



**HAL**  
open science

# CONTRIBUTION A L'ETUDE DE LA RUPTURE DES GRAINS DANS LES MATERIAUX GRANULAIRES

Carlos Ovalle

► **To cite this version:**

Carlos Ovalle. CONTRIBUTION A L'ETUDE DE LA RUPTURE DES GRAINS DANS LES MATERIAUX GRANULAIRES. Mécanique des matériaux [physics.class-ph]. Ecole Centrale de Nantes (ECN), 2013. Français. NNT: . tel-00979827

**HAL Id: tel-00979827**

**<https://theses.hal.science/tel-00979827>**

Submitted on 17 Apr 2014

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Ecole Centrale de Nantes

**ÉCOLE DOCTORALE**

**SCIENCES POUR L'INGENIEUR, GEOSCIENCES, ARCHITECTURE**

*Année 2013.*

N° B.U. :

**Thèse de DOCTORAT**

Spécialité : GENIE CIVIL

Présentée et soutenue publiquement par :

CARLOS OVALLE ORTEGA

le 20 Juin 2013  
à l'Ecole Centrale de Nantes

**TITRE**

**CONTRIBUTION A L'ETUDE DE LA RUPTURE DES GRAINS DANS LES  
MATERIAUX GRANULAIRES**

**JURY**

Président :

M. Félix DARVE - Professeur des universités, Laboratoire 3SR INPG Grenoble

Rapporteurs :

M. Ali DAOUADJI, Maitre de Conférences HDR, LEM3 Université de Lorraine

M. François NICOT, Directeur de Recherche, Irstea - Grenoble

Examineurs :

M. Etienne FROSSARD, Tractebel Engineering S.A.

M. Charles VOIVRET, SNCF Innovation & Recherche

---

Directeur de thèse : M. Pierre-Yves HICHER – GeM, Ecole Centrale de Nantes

Co-encadrant : M. Christophe DANO –GeM, Ecole Centrale de Nantes

Laboratoire : Institut de Recherche en Génie Civil et Mécanique, UMR CNRS 6183, Ecole  
Centrale de Nantes

N° ED : 498 - 274



## Remerciements

Je voudrais exprimer mes remerciements à tous ceux qui m'ont permis de mener à bien ce travail de thèse.

Je souhaite tout d'abord remercier M. Félix DARVE, qui m'a fait l'honneur de présider mon jury.

Je remercie également M. François NICOT et M. Ali DAOUADJI, qui ont accepté d'être rapporteurs de cette thèse.

Je tiens aussi à exprimer toute ma gratitude à M. Etienne FROSSARD pour avoir pris part au jury en tant qu'examinateur, ainsi que pour les discussions scientifiques au sein du projet ANR ECHO.

Je remercie M. Charles VOIVRET pour avoir pris part au jury en tant que membre invité, mais surtout pour avoir cru dans mon travail dès le début et avoir contribué à son développement avec ses compétences scientifiques et sa qualité humaine.

Ça a été un honneur pour moi d'avoir eu ce jury si prestigieux pour présenter mon travail.

Je souhaite également remercier M. Pierre-Yves HICHER, mon directeur de thèse, pour m'avoir encadré lors de ce travail et m'avoir fait l'honneur de partager et transmettre une partie de ses compétences et de ses connaissances scientifiques, qui m'ont permis de suivre une ligne de travail rigoureuse.

Je tiens ensuite à exprimer tous mes remerciements à M. Christophe DANO, co-encadrant de cette thèse, pour son investissement profond dans ce travail. Le résultat de cette thèse est dû, en grande partie, à son enthousiasme et au temps considérable qu'il a consacré à la réalisation des expériences que nous avons menées. C'est ainsi, que nos discussions quotidiennes et une critique constante des résultats obtenus nous ont permis d'aboutir à des contributions sur les sujets traités. De même, je remercie la liberté que mes encadrants m'ont donné afin de proposer des pistes pour répondre aux questions posées tout au long de ce travail.

Je remercie Mme Angelika Lee pour ces encouragements constants tout au long de ces trois années et sa patience et son assistance dans la rédaction de mes articles en anglais.

Je souhaite remercier tous les partenaires du projet ECHO financé par l'Agence Nationale de la Recherche, et tous les membres qui ont participé aux discussions qui ont enrichi ce travail, notamment M. Etienne FROSSARD et M. Cristian NIETO-



GAMBOA de Tractebel Engineering S.A., M. Siegfried MAIOLINO du CETE de Lyon, ainsi qu'aux intervenants de l'Ecole Polytechnique de Palaiseau, d'Eiffage Travaux Publics et d'Electricité de France.

Je remercie également M. Erich BAUER, professeur à l'Université de Graz, pour nos riches discussions scientifiques et ses remarques pertinentes au sein d'un projet de collaboration avec l'Ecole Centrale de Nantes.

Je voudrais également remercier à M. Jean-Yves LE TOUZO, M. Patrick DENAIN, et M. Jean-Pierre REGOIN pour leur support technique, leur patience et leur disponibilité dans la réalisation des expériences au laboratoire. Ils ont contribué à mener à bien, de manière rigoureuse, sûre, mais aussi conviviale, les résultats expérimentaux réalisés dans ce travail.

Ma reconnaissance et mes remerciements vont enfin aux membres du GeM, à mes collègues, permanents, doctorants et stagiaires, pour tous les bons moments passés ensemble.

Je souhaite remercier *CONICYT Chile* et l'Ambassade de France au Chili pour m'avoir supporté financièrement pendant ces quatre dernières années en France : une année d'études de Master Recherche à l'Ecole Centrale de Paris et trois années de thèse à l'Ecole Centrale de Nantes. Egalement je remercie *Pontificia Universidad Católica de Chile*, pour son support financier depuis mars 2012.

Je pense aujourd'hui aux professeurs qui m'ont toujours encouragé et supporté tout au long de mes études universitaires au Chili et aussi pendant la première étape de ma carrière professionnelle, afin de tourner ma carrière vers la recherche et l'enseignement et m'engager à développer une thèse de doctorat, notamment M. René TOBAR de *Universidad Técnica Federico Santa Maria* au Chili, M. Eli ROBINSKY de l'Université de Toronto au Canada, M. Ramón VERDUGO et M. Claudio FONCEA de *Universidad de Chile*, M. Edgar BARD d'*ARCADIS Chile* et de *Universidad de Chile* et M. Jorge H. TRONCOSO de *Pontificia Universidad Católica de Chile* et *MWH Chile*.

Je tiens enfin à remercier ma femme Mónica, mes enfants Olivia et Pedro, pour l'amour et leurs encouragements tout au long de ces années que nous avons vécu en France. Je remercie également le support à la distance de mes parents Carlos et Gloria et de mes frères et sœurs Andrea, Pani, Betty, Kanqui, Pepe, Toño et Benja.

*à Mónica, Olivia y Pedro,  
pour ces merveilleuses années vécues ensemble en France*



# Table de matières

<b>INTRODUCTION GENERALE.....</b>	<b>10</b>
<b>1 REVUE DE LA LITTERATURE .....</b>	<b>13</b>
1.1 COMPORTEMENT MECANIQUE DES SOLS GRANULAIRES .....	14
1.1.1 Résistance au cisaillement.....	14
1.1.2 Etat critique .....	16
1.1.3 Dilatance.....	19
1.2 RUPTURE DES GRAINS .....	22
1.2.1 Effets de la rupture des grains sur le comportement mécanique.....	22
1.2.2 Taux de rupture des grains .....	23
1.3 MECANIQUE DE LA RUPTURE FRAGILE.....	25
1.3.1 Modes de rupture .....	26
1.3.2 La théorie de Griffith.....	28
1.3.3 Fracture probabiliste des matériaux fragiles : la théorie de Weibull	30
1.4 FACTEURS INFLUENÇANT LA RUPTURE DES GRAINS .....	34
1.4.1 Propriétés intrinsèques du matériau .....	34
1.4.1.1 Effet de la minéralogie.....	34
1.4.1.2 Influence de la forme des grains .....	36
1.4.1.3 Effet de la granulométrie initiale.....	38
1.4.1.4 Effet de la taille des grains ou effet d'échelle .....	38
1.4.2 Propriétés d'état du matériau et conditions d'essai.....	38
1.4.2.1 Densité initiale .....	38
1.4.2.2 Influence de la teneur en eau.....	39
1.4.2.3 Effet du temps .....	42
1.4.2.4 Effet du chemin de contraintes.....	45
1.4.2.5 Effet de la déformation.....	46
1.5 REPRESENTATION DES COURBES GRANULOMETRIQUES.....	47
1.6 RUPTURE DES GRAINS DANS LES MODELES CONSTITUTIFS .....	50
1.6.1 Modèles de type Cam-Clay basés sur l'état critique .....	50
1.6.2 Approche thermomécanique .....	55
1.7 EFFETS D'ECHELLE DUS A LA RUPTURE DES GRAINS.....	58
1.7.1 Effets d'échelle dans les grains de sol et les agrégats de roche.....	58
1.7.2 Effets d'échelle dans les assemblages granulaires.....	61
1.7.2.1 Observations expérimentales .....	61
1.7.2.2 Méthode théorique de Frossard (2009) .....	75
1.7.3 Effets d'échelle dans les enrochements de barrages .....	79
1.8 COMMENTAIRES.....	82

<b>2</b>	<b>ANALYSE DE LA THEORIE DE WEIBULL .....</b>	<b>83</b>
2.1	SIMILARITE GEOMETRIQUE DANS LA THEORIE DE WEIBULL.....	83
2.2	LIMITATIONS DE LA THEORIE DE WEIBULL.....	84
2.3	APPLICATIONS DE LA THEORIE DE WEIBULL .....	85
2.3.1	<i>Analyse des cas rapportés dans la littérature.....</i>	85
2.3.2	<i>Analyse statistique de Weibull sur des granulats de roche .....</i>	88
2.3.2.1	Matériau : Calcaire de Préfontaines (CP).....	88
2.3.2.2	Matériau : Schiste de la carrière des Trois Vallées (STV).....	90
2.3.2.3	Analyse statistique des essais d'écrasement sur des agrégats de CP et STV 91	
2.4	REMARQUES ET COMMENTAIRES .....	96
<b>3</b>	<b>METHODE PROBABILISTE DE PREDICTION DE LA COMMUNUTION CONFINEE.....</b>	<b>98</b>
3.1	COMMUNUTION PAR BROYAGE .....	99
3.2	COMMUNUTION CONFINEE .....	100
3.2.1	<i>Equation d'équilibre de masse .....</i>	100
3.2.2	<i>Fonction de rupture <math>b^{ij}</math>.....</i>	102
3.2.3	<i>Fonction de sélection <math>S^i</math> en comminution confinée.....</i>	104
3.2.3.1	Statistique de la résistance à l'écrasement des grains pris individuellement 104	
3.2.3.2	Distribution des forces normales de contact .....	105
3.2.3.3	Probabilité combinée $S^i$ .....	113
3.3	SIMULATIONS EXPERIMENTALES .....	114
3.4	DISCUSSIONS DES RESULTATS.....	119
<b>4</b>	<b>VALIDATION EXPERIMENTALE DE L'EFFET D'ECHELLE.....</b>	<b>120</b>
4.1	INTRODUCTION .....	120
4.2	OBJECTIFS .....	120
4.3	METHODOLOGIE DU PROGRAMME EXPERIMENTAL.....	120
4.4	OUTILS EXPERIMENTAUX.....	121
4.4.1	<i>Cellule triaxiale pour des échantillons de 1000 mm de diamètre ....</i>	121
4.4.2	<i>Cellule triaxiale pour des échantillons de 250 mm de diamètre .....</i>	123
4.4.3	<i>Cellule triaxiale pour des échantillons de 70 mm de diamètre .....</i>	124
4.5	PARAMETRES MESURES ET INTERPRETATIONS COMPARATIVES DES RESULTATS.....	125
4.6	ENROCHEMENT TESTE.....	126
4.7	RESULTATS DES ESSAIS TRIAXIAUX.....	131

4.8	COMPARAISON AVEC D' AUTRES MATERIAUX GROSSIERS .....	139
4.9	VALIDATION DE LA METHODE PREDICTIVE DE FROSSARD (2009) ....	140
4.10	CONCLUSION.....	142
<b>5</b>	<b>EFFETS DE L'EAU ET DU TEMPS SUR LE</b>	
	<b>COMPORTEMENT DES MATERIAUX GRANULAIRES AVEC</b>	
	<b>DES RUPTURES DES GRAINS .....</b>	<b>144</b>
5.1	INTRODUCTION .....	144
5.2	MATERIAU TESTE.....	145
5.3	ESSAIS DE COMPRESSION TRIAXIALE ET ISOTROPE .....	146
5.4	ESSAIS DE COMPRESSION OEDOMETRIQUE.....	153
5.5	FLUAGE DANS LES ESSAIS OEDOMETRIQUES.....	156
5.6	DISCUSSION.....	162
5.7	CONCLUSIONS .....	167
<b>6</b>	<b>LE ROLE DE L'ENERGIE DE FRACTURE DE GRIFFITH</b>	
	<b>EN COMMINATION CONFINEE .....</b>	<b>168</b>
6.1	INTRODUCTION .....	168
6.2	SURFACE DE FRACTURE .....	171
6.3	LA PARTITION DU TRAVAIL PLASTIQUE.....	172
6.4	DISCUSSION.....	174
6.4.1	<i>Effet de la dispersion des propriétés mécaniques des grains.....</i>	<i>174</i>
6.4.2	<i>Effets de l'évolution du réseau des forces de contacts .....</i>	<i>175</i>
6.5	CONCLUSIONS .....	176
	<b>CONCLUSIONS.....</b>	<b>177</b>
	CONCLUSION GENERALE .....	177
	PERSPECTIVES DE RECHERCHE.....	180
	<b>REFERENCES .....</b>	<b>182</b>

## INTRODUCTION GENERALE

Les sols granulaires sont présents dans plusieurs types d'ouvrages dans le domaine du Génie Civil. Ils peuvent être d'origine naturelle, comme les sables et les graviers dans les aires fluviales, par exemple, ou bien artificielle, comme les ballasts ferroviaires et les enrochements des barrages, qui eux proviennent du broyage de la roche en carrière. L'étude du comportement mécanique de ces matériaux est donc fondamentale afin de développer et d'appliquer les méthodes de conception d'ouvrages géotechniques couramment utilisées à ce jour, comme les calculs des fondations des bâtiments, la stabilité des pentes et la construction des remblais. D'autres domaines peuvent aussi être concernés par la mécanique des matériaux granulaires, tels que la fabrication de matériaux de construction comme le béton, les technologies des poudres dans les industries pharmaceutique ou agro-alimentaire, ou encore le traitement des agrégats de roche dans les activités minières.

Ainsi, on sait que le comportement mécanique des matériaux granulaires sous confinement dépend du niveau de contrainte et engendre des changements de volume qui peuvent être dilatants sous cisaillement. Ce comportement est aussi une fonction des propriétés de l'arrangement granulaire et de sa teneur en liquide, ainsi que des caractéristiques mécaniques et géométriques des grains pris individuellement. En outre, sous certaines conditions, les forces de contact inter-granulaires peuvent dépasser la résistance à l'écrasement des grains et provoquer la rupture d'une fraction des particules. En général, la rupture des grains, appelée aussi processus de comminution dans les activités du broyage, se produit dans des sols granulaires sous fortes contraintes, comme en pointe des pieux, sous des barrages de grande hauteur, ou bien quand les matériaux sont composés de grains à faible résistance. Ce phénomène implique que la taille des grains est réduite et que la granulométrie s'étale, ce qui génère un arrangement plus dense. Il a été largement démontré expérimentalement que, lors de la rupture des grains, la dilatance est diminuée, donc le matériau devient plus compressible et sa résistance au cisaillement au pic se réduit. De même, plusieurs modèles constitutifs ont été développés afin de prendre en compte ces effets.

La source de la rupture des grains se trouve dans la micromécanique du problème, c'est-à-dire : (i) les propriétés des particules prises individuellement et (ii) les conditions de chargement au niveau des contacts inter-granulaires. En conséquence, des liens multi-échelles entre ces conditions « locales » et la réponse de l'assemblage granulaire sont envisageables afin de développer des approches basées sur la physique du phénomène. Plusieurs travaux se sont intéressés à l'étude des caractéristiques des particules, en partie basés sur des théories classiques de la

fracture des solides fragiles, telles que la théorie de la fracture élastique linéaire de Griffith (1921), le concept du maillon faible de Weibull (1939) ou la notion de ténacité des contraintes d'Irwin (1957). Pourtant, le sujet est encore ouvert et il est nécessaire de (1) fournir davantage de preuves empiriques, (2) de tester la validité de certains modèles qui n'ont pas été systématiquement confrontés à des résultats expérimentaux et (3) de développer des nouvelles méthodes prédictives. C'est donc autour de ces trois axes que se place la contribution de cette thèse.

Suivant les motivations précédentes, cette thèse présente un programme expérimental sur des matériaux granulaires, allant des petits enrochements jusqu'à du sable. En plus, on se propose de valider expérimentalement des méthodes théoriques existantes et aussi de développer des nouvelles approches prédictives multi-échelles. Les sujets traités et la structure du travail se présentent ainsi :

- Le chapitre 1 présente une synthèse bibliographique sur les travaux expérimentaux et de modélisation liés aux effets de la rupture des grains dans les matériaux granulaires, notamment dans le domaine de la Géotechnique.
- Dans le chapitre 2, on analyse la validité de la théorie de Weibull (1939) pour représenter l'effet d'échelle sur la résistance à la fracture des granulats. On réinterprète des résultats de la littérature et aussi des essais d'écrasement sur des agrégats de roche.
- Dans le chapitre 3, on présente le développement d'un modèle de comminution confinée. Le modèle consiste en une approche probabiliste capable de prédire l'évolution de la granulométrie de certains matériaux granulaires à cause de la rupture des grains sous compression confinée.
- Le chapitre 4 présente une validation expérimentale des effets d'échelle sur un enrochement sous compression triaxiale, dans la continuité de la thèse de Hu, soutenue en 2009 à l'Ecole Centrale de Nantes, et dans le cadre du projet ANR ECHO. Avec ces essais, on fait une validation de la méthode prédictive des effets d'échelle sur l'enveloppe de cisaillement de Frossard (2009), à l'aide des essais d'écrasement des granulats présentés dans le chapitre 2.
- Dans le chapitre 5, on présente les résultats d'une série d'essais de compression triaxiale ou isotrope et d'essais oedométriques sur un sable de nature schisteuse. On étudie les effets du temps et de l'eau lors des ruptures de grains. On analyse plus particulièrement ces effets sur la granulométrie et le taux de rupture pour préciser le cadre formel du comportement des matériaux granulaires pour différents chemin des contraintes, temps de fluage ou relaxation des contraintes et de teneur en eau.



- Dans le chapitre 6, on utilise une approche énergétique incluant la théorie de Griffith (1921) pour faire le lien entre le travail plastique après rupture des grains et l'évolution du taux de rupture, représenté par l'incrément de surface spécifique des grains. On se sert pour cela des essais présentés dans le chapitre 5.
- Finalement, on présente quelques conclusions préliminaires et perspectives de la thèse.

# 1 REVUE DE LA LITTÉRATURE

La Géotechnique est un sous-domaine des Géosciences qui s'occupe du comportement des sols superficiels de l'écorce terrestre, dans lesquels l'action humaine est possible, et qui concernent les ouvrages du génie civil. Des problèmes typiques rencontrés sont le traitement des eaux souterraines, l'aménagement du terrain, l'exploitation des matériaux géologiques (mines, carrières) et la prévention des risques naturels. Dans cette science, on trouve la spécialité de la Mécanique des Sols, liée traditionnellement aux problèmes des fondations des structures et aux comportements des masses de sol à l'état naturel (stabilité des pentes) ou altéré par l'action humaine (stabilité des excavations, remblais, fondations, etc.). Ceci n'implique pas seulement les sols tels qu'on les rencontre dans la nature, mais aussi les matériaux granulaires anthropiques formés de mélanges de sols et du broyage des roches (remblais, enrochements).

La mécanique des sols moderne, dans le sens que l'on connaît aujourd'hui, a commencé à être étudiée au début du XX<sup>ème</sup> siècle (Terzaghi, 1936), motivé par l'étude de différents problèmes de stabilité structurelle des sols. Ainsi, le comportement mécanique des sols a été largement étudié et il existe un cadre général accepté. Ainsi, on sait que sous confinement, la réponse aux chargements dépend du niveau de contrainte et engendre des changements de volume qui peuvent être dilatants ou contractants sous cisaillement. Ce comportement est rendu plus complexe en raison de plusieurs phases présentes dans leur structure poreuse (fluide-solide-air).

Normalement, on classe les sols en fonction de la taille des grains pour les matériaux granulaires (graviers, sables) et des indices de plasticité dans le cas des sols cohésifs (limons, argiles). Dans le cadre de cette thèse, on s'intéresse aux sols granulaires, c'est-à-dire les sols dont la taille des grains est supérieure à 0,08 mm et sans plasticité. Le problème spécifique traité est la rupture de grains sous compression confinée et ses effets sur le comportement mécanique. Le phénomène de rupture des grains par une action mécanique génère une réduction de la taille des particules et donc une évolution de la granulométrie. Dans plusieurs domaines, tels que l'ingénierie chimique, l'industrie minière, l'industrie pharmaceutique et l'industrie alimentaire, entre autres, le processus de réduction des tailles des matériaux granulaires est couramment appelée « comminution ». Ainsi, le terme comminution est lié en général au broyage ou au concassage des milieux granulaires. Dans le cadre de cette thèse, on traite le problème de comminution confinée dans les sols granulaires (sables, enrochements), principalement, mais pas uniquement, pour des applications en mécanique des sols. On cherche ainsi à analyser quelles sont les propriétés des matériaux qui ont un rôle important dans ce phénomène, tels que la

composition des particules, leur taille et leur résistance individuelle, les effets d'échelle, la présence d'eau, l'effet du temps, le chemin de contrainte, entre autres.

## 1.1 Comportement mécanique des sols granulaires

Pour tenir compte de la structure poreuse des sols, Terzaghi a postulé le principe des contraintes effectives, qui sépare les contraintes qui sont reprises par les grains solides dans le sol (qu'on désigne par l'exposant « ' ») et celles qui sont subies par le fluide (nommées pression interstitielle  $u$ ), généralement de l'eau. De cette façon, dans les sols saturés, la contrainte totale est la somme de ces deux composantes:

$$\bar{\sigma} = \bar{\sigma}' + u\bar{I} \quad (1)$$

où  $\bar{I}$  est la matrice identité. L'intérêt du postulat de Terzaghi est que la résistance au cisaillement des sols est portée seulement par les contraintes effectives, puisque le fluide n'est pas capable de reprendre le cisaillement.

### 1.1.1 Résistance au cisaillement

Un des principaux problèmes de la mécanique des sols a été la prédiction de la résistance au cisaillement ( $\tau'_f$ ) sous une contrainte normale donnée ( $\sigma'_{nf}$ ). Dans ce but, l'équation de Mohr-Coulomb a été largement utilisée:

$$\tau'_f = c' + \sigma'_{nf} \tan \phi' \quad (2)$$

Dans cette équation,  $c'$  et  $\phi'$  sont la cohésion et l'angle de frottement effectifs au pic. Dans cette étude, on considère  $c'=0$  puisque qu'on travaille sur des sols granulaires non cohésifs. En travaillant sur l'équation de Mohr-Coulomb, on peut exprimer  $\tau'_f$  et  $\sigma'_{nf}$  en fonction des contraintes principales  $\sigma'_1$  et  $\sigma'_3$  (en condition axisymétrique:  $\sigma'_3 = \sigma'_2$ ), ce qui permet aussi de décrire graphiquement l'état des contraintes à travers des cercles de Mohr:

$$\sigma'_{nf} = \frac{\sigma'_1 + \sigma'_3}{2} + \frac{\sigma'_1 - \sigma'_3}{2} \cdot \cos[2 \cdot (\pi/4 + \phi'/2)] \quad (3)$$

$$\tau'_f = \frac{\sigma'_1 - \sigma'_3}{2} \cdot \sin[2 \cdot (\pi/4 + \phi'/2)] \quad (4)$$

On peut aussi écrire le critère de Mohr-Coulomb en termes de contraintes principales comme :

$$\sigma'_1 = \sigma'_3 \cdot \tan^2(\pi/4 + \phi'/2) + 2c' \cdot \tan(\pi/4 + \phi'/2) \quad (5)$$

Si on considère que  $\phi'$  est indépendant des contraintes, on obtient une enveloppe de rupture linéaire dans le plan  $\tau'-\sigma'_n$ . Pourtant, les données empiriques montrent que la « rupture » des sols granulaires est mieux représentée par une courbe, comme il est montré sur la Figure 1. Ceci s'explique par les contributions des différents phénomènes qui agissent sur la résistance au cisaillement (voir Figure 2), à savoir:

- Le frottement entre les grains ( $\phi_u$ ), qui dépend de la minéralogie et qui peut être supposé constant à tout niveau de contraintes (Lee et Seed, 1967) ;
- la dilatance, qui est une augmentation du volume du sol due au désenchevêtrement des grains dans les matériaux denses et/ou à faible confinement. L'occurrence ou pas de la dilatance dépend de la densité initiale et du niveau de contraintes.
- la rupture des grains, privilégiée à faible rapport résistance des grains / contrainte de confinement ;
- le réarrangement des particules après la rupture des grains.

La Figure 2 montre que, lorsque la contrainte normale augmente, la dilatance diminue jusqu'à disparaître et devenir négative (contractance), ce qui est accéléré par la rupture des grains. On constate aussi que l'extrapolation d'une enveloppe de rupture à faible confinement donne des valeurs non conservatrices de  $\phi'$ .

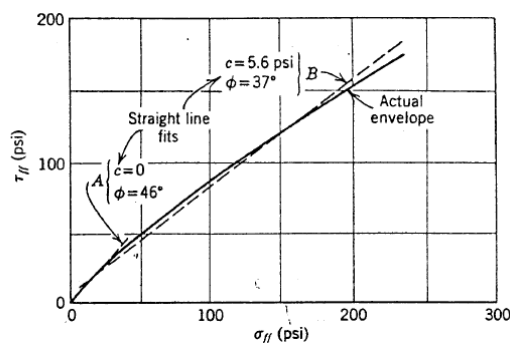


Figure 1. Approximations linéaires de l'enveloppe de faille d'un gravier sableux (Lambe et Whitman, 1969)

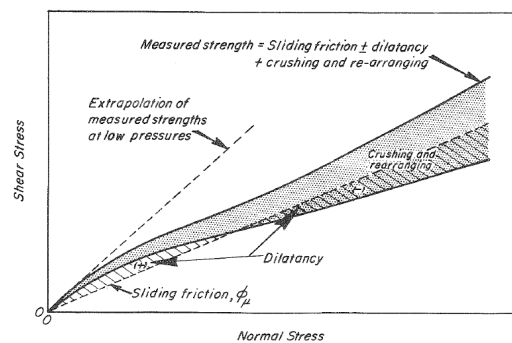


Figure 2. Schéma illustrative des phénomènes qui contribuent à la résistance au cisaillement des sols granulaires (Lee et Seed, 1967)

La résistance au cisaillement des sols dépend, non seulement du matériau, mais aussi du chemin des contraintes auquel le sol est soumis. Par exemple, l'angle de frottement mobilisé n'est pas le même si l'on compare un essai en déformation plane, un triaxial axisymétrique, un vrai triaxial ( $\sigma_2 \neq \sigma_3$ ) ou si on prend en compte l'effet de la rotation des directions des contrainte principales (Roscoe, 1970 ; Arthur et al., 1980 ; Miura et al., 1986). Donc, il est important de fixer les conditions de l'essai afin de confronter des valeurs équivalentes.

### 1.1.2 Etat critique

Depuis les premières études en mécanique des sols, il a été vérifié que le comportement des sols a un cadre commun, avec une condition ultime de résistance et volume constants en grandes déformations, condition nommée état critique ou plasticité parfaite. Cet état est unique pour un matériau donné et ne dépend donc pas de la densité initiale ni du chemin des contraintes suivi jusqu'à la rupture (Casagrande, 1936). L'état critique a été largement étudié afin d'établir des paramètres de caractérisation et de modélisation des sols (Castro, 1975; Been et Jefferies, 1985; Bolton, 1986; Biarez et Hicher, 1994; Verdugo et Ishihara, 1996).

Si on suppose qu'à grandes déformations, on peut considérer qu'on arrive toujours à l'état critique, pour une contrainte de confinement donnée, la réponse volumique peut être contractante pour les sols lâches et dilatante pour les sols denses. Il faut noter que les notions de « lâche » et « dense » sont relatives au niveau des contraintes. Ainsi, la contractance est la tendance à diminuer de volume en cours de chargement, ce qui s'accompagne d'une augmentation de la résistance de manière asymptotique jusqu'à l'état critique. Par contre, la dilatance est la tendance à augmenter de volume, ce qui entraîne une augmentation de résistance jusqu'au pic, au dessus de l'état critique, pour finalement diminuer et atteindre un volume constant en cours de déformation à l'état critique.

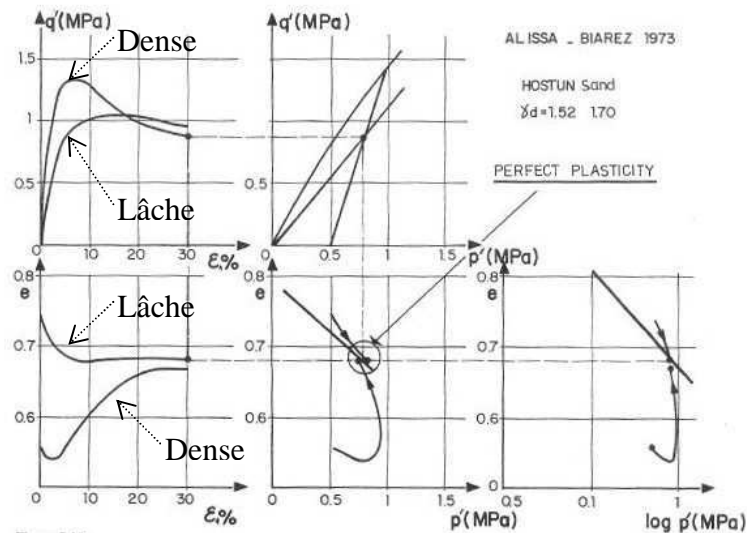


Figure 3. Réponse dilatante et contractante des sables (Biarez et Hicher, 1994)

La Figure 3 montre un exemple de la réponse typique des sols granulaires lors d'une compression triaxiale drainée, vue dans les plans classiques  $q-p'$ ,  $q-\varepsilon_1$ ,  $e-\varepsilon_1$  et  $e-p'$  (où  $\varepsilon_1$  est la déformation axiale,  $e$  est l'indice des vides,  $q = \sigma'_1 - \sigma'_3$  le déviateur des contraintes et  $p' = (\sigma'_1 + 2\sigma'_3)/3$  la contrainte moyenne effective). Il s'agit de 2 échantillons de sable d'Hostun à différentes densités initiales, un échantillon à l'état dense ( $e_0 \approx 0,65$ ) qui dilate et un autre lâche ( $e_0 \approx 0,75$ ) qui se contracte. On constate

que les deux cas ont le même  $p'$  initial et arrivent aux mêmes points  $q-p'$  et  $e-p'$  à l'état critique, mais selon deux chemins différents, un dilatant et un autre contractant. Le même exercice pourrait se faire avec deux échantillons de même densité initiale, mais cette fois à différents confinements, de façon à avoir un comportement dilatant et un autre contractant. A grandes déformations, les deux arriveraient, non pas au même point  $e-p'$ , mais sur la même ligne d'état critique.

Le même cadre de comportement à l'état critique peut être obtenu à l'aide des essais de cisaillement non drainés ( $e=constant.$ ) au cours desquels le volume est constant mais des variations de pression interstitielle sont générées. Le cas non drainé est marquant puisque les chemins dans les plans  $e-\varepsilon_l$  et  $e-p'$  sont horizontaux et il suffit d'observer ce qui se passe dans le plan  $q-\varepsilon_l$ . Lorsqu'un matériau dilatant est empêché de changer son volume, il y aura des pressions interstitielles négatives, donc une augmentation des contraintes effectives et de la résistance au cisaillement. En revanche, dans un sol contractant, le sol ne pourra plus diminuer son volume et le fluide monte en pression, avec une diminution des contraintes effectives et donc aussi de la résistance au cisaillement.

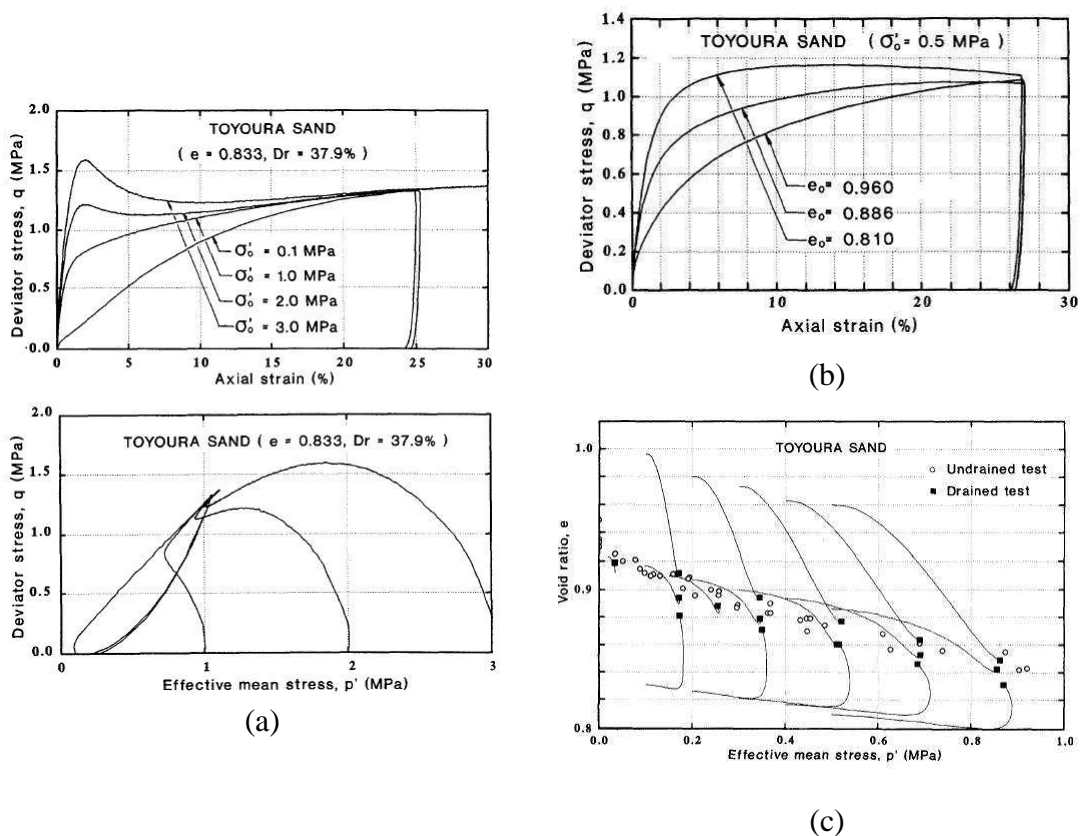


Figure 4. Etat critique du sable de Toyoura après essais triaxiaux (a) non drainés et (b) drainés ; (c) état critique unique pour un ensemble des cas (Verdugo et Ishihara, 1996)

Par conséquent, si on teste des échantillons non drainés à la même densité initiale mais à différents confinements, indépendamment de la dilatance ou de la

contractance, on devrait arriver toujours au même état critique. Ce type de comportement est observé sur la Figure 4a pour le sable de Toyoura (Verdugo et Ishihara, 1996). La Figure 4b montre des essais drainés sur le même matériau, cette fois au même confinement mais à différentes densités initiales, en arrivant toujours au même état critique en grandes déformations ( $\epsilon_1 > 20\%$ ). Finalement, la Figure 4c montre que tous ces chemins mènent au même état critique, qui peut être considéré comme unique pour chaque matériau.

Toutefois, l'état critique dans les sols denses est difficile d'obtenir expérimentalement, car on observe une localisation des grandes déformations (Biarez et Hicher, 1994). Ces déformations locales sont dues à la formation de discontinuités cinématiques. Par exemple, la Figure 5 montre les résultats d'essais triaxiaux drainés sur un sable dense (indice des vides de l'ordre de  $e=0,6$ ). On observe qu'après d'essais à confinements de 0,04 à 0,4 MPa, la localisation apparaît autour de  $\epsilon_1=10\%$  et après l'indice des vides reste constant, donnant un faux état critique. Dans ces cas, une meilleure estimation de l'état critique peut être obtenue en traçant une ligne parallèle aux état de compression isotrope ou oedométrique sur le plan  $e-\log(p')$ , passant par les points obtenus lors des essais à faible densité (Biarez et Hicher, 1994). Ainsi, même si un vrai état critique, selon sa définition stricte de changement de volume nul, se produit seulement dans des bandes de localisation (Hall et al., 2010), le concept persiste grâce à sa simplicité et puisqu'il donne des résultats satisfaisants en termes pratiques.

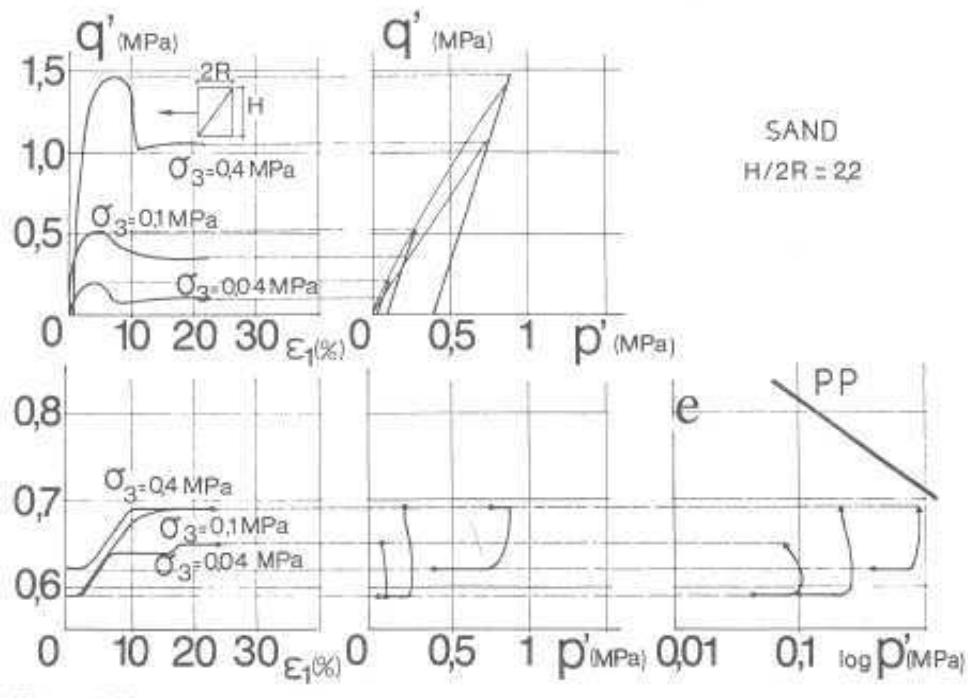


Figure 5. Exemple de localisation des déformations lors d'essais triaxiaux drainés sur un sable (Biarez et Hicher, 1994).

### 1.1.3 Dilatance

En appliquant le principe du travail minimal à un arrangement aléatoire de particules sphériques, Rowe (1962) a montré que le rapport entre le travail « entrant » dans un système chargé selon sa direction principale  $\sigma_1 d\varepsilon_1$  et le travail « sortant »  $\sigma_2 d\varepsilon_2 + \sigma_3 d\varepsilon_3$  est constant. Pour un ensemble dense de billes de taille uniforme dans un essai triaxial conventionnel [ $\sigma_2 = \sigma_3$  et  $d\varepsilon_3 = (d\varepsilon_v - d\varepsilon_1)/2$ ], cela donne :

$$\frac{\sigma_1}{\sigma_3} = \left(1 - \frac{d\varepsilon_v}{d\varepsilon_1}\right) \cdot \tan^2(45 + \phi_\mu/2) \quad (6)$$

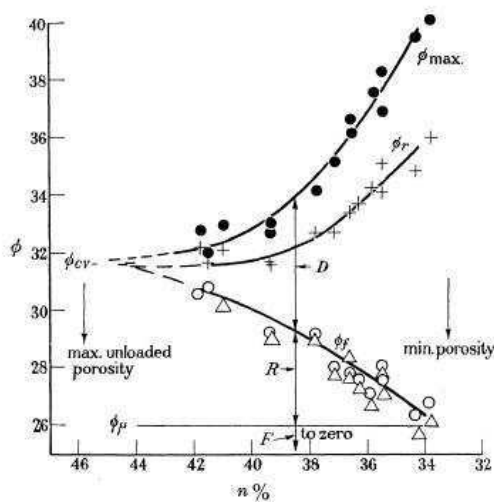
$\phi_\mu$  étant l'angle de frottement entre particules qui dépend de la minéralogie. D'après quelques résultats expérimentaux sur des sables denses et lâches, Rowe (1962) a aussi observé que cette relation dépend de la densité et du chemin des contraintes. Dans le cas des matériaux denses, l'équation (6) se trouve validée mais si la densité diminue la relation n'est plus valide. Rowe (1962) a donc introduit l'angle de frottement  $\phi_f$  en fonction de la densité (ou de la porosité sur la Figure 6).

$$\frac{\sigma_1}{\sigma_3} = \left(1 - \frac{d\varepsilon_v}{d\varepsilon_1}\right) \cdot \tan^2(45 + \phi_f/2) \quad (7)$$

D'autres expressions empiriques ont aussi été proposées pour décrire la loi de dilatance (Bolton, 1986). D'après Rowe (1962), l'angle de frottement maximal  $\phi_{max}$ , au pic, d'un matériau granulaire se compose de plusieurs contributions. Comme on le montre sur la Figure 6,  $\phi_{max}$  correspond au critère de rupture de Mohr-Coulomb (équation (5)),  $\phi_\mu$  représente la friction entre grains et enfin  $\phi_f$ , qui vient de l'équation (7), est variable et dépend de la porosité. Donc, plus le matériau est dense, plus l'énergie est dissipée par dilatance, plus importante devient la résistance au pic  $\phi_{max}$  et  $\phi_f$  tend vers  $\phi_\mu$ .

$\phi_f$  peut aussi être vu comme l'angle de frottement à l'état critique, ou  $\phi_{pp}$  (« pp » pour plasticité parfaite) sur la Figure 7. Ainsi, sur la courbe de dilatance ( $\varepsilon_v$  vs  $\varepsilon_1$  sur la Figure 7) on reconnaît : (1) le point A de contractance maximale et de taux de dilatance nul ( $d\varepsilon_v/d\varepsilon_1=0$ ) qui correspond au même niveau de résistance qu'à l'état critique représenté par  $\phi_{pp}$  ; (2) le taux de dilatance maximal  $(d\varepsilon_v/d\varepsilon_1)_{max}$  comme le point de résistance au pic  $\phi_{max}$  ; et (3) l'état critique au point B quand on atteint un taux de dilatance nul et constant, à résistance constante  $\phi_{pp}$ .





Porosité

Figure 6. Contributions à l'angle de frottement au pic d'un sable fin (Rowe, 1962) ;  $D$  est la différence d'énergie dissipée par dilatance ;  $R$  est la partie d'énergie dissipée par remaniement ;  $F$  représente l'énergie dissipée par friction

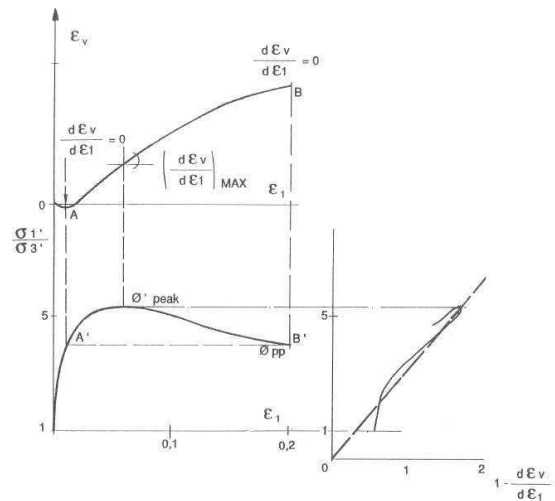


Figure 7. Comportement des sols dilatants lors d'un essai triaxial drainé (Biarez et Hicher, 1994)

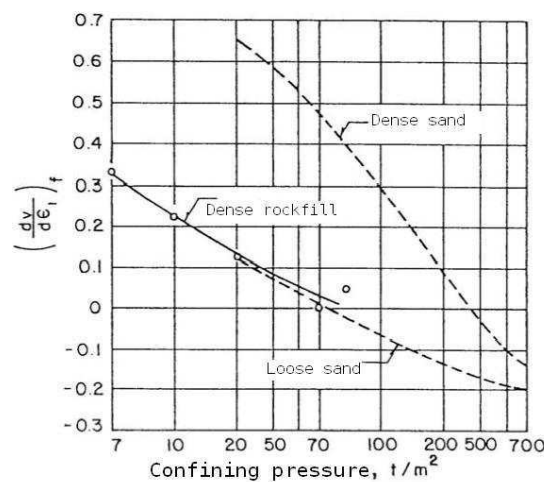


Figure 8. Comparaison des taux de dilatance des sables (sans rupture des grains) et des enrochements avec de la rupture des grains (Bishop, 1966)

Dans des matériaux qui présentent de la rupture des grains, on constate une diminution de la dilatance et de la résistance au cisaillement (Figure 2). Dans ce cas, il y a aussi une diminution en termes de déformation volumique et donc du taux de dilatance ( $d\epsilon_v/d\epsilon_1$ ). La diminution du travail de dilatance entraîne donc une diminution de  $\phi$ . Les enrochements sont un cas typique des matériaux pour lesquels la rupture des grains est considérable, ce qui est principalement dû à l'angularité et à la taille des grains, comme on l'explique dans la suite dans cette thèse. Par exemple, Bishop (1966) a montré qu'un enrochement dense a un taux de dilatance équivalent à celui d'un sable lâche qui n'a pas de rupture des grains (voir Figure 8).

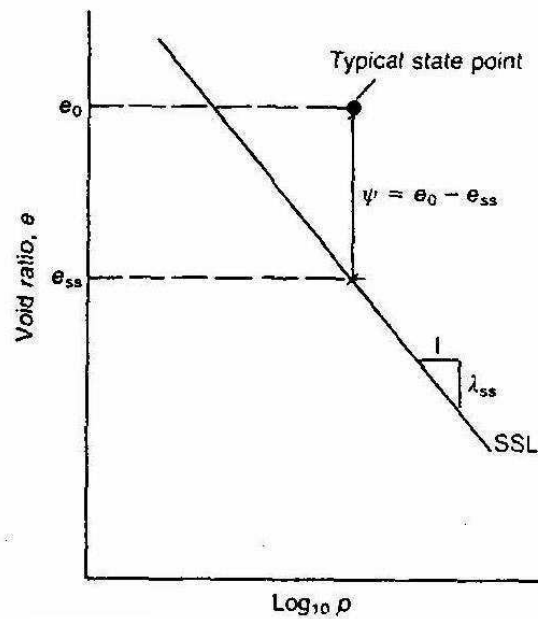


Figure 9. Paramètre d'état (Been et Jefferies, 1985)

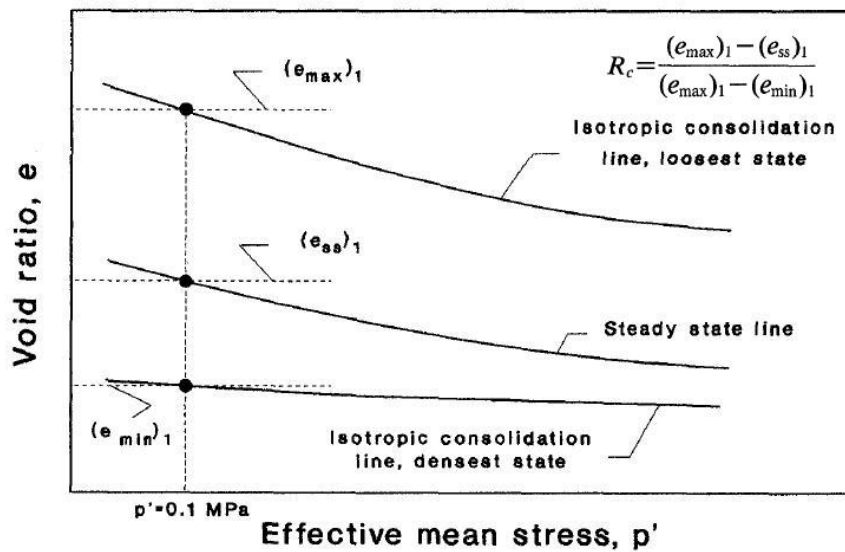


Figure 10. Contractance relative (Verdugo et Ishihara, 1996)

Afin de caractériser l'état initial d'un sol par rapport à l'état critique, et donc sa tendance à dilater ou contracter, plusieurs paramètres ont été proposés. Pour fixer l'état initial, on a besoin d'une densité initiale et d'un état de contraintes initial. Par exemple, Been et Jefferies (1985) ont défini le paramètre d'état  $\Psi$  comme la distance verticale entre l'indice des vides initial et la ligne d'état critique dans le plan  $e-p'$  pour une valeur de  $p'$  connue (voir Figure 9). De même, Verdugo et Ishihara (1996) ont défini la contractance relative  $R_c$  comme le rapport entre les distances maximales à l'état critique entre la zone contractante et la zone dilatante (voir Figure 10). En résumé, si un échantillon se trouve au dessus de l'état critique dans le plan  $e-$

$p'$ , il se contractera pour atteindre l'état critique ; par contre, s'il se trouve en dessous, il dilatera.

## **1.2 Rupture des grains**

### **1.2.1 Effets de la rupture des grains sur le comportement mécanique**

Il existe de nombreuses situations dans lesquelles les sols granulaires sont soumis à de fortes contraintes, comme par exemple à l'extrémité des pieux ou dans les fondations des barrages de grande hauteur. Ces niveaux de contrainte peuvent engendrer la rupture des grains, même pour des particules relativement résistantes (Billam, 1971; Vesic et Clough, 1968; Marsal., 1967). Inversement, les sols formés par des grains de faible résistance peuvent présenter de la rupture des grains sous faibles contraintes, comme les matériaux calcaires (McDowell et Amon, 2000; Hu et al., 2011a), les sols de cendres volcaniques, ou des matériaux carbonatés (Coop et al., 2004; Biarez et Hicher, 1994). Ainsi, on peut affirmer que le taux de rupture des grains dépend du rapport entre la résistance des particules individuelles et les contraintes macro-mécaniques: si ce rapport est faible, la rupture des grains est augmentée.

La rupture des grains a un effet sur la relation contrainte-déformation des matériaux granulaires (Marsal., 1967; Marachi et al., 1969, 1972; Lê Long, 1968; Leps, 1970; Charles et Watts, 1980; Barton et Kjaernsli, 1981; Hardin, 1985; Kim , 1995; Lade et al., 1996; Biarez et Hicher, 1997; Frossard, 2009 ; Frossard et al., 2012), à savoir, une diminution de la dilatance (augmentation de la compressibilité) et une diminution de la résistance au cisaillement, les deux phénomènes étant liés.

La rupture des particules est plus importante dans les matériaux de granulométrie plutôt uniforme, d'indice des vides élevé, sous fortes contraintes, avec une faible résistance des particules, une teneur en eau élevée et une angularité élevée (Marachi et al., 1969). Par ailleurs, la granulométrie est mesurée avant et après un chargement mécanique, mais aucune information n'est généralement disponible dans les états intermédiaires, à quelques exceptions près.

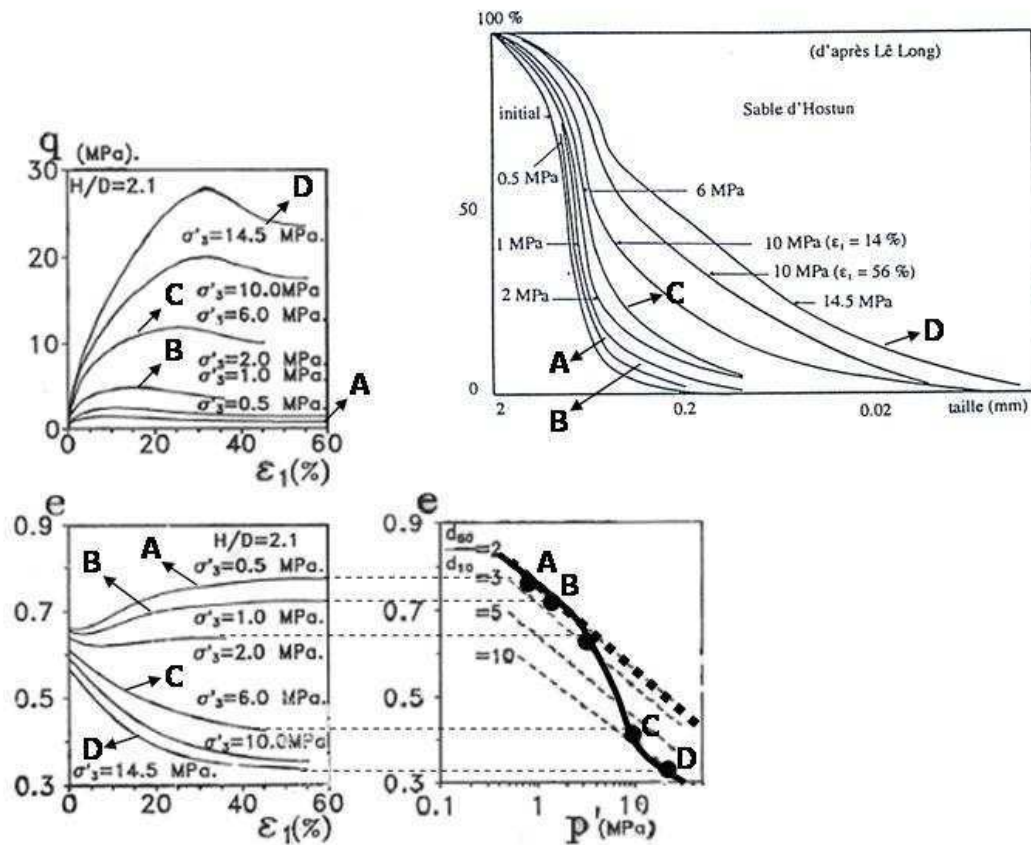


Figure 11. Etat critique du sable d'Hostun après la rupture des grains (Le Long 1968 ; Biarez et Hicher, 1994 ; modifié de Bard, 1993)

L'état critique peut être représenté par une ligne droite dans le plan  $e-\log(p')$  dans une gamme de contraintes restreinte. Pour les sols granulaires (Mitchell et Soga, 2005), la rupture des grains modifie la granulométrie et induit une diminution de la dilatance jusqu'à l'éliminer complètement. Les travaux de Lê Long (1968), Bard (1993) et Biarez et Hicher (1994) ont montré que ce phénomène peut être modélisé comme une translation vers le bas de la ligne d'état critique dans le plan  $e-\log(p')$ . De cette façon, la position de l'état critique dans le plan  $e-\log(p')$  peut être empiriquement définie en fonction des paramètres de la granulométrie, comme le coefficient d'uniformité ( $C_u=d_{60}/d_{10}$ ), comme illustré sur la Figure 11. Il est donc important de connaître l'évolution de la granulométrie, vue comme un paramètre d'écroutissement des sols fonction de la rupture des grains.

### 1.2.2 Taux de rupture des grains

Afin de quantifier la rupture des grains, plusieurs mesures quantitatives du taux de rupture ont été proposées (Lee et Farhoomand, 1967; Marsal, 1967; Hardin, 1985; Lade et al., 1996; Einav, 2007a). L'idée est de se doter d'un paramètre quantitatif qui sert de comparaison entre divers niveaux de rupture, par rapport à une granulométrie

de référence. Cette référence peut être la granulométrie initiale, une granulométrie ultime supposée ou bien tout simplement une taille limite donnée.

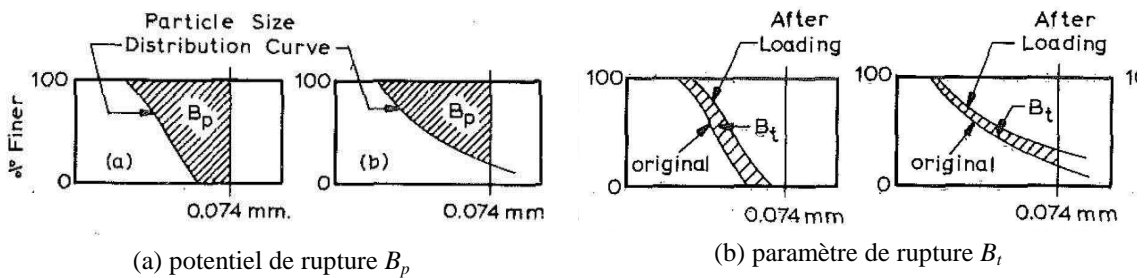


Figure 12. Taux de rupture de Hardin (1985)

Hardin (1985) a considéré que les sols avaient un potentiel de rupture jusqu'à une taille de référence de 0,074 mm. Ainsi, il a défini le potentiel de rupture  $B_p$  comme la surface entre la courbe granulométrique du matériau et une distribution uniforme de taille 0,074mm, comme montré sur la Figure 12a. Pour définir le taux de rupture  $B_r$ , Hardin (1985) a proposé le rapport entre la surface des courbes granulométriques avant et après essai  $B_t$  (voir Figure 12b), et le potentiel:  $B_r = B_t / B_p$ .

La définition de Hardin (1985) a été reprise par différents auteurs, mais en changeant la distribution ultime. Par exemple, en se basant sur des observations expérimentales, Einav (2007a) a supposé que la granulométrie finale est toujours fractale. C'est-à-dire, la distribution des tailles peut être décrite par une loi en puissance avec des paramètres connus et plus ou moins communs à plusieurs types de sols granulaires. Le concept de distribution fractale sera expliqué plus profondément dans la suite de ce document. La Figure 13 montre un schéma de la définition adoptée par Einav (2007a), dans laquelle  $B_r$  est le rapport entre la surface délimitée par la granulométrie initiale et toute courbe intermédiaire courante ( $B_t$ ), et la zone comprise entre les granulométries initiale et finale supposées fractales ( $B_p$ ).

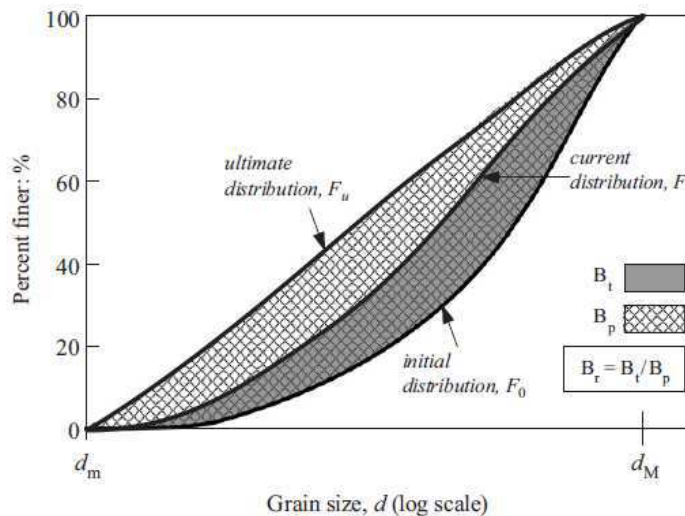


Figure 13. Définition du taux de rupture d'Einav (2007a)

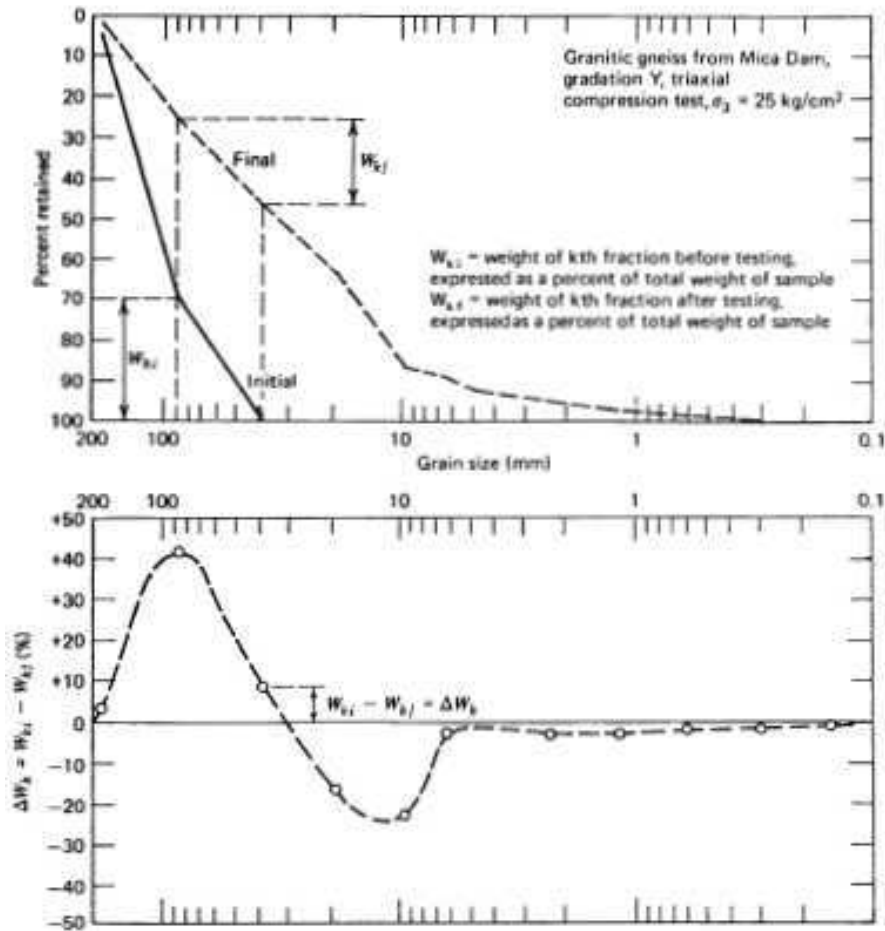


Figure 14. Définition du taux de rupture de Marsal (1973)

Marsal (1967, 1973) a défini un taux de rupture des grains qui cherche à donner une représentation quantitative des fractions de tailles qui ont subi la rupture. Comme montré sur la Figure 14, Marsal (1973) a utilisé la différence des refus partiels avant et après essai sur chaque tamis comme  $\Delta W_k$ , somme algébrique qui doit être nulle. Le taux de rupture est défini comme la somme des valeurs positives de  $\Delta W_k$ .

### 1.3 Mécanique de la rupture fragile

La rupture des grains dans un assemblage granulaire est à mettre en regard de la distribution des forces de contact sur les grains. Statistiquement, si ces forces dépassent une valeur de référence, la particule casse. Pourtant, en raison de l'hétérogénéité dans la forme et la taille des grains, le réseau de forces de contact peut être très complexe, en ce qui concerne la distribution de l'intensité des forces et les points de contact entre grains (ou nombre de coordination).

Dans cette thèse, on s'intéresse à des méthodes expérimentales et théoriques multi-échelles pour étudier les effets de la rupture des grains. Ainsi, les particules de sol et les agrégats de roche ont une rupture de type fragile, qui peut être traitée selon la

théorie classique de la mécanique de la rupture fragile. On fait ici un résumé de la théorie et des concepts qui sont utiles pour la suite de ce travail.

### 1.3.1 Modes de rupture

Dans la mécanique de la rupture fragile, on considère que, en fonction des contraintes appliquées, une fissure dans un matériau peut se propager de trois façons différentes (voir Figure 15):

- Mode I : une contrainte de traction normale à la fissure ;
- Mode II : une contrainte de cisaillement parallèle au plan fissuré et normale au front de la fissure ;
- Mode III : une contrainte de cisaillement par torsion, c'est-à-dire agissant parallèlement au plan de la fissure et parallèlement au front de fissure.

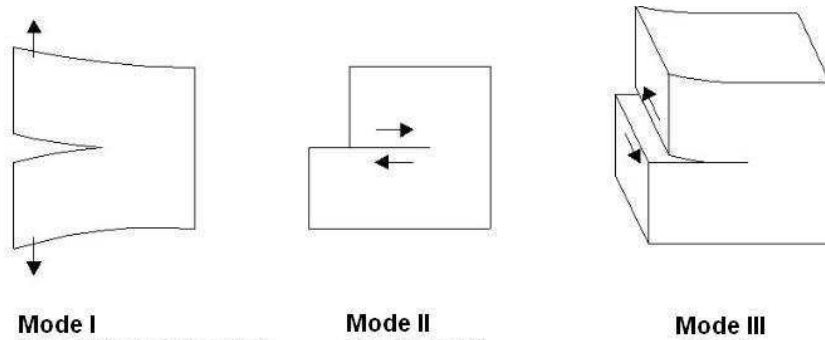


Figure 15. Modes de fracture fragile.

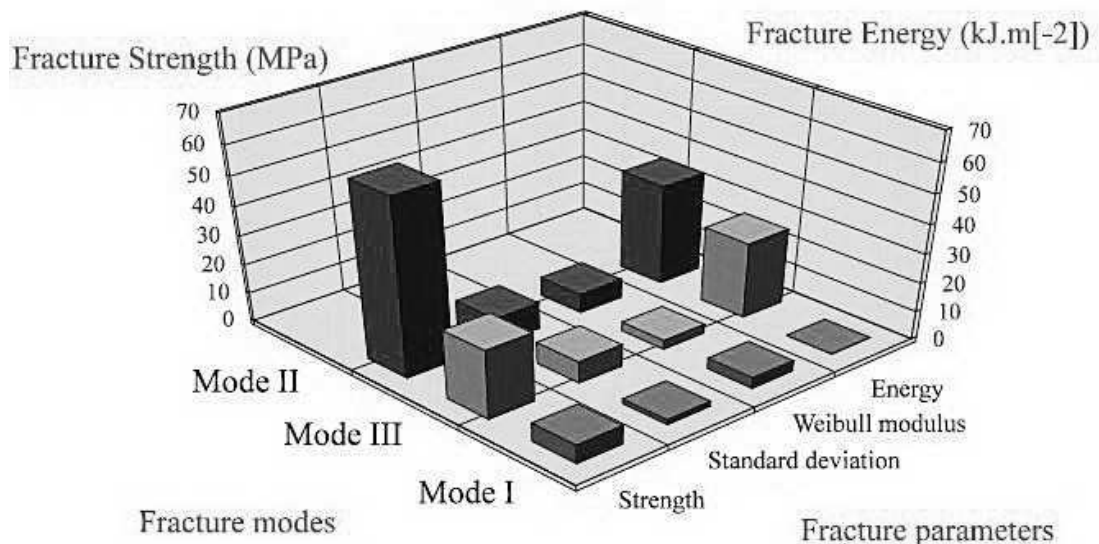


Figure 16. Paramètres mécaniques du granite testé sous différents modes de rupture : Mode I (traction), Mode II (cisaillement) et Mode III (torsion) (Luong, 1998)

En général, le mode de fracture dépend du chemin des contraintes et une fissure se propage sous une combinaison des trois modes. Pourtant, le Mode I est celui qui requiert le moins d'énergie (Luong, 1998) et est donc le plus souvent rencontré.

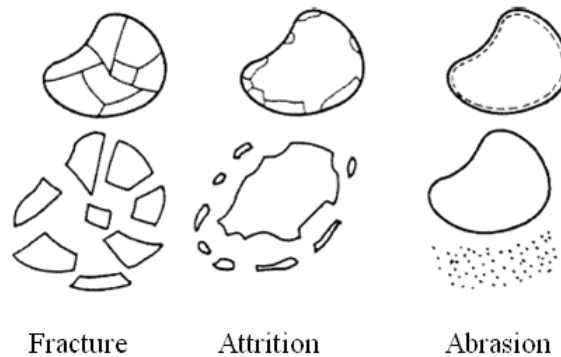


Figure 17. Modes de fracture d'un grain (Guyon & Troadec, 1994)

D'après Guyon et Troadec (1994), le mode de rupture des particules dans un assemblage granulaire peut être qualitativement séparé en trois types (voir Figure 17):

- Fracture: cassure du grain en plus petits grains de taille similaire (disons 25 à 50% de la taille des grains d'origine),
- Attrition: un grain se brise en un fragment principal d'une taille légèrement plus petite que le grain initial, et plusieurs fragments plus petits, produits généralement par la rupture des aspérités,
- Abrasion: génération de fines dues au frottement entre les grains.

De la même façon que l'occurrence d'un mode de fracture dépend du chemin des contraintes, la rupture d'un grain dans un matériau granulaire dépend des forces transmises par les contacts intergranulaires. A chaque contact, il peut y avoir des forces normales et tangentielles. En fait, les réseaux des forces de contact ont été largement étudiés à l'aide des modèles discrets, tel que celui montré sur la Figure 18 (Cundall et Strack, 1979). Ces modèles montrent que la contrainte macromécanique appliquée sur un assemblage de grains se divise en un certain nombre de chaînes de forces fortes, représentées par des traits épais sur la Figure 18. Les particules hors de ces chainons forts ne sont chargées que légèrement et forment un réseau de forces faibles qui contribue à stabiliser l'assemblage. En ce qui concerne la rupture des grains, il est donc raisonnable de considérer qu'une particule appartenant à une chaîne forte est plus vulnérable au Mode I. Dans ce cas, et si on néglige le réseau faible, la force  $F$  transmise par le contact intergranulaire induit une contrainte de traction  $\sigma$  dans la particule diamétralement chargée (voir Figure 19).



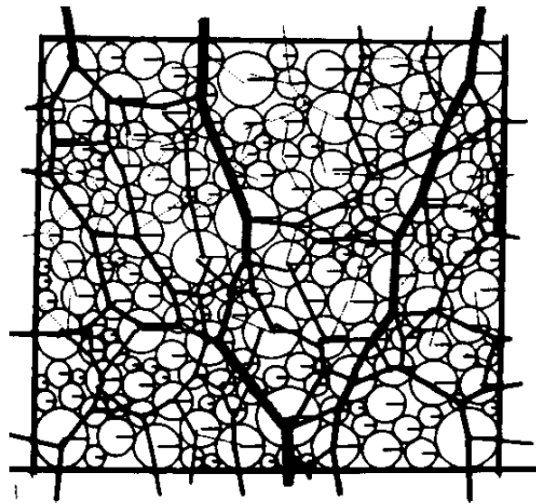


Figure 18. Réseaux des forces de contact dans un modèle discret 2D (Cundall et Strack, 1979)

En faisant une analogie des modes de fracture de la Figure 16 avec ceux suggérés sur la Figure 17, on peut associer le Mode I à ce que Guyon et Troadec (1994) appellent « fracture ». Egalement, l'« attrition » pourrait être due à des aspérités qui coïncident et rompent par cisaillement, en Mode II (nombre de coordination plus élevé).

### 1.3.2 La théorie de Griffith

Griffith (1921) a noté que la contrainte nécessaire pour rompre les liaisons atomiques du verre était de l'ordre de 100 fois plus élevée que la résistance obtenue lors d'un essai de rupture en Mode I. Il a aussi observé que la contrainte de rupture diminue avec l'augmentation de la taille de l'échantillon. Pour expliquer ces phénomènes, Griffith a suggéré que la rupture des matériaux fragiles se réalise à travers des défauts microscopiques à l'intérieur des matériaux. Ainsi, plus le volume d'un échantillon est grand, plus la probabilité de trouver des défauts augmente (en nombre et aussi en taille), ce qui explique l'effet d'échelle sur la résistance. Griffith a ainsi donné une explication physique aux observations de Leonardo Da Vinci et Galilée, qui avaient déjà mis en évidence cet effet d'échelle dès les XV<sup>ème</sup> et XVII<sup>ème</sup> siècles, respectivement (Lund et Byrne, 2001; Bažant, 2005).

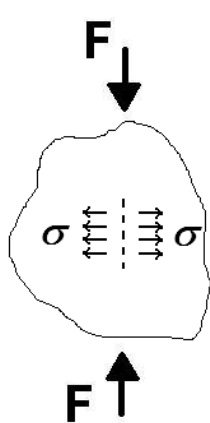


Figure 19. Traction induite dans un grain.

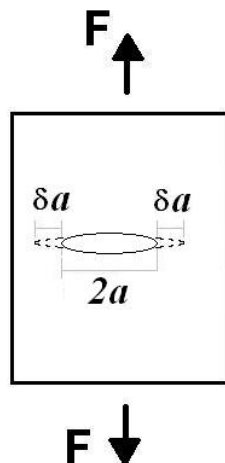


Figure 20. Schéma de propagation de fracture.

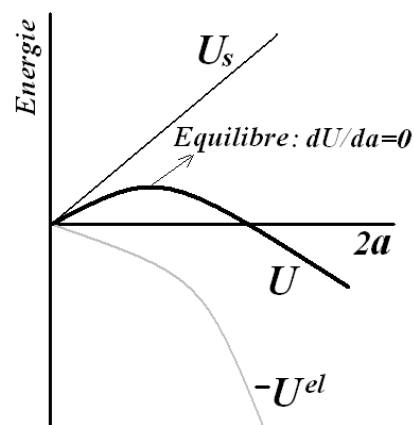


Figure 21. Partition de l'énergie selon la théorie de Griffith

Selon la théorie de Griffith (1921), le travail, par unité d'épaisseur, dans une fissure de longueur  $a$ , pour l'allonger de  $\delta a$ , peut s'écrire comme le travail élastique ( $\delta U^{el}$ ) plus l'énergie dépensée dans l'ouverture de la fissure ( $\delta U_s$ ) (voir Figure 20) :

$$\delta U = \delta U^{el} + 4\delta a\Gamma \quad (8)$$

où  $\Gamma$  est l'énergie spécifique de surface, représentant l'énergie dépensée par unité de surface de fissure. Autrement dit, une valeur faible de  $\Gamma$  signifie qu'il est relativement facile de propager une fissure, comme pour la glace avec  $\Gamma \approx 2 \text{ N/m}$  ou le verre avec  $\Gamma \approx 10 \text{ N/m}$  ; le cas contraire est trouvé sur des métaux, par exemple le cuivre avec  $\Gamma \approx 10^6 \text{ N/m}$  (Ashby et Jones, 2006). En général, les matériaux ductiles ont une énergie spécifique  $\Gamma$  élevée par rapport aux matériaux fragiles. En ce qui concerne les roches, on trouve des valeurs de l'ordre de  $\Gamma \approx 10 \text{ N/m}$  dans des schistes,  $100 \text{ N/m}$  pour le granite,  $50 \text{ N/m}$  pour des silicates, entre autres (Friedman et al., 1972 ; Ashby et Jones, 2006).

