



HAL
open science

Apport de techniques de traitement du signal super et haute résolution à l'amélioration des performances du radar-chaussée

Cédric Le Bastard

► **To cite this version:**

Cédric Le Bastard. Apport de techniques de traitement du signal super et haute résolution à l'amélioration des performances du radar-chaussée. Traitement du signal et de l'image [eess.SP]. UNIVERSITE DE NANTES, 2007. Français. NNT: . tel-00969109

HAL Id: tel-00969109

<https://theses.hal.science/tel-00969109v1>

Submitted on 2 Apr 2014

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

UNIVERSITÉ DE NANTES
ÉCOLE DOCTORALE
SCIENCES ET TECHNOLOGIES
DE L'INFORMATION ET DES MATÉRIAUX

Année : 2007

Thèse de doctorat de l'université de Nantes

spécialité : Électronique et génie électrique

Présentée et soutenue publiquement par

Cédric LE BASTARD

le 20 novembre 2007

au Laboratoire Central des Ponts et Chaussées

**Apport de techniques de traitement du signal super
et haute résolution à l'amélioration des
performances du radar-chaussée**

JURY

Président :	Mr. Eric Pottier	Professeur des Universités, IETR, Rennes1
Rapporteurs :	Mr. Salah Bourenane Mme. Florence Sagnard	Professeur des Universités, Fresnel, EGIM Maître de Conférences, ESYCOM, Marne-la- Vallée
Examineurs :	Mr. Joseph Saillard Mr. Yide Wang Mr. Emanuel Radoi Mr. Xavier Dérobert Mr. Vincent Baltazart	Professeur des Universités, IREENA, EPUN Professeur des Universités, IREENA, EPUN Maître de Conférences, LEST, UBO Ingénieur des Travaux Publics de l'Etat, LCPC Chargé de recherches, LCPC
Invité :	Mr. Guy D'Urso	Ingénieur EDF R&D STEP/GSDTI

Directeur de Thèse : Yide Wang

Co-encadrant : Joseph Saillard

Laboratoire : Institut de Recherche en Electrotechnique et Electronique de Nantes Atlantique

Directeur de Thèse : Xavier Dérobert

Co-encadrant : Vincent Baltazart

Laboratoire : Laboratoire Central des Ponts et Chaussées

Remerciements

En premier lieu, j'aimerais remercier vivement, mes deux directeurs de thèse, Monsieur Yide Wang, Professeur des Universités à l'école polytechnique de l'Université de Nantes et Monsieur Xavier Dérobert, Ingénieur des Travaux Publics de l'Etat au Laboratoire Central des Ponts et Chaussées, de l'attention et du soutien qu'ils ont porté à mon travail durant ces trois années.

Je remercie aussi vivement Monsieur Vincent Baltazart, chargé de recherches au Laboratoire Central des Ponts et Chaussées, et Monsieur Joseph Saillard, Professeur des Universités à l'école polytechnique de l'Université de Nantes, pour leur soutien, leurs commentaires, leurs expériences, leur dynamisme et leurs compétences scientifiques qui m'ont permis de mener à bien cette étude.

Je remercie tout particulièrement Monsieur Salah Bourennane, Professeur des Universités à l'Ecole Généraliste Ingénieurs Marseille, ainsi que Madame Florence SAGNARD, Maître de Conférences à l'Université de Marne-la-Vallée, qui ont accepté de juger ce travail et d'en être les rapporteurs.

Je tiens également à remercier Monsieur Eric Pottier, Professeur des Universités à l'Université de Rennes 1 et Monsieur Emanuel Radoi, Maître de Conférences à l'Université de Bretagne Occidentale, d'avoir accepté de participer au jury de cette thèse.

Je veux adresser tous mes remerciements à Monsieur Guy D'Urso, responsable du département EDF R&D STEP/GSDTI, pour sa participation à cette commission d'examen.

Je remercie Messieurs Laurent Laguerre, Olivier Durand, Cyrille Fauchard et Jean-Yves Le Moal pour leurs conseils avisés pour les différentes expérimentations que nous avons effectuées.

Merci également à Philippe Côte, qui m'a permis d'effectuer cette thèse dans de très bonnes et très agréables conditions de travail.

Je tiens à remercier l'ensemble de l'équipe "RG" et plus particulièrement Corinne, Virginie et Claire pour leur gentillesse et leur efficacité lors des difficultés administratives ou logistiques que j'ai rencontrées.

J'aimerais aussi remercier le LCPC et la région "Pays de la Loire" qui m'ont financé durant la période de ma thèse.

Enfin, une pensée émue pour tous les doctorants et collègues avec qui j'ai partagé une salle, un café, un repas ou des activités sportives pendant ces trois années : François, Cédric, Pierre-Antoine, Ludovic, Julien, Faming, Slah, Yves-laurent, Barbara, Danou, JP, Tangi, Mathieu, François, Olivier, Thomas, Pierre, Janig, Laurent,...

Je voudrais également souligner la participation de Michel, de Jeff et de Jérôme, mes amis, aux discussions entourant mes travaux de thèse ainsi que pour leur soutien moral qu'ils m'auront fourni tout au long de ces trois années.

Enfin, j'adresse un grand merci à toute ma famille, en particulier à ma mère, à mon frère, à mon père, et à Roxane, mon amie, qui ont toujours été présents lorsque j'en ai eu besoin.

Titre :

Apport de techniques de traitement du signal super et haute résolution à l'amélioration des performances du radar-chaussée

Mots-clés :

Contrôle et Evaluation Non Destructif, radar impulsif, radar à sauts de fréquence, contrôle d'épaisseur, estimation de retard, analyse spectrale, résolution temporelle.

Résumé :

Dans le domaine du génie civil, l'auscultation de couches minces de chaussée (de l'ordre de 2 cm d'épaisseur) est mal résolue par les techniques radar de Contrôle Non Destructif. Dans ce contexte, cette thèse a pour objectif d'améliorer, d'un facteur 3 à 6, la résolution temporelle des radars actuels par des techniques de traitement du signal dites *super* et *haute résolution*.

Dans un premier temps, les méthodes super et haute résolution les plus connues de la littérature (LSMYW, MUSIC, ESPRIT, Min-Norm) sont évaluées à partir de signaux simulés. Les résultats montrent les variations de l'erreur quadratique moyenne sur l'épaisseur estimée de chaussée, en fonction du rapport signal sur bruit et du retard différentiel entre échos. Un critère de précision sur la mesure d'épaisseur permet de déduire la limite de résolution temporelle de chacun des algorithmes. Pour des échos fortement ou totalement corrélés, on propose une optimisation du paramétrage de la technique de moyennage en sous-bande de fréquences. Quel que soit le niveau de corrélation, la limite de résolution temporelle obtenue permet de montrer la faisabilité de l'application.

Dans un second temps, le document se focalise sur l'amélioration de techniques haute résolution de complexité calculatoire plus réduite. Tout d'abord, une version généralisée de l'algorithme ESPRIT (G-ESPRIT) est proposée, pour tenir compte de la forme de l'impulsion radar et des caractéristiques d'un bruit quelconque. Ensuite, deux méthodes linéaires à sous-espaces (OPM et SWEDE) sont introduites. Une version polynomiale d'OPM (root-OPM) permettant d'accélérer la recherche des retards de propagation est proposée. La méthode SWEDE est transposée à l'estimation de retards ; une nouvelle procédure de blanchiment permettant d'améliorer ses performances est également suggérée (FBD-SWEDE). Puis, de nouveaux algorithmes sont développés, combinant les avantages calculatoires des algorithmes SWEDE et ESPRIT (ESPRITWED, AV-ESPRITWED, G-ESPRITWED). Enfin, les méthodes de traitement présentées dans ce document sont expérimentées sur des signaux d'un radar impulsif et à sauts de fréquence, mesurés sur un «milieu-modèle» monocouche et bicouche. La mise en oeuvre des algorithmes est détaillée. Les résultats permettent d'une part de valider les résultats théoriques et de montrer la faisabilité de la mesure de couches minces de chaussée à l'aide d'un radar de 2 GHz de largeur de bande.

Discipline : Électronique et Génie Électrique

Title :

Contributions to the improvement of the pavement survey with GPR by super and high resolution techniques

Key words :

Non-Destructive Testing and Evaluation, Ground Penetrating Radar, Step frequency Radar, pavement survey, thickness measurement, time delay estimation, spectral analysis, performances, time resolution.

Abstract :

In the field of civil engineering, the survey of the thin top layer of carriageways, i.e. the pavement layer, is hardly performed by the conventional radar Non Destructive Techniques. This thesis aims to improve the time resolution of the classical GPR radar by a factor of 3 at least, using super and high signal processing techniques applied to time delay estimation (TDE).

At first, the most well-known super and high resolution techniques (LSMYW, MUSIC, ESPRIT, Min-Norm) are studied and evaluated on simulated data. The performances of the algorithms are assessed in terms of the root mean square error on the estimated thickness of pavement material. An accuracy criterion on the measured thickness allows to deduce the ultimate time resolution of each algorithm. For highly or totally correlated echoes, the sub-band smoothing techniques are optimized. Whatever the correlation magnitude, the performances of algorithms are sufficient to fulfil the required criterion for the NDT application under scope.

Then, among the subspace algorithms, the study focusses on those which require a lower computational cost. The ESPRIT algorithm is adapted and extended to the signal model with the radar pulse and any noise characteristics accounted for. Moreover, two linear subspace algorithms (OPM and SWEDE) are introduced. A polynomial solution is proposed for OPM (root-OPM) which is more efficient to perform the TDE. SWEDE is reformulated to the TDE problem, and a more efficient whitening technique is proposed to improve its performances (FBD-SWEDE). At last, the principle of both SWEDE and ESPRIT algorithms are combined to develop three new algorithms applied to the TDE of radar signal (ESPRITWED, AV-ESPRITWED, G-ESPRITWED).

Finally, the algorithms are tested on radar data, obtained from measurements on one layer and two-layers media. The implementation of the algorithms is detailed for both types of GPR devices (step-frequency and pulse radars). The results are found in accordance with the simulated results and allow us to conclude on the feasibility of the thin pavement thickness measurement from a 2 GHz radar bandwidth.

Table des matières

Notations et Acronymes	xiii
Introduction Générale	xv
1 Techniques Radar en génie civil	1
1.1 Introduction	1
1.2 Les domaines d'application des méthodes de CND	3
1.2.1 Auscultation de chaussée	3
1.2.2 Auscultation d'ouvrages d'art	5
1.2.3 Autres domaines d'auscultations	7
1.3 Le Radar-chaussée	7
1.3.1 Théorie de l'électromagnétisme au sein de la chaussée	8
1.3.2 Techniques actuelles d'auscultation radar	12
1.4 Mesure d'épaisseur de matériau et limite de résolution temporelle	15
1.5 Pratique et exploitation des signaux radar en génie civil	19
1.6 Développements récents	22
1.7 Conclusion	23
2 Méthodes d'estimation de retards de propagation	25
2.1 Introduction	25
2.2 Modèle des observations	26
2.2.1 Hypothèses de travail	26
2.2.2 Modèle des observations dans le domaine temporel	27
2.2.3 Modèle des observations dans le domaine fréquentiel	27
2.2.4 Matrice de covariance inter-spectrale	28
2.3 Méthodes conventionnelles	30
2.3.1 Intercorrélation et filtrage adapté	30
2.3.2 Transformée de Fourier inverse (IFFT)	31
2.3.3 Déconvolution	32
2.4 Méthodes paramétriques	33
2.5 Méthodes à sous-espaces	37
2.5.1 Introduction	37
2.5.2 MUSIC (MUltiple Signal Classification)	38
2.5.3 root-MUSIC	41
2.5.4 Min-Norm	42
2.5.5 ESPRIT (Estimation of Signal Parameters via Rotational Invariance Techniques)	44
2.6 Développements ultérieurs	47
2.7 Conclusion	47

3	Estimation des épaisseurs d'un milieu stratifié	49
3.1	Introduction	49
3.2	Estimation de la permittivité relative	50
3.2.1	Méthodes conventionnelles dans le génie civil	50
3.2.2	A partir d'une méthode à sous-espaces	51
3.3	Influence du niveau de corrélation entre échos	54
3.4	Méthode de décorrélation des échos	55
3.4.1	Introduction	55
3.4.2	Méthodes de moyennage en sous-bandes	55
3.5	Méthode d'évaluation des algorithmes	62
3.5.1	Méthodologie	62
3.5.2	Présentation du jeu de données	63
3.6	Évaluation des performances optimales sur l'estimation de l'épaisseur	64
3.6.1	Présentation des simulations	64
3.6.2	Cas d'une vitesse connue	65
3.6.3	Cas d'une estimation successive (retard, vitesse)	67
3.6.4	Comparaison avec une méthode conventionnelle	69
3.6.5	Synthèse des résultats	69
3.7	Optimisation du paramétrage des algorithmes en cas d'échos fortement corrélés	71
3.7.1	Présentation des simulations	71
3.7.2	Résultats et discussions avec le moyennage direct (SSP)	71
3.7.3	Résultats et discussion avec le moyennage direct-inverse (MSSP)	74
3.7.4	Comparaison des résultats entre les deux types de moyennage en sous-bandes (SSP et MSSP)	79
3.8	Conclusion	81
4	Algorithme ESPRIT généralisé	83
4.1	Introduction	83
4.2	Principe de l'algorithme ESPRIT généralisé (G-ESPRIT)	84
4.3	Cas particuliers	87
4.3.1	Cas 1 - bruit blanc et impulsion idéale (Dirac)	87
4.3.2	Cas 2 - bruit dont la matrice de covariance est diagonale et impulsion idéale (Dirac)	87
4.3.3	Cas 3 - bruit quelconque et impulsion idéale (Dirac)	88
4.3.4	Cas 4 - bruit de matrice de covariance diagonale et impulsion quelconque	88
4.3.5	Cas 5 - bruit blanc et impulsion quelconque	89
4.3.6	Cas 6 - bruit blanc et blanchiment du signal reçu par l'impulsion	89
4.3.7	Cas 7 - cas du moyennage en sous-bandes	89
4.4	Résultats de simulation et discussions	91
4.4.1	Bruit quelconque	92
4.4.2	Bruit blanc	96
4.5	Conclusion	100
5	Algorithmes HR linéaires pour l'estimation des temps de retard	101
5.1	Introduction	101
5.2	Les méthodes OPM et root-OPM	102
5.2.1	La méthode OPM	103
5.2.2	La méthode root-OPM	104

5.2.3	Résultats de simulation et discussions	105
5.3	La méthode SWEDE et ses extensions	107
5.3.1	Principe de SWEDE appliqué au TDE	107
5.3.2	Traitement sous-optimal du bruit [79]	110
5.3.3	Optimisation de SWEDE au cas d'un bruit quelconque : FBD-SWEDE 111	
5.4	Les versions linéaires de la méthode ESPRIT	112
5.4.1	Algorithme de Zha	113
5.4.2	ESPRITWED (ESPRIT Without Eigen Decomposition)	114
5.4.3	AV-ESPRITWED : AVerage-ESPRITWED	115
5.4.4	G-ESPRITWED : ESPRITWED avec un bruit quelconque	119
5.5	Résultats de simulation et discussions	123
5.5.1	Cas d'une matrice de covariance de bruit bloc-diagonale	124
5.5.2	Cas d'une matrice de bruit quelconque, hermitienne définie positive .	127
5.6	Conclusion	130
6	Expérimentations	133
6.1	Introduction	133
6.2	Validation des résultats de simulation à partir du radar à sauts de fréquence sur un milieu monocouche virtuel	134
6.2.1	Dispositif expérimental	134
6.2.2	Mise en oeuvre des algorithmes	135
6.2.3	Approche idéale : traitement après fenêtrage glissant des échos . . .	138
6.2.4	Traitement après fenêtrage des échos non résolus	143
6.2.5	Synthèse des résultats	146
6.3	Expérimentations avec le radar impulsionnel sur un milieu monocouche . .	147
6.3.1	Dispositif expérimental	148
6.3.2	Représentativité de l'expérimentation vis-à-vis de l'application . . .	149
6.3.3	Jeux de données	150
6.3.4	Prétraitements des données	152
6.3.5	Résultats des mesures d'épaisseur	154
6.3.6	Synthèse des résultats	157
6.4	Expérimentations sur un milieu bicouche	158
6.4.1	Mise en oeuvre des algorithmes après filtrage adapté	160
6.4.2	Calibration de l'antenne ETSA	160
6.4.3	Bicouche virtuel	163
6.4.4	Bicouche «matériau-modèle» (PVC+ granite)	166
6.4.5	Synthèse des résultats	168
6.5	Conclusion	169
	Conclusion	171

Table des figures

1.1	Structure d'une chaussée [4].	4
1.2	Structure schématique d'un pont.	5
1.3	Vue schématique d'une structure en béton armé; le béton de peau dans les premiers 3-5 cm de la structure protège les armatures métalliques.	6
1.4	Schéma de la propagation d'une onde électromagnétique dans une chaussée.	7
1.5	Structure d'une onde plane.	8
1.6	Définition des modes TE et TM.	10
1.7	Réflexion, réfraction et transmission des ondes sur une interface (loi de Snell-Descartes).	11
1.8	Schéma synoptique d'un radar impulsif.	14
1.9	Exemple de radar impulsif portable (SIR-3000, marque GSSI).	14
1.10	Schéma du principe du radar à sauts de fréquence par blocs fonctionnels.	15
1.11	Radar à sauts de fréquence du LCPC; l'analyseur de réseaux vectoriels est indiqué à droite sur la photo; l'antenne ULB (Ultra Large Bande) de type ETSA est fixée à un banc de mesures sur la gauche.	15
1.12	Épaisseur minimale estimable en fonction de la constante diélectrique pour une bande de fréquences de 1 GHz et 2 GHz.	17
1.13	Épaisseur minimale estimable en fonction de la bande de fréquences pour une constante diélectrique de 5.	18
1.14	Problématique des couches minces : la séparation des échos.	18
1.15	Localisation des temps d'arrivée de l'onde par le pointé des temps de trajet.	20
1.16	Exemple de radargramme obtenu sur l'autoroute A6 par la procédure citée ci-dessus (Source : LRPC d'Autun).	21
2.1	Résultats de filtrage adapté, $B = 2$ GHz, a) et c) représentent les signaux bruts, b) et d) la sortie du filtre adapté pour deux conditions de produit $B\Delta\tau$: $B\Delta\tau = 0,5$ (a et b), $B\Delta\tau = 3$ (c et d); $N=256$, $RSB= 25$ dB.	30
2.2	Résultats de la transformée de Fourier inverse; b) et d) signaux temporels obtenus par IFFT des signaux fréquentiels a) et c) pour deux cas de produit $B\Delta\tau$: $B\Delta\tau = 0,5$ (a et b), $B\Delta\tau = 3$ (cas c et d); $B = 2$ GHz, $RSB= 25$ dB.	31
2.3	Résultats de la déconvolution du signal a) et c), obtenus pour deux cas de produits $B\Delta\tau$: $B\Delta\tau = 0,5$, $B\Delta\tau = 3$; $B = 2$ GHz, $RSB= 25$ dB.	32
2.4	Modèle ARMA	33
2.5	Spectre temporel AR (équation (2.18)) obtenu avec la méthode LSMYW, $B = 2$ GHz, $B\Delta\tau = 0,5$ (cas a, ordre=36), $B\Delta\tau = 3$ (cas b, ordre=12), $N=256$, $RSB= 25$ dB	37
2.6	Résultats de la méthode MUSIC, $B = 2$ GHz, $B\Delta\tau = 0,5$ (cas a), $B\Delta\tau = 3$ (cas b), $N=256$, $RSB= 25$ dB	40

2.7	Résultats de MUSIC temporel, $B = 2$ GHz, $B\Delta\tau = 0,5$ (cas a et b), $B\Delta\tau = 3$ (cas c et d), $N=256$, $RSB= 25$ dB	41
2.8	Représentation des deux racines du polynôme $P(z)$ de la méthode root-MUSIC dans le plan complexe, obtenue par traitement des signaux fréquentiels de la figures 2.2 : a - échos non résolus ($B\Delta\tau = 0,5$), b - échos résolus ($B\Delta\tau = 3$); $B = 2$ GHz, $N=256$, $RSB= 25$ dB.	42
2.9	Résultats de la méthode Min-Norm, $B = 2$ GHz, $B\Delta\tau = 0,5$ (cas a), $B\Delta\tau = 3$ (cas b), $N=256$, $RSB= 25$ dB	44
2.10	Valeurs propres obtenues par la méthode ESPRIT, $B = 2$ GHz, $B\Delta\tau = 0,5$ (cas a), $B\Delta\tau = 3$ (cas b), $N=256$, $RSB= 25$ dB	46
3.1	Distribution des 10 premières valeurs propres d'un signal composé de deux échos, pour différentes valeurs du coefficient de corrélation.	54
3.2	Technique de découpage en sous-bandes de fréquences	56
3.3	Variation du module du coefficient de corrélation, $ \rho_{SSP} $, $B = 2$ GHz, $ \rho_0 = 1$	58
3.4	Variation du module des coefficients de corrélation $ \rho_{SSP} $ et $ \rho_{MSSP} $, paramétrée par le nombre d'échantillons par sous-vecteur des observations (L), $B = 2$ GHz, $f_1 = 0,7$ GHz, $N = 101$, $\rho_0 = 1$	60
3.5	Variation du critère RMSSP en fonction de la fréquence minimale et de la bande de fréquences, $N = 21$, $\rho_0 = 1$, $\Delta\tau = 0,3$ ns.	61
3.6	Variation du critère RMSSP en fonction de la fréquence minimale pour une bande de fréquences, B , de 2 GHz, $N = 21$, $\rho_0 = 1$, $\Delta\tau = 0,3$ ns.	61
3.7	Milieu momocouche modélisé.	63
3.8	Vecteur des observations fréquentiel normalisé par rapport à l'amplitude maximale, $B\Delta\tau = 0,6$, $RSB = 20$ dB.	63
3.9	REQMR de l'épaisseur estimée en fonction du produit $B\Delta\tau$ lorsque la constante diélectrique est connue; $RSB = 10$ dB.	65
3.10	REQMR de l'épaisseur estimée en fonction du RSB pour produit $B\Delta\tau$ de 0,3 (en gris) et 0,6 (en noir) lorsque la constante diélectrique est connue.	65
3.11	Résolution ultime (REQMR=5%) en fonction du RSB, dans le cas où les échos sont entièrement décorrélés et lorsque la constante diélectrique est connue.	66
3.12	REQMR de l'épaisseur estimée en fonction du produit $B\Delta\tau$ pour la méthode root-MUSIC, $RSB = 10$ dB, $B = 2$ GHz.	67
3.13	REQMR de l'épaisseur estimée en fonction du produit $B\Delta\tau$ après estimation de la constante diélectrique; $RSB = 10$ dB.	68
3.14	REQMR de l'épaisseur estimée en fonction du RSB pour un produit $B\Delta\tau$ de 0,3 et 0,6 après estimation de la constante diélectrique.	68
3.15	REQMR de l'épaisseur estimée en fonction du produit $B\Delta\tau$ pour un RSB de 20 dB, $B = 2$ GHz, vitesse connue.	69
3.16	Comparaison des REQMR sur l'épaisseur estimée avec une constante diélectrique connue et une constante diélectrique estimée pour la méthode root-MUSIC, $RSB=10$ dB.	70
3.17	Comparaison des REQMR sur l'épaisseur estimée avec une constante diélectrique connue et une constante diélectrique estimée pour la méthode root-MUSIC, $B\Delta\tau=0,6$	70
3.18	REQMR en fonction du produit $B\Delta\tau$ après le moyennage en sous-bandes direct pour l'algorithme root-MUSIC, $B = 2$ GHz, $\rho_0 = 1$, $N = 101$, $RSB= 10$ dB.	71

3.19	REQMR en fonction du RSB pour un produit $B\Delta\tau$ de 0,6 après le moyennage en sous-bandes direct pour l'algorithme root-MUSIC, $B = 2$ GHz, $\rho_0 = 1$	72
3.20	Produit $B\Delta\tau$ obtenu pour une REQMR de 5% en fonction de la bande de fréquences effective, $B = 2$ GHz, $\rho_0 = 1$	72
3.21	RSB obtenu pour une REQMR de 5% en fonction de la bande de fréquences effective, $N = 101$, $B = 2$ GHz, $\rho_0 = 1$	73
3.22	Produit $B\Delta\tau$ obtenu pour une REQMR de 5% en fonction de la bande de fréquences effective normalisée (L/N) pour la méthode root-MUSIC, $B = 2$ GHz, $\rho_0 = 1$	74
3.23	REQMR en fonction du produit $B\Delta\tau$ après le moyennage en sous-bandes direct-inverse pour l'algorithme root-MUSIC, $B = 2$ GHz, $f_l = 0,7$ GHz, $\rho_0 = 1$, $N = 101$, RSB= 10 dB.	75
3.24	Module du coefficient de corrélation, les courbes sont paramétrées par le nombre d'échantillons par sous-vecteur des observations (L), $ \rho_{MSSP} $, $B = 2$ GHz, $f_l = 0,7$ GHz, $N = 101$, $\rho_0 = 1$	75
3.25	REQMR en fonction du RSB pour un produit $B\Delta\tau$ de 0,3 pour l'algorithme root-MUSIC, $B = 2$ GHz, $\rho_0 = 1$	76
3.26	REQMR en fonction du RSB pour un produit $B\Delta\tau$ de 0,6 pour l'algorithme root-MUSIC, $B = 2$ GHz, $\rho_0 = 1$	76
3.27	Produit $B\Delta\tau$ obtenu pour une REQMR de 5% en fonction de la bande de fréquences effective, $B = 2$ GHz, $f_l = 0,7$ GHz, $\rho_0 = 1$	77
3.28	RSB obtenu pour une REQMR de 5% en fonction de la bande de fréquences effective, $N = 101$, $B = 2$ GHz, $\rho_0 = 1$	77
3.29	Coefficient de corrélation en fonction du produit, $N = 101$, $B = 2$ GHz, $f_l = 0,7$ GHz, $\rho_0 = 1$	78
3.30	REQMR de l'épaisseur estimée en fonction du produit $B\Delta\tau$ pour l'algorithme root-MUSIC selon les deux types de moyennage en sous-bandes, $B = 2$ GHz, $f_l = 0,7$ GHz, $\rho_0 = 1$, RSB= 10 dB.	79
3.31	$B\Delta\tau$ en fonction de la bande effective pour les deux méthodes de moyennage, $N = 101$, $B = 2$ GHz, $f_l = 0,7$ GHz, $\rho_0 = 1$	80
3.32	RSB en fonction de la bande effective pour les deux méthodes de moyennage, $N = 101$, $B = 2$ GHz, $f_l = 0,7$ GHz, $\rho_0 = 1$	80
4.1	Module de la matrice de covariance de bruit théorique utilisée lorsque le bruit est supposé quelconque.	91
4.2	Impulsion radar de type ricker dans le domaine temporel et fréquentiel.	92
4.3	Localisation dans le plan complexe des valeurs propres, pour un produit $B\Delta\tau$ de 0,3 et un RSB de 10 dB. Résultats obtenus par les moindres carrés totaux à partir de 10 itérations de Monte Carlo.	93
4.4	REQM sur l'épaisseur estimée (en mètre) pour un RSB de 10 dB obtenue par les quatre versions citées à partir de 500 itérations de Monte Carlo.	94
4.5	REQM sur l'épaisseur estimée (en mètre) pour un $B\Delta\tau$ de 0,6 obtenue par les quatre versions citées à partir de 500 itérations de Monte Carlo.	94
4.6	REQM sur l'épaisseur estimée (en mètre) pour un RSB de 10 dB, obtenue par les quatre versions citées de l'algorithme G-ESPRIT, à partir de 500 itérations de Monte Carlo.	97

4.7	REQM sur l'épaisseur estimée (en mètre) pour un $B\Delta\tau$ de 0,6, obtenue par les quatres versions citées de l'algorithme G-ESPRIT, à partir de 500 itérations de Monte Carlo.	97
4.8	Produit $B\Delta\tau$ obtenu pour une REQMR de 5% en fonction de la bande de fréquences effective pour G-ESPRIT (cas 7), $N = 41$, $B = 2$ GHz, $\rho_0 = 1$, RSB= 10 dB.	99
4.9	RSB obtenu pour une REQMR de 5% en fonction de la bande de fréquences effective pour G-ESPRIT (cas 7), $N = 41$, $B = 2$ GHz, $\rho_0 = 1$, $B\Delta\tau = 0,6$	99
4.10	REQM pour un RSB de 10 dB obtenue à partir de 500 itérations de Monte Carlo.	99
4.11	REQM pour un $B\Delta\tau$ de 0,6 obtenue à partir de 500 itérations de Monte Carlo.	99
5.1	Taux d'échec des méthodes OPM et root-OPM en fonction du RSB pour un produit $B\Delta\tau = 0,6$	105
5.2	Taux d'échec des méthodes OPM et root-OPM en fonction du produit $B\Delta\tau$ pour un RSB de 15 dB.	106
5.3	Ecart-type sur l'épaisseur estimée (en mètre) avec les méthodes OPM et root-OPM en fonction du RSB pour un produit $B\Delta\tau = 0,6$	106
5.4	Ecart-type sur l'épaisseur estimée (en mètre) avec les méthodes OPM et root-OPM en fonction du produit $B\Delta\tau$ pour un RSB de 15 dB.	107
5.5	Pseudo-spectre de SWEDE, RSB = 30dB, $B\Delta\tau = 0.6$	109
5.6	Taux d'échec avec les méthodes SWEDE, ESPRITWED-Zha, ESPRITWED-UG, AV-ESPRITWED en fonction du RSB pour un produit $B\Delta\tau = 0,6$	124
5.7	Ecart-type avec les méthodes SWEDE, ESPRITWED-Zha, ESPRITWED-UG, AV-ESPRITWED en fonction du RSB pour un produit $B\Delta\tau = 0,6$	125
5.8	Taux d'échec avec les méthodes SWEDE, ESPRITWED-Zha, ESPRITWED-UG, AV-ESPRITWED en fonction du produit $B\Delta\tau$ pour un RSB de 15 dB.	125
5.9	Ecart-type avec les méthodes SWEDE, ESPRITWED-Zha, ESPRITWED-UG, AV-ESPRITWED en fonction du produit $B\Delta\tau$ pour un RSB de 15 dB.	126
5.10	Module de la matrice de covariance du bruit théorique.	127
5.11	Taux d'échec en fonction du produit $B\Delta\tau$ pour un RSB de 10 dB.	128
5.12	Ecart-type en fonction du produit $B\Delta\tau$ pour un RSB de 10 dB.	128
5.13	Taux d'échec en fonction du produit $B\Delta\tau$ pour un RSB de 20 dB.	128
5.14	Ecart-type en fonction du produit $B\Delta\tau$ pour un RSB de 20 dB.	128
5.15	Taux d'échec en fonction du produit $B\Delta\tau$ pour un RSB de 30 dB.	128
5.16	Ecart-type en fonction du produit $B\Delta\tau$ pour un RSB de 30 dB.	128
5.17	Taux d'échec en fonction du RSB pour un produit $B\Delta\tau$ de 0,3.	129
5.18	Ecart-type en fonction du RSB pour un produit $B\Delta\tau$ de 0,3.	129
5.19	Taux d'échec en fonction du RSB pour un produit $B\Delta\tau$ de 0,5.	129
5.20	Ecart-type en fonction du RSB pour un produit $B\Delta\tau$ de 0,5.	129
6.1	Dispositif expérimental montrant le banc de mesures, le réflecteur parfait, l'antenna ETSA A4 et l'analyseur de réseaux vectoriels.	137
6.2	Représentation de l'impulsion dans les domaines temporels et fréquentiels.	137
6.3	Signaux expérimentaux obtenus sur un réflecteur parfait mesurés à 4 hauteurs; on distingue le signal transitoire dans l'antenne en début d'enregistrement, puis un écho sur le plan métallique à différentes hauteurs.	139

6.4	Pseudo-spectres des algorithmes MUSIC, Min-Norm, OPM et SWEDE, obtenus par traitement des signaux de la Fig. 6.3 correspondant à un produit $B\Delta\tau$ de 0,43; les pointillés verticaux indiquent la position des retards de propagation recherchés.	140
6.5	Résultats des méthodes MUSIC, Min-Norm, OPM et SWEDE pour un produit $B\Delta\tau$ de 0,43.	142
6.6	Signaux expérimentaux représentant différents cas de deux échos non résolus; la sélection de la partie utile du signal est réalisée par des fenêtres temporelles de différents $B \times T_f$	144
6.7	Schéma du dispositif expérimental	148
6.8	Impulsion temporelle et fréquentielle.	149
6.9	Dispositif expérimental pour obtenir des échos résolus (monocouche granite, $B\Delta\tau = 3$, $f_c = 1,7$ GHz).	151
6.10	Radargramme associé au dispositif de la Fig. 6.9 ($B\Delta\tau = 3$).	151
6.11	Dispositif expérimental pour obtenir des échos non résolus (monocouche PVC, $B\Delta\tau = 0,45$, $f_c = 1,7$ GHz).	151
6.12	Radargramme associé au dispositif de la Fig. 6.11 ($B\Delta\tau = 0,45$).	151
6.13	Signaux GPR "bruts", obtenus sur le monocouche de granite (a) et de PVC (b).	151
6.14	Schéma des différents prétraitements réalisés	152
6.15	Résultats du fenêtrage temporel des signaux de la Fig. 6.13 : a - monocouche de granite ($B \times T_f = 4,7$), b - monocouche de PVC ($B \times T_f = 2,7$).	152
6.16	Résultats du blanchiment des signaux de la Fig. 6.15 par l'impulsion radar de la Fig. 6.8 : (a) monocouche de granite, (b) monocouche de PVC.	153
6.17	Pseudo-spectres temporels obtenus après traitement des signaux de la Fig. 6.13-a sur le monocouche de granite, par les méthodes MUSIC, Min-Norm, LSMYW, OPM et SWEDE.	155
6.18	Pseudo-spectres temporels obtenus après traitement des signaux de la Fig. 6.13-b sur le monocouche de PVC, par les algorithmes MUSIC, Min-Norm, LSMYW, OPM et SWEDE.	156
6.19	Schéma du dispositif expérimental.	159
6.20	Vue du dispositif expérimental.	159
6.21	Schéma équivalent de l'antenne sous forme d'un quadripôle; d'après [16]	161
6.22	Variations des trois termes de calibration (en module et argument) obtenues avec l'antenne ETSA A5 dans le domaine fréquentiel.	162
6.23	Variations du terme $g_{xx}(f)h_f(f)$ dans la bande de fréquences (à $h = 10$ cm).	162
6.24	Enveloppes des signaux temporels après les deux étapes de calibrage d'antenne.	163
6.25	Transformées de Fourier inverses des vecteurs expérimentaux \mathbf{g}_{xxi} à différentes hauteurs.	164
6.26	Transformée de Fourier inverse du vecteur \mathbf{g}_{xx} et filtrage adapté associé.	164
6.27	Impulsion dans le domaine temporel et fréquentiel.	165
6.28	Transformée de Fourier inverse du vecteur \mathbf{g}_{xx} après filtrage temporel.	165
6.29	Pseudo-spectres obtenus par les méthodes MUSIC et OPM.	165
6.30	(a) Transformée de Fourier inverse du vecteur expérimental \mathbf{s}_{11} sur le bicouche, (b) Transformée de Fourier inverse du vecteur expérimental $\mathbf{s}_{11} - \mathbf{h}_i$ sur le bicouche, (c) Transformée de Fourier inverse du vecteur \mathbf{g}_{xx} après correction des effets d'antennes.	167

- 6.31 (a) Résultat du filtrage adapté sur la transformée de Fourier inverse du vecteur \mathbf{g}_{xx} , et localisation de la première couche du milieu, (b) Résultat du fenêtrage temporel sur la transformée de Fourier inverse de \mathbf{g}_{xx} , correspondant au signal réfléchi par la première couche du milieu, (c) Pseudo-spectres obtenus par MUSIC et OPM. 167

Liste des tableaux

1.1	Nomenclature du spectre électromagnétique et ses applications.	2
1.2	Présentation de différents radars impulsionnels.	13
2.1	Correspondances entre les domaines du traitement d'antennes et de l'esti- mation de retard	37
4.1	Tableau récapitulatif des différents modèles du signal pouvant être traité par la méthode G-ESPRIT	90
5.1	Tableau récapitulatif des différentes méthodes du chapitre 5	132
6.1	Performances optimales des algorithmes (en termes de biais relatif sur l'épais- seur) obtenues par traitement des signaux représentés Fig. 6.3 dans le cas d'échos décorrelés, $f_c = 3,25$ GHz.	140
6.2	Tableau des erreurs relatives pour chaque algorithme avec les deux méthodes de moyennage en sous-bandes (SSP et MSSP); $f_c = 3,25$ GHz; les résultats de la méthode MSSP sont indiqués entre parenthèses.	142
6.3	Performances optimales des algorithmes (en termes de biais relatif sur l'épais- seur) obtenues par traitement des signaux de la figure (6.6); cas d'échos décorrelés; $f_c = 3,25$ GHz.	144
6.4	Tableau des erreurs relatives pour chaque algorithme obtenues par traite- ment des signaux de la figure (6.6) avec les deux méthodes de moyennage en sous-bandes (SSP et MSSP); échos totalement corrélés; $f_c = 3,25$ GHz; les résultats de la méthode MSSP sont indiqués entre parenthèses.	145
6.5	Tableau des erreurs relatives, obtenues par les algorithmes avec les méthodes de moyennage SSP et MSSP; $e = 10,4$ cm; $\epsilon_r = 5,07 - 0,15j$; $f_c = 1,7$ GHz.	155
6.6	Tableau des erreurs relatives, obtenues par les algorithmes avec les méthodes de moyennage SSP et MSSP; $e = 2$ cm; $\epsilon_r = 2,9 - 0,015j$; $f_c = 1,7$ GHz.	157
6.7	Erreurs relatives sur l'épaisseur de la première couche du milieu virtuel; algorithmes testés à partir de l'expression (6.4) de la matrice de covariance (signaux décorrelés); $e = 2$ cm; $\epsilon_r = 2,9 - 0,015j$; $f_c = 2,7$ GHz.	166
6.8	Erreurs relatives sur l'épaisseur de la première couche à partir du traitement du signal de $\mathbf{g}_{\mathbf{xx}}$ après filtrage temporel; moyennage MSSP avec une taille de sous-bande comprenant $L = 180$ échantillons (90%).	168

Notations et Acronymes

Dans ce document, les vecteurs et les matrices sont représentés par des minuscules et majuscules gras, respectivement. Les vecteurs, par défaut, sont des vecteurs colonnes.

a : Scalaire

\mathbf{a} : Vecteur

\mathbf{A} : Matrice

$(\cdot)^*$: Opérateur de conjugaison

$(\cdot)^T$: Opérateur de transposition

$(\cdot)^H$: Opérateur de transposition-conjugaison

\mathbf{I}_N : Matrice identité de dimension $N \times N$

$E(\cdot)$: Espérance mathématique

$\hat{\cdot}$: Paramètre estimé

$\tilde{\cdot}$: Transformée de Fourier

$diag(\mathbf{a})$: Matrice diagonale dont les éléments diagonaux sont les éléments du vecteur \mathbf{a}

$Tr(\mathbf{A})$: Trace de la matrice \mathbf{A}

$Det(\mathbf{A})$: Déterminant de la matrice \mathbf{A}

B : Bande de fréquences en Hz

$\Delta\tau$: Ecart temporel entre les deux échos en seconde

Δf : pas fréquentiel en Hz

dim : Dimension du vecteur ou de la matrice

$\langle \cdot | \cdot \rangle$: Produit scalaire

$\langle \cdot \rangle$: Opérateur de moyennage

VNA : Vector Network analyzer (Analyseur de Réseaux Vectoriels)

LPC : réseau scientifique et techniques des Laboratoires des Ponts et Chaussées

BBTM : Béton Bitumineux Très Mince

BBUM : Béton Bitumineux Ultra Mince

RADAR : Radio Detection And Ranging

CND : Contrôle Non Destructif

C&END : Contrôle et Evaluation Non Destructif

GPR : Ground penetrating radar

TDE : Time delay Estimation

DDA : Direction d'arrivée, connu aussi sous DOA en anglais

DOA : Direction Of Arrival

AR : AutoRegressive

MA : Moving Average

ARMA : AutoRegressive Moving Average

MUSIC : MUltiple SIgnal Classification

ESPRIT : Estimation of Signal Parameters via Rotational Invariance Technique

OPM : Orthonormal Propagator Method

SWEDE : Subspace method Without EigenDEcomposition

ESPRITWED : ESPRIT Without EigenDecomposition

AV-ESPRITWED : AVerage ESPRIT Without EigenDecomposition

G-ESPRITWED : Generalized ESPRIT Without EigenDecomposition

REQM : Racine carrée de l'Erreur Quadratique Moyenne

REQMR : Racine carrée de l'Erreur Quadratique Moyenne Relative

PSBBTM : Performance Souhaitée pour le Béton Bitumineux Très Mince

Introduction Générale

La reconnaissance d'un milieu par auscultation mobilise un grand nombre de projets de recherche dans divers domaines, tels que la médecine, la géophysique, la géologie, le génie civil, ou encore la télédétection. Les besoins de reconnaissance peuvent être de nature médicale (localisation de tumeurs ...), humanitaire (localisation de mines antipersonnelles...), militaire (localisation de sous-marins, de bases militaires...), commerciale (gisements pétroliers, gisements métallurgiques...).

Dans le domaine du génie civil, les méthodes d'auscultation sont couramment utilisées pour répondre à des besoins de contrôle, de maintenance des ouvrages en service, et de réception des ouvrages neufs [1]. Les méthodes de contrôle et d'évaluation non destructives (C&END) sont privilégiées pour des raisons de simplicité de mise en oeuvre et de coût réduit. Parmi ces méthodes, la technique radar (Radio Detection And Ranging) utilise les propriétés de propagation des ondes électromagnétiques pour déterminer la géométrie, la structure d'un milieu diélectrique, détecter, localiser et identifier des objets à l'intérieur de ce milieu. Pour couvrir les différents besoins du génie civil, la fréquence centrale et le système antennaire du radar géophysique (ou GPR pour l'acronyme Ground Penetrating Radar) sont adaptés à la profondeur d'investigation désirée et aux caractéristiques diélectriques du milieu [2]. Dans le domaine des chaussées, le GPR est utilisé pour mesurer les épaisseurs des différentes couches à partir d'un signal de fréquence centrale de 1 à 2 GHz (ondes hyperfréquences centimétriques) et de largeur de bande généralement inférieure à 2 ou 3 GHz. La mesure de l'épaisseur de la première couche de la chaussée, appelée couche de roulement, représente un besoin spécifique récurrent en génie civil. En assurant de nombreuses fonctionnalités (mécanique, roulement, adhérence, étanchéité de la structure), cette couche nécessite en effet un contrôle et un entretien réguliers.

Depuis une dizaine d'années, diverses évolutions technologiques (dans le domaine des matériaux et de leur mise en oeuvre) ont permis de réduire l'épaisseur des couches de roulement ; les plus minces (BBTM pour Béton Bitumineux Très Mince et BBUM pour Béton Bitumineux Ultra Mince) atteignent une épaisseur de 1 à 3 cm. Or, les GPR conventionnels permettent des mesures de matériaux d'épaisseur supérieure à 4 – 5 cm. Aussi, la mise en oeuvre de couches minces de chaussées, nécessite en parallèle, d'améliorer la résolution temporelle des radar conventionnels d'un facteur 3 à 6.

Pour répondre à cet objectif, une solution technologique consiste à augmenter conjointement la fréquence centrale et la largeur de bande du radar [3]. La solution alternative que nous étudions dans ce document met en oeuvre des techniques de traitement du signal dites "super" et "haute" résolution. Cette solution permet en outre de conserver la profondeur d'investigation des GPR conventionnels.

Pour mesurer l'épaisseur d'un matériau, les méthodes de traitement du signal ont pour objectif d'estimer les retards de propagation des échos réfléchis par chaque interface, ainsi que la vitesse des ondes dans chacune des couches du milieu. Les méthodes de traitement

super et haute résolution permettent d'améliorer la résolution temporelle¹ et la précision des mesures, par comparaison avec des méthodes conventionnelles basées sur le filtrage adapté.

Le document est constitué des six chapitres suivants :

- Le **chapitre 1** évoque tout d'abord deux domaines d'étude en génie civil (chaussée et ouvrage d'art), pour lesquels il existe des applications radar potentielles nécessitant d'augmenter la résolution temporelle. Ensuite, nous présentons le principe du radar en précisant les caractéristiques géométriques et diélectriques du milieu de propagation de la structure de chaussée. Le principe de mesure de l'épaisseur d'un matériau est discuté, puis, nous indiquons les limites des GPR conventionnels. Enfin, nous rappelons les méthodes de traitement du signal radar, traditionnellement utilisées par les opérateurs du réseau scientifique et technique des laboratoires des Ponts et Chaussées (LPC).
- Le **chapitre 2** présente les principales familles de méthodes d'estimation de retards de propagation. Ce sont, par ordre de résolution temporelle croissante, les méthodes conventionnelles (IFFT, intercorrélation), "super" résolution (méthodes paramétriques), ainsi que les méthodes "haute" résolution ou à sous-espaces (MUSIC, Min-Norm, ESPRIT). Ce chapitre explicite au préalable le modèle simplifié de signal, ainsi que les statistiques d'ordre deux associées, sur lesquelles se basent les méthodes de traitement. Dans la plupart des cas, le formalisme des algorithmes est modifié pour tenir compte du modèle du signal radar.
- Le **chapitre 3** montre comment utiliser les méthodes à sous-espaces pour l'estimation conjointe des retards et des vitesses de propagation des ondes, afin d'en déduire une mesure de l'épaisseur des couches d'un matériau stratifié. Puis les performances des algorithmes du chapitre 2 sont évaluées à partir de signaux simulés. On distingue à ce stade le cas idéal de sources décorréelées, et le cas expérimental de sources totalement ou fortement corrélées. Pour ce dernier, on propose une optimisation du procédé de moyennage en sous-bandes de fréquences. Les résultats montrent la possibilité de satisfaire les objectifs de l'application à l'aide d'un GPR conventionnel et de méthodes de traitement du signal.

Les deux chapitres suivants se focalisent sur l'amélioration de techniques haute résolution de complexité calculatoire plus réduite :

- Le **chapitre 4** propose tout d'abord une version généralisée de l'algorithme ESPRIT (G-ESPRIT), pour tenir compte de la forme de l'impulsion radar dans le modèle des observations et des caractéristiques d'un bruit quelconque. Cette extension ne pouvait être traitée au chapitre 2, car le développement mathématique est plus complexe. On distingue différentes simplifications des relations générales associées à différentes situations expérimentales. Des simulations montrent l'intérêt de ce nouvel algorithme par comparaison avec la version conventionnelle, présentée au chapitre 2.
- Le **chapitre 5** introduit le principe de deux algorithmes à sous-espaces linéaires. Une version polynomiale de la méthode OPM est tout d'abord proposée. L'algorithme SWEDE est ensuite transposé à l'estimation des retards de propagation. La prise en compte d'un bruit quelconque dans ce dernier algorithme donne lieu à une proposition de nouvel algorithme, FBD-SWEDE. Puis, trois nouvelles méthodes de

¹La résolution temporelle est la capacité à détecter deux échos séparés d'un retard différentiel $\Delta\tau$ (en secondes) dans une bande de fréquences B (en Hz)

traitement sont proposées, qui combinent les avantages calculatoires des algorithmes SWEDE et ESPRIT (ESPRIT-WED, AV-ESPRIT-WED, G-ESPRIT-WED). Ces différents algorithmes se distinguent par les hypothèses sur les propriétés du bruit de mesure ², et par le modèle du signal qu'elles supposent ³. Des résultats de simulations permettent de comparer le pouvoir de résolution de ces algorithmes, ainsi que leur précision de mesure sur les retards de propagation.

- Au **chapitre 6**, les algorithmes présentés dans ce document sont appliqués à des signaux expérimentaux. Ceux-ci sont obtenus sur un « milieu-modèle » monocouche et bicouche à l'aide des deux technologies radar existantes (radar impulsionnel et à sauts de fréquence) dans un contexte de fort RSB. Les expérimentations permettent de valider les résultats de simulation obtenus aux chapitres précédents. De plus, nous montrons la faisabilité de la mesure de couches minces de chaussées (de type BBUM ou BBTM) à l'aide d'un radar GPR conventionnel de largeur de bande 2 GHz, associé à des techniques de traitement du signal à sous-espaces.

Enfin, une conclusion générale est présentée, laquelle inclut le bilan du travail réalisé ainsi que des perspectives de recherche.

²matrice de covariance du bruit définie positive quelconque, diagonale ou diagonale par blocs

³données blanchies par l'impulsion radar, ou données tenant compte de l'impulsion radar dans le modèle

Chapitre 1

Techniques Radar en génie civil

Sommaire

1.1	Introduction	1
1.2	Les domaines d'application des méthodes de CND	3
1.2.1	Auscultation de chaussée	3
1.2.2	Auscultation d'ouvrages d'art	5
1.2.3	Autres domaines d'auscultations	7
1.3	Le Radar-chaussée	7
1.3.1	Théorie de l'électromagnétisme au sein de la chaussée	8
1.3.2	Techniques actuelles d'auscultation radar	12
1.4	Mesure d'épaisseur de matériau et limite de résolution temporelle	15
1.5	Pratique et exploitation des signaux radar en génie civil	19
1.6	Développements récents	22
1.7	Conclusion	23

1.1 Introduction

Dans le domaine du génie civil, les techniques de surveillance et d'auscultation du patrimoine ancien et récent sont couramment utilisées pour répondre à certaines exigences sécuritaires et financières. En effet, les cahiers des charges des marchés ainsi que les normes de sécurité imposent un contrôle de réception des ouvrages neufs et un contrôle de la maintenance des ouvrages en service.

L'une des familles de techniques les plus répandues par sa possibilité de grand rendement et son faible coût pour réaliser ce type d'opération fait appel à un contrôle non destructif (CND). Ces contrôles non destructifs peuvent utiliser différentes natures de champs physiques (électromagnétiques, électriques, mécaniques,...) pour déterminer diverses grandeurs liées aux géométries et à la nature, ou à l'état des matériaux. Parmi ces méthodes de CND, les techniques radar exploitent la propagation des ondes électromagnétiques dans un milieu et permettent de détecter, de localiser différents objets ou formes de structures, et éventuellement de déterminer d'autres caractéristiques (vitesse, distance,...).

Le type de radar utilisé dans cette étude est le radar géophysique appelé GPR (Ground Penetrating Radar), ou radar à pénétration de sol. Parmi les nombreux avantages de la méthode GPR, on peut citer sa profondeur d'investigation, sa résolution, sa facilité de mise en oeuvre et son grand rendement. La profondeur d'investigation et la résolution

temporelle verticale du radar sont liées à la longueur d'onde émise et à la largeur de la bande de fréquences, B . Dans le spectre général des ondes électromagnétiques (cf. tableau 1.1), les bandes de fréquences utilisées par le radar géophysique varient de quelques MHz à quelques GHz et permettent une grande variété d'investigations. Les grandes longueurs d'ondes sont moins atténuées ; elles sont utilisées pour ausculter le sol sur une profondeur décimétrique (30 m) et détecter/localiser de grands objets. Les petites longueurs d'ondes sont davantage dédiées à la reconnaissance de la subsurface et la localisation d'objets de dimensions réduites (chaussées, béton de surface). La dénomination GPR regroupe maintenant deux technologies de radar : le radar impulsif et le radar à sauts de fréquence (ou à impulsions synthétiques).

Onde électromagnétique	Fréquence	Longueur d'onde dans l'air	Applications
Rayons X	>3000 THz	<100 nm	Imagerie médicale, Radiographie
Rayons UV	750 à 3000 THz	400 nm à 100 nm	Banc solaire
Lumière visible	385 THz à 750 THz	780 à 400 nm	Vision humaine, photosynthèse
Infrarouges	0,3 THz à 385 THz	1 mm à 780 nm	Chauffage
Fréquences extrêmement hautes (EHF)	30 GHz à 300 GHz	0.01 m à 1 mm	Radars, communication par satellite
Fréquences super-hautes (SHF)	3 à 30 GHz	0.1 m à 0.01 m	Radars, alarmes anti-intrusion
Fréquences ultra-hautes (UHF)	0.3 à 3 GHz	1 à 0.1 m	GPR, Télévision, radars, téléphones mobiles, fours à micro-ondes, hyperthermie médicale
Très hautes fréquences (VHF)	30 à 300 MHz	10 à 1 m	Télévision, radio FM
Hautes fréquences (HF)	3 à 30 MHz	100 à 10 m	Soudage, collage
Fréquences moyennes (MF)	0.3 à 3 MHz	1 km à 100 m	Radiodiffusion MO-PO, diathermie médicale
Basses fréquences (LF)	30 à 300 KHz	10 à 1 km	Radiodiffusion GO, fours à induction
Très basses fréquences (VLF)	3 à 30 kHz	100 Km à 10 km	Radio-communications
Fréquences audio (VF)	0.3 à 3 kHz	1000 Km à 100 km	Transmission de données vocales, métallurgie, chauffage par induction
Extrêmement basses fréquences (EBF-ELF)	3 Hz à 300 Hz	100 000 km à 1000 km	Transport et distribution de l'électricité, électroménager
Champ magnétique terrestre	0 Hz (continu)	infinie	Boussole

TAB. 1.1 – Nomenclature du spectre électromagnétique et ses applications.

Tout d'abord, les domaines d'application visés à travers cette étude seront présentés. Ces domaines sont l'auscultation des chaussées, des premiers centimètres du béton d'un ouvrage d'art ou la détection de l'eau piégée sous un complexe d'étanchéité. Ensuite, nous présenterons la technique retenue pour répondre à ces besoins, i.e. le GPR. Puis, nous aborderons le principe de la mesure d'épaisseur de matériau. L'épaisseur minimale que l'on

peut détecter avec un GPR conventionnel met en évidence le besoin d'amélioration de la résolution temporelle du radar. Enfin, nous présenterons les pratiques opérationnelles du réseau scientifique et technique des Laboratoires des Ponts et Chaussées (LPC) pour exploiter les signaux radar, ainsi qu'une revue succincte de méthodes de traitement du signal plus récentes, qui pourraient être appliquées à cette étude.

1.2 Les domaines d'application des méthodes de *CND*

Ce paragraphe indique les principaux domaines d'investigation des méthodes d'auscultation non destructives en génie civil. On cite en particulier les applications qui nécessitent une amélioration des performances des techniques de *CND* radar actuelles, en terme de résolution temporelle. La plupart de ces applications impliquent des matériaux de faibles épaisseurs. Elles s'inscrivent dans le cadre de programmes de recherches nationaux et du contrat quadriennal du LCPC.¹

1.2.1 Auscultation de chaussée

Le réseau routier français (routes communales, départementales, nationales et autoroutes) est estimé à environ un million de kilomètres [4]. L'entretien régulier de ce réseau permet de maintenir un niveau de sécurité des usagers suffisant et pérenne. Il est réalisé par le biais de contrôles d'épaisseurs des revêtements existants, et également par la détection et le suivi de fissures [1]. L'entretien requiert également de localiser, puis de surveiller les anciennes réparations qui fragilisent l'ouvrage. Enfin, le trafic routier français étant en augmentation continue, l'entretien du réseau routier nécessite de réévaluer régulièrement le dimensionnement des structures routières à partir des épaisseurs des couches existantes. Le contrôle de l'épaisseur des revêtements routiers permet aussi d'effectuer des vérifications de la mise en place de chaussées neuves [1]. Lors de la réception d'un chantier, on vérifie que les épaisseurs sont conformes aux exigences du cahier des charges.

Pour effectuer une maintenance du réseau routier, on réalise des mesures à grand rendement, en plaçant l'instrument de mesures sur un véhicule qui s'insère dans le trafic (à une vitesse de l'ordre de 60 km/h). On utilise plus particulièrement le radar géophysique, monté à l'arrière d'un véhicule. Toutefois, le sondage destructif par carottage reste encore le moyen de référence pour vérifier les épaisseurs de couches de chaussées [2]. Associé aux mesures radar, le carottage permet d'étalonner les mesures radar (autrement dit, de déterminer implicitement la vitesse de propagation des ondes dans la couche à ausculter) à partir d'un échantillon représentatif d'une zone homogène. Dans ce cas, les sondages destructif et non destructif sont complémentaires.

Les chaussées se présentent comme des structures multicouches mises en oeuvre sur un ensemble appelé "plate-forme support chaussée", constitué du sol terrassé (dit sol support) surmonté généralement d'une couche de forme [4]. La chaussée est schématiquement constituée de la couche de surface, de la couche d'assise, de la couche de forme et enfin du sol support (Fig. 1.1).

La couche de surface est constituée d'une couche de roulement (ou d'usure) en contact avec les pneumatiques, et d'une couche de liaison qui permet de faciliter la reprise des efforts superficiels. La couche de roulement est constituée de granulats, noyés dans une matrice de

¹" Diagnostic et maintenance des infrastructures" pour le contrat en cours (2005-2008), "Auscultation, surveillance, diagnostic des ouvrages et reconnaissance des sols" pour le précédent contrat quadriennal.

bitume ou de liant bitumineux. A partir de la distribution des dimensions des granulats, la taille moyenne est de l'ordre de 2 cm ; elle est modifiée pour les couches de faibles épaisseurs. La couche de roulement, qui est de l'ordre de 1 à 6 cm, subit directement les agressions conjuguées du trafic et du climat. Cette couche de surface contribue à la pérennité de la structure de chaussée en particulier par sa fonction d'étanchéité vis-à-vis de l'assise. La couche d'assise est constituée de la couche de base et de la couche de fondation. Elles assurent la diffusion des efforts et sont souvent composées de graves traitées et/ou non traitées avec des liants hydrauliques (ciment, laitier, cendres volantes) ou bitumineux. La couche de forme est une couche de matériaux destinée à homogénéiser et à améliorer la portance du sol support. Son épaisseur peut être importante si la portance du terrain est faible.

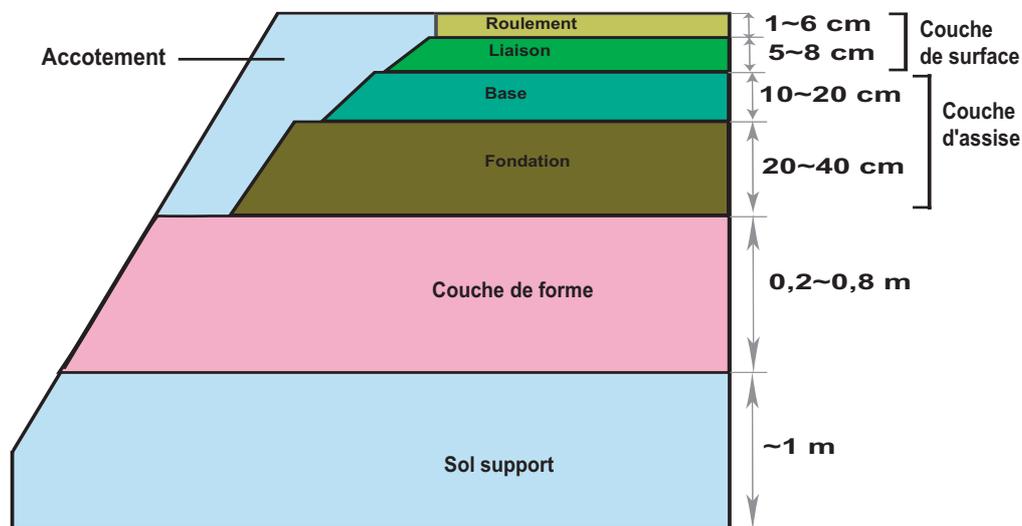


FIG. 1.1 – Structure d'une chaussée [4].

Dans les années 80, le développement des bitumes modifiés par des polymères et l'emploi d'additifs a permis la mise au point de nouveaux types de bétons bitumineux apportant de meilleures performances en termes de qualité d'usage et de durabilité. Ces nouveaux bétons bitumineux sont utilisés pour la construction de chaussées neuves, pour des travaux de renforcement ou d'entretien suivant le type de structure de chaussée et de trafic. Cette innovation technologique a permis de réduire l'épaisseur de la couche de roulement et de liaison. On donne ci-dessous la nomenclature des types de bétons bitumineux d'usage courant :

- le béton bitumineux mince ou **BBM** est un béton bitumineux dont l'épaisseur moyenne de mise en oeuvre est comprise entre 3 et 5 cm. Il est généralement utilisé pour l'entretien ou la construction neuve.
- le béton bitumineux très mince ou **BBTM** est un béton bitumineux dont l'épaisseur moyenne de mise en oeuvre est comprise entre 2 et 3 cm.
- le béton bitumineux ultra-mince ou **BBUM** a suivi de près le BBTM, cette technique assure une transition entre les enduits superficiels et les revêtements en enrobés. Le BBUM possède une épaisseur de l'ordre de 1 à 2 cm.
- le béton bitumineux clouté **BBc** est un béton bitumineux dans lequel des gravillons laqués (appelés clous) sont enchâssés lors de la mise en oeuvre, immédiatement derrière le finisseur. Son épaisseur moyenne est de l'ordre de 6 cm [5].

- le béton bitumineux drainant **BBD_r** est un béton bitumineux dont le pourcentage de vide et la forme des vides sont tels que les eaux pluviales peuvent circuler dans les vides communicants. Ils conviennent aux trafics importants et rapides. Son épaisseur est comprise entre 3 et 4 cm.
- le béton bitumineux semi-grenu **BBSG** est un béton bitumineux à chaud utilisé pour la réalisation de couche de surface (couche de liaison et/ou de roulement) pour des chaussées à moyen et fort trafics. Son épaisseur est supérieure à 5 cm.
- le béton bitumineux à module élevé **BBME** est un béton bitumineux dont l'épaisseur est supérieure à 5 cm.

A l'heure actuelle, le réseau routier comporte une part importante de revêtements d'épaisseur inférieure à 5 cm. En référence au § 1.4, cette dimension est trop faible pour être mesurée par les techniques radar conventionnelles. A ce jour, il existe donc un besoin d'amélioration de la résolution temporelle de ce type de techniques de CND.

Le Laboratoire Central des Ponts et Chaussées s'intéresse à cette problématique depuis quelques années. Il a proposé une solution technologique [3], en faisant évoluer le matériel radar vers de plus hautes fréquences. Cette problématique est incluse dans certaines opérations de recherches de l'actuel contrat quadriennal du LCPC.

1.2.2 Auscultation d'ouvrages d'art

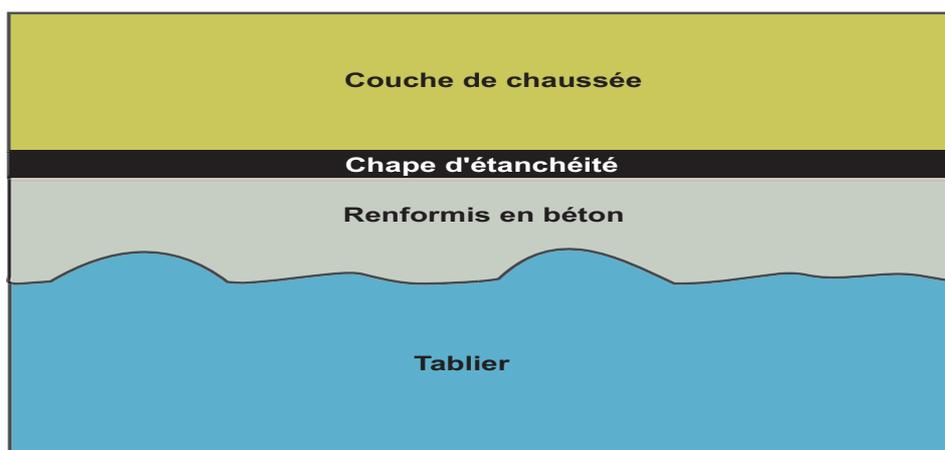


FIG. 1.2 – Structure schématique d'un pont.

Dans le domaine des ouvrages d'art, l'eau de pluie favorise le transfert des agents agressifs au sein du béton (chlorures, sulfates,...), et ainsi peut initier ou accélérer la corrosion des aciers.

Dans une structure de pont, une chape d'étanchéité permet d'imperméabiliser l'ensemble béton et armatures. La chape est insérée entre le tablier du pont et la couche de roulement (Fig. 1.2), et permet en outre d'évacuer l'eau d'infiltration à l'extérieur de l'ouvrage. Au cours des trente dernières années, diverses solutions d'étanchéité ont été testées : film mince adhérent au support, feuille préfabriquée, complexe étanchéité/couche de roulement. L'expérience de ces différentes solutions a permis d'identifier deux problématiques : présence d'eau sous la chape d'étanchéité, ou décollement de cette dernière (bulles d'air). L'utilisation des techniques de CND radar pour détecter les deux problématiques précé-

denes représente une application récente en cours de développement. L'auscultation GPR permet d'avoir une bonne idée de l'état des ouvrages d'art et ainsi, permettre des réparations ponctuelles préventives. Néanmoins, la détection de décollements ou de l'eau piégée sous la chape d'étanchéité impose une résolution sub-centimétrique, loin d'être atteinte actuellement.

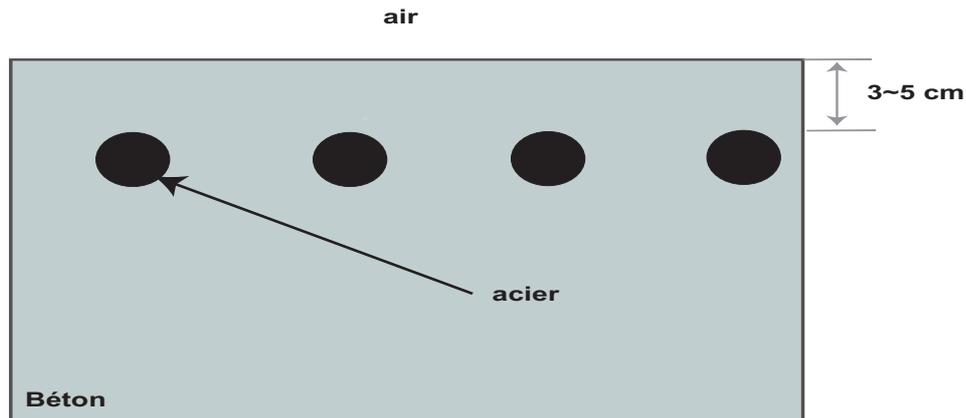


FIG. 1.3 – Vue schématique d'une structure en béton armé; le béton de peau dans les premiers 3-5 cm de la structure protège les armatures métalliques.

Plus généralement, le béton lui-même a une fonction de protection vis-à-vis des agressions extérieures, telles que l'infiltration de l'eau, etc. Le béton de peau représente le béton se situant dans les premiers centimètres d'un ouvrage; il protège les aciers et les armatures de l'ouvrage d'art. Le béton de peau varie de 3 cm d'épaisseur pour le béton poreux à 5 cm d'épaisseur pour le béton des sites marins. Il représente une zone d'observation privilégiée de phénomènes physico-chimiques qui peuvent se dérouler plus en profondeur à l'intérieur du matériau.

Aussi, pour entretenir au mieux et suivre l'état des ouvrages d'art, les opérateurs se concentrent sur l'auscultation de ce béton de peau. Des développements récents font appel à l'exploitation des signaux radar pour évaluer la qualité du béton de peau lui-même à partir de mesures radar en bistatique [6, 7]. Les potentialités de la technique radar pour qualifier ce béton de peau sont démontrées dans [1, 6, 7, 8, 9].

Les techniques de CND radar appliquées à cette problématique continuent à ce jour d'être un domaine de recherche actif. Le Laboratoire Central des Ponts et Chaussées est un des acteurs de cette recherche, par l'intermédiaire des projets SENSO et MAREO sur la période 2005-2008, et du projet RGCU sur la période 2001-2005. En interne, cette problématique s'inscrit dans le cadre d'opérations de recherches prioritaires de l'actuel contrat quadriennal du LCPC.

Néanmoins, compte tenu de la faible épaisseur de cette interface (3 à 5 cm d'après ce qui précède), le potentiel des méthodes hyperfréquences est limité. En améliorant la résolution temporelle, on pourrait augmenter la capacité d'analyse du radar géophysique conventionnel.

1.2.3 Autres domaines d'auscultations

Trois autres domaines d'applications nécessiteraient également d'améliorer la finesse d'analyse du signal radar pour mieux connaître les géométries internes d'une structure :

- en génie urbain, il s'agit de la détection et de la localisation de réseaux enterrés (canalisations, câbles,...); la difficulté est de distinguer des objets très proches l'un de l'autre.
- dans le domaine de la sécurité civile, l'application concerne la localisation de mines anti-personnelles [10, 11, 12]; la difficulté est du même ordre que précédemment.
- en géophysique, on s'intéresse à la détection et à la localisation de vides naturels ou entropiques. Les méthodes radar peinent à détecter les cavités de faibles dimensions dans la proche subsurface; lorsque les cavités sont plus profondes, les méthodes radar nécessitent de diminuer la fréquence centrale au détriment de la résolution temporelle. La difficulté dans cette situation est de conserver une résolution temporelle suffisante.

1.3 Le Radar-chaussée

Le radar exploite les lois de propagation des ondes électromagnétiques dans un milieu diélectrique. Les ondes électromagnétiques se réfléchissent partiellement à l'encontre d'un contraste diélectrique (interface, défaut ou toute autre inhomogénéité). Elles s'atténuent suivant les propriétés des milieux.

Pour la plupart des applications radar sur chaussées, les mesures sont réalisées avec une antenne déportée du sol, à incidence normale et en condition de rétrodiffusion [1]. Cela simplifie les équations de propagation au cas particulier du champ lointain. Dans ces conditions, chaque interface du milieu génère une onde réfléchie (Fig.1.4), dont l'amplitude obéit à la loi de Snell-Descartes. Les caractéristiques diélectriques de la chaussée sont supposées sans influence sur la réponse de l'antenne.

Lors du déplacement de l'antenne au-dessus de la surface à ausculter, on enregistre successivement des profils radar, ou profils verticaux (*A-scan*). Chaque profil représente le signal réfléchi par le milieu, et comporte les différents échos liés aux contrastes diélectriques dans le milieu. L'ensemble de ces profils représente une coupe-temps ou radargramme (ou encore *B-scan*). La matrice de signaux est souvent présentée comme une image en niveau de gris, dont l'interprétation visuelle donne des informations géométriques sur la structure auscultée.

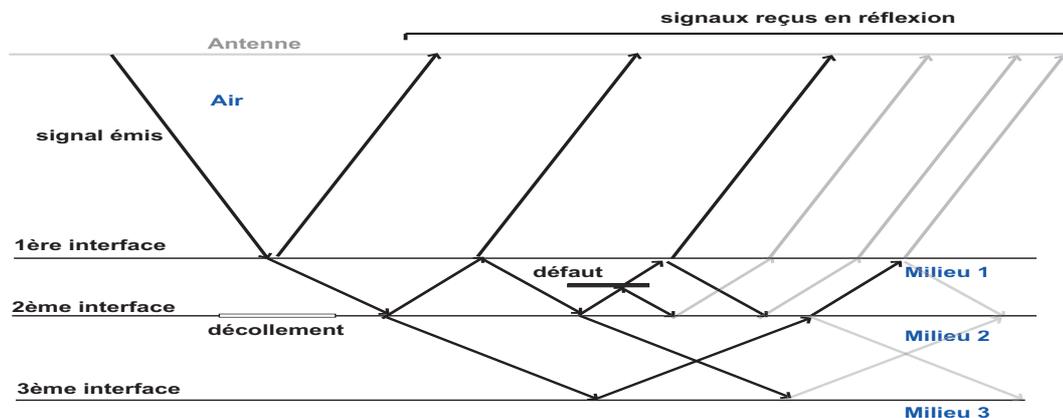


FIG. 1.4 – Schéma de la propagation d'une onde électromagnétique dans une chaussée.

1.3.1 Théorie de l'électromagnétisme au sein de la chaussée

Dans ce paragraphe, les différentes relations et les paramètres utilisés pour décrire la propagation des ondes électromagnétiques dans un milieu diélectrique seront rappelés [13, 14].

a - Equations de propagation des ondes électromagnétiques

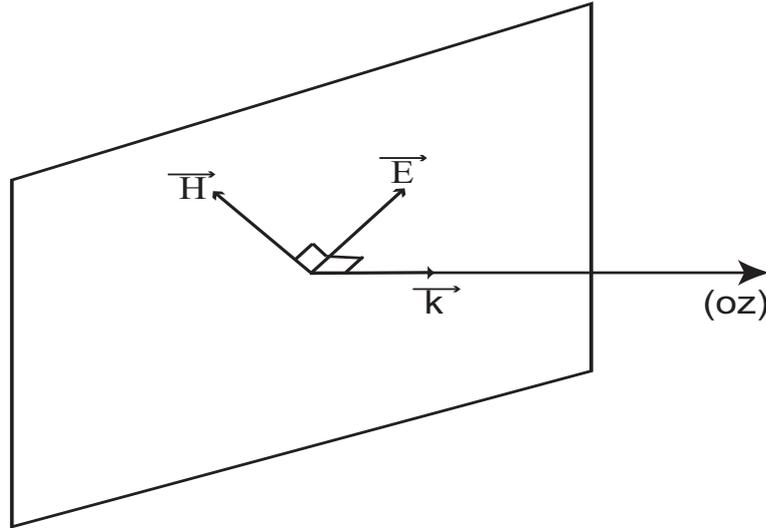


FIG. 1.5 – Structure d'une onde plane.

Les mesures radar sont généralement réalisées en champ lointain avec une antenne déportée du sol. Dans ces conditions, les ondes sont suffisamment éloignées de l'antenne pour être considérées comme localement planes et perpendiculaires à l'axe de propagation (i.e. ondes TEM) : le champ électrique \vec{E} et le champ magnétique \vec{H} sont dans le plan d'ondes, perpendiculaires entre eux et à la direction de propagation (Fig. 1.5).

Le comportement et la progression des champs électriques et magnétiques, en présence de charges libres et de charges liées, dans un milieu diélectrique présentant des pertes, sont décrits par les équations de Maxwell. En considérant la chaussée comme un milieu diélectrique stratifié, composé de couches homogènes et isotropes, sans charges libres et amagnétique, les lois de propagation s'écrivent sous la forme :

$$\Delta \vec{E} - \mu_0 \sigma^* \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} - \mu_0 \epsilon^* \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = 0 \quad (1.1)$$

$$\Delta \vec{H} - \mu_0 \sigma^* \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} - \mu_0 \epsilon^* \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial t^2} = 0 \quad (1.2)$$

avec :

- \vec{E} [V/m] : champ électrique,
- \vec{H} [A/m] : champ magnétique,
- μ_0 [H/m] = $4\pi 10^{-7}$, perméabilité du vide,
- σ^* [S/m] = $\sigma' + j\sigma''$: conductivité électrique complexe,
- ϵ^* [F/m] = $\epsilon' - j\epsilon'' = \epsilon_0 (\epsilon'_r - j\epsilon''_r)$: la permittivité, avec $\epsilon_0 = \frac{1}{36\pi \cdot 10^{-9}}$ [F/m] la permittivité diélectrique du vide.

Dans l'hypothèse où l'onde électromagnétique est harmonique, le champ électrique solution de l'équation (1.1) s'écrit sous la forme :

$$\vec{E} = \vec{E}_0 e^{j\omega t + \gamma z} \quad (1.3)$$

et l'équation (1.1) devient :

$$\Delta \vec{E} - (j\mu_0 \sigma^* \omega - \mu_0 \epsilon^* \omega^2) \vec{E} = 0 \quad (1.4)$$

$$(1.5)$$

où ω représente la pulsation angulaire.

b - Constantes de propagation

On définit γ^2 comme le facteur de propagation complexe défini par :

$$\gamma^2 = j\mu_0 \sigma^* \omega - \mu_0 \epsilon^* \omega^2 \quad (1.6)$$

Lorsque nous effectuons des mesures à basses fréquences sur des milieux conducteurs, ($|\epsilon^* \omega| \ll |\sigma^*|$), les phénomènes de dispersion prédominent. En revanche, pour des mesures effectuées à hautes fréquences sur des milieux résistants ($|\epsilon^* \omega| \gg |\sigma^*|$), le phénomène prépondérant est la propagation, ce qui est le cas des mesures appliquées aux chaussées, milieu diélectrique. En intégrant la partie réelle et imaginaire de la permittivité et de la conductivité complexe, le facteur de propagation devient :

$$\gamma^2 = \mu_0 \omega^2 \left[j \left(\frac{\sigma'}{\omega} + \epsilon'' \right) - \left(\epsilon' + \frac{\sigma''}{\omega} \right) \right] \quad (1.7)$$

$$\gamma^2 = j\mu_0 \omega \left[(\sigma' + \epsilon'' \omega) + j(\epsilon' \omega + \sigma'') \right] \quad (1.8)$$

Lorsque l'on mesure la permittivité complexe et la conductivité d'un matériau, on ne peut séparer σ' de ϵ'' , ni σ'' de ϵ' . C'est pourquoi, on définit la permittivité complexe effective comme étant :

$$\epsilon_e^* = \epsilon_e' - j\epsilon_e'' \quad (1.9)$$

$$\epsilon_e^* = \left(\epsilon' + \frac{\sigma''}{\omega} \right) - j \left(\frac{\sigma'}{\omega} + \epsilon'' \right) \quad (1.10)$$

et la conductivité effective comme étant :

$$\sigma_e^* = \sigma_e' - j\sigma_e'' \quad (1.11)$$

$$\sigma_e^* = (\sigma' + \epsilon'' \omega) - j(\epsilon' \omega + \sigma'') \quad (1.12)$$

En posant :

$$\gamma = -jk = -\alpha - j\beta \quad (1.13)$$

avec k , le vecteur d'onde, α [Np/m] le facteur d'atténuation et β [rad/m], le facteur de phase ou de propagation. Nous avons :

$$\alpha = w \sqrt{\frac{\epsilon'_e \mu_0}{2} \left(\sqrt{1 + \tan^2 \delta} - 1 \right)} \quad (1.14)$$

$$\beta = w \sqrt{\frac{\epsilon'_e \mu_0}{2} \left(\sqrt{1 + \tan^2 \delta} + 1 \right)} \quad (1.15)$$

où l'angle de perte δ est défini comme le rapport entre l'énergie dissipée par le milieu et l'énergie stockée :

$$\tan \delta = \frac{\epsilon''_e}{\epsilon'_e} \quad (1.16)$$

La vitesse de propagation d'une onde électromagnétique dans un milieu diélectrique présentant des pertes est donnée par :

$$v [m/s] = \frac{w}{\beta} = \frac{c}{\sqrt{\frac{\epsilon'_r}{2} \sqrt{1 + \sqrt{1 + \tan^2 \delta}}}} \quad (1.17)$$

avec c la vitesse de la lumière dans le vide. Dans le cas d'un diélectrique à faibles pertes (i.e. $\tan(\delta) \ll 1$), comme les matériaux de chaussées, cette vitesse devient :

$$v [m/s] = \frac{w}{\beta} \approx \frac{c}{\sqrt{\epsilon'_r}} \quad (1.18)$$

c - Coefficients de réflexion et de réfraction des ondes sur une interface

Nous rappelons succinctement dans ce paragraphe le comportement des ondes électromagnétiques à l'interface entre deux milieux semi-infinis en mode TE (Transverse Electrique), puis en mode TM (Transverse Magnétique). D'après la Fig. 1.6, les modes TE et TM correspondent à l'orientation de l'antenne radar par rapport à l'interface. Le cas TEM (Transverse Electromagnétique) est un cas particulier des deux précédents. En effet, pour une propagation de l'onde suivant l'axe (oz), nous avons $E_z = H_z = 0$.

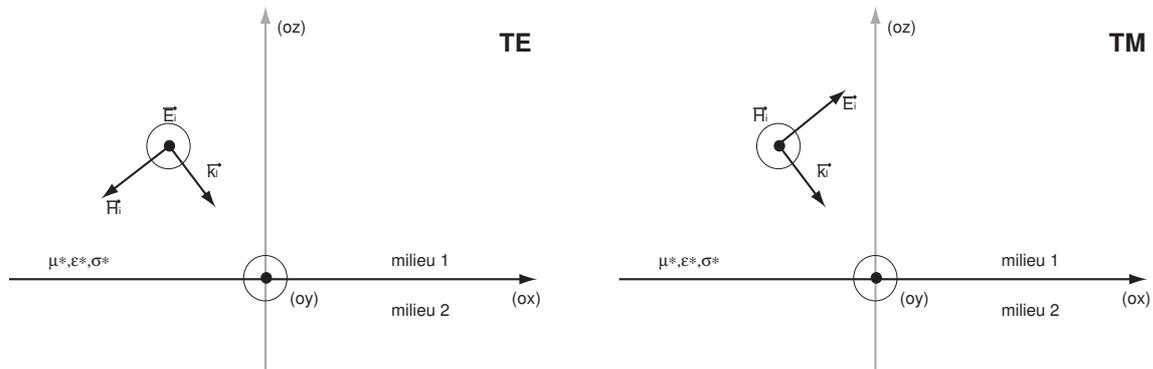


FIG. 1.6 – Définition des modes TE et TM.

D'après les équations de Maxwell, nous pouvons écrire pour le mode TE :

$$\frac{\partial^2 E_y}{\partial y^2} = \epsilon^* \mu_0 \frac{\partial^2 E_y}{\partial t^2} + \sigma^* \mu_0 \frac{\partial E_y}{\partial t} \quad (1.19)$$

$$\frac{\partial^2 H_x}{\partial x^2} = \epsilon^* \mu_0 \frac{\partial^2 H_x}{\partial t^2} + \sigma^* \mu_0 \frac{\partial H_x}{\partial t} \quad (1.20)$$

$$\frac{\partial^2 H_z}{\partial z^2} = \epsilon^* \mu_0 \frac{\partial^2 H_z}{\partial t^2} + \sigma^* \mu_0 \frac{\partial H_z}{\partial t} \quad (1.21)$$

Et pour le mode TM :

$$\frac{\partial^2 H_y}{\partial y^2} = \epsilon^* \mu_0 \frac{\partial^2 H_y}{\partial t^2} + \sigma^* \mu_0 \frac{\partial H_y}{\partial t} \quad (1.22)$$

$$\frac{\partial^2 E_x}{\partial x^2} = \epsilon^* \mu_0 \frac{\partial^2 E_x}{\partial t^2} + \sigma^* \mu_0 \frac{\partial E_x}{\partial t} \quad (1.23)$$

$$\frac{\partial^2 E_z}{\partial z^2} = \epsilon^* \mu_0 \frac{\partial^2 E_z}{\partial t^2} + \sigma^* \mu_0 \frac{\partial E_z}{\partial t} \quad (1.24)$$

L'onde à l'interface de deux diélectriques 1 et 2 présentant de faibles pertes subit une réflexion dans le milieu 1 et une réfraction dans le milieu 2. Les directions des ondes incidente, réfléchie et transmise sont reliées par la loi de Snell-Descartes :

$$k_1 \sin(\theta_1) = k_1 \sin(\theta'_1) = k_2 \sin(\theta_2) \quad (1.25)$$

où les nombres d'ondes $k_1, k_2, \theta_1, \theta_2$ sont définis sur la Fig. 1.7 à partir des indices de réfraction n_1 et n_2 dans leur milieu respectif.

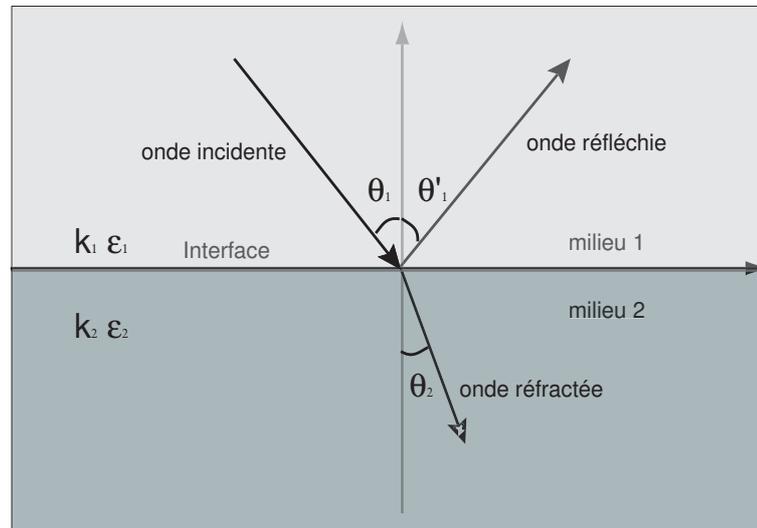


FIG. 1.7 – Réflexion, réfraction et transmission des ondes sur une interface (loi de Snell-Descartes).

Le coefficient de réflexion est le rapport entre l'amplitude du champ réfléchi et l'amplitude du champ incident. De même, le coefficient de transmission est le rapport entre l'amplitude du champ réfracté et celle du champ incident. Leur expression permet au chapitre 3 d'estimer la constante diélectrique d'une couche de matériau à partir de l'amplitude

des signaux réfléchis.

D'après la loi de Snell-Descartes et les conditions de continuité des champs électromagnétiques sur l'interface, nous pouvons définir le coefficient de réflexion pour le mode TE et pour le mode TM selon :

$$R_{TE} = \frac{k_1 \cos \theta_1 - \sqrt{k_2^2 - k_1^2 \sin^2 \theta_1}}{k_1 \cos \theta_1 + \sqrt{k_2^2 - k_1^2 \sin^2 \theta_1}} \quad (1.26)$$

$$R_{TM} = \frac{k_1 \sqrt{k_2^2 - k_1^2 \sin^2 \theta_1} - k_2^2 \cos \theta_1}{k_2^2 \cos \theta_1 + k_1 \sqrt{k_2^2 - k_1^2 \sin^2 \theta_1}} \quad (1.27)$$

De même, les coefficients de transmission pour le mode TE et pour le mode TM s'écrivent :

$$T_{TE} = \frac{2k_1 \cos \theta_1}{k_1 \cos \theta_1 + \sqrt{k_2^2 - k_1^2 \sin^2 \theta_1}} \quad (1.28)$$

$$T_{TM} = \frac{2k_1 k_2 \cos \theta_1}{k_2^2 \cos \theta_1 + k_1 \sqrt{k_2^2 - k_1^2 \sin^2 \theta_1}} \quad (1.29)$$

Dans le cas d'un diélectrique à faibles pertes comme le matériau de chaussée (i.e. $\tan(\delta) \ll 1$), l'expression des coefficients de réflexion et de transmission se simplifient sous la forme :

$$R_{TE} = \frac{\sqrt{\epsilon_1} \cos \theta_1 - \sqrt{\epsilon_2} \cos \theta_2}{\sqrt{\epsilon_1} \cos \theta_1 + \sqrt{\epsilon_2} \cos \theta_2} \quad (1.30)$$

$$R_{TM} = \frac{\sqrt{\epsilon_1} \cos \theta_2 - \sqrt{\epsilon_2} \cos \theta_1}{\sqrt{\epsilon_2} \cos \theta_1 + \sqrt{\epsilon_1} \cos \theta_2} \quad (1.31)$$

$$T_{TE} = \frac{2\sqrt{\epsilon_1} \cos \theta_1}{\sqrt{\epsilon_1} \cos \theta_1 + \sqrt{\epsilon_2} \cos \theta_2} \quad (1.32)$$

$$T_{TM} = \frac{2\sqrt{\epsilon_2} \cos \theta_1}{\sqrt{\epsilon_2} \cos \theta_1 + \sqrt{\epsilon_1} \cos \theta_2} \quad (1.33)$$

1.3.2 Techniques actuelles d'auscultation radar

L'auscultation radar est généralement réalisée à l'aide de l'un des deux types de radar suivants :

- le radar impulsif, qui délivre un signal temporel, aisément interprétable, et qui est utilisé de manière opérationnelle sur les chantiers ;
- le radar à sauts de fréquence (où à impulsions synthétiques), qui délivre un signal fréquentiel ; il est utilisé en laboratoire ou pour des prestations spécifiques ; du fait des évolutions technologiques, l'utilisation de ce radar est en plein essor.

A ces deux techniques radar, on associe deux configurations de mesures possibles : le mode monostatique [15] et le mode bistatique (ou multistatique) [16].

a - Configuration monostatique

Dans une configuration de mesures monostatique, l'antenne d'émission sert également d'antenne de réception. Dans l'application chaussée, les mesures sont généralement effectuées à incidence normale : on mesure le signal rétrodiffusé par le milieu.

L'inconvénient majeur de cette configuration est lié à l'existence d'un signal transitoire, qui apparaît en début d'enregistrement. Ce dernier représente le signal propagé sur toute la hauteur d'antenne. Son influence dépend fortement du type d'antennes utilisé. Pour s'affranchir de son influence, nous verrons dans la partie expérimentale (§ 6.4.2) une procédure de calibrage.

b - Configuration bistatique

Pour le mode de mesures bistatique, les antennes d'émission et de réception sont déportées l'une de l'autre d'une certaine distance. Les mesures sont réalisées à incidence oblique. Cette configuration est souvent utilisée en géophysique pour réaliser un dispositif de mesures en point milieu commun (CMP) (e.g. [2]).

Selon la distance, le couplage entre les antennes d'émission et de réception peut induire des modifications du diagramme de rayonnement. Dans cette configuration, on observe en début d'enregistrement le signal de l'antenne émettrice ; on parle d'onde directe dans l'air. L'onde directe peut être aisément éliminée par fenêtrage temporel dès lors que les antennes sont suffisamment surélevées au-dessus de la surface à ausculter.

Remarque : Configuration quasi-monostatique

Les radar conventionnels disposent en général d'antennes d'émission et de réception distinctes, et fixées l'une à l'autre (par exemple, le système GSSI). En surélevant le système antennaire d'une hauteur suffisante, l'onde directe se détache du premier écho réfléchi et peut être aisément filtrée.

