



HAL
open science

Modélisation des architectures à renforcement tridimensionnel dans les structures composites

Manh Hung Ha

► **To cite this version:**

Manh Hung Ha. Modélisation des architectures à renforcement tridimensionnel dans les structures composites. Autre. Université de Technologie de Compiègne, 2013. Français. NNT : 2013COMP2131 . tel-00975259

HAL Id: tel-00975259

<https://theses.hal.science/tel-00975259>

Submitted on 8 Apr 2014

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Université de Technologie de Compiègne
Laboratoire de Mécanique Roberval - UMR 7337

THÈSE

Présentée et soutenue publiquement le **19 décembre 2013**

pour l'obtention du

DOCTEUR DE L'UNIVERSITE DE TECHNOLOGIE DE COMPIEGNE

Discipline : Mécanique Avancée MA

par

Manh Hung HA

Modélisation des architectures à renforcement tridimensionnel dans les structures composites

Membres du jury :

Président:	OUAHSINE Abdellatif	Professeur, Université de Technologie de Compiègne
Rapporteurs:	BERGHEAU Jean-Michel	Professeur, Ecole Nationale d'Ingénieurs de Saint-Etienne
	IMAD Abdellatif	Professeur, Polytech' Lille
Examineurs:	HELLO Gaëtan	MCF, Université d'Evry Val d'Essonne
Directeurs :	RASSINEUX Alain	Professeur, Université de Technologie de Compiègne
	CAUVIN Ludovic	MCF, Université de Technologie de Compiègne
Invité:	ABOURA Zoheir	Professeur, Université de Technologie de Compiègne

Remerciements

Cette thèse a été menée au laboratoire Roberval-UMR CNRS/UTC 7337 de l'Université de Technologie de Compiègne.

Je désire exprimer, en tout premier lieu ma profonde reconnaissance et mes sincères à mon directeur de thèse : **Alain Rassinoux**. Je tiens à remercier pour le temps, les conseils précieux et la confiance qu'il a pu m'offrir durant cette thèse. Je remercie également mon co-directeur de thèse **Ludovic Cauvin**, il a été toujours disponible pour résoudre mes problèmes et me donner de bons conseils.

J'adresse de vifs remerciements au Professeur **Abdellatif Ouahsine** qui a accepté de présider le jury de thèse ainsi qu'aux Professeurs **Jean-Michel Bergheau** de l'Ecole Nationale d'Ingénieurs de Saint-Etienne et **Abdellatif Imad** de Polytech' Lille d'avoir accepté la lourde charge d'être les rapporteurs de ce travail. Je tiens à remercier **Gaëtan Hello**, maître de conférences à l'Université d'Evry Val d'Essonne d'avoir accepté de faire partie de mon jury de thèse. Je souhaite également remercier Professeur **Zoheir Aboura** de me fournir les bons documents et de m'avoir soutenu durant mon doctorat.

Je voudrais remercier Professeur **Jean-Marc Roelandt**, directeur du Laboratoire Roberval de l'Université de Technologie de Compiègne durant mon doctorat, ils m'ont accueilli et offert des conditions de travail particulièrement appréciables. Je remercie également aux tous les thésards et les membres du laboratoire Roberval pour la bonne ambiance qu'ils maintiennent au sein du groupe.

Finalement je dédie ma thèse à mes parents, ma mère, mon père, mon épouse Thanh Ha, mes deux petites sœurs qui sont toujours à côté de moi, qui m'a encouragé durant toute la période de mes études. Tout en les remerciant pour leur soutien inconditionnel qu'ils m'ont accordé durant ces longues années.

Modélisation des architectures à renforcement tridimensionnel dans les structures composites

Résumé

Ces travaux se placent dans le cadre de l'étude des propriétés mécaniques des architectures à renforcement tridimensionnel dans les structures composites, étude menées à l'Université de Technologie de Compiègne [1] [2]. Nous proposons une approche permettant de caractériser les propriétés mécaniques de structures composites tissés interlock et en particulier de résoudre les problèmes liés à la création de ces géométries complexes et leur discrétisation.

En effet, une des difficultés des approches méso-macro réside dans la manière de reproduire de façon fidèle la géométrie de ces architectures aux formes très complexes et d'obtenir en particulier un Volume Élémentaire Représentatif (VER) duquel on peut déduire par calcul éléments finis les propriétés mécaniques par homogénéisation. L'objectif est de disposer d'une méthodologie permettant de caractériser puis d'optimiser les propriétés mécaniques d'une large gamme de tissages noyés dans de la résine. Les composites tissés étudiés sont les composites 3D interlock. Le croisement des mèches de chaîne et des mèches de trame dans les trois directions autorise un nombre important d'architecture et donc peut conférer au composite résultant un potentiel structural élevé.

En revanche, cette pluralité des formes engendre des difficultés de mise en œuvre essentiellement géométriques et des difficultés de maillage bien connues : interpénétration et contact des mèches, maillage de fines couches de résines aux interfaces, détermination en tout point de l'orientation des fibres. Pour traiter ces problèmes par éléments finis, une discrétisation par voxels [3] [4] apporte une solution souple mais n'offre qu'une approximation sommaire de la géométrie. Les autres approches [5] reposent sur la gestion du contact par des modèles spécifiques (multifill [6]), des modèles géométriques limitant les intersections [7] ou encore sur des outils de corrections des interpénétrations [8].

Nous proposons une approche qui consiste à créer un modèle géométrique des mèches limitant ou contrôlant les intersections et les contacts, à définir un VER périodique et à mailler ce VER en tétraèdres avec des maillages conformes aux interfaces. Une fois le modèle maillé obtenu et les conditions de périodicités définies, les propriétés mécaniques effectives sont obtenues par homogénéisation. Les calculs par éléments finis sont réalisés avec le logiciel ABAQUS. Les tissages complexes ont été traités automatiquement avec cette technique. Les résultats sont confrontés à ceux d'autre modélisation, issus de la littérature [9], [10], [11] et avec l'expérimentale [1].

Mots clés : Simulation numérique, Eléments Finis, composites, maillage, homogénéisation

Architectures modeling for three-dimensional reinforcement in the composite structures

Abstract

The work proposed here is devoted to the prediction and the characterization of the mechanical behavior of interlock woven composite structures conducted at the University of Technology of Compiègne [1] [2]. We propose an approach to characterize the mechanical properties of interlock woven composite structures and particularly to solve the problems associated with the creation of these complex geometries and their discretization into a conform mesh.

In fact, one of the difficulties of this meso-macro approach is to reproduce faithfully the geometry of these architectures with complex shapes and to obtain a Representative Volume Element (RVE). Once this complex step is achieved, the mechanical properties of the composite can be thereafter obtained by homogenization from a finite element analysis. Our aim is to develop a robust methodology to predict and to optimize the mechanical properties of a wide range of weaves embedded in resin. Woven composites studied are 2.5D interlock composite. The crossing weft yarns and warp yarns in three directions authorizes an important number of architectures and can provide to the resulting composite a high structural potential.

The difficulties to generate a RVE of such structures are well known: interpenetration and contacts between yarns, meshing of thin resin layers at interfaces, determination of the orientation of the fibers at all points of the structure. To address these problems with a finite element analysis, a discretization by voxels [3] [4] may provide a flexible solution but only offers a rough approximation of geometry. Other approaches have been proposed [5] based on the management of contact by specific models such as Multifill [6] or on the use of geometric models which reduce the number of intersections [7] or even correct the interpenetrations [8].

We propose an approach which consists of creating a geometric model of the yarns limiting or controlling the intersections and the contacts, defining a periodic RVE, meshing this RVE by tetrahedral with compatible meshes at the interfaces. Once the model is meshed and the symmetry conditions are defined, the properties are obtained by homogenization. The finite element calculations are performed on the ABAQUS software. Complex weaves can be automatically processed with this technique. The results are compared whit other modeling from the literature [9], [10], [11] and with experimental data [1].

Keywords: Numerical simulation, Finite Elements, composites, mesh, homogenization.

Liste des publications

Liste des conférences internationales:

M-H. Ha, L. Cauvin, A. Rassinoux, “Simulation of the mechanical behavior of a three dimensional composite”, *The 19th International Conference on Composite Materials*, Montréal, Canada, July 28 - August 2, 2013, pp 969-976.

M-H. Ha, L. Cauvin, A. Rassinoux, “A mesh generation technique dedicated to woven composite structures”, *TexComp-11*, Leuven, Belgium, 19-20 September, 2013.

Colloque National :

M-H. Ha, L. Cauvin, A. Rassinoux, “Simulation du comportement mécanique d’un composite à architecture tridimensionnelle”, *11e Colloque National en Calcul des Structures*, Giens, Var, 13-17 Mai 2013.

Table des Matières

RESUME	1
ABSTRACT.....	2
LISTE DES PUBLICATIONS.....	3
TABLE DES MATIERES.....	4
LISTE DES FIGURES	7
LISTE DES TABLEAUX.....	12
INTRODUCTION GENERALE	14
OBJECTIFS DE LA THESE.....	15
CHAPITRE 1: GENERALITES SUR LES COMPOSITES TEXTILES.....	17
I.1. Matériaux composites	17
I.2. Les composites textiles	22
I.3. Composites tissés 2D	23
I.4. Composites tissés 3D	24
I.4.1. Architecture des tissages angle Interlock.....	25
I.4.1.1. Tissages angle Interlock 3D	25
I.4.1.2. Tissages angle Interlock 2.5D	26
I.4.1.3. Tissage Interlock orthogonal.....	30
I.4.2. Modélisation Géométrique pour divers types d'Interlock 2.5D	32
I.4.2.1. Tisseur 1	32
I.4.2.2. Tisseur 2	35
I.4.2.3. Tisseur 3	38
I.4.2.4. Tisseur 4.....	39
I.5. Conclusion.....	41
CHAPITRE 2: L'HOMOGENEISATION.....	43
II.1. Théorie de l'homogénéisation	43
II.1.1. Volume élémentaire représentatif.....	44
II.1.2. Moyenne des champs locaux.....	45
II.1.3. Méthodologie de l'homogénéisation	46
II.1.4. Homogénéisation des milieux linéaires élastiques	46
II.1.4.1. L'étape de représentation.....	47
II.1.4.2. L'étape de localisation	47
II.1.4.3. L'étape d'homogénéisation.....	50
II.1.5. Conditions aux limites en déplacements et contraintes.....	52

II.1.5.1. Conditions aux limites en déplacements.....	52
II.1.5.2. Conditions aux limites en contraintes.....	52
II.1.6. Condition aux limites périodiques au contour.....	53
II.1.6.1. Approche en contraintes.....	53
II.1.6.2. Approche en déformations.....	54
II.1.7. Quelques éléments théoriques sur l'utilisation de techniques d'homogénéisation dans le cas d'interlock :.....	54
II.2. Modélisation géométrique et mécanique de l'Interlock.....	55
II.2.1. Section des mèches.....	58
II.2.2. La courbe des mèches.....	58
II.2.3. Modélisation mécanique et logiciels de modélisations textile et mécanique.....	64
II.2.4. Les Difficultés de modélisation : intersection et contact entre fibres.....	68
II.2.4.1. Les types d'interpénétration:.....	68
II.2.4.2. Méthode 1 pour la résolution du problème de l'intersection [65]:.....	69
II.2.4.3. Méthode 2 pour la résolution du problème de l'intersection [8]:.....	71
II.2.4.4. Nouvelle méthode proposée pour la résolution des problèmes d'intersection, d'interpénétration.....	72
II.3. Conclusion.....	73
CHAPITRE 3: MODELES ÉLEMENT FINIS DE COMPOSITES 3D INTERLOCK..	75
III.1. Objectifs.....	75
III.2. Définition de la géométrie.....	76
III.2.1. Schématiquement la géométrie peut être donnée.....	76
III.2.2. Hypothèses.....	77
III.3. Détection des contacts et intersections.....	82
III.4. Le maillage.....	84
III.4.1. Les difficultés.....	84
III.4.2. La méthode.....	86
III.4.3. Adaptation du maillage au niveau des intersections par une technique de grille d'arbres quaternaires.....	87
III.5. Création d'une surface d'intersection commune.....	94
III.6. Relimitation des mèche en vue de la création du VER.....	95
III.7. Maillage de la frontière du VER.....	98
III.8. Maillage volumique.....	100
III.9. Détermination de l'orientation des fibres.....	101
III.10. Conclusion et quelques perspectives.....	105

CHAPITRE 4: MODELISATION NUMERIQUE DE COMPOSITES 3D INTERLOCK - OBTENTION DES PROPRIETES HOMOGENEISEES DE COMPOSITES INTERLOCKS	107
IV.1. Géométrie et Maillage du VER de l'Interlock 2.5D	108
IV.2. Fichier de données pour calcul par éléments finis.....	113
IV.3. Méthodologie numérique	114
IV.3.1. Les tenseurs effectifs des modules d'élasticité C et de souplesse S	115
IV.3.2. Conditions aux limites périodiques.....	118
IV.3.2.1. Essai de traction suivant x	118
IV.3.2.2. Cisaillement dans le plan xy.....	119
IV.3.3. Obtention des propriétés homogénéisées du composite interlock	120
IV.3.3.1. Propriétés mécaniques des constituants du VER:	120
IV.3.3.2. Loi de comportement.....	121
IV.3.3.3. Essai de traction.....	121
IV.3.3.4. Essai de cisaillement	122
IV.3.3.5. Résultats	123
IV.3.3.6. Discussions.....	126
IV.4. Influence de la fonction d'interpolation sur les propriétés homogénéisées.....	127
IV.4.1. Essai de traction suivant x	128
IV.4.2. Cisaillement suivant xy.....	129
IV.4.3. Résultats et discussions.....	130
IV.4.4. Interprétations des résultats	131
IV.5. Influence des propriétés matériaux sur le comportement macroscopique du tissé simulé	132
IV.5.1. Influence de la fraction volumique des fibres de carbone	132
IV.5.2. Influence du module E_{11}^f des fibres de carbone.....	135
IV.5.3. Influence du module E_{22}^f des fibres de carbone.....	137
IV.5.4. Influence du module de cisaillement G_{12}^f des fibres de carbone	139
IV.5.5. Influence du coefficient de Poison ν_{12}^f des fibres de carbone.....	141
IV.5.6. Influence du coefficient de Poison ν_{23}^f des fibres de carbone.....	143
IV.5.6.1. Influence du coefficient de Poison ν_{23}^f dans la plage de 0,03 à 0,06.....	143
IV.5.6.2. Influence du coefficient de Poison ν_{23}^f dans la grande plage 0,03 à 0,3	145
IV.6. Conclusion	147
CONCLUSION GENERALE ET PERSPECTIVE.....	149
BIBLIOGRAPHIE.....	151

Liste des Figures

Figure I. 1 – Colonne en béton armé et armature d’acier de la planche	18
Figure I. 2 - Principales pièces composites introduites sur les avions militaires [16].....	19
Figure I. 3 - Composants en composite de l’Airbus A380 [Airbus].....	20
Figure I. 4 - Composants en composite du Boeing 777 [Boeing].....	20
Figure I. 5 – Introduction des pièces composites de structure sur avions Airbus [16].....	21
Figure I. 6 - Structure centrale monotube de satellite en composite.....	21
Figure I. 7 - Les types des composites textiles	22
Figure I. 8 - Structure d'un composite tissé : mèches, fibres et matrice	23
Figure I. 9 - Schéma du tissage [17]	23
Figure I. 10 - Quelques types de tissés 2D.....	24
Figure I. 11 - Tissage angle Interlock 3D [18] [19].....	25
Figure I. 12 - Tissage polaire, Adanur et Liao (1998) [19].....	26
Figure I. 13 - Tissage angle couche - couche, 2.5D.....	26
Figure I. 14 - Tissage angle couche à couche, 2.5D	27
Figure I. 15 - Différents tisseurs Interlock 2,5D [1]	27
Figure I. 16 – Scanners de la section longitudinale de l'Interlock 2.5D type H2 [1].....	28
Figure I. 17 - Vue de dessus du tisseur 1	28
Figure I. 18 - Architecture du tisseur 2. [1]	29
Figure I. 19 - Section longitudinale macroscopique du Tisseur 3. [1].....	29
Figure I. 20 - Vue de dessus du tisseur 3. [1]	29
Figure I. 21 - Architecture du tisseur 4. [1]	30
Figure I. 22 - Quelques motifs de tissage orthogonal 3D [20].....	31
Figure I. 23 - Quelques motifs de tissage Interlock orthogonal. [1].....	31
Figure I. 24 - Section longitudinale de l’interlock 2.5 D type 1.	32
Figure I. 25 – Dimension (mm) du VER d’un tisseur de type 1	33
Figure I. 26 - Analyse de l’architecture du tisseur 1.....	34
Figure I. 27 - Différents plans de la section longitudinale du tisseur 2	36
Figure I. 28 - Dimensions et architecture du VER du tisseur 2 [10]	36
Figure I. 29 - Architecture et schématisation du plan du VER du tisseur 2	37
Figure I. 30 - Sections longitudinales de l’interlock 2.5 D de type 3. [1].....	38
Figure I. 31 - Sections longitudinales dans l’épaisseur du tisseur 4. [1]	39
Figure I. 32 – Dimensions (mm) et architecture du VER du tisseur 4 dans la section	

longitudinale	40
Figure I. 33 - Dimensions (mm) et architecture du VER du tisseur 4 en vue de dessus	40
Figure II. 1 - Schéma de la séparation des échelles	44
Figure II. 2 - VER d'un matériau hétérogène	45
Figure II. 3 - Condition de contraintes homogènes au contour.....	48
Figure II. 4 - Condition de déformation homogènes au contour.....	49
Figure II. 5 - Approche en déformation	52
Figure II. 6 - Approche en contrainte.....	53
Figure II. 7 - Modélisation et homogénéisation du comportement du matériau considéré	55
Figure II. 8 - Différentes échelles d'un renfort tissé [34].....	56
Figure II. 9 - Modélisation de la section des mèches lenticulaires	58
Figure II. 10 - Représentation d'une mèche de chaîne par des segments droits [18].....	59
Figure II. 11 - Modèle géométrique des mèches et transformation en volumes du modèle solide [8]	61
Figure II. 12-observations microscopiques et modélisation de la section des mèches [1]	62
Figure II. 13 - création d'une mèche chaîne [33].....	62
Figure II. 14 - maillage du VER (coïncidence des nœuds) [33]	63
Figure II. 15 – Méthode de raffinement de maillage des mèches.....	63
Figure II. 16 - Définition d'une section pour éviter la pénétration des mèches [32]	66
Figure II. 17 - Philosophie globale du logiciel TexGen (Université Nottingham)	67
Figure II. 18 - Structure serrée orthogonale avec des mèches à plat [8].....	68
Figure II. 19 - Intersections non-orthogonale des mèches à plat [8]	69
Figure II. 20 - L'entrelacement serré des mèches [8]	69
Figure II. 21 - G1151 à l'étape 1[65]	70
Figure II. 22 - Suppression de l'interférence sur une mèche de G1151	70
Figure II. 23- Cellule élémentaire de G1151	70
Figure II. 24 - Algorithme de correction automatique de la forme de mèche (MeshTex):.....	71
Figure II. 25 - Intersection entre les mèches.....	72
Figure III. 1 - Sens chaîne et trame.....	76
Figure III. 2 - a. Réseau de trames 3x6. b. Chemins des mèches de chaînes dans une trame "classique".....	78
Figure III. 3 - a. Réseau de trames 3x6 avec décalage. b. Chemins des mèches de chaînes dans une trame décalée.....	78
Figure III. 4. Mèches de trame : extrusion à base elliptique.....	78

Figure III. 5. Courbe guide des mèches de chaîne	79
Figure III. 6. Section elliptique des mèches.....	80
Figure III. 7. Définition des mèches de chaînes par tronçon	80
Figure III. 8. Construction de parcours de mèche de chaîne	81
Figure III. 9 - Détection des intersections.....	83
Figure III. 10 - Gestion de l'espace inter-mèche au niveau des contacts.	84
Figure III. 11 - Découpage du quart de l'ellipse en 2^{ndec} segments avec $ndec=1$ et $ndec=2$	86
Figure III. 12 - Maillage dans l'espace des paramètres.....	87
Figure III. 13 - Arbre quaternaire.	88
Figure III. 14 - Position de la frontière de la zone de contact en fonction du statut des points	88
Figure III. 15 - Vue du maillage suivant la direction e_3 . Découpage en fonction de la proximité des faces inférieures et supérieures du VER.	89
Figure III. 16 - (a) Grille d'arbres quaternaires 3D. Zones de contact et zones de proximité aux faces du VER ; (b) lissage des frontières de la zone de contact.	89
Figure III. 17 - Surface maître et esclave.....	90
Figure III. 18 - Vue des zones de contacts.....	90
Figure III. 19 - Maillage conforme aux interfaces entre mèches de chaîne et mèches de trame	91
Figure III. 20 - Zones de contact entre mèche. La zone de contact entre les 2 mèches est numérotée 1.....	92
Figure III. 21 - Conformité du maillage à l'interface. Représentation de la zone de contact à l'identique sur les surfaces maître et esclave	92
Figure III. 22 - Projection des contours - conformité du maillage.....	93
Figure III. 23 - Maillage conforme au l'interface des mèches.....	93
Figure III. 24 - Détermination de la surface moyenne (S_m)(mid-surface) entre l'ellipse de trame (E) et la chaîne (C).....	94
Figure III. 25 - Gestion des interpénétrations. a. intersection. b. Projection sur une surface maître. c. Projection sur une surface moyenne. d. Trame déformée du réseau	94
Figure III. 26 - Relimitations du VER dans les directions x_1 et x_2	96
Figure III. 27 - Relimitations du VER dans l'espace des paramètres.....	96
Figure III. 28 - Relimitation du VER suivant la direction x_3	97
Figure III. 29 - Relimitation des mèches du VER (cas test H2).	97
Figure III. 30 - Maillage des frontières de VER (cas test H2).....	98
Figure III. 31 - Maillage de la frontière du VER des quelques exemples	99

Figure III. 32 - Maillage de la résine.	100
Figure III. 33 - Cas test H2. Maillage de la résine.	101
Figure III. 34 - Orientation des fibres. Détermination du nombre de matériaux.	101
Figure III. 35 - L'orientation de l'ensemble des matériaux.	102
Figure III. 36 - Orientation des fibres. Fibres correspondant à $\theta=0$. Cas test H2.	102
Figure III. 37 - Orientation des fibres. Fibres correspondant à $\theta=0$	103
Figure III. 38 - Orientation des fibres sur une face du VER de normale x_1 (cas test H2)	103
Figure III. 39 - Orientation des mèches	104
Figure III. 40 - Orientation des mèches compte tenu des formes extrêmement complexes ...	104
Figure IV. 1 - Observations microscopiques des sections longitudinales [1] et sections dans les plan (YZ) et (XY) des VER des Interlocks H2 et 69	108
Figure IV. 2 - Maillage du VER du composite Interlock H2.	109
Figure IV. 3 - Maillage des mèches de chaîne et de trame du VER de l'Interlock H2	110
Figure IV. 4 – Maillage de la résine du VER d l'Interlock H2.	110
Figure IV. 5 – Maillage du VER du composite Interlock 69.	110
Figure IV. 6 - Maillage des mèches de chaîne et de trame du VER de l'Interlock 69	111
Figure IV. 7 – Maillage de la résine du VER de l'Interlock 69.	111
Figure IV. 8 - Définition des repères permettant la définition des propriétés mécaniques des mèches du VER.	112
Figure IV. 9 – Carte graphique des propriétés matériaux équivalente au degré près dans VER de l'Interlock H2	112
Figure IV. 10 – Carte graphique des propriétés matériaux équivalente au degré près dans VER de l'Interlock 69	113
Figure IV. 11 - Définition des faces du VER.	114
Figure IV. 12 – Contraintes de von-Mises dans le VER de l'Interlock H2 (Traction suivant x)	125
Figure IV. 13 – Contraintes de von-Mises dans le VER de l'Interlock H2 (Traction suivant y)	125
Figure IV. 14 – Contraintes de von-Mises dans le VER de l'Interlock 69 (Traction suivant x)	125
Figure IV. 15 – Contraintes de von-Mises dans le VER de l'Interlock 69 (Traction suivant y)	125
Figure IV. 16 –Modélisation de Hallal <i>et al</i> [9], sans intersections et sans contacts entre les	

mèches du VER de l'Interlock H2	127
Figure IV. 17 – VER de l'Interlock H2 dans notre cas.....	127
Figure IV. 18 – Analyse de l'influence des paramètres d'entrée sur les propriétés homogénéisées	132
Figure IV. 19 – Modules élastiques E_x , E_y et E_z du VER en fonction de la fraction volumique de carbone par mèche.....	134
Figure IV. 20 – Régression linéaire pour les modules élastiques E_x , E_y et E_z du VER en fonction de la fraction volumique de carbone par mèche	135
Figure IV. 21 – Influence du module longitudinal des fibres E_{11}^f sur les modules homogénéisés E_x , E_y et E_z	137
Figure IV. 22 –Influence du module transversal des fibres E_{22}^f sur les modules d'élasticité E_x , E_y et E_z du VER	139
Figure IV. 23 – Influence du module de cisaillement G_{12}^f sur les modules élastiques E_x , E_y et E_z du VER	140
Figure IV. 24 – Influence du coefficient de Poisson ν_{12}^f sur les modules d'élasticité E_x , E_y et E_z du VER	142
Figure IV. 25 - Influence du coefficient de Poisson ν_{23}^f des fibres (dans la plage [0,03 ; 0,06]) sur les modules d'élasticité E_x , E_y et E_z du VER.....	144
Figure IV. 26 - Influence du coefficient de Poisson ν_{23}^f des fibres (dans la plage [0,03 ; 0,3])sur les modules d'élasticité E_x , E_y et E_z du VER	146

Liste des Tableaux

Tableau I. 1 - Paramètres géométriques du tisseur 1	33
Tableau I. 2 - Paramètres géométriques du tisseur 2	35
Tableau I. 3 - Paramètres géométriques du tisseur 3	38
Tableau I. 4 - Paramètres géométriques du tisseur 4	39
Tableau II. 1. Hiérarchie de la structure et modèles d'un composite textile	57
Tableau IV. 1: Propriétés géométriques du composites H2 et 69	109
Tableau IV. 2: Propriétés mécaniques de la résine	120
Tableau IV. 3: Propriétés mécaniques des fibres.....	120
Tableau IV. 4 : Comparaison des prédictions à celles obtenues par Hallal <i>et al.</i> pour l'interlock H2.....	126
Tableau IV. 5 : Comparaison des prédictions à celles obtenues par Hallal <i>et al.</i> pour l'interlock 69.....	126
Tableau IV. 6 : Propriétés mécaniques des mèches.....	128
Tableau IV. 7 : Comparaison des prédictions pour les fonctions d'interpolation quadratique et linéaire pour l'interlock H2.....	130
Tableau IV. 8 : Comparaison des prédictions pour les fonctions d'interpolation quadratique et linéaire pour l'interlock 69.....	130
Tableau IV. 9 : Comparaison avec les résultats obtenus dans la littérature pour l'interlock H2.	131
Tableau IV. 10 : Propriétés mécaniques des fibres de carbone (f) et de la résine Epoxy (m)	132
Tableau IV. 11 : Propriétés mécaniques des mèches pour l'analyse de l'influence de la fraction volumique des fibres de carbone dans les mèches	133
Tableau IV. 12 : Influence de la fraction volumique du carbone sur les modules E_x , E_y et E_z	133
Tableau IV. 13 : Influence de E_{11}^f sur les propriétés des mèches.....	136
Tableau IV. 14 : Influence du module longitudinal E_{11}^f sur les modules élastiques E_x , E_y et E_z du VER	136
Tableau IV. 15 : Propriétés des mèches en fonction de E_{22}^f	138
Tableau IV. 16 : Influence du module transversal E_{22}^f sur les modules élastiques E_x , E_y et E_z du VER.....	138
Tableau IV. 17 : Propriétés des mèches en fonction de de G_{12}^f	140
Tableau IV. 18 : Influence du module de cisaillement G_{12}^f sur les modules élastiques E_x , E_y	

et Ez du VER	140
Tableau IV. 19 : Propriétés des mèches en fonction de v_{12}^f	141
Tableau IV. 20 : Influence du coefficient de Poisson v_{12}^f sur les modules élastiques Ex, Ey et Ez du VER	142
Tableau IV. 21 : Propriétés des mèches en fonction de v_{23}^f (de 0,03 à 0,06)	143
Tableau IV. 22 : Influence du coefficient de Poisson v_{23}^f dans la plage [0,03 ; 0,06] sur les modules d'élasticité Ex, Ey et Ez du VER	144
Tableau IV. 23 : Propriétés des mèches en fonction de v_{23}^f (dans la plage [0,03 ; 0,3])	145
Tableau IV. 24 : Influence du coefficient de Poisson v_{23}^f (dans la plage [0,03 ; 0,3]) sur les modules d'élasticité Ex, Ey et Ez du VER	145

Introduction générale

L'intérêt des architectures à renforcement tridimensionnel (interlocks, cousus, orthogonaux 3D...) dans les structures composites n'est plus à démontrer. En effet elles permettent de réduire la sensibilité aux contraintes inter-laminaires, d'améliorer la tenue à l'impact et la tolérance à l'endommagement ainsi que les propriétés mécaniques hors plan et par conséquent d'ouvrir à ces matériaux composites le champ d'application des structures épaisses.

Dans le cas de ces architectures, la complexité réside dans la géométrie des formes, ainsi que dans la taille des volumes élémentaires représentatifs (VER) et dans les hétérogénéités locales.

Les approches Méso-Macro (de l'échelle de la mèche à celle du composite) pour la prédiction des propriétés mécaniques de ces matériaux trouvent alors tout leur intérêt puisqu'elles intègrent dans leur démarche la méso-structure du renfort des aspects non pris en compte dans les démarches macroscopiques phénoménologiques.

Néanmoins, l'un des grands verrous des approches méso-macro réside dans la manière de reproduire le plus fidèlement possible la géométrie complexe de ces architectures et les rendre utilisable dans le cas d'une approche numérique de type éléments finis. En effet si on peut raisonnablement estimer que les imperfections d'une modélisation de la géométrie n'ont que peu d'influence sur les propriétés élastiques homogénéisées, il n'en est pas de même pour les propriétés locales (états de déformations et de contraintes) sans parler des conséquences sur le comportement à l'endommagement.

Les travaux à mener doivent donc intégrer la complexité des architectures de renforcement en accord avec la réalité des techniques de tissages. Elles doivent notamment, par des approches numériques pertinentes, apporter des solutions à l'interpénétration des mèches, à une meilleure représentation des entrelacs et à une maîtrise des fractions volumiques des fibres.

Cette démarche numérique devra être paramétrable dans l'optique de produire des modèles utilisable dans le cadre d'un calcul éléments finis. Il sera ainsi possible d'offrir au concepteur la possibilité d'optimiser un type de tissage.

Il existe de nombreux types de tissage avec renfort qui ont apporté de réels progrès techniques. Celui qui nous concerne dans le cadre de nos travaux est l'Interlock qui est un type de structure particulier de composite tissé. Le comportement mécanique dépend fortement du tissage, autrement dit de la structure et ainsi l'accent dans ces travaux est mis sur la modélisation de ces structures complexes.

Objectifs de la thèse

Il s'agit de déterminer par une approche éléments finis les propriétés mécaniques d'un tissage noyé dans de la résine. L'objectif est de concevoir une méthodologie permettant d'obtenir rapidement et de façon robuste les propriétés mécaniques de divers tissages.

Très schématiquement, l'approche proposée consiste :

- à créer des modèles géométriques fidèles de la structure composite
- à définir un Volume élémentaire représentatif (VER)
- à mailler ces VER, une des difficultés principales
- à utiliser des techniques d'homogénéisation pour obtenir les propriétés mécaniques
- à confronter les résultats à l'expérience ou à des modèles issus de la littérature

Chapitre 1: Généralités sur les composites textiles

Chapitre 1: Généralités sur les composites textiles

I.1. Matériaux composites	17
I.2. Les composites textiles	22
I.3. Composites tissés 2D	23
I.4. Composites tissés 3D	24
I.4.1. Architecture des tissages angle Interlock.....	25
I.4.1.1. Tissage angle Interlock 3D.....	25
I.4.1.2. Tissage angle Interlock 2.5D.....	26
I.4.1.3. Tissage Interlock orthogonal.....	30
I.4.2. Modélisation Géométrique pour divers types d'Interlock 2.5D	32
I.4.2.1. Tisseur 1	32
I.4.2.2. Tisseur 2	35
I.4.2.3. Tisseur 3	38
I.4.2.4. Tisseur 4.....	39
I.5. Conclusion.....	41

L'objet de cette première partie est, dans un premier temps, de présenter les généralités sur les matériaux composites et composites textiles, de mettre en évidence leur spécificités, leur avantages et les inconvénients. La deuxième partie est consacrée à la présentation de l'architecture de divers types d'Interlock ainsi que leur modélisation géométrique, y compris la modélisation des mèches et le croisement des mèches de ces matériaux.

I.1. Matériaux composites

De manière générale, le mot 'composite' désigne « un assemblage constitué au minimum de deux matériaux qui ne fusionnent pas mais qui ont une forte capacité d'adhésion ». C'est l'assemblage de ces matériaux en une structure particulière qui donne aux composites leurs caractéristiques. Il existe évidemment plusieurs structures de matériaux composites. Ils sont généralement constitués de deux composants: un renfort et une matrice. Le renfort est une ossature qui assure une part importante de la tenue mécanique (rigidité et résistance) du composite. La matrice est une protection du renfort de l'environnement, afin de le maintenir dans sa position initiale, d'assurer la cohésion de la structure et le transfert de charges entre les renforts. Des additifs peuvent être ajoutés à ces deux composants principaux pour modifier l'aspect et les caractéristiques du matériau. La plupart des matériaux composites sont hétérogènes et anisotropes. Ils présentent un très bon rapport résistance/masse et ils sont également très légers. Ils sont donc de plus en plus appréciés dans les industries aéronautique, aérospatial et dans le génie civil.

Dans le domaine du génie civil, les matériaux composites sont utilisés depuis des millénaires. Le bois est le premier matériau composite naturel utilisé. Par la suite, le torchis a également été utilisé en construction pour ses propriétés d'isolation et son faible coût. Le béton armé est ensuite apparu en 1892 avec le brevet de François Hennebique. Ce matériau est un composite où le béton forme la matrice et de l'acier forme les renforts en fibres longues. L'acier donne les propriétés mécaniques en traction et le béton est un élément nécessaire pour la mise en forme et la transmission des propriétés mécaniques en compression. La matrice est également utilisée comme protecteur de l'acier. Le béton armé intervient dans la construction de la plupart des ouvrages : fondations, immeubles, réservoirs, silos, tours, ponts, composants de structures préfabriqués (pré-dalles, éléments de façade, poutres, escaliers, etc.). A titre d'exemple, la Figure I. 1 illustre une colonne en béton armé et l'armature d'acier de la planche.

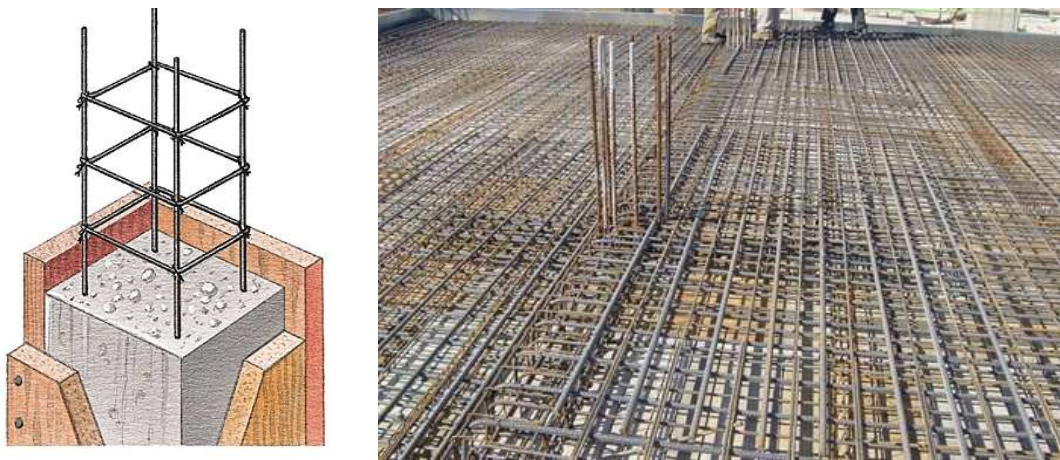


Figure I. 1 – Colonne en béton armé et armature d'acier de la planche

Aujourd'hui, la demande de la construction d'ouvrages d'art, de bâtiments plus légers et plus performants conduit à l'utilisation de plus en plus courante des fibres de carbone comme renforts de ces structures, dans le but de protéger ces structures des risques de destruction lors d'un tremblement de terre. Ce type de renforts a aussi l'avantage d'être pratiquement insensible à la corrosion dans des conditions climatiques particulières. D'autre part, dans les problèmes de réhabilitation, l'introduction de matériaux composites à base de fibres de carbone a été accéléré par les développements récents de techniques d'élaboration techniquement fiables et compétitives comparativement aux anciens procédés de renforcements à base d'acier [12], [13], [14]. L'intérêt de l'utilisation de fibres de carbone dans le génie civil se trouve essentiellement dans : sa faible densité, ses propriétés mécaniques longitudinales, l'absence de corrosion, sa très bonne tenue à la fatigue [15].

S'agissant d'assemblages de plusieurs matériaux, les composites peuvent avoir des applications très différents. C'est pourquoi en aéronautique, plusieurs types de composites sont utilisés, aucun ne pouvant présenter toutes les caractéristiques nécessaires à la réalisation de la structure entière d'un avion.

Dans l'aéronautique, les matériaux composites ont dans un premier temps été développés pour l'aviation militaire. Aujourd'hui ils se sont peu à peu étendus à l'aviation civile. Cependant ce n'est que le début des matériaux composites pour l'aviation civile car ils ne sont pas encore utilisés pour l'ensemble de la structure d'un avion.

Comparativement aux matériaux classiques, les composites présentent généralement certains avantages. Ils peuvent ainsi avoir une rigidité plus élevée, d'excellentes caractéristiques mécaniques et une bonne résistance à la fatigue et à la corrosion. De plus, ce type de matériaux ne favorise pas la propagation des fissures notamment lors des chocs et ils apportent également une grande souplesse au niveau de la conception. Sur un avion, on peut comparer la masse de deux pièces de formes identiques, sollicitées de la même manière mais matériaux différents : l'une faite d'un matériau métallique et l'autre en composite. La pièce en composite aura une masse inférieure de 20% à 30% à celle de la pièce métallique classique. Ce gain en masse étant non négligeable, les matériaux composites sont donc un bon moyen de réduire considérablement la masse totale des avions. Les avions consomment donc moins de carburant.

Pour illustrer quelques exemples de structures composites utilisés en aéronautique, on peut citer :

Dans le domaine des avions militaires, le développement des composites sur les avions militaires avait commencé dès 1966 (Figure I. 2) :

Appareil	Élément	Matériau	Date	Gain de masse (%)
F111	Défecteur d'air	Bore/résine	1966	24
F14	Empennage horizontal	Bore/résine	1970	19
F15	Empennage vertical	Bore/résine	1971	25
F15	Empennage horizontal	Bore/résine	1971	22
Mirage III	Gouvernail de direction	Carbone/résine	1975	20
Mirage F1	Empennage horizontal	Bore/résine	1976	15
Mirage F1	Aileron	Carbone/résine	1976	26
F16	Empennage horizontal	Carbone/résine	1976	≈ 20
F16	Empennage vertical	Carbone/résine	1976	≈ 20
Mirage 2000	Elevons	Carbone/résine	1977	≈ 20
Mirage 2000	Empennage vertical	Carbone/résine	1978	≈ 20
B1	Empennages	Bore-carbone/résine	1978	19
Mirage 4000	Empennage vertical	Carbone/résine	1978	≈ 20
F18	Revêtement voilure	Carbone/résine	1978	≈ 20
AV8B	Voilure	Carbone/résine	1978	≈ 20
Alpha jet	Empennage horizontal	Carbone/résine	1980	≈ 20
Rafale	Voilure et zone fuselage	Carbone/résine	1994	≈ 20
Eurofighter	Voilure et zone fuselage	Carbone/résine	1995	≈ 20

Figure I. 2 - Principales pièces composites introduites sur les avions militaires [16]

L'avion A380 de l'avionneur européen Airbus, dont une grande partie des pièces est en matériaux composites (Figure I. 3) dont certaines pièces dites primaire.

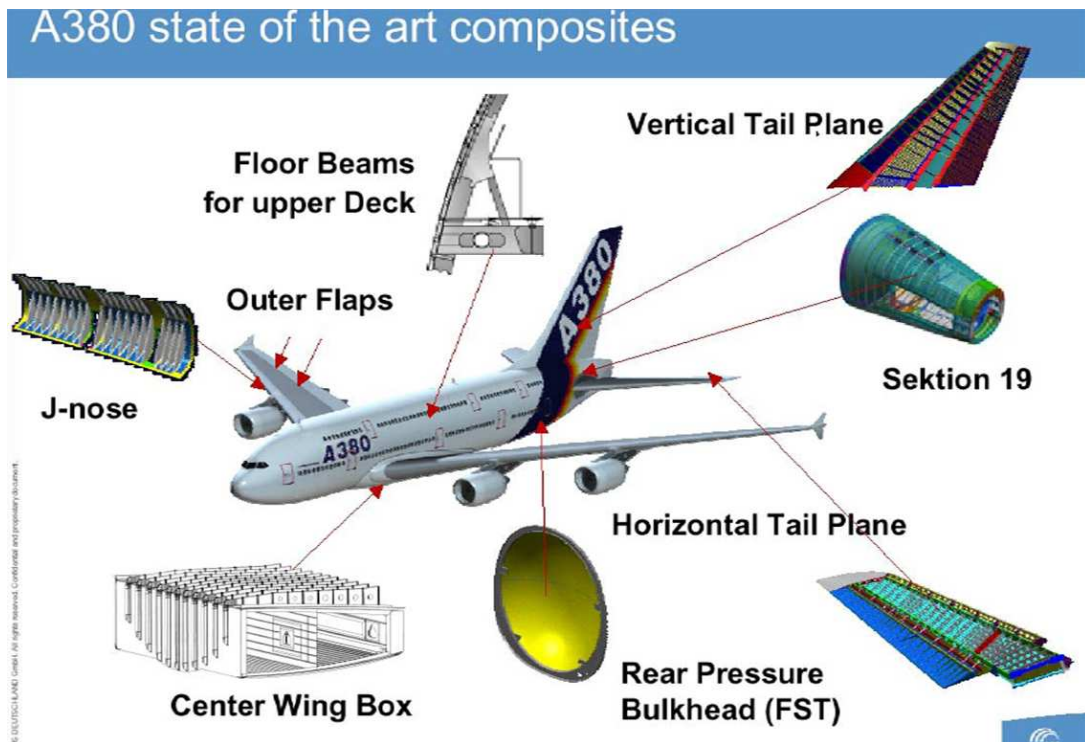


Figure I. 3 - Composants en composite de l'Airbus A380 [Airbus]

Nous présentons (Figure I. 4) une structure issue d'un 777 de l'avionneur Boeing détenant également un grand nombre de pièces en matériaux composites carbone/époxy Le 777 de qui présente

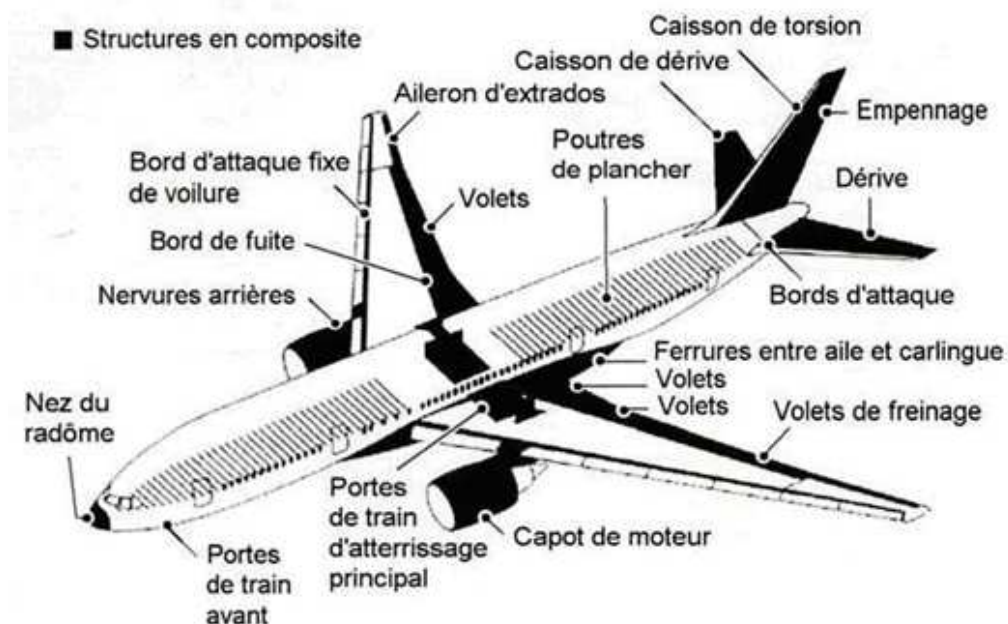


Figure I. 4 - Composants en composite du Boeing 777 [Boeing]

L'introduction de pièces composites sur les avions Airbus (Figure I. 5) :

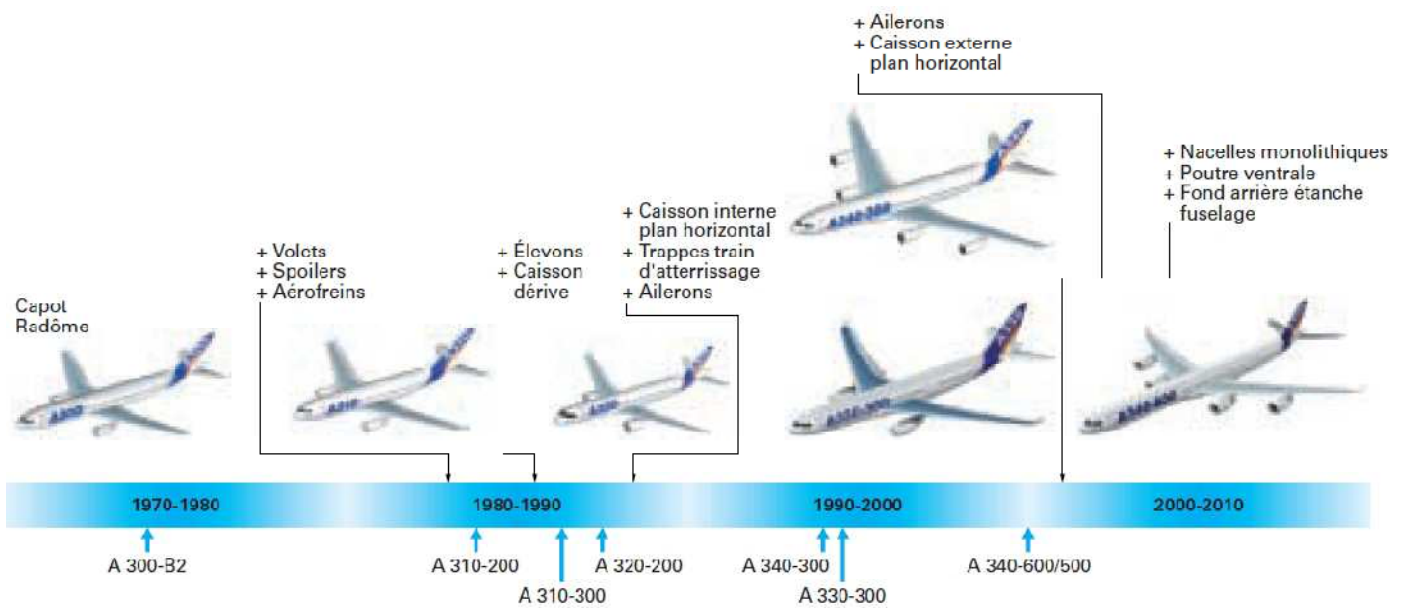


Figure I. 5 – Introduction des pièces composites de structure sur avions Airbus [16]

S'agissant de l'industrie aérospatiale, les premières pièces composites furent introduites sur des satellites (Figure I. 6) dans la fin des années 1970. En aérospatial, les composites couramment utilisés sont les résines époxy renforcées par des fibres de carbone à haut module. Des fibres de carbone classiques haute résistance sont également courantes.

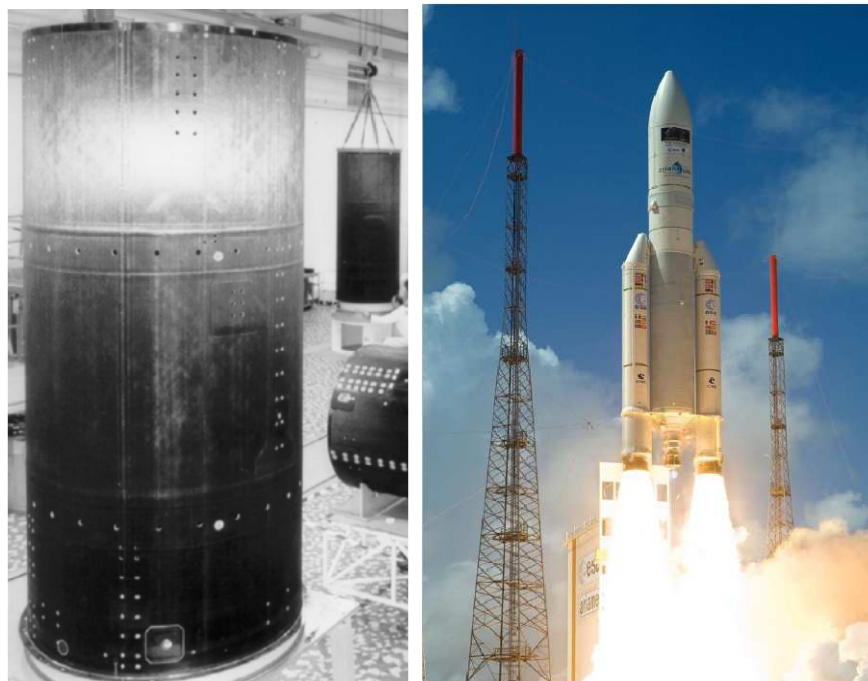


Figure I. 6 - Structure centrale monotube de satellite en composite

I.2. Les composites textiles

Les composites à renforts textiles sont une sous-classe de matériaux composites où le renforcement est un matériau textile constitué d'un réseau de fibres naturelles ou artificielles, généralement disposés en mèches ou fils. Ils sont largement utilisés dans l'industrie aérospatiale en raison de leur grande rigidité et résistance au rapport de poids. La réduction du poids, tout en répondant aux exigences structurelles, est d'une importance capitale afin de minimiser la consommation de carburant dans les avions. La nécessité de réduire la consommation de carburant pose deux problèmes: la réduction des coûts d'exploitation et l'impact environnemental. Ce n'est qu'un exemple d'utilisation de matériaux composites à renforts textiles dans l'industrie mais, peut être plus important. Les composites à renforts textiles ont donc été utilisés comme matériaux structurels depuis plusieurs décennies et ont connu une forte augmentation rapide de leur utilisation au cours des 15 dernières années.

Dans le cadre de cette étude, nous nous concentrons sur les généralités portant sur les composites à renfort textile, et sur les intérêts du tissage tridimensionnel comparativement au tissage bidimensionnel.

Très schématiquement, les composites textiles peuvent être classés grâce à l'arborescence suivante:

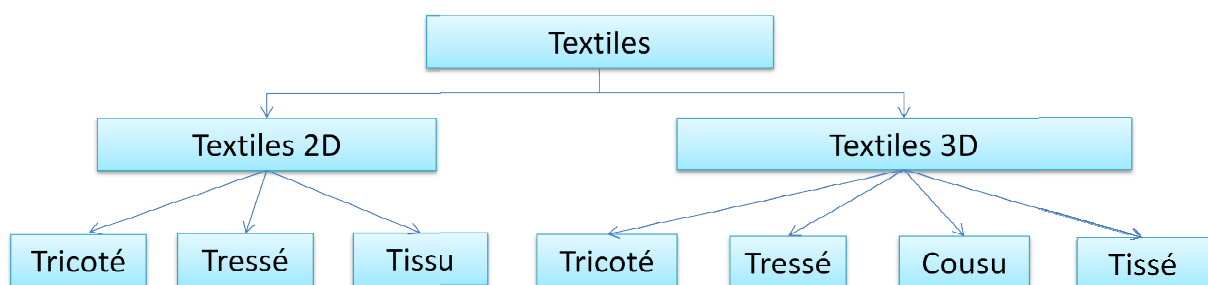


Figure I. 7 - Les types des composites textiles

Il y a deux types de préformes de composite textile: les bidimensionnelles et les tridimensionnelles.

Pour les composites textiles bidimensionnelles, les mèches sont continues, entremêlées, orientées au moins dans deux directions. De plus, elles sont également étendues dans le plan. Cette préforme a une épaisseur très petite par rapport aux dimensions du plan. Les principales préformes textiles bidimensionnelles sont : les tricotés, les tressés et les tissés.

Les préformes tridimensionnelles assurent le transfert d'effort dans les trois directions de l'espace. Les principales préformes textile à trois dimensions sont: les tricotés, les tressés, les cousus et les tissés. A chaque type de tissage correspond une machine de tissage et une technique de tissage particulière.

De nombreux types des composites à renforts textiles ont apporté de réels progrès techniques. Les résultats présentés dans cette thèse porteront sur les composites tissés 2D ainsi que sur les

tissés 3D. Différents types de structures peuvent être réalisées à l'aide de composites tissés (tissus). Dans ces structures tissées, les mèches (ou torons) sont alignées ou tressées, une mèche pouvant contenir des centaines ou des milliers de fibres. Ces mèches sont ensuite tissées selon des motifs plus ou moins compliqués. Une fois la mise en forme terminée, les matrices sont présentes à deux niveaux : au sein des mèches (entre les fibres) et au sein du composite tissé (entre les mèches). (Figure I. 8).

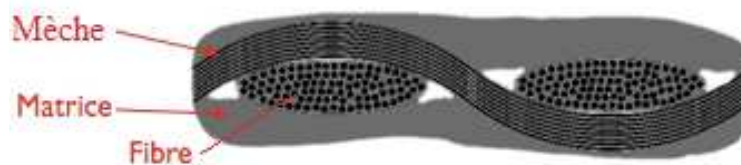


Figure I. 8 - Structure d'un composite tissé : mèches, fibres et matrice

I.3. Composites tissés 2D

Les tissus 2D sont des composites textiles utilisés depuis plusieurs années. Ils sont généralement constitués d'un l'assemblage calculé des deux systèmes des mèches : mèches de chaîne et mèches de trame (fils de chaîne et fils de trame). La théorie du tissage est simple : il s'agit de croiser des mèches. Les mèches disposées dans le sens de la longueur sont appelées mèches de chaîne et celles disposées dans le sens de la largeur, mèches de trame. Au cours de la fabrication, les mèches de chaîne sont toujours tendues et leur tension est régulièrement contrôlée par un ensemble de rouleaux. Les mèches de trame sont introduites dans la largeur par des systèmes d'insertion (Figure I. 9 [17]).

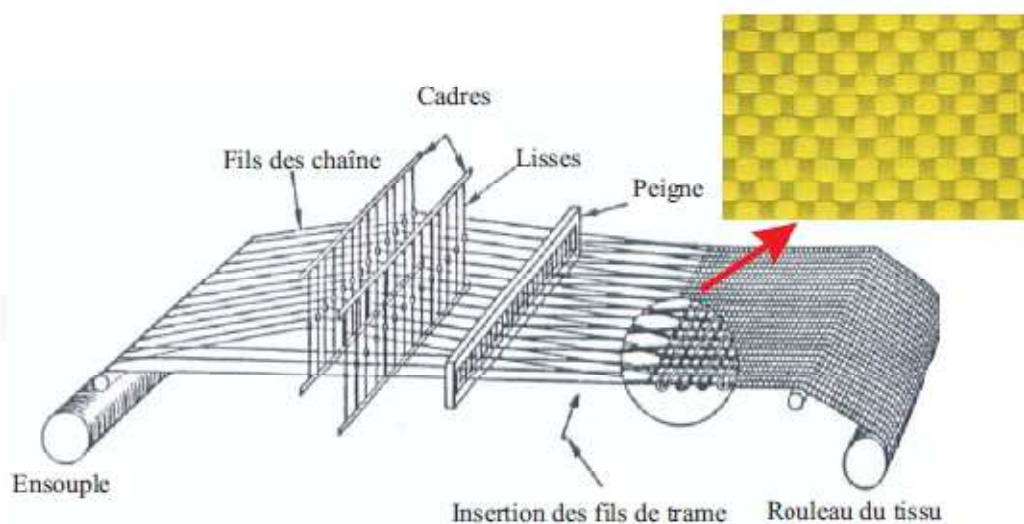


Figure I. 9 - Schéma du tissage [17]

Le tissage est réalisé périodiquement par entrelacement des mèches entre elles, dans les deux sens, constituant ainsi un seul pli de tissage. Les tissus sont simples à manœuvrer et sont délivrés

en préforme sous forme de rouleaux de tissus secs ou de plis pré-imprégnés. Trois principaux types de tissus 2D sont le taffetas, le sergé, et le satin, présentés dans la Figure I. 10 [1].

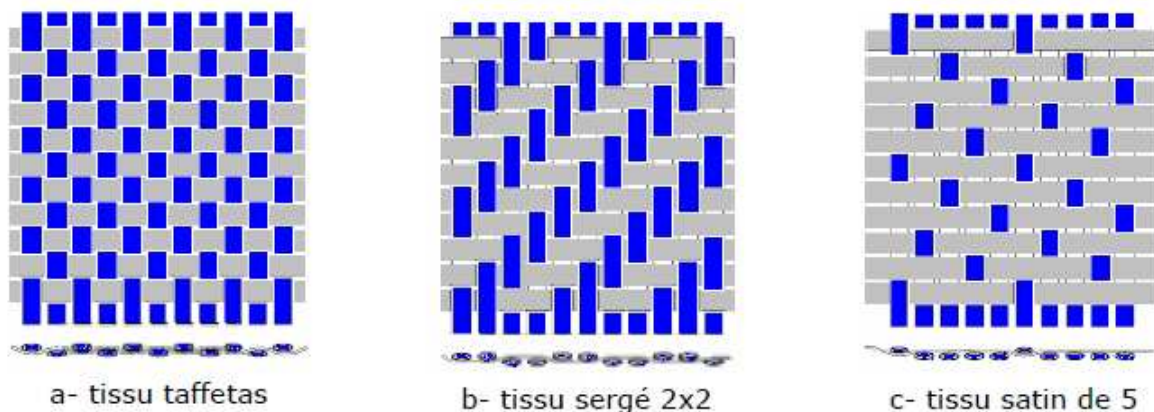


Figure I. 10 - Quelques types de tissés 2D

Taffetas : Le croisement des mèches forme un quadrillé dans le tissu. La mèche de trame passe successivement dessus et dessous une mèche de chaîne, en décalant d'une mèche sur chaque rangée.