L'énergie élastique de l'équation (8) peut s'écrire selon l'expression suivante (Ashby et Jones, 2006) :

$$U^{el} = -\frac{\pi a^2 \sigma^2}{E} \Rightarrow \frac{\delta U^{el}}{\delta a} = -\frac{2\pi a \sigma^2}{E} \quad (9)$$

où  $E$  est le module élastique linéaire. La Figure 21 montre un schéma de la partition d'énergie dans le système. A l'équilibre, on a  $\delta U / \delta a = 0$ , d'où on obtient la contrainte de rupture de Griffith :

$$\sigma = \sqrt{\frac{2E\Gamma}{\pi a}} \quad (10)$$

Dans l'équation (10),  $\sigma$  peut s'interpréter comme la contrainte qui produit une rupture fragile dans un matériau qui présente un défaut de taille  $2a$  ; alternativement, on peut aussi dire que sous la contrainte  $\sigma$ , le matériau rompt quand la fissure atteint une taille  $2a$  (Ashby et Jones, 2006). Le terme de droite dépend du matériau. Ensuite, pour un matériau donné, la combinaison de  $\sigma$  et  $a$  pilote la rupture fragile. Ainsi, le terme de gauche est ramené à une valeur constante nommée facteur d'intensité des contraintes  $K$  :

$$K = \sigma \sqrt{\pi a} \quad (11)$$

On considère que la rupture se produit quand  $K=K^c$ , valeur critique, qui est une propriété du matériau ( $K^c = \sqrt{2E\Gamma}$ ), appelée ténacité.

Si on suppose que  $a$  est proportionnelle à la dimension du matériau  $d$ , à partir de l'équation (10) on peut aussi écrire une relation d'effet d'échelle pour la contrainte :

$$\sigma \propto \frac{1}{\sqrt{a}} \propto d^{-1/2} \quad (12)$$

Comme on montre dans la suite de ce travail, d'autres théories développées après celle de Griffith (1921) permettent aussi de prédire les effets d'échelle plus précisément à l'aide d'approches probabilistes.

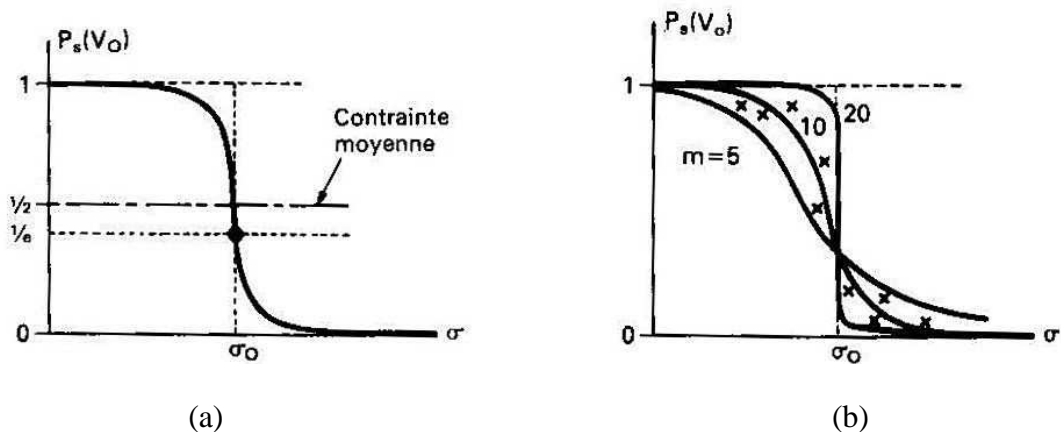


Figure 22. (a) Distribution de Weibull et (b) variation conceptuelle de la dispersion des données avec le module  $m$  (Ashby et Jones, 2006)

### 1.3.3 Fracture probabiliste des matériaux fragiles : la théorie de Weibull

La théorie de Weibull, basée sur le concept du maillon faible (Weibull, 1939), a été largement utilisée pour décrire l'effet d'échelle des matériaux fragiles, comme les

céramiques (Rinne, 2009), les métaux (Weibull, 1949), le verre (Yashima et Saito, 1978) et le béton (Bažant, 2000 ; Ashby et Jones, 2006).

Sur la base des données expérimentales sur la résistance des matériaux fragiles, Weibull (1939) a proposé l'équation suivante pour la probabilité de survie  $P_s$  d'un matériau fragile de volume  $V_o$ , ou dimension caractéristique  $d_o$ , sous une condition de contrainte de traction induite:

$$P_s(V_o \text{ or } d_o) = \exp\left(-\left(\frac{\sigma}{\sigma_o}\right)^m\right) \quad (13)$$

où:

$V_o$  ou  $d_o$ : volume caractéristique  $V_o$ , ou dimension  $d_o$ , du matériau;

$\sigma$ : contrainte de traction induite;

$\sigma_o$ : contrainte de traction de référence, pour laquelle la probabilité de survie est de 37%;

$m$ : module de Weibull, caractérisant la dispersion de la résistance à la traction; une petite valeur de  $m$  signifie une grande dispersion et  $m$  tend vers l'infini pour les matériaux parfaitement homogènes, sans défauts internes (voir Figure 22).

Weibull (1939) a également proposé d'introduire un seuil de résistance minimale  $\sigma_u$  pour lequel la probabilité de survie est de 100%.

$$P_s(V_o) = \exp\left(-\left(\frac{\sigma - \sigma_u}{\sigma_o}\right)^m\right) \quad (14)$$

En général, on peut négliger  $\sigma_u$  (Bažant et al., 1991). Pourtant, l'attention doit être accordée au cas par cas afin de valider si cela est une hypothèse raisonnable. Ignorant  $\sigma_u$ , l'équation de Weibull reprend sa forme classique (équation (13)). Plus tard, Weibull a également étendu cette fonction à plusieurs problèmes statistiques (Weibull, 1951).

A partir d'une série d'essais de résistance, on peut donc calculer les probabilités de survie et ainsi obtenir le module de Weibull en reportant l'équation (13) sous la forme suivante dans le plan  $[\ln(P_s)] - \ln(\sigma)$ , où  $m$  est la pente de la meilleure régression linéaire et où  $\sigma_o$  peut être calculée à partir de  $\sigma$  lorsque le terme de gauche dans l'équation (14) est égal à zéro (pour  $\sigma_u=0$ ):

$$\ln\left[\ln\left(\frac{1}{P_s}\right)\right] = m \cdot \ln\left(\frac{\sigma}{\sigma_o}\right) \quad (15)$$

Dans les matériaux fragiles, la dispersion de la résistance autour d'une valeur de référence peut être attribuée, non seulement aux caractéristiques des matériaux, mais également à la procédure d'essai et/ou à la géométrie de l'échantillon (Ratigan, 1981). Cependant, Weibull n'a pas explicitement lié sa distribution à une de ces conditions. Par conséquent, si l'on veut isoler la dispersion de la résistance due à l'hétérogénéité du matériau ou à la distribution des défauts dans l'équation (13), les conditions de chargement et la géométrie de l'échantillon doivent rester constantes pour tous les tests.

En utilisant le concept du maillon faible (WLC, pour *weakest link concept*), Weibull (1939) a élargi la théorie pour représenter les effets d'échelle. Le WLC est basé sur l'idée que la probabilité de survie d'une chaîne de longueur  $d$ , constituée de  $n=d/d_o$  maillons, sous une contrainte uniaxiale, est égale à la probabilité de survie de tous les maillons de la chaîne à la fois, chacun ayant une longueur  $d_o$ . Ensuite, la probabilité de survie de la chaîne sera (Weibull, 1939):

$$P_s(d) = [P_s(d_o)]^n \quad (16)$$

Comme l'a mentionné Weibull (1939), l'équation (16) est valable seulement si chaque maillon est composé du même matériau, possède la même géométrie et la même distribution interne de contraintes. Par conséquent, la dispersion des données est uniquement due aux propriétés du matériau et les sources de rupture sont des défauts sans interaction les uns avec les autres (Freudenthal., 1968). Donc, la structure cassera dès que le défaut le plus faible rompra dans la zone sous contrainte et produira une fracture macroscopique. Dans cette hypothèse, en combinant les équations (13) et (16), Weibull (1939) a proposé la distribution étendue suivante:

$$P_s(L) = \exp\left(-n \cdot \left(\frac{\sigma}{\sigma_o}\right)^m\right) \quad (17)$$

Le coefficient  $n$  a été généralisé par Weibull (1939) comme le rapport de volume, lorsque le volume  $V$  d'une structure est proportionnel à sa dimension  $d$ :

$$n = \frac{V}{V_o} \propto \frac{d}{d_o} \quad (18)$$

L'utilisation du rapport de volume dans le coefficient  $n$  a été largement généralisée dans la littérature, puisqu'il permet, pour une probabilité de survie donnée et des paramètres de référence empiriques connus ( $V_o$  et  $\sigma_o$ ), de représenter un effet d'échelle entre la contrainte de rupture et le volume du matériau:

$$P_s(V) = \exp\left(-\frac{V}{V_o}\left(\frac{\sigma}{\sigma_o}\right)^m\right) \Rightarrow \sigma \propto V^{-1/m} \quad (19)$$

Plus récemment, cette théorie a été également utilisée pour décrire les effets d'échelle sur des particules de roche et de sol, composées d'un matériau homogène et isotrope, pour un essai de compression typique entre deux plaques parallèles (se rapprochant des conditions de l'essai Brésilien) (McDowell et Bolton, 1998; Nakata et al., 1999, 2001; McDowell et Amon, 2000; McDowell, 2001a; Lim et al., 2004; Lobo-Guerrero et Vallejo, 2006), sous la forme de l'équation suivante pour la probabilité de survie d'un grain de diamètre  $d$ :

$$P_s(d) = \exp\left(-\left(\frac{d}{d_o}\right)^3\left(\frac{\sigma}{\sigma_o}\right)^m\right) \quad (20)$$

Enfin, pour une probabilité de survie donnée et des paramètres de référence empiriques connus ( $d_o$  et  $\sigma_o$ ), l'équation (20) permet de représenter un effet d'échelle entre la contrainte de rupture et la taille de la particule (McDowell et Bolton, 1998), ce qui permet à la fois de comparer la théorie de Weibull avec les paramètres empiriques d'effet d'échelle:

$$\sigma \propto d^{-3/m} \Rightarrow b = -\frac{3}{m} \quad (21)$$

Le Tableau 1 montre un récapitulatif des modules de Weibull rapportés dans la littérature pour différents types de grains de sol et d'agrégats de roche (Nakata et al., 1999 ; McDowell et Amon, 2000 ; McDowell, 2002 ; Lim et al, 2004 ; Lobo-Guerrero et Vallejo, 2006). Ces valeurs ont été obtenues à partir d'une analyse statistique d'essais d'écrasement entre deux plateaux parallèles rigides. On voit que les valeurs supérieures de  $m$ , autour de 3 à 4, correspondent à des matériaux hétérogènes et résistants comme les sables de quartz, de biotite et de ballast. Pour d'autres matériaux comme les feldspaths, les carbonates et les calcaires,  $m$  vaut entre 1 et 3.

Ces valeurs de  $m$  sont assez faibles par rapport à des matériaux de fabrication artificielle spécialement conçus pour avoir un comportement mécanique contrôlé, c'est-à-dire une dispersion relativement faible de la résistance ( $m$  élevé). Par exemple,  $m$  vaut de l'ordre de 20 pour des métaux, 10 dans les céramiques (Weibull, 1949 ; Rinne, 2009), 6,5 pour des pellets de poudre agglomérée (Ezaoui et al., 2011), 10 pour des billes de verre (Ashby et Jones, 2006) et 6 pour le béton (Bažant & Planas, 1998).

Tableau 1. Résumé des modules de Weibull pour des grains de sol rapportés dans la littérature.

<b>Auteur(s)</b>	<b>Matériau</b>	<b><i>m</i></b>
Nakata et al. (1999)	sable quartzitique	4,20
	sable feldspathique	1,80
	sable siliceux	1,82 – 3,04
Nakata et al. (2001)	sable de Toyoura	2,17
	sable d'Aio	1,93
	sable de Masado	1,23
McDowell (2002)	Sable siliceux Leighton Buzzard	2,34 – 3,44
Lim et al. (2004)	Ballasts (granodiorites, granite, porphyritic felsite)	2,06 – 3,42
McDowell and Amon (2000)	Sable calcaire de Quiou	1,16 – 1,93
Lobo-Guerrero and Vallejo (2006)	gneiss à biotite	2,75
	quartzite	4,23

A cause de l'importance de la description théorique de l'effet d'échelle dans le cadre de cette thèse, on présente dans le chapitre 2 une analyse critique de la théorie de Weibull, ses limitations et des exemples d'applications. En particulier, un paramètre empirique de similitude géométrique est déduit de la fonction originale proposée par Weibull (1939), comme il a été fait, par exemple, pour l'analyse des structures en béton (Bažant, 2005). En outre, des résultats expérimentaux et les applications de la loi de Weibull dans la littérature sont réexaminés et une analyse statistique de Weibull est développée pour les essais d'écrasement des particules d'une roche calcaire à faible résistance testée par Hu (2009) dans le cadre du projet ANR ECHO. Le comportement non standard du calcaire pourrait être expliqué parce que le matériau ne suit pas la théorie de Weibull, ou bien par une modification du sens et de la valeur des paramètres empiriques.

## **1.4 Facteurs influençant la rupture des grains**

### **1.4.1 Propriétés intrinsèques du matériau**

#### **1.4.1.1 Effet de la minéralogie**

Il est logique que la nature et la résistance de la roche mère d'où proviennent les grains d'un sol soient déterminantes à l'heure d'évaluer la vulnérabilité du matériau à la rupture des grains. Sur la Figure 23, on montre une compilation, proposée par Billam (1971), de plusieurs essais d'écrasement de grains de différentes minéralogies et de tailles diverses. On observe que la force de rupture dépend fortement de la nature du matériau (verre, quartz, calcaire, sable, craie).

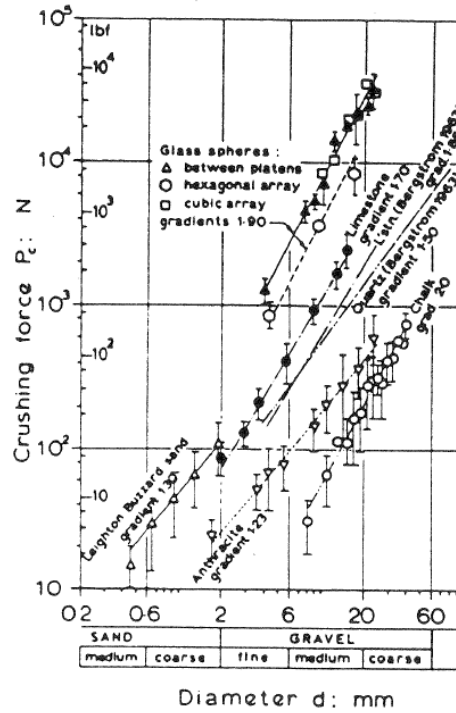


Figure 23. Force de rupture des grains dans un essai en compression (Billam, 1971)

La Figure 24 montre la contrainte de rupture de divers agrégats de roche écrasés lors d'essais de compression entre deux plaques rigides parallèles. La résistance est calculée ici comme la force de rupture ( $f_f$ ) divisée par la taille du grain au carré (distance initiale entre plateaux) :  $\sigma_f = f_f / d^2$  (Jaeger, 1967). On observe que l'intensité des contraintes peut varier d'un ordre de grandeur en fonction de la roche, ce qui aura des conséquences sur le taux de rupture du matériau granulaire.

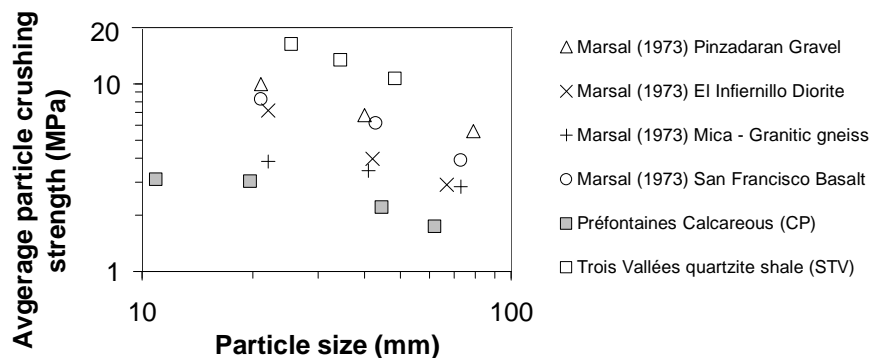


Figure 24. Résumé des résistances à la rupture des agrégats de roche

Par exemple, Lo et Roy (1973) ont fait des essais triaxiaux sur des matériaux de différentes minéralogies mais de même granulométrie initiale. Ils ont montré que la rupture des grains dépend de la minéralogie (voir Figure 25). En effet, à granulométrie initiale et densité équivalentes, la vulnérabilité d'un matériau à la rupture des grains dépend du rapport entre la contrainte de confinement ( $\sigma_c$ ) et la



résistance des particules ( $\sigma_f = f_f / d^2$ ): un rapport élevé veut dire plus de ruptures, comme on observe sur la Figure 26. Les différences observées entre les taux de rupture des matériaux pour un même rapport  $\sigma_c / \sigma_f$  sur la Figure 26 sont dues à d'autres paramètres, comme on explique par la suite.

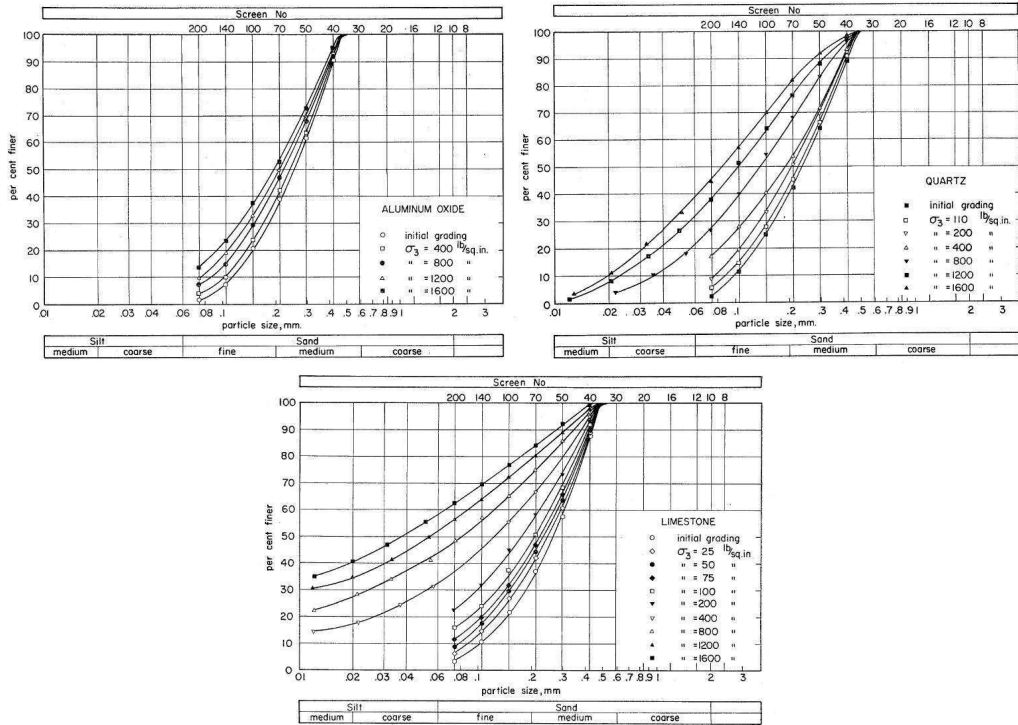


Figure 25. Influence de la minéralogie sur la rupture des grains (Lo et Roy, 1973)

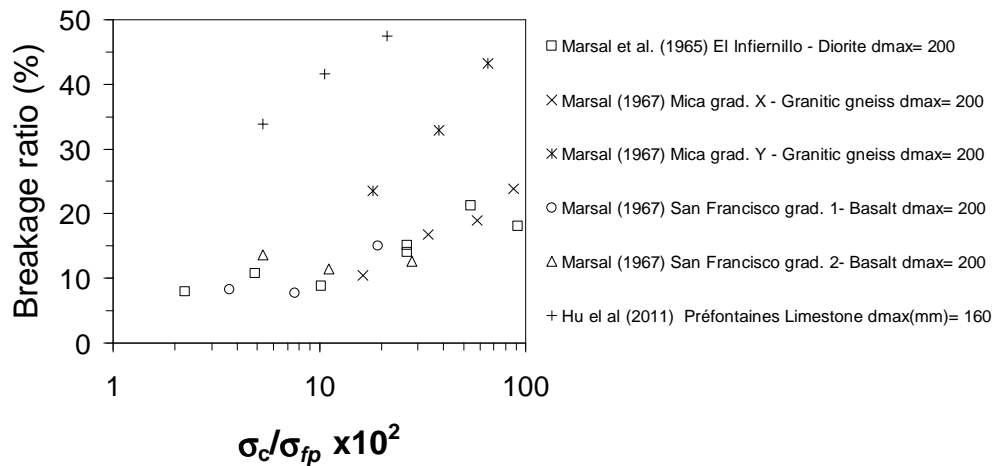


Figure 26. Résumé des taux de ruptures des grains en fonction de la résistance à la rupture des particules ( $\sigma_{fp}$ )

#### 1.4.1.2 Influence de la forme des grains

La rupture des grains est favorisée par l'angularité des particules. Cela est dû au fait que les grains angulaires ont moins de points de contact entre particules et ils

transmettent donc des forces plus élevées par rapport à des grains arrondis sous la même contrainte macromécanique. De même, les irrégularités géométriques ou les pointes des grains angulaires sont plus sensibles aux fractures et à l'attrition. Par exemple, sur la Figure 27, on observe que la rupture des grains augmente avec l'angularité pour un gravier granitique après un essai triaxial.

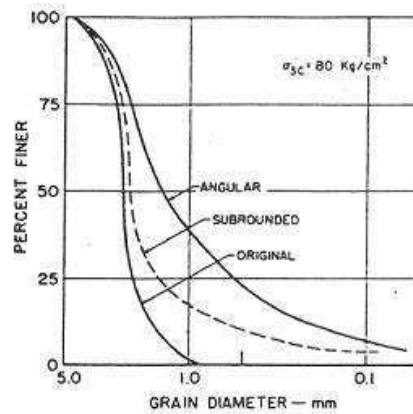


Figure 27. Influence de l'angularité sur le taux de rupture des grains (Lee et Farhoomand, 1967)

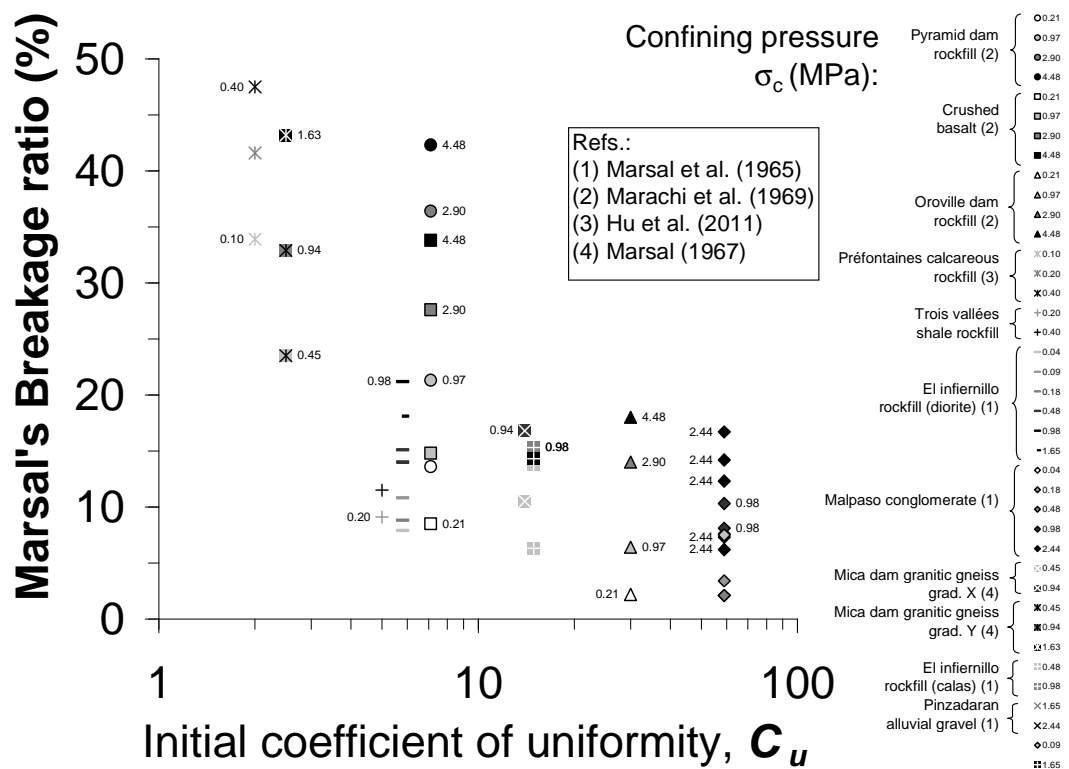


Figure 28. Compilation de l'influence de  $C_u$  sur le taux de rupture des grains (les chiffres à côté de chaque point représentent  $\sigma_c$  en MPa dans un essai triaxial)

### 1.4.1.3 Effet de la granulométrie initiale

L'uniformité de la distribution des particules joue un rôle important en termes de rupture des grains. Si les tailles sont plutôt uniformes, il y aura moins de points de contact et au même niveau de contraintes par rapport à un matériau de granulométrie plus étalée, les forces de contact seront plus fortes. Ainsi, la rupture des grains est inversement proportionnelle au coefficient d'uniformité du matériau granulaire  $C_u = d_{60}/d_{10}$ . La Figure 28 montre une compilation de données expérimentales où on compare le taux de rupture des grains pour une série d'essais sur des matériaux d'enrochement testés dans des conditions différentes et provenant des roches de qualités mécaniques très diverses. Pourtant, on constate que la rupture des grains diminue systématiquement lorsque la granulométrie est plus étalée.

Il est ensuite logique de supposer que plus la rupture des grains augmente lors d'un essai de compression quelconque, plus  $C_u$  augmente et donc l'incrément du taux de rupture est de plus en plus faible. Par ailleurs, plusieurs études ont montré que la rupture des grains évolue vers une granulométrie finale ou ultime à grandes déformations et/ou fortes contraintes. Cette condition ultime pourrait être décrite par des séries géométriques et donnerait une valeur de  $C_u$  asymptotique (Turcotte, 1986 ; Sammis et al., 1986, 1987 ; Fukumoto, 1990 , 1992 ; Bard, 1993 ; Fredlund et al., 2000 ; Coop et al., 2004).

### 1.4.1.4 Effet de la taille des grains ou effet d'échelle

Comme précédemment expliqué pour tous les matériaux fragiles, les agrégats de roches et les grains de sol présentent aussi un effet d'échelle sur la résistance à la rupture. Ceci peut s'observer sur la Figure 24 pour différents matériaux. Cet effet d'échelle est au cœur de cette thèse et est traité en profondeur par la suite.

## 1.4.2 Propriétés d'état du matériau et conditions d'essai

### 1.4.2.1 Densité initiale

Plus un matériau est dense, plus il y aura de points de contact entre grains et donc plus faibles seront, en moyenne, les intensités des forces transmises. De même, à faible compacité initiale, les forces seront relativement plus élevées et les grains seront plus vulnérables à la rupture. Pourtant, au delà d'une certaine valeur de confinement, l'effet de la densité initiale est négligeable puisque la structure du matériau tend vers la même configuration après la consolidation.

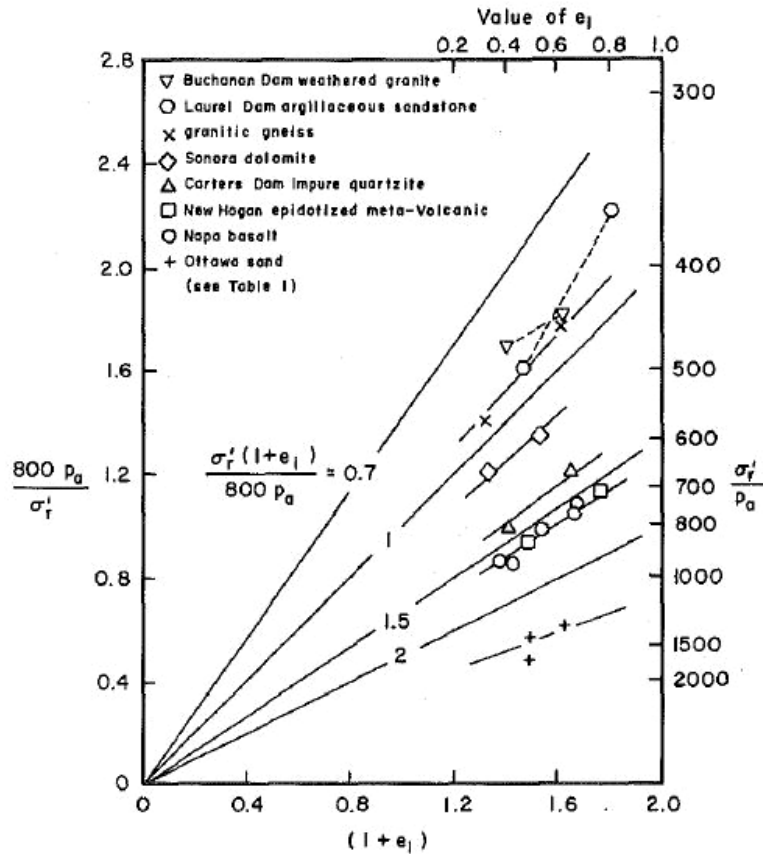


Figure 29. Effet de la densité initiale dans la vulnérabilité à la rupture des grains (Hardin, 1985) ( $P_a$  est la pression atmosphérique)

Afin d'étudier l'influence de différents paramètres sur la rupture des particules, Hardin (1985) a défini une contrainte de confinement de référence  $\sigma'_r$ , liée à une valeur du taux de rupture des grains  $B=0,5$ . L'auteur a montré que le terme  $\sigma'_r(1+e_i)$ ,  $e_i$  étant la compacité initiale, est pratiquement constant pour un matériau donné. Ainsi, sur la Figure 29 on observe que  $\sigma'_r$  diminue quand  $e_i$  augmente, c'est-à-dire, le matériau est plus vulnérable à la rupture des grains.

#### 1.4.2.2 Influence de la teneur en eau

Les travaux de Sowers et al. (1965), Marsal (1973) et Nobari et Duncan (1972) sur des enrochements et des graviers ont montré que la rupture des grains est augmentée en présence d'eau. Par exemple, la Figure 30 montre la diminution de résistance et l'augmentation de la contractance dans un enrochement lorsqu'on le sature (Nobari et Duncan, 1972). Ces études furent motivées par les problèmes de tassement parfois excessifs et différés dans le temps des remblais et des barrages. Ils ont pu montrer que la variation de la teneur en eau, même faible, pouvait augmenter la compressibilité du matériau par rupture des grains. Cet effet peut s'observer en condition de charge constante (fluage) ou de déformation constante (relaxation). Par exemple, sur la Figure 31, on compare la réponse, lors d'essais triaxiaux, sur le

même matériau à l'état sec (test 4), à l'état saturé dès le début (test 22), à l'état saturé en milieu d'essai à déformation constante (test 30) et à l'état saturé en milieu d'essai à charge constante (test 31). Après la saturation, le taux de rupture des grains augmente, le matériau se contracte davantage et les courbes de déformation volumique rejoignent l'essai saturé dès le début. Toujours sur la Figure 31, lorsqu'on sature, on a une relaxation du déviateur des contraintes à déformation constante (test 30) et une augmentation de la déformation, dit *creep*, à déviateur constant (test 31).

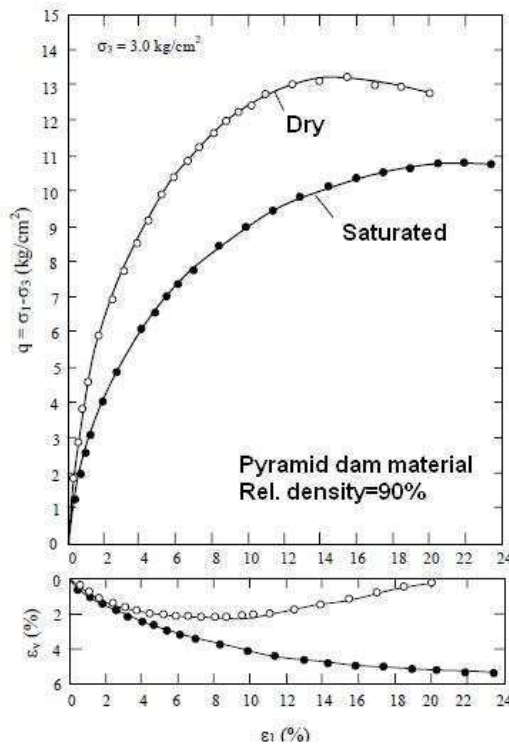


Figure 30. Essais triaxiaux sur un enrochement sec et saturé (Nobari et Duncan, 1972)

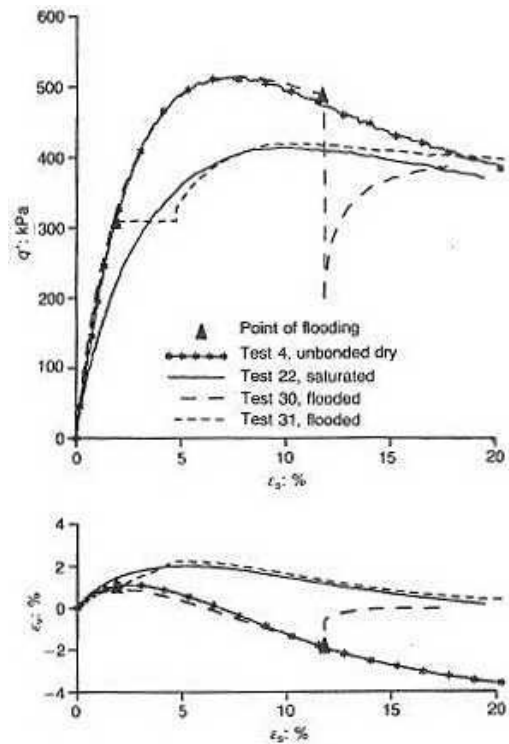


Figure 31. Essais triaxiaux sur un sable granitique sec et saturé, effets de la saturation à charge et à déformation contrôlée (Lee et Coop, 1995)

L'origine des effets de l'eau se trouve au niveau des particules individuelles. Ainsi, l'eau génère une diminution de la résistance des particules et en conséquence le taux de rupture augmente. En fait, la saturation partielle des particules génère un ménisque capillaire à l'intérieur des microfissures qui modifie la contrainte effective et ainsi la résistance à la rupture elle-même. Autrement dit, les liens capillaires à la pointe d'une fissure sont tendus et sont vulnérables à un changement de succion. En conséquence, l'état saturé est le plus défavorable, puisque la succion s'annule et donc les liens capillaires disparaissent. De plus, la pointe des microfissures peut subir des attaques corrosives de l'eau (i.e. dilution de minéraux) et les propriétés mécaniques peuvent donc être affectées (Atkinson, 1979 ; Dunning, 1984). Entre le comportement du matériau sec et celui du matériau saturé, il y a une transition qui dépend de la teneur en eau. Ce comportement peut être donc exprimé en fonction de la succion ou de l'humidité relative, comme dans les matériaux partiellement saturés

traités par Oldecop et Alonso (2001, 2003) ou Chávez et Alonso (2003). Par exemple, la Figure 32 montre les granulométries après essais triaxiaux sur des échantillons d'un enrochement à 36% d'humidité relative et à l'état saturé testés par Chávez et Alonso (2003). Il est évident que la rupture des grains augmente avec la saturation. De même, la Figure 33 montre des courbes de compression oedométrique sur des enrochements d'ardoise quartzitique à différents niveaux de succion ( $\Psi$ ) par Oldecop et Alonso (2001). On observe que le matériau « sec » ( $\Psi=255$  MPa) présente la compressibilité la plus faible et celui saturé ( $\Psi=0$ ) la plus élevée, en raison de la rupture des grains. Ainsi, entre les deux états précédents, on a des valeurs de succion et des compressibilités intermédiaires. La Figure 33 montre aussi que lorsqu'on sature le matériau en milieu d'essai, on retombe sur la courbe relative à l'essai saturé. Les valeurs de succion données par Oldecop et Alonso (2001) ont été calculées à partir de l'humidité relative ( $RH$ ) selon la loi psychométrique suivante :

$$\Psi = -\frac{RT\rho_w}{M_w} \ln(RH) \quad (22)$$

où  $R$  la constante des gaz parfaits (8314 J/mol/K),  $T$  est la température absolue,  $M_w$  est la masse moléculaire de l'eau (18016 kg/kmol) et  $\rho_w$  est la densité de l'eau pure (998 kg/m<sup>3</sup> à 293 K).

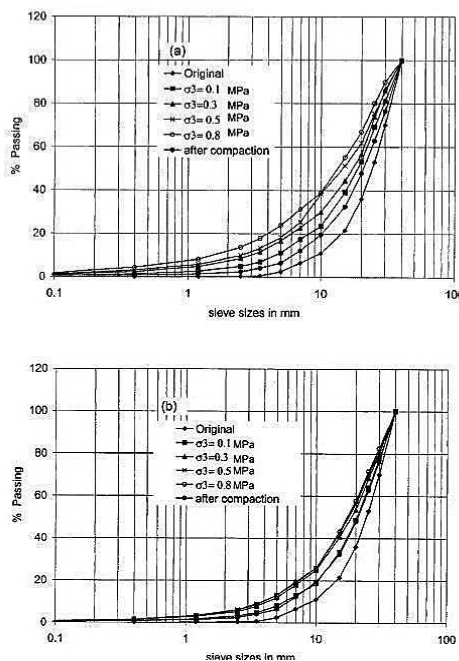


Figure 32. Effet de la teneur en eau sur des essais triaxiaux sur un enrochement d'ardoise: (a) matériau saturé et (b) humidité relative de 36% (Chávez et Alonso, 2003)

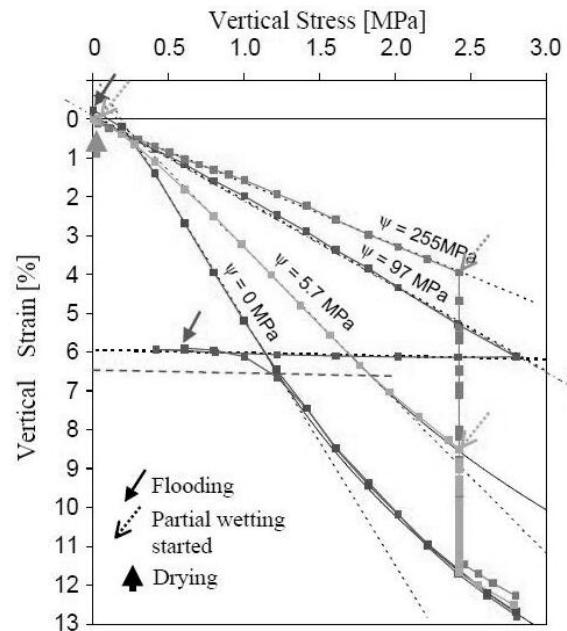


Figure 33. Essais oedométriques sur des enrochements d'ardoise quartzitique à différents niveaux de succion (Oldecop et Alonso, 2001)

### 1.4.2.3 Effet du temps

Plusieurs travaux ont montré les effets du temps dans le comportement mécanique des matériaux granulaires, qui seraient dus aux effets micro-inertiels et visqueux (Di Prisco et Imposimato, 1996 ; Di Benedetto et al., 2002). Pourtant, dans cette thèse on s'intéresse aux effets du temps en présence des ruptures de grains, qui eux sont liés à la propagation des microfissures au sein des grains et à l'influence de l'environnement plus ou moins agressif. Ainsi, on sait que l'attaque corrosive de l'eau au fond des microfissures provoque une augmentation de la vitesse de propagation des microfissures dans la roche (Atkinson, 1982), ce qui engendre une réponse décalée dans le temps en fonction de cette vitesse. Suivant la théorie classique de la mécanique élastique linéaire (Griffith, 1921 ; Irwin, 1957), Oldecop et Alonso (2007) proposent que la fracture d'un grain se fasse en « Mode I » (fracture franche, voir Figure 15) et que la vitesse de propagation d'une fissure soit déterminée par le facteur d'intensité des contraintes  $K^i$  (pour la fissure  $i$ ). Ce facteur correspond donc à l'équation (11), mais avec un paramètre empirique adimensionnel  $\beta_i$  qui dépend de la forme de la particule, de la position de la fissure, de la distribution interne des contraintes dans la particule, et du rapport de la taille de la fissure et la particule :

$$K^i = \beta_i \sigma_i^* \sqrt{\pi a_i} \quad (23)$$

où  $\sigma_i^*$  est la contrainte de traction induite dans la fissure  $i$ ,  $a_i$  est la longueur de la fissure. Ensuite, si  $K^i < K^c$ , avec  $K^c$  la ténacité du matériau, la vitesse de propagation est relativement lente, mais si  $K^i$  dépasse  $K^c$  la vitesse augmente et la fissure s'ouvre de façon catastrophique. Ce phénomène est connu comme la propagation sous-critique des fissures (« *subcritical crack propagation* », Atkinson, 1982). Il existe aussi une limite inférieure  $K^0$ , dite limite de corrosion des contraintes, telle que si  $K^i < K^0$ , la fissure ne se propage plus. Donc, la fissure se propage à une vitesse finie si  $K^0 < K^i < K^c$ . Sur la Figure 34, on peut analyser conceptuellement si une fissure va s'ouvrir ou si elle va rester stable. Trois régions sont définies en fonction de  $K^i$ : (1) région I : la fissure ne s'accroît pas parce que  $K^i < K^0$ ; (2) région II : la fissure s'ouvre à vitesse contrôlée selon les niveaux de contrainte et d'humidité relative; et (3) région III : les fissures s'ouvrent instantanément puisque  $K^i > K^c$ . Il est important de noter sur la Figure 34 que  $K^0$  diminue quand l'humidité relative augmente, ce qui accroît la région III.

Sur la Figure 35 apparaissent des valeurs des facteurs d'intensités des contraintes et les vitesses de propagation associées pour plusieurs matériaux, ainsi que les courbes données par l'équation (24) pour différentes valeurs de l'exposant  $n$ .

$$V = V_0 (K / K^c)^n \quad (24)$$

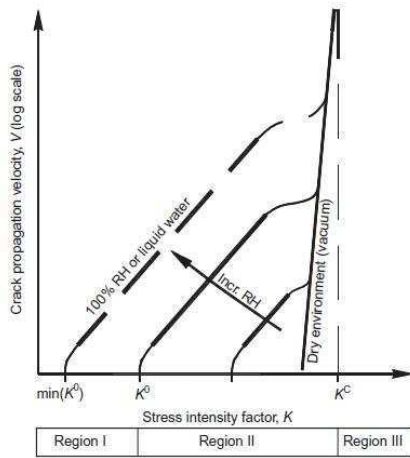


Figure 34. Schéma conceptuel de la vitesse de propagation d'une fissure en fonction de l'humidité relative et du facteur d'intensité des contraintes (Oldecop et Alonso, 2001)

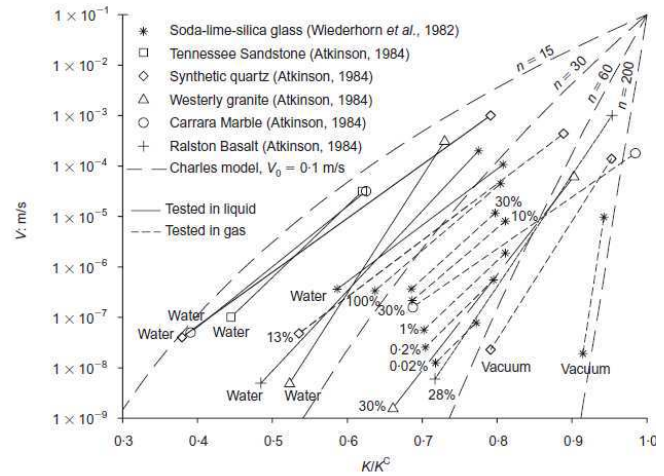


Figure 35. Données expérimentales de vitesse de propagation des fissures pour plusieurs types de roches (Oldecop et Alonso, 2007)

Ainsi, d'après Oldecop et Alonso (2007), la dépendance de la rupture des grains avec le temps, due à la corrosion dans les microfissures, expliquerait le tassement différé des enrochements. De même, les variations de teneur en eau peuvent impliquer que le matériau change de région sur la Figure 34 et devient plus vulnérable à la rupture, ce qui est observé au travers des tassements accélérés des barrages pendant les saisons pluvieuses (Oldecop, 2005).

Pour évaluer l'influence de la succion et ces effets du temps dans la déformation des enrochements, Oldecop et Alonso (2007) ont analysé le tassement lors des essais oedométriques montrés sur la Figure 33. Pour deux d'entre eux, on montre les courbes de tassement à charge et humidité relative constantes sur la Figure 36a-b. La Figure 36c présente l'indice de compression secondaire  $\lambda^t = d\varepsilon/d(\ln(t))$ , qui donne le taux de variation de la déformation à charge constante ;  $\lambda^t$  représente donc le taux de fluage. On constate que  $\lambda^t$  augmente lorsque la succion diminue ( $RH$  augmente), ce qui s'expliquerait par le fait que la vitesse de propagation des fissures dans les particules s'accroît (Oldecop et Alonso, 2007).



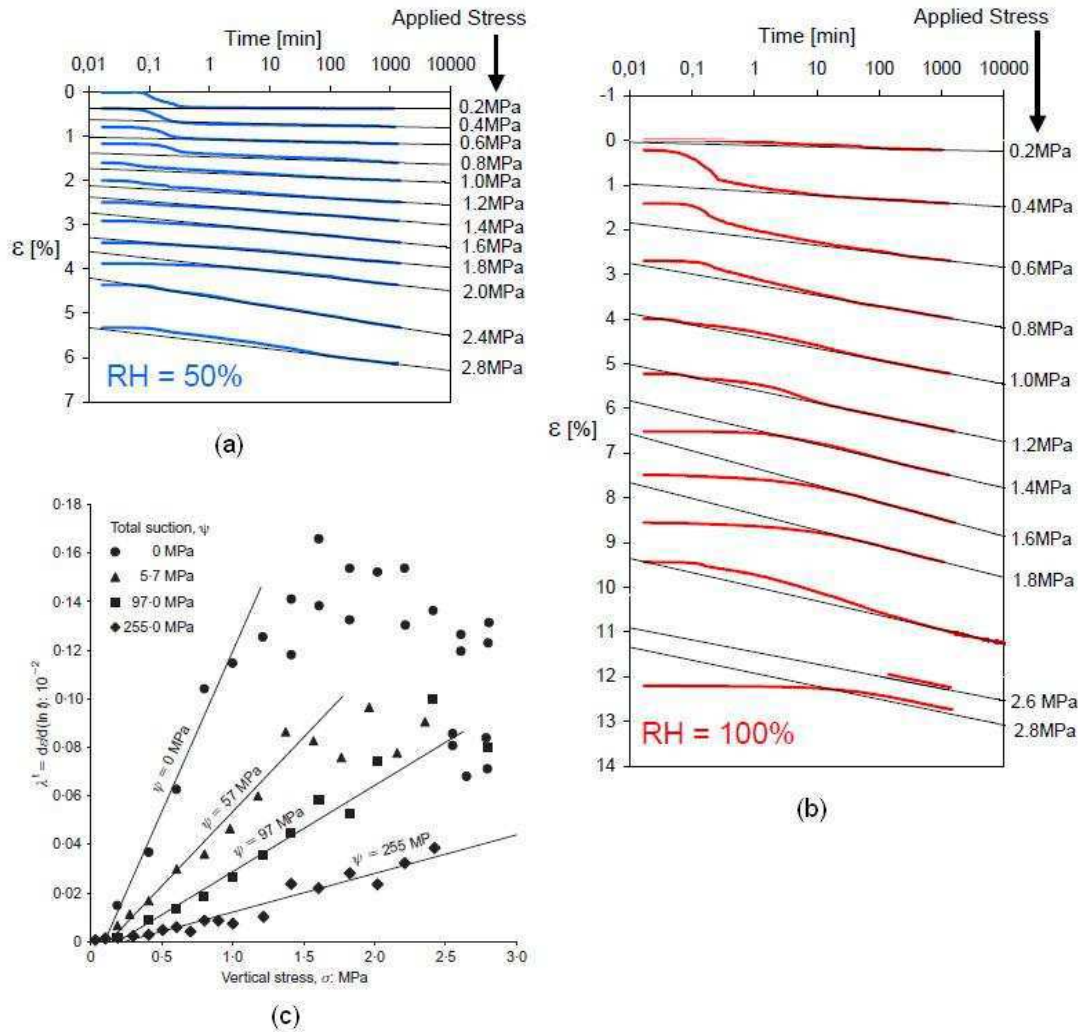


Figure 36. Résultats des essais oedométriques sur des enrochements d'ardoise quartzitique à différents niveaux de succion, courbes de tassement à charge constante et à humidité relative de (a) 50% et (b) 100% (Oldecop, 2005) ; (c) indice de compression secondaire (Oldecop et Alonso, 2007)

D'autres travaux se sont aussi intéressés aux effets du temps dus à la rupture des grains, mais sans considérer l'humidité relative (essais saturés). Lade et al. (2010) ont réalisé des essais triaxiaux sur un sable de récif corallien afin d'étudier les effets de fluage et de relaxation. Lors des essais à charge contrôlée, Lade et al. (2010) ont mesuré une déformation qui augmente avec le temps ( $\Delta_{Creep}$ , pendant au moins 1000 minutes). D'après les auteurs, cet effet serait dû à la rupture des grains différée dans le temps, qui produit un effondrement par redistribution des fragments cassés (voir Figure 37a et b). De même, à partir des essais à déformation contrôlée, Lade et al. (2010) et Karimpour et Lade (2010) ont observé une relaxation des contraintes qui s'expliquerait selon eux par la disparition de certaines chaînes de forces et la redistribution des contraintes quand des grains cassent (voir schéma de la Figure 37c).

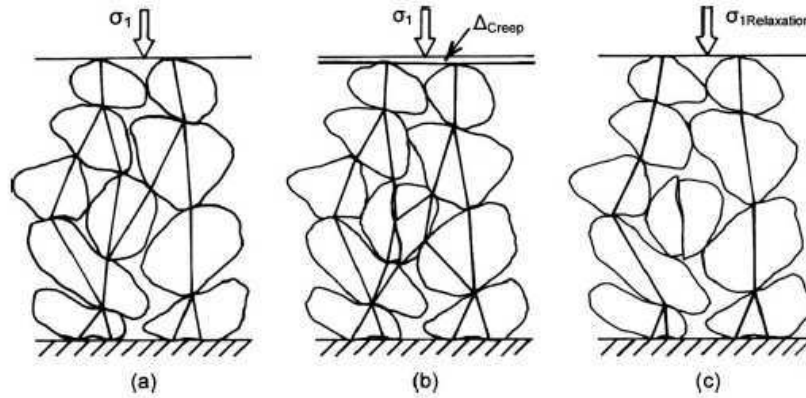


Figure 37. (a) schéma des forces de contact initial et effets de la rupture des grains dans (b) test de *creep* et dans (c) test de relaxation des contraintes (Karimpour et Lade, 2010 ; Lade et al., 2010)

En accord avec la théorie de la propagation sous-critique des fissures, Lade et Karimpour (2010) ont proposé que les ruptures des grains décalées dans le temps soient dus à la fatigue du matériau, qui est influencée par l'environnement potentiellement corrosif dans les microfissures. Ainsi, ils proposent que la contrainte de rupture diminue de  $\sigma_{1ult}$  à  $\sigma_{2ult}$  entre les temps  $t_1$  et  $t_2$  suivant une loi en puissance analogue à celle proposée par Charles (1958) sous la forme suivante (où  $n$  est un paramètre empirique qui prend des valeurs de 16 pour le verre, 98 pour le marbre de Carrara et 8 pour le grès):

$$\sigma_{1ult} = \sigma_{2ult} \left( \frac{t_2}{t_1} \right)^{1/n} \quad (25)$$

#### 1.4.2.4 Effet du chemin de contraintes

En général, la rupture des grains est privilégiée sur des chemins de contrainte à fort cisaillement. Par exemple, la Figure 38 de Vesic et Clough (1968) montre que le taux de rupture est plus important après un essai triaxial par rapport à une compression isotrope. De même, à contrainte équivalente, un chemin oedométrique produit plus de rupture que le chemin isotrope mais moins qu'une compression en cisaillement jusqu'à l'état critique.

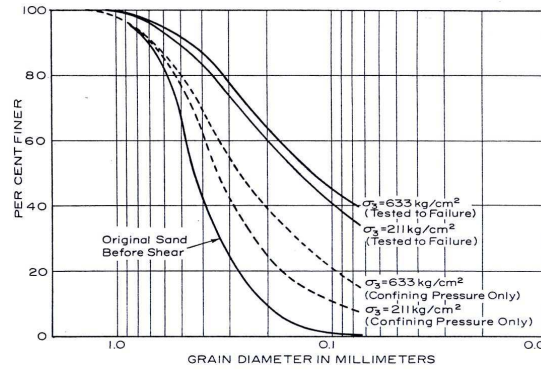


Figure 38. Effet du chemin des contraintes dans la rupture des grains (Vesic et Clough, 1968)

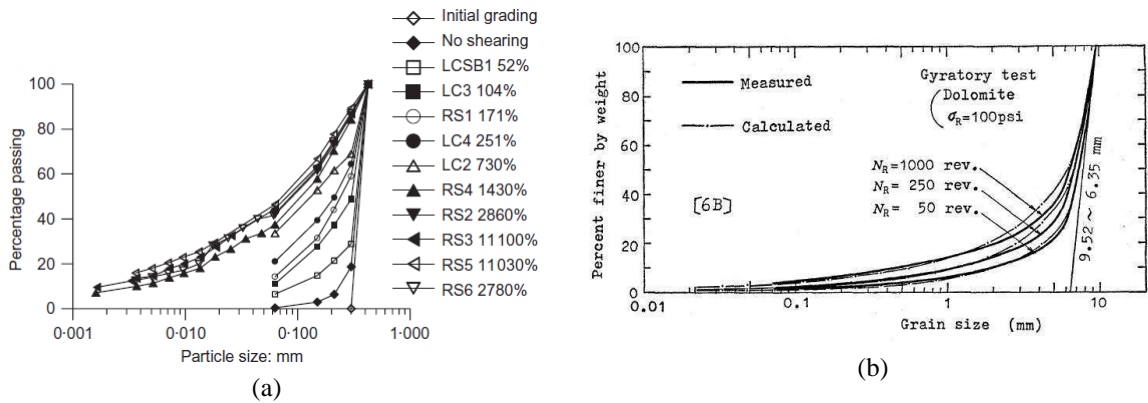


Figure 39. Rupture des grains en fonction de la déformation lors des essais de cisaillement annulaire à charge verticale constante : (a) Coop et al. (2004) ; (b) Fukumoto (1992)

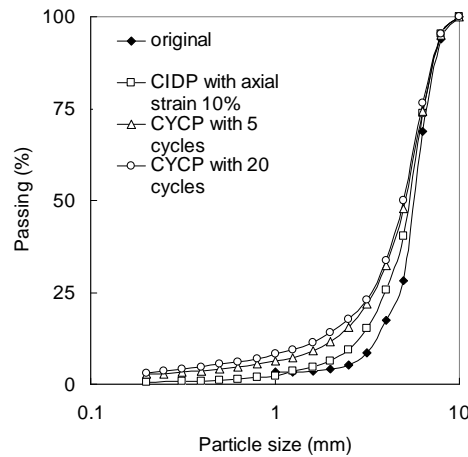


Figure 40. Effet des cycles dans la rupture des grains, d'après Hu et al. (2011c)

#### 1.4.2.5 Effet de la déformation

La déformation joue aussi un rôle important dans la rupture des grains. Par exemple, dans un essai de cisaillement annulaire, on observe que le taux de rupture augmente avec l'amplitude de la déformation (Coop et al., 2004 ; Fukumoto, 1992 ; voir Figure

39). Similairement, dans un essai de compression triaxiale cyclique, la rupture des grains augmente avec le nombre des cycles (voir Figure 40).

### **1.5 Représentation des courbes granulométriques**

Plusieurs auteurs ont tenté de prédire la courbe granulométrique induite par la fragmentation des roches sous certaines conditions, comme l'impact (Turcotte, 1986), la comminution par broyage (Austin et al., 1976; Perry et Green, 1997) ou l'altération des roches (Fukumoto, 1990). De même, on retrouve des expressions qui peuvent être calées sur plusieurs courbes granulométriques (Fredlund et al., 2000) ou sur des matériaux après la rupture des grains sous chargement confiné (Fukumoto, 1992). Ces expressions diffèrent en nombre de paramètres et en complexité, et elles restent des équations empiriques sans considération de la physique de la fragmentation.

Fukumoto (1990) a analysé mathématiquement la granulométrie des sols produite par l'altération de roches granitiques du Japon. L'auteur suppose une description mathématique de la granulométrie, basée sur une progression géométrique de la masse retenue, ce qui représente bien les résultats obtenus sur les matériaux analysés. L'équation de classification des tailles de Fukumoto exige le calcul de la moyenne et de l'écart type de la masse retenue dans chaque fraction de taille ; ce n'est pas, par conséquent, un modèle prédictif de la granulométrie. Plus tard, Fukumoto (1992) a utilisé sa méthode afin de bien décrire le phénomène de rupture des particules des sols (sol granitique altéré et matériaux calcaires, quartzites, dolomites, entre autres), quel que soit le chemin de contraintes (triaxial, oedométrique, cisaillement par torsion et compactage Proctor) ou le niveau de contraintes, montrant qu'après la rupture artificielle, la courbe granulométrique garde toujours une régularité mathématique bien représentée par une série géométrique. La Figure 39b montre la représentation des courbes granulométriques selon Fukumoto (1992) après la rupture des grains lors d'un essai de cisaillement annulaire sur un gravier de dolomite.

Plusieurs autres auteurs ont proposé une distribution granulométrique ultime de type fractal, comme par exemple dans le cas de la fragmentation des roches impactées ou soumises à des grandes déformations ou des fortes contraintes (Turcotte, 1986; Coop et al., 2004). De même, des matériaux formés dans des failles géologiques (*fault-gouges*), du fait de contraintes très élevées, présentent également une distribution fractale (Sammis et al., 1986, 1987), ce qui signifie que la forme de la courbe granulométrique peut être définie par une dimension dite « fractale » qui donne le rapport des tailles sous la forme d'une série géométrique qui ne varie pas en changeant d'échelle. Il a alors été proposé que, sous cette condition, l'empilement granulaire est optimisé et le nombre de coordination est maximisé, de sorte que plus aucune rupture ne pourrait se produire pour des contraintes supérieures (Sammis et al., 1986; McDowell et al., 1996; Tsoungui et al., 1999). Avec cette hypothèse, des

modèles élasto-plastiques prenant en compte la rupture des grains ont été proposés, en supposant une distribution fractale ultime pour de grandes déformations et/ou de fortes contraintes (McDowell et Bolton, 1998; Einav, 2007a; Muir Wood et al., 2009).

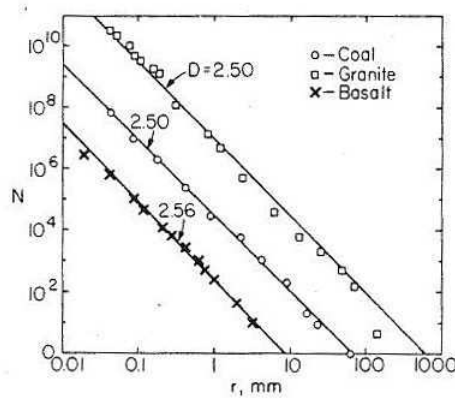


Figure 41. Distributions fractales des roches fragmentées (Turcotte, 1986)

Turcotte (1986) a observé que le nombre de grains produit par la fragmentation d'une roche suivait une série géométrique dite fractale qui peut s'écrire :

$$N(\Delta > d) \propto d^{-D} \quad (26)$$

où  $N$  est le nombre de grains de taille plus grande que la taille  $d$  et  $D$  est la dimension fractale. Ainsi, Turcotte (1986) présente un résumé des processus de fragmentation de plusieurs matériaux et donne des dimensions fractales de 2,0 à 2,6 pour des matériaux géologiques (des gneiss, basaltes, granites et moraines). Sur la Figure 41, Turcotte (1986) présente les distributions fractales d'une roche de charbon broyé, d'un granite fragmenté dans une explosion nucléaire et d'un basalte fragmenté par un impact de projectile. Dans les trois cas, le calage de l'équation (26) donne une dimension fractale  $D$  de l'ordre de 2,5-2,6.

Steady et Sammis (1991) et Sammis et al. (1986, 1987) ont, à leur tour, observé des valeurs de  $D$  entre 2,5 à 2,7 pour des matériaux produits dans des failles géologiques (*fault gouges*). Coop et al. (2004) donnent aussi une valeur  $D=2,6$  pour la granulométrie ultime montrée sur la Figure 39a, obtenue après un essai à grandes déformations en cisaillement annulaire sur du sable carbonaté. Plusieurs autres compilations donnent des valeurs similaires pour  $D$  (Korvin, 1992) et semblent confirmer que la rupture des grains dans les matériaux granulaires confinés s'épuise jusqu'à une distribution qui peut être décrite par l'équation (26), avec une dimension plus ou moins commune autour de 2,5 et 2,6. Cela donnerait un  $C_u$  de l'ordre de 80.

A l'aide de l'équation (26) on peut aussi obtenir la granulométrie en termes de masse cumulée ( $M_i$ ) dans la fraction de taille  $i$  et une expression pour la granulométrie  $G(d)$  (Einav, 2007a):

$$M_i(\Delta < d_i) \propto \int_{d_m}^{d_i} \Delta^3 \cdot dN(\Delta) \Rightarrow G(d) = \frac{M}{M_T} = \frac{d^{3-D} - d_m^{3-D}}{d_M^{3-D} - d_m^{3-D}} \quad (27)$$

avec:

$$dN(\Delta) \propto \Delta^{-D-1} \cdot d\Delta, \text{ de l'équation (26)}$$

$d_m$  : taille minimale des grains;

$d_M$  : taille maximale des grains;

$M_T$  : masse totale.

Considérant les critères énergétiques de Griffith (1921), Kendall (1978) a suggéré qu'il devrait être impossible de casser une particule en dessous d'une certaine limite de taille  $d_m$ . Pour des fragments de roche, cette taille est autour de 1 à 10  $\mu\text{m}$ . Ainsi, si on néglige  $d_m$ , on obtient:

$$G(d) = \left( \frac{d}{d_M} \right)^{3-D} \quad (28)$$

A titre d'exemple, la Figure 42a illustre la granulométrie après des essais oedométriques sur un sable de silice à différents niveaux de contraintes réalisés par Nakata et al. (2001a). La contrainte verticale maximale est très élevée, ce qui permet d'observer sur la Figure 42b l'évolution de la dimension fractale  $D$  (par calage de l'équation (28)) : il est clair que  $D$  tend vers une valeur proche de 2,5.

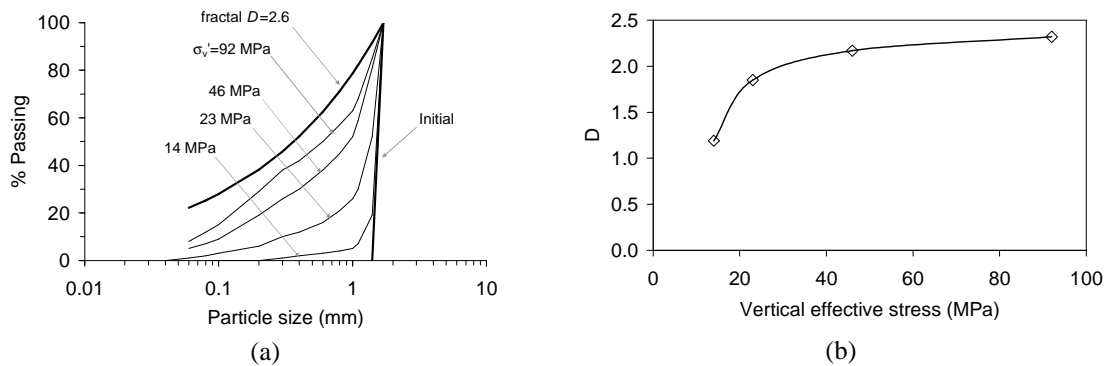


Figure 42. Essais oedométriques sur un sable de silice (Nakata et al., 2001a), (a) granulométries après chargement et (b) calage de la dimension fractale

Pourtant, tous les matériaux ne présentent pas une granulométrie qui évolue vers une fractale. Un exemple est donné sur la Figure 43 pour un essai oedométrique d'un coke de pétrole sollicité à fortes contraintes (Bard, 1993). L'auteur a également mesuré la granulométrie à plusieurs niveaux. On constate qu'à fortes contraintes, il n'y a pas évolution vers une distribution fractale. Par contre, on observe que les fragments après rupture ont une taille minimale limite de l'ordre de 0,1mm, ce qui est cohérent avec les propos de Kendall (1978). Or, la granulométrie évolue vers une condition stable en termes d'uniformité vers  $C_u=10$ . Toutefois, celui-ci est un matériau particulier avec une résistance à l'écrasement assez faible.

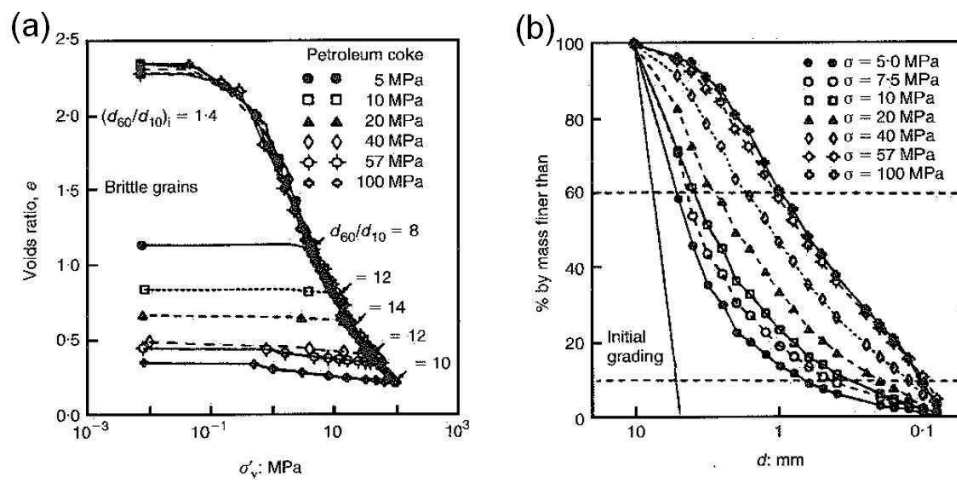


Figure 43. Essai oedométrique sur un coke de pétrole : (a) courbe de compression et (b) évolution de la granulométrie (Bard, 1993)

## 1.6 Rupture des grains dans les modèles constitutifs

Le comportement des sols dépendant en général de la granulométrie, il est important de décrire l'effet de la rupture des grains au travers de l'évolution, au cours du chargement, de la distribution de la taille des grains.

### 1.6.1 Modèles de type Cam-Clay basés sur l'état critique

Le modèle Cam-Clay (Roscoe et al., 1963) adopte une surface de charge et un potentiel plastique (loi normale) empirique et purement frottant avec un paramètre de friction à l'état critique  $M=(q/p')$  (Roscoe et al., 1963).

$$p' \delta \varepsilon_v^p + q \delta \varepsilon_s^p = M p' \delta \varepsilon_s^p \quad (29)$$

avec  $\delta \varepsilon_v^p$  et  $\delta \varepsilon_s^p$  les incréments de déformation plastique volumique et déviatoire, respectivement, et  $M=q/p'$  à l'état critique. Ces incréments correspondent à la partition classique en élasto-plasticité pour les déformations volumiques en ces

composantes plastiques et élastiques  $\varepsilon_v = \varepsilon_v^p + \varepsilon_v^e$ ; il en est de même pour les déformations déviatoires :  $\varepsilon_s = \varepsilon_s^p + \varepsilon_s^e$ .

La rupture des grains peut être indirectement représentée dans les modèles de type Cam-Clay en rendant l'indice des vides critique dépendant du taux de rupture et en le reliant au travail plastique ou à la granulométrie (Daouadji et al., 2001). Cela se traduit par une translation vers le bas de la ligne d'état critique comme proposé par Le Long (1968) (résumé dans Biarez et Hicher, 1994 et Bard, 1993, voir plan  $e-p'$  de la Figure 11). Pourtant, cette approche ne prédit pas directement la granulométrie ou le taux de rupture pendant le chargement. Par exemple, Daouadji et al. (2001) et Daouadji et Hicher (2010) ont introduit l'influence de la rupture des grains dans un modèle élasto-plastique en rendant la ligne d'état critique dépendante de l'évolution de la distribution granulométrique. Cette évolution est calculée à l'aide des corrélations empiriques qui relient l'état critique avec l'étalement de la granulométrie, comme c'est le cas dans le plan  $e-p'$  de la Figure 11. Pour cela, il est donc nécessaire de placer la courbe d'état critique en fonction des valeurs de référence, telles que les indices des vides  $e_{min}$  et  $e_{max}$ , selon les corrélations données par Biarez et Hicher (1997) :  $e=e_{max}$  pour  $p'=0,1 MPa$  et  $e=e_{min}$  pour  $p'=5 MPa$  (voir Figure 44). De même, les valeurs de  $e_{min}$  et  $e_{max}$  peuvent être corrélées avec l'angularité et le paramètre  $C_u$  (voir Figure 46). D'après les résultats de Le Long (1968) sur du sable d'Hostun (voir Figure 11), la ligne d'état critique descend mais jusqu'à une limite donnée qui, dans ce cas, est donnée par une granulométrie d'uniformité  $C_u \approx 10$ .

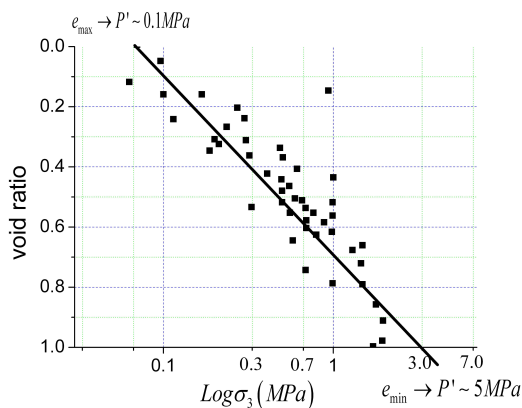


Figure 44. Relation de l'état critique à partir de  $e_{min}$  et  $e_{max}$  (Biarez et Hicher, 1997)

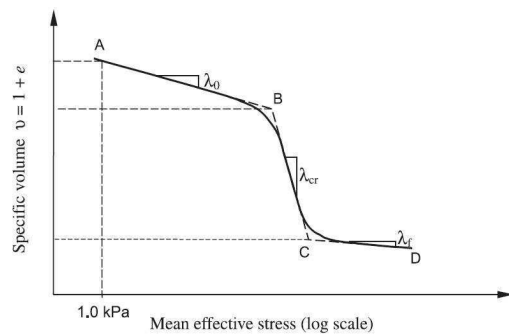


Figure 45. Ligne d'état critique à trois pentes (Russel et Khalili, 2003)



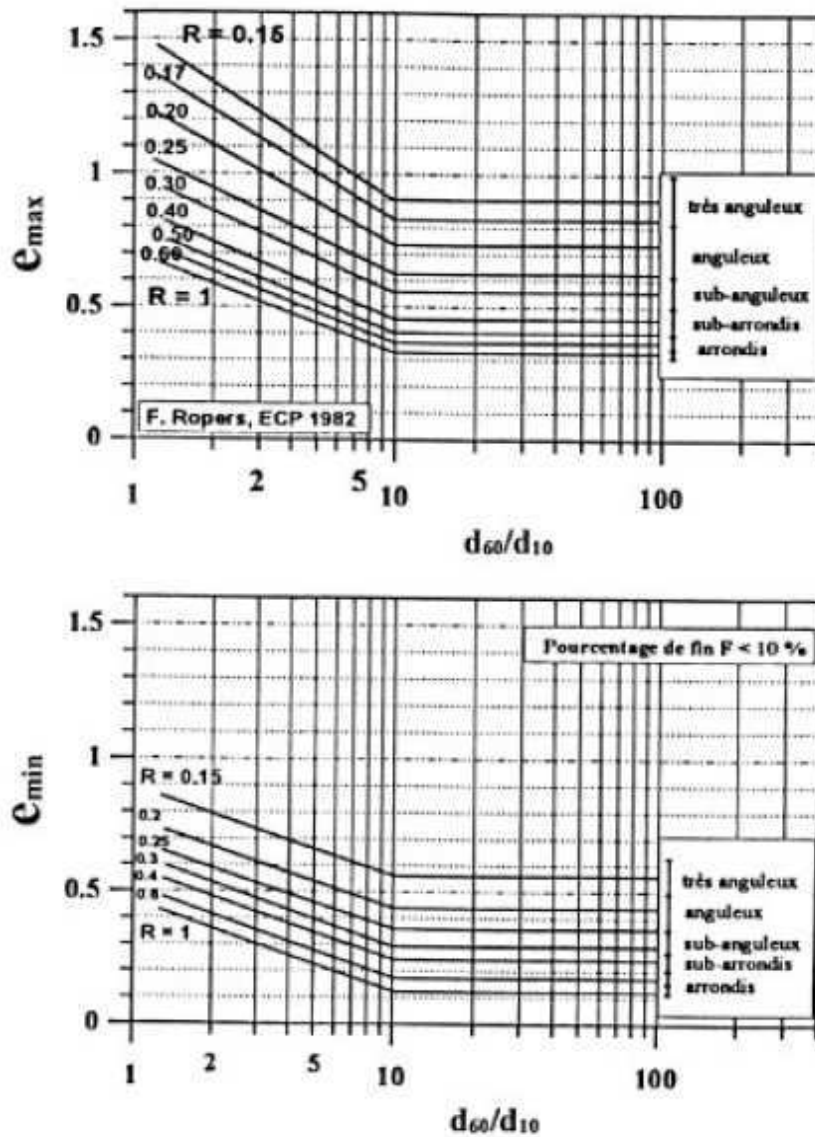


Figure 46. Evolution des indices des vides minimal et maximal en fonction de la granulométrie et de l'angularité des particules (Daouadji et Hicher, 2010 ; modifiée de Biarez et Hicher, 1997)

Dans la même approche, Russel et Khalili (2003) proposent une ligne d'état critique qui se déplace en définissant trois pentes, comme montré sur la Figure 45: A-B est le cas sans rupture, puis B-C avec une rupture des grains progressive jusqu'à une granulométrie finale ou ultime dont l'état critique devient la ligne droite C-D dans le plan  $e-\log p'$ .