La configuration de mesures devient similaire à la configuration monostatique précédente ; on parle par la suite de conditions quasi-monostatiques. Par comparaison avec le mode monostatique, le calibrage du système est simplifié (cf. § 6.3).

c - Radar impulsionnel

Le radar impulsionnel est composé d'un générateur d'impulsions, d'une (ou plusieurs) antenne(s) émettrice(s) et d'une (ou plusieurs) antenne(s) réceptrice(s). Ce radar permet d'envoyer des impulsions à intervalles réguliers, à une fréquence de répétition appelée "PRF" (Pulse Repetition Frequency). Après passage dans l'antenne, cette impulsion génère une onde électromagnétique qui se réfléchit au sein du milieu [17] (Fig. 1.8 et 1.9).

Le tableau 1.2 indique les principales caractéristiques techniques de différents systèmes radar commercialisés.

Radar	Fréquence centrale, GHz	Type d'antenne	Conditions de mesures
GSSI SIR-3000 + antenne 5100	1.6	papillon	au contact du milieu
GSSI SIR-20 + antenne cornet 4105	2	cornet	déporté du milieu
MALA GeoScience Cx	1.2 ou 1.6	papillon	au contact
Radar Systems Inc. ZOND 12e	1.5 ou 2	-	au contact
IDS-RIS	2	papillon	au contact

TAB. 1.2 – Présentation de différents radars impulsionnels.

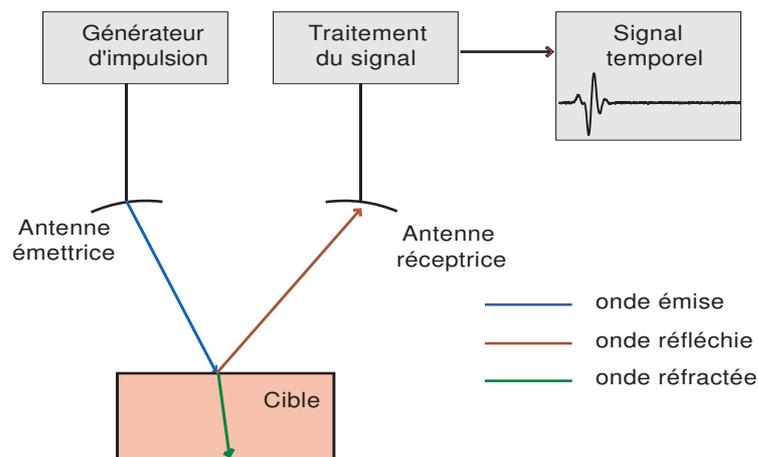


FIG. 1.8 – Schéma synoptique d'un radar impulsif.



FIG. 1.9 – Exemple de radar impulsif portable (SIR-3000, marque GSSI).

d - Radar à sauts de fréquence (ou à impulsions synthétiques)

Le radar à sauts de fréquence est constitué d'un analyseur de réseaux vectoriels (VNA), d'une (ou plusieurs) antenne(s) émettrice(s) large(s) bande(s) et d'une (ou plusieurs) antenne(s) réceptrice(s) large(s) bande(s). L'analyseur de réseaux vectoriels émet séquentiellement des ondes monofréquence de même amplitude sur une certaine largeur de bande de fréquences (Fig. 1.10 et 1.11). Le système obtenu permet de reconstruire une impulsion temporelle synthétique par transformée de Fourier inverse.

La bande de fréquences utilisée pour ce type de radar est davantage limitée par les antennes utilisées. Généralement, on utilise pour ce radar des antennes de très larges bandes pouvant être comprises entre 0.1 GHz et 10 GHz. L'avantage de ce type de radar réside dans sa souplesse d'utilisation (choix de la bande de fréquences, du pas d'échantillonnage fréquentiel). Le paramétrage du VNA permet d'obtenir un très bon rapport signal sur bruit.

Dans le domaine du génie civil, l'hétérogénéité du matériau (ensemble de granulats mélangés par un liant hydraulique ou bitumineux) peut venir limiter la montée en fréquence et l'élargissement de la bande. Aussi, on utilisera au § 6.4 ce type de radar dans une bande

de 2 GHz, centrée autour de 1,7 GHz, dans laquelle on peut considérer le matériau comme homogène (cf. § 2.2.1).

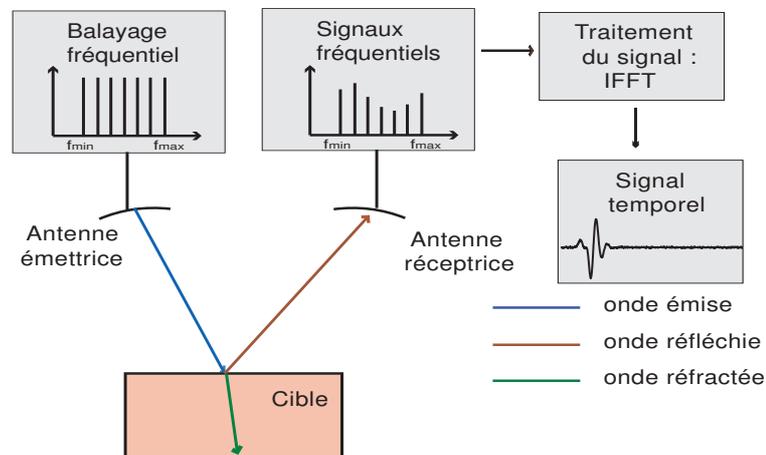


FIG. 1.10 – Schéma du principe du radar à sauts de fréquence par blocs fonctionnels.

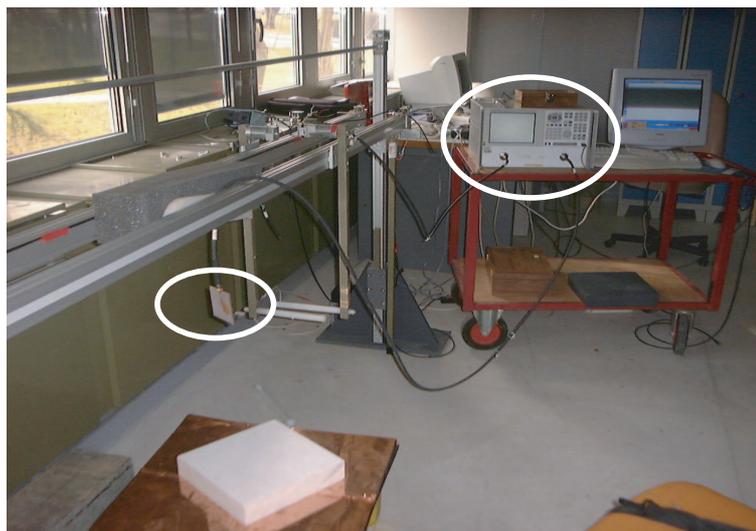


FIG. 1.11 – Radar à sauts de fréquence du LCPC ; l'analyseur de réseaux vectoriels est indiqué à droite sur la photo ; l'antenne ULB (Ultra Large Bande) de type ETSA est fixée à un banc de mesures sur la gauche.

1.4 Mesure d'épaisseur de matériau et limite de résolution temporelle

a - Principe de mesure de l'épaisseur

Le principe de mesure de l'épaisseur d'un matériau comporte deux étapes. La première étape consiste à estimer les deux temps de retard des échos provenant des deux interfaces de la couche, sous incidence normale monostatique. La seconde étape consiste à estimer la constante diélectrique du milieu. L'épaisseur de la i^{ieme} couche de chaussée est déduite de

la relation ci-dessous :

$$e_i = \frac{(T_{i+1} - T_i)c}{2\sqrt{\epsilon'_{ri}}} \quad (1.34)$$

avec T_i le temps de retard du i^{ieme} écho et ϵ'_{ri} la partie réelle de la constante diélectrique de la i^{ieme} couche.

Les temps de retard sont généralement mesurés par des "pointés de temps de trajets" sur les signaux radar *A-scan* ou *B-scan* (cf. § 1.5).

Pour estimer la constante diélectrique, on distingue deux familles de méthodes. La première nécessite de prélever un échantillon de chaussée par carottage. Pour la méthode la plus conventionnelle, la comparaison entre l'épaisseur des couches sur la carotte et l'analyse des retards de propagation sur un profil radar réalisé à l'endroit du carottage permet de calculer la vitesse de propagation des ondes dans les couches, puis finalement la constante diélectrique associée de chacune par l'intermédiaire de l'équation (1.34). Autrement, les instruments de mesures hyperfréquences spécifiques développés dans [18] et [19] pourraient être utilisés pour mesurer successivement la permittivité de chacune des couches composant la chaussée.

La seconde famille de méthodes évite l'opération de carottage. En exploitant les relations (1.30)-(1.31), on interprète les différences d'amplitude des échos à incidence normale par des variations de contraste diélectrique entre les couches. En prenant comme référence d'amplitude le signal de réflexion sur une plaque métallique, on obtient successivement la constante diélectrique de chacune des couches. Cette méthode est utilisée dans [20] pour déterminer les permittivités relatives des deux premières couches de chaussées. Elle permet d'assurer les mêmes fonctionnalités qu'un carottage (on parle de «carottier virtuel» dans [2]). Cette méthode sera présentée au chapitre 3 et étendue au cas d'échos qui se recouvrent partiellement dans le domaine temporel.

b - Résolution temporelle et épaisseur minimale détectable

D'après la relation (1.34), l'épaisseur minimale que peut mesurer un radar est liée à sa résolution temporelle. La résolution temporelle est définie comme la capacité à séparer deux échos distants d'un retard différentiel $\Delta\tau$ dans une bande de fréquences B . Dans la suite de ce document, la résolution sera caractérisée par le produit $B\Delta\tau$.

La limite de résolution qui est prise comme référence dans la suite de ce document correspond à la résolution temporelle des méthodes de traitement du signal conventionnelles. Cette dernière est inversement proportionnelle à la bande de fréquences ; elle correspond à l'égalité suivante :

$$B\Delta\tau = 1 \quad (1.35)$$

avec $\Delta\tau$ le retard différentiel entre deux échos successifs.

On améliore la résolution temporelle lorsque le produit $B\Delta\tau$ diminue. En particulier, les méthodes présentées dans les chapitres suivants présentent un caractère *super* et *haute résolution*, car elles permettent de s'affranchir de la limite (1.35), et d'atteindre un produit $B\Delta\tau$ inférieur à 1.

L'épaisseur minimale de chaussée que l'on peut mesurer avec une méthode de traitement du signal conventionnelle, e_{min} , s'obtient sous la condition $B\Delta\tau \geq 1$. D'après l'équation

(1.34), l'épaisseur minimale estimable est donnée par la relation ci-dessous :

$$e_{min} \geq \frac{c}{2B\sqrt{\epsilon'_r}} \quad (1.36)$$

D'après [15], en supposant une impulsion radar de type "Ricker", i.e. obtenue par dérivation d'une impulsion gaussienne, et de fréquence centrale f_c sensiblement égale à sa largeur de bande B (i.e. $f_c \approx B$), la condition précédente (1.36) se traduit en termes de longueurs d'ondes par l'inégalité :

$$e_{min} \geq \frac{\lambda_{mat}}{2} \quad (1.37)$$

où $\lambda_{mat} = \lambda_c / \sqrt{\epsilon'_r}$ correspond à la longueur d'onde dans le matériau de permittivité relative ϵ'_r . Cette limite de détection est régulièrement annoncée pour les méthodes de CND radar [20].

Les figures 1.12 et 1.13 illustrent les variations de l'épaisseur minimale estimable en fonction de la constante diélectrique (Fig. 1.12) et en fonction de la bande de fréquences B (Fig. 1.13).

En pratique, des étapes préliminaires de filtrage des données limitent le produit $B\Delta\tau$ à une valeur voisine de 2 [21, 22]. Dans cette hypothèse, l'épaisseur minimale détectable devient 6 cm, soit deux à trois fois supérieure à l'épaisseur d'une couche de BBTM (2 cm d'épaisseur) et trois à six fois supérieure à celle d'une couche de BBUM (1 cm d'épaisseur). Ainsi, à ce jour, les GPR conventionnels, qui possèdent une bande passante de 1 à 2 GHz et une résolution caractérisée par un produit $B\Delta\tau \geq 1$, ne peuvent pas mesurer les couches de roulement de type BBTM ou BBUM. Ils restent limités à l'auscultation de couches d'épaisseurs supérieures à 3, 5 cm.

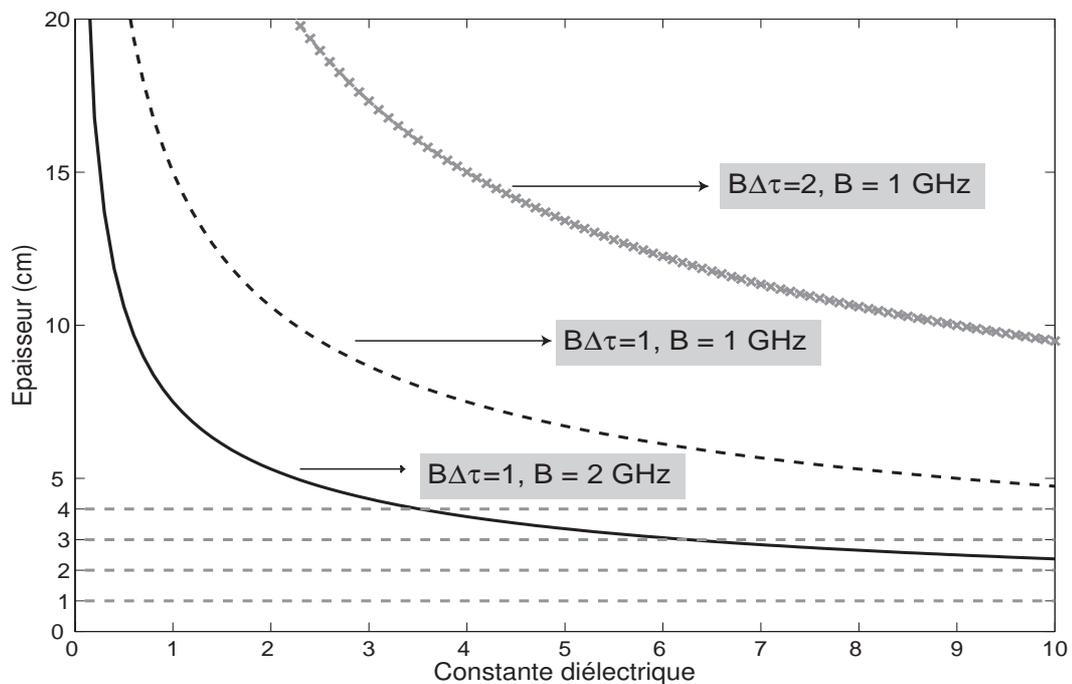


FIG. 1.12 – Épaisseur minimale estimable en fonction de la constante diélectrique pour une bande de fréquences de 1 GHz et 2 GHz.

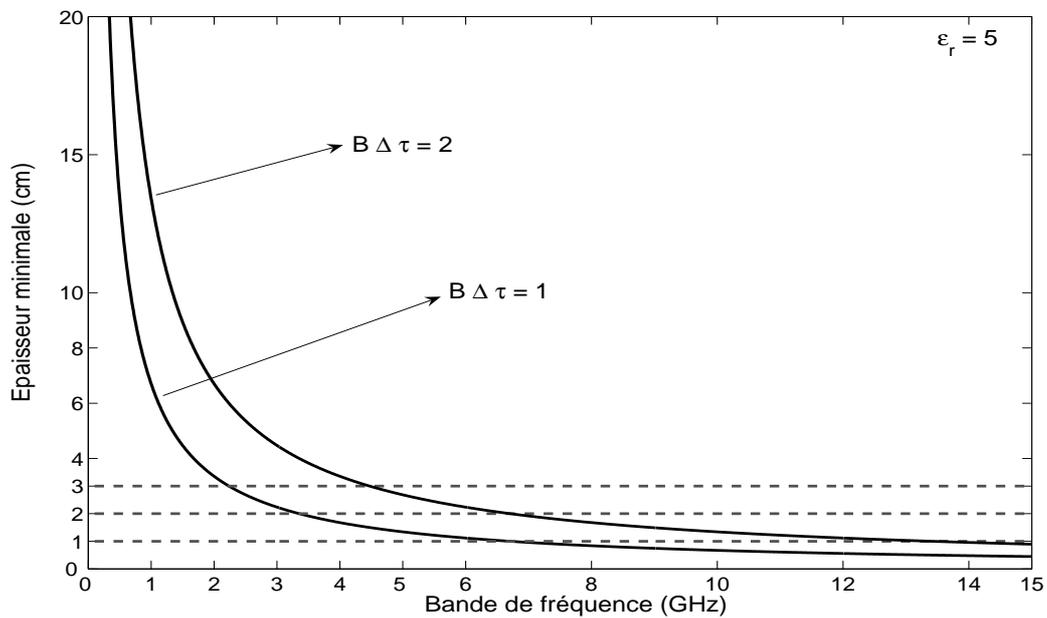


FIG. 1.13 – Épaisseur minimale estimable en fonction de la bande de fréquences pour une constante diélectrique de 5.

c - Problématique «couches minces»

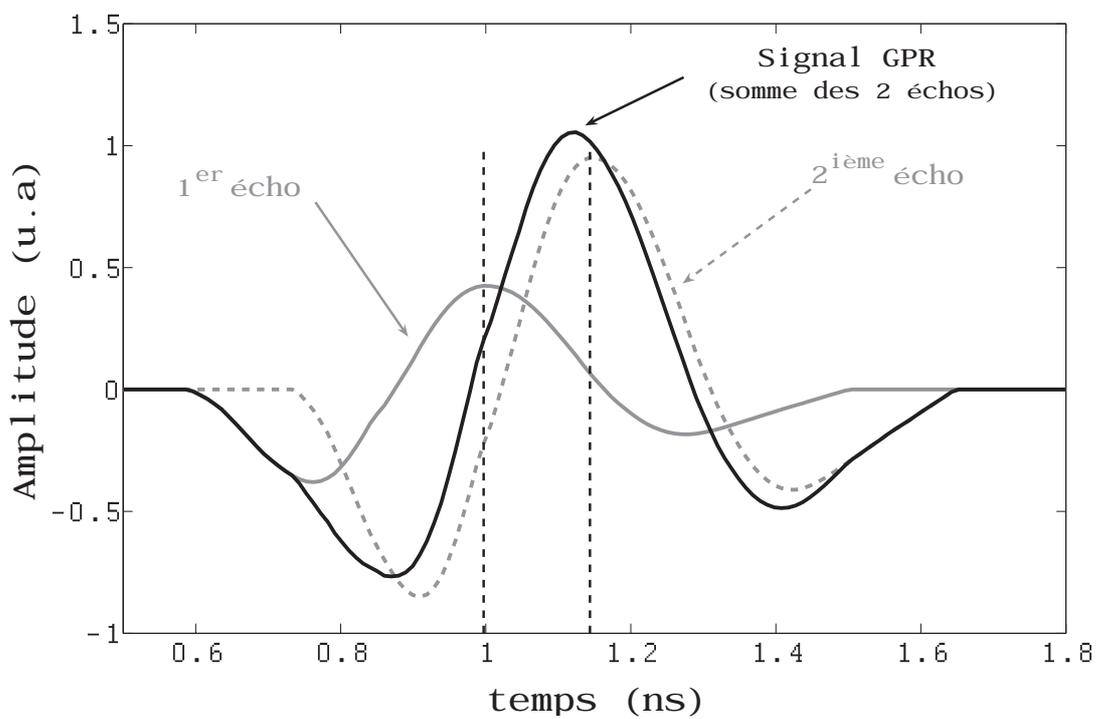


FIG. 1.14 – Problématique des couches minces : la séparation des échos.

La figure (1.14) illustre par une simulation la problématique de mesures de l'épaisseur de couches minces de chaussées à partir d'un GPR conventionnel, de largeur de bande de fréquences limitée. Elle représente un signal radar (Ricker) de 1,7 GHz de fréquence centrale, rétrodiffusé par une couche de roulement de 1 cm d'épaisseur, posée sur une plaque métallique. Sur la figure (1.14), nous avons représenté successivement les échos provenant des deux interfaces (courbes en gris et en pointillés gris), ainsi que le signal-somme résultant (courbe en noir). Dans cette situation de produit $B\Delta\tau < 1$, les deux échos se recouvrent partiellement dans le domaine temporel et ne peuvent pas être détectés par un pointé de temps d'arrivée (cf. § 1.5). Ainsi, l'épaisseur de cette couche ne peut être mesurée.

Pour résoudre cette problématique à l'aide de techniques de traitement du signal conventionnelles (dont la limite de résolution est fixée par le produit $B\Delta\tau \geq 1$), une première solution consiste à augmenter la bande de fréquences et conjointement la fréquence centrale du radar [1, 2, 3]. Compte tenu des dimensions de la couche de roulement (2 cm) et de la constante diélectrique du matériau de chaussée (5 environ d'après [19]), le GPR doit avoir une bande passante supérieure à 7 GHz d'après la Fig. 1.13.

Une solution alternative consiste à augmenter la résolution temporelle, à partir d'un signal de bande de fréquences limitée. Compte tenu des caractéristiques des matériaux à mesurer, un calcul similaire au précédent indique que le produit $B\Delta\tau$ doit atteindre une valeur de l'ordre de 0,3 à 0,6 pour une bande de fréquences de 1 à 2 GHz respectivement. En termes de longueur d'onde, cette limite correspond à une épaisseur minimale de l'ordre de $\lambda_{mat}/4$ à $\lambda_{mat}/7$, où λ_{mat} est la longueur d'onde dans le matériau définie par (1.37).

1.5 Pratique et exploitation des signaux radar en génie civil

Dans le domaine du CND génie civil, le radargramme, i.e. le profil B-scan, est utilisé pour exploiter les données mesurées par le GPR. Ces radargrammes permettent d'identifier la structure des chaussées et de localiser les défauts.

Tout d'abord, pour mesurer une épaisseur de chaussée, il est nécessaire de détecter les deux échos provenant de deux interfaces de la couche de chaussée. Ensuite, l'estimation des temps de retard de propagation est réalisée manuellement, ou automatiquement à l'aide d'un logiciel spécifique, par des "pointés de temps de trajet" par un opérateur [1, 2]. En théorie, le "pointé des temps d'arrivée" peut être réalisé dès l'apparition du signal (marqueur (1) sur la figure 1.15) pour que l'estimation des temps ne soit pas affectée par les milieux dispersifs. En pratique, il est difficile de réaliser ce type de pointé en présence de bruit. C'est pourquoi, le pointé des temps de trajet est généralement réalisé sur la première demi-alternance (marqueur (2) sur figure 1.15) ou sur le maximum de l'impulsion (marqueur (3) sur figure 1.15).

D'autres auteurs pointent les temps de trajet sur le maximum de la fonction d'intercorrélation entre l'impulsion émise et le signal réfléchi [15, 23, 24, 25]. Cette démarche permet en général une mesure plus précise des temps d'arrivée [26].

Pour obtenir de meilleurs pointés, [11] préconise d'utiliser le filtre de Kalman plutôt que des moyennages glissants entre traces.

Dans la plupart des cas, le pointé nécessite de s'affranchir des effets d'antennes par un calibrage approprié [27, 28].

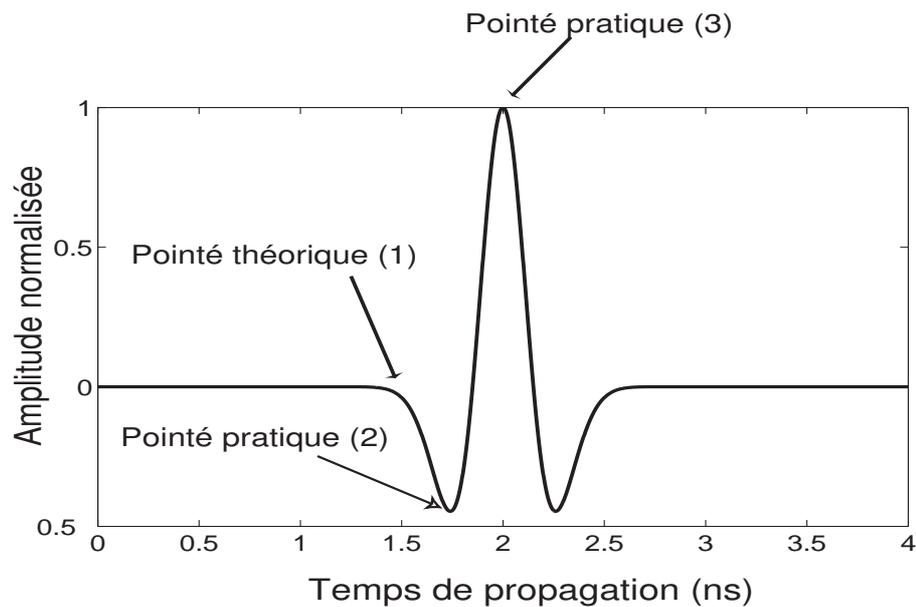


FIG. 1.15 – Localisation des temps d'arrivée de l'onde par le pointé des temps de trajet.

Dans le réseau scientifique et technique des LPC, la procédure qui permet d'obtenir un radargramme lisible par un opérateur est généralement la suivante :

Procédure LPC

- Filtrage temporel du signal pour éliminer l'onde directe dans l'air si la mesure est réalisée en mode quasi-monostatique.
- prendre l'écho de surface comme référence de temps commune à toutes les traces, i.e. "Horizontalisation" des signaux.
- Filtrage fréquentiel pour éliminer les signaux très basses fréquences (offset et variations lentes du signal) et le bruit hautes fréquences.
- Elimination de composantes continues dans le signal, par des moyennages de traces ou des moyennes glissantes sur différentes parties d'un profil. ^a
- Amplification des signaux à l'aide d'un gain temporel.
- Etalonnage des vitesses des ondes EM dans le matériau soit par carottage, soit par analyse de l'amplitude des échos radar, selon les explications données au § 1.4.a.

^aCette étape peut être pénalisante pour la mesure d'épaisseurs de chaussées car celle-ci est en théorie constante sur un profil. En revanche, elle permet de localiser des objets ou fractures ponctuels. L'intérêt de cette étape dépend de l'application.

Cette procédure standard permet en pratique, d'améliorer le RSB et la lisibilité d'un radargramme. Elle est généralement réalisée à l'aide de logiciels spécialisés, tels que ReflexW (marque Sandmeier scientific software). Certains fabricants de radar proposent leur propre logiciel d'exploitation des signaux.

Ces logiciels spécialisés permettent aussi d'utiliser différentes méthodes de traitement spécifiques : opérations de soustraction ou d'addition entre traces, déconvolution, migration, etc.

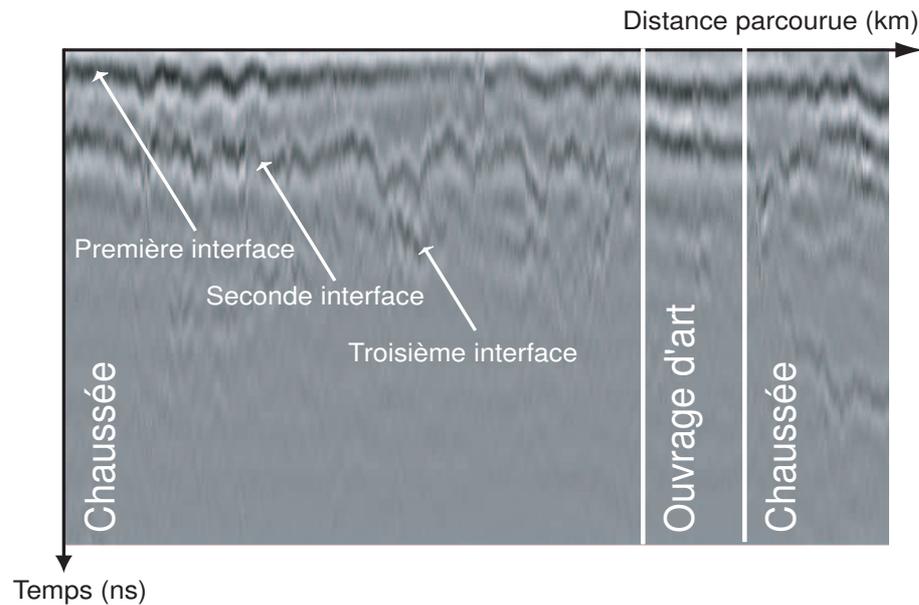


FIG. 1.16 – Exemple de radargramme obtenu sur l'autoroute A6 par la procédure citée ci-dessus (Source : LRPC d'Autun).

Dans le réseau scientifique et technique des LPC, les procédures utilisées avec un GPR conventionnel de 2 GHz de bande de fréquences limitent la résolution temporelle du radar, comme nous l'avons vu dans le paragraphe 1.4, à une épaisseur minimale détectable de 4-5 cm ; cette limite représente une épaisseur deux fois supérieure à celle d'une couche de BBTM.

L'objectif de cette étude est d'étendre les capacités du radar pour mesurer de faibles épaisseurs de couches de chaussées de l'ordre de 2 cm. Le but est donc d'améliorer la résolution temporelle d'un facteur de 3 à 6. Deux choix se présentent pour répondre à cet objectif. Le premier choix est une solution technologique qui consiste à élargir la bande de fréquences et à monter conjointement en fréquence centrale. Cette première solution suppose que le matériau de chaussée n'est pas dispersif ni trop atténuant à fréquence élevée, et que l'effet de la diffraction sur les hétérogénéités du matériau (granulats qui composent la chaussée) reste négligeable. Or, à hautes fréquences, la chaussée est un milieu hétérogène pouvant engendrer des phénomènes de dispersion, de grande atténuation et de diffraction. Ceux-ci induisent de faibles profondeurs d'auscultation.

Par ailleurs, l'évolution technologique du matériel radar a un coût que tous les utilisateurs ne peuvent amortir.

L'alternative est une solution par traitement du signal qui utilise des techniques améliorant la résolution temporelle du signal radar. On pourra ainsi continuer d'utiliser les GPR conventionnels dont la bande de fréquences est de l'ordre de 1 à 2 GHz, et préserver leur profondeur d'investigation.

Notre étude a pour but d'explorer ce second choix, et de montrer que la mise en oeuvre d'un traitement super ou haute résolution des signaux issus de matériel radar actuel permettrait de satisfaire l'objectif visé. Dans cette application, les méthodes de traitement ont pour fonction d'estimer la valeur des retards de propagation des signaux réfléchis (i.e. les échos) à chaque interface du milieu stratifié.

Ces méthodes se caractérisent par un pouvoir de résolution supérieur à celui des traitements conventionnels à base de transformée de Fourier. En effet, ces méthodes dites à haute résolution, à base de modélisation du signal, peuvent résoudre des échos dont le produit $B\Delta\tau$ est inférieur à l'unité. Pour permettre la mesure d'épaisseurs de chaussées de type BBTM et BBUM, l'objectif serait d'atteindre une résolution 3 à 6 fois supérieure aux méthodes conventionnelles. On cherchera donc à atteindre un pouvoir de résolution caractérisé par un produit $B\Delta\tau$ de l'ordre de 0.3 à 0.6. Ces méthodes de traitement haute résolution avec un GPR standard permettrait ainsi d'une part d'estimer des épaisseurs fines de chaussée et d'autre part de préserver la profondeur d'investigation des radars actuels.

1.6 Développements récents

Depuis quelques années certains auteurs proposent d'utiliser les techniques de traitement de signal appelées haute résolution avec des radars à sauts de fréquence pour estimer les épaisseurs de chaussées.

Les auteurs *Li et al.* [29] proposent un algorithme itératif nommé *WRELAX*, équivalent à la méthode du maximum de vraisemblance, pour estimer les temps de retard et les amplitudes des différents échos. A partir de ces deux paramètres, les écarts temporels entre les temps de retard et la constante diélectrique des différents milieux sont calculés.

Les auteurs *Wu et al.* [30] proposent une amélioration de la méthode *WRELAX* en la combinant avec une méthode haute résolution nommée *MODE*. Ce nouvel algorithme appelé *MODE-WRELAX* fournit une meilleure précision que la méthode *MODE* et une meilleure résolution que la méthode *WRELAX*. Les méthodes qui ont été présentées brièvement ci-dessus sont déjà appliquées au domaine des chaussées.

D'autres algorithmes haute résolution avec un radar à sauts de fréquence sont appliqués pour localiser les mines antipersonnelles [31, 32]. Ces algorithmes sont aussi potentiellement applicables au domaine du génie civil. A ce jour, le comportement de ces méthodes n'a pas été testé pour estimer les épaisseurs de chaussées.

Les méthodes nommées *super* et *haute résolution* ont été initialement employées pour estimer des directions d'arrivée (**D**irection **O**f **A**rrival : DOA) ou des fréquences pures noyées dans du bruit [33]. Leur application au traitement du signal GPR et plus particulièrement dans le domaine du génie civil, est plus récente et semble prometteuse [30, 34, 35, 36, 37, 38, 39]. Schématiquement, on distingue trois grandes familles de méthodes :

- les méthodes "conventionnelles", qui permettent de résoudre des échos dont le produit $B\Delta\tau$ est supérieur ou égal à l'unité ;
- les méthodes "super résolution" nommées aussi paramétriques qui peuvent résoudre des échos dont le produit $B\Delta\tau$ est inférieur à l'unité ; la résolution de ces méthodes demeure dépendante du rapport signal sur bruit ;
- les méthodes "haute résolution", qui peuvent résoudre également des échos dont le produit $B\Delta\tau$ est inférieur à l'unité ; par comparaison avec les précédentes, la résolution de ces méthodes est en théorie asymptotiquement illimitée.

Ces différentes familles de méthodes seront présentées au chapitre 2 ; le formalisme mathématique sera explicité pour estimer les temps de retard.

A ce jour, les opérateurs du réseau scientifique et technique des laboratoires des LPC n'utilisent pas les méthodes super et haute résolution pour diverses raisons. La première raison est sans doute une connaissance limitée des méthodes de traitement du signal et de leur potentiel. De plus, la mise en oeuvre de ces techniques pour l'estimation des épais-

seurs de chaussées est récente [29, 30, 35] et encore relativement peu connue. Enfin, certains algorithmes de traitement figurent dans les logiciels spécialisés (du type de Matlab ou Scilab); mais leur application à l'estimation de retard n'est pas immédiate et nécessite une adaptation.

1.7 Conclusion

Dans le domaine du génie civil, les techniques de surveillance et d'auscultation du patrimoine ancien et récent sont utilisées pour répondre à certaines exigences sécuritaires et financières. L'une des techniques de contrôle non destructif (CND) les plus répandues pour réaliser ce type de contrôle est la technique électromagnétisme GPR.

L'application première de cette thèse est la mesure des épaisseurs de chaussées, et plus particulièrement la mesure de la première couche de la chaussée appelée couche de roulement. Depuis une dizaine d'années, différentes innovations technologiques dans le domaine du génie civil ont permis de réduire ces épaisseurs. Ainsi, les GPR conventionnels, ne peuvent plus mesurer les épaisseurs de ces couches, nommées BBTM et BBUM, dont l'épaisseur varie de 1 à 3 cm. Actuellement, les radars du génie civil sont utilisés pour mesurer des épaisseurs minimales de l'ordre de 4 – 5 cm pour une bande de fréquences de 2 GHz, soit une épaisseur deux fois supérieure à celle d'une couche de BBTM et trois à quatre fois supérieure à celle d'une couche de BBUM.

L'objectif de cette étude est d'améliorer la résolution temporelle des systèmes radar d'un facteur de 3 à 6 pour mesurer de faibles épaisseurs de couches de chaussées de l'ordre de 2 cm.

Deux alternatives se présentent pour répondre à cet objectif. La première alternative est une solution technologique qui consiste à élargir la bande de fréquences et à monter conjointement la fréquence centrale du radar. La deuxième alternative est une solution de traitement du signal qui utilise des techniques améliorant la résolution temporelle du signal radar. Notre étude a pour but d'explorer la seconde alternative, et de montrer que la mise en oeuvre d'un traitement super ou haute résolution des signaux issus de matériel radar actuel permettrait de satisfaire l'objectif visé.

Dans cette application, les méthodes de traitement ont pour fonction d'estimer la valeur des retards de propagation des signaux réfléchis (i.e. les échos) à chaque interface du milieu stratifié.

Ces méthodes super et haute résolution se caractérisent par un pouvoir de résolution supérieur à celui des traitements conventionnels à base de transformée de Fourier. Ces méthodes de traitement haute et super résolution avec un GPR permettent d'estimer des épaisseurs fines de chaussées, tout en préservant la profondeur d'investigation des radar actuels.

Les méthodes "super" et "haute" résolution sont basées sur un modèle de signal radar *a priori*, qui sera présenté dans le **chapitre 2**. Puis différentes méthodes "conventionnelles", super et haute résolution seront présentées et explicitées dans le domaine fréquentiel et temporel pour estimer les retards de propagation.

Ensuite, ces méthodes seront étendues au **chapitre 3** à l'estimation conjointe des retards et de la vitesse de propagation, pour en déduire une mesure de l'épaisseur de matériau. Elles sont ensuite testées pour montrer la faisabilité de l'application visée.

Dans le **chapitre 4**, une extension de la méthode haute résolution, ESPRIT, sera proposée et testée. Cette méthode sera généralisée au cas où l'impulsion émise et un bruit quelconque sont pris en compte dans le formalisme mathématique.

Par ailleurs, pour réduire le coût de calcul des méthodes haute résolution, des versions linéaires et polynomiales de différentes méthodes à sous-espaces seront présentées dans le

chapitre 5.

Enfin, le **chapitre 6** présentera des résultats expérimentaux en vue de valider les résultats de simulations des précédents chapitres.

Chapitre 2

Méthodes d'estimation de retards de propagation

Sommaire

2.1	Introduction	25
2.2	Modèle des observations	26
2.2.1	Hypothèses de travail	26
2.2.2	Modèle des observations dans le domaine temporel	27
2.2.3	Modèle des observations dans le domaine fréquentiel	27
2.2.4	Matrice de covariance inter-spectrale	28
2.3	Méthodes conventionnelles	30
2.3.1	Intercorrélation et filtrage adapté	30
2.3.2	Transformée de Fourier inverse (IFFT)	31
2.3.3	Déconvolution	32
2.4	Méthodes paramétriques	33
2.5	Méthodes à sous-espaces	37
2.5.1	Introduction	37
2.5.2	MUSIC (MULTiple SIGNAL Classification)	38
2.5.3	root-MUSIC	41
2.5.4	Min-Norm	42
2.5.5	ESPRIT (Estimation of Signal Parameters via Rotational Invariance Techniques)	44
2.6	Développements ultérieurs	47
2.7	Conclusion	47

2.1 Introduction

Dans le cadre de ce document, le radar est utilisé pour déterminer les épaisseurs d'un milieu stratifié. Par comparaison avec la méthode d'inversion EM [23], les méthodes de traitement du signal nécessitent tout d'abord de détecter les échos, puis d'estimer leur retard de propagation respectif.

L'estimation de retard fait appel aux méthodes d'analyse spectrale. Ces méthodes ont été adaptées par le passé aux différents domaines du traitement du signal : estimation de directions d'arrivée (DDA) à partir d'un réseau d'antennes (goniométrie ou traitement d'antennes), estimation de fréquences pures dans un signal (analyse spectrale), estimation

de retards de propagation à partir d'un signal temporel ou fréquentiel. Les deux premiers domaines ont suscité le plus grand nombre de développements.

Les méthodes d'analyse spectrale exploitent un modèle *a priori* du signal, que nous formulons dans le domaine temporel et le domaine fréquentiel. Compte tenu du système de mesures et de l'exploitation qui est faite du signal radar dans le domaine des chaussées, un modèle unidimensionnel du signal suffit. Par comparaison avec la littérature, le modèle tient compte de la forme de l'impulsion radar. Le moment d'ordre 2 (matrice de covariance) associé au modèle du signal est ensuite explicité.

La littérature distingue schématiquement trois grandes familles de méthodes d'analyse spectrale. Par ordre de pouvoir de résolution croissant, il s'agit des méthodes conventionnelles et des méthodes super et haute résolution. Les algorithmes les plus connus seront présentés et spécifiquement explicités pour estimer des retards de propagation. Si leur principe le permet, le formalisme des algorithmes est étendu au modèle du signal radar tenant compte de la forme de l'impulsion.

Nous terminons ce chapitre en citant des recherches plus récentes, concernant des algorithmes et des méthodes applicables au radar.

2.2 Modèle des observations

Les principales techniques de traitement du signal super et haute résolution présentées dans ce chapitre font appel à un modèle de signal *a priori*. Il s'agit d'un modèle unidimensionnel qui est adapté aux conditions de mesures du radar sur chaussée. Ce modèle est utilisé par de nombreux auteurs pour des applications similaires [23, 28, 35, 46, 47]. Un premier paragraphe explicite les bases physiques et les différentes hypothèses qui justifient ce modèle.

2.2.1 Hypothèses de travail

En première approximation, la structure de la chaussée est considérée comme un milieu stratifié, composé de K couches homogènes de faible contraste diélectrique, et dont on néglige la rugosité de surface aux fréquences usuelles (1 à 2 GHz). Chaque couche est composée d'agrégats qui sont inclus dans une matrice de matériau homogène [15, 23]. La dimension des agrégats est supposée plus petite que la longueur d'onde du signal radar aux fréquences usuelles du GPR. En effet, la taille maximale de la particule est de l'ordre de 2 cm alors que la longueur d'onde du radar dans la couche de roulement est de 9 cm à une fréquence de 1,5 GHz. Ainsi, chaque couche peut être considérée comme un milieu homogène, caractérisée par son épaisseur et sa constante diélectrique.

D'après [18, 19], la constante diélectrique de la couche de roulement est comprise généralement entre 4 et 8. La conductivité est faible (entre 10^{-3} et 10^{-2} S/m selon les données dans [2]), ce qui permet de négliger la dispersivité du milieu. Pour les différents types de béton bitumineux cités au paragraphe 1.2.1, la couche de roulement varie de 1 à 6 cm d'épaisseur. Plus spécifiquement, l'épaisseur des couches de BBUM et de BBTM est de l'ordre de 1 à 3 cm, et la constante diélectrique est de l'ordre de 5 [2].

On suppose également que chaque couche du milieu est homogène horizontalement et verticalement. Sous l'hypothèse que les mesures GPR sont effectuées en champ lointain, i.e. les antennes se situent au delà de la limite de Fraunhofer, le modèle de signal reçu se simplifie à un modèle à une dimension [23]. Une expression analytique du signal peut être déduite des solutions des équations de Maxwell.

En configuration standard de mesures radar, i.e. radar monostatique en champ lointain à incidence normale, chaque interface du milieu donne lieu à une onde réfléchi. Si le milieu est à faibles pertes, les différents échos sont simplement des copies retardées de l'impulsion radar $e(t)$. Les amplitudes des échos, c_k , dépendent du contraste diélectrique entre les couches du milieu par l'intermédiaire des coefficients de réflexion de Fresnel.

A ce stade, on distingue les échos dits "simples" et les échos multiples. Les premiers ont subi une seule réflexion par interface, tandis que les seconds en ont subi plusieurs. La prise en compte des échos multiples fait l'objet de traitements spécifiques dans la littérature, en particulier dans le domaine sismique.

Dans le modèle, nous supposons observer uniquement des échos simples. Le signal reçu $s(t)$ est alors la somme de K échos $e(t - T_i)$, dont les amplitudes c_i sont proportionnelles aux coefficients de Fresnel de chaque interface du milieu.

2.2.2 Modèle des observations dans le domaine temporel

Le modèle du signal reçu *a priori* $s(t)$ s'écrit comme la somme des échos réfléchis par les différentes interfaces du milieu, $e(t - T_i)$, et d'un bruit additionnel $b(t)$:

$$s(t) = \sum_{i=1}^K c_i e(t - T_i) + b(t) \quad (2.1)$$

avec :

- $e(t)$: signal émis
- K : nombre d'échos (ou nombre d'interfaces du milieu)
- c_i : amplitude du i^{ieme} écho
- T_i : temps du retard du i^{ieme} écho
- $b(t)$: bruit blanc additif de moyenne nulle et de variance σ^2

En discrétisant ce signal en N échantillons, nous obtenons un vecteur des observations \mathbf{s} qui s'écrit sous la forme :

$$\mathbf{s} = \mathbf{A}\mathbf{c} + \mathbf{b} \quad (2.2)$$

avec les notations suivantes :

- $\mathbf{s} = (s(t_1) \ s(t_2) \ \dots \ s(t_N))^T$: Vecteur de mesures temporelles (ou vecteur des observations) de dimension $(N, 1)$
- $\mathbf{c} = (c_1 \ c_2 \ \dots \ c_K)^T$: Vecteur d'amplitudes complexes ou vecteur de coefficients de réflexion de taille $(K, 1)$
- $\mathbf{A} = (\mathbf{a}(T_1) \ \mathbf{a}(T_2) \ \dots \ \mathbf{a}(T_K))$: Matrice des vecteurs modèles de dimension (N, K)
- $\mathbf{a}(T_i) = (e(t_1 - T_i) \ e(t_2 - T_i) \ \dots \ e(t_N - T_i))^T$: Vecteur modèle de dimension $(N, 1)$ du i^{ieme} écho.
- $\mathbf{b} = (b(t_1) \ b(t_2) \ \dots \ b(t_N))^T$: Vecteur du bruit de dimension $(N, 1)$, supposé centré et d'écart-type σ .

2.2.3 Modèle des observations dans le domaine fréquentiel

Compte tenu des caractéristiques du milieu de propagation, le phénomène de dispersion est négligeable et les coefficients de réflexion c_i sont constants dans la bande de fréquences considérée. Dans le domaine fréquentiel, le modèle des observations est une combinaison linéaire d'exponentielles complexes (cisoïdes), dont les arguments dépendent des paramètres

à estimer :

$$\tilde{s}(f) = \sum_{i=1}^K c_i \tilde{e}(f) e^{-2j\pi f T_i} + \tilde{b}(f) \quad (2.3)$$

où le symbole $\tilde{\cdot}$ représente la transformée de Fourier du signal temporel.

Le vecteur des observations fréquentiel contenant les N échantillons de mesures fréquentielles dans une bande B est noté \mathbf{s} . Il représente indifféremment le résultat de la transformée de Fourier d'un signal obtenu par un radar impulsionnel ou des mesures obtenues par un radar à sauts de fréquence. Il peut s'écrire sous la forme matricielle suivante :

$$\mathbf{s} = \mathbf{\Lambda} \mathbf{A} \mathbf{c} + \mathbf{b} \quad (2.4)$$

avec les notations suivantes :

- $\mathbf{s} = (\tilde{s}(f_1) \quad \tilde{s}(f_2) \quad \cdots \quad \tilde{s}(f_N))^T$: Vecteur de mesures ou des observations de dimension $(N, 1)$;
- $\mathbf{\Lambda} = \text{diag}(\tilde{e}(f_1), \tilde{e}(f_2), \dots, \tilde{e}(f_N))$: matrice diagonale de dimension (N, N) comportant la transformée de Fourier de l'impulsion radar $e(t)$
- $\mathbf{c} = (c_1 \quad c_2 \quad \cdots \quad c_K)^T$: Vecteur d'amplitudes complexes des échos ou vecteur des coefficients de réflexion de Fresnel de taille $(K, 1)$;
- $\mathbf{A} = (\mathbf{a}(T_1) \quad \mathbf{a}(T_2) \quad \cdots \quad \mathbf{a}(T_K))$: Matrice "mode" ou matrice des vecteurs modèles de dimension (N, K) , dont les colonnes représentent les vecteurs modèles à identifier ci-dessous ;
- $\mathbf{a}(T_i) = (e^{-2j\pi f_1 T_i} \quad e^{-2j\pi f_2 T_i} \quad \dots \quad e^{-2j\pi f_N T_i})^T$: Vecteur "directionnel" (ou *steering vector*) de dimension $(N, 1)$ comportant le paramètre T_i à déterminer ;
- $\mathbf{b} = (\tilde{b}(f_1) \quad \tilde{b}(f_2) \quad \cdots \quad \tilde{b}(f_N))^T$: Vecteur du bruit, de taille $(N, 1)$ et supposé centré et d'écart-type σ ;
- $f_n = f_1 + (n - 1)\Delta f$: la fréquence instantanée, avec f_1 la première fréquence de la bande de fréquences B ;

D'après les notations précédentes, le modèle paramétrique du signal attendu dans le domaine fréquentiel s'écrit :

$$\mathbf{d}(T_i) = \mathbf{\Lambda} \mathbf{a}(T_i) \quad (2.5)$$

2.2.4 Matrice de covariance inter-spectrale

La plupart des méthodes de traitement de signal super et haute résolution exposées dans ce chapitre, peuvent se formuler à partir de la matrice de covariance des observations [48]. Ce paragraphe donne l'expression de cette matrice ainsi que ses principales propriétés. Sans perdre en généralité, la matrice de covariance sera formulée dans le domaine fréquentiel car cela permet de faire plus facilement le lien avec le formalisme existant dans la littérature. La matrice d'autocorrélation du vecteur des observations \mathbf{s} , associée au modèle du signal dans le domaine fréquentiel (2.4), est définie par :

$$\mathbf{\Gamma} = E(\mathbf{s} \mathbf{s}^H) \quad (2.6)$$

où $\mathbf{\Gamma}$ est une matrice de dimension (N, N) et l'opérateur $E(\cdot)$ représente l'espérance mathématique. La matrice définie par l'équation (2.6) est égale à la matrice de covariance (inter-spectrale) des observations \mathbf{s} , si $E(\mathbf{s}) = 0$. En utilisant le modèle du signal de l'éq. (2.4), la matrice de covariance des observations s'écrit selon :

$$\mathbf{\Gamma} = \mathbf{\Lambda} \mathbf{A} \mathbf{\Gamma}_c \mathbf{A}^H \mathbf{\Lambda}^H + \sigma^2 \mathbf{\Sigma} \quad (2.7)$$

avec $\mathbf{\Gamma}_c$ et $\sigma^2\mathbf{\Sigma}$, les matrices de covariance des sources et du bruit respectivement. La première fait intervenir la puissance de chacune des sources $E_k = \langle |c_k|^2 \rangle$, et le coefficient d'intercorrélacion ρ entre les sources. En supposant deux sources pour simplifier, elle est donnée par l'expression suivante :

$$\mathbf{\Gamma}_c = \begin{pmatrix} E_1 & \rho^* \sqrt{E_1 E_2} \\ \rho \sqrt{E_1 E_2} & E_2 \end{pmatrix} \quad (2.8)$$

La matrice de covariance du bruit est définie par :

$$\sigma^2\mathbf{\Sigma} = E(\mathbf{b}\mathbf{b}^H) \quad (2.9)$$

Pour un bruit décorrélé fréquentiellement, blanc et centré, elle se réduit à la matrice identité \mathbf{I} de dimension (N, N) . L'expression de la matrice de covariance conventionnellement utilisée dans la littérature s'écrit :

$$\mathbf{\Gamma} = \mathbf{A}\mathbf{\Gamma}_c\mathbf{A}^H + \sigma^2\mathbf{I} \quad (2.10)$$

Par comparaison avec l'équation (2.7), on note que la matrice \mathbf{A} (impulsion radar) et la matrice de covariance du bruit $\mathbf{\Sigma}$ sont toutes deux réduites à la matrice identité \mathbf{I} de dimension (N, N) .

En pratique, la matrice de covariance est estimée à partir de réalisations indépendantes du vecteur des observations \mathbf{s} , i.e. *snapshots*. Nous présenterons au chapitre 3 une technique d'estimation de cette matrice. La matrice de covariance présente les caractéristiques d'être hermitienne et définie non négative. En conséquence, elle admet une décomposition en éléments propres, dont les valeurs propres sont toutes positives ou nulles, et les vecteurs propres sont orthogonaux entre eux. Nous verrons aux paragraphes 2.3 et 2.4 comment les méthodes dites à haute résolution (ou à sous-espaces) exploitent cette propriété remarquable pour séparer les différents échos. Ces propriétés sont néanmoins sensibles à l'amplitude de l'intercorrélacion ρ dans l'expression de la matrice de covariance des sources (2.8). Une valeur trop élevée de ρ réduit la possibilité de séparer les échos par traitement. Le niveau d'intercorrélacion peut dépendre en pratique de considérations physiques et des conditions de mesures. L'influence du niveau d'intercorrélacion est particulièrement sensible pour des mesures radar sur un milieu stratifié en condition monostatique. En effet, les signaux associés à chacune des interfaces proviennent du même émetteur. Une faible fluctuation des caractéristiques du milieu de propagation (milieu hétérogène, rugosité de surface) peut contribuer à réduire l'intercorrélacion [33, p. 525]. Dans ces conditions, la matrice de covariance des sources est régulière et de rang plein. Inversement, dans le cas d'un milieu stratifié dans lequel chaque couche est homogène et présente des interfaces sans rugosité, les échos peuvent être totalement corrélés. Dans ce cas, nous indiquons dans le chapitre 3 les moyens de réduire artificiellement l'intercorrélacion par des techniques de moyennage en sous-bandes de fréquences. Ces dernières permettent de favoriser le fonctionnement des algorithmes super et haute résolution dans un environnement de multitrajets.

Remarque : par comparaison avec l'eq. (2.7), l'expression de la matrice de covariance dans le domaine temporel s'exprime plus simplement, car l'impulsion radar $e(t)$ est implicitement incluse dans la matrice \mathbf{A} de l'eq. (2.2) ; elle se met sous la forme suivante :

$$\mathbf{\Gamma} = \mathbf{A}\mathbf{\Gamma}_c\mathbf{A}^H + \sigma^2\mathbf{\Sigma} \quad (2.11)$$

2.3 Méthodes conventionnelles

Ce paragraphe présente les deux méthodes conventionnelles de traitement du signal, pour estimer les retards de propagation. La première traite le signal temporel issu du radar impulsif ; la seconde est adaptée à l'exploitation des signaux du radar à sauts de fréquence.

2.3.1 Intercorrélation et filtrage adapté

L'intercorrélation est plus particulièrement adaptée au traitement des signaux du radar impulsif (GPR). Le modèle des observations utilisé correspond au modèle temporel, défini par l'équation (2.2).

La fonction d'intercorrélation mesure la ressemblance entre le signal reçu $s(t)$ et le signal émis $e(t)$, et est définie par l'intégrale suivante :

$$\Gamma_{re}(\tau) = \int s(t)e^*(t - \tau)dt \quad (2.12)$$

Si les signaux sont de formes analogues, l'intégrale est maximale pour la valeur du retard de propagation τ , qui sépare les deux signaux. Le résultat de l'intercorrélation est équivalent au résultat du filtre adapté au signal $e(t)$. En général, cette technique permet d'améliorer le rapport signal à bruit. La limite en résolution temporelle de la méthode de l'intercorrélation est donnée par un produit $B\Delta\tau \geq 1$ ¹.

La figure 2.1 illustre sur un exemple simple (deux échos en présence de bruit) le résultat de ce traitement pour deux conditions de produit $B\Delta\tau$. Dans le premier cas, les deux échos sont non résolus en temporel ; en d'autres termes, les impulsions se recouvrent partiellement. L'enveloppe du signal ou la position des alternances positives ou négatives de l'intercorrélation ne permet pas de distinguer les deux échos. Pour le second cas, les deux échos sont résolus en temporel. On distingue parfaitement les échos à partir des maxima de l'intercorrélation.

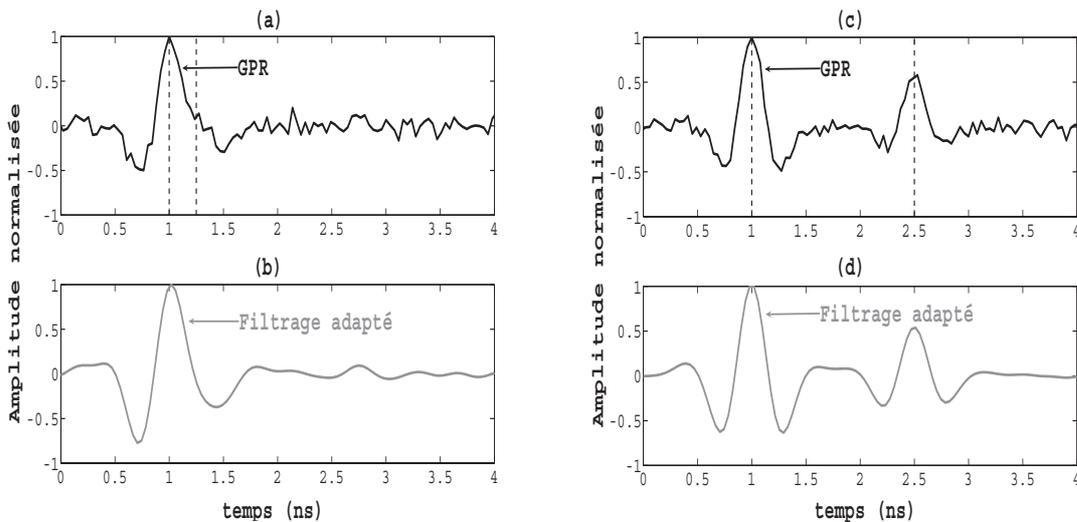


FIG. 2.1 – Résultats de filtrage adapté, $B = 2$ GHz, a) et c) représentent les signaux bruts, b) et d) la sortie du filtre adapté pour deux conditions de produit $B\Delta\tau$: $B\Delta\tau = 0,5$ (a et b), $B\Delta\tau = 3$ (c et d) ; $N=256$, $RSB= 25$ dB.

¹B est la bande de fréquences en Hz et $\Delta\tau$ le retard de propagation entre les deux échos en secondes

2.3.2 Transformée de Fourier inverse (IFFT)

Les échantillons fréquentiels du signal obéissent au modèle des observations défini par l'éq. (2.4). Ils correspondent, soit à la transformée de Fourier du signal radar impulsif, soit directement aux mesures délivrées par un radar à sauts de fréquence.

La transformée de Fourier inverse est définie par l'intégrale suivante, qui permet d'estimer le signal reçu temporel $s(t)$ à partir de la mesure du signal fréquentiel associé $\tilde{s}(f)$:

$$s(t) = \int_{\mathbb{R}} \tilde{s}(f) e^{2i\pi ft} df \quad (2.13)$$

En général, la valeur des retards de propagation est déduite de la position des extrémums du signal $s(t)$. Cependant, il convient de lever certaines ambiguïtés d'interprétation (en particulier en cas d'échos proches) en analysant également l'enveloppe du signal. En comparaison de la méthode de l'intercorrélacion (cf. §2.3.1), un changement de polarité du signal $s(t)$ permet de détecter les inversions de signe du contraste diélectrique aux interfaces du milieu.

Les caractéristiques et les performances de la Transformée de Fourier inverse, appliquée à l'estimation de retard de propagation, peuvent se déduire des travaux consacrés aux méthodes d'analyse spectrale linéaires (périodogramme, méthode de Welch). Une fenêtre fréquentielle d'apodisation permet de trouver un compromis entre la résolution et la détectabilité des échos. Ainsi, sans fenêtre d'apodisation, la limite de résolution temporelle correspond à l'inverse de la bande de fréquences ; par contre, le niveau des lobes secondaires à -13 dB peut masquer les faibles échos. Avec une fenêtre d'apodisation du type Hanning, la résolution est dégradée d'un facteur 1,4 (elle est voisine de 1,4 fois l'inverse de la bande), mais le niveau des lobes secondaires est abaissé à -31 dB. Une fenêtre d'apodisation permet en outre de réduire la variance des valeurs de retard estimées. En pratique, nous utilisons dans la suite la fenêtre de Hanning, et donc une limite de résolution temporelle caractérisée par un produit $B\Delta\tau \geq 2$.

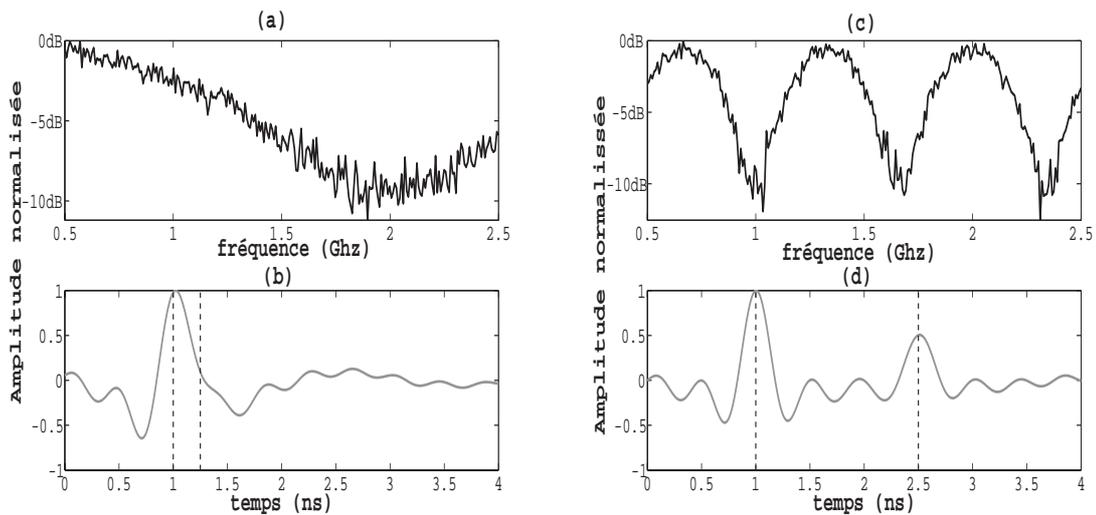


FIG. 2.2 – Résultats de la transformée de Fourier inverse ; b) et d) signaux temporels obtenus par IFFT des signaux fréquentiels a) et c) pour deux cas de produit $B\Delta\tau$: $B\Delta\tau = 0,5$ (a et b), $B\Delta\tau = 3$ (cas c et d) ; $B = 2$ GHz, $RSB = 25$ dB.

La Fig. 2.2 illustre les résultats de la IFFT pour le cas d'échos résolus en temporel ($B\Delta\tau > 1$), et celui d'échos non résolus ($B\Delta\tau < 1$). Les oscillations observées sur le

signal fréquentiel (Fig. a et c) sont dues aux interférences entre les deux échos. Le nombre d'alternances de ces oscillations augmente avec le produit $B\Delta\tau$. Pour le cas d'échos non résolus, le signal $s(t)$ de la Fig. (b) montre un seul écho alors que deux échos sont attendus (traits verticaux). Dans cette situation, les échos se recouvrent partiellement. Pour le second cas (Fig. 2.2-d), les deux échos sont résolus temporellement.

2.3.3 Déconvolution

Les méthodes de déconvolution sont apparues dans les années 50, suite aux travaux de Wiener ("*Extrapolation, Interpolation, and Smoothing of Stationary Time Series*"). Elles suscitent une importante activité de recherche en CND pour des applications radar, sismique ou ultrasons (par exemple [49, 50]). Ce paragraphe présente succinctement le principe de cette famille de techniques. D'après l'équation (2.1), le modèle temporel du signal reçu peut s'écrire symboliquement sous la forme :

$$s(t) = e(t) * h(t) + b(t) \quad (2.14)$$

Cette équation fait apparaître la convolution entre l'impulsion $e(t)$ et la réponse impulsionnelle du milieu $h(t)$, et $b(t)$ le bruit additif. Les méthodes de déconvolution consistent à estimer la fonction $h(t)$, appelée également la réflectivité dans la littérature. Elle est composée d'impulsions Dirac, décalées dans le temps de la valeur des retards à estimer.

Quand on dispose d'une mesure précise de l'impulsion ou de son expression théorique, la réflectivité $h(t)$ peut se calculer simplement par division fréquentielle, à partir de la transformée de Fourier de l'équation précédente, i.e. $\tilde{h}(f) = \tilde{s}(f)/\tilde{e}(f)$. La procédure est ainsi équivalente à un blanchiment du signal par l'impulsion. La résolution de la méthode est liée à la bande de fréquences dans laquelle cette opération est réalisée. Sa mise en oeuvre dans un contexte bruité nécessite une technique de stabilisation [51], qui consiste à remplacer dans l'expression précédente, $\tilde{e}(f)$ par $\tilde{e}(f) + k$, avec k dépendant du RSB.

En revanche, quand l'impulsion est imparfaitement connue ou inconnue (on parle alors de déconvolution aveugle), la solution n'est pas unique et nécessite une information *a priori*. On distingue les méthodes paramétriques et les méthodes non paramétriques. Les premières traitent le signal dans le domaine temporel et font appel à une modélisation paramétrique du signal. La plus connue est la méthode de déconvolution prédictive [51]. Parmi les méthodes non paramétriques, citons la méthode homomorphique, qui nécessite de traiter le signal dans le domaine fréquentiel [51]. La Fig. 2.3 donne un exemple de résultat de déconvolution par blanchiment.

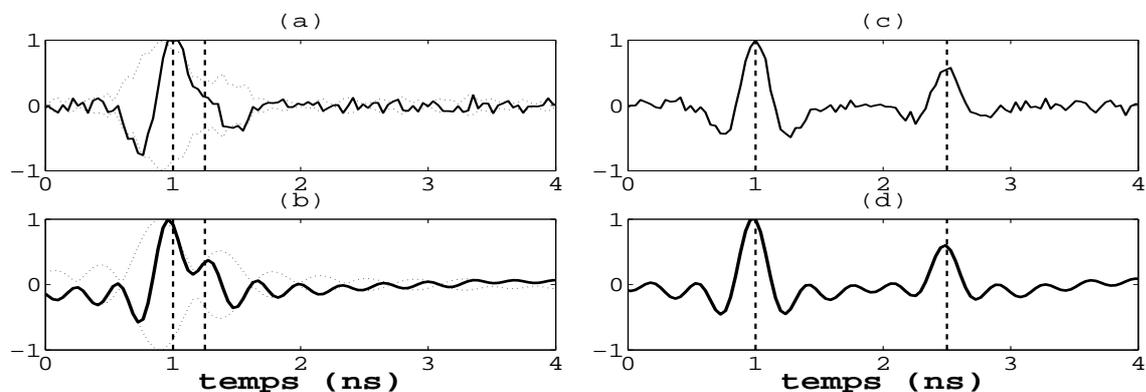


FIG. 2.3 – Résultats de la déconvolution du signal a) et c), obtenus pour deux cas de produits $B\Delta\tau$: $B\Delta\tau = 0,5$, $B\Delta\tau = 3$; $B = 2$ GHz, RSB= 25 dB.

2.4 Méthodes paramétriques

Les méthodes paramétriques ont été introduites dans les années 60 pour estimer les fréquences de processus bande étroite, dans un signal additionné de bruit blanc. En comparaison des méthodes conventionnelles, ces méthodes présentent une meilleure résolution. Elles sont devenues très populaires grâce à la possibilité de traiter directement les données, et à l'existence d'algorithmes rapides. Elles ont été rapidement appliquées à d'autres domaines de l'analyse spectrale, incluant le traitement d'antennes, et plus rarement l'estimation de retard à partir du signal radar fréquentiel. Ce paragraphe présente leur application dans le cadre de cette dernière application, à partir du modèle du signal du domaine fréquentiel (eq. (2.10)).

Les méthodes paramétriques sont basées sur le fait que tout processus aléatoire stationnaire peut être approximé par un modèle rationnel linéaire [21, 22, 52]. En supposant des impulsions radar idéales, i.e des Dirac, nous pouvons montrer que le vecteur des observations fréquentiel de l'eq. (2.10) admet une modélisation paramétrique.

Le modèle général est le modèle ARMA(p,q). Il est décrit par une récurrence linéaire d'ordre fini, à coefficients constants. La valeur d'un élément du vecteur des observations s'écrit comme une combinaison linéaire des valeurs aux fréquences adjacentes selon l'équation ci-dessous :

$$\tilde{s}(f) = - \sum_{n=1}^p a_n \tilde{s}(f-n) + \sum_{n=0}^q b_n \tilde{u}(f-n) \quad (2.15)$$

où le signal $\tilde{s}(f)$ peut être vu comme la sortie d'un filtre linéaire, dont l'entrée $\tilde{u}(f)$ est un bruit blanc stationnaire à moyenne nulle. La fonction de transfert de ce filtre est définie de la manière suivante :

$$H(z) = \frac{B(z)}{A(z)} = \frac{\sum_{n=0}^q b_n z^{-n}}{1 + \sum_{n=1}^p a_n z^{-n}} \quad (2.16)$$

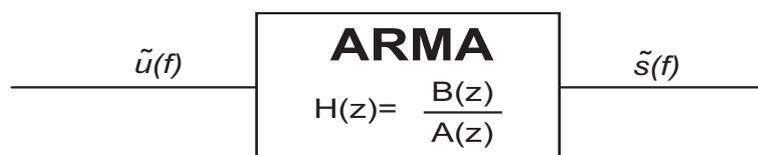


FIG. 2.4 – Modèle ARMA

Les coefficients a_n (resp. b_n) correspondent à la partie AR ou autorégressive (resp. MA ou à moyenne glissante) du signal. La stationnarité de $\tilde{s}(f)$ est garantie par la stabilité et la causalité du filtre [21, 22]. Les coefficients du modèle et le niveau de bruit permettent de calculer la densité spectrale temporelle (cf. eq. (2.18)), dont la position des maxima permet d'estimer les retards de propagation.

De manière générale, la partie MA du processus permet de représenter les vallées du spectre (effet des zéros de la fonction de transfert), tandis que la partie AR modélise des spectres possédant des maxima (effet des pôles). Sachant que nous souhaitons améliorer la résolution temporelle, nous nous focalisons dans la suite de ce paragraphe sur la modélisation AR.

Pour le processus AR, on retiendra finalement les deux formules suivantes pour repré-

senter le signal et son spectre temporel :

$$\tilde{s}(f) = - \sum_{n=1}^p a_n \tilde{s}(f - n) + \tilde{u}(f) \quad (2.17)$$

$$\tilde{S}(\tau) = \sigma^2 \frac{1}{|1 + \sum_{n=1}^p \tilde{a}_n e^{-2j\pi f_n \tau}|^2} \quad (2.18)$$

Pour déterminer les paramètres AR, il existe une multitude d'algorithmes [21, 22, 52]. Parmi ceux-ci, on distingue les algorithmes fonctionnant directement sur les données, et ceux nécessitant le calcul préalable de la matrice de covariance.

a - Méthodes basées sur les données :

Les méthodes basées sur les données utilisent pour calculer les paramètres AR, la minimisation de l'erreur de prédiction linéaire (directe et rétrograde), au sens des moindres carrés. Dans le cas d'une minimisation de la puissance de l'erreur directe, cette méthode est appelée la **méthode des covariances** [21]. Dans le cas d'une minimisation de la puissance des erreurs de prédiction directe et rétrograde, la méthode d'estimation est appelée la **méthode des covariances modifiées** [53]. Ces deux méthodes permettent d'obtenir une bonne résolution et un faible biais. En revanche, nous n'avons pas d'assurance sur la stabilité du système. [53] indique que la méthode des covariances modifiées est plus performante que la méthode des covariances. Burg [54] a proposé un algorithme récursif en ordre, qui minimise la puissance des erreurs de prédiction directe et rétrograde et qui garantit un système à minimum de phase. Ses inconvénients sont un éventuel dédoublement de raies dans le cas d'un signal composé d'une sinusoïde bruitée avec un fort rapport signal sur bruit et une sensibilité à la phase à l'origine [21].

b - Méthodes basées sur la matrice de covariance :

Cette seconde famille de méthodes de calcul des paramètres AR utilise les équations de Yule-Walker, qui fait intervenir la matrice de covariance. En supposant que l'impulsion radar est une impulsion Dirac, on peut montrer que le vecteur des observations (2.3) obéit au modèle AR de l'équation (2.17). L'équation de Yule-Walker associée s'écrit alors sous la forme matricielle suivante [21] :

$$\underbrace{\begin{pmatrix} \tilde{\gamma}_s(0) & \tilde{\gamma}_s(-1) & \tilde{\gamma}_s(-2) & \cdots & \tilde{\gamma}_s(-p) \\ \tilde{\gamma}_s(1) & \tilde{\gamma}_s(0) & \tilde{\gamma}_s(-1) & \cdots & \tilde{\gamma}_s(-p+1) \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdots & \cdot \\ \tilde{\gamma}_s(p) & \tilde{\gamma}_s(p-1) & \tilde{\gamma}_s(p-2) & \cdots & \tilde{\gamma}_s(0) \end{pmatrix}}_{\mathbf{G}} \begin{pmatrix} 1 \\ a_1 \\ \cdot \\ a_p \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sigma^2 \\ 0 \\ \cdot \\ 0 \end{pmatrix} \quad (2.19)$$

avec $\tilde{\gamma}_s(l)$ la fonction d'autocorrélation estimée. Selon le partitionnement de la matrice \mathbf{G} , sa taille, l'ordre du modèle, on distingue différentes méthodes d'estimation des paramètres AR, dont le principe est rappelé ci-après.

i) Algorithme de Levinson [53] :

L'algorithme de Levinson permet de résoudre le système (2.19) de manière récursive. Le principe est de trouver les paramètres AR d'ordre k en fonction des paramètres d'ordre $k - 1$. L'utilisation de cet algorithme nécessite que la matrice \mathbf{G} (cf. équation (2.19)) présente le caractère Toeplitz. En pratique, on utilise l'estimateur biaisé de la fonction de corrélation pour assurer un système à minimum de phase. L'algorithme de Levinson assure la stabilité du filtre ; en revanche, sa résolution est faible [53] .

ii) Méthode de l'autocorrélation [53] :

A partir de l'eq. (2.19), les équations de Yule-Walker peuvent également s'écrire sous la forme suivante :

$$\underbrace{\begin{pmatrix} \tilde{\gamma}_s(0) & \tilde{\gamma}_s(-1) & \tilde{\gamma}_s(-2) & \cdots & \tilde{\gamma}_s(-p+1) \\ \tilde{\gamma}_s(1) & \tilde{\gamma}_s(0) & \tilde{\gamma}_s(-1) & \cdots & \tilde{\gamma}_s(-p+2) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \tilde{\gamma}_s(p-1) & \tilde{\gamma}_s(p-2) & \tilde{\gamma}_s(p-3) & \cdots & \tilde{\gamma}_s(0) \end{pmatrix}}_{\tilde{\mathbf{R}}_s} \underbrace{\begin{pmatrix} \tilde{a}_1 \\ \tilde{a}_2 \\ \vdots \\ \tilde{a}_p \end{pmatrix}}_{\tilde{\mathbf{a}}} = - \underbrace{\begin{pmatrix} \tilde{\gamma}_s(1) \\ \tilde{\gamma}_s(2) \\ \vdots \\ \tilde{\gamma}_s(p) \end{pmatrix}}_{\tilde{\mathbf{r}}_s} \quad (2.20)$$

L'une des premières solutions pour déterminer les paramètres AR consiste à résoudre le système (2.20). La solution de l'autocorrélation étant une simple inversion de matrice, i.e. : $\tilde{\mathbf{a}} = -\tilde{\mathbf{R}}_s^{-1} \tilde{\mathbf{r}}_s$.

Lorsque $\tilde{\gamma}_s(l)$ est l'estimateur biaisé de la corrélation, tous les pôles du modèle sont à l'intérieur du cercle unité contrairement aux pôles de l'estimateur non biaisé. On améliore la résolution temporelle de cette méthode en utilisant l'estimateur non biaisé de la corrélation.

iii) Méthode des moindres carrés [53] :

Afin de réduire l'effet du bruit et d'obtenir une meilleure estimation des paramètres AR, nous pouvons surdéterminer le nombre d'équations et effectuer une résolution au sens des moindres carrés (LS) ou au sens des moindres carrés totaux (TLS). Le précédent système de Yule-Walker devient donc :

$$\underbrace{\begin{pmatrix} \tilde{\gamma}_s(0) & \tilde{\gamma}_s(-1) & \tilde{\gamma}_s(-2) & \cdots & \tilde{\gamma}_s(-p+1) \\ \tilde{\gamma}_s(1) & \tilde{\gamma}_s(0) & \tilde{\gamma}_s(-1) & \cdots & \tilde{\gamma}_s(-p+2) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \tilde{\gamma}_s(N-1) & \tilde{\gamma}_s(N-2) & \tilde{\gamma}_s(N-3) & \cdots & \tilde{\gamma}_s(N-p+1) \end{pmatrix}}_{\tilde{\mathbf{R}}_s} \underbrace{\begin{pmatrix} \tilde{a}_1 \\ \tilde{a}_2 \\ \vdots \\ \tilde{a}_p \end{pmatrix}}_{\tilde{\mathbf{a}}} = - \underbrace{\begin{pmatrix} \tilde{\gamma}_s(1) \\ \tilde{\gamma}_s(2) \\ \vdots \\ \tilde{\gamma}_s(N) \end{pmatrix}}_{\tilde{\mathbf{r}}_s}$$

Avec $N > p$. La résolution au sens des moindres carrés se nomme *LSYW* :

$$\tilde{\mathbf{a}} = - \left(\tilde{\mathbf{R}}_s^H \tilde{\mathbf{R}}_s \right)^{-1} \tilde{\mathbf{R}}_s^H \tilde{\mathbf{r}}_s \quad (2.21)$$

et celle au sens des moindres carrés totaux se nomme *TLSYW* :

$$\tilde{\mathbf{a}} = - \left(\tilde{\mathbf{R}}_s^H \tilde{\mathbf{R}}_s - \sigma_{min}^2 \mathbf{Id} \right)^{-1} \tilde{\mathbf{R}}_s^H \tilde{\mathbf{r}}_s \quad (2.22)$$

où σ_{min}^2 est la plus petite valeur singulière de la matrice :

$$\left[\tilde{\mathbf{R}}_s \tilde{\mathbf{r}}_s \right] \quad (2.23)$$

La solution *TLSYW* est plus performante que la solution *LSYW* car elle minimise à la fois l'erreur sur \mathbf{R}_s et sur \mathbf{r}_s . En revanche la solution *TLSYW* a l'inconvénient d'attirer tous les pôles, et notamment ceux du bruit, sur le cercle unité; cela rend leur distinction difficile.

Il est montré que ces méthodes (autocorrélation, *LSYW*, *TLSYW*) sont biaisées car la corrélation en zéro fait intervenir la puissance du bruit blanc [53].

iv) Méthode de Yule-Walker modifiée [53] :

Une autre solution consiste à ne pas faire intervenir la corrélation en zéro dans l'estimation ($q \neq 0$) : ce sont les équations de Yule-Walker modifiées (*MYW*) [55].

$$\underbrace{\begin{pmatrix} \tilde{\gamma}_s(q) & \tilde{\gamma}_s(q-1) & \cdots & \tilde{\gamma}_s(q-L+1) \\ \tilde{\gamma}_s(q+1) & \tilde{\gamma}_s(q) & \cdots & \tilde{\gamma}_s(q-L+2) \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ \tilde{\gamma}_s(M+q-1) & \tilde{\gamma}_s(M+q-2) & \cdots & \tilde{\gamma}_s(M+q-L) \end{pmatrix}}_{\tilde{\mathbf{R}}_s} \underbrace{\begin{pmatrix} \tilde{a}_1 \\ \tilde{a}_2 \\ \vdots \\ \tilde{a}_L \end{pmatrix}}_{\tilde{\mathbf{a}}} = - \underbrace{\begin{pmatrix} \tilde{\gamma}_s(q+1) \\ \tilde{\gamma}_s(q+2) \\ \vdots \\ \tilde{\gamma}_s(q+M) \end{pmatrix}}_{\tilde{\mathbf{r}}_s}$$

De la même manière que précédemment, nous pouvons résoudre ce système :

- soit en inversant la matrice $\tilde{\mathbf{R}}_s$ lorsque $q = M = L = p$;
- soit au sens des moindres carrés classiques (*LSMYW*) lorsque $L = p$ et $M > p$;
- soit au sens des moindres carrés totaux (*TLSMYW*) lorsque $L = p$ et $M > p$.

[56] a montré dans le cas où $\tilde{s}(f)$ est composée d'une somme de sinusoides et d'un bruit blanc, les estimateurs *MYW* sont asymptotiquement non biaisés.

Contrairement à la méthode *LSMYW* qui est relativement performante pour faire la distinction entre les pôles du signal et ceux du bruit, la méthode *TLSMYW* comme la méthode *TLSYW* attire tous les pôles sur le cercle unité, rendant donc difficile la distinction entre les pôles du signal et ceux du bruit.

Enfin, citons la méthode *LSMYW* avec une surestimation de l'ordre nommée *HOYW* (**H**igh **O**rdre **Y**ule-**W**alker). Elle présente l'avantage d'améliorer l'estimation des paramètres AR du signal. Du fait de la surestimation de l'ordre du modèle, sa difficulté consiste à trouver les véritables p pôles parmi les $p + L$ ² pôles identifiés par l'algorithme.

D'après la littérature, la méthode la plus performante est la méthode *LSMYW*[53]. Ses performances seront évaluées au chapitre 3 pour estimer l'épaisseur de matériau de chaussée. Nous illustrons le fonctionnement de cette dernière méthode à la Fig. 2.5. Les deux pseudo-spectres représentent le résultat du traitement des signaux fréquentiels de la Fig. 2.2-a) et c). Le résultat de la Fig. 2.5-a) montre les capacités de super résolution de la méthode paramétrique *LSMYW*.

² $p + L$ représente l'ordre surestimé avec $L > 0$

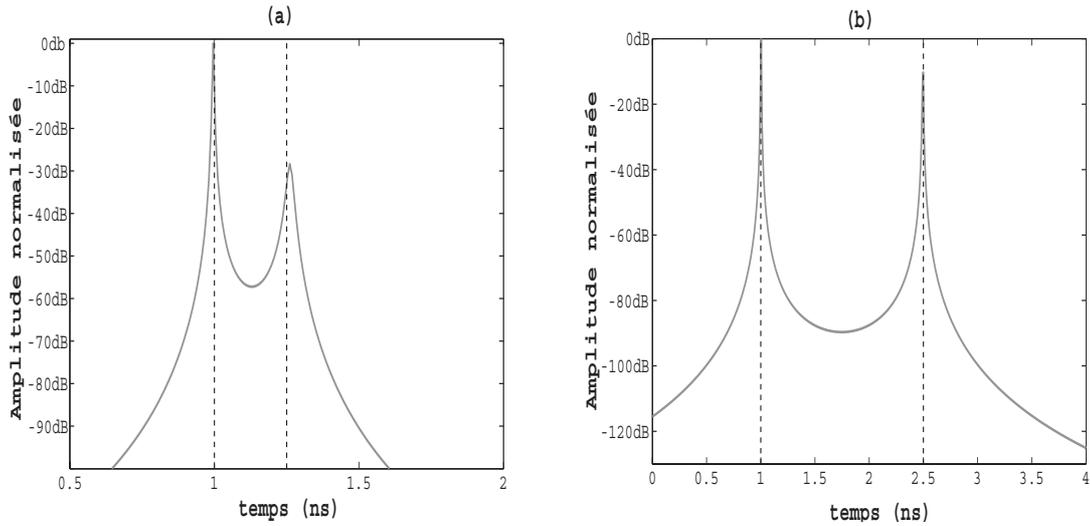


FIG. 2.5 – Spectre temporel AR (équation (2.18)) obtenu avec la méthode LSMYW, $B = 2$ GHz, $B\Delta\tau = 0,5$ (cas a, ordre=36), $B\Delta\tau = 3$ (cas b, ordre=12), $N=256$, $RSB= 25$ dB

2.5 Méthodes à sous-espaces

2.5.1 Introduction

	Goniométrie	Estimation de retard
Paramètre à estimer	angle θ	retard T
modèle de signal <i>a priori</i>	$\mathbf{s} = \mathbf{A}\mathbf{c} + \mathbf{b}$ $\mathbf{s} = (\tilde{s}_1(t) \cdots \tilde{s}_N(t))^T$ $\mathbf{A} = (\mathbf{a}(\theta_1) \cdots \mathbf{a}(\theta_K))$ $\mathbf{c} = (c_1(t) \cdots c_K(t))^T$ $\mathbf{b} = (\tilde{b}_1(t) \cdots \tilde{b}_N(t))^T$	$\mathbf{s} = \mathbf{\Lambda}\mathbf{A}\mathbf{c} + \mathbf{b}$ $\mathbf{s} = (\tilde{s}(f_1) \cdots \tilde{s}(f_N))^T$ $\mathbf{\Lambda} = \text{diag}(\tilde{e}(f_1), \dots, \tilde{e}(f_N))$ $\mathbf{c} = (c_1 \cdots c_K)^T$ $\mathbf{A} = (\mathbf{a}(T_1) \cdots \mathbf{a}(T_K))$ $\mathbf{b} = (\tilde{b}(f_1) \cdots \tilde{b}(f_N))^T$
vecteur directionnel	$\mathbf{a}(\theta_i) = \begin{pmatrix} 1 \\ e^{\frac{2j\pi d \sin(\theta_i) f}{c}} \\ \vdots \\ e^{\frac{2j\pi d (N-1) \sin(\theta_i) f}{c}} \end{pmatrix}$ <p>f représente la fréquence de la porteuse, d la distance intercepteur, c la célérité de l'onde dans le milieu.</p>	$\mathbf{a}(T_i) = \begin{pmatrix} e^{-2j\pi f_1 T_i} \\ e^{-2j\pi f_2 T_i} \\ \vdots \\ e^{-2j\pi f_N T_i} \end{pmatrix}$ $\mathbf{d}(T_i) = \mathbf{\Lambda}\mathbf{a}(T_i)$
N	Nombre de capteurs	Nombre de fréquences
K	Nombre de sources	Nombre d'échos

TAB. 2.1 – Correspondances entre les domaines du traitement d'antennes et de l'estimation de retard

Les méthodes à haute résolution ou "HR" apparaissent dans les années 1970 dans les domaines de l'acoustique sous-marine (W.S Ligget...), de la sismique (V.F Pisarenko...) et de la radioastronomie (I.N El-Behery...) [33]. Par comparaison avec les méthodes paramétriques, les méthodes HR présentent la caractéristique de fournir en termes de résolution,

des performances asymptotiquement illimitées et indépendantes du rapport signal sur bruit. En France, ces méthodes apparaissent sous l'impulsion de la DGA (Direction Générale de l'Armement) et plus particulièrement de la DRET (Direction des Recherches et Etudes Techniques) qui, dans un contexte de guerre froide, souhaitait améliorer la résolution angulaire des sonars passifs existants. Dans le domaine de la sismique, et plus particulièrement de la sismologie, les acteurs principaux furent V.F. Pisarenko et Capon.

La popularité de ces méthodes en traitement du signal a commencé en 1980, après les publications rapprochées et indépendantes de deux algorithmes basés sur un principe identique. Il s'agit de l'algorithme MUSIC de Schmidt [48, 57], et la méthode du goniomètre de Bienvenu et Kopp [58]. A partir des propriétés de la matrice de covariance des observations, ces deux méthodes décomposent l'espace des observations en deux sous-espaces vectoriels orthogonaux. Par la suite, d'autres algorithmes à sous-espaces ont vu le jour (ESPRIT, MIN-NORM).

Cette famille d'algorithmes (MUSIC, ESPRIT, Min-Norm) a été principalement appliquée au domaine du traitement d'antennes, dont l'objectif est d'estimer des directions d'arrivée, à partir du signal enregistré sur un réseau d'antennes. Le tableau 2.1 établit les correspondances entre le domaine de la goniométrie et celui de l'estimation de retards de propagation, qui concerne ce document.

Cette partie présente le principe des trois principales méthodes à sous-espaces, à partir de la formulation du modèle du signal dans le domaine fréquentiel. Dans la littérature, l'algorithme MUSIC sert de référence parmi les autres méthodes haute résolution, de par ses performances et son ancienneté. En outre, il a fait l'objet d'une adaptation spécifique au domaine temporel, que l'on explicitera également.

2.5.2 MUSIC (MULTIPLE SIGNAL CLASSIFICATION)

La méthode MUSIC a été initialement proposée de manière indépendante par Schmidt [48] et Bienvenu et Kopp [58], dans le domaine du traitement d'antennes au cours des années 1980. Son application à l'estimation des temps d'arrivée se formalise de manière naturelle à partir du modèle des observations fréquentielles de l'eq. (2.4).

L'algorithme MUSIC exploite les propriétés de décomposition en éléments propres de la matrice de covariance du vecteur des observations $\mathbf{\Gamma}$, introduite au § 2.2.4. Cette décomposition permet de séparer l'espace des observations en deux sous-espaces vectoriels orthogonaux : le sous-espace signal et son complément orthogonal, le sous-espace bruit. On rappelle que la matrice de covariance des observations est de dimension (N, N) , N correspondant au nombre d'échantillons fréquentiels ; K est le nombre d'échos composant le signal.

Sous l'hypothèse de non-singularité, la matrice de covariance des observations se décompose dans une base de N vecteurs propres orthonormés. Sous réserve de vérifier la condition $N \geq K + 1$, la distribution d'amplitudes des valeurs propres de la matrice $\mathbf{\Gamma}$ permet de faire la distinction entre un sous-espace signal et un sous-espace bruit. On distingue $N - K$ valeurs propres égales à la variance du bruit, σ^2 , et K valeurs propres supérieures à σ^2 . Les K vecteurs propres $(\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \dots, \mathbf{v}_K)$ associés aux K plus grandes valeurs propres engendrent le sous-espace signal tandis que les $N - K$ vecteurs propres $(\mathbf{v}_{K+1}, \mathbf{v}_{K+2}, \dots, \mathbf{v}_N)$ engendrent le sous-espace bruit.

La matrice de covariance $\mathbf{\Gamma}$ peut alors s'écrire sous la forme suivante :

$$\mathbf{\Gamma} = \sum_{i=1}^K \lambda_i \mathbf{v}_i \mathbf{v}_i^H + \sum_{i=1}^N \sigma^2 \mathbf{v}_i \mathbf{v}_i^H = \sum_{i=1}^K (\lambda_i + \sigma^2) \mathbf{v}_i \mathbf{v}_i^H + \sigma^2 \sum_{i=K+1}^N \mathbf{v}_i \mathbf{v}_i^H \quad (2.24)$$

Sachant que les vecteurs $\mathbf{d}(T_i)$, définis par l'éq. (2.5), appartiennent au sous-espace signal, on crée une fonctionnelle $f(t)$, qui mesure l'orthogonalité entre le vecteur modèle $\mathbf{d}(T)$ et le sous-espace bruit. Cette fonctionnelle s'annule quand le vecteur modèle est perpendiculaire au sous-espace bruit, c'est-à-dire quand $T = T_i$. Cette opération revient donc à minimiser la fonction coût suivante :

$$f(t) = \mathbf{d}(t)^H \sum_{i=K+1}^N \mathbf{v}_i \mathbf{v}_i^H \mathbf{d}(t) \quad (2.25)$$

ou à maximiser son inverse, appelée pseudo-spectre dans la littérature :

$$g(t) = \frac{1}{\sum_{i=K+1}^N |\mathbf{d}^H(t) \mathbf{v}_i|^2} \quad (2.26)$$

En introduisant le projecteur "bruit", $\mathbb{P}_b^\perp = \left(\sum_{i=K+1}^N \mathbf{v}_i \mathbf{v}_i^H \right)$, on trouve également dans la littérature l'expression de la fonctionnelle $g(t)$ sous la forme suivante :

$$g(t) = \frac{1}{\mathbf{d}^H(t) \mathbb{P}_b^\perp \mathbf{d}(t)} \quad (2.27)$$

En pratique, la valeur des retards de propagation est déduite de la position des maxima de la fonctionnelle. L'amplitude des maxima de la fonctionnelle n'a donc aucune signification physique (en d'autres termes, elle n'est pas liée à l'amplitude des sources), mais mesure uniquement l'orthogonalité entre les deux sous-espaces vectoriels signal et bruit. En théorie, l'amplitude de $g(t)$ tend vers l'infini quand $T = T_i$, car il y a orthogonalité parfaite entre les deux sous-espaces vectoriels. En pratique, les variations de $g(t)$ sont finies du fait des erreurs d'estimation de la matrice de covariance, de la précision numérique limitée, et des éventuelles erreurs de modèle.

