



# Modélisation numérique des milieux granulaires immergés : initiation et propagation des avalanches dans un fluide

Patrick Mutabaruka

## ► To cite this version:

Patrick Mutabaruka. Modélisation numérique des milieux granulaires immergés : initiation et propagation des avalanches dans un fluide. Génie civil. Université Montpellier II - Sciences et Techniques du Languedoc, 2013. Français. NNT : . tel-00984870

**HAL Id: tel-00984870**

**<https://theses.hal.science/tel-00984870>**

Submitted on 14 Jun 2014

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

UNIVERSITÉ MONTPELLIER II  
— SCIENCES ET TECHNIQUES DU LANGUEDOC —

THÈSE  
pour obtenir le grade de  
DOCTEUR DE L'UNIVERSITÉ MONTPELLIER II

École Doctorale : INFORMATION, STRUCTURES ET SYSTÈMES

Spécialité : MÉCANIQUE ET GÉNIE CIVIL

---

Modélisation numérique des milieux  
granulaires immergés : initiation et  
propagation des avalanches dans un fluide

---

par

PATRICK MUTABARUKA

Soutenue publiquement le 06 décembre 2013 devant le jury composé de :

|                   |                        |                         |                       |
|-------------------|------------------------|-------------------------|-----------------------|
| Kenichi Soga      | Professeur             | Université de Cambridge | Président             |
| Olivier Pouliquen | Directeur de Recherche | CNRS                    | Rapporteur            |
| Jean-Noël Roux    | Chercheur              | IFSTTAR                 | Rapporteur            |
| Vincent Topin     | Ingénieur-chercheur    | IRSN                    | Examineur             |
| Anthony Wachs     | Chercheur              | IFPEN                   | Examineur             |
| Jean-Yves Delenne | Directeur de Recherche | INRA                    | Directeur de thèse    |
| Farhang Radjaï    | Directeur de Recherche | CNRS                    | Co-directeur de thèse |



# Remerciements

Je tiens tout d'abord à exprimer ma profonde gratitude à l'ensemble des membres du jury ! Merci au Professeur Kenichi SOGA de m'avoir fait l'honneur de présider ce jury. Merci à Olivier POULIQUEN et Jean-Noël ROUX qui ont bien voulu se prêter à la lourde tâche de rapporteur. Un très grand merci à Vincent Topin et Anthony Wachs d'avoir accepté d'examiner ce travail de thèse.

Je souhaite remercier mes encadrants Jean-Yves DELENNE et Farhang RADJAI pour leur disponibilité, leurs conseils avisés ainsi que leur aide et leur confiance sans faille apportées tout au long de ces trois années.

Un grand merci à l'équipe *Réseaux, Moyens Informatiques, Calcul Scientifique* pour leur investissement dans le maintien des lames de calcul sans lesquelles cette thèse ne se serait pas dérouler dans les meilleures conditions. Un grand merci aux utilisateurs des lames de calcul qui ont su comprendre l'ampleur de la tâche qui m'attendait lors que j'ai dû occuper plus de 50% des lames de calcul sur plus d'un an. Un grand merci aux membres du LMGC avec qui j'ai partagé, dans un environnement de convivialité et de bonne humeur, des moments inoubliables en particulier le savoir faire de Reine Causse lors qu'il faut se confronter aux rouages de l'administration. Mes remerciements vont également à toute l'équipe d'enseignement du département de mécanique de la Faculté des Sciences de l'Université de Montpellier 2.

Je remercie mes collègues doctorants avec qui j'ai passé des très bons moments au cours des ces trois années de thèse. Je pense notamment à Kajetan, Sahra, Sreedhar, Emna, Cécile et bien sûr Lhassan, Nicolas, Duc Han et Baptiste pour leurs discussions et conseils sur les milieux divisés.

Mes ultimes remerciements vont à ma famille pour son soutien, ses encouragements, sa confiance procurée tout le long de mes études.



*à la mémoire de mes parents*



# Table des matières

|                                                       |           |
|-------------------------------------------------------|-----------|
| <b>Introduction</b>                                   | <b>11</b> |
| <b>1 Synthèse bibliographique</b>                     | <b>15</b> |
| Introduction . . . . .                                | 16        |
| 1.1. Interactions de contact . . . . .                | 16        |
| 1.1.1. Contact élastique . . . . .                    | 16        |
| 1.1.2. Loi de frottement . . . . .                    | 17        |
| 1.1.3. Contact cohésif . . . . .                      | 18        |
| 1.1.4. Dissipation et restitution d'énergie . . . . . | 19        |
| 1.1.5. Modèles de contact . . . . .                   | 22        |
| 1.2. Comportement macroscopique . . . . .             | 24        |
| 1.2.1. Paramètres sans dimension . . . . .            | 24        |
| 1.2.2. Etat quasi-statique . . . . .                  | 26        |
| 1.2.3. Régime inertiel . . . . .                      | 30        |
| 1.3. Micromécanique et changement d'échelle . . . . . | 32        |
| 1.4. Mélanges fluides-particules . . . . .            | 38        |
| 1.4.1. Régimes d'écoulement . . . . .                 | 39        |
| 1.4.2. Viscosité effective . . . . .                  | 42        |
| 1.4.3. Avalanches sous-marines . . . . .              | 46        |

|                                                                                    |           |
|------------------------------------------------------------------------------------|-----------|
| 1.4.4. Initiation des avalanches . . . . .                                         | 49        |
| Conclusion . . . . .                                                               | 52        |
| <b>2 Méthodologie</b>                                                              | <b>53</b> |
| Introduction . . . . .                                                             | 55        |
| 2.1. Modèle physique . . . . .                                                     | 55        |
| 2.1.1. Configuration spatiale du système . . . . .                                 | 57        |
| 2.1.2. Interaction entre fluide et milieu granulaire . . . . .                     | 57        |
| 2.1.3. Modèle fluide . . . . .                                                     | 58        |
| 2.1.4. Forme et distribution granulométrique . . . . .                             | 59        |
| 2.1.5. Modélisation des contacts et simulations granulaires . . . . .              | 60        |
| 2.2. Lattice Boltzmann Method (LBM) . . . . .                                      | 61        |
| 2.2.1. Discrétisation de l'espace . . . . .                                        | 61        |
| 2.2.2. Equation d'équilibre de Maxwell . . . . .                                   | 63        |
| 2.2.3. Equations LBGK à un temps de relaxation . . . . .                           | 63        |
| 2.2.4. Equations Multi-Relaxation time . . . . .                                   | 65        |
| 2.2.5. Conditions aux limites . . . . .                                            | 67        |
| 2.3. Molecular Dynamic Method (MD) . . . . .                                       | 70        |
| 2.3.1. Interactions de contact . . . . .                                           | 70        |
| 2.3.2. Repère global versus local . . . . .                                        | 72        |
| 2.3.3. Schéma d'intégration . . . . .                                              | 73        |
| 2.3.4. Stabilité numérique . . . . .                                               | 74        |
| 2.4. Couplage fluide-particules . . . . .                                          | 75        |
| 2.4.1. Modèle de couplage DEM-LBM . . . . .                                        | 75        |
| 2.4.2. Espace paramétrique DEM-LBM . . . . .                                       | 78        |
| 2.4.3. Optimisation et environnement logiciel . . . . .                            | 79        |
| Conclusion . . . . .                                                               | 82        |
| <b>3 Analyse paramétrique et validité du modèle numérique</b>                      | <b>85</b> |
| Introduction . . . . .                                                             | 86        |
| 3.1. Couplage fluide-particules . . . . .                                          | 86        |
| 3.1.1. Diffusion, échange de quantité de mouvement et effets du maillage . . . . . | 86        |
| 3.1.2. Forces de lubrification et effet du maillage . . . . .                      | 91        |

|                                                                         |            |
|-------------------------------------------------------------------------|------------|
| 3.1.3. Forces de traînée . . . . .                                      | 99         |
| 3.2. Comportement transitoire . . . . .                                 | 100        |
| 3.2.1. Effet de l'assemblage granulaire initial . . . . .               | 100        |
| 3.2.2. Effets des paramètres de contact : amortissement local . . . . . | 104        |
| Conclusion . . . . .                                                    | 108        |
| <b>4 Déclenchement des avalanches granulaires dans un fluide</b>        | <b>109</b> |
| Introduction . . . . .                                                  | 110        |
| 4.1. Procédure numérique . . . . .                                      | 110        |
| 4.2. Evolutions spatio-temporelles . . . . .                            | 113        |
| 4.3. Régime de fluage . . . . .                                         | 120        |
| 4.4. Modèle continu . . . . .                                           | 125        |
| 4.4.1. Etats de stabilité . . . . .                                     | 125        |
| 4.4.2. Effet de la surpression négative sur la stabilité . . . . .      | 127        |
| 4.4.3. Rupture de pente . . . . .                                       | 131        |
| 4.5. Evolution du réseau de contact . . . . .                           | 133        |
| Conclusion . . . . .                                                    | 138        |
| <b>5 Dynamique et étalement des empilements granulaires immergés</b>    | <b>141</b> |
| Introduction . . . . .                                                  | 142        |
| 5.1. Paramètres numériques . . . . .                                    | 142        |
| 5.2. Etalement de colonnes granulaires . . . . .                        | 144        |
| 5.2.1. Evolution de la géométrie et de la distance d'arrêt . . . . .    | 144        |
| 5.2.2. Influence du fluide . . . . .                                    | 148        |
| 5.3. Etalement de talus granulaires . . . . .                           | 153        |
| 5.3.1. Evolution de la géométrie du talus . . . . .                     | 153        |
| 5.3.2. Décroissance de l'énergie cinétique . . . . .                    | 155        |
| 5.3.3. Influence des paramètres locaux . . . . .                        | 159        |
| 5.3.4. Effets du fluide . . . . .                                       | 161        |
| Conclusion . . . . .                                                    | 164        |
| <b>Conclusion</b>                                                       | <b>167</b> |
| <b>Bibliographie</b>                                                    | <b>173</b> |



# Introduction

Les matériaux granulaires sont présents dans la nature et dans l'industrie sous différentes formes et à différentes échelles. L'étude de leurs propriétés complexes et parfois contre-intuitives a été le dénominateur commun de recherches très pluridisciplinaires, impliquant des domaines aussi variés que la physique, la mécanique des sols, la géologie et les technologies des poudres. Si de nombreuses études récentes ont permis de mieux comprendre et caractériser le comportement des milieux granulaires modèles, un enjeu majeur à l'heure actuelle est d'intégrer des éléments de complexité en vue d'applications aux matériaux réels. La présence d'un fluide porteur ou ambiant constitue l'un de ces facteurs de complexité qu'il faut prendre en compte dans de nombreuses applications.

Les mélanges fluides-particules se rencontrent couramment dans les processus environnementaux (érosion et transport de sédiments, avalanches sous-marines, glissements de terrain, dynamique des dunes...), les matériaux (peintures, cosmétiques, ciments, bétons, produits agroalimentaires...) et les procédés industriels (lits fluidisés, granulations, malaxages...). Suivant les propriétés des particules et du fluide, ces mélanges peuvent présenter une large gamme de comportements complexes tels que la thixotropie, la rhéofluidification ou le rhéoépaississement et l'apparition d'une contrainte seuil.

On peut distinguer deux points de vue différents sur la modélisation de ces mélanges. Pour la mécanique des fluides, le problème de base est l'influence des particules en suspension sur le comportement effectif du fluide tandis que pour la mécanique des milieux granulaires, la question centrale est l'influence d'un fluide interstitiel sur le comportement des particules. Dans le premier point de vue, la rhéologie de la suspension est modifiée en fonction de la concentration des particules. Par exemple, la viscosité effective du mélange augmente avec la leur concentration. Les modèles développés dans ce domaine sont problématiques lorsque celle-ci s'approche d'une valeur critique. Dans cette limite, le principe même de la rhéométrie à volume constant pose problème en raison des effets de blocage et de la dilatance de Reynolds. Dans le deuxième point de vue, le comportement d'un milieu granulaire dense est influencé par le fluide. Celui-ci peut agir par sa pression, sa viscosité ou sa faible compressibilité sur l'assemblage. Le fluide peut également influencer les interactions de contact par lubrification. De même, lorsque le fluide est un liquide qui ne sature pas complètement l'espace poral, il peut rendre le milieu cohésif par l'effet capillaire.

Ces deux points de vue constituent clairement les deux limites, diluées et denses, du même problème qui consiste à relier le comportement rhéologique aux interactions des particules entre elles et avec le fluide. La modélisation théorique et les expérimentations en laboratoire étant essentiellement développées dans les deux limites dominées respectivement par les forces hydrodynamiques et par les forces de contact, un enjeu majeur dans la recherche actuelle sur les mélanges fluides-particules est de comprendre l'effet des particules et de leurs collisions sur la microstructure des suspensions et, inversement, l'effet des forces hydrodynamiques sur l'assemblage granulaire.

La simulation numérique *directe* (Direct Numerical Simulation ou DNS) de ces systèmes constitue une voie intéressante. Il s'agit de résoudre les équations de Navier-Stokes (ou Stokes) dans le domaine fluide en prenant en compte les particules et leurs interactions sans aucune

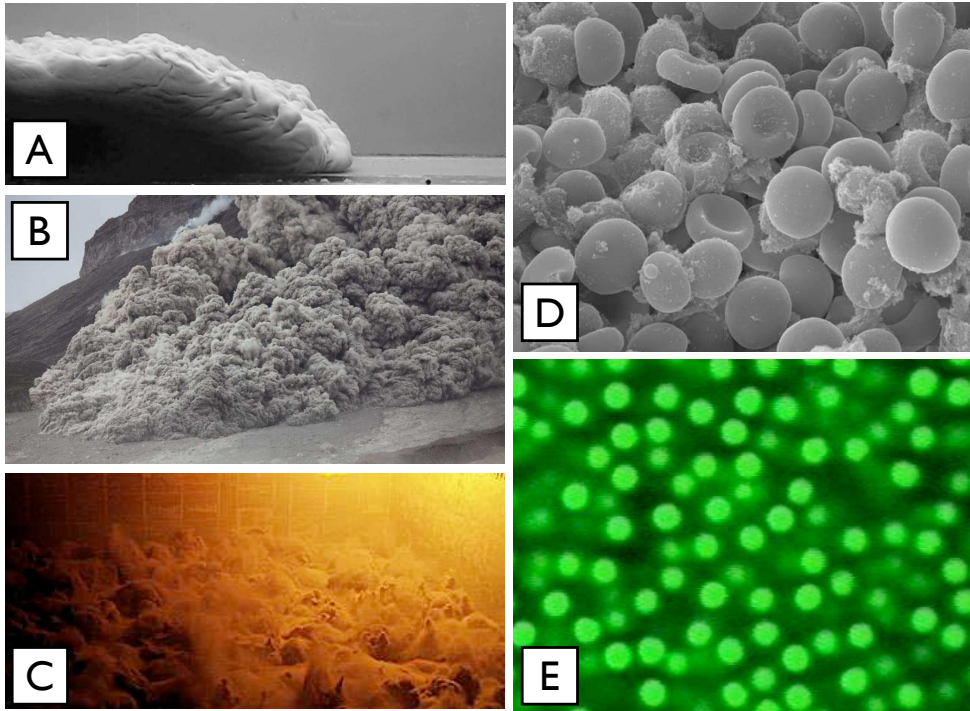
approximation physique à l'échelle locale. Des telles méthodes font l'objet de développements importants depuis de nombreuses années, mais leur application avec un nombre suffisant de particules pour l'étude des milieux granulaires immergés ou des suspensions, et la validation des résultats obtenus, reste encore à l'ordre du jour.

L'objectif de cette thèse est d'étudier la rhéologie des mélanges fluides-particules par une approche numérique permettant de réaliser des analyses suffisamment riches pour être comparées directement aux expériences. Pour cela on a développé des approches couplées entre la méthode Lattice Boltzmann, pour le fluide, et les méthodes en éléments discrets la Dynamique des Contacts et la Dynamique Moléculaire, pour la simulation des particules. Un exemple de phénomène naturel qui nous intéressera plus particulièrement est celui des mécanismes à l'origine des avalanches sous-marines. Celles-ci se distinguent des instabilités gravitaires aériennes par leur capacité à mettre en jeu des quantités considérables de sédiments s'écoulant sur des pentes d'angle très faibles. Elles apparaissent le plus souvent en bordure des plateaux continentaux et peuvent s'étaler sur des distances pouvant atteindre plusieurs centaines des kilomètres. Les mécanismes mis en jeu lors de leur initiation et au cours de leur propagation restent en grande partie mal expliqués.

Des travaux expérimentaux récents ont révélés une dépendance forte du fluide sur l'initiation de l'avalanche. Ces expériences fournissent un exemple, bien documenté et riche, de phénomène de couplage fluide-particules pouvant permettre d'être confronté aux simulations numériques. Cette validation au niveau des observations macroscopiques permet en retour d'analyser l'évolution des variables locales et de mieux comprendre les origines microscopiques du processus de déstabilisation des lits granulaires immergés.

Un autre cas bien documenté est celui de la propagation d'avalanches issues de l'effondrement d'une colonne granulaire. La question des distances de propagation d'avalanches, initiée par la déstabilisation d'un dépôt sous l'effet de la gravité ou par une poussée initiale (due à un séisme par exemple) est un problème très étudié par les géologues pour comprendre les distances particulièrement longues observées. Des expériences et des simulations numériques récentes, réalisées essentiellement dans le cas sec, ont permis de mettre en évidence une dépendance en loi de puissance de la distance d'arrêt par rapport à l'élancement de la colonne. Dans cette thèse, nous étudions ces granulaires lorsqu'elles sont immergées dans un fluide visqueux. Par ailleurs, pour mieux caractériser les effets contradictoires du fluide, qui peut, par sa viscosité, freiner l'avalanche ou au contraire y contribuer par des effets de lubrification au contact, nous avons étudié plus en détail l'étalement d'empilements granulaires soumis à une énergie cinétique injectée.

Dans ce mémoire, on présente d'abord une revue bibliographique du comportement des milieux granulaires en statique et en écoulement, ainsi que la rhéologie des mélanges fluide-particules. Le deuxième chapitre est consacré à une présentation des développements numériques réalisés pour coupler la méthode Lattice Boltzmann pour la simulation de l'écoulement fluide avec la méthode Contact Dynamics en 2D et avec la méthode Molecular Dynamics en 3D pour l'intégration des équations du mouvement des particules. Le code de calcul est appliqué pour étudier plusieurs exemples simples pour lesquels des solutions analytiques sont



**FIGURE 1:** Différents exemples de milieux granulaires immergés. A) Courant de turbidité – Remo Cossu ; B) Coulée pyroclastique – [www.photovolcanica.com](http://www.photovolcanica.com) ; C) Lit de sable en suspension dans une centrale à biomasse – Dalkia ; D) Globules rouges – Dartmouth College ; E) Suspension colloïdale – E. Weeks, Emory University

disponibles. Dans le troisième chapitre, nous présentons une analyse paramétrique relative au problème de couplage entre la méthode de Lattice Boltzmann et la méthode des éléments discrets. Nous analysons dans ce chapitre, à travers différents exemples, l'incidence des paramètres numériques tels que la résolution spatiale et les paramètres de contact sur le comportement en comparaison essentiellement avec des modèles analytiques existants.

Dans le quatrième chapitre, on étudie en détail l'initiation des avalanches granulaires sur un plan incliné à différents angles en fonction de la compacité initiale. Les résultats numériques sont comparés quantitativement à des expériences récentes pour la stabilisation de la pente granulaire par une pression négative du fluide interstitiel induite par la dilatance, et l'évolution spatiotemporelle des grandeurs telles que la compacité et la déformation de cisaillement. Ces évolutions dans la phase de fluage qui précède la rupture de pente ont pu être mises à l'échelle par un modèle théorique incorporant la condition d'équilibre et la loi de Darcy. Le cinquième chapitre est consacré à l'étude de la propagation des avalanches granulaires dans une configuration 2D pour deux géométries différentes : 1) l'effondrement et l'étalement d'une colonne sous l'effet de son propre poids, 2) l'étalement d'une pente initialement au repos sous l'effet d'une énergie cinétique injectée. Nous allons en particulier étudier la distance et la durée d'étalement en fonction de l'état initial. Enfin, en guise de conclusion, un résumé des principaux résultats et des perspectives de recherche seront présentés.

# CHAPITRE 1

## Synthèse bibliographique

### Sommaire

---

|                                                    |           |
|----------------------------------------------------|-----------|
| <b>Introduction</b>                                | <b>16</b> |
| <b>1.1. Interactions de contact</b>                | <b>16</b> |
| 1.1.1. Contact élastique                           | 16        |
| 1.1.2. Loi de frottement                           | 17        |
| 1.1.3. Contact cohésif                             | 18        |
| 1.1.4. Dissipation et restitution d'énergie        | 19        |
| 1.1.5. Modèles de contact                          | 22        |
| <b>1.2. Comportement macroscopique</b>             | <b>24</b> |
| 1.2.1. Paramètres sans dimension                   | 24        |
| 1.2.2. Etat quasi-statique                         | 26        |
| 1.2.3. Régime inertiel                             | 30        |
| <b>1.3. Micromécanique et changement d'échelle</b> | <b>32</b> |
| <b>1.4. Mélanges fluides-particules</b>            | <b>38</b> |
| 1.4.1. Régimes d'écoulement                        | 39        |
| 1.4.2. Viscosité effective                         | 42        |
| 1.4.3. Avalanches sous-marines                     | 46        |
| 1.4.4. Initiation des avalanches                   | 49        |
| <b>Conclusion</b>                                  | <b>52</b> |

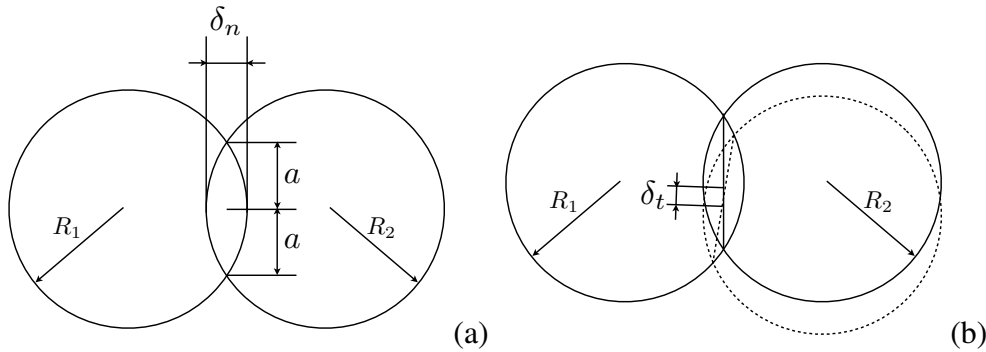
---

## Introduction

Le comportement des milieux granulaires est une conséquence des propriétés des particules (forme, taille...), de leurs interactions (répulsion élastique, frottement de Coulomb, adhésion) ainsi que de l'état d'assemblage. Celui-ci correspond à l'organisation des particules dans l'espace. Il résulte de l'histoire des déformations subies par le matériau et peut être décrit par un ensemble de paramètres tels que la connectivité des particules, la compacité de l'échantillon ou l'anisotropie des orientations des contacts. Dans cette section, nous allons présenter une synthèse rassemblant quelques éléments de base sur la rhéologie des milieux granulaires secs et immergés qui constituent le contexte général scientifique de nos études.

### 1.1. Interactions de contact

Les particules dans un milieu granulaire sont des objets solides macroscopiques. Leurs interactions de contact dépendent fortement de la nature des matériaux et de leurs états de surface. Mais d'une manière générale, ces interactions peuvent être décrites en termes de forces élastiques, frictionnelles et cohésives, ainsi que par la dissipation d'énergie due au comportement plastique ou visqueux au contact.



**FIGURE 1.1:** Géométrie de contact entre deux particules. Représentation de la déflexion normale (a) et tangentielle (b).

#### 1.1.1. Contact élastique

Le cas le plus classique de contact élastique est celui de Hertz [84, 107, 3] pour deux sphères lisses de même matériau. La déflexion élastique  $\delta_n$  au contact (figure 1.1(a)) est liée à la force normale  $f_n$  par une loi non-linéaire :

$$f_n = \frac{\sqrt{2}}{3} \frac{E}{1 - \nu_p^2} R^{1/2} \delta_n^{3/2} \quad (1.1)$$

où  $R^{-1} = R_1^{-1} + R_2^{-1}$  est le rayon réduit des deux sphères de rayons  $R_1$  et  $R_2$ , et  $E$  et  $\nu_p$  sont respectivement le module de Young et le coefficient de Poisson<sup>1</sup>. Le caractère non-linéaire de la loi de Hertz est une conséquence de la courbure de l'interface. La relation 1.1 peut être également mise sous la forme

$$f_n = k_n \delta_n \quad (1.2)$$

où  $k_n$  est la raideur de contact qui dépend elle-même de la déflexion et, d'une manière équivalente, de la force normale :

$$k_n = \frac{E}{1 - \nu^2} \frac{\sqrt{d}}{3} \delta_n^{1/2} \quad (1.3)$$

Il est à remarquer que la loi de Herz obtenue par un calcul analytique suppose que la déformation au contact est petite ( $< 0.1$ ). L'ordre de grandeur de cette déformation est donné par  $\delta_n/a$ , où  $a \simeq \sqrt{2\delta_n R}$  est le rayon de la zone de contact ; voir figure 1.1(a).

### 1.1.2. Loi de frottement

La force de frottement est une propriété générique des objets solides [22]. Sous sa forme la plus classique et la plus simple, elle est régie par la loi de frottement sec de Coulomb. Cette loi stipule que la force de frottement s'oppose au déplacement relatif entre deux corps au contact et que celle-ci est proportionnelle à la force normale et indépendante de la surface de contact :

$$f_t = -\mu_s f_n \operatorname{sgn}(\mathbf{v}_t) \quad (1.4)$$

où  $\mathbf{v}_t$  est la vitesse de glissement et  $\mu_s$  est le coefficient de frottement. Il est bien connu que le coefficient de frottement est plus grand dans l'état statique que pendant le glissement. Les processus physiques à l'origine du frottement et de la valeur de  $\mu_s$  sont complexes. Mais, d'une manière simple, on peut considérer que la loi de Coulomb est une conséquence de la déformation plastique des aspérités dans la zone de contact [22]. La valeur du coefficient de frottement est donc liée à la fois au seuil plastique et à la distribution de ces aspérités. Cette origine microscopique du frottement explique aussi pourquoi celui-ci est une grandeur souvent très variable et fluctuante. Par exemple le frottement peut dépendre aussi du vieillissement et de conditions extérieures telles que la température ou l'humidité.

La force de frottement au glissement donnée par l'équation (1.4) correspond à la force seuil atteinte pendant le glissement. On constate que la loi de Coulomb n'informe en rien sur la valeur de cette force sans déplacement relatif. Dans ce cas, la force de frottement se trouve être juste mobilisée pour équilibrer les autres forces agissant sur les deux corps. En d'autres termes, la force de frottement au repos est une simple force de réaction. Mais, cette *mobilisation* du frottement implique une déflexion élastique tangentielle  $\delta_t$  entre les deux corps dans la zone de contact ; voir figure 1.1(b). Sous sa forme la plus simple, on peut décrire cette dépendance par une loi élastique donnée par :

$$f_t = k_t \delta_t \quad (1.5)$$

---

1. On peut noter que cette loi s'applique évidemment à tout contact entre deux surfaces caractérisées par leurs rayons de courbure locaux  $R_1$  et  $R_2$ .

où

$$k_t \simeq \alpha k_n \quad \text{avec} \quad \alpha = 2 \frac{1 - \nu_p}{2 - \nu_p} \quad (1.6)$$

où le glissement se déclenche lorsque cette force atteint sa valeur limite  $\mu f_n$  est en valeur absolue [3].

### 1.1.3. Contact cohésif

Très souvent les contacts secs présentent un caractère non-cohésif et ne peuvent donc pas résister à un effort de traction. Des forces d'adhésion peuvent apparaître, soit sous forme de forces de surface pour les particules de très petites tailles, soit par la présence d'un liant solide (ponts solides) ou liquide (ponts liquides). Les forces de surface dépendent de la taille des particules. En dessous de  $100 \mu\text{m}$ , les interactions dominantes sont d'origine physico-chimiques (forces de van der Waals, forces électrostatiques, ...). La cohésion des poudres fines et des suspensions colloïdales résulte de ce type de forces. Dans la gamme millimétrique, les forces d'adhésion peuvent provenir de l'énergie de surface  $\gamma_s$ . Il existe deux modèles principaux de contact élastique avec adhésion. Le modèle JKR (Johnson, Kendall et Roberts) [90] est une correction du contact élastique de Hertz. En considérant le contact entre deux sphères lisses et en adoptant les hypothèses de la théorie de Hertz, le modèle JKR donne l'expression suivante pour le rayon de la zone de contact :

$$a^3 = \frac{R}{k_n} \left[ f_n + 3\gamma_s \pi R + \sqrt{6\gamma_s \pi R f_n + (3\gamma_s \pi R)^2} \right] \quad (1.7)$$

Dans cette expression, les deux derniers termes du membre de droite intègrent la correction par rapport à la théorie de Hertz. Comme  $a^2 = 2\delta R$ , cette relation correspond en fait à une relation implicite entre la force et le déplacement.

La séparation des deux sphères a lieu pour un effort de traction maximale donné par :

$$f_c^{JKR} = \frac{3}{2} \pi \gamma_s R \quad (1.8)$$

On remarque que la force de séparation ou d'adhésion ne dépend pas du module élastique. Un modèle alternatif pour le contact adhésif est le modèle DMT (Derjaguin, Müller et Toporov) [45]. L'essence de ce modèle est de négliger la déformation au contact qui est indirectement prise en compte en calculant la force d'attraction par l'intégration des forces intermoléculaires. La force d'attraction est alors simplement donnée par

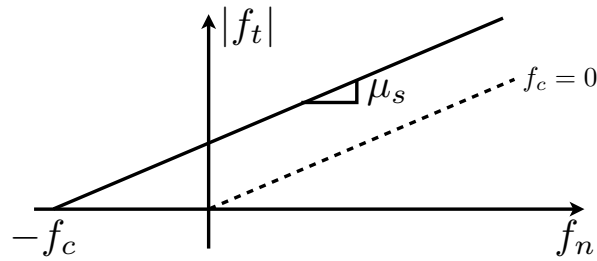
$$f_c^{DMT} = 2\pi \gamma_s R \quad (1.9)$$

Ce modèle constitue une bonne approximation dans la limite des faibles adhésions et petites particules tandis que l'approximation JKR est plus correcte pour les grandes énergies d'adhésion et des particules de plus grande taille mais de faible module d'élasticité.

En présence des forces d'adhésion, la force de frottement de Coulomb croît en raison de l'augmentation de la surface de contact. L'approximation la plus simple consiste à ajouter la force d'adhésion maximale  $f_c$  à la force normale  $f_n$  [130, 134] :

$$f_t = \mu_s(f_n + f_c) \operatorname{sgn}(v_t) \quad (1.10)$$

La valeur maximale de  $f_n$  en traction étant  $-f_c$ , la somme  $f_n + f_c$  est toujours définie positive de telle sorte que le signe de  $f_t$  est toujours donné par celui de la vitesse relative  $v_t$ . Il est clair que cette écriture constitue une simple extrapolation linéaire de la loi de Coulomb (figure 1.2) et que la force de frottement est en fait contrôlée par l'aire réelle de contact à tout instant.



**FIGURE 1.2:** Relation entre la force tangentielle et normale en présence d'une force de cohésion ( $f_c \neq 0$ ) et en l'absence de cette dernière ( $f_c = 0$ ).

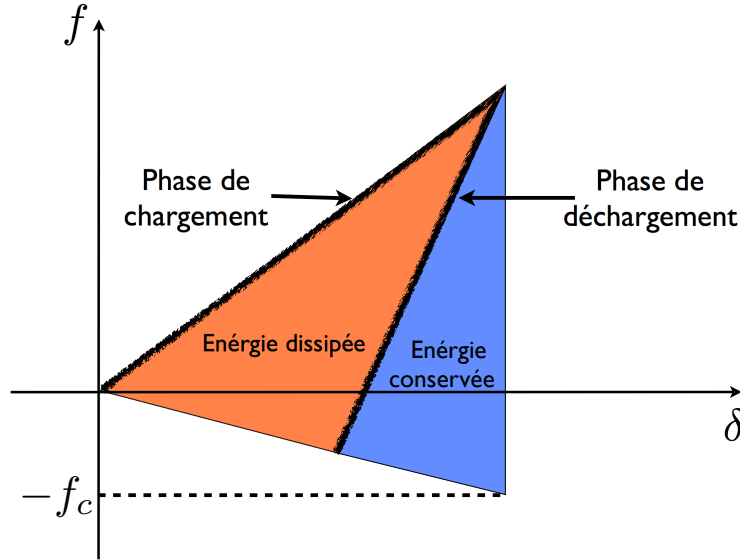
#### 1.1.4. Dissipation et restitution d'énergie

Le caractère dissipatif des milieux granulaires résulte du frottement ou de la rupture des contacts cohésifs (lorsqu'il y a cohésion) mais aussi des collisions inélastiques entre particules. La dissipation se traduit par le fait que l'énergie élastique emmagasinée dans les particules (zones de contact) lors des collisions n'est pas complètement restituée après la séparation [63, 104, 124]. On définit ainsi un coefficient de restitution [117] normale  $e_n$  par le rapport des vitesses relatives après et avant une collision :

$$e_n = -\frac{v_n^+}{v_n^-} \quad (1.11)$$

où  $v_n^-$  est la vitesse avant et  $v_n^+$  est la vitesse après la collision. Le signe négatif indique que la direction de la vitesse change, de telle sorte que  $e_n$  est toujours positif avec une valeur qui varie entre 0, pour une collision parfaitement inélastique, et 1 pour une collision élastique. Lorsque  $e_n = 0$ , les deux particules restent en contact après la collision.

Le coefficient de restitution normale peut être lié au comportement visqueux, plastique ou bien à la cohésion. La plasticité du contact peut être prise en compte en distinguant entre la raideur en chargement (phase de contraction) et la raideur en déchargement (phase d'extension) qui doit être élevée ; voir figure 1.3 pour la dissipation plastique en terme de force et figure



**FIGURE 1.3:** Représentation schématique de la dissipation d'énergie lors de l'estimation de la force en fonction de la déflexion avec une raideur en phase de chargement différente de celle de la phase déchargement.

1.4 pour la trajectoire dans l'espace des phases pendant la collision. L'énergie perdue lors de la collision est directement donnée par différence des intégrales des deux courbes.

La viscosité du matériau peut être prise en compte par un amortissement visqueux au niveau du contact :

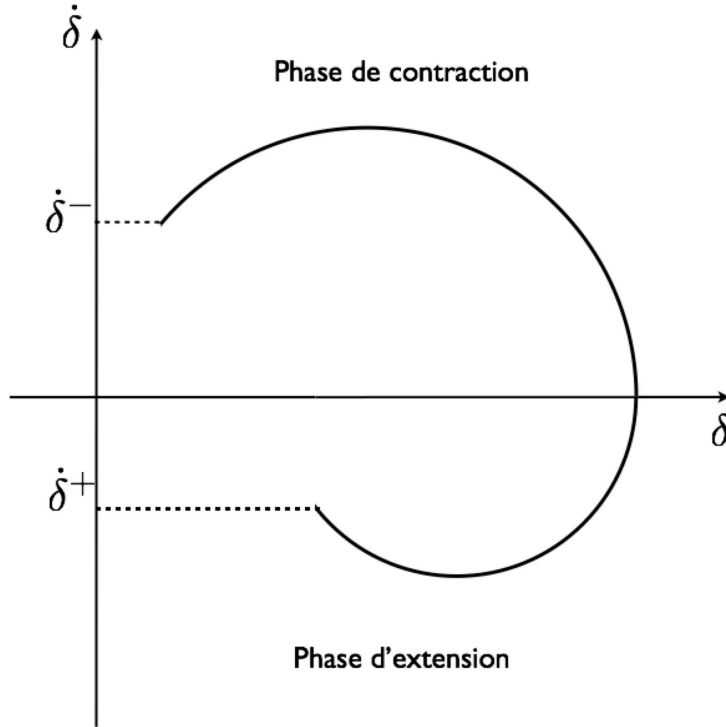
$$f_n = k_n \delta_n - \gamma_n \dot{\delta}_n \quad (1.12)$$

où  $\gamma_n$  est la viscosité effective au contact. Avec la loi de Hertz, qui implique une dépendance de  $k_n$  par rapport à la force normale  $f_n$ , on peut montrer que le coefficient de restitution normale dépend de la vitesse de collision [27, 68]. Enfin, l'adhésion au contact entraîne un coefficient de restitution  $< 1$  en raison de la perte de contact. On peut montrer qu'il existe une vitesse critique en-dessous de laquelle le coefficient de restitution est strictement zéro [27]. Au-delà, le coefficient de restitution augmente avec la vitesse de collision et tend asymptotiquement vers 1.

Même si le frottement pendant un glissement entre deux particules dissipe de l'énergie, les trois facteurs énumérés plus haut pour la force normale peuvent conduire également à une dissipation d'énergie par les forces tangentielles dans un contact non-glissants. Pour cela, on définit un coefficient de restitution tangentielle :

$$e_t = \frac{v_t^+}{v_t^-} \quad (1.13)$$

A la différence de  $e_n$ ,  $e_t$  peut prendre à la fois des valeurs positives et négatives dans l'intervalle  $[-1, +1]$ . La valeur 1 correspond à une collision dans laquelle la composante tangentielle de la vitesse relative ne change pas pendant la collision. La valeur  $e_t = -1$  correspond à un rebondissement tangentiel, ce qui n'est pas très réaliste.



**FIGURE 1.4:** Représentation schématique de la vitesse relative en fonction de la déflexion du modèle de dissipation d'énergie avec une raideur en phase de chargement différente de celle de la phase déchargement

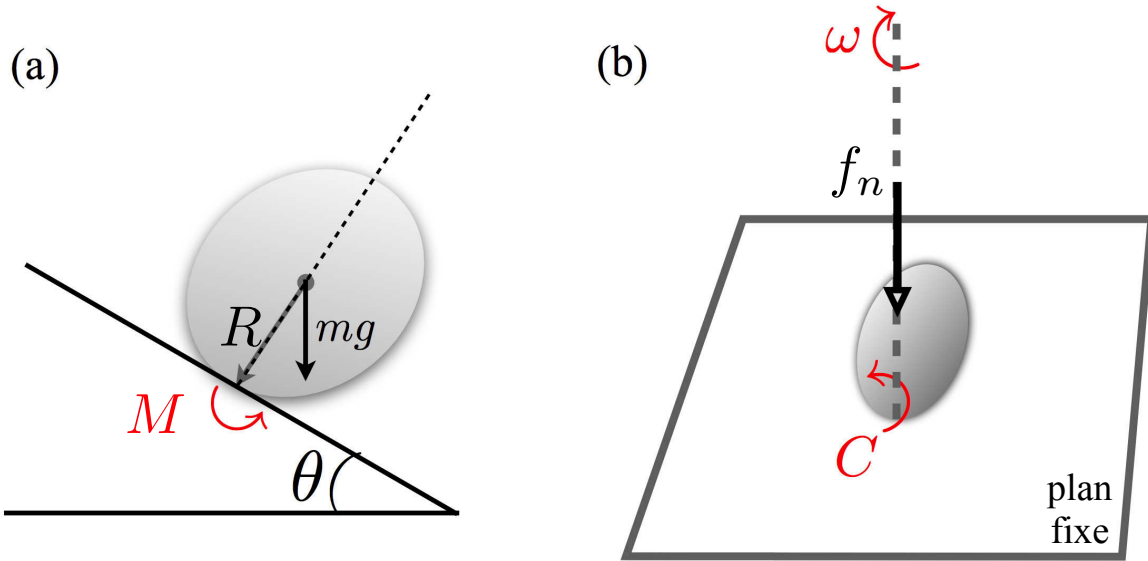
Une autre source de dissipation possible est la résistance au roulement ou au pivotement entre deux particules [167, 49, 48]. En règle générale les moments associés sont nettement plus faibles que les forces de frottement lors du glissement. Mais cette dissipation existe et peut jouer un rôle sachant que lors d'un cisaillement lent d'un matériau granulaire, la grande majorité des contacts sont en roulement. Le couple qui résiste au déplacement par roulement d'un cylindre sur un plan est proportionnel à la force normale au contact de telle sorte qu'il est possible de définir un coefficient de frottement de roulement  $\mu_r$  :

$$M = \mu_r R f_n \quad (1.14)$$

Avec cette définition,  $\mu_r$  est une grandeur sans dimension, tout comme le coefficient de frottement de glissement  $\mu_s$ . Si l'on place un disque sur un plan, celui-ci peut être incliné jusqu'à un angle  $\theta$  tel que  $\tan \theta = \mu_r$  sans que le cylindre ne tourne.

La résistance au pivotement est spécifique au cas 3D [85]. Il s'agit d'une résistance à une rotation relative entre particules autour du vecteur normal. La résistance au pivotement s'exprime par un couple de rotation  $C$  qui peut être proportionnel à la force normale au contact de telle sorte que, de la même manière qu'il est possible pour le frottement de roulement, de définir un frottement de pivotement  $\mu_p$  :

$$C = \mu_p R f_n \quad (1.15)$$



**FIGURE 1.5:** Représentation schématique de la résistance au roulement d'une particule posée sur un plan incliné (a). Représentation schématique de la résistance au pivotement d'une particule, animée d'une vitesse de rotation  $\omega$ , posée sur un plan (b).

### 1.1.5. Modèles de contact

La dynamique d'un assemblage des particules est déterminée à partir de l'intégration des lois de Newton et du calcul des lois des forces entre particules. Ces dernières, présentées très brièvement dans les paragraphes précédents, régissent les contacts ou collisions binaires entre particules. Quel que soit la relation force-déplacement considérée, une description du contact à l'échelle des particules, c'est à dire en termes des principaux effets physiques qui contrôlent les mouvements collectifs des particules, doit spécifier les paramètres de frottement ( $\mu_s$  et  $\mu_r$ ), les paramètres de dissipation ( $e_n$  et  $e_t$ ) et les paramètres d'adhésion ( $f_c, \dots$ ). Dans tous les cas, la déflexion au contact  $\delta_n$  devra rester petite devant la taille des particules.

A l'exception des gaz granulaires, où toutes les collisions sont binaires, les contacts et les collisions dans un milieu granulaire ont un caractère *multiple*. Dans un état de déformation quasi-statique, chaque particule se trouve en contact avec plusieurs autres particules (voisins de contact). Par conséquent les forces et les déplacements résultent d'une dynamique coopérative des particules. L'échelle des forces est dictée par la pression de confinement et par le rayon moyen  $R$  des particules. Pour une pression moyenne  $p$ , la force typique est  $F_s = pR^{D-1}$ , où  $D$  est la dimension de l'espace (2 ou 3) (nous verrons plus loin que la distribution des forces est en fait très hétérogène). La loi de force nous donne l'ordre de grandeur des déflexions élastiques  $\langle \delta_n \rangle$  dans le réseau de contacts. Il suffit d'introduire la force  $F_s$  dans la loi de contact pour obtenir  $\langle \delta_n \rangle$ . Si l'on change la loi de contact ou le module élastique, les déflexions peuvent se trouver modifiées, mais les forces de contact ne sont pas affectées et gardent des valeurs proportionnelles à  $F_s$ .

Pour ces raisons (petites valeurs de  $\delta_n$ , une échelle de force  $pR^{D-1}$  donnée par la contrainte de confinement et le fait que la configuration géométrique avec ses contraintes domine le comportement), il est parfois commode de travailler avec des lois de contact simplifiées qui présentent l'avantage de donner les bonnes valeurs des forces mais au prix d'obtenir des déflexions élastiques modifiées. On notera que ces petites déformations élastiques au contact ne présentent pas d'intérêt majeur pour la rhéologie (dominée par les mouvements des particules) mais sont importantes pour les phénomènes de propagation d'ondes. Il est, en particulier commode de remplacer la loi de Hertz par une loi élastique linéaire ou même par une condition dite de Signorini représentée sur la figure 1.6 (a) (ligne continue) [1, 83, 136]. Cette condition exprime tout simplement le fait que la force  $f_n$  s'annule en l'absence de contact et peut prendre une valeur quelconque définie positive (force de répulsion) lorsqu'il y a un contact défini géométriquement entre deux particules :

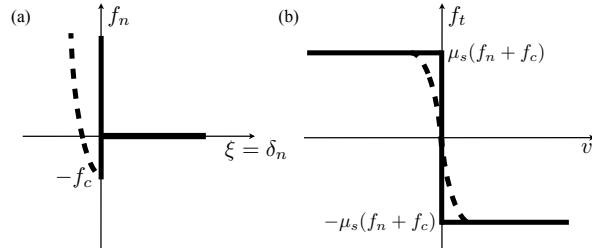
$$\begin{aligned}\xi > 0 &\Rightarrow f_n = 0, \\ \xi = 0 &\Rightarrow f_n \geq 0\end{aligned}\tag{1.16}$$

Il s'agit d'une *loi de contact nonrégulière* (nonsmooth) qui ne peut pas être réduite à une relation univoque entre le “gap”  $\xi$  et  $f_n$ . Cette loi est utilisée dans le cadre de la méthode de Dynamique des Contacts ou Contact Dynamics (CD) qui s'appuie sur une approche implicite pour le calcul des forces et des vitesses des particules.

