



HAL
open science

Méthodes et applications industrielles en optimisation multi-critère de paramètres de processus et de forme en emboutissage

Fatima Zahra Oujebbour

► **To cite this version:**

Fatima Zahra Oujebbour. Méthodes et applications industrielles en optimisation multi-critère de paramètres de processus et de forme en emboutissage. Autre. Université Nice Sophia Antipolis, 2014. Français. NNT : 2014NICE4008 . tel-00976639

HAL Id: tel-00976639

<https://theses.hal.science/tel-00976639>

Submitted on 10 Apr 2014

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

UNIVERSITE DE NICE-SOPHIA ANTIPOLIS - UFR Sciences
Ecole Doctorale de Sciences Fondamentales et Appliquées

THESE

pour obtenir le titre de

Docteur en sciences

de l'UNIVERSITE de Nice-Sophia Antipolis

Discipline : Mathématiques appliquées.

présentée et soutenue par :

Fatima Zahra OUJEBBOUR

TITRE

Méthodes et applications industrielles en optimisation
multicritère de paramètres de processus et de forme en
emboutissage

Thèse dirigée par : Dr. Abderrahmane HABBAL

soutenue le 12 mars 2014

Jury :

Mr. Piotr Breitkopf	IR HC CNRS HDR, UTC	Rapporteur
Mr. Abdelkhalak El Hami	Professeur, INSA Rouen	Rapporteur
Mr. Abderrahmane Habbal	MDC HC HDR, UNS	Directeur de thèse
Mr. Didier Clamond	Professeur, UNS	Examineur
Mr. Rachid Ellaia	Professeur, EMI, Rabat	Examineur

Invité industriel :

Mr. Alain Reynaert Ingénieur de recherche, ArcelorMittal Global R&D, Montataire

Résumé

Face aux exigences concurrentielles et économiques actuelles dans le secteur automobile, l'emboutissage a l'avantage, comme étant un procédé de mise en forme par grande déformation, de produire, en grandes cadences, des pièces de meilleure qualité géométrique par rapport aux autres procédés de fabrication mécanique. Cependant, il présente des difficultés de mise en œuvre, cette dernière s'effectue généralement dans les entreprises par la méthode classique d'essai-erreur, une méthode longue et très coûteuse. Dans la recherche, le recours à la simulation du procédé par la méthode des éléments finis est une alternative. Elle est actuellement une des innovations technologiques qui cherche à réduire le coût de production et de réalisation des outillages et facilite l'analyse et la résolution des problèmes liés au procédé. Dans le cadre de cette thèse, l'objectif est de prédire et de prévenir, particulièrement, le retour élastique et la rupture. Ces deux problèmes sont les plus répandus en emboutissage et présentent une difficulté en optimisation puisqu'ils sont antagonistes. Une pièce mise en forme par emboutissage à l'aide d'un poinçon sous forme de croix a fait l'objet de l'étude. A ce niveau, nous avons envisagé, d'abord, d'analyser la sensibilité des deux phénomènes concernés par rapport à deux paramètres caractéristiques du procédé d'emboutissage (l'épaisseur du flan initial et de la vitesse du poinçon), puis par rapport à quatre (l'épaisseur du flan initial, de la vitesse du poinçon, l'effort du serre flan et le coefficient du frottement) et finalement par rapport à la forme du contour du flan. Le recours à des métamodèles pour optimiser les deux critères était nécessaire, à cause du coût élevé du calcul exact. La démarche d'optimisation choisie se base dans le cas mono-objectif sur l'hybridation d'une méthode d'optimisation métaheuristique, capable d'exploiter tout le domaine de recherche, ce qui lui permet de trouver l'optimum global, avec une méthode de descente dans l'intérêt de converger plus rapidement vers l'optimum que la marche aléatoire de la méthode globale toute seule. L'efficacité de cette hybridation a été validée par des fonctions mathématiques tests qui présentent un nombre important de minima locaux. Pour la résolution du problème multiobjectif, nous avons adopté deux méthodes d'optimisation multiobjectifs qui se distinguent des autres méthodes par leur capacité de reformuler le problème d'optimisation multiobjectif en sous problèmes d'optimisation mono-objectifs et par la suite générer des solutions optimales de Pareto uniformément répartis. En tenant compte de la nécessité d'avoir un compromis entre la convergence vers le

front et la répartition des solutions sur ce dernier, nous avons choisi deux méthodes qui répondent à notre objectif. Les résultats de cette étude étaient validés par un ensemble de problèmes d'optimisation qui représente des fronts de Pareto de difficulté variée. Ainsi, les résultats d'optimisation des cas d'application industriels concerné par l'étude étaient satisfaisants.

Mots clés : Emboutissage, Retour élastique, Rupture, Optimisation mono/multi-objectifs, Métaheuristique, Métamodèle, Solutions optimales de Pareto, Front de Pareto.

Abstract

The processing of sheet metal forming is of vital importance to a large range of industries as production of car bodies, cans, appliances, etc. It generates complex and precise parts. Although, it is an involved technology combining elastic-plastic bending and stretch deformation of the workpiece. These deformations can lead to undesirable problems in the desired shape and performance of the stamped. To perform a successful stamping process and avoid shape deviations such as springback and failure defects, process variables should be optimized. In the present work, the objective is the prediction and the prevention of, especially, springback and failure. These two phenomena are the most common problems in stamping process that present much difficulties in optimization since they are two conflicting objectives. The forming test studied in this thesis concern the stamping of an industrial workpiece stamped with a cross punch. To solve this optimization problem, the approach chosen was based on the hybridization of an heuristic and a direct descent method. This hybridization is designed to take advantage from both disciplines, stochastic and deterministic, in order to improve the robustness and the efficiency of the hybrid algorithm. For the multi-objective problem, we adopt methods based on the identification of Pareto front. To have a compromise between the convergence towards the front and the manner in which the solutions are distributed, we choose two appropriate methods. This methods have the capability to capture the Pareto front and have the advantage of generating a set of Pareto-optimal solutions uniformly spaced. The last property can be of important and practical use in optimization of, generally, several industrial problems and, precisely, problems in sheet metal forming. By reformulating the multi-objective problem to single-objective subproblems and just with few points, this two methods can form a uniform distribution of Pareto-optimal solutions, which can help designer and decision maker to easily choose a Pareto solution in the design space. It's important to notice the utility of solving the single-objective subproblems with global optimization approaches whereby we can obtain a global Pareto front, whereas the resulting optima using a gradient-based local optimization algorithm are only local Pareto-optimal solutions. The results of process parameters and shape optimization of the investigated test case, in order to reduce the springback and the risk of failure, proved the efficiency of our approach.

Keywords : Stamping, Springback, Failure, Single/Multi-objective Optimization, Métaheuristic, Pareto-optimal solutions, Pareto front.

Remerciements

En premier lieu, je tiens à exprimer ma profonde gratitude et mes chaleureux remerciements à mon directeur de thèse, Mr. Abderrahmane Habbal, de m'avoir donné la chance de réaliser ses travaux. Grâce à son soutien, ses conseils et particulièrement, la confiance qu'il m'a accordée, il m'a été possible de réaliser cette thèse dans de meilleures conditions.

Mes sincères remerciements vont aussi à Mr. Jean-Antoine Desidéri, directeur de l'équipe projet OPALE, de m'avoir bien accueillie au sein de son équipe et de m'avoir fait profiter de ses expériences et ses compétences scientifiques. J'aimerais lui témoigner aussi, ma sympathie et mon respect pour son aide, sa disponibilité, ses qualités humaines et surtout sa bonne humeur.

J'adresse ensuite, mes sincères et respectueux remerciements, aux membres du jury. Je tiens à exprimer ma profonde reconnaissance à Mr. Piotr Breitkopf et Mr. Abdelkhalak El Hami d'avoir accepté d'être rapporteur de ce mémoire et de l'intérêt qu'ils ont manifesté sur la teneur de ce manuscrit. Je remercie également Mr. Dider Clamond, de m'avoir fait l'honneur d'examiner mon travail et d'accepter de participer à ce jury. Une particulière reconnaissance et un grand merci à Mr. Rachid Ellaia pour son accompagnement, son suivi et ses suggestions judicieuses.

Je ne manquerai pas de remercier chaleureusement tous les collaborateurs du projet OASIS, spécialement, nos collaborateurs d'ArcelorMittal Global R& D de Montataire, Mr. Alain Reynaert et Mr. Mathis Gaël, et nos collaborateurs de l'Université Technologique de Compiègne.

Avec sincérité et plein d'amour, je tiens à remercier tous les membres de l'équipe projet OPALE, mes collaborateurs et mes amis dans d'autres équipes INRIA avec qui j'ai passé d'agréables et d'inoubliables moments.

Il me serait impossible de ne pas remercier infiniment ma chère famille et mes chers amis de leur soutien et de leurs encouragements tout au long de cette période. Ce travail n'aurait pu être réalisé sans la présence et le soutien permanent de vous.

Finalement, je tiens à remercier très chaleureusement toutes les personnes que j'ai eu le plaisir de côtoyer au cours de ces trois années de thèse, et qui ont contribué de près ou de loin à son aboutissement par l'aide et le soutien qu'elles m'ont apporté aussi bien dans mes travaux scientifiques que sur le plan humain.

A la mémoire de ma tendre mère

Le destin ne nous a pas laissé le temps pour jouir ce bonheur ensemble. J'espère avoir répondu aux espoirs que vous avez fondé en moi. Puisse Dieu tout puissant vous accorder sa clémence, sa miséricorde et vous accueillir dans son saint paradis.

A mon chère père

Aucun mot ne pourrait exprimer l'immense amour que je vous porte, ni la profonde gratitude que je vous témoigne pour tous les efforts et les sacrifices que vous n'avez jamais cessé de consentir pour mon instruction et mon bien-être.

Table des matières

Résumé	ii
Abstract	iv
Remerciements	v
Table des matières	viii
Liste des Figures	xii
Liste des Tableaux	xv
1 Introduction générale	1
1.1 Contexte et problématiques	1
1.2 Objectifs	2
1.3 Plan	4
2 Caractérisation et modélisation mécanique des tôles en emboutissage	7
2.1 Le procédé d'emboutissage	7
2.1.1 Les techniques d'emboutissage	9
2.1.1.1 Emboutissage à froid	9
2.1.1.2 Emboutissage à chaud	9
2.1.2 Les modes de déformation que l'emboutissage impose à la tôle	10
2.1.2.1 Conventions de mesures et d'évaluations des valeurs de déformations	10
2.1.2.2 Modes de déformation en emboutissage	11
2.2 Détermination des courbes limites de formage (CLF)	13
2.2.1 Conditions de traçage d'une CLF	16
2.2.2 Critère de construction des CLF	18
2.3 Modélisation du comportement des tôles en emboutissage	19
2.3.1 Notions fondamentales de plasticité	19
2.3.1.1 Surface de charge	25
2.3.1.2 Critères de plasticité	26
2.3.1.3 L'écrouissage	31

2.4	Les limitations du procédé (l'aptitude au formage)	32
2.4.1	Le retour élastique (Spring Back) ou l'effet ressort	33
2.4.2	La striction et la rupture (défonçage)	34
2.4.3	La formation des plis : plissement	35
3	Modélisation et simulation numérique en emboutissage	37
3.1	Modélisation numérique	37
3.1.1	Equilibre d'un solide 3D	38
3.1.2	Discrétisation en éléments finis	39
3.1.3	Modèle élément fini de coque	41
3.1.4	Intégration numérique	42
3.1.5	Schéma de résolution	43
3.1.5.1	Schéma dynamique explicite	43
3.1.6	Schéma statique implicite	46
3.2	Simulation de l'essai en croix par LS-DYNA	47
3.2.1	Présentation du cas test	48
3.2.2	Critère de retour élastique	50
3.2.3	Critère de rupture	53
4	Contribution à l'optimisation mono-objectifs et multi-objectifs	56
4.1	Etat de l'art sur les méthodes d'optimisation : théorie et aspects mathématiques	56
4.1.1	Généralités	56
4.1.1.1	Sensibilité et robustesse de la méthode	58
4.1.1.2	Les Opérateurs de recherche	58
4.1.1.3	Les modes de recherche	59
4.1.1.4	Ordre d'une méthode d'optimisation	59
4.1.2	Méthodes d'optimisation avec contraintes	59
4.1.2.1	Méthodes de pénalité	60
4.2	Optimisation mono-objective	63
4.2.1	Méthodes déterministes	63
4.2.1.1	Méthodes de gradient	64
4.2.1.2	Méthode de descente quasi-Newton	64
4.2.1.3	Limitations des méthodes déterministes	65
4.2.2	Méthodes stochastiques	66
4.2.2.1	Recherche tabou	66
4.2.2.2	Méthodes évolutionnaires	68
4.2.2.3	Méthodes de regroupement (clustering)	69
4.2.2.4	Méthodes de descentes généralisées	70
4.2.2.5	Algorithmes de colonies de fourmis	71
4.2.2.6	Optimisation par essais particuliers	73
4.2.2.7	Recuit simulé	75
4.2.2.8	Le recuit simulé hybridé avec la méthode SPSA	78
4.2.2.9	Tests de validation et résultats	82

4.3	Optimisation multi-objective	91
4.3.1	Transformation en un problème mono-objectif	93
4.3.1.1	Méthode d'agrégation	93
4.3.1.2	Autres méthodes de transformation	94
4.3.2	Approche Non-Pareto	95
4.3.2.1	L'ordonnancement lexicographique	95
4.3.2.2	Vector Evaluated Genetic Algorithm (V.E.G.A)	96
4.3.3	Approches Pareto	96
4.3.3.1	Optimum au sens de Pareto	97
4.3.3.2	Notion de dominance	97
4.3.3.3	Notion de dominance forte	97
4.3.3.4	Optimalité de Pareto	98
4.3.3.5	Point Utopique et Point de Nadir	98
4.4	Les métaheuristiques et l'optimisation multi-objective	99
4.4.1	La méthode M.O.G.A (Multiple Objective Genetic Algorithm)	99
4.4.2	La méthode N.S.G.A (Non dominated Sorting Genetic Algorithm)	100
4.4.3	La méthode SPEA (Strength Pareto Evolutionary Algorithm)	101
4.4.4	La méthode PAES (Pareto Archived Evolution Strategy)	102
4.4.5	La méthode PESA (Pareto Envelope-based Selection Algorithm)	102
4.4.6	La méthode MOMGA (Multi-objective Messy Genetic Algorithm)	102
4.4.7	La méthode NBI (Normal Boundary Intersection)	102
4.4.7.1	Le minimum individuel	103
4.4.7.2	Le CHIM (convex hull of individual minima)	104
4.4.7.3	La matrice Pay-off	105
4.4.7.4	Le vecteur normal par rapport à CHIM en direction de l'origine	105
4.4.8	La méthode NNCM (Normalized Normal constrained Method)	107
4.4.9	Tests de validation des deux méthodes NBI/NNCM couplées avec SA-SPSA et comparaison avec la méthode NSGAI	109
5	Optimisation multi-critère du procédé d'emboutissage	124
5.1	Optimisation de l'épaisseur du flan et de la vitesse du poinçon	127
5.2	Optimisation de l'épaisseur du flan, de la vitesse du poinçon, du coefficient de frottement et de l'effort du serre flan	131
5.3	Optimisation de la forme du contour du flan	134
5.3.1	Les sparse grids pour l'approximation	136
5.3.1.1	Principe de construction hiérarchique en dimension d=1	137
5.3.1.2	Principe de construction hiérarchique en dimension d=n	138
5.3.2	Optimisation basée sur les approximations des critères par sparse grids	140

5.4	Intégration des méthodes d'optimisation développées dans plateforme du projet OASIS et application à l'optimisation d'un godet cylindrique	142
6	Conclusion et perspectives	146
6.1	Conclusion	146
6.2	Perspectives	148
A	Fonctions Test	152
A.1	Quelques fonctions test	152
A.1.1	Fonction de Goldstein and Price	152
A.1.2	Fonction de schwefel	152
A.1.3	Fonction de Cosine mixture	153
A.1.4	Fonction de Camel	154
A.1.5	Fonction de rosenbrock	155
A.1.6	Fonction de Shubert	155
A.1.7	Fonction de Rastrigin	156
A.1.8	Fonction de Griewank	156
	Bibliographie	158

Table des figures

1.1	Organisation du projet OASIS	3
1.2	Schéma globale d'intégration des différents modules du projet OASIS dans la plate-forme Salomé	4
2.1	Presses utilisées en emboutissage	8
2.2	Différents types de grilles	11
2.3	Expansion	12
2.4	Rétreint	12
2.5	Diagramme des déformations rencontrées en mise en forme des tôles	13
2.6	Exemple de différents modes de déformation dans un embouti	14
2.7	Modes de déformation et courbe limite de formage	14
2.8	Digramme limite de formage	15
2.9	Exemple d'éprouvettes pour détermination de courbes limites de formage	16
2.10	Essai de Nakazima	17
2.11	Essai de Marciniak	18
2.12	Essai de Marciniak	18
2.13	Exemple de courbe limite de formage (acier XES)	19
2.14	Eprouvette d'essai	20
2.15	Courbe de traction nominale	21
2.16	Propriétés de quelques matériaux	22
2.17	Limite d'élasticité pour différents matériaux	23
2.18	Eprouvette selon différentes directions de laminage	24
2.19	Représentations du critère de Tresca et de Von Mises dans le plan (S_I, S_{II}, S_{III})	28
2.20	Représentations du critère de Tresca et de Von Mises dans le plan (σ_I, σ_{II})	29
2.21	critère de Hill (1948)	30
2.22	Evolution de la surface de charge selon différents types d'écrouissage	31
2.23	Défauts en emboutissage	32
2.24	Contraintes dans l'épaisseur en flexion (gauche) et après retour (droite)	33
2.25	Retour élastique	34
2.26	Rupture d'une pièce au cours d'emboutissage	35
2.27	Plissement en emboutissage sans serre flan	35

3.1	Fonctions d'interpolation linéaires des éléments finis (Batoz and Dhatt [1990])	40
3.2	Simulation numérique de l'emboutissage de la pièce en croix avec LS-DYNA	48
3.3	La pièce cible	49
3.4	Points d'intégration de Gauss (Intégration complète)	49
3.5	Courbe d'écrouissage du matériau HSLA260	50
3.6	Courbe contrainte-déformation d'une éprouvette en traction avec retour élastique	51
3.7	Simulation du retour élastique de la pièce en croix (LS-DYNA)	51
3.8	Forming limit diagram for HSLA260 steel sheet.	54
3.9	Simulation de la rupture de la pièce en croix (LS-DYNA).	54
3.10	représentation du principe du critère de rupture considéré	55
4.1	Illustration des faux optima locaux.	71
4.2	Les différentes étapes de la méthode des essais particulaires	74
4.3	Organigramme du recuit simulé hybridé avec SPSA	81
4.4	Représentation graphique de la fonction Rosenbrock en deux dimensions	83
4.5	Représentation graphique de la fonction Rastrigin en deux dimensions	84
4.6	Représentation graphique de la fonction Griewank en deux dimensions	85
4.7	La représentation du point Nadir et du point Utopique	98
4.8	La représentation des deux minima individuels pour un problème d'optimisation bi-objectif	104
4.9	Convex Hull of individual minima (CHIM)	105
4.10	Le vecteur normal au CHIM pointant vers l'origine	106
4.11	La méthode NNCM dans le cas bi-objectif	108
4.12	Principe de l'algorithme NSGA-II	111
4.13	Test fonction SCH (convex)	113
4.14	Test fonction FON (concave)	114
4.15	Test fonction KUR (nonconvex disconnected)	116
4.16	Test fonction ZDT1 (convex)	117
4.17	Test fonction ZDT2 (nonconvex)	119
4.18	Test fonction ZDT3 (convex disconnected)	120
4.19	Test fonction ZDT4 (convex)	121
4.20	Test fonction ZDT6 (convex)	123
5.1	Interface de gestion de fichiers d'entrées et de sorties entre MATLAB et LS-DYNA	127
5.2	Répartition des points maîtres pour la construction du métamodèle	128
5.3	Approximation par des fonctions Spline	128
5.4	Approximation par krigeage	129
5.5	Approximation par des fonctions à bases Radiales	129
5.6	Front de Pareto des deux critères (f_1 retour élastique, f_2 rupture) identifié par NBI	130

5.7	Front de Pareto des deux critères (f_1 retour élastique, f_2 rupture) identifié par NNCM	131
5.8	Front de Pareto des deux critères (f_1 retour élastique, f_2 rupture) identifié par NSGAI	131
5.9	Front de Pareto des deux critères (retour élastique, rupture) identifié par NBI pour quatre variables	133
5.10	Front de Pareto des deux critères (retour élastique, rupture) identifié par NNCM pour quatre variables	133
5.11	Front de Pareto des deux critères (retour élastique, rupture) identifié par NSGAI pour quatre variables	134
5.12	modélisation du contour du flan par des courbes Spline	135
5.13	Exemples des géométries du contour du flan par des courbes Spline	135
5.14	Supports (acceptés en noir, négligés en gris) des fonctions de base hiérarchiques au niveau 3	139
5.15	Sparse grids de type Clenshaw-Curtis en dimension 2 au niveau 4 (gauche) et niveau 7 (droite)	139
5.16	Sparse grids de type Gauss-Patterson Lobatto en dimension 2 au niveau 7 (gauche) et de type Gauss-Legendre (droite)	140
5.17	Front de Pareto des deux critères (retour élastique, rupture) identifié par NBI et Sparse Grids	141
5.18	Front de Pareto des deux critères (retour élastique, rupture) identifié par NNCM et Sparse Grids	141
5.19	Front de Pareto des deux critères (retour élastique, rupture) identifié par NSGAI et Sparse Grids	142
5.20	Schéma YACS d'intégration des modules du projet OASIS	143
5.21	Modèle CAO du godet cylindrique	144
5.22	Serre-flan utilisé pour emboutissage du godet cylindrique	144
5.23	Synoptique de l'outil développé sous la plate-forme Salomé	144
5.24	application de la méthode NBI pour l'optimisation du godet cylindrique	145
6.1	Modèle numérique de la coupelle	149
6.2	Epaisseur de la coupelle après emboutissage	150
6.3	Courbe limite de formage de la coupelle	150
A.1	Représentation graphique de la fonction de Goldstein and Price pour d=2.	153
A.2	Représentation graphique de la fonction de schwefel pour d=2.	153
A.3	Représentation graphique de la fonction de Cosine mixture pour d=2.	154
A.4	Représentation graphique de la fonction de Camel pour d=2.	154
A.5	Représentation graphique de la fonction de rosenbrock pour d=2.	155
A.6	Représentation graphique de la fonction de Shubert pour d=2.	156
A.7	Représentation graphique de la fonction de Rastrigin pour d=2.	156
A.8	Représentation graphique de la fonction de Griewank pour d=2.	157

Liste des tableaux

3.1	Paramètres du process utilisés en simulation numérique	50
4.1	Convergence de la fonction Rosenbrock avec SA et SA-SPSA en 40 itérations	83
4.2	Convergence de la fonction Rastrigin avec SA et SA-SPSA en 25 itérations	84
4.3	Convergence de la fonction Griewank avec SA et SA-SPSA en 100 itérations	86
4.4	Fonctions mathématiques test utilisées pour validation la méthode SA-SPSA	87
4.5	Fonctions mathématiques test utilisées pour validation la méthode SA-SPSA	88
4.6	Fonctions mathématiques test utilisées pour validation la méthode SA-SPSA	88
4.7	Méthodes d'optimisation utilisées pour comparaison des résultats d'optimisation avec SA-SPSA	89
4.8	Comparaison des résultats d'optimisation obtenus par SA-SPSA et d'autres méthodes	90
4.9	Les résultats des fonctions test	91

Chapitre 1

Introduction générale

1.1 Contexte et problématiques

Dans le but de répondre aux exigences économiques, écologiques et concurrentielles actuelles, la conception de véhicules plus légers et moins consommateurs en carburant est devenue indispensable. L'utilisation de nouvelles nuances d'aciers, y compris les aciers à haute résistance, répondant à ces demandes est la solution clé. Ces nouvelles nuances permettent de réduire l'épaisseur tout en améliorant leurs prestations. Cependant la mise en forme de ces aciers présente de nombreuses difficultés peu compatibles avec les plateformes de fabrication automobile existantes.

Au cours des dernières années, le secteur de la sidérurgie a connu des développements importants dans les procédés de mise en forme principalement le procédé d'emboutissage. Cependant, ces développements sont accompagnés aussi par la croissance des exigences clients. Ces exigences, essentiellement de qualité et de sûreté de fonctionnement, ont contraint les entreprises à concevoir et fabriquer des pièces exemptes de défauts et de défaillances.

L'emboutissage de tôles est un procédé industriel qui permet d'obtenir à des cadences élevées des pièces de forme complexes non développables, en minimisant les pertes matière. Il est couramment retenu pour la fabrication d'éléments de carrosserie automobile, d'appareils électroménagers, d'emballages métalliques, de pièces mécaniques, ou d'ustensiles divers.

Outre la forme de l'outil, qui dépend de la complexité de la pièce à obtenir, de nombreux paramètres conditionnent la réussite de l'opération : ceux liés au process

d'une part, tels que réglages de la presse, vitesse d'emboutissage, lubrification, et ceux liés aux qualités de la tôle elle-même et à sa capacité de formage (sa formabilité). La mesure des caractéristiques mécaniques des tôles ainsi que l'interprétation de leur relation avec l'aptitude au formage ont fait de grands progrès. Il en est de même pour la compréhension de l'opération d'emboutissage, entre autre par le biais de la simulation numérique qui permet maintenant de visualiser virtuellement le comportement du métal dans l'outil. Les systèmes de mesure de déformation sont également un outil qui permet des analyses quasi quantitatives sur les pièces. Néanmoins, l'optimisation de l'ensemble des paramètres liés à ce procédé reste encore partiellement un art basé sur l'expérience.

1.2 Objectifs

Pour mieux répondre à ces besoins, des techniques d'optimisation avancées présentent une voie prometteuse et partiellement exploitable en industrie.

L'optimisation des opérations d'emboutissage consiste à chercher, par voie de modélisation et de simulation numérique, les propriétés matérielles, les paramètres de procédé et les formes géométriques optimales des outils et du flan à emboutir. Le but est d'aboutir, après emboutissage, à des pièces de meilleure qualité, au niveau propriétés matérielles ainsi qu'au niveau géométrie. Dans un contexte économique plus large, cette opération d'optimisation du processus d'emboutissage permettra également des gains financiers potentiels en ce qui concerne la quantité de matière utilisée mais aussi des gains en main d'œuvre employée, en transport et logistique ainsi qu'en consommation énergétique pour la production de l'acier.

Dans cette synoptique, le travail de cette thèse s'inscrit en faisant partie d'un projet de recherche intitulé OASIS *Optimization of addendum surfaces in stamping*. Le projet, dans sa globalité, a pour but d'*optimiser les surfaces additionnelles en emboutissage*

Ce projet de trois ans a mis en synergie plusieurs partenaires, les principaux partenaires, entre autres, sont :

- Le partenaire industrielle, ArcelorMittal, en tant que fournisseur des cas d'applications industriels qui font l'objet d'étude. ArcelorMittal considère que le projet OASIS présente de plusieurs opportunités d'amélioration et d'implémentation

de ses nouvelles nuances de matériaux avec une bonne prédiction des différentes problématiques de leur mise en œuvre.

- Le consortium Scilab qui vise à travers le projet OASIS de développer et d'intégrer de nouvelles fonctionnalités dans le domaine d'optimisation et qui peuvent valoriser le logiciel en tant que moteur de calcul et de traitement et sa diffusion dans le milieu académique et industriel.

- EDF qui, à travers l'outil Code-Aster, cherche à améliorer plusieurs fonctionnalités de modélisation qui tient compte des éléments élasto-plastiques en grandes déformations et améliorer la plate-forme Salomé, une plate-forme qui servira comme interface d'échange et de post-traitement pour le projet OASIS.

- Trois institutions académiques, ESILV, UTC et INRIA.

Le projet OASIS est réparti en sous-projet comme expliqué dans la figure 1.1.

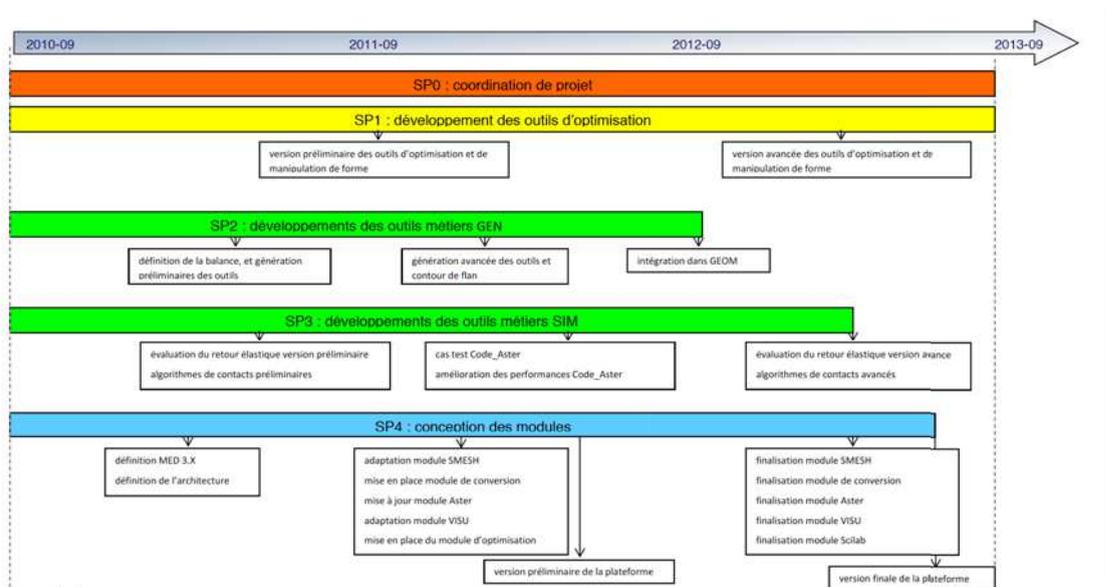


FIGURE 1.1 – Organisation du projet OASIS

En tant qu'intervenant INRIA dans la partie du sous projet (SP1) Optimisation, notre tâche principale consiste à proposer, tester et valider de nouvelles approches d'optimisations, innovantes et performantes pour l'optimisation paramétrique et géométrique du procédé d'emboutissage (épaisseur de la tôle, effort du serre flan, forme du flan) vis-à-vis de critères mécaniques (retour élastique, rupture, plissement...). L'ensemble des modules développés est intégré, après validation, dans la plateforme Salomé. Le schéma de la figure 1.2 présente l'interface de l'intégration

des différents travaux des partenaires du projet OASIS et l'interopérabilité des différentes composantes sous un schéma de supervision permettant de piloter la chaîne complète.

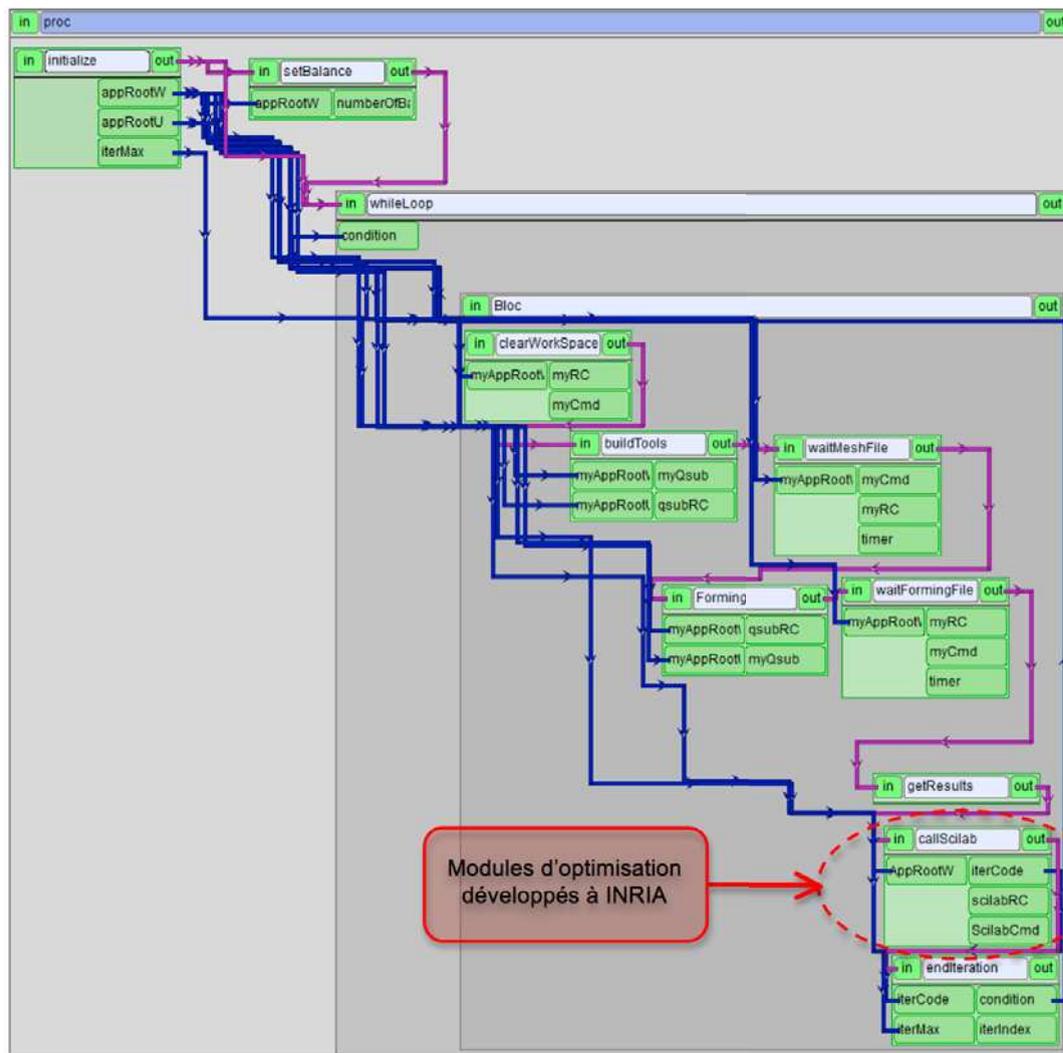


FIGURE 1.2 – Schéma globale d'intégration des différents modules du projet OASIS dans la plate-forme Salomé

1.3 Plan

Pour ce faire, il était nécessaire, dans un premier temps, d'établir et de comprendre les diverses grandeurs et caractéristiques mécaniques des matériaux mises en forme par emboutissage. Une étude bibliographique des différentes méthodes et techniques utilisées par les concepteurs pour la caractérisation et la modélisation mécaniques des tôles utilisées en emboutissage a fait l'objet du second chapitre.

Nous avons commencé dans ce chapitre par définir le procédé d'emboutissage et ces différentes techniques. Ensuite, nous avons présenté les différentes modes de déformation que la tôle peut subir au cours de formage. Il était nécessaire aussi de présenter un outil fondamental à la caractérisation de la formabilité de la tôle en mise en forme, qui est la courbe limite de formage. A la fin de ce chapitre, les principaux défauts pénalisant les pièces embouties sont mentionnés.

Le troisième chapitre présente un cas d'étude industriel présenté par ArcelorMittal. La pièce concernée a fait l'objet d'étude et d'optimisation dans cette thèse. Pour ce faire, Nous avons examiné rapidement les fondements et les diverses méthodes et grandeurs nécessaires à la simulation numérique de la mise en forme de la pièce concernée. Les différents paramètres mécaniques, de process et numérique sont ensuite détaillés. La pièce résultante est, malheureusement, non conforme à la pièce cible. Elle présente un défonçage (rupture) et un retour élastique que nous avons caractérisé par la suite. Ces défauts constatés sont estimés et des critères à optimiser sont élaborés.

Dans cette perspective, une étude bibliographique des différentes méthodes d'optimisation existantes est exposée dans le chapitre 4. Nous avons classé ces différentes méthodes en deux classes : méthodes d'optimisation mono-objectifs et méthodes d'optimisation multi-objectifs. Dans la classe de méthodes d'optimisation mono-objectifs, nous avons distingué entre deux catégories de méthodes : les méthodes déterministes qui sont malheureusement des méthodes locales et les méthodes stochastiques qui sont des méthodes d'optimisation globale mais lentes, demandent un nombre important d'évaluation de la fonction objectif et très coûteuses au point de vue industriel. L'idée est de tirer profit des avantages des deux catégories en hybridant une méthode métaheuristique, il s'agit de la méthode du recuit simulé, avec une méthode de descente par gradient stochastique. L'efficacité de cette hybridation est validée par des fonctions mathématiques de difficulté variée.

La seconde partie de ce chapitre est consacrée aux méthodes d'optimisation multi-objectifs les plus connus en présentant leurs principes, leurs avantages et leurs inconvénients. Vu les contraintes et les difficultés présentes dans le problème d'optimisation de la rupture et le retour élastique que le cas d'étude industriel évoque, le choix est porté sur deux méthodes d'optimisation multi-objectifs nommées *Normal Boundary Intersection* et *Normalized Normal Constrained Method*. Ces deux méthodes se distinguent des autres méthodes par leur capacité de reformuler le problème d'optimisation multi-objectif en sous problèmes mono-objectifs et par

la suite générer un compromis de solutions, selon le principe de Pareto, uniformément répartis. En tenant compte de la nécessité d'avoir un compromis entre la convergence vers le front de Pareto et la répartition des solutions sur ce dernier, nous résoudrons chaque sous-problème par la méthode hybride développé dans la première partie de ce chapitre. Les résultats de front de Pareto pour des problèmes d'optimisation multi-objectifs utilisés comme des problèmes de benchmark en littérature sont présentés à la fin de ce chapitre. Ces résultats sont comparés avec une méthode universellement reconnue comme une méthode représentative de l'état de l'art et une référence en optimisation multi-objectifs, il s'agit de la seconde version de la méthode *Non-dominated Sorting Genetic Algorithm*.

Pour pouvoir compenser les écarts entre la géométrie cible et la pièce obtenue et éliminer les défauts inacceptables après la mise en forme du métal, une sélection des paramètres influents le procédé est proposé par le projet OASIS dans le but de les optimiser. Le cinquième chapitre présente les résultats d'optimisation des paramètres de process les plus influents (épaisseur du flan initiale, vitesse du poinçon, effort du serre flan et coefficient du frottement) du cas d'étude industriel en se basant sur divers techniques de méta-modèles. L'optimisation est effectuée par les méthodes exploitées et développées dans le chapitre 4. La seconde partie du chapitre concerne l'application de ces approches afin d'optimiser le contour du flan initial. Les configurations optimales trouvées prouvent l'efficacité des approches d'optimisation exploitées afin de réduire, voir même éliminer, le risque de la rupture de la tôle en mise en forme et le retour élastique après formage.

Un dernier chapitre résume et conclue les différentes études bibliographiques, analytiques et numériques qui ont fait l'objet de cette thèse. Il résume aussi les principaux résultats de méthodes d'optimisation exploitées et développées ainsi que les résultats de leur application au cas d'étude industrielle. Finalement, nous présentons quelques perspectives de nos études et des résultats des travaux qui sont en cours afin d'améliorer les approches utilisées en terme de temps de calcul de précision et de robustesse et dans le but aussi de tenir en compte d'autres paramètres et critères à optimiser.

Chapitre 2

Caractérisation et modélisation mécanique des tôles en emboutissage

2.1 Le procédé d'emboutissage

L'emboutissage mécanique est un procédé de mise en forme des métaux, livrés en feuilles ou en bobines, par déformation plastique à chaud ou à froid permettant d'obtenir des pièces de géométries complexes. L'emboutissage de tôles minces concerne la mise en forme de feuilles de moins de 3mm d'épaisseur, appelé flan.

Cette technique permet de couvrir plusieurs secteurs en industrie. Elle est largement utilisée dans la fabrication de pièces et éléments de carrosserie automobile, appareils électroménagers, emballage, boîtes de boisson, conserves...etc.

Ce mode de formage nécessite des presses à emboutir de forte puissance avec un outillage dont la configuration détermine l'effet obtenu sur le flan.

Ces presses se composent essentiellement de :

*Un poinçon en relief qui épouse la forme intérieure de la pièce en se déplaçant sur l'axe vertical, il déforme la tôle.

*Une matrice creuse qui épouse la forme extérieure de la pièce et lui donne la forme extérieure finale. Elle sert d'appui à la pièce.

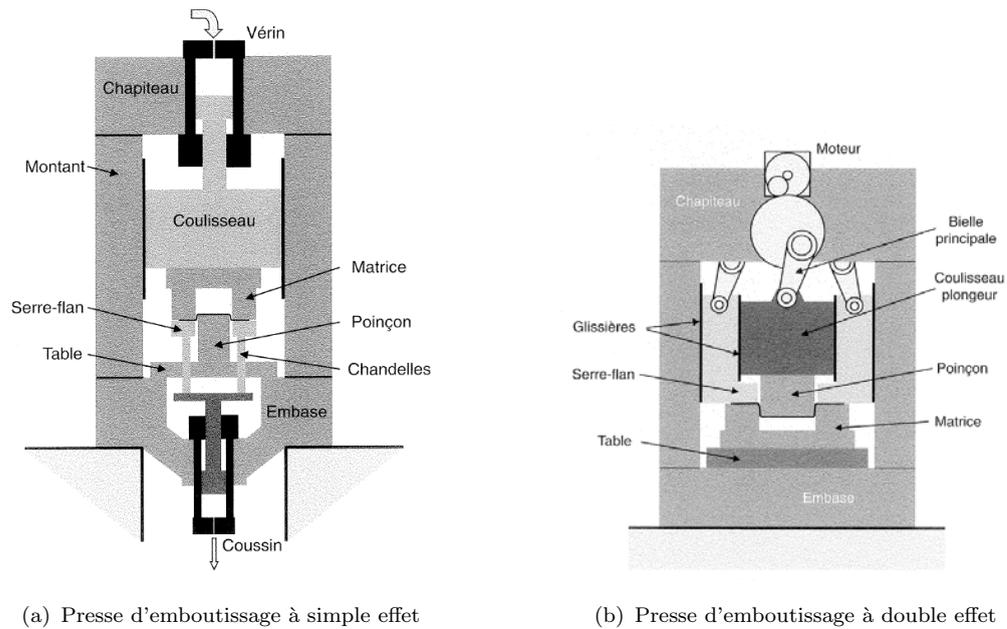


FIGURE 2.1 – Presses utilisées en emboutissage

*Un serre-flan qui entoure le poinçon en s'appliquant contre le contour de la matrice. Il sert à bloquer ou immobiliser la tôle pendant l'action du poinçon. Son rôle est de maintenir le bord du flan lors de l'opération d'emboutissage afin d'assurer un écoulement homogène du métal et prévenir plus ou moins les risques de plissement et d'autres défauts du procédé.

Des joncs peuvent être utilisés afin de limiter le glissement (l'écoulement) de la tôle.

Il y a deux technologies de presse qui peuvent être utilisées en emboutissage : simple effet et double effet (Figure 2.1).

Outils à simple effet : c'est la configuration simple du procédé qui nécessite une matrice et un seul coulisseau actionné. Les presses simple effet sont d'avantages utilisés pour les opérations de reprises.

Outils à double effet : c'est la configuration qui nécessite deux coulisseaux, un coulisseau serre-flan guidé par le bâti et un coulisseau poinçon. Ce sont les presses double effet qui sont utilisées en emboutissage proprement dit.

2.1.1 Les techniques d'emboutissage

Il existe, en général deux types d'emboutissage : l'emboutissage à froid et à chaud.

2.1.1.1 Emboutissage à froid

L'emboutissage à froid des tôles est réalisé à température ambiante ou légèrement en dessous. Les principaux avantages de l'emboutissage à froid comparé à l'emboutissage à chaud sont :

- Bonne précision et tolérances faibles.
- Bonne état de surface.
- Augmentation de la résistance et la dureté de la pièce par l'écrouissage.
- Economie et gain d'énergie permettant des cadences de production très élevées.

Nonobstant ces avantages, le formage à froid présente certains inconvénients et limitations :

- Les forces et les puissances nécessaires pour déformer la pièce sont élevées.
- La qualité de la pièce dépend de l'état de surface de la tôle.
- La ductilité et l'écrouissage de la pièce limitent le taux de déformation.

2.1.1.2 Emboutissage à chaud

C'est un formage à haute température, où la déformation s'effectue à des températures au dessus de la température de recristallisation des grains. Pour un métal, cette température est presque la moitié de la température de fusion à l'échelle absolue. Néanmoins, le procédé génère lui même de la chaleur, ce qui peut provoquer la fusion de certaines zones localisées de la pièce, ce qui est fortement indésirable. Une température élevée en formage peut favoriser aussi l'apparition des écailles sur la surface de la pièce. Par contre, le formage à chaud présente aussi des avantages significatifs. La déformation plastique en formage à chaud est plus importante qu'en formage à froid grâce à l'écrouissage. Par conséquence, c'est plus facile d'obtenir des formes et des géométries plus compliquées. Mais l'emboutissage à chaud reste contraignant à cause de l'énergie thermique importante nécessaire au formage, des outils à faible durée de vie, de la mauvaise qualité de surface et d'autres contraintes.

2.1.2 Les modes de déformation que l'emboutissage impose à la tôle

La mesure des déformations d'une manière précise dans le cas réel est très difficile et dans des cas compliqués, les mesures sont encore intenables. Il est indispensable alors, d'avoir recours premièrement à l'identification des modes de déformations locales, ce qui permet de gagner énormément de temps en identification et analyse des problèmes émanant du procédé d'emboutissage ou lors même de la mise au point des outils. Il est très important et utile d'avoir et de cultiver cette connaissance instinctive des modes de déformation chez les métallurgistes chaque fois qu'ils examinent une nouvelle pièce en réel comme en simulation numérique.

2.1.2.1 Conventions de mesures et d'évaluations des valeurs de déformations

Pour déterminer et analyser l'ensemble des modes de déformations que peut subir la tôle au cours d'emboutissage, seulement les déformations planes sont prises en compte. Pour suivre l'évolution de ces déformations en temps, des techniques de marquage sont utilisées. C'est un marquage sous forme d'ensembles de figures de dimensions connues imprimées sur le flan avant de l'emboutir (Figure 2.2). Il faut s'assurer de ne pas modifier les propriétés du matériau lors du marquage, de déposer ce dernier d'une manière à ce qu'il supporte les manipulations et le contact avec les outils et ne pas perturber les conditions de frottement ou endommager la tôle. Le marquage le plus connu et le plus utilisé est le marquage de grilles. C'est un réseau de géométries assez petites pour permettre un calcul de déformations localisées. La grille de cercles est la plus utilisée. D'autres géométries autres que le cercle peuvent être utilisées comme par exemple des carrés mais ils se prêtent moins bien à l'examen des déformations.

Les cercles utilisés ont un diamètre entre 1 et 5mm. Les déformations de ces cercles permettront alors de déterminer essentiellement les directions des déformations principales et aussi leurs amplitudes. Alors, les déformations d'un cercle assez petit ne peuvent être qu'un cercle plus petit ou plus grand ou à la limite une ellipse.

Soit D_0 le diamètre initial du cercle et D_1 et D_2 les longueurs, respectivement, du grand et du petit axe de l'ellipse. Les mesures des déformations dites conventionnelles sont $\varepsilon_1 = \frac{(D_1 - D_0)}{D_0}$ nommée déformation principale et $\varepsilon_2 = \frac{(D_2 - D_0)}{D_0}$ appelée

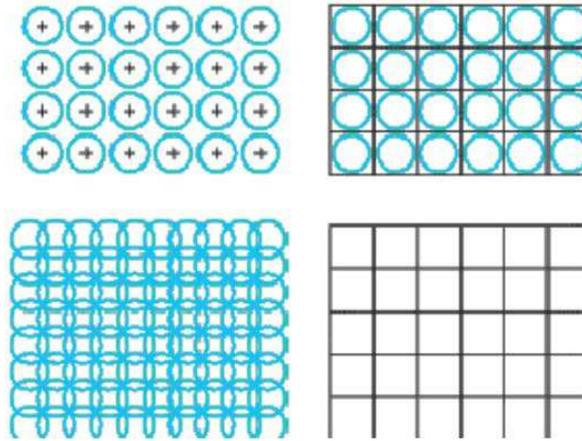


FIGURE 2.2 – Différents types de grilles

déformation secondaire. Mais les déformations les plus utilisées et préférées en raison de leurs avantages sont les déformations rationnelles ou dites logarithmiques tels que $\varepsilon_1 = \ln\left(\frac{D_1}{D_0}\right)$ et $\varepsilon_2 = \ln\left(\frac{D_2}{D_0}\right)$ et la mesure de ces déformations s'effectue à l'aide d'images traités numériquement par des logiciels adéquats pour plus de précision.