Enfin, pour appliquer cette méthode, il est primordial d'estimer correctement la taille du sous-espace signal. En référence à [59, 60, 61, 62], de nombreux critères permettent d'évaluer le nombre de sources K .

L'algorithme MUSIC permet de fournir de bons résultats lorsque les échos sont suffisamment décorrélés. En revanche, lorsque les échos sont totalement corrélés, la matrice de covariance des observations n'est plus de rang plein, et il devient théoriquement impossible de détecter tous les signaux. Une solution consiste à appliquer l'algorithme sur une matrice de covariance modifiée (de taille réduite en particulier), obtenue par les techniques de moyennage en sous-bandes de fréquences, présentées au chapitre 3. Ce moyennage permet de réduire artificiellement le niveau d'intercorrélacion entre les échos, et ainsi de faire fonctionner les algorithmes à sous-espaces dans un environnement de multitrajets.

Nous verrons également au chapitre 3 comment l'algorithme et le modèle des observations peuvent être exploités conjointement pour estimer la constante diélectrique du milieu.

L'algorithme a donné lieu à différentes extensions, dont le lecteur trouvera une synthèse dans [33]. Citons l'extension de MUSIC au cas de mesures réalisées en champ proche, ou au cas multidimensionnel, à partir d'un modèle des observations à plusieurs paramètres : par exemple, estimation de l'azimut et de l'élévation en goniométrie, estimation de temps d'arrivée et de l'angle (TDOA). L'exploitation d'autres caractéristiques physiques (polarisation [63]) ou statistiques des signaux (cyclo-stationnarité [64], circularité [65], statistiques d'ordre supérieur [66]) a donné lieu à un formalisme spécifique de l'algorithme. L'algorithme a suscité de nombreuses applications dans des domaines aussi divers que la télédétection [67] et la caractérisation ultra large bande de canaux de propagation [68].

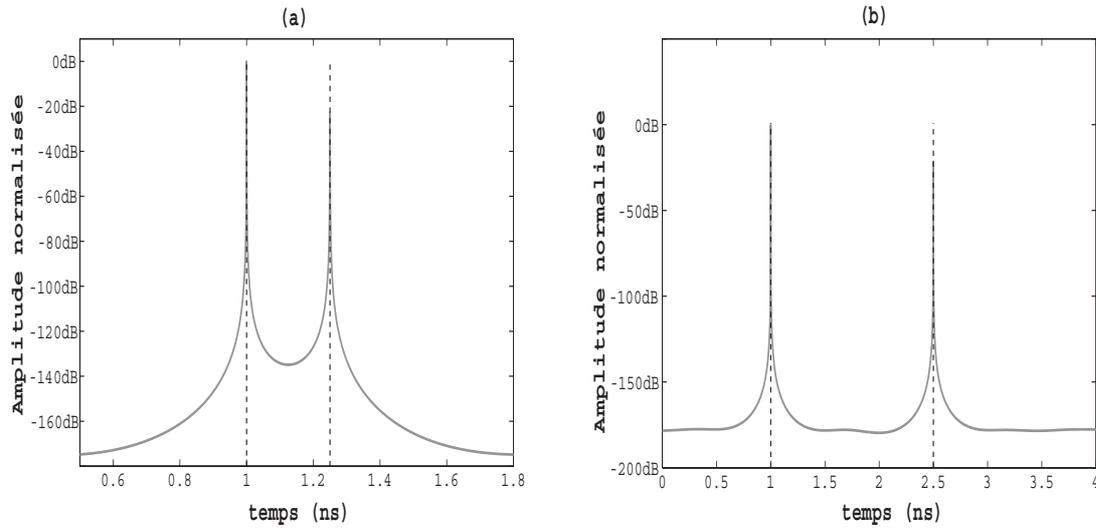


FIG. 2.6 – Résultats de la méthode MUSIC, $B = 2$ GHz, $B\Delta\tau = 0,5$ (cas a), $B\Delta\tau = 3$ (cas b), $N=256$, $RSB= 25$ dB

Nota Bene : algorithme MUSIC temporel La méthode MUSIC a fait l'objet d'une formulation spécifique dans le domaine temporel [69, 70] pour l'estimation des retards de propagation. Pour notre application, la principale motivation est de pouvoir traiter directement le signal radar impulsionnel dans le domaine temporel, sans nécessiter le passage en fréquence par transformée de Fourier. Un filtrage adapté préalable permet de sélectionner des intervalles temporels susceptibles de contenir des impulsions qui se recouvrent [33]. En comparaison de la version fréquentielle de l'algorithme, la différence principale réside dans l'expression du vecteur modèle, qui s'écrit sous la forme suivante d'après l'eq. (2.2) :

$$\mathbf{a}(T_i) = (e(t_1 - T_i) \quad e(t_2 - T_i) \quad \cdots \quad e(t_N - T_i))^T \quad (2.28)$$

Les retards de propagation sont estimés par la position des maxima du pseudo-spectre temporel suivant, qui mesure l'orthogonalité entre le vecteur modèle $\mathbf{a}(T)$ précédent et le sous-espace bruit :

$$g(t) = \frac{1}{\mathbf{a}^H(t) \left(\sum_{i=K+1}^N \mathbf{v}_i \mathbf{v}_i^H \right) \mathbf{a}(t)} \quad (2.29)$$

Les figures 2.6 et 2.7 illustrent le fonctionnement de l'algorithme dans le cas simple, déjà évoqué au § 2.3.1, d'un signal bruité composé de deux échos. On note la forte dynamique des variations des pseudo-spectres obtenus. Le caractère haute résolution de l'algorithme est démontré sur la figure 2.7 par la capacité de l'algorithme à séparer les deux impulsions qui se recouvrent (cas de $B\Delta\tau < 1$).

On peut réduire la sensibilité de l'algorithme à la corrélation entre échos, par des techniques de moyennage de la matrice de covariance des observations. En référence au chapitre 3, ces techniques n'existent que dans le domaine fréquentiel. Leur application à MUSIC temporel nécessiterait de travailler conjointement en temporel (pour l'algorithme) et en fréquentiel (pour le moyennage en sous-bandes). Une adaptation spécifique de ces techniques de moyennage au domaine temporel a été tentée dans [71].

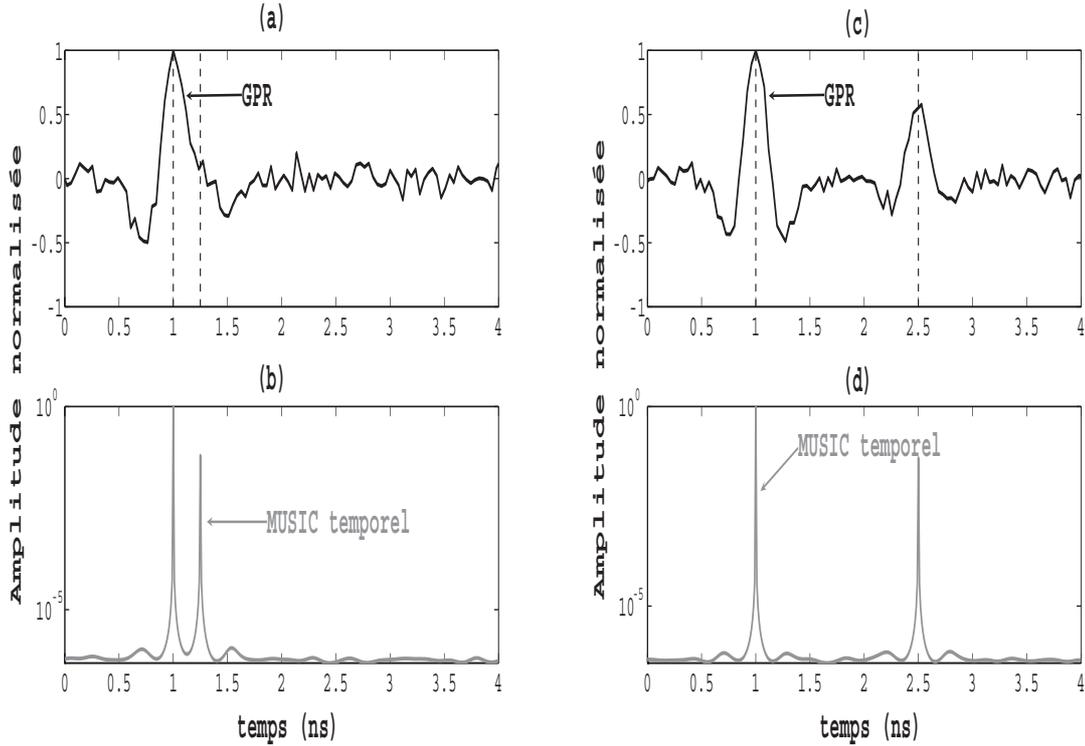


FIG. 2.7 – Résultats de MUSIC temporel, $B = 2$ GHz, $B\Delta\tau = 0,5$ (cas a et b), $B\Delta\tau = 3$ (cas c et d), $N=256$, $RSB= 25$ dB

2.5.3 root-MUSIC

Root-MUSIC désigne la version polynomiale de l'algorithme MUSIC. Dans la littérature, Root-MUSIC [72] est présenté dans le cas idéal de l'eq. (2.10), i.e. lorsque l'impulsion temporelle est un Dirac. Dans ce paragraphe, l'impulsion radar est prise en compte et l'algorithme est étendu au modèle des observations radar de l'eq. (2.4).

Par comparaison avec MUSIC, root-MUSIC permet d'estimer directement les retards de propagation, sans nécessiter le calcul du pseudo-spectre. L'algorithme suppose que les échantillons sont équi-spacés de Δf . En introduisant $z = e^{-2j\pi\Delta ft}$, la fonctionnelle mesurant l'orthogonalité entre les sous-espaces signal et bruit, devient un polynôme, qui s'exprime selon :

$$P(z) = \mathbf{a}(z^{-1})^T \mathbf{\Lambda}^H \prod_b^\perp \mathbf{\Lambda} \mathbf{a}(z) \quad (2.30)$$

avec \prod_b^\perp le projecteur bruit, défini au paragraphe (2.5.2).

$P(z)$ est un polynôme de degré $2N - 2$. Idéalement, parmi les $2N - 2$ racines du polynôme, nous avons $2K$ zéros sur le cercle unité : l'argument de ces racines nous fournit les temps de retard de propagation. Le caractère hermitien du projecteur bruit \prod_b^\perp entraîne une symétrie des racines. Si z est une racine de $P(z)$, alors $1/z^*$ est aussi une racine du polynôme $P(z)$. En pratique, les retards estimés sont donnés par les K zéros se trouvant à la fois à l'intérieur du cercle unité, et au plus proche de celui-ci.

L'intérêt de la version polynomiale est double : la recherche des zéros d'un polynôme est beaucoup moins coûteuse en temps de calcul, que l'évaluation puis la recherche des maxima dans un pseudo-spectre ; root-MUSIC possède un pouvoir de résolution supérieur à sa version pseudo-spectrale [22].

Pour illustrer le fonctionnement de root-MUSIC, nous avons représenté sur la Fig. 2.8 la position des deux zéros de la fonctionnelle $P(z)$, obtenue par traitement des signaux fréquentiels de la Fig. 2.2. Pour les paramètres de simulation choisis, on constate le caractère haute résolution de l'algorithme et l'absence de biais sur le positionnement des racines du polynôme dans le plan complexe.

Remarque : La littérature [73] a montré que la méthode de Pisarenko correspondait au cas particulier de l'algorithme root-MUSIC, pour lequel le sous-espace bruit comporte un seul vecteur propre, i.e. $N = K + 1$ avec N la dimension de l'espace des observations et K le nombre d'échos.

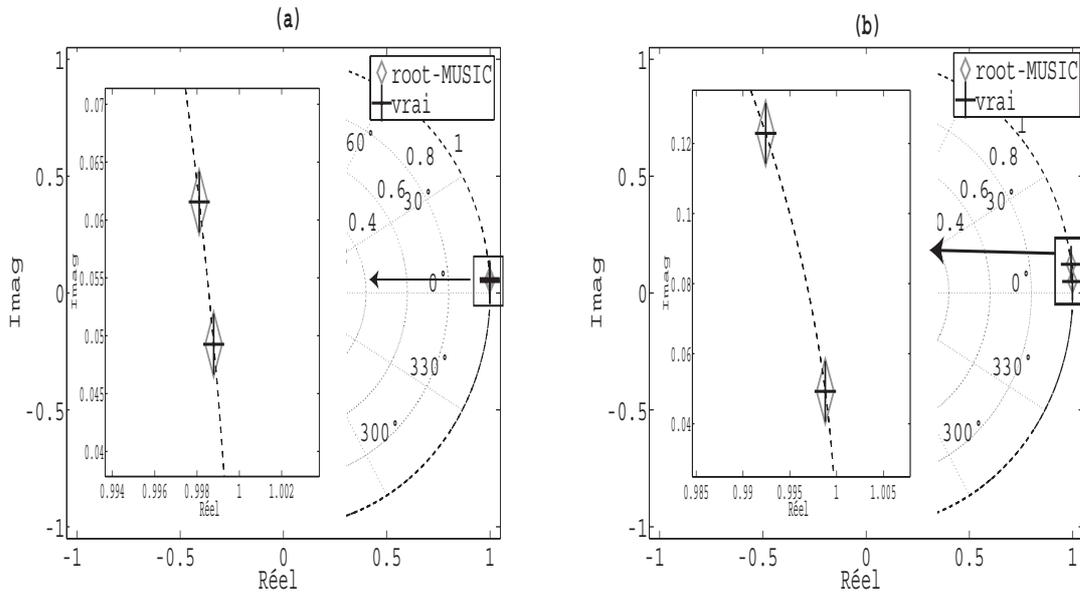


FIG. 2.8 – Représentation des deux racines du polynôme $P(z)$ de la méthode root-MUSIC dans le plan complexe, obtenue par traitement des signaux fréquentiels de la figures 2.2 : a - échos non résolus ($B\Delta\tau = 0,5$), b - échos résolus ($B\Delta\tau = 3$); $B = 2$ GHz, $N=256$, $RSB= 25$ dB.

2.5.4 Min-Norm

Cette méthode a été proposée à l'origine pour l'analyse fréquentielle et le traitement d'antennes. Appliquée à l'estimation de retard, la version de la littérature suppose une impulsion radar idéale, i.e. un Dirac, conformément au modèle de l'eq. (2.10). Nous adaptons cet algorithme dans ce paragraphe au modèle des observations radar de l'eq. (2.4), qui tient compte d'une forme d'impulsion radar quelconque.

Par comparaison avec les deux précédents algorithmes, Min-Norm définit le pseudo-spectre de l'équation (2.26) à partir du vecteur \mathbf{w} du sous-espace bruit, ayant une norme minimale :

$$P^{MN}(t) = \frac{1}{|\mathbf{d}^H(t)\mathbf{w}|^2} \quad (2.31)$$

Le calcul du vecteur \mathbf{w} de norme minimale répond aux trois contraintes suivantes :

- \mathbf{w} est un vecteur du sous-espace bruit, et est donc orthogonal aux colonnes de la matrice \mathbf{P}_s , définie ci-après ; nous avons :

$$\mathbf{P}_s^H \mathbf{w} = 0 \quad (2.32)$$

– le premier élément de \mathbf{w} est égal à 1 :

$$\mathbf{w} = \begin{pmatrix} 1 \\ -\tilde{\mathbf{w}} \end{pmatrix} \quad (2.33)$$

– la norme euclidienne de \mathbf{w} est minimale

Dans ces équations, nous avons défini la matrice \mathbf{P}_s :

$$\mathbf{P}_s = [\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \dots, \mathbf{v}_K] = \begin{pmatrix} \mathbf{g}_s^T \\ \mathbf{G}_s \end{pmatrix} \quad (2.34)$$

avec les notations suivantes :

- \mathbf{P}_s représente la matrice de dimension (N, K) , dont les colonnes sont les vecteurs propres engendrant le sous-espace signal ;
- \mathbf{g}_s^T est un vecteur ligne de dimension $(1, K)$, représentant la première ligne de la matrice précédente ;
- \mathbf{G}_s est une matrice de dimension $(N - 1, K)$, représentant les $N - 1$ dernières lignes de la matrice \mathbf{P}_s ;

D'après les équations (2.34), (2.32) et (2.33), nous pouvons écrire que :

$$\mathbf{g}_s - \mathbf{G}_s^H \tilde{\mathbf{w}} = 0 \quad (2.35)$$

$$\mathbf{G}_s^H \tilde{\mathbf{w}} = \mathbf{g}_s \quad (2.36)$$

Nous avons un système linéaire sous-déterminé de K équations et $N - 1$ inconnues et donc une multitude de solutions. La contrainte de norme minimale permet de définir une solution unique, donnée par l'équation :

$$\tilde{\mathbf{w}} = \frac{\mathbf{G}_s \mathbf{g}_s^*}{1 - \mathbf{g}_s^H \mathbf{g}_s} \quad (2.37)$$

Par conséquent, nous avons :

$$\mathbf{w} = \begin{pmatrix} 1 \\ -\frac{\mathbf{G}_s \mathbf{g}_s^*}{1 - \mathbf{g}_s^H \mathbf{g}_s} \end{pmatrix} \quad (2.38)$$

Enfin, la valeur des retards de propagation est déduite de la position des maxima du pseudo-spectre défini par l'équation (2.31). La littérature indique que la méthode Min-Norm est plus sensible que l'algorithme MUSIC à la "qualité" de la matrice de covariance. Marple [22] a montré que cette méthode présente un meilleur pouvoir séparateur que MUSIC, mais une plus grande variance d'estimation.

La Fig. (2.9) illustre le fonctionnement de la méthode Min-Norm à partir du traitement des signaux fréquentiels de la Fig. 2.2. Pour les paramètres de simulation choisis, on note la très forte dynamique de la fonctionnelle, ainsi que son grand pouvoir de résolution.

Remarque : La version polynomiale de cet algorithme est décrite dans [74].

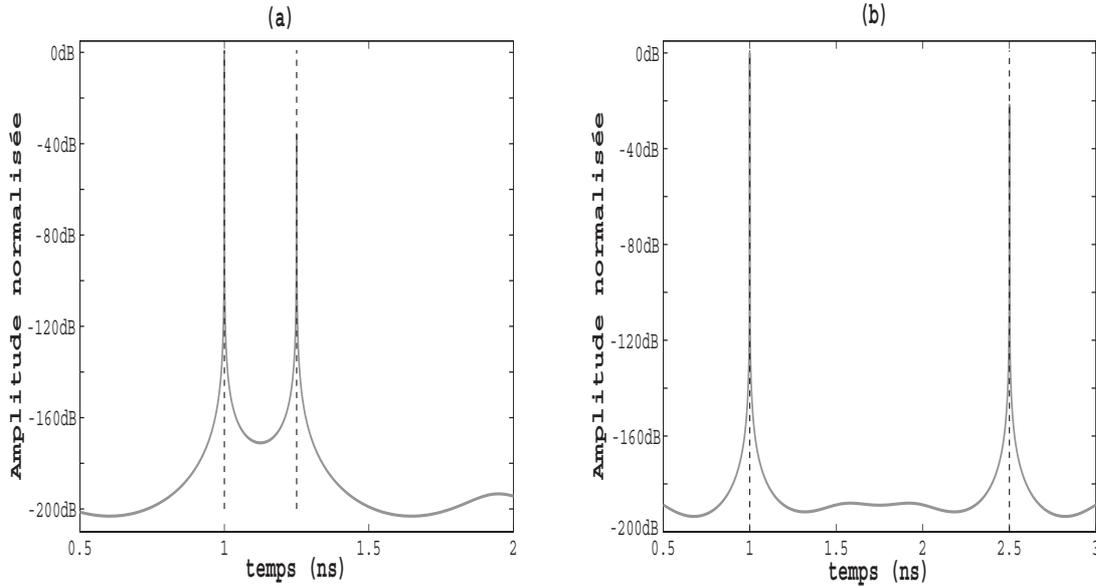


FIG. 2.9 – Résultats de la méthode Min-Norm, $B = 2$ GHz, $B\Delta\tau = 0,5$ (cas a), $B\Delta\tau = 3$ (cas b), $N=256$, $RSB= 25$ dB

2.5.5 ESPRIT (Estimation of Signal Parameters via Rotational Invariance Techniques)

ESPRIT a été proposé par Roy [75, 76] pour des applications de traitement d'antennes. Son principal intérêt est de permettre une estimation directe des paramètres. En comparaison des algorithmes nécessitant le calcul du pseudo-spectre, tels que MUSIC et Min-Norm, le coût de calcul d'ESPRIT est réduit.

L'application d'ESPRIT à l'estimation des retards de propagation a été proposée dans [77]. Contrairement aux précédentes méthodes à sous-espaces, l'application d'ESPRIT à partir du modèle des observations général de l'éq. (2.4) n'est pas immédiate. Elle fera l'objet de développements mathématiques spécifiques au chapitre 4. Aussi, nous présentons dans ce paragraphe le principe de l'algorithme dans le cas simplifié, où l'impulsion radar est un Dirac (impulsion idéale) et le bruit est blanc dans (2.4). La matrice de covariance associée s'exprime selon l'équation (2.10).

L'algorithme permet d'estimer les retards de propagation en exploitant la relation linéaire existante entre les données de deux sous-bandes de fréquences adjacentes. Généralement, pour ne pas altérer le pouvoir de résolution de l'algorithme, la taille et le recouvrement des sous-bandes sont maximaux ; on considère ainsi deux sous-bandes de $N - 1$ échantillons, se recouvrant de $N - 2$ échantillons. En partitionnant la matrice « mode » \mathbf{A} du modèle des observations de l'éq. (2.4) en deux blocs adjacents de $N - 1$ lignes, on obtient la relation suivante :

$$\mathbf{A}_2 = \mathbf{A}_1 \Phi \quad (2.39)$$

avec \mathbf{A}_1 et \mathbf{A}_2 , les matrices obtenues à partir de \mathbf{A} en éliminant respectivement sa dernière et sa première ligne, comme indiqué ci-dessous :

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} \mathbf{A}_1 \\ - \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} - \\ \mathbf{A}_2 \end{pmatrix} \quad (2.40)$$

La matrice Φ peut être vue comme un opérateur de rotation. C'est une matrice diagonale de dimension (K, K) , dont les éléments sont fonction des retards de propagation recherchés.

$$\Phi = \begin{pmatrix} e^{-2i\pi\Delta f T_1} & 0 & \cdot & 0 \\ 0 & e^{-2i\pi\Delta f T_2} & 0 & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & e^{-2i\pi\Delta f T_K} \end{pmatrix} \quad (2.41)$$

Les éléments de la matrice de rotation peuvent être estimés à partir du sous-espace signal. Pour le démontrer, définissons la décomposition en éléments propres de la matrice de covariance Γ sous la forme suivante :

$$\mathbf{A}\Gamma_c\mathbf{A}^H\mathbf{P}_s = \mathbf{P}_s\mathbf{G} \quad (2.42)$$

avec :

- \mathbf{P}_s , la matrice définie à l'éq. (2.34), et dont les colonnes sont les vecteurs propres associés aux K plus grandes valeurs propres,
- \mathbf{G} , la matrice diagonale comportant les valeurs propres de l'espace signal, dont on a retranché la plus petite valeur propre selon :

$$\mathbf{G} = \text{diag}(\lambda_1 - \sigma^2, \dots, \lambda_K - \sigma^2) \quad (2.43)$$

En appliquant cette dernière équation aux deux sous-bandes de fréquences adjacentes, on obtient le système suivant de deux équations :

$$\mathbf{A}_1\Gamma_c\mathbf{A}^H\mathbf{P}_s = \mathbf{P}_{s1}\mathbf{G} \quad (2.44)$$

$$\mathbf{A}_2\Gamma_c\mathbf{A}^H\mathbf{P}_s = \mathbf{P}_{s2}\mathbf{G} \quad (2.45)$$

avec \mathbf{P}_{s1} et \mathbf{P}_{s2} les matrices obtenues à partir du partitionnement de la matrice \mathbf{P}_s :

$$\mathbf{P}_s = \begin{pmatrix} - \\ \mathbf{P}_{s2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{P}_{s1} \\ - \end{pmatrix} \quad (2.46)$$

En utilisant la relation d'invariance (2.39), on peut montrer que le système précédent des deux équations permet d'aboutir à la relation suivante entre les deux partitions de la matrice \mathbf{P}_s :

$$\mathbf{P}_{s2} = \mathbf{P}_{s1}\mathbf{K} \quad (2.47)$$

$$\mathbf{K} = \mathbf{F}^{-1}\Phi\mathbf{F} \quad (2.48)$$

$$\text{avec : } \mathbf{F} = \Gamma_c\mathbf{A}^H\mathbf{P}_s\mathbf{G}^{-1} \quad (2.49)$$

D'une part, l'équation (2.48) signifie que les matrices \mathbf{K} et Φ sont similaires ; elles ont la propriété d'avoir les mêmes valeurs propres. Par conséquent, on peut estimer les éléments diagonaux de la matrice Φ à partir des valeurs propres de la matrice \mathbf{K} . D'après l'éq. (2.41), les retards de propagation sont déduits des arguments de ces valeurs propres. D'autre part, l'équation (2.47) indique que la matrice \mathbf{K} peut être calculée à partir de la matrice \mathbf{P}_s .

En pratique, la matrice de covariance des observations est estimée à partir des données (selon des procédures explicitées au chap. 3) et on a seulement accès à des estimées de sous-espace signal $\hat{\mathbf{P}}_{s1}$ et $\hat{\mathbf{P}}_{s2}$. A ce stade, on distingue deux solutions pour calculer la matrice \mathbf{K} à partir de l'éq. (2.47). La solution au sens des moindres carrés (LS) est donnée par la relation suivante :

$$\hat{\mathbf{K}} = \left(\hat{\mathbf{P}}_{s1}^H \hat{\mathbf{P}}_{s1} \right)^{-1} \hat{\mathbf{P}}_{s1}^H \hat{\mathbf{P}}_{s2} \quad (2.50)$$

La solution au sens des moindres carrés totaux (TLS) permet de tenir compte à la fois des erreurs sur l'estimation de $\hat{\mathbf{P}}_{s2}$ et de celles sur $\hat{\mathbf{P}}_{s1}$. Cette solution passe par le calcul de la matrice $\hat{\mathbf{V}}$ de dimension $((N - 1) \times 2K)$, construite de la manière suivante :

$$\hat{\mathbf{V}} = [\hat{\mathbf{P}}_{s2}, \hat{\mathbf{P}}_{s1}] \quad (2.51)$$

Puis, nous effectuons une décomposition en éléments singuliers (SVD) de $\hat{\mathbf{V}}$ telle que :

$$\hat{\mathbf{V}} = \hat{\mathbf{U}}\hat{\mathbf{X}}\hat{\mathbf{W}}^H \quad (2.52)$$

où $\hat{\mathbf{U}}$ et $\hat{\mathbf{W}}$ sont des matrices unitaires. Ensuite, nous partitionnons la matrice $\hat{\mathbf{W}}$ de dimension $(2K \times 2K)$ en blocs de 4 matrices de dimension $(K \times K)$, telles que :

$$\hat{\mathbf{W}} = \begin{pmatrix} \hat{\mathbf{W}}_{11} & \hat{\mathbf{W}}_{12} \\ \hat{\mathbf{W}}_{21} & \hat{\mathbf{W}}_{22} \end{pmatrix} \quad (2.53)$$

Enfin, la solution au sens des moindres carrés totaux est donnée par :

$$\hat{\mathbf{K}} = -\hat{\mathbf{W}}_{12} \left(\hat{\mathbf{W}}_{22} \right)^{-1} \quad (2.54)$$

La littérature a montré que pour des exponentielles bruitées, ESPRIT a une variance inférieure à celle de MUSIC [52]. Il est aussi montré que la solution TLS est plus performante que la solution LS [78] ; cet avantage de la solution TLS peut s'avérer utile pour de faibles produits $B\Delta\tau$.

Pour illustrer le fonctionnement de l'algorithme ESPRIT, nous avons représenté sur la Fig. 2.10 la position des deux valeurs propres, obtenues par traitement des signaux fréquentiels de la Fig. 2.2. Pour les paramètres de simulation choisis, on constate le caractère haute résolution de l'algorithme, et l'absence de biais sur le positionnement des valeurs propres dans le plan complexe.

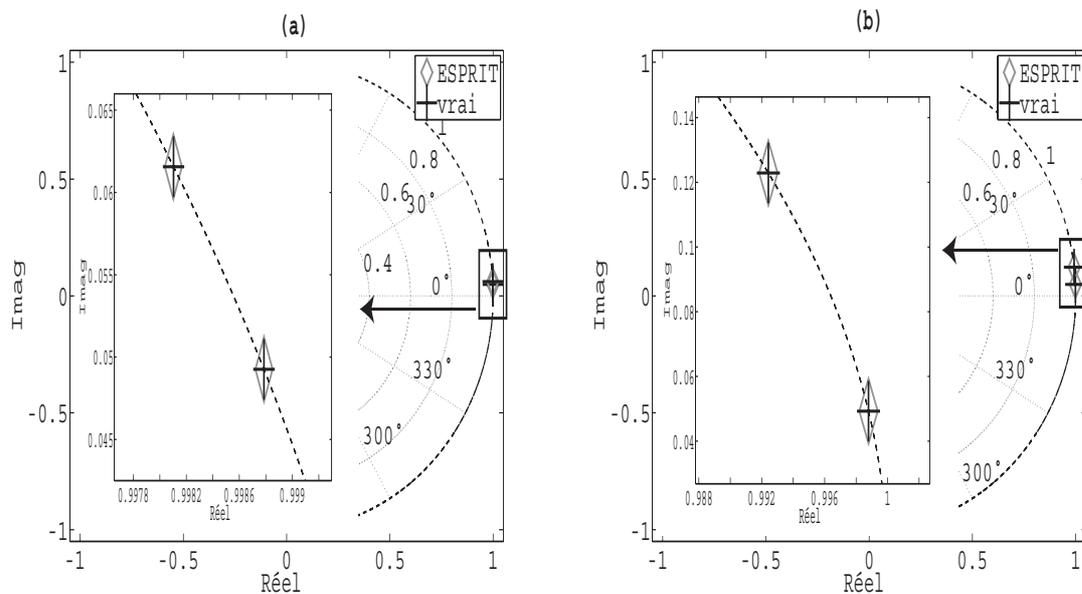


FIG. 2.10 – Valeurs propres obtenues par la méthode ESPRIT, $B = 2$ GHz, $B\Delta\tau = 0,5$ (cas a), $B\Delta\tau = 3$ (cas b), $N=256$, $RSB= 25$ dB

2.6 Développements ultérieurs

Les principales méthodes d'analyse spectrale Haute Résolution (HR) que nous avons présentées ont suscité une abondante littérature. Les domaines d'applications de ces méthodes se diversifient au fur et à mesure que leur audience s'élargit. Sans vouloir être exhaustif, on peut distinguer deux grandes catégories de développements ultérieurs.

Dans le courant des années 90, sont apparues les méthodes HR linéaires telles que BEWE (Bearing Estimation Without Eigendecomposition), PM (Propagator Method), OPM (Orthonormal Propagator Method) et SWEDE (Subspace method Without Eigen DEcomposition) [79, 80], ([81], chap. 5). Tout en conservant des performances haute résolution, ces méthodes sont d'une plus grande simplicité calculatoire, car elles évitent l'étape de décomposition en éléments propres de la matrice de covariance. Elles sont potentiellement applicables en temps réel, ou du moins, mieux adaptées au traitement d'un grand volume de données. Leur formalisme les rend applicables à l'estimation des retards de propagation à l'aide du modèle de signal simplifié de la littérature (impulsion radar idéale de type Dirac, bruit blanc additif). Leur extension au cas du signal radar (2.4) sera abordée au chapitre 5.

Une autre voie consiste à exploiter des caractéristiques du signal ou des propriétés remarquables des signaux. Ces propriétés peuvent être d'origine physique (la polarisation par exemple) ou statistiques (statistique d'ordres supérieurs, cyclo-stationnarité du signal).

La diversité de polarisation est un principe qui permet d'améliorer les performances des algorithmes. Ceci est particulièrement sensible lorsque les cibles ou les sources présentent des propriétés polarimétriques particulières. Ces conditions ne sont pas satisfaites dans cette étude, compte tenu des hypothèses sur le milieu de propagation. L'intérêt de la diversité de polarisation dans le cadre de cette étude consisterait à améliorer le rapport signal à bruit. De nombreux auteurs ont proposé des méthodes à sous-espaces exploitant les statistiques d'ordres supérieurs [82]-[94]. En effet, le moment d'ordre 4 d'un bruit gaussien est nul, que ce bruit soit coloré ou non, corrélé ou non. Dans le cas d'un bruit quelconque, l'intérêt est alors de pouvoir traiter directement les données sans prétraitement préalable du bruit, i.e. sans blanchiment. Ce type de traitement ne sera pas discuté dans ce manuscrit mais pourrait être utilisé avec les méthodes proposées aux chapitres 4 et 5.

Enfin, les propriétés de non-circularité et de cyclostationnarité des signaux modulés ont permis d'améliorer les performances des algorithmes à sous-espaces depuis une dizaine d'années. Dans cette étude, ces propriétés ne seront pas considérées, car elles concernent principalement les signaux modulés de radiocommunications. A moyen terme, elles pourraient s'appliquer au CND dès lors que les systèmes radar évoluent vers des systèmes à modulations numériques.

Dans tous les cas, les méthodes qui seront développées dans la suite du document peuvent être facilement étendues à la diversité de polarisation, et à d'autres caractéristiques du signal (cyclo-stationnarité).

2.7 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté et adapté des méthodes d'analyse spectrale classiques pour estimer les retards de propagation, à partir de mesures issues des deux technologies radar existantes. Compte tenu des besoins de l'application visée dans cette thèse, ces méthodes ont été présentées par ordre de pouvoir de résolution croissante.

Les méthodes à sous-espaces offrent le meilleur pouvoir de résolution. Elles utilisent un modèle de signal simple, adapté aux conditions d'utilisation du radar sur chaussée. Elles

exploitent les propriétés de décomposition en éléments propres de la matrice de covariance des observations. Par comparaison avec la littérature, le formalisme des principales méthodes à sous-espaces (excepté ESPRIT) a été adapté à notre application et au modèle du signal radar incluant la forme de l'impulsion. Parmi les méthodes présentées, les versions polynomiales des algorithmes offrent de bonnes performances et une complexité calculatoire plus réduite que les versions pseudo-spectrales.

Les figures présentées dans ce chapitre illustrent de manière qualitative le fonctionnement de ces diverses méthodes. Pour montrer la faisabilité de la mesure de couches minces de chaussée, le chapitre suivant évalue de manière quantitative les performances des algorithmes sur des signaux radar simulés. On montre comment étendre les méthodes à sous-espaces à l'estimation conjointe du retard de propagation et de la constante diélectrique du milieu de propagation.

Chapitre 3

Estimation des épaisseurs d'un milieu stratifié

Sommaire

3.1	Introduction	49
3.2	Estimation de la permittivité relative	50
3.2.1	Méthodes conventionnelles dans le génie civil	50
3.2.2	A partir d'une méthode à sous-espaces	51
3.3	Influence du niveau de corrélation entre échos	54
3.4	Méthode de décorrélation des échos	55
3.4.1	Introduction	55
3.4.2	Méthodes de moyennage en sous-bandes	55
3.5	Méthode d'évaluation des algorithmes	62
3.5.1	Methodologie	62
3.5.2	Présentation du jeu de données	63
3.6	Evaluation des performances optimales sur l'estimation de l'épaisseur	64
3.6.1	Présentation des simulations	64
3.6.2	Cas d'une vitesse connue	65
3.6.3	Cas d'une estimation successive (retard, vitesse)	67
3.6.4	Comparaison avec une méthode conventionnelle	69
3.6.5	Synthèse des résultats	69
3.7	Optimisation du paramétrage des algorithmes en cas d'échos fortement corrélés	71
3.7.1	Présentation des simulations	71
3.7.2	Résultats et discussions avec le moyennage direct (SSP)	71
3.7.3	Résultats et discussion avec le moyennage direct-inverse (MSSP)	74
3.7.4	Comparaison des résultats entre les deux types de moyennage en sous-bandes (SSP et MSSP)	79
3.8	Conclusion	81

3.1 Introduction

Le but de ce chapitre est de valider l'un des objectifs du travail de thèse, i.e. montrer par des simulations la faisabilité de la mesure des épaisseurs fines de chaussées à l'aide de techniques de traitement du signal super et haute résolution. L'estimation des épaisseurs

nécessite deux paramètres. Le premier paramètre est l'écart temporel $\Delta\tau$ entre les deux temps de propagation de la couche de chaussée. Ce paramètre est estimé par les méthodes présentées au chapitre 2. Le deuxième paramètre est la constante diélectrique des couches du milieu. Alors, l'épaisseur de la i^{ieme} couche de chaussée est calculée par la relation ci-dessous :

$$e_i = \frac{(T_{i+1} - T_i)c}{2\sqrt{\epsilon'_{ri}}} \quad (3.1)$$

avec T_i le temps de retard du i^{ieme} écho et ϵ'_{ri} la partie réelle de la constante diélectrique de la i^{ieme} couche.

Tout d'abord, nous présenterons trois méthodes de traitement qui permettent d'estimer la constante diélectrique. Puis, nous exposerons la méthodologie qui nous a permis d'évaluer les performances des algorithmes super et haute résolution. L'influence de la corrélation est sujette à une attention particulière dans l'application visée. Pour réduire ce phénomène, différentes méthodes de moyennage en sous-bandes seront présentées. Enfin, l'évaluation des performances des algorithmes sera présentée suivant deux configurations : le cas où les résultats sont optimum, i.e. lorsque les sources sont totalement décorréliées, et le cas où les résultats sont sous-optimum, i.e. lorsque les sources sont totalement corrélées. Dans ce dernier cas, les techniques de moyennage en sous-bandes seront utilisées.

3.2 Estimation de la permittivité relative

Le principe pour mesurer une épaisseur se résume en deux étapes. La première étape consiste à estimer les deux temps de retard des échos provenant des deux interfaces de la couche avec les méthodes présentées au chapitre 2. La seconde étape qui est traitée dans ce paragraphe consiste à estimer la constante diélectrique du milieu appelée aussi permittivité relative.

3.2.1 Méthodes conventionnelles dans le génie civil

Dans le domaine du génie civil, deux familles de méthodes peuvent être utilisées pour estimer la constante diélectrique d'une couche de chaussée. Les méthodes de la première famille consistent à effectuer des contrôles destructifs de la chaussée. Dans cette situation, les temps de retard et la permittivité relative sont estimés de manière totalement indépendante. La deuxième famille regroupe les méthodes non destructives. Elle suppose utiliser les techniques GPR en mode monostatique et permet d'estimer conjointement les temps de retard et la permittivité relative du milieu. Ces méthodes non destructives sont équivalentes à un "carottier virtuel".

a- Méthodes destructives

La première famille nécessite un carottage de la chaussée pour recueillir un échantillon. Cette famille de méthodes utilise les paramètres de réflexion et/ou de transmission d'un système pour mesurer un échantillon de chaussée. Dans cette famille, nous pouvons citer les techniques de mesure par sonde hyperfréquence [19, 103], et en espace libre [19, 103]. Avec cette première famille de méthodes, l'estimation de la permittivité relative est indépendante de celle des temps de retard, réalisée avec un GPR ou avec l'échantillon de chaussée.

b- Méthodes non destructives

Pour éviter le carottage, une deuxième famille de méthodes consiste à utiliser les techniques GPR [20]. Elle regroupe les méthodes suivantes :

- les méthodes d'inversion électromagnétique [15],
- les méthodes de "layer-stripping" [15],
- la méthode proposée par [20].

Les méthodes d'inversion électromagnétique [15, 23, 24] consistent à minimiser l'erreur entre les données mesurées et un modèle. En règle générale, cette minimisation est un problème non linéaire et présente un temps de calcul important. Son utilisation est souvent limitée en pratique à un milieu à deux couches.

La méthode de "Layer-Stripping" [15] est basée sur les amplitudes et les temps de retard des échos reçus par le radar. Cette méthode consiste à estimer d'une part la permittivité relative des différentes couches par l'intermédiaire d'une fonction itérative et d'autre part, à estimer les temps de retard par des pointées de temps d'arrivée. Ainsi, la permittivité relative et l'écart temporel de chaque couche sont estimés, et l'épaisseur peut être déduite par l'équation (3.1). La fonction itérative qui permet d'estimer la permittivité relative dépend du coefficient de réflexion de la deuxième interface de la couche que l'on souhaite mesurer, et des différentes permittivités relatives des couches supérieures calculées précédemment. En effet, pour estimer la permittivité relative de la K^{ieme} couche, on utilise les $K - 1$ permittivités relative des couches supérieures, et le coefficient de réflexion de l'interface inférieure de cette K^{ieme} couche.

La méthode proposée par Saarenkento [20] consiste à déduire la constante diélectrique du milieu à partir des coefficients de réflexion normalisés par rapport au coefficient de réflexion sur une plaque métallique [20]. Dès lors que les coefficients de réflexion sont estimés, les relations (3.2) et (3.3) permettent de retrouver les constantes diélectriques des deux premières couches du milieu.

$$\epsilon_{r1} = \left(\frac{1 + (c_1/c_m)}{1 - (c_1/c_m)} \right)^2 \quad (3.2)$$

$$\sqrt{\epsilon_{r2}} = \sqrt{\epsilon_{r1}} \left(\frac{1 - (c_1/c_m)^2 + (c_2/c_m)}{1 - (c_1/c_m) + (c_2/c_m)} \right) \quad (3.3)$$

Dans ces relations, c_1 , c_2 et c_m sont les amplitudes des coefficients de réflexion de la première, deuxième interface et de l'interface mesurée sur une plaque métallique respectivement ; ϵ_{r1} et ϵ_{r2} sont les constantes diélectriques de la première et de la deuxième couche respectivement.

Dans cette étude, seule cette dernière méthode sera utilisée car d'une part, elle est simple à mettre en oeuvre et d'autre part, la connaissance de la première constante diélectrique est suffisante.

3.2.2 A partir d'une méthode à sous-espaces

Les méthodes non destructives présentées précédemment permettent d'estimer conjointement la permittivité relative et les retards de propagation des différentes couches. Contrairement aux méthodes conventionnelles, les méthodes de traitement du signal "super" et "haute" résolution ne permettent pas d'estimer conjointement la permittivité relative et les temps de retard.

Pour résoudre ce problème, une solution consiste à exploiter davantage le modèle de signal présenté au chapitre 2. Une fois que les retards de propagation sont calculés, nous obtenons

le modèle du signal du milieu estimé. Puis après quelques étapes mathématiques présentées ci-dessous, nous pouvons estimer la permittivité relative à partir des coefficients de réflexion.

Ainsi, les méthodes super et haute résolution permettent d'estimer successivement les retards de propagation et la permittivité des différentes couches de chaussée, y compris pour des échos non résolus.

a-Estimation de la permittivité relative à partir du modèle du signal

Le modèle de signal du domaine fréquentiel s'écrit sous la forme :

$$\mathbf{s} = \mathbf{\Lambda} \mathbf{A} \mathbf{c} + \mathbf{b} \quad (3.4)$$

En supposant le bruit centré de moyenne nulle, l'expression de la moyenne du modèle des observations s'écrit sous la forme :

$$E(\mathbf{s}) = \mathbf{\Lambda} \mathbf{A} E(\mathbf{c}) \quad (3.5)$$

Par ailleurs, les méthodes HR permettent d'estimer les retards de propagation. Alors, le modèle de signal estimé s'écrit sous la forme :

$$\hat{\mathbf{s}} = \mathbf{\Lambda} \hat{\mathbf{A}} \mathbf{c} \quad (3.6)$$

avec $\hat{\mathbf{A}} = (\mathbf{a}(\hat{T}_1) \quad \mathbf{a}(\hat{T}_2) \quad \cdots \quad \mathbf{a}(\hat{T}_K))$ la matrice de dimension (N, K) dont les retards de propagation ont été estimés par une méthode HR. Ainsi, en identifiant $\hat{\mathbf{s}}$ à $E(\mathbf{s})$, nous pouvons déduire la valeur moyenne du vecteur source, $E(\mathbf{c})$, comme indiquée par la relation (3.7).

Par ailleurs, les amplitudes des échos réfléchis à chaque interface du matériau, composantes du vecteur \mathbf{c} dans le modèle des observations de l'équation (3.5), s'expriment à partir des coefficients de réflexion de Fresnel à incidence normale. Par la suite, on estimera la permittivité complexe de chacune des couches du matériau à partir de la valeur moyenne du vecteur source, i.e. $E(\mathbf{c})$. D'après l'équation (3.5), la solution de $E(\mathbf{c})$ au sens des moindres carrés est donnée par :

$$\langle \hat{\mathbf{c}} \rangle = \left(\hat{\mathbf{A}}^H \mathbf{\Lambda}^H \mathbf{\Lambda} \hat{\mathbf{A}} \right)^{-1} \hat{\mathbf{A}}^H \mathbf{\Lambda}^H \langle \hat{\mathbf{s}} \rangle \quad (3.7)$$

avec $\langle \hat{\mathbf{u}} \rangle$ la moyenne empirique de $\hat{\mathbf{u}}$.

Enfin, dès que les coefficients de réflexion sont estimés, la procédure proposée par [20] peut être utilisée pour estimer la constante diélectrique des deux premières couches par l'intermédiaire des équations (3.2) et (3.3). De même, si l'on souhaite caractériser la permittivité relative des couches se situant en dessous de la deuxième couche, la procédure itérative de la méthode layer-stripping peut être utilisée [15].

Notons que l'estimation successive des retards de propagation et de la permittivité relative peut également être effectuée avec le modèle de signal du domaine temporel.

Remarque : Cas particuliers de sources totalement corrélées

Dans ce cas, les coefficients de réflexion sont constants d'une réalisation à une autre, i.e. déterministes. Alors, nous avons : $E(\mathbf{c}) = \mathbf{c}$. Ainsi, la relation (3.7) devient alors :

$$\hat{\mathbf{c}} = \left(\hat{\mathbf{A}}^H \mathbf{\Lambda}^H \mathbf{\Lambda} \hat{\mathbf{A}} \right)^{-1} \hat{\mathbf{A}}^H \mathbf{\Lambda}^H \langle \hat{\mathbf{s}} \rangle \quad (3.8)$$

b-Estimation de la permittivité relative à partir de la matrice de covariance

Une deuxième solution pour estimer les coefficients de réflexion consiste à utiliser le moment d'ordre 2. Dans ce cas, nous estimons le module des coefficients de réflexion. Alors, pour estimer la permittivité relative, les coefficients de réflexion sont supposés réels. Cette méthode est plus restrictive que celle présentée précédemment. En premier lieu, les méthodes HR permettent d'estimer les retards de propagation. Ainsi, la matrice de covariance des observations s'écrit sous la forme :

$$\hat{\mathbf{\Gamma}} = \mathbf{\Lambda} \hat{\mathbf{A}} \mathbf{\Gamma}_c \hat{\mathbf{A}}^H \mathbf{\Lambda}^H + \sigma^2 \mathbf{\Sigma}$$

Alors, l'expression de la matrice de covariance des sources s'écrit sous la forme :

$$\mathbf{\Gamma}_c = \left(\hat{\mathbf{A}}^H \hat{\mathbf{A}} \right)^{-1} \hat{\mathbf{A}}^H \mathbf{\Lambda}^{-1} \left(\hat{\mathbf{\Gamma}} - \sigma^2 \mathbf{\Sigma} \right) \mathbf{\Lambda}^{-H} \hat{\mathbf{A}} \left(\hat{\mathbf{A}}^H \hat{\mathbf{A}} \right)^{-1} \quad (3.9)$$

avec :

$$\mathbf{\Gamma}_c = \begin{pmatrix} E_1 & \rho_{21}^* \sqrt{E_1 E_2} & \dots & \rho_{K1}^* \sqrt{E_1 E_K} \\ \rho_{21} \sqrt{E_2 E_1} & E_2 & \dots & \rho_{K2}^* \sqrt{E_2 E_K} \\ \vdots & \dots & \dots & \vdots \\ \rho_{K1} \sqrt{E_K E_1} & \rho_{K2} \sqrt{E_K E_2} & \dots & E_K \end{pmatrix} \quad (3.10)$$

avec $E_k = E(|s_k|^2)$ la puissance du k^{ieme} écho, $(.)^*$ l'opérateur de conjugaison, et ρ_{ij} le coefficient de corrélation entre le i^{ieme} et le j^{ieme} échos défini tel que $\rho_{ij} = \frac{\Gamma_{c_{ij}}}{\sqrt{\Gamma_{c_{ii}} \Gamma_{c_{jj}}}}$.

Sous l'hypothèse que le bruit est blanc de variance σ^2 , alors différentes méthodes de la littérature permettent d'estimer la puissance du bruit σ^2 . La méthode la plus populaire consiste à effectuer un moyennage des $N - K$ plus petites valeurs propres de la matrice de covariance des observations, qui correspond à l'estimation du maximum de vraisemblance. Cette méthode nécessite la décomposition en éléments propres de la matrice de covariance des observations qui est de l'ordre de N^3 opérations, avec N le nombre d'échantillons fréquentiels.

D'autres méthodes, telles que le propagateur avec élimination du bruit nommé MPEB proposé dans [81], permettent d'estimer la puissance du bruit avec un coût de calcul réduit. En effet, cette méthode MPEB n'effectue que des opérations linéaires sur la matrice de covariance des observations. En revanche, pour un nombre de fréquences donné, la variance de l'estimation de la puissance du bruit σ^2 par les méthodes linéaires est légèrement plus élevée que celle donnée par la méthode du maximum de vraisemblance.

La matrice de covariance des sources étant de la forme (3.10), il est possible à partir de ses éléments diagonaux de retrouver directement le module des coefficients de réflexion, et par la suite les constantes diélectriques soit par la méthode de Saarenketo [20], soit par la méthode du "layer-stripping" [15].

Remarque :

Les méthodes super et haute résolution utilisent un modèle de signal *a priori*. Par conséquent, si les données expérimentales ne vérifient pas correctement les hypothèses de ce modèle, les temps de retard et la permittivité relative estimés seront biaisés.

De plus, dans la situation où les temps de retard sont biaisés, les permittivités relative estimées seront forcément biaisées car celles-ci sont estimées à partir des temps de retard et du modèle de signal. La qualité de l'estimation de la permittivité relative dépend donc d'une bonne estimation des temps de retard.

3.3 Influence du niveau de corrélation entre échos

L'influence de la corrélation est sujette à une attention particulière dans l'application visée. Suivant le type de chaussée rencontré, la corrélation entre les échos peut être plus ou moins importante.

Les signaux reçus par le GPR d'un milieu composé de surfaces rugueuses proviennent du même émetteur, par conséquent, les différents échos ne peuvent pas être considérés comme statistiquement indépendants. Le chemin parcouru par chaque trajet est différent et souvent partiellement aléatoire [33], ainsi la corrélation entre échos est inférieure à 1. La partie aléatoire du chemin de propagation est liée à la nature granulaire du matériau, ainsi qu'à sa rugosité de surface.

Dans le cas où les interfaces sont lisses, les signaux issus du radar impulsif ou du radar à sauts de fréquence sont corrélés, la phase et l'amplitude des signaux réfléchis ne varient pas d'une réalisation à une autre. Dans ce cas, les algorithmes HR ne peuvent plus estimer les différents temps de retard. En effet, lorsque les échos sont totalement corrélés, la matrice de covariance des sources, $\mathbf{\Gamma}_c$, est singulière et donc de rang un. Ainsi, après décomposition en éléments propres, une seule valeur propre est supérieure aux valeurs propres du bruit. Par conséquent, le sous-espace signal est composé d'un seul vecteur propre. Ainsi, les algorithmes haute résolution n'estiment qu'un seul temps de retard. La figure 3.1 donne la distribution des valeurs obtenues en fonction de la corrélation entre échos. Dans ce cas, seuls deux échos sont considérés. Plus le coefficient de corrélation, ρ , est important, plus l'amplitude de la deuxième valeur propre diminue. La corrélation entre les échos diminue fortement l'amplitude de la deuxième valeur propre. Lorsque la corrélation est totale, i.e. $\rho_0 = 1$, la deuxième valeur propre est égale à celle du bruit, et il devient impossible de les séparer. Ainsi, un seul temps de retard peut être estimé.

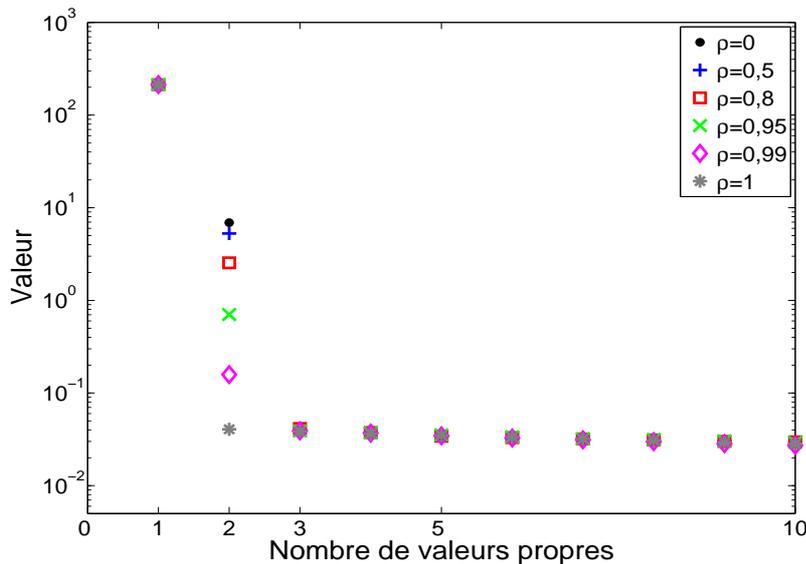


FIG. 3.1 – Distribution des 10 premières valeurs propres d'un signal composé de deux échos, pour différentes valeurs du coefficient de corrélation.

Pour pallier ce problème, des méthodes particulières pour diminuer artificiellement la corrélation entre échos sont présentées au paragraphe suivant. Ces techniques ont pour effet d'améliorer la détectabilité des échos par rapport au niveau du bruit. Ainsi, ces mé-

thodes permettent de favoriser le fonctionnement des algorithmes à sous-espaces dans un environnement de multitrajet.

3.4 Méthode de décorrélation des échos

3.4.1 Introduction

La matrice de covariance des observations du domaine fréquentiel s'écrit sous la forme (2.7), avec $E(\cdot)$ l'opérateur représentant l'espérance mathématique. En pratique, elle est estimée à partir de la moyenne des N_{obs} matrices élémentaires, $\hat{\mathbf{\Gamma}}_{\mathbf{s}_i}$, obtenues à partir de mesures indépendantes \mathbf{s}_i sur une même bande. L'estimée de la matrice de covariance des observations s'écrit alors sous la forme :

$$\hat{\mathbf{\Gamma}}_{\mathbf{s}} = \frac{1}{N_{obs}} \sum_{i=1}^{N_{obs}} \mathbf{s}_i \mathbf{s}_i^H \quad (3.11)$$

Dans le cas où les signaux sont supposés partiellement ou totalement décorrés, cette procédure permet d'obtenir une estimation de la matrice de covariance des observations.

En revanche, lorsque les signaux sont totalement corrélés, cette procédure n'est plus suffisante pour utiliser les méthodes à sous-espaces. En effet, comme indiqué dans le paragraphe 3.3, les algorithmes haute résolution estiment dans ce cas un seul temps de retard.

Pour résoudre ce problème, des méthodes de moyennage en sous-bandes sont utilisées. Ainsi, ces méthodes de moyennage en sous-bandes permettent d'estimer une matrice de covariance rectifiée des observations. Ces techniques de moyennage ont pour effet de diminuer artificiellement la corrélation entre échos, et permettent de favoriser le fonctionnement des algorithmes. Parmi les techniques de moyennage en sous-bandes, nous pouvons citer le moyennage direct (SSP : **S**patial **S**oothing **P**rocessing) [104, 105, 106], le moyennage direct-inverse (MSSP : **M**odified **S**patial **S**oothing **P**rocessing) [34], la méthode DEESE (DEcomposition de l'Espace Source Estimé) avec un moyennage direct et la méthode DEESE avec un moyennage direct-inverse [107].

Les méthodes DEESE procurent de meilleurs résultats que les méthodes SSP et MSSP pour un faible nombre d'échantillons et ont sensiblement les mêmes performances lorsque le nombre de données est important. La méthode DEESE favorise une meilleure décorrélation entre les échos car elle prend en compte la géométrie de toute la matrice de covariance. Elle utilise l'invariance en translation comme les méthodes SSP et MSSP puis, l'invariance en direction dans le but d'obtenir une base orthonormale au sous-espace source [107]. Contrairement aux méthodes SSP et MSSP, la méthode DEESE réalise deux décompositions en éléments propres. Par conséquent, la méthode DEESE a un coût de calcul supérieur aux méthodes SSP et MSSP. Pour cette raison, seules les méthodes SSP et MSSP seront étudiées.

3.4.2 Méthodes de moyennage en sous-bandes

Pour diminuer suffisamment le niveau de cohérence entre les échos, nous utilisons les méthodes de moyennage en sous-bandes, qui s'inspirent des méthodes de filtrage spatial utilisées en traitement d'antennes [106]. Ces techniques de moyennage ont été transposées pour la TDE par [31, 32, 34] dans le cas du bruit blanc. Dans un souci de généralisation, les développements présentés ci-dessous sont effectués pour un bruit quelconque.

Pour des sources totalement corrélées, ces méthodes permettent de décorréler partiellement

les sources, et donc de forcer la nouvelle matrice de covariance, appelée matrice de covariance rectifiée, à ne plus être singulière.

Ces méthodes, telles que le moyennage direct (SSP) et le moyennage direct-inverse (MSSP), font appel à un découpage de la bande totale de fréquences en sous-bandes, selon le schéma de principe de la figure 3.2.

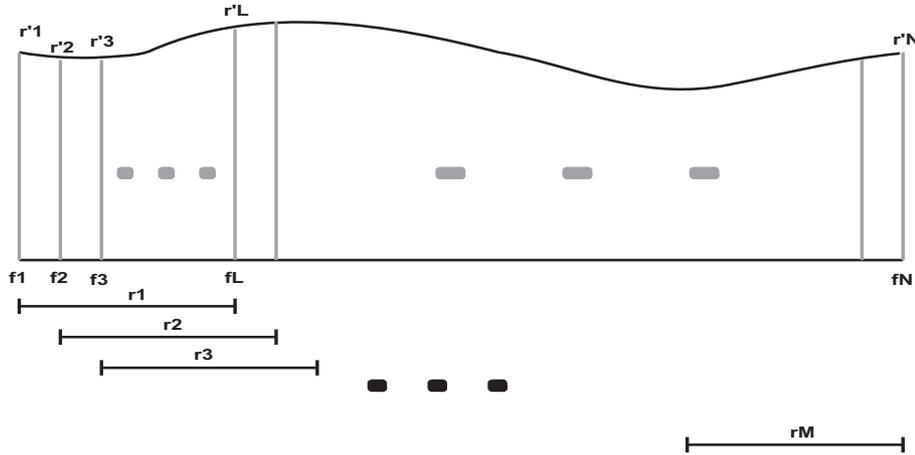


FIG. 3.2 – Technique de découpage en sous-bandes de fréquences

avec :

- L : nombre d'échantillons par sous-vecteur des observations
- N : nombre total d'échantillons du signal reçu
- M : nombre de sous-vecteurs des observations
- \mathbf{r}_m : m^{ieme} sous-vecteur des observations

En général, la technique de découpage en sous-bandes est effectuée avec un recouvrement maximal. Ainsi, la relation entre L , N et M s'écrit sous la forme :

$$N = L + M - 1 \quad (3.12)$$

Le vecteur des observations sur la m^{ieme} sous-bande, \mathbf{r}_m , peut être présenté comme un sous-vecteur des observations ayant une bande de fréquences effective de largeur :

$$B_{eff} = f_L - f_1 \quad (3.13)$$

$$B_{eff} = (L - 1) \Delta f \quad (3.14)$$

avec Δf le pas fréquentiel du signal reçu.

En exprimant le vecteur des observations dans chaque sous-bande, nous obtenons un sous-vecteur des observations tel que :

$$\mathbf{s}_m = \mathbf{\Lambda}_m \mathbf{A}_1 \mathbf{D}^{m-1} \mathbf{c} + \mathbf{b}_m \quad (3.15)$$

Avec :

- \mathbf{A}_1 : sous-matrice des vecteurs sources de dimension $(L \times K)$ et obtenue en prenant les L premières lignes de la matrice \mathbf{A} ;
- \mathbf{b}_m : vecteur de bruit additif correspondant à la m^{ieme} sous-bande ;
- \mathbf{D} : matrice diagonale de dimension $(K \times K)$ définie telle que :

$$\mathbf{D} = \text{diag} \left(e^{-2j\pi\Delta ft_1}, e^{-2j\pi\Delta ft_2}, \dots, e^{-2j\pi\Delta ft_K} \right) \quad (3.16)$$

- Λ_m : matrice diagonale comportant la transformée de Fourier de l'impulsion dans la m^{ieme} sous-bande.

Ce moyennage peut être uniquement appliqué au signal blanchi par l'impulsion. Après ce prétraitement, nous obtenons :

$$\mathbf{y}_m = \Lambda_m^{-1} \mathbf{s}_m = \mathbf{A}_1 \mathbf{D}^{m-1} \mathbf{c} + \Lambda_m^{-1} \mathbf{b}_m \quad (3.17)$$

La matrice de covariance associée s'écrit :

$$\mathbf{\Gamma}_m = \mathbf{A}_1 \mathbf{D}^{m-1} \mathbf{\Gamma}_c \mathbf{D}^{(m-1)H} \mathbf{A}_1^H + \sigma^2 \mathbf{\Sigma}_m \quad (3.18)$$

avec $\mathbf{\Sigma}_m = \Lambda_m^{-1} E(\mathbf{b}_m \mathbf{b}_m^H) \Lambda_m^{-H}$ la matrice de covariance du bruit.

Moyennage direct

La matrice de covariance rectifiée des observations avec la méthode de moyennage direct, $\mathbf{\Gamma}_{ssp}$, s'exprime comme étant la moyenne des matrices de covariance de chaque sous-vecteur des observations $\mathbf{\Gamma}_m$ telle que :

$$\mathbf{\Gamma}_{ssp} = \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M \mathbf{\Gamma}_m \quad (3.19)$$

$$\mathbf{\Gamma}_{ssp} = \mathbf{A}_1 \mathbf{\Gamma}_c^{(M)} \mathbf{A}_1^H + \sigma^2 \mathbf{\Sigma}^{(M)} \quad (3.20)$$

avec $\mathbf{\Gamma}_c^{(M)} = \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M \mathbf{D}^{m-1} \mathbf{\Gamma}_c \mathbf{D}^{(m-1)H}$ et $\mathbf{\Sigma}^{(M)} = \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M \mathbf{\Sigma}_m$, les nouvelles matrices de covariance des sources et du bruit respectivement.

Les éléments de la matrice de covariance des sources après moyennage, $\Gamma_{c_{ij}}^{(M)}$ s'écrivent en fonction des éléments de la matrice de covariance des sources, $\Gamma_{c_{ij}}$ (explicités par la relation (3.10)), tels que :

$$\Gamma_{c_{ij}}^{(M)} = \Gamma_{c_{ij}} \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M e^{-2j\pi\Delta f(t_i - t_j)(m-1)} \quad (3.21)$$

D'après la définition adoptée dans l'équation (3.10), le coefficient de corrélation entre les deux premières sources après utilisation du moyennage direct ρ_{SSP} est alors :

$$\rho_{SSP} = \frac{\Gamma_{c_{12}}^{(M)}}{\sqrt{\Gamma_{c_{11}}^{(M)} \Gamma_{c_{22}}^{(M)}}} \quad (3.22)$$

$$\rho_{SSP} = \frac{\rho_0}{M} \sum_{m=1}^M e^{-2j\pi\Delta f(t_1 - t_2)(m-1)} \quad (3.23)$$

$$\rho_{SSP} = \rho_0 \left(\frac{\sin [M\pi\Delta f(t_1 - t_2)]}{M \sin [\pi\Delta f(t_1 - t_2)]} \right) \exp(-j(M-1)\pi\Delta f(t_1 - t_2)) \quad (3.24)$$

avec ρ_0 le coefficient de corrélation initial entre les deux échos sans moyennage. Par conséquent le module du coefficient ρ_{SSP} est défini par l'expression suivante :

$$|\rho_{SSP}| = |\rho_0| \left| \left(\frac{\sin [M\pi\Delta f\Delta\tau]}{M \sin [\pi\Delta f\Delta\tau]} \right) \right| \quad (3.25)$$

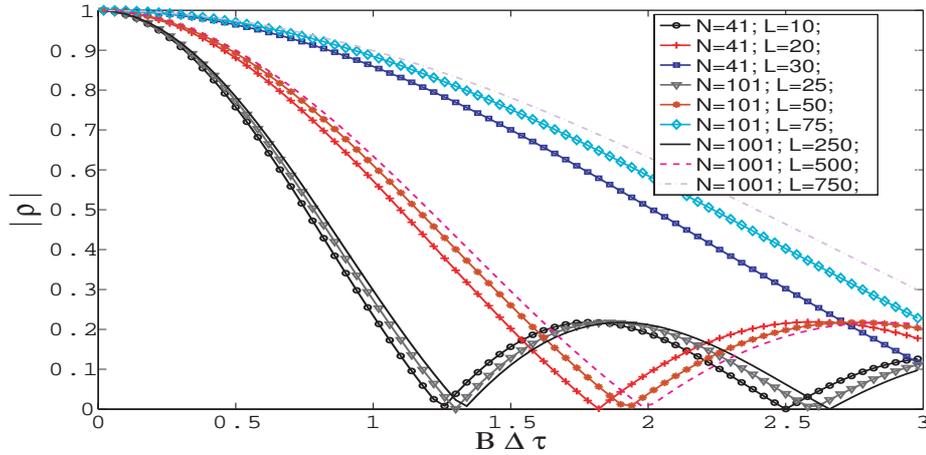


FIG. 3.3 – Variation du module du coefficient de corrélation, $|\rho_{SSP}|$, $B = 2$ GHz, $|\rho_0| = 1$.

La figure (3.3) montre la variation du module du coefficient de corrélation $|\rho_{SSP}|$ en fonction du produit $B\Delta\tau$ pour une bande de fréquences de 2 GHz. De plus, cette courbe est paramétrée en fonction du nombre d'échantillons par vecteur des observations (N) et en fonction du nombre d'échantillons par sous-vecteur des observations (L).

A nombre d'échantillons (N) et à produit $B\Delta\tau$ fixes, lorsque le nombre d'échantillons par sous-vecteur des observations augmente (L), le nombre de sous-vecteurs des observations M diminue, par conséquent, le module du coefficient de corrélation augmente.

De plus, à rapport de bande de fréquences effective sur bande de fréquences totale (L/N) et à produit $B\Delta\tau$ fixes, lorsque le nombre d'échantillons par vecteur des observations (N) et sous-vecteur des observations (L) augmente, le module du coefficient de corrélation augmente.

Par conséquent, à partir de ces deux remarques et de la figure 3.3, il paraît préférable d'utiliser un nombre réduit d'échantillons par vecteur des observations (N) et un nombre réduit d'échantillons par sous-vecteur des observations (L) pour réduire artificiellement la corrélation entre échos.

Moyennage direct-inverse

La matrice de covariance rectifiée des observations après moyennage direct-inverse, $\mathbf{\Gamma}_{mssp}$, s'exprime comme la moyenne des matrices de covariance des sous-vecteurs des observations obtenues dans le sens direct et dans le sens retrograde. Cette matrice de covariance rectifiée s'exprime alors sous la forme :

$$\mathbf{\Gamma}_{mssp} = \frac{1}{2M} \sum_{m=1}^M (\mathbf{\Gamma}_m + \mathbf{J}\mathbf{\Gamma}_m^*\mathbf{J}) \quad (3.26)$$

avec \mathbf{J} la matrice antidiagonale de permutation, qui permet de générer le vecteur des données dans le sens rétrograde.

$$\mathbf{J} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \dots & 1 \\ 0 & \dots & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & 0 & \dots & 0 \end{pmatrix}$$

Le terme $\mathbf{J}\mathbf{\Gamma}_m^*\mathbf{J}$ permet de faire une rotation de 180° de $\mathbf{\Gamma}_m^*$. Pour une corrélation totale entre échos ($|\rho_0| = 1$), le nouveau coefficient de corrélation après le moyennage direct-inverse peut être calculé selon [34] :

$$\rho_{MSSP} = \rho_0 \left(\frac{\sin [M\pi\Delta f\Delta\tau]}{2 \times M \sin [\pi\Delta f\Delta\tau]} \right) \times \left[\exp(-j(M-1)\pi\Delta f\Delta\tau) + \frac{c_{21}^*}{c_{21}} \exp[-j(-(M+1)/2 - L + 2)2\pi\Delta f\Delta\tau] \exp[j4\pi f_l\Delta\tau] \right]$$

Dans ce cas, le module de ce coefficient de corrélation peut s'écrire sous la forme [34] :

$$|\rho_{MSSP}| = |\rho_{SSP}| \left| \cos \left(\frac{\alpha + \beta}{2} \right) \right| \quad (3.27)$$

avec :

- c_{ij} le (i^{ieme}, j^{ieme}) élément de la matrice de covariance des sources $\mathbf{\Gamma}_c$
- $\alpha = -2(\angle c_2 - \angle c_1)$; $\angle c_i$ l'argument de c_i (i^{ieme} coefficient de réflexion)
- $\beta = -2\pi(2 - L - M)\Delta f\Delta\tau + 4\pi f_l\Delta\tau$
- f_l la fréquence minimale de la bande

Par comparaison avec la méthode de moyennage direct, de nouveaux paramètres interviennent. Les paramètres α et $\Delta\tau$ sont inconnus tandis que B , Δf et f_l sont des paramètres fixés par la mesure, et enfin L et M sont des paramètres utilisés pour le prétraitement.

Dans l'application visée, les antennes utilisées ont une fréquence centrale de l'ordre de 1,5 à 2 GHz et une bande de fréquences de 2 GHz. La bande de fréquences étant de l'ordre de la fréquence centrale [15], alors la fréquence minimale de la bande de fréquences se situe approximativement entre 0,5 et 1 GHz. Dans les simulations suivantes, nous avons choisi les caractéristiques de l'antenne du radar impulsif du LPC. Cette antenne possède une bande de fréquences de 2 GHz comprise entre 0,7 et 2,7 GHz à -6 dB.

Dans l'application visée, la partie réelle de la permittivité relative varie entre 4 et 8, tandis que la partie imaginaire est de l'ordre de 0,1 au maximum [2]. Ainsi, la tangente des pertes est très faible et la partie imaginaire des coefficients de réflexion peut être négligée.

Dans la situation où les constantes diélectriques des deux premières couches sont réelles, le déphasage des coefficients de réflexion est soit de 0° , soit de 180° , ainsi le module du coefficient de corrélation après moyennage direct-inverse se simplifie selon :

$$|\rho_{MSSP}| = |\rho_{SSP}| \left| \cos \left(\frac{\beta}{2} \right) \right| = |\rho_{SSP}| |\cos(\Delta\tau(B + 2f_l)\pi)| \quad (3.28)$$

Dans la situation où le deuxième milieu est une plaque métallique, alors le déphasage entre les deux premiers coefficients de réflexion est nul, i.e. $\alpha = 0$.

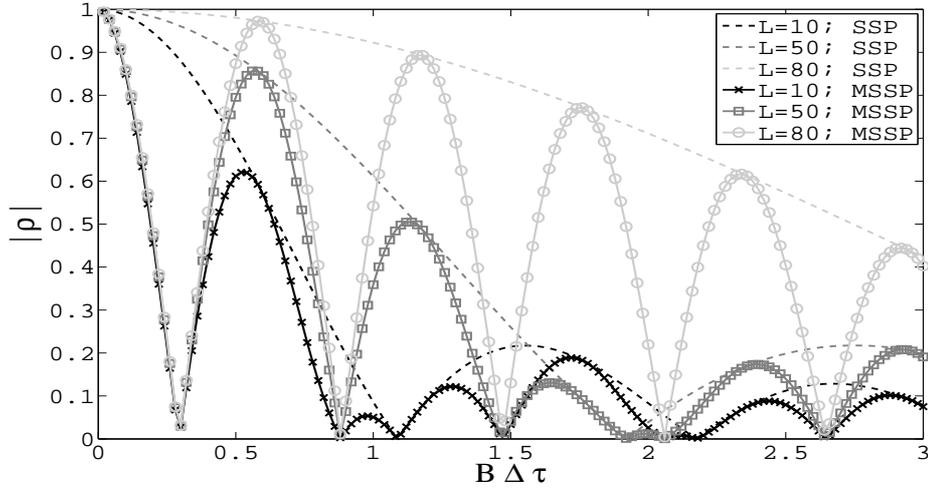


FIG. 3.4 – Variation du module des coefficients de corrélation $|\rho_{SSP}|$ et $|\rho_{MSSP}|$, paramétrée par le nombre d'échantillons par sous-vecteur des observations (L), $B = 2$ GHz, $f_1 = 0,7$ GHz, $N = 101$, $\rho_0 = 1$.

La figure (3.4) montre la variation du module du coefficient de corrélation $|\rho_{MSSP}|$ en fonction du produit $B\Delta\tau$ pour une bande de fréquences de 2 GHz. Cette courbe est paramétrée en fonction du nombre d'échantillons par sous-vecteur des observations (L). Les traits pointillés et continus représentent le module du coefficient de corrélation après un moyennage direct, $|\rho_{SSP}|$, et après un moyennage direct-inverse, $|\rho_{MSSP}|$, respectivement. La figure (3.4) ou la relation (3.27) montrent que la méthode de moyennage direct-inverse permet une meilleure décorrélation, ceci grâce à l'effet du cosinus de la relation (3.27). Plus la bande effective de fréquences L croît, plus le nombre d'oscillations sur la figure (3.4) est important et plus leur amplitude est importante.

Lorsque $\Delta\tau$ tend vers 0, la fonction $g(\Delta\tau) = |\cos(\Delta\tau(B + 2f_1)\pi)|$ tend vers 1. Par conséquent lorsque $\Delta\tau$ tend vers 0, le module du coefficient de corrélation après un moyennage direct-inverse tend vers le module du coefficient de corrélation après le moyennage direct.

Remarque : Pour obtenir une décorrélation totale après un moyennage direct-inverse, la fonction $g(\Delta\tau)$ définie ci-dessus doit être égale à 0. Cette situation correspond à l'écart-temporel $\Delta\tau$ obtenu donné par :

$$\Delta\tau = \frac{2k + 1}{2(B + 2f_1)} \quad (3.29)$$

Avec $k \in \mathbb{Z}$, B la bande de fréquences en Hz et f_1 la fréquence minimale de la bande de fréquences en Hz. L'équation (3.29) dépend donc de deux paramètres de mesure.

En perspective, pour le moyennage en sous-bandes direct-inverse, nous proposons une procédure itérative : le moyennage MSSP itératif. Lorsque le signal reçu est composé de deux échos, d'après le paragraphe 3.3, l'amplitude des deux premières valeurs propres est fonction du niveau de la corrélation entre les échos. Ainsi, la procédure proposée consiste premièrement à calculer les deux premières valeurs propres de la matrice de covariance des observations en fonction de la fréquence minimale f_1 et en fonction de la bande de

fréquences B , puis à utiliser le critère de sélection ci-dessous :

$$RMSSP = \frac{\lambda_2 - \lambda_{min}}{\lambda_1 - \lambda_{min}} \quad (3.30)$$

avec λ_2 la plus grande valeur propre, λ_1 la deuxième plus grande valeur propre et λ_{min} la valeur propre minimale.

Le critère RMSSP est maximum lorsque la corrélation entre les échos est minimum. Le principe de cette procédure est donc de chercher le maximum du critère RMSSP.

Nous avons vu dans le paragraphe 3.3 que la corrélation entre les échos dégrade le fonctionnement des algorithmes à sous-espaces. Dans une situation de corrélation totale, nous pouvons utiliser une bande de fréquences utile plus petite que la bande de fréquences de mesure. Ainsi, la bande de fréquences utile peut avoir une fréquence minimale et une bande de fréquences variables.

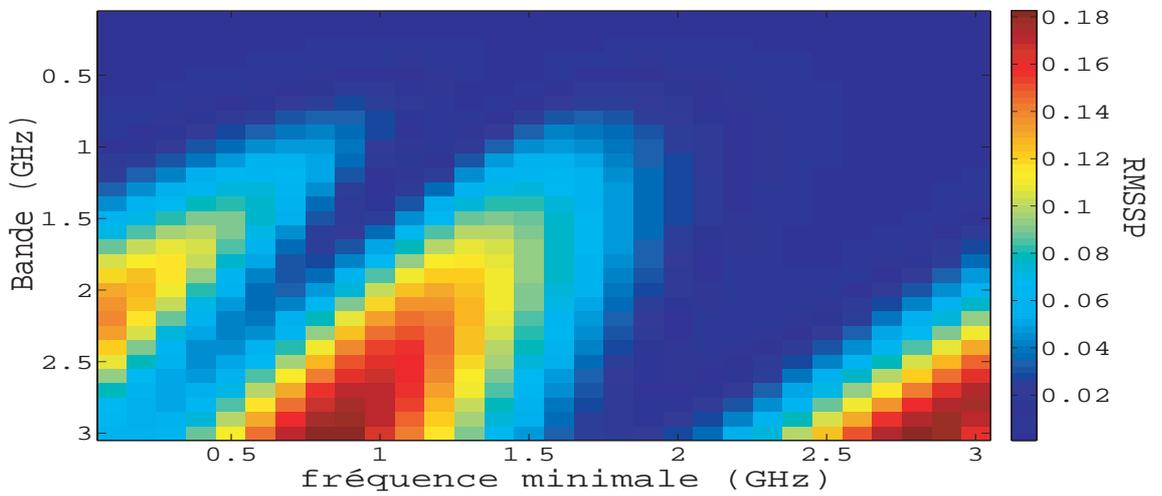


FIG. 3.5 – Variation du critère RMSSP en fonction de la fréquence minimale et de la bande de fréquences, $N = 21$, $\rho_0 = 1$, $\Delta\tau = 0,3$ ns.

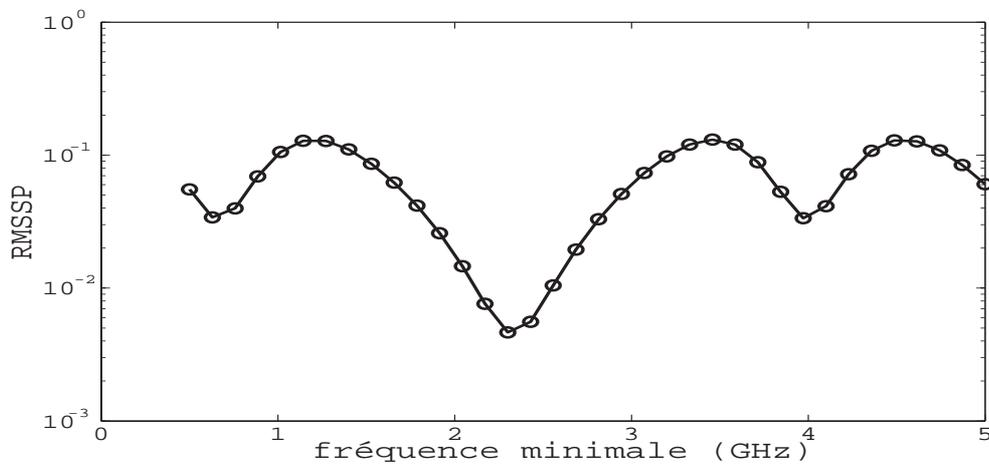


FIG. 3.6 – Variation du critère RMSSP en fonction de la fréquence minimale pour une bande de fréquences, B , de 2 GHz, $N = 21$, $\rho_0 = 1$, $\Delta\tau = 0,3$ ns.

La figure 3.5 illustre les variations du critère RMSSP en fonction de la bande de fréquences et de la fréquence minimale pour un $\Delta\tau$ fixé. La figure 3.6 montre la variation du RMSSP en fonction de la fréquence minimale pour une bande de fréquences de 2 GHz. Elle montre que la corrélation est minimale lorsque la fréquence minimale est de 1,15 GHz. Cette procédure devient intéressante dans la situation où l'opérateur dispose d'une bande de fréquences assez importante pour effectuer une recherche de ce type.

3.5 Méthode d'évaluation des algorithmes

3.5.1 Méthodologie

L'objectif de cette section est de montrer la faisabilité de l'application par des simulations, i.e. montrer que l'emploi des techniques de traitement du signal super et haute résolution avec un GPR conventionnel permet de mesurer des épaisseurs fines de chaussée. Les performances des différents algorithmes sont établies par la méthode de Monte Carlo à partir d'un ensemble de 50 itérations. A chaque itération, les algorithmes testés produisent des estimées des retards de propagation et donc des estimées d'épaisseur. Ainsi, un jeu de données est créé et permet de calculer différents critères statistiques tels que le biais, la variance, et l'erreur quadratique moyenne sur l'épaisseur estimée.

La racine carrée de l'erreur quadratique moyenne (REQM) de l'épaisseur estimée (en mètre : [m]) est utilisée pour analyser les performances des algorithmes. La REQM est définie telle que :

$$REQM[m] = \sqrt{\frac{1}{U} \sum_{i=1}^U (\hat{e}_i - e)^2} \quad (3.31)$$

avec \hat{e}_i l'épaisseur estimée à la i^{ieme} itération, et e l'épaisseur vraie. Cependant, nous avons trouvé plus utile d'utiliser la racine carrée de l'erreur quadratique moyenne relative (REQMR) de l'épaisseur estimée (en %) définie telle que :

$$REQMR[\%] = 100 \times \frac{REQM}{e} \quad (3.32)$$

Les performances des algorithmes sont considérées acceptables lorsque la REQMR est inférieure à 5 %. Ce critère standard de performances pour l'auscultation des chaussées est utilisé pour étudier le comportement des méthodes super et haute résolution. Ainsi, un nouveau critère de performance peut être défini : le PSBBTM (Performance Souhaitée pour le Béton Bitumineux Très Mince). Ce critère demande d'une part que la REQMR soit inférieure à 5 % et d'autre part, que la résolution soit caractérisée par un produit $B\Delta\tau$ inférieur à 0,6 (pour une bande de fréquences de 2 GHz). On considère en première approximation que l'erreur relative peut se déduire de la REQMR. Lorsque les algorithmes satisfont le critère PSBBTM, pour des épaisseurs de chaussées de 2 cm, les méthodes de traitement du signal avec un GPR conventionnel peuvent alors estimer des épaisseurs comprises entre 1,9 et 2,1 cm. De plus, pour mettre en évidence l'apport des techniques super et haute résolution, une méthode conventionnelle, la transformée de Fourier inverse (paragraphe 2.3.2), sera prise comme référence.

Pour analyser les performances, les méthodes seront évaluées en fonction du produit $B\Delta\tau$, et en fonction du RSB, pour caractériser leur pouvoir de résolution et leur robustesse vis-à-vis du bruit respectivement.

3.5.2 Présentation du jeu de données

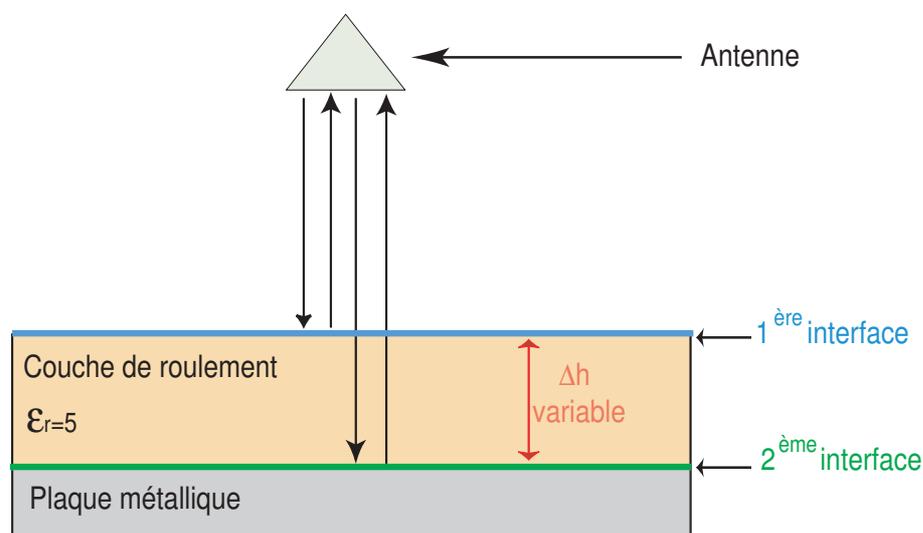
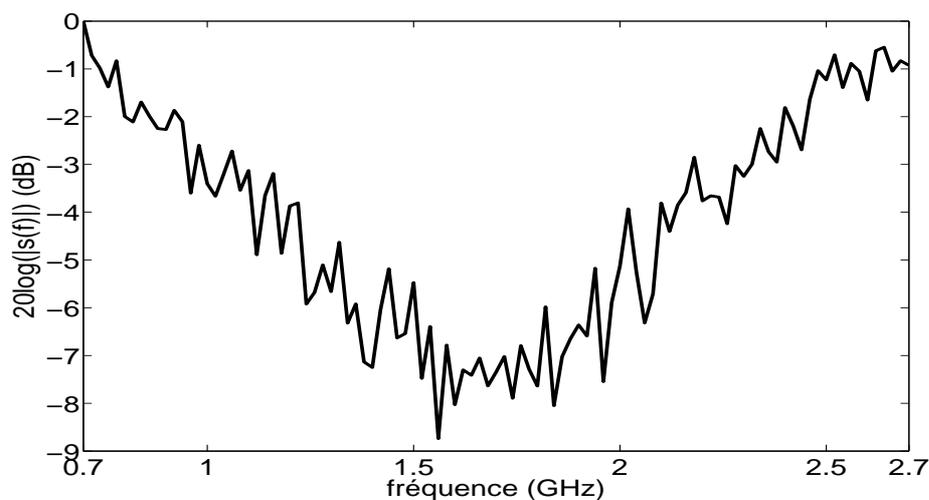


FIG. 3.7 – Milieu momocouche modélisé.

FIG. 3.8 – Vecteur des observations fréquentiel normalisé par rapport à l'amplitude maximale, $B\Delta\tau = 0,6$, $RSB = 20$ dB.

Pour établir la faisabilité de la mesure des épaisseurs de couches minces de chaussée à l'aide d'un GPR, les performances de trois algorithmes haute résolution (root-MUSIC, root-Min-Norm, ESPRIT) et les performances d'un algorithme super résolution (LSMYW) sont évaluées dans le cas particulier où le signal comporte uniquement deux échos. Compte-tenu de l'objectif de cette thèse, on se focalise sur la mesure d'épaisseur de la première couche du milieu.

Pour pouvoir tester les performances des algorithmes en fonction du coefficient de corrélation entre les échos, les algorithmes sont testés directement à partir de la matrice de covariance des sources (cf. équation (3.10)). Dans ces simulations, le coefficient de corrélation est égal à 0 (corrélacion nulle), ou à 1 (corrélacion totale). Dans le premier cas, les

performances des méthodes sont dites optimales. Dans le second cas, la corrélation entre les échos est totale. Comme indiqué au paragraphe 3.3, les algorithmes à sous-espaces estiment alors un seul temps de retard. Pour diminuer la corrélation entre échos, les techniques de moyennage en sous-bandes présentées au paragraphe 3.4.2 sont utilisées.

Les données vérifient les hypothèses du modèle des observations fréquentiel du chapitre 2 (2.4). L'impulsion temporelle utilisée est une impulsion idéale, i.e. un Dirac. Les données représentent le signal de retro-réflexion d'une onde plane en champ lointain sur un milieu composé de deux couches. Elles correspondraient à des mesures réalisées avec le radar à sauts de fréquence. Le milieu modélisé représente une couche de roulement, posée sur un plan métallique (figure 3.7). En réception, on dispose d'un vecteur des observations, correspondant aux valeurs du signal réfléchi à chacune des N fréquences de la bande B . Le vecteur des observations comporte 101 échantillons espacés de 20 MHz (i.e. une bande de fréquences de 2 GHz) (figure 3.8). En pratique, le nombre d'échantillons des vecteurs des observations est fixé préalablement. Ce nombre peut être abaissé par sous échantillonnage ou augmenté par interpolation.

En pratique, la constante diélectrique de la couche de roulement se situe approximativement entre 4 et 8 [19, 103]. Dans les simulations suivantes, la constante diélectrique du milieu est supposée connue et a été choisie à 5.

Le rapport signal sur bruit (RSB) est défini comme le rapport de la puissance moyenne du signal sur la variance du bruit dans la bande de fréquences B . En faisant varier le RSB de -10 dB (faible RSB) à 30 dB (fort RSB), on évalue la robustesse des méthodes testées face au bruit.