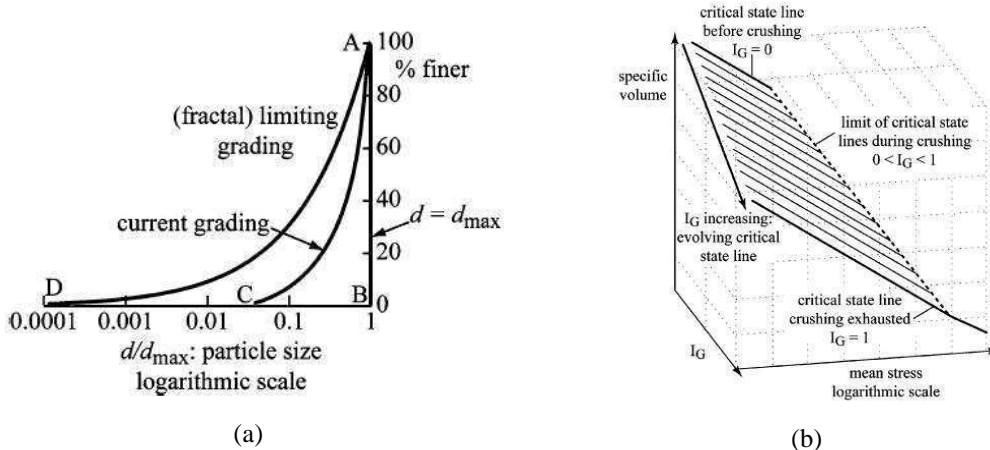


Figure 47. Postulats du modèle Severn Trent-Sand modifié pour (a) l'évolution de la granulométrie vers une limite fractale (Muir Wood et al., 2009) et (b) déplacement de la ligne d'état critique en cours de rupture des grains (Muir Wood et Maeda, 2008)

Un autre exemple est le modèle Severn Trent-Sand modifié (Muir Wood et al., 2009), qui utilise une fonction d'érouissage qui dépend de la déformation plastique déviatorique, sur la base du modèle de Mohr-Coulomb, pour décrire le comportement d'un sable à différentes densités et niveaux de contrainte. L'évolution de la granulométrie est introduite au travers d'un indice de granulométrie ( $I_G$ ), représentant un pourcentage du taux de rupture final supposé atteint pour une distribution fractale (voir Figure 47a). Similairement au modèle de Daouadji et al. (2001), la Figure 47b montre que lorsque la rupture des grains se développe, le modèle Severn Trent-Sand modifié déplace la ligne d'état critique en augmentant la contractance jusqu'à  $I_G=1$ , quand la rupture s'épuise. Néanmoins, des paramètres d'ajustement sont nécessaires et l'évolution de la granulométrie par le paramètre  $I_G$  ne peut pas être déduite directement.

La résistance du sol et la déformation plastique, cependant, ne sont pas uniquement dues au frottement, comme on le considère dans le modèle Cam-Clay (Roscoe et al., 1963). Ceci est évident en présence de rupture des grains (Touati, 1982). Dans ce cas, on a deux composantes de dissipation du travail plastique : friction et rupture des grains ( $B$  pour *breakage*) :

$$\delta W^p = \delta \Phi_{friction} + \delta \Phi_B \quad (30)$$

Par exemple, McDowell et al. (1996) ont proposé que  $\delta \Phi_B$  soit simplement l'incrément d'énergie de surface de fracture ( $\delta \Phi_s$ ), décrite selon la théorie de la mécanique de la fracture élastique linéaire (Griffith, 1921). Les auteurs ont proposé une équation Cam-Clay modifiée pour prendre en compte ce phénomène:

$$p' \delta \epsilon_v^p + q \delta \epsilon_s^p = Mp' \delta \epsilon_s^p + \frac{\Gamma \delta S}{V_s(1+e)} \quad (31)$$

où  $\delta S$  est l'incrément de surface des solides (de volume  $V_s$ ) distribué dans le volume  $V_s(1+e)$ ,  $\Gamma$  est l'énergie spécifique de surface de la théorie de Griffith (équation (8)).

Ultérieurement, Nguyen et Einav (2009) et Russell (2011) ont proposé que l'énergie dissipée par rupture des grains puisse se décomposer en création de surface ( $\delta\Phi_S$ ) et en redistribution des fragments et des particules environnant les grains cassés ( $\delta\Phi_{redistr}$ ), la somme étant égale à la friction déclenchée après la rupture. Russell (2011) a donc proposé une extension de l'équation de McDowell et al. (1996):

$$p' \delta\epsilon_v^p + q \delta\epsilon_q^p = Mp' \delta\epsilon_q^p + \frac{\Gamma \delta S}{V_s (1+e)} (1+R) \quad (32)$$

avec  $R = \delta\Phi_{redistr}/\delta\Phi_S$ . Avec  $R=0$  on revient à l'équation de McDowell et al. (1996).  $R$  serait une fonction du chemin des contraintes. Cependant, on ne trouve pas de validation expérimentale dans la littérature. Russell (2011) a suggéré, par calage, des valeurs de  $R$  de l'ordre de 13 à 15, à l'aide de simulations utilisant un modèle de prédiction de la ligne de compression 1D basé sur une hypothèse de granulométrie ultime fractale.

Les modèles de McDowell et Bolton (1998) et Russell (2011) restent conceptuels et ne sont pas des modèles constitutifs en tant que tels, puisqu'ils ne donnent pas de relations capables de modéliser des chemins de contraintes quelconques. Pourtant, en supposant une forme particulière de la granulométrie ultime, fractale par exemple, on peut en déduire une ligne de compression 1D liée à la distribution de tailles finale des grains. Ainsi, à l'aide de ce modèle, McDowell et Bolton (1998) ont voulu démontré que c'est la rupture des grains qui expliquerait en partie l'écroutissage dans la compression oedométrique.

Pour expliquer la relation entre  $\delta\Phi_{redistr}$  et  $\delta\Phi_S$ , Nguyen et Einav (2009) ont analysé une analogie mécanique : elle consiste en deux ensembles de particules empilées en série dans une configuration unidimensionnelle, séparés par une seule particule (noircie sur la Figure 48). Chaque ensemble contient un nombre similaire  $N$  de particules, chacune ayant une longueur  $l$  et une raideur  $K_p$ . La particule qui sépare les deux côtés, à savoir, la particule noircie, est supposée être infiniment rigide et ancrée par deux liaisons flexibles. La rigidité des liens est supposée être  $K_b = aK_p$ . Un bloc de  $N$  particules a la rigidité  $K = K_p/N$  et la longueur  $L = Nl$ . Pour les trois cas montrés sur la Figure 48, Nguyen et Einav (2009) établissent un équilibre entre l'énergie élastique stockée et les dissipations. Dans le cas de la Figure 48b, on atteint la force ultime du lien et l'énergie élastique stockée  $K_b \delta u^2$  est la dissipation par la rupture du lien, qu'ils nomment  $\delta\Phi_S$  (en analogie avec l'incrément de surface de fracture lors de la rupture d'un grain). Après la rupture, l'énergie dissipée par redistribution peut être

obtenue en connaissant l'énergie élastique stockée dans les particules blanches avant et après. Ainsi, les auteurs arrivent à écrire la dissipation comme :

$$\delta\Phi = \delta\Phi_s \left(1 + \frac{K_b}{K}\right) \quad (33)$$

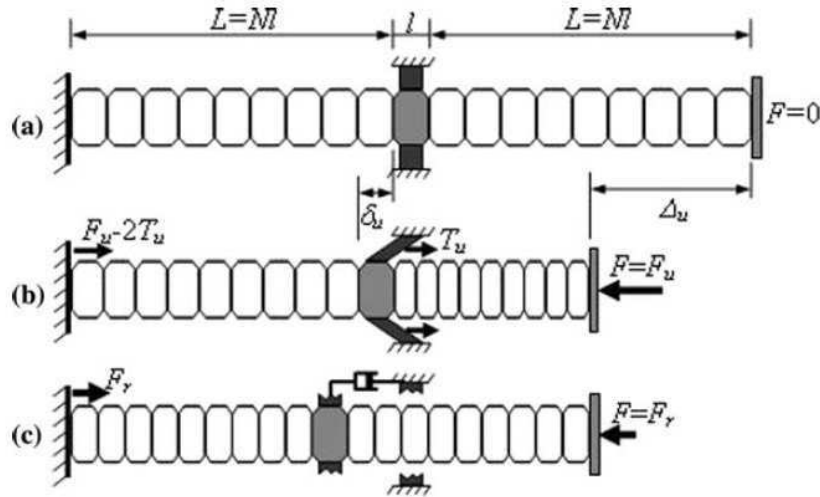


Figure 48. Analogie mécanique avec le phénomène de dissipation d'énergie par rupture des grains et réarrangement des particules: (a) configuration initiale, (b) état ultime et (c) rupture du lien et libération de l'énergie élastique stockée et redistribution des contraintes (Nguyen et Einav, 2009)

A l'aide de l'équation (30) et en sachant que la dissipation par rupture est  $\delta\Phi = \delta\Phi_{redistr} + \delta\Phi_s$ , Nguyen et Einav (2009) donnent la relation entre  $\delta\Phi_{redistr}$  et  $\delta\Phi_s$  :

$$\delta\Phi_{redistr} = aN \cdot \delta\Phi_s \quad (34)$$

En considérant que  $a \approx 1$  et que, d'après des modèles discrets (comme la configuration de la Figure 18), le nombre  $N$  des particules dans un ensemble peut être considéré comme le nombre de particules impliquées dans une seule chaîne de force, Nguyen et Einav (2009) suggèrent que la dissipation par réarrangement est d'environ un ordre de grandeur supérieur à la dissipation par création de surface. Ce résultat est similaire à celui de Russell (2011) pour  $R$ . Dans le cadre de cette thèse, on analyse des données expérimentales pour confronter les résultats avec les modèles théoriques présentés ci-dessus, notamment afin d'évaluer le rôle de  $\delta\Phi_s$  dans le travail plastique. De même, on discute le sens physique des termes  $\delta\Phi_{redistr}$  et  $\delta\Phi_s$  et les mécanismes qui sont derrière ces définitions.

## 1.6.2 Approche thermomécanique

Même s'ils peuvent donner une représentation précise et pratique du comportement mécanique, les modèles de type Cam-Clay basés sur le concept de l'état critique sont de caractère phénoménologique et ne traduisent pas nécessairement le sens physique

de la dissipation d'énergie. Ceci est particulièrement vrai en présence de rupture des grains, malgré les modifications à l'équation du Cam-Clay proposées par McDowell et al. (1996) et Russell (2011).

Alternativement, on a une approche thermomécanique pour développer des modèles constitutifs, basée sur les lois fondamentales de la thermodynamique et des interprétations physiques précises en termes de stockage d'énergie et de dissipation (Collins, 2005). En conditions isothermes, un incrément du travail mécanique  $\tilde{W}$  peut s'exprimer comme la somme de l'incrément de l'énergie libre de Helmholtz  $\delta\Psi$ , représentant l'énergie élastique stockée, et de l'incrément de la dissipation  $\tilde{\Phi}$ , représentant la conversion irréversible de l'énergie en chaleur:

$$\tilde{W} = \delta\Psi + \tilde{\Phi} = \sigma_{ij} \delta\varepsilon_{ij} \quad (35)$$

Einav (2007a) a développé un modèle constitutif basé sur une approche thermomécanique (nommé CBM pour *Continuous Breakage Mechanics*). Dans cette approche CBM, la rupture des grains est introduite dans un modèle continu par une homogénéisation statistique dans laquelle la granulométrie, représentée par le taux de rupture  $B$ , est utilisée comme une fonction pondérée de l'énergie stockée ( $\Psi$ ) dans les différentes fractions de taille. Cela nécessite de faire l'hypothèse d'une granulométrie ultime connue, supposée par Einav (2007a) comme une fractale avec  $D \approx 2,5$  (voir équation (28) et Figure 13). Donc,  $B$  varie entre 0 (initialement) et 1 quand la rupture s'épuise. Einav (2007d) propose les expressions suivantes pour  $\Psi$  et  $\Phi$ :

$$\begin{aligned} \Psi &= \frac{1}{2} (1 - \vartheta B) (K \varepsilon_v^{e2} + 3G \varepsilon_s^{e2}) \\ \Phi &= \sqrt{\Phi_B^2 + \Phi_p^{v2} + \Phi_p^{s2}} \end{aligned} \quad (36)$$

avec  $K$  et  $G$  les modules élastiques de l'assemblage granulaire et  $\vartheta$  est une mesure de la distance entre les granulométries initiale et fractale. Dans l'approche CBM, l'état des contraintes est donné par la différentiation de  $\Psi$ :  $p' = \delta\Psi/\delta\varepsilon_v^e$  et  $q = \delta\Psi/\delta\varepsilon_s^e$ . Ensuite, Einav (2007a) définit l'énergie de rupture des grains comme la variation d'énergie libre par rapport au taux de rupture ( $E_B = -\delta\Psi/\delta B$ ), l'énergie de rupture résiduelle  $E_B^*$  varie en fonction du taux de rupture ( $E_B^* = (1-B)E_B$ ) et la dissipation par rupture comme l'incrément de cette énergie  $\Phi_B = \delta E_B^*$ . Ces définitions permettent de décrire une surface de charge qui déclenche la rupture des grains quand  $y_B = 0$ , avec un paramètre d'énergie critique qui est le seuil de rupture (dont  $E_B = E_c$  pour  $B=0$ ), ainsi que le lien entre la dissipation et les déformations plastiques (Einav, 2007b):

$$y_B = (1 - B)^2 E_B - E_c = 0$$

$$\Phi_B = \frac{\sqrt{E_B E_c}}{(1 - B) \cos \omega} \delta B; \Phi_p^v = \frac{p'}{(1 - B) \sin \omega} \sqrt{\frac{E_c}{E_B}} \delta \varepsilon_v^p; \Phi_p^s = M p' |\delta \varepsilon_s^p| \quad (37)$$

où  $\omega$  est un angle de couplage purement phénoménologique entre la rupture des grains et la déformation volumique plastique. Un exemple de l'évolution de la surface de charge dans l'approche CBM est donné sur la Figure 49.

Dans Einav (2007b) on trouve une application du modèle CBM pour simuler la compression oedométrique d'un sable, avec un bon accord du comportement mécanique mais pas nécessairement en termes de forme de la courbe granulométrique. A l'aide de l'équation (37), Nguyen et Einav (2009, 2010) ont déduit les règles d'écoulement suivantes :

$$\delta B = 2 \delta \lambda \frac{(1 - B)^2 \cos^2 \omega}{E_c}$$

$$\delta \varepsilon_v^p = 2 \delta \lambda \frac{E_B (1 - B)^2 \sin^2 \omega}{p' E_c} \quad (38)$$

$$\delta \varepsilon_s^p = 2 \delta \lambda \frac{q}{M^2 p'^2}$$

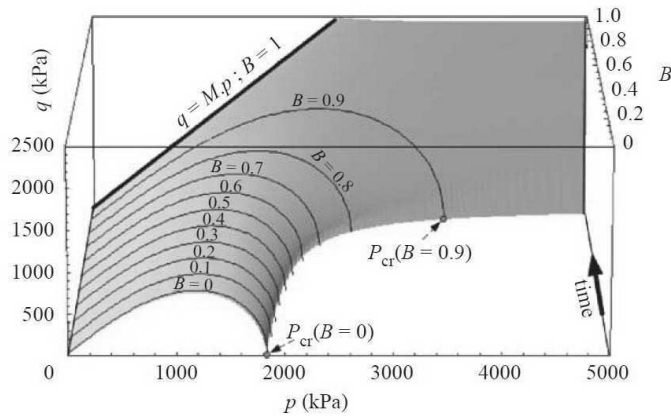


Figure 49. Surfaces de charge en fonction du taux de rupture  $B$  (Einav, 2007c)

Ensuite, si  $\omega=90^\circ$  la réponse est élastique-plastique parfaite une fois que la rupture commence. Einav (2007b) a proposé des valeurs de  $\omega$  entre  $60^\circ$  et  $70^\circ$  pour une bonne représentation des courbes de compression oedométrique. En revanche, Nguyen et Einav (2009) ont utilisé  $\omega=45^\circ$  pour la simulation des chemins triaxiaux, montrant un bon accord avec les courbes contrainte / déformation mais sans montrer de résultats de l'évolution du taux de rupture  $B$ . Même si le modèle CBM donne accès non seulement à l'évolution de la granulométrie mais aussi au comportement mécanique, il ne tient pas compte de la résistance individuelle des particules et ne

permet donc pas de prendre en compte l'effet d'échelle directement. En outre, l'angle de couplage  $\omega$  ne donne pas une différenciation entre la dissipation par création de surface et la redistribution après rupture, comme suggérée par Russell (2011).

En général, le modèle CBM s'ajuste plutôt bien aux résultats des essais tant que la déformation volumique est contractante (oedométrique, isotrope). L'accord est moins bon quand il y a ruptures des grains et dilatance ( $d\varepsilon_v/d\varepsilon_1 > 0$ ) simultanément. Ceci est dû au fait que dans le modèle CBM, on impose que le sol doit arriver à une granulométrie ultime quand  $q/p' = M$  (avant de commencer la dilatance), comme on le constate sur la Figure 49. En outre, aucun des modèles mentionnés ci-dessus ne considère l'effet d'échelle, si ce n'est par un calage des paramètres différent pour chaque taille d'échantillon simulée.

## **1.7 Effets d'échelle dus à la rupture des grains**

Comprendre l'effet d'échelle au niveau des éléments constitutifs du matériau est essentiel afin de prédire le comportement structurel, en particulier si on se base sur la caractérisation d'une structure par des essais sur des petits échantillons en laboratoire.

Les effets d'échelle au niveau des particules de sol et des granulats de roche ont logiquement un effet sur le comportement mécanique d'un assemblage des grains, notamment sur le taux de rupture des grains (Marachi et al., 1969; Becker et al., 1972; Frossard et al., 2012). C'est comme cela que la rupture des grains et les effets d'échelle, qui sont au cœur du sujet de cette thèse, sont strictement liés et permettent d'envisager des liens multi-échelles (rupture d'un grain – taux de rupture de l'assemblage) pour expliquer le comportement. Il est donc impératif d'identifier et représenter théoriquement la résistance à l'écrasement des particules individuelles, parce que, avec la répartition des efforts dans l'échantillon, ils représentent la source de l'effet d'échelle.

### **1.7.1 Effets d'échelle dans les grains de sol et les agrégats de roche**

L'effet d'échelle a été observé sur différents matériaux comme le béton, les métaux, les céramiques, mais aussi dans des agrégats de roche et des particules de sol par des essais de compression de grains entre deux plaques parallèles (Marsal., 1973; Brook, 1979; Ratigan, 1981; Lee, 1992; McDowell et Amon, 2000; McDowell, 2001a; Lim et al., 2004; Lobo-Guerrero et Vallejo, 2006; Hu, 2009; Hu et al., 2011a). Par exemple, sur la Figure 50, on montre l'effet d'échelle pour des grains de sable testés par Lee (1992), avec une diminution de la contrainte de rupture ( $\sigma_f$ ) lorsque la taille des grains augmente.

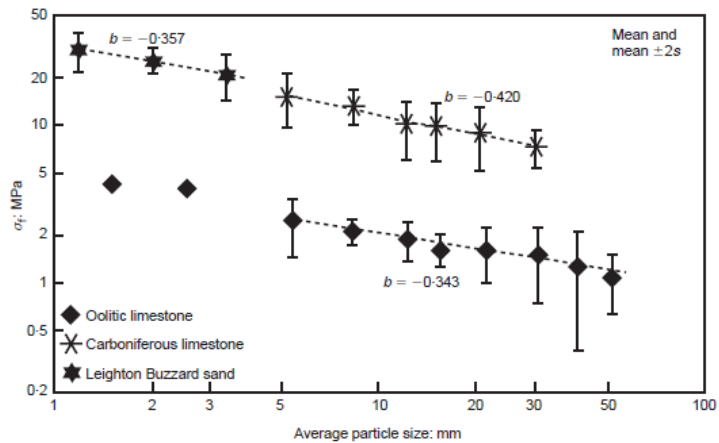


Figure 50. Contrainte de traction de rupture des particules de sable (Lee, 1992)

Marsal (1965, 1973) a effectué plusieurs campagnes d'essais d'écrasement de particules de roche entre deux plateaux rigides parallèles. Cet essai consiste à placer trois grains de taille relativement identique sur un plateau horizontal et à appliquer une charge jusqu'à la rupture du premier grain. Ensuite, on divise la force par le nombre des contacts sur le plateau pour obtenir la force de rupture  $f_f$ . Marsal (1973) a ainsi proposé une loi en puissance pour la force d'écrasement moyenne (voir Figure 51) :

$$f_f = \eta d^\lambda \quad (39)$$

où  $d$  est une longueur caractéristique de la particule et  $\eta$  et  $\lambda$  sont des paramètres calés sur les résultats expérimentaux. D'après Jaeger (1967), on peut écrire la relation entre la résistance à la traction induite  $\sigma_f$  et la force de compression  $f_f$  comme :

$$\sigma_f = k \frac{f_f}{d^2} \quad (40)$$

La valeur de  $k$  dépend de la géométrie des échantillons et du type d'essais. Jaeger (1967) a trouvé des valeurs de  $k$  de l'ordre de 1 pour des essais sur des particules sphériques de roches en compression (essai Brésilien). Hiramatsu et Oka (1966) ont fait une étude théorique et expérimentale de la résistance à la traction des particules de roche de géométrie irrégulière, telles qu'on les trouve dans un matériau granulaire de type enrochement ou des sables, et donnent des valeurs de  $k=0,9$ . Dans cette étude, comme dans beaucoup de cas de la littérature, on considère par la suite que  $k=1$  et que l'équation (40) donne une mesure relative ou un indice (Brook, 1979) de la résistance à la traction induite de la roche.



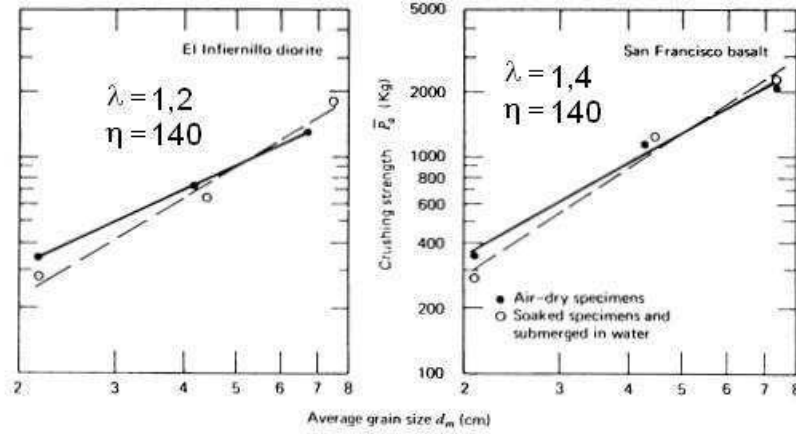


Figure 51. Force de rupture des particules de roche (Marsal., 1973)

L'équation (40) a été largement utilisée pour le calcul de la contrainte de rupture en traction induite dans une particule (Lee, 1992; McDowell et al., 1996; McDowell et Bolton, 1998; Nakata et al., 1999 Nakata et al., 2001b). On écrira par la suite, la relation entre une contrainte de traction  $\sigma$  induite par une force  $f$  quelconque:

$$\sigma = \frac{f}{d^2} \quad (41)$$

L'équation (39) considère une force de compression diamétrale sur un grain, c'est-à-dire un nombre de coordination de 2. Pourtant, dans un assemblage, le nombre de contact par grain est plus élevé et augmente avec l'étalement de la granulométrie. Ceci génère un effet de confinement qui augmente la résistance de la particule, notamment la force de rupture  $f_f$  (Jaeger, 1967). Auvinet et Marsal (1975) ont ainsi suggéré une force de rupture prenant en compte l'effet du confinement, où  $p$  est la contrainte moyenne sur la particule et  $b_p$  est un paramètre expérimental dépendant de la forme des grains:

$$f_f = \eta d^\lambda + b_p p d^2 \quad (42)$$

En utilisant les équations (39) et (41), une loi en puissance exprimant l'effet d'échelle dans la résistance à l'écrasement des particules peut donc être proposée:

$$\sigma_f \propto d^b \quad (43)$$

où  $b = \lambda - 2$  est un paramètre empirique.  $\lambda = 2$  signifie que le matériau ne présente aucun effet d'échelle. Aussi, à partir d'une série d'essais d'écrasement de particules, on peut trouver les paramètres empiriques  $\eta$  et  $b$  afin de quantifier l'effet d'échelle sur la résistance des grains (Lee, 1992; Hu et al., 2011a).

Comme il a été montré dans la section 1.3.3 de cette thèse, une représentation théorique de l'effet d'échelle peut également être faite par une analyse statistique des résultats expérimentaux d'essais d'écrasement des grains, selon la théorie de Weibull. Si l'évolution de la résistance du matériau correspond à la théorie, les deux analyses (empiriques et théoriques) doivent arriver à des résultats similaires. En particulier, il faut vérifier la relation entre les exposants théoriques des équations (12) et (21), avec l'exposant  $b$  de l'équation (43).

## **1.7.2 Effets d'échelle dans les assemblages granulaires**

### **1.7.2.1 Observations expérimentales**

Pour étudier les effets d'échelle, il est souhaitable d'avoir des outils expérimentaux de grande taille, de manière à s'approcher le plus possible des sols grossiers tels que les enrochements, les ballasts, etc. Les essais de grande taille permettent aussi de comparer des résultats avec un rapport d'échelle élevé, quand on les confronte à des échantillons testés dans des outils expérimentaux conventionnels. Cela permet d'améliorer l'extrapolation des résultats à des matériaux réels, au niveau de l'ouvrage. Dans ce but, des cellules triaxiales au gabarit hors normes, en ce qui concerne la taille des échantillons, ont été décrites dans la littérature (voir Figure 52). Dans cette étude, on s'intéresse aux résultats obtenus avec ce genre d'outils. Par la suite, dans ce document, on présente un résumé des résultats obtenus avec ces appareils, qui ont contribué significativement à l'état des connaissances sur les sols grossiers et sur les effets d'échelle.

Comme il a été mentionné précédemment, l'effet d'échelle sur la résistance individuelle des particules et la distribution des forces de contact dans l'échantillon sont à l'origine d'un effet d'échelle sur le comportement mécanique de l'assemblage granulaire. Cet effet se manifeste par un taux de rupture des grains plus élevé, une diminution de l'angle de frottement au pic et une augmentation de la contractance pour des échantillons plus grands, en comparaison avec des échantillons plus petits composés du même matériau mais avec des granulométries homothétiques (Marachi et al 1969). Cela suppose que la minéralogie et la forme des grains sont invariantes suivant les différentes échelles, ce qui n'est pas toujours le cas. Le non respect de cette condition pourrait influencer ou même cacher l'effet d'échelle.

Certains matériaux granulaires de remblais utilisés en génie civil, comme les enrochements ou les ballasts, ont une granulométrie trop grossière qui ne permet pas de les tester mécaniquement avec des outils classiques de laboratoire (appareils triaxiaux, de cisaillement simple ou direct, oedomètre, etc). En raison de la complexité à réaliser des essais en vraie grandeur, plusieurs méthodes ont été proposées pour tester les matériaux à une échelle réduite, mais supposée capable de représenter le comportement réel.



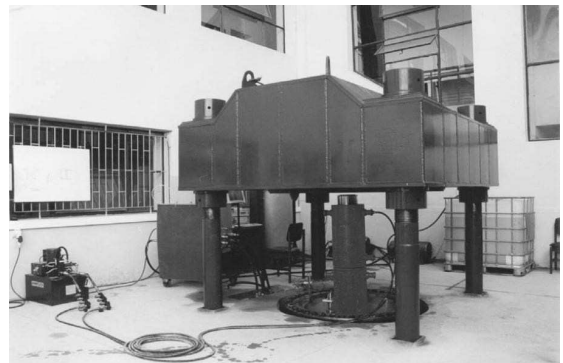
$h=2286\text{mm}$  ;  $\phi=915\text{mm}$ ;  $\sigma_{c-max}=5,0\text{MPa}$   
 (a) U. de Californie (Marachi et al., 1969)



$h=1500\text{mm}$  ;  $\phi=1000\text{mm}$ ;  $\sigma_{c-max}=1,0\text{MPa}$   
 (b) Ecole Centrale Nantes



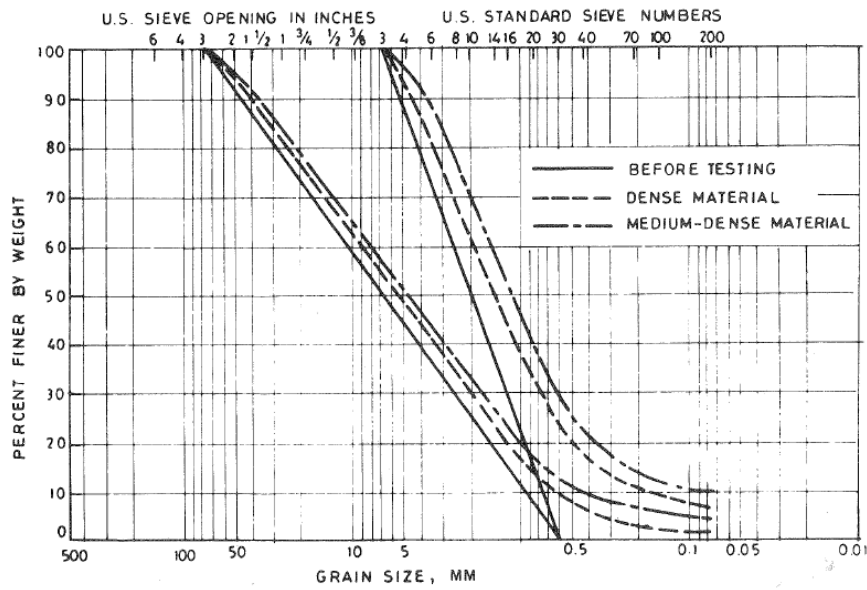
$h=2500\text{mm}$  ;  $\phi=1130\text{mm}$ ;  $\sigma_{c-max}=2,5\text{MPa}$   
 (c) Lab. El Infiernillo (Marsal et al., 1965)



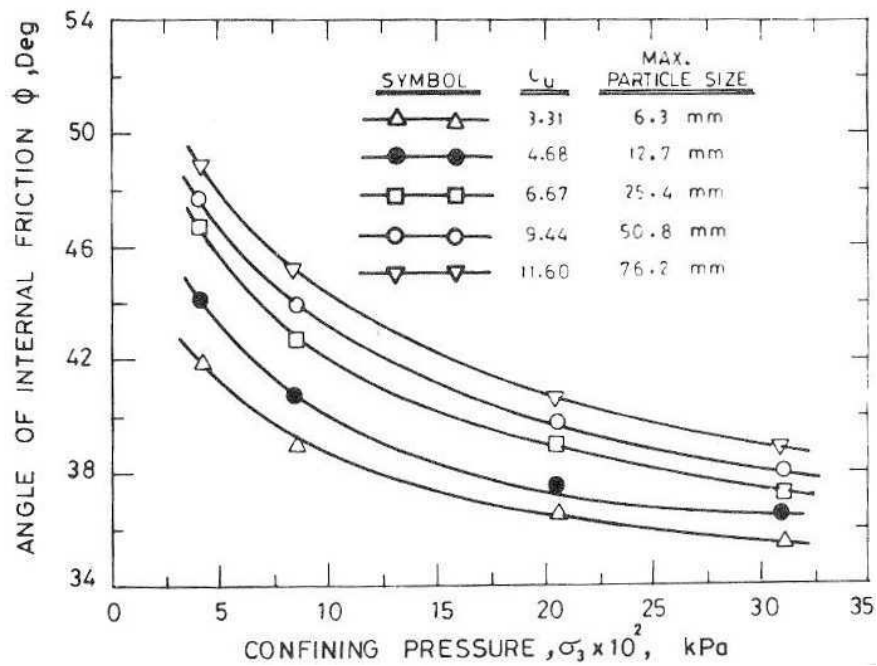
$h=2000\text{mm}$  ;  $\phi=1000\text{mm}$ ;  $\sigma_{c-max}=3,0\text{MPa}$   
 (d) U. du Chili (Verdugo et al., 2007)

Figure 52. Cellules triaxiales de grand diamètre ( $\approx 1000\text{mm}$ )  
 ( $h$ ,  $\phi$  : hauteur et diamètre max. de l'échantillon, respectivement)

Par exemple, Zeller et Wullimann (1957) ont tout simplement écriété la granulométrie de l'enrochement du barrage de Göschenenealp à différentes tailles maximales ( $d_{max}=1-10-30$  et  $100\text{mm}$ ), ce qui conduit à différents coefficients d'uniformité ( $C_u$ ) initiaux. Ils ont ainsi recréé différents matériaux qui ont été testés dans des cellules triaxiales de diamètres 80, 160, 252 et  $502\text{mm}$ , respectivement. Les auteurs constatent que l'angle de frottement au pic augmente quand la taille des grains diminue, ce qui est en accord avec l'effet d'échelle espéré. Pourtant, les essais de Zeller et Wullimann (1957) ont été fait à différentes densités relatives et ne sont donc pas tout à fait comparables les uns avec les autres.



(a)



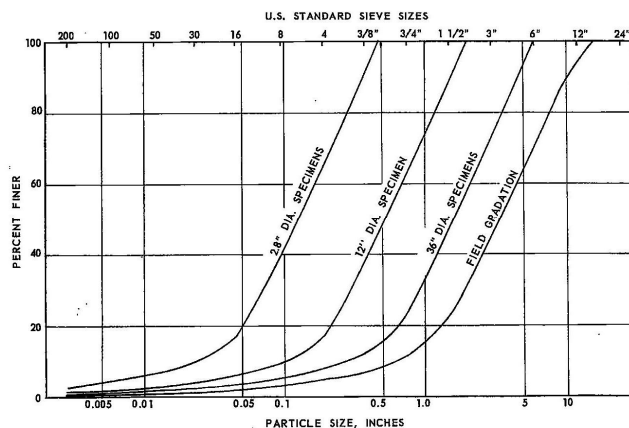
(b)

Figure 53. Essais triaxiaux sur un matériau de ballast: (a) granulométries coupées et (b) angle de frottement (*medium dense*) (Al-Hussaini, 1983)

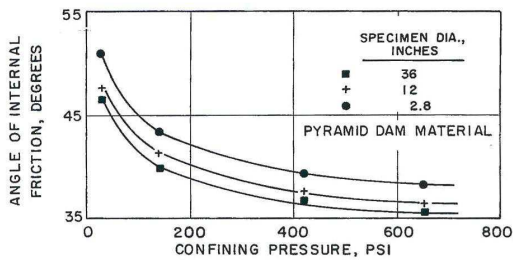
Al-Hussaini (1983) a aussi utilisé la méthode de coupure de la granulométrie pour évaluer les effets d'échelle en faisant des essais triaxiaux drainés sur un ballast en écrétant le matériau à différents  $d_{max}$ . Sur la Figure 53a, on montre la granulométrie la plus grossière ( $d_{max} = 76,2\text{mm}$ ) et la plus fine ( $d_{max} = 6,3\text{mm}$ ), y compris les courbes granulométriques après essais qui montrent la rupture des grains. Sur la Figure 53b, se trouvent les angles de frottement des différents essais. On constate que

plus le matériau est grossier, plus la résistance au cisaillement augmente, ce qui est contraire à l'effet d'échelle attendu (Marachi et al 1969; Becker et al., 1972; Frossard et al., 2012). Dans les résultats d'Al-Hussaini (1983), mais aussi ceux de Zeller et Wullimann (1957), le taux de rupture des grains est affecté par l'influence de  $C_u$  et non pas seulement par la taille des grains, ce qui rend la méthode moins pertinente quand la rupture des grains est importante.

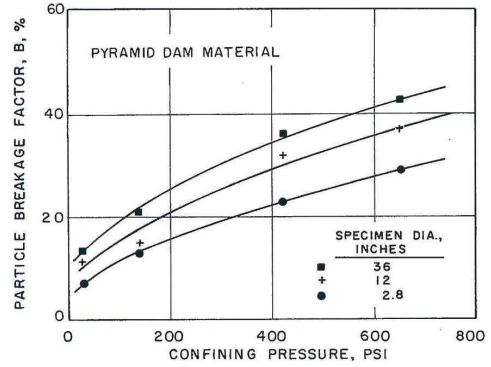
Une autre méthode pour tester des matériaux granulaires de taille réduite au laboratoire est celle des courbes granulométriques parallèles, ou homothétiques (Verdugo et De Le Hoz, 2006). Ceci veut dire qu'on impose un facteur d'échelle géométrique à chaque fraction de taille, tout en supposant qu'on conserve la minéralogie et la forme des grains. Par exemple, Marachi et al. (1969) ont testé le comportement mécanique des enrochements dans des cellules triaxiales de tailles diverses, jusqu'à environ un mètre de diamètre. Ils ont utilisé des courbes granulométriques presque homothétiques, une différence apparaissant dans la partie fine (voir Figure 54a). Les grains sont supposés avoir tous la même composition minéralogique puisqu'ils proviennent du broyage de la même roche. Ainsi, Marachi et al. (1969) ont montré que plus la taille des échantillons est grande, plus la résistance au cisaillement au pic diminue et plus le taux de rupture des particules augmente (voir Figure 54). Becker et al. (1972) ont fait des essais triaxiaux et de déformation plane sur un enrochement de grès avec trois granulométries homothétiques. Ils ont montré l'existence d'un effet d'échelle avec une augmentation du taux de rupture des grains (voir Figure 55).



(a)

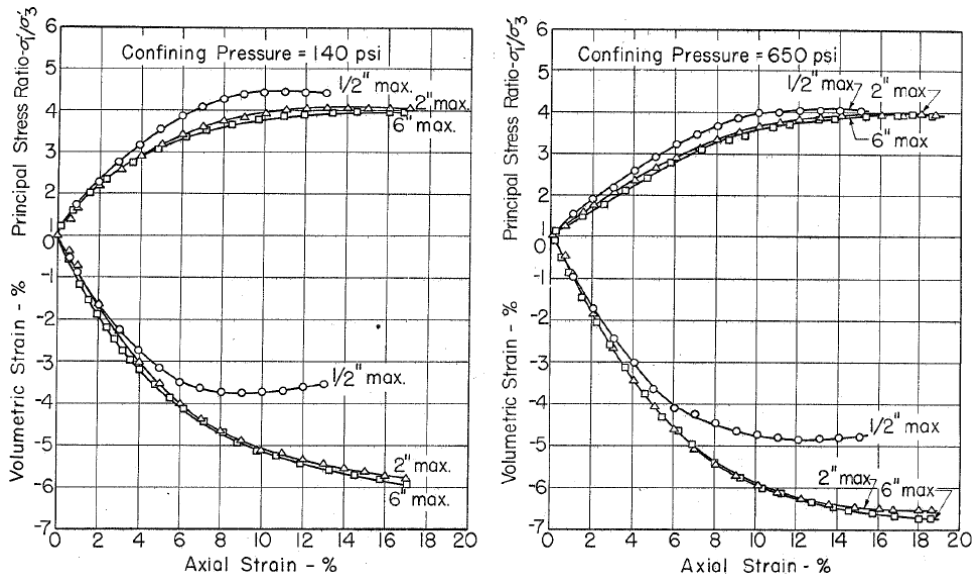


(b)



(c)

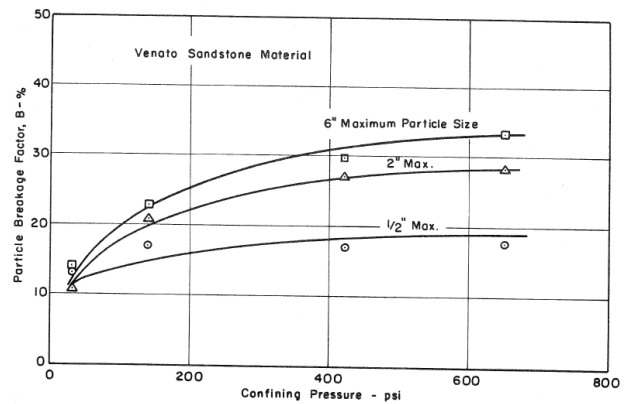
Figure 54. Preuve de l'effet d'échelle dans des essais triaxiaux sur l'enrochement du barrage Pyramid : (a) granulométries homothétiques avant essais ; (b) angle de frottement au pic ; (c) taux de rupture des grains (Marachi et al., 1969)



(a)

Figure 55. Effet d'échelle dans des enrochements de grès avec des granulométries homothétiques.

Lorsque la taille des grains augmente : (a) la résistance au cisaillement diminue et la contractance augmente et (b) le taux de rupture des grains augmente (Becker et al., 1972)



(b)

Pourtant, Becker et al. (1972) ont montré que les conséquences de l'effet d'échelle sur le taux de rupture (voir Figure 55b) ont une influence mineure sur l'angle de frottement au pic. Ils ont constaté une diminution de l'ordre de 1 à 2 degrés pour une

augmentation de la taille maximale des grains de 13 à 150 mm (voir Figure 56). Comme on le montre sur la Figure 57, Becker et al. (1972) tirent les mêmes conclusions en ce qui concerne la contractance, avec une contractance volumique qui augmente de 1 à 2% avec le même rapport d'échelle dans les dimensions des particules. Marachi et al. (1969) et Becker et al. (1972) ont aussi montré le même effet d'échelle après des essais de compression isotrope et oedométrique, c'est-à-dire, une augmentation de la rupture des grains et de la contractance volumique avec l'augmentation de la taille des grains.

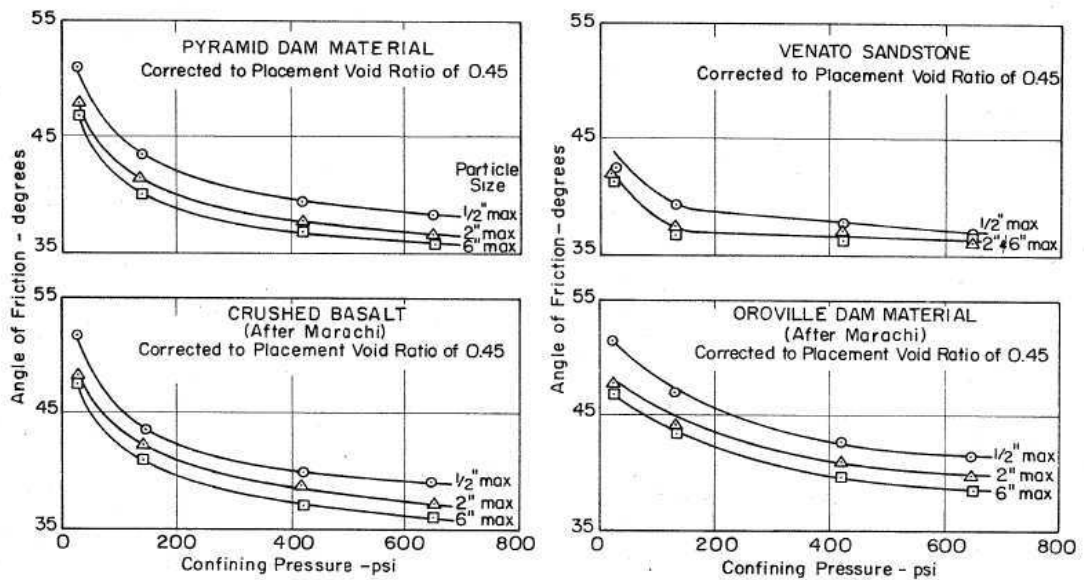


Figure 56. Effet d'échelle sur l'angle de frottement au pic lors des essais triaxiaux sur des enrochements (Becker et al., 1972; \* essais de Marachi et al., 1969)

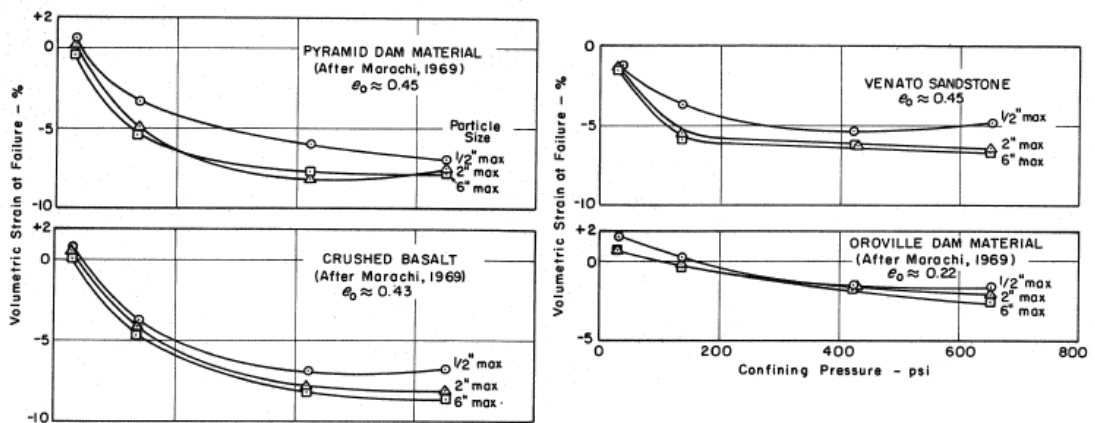
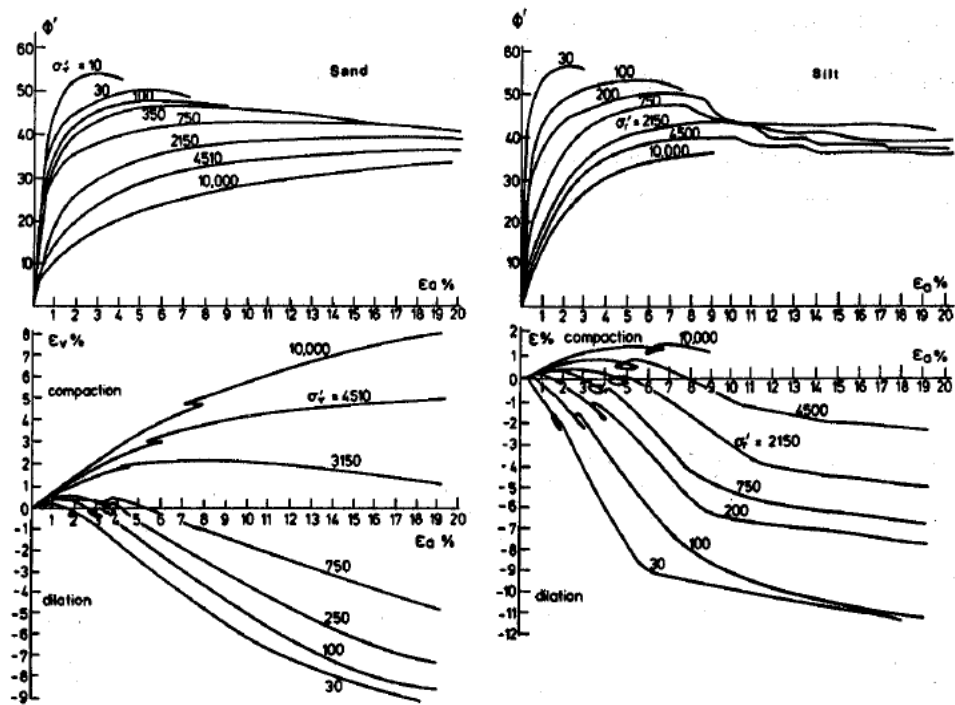


Figure 57. Effet d'échelle sur la contractance lors des essais triaxiaux sur des enrochements (Becker et al., 1972)

Bolton et Lau (1988) ont réalisé des essais triaxiaux à fortes contraintes de confinement (jusqu'à 10 MPa) sur deux sols siliceux. Leur objectif était d'étudier les effets d'échelle dus à la réduction de la taille des grains dans des essais de capacité

portante de fondations superficielles en centrifugeuse. Ils ont comparé la réponse du système en utilisant deux sols de granulométrie homothétique, un limon et un sable avec des tailles de grains caractéristiques  $d_{50}=12$  et  $600\mu\text{m}$  respectivement (voir Figure 58), c'est-à-dire un facteur d'échelle de 50. D'après les observations microscopiques reportés sur la Figure 58c, Bolton et Lau (1988) ont indiqué que l'angularité et la forme des grains des matériaux étaient similaires et donc comparables. Lors des essais, ils ont conclu que les résultats peuvent être influencés car le limon, plus fin, est relativement moins vulnérable à la rupture des grains et présente donc un angle de frottement au pic de 4 à 5 degrés plus élevé et aussi plus de dilatance (voir Figure 58a). Bolton et Lau (1988) (voir aussi Bolton et Lau, 1989) ne quantifient pas le taux de rupture et ne donnent pas les courbes granulométriques après essais.



(a)

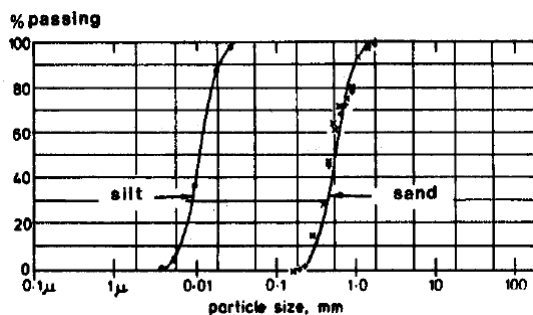
Limon de silice



Sable de silice



(c)

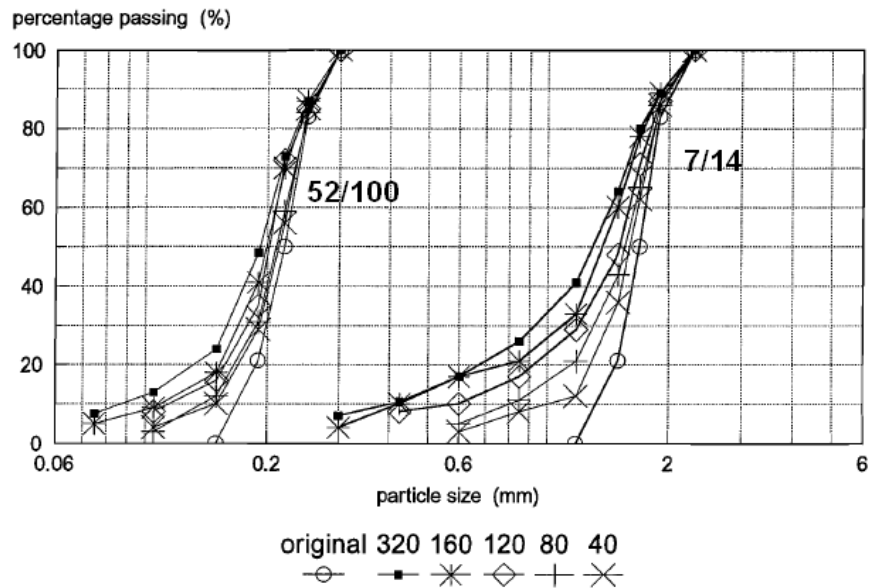


(b)

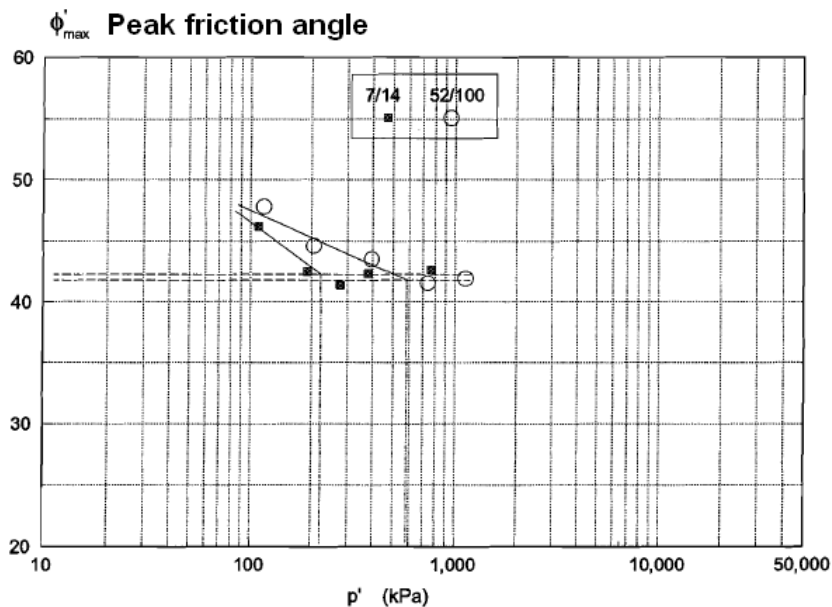
Figure 58. Effets d'échelle dans (a) des essais triaxiaux sur deux matériaux de (a) granulométrie homothétiques et (b) angularité et forme des grains équivalentes (Bolton et Lau, 1988 et 1989)



Lee (1992) a réalisé des essais d'écrasement de grains (Figure 50) et des essais triaxiaux sur un sable de Calcaire Oolithique en utilisant deux granulométries homothétiques (7/14 et 52/100). La Figure 59a montre les granulométries avant et après chargement et la Figure 59b les angles de frottement au pic. Les résultats de Lee (1992) montrent une diminution de l'angle de frottement au pic jusqu'à 2 degrés et une augmentation du taux de rupture des grains pour le matériau plus grossier (7/14) par rapport au plus fin (52/100).



(a)

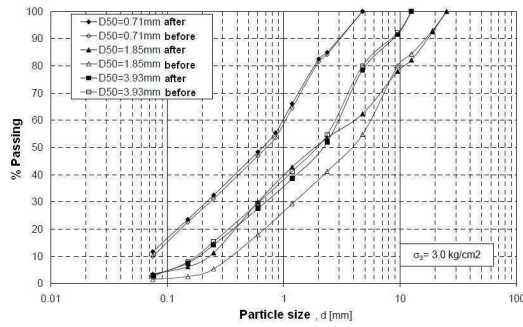


(b)

Figure 59. Essais triaxiaux de Lee (1992) sur un sable de Calcaire Oolithique: (a) granulométries avant et après compression pour différents confinement (en kPa) et (b) angles de friction au pic et résiduel pour les deux granulométries homothétiques 7/14 et 52/100

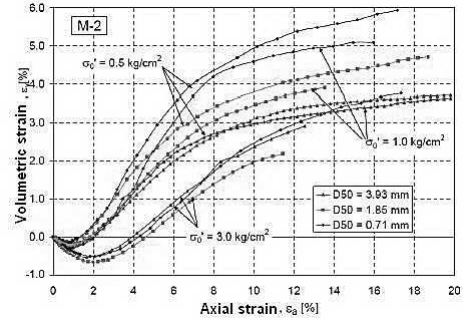
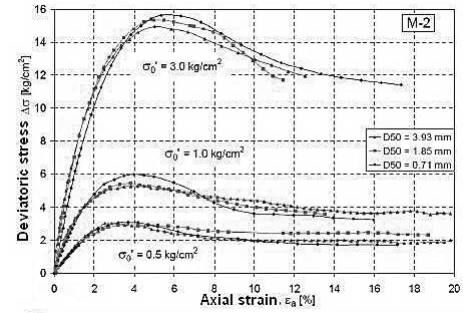
Plus récemment, des cellules triaxiales de grand diamètre ont été mises à point, comme les appareils de 1 m de diamètre à l'Université du Chili et à l'École Centrale de Nantes. En utilisant le premier appareil, plusieurs études ont été menées pour étudier le comportement des sols grossiers et la validité des courbes homothétiques pour représenter le comportement à l'aide des matériaux réduits (Gesche, 2002; Verdugo et De La Hoz, 2006; Bard et al., 2007; De La Hoz, 2007 ; Dorador, 2010). Par exemple, Verdugo et De La Hoz (2006) (voir aussi De La Hoz, 2007) ont fait des essais triaxiaux drainés entre 20 et 600 kPa de confinement sur plusieurs graviers sableux alluviaux provenant des rivières chiliennes. Les auteurs ont conclu que la méthode des courbes homothétiques donne une évaluation raisonnable de la réponse mécanique des sols grossiers à partir des échantillons réduits. Pourtant, Verdugo et De La Hoz (2006) n'ont pas trouvé de tendance systématique pour les effets d'échelle dans la réponse contrainte-déformation, même si le taux de rupture des grains a été toujours un peu plus élevé dans les échantillons plus grossiers. Par exemple, la Figure 60 montre les résultats sur un matériau alluvial de la rivière de Maipo. Dans ce cas, même si les courbes de variation volumique se confondent pratiquement, particulièrement pour le confinement à 30 kPa, Verdugo et De La Hoz (2006) ont obtenu un taux de rupture des grains qui augmente toujours avec la taille.

Toujours à l'Université du Chili, Dorador (2010) a comparé le comportement de deux enrochements avec différentes résistances des grains, en utilisant la méthode des courbes homothétiques. Il a retrouvé un taux de rupture plus élevé et une diminution des propriétés de résistance dans les échantillons constitués de la roche la plus faible. Ensuite, il a conclu que la méthode homothétique serait valable seulement si la résistance des particules se maintient pour toutes les tailles. Pourtant, comme on a vu précédemment dans cette revue de la littérature, les matériaux présentent un effet d'échelle qui fait que leur résistance diminue avec la taille. En conséquence, plutôt que d'essayer d'éviter l'effet d'échelle dans la roche, il est nécessaire de considérer ce phénomène dans les méthodes expérimentales et prédictives, comme Frossard l'a proposé (2009).



(a)

Figure 60. Etude de la validité de (a) les courbes granulométriques homothétiques dans (b) des essais triaxiaux sur le gravier sableux de la rivière Maipo (Verdugo et De La Hoz, 2006; De La Hoz, 2007)



(b)

Montobbio (2002) a réalisé des essais œdométriques sur un gravier de schiste quartzitique saturé en utilisant des granulométries homothétiques et a montré que la rupture des grains augmente avec  $d_{max}$  (voir Figure 61). A cause de cela, Montobbio (2002) a obtenu des indices de compression (pente sur le plan  $e-\log \sigma$ ) qui diminuent avec  $d_{max}$ .

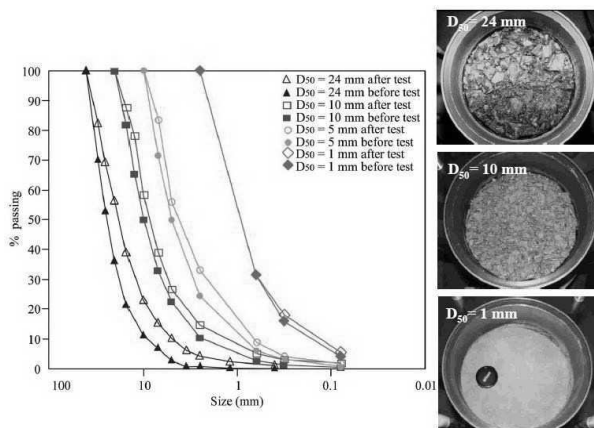


Figure 61. Effet d'échelle dans la rupture des grains d'un gravier de schiste quartzitique après un essai de compression œdométrique (Montobbio, 2002, d'après Oldecop, 2005)

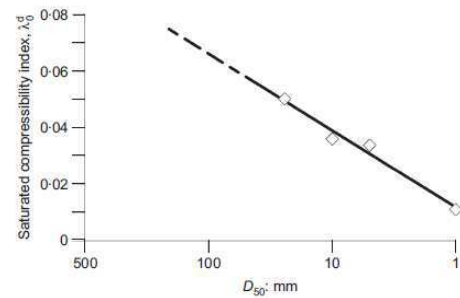


Figure 62. Index de compressibilité œdométrique en fonction de  $d_{50}$  (Montobbio, 2002, d'après Alonso et al, 2005)

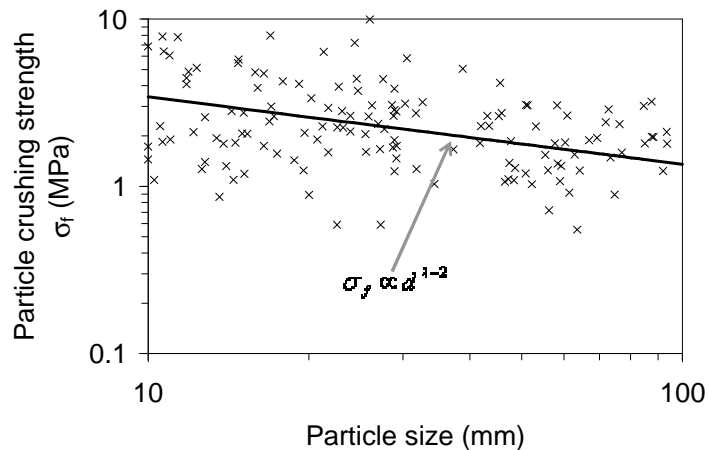


Figure 63. Essai d'écrasement des grains et (b) courbes de granulométries homothétiques (Hu et al., 2011a)

À l'Ecole Centrale de Nantes, Hu et al. (2011a) (voir aussi Hu, 2009) ont fait des essais triaxiaux avec différentes tailles de grains et des courbes homothétiques d'un enrochement calcaire issu de la carrière de Préfontaines, au centre de la France, dorénavant nommé CP. La cellule triaxiale la plus grande est adaptée pour des échantillons de 1 m de diamètre et 1,5 m de hauteur (voir Figure 52b), et permet de tester un matériau dont les granulats ont une taille maximale de 160 mm. Le même appareil a été utilisé dans le cadre de cette thèse. Le calcaire a été choisi car il présente une faible résistance et permet d'avoir des taux de rupture élevés, donc éventuellement un effet d'échelle important. Ainsi, pour des courbes homothétiques avec  $C_u \approx 2$  (voir Figure 64), Hu et al. (2011a) ont préparé des échantillons de diamètres 70mm, 250mm et 1000mm, avec des  $d_{max}$  de 10, 40 et 160mm, respectivement. Ces trois matériaux sont nommés CP0, CP1 et CP2, respectivement. Ensuite, ils ont fait une série d'essais triaxiaux consolidés drainés à des contraintes effectives de confinement  $\sigma_3 = 100, 200$  et  $400$  kPa. Hu et al. (2011a) ont aussi fait des essais d'écrasement de grains entre plaques pour des grains de taille comprise entre 10 et 100 mm. Ces essais ont montré un effet d'échelle comme on peut l'observer sur la Figure 63, qui permet d'établir notamment le calage de l'équation (43). Pourtant, Hu et al. (2011a) précisent que le matériau est mécaniquement si faible qu'il casse pendant la préparation des échantillons. Donc, il a été difficile d'obtenir les mêmes densités et granulométries initiales. Pour cela, les essais sur CP0 n'ont pas donné des résultats cohérents en termes d'effet d'échelle. En revanche, entre CP1 et CP2 un effet d'échelle a été vérifié dans la rupture des grains et sur la résistance au cisaillement. La Figure 65 montre les courbes contrainte déformation pour des essais à des confinements de 200 et 400 kPa pour CP1 et CP2. Sur la Figure 64, on voit des granulométries après essais. Sur la Figure 66, on constate que le taux de rupture (celui de Marsal (1973), voir Figure 14) de CP2 est plus élevé que celui de CP1, ce qui donne un angle de frottement au pic pour CP1 de l'ordre de 3 degrés plus

faible que pour CP2. Or, les courbes de déformation volumique sont pratiquement les mêmes.

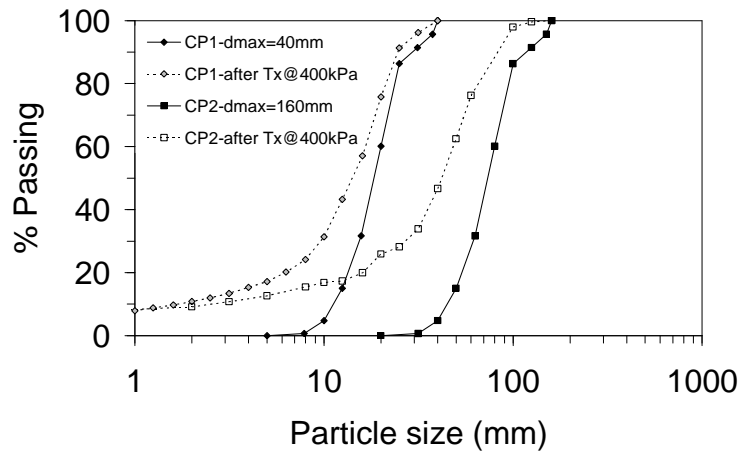


Figure 64. Granulométries homothétiques des matériaux CP1 et CP2 avant et après un essai triaxial à 400kPa de confinement (Hu et al., 2011a)

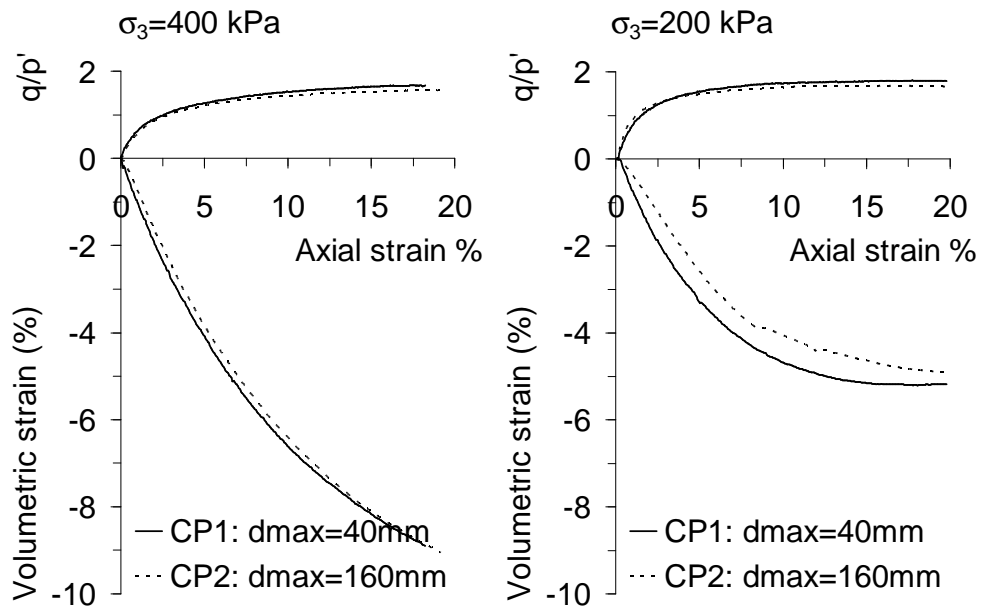


Figure 65. Essais triaxiaux de Hu et al. (2011a)

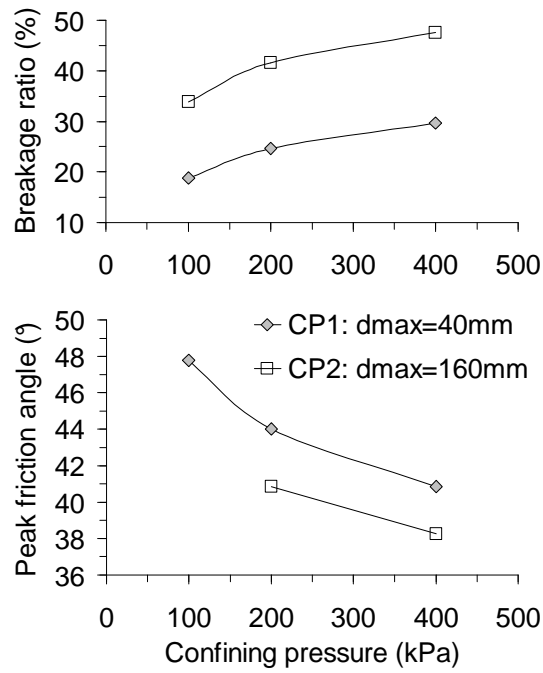


Figure 66. Analyse des essais triaxiaux de Hu et al. (2011a), angle de frottement au pic et taux de rupture en fonction de la pression de confinement.

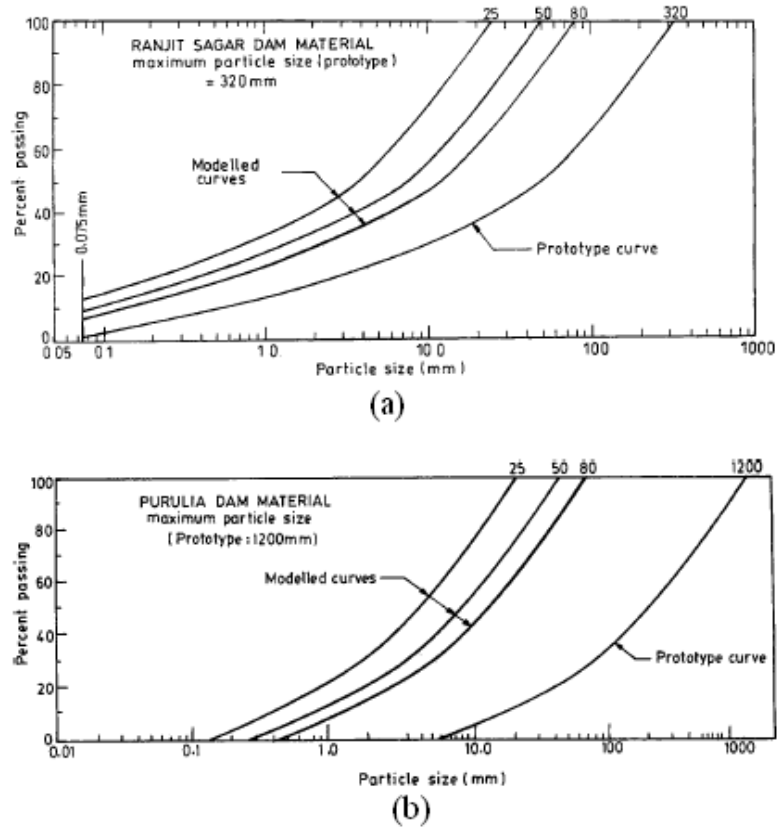


Figure 67. Granulométries des enrochements du barrages de (a) Ranjit Sagar Dam et (b) Purulia (Varadarajan et al., 2003)

Néanmoins, dans la littérature, les conclusions sont parfois contradictoires. Par exemple, Varadarajan et al. (2003) ont effectué des essais triaxiaux sur deux matériaux d'enrochement d'origine métamorphique en utilisant trois échantillons de différentes tailles ( $d_{max}$  : 80, 50 et 25 mm, voir Figure 67) avec des granulométries homothétiques. Les auteurs ont mentionné que l'effet d'échelle sur la résistance au cisaillement dépend de la forme des particules. Ils ont constaté une diminution de la résistance avec l'augmentation de la taille des grains dans le matériau anguleux, mais un effet inverse pour un matériau à grains arrondis (voir Figure 68 et Figure 69). Cependant, même avec des distributions de taille homothétiques pour un même matériau, ces résultats pourraient être affectés par des différences dans la minéralogie entre les différentes fractions granulaires et dans la forme des particules. On sait que ces paramètres jouent un rôle important dans la résistance des particules et, par conséquent, sur le taux de rupture et sur l'effet d'échelle. Par exemple, il faut tenir compte du fait que lorsque les grains se cassent, ils ne conservent pas nécessairement la même forme. Ainsi, des grains très arrondis qui se cassent peuvent donner des grains anguleux qui donnent à l'assemblage un angle de frottement macroscopique plus grand. Selon De la Hoz (2007), les conclusions sur l'effet d'échelle de Varadarajan et al. (2003) ne sont pas valides en raison de l'influence supplémentaire de la teneur en fines dans l'échantillon plus petit ( $d_{max}=25\text{mm}$ ). Par conséquent, la discussion est ouverte et des recherches supplémentaires sont nécessaires pour préciser l'effet d'échelle dans les matériaux granulaires. En particulier, des observations expérimentales complémentaires sont nécessaires.

D'après les résultats expérimentaux rapportés dans la littérature, la méthode expérimentale la plus pertinente pour évaluer les effets d'échelle est l'utilisation de granulométries homothétiques, tout en conservant la minéralogie et la forme des grains. Ceci permet d'éviter la superposition de plusieurs autres effets sur le comportement et d'isoler ainsi l'effet d'échelle. D'après Marachi et al. (1969), Becker et al. (1972) et Hu et al. (2011a), ceci génère une diminution de 2 à 3 degrés sur l'angle de frottement au pic pour des matériaux qui ont un facteur d'échelle d'environ 10 à 12 entre deux échantillons homothétiques, par rapport au plus fin. Pourtant, cela ne se traduit pas nécessairement par une variation importante de la contractance, éventuellement confondue dans la dispersion des données expérimentales. Un aspect important est d'assurer que les matériaux réduits gardent la même minéralogie, la même forme des grains et une granulométrie homothétique. Autrement, les résultats peuvent s'inverser par rapport à l'effet d'échelle espéré, comme c'est le cas pour les travaux d'Al-Hussaini (1983) et de Varadarajan et al. (2003) (voir Figure 53 et Figure 68). Les commentaires précédents sont limités par les facteurs d'échelle qu'on peut gérer au laboratoire, notamment sur la taille de l'échantillon le plus gros. Ensuite, les conclusions doivent être considérées avec prudence à l'heure d'extrapoler les calculs pour un enrochement réel, constitué de grains qui peuvent atteindre une taille d'un ordre de grandeur supérieur. Nous

n'avons pas de preuves empiriques de validation à cette échelle, si ce n'est par des monitorings sur des ouvrages en remblais.

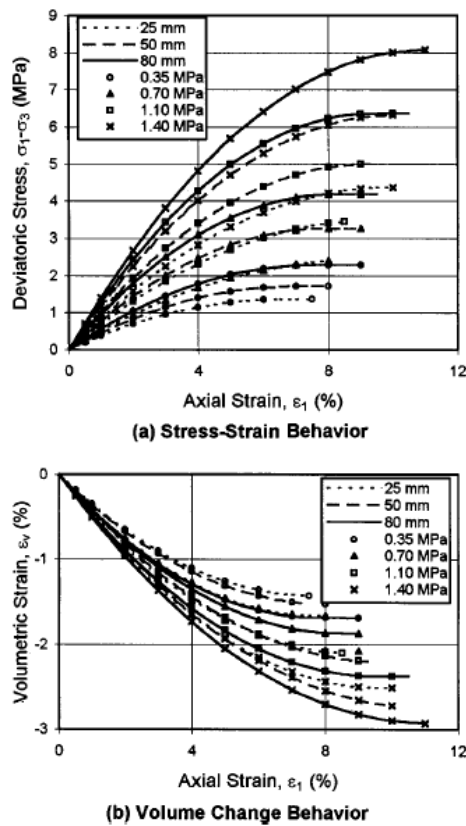


Figure 68. Essais triaxiaux sur l'enrochement du barrage de Ranjit Sagar, à particules arrondies,  $d_{\max} = 25, 50,$  and  $80$  mm (Varadarajan et al., 2003)

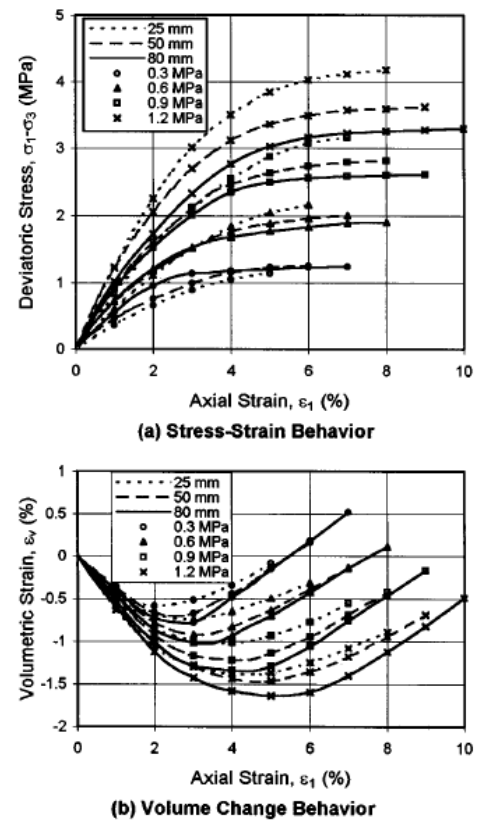


Figure 69. Essais triaxiaux sur l'enrochement du barrage de Purulia, à particules anguleuses,  $d_{\max} = 25, 50,$  and  $80$  mm (Varadarajan et al., 2003)

### 1.7.2.2 Méthode théorique de Frossard (2009)

Frossard (2009) a présenté une méthode basée sur la théorie de Weibull pour prédire les effets d'échelle sur les enveloppes de résistance au cisaillement d'enrochements et prendre en compte ces effets dans les calculs de stabilité de pente. La méthode s'appuie sur l'existence d'un effet d'échelle au niveau des agrégats de roche pour expliquer l'augmentation du taux de rupture et la diminution de la résistance au cisaillement avec l'augmentation de la taille des grains. Nieto-Gamboa (2011) a ensuite appliqué cette méthode pour prédire les courbes contrainte-déformation, pourtant les données empiriques sont rares et donc les validations sont limitées.