2.1.2.2 Modes de déformation en emboutissage

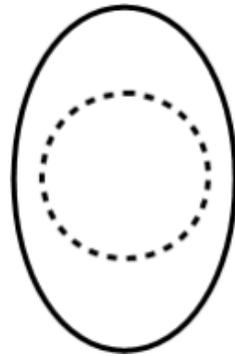
Après ce bref aperçu sur les moyens et les techniques de calcul de déformations, les principaux modes de déformation que peut subir une tôle en emboutissage sont :

1. L'expansion

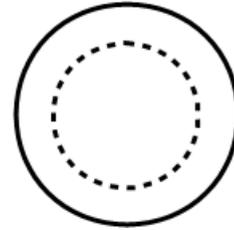
On dit qu'une zone de la tôle subit une expansion quand les diamètres principaux du cercle augmentent par rapport au diamètre initial (Figure 2.3(a)). Dans ce cas, les déformations conventionnelles et rationnelles restent positives. Si les deux diamètres restent égaux on parle d'expansion équilibrée (Figure 2.3(b)).

2. Le rétreint

C'est le mode de déformation dans lequel un diamètre s'allonge par rapport à une direction et l'autre se rétrécit dans la direction perpendiculaire (Figure 2.4(a)). Le rétreint inclut la traction uniaxiale, la compression uniaxiale et aussi le cisaillement plan :

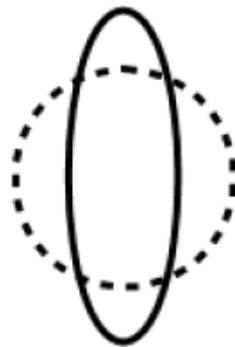


(a) Expansion biaxiale non équilibrée

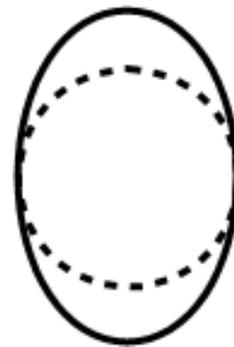


(b) Expansion biaxiale équilibrée

FIGURE 2.3 – Expansion



(a) Rétreint



(b) Traction plane

FIGURE 2.4 – Rétreint

✓Traction uniaxiale

On parle de traction uniaxiale quand l'allongement ε_1 de l'éprouvette dans la direction de la charge est égale à la réduction de la section équivalente $\varepsilon_1 = -(\varepsilon_2 + \varepsilon_3)$ et dans le cas du matériau isotrope $\varepsilon_1 = -2\varepsilon_2$

✓Compression uniaxiale

L'inverse de la traction uniaxiale et la compression uniaxiale tel que tout simplement on comprime l'éprouvette selon son axe sans appliquer d'autres contraintes dans les autres directions. Par symétrie à la traction uniaxiale $\varepsilon_1 = -\frac{1}{2}\varepsilon_2$

✓Cisaillement plan

Le cisaillement n'est pas vraiment considéré comme un mode de déformation mais juste un cas particulier du rétreint. C'est le cas tout simplement du carré ou rectangle déformé en losange. Dans ce cas $\varepsilon_1 = -\varepsilon_2$

3. La traction plane

C'est le cas quand la déformation secondaire est nulle et la déformation principale est positive alors $\varepsilon_1 = -\varepsilon_3$ ce qui entraîne un amincissement. La traction plane apparaît dans la figure 2.4(b).

4. La compression

Ce mode au contraire entraîne l'épaississement, mais il est peu probable pour les tôles minces. Les deux déformations principales et secondaires sont plus petites et l'ellipse déformée est rétrécie.

La figure 2.5 représente tous les modes de déformations dans le plan $(\varepsilon_1, \varepsilon_2)$, correspondant respectivement, à la déformation principale maximale et la déformation principale minimale.

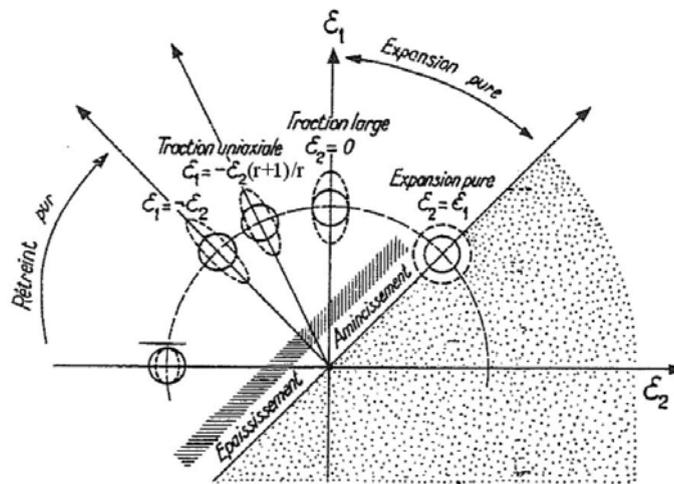
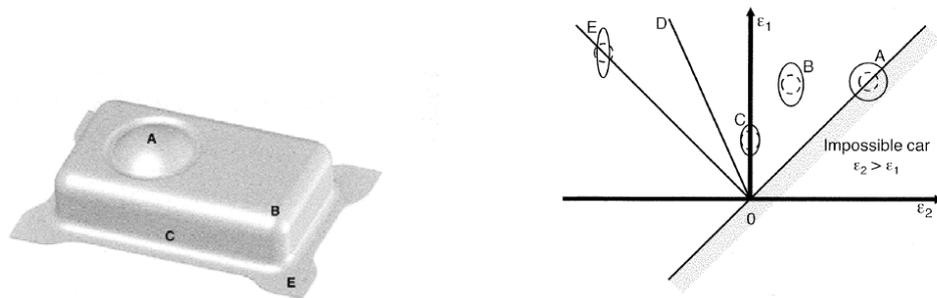


FIGURE 2.5 – Diagramme des déformations rencontrées en mise en forme des tôles

Un exemple de pièce rectangulaire avec une partie hémisphérique est représenté dans la figure 2.6(a). et les différents modes de déformations subis par les petits cercles A, B, C et E situés dans différentes zones de la pièce, sont représentés dans le plan des déformations $(\varepsilon_1, \varepsilon_2)$ (Figure 2.6(b)), un diagramme que nous allons décortiquer dans un autre paragraphe.

2.2 Détermination des courbes limites de formage (CLF)

Les courbes limites de formage sont des courbes qui permettent aux métallurgistes de caractériser l'aptitude et le comportement des tôles en mise en forme. Le tracé de



(a) Embouti sous forme de pièce rectangulaire avec une partie hémisphérique

(b) Diagramme des déformations de la pièce de la figure 2.6(a)

FIGURE 2.6 – Exemple de différents modes de déformation dans un embouti

ces courbes se fait dans le repère des directions principales de déformations $(\varepsilon_2, \varepsilon_1)$. ε_1 étant par convention la plus grande déformation en valeur algébrique appelée déformation maximale ou majeure, elle détermine alors la direction principale de déformation en ordonnée et ε_2 la déformation minimale ou mineure déterminant la direction principale de déformation en abscisse.

L'intérêt du CLF est donc de déterminer la limite entre l'espace des déformations homogènes et l'espace des déformations localisées tout en délimitant une marge de sécurité et par la suite faciliter l'identification des déformations maximales que la tôle peut supporter avant l'apparition d'une striction localisée ou subir une rupture brutale, selon la nuance du matériau (Figure 2.7).

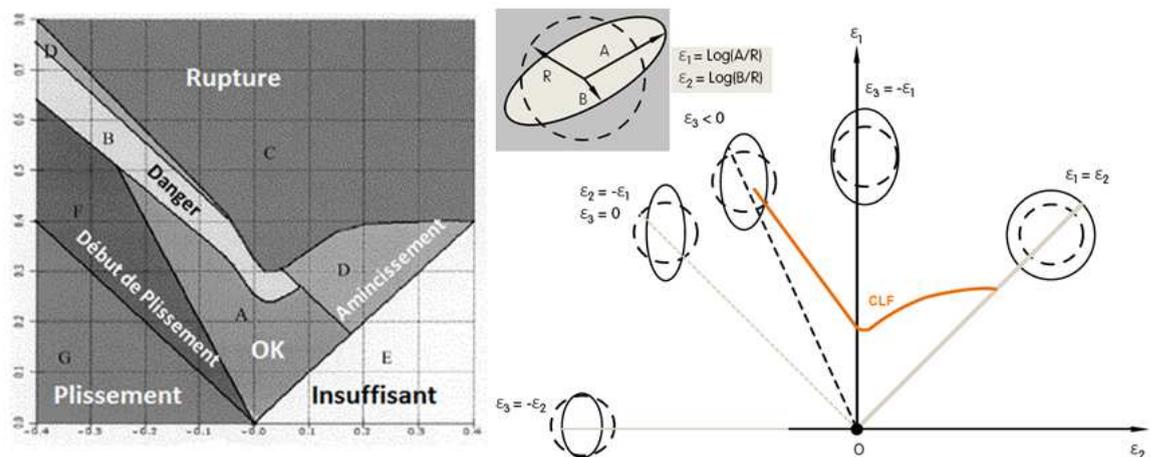


FIGURE 2.7 – Modes de déformation et courbe limite de formage

L'intégration de ces CLF dans des codes de calcul EF, notamment le code commercial que nous avons utilisé, LS-DYNA, a de grands intérêts pour la prédiction du risque de rupture. En calculant les déformations principales numériquement et en plaçant ces déformations dans le repère des déformations principales, on peut observer les déformations maximales qui dépassent la marge de sécurité ou même la CLF et par la suite on peut deviner les zones du flan qui présentent un risque de rupture. La figure 2.8 montre une CLF obtenue numériquement et qui présente une rupture.

La marge de sécurité est très importante pour les industriels qui considèrent même les striction localisée comme des défauts intolérables sur des pièces mécaniques, d'une part pour des raisons de sécurité car la résistance de la zone présentant une striction est minimale et peut provoquer la dégradation du revêtement, un affaiblissement local, et un risque d'amorçage de rupture par fatigue et d'autres part pour des raisons esthétiques vu l'utilisation dans la carrosserie automobile et en général ce qu'on appelle des pièces de peaux dans l'industrie.

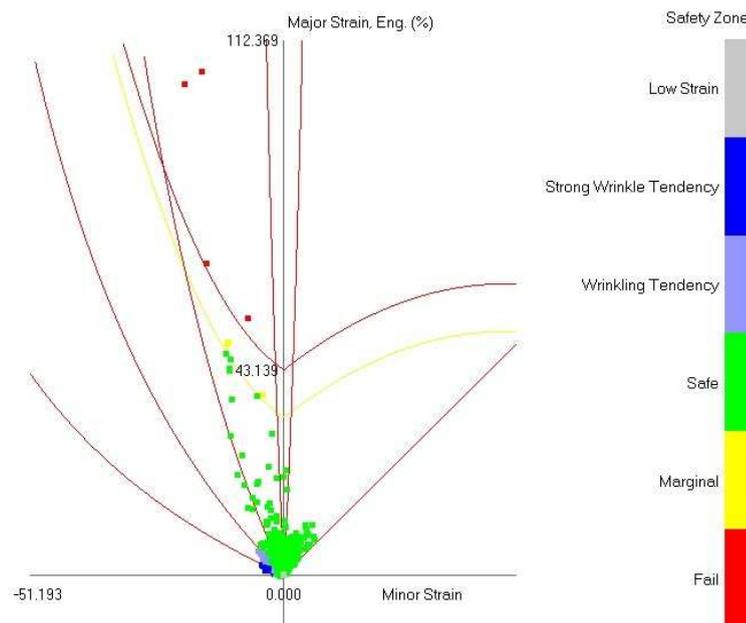


FIGURE 2.8 – Diagramme limite de formage

Le concept de CLF est apparu en 1965 à travers les travaux de Keeler (Keeler [1965]) et développée par la suite par Goodwin en 1968 (Goodwin [1968]).

La CLF est déterminée expérimentalement par le biais d'éprouvettes préparées spécialement (un exemple d'éprouvettes est présenté dans la figure 2.9) dont les

largeurs de flan sont différentes afin de déterminer tous les modes de déformations et en utilisant une analyse des champs de déformation réalisée grâce à une méthode d'analyse d'images qui permet le suivi des déplacements et le calcul des déformations tout au long des essais.

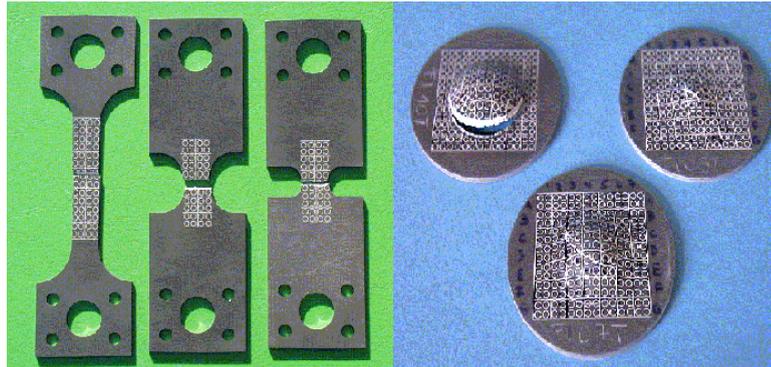


FIGURE 2.9 – Exemple d'éprouvettes pour détermination de courbes limites de formage

2.2.1 Conditions de traçage d'une CLF

Quatre conditions doivent théoriquement être réalisées pour tracer une CLF :

- Etat de contraintes planes (absence de contraintes dans l'épaisseur)
- Cisaillement négligeable dans l'épaisseur
- Trajectoires directes
- Absence de flexion

La pertinence alors de la CLF dépend profondément des conditions de leur détermination. Elle s'influencent principalement par :

- L'épaisseur de la tôle
- Le matériel utilisé pour réaliser les essais
- Les moyens utilisés pour mesurer les déformations
- La méthode choisie pour estimer l'apparition de la striction diffusée

Après, il est indispensable de réaliser des essais spéciaux qui permettent d'avoir les différents modes de déformations et pouvoir mesurer les déformations afin de représenter chaque essai dans le diagramme limite de formage $(\varepsilon_2, \varepsilon_1)$

Deux techniques d'essais expérimentaux sont les plus connues pour la détermination de la CLF, les essais d'expansion de type Nakazima et Marciniak :

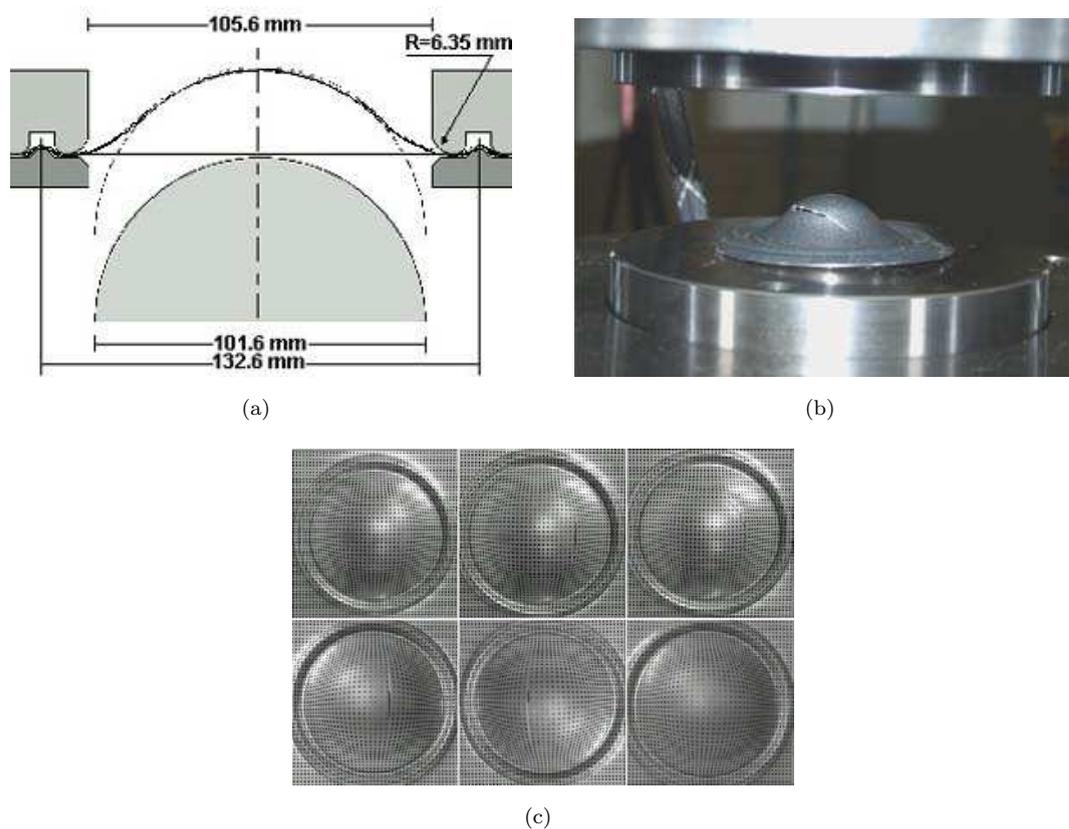


FIGURE 2.10 – Essai de Nakazima

✓ L'essai de Nakazima ([Nakazima et al. \[1968\]](#))

Dans cet essai l'opération d'emboutissage est réalisée à l'aide d'une matrice circulaire, d'un serre-flan et d'un poinçon hémisphérique (Figure 2.10). Les flans bloqués entre la matrice et le serre-flan sont déformés jusqu'à la rupture. Les différents modes de déformation compris entre l'expansion pure et la traction uniaxiale sont obtenus en faisant varier les largeurs des éprouvettes et les conditions de lubrification.

✓ L'essai de Marciniak ([Marciniak and Pokora](#))

Dans cet essai, la différence par rapport à l'essai de Nakazima est le poinçon cylindrique à fond plat évidé (Figure 2.11) qui permet de déformer le flan sans le courber et un contre-flan qui concentre les contraintes au centre de la plaque et permet de mieux homogénéiser les déformations afin d'éviter la rupture sur le rayon du poinçon.

La partie centrale où apparaît normalement la striction est plane ce qui permet une exploitation facile avec les logiciels de calcul des déformations 2D. La figure

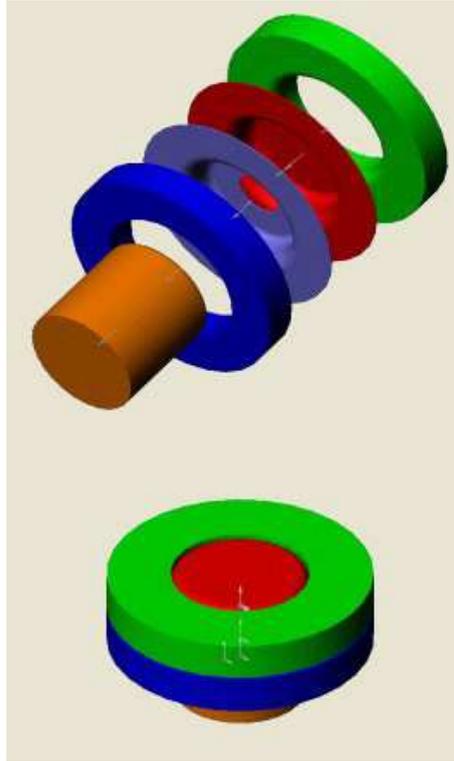


FIGURE 2.11 – Essai de Marciniak

2.12 représente le schéma du principe de la méthode de Marciniak.

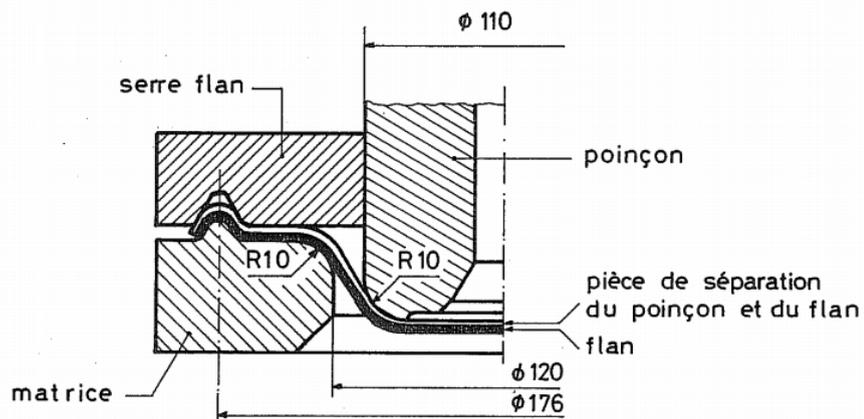


FIGURE 2.12 – Essai de Marciniak

2.2.2 Critère de construction des CLF

Après l'obtention de différents chemins de déformation et la mesure de ces déformations, il reste alors à définir un critère de construction de ces CLF. L'exemple de la CLF

présentée dans la figure 2.13 est obtenu par différents trajets de chargement provenant de plusieurs essais.

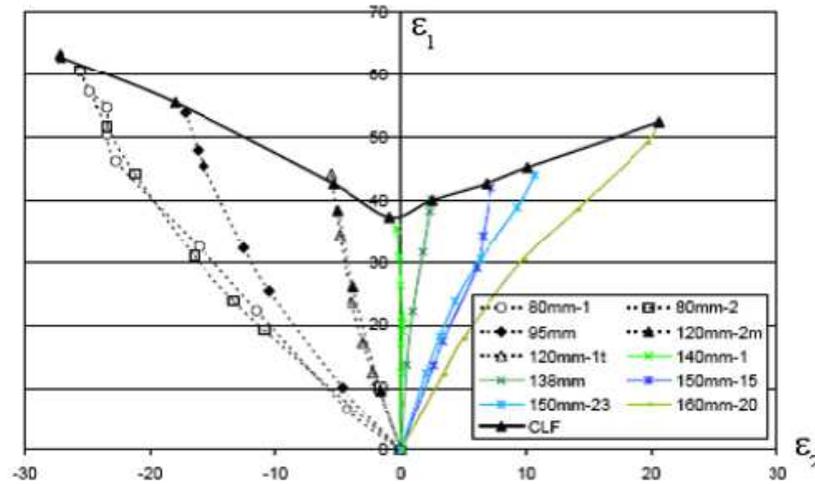


FIGURE 2.13 – Exemple de courbe limite de formage (acier XES)

La CLF ne permet pas seulement d'identifier le risque de rupture mais elle permet aussi d'identifier les parties du flan qui ne sont pas suffisamment tendues et qui favorisent l'apparition des plis. On parlera du phénomène du plissement dans une autre partie.

2.3 Modélisation du comportement des tôles en emboutissage

2.3.1 Notions fondamentales de plasticité

Tous les matériaux possèdent une limite d'élasticité, qui correspond à un chargement critique à partir duquel le comportement du matériau n'est plus réversible. Dans la plupart des cas, il y a une plastification du matériau avant d'atteindre un stade de rupture brutale, dans le cas du verre par exemple, ou une rupture progressive, comme dans le cas du béton. Mais dans tous les cas, il y a un changement de la forme du matériau d'une façon irréversible, contrairement au domaine élastique où le matériau reprend sa forme initiale dès qu'on arrête le chargement.

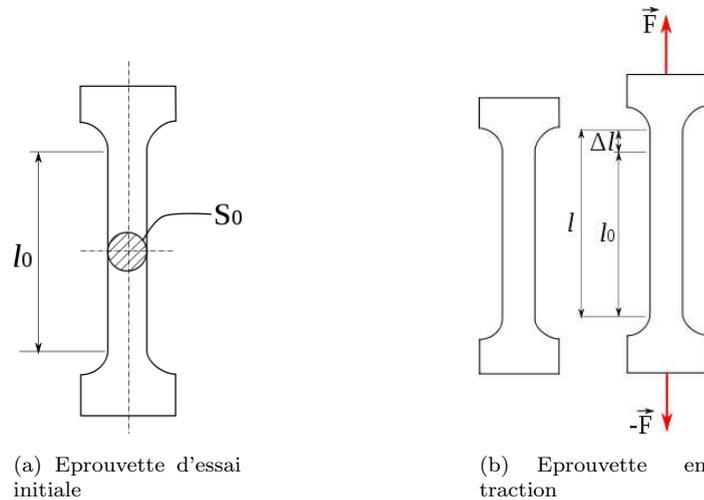


FIGURE 2.14 – Eprouvette d'essai

Cette partie présente quelques notions fondamentales de la théorie de plasticité mises en jeu dans les procédés de mise en forme comme l'emboutissage. La grande déformation plastique n'est en réalité qu'un résultat de déformations microscopiques qui sont à l'origine de ce comportement plastique irréversible du matériau.

Pour comprendre les notions liées à l'élasto-plasticité, il est indispensable de modéliser et de comprendre les réponses dans un simple essai de traction sous l'hypothèse de transformations quasi-statiques, petites déformations et à température constante.

Considérons une éprouvette de section initiale S_0 et de longueur initiale l_0 soumise à un effort de traction F (Figure 2.14). Dans le domaine de petites déformations, la contrainte reste uniforme et uniaxiale. Les réponses à différents niveaux de sollicitations sont représentées dans la figure 2.15 (Courbe de traction nominale).

Cette courbe relie la contrainte nominale $\sigma_n = F/S_0$ à la déformation nominale $\varepsilon_n = \Delta l/l_0$ où Δl est l'allongement de l'éprouvette.

Les points caractéristiques de la courbe sont :

- La limite d'élasticité R_e , marquant le début de la déformation plastique (irréversible) du matériau

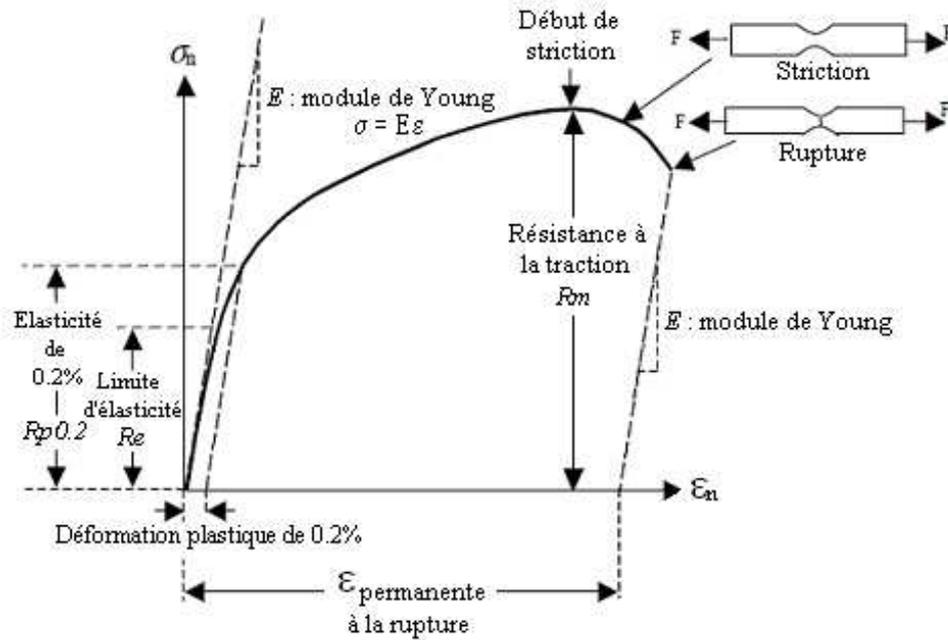


FIGURE 2.15 – Courbe de traction nominale

- La limite d'élasticité conventionnelle $R_{0,2}$, qui donne la contrainte nominale nécessaire pour une déformation plastique de 0,2%, pour des matériaux peu ductiles c'est-à-dire dont la déformation plastique est faible avant la rupture. La limite d'élasticité conventionnelle dans ce cas est $R_{0,1}$
- La résistance à la traction R_m équivalente à la contrainte nominale maximale observée avant l'apparition de striction localisée
- L'allongement à la rupture A_R qui est la déformation nominale maximale admissible par le matériau avant la rupture.

Evidemment les valeurs R_e , R_m et A_R diffèrent d'un matériau à un autre. Le tableau de la figure 2.16 présente quelques valeurs R_e , R_m et A_R pour quelques matériaux. La figure 2.17 donne la limite élastique R_e pour différentes nuances de matériaux.

D'une façon générale la limite d'élasticité d'un matériau est un scalaire, dont la notation la plus utilisée est σ_0 et qui ne dépend que du matériau et non pas du type de chargement appliquée. C'est la contrainte vraie qui est normalement appliquée au matériau quand la plastification commence à apparaître tel que $\sigma_0 = F/S$ est légèrement différente de la valeur nominale $\sigma_n = F/S_0$ dans le domaine élastique car la section du matériau ne change pas considérablement en traction.

Matériau	R_e en MPa	R_m en MPa	A_R en o/o
diamant	50000	-	0
carbure de silicium, SiC	10000	-	0
nitride de silicium, Si_3N_4	8000	-	0
silice vitreuse, SiO_2	7200	-	0
carbure de tungstène, WC	6000	-	0
carbure de niobium, NbC	6000	-	0
alumine, Al_2O_3	5000	-	0
carbure de titane, TiC	4000	-	0
carbure de tantale, TaC	4000	-	0
zircone, ZrO_2	4000	-	0
verre standard	3600	-	0
magnésie, MgO	3000	-	0
cobalt et ses alliages	180-2000	500-2500	1-60
molybdène et ses alliages	560-1450	665-1650	1-36
titane et ses alliages	180-1320	300-1400	6-30
tantale et ses alliages	330-1090	400-1100	1-40
aciers inoxydables austénitiques	286-500	760-1280	45-65
aciers au carbone (traités)	260-1300	500-1880	20-30
aciers faiblement alliés (traités)	500-1980	680-1400	2-30
acier doux	220	430	18-25
fer	50	200	30
alliages d'aluminium	100-627	300-700	5-30
aluminium	40	200	50
alliages de cuivre	60-960	250-1000	1-55
cuivre	60	400	55
alliages de nickel	200-1600	400-2000	1-60
nickel	70	400	65
or	60	220	50
PMMA	60-110	110	-
glace	85	-	0
mousse de polyuréthane	1	1	10-100
caoutchouc naturel	-	30	500

FIGURE 2.16 – Propriétés de quelques matériaux

Par contre il ne faut pas confondre la contrainte nominale σ_0 avec la limite d'élasticité conventionnelle $R_{0,2}$.

En général, dans les essais de traction-compression, on compare la contrainte limite appliquée dans la direction de sollicitation à la contrainte nominale, si cette

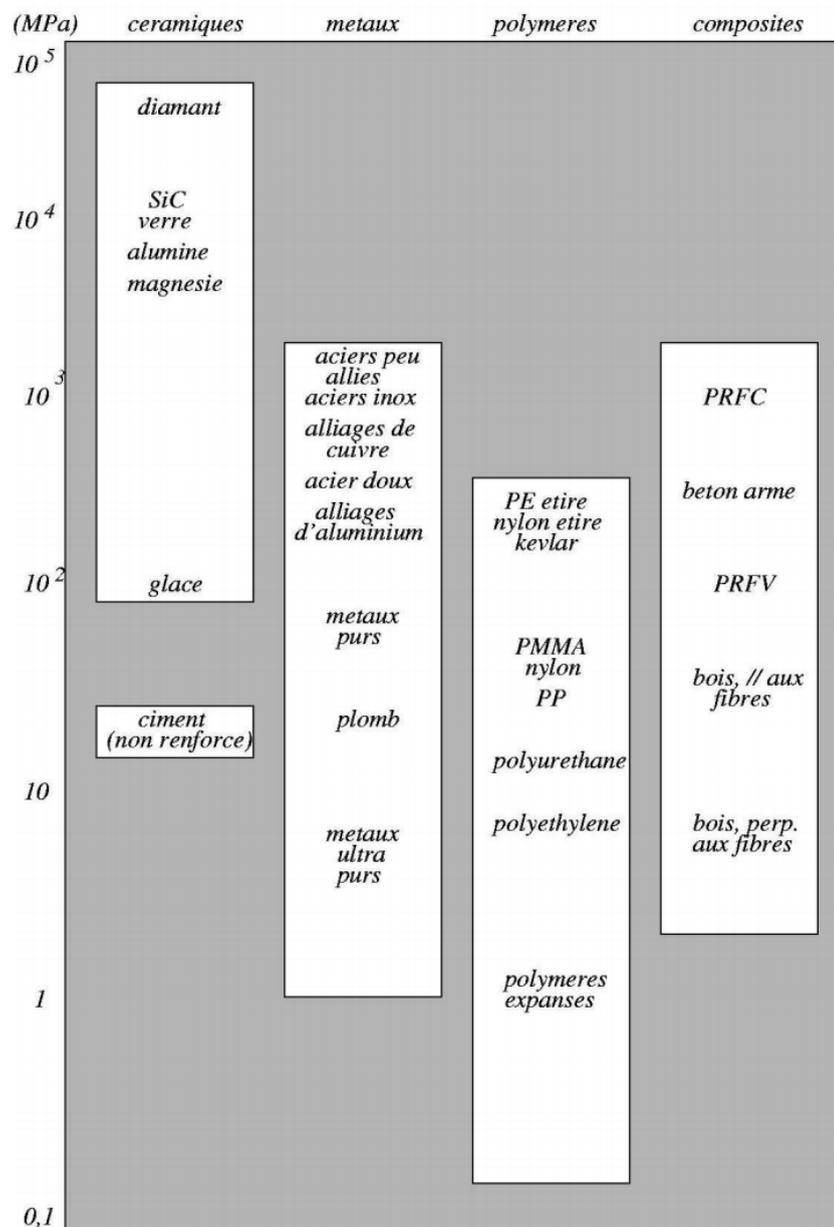


FIGURE 2.17 – Limite d'élasticité pour différents matériaux

contrainte appliquée dépasse σ_0 , la plastification apparaît. Mais dans certains matériaux, cette contrainte appliquée, quand le matériau plastifie, diffère d'une éprouvette à une autre en fonction du prélèvement original de l'éprouvette ou techniquement parlant par rapport à la direction du laminage quand on parle de tôle comme le montre la figure 2.18.

Dans ce cas, on introduit la notion d'anisotropie, on parle alors de matériau anisotrope et on ne compare plus la limite d'élasticité σ_0 à la contrainte appliquée mais on introduit un facteur dépendant de la direction et qui tient compte de l'anisotropie du matériau. De ce fait, une fonction de tenseur de contraintes est définie et nommée contrainte équivalente.

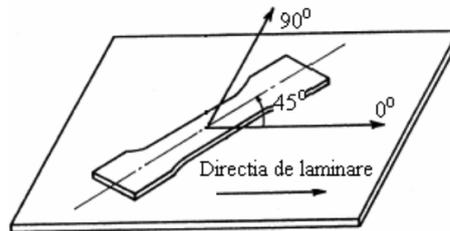


FIGURE 2.18 – Epreuve selon différentes directions de laminage

Loin de la pratique du métier, il est important de savoir les phases par lesquelles le matériau passe et les lois qui régissent son comportement de l'état élastique à l'état plastique. D'ailleurs, la grande diversité des matériaux est à l'origine de la variété des lois de comportement ainsi qu'une multitude de critères et de lois d'évolution.

De nos jours, les recherches ne cessent de proposer de nouveaux modèles. Nous présentons dans la partie suivante le formalisme des lois les plus classiques de l'élastoplasticité à la plasticité, les principaux critères de plasticité pour les matériaux isotropes et anisotropes et les lois d'écrouissage les plus utilisées.

On se place dans le cadre de plasticité incrémentale sous l'hypothèse de transformations infinitésimales (petits déplacements et petits gradients de déplacements).

Pour le cas de la tôle, étant donné que l'épaisseur est faible vis-à-vis des autres dimensions, on se place dans le cadre des contraintes planes (i.e les contraintes dans l'épaisseur sont suffisamment faibles pour être négligées).

Il est certain que la modification du rapport des contraintes appliquées influe le comportement plastique des aciers. La représentation graphique de cette relation est une surface limitant le domaine élastique du matériau appelée surface de charge ou de plasticité ou encore d'écoulement et l'équation mathématique de cette représentation s'appelle critère de plasticité. La compréhension de ces deux

notions est indispensable pour comprendre, ultérieurement, des mécanismes qu'on ne peut expliquer sans ces connaissances.

2.3.1.1 Surface de charge

Les contraintes planes (σ_1, σ_2) dans le plan de la tôle définissent un repère orthonormé où la surface de charge comme on vient de le signaler limite le domaine d'élasticité du matériau. Cette surface dépend, généralement, du tenseur de contraintes $\underline{\underline{\sigma}}$ et des variables d'érouissage qu'on note pour l'instant α . Ce sont les paramètres qui décrivent l'évolution de la surface de charge au cours de la sollicitation. Ils peuvent être des scalaires, des vecteurs et/ou des tenseurs.

On peut exprimer la surface de charge par la fonction suivante (Eq. (2.1)) :

$$f(\underline{\underline{\sigma}}, \alpha) = 0 \quad (2.1)$$

On peut distinguer alors les états suivants :

- $f(\underline{\underline{\sigma}}, \alpha) < 0$ on est dans le régime élastique.
- $f(\underline{\underline{\sigma}}, \alpha) = 0$ on est placé dans le régime plastique et on a deux cas :
 - si $\dot{f}(\underline{\underline{\sigma}}, \alpha) < 0$ on a une décharge élastique alors :
 - Les déformations plastiques sont nulles : $\underline{\underline{\dot{\varepsilon}}^p} = 0$
 - Les contraintes sont reliées donc seulement aux déformations purement élastiques par la loi de Hooke : $\underline{\underline{\sigma}} = \underline{\underline{C}}^e : \underline{\underline{\varepsilon}}^e$
 - si $\dot{f}(\underline{\underline{\sigma}}, \alpha) \geq 0$ on a une décharge plastique dans ce cas :
 - Les déformations plastiques ne sont pas nulles et elles se produisent lorsque la contrainte $\underline{\underline{\sigma}}$ est sur la surface de charge et elle a tendance à sortir de la surface : $\underline{\underline{\dot{\varepsilon}}^p} \neq 0$
 - Les contraintes sont reliées aux déformations par la relation suivante : $\underline{\underline{\sigma}} = \underline{\underline{C}}^e : \underline{\underline{\varepsilon}}^e = \underline{\underline{C}}^e : (\underline{\underline{\varepsilon}} - \underline{\underline{\varepsilon}}^e)$

Avec $\underline{\underline{\varepsilon}}$ est une partition de déformations entre une partie élastique réversible et une partie plastique irréversible : $\underline{\underline{\varepsilon}} = \underline{\underline{\varepsilon}}^e + \underline{\underline{\varepsilon}}^p$.

Une notion intéressante que nous avons citée dans les paragraphes précédents et qui est la clé de la définition du critère de plasticité et de la représentation de la surface de charge est la contrainte équivalente. Cette contrainte appliquée à un matériau est un scalaire représentant l'ensemble du tenseur des contraintes et souvent notée $\bar{\sigma}$.

En comparant cette contrainte équivalente à la limite d'élasticité σ_0 , selon chaque matériau, on peut savoir s'il est plastifié ou non. Elle tient compte aussi des effets d'anisotropie. Dans le cas des matériaux isotropes, deux critères ont été proposés pour représenter les limites élastiques dans tous les cas de chargement possibles et par conséquent la surface de charge, ce sont celles de Von Mises et de Tresca. Ce sont les cas les plus simples.

Mais ces cas sont rarement rencontrés avec les aciers en général et ceux utilisés en emboutissage en particulier. En réalité, les métaux sont anisotropes. Les critères les plus connus qui tiennent compte de cette anisotropie sont le critère de Hill et le critère de Tsai.

2.3.1.2 Critères de plasticité

1. Critères de plasticité pour matériau isotrope

Pour un matériau isotrope, on atteint la surface de charge si la contrainte équivalente atteint la limite d'élasticité :

$$f(\bar{\sigma}, \sigma_0) = \bar{\sigma} - \sigma_0 = 0$$

autrement exprimée dans l'espace des contraintes principales par (Eq. (2.2)) :

$$f(\sigma_I, \sigma_{II}, \sigma_{III}) = 0 \quad (2.2)$$

ou encore (Eq. (2.3)) :

$$f(I_1, I_2, I_3) = 0 \quad (2.3)$$

tel que I_1, I_2, I_3 sont les invariants du tenseur $\underline{\underline{\sigma}}$ et coefficients donc de l'équation caractéristique (Eq. (2.4)) :

$$|\sigma_{ij} - \lambda \delta_{ij}| = 0 \quad (2.4)$$

Donc $I_1 = Tr(\underline{\sigma})$; $I_2 = \frac{1}{2}[(Tr(\underline{\sigma}))^2 - Tr(\underline{\sigma}^2)]$ et $I_3 = det|\underline{\sigma}|$.

En fonction du déviateur du tenseur de contraintes $\underline{S} = \underline{\sigma} - \frac{1}{3}Tr(\underline{\sigma})I$, on peut exprimer la fonction de charge comme suit (Eq. (2.5)) :

$$f(J_2, J_3) = 0 \quad (2.5)$$

Avec $J_1 = Tr(\underline{S}) = 0$; $J_2 = \frac{1}{2}Tr(\underline{S}^2)$ et $J_3 = Tr(\underline{S}^3)$.

Cette expression de la fonction de charge représente l'expression générale des critères de plasticité isotrope.

– Critère de Tresca (1864)

C'est le critère le plus ancien. Selon ce critère, le matériau passe de l'état élastique à l'état plastique, quand le chargement dépasse le plus grand des cisaillement maximaux dans l'espace des contraintes principales ($\sigma_I, \sigma_{II}, \sigma_{III}$) (valeurs propres du tenseur des contraintes). La contrainte équivalente de Tresca est définie alors par la formule suivante (Eq. (2.6)) :

$$\bar{\sigma}_T = Sup[|\sigma_I - \sigma_{II}|, |\sigma_{II} - \sigma_{III}|, |\sigma_{III} - \sigma_I|] \quad (2.6)$$

La surface de charge définie par le critère de Tresca est représentée sous forme d'un prisme ayant comme base un hexagone. Ce critère n'est pratiquement plus utilisé de nos jours. En revanche, celui de Von Mises l'est toujours.

– Critère de Von Mises (1913)

Le critère de Von Mises se base seulement sur le second invariant du déviateur de contraintes \underline{S} . L'expression générale du critère peut être formulée de la façon suivante (Eq. (2.7)) :

$$f(J_2) = 0 \quad (2.7)$$

Alors on peut exprimer la contrainte de Von Mises en fonction du tenseur des contraintes ou directement en fonction de ses composantes principales sous la forme suivante (Eq. (2.8)) :

$$\begin{aligned} \bar{\sigma}_{VM}^2 &= \frac{3}{2}\sigma_{ij}\sigma_{ij} - \frac{1}{2}\sigma_{kk}^2 \\ &= \frac{1}{2}[(\sigma_{11} - \sigma_{22})^2 + (\sigma_{22} - \sigma_{33})^2 + (\sigma_{33} - \sigma_{11})^2] + 3(\sigma_{12}^2 + \sigma_{23}^2 + \sigma_{31}^2) \\ &= \frac{1}{2}[(\sigma_I - \sigma_{II})^2 + (\sigma_{II} - \sigma_{III})^2 + (\sigma_{III} - \sigma_I)^2] \end{aligned} \quad (2.8)$$

Dans l'espace des contraintes principales $(\sigma_I, \sigma_{II}, \sigma_{III})$, le critère de Von Mises est représenté par un cylindre à base circulaire.

Comme cité auparavant, la forme de la surface de charge dépend du type de contrainte équivalente choisi pour représenter le matériau, alors que sa taille dépend de la valeur de la limite élastique σ_0 .

La figure 2.19 représente la surface de charge des deux critères, Tresca et Von Mises, dans un plan spécial associé aux composantes principales du déviateur des contraintes (S_I, S_{II}, S_{III}) tel que $S_I + S_{II} + S_{III} = 0$.

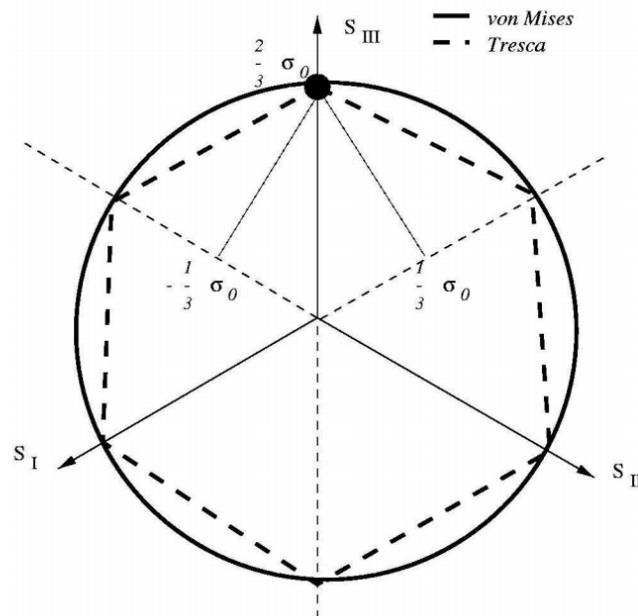


FIGURE 2.19 – Représentations du critère de Tresca et de Von Mises dans le plan (S_I, S_{II}, S_{III})

La figure 2.20 donne la représentation des critères de Tresca et de Von Mises dans le plan des contraintes principales. La représentation des critères dans ce plan est plus répandue et largement utilisée par rapport à la précédente.

2. Critères de plasticité pour matériau anisotrope

Comme nous l'avons signalé auparavant, le cas de matériaux isotropes est très rare dans les aciers utilisés en emboutissage.

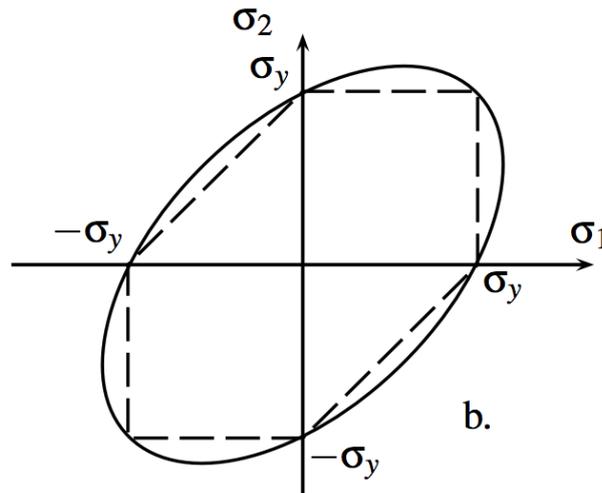


FIGURE 2.20 – Représentations du critère de Tresca et de Von Mises dans le plan (σ_I, σ_{II})

En raison de leurs structures et les techniques de leur fabrication, les tôles destinées à l'industrie possèdent des propriétés mécaniques différentes d'une direction à une autre. Alors, généralement, Il y a un effet de l'anisotropie qui influence les conditions de déformation de la tôle, particulièrement à l'emboutissage.

Pour cette raison, il est fondamental d'intégrer un facteur caractérisant le degré d'anisotropie. Ce degré appelé coefficient d'anisotropie ou coefficient de Lankford et noté R est défini par la relation suivante (Eq. (2.9)) :

$$R = \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_3} \quad (2.9)$$

Avec ε_2 la déformation dans la direction de la largeur de l'éprouvette d'essai et ε_3 la déformation dans la direction de l'épaisseur.

– Critère de Hill (1948)

Les effets de l'anisotropie ont été incorporés dans la contrainte équivalente de Hill par la relation suivante (Eq. (2.10)) :

$$\bar{\sigma}_H^2 = \sqrt{F(\sigma_{11} - \sigma_{22})^2 + G(\sigma_{22} - \sigma_{33})^2 + H(\sigma_{33} - \sigma_{11})^2 + 2L\sigma_{12}^2 + 2M\sigma_{23}^2 + 2N\sigma_{31}^2} \quad (2.10)$$

Les coefficients F, G, H, L, M, N caractérisent l'anisotropie du matériau et peuvent être déterminés par des essais de traction sur éprouvette dans

différentes directions par rapport à la direction de laminage : à 0° , 45° et 90° .

Le critère de Hill représente la surface de charge sous forme d'ellipse dont les longueurs d'axes dépendent du coefficient d'anisotropie R (Figure 2.21).

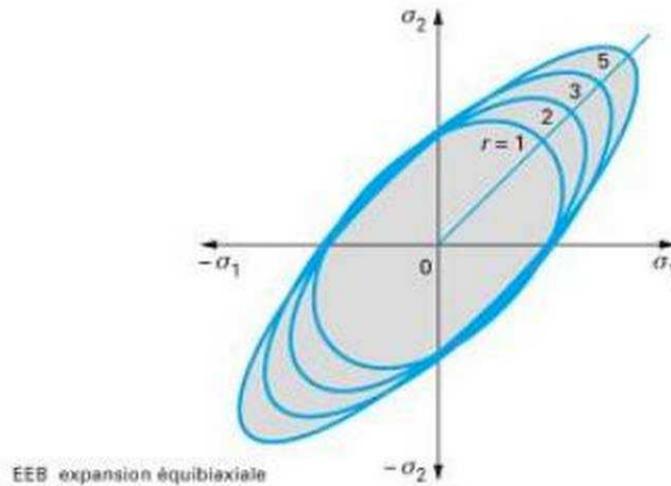


FIGURE 2.21 – critère de Hill (1948)

Ce critère est largement utilisé pour représenter le comportement des tôles laminées et généralement des matériaux présentant une symétrie orthotrope de leurs comportements. En effet, ce critère offre un compromis entre la simplicité de sa formulation et sa capacité à reproduire des formes d'anisotropie plus ou moins marquées. D'autre part, c'est un critère qui ne nécessite que peu d'essais pour identifier ses paramètres. Il est implémenté dans de nombreux logiciels de calcul par éléments finis, y compris LS-DYNA.