Pour estimer la résolution limite, on traite une épaisseur variable de 1 mm à 20 cm. Par conséquent, le temps de retard est variable et permet de modifier artificiellement le produit $B\Delta\tau$ ¹. Dans ces simulations, le produit $B\Delta\tau$ se situe dans l'intervalle $[0.03, 6]$. Cette procédure permet d'évaluer l'épaisseur minimale estimable par les méthodes testées.

Comme indiqué dans le paragraphe 3.5.1, les performances des différents algorithmes sont établies par la méthode de Monte Carlo et sont calculées à partir d'un ensemble de 50 itérations. A chaque itération, la matrice de covariance du bruit est estimée à partir de 100 réalisations indépendantes. Pour chaque réalisation, un bruit blanc est généré et entre chaque réalisation, ce bruit est considéré comme indépendant.

Pour les méthodes HR, la dimension de l'espace signal est prise égale au nombre d'échos attendus, i.e. deux. Pour la méthode paramétrique, l'ordre du modèle AR a été optimisé par rapport à la résolution et à l'apparition de pics parasites.

Les performances des algorithmes seront évaluées par la REQMR sur l'épaisseur et par le PSBBTM défini dans le paragraphe (3.5.1). Les simulations incluent les résultats des méthodes root-MUSIC, root-Min-Norm, ESPRIT et la méthode paramétrique LSMYW. Les résultats des méthodes MUSIC et Min-Norm peuvent être consultés dans [38].

3.6 Evaluation des performances optimales sur l'estimation de l'épaisseur

3.6.1 Présentation des simulations

Le jeu de données utilisé est celui présenté dans la section 3.5.2. Dans ce paragraphe, la valeur du coefficient de corrélation est de 0. Ainsi, les deux échos sont totalement décorrélés et les algorithmes produisent leurs meilleures performances.

¹ B étant la bande de fréquences en Hz et $\Delta\tau$ l'écart temporel entre les deux échos en secondes

3.6.2 Cas d'une vitesse connue

Dans cette situation, seuls les retards de propagation sont estimés. La constante diélectrique est connue et choisie à 5.

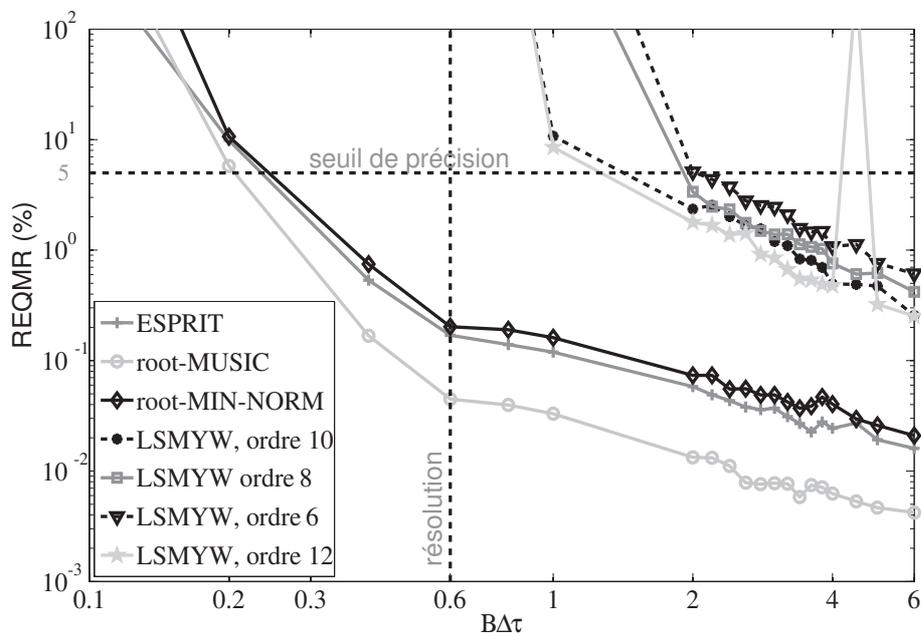


FIG. 3.9 – REQMR de l'épaisseur estimée en fonction du produit $B\Delta\tau$ lorsque la constante diélectrique est connue ; RSB = 10 dB.

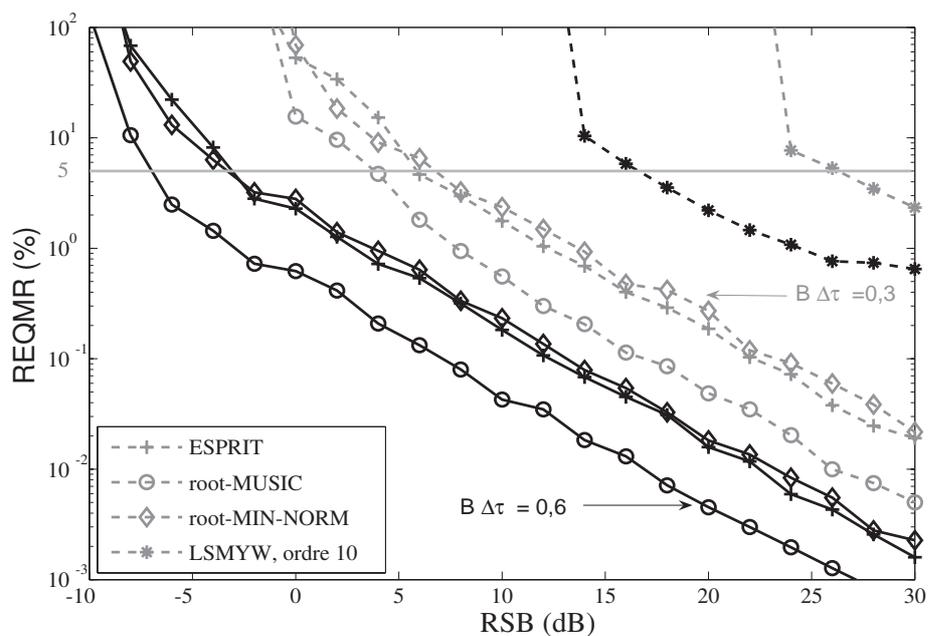


FIG. 3.10 – REQMR de l'épaisseur estimée en fonction du RSB pour produit $B\Delta\tau$ de 0,3 (en gris) et 0,6 (en noir) lorsque la constante diélectrique est connue.

La figure (3.9) montre la variation de la REQMR en fonction du produit $B\Delta\tau$ pour un RSB de 10 dB. Les résultats pour un RSB de 20 dB et de 30 dB sont présentés dans [108] et [37, 38] respectivement. Les traits verticaux et horizontaux indiquent les deux seuils utilisés pour le critère de choix des algorithmes : le PSBBTM. Dans ces simulations, les performances limites atteintes sont caractérisées par le produit $B\Delta\tau$ obtenu lorsque la REQMR est à 5 %. Dans la suite, le terme de résolution définira ce critère de performance limite.

Lorsque le produit $B\Delta\tau$ diminue, la REQMR augmente. A noter que les trois algorithmes HR présentent sensiblement la même résolution. Pour une REQMR à 5%, le produit $B\Delta\tau$ obtenu est de 0,21, 0,24 et 0,25 pour root-MUSIC, ESPRIT et root-Min-Norm respectivement.

Pour la méthode paramétrique, la résolution s'améliore avec l'ordre du modèle. Pour un même produit $B\Delta\tau$, la REQMR est plus faible lorsque l'ordre du modèle AR augmente. Cependant, lorsque l'ordre devient trop important, des pics parasites apparaissent sur le pseudo-spectre. Ces pics parasites deviennent même dans certains cas plus importants que les deux pics représentant les deux échos : il devient donc difficile d'estimer les épaisseurs. Ce phénomène est visible sur la figure (3.9) pour un modèle AR d'ordre 12 et pour un produit $B\Delta\tau$ supérieur à 4. Ainsi, l'estimation des paramètres est biaisée, et la REQMR devient très importante.

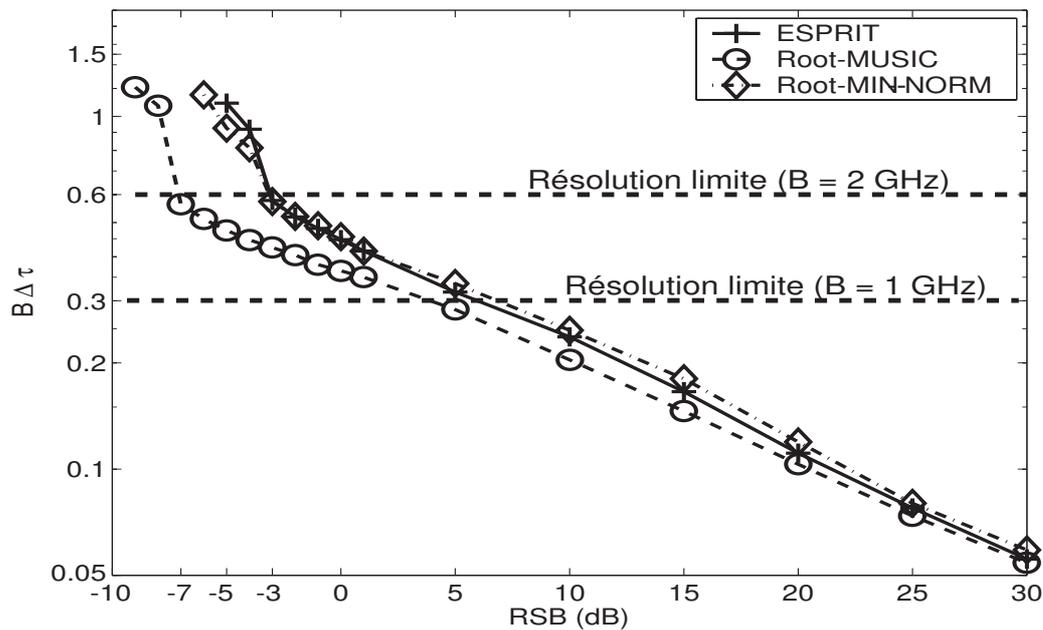


FIG. 3.11 – Résolution ultime (REQMR=5%) en fonction du RSB, dans le cas où les échos sont entièrement décorrélés et lorsque la constante diélectrique est connue.

La figure (3.10) donne la variation de la REQMR de l'épaisseur estimée en fonction du RSB pour deux produits $B\Delta\tau$: les courbes noires (respectivement les courbes grises) représentent les performances des algorithmes pour un produit $B\Delta\tau$ de 0,6 (respectivement pour un produit $B\Delta\tau$ de 0,3). Lorsque le RSB augmente, la REQMR diminue. De plus, pour un produit $B\Delta\tau$ de 0,6, les performances souhaitées sont atteintes lorsque le

RSB est de -7 dB, -3 dB, -3 dB et 17 dB pour root-MUSIC, root-Min-Norm, ESPRIT et LSMYW respectivement. Pour les trois algorithmes HR, ces résultats peuvent être vérifiés sur la figure (3.11). En effet, la figure (3.11) met en évidence la variation du produit $B\Delta\tau$ lorsque la REQMR est de 5% en fonction du RSB. Cette figure montre alors les performances atteintes en terme de résolution temporelle ultime en fonction du RSB. Comme précédemment, la résolution temporelle des méthodes haute résolution s'améliore lorsque le RSB augmente.

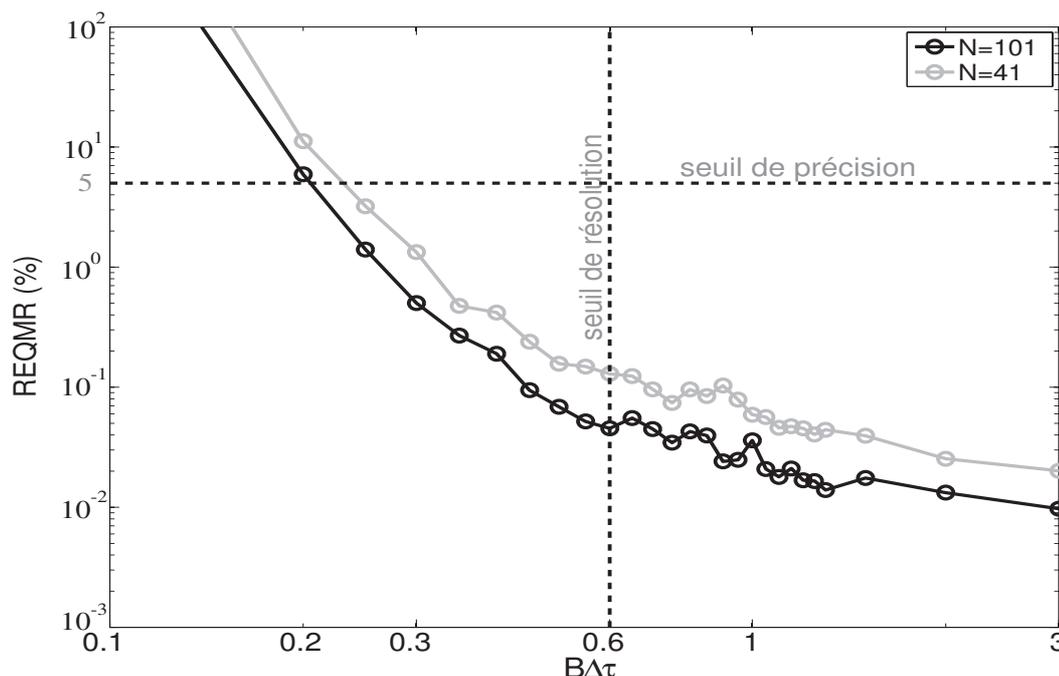


FIG. 3.12 – REQMR de l'épaisseur estimée en fonction du produit $B\Delta\tau$ pour la méthode root-MUSIC, RSB = 10 dB, B = 2GHz.

La figure (3.12) illustre les performances de la méthode root-MUSIC en fonction du nombre de données (N) sur une même bande de fréquences. Les performances de cette méthode sont évaluées pour deux valeurs du nombre d'échantillons par vecteur des observations dans une bande de fréquences de 2 GHz. Lorsque le nombre d'échantillons par vecteur des observations augmente, la variance de la méthode root-MUSIC diminue. Il devient très intéressant d'interpoler les données reçues pour améliorer les performances des algorithmes. En revanche, augmenter le nombre de données signifie augmenter le coût de calcul.

3.6.3 Cas d'une estimation successive (retard, vitesse)

Dans cette situation, les retards de propagation sont estimés préalablement, puis la moyenne de la constante diélectrique est estimée à partir de la moyenne du signal reçu (cf. équation (3.7)). Enfin, l'épaisseur est calculée à partir des deux temps de retard estimés et de la constante diélectrique estimée (cf. équation (3.1)).

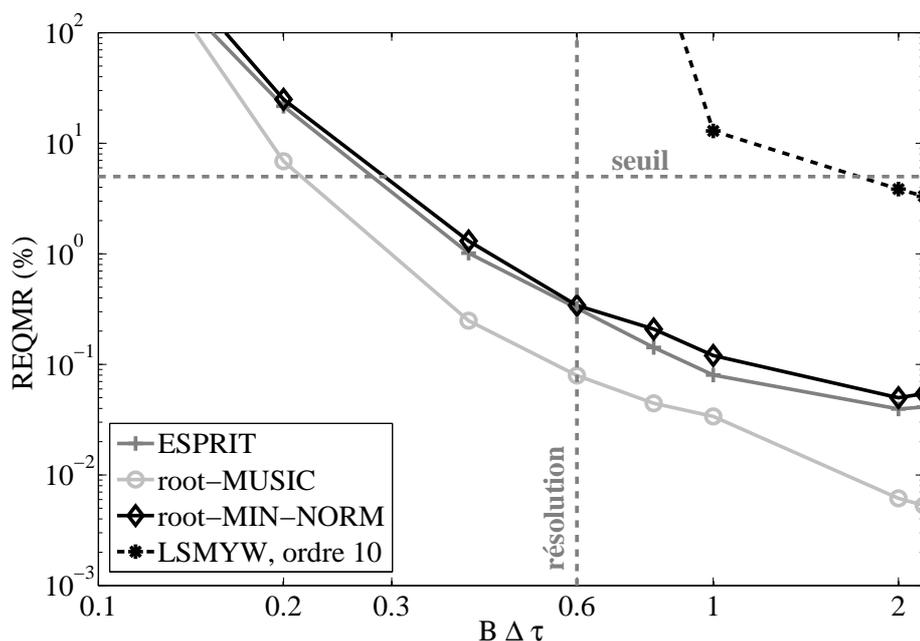


FIG. 3.13 – REQMR de l'épaisseur estimée en fonction du produit $B\Delta\tau$ après estimation de la constante diélectrique ; RSB = 10 dB.

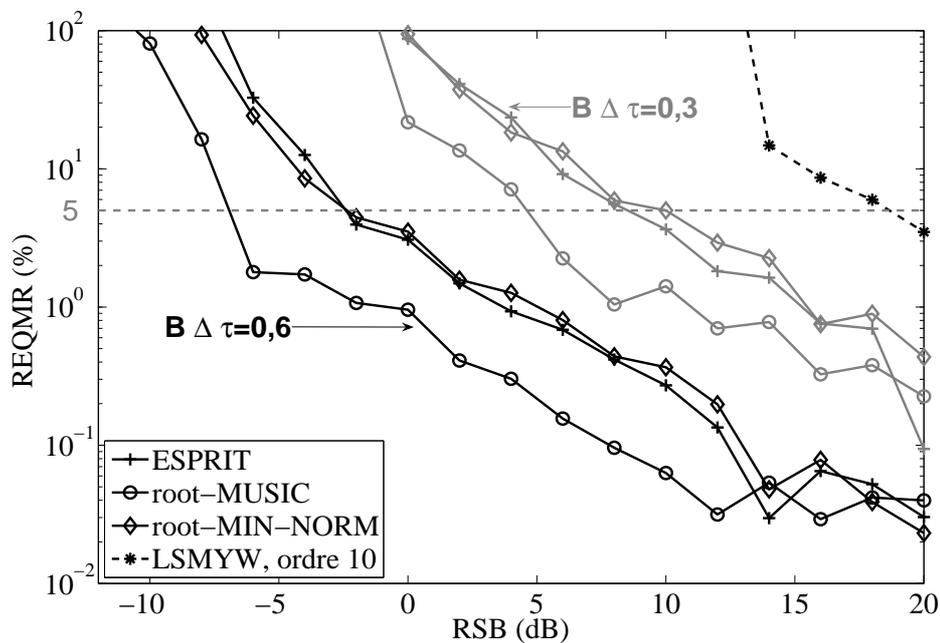


FIG. 3.14 – REQMR de l'épaisseur estimée en fonction du RSB pour un produit $B\Delta\tau$ de 0,3 et 0,6 après estimation de la constante diélectrique.

La figure (3.13) montre la variation relative de la racine carrée de l'erreur quadratique moyenne de l'épaisseur estimée en fonction du produit $B\Delta\tau$ pour un RSB de 10 dB. La figure (3.14) donne la variation relative de la racine carrée de l'erreur quadratique moyenne

de l'épaisseur estimée en fonction du RSB pour un produit $B\Delta\tau$ de 0,3 (gris) et de 0,6 (noir). Comme attendu, les résultats présentés sur la figure (3.9) et sur la figure (3.13) ont sensiblement la même allure. La résolution des méthodes sans connaissance *a priori* de la constante diélectrique est sensiblement plus faible que celle des méthodes lorsque la constante diélectrique est connue. En effet, la figure (3.9) montre que pour une REQMR à 5 %, le produit $B\Delta\tau$ obtenu est de 0,21, 0,24 et 0,25 pour root-MUSIC, ESPRIT et root-Min-Norm respectivement. Or, sur la figure (3.13), le produit $B\Delta\tau$ obtenu pour une REQMR à 5 % est de 0,22, 0,3 et 0,31 pour root-MUSIC, ESPRIT et root-Min-Norm respectivement. De même, l'écart type obtenu dans le second cas est plus important. En effet, dans cette situation, les erreurs peuvent être cumulatives.

3.6.4 Comparaison avec une méthode conventionnelle

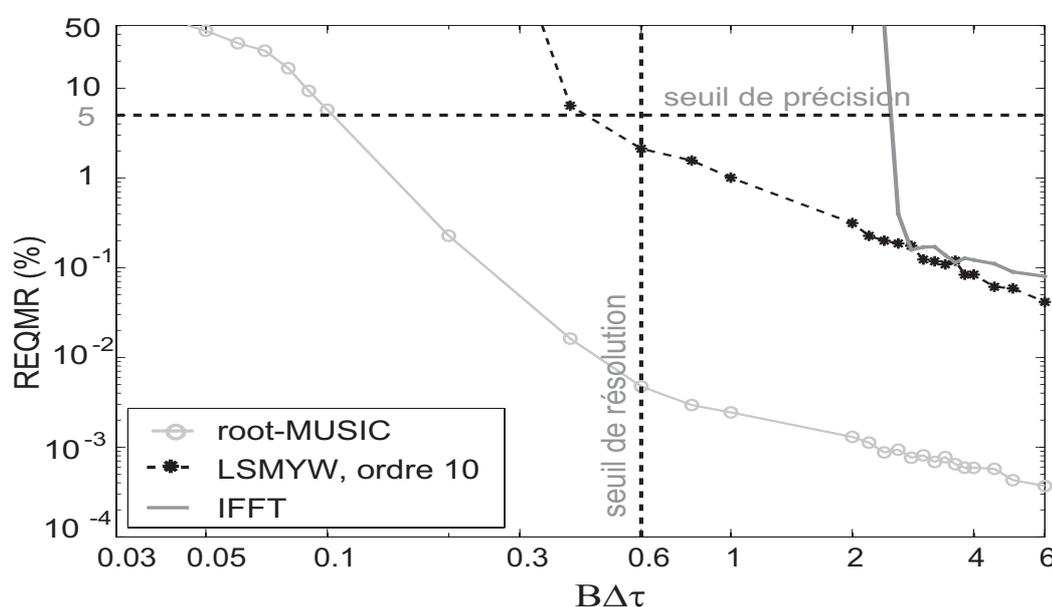


FIG. 3.15 – REQMR de l'épaisseur estimée en fonction du produit $B\Delta\tau$ pour un RSB de 20 dB, $B = 2$ GHz, vitesse connue.

La figure 3.15 montre la variation de la REQMR en fonction du produit $B\Delta\tau$ pour trois familles de méthodes. Les méthodes haute résolution et super résolution sont représentées respectivement par l'algorithme root-MUSIC et LSMYW. La méthode conventionnelle correspond à la transformée de Fourier inverse (IFFT) avec une fenêtre de Hanning. Comme indiqué dans les deux paragraphes précédents, la méthode haute résolution a de meilleures performances que la méthode super résolution. De plus, ces méthodes super et haute résolution ont toujours un pouvoir de résolution supérieur à celui de la méthode conventionnelle. En effet, le pouvoir de résolution de la méthode super résolution et celui de la méthode haute résolution sont respectivement 5 fois et 20 fois supérieurs à celui de la méthode conventionnelle.

3.6.5 Synthèse des résultats

D'après les résultats présentés dans cette section, nous pouvons déduire que les méthodes à sous-espaces (root-MUSIC, root-Min-Norm et ESPRIT) ont de meilleures performances en terme de résolution que la méthode paramétrique LSMYW. C'est pourquoi,

dans la suite, les méthodes à sous-espaces sont sélectionnées pour les simulations.

De plus, les méthodes à sous-espaces présentées dans les simulations pour un RSB de 10 dB satisfont le PSBBTM. En effet, pour une REQMR à 5%, le produit $B\Delta\tau$ obtenu pour les méthodes à sous-espaces est de l'ordre de 0,2. Par ailleurs, la méthode root-MUSIC est la méthode présentant les meilleures performances.

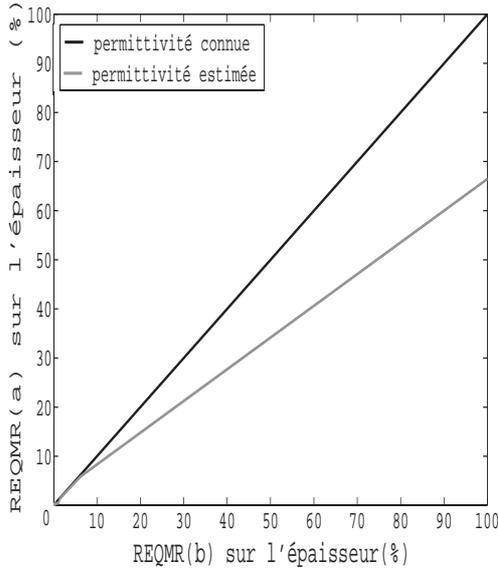


FIG. 3.16 – Comparaison des REQMR sur l'épaisseur estimée avec une constante diélectrique connue et une constante diélectrique estimée pour la méthode root-MUSIC, RSB=10 dB.

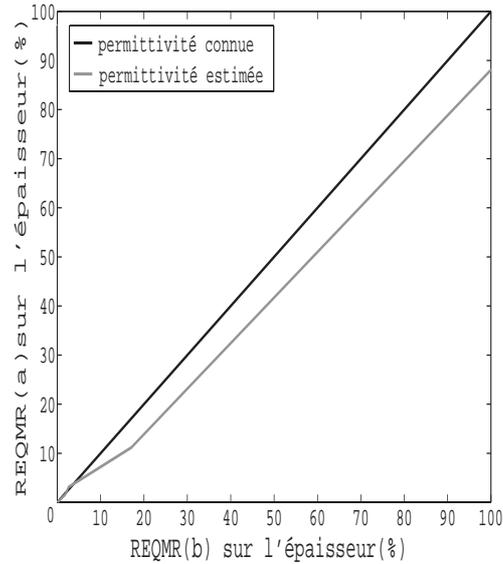


FIG. 3.17 – Comparaison des REQMR sur l'épaisseur estimée avec une constante diélectrique connue et une constante diélectrique estimée pour la méthode root-MUSIC, $B\Delta\tau=0,6$.

A ce stade, on peut évaluer l'influence de l'estimation conjointe des retards de propagation et de la constante diélectrique sur la précision globale sur l'épaisseur. Pour ce faire, les résultats présentés sur les figures 3.9 et 3.13 et les résultats présentés sur les figures 3.10 et 3.14 sont synthétisés sur la figure 3.16 et 3.17 respectivement.

La figure 3.16 présente la variation de la REQMR sur l'épaisseur estimée avec une constante diélectrique connue (REQMR(a)) en fonction de la REQMR sur l'épaisseur estimée avec une constante diélectrique estimée (REQMR(b)) pour la méthode root-MUSIC avec un RSB de 10 dB. La figure 3.17 présente la même variation en fonction des mêmes paramètres mais avec un produit $B\Delta\tau$ de 0,6. Les figures 3.16 et 3.17 montrent deux points principaux :

- pour une $REQMR \leq 5\%$ les résultats du cas où la permittivité est supposée connue et les résultats du cas où la permittivité est estimée sont sensiblement les mêmes ;
- à fort REQMR, l'écart entre ces deux cas s'accroît.

Nous avons vu que pour une REQMR inférieure à 5%, les performances des algorithmes avec une constante diélectrique estimée ou connue *a priori* sont sensiblement identiques. C'est pourquoi, dans les prochaines simulations, les constantes diélectriques seront supposées connues *a priori*.

3.7 Optimisation du paramétrage des algorithmes en cas d'échos fortement corrélés

3.7.1 Présentation des simulations

Le jeu de données utilisé dans ce paragraphe est celui présenté dans la section 3.5.2. Pour évaluer la faisabilité de l'application, le comportement des trois méthodes retenues est testé dans le cas particulier où les échos sont totalement corrélés. Alors, le coefficient de corrélation entre échos, i.e. ρ_0 , est égal à 1. Comme indiqué dans le paragraphe 3.3, les méthodes à sous-espaces estiment alors un seul temps de retard. Pour réduire artificiellement la corrélation entre les sources, les techniques de moyennage en sous-bandes (SSP ou MSSP) présentées au paragraphe 3.4.2 sont utilisées.

En référence au cas d'une décorrélation totale entre les échos, de nouveaux paramètres apparaissent dans ces simulations : le nombre d'échantillons par sous-vecteur des observations (L) et le nombre de sous-vecteurs des observations (M) qu'il convient d'optimiser.

D'une part, à bande de fréquences fixe, si le nombre de sous-vecteurs des observations M augmente, la largeur de la bande de fréquences effective L diminue ainsi que la corrélation entre les sources et la résolution temporelle.

D'autre part, si le nombre de sous-vecteurs des observations M diminue, la largeur de bande de fréquences effective L augmente. Ceci implique alors une meilleure résolution mais une corrélation entre échos plus importante.

Ces observations mettent en évidence la nécessité de trouver un compromis entre résolution et corrélation entre échos, qui n'est explicité dans la littérature que de manière empirique selon l'application visée.

3.7.2 Résultats et discussions avec le moyennage direct (SSP)

a-Influence de la largeur de la bande effective

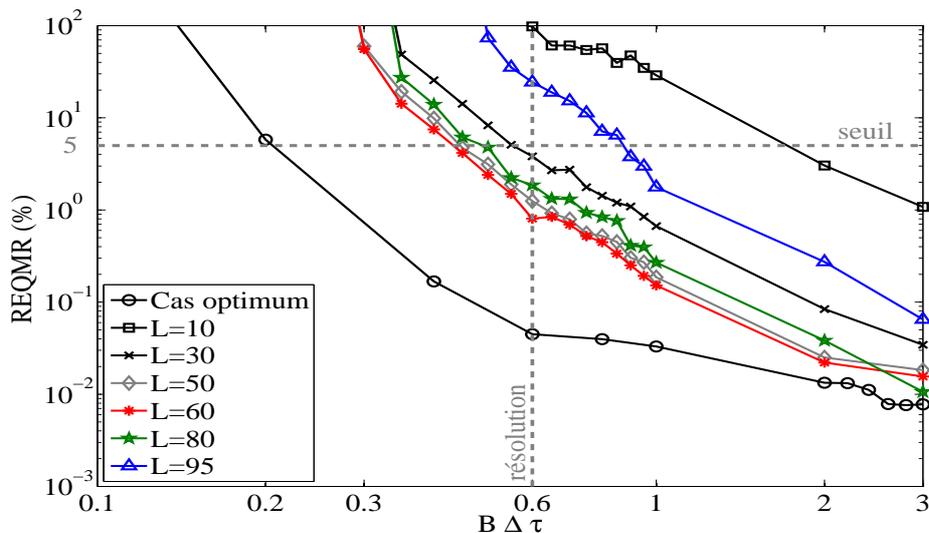


FIG. 3.18 – REQMR en fonction du produit $B\Delta\tau$ après le moyennage en sous-bandes direct pour l'algorithme root-MUSIC, $B = 2$ GHz, $\rho_0 = 1$, $N = 101$, RSB= 10 dB.

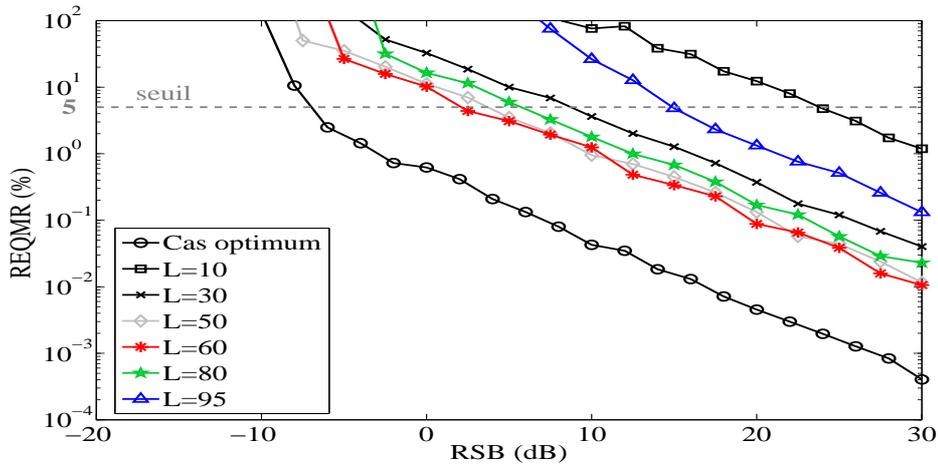


FIG. 3.19 – REQMR en fonction du RSB pour un produit $B\Delta\tau$ de 0,6 après le moyennage en sous-bandes direct pour l'algorithme root-MUSIC, $B = 2$ GHz, $\rho_0 = 1$.

Les figures (3.18) et (3.19) présentent les variations de la REQMR de l'épaisseur estimée en fonction du produit $B\Delta\tau$ et en fonction du RSB pour la méthode root-MUSIC. Ces courbes sont paramétrées par la taille du sous-vecteur des observations (L). La courbe nommée "cas optimum" sur ces deux figures ainsi que sur les suivantes représente les performances lorsque les sources sont totalement décorréelées. Ces deux figures montrent la dépendance des performances en fonction de la bande effective. Plus le nombre d'échantillons par sous-vecteur des observations (L), i.e. la bande effective, est important, plus les performances de l'algorithme root-MUSIC s'améliorent jusqu'à atteindre un certain optimum.

Ces résultats sont aussi représentés sur les figures (3.20) et (3.21) pour les trois algorithmes HR testés : root-MUSIC, root-MIN-NORM et ESPRIT pour deux RSB et pour deux produits $B\Delta\tau$.

b-Recherche de la largeur optimum de la bande effective

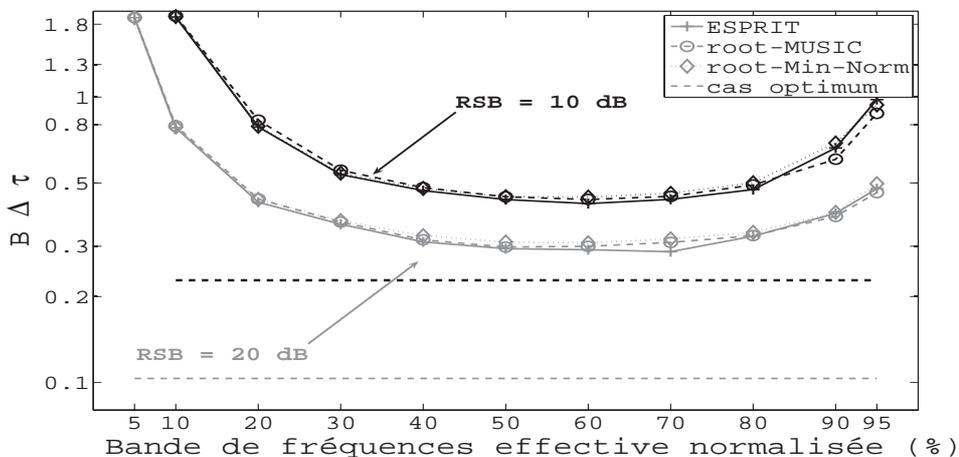


FIG. 3.20 – Produit $B\Delta\tau$ obtenu pour une REQMR de 5% en fonction de la bande de fréquences effective, $B = 2$ GHz, $\rho_0 = 1$.

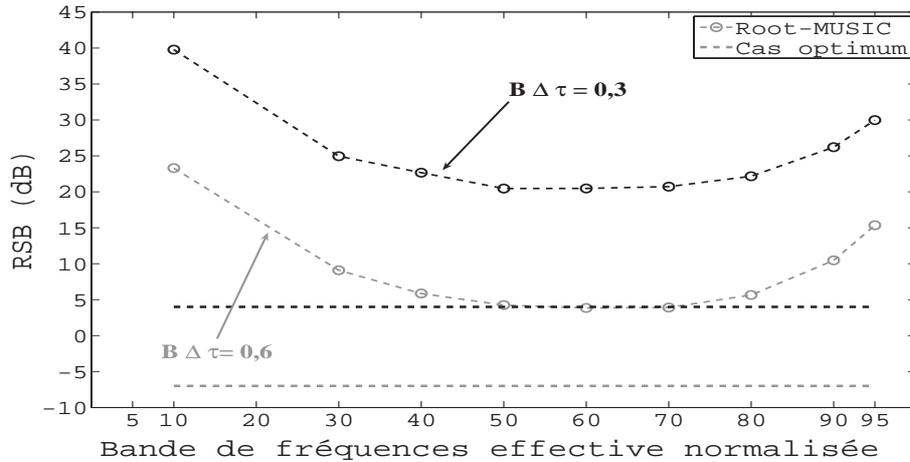


FIG. 3.21 – RSB obtenu pour une REQMR de 5% en fonction de la bande de fréquences effective, $N = 101$, $B = 2$ GHz, $\rho_0 = 1$.

Les figures (3.20) et (3.21) montrent respectivement les variations du produit $B\Delta\tau$ et du RSB obtenues lorsque la REQMR est à 5% en fonction de la bande de fréquences effective normalisée (L/N).

Lorsque la bande de fréquences effective normalisée L/N varie de 5 à 60 %, d'une part le pouvoir de résolution s'améliore et d'autre part, la méthode root-MUSIC devient de plus en plus robuste face au bruit jusqu'à atteindre un RSB de 4 dB pour un produit $B\Delta\tau$ de 0,6 et pour une bande de fréquences effective normalisée de 60 %. Dans cette zone, la bande de fréquences effective joue un rôle plus important que celui de la décorrélation. En revanche, lorsque la bande de fréquences effective normalisée L/N varie de 60 à 95 %, les algorithmes ont un pouvoir de résolution de plus en plus faible et la méthode root-MUSIC devient plus sensible au bruit. Dans ce cas, le phénomène de corrélation joue un rôle plus important que celui de la largeur de la bande de fréquences effective.

Comme le montre la figure (3.20), le comportement des méthodes ESPRIT et root-Min-Norm est sensiblement le même que celui de la méthode root-MUSIC.

En général, pour un moyennage direct, nous retiendrons que la largeur de la bande de fréquences effective doit être comprise entre 50 et 70 % de la bande de fréquences totale (B).

c-Influence du nombre d'échantillons

La figure (3.22) illustre la variation du produit $B\Delta\tau$ obtenu lorsque la REQMR est à 5% en fonction de la bande de fréquences effective normalisée (L/N). Les variations sont obtenues pour deux valeurs du nombre d'échantillons dans la bande de fréquences, $N = 101$ et $N = 41$. Le module du coefficient de corrélation associé à chaque cas est donné sur la figure (3.3).

Comme précédemment, lorsque la bande effective normalisée croît, les performances de la méthode root-MUSIC s'améliorent jusqu'à atteindre un optimum entre 50 et 70 % de la bande totale de fréquences. Le comportement de la méthode root-MUSIC et celui des méthodes à sous-espaces en général avec un moyennage direct est le même quelque soit le nombre d'échantillons dans la bande de fréquences (N).

De plus, pour une bande de fréquences effective normalisée (L/N) fixe, lorsque le nombre d'échantillons par vecteur des observations devient plus important (N), le module du coef-

ficient de corrélation de la méthode SSP croît (cf. figure 3.3). Dans ce cas, les performances de la méthode root-MUSIC s'améliorent (cf. figure 3.22) parce que le nombre de sous-vecteurs des observations augmente et permet alors de faire une estimation de la matrice de covariance rectifiée du bruit sur un plus grand nombre de moyennages en sous-bandes. Par conséquent, l'estimation de la matrice de covariance rectifiée du bruit tendra davantage vers la matrice de bruit théorique et les performances des algorithmes s'améliorent. Comme dans le paragraphe 3.6.2, les performances de la méthode root-MUSIC en terme de variance s'améliorent avec le nombre d'échantillons par vecteur des observations.

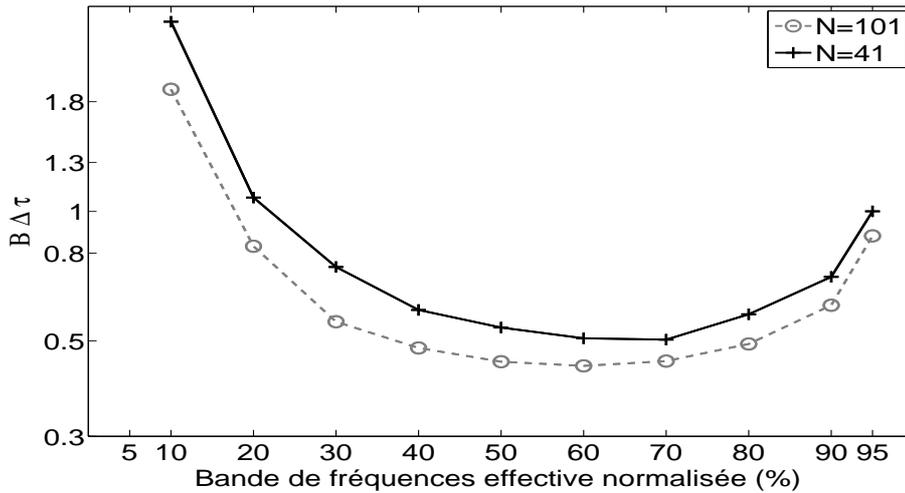


FIG. 3.22 – Produit $B\Delta\tau$ obtenu pour une REQMR de 5% en fonction de la bande de fréquences effective normalisée (L/N) pour la méthode root-MUSIC, $B = 2$ GHz, $\rho_0 = 1$.

d-Synthèse des résultats

Le niveau de corrélation et indirectement la bande effective influencent grandement les performances des algorithmes. Néanmoins, les simulations ont permis de mettre en évidence un optimum. Les performances optimales sont obtenues lorsque la bande effective représente entre 50 et 70 % de la bande totale de fréquences. Ces résultats sont communs à toutes les méthodes à sous-espaces testées (root-MUSIC, root-Min-Norm, ESPRIT) et indépendants de la taille du vecteur des observations.

3.7.3 Résultats et discussion avec le moyennage direct-inverse (MSSP)

L'intérêt d'utiliser la méthode du moyennage direct-inverse est d'augmenter artificiellement le nombre de données, pour permettre ainsi de réduire la corrélation entre échos d'un facteur supplémentaire. D'après le paragraphe 3.4.2, nous pouvons voir que $|\rho_{MSSP}| \leq |\rho_{SSP}|$ et que la méthode de moyennage direct-inverse permet potentiellement une meilleure décorrélation.

D'après la section précédente, lorsque la bande de fréquences effective normalisée L/N varie de 70 à 95 %, le phénomène de corrélation joue un rôle plus important que la largeur de la bande de fréquences effective. Dans cette zone, la méthode de moyennage direct-inverse devient très intéressante. En effet, la bande de fréquences effective reste importante, de plus la méthode de moyennage direct-inverse permet de réduire encore plus la corrélation entre échos.

a-Influence de la largeur de la bande effective

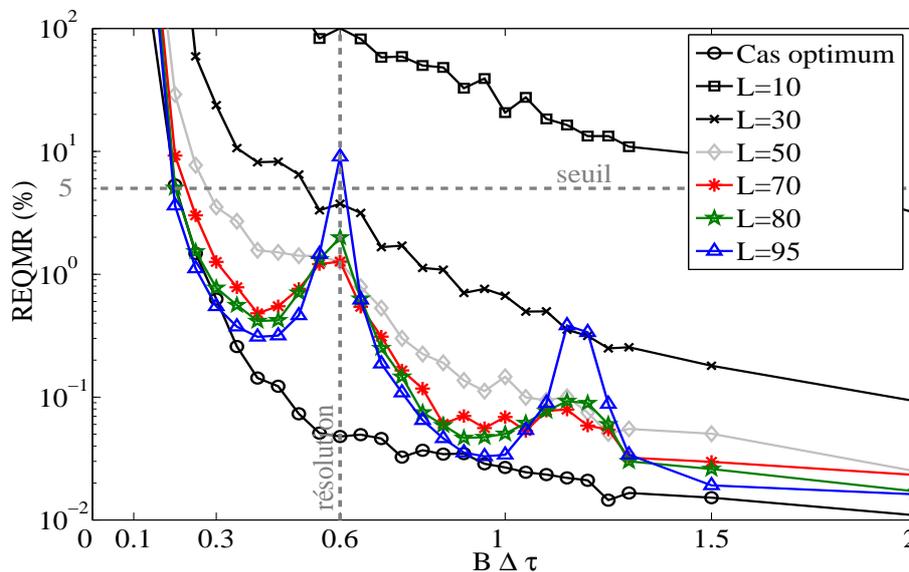


FIG. 3.23 – REQMR en fonction du produit $B\Delta\tau$ après le moyennage en sous-bandes direct-inverse pour l’algorithme root-MUSIC, $B = 2$ GHz, $f_l = 0,7$ GHz, $\rho_0 = 1$, $N = 101$, RSB= 10 dB.

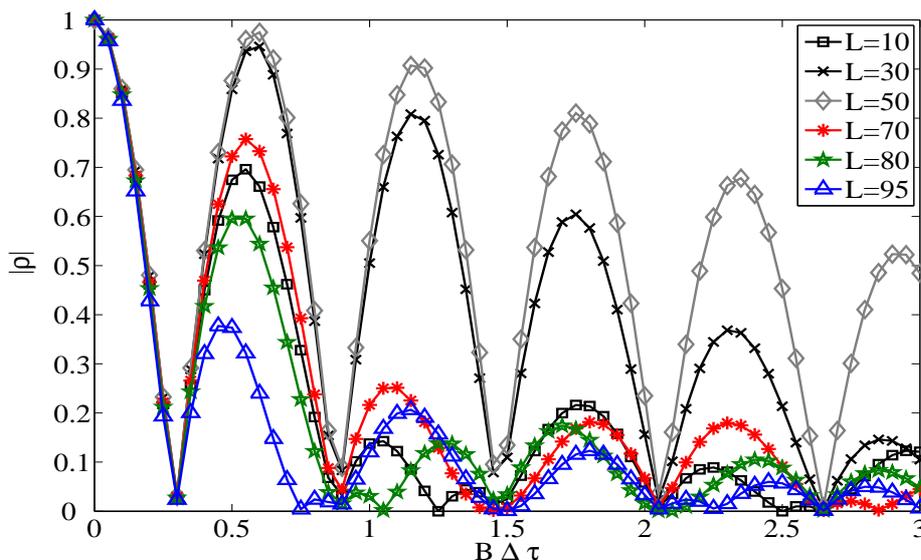


FIG. 3.24 – Module du coefficient de corrélation, les courbes sont paramétrées par le nombre d’échantillons par sous-vecteur des observations (L), $|\rho_{MSSP}|$, $B = 2$ GHz, $f_l = 0,7$ GHz, $N = 101$, $\rho_0 = 1$.

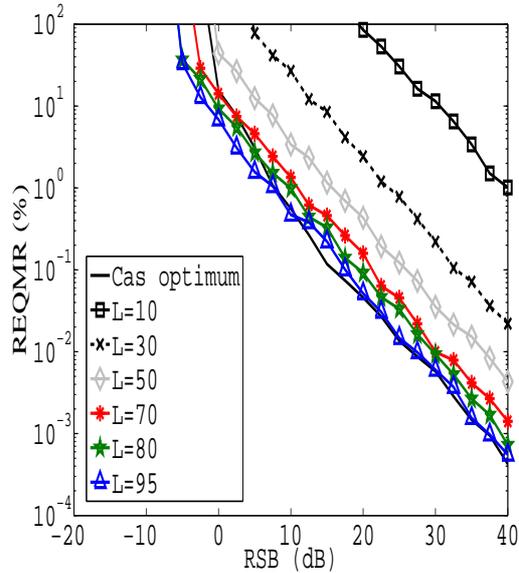


FIG. 3.25 – REQMR en fonction du RSB pour un produit $B\Delta\tau$ de 0,3 pour l'algorithme root-MUSIC, $B = 2$ GHz, $\rho_0 = 1$.

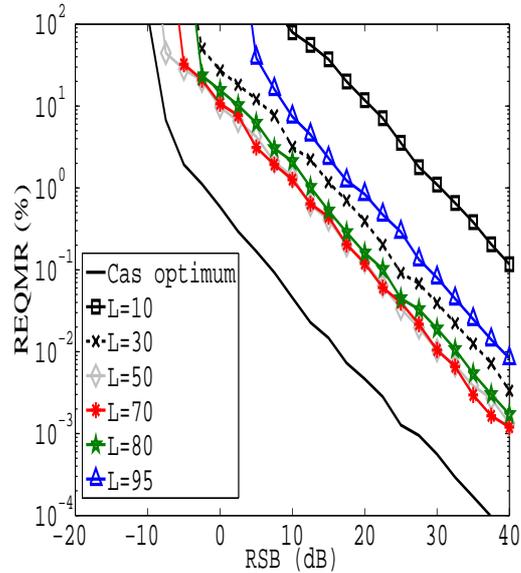


FIG. 3.26 – REQMR en fonction du RSB pour un produit $B\Delta\tau$ de 0,6 pour l'algorithme root-MUSIC, $B = 2$ GHz, $\rho_0 = 1$.

La figure (3.23) montre la variation de la REQMR de l'épaisseur estimée de la méthode root-MUSIC en fonction du produit $B\Delta\tau$ pour différentes tailles de sous-vecteurs des observations. Le module du coefficient de corrélation associé est représenté sur la figure 3.24. La courbe nommée "cas optimum" sur la figure représente les performances évaluées au paragraphe 3.6, i.e. les performances lorsque les sources sont totalement décorréelées. Comme nous l'avons vu dans la section (3.4.2), plus la bande effective croît (L), plus le module du coefficient de corrélation possède un nombre d'oscillations important et plus l'amplitude de ces oscillations est grande car le nombre de sous-bandes diminue. D'une manière générale, comme pour la méthode de moyennage en sous-bandes direct, pour un vecteur des observations composé d'un nombre de données fréquentielles fixe, lorsque le nombre d'échantillons par sous-vecteur des observations augmente, la corrélation entre échos augmente. De plus, lorsque la bande effective croît, les performances de l'algorithme root-MUSIC s'améliorent jusqu'à atteindre un certain optimum. A noter que lorsque le nombre d'échantillons par sous-vecteur des observations augmente, des pics isolés provoqués par la corrélation apparaissent sur la figure (3.23). Pour interpréter ces oscillations, nous faisons référence à la variation du coefficient de corrélation (cf. figure 3.24). Ces pics se manifestent lorsque le module du coefficient de corrélation devient important, comme le montre la figure (3.24).

Les figures (3.25) et (3.26) illustrent les variations de la REQMR de l'épaisseur estimée de la méthode root-MUSIC en fonction du RSB pour un produit $B\Delta\tau$ de 0,3 et 0,6 respectivement. Ces deux figures sont paramétrées par la taille du sous-vecteur des observations, L . Les performances de la méthode root-MUSIC s'améliorent lorsque le RSB augmente. Ces deux figures montrent la dépendance des performances par rapport à la bande effective. En effet, lorsque la bande effective croît, les performances de root-MUSIC s'améliorent jusqu'à atteindre un certain optimum, dont on recherche la position au paragraphe suivant.

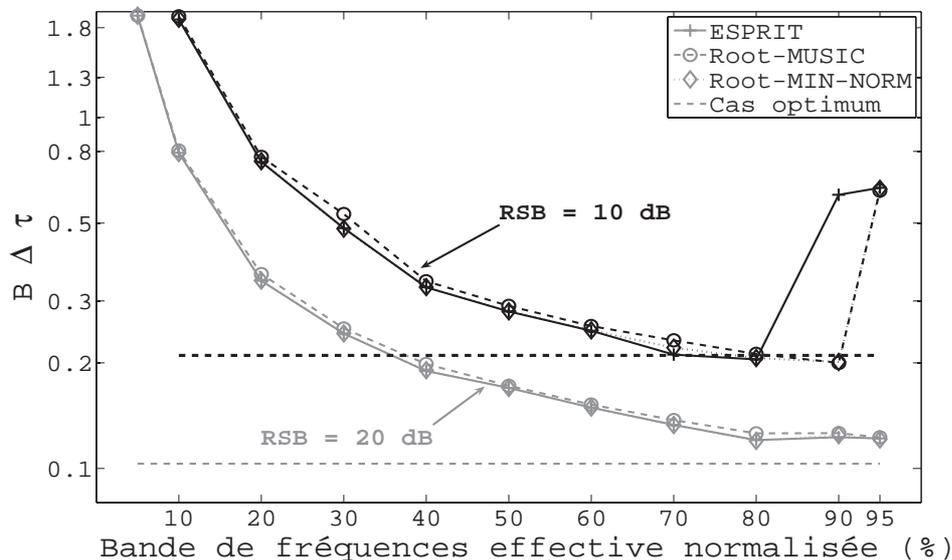
b-Recherche d'une largeur optimum de la bande effective


FIG. 3.27 – Produit $B\Delta\tau$ obtenu pour une REQMR de 5% en fonction de la bande de fréquences effective, $B = 2$ GHz, $f_l = 0,7$ GHz, $\rho_0 = 1$.

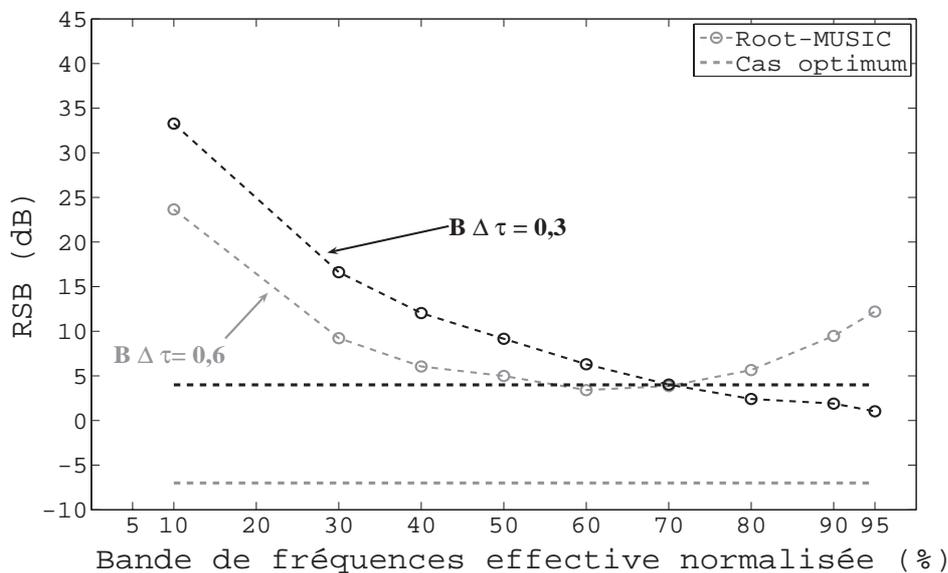


FIG. 3.28 – RSB obtenu pour une REQMR de 5% en fonction de la bande de fréquences effective, $N = 101$, $B = 2$ GHz, $\rho_0 = 1$.

Les figures (3.27) et (3.28) montrent respectivement les variations du produit $B\Delta\tau$ et du RSB obtenus lorsque la REQMR est de 5% en fonction de la bande de fréquences effective normalisée (L/N). Lorsque la bande de fréquences effective normalisée L/N varie de 5 à 80 %, le pouvoir de résolution s'améliore jusqu'à atteindre un produit $B\Delta\tau$ de 0,21 pour un RSB de 10 dB et de 0,12 pour un RSB de 20 dB.

Au delà de la limite des 80 %, deux situations se dessinent en fonction du RSB. La première situation correspond au cas où le RSB est fort (supérieur à 20 dB). Dans ce cas, plus la bande de fréquences effective normalisée (L/N) augmente, meilleure sera la résolution. La deuxième situation correspond au cas où le RSB est faible (inférieur à 10 dB). Dans ce cas, la figure 3.23 montre que l'un des pics provoqués par la corrélation est supérieur au seuil de 5 %. Ainsi, les performances de la méthode root-MUSIC se dégradent. Pour un RSB inférieur à 10 dB et pour le paramétrage utilisé ($B = 2$ GHz, $f_l = 0,7$ GHz), le pouvoir de résolution est alors maximum lorsque la bande de fréquences effective normalisée est comprise entre 50 % et 70 %.

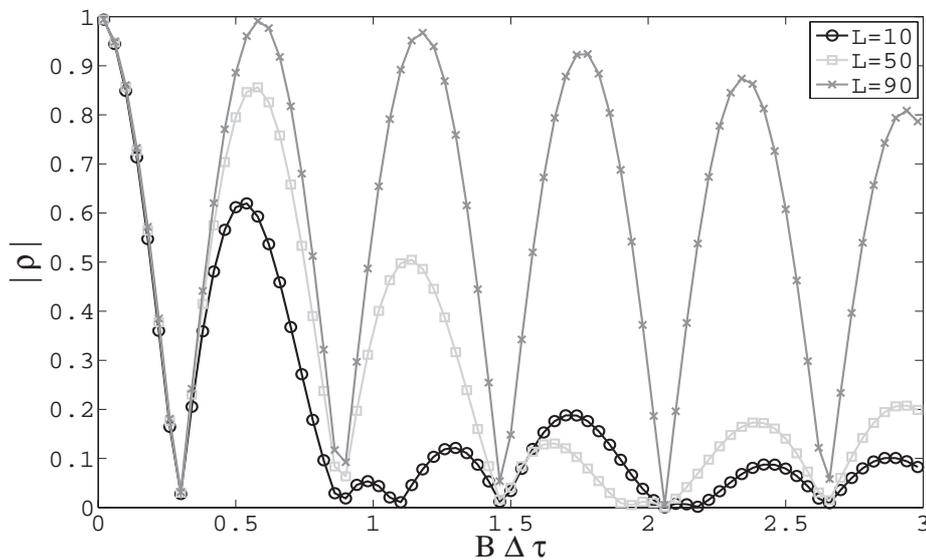


FIG. 3.29 – Coefficient de corrélation en fonction du produit, $N = 101$, $B = 2$ GHz, $f_l = 0,7$ GHz, $\rho_0 = 1$.

La robustesse de la méthode root-MUSIC face au bruit est étudiée dans deux situations. Le premier cas consiste à se placer dans une zone où la corrélation entre les échos est faible, par exemple lorsque le produit $B\Delta\tau$ est de 0,3 comme le montre la figure 3.29. Le deuxième cas se situe dans la zone où la corrélation entre les échos est plus forte, par exemple lorsque le produit $B\Delta\tau$ est de 0,6.

D'après la figure 3.28, quand la bande effective normalisée varie de 5 à 60 %, la méthode root-MUSIC devient de plus en plus robuste face au bruit jusqu'à atteindre un RSB de 6,3 dB pour un produit $B\Delta\tau$ de 0,3 et un RSB de 3,5 dB pour un produit $B\Delta\tau$ de 0,6. Ensuite, lorsque la bande effective normalisée devient supérieure à 70 %, la méthode root-MUSIC pour un produit $B\Delta\tau$ de 0,3 devient plus robuste au bruit que cette même méthode avec une résolution caractérisée par un produit $B\Delta\tau$ de 0,6. Ce phénomène est expliqué par l'influence de la corrélation entre échos. En effet, la corrélation entre échos est plus importante lorsque le produit $B\Delta\tau$ est à 0,6 pour les conditions de simulation choisies, comme le montre la figure 3.29.

A noter que la méthode root-MUSIC avec une résolution caractérisée par un produit $B\Delta\tau$ de 0,3 et avec une bande effective large semble plus robuste face au bruit que cette même méthode dans le cas optimum (i.e. échos décorrélés). Plusieurs raisons peuvent expliquer ce

résultat. Tout d'abord la corrélation entre échos dans cet intervalle est très faible. De plus, la largeur de la bande effective est grande. Enfin, la méthode de moyennage en sous-bandes permet de réaliser un moyennage supplémentaire pour estimer la matrice de covariance rectifiée des observations. Par conséquent, la matrice de bruit est mieux estimée.

c-Synthèse des résultats

Les simulations présentées montrent que les performances des méthodes sont dépendantes de la largeur de la bande effective de fréquences. Les performances optimales sont obtenues lorsque la bande effective est comprise entre 70 et 90 % de la bande de fréquences totale (B) pour un fort RSB. Pour un faible RSB, les résultats présentés sont difficiles à généraliser car ils dépendent du phénomène de corrélation. De plus, ces résultats sont communs à toutes les méthodes à sous-espaces testées.

3.7.4 Comparaison des résultats entre les deux types de moyennage en sous-bandes (SSP et MSSP)

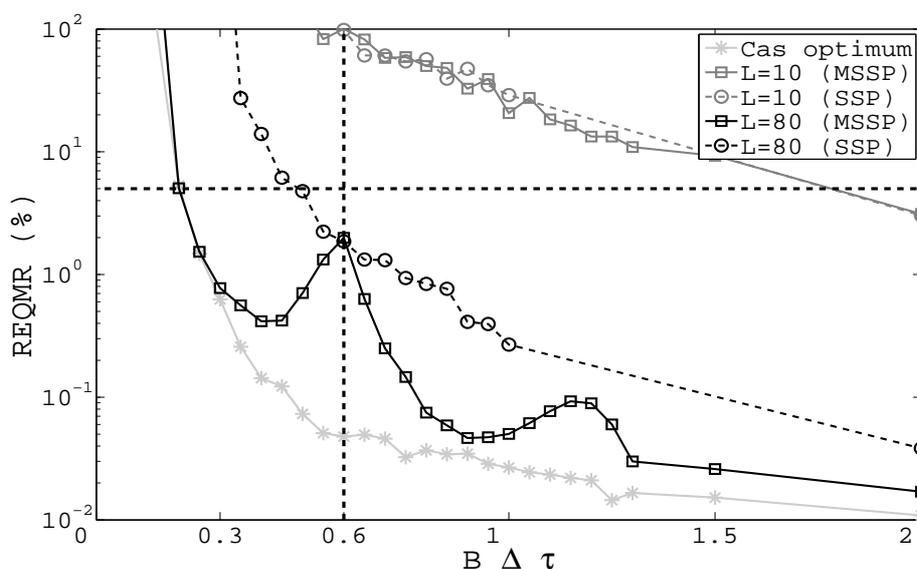


FIG. 3.30 – REQMR de l'épaisseur estimée en fonction du produit $B\Delta\tau$ pour l'algorithme root-MUSIC selon les deux types de moyennage en sous-bandes, $B = 2$ GHz, $f_l = 0,7$ GHz, $\rho_0 = 1$, RSB= 10 dB.

La figure (3.30) compare les performances de la méthode root-MUSIC avec les deux méthodes de moyennage citées précédemment, i.e. la méthode de moyennage direct et la méthode de moyennage direct-inverse. Les performances de la méthode root-MUSIC avec un moyennage direct-inverse (MSSP) sont toujours meilleures que celles obtenues avec un moyennage direct. De plus, lorsque la bande effective est faible (L), les performances de la méthode root-MUSIC avec ces deux moyennages en sous-bandes sont sensiblement les mêmes.

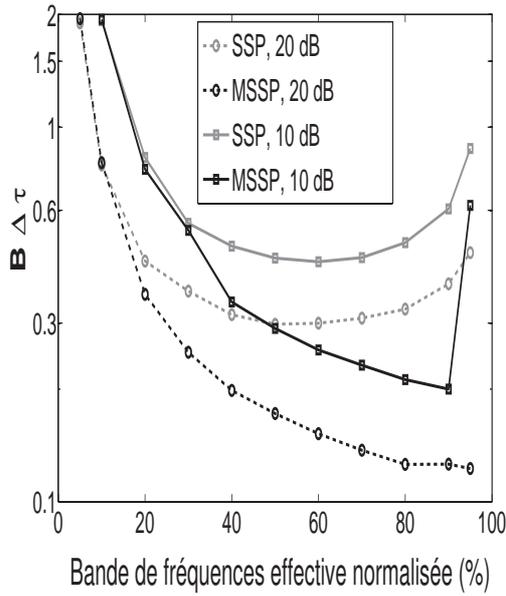


FIG. 3.31 – $B \Delta \tau$ en fonction de la bande effective pour les deux méthodes de moyennage, $N = 101$, $B = 2$ GHz, $f_l = 0,7$ GHz, $\rho_0 = 1$.

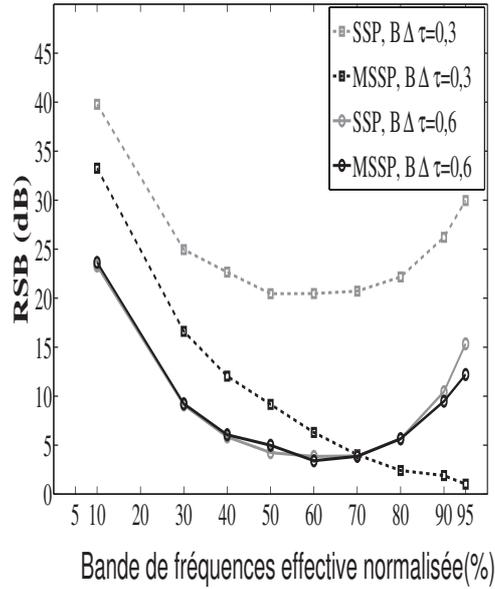


FIG. 3.32 – RSB en fonction de la bande effective pour les deux méthodes de moyennage, $N = 101$, $B = 2$ GHz, $f_l = 0,7$ GHz, $\rho_0 = 1$.

Les figures (3.31) et (3.32) comparent les performances de la méthode root-MUSIC après utilisation des méthodes de moyennage en sous-bandes SSP et MSSP en fonction de la résolution et du RSB. Ces deux figures montrent que la méthode HR avec le moyennage MSSP permet, dans tous les cas, d'obtenir de meilleurs résultats que cette même méthode HR avec le moyennage SSP.

De plus, nous avons vu à travers ce chapitre qu'il était important de faire un compromis entre les paramètres des méthodes de moyennage en sous-bandes. En effet, à bande de fréquences fixe, si le nombre de sous-vecteurs des observations M augmente, la largeur de la bande de fréquences effective L diminue. En conséquence, la corrélation entre les sources et la résolution diminuent. D'autre part, si le nombre de sous-vecteurs des observations M diminue, la largeur de la bande de fréquences effective L augmente. Ceci implique alors une meilleure résolution mais une corrélation entre échos plus importante.

La valeur du nombre de sous-vecteurs des observations M est donc un facteur important lors de l'utilisation des algorithmes à sous-espaces. Il faut donc trouver un compromis entre résolution et corrélation entre échos. En général, pour un moyennage direct, nous retiendrons que la largeur de la bande de fréquences effective doit être comprise entre 50 et 70 % de la bande de fréquences totale (B). En revanche, pour un moyennage direct-inverse, nous retiendrons que la largeur de la bande de fréquences effective doit être comprise entre 70 et 90 % de la bande de fréquences totale (B) pour un fort RSB. Dans tous les cas, les algorithmes avec la méthode de moyennage direct-inverse fournissent toujours de meilleurs résultats que ces mêmes algorithmes avec la méthode de moyennage direct.

Par ailleurs, les simulations ont permis de montrer que la méthode de moyennage direct-inverse peut atteindre des performances égales au cas de sources parfaitement décorréelées (cf. figure (3.27)).

De plus, les résultats obtenus avec les méthodes SSP et MSSP sont communs à toutes les méthodes à sous-espaces testées (root-MUSIC, root-Min-Norm, ESPRIT). Les performances sont donc indépendantes des méthodes.

En outre, lorsque nous utilisons ces deux techniques de moyennage en sous-bandes (SSP et MSSP) avec la méthode LSMYW, nous avons, comme dans le cas décorrélé, des performances en termes de REQMR plus mauvaises que celles observées avec des méthodes "HR".

3.8 Conclusion

Dans le cas idéal, i.e. lorsque les sources sont parfaitement décorrélées, les méthodes à sous-espaces (root-MUSIC, ESPRIT, root-MIN-NORM) présentent de meilleures performances que la méthode super résolution (LSMYW). Les méthodes à sous-espaces citées dans ce chapitre satisfont le critère PSBBTM pour un RSB de 10 dB. En effet, pour une REQMR à 5%, le produit $B\Delta\tau$ obtenu pour les méthodes à sous-espaces est de l'ordre de 0,2. Par ailleurs, même si le comportement des méthodes à sous-espaces est sensiblement le même, la méthode root-MUSIC possède les meilleures performances. L'estimation de la constante diélectrique modifie peu les performances globales des méthodes. Dans la suite de ce document, nous évaluerons uniquement les performances sur l'épaisseur estimée avec une constante diélectrique connue *a priori*.

Dans le cas expérimental, les sources sont généralement totalement ou partiellement corrélées. Lorsque les sources sont totalement corrélées, l'utilisation des algorithmes haute et super résolution n'est possible qu'avec les méthodes de moyennage direct ou direct-inverse. Les performances des algorithmes HR avec le moyennage direct-inverse sont toujours supérieures à celles de ces mêmes algorithmes avec le moyennage direct. En effet, la méthode de moyennage direct-inverse permet d'obtenir d'une part une meilleure résolution et d'autre part une meilleure robustesse par rapport au bruit.

De plus, nous avons vu à travers ce chapitre qu'il était important de faire un compromis entre les paramètres des méthodes de moyennage en sous-bandes : le nombre de sous-vecteurs des observations M ou bien la largeur de la bande de fréquences effective L . Pour un moyennage direct, nous retiendrons que la largeur de la bande de fréquences effective doit être comprise entre 50 et 70 % de la bande de fréquences totale (B). En revanche, pour un moyennage direct-inverse, nous retiendrons que la largeur de la bande de fréquences effective doit être comprise entre 70 et 90 % de la bande de fréquences totale (B) pour un fort RSB.

Enfin, les performances des méthodes à sous-espaces avec la technique de moyennage direct-inverse peuvent atteindre les performances dites optimales, i.e. lorsque les sources sont parfaitement décorrélées.

Chapitre 4

Algorithme ESPRIT généralisé

Sommaire

4.1	Introduction	83
4.2	Principe de l'algorithme ESPRIT généralisé (G-ESPRIT)	84
4.3	Cas particuliers	87
4.3.1	Cas 1 - bruit blanc et impulsion idéale (Dirac)	87
4.3.2	Cas 2 - bruit dont la matrice de covariance est diagonale et impulsion idéale (Dirac)	87
4.3.3	Cas 3 - bruit quelconque et impulsion idéale (Dirac)	88
4.3.4	Cas 4 - bruit de matrice de covariance diagonale et impulsion quelconque	88
4.3.5	Cas 5 - bruit blanc et impulsion quelconque	89
4.3.6	Cas 6 - bruit blanc et blanchiment du signal reçu par l'impulsion	89
4.3.7	Cas 7 - cas du moyennage en sous-bandes	89
4.4	Résultats de simulation et discussions	91
4.4.1	Bruit quelconque	92
4.4.2	Bruit blanc	96
4.5	Conclusion	100

4.1 Introduction

Nous nous intéressons dans ce chapitre à la méthode haute résolution ESPRIT. Cette méthode possède un coût calculatoire plus faible que les méthodes haute résolution pseudo-spectrales telles que MUSIC et MIN-NORM. En effet, elle permet de calculer directement les temps de retard sans passer par la recherche de ceux-ci sur tout l'espace des paramètres. La méthode ESPRIT a été initialement proposée dans le domaine de l'estimation des directions d'arrivée (DDA), puis étendue au domaine de l'analyse spectrale. Dans tous les cas, le modèle développé issu du DDA ou de l'analyse spectrale n'est pas adapté à l'estimation des temps de retard (TDE) avec un GPR. Ainsi, il est nécessaire de faire évoluer la méthode ESPRIT avec le modèle du signal radar du chapitre 2 (cf. équation 2.4).

Dans ce chapitre, la méthode ESPRIT est étendue au cas où l'impulsion émise et un bruit quelconque sont pris en compte dans le formalisme mathématique. Cette nouvelle version se nomme G-ESPRIT pour "Generalized ESPRIT". Cet algorithme haute résolution utilise certaines propriétés d'invariance par rotation que l'on trouve naturellement dans le domaine

de l'analyse spectrale. Cette méthode est d'une part fondée sur le partitionnement de la matrice des vecteurs modèles, et d'autre part sur la décomposition en éléments propres de la matrice de covariance des observations. Dans l'application visée, la méthode ESPRIT permet d'estimer les temps de retard (TDE).

Tout d'abord, le principe de la méthode ESPRIT est étendu au cas d'une impulsion émise et d'un bruit quelconque. Puis, quelques cas particuliers sont abordés, qui correspondent à différentes hypothèses effectuées sur le signal reçu par le GPR.

Enfin, des exemples de simulation sont présentés. Ces simulations sont effectuées pour deux configurations de bruit : le cas d'un bruit quelconque et le cas du bruit blanc qui est souvent abordé dans la littérature et souvent retenu dans les expérimentations. Comme dans le précédent chapitre, ces simulations sont effectuées pour des sources totalement décorréliées et totalement corrélées. Ces simulations mettent en évidence l'influence de l'erreur de modèle sur la forme de l'impulsion émise et sur la forme de la matrice de covariance du bruit.

4.2 Principe de l'algorithme ESPRIT généralisé (G-ESPRIT)

L'algorithme ESPRIT a été initialement proposé dans [76] pour estimer les directions d'arrivée, puis a été étendu au cas d'un bruit non stationnaire dans [77] pour estimer des temps de retard. Dans cette section, la méthode ESPRIT est considérée pour estimer les temps de retard à partir de signaux reçus par un GPR. Dans ce contexte, cette méthode est étendue en prenant en compte la forme de l'impulsion émise et la nature quelconque du bruit. La matrice de covariance des observations peut s'écrire alors sous la forme suivante (2.7) :

$$\mathbf{\Gamma} = \mathbf{\Lambda} \mathbf{A} \mathbf{\Gamma}_c \mathbf{A}^H \mathbf{\Lambda}^H + \sigma^2 \mathbf{\Sigma}$$

avec $\sigma^2 \mathbf{\Sigma}$ la matrice de covariance du bruit, et $\mathbf{\Lambda} \mathbf{A}$ la matrice des vecteurs sources. La matrice $\mathbf{\Sigma}$ représente la matrice de covariance du bruit à un facteur σ^2 près. Cette matrice $\mathbf{\Sigma}$ est nommée "*metric*" en anglais.

Si les échos sont totalement ou partiellement décorréliés, $\mathbf{\Gamma}_c$ est de rang plein. On effectue alors une décomposition en éléments propres généralisée du couple de matrices $(\mathbf{\Gamma}, \mathbf{\Sigma})$. Cette décomposition génère $N - K$ valeurs propres égales à σ^2 et K valeurs propres supérieures à σ^2 .

L'équation aux valeurs propres généralisées du couple de matrices $(\mathbf{\Gamma}, \mathbf{\Sigma})$ s'écrit sous la forme :

$$\mathbf{\Gamma} \mathbf{P} = \mathbf{\Sigma} \mathbf{P} \mathbf{H} \quad (4.1)$$

avec :

- \mathbf{P} , la matrice dont les colonnes sont les vecteurs propres,
- \mathbf{H} , la matrice diagonale contenant les valeurs propres.

L'équation (2.7) peut se réécrire sous la forme :

$$(\mathbf{\Gamma} - \sigma^2 \mathbf{\Sigma}) \mathbf{P}_s = \mathbf{\Lambda} \mathbf{A} \mathbf{\Gamma}_c \mathbf{A}^H \mathbf{\Lambda}^H \mathbf{P}_s = \mathbf{\Sigma} \mathbf{P}_s \mathbf{G} \quad (4.2)$$

avec :

- $\mathbf{P}_s = (\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \dots, \mathbf{v}_K)$, matrice dont les colonnes sont les vecteurs propres généralisés qui engendrent le sous-espace signal.

- $\mathbf{G} = \text{diag}(\lambda_1 - \sigma^2, \lambda_2 - \sigma^2, \dots, \lambda_K - \sigma^2)$, matrice diagonale comportant les K plus grandes valeurs propres, dont on a retranché la valeur propre minimale associée au bruit.

En référence au chapitre 2, la méthode ESPRIT consiste à utiliser une propriété d'invariance par rotation, que l'on trouve dans le cas d'exponentielles complexes. Cette méthode consiste alors à utiliser la relation (2.39) du chapitre 2, qui s'écrit sous la forme :

$$\mathbf{A}_2 = \mathbf{A}_1 \Phi \quad (4.3)$$

avec les matrices \mathbf{A}_1 , \mathbf{A}_2 et Φ présentées dans le chapitre 2 (cf. équation (2.39)). À noter que \mathbf{A}_1 et \mathbf{A}_2 sont deux matrices de dimension $((N-1) \times K)$, et sont obtenues en prenant les $N-1$ premières lignes et les $N-1$ dernières lignes de la matrice \mathbf{A} respectivement. Nous définissons deux matrices Λ_1 et Λ_2 de dimension $((N-1) \times (N-1))$ obtenues à partir de la matrice Λ , en prenant les $N-1$ premières lignes et colonnes et les $N-1$ dernières lignes et colonnes respectivement.

$$\Lambda_1 = \text{diag}(\tilde{e}(f_1), \tilde{e}(f_2), \dots, \tilde{e}(f_{N-1})) \quad (4.4)$$

$$\Lambda_2 = \text{diag}(\tilde{e}(f_2), \tilde{e}(f_3), \dots, \tilde{e}(f_N)) \quad (4.5)$$

À partir de l'équation caractéristique de la décomposition en éléments propres généralisés (4.2) et du partitionnement des matrices \mathbf{A} et Λ , nous obtenons les deux équations suivantes :

$$\Lambda_1 \mathbf{A}_1 \Gamma_c \mathbf{A}^H \Lambda^H \mathbf{P}_s = \Sigma_1 \mathbf{P}_s \mathbf{G} \quad (4.6)$$

$$\Lambda_2 \mathbf{A}_2 \Gamma_c \mathbf{A}^H \Lambda^H \mathbf{P}_s = \Sigma_2 \mathbf{P}_s \mathbf{G} \quad (4.7)$$

où Σ_1 et Σ_2 sont deux matrices de dimension $((N-1) \times N)$, obtenues en prenant les $N-1$ premières lignes et les $N-1$ dernières lignes de la matrice Σ respectivement, telles que :

$$\Sigma = \begin{pmatrix} - \\ \Sigma_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \Sigma_1 \\ - \end{pmatrix} \quad (4.8)$$

La relation (4.6) peut se réécrire sous la forme :

$$\mathbf{A}_1 = \Lambda_1^{-1} \Sigma_1 \mathbf{P}_s \mathbf{G} (\Gamma_c \mathbf{A}^H \Lambda^H \mathbf{P}_s)^{-1} \quad (4.9)$$

Alors, en combinant les relations (4.9), (4.7) et (4.3), nous obtenons :

$$\Sigma_2 \mathbf{P}_s \mathbf{G} = \Lambda_2 \Lambda_1^{-1} \Sigma_1 \mathbf{P}_s \mathbf{G} (\Gamma_c \mathbf{A}^H \Lambda^H \mathbf{P}_s)^{-1} \Phi \Gamma_c \mathbf{A}^H \Lambda^H \mathbf{P}_s \quad (4.10)$$

Posons :

$$\Omega = \Lambda_2 \Lambda_1^{-1} = \text{diag} \left(\frac{\tilde{e}(f_2)}{\tilde{e}(f_1)}, \frac{\tilde{e}(f_3)}{\tilde{e}(f_2)}, \dots, \frac{\tilde{e}(f_N)}{\tilde{e}(f_{N-1})} \right) \quad (4.11)$$

alors, l'équation (4.10) s'écrit sous la forme :

$$\Sigma_2 \mathbf{P}_s = \Omega \Sigma_1 \mathbf{P}_s \mathbf{K} \quad (4.12)$$

avec :

$$\mathbf{K} = \mathbf{F}^{-1} \Phi \mathbf{F} \quad (4.13)$$

$$\mathbf{F} = \Gamma_c \mathbf{A}^H \Lambda^H \mathbf{P}_s \mathbf{G}^{-1} \quad (4.14)$$

La relation (4.13) indique que les matrices \mathbf{K} et Φ sont similaires. Par conséquent, les matrices \mathbf{K} et Φ partagent les mêmes valeurs propres. De plus, sachant que la matrice Φ est une matrice diagonale, alors les éléments diagonaux de la matrice Φ , i.e. les $e^{-2i\pi\Delta f T_i}$, sont les valeurs propres de la matrice \mathbf{K} .

En pratique, la matrice de covariance est estimée et on a seulement accès à des estimées des matrices $\hat{\Sigma}_2$, $\hat{\Sigma}_1$ et $\hat{\mathbf{P}}_s$. Les matrices Λ_2 et Λ_1 sont quant à elles mesurables. On résout au sens des moindres carrés (LS) le système suivant :

$$\hat{\Sigma}_2 \hat{\mathbf{P}}_s = \Omega \hat{\Sigma}_1 \hat{\mathbf{P}}_s \hat{\mathbf{K}} \quad (4.15)$$

On obtient alors :

$$\hat{\mathbf{K}} = \left(\left(\hat{\Sigma}_1 \hat{\mathbf{P}}_s \right)^H \hat{\Sigma}_1 \hat{\mathbf{P}}_s \right)^{-1} \left(\hat{\Sigma}_1 \hat{\mathbf{P}}_s \right)^H \Omega^{-1} \hat{\Sigma}_2 \hat{\mathbf{P}}_s \quad (4.16)$$

La recherche des valeurs propres de $\hat{\mathbf{K}}$ conduit aux estimées $e^{-2i\pi\Delta f \hat{T}_i}$.

Comme pour la version classique de la méthode ESPRIT, une évolution consiste à résoudre la relation (4.15) au sens des moindres carrés totaux (TLS); cela permet de prendre en compte les erreurs sur l'estimation à la fois de $\hat{\Sigma}_2 \hat{\mathbf{P}}_s$ et de $\Omega \hat{\Sigma}_1 \hat{\mathbf{P}}_s$. Cette solution passe par le calcul de la matrice $\hat{\mathbf{V}}$ de dimension $((N-1) \times 2K)$, construite de la manière suivante :

$$\hat{\mathbf{V}} = [\hat{\Sigma}_2 \hat{\mathbf{P}}_s, \Omega \hat{\Sigma}_1 \hat{\mathbf{P}}_s] \quad (4.17)$$

Puis, nous effectuons une décomposition en éléments singuliers (SVD) de $\hat{\mathbf{V}}$ telle que :

$$\hat{\mathbf{V}} = \hat{\mathbf{U}} \hat{\mathbf{X}} \hat{\mathbf{W}}^H \quad (4.18)$$

où $\hat{\mathbf{U}}$ et $\hat{\mathbf{W}}$ sont des matrices unitaires. Ensuite, nous partitionnons la matrice $\hat{\mathbf{W}}$ de dimension $(2K \times 2K)$ en blocs de 4 matrices, de dimensions $(K \times K)$, telles que :

$$\hat{\mathbf{W}} = \begin{pmatrix} \hat{\mathbf{W}}_{11} & \hat{\mathbf{W}}_{12} \\ \hat{\mathbf{W}}_{21} & \hat{\mathbf{W}}_{22} \end{pmatrix} \quad (4.19)$$

Enfin, la solution au sens des moindres carrés totaux est donnée par :

$$\hat{\mathbf{K}} = -\hat{\mathbf{W}}_{12} \left(\hat{\mathbf{W}}_{22} \right)^{-1} \quad (4.20)$$

Comme précédemment, la recherche des valeurs propres de $\hat{\mathbf{K}}$ conduit aux estimées $e^{-2i\pi\Delta f \hat{T}_i}$.

4.3 Cas particuliers

Dans la suite, sept cas particuliers sont discutés :

1. Cas 1 - bruit blanc et impulsion idéale (Dirac)
2. Cas 2 - bruit dont la matrice de covariance est diagonale et impulsion idéale (Dirac)
3. Cas 3 - bruit quelconque et impulsion idéale (Dirac)
4. Cas 4 - bruit dont la matrice de covariance est diagonale et impulsion quelconque
5. Cas 5 - bruit blanc et impulsion quelconque
6. Cas 6 - bruit blanc et blanchiment du signal reçu par l'impulsion
7. Cas 7 - moyennage en sous-bandes

Ces différentes versions sont reliées à différentes hypothèses que l'on peut effectuer sur le modèle du signal et sur la matrice de covariance du bruit. Les solutions "LS" et "TLS" peuvent être utilisées dans ces sept situations pour estimer la matrice $\hat{\mathbf{K}}$, et donc estimer les temps de retard. Le tableau 4.1 résume les 7 cas particuliers présentés. Le cas 0 représente le cas général, i.e. la méthode G-ESPRIT.

4.3.1 Cas 1 - bruit blanc et impulsion idéale (Dirac)

Dans ce cas, les matrices liées aux contributions de l'impulsion et du bruit sont définies telles que :

$$\mathbf{\Sigma} = \mathbf{I} \quad (4.21)$$

$$\mathbf{\Omega} = \mathbf{I} \quad (4.22)$$

Ce cas représente la méthode ESPRIT originale développée par [76] et exploitée au chapitre 2. Dans cette situation, les matrices $\mathbf{\Sigma}_1$ et $\mathbf{\Sigma}_2$ sont définies telles que :

$$\mathbf{\Sigma}_1 = [\mathbf{I}_{(N-1)} \mathbf{0}_{(N-1) \times 1}] \quad (4.23)$$

$$\mathbf{\Sigma}_2 = [\mathbf{0}_{(N-1) \times 1} \mathbf{I}_{(N-1)}] \quad (4.24)$$

L'équation générale (4.15) se simplifie selon :

$$\mathbf{\Sigma}_2 \mathbf{P}_s = \mathbf{\Sigma}_1 \mathbf{P}_s \mathbf{K} \quad (4.25)$$

$$\mathbf{P}_{s2} = \mathbf{P}_{s1} \mathbf{K} \quad (4.26)$$

avec \mathbf{P}_{s1} et \mathbf{P}_{s2} , les deux matrices définies à partir de la matrice \mathbf{P}_s en éliminant respectivement sa dernière et première ligne, telles que :

$$\mathbf{P}_s = \begin{pmatrix} - \\ \mathbf{P}_{s2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{P}_{s1} \\ - \end{pmatrix} \quad (4.27)$$

Dans ce cas, il est alors plus commode d'introduire le partitionnement de la matrice \mathbf{P}_s et ensuite de résoudre l'équation (4.26).

4.3.2 Cas 2 - bruit dont la matrice de covariance est diagonale et impulsion idéale (Dirac)

Dans ce cas, les matrices liées aux contributions de l'impulsion, $\mathbf{\Omega}$, et du bruit, $\mathbf{\Sigma}$, sont définies telles que :

$$\mathbf{\Sigma} = \text{diag}(\sigma_1^2, \sigma_2^2, \dots, \sigma_N^2) \quad (4.28)$$

$$\mathbf{\Omega} = \mathbf{I} \quad (4.29)$$

Ainsi, l'équation générale (4.12) devient :

$$\Sigma_2 \mathbf{P}_s = \Sigma_1 \mathbf{P}_s \mathbf{K} \quad (4.30)$$

avec Σ_1 et Σ_2 les matrices définies selon la relation (4.8). Posons :

$$\Sigma_1 = [\Sigma_{1G} \mathbf{0}_{(N-1) \times 1}] \quad (4.31)$$

$$\Sigma_2 = [\mathbf{0}_{(N-1) \times 1} \Sigma_{2D}] \quad (4.32)$$

avec Σ_{1G} la matrice carrée de dimension $((N-1) \times (N-1))$, définie à partir de la matrice Σ_1 en prenant les N-1 colonnes de gauche et Σ_{2D} , la matrice carrée de dimension $((N-1) \times (N-1))$ définie à partir de la matrice Σ_2 en prenant les N-1 colonnes de droite. Alors, la relation (4.30) s'écrit sous la forme :

$$\mathbf{P}_{s2} = \Psi \mathbf{P}_{s1} \mathbf{K} \quad (4.33)$$

avec les matrices \mathbf{P}_{s1} et \mathbf{P}_{s2} définies selon la relation (4.27), et Ψ une matrice diagonale définie par :

$$\Psi = \Sigma_{2D}^{-1} \Sigma_{1G} = \text{diag} \left(\frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2}, \frac{\sigma_2^2}{\sigma_3^2}, \dots, \frac{\sigma_{N-1}^2}{\sigma_N^2} \right) \quad (4.34)$$

4.3.3 Cas 3 - bruit quelconque et impulsion idéale (Dirac)

Dans ce cas, la matrice diagonale comportant la transformée de Fourier de l'impulsion est une matrice identité, $\Omega = \mathbf{I}$, ainsi l'équation générale (4.12) s'écrit sous la forme :

$$\Sigma_2 \mathbf{P}_s = \Sigma_1 \mathbf{P}_s \mathbf{K} \quad (4.35)$$

4.3.4 Cas 4 - bruit de matrice de covariance diagonale et impulsion quelconque

Dans ce cas, les matrices liées aux contributions de l'impulsion et du bruit sont définies de la manière suivante :

$$\Sigma = \text{diag} (\sigma_1^2, \sigma_2^2, \dots, \sigma_N^2) \quad (4.36)$$

$$\Omega = \text{diag} (\tilde{e}(f_1), \tilde{e}(f_2), \dots, \tilde{e}(f_N)) \quad (4.37)$$

Ainsi, l'équation générale (4.12) devient :

$$\Sigma_2 \mathbf{P}_s = \Omega \Sigma_1 \mathbf{P}_s \mathbf{K} \quad (4.38)$$

avec les matrices Σ_1 et Σ_2 définies selon la relation (4.8). En combinant les relations (4.38), (4.31) et (4.32), nous obtenons :

$$\Sigma_{2D} \mathbf{P}_{s2} = \Omega \Sigma_{1G} \mathbf{P}_{s1} \mathbf{K} \quad (4.39)$$

avec Σ_{2D} et Σ_{1G} les matrices définies selon les relations (4.31) et (4.32). Les matrices \mathbf{P}_{s1} et \mathbf{P}_{s2} sont définies selon la relation (4.27). L'équation (4.39) se simplifie sous la forme :

$$\mathbf{P}_{s2} = \Psi \mathbf{P}_{s1} \mathbf{K} \quad (4.40)$$

Dans cette situation, nous retrouvons l'écriture du cas 2, avec Ψ une matrice diagonale définie telle que :

$$\Psi = \Sigma_{2D}^{-1} \Omega \Sigma_{1G} \quad (4.41)$$

$$\Psi = \text{diag} \left(\frac{\sigma_1^2 \tilde{e}(f_2)}{\sigma_2^2 \tilde{e}(f_1)}, \frac{\sigma_2^2 \tilde{e}(f_3)}{\sigma_3^2 \tilde{e}(f_2)}, \dots, \frac{\sigma_{N-1}^2 \tilde{e}(f_N)}{\sigma_N^2 \tilde{e}(f_{N-1})} \right) \quad (4.42)$$

4.3.5 Cas 5 - bruit blanc et impulsion quelconque

Dans ce cas, la matrice de covariance du bruit est définie :

$$\sigma^2 \mathbf{\Sigma} = \sigma^2 \mathbf{I} \quad (4.43)$$

Ainsi, l'équation générale (4.12) devient :

$$\mathbf{P}_{s2} = \mathbf{\Omega} \mathbf{P}_{s1} \mathbf{K} \quad (4.44)$$

avec \mathbf{P}_{s1} et \mathbf{P}_{s2} les matrices définies selon la relation (4.27) et $\mathbf{\Omega}$ la matrice définie telle que :

$$\mathbf{\Omega} = \mathbf{\Lambda}_2 \mathbf{\Lambda}_1^{-1} = \text{diag} \left(\frac{\tilde{e}(f_2)}{\tilde{e}(f_1)}, \frac{\tilde{e}(f_3)}{\tilde{e}(f_2)}, \dots, \frac{\tilde{e}(f_N)}{\tilde{e}(f_{N-1})} \right) \quad (4.45)$$

4.3.6 Cas 6 - bruit blanc et blanchiment du signal reçu par l'impulsion

Dans le domaine fréquentiel, le vecteur des observations s'écrit sous la forme (2.4). Ce vecteur des observations, après blanchiment par l'impulsion, devient alors :

$$\mathbf{x} = \mathbf{\Lambda}^{-1} \mathbf{s} = \mathbf{A} \mathbf{c} + \mathbf{\Lambda}^{-1} \mathbf{b} \quad (4.46)$$

Le modèle du signal utilisé dans ce cas est le même que celui utilisé dans le cas précédent (paragraphe 4.3.5). La différence entre ces deux cas réside dans le blanchiment des données par l'impulsion qui peut nécessiter $O(N)$ opérations, car la matrice $\mathbf{\Lambda}^{-1}$ est diagonale. Par conséquent, ce cas possède un coût de calcul supérieur à celui présenté précédemment, i.e. le cas où le bruit est blanc et l'impulsion quelconque.