Une simplification similaire peut être opérée au niveau de la loi de frottement. La relation entre la force de frottement  $f_t$  et la vitesse de glissement  $v_t$  s'exprime alors sous la forme [1, 83, 119, 136] :

$$\begin{aligned}v_t \geq 0 &\Rightarrow f_t = -\mu_s f_n, \\ v_t = 0 &\Rightarrow -\mu_s f_n \leq f_t \leq \mu_s f_n \\ v_t \leq 0 &\Rightarrow f_t = \mu_s f_n,\end{aligned}\tag{1.17}$$

Le graphe de cette loi est représenté sur la figure 1.6 (b) (ligne continu). Les lois de force peuvent être considérées comme des formes régularisées (figure 1.6 (ligne pointillées)) de ces lois de contact non-régulières (figure 1.6 (ligne continue)). Comme on pourra le voir par la suite, la régularisation permet d'employer une approche classique explicite pour la simulation discrète des milieux granulaires. Cette approche est communément appelée Discrete Element Method (DEM) ou Dynamique Moléculaire ou Molecular Dynamics (MD) (voir chapitre 2). Mais la méthode Contact Dynamics est également une méthode DEM dans la mesure où dans les deux approches le milieu est simulé par l'intégration des équations du mouvement des particules [134].



**FIGURE 1.6:** Condition de Signorini (a) et de frottement de Coulomb (b). En ligne continue la condition non-régulière et en trait la condition régulière

## 1.2. Comportement macroscopique

### 1.2.1. Paramètres sans dimension

Le comportement mécanique des matériaux granulaires a fait l'objet des études expérimentales plus particulièrement en mécanique des sols [34, 116, 187, 188], en géologie [157, 166] et technologie des poudres [16, 121, 148]. En mécanique des sols, on s'intéresse plus particulièrement aux petites déformations que peut subir un sol sous l'effet de son propre poids ou par les contraintes exercées par un ouvrage. On distingue les sols grossiers, qui se caractérisent souvent par des particules non-cohésives et des sols fin qui contiennent des particules fines avec des interaction colloïdales [116]. En géologie, les matériaux granulaires apparaissent souvent sous forme de roches fragmentées pour lesquelles on s'intéresse à leur cycle de transport et de dépôt. En technologie des poudres, les matériaux granulaires interviennent dans des procédés divers qui mettent en jeu des grandes déformations du matériau ou de l'écoulement des particules. Dans la limite des faibles taux de cisaillement, le matériau granulaire présente une compacité  $\nu$  (le rapport du volume occupé par les particules sur le volume total) élevée et un caractère "solide" décrit par un comportement élastoplastique. Pour des taux de cisaillement élevés, le matériau granulaire présente une compacité faible et un caractère "fluide" avec des propriétés non-newtoniennes [82]. Pendant longtemps, les liens entre ces deux groupes de propriété (solide et fluide) sont restés obscurs. Par ailleurs, les études réalisées dans différentes géométries d'écoulement (silos, cisaillement simple, plan incliné, ...) étaient souvent difficiles à comparer.

Des études expérimentales et numériques ont permis de montrer que ces comportements peuvent être classifiés en termes de deux paramètres sans dimension [5, 10, 43, 57]. Le premier paramètre est le rapport entre le module élastique  $E$  des particules et la pression de confinement  $p$  :

$$\kappa = \frac{E}{p} \quad (1.18)$$

Ce paramètre caractérise la rigidité relative du système granulaire. Ainsi, un système granulaire composé des particules de faible module de Young se comporte comme un matériau très rigide lorsqu'il est soumis à une faible pression de confinement [4, 81].

Le deuxième paramètre sans dimension est défini à partir du rapport des forces inertielles

induites par le cisaillement et des forces statiques dues à la pression de confinement [43, 57]. Pour un taux de cisaillement  $\dot{\varepsilon}$ , l'ordre de grandeur de la quantité de mouvement échangée entre particules est  $m\dot{\varepsilon}d$ , où  $m$  et  $d$  sont respectivement la masse et le diamètre moyen. Les échanges de quantité de mouvement ont lieu sur un temps typique de  $\sim 1/\dot{\varepsilon}$ . La force impulsionnelle moyenne définie comme la quantité de mouvement échangée par unité de temps est donnée par :

$$F_d = m\dot{\varepsilon}^2 \quad (1.19)$$

Ainsi, on définit un nombre *inertiel* à partir du rapport de  $F_d$  et de la force statique  $F_s = p d^{D-1}$  :

$$I_s = \sqrt{\frac{F_d}{F_s}} = \dot{\varepsilon} \sqrt{\frac{m}{p d^{D-2}}} \quad (1.20)$$

On peut également raisonner en termes de temps caractéristiques. Le premier temps est le temps de cisaillement  $t^{cis} = \dot{\varepsilon}^{-1}$ . C'est le temps caractéristique imposé globalement au système et qu'on peut qualifier de temps de déséquilibre puisque le cisaillement perturbe en permanence l'assemblage des particules. L'autre temps est précisément le temps de retour à l'équilibre que l'on peut assimiler à un déplacement accéléré sur une faible distance de l'ordre d'un interstice entre particules sous l'effet de la pression de confinement imposée. L'ordre de grandeur de la force moyenne subie par une particule étant  $p d^{D-1}$ , on peut évaluer ce temps  $t^{is}$  de retour à l'équilibre en considérant le temps de déplacement d'une particule sur une distance égale à sa propre taille  $d$  (qui est nettement plus grande qu'un gap entre les particules voisins, mais  $d$  a l'avantage de correspondre à une longueur interne bien définie) en intégrant l'équation de la dynamique :

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = p d^{D-1} \quad (1.21)$$

ce qui donne

$$t^{is} \simeq \sqrt{\frac{m}{p d}} \simeq d \sqrt{\frac{\rho_s}{p}} \quad (1.22)$$

où  $\rho_s$  est la densité de la particule et où nous avons utilisé la relation  $m \simeq \rho_s d^D$ . Le nombre  $I_s$  n'est alors rien d'autre que le rapport donné par :

$$I_s = \frac{t^{is}}{t^{cis}} = \dot{\varepsilon} d \sqrt{\frac{\rho_s}{p}} \quad (1.23)$$

en 3D.

Une troisième manière d'appréhender le nombre  $I_s$  consiste à le considérer comme le seul nombre sans dimension qu'on peut définir à partir des grandeurs naturelles du système cisailé :  $d$ ,  $\varepsilon$ ,  $p$ . Il est clair que si d'autres ingrédients, tel qu'un fluide, interviennent dans le système, alors il devient nécessaire d'introduire d'autres nombres. Ce point sera abordé en détail dans la section 1.4..

L'état quasi-statique correspond aux faibles valeurs de  $I_s$ . Les effets inertiels augmentent avec  $I_s$  et dominent le comportement aux grandes valeurs de  $I_s$ . Remarquons que le nombre  $I_s$

est souvent introduit à partir du rapport du temps de déplacement typique par cisaillement et du temps de relaxation des particules sous l'effet de la pression de confinement [9, 43, 153]. Contrairement à  $I_s$  qui résulte des glissements et des déplacements des particules, conduisant à des déformations plastiques,  $\kappa$  résulte des micro-déflexions des contacts ne produisant pas des déformations plastiques.

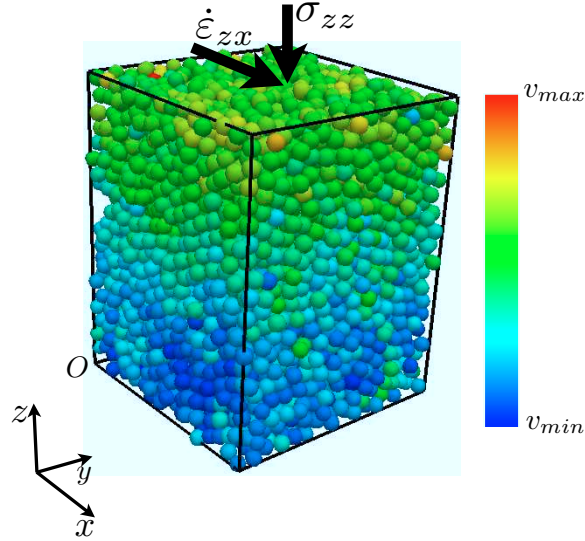
### 1.2.2. Etat quasi-statique

Pour étudier le comportement mécanique aux faibles valeurs de  $I_s$ , on soumet un échantillon granulaire soit à une compaction lente pour l'étude de la compressibilité du matériau, soit à un cisaillement lent pour l'étude de la résistance au cisaillement. Dans ce dernier cas, l'échantillon est confiné par une contrainte extérieure [70]. Cette rhéométrie propre à l'étude des matériaux granulaires s'appuie sur un confinement en contrainte permettant à l'échantillon de changer de volume<sup>2</sup>. Les appareils d'essai modernes permettent de contrôler les différentes composantes de déformation ou de contrainte dans différentes directions de l'espace. Mais une géométrie communément utilisée en mécanique des sols est la compaction triaxiale pour laquelle les directions principales de déformation et de contrainte sont imposées. Une autre géométrie classique pour l'étude des écoulements granulaires est la géométrie annulaire où le matériau est cisailé entre deux cylindres. On notera enfin que d'autres possibilités peuvent être mises en œuvre telles que le plan incliné par exemple qui peut être bien adapté aux écoulements rapides.

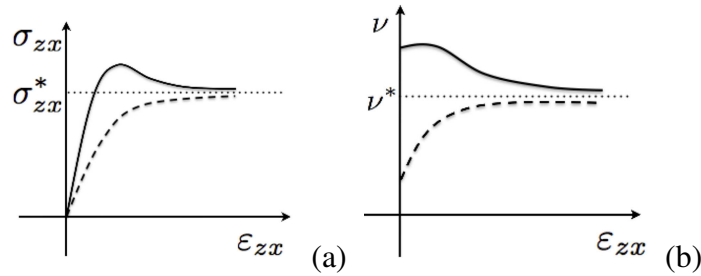
Indépendamment de la géométrie, la réponse mécanique est analysée en termes des invariants des tenseurs de déformation  $\varepsilon_{\alpha\beta}$  et de contrainte  $\sigma_{\alpha\beta}$ . Pour fixer les idées, considérons le cisaillement d'un matériau granulaire dans la direction  $x$  par l'application d'un taux  $\dot{\varepsilon}_{zx}$  avec une contrainte de confinement  $\sigma_{zz}$  appliquée dans la direction  $z$ ; voir figure 1.7. Pour simplifier l'analyse, les déformations d'allongement suivant les directions  $x$  et  $y$  sont nulles :  $\dot{\varepsilon}_{yy} = \dot{\varepsilon}_{xx} = 0$  et la boîte est fixe en  $O$  (cisaillement plan). Dans ces conditions, le système peut être analysé dans le plan  $xz$ . Sous l'effet du cisaillement  $\dot{\varepsilon}_{zx}$ , la contrainte  $\sigma_{zx}$  et le volume  $V$  de l'échantillon évoluent avec la déformation de cisaillement cumulée  $\varepsilon_{zx} = \int_0^t \dot{\varepsilon}_{zx} dt$ ; voir figure 1.8.

Pour une rigidité relative  $\kappa$  élevée, une faible partie de la déformation est élastique. Les modules d'élasticité peuvent être mesurés à partir du début de la courbe de variation de  $V$  et de  $\sigma_{zx}$  en fonction de  $\varepsilon_{zx}$ . Comme nous l'avons discuté à la section 1.1.1., d'après la loi de Hertz, la raideur  $k_n$  au contact dépend de la force normale. A l'échelle macroscopique, cet effet se traduit par un module élastique  $E$  qui, pour un système assez dense, doit augmenter avec la pression moyenne comme  $p^{1/3}$  (où  $p$  est la pression de confinement). Pour la plupart des matériaux, le domaine élastique correspond à de très faibles déformations. Lors d'une déformation élastique, aucun glissement n'a lieu dans le matériau, mais des nouveaux contacts peuvent se former et des contacts existants peuvent disparaître. Cette évolution du réseau des contacts avec la pression de confinement conduit cependant à une évolution des modules d'élasticité qui diffèrent de la loi en  $p^{1/3}$  [3]. C'est en particulier le cas aux faibles valeurs de la compacité.

2. On notera que pour les fluides complexes les tests mécaniques sont souvent réalisés à volume constant.



**FIGURE 1.7:** Essai de cisaillement plan dans une boîte bi-périodique avec une pression de confinement  $\sigma_{zz}$  et un tau de cisaillement  $\dot{\varepsilon}_{zx}$ . La périodicité est dans la direction  $x$  et  $y$ . La couleur des particules correspond à l'amplitude du module de leurs vitesses.



**FIGURE 1.8:** Comportement d'un milieu granulaire dense (ligne continue) et lâche (traits). (a) Variation de la contrainte de cisaillement  $\sigma_{zx}$  et (b) de la compacité  $\nu$  en fonction de la déformation de cisaillement cumulée  $\varepsilon_{zx}$ .

Au-delà des déformations élastiques, la déformation devient irréversible et s'accompagne des réarrangements importants des particules. Les glissements de celle-ci les unes par rapport aux autres se traduisent par une dissipation d'énergie par frottement. Les simulations par la méthode en éléments discrets ou Discrete Element Method (DEM) montrent que le frottement n'est mobilisé qu'au niveau d'une faible fraction des contacts (inférieure à 10%) qui portent des forces normales très faibles [140]. Durant cette déformation plastique, la microstructure (l'organisation des particules dans l'espace) évolue et devient de plus en plus anisotrope. Par conséquent, la résistance au cisaillement augmente. Si le matériau est initialement lâche, avec une compacité  $\nu_0$  inférieure à une compacité critique  $\nu^*$ ,  $\sigma_{zx}$  tend asymptotiquement vers une valeur constante  $\sigma_{zx}^*$ . Si le matériau est dense avec  $\nu_0 > \nu^*$ , alors  $\sigma_{zx}$  passe par un pic avant de diminuer vers la même valeur stationnaire  $\sigma_{zx}^*$  que dans le cas lâche. Par ailleurs, dans le cas dense, la compacité  $\nu$  diminue et tend asymptotiquement vers  $\nu^*$  tandis que dans le cas lâche,

elle augmente pour tendre asymptotiquement également vers  $\nu^*$ .

Les valeurs stationnaires  $\sigma_{zx}^*$  et  $\nu^*$  dépendent de la contrainte de confinement  $\sigma_{zz}$  et donc ne constituent pas des propriétés intrinsèques d'un milieu granulaire sauf si les particules sont parfaitement rigides. Les expériences montrent que cette dépendance peut être exprimée sous la forme suivante [186] :

$$\sigma_{zx}^* = \sigma_{zz} \tan \varphi^* \quad (1.24)$$

$$\nu^* = \nu^*(\sigma_{zz}^r) + C \ln(\sigma_{zz}/\sigma_{zz}^r) \quad (1.25)$$

où  $\sigma_{zz}^r$  est une contrainte de référence,  $C$  représente la compressibilité du matériau et  $\varphi^*$  est l'angle de *frottement interne* du matériau. Une propriété essentielle des milieux granulaires est le fait que  $\varphi^*$  est à la fois indépendant de la compacité initiale  $\nu_0$  et de la contrainte de confinement  $\sigma_{zz}$ , et constitue à ce titre une propriété du matériau. Cette relation linéaire entre la contrainte de cisaillement et la contrainte de confinement signifie simplement que l'échelle des contraintes internes est imposée par la contrainte de confinement appliquée. Ceci reflète le fait que la loi de frottement ne comporte aucune échelle de contrainte particulière. Lorsque le matériau comporte une échelle de contrainte interne due à la cohésion des contacts par exemple, elle peut être directement prise en compte sous la forme d'un paramètre de cohésion macroscopique  $c$  :

$$\sigma_{zx}^* = \sigma_{zz} \tan \varphi^* + c \quad (1.26)$$

Ce paramètre décrit une résistance au cisaillement qui est indépendante de la contrainte de confinement.

Suivant l'école de mécanique des sols de Cambridge, l'état quasi-statique stationnaire avec son angle de frottement interne  $\varphi$  est souvent appelé *état critique* [186]. Cet état est indépendant de l'état initial et il est atteint lorsque le matériau est cisailé suffisamment longtemps pour lui faire perdre la mémoire de l'état initial. Pour beaucoup de matériaux granulaires à particules peu déformables, l'influence de l'élasticité des particules sur la compacité est négligeable devant celle des réarrangements de telle sorte que la dépendance logarithmique de  $\nu^*$  par rapport à la contrainte de confinement peut être négligée et, en pratique, l'état critique peut être également caractérisé par sa compacité  $\nu^*$ . Les expériences et simulations numériques donnent  $\nu^* \simeq 0.58$  pour un assemblage des particules sphériques de même taille [13, 57]. Cette valeur est bien inférieure à celle d'un assemblage RCP avec  $\nu \simeq 0.64$ .

Par rapport à l'état critique, on distingue deux transitoires : 1) le durcissement (hardening) qui correspond à la montée de  $\sigma_{zx}$  avec la déformation, 2) l'adoucissement (softening) qui correspond à la réduction de  $\sigma_{zx}$  après un pic de contrainte. En normalisant les contraintes par la contrainte de confinement, on peut décrire ces transitoires par l'évolution de  $\tan \varphi = \sigma_{zx}/\sigma_{zz}$ . L'angle  $\varphi$  caractérise l'angle de frottement interne pour un état donné du matériau. Pour un matériau préparé par compression isotrope, elle a une valeur initialement nulle. Sa valeur au pic  $\varphi^+$  (pour  $\nu_0 > \nu^*$ ) augmente avec  $\nu_0$ . Comme  $\nu_0$  ne peut pas dépasser la valeur RCP de la compacité, l'angle  $\varphi^+$  pour  $\nu_0 = \nu^{RCP}$  peut être considéré comme une grandeur matérielle (caractérisant le matériau).

La relation (1.26) écrite dans la configuration de cisaillement est une loi de frottement pour les contraintes exercées sur le plan  $xy$  (perpendiculaire à l'axe  $z$ ). Par rapport à ce plan,  $\sigma_{zz}$  est la contrainte normale et  $\sigma_{zx}$  est la contrainte tangente suivant la direction  $x$  de l'écoulement. Etant donné que l'état critique est un état sans mémoire dont les propriétés reflètent les caractéristiques des particules, la même relation doit se vérifier sur tous les plans orientés dans différentes directions d'espace  $\mathbf{n}$ :

$$\sigma_t^*(\mathbf{n}) = \tan \varphi^* \sigma_n(\mathbf{n}) + c \quad (1.27)$$

où  $\sigma_t^*$  et  $\sigma_n$  sont respectivement la contrainte tangente et la contrainte normale sur le plan  $\mathbf{n}$  dans l'état critique. Cette relation exprime le *critère de Coulomb*. Elle peut être reformulée en termes des invariants du tenseur de contrainte dans le plan  $xz$ . Nous considérons différentes orientations  $\mathbf{n} = (\cos \theta, \sin \theta)$  dans ce plan. Nous avons [137] :

$$\sigma_n(\theta) = p + q \cos 2(\theta - \theta_\sigma) \quad (1.28)$$

$$\sigma_t(\theta) = q \sin 2(\theta - \theta_\sigma) \quad (1.29)$$

où  $p = (\sigma_1 + \sigma_3)/2$  est la pression moyenne dans le plan  $xz$  et  $q = (\sigma_1 - \sigma_3)/2$  est le déviateur.  $\sigma_1$  et  $\sigma_3$  sont les valeurs propres du tenseur de contrainte dans le plan  $xz$  et  $\theta_\sigma$  est sa direction principale majeure. En utilisant le cercle de Mohr, il est facile à montrer que  $\sin \varphi^* = q/p$  et  $\theta_\sigma = \pi/2 - \varphi/2$  dans la configuration de cisaillement simple où le plan de cisaillement (en fait, sa normale) est orienté à  $\theta = \pi/2$ . En d'autres termes, contrairement aux fluides et solides habituels, la contrainte principale majeure n'est pas orientée à 45 degrés par rapport à la verticale.

De la même manière que la contrainte de cisaillement est proportionnelle à la contrainte de confinement, la déformation d'allongement  $\dot{\epsilon}_{zz}$  suivant  $z$  dans l'état quasi-statique est induite par la déformation de cisaillement  $\dot{\epsilon}_{zx}$  et donc la grandeur pertinente est leur rapport :

$$\tan \psi = -\frac{\dot{\epsilon}_{zz}}{\dot{\epsilon}_{zx}} \quad (1.30)$$

où  $\psi$  est l'angle de *dilatance de Reynolds*. Rappelons que dans les milieux granulaires, il est commun de compter positivement les contraintes compressives et les contractions. Une expansion suivant  $z$  est donc négative et le signe négatif dans la définition  $\psi$  permet de caractériser une dilatation par un angle positif. Un angle négatif correspond à une contraction ou "dilatance négative". L'angle de dilatance peut être exprimé d'une manière générale en termes des invariants du tenseur des taux de déformation, ce qui permet de le généraliser à d'autres géométries. En 2D ou pour les déformations planes, on obtient [137] :

$$\sin \psi = -\frac{\dot{\epsilon}_p}{\dot{\epsilon}_q} \quad (1.31)$$

où  $\dot{\epsilon}_p$  est le taux de déformation volumétrique et  $\dot{\epsilon}_q$  est le taux de cisaillement. L'angle  $\psi$  a une valeur positive dans un matériau granulaire initialement dense et tend avec le cisaillement

asymptotiquement vers zéro dans l'état critique. Il a une valeur négative dans un matériau lâche, mais tend également vers zéro dans l'état critique.

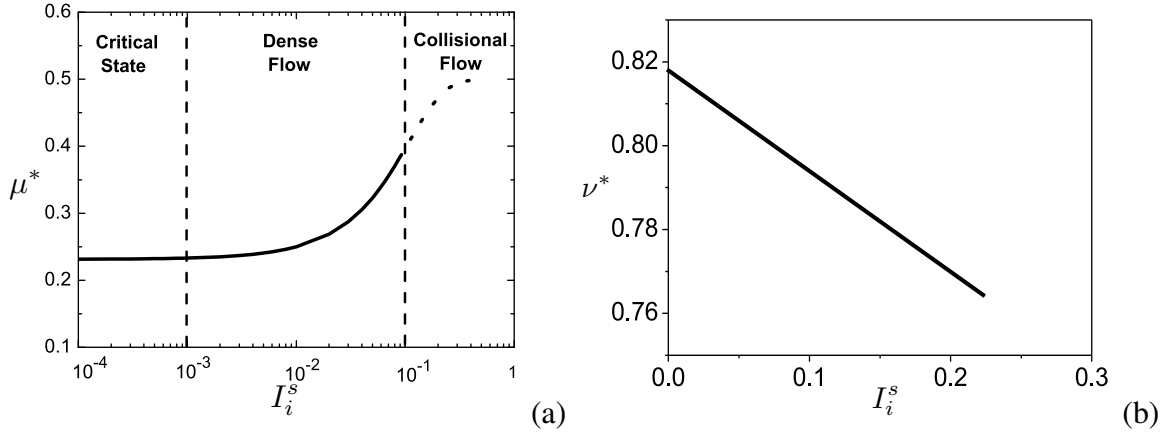
De la même manière que l'angle de frottement interne caractérise la surface de charge dans un milieu granulaire, l'angle de dilataance caractérise la règle d'écoulement, c'est à dire la direction de la déformation plastique. Le comportement plastique des matériaux granulaires serait dit associé si ces deux angles étaient égaux :  $\varphi = q/p = \psi = -\dot{\epsilon}_p/\dot{\epsilon}_q$ . Or, si cette égalité était vérifiée à tout instant de l'évolution d'un matériau granulaire, alors la puissance dissipée par les déformations  $p\dot{\epsilon}_p + q\dot{\epsilon}_q$  serait nulle ! En supposant que la puissance est positive (énergie dissipée), on obtient  $\varphi > \psi$ , ce qui est observé.

Le modèle de Mohr-Coulomb, en tant que modèle macroscopique, s'applique à un milieu homogène. Mais très souvent l'orientation du plan de glissement est assimilée à une bande de localisation des déformations. En effet, lorsqu'on soumet un échantillon granulaire au cisaillement (souvent dans la géométrie triaxiale), le cisaillement se concentre dans une bande de faible largeur (une dizaine de diamètres) de telle sorte que, après une faible déformation, le matériau semble se scinder en deux blocs rigides qui glissent l'un par rapport à l'autre [15, 50, 67, 175]. Pour la même raison, le matériau ne se dilate que dans la zone de localisation et donc les déformations mesurées à l'échelle macroscopique ne sont plus objectives. Ce phénomène de localisation est associé à l'instabilité du matériau au pic de contrainte, c'est à dire dans le cas des matériaux initialement denses et donc avec une dilataance positive. Dans certaines géométries, cette bande est incompatible avec les conditions aux limites (parois rigides) et ne peut donc pas persister sans réflexions multiples sur les parois. Ainsi, différentes parties du matériau se dilatent de façon différentielle et l'état critique ne peut être atteint dans la totalité de l'échantillon que tardivement.

### 1.2.3. Régime inertiel

Le terme "quasi-statique", employé pour décrire l'état des déformations faibles et lentes, n'est pas un concept intuitif dans le cas des milieux granulaires car les mouvements des particules sont erratiques et présentent des micro-instabilités [37] qui peuvent contribuer à la résistance au cisaillement avec un caractère Coulombien puisque l'énergie dissipée lors de ces événements instables et rapides est proportionnelle à la pression de confinement. Lorsque le nombre inertiel  $I_s$  augmente, la fréquence et l'amplitude des événements instables augmente, ce qui conduit à l'augmentation de la résistance au cisaillement.

Plusieurs études expérimentales et numériques ont permis de décrire cette dépendance du coefficient de frottement interne  $\mu^*$  par rapport à  $I_s$  dans un écoulement stationnaire et connue aujourd'hui sous le nom de "la rhéologie de  $\mu(I_s)$ " (voir figure 1.9) [42, 43, 57].  $\mu^*$  augmente progressivement à partir de sa valeur quasi-statique. La limite quasi-statique correspond à  $I_s < 10^{-3}$  sans que cette valeur puisse être associée à une vraie transition de phase entre un régime quasi-statique et un régime dynamique. Pour des valeurs de  $I_s$  inférieures à  $10^{-1}$ , la dépendance



**FIGURE 1.9:** Rhéologie du frottement interne en fonction de  $I_s$  (a) [43]. Rhéologie de la compacité en fonction de  $I_s$  (b) [42].

est approximativement linéaire :

$$\mu^*(I_s) = \mu_0^* + k_\mu I_s \quad (1.32)$$

Pour des valeurs plus élevées de  $I_s$  ( $\simeq 0.3$ ),  $\mu^*$  tend vers une valeur constante qui correspond au régime purement collisionnel. La valeur du paramètre  $k_\mu$  est  $\simeq 1$  pour les disques faiblement polydisperses.

Un autre effet inertiel est la diminution de la compacité  $\nu$  avec  $I_s$  du fait de l'agitation croissante des particules. Cette dépendance est linéaire :

$$\nu^*(I_s) = \nu_0^* - k_\nu I_s \quad (1.33)$$

La valeur du paramètre  $k_\nu$  est  $\simeq 0,3$  pour les disques faiblement polydisperses. La diminution de  $\nu^*$  lorsque  $I_s$  augmente peut être considérée comme une “dilatance dynamique” induite par les collisions contrairement à la “dilatance géométrique” de Reynolds qui résulte des encombrements stériques.

Dans la configuration de cisaillement simple, les relations phénoménologiques (1.32 et 1.33) et la définition du nombre  $I_s$  (équation 1.20) permettent d'exprimer les contraintes sous la forme suivante :

$$\sigma_{zz} = \frac{m}{d^{D-2}} \frac{k_\nu^2}{(\nu_0^* - \nu^*)^2} \dot{\epsilon}_{zx}^2 \quad (1.34)$$

$$\sigma_{zx} = \mu_0^* \sigma_{zz} + \frac{m}{d^{D-2}} \frac{k_\nu k_\mu}{(\nu_0^* - \nu^*)} \dot{\epsilon}_{zx}^2 \quad (1.35)$$

Ces relations expriment la proportionnalité des contraintes avec le carré du taux de cisaillement comme prédite par Bagnold par un argument simple : la contrainte est proportionnelle à la quantité de mouvement moyenne échangée entre particules et à la fréquence des collisions, et ces deux facteurs sont proportionnels au taux de cisaillement. De la même manière, la relation

(1.35) peut être mise sous la forme :

$$\sigma_{xz} = \mu_0^* \sigma_{zz} + k_\mu \left( \frac{m}{d^{D-2}} \sigma_{zz} \right)^{1/2} \dot{\varepsilon}_{zx} \quad (1.36)$$

C'est une relation intéressante qui montre que la contribution de l'inertie à la résistance au cisaillement peut être décrite comme un comportement visqueux avec une viscosité dépendant de la pression de confinement.

Les relations (1.32) et (1.33) s'appliquent à un volume homogène d'un matériau granulaire. Mais, en prenant en compte les conditions aux limites, il est possible de les utiliser pour prédire les contraintes ou les champs de vitesse dans n'importe quelle géométrie. Par exemple, pour un écoulement 2D des particules à surface libre sur un plan incliné, nous avons :

$$\sigma_{zz}(z) = \rho g \cos \theta (H - z) \quad (1.37)$$

où  $\rho = \rho_s \nu$  est la densité volumique de particules et  $H$  est l'épaisseur de la couche en écoulement. En supposant que  $I_s$  et  $\nu$  sont constants dans l'épaisseur de la couche, et en posant  $\mu^* = \tan \theta \simeq \theta$ ,  $\cos \theta \simeq 1$  et  $\mu_0^* = \tan \varphi^*$ , on obtient :

$$\dot{\varepsilon}(z) \simeq \frac{(\nu g)^{1/2} (\theta - \varphi)}{dk_\mu} (H - z)^{1/2} \quad (1.38)$$

Compte tenu du non-glissement au niveau de la base, le profil de vitesse est donné par

$$v(z) \simeq \frac{2}{3} \frac{(\nu g)^{1/2}}{dk_\mu} (\theta - \varphi) (H^{3/2} - (H - z)^{3/2}) \quad (1.39)$$

Ce profil est en très bon accord avec plusieurs expériences menées dans la configuration de plan incliné [42, 128, 156].

### 1.3. Micromécanique et changement d'échelle

La rhéologie des matériaux granulaires très brièvement présentée dans les sections précédentes reflète à la fois des interactions frottantes et dissipatives entre particules et des effets d'assemblage ou de comportement collectif. Le lien entre ces deux niveaux de description n'est pas aisé à établir dans la mesure où un matériau granulaire est intrinsèquement amorphe et désordonné [173, 141]. Par ailleurs, ce désordre ne concerne pas seulement les positions des particules mais aussi leurs contacts qui, sauf dans le cas d'un gaz granulaire, définissent un réseau dense responsable de la transmission des contraintes. C'est pourquoi, il est nécessaire de caractériser d'abord la microstructure (la texture) des milieux granulaires et son évolution avec la déformation. Pour le comportement plastique, tel qu'il est décrit par le critère de Mohr-Coulomb et la dilatance, les paramètres décrivant la microstructure granulaire peuvent être considérés comme des paramètres internes qui déterminent l'angle de frottement interne (en

tant que surface de charge) et l'angle de dilatance (en tant que règle d'écoulement) et dont l'évolution constitue la loi d'écrouissage pour le matériau [139, 146].

La texture granulaire est généralement décrite par des paramètres liés à la distribution de trois vecteurs :

- vecteur normal au contact  $\mathbf{n}$  défini comme vecteur unitaire normal au plan de contact,
- vecteur branche  $\mathbf{n}'\ell$  reliant les centres des particules en contact, avec  $\mathbf{n}'$  vecteur unitaire d'orientation du vecteur branche reliant les centres des particules,
- le vecteur de contact  $\mathbf{c}$  reliant les centres des particules aux points de contact.

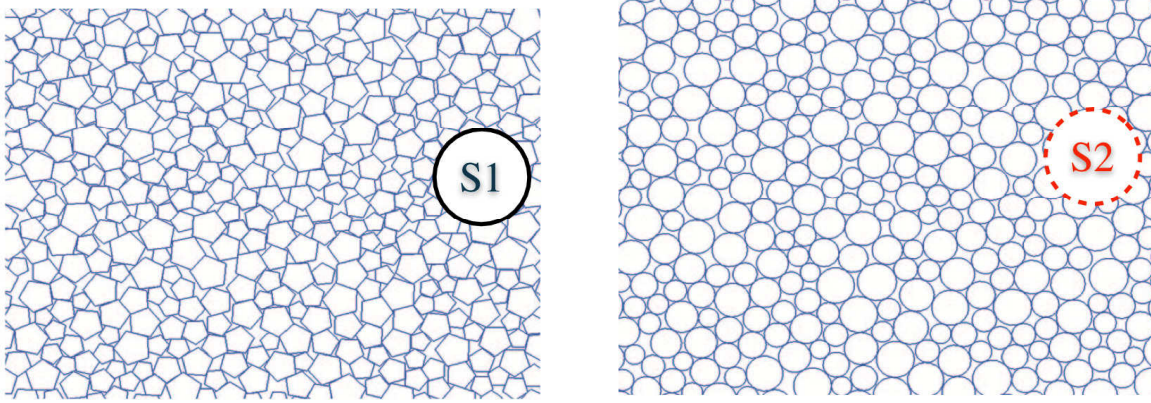
À l'ordre le plus bas, la texture est décrite par des grandeurs scalaires relatives à la *connectivité* des particules par l'ensemble des contacts *actifs* entre particules. Les contacts actifs sont les contacts où la force est non nulle. Les contacts *inactifs* et les particules *frottantes* (sans contacts actifs) ne contribuent pas à la transmission des contraintes. Pour les particules pouvant se toucher à plusieurs contacts (comme c'est le cas pour des particules à surface nonconvexe), on distingue deux nombres [149] :

- le *nombre de coordination*  $Z$  qui définit le nombre moyen des voisins de contact (particules ayant au moins un contact avec une particule),
- le *nombre de connectivité*  $Z_c$  qui définit le nombre moyen de contacts par particule.

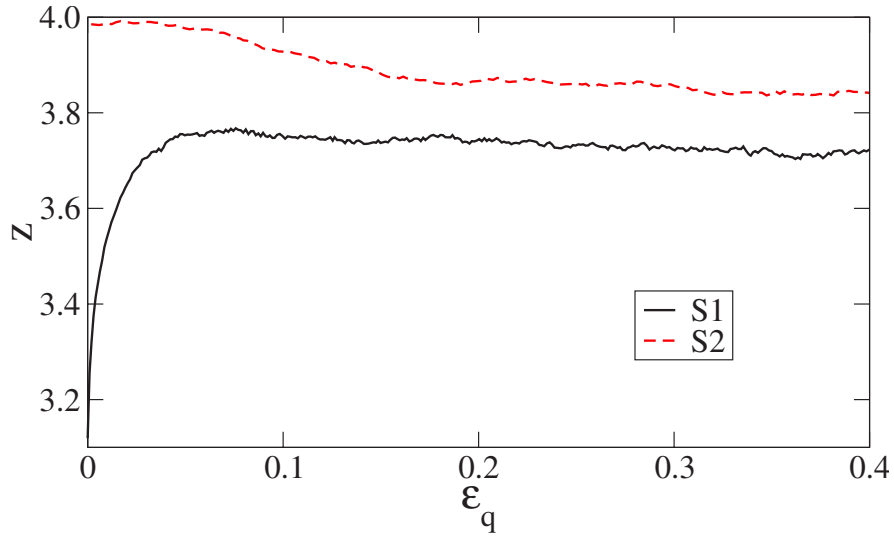
La figure 1.11, montre l'évolution de  $Z$  en fonction de la déformation de cisaillement cumulée  $\varepsilon_q$  lors d'une simulation par compression biaxiale de pentagones réguliers noté  $S1$  (Figure 1.10) avec une distribution de 50% des particules avec un diamètre de 2.5 cm, 34% des particules avec un diamètre de 3.75 cm et 16% des particules avec un diamètre de 5 cm. Le deuxième échantillon, noté  $S2$  (Figure 1.10), est composé des disques ayant la même distribution de taille [11]. Dans ces simulations  $\mu_s = 0.4$  entre les particules et est nulle entre les particules et les parois. Les deux échantillons ont été préparés par compression isotrope. Comme on peut le voir sur la figure 1.11, dans les deux cas,  $Z$  tend vers une valeur bien définie dans l'état critique, mais sa valeur dépend de la forme des particules. Une approche micromécanique devrait permettre de comprendre cette évolution, de prédire les transitoires et la valeur de  $Z$  dans l'état critique et surtout de faire le lien entre  $Z$  et les valeurs de  $\varphi$  et  $\psi$ .

La connectivité peut être caractérisée d'une manière plus fine en considérant les proportions  $P_c(c)$  des particules possédant exactement  $c$  voisins de contact. Le nombre de coordination moyen est donné par  $Z = \sum_c c P_c(c)$ . La variation de  $P_c(c)$  pour les deux échantillons à  $\varepsilon_q = 0.3$  est tracé sur la figure 1.12. La différence entre les deux histogrammes est délicate et même si la valeur de  $Z$  est différent, on observe ici des histogrammes assez similaires.

Les variables de connectivité sont de simples scalaires et ne nous renseignent pas sur l'anisotropie du milieu qui est "encodée" dans les distributions des orientations des trois vecteurs  $\mathbf{n}$ ,  $\mathbf{n}'\ell$  et  $\mathbf{c}$ . Généralement, la résistance au cisaillement des milieux granulaires est attribuée au développement de la texture anisotrope sous l'effet d'une sollicitation en cisaillement [133, 138]. Considérons l'anisotropie liée au vecteur normal unitaire au contact. Il est possible de définir un *tenseur de texture* pour décrire la distribution des orientations de ce vecteur à l'ordre le plus



**FIGURE 1.10:** Une visualisation de l'échantillon des pentagones (S1) et des disques (S2) [11].



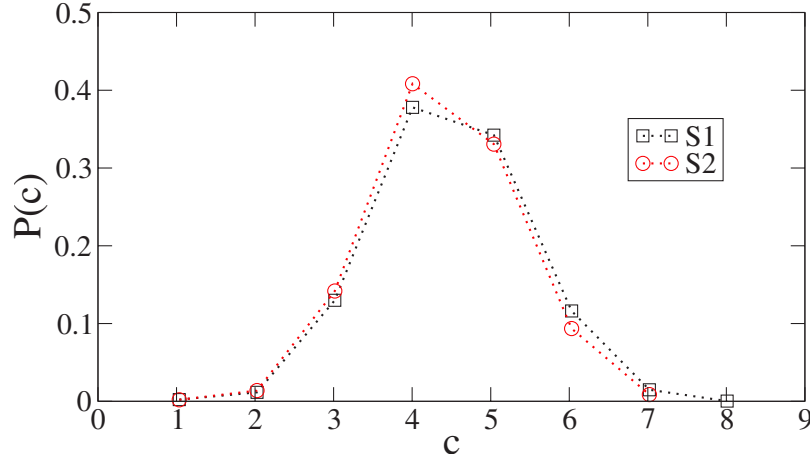
**FIGURE 1.11:** Nombre de coordination  $Z$  en fonction de la déformation de cisaillement cumulée  $\epsilon_q$  pendant une compression biaxiale simulée de deux échantillons S1 et S2 composés respectivement des pentagones réguliers et de disques [11].

bas [86, 140, 150] :

$$F_{\alpha\beta}^c = \frac{1}{N_c} \sum_{c \in V} n_{\alpha}^c n_{\beta}^c \quad (1.40)$$

où  $N_c$  est le nombre des contacts dans le volume de contrôle  $V$ , et  $\alpha$  et  $\beta$  indiquent les composantes des vecteurs (1 à 2 en 2D et de 1 à 3 en 3D). L'anisotropie est donnée par les différences des valeurs propres  $F_1^c$ ,  $F_2^c$  et  $F_3^c$ . En 2D, on définit l'anisotropie  $a_c$  par

$$a_c = 2(F_1^c - F_2^c) \quad (1.41)$$



**FIGURE 1.12:** Diagramme de connectivité des échantillons  $S1$  et  $S2$  montrant la fraction  $P_c(c)$  de particules avec  $c$  contacts actifs dans l'état critique [11]

D'une manière équivalente, on peut considérer la probabilité  $P_c(\mathbf{n}) d\theta$  d'avoir un contact dont le vecteur  $\mathbf{n}$  est dans un secteur angulaire compris entre  $\theta - d\theta/2$  et  $\theta + d\theta/2$ . Comme les vecteurs  $\mathbf{n}$  n'ont pas d'orientation intrinsèque, la fonction  $P_c(\mathbf{n})$  est périodique de période  $\pi$ . Un développement de Fourier tronqué en fonction de  $\mathbf{n}$  donne [145]

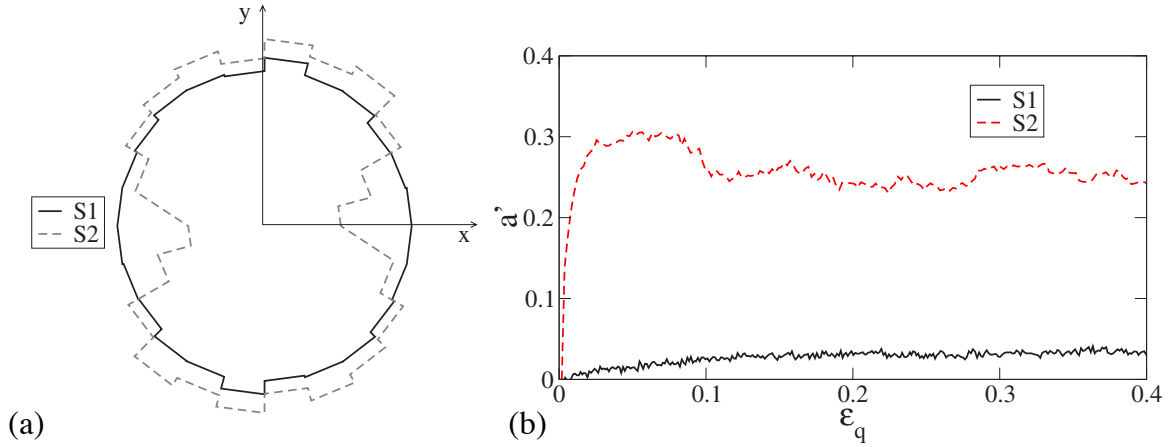
$$P_c(\theta) = \frac{1}{2\pi} \{1 + a_c \cos [2(\theta - \theta_c)]\} \quad (1.42)$$

où  $\theta_c$  est la direction privilégiée des contacts et  $a_c$  est définie par la relation (1.41). Il est possible de définir une anisotropie "signée"  $a'_c$  en considérant la projection du vecteur  $\mathbf{n}$  sur une direction donnée  $\theta'$  tel que :

$$a'_c = a_c \cos [2(\theta_c - \theta')] \quad (1.43)$$

La figure 1.13(a) montre la représentation polaire de la distribution des orientations des contacts  $P_c(\theta)$  dans les échantillons simulés  $S1$  et  $S2$  pour  $\varepsilon_q = 0.3$  [11]. Pour les disques ( $S2$ ), on observe une distribution presque isotrope alors que pour les pentagones ( $S1$ ), la distribution est clairement anisotrope. L'anisotropie initiale est zéro par construction sachant que les deux échantillons ont été préparés par une compression isotrope. La valeur de  $a_c$  tend dans les deux cas vers une valeur constante dans l'état critique, une valeur qui dépend de la forme des particules. Elle est nettement plus élevée pour les particules pentagonales qui ont une forme anguleuse.