– Critère de Tsai

La contrainte équivalente de Tsai introduit une forme linéaire à la contrainte de Hill pour tenir compte de la dissymétrie du comportement en traction et en compression de certains matériaux comme le cas des matériaux composites et du bois.

La contrainte équivalente de Tsai est de la forme suivante (Eq. 2.11) :

$$\bar{\sigma}_{TS}^2 = \bar{\sigma}_H^2 + P(\sigma_{11} - \sigma_{33}) + Q(\sigma_{22} - \sigma_{33}) \quad (2.11)$$

2.3.1.3 L'écrouissage

Le critère de plasticité détermine, à travers la surface de charge, le lieu où la déformation plastique commence. Alors, la surface de charge évolue mais on ne sait pas calculer les contraintes en dehors des cas simples de traction uniaxiale ou de cisaillement. On ne sait mesurer que la déformation. On suppose que la surface de charge se dilate uniquement, on se place dans le cas simple d'écrouissage isotrope où la contrainte d'écoulement augmente avec la déformation selon une loi appelée loi d'écrouissage. Dans des cas plus compliqués, les surfaces de charges peuvent dépendre de l'historique du chargement, on parle d'écrouissage cinématique. Ces modèles sont considérés relativement simples et des modèles basés sur un écrouissage mixte (isotrope et cinématique) sont préférés dans le domaine de la simulation numérique (Figure 2.22).

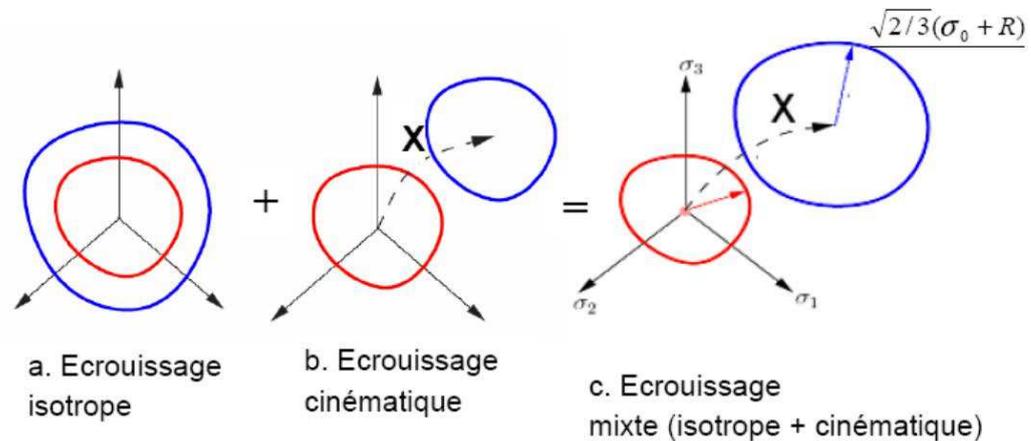


FIGURE 2.22 – Evolution de la surface de charge selon différents types d'écrouissage

Différentes lois ont été proposées dans la littérature pour la caractérisation du comportement plastique des métaux. Les lois d'écrouissage les plus connues sont (Eq. (2.12) (2.13) (2.14) (2.15) (2.16)) :

1. La loi de Swift

$$\sigma = k(\varepsilon_0 + \varepsilon)^n \quad (2.12)$$

2. La loi de Hollomon

$$\sigma = k\varepsilon^n \quad (2.13)$$

3. La loi de Ludwick

$$\sigma = \sigma_0 + k\varepsilon^n \quad (2.14)$$

4. La loi de Voce

$$\sigma = \sigma_0[1 - A \exp(-B\varepsilon)] \quad (2.15)$$

5. La loi de Marciniak

$$\sigma = A + B \cdot \ln(\varepsilon_0 + \varepsilon) \quad (2.16)$$

Ici, k , n , ε_0 , σ_0 , A et B représentent les caractéristiques d'écouissage et les constantes du matériau spécifiques à chaque loi.

Les lois d'écouissage sont le plus souvent identifiées par des essais de traction uniaxiale.

2.4 Les limitations du procédé (l'aptitude au formage)

Malheureusement, malgré les intéressantes contributions du procédé d'emboutissage à l'industrie, différents phénomènes pouvant paraître lors de l'emboutissage des aciers, ce qui limite son usage (Figure 2.23).

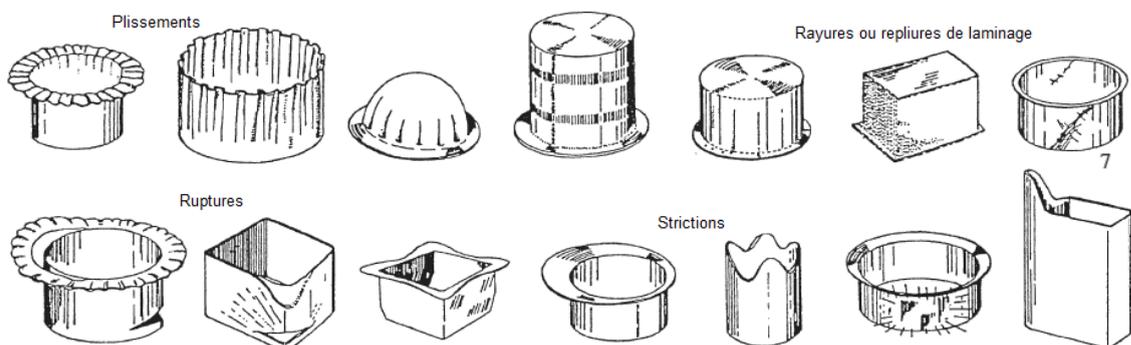


FIGURE 2.23 – Défauts en emboutissage

Bien évidemment ces limitations sont nombreuses, mais les plus connues sont :

- Le retour élastique
- La striction ou la rupture
- Le plissement

Les plis qui découlent du phénomène de plissement ainsi que la rupture de la tôle sont des défauts physiques tellement apparents qu'ils ont fait l'objet de recherche et d'étude sur plusieurs paramètres liés au procédé, aux outils ou à la tôle même afin d'éliminer ses défauts indésirables. Cependant d'autres défauts géométriques, bien que moins visibles, ne peuvent pas être négligés, comme le retour élastique qui est devenu moins supportable par les constructeurs.

2.4.1 Le retour élastique (Spring Back) ou l'effet ressort

A la fin de la mise en forme de la tôle, avant l'extraction de la pièce, il se peut que cette dernière soit toujours soumise à des tensions et compressions élastiques qui correspondent à des niveaux de déformations localement atteints alors que la déformation plastique est achevée, l'état de contraintes est alors dans une situation d'instabilité (Figure 2.24).

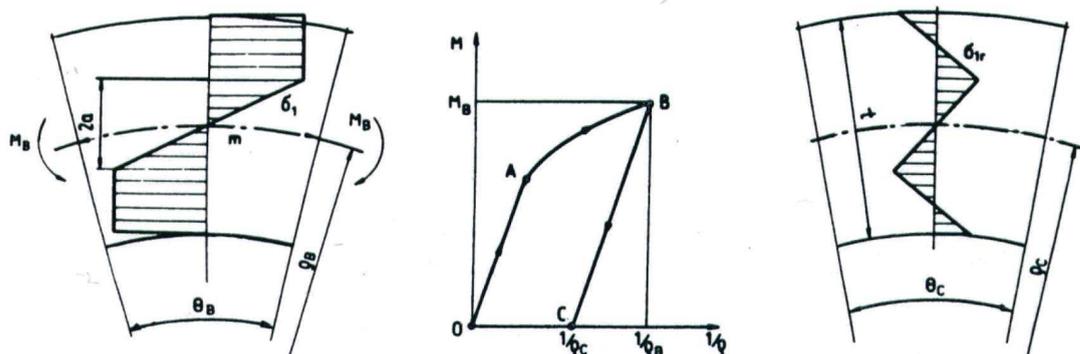
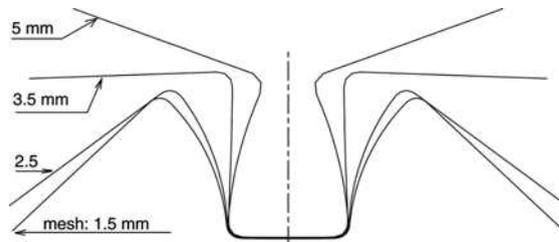


FIGURE 2.24 – Contraintes dans l'épaisseur en flexion (gauche) et après retour (droite)

Dès extraction des outils, l'équilibre s'instaure systématiquement entre les zones déformées en compression, en traction ou en cisaillement. Ce rééquilibre de l'état de contraintes dans l'épaisseur se traduit par un défaut géométrique tel que la tôle cherche à retrouver sa forme originale. Les profilés de la Figure 2.25 présentent un



(a) Retour élastique



(b) Exemple d'ouverture d'une pièce en U avec différentes épaisseurs

FIGURE 2.25 – Retour élastique

retour élastique. Pour un usage industriel, la pièce est inutilisable et systématiquement rejetée.

Ce phénomène n'était pas pris en compte avant, car les matériaux utilisés étaient des aciers doux classiques qui présentent rarement du retour élastique ou beaucoup moins perceptible. Cependant, avec l'introduction massive des aciers à haute résistance et de nouvelles nuances à très hautes caractéristiques, le retour élastique est devenu visible et insupportable pour les fabricants.

2.4.2 La striction et la rupture (défonçage)

L'une des premières causes de rejet d'un embouti est la présence de la rupture (Figure 2.26). Au contraire du retour élastique, ce défaut est plus présent dans le cas des tôles minces et des aciers ductiles. En effet, c'est la striction qui apparaît en premier dans ce cas et annonce la rupture dite ductile. Dans le cas des matériaux à hautes caractéristiques, la rupture s'annonce sans avertissement, d'une manière brutale et la plupart du temps apparaît aux bords de la tôle. Il existe de nombreuses façons pour déterminer le niveau de déformation auquel apparaît la striction et la rupture. Il n'y a pas vraiment de définition rigoureuse de ce niveau mais le moyen

le plus utilisable en industrie et le plus pratique est la CLF que nous avons décrit auparavant.



FIGURE 2.26 – Rupture d'une pièce au cours d'emboutissage

2.4.3 La formation des plis : plissement

Quand la tôle, avec sa faible épaisseur, subit une compression dans son plan, elle devrait normalement subir une déformation plane causant un épaissement, mais à un certain niveau, la tôle cherche un chemin de déformation nécessitant moins d'énergie, et le comportement de la tôle tend vers le flambement qui dégénère ensuite en plis, c'est le plissement. Ce phénomène est très accentué quand il s'agit d'emboutissage sans serre flan. La figure 2.27 montre l'emboutissage d'une pièce en poussant la tôle avec un poinçon à travers une matrice sans prendre d'autres précautions et il en résulte des plis.



FIGURE 2.27 – Plissement en emboutissage sans serre flan

La cause principale dans ce cas, vient de fortes contraintes de compression en rétreint et le plissement n'est qu'une conséquence géométrique inévitable dans ce

mode de déformation, d'où la nécessité du serre-flan afin de bloquer la tôle et l'empêcher plus ou moins de se plisser. Cependant si la pression appliquée par le serre-flan n'est pas suffisante, les plis malgré tous peuvent apparaître.

Chapitre 3

Modélisation et simulation numérique en emboutissage

3.1 Modélisation numérique

Les procédés de fabrication par grande déformation ont eu un succès indéniable en construction métallique avec le progrès technologique. Face aux exigences concurrentielles de nos jours, les constructeurs automobiles sont obligés d'adopter et de développer de nouvelles méthodes et techniques numériques afin de réduire les coûts et délais de conception et améliorer la qualité des produits. Pour atteindre ces objectifs, le procédé le plus utilisé dans le domaine de la mise en forme de tôles minces est l'emboutissage, vu son avantage de grande cadence de production de pièces de qualité géométrique et mécanique meilleures qu'avec les autres procédés. Par contre il présente des difficultés de mise en œuvre que les professionnels tentent de dépasser. Ces difficultés sont liées à de nombreux paramètres, les plus coûteux sont ceux liés à la mise au point des outillages. L'enjeu donc est d'avoir recours aux simulations numériques par la méthode des éléments finis pour traiter les problèmes inhérents à la mise en forme : retour élastique, striction localisée, plissement...

La maîtrise de la modélisation et de la simulation numérique de l'emboutissage des aciers constitue une étape préliminaire dans le processus d'optimisation paramétrique ainsi que géométrique. Le choix des paramètres numériques et physiques du modèle doit être établi tout en ayant une connaissance parfaite du

procédé dans le but de reproduire d'une manière assez fidèle les résultats expérimentaux. On trouvera dans cette partie un rappel sur les aspects théoriques de la méthode des éléments finis et les schémas de résolution. Nous présentons, après, le cas test qui a fait l'objet d'étude et les défauts auquel il est assujetti ainsi que la procédure par laquelle ils étaient estimés.

3.1.1 Equilibre d'un solide 3D

La résolution des équations d'équilibre (Eq. (3.1)) local d'un solide, se résume à la recherche d'un champ de déplacements ε et de contraintes σ tels que :

$$\left\{ \begin{array}{ll} \text{div}\{\sigma\} + \{f_v\} & = \rho\{\ddot{u}\} & \text{dans } V \\ u & = \bar{u} & \text{sur } S_u \\ \sigma\{n\} & = f_s & \text{sur } S_f \\ \{\sigma\} & = \{H(\varepsilon)\} + \{\sigma_0\} & \end{array} \right. \quad (3.1)$$

La dernière relation de l'équation (3.1) traduit de manière simplifiée les relations de comportement (contraintes-déformations) et des conditions initiales à $t = 0$.

Le principe des puissances virtuelles ou la forme faible associée au problème local s'écrit dans le cadre d'une discrétisation par éléments finis :

$$W = \sum_e W^e \quad \text{cinématiquement admissible} \quad (3.2)$$

$$\text{Avec } \{\dot{u}\} = \{\dot{u}_0\} \quad \text{et } \{u\} = \{u_0\} \quad \text{à } t = 0 \quad (3.3)$$

$$\begin{aligned} W^e &= W_{int}^e - W_{ext}^e \\ W_{int}^e &= \int_{\nu^e} \langle \varepsilon^* \rangle \{\sigma\} d\nu \\ W_{ext}^e &= \int_{\nu^e} \langle u^* \rangle \{f_\nu\} d\nu + \int_{S_f^e} \langle u^* \rangle \{f_s\} ds - \int_{\nu^e} \rho \langle u^* \rangle \{\ddot{u}\} d\nu \end{aligned} \quad (3.4)$$

où

W^e	: travail élémentaire,
$\{u^*\}$: vecteur de déplacements virtuels cinématiquement admissible <i>vérifiant</i> $\{u^*\} = 0$ sur S_u
$\{\sigma\}$: vecteur des contraintes de Cauchy,
$\{f_\nu\}$ et $\{f_s\}$: respectivement force volumique et force surfacique,
ρ	: masse volumique
$\{\ddot{u}\}$: vecteur des accélérations,
ν^e	: volume élémentaire actuel,
$\{\varepsilon^*\}$: vecteur des déformations virtuelles, en composante cartésienne il est défini par :

$$\varepsilon_{ij}^* = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i^*}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j^*}{\partial x_i} \right)$$

3.1.2 Discrétisation en éléments finis

La résolution du problème nécessite le recours à une double discrétisation :

- Discrétisation spatiale de la pièce par des éléments finis de formes simples.
- Discrétisation temporelle du domaine $[0, T]$ en utilisant un schéma approprié (schéma explicite ou implicite).

Dans le cas des éléments dits isoparamétriques et pour une formulation de type Galerkin, les champs des déplacements réels et virtuels sont approchés par (Eq. (3.5)) :

$$\{u\} = [N(\xi, \eta, \zeta)]\{u_n\} \text{ et } \{u^*\} = [N(\xi, \eta, \zeta)]\{u_n^*\} \quad (3.5)$$

avec :

$\{u_n\}$ et $\{u_n^*\}$ respectivement le vecteur des variables nodales réelles et virtuelles de l'élément,

ξ, η, ζ les coordonnées de références ou paramétriques,

$\langle u \rangle = \langle u \ \nu \ w \rangle$ et $\langle u^* \rangle = \langle u^* \ \nu^* \ w^* \rangle$ respectivement le vecteur des déplacements réels et virtuels,

$[N(\xi, \eta, \zeta)]$ la matrice des fonctions de forme.

Les éléments finis utilisés dans les simulations numériques sont des éléments de coque et de volume à interpolation linéaire. Les fonctions d'interpolation dans les espaces de référence sont rappelées dans la figure 3.1 :

Triangle	Quadrangle	Tétraèdre	Hexaèdre
$N_1 = 1 - \xi - \eta$	$N_1 = \frac{1}{4}(1 - \xi)(1 - \eta)$	$N_1 = 1 - \xi - \eta - \zeta$	$N_i = \frac{1}{8}(1 + \xi\xi_i)(1 + \eta\eta_i)(1 + \zeta\zeta_i)$ $i = 1, 8$ <p>ξ_i, η_i, ζ_i sont les coordonnées paramétriques du nœud i</p>
$N_2 = \xi$	$N_2 = \frac{1}{4}(1 + \xi)(1 - \eta)$	$N_2 = \xi$	
$N_3 = \eta$	$N_3 = \frac{1}{4}(1 + \xi)(1 + \eta)$	$N_3 = \eta$	
	$N_4 = \frac{1}{4}(1 - \xi)(1 + \eta)$	$N_4 = \zeta$	

FIGURE 3.1 – Fonctions d'interpolation linéaires des éléments finis (Batoz and Dhatt [1990])

$[N(\xi, \eta, \zeta)]$ est la matrice des fonctions d'interpolation linéaires. Ces fonctions dépendent des coordonnées spatiales et non du temps. La matrice $[N]$ s'écrit sous la forme :

$$[N] = \begin{bmatrix} N_1 & 0 & 0 & \dots & N_n & 0 & 0 \\ 0 & N_1 & 0 & \dots & 0 & N_n & 0 \\ 0 & 0 & N_1 & \dots & 0 & 0 & N_n \end{bmatrix}$$

La relation entre les déformations virtuelles ou taux de déformation virtuelles et le champ de déplacements virtuels s'écrit sous la forme suivante (Eq. (3.6)) :

$$\{\varepsilon^*\} = [B]\{u_n^*\} \quad (3.6)$$

où $[B]$ est l'opérateur de déformation.

La forme faible discrétisée s'écrit ainsi sous la forme matricielle suivante pour un élément (Eq. (3.7)) :

$$W_e = \langle u_n^* \rangle \left([m]\{\ddot{u}\} + [c]\{\dot{u}_n\} + \{f_{int}\} - \{f_{ext}\} \right) \quad (3.7)$$

avec :

$$\begin{aligned}
[m] &= \int_{\nu_e} \rho [N]^T [N] d\nu_e \\
[c] &= \int_{\nu_e} c_a [N]^T [N] d\nu_e \\
\{f_{int}\} &= \int_{\nu_e} c_a [B]^T \{\sigma\} d\nu_e \\
\{f_{ext}\} &= \int_{\nu_e} [N]^T \{f_\nu\} d\nu_e + \int_{S_f^e} [N]^T \{f_s\} ds
\end{aligned} \tag{3.8}$$

où

- $[m]$: Matrice de masse élémentaire,
- $[c]$: Matrice d'amortissement élémentaire introduite avec l'hypothèse d'un amortissement visqueux proportionnel à la vitesse,
- $\{f_{int}\}$: Vecteur des force internes élémentaires,
- $\{f_{ext}\}$: Vecteur des forces externes élémentaires.

Après assemblage, l'équation (Eq. (3.2)) peut s'écrire sous la forme d'un système matriciel d'équations différentielles en temps (Eq. (3.9)) :

$$[M]\{\ddot{u}\} + [C]\{\dot{u}_n\} + \{F_{int}\} - \{F_{ext}\} = \{R(u)\} \text{ avec, } \{u\} = \{\bar{u}\} \text{ sur } S_u \tag{3.9}$$

3.1.3 Modèle élément fini de coque

La tôle est modélisée avec des éléments finis de coque qui présentent l'avantage de réaliser les simulations numériques de l'emboutissage dans des temps de calcul assez courts par rapport aux éléments finis de volume. L'hypothèse des tôles minces est valable si $\frac{L}{e} > 15$, L étant la longueur ou la largeur de la tôle et e son épaisseur. La théorie des coques dite de premier ordre suppose que le champ de déplacement est linéaire à travers l'épaisseur. Il s'agit de l'hypothèse dite de Reissner/Mindlin/Naghdi qui admet que les sections initialement normales à la surface moyenne de la coque restent toujours normales après déformations (Batoz and Dhatt [1990]). Dans ces conditions, le champ de déplacement virtuel d'un point $M(x, y, z)$ dans la tôle s'exprime par (Eq. (3.10)) :

$$\vec{u}_q^*(x, y, z) = \vec{u}_p^*(x, y) + z\vec{\theta}^*(x, y) \wedge \vec{n}(x, y) \quad (3.10)$$

avec :

- $\vec{\theta}^*(x, y)$ est le vecteur de rotations virtuelles de la section droite au point p , avec p un point matériel de la coque dans la configuration actuelle C , situé sur la surface moyenne définie par $z = 0$ où z est la coordonnée suivant l'épaisseur, q est un point quelconque de coordonnée (x, y, z) .

- \vec{n} est un vecteur unitaire normal à la surface moyenne au point p .

La théorie des coques dite du premier ordre admet également que σ_{zz} est négligeable par rapport aux autres composantes de contraintes (hypothèse des contraintes planes). Dans les modèles de coques minces l'hypothèse de Kirchhoff (Batoz and Dhatt [1990]) admet que les sections normales à la surface moyenne de la coque restent normales à cette surface au cours de la déformation. Les déformations de cisaillement transverse sont alors négligées.

3.1.4 Intégration numérique

Les intégrales des équations (Eq. (3.7)) sont évaluées à l'aide de formules d'intégration numérique comme la méthode de Gauss (Dhatt [1981]) qui consiste à remplacer l'intégrale par une somme discrète des valeurs de fonctions f pondérée par des poids d'intégration ω_i . Par exemple, pour une intégrale triple, nous aurons :

$$\int_{-1}^{+1} \int_{-1}^{+1} \int_{-1}^{+1} f d\xi . d\eta . d\zeta = \sum_{i=1}^{n_I} \sum_{j=1}^{n_J} \sum_{k=1}^{n_K} \omega_i . \omega_j . \omega_k . f(\xi_i, \eta_j, \zeta_k) \quad (3.11)$$

Une intégration exacte est possible pour des fonctions purement polynomiales et le nombre de points requis dépend du degré de ces polynômes. Pour diminuer les temps de calcul, il peut être intéressant de réduire le nombre de points d'intégration par élément. Cependant, l'intégration réduite peut provoquer des instabilités numériques dus à des modes de déformation d'éléments à énergie nulle. Ces modes dégénérés (modes sabliers ou hourglass (Flanagan and Belytschko [1981])) doivent être contrôlés sans pénaliser les temps de calcul et affecter la précision des résultats (Belytschko et al. [1984]). Pour contrôler ces modes sabliers, les numériciens utilisent principalement la méthode introduite par Flanagan

et Belytschko ([Montmitonnet \[1994\]](#)).

3.1.5 Schéma de résolution

Dans la mise en forme par emboutissage, il existe plusieurs techniques d'intégration temporelle dont les deux les plus utilisées sont le schéma explicite dynamique et le schéma implicite statique.

3.1.5.1 Schéma dynamique explicite

Le schéma dynamique explicite est basé sur l'utilisation d'incrément de temps très petits, permettant l'actualisation continue des conditions aux limites relatives au contact. Ce schéma consiste à obtenir une solution sans construction d'une matrice tangente et itérations d'équilibre. Il permet d'obtenir une solution à l'instant $t + \Delta t$ en fonction des quantités connues $\{u_i\}$, $\{\dot{u}_i\}$, $\{\ddot{u}_i\}$ à l'instant t_i , il est conditionnellement stable en fonction de la taille du pas Δt . A l'instant t_i le système d'équations s'écrit sous la forme (Eq. (3.12)) :

$$[M]\{\ddot{u}_i\} + [C]\{\dot{u}_i\} = \{F_{ext}\} - \{F_{int}\} + \{R(u_i)\} \quad (3.12)$$

La solution numérique de ce système est obtenue à l'aide d'un schéma de différences finies centrales, il s'agit de chercher $\{u_i\}$, $\{\dot{u}_i\}$, $\{\ddot{u}_i\}$ vérifiant l'équation (Eq. (3.9)), en utilisant :

$$\begin{aligned} \{\ddot{u}_i\} &= \frac{1}{\Delta t^2} \left(\{u_{i+1}\} - 2\{u_i\} + \{u_{i-1}\} \right) \\ \{\dot{u}_i\} &= \frac{1}{2\Delta t} \left(\{u_{i+1}\} - \{u_{i-1}\} \right) \end{aligned} \quad (3.13)$$

Connaissant $\{\dot{u}_i\}$, et $\{\ddot{u}_i\}$ l'équation (Eq. (3.9)) à l'instant t_i s'écrit :

$$\begin{aligned}
[\bar{K}]\{u_{i+1}\} &= \{R\} \\
[\bar{K}] &= \frac{1}{\Delta t^2}[M] + \frac{1}{2\Delta t}[C] \\
\{R(u_i)\} &= \frac{1}{\Delta t^2}[M]\left(2\{u_i\} - \{u_{i-1}\}\right) + \frac{1}{2\Delta t}[C]\left(\{u_{i-1}\}\right)
\end{aligned} \tag{3.14}$$

$[M]$ est la matrice donnée par (Eq. (3.7)). Elle s'appelle matrice cohérente ou consistante dans le sens où elle est calculée avec les fonctions d'interpolation $\langle N \rangle$ de l'élément ayant servi au calcul de la matrice de rigidité. Cependant, pour les problèmes de grande taille, il est bien connu qu'une matrice masse concentrée ou diagonale possède des avantages appréciables. Si la matrice d'amortissement $[C]$ s'écrit sous la forme $\alpha[M]$ alors la matrice $[\bar{K}]$ est diagonale, la résolution de (Eq. (3.14)) est donc triviale.

Pour amorcer la récurrence il faut calculer la solution initiale connaissant u_0 et \dot{u}_0 :

$$\begin{aligned}
\{u_{-1}\} &= \{u_0\} - \Delta t\{\dot{u}_0\} + \frac{\Delta t^2}{2}\{\ddot{u}_0\} \\
\{\ddot{u}_0\} &= [M]^{-1}\left(\{F_0^{ext}\} - \{F_0^{int}\} - [C]\{\dot{u}_0\}\right)
\end{aligned} \tag{3.15}$$

Stabilité

Dans le cas de l'analyse dynamique explicite, la résolution des équations se fait sans vérification de l'équilibre du système, d'où l'inconvénient de son utilisation. L'exactitude des résultats dépend de la taille du pas de temps. Les méthodes explicites sont conditionnellement stables : la taille du pas de temps dépend de la géométrie de l'élément et du matériau. La stabilité de la solution n'est assurée que pour un Δt inférieur à une valeur qui est liée à la plus petite période caractéristique de résonance du système physique étudié. Cette valeur limite peut s'écrire, en fonction de la valeur propre maximale du système, comme :

$$\Delta t \leq \frac{2}{\omega_{max}}$$

ω_{max} est la pulsation propre maximale du système. Cette condition de stabilité est valable pour la dynamique linéaire (élasticité). Pour les cas non linéaires, il est nécessaire d'actualiser à chaque pas la condition de stabilité pour contrôler les oscillations de haute fréquence. Dans ce cas, la condition de stabilité devient :

$$\Delta t \leq \frac{2}{\omega_{max}} \left(\sqrt{1 - \xi^2} - \xi \right)$$

où ξ est une fraction d'amortissement dans le mode le plus élevé du système.

La limite de stabilité peut s'écrire aussi sous la forme :

$$\Delta t_{max} = \frac{2}{\omega_{max}} = \left(\frac{L_e}{c_d} \right)$$

L_e est une longueur caractéristique de l'élément

c_d est la vitesse du son dans le matériau, définie pour un solide par :

$$c_d = \sqrt{\frac{E}{\rho}} \quad (3.16)$$

avec ρ la masse volumique du matériau considéré et E le module d'élasticité.

Il est possible d'augmenter le pas de temps en augmentant la masse des éléments artificiellement. Il existe deux méthodes :

- augmenter uniformément la masse.
- augmenter la masse des éléments dans la limite de stabilité inférieure à une limite fixée par l'utilisateur.

Cette opération est efficace à condition de contrôler les effets d'inertie afin qu'ils ne deviennent pas trop importants.

3.1.6 Schéma statique implicite

Il s'agit d'utiliser la méthode classique de Newton-Raphson pour résoudre le système non linéaire. Le principe de base de ce schéma est :

En supposant que la solution à l'itération $i - 1$ est $\{u_{i-1}\}$, la différence entre cette solution approchée et la solution du problème discrétisé est $\{\Delta u_i\}$. Le résidu peut être écrit sous la forme (Eq. (3.17)) :

$$\{R(\{u_{i-1}\} + \{\Delta u_i\})\} = 0 \quad (3.17)$$

La linéarisation de l'équation (Eq. (3.17)) autour de la solution approchée grâce à un développement en série de Taylor d'ordre 1, donne :

$$\{R(\{u_{i-1}\} + \{\Delta u_i\})\} = \{R(\{\Delta u_i\})\} + \frac{\partial \{R(\{u_{i-1}\})\}}{\partial \{u_{i-1}\}} \{\Delta u_i\} = 0 \quad (3.18)$$

où

$$\{R(\{\Delta u_i\})\} = - \left[K(\{u_{i-1}\}) \right]^T \cdot \{\Delta u_i\} \quad (3.19)$$

avec

$$\left[K(\{u_{i-1}\}) \right]^T = - \frac{\partial \{R(\{u_{i-1}\})\}}{\partial \{u_{i-1}\}} : \text{matrice tangente} \quad (3.20)$$

On procède à l'actualisation après résolution du système linéarisé :

$$\{u_i\} = \{u_{i-1}\} + \{\Delta u_i\} \quad (3.21)$$

L'expression du résidu s'écrit sous la forme (Eq. (3.17)) :

$$\{R(\{u_{i-1}\})\} = \{F_i^{ext}\} - \{F_i^{ext}\} = \sum_e \left(\int_{A^r} [N]^T \{f_{ext}\} J_s d\eta d\xi - \int_{\nu^r} [B]^T \{\sigma\} J_\nu d\zeta d\eta d\xi \right) \quad (3.22)$$

Avec : J_ν et J_s sont respectivement les déterminants de la matrice jacobienne de transformation de volume et de surface entre l'élément de référence et l'élément réel actuel. En grandes déformations, ces deux quantités ne sont pas constantes : elles dépendent du vecteur déplacement $\{u_i\}$.

A chaque itération, l'équation (Eq. (3.22)) est résolue à l'aide de la méthode directe (méthode de Newton) qui consiste à évaluer la matrice tangente à chaque incrément. Cette méthode ayant un ordre de convergence quadratique est plus précise que la méthode itérative (Jacobi, Gauss Seidel, etc.), mais elle nécessite un temps CPU et un espace mémoire plus importants. La méthode implicite est performante si la matrice tangente est consistante.

3.2 Simulation de l'essai en croix par LS-DYNA

En face de toutes les difficultés présentes dans le procédé d'emboutissage, la solution présentée par les scientifiques était de reproduire le procédé le plus fidèlement possible par des essais numériques.

La simulation numérique du procédé d'emboutissage représente actuellement l'une des innovations technologiques cherchant à réduire le coût de production et de réalisation des outillages et faciliter l'analyse et la résolution des problèmes liés au procédé. Cependant, ces problèmes présentent de nombreuses non-linéarités liées aux grandes déformations, aux lois de comportement de la structure et aux conditions aux limites, ce qui rend la mise en œuvre des logiciels de simulation difficile. Pour affronter ces défis, le choix d'un outil de simulation robuste et performant est primordial. Parmi de nombreux logiciels de simulation de l'emboutissage, LS-DYNA ([LS-DYNA](#)) avec son approche directe ou incrémentale répond à plusieurs critères. Il permet d'analyser l'emboutissage par schéma d'intégration explicite des équations d'équilibre et l'analyse du retour élastique par schéma d'intégration implicite par utilisation de loi de comportement élastoplastique et en tenant compte de l'historique des déformations et du contact avec frottement.

3.2.1 Présentation du cas test

Le cas test industriel qui a fait l'objet d'étude et d'optimisation dans cette thèse est une pièce mise en forme, simulée numériquement, par un poinçon de forme de croix à partir d'un flan initial plan de forme rectangulaire, maillé de 5775 éléments carrés de type coque (Shell). Le matériau utilisé est un acier micro allié à haute limite d'élasticité (HSLA260).

L'outillage nécessaire pour la réalisation de cette pièce (Figure 3.2) est modélisé par des surfaces rigides et se constitue d'un poinçon de la même forme que la pièce (Figure 3.3), animé d'un mouvement de translation rectiligne de vitesse $5m/s$ d'une course de $30mm$, d'une matrice et d'un serre flan appliquant une force de serrage d'une valeur de $79250N$. La formule d'intégration des outils est de type Belytschko-Tsay par 3 points d'intégration dans l'épaisseur et 4 points d'intégration de Gauss par surface.

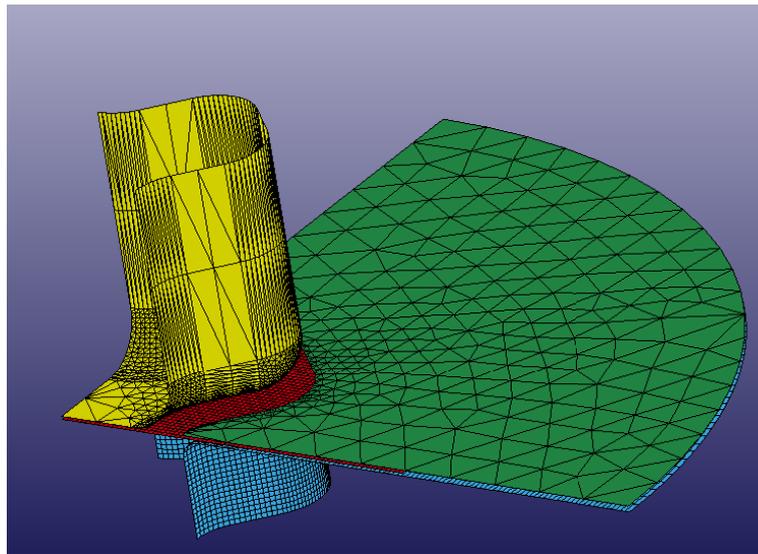


FIGURE 3.2 – Simulation numérique de l'emboutissage de la pièce en croix avec LS-DYNA

Tenant compte des symétries, la simulation est réalisée pour le quart de la pièce. Les conditions aux limites sont des conditions de déformation plane (les translations selon l'axe Z , l'axe du mouvement du poinçon, sont bloquées ainsi que les rotations autour des axes X et Y). Les éléments de l'embouti sont complètement intégrés par 7 points d'intégration dans l'épaisseur et 4 points d'intégration de Gauss par surface (Figure 3.4).

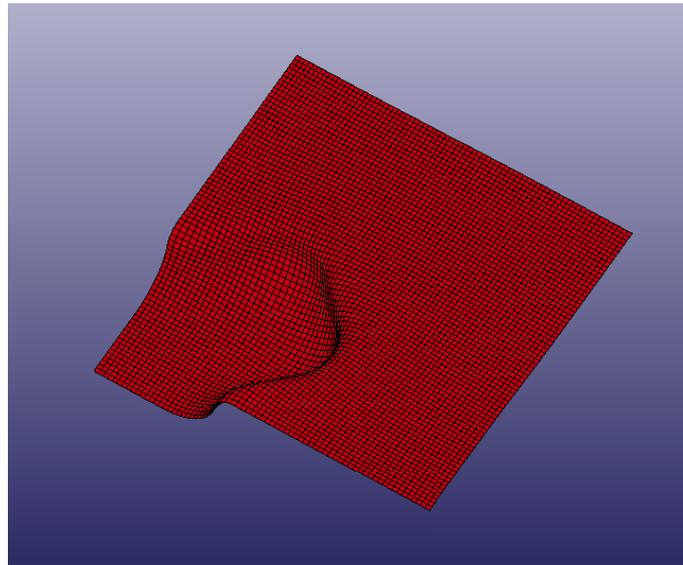


FIGURE 3.3 – La pièce cible

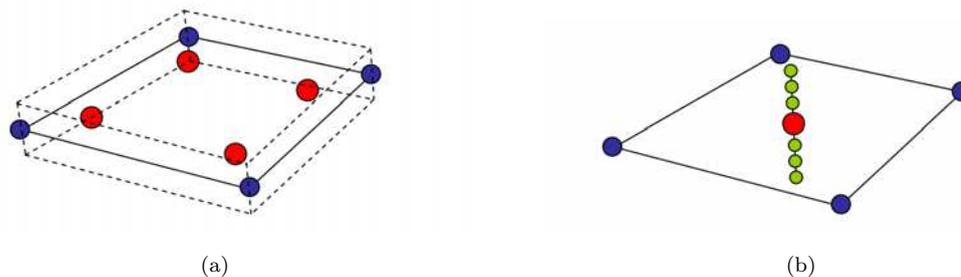


FIGURE 3.4 – Points d'intégration de Gauss (Intégration complète)

Le frottement est modélisé par la modélisation de coulomb d'un coefficient fixe d'une valeur de 0,125.

La modélisation du comportement du matériau est de type élasto-plastique de masse volumique égale à $7750\text{Kg}/\text{m}^3$, de module de Young égale à 196GPa , d'un coefficient de Poisson d'une valeur de 0,307 avec un écrouissage de type Hollomon de facteur égal à 0,957 représenté par la courbe de la figure 3.5. L'anisotropie est représentée par le critère de Hill48 (Hill [1948]).

Un récapitulatif de l'ensemble des paramètres caractéristiques de la simulation de l'embouti en croix sont représenté dans le tableau 3.1.

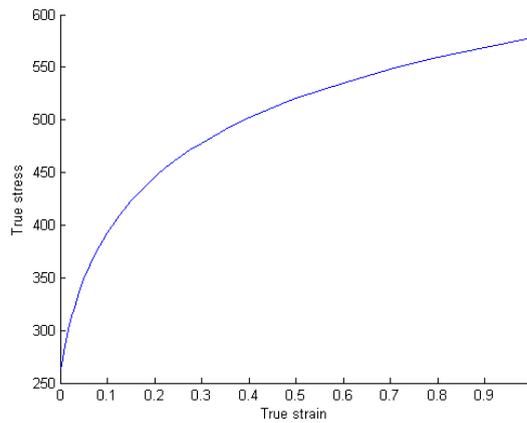


FIGURE 3.5 – Courbe d'écouissage du matériau HSLA260

TABLE 3.1 – Paramètres du process utilisés en simulation numérique

Matériau	HSLA260
Module de Young	196GPa
Coefficient de Poisson	0.307
Densité	7750Kg/m ³
Coefficient d'écouissage	0.957
Vitesse du poinçon	5m/s
Course du poinçon	30mm
Effort du serre-flan	79250N
Friction coefficient	0.125
Nombre d'éléments	5775

3.2.2 Critère de retour élastique

Au cours de la mise en forme de la tôle, cette dernière est déformée jusqu'à un certain niveau de déformation. Cette déformation, comme nous l'avons expliqué avant, est composée de deux parties : une déformation plastique qui donne la forme de la pièce et qui est une déformation permanente du métal et une seconde composante élastique qui se récupère après extraction de la pièce des outils.

On peut avoir une interprétation plus claire du retour élastique dans un simple essai de traction. Dans ce cas le retour élastique est tout simplement la déformation élastique récupérée après relâchement de la pièce (Figure 3.6). Il est équivalent au rapport de la contrainte atteinte à la fin de la mise en forme de la tôle divisé par le module de Young du matériau.

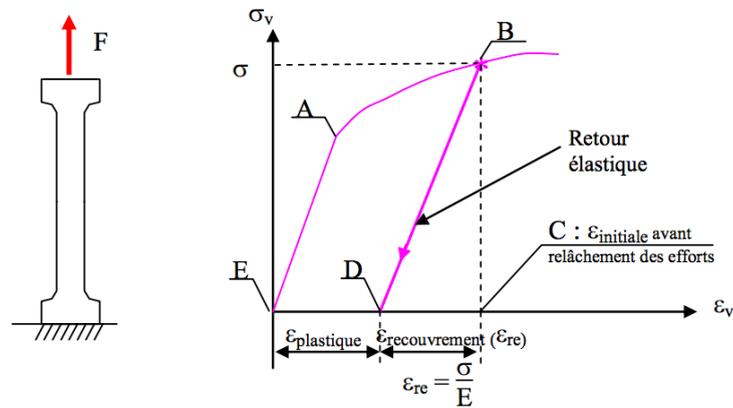


FIGURE 3.6 – Courbe contrainte-déformation d’une éprouvette en traction avec retour élastique

Malheureusement, quand il s’agit de pièces industrielles, les formes et les modes de déformation sont plus compliqués et le retour élastique produit rarement une composante linéaire uniforme de déformation dans toute la pièce.

Dans le cas de notre pièce en croix, après relâchement de l’embouti à la fin de l’emboutissage et quand les efforts qui ont générés la déformation du matériau sont supprimés, on voit apparaître une légère déformation aux bords de la pièce (Figure 3.7).

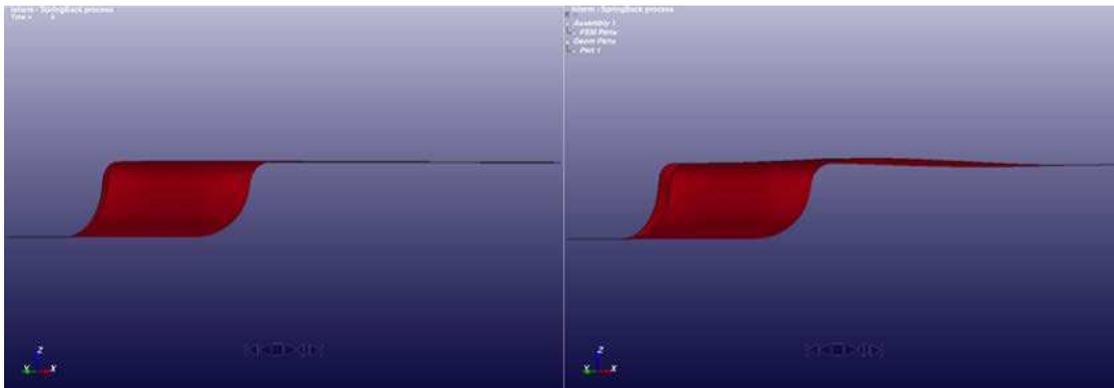


FIGURE 3.7 – Simulation du retour élastique de la pièce en croix (LS-DYNA)

Bien que cette déformation résiduelle de retour élastique soit petite, elle engendre des déplacements de plusieurs millimètres et les écarts par rapport à la forme souhaitée sont bien visibles, ce qui condamne l’embouti au rejet.

Des règles métiers permettent de quantifier l'ampleur du retour élastique analytiquement (Keeler). Malheureusement, ces règles restent très limitées à des cas simples et particuliers.

En se basant sur les différentes causes qui peuvent conduire au phénomène du retour élastique, nous avons choisi d'estimer dans un premier temps le retour élastique par sa cause principale qui est une déformation résiduelle à la fin de l'emboutissage et après extraction de la pièce des outils comme on peut le combiner à la conséquence de cette déformation résiduelle qui est un déplacement principalement dans la même direction de l'avancement du poinçon.

La simulation de l'opération d'emboutissage est effectuée sous LS-DYNA. Pour la résolution des équations d'équilibre, LS-DYNA utilise un schéma d'intégration explicite. Il est capable aussi de simuler et d'analyser le retour élastique par un schéma d'intégration implicite à partir d'un fichier de sortie généré après simulation de l'emboutissage et qui contient toutes les informations concernant les contraintes et déformations après libération de la pièce. Nous disposons donc de la valeur de déformation résiduelle calculée à chaque point d'intégration pour chaque élément.

En se basant sur ces informations, nous avons estimé l'amplitude du retour élastique par la valeur maximale de la moyenne de déformation résiduelle qui correspond à chaque élément.

Le critère de retour élastique à optimiser est formulé de la façon suivante (Eq. (3.23)) :

$$f_1(\Phi) = \max_{1 \leq i \leq m} (\varepsilon_{avg})_i \quad (3.23)$$

Avec Φ le vecteur de variables de design, m le nombre total des éléments, i l'index de l'élément et ε_{avg} est la valeur moyenne des déformations résiduelles qu'on peut formuler comme suit :

$$\varepsilon_{avg} = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n (\varepsilon_{residu})_j$$

avec n le nombre total de points d'intégration de l'élément et j l'index du point d'intégration.

On peut traduire aussi le retour élastique comme étant l'écart entre la géométrie cible et celle obtenue après relâchement des outils. Cet écart est tout simplement un déplacement de la tôle emboutie dans la direction du mouvement du poinçon. C'est une tendance de la tôle à retrouver sa forme originale. Pour cette raison, nous avons établi un second critère basé sur les déplacements nodaux après relâchement des outils, c'est-à-dire après simulation du retour élastique par LS-DYNA. Et de ce fait, l'ampleur du retour élastique est assignée au déplacement nodal maximal. La formulation du critère de retour élastique basée sur les déplacements nodaux est la suivante (Eq. (3.24)) :

$$f_1(\Phi) = \max_{1 \leq i \leq m} (U_Z)_i \quad (3.24)$$

Tel que $(U_Z)_i$ désigne le déplacement du nœud i dans la direction z , la direction d'avancement du poinçon.

3.2.3 Critère de rupture

La rupture en mise en forme des tôles pose pour les métallurgistes un sérieux problème qui limite la formabilité de la tôle. Comme nous l'avons défini auparavant, c'est un défaut local qui apparaît, en général, dans une zone étroite de l'embouti.

La meilleure caractérisation de la rupture est celle basée sur les courbes limites de formage (CLF) que nous avons présentées dans la section (2.2). La CLF est une donnée expérimentale. Sa construction est basée sur des essais et elle permet de déterminer la frontière dans l'espace des déformations principales entre les déformations homogènes et les déformations localisées.

La courbe limite de formage caractéristique du matériau utilisé dans notre cas test et le diagramme de formage représentant l'ensemble des déformations principales sont représentés dans la figure 3.8.

Pour une étude plus fiable, nous avons considéré une marge de sécurité de 10% en accord avec des spécialistes industriels, ce qui nous permet de considérer la courbe (courbe B figure 3.8) en dessous de la CLF où la fissuration peut commencer.

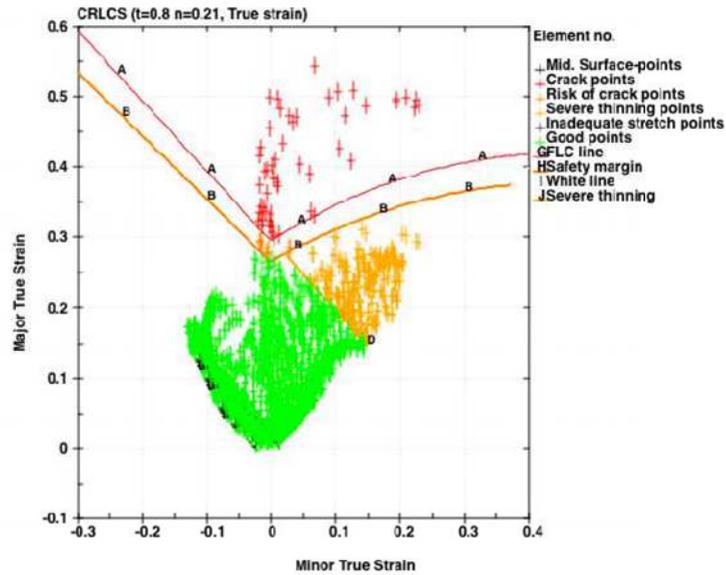


FIGURE 3.8 – Forming limit diagram for HSLA260 steel sheet.

D'après la CLF que nous avons eu, nous pouvons constater qu'effectivement, les éléments dont les déformations principales sont placées au dessus de la CLF ont atteint la rupture (simulé par LS-DYNA figure 3.9).