Frossard (2009) a considéré deux matériaux homothétiques,  $G1$  le plus fin et  $G2$  le plus grossier, sous le même chemin de contrainte (voir Figure 70). Ensuite, en raison de l'effet d'échelle au niveau du grain et à l'aide de l'équation (20), l'auteur a proposé que, pour une probabilité de survie identique de deux grains représentant



chacun la taille caractéristique de  $G1$  et  $G2$  (supposons que  $d_1$  et  $d_2$  soient le diamètre maximal  $d_{max}$  des grains de chaque matériau), on obtient la relation suivante pour la résistance de chaque particule:

$$\sigma_{G2} = \sigma_{G1} \left( \frac{d_2}{d_1} \right)^{-3/m} \quad (44)$$

où  $\sigma_{G1}$  et  $\sigma_{G2}$  sont la résistance à la rupture des grains de taille  $d_1$  et  $d_2$ , représentant  $G1$  et  $G2$  respectivement. L'équation (44) signifie que, à cause de l'effet d'échelle, la résistance du grain de taille  $d_2$  est inférieure à celle du grain de taille  $d_1$  par le facteur de réduction  $(d_2/d_1)^{-3/m}$ . Puis, si on estime la contrainte induite dans un grain comme proportionnelle à  $\sigma \propto f/d^2$ , à l'aide de l'équation (44), on obtient alors une condition pour les forces de compression à la rupture des deux grains :

$$f_{G2} = f_{G1} \left( \frac{d_2}{d_1} \right)^{2-3/m} \quad (45)$$

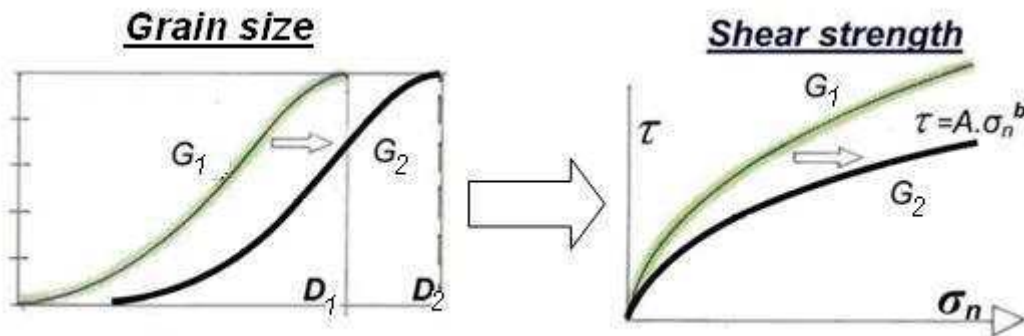


Figure 70. Schéma de l'effet d'échelle dans la résistance au cisaillement des matériaux granulaires (Frossard et al., 2012)

Ensuite, par analogie au raisonnement précédent, on peut aussi analyser les cas où les matériaux granulaires  $G1$  et  $G2$  ont un même taux de rupture des grains quand ils sont sous un même chemin de contraintes macro-mécanique. Pour cela, il faudrait que la magnitude des contraintes imposées à  $G2$  soit inférieure à celle sur  $G1$ , puisque les gros grains ont une résistance plus faible. Si on observe la micromécanique des contacts (voir Figure 71), et qu'on se base sur l'équation (45), on obtient alors une condition pour l'intensité des forces de contact entre les grains  $n$  et  $p$  ( $f_{(n/p)}$ ) :

$$f_{G2(n/p)} = f_{G1(n/p)} \left( \frac{d_2}{d_1} \right)^{2-3/m} \quad (46)$$

En raison du changement d'échelle géométrique entre  $G1$  et  $G2$ , on a aussi les relations entre les vecteurs branche ( $l_{(n/p)}$ ) et le volume des matériaux:

$$d_{G2(p)} = d_{G1(p)} \left( \frac{d_2}{d_1} \right) \Rightarrow l_{G2(n/p)} = l_{G1(n/p)} \left( \frac{d_2}{d_1} \right) \text{ et } V_{G2(p)} = V_{G1(p)} \left( \frac{d_2}{d_1} \right)^3 \quad (47)$$

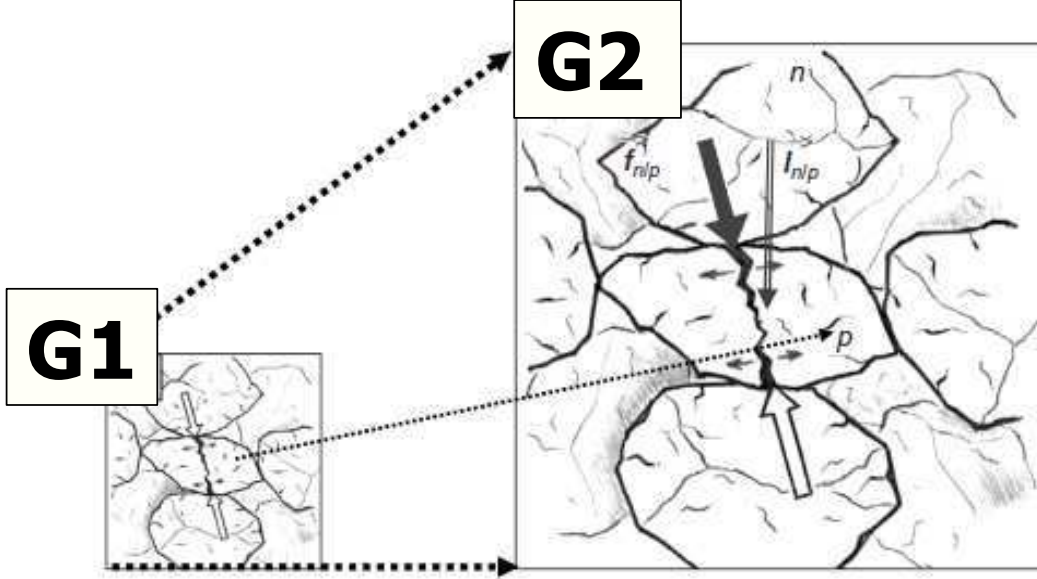


Figure 71. Schéma du changement d'échelle G1-G2 au niveau du contact des grains (Frossard et al., 2012)

Frossard (2009) a donc proposé d'écrire les tenseurs des contraintes (Christofferson et al., 1981; Rothenburg et Selvadurai, 1981) de  $G2$  en fonction de celui de  $G1$ .

$$\sigma_{G1(n/p)} = \frac{1}{V_{G1}} \sum_{n < p \leq N} f_{G1(n/p)} \otimes l_{G1(n/p)} \quad (48)$$

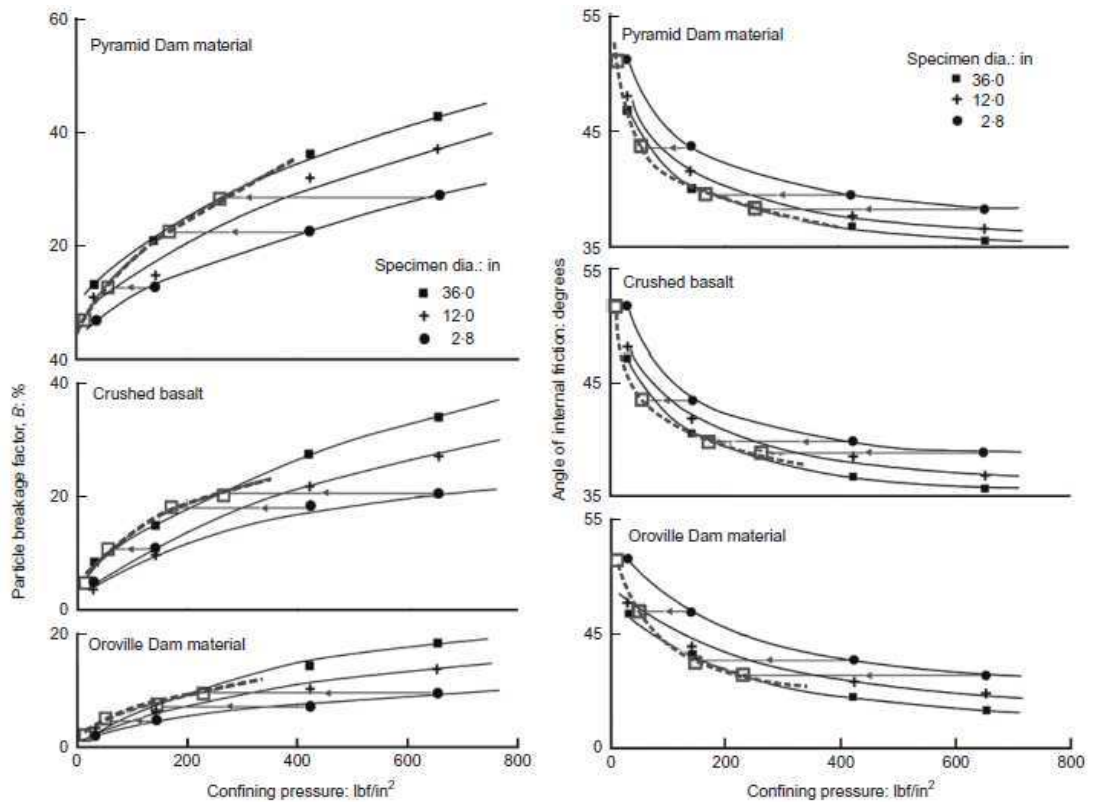
$$\sigma_{G2(n/p)} = \frac{1}{V_{G2}} \sum_{n < p \leq N} f_{G2(n/p)} \otimes l_{G2(n/p)}$$

où  $N$  est le nombre total de contacts dans le volume  $V$ . Ainsi, en utilisant les équations (46) et (47), on peut donc réécrire le tenseur de  $G2$  sous la forme suivante, où l'on retrouve encore une fois le facteur de réduction  $(d_2/d_1)^{-3/m}$ , de la même manière que pour la résistance individuelle des grains (équation (44)):

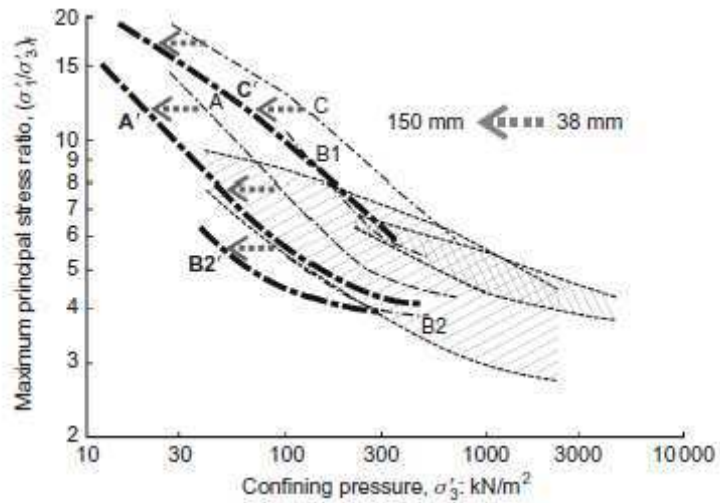
$$\sigma_{G2(n/p)} = \left( \frac{d_2}{d_1} \right)^{-3/m} \frac{1}{V_{G1}} \sum_{n < p \leq N} f_{G1(n/p)} \otimes l_{G1(n/p)} \quad (49)$$

Frossard (2009) a ainsi appliqué ce changement d'échelle sur l'enveloppe de cisaillement  $\tau$ - $\sigma_n$  pour l'assemblage granulaire:

$$\tau_{G2} = \tau_{G1} \left( \frac{d_2}{d_1} \right)^{-3/m} \quad \text{et} \quad \sigma_{n-G2} = \sigma_{n-G1} \left( \frac{d_2}{d_1} \right)^{-3/m} \quad (50)$$



(a)



(b)

Figure 72. Application des facteurs de l'effet d'échelle sur les résultats de (a) Marachi et al. (1969) et (b) dans la compilation de Charles et Watts (1980) (Frossard et al., 2012)

En considérant l'expression empirique donnée par De Mello (1977) pour l'enveloppe de résistance au cisaillement, avec les paramètres à caler  $A_{G1}$  et  $b_{G1}$  pour le matériau plus fin  $G1$  (ne pas confondre  $b_{G1}$  avec  $b$  de l'équation (43)):

$$\tau_{G1} = A_{G1} \cdot (\sigma_{n-G1})^{b_{G1}} \quad (51)$$

et en combinant les équations (50) et (51), Frossard (2009) a déduit l'enveloppe de résistance de  $G2$  à partir de  $G1$  (voir aussi Figure 70):

$$\tau_{G2}(\sigma_{n-G2}) = A_{G1} \left( \frac{d_2}{d_1} \right)^{\frac{-3(1-b_{G1})}{m}} \cdot (\sigma_{n-G2})^{b_{G1}} \quad (52)$$

Frossard et al. (2012) ont utilisé cette méthode pour réétudier les résultats de Marachi et al. (1969) et la compilation des résistances au cisaillement des enrochements de Charles et Watts (1980). Ainsi, sur la Figure 72, on montre que, d'après les auteurs, à l'aide de l'équation (52), on peut ramener les courbes représentant différentes granulométries supposées homothétiques sur une courbe unique de résistance au cisaillement à une taille de référence. En l'absence d'essais d'écrasement des grains permettant de faire une analyse statistique de type Weibull, l'exercice précédent a été fait par Frossard et al. (2012) en calculant  $m$  selon la relation empirique donnée par l'équation (21). Ainsi, les auteurs obtiennent des valeurs de  $m$  de l'ordre de 4 à 15. Pourtant, ces valeurs de  $m$  ne semblent pas réalistes par rapport aux résultats de la littérature (voir Tableau 1). En utilisant la même approche pour obtenir  $m$ , McDowell et Bolton (1998) ont aussi indirectement calculé des valeurs de  $m$  entre 5 à 10 sur des tests effectués par Lee (1992) sur des grains de trois types de sable (calcaire oolithique, calcaire carbonifère et sable de Leighton Buzzard). Encore une fois, on voit que les valeurs de  $m$  qui n'ont pas été obtenues par une vraie analyse statistique de Weibull semblent être trop élevées en comparaison avec la compilation du Tableau 1.

Dans cette thèse, on fait une analyse critique de l'application de la théorie de Weibull et on propose une expression à 4 paramètres, au lieu de 3 dans l'équation (20), capable de saisir au moins phénoménologiquement l'effet d'échelle. De même, on a fait des essais triaxiaux pour valider la méthode de Frossard (2009), lesquels sont présentés dans le chapitre 3.

### 1.7.3 Effets d'échelle dans les enrochements de barrages

Comme il a été montré précédemment, des efforts considérables ont été faits afin de mesurer le comportement mécanique des sols grossiers et des enrochements (Marachi et al., 1969, 1962 ; Marsal et al., 1965 ; Marsal, 1967, 1973 ; Becker et al., 1972 ; Charles et Watts, 1980 ; Al-Hussaini et al., 1983 ; Indraratna et al., 1993 ; Oldecop et Alonso, 2001 ; Varadarajan et al., 2003 ; Chavez et Alonso, 2003 ; Verdugo et De la Hoz, 2006 ; Hu et al., 2011a ; Bard et al., 2012). Des compilations de données et des méthodes empiriques ont permis de donner des outils aux ingénieurs afin d'estimer la résistance au cisaillement des enrochements (Leps, 1970 ; Barton et Kjaernsli, 1981)

et de développer des modèles constitutifs (Oldecop et Alonso, 2001 ; Chavez et Alonso, 2003 ; Bauer, 2009 ; Indraratna et al., 1994 ; Varadarajan et al., 2006). Pourtant, ces approches ne considèrent pas les effets d'échelle. Par ailleurs, on sait que les données proviennent majoritairement de matériaux ayant des particules de taille maximale comprise entre 30 et 200 mm ; c'est-à-dire, des petits enrochements, loin des valeurs typiques des enrochements réels de l'ordre de 500 à 1000 mm. Dans ce sens, la méthode de Frossard (2009) donne un outil puissant pour au moins estimer une réduction de résistance avec l'augmentation de la taille des grains (voir Figure 72).

L'effet d'échelle peut aussi se présenter comme une augmentation de la déformation par rupture des grains et donc avec une augmentation de la compressibilité. Par exemple, Montobbio (2002) a montré que l'indice de compression oedométrique des petits enrochements augmente avec la taille des particules (Figure 62). De même, en utilisant des données rapportées sur 35 barrages, Hunter et Fell (2003) ont comparé le module de déformation pendant la construction d'un barrage  $E_{rc}$  avec la taille caractéristique des grains de l'enrochement ( $d_{80}$ ).  $E_{rc}$  n'est évidemment pas un module élastique, mais c'est un indicateur du tassement du matériau lors du dépôt systématique des couches de remblais en cours de construction :  $E_{rc} = \gamma H d_1 / \delta_s$  ; avec  $\gamma$  la densité du matériau, et  $H$ ,  $d_1$  et  $\delta_s$  de la Figure 73. Sur la Figure 74, on montre l'analyse statistique de Hunter et Fell (2003), avec une relation inverse entre le module et la taille des grains. Ce résultat montre un effet d'échelle qui pourrait être dû à l'effet de taille dans la résistance à la rupture des agrégats de roche, mais aussi à la difficulté de compacter un matériau plus gros.

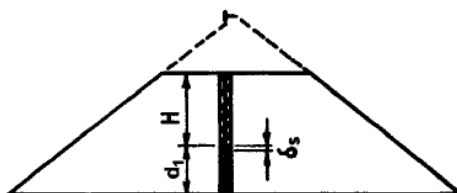


Figure 73. Module de déformation pendant la construction  $E_{rc}$  de Fitzpatrick et al. (1985) (Hunter et Fell, 2003)

Oldecop et Alonso (2007) ont compilé des données de tassement différé dans le temps de plusieurs barrages en enrochements (Figure 75). Les auteurs expliquent ce phénomène à cause de la rupture des grains qui, elle-même, est une fonction du temps et de la succion selon la théorie « *subcritical crack propagation* » (voir la section 1.4.2.3 de cette thèse). Les effets du temps ont ainsi pu être étudiés par Oldecop et Alonso (2007) mais sur la base d'essais sur des enrochements de taille maximale de l'ordre de 50 mm. Pourtant, il n'y a pas de résultats dans la littérature sur le couplage des effets d'échelle et du temps.

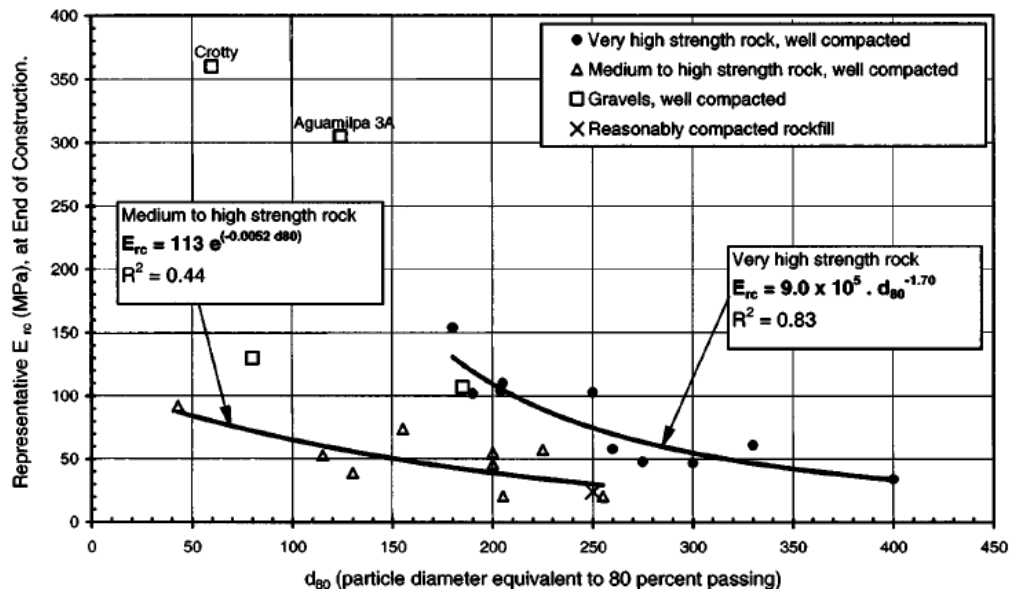


Figure 74. Effet d'échelle sur le module  $E_{rc}$  (Hunter et Fell, 2003)

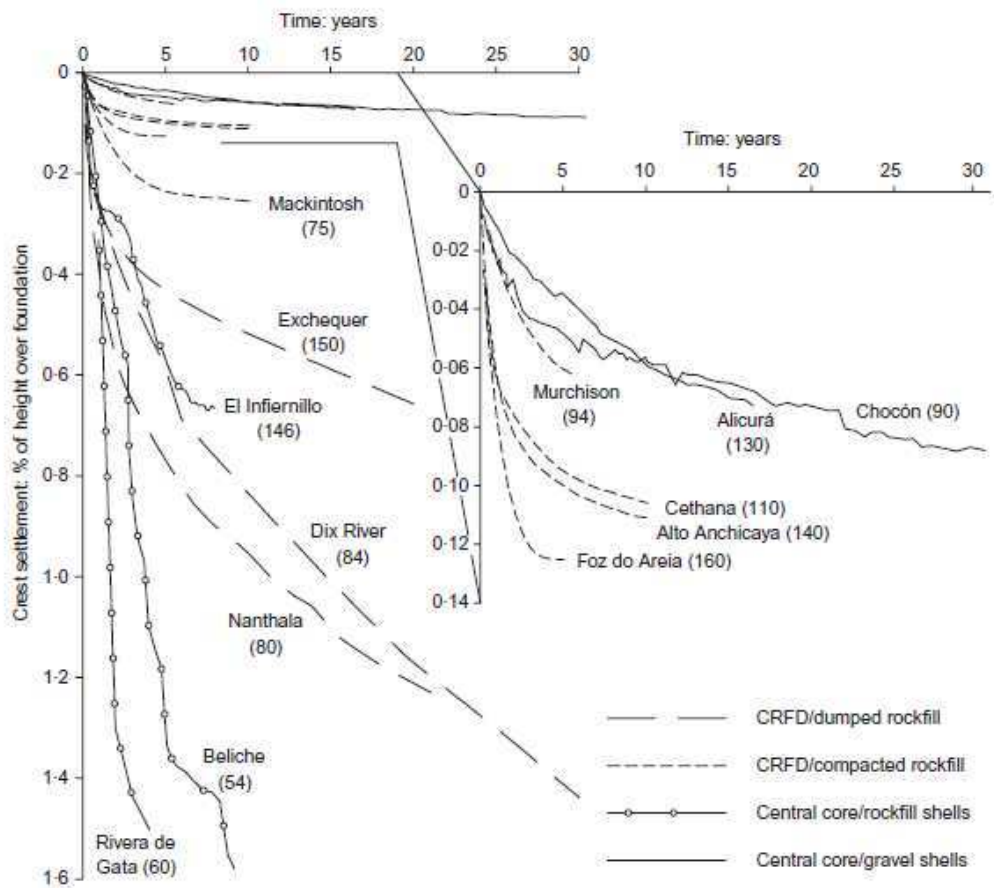


Figure 75. Recompilation des tassements enregistrés dans des barrages en enrochement (Oldecop et Alonso, 2007)

## **1.8 Commentaires**

La rupture des grains dans les matériaux granulaires dépend des propriétés individuelles des particules, de celles de l'assemblage granulaire, notamment son état initial, et du chargement mécanique imposé. Même si des propositions théoriques intéressantes ont été faites à cet égard, il n'y a toujours pas assez de preuves expérimentales et de validations de certains modèles. Ainsi, les sujets d'intérêt pour cette thèse qui sortent de cette revue de la littérature se centrent sur :

- Le lien entre les effets d'échelle au niveau des particules et les effets d'échelle dans les matériaux granulaires. Ceci se fait dans la continuité des travaux expérimentaux de la thèse de Hu (2009) et la validation de la méthode prédictive de Frossard (2009).
- Les grains de sable et les granulats de roche étant des matériaux fragiles, il est donc envisageable d'appliquer les théories classiques de la fracture fragile, telles que celles de Griffith (1921) et Weibull (1939). Ceci pourrait permettre de décrire des critères de rupture, représenter les effets d'échelle, prédire la dissipation d'énergie, entre autres.
- Les effets du chemin des contraintes, de l'eau et du temps dans la rupture des grains et son lien avec l'évolution de la granulométrie.
- Le développement d'un modèle de prédiction de l'évolution de la granulométrie, basé sur la caractérisation individuelle des grains bien représentée par les théories de la fracture fragile et une description de la micromécanique des contacts dans l'assemblage granulaire à l'aide des simulations DEM.

## 2 ANALYSE DE LA THEORIE DE WEIBULL

Dans ce chapitre, on fait une analyse de la validité de la théorie de Weibull sur des grains de sol et d'agrégats de roche. On a vu dans le Tableau 1, que ces matériaux géologiques ont des faibles modules de Weibull  $m$  par rapport à des matériaux artificiels, comme les composites, le béton, les métaux traités, etc. Ceci est dû en partie à ce que les roches présentent une microstructure plus hétérogène, mais aussi au fait que les particules ont une forme aléatoire. Il y a donc une composante de dispersion qui provient de l'incertitude dans la distribution de la contrainte induite dans une particule de forme aléatoire, à laquelle s'ajoute la dispersion due à l'hétérogénéité des défauts structurels. En plus, la distribution des défauts dans un grain pourrait ne pas avoir la même similarité géométrique que celle donnée dans l'exemple de la chaîne chargée uni-axialement, telle qu'elle a été examinée par Weibull (1939) afin de proposer le concept du maillon faible (WLC).

Cependant, la théorie de Weibull sous la forme de l'équation (20) a été largement utilisée pour représenter les effets d'échelle dans les grains de sol et les agrégats de roche. On montre ici qu'elle n'est pas toujours valide car les hypothèses ne sont pas toujours respectées. Pourtant, d'après les travaux de Bažant et al. (1991), si on reprend la forme originelle proposée par Weibull (1939) en introduisant un quatrième paramètre dans l'équation (20), on peut traiter le problème de similarité géométrique.

### 2.1 Similarité géométrique dans la théorie de Weibull

Si on revient au cadre général de la théorie de Weibull, le paramètre  $n$  (voir les équations (17) et (18)) doit être tel que les hypothèses du WLC soient valides, ce qui ne donne pas nécessairement le rapport de volume de l'équation (18). On rappelle ici que Weibull (1939) a proposé un rapport de volume pour  $n$ , lorsque le volume  $V$  d'une structure est proportionnel à une dimension caractéristique  $d$ . Ce constat est valide dans l'exemple de la chaîne sous chargement axial, mais il n'est pas généralisable. Plus précisément, Bažant et al. (1991) ont reconsidéré les similitudes géométriques nécessaires pour la validité du WLC et ont examiné un rapport  $n$  qui intègre un second paramètre  $n_d$  de similarité géométrique ( $n_d=1, 2$  ou  $3$ , pour une similarité en 1D, 2D ou 3D, respectivement):

$$n = \left( \frac{d}{d_o} \right)^{n_d} \quad (53)$$

Par exemple, si une structure a un type de défauts singulier, ou une section présentant des plans de faiblesse bien déterminés géométriquement, alors le rapport d'échelle  $n$  pourrait être défini. C'est le cas de l'exemple montré sur la Figure 76, sur laquelle deux blocs solides sont reliés par une fine couche à faible résistance, où la rupture est



supposée se produire. Dans ce cas, deux dimensions restent invariables (largeur et épaisseur) et la longueur  $D$  varie, ce qui donnerait un valeur de  $n_d=1$ , soit  $n=D/D_o$  (Bažant et al., 1991).

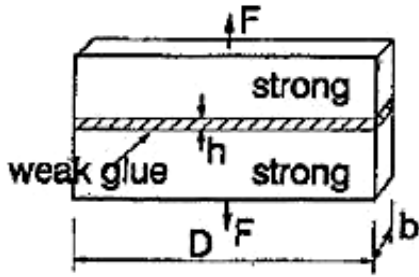
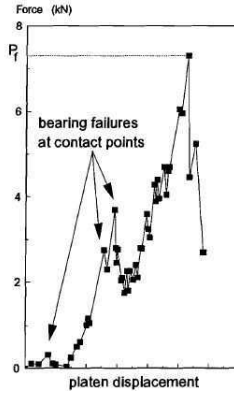
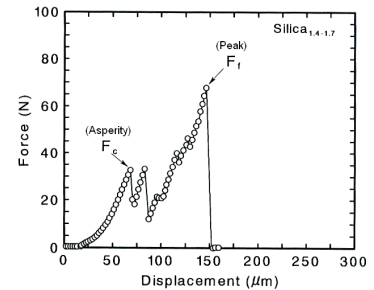


Figure 76. Similarité géométrique unidimensionnelle ( $n_d=1$ ) pour un épaisseur ( $h$ ) et une largeur ( $b$ ) constantes dans la couche faible (« weak glue ») (Bažant et al., 1991)



(a)



(b)

Figure 77. Courbes force-déplacement typiques dans des essais d'écrasement de grains (a) Lee (1992); (b) Nakata et al. (2001b)

D'après l'équation (17), cette définition de  $n$  donne une distribution de Weibull de la forme suivante :

$$P_s(d) = \exp\left(-\left(\frac{d}{d_o}\right)^{n_d} \left(\frac{\sigma}{\sigma_o}\right)^m\right) \Rightarrow \sigma \propto d^{-n_d/m} \Rightarrow b = -\frac{n_d}{m} \quad (54)$$

Ainsi, on obtient une nouvelle relation pour l'effet d'échelle qui doit, à son tour, être comparée avec le paramètre empirique  $b$  de l'équation (43).

En ce qui concerne les particules de sol et de roche, certains auteurs ont constaté que lorsque les défauts de surface sont responsables de la rupture d'un grain, un rapport de surface permet de caler les résultats empiriques avec la théorie de Weibull, c'est-à-dire :  $n_d=2$ , soit  $n=(d/d_o)^2$ ; où  $d$  est le diamètre du grain (Ratigan, 1981; Lim et al., 2004). De même,  $n_d$  peut être lié au mode de chargement, c'est-à-dire, à la distribution des contraintes dans le grains (Jaeger, 1967 ; Tsoungui et al., 1999).

## 2.2 Limitations de la théorie de Weibull

Comme indiqué précédemment, l'effet d'échelle exprimé par la théorie de Weibull est basé sur l'hypothèse que la structure doit être équivalente à une chaîne sous chargement uni-axial. Selon cette approche, lorsque l'on considère toute autre structure, toutes les informations sur le mode de rupture sont perdues et la géométrie devient sans objet (Bažant et al., 1991 ; Bažant et Planas, 1998). Ainsi, la théorie de Weibull n'est peut-être pas toujours applicable pour les particules de sol de géométrie plutôt aléatoire et/ou surtout lorsque la distribution des défauts est

hétérogène (Vardar et Finnie, 1975; Ratigan, 1981). Ensuite, il faut être conscient que le sens physique originel du WLC peut être perdu, ce qui signifie que la validité de l'équation (54) n'est pas toujours vérifiée.

Par ailleurs, des changements dans la minéralogie ou dans la microstructure du matériau pour les différentes tailles de grain d'un matériau supposé homogène peuvent entraîner différents modules de Weibull pour chaque fraction de taille. Autrement dit,  $m$  n'est pas toujours une constante, mais peut varier avec la taille des particules (Jansen et Stoyan, 2000). Cela peut générer un problème lors de la représentation des effets d'échelle par la théorie de Weibull, parce que l'équation (54) nécessite une valeur de  $m$  relativement constante dans toute la gamme des tailles analysée. Pourtant, si les différences restent faibles, on peut utiliser une valeur moyenne avec des bons résultats.

Selon le WLC, la structure faillit dès que le maillon faible rompt. Pour les particules de sol, des aspérités ou des points de contact peuvent casser sans pour autant engendrer une rupture globale de la particule (Lee, 1992 ; Nakata et al., 2001b; Hu, 2009) (voir Figure 77). Cet effet peut entraîner la redistribution des contraintes et peut aussi réduire le diamètre initial de la particule (McDowell, 2001), ce qui entraîne une sous-estimation de la résistance à l'écrasement.

## **2.3 Applications de la théorie de Weibull**

### **2.3.1 Analyse des cas rapportés dans la littérature**

On trouve quelques travaux rapportés dans la littérature sur l'utilisation de la théorie de Weibull pour représenter l'effet d'échelle dans la résistance à l'écrasement des particules de sol et de roche.

McDowell et Amon (2000) ont réalisé des essais d'écrasement des grains d'un sable calcaire de faible résistance et ont obtenu un module de Weibull  $m$  de l'ordre de 1,5 en utilisant l'équation (13) (voir Tableau 1). Puis, ils ont également vérifié la validité de l'équation (20) avec un très bon accord, ce qui leur a permis de conclure que la théorie de Weibull prédit avec précision l'effet d'échelle dans le matériau testé, avec une similarité géométrique où  $n_d=3$  selon la proposition de Bažant et al. (1991). McDowell (2002) a présenté des conclusions similaires pour un sable de silice et Lobo-Guerrero et Vallejo (2006) pour des fragments de roche de biotite et de quartzite (voir Tableau 1).

Toutefois, la validité de l'équation (20) ( $n_d=3$ ) n'a pas été vérifiée pour tous les cas rapportés dans le Tableau 1. À savoir, le calcul indépendant des paramètres empiriques  $b$  et de  $m$  dans un premier temps et puis la vérification de l'égalité  $b=3/m$ , dans un second temps, ne sont pas toujours accomplis. Par exemple, Lim et al. (2004) ont exploré la validité de la théorie de Weibull pour représenter l'effet

d'échelle sur un matériau de ballast. Les auteurs ont inclus une valeur minimale de résistance  $\sigma_u$  pour laquelle on retrouve presque 100% de probabilité de survie. Selon Lim et al. (2004), cela était particulièrement important dans ce cas parce que le ballast est un matériau résistant généré à travers un processus agressif de broyage au cours duquel les défauts les plus faibles du matériau sont activés. Lim et al. (2004) ont repris la distribution originale de Weibull (équation (14)) avec un seuil correspondant à la valeur la plus faible mesurée ( $\sigma_u=9,9$  MPa). Ainsi, ils ont obtenu une bonne corrélation avec la théorie, mais seulement pour un seul matériau parmi les six testés. Lim et al. (2004) expliquent les divergences avec la théorie de Weibull à cause de l'hétérogénéité de la roche, en se basant sur une analyse pétrographique. Une contribution intéressante du travail de Lim et al. (2004) est le fait qu'ils proposent un changement dans la similitude géométrique, basée sur l'idée que les défauts critiques du matériau se présentent sur la surface des particules, plutôt qu'au cœur. En supposant une rupture en traction sur la surface des grains, les auteurs ont proposé une similitude 2D qui est analogue à la proposition de Bažant et al. (1991) (Equation (54)) avec un paramètre  $n_d=2$ . Dans ce travail, on montre également qu'en utilisant un paramètre  $n_d=1$ , on obtient encore une meilleure correspondance avec les résultats expérimentaux de Lim et al. (2004) (Tableau 2 et Figure 78), sauf pour le ballast E.

Tableau 2. Exposant de la loi en puissance pour l'effet d'échelle, essais de Lim et al. (2004)

<b>Ballast</b>	<b>Lim et al. (2004)</b>			<b>Ce travail</b>	
	$m_{avg}$	$b$	$-3/m$	$-2/m$	$-1/m$
A	3,42	-0,41	-0,88	-0,58	-0,29
B	3,41	-0,42	-0,88	-0,59	-0,29
C	3,09	-0,40	-0,97	-0,65	-0,32
D	2,06	-0,56	-1,46	-0,97	-0,49
E	3,25	-0,69	-0,92	-0,62	-0,31
F	2,80	-0,40	-1,07	-0,71	-0,36

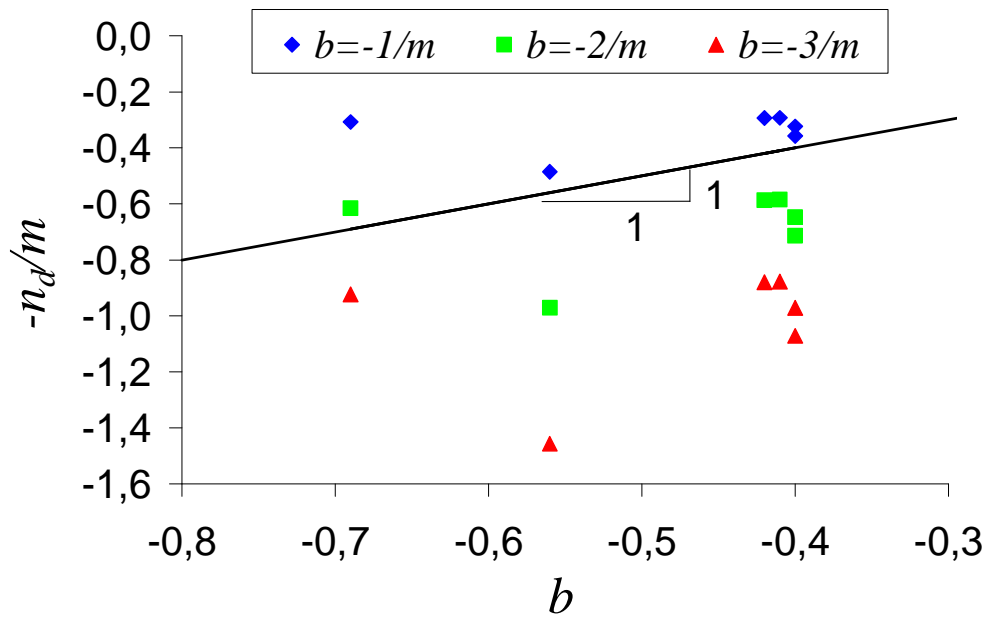


Figure 78. Représentation de l'exposant de la loi en puissance de l'effet d'échelle sur des grains de ballast, essais de Lim et al. (2004)

Un deuxième exemple pour lequel l'équation (20) n'est pas capable de représenter l'effet d'échelle est celui de Nakata et al. (1999). Ils ont effectué des essais d'écrasement sur des grains d'un sable de quartz et de feldspath (0,84 à 2,0 mm de diamètre). Pour une probabilité de survie constante, ils ont utilisé l'équation (20) afin de décrire l'effet d'échelle sur le paramètre  $\sigma_o$ , en écrivant la relation:

$$\sigma_o(d) = \left( \frac{d}{d_o} \right)^{-3/m} \sigma_o(d_o) \quad (55)$$

Nakata et al. (1999) ont tracé les valeurs de la contrainte de référence  $\sigma_o$  pour chaque fraction de taille des particules testées, puis ils ont comparé les résultats avec l'effet d'échelle donné par l'équation (55). Comme on peut le remarquer sur la Figure 79, la droite correspondant à  $n_d=3$  ne cadre pas correctement avec les données expérimentales, notamment pour le feldspath. Les auteurs ont expliqué cet écart en raison de l'hétérogénéité du matériau qui ne suivrait donc pas les hypothèses de la théorie de Weibull. Sur la Figure 79, on a également tracé l'effet d'échelle selon l'équation (54), en introduisant le paramètre  $n_d$  avec des valeurs  $n_d=1$  et 2, en plus de la valeur  $n_d=3$  utilisée par Nakata et al. (1999). On montre ainsi que le meilleur calage (i.e. coefficient de corrélation  $R^2$  plus proche de 1) peut être obtenu en utilisant  $n_d = 1$ .

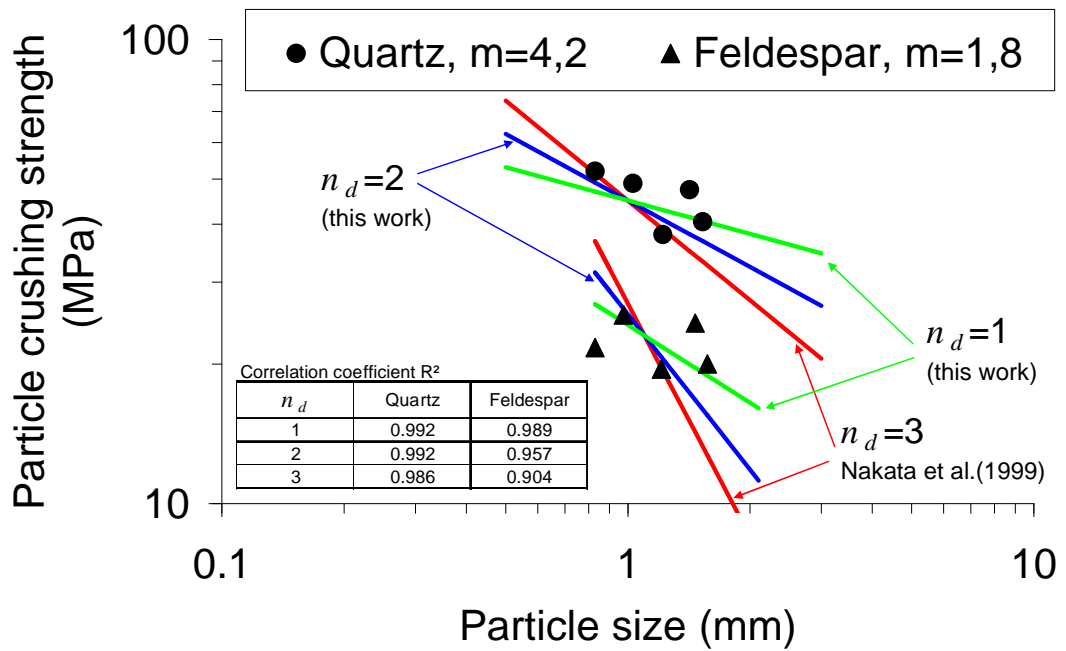


Figure 79. Effet d'échelle sur  $\sigma_o$  sur des grains de sable, essais de Nakata et al. (1999)

### 2.3.2 Analyse statistique de Weibull sur des granulats de roche

Dans le cadre du projet ANR ECHO, nous avons fait des essais d'écrasement sur des agrégats de roche afin de caractériser l'effet d'échelle dans des matériaux d'enrochement. Premièrement, à l'Ecole Centrale de Nantes, Hu (2009) a fait une série d'essais sur des particules d'une roche calcaire de très faible résistance (nommée ici CP). Hu (2009) a aussi réalisé des essais triaxiaux sur l'enrochement CP, montrés sur la Figure 65. Une deuxième série d'essais d'écrasement des grains d'un enrochement de schiste quartzitique (nommée ici STV), a été réalisée au laboratoire du CETE Lyon. Dans le cadre de cette thèse, on a utilisé les essais sur les matériaux CP et STV afin de faire une analyse statistique de Weibull.

#### 2.3.2.1 Matériau : Calcaire de Préfontaines (CP)

L'enrochement CP provient d'une carrière située à Préfontaines, près de Montargis, dans le Loiret, au centre de la France. Des lames minces de CP (Figure 80), réalisées au Laboratoire de Planétologie et Géodynamique de Nantes (LPGN – Université de Nantes), révèlent que le matériau est constitué d'une micrite, c'est-à-dire, une boue calcaire avec des recristallisations sparitiques dans les pores, et des traces de débris coquilliers. On distingue également des figures de bioturbation, remaniement dû à une activité biologique.

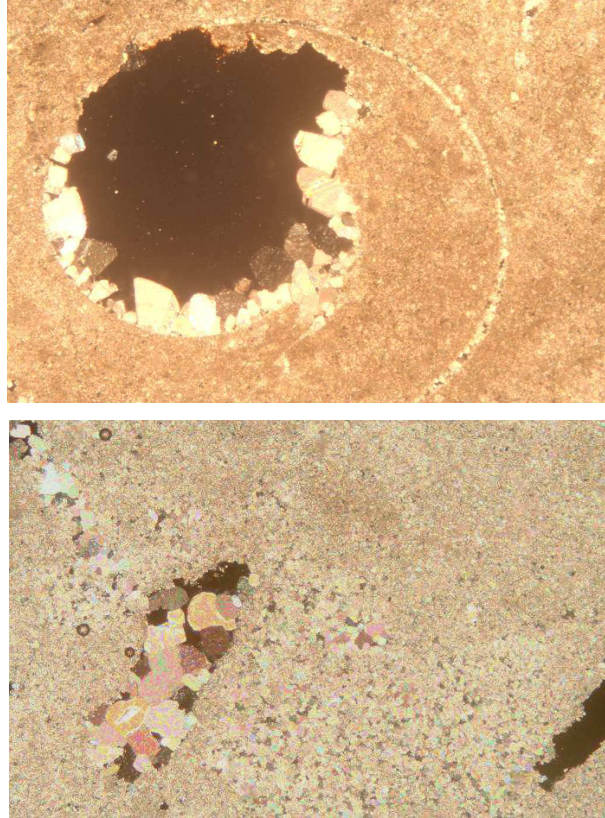


Figure 80. Lames minces du matériau CP (chaque image représente une zone de matériau d'environ 5mm)

Les granulats du matériau CP, de couleur blanc cassé, semblent relativement homogènes dans la masse, même s'il n'est pas rare de trouver trace d'inclusions de nature indéterminée et surtout de porosité ouverte à l'intérieur des grains. Les grains montrent une angularité que l'on peut qualifier de sub-angulaire (Figure 81). Ils s'effritent assez facilement en surface et sont sensibles à l'eau. La détermination du poids spécifique solide  $\gamma_s$  sur la fraction des grains les plus petits, par la méthode des pycnomètres, conduit à une valeur moyenne de  $26,54 \text{ kN/m}^3$ .

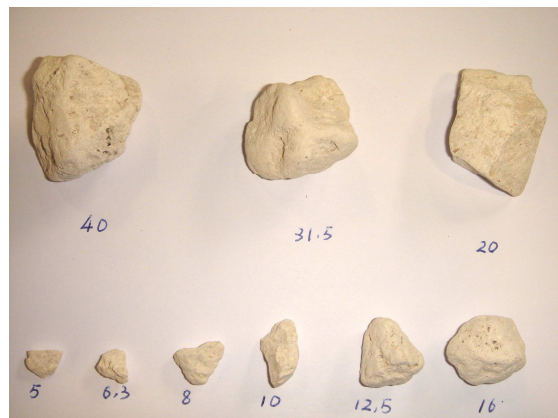


Figure 81. Angularité des granulats calcaires (Hu, 2009)



### 2.3.2.2 Matériau : Schiste de la carrière des Trois Vallées (STV)

Le matériau STV correspond à un enrochement de schiste quartzitique, provenant de la carrière des Trois Vallées, localisé dans le département de l'Orne, au nord de la France. Sur la Figure 82, on montre une photographie du matériau STV, sur laquelle on apprécie la diversité des tailles et la forme anguleuse des grains. Sur la Figure 83, on constate aussi la présence des plans d'anisotropie, ou discontinuités, propres à ce type de roche sédimentaire argileuse feuilletée. La Figure 84 montre des images des fractions fines du matériau STV. On peut voir que, au niveau microscopique, on retrouve aussi la structure feuilletée de la roche.



Figure 82. Enrochement de schiste de la carrière des Trois Vallées

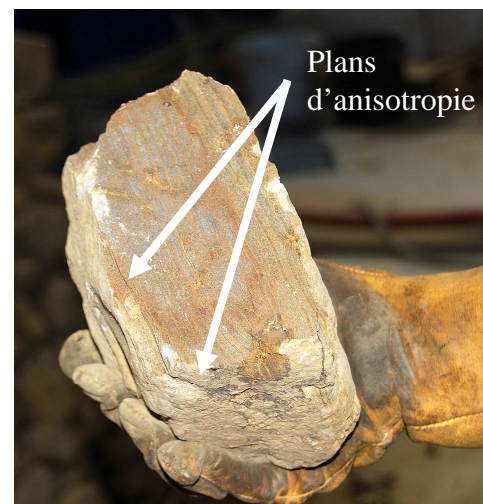


Figure 83. Anisotropies de la roche de schiste de la carrière des Trois Vallées

Une poudre de STV passant par le tamis 0,08 mm a été analysée au microscope électronique (EDX), afin d'identifier les éléments chimiques. Une mesure en diffraction des rayons X (DRX) a aussi été faite, pour identifier les différentes phases présentes. Ces analyses ont été faites au Laboratoire Génie des Matériaux et procédés Associés, à l'Ecole Polytechnique de l'Université de Nantes. Les résultats de l'EDX (voir Tableau 3) montrent que la poudre est composée majoritairement d'Oxygène et de Silicium, avec également des quantités significatives d'Aluminium et de Fer. Les résultats de la mesure DRX montrent la présence des trois phases principales suivantes : Quartz ( $\text{SiO}_2$ ) dans une proportion de 64%, Albite ( $\text{NaAlSi}_3\text{O}_8$ ) dans une proportion de 26% et Sodium Aluminium Silicate ( $\text{Na}_6\text{Al}_6\text{Si}_{10}\text{O}_{32}$ ) dans une proportion de 10%.

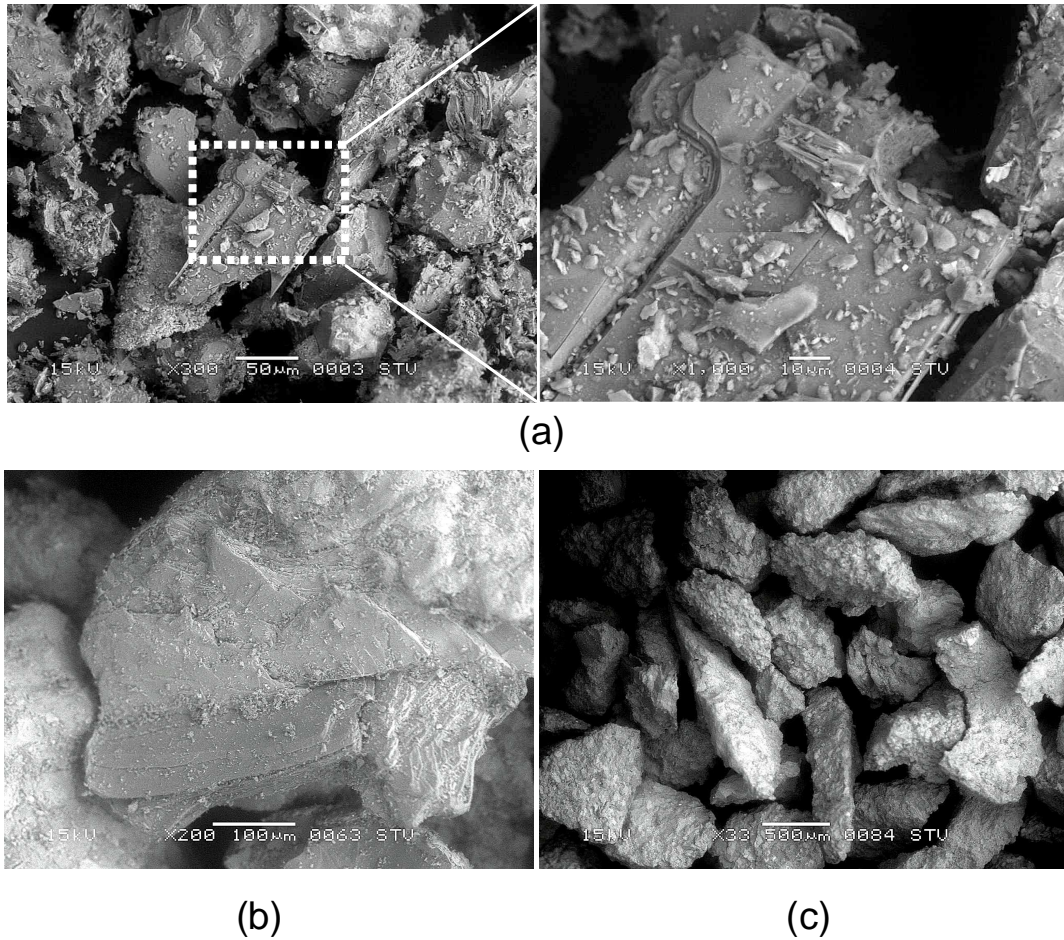


Figure 84. Fractions fines de STV, tamisées entre (a) 0,08 et 0,1 mm, (b) 0,315 et 0,4 mm et (c) 0,5 et 0,6 mm

Tableau 3. Composition chimique de la poudre du matériau STV

Élément chimique	% Masse
O	48.6
Mg	1.2
Al	10.9
Si	24.6
S	0.4
K	3.8
Fe	8.4
Ti	0.2
Na	2.0

### 2.3.2.3 Analyse statistique des essais d'écrasement sur des agrégats de CP et STV

Le Tableau 4 contient un résumé des essais séparés par fraction de taille, contenant 144 tests sur CP et 100 tests sur STV. Pour chaque fraction prise séparément, on a considéré la taille de référence  $d_o$  comme la valeur moyenne (diamètre moyen)  $d_{avg}$ .



Ensuite, les paramètres  $m$  et  $\sigma_o$  ont été déterminés à l'aide de l'équation (13) par le meilleur calage (voir Figure 85 pour CP et la Figure 86 pour STV). En ce qui concerne les fractions de taille  $7 < d < 15 \text{ mm}$  et  $25 < d < 50$  sur le matériau CP, certains grains ont cassé à très faible contrainte, donc  $P_s$  est proche de 0, éventuellement à cause d'un défaut de positionnement du grain lors de l'essai. Cela explique les points, à faible contrainte, qui s'éloignent de la droite tracée sur la Figure 85 pour les deux fractions indiquées. Ce problème aurait pu être corrigé en utilisant une distribution de Weibull sous la forme de l'équation (14), avec un seuil de résistance minimale  $\sigma_u$  pour lequel la probabilité de survie est de 100%. Pourtant, on ne l'a pas fait ici puisque la correction n'apparaît pas significative et en plus on ne retrouve pas cet effet dans le reste des fractions de tailles de CP ni sur le matériau STV.

Tableau 4. Paramètres de l'analyse statistique de Weibull pour les essais d'écrasement des grains de STV et CP

Fraction de taille (mm)	Nombre d'essais d'écrasement	$d_o$ or $d_{avg}$ (mm)	$m$	$\sigma_o$ (MPa)
Calcaire de Préfontaines (CP) (essais de Hu, 2009)				
$7 < d < 15$	41	10,9	1,55	3,35
$15 < d < 25$	35	19,7	2,14	3,33
$25 < d < 50$	41	44,6	2,51	2,68
$50 < d < 80$	27	62,0	2,52	1,95
Schiste quartzitique de Trois Vallées (STV)				
$15 < d < 30$	37	25.4	1.53	16.99
$30 < d < 40$	29	34.5	1.26	14.21
$40 < d < 70$	34	48.4	1.82	12.16

Sur la Figure 24, on montre une comparaison des résistances moyennes à la rupture entre les grains de CP et STV, et des enrochements testés par Marsal (1973). On voit un effet d'échelle clair qui apparaît sur la résistance de tous les matériaux. Sur la Figure 24, il peut être vu que CP et STV sont dans la bande inférieure et supérieure des valeurs, respectivement. Ainsi, on s'attend à ce que CP se comporte comme un enrochement faible en comparaison à STV.

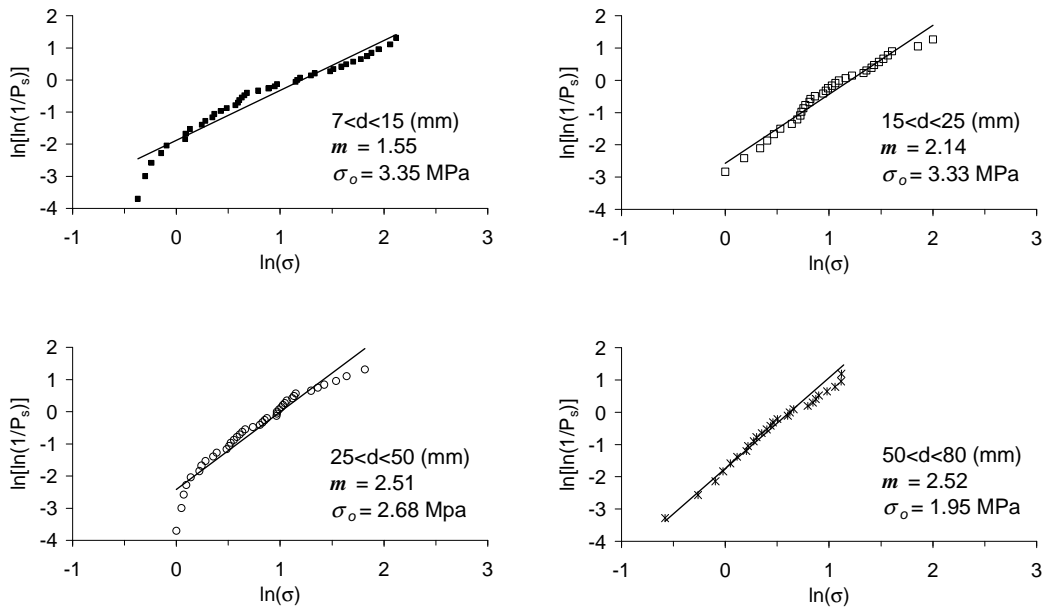


Figure 85. Probabilités de survie des grains de CP pour les essais de Hu (2009)

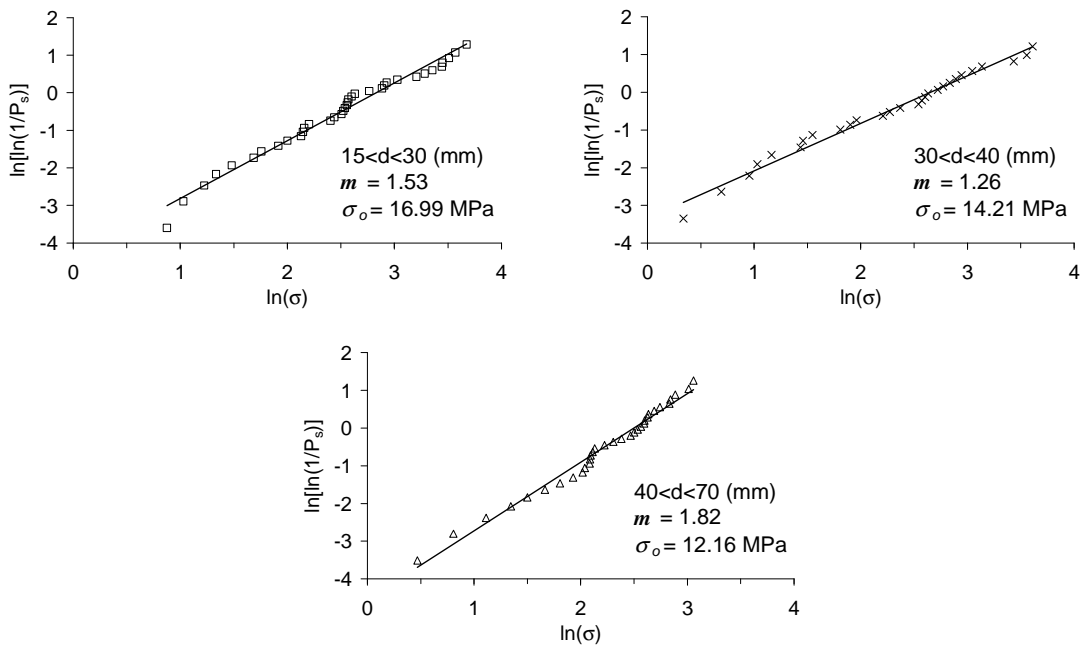
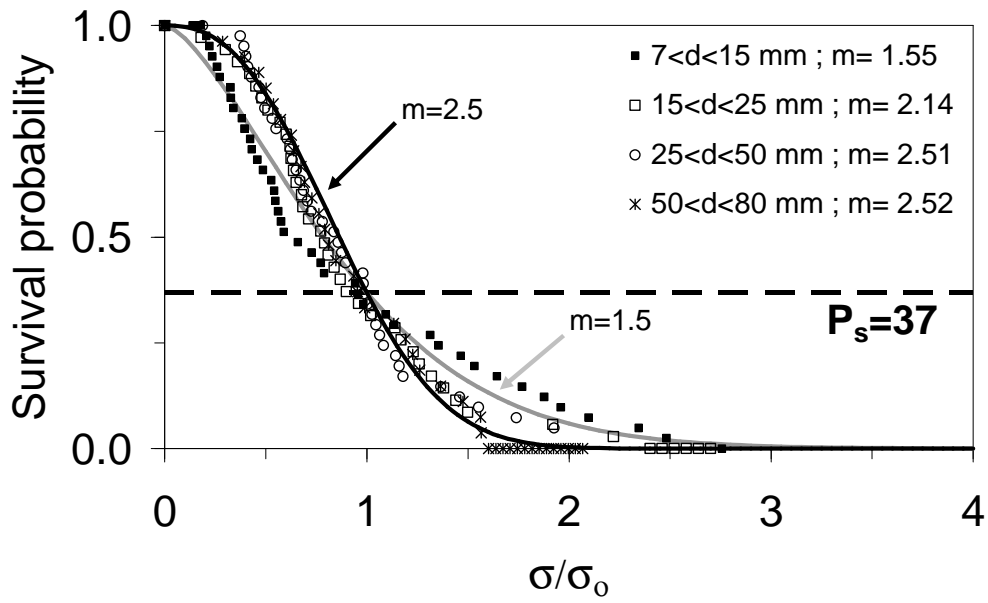
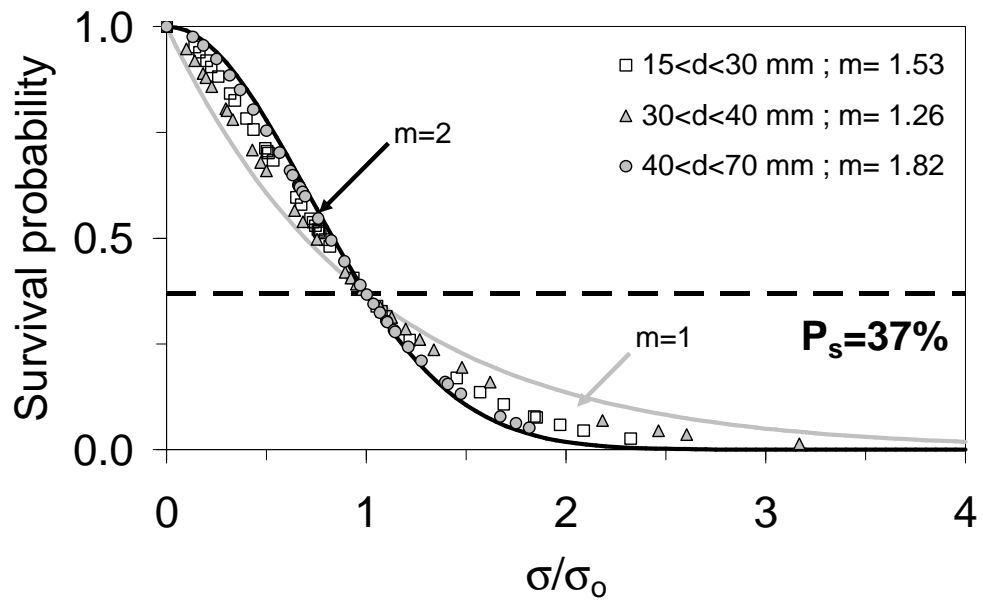


Figure 86. Probabilités de survie des grains de STV

La Figure 87 a et b montre les probabilités de survie normalisées pour CP et STV, respectivement. CP a une valeur de  $m$  autour de 1,5 et 2,5, avec une moyenne de 2,18. De son coté, pour STV,  $m$  vaut entre 1 à 2 avec une moyenne de 1,54. Les valeurs de  $m$  obtenues pour CP et STV sont du même ordre que celles rapportées dans la littérature (voir Tableau 1). Pourtant elles sont légèrement inférieures. Les données calculées pour chaque fraction de taille de  $m$  et  $\sigma_0$  sont présentées dans le Tableau 4.



(a)



(b)

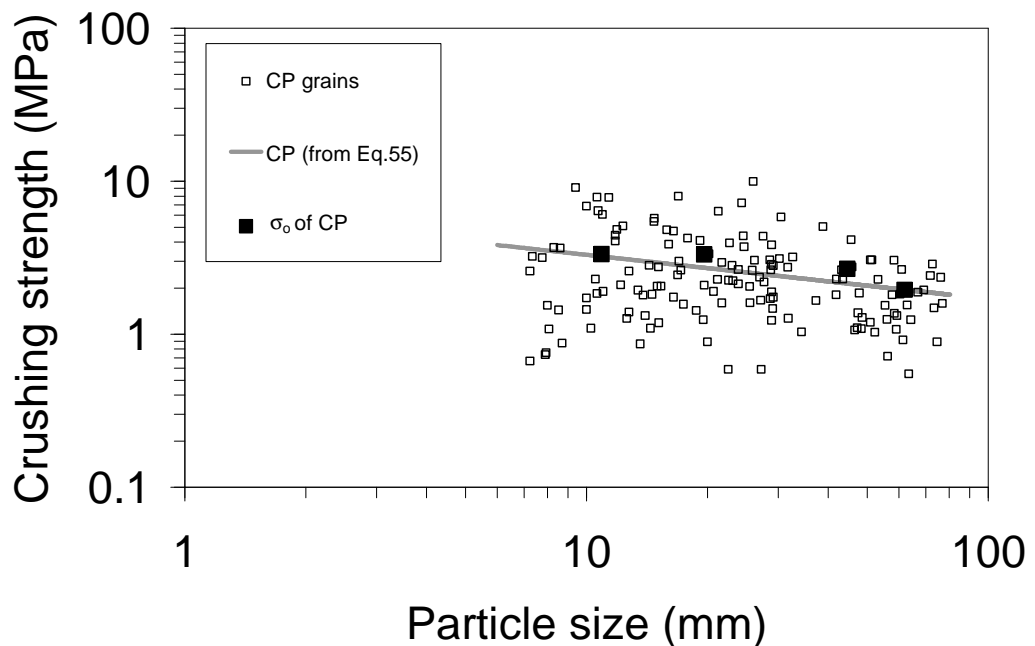
Figure 87. Distributions de Weibull normalisées : (a) matériau CP, essais de Hu (2009) ; (b) matériau STV

Pour une probabilité  $P_s=37\%$ , à l'aide de l'équation (54) on peut exprimer l'effet d'échelle en termes de  $\sigma(d)$  en fonction des paramètres de référence  $d_o$  et  $\sigma_o(d_o)$  pour toutes les autres fractions de tailles:

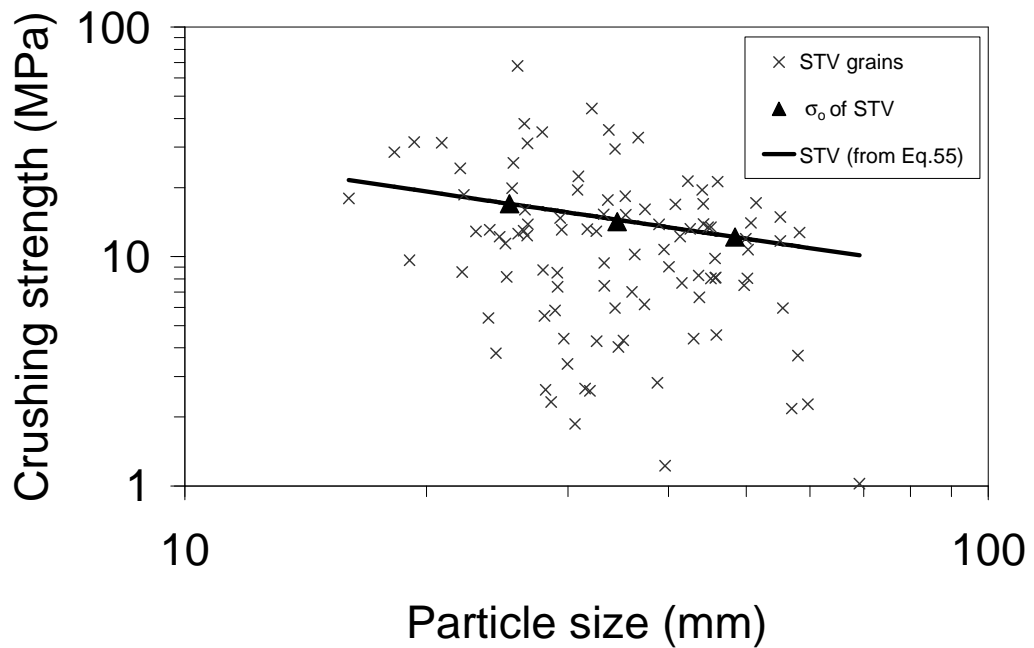
$$\sigma_o(d) = \left(\frac{d}{d_o}\right)^{-n_d/m} \sigma_o(d_o) \quad (56)$$

On a fait cet exercice pour CP et STV en prenant comme référence la fraction plus grossière et la moyenne de  $m$  dans chaque cas. La Figure 88 montre la résistance à la rupture (calculée selon l'équation (40), avec  $k=1$ ) des grains de CP et de STV pour tous les tests d'écrasement, ainsi que les valeurs de  $\sigma_o$  obtenues dans chaque fraction. Selon l'équation (56), pour les granulats de CP, on obtient un coefficient de corrélation  $R^2$  de 0,9837 - 0,9980 - 0,9999 pour des valeurs de  $n_d$  de 3, 2 et 1, respectivement. La même démarche a été effectuée pour les grains de STV, et on obtient  $R^2 = 0,7095 - 0,9464 - 0,9991$  pour des valeurs de  $n_d$  de 3, 2 et 1, respectivement.

Ainsi,  $n_d=1$  semble être la similitude géométrique la plus pertinente. Pourtant, sachant qu'on n'a pas de certitude quant à la similitude géométrique lors de la rupture, on n'a donc pas d'outils autre que le calage statistique pour déterminer  $n_d$  et on n'est pas forcé de prendre une valeur entière (i.e. 1, 2 ou 3). Ainsi, on prend simplement le meilleur calage pour  $n_d$  dans l'équation (56) pour l'ensemble des valeurs de  $\sigma_o$  de chaque matériau. Ceci donne  $n_d = 0,63$  et  $0,81$  pour les granulats de CP et de STV, respectivement, avec des coefficients  $R^2$  supérieurs à 0,99999 dans les deux cas. Ainsi, sur la Figure 88 on trace aussi la prédiction de l'équation (56).



(a)



(b)

Figure 88. Résistance à l'écrasement des grains et prédictions de la théorie de Weibull pour les granulats de (a) CP et (b) STV

## 2.4 Remarques et commentaires

En général, la distribution de Weibull associée à une taille particulière (équation (13)) s'adapte convenablement à la statistique de résistance des grains de roche et de sols écrasés entre deux plateaux parallèles. La dispersion des données dans ces cas peut être associée à l'hétérogénéité des défauts dans le matériau, à la forme aléatoire des grains et la position de la particule dans l'essai par rapport à des plans de faiblesse existants. Pourtant, l'expérience montre que pour certains granulats, la théorie de Weibull sous sa forme classique (équation (20),  $n_d=3$ ) n'est pas capable de prédire l'effet d'échelle. Il a été montré ici que si on revient au sens original de la théorie et on introduit le paramètre de similarité géométrique  $n_d$ , il est possible de caler empiriquement sa valeur et le résultat sera, au moins pour les cas analysés, toujours inférieure ou égale à 3.

Le sens physique de  $n_d$  est une représentation de la similarité géométrique dans les hypothèses de la théorie de Weibull (WLC). En l'absence d'une connaissance précise de la distribution des défauts dans un matériau et de la distribution des contraintes induites,  $n_d$  ne peut pas être estimé. Au cours de plusieurs essais d'écrasement, la rupture pourrait se produire en activant des mécanismes différents, donnant lieu à des similitudes géométriques différentes selon les agrégats. Pourtant, on peut toujours obtenir sa valeur en la calant avec les données empiriques de résistance. Si

le sens physique peut être perdu, au moins on garde une distribution de Weibull capable de prédire l'effet d'échelle.

### 3 METHODE PROBABILISTE DE PREDICTION DE LA COMMINUTION CONFINEE

La comminution confinée est un sujet important dans les problématiques liées aux poudres et en géomécanique. La prédiction de la granulométrie finale des matériaux broyés et sa dépendance avec certains paramètres clés, comme la porosité, la perméabilité ou la compressibilité des particules, sont des sujets d'intérêt pour la recherche.

Ce sujet a été étudié par la méthode des éléments discrets DEM (Åström, et Herrmann, 1998 ; Tsoungui et al., 1999 ; Ben-Nun et al., 2010), qui a montré clairement la micromécanique du processus de broyage. En utilisant des échantillons numériques idéalisés, souvent formés de disques ou de sphères, les modèles DEM permettent de décrire le réseau des forces de contact intergranulaires et son évolution lorsque la taille des grains diminue, ainsi que la forme de la courbe granulométrique à des états ultimes (i.e. fortes contraintes et grandes déformations). Cependant, dans ces modèles numériques, les probabilités de rupture sont souvent arbitraires et les résultats n'ont pas été systématiquement confrontés aux données expérimentales. Par ailleurs, les fragments formés après la rupture d'un grain doivent garder la même forme que le grain original (i.e. des disques ou des sphères), ce qui pose des problèmes dans le choix du mode de rupture. Premièrement, le nombre de fragments à chaque rupture doit être minimisé de façon à ce que de nombreuses ruptures puissent être réalisées dans chaque simulation. Deuxièmement, les fragments doivent être positionnés de façon à ce que la contrainte locale diminue lors d'une rupture, et ainsi éviter des ruptures excessives par chevauchements artificiels de nouveaux fragments. Ces deux critères doivent donc être respectés simultanément, tout en essayant de simuler le cas réel, ce qui est évidemment impossible et, en conséquence, il faut faire des compromis (Åström, et Herrmann, 1998).

Mis à part les modèles cinétiques développés par les spécialistes du broyage dans le domaine de la technologie des poudres ou dans l'industrie minière, par exemple, peu de modèles continus ont été développés pour prédire l'évolution de la granulométrie par rupture des grains sous contrainte de confinement. Des exemples sont les modèles de Einav (2007a-b) et Hu et al. (2011b), qui cherchent à relier le taux de rupture des grains avec le comportement contrainte-déformation (voir section 1.6 de cette thèse). Pourtant, ces modèles ne prennent pas en compte les propriétés individuelles des grains et leurs distributions internes des défauts, qui sont la source des effets d'échelle.

Dans cette thèse, on présente une approche probabiliste afin de prédire l'évolution de la granulométrie en comminution confinée. Il s'agit de décrire la probabilité de rupture d'un grain faisant partie d'un assemblage granulaire, en prenant en compte les

propriétés mécaniques du grain lui-même et aussi les effets micromécaniques liés au réseau des forces de contact intergranulaires. La méthode présentée est basée sur l'équation de conservation de la masse totale des grains (*population balance*) issue de la théorie de comminution par broyage (GCT pour *Grinding Comminution Theory*). On utilise des données expérimentales publiées dans la littérature pour la validation de l'approche.