De la même manière qu'on peut définir le tenseur de texture  $F^c$  avec son anisotropie  $a_c$ , on peut également définir des tenseurs décrivant les anisotropies des orientations des vecteurs branches et des forces normales et tangentiellles en pondérant les produits tensoriels  $n_\alpha n_\beta$  dans l'équation (1.40) par la longueur du vecteur branche ou la grandeur de la force normale ou



**FIGURE 1.13:** Représentation polaire de la densité de probabilité  $P_c(\theta)$  des directions  $\theta$  des vecteurs normales au contact (a) et l'évolution de  $a_c$  en fonction de  $\varepsilon_q$  cumulée pour les échantillons S1 et S2 [11]

tangentielle [140, 145]. Des études, essentiellement numériques, montrent que les anisotropies correspondantes  $a_\ell$ ,  $a_n$  et  $a_t$  (pour les vecteurs branches, les forces normales et tangentielles) varient avec la déformation et constituent des paramètres internes pertinents pour la description de l'état de contrainte. En effet, il a été démontré [12, 135] que le déviateur normalisé  $q/p$  peut être exprimé comme une somme de ces anisotropie. Nous avons

$$\frac{q}{p} \simeq \frac{2}{5}(a_c + a_\ell + a_n + a_t) \quad (1.44)$$

en 3D et

$$\frac{q}{p} \simeq \frac{1}{2}(a_c + a_\ell + a_n + a_t) \quad (1.45)$$

en 2D.

Ces relations sont établies à partir de l'expression micromécanique du tenseur des contraintes et en négligeant les corrélations entre les vecteurs branches et les forces de contact ainsi que les produits croisés des anisotropies. Si dans un milieu continu il n'y a pas d'ambiguïté dans la définition du tenseur de contrainte, il n'est pas de même dans les milieux granulaires où le désordre et la distribution hétérogène des forces impliquent une moyenne sur un ensemble de contacts. Pour un volume de contrôle bien supérieur à l'échelle de la particule, on peut ainsi définir une densité surfacique (en 3D et linéique en 2D) de forces exercées par les particules extérieur au volume de contrôle. Par contre, lorsque ce volume tend vers la taille d'une particule, cette densité perd son sens. A cette échelle, il semble plus pertinent de travailler avec les moments tensoriels internes introduits par Moreau [118]. Ce moment pour une particule  $i$  est donné par

$$M_{\alpha\beta}^i = \sum_{c \in i} f_\alpha^c r_\beta^c \quad (1.46)$$

où  $f_\alpha^c$  est la composante  $\alpha$  de la force exercée sur la particule  $i$  au contact  $c$  et  $r_\beta^c$  et la composante  $\beta$  du vecteur position du point de contact. Ce moment a la particularité d'être additif en vertu du principe d'égalité des actions et des réactions entre deux particules à leur point de contact. Il est aussi indépendant de la position d'origine du vecteur position  $r^i$ . Pour un volume de contrôle  $V$  on peut calculer la densité volumique du moment tensoriel :

$$\langle M_{\alpha\beta}^i \rangle_V = \frac{1}{V} \sum_{i \in V} M_{\alpha\beta}^i \quad (1.47)$$

On peut montrer que cette expression tend vers le tenseur de Cauchy lorsque le volume augmente (c'est à dire lorsque le nombre de particules dans le volume de contrôle augmente).

Il est de la même façon possible de définir un tenseur des gradients de vitesse et de déformation à partir des vitesses des particules entourant un domaine en déformation. Les différentes méthodes proposées à ce sujet ne pourront pas être développées dans le cadre de cette thèse. Le principe de base consiste à considérer les particules comme des points matériels et de définir des grandeurs macroscopiques équivalentes par prise de moyenne sur un volume de contrôle. Par exemple, dans un cisaillement plan dans une cellule de cisaillement, les composantes  $(\dot{r}_x^i, \dot{r}_y^i)$  de la vitesse d'une particule  $i$  nous permettent d'associer des taux des déformations à la particule par rapport à un point de référence :

$$\dot{\epsilon}_{xy}^i = \frac{\dot{r}_x^i}{r_y^i} \quad (1.48)$$

$$\dot{\epsilon}_{yy}^i = \frac{\dot{r}_y^i}{r_y^i} \quad (1.49)$$

où la position  $r_y^i$  est définie à partir d'un point de référence tel que le coin fixe de la cellule de cisaillement. Ces grandeurs associées aux particules comportent une partie affine et une partie non-affine (ou fluctuante) liée aux exclusions stériques entre particules [141]. Les composantes de la déformation dans le volume sont données par la moyenne de ces grandeurs sur l'ensemble des particules. Cette moyenne est nulle pour la partie non-affine et ne laisse apparaître à l'échelle de l'assemblage que la partie affine des déformations.

En considérant les contacts, les forces et les vitesses des particules, l'objectif de l'homogénéisation des milieux granulaires est d'exprimer l'angle de frottement interne  $\varphi$  et l'angle de dilatance  $\psi$  à partir des variables internes tels que  $Z$  et les anisotropies décrivent brièvement plus haut et de formuler une loi d'évolution de ces variables en fonction des déformations appliquées sur le système. Cet objectif est loin d'être atteint à l'heure actuelle. Des modèles micromécaniques ont été proposés sur la base de certains éléments de la texture, mais ces modèles sont essentiellement phénoménologiques et donc rarement prédictifs. De tels modèles théoriques ne concernent d'ailleurs souvent que les particules de forme simple ou monodisperses. Les exemples que nous avons présentés plus haut montrent que la forme des particules influence très fortement l'organisation interne des milieux granulaires. Un autre élément de complexité majeur dans les milieux granulaires est la présence d'un milieu interstitiel tel qu'un fluide. L'interaction des particules avec un fluide ne peut pas être actuellement déduite d'un modèle de comportement théorique.

Les simulations numériques par l'approche DEM ont permis de combler en partie le manque des modèles généraux de comportement des milieux granulaires. Ces approches permettent en outre d'acquérir une vision plus fine des mécanismes microscopiques (à l'échelle des particules). Comme nous l'avons vu dans les exemples donnés dans cette section, en intégrant les équations du mouvement des particules, les approches DEM permettent non seulement de simuler le comportement mais aussi de fournir des informations détaillées sur le système à l'échelle des particules. A l'heure actuelle, des simulations de plus en plus avancées permettent de simuler des systèmes de taille croissante (en nombre de particules) mais aussi de prendre en compte des éléments de complexités tels que la forme complexe des particules ou les interactions avec un fluide ambiant. Ce type de modélisation sera décrit plus en détail dans le chapitre 2 en même temps que les outils numériques employés lors de ces travaux de thèse.

## 1.4. Mélanges fluides-particules

Les milieux granulaires mélangés à un fluide se rencontrent couramment dans les processus environnementaux (érosion et transport de sédiments, avalanches sous-marines, glissements de terrain, dynamique des dunes...) [44, 69, 73, 77, 80, 100, 110] et matériaux ou procédés en industrie (peinture, ciment, béton, lits fluidisés, granulation, malaxage...) [142]. Suivant les propriétés des particules et du fluide, ces mélanges peuvent présenter une large gamme des comportements complexes tels que la thixotropie, la rhéofluidification ou le rhéoépaississement et contrainte seuil [39].

On peut distinguer deux points de vue différents sur la modélisation de ces mélanges. Pour la mécanique des fluides, le problème de base est l'influence des particules suspendues sur son comportement effectif tandis que pour la mécanique des milieux granulaires la question centrale est l'influence d'un fluide interstitiel sur le comportement des particules. Dans le premier point de vue, la rhéologie de la suspension est modifiée en fonction de la concentration des particules [101, 161]. Par exemple, la viscosité effective du mélange augmente avec la concentration des particules. Les modèles développés dans ce domaine sont problématiques lorsque la concentration des particules s'approche de la compacité critique. Dans cette limite, le principe même de la rhéométrie à volume constant pose le problème en raison de la dilatance de Reynolds [23]. Dans le deuxième point de vue, le comportement d'un milieu granulaire dense est influencé par le fluide. Celui-ci peut agir par sa pression, sa viscosité ou sa faible compressibilité sur l'assemblage. Le fluide peut également influencer sur les interactions de contact par lubrification [18, 23, 36]. De même, lorsque le fluide est un liquide qui ne sature pas complètement l'espace poral, il peut rendre le milieu cohésif par l'effet capillaire.

Les modèles théoriques et expérimentations en laboratoire étant essentiellement développés dans les deux limites dominées respectivement par les forces hydrodynamiques et par les forces de contact, un enjeu majeur dans la recherche actuelle sur les mélanges fluides-particules est de comprendre l'effet des particules et de leurs collisions sur la microstructure des suspensions et, inversement, l'effet des forces hydrodynamiques sur l'assemblage. La simulation numérique

*directe* (Direct Numerical Simulation ou DNS) de ces systèmes constitue une voie intéressante [179, 180]. Il s'agit de résoudre les équations de Navier-Stokes (ou Stokes) dans le domaine fluide en prenant en compte les particules et leurs interactions sans aucune approximation physique à l'échelle des particules. De telles méthodes font l'objet des développements importants depuis de nombreuses années, mais leur application avec un nombre suffisant de particules pour l'étude des milieux granulaires immergés ou des suspensions et la validation des résultats obtenus restent encore à l'ordre du jour [171].

Dans cette section, nous allons principalement présenter quelques concepts de base et des résultats significatifs récents pour la description des mélanges fluide-particules dans le domaine dense. Les aspects plus spécifiquement numériques seront quant à eux développés en détail dans le 2.

### 1.4.1. Régimes d'écoulement

Nous avons vu que les régimes d'écoulement des milieux granulaires secs font intervenir un temps de cisaillement  $t^{cis} = \varepsilon^{-1}$  et un temps de relaxation  $t^{is}$  lié à l'inertie des particules et à la pression de confinement. Le point de départ pour appréhender l'influence du fluide sur le comportement des écoulements granulaires est donc de comprendre la manière dont le fluide joue sur ces temps [29, 38]. On considérera par la suite que le cisaillement du mélange est suffisamment homogène pour que les temps de cisaillement de l'assemblage granulaire et du fluide coïncident en un seul temps de relaxation macroscopique  $t^{cis}$ .

L'ordre de grandeur de ce temps de relaxation peut être simplement obtenu en considérant le déplacement d'une particule sur une distance égale à son diamètre sous l'effet de la force statique  $F_s = pd^2$  mais aussi la force de traînée  $F_f$  exercée par le fluide. L'équation de la dynamique s'écrit alors :

$$m \frac{d^2x}{dt^2} = F_s - F_f = pd^2 - F_f \quad (1.50)$$

L'ordre de grandeur de la force de traînée dépend des paramètres du fluide. On distingue deux régimes :

1. Le *régime visqueux* pour lequel la force de traînée est donnée par la force de Stokes :

$$F_f \simeq \eta u d \quad (1.51)$$

où  $u$  est la vitesse relative entre la particule et le fluide. En introduisant cette force dans l'équation (1.50), et pour un déplacement  $\Delta x = d$ , on obtient

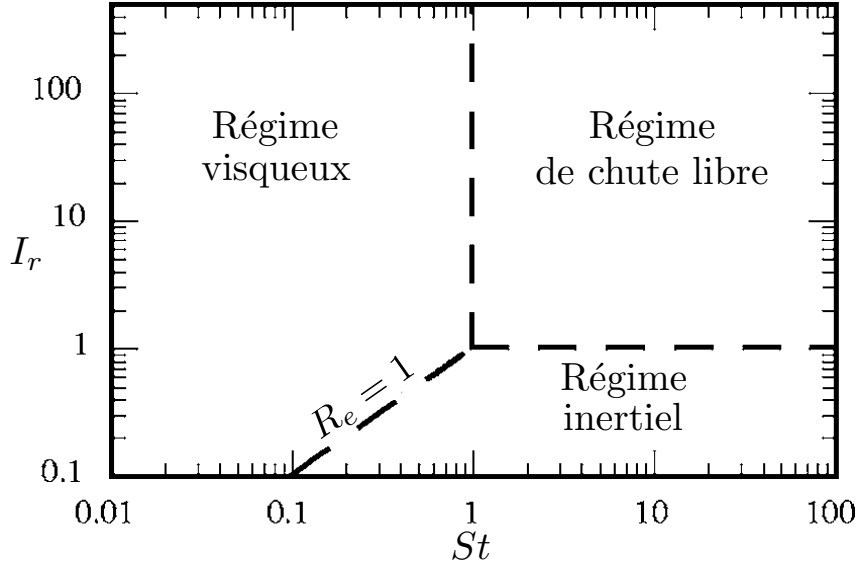
$$t^v \simeq \frac{\eta}{p} \quad (1.52)$$

2. Le *régime turbulent* où la force de traînée est dominée par l'inertie du fluide :

$$F_f \simeq C_d \rho_f u^2 d^2 \quad (1.53)$$

où  $C_d$  est le coefficient de traînée. A partir de l'équation (1.50) on obtient

$$t^{if} \simeq \frac{d}{\sqrt{p/(C_d \rho_f)}} \quad (1.54)$$



**FIGURE 1.14:** Diagramme des régimes d'écoulement d'une suspension granulaire [38].

Le temps inertiel des particules  $t^{is}$  avait déjà été introduit par l'équation (1.22). Nous avons donc trois temps caractéristiques en fonction des propriétés des particules et du fluide et de la pression de confinement :

1. le temps inertiel des particules  $t^{is}$
2. le temps inertiel du fluide  $t^{if}$
3. le temps visqueux  $t^v$

A partir de ces temps, il est possible de définir deux nombres sans dimension en comparant  $t^{is}$  à  $t^{if}$  et  $t^v$  :

$$St = \frac{t^{is}}{t^v} = \frac{d\sqrt{p\rho_s}}{\eta} \quad (1.55)$$

$$r = \left( \frac{t^{is}}{t^{if}} \right)^2 = \frac{\rho_s}{C_d \rho_f} \quad (1.56)$$

Le premier nombre  $St$  est le nombre de Stokes et le deuxième représente simplement le rapport des densités. Dans la limite où les forces statiques dues à la pression de confinement sont plus importantes que la force de traînée, la vitesse moyenne de relaxation d'une particule est donnée

par  $u \simeq \sqrt{p/\rho_s}$ , et donc le rapport entre  $St$  et  $r$  est égal au nombre de Reynolds  $\mathcal{R}e$  (dit aussi nombre de Reynolds particulaire) :

$$\mathcal{R}e = \frac{St}{r} = \frac{C_d \rho_f d}{\eta} \sqrt{\frac{p}{\rho_s}} = \frac{C_d \rho_f du}{\eta} \quad (1.57)$$

Comme on peut voir sur la figure 1.14, on distingue trois régimes dans l'espace défini par ces deux paramètres :

1. Pour  $St > 1$  et  $r > 1$ , les forces dominantes sont celles des contacts et donc le temps de relaxation est donné par  $t^{is}$ . Le nombre sans dimension qui contrôle ici les contraintes et la compacité est donc le nombre inertiel des particules :

$$I_s = \frac{t^{cis}}{t^{is}} = \dot{\epsilon} d \sqrt{\frac{\rho_s}{p}} \quad (1.58)$$

C'est le régime des écoulements secs.

2. Pour  $St < 1$  et  $r > St$ , la force dominante est la force visqueuse et donc le temps de relaxation est donné par  $t^v$ . Le nombre sans dimension qui contrôle le comportement est donc le "nombre visqueux" défini par

$$I_v = \frac{t^{cis}}{t^v} = \frac{\dot{\epsilon} \eta}{p} \quad (1.59)$$

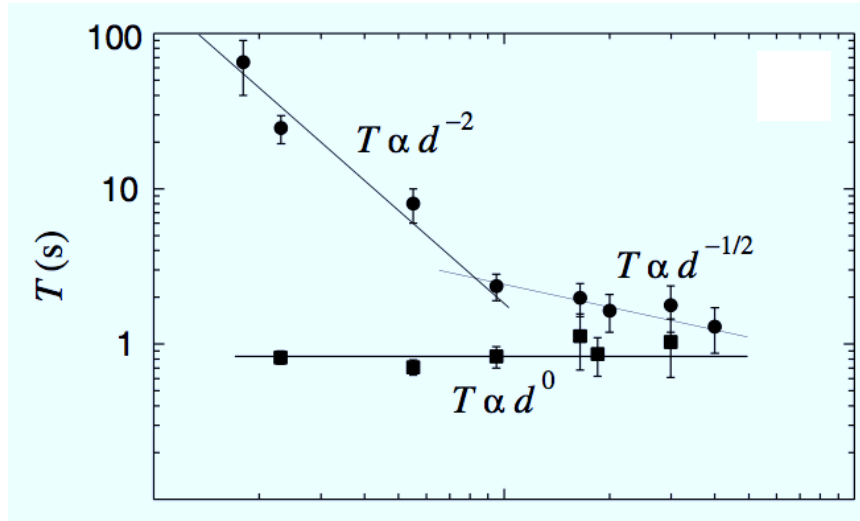
C'est le régime des suspensions denses.

3. Pour  $r < 1$  et  $St > r$ , la force dominante est la force inertielle du fluide et donc le temps de relaxation est contrôlé par  $t^{if}$ . Le nombre sans dimension qui caractérise le comportement dans ce régime est le nombre inertiel du fluide défini par

$$I_f = \frac{t^{cis}}{t^{if}} = \dot{\epsilon} d \sqrt{\frac{C_d \rho_f}{p}} \quad (1.60)$$

Enfin on notera que les isovaleurs du nombre de Reynolds dans cet espace sont des droites de différentes pentes passant par l'origine. La droite qui sépare le régime d'inertie du fluide au régime visqueux est donc de pente égale à  $\mathcal{R}e = 1$ .

Ces trois régimes ont été mis en évidence expérimentalement par Courrech du Pont et al. [38]. L'étude a portée sur l'évaluation de la durée d'avalanches impliquant des particules de différentes tailles et des fluides de différentes viscosités. La figure 1.15 montre l'évolution de ces durées en fonction de la taille des particules  $d$  pour de l'air et de l'eau. La dépendance en  $d$  traduit bien les trois régimes d'interactions fluide-particules. Par ailleurs, Cassar et al. [29] ont étudié les écoulements immergés stationnaires de particules sur un plan incliné en fonction de deux paramètres : l'épaisseur du lit des particules et l'angle d'inclinaison. Les résultats expérimentaux montrent clairement que le paramètre de contrôle dans le régime visqueux est bien le nombre  $I_v$ . En d'autres termes, le coefficient de frottement effectif  $\mu^*$  et la compacité



**FIGURE 1.15:** La durée des avalanches  $T_s$  en fonction de la taille des particules  $d$  dans l'air (carrés pleins) et dans l'eau (cercles pleins) d'après Courrech du Pont et al [38].

$\nu^*$  sont des fonctions de  $I_v$  exactement comme dans le cas sec (le régime appelé ici “inertiel des particules”) ces deux grandeurs s’expriment en fonction de  $I_s$ . Pour décrire ces écoulements stationnaires immergés, il suffira alors de remplacer  $I_s$  dans les équations (1.32) et (1.33) par  $I_v$ . Les auteurs montrent ainsi que ces lois permettent de prédire correctement le profil des vitesses, la dépendance par rapport à l’angle d’inclinaison et même la pression du fluide dans les pores. Nous reviendrons sur cette approche dans la suite de ce mémoire.

Cette idée reste encore à explorer dans divers régimes et notamment dans le cas d’écoulements instationnaires. Les simulations numériques peuvent jouer un rôle important dans ce type d’études dans la mesure où elles donnent accès à des grandeurs difficilement mesurables directement à l’intérieur des mélanges.

### 1.4.2. Viscosité effective

Les suspensions granulaires sont des suspensions non-browniennes au sens où les effets hydrodynamiques dominent par rapport aux mouvements browniens des particules. Le mouvement brownien est caractérisé par un coefficient de diffusion  $\mathcal{D}$  dont l’expression en fonction de la température  $T$  pour les particules sphériques de rayon  $R$  est donnée par

$$\mathcal{D} = \frac{k_B T}{6\pi\eta R} \quad (1.61)$$

où  $k_B$  est la constante de Boltzmann. On peut définir un temps caractéristique de diffusion  $t^{diff}$  comme le temps nécessaire pour une particule de parcourir une distance égale à son propre

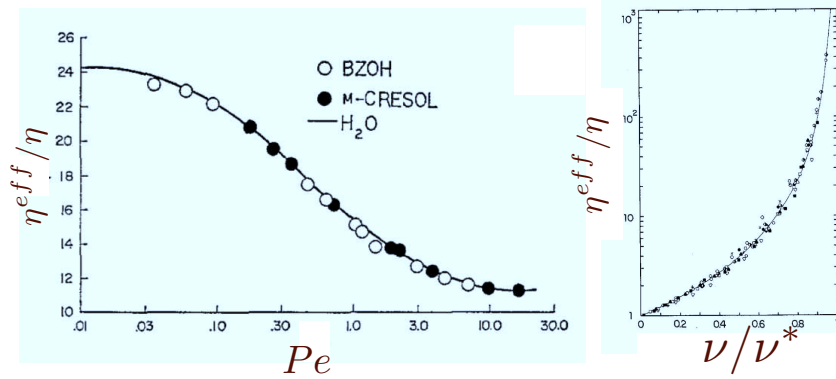
rayon  $R$ . Par définition, on a  $d^2 = Dt^{diff}$ , ce qui donne

$$t^{diff} = \frac{d^2}{D} \quad (1.62)$$

Ce temps est à comparer au temps de cisaillement  $t^{cis} = \dot{\epsilon}^{-1}$ . A partir de ces deux temps, on définit un nombre sans dimension  $Pe$ , appelé nombre de Péclet [60] :

$$Pe = \frac{t^{diff}}{t^{cis}} = \frac{6\pi\eta\dot{\epsilon}R^3}{k_B T} \quad (1.63)$$

Les suspensions granulaires correspondent donc à la limite  $Pe \gg 1$ .



**FIGURE 1.16:** La viscosité effective normalisée  $\eta^{eff}/\eta$  en fonction du nombre de Péclet  $Pe$  (gauche, d'après Papir et Krieger (1970) [126]) et en fonction de la compacité relative  $\nu/\nu^*$  à grande valeur de  $Pe$  (droite, d'après Wildemuth et Williams (1984) [185]). Le trait plein est l'ajustement par la formule empirique de Krieger et Dougherty.

La présence des particules en suspension modifie les propriétés du mélange. Dans le régime visqueux, le comportement de la suspension est caractérisé par une viscosité effective  $\eta^{eff}$  qui ne dépend que de la concentration  $\nu$  des particules et du nombre de Péclet :

$$\eta^{eff} = \eta f(\nu, Pe) \quad (1.64)$$

Les expériences montrent que  $\eta^{eff}$  diminue lorsque  $Pe$  augmente et tend asymptotiquement vers un palier qui ne dépend que de la concentration  $\nu$ . De nombreuses expériences montrent aussi que, pour un nombre de  $Pe$  donné,  $\eta^{eff}$  augmente avec  $\nu$  et diverge à l'approche d'une concentration critique ; voir figure 1.16. Cette limite étant difficile à atteindre dans un rhéomètre où le volume de la suspension est fixée, il a été souvent supposé qu'elle correspond à la compacité d'un empilement aléatoire compact (RCP). Mais, comme nous allons le voir plus bas, des études récentes montrent que la divergence a lieu pour la compacité critique  $\nu^*$  des milieux granulaires cisailés. Une forme empirique, souvent employée pour ajuster cette dépendance, est celle proposée par Krieger et Dougherty [92] :

$$\frac{\eta^{eff}}{\eta} = \left(1 - \frac{\nu}{\nu^*}\right)^{-5\nu^*/2} \quad (1.65)$$

Dans la limite des suspensions très diluées, cette expression permet bien de retrouver la formule d'Einstein :

$$\eta^{eff} = \eta \left( 1 + \frac{5}{2} \right) \quad (1.66)$$

Plus récemment, Boyer et al. [23] ont introduit une vision unifiée entre les suspensions denses (viscosité effective) et le régime d'écoulement visqueux des milieux granulaires immergés (frottement effectif et compacité en fonction du nombre  $I_v$ ). Lorsqu'une suspension non-brownienne est soumise au cisaillement à volume constant, la contrainte de cisaillement  $\tau$  et la contrainte normale agissant sur les particules  $p$  sont proportionnelles à  $\eta\dot{\epsilon}$  avec une constante de proportionnalité qui dépend de la compacité  $\nu$  :

$$\tau = f_\tau(\nu)\eta\dot{\epsilon} \quad (1.67)$$

$$p = f_p(\nu)\eta\dot{\epsilon} \quad (1.68)$$

où  $f_\tau(\nu)$  et  $f_p(\nu)$  sont les viscosités effectives normalisées par  $\eta$ . Or, d'après les lois de frottement et de dilatance en fonction de  $I_v = \eta\dot{\epsilon}/p$ , nous avons

$$\tau = \mu(I_v)p \quad (1.69)$$

$$\nu = \nu(I_v) \quad (1.70)$$

En identifiant les contraintes  $\tau$  et  $p$  entre ces deux points de vue, on obtient

$$f_\tau(I_v) = \frac{\mu[I_v(\nu)]}{I_v(\nu)} \quad (1.71)$$

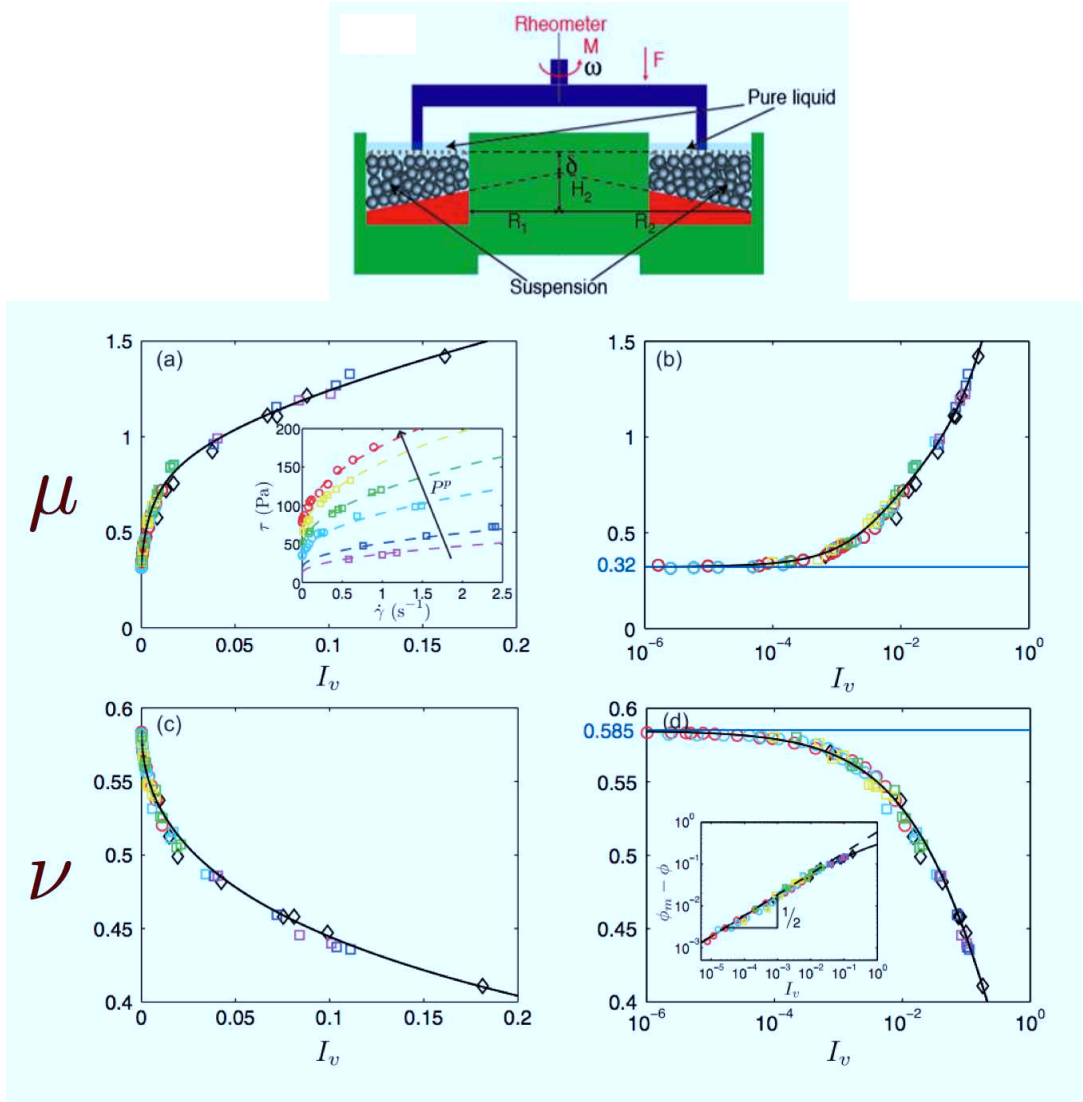
$$f_p(I_v) = \frac{1}{I_v(\nu)} \quad (1.72)$$

Pour obtenir les fonctions  $f_\tau(I_v)$  et  $f_p(I_v)$ , Boyer et al. [23] ont mis au point un rhéomètre annulaire original qui permet d'appliquer directement la contrainte  $p$  sur les particules dans une suspension cisailée et libre de changer de volume. A partir des mesures réalisées, ils ont obtenu les fonctions  $\mu(I_v)$  et  $\nu(I_v)$  (voir figure 1.17) et donc les fonctions  $f_\tau(\nu)$  et  $f_p(\nu)$  comme on peut voir sur la figure 1.18. Ces résultats montrent bien l'évolution croissante de ces deux fonctions avec  $\nu$  et leur divergence au voisinage de  $\nu \simeq 0.585$ . Les courbes  $\mu(I_v)$  et  $\nu(I_v)$  sont bien ajustées par les fonctions suivantes qui prennent en compte la contribution des contacts et du fluide :

$$\mu(I_v) = \mu_1 + \frac{\mu_2 - \mu_1}{1 + I_0/I_v} + I_v + \frac{5}{2}\nu^* I_v^{1/2} \quad (1.73)$$

$$\nu(I_v) = \frac{\nu^*}{1 + I_v^{1/2}} \quad (1.74)$$

Les deux premiers termes du membre de droite de la première équation représentent la contribution des contacts tandis que les deux autres sont des contributions relatives au fluide. Les valeurs mesurées des paramètres sont  $\mu_1 = 0.32$ ,  $\mu_2 = 0.7$ , et  $I_0 = 0.005$ .

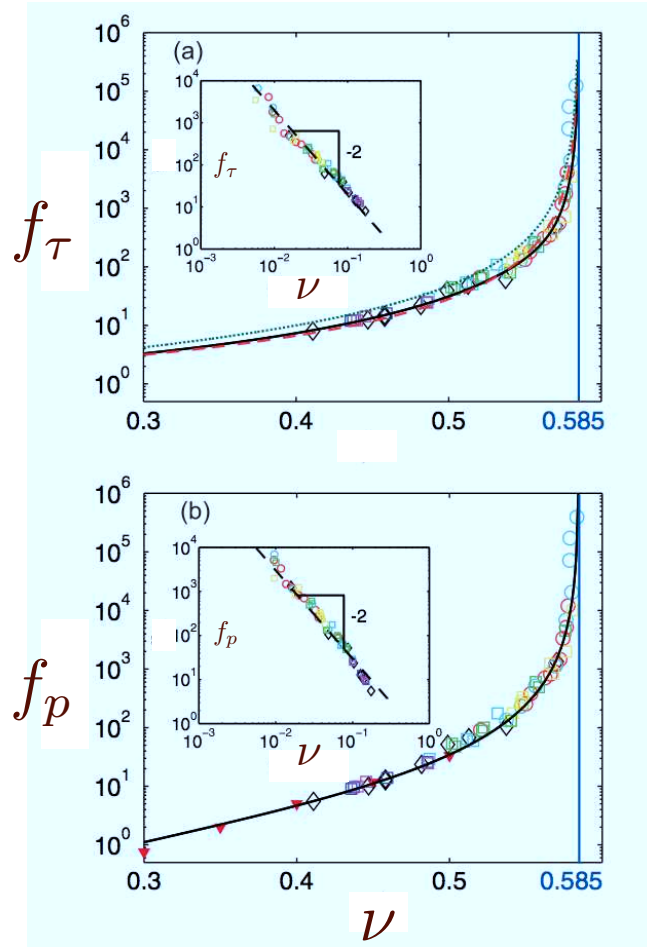


**FIGURE 1.17:** Le coefficient de frottement effectif  $\mu$  et la compacité  $\nu$  en fonction du nombre visqueux  $I_v$  dans une suspension de particules rigides étudiée dans un rhéomètre dont le schéma est représenté d'après Boyer et al. [23]. Les symboles représentent différents types de particules et différentes pressions de confinement.

Ces relations mènent aux expressions suivantes pour les fonctions  $f_\tau$  et  $f_p$  :

$$f_\tau(\nu) = 1 + \frac{5}{2}\nu \left(1 - \frac{\nu}{\nu^*}\right)^{-1} + \mu^c(\nu) \left(\frac{\nu}{\nu^* - \nu}\right)^2 \quad (1.75)$$

$$f_p(\nu) = \left(\frac{\nu}{\nu^* - \nu}\right)^2 \quad (1.76)$$



**FIGURE 1.18:** Les viscosités effectives normalisées  $f_\tau$  et  $f_p$  en fonction de la compacité  $\nu$  obtenues par analogie entre les points de vue des milieux granulaires et des suspensions, d'après Boyer et al. [23]. Les traits pleins indiquent la prédiction à partir des données de la figure 1.17.

où

$$\mu^c(\nu) = \mu_1 + (\mu_2 - \mu_1)/[1 + I_0\nu^2(\nu^* - \nu)^{-2}] \quad (1.77)$$

Ces expressions ajustent très bien les données, comme on peut le voir sur la figure 1.18. Cette analyse montre que la divergence des viscosités effectives résulte essentiellement du terme en  $(\nu^* - \nu)^{-2}$  lié directement aux contacts entre particules.

### 1.4.3. Avalanches sous-marines

L'influence du fluide sur les phénomènes transitoires tels que les avalanches sous-marines [61, 73] est délicate à modéliser. En effet, la compacité [79] et la pression de confinement sur la phase granulaire évoluent au cours de l'avalanche et le régime d'écoulement peut lui aussi

changer au cours du temps. La composition du milieu peut également subir des évolutions importantes par exemple à cause d'une ségrégation de taille [120] ou la migration des particules sous l'effet des gradients de cisaillement. De la même façon, les contributions relatives des forces (forces visqueuses, forces de masse ajoutée, force de Magnus, forces de lubrification, ...) peuvent évoluer au cours de l'avalanche.

Un cas qui a récemment fait l'objet de plusieurs études expérimentales et numériques est l'effondrement d'une colonne de particules sous l'action de son propre poids [14, 95, 97, 102, 103, 158, 168]. Ce problème a été en partie motivé par des observations géologiques des dépôts laissés par des grandes avalanches de débris aériennes ou sous-marines, suite à la rupture de roches. Par analogie avec la rupture d'un barrage, ce type de configuration est souvent qualifié de dam-break<sup>3</sup>. La question centrale est de déterminer la longueur d'arrêt ou de "run-out"  $L$  de l'avalanche et sa durée en fonction de la géométrie initiale des roches. Les données géologiques indiquent que  $L$  augmente comme  $V^{1/3}$ , où  $V$  est le volume mobilisé des débris, et le rapport  $L/H_0$ , où  $H_0$  est la différence d'altitude entre le haut de la configuration de départ et les dépôts, augmente linéairement avec  $V$ . Le rapport  $L/H_0$  peut être assimilé à un angle dont la valeur indique la mobilité de l'avalanche. Il se trouve que la valeur de ce rapport est extrêmement faible (de l'ordre de  $6^\circ$ ) par rapport à l'angle de repos, ce qui traduit donc une grande mobilité.

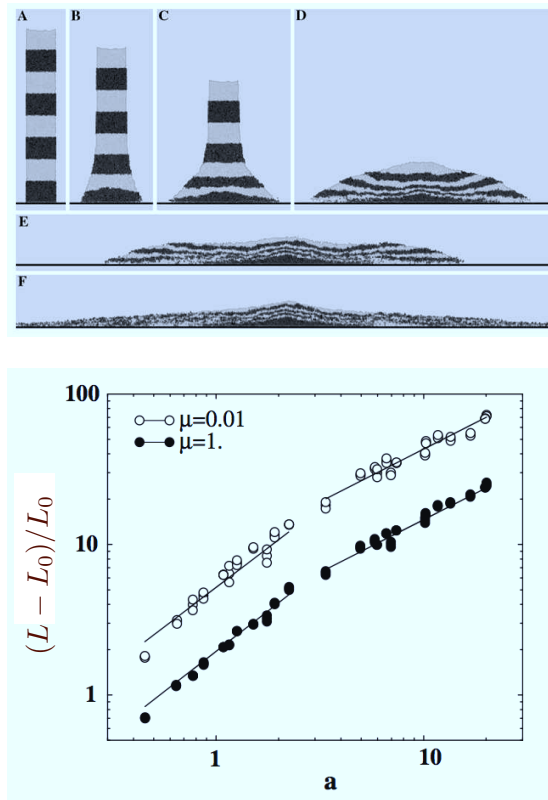
Cette grande distance de run-out a fait l'objet de diverses interprétations. L'avantage de la géométrie de colonne est d'éliminer les aléas topographiques et de permettre ainsi d'analyser quantitativement l'influence de la hauteur initiale  $H_0$  de la colonne et de sa largeur  $L_0$ . Dans le cas de particules secs, les études récentes ont montré que la distance normalisée  $(L - L_0)/L_0$  se met à l'échelle avec le rapport d'aspect initial  $H_0/L_0$ , comme on peut le voir sur la figure 1.19. On observe deux régimes : 1) une dépendance linéaire dans le régime des faibles rapports d'aspect ( $< 3$ ) et 2) une dépendance en loi de puissance dans le régime des grands rapports d'aspects ( $> 3$ ).

L'influence du fluide sur les distances de run-out a été essentiellement étudiée dans des observations géologiques. Les avalanches sous-marines se distinguent par leur capacité à mettre en jeu des quantités considérables de sédiments s'écoulant sur des angles relativement faibles et s'étalant sur des distances pouvant atteindre plusieurs centaines de kilomètres [100]. Les mécanismes de déclenchement sont divers et variés. Ces dernières peuvent être d'origine humaine (exploitation des hydrocarbures, dragage ou remblaiement des fonds marins, ...) ou d'origine naturelle (activités volcanique, séismes, rupture des massifs initialement mal consolidés, ...). Les risques majeurs sont entre autre la génération des tsunamis [165], le sectionnement des câbles téléphoniques ou encore la destruction d'infrastructures au large (pipelines de pétrole ou gaz) ou sur les côtes.

Une étude numérique des longueurs d'arrêt a été récemment réalisée par Topin et al. [171] dans le cadre d'une plateforme numérique couplant la méthode Contact Dynamics avec une approche par volumes finis pour le fluide et le "domaine fictif" avec multiplicateurs distribués de Lagrange [180] pour leur couplage [179, 170]. Les auteurs ont étudié la distance d'arrêt d'une

---

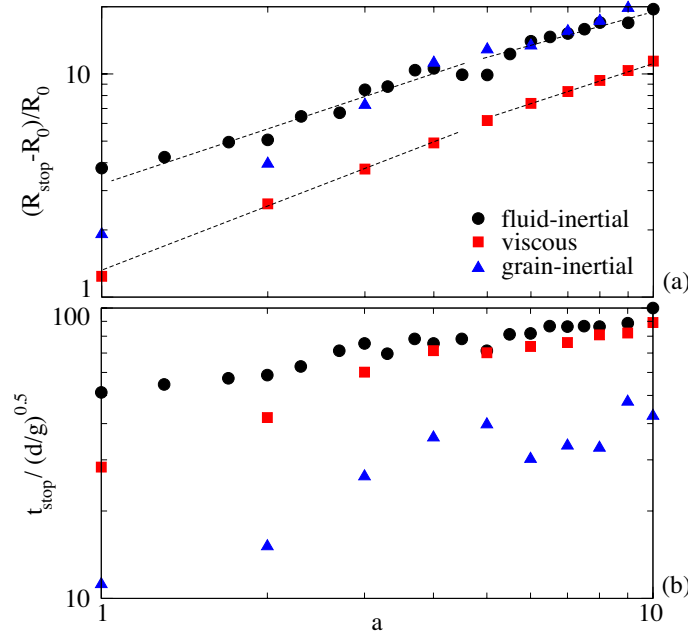
3. même si le terme "rock-break" semble plus adapté ici !.



**FIGURE 1.19:** L'étalement d'une colonne de particules secs sous l'effet de son propre poids simulé par la méthode Contact Dynamics. (a) évolution du profil, (b) distance d'arrêt normalisée en fonction du rapport d'aspect initial  $a$  pour deux valeurs du coefficient de frottement entre particules ; d'après Staron et Hinch (2007) [159].

colonne de rapport d'aspect  $a$  variable et dans les trois régimes d'interaction fluide-particules discutés dans la section 1.4.1.. La distance d'arrêt dépend de la compacité initiale. C'est pourquoi la compacité initiale dans toutes les simulations a été fixée à 0.8 (2D). Cette étude montre que la distance d'arrêt est une loi de puissance en fonction de  $a$ , comme dans le cas sec, mais l'effet du fluide est *a priori* non trivial. Par exemple, pour la même valeur de  $a$ , la distance d'arrêt a pratiquement la même valeur dans le cas sec et dans le régime inertiel du fluide, comme on peut le voir sur la figure 1.20, mais les durées d'étalement sont différentes !

Ce comportement est expliqué en considérant séparément l'influence du fluide pendant la phase d'effondrement sur l'énergie dissipée et la distance d'arrêt en fonction de l'énergie disponible à la fin de cette phase ; voir figure 1.21. Les deux séries de courbes font apparaître un schéma logique de l'influence du fluide. L'énergie disponible à la fin de la phase d'effondrement pour chaque valeur de  $a$  est plus faible dans le régime visqueux que dans le régime inertiel où la force de traînée est plus faible. Par ailleurs, la distance d'arrêt pour une valeur donnée de l'énergie disponible à la fin de la phase d'effondrement est plus grande dans le régime visqueux que dans le régime inertiel de fluide en raison d'une lubrification plus importante des contacts.

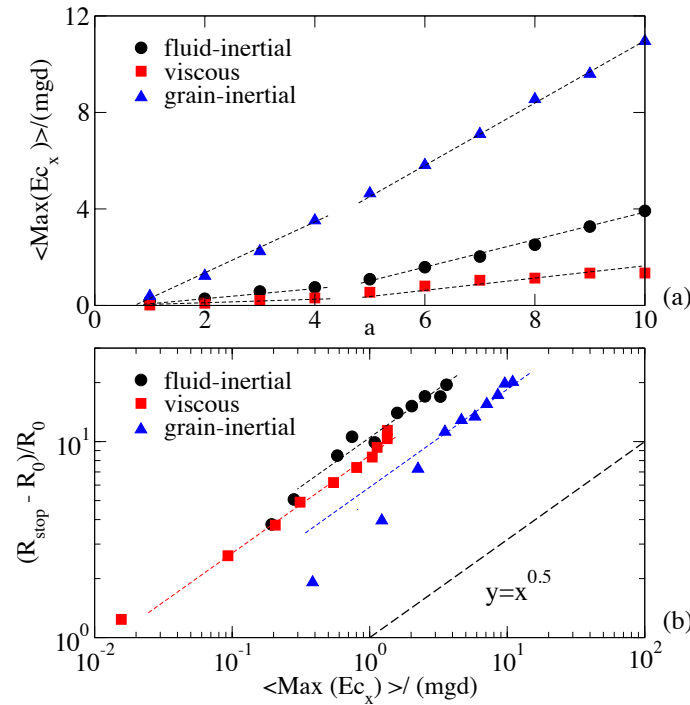


**FIGURE 1.20:** La distance d'arrêt (a) et la durée d'étalement (b) d'une colonne de particules immergée dans un fluide dans trois régimes dominés respectivement par l'inertie des particules (sec), l'inertie du fluide et la viscosité du fluide ; d'après Topin et al. [171].