Ainsi, la matrice de covariance du vecteur des observations après blanchiment par l'impulsion s'écrit sous la forme :

$$\mathbf{\Gamma}_x = \mathbf{A} \mathbf{\Gamma}_c \mathbf{A}^H + \sigma^2 \mathbf{\Sigma} \quad (4.47)$$

avec :

$$\mathbf{\Sigma} = \mathbf{\Lambda}^{-1} \mathbf{\Lambda}^{-H} = \text{diag} \left(\frac{1}{|\tilde{e}(f_1)|^2}, \frac{1}{|\tilde{e}(f_2)|^2}, \dots, \frac{1}{|\tilde{e}(f_N)|^2} \right) \quad (4.48)$$

Cette situation correspond au cas particulier 2 (impulsion idéale (Dirac) et bruit dont la matrice de covariance est une matrice diagonale définie positive). Par conséquent, la même procédure que celle indiquée dans le cas 2 peut être utilisée. Alors, l'équation (4.33) sera utilisée pour estimer la matrice \mathbf{K} , avec la matrice $\mathbf{\Psi}$ d'expression suivante :

$$\hat{\mathbf{\Psi}} = \hat{\mathbf{\Sigma}}_{2D}^{-1} \hat{\mathbf{\Sigma}}_{1G} = \text{diag} \left(\left| \frac{\tilde{e}(f_2)}{\tilde{e}(f_1)} \right|^2, \left| \frac{\tilde{e}(f_3)}{\tilde{e}(f_2)} \right|^2, \dots, \left| \frac{\tilde{e}(f_N)}{\tilde{e}(f_{N-1})} \right|^2 \right) \quad (4.49)$$

4.3.7 Cas 7 - cas du moyennage en sous-bandes

Comme nous l'avons vu au chapitre 3, l'influence de la corrélation est sujette à une attention particulière pour les algorithmes à sous-espaces. Dans le cas où les échos sont fortement ou totalement corrélés, les techniques de moyennage en sous-bandes (méthode de moyennage direct ou méthode de moyennage direct-inverse) sont nécessaires pour décorrélérer les sources. Pour utiliser ces méthodes de moyennage en sous-bandes, le vecteur

des observations doit être préalablement blanchi par l'impulsion. Ainsi, le vecteur des observations blanchi par l'impulsion s'écrit sous la forme (3.17) et sa matrice de covariance associée sous la forme (3.18). Dans la suite de ce paragraphe, les développements seront effectués avec la méthode de moyennage en sous-bandes direct. La matrice de covariance modifiée s'écrit sous la forme (cf. équation (3.20)) :

$$\mathbf{\Gamma}_{ssp} = \mathbf{A}_1 \mathbf{\Gamma}_c^{(M)} \mathbf{A}_1^H + \sigma^2 \mathbf{\Sigma}^{(M)}$$

où les différentes matrices $\mathbf{\Gamma}_c^{(M)}$ et $\mathbf{\Sigma}^{(M)}$ sont définies dans le paragraphe (3.4.2). Dans ce cas, la matrice de covariance de bruit modifiée $\sigma^2 \mathbf{\Sigma}^{(M)}$ est une matrice quelconque définie positive. Alors, le cas particulier 3 peut être utilisé, i.e. le cas où l'impulsion est idéale et la matrice de covariance du bruit est une matrice quelconque définie positive.

Cas	hypothèses	matrice de covariance	matrice des vecteurs modèles	matrice de covariance du bruit	équation pour estimer la matrice $\tilde{\mathbf{K}}$
0	impulsion et bruit quelconques	$\mathbf{\Lambda} \mathbf{\Lambda} \mathbf{\Gamma}_c \mathbf{A}^H \mathbf{\Lambda}^H + \sigma^2 \mathbf{\Sigma}$	$\mathbf{\Lambda} \mathbf{A}$	$\sigma^2 \mathbf{\Sigma}$	$\mathbf{\Sigma}_2 \mathbf{P}_s = \mathbf{\Omega} \mathbf{\Sigma}_1 \mathbf{P}_s \mathbf{K}$ $\mathbf{\Sigma} = \begin{pmatrix} - \\ \mathbf{\Sigma}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{\Sigma}_1 \\ - \end{pmatrix}$ $\mathbf{\Omega} = \text{diag} \left(\frac{\tilde{e}(f_2)}{\tilde{e}(f_1)}, \dots, \frac{\tilde{e}(f_N)}{\tilde{e}(f_{N-1})} \right)$
1	impulsion dirac et bruit blanc	$\mathbf{A} \mathbf{\Gamma}_c \mathbf{A}^H + \sigma^2 \mathbf{I}$	\mathbf{A}	$\sigma^2 \mathbf{I}$	$\mathbf{P}_{s2} = \mathbf{P}_{s1} \mathbf{K}$ $\mathbf{P}_s = \begin{pmatrix} - \\ \mathbf{P}_{s2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{P}_{s1} \\ - \end{pmatrix}$
2	impulsion dirac et bruit dont la matrice de covariance est diagonale	$\mathbf{A} \mathbf{\Gamma}_c \mathbf{A}^H + \sigma^2 \mathbf{\Sigma}$	\mathbf{A}	$\sigma^2 \mathbf{\Sigma}$	$\mathbf{P}_{s2} = \mathbf{\Omega} \mathbf{P}_{s1} \mathbf{K}$ $\mathbf{\Omega} = \mathbf{\Sigma}_{2D}^{-1} \mathbf{\Sigma}_{1G}$ $\mathbf{\Sigma}_1 = \begin{bmatrix} \mathbf{\Sigma}_{1G} & \mathbf{0}_{(N-1) \times 1} \end{bmatrix}$ $\mathbf{\Sigma}_2 = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{(N-1) \times 1} & \mathbf{\Sigma}_{2D} \end{bmatrix}$
3	impulsion dirac et bruit quelconque	$\mathbf{A} \mathbf{\Gamma}_c \mathbf{A}^H + \sigma^2 \mathbf{\Sigma}$	\mathbf{A}	$\sigma^2 \mathbf{\Sigma}$	$\mathbf{\Sigma}_2 \mathbf{P}_s = \mathbf{\Sigma}_1 \mathbf{P}_s \mathbf{K}$
4	impulsion quelconque et bruit dont la matrice de covariance est diagonale	$\mathbf{\Lambda} \mathbf{\Lambda} \mathbf{\Gamma}_c \mathbf{A}^H \mathbf{\Lambda}^H + \sigma^2 \mathbf{\Sigma}$	$\mathbf{\Lambda} \mathbf{A}$	$\sigma^2 \mathbf{\Sigma}$	$\mathbf{P}_{s2} = \mathbf{\Psi} \mathbf{P}_{s1} \mathbf{K}$ $\mathbf{\Psi} = \mathbf{\Sigma}_{2D}^{-1} \mathbf{\Omega} \mathbf{\Sigma}_{1G}$
5	impulsion quelconque et bruit blanc	$\mathbf{\Lambda} \mathbf{\Lambda} \mathbf{\Gamma}_c \mathbf{A}^H \mathbf{\Lambda}^H + \sigma^2 \mathbf{I}$	$\mathbf{\Lambda} \mathbf{A}$	$\sigma^2 \mathbf{I}$	$\mathbf{P}_{s2} = \mathbf{\Omega} \mathbf{P}_{s1} \mathbf{K}$
6	bruit blanc et données blanchies par l'impulsion	$\mathbf{A} \mathbf{\Gamma}_c \mathbf{A}^H + \sigma^2 \mathbf{\Sigma}$	\mathbf{A}	$\sigma^2 \mathbf{\Sigma} = \sigma^2 \mathbf{\Lambda}^{-1} \mathbf{\Lambda}^{-H}$	$\mathbf{P}_{s2} = \mathbf{\Omega} \mathbf{P}_{s1} \mathbf{K}$ $\mathbf{\Omega} = \text{diag} \left(\left \frac{e(f_2)}{e(f_1)} \right ^2, \dots, \left \frac{e(f_N)}{e(f_{N-1})} \right ^2 \right)$
7	Cas corrélé	$\mathbf{A}_1 \mathbf{\Gamma}_c^{(M)} \mathbf{A}_1^H + \sigma^2 \mathbf{\Sigma}^{(M)}$	\mathbf{A}_1 de dimension $(L \times K)$	$\sigma^2 \mathbf{\Sigma}^{(M)}$	$\mathbf{\Sigma}_2^{(M)} \mathbf{P}_s = \mathbf{\Sigma}_1^{(M)} \mathbf{P}_s \mathbf{K}$ $\mathbf{\Sigma}^{(M)} = \begin{pmatrix} - \\ \mathbf{\Sigma}_2^{(M)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{\Sigma}_1^{(M)} \\ - \end{pmatrix}$

TAB. 4.1 – Tableau récapitulatif des différents modèles du signal pouvant être traité par la méthode G-ESPRIT

4.4 Résultats de simulation et discussions

Les simulations présentées dans cette section mettent en évidence l'influence des erreurs de modèle sur l'estimation des temps de retard. Pour ce faire, quelques différents cas particuliers présentés ci-dessus sont comparés entre eux.

Les données vérifient les hypothèses du modèle des observations défini par l'éqn. (2.4), et comportent 2 échos. Les sources sont considérées dans un premier temps décorréelées puis dans un second temps corrélées. Le vecteur des observations comporte 41 échantillons espacés de 50 MHz dans une bande de fréquences de 2 GHz. Nous estimons la matrice de covariance à partir de $M = 200$ réalisations indépendantes. La dimension de l'espace signal est fixée au nombre d'échos attendu, i.e. deux. Dans ces simulations, la constante diélectrique du milieu est supposée connue, mesurable et est choisie à 5.

Contrairement au chapitre 3, où l'impulsion était un dirac, l'impulsion radar dans ces simulations est une impulsion de type "ricker", i.e. obtenue par dérivation d'une impulsion gaussienne (2^{nde} dérivé) [109], et est représentée sur la figure (4.2). La fréquence centrale de l'impulsion est de 1,7 GHz et la bande de fréquences choisie est de 2 GHz. La figure (4.2) présente l'impulsion dans le domaine temporel et le module en dB dans le domaine fréquentiel.

Dans ce chapitre, nous comparons les influences de l'erreur de modèle sur la forme de l'impulsion et sur la matrice de covariance du bruit en considérant quelques cas particuliers de la méthode G-ESPRIT. Le rapport signal sur bruit (RSB) est défini à partir de la puissance du premier écho et de la puissance du bruit. La puissance du premier écho est de 0 dB et celle du second est de -6 dB.

Lorsque les résultats de simulation seront fonction du produit $B\Delta\tau$, l'épaisseur de la couche du milieu stratifié sera variable ($\Delta\tau$). Dans les autres simulations, le produit $B\Delta\tau$ sera fixe, mais le RSB variable. Ces dernières simulations montreront la robustesse des méthodes face au bruit et l'influence de celui-ci sur les estimations des temps de retard.

Deux cas de bruit seront abordés : le cas d'un bruit corrélé et coloré et le cas d'un bruit blanc. Dans le premier cas, la matrice de covariance du bruit est une matrice hermitienne non diagonale et définie positive. Le module des amplitudes des éléments de la matrice de covariance du bruit quelconque théorique utilisé dans ces simulations est représenté sur la figure (4.1).

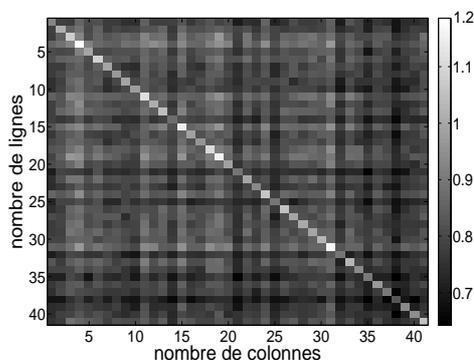


FIG. 4.1 – Module de la matrice de covariance de bruit théorique utilisée lorsque le bruit est supposé quelconque.

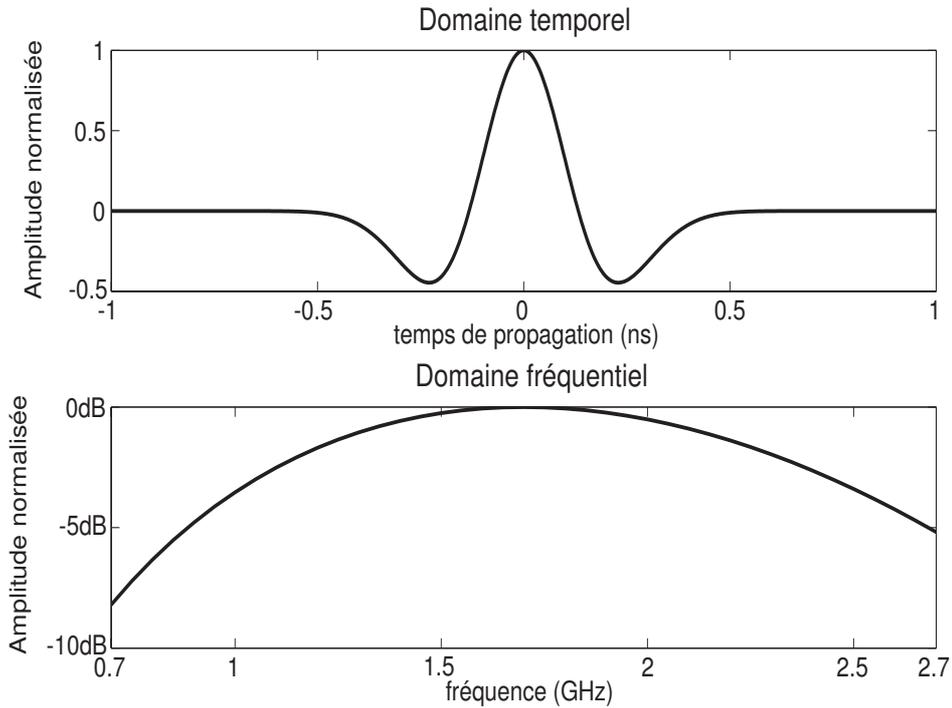


FIG. 4.2 – Impulsion radar de type ricker dans le domaine temporel et fréquentiel.

4.4.1 Bruit quelconque

Dans ce paragraphe, les sources sont supposées décorréées. Ainsi, les performances des méthodes sont optimum. Dans les prochaines simulations, l'estimation de la matrice \mathbf{K} est réalisée par la méthode des moindres carrés totaux (TLS) car celle-ci prend en compte simultanément les erreurs d'estimation sur $\Sigma_2 \mathbf{P}_s$ et sur $\Omega \Sigma_1 \mathbf{P}_s$.

Le modèle de signal utilisé est le modèle le plus général, i.e. une impulsion et un bruit quelconque. L'impulsion est de type ricker et le bruit est celui de la figure (4.1). Ainsi, la matrice de covariance du vecteur des observations fréquentielles, utilisée dans ce paragraphe, s'écrit sous la forme :

$$\mathbf{\Gamma} = \mathbf{\Lambda} \mathbf{\Lambda} \mathbf{\Gamma}_c \mathbf{A}^H \mathbf{\Lambda}^H + \sigma^2 \mathbf{\Sigma}$$

Dans cette situation, la matrice de covariance du bruit est supposée connue ou mesurable. La figure (4.3) montre la localisation des valeurs propres de la matrice $\hat{\mathbf{K}}$ dans le plan complexe pour 4 cas du tableau (4.1) :

- le cas 0 représente ESPRIT généralisée ;
- le cas 1 représente ESPRIT conventionnel ;
- le cas 3 représente le cas où l'on considère que le bruit est quelconque et l'impulsion est idéale ;
- le cas 5 représente le cas où l'on considère que l'impulsion est quelconque et le bruit est blanc.

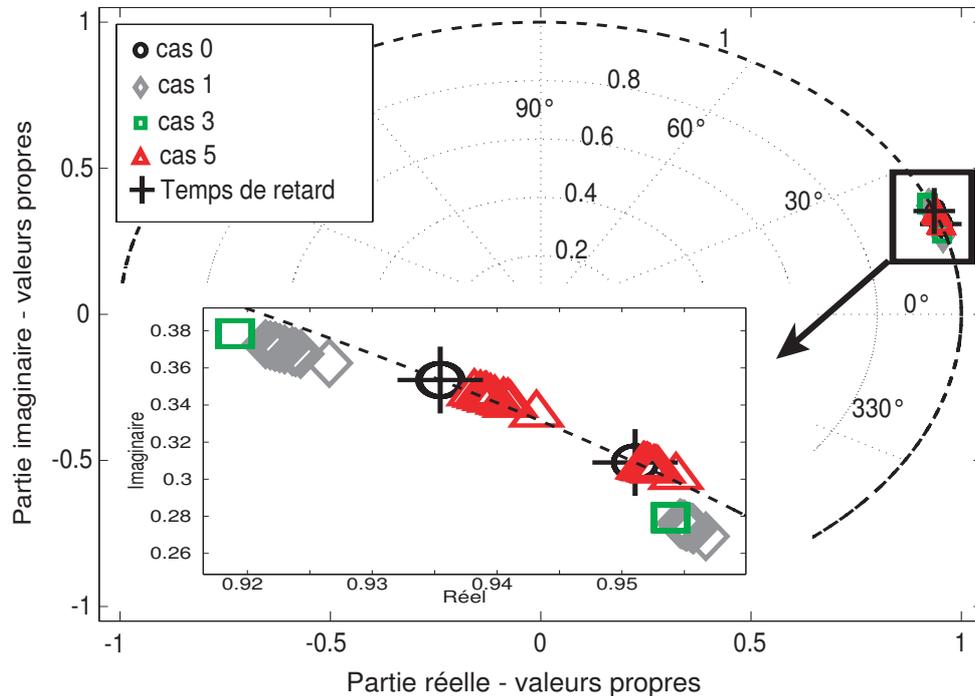


FIG. 4.3 – Localisation dans le plan complexe des valeurs propres, pour un produit $B\Delta\tau$ de 0,3 et un RSB de 10 dB. Résultats obtenus par les moindres carrés totaux à partir de 10 itérations de Monte Carlo.

Les résultats présentés sur la figure 4.3 sont obtenus à partir de 10 itérations de Monte Carlo. Le produit $B\Delta\tau$ est de 0,3 et le RSB est de 10 dB. Le signe "+" indique les deux valeurs propres associées aux deux vrais temps de retard.

Seule la méthode proposée, G-ESPRIT, permet de retrouver la position exacte des valeurs propres. Les résultats obtenus sur la figure (4.3) montrent les effets des erreurs de modèle. Comme attendu, lorsque l'impulsion n'est pas prise en compte dans le formalisme de la méthode ESPRIT, l'estimation des valeurs propres est systématiquement biaisée (cas 1 et 3). Par conséquent, la prise en compte de l'impulsion dans cette application est nécessaire. De plus, lorsque la matrice de covariance du bruit n'est pas prise en compte dans la méthode ESPRIT (cas 1 et 5), celle-ci entraîne à la fois une erreur systématique, et une plus grande dispersion des valeurs propres estimées, i.e. une plus grande variance. Par conséquent, il est aussi nécessaire de prendre en compte la forme de la matrice de covariance du bruit.

Dans la suite, les performances des méthodes seront caractérisées par la REQM (racine carrée de l'erreur quadratique moyenne) de l'épaisseur estimée (en mètre) définie par la relation (3.31), calculée à partir de 500 itérations indépendantes, en fonction du produit $B\Delta\tau$ ou du RSB.

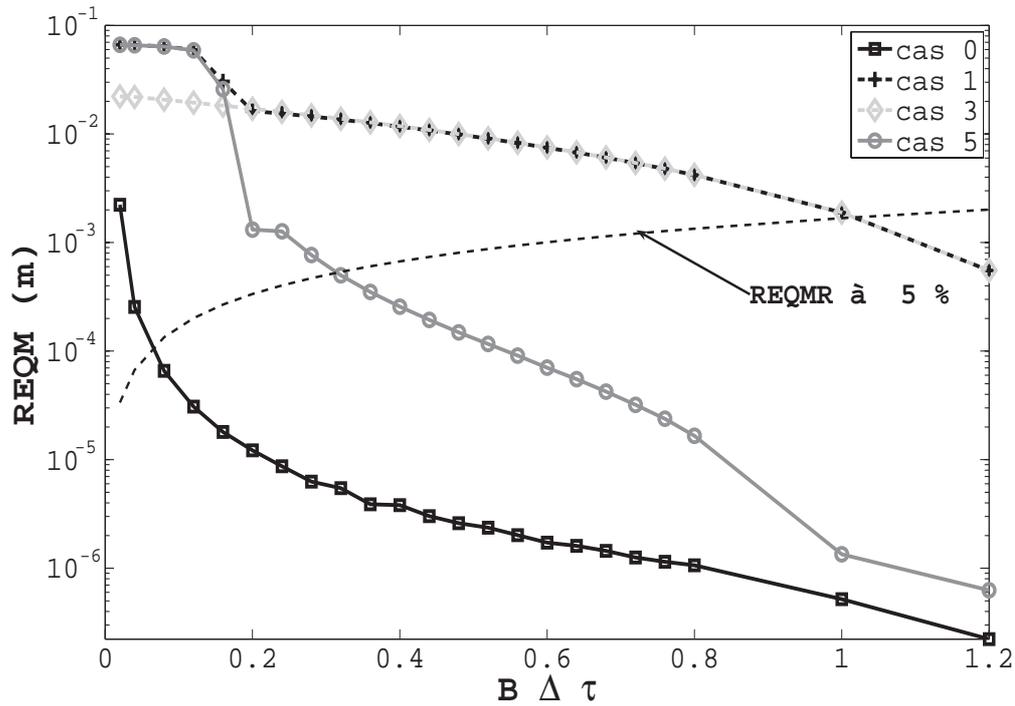


FIG. 4.4 – REQM sur l'épaisseur estimée (en mètre) pour un RSB de 10 dB obtenue par les quatre versions citées à partir de 500 itérations de Monte Carlo.

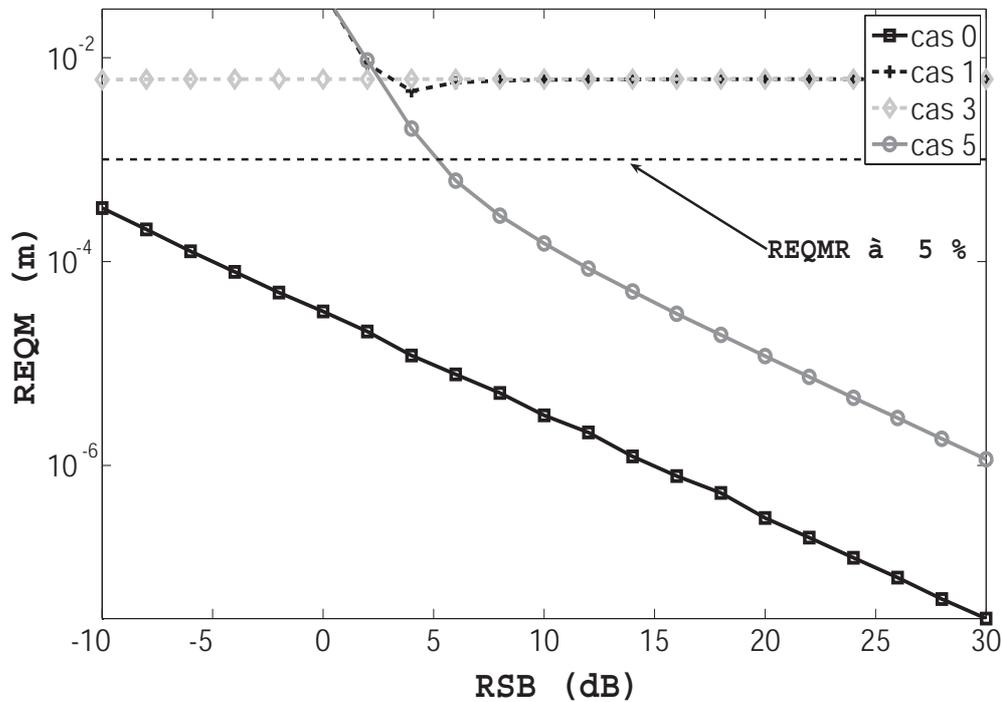


FIG. 4.5 – REQM sur l'épaisseur estimée (en mètre) pour un $B\Delta\tau$ de 0,6 obtenue par les quatre versions citées à partir de 500 itérations de Monte Carlo.

Les figures (4.4) et (4.5) représentent la variation de la REQM (**R**acine carrée de l'**E**rrreur **Q**uadratique **M**oyenne) de l'épaisseur estimée en fonction du produit $B\Delta\tau$ d'une part, et d'autre part en fonction du RSB. Les pointillés noirs représentent une REQMR de 5 % et permettent de définir le critère de faisabilité de l'application (cf. le critère PSBBTM (**P**erformance **S**ouhaitée pour le **B**éton **B**itumineux **T**rès **M**ince), défini au chapitre 3) . Rappelons que le PSBBTM demande d'une part d'avoir une REQMR inférieure à 5 % et d'autre part d'avoir une résolution caractérisée par un produit $B\Delta\tau$ inférieur à 0,6 (pour une bande de fréquences de 2 GHz). Les quatre cas utilisés dans ces simulations sont ceux évoqués précédemment.

La figure (4.4) montre que la REQM sur l'épaisseur estimée diminue avec la valeur du produit $B\Delta\tau$. A cette valeur de RSB, le cas 1 et 3 ne satisfont pas le critère de faisabilité. En effet, ces deux cas possèdent une REQMR inférieure à 5% pour un produit $B\Delta\tau$ supérieur à 1. Ensuite, les cas 0 et 5, satisfont le critère de faisabilité pour un produit $B\Delta\tau$ supérieur à 0,06 et à 0,3 respectivement.

En confrontant les cas 0 et 3, nous observons que la forme de l'impulsion possède une grande influence sur les performances de la méthode ESPRIT. Pour une impulsion de type "ricker", cette influence se réduit lorsque le produit $B\Delta\tau$ augmente. La même conclusion peut être déduite du recoupement effectué entre les cas 1 et 5, même si ces derniers possèdent une erreur sur la forme de la matrice de covariance du bruit.

En examinant les cas 0 et 5, nous pouvons constater l'influence de la mal connaissance de la forme de la matrice de covariance du bruit sur l'estimation des épaisseurs de chaussées. La figure (4.4) montre que cette influence est aussi un paramètre très important que l'on doit prendre en compte dans le formalisme de la méthode ESPRIT.

La figure (4.5) représente la REQM de l'épaisseur estimée en fonction du RSB pour un produit $B\Delta\tau$ de 0,6. Pour les cas 0 et 5, lorsque le RSB augmente, la REQM de l'épaisseur diminue. En comparaison, le cas 3 présente une REQM qui reste constante lorsque le RSB augmente. Il en est de même pour le cas 1 lorsque le RSB devient supérieur à 6 dB. Ces deux méthodes délivrent une estimée biaisée de l'épaisseur, du fait de la non prise en compte de l'impulsion dans l'expression de la matrice des vecteurs sources.

De plus, pour un produit $B\Delta\tau$ de 0,6 et pour un RSB compris entre -10 et 30 dB, les cas 1 et 3 ne satisfont pas les critères souhaités dans cette application. Le cas 0 satisfait les critères pour tout RSB se trouvant dans l'intervalle $[-10, 30]$ dB. Le cas 5 possède une REQMR inférieure à 5 % lorsque le RSB devient supérieur à 5,1 dB. Les différences observées entre les cas 0 et 5 sont provoquées par la prise en compte de la matrice de covariance du bruit dans le formalisme de la méthode ESPRIT pour le cas 0.

En conclusion, d'après les figures (4.4) et (4.5), en comparant les différents cas entre eux, il est nécessaire de prendre en compte la forme de l'impulsion et celle de la matrice de covariance du bruit. En effet, le cas 0 délivre toujours les meilleures performances. Sans prendre en compte la forme de l'impulsion GPR et la forme de la matrice de covariance du bruit, la méthode conventionnelle ESPRIT estime toujours des temps de retard biaisés.

A fort RSB, l'influence du bruit devient négligeable. Dans cette situation, l'influence de la forme de l'impulsion dans la matrice des vecteurs sources est prépondérante. Inversement, à faible RSB, l'influence de la matrice de covariance du bruit devient prépondérante. Dans les situations intermédiaires, l'influence de ces deux sources d'erreurs de modèles sont cumulatives.

4.4.2 Bruit blanc

Le bruit blanc est étudié car d'une part c'est le cas que l'on rencontre en général dans la littérature, et d'autre part c'est celui que l'on retrouve lorsque le bruit est surtout d'origine électronique.

Ce paragraphe concerne un cas particulier du précédent qui s'avère important pour la partie expérimentale. En effet, dans les expérimentations avec un GPR, généralement, le bruit est supposé blanc. Ainsi, la matrice de covariance du vecteur des observations fréquentielles utilisée dans ce paragraphe s'écrit sous la forme :

$$\mathbf{\Gamma} = \mathbf{\Lambda} \mathbf{A} \mathbf{\Gamma}_c \mathbf{A}^H \mathbf{\Lambda}^H + \sigma^2 \mathbf{I}$$

Tout d'abord, les erreurs de modèle sur l'impulsion émise et sur la forme de la matrice de covariance du bruit sont évaluées lorsque les performances des méthodes sont optimum (corrélation nulle entre échos). Ensuite, nous essayons de nous rapprocher au maximum des conditions expérimentales. Ainsi, des résultats de simulation de la méthode G-ESPRIT seront présentés lorsque les échos sont totalement corrélés.

Echos décorrelés

Dans ce paragraphe, les sources sont supposées décorrelées. Ainsi, les performances des méthodes sont optimum. En référence au tableau (4.1), les quatre cas particuliers suivants seront étudiés :

- le cas 1 : ESPRIT conventionnel ;
- le cas 5 : ESPRIT avec prise en compte de l'impulsion émise et un bruit blanc ;
- le cas 6 : le cas où les données sont blanchies par l'impulsion ; la matrice de covariance du bruit utilisée est la matrice $\sigma^2 \mathbf{\Sigma} = \sigma^2 \mathbf{\Lambda}^{-1} \mathbf{\Lambda}^{-H}$. Ce cas 6 représente donc la méthode ESPRIT appliquée sur des données blanchies par l'impulsion et avec la prise en compte de la forme de la matrice de covariance du bruit, $\mathbf{\Lambda}^{-1} \mathbf{\Lambda}^{-H}$.
- le cas 8 représente la méthode ESPRIT appliquée sur des données blanchies (cas 6) où l'on considère que l'impulsion est idéale (Dirac) et que le bruit est blanc.

Le cas 8 ne prend pas en compte la forme de la matrice de covariance du bruit et le cas 1 ne prend pas en compte l'impulsion GPR dans le modèle. La seule différence entre les cas 5 et 6 réside dans le blanchiment des données par l'impulsion. Ainsi, le cas 6 possède un temps de calcul plus important de l'ordre de $O(N)$ opérations par rapport au cas 5.

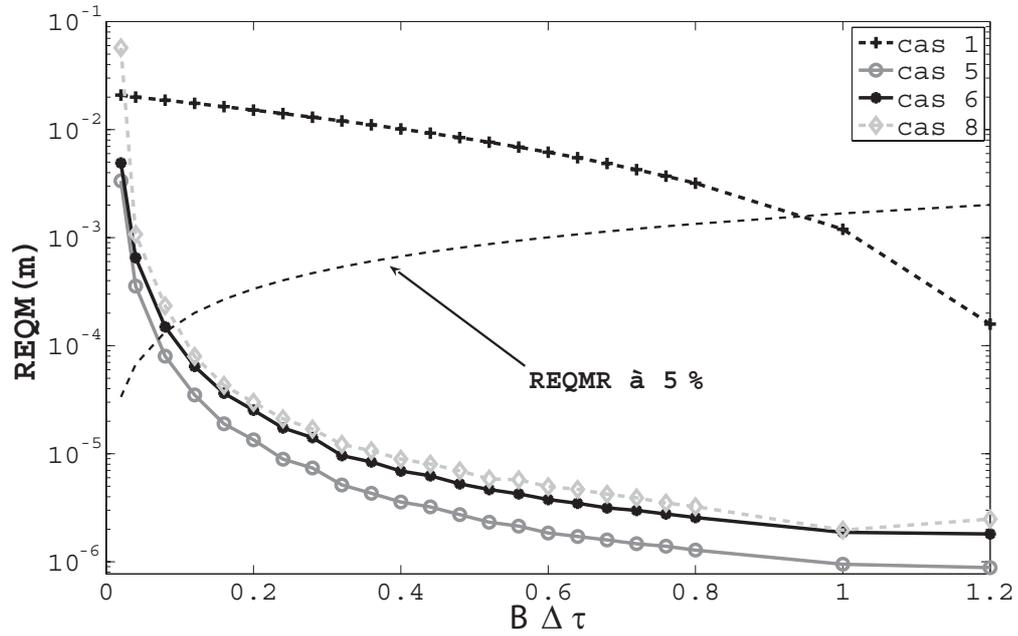


FIG. 4.6 – REQM sur l'épaisseur estimée (en mètre) pour un RSB de 10 dB, obtenue par les quatre versions citées de l'algorithme G-ESPRIT, à partir de 500 itérations de Monte Carlo.

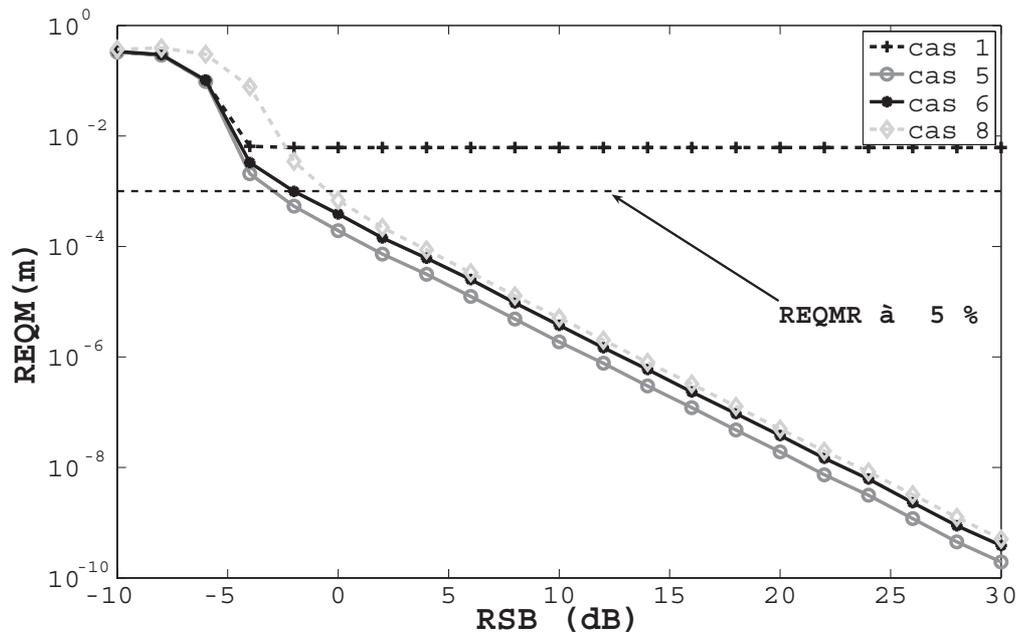


FIG. 4.7 – REQM sur l'épaisseur estimée (en mètre) pour un $B\Delta\tau$ de 0,6, obtenue par les quatre versions citées de l'algorithme G-ESPRIT, à partir de 500 itérations de Monte Carlo.

La figure (4.6) représente la REQM de l'épaisseur estimée en fonction du produit $B\Delta\tau$ pour un RSB de 10 dB. Les pointillés noirs correspondent à une REQMR de 5 %. On observe que la REQM de l'épaisseur estimée diminue avec le produit $B\Delta\tau$. Seul le cas 1 ne satisfait pas le PSBBTM. En effet, le cas 1 possède une REQMR inférieure à 5% pour un produit $B\Delta\tau$ supérieur à 0,93. Les trois autres cas (5, 6 et 8) satisfont ce critère pour un produit $B\Delta\tau$ supérieur à 0,1. La figure (4.7) représente la REQM de l'épaisseur estimée en fonction du RSB pour un produit $B\Delta\tau$ de 0,6. Pour les quatre cas, la REQM de l'épaisseur estimée diminue avec le RSB. Lorsque le RSB est supérieur à -5 dB, le cas 1, i.e. ESPRIT conventionnel, délivre une épaisseur estimée biaisée avec une REQM constante. Contrairement à ESPRIT conventionnel, les cas 5, 6 et 8 satisfont le critère souhaité pour un RSB supérieur à -3, -2 et 0 dB respectivement.

Les figures (4.6) et (4.7) montrent que le cas 5 délivre les meilleures performances, suivi du cas 6, puis du cas 8. En théorie, les cas 5 et 6 fournissent les mêmes résultats, or, d'après les figures (4.6) et (4.7), il existe une légère différence de performances entre ces deux cas. Cet écart est provoqué par le blanchiment du vecteur des observations par l'impulsion. La méthode utilisant la décomposition en éléments propres (cas 5) semble meilleure que celle utilisant le blanchiment puis la décomposition en éléments propres généralisée du couple de matrices $(\mathbf{\Lambda}^{-1}\mathbf{\Gamma}\mathbf{\Lambda}^{-H}, \mathbf{\Lambda}^{-1}\mathbf{\Lambda}^{-H})$ (cas 6). Il paraît donc préférable de prendre en compte la forme de l'impulsion dans la matrice des vecteurs sources plutôt que de blanchir le signal reçu par l'impulsion et de retrouver cette impulsion dans la matrice de covariance du bruit. De plus, si l'on compare les cas 6 et 8, on constate que les performances deviennent presque identiques lorsque le RSB est grand. Dans ce cas, le bruit a moins d'influence. Les performances atteintes par la REQM sont de l'ordre de 10^{-9} m pour un RSB de 25 dB.

Comme conclusion préliminaire à ces simulations, la méthode ESPRIT donne toujours une estimation des temps de retard biaisée si l'impulsion et la matrice de covariance du bruit ne sont pas prises en compte dans le formalisme. De plus, il paraît plus approprié d'utiliser le cas 5 (i.e. l'impulsion prise en compte dans la matrice des vecteurs sources), plutôt que le cas 6 (i.e. l'impulsion prise en compte dans la matrice de covariance du bruit). En effet, les performances de la méthode G-ESPRIT (cas 5) sont toujours supérieures à celles de la méthode G-ESPRIT blanchie (cas 6). A faible RSB, l'influence de la forme de la matrice de covariance du bruit est prépondérante. En revanche, à moyen et à fort RSB, l'influence d'une erreur de modèle dans la matrice des vecteurs sources devient prépondérante.

Echos corrélés

Dans ce paragraphe, les échos sont considérés totalement corrélés. Ainsi, pour utiliser les méthodes Haute Résolution, deux prétraitements doivent être utilisés.

Tout d'abord, nous effectuons un blanchiment des données par l'impulsion, puis nous utilisons l'une des méthodes de moyennage en sous-bandes qui sont présentées dans le chapitre 3. Dans cette partie, la méthode de moyennage direct est employée. Contrairement au chapitre 3, où le vecteur des observations est composé de 101 échantillons dans une bande de fréquences de 2 GHz, le nombre d'échantillons dans ces simulations est réduit à 41. Comme indiqué par les figures (4.8) et (4.9) et les résultats de simulation du chapitre 3, les performances des méthodes HR avec cette méthode de moyennage direct sont optimum lorsque la bande effective représente entre 50 et 70 % de la bande totale de fréquences. Dans les prochaines simulations, la bande effective a été choisie à 60 % de la bande totale de fréquences, soit un nombre d'échantillons de $L = 24$ par sous-vecteur des observations. La matrice de covariance du vecteur des observations fréquentielles, utilisée dans ce para-

graphe, s'écrit sous la forme :

$$\mathbf{\Gamma}_{ssp} = \mathbf{A}_1 \mathbf{\Gamma}_c^{(M)} \mathbf{A}_1^H + \sigma^2 \mathbf{\Sigma}^{(M)}$$

avec $\mathbf{\Gamma}_c^{(M)}$ et $\sigma^2 \mathbf{\Sigma}^{(M)}$ les matrices de covariance modifiées des sources et du bruit respectivement, définies dans le paragraphe (3.4.2) . La matrice de covariance modifiée du bruit $\sigma^2 \mathbf{\Sigma}^{(M)}$ est une matrice quelconque définie positive. Par conséquent, la décomposition en éléments propres généralisée est réalisée sur le couple de matrices $(\mathbf{\Gamma}_{ssp}, \mathbf{\Sigma}^{(M)})$. Dans ces simulations, le cas 7 du tableau 4.1 est étudié.

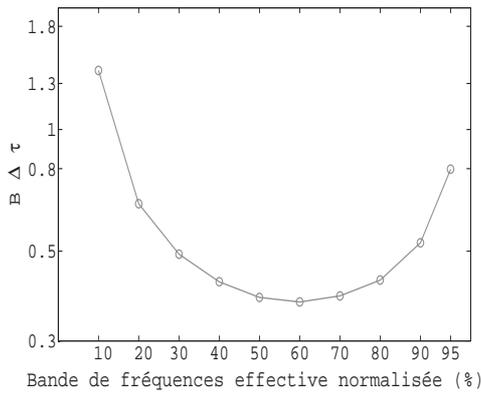


FIG. 4.8 – Produit $B\Delta\tau$ obtenu pour une REQMR de 5% en fonction de la bande de fréquences effective pour G-ESPRIT (cas 7), $N = 41$, $B = 2$ GHz, $\rho_0 = 1$, $RSB = 10$ dB.

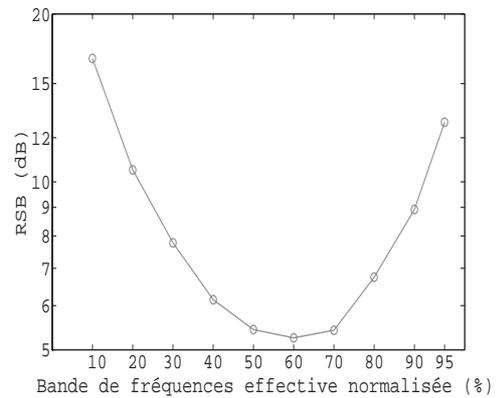


FIG. 4.9 – RSB obtenu pour une REQMR de 5% en fonction de la bande de fréquences effective pour G-ESPRIT (cas 7), $N = 41$, $B = 2$ GHz, $\rho_0 = 1$, $B\Delta\tau = 0,6$.

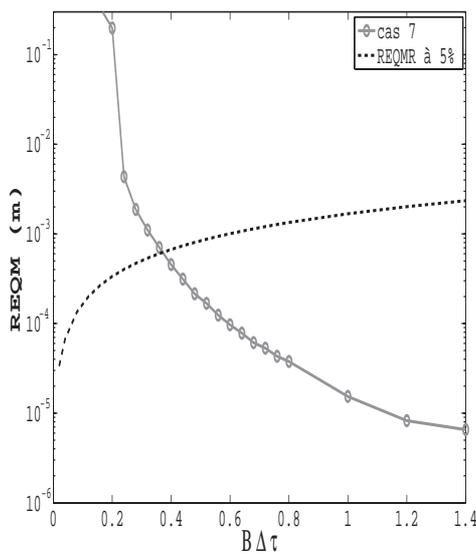


FIG. 4.10 – REQM pour un RSB de 10 dB obtenue à partir de 500 itérations de Monte Carlo.

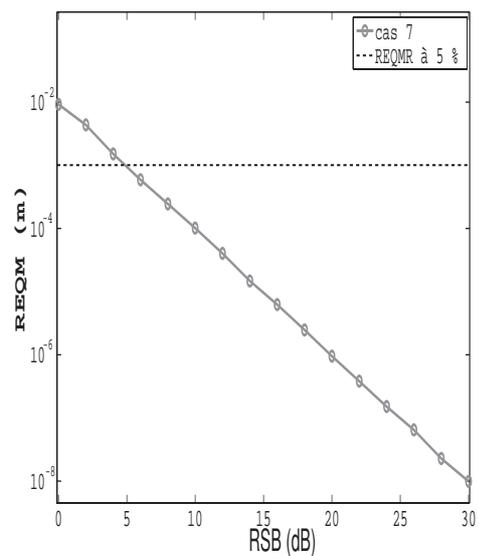


FIG. 4.11 – REQM pour un $B\Delta\tau$ de 0,6 obtenue à partir de 500 itérations de Monte Carlo.

Les figures (4.10) et (4.11) montrent la REQM de l'épaisseur estimée en fonction du produit $B\Delta\tau$ et du RSB. Le cas présenté satisfait le PSBBTM lorsque le produit $B\Delta\tau$ est supérieur à 0,37 et lorsque le RSB est supérieur à 5 dB. Comme dans les autres paragraphes, la REQM diminue lorsque le produit $B\Delta\tau$ ou le RSB augmente. Ces résultats permettent de valider l'utilisation des méthodes de moyennage en sous-bandes avec la méthode G-ESPRIT dans le cas où l'impulsion GPR est prise en compte.

4.5 Conclusion

Dans ce chapitre, la méthode ESPRIT a été étendue au cas où l'impulsion et un bruit quelconques sont pris en compte dans le formalisme de l'algorithme. Sept cas particuliers ont été présentés et sont résumés dans le tableau 4.1. Les simulations ont permis de mettre en évidence l'intérêt et la nécessité de prendre en compte la forme de l'impulsion et la forme de la matrice de covariance du bruit dans la méthode ESPRIT.

Les simulations de la partie "Bruit blanc" ont montré que les performances de la méthode proposée étaient meilleures lorsque l'impulsion se situe dans la matrice des vecteurs sources plutôt que dans la matrice de covariance du bruit (i.e. après blanchiment). Il est aussi montré qu'à fort RSB, l'influence de l'erreur sur la matrice de covariance du bruit devient très faible et l'erreur provoquée par la matrice des vecteurs sources est prépondérante. En revanche, à faible RSB, l'influence de l'erreur sur la matrice de covariance du bruit devient très grande.

Dans la situation où les échos sont totalement corrélés, la méthode ESPRIT généralisée doit être utilisée avec deux prétraitements : le blanchiment et le moyennage en sous-bandes.

Chapitre 5

Algorithmes HR linéaires pour l'estimation des temps de retard

Sommaire

5.1	Introduction	101
5.2	Les méthodes OPM et root-OPM	102
5.2.1	La méthode OPM	103
5.2.2	La méthode root-OPM	104
5.2.3	Résultats de simulation et discussions	105
5.3	La méthode SWEDE et ses extensions	107
5.3.1	Principe de SWEDE appliqué au TDE	107
5.3.2	Traitement sous-optimal du bruit [79]	110
5.3.3	Optimisation de SWEDE au cas d'un bruit quelconque : FBD-SWEDE	111
5.4	Les versions linéaires de la méthode ESPRIT	112
5.4.1	Algorithme de Zha	113
5.4.2	ESPRITWED (ESPRIT Without Eigen Decomposition)	114
5.4.3	AV-ESPRITWED : AVerage-ESPRITWED	115
5.4.4	G-ESPRITWED : ESPRITWED avec un bruit quelconque	119
5.5	Résultats de simulation et discussions	123
5.5.1	Cas d'une matrice de covariance de bruit bloc-diagonale	124
5.5.2	Cas d'une matrice de bruit quelconque, hermitienne définie positive	127
5.6	Conclusion	130

5.1 Introduction

Les méthodes d'analyse spectrale Haute Résolution (HR) basées sur la décomposition en éléments propres de la matrice de covariance des observations (MUSIC, Min-Norm, et ESPRIT) sont apparues dans les années 80; elles peuvent être utilisées pour l'estimation de fréquences pures, de directions d'arrivée (DDA), et de temps de propagation (TDE) à partir des observations [81].

Dans le courant des années 90, sont apparues les méthodes HR linéaires telles que BEWE, PM, OPM et SWEDE [79, 80], ([81], chap. 5). Tout en conservant des performances haute résolution, ces méthodes sont d'une plus grande simplicité calculatoire : elles n'impliquent que des opérations linéaires sur les données et ne nécessitent plus de décomposition en

éléments propres de la matrice de covariance des observations. En conséquence, elles sont potentiellement applicables en temps réel ou du moins, mieux adaptées au traitement d'un grand volume de données. Ces caractéristiques peuvent être très utiles pour le radar géophysique.

Ces méthodes linéaires HR ont surtout été développées dans le domaine de la goniométrie [79, 80], ([81], chap. 5), [110, 111]. Parmi les quatre méthodes HR linéaires citées, on s'intéresse dans ce chapitre aux deux algorithmes suivants : OPM [80] et SWEDE [79].

Pour diminuer la complexité calculatoire de l'algorithme OPM d'un facteur supplémentaire, nous proposons une version polynomiale de cet algorithme : root-OPM.

Ensuite, l'algorithme SWEDE est adapté à l'estimation de retards de propagation. Puis, des améliorations de cet algorithme sont proposées dans le cas d'un bruit quelconque (FBD-SWEDE).

Par la suite, le principe de fonctionnement de la méthode SWEDE est combiné à celui de l'algorithme ESPRIT. Cette combinaison des deux méthodes a déjà été proposée dans [112] en goniométrie. Cette dernière méthode ne prend pas en compte la totalité de l'information, contrairement à l'algorithme que nous proposons par la suite. On obtient ainsi un nouvel algorithme, baptisé ESPRITWED pour ESPRIT Without Eigen Decomposition.

La deuxième proposition, nommée AV-ESPRITWED pour AVerage ESPRITWED, consiste à faire un moyennage des différentes matrices obtenues à travers la matrice de covariance des observations. Ce moyennage permet de réduire l'influence du bruit et donc d'améliorer sensiblement les performances.

Dans le cas d'un bruit quelconque, trois versions de la méthode ESPRITWED ont été proposées : ESPRITWED avec le blanchiment proposé dans [79] nommée G-ESPRITWED(a) (pour Generalized ESPRITWED) ; deux versions de la méthode ESPRITWED avec le blanchiment que nous avons proposé pour FDB-SWEDE nommées G-ESPRITWED(b) et G-ESPRITWED(c).

Les performances de ces différentes propositions ont été évaluées pour mesurer de fines épaisseurs de revêtement routier à l'aide d'un système radar géophysique fonctionnant dans le domaine des ondes centimétriques. En comparaison des autres algorithmes des chapitres 3 et 4, les performances de ceux-ci sont évaluées uniquement dans le cas de sources totalement décorréliées, i.e. seules les performances optimales sont évaluées.

5.2 Les méthodes OPM et root-OPM

La méthode PM (Propagator Method) a été initialement proposée dans [113], puis améliorée dans [80, 81] sous différentes versions (OPM, MPEB, ...) et pour différents cas de bruit. Ces différentes versions de la méthode PM ont été formulées pour estimer des directions d'arrivée (DDA) de sources à partir des observations mesurées sur un réseau de capteurs.

Parmi les méthodes HR linéaires existantes, nous nous focalisons sur la version HR linéaire OPM (Orthonormal Propagator Method) car ses performances non asymptotiques sont proches de celles de MUSIC à moyen et fort RSB [80].

Dans ce paragraphe, la méthode OPM est présentée pour estimer des temps de propagation [70]. Pour ce faire, le formalisme mathématique original de l'algorithme est modifié en tenant compte de l'impulsion radar $\tilde{e}(f)$. Cette méthode peut également être aisément transposée pour estimer des fréquences pures noyées dans du bruit. Ensuite, nous présentons une nouvelle méthode polynomiale : root-OPM. Inspirée de l'algorithme root-MUSIC

(présenté au paragraphe 2.5.3), la méthode proposée est limitée à une distribution uniforme des échantillons fréquentiels. En revanche, elle permet de réduire d'un facteur supplémentaire le temps de calcul. Les résultats de simulation montrent la supériorité de l'algorithme proposé en comparant ses performances à celles de OPM.

5.2.1 La méthode OPM

Sous l'hypothèse que la matrice des vecteurs sources \mathbf{A} est de rang plein et égal à K , il existe K lignes de \mathbf{A} linéairement indépendantes. Le fonctionnement de l'algorithme OPM repose alors sur le partitionnement suivant de la matrice des vecteurs sources :

$$\mathbf{\Lambda A} = \begin{bmatrix} \mathbf{\Lambda}_1 \mathbf{A}_1 \\ \cdots \\ \mathbf{\Lambda}_2 \mathbf{A}_2 \end{bmatrix} \quad (5.1)$$

où \mathbf{A}_1 et \mathbf{A}_2 sont des matrices de taille $(K \times K)$ et $((N - K) \times K)$ respectivement, et $\mathbf{\Lambda}_1$ et $\mathbf{\Lambda}_2$ deux matrices diagonales de taille $(K \times K)$ et $((N - K) \times (N - K))$ respectivement. De plus, on suppose que $N \geq 2K$.

Le propagateur \mathbf{P} est alors l'unique opérateur de dimension $(K \times (N - K))$, défini tel que :

$$\mathbf{P}^H \mathbf{\Lambda}_1 \mathbf{A}_1 = \mathbf{\Lambda}_2 \mathbf{A}_2 \Leftrightarrow [\mathbf{P}^H, -\mathbf{I}_{N-K}] \mathbf{\Lambda A} = \mathbf{Q}^H \mathbf{\Lambda A} = \mathbf{0} \quad (5.2)$$

avec

$$\mathbf{Q} = [\mathbf{P}^H, -\mathbf{I}_{N-K}]^H \quad (5.3)$$

\mathbf{I}_{N-K} est une matrice identité de dimension $((N - K) \times (N - K))$ et $\mathbf{0}$ est la matrice nulle de taille $((N - K) \times K)$.

Le sous-espace engendré par les colonnes de la matrice \mathbf{Q} est donc orthogonal au sous-espace engendré par les colonnes de la matrice $\mathbf{\Lambda A}$, i.e. orthogonal au sous-espace signal. Dans ce cas, \mathbf{Q} peut être vue comme appartenant au sous-espace bruit. Par hypothèse, lorsque $t = T_k$, le modèle du vecteur $\mathbf{\Lambda a}(T_k)$ appartient au sous-espace signal, et est donc parfaitement orthogonal au sous-espace bruit. Cette propriété se traduit par la nullité de la fonction coût $g(t)$ suivante [80] :

$$g(t) = \mathbf{a}^H(t) \mathbf{\Lambda}^H \mathbf{Q} \mathbf{Q}^H \mathbf{\Lambda a}(t) \quad (5.4)$$

Contrairement à MUSIC, les colonnes de \mathbf{Q} ne définissent pas une base orthonormée. Pour améliorer les performances de cette méthode nommée PM, *Marcos et al.* propose de remplacer la matrice \mathbf{Q} par sa version orthonormalisée [80] :

$$\mathbf{Q}_0 = \mathbf{Q}(\mathbf{Q}^H \mathbf{Q})^{-1/2} \quad (5.5)$$

Dans ce cas, la fonction coût $g(t)$ devient :

$$g(t) = \mathbf{a}^H(t) \mathbf{\Lambda}^H \mathbf{Q}_0 \mathbf{Q}_0^H \mathbf{\Lambda a}(t) \quad (5.6)$$

Finalement, on déduit les retards de propagation des maxima de l'inverse de la fonction coût $g(t)$, appelée également pseudo-spectre [33].

Le propagateur \mathbf{P} peut se déduire de la matrice des observations \mathbf{Y} , ou de la matrice

de covariance $\mathbf{\Gamma}$ (cf. equation 2.2.4) [33].

La matrice des observations \mathbf{Y} est définie telle que :

$$\mathbf{Y} = [\mathbf{s}[1], \mathbf{s}[2], \dots, \mathbf{s}[M]] \quad (5.7)$$

avec M , le nombre de réalisations.

Si l'on considère le partitionnement de la matrice des observations tel que :

$$\mathbf{Y} = \begin{bmatrix} \mathbf{Y}_1 \\ \mathbf{Y}_2 \end{bmatrix} \quad (5.8)$$

avec \mathbf{Y}_1 et \mathbf{Y}_2 deux matrices de dimension $(K \times M)$ et $((N - K) \times M)$ respectivement, alors le propagateur \mathbf{P} peut être déduit, comme solution au sens des moindres carrés, de l'équation ci-dessous :

$$\mathbf{Y}_2 = \mathbf{P}^H \mathbf{Y}_1 \quad (5.9)$$

L'opérateur propagateur devient alors :

$$\mathbf{P} = (\mathbf{Y}_1 \mathbf{Y}_1^H)^{-1} \mathbf{Y}_1 \mathbf{Y}_2^H \quad (5.10)$$

De la même manière, lorsque l'on partitionne la matrice de covariance des observations comme suit :

$$\mathbf{\Gamma} = [\mathbf{G}, \mathbf{H}] \quad (5.11)$$

où \mathbf{G} et \mathbf{H} sont deux matrices de dimension $(N \times K)$ et $(N \times (N - K))$ respectivement, alors, on peut montrer que le propagateur vérifie :

$$\mathbf{H} = \mathbf{G} \mathbf{P} \quad (5.12)$$

En minimisant la norme de Frobenius $\|\mathbf{H} - \mathbf{G} \mathbf{P}\|^2$ sous condition d'inversibilité, i.e. les sources sont non totalement corrélées, l'opérateur propagateur devient :

$$\mathbf{P} = (\mathbf{G}^H \mathbf{G})^{-1} \mathbf{G}^H \mathbf{H} \quad (5.13)$$

5.2.2 La méthode root-OPM

Pour diminuer la complexité calculatoire de la méthode OPM d'un facteur supplémentaire, nous proposons dans ce paragraphe la version polynômiale de l'algorithme OPM, appelée root-OPM. L'algorithme se limite à une distribution de fréquences uniformément espacées, mais pourrait s'étendre à d'autres distributions. Le vecteur modèle s'écrit :

$$\mathbf{\Lambda} \mathbf{a}(t) = \mathbf{\Lambda} e^{-2j\pi f_1 t} \begin{bmatrix} 1 & e^{-2j\pi \Delta f t} & \dots & e^{-2j\pi(N-1)\Delta f t} \end{bmatrix}^T \quad (5.14)$$

où Δf est l'écart fréquentiel entre chaque fréquence. En posant :

$$z = e^{-2j\pi \Delta f t} \quad (5.15)$$

alors, le vecteur modèle s'écrit sous la forme :

$$\mathbf{\Lambda} \mathbf{a}(z) = \mathbf{\Lambda} e^{-2j\pi f_1 t} \begin{bmatrix} 1 & z & \dots & z^{N-1} \end{bmatrix}^T \quad (5.16)$$

Après simplification, la fonction coût $g(t)$ de l'équation (5.6) devient :

$$g(z) = \mathbf{a}^T (z^{-1}) \mathbf{\Lambda}^H \mathbf{Q}_0 \mathbf{Q}_0^H \mathbf{\Lambda} \mathbf{a}(z) \quad (5.17)$$

Comme l'algorithme root-MUSIC, ce polynôme admet $N - 1$ paires de racines complexes conjuguées. On peut déduire les retards de propagation à partir de l'argument des K racines, se trouvant à la fois à l'intérieur du cercle unité, et au plus proche de celui-ci.

5.2.3 Résultats de simulation et discussions

Les données vérifient les hypothèses du modèle des observations défini par l'équation (2.4), et comportent 2 échos. Les sources sont considérées décorréées. Le vecteur des observations comporte 41 échantillons espacés de 50 MHz dans une bande de fréquences de 2 GHz. La matrice de covariance est estimée à partir de $M = 200$ réalisations indépendantes. La dimension de l'espace signal est fixée au nombre d'échos attendus, i.e. deux. L'impulsion radar est de type "ricker" et de fréquence centrale 1,5 GHz. Le rapport signal sur bruit est défini à partir de la puissance du premier écho et de la puissance du bruit. La puissance du premier écho est de 0 dB et celle du deuxième écho est de -6 dB.

Le taux d'échec et l'écart type des méthodes OPM et root-OPM sont estimés à partir de la méthode de Monte Carlo avec 500 itérations indépendantes. Pour comparaison, les résultats de la méthode root-MUSIC sont aussi présentés. Le critère de taux d'échec choisi consiste à dire que pour deux retards de propagation distincts T_1 et T_2 (avec $T_1 < T_2$), espacés de $\Delta\tau = T_2 - T_1$, l'estimation n'est validée que si l'algorithme estime deux retards de propagation dans l'intervalle $[T_1 - \Delta\tau/2, T_2 + \Delta\tau/2]$.

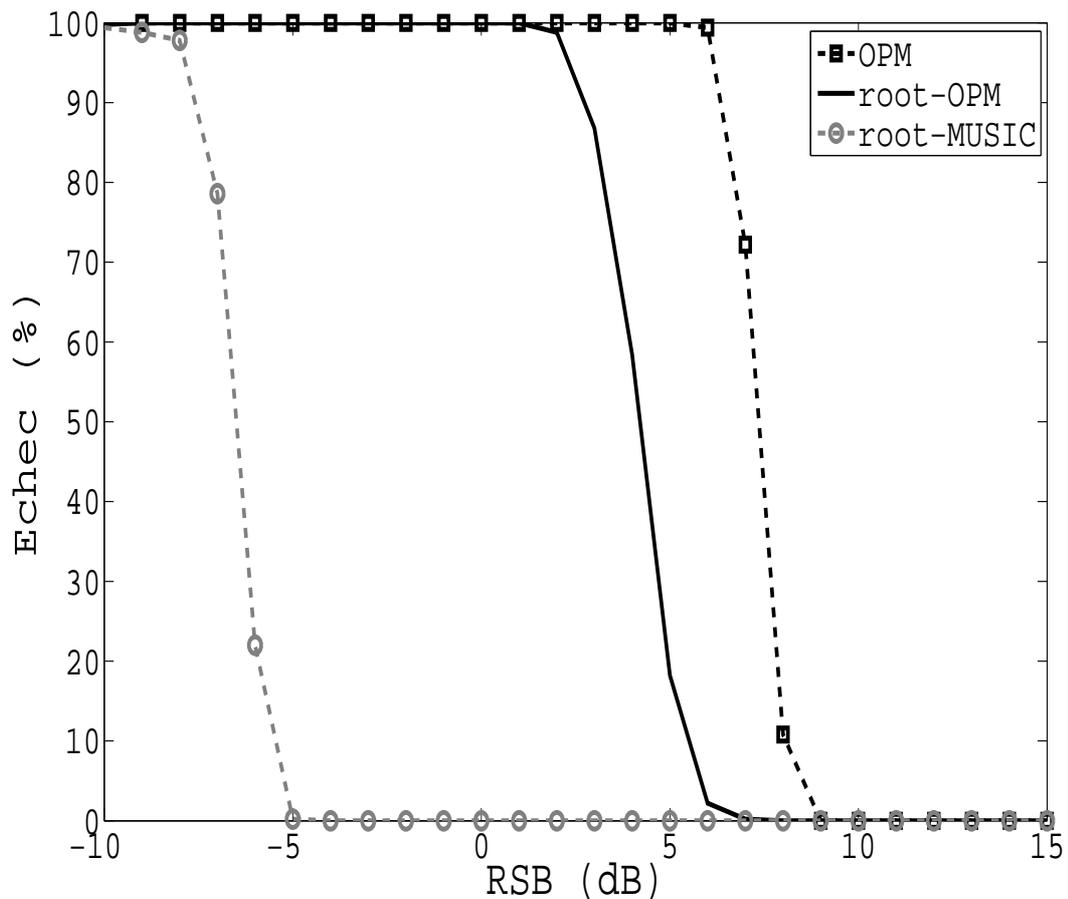


FIG. 5.1 – Taux d'échec des méthodes OPM et root-OPM en fonction du RSB pour un produit $B\Delta\tau = 0,6$.

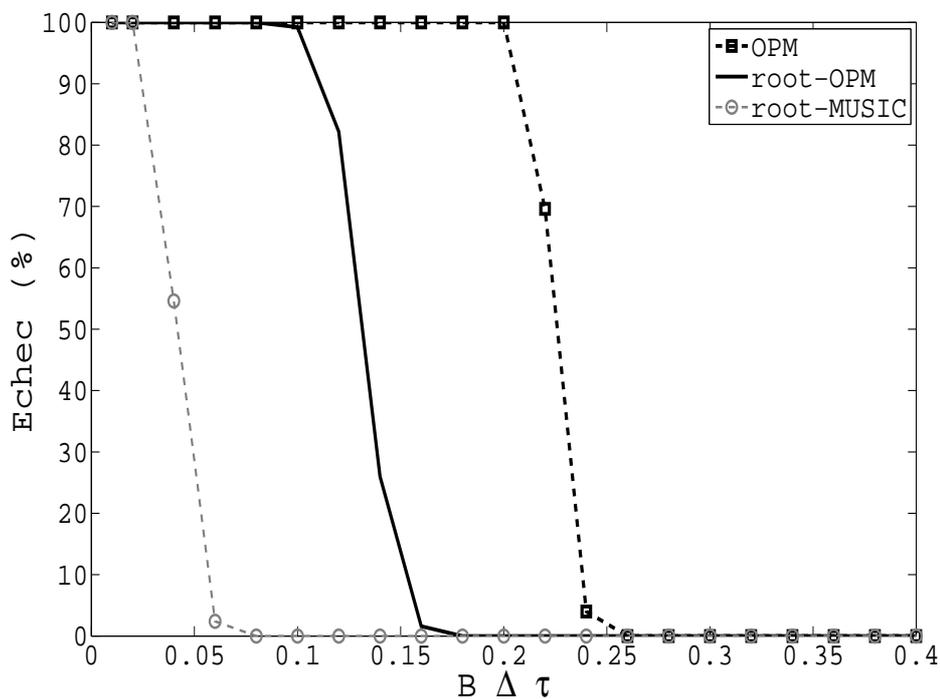


FIG. 5.2 – Taux d'échec des méthodes OPM et root-OPM en fonction du produit $B\Delta\tau$ pour un RSB de 15 dB.

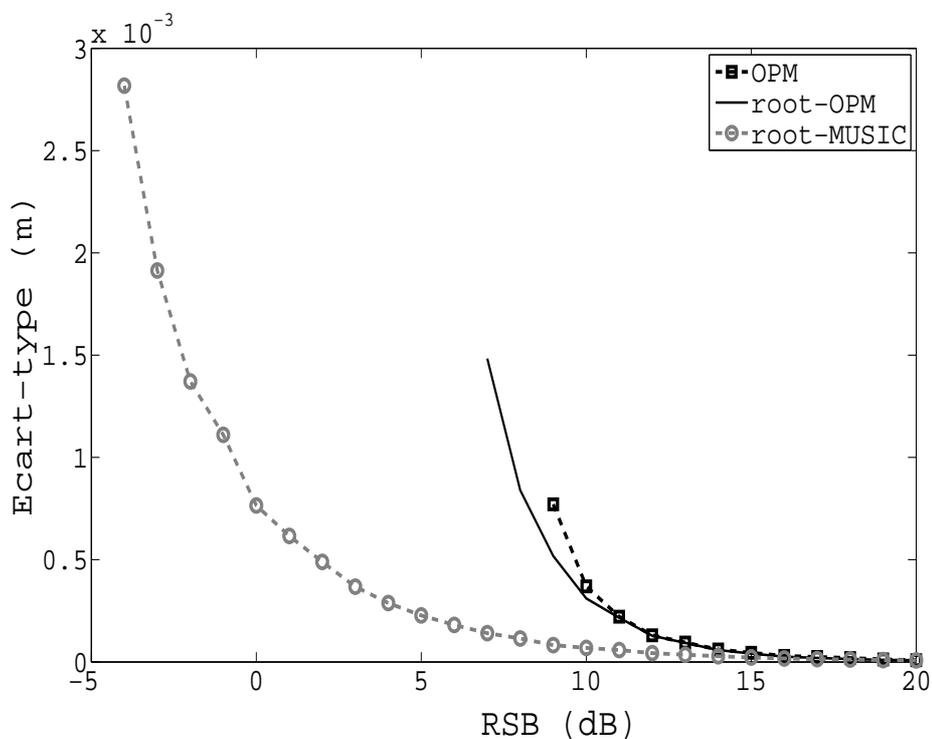


FIG. 5.3 – Ecart-type sur l'épaisseur estimée (en mètre) avec les méthodes OPM et root-OPM en fonction du RSB pour un produit $B\Delta\tau = 0,6$.

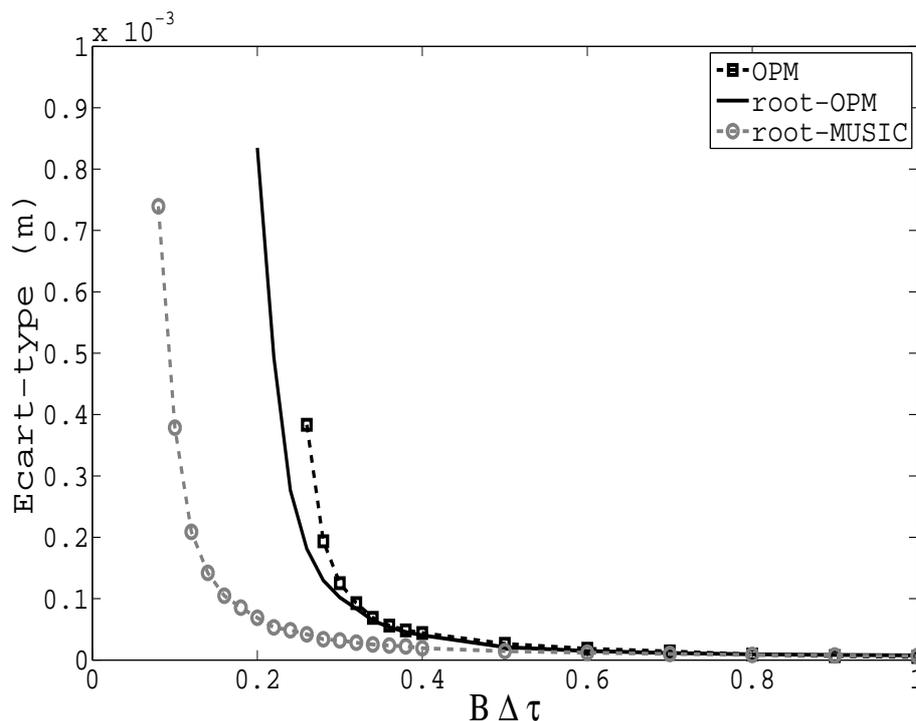


FIG. 5.4 – Ecart-type sur l'épaisseur estimée (en mètre) avec les méthodes OPM et root-OPM en fonction du produit $B\Delta\tau$ pour un RSB de 15 dB.

Les figures 5.1 et 5.2 donnent le taux d'échec en fonction du rapport signal sur bruit, et en fonction du produit $B\Delta\tau$ respectivement. Notons que pour avoir un taux d'échec inférieur à 1%, le rapport signal sur bruit doit être supérieur à 6 dB et 3,5 dB pour les méthodes OPM et root-OPM respectivement, et le produit $B\Delta\tau$ doit être supérieur à 0,25 et 0,17 pour les méthodes OPM et root-OPM respectivement. Dans les deux représentations données, la méthode root-OPM possède un pouvoir de résolution supérieur à celui de la méthode OPM. La méthode root-OPM est moins sensible au bruit que sa version pseudo-spectrale. Lorsque le rapport signal sur bruit augmente, les performances de ces méthodes deviennent identiques.

De même, d'après les figures 5.3 et 5.4, les performances de la méthode root-OPM et root-MUSIC deviennent identiques à moyen et à fort RSB (RSB > 15 dB) ou lorsque le produit $B\Delta\tau$ est de l'ordre de 0,6.

5.3 La méthode SWEDE et ses extensions

5.3.1 Principe de SWEDE appliqué au TDE

La méthode SWEDE a été initialement proposée dans [79] pour le traitement d'antennes. Il vise à généraliser le formalisme de deux autres algorithmes à sous-espaces linéaires appelés BEWE [114] et PM [113]. Dans ce paragraphe, nous proposons d'étendre la méthode SWEDE à l'estimation des temps de retard. Pour cette application, il est important de modifier le formalisme mathématique original de l'algorithme en prenant en compte l'impulsion $\tilde{e}(f)$ du radar.

Le fonctionnement de l'algorithme SWEDE repose sur le partitionnement suivant de la

matrice des vecteurs sources \mathbf{A} (2.4) :

$$\mathbf{A}^H = [\mathbf{A}_1^H \ \mathbf{A}_2^H \ \mathbf{A}_3^H] \quad (5.18)$$

avec \mathbf{A}_1 , \mathbf{A}_2 et \mathbf{A}_3 de dimensions $(K \times K)$, $(K \times K)$ et $(N - 2K \times K)$ respectivement et $N \geq 3K$.

Sous l'hypothèse que la matrice \mathbf{A} est de rang plein, alors les matrices \mathbf{A}_1 et \mathbf{A}_2 sont non singulières, et on peut définir ainsi une matrice \mathbf{W} de dimension $(N \times 2(N - 2K))$ telle que :

$$\mathbf{W} = \begin{pmatrix} \Psi_1 & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \Psi_2 \\ \mathbf{I} & \mathbf{I} \end{pmatrix} \quad (5.19)$$

avec :

$$\Psi_1 = -\Lambda_1^{-H} \Lambda_1^{-H} \Lambda_3^H \Lambda_3^H \quad (5.20)$$

$$\Psi_2 = -\Lambda_2^{-H} \Lambda_2^{-H} \Lambda_3^H \Lambda_3^H \quad (5.21)$$

En comparaison de [79], l'expression des matrices $\Psi_{1,2}$ de dimensions $(K \times (N - 2K))$ est généralisée pour prendre en compte l'impulsion radar $\tilde{e}(f)$. $\Lambda_{1,2,3}$ représentent les matrices blocs diagonales de Λ (cf. équation 2.4), avec pour dimensions $(K \times K)$, $(K \times K)$ et $((N - 2K) \times (N - 2K))$ respectivement.

Il est aisé de voir que $(\Lambda \mathbf{A})^H \mathbf{W} = \mathbf{0}$, ce qui implique que le sous-espace engendré par les colonnes de la matrice $\Lambda \mathbf{A}$ est orthogonal au sous-espace engendré par les colonnes de la matrice \mathbf{W} , i.e. $esp(\Lambda \mathbf{A}) \perp esp(\mathbf{W})$.

Si la matrice de covariance du bruit est bloc-diagonale, les matrices $\Psi_{1,2}$ peuvent être estimées à partir des matrices-blocs non diagonales de la matrice de covariance des observations, Γ . La matrice de covariance des observations est partitionnée en matrices-blocs de dimensions correspondantes, telle que :

$$\Gamma = \begin{bmatrix} \Gamma_{11} & \Gamma_{12} & \Gamma_{13} \\ \Gamma_{21} & \Gamma_{22} & \Gamma_{23} \\ \Gamma_{31} & \Gamma_{32} & \Gamma_{33} \end{bmatrix} \quad (5.22)$$

où la matrice Γ_{ij} est la sous matrice-bloc de la matrice de covariance des observations Γ , qui s'écrit sous la forme : $\Gamma_{ij} = \Lambda_i \mathbf{A}_i \Gamma_c \mathbf{A}_j^H \Lambda_j^H + \sigma^2 \Sigma_{ij} = \Gamma_{ji}^H$.

Alors, les matrices $\Psi_{1,2}$ peuvent être estimées à partir des matrices-blocs non diagonales de la matrice de covariance des observations, Γ_{21} , Γ_{32} et Γ_{31} . En d'autres termes, nous obtenons :

$$\Psi_1 = -\Gamma_{21}^{-1} \Gamma_{32}^H \quad (5.23)$$

$$\Psi_2 = -\Gamma_{12}^{-1} \Gamma_{31}^H \quad (5.24)$$

La méthode SWEDE utilise les blocs non diagonaux de la matrice de covariance, i.e. Γ_{ij} pour $i \neq j$ [79]. Elle n'est théoriquement pas perturbée par la présence de bruit, en supposant que la matrice de covariance de bruit est diagonale en blocs. Cette méthode peut donc s'appliquer à une matrice de covariance de bruit plus générale que les méthodes à sous-espaces présentées au chapitre 2.

La méthode SWEDE utilise une matrice de rang plein \mathbf{V} telle que :

$$\mathbf{V} = \mathbf{W} \mathbf{D} \quad (5.25)$$

avec \mathbf{D} une matrice de dimension $(2(N - 2K) \times p)$, de rang p où $1 \leq p \leq N - K$, et telle que $\text{esp}(\mathbf{\Lambda}\mathbf{A}) \perp \text{esp}(\mathbf{V})$. Les différentes valeurs de p correspondent à différentes versions de l'algorithme. En transformant la matrice \mathbf{W} en une matrice de rang plein \mathbf{V} , nous pouvons calculer facilement le projecteur orthonormal :

$$\mathbf{\Pi}_{\mathbf{V}} = \mathbf{V}\mathbf{V}^+ = \mathbf{V}(\mathbf{V}^H\mathbf{V})^{-1}\mathbf{V}^H \quad (5.26)$$

où $+$ signifie la matrice pseudo-inverse de Moore-Penrose. Finalement, la fonction coût, ou pseudo-spectre, s'écrit sous la forme :

$$P_{SWEDE}(t) = \left[\mathbf{a}(t)^H \mathbf{\Lambda}^H \mathbf{\Pi}_{\mathbf{V}} \mathbf{\Lambda} \mathbf{a}(t) \right]^{-1} \quad (5.27)$$

Parmi les sept versions de l'algorithme SWEDE qui ont été proposés dans [79], la version G montre le meilleur compromis entre complexité et précision d'estimation [79]. Pour cette version, $p = N - K$, et les matrices \mathbf{D} et \mathbf{V} sont définies telles que :

$$\mathbf{D} = \begin{pmatrix} \mathbf{\Gamma}_{31} (\mathbf{\Gamma}_{31}^H \mathbf{\Gamma}_{31})^{-1} \mathbf{\Gamma}_{12} & \mathbf{I} \\ -\mathbf{\Gamma}_{31} (\mathbf{\Gamma}_{31}^H \mathbf{\Gamma}_{31})^{-1} \mathbf{\Gamma}_{12} & \mathbf{I} \end{pmatrix} \quad (5.28)$$

$$\mathbf{V} = \begin{pmatrix} -\mathbf{\Gamma}_{21}^{-1} \mathbf{\Gamma}_{32}^H \mathbf{\Gamma}_{31} (\mathbf{\Gamma}_{31}^H \mathbf{\Gamma}_{31})^{-1} \mathbf{\Gamma}_{12} & -\mathbf{\Gamma}_{21}^{-1} \mathbf{\Gamma}_{32}^H \\ \mathbf{I} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{I} \end{pmatrix} \quad (5.29)$$

Pour simplifier le calcul de $\mathbf{\Pi}_{\mathbf{V}}$, la matrice \mathbf{U} est introduite ci-dessous, et satisfait l'équation $\mathbf{U}^H \mathbf{V} = \mathbf{0}$.

$$\mathbf{U}^H = \left[\mathbf{\Gamma}_{21}, \mathbf{\Gamma}_{32}^H \mathbf{\Gamma}_{31} (\mathbf{\Gamma}_{31}^H \mathbf{\Gamma}_{31})^{-H} \mathbf{\Gamma}_{12}, \mathbf{\Gamma}_{32}^H \right] \quad (5.30)$$

Alors, le projecteur orthonormé $\mathbf{\Pi}_{\mathbf{V}}$ peut être remplacé par la relation $\mathbf{\Pi}_{\mathbf{V}} = \mathbf{I} - \mathbf{\Pi}_{\mathbf{U}}$. Finalement, les retards de propagation sont déduits de la position des maxima du pseudo-spectre (cf. figure 5.5). L'étape du calcul du pseudo-spectre nécessite une charge de calcul importante et variable selon le pas d'échantillonnage temporel. A ce coût de calcul vient s'ajouter le calcul du projecteur orthonormé $\mathbf{\Pi}_{\mathbf{V}}$ ou $\mathbf{I} - \mathbf{\Pi}_{\mathbf{U}}$.

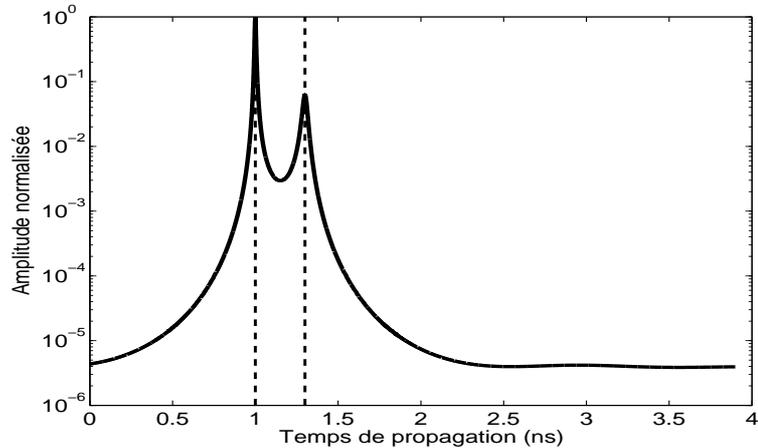


FIG. 5.5 – Pseudo-spectre de SWEDE, RSB = 30dB, $B\Delta\tau = 0.6$.

Remarque :

Lors des développements mathématiques précédents, l'impulsion GPR a été placée dans le vecteur modèle du signal. Sachant que la méthode SWEDE n'utilise que les éléments non diagonaux de la matrice de covariance, une autre solution consiste à blanchir le signal par l'impulsion. En théorie, le blanchiment du signal par l'impulsion ne modifie pas la structure bloc diagonale de la matrice de covariance du bruit. Le signal blanchi par l'impulsion s'écrit selon :

$$\mathbf{x} = \mathbf{\Lambda}^{-1}\mathbf{s} = \mathbf{A}\mathbf{c} + \mathbf{\Lambda}^{-1}\mathbf{b} \quad (5.31)$$

alors, la matrice de covariance des observations devient :

$$\mathbf{\Gamma}_{\mathbf{x}} = \mathbf{\Lambda}^{-1}\mathbf{\Gamma}\mathbf{\Lambda}^{-H} \quad (5.32)$$

$$\mathbf{\Gamma}_{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{\Gamma}_c\mathbf{A}^H + \sigma^2\mathbf{\Lambda}^{-1}\mathbf{\Sigma}\mathbf{\Lambda}^{-H} \quad (5.33)$$

$$\mathbf{\Gamma}_{\mathbf{x}} = \mathbf{\Gamma}_A + \sigma^2\mathbf{\Xi} \quad (5.34)$$

avec $\mathbf{\Xi} = \mathbf{\Lambda}^{-1}\mathbf{\Sigma}\mathbf{\Lambda}^{-H}$ la nouvelle matrice de covariance de bruit bloc-diagonale définie positive, dans le cas où $\mathbf{\Sigma}$ est une matrice bloc-diagonale définie positive.

En revanche, dans la pratique, la matrice de covariance du bruit non blanchie estimée $\mathbf{\Sigma}$ n'est pas exactement une matrice bloc diagonale (ou diagonale pour un bruit blanc). Alors, un blanchiment du signal par l'impulsion peut entraîner une erreur, une modification des éléments non diagonaux de la matrice de covariance $\mathbf{\Xi}$. Par conséquent, les éléments non diagonaux peuvent être de faible amplitude et différent de 0. Ainsi, le blanchiment peut réduire les performances de la méthode.

De plus, le blanchiment du signal par l'impulsion nécessite $O(N)$ opérations, par conséquent, cette étape ajoute à cette méthode un coût de calcul supplémentaire. Pour ces différentes raisons, l'utilisation de SWEDE avec la forme de l'impulsion prise en compte directement dans le modèle du signal est préférée.

5.3.2 Traitement sous-optimal du bruit [79]

Dans cette section, le bruit est considéré comme quelconque. Ainsi, la matrice de covariance du bruit $\mathbf{\Sigma}$ est une matrice quelconque, hermitienne définie positive.

La méthode SWEDE utilise les blocs non diagonaux de la matrice de covariance, i.e. $\mathbf{\Gamma}_{ij}$ pour $i \neq j$ [79]. Cette méthode n'est théoriquement pas perturbée par la présence de bruit, si la matrice de covariance de bruit est diagonale par blocs.

Dans le cas d'un bruit quelconque pour lequel $\mathbf{\Sigma}_{ij} \neq 0$, la méthode conventionnelle de blanchiment du bruit consiste à multiplier le vecteur des observations par la matrice $\mathbf{\Sigma}^{-1/2}$, tel que $\mathbf{y} = \mathbf{\Sigma}^{-1/2}\mathbf{s}$. Le nombre d'opérations arithmétiques que ce prétraitement implique est de l'ordre de N^2 . Ce traitement implique un coût de calcul trop important pour une application temps réel [79].

Comme pour la matrice de covariance des observations, la matrice de covariance du bruit $\mathbf{\Sigma}$ peut être partitionnée en neuf sous matrices-blocs, telle que :

$$\mathbf{\Sigma} = \begin{bmatrix} \mathbf{\Sigma}_{11} & \mathbf{\Sigma}_{12} & \mathbf{\Sigma}_{13} \\ \mathbf{\Sigma}_{21} & \mathbf{\Sigma}_{22} & \mathbf{\Sigma}_{23} \\ \mathbf{\Sigma}_{31} & \mathbf{\Sigma}_{32} & \mathbf{\Sigma}_{33} \end{bmatrix} \quad (5.35)$$

avec $\dim(\mathbf{\Sigma}_{11}) = \dim(\mathbf{\Sigma}_{12}) = \dim(\mathbf{\Sigma}_{22}) = (K \times K)$, $\dim(\mathbf{\Sigma}_{13}) = \dim(\mathbf{\Sigma}_{23}) = (K \times (N - 2K))$ et $\dim(\mathbf{\Sigma}_{33}) = (N - 2K \times N - 2K)$.

Pour blanchir le bruit, [79] propose d'annuler les blocs Σ_{13} et Σ_{23} de la matrice de covariance du bruit en multipliant les données par la matrice \mathbf{Q} suivante :

$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{I} & \mathbf{0} \\ \mathbf{Q}_{31} & \mathbf{Q}_{32} & \mathbf{I} \end{bmatrix} \quad (5.36)$$

avec :

$$\mathbf{Q}_{31} = (\Sigma_{32}\Sigma_{22}^{-1}\Sigma_{21} - \Sigma_{31})(\Sigma_{11} - \Sigma_{12}\Sigma_{22}^{-1}\Sigma_{21})^{-1} \quad (5.37)$$

$$\mathbf{Q}_{32} = (\Sigma_{31}\Sigma_{11}^{-1}\Sigma_{12} - \Sigma_{32})(\Sigma_{22} - \Sigma_{21}\Sigma_{11}^{-1}\Sigma_{12})^{-1} \quad (5.38)$$

La multiplication du vecteur des observations \mathbf{s} par la matrice \mathbf{Q} , i.e. $\mathbf{y} = \mathbf{Q}\mathbf{s}$, peut être réalisée en $O(NK)$ opérations arithmétiques [79]. Cependant, l'expression de la matrice du bruit après blanchiment fait apparaître un élément non diagonal non nul (Σ_{12}) telle que :

$$\mathbf{Q}\Sigma\mathbf{Q}^H = \begin{bmatrix} \Sigma_{11} & \Sigma_{12} & \mathbf{0} \\ \Sigma_{21} & \Sigma_{22} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \times \end{bmatrix} \quad (5.39)$$

avec le symbole \times signifiant une matrice hermitienne définie positive.

La méthode SWEDE utilise les trois sous-matrices $\mathbf{\Gamma}_{12}$, $\mathbf{\Gamma}_{13}$ et $\mathbf{\Gamma}_{23}$. Par conséquent, cette méthode peut être biaisée dans l'estimation des paramètres, dans certaines configurations de bruit.

5.3.3 Optimisation de SWEDE au cas d'un bruit quelconque : FBD-SWEDE

Dans ce paragraphe, nous proposons une amélioration possible de l'algorithme SWEDE dans le cas où le bruit est quelconque. Cette proposition est née du constat que la procédure de blanchiment du bruit, proposée dans [79], n'est pas optimale, introduisant un biais sur l'estimation des paramètres dans certaines configurations de bruit. Cet inconvénient est corrigé en utilisant une méthode de blanchiment basée sur une diagonalisation par blocs de la matrice de covariance du bruit. A l'instar de [79], la modification proposée suppose que la matrice de covariance du bruit est connue ou mesurable. Cette nouvelle version de la méthode SWEDE est nommée FBD-SWEDE pour "Full Block Diagonalization of the noise correlation matrix for SWEDE" et a été publiée au GRETSI 2007 et à l'EUSIPCO 2007.