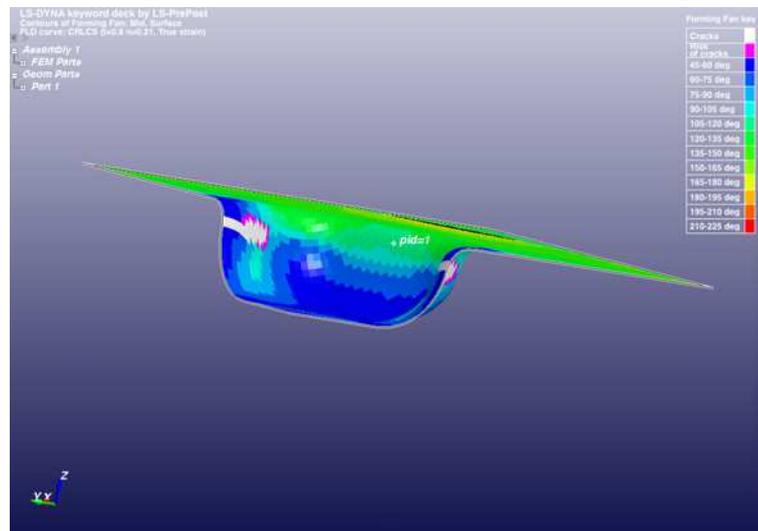


FIGURE 3.9 – Simulation de la rupture de la pièce en croix (LS-DYNA).

En considérant les résultats de la CLF, nous disposons pour chaque élément i de sa déformation principale majeure ε_1^i et de sa déformation principale mineure ε_2^i . Donc nous disposons d'un point sur le digramme limite de formage de coordonnée $(\varepsilon_1^i, \varepsilon_2^i)$. Le point localisé sur la CLF disposant de la même déformation principale mineure ε_2^i et d'une valeur de déformation principale majeure noté $(\varepsilon_1^{flc})^i$ nous permettra de quantifier le risque de rupture et de définir le critère de rupture

que nous essayerons d'optimiser par la suite. Le critère de rupture alors peut être défini par la valeur maximale de la distance entre le point de coordonnées $(\varepsilon_1^i, \varepsilon_2^i)$ et le point de coordonnées $(\varepsilon_1^{flc})^i, \varepsilon_2^i)$ en tenant compte de la marge de sécurité considéré. Ce principe peut être formulé comme suit (3.25) :

$$f_2(\Phi) = \max_{1 \leq i \leq m} (\varepsilon_1^i - 0.9(\varepsilon_1^{flc})^i) \quad (3.25)$$

La figure 3.10 illustre le principe du critère de rupture basé sur la CLF, en représentant des exemples de points acceptables et critiques.

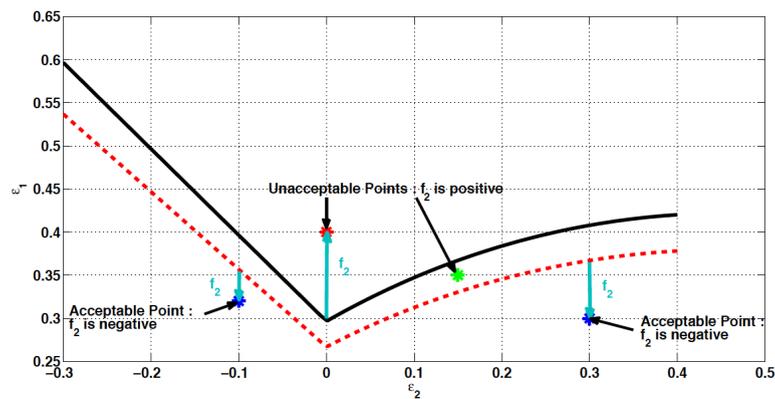


FIGURE 3.10 – représentation du principe du critère de rupture considéré

Chapitre 4

Contribution à l'optimisation mono-objectifs et multi-objectifs

4.1 Etat de l'art sur les méthodes d'optimisation : théorie et aspects mathématiques

Le développement et la performance des industries de nos jours ne se résument plus seulement à l'organisation, la production et aux processus de fabrication. Une voie prometteuse n'est pas entièrement explorée, celle de l'optimisation. Un domaine, d'un point de vue mathématique, est considérablement développé grâce au développement de la puissance des calculateurs. Ces progrès ont permis de résoudre des problèmes de grandes dimensions, dans plusieurs disciplines insolubles auparavant. Différentes méthodes ont été développées. Il y a une riche littérature qui traite ces méthodes. Nous essayons de cerner, brièvement, les divers types et méthodes traitées dans la littérature.

4.1.1 Généralités

D'une manière générale, un problème d'optimisation peut s'écrire de la façon suivante (Eq. (4.1)) :

$$\left\{ \begin{array}{ll} \text{Minimiser} & f(X), \quad X = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T \\ \text{sous les contraintes} & g_i(X) \leq 0, \quad i = 1, 2, \dots, m \\ & h_j(X) = 0, \quad j = 1, \dots, p \\ & X \in C \subset \mathbb{R}^n \end{array} \right. \quad (4.1)$$

où f est la fonction objectif à minimiser, appelée aussi fonction coût, X représente le vecteur des variables d'optimisation appelée aussi variables de conception ou encore variables de décision, g_i représente l'ensemble des contraintes d'inégalité, h_j l'ensemble des contraintes d'égalité et C définit l'espace de définition des variables appelé aussi l'espace de recherche.

Un point X_A est admissible si $X_A \in C$ et que toutes les contraintes sont vérifiées à ce point ; c'est-à-dire (Eq. (4.2)) :

$$\left\{ \begin{array}{l} g_i(X_A) \leq 0, \quad i = 1, 2, \dots, m \\ h_j(X_A) = 0, \quad j = 1, \dots, p \end{array} \right. \quad (4.2)$$

Selon le minimum trouvé, les méthodes peuvent être classées dans deux types : méthodes d'optimisation locales et méthodes d'optimisation globales. En se basant sur ce principe, une méthode d'optimisation locale est un algorithme qui converge vers un minimum local. On dit que X est un minimum local de f sur C si (Eq. (4.3)) :

$$X \in C \text{ et } \exists r > 0 / \forall Y \in C \cap B(X, r), \quad f(X) \leq f(Y) \quad (4.3)$$

Plusieurs méthodes d'optimisation locales existent en littérature, les plus fameuses sont les méthodes de descente où l'optimum est atteint par une direction de descente déduite des dérivées de la fonction.

Au contraire, les méthodes globales ont une vision plus globale basée sur l'exploration et l'exploitation du domaine de recherche dans le but d'atteindre des optimums globaux.

Dans ce cas, On dit que X est un minimum global de f sur C si (Eq. (4.4)) :

$$X \in C \text{ et } \forall Y \in C, \quad f(X) \leq f(Y) \quad (4.4)$$

La différence entre les diverses méthodes d'optimisation en général se fait par le biais du nombre d'évaluations de la fonction objectif. Pour l'optimisation de problèmes industriels, le nombre d'évaluations de la fonction coût est un facteur déterminant vu le temps de calcul important des simulations numériques.

Mais le choix de la méthode convenable à utiliser et le réglage de ses paramètres dépendent du problème à optimiser. Les méthodes d'optimisation ne se classifient pas seulement selon la nature de l'optimum, local ou global, mais plusieurs facteurs déterminent ses caractéristiques, comme :

4.1.1.1 Sensibilité et robustesse de la méthode

Des paramètres de contrôles et des conditions initiales sont spécifiques à chaque méthode d'optimisation. Les algorithmes d'optimisation sont sensibles aux valeurs initiales des variables de conception et celles des paramètres de contrôle. L'efficacité de ces méthodes donc, se traduit par leur sensibilité ou robustesse par rapport aux paramètres de contrôle et aux conditions initiales. On dit qu'une méthode est robuste si pour les mêmes paramètres de contrôle et les mêmes conditions initiales, elle est capable de trouver l'optimum.

4.1.1.2 Les Opérateurs de recherche

La recherche de l'optimum d'une fonction est généralement réalisée à l'aide de deux opérateurs fondamentaux : l'exploration et l'exploitation. L'exploration nous permet une localisation imprécise de l'optimum global alors que l'exploitation affine cette solution en augmentant la précision de l'optimum. Le succès et l'efficacité d'une technique de résolution dépendent la plupart du temps d'un compromis entre l'exploration et l'exploitation. Ainsi, la majorité des méthodes d'optimisation exploitent les dérivées de la fonction objectif et les contraintes pour atteindre rapidement et précisément l'optimum local le plus proche du point de départ. Tout algorithme d'optimisation doit utiliser ces deux stratégies pour trouver l'optimum global : l'exploration pour la recherche de régions inexplorées de l'espace de recherche, et l'exploitation pour exploiter la connaissance acquise aux points déjà visités et ainsi trouver des points meilleurs. Ces deux exigences peuvent paraître contradictoires mais un bon algorithme de recherche doit trouver le bon compromis entre les deux.

4.1.1.3 Les modes de recherche

Lorsque la méthode de résolution ne contient aucun aspect probabiliste, celle-ci est qualifiée de méthode déterministe. En revanche les méthodes dites stochastiques s'appuient sur des mécanismes de transition probabiliste qui peuvent conduire à des résultats différents pour des conditions initiales et des paramètres de contrôle identiques.

4.1.1.4 Ordre d'une méthode d'optimisation

Les méthodes de résolution peuvent être classées à partir de leur ordre; selon qu'elles nécessitent ou non le calcul des dérivées de la fonction objectif et des fonctions contraintes par rapport aux paramètres. Une méthode est dite d'ordre zéro si elle utilise uniquement la connaissance de la fonction elle-même. Par ailleurs, une méthode est d'ordre un si elle requiert le calcul des dérivées premières et elle est d'ordre deux si elle nécessite le calcul des dérivées secondes. Les méthodes d'ordre zéro sont en général peu précises et convergent plus lentement vers l'optimum. En revanche, elles offrent l'avantage d'éviter le calcul du gradient, ce qui est intéressant lorsque la fonction n'est pas différentielle ou que le calcul de son gradient représente un coût important. Les méthodes d'ordre un permettent d'accélérer la localisation de l'optimum, puisque le gradient donne l'information sur la direction de l'amélioration.

Les méthodes d'optimisation peuvent être aussi classées selon qu'elles sont sous des contraintes ou sans contraintes.

4.1.2 Méthodes d'optimisation avec contraintes

Un problème d'optimisation est dit problème avec contraintes s'il contient au moins une fonction contrainte de types contraintes d'égalité, $h_j(X) = 0$, ou de type contraintes d'inégalité, $g_i(X) \leq 0$. Un problème avec contraintes peut s'écrire de façon générale sous la forme de l'expression (Eq. (4.5)). Si nous considérons qu'une contrainte d'égalité $h_j(X) = 0$ peut être décrite par deux contraintes d'inégalité $h_j(X) \leq 0$ et $h_j(X) \geq 0$, le problème devient :

$$\left\{ \begin{array}{ll} \text{Minimiser} & f(X), & X = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T \\ \text{Sous} & g_i(X) \geq 0, & i = 1, 2, \dots, s \\ & x_{kmin} \leq x_k \leq x_{kmax} & k = 1, \dots, n \end{array} \right. \quad (4.5)$$

L'existence de fonctions contraintes dans un problème d'optimisation demande une prise en considération de celles-ci dans la résolution du problème, car une solution qui minimise la fonction objectif ne sera valable que dans le cas où elle respecte aussi les contraintes existantes.

Les contraintes imposées par un cahier des charges, celles ajoutées par le concepteur, doivent être prises en compte dans le problème d'optimisation. Il y a plusieurs méthodes d'optimisation pour le traitement des problèmes avec contraintes. Cependant, pour des raisons de robustesse et de facilité de mise en œuvre, on peut transformer un problème d'optimisation avec contraintes en une suite de problèmes sans contraintes. Cette transformation peut être effectuée en ajoutant des pénalités à la fonction objectif. A titre d'exemple, la méthode du Lagrangien nous permet de pénaliser les contraintes par leur linéarisation. Enfin, le problème contraint peut être transformé en problème non-contraint à objectifs multiples.

4.1.2.1 Méthodes de pénalité

L'intérêt de ces méthodes réside dans la simplicité de leurs principes et leur relative efficacité pratique (Wurtz and Bignon [1996]). Le concept de base est de transformer la résolution du problème (4.5) sous contraintes en une suite de problèmes sans contraintes en associant à la fonction objectif une pénalité dès qu'une contrainte est violée.

La fonction objectif $f(X)$ du problème (4.5) est alors remplacée par la fonction suivante à minimiser (Eq. (4.6)) :

$$\varphi(X, r) = f(X) + r.h(X) \quad (4.6)$$

où $h(X)$ est la fonction de pénalité qui est continue et dépendante des contraintes $g_i(X)$, r est un coefficient de pénalité (toujours positif). La fonction de pénalité est choisie de telle façon que les contraintes seront garanties dans tous les processus de recherche de l'optimum. Cette caractéristique est très importante pour éviter

un arrêt prématuré de l'algorithme d'optimisation.

Selon les types de contraintes et le type de fonction $h(X)$, on distingue la méthode des pénalités intérieures et la méthode des pénalités extérieures que nous allons exposer dans les sections suivantes :

1. La méthode de pénalité extérieure

La fonction $h(X)$ est utilisée pour défavoriser les positions non admissibles. La fonction de pénalité doit être continue et à dérivées continues.

$$h(X) = \sum_{j=1}^m (\max(0, g_j(X)))^2 \quad (4.7)$$

Le problème d'optimisation sans contraintes obtenu pourrait être résolu directement pour une valeur de r suffisamment grande de telle façon que les contraintes soient satisfaites mais ce choix entraîne un mauvais conditionnement de $\varphi(X, r)$ et donc il engendre un problème numérique lors de la résolution (Minoux [1983]). Pour cette raison, les méthodes de pénalité sont en général résolues de manière itérative : une suite de valeurs croissantes de r est générée à chaque itération k du processus, le problème d'optimisation sans contraintes suivant est résolu (Eq. (4.8)) :

$$\varphi(X, r, k) = f(X) + r^k \sum_{j=1}^m (\max(0, g_j(X)))^2 \quad (4.8)$$

Lorsque k tend vers l'infini, l'expression (4.8) devient équivalente à notre problème d'optimisation sous contraintes (4.5).

Le coefficient r doit être choisi supérieur à 1, et ne dépasse pas une certaine valeur pour éviter le problème numérique cité précédemment.

Grâce aux caractéristiques de continuité et de dérivabilité de la fonction de pénalité, cette méthode est applicable partout. De plus, elle est facile à mettre en œuvre.

L'un des avantages de la méthode de pénalité extérieure est que le point de départ n'est pas nécessairement admissible tout en garantissant que le point final sera dans le domaine admissible. La fonction de pénalité extérieure est continue dans tout le domaine d'étude, admissible ou non admissible, cependant elle présente l'inconvénient de conduire à un optimum réalisable

seulement quand k tend vers l'infini, et celui d'approcher ce point par une suite de solutions non admissibles.

2. La méthode de pénalité intérieure

Dans le cas de la pénalité intérieure, on cherche à définir la fonction $h(X)$ de telle sorte que, plus la contrainte est active, c'est-à-dire plus X se rapproche de la frontière du domaine admissible, plus la fonction de pénalisation $h(X)$ croît et tend vers l'infini et par conséquent, on a moins de chance à trouver le minimum proche de la frontière du domaine admissible. Cette caractéristique montre que cette technique ne convient pas pour résoudre les problèmes possédant des contraintes d'égalités.

Les fonctions de pénalités intérieures les plus employées dans la littérature sont

1. La fonction inverse

$$h(X) = \sum_{j=1}^m \frac{-1}{g_j(X)} \quad (4.9)$$

2. La fonction logarithmique

$$h(X) = -\log(g_j(X)) \quad (4.10)$$

Dans ce cas, la fonction objectif du problème d'optimisation (Eq. (4.5)) est remplacée par la fonction suivante

$$\varphi(X, r, k) = f(X) - r^{-k} \sum_{j=1}^m \frac{1}{g_j(X)} \quad (4.11)$$

Le coefficient r est choisi suffisamment grand pour que la recherche se fasse initialement loin des limites du domaine de faisabilité. A chaque nouvelle itération, la recherche pourra se rapprocher d'avantage des limites de faisabilité, la pénalité diminuera et (4.5) deviendra équivalent à (4.11) pour r^{-k} tendant vers zéro, i.e. k tendant vers l'infini. L'un des avantages de la fonction de pénalisation intérieure présenté est de conduire à une séquence de solutions réalisables. Néanmoins, elle a l'inconvénient majeur d'être discontinue sur l'interface entre les domaines admissible et inadmissible.

3. Méthode de pénalisation radicale

La méthode de pénalisation radicale est une méthode de pénalisation très connue dans le domaine de l'optimisation évolutionniste (Michalewicz et al. [1996]). Il s'agit d'écartier les solutions non réalisables en attribuant à la fonction de transformation une valeur très élevée en cas de minimisation ($h \rightarrow \infty$), ou une valeur nulle en cas de maximisation ($h \rightarrow 0$). Par conséquent, la probabilité de survie de ces solutions, déterminée par les mécanismes de sélection, est quasi-nulle.

Cette méthode est séduisante en raison de sa grande simplicité. Elle peut être appliquée avec succès lorsque l'espace de recherche est convexe. Dans le cas contraire, cette approche a de sérieuses limitations, les solutions situées dans l'espace irréalisable ne pouvant être améliorées en raison de l'absence de directions données par la méthode de pénalisation.

4.2 Optimisation mono-objective

4.2.1 Méthodes déterministes

Les méthodes déterministes sont des méthodes basées sur des recherches dites locales afin de trouver une solution qui possède des propriétés locales. Le principe de ces méthodes est de partir d'une solution initiale et de déterminer un chemin de descente vers le minimum le plus proche. La solution obtenue dépend donc de la solution initiale. C'est principalement par la façon dont est déterminée la direction de recherche que les méthodes vont se différencier, on distingue généralement trois types de méthodes :

- ✓ celles n'utilisant que l'estimation de la valeur de la fonction.
- ✓ celles nécessitant en plus l'estimation du gradient de la fonction (la matrice jacobienne).
- ✓ celles utilisant la dérivée seconde de la fonction (la matrice hessienne).

Dans la riche littérature, nous avons choisi de parler des méthodes présentées dans le paragraphe suivant.

4.2.1.1 Méthodes de gradient

La méthode de descente de gradient est la méthode la plus ancienne parmi les méthodes d'optimisation locale. Cette méthode suppose que nous avons accès aux dérivées partielles de la fonction objectif, ce qui n'est pas le cas en général, pour les problèmes d'optimisation difficile. Cette famille de méthodes procède de la façon suivante. On initialise un point de départ, x_k , et on calcule le gradient $\nabla f(x_k)$. Le gradient indique la direction de la plus grande augmentation de la fonction f ; on se déplace dans le sens opposé (s'il s'agit de minimiser la fonction objectif). Le nouveau point obtenu est donné par l'expression suivante (Eq. (4.12)) :

$$x_{k+1} = x_k - \lambda_k \frac{\nabla f(x_k)}{\|\nabla f(x_k)\|} \quad \lambda_k > 0 \quad (4.12)$$

Une suite de points x_0, x_1, \dots, x_n est alors obtenue, et nous nous approchons de l'optimum. λ_k définit le pas de déplacement à chaque itération. Si le pas de déplacement a une valeur donnée, la méthode s'appelle à pas déterminé.

L'inconvénient majeur de ces méthodes est la convergence ralentie pour certains types de fonctions, en effet la méthode risque de converger vers un optimum local dépendant du point de départ choisi. Dans des régions plates, ou raides, la convergence sera fortement ralentie.

4.2.1.2 Méthode de descente quasi-Newton

Les algorithmes de type quasi-Newton construisent itérativement une approximation de la matrice Hessienne, en utilisant seulement l'évolution des gradients et en supposant que la fonction peut être approchée localement par un développement limité quadratique autour de l'optimum.

Dans le cas de ces algorithmes, on suppose que la fonction objectif f est de classe C^2 .

Une direction de descente d_k d'une méthode de quasi-Newton a la forme de l'équation (4.13) :

$$d_k = -(B_k)^{-1} \nabla f(x_k) \quad (4.13)$$

où B_k est l'approximation du Hessien au point x_k agissant comme préconditionneur du gradient.

4.2.1.3 Limitations des méthodes déterministes

Les méthodes déterministes en optimisation ont été appliquées dans plusieurs domaines et elles ont connu un succès pendant de nombreuses années. Elles ont leurs avantages qui se résument en quelques points :

1. preuve de convergence.
2. faible nombre d'évaluations de la fonction objectif nécessaire à l'optimisation.
3. prise en compte de contraintes complexes.

Malgré leurs avantages, les méthodes déterministes présentent des limitations restreignant leurs usages, les principales limitations sont :

1. La différentiabilité de la fonction objectif n'est pas toujours assurée et parfois elle présente même des discontinuités.
2. Le calcul de gradient peut être parfois compliqué et pas facile à calculer. Dans les cas les plus courants, le gradient est calculé par différentes méthodes :

- Approximation par différences finis :

Elle donne une bonne approximation du gradient mais elle nécessite un nombre très élevé d'évaluations de la fonction objectif dépendant de la dimension du problème n . Ainsi, l'approche par différences finies est très sensible à des paramètres comme le pas de discrétisation. Par exemple, un pas très grand peut générer des erreurs de troncature alors que le contraire, un pas trop petit, entraîne des erreurs d'arrondi.

- Méthode adjointe :

Cette méthode permet d'avoir le gradient par la résolution du problème adjoint, ce qui s'avère un problème délicat à avoir et à résoudre, surtout pour des problèmes complexes, vu la nécessité d'écrire et de résoudre un algorithme dérivé de celui résolvant les équations d'état, ce qui rend la résolution à travers cette approche très coûteuse.

- Différentiation automatique :

Le principe du calcul du gradient par différenciation automatique est de générer automatiquement la différentielle de la fonction objectif. Malheureusement, son implémentation reste très restreinte à des codes de calcul spécifiques et des problèmes plus ou moins simple.

3. sensibilité vis-à-vis de fonctions objectifs bruitées, ce qui est très présent quand il s'agit de fonction objectif évaluée numériquement par des codes de calcul. Ce bruitage influence amplement l'évaluation du gradient de la fonction objectif et en conséquence la convergence de l'algorithme est affectée aussi.

4. L'inconvénient majeur des méthodes déterministes est leur blocage au niveau du premier minimum local trouvé. Ce sont des méthodes d'optimisation considérées locales qui restent incapables de trouver le minimum global en cas de présence de minima locaux. Pourtant les fonctions objectifs des problèmes industriels présentent dans la plupart du temps de multiples minima locaux.

L'ensemble de ces difficultés a limité l'usage des méthodes déterministes et elles les ont écartées de la résolution des problèmes industriels difficiles. Ce qui a laissé la place à une autre catégorie de méthodes écartant l'utilisation ou l'évaluation du gradient de la fonction objectif. Il s'agit des méthodes stochastiques qui sont des méthodes d'optimisation globale appelées aussi des heuristiques.

4.2.2 Méthodes stochastiques

Les méthodes d'optimisation globale, qui sont en général les méthodes stochastiques, échantillonnent l'espace de recherche dans sa globalité. Contrairement aux méthodes locales, ces méthodes ont pour objectif de trouver l'optimum global de la fonction objectif dans un espace borné au préalable. Différentes classifications des méthodes globales sont abondantes dans la littérature. Une classification de ces méthodes est présentée dans cette section. Elle a pour objectif de mettre en évidence les caractéristiques de chaque groupe.

4.2.2.1 Recherche tabou

La méthode de recherche Tabou est une métaheuristique originalement développée par Glover en 1986 ([Glover \[1986\]](#)) spécifiquement pour des problèmes d'optimisation combinatoire et qui permet de trouver d'une manière flexible un compromis

entre la qualité de la solution et le temps de calcul. Le principe de cette méthode est d'ajouter au processus de recherche une mémoire flexible qui permet de mener une recherche plus "intelligente" dans l'espace des solutions.

La méthode de recherche Tabou fonctionne avec une seule configuration courante, qui est actualisée au cours des itérations successives. La nouveauté ici est que, pour éviter le risque de retour à une configuration déjà visitée, on tient à jour une liste de mouvements interdits, appelée liste tabou. Cette liste contient m mouvements ($t \rightarrow s$) qui sont les inverses des m derniers mouvements ($s \rightarrow t$) effectués. La méthode modélise ainsi une forme primaire de mémoire à court terme.

Dans sa forme de base, la méthode de recherche tabou présente l'avantage de comporter moins de paramètres que la méthode de recuit simulé. Cependant, la méthode n'étant pas toujours performante, il est souvent approprié de lui ajouter des processus d'intensification et/ou de diversification, qui introduisent de nouveaux paramètres de contrôle (F.Glover and Laguna [1997]).

Dans la recherche tabou avec des variables continues, deux concepts sont mis en jeu : le voisinage d'un point donné et un mouvement aléatoire dans le voisinage. Pour un point X et un pas donné p , le voisinage $V(X, p)$ est défini comme suit (Eq. (4.14)) :

$$V(X, p) = Y : |X - Y| \leq p \quad (4.14)$$

où le point Y est généré aléatoirement dans le voisinage $V(X, p)$ de X . De plus, s'il répond aux contraintes, il est appelé mouvement aléatoire admissible. Ce voisinage est noté V . La taille du voisinage est le nombre de points Y générés dans le voisinage V de X avec un pas donné p . La performance de la recherche tabou dépend de la taille du voisinage et de la longueur de la liste tabou.

En partant d'une solution quelconque X appartenant à l'ensemble des solutions S , la recherche se déplace vers une solution Y située dans le voisinage V par exploration itérativement de l'espace des solutions. Au début, le vecteur pas couvre la totalité de l'espace de recherche puis il diminue à chaque itération.

Parmi tous les points générés dans le voisinage V de X , le meilleur est retenu et sera le centre du prochain voisinage. Ce point est celui qui améliore le plus la fonction objectif f , ou sinon celui qui la dégrade le moins.

L'algorithme a besoin d'une mémoire qui conserve la trace des dernières solutions visitées pendant un moment donné. Ces solutions sont déclarées taboues, d'où le nom de la méthode. Elles sont stockées dans une liste de longueur L fixe appelée liste taboue. Une nouvelle solution n'est acceptée que si elle n'appartient pas à la liste taboue. Le retour vers des solutions déjà explorées dépend donc de la longueur de liste taboue. Elle sera d'autant plus difficile que cette dernière est longue. En conséquence, la recherche sera dirigée vers des régions non explorées.

4.2.2.2 Méthodes évolutionnaires

Les méthodes évolutionnaires sont des méthodes d'optimisation probabilistes qui sont souvent présentées par analogie avec la théorie de la sélection naturelle de Darwin. Les individus les plus performants d'une population ont une plus grande probabilité de survivre et de se reproduire, en donnant des descendants encore mieux adaptés. La correspondance avec la minimisation d'une fonction est la suivante : un "individu" est un point X , la "population" est un ensemble de points, et "la performance d'un individu" X est évaluée par sa valeur de la fonction objectif, $f(X)$. En partant d'un échantillonnage de l'espace de recherche (une population initiale), ces méthodes effectuent des tirages de nouvelles populations (des "générations") à l'aide d'opérations de sélection, de croisement et de mutation (Culicli [1994]). Les différents algorithmes évolutionnaires se distinguent par la mise en oeuvre de ces opérations. Historiquement, ils ont été développés indépendamment en trois variantes : algorithmes génétiques, stratégies d'évolution et programmation évolutive (Michalewicz et al. [1996]). Un exemple de structure d'algorithme évolutionnaire est la suivante :

1. Initialisation de la population $P(t), t = 0$ (au hasard, par exemple) ;
2. Evaluation de la population courante $P(t)$: calcul de la fonction objectif pour tous les points de la population ;
3. Sélection de certains individus de $P(t)$ en fonction de leur fonction objectif f (par exemple les meilleurs) : les "parents" $P_0(t)$;

4. Croisement entre parents et création des "enfants" (des nouveaux points) $\Rightarrow P_1(t)$;
5. Mutation (perturbation aléatoire) des individus de $P_1(t) \Rightarrow P_2(t)$;
6. Evaluation de $P_2(t)$;
7. Formation de la nouvelle population $P(t + 1)$ à partir des individus de $P(t)$ et de $P_2(t)$, par exemple en choisissant les meilleurs individus appartenant à $P(t)$ et à $P_2(t)$;
8. $t \longrightarrow t + 1$;
9. Si le critère d'arrêt n'est pas satisfait, retour à 3

Une quatrième famille de méthodes évolutionnaires, plus distante de la métaphore biologique et au formalisme plus rigoureux, est la famille des algorithmes d'optimisation statistique. A partir des individus sélectionnés (étape 3), une densité de probabilité de présence de l'optimum est estimée. Cette densité permet de générer des nouveaux individus (étapes 4 et 5). Ces méthodes peuvent être considérées comme des algorithmes évolutionnaires sans opérateurs.

Ces algorithmes évolutionnaires permettent de réaliser des recherches globales grâce à l'étape 5. Leur intérêt pratique réside dans leur applicabilité à une très large gamme de problèmes, car ils n'utilisent que la fonction objectif (pas de dérivées). Cependant, pour trouver un optimum par ces algorithmes, nous avons besoin d'un grand nombre d'évaluations de la fonction objectif. Ainsi, ils sont directement utilisés seulement pour les problèmes où le calcul de la fonction ne nécessite pas de ressources importantes.

4.2.2.3 Méthodes de regroupement (clustering)

Les méthodes de regroupement consistent à estimer la position de l'optimum global parmi plusieurs optima locaux ([Envoldsen and Sorensen \[1994\]](#)). Ces méthodes nécessitent plusieurs étapes. Premièrement, l'espace de recherche doit être échantillonné. Ensuite, au moyen d'analyses de proximité (clustering techniques), les points sont regroupés par régions prometteuses. Finalement des recherches locales sont exécutées et celles qui convergent vers des régions déjà explorées sont abandonnées. Les analyses de proximité divisent l'espace de recherche en régions, et elles utilisent les valeurs de la fonction ou de la matrice Hessienne ([Kharmanda \[2003\]](#))

des points échantillonnés. Un inconvénient de ces méthodes est qu'elles sont peu performantes pour les fonctions ayant de nombreux optima. Dans ces cas, en effet, un grand nombre d'échantillons est nécessaire.

4.2.2.4 Méthodes de descentes généralisées

Pour ces méthodes, on utilise un algorithme d'optimisation local d'une façon itérative. En effet, la direction de descente est modifiée de manière à éviter la convergence vers un optimum local déjà trouvé. Une façon de réaliser ceci est de pénaliser la fonction f au fur et à mesure qu'on s'approche d'un optimum local x_i^* déjà trouvé. Par exemple :

$$f_p = f + P(x_1^*, x_2^*, \dots, x_c^*) \quad (4.15)$$

où

$$P = \sum_{i=1}^c \frac{K_i}{|x - x_i^*|^\alpha} \quad (4.16)$$

et c est le nombre d'optima locaux trouvés. Un inconvénient de la pénalisation directe de f est que l'on peut introduire des optima locaux dans f_p qui n'existent pas dans f .

Pour explorer d'autres régions après avoir trouvé des minima locaux, on utilise les méthodes de tunnel ([Levy and Montalvo \[1985\]](#)). Ces dernières cherchent des points de départ dans des vallées différentes. Ces méthodes présentent deux phases qui sont exécutées en alternance. Dans la première phase une recherche locale est effectuée sur la fonction f , à partir d'un point de départ x_0^i . Elle convergera (on le suppose) vers un optimum (local) x_i^* . Ensuite, un nouveau point de départ x_0^{i+1} est cherché dans une autre vallée, à l'aide d'une fonction T . x_0^{i+1} doit vérifier la condition $f(x_0^{i+1}) < f(x_i^*)$ pour garantir qu'il se situera dans une vallée plus basse, donc différente des précédentes.

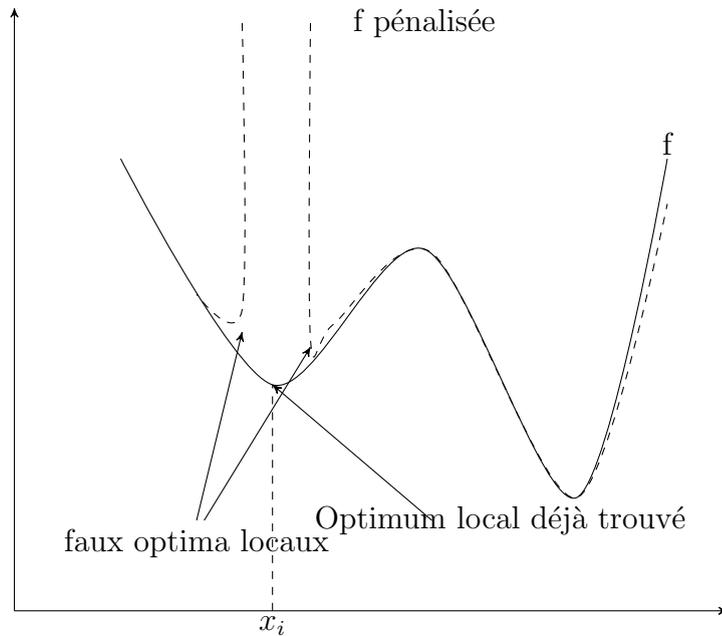


FIGURE 4.1 – Illustration des faux optima locaux.

4.2.2.5 Algorithmes de colonies de fourmis

La méthode de colonies de fourmis est apparue d'une constatation simple : les insectes sociaux, et en particulier les fourmis, résolvent naturellement des problèmes complexes. Un tel comportement est possible car les fourmis communiquent entre elles de manière indirecte par le dépôt de substances chimiques, appelées phéromones, sur le sol. Ce type de communication indirecte est appelé stigmergie.

En effet, si un obstacle est introduit sur le chemin des fourmis, ces dernières vont, après une phase de recherche, avoir tendance toutes à prendre le plus court chemin entre le nid et l'obstacle (Goss et al. [1989]).

Plus le taux de phéromone à un endroit donné est important, plus une fourmi va avoir une grande probabilité à être attirée par cette zone. Les fourmis qui sont arrivées le plus rapidement au nid en passant par la source de nourriture sont celles qui ont pris la branche la plus courte du trajet. Il en découle donc que la quantité de phéromones sur ce trajet est plus importante que sur le trajet le plus long. De ce fait, le plus court chemin a une probabilité plus grande d'être pris par les fourmis que les autres chemins, et il sera donc pris, presque sûrement, par toutes les fourmis.

Le premier algorithme qui s'inspire de cette analogie a été proposé par Colormi, Dorigo et Maniezzo (Colormi et al. [1992]).

Le but initial de cet algorithme était de résoudre le problème du voyageur de commerce. Si l'on considère un problème de voyageur de commerce à N villes, chaque fourmi k parcourt le graphe et construit un trajet de longueur $n = |N|$. Pour chaque fourmi, le trajet d'une ville i à une ville j dépend de

- La liste des villes déjà visitées, qui définit les mouvements possibles à chaque pas, quand la fourmi k est sur la ville i : J_i^k ;

- L'inverse de la distance entre les villes $\eta_{ij} = \frac{1}{d_{ij}}$, appelée visibilité. Cette information est utilisée pour diriger les fourmis vers des villes proches et, ainsi, éviter de trop longs déplacements ;

- La quantité de phéromone déposée sur l'arête reliant deux villes τ_{ij} , appelée intensité de la piste. Cette quantité définit l'attractivité d'une piste, et elle est modifiée après le passage d'une fourmi. C'est la pseudo-mémoire du système.

La règle de déplacement est la suivante (Eq. (4.17)) :

$$p_{ij}^k(t) = \begin{cases} \frac{(\tau_{ij}(t))^\alpha (\eta_{ij})^\beta}{\sum_{l \in J_i^k} (\tau_{il}(t))^\alpha (\eta_{il})^\beta} & \text{si } j \in J_i^k \\ 0 & \text{si } j \notin J_i^k \end{cases} \quad (4.17)$$

où α et β sont deux paramètres contrôlant l'importance relative de l'intensité et de la visibilité. Après un tour complet, chaque fourmi dépose une quantité de phéromone $\Delta\tau_{ij}^k(t)$ sur l'ensemble de son parcours. Cette quantité dépend de la qualité de la solution trouvée, et elle est définie par (Eq. (4.18)) :

$$\Delta\tau_{ij}^k(t) = \begin{cases} \frac{Q}{L^k(t)} & \text{si } (i, j) \in T^k(t) \\ 0 & \text{si } (i, j) \notin T^k(t) \end{cases} \quad (4.18)$$

où $T^k(t)$ est le trajet effectué par la fourmi k à l'itération t , $L^k(t)$ est la longueur de $T^k(t)$ et Q est un paramètre fixé.

Enfin, il est nécessaire d'introduire un processus d'évaporation des phéromones. En effet, pour éviter de se faire piéger dans des solutions sous-optimales, il est nécessaire qu'une fourmi "oublie" les mauvaises solutions. La règle de mise à jour est donc (Eq. (4.19)) :

$$\tau_{ij}(t+1) = (1 - \rho) \cdot \tau_{ij}(t) + \Delta\tau_{ij}(t) \quad (4.19)$$

où $\Delta\tau_{ij}(t) = \sum_{k=1}^m \Delta\tau_{ij}^k(t)$ et m est le nombre de fourmis.

Depuis le développement de la première méthode basée sur l'analogie de colonies de fourmis, cette méthode a été étendue à la résolution de plusieurs problèmes d'optimisation, discrets et continus.

4.2.2.6 Optimisation par essaims particulières

L'optimisation par essaim particulaire (OEP) est une métaheuristique d'optimisation née en 1995 aux Etats-Unis sous le nom de Particle Swarm Optimization (PSO). Elle a été inventée par Russel Eberhart (ingénieur en électricité) et James Kennedy (socio-psychologue). Initialement, ces deux concepteurs, cherchaient à modéliser des interactions sociales entre des agents devant atteindre un objectif donné dans un espace de recherche commun, chaque agent ayant une certaine capacité de mémorisation et de traitement de l'information. La règle de base était qu'il ne devait y avoir aucun chef d'orchestre, ni même aucune connaissance par les agents de l'ensemble des informations, seulement des connaissances locales. Un modèle simple fut alors élaboré.

Dès les premières simulations, le comportement collectif de ces agents évoquait celui d'un essaim d'êtres vivants convergeant parfois en plusieurs sous-essaims vers des sites intéressants. Ce comportement se retrouve dans bien d'autres modèles, explicitement inspirés des systèmes naturels (Bonabeau et al. [1999]).

Ici, la métaphore la plus pertinente est probablement celle de l'essaim d'abeilles, particulièrement du fait qu'une abeille ayant trouvé un site prometteur sait en informer certaines de ses consœurs et que celles-ci vont tenir compte de cette information pour leur prochain déplacement Frish [1984].

Enfin, le modèle s'est révélé être trop simple pour vraiment simuler un comportement social, mais par contre très efficace en tant qu'outil d'optimisation.

Les différentes étapes de l'algorithme sont présentées dans la figure ci-dessous (Figure 4.2) :

- 1 – Initialiser la population de particules avec des positions et vitesses aléatoires.
- 2 – Evaluer la fonction objectif pour chaque particule et calculer g .
- 3 – Pour chaque individu i , L_i est initialisée à P_i .
- 4 – Répéter jusqu'au critère d'arrêt
 - 4.1 – Mettre à jour les vitesses et les positions des particules;
 - 4.2 – Evaluer la fonction objectif pour chaque individu;
 - 4.3 – Calculer les nouveaux L_i et g .
- 5 – Afficher le meilleur état rencontré au cours de la recherche.

(4.20)

FIGURE 4.2 – Les différentes étapes de la méthode des essaims particulaires

L'algorithme commence avec une initialisation aléatoire de l'essaim de particules dans l'espace de recherche. Chaque particule est modélisée par sa position dans l'espace de recherche et par sa vitesse. A chaque instant, toutes les particules ajustent leurs positions et vitesses, donc leurs trajectoires, par rapport à leurs meilleures positions, à la particule ayant la meilleure position dans l'essaim et à leur position actuelle. En réalité, chaque particule est influencée, non seulement par sa propre expérience, mais aussi par celle des autres particules. La position et la vitesse d'une particule dans un espace de recherche à N dimensions sont définies par : $P_i = (p_{i,1}, \dots, p_{i,N})$ et $V_i = (v_{i,1}, \dots, v_{i,N})$, respectivement. Chaque particule est caractérisée par sa meilleure position $L_i = (l_{i,1}, \dots, l_{i,N})$ à l'itération t . La meilleure position qu'atteint l'essaim est sauvegardée dans le vecteur $G = (g_1, \dots, g_N)$. La vitesse de chaque particule est mise à jour selon l'expression suivante (Clerc [2002]) :

$$v_{ij}(t+1) = K[w \cdot v_{ij}(t) + c_1 \cdot r_1 \cdot (l_{ij} - v_{ij}(t)) + c_2 \cdot r_2 \cdot (g_j - v_{ij}(t))]$$

et

$$K = \frac{2}{|2 - \varphi - \sqrt{\varphi^2 - 4\varphi}|}$$

où $\varphi = c_1 + c_2$ et $\varphi > 4$. Dans Clerc [2002], les auteurs suggèrent les valeurs suivantes $j = 1, \dots, N$, w est une constante appelée facteur d'inertie, c_1 et c_2 sont des constantes appelées coefficients d'accélération, r_1 et r_2 sont des nombres

aléatoires uniformément distribués dans l'intervalle $[0, 1]$. Si la vitesse calculée fait sortir une particule de l'espace de recherche, sa fitness n'est pas calculée. Compte tenu de la nouvelle vitesse, obtenue à partir de (a) et (b), la position à l'itération $t + 1$ est alors calculée :

$$p_{ij}(t + 1) = p_{ij}(t) + v_{ij}(t + 1), \quad j = 1, \dots, N.$$

4.2.2.7 Recuit simulé

Présentation de la méthode

Le recuit simulé est inspiré du recuit physique en métallurgie, un processus qui consiste dans un premier temps à chauffer un solide pour avoir une énergie, puis baisser lentement la température, ce qui conduit le système à la cristallisation, comme étant un état d'équilibre stable auquel l'énergie est minimale. La méthode du recuit simulé a été développée simultanément par Kirkpatrick ([Kirkpatrick et al. \[1983\]](#)) et Cerny ([Cerny \[1985\]](#)). Cette méthode repose sur l'algorithme de Metropolis ([Metropolis et al. \[1953\]](#)). Cet algorithme nous permet de sortir des minima locaux avec une probabilité élevée si la température T est élevée, et de conserver les états les plus probables pour des très basses températures. L'algorithme de Metropolis permet d'échantillonner la fonction objectif par le biais d'une distribution de Boltzmann de paramètre T .

Pour mieux comprendre la méthode du recuit simulé, il y a plusieurs notions à définir.

Principe

La probabilité de Boltzmann, notée P_T , mesure la probabilité de trouver un système dans une configuration i avec une énergie E_i , à une température T donnée, dans l'espace des configurations S .

Donc, à une température donnée T , l'équilibre thermodynamique d'un système physique est décrit par la distribution de Boltzmann (Eq. (4.21)) :

$$P_T(X = i) = \frac{1}{Z(T)} \exp\left(\frac{-E_i}{K_B T}\right) \quad (4.21)$$

où X est une variable stochastique qui désigne l'état actuel du système, K_B est appelée la constante de Boltzmann et $Z(T)$ est une fonction de normalisation appelée fonction de répartition définie par (Eq. (4.22)) :

$$Z(T) = \sum_{i \in \mathbb{N}} \exp\left(\frac{-E_i}{K_B T}\right) \quad (4.22)$$

Entre deux états d'énergies i et j on a :

$$\frac{P_T(X = i)}{P_T(X = j)} = \frac{\frac{1}{Z(T)} \exp\left(\frac{-E_i}{K_B T}\right)}{\frac{1}{Z(T)} \exp\left(\frac{-E_j}{K_B T}\right)} = \exp\left(-\frac{E_j - E_i}{K_B T}\right) = \exp\left(\frac{-\Delta E}{T}\right) \quad (4.23)$$

Avec $\Delta E = E_j - E_i$

Alors :

- Si $\Delta E < 0$, l'état $X = i$ est plus probable que l'état $X = j$
- Sinon $\Delta E > 0$, le rapport dans ce cas dépend aussi de $K_B T$
- Si $K_B T \gg \Delta E$ les deux états d'énergies i et j sont presque équiprobables.

Analogiquement avec un problème d'optimisation, les états d'équilibre signifient les solutions admissibles, l'énergie décrit la fonction coût par contre le paramètre de contrôle $K_B T$ est noté tout simplement T .

L'algorithme qui permet de simuler l'évolution du système vers la configuration optimale est l'algorithme de Métropolis (Métropolis et al.53) qui consiste à partir d'une configuration initiale et faire subir au système une perturbation pour chaque palier de T .

Si cette perturbation génère une solution dégradant la fonction objectif, elle est acceptée, si elle a pour effet le contraire, on tire un nombre aléatoire entre 0 et

1. Si ce nombre est inférieur ou égale à $\exp(\frac{-\Delta E}{T})$, la configuration considérée est acceptée.

Le critère d'acceptation de Métropolis peut se résumer de la façon suivante :

Soient i et j deux solutions admissibles et f la fonction coût, le critère de Métropolis pour accepter j par rapport à i est :

$$P_T(\text{accepter } j) = \begin{cases} 1 & \text{si } \Delta f \leq 0 \\ \exp(\frac{-\Delta f}{T}) & \text{sinon} \end{cases} \quad (4.24)$$

Avec $\Delta f = f(j) - f(i)$.

Donc à T élevée, la majorité des déplacements dans l'espace de configurations est acceptée, en diminuant progressivement T l'algorithme autorise de moins en moins les solutions dégradant la fonction objectif et à T très basse, $\exp(\frac{-\Delta E}{T})$ se rapproche de 0 et l'algorithme n'autorise plus les déplacements qui augmentent la fonction coût.

Algorithme

Pour le fonctionnement de l'algorithme, plusieurs aspects influant le mécanisme ont été bien analysés dans l'ouvrage de Siarry ([Siarry and Dreyfus](#)), par exemple :

- La convergence de l'algorithme

De nombreuses études ont été menées pour montrer la convergence de l'algorithme. On cite parmi d'autres ([Arts and Laarhoven \[1985\]](#)) ([Hajek \[1988\]](#)) ([Hajek and Sasaki \[1989\]](#)) et qui confirment que " l'algorithme converge, en ce sens qu'il permet d'obtenir une solution arbitrairement proche de l'optimum globale, avec une probabilité arbitrairement proche de l'unité " mais la vitesse de cette convergence est conditionnée par d'autres paramètres comme la topologie de l'espace de configuration.

- L'espace de configuration

La performance du recuit simulé est influencée par la distance entre deux configurations, pour une meilleure exploration de l'espace de configuration, il faut chercher un compromis entre deux situations extrêmes.

- La règle d'acceptation

L'essentielle caractéristique du recuit simulé par rapport à d'autres métaheuristiques est le fait d'accepter de temps en temps des configurations dégradant la fonction coût ce qui permet de s'échapper des optima locaux, la règle la plus utilisée est celle de Métropolis que nous avons cité auparavant.

Ainsi pour démarrer le processus, il faut préciser les paramètres nécessaires pour chaque T et qui sont :

✓ T_0 = température initiale

✓ l_{max} = nombre de mouvements par palier de température

✓ α = coefficient de décroissance de la loi de refroidissement

✓ Et finalement la loi de refroidissement ou la loi de décroissance de T . Parmi de multiples choix proposés par la littérature, nous avons choisi la loi suivante (Eq. (4.25)) :

$$T_k = T_0 \cdot \left(1 - \frac{k^\alpha}{N}\right) \quad (4.25)$$

Avec N le nombre total de palier de refroidissement.

Avantages et inconvénients

Le recuit simulé a des avantages qui le distinguent des autres algorithmes d'optimisation. D'abord, c'est une méthode d'optimisation globale, facile à programmer et applicable dans plusieurs domaines. Par contre, elle présente des inconvénients comme le réglage empirique des paramètres, le temps de calcul excessif et, à basse température, le taux d'acceptation de l'algorithme devient trop faible de sorte que la méthode devient inefficace. D'où l'idée de coupler l'algorithme avec une méthode de descente.

4.2.2.8 Le recuit simulé hybridé avec la méthode SPSA

Vu la complexité des modèles éléments finis qui modélisent la mise en forme par grande déformation (modèles de grande taille, non linéaires ...), ce qui rend les

critères à optimiser très coûteux en temps de calcul, il était nécessaire d'adapter l'algorithme pour diminuer le nombre d'évaluations de la fonction objectif par couplage avec une méthode de descente.

Une des méthodes qui s'inscrivent dans cette démarche et répond à cette exigence était la méthode SPSA "simultaneous perturbation stochastic approximation" (Spall [1992], Spall [1998]).

C'est une méthode basée sur l'approximation du gradient à partir de la perturbation de la fonction objectif par seulement deux évaluations quelque soit la dimension du problème.

Soit x un vecteur de m variables, la méthode SPSA a la même formulation récursive générale de l'approximation simultanée qui donne la mise à jour de l'estimation de x sous la forme suivante (Eq. (4.26)) :

$$\hat{x}_{k+1} = \hat{x}_k - a_k \hat{g}_k(\hat{x}_k) \quad (4.26)$$

avec $\hat{g}_k(\hat{x}_k)$ est l'estimation du gradient $g(x) = \frac{\partial f}{\partial x}$ en \hat{x}_k .