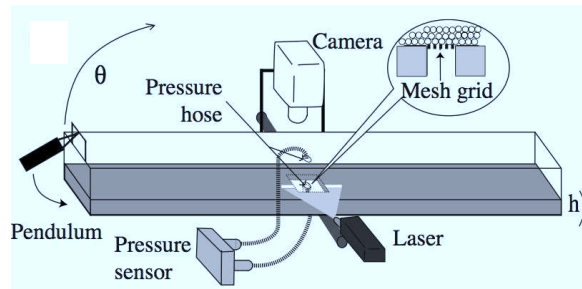
Il est aussi remarquable que, pour  $a > 3$ , la distance d'arrêt augmente dans tous les régimes comme la racine carrée de l'énergie, ce qui est compatible avec une force de traînée effective proportionnelle à la vitesse. Cette étude montre avant tout l'applicabilité des simulations numériques pour l'étude des mélanges fluide-particules dans des conditions plus complexes que celles habituellement utilisées pour la simulation des suspensions avec l'équation de Stokes.

#### 1.4.4. Initiation des avalanches

L'initiation des instabilités gravitaires a fait l'objet de nombreuses études en géophysique. Pour ces événements destructeurs, l'eau joue souvent un rôle prépondérant. Elle peut tout d'abord jouer un rôle déstabilisant quand elle coule à travers le poreux formé par le sol. L'écoulement engendre des contraintes supplémentaires qui peuvent déstabiliser le sol. La pénétration de la pluie dans le sol peut aussi déstabiliser une pente en modifiant la structure du sol par l'érosion interne [19] des particules fines (phénomène de suffusion). Un autre rôle moins trivial mais lourd de conséquences intervient lorsque le sol se déforme. La déformation du sol s'effectue avec un changement de volume, ce qui induit un écoulement du fluide qui génère des contraintes supplémentaires sur le sol. Ce couplage entre déformation du sol et mouvement du fluide est souvent avancée pour expliquer la grande variété de glissements de terrains [77, 106, 115]. Certains glissements sont très rapides, très mobiles et dévastateurs, tandis que d'autres sont lents et ne se propagent qu'à faibles distances. La différence provient de l'état



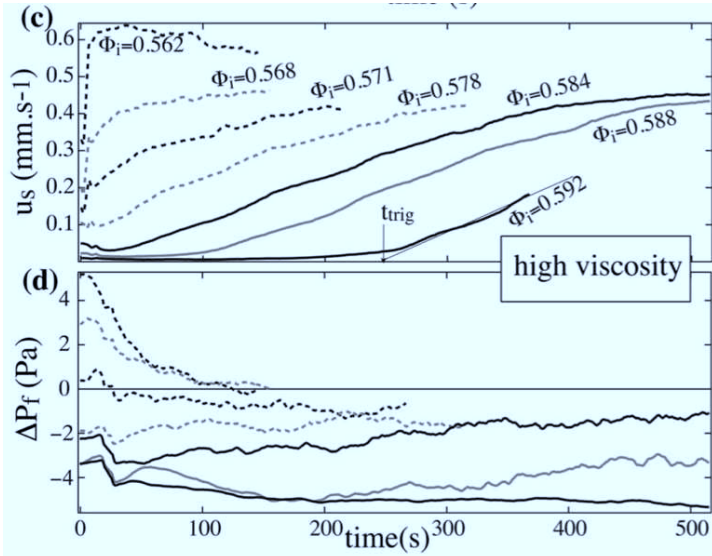
**FIGURE 1.21:** L'énergie cinétique de l'empilement  $\max(E_c)$  normalisée à la fin de la phase d'effondrement en fonction du rapport d'aspect  $a$  (a), et la distance d'arrêt en fonction de l'énergie cinétique de l'empilement  $\max(E_c)$  normalisée à la fin de la phase d'effondrement pour les trois régimes d'écoulement, d'après Topin et al. [171].



**FIGURE 1.22:** Schéma du dispositif expérimental de Pailha et al. pour l'étude du déclenchement des avalanches sous-marines [125].

initial du sol qui peut être plus ou moins compact, donnant ainsi lieu à une dilatance positive ou négative du sol lors du démarrage. Ce mécanisme a été mis en évidence avec succès sur une expérience de grande taille réalisée à l'USGS [80]. Un sol consolidé et incliné à un angle supérieur à son angle de repos est stabilisé par l'eau et subit un fluage très lent avant de rompre tandis qu'un sol lâche cède subitement dès qu'il est incliné au-dessus de son angle de repos.

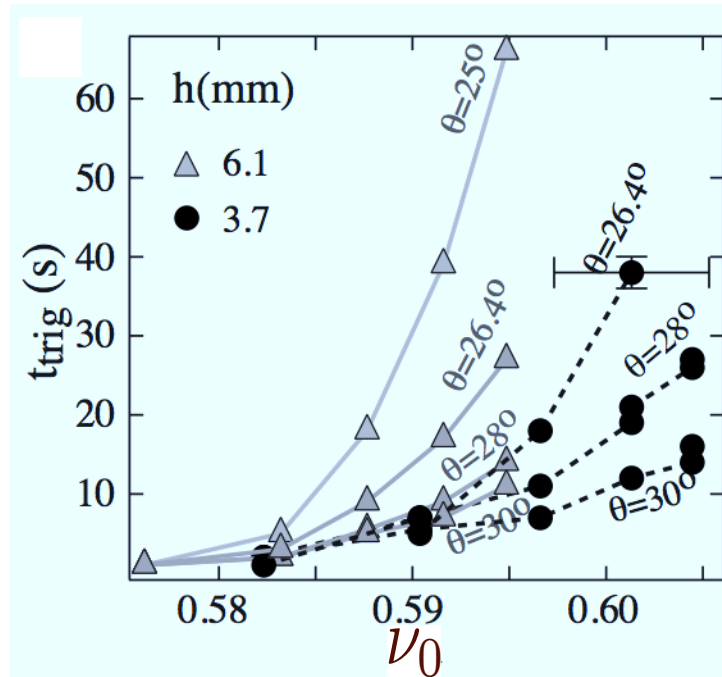
Plus récemment, les effets de la compacité initiale ont été étudiés quantitativement en laboratoire par Pailha et al. [125] à l'aide d'un dispositif expérimental représenté sur la figure 1.22



**FIGURE 1.23:** La vitesse moyenne  $u_s$  des particules à la surface de la couche granulaire et la surpression  $\Delta p_f$  du fluide au fond de la couche en fonction du temps pour différentes valeurs de la compacité initiale après l'inclinaison du dispositif expérimental à un angle  $\theta$  par rapport à l'horizontale ; d'après Pailha et al. (2008) [125].

pour différents angles d'inclinaison et différentes viscosités du fluide saturant. L'évolution de la vitesse des particules mesurée à la surface libre révèle deux régimes : 1) régime lâche, caractérisé par la rupture immédiate et rapide de la pente, 2) régime dense, caractérisé par une phase de fluage lent avant la rupture ; voir figure 1.23. Les surpressions mesurées au fond de la couche mettent en évidence une surpression positive dans le régime lâche et une surpression négative dans le régime dense. La compacité qui sépare ces deux régimes est  $\simeq 0.59$ . La durée du fluage augmente avec la compacité initiale et diminue avec l'angle d'inclinaison ; figure 1.24. La surpression négative est une conséquence de la dilatation de la couche qui implique la succion du liquide par les pores et donc exerce une surpression sur les particules. Cette contrainte entraîne une augmentation des forces normales entre particules, d'où l'effet stabilisant du liquide lorsque le milieu est suffisamment dense pour dilater sous l'effet d'une déformation de cisaillement.

Cet effet de rétroaction négative peut être quantifié en considérant l'équilibre de la couche et la loi de Darcy. Mais le critère de rupture n'est pas évident dans la mesure où la surpression et la dilatance ne s'annulent pas au moment de la rupture de pente. En effet, pendant le fluage la compacité diminue et il apparaît donc plausible que le fluage puisse continuer jusqu'à ce que la compacité atteigne sa valeur critique  $\nu^*$ . Nous avons réalisé des simulations numériques pour l'étude de l'initiation des avalanches dans une configuration similaire. Ce choix a été en partie motivé par la possibilité ainsi offerte d'effectuer une comparaison directe entre les simulations et ces résultats expérimentaux. Ces simulations et le modèle théorique seront décrites en détail dans le chapitre 4 de ce mémoire.



**FIGURE 1.24:** La durée de la phase de fluage avant la rupture de pente en fonction de la compacité initiale d'une couche immergée de particules pour différentes valeurs de l'angle d'inclinaison ; d'après Pailha et al. (2008) [125].

## Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté une description générale du contexte scientifique concernant la modélisation numérique des milieux granulaires immergés. A travers plusieurs exemples, on a illustré différentes problématiques ouvertes à la fois fondamentales et applicative et on a souligné l'apport potentiel des simulations numériques pour ce domaine. Dans le chapitre suivant les différentes méthodes numériques et les algorithmes développés dans le cadre de cette thèse seront présentés.

## Méthodologie

### Sommaire

---

|                                                             |           |
|-------------------------------------------------------------|-----------|
| <b>Introduction</b>                                         | <b>55</b> |
| <b>2.1. Modèle physique</b>                                 | <b>55</b> |
| 2.1.1. Configuration spatiale du système                    | 57        |
| 2.1.2. Interaction entre fluide et milieu granulaire        | 57        |
| 2.1.3. Modèle fluide                                        | 58        |
| 2.1.4. Forme et distribution granulométrique                | 59        |
| 2.1.5. Modélisation des contacts et simulations granulaires | 60        |
| <b>2.2. Lattice Boltzmann Method (LBM)</b>                  | <b>61</b> |
| 2.2.1. Discrétisation de l'espace                           | 61        |
| 2.2.2. Equation d'équilibre de Maxwell                      | 63        |
| 2.2.3. Equations LBGK à un temps de relaxation              | 63        |
| 2.2.4. Equations Multi-Relaxation time                      | 65        |
| 2.2.5. Conditions aux limites                               | 67        |
| <b>2.3. Molecular Dynamic Method (MD)</b>                   | <b>70</b> |
| 2.3.1. Interactions de contact                              | 70        |
| 2.3.2. Repère global versus local                           | 72        |
| 2.3.3. Schéma d'intégration                                 | 73        |
| 2.3.4. Stabilité numérique                                  | 74        |
| <b>2.4. Couplage fluide-particules</b>                      | <b>75</b> |
| 2.4.1. Modèle de couplage DEM-LBM                           | 75        |

---

|                                                         |           |
|---------------------------------------------------------|-----------|
| 2.4.2. Espace paramétrique DEM-LBM . . . . .            | 78        |
| 2.4.3. Optimisation et environnement logiciel . . . . . | 79        |
| <b>Conclusion . . . . .</b>                             | <b>82</b> |

---

## Introduction

La modélisation des mélanges fluides-particules est une tâche complexe à mettre en œuvre à différents égards. Un premier niveau de complexité vient des mécanismes relevant des phénomènes spécifiques aux fluides comme l'incompressibilité et le régime d'écoulement et aux matériaux granulaires par la prise en compte de son comportement dissipatif et sa rigidité qui ne doit autoriser qu'une faible déformabilité devant la taille des particules. Le développement d'un modèle physique du mélange nécessite de préciser la granulométrie des échantillons, les lois d'interaction mais aussi de fixer la viscosité et la densité du fluide. Comme on a pu le voir au chapitre précédent, plusieurs régimes d'écoulement peuvent coexister. Ces régimes sont marqués par des temps caractéristiques associés au fluide et aux particules qui peuvent être différents.

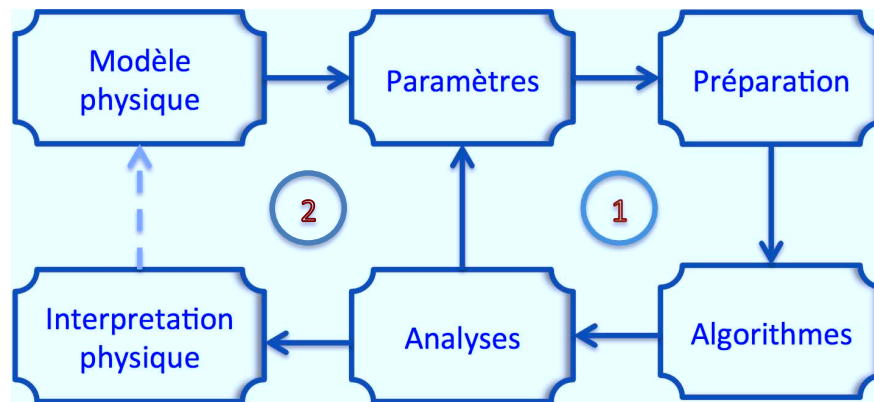
Le deuxième niveau de complexité est essentiellement numérique. Il tient au fait que la modélisation de ces mélanges nécessite de coupler deux méthodes de simulation impliquant des comportements mécaniques régis par des équations très différentes. Si les milieux granulaires peuvent être décrits par des approches de type Eléments Discrets (DEM) basées sur la résolution de la loi de Newton pour chaque particule, dans le cas du fluide une description continue est plus adaptée. Le couplage discret-continu nécessite alors de déterminer les interactions aux niveaux d'interfaces en mouvement. La question de la résolution spatiale avec laquelle on décrit le domaine fluide jouera un rôle central sur la qualité des résultats. Les simulations numériques étant particulièrement longues, notamment en 3D, il sera nécessaire de trouver un bon compromis entre le temps de calcul et la précision numérique. Ce choix affectera la détermination des interactions hydrodynamiques telles que les forces de lubrification ainsi que la gamme simulable de valeurs du nombre de Reynolds.

Dans ce chapitre, on s'attachera en premier lieu à décrire les ingrédients du modèle physique de base permettant de rendre compte du comportement d'un mélange fluide-particules. Dans une deuxième section on donnera des éléments de modélisation numérique. On décrira la méthode Lattice Boltzmann mise en œuvre dans cette thèse pour la simulation du fluide. En raison de la complexité dans le choix des paramètres du modèle de contact et de leurs influences sur le comportement global qui sera présenté dans le chapitre 3 ; sur les deux méthodes en éléments discrets Contact Dynamics et Molecular Dynamics pour la simulation des particules, nous présenterons uniquement, par la suite, dans de cette thèse la méthode de Molecular Dynamics. Enfin, nous terminerons par la description du modèle de couplage développé.

### 2.1. Modèle physique

La modélisation est un cycle comprenant différentes étapes qui peuvent impliquer plusieurs itérations ; voir figure 2.1. En effet, un compromis entre le degré de complexité du modèle et sa capacité à rendre compte d'une phénoménologie riche est souvent difficile à obtenir directement.

La première étape consiste à définir les ingrédients du *modèle physique* pour lequel il conviendra de faire des choix sur leur degré de complexité et de cerner les ordres de grandeurs et domaines de validité. On précisera, dans un premier temps, la géométrie des particules de base, la rhéologie du fluide interstitiel, les lois d'interaction entre particules et entre fluide et particules ainsi que l'état initial et les conditions aux limites. La deuxième étape concerne le choix des *paramètres physiques* de la simulation. Ce choix peut être complexe notamment quand plusieurs phénomènes, impliquant des temps caractéristiques différents, doivent être pris en compte simultanément.



**FIGURE 2.1:** Représentation schématique du cycle de modélisation d'un phénomène physique.

La complexité des matériaux granulaires réside largement dans le fait qu'ils peuvent se trouver dans différents états d'empilement ou d'écoulement. Ces états ne peuvent être compris qu'en tenant compte de l'histoire des évolutions internes du matériau. Pour cette raison, il est nécessaire de maîtriser précisément l'étape de *préparation des échantillons* qui définit l'état initial et assure la répétitivité des expériences. Le choix d'un *algorithme* de calcul et d'une plateforme appropriée est une étape cruciale qui dépend de la nature du système simulé. On peut noter que dans notre cas, comme les simulations doivent impliquer à la fois des algorithmes spécifiques au fluide et au milieu granulaire, les choix possibles peuvent être nombreux.

Les données issues des simulations numériques doivent être ensuite analysées pour s'assurer de leur cohérence d'ensemble et de la pertinence de l'information obtenue en rapport avec le problème étudié. Il peut s'avérer nécessaire de reprendre les calculs en modifiant les paramètres d'entrées (cycle 1 de la figure 2.1). Ceci est notamment le cas lorsqu'il est nécessaire de faire une étude paramétrique (par exemple quand les données expérimentales ne suffisent pas à contraindre le choix des paramètres physiques).

Une fois que le cycle 1 a convergé vers un choix de paramètres convenable, il est possible de faire une interprétation physique des résultats. On cherche alors à rapprocher les résultats aux données expérimentales. Si le modèle s'avère suffisamment riche, il doit pouvoir permettre de retrouver les principaux traits du processus réel. Si ce n'est pas le cas, alors il sera nécessaire d'enrichir la modélisation et réitérer le cycle 2 (figure 2.1). Comme cette itération sur les six étapes est longue, le choix du modèle physique de base est un point clef de la modélisation.

### 2.1.1. Configuration spatiale du système

Le choix d'une modélisation 1D, 2D ou 3D a des répercussions profondes à la fois sur la façon dont on modélise les phénomènes physiques mais aussi sur les algorithmes et le temps de calcul CPU. Il est classique d'utiliser dans les problèmes d'écoulement de rivières des modèles 1D basés sur les équations de Saint-Venant. De même, dans le cas de l'évaluation des risques d'inondations des configurations 2D horizontales sont couramment utilisées [58]. Dans les deux cas, en tout point du domaine les grandeurs physiques considérées sont des moyennes sur la hauteur du fluide. Ce type de modélisation, bien que particulièrement efficace en terme de temps de calcul ne permet pas de prendre en compte les couplages avec un milieu granulaire puisque seule la hauteur du fluide est considérée dans le modèle.

Malgré leur caractère simplifié, les simulations bidimensionnelles permettent de rendre compte de comportements granulaires réalistes [159, 177, 149, 30]. Par exemple, bien que les états de compacité en 2D tels que l'état dense de Random Close Packing ou l'état critique (voir section 1.2.2. chapitre 1) ne soient pas les mêmes qu'en 3D ; le comportement des milieux granulaires 2D est qualitativement très proche de celui en 3D. La prise en compte d'un fluide interstitiel est possible mais, pour des raisons topologiques, l'espace poral d'un échantillon granulaire dense 2D est occlus. Il est donc nécessaire de laisser un interstice au niveau des contacts entre les particules de manière à laisser le fluide passer. Le choix de cette épaisseur a des conséquences sur la perméabilité du milieu et peut être difficile à fixer. Il fera l'objet d'une discussion dans la suite de cette thèse dans le chapitre 3.

Enfin, bien que les configurations 3D soient les plus réalistes, les simulations 3D sont particulièrement consommatrices en temps de calcul. Elles seront mises en œuvre uniquement dans le cas où il est nécessaire d'obtenir des résultats pour des modèles prédictifs dont les résultats sont à comparer directement avec les expériences réelles où quand les effets de la perméabilité du matériau jouent un rôle critique sur le comportement.

### 2.1.2. Interaction entre fluide et milieu granulaire

Trois approches principales peuvent être utilisées pour le couplage entre un fluide et un milieu granulaire :

- La première approche consiste à prendre en compte dans la dynamique des particules les interactions hydrodynamiques sous la forme d'une loi dépendant des vitesses relatives. De cette façon, on peut modéliser les effets du fluide au niveau des contacts entre les particules et ne considérer que les interactions de lubrifications normales et tangentielles [20, 24, 74]. Ce type de simulation, est peu consommateur en temps de calcul et peut permettre de traiter des problèmes avec un très grand nombre de particules. Il reste toutefois limité du fait de la simplicité du modèle d'interaction.
- La deuxième approche s'appuie sur une description mésoscopique du fluide [174, 114]. Dans ce cas, on utilisera des moyennes sur un domaine incluant un nombre de particules suffisant pour pouvoir définir une porosité locale. A partir de la loi de Darcy, il est possible

de déterminer la force de trainée à appliquer sur les particules en fonction du débit du fluide. Bien que relativement efficace en terme de temps de calcul, le problème majeur de cette modélisation est que la viscosité du fluide n'intervient qu'à travers la loi de Darcy. Cette méthode ne peut s'appliquer qu'aux milieux denses.

- La troisième approche consiste à modéliser le fluide à une échelle subparticulaire [21, 52, 51, 190, 179]. Cette approche est encore peu utilisée en dehors des travaux théoriques, mais trouve un intérêt particulier aujourd'hui du fait de l'augmentation des moyens de calcul. Par ailleurs, comme elle consiste à simuler le comportement complet du fluide et ses interactions avec les particules, elle a un intérêt majeur pour les analyses physiques fines à l'échelle locale.

Dans cette thèse, on souhaite étudier les détails du comportement du mélange fluide-granulaire qui peuvent s'avérer très complexes et relever à la fois des suspensions très denses et d'interactions en milieu dilué. Dans ces conditions, l'échelle des pores et des contacts au niveau desquels apparaissent des phénomènes de lubrification, est particulièrement importante pour comprendre les mécanismes qui sont à l'origine des instabilités et du comportement mécanique à l'échelle macroscopique. Pour cette raison, on a choisi de modéliser le fluide à une échelle subparticulaire. On peut noter également que cette approche est la seule à permettre un certain nombre d'extensions<sup>1</sup> comme la prise en compte directe de la turbulence [71, 91] où la simulation de milieux multiphasiques [154, 164].

### 2.1.3. Modèle fluide

On peut distinguer plusieurs approches pour la simulation des fluides suivant l'échelle à laquelle les grandeurs physiques sont considérées. Les approches continues classiques utilisent des grandeurs physiques macroscopiques telles que la masse volumique  $\rho$ , la vitesse  $\mathbf{V}$  ou la pression  $P$  qui varient de façon continue en temps et en espace. Le mouvement est régi par l'équation classique de Navier-Stokes. A l'opposer, les approches atomistiques telles que la dynamique moléculaire qui considèrent les mouvements des atomes composant le fluide. Dans ce cas, les trajectoires des atomes peuvent être calculées à partir des équations du mouvement. Enfin, une description intermédiaire consiste à considérer la densité de probabilité  $f(\mathbf{r}, \boldsymbol{\xi}, t)$  de trouver une particule de fluide à une position  $\mathbf{r}$  au temps  $t$  et avec une vitesse  $\boldsymbol{\xi}$ . Il est alors possible de s'appuyer sur l'équation Boltzmann pour décrire le comportement des particules de fluide :

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \boldsymbol{\xi} \cdot \nabla f = \left( \frac{\partial f}{\partial t} \right)_{coll} \quad (2.1)$$

Dans cette expression, le premier membre décrit l'advection ou mouvement libre des particules fluide alors que le second membre décrit les variations de  $f$  en fonction des collisions entre particules du fluide.

1. Dans cette thèse, comme les milieux étudiés sont des milieux peu perméables on se limitera à des simulations numériques "directes" basées sur la seule résolution des équations de Navier-Stokes incompressibles (ou équivalent) sans modèle de turbulence.

Cette description mésoscopique a l'avantage d'être beaucoup plus économique en temps de calcul que les méthodes atomistiques mais est aussi beaucoup plus riche que la description continue et permet de simuler des phénomènes complexes tels que les changements de phase ou la rhéologie de fluides non-newtoniens à partir d'un comportement émergeant d'interactions simples à l'échelles locales [66].

Le terme de collision est difficile à déterminer et doit prendre en compte les différentes possibilités de collisions [163] binaires, ternaires. . . Une façon simple de l'évaluer est de considérer que, du fait de la dissipation qu'elles engendrent, les collisions ont pour effet de faire tendre le système vers l'équilibre. Le modèle BGK dû à Bhatnagar, Gross et Krook [17] est particulièrement simple et a contribué largement au succès des approches basées sur la résolution de l'équation de Boltzmann. Il consiste à supposer que toutes les grandeurs physiques tendent vers l'équilibre avec un temps de relaxation  $\lambda$ .

$$\left(\frac{\partial f}{\partial t}\right)_{coll} \simeq -\frac{1}{\lambda}(f - f^{eq}) \quad (2.2)$$

où  $f^{eq}$  est la distribution d'équilibre de Maxwell-Boltzmann. La viscosité cinématique  $\eta_c$  du fluide peut être déterminée de façon théorique par la relation

$$\eta_c = \lambda RT \quad (2.3)$$

où  $R$  est la constante des gaz parfaits et  $T$  est la température absolue.

Ce modèle sera utilisé par la suite, mais nous allons également présenter un modèle plus riche appelé Multi Relaxation Time (MRT) dans lequel on considère simultanément plusieurs temps de relaxation de manière à décrire plus finement l'opérateur de collision. Cette approche présente notamment l'avantage d'être plus stable. Enfin, bien que ceci dépasse le cadre de notre étude, on peut noter qu'elle peut facilement être étendue au cas de fluides fortement turbulents et à la prise en compte de la compressibilité du fluide et de la température.

#### 2.1.4. Forme et distribution granulométrique

Les approches en éléments discrets permettent de gérer différentes formes de particules. On distingue deux façons principales de contrôler la forme : en créant des clusters de particules "collées" [111, 149] ou en discrétisant le contour d'une particule [12, 134]. Dans notre cas, bien que les développements présentés par la suite restent valables en présence de formes complexes, le choix a été fait de se limiter à des disques en 2D et des particules sphériques en 3D.

Dans ces conditions, la donnée du diamètre des particules est suffisante pour caractériser leur géométrie. Comme le fluide sera discrétisé sur une grille régulière à pas fixe et qu'il est nécessaire d'avoir un nombre suffisant de mailles dans le diamètre des particules, le nombre de mailles dépendra de la taille de la plus petite particule. On pourrait penser utiliser des systèmes monodisperses pour limiter les temps de calcul. Malheureusement en dimension 2 ces systèmes présentent l'inconvénient majeur de développer spontanément un ordre à longue portée. Une

légère polydispersité sera donc nécessaire pour créer un désordre métrique suffisant et limiter les effets d'organisation locale en zones cristallisées.

Dans notre étude, nous avons utilisé une densité de probabilité des rayons  $P(R)$  définie sur un intervalle  $[R_{min}, R_{max}]$  suivant une distribution uniforme par fraction volumique, c'est à dire de telle sorte que  $\pi R^2 P(R) = \text{constante}$  en 2D. Cette densité de probabilité est donnée par  $P(R) = 2 \frac{R_{min} R_{max}}{R_{max} - R_{min}} \frac{1}{R^2}$ . La distribution cumulée des volumes  $f(R)$  ou courbe granulométrie est donc une droite d'équation  $f(R) = 2\pi R_{min} R_{max} \frac{R - R_{min}}{R_{max} - R_{min}}$ . Cette distribution favorise une bonne connectivité des particules [25, 166, 176]. Dans le cas 3D, il est possible de considérer un étalement granulométrique plus faible. En effet, en 3D les effets d'organisation locale sont limités. Ceci est d'autant plus important que le nombre de nœud fluide nécessaire évolue de façon très rapide (au cube) en fonction de  $R_{min}$ .

### 2.1.5. Modélisation des contacts et simulations granulaires

La modélisation du contact et du frottement est essentielle aux simulations granulaires. Comme on a pu le voir dans le chapitre 1, différents modèles de contact existent [90, 45, 84]. Les modèles les plus simples ne considèrent que l'élasticité des particules et lient la déflexion au contact à la force appliquée. Par exemple, il est classique d'utiliser un ressort dont la force de rappel dépend de la déflexion au contact.

Dans les expériences réelles, la rigidité des particules est souvent suffisamment grande et la pression de confinement faible pour que les particules puissent être considérées comme indéformables. De plus, la déflexion au contact est habituellement négligeable devant les réarrangements entre particules. Comme la prise en compte d'une rigidité élevée des particules nécessite des pas de temps petits, il est souvent avantageux et plus réaliste de décrire la loi de contact par des interactions non-régulières ; voir section 1.1. du chapitre 1.

Historiquement, la première méthode numérique adaptée à la simulation dynamique de collections de particules est la méthode Molecular Dynamics (MD). C'est encore aujourd'hui la plus populaire des méthodes en éléments discrets (DEM). La méthode MD est une extension des méthodes de simulations à "N-corps" introduites dans les années 60 en dynamique des fluides [6, 8] et en astrophysique [178]. Cundall [41] a appliqué cette méthode en mécanique des roches et des sols en intégrant le contact et le frottement.

Dans la méthode MD, les forces entre particules sont traitées par des fonctions régulières de la déflexion au contact  $\delta$ . Ce modèle de contact nécessite d'introduire un terme dissipatif dont le sens physique est parfois difficile à justifier. Dans cette thèse, un modèle MD a été mis en œuvre en 3D. Il utilise une dissipation visqueuse faisant intervenir  $\delta^2$ , ainsi qu'une condition de Signorini et un frottement de Coulomb *régularisé* (Figure 1.6).

Contrairement à la méthode MD, la méthode CD [83, 117, 136] considère que les particules sont parfaitement rigides. Dans ce cas, les forces de contact sont décrites par des lois non-

2. On notera que ceci impose que la déflexion soit doublement différentiable sur son domaine de définition.

régulières impliquant les vitesses relatives  $\delta$  [117]. Une conséquence directe de ce traitement du contact, est qu'il n'est plus nécessaire de décrire la dynamique du processus de collision, qui n'est alors décrite qu'à travers les vitesses avant et après le choc. Cette dynamique *non-régulière* des particules impose une formulation du problème de contact en terme de vitesses et non en terme d'accélération. Ainsi, contrairement à l'approche MD où  $\delta t$  doit être choisi en fonction de la déformation admissibles des particules, dans l'approche CD celui-ci est caractéristique de la durée nécessaire à la transmission d'une impulsion. Pour cette raison, la méthode CD peut utiliser des pas de temps plus grands que ceux de la méthode MD. Bien que ce point soit à modérer du fait que l'effort en terme de calcul soit plus grand dans la méthode CD que dans la méthode MD, comme on le verra par la suite, le pas de temps CD est plus proche de celui de la méthode Lattice Boltzmann utilisé pour le fluide que celui de MD. Ceci peut avoir un avantage majeur notamment pour limiter les problèmes de synchronisation des méthodes granulaires et fluide. Dans cette thèse, l'algorithme CD a été mis en œuvre en 2D et couplé à un algorithme de Lattice Boltzmann.

## 2.2. Lattice Boltzmann Method (LBM)

Dans cette section on décrit les éléments du modèle fluide mis en œuvre en 2D et 3D. Après avoir présenté succinctement la discrétisation de l'équation de Boltzmann, on explicite la modélisation des collisions avec un temps de relaxation (Modèle BGK) et plusieurs temps de relaxation (Modèle MRT).

### 2.2.1. Discrétisation de l'espace

L'équation de Boltzmann décrit l'évolution des fonctions de distribution  $f$  en fonction d'une vitesse  $\mathbf{c}$  pouvant prendre des valeurs quelconques dans  $\mathbb{R}^3$ . Dans la méthode LBM, les vitesses des particules fluide sont limitées à un ensemble fini de valeurs [66, 189, 132]. Ainsi, chaque particule fluide ne peut se déplacer que selon un nombre fini de directions fixées et ne peut se retrouver à chaque pas de temps qu'à une position définie par un nœud<sup>3</sup>. Les fondements théoriques du passage des vitesses continues aux vitesses discrètes ont été étudiés en détail par He et Luo [65]. Comme les états de vitesse que peuvent prendre les particules fluide sont limités, on utilise des densités de probabilité partielles  $f_i(\mathbf{r}, t)$  qui représentent la probabilité de trouver une particule fluide à la position  $\mathbf{r}$  au temps  $t$  avec une vitesse  $\mathbf{v} = \mathbf{c}_i$  dans la direction considérée. Les grandeurs physiques classiques sont déterminées à partir des densités  $f_i$  :

$$\rho = \sum_i f_i \quad (2.4)$$

$$\rho \mathbf{u} = \sum_i f_i \mathbf{c}_i \quad (2.5)$$

---

3. Cette discrétisation particulièrement originale dans laquelle à la fois les vitesses et les positions sont discrètes est due à Hardy, de Pazzis and Pomeau [62].

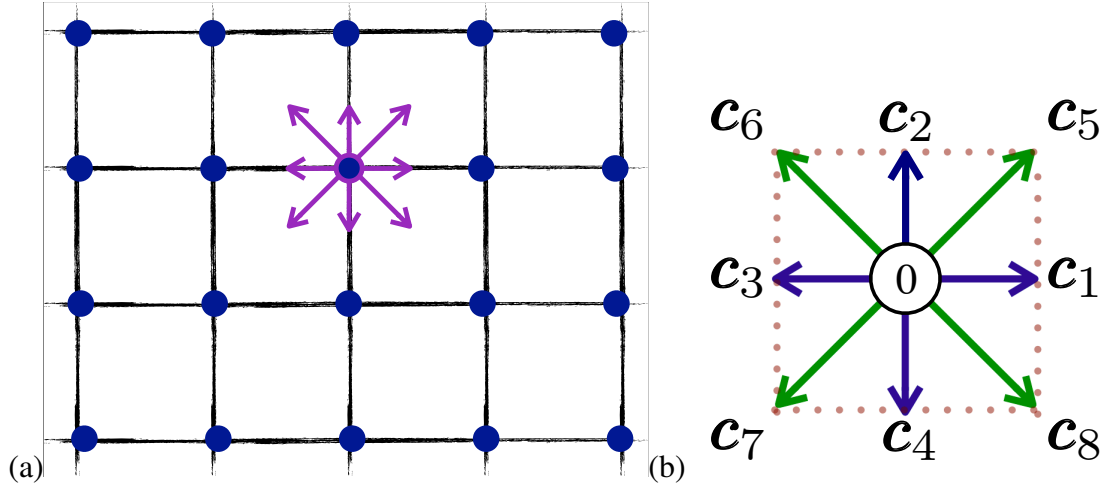


FIGURE 2.2: (a) Maillage régulier; (b) Schéma D2Q9.

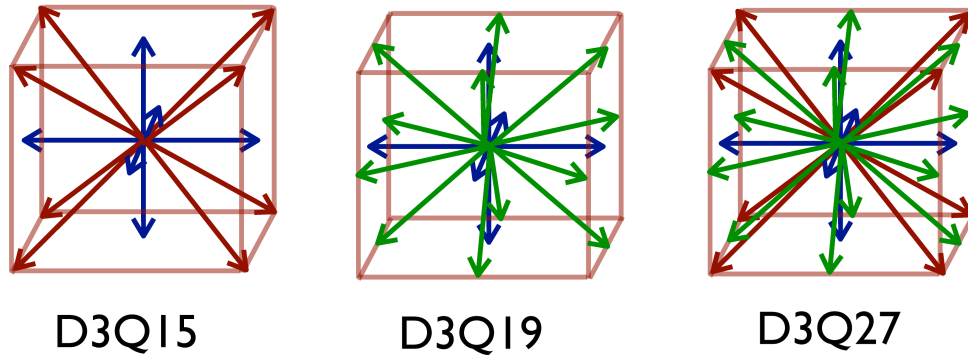


FIGURE 2.3: Schémas Lattice Boltzmann tridimensionnels.

La méthode LBM est utilisée classiquement avec différents schémas d'intégration [163, 151]. Une classification répandue et adoptée dans ce mémoire consiste à noter  $DnQm$  les différents schémas où  $n$  représente la dimension de l'espace et  $m$  le nombre de directions possibles pour les vitesses. On définit la vitesse de propagation de l'information sur le réseau par  $c = \frac{\Delta x}{\Delta t}$ . Les vitesses  $c_i$  pour le schéma D2Q9 sont définies conformément à la figure 2.2b. A titre d'illustration, les orientations des vitesses pour les schémas tridimensionnels D3Q15, D3Q19 et D3Q27 sont données sur la figure 2.3<sup>4</sup>.

4. Il existe dans la littérature un grand nombre de schémas 2D et 3D. Une discussion générale du sujet se trouve dans la référence [35]. Dans ce mémoire, seuls les plus usuels sont présentés. Par ailleurs, les objectifs de cette thèse nécessitant la mise en œuvre de couplages entre fluide et matériaux granulaires, les schémas LB unidimensionnel ne sont pas utilisables (les simulations granulaires étant à minima 2D).

| $w_i$          | $\ c_i\ $  | D2Q9 | D3Q15 | D3Q19 | D3Q27 |
|----------------|------------|------|-------|-------|-------|
| $w_0$          | 0          | 4/9  | 2/9   | 1/3   | 8/27  |
| $w_1$          | 1          | 1/9  | 1/9   | 1/18  | 2/27  |
| $w_{\sqrt{2}}$ | $\sqrt{2}$ | 1/36 | 0     | 1/36  | 1/54  |
| $w_{\sqrt{3}}$ | $\sqrt{3}$ | 0    | 1/72  | 0     | 1/216 |

TABLE 2.1: Valeurs des coefficients  $w$  pour différents schéma de maillage.

### 2.2.2. Equation d'équilibre de Maxwell

Pour un système en équilibre thermodynamique à une température  $T$  constante, la loi d'équipartition de l'énergie [89, 88] permet de relier la température aux énergies moyennes des particules (fluide) qui le composent :

$$\frac{D}{2}kT = \sum_i \frac{m}{2}(\mathbf{c}_i - \mathbf{u})^2 \frac{f_i}{\rho} \quad (2.6)$$

où  $D$  est la dimension de l'espace,  $m$  est la masse des particules du fluide (supposées identiques),  $k$  est la constante de Boltzmann. La vitesse  $\mathbf{c}$  d'une particule fluide qui se déplace librement dans un fluide (milieu) animé d'une vitesse uniforme  $\mathbf{u}$  est donnée par la distribution de Maxwell :

$$f^{eq}(\mathbf{c}) = \rho \left( \frac{m}{2\pi kT} \right)^{3/2} \exp \left( -\frac{m}{2kT}(\mathbf{c} - \mathbf{u})^2 \right) \quad (2.7)$$

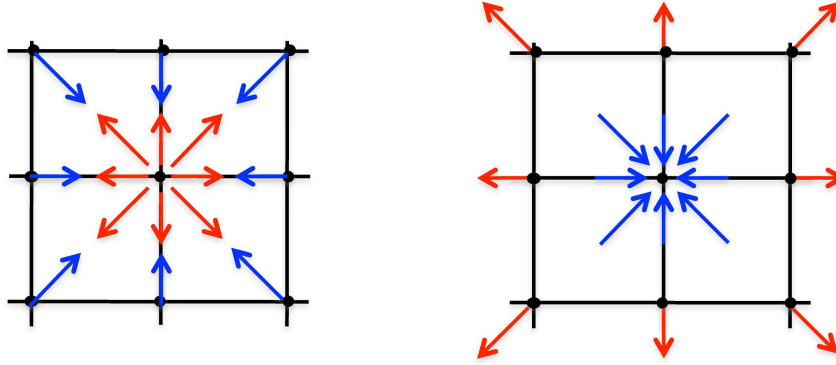
La distribution d'équilibre discrétisée à l'ordre 2 s'obtient en développant l'expression précédente autour de  $u/c_s$  qui correspond au nombre de mach local des particules du fluide :

$$f^{eq} = \rho w_i \left( 1 + b \frac{\mathbf{c}_i \cdot \mathbf{u}}{c_s^2} + e \frac{u^2}{c_s^2} + h \frac{(\mathbf{c}_i \cdot \mathbf{u})^2}{c_s^4} \right) \quad (2.8)$$

où les  $w_i$  et les coefficients  $b$ ,  $e$  et  $h$  dépendent du maillage. Leur détermination s'appuie sur le fait que le résultat des simulations doit être le même quelque soit la façon dont on choisit les directions du maillage et en conséquent invariant par rotation. Une description détaillée du calcul de ces constantes est donné dans [152]. La vitesse de propagation du son sur le réseau est alors  $c_s = \sum_i w_i c_i^2$  et vaut  $c_s = c/\sqrt{3}$  pour les schémas D2Q9 et D3Q19. Elle est liée à la température du système par  $c_s^2 = RT$ .

### 2.2.3. Equations LBGK à un temps de relaxation

Les équations Lattice Boltzmann (LBE) associées au terme BGK pour la prise en compte des collisions, s'obtiennent à partir de l'équation 2.1 et s'écrivent de manière explicite sous la



**FIGURE 2.4:** Etape de streaming. A chaque pas de temps, les densités des particules de fluides (figure de gauche) sont advectées sur les nœuds voisins (figure de droite) dans la direction donnée par leur vitesses initiales.

forme d'un système de  $m$  équations :

$$f_i(\mathbf{x} + \mathbf{c}_i \Delta t, t + \Delta t) = f_i(\mathbf{x}, t) + \frac{1}{\tau} (f_i^{eq}(\mathbf{x}, t) - f_i(\mathbf{x}, t)) \quad (2.9)$$

avec  $i \in \{0 \dots m-1\}$  et  $\tau = \lambda / \Delta t$ . La résolution de ces équations est faite en deux étapes. La première étape *Collision Step* consiste à évaluer les variations des différentes densités en tenant compte des collisions potentielles entre particules du fluide :

$$\tilde{f}_i(\mathbf{x}, t + \Delta t) = f_i(\mathbf{x}, t) + \frac{1}{\tau} (f_i^{eq}(\mathbf{x}, t) - f_i(\mathbf{x}, t)) \quad (2.10)$$

où les  $\tilde{f}_i$  sont les densités après collision.

La deuxième étape *Streaming Step* consiste à advecter les nouvelles densités dans le sens de leur vitesses de propagation (figure 2.4) :

$$f_i(\mathbf{x} + \mathbf{c}_i \Delta t, t + \Delta t) = \tilde{f}_i(\mathbf{x}, t + \Delta t) \quad (2.11)$$

On pourra noter que cette deuxième étape n'implique pas de calcul mais une réaffectation, ou swapping, des valeurs aux nœuds.

En conférant à cet ensemble un nombre suffisant de symétries de manière à satisfaire les lois de conservation de la masse, de la quantité de mouvement et de l'énergie, il est possible de montrer que les équations LBGK permettent de retrouver les équations de Navier-Stokes incompressible dans la limite où les longueurs d'onde sont petites devant la taille des mailles [31]. Dans ces conditions, le schéma LBGK est du second ordre, et l'équation d'état du fluide est donné par

$$P(\rho) = \rho c_s^2 \quad (2.12)$$

avec une viscosité cinématique égale à <sup>5</sup>

$$\eta_c = c_s^2 \Delta t \left( \tau - \frac{1}{2} \right) \quad (2.13)$$

5. La différence avec l'équation 2.3 ( $\eta_c = \lambda RT = \tau \Delta t \cdot c_s^2$ ) est due à la discrétisation et permet de limiter les erreurs de calcul.

où  $\tau > \frac{1}{2}$ .

Enfin, sans entrer dans les détails techniques, on notera que la méthode LB présente un certain nombre de propriétés intéressantes qui la rendent facile à utiliser :

- Dans les équations de Navier-Stokes, le terme de transport  $(\mathbf{u} \cdot \nabla)\mathbf{u}$  est à la fois non-local et non-linéaire, ce qui nécessite des temps de calcul long pour assurer la stabilité en cas des écoulements complexes. Au contraire, dans la méthode LB l'équation de streaming est obtenue sans approximation et se calcule directement puisqu'elle est déterminée le long des lignes de courant.
- Comme on pourra le voir par la suite, les conditions aux limites s'expriment en terme de relations locales élémentaires.
- Le calcul de la pression se fait localement comme combinaison des termes d'équilibre de la densité de probabilité. De même, le tenseur de contrainte s'obtient à partir des termes d'équilibre. Dans les deux cas, seul le pas de temps en cours est utilisé. Une conséquence est que la pression est obtenue à partir du champ d'écoulement sans avoir à résoudre un problème de Poisson qui est en général couteux en temps de calcul.

## 2.2.4. Equations Multi-Relaxation time

L'approche LBGK présente un certain nombre de limitations. En effet, dans ce modèle on considère que le transport de matière, de masse et la quantité de mouvement retourne à l'équilibre avec un même temps caractéristique  $\tau$ . Par ailleurs, certaines erreurs numériques sont dues à ce mode de calcul [98]. Les méthodes MRT introduites par d'Humi re [46] améliorent nettement ces problèmes en considérant plusieurs temps de relaxation pour les moments de la distribution correspondant à des phénomènes physiques différents. Ceci conduit à une écriture matricielle dans laquelle on s'intéresse, pour un modèle D2Q9, à l'évolution du vecteur  $\mathbf{f} = (f_0, f_1, \dots, f_8)^T$  :

$$\mathbf{f}(\mathbf{x} + \mathbf{c}\Delta t, t + \Delta t) = \mathbf{f}(\mathbf{x}, t) + \Omega \cdot (\mathbf{m}^{eq}(\mathbf{x}, t) - \mathbf{m}(\mathbf{r}, t)) \quad (2.14)$$

où le retour à l'équilibre du système est régi par un opérateur de diffusion  $\Omega = M^{-1} \cdot S$ .