Le sergé : Le croisement des mèches forme des lignes obliques dans le tissu. Dans ce tissu, la mèche de trame passe sur deux mèches de chaîne, puis sous deux, en décalant d'une mèche sur chaque rangée.

Satin : L'entrecroisement des mèches est très espacé, le Tissu satin de 5 forme une surface lisse et la mèche de trame passe sur quatre mèches de chaîne, puis sous une.

I.4. Composites tissés 3D

La différence entre tissés 2D et tissés 3D réside dans le fait que les tissés 3D présentent des mèches évoluant dans l'épaisseur de la structure. L'introduction de mèches dans des plans verticaux assure à la préforme une bonne résistance dans les trois directions cartésiennes.

Dans les structures 2D, les mèches sont placées dans un plan, l'épaisseur du tissé 2D est très petite par rapport aux autres dimensions. Ces tissés 2D constituent, en général, les couches des laminés. À la différence des structures tissés 2D, les tissés 3D ont une épaisseur non négligeable par rapport aux autres dimensions. Les tissés 3D peuvent par rapport aux tissés 2D présenter les avantages suivants :

- les mèches dans l'épaisseur permettent de maintenir les différentes couches du tissé ensemble de façon à atteindre une meilleure résistance balistique et un contrôle plus important de la délamination dans la structure ;
- une meilleure performance dans l'épaisseur en ajustant la quantité de mèches ;
- une meilleure efficacité contre les multi-impacts ;
- la possibilité de produire directement des structures complexes, ce qui a pour effet de réduire le coût et les manipulations de ces produits.

Les structures 3D peuvent également présenter une meilleure résistance à la compression et une zone de délaminage plus restreinte.

Les tisses 3D permettent de parer aux désavantages des préformes tissés 2D : faible module d'élasticité dans l'épaisseur et faible résistance au délaminage.

Pour les tissages 3D, on parle généralement de "angle Interlock", en référence à sa structure de tissage.

I.4.1. Architecture des tissages angle Interlock

Les tissages « angle Interlock » sont constitués d'une structure de plusieurs plans qui contiennent des mèches droites dirigées dans le sens chaîne et dans le sens trame. Ces plans sont reliés entre eux à travers des mèches tissées dans le sens chaîne. On distingue plusieurs types de tissage angle Interlock utilisés et fournis par des sociétés aéronautiques telles que SNECMA:

- le tissage angle Interlock 3D ;
- le tissage angle Interlock 2.5D ;
- le tissage orthogonal Interlock.

Cette partie sera consacrée à une présentation de chaque tissage en termes de motif architectural.

I.4.1.1. Tissages angle Interlock 3D

Le tissage angle interlock 3D est constitué de trois types de renfort : un dans la direction chaîne, un dans la direction trame et le troisième qui traverse l'épaisseur de surface en surface. Les troisièmes renforts ondulent à travers toutes les couches d'empilement de mèches dans le sens trame. Le tissage angle interlock 3D est connu sous le nom "*Through-Thickness Angle Interlock*" (Figure I. 11).

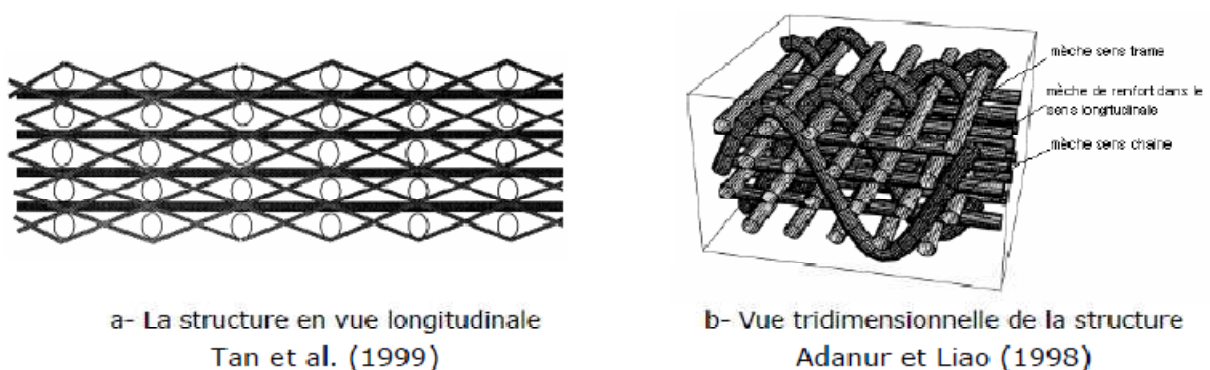


Figure I. 11 - Tissage angle Interlock 3D [18] [19]

Il existe d'autres types de tissages angle interlock 3D tel que, par exemple, le tissage à structure polaire. Ce type de tissage est constitué des mèches axiales, de mèches orientées selon la circonférence, et des mèches radiales (Figure I. 12) [1].

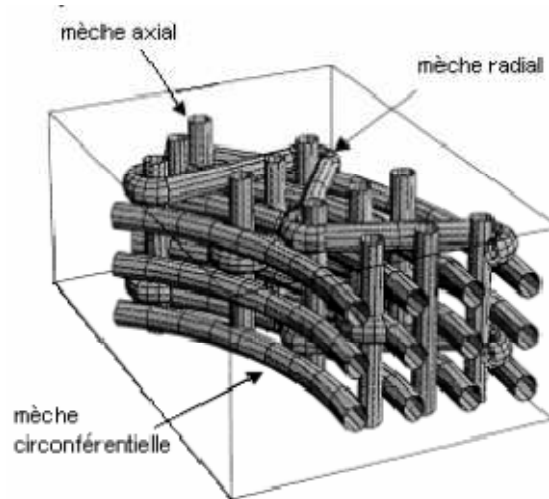


Figure I. 12 - Tissage polaire, Adanur et Liao (1998) [19]

1.4.1.2. Tissages angle Interlock 2.5D

Une préforme de tissage interlock 2.5D est réalisé à partir de deux types de renfort des mèches orientées selon les directions chaîne et trame. Les tisseurs d'angle interlock se différentient par le motif interne architectural généré pour concevoir la structure de la préforme. Nous citons ici deux familles de tissages angle Interlock 2.5D :

- Tissages angle couche - couche 2.5D ("Layer-Layer Angle Interlock")

Les mèches de chaîne ondulent comme on peut le voir sur la Figure I. 13, entre deux couches d'empilement de mèches de trame. C'est-à-dire qu'à chaque progression (nouvelle mèche de trame) dans la direction de chaîne, la mèche de chaîne monte ou descend d'une mèche de trame. Pour que l'on puisse parler de tissage angle couche - couche 2.5D, il faut que les mèches de chaîne montent ou descendent sur l'ensemble composite au moins de deux mèches de trame successivement.

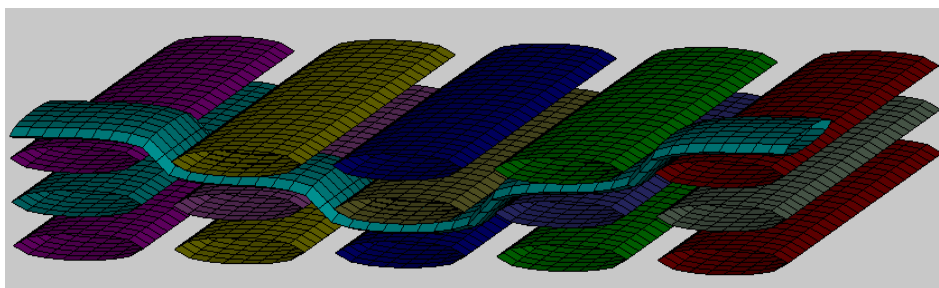


Figure I. 13 - Tissage angle couche - couche, 2.5D

- Tissages angle Interlock couche à couche, 2.5D ("Layer to Layer Angle Interlock")

Les mèches sens chaîne ondulent entre deux couches successives de mèches sens trame. La Figure I. 14 montre un tissage angle Interlock couche à couche, 2.5D.

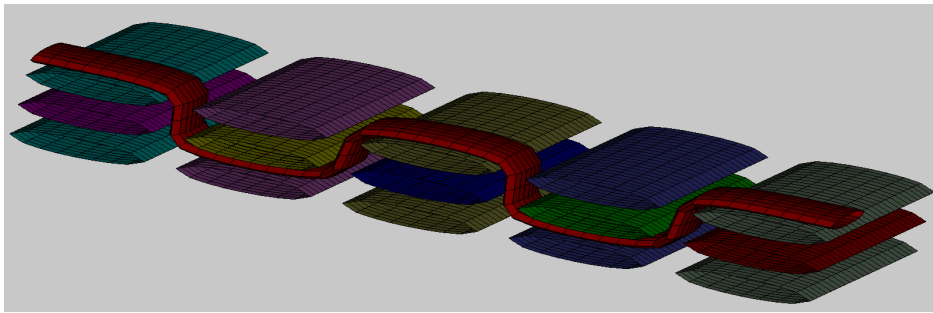


Figure I. 14 - Tissage angle couche à couche, 2.5D

Nous présentons également ici quatre tisseurs interlock 2,5D différents fournis par la société SNECMA Moteur aéronautique. Ces quatre tisseurs sont présentés Figure I. 15 [1]. Ils sont repartis en deux familles de tissages angle Interlock 2.5D selon leurs architectures et le nombre de mèches dans les sens trames et chaînes. On distingue 2 types, à savoir:

- Le type 1 : ce type de tisseur présente un décalage de deux plans verticaux entre les mèches de chaîne dans le sens des mèches de trame. Par la suite, nous appellerons ce type d'architecture, Tisseur 1;
- Le type 2 : ce type regroupe trois tisseurs Interlock dont les mèches de chaîne dans un plan vertical se décalent successivement par rapport aux mèches de trame dans la direction chaîne du tissage angle Interlock. On parlera donc pour le deuxième type nommé: Tisseur 2, Tisseur 3 et Tisseur 4. Le nombre de mèches de trame entre deux entrelacements successifs d'une mèche sens chaîne est respectivement de 3, 2 et 1.

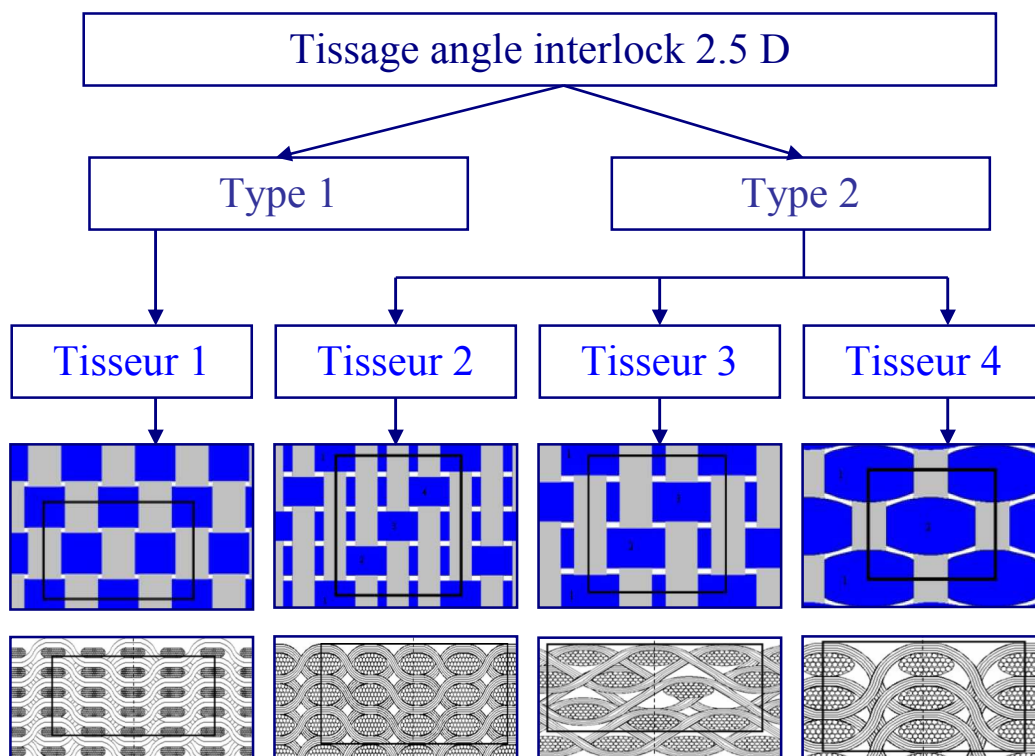


Figure I. 15 - Différents tisseurs Interlock 2,5D [1]

1.4.1.2.1. Architecture du Tisseur 1

Le tissage angle interlock de type 1 fait partie de la famille Interlocks “couche - couche 2.5D”. La société aéronautique SNECMA désigne ce tisseur par le symbole “ H2 ”.

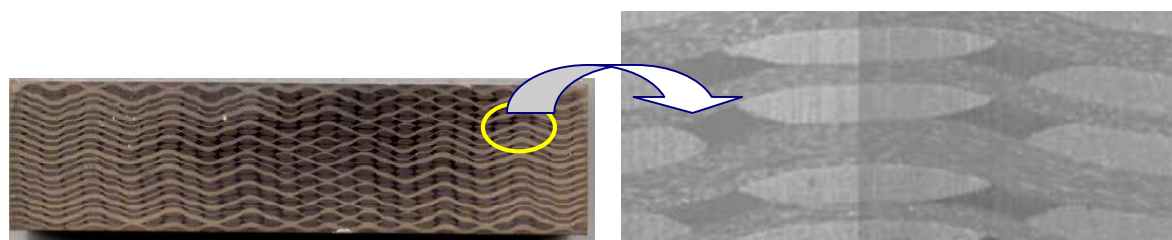


Figure I. 16 – Scanners de la section longitudinale de l'Interlock 2.5D type H2 [1]

Dans ce type d'interlock, les mèches de chaîne touchent les mèches de trame en trois niveaux successifs. Si on considère une couche i verticale de mèches dans le sens chaîne, on rencontre le même arrangement dans la couche verticale $i+2$. Les mèches sens trame sont droites et perpendiculaires aux plans des mèches sens chaîne. Selon l'axe des mèches de trame, il existe deux couches des mèches de chaîne décalées entre elles. Il y a donc deux types de plan de section longitudinale dans le sens des mèches de chaîne [1] [10]. La Figure I. 17 présente une vue de dessus du tisseur 1.

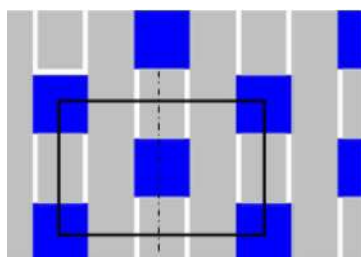


Figure I. 17 - Vue de dessus du tisseur 1

La Figure I. 16 illustre un échantillon d'une épaisseur 8mm. Une observation microscopique dans la section longitudinale de ce tisseur 1 permet d'en déterminer son architecture.

1.4.1.2.2. Architecture du Tisseur 2

Les couches de composite, faites de tissu type interlock 2.5D sont empilées suivant une architecture qui diffère de celle de premier cas. Le tissage angle interlock de type 2 fait également partie de la famille des Interlocks dits “couche - couche 2.5D”. Une mèche de chaîne touche les mèches de trame en trois niveaux successifs. Le nombre des mèches de trame entre deux entrelacements successifs d'une mèche de chaîne, est égal à trois. Suivant l'axe des mèches de trame, il existe quatre couches décalées entre elles avec une même distance. Deux couches de mèches de chaîne consécutives sont décalées l'une par rapport à l'autre d'un quart de période, en d'autres termes la première et la cinquième couches dans le plan vertical possèdent la même position. La Figure I. 18 montre une vue de dessus du tisseur 2 [1] [10].

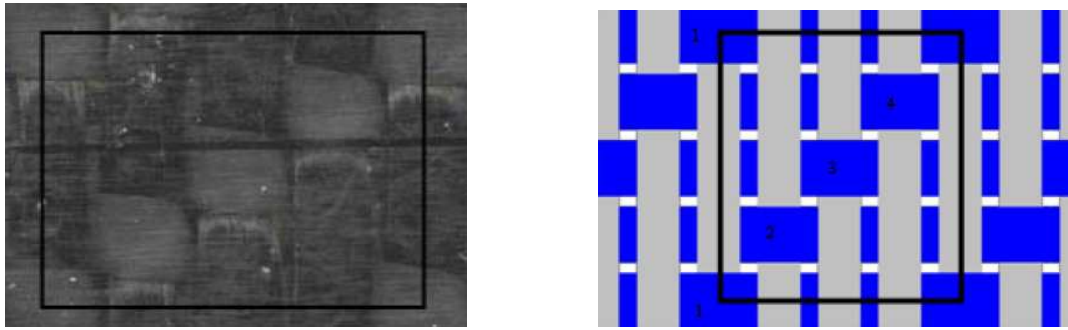


Figure I. 18 - Architecture du tisseur 2. [1]

1.4.1.2.3. Architecture du Tisseur 3

L'architecture du tisseur 3 fait partie de la famille des interlocks « couche à couche 2.5D ». Les mèches de chaîne touchent les mèches de trame en deux niveaux successifs et une mèche de chaîne intersecte une autre mèche de trame dans la même couche après deux mèches de trame. Le nombre des mèches de trame entre deux entrelacements successifs d'une mèche de chaîne, est égal à deux. Deux couches de mèches de trame consécutives sont décalées l'une par rapport à l'autre d'une distance égale à la moitié de la distance entre les deux centres de deux mèches de trame d'une même couche. Selon l'axe des mèches de trame, il existe trois couches décalées entre elles d'une même distance. Deux couches de mèches de chaîne consécutives sont décalées l'une par rapport à l'autre du tiers d'une période, c'est-à-dire que la première et la quatrième couches dans le plan vertical possèdent la même position (Figure I. 19 et Figure I. 20) [1] [10].



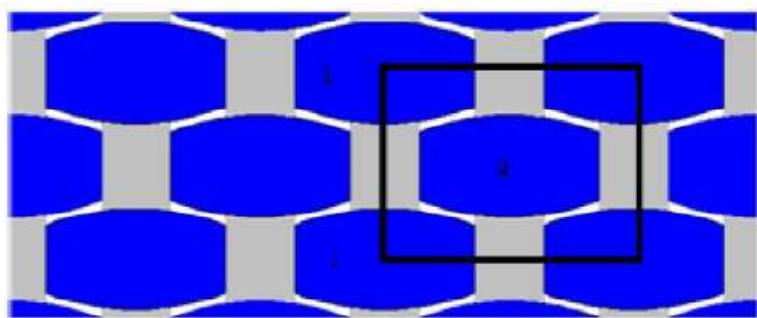
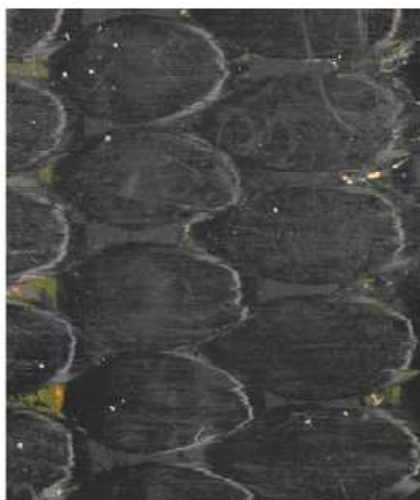
Figure I. 19 - Section longitudinale macroscopique du Tisseur 3. [1]



Figure I. 20 - Vue de dessus du tisseur 3. [1]

1.4.1.2.4. Architecture du Tisseur 4

Ce tisseur appartient à la famille couche à couche. Dans ce type d'interlock, les mèches de chaîne entre en contact avec les mèches de trame sur deux plis consécutifs. La Figure I. 21 montre l'architecture en surface de cet interlock. Selon l'axe des mèches de trame, il existe deux couches de mèches de chaîne décalées entre elles. Deux couches successives de chaîne sont décalées d'une rangée de trame selon un plan vertical. La première et la troisième couches de mèches de chaîne dans le plan vertical possèdent la même position. Ce tisseur 4 est désigné par la société SNECMA par le symbole « type 2-69 » Figure I. 21 [1].



b - Vue de dessus du tisseur 4

a - Plan de l'échantillon type 69

Figure I. 21 - Architecture du tisseur 4. [1]

1.4.1.3. Tissage Interlock orthogonal

Le tissage Interlock orthogonal est constitué d'au moins trois types de mèches dont obligatoirement deux orientées dans les sens trame et chaîne du tissage (plan XY). La première et la deuxième mèches sont disposées soit suivant un empilement de $[0/90^\circ]$, soit suivant entrelacement entre elles. La troisième est orientée verticalement pour renforcer la direction de l'épaisseur (axe Z), elle passe à travers les deux autres pour former un repère cartésien (Figure I. 22a). Ce tissage est nommé "orthogonal" lorsque la structure de la préforme est constituée uniquement de ces 3 types d'orientations de mèches avec un empilement de $[0/90^\circ]$. Le nombre de mèches de trame qui intersectent le renfort vertical peut être supérieur à un, avec une variation d'un pli à l'autre (Figure I. 22b-c).

L'ajout de renforts dans le plan xy sous forme de mèches intersectant les mèches cartésiennes est possible, d'où le nom d'"Interlock orthogonal". Dans Figure I. 23 différents interlocks orthogonaux sont illustrés [1].

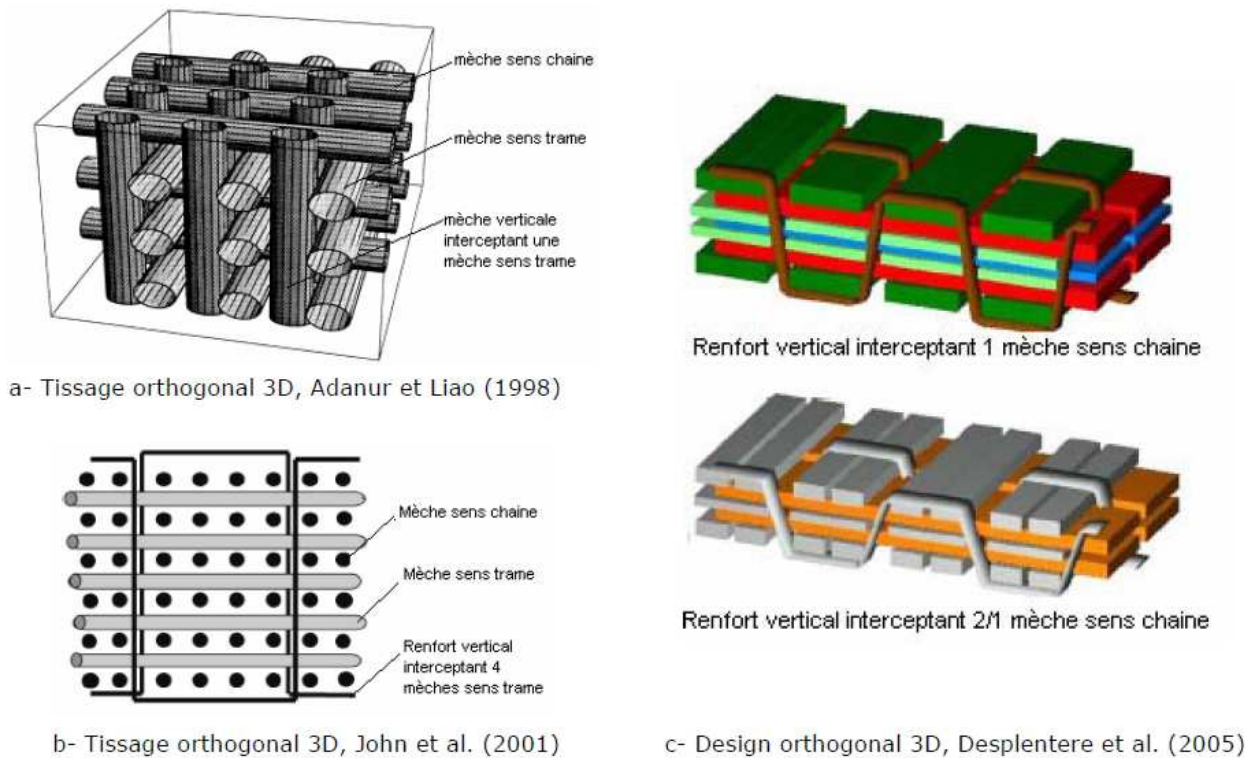


Figure I. 22 - Quelques motifs de tissage orthogonal 3D [20].

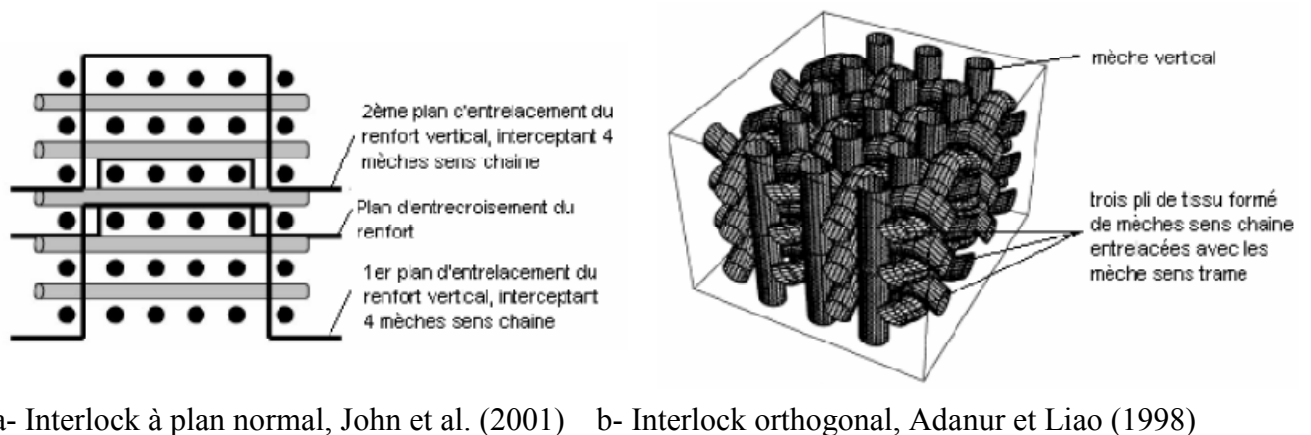


Figure I. 23 - Quelques motifs de tissage Interlock orthogonal. [1]

Pour les orthogonaux, une modification de la longueur du chemin de liaison au moment du tissage est possible. Cette modification a un effet sur l'allure de la mèche verticale. Par conséquent, l'orthogonal subit une modification en rigidité et en résistance en tension, Leong *et al.* [21].

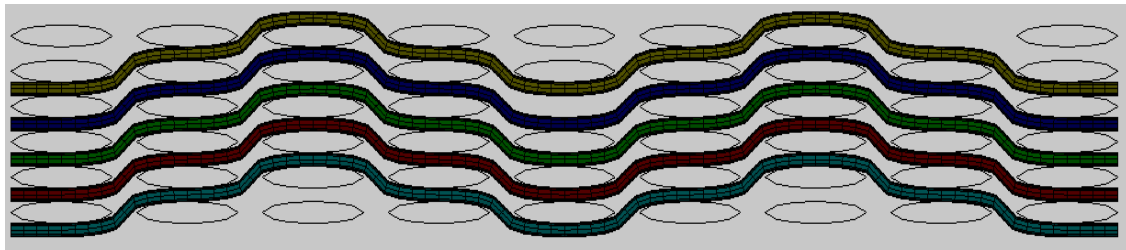
I.4.2. Modélisation Géométrique pour divers types d'Interlock 2.5D

La modélisation du comportement d'un composite de type interlock consiste à mettre en place des modèles opérationnels par éléments finis permettant de satisfaire certaines contraintes. Une stratégie particulière doit être générée dans ces modèles afin de paramétrer les géométries et les propriétés des matériaux. Bien entendu le volume élémentaire représentatif (VER) du comportement total du composite doit être défini.

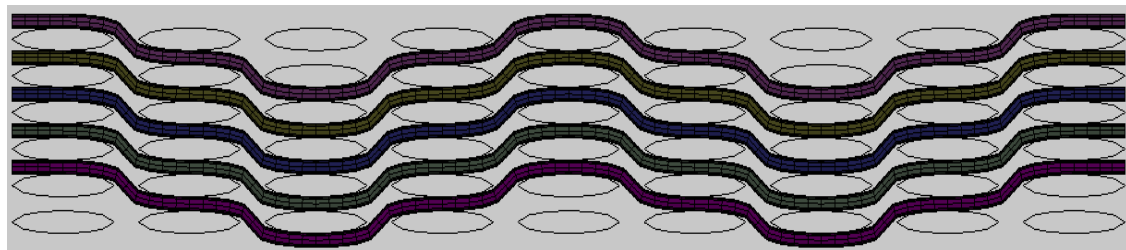
Nous présentons donc ici une méthodologie permettant, pour les quatre types de tissages interlock, de décrire correctement leur architecture.

I.4.2.1. Tisseur 1

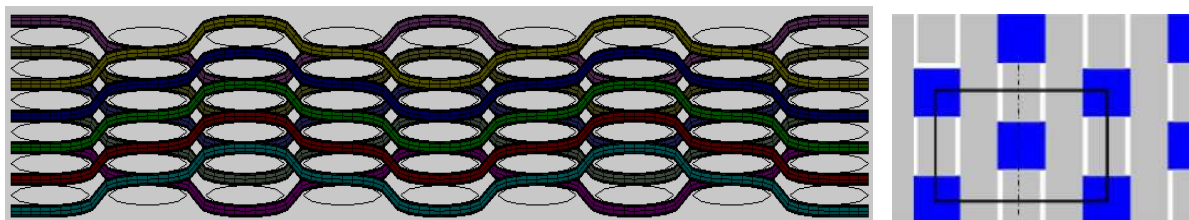
A l'aide d'un microscope à balayage (MEB) de type JOEL-JSM6100 Scanning Microscope dans la section longitudinale, El Hage [1] a observé des microstructures permettant de déterminer les paramètres géométriques du tisseur.



a-Premier plan de section longitudinale de l'Interlock 2.5D type H2



b-Second plan de section longitudinale de l'Interlock 2.5D type H2



c-Succession par transparence des deux plans de section longitudinale et schématisation du plan

Figure I. 24 - Section longitudinale de l'interlock 2.5 D type 1.

Les résultats obtenus grâce au MEB montrent que les sections des mèches de chaînes et mèches de trame sont elliptiques. Six paramètres géométriques peuvent donc être utilisés pour définir le tissage :

- a_w, h_w : la largeur et la hauteur d'une mèche de chaîne ;
- a_f, h_f : la largeur et la hauteur d'une mèche de trame ;
- C_L : la distance entre deux mèches de trame adjacentes d'une même couche ;
- C_T : la distance entre deux mèches de chaîne dans deux couches adjacentes.

Les valeurs moyennes sur 100 mesurées des six paramètres géométriques pour le tisseur 1 sont données dans le Tableau I. 1.

Composite	Mèche de chaîne		Mèche de trame		Distance entre les mèches	
	Largeur	Epaisseur	Largeur	Epaisseur	Mèches de trame	Mèche de chaîne
	a_w (mm)	h_w (mm)	a_f (mm)	h_f (mm)	C_L (mm)	C_T (mm)
Tisseur 1 Type H2	1.9 ± 0.11	0.18 ± 0.03	1.7 ± 0.06	0.28 ± 0.03	0.4 ± 0.12	0.2 ± 0.08

Tableau I. 1 - Paramètres géométriques du tisseur 1

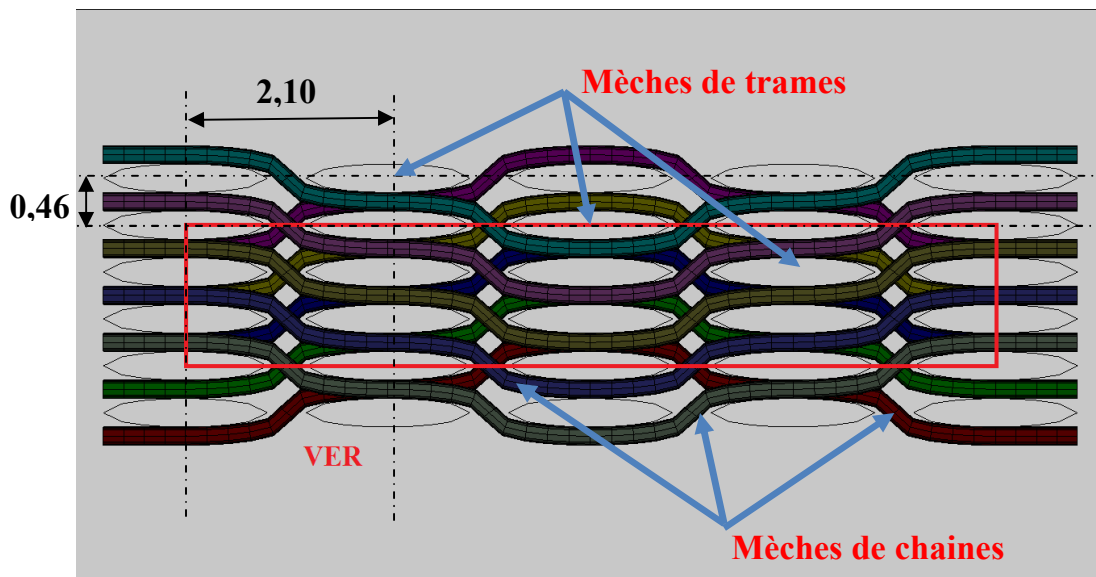


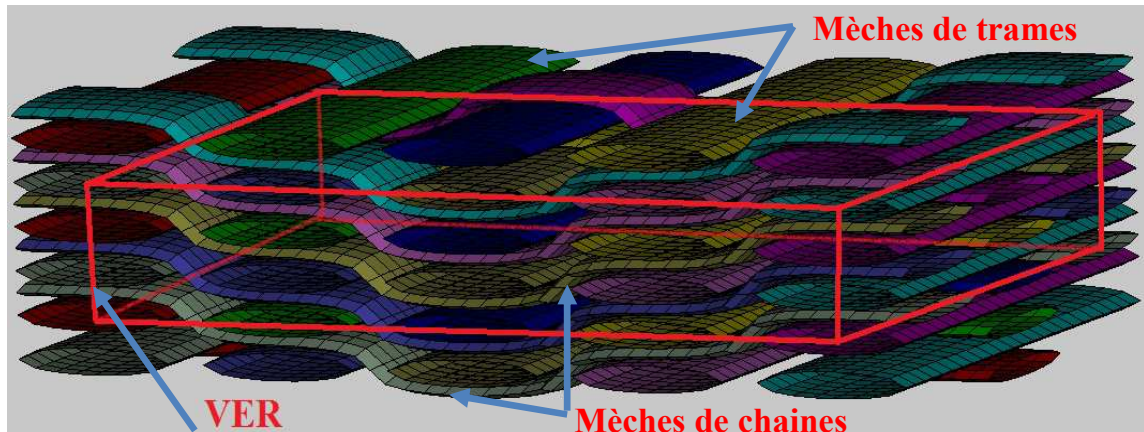
Figure I. 25 – Dimension (mm) du VER d'un tisseur de type 1

Un concept commun à toutes les théories d'homogénéisation qui sera présenté en détail dans le chapitre 2 est celui de *volume élémentaire représentatif (VER)*. Le VER est le volume minimum représentant le comportement macroscopique d'un milieu hétérogène. L'objectif est de définir un volume géométrique simple qui puisse représenter le comportement macroscopique du tissu. La définition du VER peut ne pas être simple et dans certains cas elle fait l'objet d'une discussion.

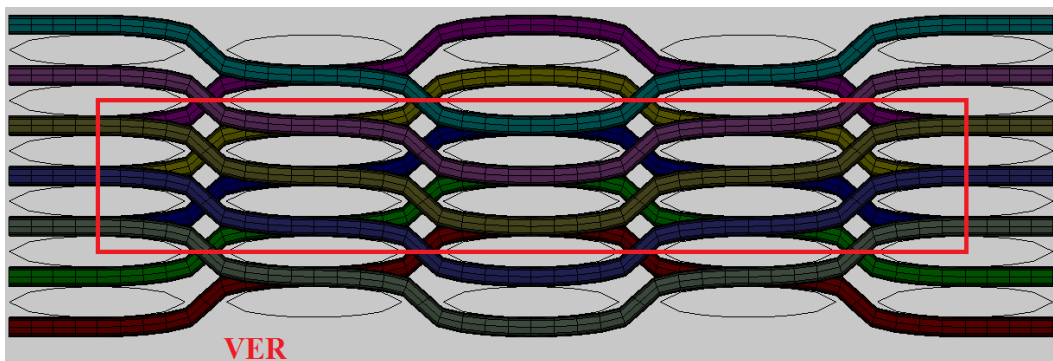
Dans le cas de l'Interlock H2, le VER est composé de 6 mèches de chaîne et 12 mèches de trame dans une configuration particulière (4 couches dans le plan de trame et 2 couches dans le plan de chaîne), Figure I. 26. Les mèches de trame ont une section longitudinale linéaire et les mèches de chaîne ondulent autour des mèches de trame. Des composites constitués de mèches de sections quelconques pourraient être envisagés, cependant, l'observation

microscopique au MEB des sections de mèches de trame et des mèches de chaîne, il apparaît que ces sections sont des types elliptiques. La modélisation mise en œuvre dans le chapitre 4 sera donc faire en considérant de façon réaliste des sections de mèche elliptiques.

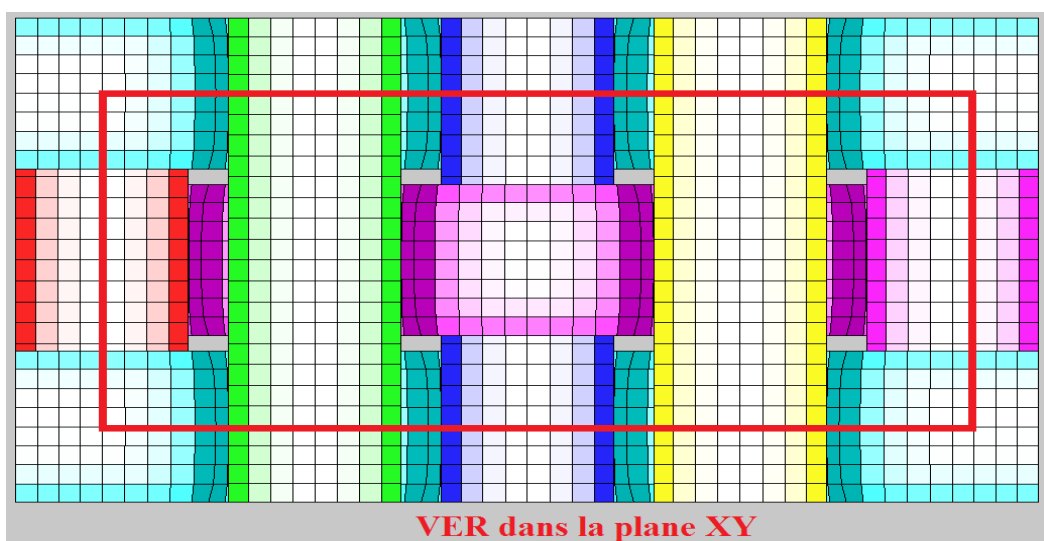
La Figure I. 26 illustre l'exemple d'une VER de tisseur 1.



a- Architecture 3D et VER du tisseur 1



b-Succession par transparence des deux plans de section longitudinale



c- Section transversale du VER

Figure I. 26 - Analyse de l'architecture du tisseur 1

1.4.2.2. Tisseur 2

Il existe 2 types de Tisseur 2 : Interlock 71 et Interlock 74. Les mesures réalisées [1] pour les interlocks de type 2 fournissent les paramètres géométriques présentés dans le Tableau I. 2. Ces valeurs seront la base des caractéristiques géométriques du tissage.

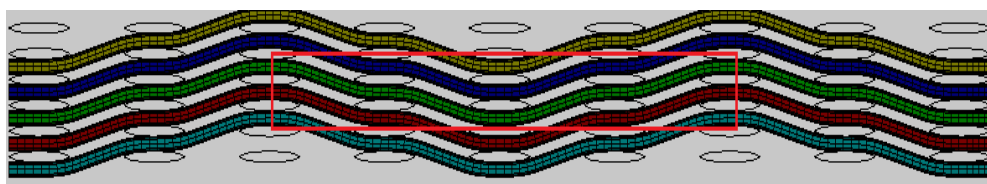
Composite	Mèche de chaîne		Mèche de trame		Distance entre les mèches	
	Largeur	Epaisseur	Largeur	Epaisseur	Mèches de trame	Mèche de chaîne
	a_w (mm)	h_w (mm)	a_f (mm)	h_f (mm)	C_L (mm)	C_T (mm)
Tisseur 2 Type 71	2.8 ± 0.123	0.49 ± 0.059	3.5 ± 0.288	0.35 ± 0.037	2.822 ± 0.2007	0.00 ± 0.69
Tisseur 2 Type 74	2.95 ± 0.095	0.41 ± 0.081	3.2 ± 0.477	0.644 ± 0.075	1.3 ± 0.394	0.00 ± 0.405

Tableau I. 2 - Paramètres géométriques du tisseur 2

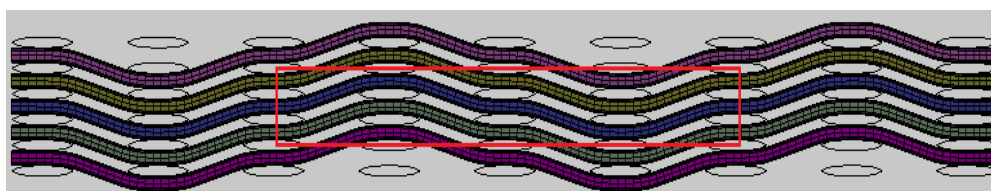
Le VER d'un composite tisseur 2 est composé de 4 couches de mèches de chaîne décalées d'un quart de période (Figure I. 29).

- Chaque couche dans le plan vertical est composée de trois mèches de chaîne.
- Le VER contient quatre couches dans le sens trame.
- Un VER du tisseur 2 est composé de douze mèches de chaîne et douze mèches linéaires dans le sens trame.

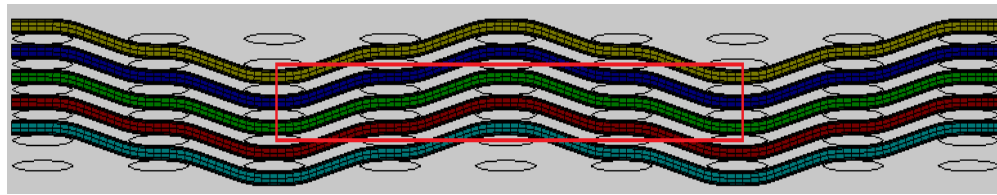
La Figure I. 27 illustre les différents plans dans la section longitudinale.



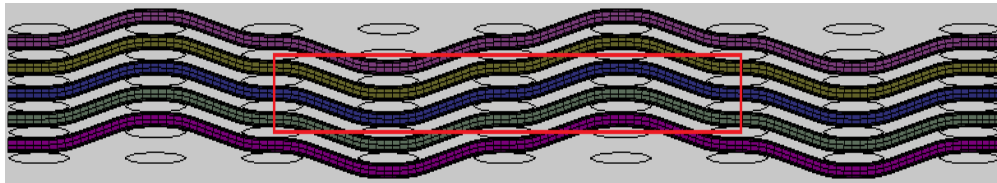
a) Premier plan de la section longitudinale



b) Deuxième plan de la section longitudinale

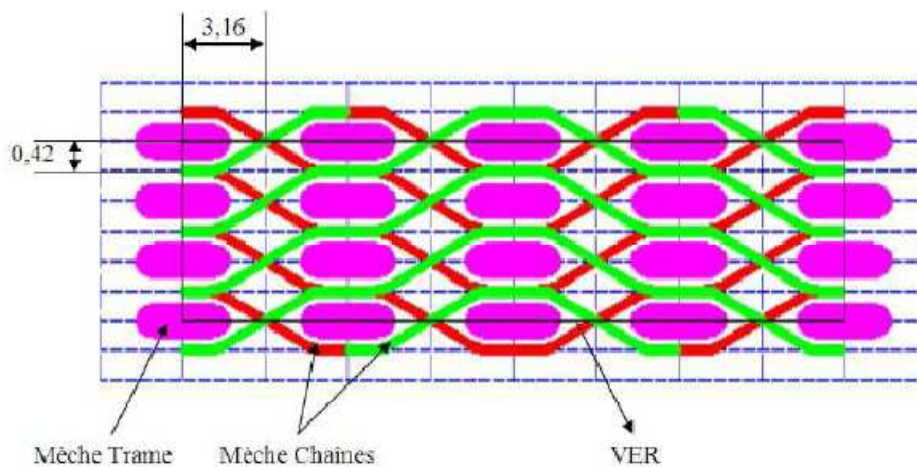


c) Troisième plan de la section longitudinale

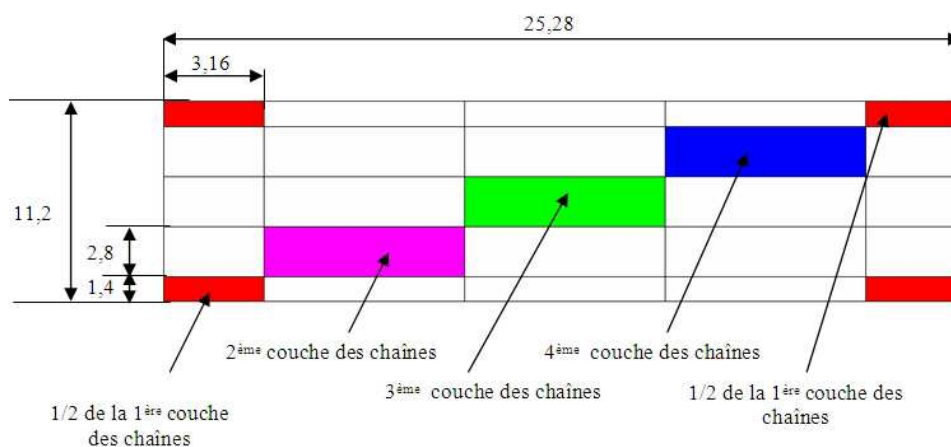


d) Quatrième plan de la section longitudinale

Figure I. 27 - Différents plans de la section longitudinale du tisseur 2



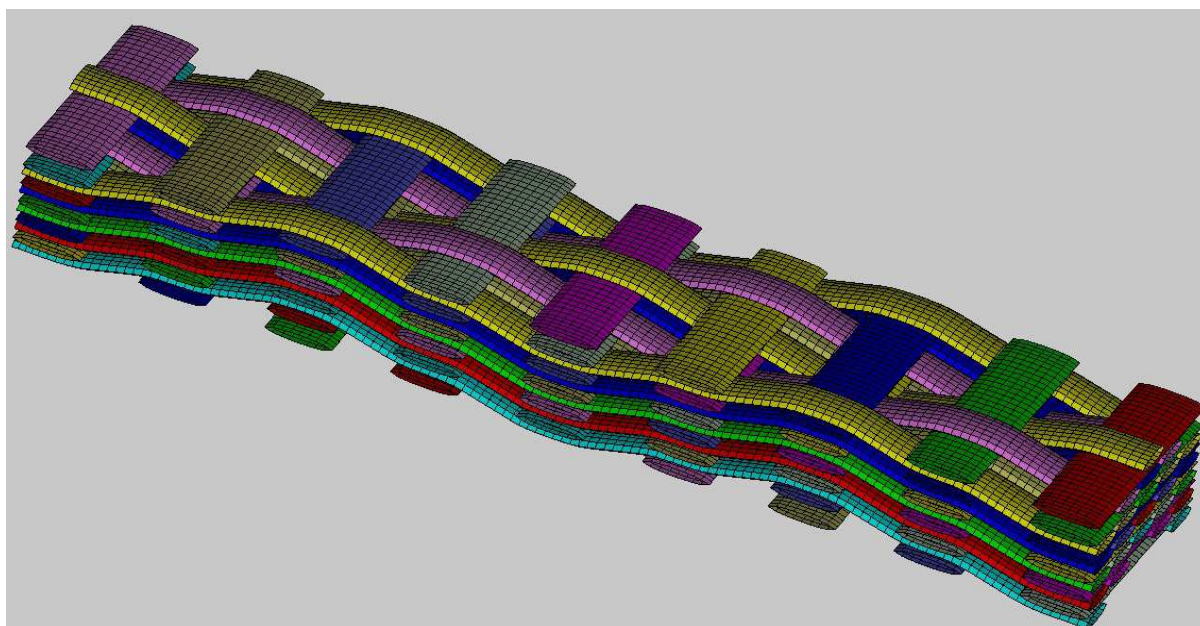
a) section longitudinale du VER



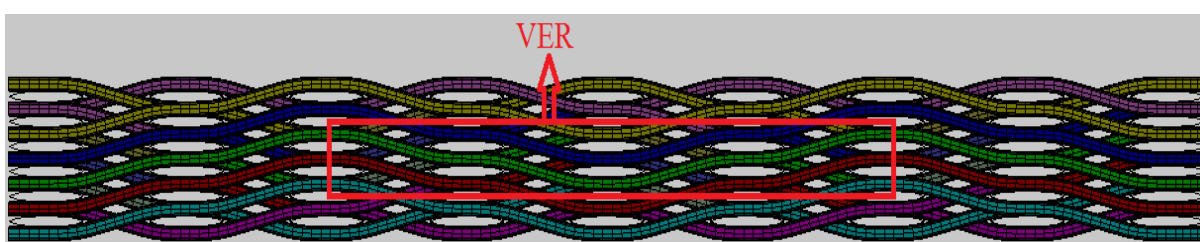
b) Section transversale du VER

Figure I. 28 - Dimensions et architecture du VER du tisseur 2 [10]

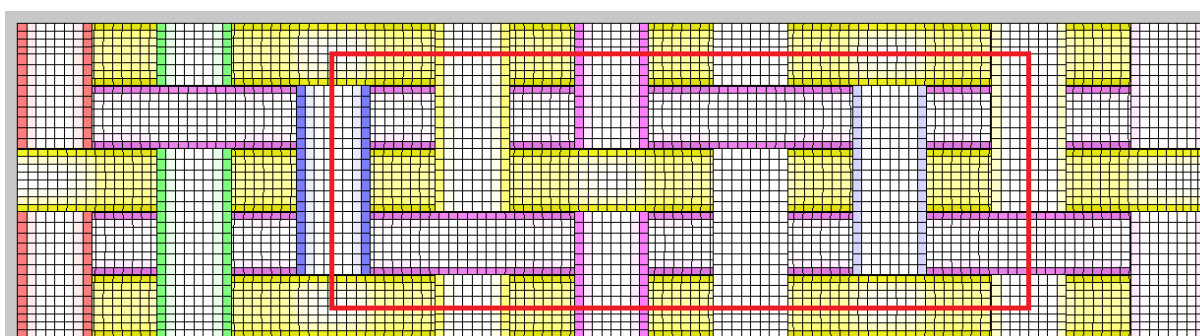
Les Figure I. 28 et Figure I. 29 illustrent l'architecture du tisseur 2 dans les sens transversal et longitudinal et fournissent un plan du VER.



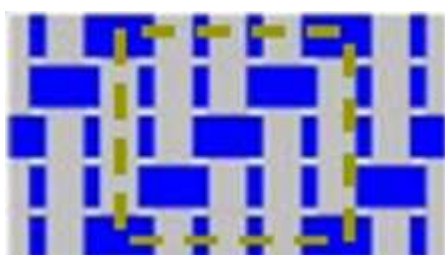
a- Architecture 3D du tisseur 2



b-Succession par transparence des quatre plans de section longitudinale



c- Section transversale du VER



d- Schématisation du plan du VER

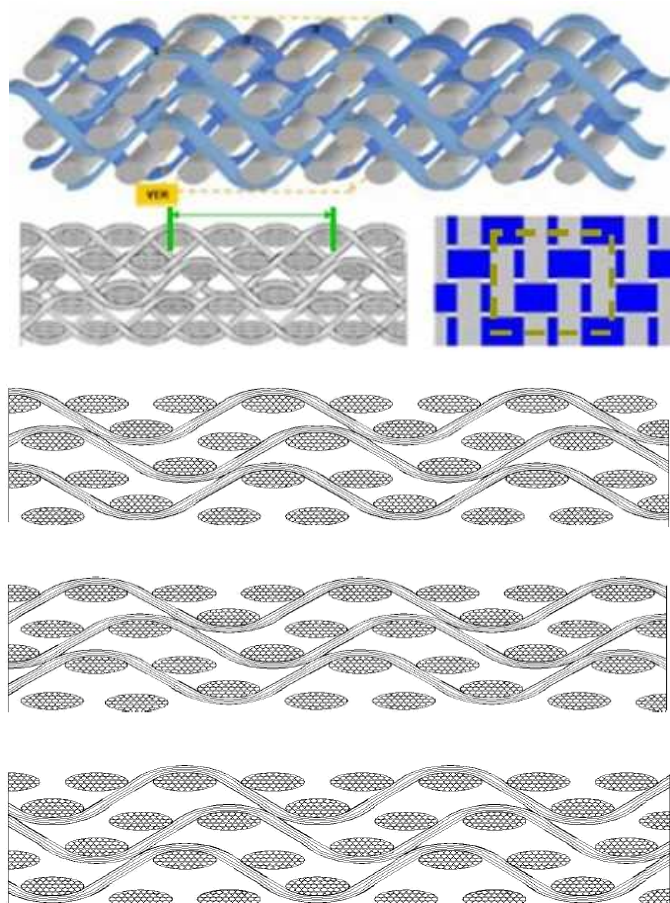
Figure I. 29 - Architecture et schématisation du plan du VER du tisseur 2

1.4.2.3. Tisseur 3

Les mesures réalisées [1] sur les interlocks de types 3 fournissent les paramètres géométriques présentés dans le Tableau I. 3. Le VER du tisseur 3 est composé de 9 mèches de chaînes réparties identiquement sur trois couches avec un décalage d'un tiers de période et de 12 mèches de trames. Ce VER contient quatre couches de mèches de trame. La Figure I. 30 présente l'architecture et les sections longitudinales de l'interlock 2.5 D de type 3.

Composite	Mèche de chaîne		Mèche de trame		Distance entre les mèches	
	Largeur	Epaisseur	Largeur	Epaisseur	Mèches de trame	Mèche de chaîne
	a_w (mm)	h_w (mm)	a_f (mm)	h_f (mm)	C_L (mm)	C_T (mm)
Tisseur 3 Type 66	2.5 ± 0.44	0.5625 ± 0.0228	2.364 ± 0.351	0.4583 ± 0.053	0.33 ± 0.168	0.00

Tableau I. 3 - Paramètres géométriques du tisseur 3



a) Architecture et schématisation du plan du VER du tisseur 3

b) Premier plan de section longitudinale du tisseur 3

c) Deuxième plan de section longitudinale du tisseur 3

d) Troisième plan de section longitudinale du tisseur 3

Figure I. 30 - Sections longitudinales de l'interlock 2.5 D de type 3. [1]

I.4.2.4. Tisseur 4

Le Tableau I. 4 fournit les résultats des mesures expérimentales [1] d'un composite de tisseur 4 (Interlock 69) sur plusieurs échantillons.

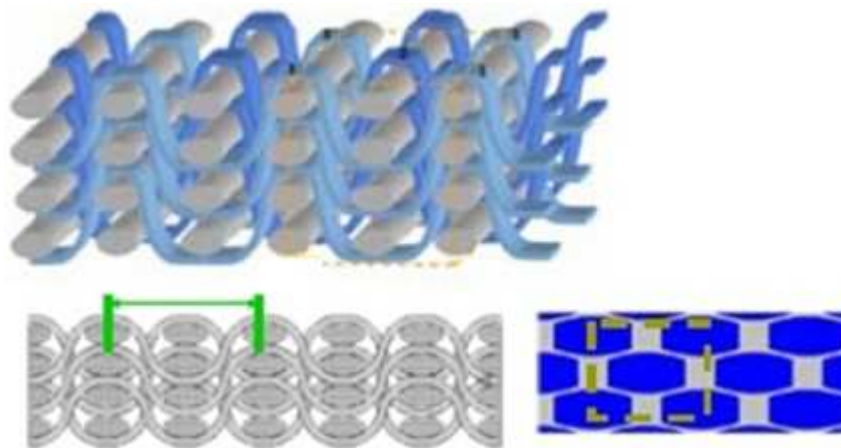
Composite	Mèche de chaîne		Mèche de trame		Distance entre les mèches	
	Largeur	Epaisseur	Largeur	Epaisseur	Mèches de trame	Mèche de chaîne
	a_w (mm)	h_w (mm)	a_f (mm)	h_f (mm)	C_L (mm)	C_T (mm)
Tisseur 4	4.4706 ± 0.3533	0.6471 ± 0.0133	3.163 ± 0.427	0.5882 ± 0.1084	2.8235 ± 0.5087	0.00 ± 0.06

Tableau I. 4 - Paramètres géométriques du tisseur 4

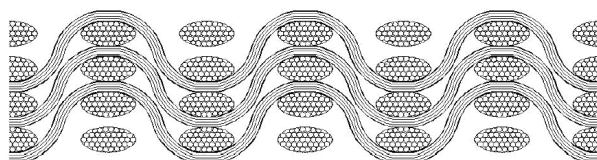
Le VER est composé de 2 couches des mèches de chaîne.

- Chaque couche dans le plan vertical est composée de trois mèches de chaîne.
- Le VER contient trois couches dans le sens trame.
- Un VER de composite de tisseur 4 est composé de six mèches de chaîne et six mèches linéaires dans le sens trame.

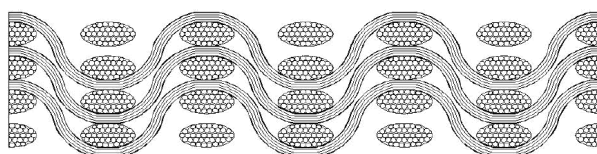
Deux couches successives dans le sens chaîne sont présentées sur la Figure I. 31 b, c.



a) Architecture et schématisation du plan du VER du tisseur 4



b) Premier plan de la section longitudinale du tisseur 4



c) Deuxième plan de la section longitudinale du tisseur 4

Figure I. 31 - Sections longitudinales dans l'épaisseur du tisseur 4. [1]

La Figure I. 32 et la Figure I. 33 illustrent les dimensions du VER ainsi que l'empilement des couches dans les deux sens [1] [10].