Cette estimation se calcule par une différence finie de la fonction objectif perturbée simultanément $z(\hat{x}_k \pm \xi)$.

la i ème composante de $\hat{g}_k(\hat{x}_k)$ estimée par SPSA s'écrit de la façon suivante (Eq. (4.27)) :

$$\hat{g}_{k_i}(\hat{x}_k) = \frac{z(\hat{x}_k + c_k \Delta_k) - z(\hat{x}_k - c_k \Delta_k)}{2c_k \Delta_{k_i}} \quad (4.27)$$

avec $\Delta_k = (\Delta_{k_1}, \dots, \Delta_{k_m})^t$ vecteur de m perturbations suivant la loi uniforme.

Alors, sous des conditions appropriées définies par Fabian (Fabian) et Kushner (Kushner and Yin), la convergence est assurée dans la plupart des cas lorsque les deux suites a_k et c_k tendent vers 0 quand f est suffisamment lisse près de x^* et de cette façon, la convergence est plus rapide lorsqu'on se rapproche d'un optimum par rapport à la marche aléatoire qu'effectue le recuit simulé.

La nécessité d'être proche d'un optimum, nous oblige à implémenter SPSA après chaque déplacement dégradant la fonction objectif et le critère de Métropolis nous assure toujours la possibilité de s'échapper des optimums locaux.

L'organigramme d'hybridation du recuit simulé avec la méthode SPSA

L'organigramme de la figure 4.3 décrit le processus du recuit simulé hybridé à SPSA :

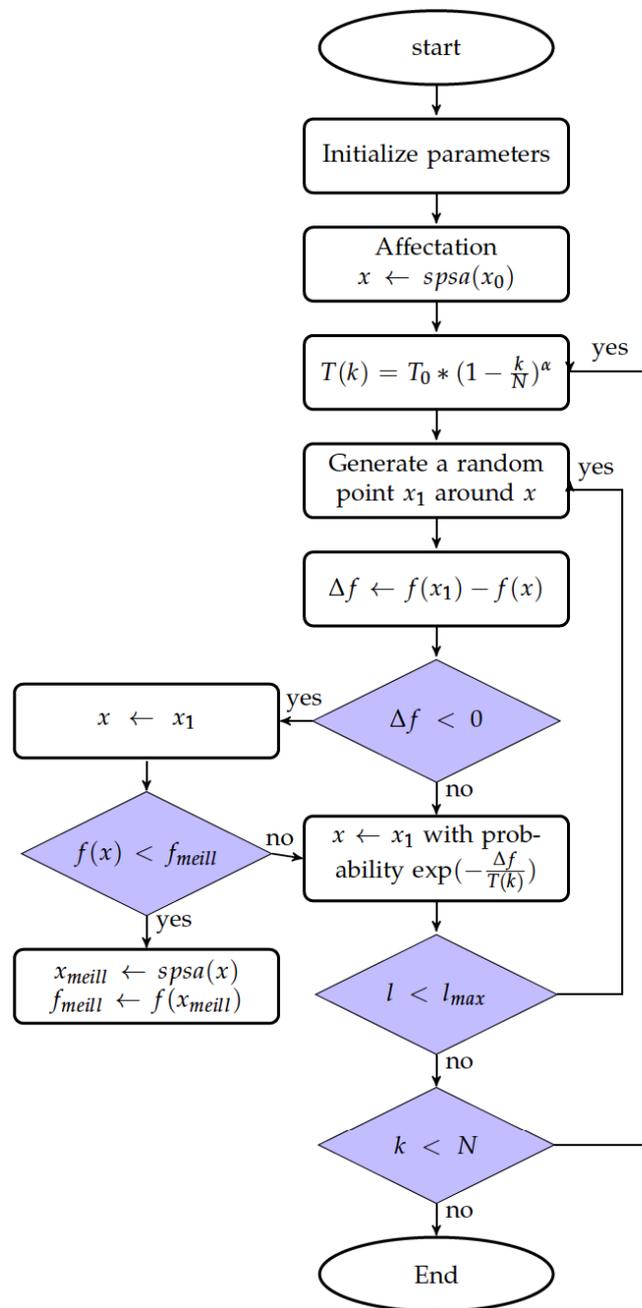


FIGURE 4.3 – Organigramme du recuit simulé hybridé avec SPSA

4.2.2.9 Tests de validation et résultats

Nous avons montré l'efficacité en terme de précision et de temps de calcul par une série de fonctions tests mathématiques (De Jong [1975]), qui présente un nombre de minima considérable et incluant des fonctions :

1. Continues et discontinues
2. Convexes et concaves
3. Unimodales et multimodales
4. Quadratiques et non-quadratiques
5. De dimension faible et élevée
6. Déterministes ou stochastiques

Pour plus de détails sur les fonctions mathématiques les plus connues et qui sont utilisées comme tests de validation voir l'annexe A. Prenons quelques exemples de difficulté variable afin de montrer l'efficacité de la méthode du recuit simulé hybridé avec SPSA par rapport au recuit simulé tout seul.

1. La fonction Rosenbrock

Parmi les fonctions qui présentent une certaine difficulté en optimisation, on trouve la fonction Rosenbrock. Une fonction non-convexe qui présente n^{11} optima locaux en dimension n et un seul minimum global. La complexité de cette fonction se présente dans son minimum global situé à l'intérieur d'une longue vallée étroite de forme parabolique (Figure 4.4).

La fonction Rosenbrock est décrite par l'expression suivante (Eq. (4.28)) :

$$f_{Rosenbrock}(X) = \sum_{i=1}^{n-1} [100(x_{i+1} - x_i^2)^2 + (1 - x_i)^2] \quad (4.28)$$

Avec X le vecteur de variables x_i et n la dimension de l'espace. Les variables x_i sont définies dans l'espace $[-2.048; 2.048]$.

La fonction Rosenbrock a un seul minimum global $f_{Rosenbrock}(X) = 0$ en $X = (1, \dots, 1)^t$. Les résultats de minimisation de cette fonction avec les deux méthodes, recuit simulé basique et recuit simulé hybridé avec SPSA, ont été bien achevés jusqu'en dimension $n = 10$. La différence entre les deux méthodes est remarquée au niveau de la vitesse de convergence. Le tableau

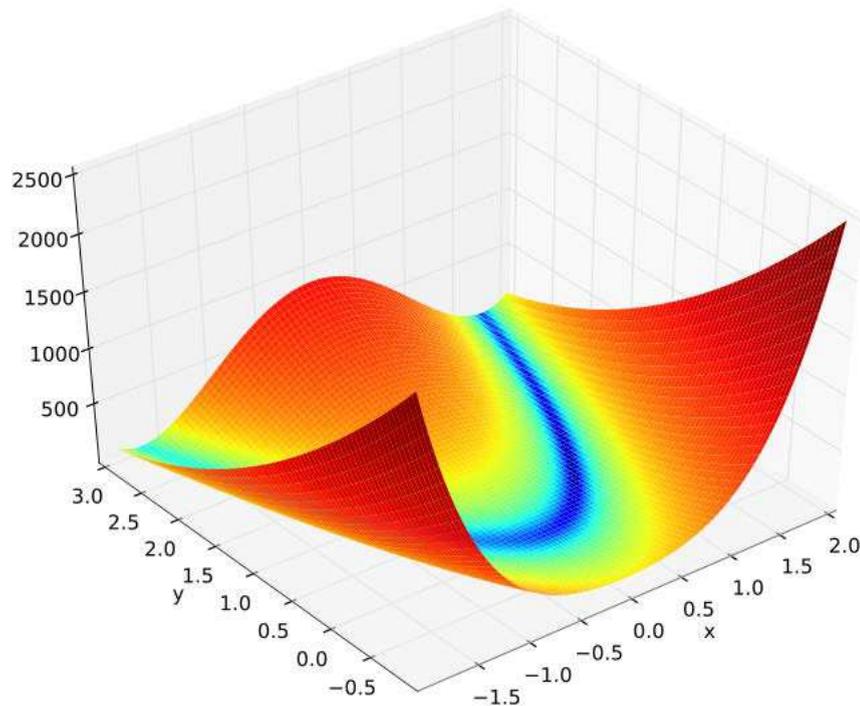


FIGURE 4.4 – Représentation graphique de la fonction Rosenbrock en deux dimensions

Nombre d'itérations	Evolution de SA	Evolution de SA-SPSA
1	60.7689	60.7689
5	41.1118	2.3689×10^{-5}
10	25.9742	4.9304×10^{-6}
15	6.0465	4.9304×10^{-6}
20	4.5019	4.9304×10^{-6}
25	3.3088	4.9304×10^{-6}
30	2.7633	8.0979×10^{-7}
35	1.2489	3.0159×10^{-7}
40	1.1528	3.0159×10^{-7}

TABLE 4.1 – Convergence de la fonction Rosenbrock avec SA et SA-SPSA en 40 itérations

4.1 donne l'évolution des deux algorithmes en convergeant vers le minimum. On peut remarquer que grâce à la minimisation locale de SPSA, l'algorithme est dirigé automatiquement vers la vallée contenant le minimum global, ce qui facilite la recherche de ce dernier et réduit systématiquement le nombre d'évaluation nécessaire à la minimisation par rapport à SA tout seul basé sur une recherche aléatoire aveugle et qui demande un nombre considérable d'évaluations de la fonction à minimiser.

2. La fonction Rastrigin

Nombre d'itérations	Evolution de SA	Evolution de SA-SPSA
1	1.0765	1.0765
5	0.0621	0.0650
10	7.6540×10^{-4}	0.0022
15	6.2770×10^{-4}	1.8026×10^{-4}
20	6.2770×10^{-4}	1.1053×10^{-5}
25	2.9417×10^{-4}	1.1053×10^{-5}

TABLE 4.2 – Convergence de la fonction Rastrigin avec SA et SA-SPSA en 25 itérations

C'est un autre exemple de problème de minimisation d'une fonction présentant un autre type de difficulté. Il s'agit de la fonction Rastrigin. C'est une fonction non-convexe, non-linéaire et multi-modal. Elle présente un nombre élevé de minima locaux et un seul minimum global. La figure 4.5 représente l'allure de la fonction Rastrigin en dimension 2.

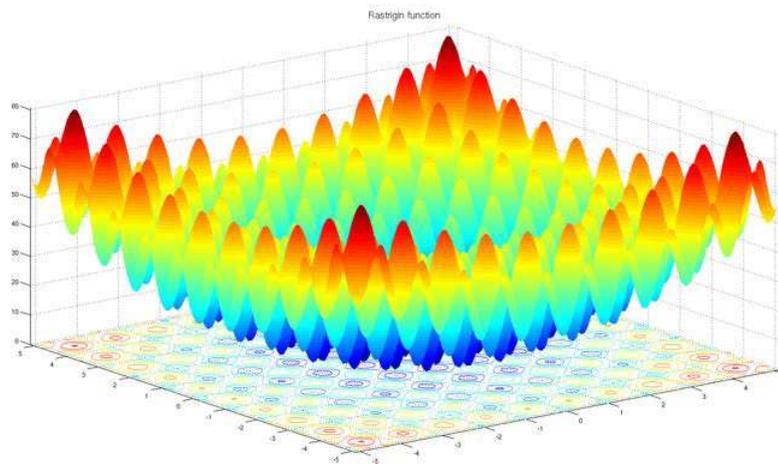


FIGURE 4.5 – Représentation graphique de la fonction Rastrigin en deux dimensions

La fonction Rastrigin est définie par l'équation suivante (Eq. (4.29)) :

$$f_{Rastrigin}(X) = 10n + \sum_{i=1}^n [x_i^2 - 10 \cos(2\pi x_i)] \quad (4.29)$$

Avec n la dimension de l'espace et $x_i \in [-5.12 \ 5.12]$. La fonction Rastrigin a un seul minimum global $f_{Rastrigin}(X) = 0$ en $X = (0, \dots, 0)^t$. L'algorithme hybride a prouvé des performances meilleures comparé à la version basique de SA comme on peut le constater dans le tableau 4.2.

3. La fonction Griewank

La fonction Griewank est largement plus compliquée que les autres fonctions présentées auparavant, vu l'espace de recherche relativement large et le nombre très élevé de minimums locaux. Pour la dimension $n = 1$, on trouve 191 de minimums locaux. La figure 4.6 présente le graphe de la fonction Griewank dans l'intervalle $[-50 \ 50]$ en dimension $n = 2$.

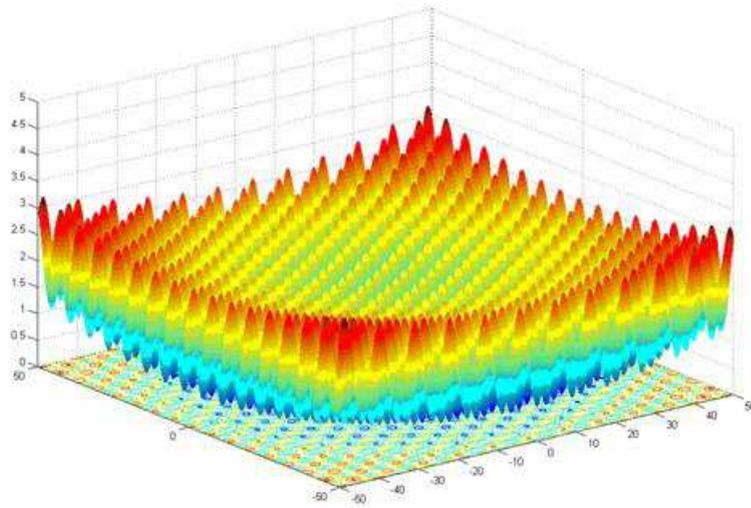


FIGURE 4.6 – Représentation graphique de la fonction Griewank en deux dimensions

La fonction Griewank est défini comme suit (Eq. (4.30)) :

$$f_{Griewank}(X) = \sum_{i=1}^n \left[\frac{x_i^2}{4000} \right] - \sum_{i=1}^n \left[\cos\left(\frac{x_i}{\sqrt{i}}\right) \right] + 1 \quad (4.30)$$

Les variables $x_i \in [-600, \ 600]$ tel que n est la dimension de l'espace et la fonction a un seul minimum global $f_{Griewank}(X) = 0$ à $X = (0, \dots, 0)^t$. Les mêmes remarques ont été constatées concernant la minimisation de cette fonction avec les deux algorithmes du recuit simulé, basique et hybride, et le tableau 4.3 montre la convergence des deux approches.

L'optimisation des autres fonctions mathématiques tests a bien été abouti et la même performance a été constatée pour l'algorithme hybride (SA-SPSA) et comparé avec succès à d'autres références en littérature.

Nombre d'itérations	Evolution de SA	Evolution de SA-SPSA
1	0.1489	22.3500
5	0.0372	0.0942
10	0.0372	0.0218
15	0.0372	0.0202
20	0.0305	0.0199
50	0.0299	0.0121
100	0.0298	0.0074

TABLE 4.3 – Convergence de la fonction Griewank avec SA et SA-SPSA en 100 itérations

Le tableau 4.4 présente l'ensemble des fonctions tests, parmi d'autres, présentant différentes difficultés en optimisation et qui ont fait l'objet de validation de la méthode hybride (SA-SPSA).

Fonctions test	Domaine de définition	L'optimum
Fonction Griewank		
$f_1 = 1 + \sum_{i=1}^N \frac{x_i^2}{4000} - \prod_{i=1}^N (\cos(x_i/\sqrt{i}))$	$x \in \mathbb{R}^N$	0
Fonction Rastrigin		
$f_2 = 10N + \sum_{i=1}^N [x_i^2 - 10 \cos(2\pi x_i)]$	$x \in [-5, 12; 5, 12]^N$	0
Fonction Alluffi Pentiny		
$f_3 = \frac{1}{4}x_1^4 - \frac{1}{2}x_1^2 + \frac{1}{10}x_1 + \frac{1}{2}x_2^2$	$x \in [-10; 10]^2$	-0.352386
Fonction Bohachevsky		
$f_4 = x_1^2 + 2x_2^2 - \frac{3}{10} \cos(3\pi x_1) - \frac{4}{10} \cos(4\pi x_2) + \frac{7}{10}$	$x \in [-100; 100]^2$	0
Fonction Branin		
$f_5 = (x_2 - \frac{5.1}{4\pi}x_1^2 - \frac{5}{\pi}x_1 - 6) + 10(1 - \frac{1}{8\pi}) \cos(x_1) + 10$	$x_1 \in [-5; 10], x_2 \in [0; 15]$	0.397887
Fonction Camel		
$f_6 = 4x_1^2 - 2.1x_1^4 + \frac{1}{3}x_1^5 + x_1x_2 - 4x_2^2 + 4x_2^4$	$x \in [-5; 5]^2$	-1.0316
Fonction Cosine mixture		
$f_7 = \sum_{i=1}^N x_i^2 - \frac{1}{10} \sum_{i=1}^N \cos(2\pi x_i)$	$x \in [-1; 1]^N$	-0.4
Fonction Shekel 5		
$f_8 = \sum_{i=1}^5 \frac{1}{(x-a_i)(x-a_i)^T + c_i}$		
avec $a = \begin{pmatrix} 4 & 4 & 4 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 8 & 8 & 8 & 8 \\ 6 & 6 & 6 & 6 \\ 3 & 7 & 3 & 7 \end{pmatrix}$ et $c = \begin{pmatrix} 0.1 \\ 0.2 \\ 0.2 \\ 0.4 \\ 0.4 \end{pmatrix}$	$x \in [0; 10]^4$	-10.107749
Fonction Shekel 7		
$f_9 = \sum_{i=1}^7 \frac{1}{(x-a_i)(x-a_i)^T + c_i}$		
avec $a = \begin{pmatrix} 4 & 4 & 4 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 8 & 8 & 8 & 8 \\ 6 & 6 & 6 & 6 \\ 3 & 7 & 3 & 7 \\ 2 & 9 & 2 & 9 \\ 5 & 3 & 5 & 3 \end{pmatrix}$ et $c = \begin{pmatrix} 0.1 \\ 0.2 \\ 0.2 \\ 0.4 \\ 0.4 \\ 0.6 \\ 0.3 \end{pmatrix}$	$x \in [0; 10]^4$	-10.342378
Fonction Shubert		
$f_{10} = - \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^5 j \sin(x_i(j+1)) + 1$	$x \in [-10; 10]^2$	-24.06249
Fonction Pen Holder		
$f_{11} = - \exp\{- \cos(x_1) \cos(x_2) e^{1 - [(x_1^2 + x_2^2)^{0.5} / \pi] } \}^{-1}$	$x \in [-11; 11]^2$	-0.963540
$f_{12} = \sum_{i=1}^n (x_i^4 - 16x_i^2 + 5x_i)$	$x \in [-4; 4]^n$	-78.33236

TABLE 4.4 – Fonctions mathématiques test utilisées pour validation la méthode SA-SPSA

Fonctions test	Domaine de définition	L'optimum
Fonction Cosine Mixture $f_{13} = \sum_{i=1}^n x_i^2 - 0.1 \sum_{i=1}^n \cos(5\pi x_i)$	$x \in [-1; 1]^n$	-0.1n
Fonction Rosenbrock $f_{14} = 100(x_2 - x_1^2)^2 - (1 - x_1)^2$	$x \in \mathbb{R}^r$	0
$f_{15} = x_1^2 + 2x_2^2 - 0.3\cos(3\pi x_1) - 0.4\cos(4\pi x_2) + 0.7$	$x \in \mathbb{R}^r$	0
$f_{16} = [x\sin(\frac{1}{x})]^4 + [x\cos(\frac{1}{x})]^4$	$x \in \mathbb{R}$	0
$f_{17} = \frac{(x_1-3)^8}{1+(x_1-3)^8} + \frac{(x_2-3)^4}{1+(x_2-3)^4}$	$x \in \mathbb{R}^r$	0
$f_{18} = (100(x_1 - x_2^2)^2) + (1 - x_1)^2$	$x \in \mathbb{R}^r$	0
Fonction Hartman($H - 3, 4$) $f_{19} = - \sum_{i=1}^4 c_i \exp[- \sum_{j=1}^3 a_{ij}(x_j - p_{ij})^2]$ avec $a = \begin{pmatrix} 3.0 & 10.0 & 30.0 \\ 0.1 & 10.0 & 35.0 \\ 3.0 & 10.0 & 30.0 \\ 0.1 & 10.0 & 35.0 \end{pmatrix}, c = \begin{pmatrix} 0.1 \\ 1.2 \\ 3.0 \\ 3.2 \end{pmatrix}$ et $p = \begin{pmatrix} 0.3689 & 0.1170 & 0.2673 \\ 0.4699 & 0.4387 & 0.7470 \\ 0.1091 & 0.8732 & 0.5547 \\ 0.0381 & 0.5743 & 0.8827 \end{pmatrix}$	$x \in]0, 1[^3$	-3.86278
Fonction Hartman($H - 6, 4$) $f_{20} = - \sum_{i=1}^4 c_i \exp[- \sum_{j=1}^3 a_{ij}(x_j - p_{ij})^2]$ avec $a = \begin{pmatrix} 10.0 & 3.00 & 17.0 & 3.50 & 1.70 & 8.00 \\ 0.05 & 10.0 & 17.0 & 0.10 & 8.00 & 14.0 \\ 3.00 & 3.50 & 1.70 & 10.0 & 17.0 & 8.00 \\ 17.0 & 8.00 & 0.05 & 10.0 & 0.10 & 14.0 \end{pmatrix}, c = \begin{pmatrix} 0.1 \\ 1.2 \\ 3.0 \\ 3.2 \end{pmatrix}$ et $p = \begin{pmatrix} 0.1312 & 0.1696 & 0.5569 & 0.0124 & 0.8283 & 0.5886 \\ 0.2329 & 0.4135 & 0.8307 & 0.3736 & 0.1004 & 0.9991 \\ 0.2348 & 0.1451 & 0.3522 & 0.2883 & 0.3047 & 0.6650 \\ 0.4047 & 0.8828 & 0.8732 & 0.5743 & 0.1091 & 0.0381 \end{pmatrix}$	$x \in]0, 1[^6$	-3.32237

TABLE 4.5 – Fonctions mathématiques test utilisées pour validation la méthode SA-SPSA

Fonctions test	Domaine de définition	L'optimum
$f_{21} = \sum_{i=1}^8 f_i \cdot f_{i+1} \cdot f_{i+2} + \frac{f_9 \cdot f_{10} \cdot f_1}{x_1^4 + 1} + \frac{f_1 \cdot f_1 \cdot f_2}{x_1^4 + 1}$ avec $f_i = \frac{1}{a_i \cdot b_i \cdot c_i} \cdot [\frac{x_i^4}{4} - \frac{(a_i + b_i + c_i) \cdot x_i^3}{3} + \frac{(a_i \cdot b_i + a_i \cdot c_i + b_i \cdot c_i) \cdot x_i^2}{2} - a_i \cdot b_i \cdot c_i]$ $a = (2 \ 5 \ 9 \ -57 \ 3 \ 36 \ -9 \ -54 \ 36 \ -9)$ $b = (42 \ -51 \ 54 \ 10 \ -3 \ -36 \ 9 \ 6 \ -9 \ 12)$ et $c = (-19 \ 28 \ -15 \ -9 \ -33 \ 6 \ 6 \ -6 \ 15 \ 48)$	$x \in [-60, 60]^{10}$	-3.0582 * 10 ¹⁰

TABLE 4.6 – Fonctions mathématiques test utilisées pour validation la méthode SA-SPSA

Méthode	Référence	Fonction test
PGSL	Probabilistic global search lausanne Raphael and Smith [2003]	[1]
ESGAT	simple genetic algorithm Raphael and Smith [2003]	[1]
Genitor	steady state genetic algorithm Raphael and Smith [2003]	[1]
CHC	version of genetic algorithm Raphael and Smith [2003]	[1]
GAT	The Genetic Algorithm Toolbox in MATLAB Yuan et al. [2008]	[2],[21]
HGA	Hybrid Genetic Algorithm Yuan et al. [2008]	[2], [21]
MGA	Modified Genetic Algorithm Tsoulos [2008]	[3],[4],[5],[6], [7],[8],[9],[10]
MACO	The modified ant colony optimization Toksar" [2007]	[15],[16],[17],[18]
SZGA	Successive zooming genetic algorithm Kwon et al. [2003]	[15]
ACO	Ant colony optimization Toksari [2006]	[16],[17],[18]
ARSET	Adaptive random search technique Hamzacebi and Kutay [2006]	[16],[17],[18]
GA-PSO	Genetic algorithms and particle swarm optimization Kao [2008]	[19],[20]

TABLE 4.7 – Méthodes d'optimisation utilisées pour comparaison des résultats d'optimisation avec SA-SPSA

D'après l'ensemble des résultats obtenus, nous pouvons conclure de cette étude comparative les avantages de l'hybridation d'une méthode stochastique basée sur une recherche aléatoire comme le recuit simulé et une méthode de descente à gradient approché qui est la méthode SPSA. Ces avantages se résument surtout dans le compromis entre exploration et exploitation de telle sorte à garder l'avantage de l'exploration de tout l'espace de recherche afin d'éviter les minima locaux et en même temps guider la recherche dès que l'algorithme est proche d'un optimum, local ou global, ce qui aide à affiner la recherche en diminuant le nombre d'évaluations de la fonction objectif.

Fonction test	Méthode hybride SA-SPSA		Méthodes Référence	
	Dimension	Résultat Obtenu	Méthode	Résultat Obtenu
1	10	0.0	ESGAT	0.0515
			CHC	0.0
			Genitor	0.00496
			PGSL	0.0007
	20	0.0	ESGAT	0.0622
			CHC	0.0
			Genitor	0.0240
			PGSL	0.0002
	50	0.0	ESGAT	0.0990
			CHC	0.00104
			Genitor	0.0170
			PGSL	0.0
	100	0.0	ESGAT	0.262
			CHC	0.0145
			Genitor	0.0195
			PGSL	0.0
2	10	0.0	HGA	1.29e-12
			GAT	1.37
	20	0.0	HGA	3.5e-12
			GAT	20.65
	50	0.0	HGA	9.09e-12
			GAT	143.37
	100	0.0	HGA	2e-11
			GAT	380.30
3	2	-0.352386	MGA	-0.352386
4	2	0.0	MGA	0
5	2	0.397887	MGA	0.397887
6	2	-1.0316	MGA	-1.0316
7	2	0.4	MGA	0.4
8	4	-10.0822	MGA	-10.107749
9	4	-10.31715	MGA	-10.342378
10	2	-23.1482	MGA	-24.06249
11	2	-0.963540	voir Karmakar et al. [2009]	-0.963540
12	2	-78.3323	voir Karmakar et al. [2009]	-78.3323
13	2	-0.2	voir Karmakar et al. [2009]	-0.2
	5	-0.5	voir Karmakar et al. [2009]	-0.5

TABLE 4.8 – Comparaison des résultats d'optimisation obtenus par SA-SPSA et d'autres méthodes

N du problème	Méthode SASP		Autres Méthodes	
	Dimension	Résultat Obtenu	Méthode	Résultat Obtenu
15	2	0	SZGA	2.98E-8
16	1	0	MACO	0
			MACO	0
			ACO	1.40E-045
17	2	0	ARSET	2.21E-043
			MACO	0
			ACO	0
18	2	0	ARSET	5.04E-023
			MACO	0
			ACO	0
19	3	-3.863433	ARSET	4.02E-016
			GA-PSO	-3.86278
			GA-PSO	-3.32237
20	6	-3.3257009	GA-PSO	-3.32237
21	10	-3.05818E+10	GAT	-
			HGA	3.027E+10
				-
				3.05818E+10

TABLE 4.9 – Les résultats des fonctions test

4.3 Optimisation multi-objective

Depuis une trentaine d'années, l'optimisation multi-objectif, appelée aussi multi-critère, connaît une évolution remarquable qui s'est traduite par l'apparition et le développement d'un grand nombre de méthodes. Cette multitude de méthodes est considérée comme une richesse partiellement exploitable par les différents secteurs d'industrie (Automobile, aéronautique, énergie, télécommunications, transport ...). Certes, ces approches ont aussi leurs faiblesses qui se résument dans la difficulté de faire un choix de méthode devant une situation donnée et un problème particulier.

Après une présentation des concepts de base, une première partie sera dédiée aux différentes méthodes d'optimisation multi-objectif qui existent dans la littérature. Dans la seconde partie, nous présentons les techniques utilisées et leurs applications aux cas industriels.

Pour la plupart des problèmes concrets, il ne s'agit pas d'optimiser un seul critère mais d'optimiser simultanément plusieurs critères et qui sont généralement en conflit. L'optimisation multi-objectif consiste donc à optimiser simultanément plusieurs fonctions avec les mêmes variables d'optimisation. La notion de solution optimale unique dans l'optimisation mono-objectif disparaît pour les problèmes d'optimisation multi-objectif au profit de la notion de compromis entre les objectifs sous forme d'ensemble de solutions nommées Pareto optimales.

L'optimisation multiobjectif est née du besoin en industrie de satisfaire plusieurs critères contradictoires, simultanément. Les bases de cette optimisation ont été posées par Pareto et Edgeworth au 19^{ème} siècle (Pareto [1896]). Ces théories trouvent leurs premières applications en économie et dans les sciences de l'ingénieur (Talbi [1999], Fonseca and Fleming [1995], Gandibleux and al. [2004], Hao et al. [1999], Reeves [1995], Reyes-Sierra and Coello [2006], Coello [2002]).

Les approches de résolution des problèmes multiobjectif peuvent être réparties en trois classes : approches basées sur la transformation du problème multiobjectif en un problème mono-objectif, approches non-Pareto et approches Pareto. Ces dernières sont décrites brièvement dans les paragraphes suivants.

Avant d'entamer la description des différentes classes d'optimisation multi-objectif, nous allons présenter quelques notions de base en optimisation multi-objectif.

Soit (P) un problème d'optimisation multi-objectifs et p le nombre d'objectifs à optimiser. Ces p fonctions sont des fonctions explicites et le domaine admissible est continu. Soit x le vecteur des variables d'optimisation (appelées aussi variables de décision ou de design), $f_k(\cdot)$ la k ème fonction objectif tel que $f_k : X \rightarrow R$ avec $k = 1, 2, \dots, p$ et $F(\cdot)$ le vecteur des fonctions critères ou objectifs. X est l'espace des solutions admissibles. Un problème d'optimisation multi-objectif est décrit comme suit (Eq. (4.31)) :

$$(P) \text{ Maximiser } F(x) = (f_1(x), f_2(x), \dots, f_p(x)) \quad x \in X \quad (4.31)$$

4.3.1 Transformation en un problème mono-objectif

Cette approche de l'optimisation multiobjectif (MO), consiste tout simplement à transformer un problème multi-objectif en un problème mono-objectif (Coello [2002]), qu'on peut résoudre par de nombreuses méthodes d'optimisation présentées auparavant (Coello [2002]; Agrafiotis [2001]). Parmi les méthodes qui utilisent cette approche, nous pouvons citer les méthodes d'agrégation (Sugeno [1974]; Srinivas and Deb [1995]), les méthodes ε -contraintes (Coello and al. [November 5-8, 1995]), les méthodes de programmation par but et min-max (Coello and al. [November 5-8, 1995]).

4.3.1.1 Méthode d'agrégation

Cette méthode est l'une des premières utilisées pour la génération de solutions d'un problème multi-objectif (solutions Pareto optimales). Elle consiste à combiner, de façon linéaire, plusieurs critères f_i du problème en un critère unique H :

$$H(x) = \sum_{i=1}^N \alpha_i f_i(x)$$

où les paramètres $\alpha_i \geq 0$ représentent les poids affectés aux critères, x est le vecteur de paramètres de la fonction objectif, $\sum_{i=1}^N \alpha_i = 1$ et N désigne le nombre de critères. En faisant varier les paramètres, différentes solutions sont obtenues. La même solution peut être obtenue en utilisant des paramètres différents.

Les avantages de cette méthode sont sa simplicité de mise en œuvre et son efficacité, en ce sens qu'elle produit une seule solution, et qu'elle ne nécessite pas l'intervention d'un opérateur extérieur (un décideur). Toutefois, pour atteindre cet objectif, deux problèmes essentiels doivent être résolus : la détermination des valeurs des paramètres associés à chaque critère, et l'interaction entre les différents critères.

En ce qui concerne le premier problème, une approche très utilisée consiste à résoudre le problème avec plusieurs valeurs des paramètres α_i . Des stratégies

”aveugles” ont été proposées dans la littérature pour engendrer, de façon aléatoire, les valeurs des paramètres (Ishibuchi and Murata [1998]).

4.3.1.2 Autres méthodes de transformation

La méthode, appelée ε -contraintes, de transformation d'un problème multiobjectif en problème mono-objectif est basée sur l'optimisation d'une fonction objectif f_j sujette à des contraintes sur les autres fonctions ($j \neq i$). Par exemple, dans le cas d'une minimisation, le problème multiobjectif peut s'écrire sous la forme :

$$\begin{aligned} & \text{Minimiser } f_k(x) \\ & \text{s.c. } f_j(x) \leq \varepsilon_j \quad j = 1, \dots, N \quad j \neq k \end{aligned}$$

Ce qui permet de transformer un problème multiobjectif en un simple problème mono-objectif sous contraintes et de le résoudre avec les méthodes d'optimisation mono-objectif. La connaissance a priori des intervalles appropriés pour les valeurs ε_j est nécessaire pour tous les objectifs (Talbi [1999]).

Une autre méthode très utilisée dans cette approche de résolution des problèmes multiobjectifs est la programmation par but et la méthode min-max. Dans cette méthode, les buts (valeurs) à atteindre pour chaque objectif doivent être définis a priori (Coello and al. [November 5-8, 1995]).

Ces valeurs servent par la suite à transformer le problème multiobjectif en un problème mono-objectif. A titre d'exemple, le critère à optimiser peut intégrer une norme pondérée, qui minimise l'écart par rapport aux buts. Le problème peut être formulé ainsi :

$$\text{Minimiser} \left(\sum_{j=1}^n \lambda_j |f_j(x) - b_j|^p \right)^{1/p}$$

Où $1 \leq p \leq \infty$, λ_i est le vecteur de pondérations, et b_j est le vecteur de buts. La norme utilisée est la métrique de Tchebycheff (L_p -métrique) (dans le cas d'une

norme euclidienne $p = 2$). La fonction précédente correspond à une fonction min-max, dans le cas où $p = \infty$. La sélection du vecteur de buts ne doit pas être aléatoire, car un mauvais vecteur peut aboutir à une solution qui n'est pas optimale au sens de Pareto (Coello [2002]).

4.3.2 Approche Non-Pareto

Cette approche est appelée aussi approche non agrégée. Généralement, les méthodes basées sur cette approche traitent les objectifs séparément et elles sont sensibles au paysage du front de Pareto (convexité, continuité,...). Deux groupes de méthodes existent dans la littérature : sélection lexicographique et sélection parallèle.

Dans l'approche classique de la sélection lexicographique, la sélection est réalisée suivant un ordre défini a priori appelé ordonnancement lexicographique.

4.3.2.1 L'ordonnancement lexicographique

C'est une méthode très intuitive qui consiste à considérer les fonctions objectif les unes après les autres et à minimiser à chaque fois un problème mono-objectif, en complétant au fur et à mesure l'ensemble des contraintes (Coello [2000]). Cette méthode procède en k étapes :

– **Etape 1** :

$$\left| \begin{array}{l} \text{Minimiser } f_1(x) \\ \text{Avec } x \in C. \end{array} \right.$$

On note f_1^* la solution de ce problème.

– **Etape 2** :

$$\left| \begin{array}{l} \text{Minimiser } f_2(x) \\ f_1 = f_1^* \\ \text{Avec } x \in C. \end{array} \right.$$

On note f_2^* la solution de ce problème.

...

– **Etape k** :

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Minimiser } f_k(x) \\ f_1 = f_1^*, f_2 = f_2^*, \dots, f_{k-1} = f_{k-1}^* \\ \text{Avec } x \in C. \end{array} \right.$$

L'inconvénient majeur de cette méthode est qu'elle requiert un choix de la séquence des objectifs à minimiser. Deux choix différents génèrent deux solutions distinctes.

La méthode qui traite aussi les objectifs de manière séparée est la méthode VEGA "Vector Evaluated Genetic Algorithm"

4.3.2.2 Vector Evaluated Genetic Algorithm (V.E.G.A)

Cette méthode est décrite dans (Coello [1996]) et (Deb [1999]). Elle opère comme suit :

- Itération i initialisation d'une population de taille N .
- Création de k groupes composé chacun de $\frac{N}{k}$ individus. K étant le nombre de fonctions objectif.
- Calcul des efficacité et mélange des individus.
- on applique l'algorithme génétique classique (croisement-mutation-sélection) puis on passe à l'itération $i + 1$

Le danger de cette méthode est d'obtenir, en fin d'optimisation, une population d'individus moyens dans tous les objectifs.

4.3.3 Approches Pareto

Une des grandes difficultés de la conception en métallurgie provient du fait que les problèmes d'optimisation liés aux procédés de mise en forme sont des problèmes multiobjectifs caractérisés par le fait que les différentes fonctions coûts sont en conflit entre elles. Pour les résoudre, nous avons choisi la classe des approches dites Pareto.

Contrairement aux autres approches qui combinent les critères ou les traitent séparément, les approches Pareto utilisent la notion de dominance, pour sélectionner

des solutions faisant converger la population vers un ensemble de solutions efficaces. Cette idée, basée sur les algorithmes génétiques, a été proposée par Goldberg (Goldberg [1989]).

Cette approche respecte l'intégrité de chaque critère, car les valeurs des différents critères ne sont pas comparées a priori. Ces méthodes permettent d'avoir un ensemble de solutions possibles (solutions Pareto) au problème, mais ne permettent pas de choisir une alternative plutôt qu'une autre. Le choix de la solution finale revient à l'utilisateur (décideur) Talbi [1999].

4.3.3.1 Optimum au sens de Pareto

Vilfredo Pareto est un mathématicien italien du XIX^{ème} siècle (Pareto [1896]). Il a donné les bases de la solution d'un problème économique multiobjectif. D'après le principe établi par Pareto, la solution d'un problème multi-objectif n'est pas unique, c'est un ensemble de solutions et toute solution au sens de Pareto est optimale de telle sorte qu'aucune amélioration ne peut être faite sur une composante du vecteur sans dégradation d'au moins une autre composante. Donc, une solution x est dite Pareto optimale si elle n'est dominée par aucune autre solution appartenant à l'espace admissible D . Ces solutions sont appelées solutions non dominées, ou non inférieures.

4.3.3.2 Notion de dominance

Soient $F_1 = (f_k^1)_{1 \leq k \leq p}$ et $F_2 = (f_k^2)_{1 \leq k \leq p}$ deux vecteurs de critères. On dit que F_1 domine F_2 si et seulement si $F_1 \geq F_2$ et $F_1 \neq F_2$ (i.e. $f_k^1 \geq f_k^2$ pour tout les critères et $f_k^1 > f_k^2$ pour au moins un critère). Cela veut dire que si F_1 domine F_2 alors F_1 est au moins aussi bon que F_2 sur tous les critères et meilleur que lui sur au moins un critère.

4.3.3.3 Notion de dominance forte

Si F_1 est meilleur que F_2 sur tous les critères, on dit que F_1 domine fortement F_2 .

4.3.3.4 Optimalité de Pareto

- Optimalité locale au sens de Pareto : Une solution y est optimale localement au sens de Pareto s'il existe un réel $\delta > 0$ tel qu'il n'y ait pas une solution z dominant y et vérifiant $\|z - y\| \leq \delta$.
- Optimalité globale au sens de Pareto : Une solution y est optimale globalement au sens de Pareto, ou optimale au sens de Pareto, ou encore Pareto-optimale s'il n'existe aucun point de l'espace admissible D qui la domine. L'ensemble des solutions Pareto optimales est appelé l'ensemble de Pareto ou également l'ensemble des compromis optimaux. L'image de l'ensemble de Pareto dans l'espace des critères est appelé la surface de Pareto (ou le front de Pareto pour le cas bi-objectif) ou encore la surface des compromis optimaux.

4.3.3.5 Point Utopique et Point de Nadir

Le vecteur utopique $y^* = (y_1^*, \dots, y_m^*)$ est obtenu en optimisant séparément chaque fonction objectif f_i , i.e. $y_i^* = f_i^*(x) = \min f_i(x)$, $x \in D$. Généralement ce vecteur n'appartient pas à l'espace objectif réalisable mais il est dans certains cas utile en tant que référence, par exemple, pour normaliser les valeurs des objectifs. A la différence du vecteur idéal qui représente les bornes inférieures de chaque objectif dans l'espace des solutions admissibles, le vecteur de Nadir correspond à leurs bornes supérieures sur la surface de Pareto, et non pas dans tout l'espace des solutions admissibles (figure 4.7). Ce vecteur sert à restreindre l'espace de recherche.

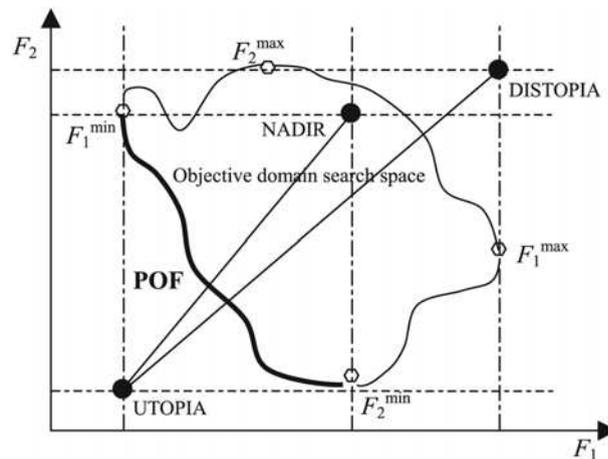


FIGURE 4.7 – La représentation du point Nadir et du point Utopique

4.4 Les métaheuristiques et l'optimisation multi-objective

Historiquement, la première génération des méthodes d'optimisation multi-objective rassemble principalement les approches suivantes :

- Multi-Objective Genetic Algorithm (M.O.G.A)
- Non dominated Sorting Genetic Algorithm (N.S.G.A)
- Niche-Pareto Genetic Algorithm (N.P.G.A)

Après plusieurs années de succès, les problèmes d'optimisation sont devenus de plus en plus difficiles et ces approches sont devenues classiques, dépassées et répondent partiellement aux exigences industrielles. La deuxième génération des approches qui est apparue a eu un succès et ces approches sont considérées comme l'état de l'art et des approches de référence dans l'optimisation multi-objectif. Parmi les approches les plus représentatives de cette génération on cite :

- Strength Pareto Evolutionary Algorithm (SPEA et SPEA2)
- Non dominated Sorting Genetic Algorithm II (NSGA-II)
- The Pareto Archived Evolution Strategy (PAES)
- The Pareto Envelope-based Selection Algorithm (PESA et PESA II)
- Multi-objective Messy Genetic Algorithm (MOMGA et MOMGA II)
- MicroGA pour l'optimisation multi-objectif

Les métaheuristiques sont à la base de ces approches et de leurs performances. Nous allons présenter les méthodes les plus connues.

4.4.1 La méthode M.O.G.A (Multiple Objective Genetic Algorithm)

Cette méthode est présentée dans (Deb [1999]) et (Fonseca and Fleming [1993]). Elle utilise la relation de dominance de Pareto pour calculer l'efficacité des individus. Le rang d'un individu x_i à la génération t est donné par :

$$\text{Rang}(x_i, t) = 1 + p_i^{(t)}$$

Où $p_i^{(t)}$ est le nombre d'individu qui dominant x_i à la génération t .

Pour calculer l'efficacité des individus, on suit les étapes suivantes :

1. classer les individus en fonction de leur rang.
2. affecter une efficacité à un individu en interpolant à partir du meilleur rang au plus mauvais.

Algorithm 1 M.O.G.A

```

Initialisation de la population
Evaluation des fonctions objectif
Assignation d'un rang basé sur la dominance
Assignation d'une efficacité à partir du rang
Pour  $i = 1$  à maxG
Sélection aléatoire proportionnelle à l'efficacité
Croisement
Mutation
Evaluation des fonctions objectif
Assignation d'un rang basé sur la dominance. Assignation d'une efficacité à partir
du rang
Endfor

```

Cette méthode ne permet pas, dans certain cas, d'obtenir une diversité dans la représentation des solutions.

4.4.2 La méthode N.S.G.A (Non dominated Sorting Genetic Algorithm)

Cette méthode reprend les grandes lignes de la méthode MOGA. La différence principale intervient dans l'efficacité d'un individu ([Srinivas and Deb \[1995\]](#)).

Dans un premier temps, on affecte à chaque individu un rang de Pareto. Tous les individus de même rang sont classés dans une catégorie. Chaque catégorie aura

une efficacité inversement proportionnelle à son rang.

Pour maintenir la diversité de la population, on va partager la valeur de l'efficacité d'une catégorie entre ses individus de la façon suivante :

★ On calcule, pour chaque individu, le compte de ses voisins

$$m_i = \sum_{j=1}^K Sh(d(i, j))$$

$$Sh(d(i, j)) = \begin{cases} 1 - \left(\frac{d(i, j)}{\sigma_{share}}\right)^2 & \text{si } d(i, j) < \sigma_{share} \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

avec K : nombre d'individus de la catégorie σ_{share} : permet de définir une zone d'influence pour le calcul de l'efficacité de l'individu.

★ L'efficacité f_i de l'individu i est donnée par : $f_i = \frac{F}{m_i}$

C'est une méthode efficace, qui permet d'obtenir une diversité dans la représentation des solutions, mais elle reste très sensible au choix du diamètre de la niche σ_{share} . Récemment une version améliorée de NSGA appelée NSGA-II est apparue ([Deb et al. \[2000\]](#)).

4.4.3 La méthode SPEA (Strength Pareto Evolutionary Algorithm)

La méthode SPEA implémentée par Zitzler et Thiele ([Zitzler \[1998\]](#)) est l'illustration même d'un algorithme évolutionnaire élitiste. SPEA maintient un archive externe contenant les meilleurs front de compromis rencontré durant la recherche.

Récemment une version améliorée de SPEA appelée SPEA-2 est apparue ([Zitzler et al. \[2001\]](#)).

Algorithm 2 S.P.E.A

Initialiser la population P_0 et créer l'archive externe vide $\bar{P} = \phi$

Mise à jour de \bar{P} à partir des individus non dominés de P_0

Tant que critère-d'arrêt-non-rencontré faire

– Calcul de la valeur d'adaptation pour tous les individus de $P + \bar{P}$

– Sélection dans $P_t + \bar{P}$ en fonction de la valeur d'adaptation

– Croisement

– Mutation

– Mise à jour de \bar{P} à partir des individus non dominés de P

Fin Tant que

4.4.4 La méthode PAES (Pareto Archived Evolution Strategy)

La méthode PAES a été introduite par Knowles and Corne ([Knowles \[1999\]](#)). Elle utilise une stratégie évolutionnaire simple de recherche locale. Elle maintient un archive externe des solutions non dominées pour assurer une diversité dans les solutions trouvées

4.4.5 La méthode PESA (Pareto Envelope-based Selection Algorithm)

La méthode PESA a été proposée par Corne et al (2000). Elle utilise une population interne de taille réduite et une population externe de taille considérable.

4.4.6 La méthode MOMGA (Multi-objective Messy Genetic Algorithm)

Cette méthode a été proposée par Van Veldhuizen and Lamont (2000).

4.4.7 La méthode NBI (Normal Boundary Intersection)

Dans le cadre de cette thèse, le meilleur choix pour résoudre les problème liés à l'emboutissage est de générer un front de Pareto optimale facile à exploiter par

les industriels, ce qui nécessite une bonne visualisation des points du front. En se basant sur ce critère, deux méthodes d'optimisation multi-objectifs et d'identification directe de front de Pareto ont été choisies : la méthode NBI (Normal Boundary Intersection) (Das [1998]) et la méthode NNCM (Normalized Normal constrained Method) (Messac et al. [2003]). Nous allons détailler un peu plus ces deux méthodes, les caractéristiques de chacune, leurs avantages et inconvénients et comment nous allons profiter de la méthode hybride (SA-SPSA), que nous avons développé auparavant, en la couplant avec NBI et NNCM pour résoudre le cas test considérés dans cette thèse.

La méthode d'intersection à la frontière (NBI) est une méthode développée par Das et Denis (Das [1998]) en 1998. Elle a fait preuve d'identification du front de Pareto par la détermination d'un ensemble de solutions Pareto-optimales uniformément répartis, cela fait la principale caractéristique de cette méthode et son avantage majeur qui la différencie des autres méthodes classiques. La méthode NBI se base sur des points principales qui constituent les étapes essentielles de la méthode :

1. Le minimum individuel pour chaque fonction objective (Individual minima).
2. Le CHIM (convex hull of individual minima).
3. Le vecteur normal par rapport à CHIM en direction de l'origine.
4. La formulation du problème d'optimisation NBI.

Nous allons décortiquer ces quatre points dans la partie suivante pour le cas d'un problème bi-objectifs.

4.4.7.1 Le minimum individuel

Soit x_1^* et x_2^* les deux minimums globaux individuels des fonctions objectifs, respectivement, $f_1(x)$ et $f_2(x)$ du vecteur $F = [f_1(x); f_2(x)]^t$. Pour les obtenir, nous avons utilisé la méthode du recuit simulé hybridée avec SPSA décrite auparavant. Notons :

$$f_1(x_1^*) = f_1^* \text{ et } f_2(x_2^*) = f_2^*$$

Alors les minimums individuels F_1^* et F_2^* sont définis comme suit :

$$F_1^* = (f_1(x_1^*); f_2(x_1^*)) \text{ et } F_2^* = (f_1(x_2^*); f_2(x_2^*))$$

On les présente dans l'espace des fonctions comme le montre la figure 4.8.