On remarquera dans l'équation précédente que l'étape de collision se fait dans l'espace des moments et celle de propagation dans l'espace des fonctions de distributions. Les valeurs propres de la matrice de passage  $M$  permettent de définir l'échelle de temps commune pour équilibrer localement les différents moments cinétiques [98] que l'on peut mettre sous la forme d'un vecteur :

$$\mathbf{m} = (\rho, e, \epsilon, j_x, q_x, j_y, q_y, p_{xx}, p_{xy})^T \quad (2.15)$$

où  $e$  est l'énergie du fluide,  $\epsilon$  est le carré de l'énergie,  $j_x$  et  $j_y$  sont des flux de masse,  $q_x$  et  $q_y$  sont des flux d'énergie et  $p_{xx}$  et  $p_{xy}$  correspondent aux composantes du tenseur de contrainte. La correspondance entre le vecteur des distributions  $\mathbf{f}$  et celui des moments  $\mathbf{m}$  est donnée par

$m = M \cdot f$  avec :

$$M = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ -4 & -1 & -1 & -1 & -1 & 2 & 2 & 2 & 2 \\ 4 & -2 & -2 & -2 & -2 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & 1 & -1 & -1 & 1 \\ 0 & -2 & 0 & 2 & 0 & 1 & -1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -1 & 1 & 1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & -2 & 0 & 2 & 1 & 1 & -1 & -1 \\ 0 & 1 & -1 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 1 & -1 \end{bmatrix} \quad (2.16)$$

Les temps de relaxation se mettent sous la forme d'une matrice diagonale :

$$S = \begin{bmatrix} 0 & & & & & & & & \\ & s_2 & & & & & & & \\ & & s_3 & & & & & & \\ & & & 0 & & & & & \\ & & & & 0 & & & & \\ & & & & & s_5 & & & \\ & & & & & & 0 & & \\ & & & & & & & s_7 & \\ & & & & & & & & s_8 \\ & & & & & & & & & s_9 \end{bmatrix} \quad (2.17)$$

En prenant  $s_8 = s_9 = 1/\tau$  on retrouve la même expression de la viscosité qu'à l'équation 2.13. Les valeurs de  $s_2$ ,  $s_3$ ,  $s_5$  et  $s_7$  doivent être comprises entre 0 et 2 pour assurer la stabilité de l'algorithme. Par ailleurs, l'utilisation de conditions aux limites de non-glissement impose  $s_5 = s_7$ . S'il est classique de prendre  $s_5 = s_7 = 1.2$ ,  $s_2 = 1.1$  et  $s_3 = 1$ , on pourra trouver plus de détail sur ce choix dans [47, 189].<sup>6</sup>

Enfin, dans le cas d'un fluide incompressible [64], les moments qui ne sont pas conservés

---

6. Si l'on prend toutes les valeurs des paramètres  $s$  égaux à  $1/\tau$ , on retrouve le modèle LBGK décrit précédemment [189].

vérifient le système d'équations équivalent à l'équation 2.8 d'équilibre de Maxwell-Boltzmann :

$$\begin{aligned} e^{eq} &= -2\rho + 3\mathbf{j} \cdot \mathbf{j} \\ \epsilon^{eq} &= \rho - 3\mathbf{j} \cdot \mathbf{j} \\ q_x^{eq} &= -j_x \\ q_y^{eq} &= -j_y \\ p_{xx}^{eq} &= j_x^2 - j_y^2 \\ p_{xy}^{eq} &= j_x j_y \end{aligned}$$

avec  $\mathbf{j} = \rho \mathbf{u}$ .

Dans le cas 3D pour le modèle D3Q19 le vecteur des moments comporte 19 composantes :

$$\mathbf{m} = (\rho, e, \epsilon, j_x, q_x, j_y, q_y, j_z, q_z, 3p_{xx}, 3\pi_{xx}, p_{ww}, p_{xy}, p_{yx}, p_{yz}, \phi_x, \phi_y, \phi_z)^T \quad (2.18)$$

où  $3\pi_{xx}$  et  $\pi_{ww}$  sont des moments d'ordre 4 et  $\phi_x$ ,  $\phi_y$  et  $\phi_z$  sont des moments d'ordre 3. La matrice de passage transformant les vecteurs  $\mathbf{f}$  en  $\mathbf{m}$  comporte 361 termes et est décrite en détail dans [109, 131].

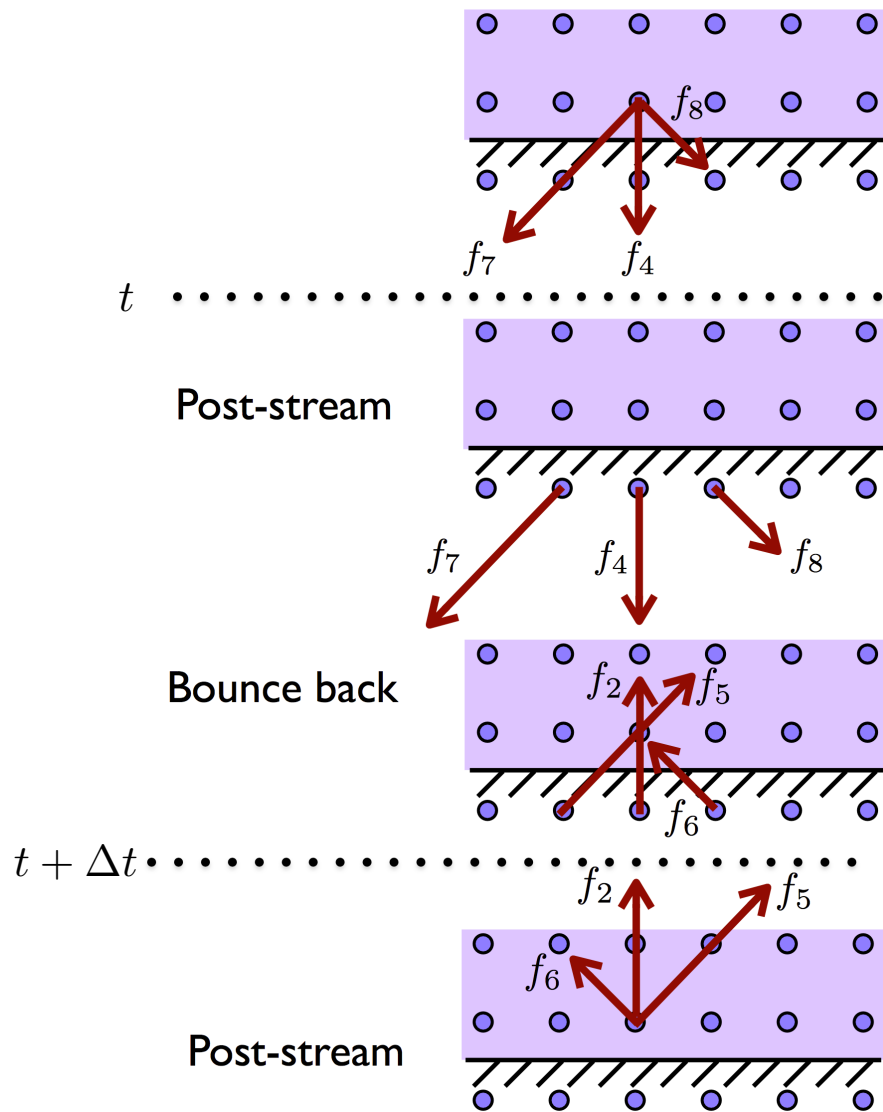
## 2.2.5. Conditions aux limites

Un avantage majeur des méthodes LB est leur capacité à intégrer de façon simple des conditions aux limites complexes et géométriquement très irrégulières [32, 59, 123, 93]. Dans cette section, on donne le principe de leur implémentation dans le cas de frontières fixes. Le cas des frontières mobiles sera abordé en détail par la suite.

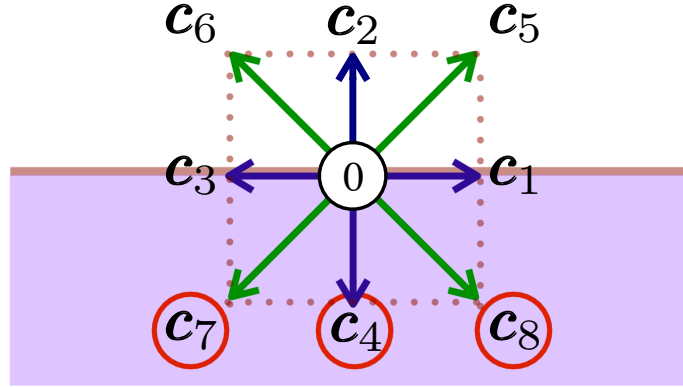
**Condition de non-glissement (no-slip boundary)** La condition de non-glissement ou vitesse nulle aux frontières est importante pour de nombreux problèmes et illustre pleinement le principe et la simplicité d'implémentation des conditions aux limites. On considère un mur fixe situé dans un plan à mi-distance entre deux nœuds LB et au niveau duquel la vitesse s'annule. L'application d'une condition aux limites consiste à considérer que les particules du fluide qui se trouvent au niveau du mur sont réfléchies au niveau de celui-ci (condition de bounce-back) [56] comme illustré sur la figure 2.5.

**Flux et pressions imposés** Dans le cas où l'on souhaite imposer au niveau de cette condition aux limites une pression ou un débit (figure 2.6) on devra résoudre au niveau des nœuds le système d'équations suivant :

$$\begin{aligned} \rho &= f_0 + f_1 + f_2 + f_3 + f_4 + f_5 + f_6 + f_7 + f_8 \\ f_1 - f_3 + f_5 - f_6 - f_7 + f_8 &= 0 \\ f_2 - f_4 + f_5 + f_6 - f_7 - f_8 &= \rho v \\ f_2 - f_2^{eq} &= f_4 - f_4^{eq} \end{aligned}$$



**FIGURE 2.5:** Illustration des conditions de non-glissement du fluide par la méthode de Bounce-Back.



**FIGURE 2.6:** Nœud au niveau d'un bord. Le domaine fluide est situé dans la partie inférieure au nœud et les directions des densités à calculer sont notées par un cercle rouge.

où les 3 premières équations sont obtenues à partir des expressions de la densité et de la vitesse aux nœuds. La dernière équation fait intervenir la partie de non-équilibre due au flux de matière injectée ainsi que l'équation (2.8) [194]. À partir du système précédent, on obtient les valeurs des densités  $f_4$ ,  $f_7$  et  $f_8$  à déterminer au niveau des nœuds de la frontière<sup>7</sup> :

$$\begin{aligned} f_4 &= f_2 - \frac{2}{3}\rho v \\ f_7 &= f_5 + \frac{1}{2}(f_1 - f_3) - \frac{1}{6}\rho v \\ f_8 &= f_6 - \frac{1}{2}(f_1 - f_3) - \frac{1}{6}\rho v \end{aligned}$$

La résolution du problème de Neumann pour lequel le flux à l'entrée du domaine est imposé consiste à imposer la vitesse  $\mathbf{v} = \begin{pmatrix} 0 \\ v \end{pmatrix}$  du fluide dans les équations précédentes. Sous ces conditions, on pourra calculer la pression  $p$  à partir du calcul de  $\rho$ <sup>8</sup> et de l'équation d'état (2.12). Pour résoudre le problème avec des conditions de Dirichlet, on appliquera la même procédure en imposant la pression et en déduisant la valeur de la densité  $\rho$  à appliquer.

**Conditions de périodicité** Les conditions de périodicité sont fréquemment utilisées notamment pour l'étude de la rhéologie. Elles permettent, par exemple, de se rapprocher des conditions expérimentales des rhéomètres de type "Couette" et de limiter les effets de bord. Les cas

7. Les autres densités sont connues puisqu'à chaque pas de temps elles sont advectées en provenance du domaine fluide.

8. Ici  $\rho = \frac{f_0 + f_1 + f_3 + 2(f_2 + f_5 + f_6)}{1+v}$ .

des conditions périodiques en 2D et bi-périodique en 3D sont particulièrement simples à implémenter et seront utilisées dans les chapitres suivants. La figure 2.7 montre le principe de base de cette implémentation et illustre comment, à chaque pas de temps, les densités sont advectées aux frontières du domaine périodique (2.7).

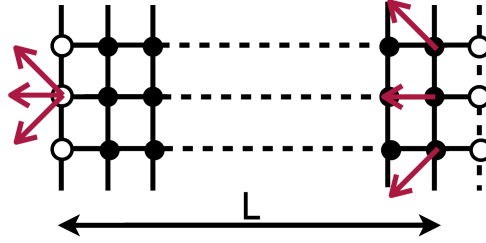


FIGURE 2.7: Exemple de conditions périodiques implémentées dans une simulation 2D.

## 2.3. Molecular Dynamic Method (MD)

La méthode “Molecular Dynamics” est issue de développements effectués historiquement pour les problèmes à N-corps tels que la simulation des molécules de fluides [94, 8]. A la différence de ces approches, dans lesquelles des molécules interagissent à distance par des potentiels de type Lennard-Jones, les matériaux granulaires nécessitent à minima la prise en compte d’interactions de contact frottant.

La stabilité des méthodes MD ne peut être assurée qu’en présence d’une dissipation suffisante. Différentes approches peuvent être mises en oeuvre pour prendre en compte cette dissipation (section 1.1.4.). Dans notre cas, nous utiliserons un modèle visqueux au contact.

Dans cette section, une brève présentation de la méthode MD implémentée en 3D est donnée. On présente la technique de prise en compte des interactions de contact, frottement de glissement, frottement de roulement et résistance à la torsion. Enfin, on donne l’algorithme d’intégration des équations de la dynamique ainsi que quelques précautions nécessaires pour les choix des paramètres de simulation.

### 2.3.1. Interactions de contact

Les propriétés qui régissent les interactions de contact sont décrites par des fonctions continues de la déflexion  $||\delta_n||$  et sont au moins deux fois dérivables. La force normale et donc modélisée souvent comme étant linéaire en déflexion et proportionnelle à la vitesse  $v_n$  :

$$\mathbf{f}^n = k_n \delta_n - \gamma_n \mathbf{v}_n \quad (2.19)$$

où  $k_n$  est la raideur au contact,  $\gamma_n$  est un coefficient d’amortissement visqueux et  $\mathbf{v}_n$  la vitesse relative normale.

La force  $\mathbf{f}^n$  ne peut exister que si le contact est géométriquement réalisé. De plus, cette dernière ne peut pas être négative. Le résultat de cette condition se résume comme suit :

$$\mathbf{f}^n = \begin{cases} \delta_n k_n - \gamma_n \mathbf{v}_n & \text{si } \|\delta_n\| \leq 0 \\ 0 & \text{si non} \end{cases} \quad (2.20)$$

La force de frottement est calculée sur la base du même modèle viscoélastique :

$$\mathbf{f}^t = \delta_t k_t - \gamma_t \mathbf{v}_t \quad (2.21)$$

la force de frottement doit satisfaire la condition de frottement de Coulomb :

$$\begin{aligned} \|\mathbf{v}_t\| \geq 0 &\Rightarrow \mathbf{f}^t = -\mu_s \mathbf{f}^n \frac{\mathbf{v}_t}{\|\mathbf{v}_t\|}, \\ \|\mathbf{v}_t\| = 0 &\Rightarrow -\mu_s \|\mathbf{f}^n\| \leq \|\mathbf{f}^t\| \leq \mu_s \|\mathbf{f}^n\| \\ \|\mathbf{v}_t\| \leq 0 &\Rightarrow \mathbf{f}^t = -\mu_s \mathbf{f}^n \frac{\mathbf{v}_t}{\|\mathbf{v}_t\|}, \end{aligned} \quad (2.22)$$

Les résistances au roulement et au pivotement sont modélisées de la même manière que la force de frottement :

$$\begin{aligned} \mathbf{M} &= R \mathbf{n} \times (\delta_r k_r - \gamma_r \mathbf{w}_r), \\ \mathbf{C} &= R \mathbf{n} \cdot (\delta_p k_p - \gamma_p \mathbf{w}_p), \end{aligned} \quad (2.23)$$

La résistance au roulement et la résistance au pivotement sont obtenus de la même manière que pour frottement de Coulomb en utilisant non pas la vitesse de glissement mais la vitesse de roulement ou de pivotement :

$$\begin{aligned} \|\mathbf{w}_r\| \geq 0 &\Rightarrow \mathbf{M} = -\mu_r R \mathbf{f}^n \frac{\mathbf{w}_r}{\|\mathbf{w}_r\|}, \\ \|\mathbf{w}_r\| = 0 &\Rightarrow -\mu_r R \|\mathbf{f}^n\| \leq \|\mathbf{M}\| \leq \mu_r R \|\mathbf{f}^n\| \\ \|\mathbf{w}_r\| \leq 0 &\Rightarrow \mathbf{M} = -\mu_r R \mathbf{f}^n \frac{\mathbf{w}_r}{\|\mathbf{w}_r\|}, \end{aligned} \quad (2.24)$$

$$\begin{aligned} \|\mathbf{w}_p\| \geq 0 &\Rightarrow \mathbf{C} = -\mu_p R \mathbf{f}^n \frac{\mathbf{w}_t}{\|\mathbf{w}_p\|}, \\ \|\mathbf{w}_p\| = 0 &\Rightarrow -\mu_p R \|\mathbf{f}^n\| \leq \|\mathbf{C}\| \leq \mu_p R \|\mathbf{f}^n\| \\ \|\mathbf{w}_p\| \leq 0 &\Rightarrow \mathbf{C} = -\mu_p R \mathbf{f}^n \frac{\mathbf{w}_t}{\|\mathbf{w}_p\|}, \end{aligned} \quad (2.25)$$

Contrairement à la déflexion normale, qui ne fait intervenir le pas de temps, le déplacement tangentiel  $\delta_t$ , de roulement  $\delta_r$  et de pivotement  $\delta_p$  sont cumulés jusqu'au seuil de glissement. Dans les trois cas, lorsque le seuil est atteint, le déplacement correspondant est maintenu

constant de sorte que la force ou le couple correspondant soit uniquement élastique :

$$\delta_t = \begin{cases} \delta_t + \mathbf{v}_t dt & \text{si } \|\mathbf{f}^t\| \leq \mu_s \|\mathbf{f}^n\| \\ \frac{\mathbf{f}^t}{k_t} t & \text{sinon} \end{cases} \quad (2.26)$$

$$\delta_r = \begin{cases} \delta_r + \mathbf{w}_r dt & \text{si } \|\mathbf{M}\| \leq \mu_r R \|\mathbf{f}^n\| \\ -\frac{\mathbf{M}}{R} \frac{\mathbf{w}_r}{k_r \|\mathbf{w}_r\|} & \text{sinon} \end{cases} \quad (2.27)$$

$$\delta_p = \begin{cases} \delta_p + \mathbf{w}_p dt & \text{si } \|\mathbf{C}\| \leq \mu_p R \|\mathbf{f}^n\| \\ -\frac{\mathbf{C}}{R} \frac{\mathbf{w}_p}{k_p \|\mathbf{w}_p\|} & \text{sinon} \end{cases} \quad (2.28)$$

Les vitesses relatives normale et tangentielle utilisées sont calculées à partir de la vitesse relative  $\mathbf{v}^\alpha$  projetées respectivement sur la composante normale ou tangentielle au contact :

$$\mathbf{v}^\alpha = (\mathbf{V}_i - \mathbf{V}_j) - (R_i \cdot \mathbf{n} \times \mathbf{W}_i + R_j \cdot \mathbf{n} \times \mathbf{W}_j) \quad (2.29)$$

$\mathbf{v}_n$  et  $\mathbf{v}_t$  sont obtenues par une transformation linéaire  $\mathbb{H}$  :

$$\begin{bmatrix} \mathbf{v}_n \\ \mathbf{v}_t \end{bmatrix} = \mathbb{H} \mathbf{v}^\alpha \quad (2.30)$$

Les vitesses relatives de roulement et de pivotement sont données par :

$$\begin{aligned} \mathbf{w}_r &= -R(\mathbf{n} \times \mathbf{W}_i - \mathbf{n} \times \mathbf{W}_j), \\ \mathbf{w}_p &= -R(\mathbf{n} \cdot \mathbf{W}_i - \mathbf{n} \cdot \mathbf{W}_j) \end{aligned} \quad (2.31)$$

### 2.3.2. Repère global versus local

Les interactions de contact et la cinématique de l'assemblage des particules peuvent être décrites dans un même référentiel mais, d'une manière générale, il est commode d'utiliser deux niveaux de description locale et globale associés à deux référentiels. La Figure 2.8 illustre la dualité qui existe entre ces deux niveaux. La difficulté est alors de définir l'application  $\mathbb{H}$  qui correspond à la matrice de passage dont les coefficients sont définis à partir des vecteurs normaux et tangentiels au point de contact. Si en 2D  $\mathbb{H}$  est définie sans ambiguïté, en 3D les vecteurs définissant le plan tangent au point de contact peuvent prendre une infinité de directions. Ces derniers peuvent être fixés à partir du repère global de la manière suivante. On note  $i$  la particule sur laquelle on applique la force et  $j$  la particule qui applique la force. Le vecteur normal  $\mathbf{n}$  au plan de contact est défini de sorte qu'il soit orienté de la particule  $j$  vers la particule  $i$ . Les vecteurs  $\mathbf{t}_1$  et  $\mathbf{t}_2$  définissent le plan tangent au point de contact. Les repères  $\mathcal{R}_{local}(O_l, \mathbf{n}, \mathbf{t}_1, \mathbf{t}_2)$  local et  $\mathcal{R}_{global}(O_g, \mathbf{X}, \mathbf{Y}, \mathbf{Z})$  global sont définis de telle sorte que  $\mathbf{X}, \mathbf{Y}, \mathbf{Z}$  et  $\mathbf{n}, \mathbf{t}_1, \mathbf{t}_2$  soient directs et orthonormés.

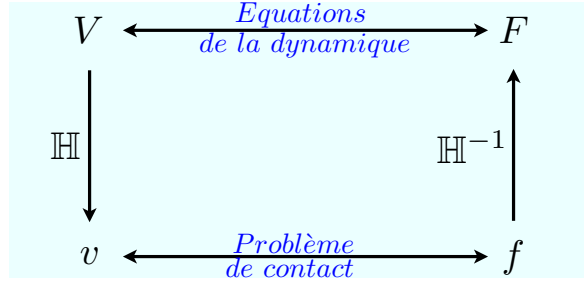


FIGURE 2.8: Schéma de dualité

Si le repère global est fixe et connu au cours du temps, il n'en est pas de même pour le repère local qui doit s'adapter à l'orientation de contact. Pour cette raison, il doit être re-défini à chaque pas de temps pour chaque contact. Soit  $(n_X, n_Y, n_Z)$ ,  $(t_{1X}, t_{1Y}, t_{1Z})$  et  $(t_{2X}, t_{2Y}, t_{2Z})$  les composantes de  $\mathbf{n}$ ,  $\mathbf{t}_1$  et  $\mathbf{t}_2$  dans  $\mathfrak{R}_{global}$ . Afin de fixer les directions de  $\mathbf{t}_1$  et  $\mathbf{t}_2$ , on impose que  $\mathbf{t}_1$  soit dans le plan défini par  $(\mathbf{n}, \mathbf{Y})$ . Dans certains cas particuliers où  $\mathbf{n}$  et  $\mathbf{Y}$  sont colinéaires  $\mathbf{t}_1 = \mathbf{Z}$  et  $\mathbf{t}_2$  sont fixés en fonction du signe du produit scalaire entre  $\mathbf{n}$  et  $\mathbf{Y}$ . Ces conditions sont résumées dans l'équation 2.32.

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{si } \mathbf{n} \times \mathbf{Y} = \mathbf{0} \left\{ \begin{array}{ll} t_{2X} = 1 & \text{et } t_{2Y} = t_{2Z} = 0 \\ t_{2X} = -1 & \text{et } t_{2Y} = t_{2Z} = 0 \end{array} \right. \begin{array}{l} \text{si } \mathbf{n} \cdot \mathbf{Y} \leq 0 \\ \text{sinon} \end{array} \\ \text{sinon } \mathbf{t}_1 = \frac{\mathbf{Y} \times \mathbf{n}}{\|\mathbf{Y} \times \mathbf{n}\|} \text{ et } \mathbf{t}_2 = \mathbf{n} \times \mathbf{t}_1 \end{array} \right. \text{ et } t_{1X} = t_{1Y} = 0 \text{ et } t_{1Z} = 1 \quad (2.32)$$

A partir de  $\mathbf{n}$ ,  $\mathbf{t}_1$  et  $\mathbf{t}_2$ ,  $\mathbb{H}$  est donnée par :

$$\mathbb{H} = \begin{bmatrix} n_X & n_Y & n_Z \\ t_{1X} & t_{1Y} & t_{1Z} \\ t_{2X} & t_{2Y} & t_{2Z} \end{bmatrix} \quad (2.33)$$

### 2.3.3. Schéma d'intégration

Le schéma d'intégration qui a été adopté utilise l'algorithme de *Velocity Verlet* [8]. Connaissant la position à l'instant  $t$ , la vitesse et l'accélération d'une particule  $i$ , on peut définir sa position à l'instant  $t + dt$  par :

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_i(t + dt) &= \mathbf{x}_i(t) + \mathbf{V}_i(t) dt + \frac{1}{2} \dot{\mathbf{V}}_i(t) dt^2 \\ \boldsymbol{\theta}_i(t + dt) &= \boldsymbol{\theta}_i(t) + \mathbf{W}_i(t) dt + \frac{1}{2} \dot{\mathbf{W}}_i(t) dt^2 \end{aligned} \quad (2.34)$$

où  $\dot{\mathbf{V}}_i$  et  $\dot{\mathbf{W}}_i$  sont respectivement l'accélération linéaire et angulaire de la particule  $i$ . La vitesse est évaluée au temps intermédiaire  $t + \frac{1}{2}dt$  :

$$\begin{aligned}\mathbf{V}_i(t + \tfrac{1}{2}dt) &= \mathbf{V}_i(t) + \tfrac{1}{2}\dot{\mathbf{V}}_i(t)dt \\ \mathbf{W}_i(t + \tfrac{1}{2}dt) &= \mathbf{W}_i(t) + \tfrac{1}{2}\dot{\mathbf{W}}_i(t)dt\end{aligned}\tag{2.35}$$

La vitesse au temps  $t + dt$  est ensuite obtenue par :

$$\begin{aligned}\mathbf{V}_i(t + dt) &= \mathbf{V}_i(t + \tfrac{1}{2}dt) + \tfrac{1}{2}\dot{\mathbf{V}}_i(t + dt)dt \\ \mathbf{W}_i(t + dt) &= \mathbf{W}_i(t + \tfrac{1}{2}dt) + \tfrac{1}{2}\dot{\mathbf{W}}_i(t + dt)dt\end{aligned}\tag{2.36}$$

Les accélérations sont mises à jour en utilisant le principe fondamental de la dynamique :

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{V}}_i(t + dt) &= \frac{1}{m_i}\mathbf{F}_i^{ext} \\ \dot{\mathbf{W}}_i(t + dt) &= \frac{1}{I_i}\mathbf{M}_i^{ext}\end{aligned}\tag{2.37}$$

où  $\mathbf{F}_i^{ext}$  et  $\mathbf{M}_i^{ext}$  sont respectivement la force et le moment appliqués sur la particule  $i$ .

### 2.3.4. Stabilité numérique

Dans cette section, on discute brièvement des paramètres critiques assurant la stabilité des simulations dans le cas du modèle de contact viscoélastique utilisé dans cette thèse. Au premier abord, ce modèle peut être approché par un système masse-ressort. Cette approximation ne tient pas compte de la dissipation qu'il est nécessaire de prendre en compte dans les milieux granulaires. Elle permet malgré tout d'évaluer le pas de temps maximal critique à ne pas dépasser pour assurer la stabilité du calcul. Pour définir ce pas de temps critique on considère l'équilibre dynamique d'un système masse-ressort de masse  $m$  et de raideur  $k$  est donnée par :

$$m \ddot{r}(t) + k r(t) = 0\tag{2.38}$$

La solution de cette équation se met sous la forme :  $r(t) = r_{max} \sin\left(\sqrt{k/m} t\right)$  où  $r_{max}$  représente l'amplitude des oscillations. La durée correspondante à la demi-période est donnée par  $t_c = \pi\sqrt{\frac{m}{k}}$ . La stabilité des simulations ne sera assurée que si le pas de temps  $dt$  reste bien inférieur à  $t_c$ .

Afin d'assurer l'amortissement des oscillations dues à la dissipation d'énergie élastique emmagasinée lors du choc on utilise un terme d'amortissement  $\gamma$ .

$$m \ddot{r}(t) + \gamma \dot{r}(t) + k r(t) = 0\tag{2.39}$$

Dans le cas où l'équation différentielle a une équation caractéristique de discriminant négatif l'amortissement pourra se faire tout en laissant la possibilité aux particules à se séparer en un

temps fini. Une condition nécessaire est que l'amortissement reste inférieur à l'amortissement critique  $\gamma_c = \sqrt{m k}$ . On introduit en général un coefficient  $\zeta \in [0, 1[$  qui permet de contrôler simplement le niveau d'amortissement par rapport à la valeur critique. Dans ce cas on a

$$\gamma = \zeta \gamma_c \quad (2.40)$$

Notons enfin que  $\zeta$  peut être reliée simplement au coefficient de restitution  $e$  par [169, 143] :

$$\zeta = \frac{\ln e}{\sqrt{(\ln e)^2 + \pi}} \quad (2.41)$$

## 2.4. Couplage fluide-particules

Dans cette section, on présente le couplage des méthodes en éléments discrets avec le fluide, simulé par la méthode Lattice Boltzmann, ainsi que quelques éléments sur l'optimisation des codes de calcul. Ce couplage est basé sur la détermination des échanges de quantité de mouvement évalués au niveau des frontières fluide-particules. Enfin, les paramètres du modèle de couplage seront explicités ainsi que la description des difficultés rencontrées lors de la détermination des interactions fluide-particules.

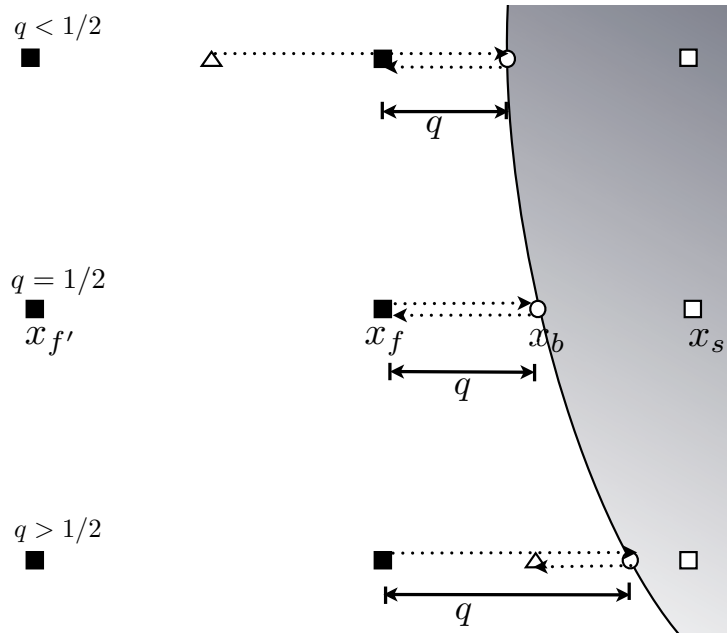
### 2.4.1. Modèle de couplage DEM-LBM

Le couplage fluide-particules dans les approches impliquant la méthode LBM utilise le plus souvent une association de la méthode de Bounce Back avec une condition de vitesse nulle du fluide à la paroi solide [21, 189, 51, 72, 75, 108]. Cette combinaison conduit à des méthodes de couplage proches de celles utilisées dans les approches *DNS* [127, 182, 183]. La méthode implémentée dans cette thèse met en œuvre un couplage complet dans lequel, à chaque pas de temps, l'action du fluide sur les particules est évaluée au même titre que celle des particules sur le fluide. Dans la suite, par souci de simplicité et de lisibilité on se limitera à une configuration bidimensionnelle, la configuration tridimensionnelle étant résolu de la même manière.

Dans l'espace LBM, la vitesse de propagation des particules du fluide est limitée par la vitesse du réseau  $c = \Delta x / \Delta t_{LBM}$ . Cette vitesse sera considérée par la suite en unités adimensionnées et prise égale à 1. Les particules fluides advectées à chaque pas de temps se déplacent de nœuds en nœuds et ne peuvent se trouver à une position intermédiaire entre deux nœuds. En présence d'une frontière solide au niveau de laquelle on souhaite imposer une vitesse relative nulle entre les particules et le fluide, il sera nécessaire d'utiliser une condition de type Bounce Back. Cette condition, qui peut ne pas respecter la topologie du réseau, nécessitera une adaptation de l'étape de streaming définie à l'équation 2.11. En notant  $x_f$  les nœuds se trouvant dans le domaine fluide,  $x_b$  ceux se trouvant sur la frontière fluide-particule et  $x_s$  ceux appartenant au domaine solide. La figure 2.9 illustre la réflexion au niveau de l'interface d'une particule de

fluide qui quitterait  $x_f$  pour aller vers  $x_s$ . En notant  $q = |x_b - x_f|/\Delta x$  on remarque que cette particule fluide ne pourra atteindre un nœud fluide en parcourant une distance de  $\Delta x$  que si  $q = 0, \frac{1}{2}$  ou 1.

Pour résoudre ce problème, on introduit un nœud fictif comme indiqué sur la figure 2.9. Sa position est définie de sorte qu'après le processus d'advection, la particule fluide ait parcouru une distance telle que  $q \geq 1$ . Ainsi, pour  $q \leq 0.5$ , le nœud fictif est placé à une position  $x_f - 0.5 |x_f - x_s|$  et pour  $q \geq 0.5$ , le nœud fictif est placé à une position  $x_f + 0.5 |x_f - x_s|$ . Dans chaque cas, on utilise une interpolation linéaire ou quadratique à partir des valeurs obtenues au niveau de deux ou trois nœuds voisins.



**FIGURE 2.9:** Les  $\square$  sont des nœuds solides, les  $\triangle$  sont des nœuds fictifs, les  $\blacksquare$  sont des nœuds fluides et les  $\circ$  sont des nœuds aux frontières.

Du point de vue algorithmique, que ce soit en deux ou trois dimensions, on parcourt tous les éléments du réseau qui intersectent le domaine solide. On suppose que  $x_f$  est un nœud fluide tel que  $x_f + \mathbf{c}_i$  soit un nœud solide. On note  $f_{i'}$  la quantité discrétisée de la densité de probabilité telle que  $f_{i'} = -f_i$  où  $f_i$  est dans la direction du nœud fluide vers la frontière solide. En utilisant une interpolation linéaire,  $f_{i'}$  est donnée par :

$$\begin{aligned} f_{i'}(x_f, t + \Delta t_{LBM}) &= 2q f_i^c(x_f, t) + (1 - 2q) f_i^c(x_f - \mathbf{c}_i, t) + \partial f_{i'}^w & q < \frac{1}{2} \\ f_{i'}(x_f, t + \Delta t_{LBM}) &= \frac{1}{2q} f_i^c(x_f, t) + \frac{2q-1}{2q} f_i^c(x_f, t) + \partial f_{i'}^w & q \geq \frac{1}{2} \end{aligned} \quad (2.42)$$

où  $f_i^c$  correspond à la valeur de  $f_i$  après l'étape de collision et avant la propagation.  $\partial f_{i'}^w$  est calculée à partir de la vitesse de la frontière solide (équation (2.44)).  $f_{i'}(x_f, t + \Delta t_{LBM})$  sera

utilisée après l'étape de collision et de propagation<sup>9</sup>.

Afin d'estimer  $\partial f_{i'}^w$ , on considère une vitesse macroscopique  $\mathbf{V}$  du fluide évoluant linéairement entre les positions  $x_f$  et  $x_s$ . En prenant  $\mathbf{V}_0$  comme vitesse de paroi, on obtient :

$$\mathbf{V} = \mathbf{V}_0 + (x - q) \frac{\partial \mathbf{V}}{\partial x} \quad (2.43)$$

Le développement de  $\mathbf{V}$  à l'ordre 1 donne une fonction de densité de probabilité  $f_i = f_i^0 + 3\omega_i \mathbf{V} \cdot \mathbf{c}_i$ . Par conséquent :

$$\begin{aligned} \partial f_{i'}^w &= 6\omega_i \mathbf{V}_0 \cdot \mathbf{c}_i \quad q < \frac{1}{2} \\ \partial f_{i'}^w &= \frac{3}{q}\omega_i \mathbf{V}_0 \cdot \mathbf{c}_i \quad q \geq \frac{1}{2} \end{aligned} \quad (2.44)$$

Les forces fluides sur la particule sont déterminées à partir de la variation de quantité de mouvement au niveau de la frontière fluide-particule [21, 75, 99, 189]. On note  $\mathbf{Q}_f$  et  $\mathbf{Q}_s$  les quantités de mouvement calculées dans les domaines fluide et solide, respectivement. La quantité échangée entre les deux domaines est donnée par :

$$\Delta \mathbf{Q}_{fs} = \mathbf{Q}_s - \mathbf{Q}_f \quad (2.45)$$

Pour calculer  $\mathbf{Q}_f$  et  $\mathbf{Q}_s$ , on considère les points  $x_f$  et  $x_s$  définis précédemment. On note  $\mathbf{c}_i$  la vitesse du réseau au niveau de  $x_f$  et  $\mathbf{c}_{i'}$  celle en  $x_s$  et telle que  $\mathbf{c}_{i'} = -\mathbf{c}_i$ .  $\mathbf{Q}_f$  et  $\mathbf{Q}_s$  sont alors définis par :

$$\begin{aligned} \mathbf{Q}_f &= \Delta x^D \sum_{all} \sum_i f_i^f \mathbf{c}_i \\ \mathbf{Q}_s &= \Delta x^D \sum_{all} \sum_i f_{i'}^s \mathbf{c}_{i'} \end{aligned} \quad (2.46)$$

où  $D$  est la dimension de l'espace,  $f_i^f$  et  $f_{i'}^s$  sont respectivement les densités de probabilité dans les directions  $\mathbf{c}_i$  et  $\mathbf{c}_{i'}$  dans les domaines fluide respectivement solide. La force correspondante appliquée sur la particule est alors donnée par :

$$\mathbf{F} = \frac{\Delta \mathbf{Q}_{fs}}{\Delta t} = \frac{\Delta x^D}{\Delta t} \sum_{all} \sum_i (f_i^f + f_{i'}^s) \mathbf{c}_{i'} \quad (2.47)$$

Le moment correspondant est calculé de la même manière en introduisant le bras de levier de la particule dont le point d'application est le centre de masse de cette même particule. Son expression est :

$$\mathbf{M} = \frac{\Delta x^D}{\Delta t} \sum_{all} \sum_i R_g \times (f_i^f + f_{i'}^s) \mathbf{c}_{i'} \quad (2.48)$$

La force et le moment calculés sont introduits dans les équations de la dynamique des particules comme une action extérieure. Enfin, on pourra noter que, bien que plus complexe à programmer, l'utilisation d'une interpolation au niveau de la frontière entre les particules et le fluide améliore particulièrement la qualité et la stabilité des calculs.

9. Dans la simulation LBM le traitement des valeurs des densités en périphérie du domaine solide ne diffère du traitement classique que dans l'étape de propagation.

### 2.4.2. Espace paramétrique DEM-LBM

Le couplage entre les approches DEM et LBM impose certaines contraintes sur le choix des paramètres. La méthode LBM utilisée n'est adaptée qu'aux fluides incompressibles. Cette hypothèse reste valable dans la mesure où le nombre de Mach est nettement inférieur à 1. Ceci impose que la particule se déplace à une vitesse largement inférieure à la vitesse du réseau  $c = \frac{\Delta x}{\Delta t_{LBM}}$ . Comme précisé au chapitre précédent, les particules et le fluide peuvent se trouver dans différents régimes. Une première évaluation de la vitesse maximale peut s'appuyer sur la vitesse de sédimentation d'une particule. Dans le cas du régime visqueux on pourra prendre comme référence la vitesse de Stokes alors que pour un régime inertiel il faudra considérer une vitesse plus importante basée sur la détermination de la valeur de la vitesse limite inertielle. Enfin, on notera que pour des raisons de temps de calcul, pouvant aller d'un à trois mois en 3D, il est primordial de bien choisir cette valeur.

La deuxième condition est relative à l'échelle de description du fluide. Bien qu'il soit possible d'utiliser des pas d'espace  $\Delta x$  assez grands (de l'ordre de la taille des pores), dans les simulations avec des suspensions granulaires denses il faut considérer l'erreur produite sur le calcul des forces de lubrification. En effet, seuls les nœuds fluides se trouvant dans la zone interstitielle proche du contact entre particules contribuent à son calcul. On notera tout de même que pour un rapport  $d/\Delta x \simeq 16$  où  $d$  est le diamètre de particule, cette force est calculée avec une erreur considérée comme relativement faible par différents auteurs [93, 122]. Par la suite une discussion plus détaillée sera donnée à ce propos dans le chapitre 3.

De la valeur de  $c$  et de  $\Delta x$ , on déduit le pas de temps et temps de relaxation  $\tau$  du fluide. Connaissant sa viscosité dynamique  $\eta$  et sa densité  $\rho_f$ , le temps de relaxation est donné par :

$$\begin{aligned} \Delta t_{LBM} &= \frac{\Delta x}{c}, \\ \tau &= 3 \frac{\eta}{\rho_f} \frac{\Delta t_{LBM}}{\Delta x^2} - \frac{1}{2} \end{aligned} \quad (2.49)$$

Il est à remarquer que si  $\Delta t_{LBM}$  peut être défini de façon explicite, il n'en est pas de même pour le temps de relaxation<sup>10</sup>, pourtant intimement lié aux propriétés du fluide. En effet, toute modification de cette valeur conduit à un changement de comportement du fluide sans pour autant interférer avec le processus de résolution de la méthode LBM.

Le pas de temps LBM  $\Delta t_{LBM}$  défini à partir de la relation précédente n'a aucune raison d'être le même que celui de la méthode DEM  $dt$ . En général,  $dt$  est inférieur ou égal  $\Delta t_{LBM}$ . Pour cette raison, il est nécessaire d'introduire un paramètre de synchronisation :

$$n_{sync} = \frac{\Delta t_{LBM}}{dt} + 1 \quad (2.50)$$

de sorte que pour  $n_{sync}$  itérations DEM on ait une itérations LBM. Cette approche, bien qu'efficace en terme de consommation CPU, présente néanmoins un inconvénient. Si l'on connaît

10. Il est d'une manière implicite lié à la résistance au cisaillement du fluide

les forces hydrodynamiques sur les particules au moment de la synchronisation, on ne peut cependant rien dire sur ces derniers jusqu'à la nouvelle synchronisation. Dans nos simulations, on considérera que les variations des forces hydrodynamiques restent faibles sur la durée  $n_{sync}dt$  et on cherchera à limiter l'écart entre les pas de temps. Par ailleurs, on notera que la méthode Contact Dynamics, qui utilise des pas de temps plus grands que la méthode Molecular Dynamics, permet d'atténuer largement ce problème.

### 2.4.3. Optimisation et environnement logiciel

Dans cette section, on présente brièvement quelques éléments sur l'optimisation du code de calcul et sur l'environnement logiciel.

#### Optimisation

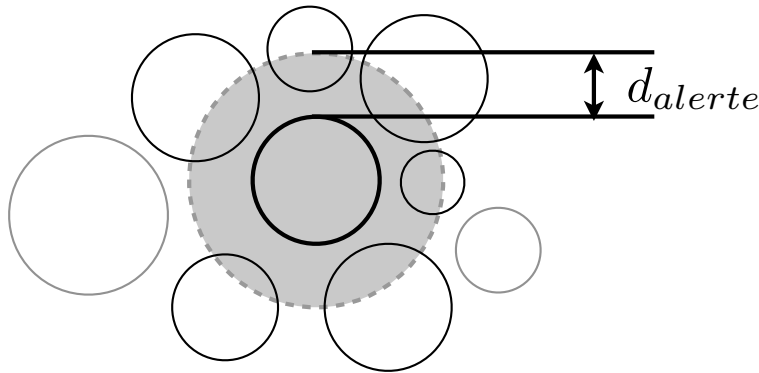
L'optimisation est essentielle pour assurer une implémentation efficace des algorithmes DEM et LBM. Certaines améliorations de la vitesse de calcul ne sont pas dépendantes de l'ordinateur utilisé. D'autres, par contre, en dépendent. Ces dernières nous intéresseront moins dans la mesure où elles entraînent souvent une altération de la lisibilité des codes sources. Dans cette partie, il ne s'agira pas de détailler l'ensemble des optimisations possibles <sup>11</sup> qui sont très nombreuses, mais de rappeler quelques principes de base.