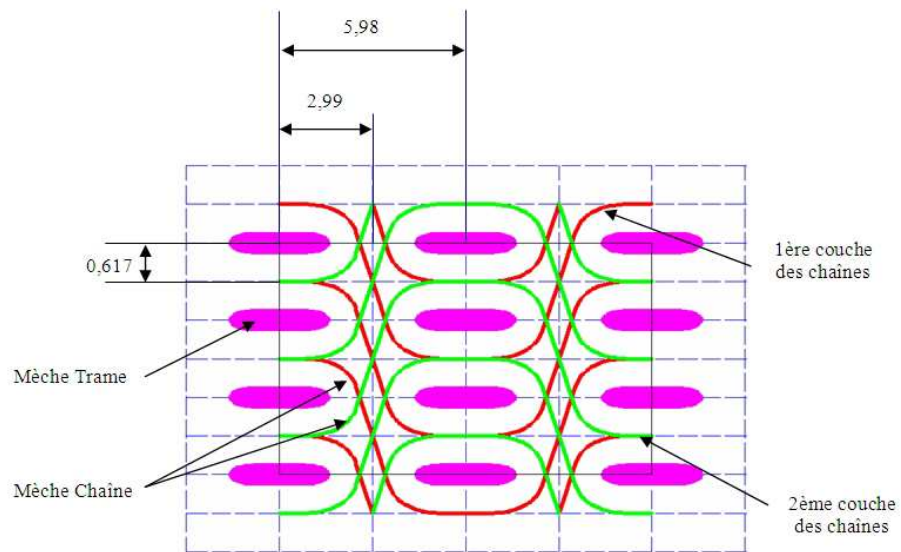


Figure I. 32 – Dimensions (mm) et architecture du VER du tisseur 4 dans la section longitudinale

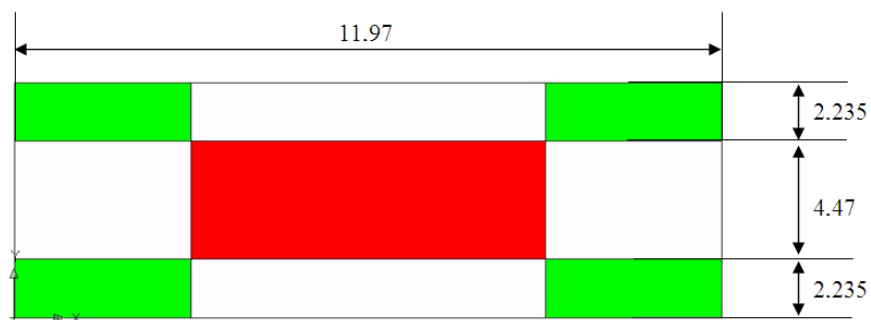


Figure I. 33 - Dimensions (mm) et architecture du VER du tisseur 4 en vue de dessus

I.5. Conclusion

Dans ce chapitre consacré à la présentation des matériaux composites tissés, cadre de notre étude. Nous avons pu mettre en évidence l'intérêt grandissant pour les composites en général et plus particulièrement pour les composites à renfort interlock 3D. Les applications nécessitant une résistance accrue aux impacts et au délaminage, sans entraîner la ruine complète du matériau, sont de plus en plus nombreuses et diversifiées. Il existe pour cela de nombreuses architectures Interlocks. Ils appartiennent à deux grandes familles de tissés tridimensionnels : "l'angle Interlock 2.5D et l'orthogonal 3D". L'utilisation de résultats de recherches antérieures réalisées sur ces matériaux, présentés dans ce chapitre, nous permet de modéliser la géométrie des tisseurs utilisés dans notre étude, en définissant les caractéristiques de la géométrie interne propre à chaque type de tisseur. Dans cette thèse, nous avons concentré nos travaux sur l'angle Interlock 2.5D. Différents types de l'Interlock 2.5D seront toutefois utilisés pour valider la méthode de maillage par élément finis de composite 3D.

Chapitre 2: L'homogénéisation

Chapitre 2: L'homogénéisation

II.1. Théorie de l'homogénéisation	43
II.1.1. Volume élémentaire représentatif.....	44
II.1.2. Moyenne des champs locaux.....	45
II.1.3. Méthodologie de l'homogénéisation.....	46
II.1.4. Homogénéisation des milieux linéaires élastiques	46
II.1.4.1. L'étape de représentation.....	47
II.1.4.2. L'étape de localisation	47
II.1.4.3. L'étape d'homogénéisation.....	50
II.1.4.3.1. Lemme de Hill-Mandel.....	50
II.1.4.3.2. Les tenseurs de localisation A et B.....	50
II.1.4.3.3. Homogénéisation et modules effectifs.....	51
II.1.5. Conditions aux limites en déplacements et contraintes.....	52
II.1.5.1. Conditions aux limites en déplacements.....	52
II.1.5.2. Conditions aux limites en contraintes	52
II.1.6. Condition aux limites périodiques au contour.....	53
II.1.6.1. Approche en contraintes	53
II.1.6.2. Approche en déformations.....	54
II.1.7. Quelques éléments théoriques sur l'utilisation de techniques d'homogénéisation dans le cas d'interlock :.....	54
II.2. Modélisation géométrique et mécanique de l'Interlock	55
II.2.1. Section des mèches.....	58
II.2.2. La courbe des mèches.....	58
II.2.3. Modélisation mécanique et logiciels de modélisations textile et mécanique	64
II.2.4. Les Difficultés de modélisation : intersection et contact entre fibres.....	68
II.2.4.1. Les types d'interpénétration:	68
II.2.4.2. Méthode 1 pour la résolution du problème de l'intersection [65]:.....	69
II.2.4.3. Méthode 2 pour la résolution du problème de l'intersection [8]:.....	71
II.2.4.4. Nouvelle méthode proposée pour la résolution des problèmes d'intersection, d'interpénétration	72
II.3. Conclusion	73

II.1. Théorie de l'homogénéisation

Compte tenu des limites des approches classiques de la mécanique des solides, fondée sur l'expérience, les méthodes de changement d'échelle ont été développées dans les années 50. Le principe de ces méthodes est *un passage du microscopique au macroscopique*. Dans un milieu continu, les champs de contrainte et de déformation, à l'échelle macroscopique,

s'interprètent comme des moyennes sur un volume élémentaire représentatif (VER) des champs de contrainte et de déformation à l'échelle microscopique. Ce changement d'échelle permet alors de construire la loi de comportement macroscopique homogénéisée à partir de la connaissance du comportement microscopique et de la microstructure.

Tel qu'on peut le voir sur le schéma (Figure II. 1) pour les matériaux hétérogènes, les techniques d'homogénéisation peuvent être appliquées si les trois longueurs caractéristiques d , l , L vérifient les conditions de la séparation des échelles:

$$d \ll l \ll L \quad (2.1)$$

où d : taille caractéristique des hétérogénéités à prendre en compte ;

l : taille caractéristique du volume élémentaire représentatif VER ;

L : taille de la structure à calculer à l'aide du schéma d'homogénéisation considéré [22], [23].

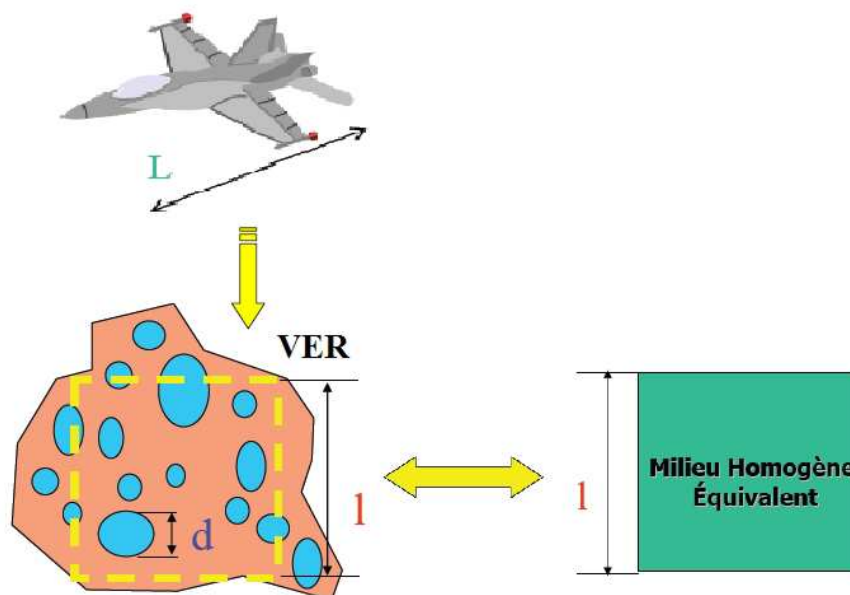


Figure II. 1 - Schéma de la séparation des échelles

L'homogénéisation: c'est la théorie mathématique de la moyennation. Pour faciliter les calculs, on peut remplacer un matériau hétérogène par un milieu homogène équivalent.

II.1.1. Volume élémentaire représentatif

En réalité, en fonction de l'échelle considérée, un matériau est toujours hétérogène, par exemple les matériaux de construction comme le béton, le bois, l'argile, les briques, les tuiles, les carrelages, etc. Dans le calcul des structures, les matériaux constitutifs sont généralement supposés homogènes. Toutefois, lorsque l'on descend à une échelle microscopique, on constate généralement que le matériau est constitué de différentes zones pouvant être considérées comme homogènes.

Un concept commun à toutes les théories d'homogénéisation est celui de *volume élémentaire représentatif (VER)* de matériau hétérogène [24] [25] [26] [27]. L'objectif principal est de définir un milieu homogène fictif de champs macroscopique "moyennant" les champs microscopiques locaux. Un VER pour un "point matériel" d'une masse donnée à l'échelle macroscopique est un volume de matière qui est représentatif à l'échelle microscopique de la constitution interne du matériau. Ceci n'est possible en général que si la condition de séparation des échelles (eq. 2.1) est respectée. Le VER est alors le volume minimum représentant le comportement macroscopique du milieu hétérogène. Il reste suffisamment petit par rapport aux dimensions caractéristiques des structures macroscopiques. Le comportement peut être affecté au milieu hétérogène comme « comportement homogène équivalent » ou « comportement effectif ». Le milieu hétérogène initial sera remplacé par « milieu homogène équivalent » (MHE) (Figure II. 2).

II.1.2. Moyenne des champs locaux

Le principe des techniques d'homogénéisation est de déterminer les champs de contraintes et déformations de l'échelle macroscopique à partir de la moyenne des champs de l'échelle microscopique. La cohérence entre les deux échelles sera assurée en considérant les moyennes spatiales de ces champs tensoriels sur le VER. La moyenne spatiale du champ $C(x)$ sur le volume V est telle que :

$$\langle C \rangle = \frac{1}{V} \int_V C(x) dV \quad (2.2)$$

où V définit le volume du VER considéré et $\langle . \rangle$ désigne la moyenne spatiale sur le volume V .

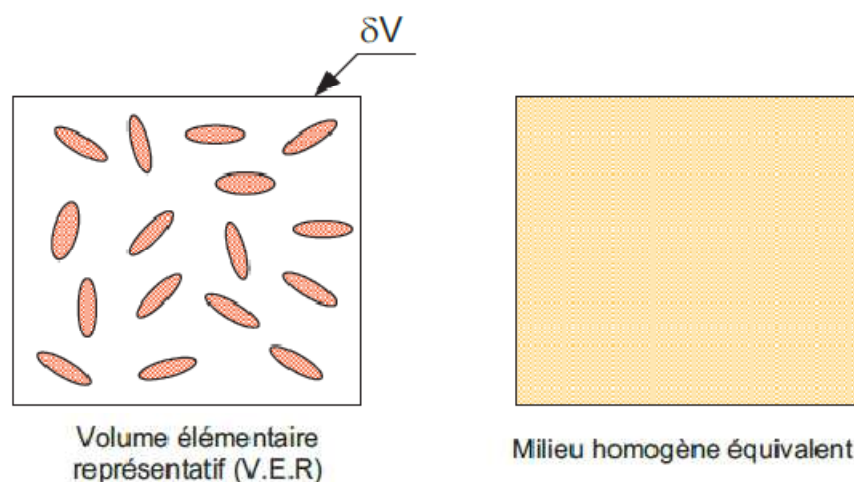


Figure II. 2 - VER d'un matériau hétérogène

Dans ce chapitre sont présentées différentes techniques classiques d'homogénéisation [22], [28]. Pour chaque approche, on rappelle ses hypothèses et on donne les relations permettant de calculer les propriétés homogénéisées du matériau hétérogène.

II.1.3. Méthodologie de l'homogénéisation

Pour traiter des matériaux hétérogènes, l'homogénéisation se fait en suivant trois grandes étapes [22]:

- l'étape de **représentation** qui permet de décrire le matériau à l'échelle microscopique au travers de fonctions mathématiques du matériau hétérogène, orientation, distribution spatiale, fraction volumique et comportement de chacun des constituants ;
- l'étape de **localisation** permet, en fonction des conditions aux limites appliquées, de déterminer les relations entre les quantités définies à l'échelle microscopique ($\sigma, \varepsilon, \dots$) et les quantités équivalentes (Σ, E, \dots) à l'échelle macroscopique ;
- l'étape d'**homogénéisation**, où à partir des moyennes sur les résultats de l'étape de la localisation, on peut identifier le comportement macroscopique du VER.

II.1.4. Homogénéisation des milieux linéaires élastiques

En considérant une structure élastique linéaire hétérogène, la loi de comportement de ce matériau s'écrit :

$$\begin{cases} \sigma(z) = \mathbb{C} : \varepsilon(z) \\ \varepsilon(z) = \mathbb{S} : \sigma(z) \end{cases} \quad (2.3)$$

où σ et ε désignent respectivement les tenseurs des contraintes et des déformations. \mathbb{C} et \mathbb{S} sont les tenseurs de rigidité et de souplesse, définis tels que :

$$\mathbb{C}(z) : \mathbb{S}(z) = \mathbb{I} \quad (2.4)$$

\mathbb{I} est le tenseur d'identité du quatrième ordre.

Les tenseurs \mathbb{C} et \mathbb{S} possèdent les symétries mineurs et majeures

$$\begin{cases} C_{ijkl} = C_{jikl} = C_{ijlk} = C_{jilk} \\ S_{ijkl} = S_{jikl} = S_{ijlk} = S_{jilk} \end{cases} \quad (2.5)$$

$$\begin{cases} C_{ijkl} = C_{klij} \\ S_{ijkl} = S_{klij} \end{cases} \quad (2.6)$$

En prenant en compte les relations de symétrie (2.5) et (2.6), les tenseurs \mathbb{C} ou \mathbb{S} sont tous les deux définis par 21 composantes indépendantes [29], [30].

II.1.4.1. L'étape de représentation

Cette étape est la plus importante. Elle consiste en une description mathématique du matériau hétérogène. On se doit d'abord de décrire l'échelle microscopique du système à considérer. Pour le faire, les différentes phases du matériau hétérogène doivent être identifiées et leur comportement mécanique doit être caractérisé, en considérant chacune des phases comme milieu homogène continu (les coefficients d'élasticité, les directions d'anisotropie, la nature des interactions entre phases,...). On doit également décrire la géométrie de chacune de ces phases (leur forme, orientation, distribution spatiale,...). Dans le cas d'un composite à fibres, on prend en compte la fraction volumique de fibres dans VER et les paramètres de géométrie comme les diamètres, longueurs moyens des fibres, leur orientation et leur distribution spatiale.

En général, il ne sera pas possible de fournir une description complète et exacte du matériau étudié. Il faudra donc introduire des hypothèses simplificatrices. A cause de cette difficulté, des méthodes d'estimation applicables dans les situations où le matériau n'est pas complètement connu ont été développées. On suppose notamment que les phases du matériau sont bien accolées.

II.1.4.2. L'étape de localisation

Une fois la définition du problème d'homogénéisation à résoudre établie, on doit obtenir les relations entre les quantités définies à l'échelle microscopique ($\sigma, \varepsilon \dots$) et les quantités macroscopiques équivalentes ($\Sigma, E \dots$).

Un problème est formulé soit en contraintes homogènes (solicitation homogène en contrainte) soit en déformations homogènes (solicitation homogène en déformation) au contour $\partial\Omega$ du VER. Le volume Ω du VER est présenté dans le Figure II. 3 [30].

Solicitation homogène en contrainte :

Soit un corps soumis à une contrainte homogène Σ sur ses bords. Alors, ce corps sera soumis à des tractions $T = \Sigma.n$ sur toute sa surface $\partial\Omega$ (Figure II. 3). On peut donc montrer que [22] [23]:

$$\langle \sigma \rangle = \frac{1}{|\Omega|} \int_{\Omega} \sigma(\underline{z}) d\Omega = \Sigma \quad (2.7)$$

où $\langle \bullet \rangle$ désigne l'opérateur de moyenne sur Ω .

On a, du fait de l'équilibre des contraintes en absence de forces réparties, $\underline{\text{div}}\sigma(\underline{z}) = 0$ sur Ω et compte tenu du théorème de la divergence, on a :

$$\int_{\Omega} \sigma_{ij} d\Omega = \int_{\Omega} (\sigma_{ik} z_j)_{,k} d\Omega = \int_{\partial\Omega} (\sigma_{ik} z_j n_k) dS = \Sigma_{ik} \int_{\partial\Omega} z_j n_k dS \quad (2.8)$$

$$\text{Avec } \int_{\partial\Omega} z_j n_k dS = \int_{\Omega} z_{j,k} d\Omega = |\Omega| \delta_{jk} \quad (2.9)$$

$$\text{D'où : } \int_{\Omega} \sigma_{ij} d\Omega = |\Omega| \cdot \Sigma_{ij} \quad (2.10)$$

d'après les relations (2.7) et (2.10), les contraintes homogènes macroscopiques Σ imposée sur le contour du VER sont égales à la moyenne spatiale des contraintes locales dans le VER.

Pour les déformations, on adoptera la relation suivante entre les échelles microscopique et macroscopique :

$$E = \langle \varepsilon \rangle = \frac{1}{|\Omega|} \int_{\Omega} \varepsilon(\underline{z}) d\Omega \quad (2.11)$$

où E est le tenseur des déformations macroscopiques.

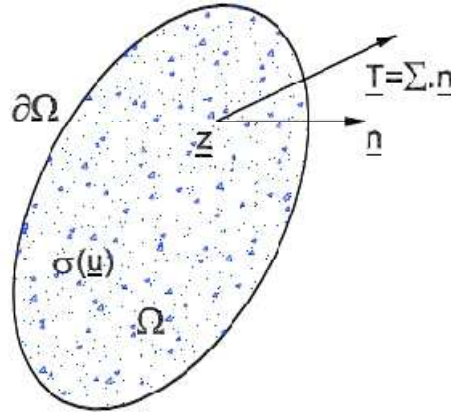


Figure II. 3 - Condition de contraintes homogènes au contour

Sollicitation homogène en déformation :

Pour établir le lien entre les comportements aux échelles microscopiques et macroscopiques, on considère un corps soumis à une déformation homogène E sur ses bords. Ce corps sera soumis à la condition de déplacement affine $\underline{u}(\underline{z}) = E \cdot \underline{z}$ sur toute sa surface $\partial\Omega$, E étant la déformation macroscopique homogène et $\underline{u}(\underline{z})$ le champ de déplacement à l'échelle microscopique. Alors, on peut montrer que [22], [23]:

$$\langle \varepsilon \rangle = \frac{1}{|\Omega|} \int_{\Omega} \varepsilon(\underline{z}) d\Omega = E \quad (2.12)$$

On a en effet, en utilisant la relation entre déplacement $u(z)$ et déformation $\varepsilon(z)$ et grâce au théorème de la divergence:

$$\frac{1}{2} \int_{\Omega} (u_{i,j} + u_{j,i}) d\Omega = \frac{1}{2} \int_{\partial\Omega} (u_i n_j + u_j n_i) dS = \frac{1}{2} \left[E_{ik} \int_{\partial\Omega} z_k n_j dS + E_{jk} \int_{\partial\Omega} z_k n_i dS \right] \quad (2.13)$$

Compte tenu de la relation (2.9) on peut écrire :

$$\int_{\Omega} \varepsilon_{ij} d\Omega = \frac{|\Omega|}{2} (E_{ij} + E_{ji}) = |\Omega| E_{ij} \quad (2.14)$$

En combinant les relations (2.12) et (2.14), on peut déduire que les déformations homogènes macroscopiques E appliquées sur le contour du VER sont égales à la moyenne spatiale des déformations locales dans le VER. Pour les contraintes, on définira les contraintes macroscopiques Σ par la relation :

$$\Sigma = \langle \sigma \rangle = \frac{1}{|\Omega|} \int_{\Omega} \sigma(z) d\Omega \quad (2.15)$$

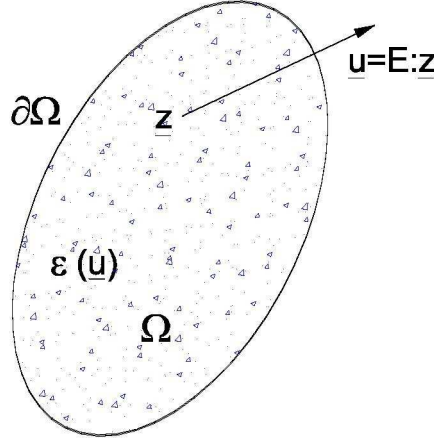


Figure II. 4 - Condition de déformation homogènes au contour

Pour un VER occupant le domaine Ω , de frontière $\partial\Omega$ et soumis à une déformation homogène macroscopique E sur son contour, le problème s'écrit :

$$\begin{cases} \sigma(\underline{z}) = \mathbb{C} : \varepsilon(\underline{z}) & (\text{sur } \Omega) \\ \text{div } \sigma(\underline{z}) = 0 & (\text{sur } \Omega) \\ u(\underline{z}) = E.\underline{z} & (\text{sur } \partial\Omega) \end{cases} \quad (2.16)$$

Le champ de déformation ε est défini en fonction de la déformation macroscopique E appliquée au travers de la relation suivante :

$$\varepsilon(\underline{z}) = \mathbb{A} : E \quad (2.17)$$

où \mathbb{A} est le tenseur de localisation des déformations.

Pour un VER occupant le domaine Ω , de frontière $\partial\Omega$ et soumis à une contrainte homogène macroscopique Σ sur son contour, le problème s'écrit :

$$\begin{cases} \sigma(\underline{z}) = \mathbb{C} : \varepsilon(\underline{z}) & (\text{sur } \Omega) \\ \text{div} \sigma(\underline{z}) = 0 & (\text{sur } \Omega) \\ \sigma(\underline{z}) \cdot n(\underline{z}) = \Sigma \cdot n(\underline{z}) & (\text{sur } \partial\Omega) \end{cases} \quad (2.18)$$

De manière similaire au cas du problème de déformation homogène au contour, on trouve que:

$$\sigma(\underline{z}) = \mathbb{B} : \Sigma \quad (2.19)$$

où \mathbb{B} est le tenseur de concentration.

II.1.4.3. L'étape d'homogénéisation

L'étape d'homogénéisation a pour objectif d'établir le comportement macroscopique (la relation entre Σ et E). Pour ce faire, on va introduire le concept de phase.

Cette étape implique l'utilisation du Lemme de Hill-Mandel.

II.1.4.3.1. Lemme de Hill-Mandel

Soit $\sigma(\underline{z})$ et $\varepsilon(\underline{z})$ deux champs respectivement de contrainte équilibrées ($\text{div} \sigma(\underline{z}) = 0$ dans Ω) et de déformation compatibles avec E ($\underline{u}(\underline{z}) = E \cdot \underline{z}$ sur $\partial\Omega$ et $\varepsilon = \varepsilon(\underline{z})$ sur Ω). Si $\sigma(\underline{z})$ vérifie des conditions de contraintes homogènes au contour $\partial\Omega$ ou si $\varepsilon(\underline{z})$ vérifie des conditions déformations homogènes sur $\partial\Omega$ [23], on a :

$$\langle \sigma : \varepsilon \rangle = \langle \sigma \rangle : \langle \varepsilon \rangle = \Sigma : E \quad (2.20)$$

Cette condition assure l'égalité entre le travail macroscopique ($\Sigma : E$) et la moyenne spatiale du travail microscopique ($\langle \sigma : \varepsilon \rangle$).

II.1.4.3.2. Les tenseurs de localisation A et B

Soit un matériau hétérogène soumis à E , on aura $\varepsilon(\underline{z}) = \mathbb{A} : E$

En utilisant le fait (2.12) que $\langle \varepsilon(\underline{z}) \rangle = E$

On a : $\langle \varepsilon(\underline{z}) \rangle = \langle \mathbb{A} : E \rangle = \langle \mathbb{A} \rangle : E$ d'où l'on tirera que $\langle \mathbb{A} \rangle = \mathbb{I}$

On peut appliquer un raisonnement similaire pour B qui nous conduira à : $\langle \mathbb{B} \rangle = \mathbb{I}$

Ici les tenseurs \mathbb{A}, \mathbb{B} sont des tenseurs du quatrième ordre. La moyenne des tenseurs \mathbb{A} et \mathbb{B} est un l'identité d'ordre quatre. D'autre part, ces tenseurs \mathbb{A}, \mathbb{B} ont les symétries mineures $A_{ijkl} = A_{jikl} = A_{ijlk} = A_{jilk}$, $B_{ijkl} = B_{jikl} = B_{ijlk} = B_{jilk}$ mais pas les symétries majeures $A_{ijkl} \neq A_{klij}$, $B_{ijkl} \neq B_{klij}$.

II.1.4.3.3. Homogénéisation et modules effectifs

Supposons que le tenseur de localisation \mathbb{A} est connu ($\varepsilon(\underline{z}) = \mathbb{A}(\underline{z}) : \bar{\varepsilon}$). On s'intéresse ici à l'identification de la loi de comportement macroscopique.

Dans le cas de déformations homogènes au contour, on utilise la loi de comportement (2.3) et les relations (2.15), (2.17), on trouve que :

$$\Sigma = \langle \sigma \rangle = \langle \mathbb{C} : \varepsilon \rangle = \langle \mathbb{C} : \mathbb{A} : E \rangle = \langle \mathbb{C} : \mathbb{A} \rangle : E = \mathbb{C}_{eff} : E \quad (2.21)$$

Avec
$$\mathbb{C}_{eff} = \langle \mathbb{C} : \mathbb{A} \rangle \quad (2.22)$$

On peut utiliser une approche énergétique pour résoudre le problème d'élasticité posé sur le VER défini par les équations (2.16)

$$\tilde{w}(\bar{\varepsilon}) = \frac{1}{2} \langle \varepsilon : \mathbb{C} : \varepsilon \rangle = \frac{1}{2} \langle E : \mathbb{A}^T : \mathbb{C} : \mathbb{A} : E \rangle = \frac{1}{2} E : \langle \mathbb{A}^T : \mathbb{C} : \mathbb{A} \rangle : E = \frac{1}{2} E : \mathbb{C}'_{eff} : E \quad (2.23)$$

Avec
$$\mathbb{C}'_{eff} = \langle \mathbb{A}^T : \mathbb{C} : \mathbb{A} \rangle \quad (2.24)$$

Par la condition de Hill-Mandel, on obtient immédiatement : $\mathbb{C}_{eff} = \mathbb{C}'_{eff} \quad (2.25)$

Cette identité permet de montrer la symétrie majeure du tenseur homogénéisé $(\mathbb{C}_{eff})_{ijkl} = (\mathbb{C}_{eff})_{klij}$. La symétrie mineure de ce tenseur est démontrée dans [22], [23] $C_{ijkl} = C_{jikl} = C_{ijlk} = C_{jilk}$

Dans le cas de contraintes homogènes au contour, de la même manière, on peut déterminer le tenseur de souplesses effectives \mathbb{S}_{eff} et $(S_{eff})_{ijkl} = (S_{eff})_{klij}$:

$$E = \langle \varepsilon \rangle = \langle \mathbb{S} : \sigma \rangle = \langle \mathbb{S} : \mathbb{B} : \Sigma \rangle = \langle \mathbb{S} : \mathbb{B} \rangle : \Sigma = \mathbb{S}_{eff} : \Sigma \quad (2.26)$$

Avec
$$\mathbb{S}_{eff} = \langle \mathbb{S} : \mathbb{B} \rangle \quad (2.27)$$

La symétrie mineure de ce tenseur est démontrée $S_{ijkl} = S_{jikl} = S_{ijlk} = S_{jilk}$. ([22], [23])

II.1.5. Conditions aux limites en déplacements et contraintes

Par la suite, la solution du problème d'homogénéisation du milieu hétérogène sera obtenue soit à partir de la condition en déplacement imposée sur la frontière compatible avec une déformation uniforme sur le bord du domaine (Figure II. 5), soit à partir d'une condition de vecteur contrainte imposée sur la frontière compatible avec un champ de contraintes uniforme (Figure II. 6).

II.1.5.1. Conditions aux limites en déplacements

On impose sur le bord du domaine Ω un champ de déplacement qui engendrerait une déformation uniforme dans Ω si le matériau était homogène.

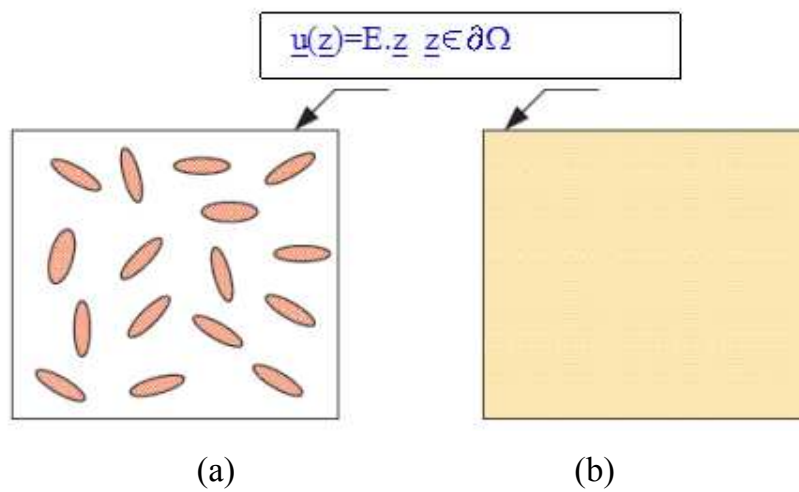


Figure II. 5 - Approche en déformation

(a) : élasticité hétérogène, $\mathbb{C}(\underline{z})$

(b) : élasticité homogène équivalente, \mathbb{C}_{eff}

Pour tout tenseur symétrique constant E , le problème élastique de la Figure II. 4 est défini sur le domaine Ω par les équations :

$$\begin{cases} \text{div } \sigma(\underline{z}) = 0 \\ \sigma(\underline{z}) = \mathbb{C} : \varepsilon(\underline{z}) \quad (\text{sur } \Omega) \\ \varepsilon(\underline{z}) = \frac{1}{2}(\nabla \underline{u} + {}^t \nabla \underline{u}) \quad (\text{sur } \Omega) \\ \underline{u}(\underline{z}) = E \cdot \underline{z} \quad (\underline{z} \in \partial\Omega) \end{cases} \quad (2.28)$$

II.1.5.2. Conditions aux limites en contraintes

De la même manière, on peut considérer des conditions limites homogènes en contrainte sur le contour de Ω :

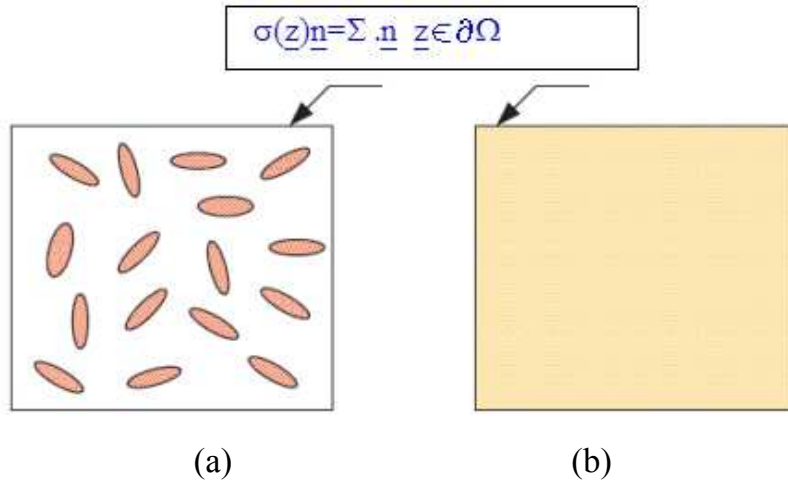


Figure II. 6 - Approche en contrainte

(a) : élasticité hétérogène, $\mathbb{S}(\underline{z})$ (b) : élasticité homogène équivalent, \mathbb{S}_{eff}

Si Σ est un tenseur symétrique constant, les équations régissant le comportement du domaine Ω sont les suivantes :

$$\begin{cases} \text{div } \underline{\sigma}(\underline{z}) = 0 \\ \underline{\sigma}(\underline{z}) = \mathbb{C} : \underline{\varepsilon}(\underline{z}) \quad (\text{sur } \Omega) \\ \underline{\varepsilon}(\underline{z}) = \frac{1}{2}(\nabla \underline{u} + {}^t \nabla \underline{u}) \quad (\text{sur } \Omega) \\ \underline{\sigma}(\underline{z}) \cdot \underline{n} = \Sigma \cdot \underline{n} \quad (\underline{z} \in \partial\Omega) \end{cases} \quad (2.29)$$

Dans les deux situations considérées, il est clair que les champs de déformations et de contraintes locaux à l'intérieur du VER peuvent être considérés comme la superposition d'un champ constant fixé par les conditions aux limites et d'une fluctuation dépendant des propriétés élastiques locales.

II.1.6. Condition aux limites périodiques au contour

Compte tenu des problèmes considérés, les résultats des travaux présentés dans ce manuscrit (chapitre 4) seront obtenus pour des conditions aux limites périodiques sur le contour du VER. Pour ce type de conditions aux limites et comme il a été montré dans le paragraphe II.1.5, on peut adopter une approche en contraintes ou une approche en déformations.

II.1.6.1. Approche en contraintes

Le champ de contraintes au point \underline{z} de la cellule de base Ω est considéré comme étant de la forme :

$$\underline{\sigma}(\underline{z}) = \Sigma + {}^{per} \underline{\sigma}(\underline{z}) \quad (2.30)$$

où ${}^{per}\sigma(\underline{z})$ est un champ de contraintes périodiques. Il est bien entendu qu'un tel champ de contraintes est en équilibre sur le bord du domaine, car la périodicité du tenseur des contraintes implique l'anti périodicité du vecteur contrainte sur le bord du domaine. Par ailleurs, la moyenne de ${}^{per}\sigma(\underline{z})$ sur le volume Ω peut être fixée à la valeur Σ , comme montré dans le paragraphe II.1.5.

II.1.6.2. Approche en déformations

Le champ de déplacement en un point z d'une cellule de base Ω est déterminé de façon similaire par la relation :

$$\underline{u}(\underline{z}) = E \cdot \underline{z} + {}^{per}u(\underline{z}) \quad (2.31)$$

où ${}^{per}u(\underline{z})$ est un champ de déplacement périodique. Alors, le champ de déformations au point z de la cellule de base Ω est donné par :

$$\varepsilon(z) = E + {}^{per}\varepsilon(z) \quad (2.32)$$

II.1.7. Quelques éléments théoriques sur l'utilisation de techniques d'homogénéisation dans le cas d'interlock :

- L'analyse de la réponse mécanique des milieux hétérogènes est compliquée.
- La réponse mécanique qu'on cherche est souvent une réponse à une échelle macroscopique (un déplacement, une énergie de déformation etc.).
- Il s'agit d'un problème d'homogénéisation : le milieu hétérogène est homogénéisé à un milieu homogène mécaniquement équivalent.
- Dans le cas des composites renforcés par des fibres, le but des théories d'homogénéisation est, une fois les caractéristiques mécaniques des phases et la fraction volumique des fibres connues, de prédire les caractéristiques mécaniques d'un solide homogène équivalent, qui reste toutefois, si les renforts sont des fibres orientées, anisotrope.
- La définition du VER peut ne pas être simple et dans certains cas elle fait l'objet d'une discussion.

II.2. Modélisation géométrique et mécanique de l'Interlock

Par modélisation géométrique, il faut comprendre qu'on ne traitera dans cette section que de la création de la géométrie, y compris la modélisation des mèches et le croisement des mèches. Compte tenu notamment des problèmes bien connu d'interpénétration de mèches, cette modélisation constitue déjà une étape difficile.

Les études sur le comportement mécanique seront quant-à-elle abordées dans la deuxième partie de cette section. Différentes approches de modélisation issues de la littérature seront présentées et nous essaierons de choisir les plus adaptées à nos modèles.

En raison des difficultés déjà évoquées, la création de la géométrie puis le maillage de préformes complexes avec des mèches entrelacés dans l'épaisseur a constitué un vrai challenge. Le procédé d'injection de la résine implique un compactage et une compression locale des mèches ainsi que l'apparition de zones de confinement de résine. Certains problèmes concernant l'interpénétration apparaissent donc comme prépondérants dans la modélisation de la structure composite.

Pour réaliser une modélisation complète de ce genre de matériau, de nombreux développements sont nécessaires : une modélisation géométrique [31] avec le droit d'une mèche compactage), la correction des interpénétrations de mèches [32] et la simulation du comportement de la structure.

Lors de l'injection de la résine, les mèches de fibres constituant les Interlocks sont constituées d'un mélange de fibres et de résine. Il apparait donc judicieux de déterminer le comportement des mèches au moyen de techniques d'homogénéisation telles que celles décrites en section II.1. La Figure II. 7 décrit la méthodologie que nous adopterons pour homogénéiser le comportement du composite Interlock.

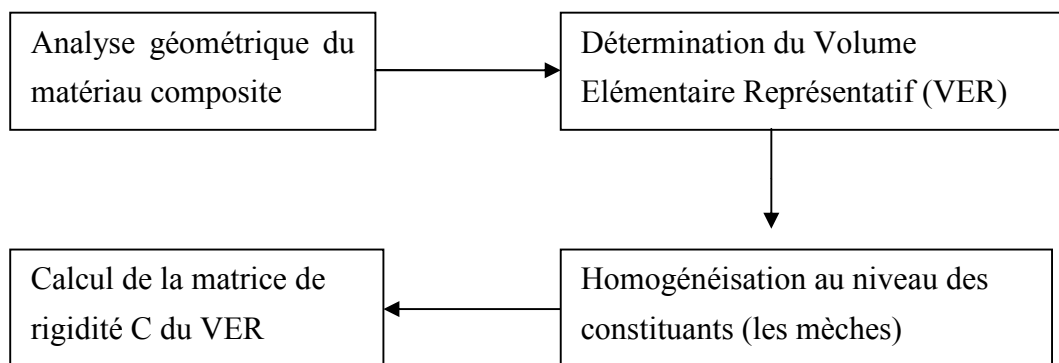


Figure II. 7 - Modélisation et homogénéisation du comportement du matériau considéré

La notion de VER du matériau est définie dans le but de tester numériquement les propriétés mécaniques du matériau puis de les confronter à l'expérience. On doit imaginer que nous allons extraire un bloc de matériau, en tenant compte de la géométrie, des conditions aux limites, des chargements et plus généralement des symétries. Dans ce cas l'utilisation d'un VER va nous permettre, par son comportement homogène, de déduire celui d'une structure complexe. Ce VER est défini en respectant la périodicité, mais il présente aussi une symétrie par rapport aux 3 plans orthogonaux, son comportement étant supposé orthotrope ([9], [10], [11], [33], [33]). L'objectif est donc de définir puis de mailler un volume géométrique simple permettant de représenter le tissu considéré.

Les mèches sont constituées d'assemblages successifs de fibres. Les tissus sont, quant à eux, formés par les mèches. La cellule élémentaire du composite est donc un matériau fondamentalement multi-échelles : le comportement mécanique macroscopique du tissu est directement hérité de son comportement aux échelles inférieures. Trois échelles sont dénombrables au sein des matériaux composites tissés (Figure II. 8) :

- Échelle microscopique : échelle de la fibre
- Échelle mésoscopique : échelle de la mèche
- Échelle macroscopique : échelle de la pièce complète

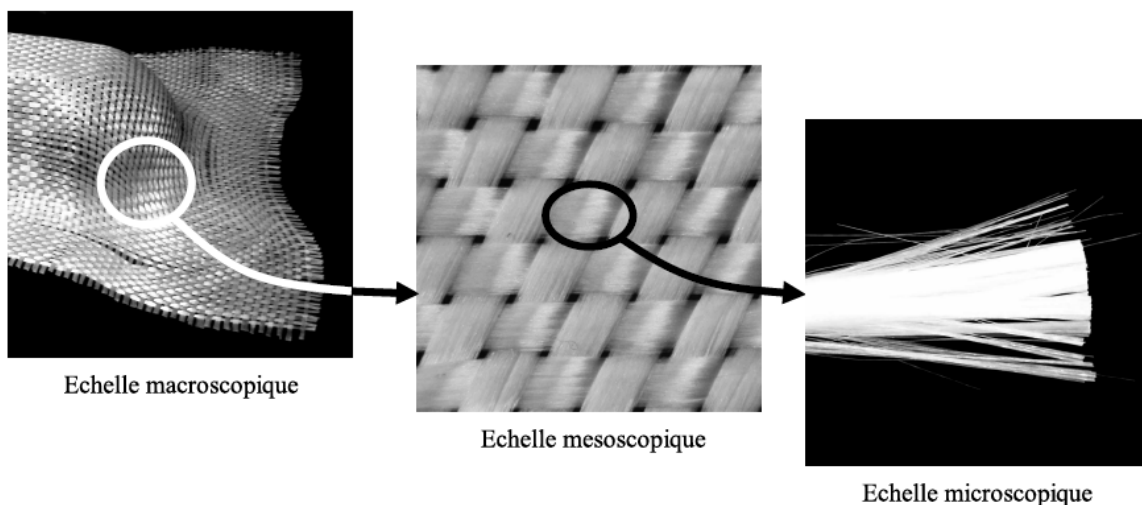


Figure II. 8 - Différentes échelles d'un renfort tissé [34].

On peut définir trois niveaux structurels pour les composites :

- Le niveau-macro (M) définit la géométrie 3D du composite. On étudie la déformation du renfort dans sa globalité afin de caractériser l'apparition de plissements, de glissements de mèches et plus généralement la formabilité d'une pièce complète.
- Le niveau-méso(m) définit la structure interne du renfort, les variations de la direction de fibres, le taux volumique des fibres à l'intérieur des mèches et les plis fibreuses à

l'intérieur du volume élémentaire représentatif du matériau. On étudie le comportement de la mèche afin de déterminer les caractéristiques locales du renfort. Les volumes simulés sont généralement de l'ordre de la taille de la maille élémentaire du renfort.

- Le niveau-micro(μ) définit l'arrangement des fibres dans le VER de la mèche imprégnée ou les plis fibreux. On étudie les fibres et leurs interactions.

Le Tableau II. 1 montre les différents niveaux des éléments structurels d'un composite et les problèmes de la modélisation associés à chaque niveau de structure.

Structure	Eléments	Phénomène à modéliser
Mèche	Fibres	Distribution spatiale des fibres dans une mèche et son évolution sous chargement
Tissu	Mèche	Géométrie des mèches dans un tissu et évolution de celles-ci sous chargement ; Comportement mécanique du tissu répété sous chargement complexe ;
Cellule élémentaire du composite	Tissu ; Matrice	Propriétés mécaniques (rigidité de matrice, non-linéaire ; résistance) ;
Part du composite	Cellules élémentaires (déformés)	Tenseur de perméabilité ; Ecoulement de la résine ; Façon d'agir dans le processus du formage.

Tableau II. 1. Hiérarchie de la structure et modèles d'un composite textile

A chaque niveau, on fait appel à un modèle utilisant les données de topologie et les paramètres d'espace des éléments structurels (motifs de tissages, imbrication de la trame et de la chaîne) et les propriétés des éléments (mèches dans un tissu) pour prédire les propriétés de la structure (géométrie du tissu). Si nécessaire, des données venant d'un niveau inférieur, plus fin seront introduites (structure fibreuse des mèches dans le tissu par exemple).

Une des difficultés des approches méso-macro réside dans la manière de reproduire de façon fidèle la géométrie de ces architectures aux formes très complexes. Dans le cas des composites, à cause des positions des fibres dans les mèches, des mèches dans la matrice et de la présence de défauts dans la matrice, il est ardu de reproduire de manière précise la géométrie réelle du composite. Pour traiter ces problèmes, on introduit une géométrie idéalisée, caractérisée par des paramètres quantifiables. Ces paramètres à considérer pour modéliser la géométrie d'un tissu sont les trajets des mèches, les sections des mèches, le nombre de mèches de trame et de chaîne dans une cellule élémentaire, la distance entre les mèches et la fraction volumique de fibres. De plus, la matrice est supposée homogène et sans défaut.

II.2.1. Section des mèches

Dans les structures composites, on trouve plusieurs formes de section de mèches, de la plus simple à la plus complexes. En général, ces sections peuvent être uniformes ou bien variables le long de la mèche. Dans le cas des géométries idéalisées, les mèches ne sont pas distordues et la compaction n'est pas prise en compte, on peut ainsi modéliser des sections les plus simples possible. Dans la littérature, Peirce [35] a proposé de considérer des sections circulaires constantes. Il fait l'hypothèse que les mèches sont assez éloignées les unes des autres pour éviter l'écrasement des sections circulaires. Cette approche a également été reprise par Naik *et al.* [36]. Une autre méthodologie a été proposée par Tan *et al.* [18], il s'agit, dans le contexte d'un modèle éléments finis de blocs stratifiés, de travailler avec des sections rectangulaires constantes. Néanmoins, à partir de l'observation microscopique (MEB) des surfaces des mèches sens trame et les mèches sens chaîne il apparaît que ces surfaces sont elliptiques. Il serait donc plus réaliste d'introduire dans la modélisation des sections elliptiques et lenticulaires (Figure II. 9). Dans les travaux récents de El Hage, Nehme, Halla [1], [10], [11], [9], cette section elliptique a été modélisée par une ellipse légèrement aplatie. Cette surface elliptique aplatie est obtenue, tout en respectant les dimensions géométriques déterminées par le MEB, par l'« assemblage » d'un rectangle et d'une ellipse (Figure II. 9)

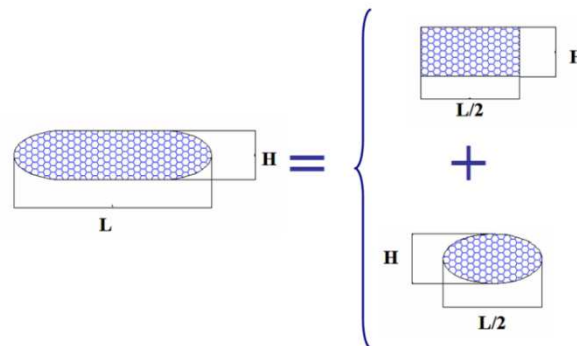


Figure II. 9 - Modélisation de la section des mèches lenticulaires

Dans le cadre de notre étude, les sections de mèches seront considérées elliptiques, telles qu'elles ont été observées au MEB par El Hage [1]. Les dimensions des mèches de trame et des mèches de chaînes de chaque composite Interlock étudié sont présentées dans Chapitre 1.

II.2.2. La courbe des mèches

Les assemblages successifs d'un très grand nombre de fibres donnent des mèches de fibres. On suppose que toutes les fibres d'une mèche sont parallèles et suivent un même chemin. Ce chemin est défini par sa ligne médiane (fibre neutre). Dans le cas des composites 3D, on considère généralement que le chemin des mèches de chaîne ou de trame se trouve dans un plan. Les mèches de chaînes oscillent autour les mèches de trame, en suivant différents trajets afin de reproduire le plus fidèlement possible la géométrie du composite.

Dans les travaux menés par Whitney *et al* [37], afin d'adapter la théorie des stratifiés, les mèches de chaînes sont représentées par des segments. Ces segments sont alors situés dans des plans inclinés. Cette représentation a également été utilisée par Tan *et al* [18], en décomposant les mèches de chaînes en trois segments droits avec trois inclinaisons différentes (voir Figure II. 10).

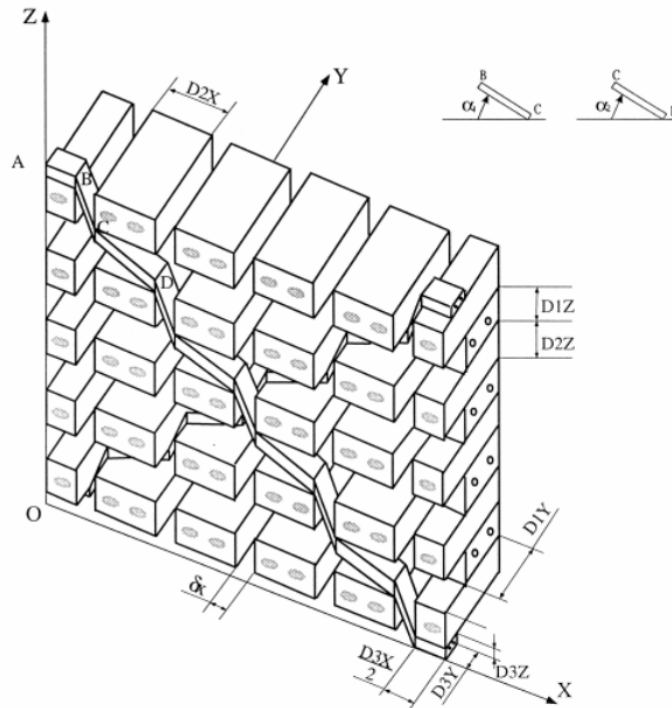


Figure II. 10 - Représentation d'une mèche de chaîne par des segments droits [18]

La fibre neutre des mèches de chaîne est ensuite représentée un peu plus précisément par deux fonctions elliptiques et affine [3]. Cette courbe peut être définie par l'angle d'orientation plane θ (l'angle que fait la projection du chemin dans le plan xy avec l'axe x).

Keefe a décrit le trajet de mèche par les courbes paramétriques appelées Non-Uniform Rational B-Splines (NURBS) [38]. Ce type de courbe est le plus utilisé dans la littérature. Une courbe du type spline cubique périodique peut également être utilisée (Sherburn [39]).

Dans notre étude, il n'est pas nécessaire de connaître l'architecture des plis fibreux, on peut ne prêter attention qu'à la simulation des mèches et à la perméabilité de la résine.

Une méthode pour créer les mèches numériquement a été présentée par Lomov [8].

La ligne médiane (fibre neutre) est définie par les positions spatiales $r(s)$ des centres O de la section des mèches, où s est la coordonnée suivant la ligne médiane, r désigne le rayon vecteur soit la distance au point O. La section d'une mèche, normale à t , est définie par ses dimensions $d_1(s)$ et $d_2(s)$ suivant les axes $a_1(s)$ et $a_2(s)$. Ces deux axes sont liés à la section de la mèche. Le système $[\vec{a}_1 \vec{a}_2 \vec{t}]$ varie suivant l'abscisse curviligne le long de la fibre neutre.

La forme de la section peut être supposée elliptique, lenticulaire, etc.

La définition des positions spatiales d'une mèche avec une forme de section dans une cellule élémentaire contient donc 5 fonctions périodiques : $r(s)$, $a_1(s)$, $a_2(s)$, $d_1(s)$, $d_2(s)$. Les fonctions sont calculées pour toutes les mèches dans la cellule élémentaire par un modèle géométrique. Lorsqu'utilisées dans les calculs numériques, toutes les fonctions sont données comme des tableaux de valeurs pour un ensemble de points suivant la fibre neutre de la mèche. La qualité de la représentation de la fibre neutre de la mèche continue et notamment la continuité de la tangente est réglée par la finesse des divisions de la fibre neutre des mèches.

Cette description définit pleinement les volumes des mèches dans une cellule élémentaire. Le format est le même pour la cellule élémentaire orthogonale et non-orthogonale (angle α dans la Figure II. 11). Les dimensions dans le plan de la cellule élémentaire X , Y sont données par la taille répétée de la structure textile, où l'épaisseur Z est calculée comme la différence entre le maximum et minimum des coordonnées z des sections de toutes les mèches dans la cellule élémentaire.

Pour décrire la structure fibreuse de la cellule élémentaire, on considère un point et un assemblage fibreux au voisinage de ce point. L'assemblage fibreux peut être caractérisé par les paramètres physiques et mécaniques des fibres près de ce point (qui n'est pas forcément le même dans tous les points du tissu), par sa fraction volumique de fibres V_f et par sa direction f (Figure II. 11). Si le point n'est pas à l'intérieur d'une mèche, alors $V_f=0$ et f n'est pas définie. Pour un point à l'intérieur d'une mèche, les propriétés sont facilement calculées, à condition que la structure fibreuse des mèches à l'état vierge et sa dépendance à la compression locale, la flexion et la torsion de la mèche soit donnée.

La distribution des fibres à travers une section est souvent supposée uniforme, mais la valeur de V_f , qui est la même dans tous les points de la section, peut différer selon les évolutions de d_1 et d_2 le long de la fibre. La distribution non-uniforme peut être importante pour l'étude de l'endommagement, dans ce cas, V_f va varier à travers la section.

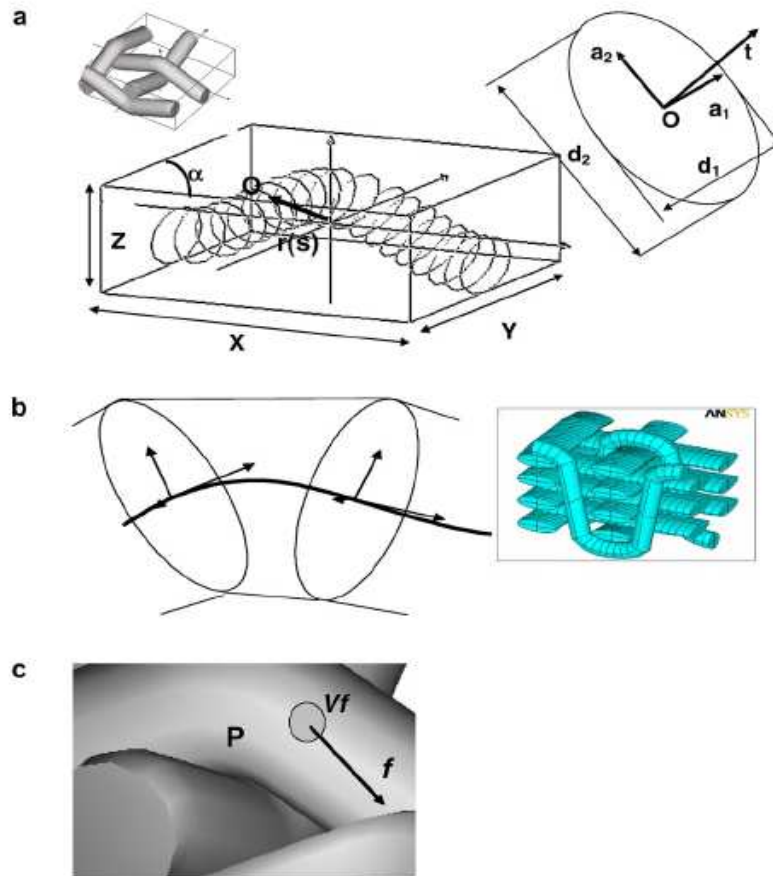


Figure II. 11 - Modèle géométrique des mèches et transformation en volumes du modèle solide [8]

Les volumes des mèches sont effectivement maillés, en utilisant une opération de maillage de type extrusion : un maillage construit dans la première section de la mèche est extrudé le long de la mèche, en créant un maillage assez régulier. Le maillage à l'intérieur de la matrice est un défi plus difficile. Les mailles dans les mèches peuvent s'interpénétrer à cause des approximations du modèle géométrique.

Au sein de l'équipe composite du laboratoire Roberval, UMR CNRS/UTC 7337, ([1] [2] [9] [10] [40] [33]) une méthode de modélisation des mèches utilisant des fonctions sinusoïdales a été développée. Les sections de mèches sont elliptiques et sont modélisées géométriquement par un rectangle et deux demi-ellipses respectant les dimensions des mèches. Le but de cette modélisation est d'obtenir une géométrie simple, représentative de la rigidité et pouvant être maillé avec des hexaèdres.



Figure II. 12-observations microscopiques et modélisation de la section des mèches [1]

L'observation microscopique a également permis, de définir l'architecture du tisseur et les dimensions géométriques liées à la structure. Le VER du tisseur est constitué de mèches de chaîne (les plans verticaux) et de mèches de trame. L'équation de la fibre moyenne de la mèche de chaîne est gérée par la fonction sinusoïde suivante :

$$z(x) = \frac{h_w + h_f}{2} \cdot \cos\left(\frac{2}{a_f + 2c_L} \pi \cdot x\right) \quad (2.33)$$

Avec : h_w , a_w : épaisseur et largeur de la mèche de chaîne

h_f , a_f : épaisseur et largeur de la mèche de trame

c_L : distance entre les mèches de trame

La création du quart de la section conduit à un maillage quadratique de bonne qualité. L'utilisation d'un maillage surfacique quadratique permet d'obtenir un maillage hexaédrique (en volume). Pour aboutir à la géométrie d'une mèche, il suffit d'extruder la section suivant la courbe sinusoïdale (éq.2.33) définissant la fibre neutre de la mèche (Figure II. 13).

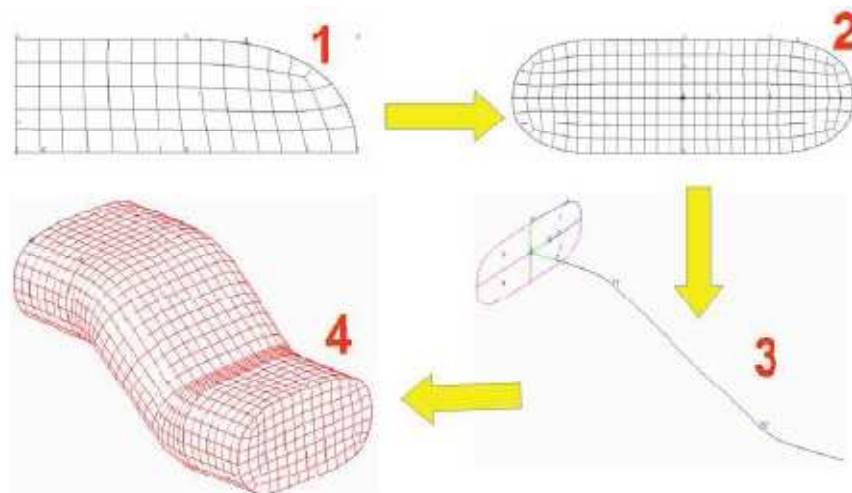


Figure II. 13 - création d'une mèche chaîne [33]

Dans le but de trouver la taille convenable des éléments hexaédriques, les VER sont sollicités suivant différents trajets. L'utilisation d'un maillage très fin est certainement favorable pour obtenir des résultats précis. Cependant un maillage très fin nécessite une machine assez puissante et un temps de calcul long. En se basant sur ce qui a précédé, un maillage satisfaisant du tisseur a été créé, respectant la coïncidence entre les nœuds des éléments

triangulaires (surfaces extérieures de la résine) et les éléments hexaédriques (mèches) a été assurée [33] (Figure II. 14).