La description de la rupture des particules est basée sur les analyses statistiques de Weibull présentées dans le chapitre 2 de cette thèse. Ceci permet donc de prendre en compte la dispersion de la résistance à l'écrasement des particules prises individuellement, ainsi que les effets d'échelle. Le réseau des forces de contact est lui aussi décrit avec une approche probabiliste, sur la base de simulations DEM d'assemblages hautement polydisperses. Ces simulations ne font pas partie des travaux réalisés au sein de cette thèse, mais sont le fruit d'une collaboration scientifique avec le département d'Innovation et Recherche de la SNCF-France. Elles sont basées sur les travaux de Voivret et al. (2007 et 2009) et Voivret (2013).

### **3.1 Comminution par broyage**

Dans les mécanismes de comminution par broyage utilisant les broyeurs à boulets, broyeurs à mâchoires, par exemple, le matériau granulaire est soumis à une succession de chocs qui dégradent progressivement les grains et font changer la granulométrie. Dans ce processus, l'énergie fournie par unité de temps est généralement constante. Le paramètre clé à optimiser est le temps de broyage, en regard d'une distribution prédéterminée de tailles des grains. C'est dans cet esprit que la GCT a été développée avec deux approches différentes: broyage discontinu (par lots broyés pendant un temps donné dans un broyeur fermé) et en continu (pour un « débit » constant de matériaux sortant et entrant du broyeur). Dans cette étude, l'intérêt se concentre sur la première approche, car elle présente une analogie avec le cas d'un matériau granulaire confiné.

Basé sur les modèles de conservation des masses, Bass (1954) a proposé une équation différentielle décrivant la rupture des grains pour chaque fraction granulométrique en fonction du temps de broyage. L'équation est pilotée par deux fonctions principales: une probabilité de rupture ( $S^i$ ) appelée fonction de sélection et une distribution de taille des fragments ( $b^{ij}$ ) résultant de la rupture d'un grain, appelée fonction de rupture. Ces fonctions dépendent de la taille des particules cassées et du temps.

Suite aux travaux de Bass (1954), Reid (1965) a proposé une représentation discrète de la distribution des tailles des lots broyés. Pour une fraction granulométrique de taille  $i$ , le taux d'accroissement de la masse en fonction du temps de broyage comprend la contribution positive des grains qui cassent dans les fractions plus



grossières  $j$ , et la contribution négative des grains de la classe  $i$  qui cassent pour alimenter les fractions plus fines. Les fractions granulométriques sont numérotées à partir des plus fines vers les plus grossières, donc pour  $i < j$  ( $d^i < d^j$ ) et  $\Omega$  est la fraction la plus grossière :

$$\frac{dm^i(t)}{dt} = \sum_{j=i+1}^{\Omega} b^{ij} \cdot S^j \cdot m^j(t) - S^i \cdot m^i(t) \quad (57)$$

avec:

$t$  : temps;

$m^i(t)$ : refus partiel dans la fraction de taille  $i$ , après un temps  $t$  de broyage d'un matériau de masse initiale connue [ $m^i(0)$ ] ;

$S^i$  : fonction de sélection, ou probabilité de rupture, des particules dans la fraction de taille  $i$  par unité de temps;

$b^{ij}$  : fonction de rupture donnant le refus partiel en masse dans la fraction de taille  $i$ , produite par la rupture des grains dans des fractions de tailles plus grosses  $j$ .

Typiquement,  $S^i$  et  $b^{ij}$  ont été définies par des expressions de type Rosin-Ramler, Shumann et Weibull, parmi d'autres (Austin et al., 1976; Das et al., 1995; Perry et Green, 1997). Ces équations sont généralement exprimées sous la forme de fonctions puissance dépendant d'un rapport de taille des particules ( $d_x/d_y$ ). Elles sont paramétrées par un ou plusieurs coefficients, dans des formes exponentielles ou des lois en puissance (e.g.  $Y=1-[exp(-(dx/dy)^r)]$  ou  $Y=1-[1-(d_x/d_y)]^r$ ). Habituellement, le dénominateur  $d_y$  du rapport  $d_x/d_y$  est une taille de référence, prise comme le diamètre maximal  $d_{max}$  ou la taille moyenne. Tous les autres paramètres sont entièrement empiriques. En conséquence, à l'aide du calage empirique, ces expressions peuvent être utilisées pour modéliser n'importe quel processus de broyage (moulins, concasseurs, matériaux confinés, etc.).

Or, l'objectif de cette étude est d'appliquer l'équation de conservation des masses de la théorie GCT pour des matériaux granulaires confinés. Pour cela, on se propose de suivre une approche plus physique en redéfinissant  $S^i$ , non pas par unité de temps, mais en fonction de l'état de contrainte et en prenant en compte certains aspects du comportement micromécanique d'un matériau granulaire.

## 3.2 Comminution confinée

### 3.2.1 Equation d'équilibre de masse

Pour un matériau granulaire de masse initiale connue dans chaque  $i^{ème}$  fraction granulométrique  $m^i(0)$  ( $i = 1, \dots, \Omega$ , où  $\Omega$  représente la fraction la plus grossière), la

granulométrie peut évoluer par ruptures des grains sous une certaine sollicitation mécanique, et une nouvelle masse  $m^i(0)+\Delta m^i$  est obtenue. Par souci de simplicité, nous supposons que la rupture dans un grain est due à la fracture en Mode I induite par des forces de contact normales diamétralement opposées sur la particule, de manière analogue à l'essai Brésilien. Par conséquent, la granulométrie dans la  $i^{\text{ème}}$  fraction évolue à cause des ruptures sous un incrément donné de la force normale de contact inter-granulaire caractéristique  $f_n^i$  :

$$m^i(f_n^{i,j} + \Delta f_n^{i,j}) = [1 - S^i(f_n^i + \Delta f_n^i)] \cdot m^i(f_n^i) + \sum_{j=i+1}^{\Omega} [S^j(f_n^j + \Delta f_n^j) \cdot b^{ij} \cdot m^j(f_n^j)] \quad (58)$$

La Figure 89 montre un schéma de l'équilibre de masse proposé dans l'équation (58). Le premier terme représente la masse des particules qui n'a pas été broyée lors du chargement confiné, conformément à la probabilité de survie  $[1-S^i]$ , et est donc restée au sein de la fraction de taille  $i$ . Le second terme est la contribution des plus grosses particules ( $j=i+1$  à  $\Omega$ ), qui ont été cassées selon la probabilité de rupture  $S^j$  et ont été redistribuées selon  $b^{ij}$ .

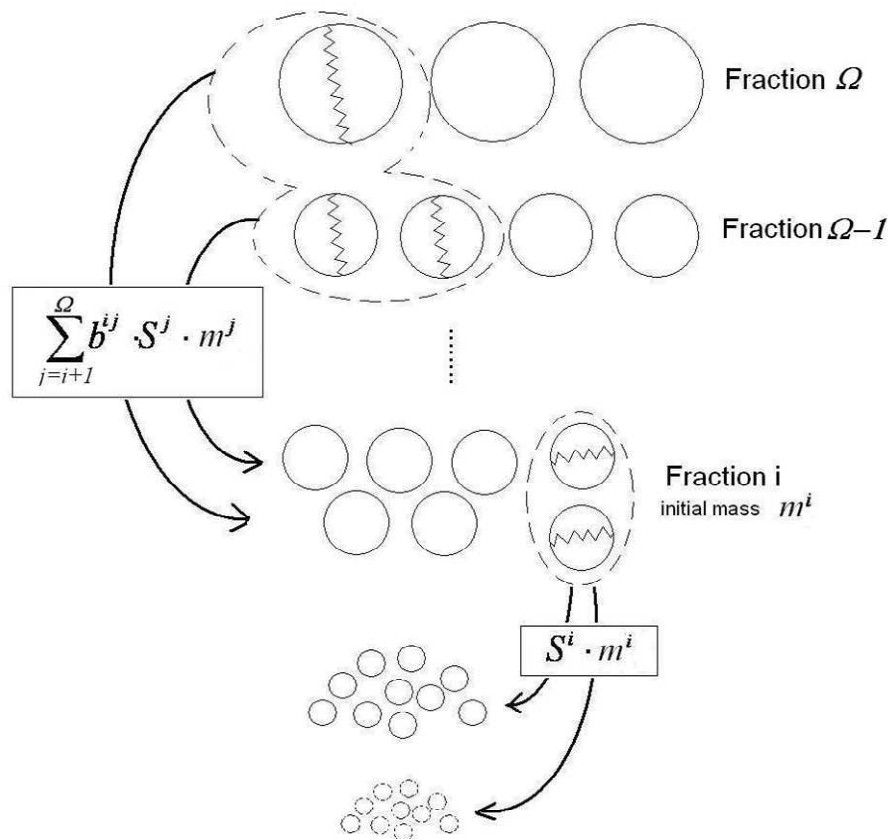


Figure 89. Schéma d'équilibre de masse dans la théorie de la comminution

Ainsi, afin de représenter la physique des phénomènes, on doit introduire, dans la définition de la fonction  $S^i$ , des considérations sur le comportement micromécanique

de l'assemblage granulaire et prendre en compte la résistance individuelle des particules. Selon Marketos et Bolton (2007), on peut décrire la rupture des grains comme un phénomène probabiliste considérant deux événements aléatoires supposés indépendants:

- (1) Probabilité d'avoir, dans l'assemblage granulaire, une force normale de contact entre deux particules supérieure à la force expérimentale de rupture.
- (2) Probabilité de rupture d'un grain sous une condition de chargement donnée, associée à la dispersion de la résistance des grains nécessitant une interprétation statistique des données expérimentales lors d'essais d'écrasement. Dans la pratique, cela est obtenu en effectuant des essais de compression sur les particules individuelles de différentes tailles placées entre deux plateaux parallèles (fracture en Mode I).

### 3.2.2 Fonction de rupture $b^{ij}$

Dans l'équation (58) d'équilibre de masse, la fonction de rupture  $b^{ij}$  représente la distribution de taille des fragments issus de la fragmentation d'une seule particule. Dans la littérature, on ne trouve pas de modèle physique représentant ce phénomène (Vogel et Peukert, 2002). Intuitivement,  $b^{ij}$  devrait dépendre de la nature minéralogique de la roche constitutive des grains, de l'histoire ou de l'altération des grains (état de microfissuration), du nombre de coordination et des orientations des forces de contact (normales ou tangentes, dépendant du chemin de contrainte macro-mécanique). Ces paramètres auront une incidence sur la distribution des contraintes de traction induites dans la particule. Par ailleurs, la résistance du matériau à l'abrasion et à l'attrition, liée à l'état de surface des grains plus ou moins rugueux et à la présence d'aspérités, aura un effet sur la production des fines.

Dans cette étude, par souci de simplicité, une distribution en loi puissance, habituellement appelée fractale ou distribution auto-similaire (*self similar*), a été choisie comme fonction de rupture. Cette distribution correspond à la fonction  $G(d)$  de l'équation (28), qui donne une distribution cumulée. Donc, en termes de refus partiels,  $b^{ij}$  est donnée par

$$b^{ij} = \left( \frac{d^i}{d^j} \right)^{3-D_{sp}} - \left( \frac{d^{i-1}}{d^j} \right)^{3-D_{sp}} \quad (59)$$

dans laquelle on note  $D_{sp}$  la dimension fractale pour une particule seule (le suffixe *sp* vient de l'expression en anglais « *single particle* »). Le choix de  $b^{ij}$  est justifié par sa simplicité et sa polyvalence. Cette fonction permet la représentation de la fragmentation de différents matériaux en utilisant un seul paramètre. Pourtant, le schéma global de la méthode ne serait pas changé si d'autres hypothèses étaient

faites, par exemple, en utilisant des fonctions de calage spécifiques pour la fragmentation d'un matériau donné. L'utilisation d'une distribution fractale est donc appliquée à la fragmentation d'une particule unique, mais il n'y a à priori aucun lien avec le caractère fractal des granulométries ultimes proposées dans la littérature pour les matériaux granulaires confinés, associées à une autre dimension fractale (Turcotte, 1986).

La Figure 90 montre, en termes de tamisât cumulé, des exemples typiques d'une distribution fractale avec différents exposants  $D_{sp}$ . Il peut être vu qu'une valeur faible de  $D_{sp}$  (proche de 1) donne une distribution assez uniforme avec  $C_u \approx 2$ , qui augmente jusqu'à des valeurs supérieures à 10 pour  $D_{sp} > 2,3$ . Ainsi, une valeur faible de  $D_{sp}$ , dans l'intervalle  $[1,0 ; 1,5]$ , signifie une distribution des tailles des fragments qui sont principalement du même ordre de grandeur que la dimension de la particule d'origine  $d$ , et presque rien en dessous de la taille  $d/10$ . Ceci pourrait représenter le fractionnement d'un grain en deux ou trois morceaux, par exemple. D'autre part, une valeur de  $D_{sp}$  proche de 2,6 produit beaucoup de particules fines dans l'intervalle correspondant à des tailles de deux à trois ordres de grandeur plus petites que le grain d'origine.

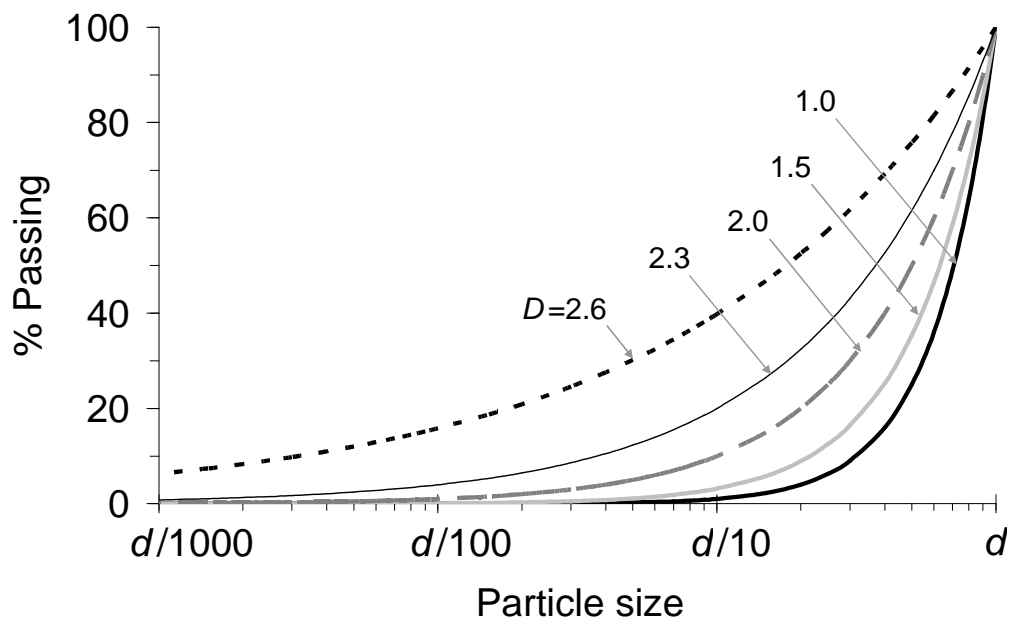


Figure 90. Granulométries fractales pour  $d_{max}=d$  et dimension fractale  $D$

Par la suite on montre que, en raison du manque de données expérimentales sur la fragmentation d'une particule seule, on a calé une valeur de  $D_{sp}=2$  sur les données expérimentales d'un premier matériau (prédiction de la granulométrie d'un assemblage granulaire), puis on l'a validé pour un deuxième. Néanmoins, cette dimension fractale peut rester un paramètre de calage dans la méthode. D'après la définition des trois modes de rupture des particules de Guyon et Troadec (1994) (voir

Figure 17), la fracture et l'attrition sont les mécanismes principaux agissant sur la réponse mécanique des matériaux granulaires (Daouadji et al., 2001), tandis que l'abrasion n'a qu'une influence sur le changement de perméabilité par production de fines. Le choix de  $D_{sp}=2$  pourrait conduire de manière qualitative à l'influence suivante des trois types de rupture:

- environ 50% de la masse d'un grain fracturé génère un fragment de taille de l'ordre de  $d/2$  par rapport au diamètre original du grain  $d$ ,
- 40% de la masse du grain se transforme en particules de taille entre  $d/10$  à  $d/2$ , par rupture des épontes ou par attrition,
- les 10% restant sont constitués de particules fines de taille inférieure à  $d/10$  générées éventuellement par l'abrasion.

### 3.2.3 Fonction de sélection $S^i$ en comminution confinée

#### 3.2.3.1 Statistique de la résistance à l'écrasement des grains pris individuellement

Pour la caractérisation de la résistance à la rupture des particules, on utilise la théorie statistique de Weibull (1939), largement décrite dans le chapitre 2. On reprend donc la distribution de Weibull sous la forme de l'équation (20). Ainsi, pour une fraction granulométrique donnée de taille caractéristique  $d^i$  dans l'assemblage granulaire, ( $1 - P_s^i$ ) donne la probabilité de rupture pour une contrainte de traction induite caractéristique  $\sigma_f^i$ . D'autre part, lors des essais de compression des particules entre deux plateaux rigides parallèles où la rupture par fracture en Mode I est atteinte, la force expérimentale de rupture peut être exprimée à l'aide de l'expression suivante (Marsal, 1973):

$$f_f^i = \eta \cdot (d^i)^k \quad (60)$$

Ensuite, d'après Jaeger (1967), on obtient  $\sigma_f^i$  de la similitude suivante:

$$\sigma_f^i \propto \frac{f_f^i}{(d^i)^2} \quad (61)$$

On considère que les particules cassent seulement en chargement vierge, c'est-à-dire que, pendant la décharge et recharge d'un matériau jusqu'à son plus haut niveau de contrainte historique, il n'y a pas de ruptures des grains puisque les particules ont déjà été sollicitées sous ces conditions de charge. Dans ce sens, on n'intègre pas les

effets du temps dans la méthode. Finalement, on écrit la probabilité de survie  $P_S^i$  comme :

$$P_S^i(d^i; \sigma_f^i) = \begin{cases} 1 & ; \text{d}{\acute{e}}charge \text{ ou } recharge \\ \exp\left(-\left(\frac{d^i}{d_o}\right)^3 \left(\frac{\sigma_f^i}{\sigma_o}\right)^m\right) & ; \text{chargement vierge} \end{cases} \quad (62)$$

### 3.2.3.2 Distribution des forces normales de contact

La distribution statistique des forces de contact sur les particules dans des matériaux granulaires confinés a été étudiée par plusieurs auteurs utilisant des modèles DEM en 2D (Radjai et al., 1996) et en 3D (Radjai et al., 1999; Marketos et Bolton, 2007). Expérimentalement, ceci a été également fait à l'aide de méthodes photo-élastiques (Corwin et al., 2005; Majmudar et Behringer, 2005).

Afin d'éviter tout critère arbitraire sur la rupture dans le modèle DEM, on utilise ici les statistiques du réseau des forces de contact à partir des simulations d'un matériau qui ne casse pas et à son état le plus dense en équilibre statique. Ensuite, on suppose que, lors du processus de comminution confinée, le réseau des forces évolue (ainsi que la granulométrie) de la même manière qu'il se produirait dans différents échantillons DEM lorsque la polydispersité, ou l'étalement de la granulométrie, augmente. Par conséquent, l'approche développée ici prend en compte l'effet de la taille des particules, d'une part au travers de l'effet d'échelle classique sur les grains (loi de Weibull) et d'autre part en décrivant les statistiques des forces de contact par fractions granulométriques.

Les simulations DEM utilisées dans ce travail ont été effectuées avec la méthode de la dynamique des contacts, ce qui permet de traiter des particules strictement rigides. Les assemblages granulaires sont composés de  $22^3=10646$  particules sphériques, avec des conditions aux limites tri-périodiques, en l'absence de gravité et avec un coefficient de restitution de 0 (i.e. choc parfaitement inélastique qui implique que les particules restent en contact). La taille de la plus petite particule est  $d_{min}=0,001$  mm, tandis que la taille maximale  $d_{max}$  est définie par  $R=d_{max}/d_{min}$ .  $R$  varie de 1,5 pour les échantillons quasi-monodisperses à  $R=50$  pour les échantillons hautement polydisperses. La forme de la courbe granulométrique est donnée par la loi puissance suivante (avec  $\delta=2.4$ ):

$$F(d) = \frac{d^{-\delta+1} - d_{min}^{-\delta+1}}{d_{max}^{-\delta+1} - d_{min}^{-\delta+1}} \quad (63)$$

Tous les échantillons ont été construits selon le même protocole. Un premier assemblage composé de sphères sans frottement et de taille  $d_{min}$  est disposé sur un réseau carré. Puis, l'échantillon est soumis simultanément à une pression isotrope et à l'expansion du rayon de chaque particule selon une vitesse différente, définie selon la taille à atteindre pour la distribution  $F(d)$ . La vitesse est suffisamment faible pour assurer une évolution quasi-statique. Après la phase d'expansion, l'échantillon est soumis à une pression isotrope jusqu'à atteindre un état d'équilibre statique caractérisé par un nombre de coordination moyen proche de  $Z=6$  (isostaticité).

Afin de suivre un chemin de chargement oedométrique, le mouvement des pseudo-parois latérales est bloqué après la phase isotrope et le coefficient de restitution de l'échantillon construit à l'état isotrope est réglé à 1 et on affecte une vitesse aléatoire initiale à chaque particule. Il s'ensuit une décompaction de l'échantillon permettant l'oubli de l'état isostatique sans frottement. Ensuite, on remet le coefficient de restitution à 0 et on met le coefficient de friction à 0,5. Finalement, on applique une contrainte verticale de 5000 Pa, c'est-à-dire que le chemin de chargement suit un chargement de type oedométrique, jusqu'à atteindre un état d'équilibre statique. La Figure 91 montre deux échantillons à l'état d'équilibre pour  $R=1,5$  et  $R=50$ .

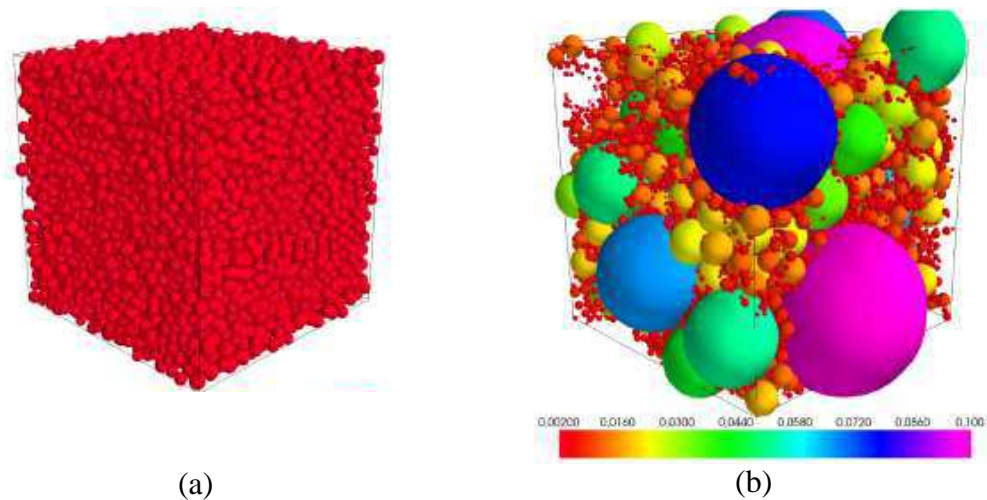
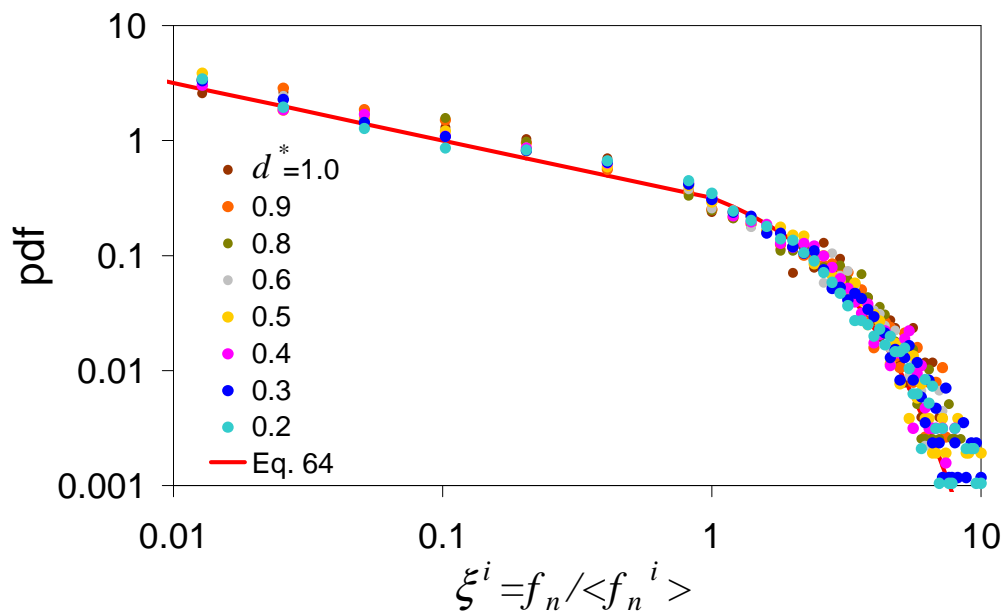


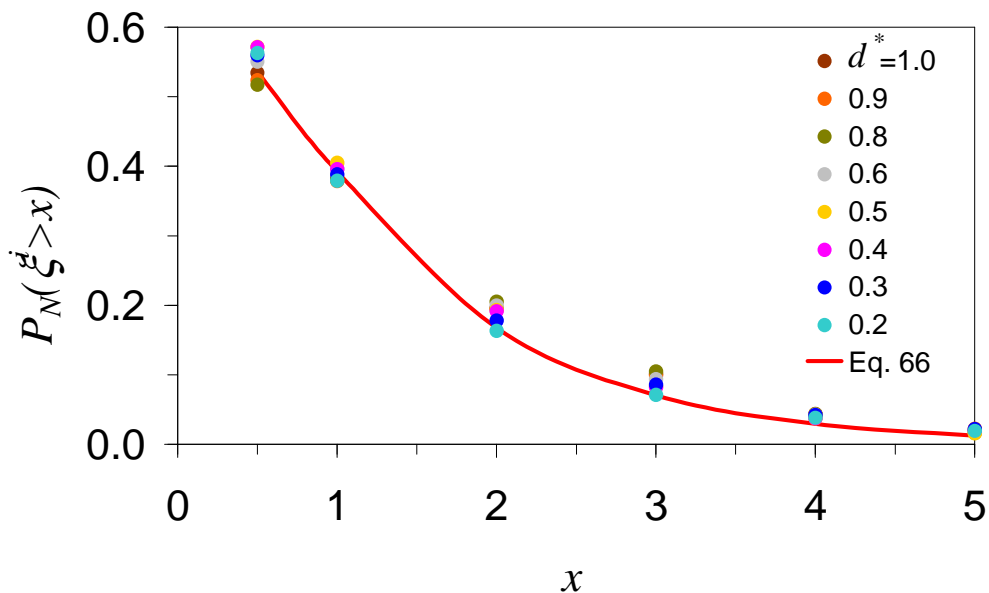
Figure 91. Echantillons numériques du modèle DEM, (a) cas monodisperse  $R=1,5$  et (b) cas polydisperse  $R=50$  (Voivret, 2013)

Comme mentionné précédemment, notre intérêt est de décrire le réseau des forces de contact par fraction granulométrique. Les résultats des simulations DEM permettent une classification des particules en termes d'intensité des forces de contact en fonction de la taille caractéristique ( $d^i$ ) de chaque fraction. De même, la description des anisotropies permet de prendre en compte les directions principales des forces de contact, ce qui est souhaitable dans le cas développé ici afin de classifier les grains qui sont sous chargement le plus proche du cas uniaxial et donc plus susceptibles de casser en Mode I.

Afin d'analyser statistiquement les forces normales de contact ( $f_n$ ) résultant des simulations DEM, elles ont été séparées par fraction de taille selon la définition du diamètre réduit  $d^{i*} = (d^i - d_{min}) / (d_{max} - d_{min})$ . Par exemple, la Figure 92a montre que, pour le cas  $R=30$ , les densités de probabilité (pdf) de chaque fraction granulométrique sont relativement similaires lorsqu'elles sont normalisées par la force moyenne dans chaque fraction  $i$  ( $\langle f_n^i \rangle$ ). La Figure 92b présente la fonction de distribution cumulée (cdf, définie ici comme l'intégration de la pdf entre une variable aléatoire  $x$  et  $+\infty$ ).



(a)



(b)

Figure 92. (a) Fonction de densité de probabilité (pdf) et (b) probabilité cumulée (cdf) des forces de contact pour une polydispersité définie par  $R=30$



Une expression empirique normalisée peut alors être déduite pour décrire les forces de contact. Par exemple, en utilisant le rapport des forces normalisées  $\xi = f_n / \langle f_n \rangle$ , entre une force de contact aléatoire ( $f_n$ ) et la valeur moyenne ( $\langle f_n \rangle$ ), Radjai et al. (1996) ont proposé l'expression suivante :

$$p_N(\xi) = k \cdot \begin{cases} \xi^{-\alpha} & \xi < 1 \\ e^{\beta(1-\xi)} & \xi > 1 \end{cases} \quad (64)$$

avec:

$\alpha$  : paramètre de calage empirique;

$\beta^2 = (1 - \alpha) \cdot (2 - \alpha)$  pour assurer la continuité de la fonction;

$k$  : constante de normalisation  $\left( \frac{1}{k} = \frac{1}{1 - \alpha} + \frac{1}{\beta} \right)$

On suppose ici que l'équation (64) peut aussi être utilisée pour caler une expression des forces de contact par fraction de taille, c'est-à-dire :  $p_N = p_N(\xi = f_n / \langle f_n^i \rangle)$ . La Figure 92a montre la courbe représentative de l'équation (64) pour  $\alpha = 0,5$ , qui peut être raisonnablement considéré comme un paramètre commun à toutes les fractions de taille. Le même constat peut être fait pour la cdf (voir Figure 92b).

D'autre part, on représente sur la Figure 93 l'évolution de  $\langle f_n^i \rangle$  en fonction de la fraction granulométrique  $d^i / d_{max}$ , lors de la simulation DEM d'un essai oedométrique, pour une contrainte verticale de 5000 Pa, pour chaque valeur  $R$ . Dans ce cas, les données ont été mises à l'échelle de sorte qu'elles correspondent à des échantillons de  $d_{max}$  identiques et  $d_{min}$  dépendant de  $R$ . On peut voir que la force moyenne exercée sur les grains les plus grossiers diminue avec  $R$  et pour  $R > 10$  elle semble peu sensible à la taille des grains les plus fins. De même, la Figure 94 montre les forces normales moyennes sur les grains de tailles  $d_{max}$  et  $d_{min}$  de chaque échantillon DEM. On constate que les forces sur  $d_{max}$  diminuent lorsque la polydispersité augmente, à cause de la redistribution de ces forces sur les particules plus fines. Pour la méthode de comminution proposée, cet effet signifie donc que la probabilité de rupture d'un grain grossier diminue avec l'étalement de la granulométrie, en raison de la diminution de  $\langle f_n^i \rangle$  (donc l'augmentation de  $x$  sur la Figure 92b). En ce qui concerne les particules de taille  $d_{min}$ , la force moyenne diminue lorsque  $R$  augmente puisque ces particules se retrouvent de moins en moins impliquées dans les chaînes de force fortes, et peuvent même apparaître « flottantes » à cause de l'absence de gravité dans le modèle, c'est-à-dire, sans contacts.

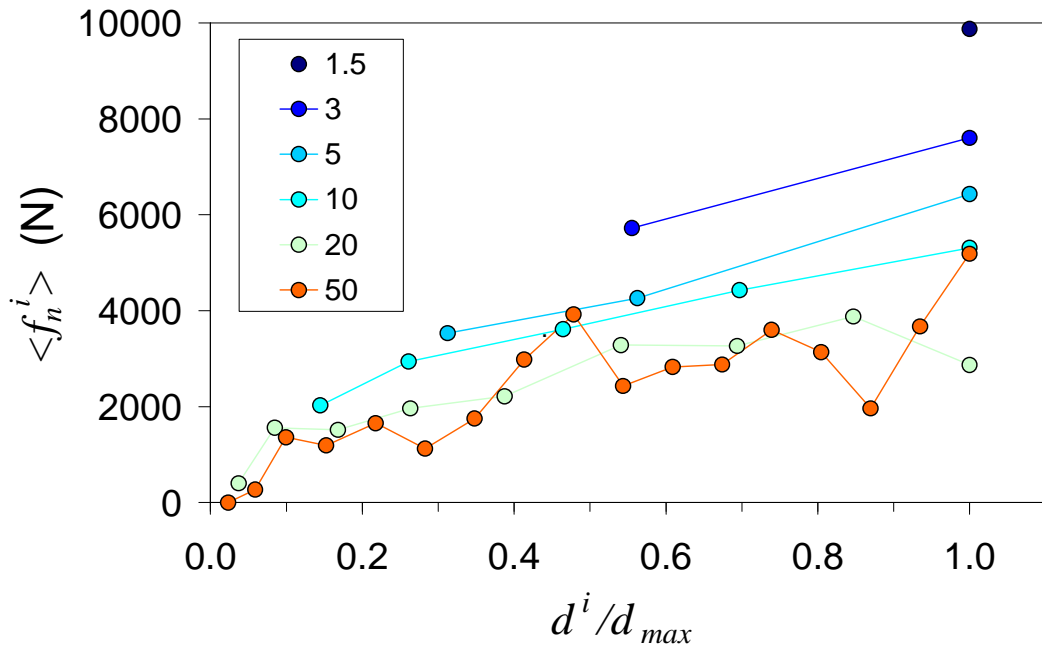


Figure 93. Forces normales de contact moyennes en fonction de la fraction de taille, pour différentes valeurs de la polydispersité  $R$

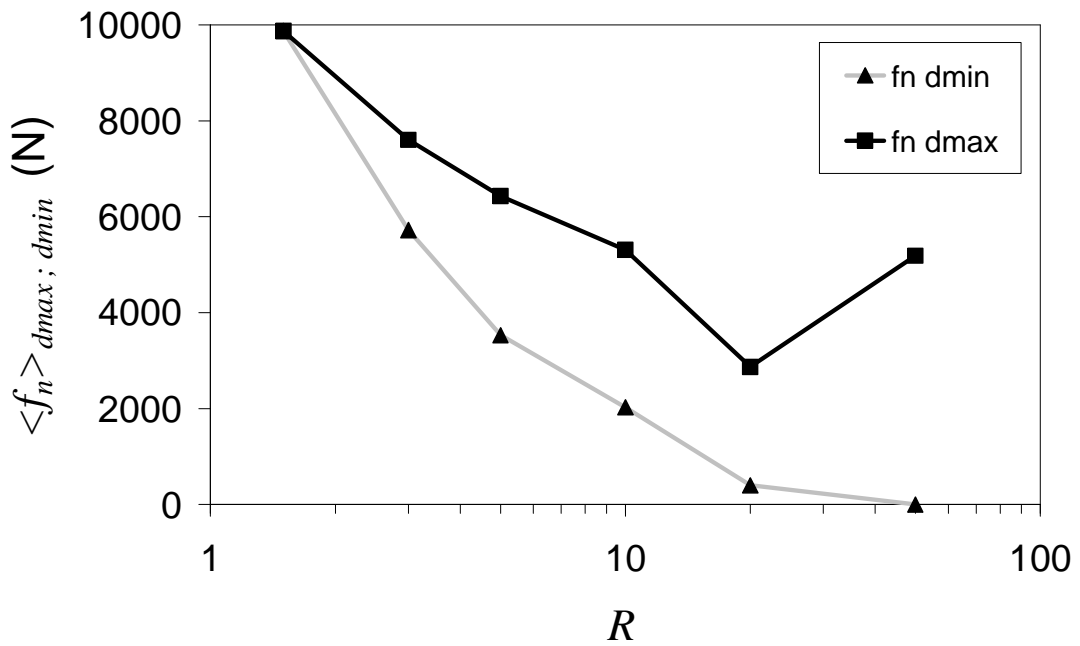


Figure 94. Forces normales de contact moyennes pour les tailles  $d_{max}$  et  $d_{min}$  pour différentes valeurs de la polydispersité  $R$

Afin de définir  $\langle f_n^i \rangle$  en fonction de la polydispersité  $R$ , on a calé les expressions suivantes :

$$\langle f_n^i \rangle = A^i \left( d^i / d_{max} \right)^2 + B^i \left( d^i / d_{max} \right) + C^i \quad (65)$$

où  $A^i$ ,  $B^i$  et  $C^i$  sont des paramètres empiriques. Au regard des résultats des simulations DEM concernant  $\langle f_n^i \rangle$ , on a défini 4 intervalles qui représentent convenablement l'évolution des forces de contact:  $R < 2$ ,  $2 < R < 4$ ,  $4 < R < 15$  et  $R > 15$ . La Figure 95 présente les courbes ajustées et les paramètres de calage choisis.

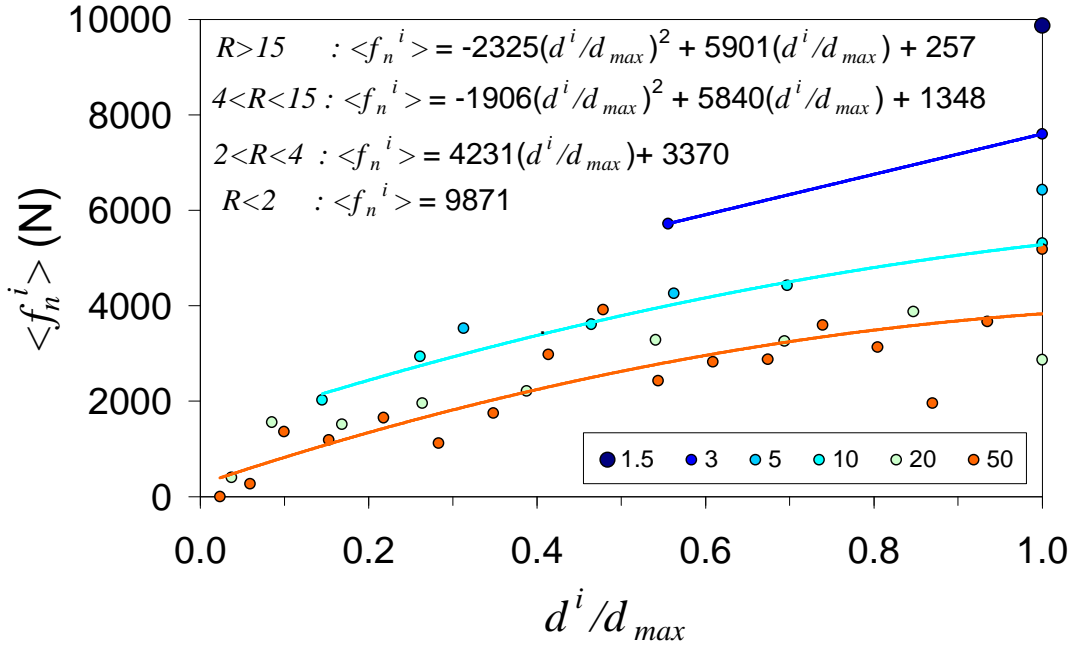


Figure 95. Calage des expressions pour les forces normales de contact moyennes en fonction de la fraction de taille, pour différentes valeurs de la polydispersité  $R$

Finalement, la cdf pour une force normale de contact caractéristique de la  $i^{\text{ème}}$  fraction de taille, supérieure à la valeur de rupture empirique, est donnée par (voir Figure 92b pour  $x = \xi_f^i$ ) :

$$P_N(\xi^i > \xi_f^i) = \int_{\xi_f^i}^{+\infty} p_N(\xi^i) d\xi^i \quad (66)$$

avec  $\xi_f^i = f_f^i / \langle f_n^i \rangle$  ( $f_f^i$  de l'équation (60)).

En général, quand le nombre de coordination ( $Z$ ) augmente sur un grain, cela entraîne un effet de confinement et la contrainte de traction maximale induite diminue (Jaeger, 1967; Sammis et al, 1987; Tsoungui et al, 1999). Par conséquent, sa probabilité de rupture diminue et son mode de fracturation peut changer. Ainsi, lorsque la rupture se développe, les gros grains seront de plus en plus entourés par les particules fines et leur nombre de coordination va augmenter. Simultanément,  $Z$  sera plus petit pour les grains plus fins, en augmentant leur probabilité de rupture. La Figure 96 montre le nombre de coordination dans les échantillons DEM. On constate

qu'il augmente pour les gros grains lorsque  $R$  augmente et que, indépendamment de  $R$ , il devient de l'ordre de 3 pour les grains les plus fins.

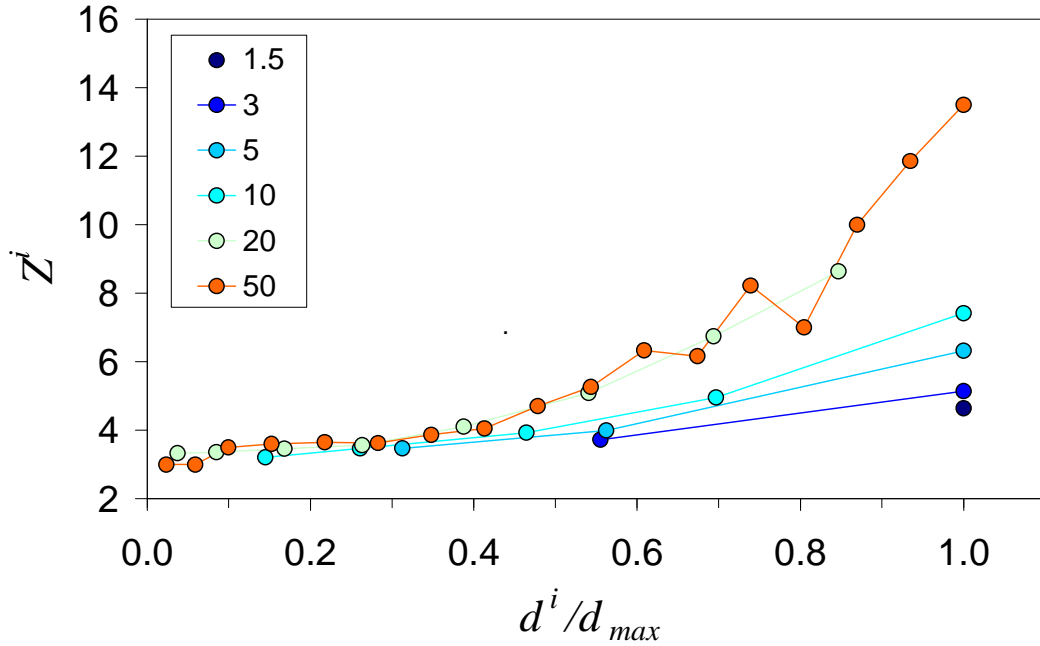


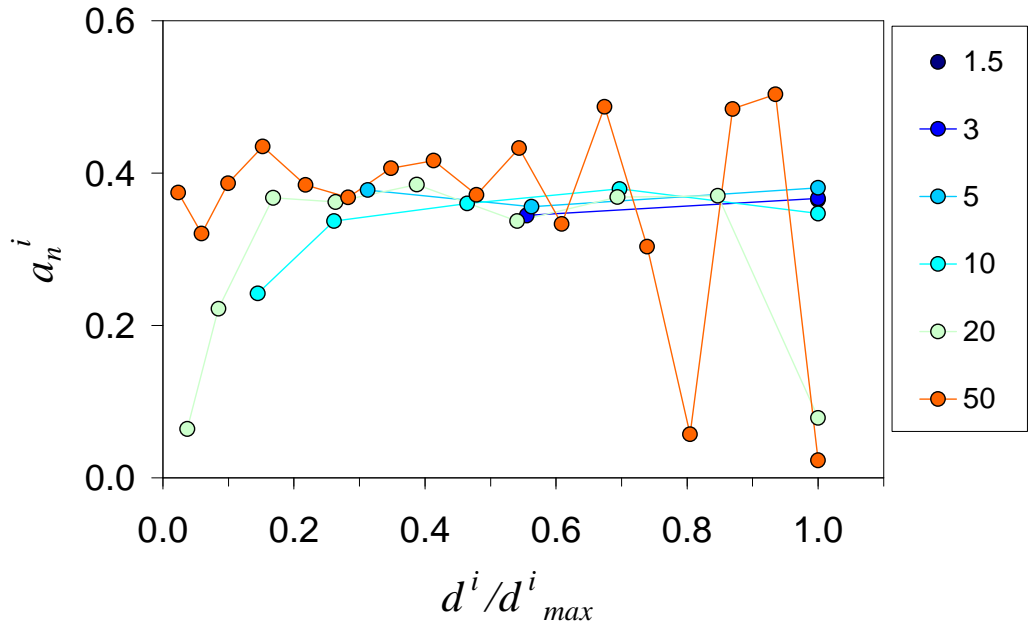
Figure 96. Calage des expressions pour les forces normales de contact moyennes en fonction de la fraction de taille, pour différentes valeurs de la polydispersité  $R$

Pour prendre en compte l'effet de confinement lié à l'évolution de  $Z$  et selon l'hypothèse de rupture en Mode I, on cherche à distinguer les particules soumises à des charges plutôt uniaxiales, et celles en situation de compression proche de l'état isotrope. Ceci peut être obtenu à partir d'une définition appropriée de l'anisotropie des forces par fraction granulométrique. D'après les travaux d'Azéma et al (2009), on utilise ici l'orientation normale des contacts ( $a_n^i$ ) calculée à partir du tenseur  $\chi_{\alpha\beta}^i$  :

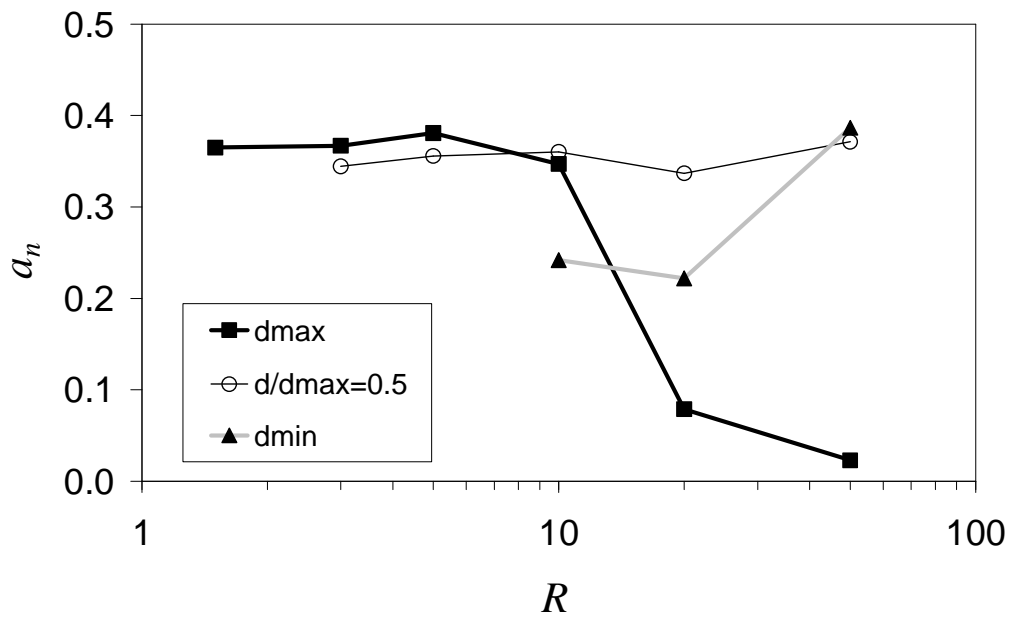
$$\chi_{\alpha\beta}^i = \frac{1}{N_c^i} \sum_{j=1}^{N_c^i} f_n^j n_\alpha^j n_\beta^j \quad (67)$$

où  $f_n^j$  est la composante normale de la force exercée sur la particule  $i$  au contact  $j$  et  $n_\alpha^j$  est la composante  $\alpha$  du vecteur reliant le centre de la particule  $i$  au contact  $j$ . Cette définition du tenseur  $\chi_{\alpha\beta}$  a été proposée par Azéma et al. (2009) à l'échelle de l'échantillon, c'est-à-dire sur un continuum, mais dans ce cas on l'applique à chaque fraction de taille  $i$  (i.e.  $\chi_{\alpha\beta}^i$ ), en suivant Voivret (2013). Ainsi, l'équation (67) représente plutôt un tenseur de contrainte moyen au sein d'une particule appartenant à une classe de taille donnée. Toutefois, des travaux sont en cours par Charles Voivret, dans la ligne de ses premiers résultats (Voivret, 2013), afin d'étudier la validité de cette application, notamment le sens du tenseur dans des fractions peu représentée dans l'échantillon.

Par conséquent, on obtient l'anisotropie dans la  $i^{\text{ème}}$  fraction comme  $a_n^i = (5/2)(\chi_1^i - \chi_3^i) / \langle f_n^i \rangle$  (Azéma et al., 2009), où les directions 1 et 3 correspondent aux forces principales majeure et mineure, respectivement.



(a)



(b)

Figure 97. Anisotropie des forces normales en fonction de la fraction de taille (a) pour différentes valeurs de la polydispersité  $R$  et (b) pour les tailles  $d_{max}$ ,  $d_{min}$  et  $d/d_{max}=0,5$

La Figure 97a montre que l'anisotropie est relativement constante et de l'ordre de 0,35 lors des simulations DEM. La Figure 97b montre que pour les gros grains, l'anisotropie des forces normales diminue avec  $R$ , ce qui reflète un effet de confinement en raison d'un grand nombre de contacts. D'autre part,  $a_n$  reste dans la

moyenne proche de 0,35 pour les grains de taille médiane  $d/d_{max}=0,5$ . Compte tenu de la dispersion des anisotropies pour  $R=50$ , en l'absence de données plus détaillées et par souci de simplicité, on considère ici que  $a_n=0,35$  dans tous les cas.

Finalement, dans l'équation (66), on utilise la force de rupture normalisée sous la forme  $\xi_f^i = f_f^i / \langle f_n^i \rangle_{max}$  où  $\langle f_n^i \rangle_{max}$  est définie pour la direction principale par :

$$\langle f_n^i \rangle_{max} = \langle f_n^i \rangle (1 + 2a_n^i) \quad (68)$$

### 3.2.3.3 Probabilité combinée $S^i$

Finalement, la probabilité de rupture d'un grain dans le matériau granulaire confiné est décrite pour la  $i^{ème}$  fraction granulométrique par  $S^i$ , qui est la combinaison de deux événements supposés indépendants: (1) la probabilité d'une force de contact normale plus élevée que  $f_f^i$  et (2) la distribution de Weibull autour d'une résistance à la traction induite caractéristique.

$$S^i(d^i, \sigma_f^i, \xi_f^i) = P_N(\xi_f^i > \xi_f^i) \times [1 - P_S(d^i, \sigma_f^i)] \quad (69)$$

A titre d'exemple, la Figure 98 montre la probabilité  $S^i$  donnée par l'équation (69), pour un échantillon polydispersé ( $R=10$ ) en compression oedométrique sous une contrainte verticale de 5 MPa et avec les paramètres arbitraires suivants :  $\lambda=1,2$ ,  $\eta=0,05$ ,  $m=3$ ,  $d_o=1$  mm et  $\sigma_o=5$  MPa. On observe que le terme  $1-P_S$  intègre l'effet d'échelle associé à la résistance à l'écrasement des grains pris individuellement. De son côté, le terme  $P_N$  indique que, en ce qui concerne les forces normales de contact intergranulaires, l'effet d'échelle se voit inversé et ce sont donc les particules les plus fines qui ont une plus forte probabilité d'être chargées au delà de leur résistance.

Avec l'objectif de visualiser l'évolution des probabilités de rupture des grains données par l'équation (69) en fonction de la polydispersité de l'échantillon et des classes granulométriques, la Figure 99 montre cette fois les probabilités  $S^i$  pour différentes valeurs de  $R$  en utilisant les mêmes conditions que celles de la Figure 98. Il est donc clair que, pour un chargement donné,  $S^i$  diminue avec  $R$ .

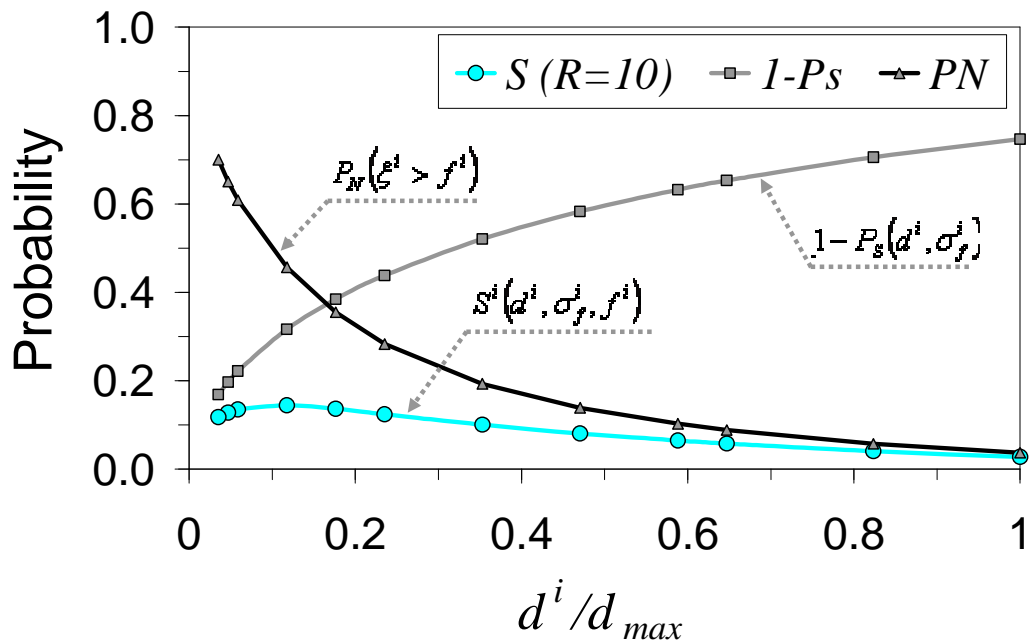


Figure 98. Probabilité combinée  $S^i$  en fonction des fractions de tailles  $i$  pour  $R=10$  (échantillon sous charge verticale de 5 MPa et paramètres du matériau  $\lambda=1,2$ ,  $\eta=0.05$ ,  $m=3$ ,  $d_o=1$  mm et  $\sigma_o=5$  MPa)

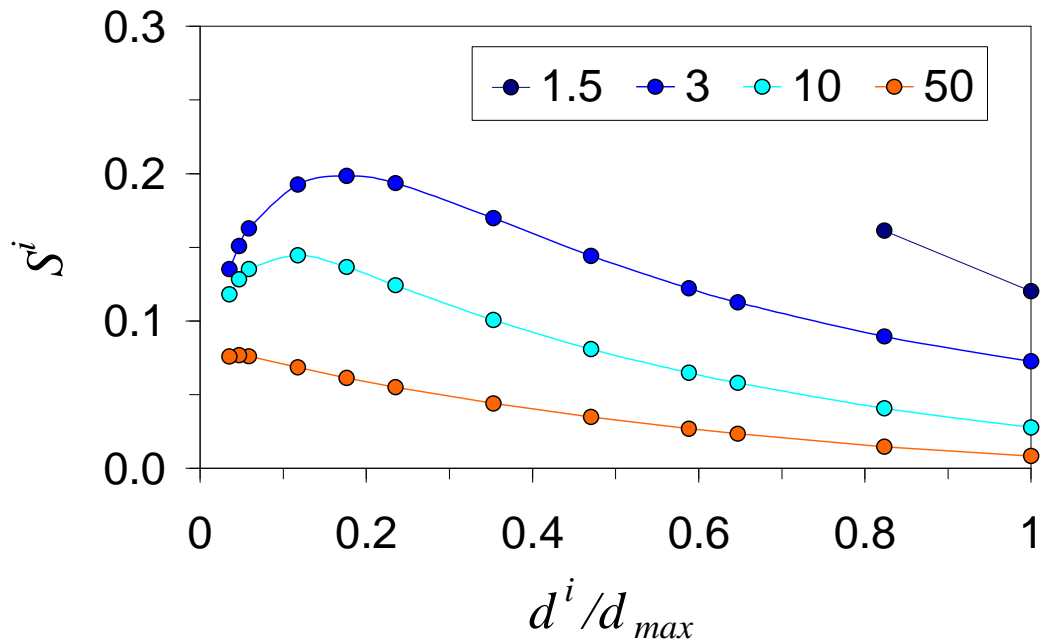


Figure 99. Probabilités  $S^i$  en fonction des fractions de tailles  $i$  pour différentes valeurs de la polydispersité  $R$  (échantillon sous charge verticale de 5 MPa et paramètres du matériau  $\lambda=1,2$ ,  $\eta=0.05$ ,  $m=3$ ,  $d_o=1$  mm et  $\sigma_o=5$  MPa)

### 3.3 Simulations expérimentales

Dans la suite, deux simulations numériques de comminution confinée sont présentées sur la base des résultats expérimentaux publiés pour des essais de compression

oedométrique par McDowell (2002) et Nakata et al. (2001a). Les données expérimentales disponibles sont les suivantes:

- granulométries avant et après les essais à différentes étapes de chargement,
- statistiques des essais de résistance à la rupture des particules obtenues par des tests d'écrasement entre deux plateaux parallèles qui permettent de déterminer les paramètres de la distribution de Weibull ( $\sigma_o$  et  $m$ ) et de Marsal ( $\lambda$ ,  $\eta$ , selon l'équation (39)).

Dans la fonction de fragmentation  $b^{ij}$ , on a utilisé  $D_{sp}=2$  pour les deux cas simulés, qui donne le meilleur calage des prédictions pour le taux de rupture des grains. Le Tableau 5 donne les paramètres utilisés dans les simulations, disponibles dans Nakata et al. (2001a) et McDowell (2002).

Tableau 5. Paramètres empiriques pour les simulations de comminution confinée

Paramètre	Sable de Leighton Buzzard	Sable de silice
Tailles des grains (mm)	1,8 - 2,0	1,4 – 1,7
$C_u$ Initial	1,7	1,1
$M$	3,14	3,04
$\sigma_o$ (MPa)	41,70	30,96
$d_o$ (mm)	2	2
$\lambda^*$ (éq. (60))	1,09	1,01
$\eta^*$ (éq. (60))	0,074288	0,045
Référence	McDowell (2002)	Nakata et al. (2001a)

\* pour  $d^i$  en (mm) et  $f_f^i$  en (kN)

La Figure 100 montre les probabilités  $S^i$  pour les essais oedométriques sur le sable de Leighton Buzzard jusqu'à une contrainte macromécanique verticale effective de 75 MPa. La Figure 101 montre les prévisions de la granulométrie. On constate que le modèle peut reproduire de façon satisfaisante le taux de rupture  $B_r$ , l'évolution de la granulométrie et donne des valeurs précises de  $C_u$ .



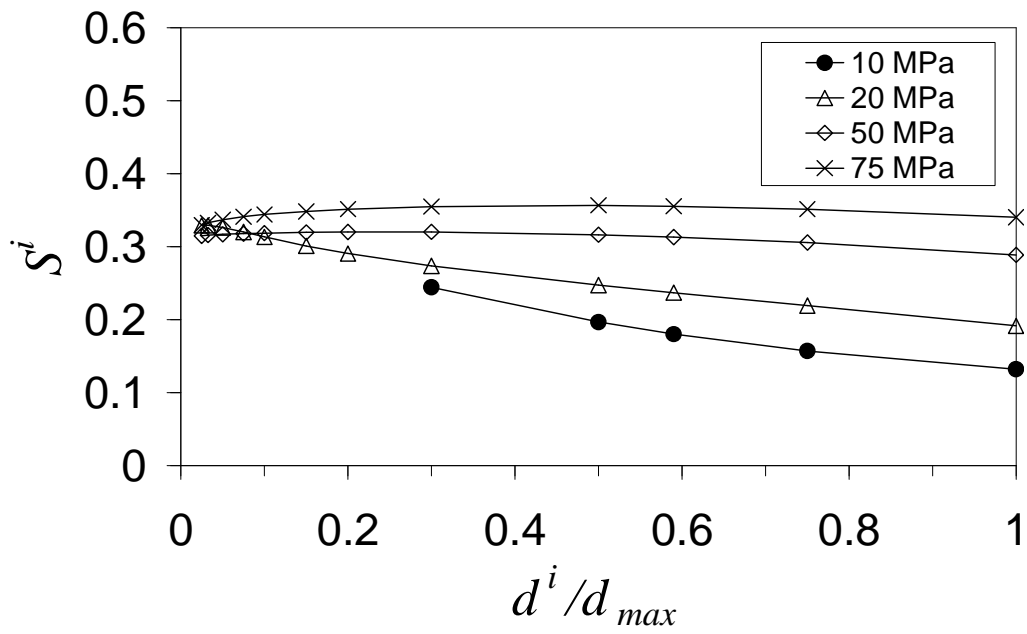
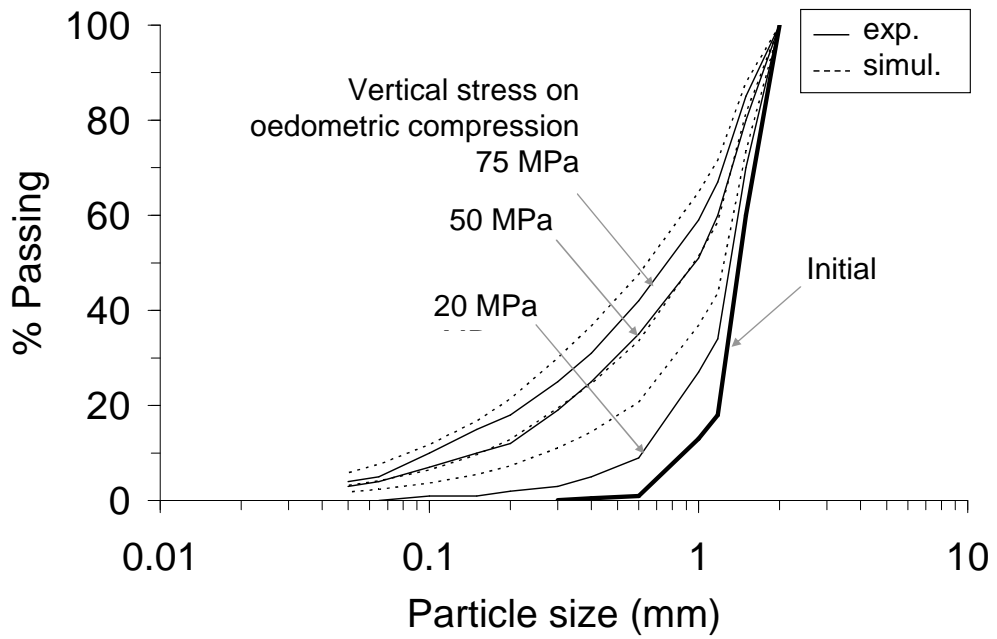
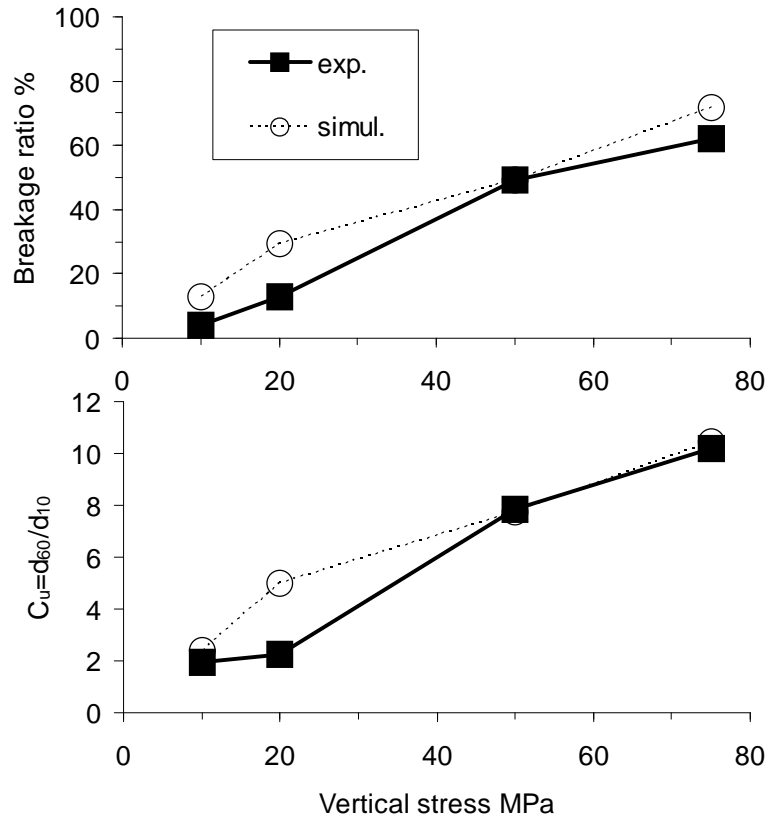


Figure 100. Probabilités de rupture  $S^i$  pour les simulations des résultats expérimentaux de McDowell (2002)



(a)



(b)

Figure 101. Résultats expérimentaux de McDowell (2002) après essais oedométriques sur du sable de silice et simulations de l'évolution de (a) la courbe granulométrique et (b) du taux de rupture et du coefficient d'uniformité

La Figure 102 montre les probabilités  $S^i$  pour les essais oedométriques sur le sable de silice testé par Nakata et al. (2001a) jusqu'à une contrainte macromécanique verticale effective de 92 MPa. La Figure 103 montre les prévisions de la granulométrie. Dans ce cas encore, le modèle peut reproduire correctement l'évolution de la granulométrie.

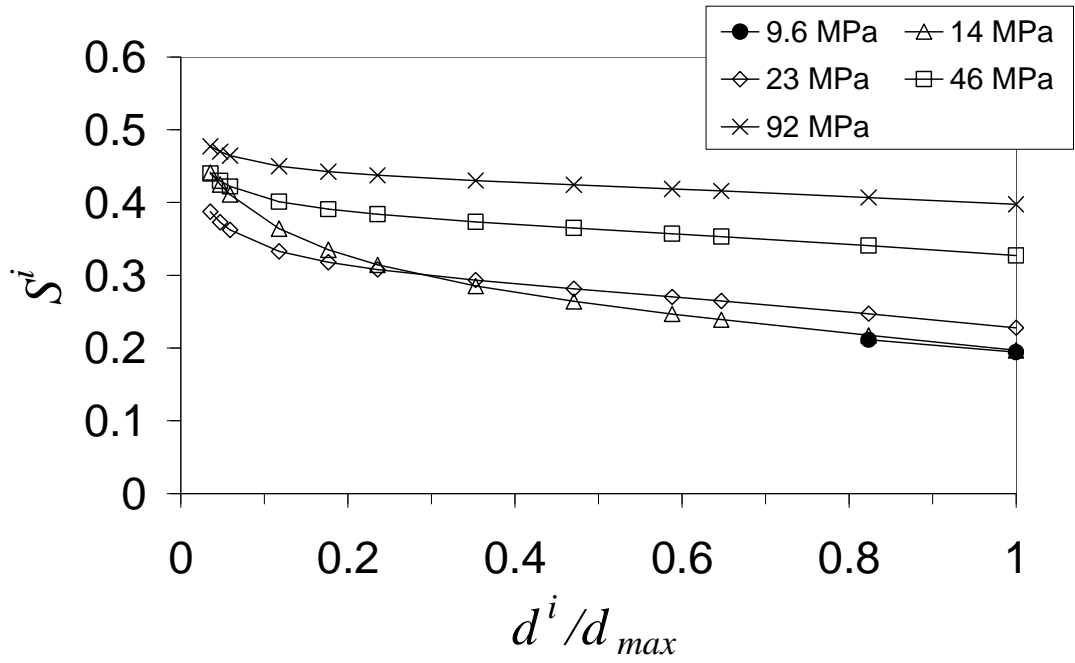
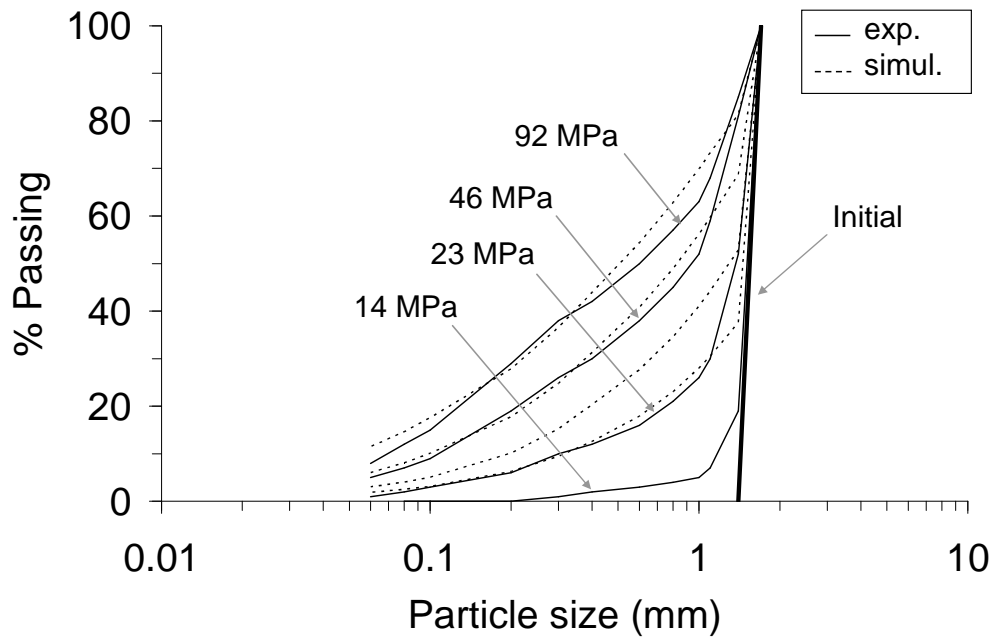


Figure 102. Probabilités de rupture  $S^i$  pour les simulations des résultats expérimentaux de Nakata et al. (2001a)



(a)

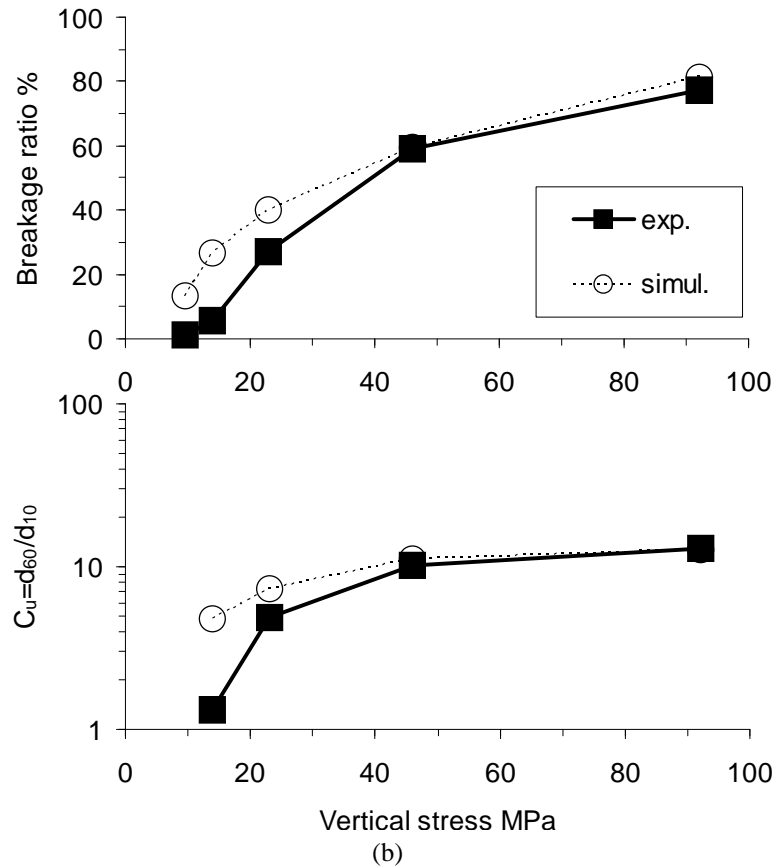


Figure 103. Résultats expérimentaux de Nakata et al. (2001a) après essais oedométriques sur du sable de silice et simulations de l'évolution de (a) la courbe granulométrique et (b) du taux de rupture et du coefficient d'uniformité

### 3.4 Discussions des résultats

Pour les cas de comminution analysés, la méthode probabiliste présentée ici peut prédire avec une précision suffisante les données expérimentales, ce qui peut être utile pour diverses applications d'ingénierie pratique. Néanmoins, le lien entre les paramètres macro et micromécaniques suppose, d'une façon simplifiée, la forme sphérique du grain. Egalement, le phénomène de fragmentation est décrit ici par un paramètre de calage unique dans la fonction  $b^{ij}$ , évitant une analyse approfondie du mode de fracture d'une particule ou d'une définition indépendante des événements de rupture : fracture, attrition et abrasion. En conséquence, la voie vers une modélisation plus précise de la comminution confinée est encore longue et il faudra beaucoup plus de contributions des modèles DEM, de la description des contacts entre grains et de la caractérisation mécanique des particules. Des nouvelles perspectives sont, par exemple, une intégration directe de l'effet du nombre de coordination, de la forme du grain, des chemins des contraintes, entre autres variables. Néanmoins, on a fourni le cadre formel pour décrire le modèle de comminution.

## 4 VALIDATION EXPERIMENTALE DE L'EFFET D'ECHELLE

### 4.1 Introduction

La validation expérimentale des effets d'échelle dans les matériaux granulaires dus à la rupture des grains doit être une des contributions principales de cette thèse. Dans ce chapitre, on présente ses objectifs, la méthodologie expérimentale adoptée, la description des outils expérimentaux et les résultats obtenus. On reprend la méthodologie définie dans le projet ANR ECHO et utilisée précédemment par Hu (2009) sur l'enrochement Calcaire des Préfontaines (CP, décrit précédemment dans la section 2.3.2.1 de cette thèse), et on l'applique à un autre matériau.

### 4.2 Objectifs

Les objectifs de la partie expérimentale de la thèse sont les suivants :

- Obtenir des preuves de l'effet d'échelle dû à la rupture des grains dans les matériaux granulaires (petits enrochements) sous cisaillement, en particulier pour relier les effets d'échelle de la résistance à la rupture des granulats avec celui de l'assemblage granulaire.
- Enrichir la base des données sur le comportement des matériaux grossiers en utilisant des outils d'essais non standard en ce qui concerne la taille des échantillons.
- Valider la méthode de Frossard (2009), qui cherche à caractériser la résistance au cisaillement d'un matériau grossier à partir d'essais sur un échantillon réduit, de granulométrie homothétique.

### 4.3 Méthodologie du programme expérimental

On utilise un matériau d'enrochement qui a été concassé en carrière à partir de la même roche mère. Les différentes fractions de tailles ont la même minéralogie. Le processus de broyage génère des grains angulaires et, a priori, on considère qu'ils présentent la même forme des grains. On fait d'ailleurs une mesure de la forme des particules comme on explique par la suite, afin de s'assurer qu'on maintient les caractéristiques géométriques du matériau invariables avec la taille.

Une fois concassé, l'enrochement est trié pour reconstituer trois granulométries de même uniformité  $C_u$ , mais avec différentes tailles maximale  $d_{max}$ . De cette façon, on a trois matériaux de granulométries parallèles, ou homothétiques, avec un facteur d'échelle géométrique constant à chaque fraction de taille.

On utilise des cellules triaxiales qui gardent un rapport  $d_{max}/d_{\text{échantillon}}$  inférieur à 0,15, selon la pratique courante (Holtz et Gibbs, 1958). Plus précisément, les enrochements sont testés dans des échantillons de 70 mm, 250 mm et 1000 mm de diamètre, ce qui donne un  $d_{max}$  de 10, 40 et 160mm, respectivement. Le rapport hauteur/diamètre des échantillons est de 1,5 : il est fixé par les dimensions de la plus grande cellule utilisée.