Pour corriger l'inconvénient de la méthode SWEDE avec la procédure de blanchiment de [79], nous proposons d'utiliser une matrice \mathbf{Q} de la forme :

$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{Q}_{21} & \mathbf{I} & \mathbf{0} \\ \mathbf{Q}_{31} & \mathbf{Q}_{32} & \mathbf{I} \end{bmatrix} \quad (5.40)$$

avec

$$\mathbf{Q}_{21} = -\Sigma_{21}\Sigma_{11}^{-1} \quad (5.41)$$

$$\mathbf{Q}_{31} = -\mathbf{Q}_{32}\Sigma_{21}\Sigma_{11}^{-1} - \Sigma_{31}\Sigma_{11}^{-1} \quad (5.42)$$

$$\mathbf{Q}_{32} = (\Sigma_{31}\Sigma_{11}^{-1}\Sigma_{12} - \Sigma_{32})(\Sigma_{22} - \Sigma_{21}\Sigma_{11}^{-1}\Sigma_{12})^{-1} \quad (5.43)$$

Dans ce cas, la matrice de covariance du bruit après blanchiment retrouve une structure diagonale par blocs, telle que :

$$\mathbf{Q}\Sigma\mathbf{Q}^H = \begin{bmatrix} \Sigma_{11} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \times & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \times \end{bmatrix} \quad (5.44)$$

Ce nouveau blanchiment permet d'annuler l'existence du biais de la méthode de SWEDE pour un bruit quelconque. Après blanchiment du bruit, la matrice de covariance des observations s'écrit sous la forme : $\mathbf{\Gamma}^w = \mathbf{Q}\mathbf{\Gamma}\mathbf{Q}^H$.

$$\mathbf{\Gamma}^w = \begin{bmatrix} \mathbf{\Gamma}^w_{11} & \mathbf{\Gamma}^w_{12} & \mathbf{\Gamma}^w_{13} \\ \mathbf{\Gamma}^w_{21} & \mathbf{\Gamma}^w_{22} & \mathbf{\Gamma}^w_{23} \\ \mathbf{\Gamma}^w_{31} & \mathbf{\Gamma}^w_{32} & \mathbf{\Gamma}^w_{33} \end{bmatrix} \quad (5.45)$$

$\mathbf{\Gamma}^w$ est une matrice hermitienne, avec :

$$\begin{aligned} \mathbf{\Gamma}^w_{11} &= \mathbf{\Gamma}_{11} \\ \mathbf{\Gamma}^w_{12} &= \mathbf{\Gamma}_{11}\mathbf{Q}_{21}^H + \mathbf{\Gamma}_{12} \\ \mathbf{\Gamma}^w_{13} &= \mathbf{\Gamma}_{11}\mathbf{Q}_{31}^H + \mathbf{\Gamma}_{12}\mathbf{Q}_{32}^H + \mathbf{\Gamma}_{13} \\ \mathbf{\Gamma}^w_{23} &= \mathbf{Q}_{21}\mathbf{\Gamma}_{11}\mathbf{Q}_{31}^H + \mathbf{\Gamma}_{21}\mathbf{Q}_{31}^H + \mathbf{Q}_{21}\mathbf{\Gamma}_{12}\mathbf{Q}_{32}^H + \mathbf{\Gamma}_{22}\mathbf{Q}_{32}^H + \mathbf{Q}_{21}\mathbf{\Gamma}_{13} + \mathbf{\Gamma}_{23} \\ \mathbf{\Gamma}^w_{21} &= \mathbf{Q}_{21}\mathbf{\Gamma}_{11} + \mathbf{\Gamma}_{21} \\ \mathbf{\Gamma}^w_{31} &= \mathbf{Q}_{31}\mathbf{\Gamma}_{11} + \mathbf{Q}_{32}\mathbf{\Gamma}_{21} + \mathbf{\Gamma}_{31} \\ \mathbf{\Gamma}^w_{32} &= \mathbf{Q}_{31}\mathbf{\Gamma}_{11}\mathbf{Q}_{21}^H + \mathbf{Q}_{31}\mathbf{\Gamma}_{12} + \mathbf{Q}_{32}\mathbf{\Gamma}_{21}\mathbf{Q}_{21}^H + \mathbf{Q}_{32}\mathbf{\Gamma}_{22} + \mathbf{\Gamma}_{31}\mathbf{Q}_{21}^H + \mathbf{\Gamma}_{32} \\ \mathbf{\Gamma}^w_{22} &= \mathbf{Q}_{21}\mathbf{\Gamma}_{11}\mathbf{Q}_{21}^H + \mathbf{\Gamma}_{21}\mathbf{Q}_{21}^H + \mathbf{Q}_{21}\mathbf{\Gamma}_{12} + \mathbf{\Gamma}_{22} \\ \mathbf{\Gamma}^w_{33} &= \times \end{aligned}$$

Le cas particulier où la matrice \mathbf{Q}_{21} est une matrice nulle revient au cas proposé par [79].

5.4 Les versions linéaires de la méthode ESPRIT

La méthode SWEDE permet d'estimer les temps de retard par la position des maxima du pseudo-spectre. Cette étape de l'algorithme nécessite une charge de calcul importante selon le pas d'échantillonnage temporel.

De plus, nous avons vu dans le chapitre 4 que la méthode ESPRIT permet de calculer directement les temps de retard. En revanche, cette méthode utilise la décomposition en éléments propres de la matrice de covariance des observations. Cette étape est très lourde en temps de calcul, elle nécessite $O(N^3)$ opérations.

Pour éviter une recherche sur tout l'espace des paramètres et éviter une décomposition en éléments propres de la matrice de covariance, le principe de fonctionnement de la méthode SWEDE a été combiné à celui de l'algorithme ESPRIT.

Cette combinaison des deux méthodes a déjà été proposée dans [112] pour estimer les directions d'arrivée (DDA). Contrairement à l'algorithme de Zha [112], la méthode que nous proposons prend en compte la totalité de l'information et s'applique à l'estimation des temps de retards. Ce nouvel algorithme est baptisé ESPRITWED pour ESPRIT Without Eigen Decomposition.

La deuxième proposition nommée AV-ESPRITWED pour AVerage ESRITWED consiste à faire un moyennage des différentes matrices obtenues à travers la matrice de covariance

des observations. Ce moyennage permet de réduire l'influence du bruit et donc d'améliorer sensiblement les performances.

Dans le cas d'un bruit quelconque, les différentes versions de la méthode ESPRITWED présentées ci-dessus ne peuvent pas être utilisées. Ainsi, trois nouvelles versions de cette méthode ont été proposées :

- G-ESPRITWED(a) pour Generalized ESPRITWED : ESPRITWED avec le blanchiment proposé dans [79] ;
- G-ESPRITWED(b) : une première version de la méthode ESPRITWED avec le blanchiment utilisé dans FDB-SWEDE ;
- G-ESPRITWED(c) : une deuxième version de la méthode ESPRITWED avec le blanchiment que nous avons proposé pour FDB-SWEDE ;

Toutes ces différentes versions de la méthode ESPRIT linéaire (ESPRITWED) ont été développées pour estimer les temps de retard, afin de mesurer de fines épaisseurs de chaussées. Bien entendu, ces méthodes peuvent être aussi utilisées pour estimer des fréquences (analyse spectrale) ou des directions d'arrivée (DDA).

5.4.1 Algorithme de Zha

Cette méthode a été proposée par *Zha* dans [112] en 1996. Pour éviter une recherche sur tout l'espace des paramètres, comme avec la méthode SWEDE, [112] propose d'utiliser le principe de la méthode ESPRIT sur une partie de la matrice de covariance des observations (équation. 5.22), notée \mathbf{U} et définie par :

$$\mathbf{U} = \begin{bmatrix} \mathbf{\Gamma}_{21} \\ \mathbf{\Gamma}_{31} \end{bmatrix} \quad (5.46)$$

Lorsque l'impulsion est prise en compte dans les sous matrices-blocs $\mathbf{\Gamma}_{ij}$, le formalisme de cette méthode ne permet pas de retrouver une relation de similitude entre une matrice $\mathbf{\Phi}$ diagonale définie dans l'équation (5.53) et une autre matrice carrée (par exemple une matrice \mathbf{Y} définie à partir de la matrice de covariance des observations).

En revanche, lorsque l'on blanchit le signal reçu par l'impulsion, alors l'algorithme proposé dans [112] peut être utilisé.

La matrice de covariance des observations après blanchiment par l'impulsion, $\mathbf{\Gamma}_{\mathbf{x}}$, présentée dans l'équation (5.34), peut être partitionnée comme la matrice $\mathbf{\Gamma}$ en 9 sous matrices-blocs (équation. 5.22), telle que :

$$\mathbf{\Gamma}_{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} \mathbf{\Gamma}_{\mathbf{x}11} & \mathbf{\Gamma}_{\mathbf{x}12} & \mathbf{\Gamma}_{\mathbf{x}13} \\ \mathbf{\Gamma}_{\mathbf{x}21} & \mathbf{\Gamma}_{\mathbf{x}22} & \mathbf{\Gamma}_{\mathbf{x}23} \\ \mathbf{\Gamma}_{\mathbf{x}31} & \mathbf{\Gamma}_{\mathbf{x}32} & \mathbf{\Gamma}_{\mathbf{x}33} \end{bmatrix} \quad (5.47)$$

avec :

$$\mathbf{\Gamma}_{\mathbf{x}ii} = \mathbf{\Gamma}_{\mathbf{A}ii} + \sigma^2 \mathbf{\Xi}_{ii} \quad (5.48)$$

$$\mathbf{\Gamma}_{\mathbf{x}ij} = \mathbf{\Gamma}_{\mathbf{A}ij} \quad (5.49)$$

Zha propose d'utiliser le principe de la méthode ESPRIT sur la matrice \mathbf{U} [112] (cf. équation 5.46). Dans le cas d'un blanchiment des observations par l'impulsion, la matrice \mathbf{U} de dimension $(N - K \times K)$ s'écrit sous la forme :

$$\mathbf{U} = \begin{bmatrix} \mathbf{\Gamma}_{\mathbf{x}21} \\ \mathbf{\Gamma}_{\mathbf{x}31} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_2 \mathbf{\Gamma}_{\mathbf{c}} \mathbf{A}_1^H \\ \mathbf{A}_3 \mathbf{\Gamma}_{\mathbf{c}} \mathbf{A}_1^H \end{bmatrix} \quad (5.50)$$

Posons :

$$\mathbf{U} = \begin{bmatrix} \mathbf{U}_1 \\ - \\ \mathbf{U}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} - \\ \mathbf{U}_2 \end{bmatrix} \quad (5.51)$$

avec \mathbf{U}_1 et \mathbf{U}_2 les matrices comportant les $N - K - 1$ premières lignes et $N - K - 1$ dernières lignes de \mathbf{U} respectivement. Posons :

$$\mathbf{A}_4 = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_2 \\ \mathbf{A}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_5 \\ - \\ \mathbf{A}_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} - \\ \mathbf{A}_6 \end{bmatrix} \quad (5.52)$$

avec \mathbf{A}_5 et \mathbf{A}_6 les matrices comportant les $N - K - 1$ premières lignes et les $N - K - 1$ dernières lignes de \mathbf{A}_4 respectivement, avec \mathbf{A}_4 une matrice de dimension $((N - K) \times K)$ comportant les $N - K$ dernières lignes de la matrice \mathbf{A} .

Nous faisons apparaître une relation d'invariance par rotation avec $\mathbf{A}_6 = \mathbf{A}_5 \Phi$ où :

$$\Phi = \text{diag} \left(e^{-2i\pi\Delta f T_1}, \dots, e^{-2i\pi\Delta f T_K} \right) \quad (5.53)$$

Cette méthode utilise alors la relation ci-dessous :

$$\mathbf{U}_1 = \mathbf{U}_2 \mathbf{Y} \quad (5.54)$$

or $\mathbf{U}_1 = \mathbf{A}_5 \Gamma_c \mathbf{A}_1^H$, $\mathbf{U}_2 = \mathbf{A}_6 \Gamma_c \mathbf{A}_1^H$, et $\mathbf{A}_6 = \mathbf{A}_5 \Phi$, alors après quelques développements mathématiques, nous obtenons alors :

$$\Phi^{-1} = \Gamma_c \mathbf{A}_1^H \mathbf{Y} (\Gamma_c \mathbf{A}_1^H)^{-1} \quad (5.55)$$

La relation (5.55) signifie que Φ^{-1} et \mathbf{Y} sont similaires. Ces deux matrices partagent donc les mêmes valeurs propres. On estimera les éléments diagonaux de Φ^{-1} à partir des valeurs propres de \mathbf{Y} . De manière équivalente à l'algorithme ESPRIT, l'estimation des valeurs propres de Φ^{-1} permet de déduire la valeur des retards de propagation T_k . \mathbf{Y} est obtenue par la solution aux moindres carrés suivante :

$$\mathbf{Y} = (\mathbf{U}_2^H \mathbf{U}_2)^{-1} \mathbf{U}_2^H \mathbf{U}_1 \quad (5.56)$$

Cette méthode peut utiliser une matrice de covariance de bruit plus générale que la méthode SWEDE. En effet, après blanchiment des données par l'impulsion, cette méthode n'est théoriquement pas perturbée par la présence de bruit, si la matrice de covariance de bruit Ξ a la forme suivante :

$$\Xi = \begin{bmatrix} \Xi_{11} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \Xi_{22} & \Xi_{23} \\ \mathbf{0} & \Xi_{32} & \Xi_{33} \end{bmatrix} \quad (5.57)$$

5.4.2 ESPRITWED (ESPRIT Without Eigen Decomposition)

La méthode présentée au paragraphe précédent n'est pas optimale, car elle ne prend pas en compte toute l'information sur la bande de fréquences, B . En effet, le nombre de lignes de la matrice \mathbf{U} dépend du nombre d'échos, K et est égal à $N - K$. La méthode proposée dans ce paragraphe utilise une nouvelle matrice \mathbf{U} dont le nombre de lignes est fixe, égal à N et donc indépendant du nombre d'échos, K . Dans ce cas, toute la bande de fréquences, B , est exploitée.

En revanche, la contrainte principale de cette version est l'utilisation d'une matrice de

covariance du bruit moins générale que celle utilisée par la méthode de Zha. En effet, la matrice de covariance du bruit doit être celle présentée dans la méthode SWEDE, i.e. une matrice diagonale par bloc définie positive.

La matrice de covariance des observations après blanchiment du signal par l'impulsion s'écrit sous la forme (5.34). Dans ce cas, nous pouvons sélectionner deux matrices \mathbf{U}_F et \mathbf{U}_G de dimension $(N \times K)$ telles que :

$$\mathbf{U}_G = \begin{bmatrix} \mathbf{\Gamma}_{\mathbf{x}12} \\ \mathbf{\Gamma}_{\mathbf{A}22} \\ \mathbf{\Gamma}_{\mathbf{x}32} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{\Gamma}_{\mathbf{x}12} \\ \mathbf{\Gamma}_{\mathbf{x}21} (\mathbf{\Gamma}_{\mathbf{x}13} \mathbf{\Gamma}_{\mathbf{x}31})^{-1} \mathbf{\Gamma}_{\mathbf{x}13} \mathbf{\Gamma}_{\mathbf{x}32} \\ \mathbf{\Gamma}_{\mathbf{x}32} \end{bmatrix} = \mathbf{A} \mathbf{\Gamma}_{\mathbf{c}} \mathbf{A}_2^H \quad (5.58)$$

$$\mathbf{U}_F = \begin{bmatrix} \mathbf{\Gamma}_{\mathbf{A}11} \\ \mathbf{\Gamma}_{\mathbf{x}21} \\ \mathbf{\Gamma}_{\mathbf{x}31} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{\Gamma}_{\mathbf{x}12} (\mathbf{\Gamma}_{\mathbf{x}23} \mathbf{\Gamma}_{\mathbf{x}32})^{-1} \mathbf{\Gamma}_{\mathbf{x}23} \mathbf{\Gamma}_{\mathbf{x}31} \\ \mathbf{\Gamma}_{\mathbf{x}21} \\ \mathbf{\Gamma}_{\mathbf{x}31} \end{bmatrix} = \mathbf{A} \mathbf{\Gamma}_{\mathbf{c}} \mathbf{A}_1^H \quad (5.59)$$

Ces deux matrices ont été introduites dans [79] pour estimer les projecteurs orthonormés des versions G et F de la méthode SWEDE et représentent l'image de l'espace signal. Les termes diagonaux $\mathbf{\Gamma}_{\mathbf{A}11}$ et $\mathbf{\Gamma}_{\mathbf{A}22}$ peuvent être estimés à partir des sous matrices-blocs non diagonales de la matrice de covariance $\mathbf{\Gamma}_{\mathbf{x}}$ comme indiqués dans les équations ci-dessus. Par la suite, la méthode proposée par [112] peut être appliquée sur la matrice \mathbf{U}_F (où \mathbf{U}_G), à la place de la matrice \mathbf{U} définie dans l'équation (5.50). Prenons l'exemple de la matrice \mathbf{U}_G . Posons alors :

$$\mathbf{U}_G = \begin{bmatrix} \mathbf{U}_1 \\ - \\ \mathbf{U}_2 \end{bmatrix} \quad (5.60)$$

avec \mathbf{U}_1 et \mathbf{U}_2 les matrices comportant les $N - 1$ premières lignes et $N - 1$ dernières lignes de \mathbf{U}_G respectivement. Posons :

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_5 \\ - \\ \mathbf{A}_6 \end{bmatrix} \quad (5.61)$$

avec \mathbf{A}_5 et \mathbf{A}_6 les matrices comportant les $N - 1$ premières lignes et les $N - 1$ dernières lignes de \mathbf{A} respectivement.

Nous avons alors $\mathbf{A}_6 = \mathbf{A}_5 \mathbf{\Phi}$ avec $\mathbf{\Phi}$ définie dans l'équation (5.53).

Posons $\mathbf{U}_1 = \mathbf{U}_2 \mathbf{Y}$, alors après quelques développements mathématiques, nous obtenons :

$$\mathbf{\Phi}^{-1} = \mathbf{\Gamma}_{\mathbf{c}} \mathbf{A}_2^H \mathbf{Y} (\mathbf{\Gamma}_{\mathbf{c}} \mathbf{A}_2^H)^{-1} \quad (5.62)$$

donc $\mathbf{\Phi}^{-1}$ et \mathbf{Y} sont similaires. La matrice \mathbf{Y} est obtenue par la solution aux moindres carrés définie en (5.56), dont les matrices \mathbf{U}_1 et \mathbf{U}_2 sont définies par la relation (5.60).

La même procédure peut aussi être appliquée à la matrice \mathbf{U}_F .

5.4.3 AV-ESPRITWED : AVerage-ESPRITWED

Dans ce paragraphe, la méthode ESPRITWED est généralisée au cas où la matrice de covariance des observations est partitionnée en M^2 blocs, avec $M > 3$. Le vecteur des observations après blanchiment par l'impulsion s'écrit sous la forme $\mathbf{x} = \mathbf{A}\mathbf{c} + \mathbf{\Lambda}^{-1}\mathbf{b}$ et la matrice de covariance $\mathbf{\Gamma}_{\mathbf{x}}$ associée sous la forme (5.34). Cette matrice de covariance peut

être partitionnée en M^2 blocs telle que :

$$\mathbf{\Gamma}_x = \begin{bmatrix} \mathbf{\Gamma}_{x11} & \mathbf{\Gamma}_{x12} & \cdots & \cdots & \mathbf{\Gamma}_{x1M} \\ \mathbf{\Gamma}_{x21} & \mathbf{\Gamma}_{x22} & \cdots & \cdots & \mathbf{\Gamma}_{x2M} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \mathbf{\Gamma}_{xM1} & \mathbf{\Gamma}_{xM2} & \cdots & \cdots & \mathbf{\Gamma}_{xMM} \end{bmatrix} \quad (5.63)$$

où

$$\mathbf{\Gamma}_{xij} = E(\mathbf{x}_i \mathbf{x}_j^H) \quad (5.64)$$

$$\mathbf{x}_i = \mathbf{A}_i \mathbf{c} + \mathbf{\Lambda}_i^{-1} \mathbf{b}_i \quad (5.65)$$

La matrice \mathbf{A} se décompose alors en M sous-matrices, telles que $\mathbf{A}^H = (\mathbf{A}_1^H \ \mathbf{A}_2^H \ \dots \ \mathbf{A}_M^H)$, avec $\dim(\mathbf{A}_1) = \dim(\mathbf{A}_2) = \dots = \dim(\mathbf{A}_{M-1}) = (K \times K)$ et $\dim(\mathbf{A}_M) = (K \times (N - K(M - 1)))$, $N \geq MK$.

La matrice de covariance $\mathbf{\Gamma}_x$ devient donc :

$$\mathbf{\Gamma}_x = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_1 \mathbf{\Gamma}_c \mathbf{A}_1^H & \mathbf{A}_1 \mathbf{\Gamma}_c \mathbf{A}_2^H & \cdots & \cdots & \mathbf{A}_1 \mathbf{\Gamma}_c \mathbf{A}_M^H \\ \mathbf{A}_2 \mathbf{\Gamma}_c \mathbf{A}_1^H & \mathbf{A}_2 \mathbf{\Gamma}_c \mathbf{A}_2^H & \cdots & \cdots & \mathbf{A}_2 \mathbf{\Gamma}_c \mathbf{A}_M^H \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \mathbf{A}_M \mathbf{\Gamma}_c \mathbf{A}_1^H & \mathbf{A}_M \mathbf{\Gamma}_c \mathbf{A}_2^H & \cdots & \cdots & \mathbf{A}_M \mathbf{\Gamma}_c \mathbf{A}_M^H \end{bmatrix} + \sigma^2 \mathbf{\Xi} \quad (5.66)$$

$$\mathbf{\Gamma}_x = [\mathbf{A} \mathbf{\Gamma}_c \mathbf{A}_1^H \ \mathbf{A} \mathbf{\Gamma}_c \mathbf{A}_2^H \ \cdots \ \cdots \ \mathbf{A} \mathbf{\Gamma}_c \mathbf{A}_M^H] + \sigma^2 \mathbf{\Xi} \quad (5.67)$$

Posons $\mathbf{U}_i = \mathbf{A} \mathbf{\Gamma}_c \mathbf{A}_i^H$, alors $\mathbf{\Gamma}_x$ devient :

$$\mathbf{\Gamma}_x = (\mathbf{U}_1, \mathbf{U}_2, \dots, \mathbf{U}_M) + \sigma^2 \mathbf{\Xi} \quad (5.68)$$

Cas sans bruit

Dans le cas sans bruit, nous créons une matrice \mathbf{U}_Σ à partir de la moyenne des sous-matrices colonnes \mathbf{U}_i de la matrice de covariance, telle que :

$$\mathbf{U}_\Sigma = \frac{1}{M-1} \sum_{i=1}^{M-1} \mathbf{U}_i = \mathbf{A} \mathbf{\Gamma}_c \mathbf{B} \quad (5.69)$$

avec $\mathbf{B} = \frac{1}{M-1} \sum_{i=1}^{M-1} \mathbf{A}_i^H$.

Ensuite, nous pouvons utiliser le principe de la méthode ESPRITWED sur la matrice \mathbf{U}_Σ . Dans ce cas, la matrice \mathbf{Y} est obtenue par la solution aux moindres carrés définie telle que :

$$\mathbf{Y} = (\mathbf{U}_{\Sigma 2}^H \mathbf{U}_{\Sigma 2})^{-1} \mathbf{U}_{\Sigma 2}^H \mathbf{U}_{\Sigma 1} \quad (5.70)$$

avec $\mathbf{U}_{\Sigma 1}$ et $\mathbf{U}_{\Sigma 2}$ les matrices comportant les $N - 1$ premières lignes et les $N - 1$ dernières lignes de \mathbf{U}_Σ respectivement.

$$\mathbf{U}_\Sigma = \begin{bmatrix} \mathbf{U}_{\Sigma 1} \\ - \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} - \\ \mathbf{U}_{\Sigma 2} \end{bmatrix} \quad (5.71)$$

Le principe énoncé ci-dessus est valide dans le cas où il n'y a pas de bruit. Dans le cas d'un bruit blanc, il est possible de calculer la variance du bruit et de retrancher la matrice de covariance du bruit de la matrice de covariance des observations [81]. Différentes méthodes de la littérature permettent d'estimer la puissance du bruit σ^2 . La méthode la plus populaire consiste à effectuer un moyennage des $N - K$ plus petites valeurs propres de la matrice de covariance des observations. C'est l'estimation du maximum de vraisemblance. D'autres méthodes telles que MPEB proposée dans [81], permettent d'effectuer des opérations linéaires. Par conséquent, cette méthode a un coût de calcul plus faible. En revanche, pour un nombre donné de fréquences, la variance de l'estimation de la puissance du bruit σ^2 par la méthode linéaire est, asymptotiquement, légèrement plus élevée que celle donnée par l'estimation du maximum de vraisemblance [81].

Ces résultats peuvent aussi être utilisés dans le cas où la matrice de bruit est diagonale par blocs comme pour la méthode SWEDE. En effet, les éléments blocs diagonaux de la matrice de covariance des observations sans bruit peuvent être calculés à partir des éléments blocs non-diagonaux de la matrice de covariance des observations. Ce procédé permet de supprimer la contribution du bruit dans les éléments blocs diagonaux de la matrice de covariance des observations. Par la suite, nous allons voir un cas particulier puis une généralisation de la méthode AV-ESPRITWED dans le cas où la matrice de covariance du bruit est bloc diagonale.

Cas avec bruit

Le cas $M = 3$ a fait l'objet du paragraphe consacré à la méthode ESPRITWED (cf. § 5.4.2). Dans la suite, les cas où la matrice de covariance des observations se partitionne en 16 blocs, puis en M^2 blocs seront présentés.

Cas 16 blocs : Nous définissons 4 vecteurs des observations à partir du vecteur des observations \mathbf{x} , tels que :

$$\mathbf{x}_1 = \mathbf{A}_1 \mathbf{c} + \mathbf{\Lambda}_1^{-1} \mathbf{b}_1 \quad (5.72)$$

$$\mathbf{x}_2 = \mathbf{A}_2 \mathbf{c} + \mathbf{\Lambda}_2^{-1} \mathbf{b}_2 \quad (5.73)$$

$$\mathbf{x}_3 = \mathbf{A}_3 \mathbf{c} + \mathbf{\Lambda}_3^{-1} \mathbf{b}_3 \quad (5.74)$$

$$\mathbf{x}_4 = \mathbf{A}_4 \mathbf{c} + \mathbf{\Lambda}_4^{-1} \mathbf{b}_4 \quad (5.75)$$

La matrice \mathbf{A} est définie telle que $\mathbf{A}^H = (\mathbf{A}_1 \ \mathbf{A}_2 \ \mathbf{A}_3 \ \mathbf{A}_4)^H$, avec $\dim(\mathbf{A}_1) = \dim(\mathbf{A}_2) = \dim(\mathbf{A}_3) = (K \times K)$ et $\dim(\mathbf{A}_4) = (K \times (N - 3K))$, avec $N - 3K \geq K$.

Dans cette configuration, $\mathbf{\Gamma}_x$ devient donc :

$$\mathbf{\Gamma}_x = \begin{bmatrix} \mathbf{\Gamma}_{x11} & \mathbf{\Gamma}_{x12} & \mathbf{\Gamma}_{x13} & \mathbf{\Gamma}_{x14} \\ \mathbf{\Gamma}_{x21} & \mathbf{\Gamma}_{x22} & \mathbf{\Gamma}_{x23} & \mathbf{\Gamma}_{x24} \\ \mathbf{\Gamma}_{x31} & \mathbf{\Gamma}_{x32} & \mathbf{\Gamma}_{x33} & \mathbf{\Gamma}_{x34} \\ \mathbf{\Gamma}_{x41} & \mathbf{\Gamma}_{x42} & \mathbf{\Gamma}_{x43} & \mathbf{\Gamma}_{x44} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{\Gamma}_{A11} & \mathbf{\Gamma}_{A12} & \mathbf{\Gamma}_{A13} & \mathbf{\Gamma}_{A14} \\ \mathbf{\Gamma}_{A21} & \mathbf{\Gamma}_{A22} & \mathbf{\Gamma}_{A23} & \mathbf{\Gamma}_{A24} \\ \mathbf{\Gamma}_{A31} & \mathbf{\Gamma}_{A32} & \mathbf{\Gamma}_{A33} & \mathbf{\Gamma}_{A34} \\ \mathbf{\Gamma}_{A41} & \mathbf{\Gamma}_{A42} & \mathbf{\Gamma}_{A43} & \mathbf{\Gamma}_{A44} \end{bmatrix} + \sigma^2 \mathbf{\Xi} \quad (5.76)$$

avec Ξ la matrice de covariance du bruit bloc diagonal.

Les éléments diagonaux sans bruit sont liés aux éléments non diagonaux comme suit :

$$\Gamma_{\mathbf{A}11} = \Gamma_{\mathbf{x}12} \left[(\Gamma_{\mathbf{x}23} \ \Gamma_{\mathbf{x}24}) \begin{pmatrix} \Gamma_{\mathbf{x}32} \\ \Gamma_{\mathbf{x}42} \end{pmatrix} \right]^{-1} (\Gamma_{\mathbf{x}23} \ \Gamma_{\mathbf{x}24}) \begin{pmatrix} \Gamma_{\mathbf{x}31} \\ \Gamma_{\mathbf{x}41} \end{pmatrix} \quad (5.77)$$

$$\Gamma_{\mathbf{A}22} = \Gamma_{\mathbf{x}21} \left[(\Gamma_{\mathbf{x}13} \ \Gamma_{\mathbf{x}14}) \begin{pmatrix} \Gamma_{\mathbf{x}31} \\ \Gamma_{\mathbf{x}41} \end{pmatrix} \right]^{-1} (\Gamma_{\mathbf{x}13} \ \Gamma_{\mathbf{x}14}) \begin{pmatrix} \Gamma_{\mathbf{x}32} \\ \Gamma_{\mathbf{x}42} \end{pmatrix} \quad (5.78)$$

$$\Gamma_{\mathbf{A}33} = \Gamma_{\mathbf{x}32} \left[(\Gamma_{\mathbf{x}24} \ \Gamma_{\mathbf{x}21}) \begin{pmatrix} \Gamma_{\mathbf{x}42} \\ \Gamma_{\mathbf{x}12} \end{pmatrix} \right]^{-1} (\Gamma_{\mathbf{x}24} \ \Gamma_{\mathbf{x}21}) \begin{pmatrix} \Gamma_{\mathbf{x}43} \\ \Gamma_{\mathbf{x}13} \end{pmatrix} \quad (5.79)$$

Les matrices $\Gamma_{\mathbf{A}11}$ et $\Gamma_{\mathbf{A}22}$ de dimensions $(K \times K)$ peuvent aussi être estimées à partir du cas neuf blocs et sont données par les équations (5.58) et (5.59). Ainsi, dans le cas d'une partition en 16 blocs, si les matrices $\Gamma_{\mathbf{A}11}$ et $\Gamma_{\mathbf{A}22}$ ont déjà été estimées à partir du cas neuf blocs (cas de la méthode ESPRITWED), seule la matrice-bloc $\Gamma_{\mathbf{A}33}$ de dimension $(K \times K)$ est à estimer.

Généralisation au cas M^2 blocs, avec $M > 3$: Dans ce cas, seule la matrice-bloc $\Gamma_{A(M-1)(M-1)}$ de dimension $(K \times K)$ peut être à estimer, car les matrices-blocs $\Gamma_{A(M-i-1)(M-i-1)}$ de dimensions $(K \times K)$ peuvent être calculées à partir des matrices se partitionnant en $(M-i)^2$ blocs, avec i compris entre 1 et $M-3$. Pour $M \geq 4$, la matrice $\Gamma_{A(M-1)(M-1)}$ s'écrit selon :

$$\Gamma_{A(M-1)(M-1)} = \Gamma_{\mathbf{x}(M-1)(M-2)} \left[(\Gamma_{\mathbf{x}(M-2)(M)} \ \Gamma_{\mathbf{x}(M-2)(1:M-3)}) \begin{pmatrix} \Gamma_{\mathbf{x}(M)(M-2)} \\ \Gamma_{\mathbf{x}(1:M-3)(M-2)} \end{pmatrix} \right]^{-1} \\ \times (\Gamma_{\mathbf{x}(M-2)(M)} \ \Gamma_{\mathbf{x}(M-2)(1:M-3)}) \begin{pmatrix} \Gamma_{\mathbf{x}(M)(M-1)} \\ \Gamma_{\mathbf{x}(1:M-3)(M-1)} \end{pmatrix}$$

avec :

$$\Gamma_{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} \Gamma_{\mathbf{x}11} & \Gamma_{\mathbf{x}12} & \cdots & \cdots & \Gamma_{\mathbf{x}1M} \\ \Gamma_{\mathbf{x}21} & \Gamma_{\mathbf{x}22} & \cdots & \cdots & \Gamma_{\mathbf{x}2M} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \Gamma_{\mathbf{x}M1} & \Gamma_{\mathbf{x}M2} & \cdots & \cdots & \Gamma_{\mathbf{x}MM} \end{bmatrix} \quad (5.80)$$

avec $\Gamma_{\mathbf{x}ij}$ définie selon l'équation (5.49). La matrice \mathbf{A} est définie telle que :

$$\mathbf{A}^H = (\mathbf{A}_1 \ \mathbf{A}_2 \ \cdots \ \mathbf{A}_M)^H \quad (5.81)$$

avec $\dim(\mathbf{A}_1) = \dim(\mathbf{A}_2) = \dim(\mathbf{A}_{M-1}) = (K \times K)$ et $\dim(\mathbf{A}_M) = (K \times (N - (M-1)K))$. Cette méthode permet de réduire la contribution du bruit et donc d'améliorer sensiblement les performances de la méthode ESPRITWED comme indiqué dans le paragraphe 5.5.1.

Remarque :

Dans une situation de corrélation totale entre échos, les méthodes proposées dans cette section (ESPRITWED, AV-ESPRITWED) nécessitent un prétraitement par le moyennage en sous-bandes de fréquences, présenté au chapitre 3. Ce moyennage produit une matrice de covariance du bruit rectifiée de forme bande-diagonale. Le fonctionnement des méthodes

est alors optimum dans le cas où la matrice de covariance du bruit (avant prétraitement) est diagonale. Autrement, lorsque la matrice de covariance de bruit rectifiée est bande diagonale, ces méthodes fournissent une estimation biaisée des temps de retard. Pour pallier ce problème, il convient d'utiliser alors la méthode G-ESPRITWED, développée au paragraphe suivant.

5.4.4 G-ESPRITWED : ESPRITWED avec un bruit quelconque

Dans ce paragraphe, la matrice de covariance du bruit est hermitienne définie positive et de forme quelconque. Alors, les différentes versions de la méthode ESPRITWED présentées précédemment dans les paragraphes 5.4.2 et 5.4.3 ne sont plus applicables. En effet, dans ce cas, les éléments non diagonaux de la matrice de covariance des observations sont bruités. Par conséquent, les temps de retard estimés seront biaisés.

D'autre part, lorsque nous effectuons un blanchiment du vecteur des observations \mathbf{x} par la matrice \mathbf{Q} , proposée au paragraphe 5.3.3 ou celle de [79], la méthode de [112] (c.f. paragraphe 5.4.1) et les deux nouvelles méthodes, ESPRITWED et AV-ESPRITWED, proposées au paragraphe (5.4.2) et (5.4.3), ne permettent pas de retrouver une relation de similitude entre une matrice $\mathbf{\Phi}$ diagonale définie dans l'équation (5.53) et une autre matrice carrée (par exemple une matrice \mathbf{Y} définie à partir de la matrice de covariance des observations).

En revanche, on montre dans ce paragraphe que les nouvelles versions de la méthode ESPRITWED permettent de retrouver une relation de similitude et d'estimer les temps de retard.

Dans ce paragraphe, nous proposons une amélioration possible de l'algorithme ESPRITWED dans le cas où le bruit est quelconque. L'amélioration consiste à combiner le principe de fonctionnement de SWEDE (partitionnement de la matrice de covariance des observations en neuf sous matrices-blocs) à celui de l'algorithme ESPRIT en prenant en compte soit le blanchiment proposé par [79], soit le blanchiment basé sur la diagonalisation par blocs de la matrice de covariance de bruit, que nous avons proposé au paragraphe 5.3.3. On obtient ainsi de nouvelles versions de l'algorithme ESPRITWED.

A l'instar de [79], les modifications proposées supposent que la matrice de covariance du bruit est connue ou mesurable.

Enfin, contrairement aux différentes versions de la méthode ESPRITWED présentées précédemment, les versions proposées dans ce paragraphe ne nécessitent pas le blanchiment des données par l'impulsion. Alors, le vecteur des observations (équation (2.4)) et sa matrice de covariance associée, (équation (2.7)), s'écrivent sous la forme suivante :

$$\begin{aligned}\mathbf{s} &= \mathbf{\Lambda}\mathbf{A}\mathbf{c} + \mathbf{b} \\ \mathbf{\Gamma} &= \mathbf{\Lambda}\mathbf{A}\mathbf{\Gamma}_c\mathbf{A}^H\mathbf{\Lambda}^H + \sigma^2\mathbf{\Sigma}\end{aligned}$$

a- G-ESPRITWED(a) : ESPRITWED avec la méthode de blanchiment proposée par [79]

La méthode qui est développée dans ce paragraphe a été publiée au XXI Colloque GRETSI (2007).

Après le blanchiment du bruit par la matrice définie par l'eqn. (5.36), la matrice de covariance du bruit s'écrit sous la forme (5.39). Alors, la contribution du bruit est théoriquement annulée dans les matrices-blocs $\mathbf{\Gamma}_{13}^w$ et $\mathbf{\Gamma}_{23}^w$.

Le principe de cette première méthode ESPRITWED avec un bruit quelconque repose sur

la relation linéaire suivante :

$$\mathbf{\Gamma}_{13}^w = \mathbf{Y}\mathbf{\Gamma}_{23}^w \quad (5.82)$$

Les matrices-blocs $\mathbf{\Gamma}_{13}^w$ et $\mathbf{\Gamma}_{23}^w$ sont définies selon :

$$\mathbf{\Gamma}_{13}^w = \mathbf{\Gamma}_{11}\mathbf{Q}_{31}^H + \mathbf{\Gamma}_{12}\mathbf{Q}_{32}^H + \mathbf{\Gamma}_{13} \quad (5.83)$$

$$\mathbf{\Gamma}_{23}^w = \mathbf{\Gamma}_{21}\mathbf{Q}_{31}^H + \mathbf{\Gamma}_{22}\mathbf{Q}_{32}^H + \mathbf{\Gamma}_{23} \quad (5.84)$$

En intégrant les équations (5.83) et (5.84) dans l'équation (5.82), cette dernière équation devient :

$$\mathbf{\Lambda}_1\mathbf{A}_1\mathbf{\Gamma}_c\mathbf{G} = \mathbf{Y}\mathbf{\Lambda}_2\mathbf{A}_2\mathbf{\Gamma}_c\mathbf{G} \quad (5.85)$$

avec $\mathbf{G} = \mathbf{A}_1^H\mathbf{\Lambda}_1^H\mathbf{Q}_{31}^H + \mathbf{A}_2^H\mathbf{\Lambda}_2^H\mathbf{Q}_{32}^H + \mathbf{A}_3^H\mathbf{\Lambda}_3^H$. Sachant par hypothèse que $N - 2K \geq K$ et que la matrice \mathbf{G} est de dimension $(K \times (N - 2K))$, alors la pseudo-inverse de Moore-Penrose de la matrice \mathbf{G} existe et la relation (5.85) devient :

$$\mathbf{\Lambda}_1\mathbf{A}_1 = \mathbf{Y}\mathbf{\Lambda}_2\mathbf{A}_2 \quad (5.86)$$

D'après le partitionnement de la matrice des vecteurs sources \mathbf{A} en trois sous-matrices (eqn. 5.18), il est aisé de vérifier que $\mathbf{A}_2 = \mathbf{A}_1\mathbf{\Phi}^K$. Cette relation fait intervenir un opérateur de rotation, i.e. la matrice diagonale $\mathbf{\Phi}$ définie dans l'équation (5.53). En intégrant (5.53) dans (5.86), nous obtenons :

$$\mathbf{\Lambda}_1\mathbf{A}_1 = \mathbf{Y}\mathbf{\Lambda}_2\mathbf{A}_1\mathbf{\Phi}^K \quad (5.87)$$

$$\mathbf{A}_1\mathbf{\Phi}^{-K}\mathbf{A}_1^{-1} = \mathbf{P} \quad (5.88)$$

avec

$$\mathbf{P} = \mathbf{\Lambda}_1^{-1}\mathbf{Y}\mathbf{\Lambda}_2 \quad (5.89)$$

D'après l'équation (5.88), les matrices \mathbf{P} et $\mathbf{\Phi}^{-K}$ sont similaires, donc partagent les mêmes valeurs propres. Comme précédemment, on estimera les éléments de $\mathbf{\Phi}^{-K}$ à partir des valeurs propres de la matrice \mathbf{P} . Cette dernière est estimée à partir de la relation (5.89) où la matrice \mathbf{Y} est obtenue par la solution aux moindres carrés, telle que :

$$\mathbf{Y} = \mathbf{\Gamma}_{13}^w\mathbf{\Gamma}_{23}^{wH} (\mathbf{\Gamma}_{23}^w\mathbf{\Gamma}_{23}^{wH})^{-1} \quad (5.90)$$

La solution aux moindres carrés totaux n'a pas été utilisée ici du fait de son coût de calcul plus élevé. Dans la suite du manuscrit, cette méthode sera appelée G-ESPRITWED(a) pour la version (a) de la méthode ESPRITWED en présence d'un bruit quelconque (G signifie Generalized).

Finalement, l'algorithme G-ESPRITWED(a) se déroule suivant les 7 étapes suivantes :

- Calcul des matrices-blocs de covariance $\mathbf{\Gamma}_{11}$, $\mathbf{\Gamma}_{12}$, $\mathbf{\Gamma}_{13}$, $\mathbf{\Gamma}_{22}$ et $\mathbf{\Gamma}_{23}$.
- Calcul des matrices \mathbf{Q}_{31} et \mathbf{Q}_{32} par les relations (5.37) et (5.38).
- Calcul des éléments $\mathbf{\Gamma}_{13}^w$ et $\mathbf{\Gamma}_{23}^w$ par les relations (5.83) et (5.84).
- Estimation de \mathbf{Y} par la relation (5.90).
- Estimation de \mathbf{P} par la relation (5.89).
- Calcul des valeurs propres de \mathbf{P}
- Calcul des retards de propagation à partir des arguments des valeurs propres de \mathbf{P} .

b- G-ESPRITWED(b) : ESPRITWED avec la méthode de blanchiment proposée au paragraphe 5.3.3 (première version)

Après le blanchiment du bruit par la méthode proposée par l'équation (5.40), la matrice de covariance du bruit s'écrit sous la forme (5.44). Dans cette expression, les matrices-blocs non diagonales Γ_{12}^w , Γ_{13}^w et Γ_{23}^w de la matrice de covariance des observations ne sont pas affectées par la présence du bruit.

Posons :

$$\mathbf{P} = \mathbf{Q}_{21} \Lambda_1 \mathbf{A}_1 + \Lambda_2 \mathbf{A}_2 \quad (5.91)$$

avec \mathbf{P} la matrice de dimension $(K \times K)$. Alors les matrices-blocs Γ_{12}^w , Γ_{13}^w et Γ_{23}^w s'écrivent sous la forme :

$$\Gamma_{12}^w = \Lambda_1 \mathbf{A}_1 \Gamma_c \mathbf{P}^H \quad (5.92)$$

$$\Gamma_{13}^w = \Lambda_1 \mathbf{A}_1 \Gamma_c \mathbf{G} \quad (5.93)$$

$$\Gamma_{23}^w = \mathbf{P} \Gamma_c \mathbf{G} \quad (5.94)$$

avec la matrice \mathbf{G} définie dans l'équation (5.85). Après blanchiment du bruit, les sous matrices-blocs diagonales de la matrice de covariance des observations sans bruit peuvent être estimées à partir des sous matrices-blocs non diagonales de la matrice de covariance des observations, telles que :

$$\Gamma_{A11}^w = \Gamma_{12}^w (\Gamma_{23}^w \Gamma_{32}^w)^{-1} \Gamma_{23}^w \Gamma_{31}^w = \Lambda_1 \mathbf{A}_1 \Gamma_c \mathbf{A}_1^H \Lambda_1^H \quad (5.95)$$

$$\Gamma_{A22}^w = \Gamma_{21}^w (\Gamma_{13}^w \Gamma_{31}^w)^{-1} \Gamma_{13}^w \Gamma_{32}^w = \mathbf{P} \Gamma_c \mathbf{P}^H \quad (5.96)$$

A ce stade, nous définissons deux matrices-blocs \mathbf{U}_F^w et \mathbf{U}_G^w de dimensions $(N \times K)$ telles que :

$$\mathbf{U}_G^w = \begin{bmatrix} \Gamma_{12}^w \\ \Gamma_{A22}^w \\ \Gamma_{32}^w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Lambda_1 \mathbf{A}_1 \\ \mathbf{P} \\ \mathbf{G}^H \end{bmatrix} \Gamma_c \mathbf{P}^H = \mathbf{T} \Gamma_c \mathbf{P}^H \quad (5.97)$$

$$\mathbf{U}_F^w = \begin{bmatrix} \Gamma_{A11}^w \\ \Gamma_{21}^w \\ \Gamma_{31}^w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Lambda_1 \mathbf{A}_1 \\ \mathbf{P} \\ \mathbf{G}^H \end{bmatrix} \Gamma_c \mathbf{A}_1^H \Lambda_1^H = \mathbf{T} \Gamma_c \mathbf{A}_1^H \Lambda_1^H \quad (5.98)$$

avec $\mathbf{T} = (\mathbf{A}_1^H \Lambda_1^H \mathbf{P}^H \mathbf{G})^H$.

Le principe de cette version de la méthode ESPRITWED, G-ESPRITWED(b), avec un bruit quelconque repose sur la relation linéaire suivante :

$$\mathbf{U}_F^w = \mathbf{U}_G^w \mathbf{Y} \quad (5.99)$$

Sachant que la matrice \mathbf{T} est de dimension $(N \times K)$, alors sa pseudo-inverse de Moore-Penrose existe et la relation précédente devient :

$$\mathbf{A}_1^H \Lambda_1^H = \mathbf{P}^H \mathbf{Y} \quad (5.100)$$

or $\mathbf{A}_2 = \mathbf{A}_1 \Phi^K$ et la matrice \mathbf{P} est définie par l'équation (5.91), alors la relation ci-dessus devient :

$$\mathbf{A}_1^H \Lambda_1^H \mathbf{M} = \Phi^{KH} \mathbf{A}_1^H \Lambda_2^H \mathbf{Y} \quad (5.101)$$

avec $\mathbf{M} = \mathbf{I} - \mathbf{Q}_{21}^H \mathbf{Y}$. Dans le cas où la matrice \mathbf{M} est inversible, nous obtenons alors :

$$\Phi^K = \mathbf{A}_1^H \mathbf{F} \mathbf{A}_1^{-H} \quad (5.102)$$

$$\mathbf{F} = \mathbf{\Lambda}_2^H \mathbf{Y} \mathbf{M}^{-1} \mathbf{\Lambda}_1^{-H} \quad (5.103)$$

Par conséquent, les matrices Φ^K et \mathbf{F} sont similaires, donc partagent les mêmes valeurs propres. Dans la suite du manuscrit, cette méthode sera appelée G-ESPRITWED(b) pour la version (b) de la méthode ESPRITWED en présence d'un bruit quelconque.

Comme précédemment, on estimera les éléments de Φ^K à partir des valeurs propres de la matrice \mathbf{F} . La matrice \mathbf{F} est estimée à partir des matrices mesurables $\mathbf{\Lambda}_1$, $\mathbf{\Lambda}_2$ et des deux matrices \mathbf{Y} et \mathbf{M} .

La matrice \mathbf{Y} est obtenue par la solution aux moindres carrés suivante :

$$\mathbf{Y} = (\mathbf{U}_G^{wH} \mathbf{U}_G^w)^{-1} \mathbf{U}_G^{wH} \mathbf{U}_F^w \quad (5.104)$$

La matrice \mathbf{M} est estimée à partir de la matrice \mathbf{Y} et de la matrice \mathbf{Q}_{21} .

Finalement, l'algorithme G-ESPRITWED(b) se déroule suivant les 10 étapes suivantes :

- Calcul des matrices-blocs de covariance $\mathbf{\Gamma}_{11}$, $\mathbf{\Gamma}_{12}$, $\mathbf{\Gamma}_{13}$, $\mathbf{\Gamma}_{22}$ et $\mathbf{\Gamma}_{23}$.
- Calcul des matrices \mathbf{Q}_{21} , \mathbf{Q}_{31} et \mathbf{Q}_{32} par les relations (5.41), (5.42) et (5.43).
- Calcul des matrices-blocs $\mathbf{\Gamma}_{12}^w$, $\mathbf{\Gamma}_{13}^w$ et $\mathbf{\Gamma}_{23}^w$ par les relations (5.45).
- Calcul des matrices-blocs $\mathbf{\Gamma}_{A11}^w$ et $\mathbf{\Gamma}_{A22}^w$ par les relations (5.95) et (5.96).
- Calcul des matrices-blocs \mathbf{U}_G^w et \mathbf{U}_F^w par les relations (5.97) et (5.98).
- Estimation de la matrice \mathbf{Y} par l'équation (5.104).
- Estimation de la matrice \mathbf{M} à partir des deux matrices \mathbf{Y} et \mathbf{Q}_{21} .
- Estimation de la matrice \mathbf{F} par la relation (5.103).
- Calcul des valeurs propres de la matrice \mathbf{F} .
- Calcul des retards de propagation à partir des arguments des valeurs propres de \mathbf{F} .

c- G-ESPRITWED(c) : ESPRITWED avec la méthode de blanchiment proposée au paragraphe 5.3.3 (deuxième version)

La méthode développée dans ce paragraphe a été publiée au 15th European Signal Processing Conference EUSIPCO 2007.

Après blanchiment du bruit par la méthode proposée (FBD-SWEDE) selon l'équation (5.40), les matrices-blocs non diagonales $\mathbf{\Gamma}_{12}^w$, $\mathbf{\Gamma}_{13}^w$ et $\mathbf{\Gamma}_{23}^w$ de la matrice de covariance des observations, définies dans la relation (5.45), ne sont pas affectées par la présence du bruit. Dans ce cas, la relation (5.82) peut être utilisée. En intégrant, les expressions des matrices $\mathbf{\Gamma}_{13}^w$ et $\mathbf{\Gamma}_{23}^w$ dans l'équation (5.82), nous obtenons :

$$\mathbf{\Lambda}_1 \mathbf{A}_1 \mathbf{\Gamma}_c \mathbf{G} = \mathbf{Y} (\mathbf{\Lambda}_2 \mathbf{A}_2 + \mathbf{Q}_{21} \mathbf{\Lambda}_1 \mathbf{A}_1) \mathbf{\Gamma}_c \mathbf{G} \quad (5.105)$$

avec la matrice \mathbf{G} définie dans l'équation (5.85). Sachant que la pseudo-inverse de Moore-Penrose de la matrice \mathbf{G} existe, la relation (5.105) devient alors :

$$\mathbf{\Lambda}_1 \mathbf{A}_1 = \mathbf{Y} (\mathbf{\Lambda}_2 \mathbf{A}_2 + \mathbf{Q}_{21} \mathbf{\Lambda}_1 \mathbf{A}_1) \quad (5.106)$$

Avec $\mathbf{A}_2 = \mathbf{A}_1 \Phi^K$, nous avons :

$$\mathbf{N} \mathbf{\Lambda}_1 \mathbf{A}_1 = \mathbf{Y} \mathbf{\Lambda}_2 \mathbf{A}_1 \Phi^K \quad (5.107)$$

avec $\mathbf{N} = \mathbf{I} - \mathbf{Y}\mathbf{Q}_{21}$. Si la matrice \mathbf{N} est inversible, la relation ci-dessus s'écrit sous la forme :

$$\mathbf{\Phi}^{-K} = \mathbf{A}_1^{-1}\mathbf{H}\mathbf{A}_1 \quad (5.108)$$

$$\mathbf{H} = \mathbf{\Lambda}_1^{-1}\mathbf{N}^{-1}\mathbf{Y}\mathbf{\Lambda}_2 \quad (5.109)$$

La relation (5.108) indique que les matrices \mathbf{H} et $\mathbf{\Phi}^{-K}$ sont similaires, et partagent les mêmes valeurs propres. Comme précédemment, on estimera les éléments de $\mathbf{\Phi}^{-K}$ à partir des valeurs propres de \mathbf{H} . \mathbf{Y} est obtenue par la solution aux moindres carrés définie par la relation (5.90). La matrice \mathbf{Q}_{21} est obtenue par la relation (5.41). Dans la suite du manuscrit, cette méthode sera appelée G-ESPRITWED(c) pour la version (c) de la méthode ESPRITWED en présence d'un bruit quelconque. Dans le cas où nous utilisons le blanchiment proposé par [79], alors la matrice $\mathbf{Q}_{21} = \mathbf{0}$. Ainsi, les relations se simplifient et nous retrouvons la méthode nommée G-ESPRITWED(a).

Finalement, l'algorithme G-ESPRITWED(c) se déroule suivant les 8 étapes suivantes :

- Calcul des sous-matrices de covariance $\mathbf{\Gamma}_{11}$, $\mathbf{\Gamma}_{12}$, $\mathbf{\Gamma}_{13}$, $\mathbf{\Gamma}_{22}$ et $\mathbf{\Gamma}_{23}$.
- Calcul des matrices \mathbf{Q}_{21} , \mathbf{Q}_{31} et \mathbf{Q}_{32} par les relations (5.41), (5.42) et (5.43).
- Calcul des matrices-blocs $\mathbf{\Gamma}_{13}^w$ et $\mathbf{\Gamma}_{23}^w$ par les relations (5.45).
- Estimation de la matrice \mathbf{Y} par l'équation (5.90).
- Estimation de la matrice \mathbf{N} à partir des matrices \mathbf{Y} et \mathbf{Q}_{21} .
- Estimation de la matrice \mathbf{H} par la relation (5.109).
- Calcul des valeurs propres de la matrice \mathbf{H} .
- Calcul des retards de propagation à partir des arguments des valeurs propres de la matrice \mathbf{H} .

Cette méthode G-ESPRITWED(c) nécessite un coût de calcul plus faible que la version G-ESPRITWED(b).

5.5 Résultats de simulation et discussions

Les données vérifient les hypothèses du modèle des observations, défini par l'eqn. (2.4), et comportent 2 échos. Les performances des méthodes sont évaluées dans le cas optimum, i.e. lorsque les sources sont considérées totalement décorréelées. Le vecteur des observations comporte 41 échantillons espacés de 50 MHz dans une bande de fréquences de 2 GHz.

Nous estimons la matrice de covariance à partir de $M = 200$ réalisations indépendantes du vecteur des observations. La dimension de l'espace signal est fixée au nombre d'échos attendus, i.e. deux. Cette dimension devrait être estimée en pratique par un critère de détection [62]. L'impulsion radar est de type "ricker" et sa fréquence centrale est de 1,5 GHz.

Le rapport signal sur bruit est défini à partir de la puissance du premier écho et de la puissance du bruit. La puissance du premier écho est de 0 dB et celle du deuxième écho est de -6 dB. L'épaisseur de la première couche du milieu stratifié, et le RSB sont variables.

Les performances sont établies selon la méthodologie présentée au paragraphe 5.2.3. Le taux d'échec et l'écart type sont calculés à partir de 500 itérations indépendantes.

5.5.1 Cas d'une matrice de covariance de bruit bloc-diagonale

Dans ce paragraphe, la matrice de covariance de bruit est supposée bloc-diagonale. Le taux d'échec et l'écart-type sur l'épaisseur estimée (en mètre) sont obtenus pour les 4 algorithmes présentés précédemment utilisant une matrice de covariance de bruit diagonale :

- SWEDE (cf. paragraphe 5.3.1) ;
- ESPRITWED-Zha ; cette méthode représente la méthode proposée par Zha [112], (cf. paragraphe 5.4.1) ;
- ESPRITWED-UG ; cette méthode représente la méthode que nous proposons en utilisant la sous matrice-bloc \mathbf{U}_G de la matrice de covariance, (cf. paragraphe 5.4.2) ;
- AV-ESPRITWED (AVERAGE ESPRITWED) ; cette méthode représente la méthode proposée qui utilise les matrices construites à partir de la matrice de covariance des observations partitionnée en M^2 blocs (cf. paragraphe 5.4.3). L'écriture AV-ESPRITWED(m=5) signifie l'utilisation de la méthode AV-ESPRITWED avec un moyennage de 5 sous-matrices de dimensions $(N \times K)$ chacune, i.e. la matrice de covariance des observations est partitionnée en $(m + 1)^2$ blocs, soit 36 blocs.

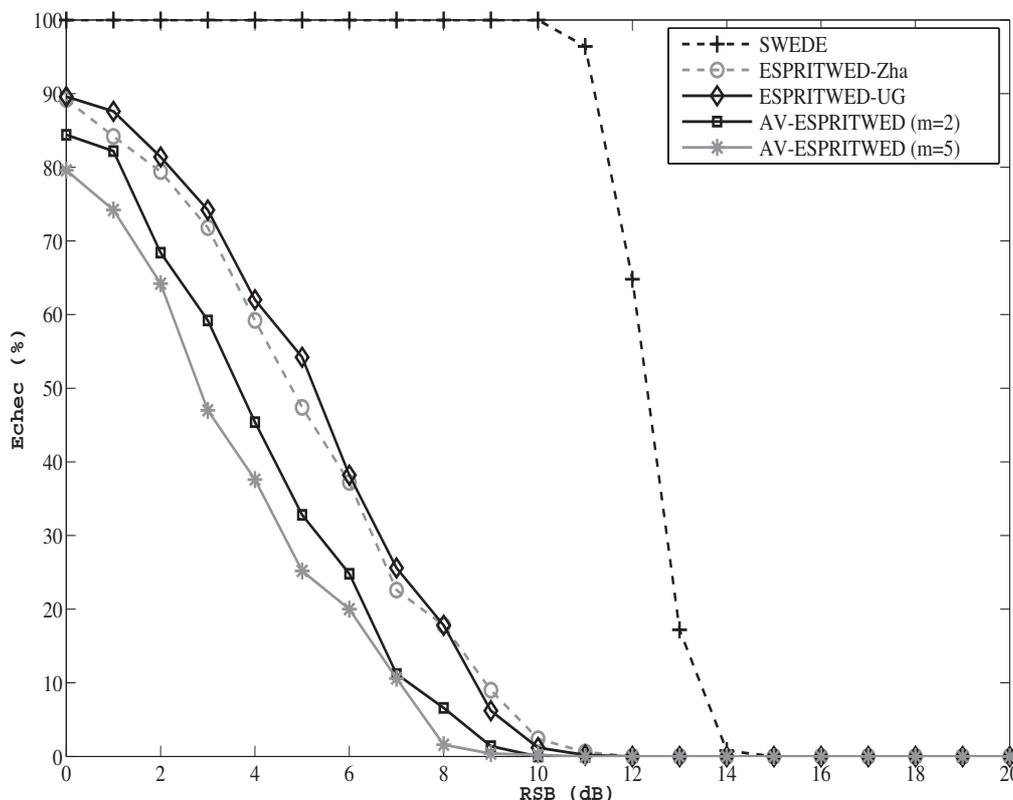


FIG. 5.6 – Taux d'échec avec les méthodes SWEDE, ESPRITWED-Zha, ESPRITWED-UG, AV-ESPRITWED en fonction du RSB pour un produit $B\Delta\tau = 0,6$.

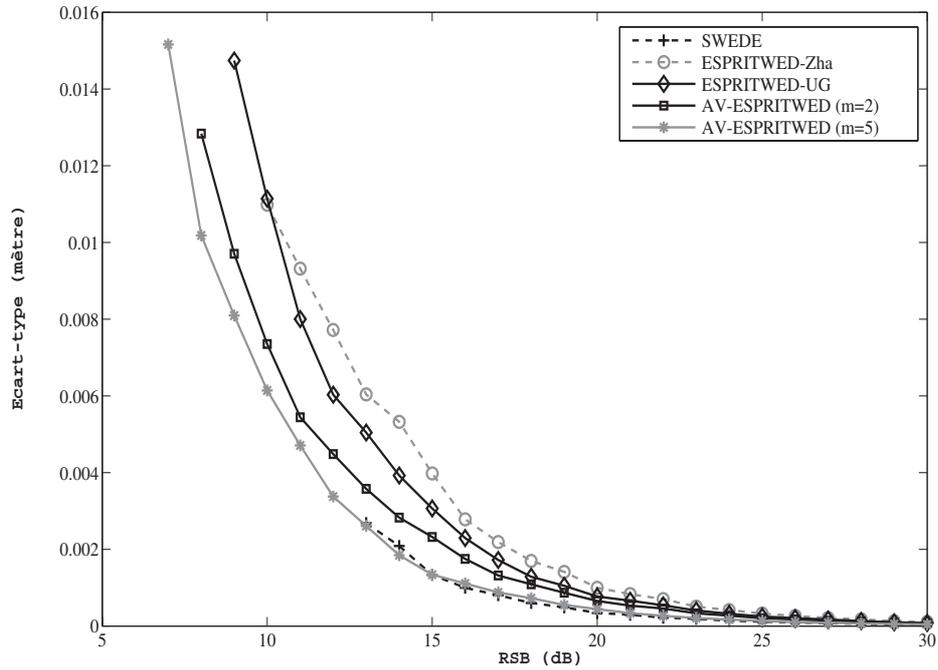


FIG. 5.7 – Ecart-type avec les méthodes SWEDE, ESPRITWED-Zha, ESPRITWED-UG, AV-ESPRITWED en fonction du RSB pour un produit $B\Delta\tau = 0,6$.

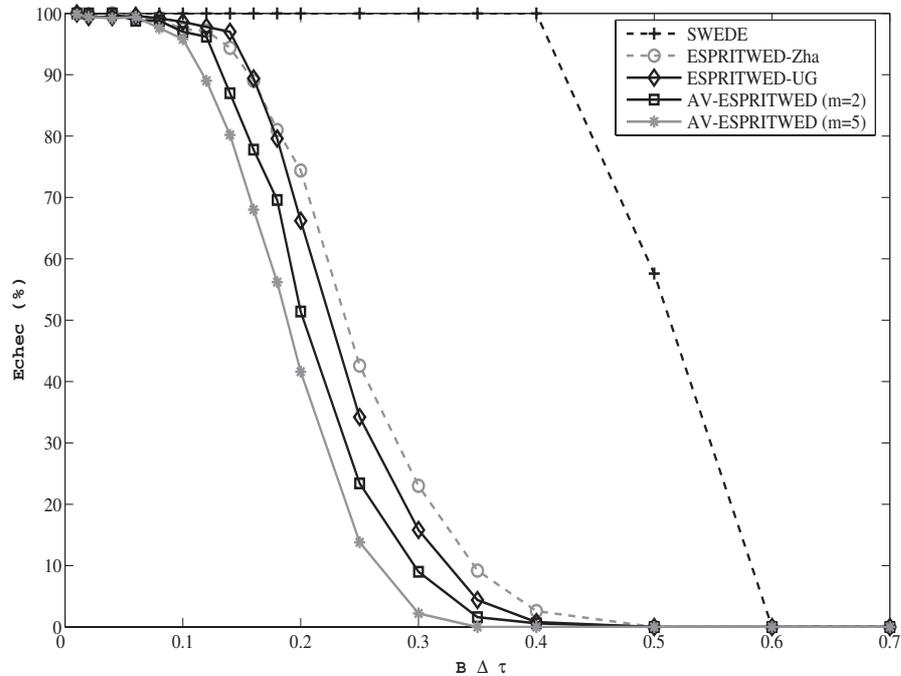


FIG. 5.8 – Taux d'échec avec les méthodes SWEDE, ESPRITWED-Zha, ESPRITWED-UG, AV-ESPRITWED en fonction du produit $B\Delta\tau$ pour un RSB de 15 dB.

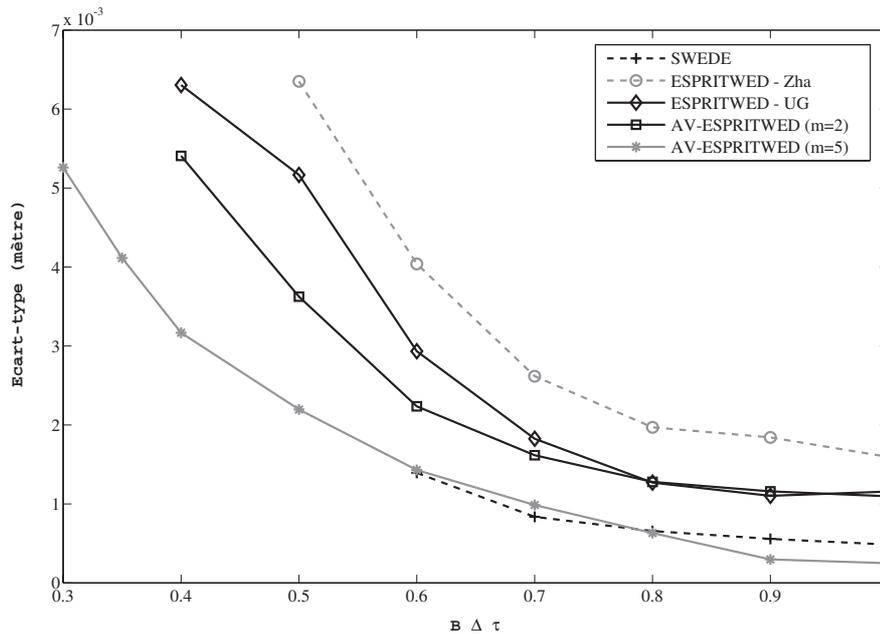


FIG. 5.9 – Ecart-type avec les méthodes SWEDE, ESPRITWED-Zha, ESPRITWED-UG, AV-ESPRITWED en fonction du produit $B\Delta\tau$ pour un RSB de 15 dB.

La figure (5.6) présente le taux d'échec pour un produit $B\Delta\tau$ de 0,6 en fonction du rapport signal sur bruit (RSB). Lorsque le RSB diminue, les performances des différents algorithmes diminuent. Nous observons que les méthodes proposées ont un meilleur pouvoir de résolution que les méthodes SWEDE et ESPRITWED-Zha. AV-ESPRITWED ($m=5$) a le meilleur pouvoir de résolution. Les taux d'échec obtenus à 1% sont de 14 dB, 10,8 dB, 10,2 dB, 9,3 dB et 8,5 dB pour SWEDE, ESPRITWED-Zha, ESPRITWED-UG, AV-ESPRITWED ($m=2$) et AV-ESPRITWED ($m=5$) respectivement.

La figure (5.7) donne la variation de l'écart-type sur l'épaisseur estimée en fonction du RSB quand le taux d'échec est inférieur à 1% et pour un produit $B\Delta\tau$ de 0,6. Comme prévu, l'écart-type diminue lorsque le RSB augmente. Les algorithmes SWEDE et AV-ESPRITWED ($m=5$) présentent le plus faible écart-type, suivis des deux méthodes AV-ESPRITWED ($m=2$) et ESPRITWED-UG. Enfin la méthode proposée par [112] (ESPRITWED-Zha) est la méthode possédant le plus grand écart-type.

A partir de ces figures, nous pouvons conclure que l'algorithme possédant le meilleur compromis entre résolution et précision de mesure est la méthode proposée AV-ESPRITWED ($m=5$).

La figure (5.8) montre les limites de résolution temporelle des algorithmes pour un RSB de 15 dB. Le pouvoir de résolution entre les méthodes ESPRITWED-Zha, ESPRITWED-UG et AV-ESPRITWED ($m=2$) est sensiblement le même. AV-ESPRITWED ($m=2$) a une résolution légèrement supérieure aux méthodes ESPRITWED-UG et ESPRITWED-Zha. En revanche, la méthode SWEDE est la méthode qui possède le plus mauvais pouvoir de résolution. Le produit $B\Delta\tau$ obtenu pour un taux d'échec égal à 1% est 0,6, 0,46, 0,4, 0,38 et 0,33 pour SWEDE, ESPRITWED-Zha, ESPRITWED-UG, AV-ESPRITWED ($m=2$) et AV-ESPRITWED ($m=5$) respectivement.

La figure (5.9) donne la variation de l'écart-type sur l'estimée de l'épaisseur en fonction du

produit $B\Delta\tau$ quand le taux d'échec est inférieur à 1% et pour un RSB de 15 dB. Comme prévu, l'écart-type sur l'estimée de l'épaisseur diminue lorsque le produit $B\Delta\tau$ augmente. Les algorithmes SWEDE et AV-ESPRITWED ($m=5$) ont le plus faible écart-type, suivis de AV-ESPRITWED ($m=2$) et ESPRITWED-UG. Enfin la méthode proposée par [112] (ESPRITWED-Zha) est la méthode possédant l'écart-type le plus important. De nouveau, à partir de ces deux nouvelles figures, nous pouvons conclure que l'algorithme possédant le meilleur compromis entre résolution et précision de mesure est la méthode proposée AV-ESPRITWED ($m=5$).

5.5.2 Cas d'une matrice de bruit quelconque, hermitienne définie positive

Dans ce paragraphe, le bruit généré est corrélé et coloré, i.e. la matrice de covariance du bruit est hermitienne définie positive et de forme quelconque. La puissance du bruit est définie comme la moyenne des éléments diagonaux de la matrice de covariance du bruit. Son image (le module de la matrice de covariance du bruit) est représentée sur la figure 5.10. Le taux d'échec et l'écart-type sont calculés à partir de 500 itérations indépendantes, obtenues par les cinq versions de l'algorithme SWEDE discutées précédemment :

- SWEDE(a) représente la méthode SWEDE après le blanchiment sous optimal proposé par [79] (cf. équation (5.39)).
- FBD-SWEDE représente la méthode SWEDE après le blanchiment proposé au paragraphe 5.3.3.
- G-ESPRITWED(a) représente ESPRITWED avec la méthode de blanchiment proposée par [79]
- G-ESPRITWED(b) représente la première version de la méthode ESPRITWED avec le blanchiment proposé au paragraphe 5.3.3.
- G-ESPRITWED(c) représente la deuxième version de la méthode ESPRITWED avec le blanchiment proposé au paragraphe 5.3.3.

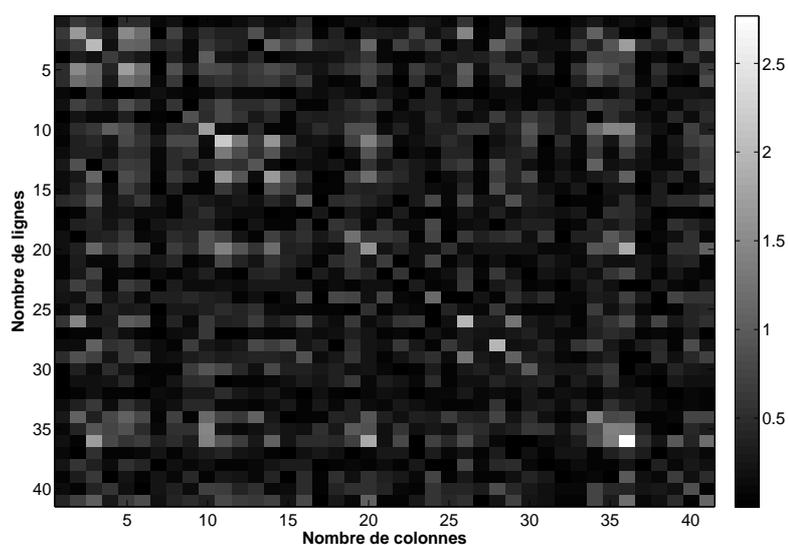


FIG. 5.10 – Module de la matrice de covariance du bruit théorique.

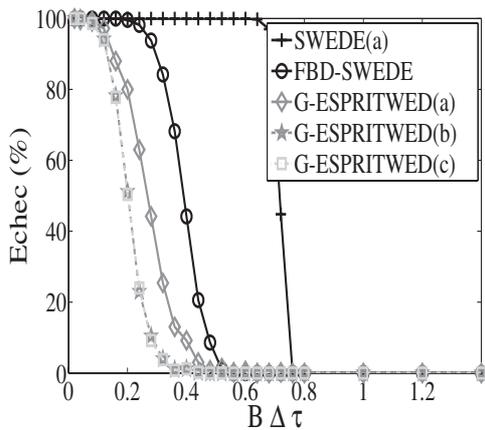


FIG. 5.11 – Taux d'échec en fonction du produit $B\Delta\tau$ pour un RSB de 10 dB.

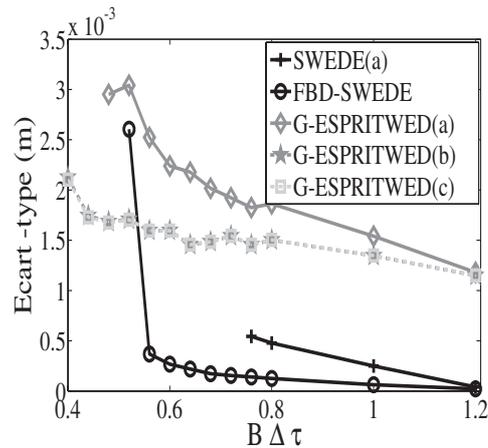


FIG. 5.12 – Ecart-type en fonction du produit $B\Delta\tau$ pour un RSB de 10 dB.

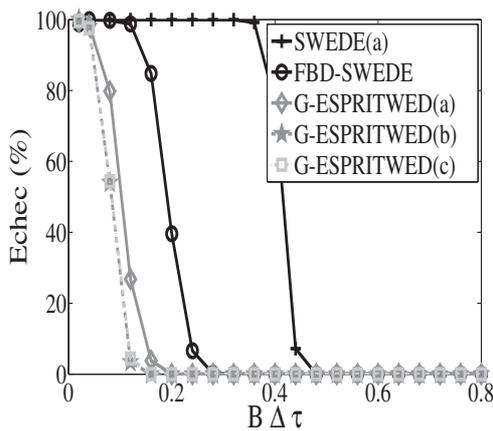


FIG. 5.13 – Taux d'échec en fonction du produit $B\Delta\tau$ pour un RSB de 20 dB.

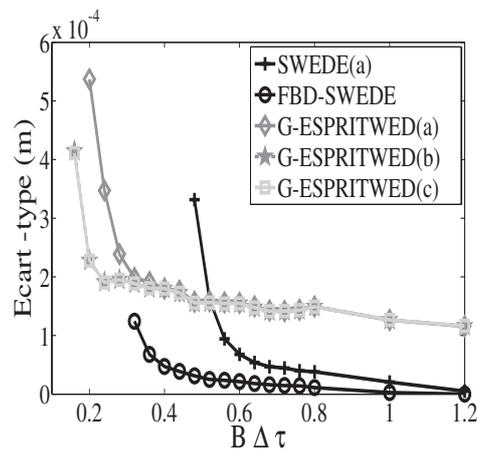


FIG. 5.14 – Ecart-type en fonction du produit $B\Delta\tau$ pour un RSB de 20 dB.

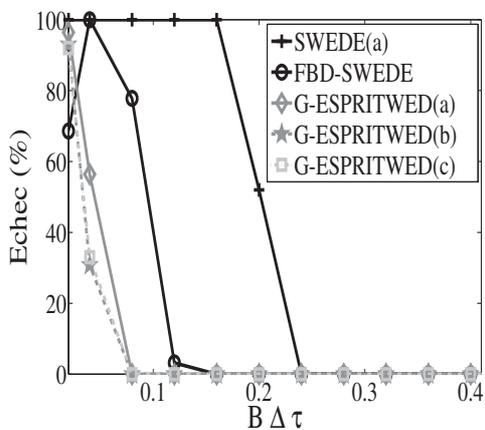


FIG. 5.15 – Taux d'échec en fonction du produit $B\Delta\tau$ pour un RSB de 30 dB.

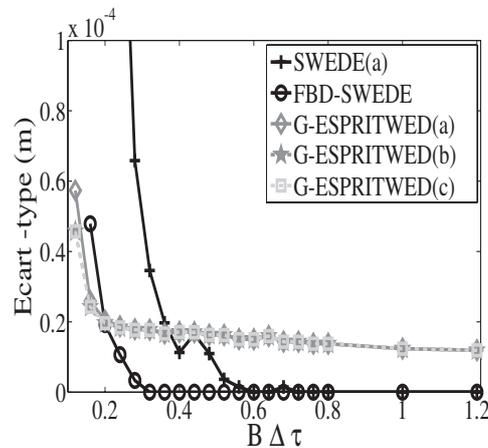


FIG. 5.16 – Ecart-type en fonction du produit $B\Delta\tau$ pour un RSB de 30 dB.

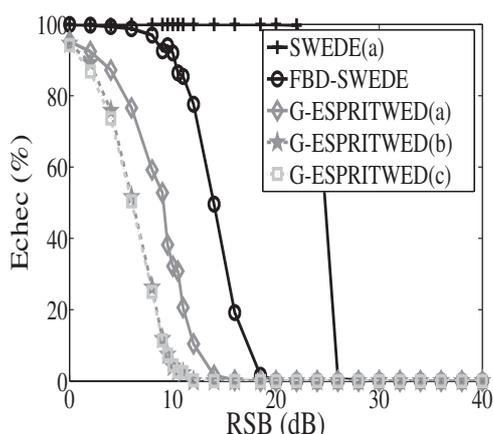


FIG. 5.17 – Taux d'échec en fonction du RSB pour un produit $B\Delta\tau$ de 0,3.

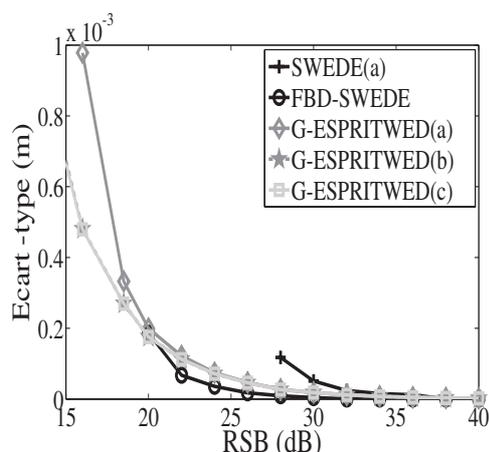


FIG. 5.18 – Ecart-type en fonction du RSB pour un produit $B\Delta\tau$ de 0,3.

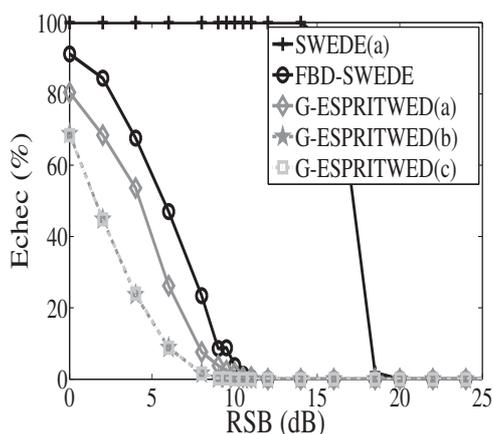


FIG. 5.19 – Taux d'échec en fonction du RSB pour un produit $B\Delta\tau$ de 0,5.

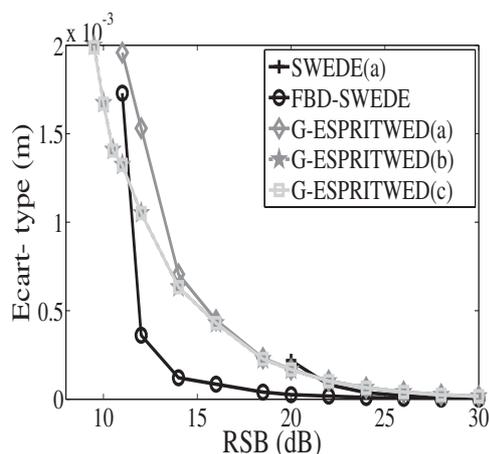


FIG. 5.20 – Ecart-type en fonction du RSB pour un produit $B\Delta\tau$ de 0,5.

Les figures (5.11), (5.13) et (5.15) présentent le taux d'échec en fonction du produit $B\Delta\tau$ pour un RSB de 10 dB, 20 dB et 30 dB respectivement. Les figures (5.12), (5.14) et (5.16) présentent l'écart type sur l'estimée de l'épaisseur (en mètre) obtenu lorsque le taux d'échec est inférieur à 1% en fonction du produit $B\Delta\tau$ pour un RSB de 10 dB, 20 dB et 30 dB respectivement. Les figures (5.17) et (5.19) présentent le taux d'échec en fonction du RSB pour un produit $B\Delta\tau$ de 0,3 et de 0,5 respectivement et les figures (5.18) et (5.20) présentent l'écart type sur l'épaisseur estimée obtenu lorsque le taux d'échec est inférieur à 1% en fonction du RSB pour un produit $B\Delta\tau$ de 0,3 et 0,5.

D'après ces différentes figures, les méthodes G-ESPRITWED(b) et G-ESPRITWED(c) possèdent un pouvoir de résolution supérieur aux trois autres méthodes. G-ESPRITWED(a) possède une meilleure résolution que FBD-SWEDE. Enfin FBD-SWEDE a un pouvoir de résolution plus grand que SWEDE(a). De manière générale, les méthodes G-ESPRITWED(b) et G-ESPRITWED(c) ont sensiblement les mêmes performances. Dans ce cas, la méthode G-ESPRITWED(c) sera préférée à G-ESPRITWED(b) en raison d'un coût calcul plus faible. En effet, contrairement à la méthode G-ESPRITWED(c) qui n'utilise que les deux

matrices blocs, $\mathbf{\Gamma}_{13}^w$ et $\mathbf{\Gamma}_{23}^w$, la méthode G-ESPRITWED(b) doit estimer en plus la matrice bloc $\mathbf{\Gamma}_{12}^w$ puis calculer les éléments diagonaux non bruités de la matrice de covariance des observations.

Comme attendu, l'écart-type diminue lorsque le RSB augmente à produit $B\Delta\tau$ fixe. De même, à RSB fixe, l'écart-type diminue lorsque le produit $B\Delta\tau$ augmente. De manière générale, l'écart-type obtenu par FBD-SWEDE est inférieur à celui des autres méthodes. En particulier, l'écart-type de FBD-SWEDE est inférieur à celui de la méthode SWEDE conventionnelle, i.e. SWEDE(a). D'autre part, suivant le produit $B\Delta\tau$ et le RSB, les méthodes G-ESPRITWED ont un écart-type qui peut être soit supérieur, soit inférieur à celui de SWEDE(a). Pour un produit $B\Delta\tau$ important, la méthode SWEDE(a) possède un écart-type plus faible que les méthodes G-ESPRITWED. Les méthodes G-ESPRITWED ont sensiblement les mêmes écart-types pour un moyen et fort RSB.

5.6 Conclusion

Dans ce chapitre les méthodes linéaires à sous-espaces ont été étudiées car leur coût de calcul réduit les rend plus facilement applicables en temps réel ou du moins, mieux adaptées au traitement d'un grand volume de données. Dans ce chapitre, on s'est intéressé à deux algorithmes linéaires : OPM et SWEDE.

Premièrement, nous avons étudié la méthode OPM car d'une part, ses performances non asymptotiques sont proches de celles de la méthode MUSIC à moyen et fort RSB [80] et d'autre part, ses performances sont meilleures que celles obtenues par les autres méthodes linéaires [33]. Ensuite, nous avons abordé le principe de la méthode SWEDE car d'une part, elle permet de généraliser le formalisme de deux autres algorithmes à sous-espaces linéaires appelés BEWE et PM et d'autre part, elle permet de proposer des versions linéaires de la méthode ESPRIT dans différentes situations de bruit.

Tout d'abord, la méthode OPM a été présentée pour estimer les retards de propagation en prenant en compte l'impulsion du signal GPR. Puis, pour diminuer la complexité calculatoire de l'algorithme OPM d'un facteur supplémentaire, nous avons proposé une version polynômiale de cet algorithme : root-OPM. Les résultats de simulation ont permis de montrer que root-OPM fournit la même précision de localisation et une meilleure résolution, tout en nécessitant moins de temps de calcul que sa version pseudo-spectrale.

Ensuite, l'algorithme SWEDE a été appliqué à l'estimation de retards de propagation, afin de mesurer de fines épaisseurs de revêtements routiers. Puis, une amélioration de cet algorithme a été proposée dans le cas d'un bruit quelconque (FBD-SWEDE). En effet, la procédure de blanchiment du bruit, initialement proposée dans [79], n'est pas optimale, introduisant un biais sur l'estimation des paramètres dans certaines configurations de bruit. Cet inconvénient est corrigé en utilisant une méthode de blanchiment basée sur une diagonalisation par blocs de la matrice de covariance du bruit.

La méthode SWEDE permet d'estimer les temps de retard par la position des maxima du pseudo-spectre. Cette étape de l'algorithme nécessite une charge de calcul importante selon le pas d'échantillonnage temporel. Nous avons vu dans le chapitre 4 que la méthode ESPRIT permet de calculer directement les temps de retard. Cette méthode utilise la décomposition en éléments propres de la matrice de covariance des observations qui est très lourde en temps de calcul. Pour éviter une recherche sur tout l'espace des paramètres et

éviter une décomposition en éléments propres de la matrice de covariance des observations, le principe de fonctionnement de la méthode SWEDE a été combiné à celui de l'algorithme ESPRIT. On obtient ainsi un nouvel algorithme, baptisé ESPRITWED pour ESPRIT Without Eigen Decomposition. Ce nouvel algorithme a été proposé dans deux configurations de bruit : le cas d'un bruit où la matrice de covariance est bloc-diagonale et le cas d'un bruit quelconque.

Dans le premier cas, cette méthode a déjà été proposée dans [112] (ESPRITWED-Zha), mais cette dernière ne prend pas en compte l'information sur toute la bande de fréquences, B , contrairement à la méthode que nous proposons.

La deuxième proposition nommée AV-ESPRITWED, consiste à moyenner les différentes matrices obtenues à travers la matrice de covariance des observations. Ce moyennage permet d'exploiter au maximum l'information contenue dans la matrice de covariance des observations. Il réduit l'influence du bruit et donc améliore sensiblement les performances de la méthode ESPRITWED. En revanche, cette méthode AV-ESPRITWED possède un coût calcul supérieur à la méthode ESPRITWED. Ce coût calcul grandit avec le paramètre m . Dans ce cas, un certain compromis est à trouver entre le coût calcul et la résolution temporelle et/ou la précision de mesure.

D'après les résultats de simulation, la méthode AV-ESPRITWED possède la meilleure résolution et la meilleure robustesse par rapport au bruit. Plus le paramètre m devient grand, meilleures sont les performances de la méthode AV-ESPRITWED. A ce jour, les limites de cette méthode en fonction de m et de la nature de la matrice de covariance du bruit (diagonale ou bloc diagonale) n'ont pas été déterminées et restent une perspective de travail.

Dans le cas d'un bruit quelconque, les différentes versions de la méthode ESPRITWED présentées ci-dessus (ESPRITWED-Zha, ESPRITWED et AV-ESPRITWED) ne peuvent être utilisées. Ainsi, trois nouvelles versions de cette méthode ont été proposées : G-ESPRITWED(a), G-ESPRITWED(b) et G-ESPRITWED(c).

Ensuite, les différentes versions de la méthode G-ESPRITWED ont été comparées à la méthode SWEDE qui utilise la procédure de blanchiment du bruit proposée dans [79] et à FBD-SWEDE. D'après les simulations, les méthodes G-ESPRITWED possèdent un pouvoir de résolution supérieur aux deux autres méthodes, SWEDE et FBD-SWEDE. En revanche, l'écart-type de ces trois méthodes est supérieur à celui de la méthode FBD-SWEDE. De plus, parmi les trois versions de la méthode G-ESPRITWED proposée, G-ESPRITWED(c) semble être la plus performante en termes de résolution/écart-type et coût calcul.

Dans le cas d'un bruit quelconque, la méthode FBD-SWEDE semble être le meilleur compromis entre résolution et écart-type sur l'épaisseur estimée. Cependant, selon les recommandations de l'application, l'opérateur peut préférer la méthode G-ESPRITWED pour atteindre une meilleure résolution, ou la méthode FBD-SWEDE pour obtenir une meilleure précision sur l'épaisseur estimée.

Dans le tableau ci-dessous, les méthodes présentées et proposées dans ce chapitre sont caractérisées par leur matrice source et leur matrice de covariance du bruit.

Méthodes	paragraphe	Matrice des vecteurs modèles	matrice de covariance du bruit et hypothèses
OPM/root-OPM	5.2	$\Lambda\mathbf{A}$	Σ est hermitienne définie positive
SWEDE	5.3.1	$\Lambda\mathbf{A}$	Σ est diagonale par blocs
SWEDE avec le traitement sous-optimal du bruit	5.3.2	$\mathbf{Q}\Lambda\mathbf{A}$	$\Xi = \mathbf{Q}\Sigma\mathbf{Q}^H$, avec : $\Xi = \begin{bmatrix} \times & \times & \mathbf{0} \\ \times & \times & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \times \end{bmatrix}$ et Σ hermitienne définie positive.
FBD-SWEDE	5.3.3	$\mathbf{Q}\Lambda\mathbf{A}$	$\Xi = \mathbf{Q}\Sigma\mathbf{Q}^H$ est diagonale par blocs, avec Σ une matrice hermitienne définie positive
ESPRITWED-Zha	5.4.1	\mathbf{A}	$\Xi = \Lambda^{-1}\Sigma\Lambda^{-H}$, avec $\Xi = \begin{bmatrix} \times & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \times & \times \\ \mathbf{0} & \times & \times \end{bmatrix}$
ESPRITWED	5.4.2	\mathbf{A}	$\Xi = \Lambda^{-1}\Sigma\Lambda^{-H}$, est diagonale par blocs
AV-ESPRITWED	5.4.3	\mathbf{A}	$\Xi = \Lambda^{-1}\Sigma\Lambda^{-H}$, est diagonale par blocs
G-ESPRITWED(a)	5.4.4-a	$\mathbf{Q}\Lambda\mathbf{A}$	$\Xi = \mathbf{Q}\Sigma\mathbf{Q}^H$, $\Xi = \begin{bmatrix} \times & \times & \mathbf{0} \\ \times & \times & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \times \end{bmatrix}$ avec Σ hermitienne définie positive.
G-ESPRITWED(b)	5.4.4-b	$\mathbf{Q}\Lambda\mathbf{A}$	$\Xi = \mathbf{Q}\Sigma\mathbf{Q}^H$ est diagonale par blocs, avec Σ hermitienne définie positive.
G-ESPRITWED(c)	5.4.4-c	$\mathbf{Q}\Lambda\mathbf{A}$	$\Xi = \mathbf{Q}\Sigma\mathbf{Q}^H$ est diagonale par blocs, avec Σ hermitienne définie positive.