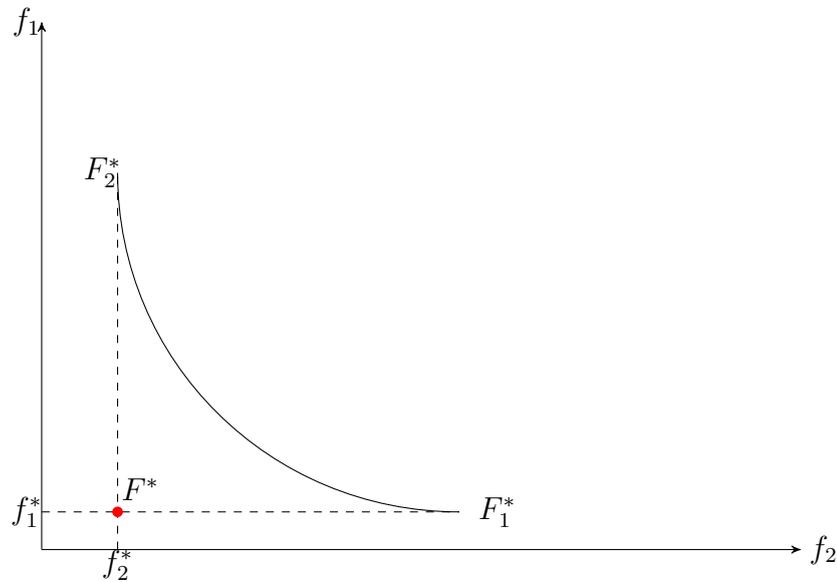


FIGURE 4.8 – La représentation des deux minima individuels pour un problème d'optimisation bi-objectif

4.4.7.2 Le CHIM (convex hull of individual minima)

Après, on détermine le vecteur $F^* = (f_1^*, f_2^*)$ appelé ' Utopia point ' qui représente le point dont les coordonnées sont les minimums de deux fonctions objectifs.

On obtient le CHIM (Convex Hull of Individual Minima) par la section de la droite passant par les deux points représentant les minimums individuels comme le montre la figure 4.9.

L'ensemble de points constituant ce segment décrit l'ensemble défini par (Eq. (4.32)) :

$$\{\phi\beta_j : \beta_j = [\beta_{1j}\beta_{2j}]^t \in \mathbb{R}^2; \sum_{i=1,2} \beta_{ij} = 1, \beta_{ij} \geq 0, \forall j = 1, \dots, N_j\} \quad (4.32)$$

Avec ϕ appelée matrice Pay-off et N_j le nombre total des points $\phi\beta_j$.

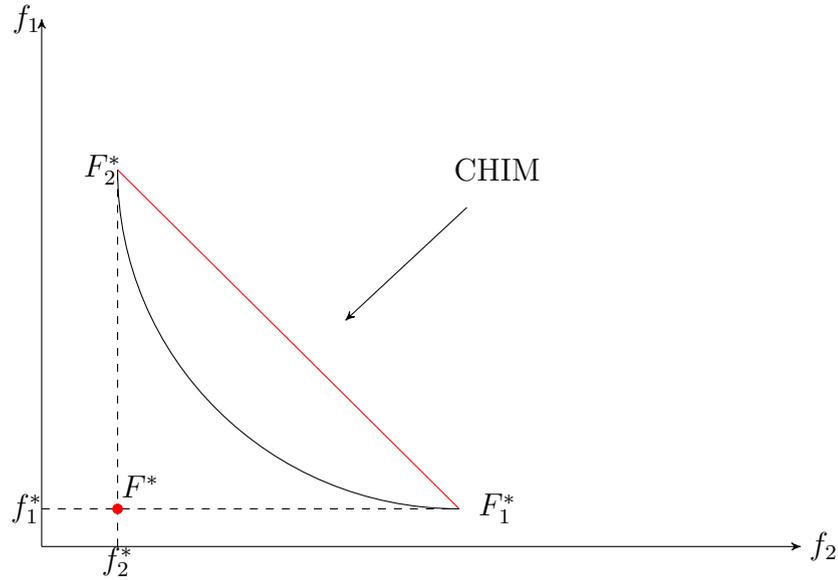


FIGURE 4.9 – Convex Hull of individual minima (CHIM)

4.4.7.3 La matrice Pay-off

Dans le cas d'un problème d'optimisation bi-objectif, la matrice Pay-off s'écrit de la façon suivante :

$$\phi = [F_i^* - F^*]$$

Dans le cadre général d'un problème d'optimisation multi-objectif, la matrice Pay-off est d'ordre $m \times m$ (m est le nombre des fonctions objectifs) dont la i^{eme} colonne composée du vecteur $F(x_i^*) - F^*$. Alors la matrice sera de la forme suivante :

$$\Phi = \begin{pmatrix} 0 & f_1(x_2^*) - f_1(x_1^*) & \dots & f_1(x_n^*) - f_1(x_1^*) \\ f_2(x_1^*) - f_2(x_2^*) & 0 & \dots & f_2(x_n^*) - f_2(x_1^*) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ f_n(x_1^*) - f_n(x_n^*) & f_n(x_2^*) - f_n(x_n^*) & \dots & 0 \end{pmatrix}$$

4.4.7.4 Le vecteur normal par rapport à CHIM en direction de l'origine

Considérons un point du CHIM et traçons le vecteur normale n au CHIM à ce point et qui est en direction de l'origine, comme désigné dans la figure 4.10.

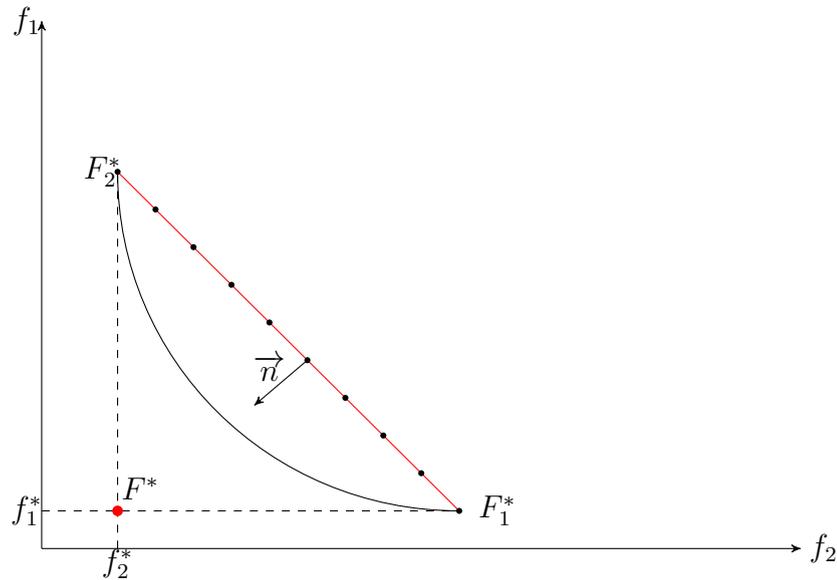


FIGURE 4.10 – Le vecteur normal au CHIM pointant vers l'origine

Dans la pratique, on choisit une direction quasi-normale comme combinaison linéaire des colonnes de Φ , multiplié par -1 pour assurer la direction qui pointe vers l'origine :

$$n = -\Phi \cdot e \text{ avec } e = (1, 1, \dots, 1)^t$$

Après la définition des principaux ingrédients nécessaires à la méthode NBI, l'idée clé de la méthode consiste à déterminer les points d'intersection de la frontière de l'espace faisable et la normale n à CHIM à chaque point $\phi\beta_j$ et pointant vers l'origine. La méthode NBI peut générer des solutions optimales de Pareto pour des problèmes d'optimisation considérés difficiles. Dans le cas de situations non convexes, ce qui est très rare dans la littérature, même les points Pareto optimal qui ne peuvent pas être obtenus par les méthodes classiques peuvent être trouvés par cette méthode.

Soit n le vecteur unitaire normale au CHIM pointant vers l'origine et t représente l'ensemble des points appartenant à cette normale. Le principe de la méthode NBI a été formulé algébriquement par Das et Dennis de la façon suivante : Il s'agit de résoudre dans l'espace des fonctions objectives le problème mono-objectif suivant en chaque point $\phi\beta_j$:

$$\begin{cases} \max t \\ \phi\beta_j + tn = F(x) - F^* \\ x \in \mathbf{C} \end{cases} \quad (4.33)$$

La contrainte additionnelle ajoutée par la méthode NBI, $\phi\beta_j + tn = F(x) - F^*$, assure que le point $F(x)$ soit situé sur la normale n et les autres contraintes sont les contraintes du problème d'optimisation multi-objectif initial qui assurent la réalisabilité de x et permet de vérifier que $F(x)$ est dans l'espace faisable.

Si on choisit de résoudre les sous-problèmes NBI dans l'espace d'origine F^* , la contrainte additionnelle ajoutée par la méthode NBI peut s'écrire seulement $\phi\beta_j + tn = F(x)$. Das et Dennis ont prouvé que les solutions des sous-problèmes NBI sont les mêmes solutions du problème d'optimisation initial. Nous avons choisi cette méthode car elle présente plusieurs avantages, on cite parmi d'autres :

- Elle est capable de trouver un ensemble de solutions de Pareto uniformément répartis ce qui aide à construire une bonne approximation de la courbe Pareto,
- Elle ne demande pas de calcul du gradient ou du Hessien comme c'est le cas pour d'autres méthodes et qui n'est pas facile à calculer toujours et rend la résolution du problème d'optimisation multi-objectif très coûteuse.
- Elle présente la possibilité de parallélisation. Puisque les sous-problèmes NBI sont indépendants, leur résolution peut être effectuées en parallèle.

4.4.8 La méthode NNCM (Normalized Normal constrained Method)

La méthode NNCM cherche aussi à prouver le même principe que la méthode NBI. Nous allons présenter la méthode dans le cas bi-objectif. En commençant du même point de départ, nous déterminons le minimum individuel de chaque fonction objectif avec le recuit simulé hybridé avec SPSA. Pour faciliter le processus d'optimisation, il faut normaliser l'espace par une fonction de transformation (Eq. (4.34)) :

$$\bar{f}(x) = \left(\frac{f_1(x) - f_1(x_1^*)}{l_1} \quad \frac{f_2(x) - f_2(x_2^*)}{l_2} \right)^t \quad (4.34)$$

Avec l_1 et l_2 les distances définies par :

$$l_1 = f_1(x_2^*) - f_1(x_1^*) \quad l_2 = f_2(x_1^*) - f_2(x_2^*) \quad (4.35)$$

On détermine le vecteur d'origine $\bar{f}(x_1^*)$ et d'extrémité $\bar{f}(x_2^*)$ nommé "utopia line vector" et de module $\bar{N} = \bar{f}(x_2^*) - \bar{f}(x_1^*)$.

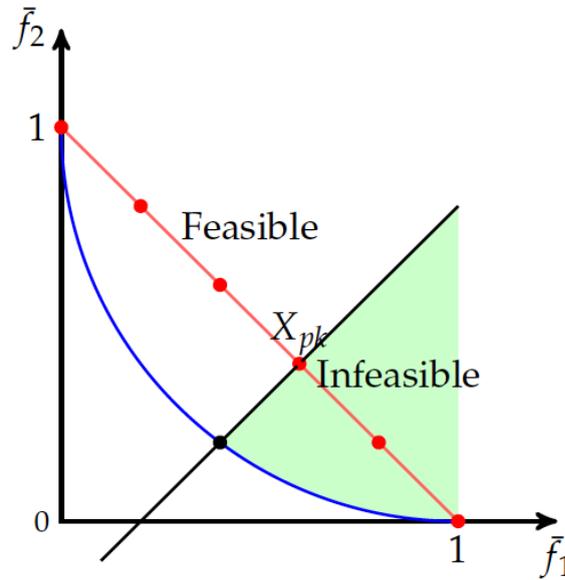


FIGURE 4.11 – La méthode NNCM dans le cas bi-objectif

La méthode NNCM nous offre une nouvelle formulation du problème multiobjectif transformée en sous problèmes mono-objectifs facile à résoudre par le recuit simulé hybridé avec SPSA, elle consiste à résoudre le problème de minimisation suivant (Eq. (4.36)) :

$$\begin{cases} \min f_2(x) \\ \bar{N}^t(\bar{f}(x) - x_p) \leq 0 \\ x \in \mathcal{C} \end{cases} \quad (4.36)$$

Avec x_p les points du vecteur \bar{N} définie par $x_p = \alpha_1 \bar{f}(x_1^*) + \alpha_2 \bar{f}(x_2^*)$ avec $\alpha_1 + \alpha_2 = 1$ et $0 \leq \alpha_{1,2} \leq 1$.

Et pour avoir les points Pareto x_k obtenus par résolution de k sous problèmes dans l'espace de design, on effectue la transformation inverse suivante (Eq. (4.37)) :

$$f(x_k) = \left(l_1 \bar{f}_1(x_k) + f_1(x_1^*) \quad l_2 \bar{f}_2(x_k) + f_2(x_2^*) \right)^t \quad (4.37)$$

4.4.9 Tests de validation des deux méthodes NBI/NNCM couplées avec SA-SPSA et comparaison avec la méthode NSGAI

Cette section a deux principaux buts. Le premier est de prouver que les deux approches NBI/NNCM couplé avec la méthode hybride SA-SPSA sont capables d'identifier la plupart des front de Pareto de problèmes d'optimisation multi-objectifs utilisés comme problèmes tests en littérature. Ces problèmes tests se basent sur des fonctions analytiques qui présente de différents aspects de front de Pareto.

Et le second but est de comparer les résultats obtenus avec une méthode universellement reconnu comme une méthode représentative de l'état de l'art et une référence en optimisation multi-objectif. Il s'agit de la seconde version de l'algorithme génétique de tri non-dominé (Non-dominated Sorting Genetic Algorithm) NSGA-II. Avant d'entamer les résultats d'optimisation des fonctions analytiques, il est nécessaire d'abord de connaître le principe quelques détails sur la méthode NSGA-II. Pour cette raison, nous présentons dans la partie suivante un bref aperçu sur cette méthode

La première version nommé Non Sorting Genetic Algorithm (NSGA) a été implémenté en 1994 basé sur la procédure de ranking qui a été initialement introduite par Goldberg. Elle donne à tous les individus non-dominés de la population le rang 1. Ces individus sont ensuite enlevés de la population et l'ensemble suivant d'individus non-dominés est identifié et on leur attribue le rang 2 et à chaque itération on augmente ce rang. Une nouvelle version de cet algorithme, nommée Non Sorting Genetic Algorithm II (NSGA II), a été développé par Kalyanmoy Deb ([Deb \[1999\]](#), [Deb et al. \[2000\]](#), [Deb et al. \[2002\]](#)).

En la comparant à NSGA, NSGA-II obtient de meilleurs résultats sur toutes les instances présentées dans les travaux de K. Deb ([Deb et al. \[2002\]](#), [Deb et al. \[2002\]](#)) et bien d'autres dans plusieurs références et une multitudes d'applications dans différents domaines, ce qui fait de cet algorithme un des plus utilisés aujourd'hui.

L'algorithme se base principalement sur trois composantes : il utilise le principe de l'élitisme, il favorise les solutions non dominées, et il utilise une variété explicite des solutions, grâce au critère de distance d'encombrement.

Cette distance peut être défini comme suit :

Pour estimer la densité des solutions autour d'une solution particulière i de la population courante, on utilise la distance moyenne normalisée des deux solutions les plus proches de i , dans les sens croissant et décroissant, et pour chacune des fonctions coût. Cette quantité d_i , est appelée distance d'encombrement. Elle constitue une estimation du périmètre de l'hyper cube formée par les plus proches voisins de i .

L'algorithme commence par une génération aléatoire d'une population initiale P_0 de N individus parents. À la génération t , une population Q_t de N enfants est créée à partir de la population parent P_t en utilisant les opérateurs génétiques (sélection - croisement - mutation).

Ensuite, les deux populations sont combinées pour former une nouvelle population $R_t = P_t \cup Q_t$ de taille $2N$ comme le montre la figure 4.12. La recherche des solutions non-dominées permet de classer les individus de R_t en plusieurs fronts de rangs différents. Elle est effectuée de la manière suivante : Chaque individu de R_t est comparée à tous les autres individus par le concept de dominance. Les individus non dominés appartiennent au front de rang 1, le front de Pareto. En éliminant, temporairement, ces individus de l'ensemble de recherche, l'algorithme est itéré pour fournir le front de rang 2, et ainsi de suite. La nouvelle population parent P_{t+1} est alors construite avec les N individus appartenant aux fronts de rang les plus faibles. Pour le dernier front, il y a plus de solutions que de places restantes dans la nouvelle population P_{t+1} . Les individus sont alors triés selon leur distance d'encombrement, et par ordre croissant. Ce choix permet d'offrir la meilleure distribution des individus sur le front de rang le plus élevé.

Une fois que les individus appartenant à la population P_{t+1} sont identifiés, une nouvelle population enfant Q_{t+1} est créée par sélection, croisement et mutation. La sélection par tournoi est utilisée, le critère de sélection est basé sur l'opérateur de comparaison \prec_n défini ci-dessous. Le processus continue, d'une génération à la suivante, jusqu'à un critère d'arrêt. La figure 4.12 résume les différentes étapes de la méthode NSGA-II.

Pour chaque itération t faire
 $R_t = P_t \cup Q_t$
 $F = \text{fast-non-dominated-sort}(R_t)$ (calcul de tous les fronts non dominés de R_t)
 $P_{t+1} = \emptyset$
 $i = 1$
Tant que $P_{t+1} = |P_{t+1}| \cup |F_i| \leq N$ (Tant que la population n'est pas pleine)
 $i = i + 1$
 $P_{t+1} = P_{t+1} \cup F_i$ (inclure le $i^{\text{ème}}$ front non dominé dans P_{t+1})
Calculer la distance d'encombrement du front F_i
Sort(F_i, \prec_n) (Trier dans un ordre descendant en utilisant l'opérateur de comparaison \prec_n)
 $P_{t+1} = |P_{t+1}| \cup |F_i|[1 : N - |P_{t+1}|]$ (Choisir lrd premiers $(N - |P_{t+1}|)$ individus du front les mieux répartis)
Générer une nouvelle population enfant (Q_{t+1}) par sélection, croisement et mutation
 $t = t + 1$ (incrémenter le compteur des générations)

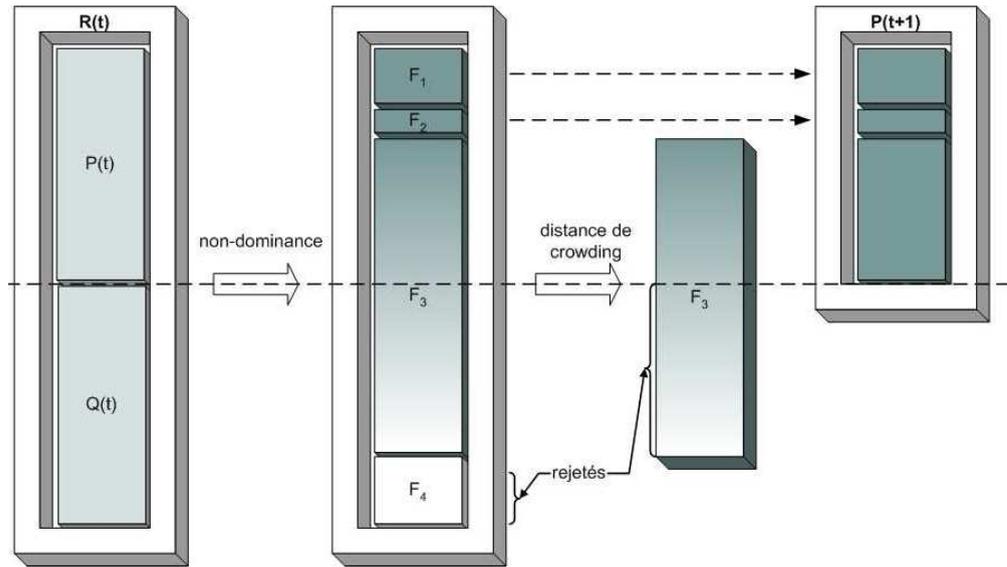


FIGURE 4.12 – Principe de l'algorithme NSGA-II

Les problèmes benchmark utilisée pour démontrer l'efficacité des deux approches concernée par cette étude (NBI/NNCM couplé avec SA-SPSA) sont les plus populaires comme tests de validation en optimisation multi-objectif. Ces problèmes benchmark présentent divers types de front de Pareto, des fronts de Pareto convexe, non-convexes, continus, discontinus avec des solutions uniformes et non-uniformes. La littérature dans ce domaine est très riches en problèmes benchmark. Nous avons choisi ceux présentée par Veldhuizen et Deb ([Van Veldhuizen \[1999\]](#) [Deb \[1999\]](#)).

1. Le problème de Schaffer ([Schaffer \[1985\]](#))

$$\begin{cases} \min_x F(x) = \left(f_1(x) \quad f_2(x) \right)^t \\ f_1(x) = x^2 \\ f_2(x) = (x - 2)^2 \\ x \in [0, 2] \end{cases} \quad (4.38)$$

Le problème de Schaffer (Eq. (4.38)) est un problème à une variable de décision et les solutions Pareto constituent un front de Pareto convexe. C'est un problème pratiquement simple à résoudre. Nous n'avons eu aucune difficulté à obtenir le front avec les trois méthodes (NBI/NNCM couplé avec SA-SPSA et NSGA-II). La figure 4.13 montre les résultats obtenus avec les trois approches.

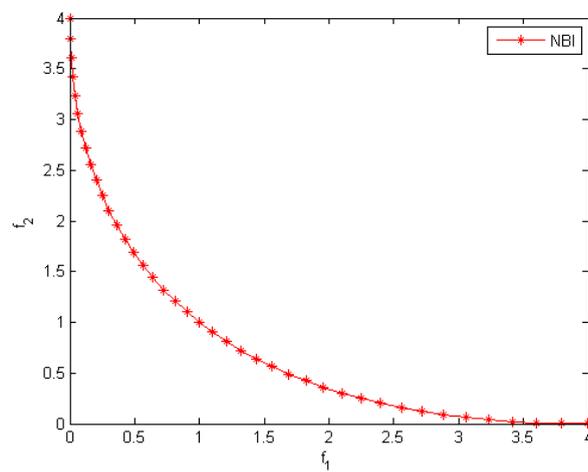
D'après l'allure des fronts de Pareto obtenus, on constate qu'effectivement, pour ce problème, les deux approches NBI/NNCM à l'aide de la méthode SA-SPSA ont pu capturer un front de Pareto global avec des solutions uniformément répartis en les comparant aux solutions obtenues par la méthode NSGA-II. Il est important de noter une caractéristique qui fait la grande différence entre les deux approches concernées par l'étude et la méthode NSGA-II, c'est la maîtrise du nombre de points Pareto qu'on veut obtenir sur le front ce qui est faisable avec les méthodes NBI et NNCM de telle sorte qu'on peut avoir une bonne approximation du front à partir de seulement trois points du CHIM et les solutions Pareto sont trouvées par SA-SPSA en une dizaine d'itérations, ce qui n'est, malheureusement, pas possible avec la méthode NSGA-II tel que une taille de population grande et diversifiée est un facteur déterminant pour son efficacité. Alors ce n'était pas possible d'avoir une bonne approximation du front de Pareto avec une population inférieure à 50 dans, au moins, une cinquantaine de générations.

2. Le problème de Fonseca and Fleming (Fonseca and Fleming [1993] Fonseca and Fleming [1995] Fonseca [1998])

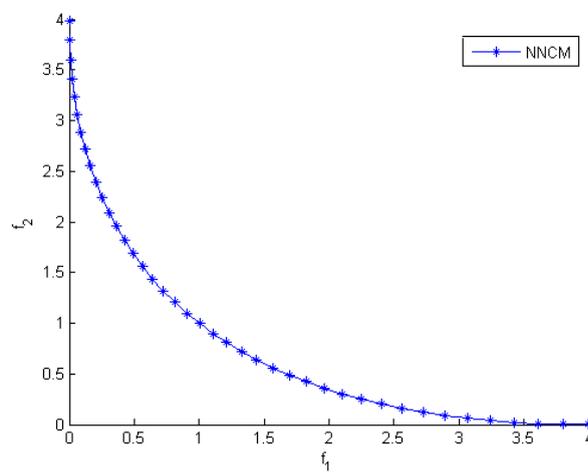
$$\begin{cases} \min_x F(x) = \left(f_1(x) \quad f_2(x) \right)^t \\ f_1(x) = 1 - \exp \left(- \sum_{i=1}^3 \left(x_i - \frac{1}{\sqrt{3}} \right)^2 \right) \\ f_2(x) = 1 - \exp \left(- \sum_{i=1}^3 \left(x_i + \frac{1}{\sqrt{3}} \right)^2 \right) \\ x_i \in [-4, 4] \text{ for } i = 1, 2, 3 \end{cases} \quad (4.39)$$

Le problème de Fonseca et Fleming (Eq. (4.39)) a un front de Pareto non-convexe représenté dans la figure 4.14. Nous remarquons aussi la qualité du front obtenu par les deux méthodes NBI et NNCM, dont les sous-problèmes sont résolus par la méthode hybride SA-SPSA, par rapport à la méthode NSGA-II.

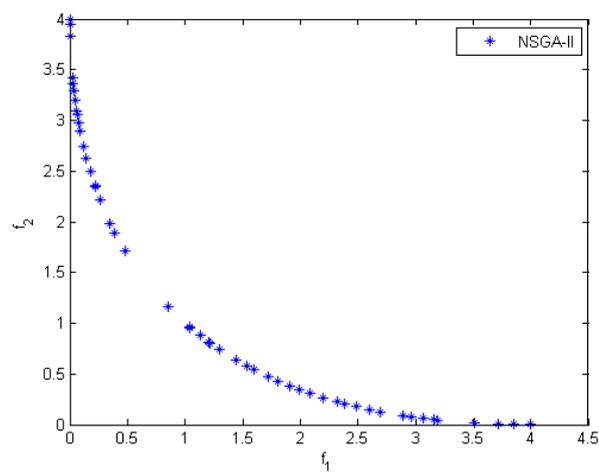
3. Le problème de Kursawe (Kursawe)



(a) NBI

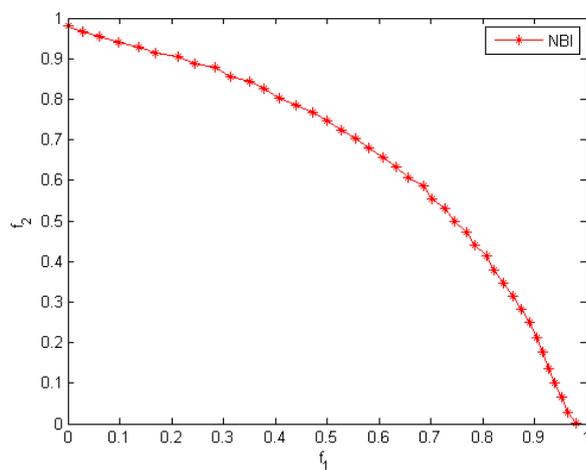


(b) NNCM

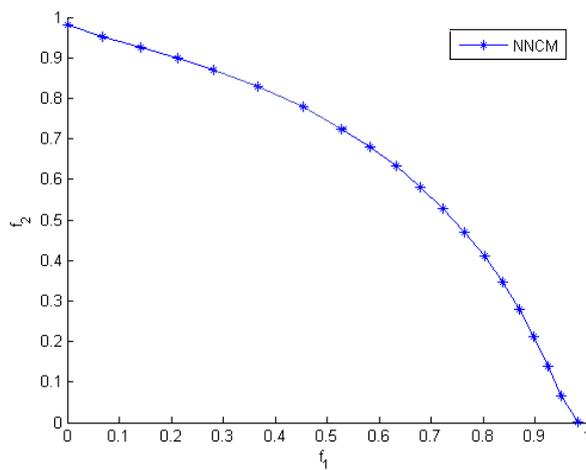


(c) NSGA-II

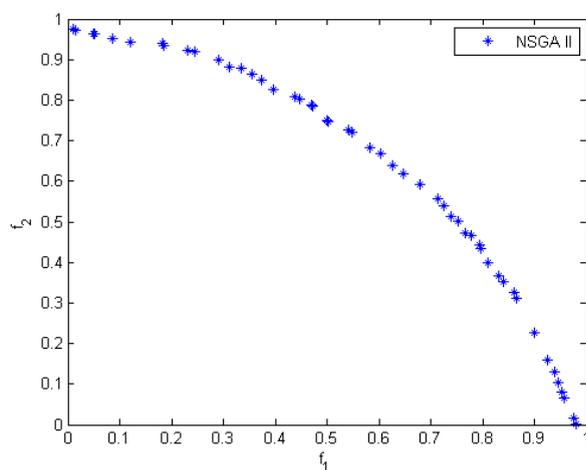
FIGURE 4.13 – Test function SCH (convex)



(a) NBI



(b) NNCM



(c) NSGA-II

FIGURE 4.14 – Test function FON (concave)

$$\begin{cases} \min_x F(x) = \left(f_1(x) \quad f_2(x) \right)^t \\ f_1(x) = \sum_{i=1}^{n-1} \left(-10 \exp(-0.2 \sqrt{x_i^2 + x_{i+1}^2}) \right) \\ f_2(x) = \sum_{i=1}^n (|x_i|^{0.8}) + 5 \sin x_i^3 \\ x_i \in [-5, 5] \text{ for } i = 1, 2, 3 \end{cases} \quad (4.40)$$

Le problème de Kursawe (Eq. (4.40)) est l'un des problèmes les plus difficiles à résoudre en optimisation multi-objective puisque le front de Pareto, représenté dans l'espace des fonctions objectifs, est composé de trois parties discontinues et non-convexe. La figure 4.15 montre les solutions Pareto obtenus par les approches que nous comparons. Pour ce problème, le NSGA-II a prouvé un résultat meilleur mais il faut signaler que, pour avoir une bonne approximation du front de Pareto pour ce problème, il fallait une population initiale d'au moins 100 individus et un nombre d'itération égale au minimum à 100.

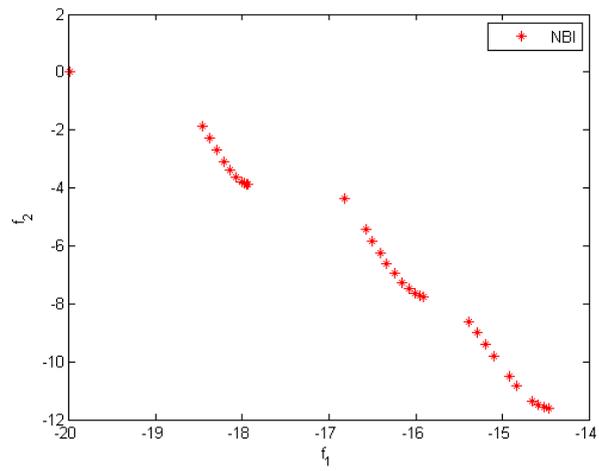
4. Les problèmes de Zitzler et al. (Zitzler [1998] Zitzler [1999] Zitzler et al. [2001])

Parmi la famille des problèmes de Benchmark en optimisation multi-objectif, les plus populaires sont ceux de Zitzler-Deb-Thiele nommés ZDT. Ils proposent six problèmes d'optimisation (ZDT1, ZDT2, ZDT3, ZDT4, ZDT5, ZDT6). Tous ces problèmes sont des problèmes bi-objectifs. Leurs constructions suivent un processus spéciale de construction de fonctions tests pour l'optimisation multi-objectif définie par Deb (Deb [1999]). Tous ces problèmes sont des problèmes bi-objectifs et leurs fronts de Pareto présentent des caractéristiques différentes concernant la convexité, la continuité ou l'uniformité des solutions de Pareto

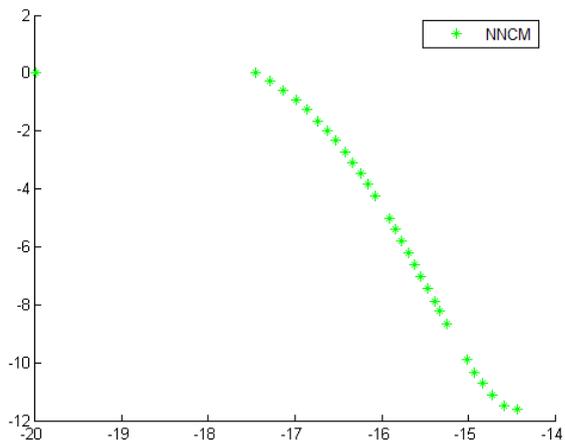
la fonction test ZDT1

$$\begin{cases} \min_x F(x) = \left(f_1(x) \quad f_2(x) \right)^t \\ f_1(x) = x_1 \\ f_2(x) = g(x) [1 - \sqrt{x_1/g(x)}] \\ g(x) = 1 + 9 \cdot \sum_{i=2}^n x_i / (n - 1) \\ x_i \in [0, 1] \text{ for } i = 1 \dots 30 \end{cases} \quad (4.41)$$

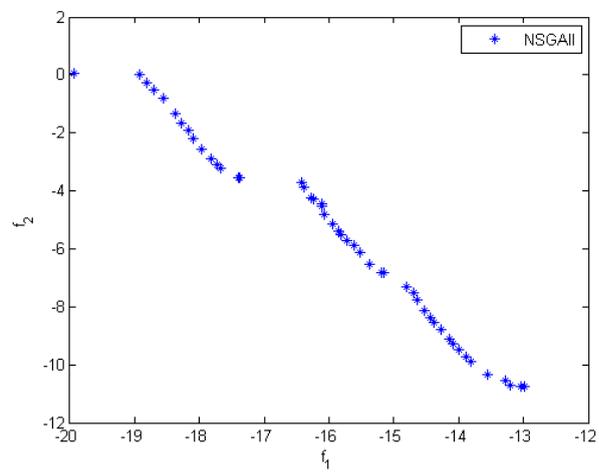
Les solutions de Pareto du problème **ZDT1** (Eq. (4.41)) forme un front convexe. Les solutions non-dominées de ce problème obtenus par chacune des trois approches sont présentés dans la figure 4.16.



(a) NBI

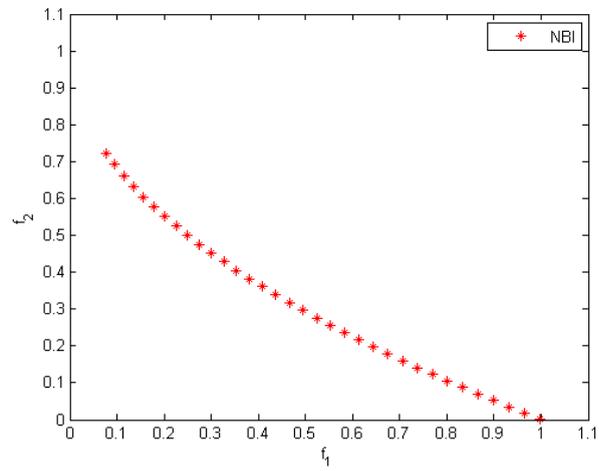


(b) NNCM

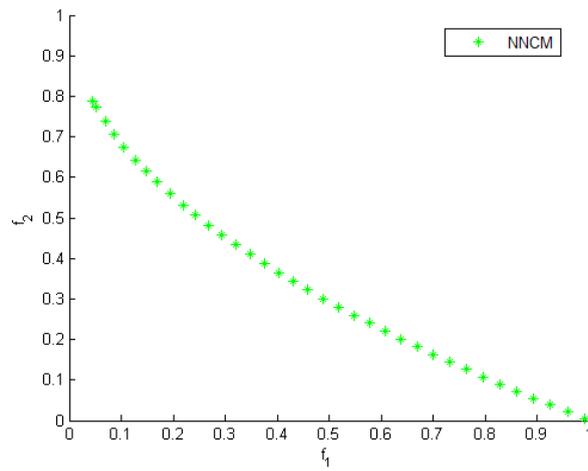


(c) NSGA-II

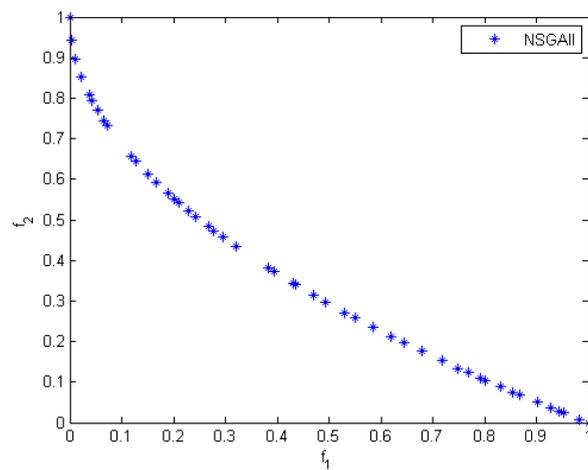
FIGURE 4.15 – Test function KUR (nonconvex disconnected)



(a) NBI



(b) NNCM



(c) NSGA-II

FIGURE 4.16 – Test function ZDT1 (convex)

la fonction test ZDT2

$$\left\{ \begin{array}{l} \min_x F(x) = \left(f_1(x) \quad f_2(x) \right)^t \\ f_1(x) = x_1 \\ f_2(x) = g(x)[1 - (x_1/g(x))^2] \\ g(x) = 1 + 9 \cdot \sum_{i=2}^n x_i / (n - 1) \\ x_i \in [0, 1] \text{ for } i = 1 \dots 30 \end{array} \right. \quad (4.42)$$

La figure 4.17 montre les front de Pareto capturés par les trois approches (NBI - NNCM - NSGA-II) pour le problème **ZDT2** (Eq. (4.42)). Le front de Pareto de ce dernier est non-convex.

la fonction test ZDT3

$$\left\{ \begin{array}{l} \min_x F(x) = \left(f_1(x) \quad f_2(x) \right)^t \\ f_1(x) = x_1 \\ f_2(x) = g(x)[1 - \sqrt{(x_1/g(x))} - \frac{x_1}{g(x)} \sin(10\pi x_1)] \\ g(x) = 1 + 9 \cdot \sum_{i=2}^n x_i / (n - 1) \\ x_i \in [0, 1] \text{ for } i = 1 \dots 30 \end{array} \right. \quad (4.43)$$

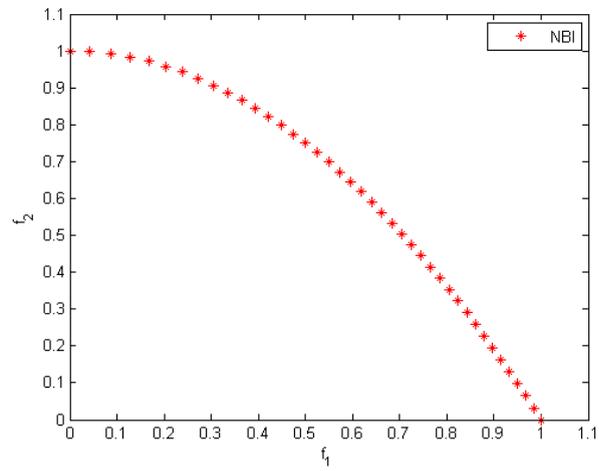
Le problème **ZDT3** (Eq. (4.43)) a un front de Pareto non-convex et discontinus qui n'est facile à capturer. Les résultats obtenus pour ce problème avec les trois approches sont représenté dans la figure 4.18

la fonction test ZDT4

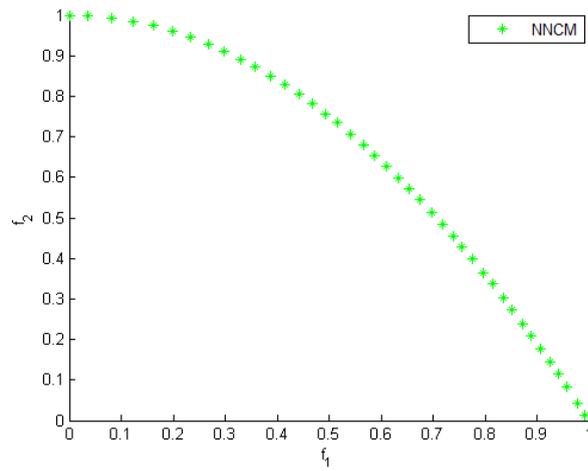
$$\left\{ \begin{array}{l} \min_x F(x) = \left(f_1(x) \quad f_2(x) \right)^t \\ f_1(x) = x_1 \\ f_2(x) = g(x)[1 - (x_1/g(x))^2] \\ g(x) = 1 + 10(n - 1) + \sum_{i=2}^n x_i^2 - 10 \cos(4\pi x_i) \\ x_1 \in [0, 1] \text{ and } x_i \in [-5, 5] \text{ for } i = 2 \dots 10 \end{array} \right. \quad (4.44)$$

Les solutions non-dominées du problème **ZDT4** (Eq. (4.44)) forme un front de Pareto convexe. La figure 4.19 présente les trois front de Pareto de ce problème trouvée par NBI, NNCM et NSGA-II.

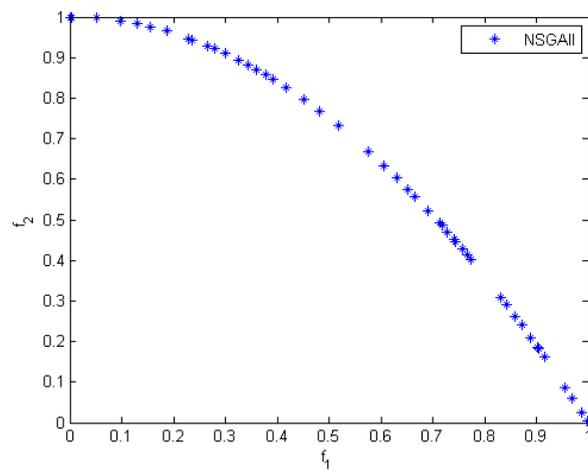
la fonction test ZDT6



(a) NBI

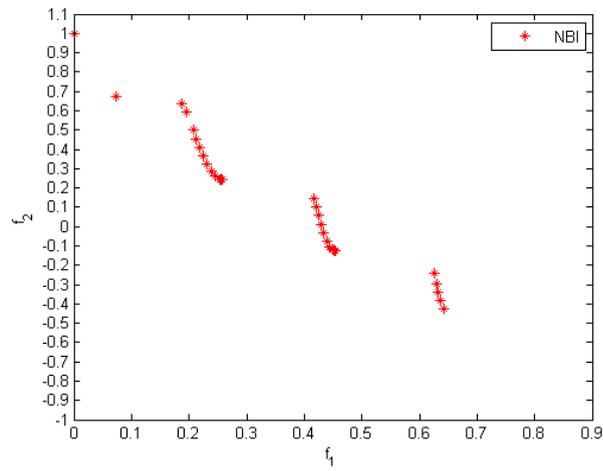


(b) NNCM

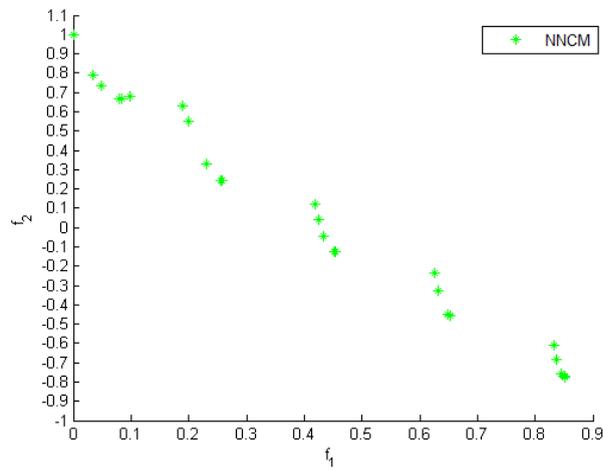


(c) NSGA-II

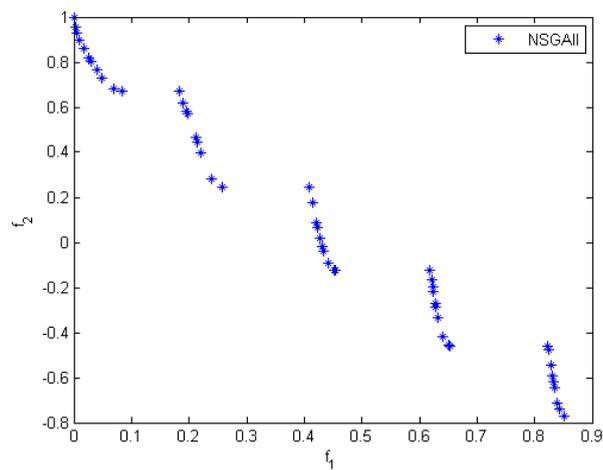
FIGURE 4.17 – Test function ZDT2 (nonconvex)



(a) NBI

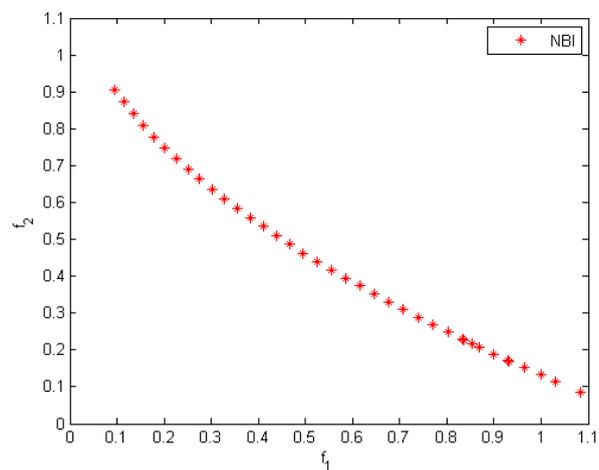


(b) NNCM

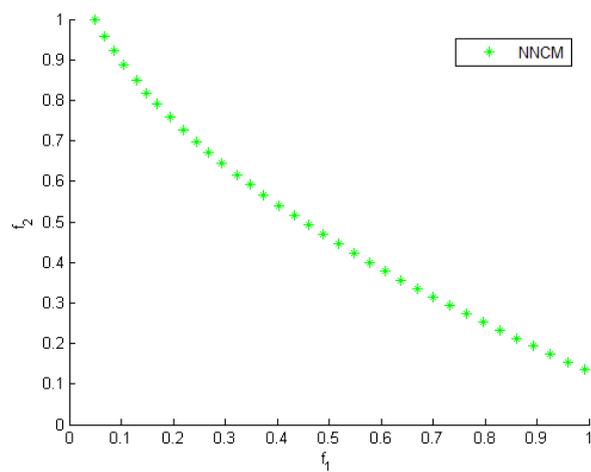


(c) NSGA-II

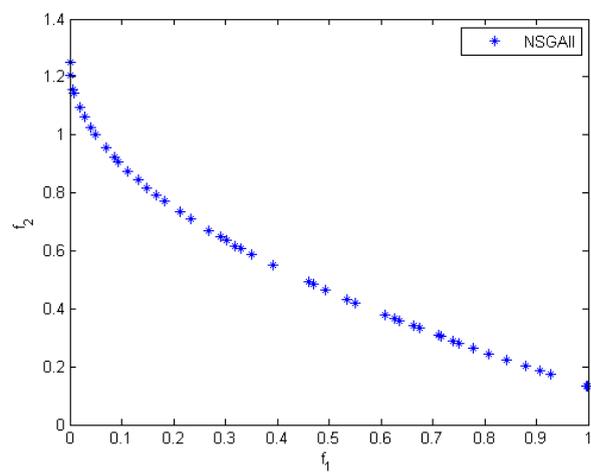
FIGURE 4.18 – Test function ZDT3 (convex disconnected)



(a) NBI



(b) NNCM

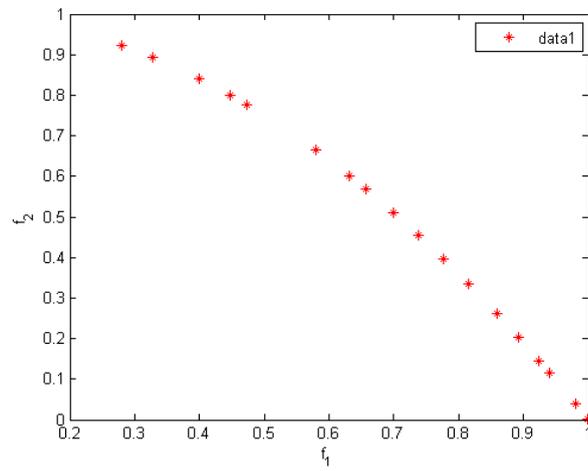


(c) NSGA-II

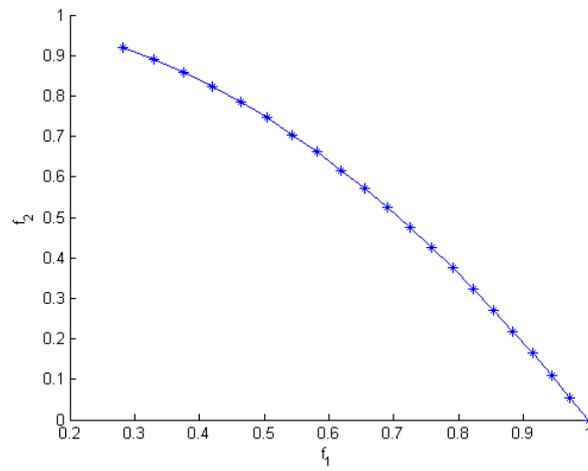
FIGURE 4.19 – Test function ZDT4 (convex)

$$\left\{ \begin{array}{l} \min_x F(x) = \left(f_1(x) \quad f_2(x) \right)^t \\ f_1(x) = 1 - \exp(-4x_1) \sin^6(6\pi x_1) \\ f_2(x) = g(x)[1 - (f_1(x)/g(x))^2] \\ g(x) = 1 + 9[\sum_{i=2}^n x_i / (n-1)]^{0.25} \\ x_i \in [0, 1] \text{ for } i = 1 \dots 10 \end{array} \right. \quad (4.45)$$

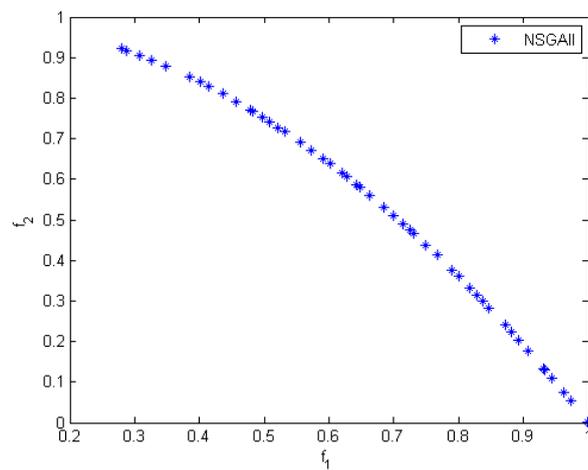
Et finalement, la figure 4.20 qui montre les résultats de l'optimisation du problème **ZDT6** (Eq. (4.45)) par NBI et NNCM et comparés aux solutions trouvées par NSGA-II. Le front de Pareto de ce problème est non-convexe



(a) NBI



(b) NNCM



(c) NSGA-II

FIGURE 4.20 – Test function ZDT6 (convex)

Chapitre 5

Optimisation multi-critère du procédé d'emboutissage

D'après des tests réels et après confirmation par des spécialistes en métallurgie, il s'avère que la qualité de l'embouti cible est sensible à plusieurs facteurs autres que le matériau et ses caractéristiques, les plus influents sont :

1. Soit liés à la géométrie de l'outillage
 - Rayon de l'entrée de la matrice
 - Rayon de l'entrée du poinçon
 - Jeu entre poinçon et matrice
2. Soit liés aux conditions d'emboutissage
 - Vitesse du poinçon
 - Effort du serre flan
 - Etat de surface de l'outillage
 - Lubrification
3. Soit liés à la géométrie de la pièce avant l'emboutissage
 - Epaisseur initiale de la tôle
 - Forme initiale du contour du flan

Plusieurs travaux ont permis d'étudier l'influence des différents paramètres cités auparavant sur le procédé d'emboutissage mais ils sont limités à des méthodes d'optimisation très simples ou locales et sont très peu ceux qui s'intéressent à l'optimisation concourante comme le cas du retour élastique et de la rupture, deux objectifs qui sont en contradiction, en étudiant l'influence de plusieurs paramètres en même temps.