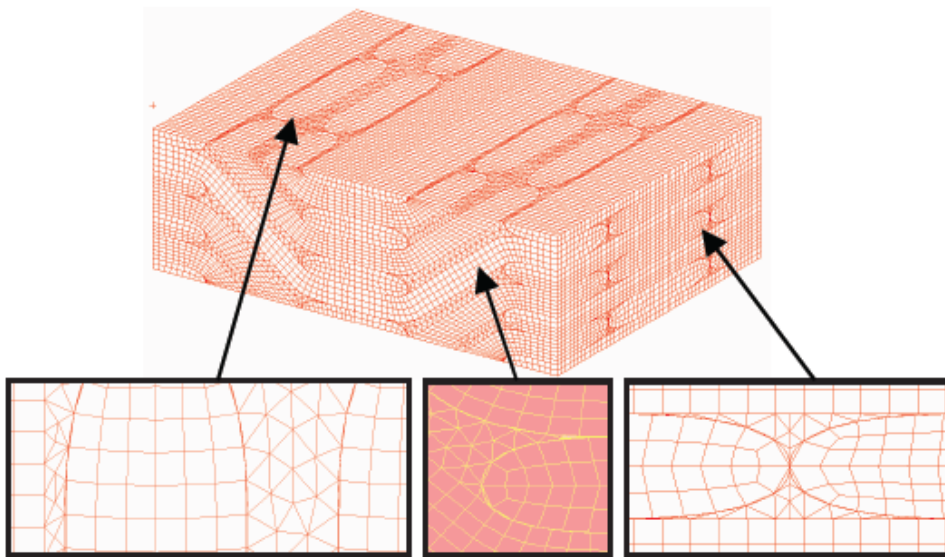


Figure II. 14 - maillage du VER (coïncidence des nœuds) [33]

Pour éviter le problème de temps de calcul prohibitifs, que ne résolvent pas les méthodes précédentes, nous proposons de mailler les mèches de chaîne et mèches de trame avec un maillage raisonnablement grossier et de raffiner les maillages au niveau des zones de contact. Les intersections entre mèches seront évitées et on pourra parler de contact. Le principe de maillage des mèches est illustré sur la Figure II. 15 . Cette nouvelle méthode sera détaillée au chapitre 3 de ce manuscrit.

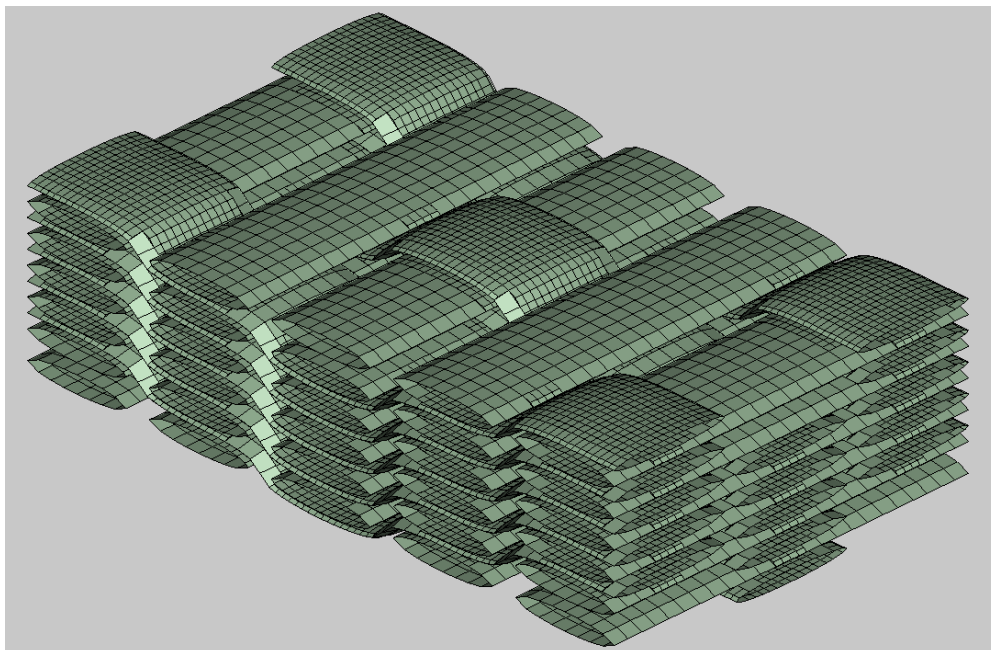


Figure II. 15 – Méthode de raffinement de maillage des mèches

II.2.3. Modélisation mécanique et logiciels de modélisations textile et mécanique

Dans la plupart des études sur la modélisation mécanique des composites à renforts 3D interlocks, un comportement élastique linéaire est utilisé pour définir le comportement des différents constituants du composite. En effet, pour modéliser ces structures on va remplacer le composite hétérogène par un matériau homogène équivalent (MHE) avec des modules équivalents. Il y a deux types d'approche : analytique et numérique, selon le degré d'approximation ou de simplification de la géométrie.

Pour les méthodes analytiques, la plupart des auteurs utilise des méthodes spécifiques afin de calculer analytiquement la matrice de rigidité équivalente d'un composite 3D interlock. Ces méthodes sont basées sur le concept de moyenne volumique, dérivées de la loi des mélanges. La première approche ayant été développée dans le cadre des travaux des composites stratifiés par Whitney et Chou [37]. Elle est limitée aux propriétés planes uniquement. Dans cette approche, la modèle géométrique est simple avec des mèches droites (Figure II. 10). Les mèches de chaîne sont considérées comme une superposition d'unidirectionnels inclinés (UDs). Byun et Chou [41] y ont ensuite introduit la matrice de souplesse moyenne d'un segment courbe. Le modèle géométrique est constitué par des segments droits et courbes. Par la suite, Cox et Dadkhah [42] ont pris en compte la distribution des fibres au travers de la fraction volumique et de l'ondulation des fibres dans un modèle dit de "moyenne orientée" (Orientation Averaging Model). Dans un souci de réalisme, Sheng et Hoa [3] modélisent un chemin entier et réel des mèches et ne considèrent plus des segments droits juxtaposés. Lomov *et al* [43] ont également développé une approche analytique intéressante, basée sur une minimisation de l'énergie de déformation des mèches au sein du renfort.

Certains auteurs [18] [44] ont fait le choix d'approches semi-analytiques. Cependant, ils supposent que l'architecture des modèles est parfaite et donc très éloignée de la réalité, en négligeant notamment l'ondulation des mèches et en considérant des sections idéalisées de mèches rectangulaires. Il a été observé que ce type de modélisation ne permet pas de reproduire les résultats observés expérimentalement. Ce type d'approche fournit de bons résultats pour des trajets de chargement simples, comme la traction uni-axiale et la traction biaxiale, les trajets plus complexes s'avérant plus difficile à reproduire.

Grâce à la discrétisation de la géométrie des structures composites par des éléments finis (3D), des méthodes permettent une modélisation plus fine. On retrouve principalement deux modèles numériques pour prédire le comportement des matériaux composites : le modèle dit binaire, pour prédire le comportement de composites textile à renforcement 3D [45], [46], [47] et le modèle dit XYZ [18]. Dans le modèle binaire, les propriétés axiales de mèche sont

représentées par des éléments à deux nœuds, tandis que le comportement des mèches et de la matrice, le module de rigidité transversale, le module de cisaillement et le coefficient de Poisson du composite sont représentés par des éléments "milieu effectif". Le modèle dit XYZ est représenté par des blocs stratifiés constitués de micro-blocs dont on connaît les propriétés. Dans ces modèles numériques, le volume est discrétisé afin d'obtenir des cellules élémentaires composées de constituants homogènes puis une moyenne volumique est réalisée pour remonter aux propriétés élastiques du composite. Pour éviter un calcul par moyenne volumique, la méthode d'homogénéisation permet la détermination des propriétés effectives du matériau composite à partir de celles de ses constituants. Une fois le modèle numérique construit, les propriétés effectives du matériau composite seront obtenues par homogénéisation.

Nous présentons dans la partie suivantes les logiciels de modélisation géométrique et mécanique des composites à renforts textiles les plus couramment utilisées dans l'industrie.

Wisetex

Wisetex est un logiciel développé par Lomov et Verpoest à l'université de Leuven ([48], [49], [50], [31], [51]) Wisetex peut modéliser la géométrie des tissus 2D et 3D, UD préformes, tressées 2D dans un état relâché, en compression, traction et cisaillement. Ce logiciel s'affranchit de l'inconvénient d'autres modèles dépendant de descriptions empiriques du textile. Les propriétés de fibres, de mèches et de tissus peuvent tous être définis dans WiseTex y compris la géométrie de la section (le diamètre des fibres), la densité, le coefficient de frottement, le module de Young, le coefficient de Poisson, la largeur des mèches, la hauteur des mèches, la forme des mèches, l'espacement des mèches, l'épaisseur du tissu, etc. Pour une ondulation donnée, l'équation d'une mèche sur un intervalle élémentaire est une fonction paramétrique dépendant de l'abscisse de la fibre neutre, de l'amplitude de l'ondulation et de l'espacement des mèches. La position d'une mèche dans le VER est définie par cinq fonctions périodiques (voir Figure II. 16) : une pour la position de la mèche dans l'espace, deux pour le système local de coordonnées et deux pour les dimensions de la section. La géométrie est discrétisée sous la forme d'un modèle éléments finis [52].

Plusieurs logiciels qui interagissent avec WiseTex ont également été développés. LamTex est utilisé pour la modélisation de composites textiles laminés. FETex est utilisée pour exporter la géométrie de WiseTex à ANSYS. Le modèle peut alors être utilisé pour effectuer quelques types d'analyse par éléments finis. MeshTex est utilisé pour créer des maillages à partir de modèles géométriques WiseTex. TexComp est utilisé pour prédire des propriétés de rigidité d'un matériau composite textile à l'aide de méthodes analytiques.

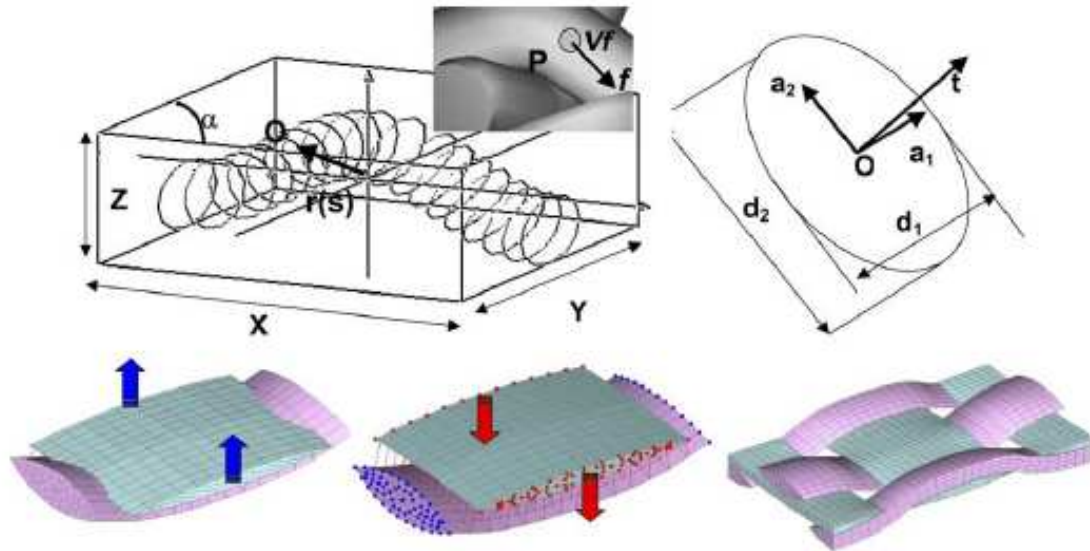


Figure II. 16 - Définition d'une section pour éviter la pénétration des mèches [32]

TexGen

Le groupe composite de Robitaille de l'Université de Nottingham a développé le logiciel TexGen [53] [54] [55] [56] [57], ensuite Martin Sherburn [39] [58] [59] a été le principal développeur de ce logiciel pour la modélisation géométrique des structures textiles. Ce logiciel permet également de simuler et d'étudier le comportement mécanique et la perméabilité de structures composites. Grâce à cet outil, Robitaille *et al* ont identifié un besoin pour générer des modèles géométriques pour la prédiction de la perméabilité de tissus et des propriétés mécaniques de composites.

Une version plus récente du logiciel [60] permet de modéliser avec précision des textiles (par exemple tissé, tricoté, etc..) avec différentes techniques (méthode des éléments finis, méthode des différences finies, méthode des volumes finis, méthode multi-grille, la visualisation) pour des applications telles que la mécanique des solides, la dynamique des fluides, thermodynamique et l'électromagnétisme [57] [39].

Pour la modélisation géométrique, le trajet d'une mèche est définie par une série de points de contrôle. Le lissage du chemin est effectué par des interpolations de Bézier ou cubiques. Les sections des mèches sont lenticulaires ou elliptiques sur la longueur de la mèche. Pour la prédiction des propriétés, les effets de la forme de la section et de la distribution de fibres sont pris en compte. La variation de section affecte la distribution des contraintes, ce qui nécessite de connaître sa forme exacte. Les conditions aux limites périodiques sont importantes car elles empêchent l'apparition de concentrations de contraintes artificielles sur la frontière [39], [52]. La philosophie globale de TexGen est présentée sur la Figure II. 17.

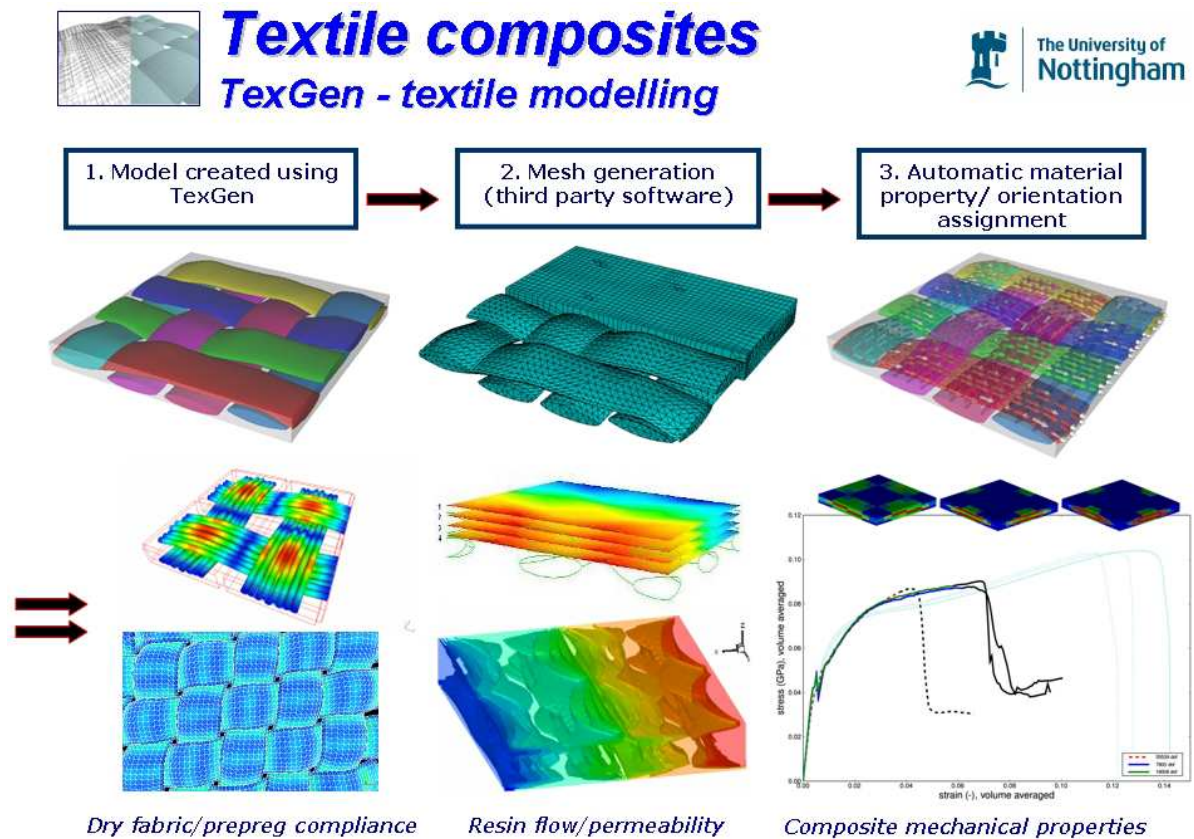


Figure II. 17 - Philosophie globale du logiciel TexGen (Université Nottingham)

TexEng

TechText CAD et Weave Engineer [61], [62] sont deux produits développés par TexEng Software Ltd. Le logiciel Weave Engineer est dédié à la conception et la fabrication de structures textiles avancées basées sur l'utilisation de la technologie de tissage traditionnel. Il ne contient pas toutes les caractéristiques permettant de prédire les propriétés mécaniques des tissus, mais il peut être utilisé pour concevoir des structures textiles tissées 3D, avec les deux architectures solides et creuses et le renforcement composite non-ondulation.

Le logiciel Tech Text CAD est développé pour prédire le comportement mécanique des composites textiles [63], [64]. Le principe de modélisation géométrique de tissus est similaire à celui des logiciels TexGen et WiseTex, mais il est limité aux tissus 2D. Les trajets des mèches sont calculés sur la base des modèles analytiques. Ce logiciel est une aide à l'ingénierie des assemblages textiles afin de définir des structures, prédire les propriétés mécaniques et effectuer des calculs.

II.2.4. Les Difficultés de modélisation : intersection et contact entre fibres

Pour définir le comportement mécanique de renforts, on peut considérer deux types de méthodes: les méthodes expérimentales et la prédiction du comportement par modélisation. Les méthodes expérimentales présentent l'avantage d'être directes et efficaces mais comportent plusieurs inconvénients : elles sont souvent longues et difficiles à mettre en œuvre. C'est pourquoi il est judicieux de les compléter par des méthodes numériques. La simulation par éléments finis de la cellule élémentaire semble être l'une des méthodes les plus prometteuses. Dans ce cas, le renfort est modélisé à l'échelle mésoscopique, par l'entrelacement de mèches supposées homogènes. Cette méthode donne accès à la fois à des résultats globaux et locaux et semble être un bon compromis entre réalité et complexité. Pour alimenter ces simulations, un modèle géométrique 3D de la cellule élémentaire du renfort est nécessaire. Les propriétés des renforts étant essentiellement dues à leur architecture, elles doivent être définies avec beaucoup de précision. Dans les simulations disponibles dans la littérature ([8], [65]) la section de contact entre des mèches demande une attention particulière. L'un des points les plus complexes dans le processus de la simulation des mèches est la représentation précise des zones de contact, pouvant conduire, entre autre, à des interpénétrations de mèches. Ces interpénétrations sont problématiques car elles ne permettent pas la convergence des calculs éléments finis ni même sa mise en œuvre. Des stratégies complexes doivent alors être utilisées pour lever ces difficultés.

II.2.4.1. Les types d'interpénétration:

Pour la fibre renforcée, ces contacts peuvent être très nombreux. Trois types d'interpénétration ont été identifiés dans la littérature [8] :

- Sur une structure serrée orthogonale avec des mèches à plat (Figure II. 18). L'interpénétration se représente près du centre/milieu de la largeur de la mèche. C'est le cas le plus simple, qui peut être résolu en utilisant une forme de section lenticulaire ou en modifiant les dimensions de la mèche. Il faut conserver la symétrie de la section et prendre en compte la compressibilité de la mèche suivant la direction latérale.

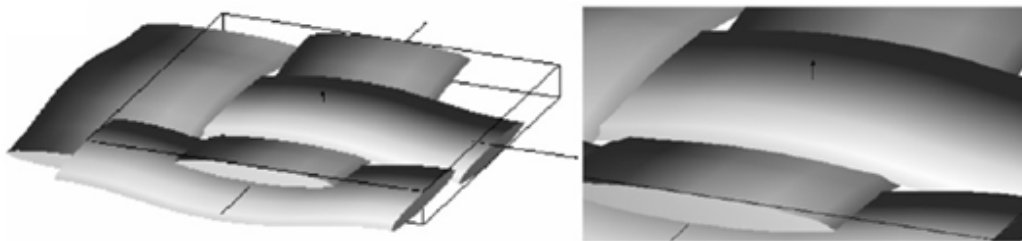


Figure II. 18 - Structure serrée orthogonale avec des mèches à plat [8]

- Intersections non-orthogonale des mèches à plat (Figure II. 19). Dans ce cas, la mèche

peut être découpée en zones de contact. Ce type d'interaction entre mèches se produit en présence de compression locale, ce qui conduit à la forme non-orthogonale de la mèche. Ce problème ne peut pas être résolu en conservant l'hypothèse de la forme symétrique.

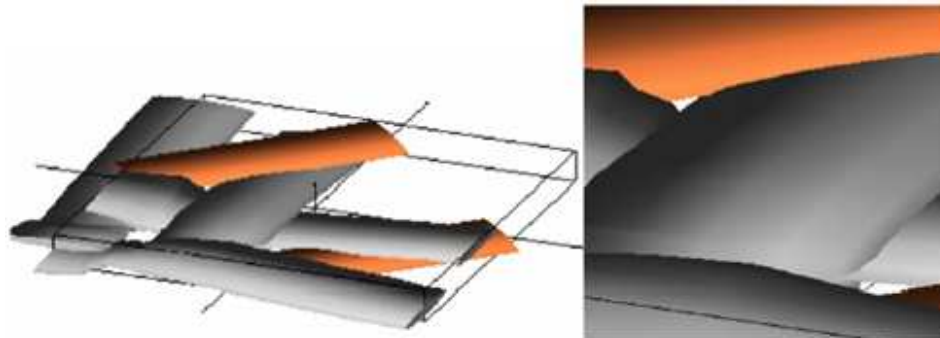


Figure II. 19 - Intersections non-orthogonales des mèches à plat [8]

- L'entrelacement serré des mèches, notamment dans le tissu 3D (Figure II. 20). Dans la réalité le 'Z-mèche' de la Figure II. 20 ne travaillera pas en compression latérale à l'intérieur du tissu. Ce type d'interpénétration ne peut être pris en compte par les modèles géométriques. L'analyse mésoscopique dans ce cas nécessite une géométrie plus précisée comme un point de départ.

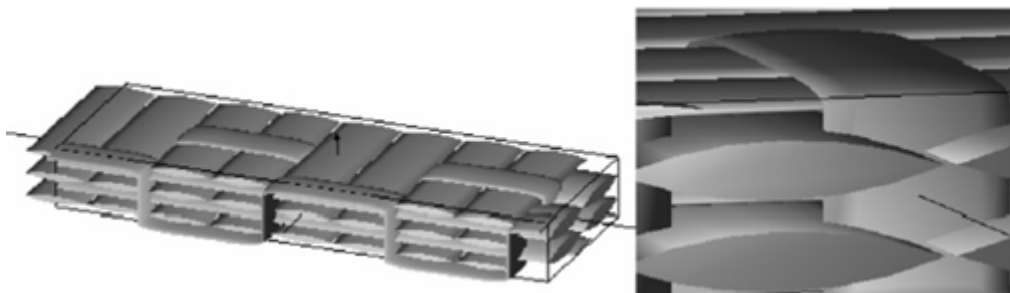


Figure II. 20 - L'entrelacement serré des mèches [8]

En termes de stratégie de modélisation, les mèches de chaîne et de trame sont étudiées simultanément de manière à limiter les recherches. Trois méthodes de prises en compte de l'interpénétration des mèches seront présentées ici.

II.2.4.2. Méthode 1 pour la résolution du problème de l'intersection [65]:

Tous les paramètres sont centralisés permettant ainsi une lecture rapide. Chaque mèche est construite séparément puis son volume est calculé et toutes les mèches de la cellule élémentaire sont ensuite assemblées. Chaque fois qu'une mèche est ajoutée, les intersections entre cette mèche et les autres sont calculées. Les modèles de cellules élémentaires de renforts 2D obtenus sont cohérents. Par contre, le problème devient nettement plus complexe pour les interlocks comme le G1151, sur lesquels un manque de cohérence (interpénétrations) est constaté à la fin de cette étape (Figure II. 21), d'où la mise en place d'une procédure de

recherche et de gestion de ces interférences [65].

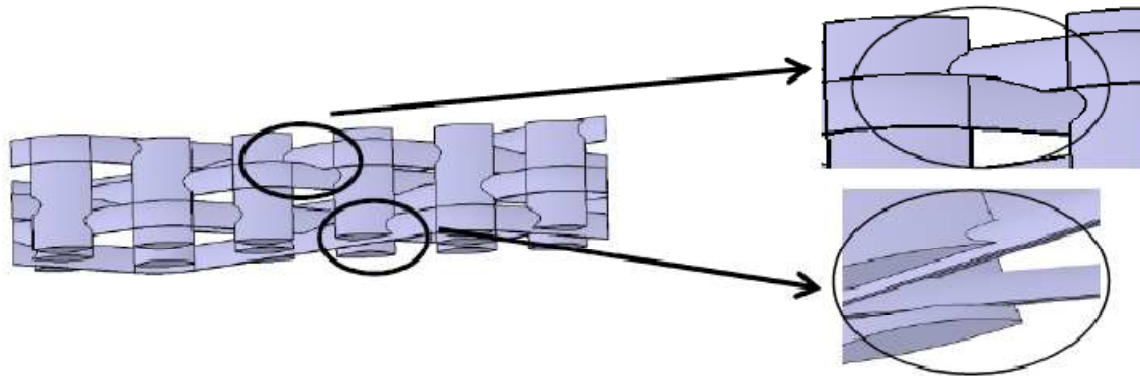


Figure II. 21 - G1151 à l'étape 1[65]

A chaque ajout de mèche, la recherche d'intersections entre cette mèche et les autres est effectuée grâce à des opérations booléennes de recherche des interférences. Cette opération supprime l'interférence sur les mèches de trame, permettant de calculer le nouveau volume de chaque mèche. Pour chacune des mèches, la différence entre le volume final et le volume initial est calculé, permettant à l'utilisateur de définir la démarche à suivre:

- Si la différence des volumes est inférieure à un nombre δ défini par l'utilisateur, l'interférence est juste supprimée ;
- Si la différence des volumes est supérieure à cette valeur δ , deux solutions sont possibles :
 - soit, par une stratégie itérative, les mèches chaînes et trames sont décalées jusqu'à tangence avec éventuellement une modification locale de la largeur et de l'épaisseur de la mèche ;
 - soit l'utilisateur refait une mise en donnée en intégrant les nouveaux contacts.

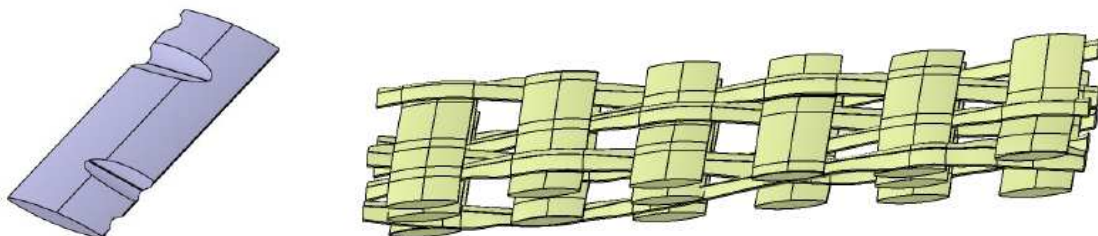


Figure II. 22 - Suppression de l'interférence sur une mèche de G1151

Figure II. 23- Cellule élémentaire de G1151

Il est alors possible d'obtenir une géométrie cohérente de la maille élémentaire du G1151 (Figure II. 23). Le processus itératif sera le même pour tous les interlocks.

II.2.4.3. Méthode 2 pour la résolution du problème de l'intersection [8]:

Cette méthode exploite l'idée de calcul de la déformation locale des mèches en compression. Toutefois, il l'utilise comme un calcul intermédiaire, effectué en parties isolées des mèches. Il n'utilise pas de formulation de contact, doit être généralement considéré comme une solution ad hoc, loin de l'analyse complète EF de l'état de relaxation de tissus secs. Cette démarche fonctionne effectivement dans les cas assez complexes et gère de très minces formes de section (ratio largeur/épaisseur \approx 100). Elle est automatisée pour une large gamme de renforts, orthogonal et non-orthogonal. Dans cette approche, le contact est défini comme un contact 'collé'.

La correction des volumes des mèches pour un tissu sera effectuée en suivant 5 étapes:

- 1) Maillage préliminaire et division d'une cellule élémentaire.
- 2) Analyse d'interpénétrations.
- 3) Séparation et ajout des éléments de poutre
- 4) Solution du problème des éléments finis intermédiaires.
- 5) Assemblage du modèle.

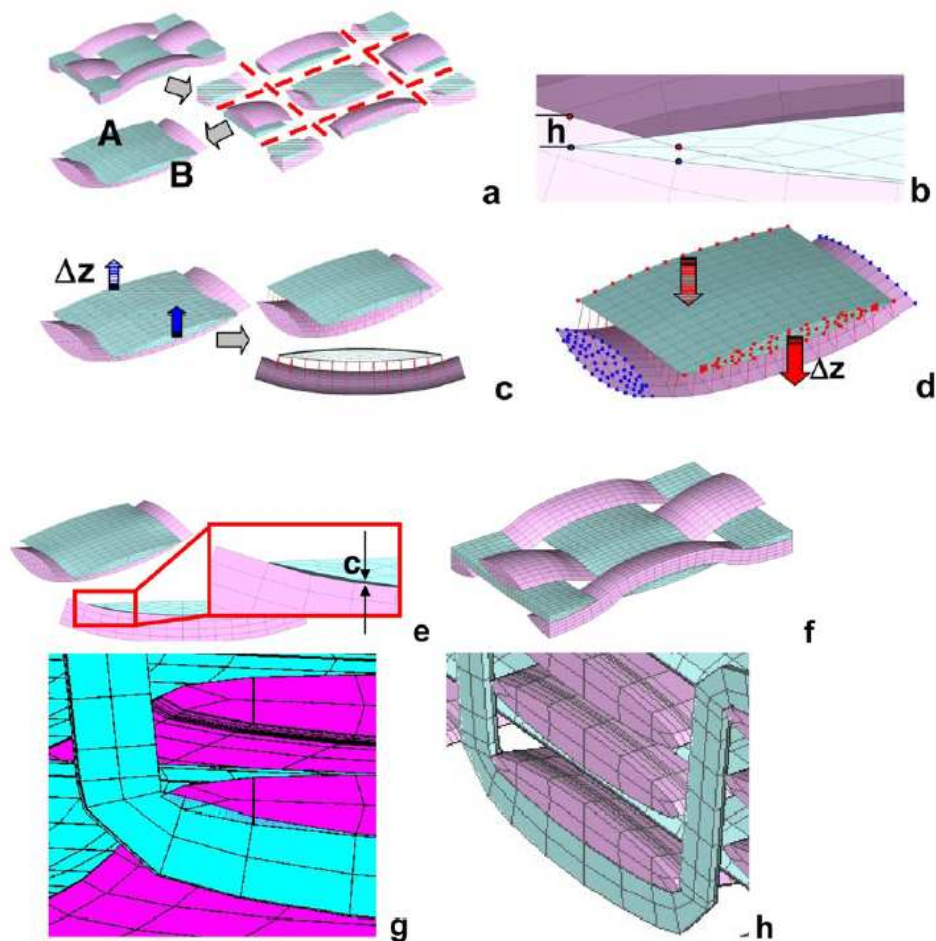


Figure II. 24 - Algorithme de correction automatique de la forme de mèche (MeshTex):

- a) subdivision de la cellule unitaire, (b) volumes de mèches pénétrant, (c) séparation des volumes de mèche et ajout des éléments de poutre, (d) problème EF intermédiaires;
- (e) résultat : maillage non pénétrant; (f) modèle assemblé sans pénétration de mèches;
- (g) interpénétration des volumes de mèche de trame et Z-mèches dans une tissu en 3D, et (h) maillage corrigée. [8]

Cette procédure est adaptée pour le traitement automatisé. Lorsque la division initiale de la cellule élémentaire n'est pas effectuée facilement, les manipulations manuelles sont nécessaires.

Les chercheurs considèrent deux volumes interpénétrés des mèches, qui sont isolés de la structure totale manuellement. L'intersection est corrigée en utilisant le même processus comme précédemment : 1. La séparation des mèches (déplacer en dehors des mèches les uns des autres dans le sens de l'épaisseur). 2. L'insertion d'une couche au milieu de matériau déformable isotrope entre les mèches. 3. Le retour des faces dans leurs positions initiales, en ressoudant un problème de valeur à la limite.

II.2.4.4. Nouvelle méthode proposée pour la résolution des problèmes d'intersection, d'interpénétration

Nous proposons cette méthode qui sera détaillée dans le prochain chapitre 3 du présent manuscrit. Elle découle du constat suivant : les éléments de poutre ne fournissent pas une solution très réaliste du problème même si les travaux récents de Lomov tendent à améliorer cette situation.

Le problème principal est de mailler la résine se trouvant entre les mèches avec des éléments de bonne qualité, donc non aplatis. L'utilisation d'éléments de type hexaédriques pour les mèches nécessite alors de mailler la résine avec des éléments de type prisme et de type pyramide dont l'utilisation ne s'avère pas convaincante (intégration numérique par des fonctions de forme rationnelle), ce qui va donc influencer sur la précision des résultats de calcul (Figure II. 25).

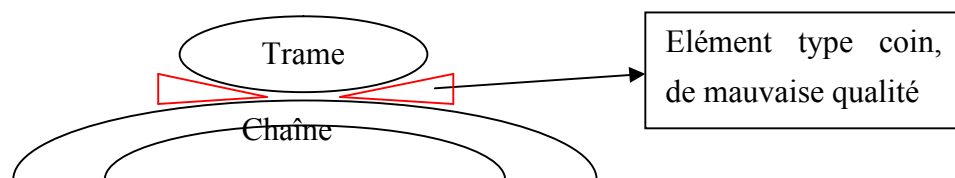


Figure II. 25 - Intersection entre les mèches

Nous proposons en fait de zoomer/agrandir la zone de contact dans le but de créer deux zones suffisamment « décollées » pour faire passer le maillage.

II.3. Conclusion

La première partie de ce chapitre a présenté la théorie de la méthode de l'homogénéisation et les conditions aux limites du problème d'homogénéisation du milieu hétérogène. La deuxième partie montre des méthodes qui ont été proposées pour obtenir un modèle géométrique des mèches d'un tissu puis un maillage. L'objectif est néanmoins d'obtenir non seulement une géométrie mais un maillage, ce qui constitue le point le plus délicat mais néanmoins essentiel. Les solutions robustes sont très rares et les heuristiques trop nombreuses. En effet, il est inutile de créer une géométrie si on n'est pas en mesure de la mailler. Les problèmes d'intersection, d'interpénétration sont souvent mis en avant parmi les difficultés rencontrées. Les difficultés proviennent souvent du fait que le modèle initial n'intègre pas suffisamment la détection des intersections en amont. En d'autres termes, à quoi bon créer un modèle géométrique continu ou discret qui par la suite devra être corrigé ou abandonné faute de pouvoir créer un modèle éléments finis (un maillage et un VER avec les conditions limites adéquates) de « qualité » au moins géométriques (absence d'éléments aplatis, distordus, à jacobien négatif) « acceptable ».

Les travaux de Lomov ([31] [32] [8]) basés sur l'utilisation d'éléments poutre ne fournissent pas une solution réaliste au problème. De plus, on pourra difficilement modéliser l'endommagement sans avoir un modèle 3D réaliste, décrivant la géométrie avec précision.

Des travaux menés à l'UTC (dont certains confidentiels avec SNECMA) offre des solutions, notamment les travaux de G. Hello et J. Schneider [66] basés sur l'utilisation de Voxels pour décomposer la géométrie en « cubes ». L'inconvénient de cette méthode est que le nombre d'éléments finis est très important et que le maillage n'est pas adapté au voisinage des zones de contact. Les modèles comptent plusieurs millions d'éléments. Nous avons mis au point une technique de maillage adaptatif permettant de résoudre les problèmes évoqués.

Etant donné la complexité de l'architecture, de nouvelles approches de détermination du comportement mécanique sont nécessaires et déjà appliquées. La plupart des méthodes spécifiques développées pour les interlocks présentent cependant quelques lacunes, telles qu'une modélisation géométrique souvent très schématique ou une absence de prise en compte de la réalité du composite, comprenant l'historique de sa fabrication. C'est dans ce contexte que cette étude s'inscrit grâce à une modélisation géométrique plus réaliste et une méthode numérique d'homogénéisation périodique pour la détermination des propriétés équivalentes. Le développement d'un outil de modélisation géométrique et mécanique paramétrable, au sein d'un code de calcul commercial par éléments finis (Abaqus) est le principal objectif de cette étude.

Chapitre 3 : Modèles Élément Finis de composites 3D interlock

Chapitre 3: Modèles Élément Finis de composites 3D interlock

III.1. Objectifs	75
III.2. Définition de la géométrie.....	76
III.2.1. Schématiquement la géométrie peut être donnée.....	76
III.2.2. Hypothèses.....	77
III.3. Détection des contacts et intersections	82
III.4. Le maillage.....	84
III.4.1. Les difficultés.....	84
III.4.2. La méthode.....	86
III.4.3. Adaptation du maillage au niveau des intersections par une technique de grille d'arbres quaternaires	87
III.5. Création d'une surface d'intersection commune	94
III.6. Relimitation des mèche en vue de la création du VER.....	95
III.7. Maillage de la frontière du VER.....	98
III.8. Maillage volumique	100
III.9. Détermination de l'orientation des fibres.....	101
III.10. Conclusion et quelques perspectives.....	105

III.1. Objectifs

Ces travaux concernent l'obtention d'un modèle de simulation numérique de matériaux composite tissés 3D interlock et constitue le cœur de la thèse. Un des enjeux scientifiques consiste à optimiser ces architectures en jouant en particulier sur les entrelacements entre mèches de chaîne et de trame afin de conférer à la structure une résistance accrue dans les 3 directions.

L'objectif de ces travaux est de déterminer par une approche EF les propriétés mécaniques d'un tissage noyé dans la résine et objectif est de concevoir une méthodologie permettant d'obtenir les propriétés mécaniques de divers tissages. Dès lors que l'on envisage d'optimiser

le tissage de ces structures, il convient de concevoir une méthodologie robuste pour obtenir des modèles éléments finis pour divers paramètres géométrique des tissages.

Très schématiquement, l'approche proposée consiste

- à créer des modèles géométriques de VER tissés
- à définir un VER
- à mailler ces VER, une des difficultés principales
- à utiliser des techniques d'homogénéisation pour obtenir les propriétés mécaniques
- à confronter les résultats à l'expérience ou à des modèles issus de la littérature

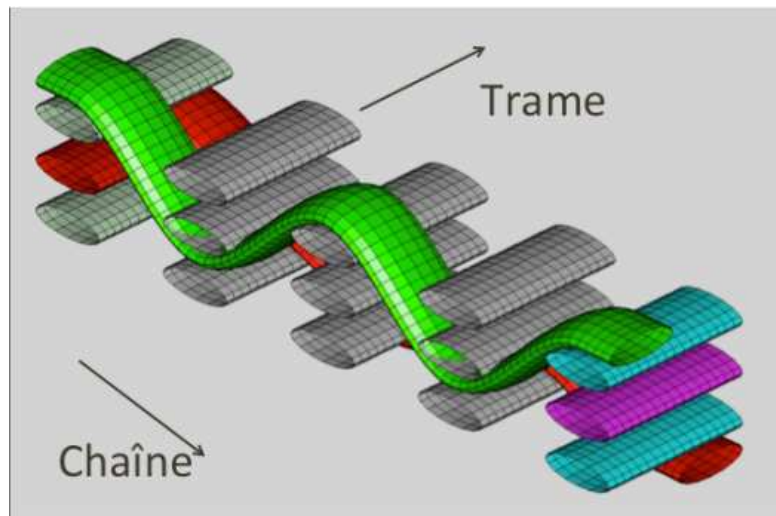


Figure III. 1 - Sens chaîne et trame

III.2. Définition de la géométrie.

Il s'agit de créer une définition géométrique d'un tissage. Le problème de savoir si cette définition est réaliste n'est pas dans un premier temps l'une des préoccupations principales de ces travaux dans la mesure où il est déjà suffisamment complexe d'obtenir un maillage de ces structures géométriquement complexes.

III.2.1. Schématiquement la géométrie peut dont être donnée

- à l'aide d'une tomographie : l'étape ultime serait d'exploiter les images pour recréer une géométrie, voire directement un maillage de la trame, des mèches et de la résine. Sans entrer dans les détails, on voit qu'une des difficultés principales résident dans le suivi d'une même mèche par exemple lorsque l'on passe d'une image à la suivante. En outre, il semble aussi délicat de séparer les mèches les unes des autres sur les images. On peut aussi imaginer qu'il n'y a pas unicité du VER et que sa définition peut varier au gré des images. Il n'est de toute façon pas prévu dans le cadre de ces travaux de partir de données tomographiques.

- à l'aide d'une CAO (par exemple les données fournies par WISETEX). Le type géométrique le plus utilisé et le plus réaliste est celui d'un profil elliptique se déplaçant normalement à une courbe guide. On reproche souvent à ce genre de modèle de ne pouvoir prendre en compte les variations de section notamment au niveau des contacts. Les intersections, par nature non réalistes, sont nombreuses. Les exemples que nous proposons ne prennent pas en compte les variations de section afin de ne pas rendre les explications inutilement complexe. Nous verrons qu'il est possible de prendre en compte les variations de sections dans le modèle géométrique initial ou qu'il est possible d'appliquer des opérateurs locaux de déformation des sections du maillage (dans la mesure du raisonnable). Etant donné la complexité du problème, nous nous attachons à proposer dans un premier temps une solution robuste, rapide pour obtenir un modèle élément fini, ce qui, à notre connaissance n'est pas proposée à l'heure actuelle.

Un modèle CAO, ou plus généralement un modèle analytique, s'il est utilisé, doit dans la mesure du possible limiter le nombre d'intersections. On peut définir la notion d'intersections entre mèches de la même façon que l'on définit en éléments finis la notion de contact. Au delà d'une certaine profondeur d'interpénétration, on ne parlera plus de contact mais d'intersection. Dans la mesure où l'on connaît le chemin des chaînes à travers la trame (où que l'on peut retrouver cette donnée, y compris par analyse d'image), il convient de créer en amont une géométrie qui limite le nombre d'intersections (et pas de contacts).

III.2.2. Hypothèses

Le matériau est composé de couches à base de tissus. Les tissus sont constitués de fils unidirectionnels croisés dans le cas présent à 90° afin de simplifier le discours. Néanmoins, la technique pourrait s'appliquer à des entrelacements de chaînes avec des angles différents sans modifications importantes. La trame donc l'orientation est portée par la normale x_1 et est supposée fixe. (x_1, x_2, x_3) désigne le repère global.

On peut ainsi se définir un réseau de mèches de trame le long duquel les mèches de chaînes vont onduler.

Nous avons traité 2 types d'architecture de trame

- Une trame définie par un réseau de ligne et de colonnes de mèches, les paramètres sont alors le nombre de mèches dans chaque direction sur l'exemple qui suit, on a un réseau $3 \times 6 = nb_2 \times nb_3$ comme le montre la figure suivante.

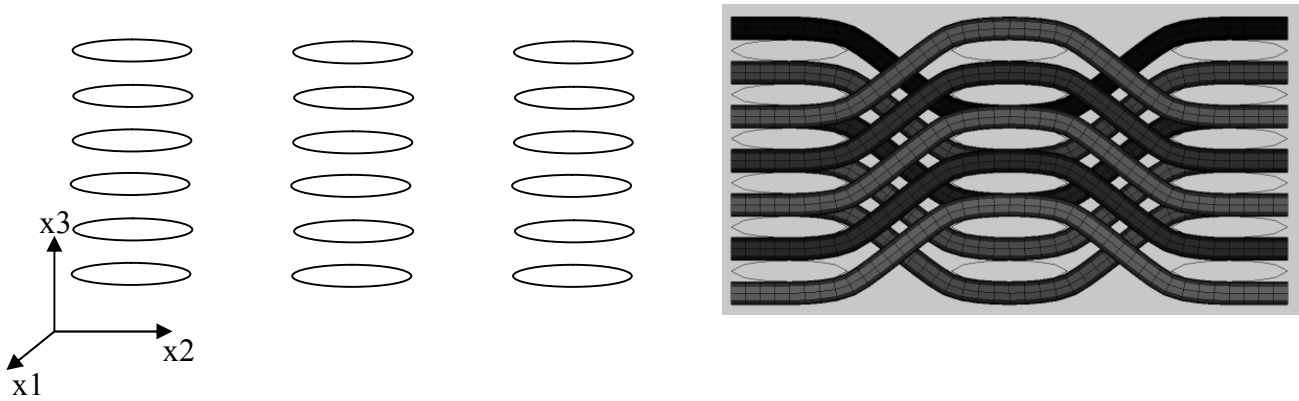


Figure III. 2 - a. Réseau de trames 3x6. b. Chemins des mèches de chaînes dans une trame "classique"

- En plus de ce réseau de mèches, un second réseau de dimension $(nb2-1) \times (nb3-1)$ vient s'intercaler à mi-distance comme le montre la figure suivante avec le même réseau

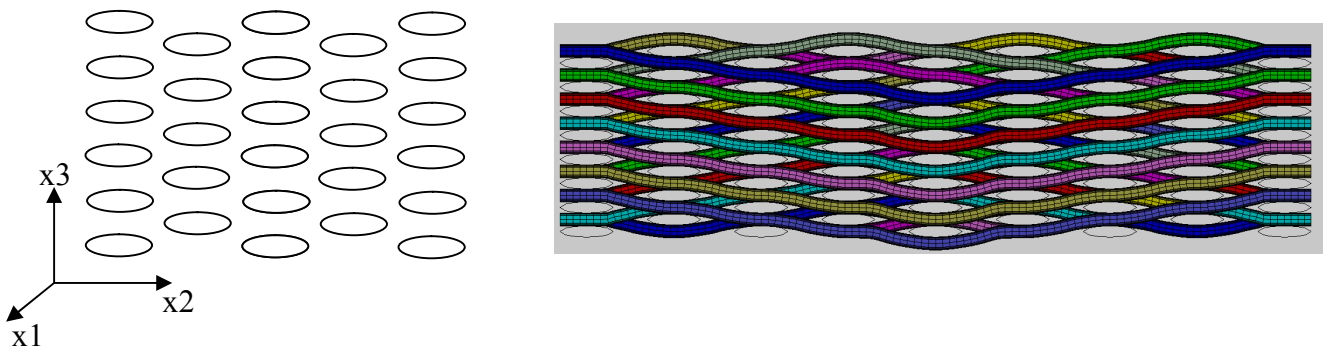


Figure III. 3 - a. Réseau de trames 3x6 avec décalage. b. Chemins des mèches de chaînes dans une trame décalée

Les mèches de trame sont définies comme des cylindres à base elliptique et à section droite comme le montre la figure suivante

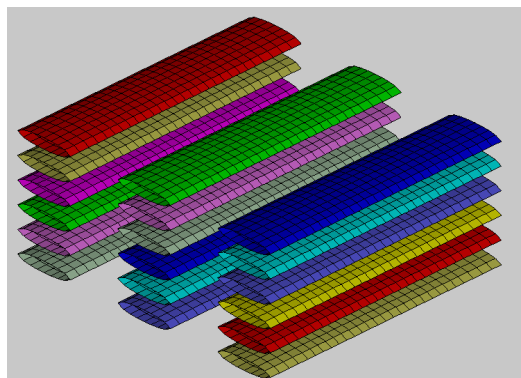


Figure III. 4. Mèches de trame : extrusion à base elliptique

Les fibres neutres des mèches sens chaîne sont définies par des courbes dans des plans de normale $x1$ et donc portés par les vecteurs $x2$ et $x3$.

Dans un premier temps, nous proposons un modèle analytique définissant les chemins des mèches le long de la trame de type profil elliptique à section constante normalement à une courbe.

Nous verrons que la définition d'un modèle géométrique ne constitue qu'une partie du travail à accomplir pour créer un modèle éléments finis.

Autres remarques

- Si l'on définit la géométrie de cette façon, la courbe guide est la fibre neutre qui donne par la suite l'orientation des fibres, une donnée essentielle pour établir un modèle de calcul EF.
- Les données tomographiques sont définies dans des plans parallèles, ce qui au niveau de la géométrie correspond à une solide multi-section. L'avantage de cette définition est de pouvoir faire varier la section en fonction de l'abscisse curviligne sur la courbe. Cette définition serait à choisir dans un tel contexte.
- La courbe guide est définie par une spline cubique dont les tangentes horizontales sont imposées aux extrémités (afin de satisfaire aux propriétés de symétrie imposées par la construction du VER).

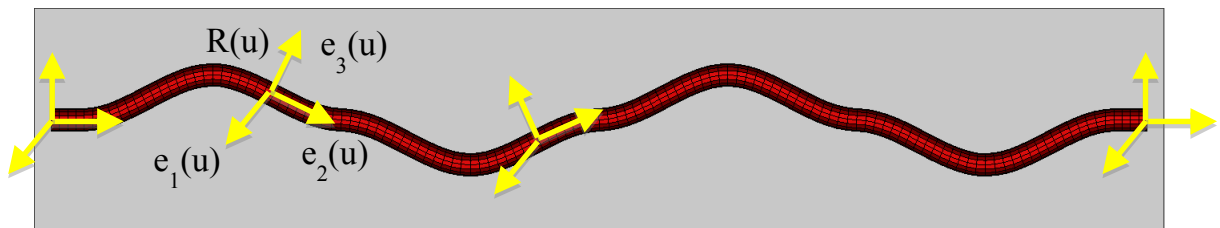


Figure III. 5. Courbe guide des mèches de chaîne

Nous supposons que la courbe représentant la mèche de chaîne est plane et par conséquent, il n'y a pas de torsion et le vecteur $e_1(u)$ est constant. La tangente $T(u)$ à la fibre neutre est donnée par $e_2(u)$ et peut être calculée analytiquement par l'expression de la spline cubique [67]

$$C(u) = c_i(u)x_i \text{ avec } 0 \leq u \leq 1 \quad (3.1)$$

$T(u)$ est portée par le vecteur

$$t(u) = \frac{\partial c_i}{\partial u} x_i \quad (3.2)$$

On peut ensuite définir le 3ème vecteur du repère orthonormé $R(u)$ $e_3(u) = e_1(u) \wedge e_2(u)$, le point $P(u)$ de la courbe étant l'origine du repère $R(u)$

Dans le plan normal à la fibre neutre dirigé par $e_2(u)$ et passant par le point $P(u)$, la section est une ellipse comme le montre la figure suivante dans le plan

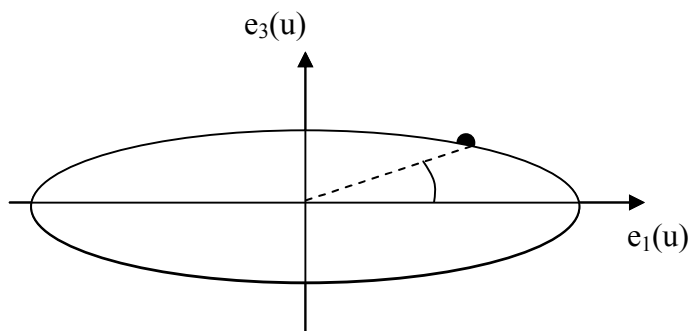


Figure III. 6. Section elliptique des mèches

On considère pour simplifier le discours que la trame est constituée d'un réseau $m \times n$ de cylindres à base elliptique. Le trajet des mèches dans la trame est défini par la position au dessus ou en dessous des sections numérotées de la trame. Par exemple sur l'exemple suivant la mèche passe en dessous de la mèche 0, au dessus de 4 et en dessous de 2.

Pour des raisons que nous détaillerons par la suite et qui concerne la minimisation des intersections, nous proposons de décrire le trajet par tronçon

Premier tronçon: en dessous de 0 que l'on notera 0^- et au dessous de 4 noté 4^+ soit $[0^- 4^+]$.

Deuxième tronçon: en dessus de 4 et en dessous de 2 : $[4^+ 2^-]$

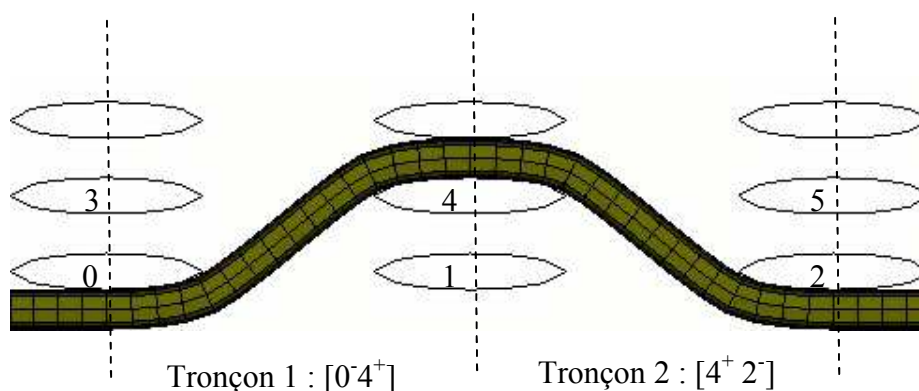


Figure III. 7. Définition des mèches de chaînes par tronçon

On étudie les possibilités de parcours d'une mèche de chaîne entre 2 demi-ellipses de trame identiques. On distingue 4 possibilités A-B-, A+B-, A+B+, A-B+. Les 2 seuls cas susceptibles d'engendrer des intersections sont A+B- et A-B+. Ces deux configurations sont d'ailleurs montrées Figure III. 7.

Considérons le cas A+B-. La courbe est construite par morceau numérotés I, II et III comme Figure III. 8. O_A et O_B désignent respectivement les centres des ellipses obtenues dans un plan

de coupe porté par e_1 et contenant la fibre neutre de la chaîne à créer. La Figure III. 8 est créée dans ce plan.

On construit la tangente commune aux ellipses (2 possibilités) et passant par le milieu Ω de $O_A O_B$. La droite est tangente aux 2 ellipses en T_A et T_B . Le point A_1 désigne le centre de l'ellipse de la chaîne et est donc un point de la fibre neutre.

La courbe $A_1 A_2$ est la courbe offset de l'ellipse dans la portion de courbe entre P_A à la verticale de O_A et T_A . La tangente commune assure l'absence d'intersections dans cette partie.

La tangente à l'ellipse dans le plan d'origine O_A est donnée par $(-a_t \sin(\theta), b_t \cos(\theta))$ et donc le vecteur normale extérieure \vec{n} par $(b_c \cos(\theta), a_c \sin(\theta))$,

La courbe offset est définie par :

$$\overline{O_A M}(\theta) = \overline{O_A P}(\theta) + b_c \frac{\vec{n}}{\|\vec{n}\|} \quad (3.3)$$

où (a_c, b_c) et (a_t, b_t) désignent respectivement les demi grands axe et petit axe des mèches de chaîne et de trame et θ l'angle $(\vec{e}_2, \overline{O_A P})$

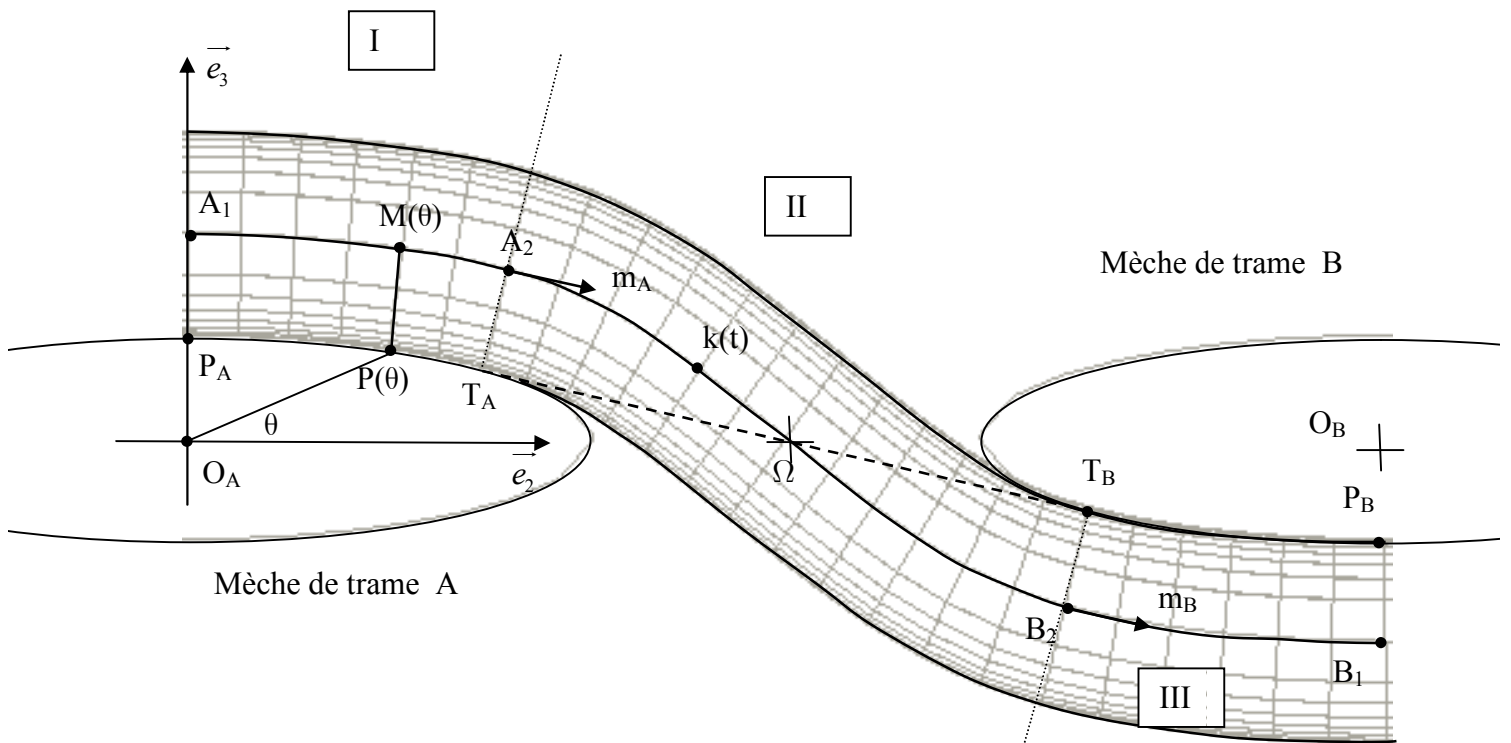


Figure III. 8. Construction de parcours de mèche de chaîne

La construction de la partie B_2B_1 suit le même principe. La courbe A_2B_2 est une cubique définie par les 2 points de passage A_2 et B_2 et les tangentes m_A et m_B . Les 2 vecteurs tangents sont colinéaires et il est possible de jouer sur leur module pour changer localement la forme de la courbe.

L'équation d'un point $p(t)$ de la courbe est donnée par :

$$p(t) = (2t^3 - 3t^2 + 1)A_2 + (t^3 - 2t^2 + t)m_A + (-2t^3 + 3t^2)B_2 + (t^3 - t^2)m_B \quad (3.4)$$

Remarque: Il est possible de jouer sur la valeur du module des vecteurs tangents pour que la courbe "s'éloigne" de l'ellipse et on évite ainsi de créer des éléments aplatis dans la résine. En effet, un des objectifs de ces travaux est d'être en mesure de créer un maillage de la résine sans risque d'échec du maillage 3D ou de l'analyse.

Les 3 courbes sont ensuite discrétisées et une unique spline cubique est créée.

III.3. Détection des contacts et intersections

On dira qu'il y a intersection ou interpénétration de 2 mèches si la distance (au sens contact gap) excède une valeur maximale. Le modèle géométrique proposé limite les intersections entre mèches mais autorise les contacts. Ces zones de contact doivent être clairement identifiées pour diverses raisons

- permettre un remaillage conforme aux interfaces
- par la suite traiter le contact aux interfaces entre mèches pour poursuivre des analyses plus fines par la suite
- permettre le remaillage 3D en contrôlant la distance entre mèches

Il y a intersection entre 2 surfaces si un point d'une surface se trouve à l'intérieur d'une autre surface.

Etant donné un point P appartenant à une mèche, on cherche la (en fait il peut dans la pratique y en avoir plusieurs) valeur du paramètre u sur la courbe tel que le plan normal à la courbe en ce point $M(u)$ contienne le point.