Les échantillons sont mis en place dans des moules cylindriques rigides et protégés du fluide de confinement par des membranes étanches. Le matériau est déposé par couches successives et la densification se fait par vibration, à l'aide d'une aiguille vibrante de 38 mm de diamètre. On cherche ainsi à obtenir la même densité dans les trois échantillons homothétiques mais il faut noter que cela ne garantit pas un même indice de densité relative. Plus de détails sur la préparation des échantillons sont donnés par la suite.

Les essais de cisaillement sont des essais triaxiaux consolidés drainés sur le matériau à l'état sec, conduits jusqu'à 20% de déformation axiale. Les variations volumiques se font en mesurant le volume d'eau injecté ou extrait de la cellule pour maintenir la pression de confinement constante, à l'aide des dispositifs spéciaux installés dans la cellule triaxiale. Chaque matériau est soumis à trois séries d'essais avec un confinement entre 100 à 400 kPa. Quelques tests sont doublés pour s'assurer de la répétitivité de la méthodologie.

La granulométrie du matériau est mesurée avant et après essai. Parallèlement, des essais d'écrasement des grains par compression sont effectués par le CETE Lyon, afin de valider des approches multi-échelles, comme il a été montré dans la section 2.3.2 de cette thèse.

## **4.4 Outils expérimentaux**

### **4.4.1 Cellule triaxiale pour des échantillons de 1000 mm de diamètre**

La grande cellule triaxiale disponible à l'Ecole Centrale de Nantes (voir Figure 52b) est capable d'accueillir des échantillons jusqu'à 1000 mm de diamètre et 1500 mm de hauteur. Comme on constate sur la Figure 52b, la hauteur est limitée en raison de la hauteur du pont roulant avec lequel on assemble les différentes composantes de la cellule. Le système a été conçu pour supporter des charges verticales jusqu'à 2000 kN, appliquées par un vérin hydraulique. La cellule est composée d'une base en acier rigide de 1,60 x 1,60 m, posée sur une dalle en béton précontraint qui peut supporter le poids total d'environ 150 kN sans déformation significative. En bas et en haut de l'échantillon, on trouve des plateaux constitués d'éléments circulaires en acier de 120 mm d'épaisseur et 1100 mm de diamètre. Les faces internes des plateaux permettent

le drainage à l'aide d'une grille métallique fixe protégée par deux couches fines de géotextile, afin d'éviter toute migration de particules fines dans le système de drainage. Aucune lubrification n'est utilisée pour empêcher les effets de bord sur les plateaux. L'enceinte de pression est constituée d'un cylindre à double paroi de 2000 mm de hauteur. La double paroi de l'enceinte se compose d'un cylindre extérieur en acier (12 mm d'épaisseur et 1256 mm de diamètre) et d'un cylindre en polyéthylène haute densité intérieur (8 mm d'épaisseur et 1200 mm de diamètre). Ce système a été conçu pour une pression de confinement maximale de 1,5 MPa. Lors de la préparation des essais, les deux compartiments extérieur et intérieur sont remplis simultanément avec de l'eau. Un système de contrôle continu est chargé de maintenir la même pression dans les deux chambres, en permettant l'écoulement entre elles à l'aide d'une servo-valve automatique. Par conséquent, le cylindre intérieur reste indéformable pendant le test et le changement de volume du compartiment intérieur est uniquement dû à la déformation volumique de l'échantillon et à la pénétration du piston. Ce système a été conçu pour pouvoir effectuer des tests sur le matériau à l'état sec. La Figure 105 montre la configuration de la double chambre de confinement et les principales composantes de la grande cellule et la Figure 104 présente une photo du dispositif.



Figure 104. Photographie de la cellule triaxiale pour les échantillons de 1000 mm pendant l'essai

Les échantillons sont préparés à l'intérieur d'un moule spécialement conçu en aluminium. Entre le moule et le matériau, on place deux membranes en PVC de 1,5 mm d'épaisseur chacune, en plus d'une couche intérieure de géotextile. La membrane externe sera donc en contact avec l'eau de confinement et on assure ainsi l'étanchéité

de l'échantillon. La membrane intérieure est libre de coulisser sur la membrane externe. Le matériau est déposé dans le moule par couches de 100 kg et compacté par vibration pendant environ 5 min à l'aide d'une aiguille vibrante.

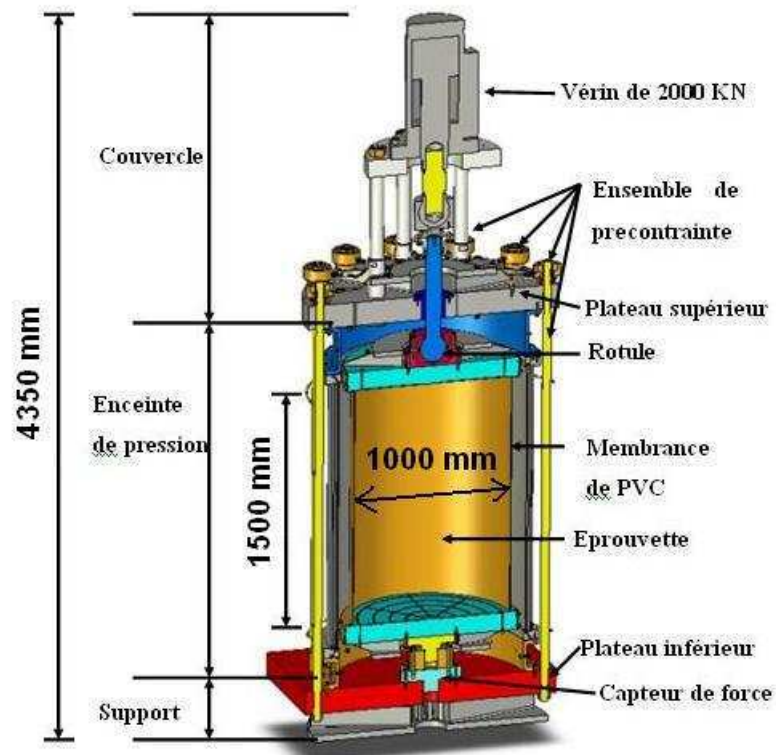


Figure 105. Composantes de la grande cellule triaxiale pour les échantillons de 1000 mm (Hu, 2009)

#### 4.4.2 Cellule triaxiale pour des échantillons de 250 mm de diamètre

Une cellule triaxiale capable d'accueillir des échantillons jusqu'à 250 mm de diamètre et 500 mm de hauteur a été conçue et fabriquée au laboratoire GeM de l'Ecole Centrale de Nantes (voir Figure 106). Ce système a été conçu pour être placé sous une presse MTS de 500 kN de capacité maximale, qui peut être contrôlée en force ou en déplacement. Pour les essais sur du matériau sec, le changement de volume est mesuré par les échanges de fluide de confinement avec deux vérins qui maintiennent la pression constante. Les déformations de la cellule sont négligées.

Similairement à la grande cellule précédemment présentée, les échantillons sont préparés à l'intérieur d'un moule spécialement conçue en aluminium. Entre le moule et le matériau, on place deux membranes en néoprène de 1,0 mm d'épaisseur chacune, en plus d'une couche intérieure de géotextile. Le système assure ainsi l'étanchéité de l'échantillon. Le matériau est déposé dans le moule par couches de 10



kg et compacté par vibration pendant environ 1 min à l'aide d'une aiguille vibrante. Cette méthodologie a permis d'atteindre les mêmes densités que celles des échantillons de 1000mm de diamètre.

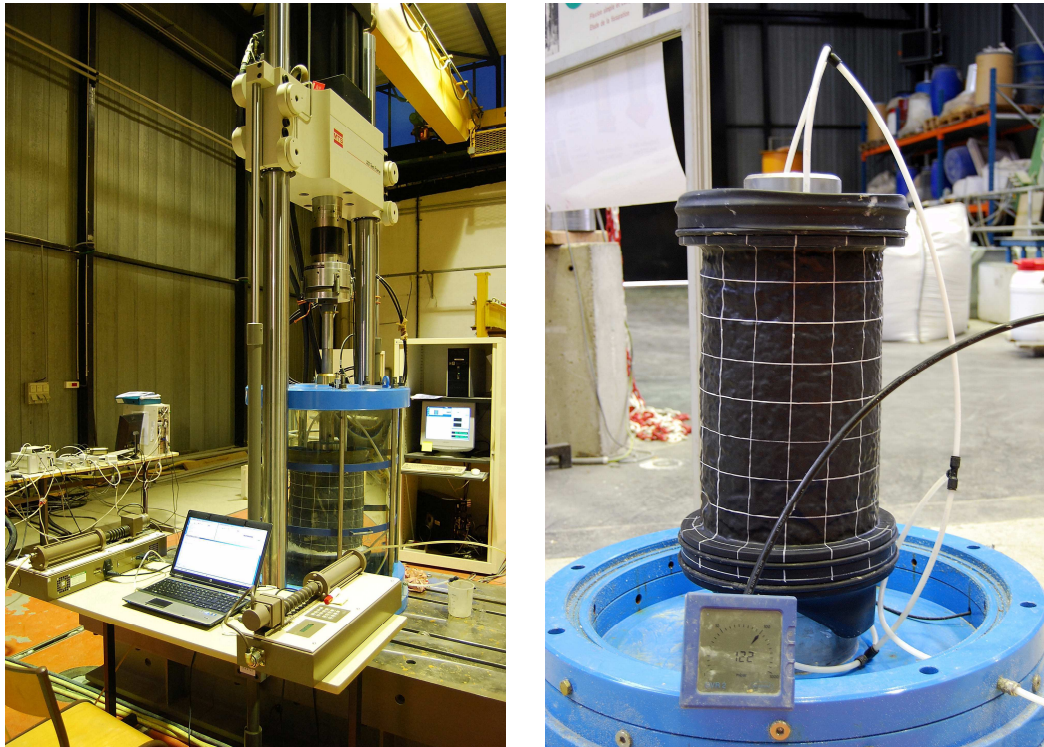


Figure 106. Photographies de la cellule triaxiale pour les échantillons de 250mm de diamètre



Figure 107. Photographie de la cellule pour les échantillons de 70mm de diamètre

#### 4.4.3 Cellule triaxiale pour des échantillons de 70 mm de diamètre

Les échantillons de 70 mm de diamètre sont testés dans une cellule triaxiale conventionnelle à déformation contrôlée, montrée sur la Figure 107. Pour les essais

sur du matériau sec, le changement de volume est mesuré par les échanges de fluide de confinement avec deux vérins qui maintiennent la pression constante. Les déformations de la cellule sont négligées.

Les échantillons sont préparés à l'intérieur d'un moule et isolés avec une membrane en latex de 1,0 mm d'épaisseur, en plus d'une couche intérieure de géotextile. Le matériau est déposé dans le moule par couches de 100 à 150 g et compacté par vibration, en le plaçant sur une table vibrante pendant 30 secondes. Ainsi, on obtient des densités proches par rapport aux échantillons de 1000mm et de 250mm de diamètre.

#### **4.5 Paramètres mesurés et interprétations comparatives des résultats**

Avant de placer le matériau dans le moule, on mesure la hauteur qu'aura l'échantillon à l'intérieur du moule. Pendant la préparation, on mesure le poids de chaque couche de matériau placé et on a donc à la fin le poids sec de l'échantillon. Une fois l'échantillon reconstitué, on applique le vide à l'intérieur et on retire le moule. Ensuite, on mesure les dimensions de l'échantillon (5 mesures du périmètre et 4 mesures de hauteur initiale  $H_o$ ) pour obtenir le volume initial  $V_o$ .

Au cours de l'essai, on mesure

- Le déplacement  $\Delta H$  de la tête du vérin hydraulique.
- La force  $F$  au niveau du vérin hydraulique.
- La contrainte de confinement  $\sigma_3$ . Dans la grande cellule (échantillons de 1000m de diamètre), la taille des échantillons est telle que  $\sigma_3$  n'est pas constante sur tout l'échantillon. Toutefois, on considère dans les calculs que la pression de confinement est relevée au milieu de l'échantillon. Ainsi, elle varie linéairement avec la hauteur en raison de 10 kPa par mètre, soit 15 kPa de différence entre le bas et le haut de l'échantillon. Ceci est relativement important aux faibles confinements ( $\pm 7,5$  % pour un confinement de 100 kPa à mi-hauteur) et négligeable aux plus forts confinements utilisés de 400 kPa ( $\pm 2\%$  d'erreur environ).
- Les variations de volume (entrant/sortant)  $\Delta V_{conf}$  mesurées dans l'enceinte de confinement.

A partir de ces mesures, on calcule les paramètres suivants:

- La déformation axiale :  $\varepsilon_l = \Delta H / H_o$

- La variation de volume de l'échantillon donné par:  $\Delta V_{ech} = \Delta V_{conf} - \Delta V_{pis}$ ; c'est-à-dire, la différence entre  $\Delta V_{conf}$  et le volume déplacé par l'enfoncement du piston de charge verticale  $\Delta V_{pis}$ .
- La déformation volumique :  $\varepsilon_v = \Delta V_{ech} / V_o$
- La section transversale moyenne :  $A_{avg} = V_o / H_o * (1 - \varepsilon_l) / (1 - \varepsilon_v)$ . La friction aux extrémités de l'échantillon induit une déformation en tonneau. On applique donc une correction de section transversale moyenne d'après les déformations volumique et axiale.
- La contrainte déviatoire :  $q = F / A_{avg}$
- La contrainte moyenne effective:  $p' = q/3 + \sigma_3$

On considère que les déformations en phase de consolidation isotrope non mesurables sont faibles : dans les calculs, on les considère nulles.

D'après Hu et al. (2011), on prend en compte l'effet de la pénétration de la membrane selon la méthode développée par Frydman et al. (1973), Ramana et Raju (1982) et Nicholson et al. (1989). Ils ont suggéré que le volume de pénétration de la membrane par unité de surface présente une relation linéaire avec le log-cycle de pression de la contrainte de confinement effective. Ils proposent une constante de proportionnalité  $S$ , appelée coefficient de pénétration de la membrane normalisé. Pour les échantillons de 1000 mm de diamètre, on a utilisé la valeur proposée par Nicholson et al. (1989) de  $S = 0,4 (cm^3/cm^2) / \Delta \log \sigma_3'$ , pour  $d_{20}$  supérieur à 50 mm. Pour les échantillons de 250 mm de diamètre on a utilisé  $S = 0,1 (cm^3/cm^2) / \Delta \log \sigma_3'$ . Toutefois, pour de faibles variations de  $\sigma_3'$  en phase de cisaillement, cette correction est négligeable.

A des fins de comparaison des résultats d'essais, on calcule la résistance au cisaillement à travers l'angle de frottement au pic selon le modèle de Mohr-Coulomb ( $\eta_{max}$  étant la valeur maximale du rapport des contraintes  $q/p'$ ):

$$\phi_{peak} = \text{Arc sin} \left( \frac{3\eta_{max}}{6 + \eta_{max}} \right) \quad (70)$$

## 4.6 Enrochement testé

Le matériau correspond à l'enrochement de schiste quartzitique (STV) de la carrière des Trois Vallées, décrit précédemment dans la section 2.3.2.2 de cette thèse. Le matériau a été reçu en 3 échantillons séparés, correspondant à STV0, STV1 et STV2, avec un  $d_{max}$  de 10, 40 et 160mm, respectivement. Ensuite, la granulométrie a été

modifiée afin de générer 3 échantillons homothétiques de coefficient d'uniformité initial  $C_u \approx 5$  (voir Figure 108).

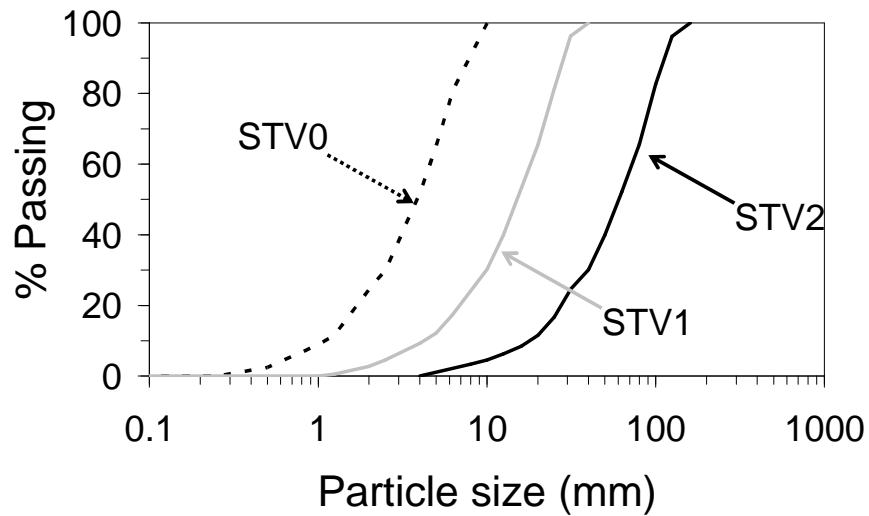


Figure 108. Granulométries homothétiques de l'engrochement STV

On a mesuré la géométrie des grains selon trois dimensions, de sorte qu'ils peuvent s'insérer dans un ellipsoïde (voir Figure 109) d'après la définition proposée par Biarez et Hicher (1997). La Figure 110 montre des particules de la fraction 80-100mm et leur rapport  $c/a$ . De même, la Figure 111 présente quelques exemples pour la fraction 31,5-40mm et la Figure 112 pour la fraction 8-10mm.

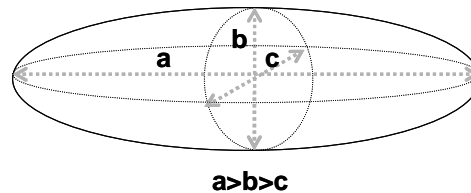


Figure 109. Paramètre de mesure de la forme des grains «  $c/a$  » (Biarez et Hicher, 1997)



$a=156\text{mm}$  ;  $b=113\text{mm}$  ;  $c=63\text{mm}$  ;  $c/a=0,48$



$a=212\text{mm}$  ;  $b=148\text{mm}$  ;  $c=69\text{mm}$  ;  $c/a=0,33$



a=164mm ; b=108mm ; c=61 ; c/a=0,37



Figure 110. Grains de l'engrochement de Schiste quartzitique de Trois Vallées, fraction de taille 80-100mm



a=60mm ; b=40mm ; c=20mm ; c/a=0,30



a=65mm ; b=50mm ; c=39mm ; c/a=0,60



a=65mm ; b=56mm ; c=26mm ; c/a=0,40



Figure 111. Grains de l'engrochement de Schiste quartzitique de Trois Vallées, fraction de taille 31,5-40mm

La Figure 113 montre les résultats du rapport  $c/a$  (voir Figure 109), pour au moins une vingtaine de grains de chaque fraction granulatoire. On peut voir que pour les grains les plus gros ( $d > 31,5\text{mm}$ ), la moyenne du rapport est plus élevée ; de même, la dispersion des données est plus faible pour les gros grains (voir Figure 114).





Figure 112. Grains de l'engrochement de Schiste quartzitique de Trois Vallées, fraction de taille 8-10mm

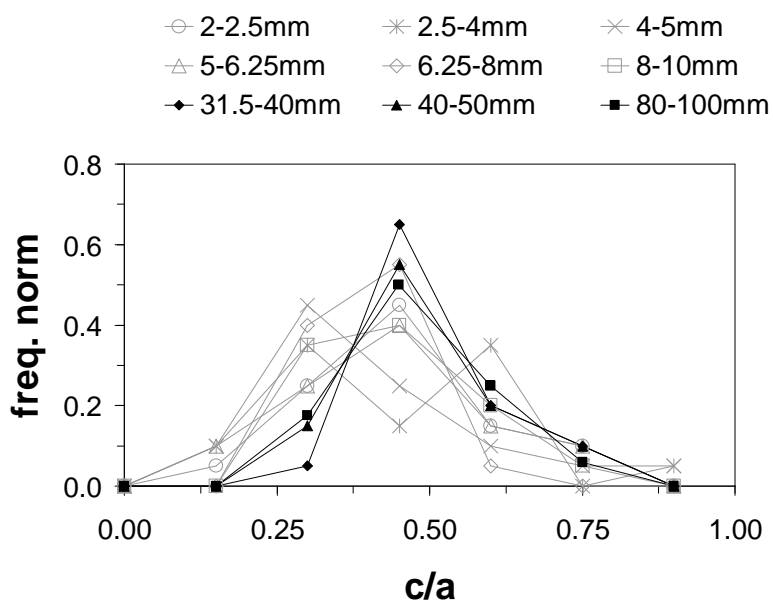


Figure 113. Courbes de fréquences du paramètre de forme des grains  $c/a$  pour des grains de STV

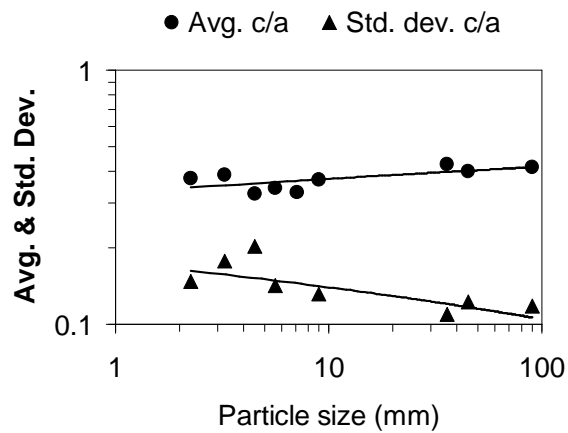


Figure 114. Statistique des formes des grains de STV

Tableau 6. Résumé des essais triaxiaux réalisés

Nom	Série	Mat.	$d_{max}$ (mm)	$\sigma_3$ (kPa)	Indice des vides initial
Tx 70-100	C			100	0,54
Tx 70-200	C			200	0,53
Tx 70-300	D			200	0,54
Tx 70-300	A	STV0	10	300	0,54
Tx 70-400	C			400	0,53
Tx 70-400	D			400	0,55
Tx 70-600	A			600	0,53
Tx 250-100	B			100	0,49
Tx 250-200	A			200	0,57
Tx 250-200	B			200	0,53
Tx 250-300	A	STV1	40	300	0,52
Tx 250-300	B			300	0,54
Tx 250-300	B			300	0,54
Tx 250-400	C			400	0,53
Tx 250-400	D			400	0,55
Tx 1000-200	A			200	0,51
Tx 1000-300	A*	STV2	160	300	0,59
Tx 1000-300	B			300	0,53
Tx 1000-400	A**			400	0,53

(\*) membrane percée à  $\varepsilon_a=9\%$

(\*\*) membrane percée à  $\varepsilon_a=16\%$

## 4.7 Résultats des essais triaxiaux

Le Tableau 6 montre un résumé des essais réalisés. Sur les Figure 115 à Figure 120, on trouve les courbes contrainte-déformation et les granulométries avant et après compression triaxiale pour tous les essais.

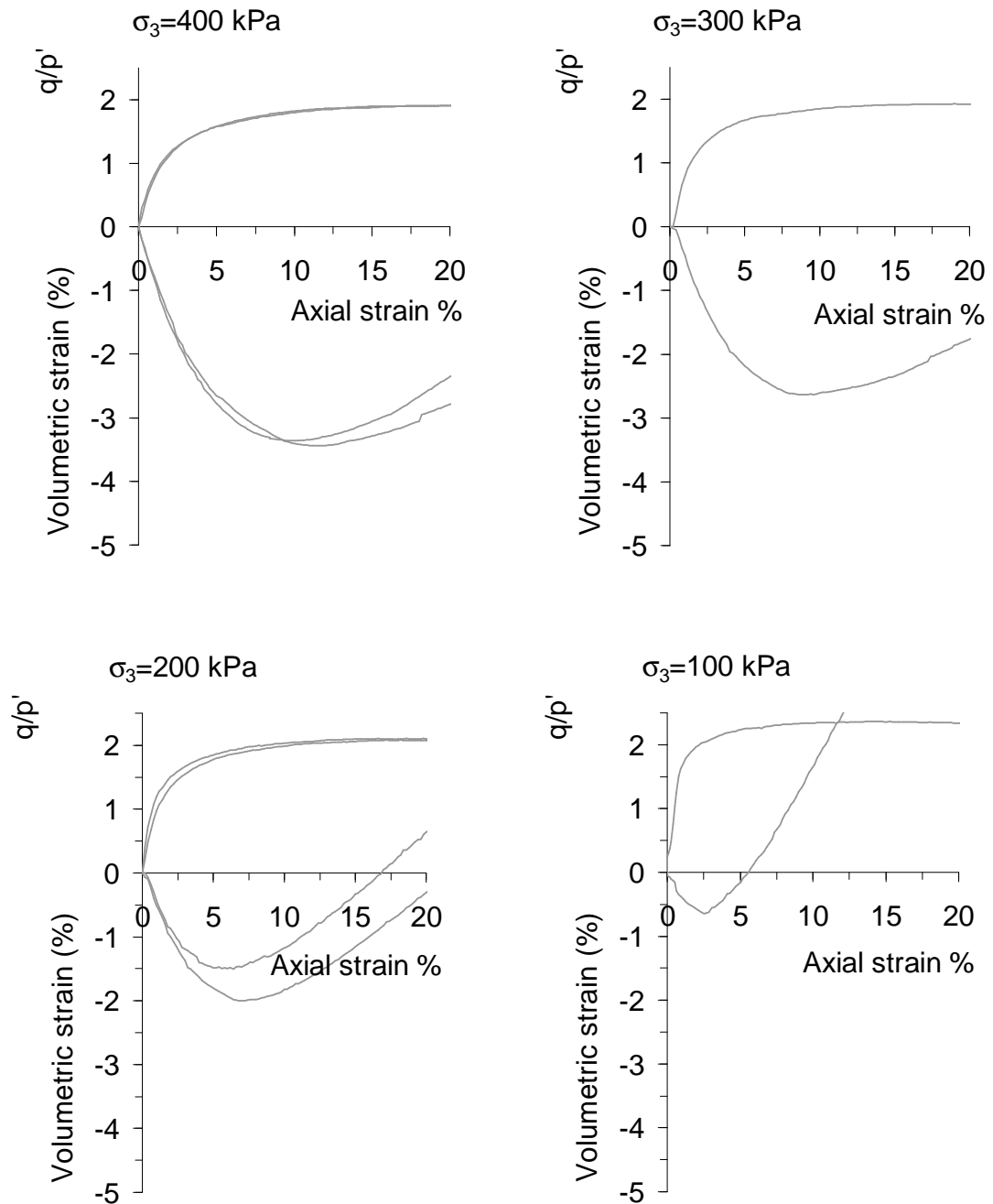


Figure 115. Courbes de comportement contrainte-déformation, enrochement STV0 sur des échantillons de 70mm de diamètre



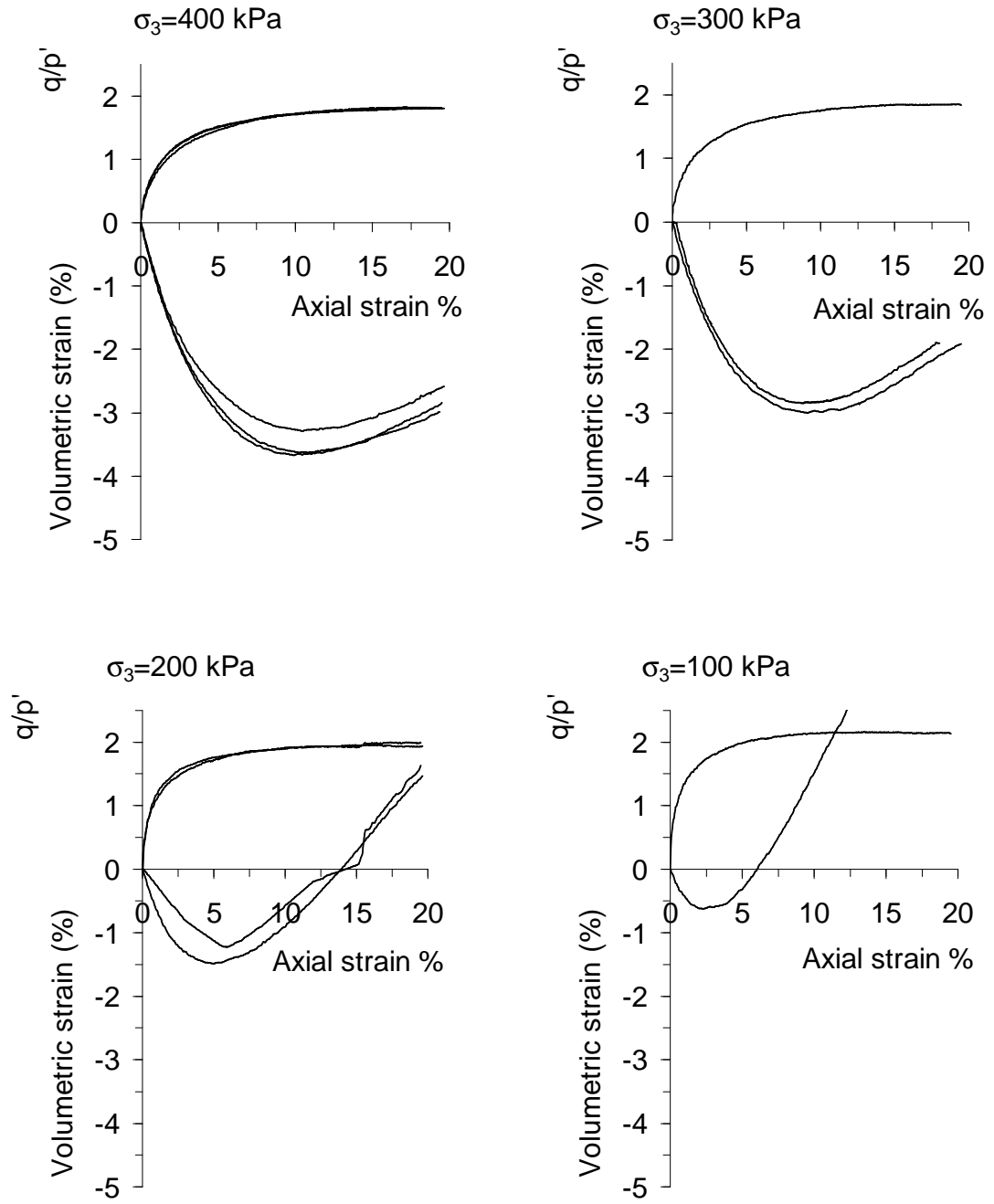


Figure 116. Courbes de comportement contrainte-déformation, enrochement STV1 sur des échantillons de 250mm de diamètre

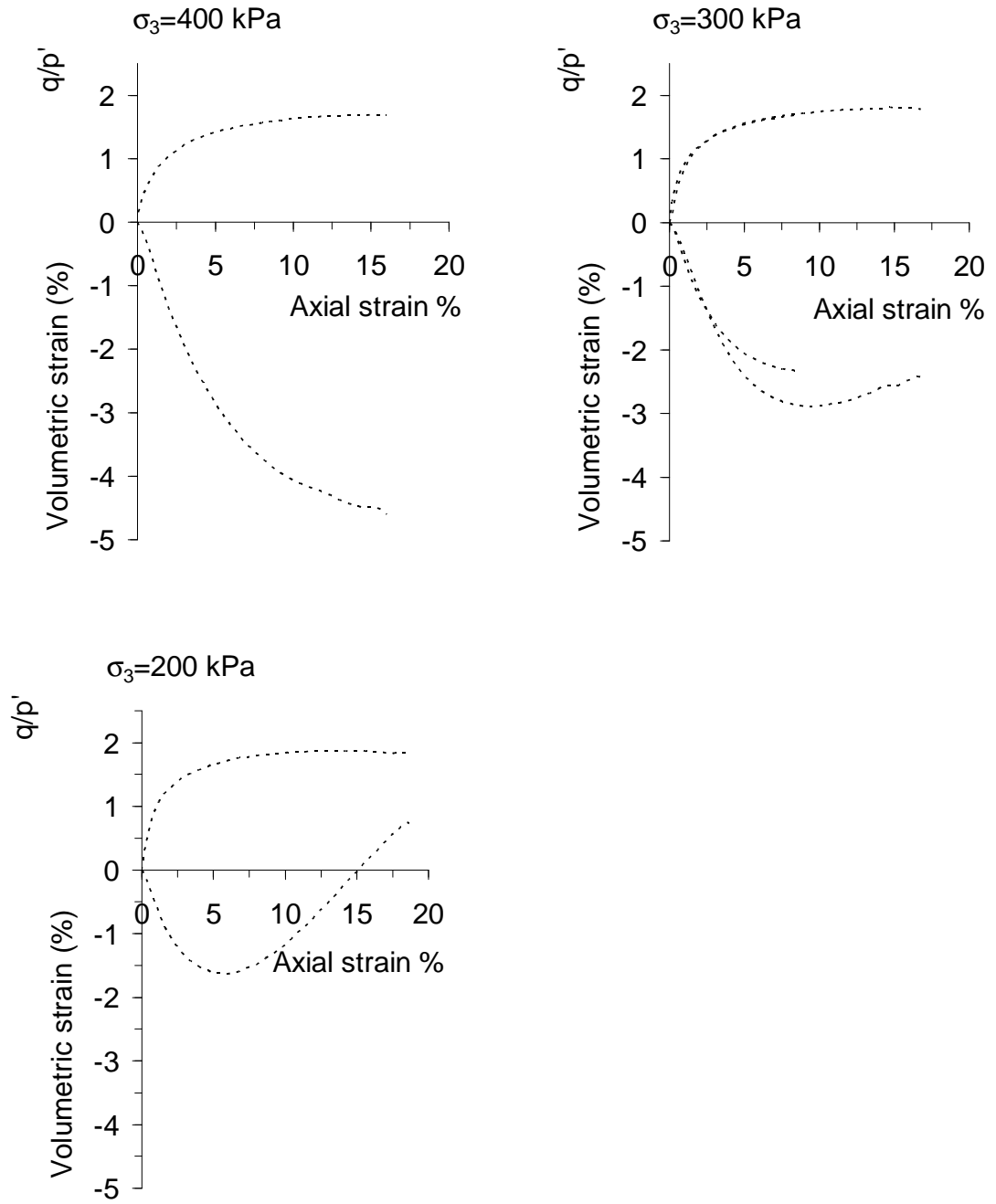


Figure 117. Courbes de comportement contrainte-déformation, enrochement STV2 sur des échantillons de 1000mm de diamètre

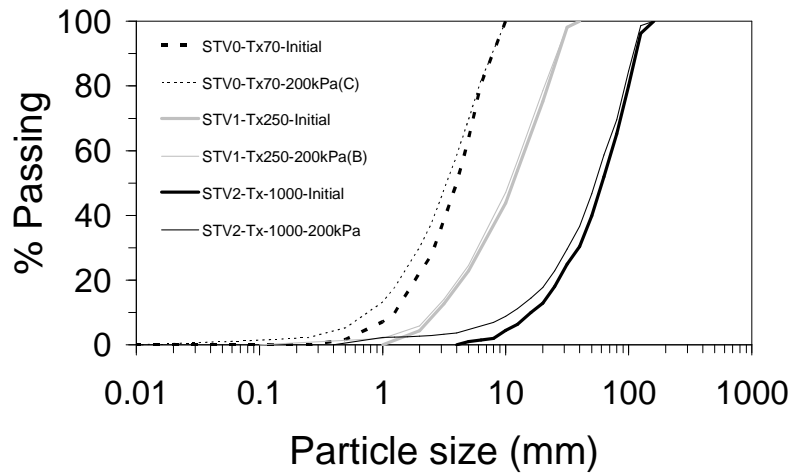


Figure 118. Granulométries avant et après essais triaxiaux à  $\sigma_3=200\text{kPa}$  sur STV

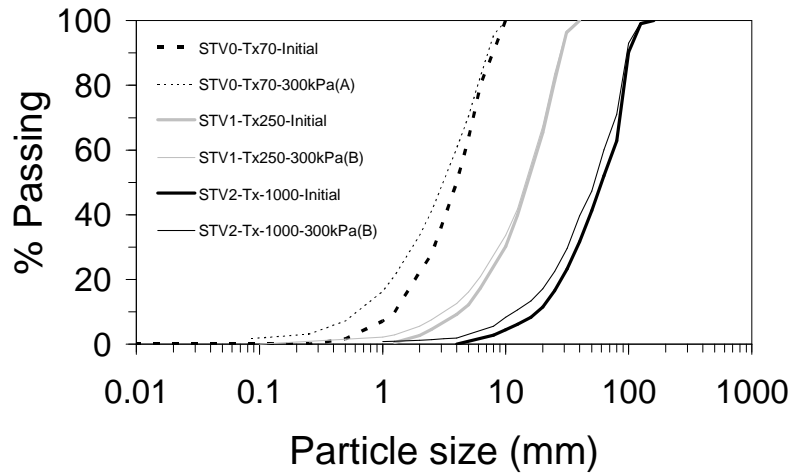


Figure 119. Granulométries avant et après essais triaxiaux à  $\sigma_3=300\text{kPa}$  sur STV

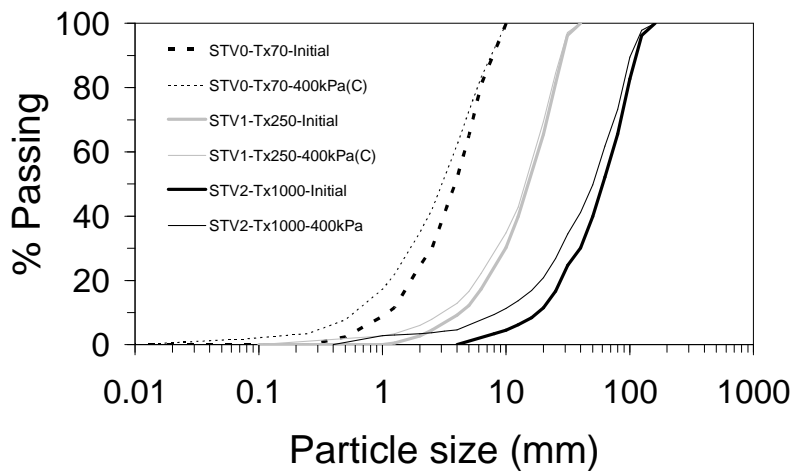


Figure 120. Granulométries avant et après essais triaxiaux à  $\sigma_3=400\text{kPa}$  sur STV

La Figure 121 montre une photographie après essai sur le matériau STV2, où on observe la rupture des grains, notamment les plus gros.

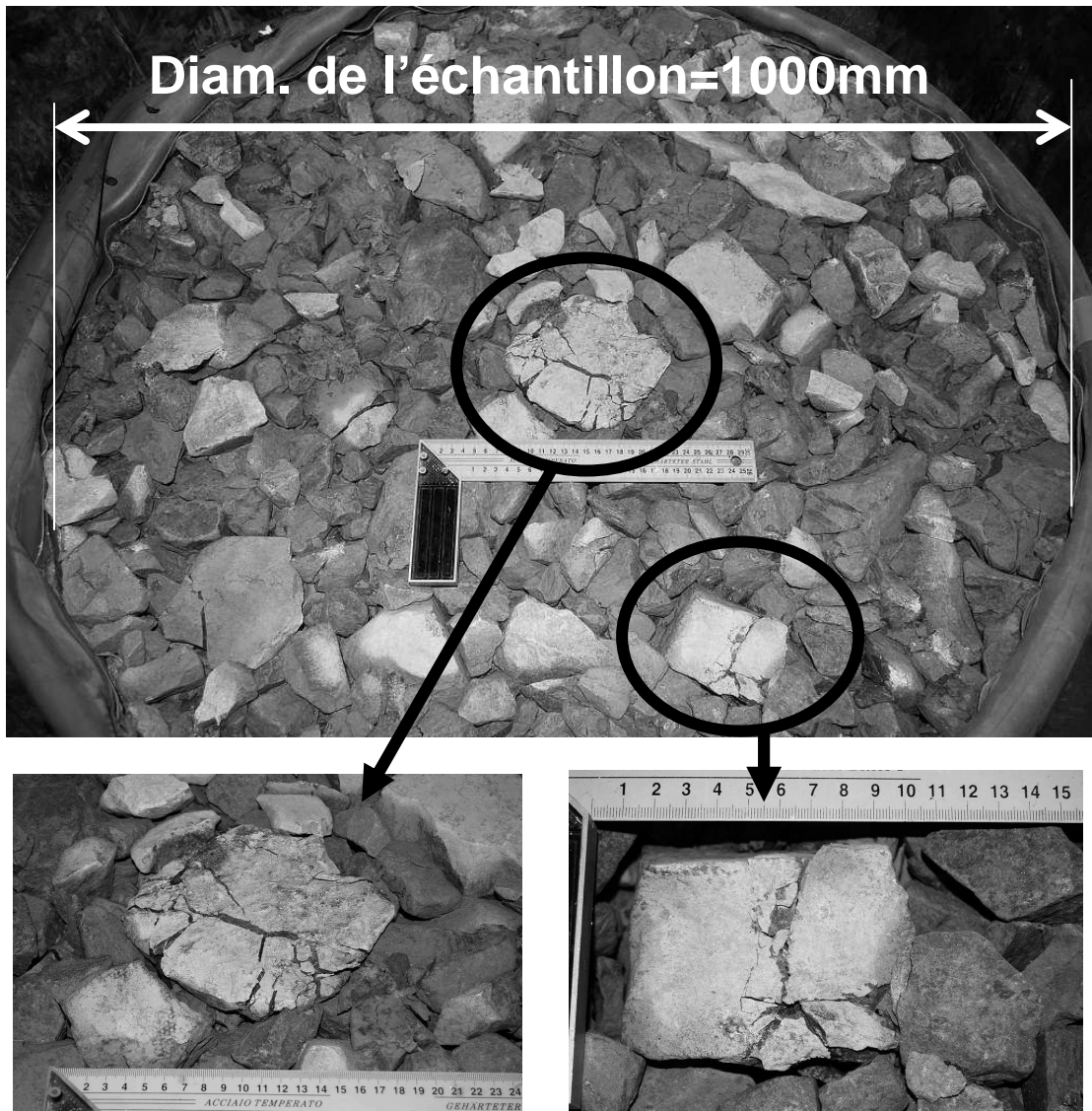


Figure 121. Détails de la rupture des grains après essais triaxial du matériau STV2

La Figure 122 présente les taux de rupture selon la définition de Marsal (voir la définition sur la Figure 14) et les angles de frottement au pic pour tous les essais. On voit que la rupture des grains augmente avec la pression de confinement. Les taux de rupture de STV0 et STV2 s'avèrent pratiquement les mêmes à chaque niveau de confinement, tandis que celui de STV1 est toujours plus faible. Selon l'effet d'échelle attendu d'après les preuves expérimentales antérieures et la théorie de la rupture fragile décrites dans le chapitre 2, on s'attendait à ce que STV0 présente moins de rupture par rapport aux deux matériaux plus grossiers. On pense que ce résultat est dû à des différences dans la forme des grains plus fins (fractions de taille entre 2 à 10mm) par rapport aux gros ( $d > 31.5\text{mm}$ ). Comme montré sur la Figure 114, le rapport  $c/a$  diminue pour les fins, c'est-à-dire que ce sont des grains plus

aplatis et donc plus vulnérables à la rupture. Même si les différences de forme sont faibles, elles pourraient jouer un rôle important et invalider une comparaison en termes d'effet d'échelle par rupture des grains entre STV0 d'une part, et STV1 et STV2 d'autre part.

En ce qui concerne l'angle de frottement au pic, on constate que la résistance au cisaillement diminue avec l'augmentation de la taille des grains. Pourtant, en regard des différences dans la forme des grains mentionnées ci-dessus, on se limite ici à comparer les effets d'échelles seulement entre les deux matériaux plus gros STV1 et STV2.

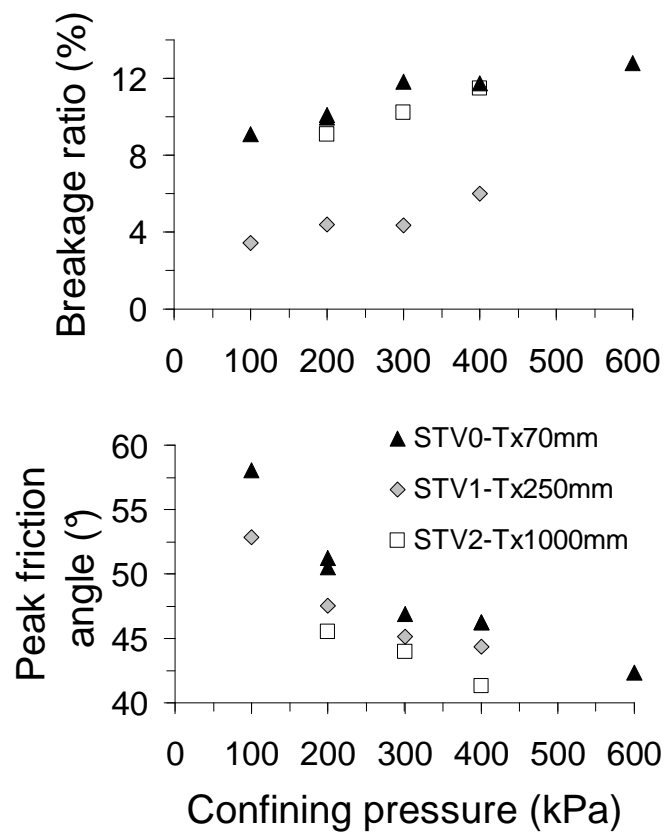


Figure 122. Effet d'échelle lors des essais triaxiaux sur STV1 et STV2 : (a) taux de rupture ; (b) angle de frottement au pic

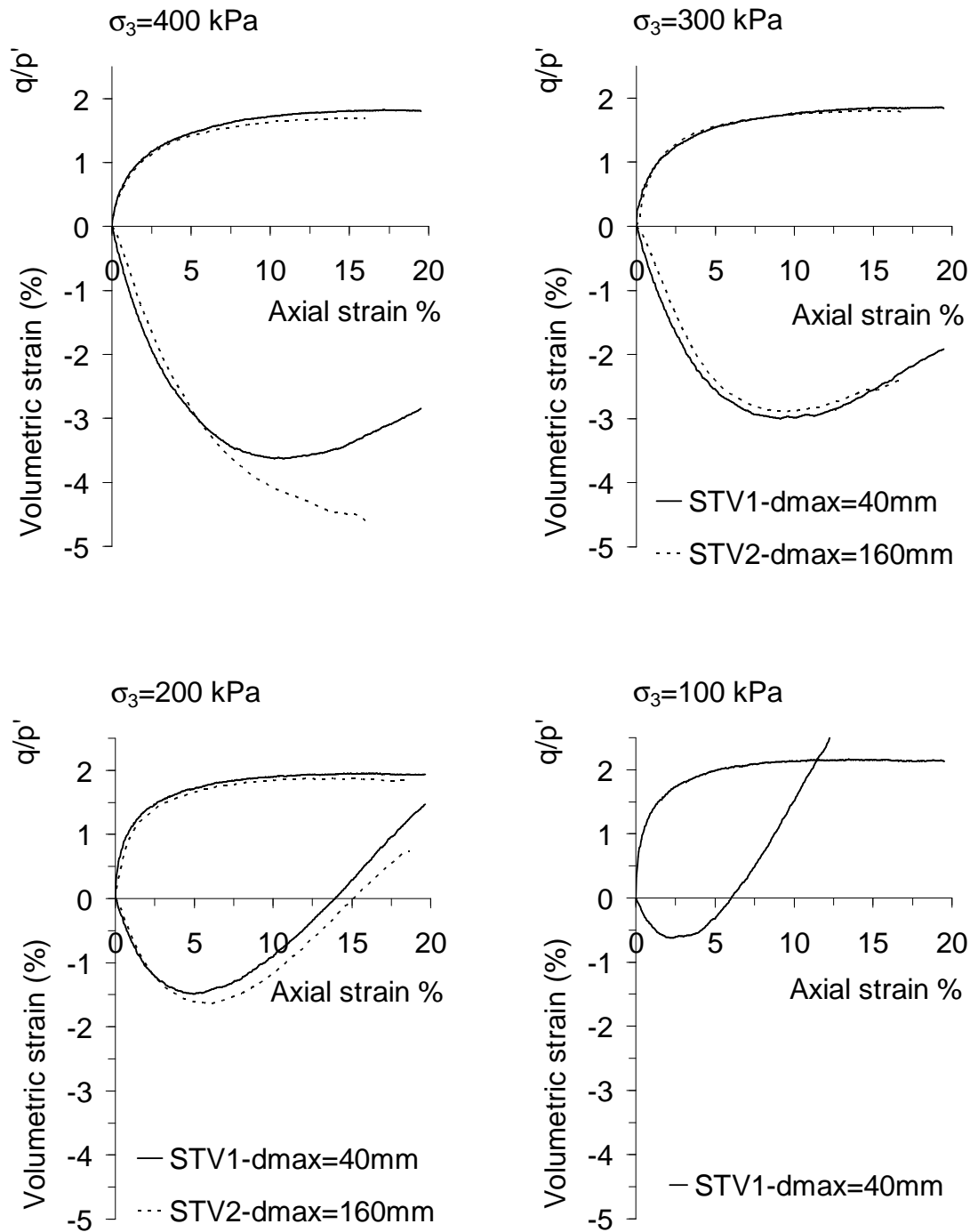


Figure 123. Courbes de comportement contrainte-déformation, enrochement STV

Ainsi, si on observe sur la Figure 122 les résultats de STV1 et STV2, on voit un effet d'échelle avec plus de ruptures des grains et moins de résistance au cisaillement sur STV2. Sur la Figure 123, on compare les courbes contraintes-déformation de STV1 et STV2. La réponse volumique est légèrement plus contractante pour STV2 sur les essais à 200 et 400 kPa de confinement, mais pratiquement la même pour l'essai à 300 kPa. Même si on s'attendait à plus de contractance dans STV2 par rapport à STV1, compte tenue de l'augmentation de la rupture des grains, on peut conclure que

les différences sont faibles et pourraient même être confondues avec la dispersion expérimentale. Dans ce sens, les résultats sont similaires à ceux de la littérature pour des matériaux homothétiques, notamment ceux de Marachi et al. (1969) et Becker et al. (1972) (voir Figure 57) avec des  $d_{max}$  de 50 et 150 mm, et ceux de Hu et al. (2011) (voir Figure 65)) avec des  $d_{max}$  de 40 et 160mm. Egalement, les diagrammes de dilatance de la Figure 124 montrent un comportement pratiquement équivalent pour STV1 et STV2, ce qui est cohérent avec les commentaires précédents. Toutefois, l'angle de frottement  $\phi_f$  dans la loi de dilatance de Rowe (voir équation (7)), montré sur la Figure 125, est légèrement plus élevé pour le matériau plus fin STV1.

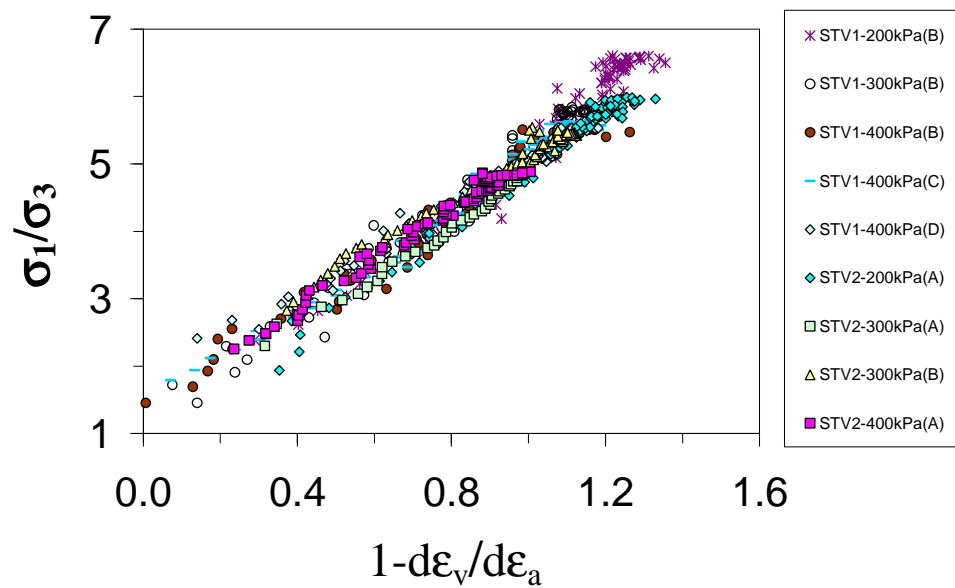


Figure 124. Diagrammes de dilatance, enrochement STV

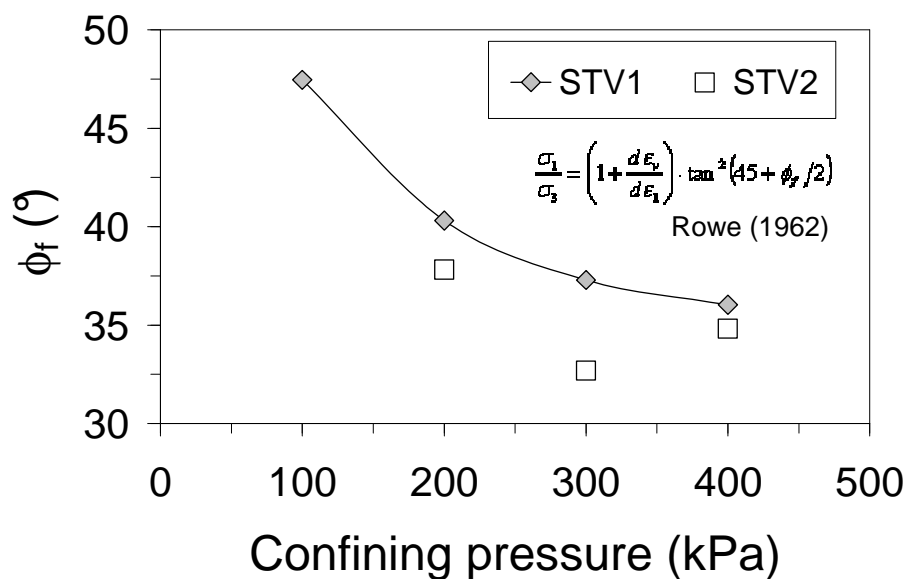


Figure 125. Angle de frottement  $\phi_f$  dans la loi de Rowe

La Figure 126 montre un grain de taille 100 mm pris après un essai triaxial sur STV2 qui a la particularité d'avoir été cassé mais pas décomposé. Autrement dit, les fragments sont restés en contact, sans déplacement relatif. Ce type de comportement a été observé sur plusieurs particules et pourrait indiquer que certains grains qui cassent ne contribuent pas nécessairement à une augmentation de la contractance, puisque avant et après rupture ils ne modifient pas la structure locale de l'assemblage granulaire. Ceci pourrait expliquer pourquoi on n'observe pas d'effet d'échelle significatif en termes de déformations volumiques. Si les morceaux fracturés ne se démêlent pas et ne se dispersent pas dans l'assemblage, ils ne modifieront pas grandement le changement volumique. Ainsi, la limitation de la déformation axiale appliquée pendant les essais triaxiaux ne permettrait pas la réorganisation complète de la microstructure après la rupture des plus gros grains en particulier.



Figure 126. Grains récupéré du matériau STV2 après essai.

#### **4.8 Comparaison avec d'autres matériaux grossiers**

Sur la Figure 24, on montre la résistance moyenne à l'écrasement de divers agrégats de roche, dont le Calcaire de Préfontaines (CP) et le Schiste des Trois Vallées (STV), sur lesquels on a fait une analyse statistique dans la section 2.3.2 de cette thèse. Sur la même figure, on voit aussi les matériaux testés par Marsal (1973) qui sont ici comparés aux résultats des essais triaxiaux sur le matériau STV ainsi que sur le CP testé par Hu et al. (2012). Premièrement, on constate sur la Figure 24 que les particules de STV figurent parmi les plus résistantes, suivies par le gravier de Pinzadaran et le basalte de San Francisco (les deux derniers rapportés par Marsal (1973)). Parallèlement, les grains de CP sont les moins résistants, pas loin du gneiss granitique Mica de Marsal (1973).

Ensuite, afin de comparer les résultats des essais triaxiaux sur les matériaux de la Figure 24, on présente sur la Figure 127 les enveloppes de cisaillement pour chacun. On voit donc que les matériaux granulaires les plus résistants restent ceux dont les particules sont les plus solides, et vice-versa. Toutefois, la résistance individuelle des



particules n'est pas le seul paramètre à considérer et l'étalement de la granulométrie joue un rôle important dans la rupture des grains (plus la granulométrie est uniforme plus il y a de ruptures, voir Figure 28).

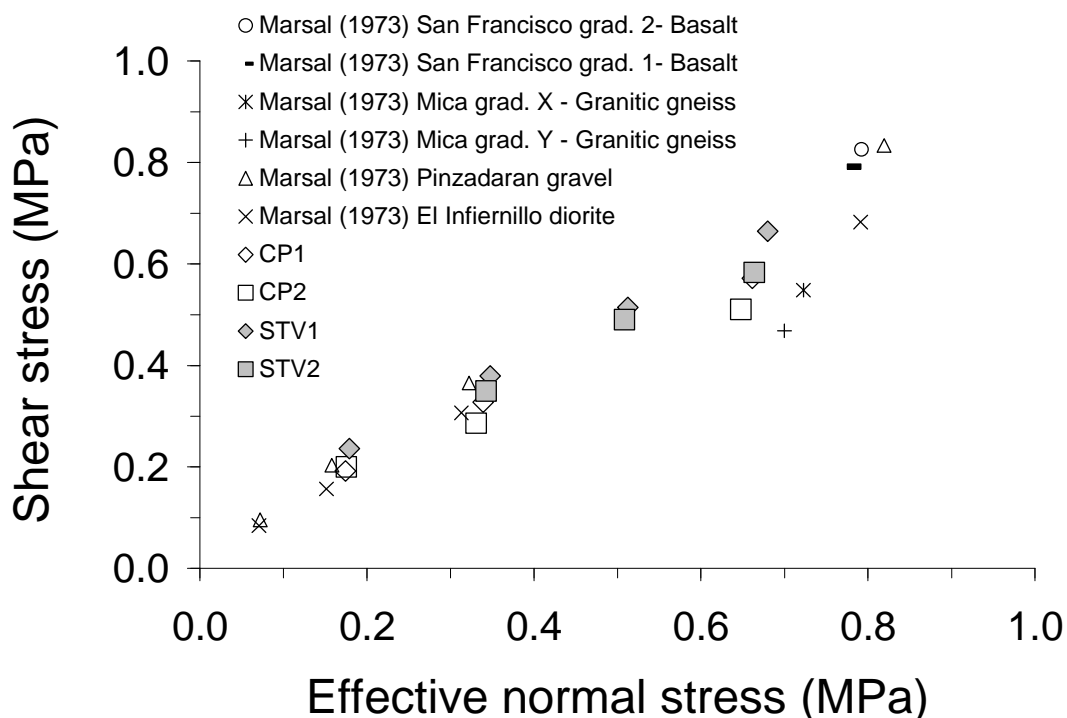


Figure 127. Comparaison des enveloppes de résistance au cisaillement de CP et STV avec les essais de Marsal (1973)

#### 4.9 Validation de la méthode prédictive de Frossard (2009)

Dans cette partie, on s'intéresse à valider la méthode prédictive de l'enveloppe de cisaillement proposée par Frossard (2009), décrite dans la section 1.7.2.2 de ce document. On fait cette validation pour les essais sur l'enrochement STV et aussi pour le CP testé par Hu (2009). Pour cela, on s'appuie sur les données suivantes :

- la statistique d'écrasement des grains et le calage des paramètres de Weibull, détaillé dans la section 2.3.2 de ce document,
- des essais triaxiaux sur des matériaux homothétiques de  $d_{max}$  40 et 160mm (précédemment détaillés pour STV et montrés sur la Figure 65 pour CP).

Suivant la même notation que pour STV, on nomme CP1 le Calcaire de Préfontaines de  $d_{max}$  40mm et CP2 celui de  $d_{max}$  160mm.

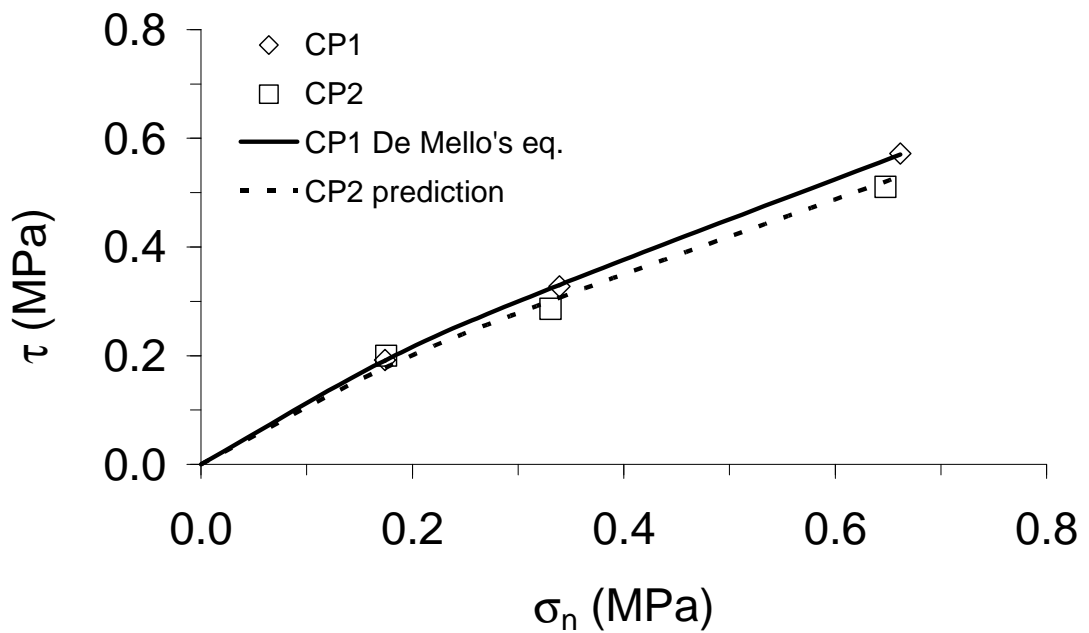
Sur la Figure 128, on montre les enveloppes expérimentales de résistance au cisaillement au pic pour STV1, STV2, CP1 et CP2. On a aussi tracé le calage de

l'équation de De Mello (1977) (équation (51)) pour STV1 et CP1. Le Tableau 7 montre les paramètres utilisés dans les calages et les calculs.

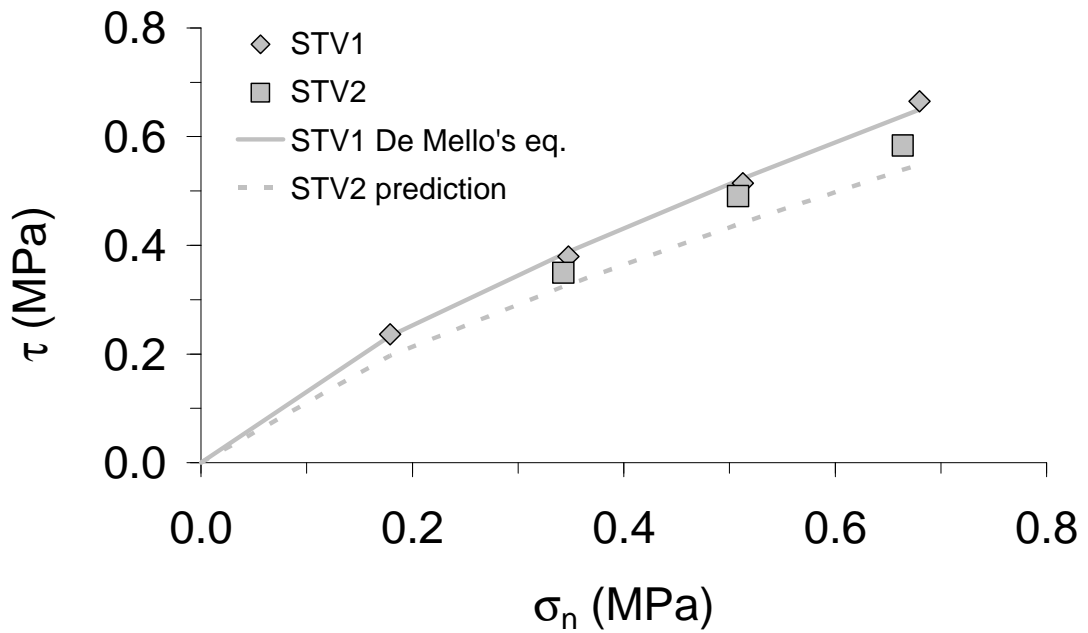
Tableau 7. Paramètres de l'équation (52) de prédiction de l'enveloppe de cisaillement des enrochements STV et CP

Paramètre	CP1	STV1	Notes
$A$	0,80	0,87	De Mello (1977):
$b$	0,82	0,77	$\tau=A(\sigma_n)^b$
$m$	2,18	1,54	valeur moyenne (Tableau 4)
$n_d$	0,63	0,81	
$d_l$ (mm)	40	40	

Finalement, sur la Figure 128, on a également tracé la prédiction selon l'équation de Frossard (2009) (équation (52)) pour STV2 et CP2. On conclut que, en utilisant des paramètres de Weibull décrivant l'effet d'échelle au niveau des granulats de roche, la méthode de Frossard (2009) est capable de prédire les résultats expérimentaux sur la résistance au cisaillement de l'enrochement CP, tout en étant plus conservatrice pour le matériau STV.



(a)



(b)

Figure 128. Effet d'échelle sur la résistance au cisaillement et prédiction théorique avec la méthode de Frossard (2009) pour (a) CP et (b) STV

#### 4.10 Conclusion

Comme tout matériau fragile, les preuves expérimentales présentées ici montrent qu'il y a un effet d'échelle sur la résistance à l'écrasement des granulats de roche, exprimée comme une relation inverse entre la taille et la force. En utilisant une distribution de Weibull à quatre paramètres pour caler des résultats expérimentaux (voir chapitre 2), les effets d'échelle peuvent être bien représentés sur la base de paramètres de référence et de la dispersion des données. De plus, ces résultats sur les agrégats de roches peuvent expliquer les effets d'échelle sur des assemblages granulaires dans lesquels il y a de la rupture des grains. Ainsi, quand la forme des grains et la minéralogie sont conservées entre deux matériaux granulaires avec des granulométries parallèles, les effets d'échelle sont observés, avec une augmentation du taux de rupture dans l'échantillon plus grossier. En conséquence, l'angle de frottement au pic diminue lorsque la taille des particules augmente.

Par conséquent, afin d'extrapoler les résultats expérimentaux sur de petits échantillons mis à l'échelle et testés au laboratoire, les effets d'échelle doivent être pris en considération. Même en utilisant les plus grands appareils de cisaillement disponibles, on doit appliquer un facteur de réduction d'échelle sur les échantillons d'environ un ordre de grandeur par rapport aux enrochements dans les barrages. En outre, ces grands équipements d'essai peuvent être limités en termes de déformation et ils ne représentent donc pas nécessairement la réponse in-situ. Par conséquent, une méthode de prédiction devient nécessaire.

Sur la base des preuves expérimentales des effets d'échelle sur la résistance à l'écrasement des granulats de roches et la résistance au cisaillement d'échantillons reconstitués de petits enrochements, une validation de la méthode multi-échelle prédictive de Frossard (2009) a été présentée dans ce chapitre. Les résultats montrent que, pour un taux de rupture donné dans des matériaux granulaires mis à l'échelle, les effets de taille peuvent être prédits en fonction des résultats sur les granulats. La méthode est largement présentée dans Frossard et al. (2012) et Frossard (2012), ainsi que ses incidences sur la conception des ouvrages en enrochement.

## **5 EFFETS DE L'EAU ET DU TEMPS SUR LE COMPORTEMENT DES MATERIAUX GRANULAIRES AVEC DES RUPTURES DES GRAINS**

### **5.1 Introduction**

Comme écrit dans la section 1.4.2.2 de cette thèse, plusieurs auteurs ont montré que le taux de rupture des grains et par conséquent la déformation plastique des sols augmentent avec la teneur en eau. Ceci est dû à ce que la teneur en liquide affecte les propriétés mécaniques des grains. Cela dépend du degré de saturation et de la composition physico-chimique du matériau solide et du liquide. D'un coté, le rôle de la pression interstitielle, notamment la capillarité à l'intérieur des microfissures, affecte les contraintes effectives et donc la contrainte nécessaire pour propager une fissure. D'autre part, les travaux de Westwood (1974), Atkinson (1979, 1982) et Dunning et al. (1984), entre autres, ont montré que le problème est plus complexe et que la dégradation de l'intégrité structurale des matériaux géologiques est aussi due aux attaques corrosives de l'environnement, à savoir :

- (1) l'adsorption d'éléments au fond des microfissures ou au point d'initiation d'une fissure, qui engendre une modification de l'énergie de surface ;
- (2) la corrosion au fond des microfissures, c'est-à-dire, la dilution des minéraux ;
- (3) la variation de l'interaction électrostatique (attraction-répulsion) entre l'environnement humide et le matériau.

Ces effets physico-chimiques peuvent être décalés dans le temps et expliquent les variations de la vitesse de propagation des fissures et les effets du temps de la théorie de la propagation sous-critique des fissures (Atkinson, 1982) (voir Figure 35 et l'équation (24)), ainsi que l'approche basée sur la fatigue des matériaux adoptée par Lade et Karimpour (2010) (voir l'équation (25)).

En conséquence, un changement de la teneur en eau peut entraîner de grandes déformations plastiques dans les enrochements. Oldecop et Alonso (2007) ont proposé que la propagation sous-critique des fissures, à cause des variations de succion et des attaques corrosives, explique les tassements des remblais différés dans le temps, comme montré sur la Figure 75. Ce phénomène, ainsi que la transition entre les états sec et saturé, a été intégré dans des modèles constitutifs. Par exemple, sur la base d'essais de compression sur des enrochements à humidité relative contrôlée, Oldecop et Alonso (2001, 2003) et Chavez et Alonso (2003) ont développé un modèle constitutif phénoménologique basé sur l'écrouissage plastique et la théorie de

l'état critique, intégrant l'effet de la succion. Sur la base du concept de la courbe d'effondrement de la mécanique des sols non saturés, le modèle permet des prédictions en fonction de la succion, qui est liée à l'humidité relative dans les vides du matériau. De même, Bauer (2009) a proposé un modèle hypoplastique où la réponse mécanique est simplement bornée entre deux courbes de compression limites: celle sur le matériau sec et celle sur le matériau saturé. Buscarnera et Einav (2012) ont aussi proposé un modèle basé sur l'approche thermo-mécanique de Einav (2007a-b), où la courbe d'effondrement du matériau est calculée à partir du concept de conservation de l'énergie, avec une hypothèse de dissipation d'énergie par rupture des grains et exploitant la théorie capillaire pour l'interaction solide-liquide.

Avec l'objectif de contribuer à la compréhension de l'influence de l'eau et du temps (fluage et relaxation) dans les matériaux granulaires broyables, on présente, dans ce chapitre, un programme expérimental sur du sable, comprenant des essais de compression triaxiale, isotrope et oedométrique. On s'intéresse à l'évolution de certains paramètres clés, comme la compressibilité, l'indice de fluage en liaison avec l'évolution de la distribution granulométrique.

## **5.2 Matériau testé**

On a utilisé la fraction fine de l'enrochement STV, décrit précédemment dans la section 2.3.2.2 de cette thèse et utilisé également pour les essais triaxiaux présentés dans le chapitre 3. On a pris les grains tamisés entre 2 et 2,5 mm pour préparer des échantillons de granulométrie initiale uniforme. Sur la Figure 129, on montre le matériau avant essai, où on peut voir que les particules sont principalement angulaires et aplaties, ce qui les rend vulnérables à la rupture.



Figure 129. Fraction 2-2,5 mm du Schiste des Trois Vallées

Pour éviter la rupture des grains lors de la préparation des échantillons, des échantillons secs ont été préparés par pluviation à faible hauteur dans des moules

cylindriques. Des essais ont été faits sur le matériau sec et d'autres ont été imbibés à un certain niveau de contrainte afin d'étudier les effets de l'eau. Après chaque essai, les échantillons ont été séchés lentement et tamisés entre 2,5 mm et 0,08 mm. La Figure 84 montre des analyses microscopiques des fragments de grains cassés après essai et tamisés. On peut voir que la roche de schiste est composée de feuillets minces. Après rupture des grains, des fines sont produites essentiellement à partir de petits morceaux de feuillets qui restent collés sur les grains.

### **5.3 Essais de compression triaxiale et isotrope**

Des échantillons secs à faible densité ont été préparés à un indice des vides moyen de 0,937 +/- 0,035 (voir Tests de 1 à 8 dans le Tableau 8). La préparation a été faite dans des moules cylindriques de 110 mm de haut et 70 mm de diamètre, en utilisant une membrane en latex d'épaisseur 1 mm. Des essais triaxiaux drainés et consolidés sous chargement isotrope (CID) ont été faits à vitesse contrôlée égale à 0,2 mm/min, en utilisant l'appareil présenté sur la Figure 107. Les pressions de confinement ( $\sigma_3$ ) appliquées furent de 0,4 et 0,8 MPa. Similairement aux essais présentés dans la section 3.3 de cette thèse, les changements de volume des échantillons ont été mesurés par le biais des échanges de l'eau de confinement avec l'extérieur, ce qui permet de tester le matériau à l'état sec. Préalablement, on a calibré la courbe de compression isotrope de la cellule triaxiale, afin d'isoler la déformation volumétrique de la cellule de celle de l'échantillon.

Comme montré dans le Tableau 8, des tests sur des échantillons secs et imbibés ont été réalisés. L'imbibition a été faite en ajoutant lentement de l'eau déminéralisée à travers un conduit relié à la base de l'échantillon. Le processus d'imbibition a pris environ 5 minutes et aucune réaction chimique ou dilution minérale des grains de sable après le mouillage n'a été observée. Avant l'imbibition dans les essais triaxiaux, l'incrément de déformation verticale a été arrêté. Puis, l'imbibition a été réalisée en imposant un débit d'eau à travers l'échantillon à l'aide d'un vérin contrôlé en pression et volume. Ainsi, la pression a été soigneusement maintenue égale à la hauteur d'eau entre le dispositif et la partie supérieure de l'échantillon, afin d'éviter toute modification de la pression de confinement. Une fois que l'eau d'imbibition a commencé à apparaître sur le raccord du tuyau supérieur de l'échantillon, le débit d'eau a été arrêté. Ensuite, une période de relaxation de la contrainte déviatorique d'une à deux heures a été respectée (i.e. à  $\sigma_3$  constante). Certains essais ont été imbibés après la consolidation isotrope et d'autres après une compression triaxiale poussée jusqu'à une déformation axiale ( $\epsilon_a$ ) d'environ 7 à 12% (voir tests 4, 5, 6 et 8 du Tableau 8). Pour tous les essais, la compression triaxiale a été menée jusqu'à une déformation axiale finale de  $\epsilon_a = 20\%$ , avant le déchargement.