Notre objectif est d'étudier l'influence de ces paramètres sur le retour élastique et la rupture du cas test de la pièce en croix. Pour cela, on propose dans cette partie l'application des méthodes d'optimisation que nous avons développées dans la partie précédente pour déterminer les paramètres d'emboutissage optimal minimisant ou éliminant les défauts structurels et géométriques, principalement le retour élastique et le risque de rupture, en utilisant la méthode NBI et NNCM et l'approche hybride SA-SPSA dans un contexte comparatif avec la méthode NSGA-II. Les résultats obtenus, que nous allons présenter dans cette section sont positivement concluants. Ils montrent l'efficacité et l'intérêt industriel de notre approche.

Tous les paramètres qui sont pris en compte dans le processus d'optimisation sont des paramètres numériques (optimisation virtuelle) et les fonctions objectifs ne sont pas des fonctions explicites. Elles sont obtenues par simulation numérique comme nous l'avons expliqué dans le chapitre (3.2, 3.2.2, 3.2.3).

Dans le cadre de cette thèse, nous avons considéré dans un premier temps deux paramètres d'optimisation : l'épaisseur initiale e du flan et la vitesse du poinçon Vp et dans un deuxième temps, nous avons considéré deux paramètres additionnels, le coefficient de frottement f_s et l'effort du serre flan (BHF) f_b . Finalement, nous avons essayé de déterminer le contour optimal du flan initial permettant de minimiser le retour élastique et le risque de rupture.

Nonobstant l'intérêt et les nombreux avantages de reproduire et de simuler le procédé d'emboutissage, même le plus fidèlement possible, par des essais numériques, la simulation numérique de la mise en forme des tôles et le calcul des critères à optimiser par EF présentent de nombreuses difficultés. Parmi lesquelles nous avons :

- Problèmes de non-linéarités liés aux grandes déformations, aux lois de comportement de la structure et aux conditions aux limites.

- Mise en œuvre et utilisation des logiciels de simulation complexes et difficiles à maîtriser.
- Opérations coûteuses, en terme de temps de calcul et de ressources informatiques.

Loin des problèmes liés à la simulation numérique, une des grandes difficultés de la mise en forme des tôles par emboutissage provient du fait que les problèmes d'optimisation liés aux procédés de mise en forme sont des problèmes multi-objectifs difficiles avec un nombre important de variables de conception et dont les fonctions objectifs sont non-linéaires, implicites, contradictoires et par la suite très coûteuses.

D'où la nécessité de construire un métamodèle pour chaque critère et de s'appuyer sur ces métamodèles pour minimiser les deux fonctions objectifs et capturer le front de Pareto.

Le terme "métamodèle" comme le définit Tunali et Batmaz ([Tunali and Batmaz \[2000\]](#)) est tout simplement la technique qui utilise une équation mathématique spécifique exprimant la relation entre les variables d'entrée et de sortie d'un modèle complexe, ce qui permet de remplacer le calcul ou l'évaluation exacte de la fonction par une approximation en se limitant à un nombre d'évaluations exactes de la fonction. Les valeurs exactes de la fonction sont appelées des points maîtres.

Dans le but de construire le métamodèle de chaque critère d'optimisation, nous avons mis en place un processus automatique qui gère les fichiers d'entrées et de sorties de LS-DYNA, calcule les critères d'optimisation et mis à jour la base de données qui servira à la construction de métamodèles. Ce processus est expliqué dans la figure [5.1](#).

Vu la complexité d'optimiser les fonctions objectifs calculés exactement, nous évaluons leurs valeurs en utilisant les métamodèles construits. Cela rend la tâche plus facile et le processus d'optimisation plus rapide vu que le calcul ne demande que peu de ressources. La construction de ces métamodèles demande bien évidemment une base de données initiales de valeurs de fonctions objectifs calculées exactement par simulation numérique.

Chaque évaluation de la fonction objectif, au cours des itérations d'optimisation est tirée directement du métamodèle.

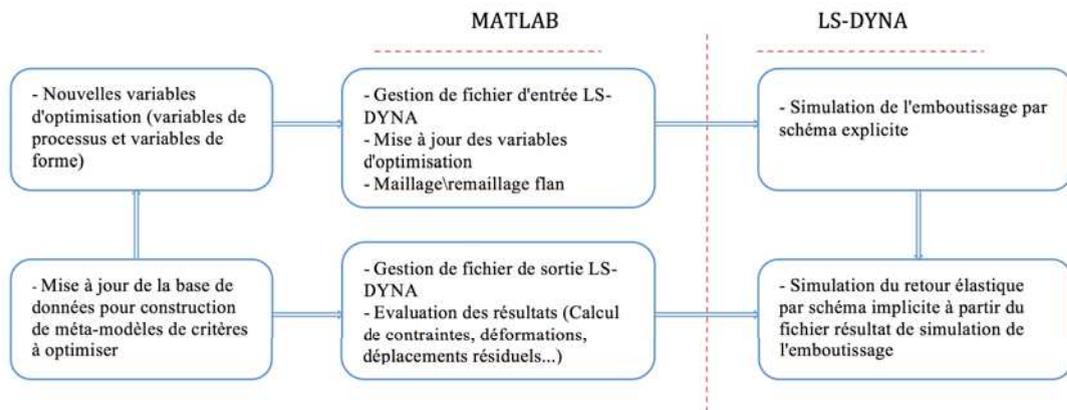


FIGURE 5.1 – Interface de gestion de fichiers d'entrées et de sorties entre MATLAB et LS-DYNA

5.1 Optimisation de l'épaisseur du flan et de la vitesse du poinçon

A l'aide des métamodèles, nous avons pu avoir une idée sur l'allure des fonctions objectifs et de voir approximativement l'influence des variables d'optimisation sur le retour élastique et la rupture, ce qui aide à l'analyse du problème d'optimisation.

Pour ce problème d'optimisation, nous avons choisi d'utiliser et de comparer les métamodèles obtenus par les trois méthodes les plus utilisées : L'approximation par des courbes Spline, la méthode du krigeage (Kriging) et l'approximation par des fonctions à bases Radiales (Radial Basis Function (RBF)).

Pour commencer, nous avons choisi un nombre réduit de points maîtres pour les deux variables de design : épaisseur du flan initial e et vitesse du poinçon V_p . Nous avons choisi de considérer cinq variations pour chaque variable de design (Figure 5.2) et de calculer exactement les fonctions coûts pour toutes les combinaisons possibles.

Nous avons considéré des variations de l'épaisseur entre $1mm$ et $1.5mm$ en tenant compte des caractéristiques du matériau utilisé (matériau de type HSLA) et une vitesse du poinçon allant de $4000mm/s$ à $6000mm/s$. Nous préférons éviter des valeurs très grandes de vitesse, ou au contraire trop petites, pour ne pas engendrer des problèmes numériques.

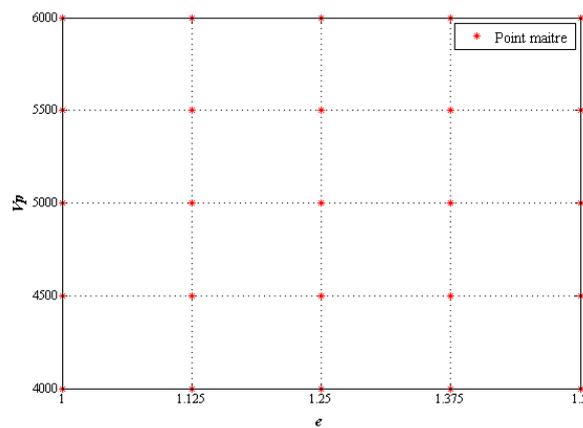


FIGURE 5.2 – Répartition des points maîtres pour la construction du métamodèle

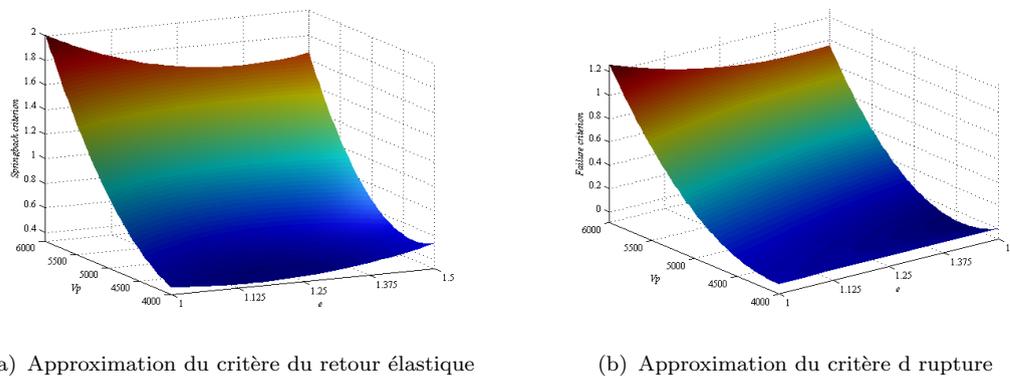


FIGURE 5.3 – Approximation par des fonctions Spline

Les métamodèles obtenus par l'approximation par des fonctions Spline, par la méthode du krigeage et par l'approximation par les RBF des deux fonctions coûts, le retour élastique et la rupture, sont représentés dans les figures 5.3 5.4

Afin de vérifier et de valider ces approximations, nous avons choisi de vérifier aléatoirement quelques valeurs de fonctions coûts calculées par simulation numérique pour des valeurs de variables d'optimisation choisies aléatoirement et différentes de celles prises comme points maîtres. Nous avons comparé ces valeurs de critères exacts avec les approximations obtenues par les fonctions Spline, par Krigeage et par les fonctions à base radiale. L'erreur minimale entre les valeurs évaluées par le code EF LS-DYNA et l'approximation par métamodèle était celle qui correspond à l'approximation par Spline. Pour cette raison, nous avons choisi de garder, pour la suite, le métamodèle obtenu par l'approximation par Spline pour le processus d'optimisation.

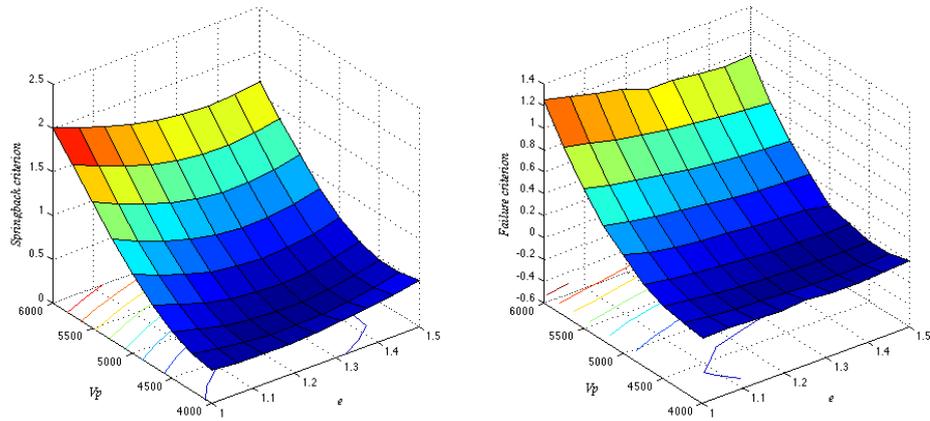


FIGURE 5.4 – Approximation par krigeage

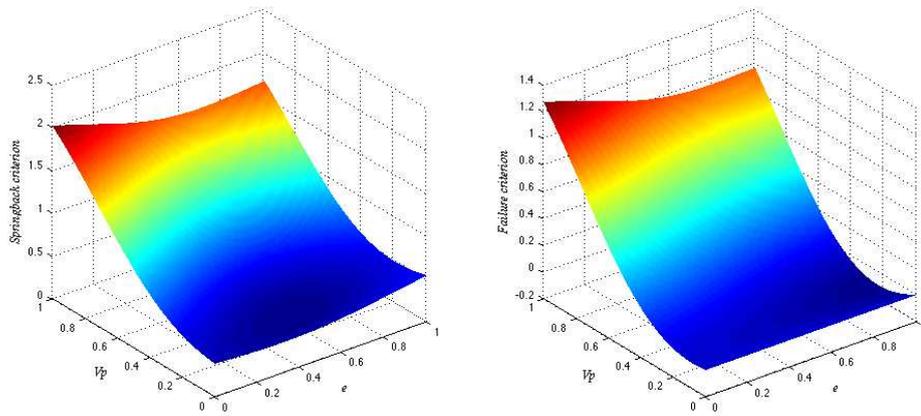


FIGURE 5.5 – Approximation par des fonctions à bases Radiales

Les métamodèles obtenus par Spline sont simples à mettre en œuvre et ne nous posent aucun problème pour l'optimisation. La minimisation de ces métamodèles par la méthode d'optimisation globale SA-SPSA, présentée dans la section 4.2.2.8, est effectuée avec succès. Les valeurs optimales minimisant le critère du retour élastique correspondent à une épaisseur égale à $e = 1.2\text{mm}$ et une valeur de vitesse de poinçon égale à $V_p = 4297\text{mm/s}$, et celles minimisant le risque de rupture correspondent à une épaisseur égale à $e = 1\text{mm}$ et une vitesse de poinçon égale à $V_p = 4000\text{mm}$.

La procédure d'optimisation multi-critère par les méthodes NBI et NNCM couplées avec l'algorithme hybride SA-SPSA (présentée dans la section 4.4.7 et la section 4.4.8) a été appliquée pour l'optimisation de l'épaisseur du flan initial et de la vitesse du poinçon. Notre objectif est de trouver un compromis entre le retour

élastique et la rupture, c'est-à-dire l'ensemble des valeurs optimales (e_{opt}, Vp_{opt}) de l'épaisseur de la tôle et de la vitesse du poinçon qui minimisent au mieux le retour élastique et la rupture selon le principe de Pareto que nous avons expliqué auparavant.

Grâce aux principes des deux méthodes NBI et NNCM, nous avons pu trouver les solutions optimales de Pareto minimisant les deux critères, retour élastique et rupture, et identifier le front de Pareto dans l'espace des fonctions objectifs. A l'aide de l'approche hybride SA-SPSA, l'optimisation des sous-problèmes des deux méthodes NBI et NNCM est assurée pour chaque étape des deux méthodes. Nous signalons que l'un des avantages des deux méthodes, NBI et NNCM, est le choix du nombre de points Pareto à représenter sur le front de Pareto, tel que même avec un nombre très réduit de points de départ sur le CHIM, on peut converger vers un front de Pareto bien représenté.

C'est un avantage appréciable face aux méthodes évolutionnaires qui demandent une grande taille de population de départ pour bien converger vers le front de Pareto. Les résultats d'optimisation multi-objectifs des deux critères sont représentés par les fronts de Pareto identifiés par les deux méthodes NBI/NNCM (figure 5.6 et figure 5.7) et pour valider les résultats, nous avons comparé les résultats obtenus par NBI et NNCM avec la méthode NSGA-II (figure 5.8).

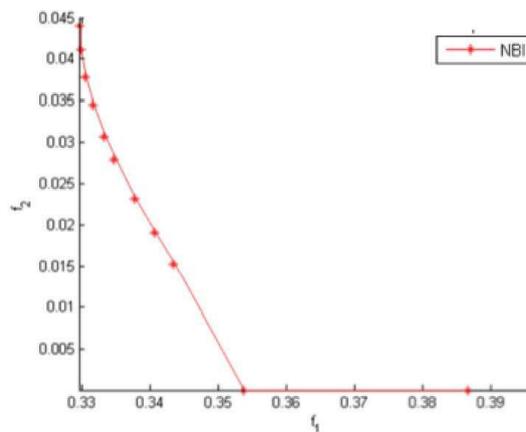


FIGURE 5.6 – Front de Pareto des deux critères (f_1 retour élastique, f_2 rupture) identifié par NBI

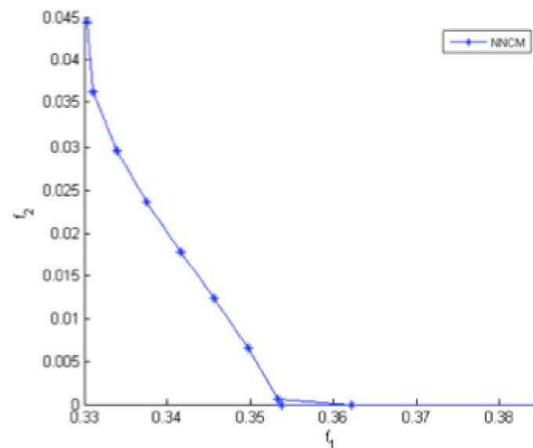


FIGURE 5.7 – Front de Pareto des deux critères (f_1 retour élastique, f_2 rupture) identifié par NNCM

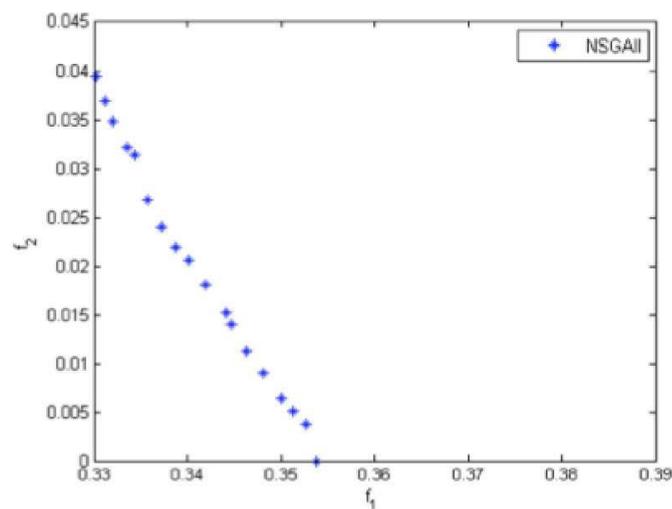


FIGURE 5.8 – Front de Pareto des deux critères (f_1 retour élastique, f_2 rupture) identifié par NSGAI

5.2 Optimisation de l'épaisseur du flan, de la vitesse du poinçon, du coefficient du frottement et de l'effort du serre flan

L'optimisation des deux critères, de retour élastique et la rupture, en optimisant l'épaisseur du flan initial et la vitesse du poinçon a fait l'objet de la section précédente (section 5.1). Mais en réalité, ces deux critères ne sont pas sensibles seulement à ces deux paramètres.

Plusieurs paramètres entrent en jeu comme nous l'avons expliqué dans la section (5.1). Il est nécessaire de maîtriser l'écoulement du matériau lors de la mise en

forme de la tôle afin de garantir la qualité et l'intégrité de l'embouti sans déchirure et en évitant les forts amincissements de la tôle, qui augmentent le risque de rupture de la pièce. Ainsi, l'optimisation du procédé d'emboutissage est de plus en plus efficace en tenant compte simultanément d'un grand nombre de paramètres qui influencent la qualité et l'efficacité de la pièce emboutie.

Deux autres facteurs très importants contribuent à la performance de l'embouti et spécialement à l'élimination des défauts émanant de la mise en forme du matériau, comme le retour élastique et la rupture faisant l'objet de notre étude. Il s'agit de l'effort du serre-flan et du coefficient du frottement.

La même technique d'optimisation, basée sur les deux méthodes NBI et NNCM couplées avec l'algorithme hybride SA-SPSA, est utilisée dans cette partie pour identifier la configuration optimale des quatre paramètres : épaisseur du flan initial, la vitesse du poinçon, l'effort du serre flan et le coefficient du frottement qui assure le minimum de retour élastique et de risque de rupture.

Pour cette partie, nous avons choisi trois variations pour chacune des variables de design.

Le nombre de points maîtres dans ce cas est égal à 81.

Nous avons gardé le choix de l'approximation par Spline pour la construction des métamodèles des deux critères par rapport aux quatre paramètres choisis .

Les résultats d'optimisation multi-objectifs des deux critères en optimisant les quatre paramètres de design (e , V_p , f_s , f_b) sont représentés par les fronts de Pareto capturés par les deux méthodes NBI/NNCM en tirant profit de la méthode globale SA-SPSA (figure 5.9 et figure 5.10). Une validation des résultats obtenus a été effectuée en comparant les fronts de Pareto obtenus par les deux approches NBI et NNCM avec le front de Pareto identifié avec NSGA-II. Nous signalons qu'il fallait augmenter la taille de la population initiale et le nombre de générations d'évolution de la méthode NSGA-II afin de pouvoir capturer approximativement des solutions Pareto non-dominées. Par contre, avec les approches NBI et NNCM, nous avons la possibilité de choisir le nombre de solutions de Pareto qui nous convient et grâce à l'approche hybride SA-SPSA nous convergeons vers un front de Pareto global indépendamment du nombre de solutions de Pareto choisi. Pour valider les résultats, nous avons comparé les résultats obtenus par NBI et NNCM avec la méthode NSGA-II (figure 5.11).

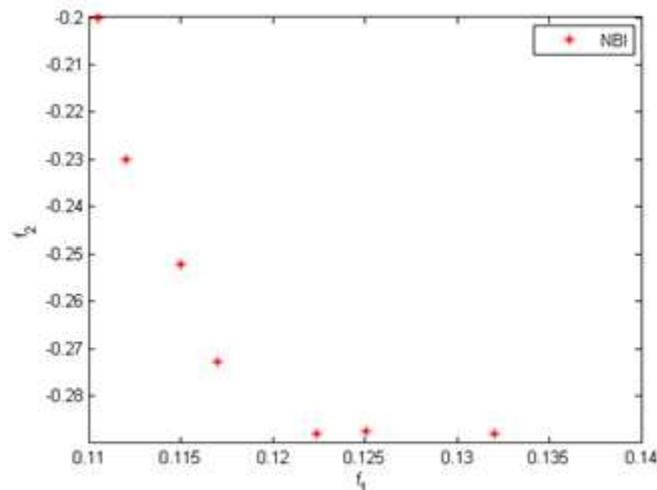


FIGURE 5.9 – Front de Pareto des deux critères (retour élastique, rupture) identifié par NBI pour quatre variables

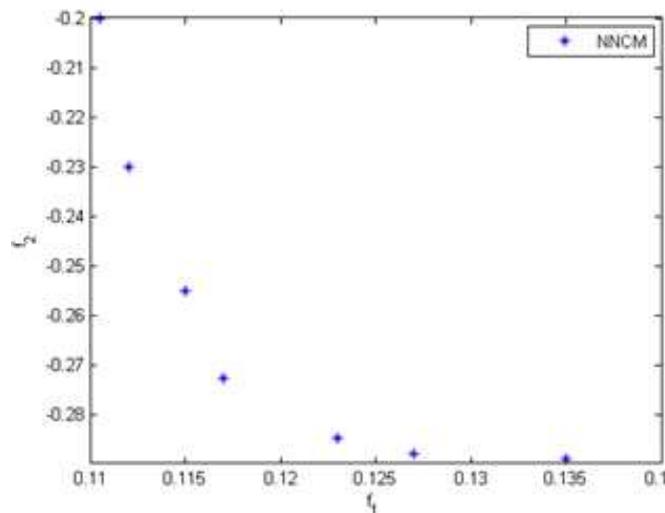


FIGURE 5.10 – Front de Pareto des deux critères (retour élastique, rupture) identifié par NNCM pour quatre variables

Nous constatons, en analysant les fronts de Pareto obtenus, que nous avons pu minimiser encore plus le retour élastique et diminuer, voire même éliminer, le risque de rupture en optimisant les quatre paramètres de design (e , V_p , f_s , f_b) au lieu de seulement deux paramètres. D'une autre manière, nous avons pu diminuer la valeur du critère du retour élastique d'une valeur de 0.135 à 0.112, ce qui signifie que nous diminuons la déformation résiduelle des éléments après extraction de la pièce des outils. Cela ne peut se traduire que par une diminution du phénomène du retour élastique. De même, nous remarquons que la configuration optimale pour le critère de rupture peut rendre les valeurs de la déformation principale majeure

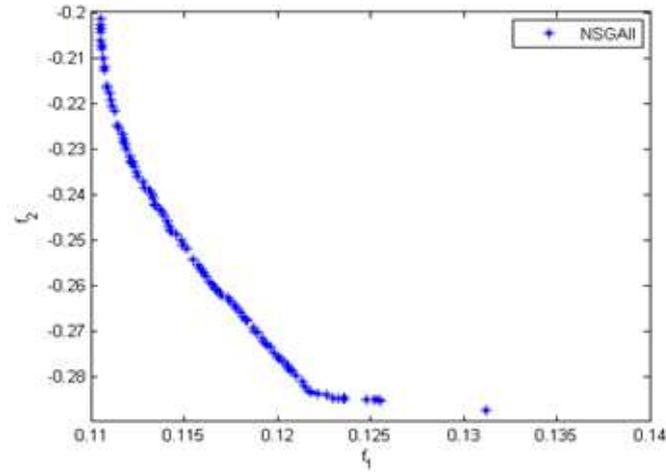


FIGURE 5.11 – Front de Pareto des deux critères (retour élastique, rupture) identifié par NSGAI pour quatre variables

en dessous de la courbe limite de formage (FLC) avec la marge de sécurité que nous avons considéré dans la définition du critère à la section (3.2.3).

5.3 Optimisation de la forme du contour du flan

Pour réussir le formage par la technique d'emboutissage et éviter les défauts d'aspects et les défauts géométriques tels que le retour élastique et la rupture, les formes géométriques des outils et du flan à emboutir doivent aussi être optimisées. L'un des facteurs déterminant de la qualité de l'embouti, par expérience industrielle et tests réels, est la forme du contour du flan initial. Plusieurs travaux de recherche confirment et montrent l'importance de l'optimisation du contour du flan initial pour l'élimination des défauts géométriques dans le produit final (Lee and Hub [1998], Kim et al. [1998], Kleinermann and Ponthot [2003], Chen and Sowarby [1992]).

Ainsi, nous nous sommes assurés de la sensibilité du retour élastique et de la rupture à la forme initiale du flan de notre cas test par une étude de sensibilité en effectuant une simple comparaison des résultats des deux critères étudiés pour deux formes, géométriques simples, du flan.

Pour avoir une grande variété de géométries du flan initial, pour la construction des métamodèles des critères, nous avons modélisé le contour du flan par des courbes Spline (Figure 5.12). Nous avons choisi de contrôler la courbe par sept points de

contrôle (P_1, P_2, \dots, P_7) , ce qui nous a permis de générer plusieurs représentations géométriques de la forme du contour du flan à emboutir.

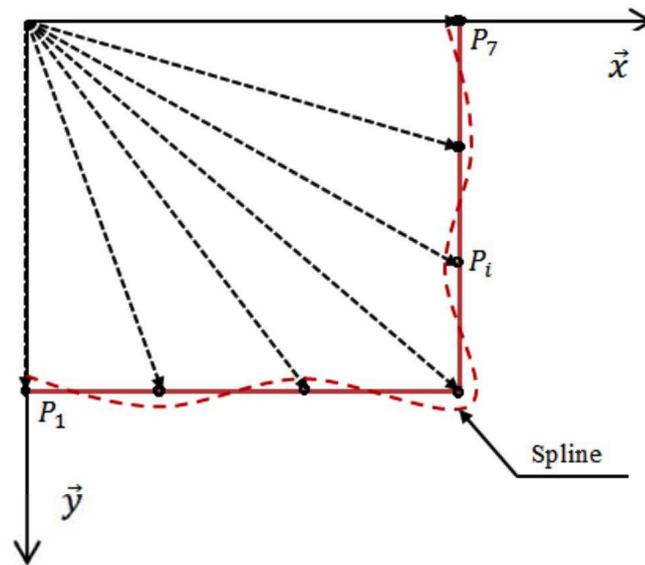


FIGURE 5.12 – modélisation du contour du flan par des courbes Spline

Pour varier la forme du contour du flan, nous avons appliqué sur les positions des points de contrôle des variations dans une fourchette de 30mm .

Des exemples des géométries obtenus par cette approche sont représentées dans la figure 5.13 .

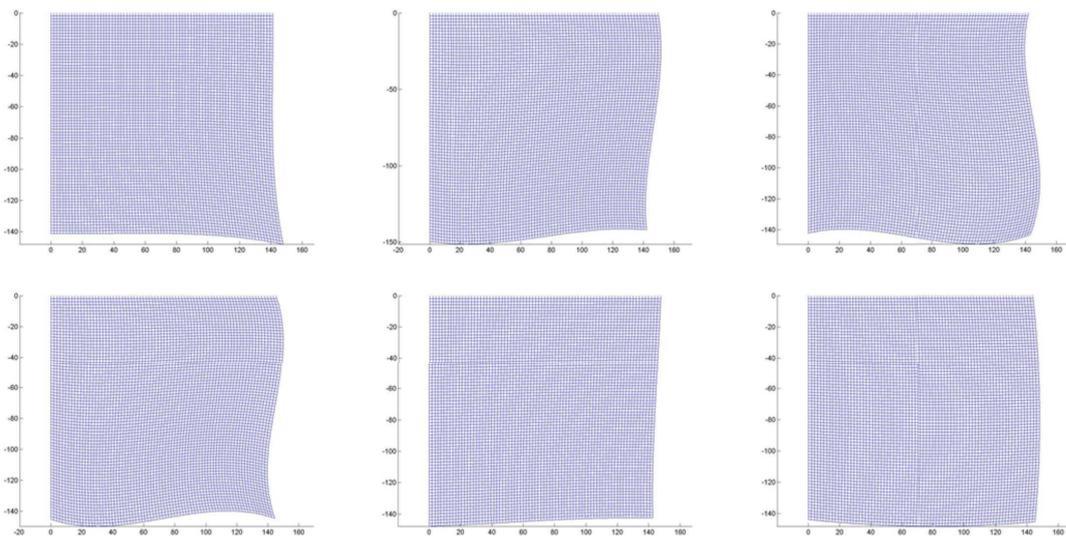


FIGURE 5.13 – Exemples des géométries du contour du flan par des courbes Spline

Le problème d'optimisation faisant l'objet d'étude de cette partie, consiste à optimiser les critères du retour élastique et de rupture tel que les variables de design sont les points de contrôle de la courbe paramétrique qui détermine le contour du flan. Malheureusement, pour résoudre ce problème d'optimisation on se confronte à plusieurs difficultés, par exemple :

- Le problème de stockage d'informations
- Les modèles sont non-linéaires et complexes
- Les simulations du procédé d'emboutissage coûtent très chers en ressources informatiques
- La construction des métamodèles est la solution idéale mais pour des dimensions de variables de design élevées, cette solution devient aussi coûteuse.

Ainsi, au delà de la dimension quatre l'approximation par des fonctions Spline pour un plan factoriel complet s'avère très coûteuse. Pour cette raison, nous sommes obligé d'abandonner cette technique, pour laisser place à d'autres techniques utilisant moins de ressources. Cette caractéristique ne peut être possible qu'avec un choix optimal du nombre et de l'emplacement des points maîtres pour avoir une bonne approximation des critères.

Une méthode qui s'inscrit dans cette directive et répond à ces demandes est la méthode appelée "Sparse grid interpolation" ([Klimke and Wohlmuth, Klimke](#)). L'intégration de cette technique, pour la construction des métamodèles des critères, dans le processus d'optimisation de la forme du contour du flan est une alternative à l'interpolation par Spline pour l'approximation des critères à optimiser avec une formule d'interpolation convenable qui nécessite très peu de points maîtres par rapport au plan factoriel complet. Ces points maîtres sont répartis d'une manière intelligente dans l'espace des variables de design.

5.3.1 Les sparse grids pour l'approximation

La méthode des sparse grids appelée aussi Smolyak grids (introduite par Smolyak en 1963 pour l'intégration numérique) est une méthode de type surface de réponse qui consiste à construire de manière itérative un modèle approché de la fonction objectif f . L'un des plus grands intérêts de cette méthode était initialement

l'intégration hiérarchique qui est bien adaptée aux dimensions élevées mais ses applications ont été réussies aussi pour l'étude de sensibilité. Pour cette intégration hiérarchique, la méthode se base sur les notions d'analyse multi-résolution et de produit tensoriel creux en utilisant une base de fonctions hiérarchique. Grâce à cette approche tensorielle, l'approche par niveau des sparse grids (qui est fréquentielle contrairement aux approches classiques qui utilisent une représentation nodale ou spatiale) peut être facilement généralisée en grande dimension. Nous allons présenté dans cette partie un bref aperçu sur le principe de la méthode des sparse grids et la technique de construction hiérarchique en dimension 1 et la technique peut être généralisée pour les dimensions élevées.

5.3.1.1 Principe de construction hiérarchique en dimension $d=1$

Soit f la fonction à interpoler tel que :

$$f : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$$

Notons X^i l'ensemble de points x_j^i , constituant la grille, définie sur l'espace $[0, 1]$ de niveau i , c'est-à-dire, pour $i \in \mathbb{N}$:

$$x_j^i = \begin{cases} \frac{1}{2} & \text{pour } j = 1 \text{ et } i = 1 \\ \frac{1}{2}(-\cos(\pi \frac{j-1}{n_i-1}) + 1) & \text{pour } j = 1, \dots, 2^{i-1} \text{ et } i > 1. \end{cases}$$

Prenons Φ_j^i l'ensemble des polynômes de Lagrange associées à chaque x_j^i comme des fonctions de base définies par :

$$\Phi_j^i(x) = \begin{cases} 1 & \text{pour } j = 1 \text{ et } i = 1 \\ \prod_{k=1, k \neq j}^{n_i} \frac{x - x_k^i}{x_j^i - x_k^i} & \text{pour } j = 1, \dots, n_i \text{ et } n_i > 1. \end{cases}$$

Alors le modèle d'interpolation de niveau i de f s'écrit :

$$F_i(x) = \sum_{x_j^i \in X^i} f(x_j^i) \Phi_j^i(x) \quad (5.1)$$

Considérons h_i l'écart entre les modèles de niveau i et de niveau $i - 1$ définie par :

$$h_i = F_i - F_{i-1} = \sum_{x_j^i \in X^i} (f(x_j^i) - F_{i-1}(x_j^i)) \cdot \Phi_j^i$$

Notons $X_h^i = X^i \setminus X_{i-1}$ Alors h_i peut être exprimée par :

$$h_i = \sum_{x_j^i \in X^i} (f(x_j^i) - F_{i-1}(x_j^i)) \cdot \Phi_j^i = \alpha_j^i \cdot \Phi_j^i \quad (5.2)$$

Alors, la construction hiérarchique de F_i est définie par :

$$F_i = \sum_{k=1}^i h_k \quad (5.3)$$

5.3.1.2 Principe de construction hiérarchique en dimension $d=n$

La construction hiérarchique en dimension $d=n$ est une généralisation de construction hiérarchique en dimension $d=1$ tel que f est définie dans un espace $[0, 1]^n$. Donc le cadre générale de la méthode consiste à interpoler la fonction $f : [0, 1]^n \rightarrow \mathbb{R}$, alors, on obtient à l'aide d'un produit tensoriel la construction hiérarchique suivante :

$$F_{(i_1, i_2, \dots, i_n)} = \sum_{x_{j_1}^{i_1} \in X^{i_1}} \dots \sum_{x_{j_n}^{i_n} \in X^{i_n}} f(x_{j_1}^{i_1}, \dots, x_{j_n}^{i_n}) (\Phi_{j_1}^{i_1} \otimes \dots \otimes \Phi_{j_n}^{i_n}) \quad (5.4)$$

Alors, la grille sparse résultante est ce qu'on appelle la sparse grid. L'interpolation sur ces sparse grids, proposée par Smolyak, consiste à négliger les fonctions de base aux supports *petits* (exemple figure 5.14) :

$$F_S G = \sum_{|k|_1 \leq d+N-1} (h_{k_1} \otimes \dots \otimes h_{k_d}) \quad (5.5)$$

Avec $l \in \mathbb{N}^d$ représente le niveau de discrétisation dans chaque direction d .

Des exemples de différents types de sparse grids obtenues pour différents niveaux N en dimension $d = 2$ sont illustrés sur les figures 5.15 et 5.16.

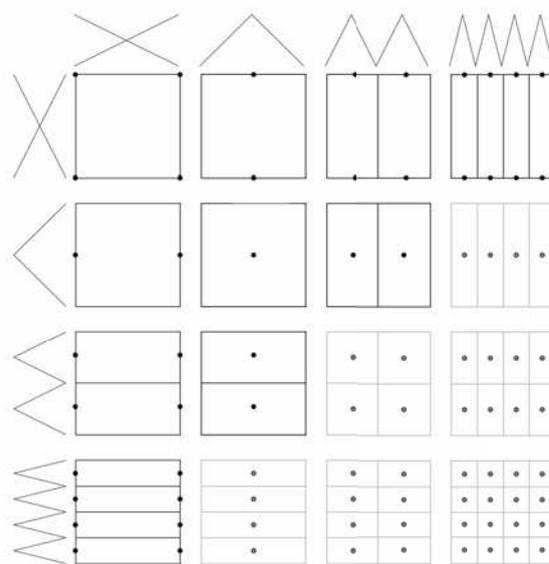


FIGURE 5.14 – Supports (acceptés en noir, négligés en gris) des fonctions de base hiérarchiques au niveau 3

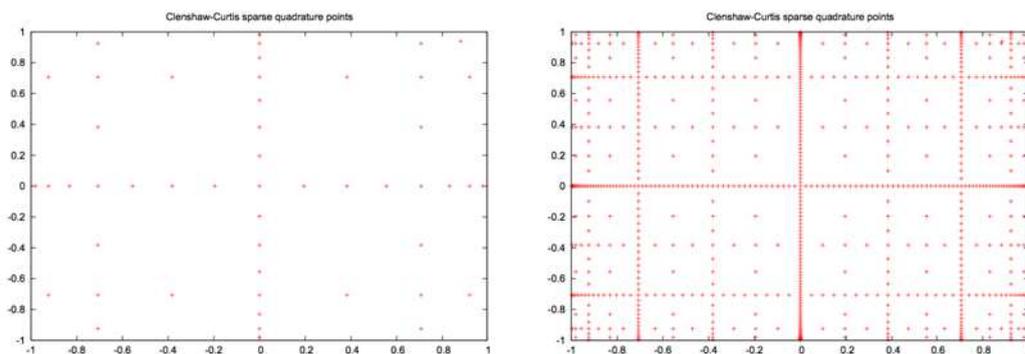


FIGURE 5.15 – Sparse grids de type Clenshaw-Curtis en dimension 2 au niveau 4 (gauche) et niveau 7 (droite)

Différents types de sparse grids existent en fonction de la répartition des points sur la grille et des fonctions de base choisies. Nous avons choisi dans notre cas des points et des fonctions de bases de type Chebychev Gauss-Lobatto, permettant d'obtenir une approximation polynomiale.

La technique des sparse grids a démontré l'intérêt de son application pour des problèmes à dimension élevée dans plusieurs domaines. Elle a été appliquée avec succès dans plusieurs études et travaux. On cite parmi d'autres ([Achatz \[2003\]](#), [Blader et al.](#), [Bungartz and Dirnstorfer \[2003\]](#), [Bungartz and Huber](#), [Garcke and Griebel \[2002\]](#), [Garcke et al. \[2001\]](#)).

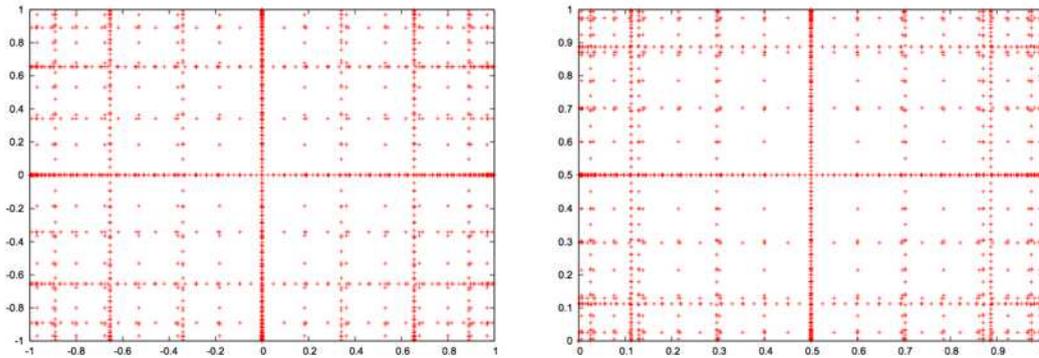


FIGURE 5.16 – Sparse grids de type Gauss-Patterson Lobatto en dimension 2 au niveau 7 (gauche) et de type Gauss-Legendre (droite)

5.3.2 Optimisation basée sur les approximations des critères par sparse grids

Le calcul par EF d'un critère dans notre problème d'optimisation, selon les ressources informatiques dont on dispose, demande plus de 45min pour prédire les deux critères. Grâce au métamodèle obtenu par la méthode sparse grid, la prédiction des deux critères demande moins d'une minute avec les mêmes ressources informatiques.

Pour cette raison, nous avons choisi d'achever le processus d'optimisation en nous basant sur les métamodèles obtenus par la technique des Sparse grids. Pour la construction de la base de données nécessaire aux métamodèles, nous avons choisi comme grille de points la grille de type Chebyshev Gauss-Lobatto, en dimension 7 au niveau 3, qui nous a demandé 137 calculs exacts et pour l'interpolation, nous avons opté pour les fonctions à base polynomiale (Smolyak [1963]). Ce choix, nous a permis d'avoir des approximations avec une bonne précision et avec un nombre de points maîtres très compétitif.

La méthode SA-SPSA a été appliquée pour la minimisation de chaque critère (retour élastique et rupture). Grâce aux deux approches NBI et NNCM, nous avons trouvé l'ensemble des solutions de Pareto dans l'espace des critères qui minimisent le retour élastique et le risque de rupture. Les figures (5.17 5.18 5.19) montrent les résultats de notre problème d'optimisation obtenus par les deux approches NBI et NNCM couplées avec la méthode SA-SPSA et comparées avec la méthode de référence NSGA-II.

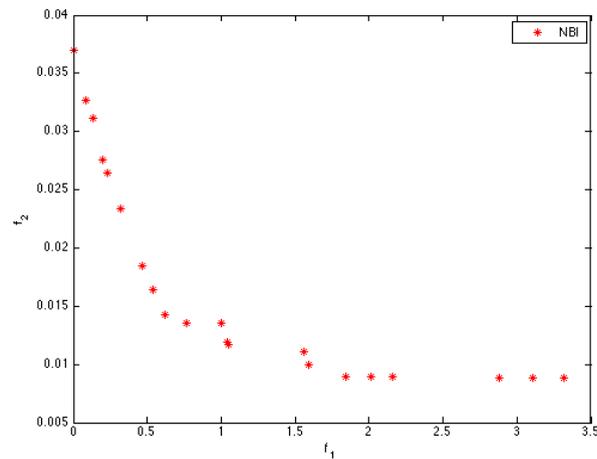


FIGURE 5.17 – Front de Pareto des deux critères (retour élastique, rupture) identifié par NBI et Sparse Grids

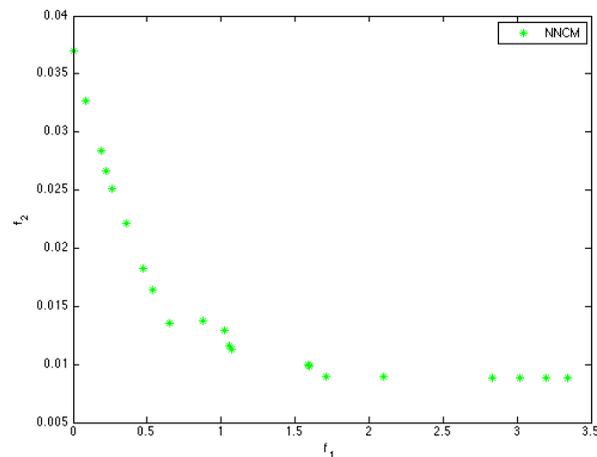


FIGURE 5.18 – Front de Pareto des deux critères (retour élastique, rupture) identifié par NNCM et Sparse Grids

Les fronts de Pareto obtenus confirment la concurrence entre les deux critères du retour élastique et de la rupture et que ces deux critères peuvent être minimisés en optimisant la forme initiale du contour du flan. Nous avons constaté les mêmes remarques que l'optimisation des paramètres du procédé. Il s'agit de la possibilité de capturer le front de Pareto par la méthode NBI et la méthode NNCM avec peu de points, ce qui veut dire moins d'évaluations des fonctions objectifs, en comparaison avec la méthode NSGA-II.

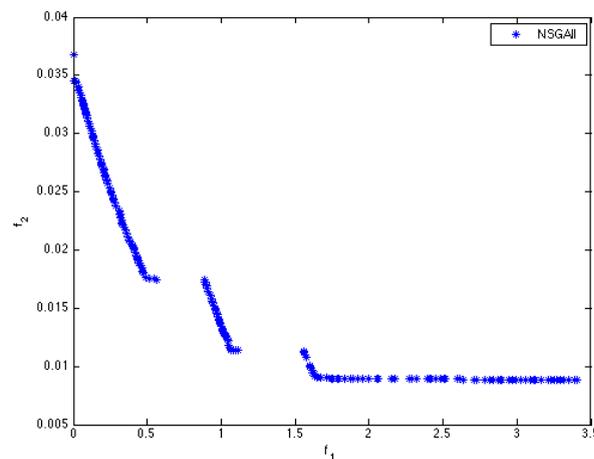


FIGURE 5.19 – Front de Pareto des deux critères (retour élastique, rupture) identifié par NSGAII et Sparse Grids

5.4 Intégration des méthodes d'optimisation développées dans plateforme du projet OASIS et application à l'optimisation d'un godet cylindrique

L'ensemble des développements des modules du projet OASIS sont intégrés à l'aide d'une composante du logiciel Salomé appelée YACS. Cette composante a permis l'intégration des différentes composantes sous forme de schéma (Figure 5.20).

La démarche globale était validée par une application à l'emboutissage d'un godet cylindrique. La figure 5.21 illustre le modèle numérique du godet cylindrique considéré. Le poinçon est représenté par le même modèle que le godet.