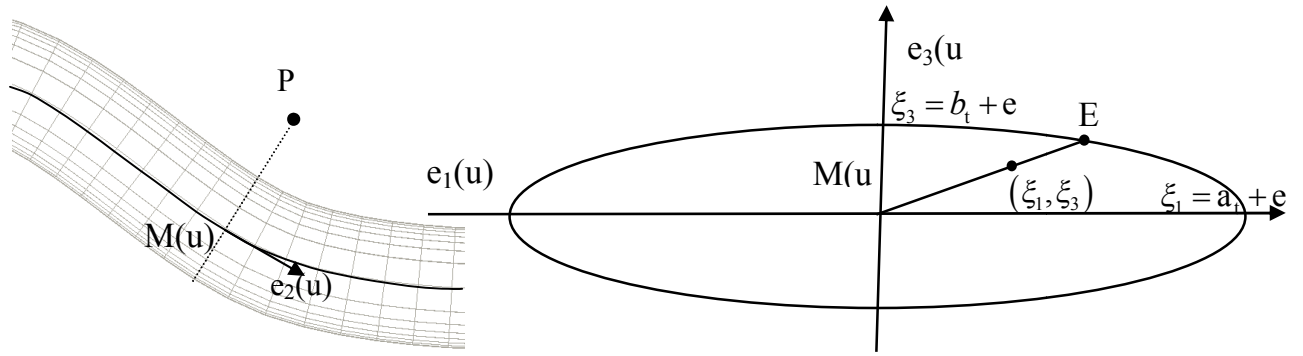


Figure III. 9 - Détection des intersections

La tangente $t(u)$ à la courbe a été définie équation (3.2). Le paramètre u s'obtient en minimisant la projection normale d'un point sur la fibre neutre de vecteur tangent $t(u)$ porté par $e_2(u)$ soit en minimisant le critère

$$J(u) = \left\| \overline{PM(u)} \cdot \overline{t(u)} \right\|^2 \quad (3.5)$$

La courbe est échantillonnée au préalable pour déterminer un point initial puis le point est obtenu par des itérations de type Newton-Raphson.

Une fois le plan obtenu, on détermine dans ce plan si le point est dans la section. La section utilisée ici est une ellipse mais on voit qu'il est possible à ce stade de choisir la forme que l'on souhaite. L'approche pour l'ellipse est détaillée.

On suppose donc que l'on a déterminé une valeur de paramètre u sur la fibre tel que le plan normal contienne le point P de coordonnées locales (ξ_1, ξ_3) dans le plan mobile $(e_1(u), e_3(u))$ d'origine $M(u)$. E désigne la projection radiale du point M sur l'ellipse. On a alors

$$E = a_t \cos(\theta) e_1 + b_t \sin(\theta) e_3 \text{ avec } \theta = \tan^{-1} \left(\frac{b_t \xi_1}{a_t \xi_3} \right) \quad (3.6)$$

La condition d'appartenance d'un point à l'ellipse s'écrit alors

$$\left\| \overline{PM(u)} \right\| \leq \left\| \overline{EM(u)} \right\| \quad (3.7)$$

Quand le point est à l'extérieur de la mèche, on calcule la plus courte distance entre la mèche et ce point afin de raffiner quand deux mèches sont proches mais pas en contact. Le principe est identique à la démarche précédente. La position est obtenue par projection sur la tangente à l'ellipse.

Remarques :

Des variations de sections peuvent être prises en compte dans le modèle, l'ellipse est alors décrite par

$$E = a_t(u) \cos(\theta) e_1 + b_t(u) \sin(\theta) e_3 \quad (3.8)$$

Un des objectifs est de permettre un maillage de la résine et par conséquent d'éviter de créer des éléments plats entre 2 mèches. Dans la pratique, les dimensions de l'ellipse sont augmentées d'un offset dont la dimension dépend de la plus petite taille d'élément du maillage (dans la pratique un tiers de celle ci). Si un point est à l'intérieur de l'ellipse, celui-ci est ramené sur le bord de l'ellipse non dilatée et donc au point E. Ceci permet d'introduire à l'interface des mèches un espace pour la résine (que l'on peut contrôler) qui assurera la robustesse du remaillage.

Ceci est illustré sur la figure suivante. On voit que le calcul des intersections sur la géométrie dilatée et le retour à la forme initiale permet d'avoir autour des l'intersection suffisamment de place pour mailler en tétraèdres. On respecte une distance minimale pour éviter les éléments aplatis.

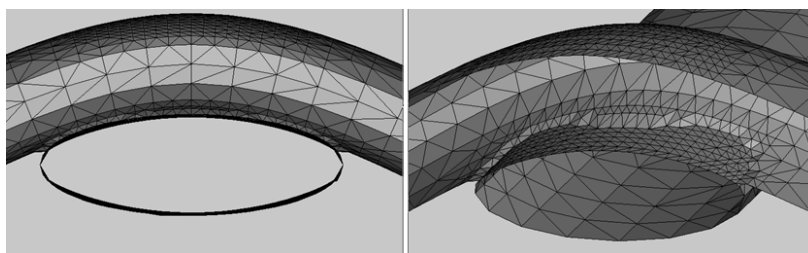


Figure III. 10 - Gestion de l'espace inter-mèche au niveau des contacts.

III.4. Le maillage

III.4.1. Les difficultés

Créer ou récupérer une géométrie constitue le premier pas vers la résolution du problème. Il convient néanmoins d'être capable de mailler cette dernière. Dans ce type de problème, il s'agit d'un réel point de blocage d'où l'intérêt de ces travaux.

On appellera par la suite « surface », l'enveloppe extérieure des mèches.

Les mèches sont en contact. On peut donc raisonnablement estimer qu'il y a 2 façons de traiter le problème numériquement

- en gérant le contact (sans donc être obligé de créer un maillage conforme à l'interface) et en considérant que toutes les surfaces sont indépendantes. Etant donné le nombre important de

surface et la complexité de la géométrie, nous n'avons pas choisi d'aborder le problème de cette façon. On peut souligner le fait que la plupart des codes commerciaux ne peuvent prendre en compte un très grand nombre de zones de contact. Néanmoins, le développement d'un solveur dédié avec un repérage et un traitement robuste du contact serait envisageable. De plus, le nombre de degrés de liberté du système (de l'ordre du million) alourdit le calcul.

- Réaliser un maillage conforme aux interfaces entre surface, ce qui bien entendu sous entend que l'on a détecté les contacts ou intersections.

Les principales difficultés souvent mises en avant et à juste titre sont :

- De créer un maillage conforme aux interfaces entre surfaces.
- De mailler la résine (avoir « raisonnablement » de la place) et par conséquent il convient d'éviter les éléments surfacique trop proches. En effet, au niveau des zones de contact, les surfaces sont tangentes, « écrasées ». Même si on réalise un maillage conforme aux interfaces, le risque est d'obtenir dans le meilleur des cas des éléments très aplatis au voisinage de la zone de contact. Il est plus probable que le mailleur ne parvienne à mailler dans ces zones compte tenu des problèmes de précisions liés à l'aplatissement de la géométrie. Il semble utile de rappeler que l'on doit non seulement mailler les mèches mais aussi le complémentaire par rapport à la boîte du VER. L'approche se voulant automatique, les maillages sont nécessairement réalisés en tétraèdres. Une solution peu réaliste peut consister à éloigner les surfaces en contact pour « faire passer » de la résine. On conviendra qu'afin de réaliser un maillage, les surfaces doivent être raisonnablement éloignées autour du contour interface entre les surfaces. En outre à cet endroit, la taille de maille locale doit être de l'ordre de grandeur de l'espacement entre les surfaces afin de remplir cet espace avec des éléments non allongés. En d'autres termes, il faut réaliser un maillage adaptatif au voisinage de la zone de contact et la taille de maille autour du contour d'intersection doit être un paramètre utilisateur. Elle correspond au volume maximal de résine que l'on souhaite mettre dans cette zone.
- Dès lors que l'on envisage de raffiner le maillage au niveau des zones interfaces, il est indispensable d'utiliser des stratégies robustes et efficaces de maillage adaptatif. Rappelons que le maillage volumique automatique s'opère en 2 temps : la création d'un maillage de surface (les mèches et le VER lui même) puis le remplissage en tétraèdres.
- En plus de la proximité des surfaces (mèches), il conviendra de raffiner le maillage en fonction de la proximité des mèches aux faces du VER
- On souhaite bien entendu disposer en chaque point du maillage volumique de l'orientation des fibres
- Il est souhaitable de mailler chaque mèche individuellement afin d'envisager par la suite des phénomènes plus complexe comme le délaminage, le calcul de perméabilité.

III.4.2. La méthode

On dispose d'une géométrie paramétrée à savoir une section plane qui se déplace normalement à une courbe guide fermée. Les sections planes sont des ellipses mais changer de section ne présente aucune difficulté pour la méthode. On peut envisager des sections décrites par des courbes fermées. Il convient alors de proposer une procédure spécifique pour évaluer si un point est à l'intérieur de la section plane. On peut aussi envisager une description de la géométrie par section parallèle à un même plan sans modifier de façon profonde le principe de la méthode.

Ce modèle défini, on peut réaliser un maillage d'un l'espace des paramètres pondérés : on découpe l'ellipse et on découpe la fibre pour obtenir un maillage structuré, dans le cas présent, une grille.

La plus grande taille de maillage du modèle est calculée à partir du découpage d'un quart d'ellipse (de trame ou de chaîne). On rappelle que pour des raisons de robustesse, la détection et la construction des intersections/contacts se fait analytiquement à l'aide de la définition géométrique.

L'idée directrice est de partir d'un maillage grossier et de raffiner ce maillage

- au voisinage des zones intersectées
- quand deux mèches sont proches
- au voisinage des faces inférieure et supérieure du VER

On décide de découper le quart de l'ellipse en 2, 4, 8 ou plus généralement 2^{ndec} segments comme le montre dans la Figure III. 11 avec $\text{ndec}=1$ et $\text{ndec}=2$ (4 points dans le quart donc 16 points sur l'ellipse). La taille de maille t_{max} le long de l'ellipse est donnée par ce découpage.

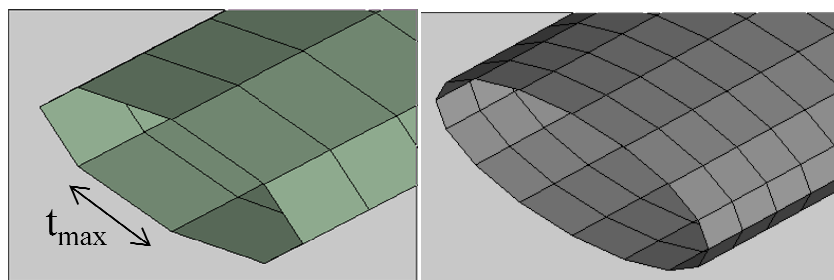


Figure III. 11 - Découpage du quart de l'ellipse en 2^{ndec} segments avec $\text{ndec}=1$ et $\text{ndec}=2$

Le découpage de l'ellipse suivant l'angle donne des éléments de taille très différente dès lors que le rapport entre le grand et petit axe augmente ce qui dégrade la qualité géométrique des éléments volumiques. Par conséquent, le découpage initial se fait approximativement en grandeur réelle et les valeurs associées des angles sont notées.

Le découpage suivant t_{\max} dans la première direction u du paramètre se fait à partir de la fibre neutre. Dans l'espace paramétrique, le maillage initial de chaque mèche est une grille de dimension $L^e \times L^f$ où L^e désigne la longueur de l'ellipse et L^f la longueur de la fibre neutre.

Le maillage s'effectue dans l'espace $[0, L^f] \times [0, L^e]$. La Figure III. 12 montre un maillage adapté d'une mèche dans l'espace des paramètres. Les zones raffinées correspondent à des contacts entre mèche.

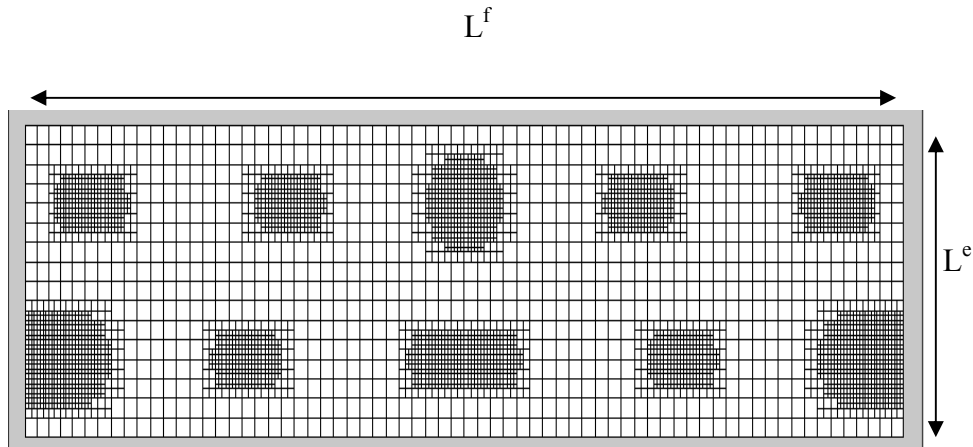


Figure III. 12 - Maillage dans l'espace des paramètres

III.4.3. Adaptation du maillage au niveau des intersections par une technique de grille d'arbres quaternaires

Le premier maillage réalisé est un maillage en quadrilatères uniforme à la taille t_{\max} correspondant à un maillage dans l'espace des paramètres.

On considère l'espace des paramètres (U, V) pondérés par les longueurs des fibre neutre et section où

$$\begin{cases} U = u_{spline} \times \text{longueur de la fibre neutre} \\ V = \frac{\theta}{2\pi} \times \text{longueur de l'ellipse} \end{cases} \quad (3. 9)$$

L'idée est de découper récursivement le maillage initial au niveau des contacts et en fonction de la distance au plan du VER. Chaque élément du maillage initial constitue un arbre quaternaire obtenu par découpage récursif comme le montre la Figure III. 13a. Sur cet exemple, on a souhaité 2 niveaux de découpage. Ce paramètre est contrôlé par l'utilisateur. La Figure III. 13b montre le principe de découpage d'une cellule. Rappelons qu'il y a autant de cellules que d'éléments dans le maillage initial.

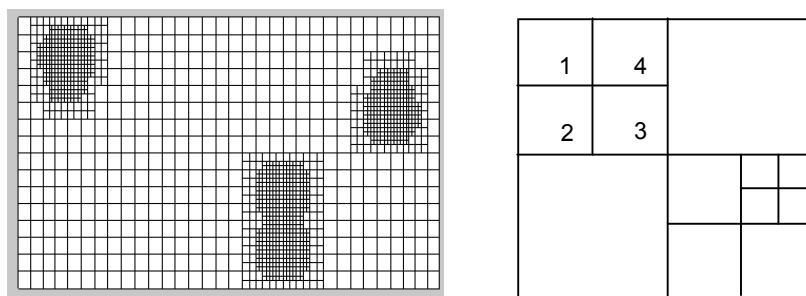


Figure III. 13 - Arbre quaternaire.

a: Découpage au voisinage des contacts avec 2 niveaux supplémentaires. b: découpage d'une cellule

Une étape préalable consiste à définir pour chaque point de la surface des mèches, la plus courte distance à une autre mèche ou à un plan horizontal du VER. On note ainsi pour chaque point cette distance.

Avant de décrire l'algorithme de découpage, nous donnons les grandes lignes. L'idée consiste à découper récursivement le maillage régulier initial en découpant les cellules contenant des points en contact ou proches d'autres mèches ou des points proches des faces du VER pouvant alors créer des éléments de résine plats si l'on ne découpe pas. En fonction du statut des points de la cellule (contact ou interpénétration, autre), il est possible de définir au niveau de la cellule la position de la frontière, à l'image de la méthode des marching cubes [68]. Des règles de découpage sont définies. Le niveau ultime de finesse du maillage est défini a priori.

L'algorithme de découpage peut se décrire ainsi

Pour chaque mèche - Pour chaque cellule de la mèche à découper

Si la taille de la cellule a atteint la valeur minimale fixée, celle ci n'est pas découpée

On repère le nombre de points à l'intérieur d'une autre mèche. Les diverses configurations sont représentées sur la Figure III. 14. Les points à l'intérieur d'une mèche sont représentés en noir sur le dessin et les points extérieurs en gris. La frontière hypothétique de la zone de contact est représentée en gris.

Si ce nombre est nul (Figure III. 14a), la frontière ne coupe pas la cellule. Dans tous les autres cas, la cellule est découpée.

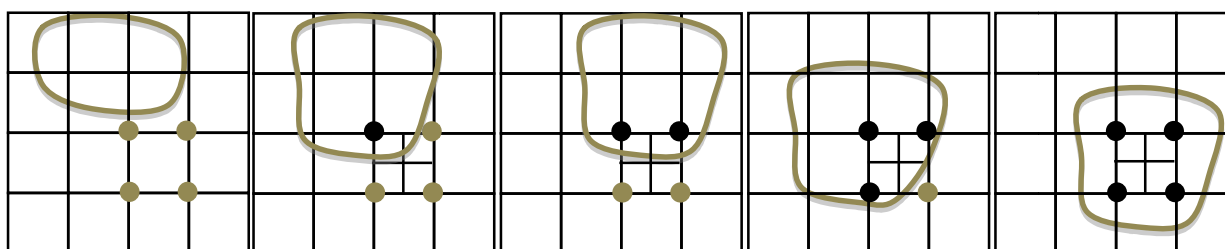


Figure III. 14 - Position de la frontière de la zone de contact en fonction du statut des points

Si la distance (calculée au préalable) entre un plan du VER ou une autre mèche est inférieure à la taille de la cellule, celle-ci est découpée comme le montre la Figure III. 15.

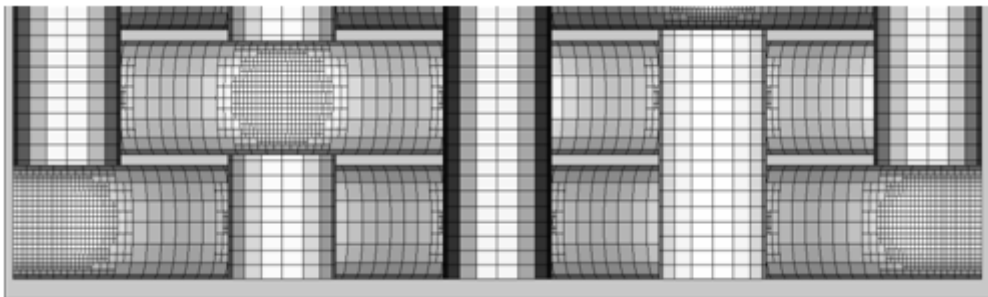


Figure III. 15 - Vue du maillage suivant la direction e_3 . Découpage en fonction de la proximité des faces inférieures et supérieures du VER.

On considère 2 mèches en contact. Un des objectifs de ce travail est d'obtenir un maillage conforme à l'interface. Le principe retenu consiste à créer la zone de contact sur l'une des mèches dite surface maître et son contour puis à projeter ce contour sur l'autre surface (esclave) qui va hériter du maillage de la surface maître.

On considère une surface « maître ». On considère que les frontières de l'intersection sont confondues avec les frontières des cellules et l'on construit le contour de la zone de contact à partir des seuls points de la grille adaptée existante. Les faces quadrangles retenues pour la zone de contact sont celles dont tous les points sont en contact avec une autre mèche.

La Figure III. 16a montre pour une mèche la représentation 3D de la grille d'arbre quaternaire adaptée.

Les zones plus foncée correspondent aux zones de contact avec d'autres mèches. On remarque en clair une zone raffinée correspondant à la proximité d'une face supérieure du VER.

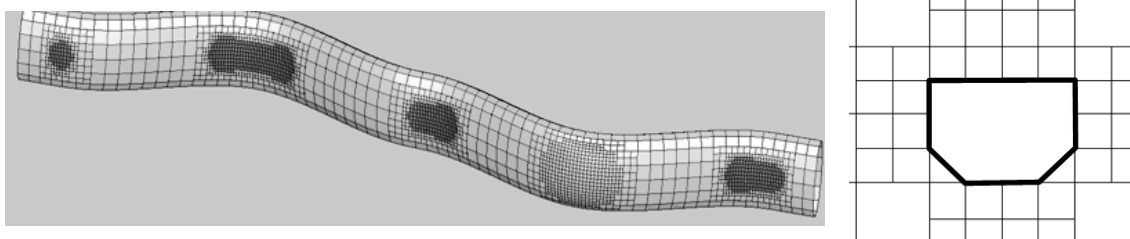


Figure III. 16 - (a) Grille d'arbres quaternaires 3D. Zones de contact et zones de proximité aux faces du VER ; (b) lissage des frontières de la zone de contact.

A cause de la forme quadrangulaire des cellules, le contour a une forme en créneau (Manhattan shape) et il convient de « casser » les angles droits du contour, un traitement qui ne présente aucune difficulté représenté Figure III. 16b.

Remarque: la notion de surface maître et esclave désigne un couple de surface partageant une zone de contact et une surface peut être maître et esclave (Figure III. 17, Figure III. 18). Dans la pratique, les surfaces sont numérotées et nous avons choisi arbitrairement comme surfaces maîtres celles de numéro inférieur. Les mèches de trame sont d'abord construites et la majorité des contacts/intersections concernent des couples trame-chaîne. Ainsi, on peut schématiquement estimer que les mèches de chaînes héritent des intersections créées sur les mèches de trame (Figure III. 19). Néanmoins, 2 mèches de chaîne peuvent entrer en contact et une chaîne héritera du maillage d'un autre chaîne.

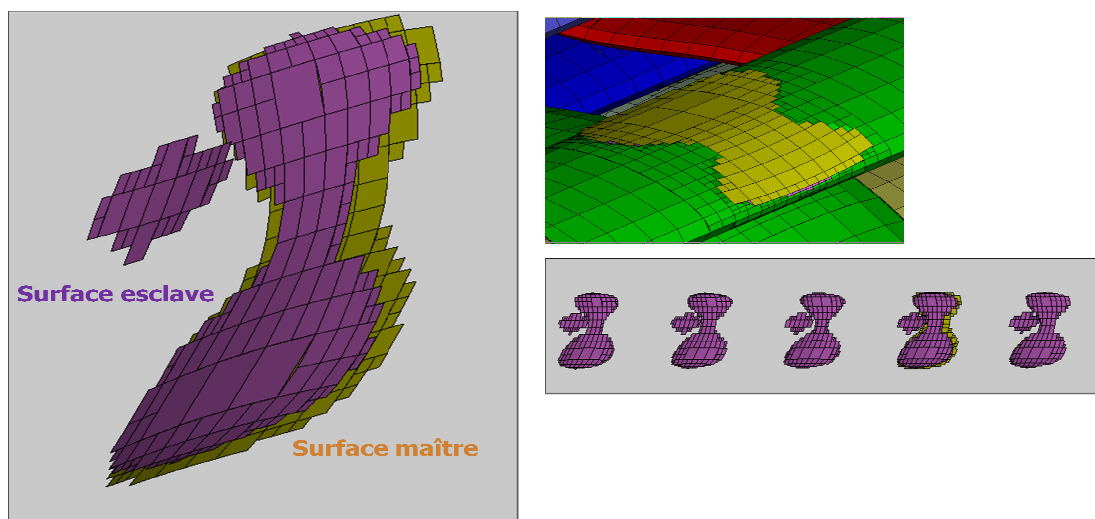


Figure III. 17 - Surface maître et esclave

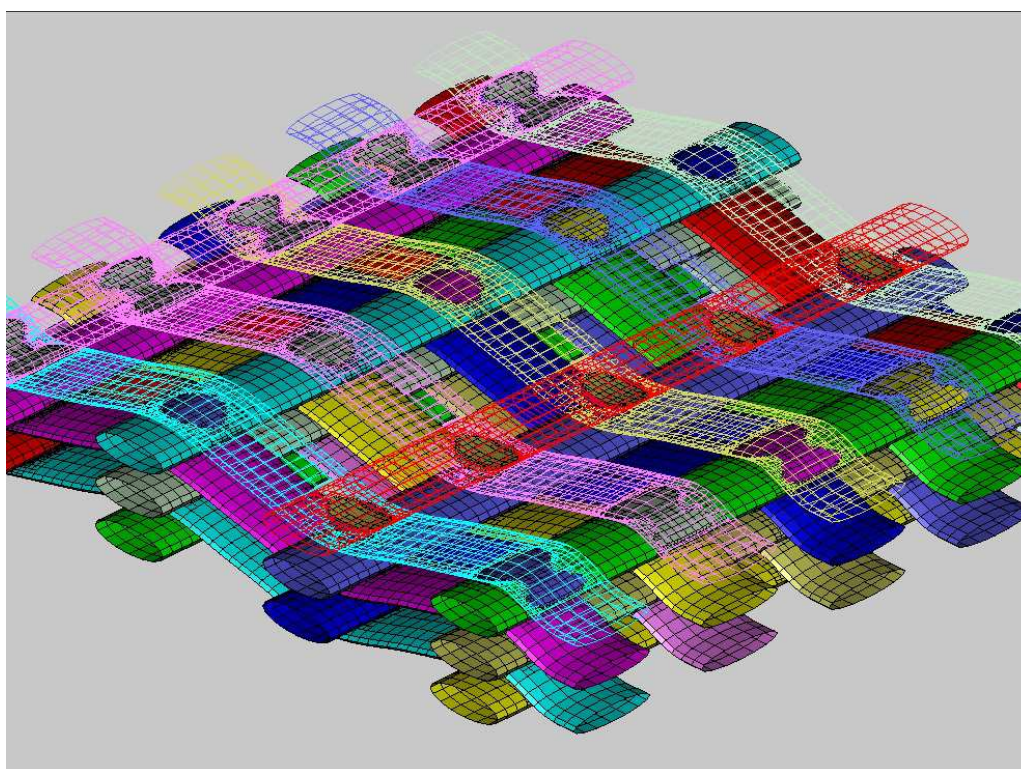


Figure III. 18 - Vue des zones de contacts

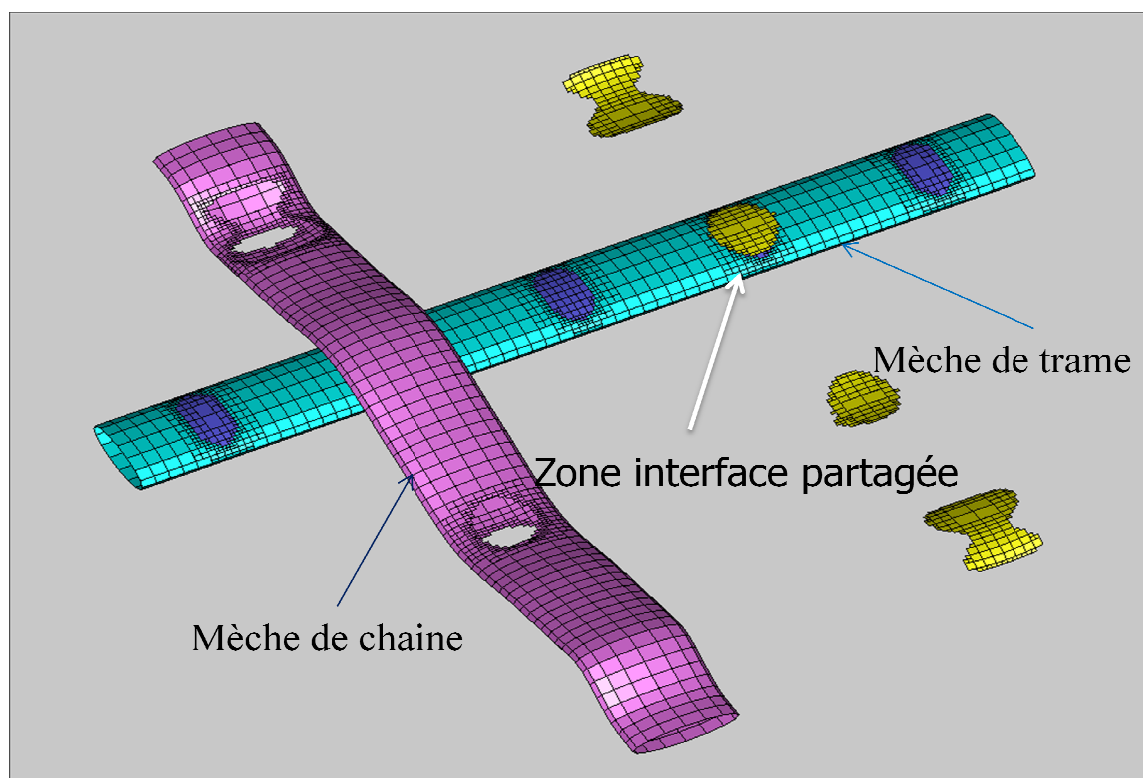


Figure III. 19 - Maillage conforme aux interfaces entre mèches de chaîne et mèches de trame

Pour simplifier le discours, considérons une mèche en contact avec d'autres mèches qui héritent toutes des zones de contact de cette surface maître. Tous les nœuds (en 2D et 3D) de la grille adaptative sont conservés et on maille dans l'espace des paramètres chaque zone de contact délimitée comme expliqué précédemment (Figure III. 20) et la surface avec autant de trous qu'elle contient de zone de contact avec le statut maître (Figure III. 20).

La mèche A Figure III. 20 est la surface maître. Elle partage 4 zones de contact (1,6,7,8) avec d'autres mèches et une (la zone 1) avec la mèche B. Les maillages sont représentés dans l'espace des paramètres. Seuls les maillages 3D des zones de contact maître et projetées sont représentés dans l'espace. La mèche B a 5 zones de contact avec des mèches de trame et hérite de ces zones. La zone raffinée 9 correspond à une proximité avec une face du VER. Les zones de contact communes sont remaillées une à une.

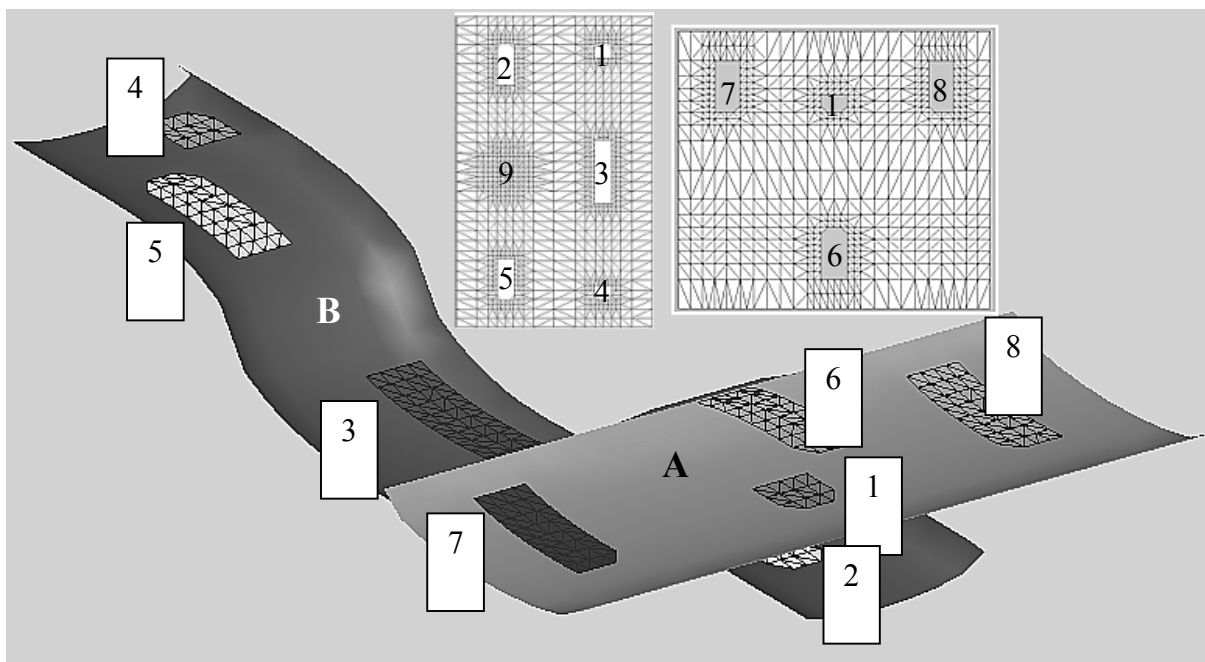


Figure III. 20 - Zones de contact entre mèche. La zone de contact entre les 2 mèches est numérotée 1.

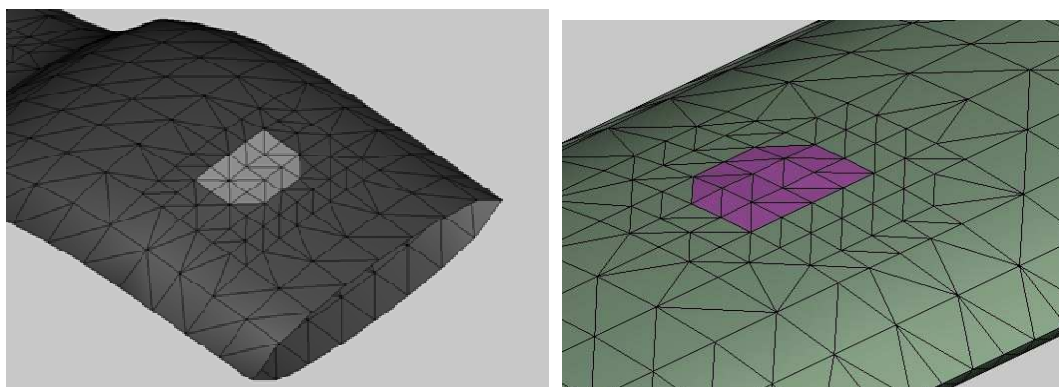


Figure III. 21 - Conformité du maillage à l'interface. Représentation de la zone de contact à l'identique sur les surfaces maître et esclave

Afin de réaliser un maillage conforme à l'interface, on projette radialement (ref Figure III. 9) chaque point du maillage issu de surfaces maître sur les surfaces esclaves et on obtient ainsi les coordonnées paramétriques des points sur la surface esclave. Cette projection des contours est représentée sur la Figure III. 22. Dans cette exemple, fibre 0 partage la zone de contact (zone 2 – ovale en rouge) avec fibre 3. On conserve le maillage à l'interface de fibre 0 et on projette ensuite ce maillage sur la surface de fibre 3.

Les points des surfaces situés dans et à proximité de la zone de contact sont éliminés afin de réaliser le maillage. Dans l'exemple de la Figure III. 20, le remaillage conforme de la zone de contact 1 est représenté Figure III. 21. La Figure III. 23 montre un maillage conforme au l'interface de deux mèches.

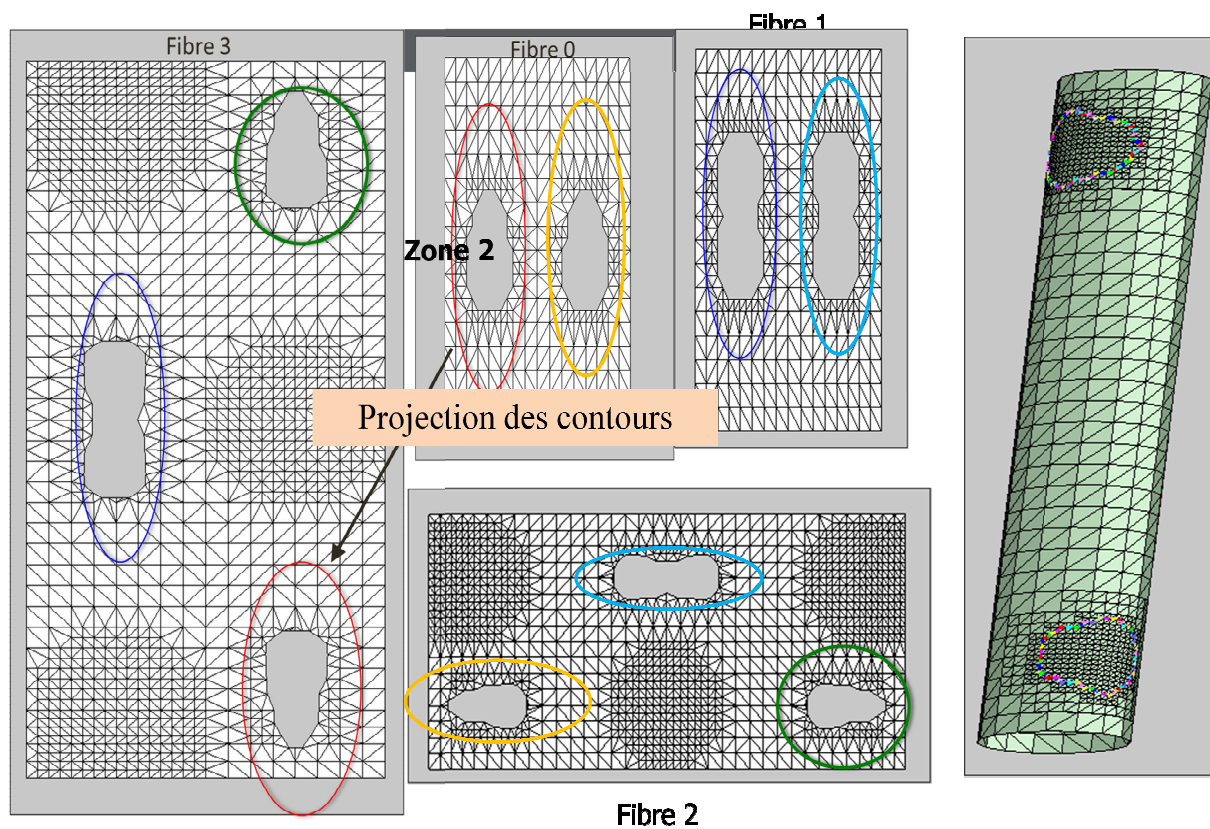


Figure III. 22 - Projection des contours - conformité du maillage

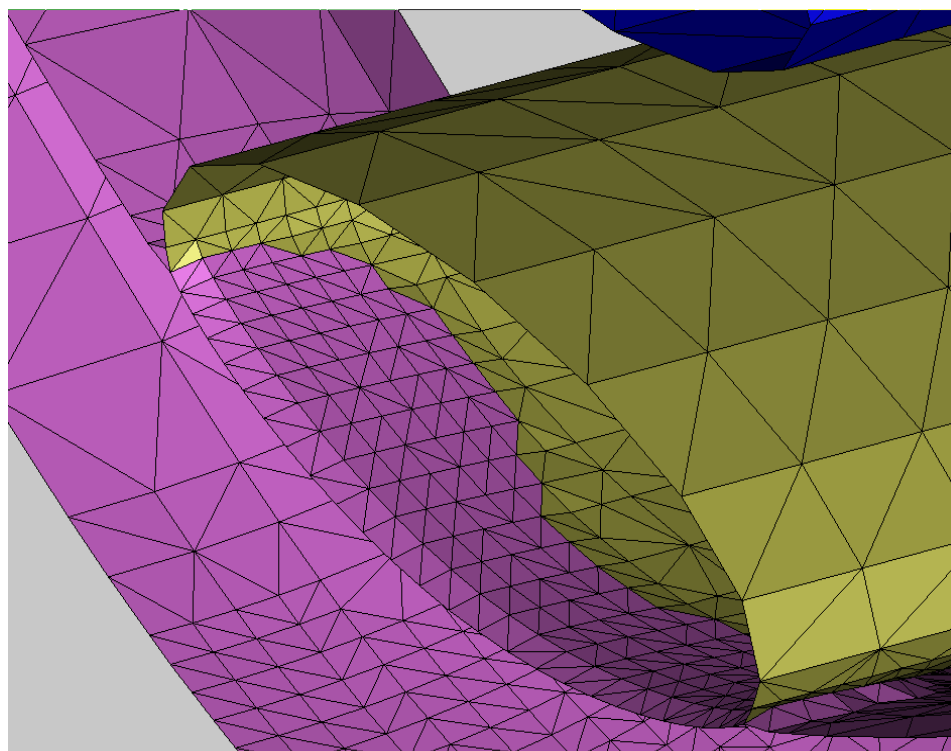


Figure III. 23 - Maillage conforme à l'interface des mèches

III.5. Création d'une surface d'intersection commune

Quand la géométrie trame+mèche est créée ou reconstruite suivant la méthode que nous avons proposée, on peut davantage parler de contact que d'intersection. Néanmoins, l'approche que nous proposons permet en effet d'utiliser des géométries qui s'intersectent dans des proportions importantes. Dans ce cas, la zone d'interface n'est portée par aucune des 2 surfaces mais par une surface moyenne qu'il convient de déterminer.

Le maillage des nœuds de la surface maître (partagés par la surface esclave) sont repositionnés sur cette surface moyenne.

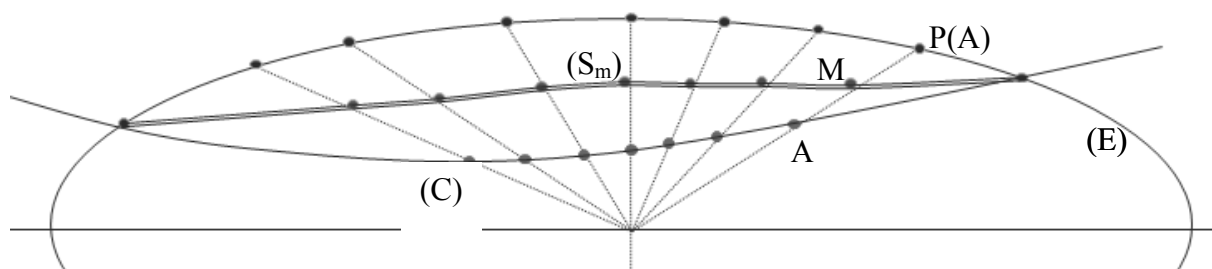


Figure III. 24 - Détermination de la surface moyenne (S_m)(mid-surface) entre l'ellipse de trame (E) et la chaîne (C)

On considère un point A de la surface (C), on détermine le paramètre u le long de la fibre neutre de la surface (E) et on effectue ensuite la projection radiale $P(A)$ sur l'ellipse. Le point de la surface moyenne est choisi comme le point milieu du segment $AP(A)$. Il est possible bien entendu de changer cette pondération.

On effectue cette opération pour chacun des points du maillage interface de la surface esclave (C). Le maillage à l'interface est remplacé par cette valeur.

L'exemple suivant de la Figure III. 25 illustre ces propos. On considère un réseau contenant de multiples pénétrations. Si les trames sont les surfaces maîtres et que l'on projette le maillage sur les chaînes avec un maillage conforme à l'interface, les mèches de trame ne sont pas déformées comme le montre le résultat de la Figure III. 25b. La Figure III. 25c montre la surface moyenne commune aux interfaces. La Figure III. 25d montre le réseau de trames déformées.

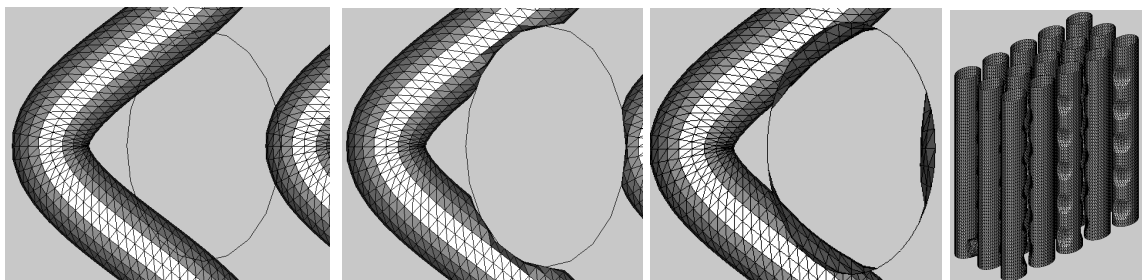


Figure III. 25 - Gestion des interpénétrations. a. intersection. b. Projection sur une surface maître. c. Projection sur une surface moyenne. d. Trame déformée du réseau

III.6. Relimitation des mèche en vue de la création du VER

On définit un Volume Elémentaire Représentatif (VER) périodique duquel on pourra déduire par calcul éléments finis les propriétés mécaniques par homogénéisation. Nous avons considéré 2 types de VER suivant la prise en compte de la périodicité dans la direction verticale x_3 . Nous considérons que les fibres neutres des trames et de chaîne sont orthogonales.

Intéressons nous d'abord à la périodicité dans les directions x_1 et x_2 .

Afin d'assurer la périodicité du VER dans les directions x_1 et x_2 et donc le raccord sur les faces de normales x_1 et x_2 , les mèches doivent être découpées. On peut imaginer le maillage coupé par un cylindre infini de base rectangulaire dont la base est représentée par un rectangle sur la Figure III. 26. Les points dont les coordonnées (x_1, x_2) sont strictement à l'extérieur de la zone $\left[x_1^{\min}, x_1^{\max} \right] \times \left[x_2^{\min}, x_2^{\max} \right]$ sont exclus. Quatre plans sont ainsi définis, $x_1 = x_1^{\min}$, $x_1 = x_1^{\max}$, $x_2 = x_2^{\min}$ et $x_2 = x_2^{\max}$. La tangente à la fibre neutre des mèches dont la fibre neutre est contenue dans les plans parallèles à x_1 (toutes les mèches de trame sur la Figure III. 26 et (S_1) en particulier) est portée par x_2 afin de garantir un raccord C^1 sur les faces $x_1 = x_1^{\min}$ et $x_1 = x_1^{\max}$. De même, la tangente à la fibre neutre des mèches dont la fibre neutre est contenue dans les plans parallèles à x_2 (toutes les mèches de chaîne sur la Figure III. 26 et (S_2) en particulier) est portée par x_1 afin de garantir un raccord C^1 sur les faces $x_2 = x_2^{\min}$ et $x_2 = x_2^{\max}$. La spline cubique représentant la fibre neutre cubique prend en compte ces conditions de tangence.

Les mèches peuvent être découpées suivant la fibre neutre et il convient alors de trouver les 2 paramètres U_{\min} et U_{\max} correspondant au deux plans relimitant la fibre, par exemple les plans $x_2 = x_2^{\min}$ et $x_2 = x_2^{\max}$ pour la mèche (S_2) . Il conviendra d'imposer sur le maillage dans l'espace des paramètres, les isovaleurs u_{\min} et u_{\max} correspondant respectivement à U_{\min} et U_{\max} . (Figure III. 27).

La mèche peut être découpée suivant le paramètre d'angle de l'ellipse V par exemple la mèche (S_3) . On voit que cette relimitation correspond aux paramètres $V_{\min}=0.25$ et $V_{\max}=0.75$.

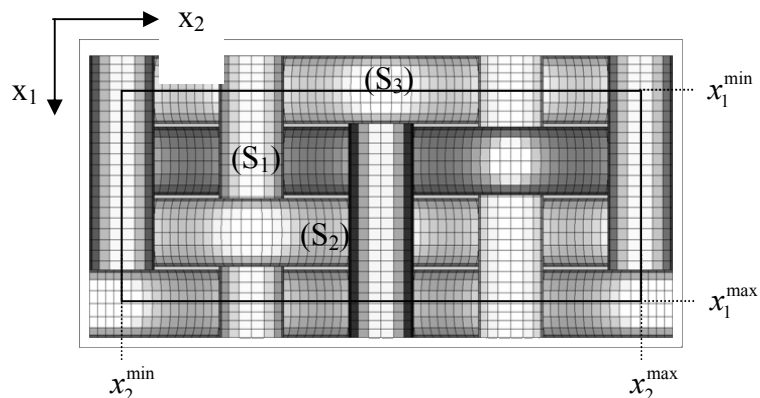


Figure III. 26 - Relimitations du VER dans les directions x_1 et x_2

La Figure III. 27 montre dans l'espace des paramètres $[u,v]$, le domaine à remailler avec 4 isos de relimitation et en dessous cette mèche dans l'espace 3D une fois les opérations de relimitation effectuée. Les trous correspondent aux zones de contact remaillées indépendamment. L'aire de remaillage est à l'intérieur du rectangle représenté en pointillé. Dans la pratique, tout le domaine est remaillé et les éléments extérieurs au rectangle sont éliminés.

La mèche est ici doublement relimitée entre u_{\min} et u_{\max} pour la fibre neutre et au niveau des isos $v=0.25$ et $v=0.75$ correspondant pour l'ellipse à 90° et -90° . Ces isos doivent impérativement apparaître sur le maillage en vue d'un découpage du maillage.

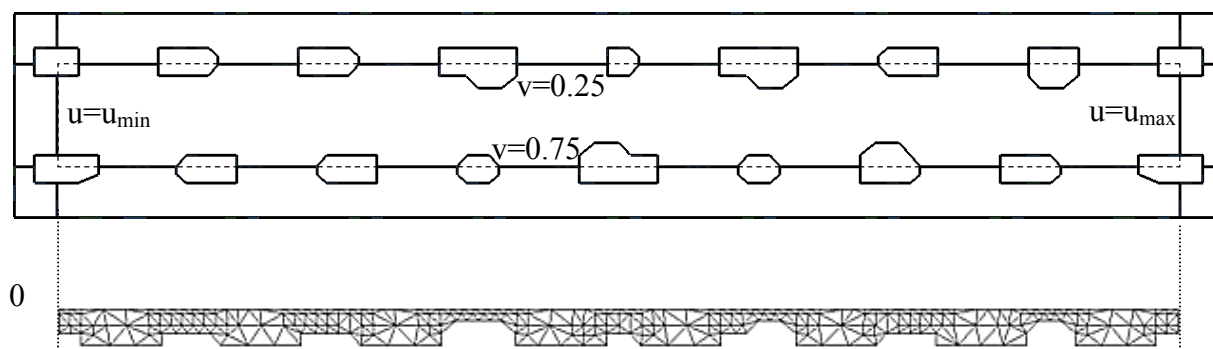


Figure III. 27 - Relimitations du VER dans l'espace des paramètres.

La mèches est ici doublement relimitée entre u_{\min} et u_{\max} pour la fibre neutre et au niveau des isos $v=0.25$ et $v=0.75$ correspondant pour l'ellipse à 90° et -90° .

Si on relimite le VER dans la direction x_3 suivant un plan inférieur et un plan supérieur, la mèche peut être divisée en plusieurs morceaux ainsi que le montre la Figure III. 28a. La mèche est coupée en 3, les frontières du morceau inférieur (2 ellipses) se retrouvent sur les faces du VER inférieure et supérieure. La figure montre ces différentes coupes dans les

positions dans lesquelles ils se placent au niveau du VER. On voit que ce motif est superposable. Les courbes fermées intersections doivent être représentées dans l'espace des paramètres. Celles ci sont représentées dans cet espace en Figure III. 28c. Afin de déterminer ces courbes, on construit des courbes iso-v de la mèche coupée. Chaque iso-v est représentée par une spline cubique. On détermine par minimisation suivant le même principe que les paramètres u de la courbe dont l'altitude correspond à celle du plan de coupe.

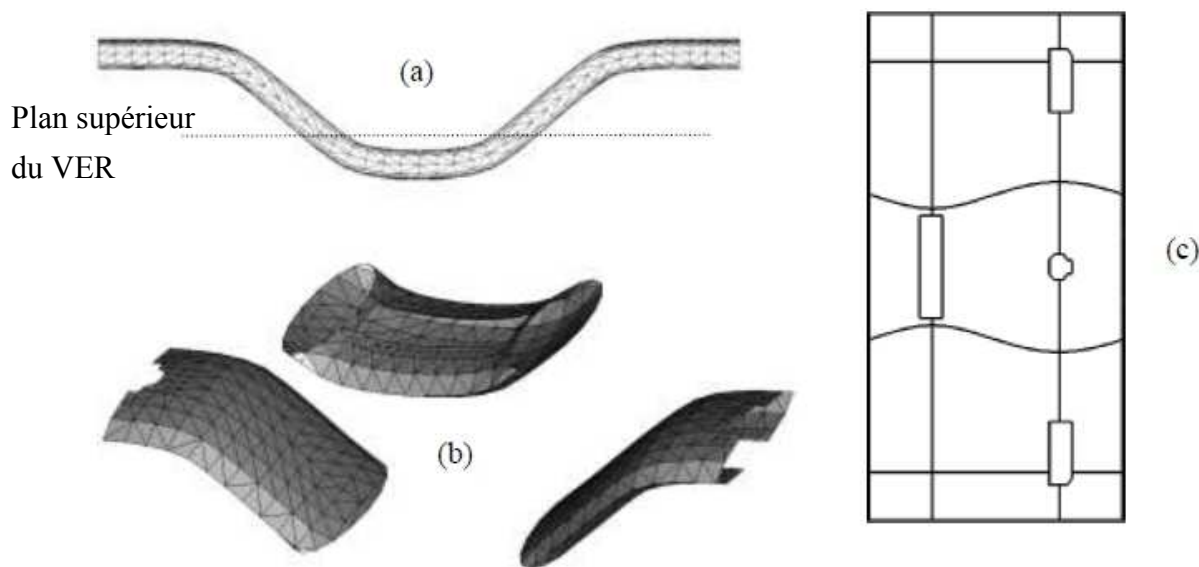


Figure III. 28 - Relimitation du VER suivant la direction x_3 .
 (a) Mèche de chaînes relimitée. (b). Position de la mèche dans le VER (c) Représentation dans l'espace des paramètres.

La Figure III. 29 montre un exemple de VER (H2) avant (Figure III. 29a) et après relimitation (Figure III. 29b) dans les 3 directions.

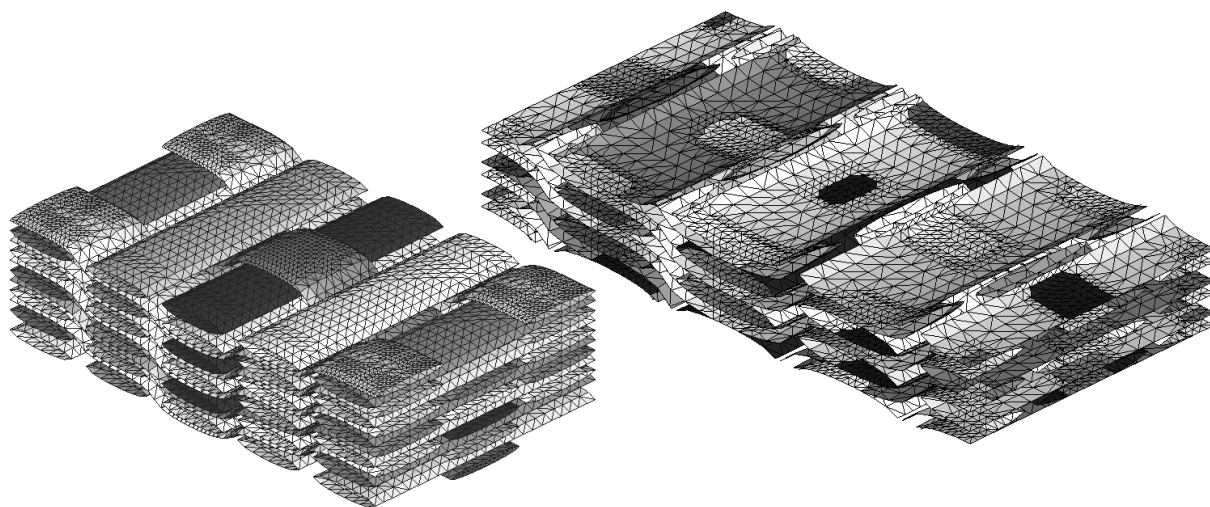


Figure III. 29 - Relimitation des mèches du VER (cas test H2).
 (a). Géométrie avant relimitation. (b). Mèches à l'intérieur du VER

Le maillage Figure III. 29a est le maillage adapté de la géométrie construite suivant les procédures définies.

A l'issue du processus adaptatif de remaillage par la grille d'arbre quaternaire, on s'assure que si l'on a découpé une arête dans l'un des plans frontière du VER, l'arête dans le plan en vis-à-vis est bien aussi découpée afin de garantir le raccord du maillage au niveau des faces en vis-à-vis.

III.7. Maillage de la frontière du VER.

Le maillage de l'ensemble des mèches et de leur zone de contact a été effectué. Les mèches ont été relimitées afin d'assurer les conditions de symétrie et périodicité du VER. La dernière étape avant le remaillage tridimensionnel consiste à créer les faces du VER.

On détermine les arêtes de chaque mèche appartenant aux plans $x_1 = x_1^{\min}$, $x_1 = x_1^{\max}$, $x_2 = x_2^{\min}$, $x_2 = x_2^{\max}$ et le cas échéant $x_3 = x_3^{\min}$, $x_3 = x_3^{\max}$. Les arêtes du parallélépipède constituant la boîte englobant du VER sont découpées suivant une densité qui prend en compte la proximité et la taille des arêtes frontière des mèches déterminées précédemment. Rappelons que le maillage des faces en vis-à-vis est identique (sauf en x_3 le cas échéant). La Figure III. 30 montre la construction du maillage "boite" réalisé sur le cas test d'Interlock H2 avec relimitations suivant x_1 , x_2 et x_3 .

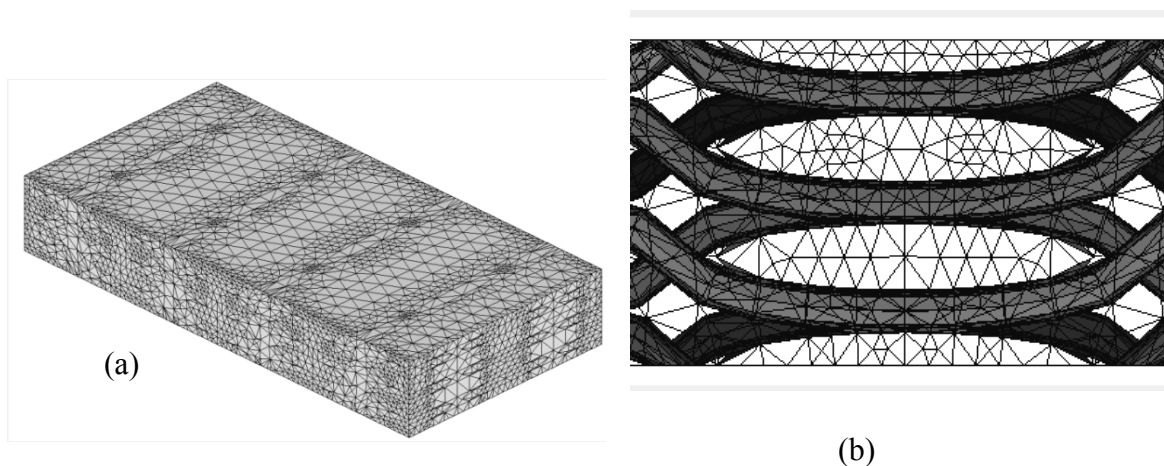


Figure III. 30 - Maillage des frontières de VER (cas test H2)
(a) Maillage complet de la boîte. (b) détail avec maillage des mèches en arrière plan.

Le Figure III. 31 présente le maillage de la frontière du VER réalisé sur les autres exemples.