En ce qui concerne les approches DEM, l'étape de calcul des interactions peut se révéler consommatrice en temps de calcul. C'est le cas notamment si l'on utilise des lois d'interaction complexes. Dans le cadre des approches MD, un effort particulier sera nécessaire pour développer des lois faisant intervenir explicitement les paramètres directement accessibles par la simulation. Par exemple, des modèles comme JKR pour le contact ou Laplace-Young pour la capillarité ont été adaptés dans ce sens dans le but d'obtenir une dépendance explicite de la force d'interaction à la distance entre particules [144, 134].

Une autre étape particulièrement consommatrice consiste à détecter les contacts. Cette étape est effectuée en évaluant les distances entre les particules. Si ce calcul est effectué sans discernement, il nécessitera pour  $N$  particules un nombre d'opérations de l'ordre de  $\sim N^2$ . La technique d'optimisation la plus courante, appelée Liste de Verlet <sup>12</sup> consiste à réduire les calculs en utilisant une liste répertoriant les voisins de chaque particules. La figure 2.10 montre pour une particule particulier, la distance d'alerte  $d_{alerte}$  à partir de laquelle les particules ne sont plus considérées dans le voisinage de cette particule.

11. Un domaine particulièrement actif dans le domaine de l'optimisation d'algorithmes permettant de simuler différents phénomènes physiques est celui des jeux vidéo.

12. Une autre méthode d'optimisation très courante, mais pas implémentée dans le cadre de cette thèse, consiste à utiliser un maillage permettant de construire la liste de particules. Pour tester les contacts il suffira de repérer l'élément dans lequel se trouve la particule et de tester les distances avec les particules adjacents. Cette méthode, bien que plus efficace en terme de temps de calcul que la méthode de Verlet a l'inconvénient majeur de dépendre de la taille de la plus grosse particule, ce qui complique son application dans le cas de milieux polydisperses.



**FIGURE 2.10:** Représentation schématique d'une liste de Verlet. Seul les particules qui touchent le cercle gris en pointillés font partie de la liste de Verlet

Au cours du calcul, cette liste doit être mise à jour avec une période à la fois grande devant la durée d'un pas de temps mais suffisamment faible pour que les particules n'aient pas le temps de trop se déplacer. A chaque pas de temps, pour rechercher les contacts ou interactions potentiels il suffira alors de parcourir cette liste pour limiter le nombre de tests à effectuer.

Cette méthode présente plusieurs avantages. Elle est simple à implémenter et permet de traiter facilement le cas de milieux polydispersés. Par ailleurs, il est possible d'utiliser plusieurs listes de voisinages imbriquées (super-liste) avec des distances d'alertes différentes pour accélérer le calcul [176]. Dans les calculs effectués on utilisera ce type de stratégie. Il faut noter également qu'un inconvénient majeur de cette approche est qu'il est nécessaire de trouver un bon compromis entre fréquence d'actualisation de la liste et distance d'alerte.

En ce qui concerne les méthodes LBM, les optimisations portent essentiellement sur le stockage en mémoire et l'utilisation de méthodes de type Swapping pour la résolution de l'étape de Streaming [112]. La puissance de l'algorithme LBM tient en partie à sa capacité à traiter les calculs localement au niveau des nœuds du maillage. La connectivité de celui-ci étant particulièrement simple et les échanges d'informations étant limités aux voisins les plus proches, il est possible d'utiliser des tableaux réguliers pour le codage en mémoire. Dans nos travaux nous avons utilisé ce type d'implémentation qui est particulièrement efficace pour le calcul numérique puisque les accès mémoires sont directs et ne nécessitent pas d'utilisation de tables de connectivité. Il faut noter tout de même que tout l'espace potentiellement occupé par le fluide devra être discrétisé. Ainsi pour une simulation 3D nécessitant un maillage de  $100 \times 100 \times 100$  correspondant à un million de nœuds fluides et dans laquelle on plonge un milieu granulaire de compacité 0.6, seuls 400000 nœuds sont réellement utilisés. Plusieurs auteurs ont cherché à palier ce problème mais se heurtent à des codes difficiles à mettre en œuvre et à des gains limités en terme de temps de calcul.

Enfin, on notera que les algorithmes LB sont caractérisés par une très bonne "scalabilité numérique" permettant d'avoir des gains de puissance de calcul très importants (et quasi linéaires en fonction du nombre de processeurs) dans les simulations parallèles. Ceci est en partie dû à des communications limitées entre processeurs qui autorisent l'utilisation des méthodes d'au-

toparallélisation récemment développées par les fabricants de compilateurs (Intel, PGI . . .) avec une efficacité non négligeable. Par ailleurs, la popularisation des architectures parallèles<sup>13</sup> basées sur des processeurs classiques ou sur des GPU (carte graphiques) contribuent également au succès grandissant des approches LB.

## Langage, code de calcul et environnement de post-traitement

Le choix d'un langage et d'une architecture de code de calcul est important et souvent difficile à faire. Dans cette thèse, les éléments qui nous ont guidé pour ce choix ont été marqués par la nécessité d'effectuer des simulations longues, parfois de l'ordre de plusieurs mois, et de manipuler des volumes de données très importants dépassant la dizaine de téra octets. De plus, les études paramétriques effectuées impliquent le plus souvent plusieurs dizaines de simulations avec des variations de la compacité du milieu granulaire, de la viscosité du fluide. . .

Dans ce contexte, plusieurs éléments nous sont apparus essentiels pour mettre en œuvre un environnement de simulation efficace :

- La flexibilité est un élément important à prendre en compte quand les analyses physiques envisagées nécessitent une implémentation originale des algorithmes. Il est souvent nécessaire par exemple de combiner différents codes de calcul pour coupler plusieurs phénomènes physiques ou appliquer des algorithmes d'analyse de données complexes.
- De la même manière, la rapidité d'implémentation joue aussi un rôle important dans un domaine de recherche actif où il est souvent nécessaire d'être réactif. L'utilisation de logiciels fermés ou d'architecture difficile à appréhender rapidement quand on n'en est pas l'auteur limitera les possibilités des tests et des expérimentations.
- La simplicité d'utilisation est un élément clé pour l'efficacité dans la réalisation d'études paramétriques de grande ampleur. Les outils en ligne de commande permettent d'optimiser le déploiement rapide des calculs sur des architectures hétérogènes ou sur des clusters. Pour s'assurer de la pertinence des modèles physiques implémentés, il est souvent nécessaire de relancer plusieurs fois des calculs générant un nombre important d'informations. Pour cette raison, un effort particulier a été fait dans cette thèse pour la collecte de données distribuées et l'automatisation des représentations graphiques.
- Un autre point important est de pouvoir mettre en suspens le calcul et le reprendre à volonté. Ceci est particulièrement vrai quand on fait du calcul parallèle ou pour des simulations longues pour lesquelles le risque d'interruption par des coupures de courant ou du fait des opérations de maintenances devient non négligeable.
- Enfin il est clair qu'un langage de bas niveau compilé est nécessaire pour optimiser au maximum les temps de calculs. Bien qu'il existe plusieurs possibilités dans ce domaine, nous avons fait le choix du langage C enrichi par différentes fonctions disponibles dans la librairie standard STL du C++<sup>14</sup>. Ces fonctions sont utilisées notamment pour les entrées-

13. Dans ce travail de thèse, et dans la mesure où l'objectif est de faire des études paramétriques impliquant de lancer plusieurs calcul en même temps, on s'est limité à une parallélisation de type OpenMP. Les méthodes de type MPI, plus efficaces mais plus difficiles à utiliser n'ont pas pu être mises en œuvre dans le cadre de cette thèse.

14. On peut noter aussi que le C/C++ bénéficie d'une très large gamme de librairies scientifiques, de compila-

sorties et la représentation des données sous forme des matrices, des vecteurs ou des listes structurées.

Un mode de développement basé sur la construction de “briques élémentaires” facilement modifiable et adaptables a été privilégié. Il s’appuie sur la structure de la librairie GDM-tk<sup>15</sup> (Granular Dynamics Method toolkit) et qui fait encore l’objet des nombreux développements. Cette librairie, du fait de sa structure sous forme de codes courts et simple, permet une prise en main très efficace.

Sans entrer dans les détails techniques, elle est organisée en trois niveaux :

**Algorithme** Ce niveau contient les classes impliquées dans la résolution numérique des équations du mouvement. Les objets *Sample* et *Network* traitent des données internes de l’assemblage des particules (particules et leur réseau d’interactions) tandis que les classes héritant de la classe *Algo* et traitent de la dynamique des corps en prenant en compte leurs interactions. Les classes *CDAalgo* et *MDAalgo*, par exemple, pour le calcul respectivement par les méthodes CD et MD héritent de la classe *Algo*.

**Système** Ce niveau est composé des classes héritant de la classe *System* qui définit les degrés de liberté effectifs, les conditions aux limites du problème et le post-traitement associé.

**Simulation** Ce niveau contient les fichiers des données nécessaires pour une simulation.

Enfin, le post-traitement graphique des données provenant de simulations fluide est un élément important pour la représentation de résultats spatialisés tels que les champs de pression ou les vitesses. Dans ce travail de recherche nous avons choisi d’utiliser le logiciel libre Paraview<sup>16</sup> qui a l’avantage majeur de permettre de représenter facilement différents types de données discrètes ou continues. En outre, il est possible d’utiliser ce logiciel pour différentes analyses complexes et pour générer des films dans lesquels les gradients de couleurs et la transparence des éléments représentés, le niveau d’éclairement des particules, le point de vue de la caméra. . . peuvent être contrôlés.

## Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons décrit la méthodologie mise en œuvre pendant cette thèse pour l’étude des milieux granulaires immergés. Quelques ingrédients de base permettant de développer des modèles physiques adaptés à la modélisation des mélanges entre fluides et milieux granulaires ont été présentés. Les algorithmes mis en œuvre dans cette thèse ont ensuite été décrits en détail. Pour la modélisation du fluide, nous avons choisi d’utiliser des méthodes de type Lattice Boltzmann en 2D et en 3D. Elles permettent une implémentation simple et sont particulièrement efficaces en terme de consommation CPU. Par ailleurs, elles ont l’avantage de pouvoir être adaptées plus tard à la simulations de fluides complexes viscoélastiques [54, 55],

teurs particulièrement efficaces et bien standardisés et probablement de la plus grande communauté d’utilisateurs dans le domaine de la programmation.

15. [cgp-gateway.org](http://cgp-gateway.org)

16. <http://www.paraview.org>

multiphasiques [154, 155, 7] et à la prise en compte de la température [192, 193] ou de régimes fortement turbulents [71]. Le terme de collision qui traduit l'état thermodynamique du fluide est intrinsèquement lié à la viscosité. Ce terme a été discrétisé de deux manières différentes suivant que l'on considère que le retour à l'équilibre du fluide est régi par un (Méthode BGK) ou plusieurs (Méthode MRT) taux de relaxation. Le couplage de l'approche LBM avec les méthodes Contact Dynamics CD en 2D et Molecular Dynamics en 3D ainsi que les problèmes liés aux choix des paramètres de synchronisation des pas de temps ont été présentés dans ce chapitre.



## CHAPITRE 3

# Analyse paramétrique et validité du modèle numérique

### Sommaire

---

|                                                                                    |            |
|------------------------------------------------------------------------------------|------------|
| <b>Introduction</b> . . . . .                                                      | <b>86</b>  |
| <b>3.1. Couplage fluide-particules</b> . . . . .                                   | <b>86</b>  |
| 3.1.1. Diffusion, échange de quantité de mouvement et effets du maillage . . . . . | 86         |
| 3.1.2. Forces de lubrification et effet du maillage . . . . .                      | 91         |
| 3.1.3. Forces de traînée . . . . .                                                 | 99         |
| <b>3.2. Comportement transitoire</b> . . . . .                                     | <b>100</b> |
| 3.2.1. Effet de l'assemblage granulaire initial . . . . .                          | 100        |
| 3.2.2. Effets des paramètres de contact : amortissement local . . . . .            | 104        |
| <b>Conclusion</b> . . . . .                                                        | <b>108</b> |

---

## Introduction

Dans ce chapitre, nous allons présenter une série d'études paramétriques réalisées dans le but de tester les performances numériques du modèle de couplage décrit dans le chapitre précédent et d'examiner dans des situations relativement simples la sensibilité des résultats au choix des paramètres et la pertinence du modèle physique sous-jacent.

Nous allons en premier lieu aborder le problème de couplage à travers la diffusion et l'échange de quantité de mouvement. Nous discuterons également du choix de la résolution spatiale du fluide par rapport aux forces de lubrification et aux forces de trainée. Une analyse sera présentée sur l'influence de l'état d'assemblage et du choix des paramètres de contact dans le modèle DEM par rapport aux phénomènes d'avalanche qui nous intéressent dans cette thèse.

### 3.1. Couplage fluide-particules

#### 3.1.1. Diffusion, échange de quantité de mouvement et effets du maillage

##### Diffusion de la quantité de mouvement

Dans cette section, on va s'intéresser à la diffusion de la quantité de mouvement. Pour se faire, nous allons considérer une configuration de type cisaillement plan périodique qui reproduit les conditions d'un rhéomètre de type Couette. Dans cette configuration, le fluide est situé entre deux plans parallèles dont le plan supérieur est cisailé à une vitesse constante alors que le plan inférieur est maintenu à une vitesse nulle. Les conditions aux limites entre le fluide et ces parois sont de type non-glissement comme définies à la section 2.2.5. du chapitre 2 et des conditions de périodicité sont appliquées aux parois latérales. La figure 3.1 illustre le dispositif utilisé dont les dimensions choisies sont  $L = 0.0005 \text{ m}$ ,  $e = 0.0001 \text{ m}$  et  $H = 0.0020 \text{ m}$ . Outre les propriétés diffusives, on s'intéresse également à la capacité de la méthode LBM à retrouver la viscosité du fluide à l'échelle macroscopique à partir de la mesure des contraintes et du taux de déformation  $\dot{\gamma}$  interne lors de la simulation.

Quatre viscosités  $\eta = \{0.001, 0.005, 0.010, 0.020\} \text{ Pa.s}$  sont utilisées. La densité du fluide  $\rho_f$  est choisie égale à  $1000 \text{ kg/m}^3$ . La vitesse de cisaillement est fixée à  $\dot{\gamma} = 150 \text{ s}^{-1}$  soit une vitesse de  $0.3 \text{ m/s}$  pour une résolution spatiale  $\Delta x = 0.00001 \text{ m}$  et une vitesse du réseau  $c$  égale à  $1 \text{ m/s}$ .

L'expression analytique donnant la diffusion de la quantité de mouvement sur un élément de volume cisailé est obtenue en faisant le bilan des forces agissant sur ce dernier (Figure 3.2(a)). Entre  $z$  et  $z + dz$  on a :

$$-\eta S \frac{\partial v_x}{\partial z}(z) + \eta S \frac{\partial v_x}{\partial z}(z + dz) = \eta S \frac{\partial^2 v_x}{\partial z^2}(dz) \quad (3.1)$$

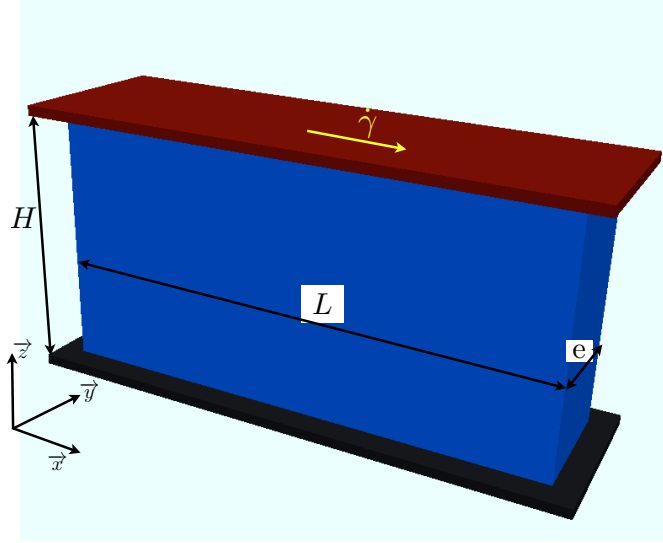


FIGURE 3.1: Configuration géométrique de cisaillement plan périodique.

Sans les termes convectifs, l'équilibre des forces se met sous la forme :

$$\rho_f S \partial z \frac{\partial v_x}{\partial t} = \eta S \partial z \frac{\partial^2 v_x}{\partial z^2} \quad (3.2)$$

le développement de cette équation donne finalement :

$$\frac{\partial v_x}{\partial t} = \frac{\eta}{\rho_f} \frac{\partial^2 v_x}{\partial z^2} \quad (3.3)$$

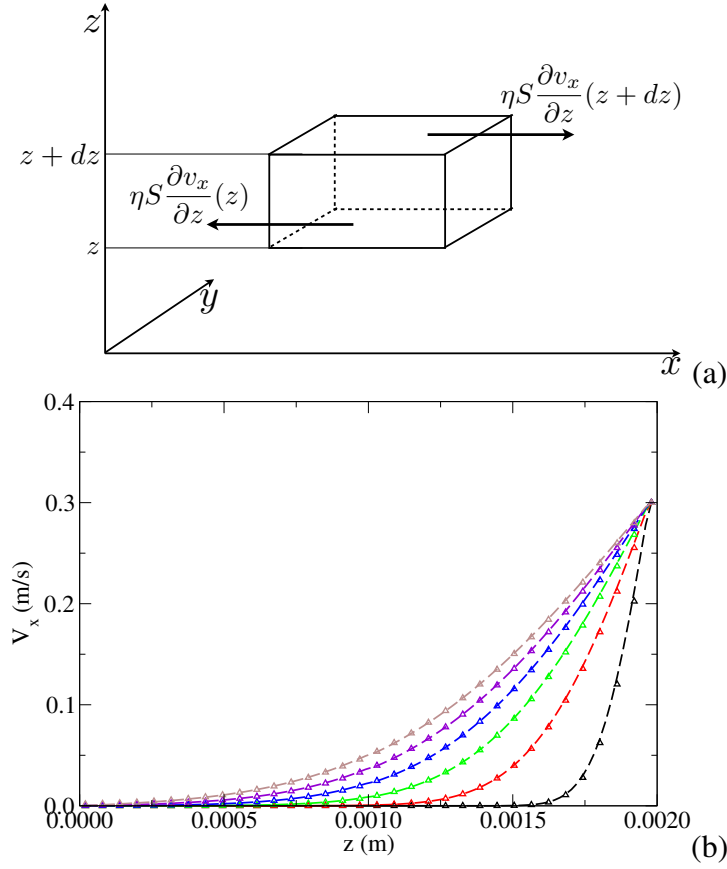
La solution de cette équation est de la forme :

$$v_x \left( \frac{z}{2\sqrt{\frac{\eta}{\rho_f} t}} \right) = V_0 \left( 1 - \operatorname{erf} \left( \frac{z}{\sqrt{\frac{\eta}{\rho_f} t}} \right) \right) \quad (3.4)$$

La figure 3.2(b) montre la bonne adéquation entre les résultats numériques et la solution analytiques.

Pour s'assurer de la capacité des simulations à retrouver la viscosité dynamique  $\eta$  à l'échelle macroscopique, on se place dans la même configuration géométrique que précédemment et on simule l'écoulement jusqu'à atteindre l'état stationnaire. Pour un fluide newtonien, les contraintes de cisaillement sont proportionnelles au taux de déformation en cisaillement. Dans notre configuration  $\eta = \sigma_{xz} / \dot{\gamma}$ . La figure 3.3 montre un bon accord entre les valeurs imposées et la mesure réalisée de  $\eta$  déterminée à différentes positions  $z$ .

Les résultats précédents montrent qu'il est possible, comme dans les solveurs de calcul de type Navier-Stokes [179, 181], de calculer la force hydrodynamique à partir des contraintes

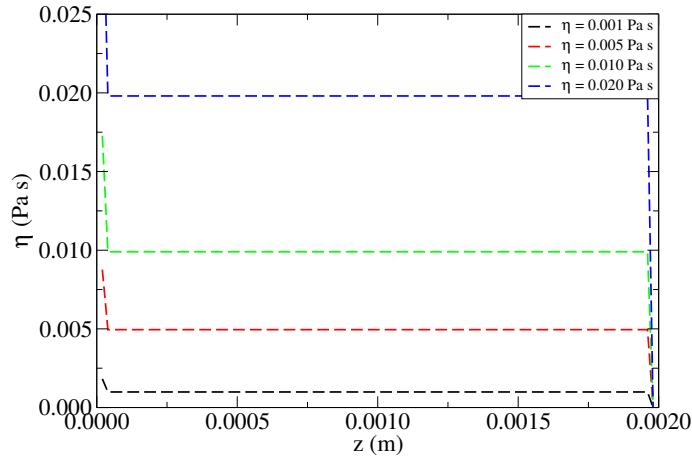


**FIGURE 3.2:** Représentation schématique des forces appliquées sur une cellule en cisaillement plan (a); (b) évolution dans le temps du profil de vitesse ( $v_x(z, t)$ ) induit par le cisaillement. — résultats numériques et  $\triangle$  résultats théoriques. Les courbes correspondent à  $t = \{10^{-2}, 5 \cdot 10^{-2}, 10 \cdot 10^{-2}, 15 \cdot 10^{-2}, 20 \cdot 10^{-2}, 25 \cdot 10^{-2}\}$  s.

[65, 189]. La force hydrodynamique appliquée sur une particule est alors donnée par :

$$\mathbf{F} = \int \mathbf{n} \cdot \sigma_f dA \quad (3.5)$$

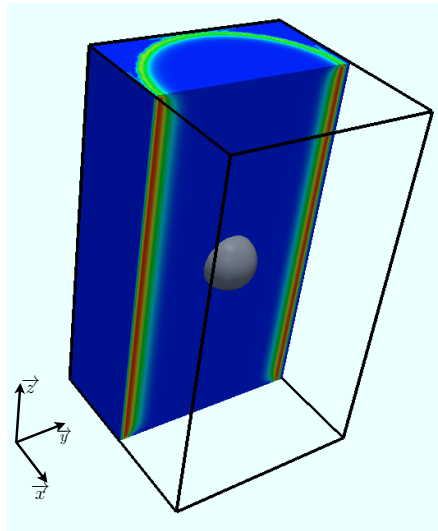
où  $\sigma_f = p_f \mathbb{I} + \eta(\nabla \mathbf{v} + (\nabla \mathbf{v})^T)$  est la contrainte fluide appliquée sur l'élément de surface  $dA$  et  $\mathbb{I}$  la matrice identité. Dans l'approche LBM  $\sigma_f = p_f \mathbb{I} + \sigma_{\alpha\beta}$  avec  $\sigma_{\alpha\beta} = (1 - \frac{1}{2\tau}) \sum_i [f_i - f_i^{eq}] \cdot (c_{i\alpha} c_{i\beta} - \frac{1}{D} c_i c_i \delta_{\alpha\beta})$ , où  $\delta_{\alpha\beta}$  représente les composantes de la matrice identité et où  $D$  est la dimension de l'espace. Plutôt que d'effectuer un calcul intermédiaire dans le calcul de  $\mathbf{F}$ , dans la méthode LBM, il est plus commode de travailler à partir de l'échange de quantité de mouvement dont le processus est décrite dans la section 2.4.1. du chapitre 2



**FIGURE 3.3:** *Mesure de la viscosité dynamique du fluide numériquement en comparaison avec la valeur théorique imposée.*

### Echange de quantité de mouvement et effet du maillage

Dans ce paragraphe, on s'intéresse aux échanges de quantité de mouvement entre une particule et le fluide. Afin de réaliser cette étude, une configuration spécifique a été mise en place. Il s'agit d'un cylindre de longueur considéré comme étant infini rempli de fluide dans lequel on place une particule. Une condition de pression nulle est appliquée sur les extrémités du cylindre conformément à la méthode définie à la section 2.2.5. du chapitre 2. La paroi du cylindre est animée d'une vitesse imposée <sup>1</sup> (Figure 3.4).



**FIGURE 3.4:** *Représentation de la configuration géométrique utilisée pour l'étude du transfert de quantité de mouvement.*

1. On notera que dans cette simulation tout le système est plongé dans une boîte fluide rectangulaire.

Les dimensions de la couche cisailée et de la boîte contenant le fluide sont données sur la figure 3.5. Le rayon  $R_c$  de la cellule est fixé à 0.0015 m dans le cas où la couche extérieure du fluide est cisailée, et à  $R_c = 0.002$  m dans la cas où la particule est pilotée à vitesse imposée. La différence entre ces deux valeurs est purement d'ordre visuel afin de laisser plus de point pour l'observation de la diffusion dans le fluide.  $H$  est fixé à 0.004 m, la couche fluide est fixée à  $3\Delta x$  et les côtés de la boîte fluide sont de longueur  $2R_c + 8\Delta x$ . Le fluide a une viscosité de  $\eta = 0.010$  Pa.s, une densité de  $\rho_f = 1000$  kg/m<sup>3</sup> et, sauf mention contraire, la résolution spatiale est  $\Delta x = 0.00006$  m et la vitesse du réseau  $c = 1$  m/s. En ce qui concerne la particule, elle a un rayon de  $R_g = 0.0006$  m, une densité de  $\rho_g = 1000$  kg/m<sup>3</sup>. Enfin, les pas de temps DEM et LBM sont identiques.

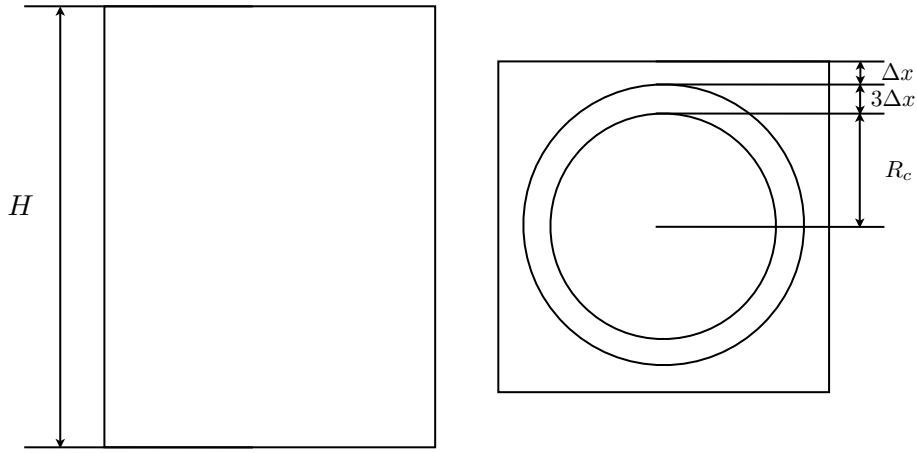
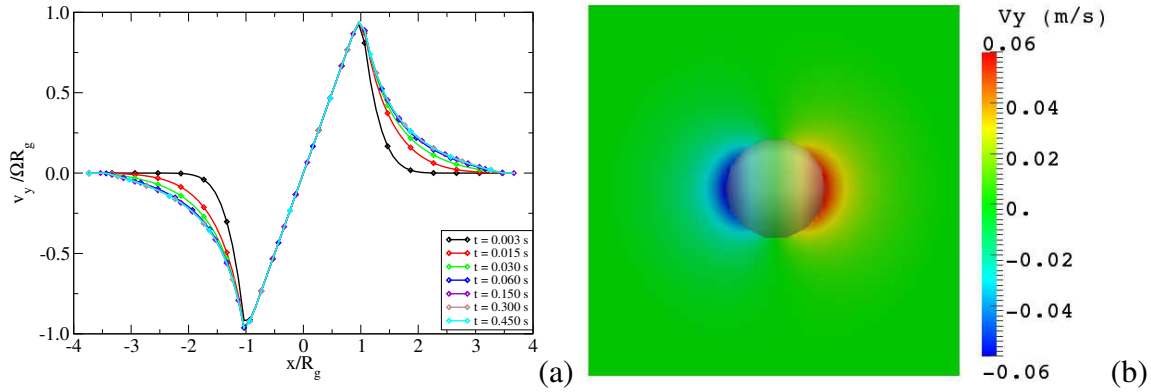


FIGURE 3.5: Dimensions géométrique de la boîte numérique et de la couche fluide cisailée.

Le couplage se faisant en deux étapes, nous avons choisi d'étudier en premier lieu le transfert de quantité de mouvement de la particule vers le fluide puis celui du fluide vers la particule. Nous allons, dans un premier cas, nous intéresser tout d'abord au transfert de quantité de mouvement de la particule vers le fluide. Dans ce cas, la couche cylindrique est maintenue à une vitesse nulle et on impose une vitesse de rotation  $\Omega = 100$  tr/s constante sur la particule. Cette vitesse est portée par l'axe du cylindre alors que les autres degrés de liberté en rotation et en translation sont supprimés.

La figure 3.6 montre la diffusion de la quantité de mouvement de la particule vers le fluide. Sur la figure 3.6(a) on constate une évolution linéaire de la vitesse  $V_y$  normalisée par  $\Omega R_g$  en fonction de position  $x$  normalisée par  $R_g$ . Le calcul montre clairement qu'au niveau de l'interface entre la particule et le fluide, le fluide est cisailé à la même vitesse que celle imposée à la particule. On remarque également la diffusion progressive de la quantité de mouvement jusqu'à atteindre un état stationnaire pour  $t \simeq 0.06$  s.

Dans un deuxième cas, nous allons nous intéresser au transfert de la quantité de mouvement du fluide vers la particule. Pour cela, contrairement au cas précédent, on cisaille la couche de fluide en imposant une vitesse de rotation  $\Omega = 100$  tr/s et on mesure l'évolution de la vitesse de rotation de la particule dans la direction de l'axe du cylindre (les autres degrés de liberté étant



**FIGURE 3.6:** Evolution du profil de vitesse  $V_y$  normalisée par  $\Omega R_g$  en fonction de la position  $x$  normalisée par  $R_g$  (a). Carte de vitesses  $V_y$  dans le plan  $(x, y)$  dans l'état stationnaire (b).

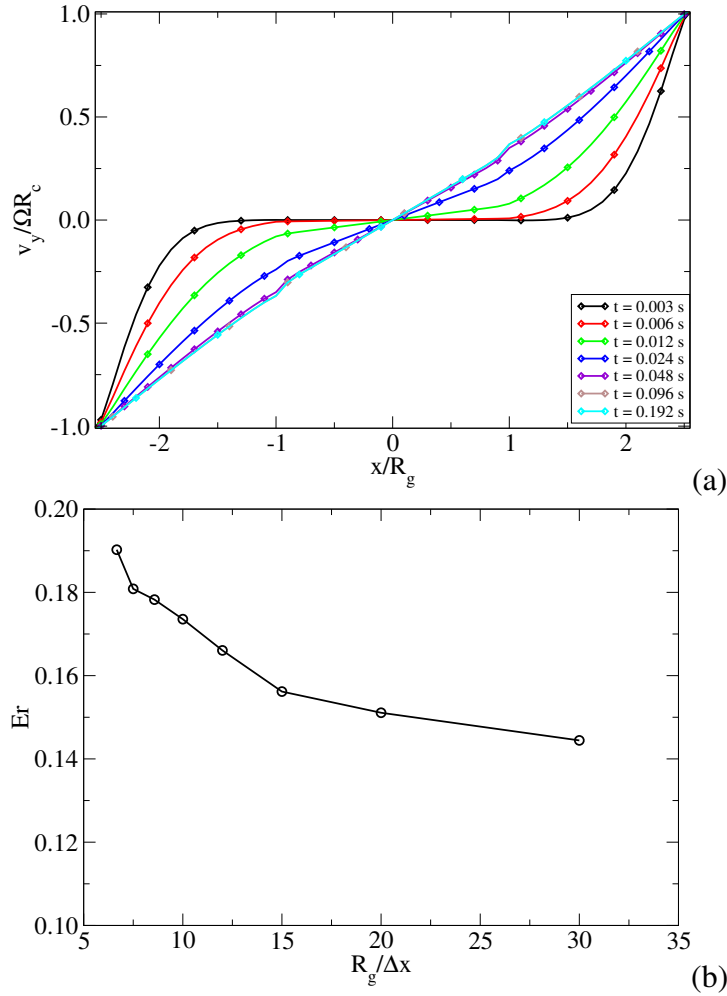
supprimés).

La figure 3.7(a) montre l'évolution dans le temps du profil de vitesse normalisé  $V_y/(\Omega R_c)$  en fonction de la position  $x/R_g$ . On constate un transfert progressif de la quantité de mouvement du fluide vers la particule. Une discontinuité est observée autour de la position  $x/R_g = \pm 1$ . Celle-ci peut avoir deux origine possibles : le rapport  $R_g/\Delta x$  ou l'ordre d'interpolation [87] utilisé sur la frontière fluide-particule. Pour étudier l'origine de cette discontinuité, nous avons analysé l'erreur  $Er = (\Omega - W_g)/\Omega$  en fonction de  $R_g/\Delta x$ . On constate que  $Er$  diminue avec l'augmentation de  $R_g/\Delta x$  pour tendre vers  $\sim 14\%$ . Néanmoins, cette valeur reste trop élevée pour être négligeable. Afin de se rapprocher au mieux du problème d'échange de quantité de mouvement qui se traduit ici par une discontinuité entre la vitesse du fluide et celle de la particule, nous avons calculé  $Er$  uniquement sur les nœuds qui se trouvent de part et d'autre de la frontière de la particule.

Etant donné le fait que la discontinuité apparaît au niveau de la frontière fluide-particule et que  $Er$  décroît en fonction de  $R_g/\Delta x$ , nous avons introduit un facteur  $\lambda$  de sorte que  $-1 \leq \lambda \leq 2$ . Ce facteur est appliqué sur le rayon de la particule tel que  $R_g$  utilisé dans le calcul soit de  $R_g + \lambda \Delta x$ . Ceci nous permet de calculer  $Er$  sur trois nœuds successifs et de vérifier l'influence de la position de la frontière fluide-particule par rapport aux nœuds fluides. La figure 3.8 donne la variation de  $Er$  en fonction de  $\lambda$ . On voit ici que  $Er$  est réduit de 50%. On remarque également que cette dernière présente des pics qui apparaissent périodiquement avec une période de  $\Delta x$ . La différence sur  $Er$  observée ici par rapport à la valeur initiale s'explique par la diffusion dans la troisième direction (l'axe de la couche cylindrique cisailée). Cette erreur est acceptable, et nous verrons dans la suite qu'elle n'a pas d'influence majeure sur les résultats.

### 3.1.2. Forces de lubrification et effet du maillage

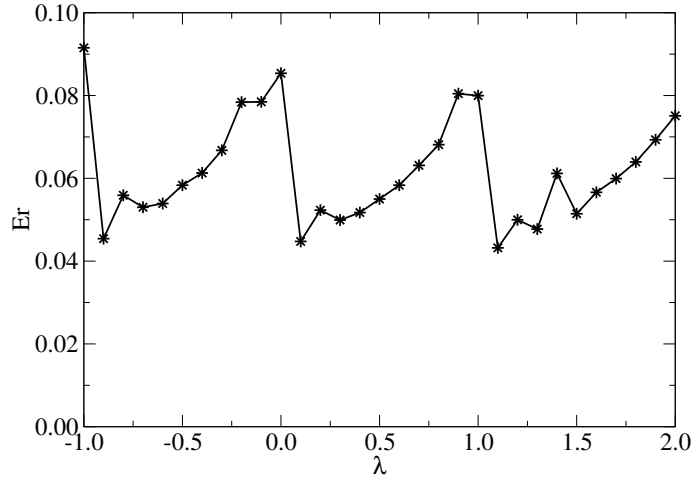
Dans le cas des milieux granulaires denses, le rôle des forces de traînée peut rester limité devant l'apparition de forces de lubrification au niveau des interstices entre les particules ; figure



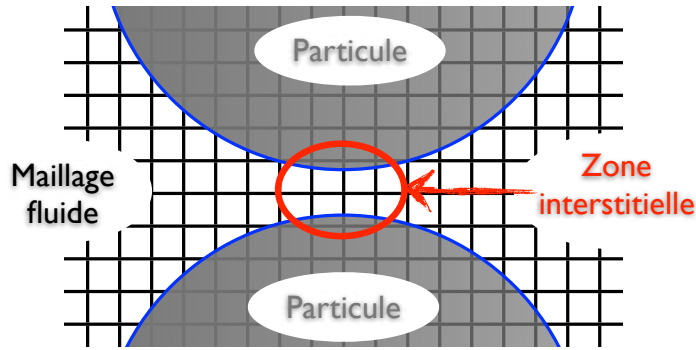
**FIGURE 3.7:** Evolution du profil de vitesse  $V_y$  normalisé par  $\Omega R_c$  en fonction de la position  $x$  normalisée par  $R_g$  (a). (b)  $Er$  en fonction de  $R_g/\Delta x$ .

**3.9.** Dans ce paragraphe, nous allons nous intéresser à ces forces et à la capacité du couplage DEM-LBM à reproduire le comportement théorique. Pour cette étude, deux configurations sont mises en place. La première est utilisée pour étudier l'interaction entre deux particules tandis que la deuxième est utilisée pour étudier l'interaction entre une particule et une paroi ; figure 3.10. Les particules sont placées à l'intérieur d'un cylindre obtenu en imposant une condition de vitesse nulle du fluide au bord du cylindre. Le domaine fluide est de base carrée et de dimensions  $4R_4 + 8\Delta x$  de côté et de  $6R_g$  de hauteur pour le cas de l'interaction particule-paroi et  $12R_g$  de hauteur pour l'interaction particule-particule. La couche fluide qui permet de matérialiser le cylindre est de taille  $3\Delta x$  et le rayon intérieur est de  $2R_g$ . Les deux extrémités du domaine fluide sont maintenues à pression nulle.

Comme discuté précédemment, la quantité de mouvement échangée lors du couplage est sensible à la résolution du maillage fluide  $\Delta x$ . On s'intéressera ici à l'influence sur les forces de lubrification de  $\Delta x$  et de la position de la zone de contact par rapport aux nœuds fluides.



**FIGURE 3.8:** Erreur sur l'échange de quantité de mouvement en fonction de la position de la surface de la particule par rapport aux nœuds fluide.

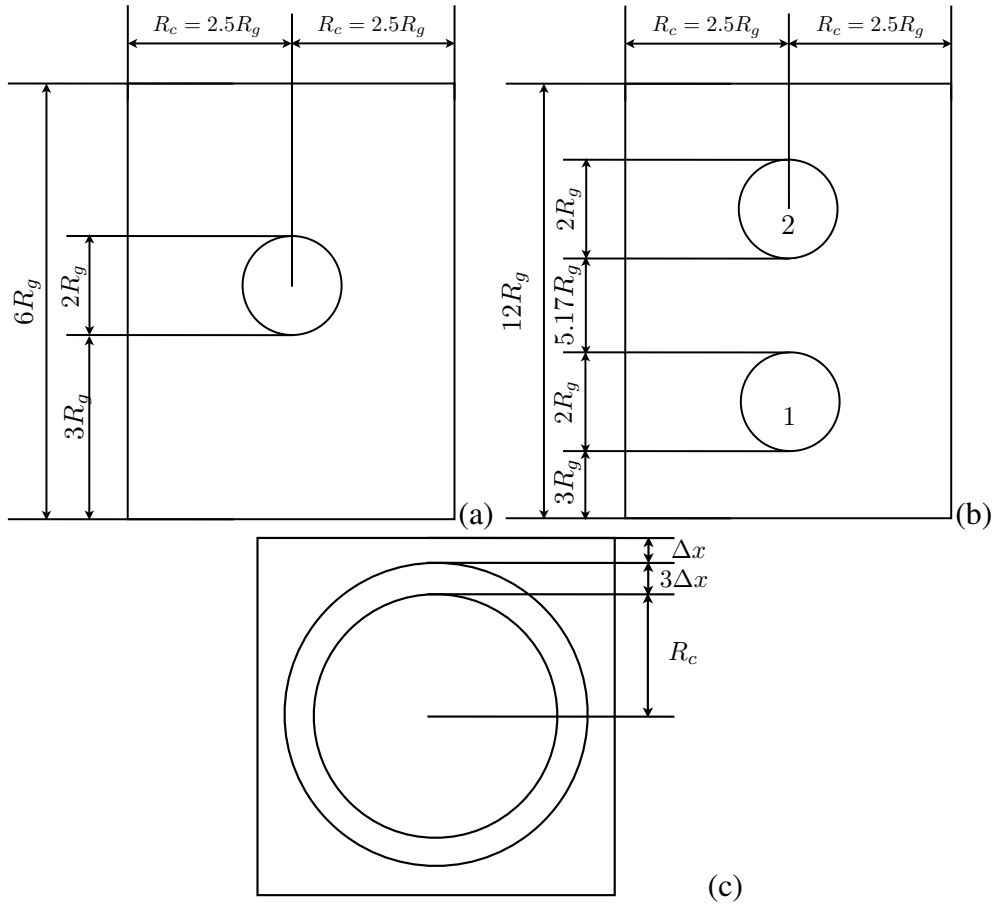


**FIGURE 3.9:** Représentation schématique de la zone interstitielle pour deux particules candidates au contact.

Les résultats numériques obtenus à partir de notre modèle de couplage ont été confrontés à une expression théorique. La force de lubrification apparaissant entre une particule et une paroi a été étudiée expérimentalement [105, 2, 191] et théoriquement [162, 26, 113] par différents auteurs.

Une expression analytique exacte de la force de lubrification pour un fluide de Stokes a été donnée par Brenner et Al. [26] en fonction de la distance  $h$  à la paroi. On suppose ici que pour  $h/R_g$  grand,  $f_l/f_v \simeq 1$  et on utilisera le développement proposé par Cox [40] :

$$f_l = 6\pi\eta R_g v \left[ \frac{R_g}{h} - \frac{1}{5} \ln \left( \frac{R_g}{h} \right) + k + O(1) \right] \quad (3.6)$$



**FIGURE 3.10:** Configuration géométrique pour l'étude des forces de lubrification. (a) entre une particule et une paroi (a). (b) entre deux particules (b). (c) une coupe de la section montrant les dimensions de la couche fluide modélisant le cylindre de rayon  $R_c$ .

La force de lubrification normalisée par la force de Stokes  $f_v = 6\pi\eta R_g v$  se met sous la forme<sup>2</sup>

$$\frac{f_l}{f_v} = \frac{R_g}{h} - \frac{1}{5} \ln \left( \frac{R_g}{h} \right) + k + O(1) \quad (3.7)$$

Le cas de la lubrification entre deux particules sphériques a été étudié par [40]. La figure 3.10(b) montre la configuration de l'étude dans laquelle on considère que la particule 1 est fixe et que la particule 2 sédimente avec une vitesse imposée. Dans ce cas, la forme de la force de lubrification peut être approchée par l'expression :

$$f_l = 6\pi\eta R^2 \frac{v}{h} + O(\ln(h)) \quad (3.8)$$

2. On peut noter que cette expression de  $f_l/f_v$  est une forme simplifiée de l'expansion asymptotique initialement proposée par Brenner et Al. et Maude et Al. [26, 113] et adaptée de Stimson et Al. [162] où  $\delta(\epsilon) = \frac{4}{3} \sinh \alpha \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n(n+1)}{(2n-1)(2n+3)} \left[ \frac{2 \sinh(2n+1)\alpha + (2n+1) \sinh 2\alpha}{4 \sinh^2(n+\frac{1}{2})\alpha} - 1 \right]$  avec  $\epsilon = h/r$  et  $\alpha = \cosh^{-1}(1 + \epsilon)$ .

où  $h$  est la distance entre particules et  $R = \frac{R_1^2 R_2^2}{(R_1 + R_2)^2}$ . En prenant  $R_2 = \lambda R_1$  et en utilisant la force de Stokes, la force de lubrification normalisée se met sous la forme :

$$\frac{f_l}{f_v} = \frac{\lambda^2}{(1 + \lambda)^2} \frac{R_1}{h} + \frac{1}{f_v} O(\ln(h)) \quad (3.9)$$

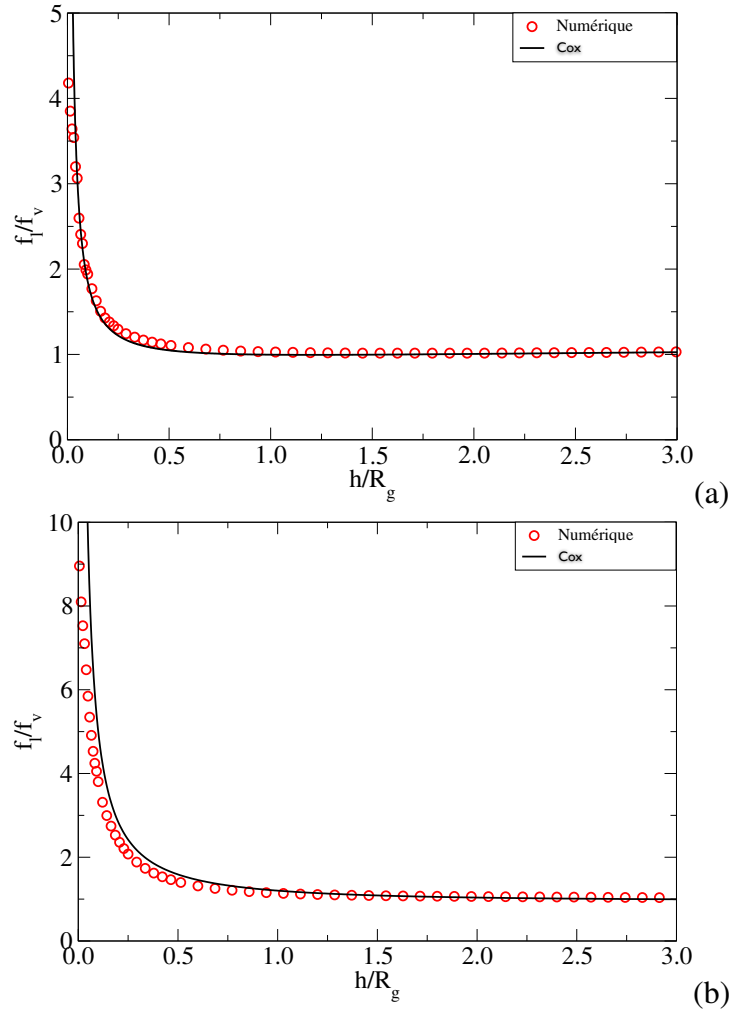
Théoriquement, deux particules parfaitement lisses ne pourront entrer en contact que si tout le fluide interstitiel est évacué. L'expression analytique de la force de lubrification montre que plus la distance qui sépare les deux corps candidat au contact se rapprochent, plus cette force diverge. Ceci suggère qu'un contact direct entre deux particules n'est pas réalisable à cause du film fluide qui persiste dans la zone de contact.