TAB. 5.1 – Tableau récapitulatif des différentes méthodes du chapitre 5

Chapitre 6

Expérimentations

Sommaire

6.1	Introduction	133
6.2	Validation des résultats de simulation à partir du radar à sauts de fréquence sur un milieu monocouche virtuel	134
6.2.1	Dispositif expérimental	134
6.2.2	Mise en oeuvre des algorithmes	135
6.2.3	Approche idéale : traitement après fenêtrage glissant des échos	138
6.2.4	Traitement après fenêtrage des échos non résolus	143
6.2.5	Synthèse des résultats	146
6.3	Expérimentations avec le radar impulsionnel sur un milieu monocouche	147
6.3.1	Dispositif expérimental	148
6.3.2	Représentativité de l'expérimentation vis-à-vis de l'application	149
6.3.3	Jeux de données	150
6.3.4	Prétraitements des données	152
6.3.5	Résultats des mesures d'épaisseur	154
6.3.6	Synthèse des résultats	157
6.4	Expérimentations sur un milieu bicouche	158
6.4.1	Mise en oeuvre des algorithmes après filtrage adapté	160
6.4.2	Calibration de l'antenne ETSA	160
6.4.3	Bicouche virtuel	163
6.4.4	Bicouche «matériau-modèle» (PVC+ granite)	166
6.4.5	Synthèse des résultats	168
6.5	Conclusion	169

6.1 Introduction

Ce chapitre a pour objectif de valider les résultats de simulation des chapitres précédents à partir de mesures radar en laboratoire, obtenues sur des matériaux "modèles". Il permet en conséquence, de montrer la faisabilité de la mesure de couches minces de chaussée, et d'identifier les difficultés de mise en oeuvre des algorithmes présentés aux chapitres précédents, notamment leur robustesse vis-à-vis des incertitudes expérimentales. Les mesures expérimentales ont été réalisées à l'aide des deux technologies radar, le radar impulsionnel et le radar à sauts de fréquence dans des bandes de fréquences équivalentes (2

GHz). Les matériaux "modèles" représentent des matériaux homogènes de surface plane, dont l'épaisseur a été choisie de manière à représenter un produit $B\Delta\tau$ équivalent à celui rencontré lors de l'auscultation d'une structure de chaussée. Pour simplifier, une plaque métallique limite l'extension verticale du milieu de propagation. Le test des algorithmes est réduit à la détection des interfaces et à l'estimation de retards de propagation correspondants. L'épaisseur de matériau est déduite de la connaissance *a priori* de la permittivité relative des matériaux "modèles". Une première étape consiste à tester les algorithmes en détection sur un matériau monocouche, représentant une couche mince de chaussée. La seconde étape, consiste en des tests similaires sur un bicouche, représentant une couche de roulement reposant sur une couche de liaison plus épaisse.

Dans le premier paragraphe, nous créons artificiellement un milieu monocouche à partir de mesures radar indépendantes sur un réflecteur parfait, situé à différentes hauteurs par rapport à l'antenne. Cette configuration expérimentale idéale permet de valider les résultats de simulation en utilisant un radar à sauts de fréquence. Les résultats des méthodes de la littérature testées au chapitre 3, ainsi que les nouvelles propositions d'algorithmes des chapitres 4 et 5, sont présentés dans les deux situations de corrélation (totale ou nulle).

Au second paragraphe, les algorithmes ont été testés sur deux matériaux homogènes posés sur une plaque métallique. Ces mesures ont été réalisées à l'aide du radar impulsif, utilisé par le réseau des LPC. Dans cette expérimentation, les échos sont totalement corrélés. Ainsi, on distinguera les résultats des algorithmes suivant les deux techniques de moyennage en sous-bandes utilisées (SSP ou MSSP).

Enfin, les performances des algorithmes sont évaluées sur un milieu bicouche, composé d'une plaque de PVC, posée sur une plaque de granite, et terminé par un réflecteur parfait. Cette structure modélise simplement une structure de chaussée, constituée d'une couche mince placée sur une couche de liaison.

6.2 Validation des résultats de simulation à partir du radar à sauts de fréquence sur un milieu monocouche virtuel

Ce paragraphe est destiné à vérifier les résultats de simulation présentés aux chapitres 3 à 5. Le dispositif expérimental permet de se rapprocher des conditions idéales de simulation, à partir de mesures indépendantes sur un réflecteur parfait à différentes hauteurs. Le jeu de données permet de générer d'une part, un milieu monocouche artificiel d'épaisseur variable et d'autre part, deux niveaux d'intercorrélation entre échos (corrélation nulle ou totale).

6.2.1 Dispositif expérimental

Dans ces premières expérimentations, nous avons utilisé un radar à sauts de fréquence composé d'un analyseur de réseaux vectoriels (VNA) associé à une antenne large bande, selon le schéma de la figure 6.1. Ces mesures ont été effectuées en mode monostatique. Les signaux rétrodiffusés par la cible sont enregistrés sur le port S11 du VNA. Le paramétrage du VNA permet de garantir un très fort rapport signal à bruit (RSB). L'analyseur délivre un vecteur de mesures de 281 échantillons de fréquences espacées de 10 MHz dans une bande de fréquences, B , de 2,8 GHz autour d'une fréquence centrale de 3,25 GHz.

L'antenne utilisée est une antenne Vivaldi, ETSA (Exponential Tapered Slot Antenna), qui rayonne de façon équivalente à un doublet en basses fréquences, et de manière plus directive en hautes fréquences [16, 115]. Parmi les différents formats d'antennes, nous avons utilisé dans ce paragraphe l'antenne A4, de 250 mm de large et de 225 mm de hauteur. Les différentes caractéristiques de cette antenne (diagramme de rayonnement, bande passante,

directivité,...) sont données dans [115]. En mode monotastique, une procédure simple de filtrage, indiquée au paragraphe 6.2.2.a, permet de s'affranchir de l'effet parasite du signal transitoire dans l'antenne. L'antenne est fixée à un banc de mesures, qui permet de réaliser des mesures à différentes hauteurs. La hauteur au-dessus de la cible est mesurée par rapport à l'extrémité basse de l'antenne ETSA.

La cible est un réflecteur parfait, placé en champ lointain à différentes hauteurs par rapport à l'antenne. Ainsi, on génère par la différence de deux signaux reçus à deux hauteurs différentes un signal synthétique composé de deux échos, correspondant aux interfaces d'un milieu virtuel monocouche, composé d'air et terminé par une plaque métallique. L'épaisseur de la couche est égale à la différence de hauteurs entre les deux positions du plan métallique. Le produit $B\Delta\tau$, avec B fixe, varie avec la différence de hauteur ($\Delta h = c\Delta\tau/2$, avec c la vitesse de la lumière dans le vide). En outre, ce signal différence permet d'atténuer le signal transitoire correspondant à la propagation de l'onde sur toute la hauteur de l'antenne. En pratique, cette procédure se révèle insuffisante pour supprimer tous les échos parasites. Aussi, le fenêtrage temporel supplémentaire est appliqué *a posteriori* sur les données.

Nous avons sélectionné quatre hauteurs différentes pour créer les jeux de données. On obtient un écart de hauteurs de $\Delta h = 2,25$ cm, 4,5 cm et 6,75 cm. Les retards différentiels entre échos correspondants sont alors respectivement 0,15, 0,3 et 0,45 ns ; les produits $B\Delta\tau$ correspondants sont 0,43, 0,84 et 1,29 respectivement. Le milieu artificiel peut être alors équivalent à une épaisseur de chaussée (e_{equ}) de 1, 2 et 3 cm d'épaisseur respectivement, en admettant que la constante diélectrique de la chaussée soit approximativement égale à 5 [18, 19]. En raison de la réflexion totale sur le plan métallique, les échos du milieu virtuel sont de même amplitude (à l'expansion géométrique près).

La figure 6.3 illustre les signaux expérimentaux obtenus. On distingue en début de trace le signal transitoire dans l'antenne, qui est semblable d'une trace à l'autre. Le signal qui se décale dans le temps représente l'écho sur le réflecteur parfait aux différentes hauteurs indiquées. Les signaux différences obtenus sont représentés sur la Fig. 6.6. Compte tenu du faible produit $B\Delta\tau$, on crée ainsi des échos non résolus en temporel. Une interprétation plus détaillée de ce type de signaux est proposée au paragraphe 6.2.3, lors de l'analyse du signal GPR.

Le dispositif expérimental permet d'estimer uniquement le biais relatif de la mesure d'épaisseur, et non pas l'erreur quadratique moyenne (EQM) relative associée. En outre, les deux échos réfléchis correspondent à des réflexions totales ; leur puissance est différente de celle des échos simulés aux chapitres 3 et 4. Ainsi, la comparaison des résultats expérimentaux avec ceux des chapitres 3 et 4 n'est pas immédiate.

Les paragraphes 6.2.3 et 6.2.4 proposent deux manières de sélectionner le signal utile. La première permet de se rapprocher des conditions idéales de simulation des chapitres 3 et 4. La deuxième est mieux adaptée aux conditions expérimentales. Nous discutons auparavant quelques éléments essentiels de la mise en oeuvre des algorithmes.

6.2.2 Mise en oeuvre des algorithmes

a - Fenêtrage temporel

Chaque vecteur des observations délivré par l'analyseur de réseaux vectoriels, $\tilde{\mathbf{y}}$, est fenêtré temporellement. On élimine ainsi les signaux parasites qui apparaissent en dehors de l'intervalle utile, et qui ajoutent un bruit sur les données fréquentielles.

Pour limiter la durée du signal, on a choisi de passer dans le domaine temporel par transformée de Fourier inverse, au lieu d'utiliser une convolution entre le vecteur des observations

fréquentielles et la fonction de transfert du filtre temporel. Notant $w_T(t)$ la fenêtre temporelle de durée T_f , les données temporelles filtrées s'écrivent :

$$y_T(t) = y(t) w_T(t) \quad (6.1)$$

Les filtres temporels sont des fenêtres rectangulaires, dont les deux extrémités ont été adoucies par des demi-fenêtres de Hanning ; on pourra parler dans la suite de «fenêtre de Hanning étendue». La fenêtre temporelle est centrée sur le maximum de l'enveloppe de l'écho, si cette dernière est monomodale, ou sur le barycentre des maxima de l'enveloppe du signal autrement.

Pour régler l'étendue de la fenêtre, T_f , on introduit le produit $B \times T_f$ (où B est la bande de fréquences). Dans le cas idéal, $B \times T_f$ doit être très supérieur à 1, de manière à ne pas modifier la transformée de Fourier du signal utile. Cependant, les contraintes expérimentales (échos parasites) conduisent le plus souvent à réduire T_f . Dans ce contexte, le produit $B \times T_f$ doit rester supérieur au produit $B\Delta\tau$ entre échos, auquel s'ajoute la largeur de l'impulsion radar. En d'autres termes, la durée minimale de la fenêtre T_f est déterminée à partir de l'inégalité :

$$B \times T_f > B \times \Delta\tau + 1 \quad (6.2)$$

Au final, on génère les échantillons fréquentiels filtrés en utilisant la transformée de Fourier. Par la suite, on notera $\tilde{\mathbf{y}}_T$, le nouveau vecteur des observations associé.

Remarque :

Le filtrage temporel a pour effet de supprimer les signaux parasites provenant du banc de mesures et le signal transitoire de l'antenne pour se rapprocher au mieux du modèle de signal présenté au chapitre 2. Si la durée d'analyse de la fenêtre temporelle est trop courte, le bord de cette fenêtre peut rogner le début ou la fin du signal utile. Alors, le fenêtrage temporel modifie la forme du signal attendu dans le domaine fréquentiel. Si cette modification n'est pas rigoureusement répercutée sur le filtrage de l'impulsion (qui représente un des paramètres du modèle du signal), on peut introduire une erreur de modèle. En particulier, le fenêtrage des signaux utiles dans ce cas peut provoquer implicitement une dissymétrie de la forme du signal attendu.

En première approximation, dans ces expérimentations, on supposera que seuls les signaux parasites seront filtrés et que le signal utile n'aura pas subi de troncature en début et en fin d'intervalle. En perspective, ce phénomène de troncature sera intégré au modèle de signal.

b - Mesure de l'impulsion radar

La figure 6.2 montre l'impulsion radar obtenue dans le domaine temporel ($e(t)$) et fréquentiel ($\tilde{e}(f)$) par réflexion sur le plan métallique. La fréquence centrale de l'impulsion est de 3,25 GHz dans l'air et la bande de fréquences est de 2,8 GHz à -6 dB.

Pour obtenir cette impulsion, le vecteur des observations est pondéré par un filtre de Hanning dans le domaine fréquentiel, afin de limiter les niveaux des lobes secondaires. Ensuite, pour supprimer le signal transitoire de l'antenne, nous avons appliqué sur le vecteur des observations un filtrage temporel (cf. équation 6.1).

Selon le type d'algorithmes, cette impulsion radar est intégrée à la matrice des vecteurs sources, ou utilisée pour blanchir les données expérimentales (cf. paragraphe suivant). La fiabilité de la mesure de l'impulsion est donc particulièrement importante pour le fonctionnement des algorithmes.

On note par la suite $e_T(t)$ l'impulsion fenêtrée dans le domaine temporel, et $\tilde{e}_T(f)$, son

équivalent dans le domaine fréquentiel. Dans le modèle du signal du chapitre 2, la matrice diagonale $\mathbf{\Lambda}$ est remplacée par $\mathbf{\Lambda}_T$, dont les éléments diagonaux correspondent aux échantillons de l'impulsion $\tilde{e}_T(f)$.

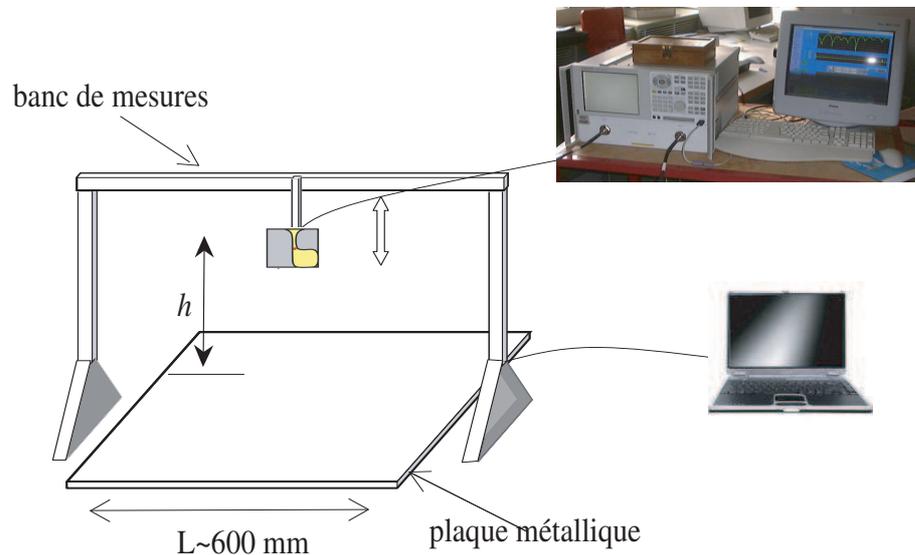


FIG. 6.1 – Dispositif expérimental montrant le banc de mesures, le réflecteur parfait, l'antenna ETSA A4 et l'analyseur de réseaux vectoriels.

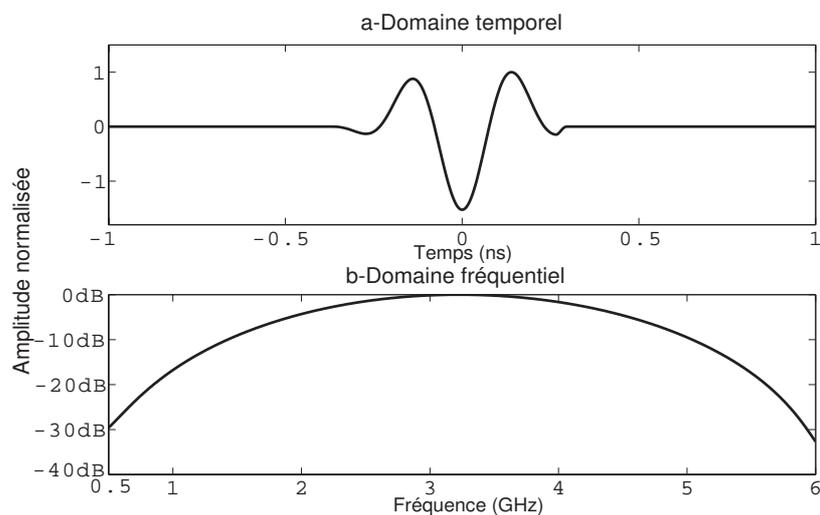


FIG. 6.2 – Représentation de l'impulsion dans les domaines temporels et fréquentiels.

c - Blanchiment des données

Certains algorithmes nécessitent au préalable, un blanchiment du vecteur des observations par l'impulsion (ESPRIT conventionnel, ESPRITWED). En outre, la technique de moyennage en sous-bandes de fréquences utilisée pour faire fonctionner les algorithmes HR dans un contexte de multitrajets, nécessite également un tel prétraitement.

Le blanchiment est réalisé dans le domaine fréquentiel. En référence au modèle du signal présenté au chapitre 2, il consiste à former le vecteur :

$$\tilde{\mathbf{y}}_T^w = \mathbf{\Lambda}_T^{-1} \tilde{\mathbf{y}}_T \quad (6.3)$$

où $\tilde{\mathbf{y}}_T$ est le vecteur de mesures dans le domaine fréquentiel, défini à l'équation (6.1), et $\mathbf{\Lambda}_T$ la matrice diagonale dont les éléments contiennent la transformée de Fourier de l'impulsion radar $\tilde{e}_T(f)$.

d - Matrice de covariance des données

Pour contrôler le niveau de corrélation entre échos, et ainsi se rapprocher des conditions de simulations des chapitres 3 et 4, les algorithmes sont mis en oeuvre à partir de la matrice de covariance des données.

Appelons $\tilde{\mathbf{y}}_i$ le vecteur des observations obtenu sur la plaque métallique, placée à la $i^{\text{ème}}$ hauteur. En pratique, $\tilde{\mathbf{y}}_i$ représente le vecteur des observations fenêtré $\tilde{\mathbf{y}}_T$ ou fenêtré et blanchi $\tilde{\mathbf{y}}_T^w$, selon les prétraitements décrits aux deux paragraphes précédents.

Selon le niveau de corrélation voulu entre échos (corrélation totale ou nulle), on distingue les deux procédés suivants de calcul de la matrice de covariance :

- Le premier procédé génère des échos totalement décorrélés, ce qui permet d'obtenir les performances optimales des algorithmes. Pour ce faire, la matrice de covariance $\mathbf{\Gamma}^{cn}$ est égale à la somme des matrices de covariance des données obtenues à chaque hauteur, selon la relation :

$$\mathbf{\Gamma}^{cn} = \langle \tilde{\mathbf{y}}_1 \tilde{\mathbf{y}}_1^H \rangle + \langle \tilde{\mathbf{y}}_2 \tilde{\mathbf{y}}_2^H \rangle \quad (6.4)$$

- En comparaison, le cas de figure le plus réaliste correspond à des échos complètement corrélés. Selon les chapitres 3 et 4, les algorithmes nécessitent un pré-traitement supplémentaire, qui consiste à effectuer un moyennage en sous-bandes de fréquences (technique SSP ou MSSP). La matrice de covariance dans le cas d'une corrélation totale entre échos est définie telle que :

$$\mathbf{\Gamma}^{ct} = \langle (\tilde{\mathbf{y}}_1 + \tilde{\mathbf{y}}_2) \times (\tilde{\mathbf{y}}_1 + \tilde{\mathbf{y}}_2)^H \rangle \quad (6.5)$$

Dans les deux cas, les matrices de covariance sont estimées à partir de 100 profils radar enregistrés à la même hauteur sur le plan métallique. Le moyennage limite d'un facteur supplémentaire le niveau de bruit électronique sur les données, et permet d'estimer la matrice de covariance du bruit. Chaque profil radar est constitué de 281 échantillons de fréquences espacées de 10 MHz dans une bande de $B = 2,8$ GHz.

6.2.3 Approche idéale : traitement après fenêtrage glissant des échos

Dans ce paragraphe, on sélectionne individuellement l'écho métallique sur chaque trace à partir d'une fenêtre temporelle de durée fixe T_f , et centrée sur le maximum de l'enveloppe de chaque écho, comme illustré sur la figure 6.3. Comme la position du maximum évolue avec la hauteur d'antenne, on utilise le terme de fenêtrage glissant. Le produit $B \times T_f$ est ici lié à la durée de l'impulsion, et vaut $B \times T_f = 1,4$.

Le signal différence du monocouche virtuel est ensuite créé par différence de ces signaux filtrés. Cette procédure permet d'obtenir des conditions comparables à celles de simulations à fort RSB (supérieur à 40 dB typiquement).

Sur la figure 6.3, on distingue le signal transitoire en première partie, l'instant initial

correspondant à l'extrémité du câble de connexion du VNA à l'antenne. Selon les deux méthodes de calcul de la matrice de covariance décrites par les équations (6.4) et (6.5), nous créons artificiellement la situation d'échos totalement décorrélés ou totalement corrélés.

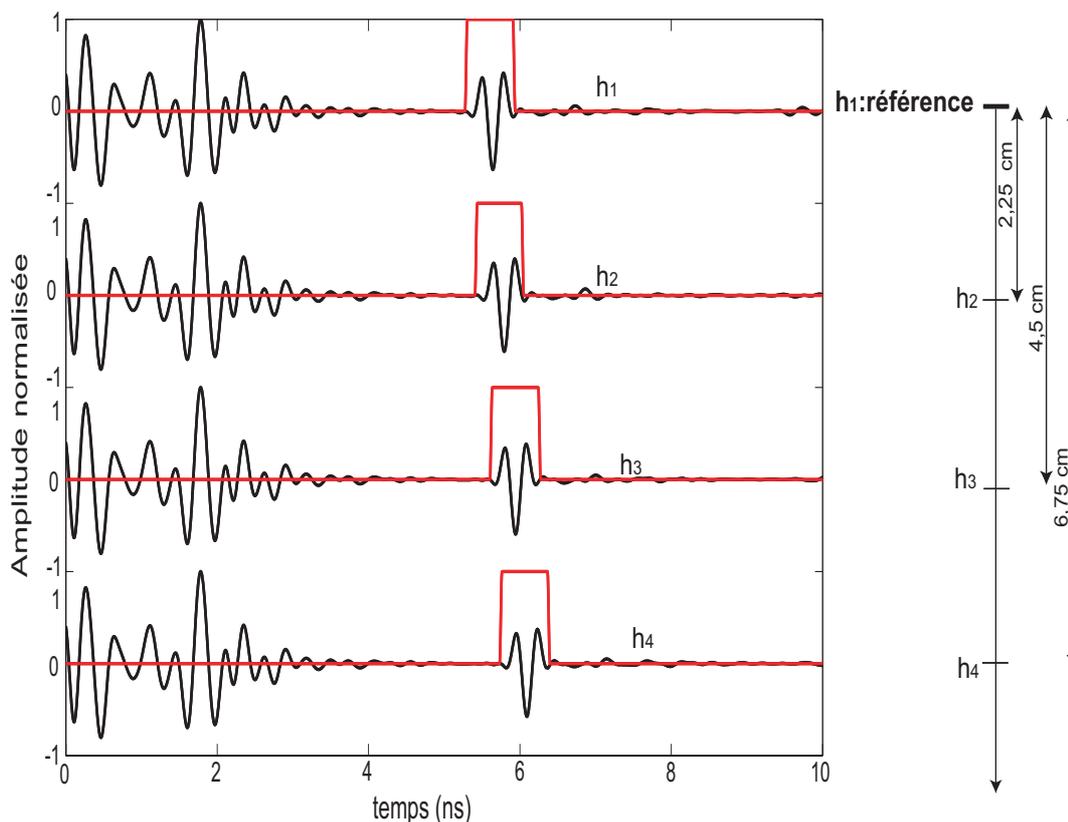


FIG. 6.3 – Signaux expérimentaux obtenus sur un réflecteur parfait mesurés à 4 hauteurs ; on distingue le signal transitoire dans l'antenne en début d'enregistrement, puis un écho sur le plan métallique à différentes hauteurs.

a - Echos décorrélés

Dans ce paragraphe, la matrice de covariance des observations est calculée à partir de l'équation (6.4). La matrice de covariance du bruit est supposée proportionnelle à la matrice identité. Le VNA et la procédure expérimentale précédemment décrite garantissent un fort RSB, supérieur à 40 dB.

Les résultats obtenus illustrent les performances optimales des algorithmes. En référence aux chapitres 3 à 5, on distingue dans ce paragraphe les algorithmes qui intègrent la forme de l'impulsion dans le modèle de signal (MUSIC, Min-Norm, OPM et leurs formes polynomiales respectives, i.e. root-MUSIC, root-Min-Norm et root-OPM, ainsi que l'algorithme ESPRIT généralisé), et les algorithmes qui nécessitent un blanchiment préalable des données par l'impulsion (ESPRIT conventionnel, ESPRITWED). Pour cette seconde famille, la forme de l'impulsion radar est alors intégrée à l'expression de la matrice de covariance du bruit selon l'équation (5.31).

Algorithmes	biais relatif %; $B\Delta\tau = 0,43$; $e_{equ} = 1$ cm	biais relatif %; $B\Delta\tau = 0,84$; $e_{equ} = 2$ cm	biais relatif %; $B\Delta\tau = 1,29$; $e_{equ} = 3$ cm
IFFT	non résolu	20	5,4
MUSIC	1,33	0,33	0
root-MUSIC	1,29	0,43	0,05
Min-Norm	2,6	0	0
root-Min-Norm	2,45	0,1	0,05
ESPRIT classique	63,36	8,51	0,21
ESPRIT généralisée	1,21	0,23	0,05
OPM	1,33	0,33	0
root-OPM	1,41	0,37	0,05
SWEDE	1,33	0,33	0
ESPRITWED-Zha	1,11	0,13	0,05
ESPRITWED-UF	1,11	0,12	0,05
AV-ESPRITWED (m=[2 : 5])	1,11	0,12	0,05

TAB. 6.1 – Performances optimales des algorithmes (en termes de biais relatif sur l'épaisseur) obtenues par traitement des signaux représentés Fig. 6.3 dans le cas d'échos décorrélés, $f_c = 3,25$ GHz.

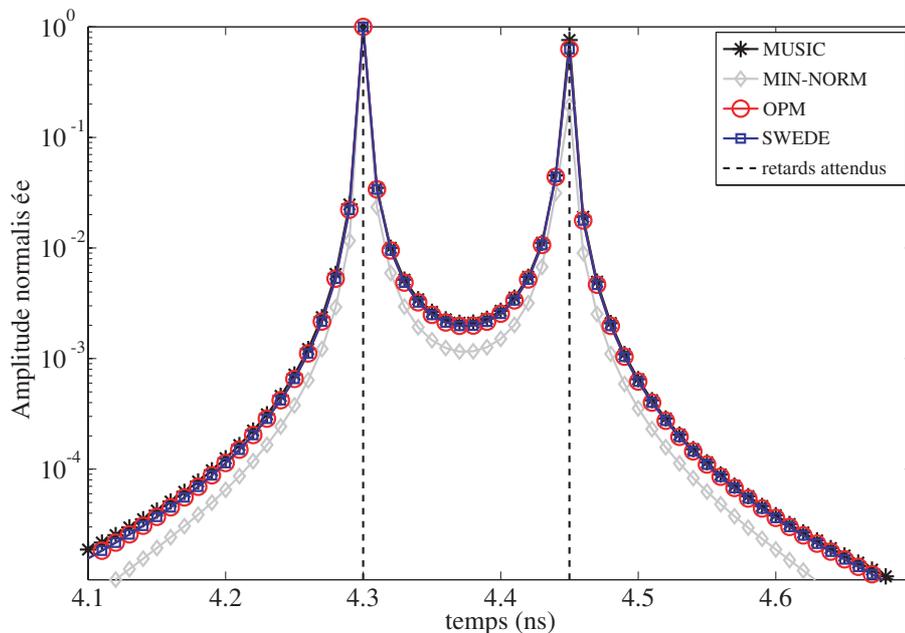


FIG. 6.4 – Pseudo-spectres des algorithmes MUSIC, Min-Norm, OPM et SWEDE, obtenus par traitement des signaux de la Fig. 6.3 correspondant à un produit $B\Delta\tau$ de 0,43; les pointillés verticaux indiquent la position des retards de propagation recherchés.

Les pseudo-spectres de la figure 6.4 illustrent les résultats obtenus par les méthodes

pseudo-spectrales MUSIC, Min-Norm, OPM et SWEDE ; on note que les pseudo-spectres de SWEDE et OPM sont confondus. Pour ces méthodes, on rappelle que les retards de propagation sont estimés à partir de la position des maxima du pseudo-spectre. En comparaison, les autres méthodes permettent d'estimer directement la valeur numérique des retards de propagation.

Le tableau 6.1 permet de comparer les performances des algorithmes développés dans ce document. Il montre le biais relatif sur l'épaisseur estimée, obtenu pour les trois produits $B\Delta\tau$ de l'expérimentation. Nous avons indiqué en référence le résultat de la méthode conventionnelle (IFFT), pour laquelle la position des interfaces est déduite des maxima de l'enveloppe du signal temporel (cf. signal différence de la Fig. 6.6). En comparaison de la méthode conventionnelle, tous les algorithmes à sous-espaces présentés permettent de détecter les deux interfaces du monocouche, et par conséquent d'estimer l'épaisseur du milieu. Le biais relatif obtenu par toutes les méthodes testées diminue lorsque le produit $B\Delta\tau$ augmente. Le critère d'erreur est satisfait pour tous les algorithmes à l'exception de la méthode ESPRIT conventionnelle.

En effet, contrairement à la méthode ESPRIT généralisée, l'algorithme ESPRIT conventionnel ne prend pas en compte la forme de l'impulsion radar dans son formalisme mathématique. À l'image des résultats de simulation du chapitre 4, il en résulte un fort biais relatif sur la mesure d'épaisseur. On note cependant que ce biais se réduit rapidement avec le produit $B\Delta\tau$, conformément aux résultats de simulation du chapitre 4 (cf. Fig. 4.6)

On observe par ailleurs, que la méthode root-OPM fournit sensiblement les mêmes performances que les méthodes root-MUSIC et OPM. Le RSB étant très élevé, l'expérience montre que les différentes versions de l'algorithme ESPRITWED délivrent des résultats identiques ; en particulier, les performances de l'algorithme AV-ESPTRITWED ne s'améliorent pas avec le paramètre m . Ainsi, nous avons choisi d'indiquer uniquement dans le tableau les résultats de ESPRITWED-Zha, ESPRITWED-UF et AV-ESPRITWED pour $m = 4$. Enfin, les méthodes SWEDE et ESPRITWED fournissent sensiblement les mêmes performances.

b - Echos corrélés

Dans ce paragraphe, la matrice de covariance des observations est calculée à partir de l'équation (6.5). Cette expérimentation permet d'évaluer le niveau d'intercorrélation expérimentale entre les échos obtenus à différentes hauteurs. Le module de l'intercorrélation s'élève à 0,98 en moyenne et est relativement indépendant de la durée de la fenêtre d'analyse T_f . Ce niveau d'intercorrélation très élevé, peut provoquer le dysfonctionnement des méthodes à sous-espaces.

En référence au chapitre 3, deux prétraitements sont nécessaires avant d'utiliser les méthodes à sous-espaces : le blanchiment des données par l'impulsion et l'utilisation des méthodes de moyennage en sous-bandes.

Le blanchiment des données implique de prendre en compte l'impulsion radar dans l'expression de la matrice de covariance du bruit, selon l'équation (5.31). Selon les conclusions du chapitre 3, pour le moyennage direct en sous-bandes (SSP), la largeur de la bande de fréquences effective doit être comprise entre 50 et 70 % de la bande de fréquences totale (B). Dans ces premiers tests, elle est prise à 60% de la bande de fréquences totale. Pour un moyennage direct-inverse (MSSP) et compte tenu du fort RSB des signaux expérimentaux, la largeur de bande effective doit être comprise entre 70 et 90 % de la bande de fréquences totale (B). Ainsi, la largeur de la bande effective est prise à 80% de la bande de fréquences totale.

Algorithme	biais relatif %; $B\Delta\tau = 0,43$; $e_{equ} = 1$ cm; SSP (MSSP)	biais relatif %; $B\Delta\tau = 0,84$; $e_{equ} = 2$ cm; SSP (MSSP)	biais relatif %; $B\Delta\tau = 1,29$; $e_{equ} = 3$ cm; SSP (MSSP)
IFFT	non résolu	20	5,4
MUSIC	7,35 (5,33)	0,66 (0,33)	0,22 (0,66)
root-MUSIC	6,96 (5,36)	0,62 (0,63)	0,28 (0,53)
Min-Norm	5,33 (7,33)	0,66 (0,66)	0,22 (0,66)
root-Min-Norm	4,69 (7,42)	0,54 (1,42)	0,26 (0,12)
ESPRIT généralisée	7,35 (7,42)	0,41 (0,18)	0,3 (0,59)
OPM	7,33 (6)	0,66 (0,33)	0,22 (0,66)
root-OPM	7,03 (5,65)	0,61 (0,61)	0,29 (0,54)
SWEDE	7,33 (6)	0,66 (0,66)	0,22 (0,67)
ESPRITWED-Zha	7,48 (7,29)	0,43 (0,19)	0,3 (0,58)
ESPRITWED-UF	7,33 (7,39)	0,41 (0,18)	0,3 (0,58)
AV-ESPRITWED (m=[2 : 5])	7,33 (7,40)	0,41 (0,18)	0,3 (0,58)

TAB. 6.2 – Tableau des erreurs relatives pour chaque algorithme avec les deux méthodes de moyennage en sous-bandes (SSP et MSSP) ; $f_c = 3,25$ GHz ; les résultats de la méthode MSSP sont indiqués entre parenthèses.

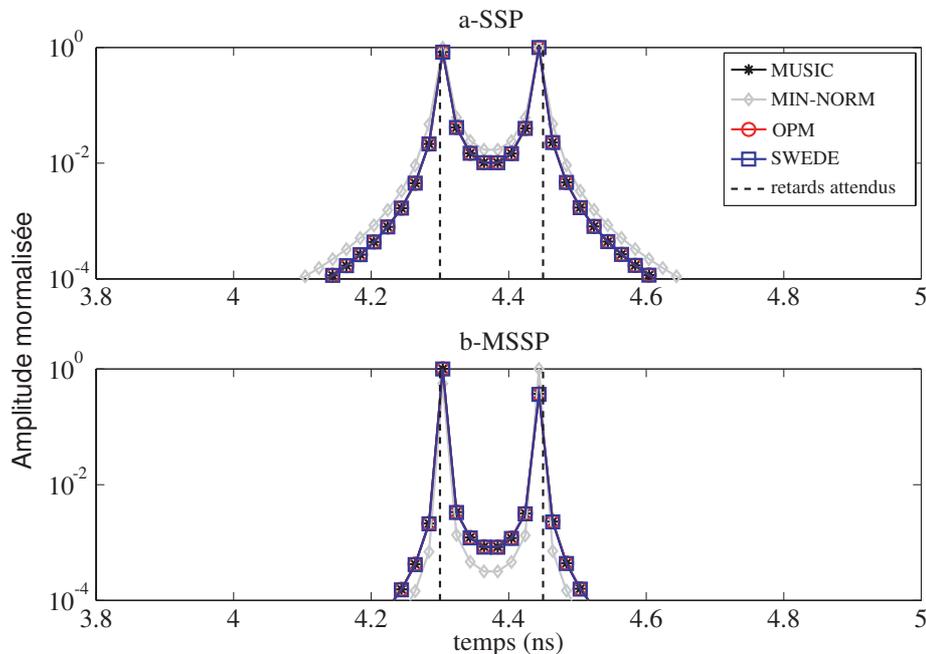


FIG. 6.5 – Résultats des méthodes MUSIC, Min-Norm, OPM et SWEDE pour un produit $B\Delta\tau$ de 0,43.

Le tableau 6.2 indique le biais relatif sur l'épaisseur estimée pour les trois produits $B\Delta\tau$ de l'expérimentation lorsque les échos sont totalement corrélés. On a distingué les

résultats avec la méthode de moyennage en sous-bandes SSP et la méthode MSSP entre parenthèses. La figure 6.5 montre les pseudo-spectres obtenus par les méthodes MUSIC, Min-Norm, OPM et SWEDE avec les deux méthodes de moyennage en sous-bandes. Les traits verticaux indiquent les vrais temps de retard. Comme précédemment, les pseudo-spectres de SWEDE et OPM sont confondus.

Le tableau 6.2 indiquent des tendances de variations analogues à celles qui figurent dans le tableau 6.1 pour le cas décorréolé. En particulier, toutes les méthodes présentées permettent d'une part de détecter les échos et d'estimer l'épaisseur du monocouche, et d'autre part, le biais relatif diminue rapidement lorsque le produit $B\Delta\tau$ augmente. On peut supposer que la précision souhaitée sur l'épaisseur (i.e. biais inférieur à 5 %) est ainsi atteinte à partir d'un produit $B\Delta\tau$ supérieur à 0,5.

L'effet du moyennage direct-inverse (MSSP) est sensible et permet pour la plupart des algorithmes, de réduire le biais de mesure pour le plus faible $B\Delta\tau$, et de satisfaire le critère de précision. L'effet du moyennage MSSP se traduit également par une dynamique plus importante du pseudo-spectre, en comparaison de celle obtenue avec le moyennage SSP (c.f. Fig. 6.5). Cette amélioration s'explique par la réduction plus importante du niveau de corrélation entre les échos obtenue après moyennage MSSP.

6.2.4 Traitement après fenêtrage des échos non résolus

En comparaison du paragraphe précédent, le signal utile est ici sélectionné par une fenêtre temporelle après avoir formé le signal différence. En conséquence, la durée de la fenêtre temporelle T_f se doit d'être plus étendue que dans le cas précédent. Cette procédure permet de se rapprocher des conditions réelles d'analyse de signaux expérimentaux.

La figure 6.6 illustre la procédure de fenêtrage des signaux temporels pour les différentes hauteurs d'antennes. Les pointillés représentent l'enveloppe des signaux après application de la transformée de Hilbert. De plus, pour les deux plus faibles produits $B\Delta\tau$, on a considéré deux fenêtres temporelles de durées différentes : la première est ajustée au plus près de la durée du signal utile, la seconde est davantage étendue. Le signal transitoire dans l'antenne a été supprimé d'une part par différence entre les deux signaux et d'autre part par filtrage avec une fenêtre temporelle.

A partir d'un produit $B\Delta\tau > 0.8$, l'enveloppe des signaux devient bimodale et peut permettre la détection des deux interfaces du monocouche. La position des maxima est cependant trop éloignée de celle des deux interfaces pour représenter une détection fiable de la structure du milieu (biais de 20 %). Ces deux maxima sont provoqués par la sommation des lobes principaux et secondaires des deux échos. Les résultats associés correspondent à la méthode conventionnelle de traitement ; ils figurent sur la ligne IFFT dans le tableau de résultats 6.3 et 6.4 et ne dépendent pas du niveau de corrélation entre échos.

Dans la suite de ce paragraphe, les algorithmes sont testés à partir des matrices de covariance, définies aux équations (6.5) et (6.4), selon les deux niveaux d'intercorrélacion voulus (nulle ou totale). De plus, on fera varier légèrement le produit $B \times T_f$ de manière à mettre en évidence l'influence de ce paramètre sur les performances des algorithmes.

Les deux tableaux suivants (6.3 et 6.4) regroupent les résultats des algorithmes, appliqués aux signaux de la Fig. 6.6, présentant trois produits $B\Delta\tau$ et deux durées différentes de fenêtre temporelle (produits $B \times T_f$). Comme au paragraphe précédent, le cas d'échos totalement décorréolés permet d'évaluer dans le tableau 6.3 les performances optimales des algorithmes. Le tableau 6.4 regroupe les résultats obtenus dans le cas opposé d'échos totalement corréolés, après moyennage en sous-bandes SSP et MSSP.

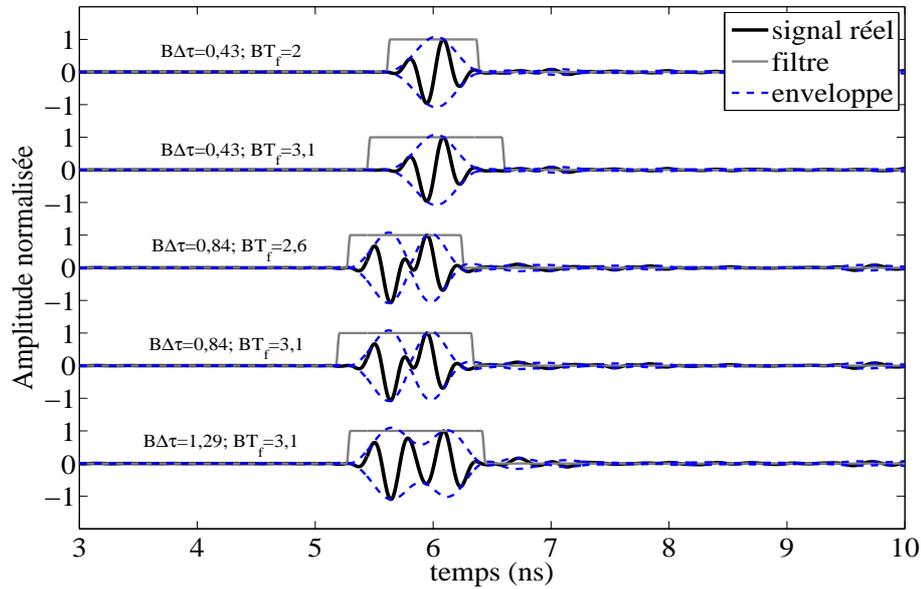


FIG. 6.6 – Signaux expérimentaux représentant différents cas de deux échos non résolus ; la sélection de la partie utile du signal est réalisée par des fenêtres temporelles de différents $B \times T_f$.

Algorithmes	biais (%) ; $B\Delta\tau =$ 0,43 ; e_{equ} $= 1$ cm ; $BT_f = 2$	biais (%) ; $B\Delta\tau =$ 0,43 ; e_{equ} $= 1$ cm ; $BT_f = 3,1$	biais (%) ; $B\Delta\tau =$ 0,84 ; e_{equ} $= 2$ cm ; $BT_f = 2,6$	biais (%) ; $B\Delta\tau =$ 0,84 ; e_{equ} $= 2$ cm ; $BT_f = 3,1$	biais (%) ; $B\Delta\tau =$ 1,29 ; e_{equ} $= 3$ cm ; $BT_f = 3,1$
IFFT	non résolu	non résolu	20	20	5,4
MUSIC	7,33	10,66	0,33	0,33	0
root-MUSIC	7,33	7,47	0,44	1,79	0,58
Min-Norm	9,33	22	0,33	0,66	0
root-Min-Norm	9,34	20,52	0,41	0,97	0
ESPRIT classique	60,32	62,77	8,91	9,13	0,3
ESPRIT généralisée	7,82	7,04	0,55	1,38	0,2
OPM	8	11,3	0,33	0,33	0
root-OPM	7,67	8,48	0,40	1,52	0,74
SWEDE	8	11,3	0,33	0,33	0
ESPRITWED-Zha	7,86	6,75	0,58	1,3	0,1
ESPRITWED-UF	7,92	7,07	0,51	1,22	0,04
AV-ESPRITWED (m=[2 : 5])	7,92	7,07	0,51	1,22	0,04

TAB. 6.3 – Performances optimales des algorithmes (en termes de biais relatif sur l'épaisseur) obtenues par traitement des signaux de la figure (6.6) ; cas d'échos décorrélés ; $f_c = 3,25$ GHz.

Algorithmes	biais (%); $B\Delta\tau = 0,43$; $e_{equ} = 1$ cm; $BT_f = 2$	biais (%); $B\Delta\tau = 0,43$; $e_{equ} = 1$ cm; $BT_f = 3,1$	biais (%); $B\Delta\tau = 0,84$; $e_{equ} = 2$ cm; $BT_f = 2,6$	biais (%); $B\Delta\tau = 0,84$; $e_{equ} = 2$ cm; $BT_f = 3,1$	biais (%); $B\Delta\tau = 1,29$; $e_{equ} = 3$ cm; $BT_f = 3,1$
IFFT	non résolu	non résolu	20	20	5,4
MUSIC	9,33(4,66)	non résolu (43,3)	4,33 (3,66)	7,66 (6,33)	0,88 (0,88)
root-MUSIC	7,63 (4,74)	23,25 (46,3)	4,52 (3,77)	7,83 (6,43)	0,88 (1,37)
Min-Norm	9,33 (4,66)	non résolu (34)	3,66 (4,33)	7 (5,33)	0,88 (0,88)
root-Min-Norm	7,63(4,26)	24,34 (44,7)	3,45 (4,08)	6,9 (5,39)	0,81 (0,91)
ESPRIT généralisée	6,96 (6,15)	13,94 (30,4)	4,36 (4,05)	6,95 (5,29)	0,81 (1,1)
OPM	9,33 (4,66)	non résolu (42)	4,33 (3,66)	7,66 (6,33)	0,88 (0,88)
root-OPM	7,61 (4,72)	22,18 (44,8)	4,51 (3,78)	7,74 (6,26)	0,88 (1,36)
SWEDE	9,33 (5,33)	non résolu (35,3)	4,33 (3,66)	7,66 (6,33)	0,88 (0,88)
ESPRITWED-Zha	6,98 (6,5)	12,95 (34,9)	4,43 (4,02)	7,01 (5,36)	0,83 (1,18)
ESPRITWED-UF	6,97 (6,49)	12,97 (34,12)	4,35 (4,04)	6,94 (5,31)	0,82 (1,15)
AV-ESPRITWED (m=[2 : 5])	6,97 (6,47)	13 (33,41)	4,35 (4,04)	6,94 (5,31)	0,82 (1,15)

TAB. 6.4 – Tableau des erreurs relatives pour chaque algorithme obtenues par traitement des signaux de la figure (6.6) avec les deux méthodes de moyennage en sous-bandes (SSP et MSSP); échos totalement corrélés; $f_c = 3,25$ GHz; les résultats de la méthode MSSP sont indiqués entre parenthèses.

a - Influence du produit $B\Delta\tau$

Les résultats des tableaux 6.3 et 6.4 indiquent les mêmes tendances de variation que celles observées au paragraphe 6.2.3. L'erreur relative diminue rapidement lorsque le produit $B\Delta\tau$ augmente, quelque soit le niveau d'intercorrélacion entre échos. Les performances optimales des algorithmes (i.e. obtenues pour des échos décorrelés) se sont dégradées par rapport aux résultats du tableau 6.1; en particulier pour les signaux de plus faible $B\Delta\tau$ où l'erreur relative est devenue supérieure à 5 %. La comparaison entre les résultats des tableaux 6.4 et 6.2 indique que la dégradation des performances est moins spectaculaire en ce qui concerne les échos corrélés. Les performances des algorithmes satisfont le critère de précision pour les deux autres cas de produit $B\Delta\tau$.

En comparant les résultats, on constate comme au paragraphe 6.2.3, que la méthode ESPRIT conventionnelle produit une mesure d'épaisseur fortement biaisée pour de faibles

produits $B\Delta\tau$. Les méthodes root-OPM, root-MUSIC et OPM fournissent sensiblement les mêmes résultats, de même que les méthodes SWEDE et AV-ESPRITWED ; compte tenu du fort RSB, la méthode ESPRITWED moyennée délivre des résultats équivalents quelque soit la valeur du paramètre m .

b - Influence de la durée de la fenêtre temporelle T_f

La Fig. 6.6 indique que l'on dispose de deux longueurs de fenêtre temporelle pour les deux signaux présentant le plus faible produit $B\Delta\tau$ (0,43 et 0,84). Les résultats des tableaux 6.3 et 6.4 permettent d'effectuer une analyse qualitative de l'influence de la durée de la fenêtre d'analyse sur les performances des algorithmes.

Comparant les résultats à produit $B\Delta\tau$ fixé, le tableau 6.3 montre que les performances optimales des algorithmes (cas d'échos décorrélés) se dégradent lorsque le produit BT_f augmente. Cet effet est d'autant plus important que le produit $B\Delta\tau$ est faible. Pour le cas de signaux corrélés (tableau 6.4), la dégradation des performances se traduit par la perte du caractère haute résolution des algorithmes. Ainsi, MUSIC, Min-Norm, OPM et SWEDE ne peuvent plus détecter les deux interfaces du milieu pour $B\Delta\tau = 0,43$. Ces mêmes algorithmes produisent une erreur relative supérieure à 5 % pour $B\Delta\tau = 0,84$.

Nous interprétons la sensibilité de ces résultats par des erreurs de modèle induites par des effets d'antennes d'une part, et d'autre part, par des signaux parasites. Dans le traitement avec les antennes ETSA A4, nous avons partiellement tenu compte des effets de l'antenne, en annulant le signal transitoire par différence de signaux et filtrage. D'autres effets pourraient se rajouter ; nous pensons en particulier à un phénomène de dispersion dans l'antenne, qui modifierait la forme du signal au fur et à mesure de sa propagation. Lors de l'expérimentation avec le milieu bicouche au paragraphe 6.4, on prendra en compte plus rigoureusement les effets d'antennes.

6.2.5 Synthèse des résultats

Ces premiers résultats ont permis d'une part, de valider sur des signaux expérimentaux les résultats de simulation des chapitres précédents, et d'autre part, de comparer les performances des différents algorithmes étudiés dans cette thèse dans un contexte favorable de fort RSB.

En ce qui concerne les algorithmes présentés aux chapitres 3 et 5, nous avons constaté que root-OPM, root-MUSIC et OPM fournissent sensiblement les mêmes résultats dans le contexte expérimental. Vis-à-vis des algorithmes du chapitre 4, nous vérifions que, en comparaison de l'algorithme ESPRIT généralisé, l'algorithme ESPRIT conventionnel appliqué sur les données non blanchies, fournit toujours une estimation biaisée de l'épaisseur, en particulier pour des produits $B\Delta\tau < 0,5$. Les algorithmes proposés au chapitre 5 présentent des performances analogues aux précédents. Compte tenu du fort RSB des expérimentations, on observe aucune différence entre les différentes versions de l'algorithme ESPRITWED.

Par ailleurs, lorsque les échos sont fortement corrélés, les méthodes de moyennage en sous-bandes de fréquences permettent de faire fonctionner les différents algorithmes. En comparaison de la technique SSP, la méthode de moyennage MSSP permet dans la plupart des cas, de réduire le biais de mesures sur l'épaisseur d'un facteur supplémentaire. En particulier, les méthodes pseudo-spectrales présentent une meilleure dynamique. La méthode MSSP est particulièrement utile pour détecter les échos de faibles produits $B\Delta\tau$.

Par rapport à l'application de cette thèse, les algorithmes satisfont le critère de sélection

(le critère PSBBTM défini au chapitre 3, limitant l'erreur relative sur l'épaisseur à 5 %) à partir d'un produit $B\Delta\tau$ compris entre 0,43 et 0,84 (en réalité, la résolution temporelle limite est sans doute plus proche de 0,43 que de 0,84). L'épaisseur minimale de chaussée que l'on pourrait estimer se situe entre 1 cm et 2 cm selon les considérations du paragraphe 6.2.1. Compte tenu de l'homogénéité des performances des algorithmes dans ce contexte expérimental à fort RSB, on aura tendance à préconiser d'utiliser les algorithmes de complexité calculatoire réduite (SWEDE, OPM et les différentes versions de la méthode ESPRITWED) après un moyennage en sous-bandes de fréquences de type MSSP.

Enfin, ces premiers résultats ont permis de mettre en évidence la sensibilité des méthodes aux erreurs de modèle, par l'intermédiaire de l'influence du produit $B \times T_f$ sur les résultats. Cette sensibilité est d'autant plus grande que les échos présentent de faibles retards différentiels (produit $B\Delta\tau$ petit). Le caractère haute résolution de certains algorithmes peut ainsi disparaître. L'usage des algorithmes à sous-espaces ne présente plus d'intérêt dans ces conditions, par rapport aux méthodes conventionnelles de traitement (IFFT ou intercorrélation). Parmi les raisons possibles pour expliquer ce comportement, nous pensons à une correction insuffisante des effets d'antennes d'une part, et d'autre part, à une erreur de la mesure de l'impulsion. L'influence des antennes risque de devenir prépondérante lorsqu'on ausculte un milieu de plusieurs couches. Aussi, pour les expérimentations sur le milieu bicouche du paragraphe 6.4, nous caractériserons rigoureusement les effets d'antennes par un quadripôle d'erreurs [16, 27].

6.3 Expérimentations avec le radar impulsif sur un milieu monocouche

Les algorithmes du chapitre 3 ont été validés à partir de signaux issus d'un radar impulsif commercial GSSI et du dispositif expérimental décrit dans ce paragraphe [108]. Par rapport au paragraphe précédent, l'exploitation des signaux GPR nécessite de réaliser une FFT du signal pour calculer les échantillons fréquentiels dans la bande utile. Le monocouche est un « milieu modèle », constitué d'un matériau sans rugosité et de très faible conductivité. On ne peut plus séparer les échos pour régler la corrélation entre échos, comme dans le milieu virtuel du paragraphe précédent. Comme on s'attend à un fort niveau d'intercorrélation entre échos, les algorithmes à sous-espaces sont mis en oeuvre à partir des deux techniques de moyennage en sous-bandes de fréquences (SSP et MSSP) décrites au chapitre 3. Par rapport à [108], l'expérimentation a été étendue dans ce paragraphe à tous les algorithmes présentés dans ce document.

6.3.1 Dispositif expérimental

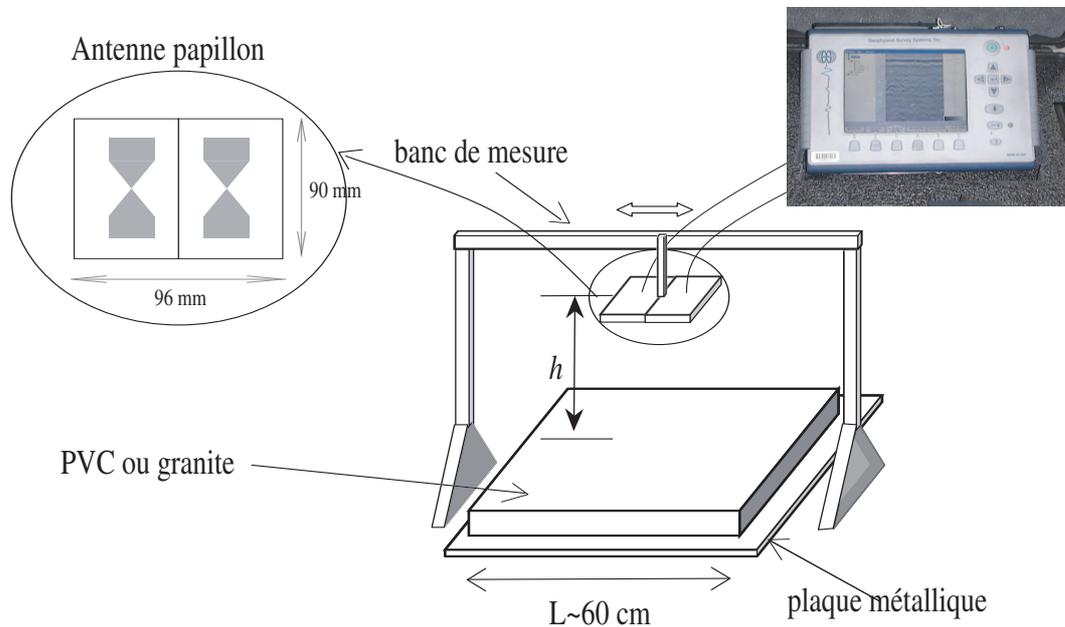


FIG. 6.7 – Schéma du dispositif expérimental

Le radar géophysique utilisé dans le réseau des LPC, est un radar impulsif SIR-3000 du constructeur GSSI. Il est formé d'une antenne d'émission et d'une antenne de réception très proches l'une de l'autre. Le radar fonctionne en mode bistatique : on n'observe pas de signal parasite transitoire en début d'enregistrement comme en monostatique ; par contre, l'onde aérienne entre l'émetteur et le récepteur peut venir perturber le signal utile. Cependant, en choisissant une hauteur d'antennes suffisante, l'onde directe peut être distinguée et filtrée par une fenêtre temporelle appropriée. De plus, compte tenu de la proximité des antennes d'émission et de réception, on pourra supposer un mode de fonctionnement en rétrodiffusion à incidence normale.

Les antennes sont imprimées et de type papillon, comme l'illustre la figure 6.7. Le constructeur a réduit les lobes arrière par un blindage. Nous les avons utilisées dans un contexte différent de leur usage conventionnel. Elles sont en général couplées en champ proche (au contact) au milieu à ausculter. Nous les avons surélevées d'une hauteur de 29 cm environ par rapport aux différents milieux testés, afin de satisfaire les conditions de champ lointain. Les antennes ne sont pas très directives dans l'air, et peuvent favoriser l'apparition d'échos parasites dus aux réflexions sur les bords du milieu-cible.

Dans cette configuration expérimentale, la fréquence centrale du radar est de 1,7 GHz, et la bande de fréquences est environ de 2 GHz à -6 dB, comme le montre la mesure de l'impulsion radar sur la figure 6.8. Au niveau du logiciel d'acquisition du SIR-3000, nous avons supprimé les paramètres par défaut pour obtenir un signal brut non traité.

La cible à ausculter est un milieu monocouche de dimension $0,6 \times 0,6 \text{ m}^2$, placé sur un plan métallique. Le milieu monocouche est constitué d'un matériau sans rugosité de faible conductivité, de manière à pouvoir négliger la dispersion du signal dans le matériau. Nous avons utilisé deux types de matériaux, une plaque de granite polie de 10,4 cm d'épaisseur, et une plaque de polychlorure de vinyle (PVC) d'épaisseur 2 cm. La constante diélectrique

des deux matériaux à 2 GHz est égale à $5,07 - 0,15j$ et $2,9 - 0,015j$ respectivement selon [19]. Ces deux matériaux correspondent respectivement à un produit $B\Delta\tau$ de 3 et de 0,45. Ils permettent donc de tester les algorithmes sur des échos résolus et des échos non résolus en temporel. En admettant que la constante diélectrique de la chaussée est égale à 5 [19], la plaque de PVC est équivalente à une épaisseur de chaussée de 1,5 cm. La configuration expérimentale avec la plaque de PVC permet de tester la faisabilité de la mesure de couches minces de chaussées.

Au paragraphe suivant, nous discutons de la représentativité de l'approche expérimentale choisie vis-à-vis de l'application, dans la bande de fréquences du radar géophysique.

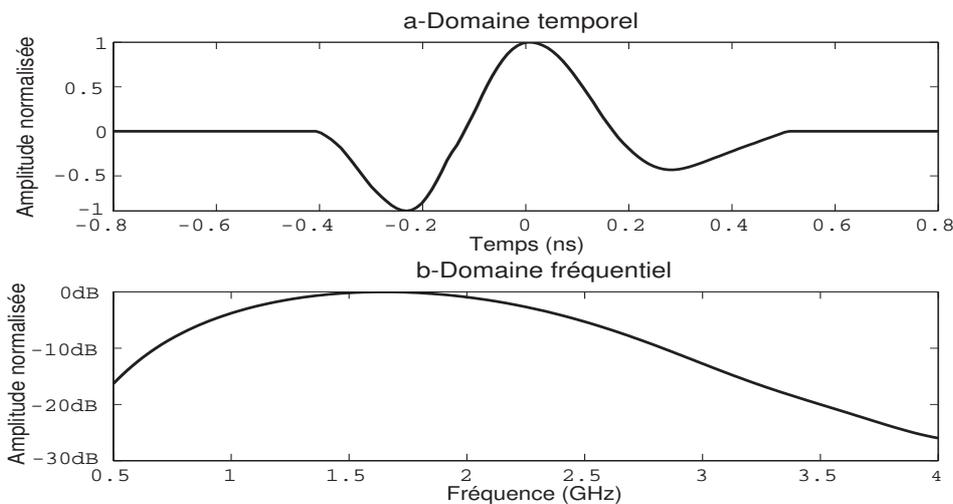


FIG. 6.8 – Impulsion temporelle et fréquentielle.

6.3.2 Représentativité de l'expérimentation vis-à-vis de l'application

Dans ce paragraphe, nous justifions le choix d'utiliser un "matériau-modèle" plutôt que des échantillons de chaussées pour montrer la faisabilité de l'application radar. Nous discutons tout d'abord de l'équivalence entre les deux matériaux d'un point de vue électromagnétique, pour les longueurs d'ondes du radar géophysique (20 cm dans l'air pour une fréquence centrale de 1,5 GHz). Les conséquences possibles de ce choix sur le fonctionnement des algorithmes sont abordées ensuite.

Le matériau de chaussée présente une certaine rugosité de surface et est physiquement hétérogène. Aux fréquences du radar géophysique, il peut cependant être assimilé à un matériau homogène sans rugosité, d'après les arguments suivants :

- La rugosité de surface du matériau de chaussée satisfait le critère de Rayleigh : l'écart-type des hauteurs σ_h vérifie l'inégalité $\sigma_h < \lambda_{air}/8$, et peut donc être négligée.
- La longueur d'onde dans le matériau, λ , est plus grande que la taille des agrégats composant le matériau de chaussée : les agrégats font 1 à 2 cm de diamètre maximum environ, tandis que la longueur d'onde dans le matériau, λ , est de 9 cm pour une permittivité de 5.

A partir de mesures radar, nous avons vérifié que le bruit spatial présentait globalement le même niveau de fluctuations (écart-type) sur un échantillon de chaussée que sur la plaque de PVC. Ainsi, nous avons considéré la chaussée comme un matériau homogène.

En ce qui concerne le fonctionnement des algorithmes, l'influence des caractéristiques du matériau peut intervenir au niveau de l'amplitude de l'intercorrélacion entre échos et sur le RSB :

- L'hétérogénéité du matériau, ainsi que la rugosité, ajoutent un caractère aléatoire à la propagation, d'autant plus faible que la longueur d'onde est grande devant la taille des hétérogénéités. Selon [33][chapitre 18], cela se traduit par une légère modulation de phase sur chacun des échos rétrodiffusés, qui a pour effet de réduire l'intercorrélacion entre échos.
- Le contraste diélectrique air-matériau est plus faible pour un matériau de PVC que pour un matériau de chaussée. Ceci a pour conséquence de réduire le RSB du premier écho (d'environ -3 dB) et l'effet d'échos multiples éventuels. Le raisonnement est inversée en ce qui concerne le deuxième écho qui se réfléchit sur la plaque métallique ; la différence de RSB est de $+1$ dB environ en faveur du matériau PVC. Ces différences de RSB devraient produire globalement une erreur REQMR légèrement plus élevée pour les expérimentations réalisées sur la plaque de PVC. Ces résultats seraient plus sensibles à faible RSB.

En conséquence, les caractéristiques du matériau de chaussée pourraient légèrement améliorer les performances des algorithmes à sous-espaces en comparaison des résultats obtenus sur un milieu homogène sans rugosité telle que la plaque de PVC ou de granite.

Enfin, les matériaux-modèles présentent des avantages pratiques non négligeables : ils permettent une manutention plus aisée, leur polissage est plus facile que celui d'un matériau de chaussée, la mesure absolue de hauteur d'antenne et la mesure d'épaisseur du matériau sont précises.

6.3.3 Jeux de données

Les données sont constituées de profils radar (ou *A-scan*) de durée 10 ns chacun, comportant 1024 échantillons temporels ; la fréquence d'échantillonnage est de 102 GHz. Nous avons déplacé l'antenne latéralement entre les différents profils afin d'obtenir des mesures spatiales indépendantes. Ainsi, nous obtenons un *B-scan* ou radargramme présenté sur les figures 6.10 et 6.12.

Les figures 6.9 et 6.11 présentent le dispositif expérimental pour les deux matériaux monocouches, qui permettent de générer des échos résolus (plaque de granite) et non résolus (plaque de PVC) en temporel. La flèche blanche sur les radargrammes indique la position du profil vertical, dont on a extrait les signaux présentés sur la figure 6.13. Le niveau du RSB est d'environ 20 dB. Les pointillés représentent l'enveloppe des signaux après application de la transformée de Hilbert. Le premier écho noté **1** correspond à l'onde directe qui se propage dans l'air entre les deux antennes. Le deuxième et le troisième échos sur la figure 6.13-a, notés **2** et **3** respectivement, correspondent aux deux échos rétrodiffusés par les deux premières interfaces. Sur la figure 6.13-b, les échos **2** et **3** se recouvrent partiellement en temporel. Des échos multiples apparaissent à la fin du profil radar, et seront filtrés.

Les algorithmes à sous-espaces sont mis en oeuvre à partir de la matrice de covariance associée aux données. Pour estimer cette matrice selon la relation de l'équation (3.11), on a sélectionné 20 profils de la partie centrale des radargrammes précédents. Enfin, une FFT des signaux temporels permet de calculer 101 échantillons fréquentiels dans une bande de 2 GHz, centrée autour de la fréquence centrale de l'impulsion (1,7 GHz).

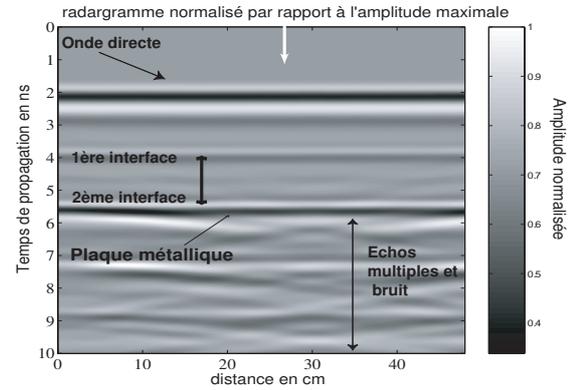
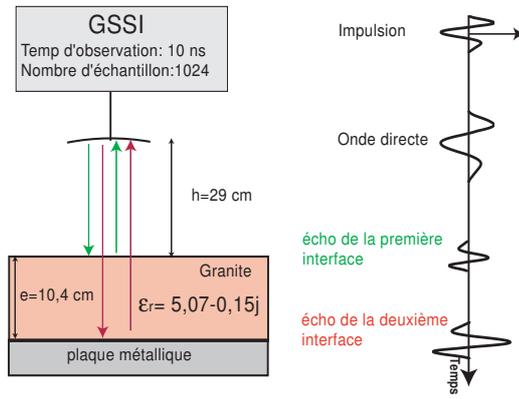


FIG. 6.9 – Dispositif expérimental pour obtenir des échos résolus (monocouche granite, $B\Delta\tau = 3$, $f_c = 1,7$ GHz).

FIG. 6.10 – Radargramme associé au dispositif de la Fig. 6.9 ($B\Delta\tau = 3$).

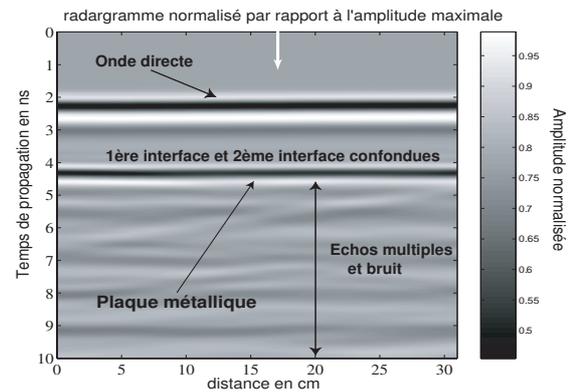
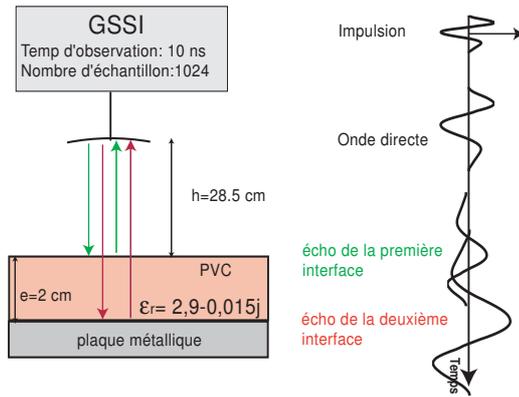


FIG. 6.11 – Dispositif expérimental pour obtenir des échos non résolus (monocouche PVC, $B\Delta\tau = 0,45$, $f_c = 1,7$ GHz).

FIG. 6.12 – Radargramme associé au dispositif de la Fig. 6.11 ($B\Delta\tau = 0,45$).

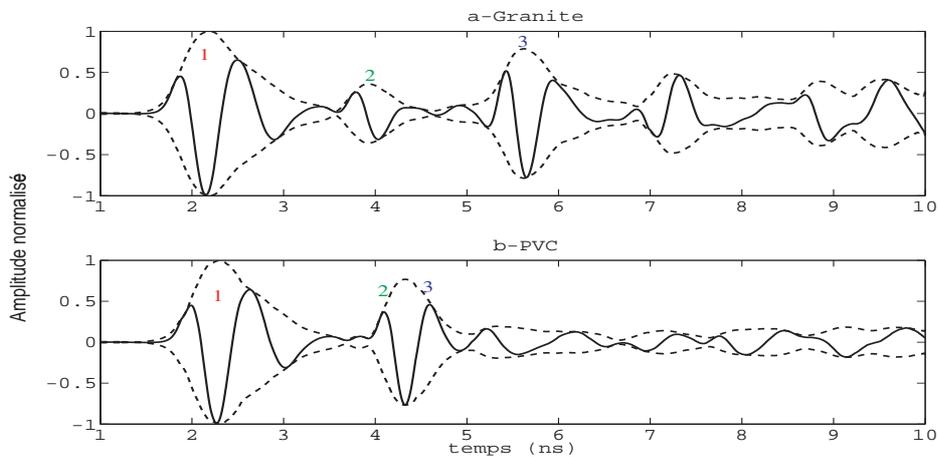


FIG. 6.13 – Signaux GPR "bruts", obtenus sur le monocouche de granite (a) et de PVC (b).

6.3.4 Prétraitements des données

L'intercorrélation entre échos étant supposée forte, les algorithmes sont mis en oeuvre après le moyennage en sous-bandes de fréquences présenté au chapitre 3. Ce moyennage nécessite au préalable de blanchir les données par l'impulsion radar. Auparavant, on aura sélectionné le signal utile par une fenêtre temporelle et généré les échantillons fréquentiels du signal utile par transformée de Fourier, comme indiqué selon le schéma 6.14.



FIG. 6.14 – Schéma des différents prétraitements réalisés

a - Fenêtrage temporel du signal utile

Le premier prétraitement consiste à utiliser un filtre temporel pour ne retenir que les deux premiers échos réfléchis par les deux interfaces du monocouche. Cette opération permet de faire mieux correspondre le signal expérimental au modèle de signal attendu.

Il convient en particulier d'éliminer l'onde directe dans l'air, car le signal associé ne ressemble pas au signal émis par le GPR en direction de la cible. L'intervalle temporel postérieur à l'écho métallique peut regrouper à la fois des échos multiples (réfléchis entre les deux interfaces du monocouche), et des échos parasites dus aux réflexions sur les bords du milieu. Les premiers obéissent au modèle du signal attendu et pourraient être détectés par les algorithmes; les seconds s'éloignent du modèle et peuvent venir perturber le fonctionnement des algorithmes. L'expérience montre que cette étape de sélection de l'intervalle utile est primordiale pour obtenir de bonnes performances.

La figure 6.15 illustre le résultat du fenêtrage temporel dans le cas des deux monocouches. Les échos multiples et l'onde directe dans l'air sont éliminés. En comparaison du filtrage utilisé au paragraphe 6.2.3, nous avons appliqué une fenêtre temporelle de produit $B \times T_f$ de 4.7 et 2.7 pour le granite et le PVC respectivement.

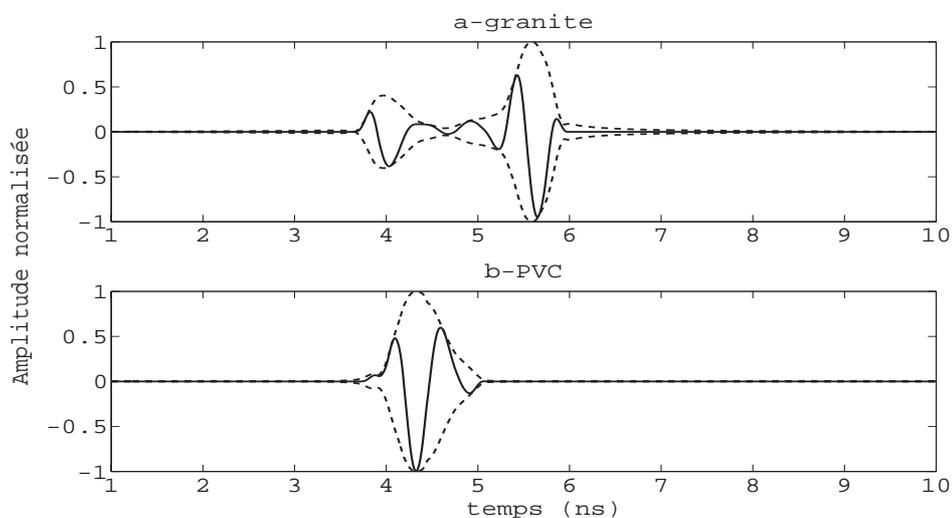


FIG. 6.15 – Résultats du fenêtrage temporel des signaux de la Fig. 6.13 : a - monocouche de granite ($B \times T_f = 4,7$), b - monocouche de PVC ($B \times T_f = 2,7$).

b - Transformée de Fourier

Les algorithmes évalués dans ce chapitre réalisent le traitement du signal dans le domaine fréquentiel. Nous appliquons une transformée de Fourier au signal temporel précédent, pour obtenir 101 échantillons fréquentiels dans une bande de 2 GHz, centrée autour de la fréquence centrale du radar, i.e. la bande $[0,7 - 2,7]$ GHz.

c - Blanchiment des données par l'impulsion

Le troisième prétraitement qui est présenté au paragraphe suivant, nécessite au préalable de blanchir les données par l'impulsion radar. Cette opération est réalisée dans le domaine fréquentiel, en divisant la transformée de Fourier du signal mesuré par la transformée de Fourier de l'impulsion radar, selon la procédure détaillée au paragraphe 6.2.2. L'impulsion radar $e(t)$ est estimée par la mesure du signal réfléchi sur un plan métallique, positionné à la même hauteur de travail que le matériau à ausculter. L'importance de cette mesure et ses conditions de mise en oeuvre sont précisées au paragraphe 6.2.2-b. [29, 30, 49] soulignent que le blanchiment des données modifie les propriétés du bruit et peut dégrader le RSB des échos de plus grande amplitude. Le premier inconvénient peut être aisément éliminé, en réalisant une décomposition généralisée en éléments propres du couple de matrices $(\mathbf{\Gamma}, \mathbf{\Sigma})$, telle que le propose [108] par exemple. $\mathbf{\Gamma}$ représente la matrice de covariance des observations et $\mathbf{\Sigma}$, celle du bruit. De plus, l'impulsion du radar conventionnel étant de type Ricker [109], l'amplitude de l'impulsion radar $\tilde{e}(f)$ montre des variations douces, sans zéros sur une large bande de fréquences (cf. Fig. 6.8). Aussi, dans cette expérimentation, le blanchiment des données dans la bande de fréquences $[0,7 - 2,7]$ GHz présente aucune difficulté particulière.

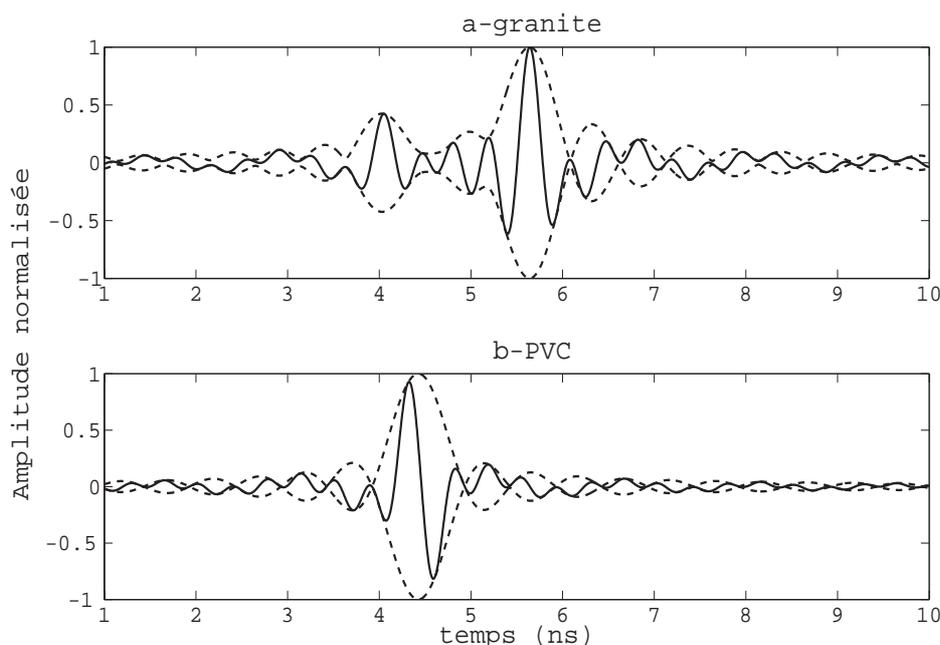


FIG. 6.16 – Résultats du blanchiment des signaux de la Fig. 6.15 par l'impulsion radar de la Fig. 6.8 : (a) monocouche de granite, (b) monocouche de PVC.

d - Moyennage en sous-bandes de fréquences

Selon les éléments de discussion du paragraphe 6.3.2, les échos des deux interfaces du monocouche sont fortement corrélés. Aussi, les algorithmes sont mis en oeuvre après les deux techniques de moyennage en sous-bandes de fréquences, présentées au chapitre 3. Elles permettent en effet de réduire artificiellement le niveau de corrélation entre échos, et ainsi faire fonctionner les algorithmes.

On estime dans un premier temps la matrice de covariance à partir de 20 profils radar indépendants selon l'équation (3.11). Ensuite, les équations (3.18), (3.19) et (3.26) sont utilisées pour calculer la matrice de covariance rectifiée (en sous-bandes). D'après les résultats du chapitre 3, les meilleures performances sont obtenues pour des largeurs de sous-bandes de fréquences, comprises entre 50% et 70% (technique SSP) et 70% à 90% (technique MSSP) de la bande totale de fréquences ; la bande effective comporte $L = 60$ échantillons (60%) et $L = 75$ échantillons (75%) respectivement.

6.3.5 Résultats des mesures d'épaisseur

Ce paragraphe présente les résultats de mesures de l'épaisseur des monocouches de PVC et de granite, obtenus par les algorithmes présentés dans ce document. On distingue dans les tableaux suivants les algorithmes de la littérature (MUSIC, root-MUSIC, Min-Norm, root-Min-Norm, OPM, LSMYW, SWEDE et ESPRITWED-Zha) et les méthodes proposées dans ce manuscrit (root-OPM, ESPRIT généralisée, ESPRITWED-UG, ESPRITWED-UF, AV-ESPRITWED). Précisons que l'algorithme ESPRIT généralisé est utilisé dans le cas particulier 7 du tableau 4.1. La méthode AV-ESPRITWED est utilisée avec le paramètre m ayant comme valeur 2, 3, 4, 5.

Pour ces tests, la dimension du sous-espace signal des méthodes à sous-espaces est définie comme étant le nombre réel d'échos attendus, i.e. $K = 2$. En ce qui concerne la méthode paramétrique LSMYW, nous avons choisi l'ordre du modèle AR qui permettait d'optimiser les résultats, c'est-à-dire d'obtenir le biais minimal. Cet ordre est égal à 5 avec la méthode de moyennage direct (SSP) et égal à 4 avec le moyennage direct-inverse (MSSP) dans la situation où les échos sont résolus. Cet ordre s'élève respectivement à 30 et à 12 pour les échos non résolus avec un moyennage direct et direct-inverse.

a - Cas d'échos résolus (monocouche de granite, $B\Delta\tau = 3$)

La figure 6.17 illustre les résultats obtenus par les algorithmes sur la plaque de granite. Afin de ne pas surcharger la figure, le résultat de cinq algorithmes uniquement (MUSIC, Min-Norm, LSMYW, OPM, SWEDE) est indiqué. Le tableau 6.5 regroupe les résultats de tous les algorithmes, incluant les versions polynomiales.

Quelle que soit la technique de moyennage, toutes les méthodes situent précisément les temps de retard des deux échos, et fournissent un biais relatif sur l'épaisseur inférieur à 5%. La famille des algorithmes ESPRITWED fournit globalement les meilleures performances avec un biais inférieur à 1%. Seuls Min-Norm et sa version polynomiale, root-Min-Norm, révèlent une erreur relative légèrement supérieure à 5% avec la méthode de moyennage MSSP.

Algorithme	biais relatif % (SSP, 60 %)	biais relatif % (MSSP, 75 %)
GPR	4	4
MUSIC	2,24	1,28
root-MUSIC	2,26	1,38
Min-Norm	1,73	5,6
root-Min-Norm	1,63	5,48
ESPRIT	0,05	1,67
LSMYW	3,83	1,47
OPM	2,18	1,29
root-OPM	2,23	1,38
SWEDE	1,86	1,75
ESPRITWED-Zha	0,4	0,03
ESPRITWED-UG	0,01	1,42
ESPRITWED-UF	0,4	0,03
AV-ESPRITWED (m=2)	0,1	1,15
AV-ESPRITWED(m=3)	0,16	0,92
AV-ESPRITWED (m=4)	0,17	0,75
AV-ESPRITWED (m=5)	0,23	0,47

TAB. 6.5 – Tableau des erreurs relatives, obtenues par les algorithmes avec les méthodes de moyennage SSP et MSSP ; $e = 10,4$ cm ; $\epsilon_r = 5,07 - 0,15j$; $f_c = 1,7$ GHz.

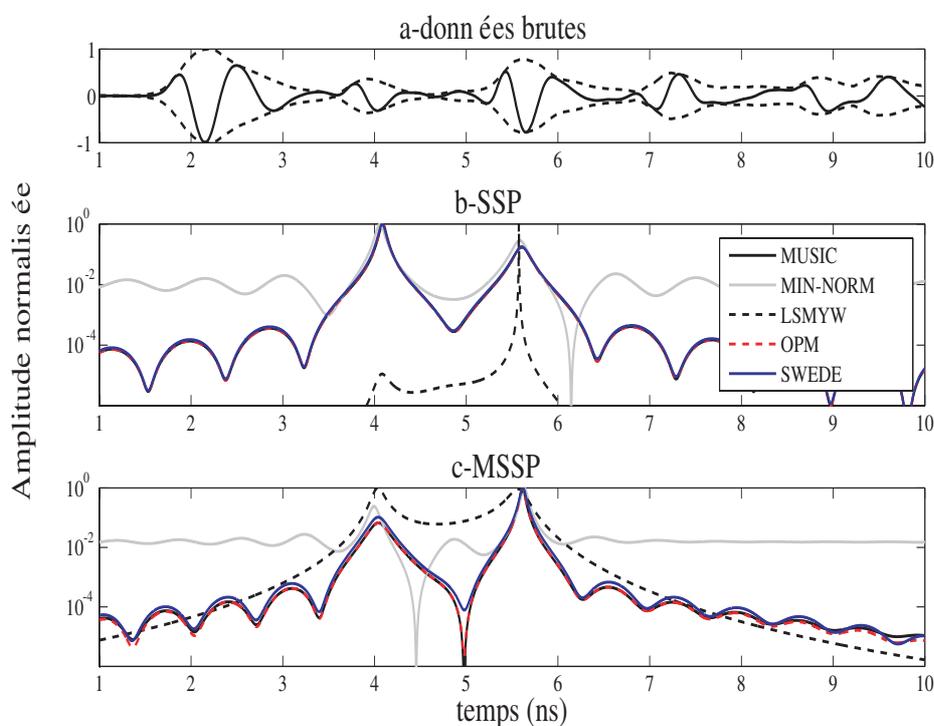


FIG. 6.17 – Pseudo-spectres temporels obtenus après traitement des signaux de la Fig. 6.13-a sur le monocouche de granite, par les méthodes MUSIC, Min-Norm, LSMYW, OPM et SWEDE.

b - Cas d'échos non résolus (monocouche de PVC, $B\Delta\tau = 0,45$)

La situation présentée dans ce paragraphe est représentative de l'auscultation de couches minces de chaussées (du type BBTM) avec un GPR conventionnel. La figure 6.18 illustre les pseudo-spectres obtenus par les algorithmes MUSIC, Min-Norm, LSMYW, OPM et SWEDE, sur le monocouche de PVC. Les deux maxima de plus forte amplitude permettent de détecter les deux interfaces du monocouche, et d'estimer l'épaisseur du matériau. L'ensemble des résultats des algorithmes du paragraphe précédent est indiqué dans le tableau 6.6 en termes de biais relatif sur l'épaisseur.

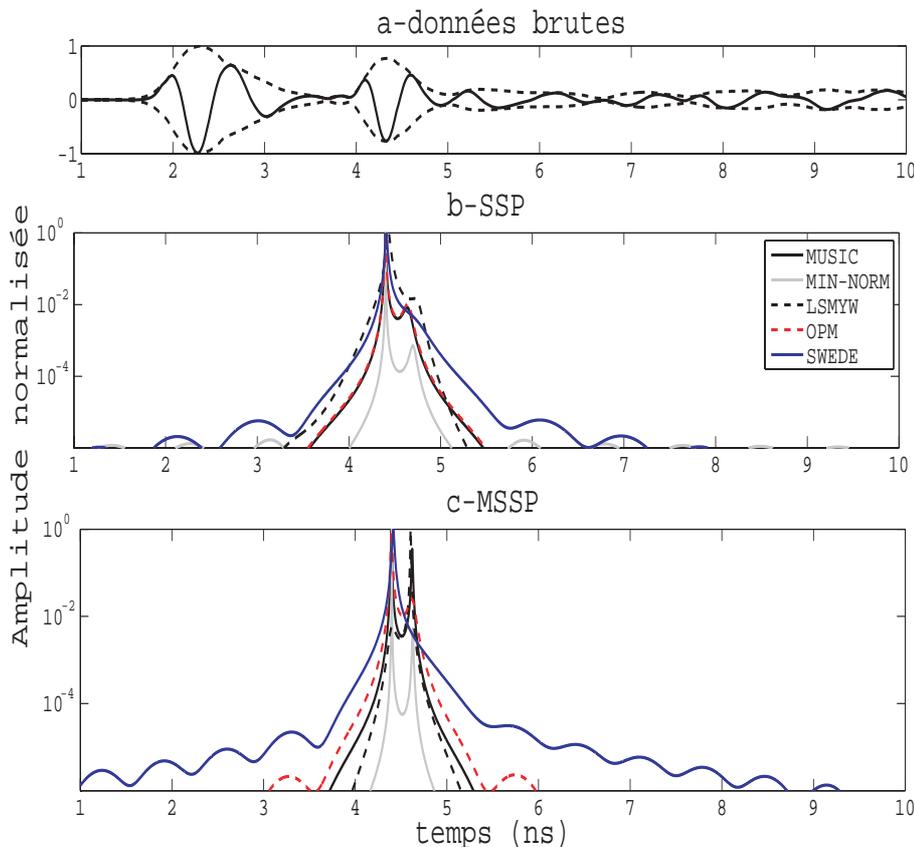


FIG. 6.18 – Pseudo-spectres temporels obtenus après traitement des signaux de la Fig. 6.13-b sur le monocouche de PVC, par les algorithmes MUSIC, Min-Norm, LSMYW, OPM et SWEDE.

Quelle que soit la méthode de moyennage en sous-bandes, la méthode à sous-espaces linéaire SWEDE perd son caractère haute résolution, en ne détectant qu'un seul écho à l'instar de la IFFT. La méthode paramétrique LSMYW et la plupart des versions de l'algorithme ESPRITWED affichent une erreur trop importante pour satisfaire les critères de l'application. Seule la méthode ESPRITWED avec $m = 4$ échappe à cette tendance. Les autres méthodes à sous-espaces fournissent un résultat satisfaisant dans le cas du moyennage MSSP uniquement.

On observe dans la plupart des cas, que la technique de moyennage direct-inverse MSSP permet de réduire l'erreur relative sur l'épaisseur en dessous de 5 %. En d'autres termes,

le moyennage MSSP réduit l'intercorrélacion d'un niveau suffisant pour faire fonctionner correctement les algorithmes. Les pseudo-spectres obtenus dans ces conditions ont une plus grande dynamique que ceux obtenus avec la technique SSP, comme le montre la comparaison des Fig. 6.18-b et 6.18-c. A l'inverse, on analysera avec prudence les résultats des algorithmes, pour lesquels l'erreur augmente en passant de la technique SSP à la technique MSSP. D'après ces expérimentations, la famille des méthodes ESPRITWED, et SWEDE, semble être plus sensible aux erreurs de modèle que les autres méthodes.

Les résultats obtenus dans ce paragraphe sont à comparer aux résultats du tableau (6.4), obtenus en mode monostatique pour un produit $B\Delta\tau = 0.43$. L'analyse des deux tableaux inciterait à réduire légèrement la durée de la fenêtre temporelle (i.e. diminuer le produit $B \times T_f$ à 2 environ) pour améliorer les performances des différents algorithmes sur le monocouche PVC. Dans cette expérimentation, la forme de l'impulsion ne permet pas d'atteindre cette limite de $B \times T_f$ à 2. Inversement, cette comparaison met en évidence l'importance de l'étape de fenêtrage temporel, présentée au paragraphe 6.3.4.a.