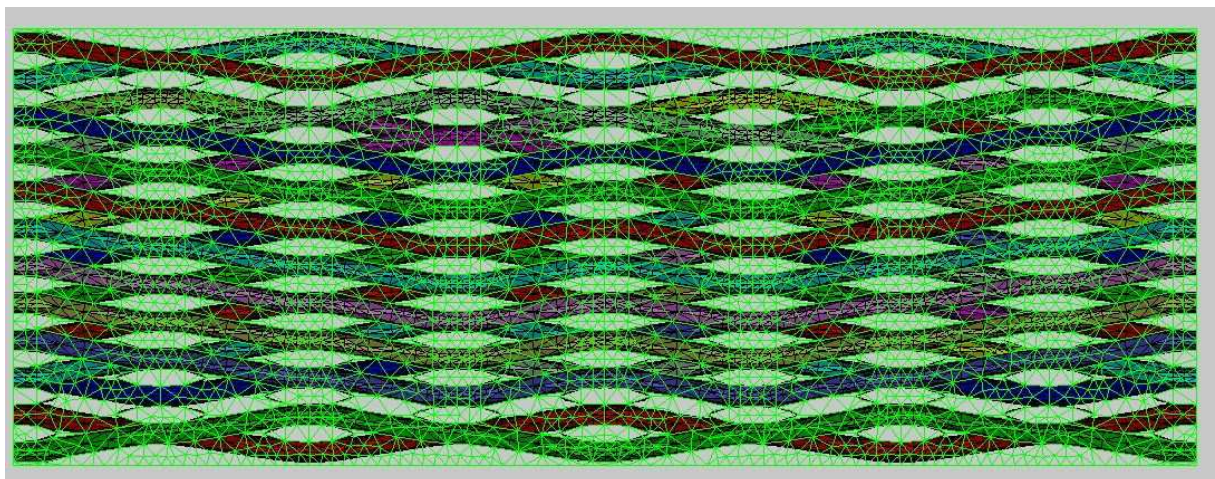
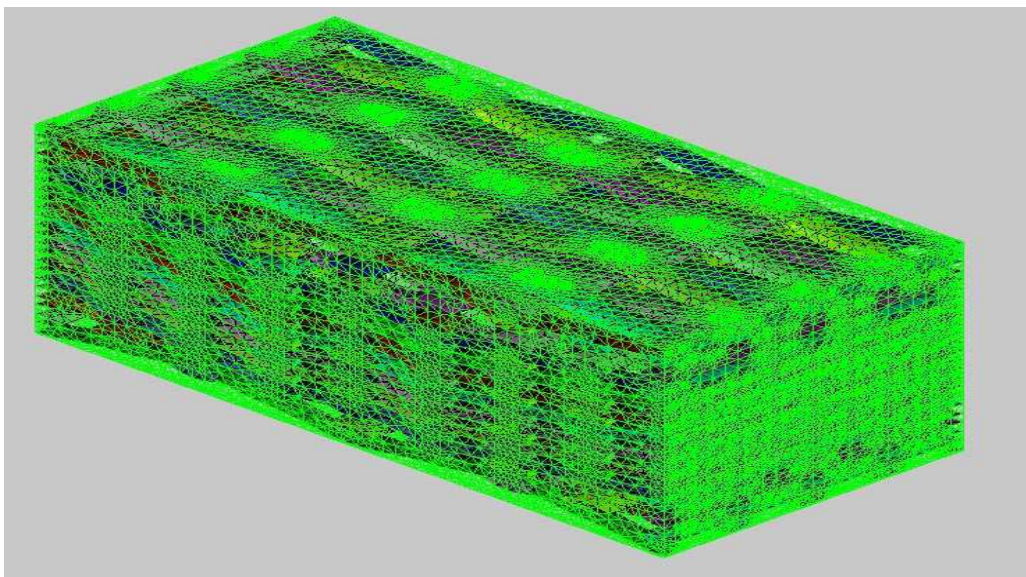
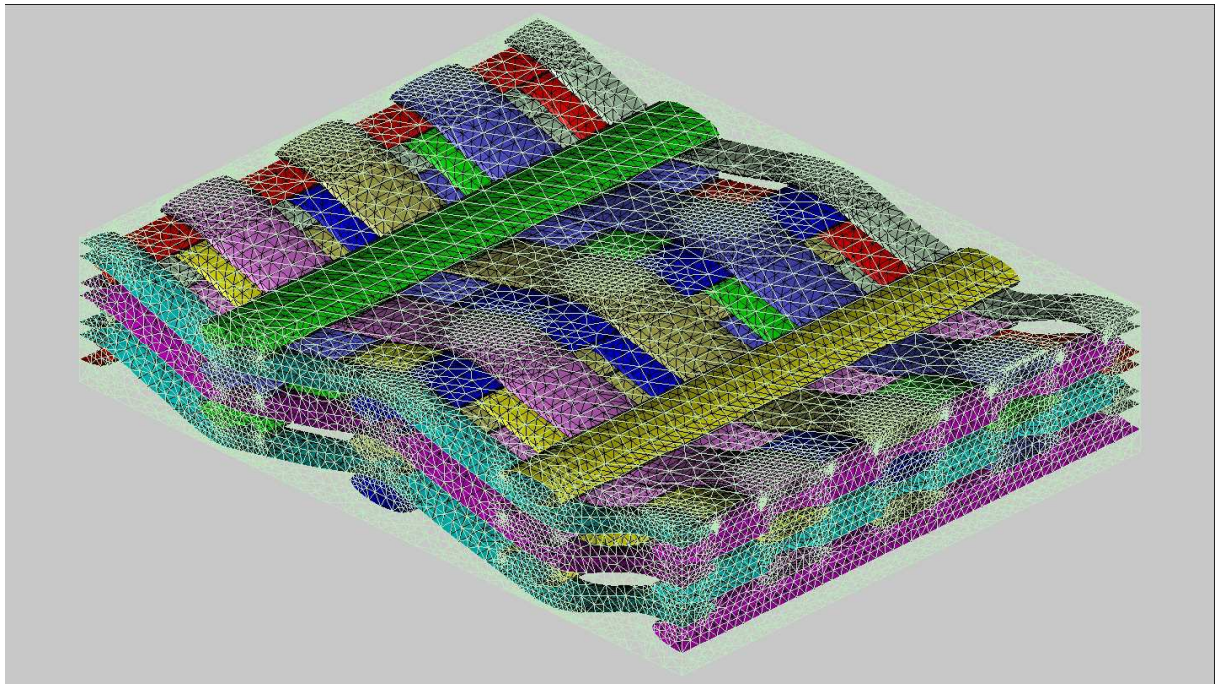


Figure III. 31 - Maillage de la frontière du VER des quelques exemples

III.8. Maillage volumique

Le maillage est réalisé en tétraèdres à 4 et 10 nœuds. Les nœuds de courbures du maillage en tétraèdres sont positionnés sur la géométrie. Dans la mesure où l'on connaît les coordonnées paramétriques des points sur les surfaces des mèches, cette opération ne présente aucune difficulté particulière.

Les mèches sont maillées une à une. Certaines mèches ayant été coupées, celles-ci sont maillées en plusieurs composantes non connexes.

Parvenir à réaliser le maillage de la résine est l'une des principales difficultés de ces travaux. Ce maillage n'est rendu possible que si la géométrie de l'entrelacs de mèches autorise sa création (pas d'intersection des mèches, pas de vis-à-vis trop proche). Compte tenu des formes extrêmement complexes (Figure III. 32, Figure III. 33) et de la proximité inévitable des surfaces des mèches, il n'est guère toujours possible d'éloigner ces dernières les unes des autres sans dégrader la géométrie. Nous avons vu précédemment une solution permettant de contrôler la distance inter-mèche au niveau de l'interface. L'adaptation du maillage est donc une solution à ce problème. On peut souhaiter que le maillage qui résulte de ces travaux puisse être utilisé par le plus grand nombre de solveurs. De nombreux solveurs ne permettent pas le calcul par élément finis si la qualité "géométrique" du maillage est "insuffisante". Un critère souvent pris en compte est le rayon inscrit divisé par la plus grande longueur d'arête pondéré par un coefficient qui assure que le meilleur élément a une qualité de 1 ([69]). La valeur seuil utilisée dans ces codes est de l'ordre de 5%.

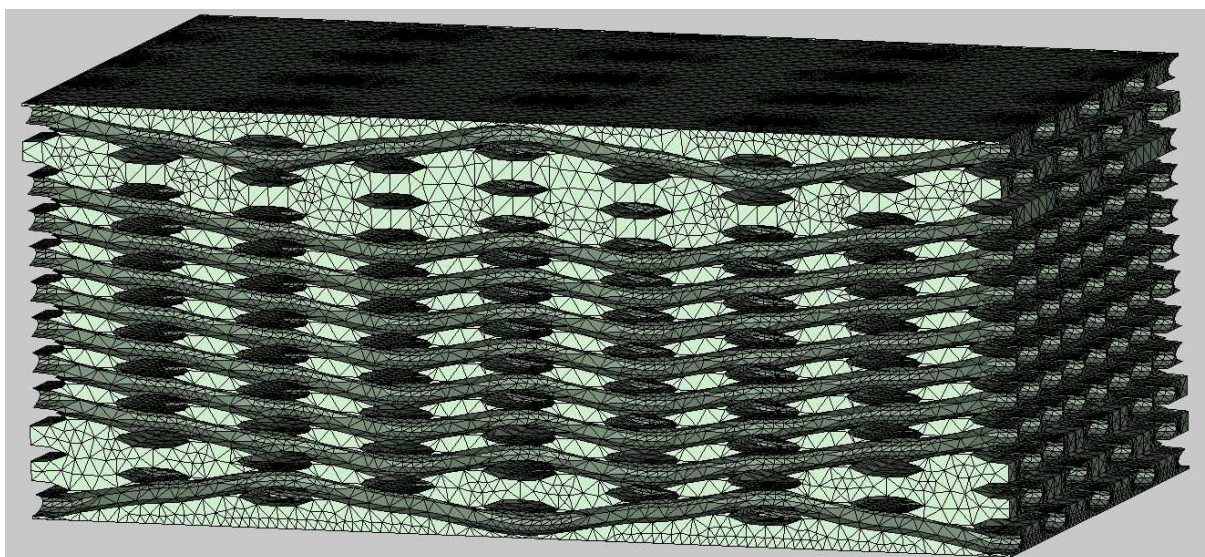


Figure III. 32 - Maillage de la résine.

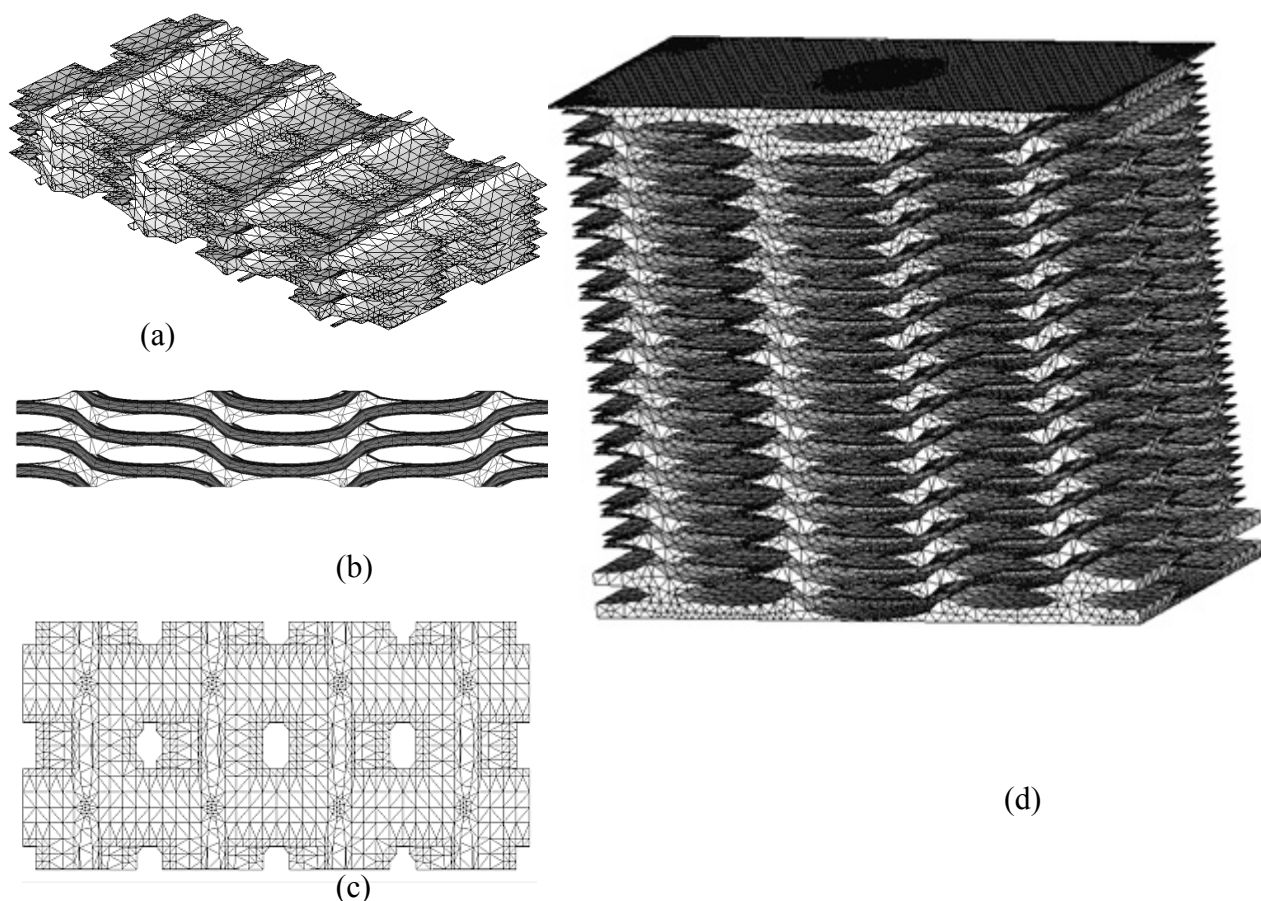


Figure III. 33 - Cas test H2. Maillage de la résine.

(a),(b,) (c) : H2 avec relimitation (56000 T4). (d) H2 sans relimitation suivant z (280000 T4)

Diverses vue du maillage de le résine du cas test H2 avec relimitation sont présentées en Figure III. 33a, b et c. La Figure III. 33d représente le maillage du VER complet sans relimitation dans l'épaisseur. Dans les 2 cas, aucun élément n'a une qualité inférieure à 0.1.

III.9. Détermination de l'orientation des fibres

Les fibres des mèches des tissages étudiées ont un comportement orthotrope. Par conséquent, il est bien entendu essentiel de connaître en tout point les orientations des fibres. Un maillage structuré en hexaèdre à l'avantage de fournir simplement ces données. On considère que l'orientation est donnée par la fibre neutre. Etant donné un point dans une mèche (test effectué à de nombreuses reprises lors de la détection des intersections), on détermine le paramètre u sur la courbe et le vecteur tangent à la courbe donne la direction demandée.

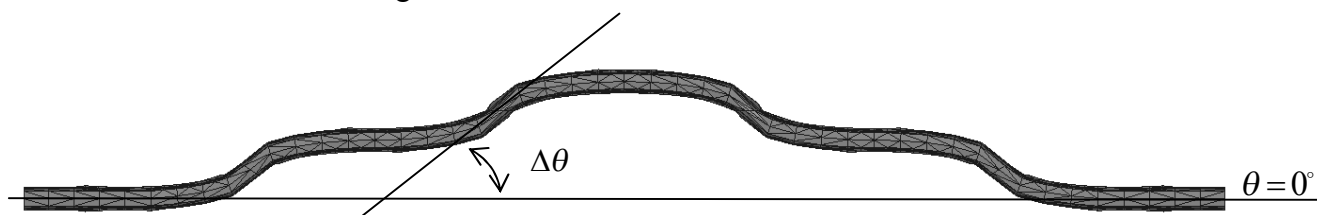


Figure III. 34 - Orientation des fibres. Détermination du nombre de matériaux

Dans la pratique, on définit un matériau pour une plage d'orientation. En d'autres termes, le nombre de matériaux étant limité, on peut définir un nombre a priori de matériaux ou choisir de créer un matériau tous les 1° par exemple. On calcule pour l'ensemble des mèches l'amplitude angulaire maximale $\Delta\theta$ (Figure III. 34) qui correspond à l'angle maximal que fait la tangente et on découpe cette plage angulaire en autant de matériaux que nécessaire. On voit que les tranches autour de θ et $-\theta$ se voient affecter le même matériau (Figure III. 35). L'orientation des fibres de trame étant colinéaire au vecteur x_1 , l'orientation de toutes les mèches de trame est constante (Figure III. 37). Compte tenu des conditions de symétrie, les mèches de chaîne sur les bords du VER correspondant aux valeurs extrémales de x_2 ont une orientation horizontale, de même que les mèches au niveau des contacts comme le montre la Figure III. 36.

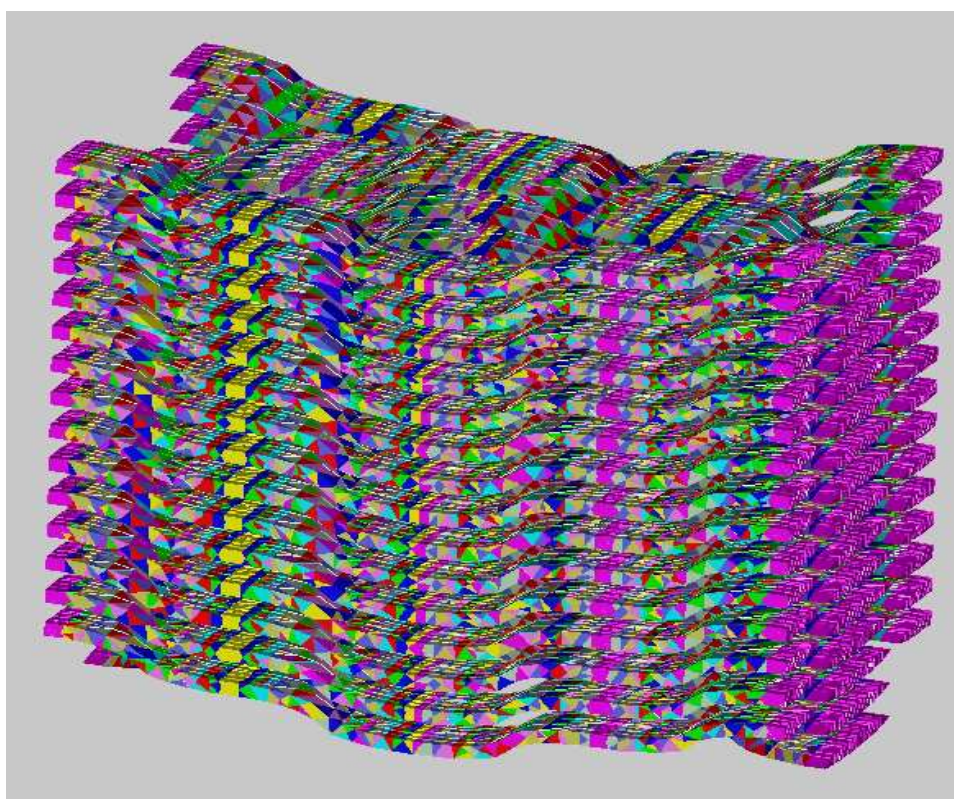


Figure III. 35 - L'orientation de l'ensemble des matériaux

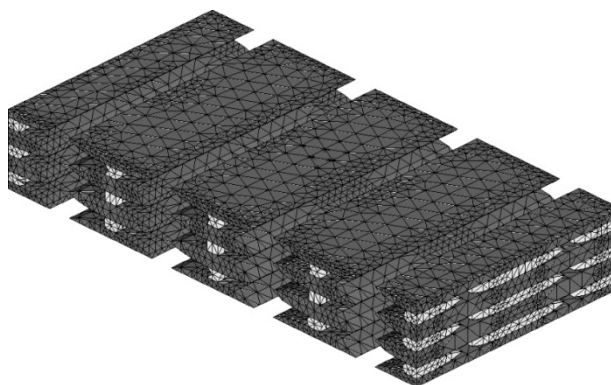


Figure III. 36 - Orientation des fibres. Fibres correspondant à $\theta=0$. Cas test H2

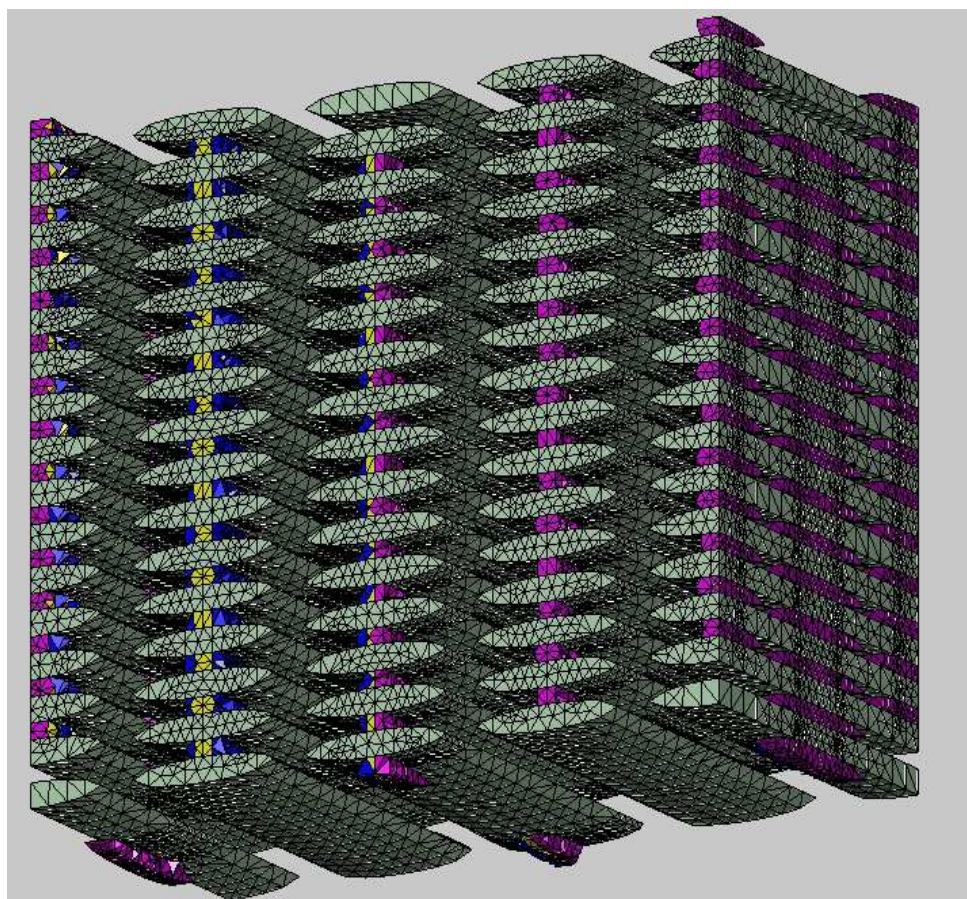


Figure III. 37 - Orientation des fibres. Fibres correspondant à $\theta=0$.

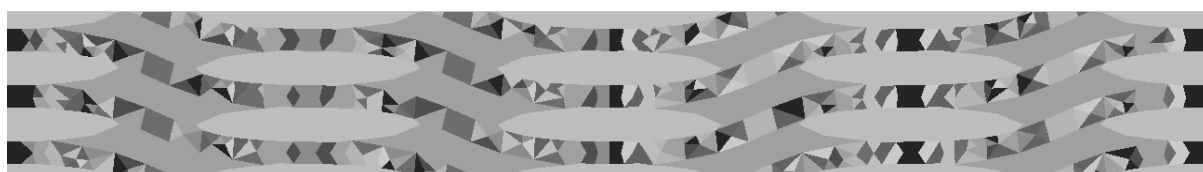


Figure III. 38 - Orientation des fibres sur une face du VER de normale x_1 (cas test H2)

La Figure III. 38 présente en niveau de gris les orientations des fibres. On distingue les mèches de trame et la résine ainsi que les diverses plages angulaires.

Les Figure III. 39 et Figure III. 40 montrent l'orientation des mèches compte tenu des formes extrêmement complexes.

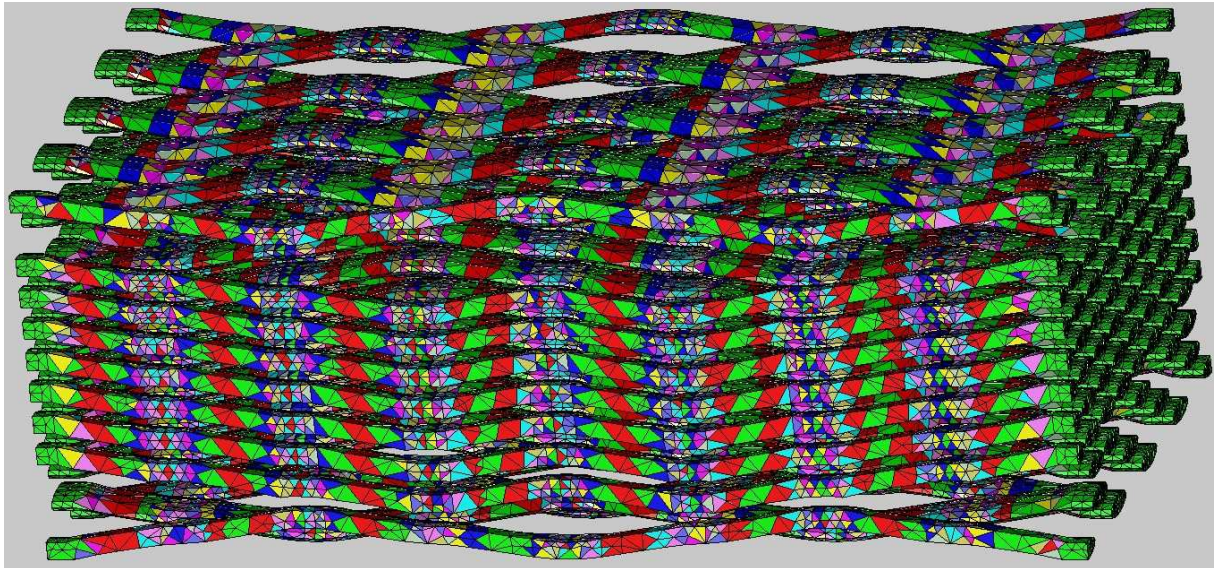


Figure III. 39 - Orientation des mèches

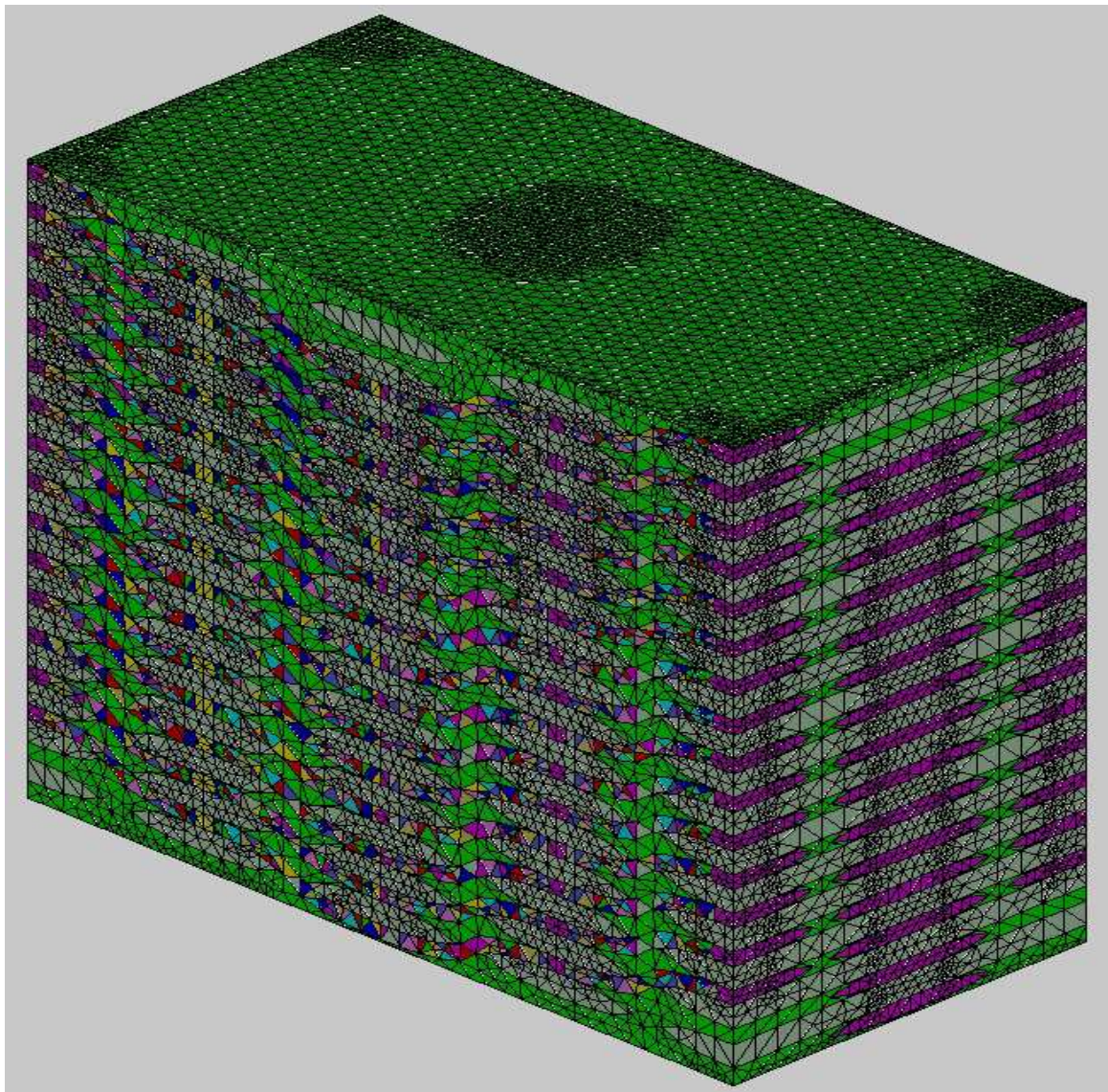


Figure III. 40 - Orientation des mèches compte tenu des formes extrêmement complexes

III.10. Conclusion et quelques perspectives

Dans ce chapitre, une démarche robuste de création automatique d'un modèle élément fini d'un VER (géométrie, maillage, conditions aux limites, périodicité, matériaux) paramétré (fibres et résine en tétraèdres) a été présentée.

Nous avons créé dans un premier temps un modèle géométrique analytique défini par le déplacement d'un profil le long d'un spline cubique minimisant les intersections entre surfaces. Le trajet des mèches de chaîne est simplement défini par la position au dessus ou en dessous des sections de la trame. Cette méthode, moyennant quelques modifications mineures peut prendre en compte des variations des sections des mèches de chaîne et de trame. L'adaptation du maillage surfacique fait appel à un multi-quadtrees adaptatif dont le principe de découpage ressemble dans le principe au marching cubes (dans une version adaptée). Le principe de l'adaptation ne repose que sur un oracle qui consiste à déterminer si un point est à l'intérieur ou à l'extérieur d'une mèche. Une fois le découpage terminé, les contours en forme de dent de scie sont lissés et un maillage 2D est utilisé. Remarquons qu'il est possible de reprendre aisément les concepts de ces travaux qui ne sont en aucun cas liés à un maillage 2D ou 3D (dans la mesure où ceux ci sont suffisamment robustes quand même !). On voit aussi que tout type de géométrie permettant de décrire une mèche dans l'espace de paramètres peut être appliqué. Pour ne pas alourdir les développements informatiques et valider la méthode, nous avons choisi un modèle basé sur une section qui se promène le long d'une courbe mais il est possible de décrire la géométrie sous la forme d'une surface multi-sections autorisant ainsi les variations de section. On peut imaginer une définition de la géométrie sous la forme $section=f(u)$, où u désigne l'abscisse curviligne le long de la fibre neutre. Les isos-valeurs de cette surface seront alors des splines cubiques. Dans ce dernier cas, la notion d'intérieur et d'extérieur sur laquelle repose la détection sera plus coûteuse dans la mesure où elle ne fera plus appel à une simple formule. Remarquons aussi que l'hypothèse suivant laquelle la fibre neutre évolue dans un même plan allège considérablement les calculs en évitant de calculer la torsion de la courbe. Néanmoins, moyennant ce calcul qui ne pose pas de difficulté autre que la mise en œuvre, il est possible d'imaginer de modéliser avec cette technique des torons qui s'entrecroisent et plus généralement des structures très complexes, très « tridimensionnelles ». Nos travaux s'appuient sur l'utilisation d'un maillage en tétraèdres qui a priori n'est guère le plus commode pour porter une orientation ! Nous avons donc proposé une approche qui permet, à partir d'une simple projection sur la fibre neutre de déterminer pour chaque élément l'orientation. L'implémentation dans tous codes de calcul ne permettrait pas d'avoir un type de matériaux différents pour chaque élément et c'est pourquoi il est possible de préciser a priori suivant un découpage angulaire, le nombre de matériaux que l'on souhaite.

Chapitre 4: Modélisation Numérique de composites 3D interlock - Obtention des propriétés homogénéisées de composites Interlocks

Chapitre 4: Modélisation Numérique de composites 3D interlock - Obtention des propriétés homogénéisées de composites Interlocks

IV.1. Géométrie et Maillage du VER de l'Interlock 2.5D	108
IV.2. Fichier de données pour calcul par éléments finis.....	113
IV.3. Méthodologie numérique	114
IV.3.1. Les tenseurs effectifs des modules d'élasticité C et de souplesse S	115
IV.3.2. Conditions aux limites périodiques.....	118
IV.3.2.1. Essai de traction suivant x	118
IV.3.2.2. Cisaillement dans le plan xy.....	119
IV.3.3. Obtention des propriétés homogénéisées du composite interlock	120
IV.3.3.1. Propriétés mécaniques des constituants du VER:	120
IV.3.3.2. Loi de comportement.....	121
IV.3.3.3. Essai de traction.....	121
IV.3.3.4. Essai de cisaillement	122
IV.3.3.5. Résultats	123
IV.3.3.6. Discussions.....	126
IV.4. Influence de la fonction d'interpolation sur les propriétés homogénéisées.....	127
IV.4.1. Essai de traction suivant x	128
IV.4.2. Cisaillement suivant xy.....	129
IV.4.3. Résultats et discussions.....	130
IV.4.4. Interprétations des résultats	131
IV.5. Influence des propriétés matériaux sur le comportement macroscopique du tissé simulé	132
IV.5.1. Influence de la fraction volumique des fibres de carbone	132
IV.5.2. Influence du module E_{11}^f des fibres de carbone.....	135
IV.5.3. Influence du module E_{22}^f des fibres de carbone.....	137
IV.5.4. Influence du module de cisaillement G_{12}^f des fibres de carbone	139
IV.5.5. Influence du coefficient de Poisson ν_{12}^f des fibres de carbone.....	141
IV.5.6. Influence du coefficient de Poisson ν_{23}^f des fibres de carbone.....	143
IV.5.6.1. Influence du coefficient de Poisson ν_{23}^f dans la plage de 0,03 à 0,06.....	143
IV.5.6.2. Influence du coefficient de Poisson ν_{23}^f dans la grande plage 0,03 à 0,3	145
IV.6. Conclusion	147

IV.1. Géométrie et Maillage du VER de l'Interlock 2.5D

Afin de valider la méthodologie de construction et de maillage du VER présentée précédemment (voir chapitre 3), deux composites interlocks 2.5D seront considérés. Il s'agit d'un Interlock de type 1 (H2) et d'un Interlock de type 4 (69). En appliquant notre méthode de maillage, nous obtenons pour chacun des matériaux considérés (Interlock H2 et Interlock 69) un VER. Le VER de l'Interlock 69 et celui de l'Interlock H2 sont composés de deux couches de mèches de chaîne. Chaque couche dans le plan vertical est constituée de trois mèches de chaîne. Le VER de l'Interlock 69 comporte trois couches de mèches de trame tandis que le VER de l'Interlock H2 est constitué de quatre couches de mèches de trame. Donc, dans le cas de l'Interlock H2, le VER est composé de 6 mèches de chaîne et 12 mèches de trame (Figure IV. 2, Figure IV. 3, Figure IV. 4) tandis que le VER de l'Interlock 69 est composé de 6 mèches de chaîne et 6 mèches de trame (Figure IV. 5, Figure IV. 6, Figure IV. 7). Pour les deux matériaux composites, les mèches de trame ont une section longitudinale pratiquement linéaire et les mèches de chaîne ondulent autour des mèches de trame. N'importe quelle section de mèche peut être considérée et gérée. Toutefois, à partir des observations au microscopique électronique à balayage (MEB) [1], il apparaît que les sections des mèches de trame et des mèches de chaîne sont de forme elliptique. Ainsi nous opterons pour une modélisation avec des sections elliptiques.

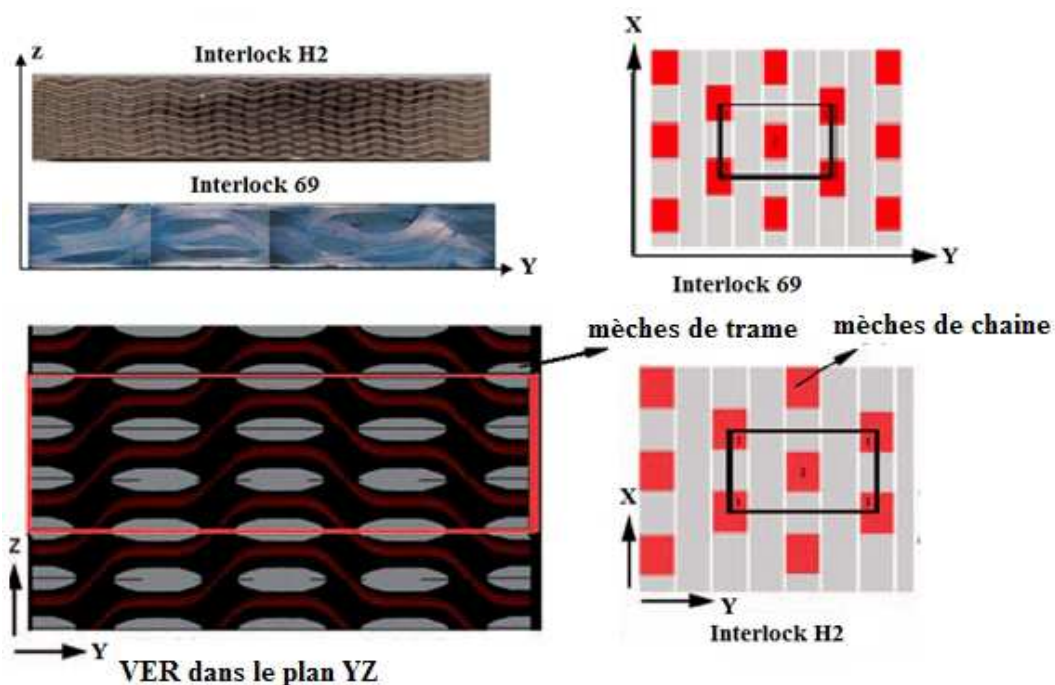


Figure IV. 1 - Observations microscopiques des sections longitudinales [1] et sections dans les plans (YZ) et (XY) des VER des Interlocks H2 et 69

Pour chacun des Interlock considérés (H2 et 69), des éléments T4 ont été utilisés, les fonctions de forme sont donc linéaires. Pour l'Interlock H2, le VER est composé de 140.000 éléments, 77,000 degré de liberté (ddl). Dans le cas de l'Interlock 69, le VER est composé de 93.000 éléments (51.000 ddl). La Figure IV. 1 montre les observations microscopiques des sections longitudinales ainsi que dans les plans YZ et XY des VER des deux Interlocks considérés (H2 et 69). Les Figure IV. 2 et Figure IV. 5 illustrent respectivement les maillages du VER de l'Interlock H2 et de l'Interlock 69.

Les dimensions des deux VER étudiés sont celles fournies par El Hage [1]:

Composite	Mèche de chaîne		Mèche de trame		Distance entre les mèches	
	Largeur	Epaisseur	Largeur	Epaisseur	Largeur	Epaisseur
	a_w (mm)	h_w (mm)	a_f (mm)	h_f (mm)	C_L (mm)	C_T (mm)
H2	1.9 ± 0.11	0.18 ± 0.03	1.7 ± 0.06	0.28 ± 0.03	0.4 ± 0.12	0.2 ± 0.08
69	4.4706 ± 0.3533	0.6471 ± 0.0133	3.163 ± 0.427	0.5882 ± 0.1084	2.8235 ± 0.5087	0.00 ± 0.06

Tableau IV. 1: Propriétés géométriques du composites H2 et 69

VER de l'Interlock H2: épaisseur $H=1.38$ mm (axe Z), longueur $L=8.4$ mm (axe Y), largeur $l=4.2$ mm (axe X).

VER de l'Interlock 69: épaisseur $H=3.7056$ mm (axe Z), longueur $L=9.341$ mm (axe Y), largeur $l=9.3412$ mm (axe X).

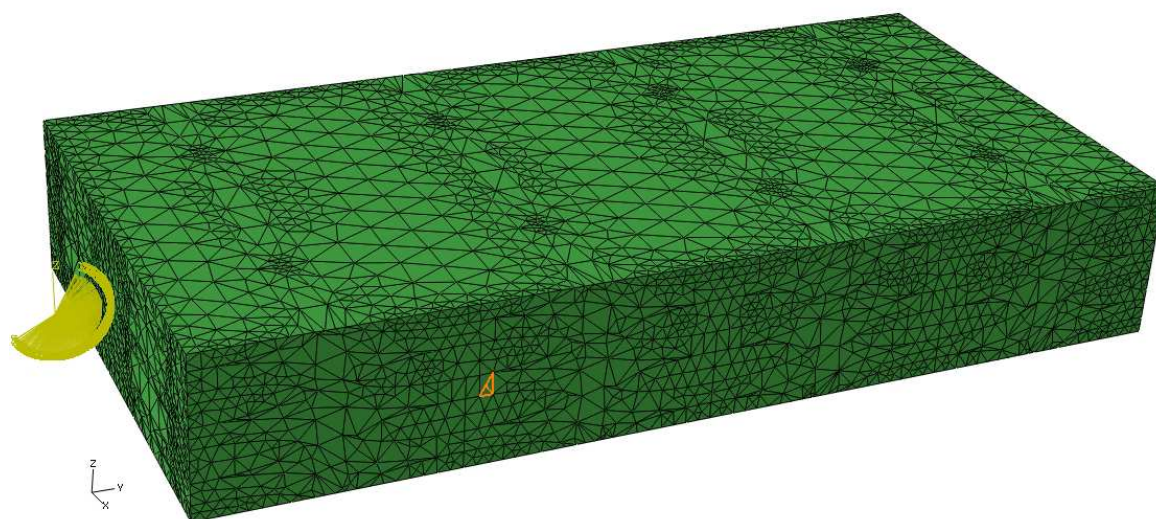


Figure IV. 2 - Maillage du VER du composite Interlock H2

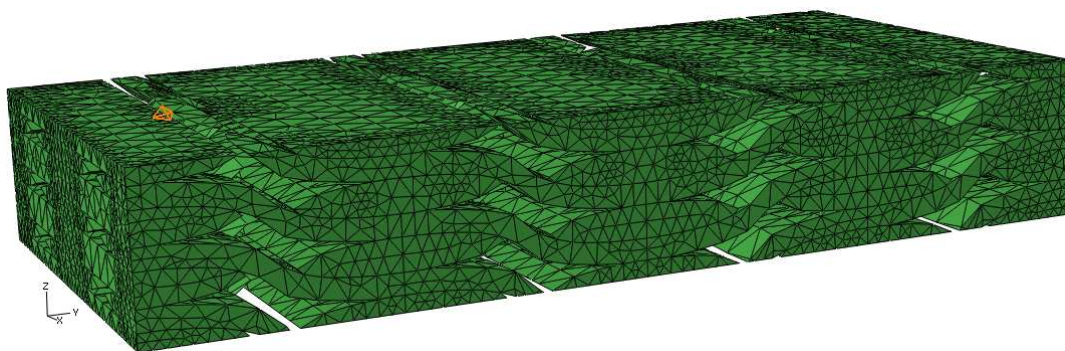


Figure IV. 3 - Maillage des mèches de chaîne et de trame du VER de l'Interlock H2

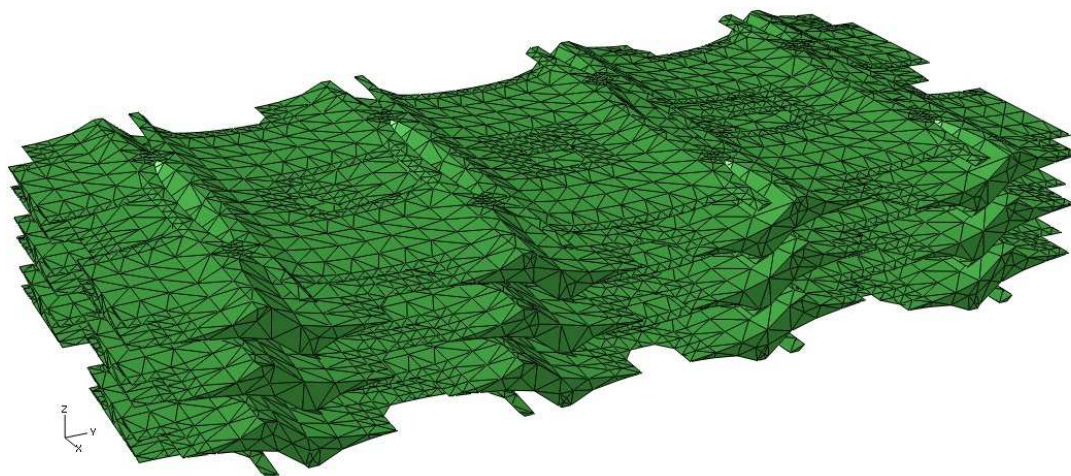


Figure IV. 4 – Maillage de la résine du VER d l'Interlock H2

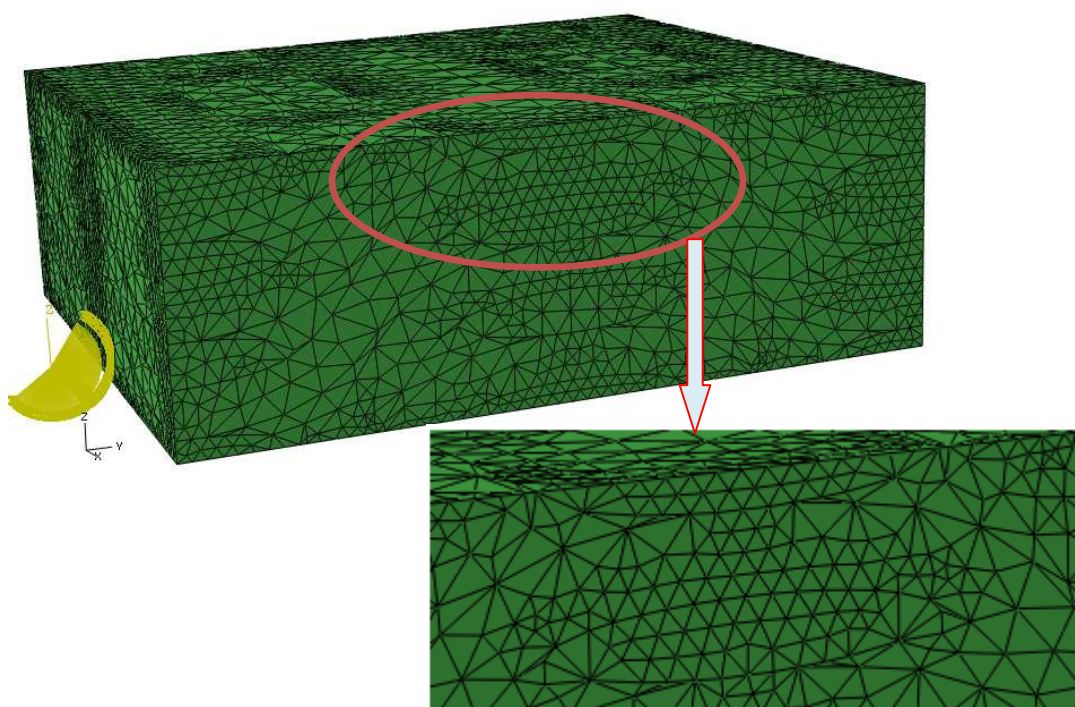


Figure IV. 5 – Maillage du VER du composite Interlock 69

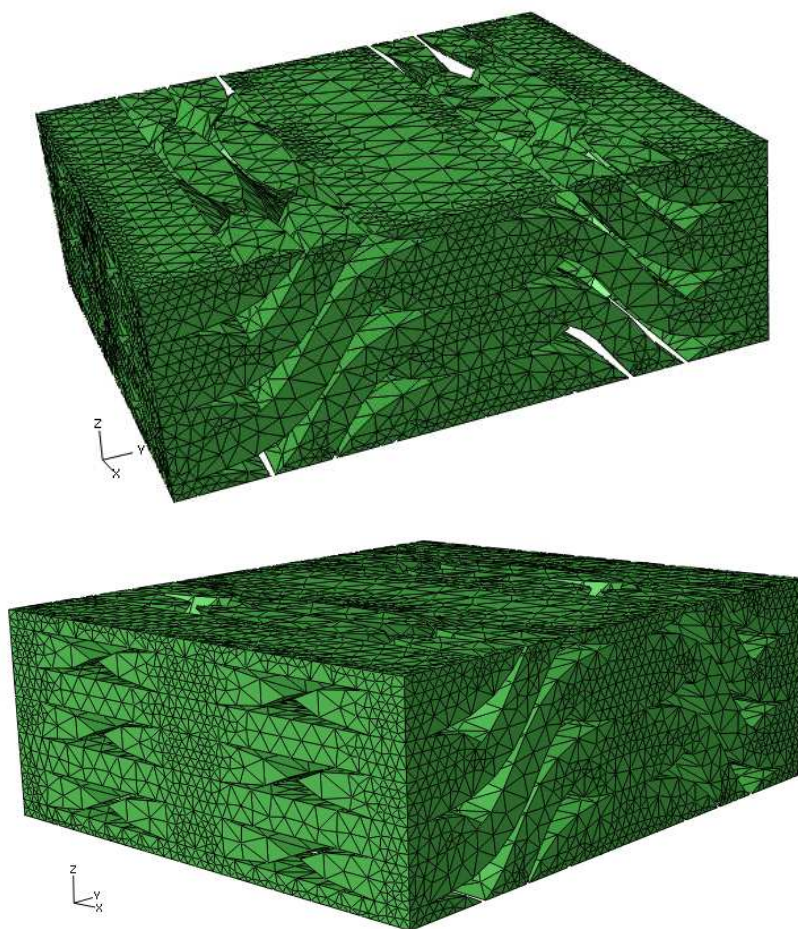


Figure IV. 6 - Maillage des mèches de chaîne et de trame du VER de l'Interlock 69

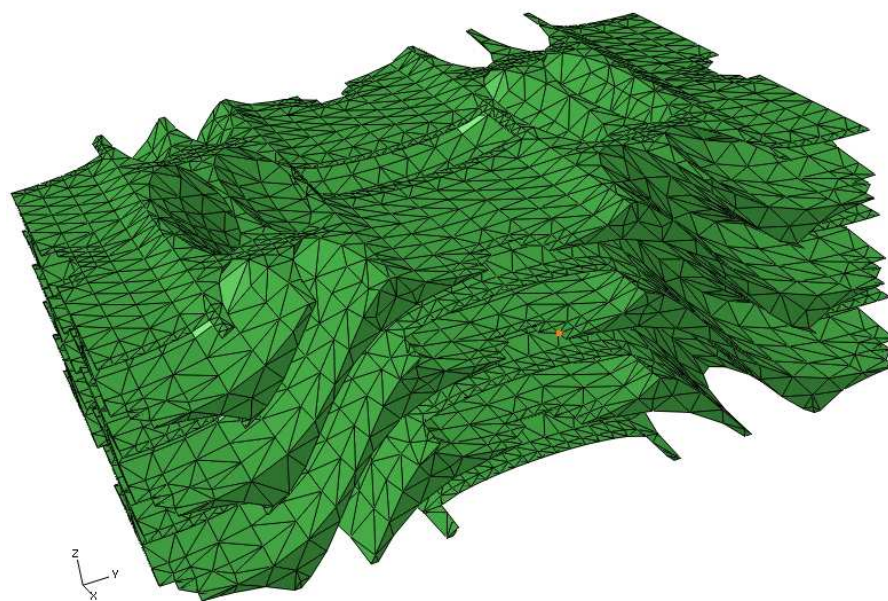


Figure IV. 7 – Maillage de la résine du VER de l'Interlock 69

Les propriétés mécaniques du matériau des mèches de chaîne et de trame sont déterminées dans les directions principales des mèches telles qu'on l'observe sur la Figure IV. 8. Comme nous l'avons montré dans le chapitre 3, l'orientation des éléments du VER est nécessaire pour déterminer les propriétés macroscopiques du VER. La Figure IV. 9 et la Figure IV. 10 illustrent l'orientation de chaque élément dus VER de l'Interlock H2 (Figure IV. 9) et du VER de l'Interlock 69 (Figure IV. 10).

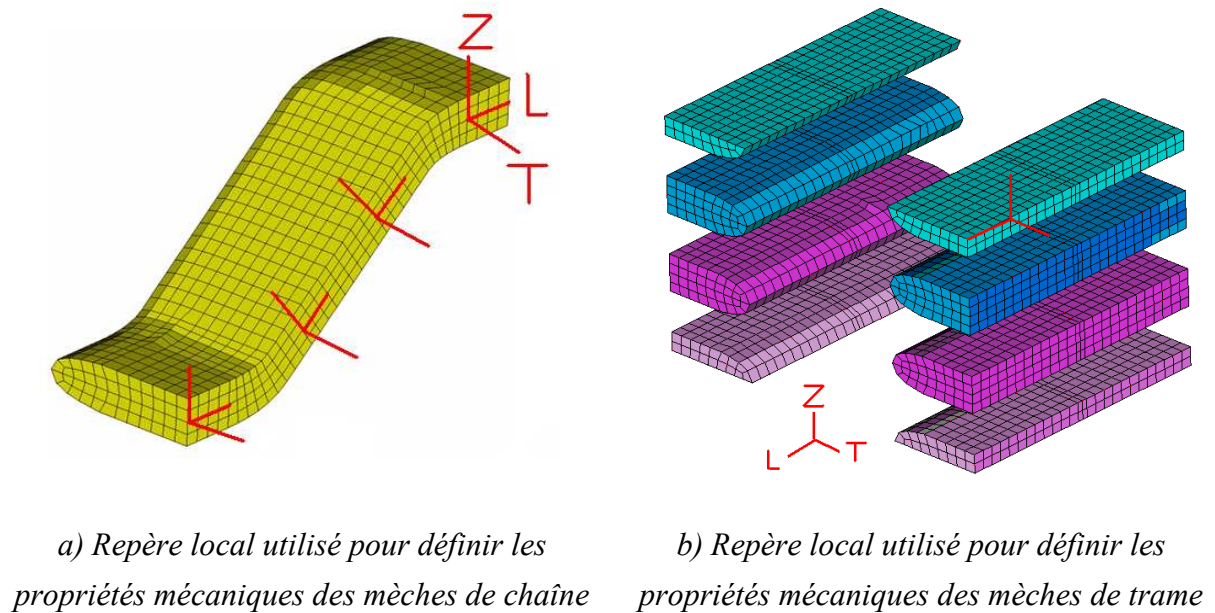


Figure IV. 8 - Définition des repères permettant la définition des propriétés mécaniques des mèches du VER.

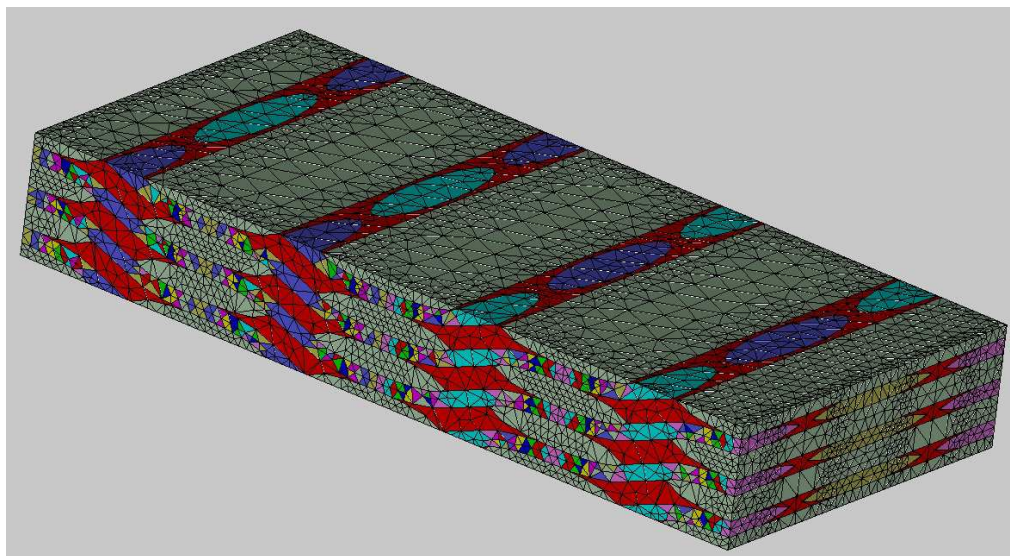


Figure IV. 9 – Carte graphique des propriétés matériaux équivalente au degré près dans VER de l'Interlock H2

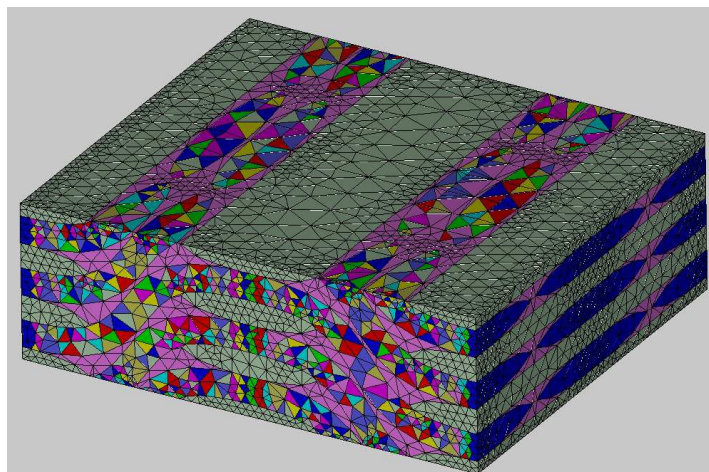


Figure IV. 10 – Carte graphique des propriétés matériaux équivalente au degré près dans VER de l'Interlock 69

IV.2. Fichier de données pour calcul par éléments finis

Dans la méthode des éléments finis, les nœuds et les éléments définissent la géométrie de base de la structure physique. Chaque élément dans le modèle représente une partie discrète de la structure physique, et l'ensemble des éléments reliés l'un aux autres par des nœuds donne la structure globale. Ces nœuds sont les points communs entre les différentes parties discrètes. Les coordonnées des nœuds et la connectivité des éléments définissent le modèle géométrique. Dans cette thèse, nous avons choisi d'effectuer nos simulations numériques sur le logiciel ABAQUS. En effet, nous utilisons Le logiciel Matlab est utilisé pour créer un fichier de données (*.inp, fichier d'entrée Abaqus), qui décrit l'ensemble du problème mécanique : coordonnées des nœuds, définitions des éléments, de leurs connectivités, des conditions aux limites, propriétés de chaque matériau, etc. Ce fichier d'entrée ABAQUS (de type « *.inp »), contient dans notre cas et pour chacun des VER considérés :

- Carte des nœuds : on y définit pour chaque nœud son numéro et ses coordonnées dans le repère global.
- Carte des éléments et connectivité des éléments : compte tenu de la géométrie des mèches et de la résine, une discrétisation en éléments volumiques a été adoptée. Pour valider la robustesse des calculs, les résultats obtenus avec des éléments quadratiques seront comparés à ceux obtenus avec des éléments linéaires. Dans le premier cas, nous utilisons des éléments tétraédriques linéaires à 4 nœuds (C3D4) et dans le deuxième cas les éléments tétraédriques quadratiques à 10 nœuds (C3D10).
- Carte des matériaux : comme il sera présenté dans le paragraphe IV.3.3, il existe dans notre cas deux matériaux principaux: le carbone pour les mèches (fibres) et l'époxy pour la résine (matrice assurant la liaison entre les mèches). Les caractéristiques mécaniques de ces matériaux sont résumées dans le Tableau IV. 2 et dans le Tableau IV. 3.