La comparaison directe entre les résultats numériques et théoriques pose une difficulté liée à la simulation des systèmes contenant un nombre de nœuds fluides très important. En effet, dans le cas théorique, on suppose que le domaine fluide très grand devant la taille de la particule de sorte que le fluide puisse s'échapper de l'interstice sans subir les effets de confinement liés à la taille finie du domaine fluide. Dans notre cas la présence de la paroi du cylindre a un effet non négligeable sur le résultat. Néanmoins, il a été montré [172, 184] qu'il est possible de corriger la solution théorique en présence d'une paroi latérale. Cette correction se traduit par un coefficient multiplicatif. Ce coefficient qui dépend du rapport  $R_g/R_c$  a été évalué dans notre configuration géométrique et est égal 3.216. Moyennant cette correction les résultats numériques de la figure 3.11 montrent un très bon accord avec la solution théorique corrigée.

Dans la suite de cette section, seul le cas des interactions particule-particule sera abordé, des analyses similaires pouvant être mises en œuvre sans difficulté majeure pour l'interaction particule-paroi.

La figure 3.12(a) montre que pour des faibles valeurs de  $h/R_g$  une coupure dans la force de lubrification est observée et ce quel que soit la résolution. Si l'on considère l'évolution de la force  $f_l/f_v$  en fonction de  $h/\Delta x$ , on note que cette coupure intervient lorsque  $h/\Delta x \leq 1$ . Ceci montre que pour des distances petites, la méthode de couplage utilisée ne peut plus évaluer correctement la force de lubrification en raison de la disparition de nœuds fluides au niveau du contact. La force résiduelle à  $h/\Delta x \leq 1$  correspond à la contribution des autres nœuds mais reste trop faible devant celle au contact ne permettant pas de fournir une approximation réaliste ; figure 3.9.

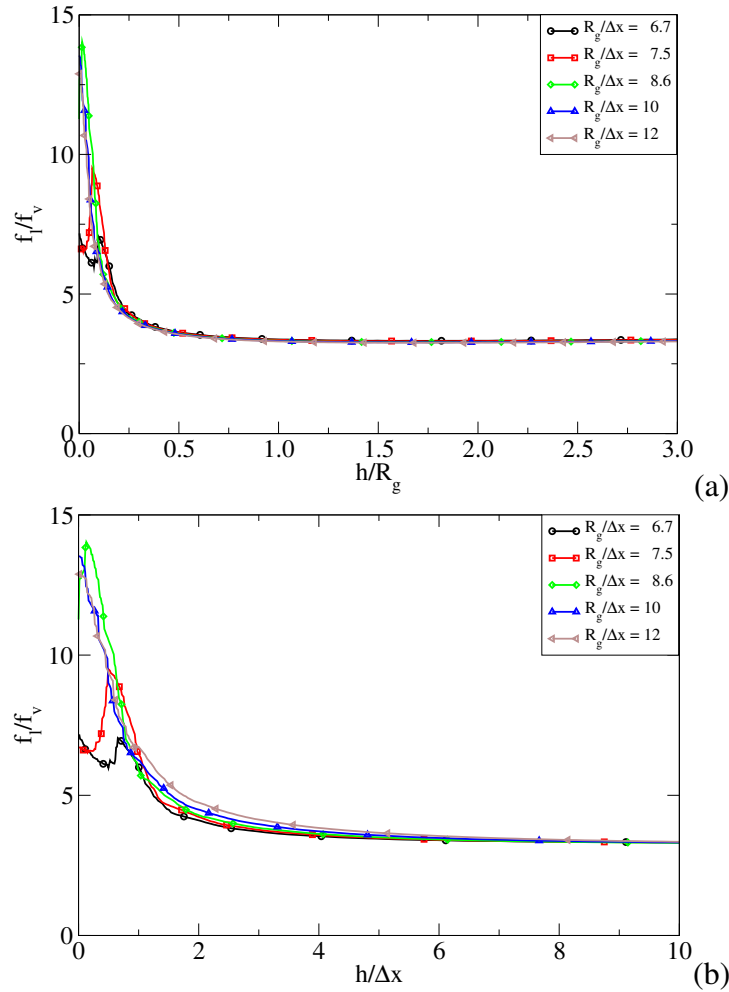
Comme nous venons de le discuter, lorsque  $h/\Delta x \leq 1$ , la force de lubrification n'évolue plus en  $1/h$  comme les expressions théoriques le prédisent. Afin de mieux comprendre ce résultat, nous avons déplacé la particule fixe à différentes positions de sorte que le dernier nœud fluide dans la zone interstitielle soit à une distance  $\lambda \Delta x$  de sa surface de contact avec  $0 \leq \lambda \leq 1$  ; figure 3.13. La figure 3.14(a) donne l'évolution de  $f_l/f_v$  en fonction de  $h/\Delta x$ . On constate que le pic où la coupure intervient pour  $h/\Delta x \leq 1$  augmente progressivement avec  $\lambda$  sauf pour  $\lambda = 0$  et 1, qui correspondent au cas particuliers où la surface de la particule fixe coïncide avec le dernier nœud dans la zone interstitielle. En effet, lorsque  $\lambda$  augmente, les derniers nœuds fluide se rapprochent de plus en plus de la zone interstitielle, augmentant de ce fait la valeur de  $f_l/f_v$ . Afin de mieux représenter ce résultat, nous avons tracé la valeur de  $h/\Delta x$  lorsque  $f_l/f_v$



**FIGURE 3.11:** Force de lubrification normalisée  $f_l/f_v$  en fonction de la distance interstitielle normalisée  $h/R$ . (a) entre deux particules et (b) entre une particule et une paroi. Comparaison de nos résultats aux solutions théoriques.

est maximale en fonction de  $\lambda$  ; figure 3.14(b). On voit que  $h/\Delta x$  diminue avec l'augmentation de  $\lambda$ . Ce résultat confirme bien que la présence d'un nœud fluide dans la zone interstitielle est primordiale pour le calcul.

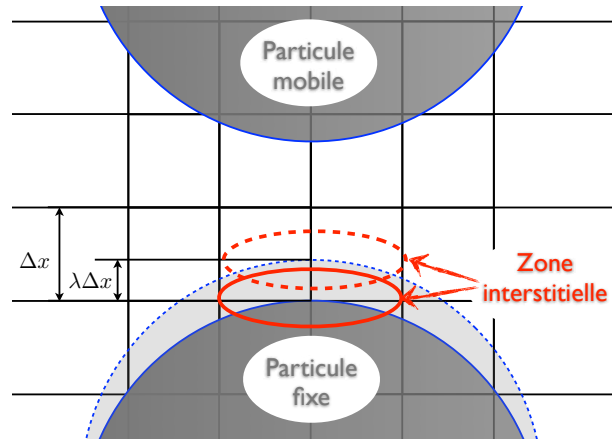
Pour palier ce problème, plusieurs auteurs [52] ont choisis de considérer que pour des distances inférieures à  $\Delta x$  le calcul de la force hydrodynamique doit être remplacé par une solution analytique. Cette méthode pose plusieurs questions auxquelles il est difficile d'apporter des solutions pour obtenir des simulations réalistes. On peut parler, par exemple de la compatibilité entre la force de lubrification et le frottement de Coulomb et notamment à quelle condition les particules deviennent frottantes ou encore l'écart par rapport au modèle théorique dans le cas où le mouvement du fluide est particulièrement perturbé du fait de l'absence d'un point/nœud de calcul et de mesure pour le fluide. Dans ce cas, la transition entre le calcul LBM et la so-



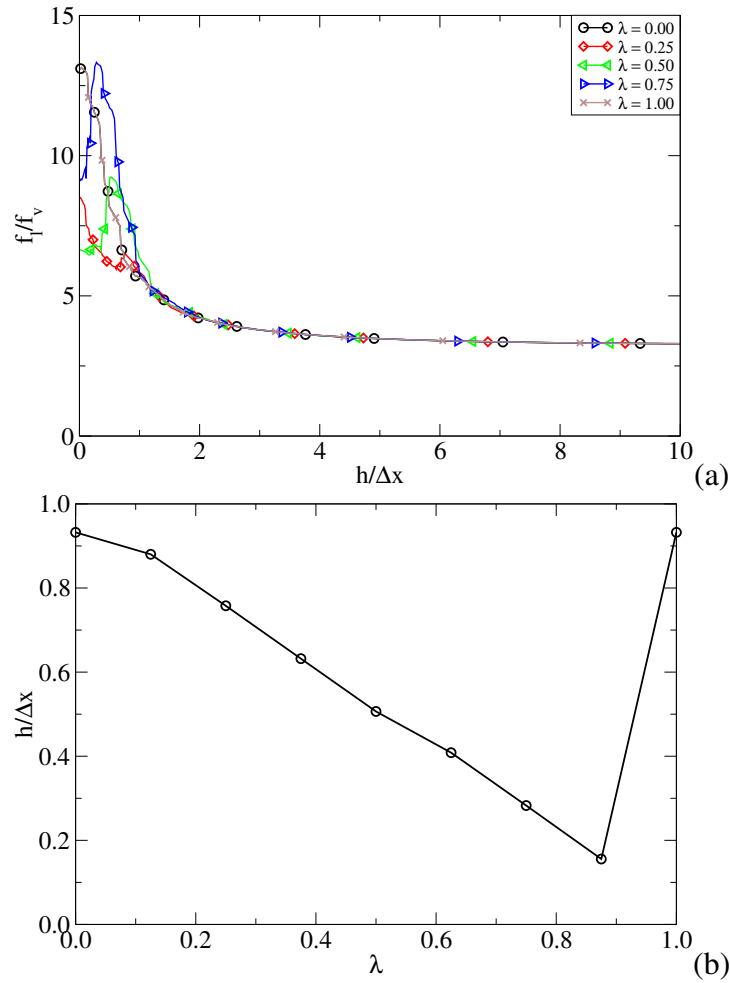
**FIGURE 3.12:** Force de lubrification entre deux particules normalisée  $f_l/f_v$  pour différentes valeurs de  $R_d/\Delta x$ . (a) en fonction de  $h/R_g$  et (b) en fonction de  $h/\Delta x$ .

lution analytique n'est pas évidente. On peut noter aussi la difficulté à rendre compte de façon théorique de la force de lubrification en présence des effets combinés de roulement, torsion et cisaillement tangentiel au niveau du contact. Enfin, un point essentiel concerne la rugosité des matériaux granulaires tel qu'ils se présentent dans la nature. En effet, l'état de surface des particules joue un rôle majeur sur le comportement au contact [93]. Par exemple, la sédimentation d'une particule rugueuse proche d'une paroi se fait toujours en un temps fini dans les expériences et est bien moins affectée par la lubrification dans le cas d'un grain de sable que pour une sphère parfaite. On peut noter également que dans le cas des sols saturés les effets de lubrification ne s'expriment qu'avec un temps caractéristique court et que le frottement de coulomb domine dans les cas denses.

Pour ces différentes raisons, on a choisi dans cette thèse de considérer que la rugosité d'une particule peut être prise en compte comme une fonction de la résolution  $\Delta x$  du maillage fluide. Dans ce cas, les particules ne sont plus lisses mais présentent une rugosité. La conséquence de



**FIGURE 3.13:** Représentation schématique de la zone interstitielle et du maillage fluide.



**FIGURE 3.14:** (a) Perturbation de l'évolution de la force de lubrification pour  $h/\Delta x \simeq 1$ ; (b) Evolution de  $h/\Delta x$  pour différentes valeurs de  $\lambda$ .

ce choix est qu'il est nécessaire de prendre en compte une couche fluide autour des particules. Cette couche matérialise la zone intermédiaire entre les particules et le fluide au niveau de laquelle le fluide est partiellement lié aux aspérités et à travers lesquelles le fluide peut s'échapper. Lors du contact entre deux particules, les interactions hydrodynamiques et la lubrification seront prédites correctement par la simulation LBM puisqu'il y aura toujours suffisamment de nœuds fluides dans l'interstice entre les particules. La coupure rencontrée précédemment dans l'évolution de la force de lubrification en fonction de la distance entre particules pourra être interprétée physiquement comme due au contact entre les aspérités. En notant  $R_h$  le rayon "hydraulique" de la particule, l'épaisseur de la couche fluide est donnée par  $R_g - R_h$ . Dans notre cas, pour optimiser les temps de calcul on prendra  $R_h = R_g - 0.5\Delta x$  mais il est possible de considérer plus d'un nœud fluide dans la zone interstitielle notamment pour évaluer les effets de la rugosité numérique tout en conservant un maillage fin des particules.

### 3.1.3. Forces de traînée

Dans cette section, on s'intéresse à la force de traînée exercée sur une particule sphérique sédimentant sous son propre poids dans un fluide et on compare les résultats numériques avec un modèle théorique. Ici, on compare le coefficient de traîné  $C_d$  d'une particule de rayon  $R_g = 0.0005$  m en chute libre dans le fluide. La configuration utilisée est présentée sur la figure 3.15. Il s'agit d'un domaine fluide tridimensionnel de hauteur  $20R_g$  et dont la base est un carré de côté  $24R_g$ . La particule est placée initialement au milieu du domaine à une hauteur de  $18R_g$ . L'accélération de la pesanteur est prise égale à  $g = 10$  m/s<sup>2</sup>, le fluide a une densité  $\rho_f = 1000$  kg/m<sup>3</sup>, la résolution du maillage fluide est fixée à  $\Delta x = 0.0001$  m et la vitesse de réseau du fluide est de  $c = 8$  m/s. La méthode DEM utilisée est la méthode MD et les pas de temps MD et LBM sont choisis identiques. Les conditions aux limites au niveau des parois de la boîte sont de type non-glissement. Pour cette étude, le nombre de Reynolds  $Re$  varie entre  $4 \cdot 10^{-4}$  et  $4 \cdot 10^0$ . Cette plage a été obtenue par une combinaison de différentes valeurs de  $\rho_g$  et de  $\eta$ .

Théoriquement, l'évolution du coefficient de traîné  $C_d$  en fonction du nombre de Reynolds a été étudiée par Cheng et al. [33]. Le modèle proposé comporte deux termes. Le premier terme est une extension de la loi de Stokes applicable à  $Re \leq 100$ . Le deuxième terme est une exponentielle traduisant une légère déviation par rapport à la loi de Newton et valable pour  $Re > 100$  jusqu'à  $Re = 10^6$ . Le modèle complet est sous la forme [33] :

$$C_d = \frac{24}{Re} (1 + 0.27Re)^{0.43} + 0.47 [1 - \exp(-0.04Re^{0.38})] \quad (3.10)$$

En utilisant, pour le calcul du coefficient de traînée, l'expression analytique  $C_d = \frac{4}{3} \frac{gd}{v_{term}^2} \frac{\rho_p - \rho_f}{\rho_f}$ , on obtient (figure 3.16(b)) la superposition de la solution théorique [33] avec les données expérimentales de Brown et Al. [28]. Malgré une erreur d'environ 6.5% sur l'échange de quantité de mouvement, la force de traînée reste correctement calculée.

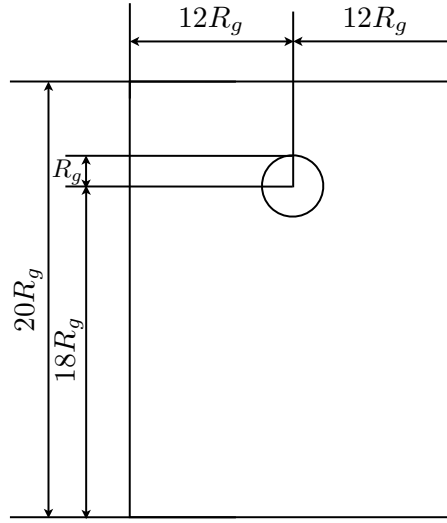


FIGURE 3.15: Configuration géométrique pour la mesure du coefficient de traînée.

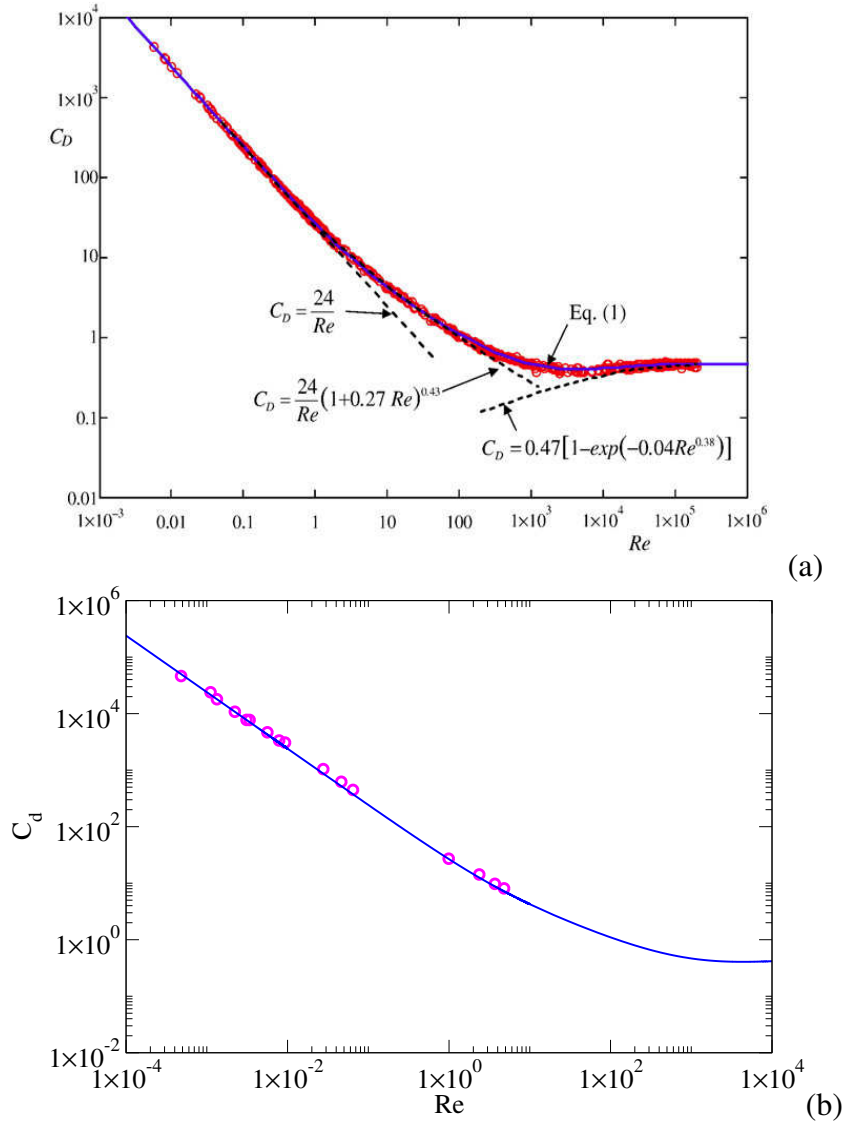
## 3.2. Comportement transitoire

### 3.2.1. Effet de l'assemblage granulaire initial

Les milieux granulaires peuvent se trouver dans différents états suivants l'histoire des sollicitations qu'ils ont subi [133]. Les propriétés de texture de l'assemblage granulaire telles que le nombre de coordination ou, de façon plus fine, l'anisotropie des contacts et des distances inter-particulaires ou encore la compacité, résultent de cette histoire et ne deviennent indépendant de la sollicitation que dans des cas très spécifiques. C'est le cas, par exemple, dans l'état stationnaire, ou l'état granulaire devient indépendant de l'histoire de sollicitation qu'après un transitoire de plus ou moins longue durée [125, 170]. Pour cette raison, la réponse mécanique d'un système granulaire ne pourra être analysée que si l'état initial de l'assemblage est maîtrisé par un protocole clairement défini.

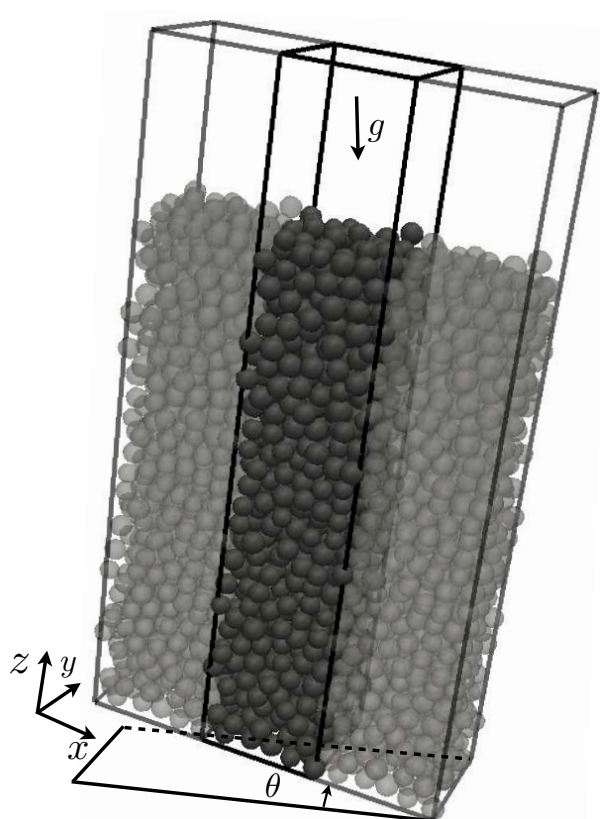
Pour illustrer la procédure de réalisation d'échantillons granulaires ainsi que les difficultés rencontrées, on s'intéresse à l'initiation d'une avalanche sur un plan incliné en situation immergée. Comme on le verra dans le chapitre 4, ce type de configuration nécessite un contrôle précis de l'état de compacité initiale qui joue un rôle majeur sur la durée du fluage pendant phase de déclenchement [80, 125].

Dans le but d'obtenir des essais mécaniques les plus reproductibles possibles, on a exploré deux procédures de construction des échantillons. Dans les deux cas la première étape consiste à réaliser un dépôt gravitaire sans fluide suivant la direction  $z$  dans un domaine 3D bi-périodique, en  $x$  et en  $y$ , voir figure 3.17. L'étalement granulométrique suit une distribution granulométrique définie à la section 2.1.4, décrite au chapitre 2 et les particules sont initialement placées aléatoirement sur une grille. Cette étape conduit à un échantillon dense de compacité initiale  $\nu_0 \simeq 0.63$  en 3D avec un frottement nul entre particules.



**FIGURE 3.16:** Comparaison entre le modèle théorique proposée par Cheng [33] (équation 3.10) et les résultats expérimentaux de Brown et Lawler [28] (○) (a). Comparaison entre le modèle théorique de Cheng (—) et nos résultats (○).

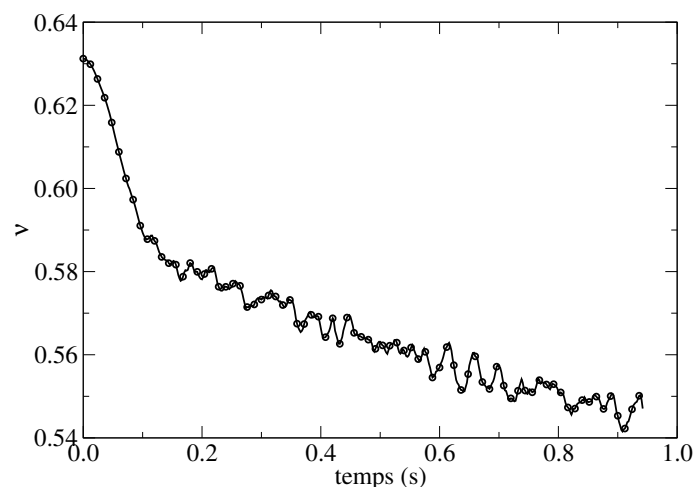
Dans la deuxième étape on cherche à contrôler la compacité initiale. La première idée que l'on pourrait avoir serait d'écarter légèrement les particules en appliquant une dilatation homothétique des positions des centres des particules dans la direction  $z$ . Bien que l'on puisse de cette manière obtenir directement la compacité recherchée, cette méthode donne des échantillons qui ne sont pas stables mécaniquement. De plus, en présence de fluide, à l'état initial tous les contacts se trouveront lubrifiés conduisant à une liquéfaction précoce du système. Une deuxième idée pourrait consister à changer le frottement local pour obtenir des échantillons de compacités différentes. Cette méthode a été testée et s'est révélée peu efficace car elle conduit à des plages de variation de compacité très limitées. De plus, elle ne permet pas de conserver



**FIGURE 3.17:** Configuration géométrique de la cellule périodique simulé (noir).

le même coefficient de frottement entre la mise en place de l'échantillon et l'essai mécanique. Pour palier cette difficulté, deux procédures spécifiques ont été mises en œuvre et testées en détail.

La première consiste à incliner la boîte d'un angle  $\theta$  de manière à obtenir un écoulement dans le cas sec sur plan incliné. L'évolution de la compacité est déterminée en fonction du temps. La figure 3.18 montre une évolution continue et monotone de la compacité allant d'environ 0.63 à 0.55 dans l'état le plus lâche<sup>3</sup>. Pour obtenir différentes configurations d'échantillon, il suffit alors de s'appuyer sur la courbe de la figure 3.18 pour choisir les états de compacité désirés. Même si cette procédure de préparation permet de manière très simple d'accéder à une gamme importante de compacités, elle a l'inconvénient de fournir des échantillons non stabilisés et marqués par le choix de l'angle d'avalanche initial. Par ailleurs, l'état du réseau de contacts n'étant pas réaliste pour un échantillon initialement au repos l'interprétation des résultats peut être complexe et éloigné des situations expérimentales<sup>4</sup>.



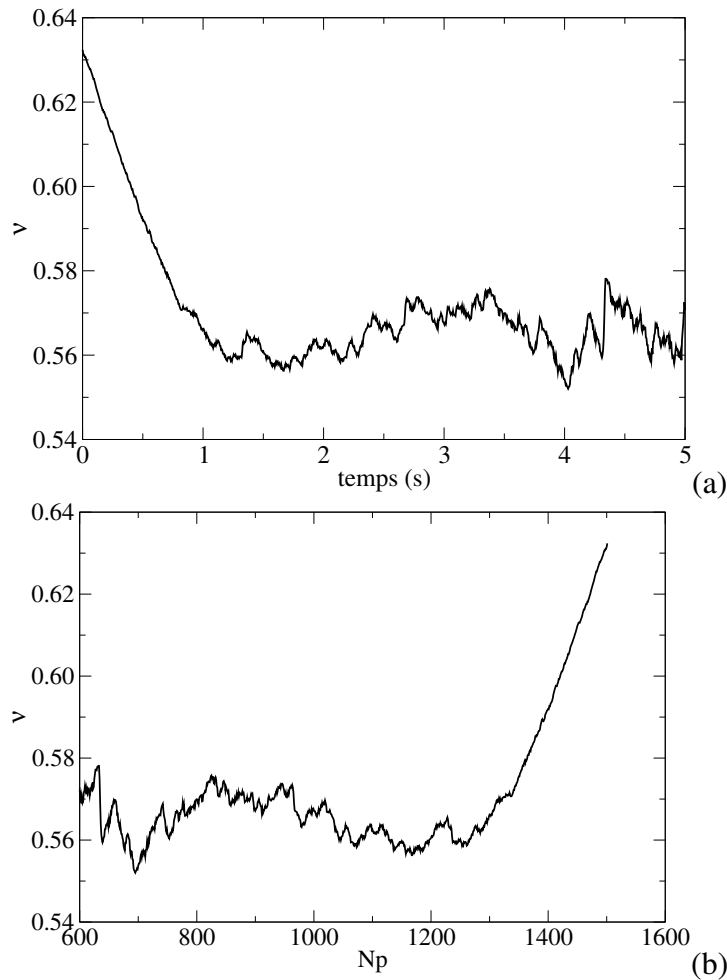
**FIGURE 3.18:** Evolution de la compacité en fonction du temps dans un écoulement granulaire incliné à un angle  $\theta = 32^\circ$ .

La deuxième procédure consiste à utiliser des échantillons composés d'un nombre de particules initialement plus élevé  $\sim 1500$ . La préparation initiale de l'échantillon dense est la même que celle décrite précédemment et permet d'obtenir une compacité  $\nu_0 \simeq 0.63$ . On attribue alors le coefficient de frottement souhaité aux contacts. On effectue un tirage aléatoire d'une particule tous les 5000 itérations (soit un tout les 0.005 s) que l'on supprime de l'assemblage granulaire. A cette fréquence, entre deux particules retirées, le système a le temps de se réarranger localement. La figure 3.19(a) montre l'évolution de la compacité en fonction du temps, et la figure 3.19(b) donne l'évolution de la compacité en fonction du nombre de particules restants dans

3. Cette évolution tient à la fois de la dilatance qui s'exprime aux temps courts et des effets inertiels aux temps long.

4. On notera également que l'écart à la stabilité a été testé en laissant les échantillons "reposer" à angle d'inclinaison nulle. Les essais ont montré que bien que la compacité à l'équilibre puisse rester plus faible que 0.63, la gamme de compacité atteignable est limitée et qu'il est difficile de choisir à priori la compacité à atteindre.

l'échantillon. Il est intéressant de noter sur ces figures que pour les paramètres de nos simulations, il existe un état limite de compacité autour de 0.56 en deçà duquel il n'est plus possible de stabiliser l'échantillon. L'obtention d'une décroissance quasi monotone (constituée néanmoins des phases de décroissance et de croissance) de la compacité de 0.63 à 0.56. Ainsi pour une simulation donnée, il suffit alors de choisir un échantillon ayant la compacité désirée. Comme on pourra s'en rendre compte par la suite, cette procédure garantit un équilibre statique des échantillons initiaux et permettant ainsi de s'affranchir de considérations complexes sur l'état initial des échantillons et en simplifiant l'interprétation et l'analyse des résultats.



**FIGURE 3.19:** Evolution de la compacité en fonction du temps (a) et en fonction du nombre de particules restant dans l'échantillon.

### 3.2.2. Effets des paramètres de contact : amortissement local

Dans la section 2.4. et 3.1., nous avons abordé le choix des paramètres de couplage. La synchronisation des pas de temps DEM et LBM ainsi que l'impact du choix d'une résolution

spatiale  $\Delta x$  ont été discutés. On a mentionné également la nécessité de définir un amortissement au contact, section 1.1.. Dans cette section, on s'intéresse plus précisément à l'influence des paramètres de la loi de contact sur le comportement collectif de l'assemblage dans le cadre du modèle MD 3D présenté dans le chapitre 1 et dont le développement sur l'implémentation de la méthode est présenté au chapitre 2 dans la section 2.3..

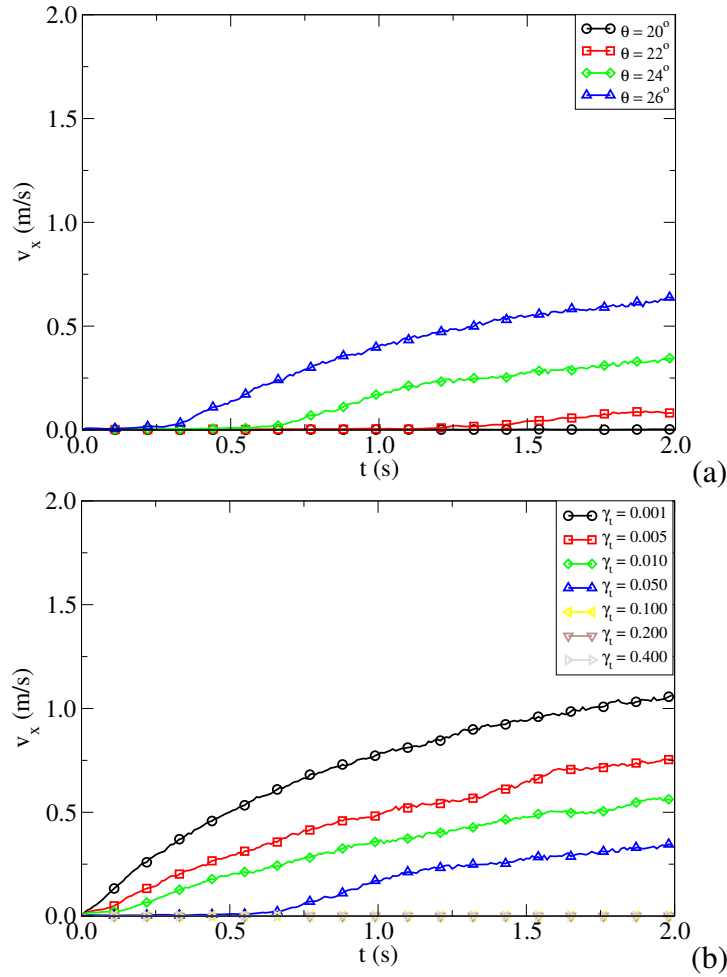
Comme nous avons vu précédemment, un terme d'amortissement est nécessaire pour tenir compte de l'énergie dissipée lors des chocs entre particules. Dans l'approche MD un amortissement visqueux  $\gamma$  peut être utilisé. Par exemple pour la force normale, la modélisation du contact entre deux particules rigides impliquera deux paramètres : la raideur au contact  $k_n$  et un terme de viscosité agissant dans la direction normale  $\gamma_n$ . En présence de force tangentielle, il est possible de considérer une raideur tangentielle  $k_t$  dans la loi de force et un amortissement  $\gamma_t$ . La raideur  $k_t$  permet de régulariser la loi de Coulomb pour les forces inférieures au seuil de glissement  $\mu f_n$ .  $k_t \delta_t$  donne la force élastique résultante pour une déformation tangentielle de  $\delta_t$  ; voir chapitre 2 section 2.3..

Dans ce modèle, l'utilisation d'un terme tangentiel de dissipation  $\gamma_t$  modifie  $f_t$  en fonction de la vitesse de glissement. Pour un assemblage granulaire en déformation quasi-statique et soumis à un chargement supérieur au seuil de glissement, cette force génère un fluage d'autant plus important que la valeur de  $\gamma_t$  est proche de la valeur critique  $\gamma_t^c$ . Par exemple, sans résistance au roulement ni au pivotement, même si l'angle d'inclinaison est plus grand que l'angle d'avalanche on constate la présence d'une phase de fluage. Même si ce fluage peut paraître comme un artéfact numérique sans importance dans les cas usuels, dans cette thèse où l'on s'intéresse plus spécifiquement aux effets de la viscosité du fluide il apparait comme particulièrement gênant et complique l'analyse.

Pour illustrer ce comportement sur un exemple, nous avons utilisé un assemblage sec granulaire dense de compacité  $\nu_0 \simeq 0.63$  pour lequel le nombre de coordination est élevé. Les dimensions de cet échantillon sont de  $\sim 6d \times \sim 6d \times \sim 25d$  (voir figure 3.17) et l'étalement granulométrique est faible  $d_{max}/d_{min} = 1.33$  avec  $d_{max} \simeq 0.0008$  m. Concernant les paramètres de la loi de contact, nous avons  $k_n = 1000000$  N/m,  $k_t = 0.8k_n$ ,  $\gamma_n = 0.56$  et le frottement entre les particules est  $\mu_s = 0.4$ . Différentes valeurs de l'angle d'inclinaison  $\theta = \{20, 22, 24, 26\}$  sont utilisés ainsi que différentes valeurs de  $\gamma_t = \{0.001, 0.005, 0.010, 0.050, 0.100, 0.200, 0.400\}$ .

La figure 3.20(a) montre l'évolution de la vitesse de l'écoulement en fonction du temps pour quatre valeurs de  $\theta = \{20, 22, 24, 26\}$  avec un amortissement visqueux  $\gamma_t = 0.050$ . Il a été montré, dans la littérature, qu'on peut déterminer l'angle de déclenchement d'un écoulement granulaire en se basant sur son épaisseur [57]. Dans notre configuration, cette angle est  $\sim 22^\circ$ . En toute rigueur, au-delà de cet angle, le déclenchement devrait être immédiat. Néanmoins, comme le montre la figure 3.20(a), il existe une phase de fluage non négligeable qui peut durer jusqu'à 1 s. Par ailleurs, la figure 3.20(b) montre, pour  $\theta = 24$ , que cette phase de fluage s'intensifie avec l'augmentation de  $\gamma_t$  et peut devenir critique pour des valeurs de  $\gamma_t$  élevées.

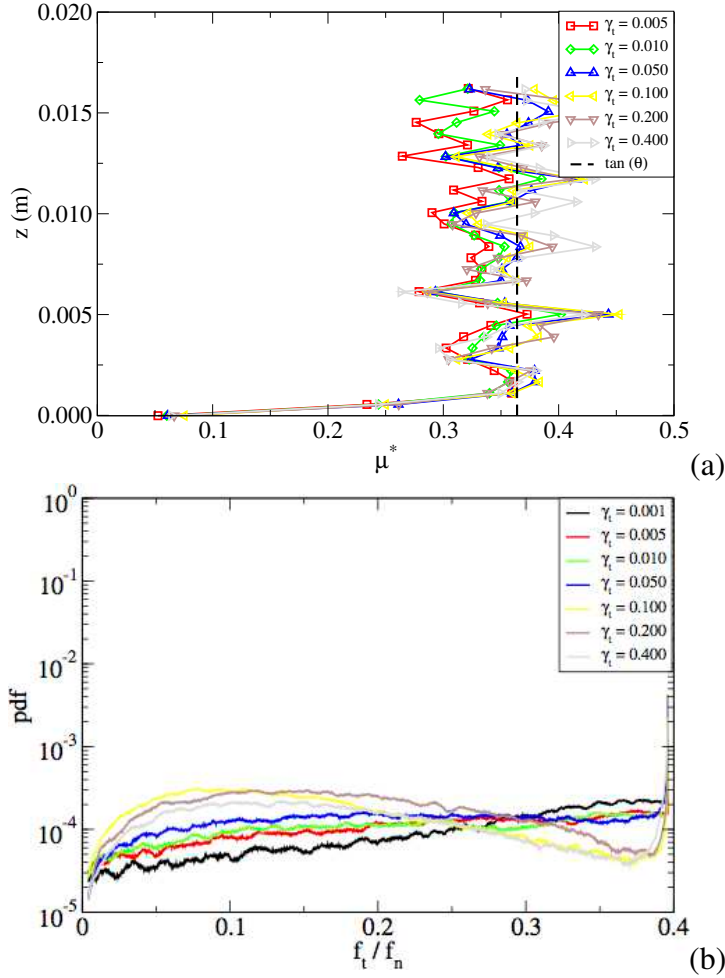
Pour mieux comprendre l'origine de ce comportement, nous avons analysé la mobilisation de frottement pour  $\theta = 20^\circ$ . Le choix d'un angle inférieur à l'angle de déclenchement doit



**FIGURE 3.20:** Evolution de la vitesse de l'écoulement en fonction du temps. (a) Pour différentes valeurs de  $\theta$  avec  $\gamma_t = 0.050$  et (b) pour différentes valeurs de  $\gamma_t$  avec  $\theta = 24^\circ$ .

permettre de maintenir un équilibre statique avec un frottement interne  $\mu^* = \tan(\theta)$ . La figure 3.21(a) montre le profil de  $\mu^*$  calculé au début de chaque simulation. En fonction des différentes valeurs de  $\gamma_t$ , on observe une différence mineure qui fait tendre la valeur de  $\mu^*$  calculée vers  $\tan(\theta)$ . En toute rigueur, dans la mesure où  $\theta$  est petit devant l'angle de déclenchement,  $\mu^*$  doit rester égal à  $\tan(\theta)$ . Néanmoins, même si une augmentation de  $\gamma_t$  permet de se rapprocher de la valeur théorique, les courbes présentées sur la figure 3.20 montrent qu'il y a une augmentation du phénomène de fluage. Ce phénomène ne reflète pas un comportement physique réaliste. En effet, dans les avalanches impliquant des milieux granulaires secs, les expériences montrent que pour  $\theta > \theta_t$  le déclenchement est immédiat. La figure 3.21(b) donne la variation de la densité de probabilité de la mobilisation du frottement  $f_t/f_n$ . On constate que cette densité augmente avec  $\gamma_t$  pour les faibles valeurs de mobilisation de frottement et lorsqu'on se rapproche de la limite de glissement ( $f_t/f_n \sim 0.4$ ), cette tendance s'inverse. Ici aussi ce phénomène traduit les effets de l'amortissement visqueux  $\gamma_t$ . En effet, lorsque le contact devient glissant, la contribution visqueuse à la force de frottement augmente avec la vitesse de glissement. Ce phénomène

tend donc à réduire la force de frottement et à obliger les particules à se réorganiser par des roulements ou pivotements. Ces arrangements locaux se traduisent par une déformation lente interprétée à l'échelle macroscopique comme un fluage.



**FIGURE 3.21:** Profil du frottement interne  $\mu^*$  (a) et la distribution de la densité de la mobilisation de frottement  $f_t/f_n$  (b) pour différentes valeurs de  $\gamma_t$  avec  $\theta = 20^\circ$ .

Pour supprimer ces effets, il est donc nécessaire de travailler avec un coefficient  $\gamma_t = 0$ . Il faut noter que, en présence d'un fluide visqueux, ce terme d'amortissement n'est plus nécessaire. La dissipation sera alors due au frottement, aux forces de lubrification et à la restitution normale pour une valeur non-nulle de  $\gamma_n$ . C'est le choix qui a été adopté dans le chapitre 4 où l'initiation des avalanches a été étudiée.

## Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons exploré les différents points du cycle de modélisation discuté dans la section 2.1. du chapitre 2. Nous avons abordé le premier cycle et avons montré dans un premier temps l'influence des paramètres du modèle de couplage. Il a été montré que l'algorithme LBM permet de simuler correctement les forces de traînée et les forces de lubrification jusqu'à une distance d'un pas d'espace entre les particules. Les milieux granulaires réels présentant toujours des rugosités de surface, nous avons choisi de considérer que les particules se touchent pour une distance supérieure ou égale à un pas de résolution du fluide  $\Delta x$ , laissant toujours une couche de fluide entre les particules. Cette méthode a l'avantage de limiter les paramètres de contrôle de la simulation, le pas d'espace apparaissant à la fois comme la résolution du maillage et comme caractéristique de la rugosité et de la portée des forces de lubrification.

Dans un second temps, nous avons interprété les résultats physiques à partir de deux modes de préparation des échantillons et d'une étude systématique de l'influence des paramètres du modèle de contact DEM. Cette interprétation nous a permis d'illustrer les difficultés rencontrées dans la modélisation des assemblages granulaires immergés. Malgré la bonne prise en compte du modèle de contact, l'effet d'assemblage peut produire des comportements peu conformes aux résultats physiques recherchés. Cette étude nous a ainsi conduit au choix d'une valeur nulle de l'amortissement tangentiel sans mettre en cause le modèle physique ou numérique adopté pour nos études. Dans les deux chapitres qui suivent, nous allons étudier des situations plus complexes où, outre la cohérence d'ensemble des résultats, la comparaison avec des données expérimentales existantes nous permettra de poursuivre cette démarche de validation.