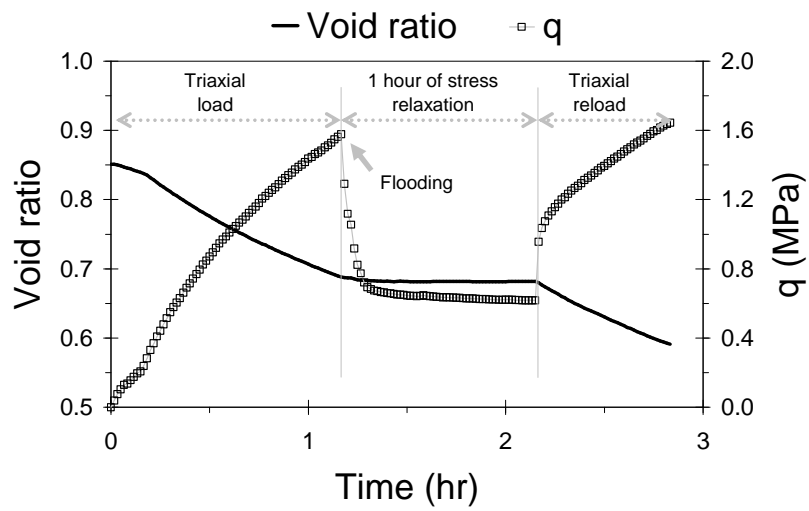
Tableau 8. Résumé des essais triaxiaux, isotropes et oedométriques (1 heure de fluage)

Test N°	Indice des vides initial	Max. $\sigma_v'$ ou $\sigma_3$ (MPa) *	$\Delta W^p$ (MPa)	$B_r$ (%)	Conditions d'essai
Essais triaxiaux					
1	0,933	0,80	0,372	22	sec
2	0,929	0,40	0,361	25	imbibé après la consolidation isotrope
3	0,935	0,80	0,345	3	imbibé après la consolidation isotrope
4	0,945	0,80	0,338	23	imbibé à $\varepsilon_a=12\%$
5	0,903	0,80	0,335	24	imbibé à $\varepsilon_a=10\%$
6	0,948	0,80	0,359	26	imbibé à $\varepsilon_a=8\%$
7	0,949	0,40	0,199	17	sec
8	0,957	0,40	0,195	18	imbibé à $\varepsilon_a=7\%$
Essais isotropes					
9	1,069	0,40	0,010	4	sec
10	0,955	0,80	0,019	6	sec
11	0,991	0,40	0,009	4	imbibé après 1 h de fluage à $\sigma_3=0.4$ MPa
12	0,952	0,80	0,018	8	imbibé après 1 h de fluage à $\sigma_3=0.8$ MPa
13	0,967	0,80	0,025	7	imbibé après 1 h de fluage à $\sigma_3=0.8$ MPa
Essais oedométriques (1 h de fluage par palier de chargement)					
14	1,066	0,40	0,033	6	sec
15	1,015	0,60	0,032	7	sec
16	0,995	0,85	0,040	8	sec
17	1,014	2,10	0,118	13	sec
18	0,990	2,10	0,123	14	sec
19	1,035	0,40	0,016	8	saturé (ou initialement imbibé)
20	1,029	0,85	0,046	12	saturé
21	1,051	2,10	0,174	22	saturé
22	1,008	2,10	0,173	21	saturé
23	1,009	0,40	0,018	8	imbibé à $\sigma_v'=0.40$ MPa
24	1,000	0,85	0,052	12	imbibé à $\sigma_v'=0.85$ MPa
25	1,003	2,10	0,201	21	imbibé à $t \sigma_v'=1.50$ MPa

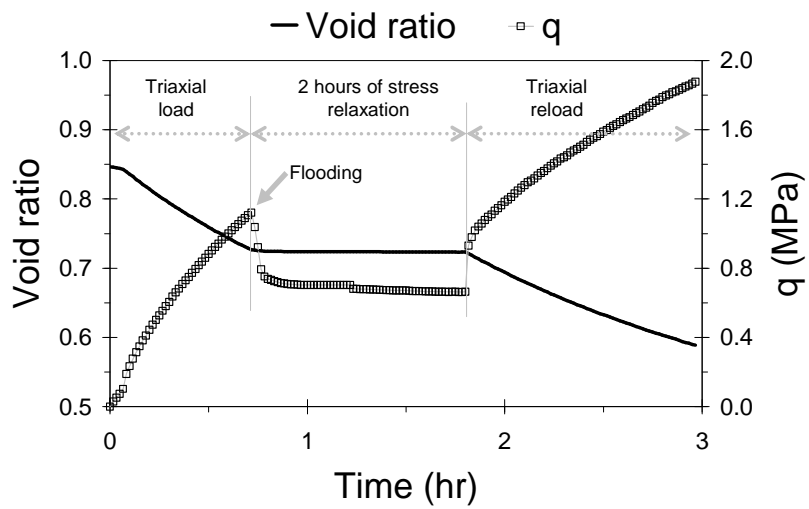
\*  $\sigma_v'$  maximale pour les essais oedométriques et  $\sigma_3$  maximale pour les essais triaxiaux et isotropes

La Figure 130 montre l'évolution dans le temps de l'indice des vides et du déviateur des contraintes  $q$  lors des essais triaxiaux imbibés. On peut voir que lors des Tests 4, 6 et 8,  $q$  chute de 0,96 , 0,46 et 0,44 MPa après l'imbibition, respectivement. Pour des confinements égaux, les différences dans la relaxation de  $q$  sont dues à ce que l'imbibition a été faite à différents niveaux de déformations axiales, donc aussi à différents niveaux de contrainte.

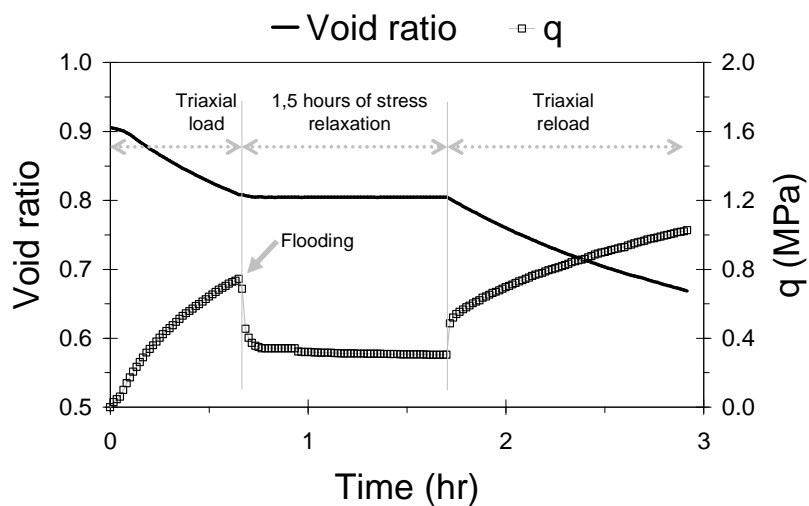




(a) Test 4



(b) Test 6



(c) Test 8

Figure 130. Relaxation du déviateur des contraintes  $q$  avant et après l'imbibition lors des Tests (a) 4, (b) 6 et (8)

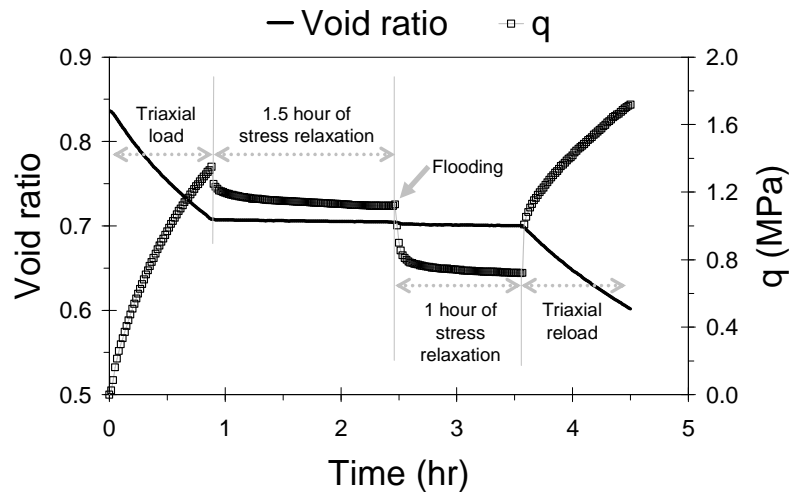


Figure 131. Relaxation du déviateur des contraintes  $q$  avant et après l'imbibition lors du Test 5.

Afin d'étudier séparément la relaxation de la contrainte déviatorique dans le matériau sec et l'effet de l'imbibition, dans le Test 5, on a respecté deux étapes de relaxation. D'abord, l'essai a été poussé jusqu'à  $\varepsilon_a=10\%$ , ensuite on a arrêté la déformation et on a laissé se poursuivre la relaxation pendant une heure et demie. Ensuite, on a imbibé l'échantillon et on a respecté une heure supplémentaire de relaxation, afin d'observer l'effet de l'eau. La Figure 131 montre l'évolution dans le temps de l'indice des vides et du déviateur des contraintes  $q$  pour le Test 5. On observe que la relaxation du matériau sec est de l'ordre de  $\Delta q=0,23$  MPa et, après la stabilisation de  $q$  à l'état sec, une fois l'échantillon imbibé  $q$  chute encore de 0,4 MPa. Ainsi,  $1/3$  de  $\Delta q$  correspond à la relaxation du matériau sec et le reste s'ajoute après l'imbibition, éventuellement à cause des ruptures des grains déclenchées en présence d'eau.

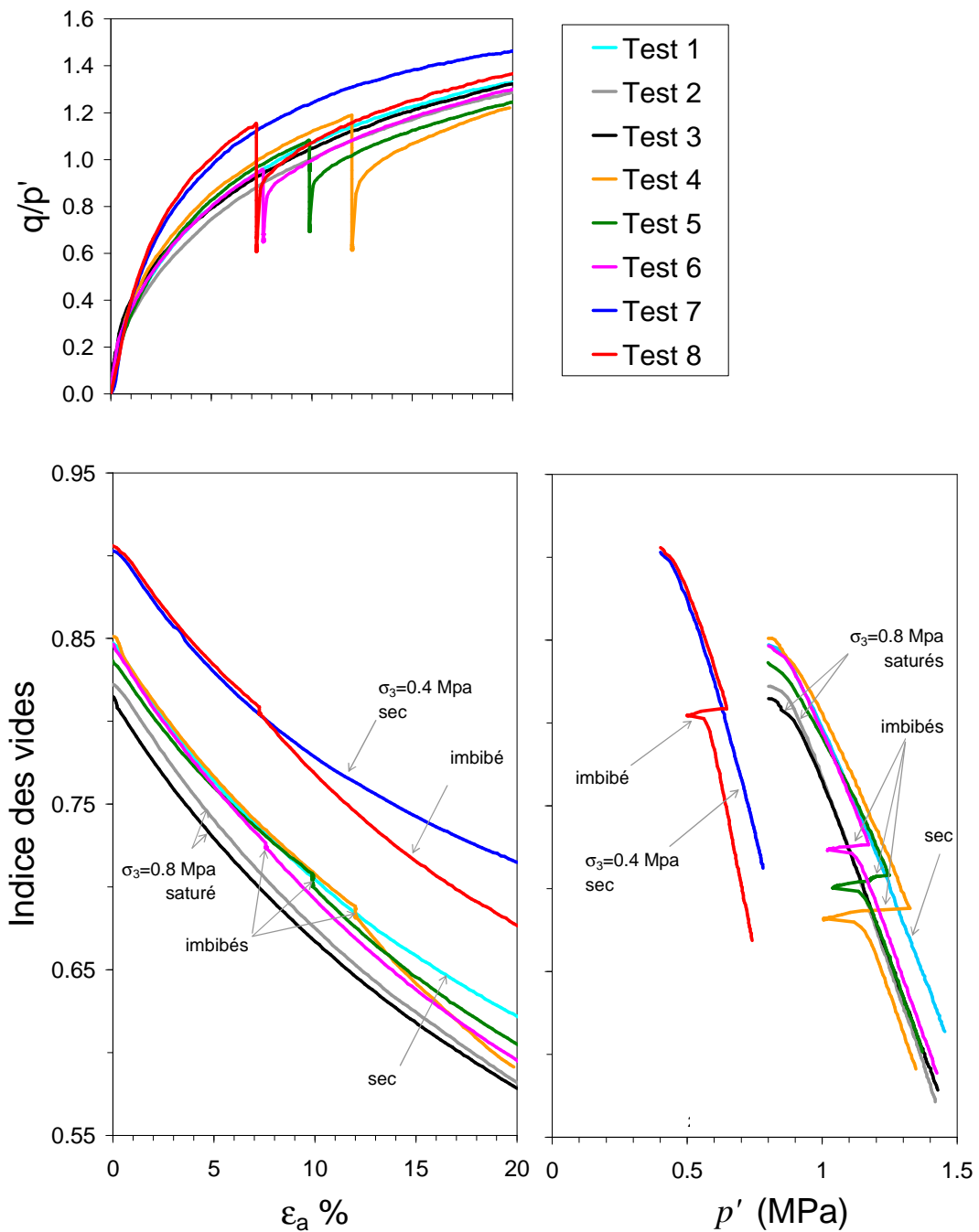


Figure 132. Réponse contrainte-déformation lors des essais triaxiaux

De même, des essais de compression isotrope drainée sur le matériau à l'état sec et sur le matériau imbibé sous des contraintes  $\sigma_3$  de 0,4 et 0,8 MPa ont été effectués en utilisant la même méthodologie de préparation que lors des essais triaxiaux. L'indice des vides moyen a été de  $0,980 \pm 0,088$  (voir essais 9 à 13 dans le Tableau 8). Les essais isotropes ont été effectués avec des conditions de contrainte contrôlée. Pour un confinement donné, sur l'échantillon sec, la contrainte est maintenue pendant 1 heure (période de fluage). Puis, certains échantillons ont subi une imbibition et la contrainte est à nouveau maintenue constante pendant une heure supplémentaire de fluage.

La Figure 132 montre la réponse contrainte-déformation après les essais triaxiaux (évolution du rapport de contraintes  $q/p'$  et de l'indice des vides en fonction de la déformation axiale). Les granulométries avant et après chaque essai de compression isotrope se trouvent sur la Figure 133, et avant et après chaque essai triaxial sur la Figure 134. Les granulométries sont présentées ici dans un diagramme log-log pour mieux visualiser son évolution. On peut voir que le matériau est plus compressible après l'imbibition et qu'il rejoint la réponse en contrainte et en volume du matériau initialement imbibé, ainsi que la même granulométrie finale (par exemple, voir l'évolution entre les essais 1, 3 et 4).

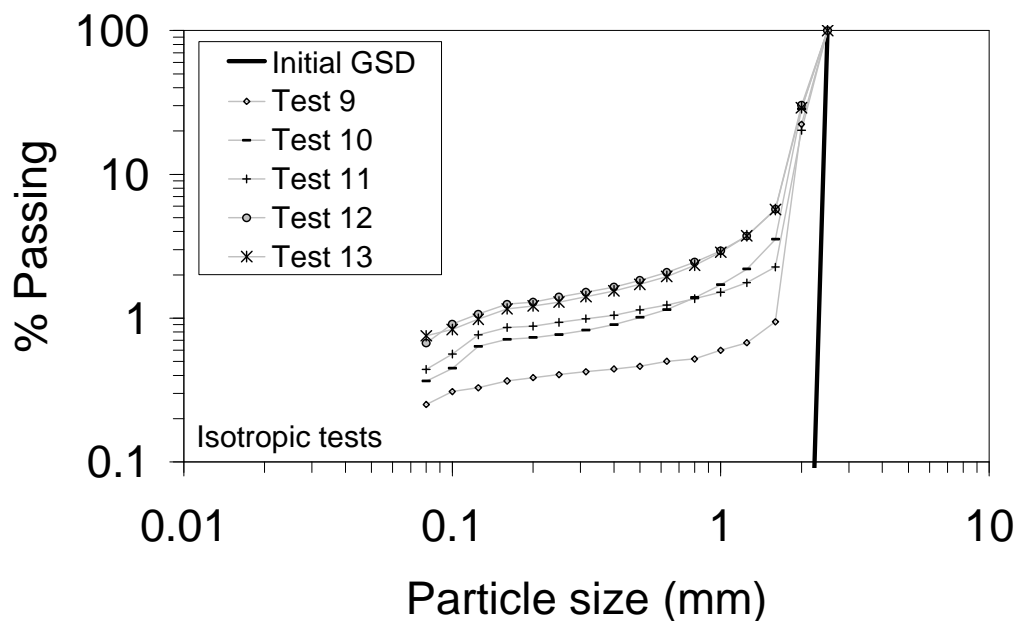


Figure 133. Granulométrie avant et après les essais isotropes aux états (a) sec, (b) saturé et (c) imbibé

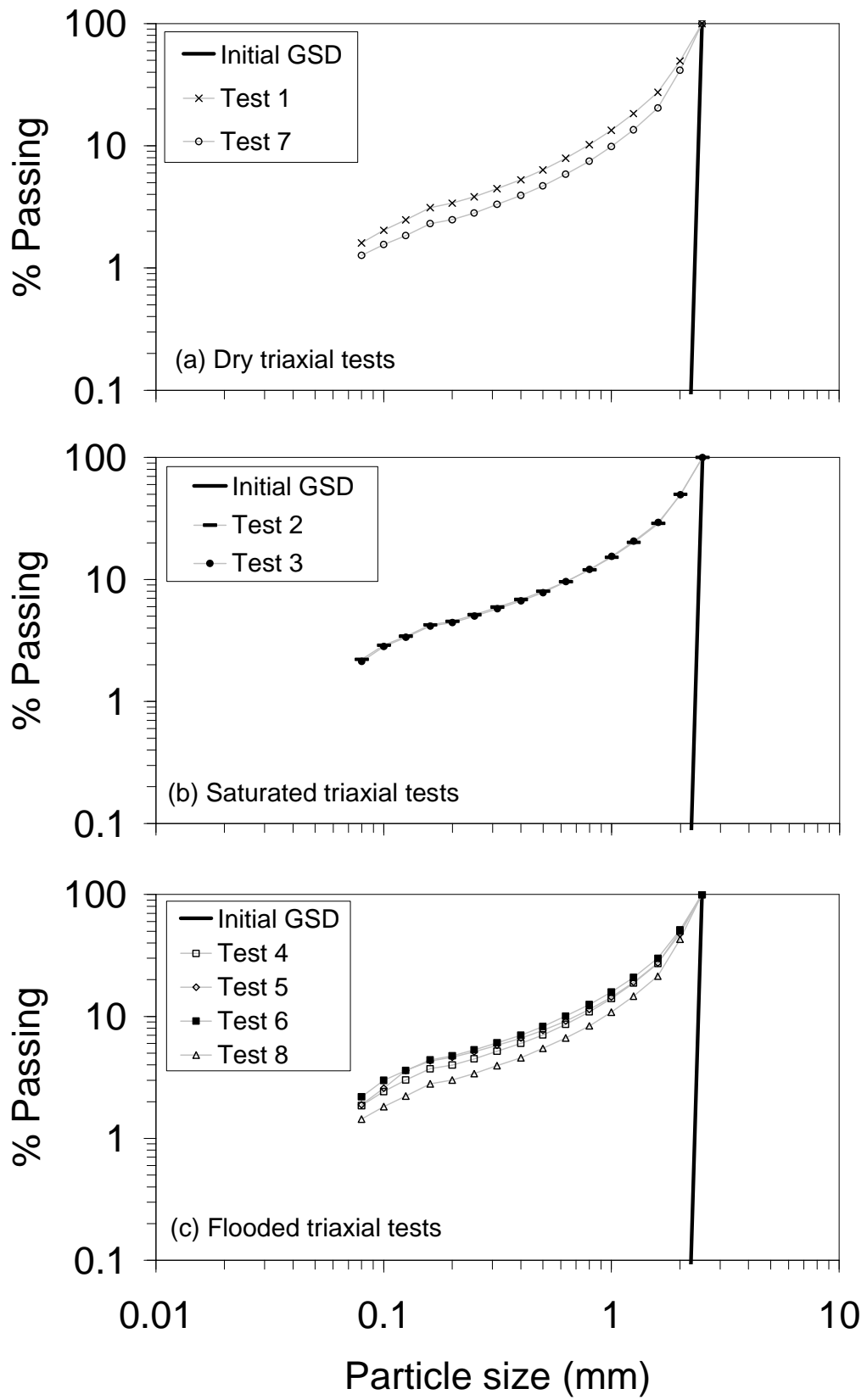


Figure 134. Granulométrie avant et après les essais triaxiaux aux états (a) sec, (b) saturé (ou imbibé après la consolidation isotrope) et (c) imbibé

## 5.4 Essais de compression oedométrique

Des échantillons lâches à l'état sec ont été préparés à un indice des vides moyen de 1,018 +/- 0,05 dans une bague cylindrique oedométrique d'environ 19 mm de hauteur et 70 mm de diamètre (voir essais 14 à 25 dans le Tableau 8). Des essais de compression oedométrique à charge contrôlée ont été effectués en utilisant les paliers de contrainte verticale suivants:  $\sigma_v' = 0,15 - 0,40 - 0,60 - 0,85 - 1,15 - 1,50 - 2,10$  MPa. Afin d'atteindre un niveau de contrainte donné, une heure de stabilisation de la déformation par fluage est respectée pour chaque valeur de contrainte indiquée précédemment. Même si la stabilisation complète n'est pas atteinte après 1 heure, ce temps de fluage permet de comparer les résultats avec les essais triaxiaux et isotropes précédents. Les résultats présentés par la suite dans ce chapitre montrent qu'il y a une sous-estimation de l'indice des vides de l'ordre de 0,01 par rapport à un chargement à 24 heures de fluage. Afin d'obtenir l'évolution de la granulométrie due à la rupture des grains, les échantillons ont été chargés et déchargés à différentes valeurs maximales de  $\sigma_v'$ , comme indiqué dans le Tableau 8. Les essais ont été effectués pour trois conditions: matériau sec, matériau saturé et matériau imbibé. Le processus d'imbibition a pris environ 1 minute. Un matériau saturé représente un échantillon qui a été initialement imbibé sous une contrainte verticale de 4,5 kPa. Le terme « saturé » ne se réfère pas à un matériau pour lequel on vise un taux de saturation proche de 100%. Le terme « imbibé » fait référence à une imbibition du matériau à un niveau de contrainte plus élevé que 4,5 kPa.

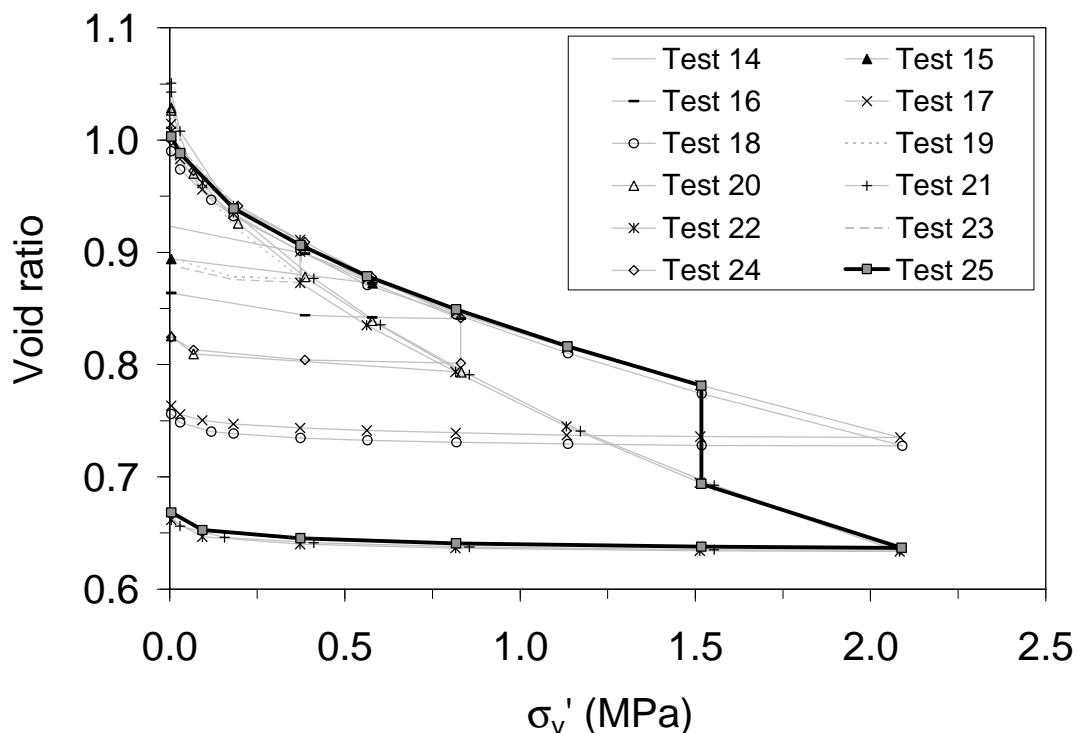


Figure 135. Courbes de compression lors des essais oedométriques (1 heure de fluage)

La Figure 135 présente les courbes de compression oedométrique, où il peut être vu qu'une bonne répétabilité a été obtenue. Ainsi, deux courbes de compression peuvent être identifiées, une pour l'échantillon à l'état sec et l'autre pour les conditions saturées et imbibées. Par exemple, les essais 23, 24 et 25 qui ont été imbibés à  $\sigma_v' = 0,40, 0,85$  et  $1,5$  MPa, respectivement, suivent, jusqu'à ce niveau de contrainte, la courbe de compression du matériau sec et après l'imbibition, rejoignent le comportement du matériau saturé. En conséquence, quel que soit le point d'imbibition, la courbe de compression est unique pour le matériau saturé. Ce résultat est cohérent avec les données expérimentales de la littérature et également avec les résultats des essais triaxiaux. La Figure 136 présente la granulométrie lors de trois essais oedométriques jusqu'à  $\sigma_v' = 2,1$  MPa. Ces résultats montrent clairement qu'après imbibition du Test 25, le matériau atteint pratiquement la même courbe granulométrique que l'échantillon saturé dès le début de l'essai (Test 22), avec plus de ruptures par rapport au cas sec (Test 18). Ceci est cohérent avec les résultats des essais isotropes et triaxiaux et vient confirmer les travaux de Biarez et Hicher (1997), par rapport aux liens entre la granulométrie et l'indice des vides (voir Figure 46). Ainsi, avec des conditions initiales et chemin de contraintes équivalents, afin que deux essais se retrouvent sur la même courbe de compression dans l'espace indice des vides / contrainte moyenne, il faut qu'ils aient la même granulométrie, ce qui se fait par ruptures des grains.

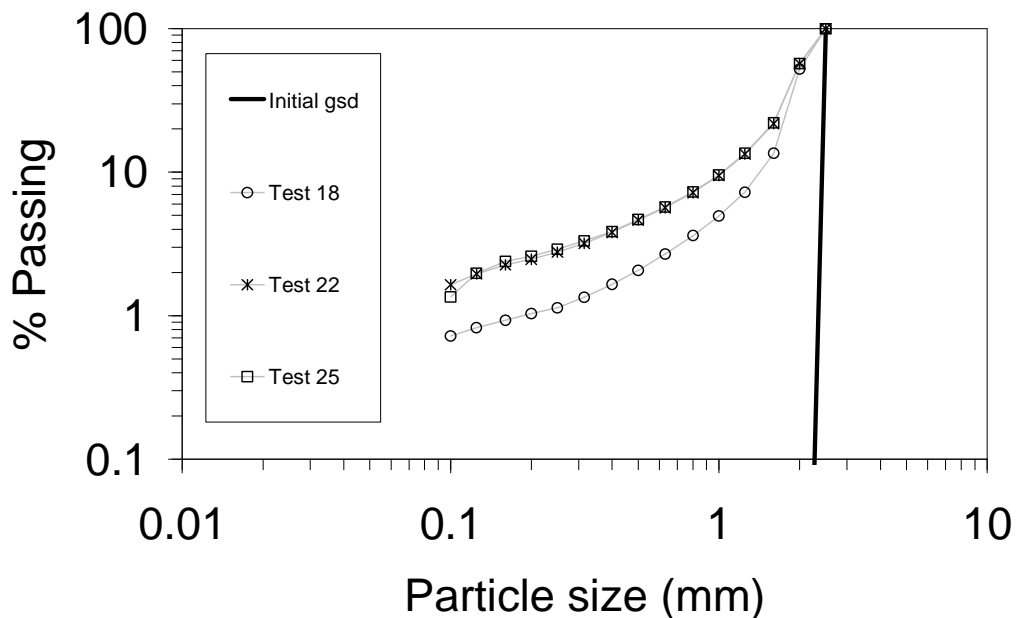


Figure 136. Granulométrie avant et après les essais oedométriques à  $\sigma_v', \max = 2,1$  MPa aux états sec, saturé et imbibé

La Figure 137 montre la granulométrie avant et après chaque essai oedométrique.

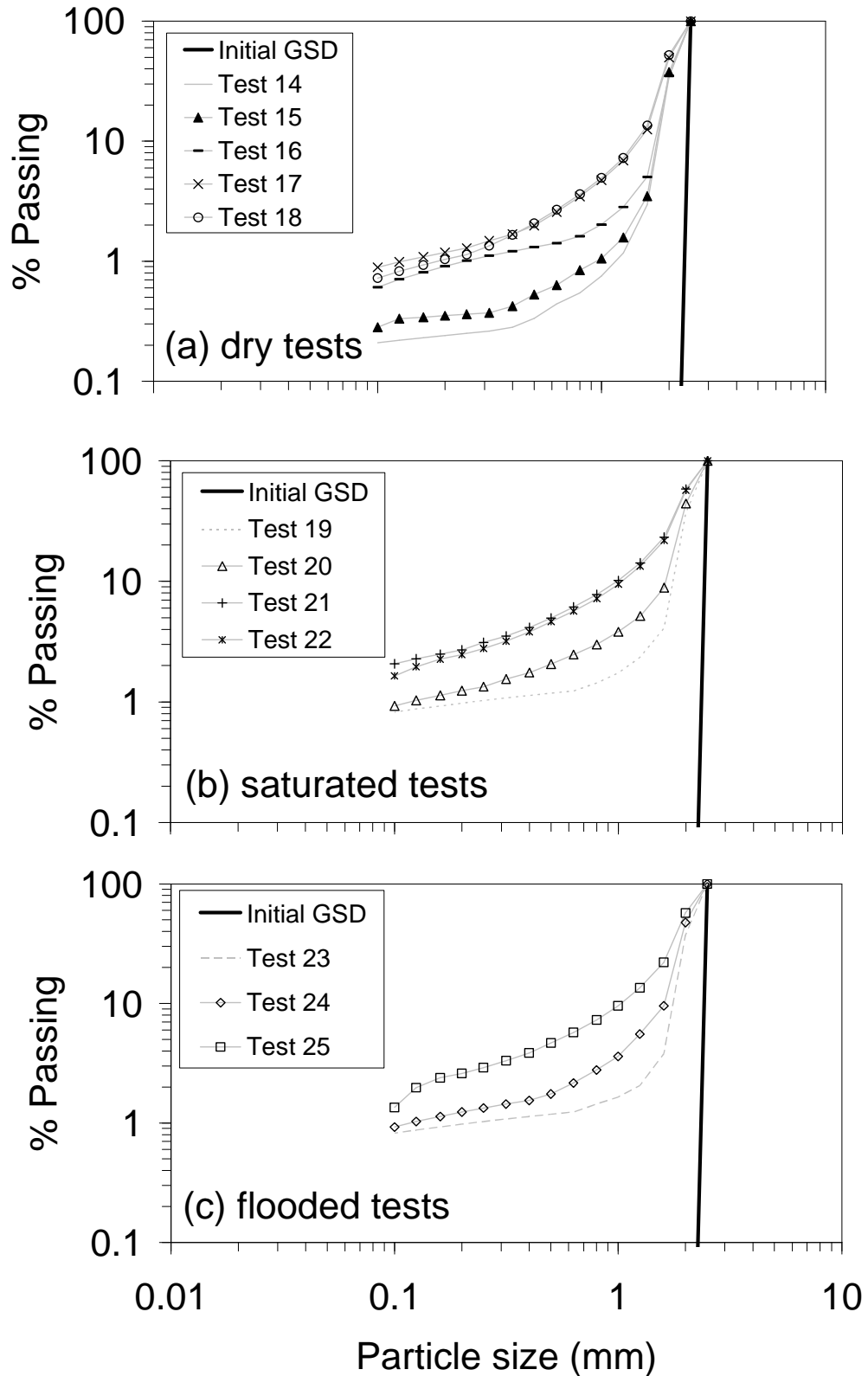


Figure 137. Granulométrie avant et après les essais oedométriques (1 heure de fluage) aux états (a) sec, (b) saturé et (c) imbibé

La Figure 138 montre le cadre général de la réponse mécanique suivant des chemins triaxiaux, isotropes et oedométriques (où le coefficient des terres au repos dans des essais oedométriques  $K_o = \sigma'_h / \sigma'_v$  est supposé être égal à 0,5).



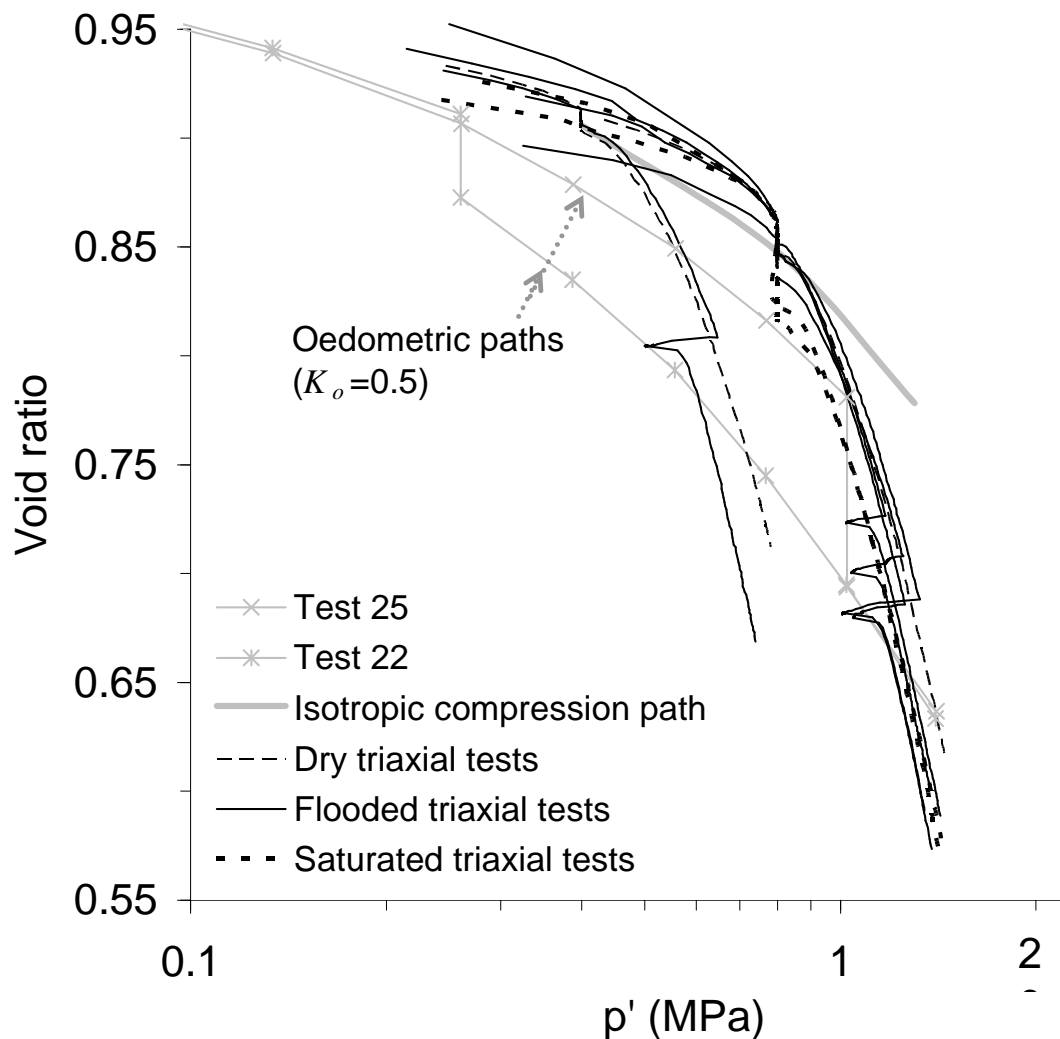


Figure 138. Cadre de comportement mécanique dans le plan  $e - p'$

### 5.5 Fluage dans les essais oedométriques

Afin de parvenir à une stabilisation acceptable de la déformation lors des essais et aussi dans le but d'étudier le comportement au fluage du matériau, une deuxième série d'essais oedométriques a été réalisée. En utilisant la même méthodologie que celle mentionnée précédemment, plusieurs échantillons lâches, reconstitués à un indice des vides de  $1,019 \pm 0,046$  ont été préparés (voir Tests 26 à 48 dans le Tableau 9). Les niveaux de contraintes effectives suivants ont été imposés:  $\sigma_v' = 0,15 - 0,4 - 0,8 - 1,3 - 2,1$  MPa. Cette fois, la charge a été maintenue pendant 24 heures à chaque niveau. Au moins 3 essais pour chaque niveau de contrainte ont été réalisés en utilisant des échantillons secs, saturés et imbibés. En outre, certains tests ont été répétés afin de vérifier la répétabilité. La Figure 139 présente les granulométries après essai. La Figure 140 montre les courbes de compression pour les Tests 26 à 48. Les mêmes conclusions que celles présentées dans la section précédente sont tirées, en particulier l'existence de deux courbes limites pour les échantillons secs et

saturés-imbibés et le même taux de ruptures entre les essais saturés et imbibés pour une  $\sigma_v'_{max}$  donnée.

Tableau 9. Résumé des essais oedométriques (24 heures de fluage)

Test N°	Indice des vides initial	Max. $\sigma_v'$ (MPa)	$\Delta W^p$ (MPa)	$B_r$ (%)	Conditions d'essai
26	0.998	0.15	0.003	2	sec
27	1.010	0.40	0.014	6	sec
28	1.034	0.80	0.037	8	sec
29	1.065	0.80	0.043	9	sec
30	1.014	1.30	0.076	10	sec
31	1.011	1.30	0.077	11	sec
32	1.037	2.10	0.000	12	sec
33	1.010	2.10	0.129	13	sec
34	0.994	0.15	0.005	3	saturé
35	1.005	0.40	0.017	7	saturé
36	1.010	0.40	0.018	8	saturé
37	1.026	0.80	0.000	11	saturé
38	1.016	1.30	0.000	12	saturé
39	1.020	1.30	0.105	13	saturé
40	0.994	2.10	0.191	20	saturé
41	0.995	2.10	0.189	20	saturé
42	1.010	0.15	0.006	-	imbibé à $\sigma_v'=0.15$ MPa
43	1.007	0.40	0.021	8	imbibé à $\sigma_v'=0.40$ MPa
44	1.036	0.80	0.064	12	imbibé à $\sigma_v'=0.80$ MPa
45	1.006	1.30	0.118	14	imbibé à $\sigma_v'=1.30$ MPa
46	1.045	2.10	0.286	21	imbibé à $\sigma_v'=2.10$ MPa
47	1.062	2.10	0.257	17	imbibé à $\sigma_v'=2.10$ MPa
48	1.029	2.10	0.248	8	imbibé à $\sigma_v'=2.10$ MPa
49	0.920	2.1	0.216	20	saturé
50	0.906	2.1	0.163	18	imbibé à $\sigma_v'=2.10$ MPa
51	0.934	2.1	0.123	13	sec

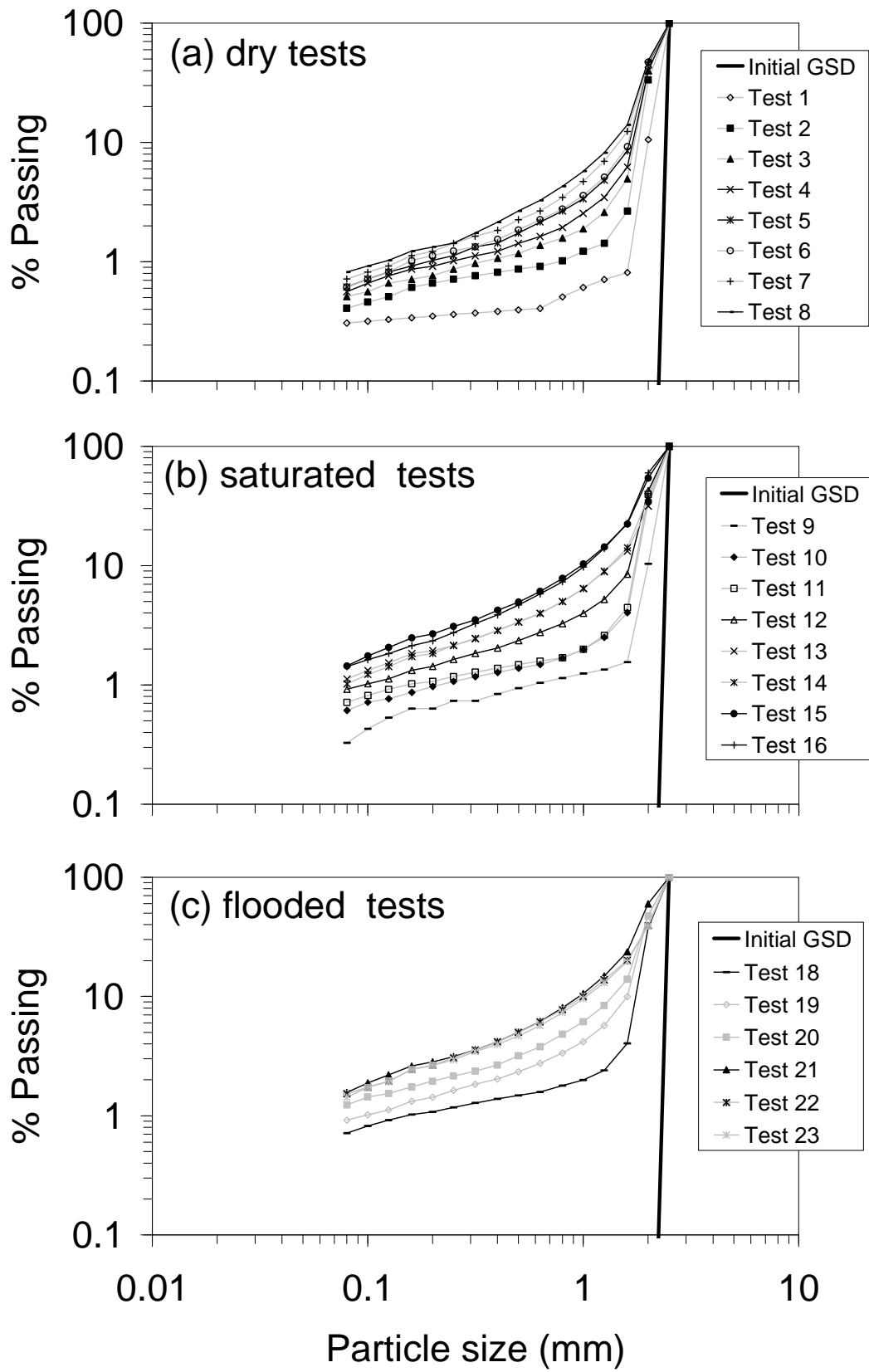


Figure 139. Granulométrie avant et après les essais oedométriques (24 heures de fluage) aux états (a) sec, (b) saturé et (c) imbibé

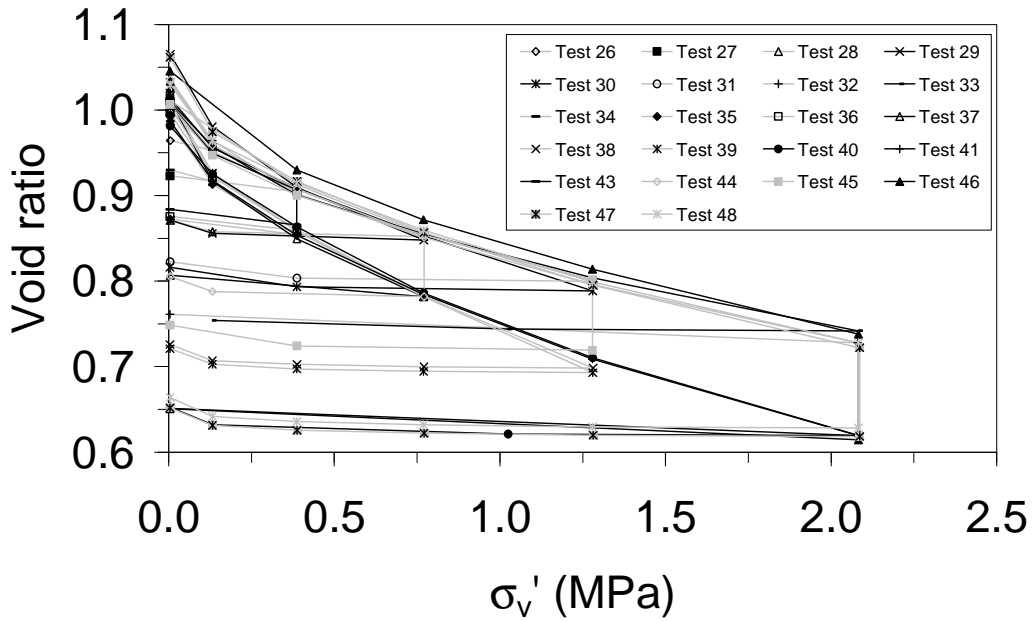


Figure 140. Courbes de compression lors des essais oedométriques (24 heures de fluage)

La Figure 141 présente la granulométrie lors de trois essais oedométriques jusqu'à  $\sigma'_v=2,1$  MPa, montrant clairement qu'après imbibition du Test 47, le matériau a atteint la même courbe granulométrique que l'échantillon saturé dès le début de l'essai (Test 40), avec plus de ruptures par rapport au cas sec (Test 32). Ce constat confirme les résultats équivalents montrés sur la Figure 136.

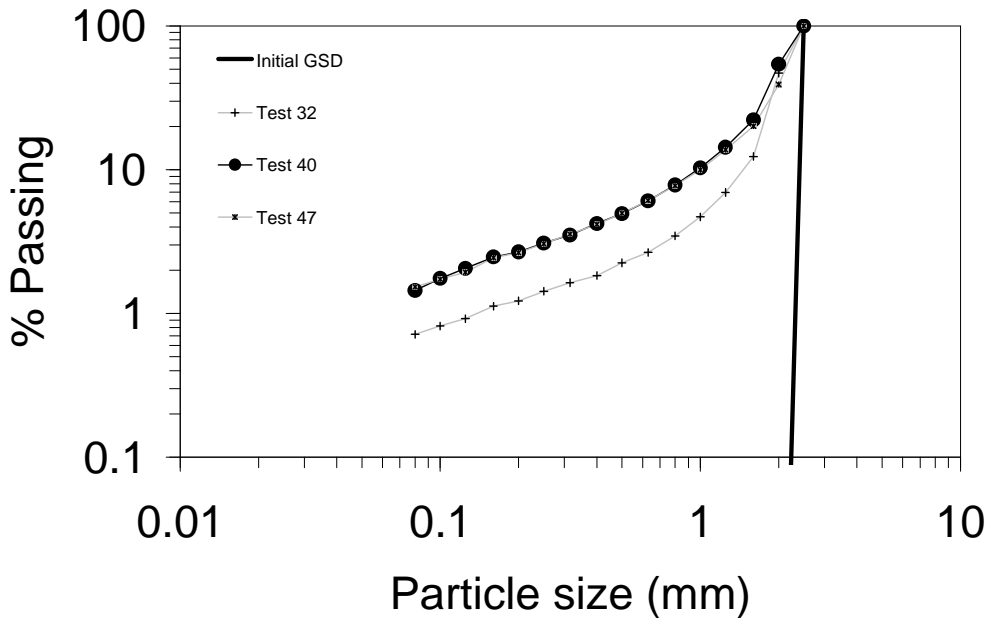


Figure 141. Granulométrie avant et après les essais oedométriques à  $\sigma'_v, \text{max}=2,1$  MPa aux états sec, saturé et imbibé

La Figure 142 présente les courbes de déformation par fluage pendant 24 heures pour un matériau (a) sec, (b) saturé (c) et imbibés. La Figure 143a présente l'indice de compressibilité en fluage en fonction du temps défini comme  $d\varepsilon_v/\Delta[\log(t)]$  (pour  $t$  en minutes et mesuré de 1 min à 24 heures). Il est clair que les échantillons secs ont un indice de compressibilité inférieur. Celui des échantillons imbibés rejoint l'indice de compressibilité des échantillons saturés initialement ou après imbibition. Cette dernière affirmation peut être clairement appréciée sur la Figure 143b pour trois essais représentatifs.

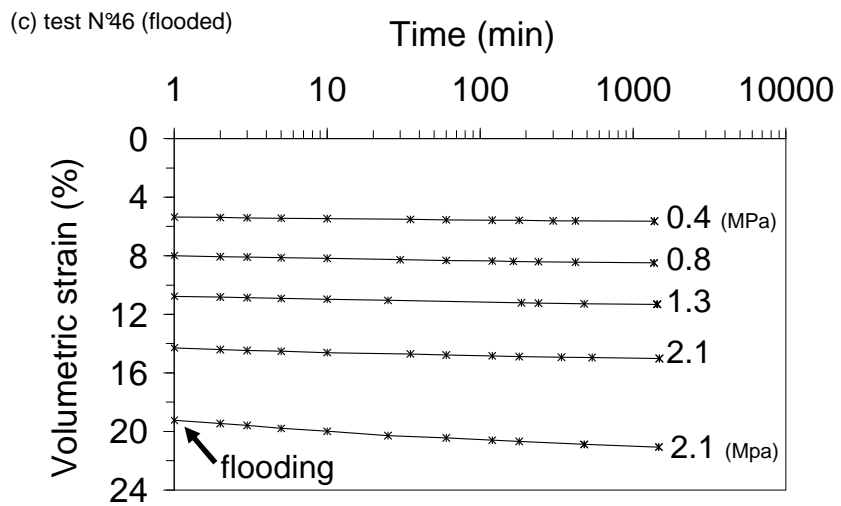
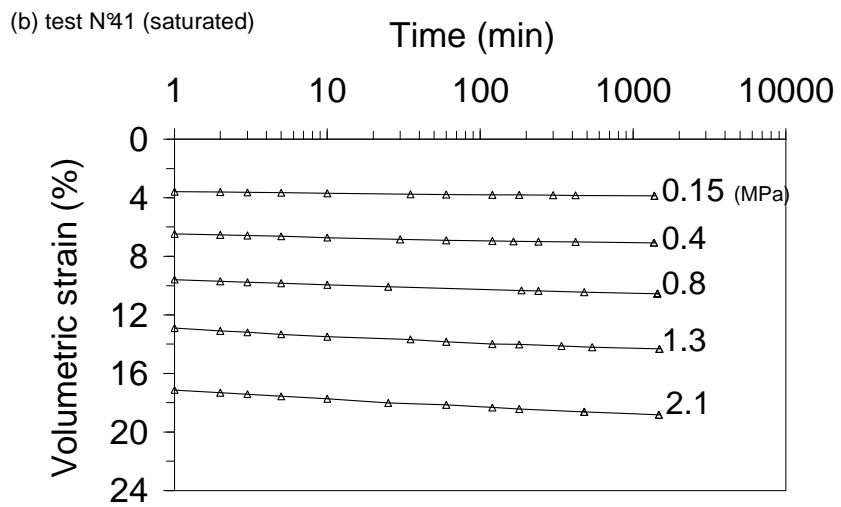
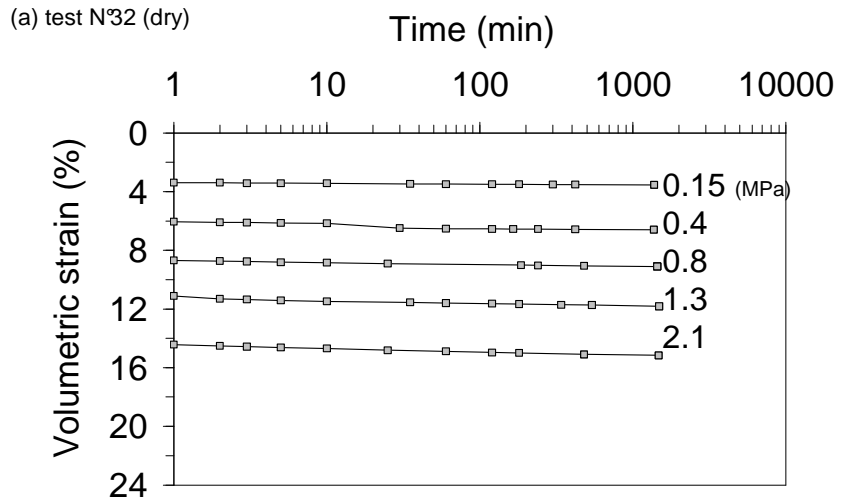
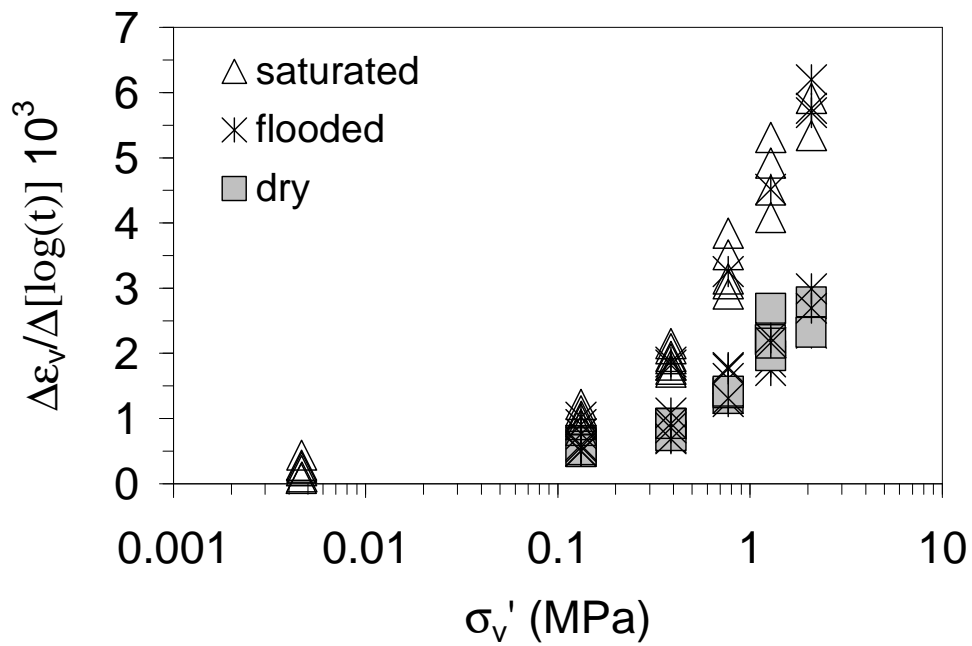
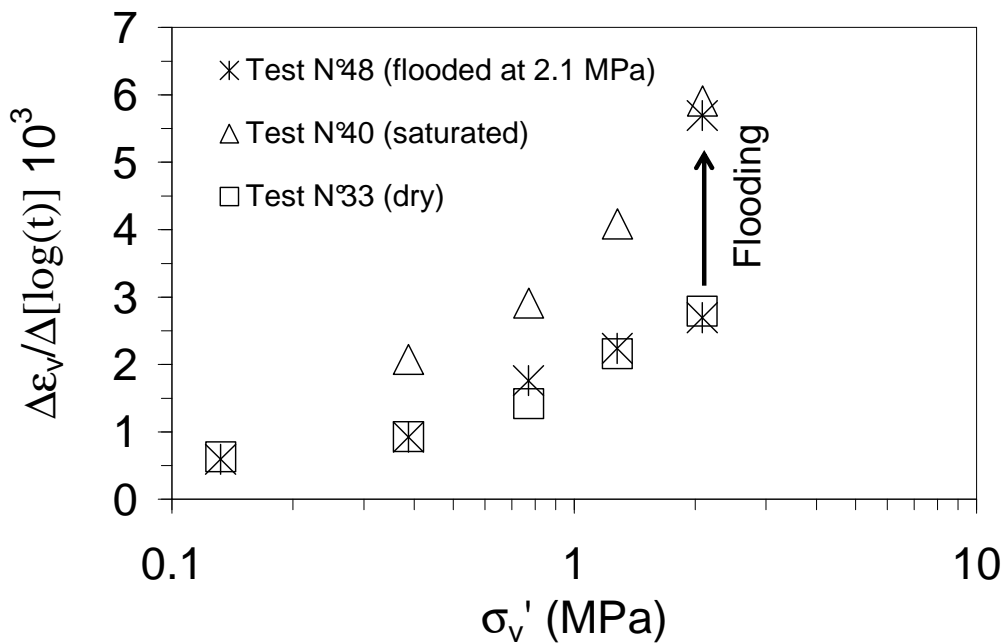


Figure 142. Courbes de fluage pendant 24 heures de compression oedométrique



(a)



(b)

Figure 143. Indice de compressibilité après 24 heures de fluage

## 5.6 Discussion

Les résultats expérimentaux présentés ci-dessus montrent que, pour un indice des vides initial donné (ici, d'environ 1,0 en moyenne pour les matériaux dit lâches), il y a une courbe de compression unique pour une condition d'essai particulière (i.e. sec ou saturé-imbibé). En outre, quelle que soit la séquence d'imbibition suivie, les résultats sur échantillons saturés et imbibés se trouvent confondus dans l'espace

indice des vides / contrainte verticale. L'unicité de la réponse mécanique du matériau saturé-imbibé est également révélée dans la réponse au fluage. Ainsi, après l'imbibition, l'indice de compressibilité oedométrique passe de celui correspondant à l'état sec à celui du matériau saturé, pour tous les niveaux de contraintes montrés auparavant. Ceci est cohérent avec l'augmentation de la vitesse de propagation des microfissures dans les grains proposée dans le modèle conceptuel d'Oldecop et Alonso (2007).

Afin d'étudier l'effet de la densité initiale, trois échantillons denses ont été préparés par vibration et ainsi compactés à un indice des vides initial moyen de 0,920 (voir Tests 49 à 51 dans le Tableau 9), en utilisant la même méthodologie de chargement que pour les essais oedométriques avec du fluage à 24 heures. La Figure 144 présente les courbes de compression pour les échantillons denses et aussi un résumé des courbes de compression les plus représentatives pour les échantillons lâches.

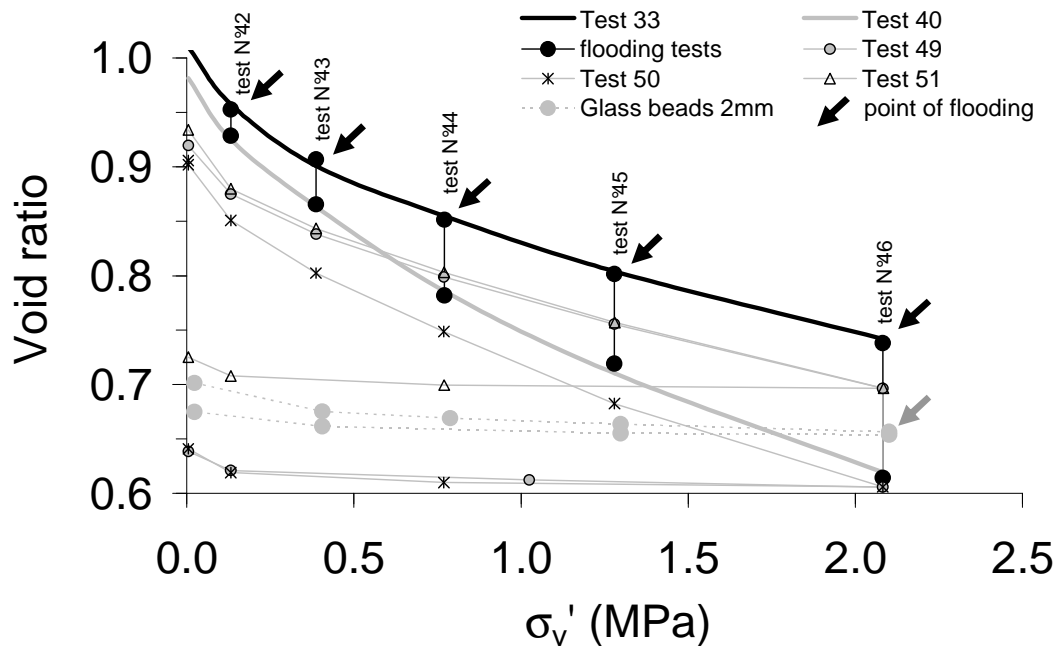


Figure 144. Courbes de compression oedométrique pour des matériaux lâches et denses (24 heures de fluage)

Sur la Figure 144, on peut donc voir que pour chaque condition d'essai (sec, saturé et imbibé), tous les échantillons denses suivent des courbes de compression en dessous des échantillons lâches correspondants. Cependant, les essais denses et lâches tendent à rejoindre une réponse unique à forte contrainte (pas tout à fait atteinte à  $\sigma'_v = 2,1$  MPa). Ceci est plus clair pour les échantillons saturés et imbibés, où l'indice des vides des échantillons denses à  $\sigma'_v = 2,1$  MPa est légèrement inférieur à celui des échantillons lâches. Ainsi, la Figure 145 montre les granulométries initiale et finale pour tous les échantillons lâches chargés jusqu'à  $\sigma'_v = 2,1$  MPa, ainsi que pour les



échantillons denses. On constate que les granulométries finales pour les échantillons saturés et imbibés sont presque les mêmes pour les deux cas lâche et dense. Toutefois, en ce qui concerne les échantillons à l'état sec, le matériau dense (Test 51) présente clairement plus de ruptures des grains que le matériau lâche (Tests 32 et 33), ce qui est cohérent avec l'indice des vides plus faible atteint à  $\sigma_v' = 2,1$  MPa pour le Test 51 sur la Figure 144.

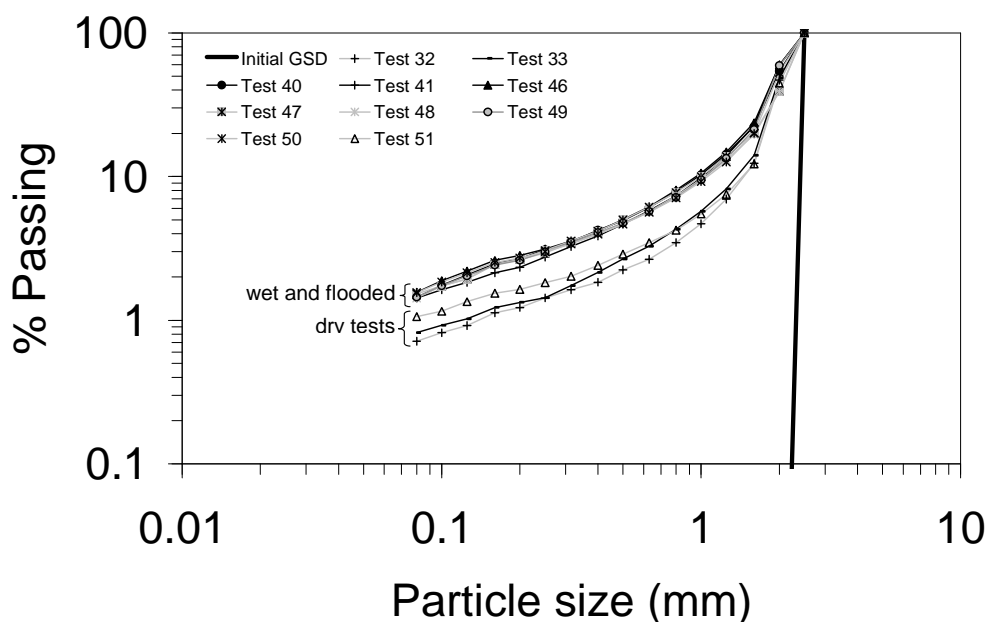


Figure 145. Granulométrie avant et après les essais oedométriques à 2,1 MPa pour des matériaux lâches et dense (24 heures de fluage)

En parallèle, afin de valider le fait que la déformation plastique après l'imbibition est provoquée principalement par rupture des grains, un essai de compression oedométrique sur un matériau relativement résistant (ou des ruptures ne sont pas prévues à  $\sigma_v' = 2,1$  MPa) a été réalisé. Ainsi, un échantillon sec (19mm de haut et 70mm de diamètre) composé de billes en verre de 2 mm de diamètre a été chargé et déchargé comme le montre la Figure 144. Après l'imbibition à  $\sigma_v' = 2,1$  MPa, la déformation plastique a été négligeable et il n'y a pas eu de ruptures des grains. Par conséquent, ainsi que l'ont proposé Oldecop et Alonso (2007), on peut raisonnablement supposer que l'imbibition déclenche la rupture et donc l'effondrement et le réarrangement de l'empilement granulaire. Ceci signifie que pour des grains de taille uniforme de l'ordre de 2 mm, on néglige l'effet d'effondrement par modification des forces capillaires aux contacts.

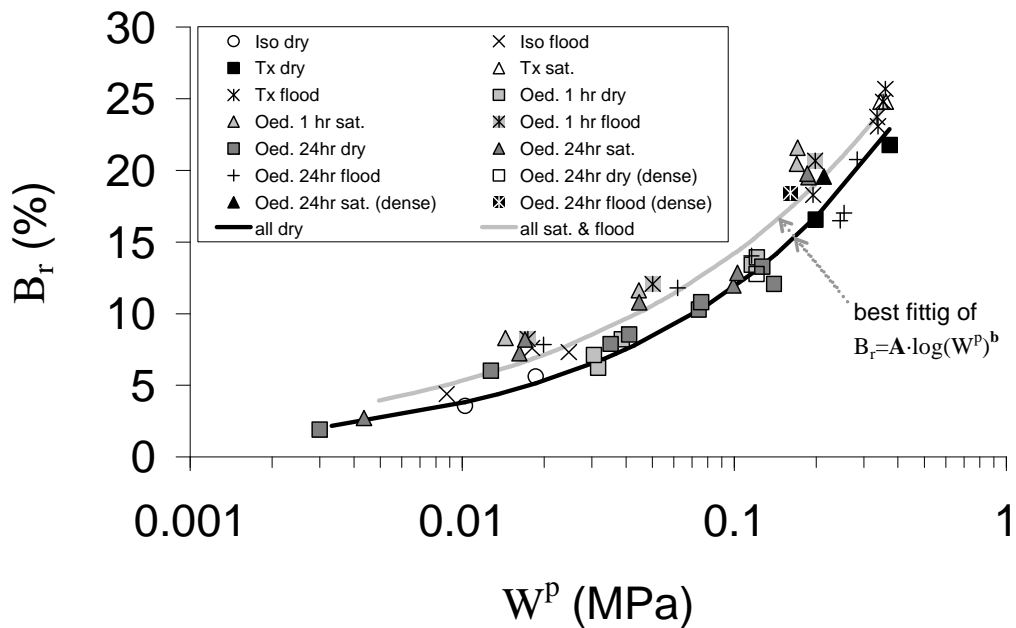


Figure 146. Taux de rupture des grains vs. travail plastique pour l'ensemble d'essais (triaxial, isotrope, oedométrique)

La Figure 146 présente le taux de rupture ( $B_r$ , selon la définition d'Einav (2007a), voir Figure 13) en fonction du travail plastique ( $W^p$ ) pour tous les essais présentés dans ce chapitre.  $W^p$ , lors d'un essai, est estimé comme étant la somme de tous les incréments de travail total  $\Delta W = p'(\Delta \varepsilon_v) + q(\Delta \varepsilon_s)$  (où  $\Delta \varepsilon_v$  et  $\Delta \varepsilon_s$  sont les incréments de déformation volumétrique et déviatorique, respectivement), moins le travail élastique récupéré pendant le déchargement. Selon la Figure 146, les matériaux secs (symboles carrés) nécessitent plus de travail plastique afin de parvenir à un indice de rupture  $B_r$  donné, en comparaison avec les cas saturés et imbibés, qui peuvent être considérés comme équivalents. Ce fait ne dépend pas du chemin des contraintes et peut éventuellement s'expliquer parce que, par rapport au cas sec, les grains mouillés ont une résistance à l'écrasement plus faible à cause de la diminution de la succion et des changements des propriétés du matériau dus aux attaques corrosives de l'eau. Par conséquent, il est nécessaire de fournir plus d'énergie à un échantillon sec afin de parvenir à une granulométrie donnée, par rapport à un échantillon saturé.

Même si le phénomène montré sur la Figure 146 ne dépend pas du chemin des contraintes, on devrait s'attendre à avoir une influence de la densité initiale dans la relation entre  $W^p$  et  $B_r$ . On sait qu'une partie de  $W^p$  est réalisée par friction et réarrangement de l'assemblage (i.e. sans ruptures), notamment à faible contraintes. Toutefois, l'effet de la densité initiale ne paraît pas significatif dans les résultats résumés sur la Figure 146. Par conséquent, et au moins pour une densité initiale donnée, le taux de rupture des particules dépend du travail plastique imposé et de la teneur en eau, et non pas de la séquence de chargement, ni du chemin de contraintes, ni du point d'imbibition.

La Figure 147 montre que l'indice des vides après chargement et  $B_r$  sont strictement liés pour tous les tests sur des échantillons présentés dans ce chapitre (Tests de 1 à 51). Cette relation apparaît comme étant unique et ne dépend donc pas du chemin des contraintes, ni de la densité initiale, ni du fait qu'il y ait du fluage ou de la relaxation, ni des conditions d'essai (sec ou imbibé). Ceci dépendrait donc seulement des propriétés intrinsèques du matériau, c'est-à-dire, de la granulométrie initiale et de la forme des particules.

Les résultats de la Figure 147 sont pertinents pour la modélisation du comportement, puisque la prédiction de la réponse contrainte-déformation (provenant de n'importe quel type de modèle) pourrait donner une prévision de la granulométrie finale, comme le montre le travail de Hu et al. (2011b). En outre, les modèles de comportement fondés sur un indice des vides critique variable en fonction du taux de rupture, comme dans Daouadji et al. (2001), pourraient facilement être utilisés pour modéliser l'effet de l'effondrement par imbibition. Connaissant expérimentalement les courbes de compression limites et la relation entre la granulométrie et le travail plastique, l'effet de l'imbibition pourrait être représenté par une chute de l'indice des vides critique et une prédiction de la granulométrie finale pourrait également être possible.

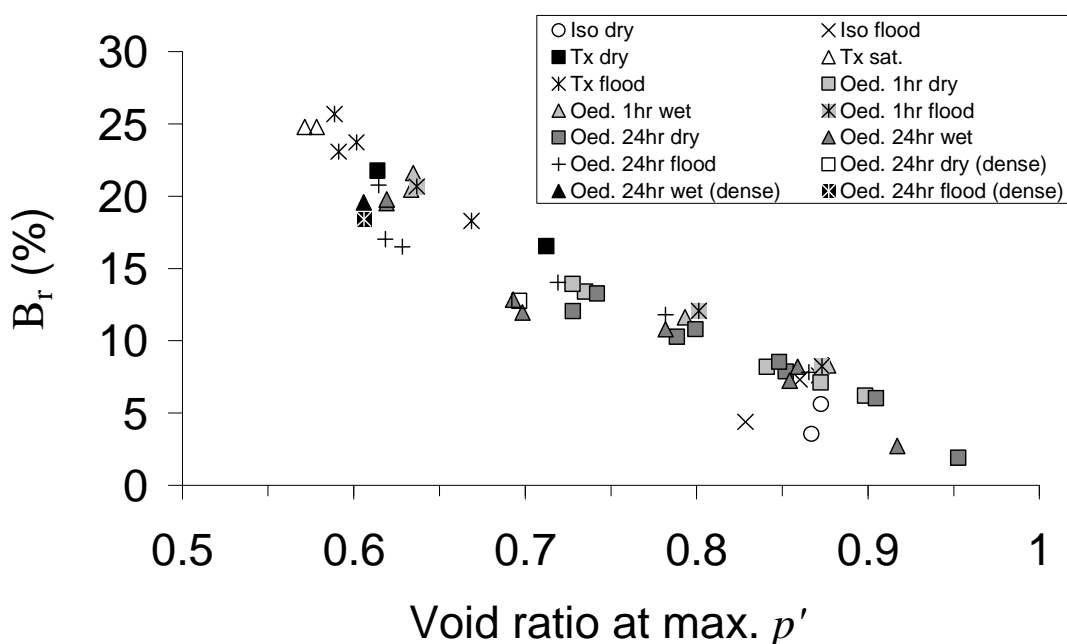


Figure 147. Taux de rupture des grains vs. indice des vides à  $p'_{max}$  pour l'ensemble d'essais (triaxial, isotrope, oedométrique)

Les résultats présentés ci-dessus traitent d'ordres de grandeur des contraintes d'intérêt dans le génie civil. Cependant, pour des contraintes élevées et/ou grandes déformations, la granulométrie évolue vers une distribution ultime (c'est à dire quand  $B_r$  tend vers 100%). Dans ce cas, la granulométrie pourrait être définie, par exemple,

par un coefficient d'uniformité donné (Bard, 1993; Biarez et Hicher, 1997) ou bien par un exposant fractal de l'ordre de 2,6 dans l'équation (28) (Sammis et al., 1986; Coop et al., 2004). Par conséquent, les résultats montrés sur la Figure 146 et la Figure 147 ne doivent pas être extrapolés à des valeurs en dehors du domaine présenté.

## **5.7 Conclusions**

Les preuves expérimentales présentées dans ce chapitre montrent que, pour une granulométrie initiale donnée, l'imbibition d'un matériau granulaire broyable sec produit un effondrement et une translation de la courbe de compression vers celle du matériau saturé. Le processus d'imbibition implique aussi que le même taux de rupture des grains, donc la même granulométrie, et le même indice de compressibilité en fluage sont atteints, en comparaison au cas saturé. Ce résultat ne dépend pas des séquences de chargement ni d'imbibition, de sorte qu'il pourrait y avoir là un cadre de comportement solide pour les modèles constitutifs.

## 6 LE ROLE DE L'ENERGIE DE FRACTURE DE GRIFFITH EN COMMINUTION CONFINEE

### 6.1 Introduction

Expérimentalement, Miura et O-Hara (1979) ont montré que le travail plastique lors des ruptures de grains dans les matériaux granulaires est lié à l'augmentation de la surface de fracture dans les particules ( $S$ ) (voir Figure 148). Hu et al. (2011b) ont montré des résultats expérimentaux similaires entre le travail plastique et le taux de rupture (voir Figure 149). Ces preuves font nécessairement penser à l'application de la théorie de la rupture fragile de Griffith (1921) dans les matériaux granulaires confinés, à savoir, établir le bilan énergétique entre l'énergie élastique stockée dans les grains comprimés et l'énergie dépensée par création de nouvelles surfaces de fracture ( $\delta\Phi_S$ ) lorsque les grains cassent. L'objectif est d'établir un lien entre l'évolution de la granulométrie et le comportement mécanique, basé sur la physique de la fracture élastique fragile. Pourtant, peu de travaux théoriques ont été rapportés dans ce sens et ces modèles n'ont pas été systématiquement comparés avec des expériences au laboratoire. Par exemple, comme présenté dans la section 1.6 de cette thèse, McDowell et al. (1996) ont proposé que  $\delta\Phi_S$  représente la dissipation plastique par ruptures des grains ( $\delta\Phi_B$ ) dans un matériau granulaire confiné (reprenant le bilan énergétique de l'équation (30), voir aussi équation (31)):

$$\delta\Phi_B = \delta\Phi_S = \frac{\Gamma \delta S}{V_s(1+e)} \quad (71)$$

Pourtant, une analyse de la physique du phénomène montre qu'il n'y aurait pas seulement des dissipations par augmentation incrémentale des surfaces des ruptures (Nguyen et Einav, 2009 ; Russell, 2011 ; Nieto-Gamboa, 2011). Comme schématisé dans la Figure 150a, on trouve initialement un réseau des forces de contact intergranulaires à l'équilibre statique. Ces forces transmises génèrent une déformation dans les particules. En supposant que les grains sont caractérisés par un comportement élastique fragile, cela se traduit par une énergie élastique stockée. Une augmentation des contraintes macroscopiques produira donc un incrément de ces forces de contact et de la déformation des grains (Figure 150b). Ce processus s'accompagne aussi d'une augmentation de la dissipation d'énergie à cause de la friction aux contacts ( $\delta\Phi_{friction}$  dans l'équation (30)). Si l'augmentation des contraintes se poursuit jusqu'à atteindre la résistance à l'écrasement des grains, certains d'entre eux casseront (Figure 150c). Ainsi, l'énergie élastique stockée dans l'entourage du grain cassé se transforme en énergie de surface de fracture (pour le grain lui-même) et en énergie cinétique, à cause des déplacements des fragments et des grains qui entourent une particule qui casse. Toutefois, le système atteindra un

nouvel état d'équilibre statique. Par conséquent, l'énergie cinétique sera dissipée par friction aux nouveaux contacts. Enfin, le nouvel équilibre sera atteint, où l'énergie de surface totale aura été augmentée, ainsi que la dissipation totale.