- Carte des orientations: le matériau constituant les fibres des mèches étant orthotrope, il est nécessaire de définir l'orientation de chaque élément dans VER.
- Carte des groupes : le but premier de cette carte est de définir les groupes des nœuds (sur les faces du VER: X_{max} , X_{min} , Y_{max} , Y_{min} , Z_{max} , Z_{min} dans la Figure IV. 11) nécessaires pour imposer des conditions aux limites (champs de chargement ou champs de déplacement. Six groupes des nœuds pour les six faces du VER sont donc nécessaires. L'autre intérêt de définir les groupes d'éléments réside dans le regroupement des éléments de même propriétés matériaux (éléments de même orientation, voir Figure IV. 10).

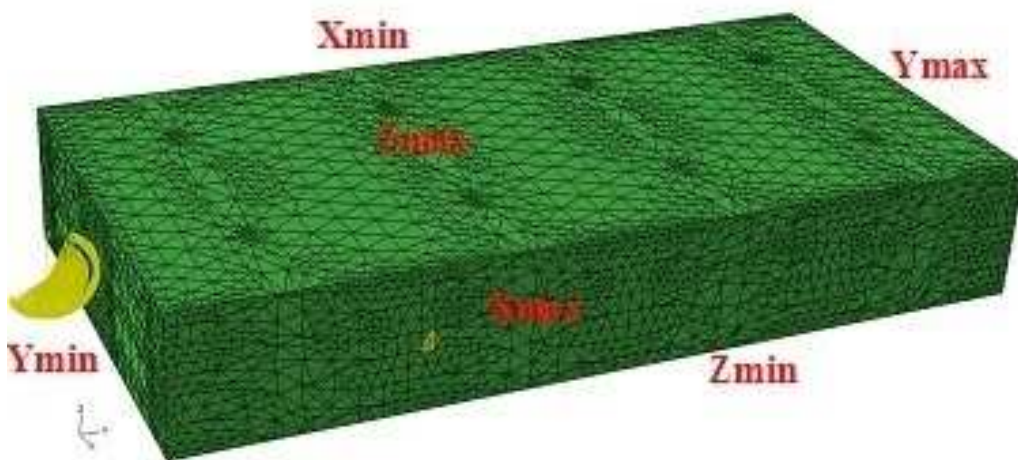


Figure IV. 11 - Définition des faces du VER

- Carte des chargements et conditions aux limites : l'application d'un chargement ou d'un champ de déplacement permet, via les techniques d'homogénéisation présentées dans le chapitre 2, de déterminer numériquement les propriétés mécaniques macroscopiques du VER. Dans notre cas, le matériau des mèches étant supposé orthotrope, le VER sera soumis à 3 essais de traction selon direction de l'axe X, Y, Z et à 3 essais de cisaillement dans les plans XY, XZ, YZ. Pour chacun de ces essais, les conditions aux limites nécessaires pour maintenir la structure à l'état d'équilibre mais également les conditions de symétrie et périodicité sont assurées.

IV.3. Méthodologie numérique

La méthode des éléments finis (MEF) est une méthode générale pour résoudre les problèmes industriels de calcul de structures via des modèles de simulation numérique. Elle est actuellement appliquée dans des domaines très divers pour résoudre des problèmes de mécanique des solides ou de mécanique des fluides, de thermique, d'électricité, etc. Dans cette partie, nous utilisons la MEF pour résoudre des problèmes faisant intervenir des

géométries complexes.. Nous rappelons donc dans cette section quelques éléments de notations utilisés dans notre étude pour déterminer les propriétés homogénéisées du VER.

IV.3.1. Les tenseurs effectifs des modules d'élasticité $\underline{\underline{C}}$ et de souplesse $\underline{\underline{S}}$

Soient les formes vectorielles du tenseur de contrainte et du tenseur de déformation :

$$\underline{\underline{\sigma}} = \begin{pmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \sigma_{13} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & \sigma_{23} \\ \sigma_{31} & \sigma_{32} & \sigma_{33} \end{pmatrix} \Rightarrow \underline{\sigma} = (\sigma_{11} \quad \sigma_{22} \quad \sigma_{33} \quad \sigma_{12} \quad \sigma_{23} \quad \sigma_{13})^T \quad (4.1)$$

$$\underline{\underline{\varepsilon}} = \begin{pmatrix} \varepsilon_{11} & \varepsilon_{12} & \varepsilon_{13} \\ \varepsilon_{21} & \varepsilon_{22} & \varepsilon_{23} \\ \varepsilon_{31} & \varepsilon_{32} & \varepsilon_{33} \end{pmatrix} \Rightarrow \underline{\varepsilon} = (\varepsilon_{11} \quad \varepsilon_{22} \quad \varepsilon_{33} \quad \varepsilon_{12} \quad \varepsilon_{23} \quad \varepsilon_{13})^T \quad (4.2)$$

La loi de comportement des matériaux élastiques peut donc s'écrire :

$$\underline{\underline{\sigma}} = \underline{\underline{C}} : \underline{\underline{\varepsilon}} \quad (4.3)$$

$$\text{ou } \underline{\sigma} = \underline{\underline{C}} \cdot \underline{\varepsilon} \quad (4.4)$$

Nous adopterons la notation de cette relation de comportement en utilisant les vecteurs de contrainte ($\underline{\sigma}$) et vecteurs de déformation ($\underline{\varepsilon}$) et un tenseur de rigidité d'ordre 2 ($\underline{\underline{C}}$).

Les propriétés effectives $\underline{\underline{C}}_{\text{hom}}$ s'écrivent :

$$\underline{\underline{C}}_{\text{hom}} = \begin{bmatrix} C_{1111} & C_{1122} & C_{1133} & C_{1112} & C_{1123} & C_{1113} \\ C_{2211} & C_{2222} & C_{2233} & C_{2212} & C_{2223} & C_{2213} \\ C_{3311} & C_{3322} & C_{3333} & C_{3312} & C_{3323} & C_{3313} \\ C_{1211} & C_{1222} & C_{1233} & C_{1212} & C_{1223} & C_{1213} \\ C_{2311} & C_{2322} & C_{2333} & C_{2312} & C_{2323} & C_{2313} \\ C_{1311} & C_{1322} & C_{1333} & C_{1312} & C_{1323} & C_{1313} \end{bmatrix}$$

Les tenseurs $\underline{\underline{C}}_{\text{hom}}$ et $\underline{\underline{S}}_{\text{hom}}$ possèdent les symétries mineures et majeures

$$\begin{cases} C_{ijkl} = C_{jikl} = C_{ijlk} = C_{jilk} \\ S_{ijkl} = S_{jikl} = S_{ijlk} = S_{jilk} \end{cases} \quad \text{et} \quad \begin{cases} C_{ijkl} = C_{klij} \\ S_{ijkl} = S_{klij} \end{cases}$$

En utilisant la notation de Voigt modifiée, c'est-à-dire en réécrivant les 6 composantes respectives des tenseurs de contrainte et déformation en 2 vecteurs-colonnes et les 21

composantes respectives des tenseurs d'ordre 4 $\underline{\underline{C}}_{\text{hom}}$, simplifié par les symétries matérielles, en une matrice 6x6, on obtient l'expression 4.5 permettant de lier les contraintes aux déformations écrites sous la forme de vecteurs-colonnes :

$$\begin{bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \sigma_{12} \\ \sigma_{23} \\ \sigma_{31} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & C_{14} & C_{15} & C_{16} \\ C_{12} & C_{22} & C_{23} & C_{24} & C_{25} & C_{26} \\ C_{13} & C_{23} & C_{33} & C_{34} & C_{35} & C_{36} \\ C_{14} & C_{24} & C_{34} & C_{44} & C_{45} & C_{46} \\ C_{15} & C_{25} & C_{35} & C_{45} & C_{55} & C_{56} \\ C_{16} & C_{26} & C_{36} & C_{46} & C_{56} & C_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{33} \\ 2\varepsilon_{12} \\ 2\varepsilon_{23} \\ 2\varepsilon_{31} \end{bmatrix} \quad (4.5)$$

Pour l'écriture de la matrice $\underline{\underline{C}}_{\text{hom}}$ dans l'expression 4.5 à partir d'un tenseur d'ordre 4, nous avons adopté la notation suivante:

Indice tensoriel	Indice matriciel
11	1
22	2
33	3

Indice tensoriel	Indice matriciel
12	4
23	5
13	6

Posons :

$$\begin{bmatrix} \gamma_{12} \\ \gamma_{23} \\ \gamma_{31} \end{bmatrix} = 2 * \begin{bmatrix} \varepsilon_{12} \\ \varepsilon_{23} \\ \varepsilon_{31} \end{bmatrix}$$

La loi de comportement peut également s'écrire en fonction de la matrice de souplesse $\underline{\underline{S}}$:

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{33} \\ \gamma_{12} \\ \gamma_{23} \\ \gamma_{31} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} & S_{14} & S_{15} & S_{16} \\ S_{12} & S_{22} & S_{23} & S_{24} & S_{25} & S_{26} \\ S_{13} & S_{23} & S_{33} & S_{34} & S_{35} & S_{36} \\ S_{14} & S_{24} & S_{34} & S_{44} & S_{45} & S_{46} \\ S_{15} & S_{25} & S_{35} & S_{45} & S_{55} & S_{56} \\ S_{16} & S_{26} & S_{36} & S_{46} & S_{56} & S_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \sigma_{12} \\ \sigma_{23} \\ \sigma_{31} \end{bmatrix} \quad (4.6)$$

Homogénéisation en élasticité linéaire

Soient Σ , un tenseur des contraintes macroscopiques et E , un tenseur de déformations macroscopiques. Dans le cadre de l'élasticité linéaire, si l'on considère un volume V remplissant les critères d'un VER, comme dans le cas d'une cellule périodique, le calcul des

tenseurs effectifs des modules d'élasticité $\underline{\underline{C}}_{\text{hom}}$ et de souplesse $\underline{\underline{S}}_{\text{hom}}$ s'effectue de la façon suivante :

$$\Sigma = \underline{\underline{C}}_{\text{hom}} : E \quad (4.7)$$

$$E = \underline{\underline{S}}_{\text{hom}} : \Sigma \quad (4.8)$$

En utilisant la notation de Voigt modifiée, c'est-à-dire en réécrivant les 6 composantes respectives des tenseurs Σ et E en 2 vecteurs-colonnes et les 21 composantes respectives des tenseurs d'ordre 4 $\underline{\underline{C}}_{\text{hom}}$ et $\underline{\underline{S}}_{\text{hom}}$, simplifiés par symétrie matérielle, en 2 matrices 6x6, on obtient :

$$\begin{bmatrix} \Sigma_{11} \\ \Sigma_{22} \\ \Sigma_{33} \\ \Sigma_{12} \\ \Sigma_{23} \\ \Sigma_{31} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & C_{14} & C_{15} & C_{16} \\ C_{12} & C_{22} & C_{23} & C_{24} & C_{25} & C_{26} \\ C_{13} & C_{23} & C_{33} & C_{34} & C_{35} & C_{36} \\ C_{14} & C_{24} & C_{34} & C_{44} & C_{45} & C_{46} \\ C_{15} & C_{25} & C_{35} & C_{45} & C_{55} & C_{56} \\ C_{16} & C_{26} & C_{36} & C_{46} & C_{56} & C_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_{11} \\ E_{22} \\ E_{33} \\ 2E_{12} \\ 2E_{23} \\ 2E_{31} \end{bmatrix} \quad (4.9)$$

$$\begin{bmatrix} E_{11} \\ E_{22} \\ E_{33} \\ 2E_{12} \\ 2E_{23} \\ 2E_{31} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} & S_{14} & S_{15} & S_{16} \\ S_{12} & S_{22} & S_{23} & S_{24} & S_{25} & S_{26} \\ S_{13} & S_{23} & S_{33} & S_{34} & S_{35} & S_{36} \\ S_{14} & S_{24} & S_{34} & S_{44} & S_{45} & S_{46} \\ S_{15} & S_{25} & S_{35} & S_{45} & S_{55} & S_{56} \\ S_{16} & S_{26} & S_{36} & S_{46} & S_{56} & S_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Sigma_{11} \\ \Sigma_{22} \\ \Sigma_{33} \\ \Sigma_{12} \\ \Sigma_{23} \\ \Sigma_{31} \end{bmatrix} \quad (4.10)$$

Tel que nous l'avons détaillé dans le chapitre 2, on peut alors remonter aux propriétés effectives globales du volume étudié en imposant les déformations E ou les contraintes Σ . Ainsi, on obtient une série de relations linéaires entre les contraintes et les déformations.

Il est possible d'imposer des conditions aux limites en effort ou en déplacement, et ce, selon n'importe quelle direction de l'espace, on peut ainsi reproduire des configurations expérimentales réelles, mais aussi solliciter les structures considérées dans des conditions parfois difficiles à atteindre en laboratoire. C'est pourquoi on parle parfois d'expérimentation numérique.

Il est nécessaire d'imposer des conditions aux limites du volume V afin de déterminer le comportement du milieu considéré. On retiendra trois types de conditions aux limites :

- Conditions de déformation homogène au contour, ou KUBC (Kinetic Uniform Boundary Conditions)
- Conditions de contrainte homogène au contour, ou SUBC (Static Uniform Boundary Conditions)
- Conditions périodiques, ou PBC (Periodic Boundary Conditions)

Compte tenu de la répétition périodique des motifs constituant les composites étudiés ici, seules les conditions aux limites périodiques nous intéresseront.

IV.3.2. Conditions aux limites périodiques

La géométrie des matériaux étudiés impose la définition de conditions de périodicité sur les contours du VER [70], [71], [72]. Celles-ci sont ici appliquées sur ABAQUS via la fonction *equation. Neuf équations de contrainte doivent être imposées entre toutes les paires de nœuds périodiques des différentes faces du VER (sauf sur les arêtes et les sommets) (Figure IV. 2 et Figure IV. 5).

Dans les deux cas considérés ici (Interlock H2 et 69), le composite est supposé orthotrope. Son tenseur de souplesse S s'écrit donc à partir de E_i , ν_{ij} et G_{ij} qui sont les constantes élastiques du matériau orthotrope, soient respectivement les modules de Young, les coefficients de Poisson et les modules de cisaillement dans les directions i et j considérées.

Ces constantes élastiques sont déterminées en simulant sur le VER 6 trajets de chargements : 3 essais de traction (suivant x , y et z) et 3 essais de cisaillement (suivant les plans xy , xz et yz).

En supposant que les 6 faces du VER sont positionnées respectivement dans le repère global d'ABAQUS en x_{\min} , x_{\max} , y_{\min} , y_{\max} , z_{\min} et z_{\max} , on peut écrire, en fonction d'un déplacement U choisi arbitrairement et dans le cas de l'essai de traction suivant x ou de l'essai de cisaillement dans le plan xy , les 9 équations régissant les déplacements (u_1 , u_2 et u_3 suivant x , y et z respectivement) de chacun des nœuds des faces de VER:

IV.3.2.1. Essai de traction suivant x

➤ sur les plans $x = x_{\min}$ et $x = x_{\max}$:

$$u_1(x_{\max}, y, z) - u_1(x_{\min}, y, z) = U \quad (4.11)$$

$$u_2(x_{\max}, y, z) - u_2(x_{\min}, y, z) = 0 \quad (4.12)$$

$$u_3(x_{\max}, y, z) - u_3(x_{\min}, y, z) = 0 \quad (4.13)$$

- sur les plans $y = y_{\min}$ et $y = y_{\max}$:

$$u_1(x, y_{\max}, z) - u_1(x, y_{\min}, z) = 0 \quad (4.14)$$

$$u_2(x, y_{\max}, z) - u_2(x, y_{\min}, z) = 0 \quad (4.15)$$

$$u_3(x, y_{\max}, z) - u_3(x, y_{\min}, z) = 0 \quad (4.16)$$

- sur les plans $z = z_{\min}$ et $z = z_{\max}$:

$$u_1(x, y, z_{\max}) - u_1(x, y, z_{\min}) = 0 \quad (4.17)$$

$$u_2(x, y, z_{\max}) - u_2(x, y, z_{\min}) = 0 \quad (4.18)$$

$$u_3(x, y, z_{\max}) - u_3(x, y, z_{\min}) = 0 \quad (4.19)$$

De manière analogue, nous pouvons imposer les conditions périodiques pour les essais de traction suivant y et z.

IV.3.2.2. Cisaillement dans le plan xy

- sur les plans $x = x_{\min}$ et $x = x_{\max}$:

$$u_1(x_{\max}, y, z) - u_1(x_{\min}, y, z) = 0 \quad (4.20)$$

$$u_2(x_{\max}, y, z) - u_2(x_{\min}, y, z) = 0 \quad (4.21)$$

$$u_3(x_{\max}, y, z) - u_3(x_{\min}, y, z) = 0 \quad (4.22)$$

- sur les plans $y = y_{\min}$ et $y = y_{\max}$:

$$u_1(x, y_{\max}, z) - u_1(x, y_{\min}, z) = U \quad (4.23)$$

$$u_2(x, y_{\max}, z) - u_2(x, y_{\min}, z) = 0 \quad (4.24)$$

$$u_3(x, y_{\max}, z) - u_3(x, y_{\min}, z) = 0 \quad (4.25)$$

- sur les plans $z = z_{\min}$ et $z = z_{\max}$:

$$u_1(x, y, z_{\max}) - u_1(x, y, z_{\min}) = 0 \quad (4.26)$$

$$u_2(x, y, z_{\max}) - u_2(x, y, z_{\min}) = 0 \quad (4.27)$$

$$u_3(x, y, z_{\max}) - u_3(x, y, z_{\min}) = 0 \quad (4.28)$$

Les autres essais de cisaillement suivant les plans xz et yz peuvent être réalisés de manière analogue.

IV.3.3. Obtention des propriétés homogénéisées du composite interlock

IV.3.3.1. Propriétés mécaniques des constituants du VER:

Dans le cas des composites Interlock, c'est la matrice (appelée aussi résine) qui assure la liaison entre les mèches. Pour les matériaux étudiés ici (Interlock H2 et 69), la matrice est en époxy. Celle-ci sera supposée isotrope [9], ces propriétés élastiques sont indiquées dans le Tableau IV. 2.

Module de Young E^m (Mpa)	Coefficient de Poisson ν^m	Module de cisaillement G^m (Mpa)
2890	0.35	1070

Tableau IV. 2: Propriétés mécaniques de la résine

La désignation des mèches (fibres dans de la résine) utilisées dans notre cas est 'T300J' (fournies par la société SNECMA [1]). Les fibres de ces mèches sont en carbone et la résine en époxy. Le comportement mécanique des fibres de Carbone est supposé orthotrope, les 9 constantes élastiques définissant son comportement sont données dans le Tableau IV. 3. Le comportement de la matrice époxy des mèches sera supposé être le même que pour la matrice époxy de l'Interlock [9].

E_{11}^f (Mpa)	E_{22}^f (Mpa)	E_{33}^f (Mpa)	G_{12}^f (Mpa)	G_{13}^f (Mpa)	G_{23}^f (Mpa)	ν_{12}^f	ν_{13}^f	ν_{23}^f
230000	15000	15000	5000	50000	5769	0.28	0.28	0.3

Tableau IV. 3: Propriétés mécaniques des fibres

Afin de pouvoir comparer les résultats de nos prédictions à ceux obtenus par Hallal et al. [9], le comportement mécanique des mèches de chaîne et des mèches de trame est déterminé à partir du modèle de Chamis [72] :

$$\begin{aligned}
 E_{11} &= V^f E_{11}^f + V^m E^m \\
 E_{22} &= \frac{E^m}{1 - \sqrt{V^f} (1 - E^m / E_{22}^f)} \\
 \nu_{12} &= V^f \nu_{12}^f + V^m \nu^m \\
 G_{12} &= \frac{G^m}{1 - \sqrt{V^f} (1 - G^m / G_{12}^f)} \\
 G_{23} &= \frac{G^m}{1 - \sqrt{V^f} (1 - G^m / G_{23}^f)}
 \end{aligned} \tag{4.29}$$

E_{11}, E_{22}, E_{33} : modules de Young des mèches de chaîne et de trame

G_{12}, G_{13}, G_{23} : modules de cisaillement des mèches de chaîne et de trame

$\nu_{12}, \nu_{13}, \nu_{23}$: coefficients de Poisson des mèches de chaîne et de trame

V^f : fraction volumique des fibres de carbone dans les mèches.

V^m : fraction volumique de la résine époxy dans les mèches.

Tel qu'indiqué dans Hallal *et al.*, les fractions volumiques de fibres dans les mèches de chaîne et dans les mèches de trame sont prises égales à 0,6 pour les deux composites Interlocks considérés.

IV.3.3.2. Loi de comportement

A partir des valeurs de contraintes et de déformations obtenues dans Abaqus aux points d'intégration des éléments ($S_{11}, S_{22}, S_{33}, S_{12}, S_{13}, S_{23}, E_{11}, E_{22}, E_{33}, E_{12}, E_{23}$ et E_{31}), on peut calculer les moyennes des contraintes et des déformations pour tous les éléments du VER :

$$\begin{aligned} \langle \sigma_{11} \rangle &= \frac{\sum_{i=1}^N S_{11}}{N}; \langle \sigma_{22} \rangle = \frac{\sum_{i=1}^N S_{22}}{N}; \langle \sigma_{33} \rangle = \frac{\sum_{i=1}^N S_{33}}{N}; \\ \langle \sigma_{12} \rangle &= \frac{\sum_{i=1}^N S_{12}}{N}; \langle \sigma_{23} \rangle = \frac{\sum_{i=1}^N S_{23}}{N}; \langle \sigma_{31} \rangle = \frac{\sum_{i=1}^N S_{31}}{N} \end{aligned} \quad (4.30)$$

avec $N = \text{Nombre d'élément}$

$$\begin{aligned} \langle \varepsilon_{11} \rangle &= \frac{\sum_{i=1}^N E_{11}}{N}; \langle \varepsilon_{22} \rangle = \frac{\sum_{i=1}^N E_{22}}{N}; \langle \varepsilon_{33} \rangle = \frac{\sum_{i=1}^N E_{33}}{N}; \\ \langle \varepsilon_{12} \rangle &= \frac{\sum_{i=1}^N E_{12}}{N}; \langle \varepsilon_{23} \rangle = \frac{\sum_{i=1}^N E_{23}}{N}; \langle \varepsilon_{31} \rangle = \frac{\sum_{i=1}^N E_{31}}{N} \end{aligned} \quad (4.31)$$

Comme nous l'avons déjà dit, les tenseurs effectifs des modules d'élasticité $\underline{\underline{C}}_{\text{hom}}$ et de souplesse $\underline{\underline{S}}_{\text{hom}}$ sont déterminés en simulant 6 trajets de chargement (3 essais de tractions et 3 essais de cisaillement). Les résultats pourront ainsi être comparé à ceux obtenus par Hallal *et al* ([9]).

IV.3.3.3. Essai de traction

Pour l'essai de traction dans la direction x, on impose une tenseur de déformation macroscopique défini tel que :

$$\langle \varepsilon_{11} \rangle \neq 0; \langle \varepsilon_{22} \rangle = \langle \varepsilon_{33} \rangle = 0; \langle \varepsilon_{12} \rangle = \langle \varepsilon_{23} \rangle = \langle \varepsilon_{31} \rangle = 0; \quad (4.32)$$

On peut alors calculer les composantes de matrice de rigidité $\underline{\underline{C}}_{\text{hom}}$: $C_{11}, C_{12}, C_{13}, C_{14}, C_{15}$ et C_{16}

$$\begin{bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \sigma_{12} \\ \sigma_{23} \\ \sigma_{31} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & C_{14} & C_{15} & C_{16} \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} & C_{24} & C_{25} & C_{26} \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} & C_{34} & C_{35} & C_{36} \\ C_{41} & C_{42} & C_{43} & C_{44} & C_{45} & C_{46} \\ C_{51} & C_{52} & C_{53} & C_{54} & C_{55} & C_{56} \\ C_{61} & C_{62} & C_{63} & C_{64} & C_{65} & C_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{11} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.33)$$

On obtient donc :

$$\begin{aligned} C_{11} &= \frac{\langle \sigma_{11} \rangle}{\langle \varepsilon_{11} \rangle}; \quad C_{12} = \frac{\langle \sigma_{22} \rangle}{\langle \varepsilon_{11} \rangle}; \quad C_{13} = \frac{\langle \sigma_{33} \rangle}{\langle \varepsilon_{11} \rangle} \\ C_{14} &= \frac{\langle \sigma_{12} \rangle}{\langle \varepsilon_{11} \rangle} = 0; \quad C_{15} = \frac{\langle \sigma_{23} \rangle}{\langle \varepsilon_{11} \rangle} = 0; \quad C_{16} = \frac{\langle \sigma_{31} \rangle}{\langle \varepsilon_{11} \rangle} = 0 \end{aligned} \quad (4.34)$$

De la même manière, on simule les essais de traction suivant les directions y et z pour déterminer les composantes de matrice de rigidité $\underline{\underline{C}}_{\text{hom}}$: $C_{21}, C_{22}, C_{23}, C_{24}, C_{25}, C_{26}, C_{31}, C_{32}, C_{33}, C_{34}, C_{35}$ et C_{36} .

IV.3.3.4. Essai de cisaillement

Les composantes de matrice de rigidité $\underline{\underline{C}}_{\text{hom}}$ toujours inconnues après les 3 « essais » de tractions sont déterminées au moyen de 3 essais de cisaillement.

Pour le premier essai de cisaillement (dans le plan xy), on a :

$$\langle \varepsilon_{11} \rangle = \langle \varepsilon_{22} \rangle = \langle \varepsilon_{33} \rangle = 0; \quad \langle \varepsilon_{12} \rangle \neq 0; \quad \langle \varepsilon_{23} \rangle = \langle \varepsilon_{31} \rangle = 0; \quad (4.35)$$

On peut calculer les composantes de la matrice de rigidité $\underline{\underline{C}}_{\text{hom}}$: $C_{41}, C_{42}, C_{43}, C_{44}, C_{45}, C_{46}$.

$$\begin{bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \sigma_{12} \\ \sigma_{23} \\ \sigma_{31} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & C_{14} & C_{15} & C_{16} \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} & C_{24} & C_{25} & C_{26} \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} & C_{34} & C_{35} & C_{36} \\ C_{41} & C_{42} & C_{43} & C_{44} & C_{45} & C_{46} \\ C_{51} & C_{52} & C_{53} & C_{54} & C_{55} & C_{56} \\ C_{61} & C_{62} & C_{63} & C_{64} & C_{65} & C_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 2\varepsilon_{12} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.36)$$

On obtient donc :

$$\begin{aligned}
 C_{41} = \frac{\langle \sigma_{11} \rangle}{\langle \varepsilon_{12} \rangle} = 0; \quad C_{42} = \frac{\langle \sigma_{22} \rangle}{\langle \varepsilon_{12} \rangle} = 0; \quad C_{43} = \frac{\langle \sigma_{33} \rangle}{\langle \varepsilon_{12} \rangle} = 0 \\
 C_{44} = \frac{\langle \sigma_{12} \rangle}{\langle \varepsilon_{12} \rangle} \neq 0; \quad C_{45} = \frac{\langle \sigma_{23} \rangle}{\langle \varepsilon_{12} \rangle} = 0; \quad C_{46} = \frac{\langle \sigma_{31} \rangle}{\langle \varepsilon_{12} \rangle} = 0
 \end{aligned} \tag{4.37}$$

Ainsi, à partir des contraintes obtenues dans Abaqus (S_{11} , S_{22} , S_{33} , S_{12} , S_{13} , S_{23}), on peut estimer les composantes de matrice de rigidité $\underline{\underline{C}}_{\text{hom}}$: C_{41} , C_{42} , C_{43} , C_{44} , C_{45} , C_{46} .

De la même manière, on simule les trajets de chargement des cisaillements dans les plans xz et yz pour estimer les composantes de la matrice de rigidité $\underline{\underline{C}}_{\text{hom}}$: C_{51} , C_{52} , C_{53} , C_{54} , C_{55} , C_{56} et C_{61} , C_{62} , C_{63} , C_{64} , C_{65} et C_{66} .

IV.3.3.5. Résultats

La matrice de souplesse homogénéisée $\underline{\underline{S}}_{\text{hom}}$ est l'inverse de la matrice de rigidité homogénéisée $\underline{\underline{C}}_{\text{hom}}$ qui est calculée dans le paragraphe précédent. Dans les deux cas considérés ici (Interlock H2 et 69), le composite est supposé orthotrope. Sa matrice de souplesse S est définie à partir de E_i , ν_{ij} et G_{ij} (i et j sont de 1 à 3) qui sont les constantes élastiques du matériau orthotrope: le module de Young, les coefficients de Poisson et des modules de cisaillement dans les directions considérées i et j .

La matrice de souplesse $\underline{\underline{S}}_{\text{hom}}$ du VER est donnée par:

$$\underline{\underline{S}}_{\text{hom}} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} & 0 & 0 & 0 \\ S_{21} & S_{22} & S_{23} & 0 & 0 & 0 \\ S_{31} & S_{32} & S_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & S_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & S_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & S_{66} \end{bmatrix} \tag{4.38}$$

$$\underline{S}_{\text{hom}} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_x} & \frac{-\nu_{xy}}{E_x} & \frac{-\nu_{xz}}{E_x} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{-\nu_{yx}}{E_y} & \frac{1}{E_y} & \frac{-\nu_{yz}}{E_y} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{-\nu_{zx}}{E_z} & \frac{-\nu_{zy}}{E_z} & \frac{1}{E_z} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{xy}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{yz}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{zx}} \end{bmatrix} \quad (4.39)$$

Les neuf constantes élastiques sont donc définies de tels que:

$$E_x = \frac{1}{S_{11}}; \quad E_y = \frac{1}{S_{22}}; \quad E_z = \frac{1}{S_{33}}; \quad (4.40)$$

$$\nu_{xy} = -\frac{S_{12}}{S_{11}}; \quad \nu_{xz} = -\frac{S_{13}}{S_{11}}; \quad \nu_{yz} = -\frac{S_{23}}{S_{22}}; \quad (4.41)$$

$$G_{xy} = \frac{1}{S_{44}}; \quad G_{yz} = \frac{1}{S_{55}}; \quad G_{zx} = \frac{1}{S_{66}}; \quad (4.42)$$

Les propriétés mécaniques des mèches et de la résine constituant les 2 composites interlocks étudiés connues, en simulant les 6 trajets de chargement précédemment décrits, on détermine les propriétés mécaniques homogénéisées des 2 composites.

Les Figure IV. 12, Figure IV. 13, Figure IV. 14 et Figure IV. 15 représentent la distribution des contraintes de von Mises dans l'Interlock H2 et dans l'Interlock 69 sous les sollicitations de traction suivant les directions x et y.

Les confrontations entre les prédictions sur ces VER et les résultats de simulations obtenus par Hallal *et al.* sont récapitulées dans le Tableau IV. 4 et dans le Tableau IV. 5.

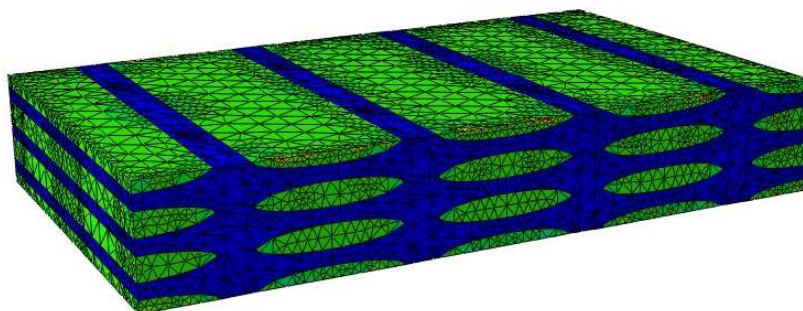


Figure IV. 12 – Contraintes de von-Mises dans le VER de l'Interlock H2 (Traction suivant x)

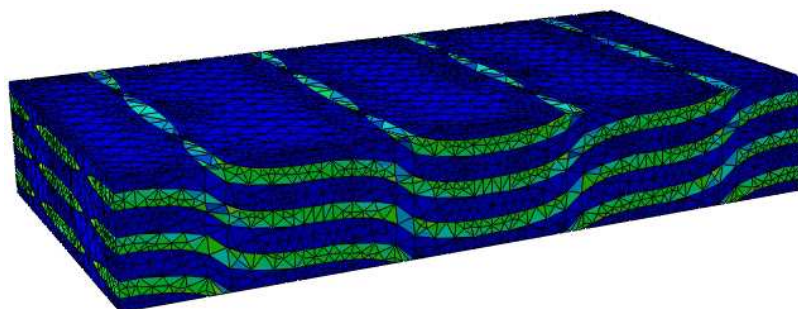


Figure IV. 13 – Contraintes de von-Mises dans le VER de l'Interlock H2 (Traction suivant y)

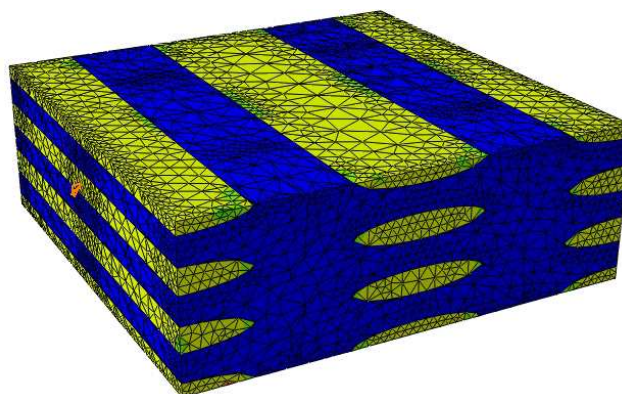


Figure IV. 14 – Contraintes de von-Mises dans le VER de l'Interlock 69 (Traction suivant x)

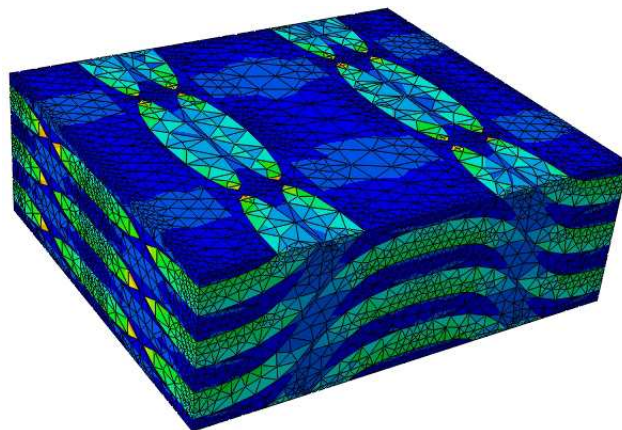


Figure IV. 15 – Contraintes de von-Mises dans le VER de l'Interlock 69 (Traction suivant y)

Interlock H2	Type d'éléments	Ex (MPa)	Ey (MPa)	Ez (MPa)	Gxy (MPa)	Gxz (MPa)	Gyz (MPa)	ν_{yx}	ν_{xz}	ν_{yz}
Ali Hallal <i>et al.</i> [9]	T4+H8	54.82	25.93	7.87	3.22	2.24	2.94	0.027	0.468	0.427
Simulations numériques sur le VER	T4	50.19	26.79	6.96	2.87	2.16	2.8	0.0264	0.413	0.405

Tableau IV. 4 : Comparaison des prédictions à celles obtenues par Hallal *et al.* pour l'interlock H2.

Interlock 69	Type d'éléments	Ex (MPa)	Ey (MPa)	Ez (MPa)	Gxy (MPa)	Gxz (MPa)	Gyz (MPa)	ν_{yx}	ν_{xz}	ν_{yz}
Ali Hallal <i>et al.</i> [9]	T4+H8	37.23	28.98	8.99	3.41	2.16	4.81	0.051	0.35	0.238
Simulations numériques sur le VER	T4	38.7	20.3	6.63	2.85	2.16	3.6	0.035	0.42	0.32

Tableau IV. 5 : Comparaison des prédictions à celles obtenues par Hallal *et al.* pour l'interlock 69.

IV.3.3.6. Discussions

- Comparativement aux résultats obtenus par Hallal *et al.* on note un écart relatif de l'ordre de 35% dans le cas de l'Interlock 69 (maximale sur ν_{yz} : 34.4%) et un écart relatif de l'ordre de 10% dans le cas de l'Interlock H2 (maximal sur ν_{xz} : 11.7%).
 - Une des raisons qui conduit à ces différences réside dans la méthode de Hallal *et al.* qui ne traite pas les problèmes de la gestion du contact et d'interpénétrations entre les mèches proches. Dans leurs modélisations et avant de mailler le VER, Hallal *et al.* déplacent les mèches pour qu'elles soient proches évitant ainsi les intersections et les contacts entre mèches (Figure IV. 16). Par cette approche, ils n'ont pas à générer les contacts entre les mèches. Leur manière de reproduire la géométrie n'est pas fidèle à la géométrie réelle de ces architectures. Les dimensions du VER traités sont donc modifiées et différentes de celles introduites dans notre modélisation (Figure IV. 17).
 - Les choix réalisés lors de la modélisation de la section des mèches de trame et mèches de chaîne peuvent également expliquer l'écart entre nos simulations et celle de Hallal *et al.* En effet, au lieu d'utiliser, comme Hallal *et al.*, une section lenticulaire formée par une ellipse et un rectangle, nous considérons une section totalement elliptique (telle qu'observée au MEB [1]).

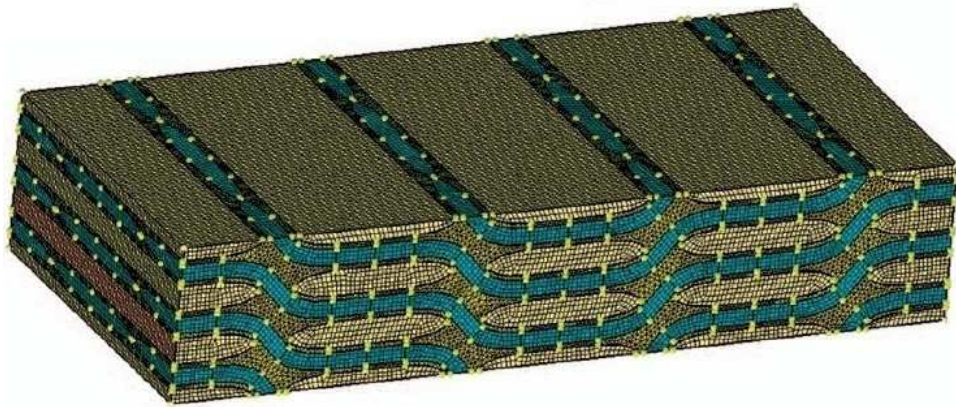


Figure IV. 16 –Modélisation de Hallal *et al* [9], sans intersections et sans contacts entre les mèches du VER de l'Interlock H2

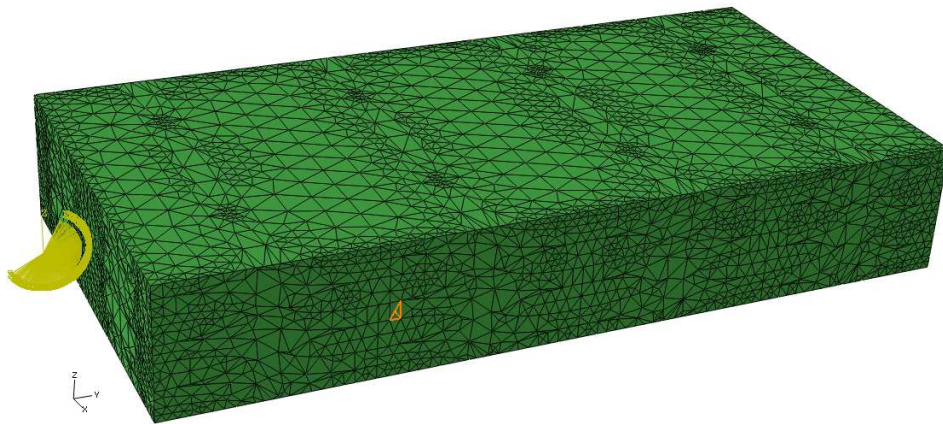


Figure IV. 17 – VER de l'Interlock H2 dans notre cas

IV.4. Influence de la fonction d'interpolation sur les propriétés homogénéisées

En appliquant notre méthodologie de maillage (Chapitre 3), on obtient pour chacun des matériaux considérés (Interlock H2 et Interlock 69) deux VER, le premier constitué d'éléments T4 et le second d'éléments T10. Ainsi pour chacun des cas, l'influence du degré de la fonction de forme considérée (linéaire ou quadratique) pourra être évaluée. Pour l'Interlock H2, le VER est constitué de 140000 éléments (77000 ddl en considérant des éléments T4 et 580000 ddl avec des éléments T10). Dans le cas de l'Interlock 69, le VER est constitué de 93000 éléments (51000 ddl en considérant des éléments T4 et 380000 ddl avec des éléments T10). Dans la précédente partie, la Figure IV. 2 illustre le maillage du VER de l'Interlock H2 et la Figure IV. 5 celui de l'Interlock 69.

Comme nous l'avons précédemment expliqué, étant donné la périodicité des composites considérés, la détermination des propriétés homogénéisées du VER nécessite la prise en compte de condition de périodicité avant la simulation de différents trajets de chargement.

Pour confronter les résultats avec la littérature (Nehme [10]), nous avons utilisé les propriétés mécaniques des mèches et de la résine telles qu'elles sont définies dans [10]. Le Tableau IV. 6 résume les propriétés des mèches calculées par loi de mélange et introduites dans notre modèle numérique:

E_{11} (Mpa)	139410.0
E_2 (Mpa)	16896.0
E_3 (Mpa)	16896.0
G_{12} (Mpa)	4749.2
G_{13} (Mpa)	4749.2
G_{23} (Mpa)	4278.3
ν_{12}	0.3234
ν_{13}	0.3234
ν_{23}	0,039

Tableau IV. 6 : Propriétés mécaniques des mèches.

Pour étudier l'influence de la fonction d'interpolation quadratique ou linéaire, dans cette section, nous allons utiliser une autre méthode pour imposer les conditions aux limites et pour estimer les propriétés mécaniques de l'Interlock H2 et 69. Dans cette méthodologie, les modules de Young et modules de cisaillement sont ensuite estimés à partir des forces appliquées durant les essais de traction et les essais de cisaillement sur les faces correspondants. L'avantage de cette méthode, comparativement à celle utilisée dans le paragraphe IV.3 est un temps de post-traitement des résultats sur Abaqus plus rapide. En effet, seules les forces résultantes appliquées sur les nœuds des surfaces soumises aux conditions aux limites sont nécessaires. Les conditions aux limites à appliquer dans cette méthode correspondent à 3 « essais » de traction et 3 essais de cisaillement que nous allons maintenant vous présenter.

IV.4.1. Essai de traction suivant x

Pour simuler ce trajet de chargement, les faces du VER doivent être soumises aux conditions aux limites suivantes :

➤ sur les plans $x = x_{\min}$ et $x = x_{\max}$:

$$u_1(x_{\min}, y, z) = 0; u_1(x_{\max}, y, z) = U \quad (4.43)$$

$$u_2(x_{\max}, y, z) - u_2(x_{\min}, y, z) = 0 \quad (4.44)$$

$$u_3(x_{\max}, y, z) - u_3(x_{\min}, y, z) = 0 \quad (4.45)$$

➤ sur les plans $y = y_{\min}$ et $y = y_{\max}$:

$$u_1(x, y_{\max}, z) - u_1(x, y_{\min}, z) = 0 \quad (4.46)$$

$$u_2(x, y_{\max}, z) - u_2(x, y_{\min}, z) = 0 \quad (4.47)$$

$$u_3(x, y_{\max}, z) - u_3(x, y_{\min}, z) = 0 \quad (4.48)$$

➤ sur les plans $z = z_{\min}$ et $z = z_{\max}$:

$$u_1(x, y, z_{\max}) - u_1(x, y, z_{\min}) = 0 \quad (4.49)$$

$$u_2(x, y, z_{\max}) - u_2(x, y, z_{\min}) = 0 \quad (4.50)$$

$$u_3(x, y, z_{\max}) - u_3(x, y, z_{\min}) = 0 \quad (4.51)$$

Le module de Young E_x est ensuite calculé à partir de l'équation suivante:

$$E_x = \frac{F_x \cdot (x_{\max} - x_{\min})}{(y_{\max} - y_{\min}) \cdot (z_{\max} - z_{\min}) \cdot U} \quad (4.52)$$

où F_x est la force appliquée durant l'essai de traction sur la face $x = x_{\max}$.

De manière analogue, avec des essais de traction suivant y et z, les modules de Young E_y et E_z peuvent être calculés.

Une fois les trois modules de Young du composite orthotrope connu, on détermine les trois coefficients de Poisson tels que la relation $\underline{\varepsilon} = S : \underline{\sigma}$ soit vérifiée.

IV.4.2. Cisaillement suivant xy

Pour simuler un trajet de chargement en cisaillement suivant xy, les faces du Ver doivent être soumises aux conditions aux limites suivantes :

➤ sur les plans $x = x_{\min}$ et $x = x_{\max}$:

$$u_1(x_{\max}, y, z) - u_1(x_{\min}, y, z) = 0 \quad (4.53)$$

$$u_2(x_{\max}, y, z) - u_2(x_{\min}, y, z) = 0 \quad (4.54)$$

$$u_3(x_{\max}, y, z) - u_3(x_{\min}, y, z) = 0 \quad (4.55)$$

➤ Sur les plans $y = y_{\min}$ et $y = y_{\max}$:

$$u_1(x, y_{\min}, z) = 0; u_1(x, y_{\max}, z) = U \quad (4.56)$$

$$u_2(x, y_{\max}, z) - u_2(x, y_{\min}, z) = 0 \quad (4.57)$$

$$u_3(x, y_{\max}, z) - u_3(x, y_{\min}, z) = 0 \quad (4.58)$$

➤ Sur les plans $z = z_{\min}$ et $z = z_{\max}$:

$$u_1(x, y, z_{\max}) - u_1(x, y, z_{\min}) = 0 \quad (4.59)$$

$$u_2(x, y, z_{\max}) - u_2(x, y, z_{\min}) = 0 \quad (4.60)$$

$$u_3(x, y, z_{\max}) - u_3(x, y, z_{\min}) = 0 \quad (4.61)$$

Le module de cisaillement G_{xy} est alors calculé à partir de l'équation suivante :

$$G_{xy} = \frac{F_x \cdot (y_{\max} - y_{\min})}{(x_{\max} - x_{\min}) \cdot (z_{\max} - z_{\min}) \cdot U} \quad (4.62)$$

où F_x est la force appliquée durant l'essai de cisaillement sur la face $y = y_{\max}$.

Les 2 autres modules de cisaillement G_{yz} et G_{zx} sont obtenus de manière analogue.

IV.4.3. Résultats et discussions

Les propriétés mécaniques des mèches et de la résine constituant les 2 composites interlocks étudiés connues, en simulant les 6 trajets de chargement précédemment décrit, on détermine les propriétés mécaniques homogénéisées des 2 composites Interlock H2 et Interlock 69. Les confrontations entre les prédictions de ces VER pour deux types de fonction d'interpolation (quadratique, éléments T10, et linéaire, éléments T4) sont récapitulées dans le Tableau IV. 7 et Tableau IV. 8. Le Tableau IV. 9 présente la comparaison de nos résultats de la simulation numérique de l'Interlock H2 avec les résultats de la littérature obtenus par d'autres simulation numériques ([10]), analytiquement ([11]) et expérimentalement [1]).

Interlock H2	Type d'éléments	Ex (MPa)	Ey (MPa)	Ez (MPa)	Gxy (MPa)	Gyz (MPa)	Gxz (MPa)
Simulation numérique sur le VER	T4	60.77	32.96	12.59	3.17	3.41	2.80
	T10	60.66	30.61	12.44	3.11	3.26	2.72
Ecart relatif		0.18%	7.13%	1.19%	1.89%	4.40%	2.86%

Tableau IV. 7 : Comparaison des prédictions pour les fonctions d'interpolation quadratique et linéaire pour l'interlock H2.

Interlock 69	Type d'éléments	Ex (MPa)	Ey (MPa)	Ez (MPa)	Gxy (MPa)	Gyz (MPa)	Gxz (MPa)
Simulation numérique sur le VER	T4	36.88	27.61	13.42	2.95	4.40	2.62
	T10	37.58	27.17	13.63	3.18	4.52	2.88
Ecart relatif		1.89%	1.56%	1.61%	7.71%	2.91%	9.63%

Tableau IV. 8 : Comparaison des prédictions pour les fonctions d'interpolation quadratique et linéaire pour l'interlock 69.

Interlock H2	Type d'éléments	Ex (MPa)	Ey (MPa)	Ez (MPa)	Gxy (MPa)	Gxz (MPa)	Gyz (MPa)
Simulation numérique sur le VER	T4	60.77	32.96	12.59	3.17	3.41	2.80
	T10	60.66	30.61	12.44	3.11	3.26	2.72
Numérique [10]	T4+H8	61.48	31.33	12.92	3.23	4.52	2.82
Analytique [11]	T4+H8	57.92	33.23	13.46	3.57	4.64	3.45
Expérimental [1]		62.35	--	--	--	--	--

Tableau IV. 9 : Comparaison avec les résultats obtenus dans la littérature pour l'interlock H2.

IV.4.4. Interprétations des résultats

Par les confrontations entre nos résultats et ceux issus de la littérature, on peut tirer certaines conclusions :

- Que l'on considère une fonction d'interpolation quadratique ou linéaire, les simulations menées sur les VER fournissent des résultats équivalents, l'écart relatif maximal étant de 7% sur le calcul du module de Young E_y dans Interlock H2 (Tableau IV. 7) et l'écart relatif maximal étant de 9% sur le calcul du module de cisaillement G_{xz} dans Interlock 69 (Tableau IV. 8). Le nombre de ddl avec des éléments T10 étant nettement supérieur à celui obtenu avec des éléments T4, le compromis précision/temps de calcul semble suffisamment bon avec des éléments T4.
- Les propriétés mécaniques homogénéisées déterminées dans les trois directions ont été comparées celles obtenus numériquement par S. Nehme [10]. Cette comparaison montre des légers écarts de 1,17%, 4,95% et 2,62% respectivement pour les modules de Young E_x , E_y et E_z . On note toutefois un écart relatif des modules de cisaillement allant de 0,71% à 32,55%. Les résultats entre nos simulations et celle menées par S. Nehme sont très proches pour G_{xy} (écart de 1,89%) et G_{xz} (écart de 0,71%), tandis que pour G_{yz} les résultats sont assez éloignés (écart de 32,55%) (Tableau IV. 9).
- Comparativement aux résultats analytiques obtenus par S. Nehme *et al.* [11], on observe de légères différences, 4,69%, 0,82% et 6,91% respectivement pour les modules de Young E_x , E_y et E_z . Ces écarts sont en revanche plus importants sur les modules de cisaillement, de 12,62% à 36,07% (maximal sur G_{yz}) (Tableau IV. 9).
- La confrontation de nos simulations aux données expérimentales dans la direction X (direction de la mèche de trame), fournies par El Hage [1], montre le caractère prédictif de nos résultats, l'écart entre simulation et expérimentations n'étant que de 2,60% sur le module de Young E_x (Tableau IV. 9).

IV.5. Influence des propriétés matériaux sur le comportement macroscopique du tissé simulé

Dans cette section, nous étudions l'évolution des propriétés mécaniques du VER de l'interlock H2 en fonction des propriétés mécaniques de ses différents constituants : fractions volumique des fibres de carbone et propriétés élastiques des constituants (voir Figure IV. 18). Compte tenu leur durée et du nombre de calculs à effectuer, un nombre limité de sollicitations a été retenu. Pour chaque paramètre d'entrée, 5 expériences sont étudiées. Un seul paramètre varie par expérience. Pour chaque expérience, 3 simulations sont réalisées (3 essais de traction suivant direction X, Y, Z, permettant de déterminer E_x , E_y et E_z). Nous avons donc en totalité 90 essais (6x5x3).

Les propriétés mécaniques homogénéisées du VER sont déterminées en simulant 3 trajets de chargement (3 essais de traction) comme nous l'avons montré dans le paragraphe IV.4.

Le but étant d'identifier les facteurs ayant un effet significatif sur la réponse du modèle, l'analyse des résultats permettra également d'apporter des informations sur la précision du modèle.

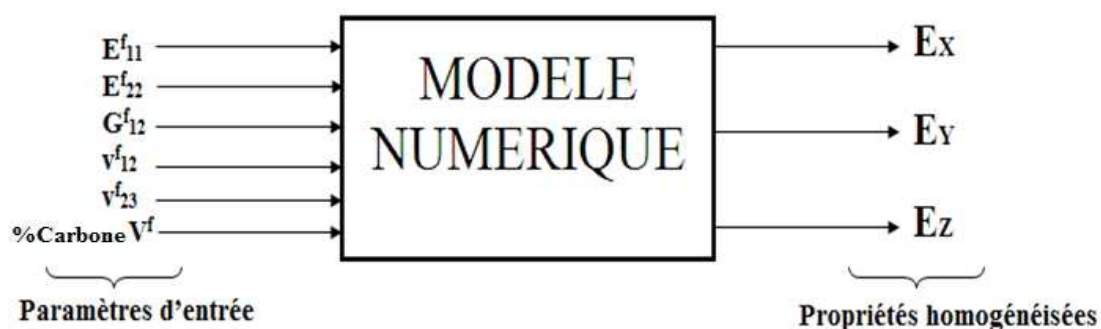


Figure IV. 18 – Analyse de l'influence des paramètres d'entrée sur les propriétés homogénéisées

IV.5.1. Influence de la fraction volumique des fibres de carbone

Modifier la fraction volumique de fibres de carbone dans les mèches est équivalent à changer les propriétés mécaniques des mèches, constituées de fibres et de résine. On va étudier l'effet de la variation de cette fraction volumique sur les modules de Young globaux (E_x , E_y et E_z). Pour quantifier l'impact de la fraction volumique de carbone dans le VER, les propriétés de mécanique de ces fibres et de la résine Epoxy sont celles définies dans le Tableau IV. 10.

E_{11}^f (Mpa)	E_{22}^f (Mpa)	ν_{12}^f	ν_{23}^f	G_{12}^f (Mpa)	E^m (Mpa)	ν^m	G^m (Mpa)
230000	15000	0,28	0,03	50000	3500	0,4	1250

Tableau IV. 10 : Propriétés mécaniques des fibres de carbone (f) et de la résine Epoxy (m)

Le comportement mécanique des mèches de chaîne et de trame est déterminé à partir du modèle de Chamis [72]. Le Tableau IV. 11 montre l'évolution des propriétés d'une mèche de fibres en fonction de la fraction volumique de fibres de Carbone. Ces fractions volumiques varient entre 60% et 80%, entraînant par exemple une variation du module de Young dans la direction sens trame de 139,4 GPa à 184,7 GPa.

Fraction Volumique Carbone/Mèche V^f (%)	0.8	0.75	0.7	0.65	0.6
$(1-V^f)$	0.2	0.25	0.3	0.35	0.4
E_{11} (Mpa)	184700.00	173375.00	162050.00	150725.00	139400.00
E_{22} (Mpa)	11136.83	10415.20	9761.25	9164.86	8617.66
E_{33} (Mpa)	11136.83	10415.20	9761.25	9164.86	8617.66
G_{12} (Mpa)	9770.70	8032.12	6784.02	5843.04	5106.87
G_{13} (Mpa)	9770.70	8032.12	6784.02	5843.04	5106.87
G_{23} (Mpa)	4824.09	4422.55	4072.10	3763.06	3487.96
ν_{12}	0.304	0.310	0.316	0.322	0.328
ν_{13}	0.304	0.310	0.316	0.322	0.328
ν_{23}	0.037	0.039	0.042	0.044	0.048

Tableau IV. 11 : Propriétés mécaniques des mèches pour l'analyse de l'influence de la fraction volumique des fibres de carbone dans les mèches

Chaque valeur de la fraction volumique des fibres de carbone, nous avons fait 3 essais de traction. Nous avons donc en totalité 15 essais (5x3). Nous avons effectué les modifications nécessaires dans la carte des matériaux.

En prenant en compte l'évolution des propriétés mécaniques des mèches de fibres, on peut observer l'impact de la fraction volumique de fibres sur les propriétés macroscopiques du VER E_x , E_y et E_z (Tableau IV. 12) :

Interlock H2	Influence de %C V^f sur E_x, E_y et E_z				
	Fraction volumique des fibres de carbone/mèche				
	60	65	70	75	80
Module de Young E_x (Gpa)	57.89	62.31	66.76	71.22	75.70
Module de Young E_y (Gpa)	29.75	31.56	33.44	35.39	37.47
Module de Young E_z (Gpa)	8.41	8.75	9.12	9.50	9.92

Tableau IV. 12 : Influence de la fraction volumique du carbone sur les modules E_x , E_y et E_z

Ces résultats sont repris sur l'histogramme de la Figure IV. 19.

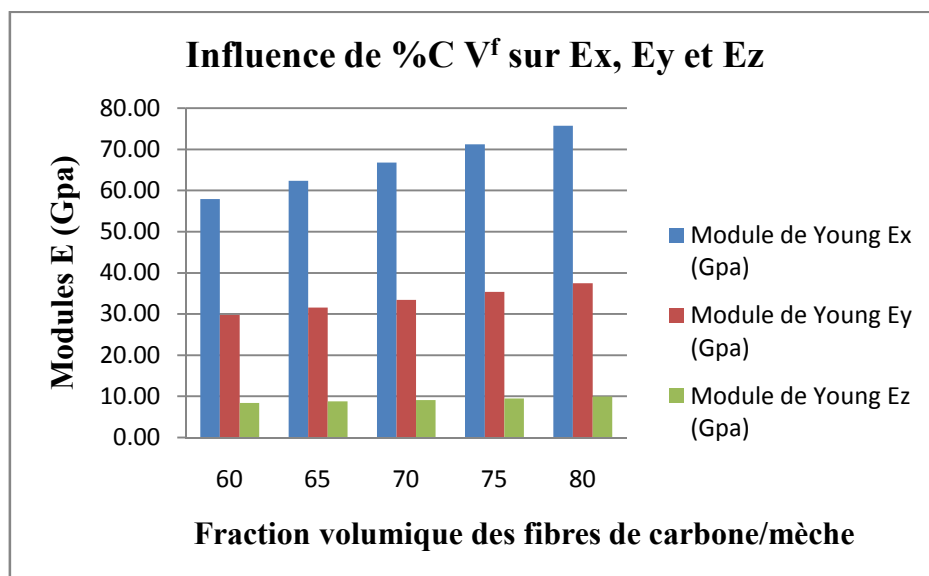


Figure IV. 19 – Modules élastiques Ex, Ey et Ez du VER en fonction de la fraction volumique de carbone par mèche

A partir de cet histogramme, on peut noter que :

- L'augmentation de la fraction volumique des fibres de carbone engendre une hausse des propriétés élastiques du composite.