Algorithme	biais relatif % (SSP, 60 %)	biais relatif % (MSSP)
GPR	non résolu	non résolu
MUSIC	4,8	0,41
root-MUSIC	9,08	0,40
Min-Norm	30,3	0,85
root-Min-Norm	32	1,2
ESPRIT	9	0,43
LSMYW	22,31 (ordre 30)	12,63 (ordre 12)
OPM	7,46	2,66
root-OPM	10,81	0,83
SWEDE	non résolu	non résolu
ESPRITWED-Zha	38,05	59,64
ESPRITWED-UG (UF)	38,95 (38,05)	35,7 (59,64)
AV-ESPRITWED (m=2)	34,37	35,92
AV-ESPRITWED (m=3)	34,58	22,14
AV-ESPRITWED (m=4)	27,17	4,31
AV-ESPRITWED (m=5)	7,41	64,98

TAB. 6.6 – Tableau des erreurs relatives, obtenues par les algorithmes avec les méthodes de moyennage SSP et MSSP ; $e = 2$ cm ; $\epsilon_r = 2,9 - 0,015j$; $f_c = 1,7$ GHz.

6.3.6 Synthèse des résultats

Tout d'abord, nous avons vu qu'il était nécessaire d'utiliser trois prétraitements avant d'utiliser les méthodes super et haute résolution. Ces prétraitements sont le filtrage temporel pour éliminer l'onde directe dans l'air, les échos multiples et les effets de bord, le blanchiment des données par l'impulsion et enfin le moyennage en sous-bandes pour réduire l'intercorrélacion entre échos.

Dans la situation où les échos sont résolus par le GPR ($B\Delta\tau > 2$), tous les algorithmes présentés fournissent des performances satisfaisantes, en mesurant l'épaisseur du monocouche avec une erreur relative inférieure à 5%.

Dans la situation contraire ($B\Delta\tau < 1$), le moyennage en sous-bandes de fréquences permet de faire fonctionner les algorithmes à sous-espaces, à l'exception de SWEDE. Il est nécessaire d'utiliser la technique MSSP pour obtenir une erreur relative sur l'épaisseur inférieure à 5%. Par ailleurs, la méthode ESPRITWED semble moins robuste par rapport aux autres méthodes à sous-espaces.

En ce qui concerne l'application de cette thèse, ces expérimentations sur des "matériaux-modèles" ont permis de montrer la faisabilité de la mesure des couches fines de matériaux. Les éléments de discussion du paragraphe 6.3.2 laissent supposer une possible amélioration des performances sur un matériau faiblement rugueux et hétérogène (dans la limite du critère de Rayleigh). Aussi, nous pensons que les expérimentations réalisées dans ce paragraphe permettent de montrer la faisabilité de la mesure de couches minces de chaussée avec un radar impulsif standard de 2 GHz de largeur de bande. L'algorithme à recommander est la méthode polynomiale root-OPM, car d'une part elle possède dans ces tests de bonnes performances, et d'autre part son coût calculatoire est faible.

Le paragraphe suivant étend le test de faisabilité à un matériau bicouche, de structure proche de celle d'une chaussée.

6.4 Expérimentations sur un milieu bicouche

Cette expérimentation permet de se rapprocher des conditions d'auscultation d'une structure de chaussée, qui serait composée d'une couche de liaison et d'une couche de roulement de faible épaisseur. L'auscultation électromagnétique de cette structure donne lieu à la succession d'un écho résolu, précédé de deux échos non résolus en temporel. Ce paragraphe permet de mettre en évidence les difficultés de mises en oeuvre des algorithmes à sous-espaces dans un contexte de profondeur optique plus grande, et d'un nombre d'interfaces plus importants.

En principe, trois échos doivent être détectés afin de mesurer deux épaisseurs. Cependant, compte tenu de l'objectif de cette thèse, on se focalisera sur la mesure d'épaisseur de la première couche du milieu. Dans ce contexte, plutôt que de traiter la totalité de l'enregistrement, en détectant les 3 interfaces du milieu, une alternative consiste à identifier par filtrage adapté l'intervalle temporel contenant les échos non résolus, associés à la première couche, puis d'appliquer les algorithmes à sous-espaces sur cet intervalle uniquement, en supposant qu'il contient uniquement 2 échos.

Nous proposons d'utiliser ce procédé par l'intermédiaire de deux dispositifs expérimentaux. Le premier consiste à générer un milieu bicouche virtuel à l'exemple de l'expérimentation du paragraphe 6.2. Dans la seconde expérimentation, le bicouche est un "matériau-modèle", constitué de la superposition des plaques de granite d'épaisseur de 5,4 cm et de PVC d'épaisseur de 2 cm, de mêmes caractéristiques que celles utilisées lors de l'expérimentation du paragraphe 6.3.

Nous avons choisi de réaliser ces mesures en monostatique à l'aide du radar à sauts de fréquence. En comparaison du paragraphe 6.2, nous avons utilisé une antenne ETSA de format A5, schématisée à la Fig. 6.19, qui a fait l'objet de nombreuses expérimentations dans [16] pour une application similaire. Ses dimensions plus réduites permettent en outre de satisfaire les conditions de champ lointain plus aisément, et aussi de varier plus facilement les configurations de hauteurs. Les différentes caractéristiques de cette antenne (diagramme de rayonnement, bande passante, directivité,...) sont données dans [115].

En comparaison du paragraphe 6.2, nous utilisons les antennes de manière plus rigoureuse en procédant à leur calibration préliminaire [27]. Cette procédure de calibration sera exposée au paragraphe 6.4.2.

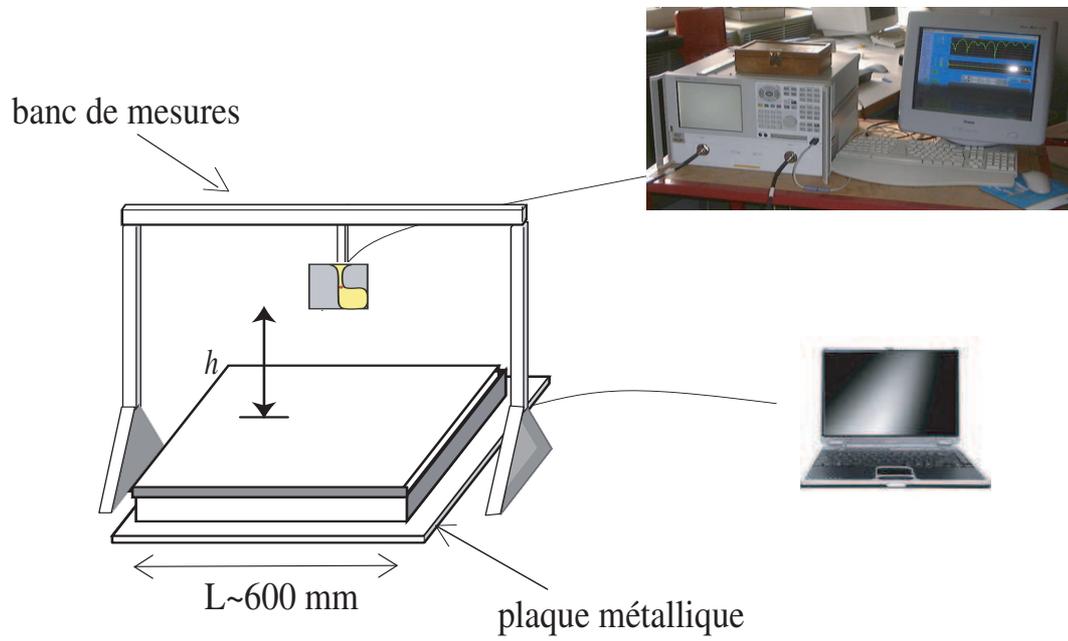


FIG. 6.19 – Schéma du dispositif expérimental.

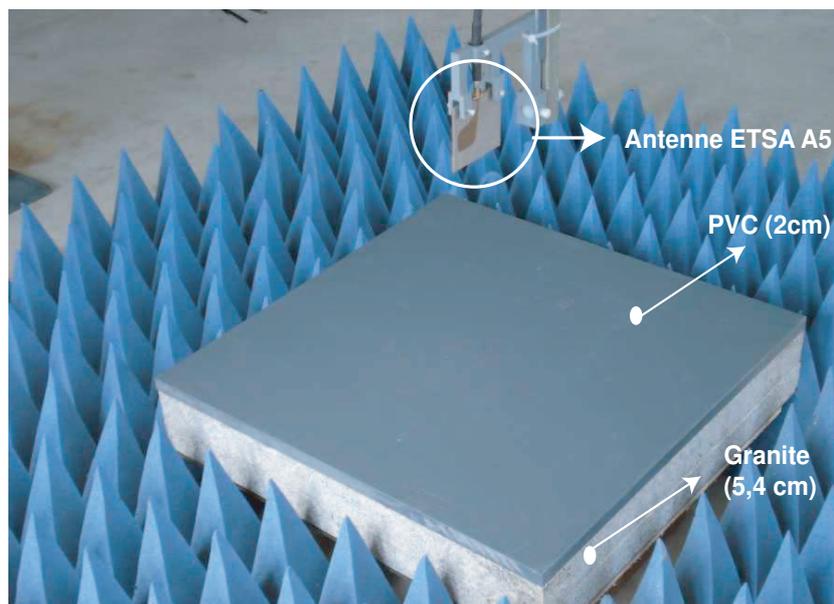


FIG. 6.20 – Vue du dispositif expérimental.

6.4.1 Mise en oeuvre des algorithmes après filtrage adapté

Comme on vient de le préciser, dans le cas d'un matériau bicouche, trois échos doivent être détecté afin de mesurer deux épaisseurs. Cependant, compte tenu de l'objectif de cette thèse, on se focalise sur la mesure d'épaisseur de la première couche du milieu. Dans ce contexte, une alternative consiste à utiliser les méthodes à sous-espaces après filtrage adapté. Ceci permet d'une part d'améliorer le rapport signal sur bruit, et d'autre part, de définir des intervalles temporels où l'utilisation des méthodes à sous-espace est la plus utile. Dans les intervalles où les échos sont résolus par un traitement classique (IFFT, filtrage adapté), les méthodes super et haute résolution n'apportent rien et il est inutile de les mettre en oeuvre [33]. En revanche dans les intervalles temporels où les traitements conventionnels laissent supposer la présence de plusieurs échos non résolus, les méthodes super et haute résolution deviennent très intéressantes. Cette solution est préconisée par quelques auteurs [33, 70].

Dans ces expérimentations, le RSB est fort (supérieur à 40 dB), par conséquent, la fonction du filtrage adapté à améliorer le RSB n'est pas exploitée. Dans ce contexte, une autre solution consiste simplement à identifier par filtrage adapté deux intervalles temporels disjoints, comme le montrent les figures 6.26 et 6.31. Ainsi, il est utilisé pour isoler le signal correspondant à la première couche du milieu, i.e. la couche de roulement dans le cas d'une chaussée. On applique ainsi les algorithmes sur les données dans le premier intervalle identifié, en supposant qu'il contient un nombre limité d'échos. Pour les paramètres expérimentaux choisis, l'enveloppe du filtrage adapté permet en principe de distinguer deux lobes principaux. Le premier lobe contient les deux échos non résolus de la première couche ; le second lobe représente l'écho sur la troisième interface du milieu (le réflecteur métallique). Un seuil sur l'amplitude de l'enveloppe permet de délimiter le début et la fin de l'intervalle temporel. Selon la valeur du produit $B\Delta\tau$ de la seconde couche, le second lobe est plus ou moins détaché du premier, et le minimum entre les deux lobes peut être plus ou moins marqué.

Les figures 6.26 et 6.31-a illustrent la procédure présentée sur les deux expérimentations réalisées dans cette partie.

Une fois le fenêtrage temporel réalisé sur les données brutes, une transformée de Fourier permet de générer les données fréquentielles. A ce stade, la mise en oeuvre des algorithmes devient analogue à celle décrite aux paragraphes 6.2 et 6.3 sur un milieu monocouche.

6.4.2 Calibration de l'antenne ETSA

En considérant l'antenne comme un système linéaire causal, la propagation dans l'antenne est modélisée par un quadripôle selon le schéma de la Fig. 6.21. Le signal de mesure de l'analyseur S_{11} à la fréquence f , noté par la suite $s_{11}(f)$, est relié à la fonction de transfert du milieu à ausculter $g_{xx}(f)$ à la fréquence f par la relation non linéaire suivante [27, 16] :

$$s_{11}(f) = h_i(f) + \frac{g_{xx}(f)h_r(f)h_t(f)}{1 - g_{xx}(f)h_f(f)} \quad (6.6)$$

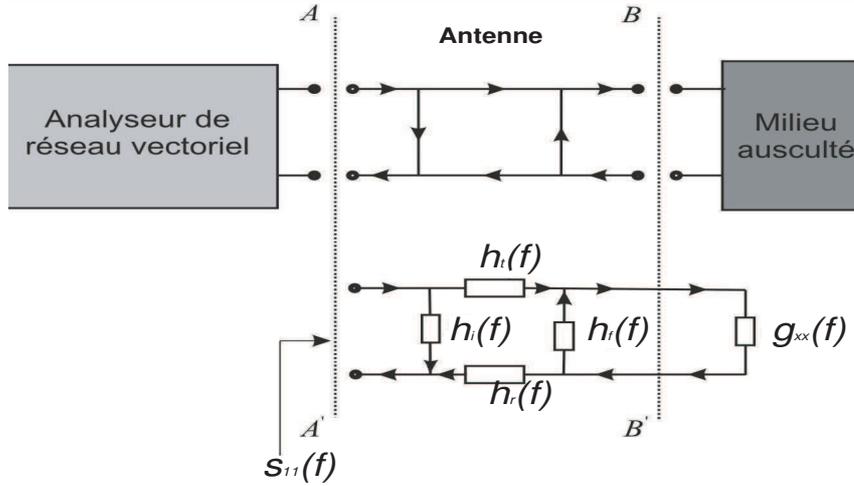


FIG. 6.21 – Schéma équivalent de l'antenne sous forme d'un quadripôle ; d'après [16]

Dans cette expression, le signal $g_{xx}(f)$ représente le signal de mesures à une fréquence f , compensé des effets d'antennes. $\mathbf{g}_{\mathbf{xx}}$ représente le vecteur de mesures sur une bande de fréquences B . Il correspond au vecteur des observations $\tilde{\mathbf{y}}$, dont on a proposé une modélisation simple au chapitre 2. Les méthodes HR ne peuvent pas être appliquées au signal \mathbf{s}_{11} , car ce dernier ne vérifie pas l'hypothèse de linéarité par rapport au(x) paramètre(s). Le vecteur \mathbf{s}_{11} représente le signal $s_{11}(f)$ sur une bande de fréquences B . Ainsi, il convient de traiter le signal $g_{xx}(f)$, qui s'exprime à partir de la mesure de $s_{11}(f)$ suivant l'équation :

$$g_{xx}(f) = \frac{s_{11}(f) - h_i(f)}{(s_{11}(f) - h_i(f))h_f(f) + h_r(f)h_t(f)} \quad (6.7)$$

La phase de calibration et de calcul de $g_{xx}(f)$ vient en préliminaire aux pré-traitements présentés au paragraphe 6.3.4.

Les trois paramètres du quadripôle ($h_i(f)$, $h_f(f)$ et le produit $h_r(f) \times h_t(f)$) sont estimés par la procédure de mesures décrite dans [27, 16]. Cette dernière nécessite de faire l'hypothèse supplémentaire que l'antenne ETSA rayonne comme un dipôle de Hertz, placé à une hauteur $h_0 + h$ au-dessus de la cible. Ce dernier paramètre est également estimé par l'expérimentation à partir de la mesure de $\mathbf{s}_{11} - \mathbf{h}_i$ sur un réflecteur parfait à différentes hauteurs [27, 16]. Le vecteur \mathbf{h}_i représente le signal $h_i(f)$ sur une bande de fréquences B . Nous avons vérifié que h_0 était de l'ordre de 3 cm comme dans [16] ; on le supposera constant dans la bande de fréquences.

Le vecteur \mathbf{h}_i représente les pertes en réflexion de l'antenne [27, 16]. Sur la figure 6.22, on constate que l'antenne réfléchit environ 30 % de l'énergie qui lui est transmise. La transformée de Fourier inverse de \mathbf{h}_i correspond au signal transitoire qui figure en début d'enregistrement des signaux de la figure 6.3. En principe, le vecteur \mathbf{h}_i est indépendant des caractéristiques de la cible (sa permittivité notamment) si les conditions de champ lointain sont respectées. En pratique, on détermine \mathbf{h}_i en mesurant \mathbf{s}_{11} en espace libre (sans cible). Pour ce faire, on a utilisé un absorbant micro-onde (Eccosorb AN77) et nous avons surélevé l'antenne d'une distance supérieure à la longueur optique du milieu à ausculter.

Les vecteurs \mathbf{h}_r et \mathbf{h}_t représentent les fonctions de réception et de transmission de la réponse en fréquence de l'antenne [27, 16]. Ainsi, le produit $h_r(f)h_t(f)$ représente le gain en rétrodiffusion de l'antenne. Dans l'idéal, il correspond à un déphasage pur, qui déplace le plan de phase initial (connecteur de l'antenne) à l'altitude h_0 du point source du dipôle

équivalent de l'antenne. Une linéarité de sa phase révèle une antenne non dispersive [27]. Le vecteur \mathbf{h}_f dépend de la section transversale de l'antenne et tient compte aussi des réflexions multiples dans l'antenne [27, 16]. D'après la figure 6.23, le produit $g_{xx}(f)h_f(f)$ ne peut être négligé dans l'expression (6.6) sur la bande de fréquences.

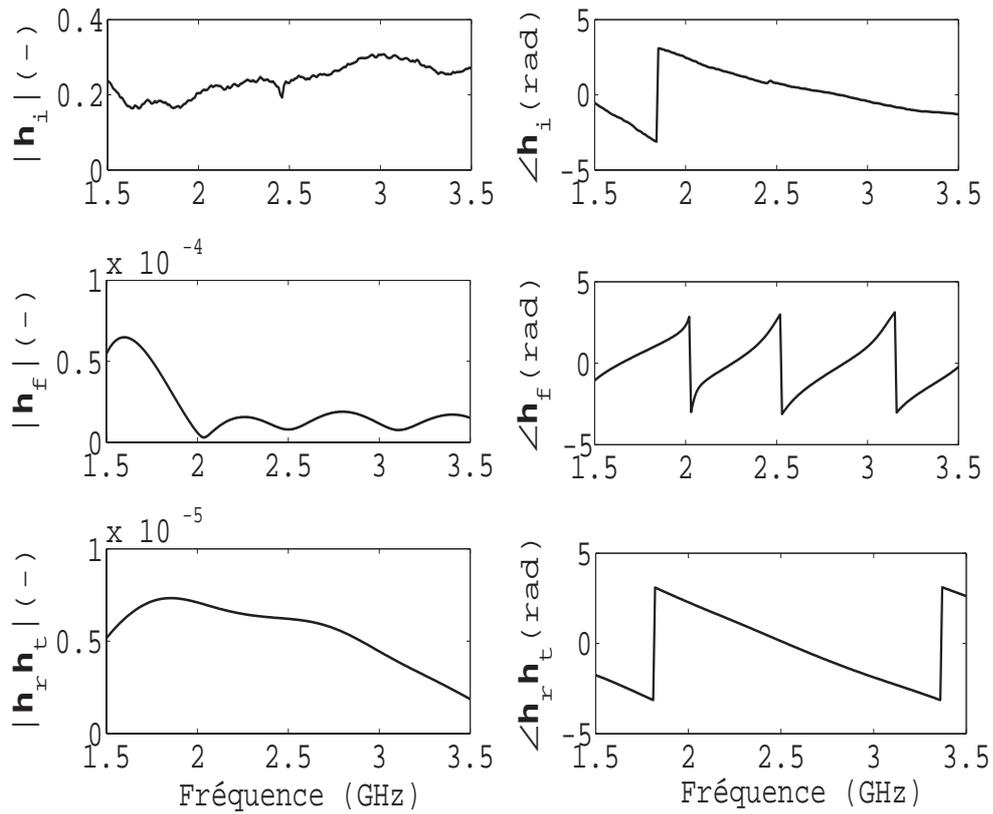


FIG. 6.22 – Variations des trois termes de calibration (en module et argument) obtenues avec l'antenne ETSA A5 dans le domaine fréquentiel.

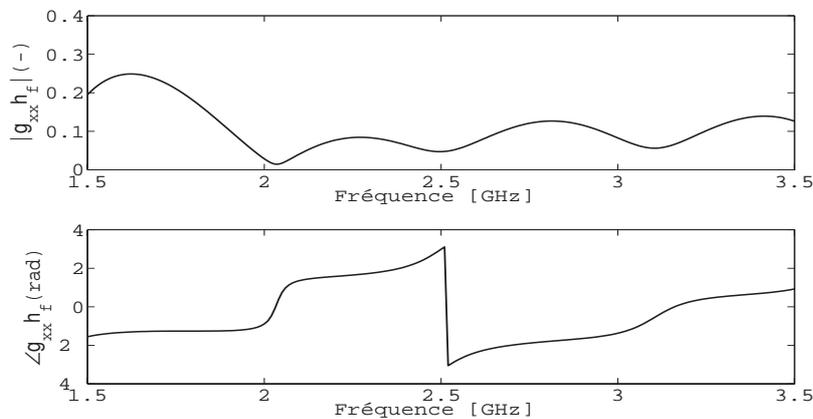


FIG. 6.23 – Variations du terme $g_{xx}(f)h_f(f)$ dans la bande de fréquences (à $h = 10$ cm).

Pour illustrer la phase de calibration, on a représenté sur la Fig. 6.24-a successivement la transformée de Fourier inverse du vecteur brut \mathbf{s}_{11} noté par la suite $\mathbf{s}_{11}(t)$ obtenu sur une plaque métallique de $0,6 \times 0,6 m^2$, placée à 16 cm de l'antenne, et la transformée de Fourier inverse du vecteur $\mathbf{s}_{11} - \mathbf{h}_i$, notée $\mathbf{s}_{11}(t) - \mathbf{h}_i(t)$. Le vecteur temporel brut est dominé par l'amplitude du transitoire $\mathbf{h}_i(t)$. Ce dernier présente un maxima d'amplitude plus élevé que l'écho à détecter. Le vecteur temporel corrigé $\mathbf{s}_{11}(t) - \mathbf{h}_i(t)$ permet de faire apparaître plus distinctement l'écho métallique. $\mathbf{s}_{11}(t) - \mathbf{h}_i(t)$ représente une première étape de correction, qui améliore la détection des signaux utiles. C'est la correction qui a été implicitement utilisée pour les expérimentations du paragraphe 6.2 en effectuant une différence entre les signaux provenant de deux hauteurs différentes.

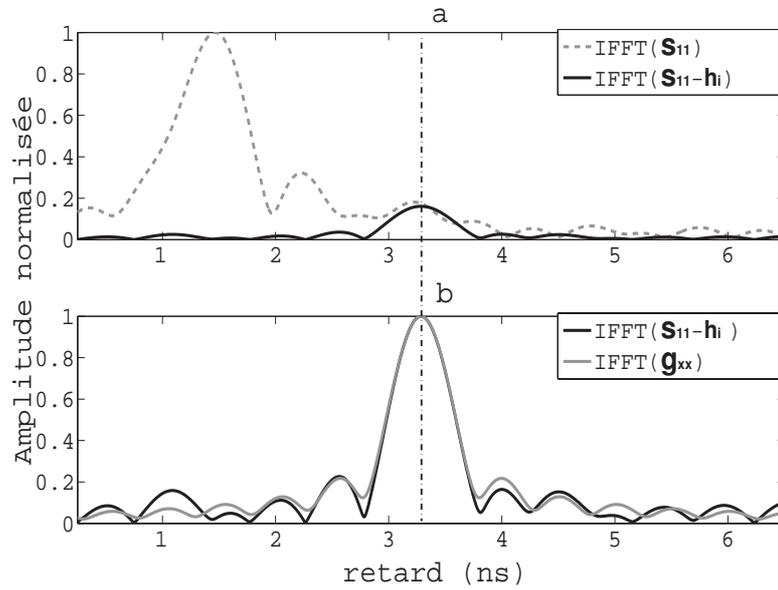


FIG. 6.24 – Envelopes des signaux temporels après les deux étapes de calibrage d'antenne.

6.4.3 Bicouche virtuel

A partir du jeu de données constitué après calibration de l'antenne, nous avons différentes mesures du vecteur \mathbf{g}_{xx} sur un réflecteur parfait de dimension $0,6 \times 0,6 m^2$, placé en champ lointain à différentes hauteurs. Le dispositif expérimental est identique à celui du paragraphe 6.2. On génère artificiellement par combinaison des mesures un signal composé de trois échos. Les trois hauteurs ($h = 10, 14, 22$ cm) sont choisies de manière à représenter un signal radar d'auscultation d'un bicouche de chaussée. En termes de produit $B\Delta\tau$, les deux premiers échos sont non résolus en temporel ($B\Delta\tau = 0,53$), tandis que le troisième se distingue plus aisément ($B\Delta\tau = 1,06$).

Les algorithmes sont mis en oeuvre à partir de la matrice de covariance des données. Pour simplifier, on évalue uniquement les performances optimales des algorithmes à travers le cas des échos totalement décorrélés. Notant $\tilde{\mathbf{y}}_i = \mathbf{g}_{xxi}$, le vecteur des observations à la i^{ieme} hauteur, la matrice de covariance est calculée par la relation suivante :

$$\mathbf{\Gamma}^{cn} = \sum_{i=1}^3 \langle \tilde{\mathbf{y}}_i \tilde{\mathbf{y}}_i^H \rangle \quad (6.8)$$

Chaque vecteur des observations \mathbf{g}_{xxi} est composé de 201 échantillons fréquentiels, compris dans la bande $[1,5 - 3,5]$ GHz. Avant traitement, on calcule le signal temporel par transformée de Fourier inverse, afin de limiter la fenêtre d'analyse et supprimer les échos parasites.

La Fig. 6.25 décrit les transformées de Fourier inverse des signaux expérimentaux \mathbf{g}_{xxi} obtenus à trois hauteurs différentes. Une fenêtre fixe est ensuite appliquée à chacune des transformées de Fourier inverse des vecteurs fréquentiels \mathbf{g}_{xxi} . La transformée de Fourier inverse du vecteur utile à chaque altitude \mathbf{g}_{xxi} devient un signal dissymétrique dans la fenêtre : l'écho principal est décalé en début ou en fin d'intervalle selon les conditions de hauteur d'antenne. La figure 6.26 montre la transformée de Fourier inverse de la somme de trois vecteurs \mathbf{g}_{xxi} à trois hauteurs différentes et le filtrage adapté associé.

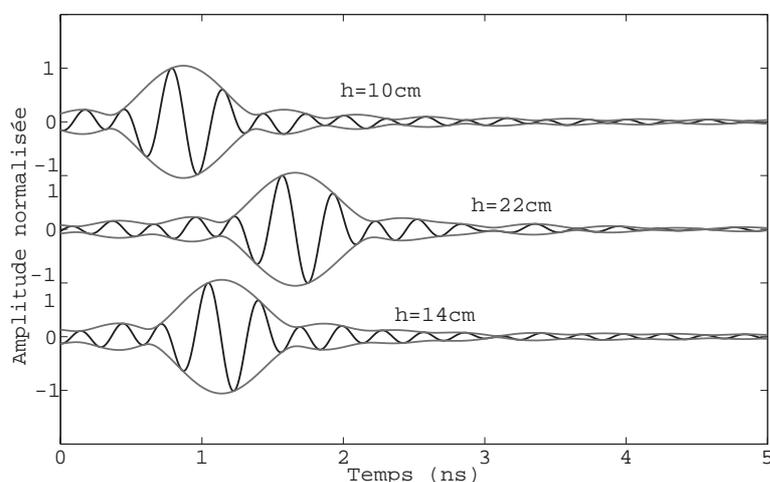


FIG. 6.25 – Transformées de Fourier inverses des vecteurs expérimentaux \mathbf{g}_{xxi} à différentes hauteurs.

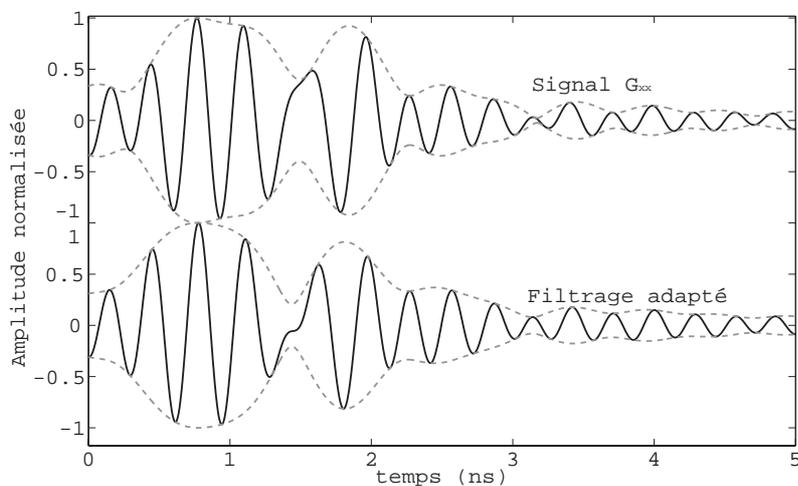


FIG. 6.26 – Transformée de Fourier inverse du vecteur \mathbf{g}_{xx} et filtrage adapté associé.

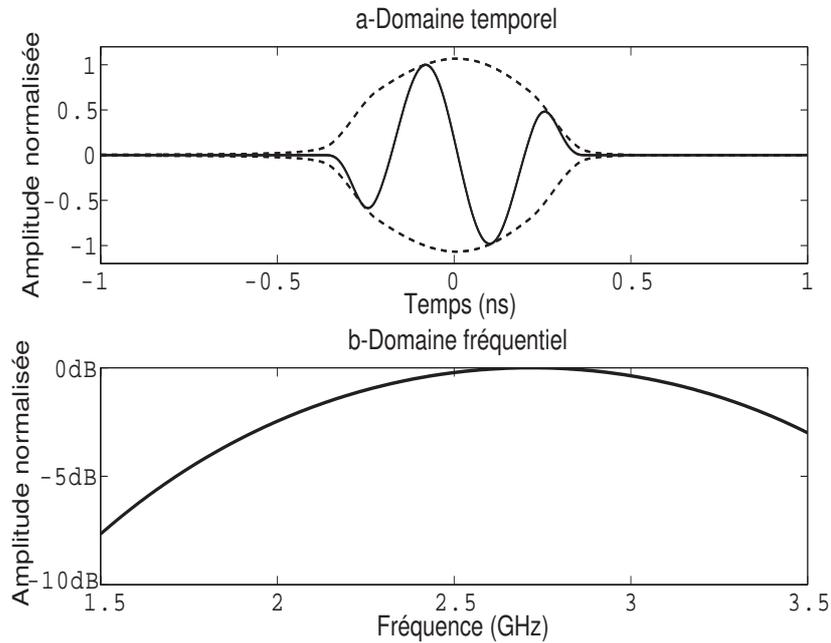


FIG. 6.27 – Impulsion dans le domaine temporel et fréquentiel.

L'impulsion radar qui rentre en compte dans le modèle du signal, est mesurée indépendamment des signaux qui servent à composer le signal du milieu bicouche virtuel. En pratique, on mesure l'impulsion à une hauteur, si possible, proche de la hauteur entre l'antenne et la première interface du milieu. En cas de faible RSB, on pourra prendre comme impulsion, la moyenne des impulsions mesurées. L'impulsion radar qui rentre en compte dans le modèle du signal est définie à partir d'une fenêtre temporelle symétrique de durée $B \times T_f = 1,3$, légèrement inférieure à la durée du signal utile.

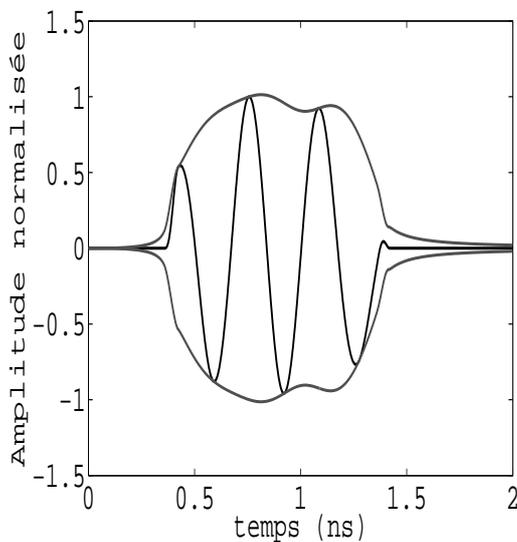
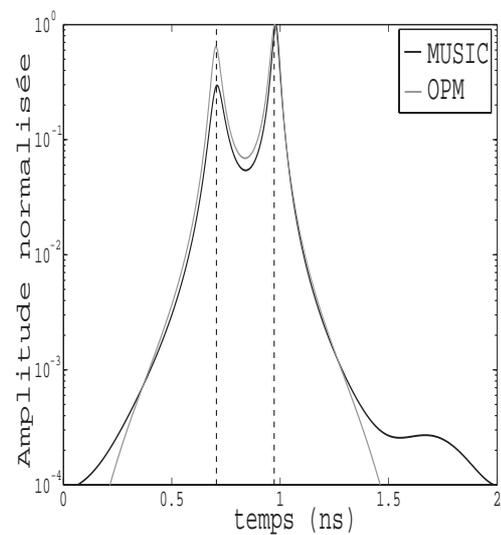
FIG. 6.28 – Transformée de Fourier inverse du vecteur \mathbf{g}_{xx} après filtrage temporel.

FIG. 6.29 – Pseudo-spectres obtenus par les méthodes MUSIC et OPM.

Les figures 6.28 et 6.29 présentent la transformée de Fourier inverse du vecteur $\mathbf{g}_{\mathbf{xx}}$ après filtrage, puis les résultats des méthodes MUSIC et OPM. Ces résultats sont obtenus lorsque les échos sont décorrélés. Les estimations issues des autres méthodes sont données dans le tableau 6.7. Ce tableau montre que les méthodes sélectionnées permettent d'estimer une épaisseur dont l'erreur relative est inférieure à 5%. Dans ce cas, le critère PSBBTM établi au chapitre 3 est satisfait.

Algorithme	biais relatif 1 ^{ère} couche, %
IFFT	non détecté
MUSIC	1,62
root-MUSIC	3,14
ESPRIT	1,8
OPM	1,62
root-OPM	2,7
ESPRITWED-Zha	1,3
ESPRITWED-UG	0,1
ESPRITWED-UF	1,7
AV-ESPRITWED (m=2)	0,8
AV-ESPRITWED(m=3)	0,07
AV-ESPRITWED (m=4)	0,86
AV-ESPRITWED (m=5)	1,54

TAB. 6.7 – Erreurs relatives sur l'épaisseur de la première couche du milieu virtuel ; algorithmes testés à partir de l'expression (6.4) de la matrice de covariance (signaux décorrélés) ; $e = 2$ cm ; $\epsilon_r = 2,9 - 0,015j$; $f_c = 2,7$ GHz.

Remarque : Traitement du vecteur fréquentiel $\mathbf{s}_{11} - \mathbf{h}_i$:

Les méthodes à sous-espaces peuvent aussi être appliquées sur le vecteur $\mathbf{s}_{11} - \mathbf{h}_i$. L'expérience montre cependant que le traitement de $\mathbf{s}_{11} - \mathbf{h}_i$ est plus délicat du fait de la présence de signaux parasites.

6.4.4 Bicouche «matériau-modèle» (PVC+ granite)

Sur la base du même dispositif expérimental que précédemment (radar à sauts de fréquence, antenne ETSA A5, condition monostatique), on place sur le réflecteur parfait un "matériau-modèle", constitué de la superposition d'une plaque de granite de 5,4 cm et d'une plaque de PVC de 2 cm (cf. figures 6.19 et 6.20). Ces différentes plaques possèdent les mêmes caractéristiques que celles utilisées lors de l'expérimentation du paragraphe 6.3. Chacune des couches donne lieu respectivement à un écho résolu ($B\Delta\tau = 1,5$) et un écho non résolu ($B\Delta\tau = 0,45$) en temporel. On néglige les effets d'échos multiples entre les interfaces.

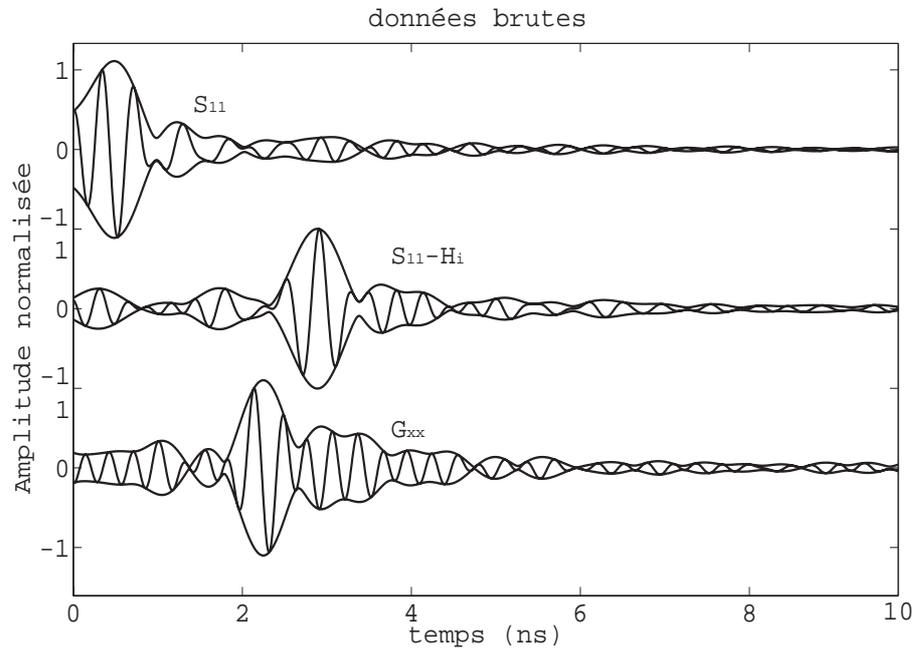


FIG. 6.30 – (a) Transformée de Fourier inverse du vecteur expérimental \mathbf{s}_{11} sur le bicouche, (b) Transformée de Fourier inverse du vecteur expérimental $\mathbf{s}_{11} - \mathbf{h}_i$ sur le bicouche, (c) Transformée de Fourier inverse du vecteur \mathbf{g}_{xx} après correction des effets d’antennes.

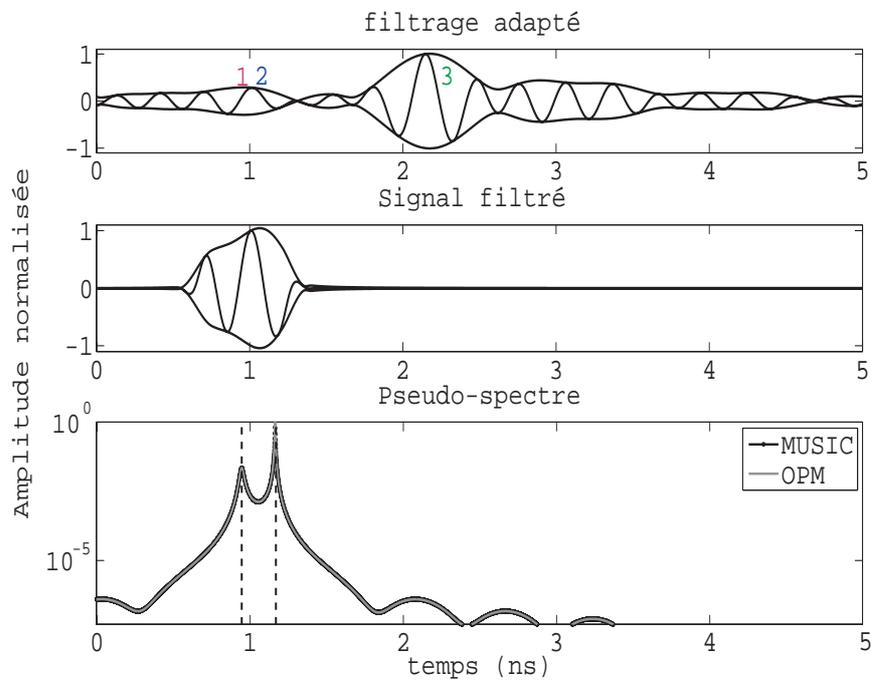


FIG. 6.31 – (a) Résultat du filtrage adapté sur la transformée de Fourier inverse du vecteur \mathbf{g}_{xx} , et localisation de la première couche du milieu, (b) Résultat du fenêtrage temporel sur la transformée de Fourier inverse de \mathbf{g}_{xx} , correspondant au signal réfléchi par la première couche du milieu, (c) Pseudo-spectres obtenus par MUSIC et OPM.

Les signaux de mesures \mathbf{s}_{11} sont obtenus en plaçant l'antenne à une hauteur $h = 14$ cm de la première interface. On obtient 201 échantillons fréquentiels dans la bande $[1,5 - 3,5]$ GHz. Le signal est ensuite corrigé des effets d'antennes par la procédure de calibration décrite au paragraphe 6.4.1. La figure 6.30 illustre l'allure des deux transformées de Fourier inverses des vecteurs $\mathbf{s}_{11} - \mathbf{h}_i$ et \mathbf{g}_{xx} . On se focalise dans la suite de ce paragraphe sur le traitement du signal \mathbf{g}_{xx} . L'impulsion qui est utilisée par les méthodes HR est présentée sur la figure 6.27.

Le filtrage adapté est utilisé pour isoler le signal correspondant à la première couche du milieu, i.e. la couche de roulement dans le cas d'une chaussée. L'enveloppe du résultat permet de distinguer deux lobes principaux. Le premier lobe contient les deux échos non résolus de la première couche (notés 1 et 2 sur la figure 6.31) ; le second lobe représente l'écho sur la troisième interface du milieu (le réflecteur métallique, noté 3). Une fenêtre temporelle symétrique centrée sur le maximum du premier lobe de l'enveloppe du filtrage adapté est utilisée sur la transformée de Fourier inverse du vecteur \mathbf{g}_{xx} . La fin de l'intervalle de la fenêtre temporelle correspond à la position du premier minimum suivant le premier lobe. La figure 6.31 illustre la procédure et le résultat obtenu sur la transformée de Fourier inverse du vecteur \mathbf{g}_{xx} . La fenêtre temporelle du signal utile est caractérisée par un produit $B \times T_f = 1,8$.

A ce stade, la mise en oeuvre des algorithmes devient analogue à celle décrite aux paragraphes 6.2 et 6.3 sur un milieu monocouche. Comme on s'attend à une forte corrélation entre les deux échos, les algorithmes à sous-espaces sont mis en oeuvre après le moyennage en sous-bandes de fréquences MSSP, décrit au paragraphe 3.4. La largeur de la bande effective est égale à 90 % de la bande totale.

D'après le tableau 6.8, le biais relatif sur l'épaisseur est satisfaisant.

Algorithme	biais sur l'épaisseur (%)
IFFT	-
MUSIC	3,96
root-MUSIC	3,5
ESPRIT	0,52
OPM	3,96
root-OPM	3,5
ESPRITWED-Zha	0,53
ESPRITWED-UG	0,45
ESPRITWED-G (m = [2 : 5])	0,45

TAB. 6.8 – Erreurs relatives sur l'épaisseur de la première couche à partir du traitement du signal de \mathbf{g}_{xx} après filtrage temporel ; moyennage MSSP avec une taille de sous-bande comprenant $L = 180$ échantillons (90%).

6.4.5 Synthèse des résultats

L'expérimentation conduite sur le bicouche virtuel a permis d'acquérir l'expérience nécessaire à la mise en oeuvre des algorithmes à sous-espaces, dans un contexte de fort RSB et de profondeur optique plus importante.

Les effets d'antenne dans une configuration radar monostatique ont une influence impor-

tante. Pour l'antenne ETSA A5, et pour la bande de fréquences dans laquelle on a travaillé, une étape de calibration complète semble nécessaire pour obtenir des données correspondant au modèle de signal présenté au chapitre 2. Cette calibration permet par la suite d'utiliser les méthodes à sous-espaces.

Cette expérimentation a permis de mettre en oeuvre des algorithmes à sous-espaces sur une structure bicouche. La procédure de traitement consiste d'abord à utiliser le filtrage adapté pour localiser l'intervalle contenant les deux premiers échos non résolus, associés à la première couche du milieu. Ensuite, le traitement est réalisé sur la transformée de Fourier inverse filtrée du vecteur \mathbf{g}_{xx} . Enfin, la mise en oeuvre des algorithmes devient analogue au traitement d'un milieu monocouche.

6.5 Conclusion

Ce chapitre a permis de valider les résultats de simulation des chapitres précédents à partir du traitement de signaux expérimentaux, obtenus sur des "matériaux-modèles" monocouche et bicouche. Il a permis également de comparer les performances des différents algorithmes étudiés dans cette thèse dans un contexte favorable de fort RSB.

Dans la situation où les échos sont résolus ($B\Delta\tau > 2$), tous les algorithmes présentés fournissent des performances satisfaisantes, en mesurant l'épaisseur de la première couche avec une erreur relative inférieure à 5%. Les techniques de moyennage en sous-bandes SSP et MSSP permettent de faire fonctionner les algorithmes dans le cas d'échos fortement corrélés. Les deux techniques fournissent sensiblement les mêmes performances lorsque ($B\Delta\tau > 2$). Dans la situation contraire d'échos non résolus ($B\Delta\tau < 1$), la méthode de moyennage MSSP permet dans la plupart des cas, de réduire le biais de mesures sur l'épaisseur jusqu'au niveau de précision requis (5 %). En outre, la technique MSSP améliore la dynamique des méthodes pseudo-spectrales. Elle est particulièrement utile pour détecter les échos de faibles produits $B\Delta\tau$.

Compte tenu des éléments de discussion des paragraphes 6.3 et 6.4, nous pensons que les expérimentations réalisées dans ce chapitre permettent de montrer la faisabilité de la mesure de couches minces de chaussée à partir d'un radar (impulsionnel ou à sauts de fréquence) de 2 GHz de largeur de bande de fréquences. Les algorithmes fournissent une erreur relative sur l'épaisseur estimée inférieure à 5 % pour une épaisseur équivalente de chaussée de 1,5 cm.

Dans la mise en oeuvre des algorithmes, nous avons identifié l'importance de la mesure de l'impulsion radar, qui est prise en compte dans le modèle du signal.

De plus, pour des mesures radar monostatiques, la procédure de calibration semble nécessaire pour annuler le signal parasite se situant en début du signal. Cette étape de calibration permet de se rapprocher du modèle de signal simple décrit au chapitre 2.

Dans un contexte expérimental à fort RSB, on aura tendance à préconiser d'utiliser les algorithmes de complexité calculatoire réduite, après un moyennage en sous-bandes de fréquences de type MSSP. Citons notamment les méthodes à sous-espaces linéaires et plus particulièrement la méthode root-OPM.

Enfin, cette expérimentation a permis de comparer les algorithmes à sous-espaces dans un milieu bicouche. Dans cette situation, la procédure réalisée consiste à se focaliser sur l'intervalle contenant les deux premiers échos non résolus, associés à la première couche du milieu. La mise en oeuvre des algorithmes devient ensuite analogue au traitement d'un milieu monocouche.

Ces expérimentations représentent une première étape de faisabilité. Pour assurer un trans-

fert opérationnel, il est nécessaire de tester les algorithmes dans des situations de plus faible RSB et de vérifier les éléments de discussion du paragraphe 6.3.2.

Conclusion et perspectives

La technique radar (GPR) est couramment utilisée en génie civil comme méthode d'auscultation et de Contrôle Non Destructif (CND) [1]. Dans le domaine des chaussées, elle est davantage dédiée au contrôle des épaisseurs des premières couches de la structure de chaussée, en particulier la couche de roulement. Depuis une dizaine d'années, diverses évolutions technologiques ont permis de réduire la couche de roulement à une épaisseur de 1 à 3 cm. En comparaison, les GPR conventionnels de 2 GHz de largeur de bande, ne peuvent mesurer que des épaisseurs supérieures à 4 – 5 cm. Ainsi, il est devenu nécessaire d'améliorer la résolution temporelle des GPR d'un facteur de 3 à 6.

Pour satisfaire cet objectif, nous avons étudié une solution logicielle à base de techniques de traitement du signal unidimensionnelles *super* et *haute* résolution. Dans le contexte de l'application, ces méthodes ont pour fonction d'estimer les retards de propagation des signaux réfléchis par chaque interface du milieu, ainsi que la constante diélectrique de chacune des couches. Elles permettent d'assurer les mêmes fonctionnalités que le carottier virtuel introduit dans [2], mais à partir d'un procédé de mesures plus simple. Elles ont l'avantage de présenter une meilleure résolution temporelle que les traitements conventionnels, tels que l'intercorrélation ou la transformée de Fourier inverse. En d'autres termes, ces méthodes sont capables de détecter des impulsions qui se recouvrent partiellement dans le domaine temporel.

La première partie de ce document traite de méthodes de traitement du signal *super* et *haute* résolution pour estimer des épaisseurs de chaussées. Tout d'abord, nous abordons les méthodes *super résolution* à base d'une modélisation paramétrique du signal, puis les méthodes *haute résolution* ou à *sous-espaces* les plus connues de la littérature (MUSIC, Min-Norm, ESPRIT), et enfin, deux méthodes à *sous-espaces linéaires* (OPM et SWEDE) de complexité calculatoire plus réduite.

Les résultats de simulation ont rapidement montré la supériorité des méthodes à sous-espaces. A moyen et à fort RSB ($RSB \geq 10dB$), elles peuvent atteindre une résolution temporelle 10 à 20 fois supérieure à celle des méthodes conventionnelles, et 4 fois supérieure à la méthode paramétrique testée (LSMYW). Elles permettent de mesurer des épaisseurs de couches minces de chaussées (type BBUM ou BBTM de 1 à 3 cm d'épaisseur) avec une erreur relative inférieure à 5 %. En outre, dans le cas d'échos résolus en temporel, où la résolution n'est plus la contrainte déterminante, les méthodes à sous-espaces fournissent une meilleure précision que les méthodes conventionnelles.

En conséquence, le document s'est principalement focalisé sur les méthodes à sous-espaces. Ces dernières exploitent un modèle du signal radar unidimensionnel largement utilisé dans la littérature (e.g. [15]). Il est basé sur des hypothèses simplificatrices (champ

lointain, milieu homogène stratifié), et adapté à l'exploitation du signal radar à incidence verticale par des profils radar indépendants (*A-scan*).

Les méthodes à sous-espaces ont été d'abord adaptées à la problématique de l'application, moyennant une modification simple du formalisme mathématique des algorithmes pour la plupart d'entre eux. Ensuite, on a montré comment obtenir une estimation conjointe des vitesses de propagation (ou de la permittivité relative du matériau) et des retards de propagation, à partir desquels on déduit l'épaisseur de matériau. Enfin, les résultats de simulation ont permis d'établir un paramétrage optimum des méthodes de moyennage en sous-bande direct (SSP) et direct-inverse (MSSP). La technique MSSP fournit dans tous les cas de meilleures performances que la technique SSP. Les performances sont proches des performances optimales des algorithmes, établies dans le cas idéal d'échos décorrés. A fort RSB, lorsque deux échos sont présents dans le signal observé, il est recommandé d'utiliser la technique MSSP avec une bande de fréquences effective de l'ordre de 70 à 90 % de la bande totale de fréquences.

La seconde partie de ce travail fait suite à l'analyse critique du fonctionnement des algorithmes, étudiés dans la première partie. Elle propose des améliorations de méthodes existantes et/ou de nouvelles méthodes de traitement du signal pour estimer les retards de propagation. Les améliorations et/ou les propositions présentent des intérêts pratiques soit en évitant certains prétraitements problématiques (le blanchiment des données par l'impulsion par exemple), soit en utilisant des hypothèses plus réalistes ou mieux adaptées aux caractéristiques statistiques du bruit de mesures, soit enfin, en réduisant le temps de calcul.

La méthode ESPRIT est l'un des algorithmes à sous-espaces le moins coûteux en temps de calcul. Son application suppose de faire des hypothèses restrictives sur le signal radar (impulsion idéale, bruit blanc). Son adaptation au cas du modèle du signal radar du chapitre 2 (bruit et impulsion quelconques) a fait l'objet au chapitre 4 d'une proposition d'un nouvel algorithme : G-ESPRIT. Les simulations ont permis de montrer son intérêt en comparaison de la version conventionnelle de l'algorithme. On observe de meilleures performances lorsque l'impulsion est prise en compte directement dans la matrice des vecteurs-modèles, plutôt que dans la matrice de covariance du bruit, i.e. après blanchiment des données par l'impulsion.

Ensuite, les méthodes linéaires à sous-espaces ont été introduites afin de réduire la complexité calculatoire. Leurs performances idéales ont été établies par simulation à partir d'échos décorrés.

- *i)* La méthode OPM est appliquée à l'estimation de retard de propagation, puis pour réduire le coût calculatoire d'un facteur supplémentaire, une version polynômiale de cette méthode a été proposée (root-OPM). Les simulations ont montré que la version polynômiale fournit une meilleure résolution que la version initiale d'OPM.
- *ii)* L'algorithme SWEDE est transposé à l'estimation de retards de propagation. La prise en compte d'un bruit quelconque donne lieu à une proposition d'une nouvelle méthode, FBD-SWEDE, qui consiste en une diagonalisation complète par blocs de la matrice de covariance du bruit.
- *iii)* Trois nouvelles méthodes de traitement sont proposées, qui allient les avantages calculatoires des algorithmes SWEDE et ESPRIT. Les trois algorithmes (ESPRIT-WED, AV-ESPRITWED, G-ESPRITWED) se distinguent par des hypothèses plus

ou moins restrictives sur les propriétés du bruit de mesure, et par le modèle du signal (signal radar ou signal blanchi par l'impulsion). Dans le cas d'un bruit blanc, les algorithmes AV-ESPRITWED et ESPRITWED se différencient de SWEDE par leurs meilleures performances en terme de résolution et de précision sur l'épaisseur estimée. Dans le cas où la matrice de covariance du bruit est quelconque définie positive, les différentes versions de la méthode G-ESPRITWED possèdent un pouvoir de résolution supérieur aux deux autres méthodes, SWEDE et FBD-SWEDE. En revanche, l'écart-type de ces trois versions est supérieur à celui de la méthode FBD-SWEDE.

La troisième partie de ce travail consiste à tester les algorithmes présentés dans ce document sur des signaux expérimentaux. Ces derniers sont obtenus à l'aide des deux technologies radar existantes (radar impulsif et à sauts de fréquence), sur une structure monocouche et bicouche dans un contexte de fort RSB. Dans le cas du bicouche, un filtrage adapté préliminaire permet d'identifier l'intervalle temporel comprenant les deux échos non résolus. Les algorithmes *super* et *haute* résolution sont ensuite appliqués sur cet intervalle utile.

La plupart des algorithmes permettent de séparer les échos non résolus en temporel ($B\Delta\tau < 1$). La méthode de moyennage MSSP permet de réduire le biais de mesures sur l'épaisseur jusqu'au niveau de précision requis (5 %). Les conditions expérimentales à fort RSB ne permettent pas de mettre en évidence un algorithme particulier. Les algorithmes fournissent une erreur relative sur l'épaisseur inférieure à 5 % à partir d'un produit $B\Delta\tau$ légèrement supérieur à 0.4. L'épaisseur minimale de chaussée que l'on pourrait mesurer en pratique serait donc légèrement supérieure à 1 cm.

Dans la mise en oeuvre des algorithmes, nous avons identifié l'importance de la mesure de l'impulsion radar, ainsi que la prise en compte du fenêtrage temporel dans le modèle du signal, pour se rapprocher au mieux du modèle de signal présenté au chapitre 2. Dans un contexte de fort RSB, on aura tendance à préconiser d'utiliser les algorithmes de complexité calculatoire réduite, après un moyennage en sous-bandes de fréquences de type MSSP. Dans le cas d'un bruit blanc de RSB quelconque, on préconise d'utiliser root-OPM et AV-ESPRITWED. Dans le cas d'un bruit quelconque et quelque soit le RSB, on privilégiera l'algorithme FBD-SWEDE pour sa précision de mesure ; G-ESPRITWED sera mieux adaptée aux applications nécessitant une meilleure résolution temporelle.

A l'issue de ce travail, plusieurs orientations peuvent être proposées comme perspectives.

La perspective à moyen terme de ce travail consiste à transférer au réseau des LPC ces techniques de traitement du signal 1D, afin de réaliser des prestations opérationnelles sur chantier (contrôle d'épaisseur, réception d'ouvrages neufs). Dans cette application, le radar est en général monté sur un véhicule, qui circule à faible vitesse pendant la mesure (60 km/h).

- Cette perspective de transfert nécessiterait auparavant, d'identifier les problèmes spécifiques liés à la mise en oeuvre opérationnelle de ces algorithmes : influence des vibrations du véhicule sur les mesures, environnement électromagnétique, procédure

de calibrage des antennes, vitesse d'acquisition compatible avec la vitesse du véhicule et les paramètres de mesures, etc.

- Nous proposons en outre de réaliser des tests complémentaires en laboratoire *i)* dans des conditions réalistes de plus faible RSB, *ii)* sur des matériaux de chaussée ou un "matériau-modèle" de rugosité contrôlée.
- Nous suggérons aussi de vérifier que les résultats obtenus sont en accord avec les éléments de discussion du § 6.3.2 (sensible amélioration des résultats en présence d'une faible hétérogénéité ou rugosité du milieu), et de déterminer éventuellement la limite haute fréquence de cette amélioration.
- Afin de faciliter ce transfert, nous proposons de *i)* constituer une boîte à outils logiciels, spécialement dédiée à cette problématique "couches minces", et *ii)* automatiser les étapes de prétraitement des données (filtrage adapté, fenêtrage temporel, blanchiment).

Dans le futur, une solution à recommander pourrait être un compromis entre la solution logicielle étudiée dans ce document (les algorithmes *haute résolution*) et une solution technique consistant à augmenter conjointement la bande et la fréquence centrale du radar [3]. Il conviendrait néanmoins d'évaluer au préalable la complémentarité entre ces deux solutions, à partir de mesures en laboratoire et d'expérimentations in situ.

Nous avons identifié au chapitre 1, trois autres applications nécessitant une amélioration de la résolution. Il s'agit de la détection de décollements d'interfaces sur chaussées, et sur ouvrages d'art, de l'identification de défauts de chapes d'étanchéité et de la caractérisation de béton de peau.

- La problématique des deux premières applications est similaire à celle des "couches minces" étudiée dans ce document, car elles impliquent une propagation dans une première couche de chaussée. Cependant, sauf cas exceptionnel, les dimensions des défauts à détecter sont inférieures aux limites de résolution temporelle des algorithmes. Une solution alternative pourrait consister à faire intervenir les méthodes *haute résolution*, non pas en détection, mais pour filtrer de manière plus efficace l'écho associé à l'interface problématique. Des variations d'amplitude significatives de cet écho le long du profil radar pourraient indiquer la position de défauts majeurs.
- Du fait de la présence d'eau (entre autres), on ne peut plus négliger le phénomène de conductivité et de dispersion pour la troisième application (auscultation du béton de peau). Aussi, l'utilisation de méthodes à sous-espaces nécessiterait un modèle du signal mieux adapté à la physique du milieu de propagation.

La plupart des autres applications de CND radar en génie civil impliquent une profondeur optique de matériau plus grande, et/ou un nombre d'interfaces plus important et/ou des matériaux de conductivité non négligeable. Ces phénomènes tendent à complexifier l'interprétation du signal radar et à limiter sa profondeur d'investigation. L'utilisation des algorithmes à sous-espaces nécessiterait en premier lieu un modèle de signal plus réaliste, tenant compte principalement de la dispersion du signal, et de la présence d'échos multiples. Cette problématique fait l'objet d'une nouvelle thèse au LCPC, sur la période 2007-2010.

En matière d'algorithmes, nous proposons dans la continuité de cette thèse de :

- poursuivre les tests des algorithmes proposés au chapitre 5, pour comparer leurs performances, étudier l'influence de la corrélation sur leurs performances, et établir les limites théoriques de fonctionnement de la méthode AV-ESPRITWED.

- améliorer la technique de moyennage en sous-bandes MSSP, explicitée au chapitre 3 pour faire fonctionner les algorithmes dans un environnement de multitrajets. En particulier, nous souhaitons évaluer la procédure itérative, proposée au chapitre 3 (§ 3.6.4), qui aurait pour intérêt de diminuer d'un facteur supplémentaire la corrélation effective entre échos, i.e. ρ_{MSSP} .
- poursuivre l'évaluation des algorithmes d'analyse spectrale de la littérature, adaptés à l'estimation de retard.

En perspective, nous proposons également d'étudier l'apport des statistiques d'ordre supérieur (ordre 4) dans les méthodes à sous-espaces. Cette voie de recherche fait actuellement l'objet de nombreux développements (voir par exemples [82]-[94]). L'intérêt est d'annuler l'influence du bruit, sous l'hypothèse d'observer un signal de sources non gaussiennes, additionné d'un bruit gaussien.

Une dernière perspective concerne l'application de ces méthodes de traitement à l'imagerie radar. Les applications qui ont été abordées jusqu'à présent concernent l'auscultation d'un milieu plan, à partir du traitement de profils radar indépendants et d'un modèle de signal 1D. De nombreuses autres problématiques du génie civil concernent la détection/localisation d'objets de dimensions réduites, voir des objets ponctuels (cavités ou fontis en géophysique, câbles ou gaines de précontrainte en ouvrages d'art, canalisations en génie urbain). L'extension des algorithmes à la détection de tels objets nécessite d'une part un modèle du signal 2D, et d'autre part d'exploiter la redondance d'information existante d'un profil radar à l'autre par un traitement en synthèse d'ouverture (ou migration en langage sismique). A l'exemple des travaux de [32] et de [116], le caractère haute résolution des algorithmes interviendrait pour séparer deux échos proches à l'intérieur d'une cellule de résolution.

Bibliographie

- [1] X. Dérobert, *Techniques Radar Appliquées au Génie Civil*, Etudes et Rech. des Lab des Ponts et Ch, 109 p, 2003.
- [2] C. Fauchard, *Utilisation de Radars Très Hautes Fréquences : Application à l'Auscultation Non Destructive des Chaussées*, Thèse de DOCTORAT, Université de Nantes, 2001.
- [3] X. Dérobert, C. Fauchard, P. Côte, E. Le Brusq, E. Guillanton, J.Y. Dauvignac, Pichot, *Step-Frequency Radar Applied on Thin Road Layers*, Journal of applied geophysics, Vol. 47, pp 317-325, 2001.
- [4] J.F. Corté, *Conception et Dimensionnement des Structures de Chaussées*, Guide technique, Laboratoire Central des Ponts et Chaussées, Service d'Etudes Techniques des Routes et Autoroutes, Doc. LCPC N°502701, Décembre 1994.
- [5] *Recommandation pour la Réalisation des Couches de Surface de Chaussées en Béton Bitumineux Clouté*, Direction des routes et de la circulation routière (DRCR), réglementation, Octobre 1978.
- [6] S. Laurens, *Aptitude de la Technique Radar à la Caractérisation du Béton d'Enrobage, Aide au Diagnostic de la Corrosion des Armatures*, thèse de DOCTORAT, INSA, Toulouse, 2001.
- [7] S. Laurens, J.P. Balayssac, J. Rhazi, J.P. Bisaro (2001), *Influence de l'Humidité de Surface du Béton sur l'Onde Directe du Radar*, actes Journées ENDGC2, univ. Bordeaux, Novembre 2001.
- [8] J.L. Garciaz, J.L. Perrin, *Application du Radar Géophysique pour l'Evaluation des Variations de la Permittivité et de la Résistivité des Matériaux : Conception d'Antennes Spécifiques et Traitement des Mesures*, actes Journées ENDGC2, univ. Bordeaux, Novembre 2001.
- [9] *Évaluation de la Dégradation du Béton d'Enrobage et Aide au Diagnostic et à la Réparation des Ouvrages*, Rapport final, Projet Réseau Génie Civil et Urbain, LCPC, 2004.
- [10] David B. Cist and Alan E. Schutz, *State of the Art for Pipe and Leak Detection*, Technical report, Geophysical Survey systems, Inc., 2001.
- [11] A. M. Zoubir, I. J. Chant, C. L. Brown, B. Barkat, C. Abeynayake, *Signal Processing Techniques for Landmine Detection Using Impulse Ground Penetrating Radar*, IEEE Sensors Journal, Vol. 2, No. 1, pp 41-51 , February 2002.
- [12] A. Van Der Merwe, I. J. Gupta, *A Novel Signal Processing Technique for Clutter Reduction in GPR Measurements of Small, Shallow Land Mines*, IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, Vol. 38, No. 6, pp 2627-2637, November 2000.
- [13] W.C. Chew, *Waves and Field in Inhomogeneous Media*, Van Nostrand Reinhold, 1990.

- [14] D.J. Daniels, *Surface Penetrating Radar*, IEE Radar, Sonar, Navigation and Avionics series. Edition Peter Peregrinus Ltd, 726 p, ISBN 0863413609, 2004.
- [15] U. Spagnolini, *Permittivity Measurements of Multilayered Media with Monostatic Pulse Radar*, IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, Vol. 35, No. 2, pp 454-463, March 1997.
- [16] F. Liu, *Modélisation et Expérimentations du Radar Impulsionnel et à Sauts de Fréquences pour l'Auscultation de Milieux Stratifiés du Génie Civil*, Thèse de DOCTORAT, Université de Nantes, 2007.
- [17] G.R. Olhoeft, *Ground Probing Radar, Subsurface Radar, Georadar, Earth Sounding Radar*, <http://www.g-p-r.com/resoluti.htm>.
- [18] M. Adous, X. Dérobert, and P. Quéffelec, *EM Characterization of Bituminous Concretes in a Large Frequency Bandwidth : First Results*, in Proc. 11th Int. Conf. Ground Penetrating Radar, Columbus, OH, Jun. 2006.
- [19] M. Adous, *Caractérisation Electromagnétique des Matériaux Traités du Génie Civil dans la Bande de Fréquence 50MHz-13GHz*, Thèse de DOCTORAT, Université de Nantes, 2006.
- [20] T. Saarenketo, T. Scullion, *Road Evaluation with Ground Penetrating Radar*, Journal of applied geophysics, Vol. 43, pp 119-138, 2000.
- [21] S.M. Kay, *Modern Spectral Estimation : Theory and Applications*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ, 1988.
- [22] S.L.Jr. Marple, *Digital Spectral Analysis with Applications*, Prentice-Hall, Signal processing series, Alan V. Oppenheim, series editor, 1987.
- [23] U. Spagnolini, V. Rampa, *Multitarget Detection/Tracking for Monostatic Ground Penetrating Radar : Application to Pavement Profiling*, IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, pp 383-394, Vol. 37, No. 1, January 1999.
- [24] U. Spagnolini, *Joint Approach of EM Inversion and Multi-layer Detection/Tracking for Pavement Profiling*, 6th International Conference on Ground Penetrating Radar, pp 235-240, September 30-October 3, 1996.
- [25] T. Pagnoni, *An Automated Radar System for Non-Destructive Testing of Bridge and Highway Pavements*, 6th International Conference on Ground Penetrating Radar, pp 359-364, September 30-October 3, 1996.
- [26] J.L. Mari, F. Glangaud, *Traitement du Signal pour géologues et géophysiciens*, Vol. 1-3, Technip Ed., 2001 (2004).
- [27] S. Lambot, E.C. Slob, I. Van Den Bosh, B. Stockbroeckx and M. Vanclooster, *Modeling of Ground-Penetrating Radar for Accurate Characterization of Subsurface Electric Properties*, IEEE Transactions on geoscience and remote sensing, Vol. 42, No. 11, pp 2555-2568, November 2004.
- [28] G.G. Gentili, U. Spagnolini, *Electromagnetic Inversion in Monostatic Ground Penetrating Radar : TEM Horn Calibration and Application*, IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, Vol. 38, No. 4, pp 1936-1946, July 2000.
- [29] X. Li, R. Wu, *An Efficient Algorithm for Time Delay Estimation*, IEEE Trans. on Signal Processing, Vol. 46, No. 8, pp. 2231-2235, August, 1998.
- [30] R. Wu, J. Li, Z. Liu, *Super Resolution Time Delay Estimation via MODE-WRELAX*, IEEE Transactions on aerospace and electronic systems, Vol. 35, No. 1, pp 294-307, January 1999.

- [31] S.M. Shrestha, I. Arai, T. Miwa, *Application Possibilities of Super Resolution Technique for GPR Imaging*, pp 508-513, Int. Conf. on Ground Penetrating Radar, Australia, May 2000.
- [32] S.M. Shrestha, I. Arai, *Signal Processing of Ground Penetrating Radar Using Spectral Estimation Techniques to Estimate the Position of Buried Targets*, pp 1198-1209, EURASIP Journal on Applied Signal Processing, 2003.
- [33] S. Marcos, *Les Méthodes à Haute Résolution*, volume Traitement d'antenne et analyse spectrale, Traitement du signal, Hermès Ed., ISBN 2-86601-662-9 , 1998.
- [34] H. Yamada, M. Ohmiya, Y. Ogawa, *Superresolution Techniques for Time-Domain Measurements with a Network Analyser*, IEEE Transactions on Antennas and Propagation, Vol. 39, No. 2, pp 177-183, February, 1991.
- [35] R. Wu, X. Li, J. Li, *Continuous Pavement Profiling with Ground-Penetrating Radar*, IEE Proc-Radar Sonar Navig, Vol. 149, No. 4, pp 183-193, August 2002.
- [36] S. Léveillé, *Apport d'une Technique de Traitement du Signal à l'Amélioration de la Résolution du Radar-Chaussée*, rapport de DESS, Université de Rennes 1, Août 2003.
- [37] C. Le Bastard, V. Baltazart, Y. Wang, *Traitement du Signal Radar pour la Mesure d'Épaisseurs de Couches Minces de Chaussée*, 14èmes Journée Nationales des Microondes, 11-13 Mai 2005, Nantes.
- [38] C. Le Bastard, V. Baltazart, Y. Wang, X. Dérobert, L. Laguerre, *Thin Pavement Thickness Estimation with a GPR by High and Super Resolution Methods*, Int. Conf. on Ground Penetrating Radar, Columbus, USA, 2006.
- [39] Y. Han, *Introduction to Linear Subspace Algorithms for Time Delay Estimation with Ground Penetrating Radar in the Domain of Civil Engineering*, Rapport de stage Master de Recherche Systèmes Electroniques et Génie Electrique, Ecole Polytechnique de l'Université de Nantes, Juillet 2006.
- [40] Y. Nakashima, H. Zhou, M. Sato, *Estimation of Groundwater Level by GPR in Area with Multiple Ambiguous Reflections*, Journal of applied geophysics, Vol. 47, pp 241-249, 2001.
- [41] S. Laurens, J. P. Balayssac, J. Rhazi, G. Klysz and G. Arliguie, *Non-Destructive Evaluation of Concrete Moisture by GPR : Experimental Study and Direct Modeling*, Materials and Structures, Vol. 38, No. 9, pp 827-832, November, 2005.
- [42] X. Dérobert, J-M. Simonin, L. Laguerre, Ch. Pichot, *Step-Frequency Radar Applied on Thin Pavements*, 9th Conf. On Asphalt Pavement, Copenhagen (DK), 2002.
- [43] J. S. Lee, C. Nguyen, T. Scullion, *A Novel, Compact, Low-cost, Impulse Ground-Penetrating Radar for Non-Destructive Evaluation of Pavements*, IEEE Trans. on Instr. and meas., Vol. 53, No. 6, pp 1502-1509, December 2004.
- [44] "AFNOR standard NFP 98-137", *Asphalt - Wearing Course and Base Courses : Very Thin Layer Asphalt Concrete - Definition - Classification - Characteristics - Manufacturing - Laying*, French standard, 1992.
- [45] Cindy K. Estakhri, Thomas J. Freeman, and Clifford H. Spiegelman, *Density Evaluation of the Longitudinal Construction Joint of Hot-Mix Asphalt Pavements*, Report No. FHWA/TX-01/1757-1, The Texas A&M University System College Station, April 2001.
- [46] A. Benedetto, F. Benedetto, M. R. De Blasiis and G. Giunta, *Reliability of Signal Processing Technique for Pavement Damages Detection and Classification Using Ground Penetrating Radar*, IEEE Sensors Journal, Vol. 5, No. 3, pp 471-480, June 2005.

- [47] G. R. Olhoeft, S. S. Smith, *Automatic Processing and Modelling of GPR Data for Pavement Thickness and Properties*, Eighth International Conference on Ground Penetrating Radar, Gold Coast, Australia, 2000.
- [48] R.O. Schmidt, *A Signal Subspace Approach to Multiple Emitter Location and Spectral Estimation*, PhD thesis, Stanford university, Calif, USA, November 1981.
- [49] J-J. Fuchs, *Multipath Time-Delay Detection and Estimation*, IEEE Trans. Signal Processing, Vol. 47, No. 1, pp 237-243, 1999.
- [50] A. Coatanhay, J-J. Szkolnik, *Interface Identification Using a GPR Signal : a Monte Carlo Markov Chain Approach*, Radar Conference, Long Beach CA, USA, April 2002.
- [51] A. Guerchaoui, J-C. Balluet, J-L. Lacoume, *Etude Comparative des Principales Méthodes de Déconvolution sur des Données de Type Sismique*, Traitement du signal, Vol. 6, No. 3, pp 187-203, 1989.
- [52] S.M. Kay, S.L.Jr. Marple, *Spectral Analysis - A Modern Perspective*, Proceeding of IEEE, Vol. 69, No. 11, november 1981.
- [53] F. Castanié, *Analyse Spectrale*, Traitement du signal et de l'image, Hermès, 2003.
- [54] J. Burg, *Maximum Entropy Spectral Analysis*, Ph.D. dissertation, Standford University, USA, 1975.
- [55] P. Stoica, T. Söderström, *On SVD-based and TLS-based High-Order Yule-Walker Methods of Frequency Estimation*, Signal Processing, Vol. 29, pp. 309-317, 1992.
- [56] D. Gingras, *Asymptotic Properties of HOYW Estimates of the AR Parameters of an Time Series*, IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal processing, Vol. 33, No. 4, pp. 1095-1101, octobre 1985.
- [57] R.O. Schmidt, *Multiple Emitter Location and Signal Parameter Estimation*, IEEE Trans. Antennas and Propagation, Vol. 34, pp. 276-280, 1986.
- [58] G. Bienvenu, L. Kopp, *Optimality of High Resolution Array Processing using the Eigensystem Approach*, IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing, Vol. 31, No. 5, pp 1235-1247, October 1983.
- [59] H. Akaike, *Maximum Likelihood Identification of Gaussian Autoregressive Moving Average Models*, Biometrika, Vol. 60, pp 255-265, 1973.
- [60] J. Rissanen, *Modelling by Shortest Data Expression*, IEE automatica, Vol. 14, pp 465-471, 1978.
- [61] G. Schwartz, *Estimating the Dimension of a Model*, IEE Ann. Sta., Vol. 6, pp 461-464, 1978.
- [62] E. Radoi and A. Quinquis, *A New Method for Estimating the Number of Harmonic Components in Noise with Application in High Resolution Radar*, EURASIP Journal on Applied Signal Processing, issue 8, pp 1177-1188, 2004.
- [63] Y. Wang, J. Saillard, *Apport de la polarisation pour caractériser une cible radar par une méthode à haute résolution*, Traitement du Signal, Vol. 16, No. 4, pp 295-302, 1999.
- [64] P. Chargé, Y. Wang, J. Saillard, *An Extended Cyclic MUSIC Algorithm*, IEEE Trans. on Signal process., Vol. 51, No. 7, pp 1695-1701, July 2003.
- [65] P. Chargé, Y. Wang, et J. Saillard, *Un algorithme efficace pour la localisation de sources non circulaires*, Traitement du Signal, Vol. 17, No. 5/6, pp 433-440, 2000.
- [66] Z. Saidi, S. Bourennane, *Cumulant-Based Coherent Signal Subspace Method for Bearing and Range Estimation*, EURASIP Journal on Advances in Signal Processing, article ID 84576, 2007.

- [67] S. Guillaso, A. Reigber, L. Ferro-Famil, and E. Pottier. *Urban area analysis based on ESPRIT-MUSIC methods using polarimetric SAR*, 2nd GRSS/ISPRS joint workshop on remote sensing and data fusion over urban areas, pages 77-81, 2003.
- [68] F. Sagnard, *Propagation and radiation studies for the development of the future wireless communication systems*, HDR, INSA, Rennes, March, 2005.
- [69] M. A. Pallas, G. Jourdain, *Estimation de Retards et Méthodes Haute Résolution*, Colloque GRETSI, pp 97-100, Nice, 1987.
- [70] S. Bozinoski, *Analyse Spatio Temporelle de Signaux Large Bande en vue de la Tomographie Acoustique Océanique*, thèse de DOCTORAT, INPG, 1996.
- [71] A. El Hanafi, *Estimation de Retards de Propagation des Signaux Radar dans un Milieu Stratifié*, rapport de stage, LCPC, 2005.
- [72] A. J. Barabell, *Improving the Resolution Performance of Eigenstructure Based Direction Finding Algorithms*, Proceedings IEEE International Conference on Acoustic. Speech, Signal Processing, pp. 336-339, 1983.
- [73] V. Pisarenko, *The Retrieval of Harmonics from a Covariance Function*, Geophys. J. Royal Astron. Soc., Vol. 33, pp 347-366, 1973.
- [74] H. Krim, P. Foster, J. G. Proakis, *Operator Approach to Performance Analysis of Root-Music and Root-Min-norm*, IEEE Trans. on Signal Processing, Vol. 40, No. 7, pp 1687-1695, July, 1992.
- [75] R. Roy, T. Kaikath, *Esprit—A Subspace Rotation Approach to Estimation of Parameters of Cisoids in Noise*, IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Process., Vol. 34, No. 5, pp 1340-1342, October, 1986.
- [76] R. Roy et T. Kaikath, *Esprit, Estimation of Signal Parameters via Rotational Invariance Techniques*, IEEE Trans. Acoustics, Speech, and Signal Processing, Vol. 37, No. 7, pp 984-995, 1989.
- [77] H. Saarnisaari, *TLS-ESPRIT in a Time Delay Estimation*, VTC 97, Proceedings of the IEEE 47th Vehicular Technology Conference, vol. 3/3, pp. 1619-1623, Phoenix, USA, 1997.
- [78] G. Golub, C. Van Loan, *An Analysis of the Total Least Square Problem*, SIAM Journal of numerical Analysis, Vol. 17, No. 6, 1980.
- [79] A. Eriksson, P. Stoica and T. Söderström, *On-Line Subspace Algorithms for Tracking Moving Sources*, IEEE Trans. Signal Processing, Vol. 42, No. 5, pp 2319-2330, September 1994.
- [80] S. Marcos, A. Marsal and M. Benidir, *The Propagator Method for Source Bearing Estimation*, Signal Processing, Vol. 42, pp 121-138, 1995.
- [81] S. Marcos, *Méthodes « Linéaires » Haute Résolution pour l'Estimation de Directions D'Arrivée de Sources. Performances Asymptotiques et Complexité*, Traitement du signal, Vol. 14, No. 2, pp 99-116, 1997.
- [82] L. Albera, A. Ferréol, P. Chevalier, and P. Comon, *ICAR : A Tool for Blind Source Separation Using Fourth-Order Statistics Only*, IEEE Transactions on Signal Processing, Vol. 53, No. 10, pp 3633-3643, October 2005.
- [83] P. Chevalier, L. Albera, A. Ferréol, and P. Comon *On the Virtual Array Concept for Higher Order Array Processing*, IEEE Transactions on Signal Processing, Vol. 53, No. 4, pp 1254-1271, April 2005.

- [84] A. Ferréol, L. Albera, and P. Chevalier, *Fourth-Order Blind Identification of Under-determined Mixtures of Sources (FOBIUM)*, IEEE Transactions on Signal Processing, Vol. 53, No. 5, pp 1640-1653, May 2005.
- [85] A. Ferréol, P. Chevalier, and L. Albera, *Second-Order Blind Separation of First and Second-Order Cyclostationary Sources-Application to AM, FSK, CPFSK, and Deterministic Sources*, IEEE Transactions on Signal Processing, Vol. 52, No. 4, pp 845-861, April 2004.
- [86] J. M. Mendel, *Tutorial on Higher-Order Statistics (Spectra) in Signal Processing and System Theory : Theoretical Results and Some Applications*, Proceeding of the IEEE, Vol. 19, No. 3, pp 278-305, March 1991.
- [87] B. Porat and B. Friedlander, *Direction Finding Algorithms Based on Higher Order Statistics*, IEEE Trans. Signal Process., Vol. 39, No. 9, pp. 2016-2024, Sep. 1991.
- [88] Y.-H. Chen, Y.-S. Lin, *Fourth-Order Cumulant Matrices for DOA Estimation*, IEE Proc.-Radar, Sonar Navig., Vol. 141, No. 3, pp 144-148, June 1994.
- [89] N. Yuen, B. Friedlander, *Asymptotic Performance Analysis of ESPRIT, Higher Order ESPRIT, and Virtual ESPRIT Algorithms*, IEEE Transactions on Signal Processing, Vol. 44, No. 10, pp 2537-2550, October 1996.
- [90] N. Yuen, B. Friedlander, *DAO Estimation in Multipath : An Approach Using the Fourth Order Cumulants*, IEEE Transactions on Signal Processing, Vol. 45, No. 5, pp 1253-1263, May 1997.
- [91] S. Bourennane, M. Frikel and A. Bendjama, *Fast Wideband Source Separation Based on Higher-Order Statistics*, Proceedings of the 1997 IEEE Signal Processing Workshop on Higher-Order Statistics, pp 354-358, 1997.
- [92] H.H. Chiang, C.L. Nikias, *The ESPRIT Algorithm with Higher Order Statistics*, IEEE Workshop on Higher-Order Spectral Analysis, pp 163-168, June 1989.
- [93] P. Chevalier, A. Ferréol, L. Albera, *High-Resolution Direction Finding From Higher Order Statistics : The 2q-MUSIC Algorithm*, IEEE Transactions on Signal Processing, Vol. 54, No. 8, pp 2986-2997, August 2006.
- [94] J.F. Cardoso, *Localisation et Identification par la Quadricovariance*, Traitement du signal, Vol. 7, No. 5, pp 397-406, 1990.
- [95] J. Eriksson and V. Koivunen, *Identifiability, Separability and Uniqueness of Linear ICA Models*, IEEE Signal Process. Lett., Vol. 11, No. 7, pp. 601-604, Jul. 2004.
- [96] A. Yeredor, *Non-Orthogonal Joint Diagonalization in the Least-Squares Sense with Application in Blind Source Separation*, IEEE Trans. Signal Process., Vol. 50, No. 7, pp. 1545-1553, Jul. 2002.
- [97] T. Thorvaldsen, *Maximum Entropy Spectral Analysis in Antenna Spatial Filtering*, IEEE Trans. Ant. and Propagation, Vol. 28, No. 4, pp 556-560, 1980.
- [98] P. Van Genderen, I. Nicolaescu, *Imaging of Stepped Frequency Continuous Wave GPR Data Using the Yule-Walker Parametric Method*, Radar Conference EURAD, pp 77-80, 2005.
- [99] P. Stoica, T. Soderstrom, F. Ti, *Asymptotic Properties of the High-Order Yule-Walker Estimates of Sinusoidal Frequency*, IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing, Vol. 37, No. 11, pp 1721-1734, November, 1989.
- [100] T. Soderstrom, P. Stoica, *Accuracy of High-Order Yule-Walker Methods for Frequency Estimation of Complex Sine Waves*, Proceedings IEE-F, Radar, Sonar and Navigation, Vol. 140, No. 1, pp 71-80, February, 1993.

- [101] G. Bienvenu, L. Kopp, *Adaptivity to Background Noise Spatial Coherence for High Resolution Passive Methods*, Proc. IEEE Int. Conf. Acoustics, Speech, Signal Processing, pp. 307-310, Denver, USA, April, 1980.
- [102] R. Kumaresan, D. W. Tufts, *Estimating the Angle of Arrival of Multiple Plane Waves*, IEEE Trans. on Aerosp. and Elect. Systems, Vol. 19, No. 1, pp 134-139, January 1983.
- [103] Various authors in *the 11th International Conference on Ground Penetrating Radar*, Columbus, Ohio, USA, June, 2006.
- [104] V.U. Reddy, A. Paulraj, T. Kailath, *Performance Analysis of the Optimum Beamformer in the Presence of Correlated Sources and its Behavior under Spatial Smoothing*, IEEE Transactions on acoustics, speech, and signal processing, Vol. 35, No. 7, pp 927-936, july 1987.
- [105] E. Radoi, *Contribution à la Reconnaissance des Objets 3D à partir de leur Signature Electromagnétique*, thèse de DOCTORAT, Université de Bretagne Occidentale, juin 1999.
- [106] T.J. Shan, M. Wax, T. Kailath, *On Spatial Smoothing for Direction-of-Arrival Estimation of Coherent Signals*, IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing, Vol. 33, No. 4, pp 806-811, August 1985.
- [107] D. Grenier, E. Bossé, *Decorrelation Performance of DEESE and Spatial Smoothing Techniques for Direction-of-Arrival Problems*, IEEE Trans. on Signal Processing, Vol. 44, No. 6, pp 1579-1584, June, 1996.
- [108] C. Le Bastard, V. Baltazart, Y. Wang, J. Saillard, *Thin Pavement Thickness Estimation Using GPR with High and Super Resolution Methods*, IEEE Trans. on Geosc. and remote sensing, Vol. 45, No. 8, pp 2511-2519, August 2007.
- [109] J. B. Schneider, *Plane Waves in FDTD Simulations and a Nearly Perfect Total-Field/Scattered-Field Boundary*, IEEE Trans. Ant. and Propagat., Vol. 52, No. 12, pp 3280-3287, 2004.
- [110] Y. Wu, G. Liao and H.C. So, *A Fast Algorithm for 2-D Direction-of-Arrival Estimation*, Signal Processing, Vol. 83, pp 1827-1831, 2003.
- [111] N. Tayem and H.M. Kwon, *Azimuth and Elevation Angle Estimation with No Failure and No Eigen Decomposition*, Signal Processing, Vol. 86, pp 8-16, 2006.
- [112] H. Zha, *Fast Algorithms for Direction-Of-Arrival Finding Using Large ESPRIT Arrays*, Signal Processing, Vol. 48, pp 111-121, 1996.
- [113] J. Munier and G.Y. Delisle, *Spatial Analysis Using new Properties of the Cross-Spectral Matrix*, IEEE Trans. Signal Processing, Vol. 39, No. 3, pp. 746-749, Mar. 1991.
- [114] P. Stoica and T. Söderström, *Statistical Analysis of a Subspace Method for Bearing Estimation Without EigenDecomposition*, Proceeding Inst. Elec. Eng, Part F, Vol. 139, No. 4, pp 301-305, August 1992.
- [115] E. Guillaumont, *Etude d'un Système d'Imagerie Micro-onde Multistatique Multifréquence pour la Reconstruction d'Objets Enfouis*, Thèse de DOCTORAT, Université de Nice-Sophia Antipolis, 2000.
- [116] P. Millot, *Imagerie radar subsurface à haute résolution*, Thèse de DOCTORAT, Ecole Nationale Supérieure de l'Aéronotique et de l'Espace, Toulouse, 2002.

Titre :

Apport de techniques de traitement du signal super et haute résolution à l'amélioration des performances du radar-chaussée

Mots-clés :

Contrôle et Evaluation Non Destructif, radar impulsif, radar à sauts de fréquence, contrôle d'épaisseur, estimation de retard, analyse spectrale, résolution temporelle.

Résumé :

Dans le domaine du génie civil, l'auscultation de couches minces de chaussée (de l'ordre de 2 cm d'épaisseur) est mal résolue par les techniques radar de Contrôle Non Destructif. Dans ce contexte, cette thèse a pour objectif d'améliorer, d'un facteur 3 à 6, la résolution temporelle des radars actuels par des techniques de traitement du signal dites *super* et *haute résolution*.

Dans un premier temps, les méthodes super et haute résolution les plus connues de la littérature (LSMYW, MUSIC, ESPRIT, Min-Norm) sont évaluées à partir de signaux simulés. Les résultats montrent les variations de l'erreur quadratique moyenne sur l'épaisseur estimée de chaussée, en fonction du rapport signal sur bruit et du retard différentiel entre échos. Un critère de précision sur la mesure d'épaisseur permet de déduire la limite de résolution temporelle de chacun des algorithmes. Pour des échos fortement ou totalement corrélés, on propose une optimisation du paramétrage de la technique de moyennage en sous-bande de fréquences. Quel que soit le niveau de corrélation, la limite de résolution temporelle obtenue permet de montrer la faisabilité de l'application.

Dans un second temps, le document se focalise sur l'amélioration de techniques haute résolution de complexité calculatoire plus réduite. Tout d'abord, une version généralisée de l'algorithme ESPRIT (G-ESPRIT) est proposée, pour tenir compte de la forme de l'impulsion radar et des caractéristiques d'un bruit quelconque. Ensuite, deux méthodes linéaires à sous-espaces (OPM et SWEDE) sont introduites. Une version polynomiale d'OPM (root-OPM) permettant d'accélérer la recherche des retards de propagation est proposée. La méthode SWEDE est transposée à l'estimation de retards ; une nouvelle procédure de blanchiment permettant d'améliorer ses performances est également suggérée (FBD-SWEDE). Puis, de nouveaux algorithmes sont développés, combinant les avantages calculatoires des algorithmes SWEDE et ESPRIT (ESPRITWED, AV-ESPRITWED, G-ESPRITWED). Enfin, les méthodes de traitement présentées dans ce document sont expérimentées sur des signaux d'un radar impulsif et à sauts de fréquence, mesurés sur un «milieu-modèle» monocouche et bicouche. La mise en oeuvre des algorithmes est détaillée. Les résultats permettent d'une part de valider les résultats théoriques et de montrer la faisabilité de la mesure de couches minces de chaussée à l'aide d'un radar de 2 GHz de largeur de bande.

Discipline : Électronique et Génie Électrique