L'opération consiste à former un godet cylindrique de 25mm de profondeur, de 100mm de diamètre et de 12mm de rayon, à partir d'une tôle carrée de 180mm de diamètre et d'une épaisseur de 2mm . Un serre-flan de 400mm de diamètre permet de contrôler l'écoulement de la tôle (Figure 5.22).

Ces modèles sont tous sous format IGES. Le maillage est effectué par Altair BatchMesher et la simulation de l'emboutissage est effectuée sous LS-DYNA en considérant les outils rigides. La plateforme développée sous Salomé cherche à monter un outil capable de générer automatiquement des formes d'outil et de flan

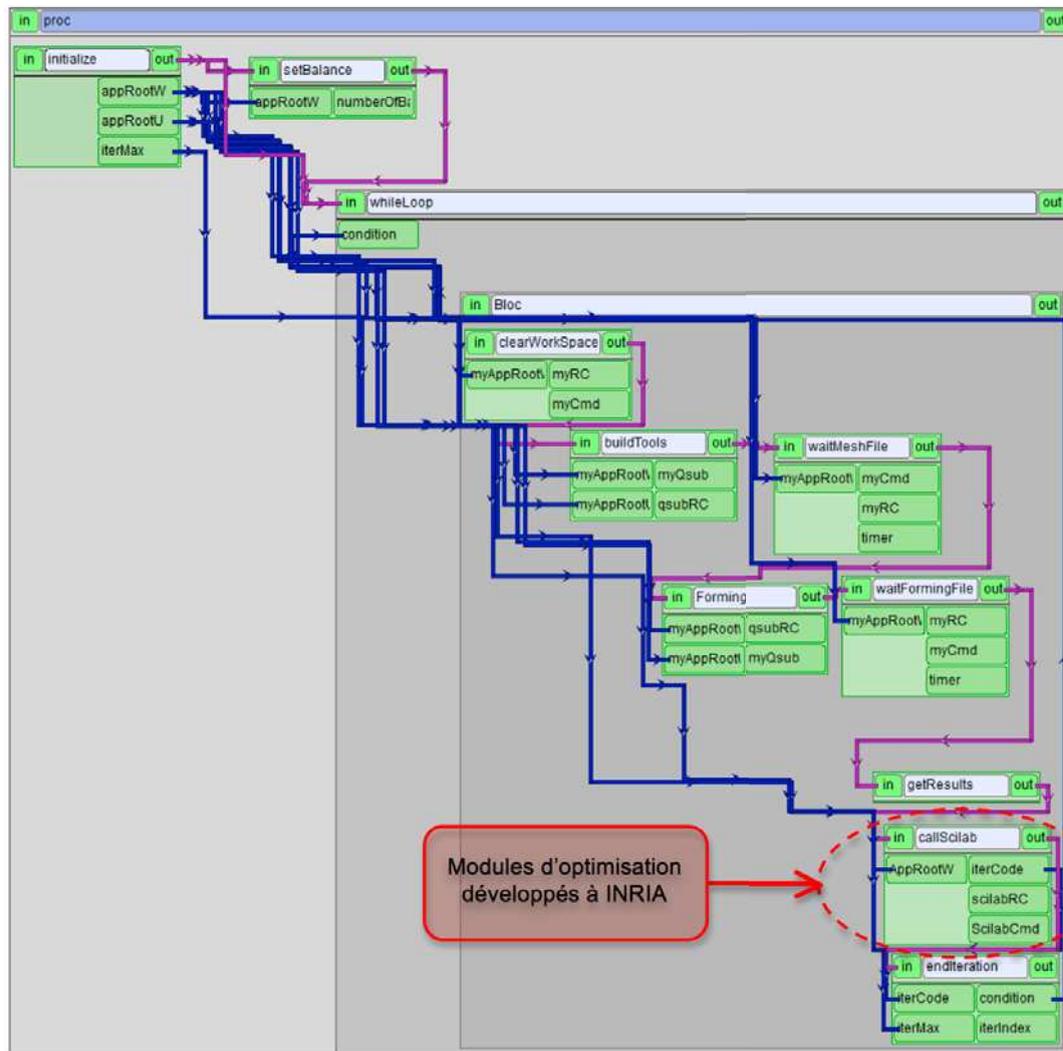


FIGURE 5.20 – Schéma YACS d'intégration des modules du projet OASIS

ainsi que des paramètres de processus optimisés sous un processus itératif comme le montre la figure 5.23.

Les méthodes d'optimisation développées dans cette thèse ont été intégrées dans le schéma YACS. Ils ont été appliqués avec succès à l'optimisation du godet cylindrique. Les critères optimisés sont la rupture et le plissement. La figure 5.24 présente les solutions optimales de Pareto pour ce problème d'optimisation.

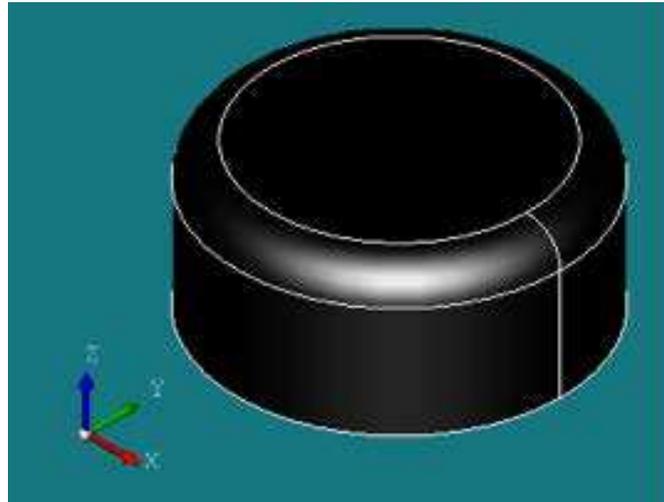


FIGURE 5.21 – Modèle CAO du godet cylindrique

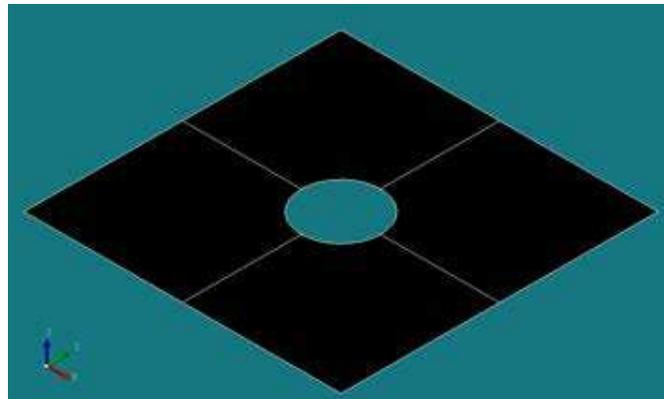


FIGURE 5.22 – Serre-flan utilisé pour emboutissage du godet cylindrique

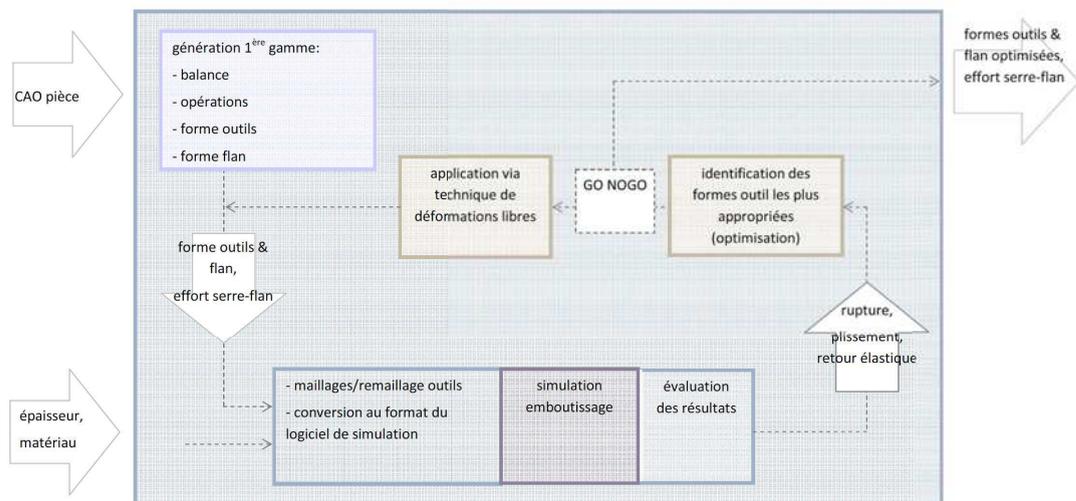


FIGURE 5.23 – Synoptique de l'outil développé sous la plate-forme Salomé

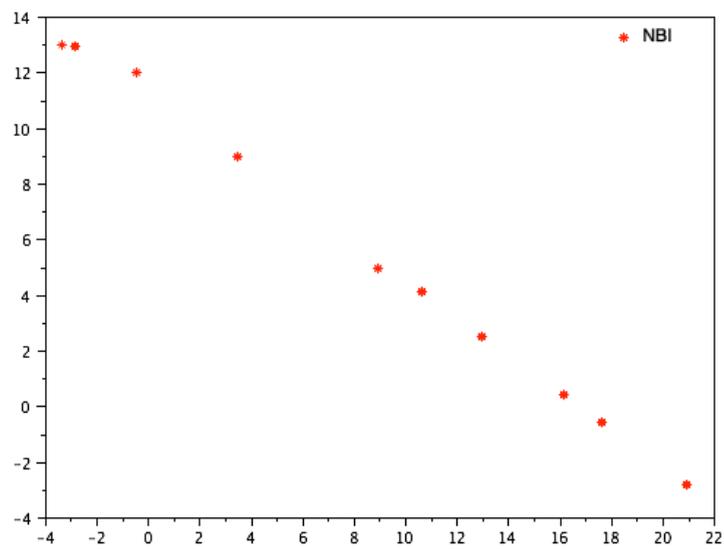


FIGURE 5.24 – application de la méthode NBI pour l'optimisation du godet cylindrique

Chapitre 6

Conclusion et perspectives

6.1 Conclusion

Les études présentées et les approches proposées dans le cadre de cette thèse ont porté sur l'optimisation paramétrique et de forme du procédé d'emboutissage numériquement.

Les travaux de ce mémoire avaient pour application industrielle, une pièce mise en forme par un poinçon en croix. Le but était de prédire et de compenser les phénomènes indésirables émanant du procédé, principalement le retour élastique et la rupture. Ces deux phénomènes diminuent la qualité du produit et augmentent le coût de la production. La simulation de la mise en forme de la pièce en croix a été effectuée sous le logiciel LS-DYNA. Ensuite, nous avons estimé l'ampleur des deux phénomènes du retour élastique et de la rupture afin de les minimiser en utilisant des approches performantes et innovatrices.

Face à ce problème d'optimisation multi-objectif, dont les fonctions coûts sont très coûteuses, qui peuvent présenter plusieurs optima locaux et globaux et sensibles à plusieurs variables, nous avons eu recours à de nouvelles approches d'optimisation globale basées sur l'hybridation et des méthodes d'identification de front de Pareto, en tirant profit de la robustesse des méthodes d'optimisation globale pour avoir des points Pareto uniformément répartis.

Nous avons essayé de montrer l'importance de l'hybridation d'une méthode d'optimisation globale, la méthode du recuit simulé, capable d'exploiter tout le domaine

de recherche, ce qui lui permet de trouver l'optimum global, avec une méthode de descente par gradient stochastique approchée par une perturbation simultanée. L'intérêt de cette hybridation est de converger plus rapidement vers l'optimum que la marche aléatoire de la méthode globale toute seule. L'efficacité de cette hybridation a été validée par des fonctions mathématiques de difficultés variées. Une étude comparative des résultats obtenus par cette approche et autres algorithmes d'optimisation tirés de la littérature montre l'efficacité de cette hybridation grâce au bon compromis entre l'exploitation et l'exploration du domaine de recherche et qui donne des résultats meilleurs dans la plupart des cas. Les résultats obtenus montrent aussi la robustesse de la méthode hybride et la possibilité d'atteindre l'optimum global avec une bonne précision par rapport aux approches classiques.

Certes, en industrie, les problèmes d'optimisation sont des problèmes multi-objectifs dont les fonctions objectifs sont contradictoires, implicites, sensibles à plusieurs variables et peuvent présenter plusieurs minima, d'où la nécessité de capturer l'ensemble de solutions optimales de Pareto. Après une recherche minutieuse dans les méthodes d'optimisation multi-objectifs les plus performantes, nous avons choisi d'adopter deux méthodes d'optimisation multi-objectif qui se distinguent des autres méthodes par leur capacité de reformuler le problème d'optimisation multi-objectif en sous problèmes d'optimisation mono-objectifs et par la suite générer des points Pareto uniformément répartis. Cet avantage permet de capturer le front de Pareto avec même un nombre très réduit de point de départ. Pour profiter des bienfaits de l'approche hybride développée, nous avons couplé les deux méthodes d'optimisation multi-objectifs choisies (NBI et NNCM) avec la méthode hybride dans le but de capturer un front de Pareto globale. Pour tester l'efficacité de ces approches, nous avons résolu un ensemble de problèmes de benchmark connus dans la littérature et qui présente des aspects de convexité et de continuité de front de Pareto très variés. Afin de valider ces résultats, nous avons choisi de comparer les fronts de Pareto obtenus avec ceux identifiés par la méthode NSGA-II, une méthode considérée comme représentative de l'état d'art des méthodes d'optimisation multi-objectifs. Effectivement, les solutions de Pareto obtenus montrent l'intérêt des approches développées par rapport à une méthode comme NSGA-II dont la qualité du front de Pareto dépend fortement de la taille de la population initiale et du nombre de générations nécessaire à la convergence vers le front.

Ces approches ont montré aussi leur efficacité pour l'optimisation paramétrique et géométrique du cas test industriel qui a fait l'objet d'étude de la thèse dans

le but de compenser le retour élastique et de prédire la rupture. En se basant sur des métamodèles, l'optimisation était effectuée avec succès par les approches développées dans le chapitre 4. Dans un premier temps, nous avons optimisé l'épaisseur du flan initial et la vitesse du poinçon. Les solutions optimales de ces deux paramètres donnent un compromis de solution entre les deux critères antagonistes (retour élastique et rupture). Une deuxième étude a pris en compte deux paramètres additionnelles (effort du serre flan et coefficient du frottement) qui influencent fortement la qualité de l'embouti, l'amplitude du retour élastique et le risque de rupture. Les résultats d'optimisation étaient satisfaisants. L'un des objectifs importants du projet OASIS concernait l'optimisation du contour du flan initial. Cet objectif a été atteint durant cette thèse.

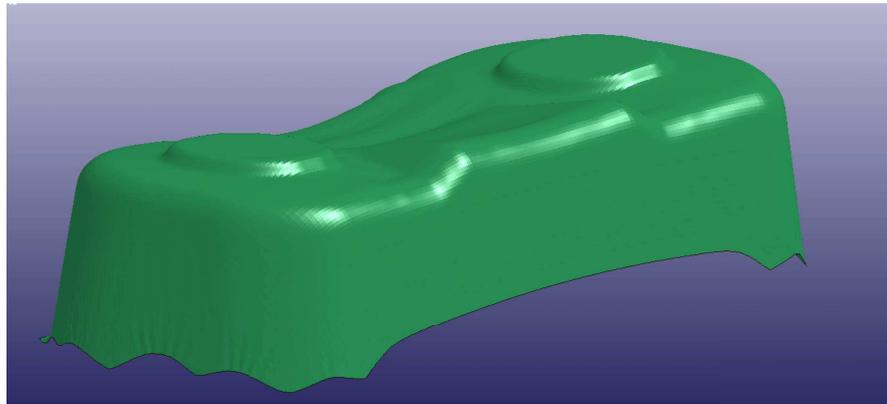
6.2 Perspectives

Nous avons proposé une approche d'optimisation multi-objectif globale qui a permis d'optimiser un ensemble de paramètres liés au procédé d'emboutissage et la forme du contour du flan initial à emboutir. Les résultats étaient satisfaisants mais pas suffisants. Il est nécessaire d'étendre l'étude à l'optimisation de trois critères pour des géométries qui présentent, en plus du retour élastique et de risque de rupture, un risque de plissement. Pour cela, un autre cas test industriel, pratiquement plus compliqué, fera l'objet d'étude des prochaines étapes du projet. Il s'agit d'une coupelle dans le modèle numérique est présenté dans la figure 6.1.

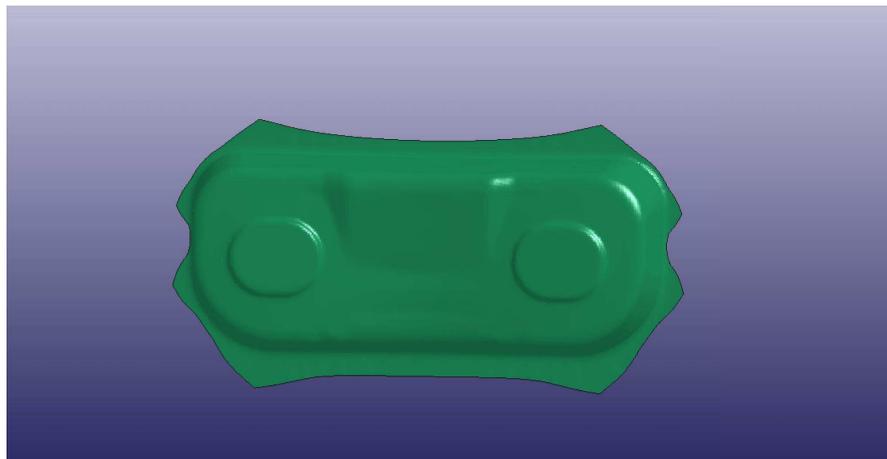
La simulation numérique de cette pièce a été effectuée sous LS-DYNA. Une première constatation de la pièce emboutie montre qu'effectivement, cette géométrie présente plusieurs problématiques. Des résultats préliminaires de l'épaisseur de la tôle après emboutissage confirment un fort amincissement de la tôle dans certaines zones critiques de la pièce où la fissuration peut commencer et provoquer la déchirure de la tôle. Les résultats de la répartition de l'épaisseur après emboutissage sont représentés dans la figure 6.2

Les résultats de déformations principales représentés dans la courbe limite de formage confirment aussi la présence de la rupture et du plissement, comme le montre la figure 6.3.

La première problématique que nous avons affronté pour simuler la mise en forme de la pièce coupelle est le coût de la simulation numérique. Pour cette raison, une



(a)



(b)

FIGURE 6.1 – Modèle numérique de la coupelle

parallélisation des calculs sous LS-DYNA était nécessaire en utilisant la version parallèle de ce logiciel. L'intérêt de cette version est plus visible sur un cluster plutôt qu'une simple machine multi-cœur. Nous avons donc eu recours au cluster de INRIA (Nef cluster). Le centre INRIA Sophia Antipolis dispose actuellement d'une plateforme de calcul de haute performance, contenant de différents types de nœuds interconnectés. En utilisant une combinaison optimale de nœuds (type Opteron) nous avons réduit le temps de simulation de 2h en séquentiel à 26min37s en parallèle sur 48 nœuds de type Opteron.

Pour l'optimisation de ce cas test, nous envisageons aussi de tester d'autres méthodes d'optimisation globale, par exemple la méthode d'optimisation par essais particuliers (Particle Swarm Optimization(PSO)), et investir dans des nouvelles versions de la méthode SPSA plus performantes.

Dans le cadre d'une collaboration avec le partenaire UTC, nous essayons aussi

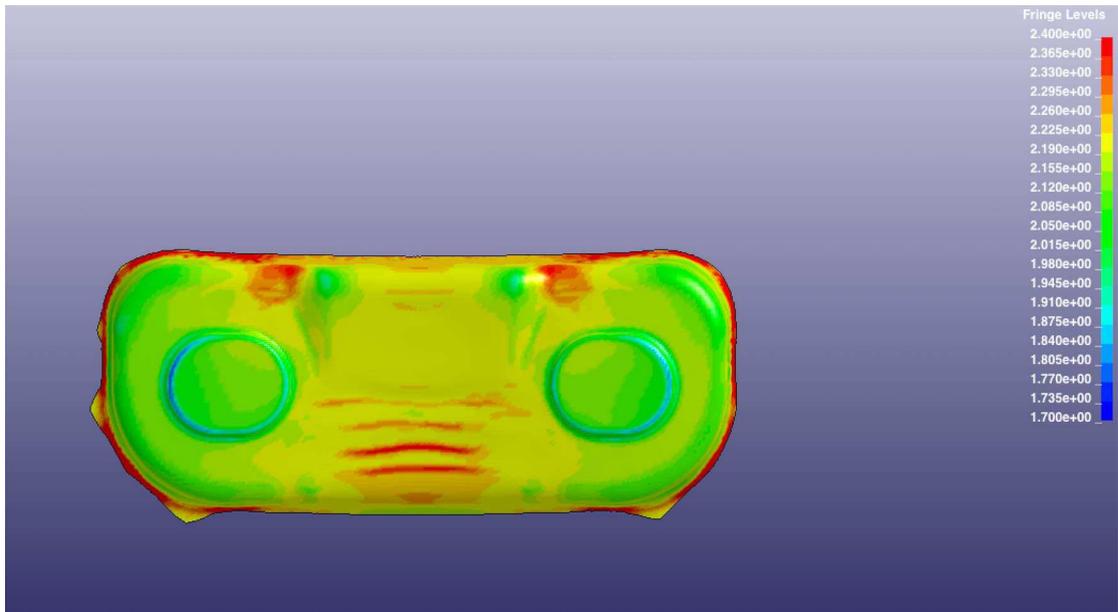


FIGURE 6.2 – Epaisseur de la coupelle après emboutissage

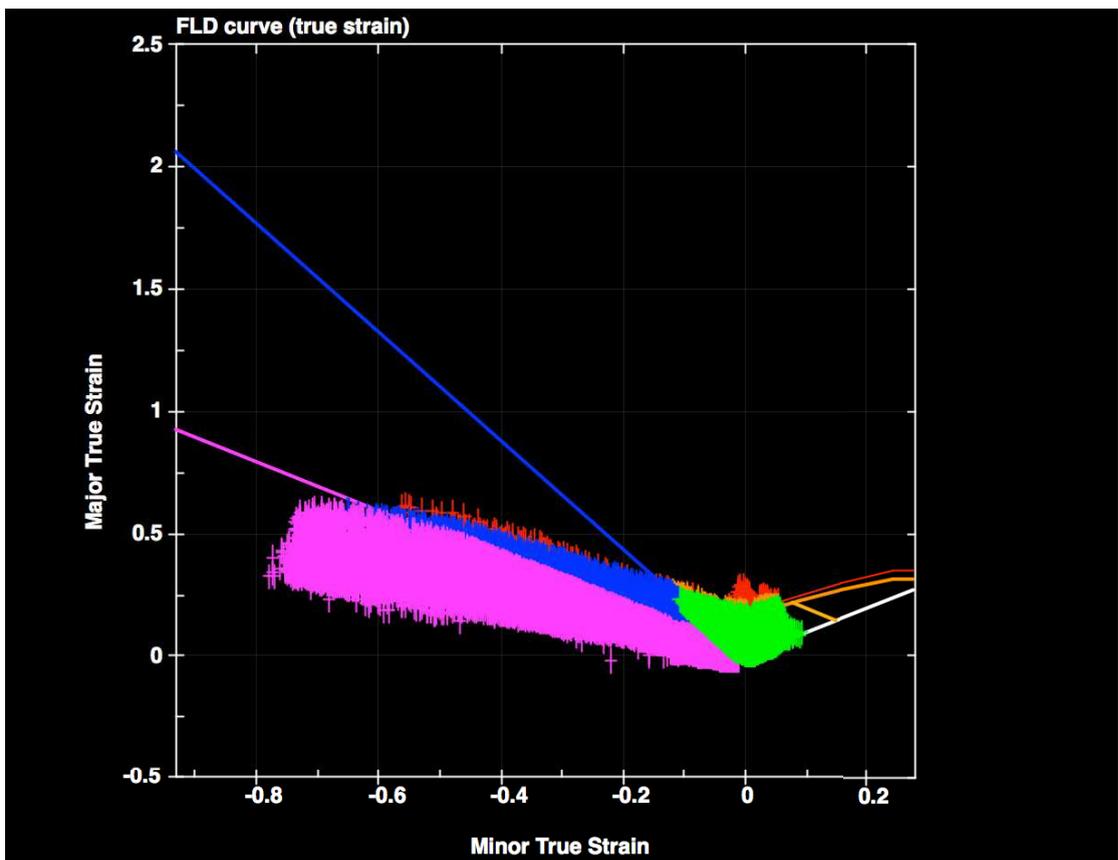


FIGURE 6.3 – Courbe limite de formage de la coupelle

de développer de nouvelles approches de métamodèles par krigeage basées sur l'enrichissement, ce qui permettra de réduire le nombre d'évaluations des fonctions objectifs et augmenter la précision du métamodèle au fur et à mesure des itérations d'optimisation.

Annexe A

Fonctions Test

Write your Appendix content here.

A.1 Quelques fonctions test

A.1.1 Fonction de Goldstein and Price

Soit la fonction

$$f_1(x) = [1 + (x_1 + x_2 + 1)^2(19 - 14x_1 + 3x_1^2 - 14x_2 + 6x_1x_2 + 3x_2^2)] * [30 + (2x_1 - 3x_2)^2(18 - 32x_1 + 12x_1^2 + 48x_2 - 36x_1x_2 + 27x_2^2)]$$

avec

$$-5 \leq x_i \leq 5$$

Cette fonction possède un minimum global $f_1(x) = 3$ en $x = (0, -1)^T$.

A.1.2 Fonction de schwefel

Soit la fonction

$$f_2(x) = \sum_{i=1}^d |x_i| + \prod_{i=1}^d |x_i|$$

avec

$$-500 \leq x_i \leq 500$$

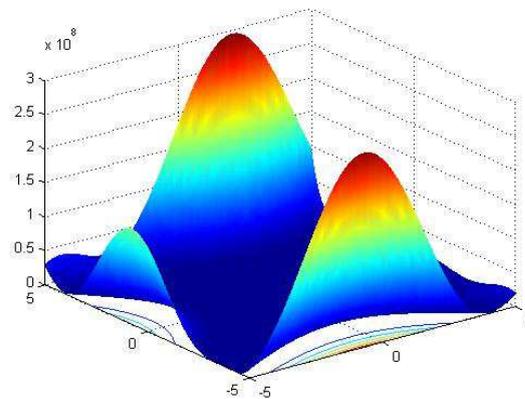


FIGURE A.1 – Représentation graphique de la fonction de Goldstein and Price pour $d=2$.

Cette fonction possède un minimum $f_2(x) = 0$ en $x = (0, 0, \dots, 0)^T$.

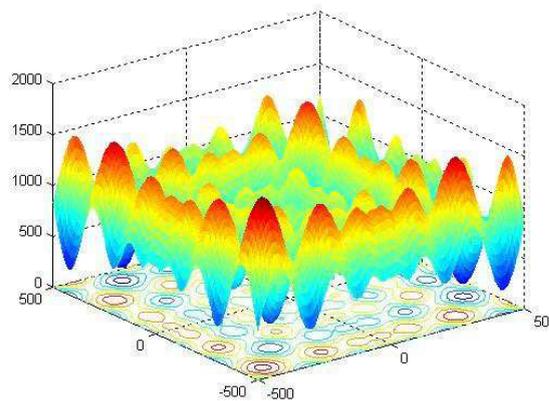


FIGURE A.2 – Représentation graphique de la fonction de schwefel pour $d=2$.

A.1.3 Fonction de Cosine mixture

Soit la fonction

$$f_3(x) = \sum_{i=1}^d x_i^2 - 0.1 \sum_{i=1}^d \cos(5\pi x_i)$$

avec

$$-1 \leq x_i \leq 1$$

Cette fonction possède un minimum $f_3(x) = -0.1 d$ en $x = (0, 0, \dots, 0)^T$. Avec d les dimensions du problème

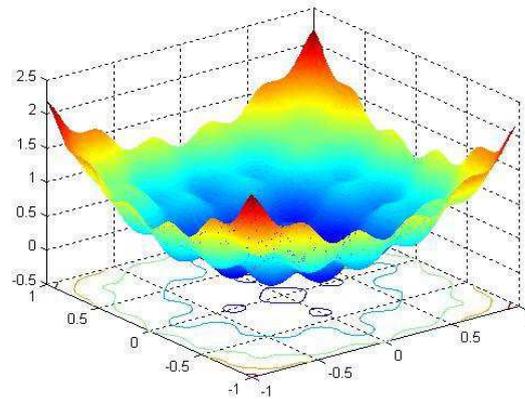


FIGURE A.3 – Représentation graphique de la fonction de Cosine mixture pour $d=2$.

A.1.4 Fonction de Camel

Soit la fonction

$$f_4(x) = 4x_1^2 - 2.1x_1^4 + \frac{1}{3}x_1^6 + x_1x_2 - 4x_2^2 + 4x_2^4$$

avec

$$-10 \leq x_i \leq 10$$

Cette fonction possède un minimum $f_4 = -1.0316285$ en $x = (\pm 0.089842, \mp 0.712656)^T$.

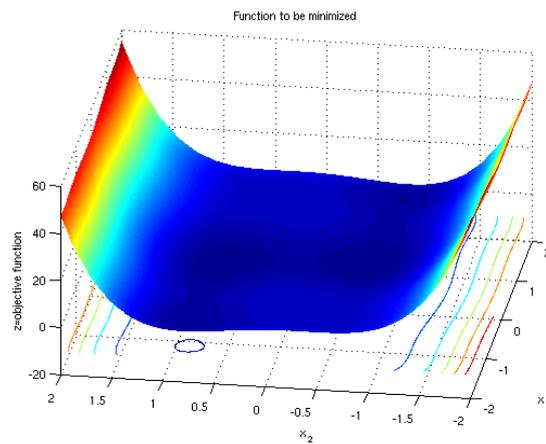


FIGURE A.4 – Représentation graphique de la fonction de Camel pour $d=2$.

A.1.5 Fonction de rosenbrock

Soit la fonction

$$f_5(x) = 100(x_2 - x_1^2)^2 + (1 - x_1)^2$$

avec

$$-30 \leq x_i \leq 30$$

Cette fonction possède un minimum $f_5(x) = 0$ en $x = (1, 1, \dots, 1)^T$. La difficulté pour la recherche de ce point est liée au fait qu'il se trouve à l'intersection de deux vallées de pentes très faibles (voir figure A.4).

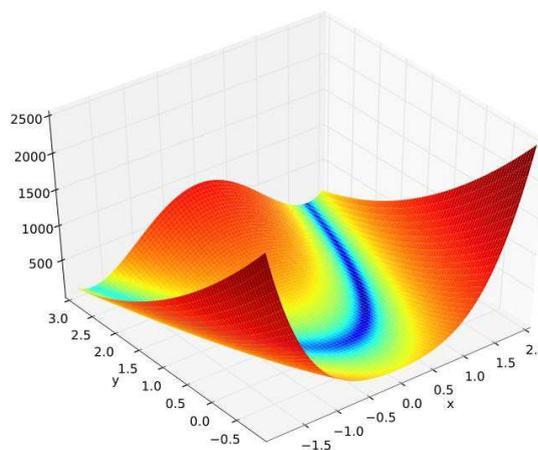


FIGURE A.5 – Représentation graphique de la fonction de rosenbrock pour d=2.

A.1.6 Fonction de Shubert

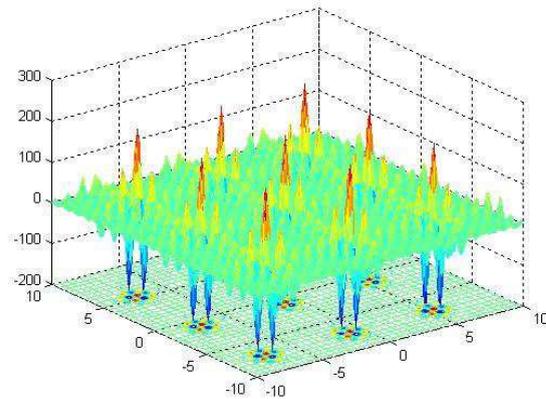
Soit la fonction

$$f_6(x) = \prod_{i=1}^n \sum_{j=1}^5 j \cos[(j+1)x_i + j]$$

avec

$$-10 \leq x_i \leq 10$$

Cette fonction possède un minimum global $f_6 = -186.730909$ en $x = (-1.42513, -0.80032)^T$.

FIGURE A.6 – Représentation graphique de la fonction de Shubert pour $d=2$.

A.1.7 Fonction de Rastrigin

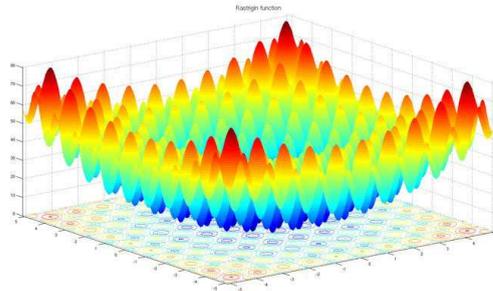
Soit la fonction

$$f_7(x) = 10n + \sum_{i=1}^n [x_i^2 - 10\cos(2\pi x_i)]$$

avec

$$-5.12 \leq x_i \leq 5.12$$

Cette fonction possède un minimum global $f_7 = 0$ en $x = (0, 0)^T$.

FIGURE A.7 – Représentation graphique de la fonction de Rastrigin pour $d=2$.

A.1.8 Fonction de Griewank

Soit la fonction

$$f_8(x) = \frac{1}{4000} \sum_{i=1}^{30} x_i^2 - \prod_{i=1}^n \cos\left(\frac{x_i}{\sqrt{i}}\right) + 1$$

avec

$$-600 \leq x_i \leq 600$$

Cette fonction possède un minimum global $f_g = 0$ en $x = (0, 0)^T$.

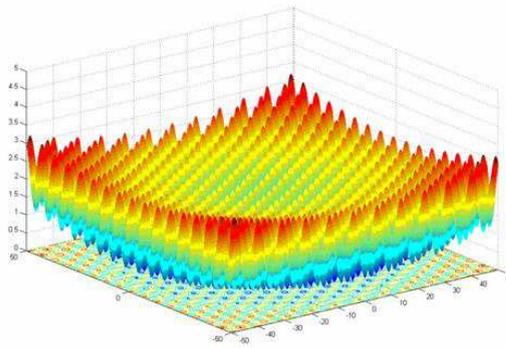


FIGURE A.8 – Représentation graphique de la fonction de Griewank pour $d=2$.

Bibliographie

- J.L. Batoz and G. Dhatt. Modélisation des structures par éléments finis. *Annals of Mathematical Statistics, Hermès*, 3 :43–57, 1990.
- S.P. Keeler. Determination of forming limits in automotive stampings. *Sheet Met Ind*, 42 :683–691, 1965.
- G.M. Goodwin. Application of strain analysis to sheet metal forming problems in the press shop. *Journal of Mecanic Sciences*, 60 :764–74, 1968.
- K. Nakazima, T. Kikuma, and T. Hasuka. Study on the formability of steel sheets. *Yawata Technical Report*, 284 :140–141, 1968.
- K. Marciniak and Pokora. *Metall. Italiana*.
- G. Dhatt, G. Touzot. Une présentation de la méthode des éléments finis. *Les presses de l'Université Laval, Québec*, 18 :18–27, 1981.
- D.P. Flanagan and T. Belytschko. A uniform strain hexahedron and quadrilateral with orthogonal hourglass control. *Int. J. Num. Methods Engrg.*, 17 :679–706, 1981.
- T. Belytschko, J.I. Lin, and C.S. Tsay. Explicit algorithms for the nonlinear dynamics of shells. *Compt. Methods Appl. Mech. Engrg.*, 42 :225–251, 1984.
- P. Montmitonnet. traitement numérique du contact et du frottement. *séminaire de plasticité, Ecole des Mines de Paris, CEMEF*, 2 :chapitre 9, 1994.
- LS-DYNA. *Livemore Software Technology Corporation (LSTC)*.
- R. Hill. A theory of the yielding and plastic flow of anisotropic metals. *Proc. Roy. Soc. London*, 193 :281–297, 1948.
- S.P. Keeler. *Research report, Amer. Iron and Steel Institue, W.P. Reymann N.Y.*

- F. Wurtz and I. Bigeon. A methodology and a tool for the computer aided design with constraints of electrical devices. *IEEE Trans. Magn.*, 32 :1429–1432, 1996.
- M. Minoux. *Programmation mathématique : Tome 1 Théorie et algorithmes*. 1983.
- Z. Michalewicz, D. Dasgupta, and R. Leriche. *Evolutionary Algorithm for Constrained Engineering Problems*. 1996.
- F. Glover. Future paths for integer programming and links to artificial intelligence. *Computers and Operations Research*, 13 :533–549, 1986.
- F. Glover and M. Laguna. Tabu search. *Kluwer Academic Publishers, Boston, USA.*, 1997.
- J. Culioli. *Introduction à l'Optimisation*. 1994.
- I. Envoldsen and J.D. Sorensen. Reliability based optimization in structural engineering. *Structural safety*, 15 :169–196, 1994.
- G. Kharmanda. *Optimisation et CAO des Structures Fiabiles*. PhD thesis, Université Blaise Pascal Clermont II, France, 2003.
- A.V. Levy and A. Montalvo. The tunneling algorithm for the global minimization of functions. *SIAM J. of Sci. and Stat. Comp.*, 15 :15–29, 1985.
- S. Goss, S. Aron, J.L. Deneubourg, and J.M. Pasteels. Self organized shortcuts in the argentine ant. *Natur wissenschaften*, 76 :579–581, 1989.
- A. Coloni, M. Dorigo, and V. Maniezzo. Distributed optimization by ant colonies. In *Proceedings of the 1st European Conference on Artificial Life, Elsevier Publishing*, 1992.
- E. Bonabeau, M. Dorigo, and G. Theraulaz. Swarm intelligence : from natural to artificial systems. *Oxford University Press*, 1999.
- K.V. Frish. Vie et moeurs des abeilles. *Albin Michel*, 1984.
- M. Clerc, J. Kennedy. The particle swarm : explosion, stability, and convergence in multidimensional complex space. *IEEE Trans. on Evolutionary Compt.*, 6 : 58–73, 2002.
- S. Kirkpatrick, C. Gelatt, and M. P. Vecchi. Optimization by simulated annealing. *Science*, 220 :671–680, 1983.

- V. Cerny. Thermodynamical approach to the traveling salesman problem : an efficient simulation algorithm. *J. of Optimization th. and applications*, 45 :41–51, 1985.
- N. Metropolis, M. Rosenbluth, A. Teller, and E. Teller. Optimization by simulated annealing, equation of state calculation by fast computing machines. *J. of Chemical Physic*, 21 :1087–1092, 1953.
- P. Siarry and G. Dreyfus. *ESPCI-IDSET, 10 rue Vauquelin, 75005 Paris*.
- E. H. L. Arts and P. J. M. Van Laarhoven. Statistical cooling : a general approach to combinatorial optimisation problems. *Philips J. of Reseach*, 40 :193–226, 1985.
- B. Hajek. Cooling schedules for optimal annealing. *Math. Oper. Res.*, 13 :311–329, 1988.
- B. Hajek and G. Sasaki. Simulated annealing – to cool or not. *Systems and Control Letters*, 12 :443–447, 1989.
- J. C. Spall. Multivariate stochastic approximation using a simultaneous perturbation gradient approximation. *IEEE transactions on automatic control*, 37 : 332–341, 1992.
- J. C. Spall. An overview of the simultaneous perturbation method for efficient optimization. *johns hopkins apl technical digest*, 19, 1998.
- V. Fabian. Stochastic approximation. optimizing methods in statistics. *Academic Press, New York*, pages 439–470.
- H. J. Kushner and G. G. Yin. *Springer-Verlag, New York*.
- K.A. De Jong. An analysis of behavior of a class of genetic adaptive systems. *ph.D. dissertation, Dept. Comput. Sci., The Univ. Michigan, Ann Arbor, MI*, 1975.
- B. Raphael and I.F.C. Smith. A direct stochastic algorithm for global search. *Applied Mathematics and Computation*, 146 :729–758, 2003.
- Q. Yuan, Z. He, and H. Leng. A hybrid genetic algorithm for a class of global optimization problems with box constraints. *Applied Mathematics and Computation*, 197 :924–929, 2008.

- I. G. Tsoulos. Modifications of real code genetic algorithm for global optimization. *Applied Mathematics and Computation*, 203 :598–607, 2008.
- M. Duran Toksar". A heuristic approach to find the global optimum of function. *Journal of Computational and Applied Mathematics*, 209 :160–166, 2007.
- Y.D. Kwon, S.B. Kwon, and J. Kim. Convergence enhanced genetic algorithm with successive zooming method for solving continuous optimization problems. *Comput. Struct.*, 81 :1715–1725, 2003.
- M. D. Toksari. Ant colony optimization for finding the global minimum. *Applied Mathematics and Computation*, 176 :308–316, 2006.
- C. Hamzacebi and F. Kutay. A heuristic approach for finding the global minimum : Adaptive random search technique. *Applied Mathematics and Computation*, 173 :1323–1333, 2006.
- Y. Kao, E. Zahara. A hybrid genetic algorithm and particle swarm optimization for multimodal functions. *Applied Soft Computing*, 8 :849–857, 2008.
- S. Karmakar, S.K. Mahato, and A.K. Bhunia. Interval oriented multi-section techniques for global optimization. *Journal of Computational and Applied Mathematics*, 224 :476–491, 2009.
- V. Pareto. Cours d'économie politique. *F. Rouge. Lausanne*, 1 et 2, 1896.
- E.G. Talbi. Métaheuristiques pour l'optimisation combinatoire multi-objectif : Etat de l'art. *CNET, 1999. PE : 98-757.33.*, 1999.
- C.M. Fonseca and P.J. Fleming. An overview of evolutionary algorithms in multiobjective optimization. *Evolutionary computation*, 3, 1 :1–16, 1995.
- X. Gandibleux and al. Metaheuristics for multiobjective optimization. *Springer*, 2004.
- J. K. Hao, P. Galinier, and M. Habib. Métaheuristiques pour l'optimisation combinatoire et l'affectation sous contraintes. *Revue d'intelli. arti.*, 13, 22 :283–324, 1999.
- C.R. Reeves. Modern heuristic techniques for combinatorial problems. *McGraw-Hill*, 1995.

- M. Reyes-Sierra and C.A.C. Coello. Multi-objective particle swarm optimizers : A survey of the state-of-the-art. *Int. Journal of Comput. Intelligence Research*, 2, 3 :287–308, 2006.
- C.A.C. Coello, E.M. Montes. Constraint-handling in genetic algorithms through the use of dominance-based tournament selection. *Advanced Engineering Informatics*, 16 :193–203, 2002.
- D. K. Agrafiotis. Multiobjective optimization of combinatorial libraries. *IBM Journal of Research and Dev.*, 45 :545–566, 2001.
- M. Sugeno. *Theory of fuzzy integrals and its applications*. institute of technology, 1974.
- N. Srinivas and K. Deb. Multiobjective optimization using non-dominated sorting in genetic algorithms. *Evolutionary Computation*, 2 :221–248, 1995.
- C. A. C. Coello and al. Multiobjective design optimization of counter weight balancing of a robot arm using genetic algorithm. In *Seventh Int. Conf. on Tools with Arti. Intelli. (TAIf95)*, November 5-8, 1995.
- H. Ishibuchi and T. Murata. A multiobjective genetic local search algorithm and its application to flowshop scheduling. *IEEE Trans on Syst., Man., and Cyber.* †-†Part C :App. and Reviews, 28, 3 :392–403, 1998.
- C.A.C. Coello. Use of a self-adaptive penalty approach for engineering optimization problems. *Computers in Industry*, 41 :113–127, 2000.
- C. A. C. Coello. An empirical study of evolutionary techniques for multiobjective optimization in engineering design. *Ph. D. thesis, Department of Computer Science, Tulane University. New Orleans*, 1996.
- K. Deb. Multiobjective genetic algorithms : problem difficulties and construction of test problems. *Evol. Comput.*, 7 :205–230, 1999.
- D. E. Goldberg. Genetic algorithms in search, optimization, and machine learning. *Addison-Wesley, Reading, Massachusetts*, 1989.
- C. M. Fonseca and P. J. Fleming. Genetic algorithm for multiobjective optimization s formulation, discussion and generalization. In *Proceedings of the Fifth International Conference on Genetic Algorithms, San Mateo. California*, pages 416–423, 1993.

- K. Deb, S. Agrawal, A. Pratab, and T. Meyarivan. A fast elitist nondominated sorting genetic algorithm for multi-objective optimization : Nsga-ii. *in Proc. Conf. Parallel Problem Solving From Nature VI*, pages 849–858, 2000.
- E. Zitzler, L. Thiele. An evolutionary algorithm for multiobjective optimization : The strength pareto approach. *TIK Report n ∞ 43*, 1998.
- E. Zitzler, M. Laumanns, and L. Thiele. Spea2 : Improving the strength pareto evolutionary algorithm. *Swiss Federal Institute of Technology, Lausanne, Switzerland, Tech. Rep. TIK-Rep*, 103, 2001.
- J. D. Knowles, D. W. Corne. The pareto archived evolution strategy : A new base line algorithm for multiobjective optimisation. *Congress on Evolutionary Computation, Washington. Julv*, pages 98–105, 1999.
- I. Das, J. E. Dennis. Normal-boundary intersection : a new method for generating the pareto surface in nonlinear multi-criteria optimization problems. *SIAM J. Optim.*, 8 :631–657, 1998.
- A. Messac, A. Ismail-Yahaya, and C.A. Mattson. The normalized normal constraint method for generating the pareto frontier. *Struc. Multidisc. Optim.*, 25(2) :86–98, 2003.
- K. Deb, A. Pratap, S. Agarwal, and T. Meyarivan. A fast and elitist multiobjective genetic algorithm : Nsga-ii. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 6 :182–197, 2002.
- D. A. Van Veldhuizen. Multiobjective evolutionary algorithms : Classification, analyses and new innovation. *Air Force Institute of Technology. United States*, 22 :425–460, 1999.
- D. Schaffer. Multiple objective optimisation with vector evaluated genetic algorithm. *In genetic Algorithm and their Applications : Proceedings of the First International Conference on Genetic Algorithm*, pages 93–100, 1985.
- C. M. Fonseca, P. J. Fleming. Multiobjective optimization and multiple constraint handling with evolutionary algorithms-part i : a unified formulation. *IEEE Trans. System, Man, Cybern.*, 28 :26–37, 1998.
- F. Kursawe. A variant of evolution strategies for vector optimization. *in Parallel Problems Solving from Nature, H,-P. Schwefel and R. Männer, Eds. Berlin, Germany : Springer-Verlag*, pages 193–197.

- E. Zitzler, L. Thiele. Multiobjective evolutionary algorithms : a comparative case study and the strength pareto approach. *IEEE Transactions on Evolutionary Computatio*, pages 257–271, 1999.
- S. Tunali and I. Batmaz. Dealing with the least squares regression assumptions in simulation metamodeling. *Computers Industrial Engineering*, 38 :307–320, 2000.
- C.H. Lee and H. Hub. Blank design and strain estimates for sheet metal forming processes by a finite element inverse approach with initial guess of linear deformation. *J Mater Process Technol*, 13 :145–155, 1998.
- S.D. Kim, M.H. Park, S.J. Kim, and D.G. Seo. Blank design and formability for non-circular deep drawing processes by the finite method. *J Mater Process Technol*, 75 :94–99, 1998.
- J.P. Kleinermann and J.P. Ponthot. Parameter identification and shape/process optimization in metal forming simulation. *J Mater Process Technol*, 139 :521–526, 2003.
- X. Chen and R. Sowarby. The development of ideal blank shapes by the method of plane stress characteristics. *Int J Mech Sci*, 34 :159–166, 1992.
- A. Klimke and B. Wohlmuth. *Trans. Math. Software*.
- A. Klimke. *IANS report, University of Stuttgart*.
- S. Achatz. Higher order sparse grids methods for elliptic partial differential equations with variable coefficients. *Computing*, 71 :1–15, 2003.
- R. Blader, U. Scheinder, and C. Zenger. Sparse grid and extrapolation methods for parabolic problems. *Proc. International Conference on Computational Methods in Water Ressources, Heidelberg (A. Peters et al., eds), Kluwer Academic, Dordrecht*, pages 1383–1392.
- H.-J. Bungartz and S. Dirnstorfer. Multivariate quadrature on adaptive sparse grids. *Computing*, 71 :89–114, 2003.
- H.-J. Bungartz and W. Huber. *Computational Fluid Dynamics on Parallel Systems (S. Wagner, ed.), Notes on Numerical Fluid Mechanics, Vieweg, Braunschweig/Wiesbaden*.

- J. Garcke and M. Griebel. Classification with sparse grids using simplicial basis functions. *Intelligent Data Analysis*, 6 :483–502, 2002.
- J. Garcke, M. Griebel, and M. Thess. Data mining with sparse grids. *Computing*, 67 :225–253, 2001.
- S. Smolyak. Quadrature and interpolation formulas for tensor products of certain classes of functions. *Soviet. Math. Dokl.*, 4 :240–243, 1963.