- Une augmentation de 33,33% de la fraction volumique des fibres de carbone par mèche conduit à une croissance de 30,78% du module de Young du composite dans la direction X, de 25,95% dans la direction Y et de 17,99% dans la direction Z.

- La variation la plus importante apparaît sur le module de Young dans la direction X (sens Trame). En effet, c'est dans cette direction le composite possède la rigidité la plus importante. Une augmentation de 1% de la fraction du carbone entraîne une hausse de de 890,9 MPa de ce module.

- L'augmentation de la fraction volumique des fibres de carbone par mèche conduit à une augmentation quasi linéaire des propriétés mécanique du composite. Une régression linéaire dans le Figure IV. 20 permette de quantifier cela.

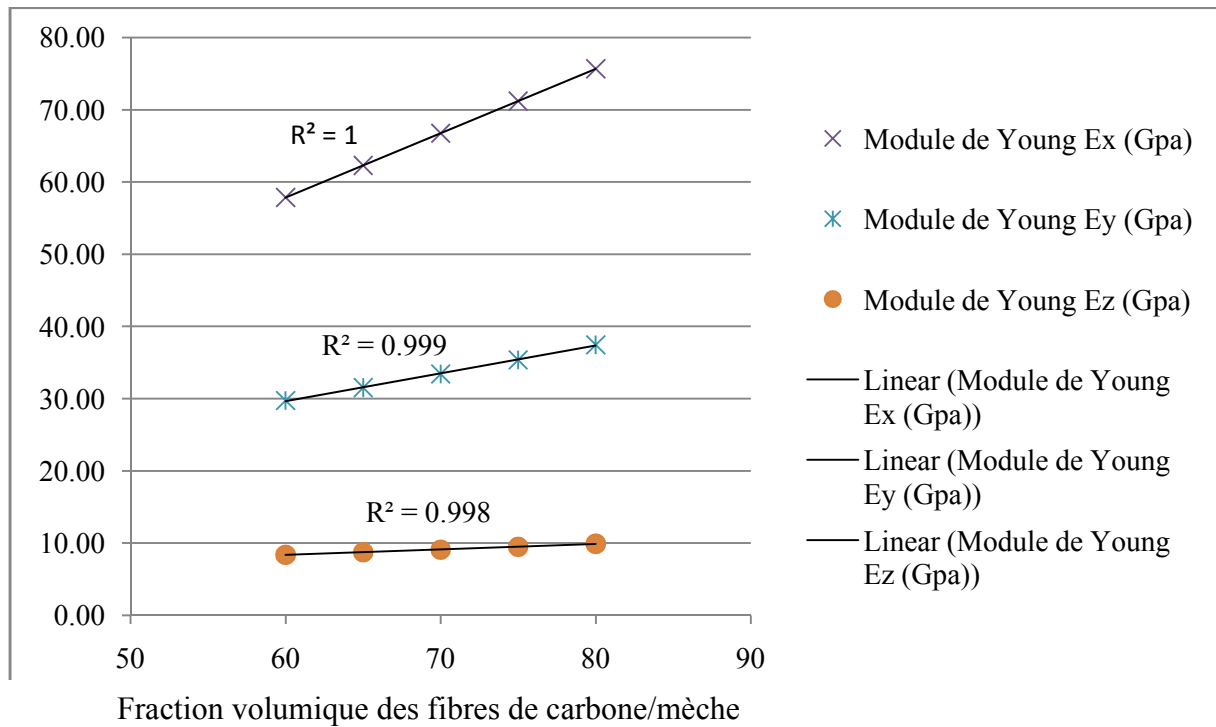


Figure IV. 20 – Régression linéaire pour les modules élastiques Ex, Ey et Ez du VER en fonction de la fraction volumique de carbone par mèche

IV.5.2. Influence du module E_{11}^f des fibres de carbone

Les fibres de carbone considérées dans notre étude sont des fibres de carbone de haute résistance (T300j). De manière générale dans les fibres de carbone, le module longitudinal E_{11}^f est plus élevé que les autres modules. Il joue donc un rôle prépondérant sur le comportement mécanique du composite.

Le Tableau IV. 13 montre l'influence du module E_{11}^f , variant de 230GPa à 400GPa, sur le comportement mécanique des mèches dans les 5 différentes expériences.

Interlock H2	Expérience 1	Expérience 2	Expérience 3	Expérience 4	Expérience 5
E_{11}^f (Mpa)	230000	272500	315000	325500	400000
E_{22}^f (Mpa)	15000	15000	15000	15000	15000
ν_{12}^f	0,28	0,28	0,28	0,28	0,28
ν_{23}^f	0,03	0,03	0,03	0,03	0,03
G_{12}^f (Mpa)	50000	50000	50000	50000	50000
E^m (Mpa)	3500	3500	3500	3500	3500
ν^m	0,4	0,4	0,4	0,4	0,4
G^m (Mpa)	1250	1250	1250	1250	1250

Carbone / Mèche (%)	60	60	60	60	60
(1-V^f)	40	40	40	40	40
E₁₁ (Mpa)	139400.00	164900.00	190400.00	196700.00	241400.00
E₂₂ (Mpa)	8617.66	8617.66	8617.66	8617.66	8617.66
E₃₃ (Mpa)	8617.66	8617.66	8617.66	8617.66	8617.66
v₁₂	0.328	0.328	0.328	0.328	0.328
v₁₃	0.328	0.328	0.328	0.328	0.328
v₂₃	0.048	0.048	0.048	0.048	0.048
G₁₂ (Mpa)	5106.87	5106.87	5106.87	5106.87	5106.87
G₁₃ (Mpa)	5106.87	5106.87	5106.87	5106.87	5106.87
G₂₃ (Mpa)	3487.96	3487.96	3487.96	3487.96	3487.96

Tableau IV. 13 : Influence de E_{11}^f sur les propriétés des mèches

A partir de la modèle de Chamis [72], on note que seulement E_{11} lié à E_{11}^f , on voit donc uniquement E_{11} qui change dans les 5 différentes expériences.

En tenant compte de l'évolution des propriétés mécaniques des mèches de fibres avec la variation de E_{11}^f , on estime les propriétés macroscopiques du VER E_x , E_y et E_z (Tableau IV. 14 et Figure IV. 21):

Interlock H2	Influence de E_{11}^f sur E_x, E_y et E_z				
	Module longitudinal des fibres (Mpa)				
	230000	272500	315000	325500	400000
Module de Young E_x (Gpa)	57.89	67.47	77.06	79.43	96.24
Module de Young E_y (Gpa)	29.75	32.53	35.07	35.66	39.54
Module de Young E_z (Gpa)	8.41	8.44	8.47	8.48	8.52

Tableau IV. 14 : Influence du module longitudinal E_{11}^f sur les modules élastiques E_x , E_y et E_z du VER

Le diagramme suivant illustre la variation des Modules de Young E_x , E_y et E_z en fonction du module longitudinal des fibres E_{11}^f dans les mèches.

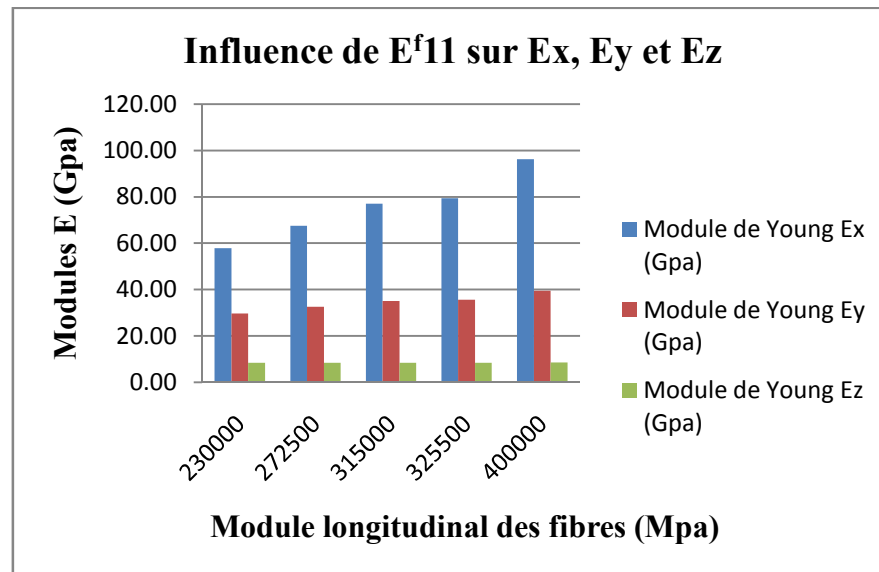


Figure IV. 21 – Influence du module longitudinal des fibres E_{11}^f sur les modules homogénéisés E_x , E_y et E_z

A partir du Tableau IV. 14 et de l’histogramme de la Figure IV. 21, on peut noter que :

- L’augmentation du module d’élasticité des fibres de carbone engendre une hausse des modules élastiques du composite.

- Une augmentation 73,91% du module longitudinal des fibres E_{11}^f conduit à une croissance de 66,25% du module élastique dans la direction X, de 32,92% dans la direction Y et à une légère augmentation de 1,38% dans la direction Z.

- Le module du composite dans la direction X (sens trame) est fortement sensible au module longitudinal des fibres de carbone.

IV.5.3. Influence du module E_{22}^f des fibres de carbone

Dans les fibres de carbone, le module transversal E_{22}^f est plus faible que le module longitudinal des fibres de carbone E_{11}^f mais il possède un effet sur le comportement mécanique du composite. En suivant la même méthodologie que dans le paragraphe IV.5.2, nous avons également effectué 15 essais (5x3) (Tableau IV. 15) Les propriétés des mèches, Tableau IV. 15, sont déterminées avec le modèle de Chamis [72] Les modules E_{22} , E_{33} et G_{23} des mèches sont donc liées à celles des fibres, notamment à E_{22}^f . Ce module E_{22}^f varie entre 15GPa à 30GPa.

Interlock H2	Expérience				
	1	2	3	4	5
E_{11}^f (Mpa)	230000	230000	230000	230000	230000
E_{22}^f (Mpa)	15000	18750	22500	26250	30000
ν_{12}^f	0,28	0,28	0,28	0,28	0,28
ν_{23}^f	0,03	0,03	0,03	0,03	0,03
G_{12}^f (Mpa)	50000	50000	50000	50000	50000
E^m (Mpa)	3500	3500	3500	3500	3500
ν^m	0,4	0,4	0,4	0,4	0,4
G^m (Mpa)	1250	1250	1250	1250	1250
Carbone / Mèche (%)	60	60	60	60	60
(1- ν^f)	40	40	40	40	40
E_{11} (Mpa)	139400.00	139400.00	139400.00	139400.00	139400.00
E_{22} (Mpa)	8617.66	9459.59	10118.64	10648.56	11083.91
E_{33} (Mpa)	8617.66	9459.59	10118.64	10648.56	11083.91
ν_{12}	0.328	0.328	0.328	0.328	0.328
ν_{13}	0.328	0.328	0.328	0.328	0.328
ν_{23}	0.048	0.048	0.048	0.048	0.048
G_{12} (Mpa)	5106.87	5106.87	5106.87	5106.87	5106.87
G_{13} (Mpa)	5106.87	5106.87	5106.87	5106.87	5106.87
G_{23} (Mpa)	3487.96	3767.54	3980.24	4147.48	4282.44

Tableau IV. 15 : Propriétés des mèches en fonction de E_{22}^f

Comme dans le paragraphe IV.5.2, en tenant compte de l'évolution des propriétés mécaniques des mèches de fibres avec la variation de E_{22}^f , on estime les propriétés macroscopiques du VER E_x , E_y et E_z (Tableau IV. 16 et Figure IV. 22):

Interlock H2	Influence de E_{22}^f sur E_x , E_y et E_z				
	Module transversal des fibres (Mpa)				
	15000	18750	22500	26250	30000
Module de Young E_x (Gpa)	57.89	58.21	58.45	58.65	58.81
Module de Young E_y (Gpa)	29.75	30.18	30.50	30.75	30.95
Module de Young E_z (Gpa)	8.41	8.90	9.28	9.57	9.81

Tableau IV. 16 : Influence du module transversal E_{22}^f sur les modules élastiques E_x , E_y et E_z du VER

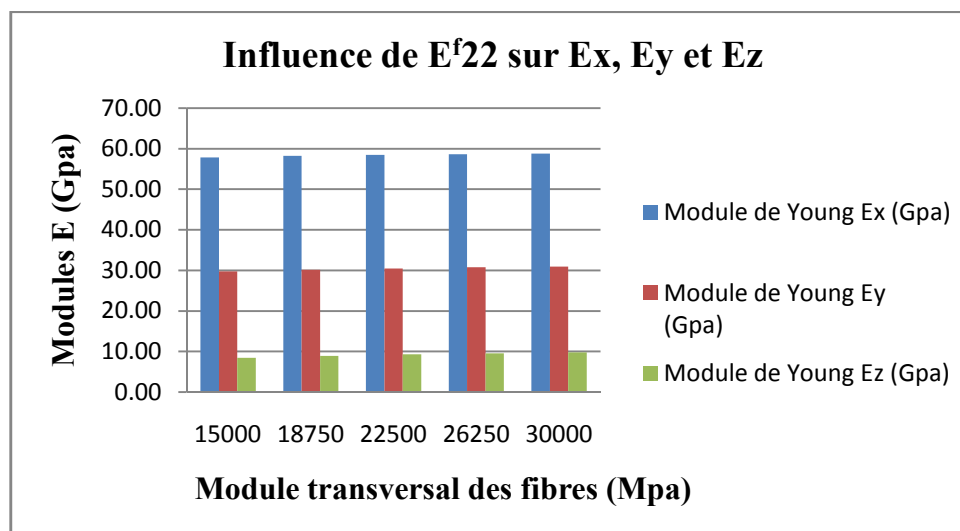


Figure IV. 22 –Influence du module transversal des fibres E_{22}^f sur les modules d'élasticité E_x , E_y et E_z du VER

A partir du Tableau IV. 16 et l'histogramme de la Figure IV. 22, on peut noter que :

- Une augmentation 100% du module longitudinal des fibres E_{22}^f conduit à une légère augmentation de 1,6% du module élastique du composite dans la direction X, de 4% dans la direction Y et de 16,65% dans la direction Z.

- Le module du composite dans la direction Z (direction d'épaisseur du VER) est fortement sensible au module transversal des fibres de carbone.

IV.5.4. Influence du module de cisaillement G_{12}^f des fibres de carbone

Pour compléter notre étude et tester la robustesse du modèle, l'impact d'une variation de l'ensemble des modules élastiques des fibres de carbonées a été étudié. Ainsi, en faisant varier le module de cisaillement des fibres de carbonées G_{12}^f dans une plage allant de 50 GPa à 100 GPa, on détermine toujours via le modèle Chamis ([72]), les propriétés des mèches de fibres (Tableau IV. 17)

Interlock H2	Expérience 1	Expérience 2	Expérience 3	Expérience 4	Expérience 5
E_{11}^f (Mpa)	230000	230000	230000	230000	230000
E_{22}^f (Mpa)	15000	15000	15000	15000	15000
ν_{12}^f	0,28	0,28	0,28	0,28	0,28
ν_{23}^f	0,03	0,03	0,03	0,03	0,03
G_{12}^f (Mpa)	50000	62500	75000	87500	100000
E^m (Mpa)	3500	3500	3500	3500	3500
ν^m	0,4	0,4	0,4	0,4	0,4
G^m (Mpa)	1250	1250	1250	1250	1250

Carbone / Mèche (%)	60	60	60	60	60
(1-V^f)	40	40	40	40	40
E₁₁ (Mpa)	139400.00	139400.00	139400.00	139400.00	139400.00
E₂₂ (Mpa)	8617.66	8617.66	8617.66	8617.66	8617.66
E₃₃ (Mpa)	8617.66	8617.66	8617.66	8617.66	8617.66
v₁₂	0.328	0.328	0.328	0.328	0.328
v₁₃	0.328	0.328	0.328	0.328	0.328
v₂₃	0.048	0.048	0.048	0.048	0.048
G₁₂ (Mpa)	5106.87	5188.98	5245.20	5286.11	5317.21
G₁₃ (Mpa)	5106.87	5188.98	5245.20	5286.11	5317.21
G₂₃ (Mpa)	3487.96	3487.96	3487.96	3487.96	3487.96

Tableau IV. 17 : Propriétés des mèches en fonction de de G_{12}^f

Comme dans le paragraphe IV.5.2, en tenant compte de l'évolution des propriétés mécaniques des mèches de fibres avec la variation de G_{12}^f , on estime les propriétés macroscopiques du VER Ex, Ey et Ez (Tableau IV. 18 et Figure IV. 23) :

Interlock H2	Influence de G_{12}^f sur Ex, Ey et Ez				
	Module de cisaillement des fibres (Mpa)				
	50000	62500	75000	87500	100000
Module de Young Ex (Gpa)	57.885	57.885	57.885	57.885	57.885
Module de Young Ey (Gpa)	29.746	29.774	29.793	29.807	29.817
Module de Young Ez (Gpa)	8.407	8.409	8.410	8.411	8.411

Tableau IV. 18 : Influence du module de cisaillement G_{12}^f sur les modules élastiques Ex, Ey et Ez du VER

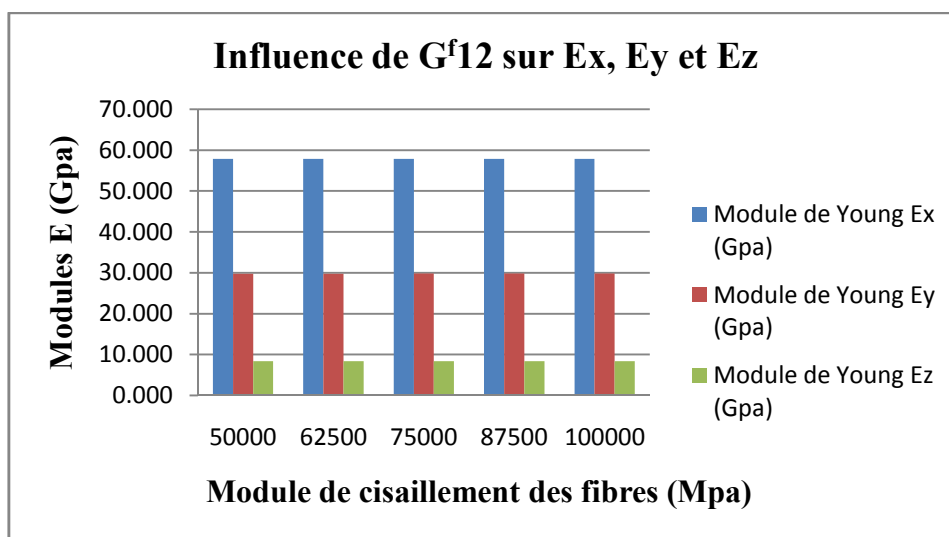


Figure IV. 23 – Influence du module de cisaillement G_{12}^f sur les modules élastiques Ex, Ey et Ez du VER

A partir du Tableau IV. 18 et de l'histogramme de la Figure IV. 23, on peut noter que :

- Une augmentation de 100% du module de cisaillement des fibres de carbone G_{12}^f conduit une faible augmentation des modules élastiques du composite ne dépassant pas 0,01% dans la direction X, de 0,05% dans la direction Y et de 0,5% dans la direction Z. Ces variations restant dans la marge de d'erreur des simulations, elles ne sont pas significatives.

- Les modules élastiques E_x , E_y et E_z du VER sont faiblement sensibles au module de cisaillement G_{12}^f des fibres de carbone.

IV.5.5. Influence du coefficient de Poison ν_{12}^f des fibres de carbone

Pour connaître l'influence du coefficient de Poison des fibres ν_{12}^f sur le comportement mécanique de l'Interlock, nous avons choisi de faire varier ce coefficient de Poison ν_{12}^f de 0,28 à 0,35. Les propriétés des mèches de fibres (Tableau IV. 19) ont été déterminées grâce modèle Chamis ([72]):

	Expérience 1	Expérience 2	Expérience 3	Expérience 4	Expérience 5
E_{11}^f (Mpa)	230000	230000	230000	230000	230000
E_{22}^f (Mpa)	15000	15000	15000	15000	15000
ν_{12}^f	0,28	0,2975	0,315	0,345	0,35
ν_{23}^f	0,03	0,03	0,03	0,03	0,03
G_{12}^f (Mpa)	50000	50000	50000	50000	50000
E^m (Mpa)	3500	3500	3500	3500	3500
ν^m	0,4	0,4	0,4	0,4	0,4
G^m (Mpa)	1250	1250	1250	1250	1250
Carbone / Mèche (%)	60	60	60	60	60
(1- ν^f)	40	40	40	40	40
E_{11} (Mpa)	139400.00	139400.00	139400.00	139400.00	139400.00
E_{22} (Mpa)	8617.66	8617.66	8617.66	8617.66	8617.66
E_{33} (Mpa)	8617.66	8617.66	8617.66	8617.66	8617.66
ν_{12}	0.328	0.339	0.349	0.367	0.370
ν_{13}	0.328	0.339	0.349	0.367	0.370
ν_{23}	0.048	0.048	0.048	0.048	0.048
G_{12} (Mpa)	5106.87	5106.87	5106.87	5106.87	5106.87
G_{13} (Mpa)	5106.87	5106.87	5106.87	5106.87	5106.87
G_{23} (Mpa)	3487.96	3487.96	3487.96	3487.96	3487.96

Tableau IV. 19 : Propriétés des mèches en fonction de ν_{12}^f

Compte tenu de l'orthotropie considérée dans cette étude, les coefficients de Poisson des mèches ν_{12} et ν_{13} sont égaux.

Comme dans le paragraphe IV.5.2, en tenant compte de l'évolution des propriétés mécaniques des mèches de fibres avec la variation de ν_{12}^f , on estime les propriétés macroscopiques du VER E_x , E_y et E_z (Tableau IV. 20 et Figure IV. 24) :

Interlock H2	Influence de ν_{12}^f sur E_x , E_y et E_z				
	Coefficient de Poisson ν_{12}^f des fibres de carbone				
	0.28	0.2975	0.315	0.345	0.35
Module de Young E_x (Gpa)	57.885	57.937	57.986	58.075	58.091
Module de Young E_y (Gpa)	29.746	29.773	29.797	29.841	29.849
Module de Young E_z (Gpa)	8.407	8.414	8.419	8.430	8.432

Tableau IV. 20 : Influence du coefficient de Poisson ν_{12}^f sur les modules élastiques E_x , E_y et E_z du VER

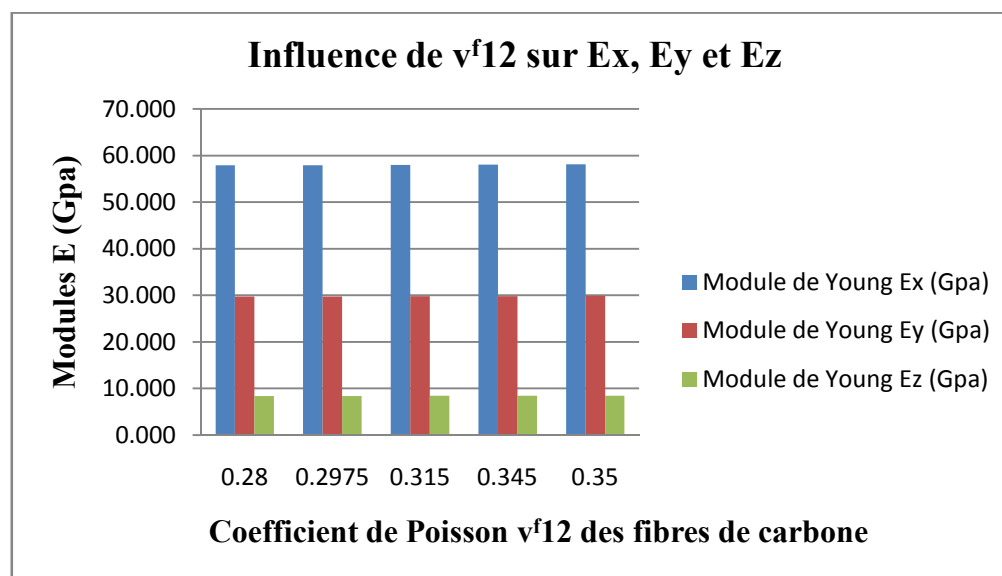


Figure IV. 24 – Influence du coefficient de Poisson ν_{12}^f sur les modules d'élasticité E_x , E_y et E_z du VER

A partir du Tableau IV. 20 et de l'histogramme de la Figure IV. 24, on peut noter que :

- Une augmentation de 25% du coefficient de Poisson ν_{12}^f conduit à une très légère hausse (négligeable) de 0,35% des modules d'élasticité du VER dans les directions X et Y et de 0,29% dans la direction Z.

- Les modules d'élasticité E_x , E_y et E_z du VER sont quasi-insensible aux variations du coefficient de Poisson ν_{12}^f des fibres.

IV.5.6. Influence du coefficient de Poison ν_{23}^f des fibres de carbone

Finalement, pour quantifier l'influence du coefficient de Poison des fibres ν_{23}^f sur le comportement mécanique de l'Interlock, nous avons choisi de faire varier ce coefficient de Poison ν_{23}^f dans deux plages suivant:

IV.5.6.1. Influence du coefficient de Poison ν_{23}^f dans la plage de 0,03 à 0,06

Les propriétés des mèches de fibres (Tableau IV. 21) ont été déterminées grâce au modèle Chamis ([72]).

	Expérience 1	Expérience 2	Expérience 3	Expérience 4	Expérience 5
E_{11}^f (Mpa)	230000	230000	230000	230000	230000
E_{22}^f (Mpa)	15000	15000	15000	15000	15000
ν_{12}^f	0,28	0,28	0,28	0,28	0,28
ν_{23}^f	0,03	0,0375	0,045	0,0525	0,06
G_{12}^f (Mpa)	50000	50000	50000	50000	50000
E^m (Mpa)	3500	3500	3500	3500	3500
ν^m	0,4	0,4	0,4	0,4	0,4
G^m (Mpa)	1250	1250	1250	1250	1250
Carbone / Mèche (%)	60	60	60	60	60
$(1-V^f)$	40	40	40	40	40
E_{11} (Mpa)	139400.00	139400.00	139400.00	139400.00	139400.00
E_{22} (Mpa)	8617.66	8617.66	8617.66	8617.66	8617.66
E_{33} (Mpa)	8617.66	8617.66	8617.66	8617.66	8617.66
ν_{12}	0.328	0.328	0.328	0.328	0.328
ν_{13}	0.328	0.328	0.328	0.328	0.328
ν_{23}	0.048	0.059	0.070	0.080	0.091
G_{12} (Mpa)	5106.87	5106.87	5106.87	5106.87	5106.87
G_{13} (Mpa)	5106.87	5106.87	5106.87	5106.87	5106.87
G_{23} (Mpa)	3487.96	3478.56	3469.21	3459.92	3450.67

Tableau IV. 21 : Propriétés des mèches en fonction de ν_{23}^f (de 0,03 à 0,06)

En tenant compte de l'évolution des propriétés mécaniques des mèches de fibres avec la variation de ν_{23}^f , on estime les propriétés macroscopiques du VER E_x , E_y et E_z (Tableau IV. 22 et Figure IV. 25) :

Interlock H2	Influence de ν_{23}^f sur E_x , E_y et E_z				
	Coefficient de Poisson ν_{23}^f des fibres de carbone				
	0.03	0.0375	0.045	0.0525	0.06
Module de Young E_x (Gpa)	57.885	57.910	57.936	57.959	57.986
Module de Young E_y (Gpa)	29.746	29.761	29.777	29.792	29.809
Module de Young E_z (Gpa)	8.407	8.421	8.436	8.450	8.467

Tableau IV. 22 : Influence du coefficient de Poisson ν_{23}^f dans la plage [0,03 ; 0,06] sur les modules d'élasticité E_x , E_y et E_z du VER

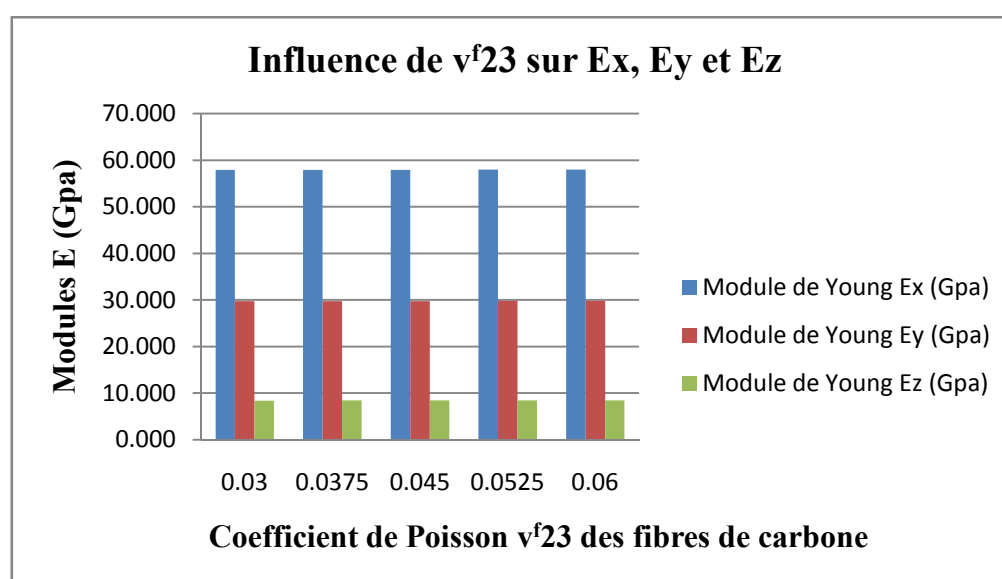


Figure IV. 25 - Influence du coefficient de Poisson ν_{23}^f des fibres (dans la plage [0,03 ; 0,06]) sur les modules d'élasticité E_x , E_y et E_z du VER

A partir du Tableau IV. 22 et de l'historgramme de la Figure IV. 25, on peut noter que :

- Une augmentation de 100% du coefficient de Poisson ν_{23}^f conduit à très faible augmentation des modules d'élasticité dans les directions X (0,17%), Y (0,21%) et Z (0,71%)
- Les modules d'élasticité E_x , E_y et E_z du VER sont quasi-insensibles aux variations du coefficient de Poisson ν_{23}^f des fibres.

IV.5.6.2. Influence du coefficient de Poisson ν_{23}^f dans la grande plage 0,03 à 0,3

La valeur de coefficient de Poisson ν_{23}^f testé dans le paragraphe IV.5.6.1 est très faible, on effectue à calculer les propriétés mécaniques dans plus grande plage de ν_{23}^f (de 0,03 à 0,3).

De manière analogue, on peut obtenir les propriétés des mèches de fibres (Tableau IV. 23) et les propriétés macroscopiques du VER E_x , E_y et E_z (Tableau IV. 24 et Figure IV. 26).

	Expérience 1	Expérience 2	Expérience 3	Expérience 4	Expérience 5
E_{11}^f (Mpa)	230000	230000	230000	230000	230000
E_{22}^f (Mpa)	15000	15000	15000	15000	15000
ν_{12}^f	0,28	0,28	0,28	0,28	0,28
ν_{23}^f	0,03	0.075	0.15	0.225	0.3
G_{12}^f (Mpa)	50000	50000	50000	50000	50000
E^m (Mpa)	3500	3500	3500	3500	3500
ν^m	0,4	0,4	0,4	0,4	0,4
G^m (Mpa)	1250	1250	1250	1250	1250
Carbone / Mèche (%)	60	60	60	60	60
(1- ν^f)	40	40	40	40	40
E_{11} (Mpa)	139400.00	139400.00	139400.00	139400.00	139400.00
E_{22} (Mpa)	8617.66	8617.66	8617.66	8617.66	8617.66
E_{33} (Mpa)	8617.66	8617.66	8617.66	8617.66	8617.66
ν_{12}	0.328	0.328	0.328	0.328	0.328
ν_{13}	0.328	0.328	0.328	0.328	0.328
ν_{23}	0.048	0.111	0.200	0.273	0.333
G_{12} (Mpa)	5106.87	5106.87	5106.87	5106.87	5106.87
G_{13} (Mpa)	5106.87	5106.87	5106.87	5106.87	5106.87
G_{23} (Mpa)	3487.96	3432.32	3343.43	3259.03	3178.78

Tableau IV. 23 : Propriétés des mèches en fonction de ν_{23}^f (dans la plage [0,03 ; 0,3])

Interlock H2	Influence de ν_{23}^f sur E_x , E_y et E_z				
	Coefficient de Poisson ν_{23}^f des fibres de carbone				
	0.03	0.075	0.15	0.225	0.3
Module de Young E_x (Gpa)	57.885	58.036	58.288	58.535	58.773
Module de Young E_y (Gpa)	29.746	29.842	30.023	30.217	30.412
Module de Young E_z (Gpa)	8.407	8.501	8.704	8.943	9.195

Tableau IV. 24 : Influence du coefficient de Poisson ν_{23}^f (dans la plage [0,03 ; 0,3]) sur les modules d'élasticité E_x , E_y et E_z du VER

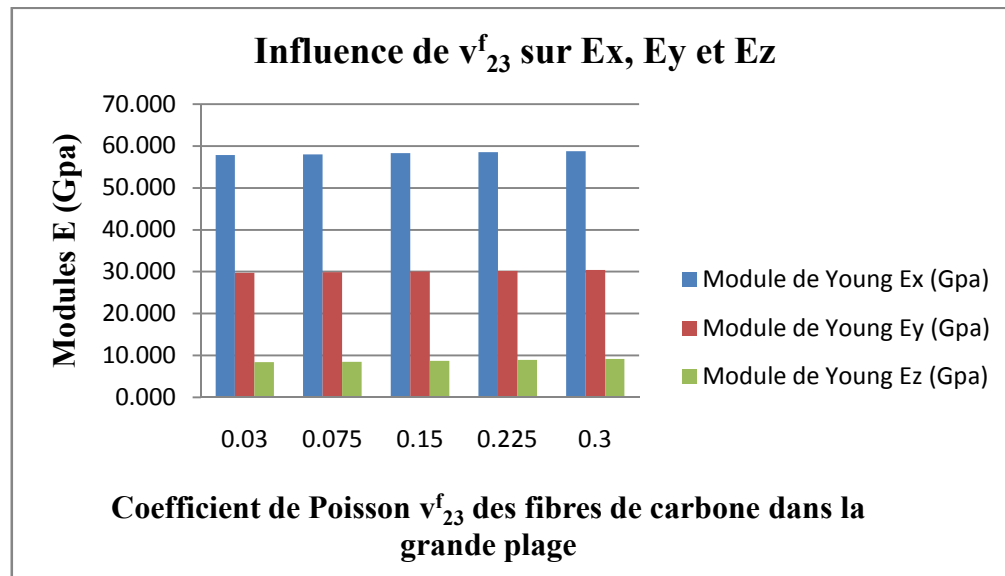


Figure IV. 26 - Influence du coefficient de Poisson v_{23}^f des fibres (dans la plage [0,03 ; 0,3]) sur les modules d'élasticité E_x , E_y et E_z du VER

A partir du Tableau IV. 24 et de l'histogramme de la Figure IV. 26, on peut noter que :

- Une très forte augmentation (10 fois la valeur initiale) du coefficient de Poisson v_{23}^f conduit à une très faible augmentation des modules d'élasticité dans les directions X (1,53%), Y (2,24%) et légère augmentation dans la direction de Z (9,37%)

- Les modules d'élasticité E_x , E_y et E_z du VER sont faiblement sensibles aux variations du coefficient de Poisson v_{23}^f des fibres.

IV.6. Conclusion

Dans ce chapitre, la méthode de maillage présentée dans le chapitre 3 a été appliquée à deux types de composites tissés : l'Interlock H2 et l'Interlock 69. Les VER de ces composites sont construits et maillés, leurs propriétés mécaniques sont obtenues par homogénéisation. La simulation par éléments finis de différents trajets de chargement, avec des conditions aux limites périodiques, permet la détermination de chacune des constantes élastiques, le comportement du composite pouvant aussi bien être isotrope que anisotrope.

Dans un premier temps, des éléments T4 ont été utilisés pour chaque VER des Interlock considérés (H2 et 69), les fonctions de forme sont donc linéaires. Les confrontations entre les prédictions sur ces VER et les résultats de simulations obtenus par Hallal *et al.* ont montré un écart relatif maximale de l'ordre de 35% dans le cas de l'Interlock 69 et un écart relatif maximale de l'ordre de 10% dans le cas de l'Interlock H2. Dans leur recherche, Hallal *et al.* n'ont pas à générer des contacts entre les mèches, la géométrie n'est pas donc fidèle à la réalité. D'autre part, ils ont utilisé une section lenticulaire des mèches au lieu d'une section totalement elliptique (telle qu'observée au MEB [1]). Ce sont, là, les raisons principales des différences entre leur méthode et la nôtre.

Dans un second temps, les propriétés macroscopiques homogénéisées ainsi obtenues ont alors servies à une confrontation avec des données issues de la littérature : autres modélisations, résultats analytiques et données expérimentales.

Dans un troisième temps, l'influence de la fonction d'interpolation (entre des fonctions linéaires et quadratiques) utilisée dans le modèle éléments finis et l'influence des propriétés des renforts (fibres de carbone) du composite sur les propriétés homogénéisées on est également été étudiées.

On peut donc tirer les conclusions suivantes:

- Les propriétés mécaniques homogénéisées déterminées ont été comparées celles obtenus par autre approche numérique (S. Nehme [10]). Cette comparaison montre des légers écarts pour les modules de Young E_x , E_y et E_z (1,17%, 4,95% et 2,62% respectivement), des écarts très proches pour G_{xy} (1,89%), G_{xz} (0,71%), tandis que pour G_{yz} les résultats sont assez éloignés (écart de 32,55%).
- Comparativement aux résultats analytiques de S. Nehme *et al.* [11], de légères différences sont observées pour les modules de Young E_x , E_y et E_z (4,69%, 0,82%, 6,91% respectivement). Ces écarts sont en revanche plus importants sur les modules de cisaillement, de 12,62% à 36,07%.

- S'agissant de la confrontation de nos résultats de simulations dans la direction des mèches de trame aux données expérimentales de El Hage [1], il apparaît que les résultats sont très proches (écart maximal de 2,60%). Dans ce cas, notre modélisation peut donc être considéré comme prédictive.
- Pour quantifier l'impact de la fonction d'interpolation retenue sur les résultats, on a considéré deux VER par interlock (H2 et 69), le premier constitué d'éléments tétraèdres à 4 nœuds (T4) et le second d'éléments tétraèdres à 10 nœuds (T10). Dans les deux cas, on a obtenu des résultats équivalents, l'écart relatif maximal des résultats étant de 7% pour Interlock H2 et de 9% pour Interlock 69). Le nombre de ddl avec des éléments T10 étant nettement supérieur à celui obtenu avec des éléments T4, le compromis précision/temps de calcul semble suffisamment bon avec des éléments T4
- Concernant l'impact de l'évolution des propriétés mécaniques du VER en fonction des propriétés mécaniques des fibres de carbone : fractions volumique et propriétés élastiques des fibres de carbone. Les propriétés mécaniques homogénéisées (modules d'élasticité E_x , E_y et E_z) du VER sont déterminées en simulant 3 trajets de chargement (3 essais de traction). Nous avons effectué une analyse de la sensibilité du modèle par apport aux variables d'entrée. Nous avons fixé un nombre limité d'expériences permettant d'avoir le maximum d'informations :
 - L'augmentation de la fraction volumique des fibres de carbone ou du module longitudinal des fibres E_{11}^f engendrent une hausse des propriétés élastiques du composite. La variation la plus importante apparaît sur le module de Young dans la direction X (sens Trame). En effet, c'est dans cette direction que le composite possède la rigidité la plus importante.
 - L'augmentation du module longitudinal des fibres E_{22}^f est fortement sensible au module transversal des fibres de carbone dans la direction Z (direction d'épaisseur du VER).
 - Les modules élastiques E_x , E_y et E_z du VER sont faiblement sensibles au module de cisaillement G_{12}^f des fibres de carbone et quasi-insensible aux variations des coefficients de Poisson ν_{12}^f ν_{23}^f des fibres.

Conclusion générale et perspective

Les travaux présentés se placent dans le cadre de l'étude des propriétés mécaniques des architectures à renforcement tridimensionnel dans les structures composites. Une des difficultés des approches méso-macro réside dans la manière de reproduire de façon fidèle la géométrie de ces architectures aux formes très complexes et d'obtenir en particulier un Volume Élémentaire Représentatif (VER) duquel on peut déduire par calcul éléments finis les propriétés mécaniques par homogénéisation. Les travaux réalisés nous ont permis de disposer d'une méthodologie permettant de caractériser puis d'optimiser les propriétés mécaniques d'une large gamme de tissages noyés dans de la résine. Les composites tissés étudiés sont les composites 3D interlock pour lesquels les solutions de la littérature pour traiter numériquement ces problèmes sont fort peu nombreuses et peu robustes. On peut d'ailleurs s'étonner du peu d'intérêt qu'ont suscité ces problèmes, au demeurant complexes, au sein de la communauté du maillage. L'originalité des travaux réalisés réside principalement dans le développement d'un modèle géométrique réaliste qui minimise les intersections entre mèches et d'une méthode de gestion du contact entre mèches couplée à une adaptation de maillage surfacique par arbre quaternaire. Les fibres sont en contact et nous avons choisi de réaliser un maillage conforme aux interfaces entre surfaces. La principale difficulté de maillage réside dans le maillage tridimensionnel de la résine. L'adaptation et le modèle géométrique permettent de contrôler la distance inter-mèche au voisinage des zones de contact et au voisinage des faces du VER et rendent possible cette opération ultime de maillage. De plus, l'adaptation de maillage permet d'obtenir des VER d'un nombre de degrés de liberté réduit. La méthode facilite l'imposition des conditions de symétrie en assurant des maillages compatibles sur les faces du VER en vis-à-vis. L'orientation des fibres du maillage peut être facilement obtenue par une simple opération de projection sur le modèle géométrique. La méthode est robuste et permet de traiter les géométries les plus complexes, avec de forts taux d'interpénétration sans limitation. Les propriétés mécaniques homogénéisées déterminées dans les trois directions du VER ont été confrontées avec succès à d'autres approches numériques et à l'expérience à l'aide de maillages en tétraèdres linéaires et quadratiques.

Parmi les perspectives à court terme, il apparaît important de prendre en compte les variations de section pour étudier notamment les défauts de tissage. Une solution à cette perspective, déjà évoquée précédemment, peut consister à créer une géométrie sous la forme d'une surface multi-sections autorisant ainsi les variations de section. Les variations de section pourront être corrélées à une observation à l'aide d'un tomographe qui fournit d'ailleurs des informations par coupe. Dans la continuité des travaux de thèse de Khéris [73] sur la gestion du contact, il est aussi possible de développer une méthodologie basée sur un accroissement

de la section des mèches jusqu'à contact pour obtenir un modèle à section variable et gérer de fortes réduction de section.

La robustesse de la méthodologie nous permet d'envisager d'optimiser divers tissages: forme, paramètre géométrique, taux de résine. Enfin, l'obtention d'un premier modèle éléments finis pourra permettre de simuler la propagation de défauts, de fissures et le délaminage de ces structures. Le but est d'introduire un endommagement dans le modèle numérique et analyser leur influence sur la résistance du matériau. Ce travail ouvre la porte de l'endommagement numérique pour les composites à renforts interlock.

Bibliographie

- [1] C. El Hage, "La modélisation du comportement élastique endommageable de matériaux composites à renfort tridimensionnel," Thèse, 2006.
- [2] Ch. El Hage, R. Younes, Z. Aboura, M.L. Benzeggagh, M. Zoaeter, "Analytical and numerical modeling of mechanical properties of orthogonal 3D CFRP," *Composites Science and Technology*, Vol. 69, p. 111–116, 2009.
- [3] S.Z. Sheng, S.V. Hoa , "Modeling of 3D angle interlock woven fabric composites," *Journal of Thermoplastic Composite Materials*, vol. 16, pp. 45-58, 2003.
- [4] E. Potter, S.T. Pinho, P. Robinson, L. Iannucci, A.J. McMillan, "Mesh generation and geometrical modelling of 3D woven composites with variable tow cross-sections," *Computational Materials Science*, Volume 51, pp. 103-111, 2012.
- [5] S.V. Lomov, G. Perie, DS Ivanov, Verpoest J, Marsal D, "Modeling three-dimensional fabrics and three-dimensional reinforced composites: challenges and solutions," *Textile Research Journal*, Vol 81 , pp. 28-41, 2011.
- [6] D. Durville, "Finite element simulation of textile materials at mesoscopic scale. in Proceedings of symposium "Finite element modelling of textiles and textile composites" ," 2007.
- [7] G. Hivet, P. Boisse, "Consistent 3D geometrical model of fabric elementary cell. Application to a meshing preprocessor for 3D finite element analysis," *Finite Elements in Analysis and Design*, Vol 42, pp. 25-49, 2005.
- [8] Stepan V.Lomov, Dmitry S.Ivanov, Ignaas Verpoest, Masaru Zako, Tetsusei Kurashiki, Hiroaki Nakai, Satoru Hirosawa, "Meso-FE modeling of textile composites: Road map, data flow and algorithms," *Composites Science and Technology* 67, pp. 1870-1891, 2007.
- [9] A. Hallal, R. Younes, F. Fardoun, S. Nehme, "Improved analytical model to predict the effective elastic properties of 2.5D interlock woven fabrics composite," *Composite Structures*, Vol. 94, p. 3009–3028, 2012.
- [10] S. NEHME, "Contribution à l'approche numérique multi-échelles pour la modélisation du

- comportement mécanique de matériaux composites à renfort Interlock," 2011.
- [11] Samer Nehme, Ali Hallal, Farouk Fardoun, Rafic Younes, Benjamin Hagegel, Zoheir Aboura, Malk Benzeggagh, Fadi Hage Chehade, "Numerical/analytical methods to evaluate the mechanical behavior of interlock composites ," *Journal of Composite Materials*, 2011.
- [12] Meier, U and Kaiser, H , "Strengthening of structures with CFRP laminates, advanced composite materials in civil engineering structures," in *ASCE*, Las Vegas, 1991, pp. 224-232.
- [13] A. Nanni, "Concrete repair with externally bonded FRP reinforcement. ," in *Concrete International J.*, 97 , 1995, pp. 22-26.
- [14] Clément, J-L, Dumas, C and Belhoul, M, "Numerical simulations of RC beams strengthened by carbon fiber cloth," in *EURO-C Symposium*, , Bagastein, Autriche , 30 mars-3 avr. 1998.
- [15] J. Luyckx, "Composites à fibres de carbone dans le génie civil,," *Les Sélections Techniques de l'Ingénieur*, 1999.
- [16] J. CINQUIN , "Les composites en aérospatiale," *Éditions Techniques de l'Ingénieur*, 2012.
- [17] C. HA MINH, "Comportement mécanique des matériaux tissés soumis à un impact balistique : approches expérimentale, numérique et analytique," 2011.
- [18] P. Tan, L. Tong, G.P. Steven, , "Micromechanics models for mechanical and thermomechanical properties of 3D through-the-thickness angle interlock woven composites," *Composites Part A*, vol. 30, pp. 637-648, 1999.
- [19] S. Adanur, T. Liao, "3D modelling of textile composite performs," *Composites Parts B: Engineering*, vol. 29(6), pp. 787-793, 1998.
- [20] F. Desplentere, S. V. Lomov, D. L. Woerdeman, I. Verpoest, M. Wevers and A. Bogdanovich , "Micro-CT characterization of variability in 3D textile architecture," *Composites Science and Technology*, , vol. 65(13), pp. 1920-1930, 2005.
- [21] K. H. Leong, B. Lee, I. Herszberg and M. K. Bannister , "The effect of binder path on the tensile properties and failure of multilayer woven CFRP composites," *Composites*

- Science and Technology*, vol. 60(1), pp. 149-156, 2000.
- [22] A. Zaoui, "Matériaux hétérogènes et composites," 1997.
- [23] M. Bornert, T. Bretheau, P. Gilormini., *Homogénéisation en mécanique des matériaux. Tome I : Matériaux aléatoires élastiques et milieux périodiques*. Paris: Hermès, 2001.
- [24] R. Hill, "Elastic properties of reinforced solids : Some theoretical principles," *Journal of the Mechanics and Physics of Solids* 11, 5, p. 357–372, 1963.
- [25] Z. Hashin, "On elastic behaviour of fibre reinforced materials of arbitrary transverse phase geometry," *Journal of the Mechanics and Physics of Solids* 13, 3, p. 119–134, 1965.
- [26] J. Willis, "Elasticity theory of composites. Tech. rep.," *DTIC Document*, 1980.
- [27] Nemat-Nasser, S., Iwakuma, T., Accorsi, M, "Cavity growth and grain boundary sliding in polycrystalline solids," *Mechanics of Materials* 5, 4, p. 317–329, 1986.
- [28] Z. Hashin, "The elastic moduli of heterogeneous materials," *ASME Journal of Applied Mechanics*, 29, 1962.
- [29] J. Salençon, *Mécanique des milieux continus*. Paris: Tome 2. Thermoélasticité. Ecole Polytechnique, 2006.
- [30] Q.-V. Huynh, "Estimation des propriétés poro-mécaniques effectives des argilites : apport des méthodes d'homogénéisation," Ecole Nationale Supérieure de Géologie de Nancy Thèse, 2006.
- [31] Lomov, G.Huysmans, Y.LUO, R.S. Parnas, A. Prodromou, I. Verpoest, F.R. Phelan , "Textile composites: modelling strategies. Composites," pp. PartA32(2001)1379-1394, 2001.
- [32] Verpoest I., Lomov S.V, "Virtual textile composites software WiseTex: Intergration with micro-mechanical, permeability and structural analysis," *Composites Science and Technology*, vol. 65, n°15–16, pp. 2563-2574, 2005.
- [33] S. Nehme, B. Hagege, M. Benzeggagh, Z. Aboura, "Modélisation par éléments finis du comportement mécanique d'un composite Interlock 2.5D," in *JNC 16*, Toulouse, 2009.
- [34] A. Charmetant, "Approches hyperélastiques pour la modélisation du comportement

- mécanique de préformes tissées de composites," 2011.
- [35] F. Peirce, "The geometry of cloth structure," *Polymer Composites*, vol. 28, pp. 45-97, 1937.
- [36] N.K. Naik, SK.N.M. Azad et P. Durga Prasad, "Stress and failure analysis of 3D angle interlock woven composites," *Journal of Composite Materials*, vol. 36, n° 1, pp. 93-123, 2002.
- [37] T.J. Whitney, T.-W. Chou, "Modeling of 3-D angle-interlock textile structural composites," *Journal of Composite Materials*, vol. 23, pp. 890-911, 1989.
- [38] Keefe M., John Sum, " Geometric modelling of yarn and fiber assemblies, John Summerscales (editor), Microstructural characterization of fibre-reinforced composites," *Woodhead Publishing Limited*, pp. 138-158, 1998.
- [39] M. Sherburn, "Geometric and mechanical modelling of textiles," Ph.D Thesis, School of Mechanical Materials and Manufacturing Engineering, University of Nottingham, 2007.
- [40] A. Halla, "Modélisation analytique généralisée des propriétés élastiques des composites textiles," Thèse, 2010.
- [41] J.-H. Byun et T.-W. Chou, "Elastic properties of three-dimensional angle- interlock fabric preforms," *Journal of Textile Institute*, vol. 81, n° 4, pp. 538-548, 1990.
- [42] B.N. Cox, M.S. Dadkhah, "The macroscopic elasticity of 3D woven composites," *Journal of Composite Materials*, vol. 29, pp. 785-819, 1995.
- [43] S.V. Lomov, I. Verpoest, "Model of shear of woven fabric and parametric description of shear resistance of glass woven reinforcements," *Composites Science and Technology*, vol. 66, p. 919-933, 2006.
- [44] Z. Li, B. Sun, B. Gu, "FEM simulation of 3D angle-interlock woven composite under ballistic impact from unit cell approach," *Computational Materials Science*, vol. 49, pp. 171-183, 2010.
- [45] B.N. Cox, W.C. Carter et N.A. Fleck, "A binary model of textile composites - I. Formulation," *Acta Metallurgica et Materialia*, vol. 42, no. 10, pp. 3463-3479, 1994.
- [46] J. Xu, B.N. Cox, M.A. McGlockton, W.C. Carter, "A binary model of textile composites : II The elastic regime," *Acta Metall. Mater.*, vol. 43, n° 9, pp. 3511-3524, 1995.

- [47] M.A. McGlockton, B.N. Cox et R.M. McMeeking, "A binary model of textile composites : III High failure strain and work of fracture in 3D weaves," *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, vol. 51, pp. 1573-1600, 2003.
- [48] S. V. Lomov and I. Verpoest. , "Compression of woven reinforcements: a mathematical model," *Journal of Reinforced Plastics and Composites*, vol. 19(16):1329–50, 2000.
- [49] S. V. Lomov and I. Verpoest, "Modelling of the internal structure and deformability of textile reinforcements: Wisetex software," in *In 10th European Conference Composite Materials*, Brugge, Belgium,, June 2002, p. 336–44.
- [50] S. V. Lomov, G. Huysmans, and I. Verpoest, "Hierarchy of textile structures and architecture of fabric geometric models.," *Textile Research Journal*,., vol. 71(6):534–43, 2001.
- [51] S. V. Lomov, R. S. Parnas, S. B. Ghosh, I. Verpoest, and A. Nakai, "Experimental and theoretical characterization of the geometry of two-dimensional braided fabrics. ," *Textile Research Journal*, vol. 72(8):706–12, 2002.
- [52] P. LAPEYRONNIE, "Mise en œuvre et comportement mécanique de composites organiques renforcés de structures 3D interlocks.," 2010.
- [53] F. Robitaille, B. J. Souter, A. C. Long, and C. D. Rudd, "A geometrical model for textile preforms," in *19th SAMPE Europe International Conference*,., Paris, France, 1998, p. 151–162.
- [54] F. Robitaille, B. R. Clayton, A. C. Long, B. J. Souter, and C. D. Rudd. , "Geometric modelling of industrial preforms: Woven and braided textiles," *Journal of Materials: Design and Applications, Proc. Institution of Mechanical Engineers (Part L)*, vol. 213, p. 69–84, 1999.
- [55] F. Robitaille, B. R. Clayton, A. C. Long, B. J. Souter, and C. D. Rudd, "Geometric modelling of industrial preforms: Warp-knitted and multiple layer textiles," *Journal of Materials: Design and Applications, Proc. Institution of Mechanical Engineers (Part L)*, vol. 214, pp. 71-90, 2000.
- [56] F. Robitaille, A. C. Long, and C. D. Rudd, "Geometric modelling of textiles for prediction of composite processing and performance characteristics," *Plastics, Rubber and Composites*, vol. 31(2), p. 66–75, 2002.

- [57] F. Robitaille and R. Gauvin, "Compaction of textile reinforcements for composites manufacturing. ii: compaction and relaxation of dry and h2o-saturated woven reinforcements," *Polymer Composites*, vol. 19(5):, pp. 543-557, 1998.
- [58] M. Sherburn. (2007 [Online; accessed 23-April-2007]) TexGen v2. [Online]. <http://www.nottingham.ac.uk/~emxmns/texgen.htm>
- [59] M. Sherburn, F. Robitaille, A. Long, and C. Rudd, "Geometric pre-processor for the calculation of physical properties of textiles," in *In Industrial Simulation Conference*, Malaga, Spain, June 2004, p. 479–86.
- [60] M. Sherburn. (2007) TexGen v3 [Online; accessed 23-April-2007]. [Online]. <http://texgen.sourceforge.net>
- [61] J. W. S. Hearle., "The challenge of changing from empirical craft to engineering design.," in *International Textile Design and Engineering Conference*, Edinburgh, September 2003.
- [62] J. W. S. Hearle, "Engineering design of textiles.," *Indian Journal of Fibre and Textile Research*, , vol. 31(1):142–49, Mar. 2006.
- [63] T. Sagar, P. Potluri, and J. Hearle, "Energy approach to predict uniaxial/biaxial load-deformation of woven preforms," in *European Conference on Composite Materials 10*, Brugge, Belgium, June 2002.
- [64] T. Sagar, P. Potluri, and J. Hearle, "Meso-scale modelling of interlaced fibre assemblies using energy method. ," *Computer material science*, , vol. 28, p. 49–62, 2003.
- [65] A. Wendling, G. Hivet, E. Vidal-Salle, P. Boisse, "Modélisation à l'échelle mésoscopique de la géométrie de renforts de composites tissés," in *20ème Congrès Français de Mécanique*.
- [66] Schneider J, Hello G, Aboura Z, Benzeggagh ML, Marsal D, "A Meso-FE Voxel model of an interlock woven composite," in *17th International Congress on Composite Materials ICCM17 Edinburgh*, UK, Aout 2009.
- [67] G. Farin, "Curves and surfaces for Computer Aided Geometric Design," A Practical Guide, 4th edt. Academic Press, 1997.
- [68] Lorensen, William E., Cline, Harvey E., , "Marching cubes: a high resolution 3D surface

- construction algorithm," *Computer Graphics (ACM)* , vol. 21 (4), pp. 163-169, 1987.
- [69] A. Rassineux, "3D mesh adaptation. Optimization of tetrahedral meshes by advancing front technique ," *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, vol. 141 (3-4), pp. 335-354, 1997.
- [70] Kanit, T., Forest, S., Galliet, I., Mounoury, V., Jeulin, D., "Determination of the size of the representative volume element for random composites: statistical and numerical approach," *International Journal of Solids and Structures*, vol. 40, p. 3647–3679, 2003.
- [71] Z. Xia, Y. Zhang, F. Ellyin, "A unified periodical boundary conditions for representative volume elements of composites and applications," *International Journal of Solids and Structures*, vol. 40, p. 1907–1921, 2003.
- [72] C. C. Chamis, "Mechanics of composite materials: past, present, and future," *J Compos Technol Res ASTM*, vol. 1, p. 3–14, 1989.
- [73] F. KHERIS, "Gestion innovante du contact pour l'analyse mécanique des assemblages mécaniques," Thèse de doctorat, 2012.
- [74] Lomov S.V., Gusakov A.V., Huysmans G., Prodromou A., Verpoest I., "Textile geometry preprocessor for meso–mechanical models of woven composites," *Composites Science and Technology*, pp. vol60,No11,2083-2095, 2000.
- [75] Stepan V.Lomov, Dmitry S.Ivanov, Ignaas Verpoest, Masaru Zako, Tetsusei Kurashiki, Hiroaki Nakai, Jerome Molimard, Alain Vautrin, "Full-field strain measurements for validation of meso-FE analysis of textile composites," 2008.