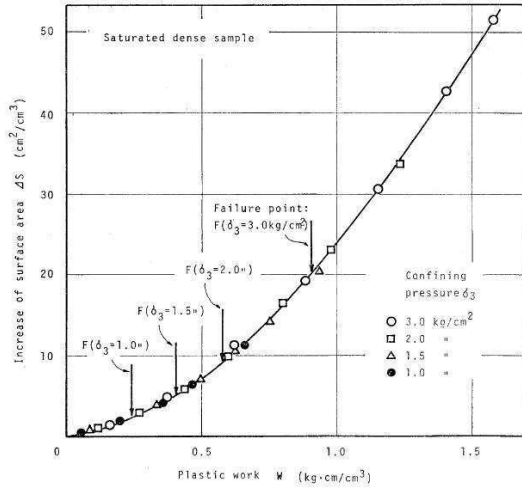


Figure 148. Relation entre le travail plastique l'augmentation de surface de fracture dans un sol de granite décomposé (Miura et O-Hara, 1979)

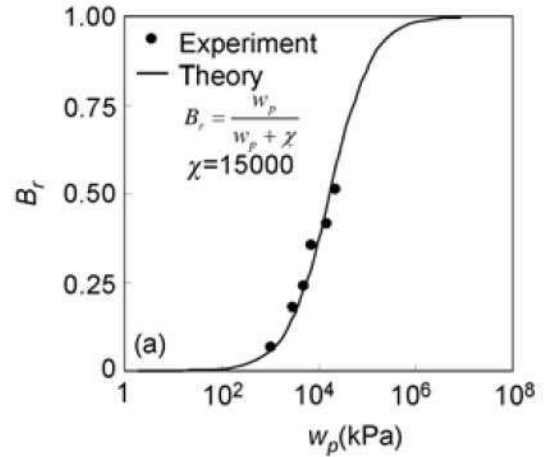


Figure 149. Relation entre le travail plastique et le taux de rupture dans un sable calcaire (Hu et al., 2011b)

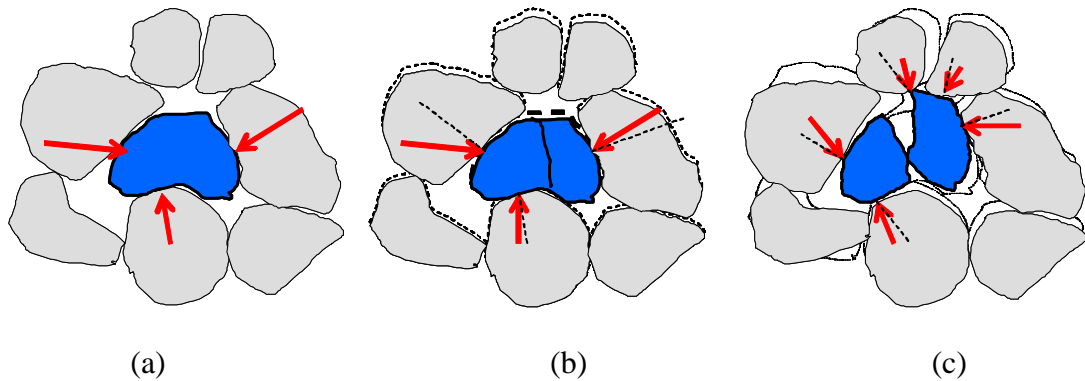


Figure 150. Schéma de la rupture des grains

Du point de vue théorique, quelques travaux ont été proposés pour décrire ce phénomène. Par exemple, les approches de Nguyen et Einav (2009) et de Russell (2011) considère que  $\delta\Phi_B$  se décompose en  $\delta\Phi_S$  et en redistribution spatiale des fragments des particules cassées ( $\delta\Phi_{redistr}$ , avec  $R = \delta\Phi_{redistr} / \delta\Phi_S$ , voir section 1.6 de cette thèse).  $\delta\Phi_{redistr}$  inclut donc le travail plastique fait par les grains voisins aux grains cassés, en raison de la réorganisation de l'empilement granulaire déclenchée par la rupture, jusqu'au nouvel état d'équilibre. Le travail plastique peut donc s'écrire comme:

$$\delta W^P = \delta\Phi_{friction} + \delta\Phi_S + \delta\Phi_{redistr} = \delta\Phi_{friction} + \delta\Phi_S(1 + R) \quad (72)$$

D'autres approches de l'application de la théorie de Griffith en comminution confinée existent également. Par exemple, sur la base du modèle thermo-mécanique présenté dans Einav (2007a-b), Einav (2007c) a proposé une expression pour la contrainte critique, comparable à la contrainte critique de Griffith (1921), nécessaire pour « déclencher » la rupture des grains. L'expression d'Einav comprend un paramètre d'énergie de fracture critique, analogue à  $\Gamma$ . De la même façon, Pugno et Carpinteri (2008) ont appliqué le bilan énergétique de Griffith pour prédire la pression isotrope nécessaire ( $p_c$ ) afin d'obtenir un incrément donné de la surface de fracture ( $\Delta S$ ) dans un volume de matériau donné ( $V$ ).

$$p_c = c \sqrt{2(\Gamma')B \frac{\Delta S}{V}} \quad (73)$$

où  $c$  est un indice de compacité et  $B$  est un module élastique. Pugno et Carpinteri (2008) ont indiqué que leur paramètre  $\Gamma'$  prend en compte aussi une dissipation par frottement, ce qui est analogue au sens du schéma de la Figure 150 et de la dissipation donnée par  $R$ .

D'autre part, compte tenu de l'équilibre entre l'énergie élastique stockée et l'énergie cinétique, d'autres auteurs ont étudié ce sujet pour la fragmentation dynamique (Grady, 1982; Glenn et Chudnovsky, 1986; Pugno, 2006). Par exemple, Jandacka et al. (2009) ont proposé une méthode expérimentale pour mesurer cette énergie de fracture spécifique dans les poudres sous chargement dynamique. Les auteurs ont obtenu une surface de fracture comme étant le rapport entre le travail plastique et l'augmentation de surface sur les grains. Toutefois, tel que discuté précédemment ici, il est clair que le travail plastique dans les tests de Jandacka et al. (2009) comprend également de la friction par réarrangement des particules (pas seulement une nouvelle surface). Ainsi, l'énergie spécifique de fracture mesurée porte là sur la dissipation totale. Néanmoins, la partition entre  $\delta\Phi_{friction}$ ,  $\delta\Phi_S$  et  $\delta\Phi_{redist}$  n'est pas connue.

En synthèse, par analogie au sens physique du paramètre  $\Gamma$  de Griffith, une définition de la surface spécifique dans un matériau granulaire devrait prendre en compte des interactions micromécaniques, telles que l'énergie cinétique déclenchée dans l'entourage d'un grain qui casse. Néanmoins, il n'y a pas suffisamment de résultats empiriques pour bien comprendre comment  $\Gamma$  dépend des conditions d'essai (chemin des contraintes, intensité des contraintes), du matériau (densité, granulométrie, forme des particules) ou si c'est une valeur intrinsèque. Par conséquent, dans ce chapitre, on reprend les essais oedométriques 26 à 48 (voir Tableau 9) pour une analyse de la partition du travail plastique. On discute également quelques perspectives de recherche sur cette question, à savoir l'effet de la granulométrie et de la dispersion sur les paramètres mécaniques.

## 6.2 Surface de fracture

Afin d'estimer la surface des grains et les incréments après ruptures des grains, on a suivi l'approche suivante. On peut considérer que le volume  $v$  de chaque grain est une fonction de son diamètre caractéristique  $d$ :  $v(d)=\beta_v d^3$  (où  $\beta_v$  est le facteur de forme des particules). Ensuite, la surface d'un grain est donnée par  $s(d)=3\beta_v d^2$ ; et pour une fraction de taille avec un diamètre caractéristique  $d^i$ , elle est donnée par  $S^i=N^i s^i=3 N^i \beta_v (d^i)^2$  (où  $N^i$  est le nombre de particules de la fraction granulométrique). Puis, on peut aussi écrire la masse de la fraction granulométrique comme  $m^i=N^i \rho v^i= N^i \rho \beta_v (d^i)^3$  et le refus partiel du tamisât est donc donné par  $f^i=m^i/M_t$  (où  $\rho=2,75\text{gr/cm}^3$  est la masse volumique du solide constitutif des grains et  $M_t$  est la masse totale de l'échantillon). En supposant que  $\beta_v$  est le même pour chaque fraction granulométrique et en combinant  $S^i$  et  $f^i$ , on obtient l'augmentation de la surface après rupture à partir de la variation de la granulométrie  $\Delta f^i$  (Nieto-Gamboa, 2011 ):

$$\Delta S^i = \frac{3M_t \Delta f^i}{\rho d^i} \quad (74)$$

Cependant, l'analyse ci-dessus repose sur un facteur de forme constant, ce qui peut être irréaliste pour les grains fins. Ceci est d'autant plus important que la fraction la plus fine contribue le plus à la surface spécifique dans un matériau granulaire. Par conséquent, suivant Miura et O'Hara (1979), pour des grains de taille caractéristique en dessous de 0,125 mm (obtenue par tamisage), on a estimé la surface par le test de Blaine (perméabilité à l'air), généralement utilisé pour les ciments selon la norme ASTM C204-11. Sur le matériau obtenu après les essais 26 à 48, on a effectué 9 essais sur chaque fraction granulométrique (<0,08mm – 0,08-0,1 – 0,1-0,125) sur des échantillons préparés à un indice des vides constant de 0,500 +/- 0,004. Le Tableau 10 présente les valeurs moyennes de l'indice des vides et la surface spécifique (SSA) moyenne correspondante.

Tableau 10. Tests de Blaine sur les fractions de taille fines

Fraction de taille (mm)	Indice des vides (*)	Min. SSA (m <sup>2</sup> /gr)	Max. SSA (m <sup>2</sup> /gr)	SSA (m <sup>2</sup> /gr) (*)
<0,08	0,502	0,380	0,407	0,394
0,1-0,08	0,499	0,148	0,156	0,152
0,125-0,1	0,500	0,116	0,133	0,125

(\*) chaque valeur correspond à la moyenne de 9 tests sur 3 échantillons, i.e., 3 essais par échantillon

A l'aide de l'équation (74) et des résultats présentés dans le Tableau 10, on a calculé les augmentations de SSA pour les échantillons après essai oedométrique. La Figure 151 montre ces résultats en fonction du travail plastique. On voit qu'il y a deux tendances, une pour le matériau sec et une autre pour les cas saturés et imbibés. Ce



résultat est analogue à celui du chapitre précédent sur le taux de rupture (voir Figure 146). Pourtant, en exprimant la rupture des grains comme une augmentation de surface de fracture, la séparation entre les deux tendances sec-saturé est plus claire. Ceci est dû notamment au fait que le poids statistique de la fraction fine (qui augmente exponentiellement avec les ruptures) sur  $S$  est prépondérant.

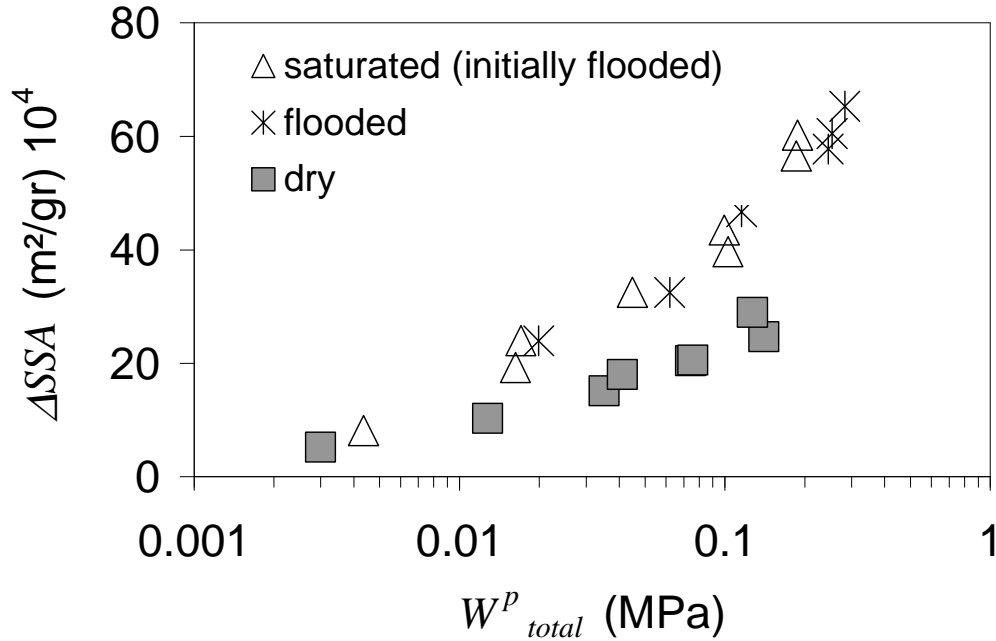


Figure 151. Augmentation de surface après essais oedométrique 26 à 48

### 6.3 La partition du travail plastique

Sachant qu'on a supposé que l'effondrement des échantillons secs après imbibition à charge constante (voir Figure 135 et Figure 140) est déclenché par la rupture des grains, le travail plastique dissipé pendant cet effondrement (après un temps donné de fluage, ici pendant 24 heures) est donné seulement par  $\Delta\Phi_B$  (selon l'équation (30)). D'autre part, ayant la mesure de la différence entre les granulométries après un essai à sec et après un essai imbibé au même niveau de contrainte, à l'aide de l'équation (74), on peut calculer l'incrément de surface dû à l'effondrement ( $\Delta S_{collapse}$ ). Ensuite, en combinant les équations (71) et (72), on peut exprimer le travail plastique pendant l'effondrement ( $\Delta W^p_{collapse}$ ) en fonction de l'incrément de surface:

$$\Delta W^p_{collapse} = \frac{\Delta S_{collapse}}{V_s(1+e)} \cdot \Gamma_c (1+R) \quad (75)$$

$$\text{avec } \Delta S = \sum_{\forall i} \Delta S^i$$

où on utilise  $\Gamma_c$  pour une énergie de surface par comminution. La Figure 152 montre le paramètre  $\Gamma_c(I+R)$  de l'équation (74), obtenu après la rupture des grains après imbibition. Ce paramètre correspond donc au matériau saturé et associé au chemin de contraintes oedométrique. On peut voir que le résultat tend vers une valeur positive d'environ 2,5 N/m, lorsque le travail plastique tend vers zéro (i.e. à faible contrainte). Ce résultat est dans le même ordre de grandeur que certaines valeurs de l'énergie spécifique de fracture publiées pour des roches schisteuses, autour de  $\Gamma=5$  N/m pour une fracture en Mode I (Ashby et Jones, 2006).

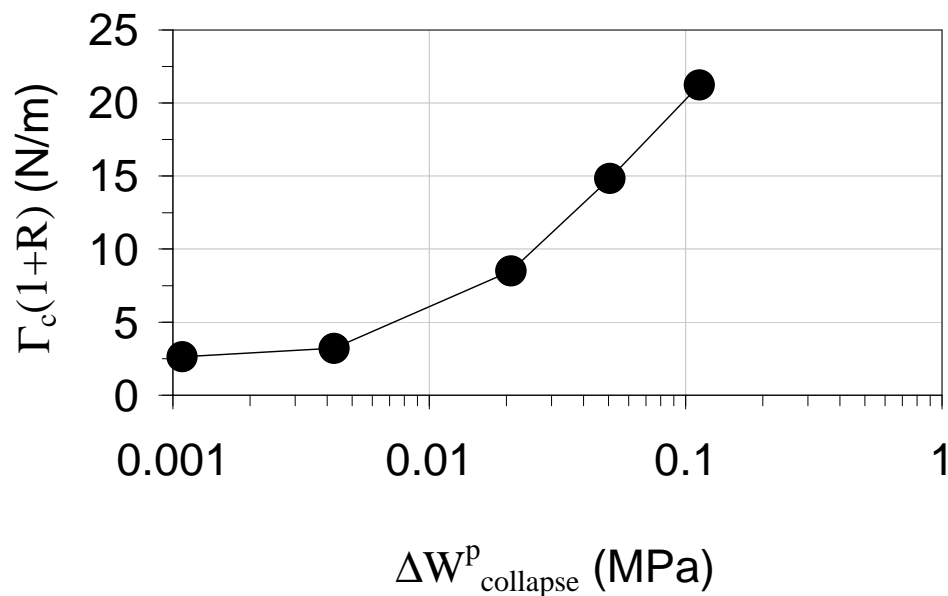


Figure 152. Evolution du paramètre  $\Gamma_c(I+R)$  sur le matériau saturé et pour des essais à différents niveaux de contrainte

Par la suite, on suppose que pendant la comminution confinée, le travail plastique minimum que l'on peut avoir correspond à l'incrément de surface, c'est-à-dire, avec une valeur nulle ou négligeable de l'énergie cinétique déclenchée dans l'entourage des grains cassés ( $R=0$ ). Par conséquent, si on prend  $\Gamma_c=2,5$  N/m,  $\Delta\Phi_{redist}$  dépend du niveau de chargement et tend vers zéro à faible contrainte. Dans ce cas, les forces de contact sur un grain qui casse peuvent être redistribuées aux voisins sans qu'ils ne s'effondrent, ce qui génère un travail plastique  $\delta\epsilon_a^P$  sur le schéma de la Figure 153a. D'autre part, à une contrainte macro-mécanique relativement élevée, les grains dans l'entourage ne peuvent plus supporter les forces redistribuées après rupture et un réarrangement du squelette granulaire se produit avec un effondrement significatif (soit une valeur de  $R$  élevée). Un schéma qualitatif de ce comportement est illustré sur la Figure 153b.

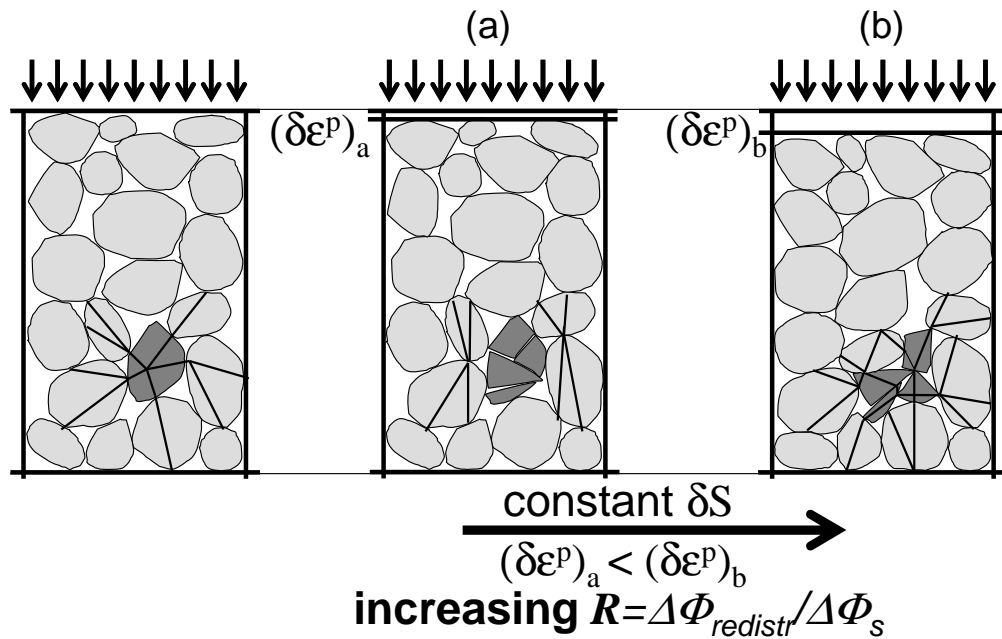


Figure 153. Schéma qualitatif des étapes de la déformation plastique après ruptures des grains : (a) système en équilibre statique ; (b) une particule casse et un incrément de surface se produit et les forces de contact se redistribuent sur les particules entourant le grain cassé ; (b) l'entourage s'effondre avec une déformation plastique non négligeable

## 6.4 Discussion

### 6.4.1 Effet de la dispersion des propriétés mécaniques des grains

D'après les analyses statistiques présentées dans la section 2.3.2 de cette thèse sur la contrainte à la rupture des agrégats de roche, de même que les résultats sur des grains de sable résumés dans le Tableau 1, une dispersion non négligeable apparaît sur la résistance à l'écrasement. Ceci est dû à la forme aléatoire des grains et à la nature hétérogène des matériaux géologiques, composés de minéraux différents, soudés entre eux de manière différente (e.g. granite, schiste) ou composés d'une matrice avec des vides (e.g. calcaire). Ainsi, il faudrait s'attendre à ce que  $\Gamma_c$  présente également une dispersion importante. De même, comme il a été dit précédemment, les attaques corrosives de l'eau à l'intérieur des microfissures peuvent, à leur tour, modifier la valeur de  $\Gamma_c$ . En conséquence, l'énergie nécessaire pour casser un grain pourrait différer considérablement entre deux grains provenant de la même roche. On peut supposer qu'en comminution confinée, les grains qui cassent en premier sont les plus faibles d'entre ceux qui se trouvent dans les chaînes fortes du réseau des forces de contacts. Les grains les plus résistants, à  $\Gamma_c$  relativement élevée, devraient normalement casser sous une condition de forte contrainte macro-mécanique. D'un autre point de vue, éventuellement on pourrait aussi avoir le même  $\Gamma_c$  pour tous les grains solides mais avec une distribution et/ou des tailles de microfissures

différentes. Ceci donnerait également un incrément d'énergie variable pour créer un  $\delta S$  donné sur des grains différents.

Ensuite, pour un incrément  $\delta S$  donné,  $\Gamma_c$  est variable et donc  $\Delta\Phi_S$  est une fonction de l'intensité de la contrainte macro-mécanique imposée. Sur les essais présentés précédemment, on a un  $\Gamma_c$  d'environ 2,5 N/m pour les particules les plus faibles et cette valeur devrait être plus élevée pour les particules plus résistantes. Sur le plan qualitatif, la contribution de  $\Delta\Phi_S$  au travail plastique total ne serait pas constante, comme le montre schématiquement la Figure 154.

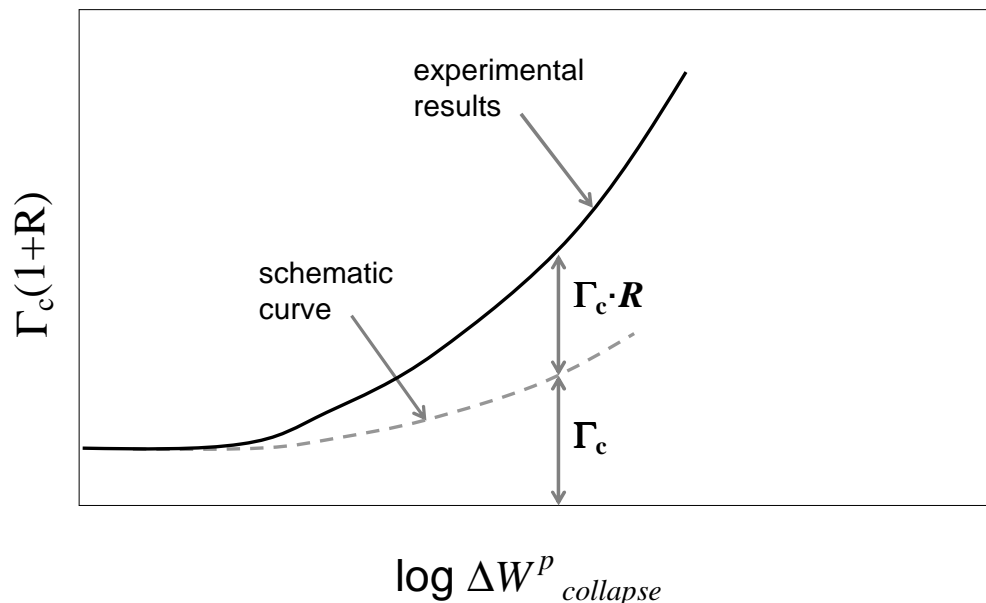


Figure 154. Valeurs du paramètre  $\Gamma_c(1+R)$  après des essais effondrés par noyage du matériau sec à divers niveaux de contraintes

#### 6.4.2 Effets de l'évolution du réseau des forces de contacts

La fragmentation d'un grain dans un matériau granulaire dépend des efforts transmis par les contacts intergranulaires. A chaque contact, il peut y avoir des forces normales et tangentielles. En ce qui concerne le phénomène de comminution confinée, lorsque le nombre de coordination est faible, il est raisonnable de considérer qu'une particule appartenant à une chaîne de force forte est susceptible de casser en Mode I. Ceci est particulièrement le cas pour les matériaux de granulométrie initiale plutôt uniforme. Toutefois, l'évolution de la granulométrie pendant la rupture des grains conduira à un changement dans le réseau des forces de contact et pourrait affecter l'énergie nécessaire pour écraser le grain en raison de l'effet du nombre de coordination (Åström et Herrmann, 1998; Tsoungui et al., 1999). Par exemple, un grain avec un nombre de coordination élevé pourrait subir une fracture par cisaillement (i.e. Mode II). De même, la production des fines dues au

frottement sur les contacts des grains devrait être associée à des contraintes de cisaillement induites. Dans ces cas, l'énergie de surface spécifique sera beaucoup plus élevée que celle d'une fracture en Mode I. Ainsi, la valeur de  $\Gamma_c$  devrait couvrir tous ces aspects et ne devrait pas être constante sur tout le processus de comminution. Cette question complexe peut être plus profondément étudiée d'un point de vue micromécanique à l'aide de modèles DEM et en comparant l'effet de la dissipation par incrément de surface (i.e. accumulation d'énergie sur les contacts élastiques avant écrasement) et la contribution de la redistribution déclenchée.

## **6.5 Conclusions**

L'utilisation de la théorie de Griffith pour tenir compte de la dissipation d'énergie en comminution confinée peut être un outil puissant pour modéliser le comportement mécanique des matériaux granulaires composés de grains élastiques fragiles. Cependant, une question clé est d'identifier un paramètre de surface spécifique de fracture (ténacité) pertinent. Pour cela, deux mécanismes interviennent dans la partition de l'énergie, à savoir la création de surfaces de fracture et le réarrangement du squelette, suite aux changements dans le réseau des forces de contact après rupture.

Dans ce chapitre, on a montré des preuves expérimentales sur le rôle de la nouvelle surface de fracture dans le travail plastique en chemin de chargement oedométrique. Les résultats montrent qu'elle dépend de l'intensité de la contrainte imposée. On montre aussi que l'énergie de fracture est prédominante aux faibles niveaux de contraintes et devient moins importante à des contraintes élevées. Dès lors, la redistribution du squelette granulaire après rupture conduit à un travail plastique significatif.

# CONCLUSIONS

## *Conclusion générale*

Dans cette thèse, on s'est intéressé aux effets de la rupture des grains sur le comportement mécanique des matériaux granulaires sous chargement quasi-statique confiné. L'accent a été mis sur les liens entre les propriétés des grains pris individuellement et le comportement de l'assemblage granulaire. Ainsi, une contribution importante de ce travail a été de mesurer, d'analyser et d'introduire des propriétés micromécaniques, telle que la résistance caractéristique à l'écrasement des particules et l'effet d'échelle qui l'accompagne et la topologie du réseau des forces de contact intergranulaires, dans des méthodes prédictives multi-échelle. Des approches simplifiées ont été développées et validées, avec des prédictions satisfaisantes en termes de granulométrie finale en comminution confinée selon une démarche probabiliste innovante et de résistance au cisaillement des enrochements à l'aide d'une méthode existante. Des améliorations et des nouvelles avancées sont toujours envisageables afin de mieux comprendre les phénomènes multi-échelle responsables de la rupture des grains.

Dans le chapitre 2, la statistique d'une vaste série d'essais d'écrasement d'agrégats de roche, ainsi que les résultats de la littérature, est représentée convenablement par une distribution de Weibull pour une taille de particule donnée. Par ailleurs, comme avec n'importe quel matériau fragile, les preuves expérimentales montrent qu'il y a un effet d'échelle sur la résistance à l'écrasement des granulats de roches, exprimée comme une relation inverse entre la taille et la force maximale. Afin de représenter ce phénomène, la théorie de Weibull, basée sur le concept du maillon faible, a été souvent utilisée. Pourtant, la forme aléatoire des grains et l'hétérogénéité de la microfissuration font que le sens physique du concept est parfois oublié. La conséquence de cela est que le module  $m$ , qui donne une mesure de la dispersion des données, ne peut pas être déduit à partir d'une relation d'effet d'échelle, ce qui a été parfois utilisé dans la littérature. Pourtant, la démarche inverse est toujours pratique. A savoir, l'utilisation de  $m$  et le calage d'un quatrième paramètre  $n_d$ , lui venant du concept du maillon faible, afin d'utiliser la distribution de Weibull comme une loi phénoménologique.

La caractérisation mécanique des agrégats donnée par la théorie de Weibull a été utilisée dans le chapitre 3, afin de développer une méthode probabiliste prédictive de l'évolution de la granulométrie en comminution confinée. Pour compléter la caractérisation micromécanique, on a eu recours à des simulations DEM afin de décrire la topologie du réseau des forces normales de contact intergranulaires. La

méthode suppose que la rupture se produit en Mode I, c'est-à-dire, par traction induite par les forces normales au cœur des particules. La probabilité de rupture d'un grain dans un assemblage granulaire a été définie comme la combinaison de deux événements indépendants, à savoir : (1) la dispersion de la résistance autour de la valeur empirique de rupture à l'écrasement et (2) la probabilité d'avoir une force normale de contact supérieure à la valeur empirique. On a utilisé la loi de Weibull pour la première probabilité et une description du réseau des forces de contact par fraction de taille à partir des simulations DEM pour la seconde. Ainsi, l'effet d'échelle a été introduit dans la méthode, premièrement, à l'aide de l'effet de taille obtenu lors des essais de rupture et, deuxièmement, en considérant l'effet de la taille du grain et de son chargement caractéristique, qui lui dépend de la polydispersité. On a obtenu des prédictions satisfaisantes pour deux cas d'essais oedométriques sur des sables rapportés dans la littérature.

L'effet de la taille des agrégats dans leur résistance implique que, lorsqu'il y a des ruptures des grains, il y a aussi un effet d'échelle au niveau de l'assemblage granulaire. Dans ce sens, les résultats des essais de compression triaxiale du chapitre 4 sur un enrochement schisteux montrent ce phénomène, avec plus de rupture des grains et une faible diminution de la résistance au cisaillement quand la taille des grains augmente, en comparant des matériaux ayant des granulométries parallèles. De même, l'analyse d'une série d'essais équivalents sur un enrochement calcaire rapportés par Hu (2009) montre les mêmes conclusions, ce qui est cohérent avec le travail antérieur de Marachi et al. (1969).

Les paramètres de la loi de Weibull obtenus dans le chapitre 2 à partir de la statistique des résultats d'écrasement des agrégats de calcaire testés par Hu (2009) et de schiste présentés ici, ont été introduits dans une méthode prédictive de l'effet d'échelle de la résistance au cisaillement des enrochements. Cette méthode a été proposée par Frossard (2009) et mise en œuvre par Hu (2009) et Frossard et al. (2012). Pourtant, à ce jour, cette méthode n'avait pas été validée expérimentalement en s'appuyant sur une analyse statistique de Weibull lors d'essais d'écrasement sur des agrégats et des essais de cisaillement sur l'enrochement. On a montré que la méthode donne des prédictions satisfaisantes pour les deux matériaux analysés.

Les équipements hors norme en termes de taille d'échantillons, telles que la cellule triaxiale utilisée dans ce travail, sont très coûteux et les données disponibles sont en conséquence assez rares. Donc, en s'ajoutant aux résultats de la thèse de Hu (2009), les résultats expérimentaux présentés dans ce document permettront d'accroître les données disponibles sur le comportement mécanique des enrochements. En particulier, ils permettront d'améliorer les connaissances sur la résistance au cisaillement des matériaux grossiers, ainsi que la compréhension de la relation avec

la mécanique de rupture des particules individuelles et ses conséquences sur les effets de taille.

La rupture des grains dans les matériaux granulaires peut être fortement affectée par la teneur en eau. Là encore, la source du phénomène se trouve au niveau de la micromécanique. En fait, l'attaque corrosive de l'eau à l'intérieur des microfissures des grains peut diminuer leur résistance et accélérer leur vitesse de propagation. En plus, la diminution de la succion capillaire au fond des fissures modifie la contrainte effective et donc la contrainte nécessaire pour sa propagation. Ainsi, les résultats rapportés dans la littérature et les preuves expérimentales présentées dans le chapitre 5 montrent que, pour une granulométrie initiale et un chemin de contrainte donné, l'imbibition d'un matériau granulaire broyable sec produit une translation de la courbe de compression vers celle du matériau saturé, à cause des ruptures de grains. Ceci se traduit par un effondrement dans le cas d'un essai en contraintes contrôlées (fluage), ou bien une relaxation des contraintes en déformations contrôlées. Dans la littérature, ce phénomène a été étudié en se focalisant sur les évolutions de la succion, mais rarement en se basant sur le lien entre le taux de rupture et la réponse mécanique. Or, on sait que la granulométrie est liée à la compressibilité, puisqu'elle détermine les densités d'arrangement possibles (e.g.  $e_{min}$  et  $e_{max}$ ). En conséquence, dans cette thèse, on a montré que ce processus de translation de la compressibilité après imbibition d'un matériau sec implique aussi que le même taux de rupture des grains et le même indice de compressibilité en fluage soient atteints, par rapport au cas saturé. En outre, la relation entre le taux de rupture et le volume final atteint est unique et ne dépend pas du chemin de contrainte, ni du point origine de l'imbibition, ni des conditions de chargement (temps de fluage ou de relaxation), mais uniquement des paramètres intrinsèques. Ceci donne un cadre de comportement consistant qui pourrait être pertinent pour la modélisation.

En s'appuyant sur les résultats du chapitre 5, on s'est aussi intéressé à évaluer le rôle de l'énergie de surface de fracture dans le travail plastique lors des ruptures des grains. Une définition de l'énergie de rupture spécifique dans des matériaux granulaires sous confinement est particulièrement bienvenue pour la prédiction du bilan énergétique. Toutefois, il s'agit d'un problème complexe car les mécanismes dissipatifs micromécaniques ne peuvent pas être correctement pris en compte par les modèles continus, à savoir, la dissipation de l'énergie élastique stockée dans les grains qui cassent et l'effondrement local déclenché autour d'un événement de rupture. Les résultats expérimentaux obtenus ici montrent que l'énergie de surface de fracture est prédominante aux faibles contraintes et devient moins importante à des contraintes élevées, lorsque la redistribution de l'assemblage après ruptures produit un travail plastique important. Cela est vrai si l'on considère que l'énergie spécifique



de fracture est constante tout au long du processus. Néanmoins, l'influence de la dispersion des données sur les paramètres du matériau et de l'effet de l'étalement de la granulométrie ne sont pas encore bien compris.

### ***Perspectives de recherche***

Les résultats de cette thèse ouvrent des nouvelles possibilités de recherche afin d'approfondir la compréhension du phénomène de ruptures des grains. Des caractérisations plus approfondies des particules et des validations sur plusieurs matériaux sont ainsi souhaitables.

La description des effets d'échelle dans les agrégats à l'aide de la théorie de Weibull développée dans cette thèse est limitée à des grains secs. Pourtant, on a aussi montré que le comportement des matériaux granulaires change radicalement en présence d'eau. En conséquence, des essais mécaniques sur des agrégats à différentes teneurs en eau permettraient de tester des lois statistiques afin de les introduire dans des méthodes probabilistes et prédictives, telles que celles développées dans ce travail. Dans ce sens, en raison de la dispersion significative rencontrée dans la résistance à l'écrasement des grains, il conviendrait de faire des essais avec des échantillons à géométrie contrôlée, tels que des disques carottés, par exemple.

Il serait intéressant de confirmer les effets d'échelles mis en évidence dans ce travail sur d'autres chemins de contraintes, notamment oedométrique, ainsi qu'avec d'autres matériaux, plus au moins sensibles au phénomène. Une autre perspective envisageable est aussi l'étude sur l'influence de la forme et la minéralogie des granulats de roche. Ces propriétés peuvent changer selon les fractions de taille en raison de la morphologie et de la composition géologique de la roche, en ajoutant plus d'incertitudes aux prédictions des effets d'échelle. Ainsi, un échantillon représentatif mis à l'échelle pourrait ne pas toujours être obtenu par simple tamisage et séparation par fractions de tailles, mais aussi en tenant compte d'autres paramètres géométrique (forme) et de composition (minéralogie).

Les résultats obtenus lors des essais de compression sur un matériau broyable aux états sec, saturé et imbibé sont pertinents pour la modélisation du comportement, à savoir, la relation entre granulométrie finale et travail plastique. Ainsi, la prédiction de la réponse mécanique à l'aide d'un modèle constitutif pourrait donner une prévision du taux de rupture. Puis, les modèles de comportement fondés sur un indice des vides critique variable en fonction de la granulométrie, tels que ceux de Daouadji et Hicher (2001), Muir Wood et al. (2009), Daouadji et al. (2010) et Hu et al., (2011b), pourraient être utilisés pour modéliser l'effet de l'effondrement par imbibition.

En ce qui concerne l'énergie de surface de fracture, des perspectives de recherche sont l'étude de l'effet de la dispersion des données sur les paramètres du matériau et de l'effet de l'étalement de la granulométrie lorsque la rupture des grains augmente. Des incertitudes demeurent également quant à l'effet du chemin des contraintes et des conditions initiales du matériau (par exemple, granulométrie, densité, forme des grains, etc.). Une fois que le rôle de l'énergie de surface aura été bien établi, il serait intéressant de développer des méthodes multi-échelle autour du concept de ténacité des contraintes pour décrire la probabilité de rupture.

## REFERENCES

- [1] Al-Hussaini, M. (1983): Effect of particle size and strain conditions on the strength of crushed basalt. *Can. Geotech. J.*, **20**(4), 706-717
- [2] Alonso, E., Olivella, S., Pinyol, N. (2005). A review of Beliche Dam. *Géotechnique* **55**(4), 267–285
- [3] Arthur, J., Rodriguez, J., Chua, K., Dunstan, T. (1980): Principal stress rotation: a missing parameter. *J. Geotech. Eng. Div. ASCE* **106**(4), 419–433
- [4] Ashby, M., Jones, D. (2006) *Engineering Materials 1*. 3<sup>rd</sup> edition. Elsevier. Oxford. 424 p.
- [5] ASTM C204-11 (2011). “Standard Test Methods for Fineness of Hydraulic Cement by Air-Permeability Apparatus”, *Annual Book of Standards Vol. 04.01*
- [6] Åström, J.A., Herrmann, H.J. (1998): Fragmentation of grains in a two dimensional packing. *Eur. Phys. J. B* **5**, 551-554
- [7] Atkinson, B. (1979): A fracture mechanics study of subcritical tensile cracking of quartz in wet environments. *Pure and Applied Geophysics*, **117**, 1011-1024
- [8] Atkinson, B. (1982): Subcritical crack propagation in rocks: theory, experimental results and applications. *Journal of Structural Geology*, **4**(1), 41-56
- [9] Austin, L.G., Shoji, K., Bhatia, V., Jindal, V., Savage, K. (1976): Some results on the description of size reduction as rate process in various mills. *Ind. Eng. Chem. Process Des. Dev.* **15**(1), 187-197
- [10] Auvinet, G., Marsal R. (1975): Statistical model of grain breakage. *Proceedings of the Vth Panamerican Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering*, Buenos Aires, 193–204
- [11] Azéma, E., Radjai, F. and Saussine, G. (2009): Quasistatic rheology, force transmission and fabric properties of a packing of irregular polyhedral particles. *Mechanics of Materials*, **41**, 729–741
- [12] Barton N., Kjaernsli B. (1981): Shear strength of rockfills. *J. Geotech. Eng.* **107**(7), 873-891
- [13] Bass, Z. (1954): On the theory of grinding. *J. Appl. Math. Phys.* **5**(4), 283-292
- [14] Bard E. (1993): *Comportement des matériaux granulaires secs et à liant hydrocarboné*. Thèse de doctorat, Ecole Centrale de Paris.
- [15] Bard, E., Campaña, J., Anabalón, M. E., Apablaza, R. (2007): *Comportamiento de lastre ROM sometido a altas presiones*. Libro de

resúmenes, VI Congreso Chileno de Geotecnia, 28-30 Noviembre de 2007, Valparaíso Chile.

- [16] Bard, E., Anabalón, M., Campana, J. (2012): Waste rock behavior at high pressures: dimensioning high waste rock dumps. In *Multiscale geomechanics: from soil to engineering projects*, edited by Pierre-Yves Hicher, John Wiley & Sons, Hoboken, 392p.
- [17] Bažant, Z.P. (2000): Size effect. *Int. J. Solids Struct.* **37**, 69-80
- [18] Bažant, Z.P. (2005): *Scaling of Structural Strength - 2nd Edition*. Elsevier, London.
- [19] Bažant, Z.P., Planas, J. (1998): *Fracture and size effect in concrete and other quasibrittle materials*. CRC Press, USA.
- [20] Bažant, Z.P., Xi, Y., Reid, S.G.: (1991) Statistical size effect in quasi-brittle structures -Part 1: Is Weibull theory applicable?. *J. Eng. Mech. ASCE* **117**(11), 2609-2622
- [21] Bauer, E. (2009): Hypoplastic modelling of moisture-sensitive weathered rockfill materials. *Acta Geotechnica* **4**, 261–272
- [22] Been K., Jefferies M.D. (1985): A state parameter for sands. *Géotechnique*, **35**(2), 99-112
- [23] Ben-Nun, O., Einav, I. (2010): The role of self-organization during confined comminution of granular materials. *Philos. Trans. R. Soc. A* **368**, 231-247
- [24] Ben-Nun, O., Einav, I., Tordesillas, A. (2010): Force attractor in confined comminution of granular materials. *Phys. Rev. Lett.* **104**, 108001
- [25] Becker, E., Chan, C.K., Seed, H.B. (1972): Strength and deformation characteristics of rockfill materials in plane strain and triaxial compression tests. Report No. TE-72-3, Department of civil and environmental engineering, University Of California, Berkeley.
- [26] Biarez, J., Hicher, P.Y. (1994): *Elementary mechanics of soil behaviour*. Balkema, Rotterdam.
- [27] Biarez, J., Hicher, P.Y. (1997): Influence de la granulométrie et de son évolution par ruptures de grains sur le comportement mécanique de matériaux granulaires. *Revue Française de Génie Civil* **1**(4), 607-631
- [28] Billam J. (1971): Some aspects of the behaviour of granular materials at high pressures. *Proceeding of the ROSCOE Memorial Symposium, Cambridge*, 69 – 80.
- [29] Bishop, A.W. (1966): The strength of soils as engineering materials. *Géotechnique*, **16**(2), 91-128
- [30] Bolton, M. (1986): The strength and dilatancy of sands. *Géotechnique*, **36**(1), 65-78

- [31] Bolton, M., Lau, C. (1988): Scale Effects Arising from Particle Size. Centrifuge 1988: Proceedings of the International Conference on Geotechnical Centrifuge Modeling. Vol. 1, 127-131
- [32] Bolton, M., Lau, C. (1989): Scale effects in the bearing capacity of granular soils. Proceedings of the 12th International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering, Vol. 2, 895-898
- [33] Brook, N. (1977): The use of irregular specimens for rock strength tests. Int. J. Rock Mech. Min. Sci. & Geomech. Abstr. **14**(4), 193-202
- [34] Buscarnera, B., Einav, I. (2012) The yielding of brittle unsaturated granular soils. *Géotechnique*, **62**(2), 147-160
- [35] Casagrande A. (1936): Characteristics of cohesionless soils affecting stability of slopes and earth fills. Boston Society of Civil Engineers Journal **23**(1), 13-32
- [36] Castro, G. (1975): Liquefaction and cyclic mobility of saturated sands. J. Soil Mech. Found. Div. ASCE, **101**(6), 551-569
- [37] Charles, R. (1958): Static fatigue of glass. J. Appl. Phys. **29**, 1549
- [38] Charles, J. A., Watts, K. S. (1980): The influence of confining pressure on the shear strength of compacted rockfill. *Géotechnique* **30**(4), 353-367
- [39] Chávez C., Alonso, E. (2003): A constitutive model for crushed granular aggregates which includes suction effects. *Soils Found* **43**(4), 215-227
- [40] Christofferson, J., Mehrabadi, M.M., Nemat-Nassar, S. (1981): A micromechanical description on granular material behavior. ASME J. Appl. Mech. **48**, 339-344.
- [41] Coop, M.R., Sorensen, K.K., Bodas Freitas, T., Georgoutsos, G. (2004): Particle breakage during shearing of a carbonate sand. *Géotechnique* **54**(3), 157-163
- [42] Corwin, E., Jaeger, H., Nagel, S. (2005): Structural signature of jamming in granular media. *Nature* **435**(23), 1075-1078
- [43] Collins, I. (2005): Elastic/plastic models for soils and sands. *International Journal of Mechanical Sciences* **47**, 493-508
- [44] Cundall P., Strack, O. (1979): A discrete numerical model for granular assemblies. *Géotechnique*, **29**(1), 47-65
- [45] Das, P. K., Khan, A. A., Pitchumani, B. (1995): Solution to batch grinding equation. *Powder Technol.* **85**, 189-192
- [46] Daouadji, A., Hicher, P-Y. (2010): An enhanced constitutive model for crushable granular materials. *Int. J. Numer. Anal. Meth. Geomech.* **34**(6), 555-580

- [47] Daouadji, A., Hicher, P-Y., Rahma, A. (2001): An elastoplastic model for granular materials taking into account grain breakage. *Eur. J. Mech. A-Solid*. **20**, 113-137
- [48] De la Hoz, K. (2007): Estimación de los parámetros de resistencia al corte en suelos granulares gruesos. Tesis de Magíster en Ciencias de la Ingeniería, Universidad de Chile.
- [49] De Mello, V.F.B. (1977): Reflections on design decisions of practical significance to embankment dams. *Géotechnique* **27**(3), 281-355.
- [50] Di Benedetto, H., Tatsuoka, F. and Ishihara, M. (2002): Time-dependent shear deformation characteristics of sand and their constitutive modelling. *Soils and Foundations* **42**(2), 1-22.
- [51] Di Prisco, C., Imposimato, S. (1996): Time dependent mechanical behaviour of loose sands. *Mechanics of Cohesive and Frictional Materials* **1**, 45-73
- [52] Dorador, L. (2010): Análisis experimental de las metodologías de curvas homotéticas y corte en la evaluación de propiedades geotécnicas de suelos. Tesis de Magíster en Ciencias de la Ingeniería, Universidad de Chile.
- [53] Dunning, J., Petrovski, D., Schuyler, J., Owens, A. (1984). The effects of aqueous chemical environments on crack propagation in quartz. *J. Geophys. Res.* **89**(B6), 4115–4123
- [54] Einav, I. (2007a): Breakage mechanics- Part I: Theory. *J. Mech. Phys. Solids* **55**(6), 1274-1297
- [55] Einav, I. (2007b): Breakage mechanics- Part II: Modelling granular materials. *J. Mech. Phys. Solids* **55**(6), 1298-1320
- [56] Einav I. (2007c): Soil mechanics: breaking ground. *Phil. Trans. R. Soc. A.* **365**, 2985-3002
- [57] Einav I. (2007d): Fracture propagation in brittle granular matter. *P. Roy. Soc. A-Math. Phy.* **463**(2087), 3021-3035
- [58] Ezaoui, A., Lecompte, T., Di Benedetto, H., Garcia E. (2010): Effects of various loading stress paths on the stress-strain properties and on crushability of an industrial soft granular material. *Granular Matter*, **13**, 283-301.
- [59] Fredlund, M., Fredlund, D., Ward Wilson, G. (2000): An equation to represent grain-size distribution. *Can. Geotech. J.* **37**, 817-827
- [60] Freudenthal, A.M. (1968): Statistical approach to brittle fracture. In: Liebowitz, H. (Ed.), *Fracture*, vol. 2. Academic Press, 591-619
- [61] Friedman, M., Handin, J. & Alani G. (1972): Fracture-surface energy of rocks. *Int. J. Rock Mech. Min. Sci. Geomech. Abstr.* **9**(6), 757–764
- [62] Frossard, E. (2009): Scale effects in granular fill shear strength and in stability of large rockfill structures. XVIIth ICSMFE, Alexandria, Egypt, 5-9 Oct. 2009

- [63] Frossard, E. (2012): Granular materials in civil engineering: recent advances in the physics of their mechanical behaviour and applications to engineering works. In *Multiscale geomechanics: from soil to engineering projects*, edited by Pierre-Yves Hicher, John Wiley & Sons, Hoboken, 392 p.
- [64] Frossard, E., Hu, W., Dano, C., Hicher, P.Y. (2012): Rockfill shear strength evaluation: a rational method based on size effects. *Géotechnique* **62**(5), 415-428
- [65] Frossard, E., Ovalle, C., Dano, C., Hicher, P.-Y., Maiolino, S., Hu, W. (2013) "Size effects due to grain crushing in rockfills shear strength". Accepted to be published in 18th International Conference for Soil Mechanics and Geotechnical Engineering, September 2-5 2013, Paris, France
- [66] Frossard, E., Ovalle, C., Hu, W., Dano, C., Hicher, P.-Y., Maiolino, S. (2012) "Size effects due to grain crushing in rockfills: theoretical predictions and experimental validation". 8th European Solid Mechanics Conference, July 9-13 2012, Graz, Austria
- [67] Frydman, S., Zeitlen, J.G. and Alpan, I. (1973): The membrane effect in triaxial testing of granular soils. *J. Test. Eval.* **1**(1), 37-41
- [68] Fukumoto, T. (1990): A grading equation for decomposed granite soil. *Soils Found.* **30**(1), 27-34
- [69] Fukumoto, T. (1992): Particle breakage characteristics of granular soils. *Soils Found.* **32**(1), 26-40
- [70] Gesche, R. (2002): Metodología de evaluación de parámetros de resistencia al corte de suelos granulares gruesos. Tesis de Ingeniero Civil, Universidad de Chile.
- [71] Glenn, L. A., Chudnovsky, A. (1986): Strain-energy effects on dynamic fragmentation. *J. Appl. Phys.* **59**, 1379-1380.
- [72] Grady, D. E. (1982): Local Inertial Effects in Dynamic Fragmentation. *J. Appl. Phys.* **53**, 322-325.
- [73] Griffith, A.A. (1921): The phenomena of rupture and flow in solids. *Phil. Trans. R. Soc. Lond. A* **221**, 163-198
- [74] Guyon E., Troadec J.-P. (1994): *Du sac de billes au tas de sable*. Editions Odile JACOB Sciences, Paris.
- [75] Hall S., Bornert M., Desrues J., Pannier Y., Lenoir N., Viggiani G. and Bésuelle P. (2010) Discrete and Continuum analysis of localised deformation in sand using X-ray CT and Volumetric Digital Image Correlation. *Géotechnique*, vol.60, issue 5, pp.315-322, 2010.
- [76] Hardin, B.O. (1985): Crushing of soil particles. *J. Geotech. Eng.* **111**(10), 1177-1192

- [77] Hicher, P.-Y. (2012): *Multiscale geomechanics: from soil to engineering projects*. John Wiley & Sons, Hoboken, 392 p.
- [78] Hiramatsu, Y., Oka Y. (1966): Determination of the tensile strength of rock by a compression test of an irregular test piece. *Int. J. Rock Mech. Min. Sci.* **3**(2), 89-90
- [79] Holtz, W.G., Gibbs, H.J. (1956): Triaxial shear tests on pervious gravelly soils. *Journal of the Soil and Foundations Division* **82**(SMI), 22p
- [80] Hu W. (2009): *Contribution à l'étude de l'effet d'échelle dans les matériaux granulaires*. PhD thesis, Ecole Centrale de Nantes, France.
- [81] Hu, W., Dano, C., Hicher, P.-Y., Le Touzo, J.-Y., Derkx, F., Merliot, E. (2011a): Effect of sample size on the behavior of granular materials. *Geotech. Test. J.* **34**(3)
- [82] Hu W., Yin Z., Dano C., Hicher P.-Y. (2011b): A constitutive model for granular materials considering grain breakage. *Sci. China Tech. Sci.*, **54**, 1-9
- [83] Hu, W., Dano, C., Hicher, P.-Y. (2011c): Experimental study on monotonic and cyclic behaviour of crushable limestone with consideration of grain breakage. *Proceedings of the Fifth International Symposium on Deformation Characteristics of Geomaterials, IS-Seoul 2011, 1–3 September 2011, Seoul, Korea*
- [84] Hunter, G., Fell, R. (2003): Rockfill modulus and settlement of concrete face rockfill dams. *J. Geotech. Geoenviron. Eng.* **129**(10), 909
- [85] Indraratna, B., Wijewardena, L., Balasubramaniam, A. (1993): Large-scale triaxial testing of greywacke rockfill. *Géotechnique* **43**(1), 539-543
- [86] Irwin, G. (1957): Analysis of stresses and strains near the end of a crack traversing a plate. *J. Appl. Mech.* **24**, 361–364
- [87] Jaeger, J.C. (1967): Failure of rocks under tensile conditions. *Int. J. Rock. Min. Sci.* **4**, 219-227
- [88] Jandacka, P., Hlavac, L., Madr, V., Sancer, J., Stanek, F. (2009): Measurement of specific fracture energy and surface tension of brittle materials in powder form. *Int. J. Fract.* **159**, 103-110
- [89] Jansen, U., Stoyan, D. (2000): On the validity of the Weibull failure model for brittle particles. *Granular Matter* **2**, 165-170
- [90] Karimpour, H., Lade, P. (2010): Time effects relate to crushing in sand. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, **136**(9), 1209-1219
- [91] Kendall, K. (1978): The impossibility of comminuting small particles by compression. *Nature* **279**, 710-711



- [92] Kim M.-S. (1995): Etude expérimentale du comportement mécanique des matériaux granulaires sous fortes contraintes. Thèse de Doctorat, École Centrale de Paris, France.
- [93] Korvin, G. (1992): Fractal models in the earth sciences. Elsevier, Amsterdam.
- [94] Lade, P. (2009): Effect of grain crushing on behavior of granular materials. In Prediction and Simulation Methods in Geomechanics - Final report and state-of-the-art on selected topics by Technical Committee TC-34 of ISSMGE, October 2009, 7-10
- [95] Lade, P., Karimpour, H. (2010) : Static fatigue controls particle crushing and time effects in granular materials. *Soil Found.* **50**(5), 573-583
- [96] Lade, P., Nam, J., Liggió, C. (2010): Effects of particle crushing in stress drop-relaxation experiments on crushed coral sand. *J. Geotech. Geoenviron. Eng.* **136**, 500-509
- [97] Lade, P., Yamamuro, J., Bopp, P. (1996): Significance of particle crushing in granular materials. *J. Geotech. Eng.* **122**(4), 309-316
- [98] Lambe, T., Whitman, R. (1969): *Soils Mechanics*. John Wiley & Sons Inc., New York.
- [99] Lê Long. (1968): Contribution a l'étude des propriétés mécanique des sols sous fortes pressions. Thèse de Doctorat, Université de Grenoble, France.
- [100] Lee, D.M. (1992): The angles of friction of granular fills. Ph.D. thesis. University of Cambridge.
- [101] Lee K.L, Farhoomand I. (1967): Compressibility and crushing of granular soil in anisotropic triaxial compression. *Can. Geotech. J.* **4**(1), 68-86
- [102] Lee, I., Coop, M. (1995): The intrinsic behaviour of a decomposed granite soil. *Géotechnique* **45**(1), 117-130
- [103] Lee, K.L., Seed, H.B. (1967): Drained strength characteristics of sands. *J. Soil Mech. Found. Div. ASCE*, **93**(6), 117-141.
- [104] Leps, T.M. (1970): Review of shearing strength of Rockfill. *J. Soil Mech. Found. Div. ASCE* **96**(4), 1159-1170
- [105] Lim, W. L., McDowell, G. R., Collop, A. C. (2004): The application of Weibull statistics to the strength of railway ballast. *Granular Matter* **6**, 229–237
- [106] Lobo-Guerrero, S., Vallejo L. (2006): Application of Weibull statistics to the tensile strength of rock aggregates. *J. Geotech. Geoenviron.* **132**(6), 786-790
- [107] Lo, K.Y., Roy, M. (1973): Response of particulate materials at high pressures. *Soils Found.* **13**(1), 61-76

- [108] Lund, J. R., Byrne J. P. (2001): Leonardo Da Vinci's tensile strength tests: implications for the discovery of engineering mechanics. *Civil. Eng. and Env. Syst.*, **18**(3), 243-250
- [109] Luong, M. (1998): Basic fracture modes and breakage resistance of granite. *Advances in Rock Mechanics*, ed. By YunMei Lin, World Scientific 1998, pp. 3-17.
- [110] Majmudar, T., Behringer, R. (2005): Contact Force Measurements and Stress-Induced Anisotropy in Granular Media. *Nature* **435**(23), 1079-1082
- [111] Marachi, N.D., Chan, C.K., Seed, H.B. (1972): Evaluation of properties of rockfill materials. *J. Soil Mech. Found. Div. ASCE* **98**(SM1), 95-114
- [112] Marachi, N.D., Chan, C.K., Seed, H.B., Duncan, J.M. (1969): Strength and deformation characteristics of rockfills materials. Report No. TE-69-5, Department of civil engineering, University of California, Berkeley.
- [113] Marketos, G., Bolton, M.D. (2007): Quantifying the extent of crushing in granular materials: A probability-based predictive method. *J. Mech. Phys. Solids* **55**, 2142–2156
- [114] Marsal, R. (1967): Large-scale testing of rockfill materials. *J. Soil Mech. Found. Div. ASCE* **93**(SM2), 27-44
- [115] Marsal, R. (1973): Mechanical properties of rockfill dams, Ed. Hirschfeld, R. y Poulos, S., *Embankment-dam engineering: Casagrande Volumen*. New York, Wiley, 454 p.
- [116] Marsal, R.J., Moreno, E., Nunez, A., Moreno, R. (1965): Research on the behaviour of granular materials and rockfill samples. Research report, Comision Federal de Electricidad de Mexico.
- [117] McDowell, G.R. (2001a): Statistics of particle strength. *Géotechnique*, **51** (10), 897–900
- [118] McDowell, G.R. (2001b): Discussion: “Nakata, Y., Hyde, A.F.L., Hyodo, M., Murata, H.: A probabilistic approach to sand particle crushing in the triaxial test. *Géotechnique* **49**(5), 567-583 (1999)”. *Géotechnique* **51**(3), 285-287
- [119] McDowell, G.R. (2002): On the Yielding and Plastic Compression of Sand. *Soils Found.* **42**(1), 139-145
- [120] McDowell, G. R., Amon, A.: (2000) The application of Weibull statistics to the fracture of soil particles. *Soils Found.* **40**(5), 133–141
- [121] McDowell, G. R., Bolton M. D. (1998): On the micromechanics of crushable aggregates. *Géotechnique* **48**(5), 667-679
- [122] McDowell, G. R., Bolton M. D., Roberston D. (1996).: The fractal crushing of granular materials. *J. Mech. Phys. Solids.* **44**(12), 2079-2102

- [123] Mitchell, J. K., Soga, K. (2005): *Fundamentals of Soil Behavior*, Third Edition, John Wiley & Sons Inc., New York.
- [124] Miura K, Miura S, Toki S (1986): Deformation behavior of anisotropic sand under principal axes rotation. *Soils Found.* **26**(1), 36–52
- [125] Miura, N., O-Hara, S. (1979): Particle-crushing of a decomposed granite soil under shear stresses. *Soils and Foundations* **19**(3), 1-14
- [126] Montobbio, D. (2002) Estudio de la granulometria en la compresibilidad de escolleras. Tesis de diploma de Ingeniero Geologo. Universidad Politécnica de Cataluna, Barcelona.
- [127] Muir Wood, D., Kikumoto, M., Russell, A.R. (2009): Particle crushing and deformation behaviour. Prediction and simulation methods for geohazard mitigation (eds F. Oka, A. Murakami, S. Kimoto), CRC Press, London.
- [128] Muir Wood, D., Maeda, K. (2008): Changing grading of soil: effect on critical states. *Acta Geotechnica* **3**, 3-14
- [129] Nakata, Y., Hyde, A.F.L., Hyodo, M., Murata, H. (1999): A probabilistic approach to sand particle crushing in the triaxial test. *Géotechnique* **49**(5), 567-583
- [130] Nakata, Y., Hyodo, M., Hyde, A.F.L., Kato, Y., Murata, H. (2001a): Microscopic particle crushing of sand subjected to high pressure one-dimensional compression. *Soils Found.* **41**(1), 69–82
- [131] Nakata, Y., Kato, Y., Hyodo, M., Hyde, A.F.L., Murata H. (2001b): One-dimensional compression behaviour of uniformly graded sand related to single particle crushing strength. *Soils Found.* **41**(2), 39-51
- [132] Nguyen. G., Einav, I. (2009): The energetics of cataclasis based on breakage mechanics. *Pure Appl. Geophys.* **166**, 1693-1724
- [133] Nguyen. G., Einav, I. (2010): Nonlocal regularisation of a model based on breakage mechanics for granular materials. *Int. J. Solids Struct.* **47**, 1350-1360
- [134] Nicholson, P.G., Seed, R.B. and Anwar, H. (1989): Measurement and elimination of membrane compliance effects in undrained triaxial testing. Report n° UCB/EERC-89/10, Earthquake Engineering Research Center, University of California (Berkeley).
- [135] Nieto-Gamboa, C. (2011): Mechanical behavior of rockfill materials application to concrete face rockfill dams. Thèse de Doctorat, Ecole Centrale Paris, France
- [136] Nobari, E., Duncan, J. (1972): Effect of reservoir filling on stresses and movements in earth and rockfill dams, International Report N°.TE-72-1, University of California, pp. 1-186

- [137] Oldecop, L. (2005) Rockfill materials: experimental evidences and constitutive formulation. Presented in 1st MUSE School, Barcelona , 1-2 June 2005, available in: <http://muse.dur.ac.uk/presentations.htm> (downloaded in January 2012).
- [138] Oldecop, L., Alonso, E. (2001): A model for rockfill compressibility. *Géotechnique* **51**(2), 127–139
- [139] Oldecop, L., Alonso, E. (2003): Suction effects on rockfill compressibility. *Géotechnique* **53**(2), 289-292
- [140] Oldecop L., Alonso, E. (2007): Theoretical investigation of the time dependent behavior of rockfill. *Géotechnique* **57**(3), 289-301
- [141] Ovalle, C., Dano, C., Hicher, P.-Y. (2013) “Experimental data highlighting the role of surface fracture energy in quasi-static confined comminution”, *International Journal of Fracture*, published online 21 March 2013 (DOI 10.1007/s10704-013-9833-4)
- [142] Ovalle, C., Frossard, E., Dano, C., Hu, W., Maiolino, S., Hicher, P.-Y., (2013) “The effect of size on the strength of coarse rock aggregates and large rockfill samples through experimental data”, submitted to *Acta Mechanica*
- [143] Ovalle, C., Voivret, C., Dano, C., Hicher, P.-Y. (2013) “A probabilistic approach of confined comminution in polydisperse granular materials”. *Powders and Grains*, July 8-12 2013, Sydney, Australia
- [144] Ovalle, C., Dano, C., Hicher, P.-Y. (2013) « Effets de l’eau et du temps sur le comportement des matériaux granulaires avec des ruptures des grains », 31èmes rencontres universitaires de l’AUGC, 29-31 mai 2013, L’ENS de Cachan, France
- [145] Ovalle, C., Dano, C., Hicher, P.-Y. (2012) “On the plastic work of crushable soils under compression”. *International Conference on Geomechanics and Engineering (ICGE’12)*, August 26-29 2012, Seoul, Korea
- [146] Ovalle, C., Dano, C. (2011) “A model of confined comminution for granular materials”, 2nd International Symposium on Computational Geomechanics (ComGeo II), April 27-29 2011, Cavtat-Dubrovnik, Croatia
- [147] Ovalle, C., Dano, C., Hicher, P.-Y. (2013) “Effects of flooding on crushable granular materials”. *EMI 2013, Conference of the ASCE Engineering Mechanics Institute*, August 4 – 7, 2013, Northwestern University, Evanston, IL, USA
- [148] Perry, R.H., Green, D. (1997): *Perry's Chemical Engineers' Handbook* (7th Ed.). McGraw-Hill, New York.
- [149] Pugno, N. (2006): Dynamic Quantized Fracture Mechanics. *Int. J. of Fracture* **140**, 159-168.
- [150] Pugno, N., Carpinteri, A. (2008): On linear elastic fragmentation mechanics under hydrostatic compression. *Int. J. Fract.* **149**, 113-117

- [151] Radjaï, F., Jean, M., Moreau, J.J., Roux S. (1996): Force distributions in dense two-dimensional granular systems. *Phys. Rev. Lett.* **77**(2), 274-277
- [152] Radjaï, F., Roux, S., Moreau, J.J. (1999): Contact forces in a granular packing. *Chaos* **9**(3), 544-550
- [153] Ramana, K.V., Raju, V.S. (1982): Membrane penetration in triaxial tests. Technical note, Journal of the Geotechnical Engineering Division, Proceedings of the American Society of Civil Engineers, vol. 108, GT2, pp. 305 – 310.
- [154] Ratigan, J.L. (1981): A statistical fracture mechanics approach to the strength of brittle rock. PhD thesis, University of Berkeley.
- [155] Reid, K.J. (1965): A solution to the batch grinding equation. *Chem. Eng. Sci.* **20**, 953–963
- [156] Rinne, H. (2009): The Weibull distribution, A Handbook. Chapman and Hall/CRC Press.
- [157] Roscoe, K. (1970): The Influence of strains in soil mechanics. *Géotechnique* **20**, 129–170
- [158] Roscoe, K., Schofield, A., Thurairajah, A. (1963): Yield of clays in states wetter than critical. *Géotechnique*, **13**(3), 211-240
- [159] Rothenburg, L., Selvadurai, A. (1981): Micromechanical definitions of the Cauchy stress tensor for particular media. In: Selvadurai, A. (Ed.), *Mechanics of Structured Media*. Amsterdam, Elsevier, 469–486
- [160] Rowe, P.W. (1962): The stress-dilatancy relation for static equilibrium of an assembly of particles in contact. *Proc. of the Royal Society of London*, **269** (Serie A), 500-527
- [161] Russell, A. (2011): A compression line for soils with evolving particle and pore size distributions due to particle crushing. *Géotechnique Letters*, **1**, 5-9
- [162] Russell A., Khalili N. (2004): A bounding surface plasticity model for sands exhibiting particle crushing, *Can. Geotech. J.*, **41**(6), 1179-1192
- [163] Sammis, C.G., King, G., Biegel, R. (1987): The kinematics of gouge deformations. *Pure Appl. Geophys.* **125**(5), 777–812
- [164] Sammis, C.G., Osborne, R.H., Anderson, J.L., Banerdt, M., White, P. (1986): Self-similar cataclasis in the formation of fault gouge. *Pure Appl. Geophys.* **124**(1/2), 53-78
- [165] Schofield, A., Wroth, C. (1968): *Critical state soil mechanics*. London: McGraw-Hill.
- [166] Sowers, G., Williams, R., Wallace, T. (1965): Compressibility of broken rock and settlement of rockfills. *Proc., 6th ICSMFE, Montreal, Vol. 2*, 561-565.

- [167] Steacy, S.J., Sammis, C.G. (1991): An automaton for fractal patterns of fragmentation. *Nature* **353**, 250-252
- [168] Sukumaran, B., Einav, I., Dyskin, A. (2006) Qualitative assessment of the influence of coordination number on crushing strength using DEM. In Proc. Of the Fifth World Congress on Particle Technology, 23-27 April, Orlando, Florida, USA
- [169] Touati, A. (1982): Comportement mécanique des sols pulvérulents sous fortes contraintes. Thèse de doctorat, École Nationale des Ponts et Chaussées
- [170] Terzaghi, K. (1936): Presidential Address. First Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering, Cambridge, Massachusetts, June.
- [171] Tsoungui, O., Vallet, D., Charmet, J.C. (1999): Numerical model of crushing of grains inside two-dimensional granular materials. *Powder Technol.* **105**, 190-198
- [172] Turcotte, D. (1986): Fractals and fragmentation. *J. Geophys. Res.* **91**(B2), 1921-1926
- [173] Varadarajan, A., Sharma, K., Venkatachalam, K., & Gupta, K. (2003): Testing and modeling two rockfill materials. *J. Geotech. Geoenviron.*, **129**(3):206-218.
- [174] Varadarajan, A., Sharma, K., Abbas, S., Dhawan, A. (2006): Constitutive model for rockfill materials and determination of material constants. *Int. J. Geomech.*, **6**(4), 226-237
- [175] Vardar, O., Finnie, I. (1975): An analysis of the Brazilian disc fracture test using the Weibull probabilistic treatment of brittle strength. *Int. J. Fracture* **11**(3), 495-508
- [176] Verdugo, R., De la Hoz, K (2006): Strength and stiffness of coarse granular soils. *Soil Stress-Strain Behavior: Measurement, Modeling and Analysis*, Geotechnical Symposium in Roma, March 16-17
- [177] Verdugo, R., Ishihara, K. (1996): The steady state of sandy soils. *Soils Found.*, **36**(2), 81-91
- [178] Verdugo, R., Peters, G., Bejarano, I. (2007): Evaluación de parámetros geomecánicos de suelos gruesos. VI Congreso chileno de geotecnia, 28-30 Nov. 2007, Valparaiso, Chile.
- [179] Vesic, A.S., Clough, G. W. (1968): Behaviour of granular materials under high stresses. *J. Soil Mech. Found. Div. ASCE* **94**(SM 3), 661-688
- [180] Voivret, C. (2013) Cushioning effect in highly polydisperse granular media. *Powders & Grains 2013*, 8-12 July, Sydney, Australia
- [181] Voivret, C., Radjai, F., Delenne, J.-Y. and El Youssoufi M.S. (2007): Space-filling properties of polydisperse granular media. *Phys. Rev. E* **76**, 021301

- [182] Voivret, C., Radjaï, F., Delenne, J.-Y., El Youssofi, M. S. (2009): Multiscale Force Networks in Highly Polydisperse Granular Media. *Phys. Rev. Lett.* **102**, 178001
- [183] Vogel, L., Peukert, W. (2002): Characterisation of grinding-relevant particle properties by inverting a population balance model. *Part. Part. Syst. Charact.* **19**, 149-157
- [184] Weibull, W. (1939): A statistical theory of the strength of materials. *Proc. Roy. Swedish Inst. Eng. Res.* **151**
- [185] Weibull, W. (1949): A statistical representation of fatigue in solids. *Transactions Of The Royal Institute Of Technology, Stockholm, Sweden*, **27**
- [186] Weibull, W. (1951): Statistical distribution function of wide applicability. *J. Appl. Mech.* **19**(2), 293-297
- [187] Westwood, A. (1974): Control and application of environment-sensitive fracture processes. *Journal of Materials Science* **9**, 1871-1895
- [188] Yashima, S., Saito, F. (1978): Size effects of particle comprehensive strength of brittle solids. *Sci. Rep. RITU Series A, Tohoku University, Japan*, **27** , 31–38
- [189] Zeller, J., Wullimann, D. (1957): The shear strength of the shell materials for the Göschenenealp Dam, Switzerland. *4th International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering, London, Vol. 2*, 399-415

## RESUME

Ce travail est consacré à l'étude des effets de la rupture des grains dans les matériaux granulaires sous chargement quasi-statique. Les données expérimentales montrent que plus il y a de ruptures, plus le matériau est compressible et plus la résistance au cisaillement au pic diminue. La source de ce phénomène se trouve dans la mécanique de la fracture des particules individuelles, associée aux conditions de chargement sur ces particules. A partir de ces propriétés, des travaux récents ont cherché à modéliser les liens multi-échelle afin de prédire le comportement de l'assemblage. Pourtant, le sujet est encore ouvert et dans cette thèse, on se propose de fournir davantage de preuves empiriques, de tester la validité de certains modèles et de développer des nouvelles méthodes prédictives. Les liens multi-échelles se font ici en décrivant, premièrement, les propriétés mécaniques des grains par la théorie de la rupture fragile de Weibull. Deuxièmement, des hypothèses sur le réseau des forces de contact intergranulaires permettent de changer d'échelle et de prédire la granulométrie finale après ruptures et la diminution de la résistance au cisaillement à cause des effets d'échelle. On a aussi étudié l'influence de l'eau et du temps (fluage-relaxation) dans des matériaux avec des ruptures des grains sous divers chemins de contraintes, en montrant que la relation entre le taux de ruptures, ou granulométrie finale, et le travail plastique ne dépend que des propriétés intrinsèques du matériau. Des perspectives de ce travail sont le couplage des méthodes prédictives développées avec des modèles constitutifs, afin de prendre en compte les propriétés micromécaniques et les prédictions de la granulométrie dans des modèles continus.

**Mots clés :** matériaux granulaires, comminution, résistance des agrégats de roche, effet d'échelle

## SUMMARY

In this work, we study the mechanical behaviour of crushable granular materials under quasi-static loading. It is well known that the higher the breakage ratio, the higher the material compressibility and the lower the peak shear strength. The source of this phenomenon is the brittle fracture of individual grains and their micro-mechanical loading conditions. Thus, recent works have focused on multiscale methods in order to predict the behaviour of the granular assembly. However, the subject is still open and therefore in this work we provide more empirical evidence, we validate existing models and we develop new predictive methods. Multiscale links are established here by describing, firstly, the mechanical properties of individual grains according to Weibull's theory. Secondly, assumptions about the inter-granular contact forces network allows for changing scale and predicting the grading after crushing and the shear strength decreasing due to size effects. We have also studied the influence of water and time (creep-relaxation) in crushable materials under various stress paths, showing that the relationship between the breakage ratio and the plastic work depends only on intrinsic parameters. Perspectives of this work are to couple the predictive methods developed here with constitutive models, in order to take into account the micro-mechanical properties in continuous models.

**Keywords :** granular materials, comminution, rock aggregate strength, size effect