## CHAPITRE 4

# Déclenchement des avalanches granulaires dans un fluide

### Sommaire

---

|                                                          |            |
|----------------------------------------------------------|------------|
| <b>Introduction</b>                                      | <b>110</b> |
| <b>4.1. Procédure numérique</b>                          | <b>110</b> |
| <b>4.2. Evolutions spatio-temporelles</b>                | <b>113</b> |
| <b>4.3. Régime de fluage</b>                             | <b>120</b> |
| <b>4.4. Modèle continu</b>                               | <b>125</b> |
| 4.4.1. Etats de stabilité                                | 125        |
| 4.4.2. Effet de la surpression négative sur la stabilité | 127        |
| 4.4.3. Rupture de pente                                  | 131        |
| <b>4.5. Evolution du réseau de contact</b>               | <b>133</b> |
| <b>Conclusion</b>                                        | <b>138</b> |

---

## Introduction

On s'intéresse dans ce chapitre à la simulation de l'initiation d'avalanches immergées dans une configuration 3D proche des travaux réalisés expérimentalement par Pailha et al. [125]<sup>1</sup>. L'approche utilisée associe une méthode en éléments discrets de type Molecular Dynamics (MD) avec une discrétisation du fluide sur un réseau D3Q19 et un algorithme Lattice Boltzmann (LB), comme décrit au chapitre 2.

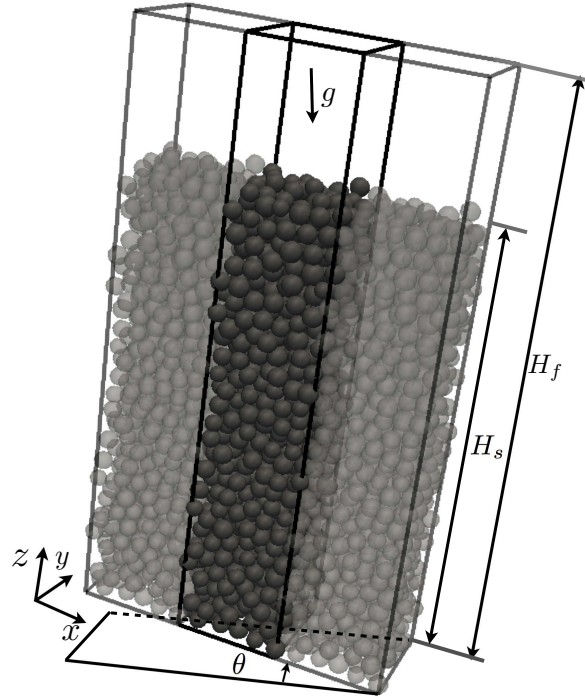
Ce couplage MD/LB avec des conditions aux limites adaptées est à la fois efficace numériquement et suffisamment précis pour permettre la simulation de la totalité de la phase de déstabilisation d'un milieu granulaire immergé dans une gamme large de compacités. Malgré un nombre réduit de particules, le bon accord des résultats numériques et expérimentaux permet de faire éventuellement une analyse physique détaillée en exploitant des données plus riches que celles accessibles expérimentalement. En particulier, comme on verra par la suite, les simulations donnent accès à l'évolution spatio-temporelle du système en termes de vitesses des particules, pression du fluide et contraintes granulaires. Les analyses de l'évolution de la structure en termes de connectivité et d'anisotropie pendant la phase de fluage dans le régime dense sont aussi un apport majeur des simulations numériques. En outre, on montrera que les évolutions de la déformation de cisaillement et de la compacité sont correctement prédites par un modèle théorique dans lequel la compacité initiale du milieu granulaire est prise en compte à travers la résistance au cisaillement et la perméabilité de l'assemblage granulaire.

Après une présentation de la procédure numérique et des paramètres numériques, on s'intéressera à l'évolution spatio-temporelle du système en fonction de la compacité initiale. Le comportement dans la phase de fluage qui précède la rupture de pente sera étudié en détail et les résultats seront analysés dans le cadre du modèle théorique. Enfin, on s'intéressera à l'évolution du réseau de contact et on discutera des mécanismes à l'origine de la rupture de pente.

### 4.1. Procédure numérique

Pour les simulations, on définit un domaine fluide de base carrée ; voir figure 4.1. On note  $H_f$  sa hauteur et  $L$  son coté, et on y associe un système de coordonnées  $(x, y, z)$ . Le domaine est rempli par  $N_s$  particules sphériques jusqu'à une hauteur  $H_s$ . Dans les directions  $x$  et  $y$  des conditions aux frontières périodiques sont implémentées à la fois pour le milieu granulaire et pour le fluide. De cette façon, on peut considérer que le domaine représente une portion d'un lit granulaire infini dans les deux directions  $x$  et  $y$ . La paroi inférieure est rugueuse pour limiter les effets de bord. Elle est constituée d'une couche de particules immobiles. Des conditions aux limites de non-glissement du fluide sont imposées au niveau des frontières supérieures et inférieures du domaine. L'accélération de la pesanteur  $g$  agit verticalement à la fois sur les particules et sur le fluide. Au début de la simulation, le domaine est incliné instantanément dans

1. On notera que dans ce cas une étude en configuration 2D n'aurait qu'un intérêt limité puisque les effets de perméabilité jouent un rôle important dans les mécanismes de déclenchement d'avalanches.



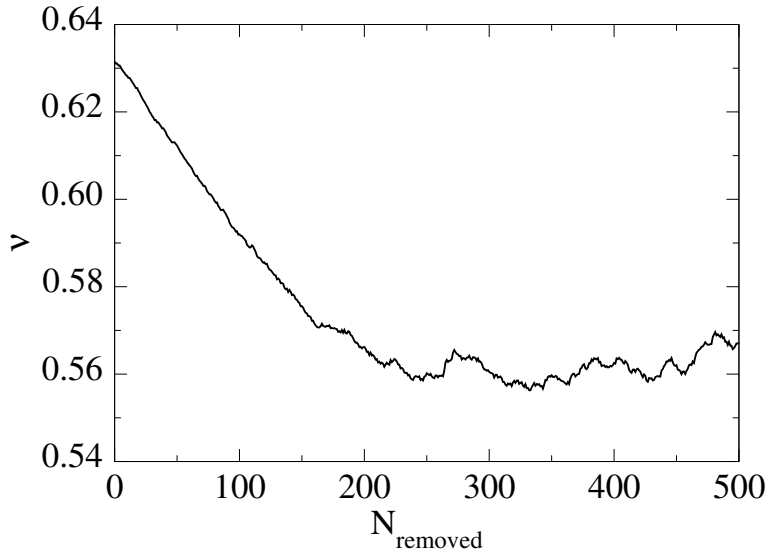
**FIGURE 4.1:** Configuration géométrique de la cellule périodique simulé (noir).

le plan  $xy$  d'un angle  $\theta$  par rapport à la direction horizontale. Les particules s'écoulent alors dans la direction  $x$  sous l'action de leur poids propre et en interaction avec le fluide.

La densité spécifique des particules correspond à celle de débris rocheux  $\rho_s = 2600 \text{ kg/m}^3$ . Une distribution granulométrique uniforme des diamètres entre  $d_{min}$  et  $d_{max}$  est utilisée avec  $d_{max} = 1.33d_{min}$  et une taille moyenne des particules  $d = 6.9 \times 10^{-4}$ . Le coefficient de frottement entre particules. L'angle de repos du lit granulaire à l'état sec est  $\simeq 22^\circ$ . Mais, comme on le verra par la suite, l'angle maximum de stabilité augmente légèrement avec la compacité initiale.

Plusieurs échantillons granulaires ont été préparés sans fluide avec différentes valeurs initiales de la compacité  $\nu_0$ . La procédure utilisée est celle décrite au chapitre 2. La figure 4.2 montre l'évolution de la compacité  $\nu$  au cours du processus de suppression des particules. Dans ces simulations, les particules dépassant la hauteur  $H_s$  sont supprimées, ce qui permet d'obtenir des échantillons avec un nombre de particules  $N_s$  qui varie de 872 à 974 pour des valeurs de  $\nu_0$  allant de 0.56 à 0.63. Cette procédure permet d'obtenir des échantillons périodiques, à la compacité désirée et avec une surface libre plane au diamètre d'une particule près.

Le lit granulaire ainsi préparé est incliné d'un angle  $\theta$  dans la direction des  $x$  positifs. Cette rotation est en fait appliquée à la gravité de manière à ce que ses composantes dans la direction du lit et perpendiculaire au lit soient respectivement  $g \sin \theta$  et  $g \cos \theta$ . La composante  $g \cos \theta$  génère une contrainte normale  $\sigma'_{zz} = (\rho_s - \rho_f)\nu g(H_s - z) \cos \theta$ , où  $\rho_s$  et  $\rho_f$  sont respectivement



**FIGURE 4.2:** Evolution de la compacité en fonction du nombre de particules retirés dans la cellule périodique.

les densités des particules et du fluide. C'est la contrainte due uniquement au poids des particules à laquelle il faudra ajouter la contrainte induite par la surpression du fluide pour obtenir la contrainte totale, comme on le verra plus bas.  $\sigma'_{zz}$  augmente avec  $z$  alors que la périodicité selon  $x$  a pour effet d'annuler les gradients de contrainte dans la direction de l'écoulement, rendant ainsi  $\sigma_{xx}$  et  $\sigma_{zx}$  indépendants de  $x$ . Pour des raisons similaires, toutes les composantes du tenseur de contrainte sont invariantes dans la direction  $y$ . Le système peut ainsi être analysé en fonction du temps  $t$  sur des éléments de volumes de profondeur  $z$  et parallèles au plan  $xy$ .

On notera que les conditions aux limites périodiques jouent un rôle important en rendant le système homogène suivant les directions  $x$  et  $y$ , mais aussi en permettant de limiter considérablement le nombre de particules nécessaires dans des simulations 3D, ce qui est difficilement envisageable autrement. Malgré tout, le système n'étant pas périodique selon  $z$ , la hauteur  $H_s$  du lit granulaire doit être suffisamment grande pour que les contraintes et les gradients de vitesses puissent se manifester pleinement et que les effets de bord soient réduits au maximum. Cette condition est satisfaite pour la valeur  $H_s \simeq 25d$  utilisée dans les simulations réalisées pour cette thèse. Par conséquent, afin de limiter le nombre total de particules, on a choisi de limiter leur nombre maximum à  $N_s < 1000$  avec une largeur de cellule égale  $L \simeq 6d$ . Cette dernière valeur relativement faible n'est clairement pas suffisante pour éviter les effets de taille finie. Néanmoins, comme on le verra par la suite, le système simulé présente un comportement très proche de la réalité expérimentale. Enfin, on notera que l'objectif de cette étude n'est pas de se limiter à un nombre réduit de simulations de très grands systèmes, comme souvent réalisées pour le calcul numérique haute performance, mais plutôt d'analyser les phénomènes à l'origine de l'initiation des avalanches pour différentes valeurs des paramètres physiques à partir de l'échelle des particules.

Comme on l'a vu au chapitre 2, le choix des paramètres résulte d'un compromis entre effica-

cité et précision. Dans cette étude, les paramètres utilisés pour le contact sont normale  $k_n = 10^6$  N/m et  $\gamma_n = 0.57$  N.s.m<sup>-1</sup> dans la direction normale avec un coefficient de restitution de 0.2. Pour la direction tangentielle, on utilise  $k_t = 0.8k_n$ , ce qui est une valeur classique dans les simulations DEM, et  $\gamma_t = 0$  pour limiter les effets conjoints des viscosités du fluide  $\eta = 0.025$  Pa.s et au contact pendant le cisaillement, comme discuté en détail au chapitre 2. En effet, nous avons réalisé de nombreux essais préliminaires avec différentes valeurs de ces paramètres. Ces essais montrent que des valeurs importantes de  $\gamma_t$  tendent à masquer en partie les effets de la viscosité du fluide alors que le choix de  $\gamma_n$  n'a quasiment aucune répercussion.

La résolution spatiale est prise égale à  $\delta x = d/10$ . Des essais similaires à ceux présentés dans le chapitre 2 ont montré que dans le cas d'une particule on retrouvait bien les prédictions théoriques dans des tests de sédimentation et de cisaillement simple. Enfin, on conservera un noeud fluide au niveau du contact entre particules. Les forces de lubrification seront ainsi correctement évaluées jusqu'au contact entre "aspérités", permettant de définir une rugosité numérique de l'ordre d'un demi pas d'espace. Le pas de temps LB a été pris égal à  $\delta t_{LBM} = 2.3 \times 10^{-5}$  s avec une vitesse de réseau de  $c = 3$ . Le pas de temps LBM est  $\delta t_{LBM} = 10^{-7}$  s. Une conséquence de ce choix est que les forces hydrodynamiques sur les particules ne sont actualisées que tous les 230 pas MD. On verra par la suite que l'échelle de temps physique nécessaire à la manifestation du processus de la rupture de pente et de sa dynamique est bien supérieure à  $\delta t_{LBM}$ . Ainsi, l'évolution du fluide n'est pas significative à l'échelle des pas DEM. La dynamique des particules est lente et continue pour permettre de prendre en compte correctement la transmission des ondes élastiques à travers le réseau des particules.

## 4.2. Evolutions spatio-temporelles

La figure 4.3 est un instantané montrant les vitesses des particules  $\mathbf{v}$ , les forces normales au niveau des contacts  $f_n^c$  et la surpression  $p_f(\mathbf{r})$  dans le domaine fluide pour un échantillon initialement dense. On voit que ces grandeurs physiques sont toutes hétérogènes à l'échelle des particules, mais avec un gradient marqué dans la direction selon  $z$ . On détermine les moyennes des surpressions  $p_f(z)$  et des vitesses des particules et du fluide  $v_x(z)$  et  $v_y(z)$  sur des tranches horizontales d'épaisseur  $\Delta z = 4d$  centrées sur  $z$ . L'angle de dilatance  $\psi(z)$  est donné par

$$\tan \psi(z) = \frac{v_z(z)}{v_x(z)} \quad (4.1)$$

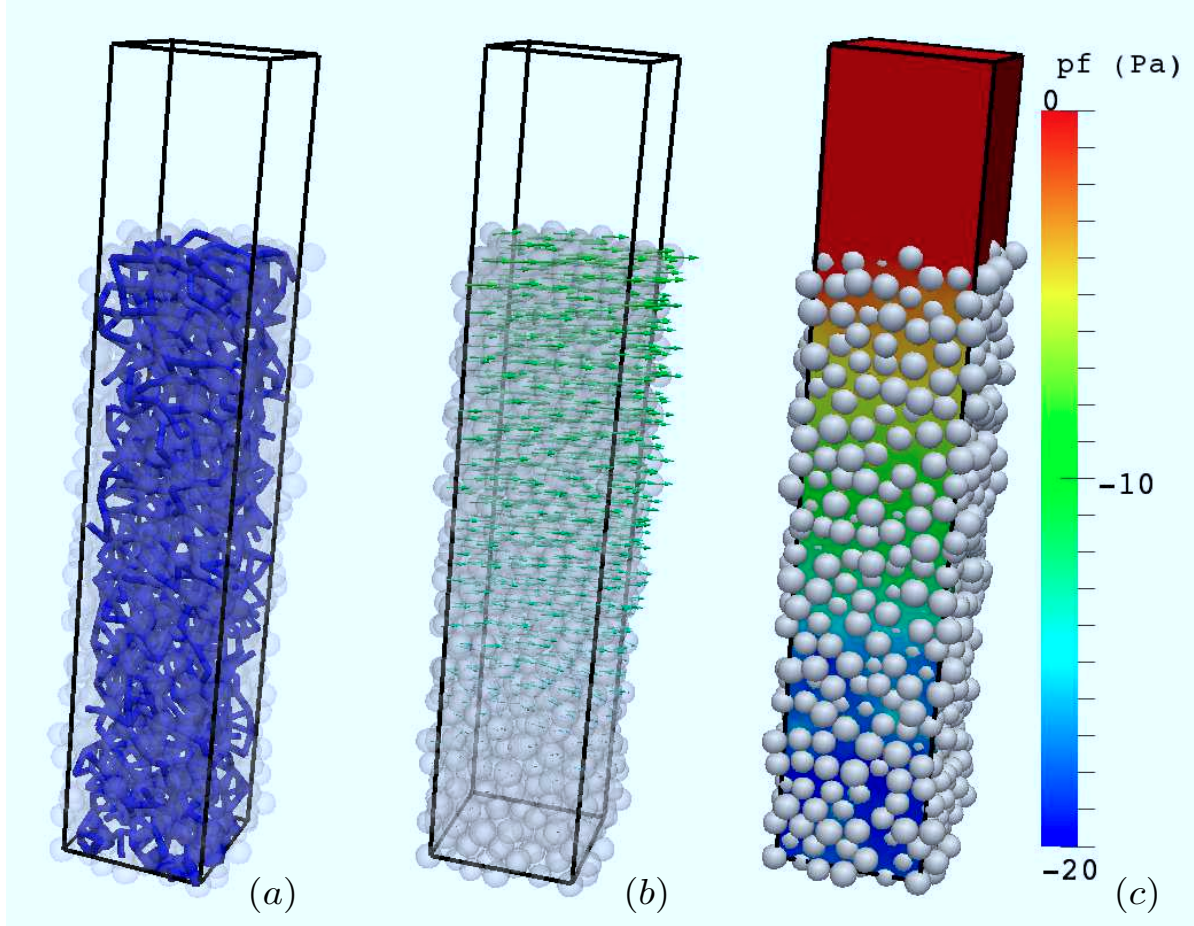
Le tenseur de taux de déformation moyen est donné par

$$\dot{\epsilon}_{zx} = \frac{v_x(H_s)}{H_s} \quad (4.2)$$

$$\dot{\epsilon}_{zz} = \frac{v_z(H_s)}{H_s} \quad (4.3)$$

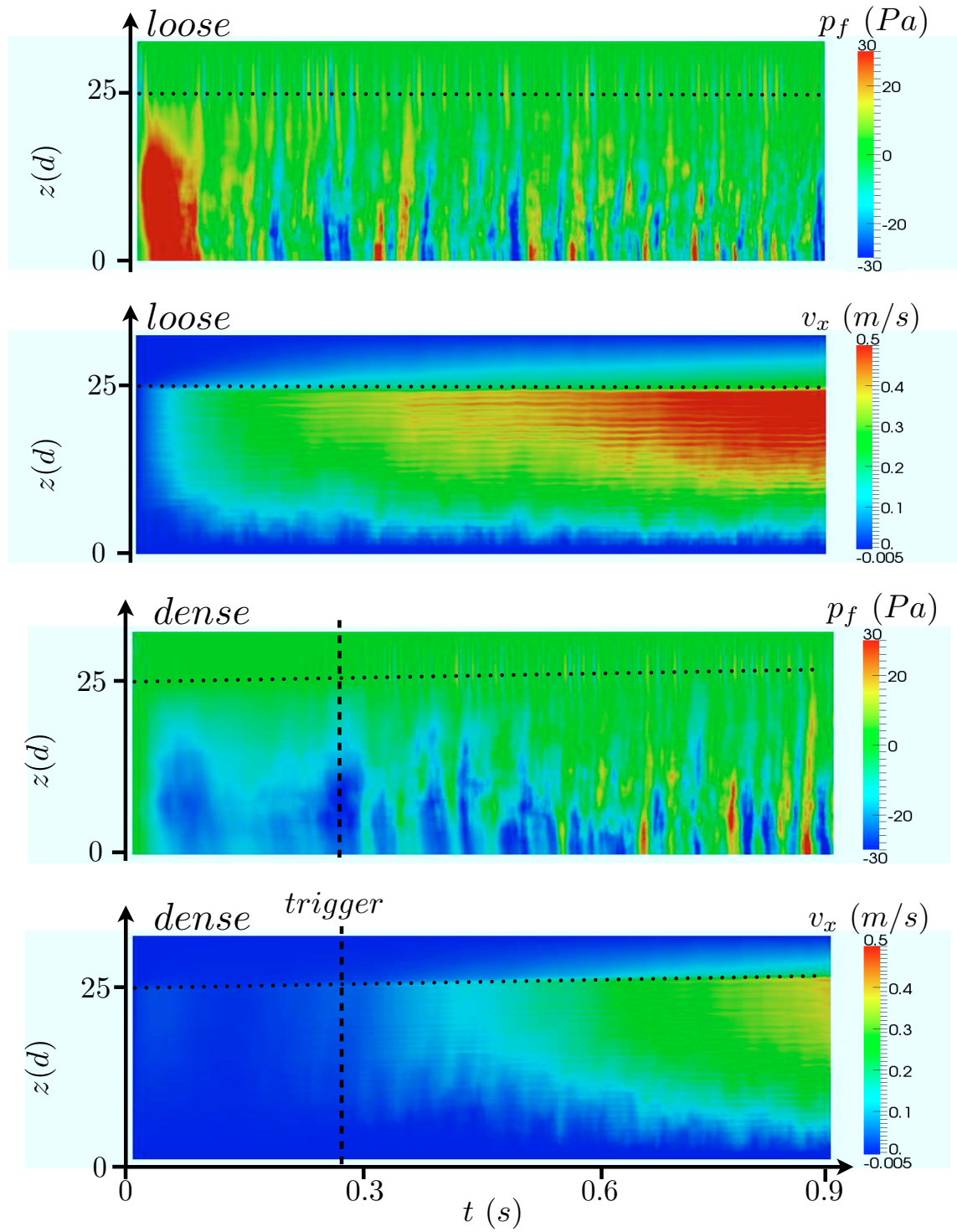
à partir duquel on déduit la valeur moyenne de l'angle de dilatance  $\psi$  :

$$\tan \psi = \frac{\dot{\epsilon}_{zz}}{\dot{\epsilon}_{zx}} \quad (4.4)$$



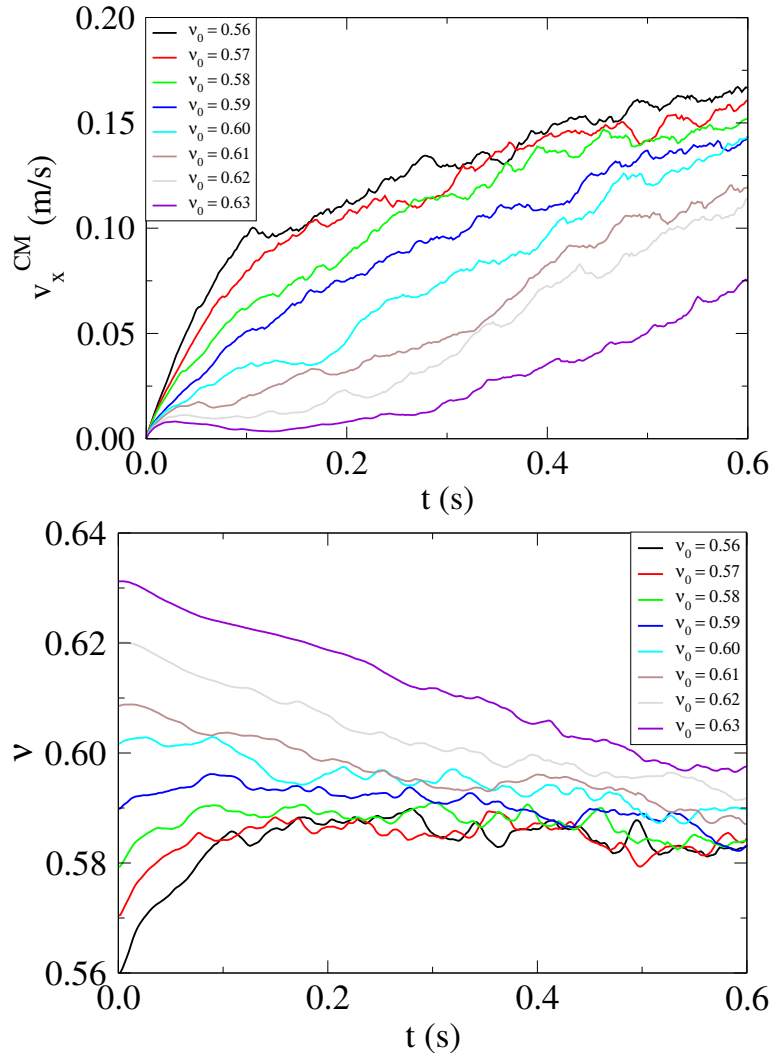
**FIGURE 4.3:** Une carte du réseau des chaines de force (a), du champ des vitesses des particules (b) et des suppressions du fluide (c) pendant la phase de fluage pour un échantillon initialement dense.

La figure 4.4 représente les diagrammes spatio-temporels décrivant l'évolution de  $v_x$  et  $p_f$  pour un échantillon initialement lâche de compacité initiale  $\nu_0 = 0.57$  et pour un échantillon dense de compacité  $\nu_0 = 0.63$ . Au temps  $t = 0$  le lit granulaire est incliné à un angle  $\theta = 26^\circ$ . Dans le cas lâche, les particules et le fluide initialement au repos deviennent instables dès le début de la simulation avec un front de déstabilisation se propageant rapidement dans l'échantillon. Le fluide clair qui se trouve au-dessus du lit granulaire est entraîné par les particules à la surface libre mais la vitesse de cisaillement induite reste faible et décroît au voisinage de la paroi supérieure du domaine. Des fortes suppressions positives apparaissent et persistent longtemps pendant l'avalanche, ce qui montre que les particules sont partiellement en suspension dans le fluide. En effet, la compacité étant faible, le lit granulaire doit se contracter en cisaillement. Cette dilatante négative implique une expulsion du fluide à travers le réseau de pores,



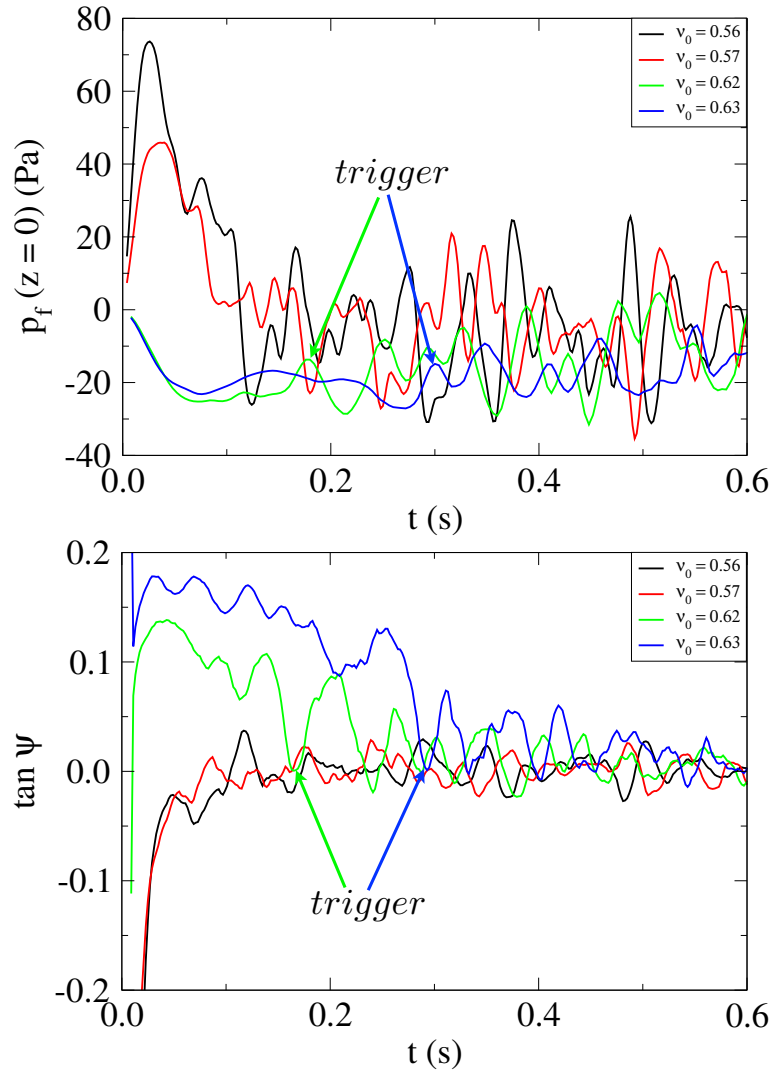
**FIGURE 4.4:** Diagramme spatio-temporel représentant l'évolution de la surpression et de la vitesse pour deux échantillons, l'un lâche (loose) et l'autre dense (dense).

provoquant ainsi une mise en pression qui a pour conséquence de réduire les forces de contact et de frottement entre particules. Cet effet est un mécanisme bien connu qui peut entraîner la liquéfaction des sols lors de fortes pluies [80, 79, 78]. Bien que la surpression positive apparaisse dès la rupture de pente, des surpressions secondaires positives ou négatives de grande amplitude apparaissent plus tard sous la forme de bouffées traversant la couche granulaire. Ces événements reflètent les micro-instabilités et fluctuations de volume souvent observées dans les milieux granulaires cisailés. Leur observation ici indique que ces fluctuations sont amplifiées par la présence du fluide.



**FIGURE 4.5:** Vitesse du centre de masse  $v_x^{CM}$  dans la direction de l'écoulement et la compacité  $\nu$  en fonction du temps pour différentes valeurs de la compacité initiale  $\nu_0$  pour  $\theta = 26^\circ$ .

Dans le cas dense, après l'inclinaison, on observe un déplacement lent du lit granulaire sur un intervalle relativement long de temps, ce qui indique que le système est globalement stable sur cet intervalle. La rupture de pente apparaît à  $t \simeq 0.3$  s et implique pratiquement tout le volume du lit excepté les particules à proximité de la base qui mettent plus de temps à se



**FIGURE 4.6:** Evolution de la surpression de fluide  $p_f(z = 0)$  à la base du lit granulaire et la dilatation moyenne  $\tan \psi$  pour  $\theta = 26^\circ$  et plusieurs valeurs de  $\nu_0$ .

mettre en mouvement. On observe sur le diagramme spatio-temporel une surpression négative qui augmente de la surface libre vers la base. Le milieu granulaire étant dense, il doit se dilater au cours du cisaillement, ce qui implique la suction du fluide à l'intérieur des pores et donc l'apparition d'une surpression négative. Cette surpression négative contribue à augmenter les forces normales de contact, ce qui stabilise la pente granulaire pendant l'assemblage continue à se dilater. Comme dans le cas lâche, on observe des bouffées des pressions négatives et positives au cours de l'avalanche qui suit la rupture de pente.

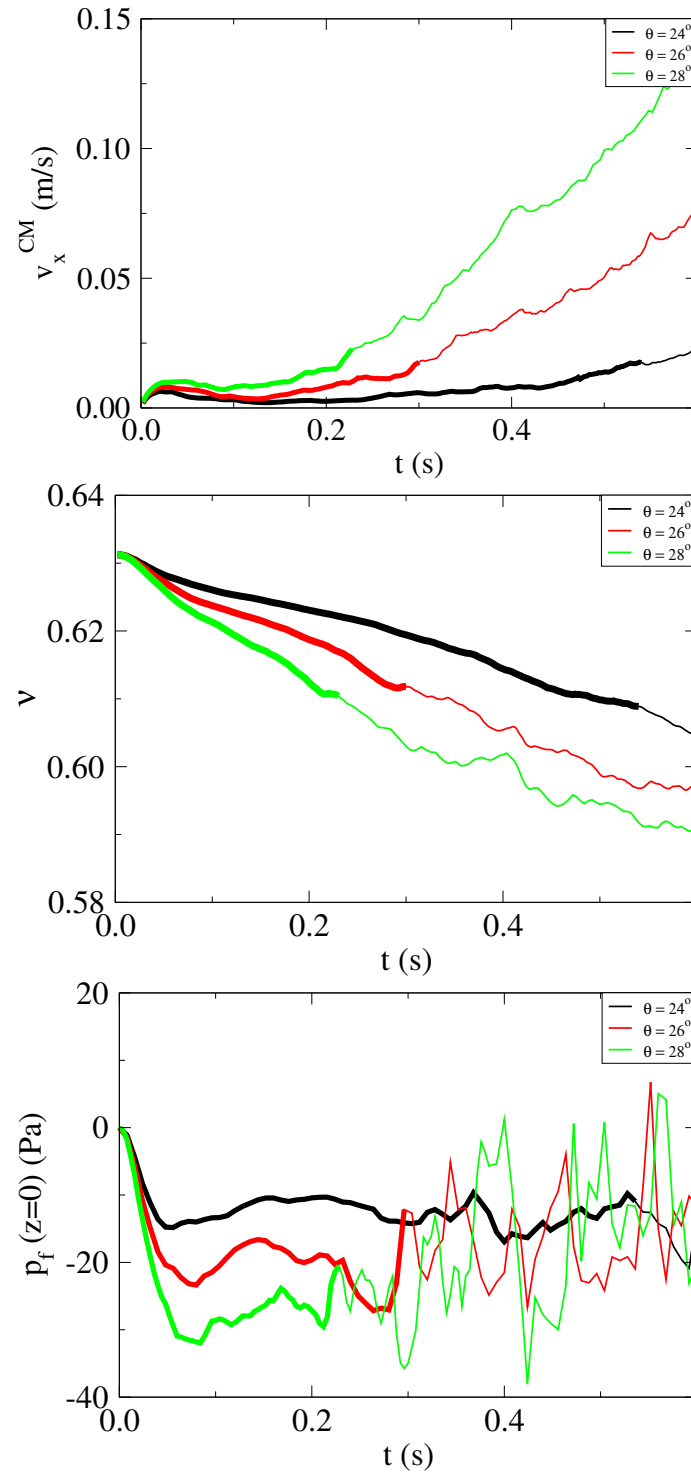
Pour caractériser l'influence de  $\nu_0$ , on a tracé sur la figure 4.5 l'évolution de la vitesse du centre de masse des particules  $v_x^{CM} \simeq v_x(H_s/2)$  et la compacité  $\nu$  pour un angle d'inclinaison  $\theta = 26^\circ$  et pour 8 valeurs de  $\nu_0$  prises dans l'intervalle  $[0.56, 0.63]$ . On distingue clairement sur ces courbes deux régimes :

- Le régime lâche est caractérisé par des valeurs de compacité dans l'intervalle  $\nu \leq 0.59$ . Dans ce régime, la vitesse du centre de masse augmente de façon monotone vers une vitesse d'autant plus grande que la valeur de  $\nu_0$  initiale est faible. La compacité augmente jusqu'à atteindre un pic puis elle décroît.
- Dans le régime dense pour  $\nu > 0.59$ , la vitesse du centre de masse reste faible et quasi-constante jusqu'au déclenchement de l'avalanche, marqué par une augmentation soudaine de cette vitesse. On peut noter également que le temps de déclenchement  $t^{trig}$  augmente avec  $\nu_0$  et que la compacité décroît à une vitesse presque constante en fonction du temps. Après la rupture, cette décroissance continue mais avec un taux plus faible. Enfin, on note que, quelque soit la valeur de  $\nu_0$ , à partir d'un temps  $t \simeq 1.5$  s le milieu atteint un état stationnaire marqué par une vitesse et une compacité constantes.

La figure 4.6 montre l'évolution de la surpression de fluide  $p_f(z = 0)$  à la base ( $z = 0$ ) du lit granulaire et la dilatance moyenne  $\tan \psi$  pour  $\theta = 26^\circ$  et plusieurs valeurs de  $\nu_0$ . Dans le régime lâche, une surpression positive d'intensité élevée est générée immédiatement après l'inclinaison et, aux fluctuations près, décroît puis disparaît en moyenne au cours de l'écoulement. Sa valeur au pic est plus grande pour les compacités les plus faibles. L'angle de dilatance est négatif, traduisant une contraction du lit, et il décroît jusqu'à disparaître suivant l'évolution de la pression dans les pores. Dans le régime dense, une surpression négative apparaît initialement en même temps qu'un angle de dilatance positif, correspondant à la dilatation du lit. Aux fluctuations près, la surpression du fluide garde une valeur moyenne constante et ne commence à décroître qu'après la rupture de pente.

Dans le régime dense, les fluctuations de la dilatance montrent la fragilité de l'équilibre pendant le fluage. En comparant les corrélations de différentes variables décrivant la micro-structure, nous avons pu mettre en évidence le fait que la rupture apparaît quand la valeur de  $\psi$  tombe à 0 pour la première fois. Ces points sont indiqués par des flèches sur la figure 4.6. Par exemple, on observe pour  $\nu_0 = 0.62$  et  $\nu_0 = 0.63$  une décroissance soudaine de  $p_f(z = 0)$  lorsque la dilatance s'annule pour la première fois. Il est important de remarquer que, malgré cette annulation instantanée provoquée par les fluctuations, en moyenne la valeur de  $\psi$  reste positive après la rupture de pente. Pour cette raison, cette valeur moyenne ne peut pas être utilisée comme critère de déclenchement de la rupture. Dans la suite, nous utiliserons l'annulation de  $\psi$  pour déterminer le moment exact de déclenchement de la rupture.

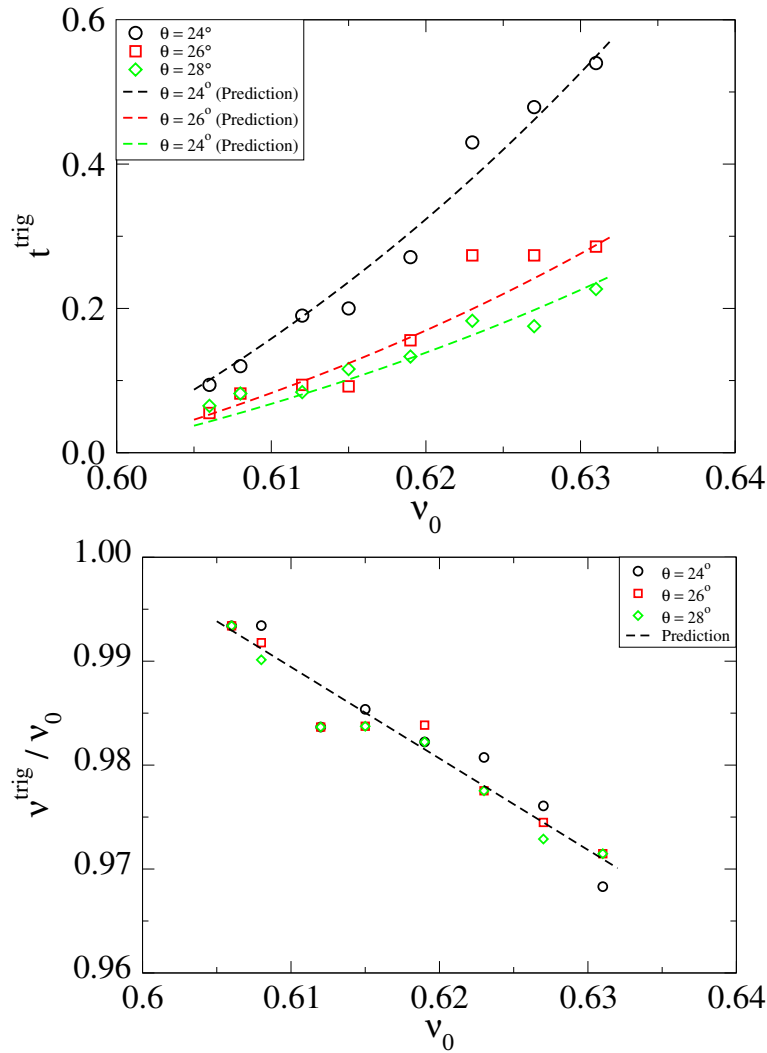
L'influence de la pente  $\theta$  peut être observée sur la figure 4.7 où  $v_x^{CM}$ ,  $\nu$  et  $p_f(z = 0)$  sont tracés en fonction du temps pour la même compacité  $\nu_0 = 0.63$  et les pentes  $\theta = 24^\circ$ ,  $26^\circ$  et  $28^\circ$ . On constate que la pression négative augmente avec  $\theta$  et le fluage est marqué par une évolution plus lente de  $\nu$  qui dure plus longtemps pour les angles plus faibles. On constate que la valeur  $\nu^*$  dans le régime d'écoulement stationnaire est d'environ 0.59 pour  $\theta = 24^\circ$ . On notera aussi qu'en accord avec la littérature, la valeur de cette compacité critique décroît légèrement en fonction de  $\theta$  en lien avec l'augmentation du nombre inertiel  $I_s$  [129, 43, 57, 53]. Dans nos simulation, la plus grande valeur de  $I_s$  dans le régime de fluage est de 0.003 calculée à la surface du lit granulaire pour de  $\theta = 28^\circ$ .



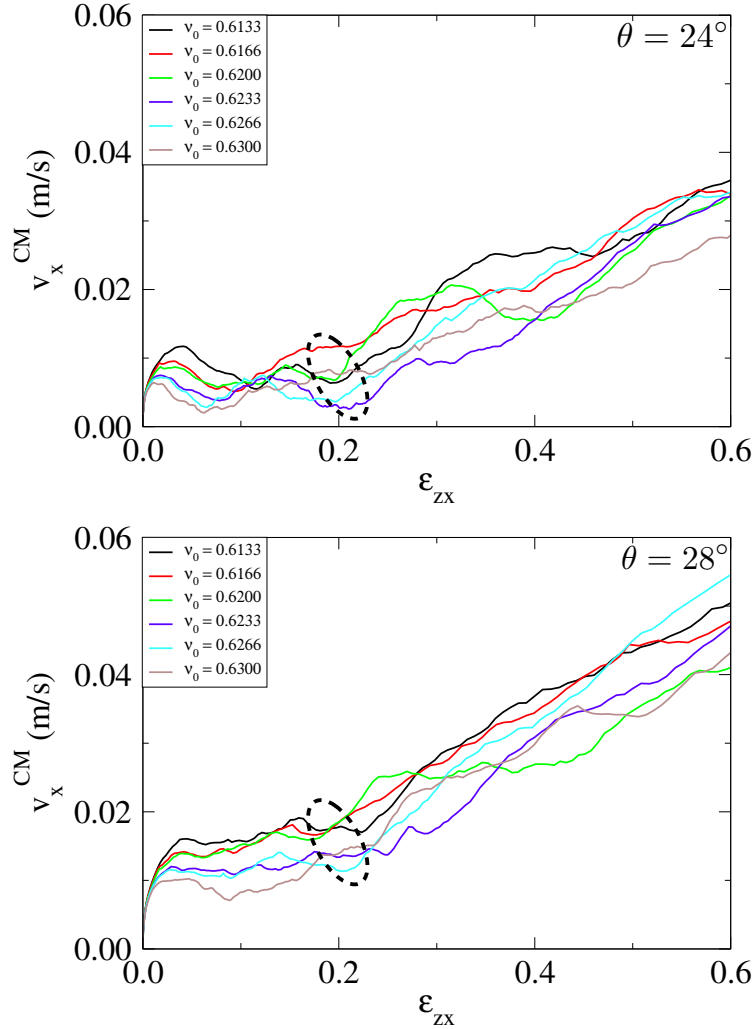
**FIGURE 4.7:** Influence de l'angle d'inclinaison à court temps : évolution de la vitesse du centre de masse  $v_x^{CM}$ , de la compacité  $\nu$  et de la pression  $p_f(z = 0)$  à la base du lit granulaire en fonction du temps pour la compacité  $\nu_0 = 0.63$ .

### 4.3. Régime de fluage

Dans cette section, on s'intéresse plus précisément au régime de fluage. La figure 4.8(a) montre le temps de déclenchement  $t^{trig}$  en fonction de  $\nu_0$  ( $> 0.59$ ) pour 3 valeurs de  $\theta$ . La valeur de  $t^{trig}$  augmente en fonction de  $\nu_0$  et elle est plus importante pour  $\theta$  plus faible. Cette figure montre aussi la prédiction du modèle détaillé dans la section 4.4.. La figure 4.8(b) montre l'évolution de la compacité  $\nu^{trig}$  au moment de la rupture de pente en fonction de  $\nu_0$ .  $\nu^{trig}$  augmente de 0.6 à 0.61 lorsque  $\nu_0$  varie de 0.6 à 0.63. On constate que ces valeurs de  $\nu^{trig}$  sont supérieures à  $\nu^*$ . Ceci montre que la rupture de pente ne peut pas être expliquée uniquement à partir de la valeur de  $\nu$ . Même si le système est fragilisé progressivement à mesure que  $\nu$  décroît, il n'est pas possible d'utiliser  $\nu$  comme paramètre interne pour prévoir la rupture.



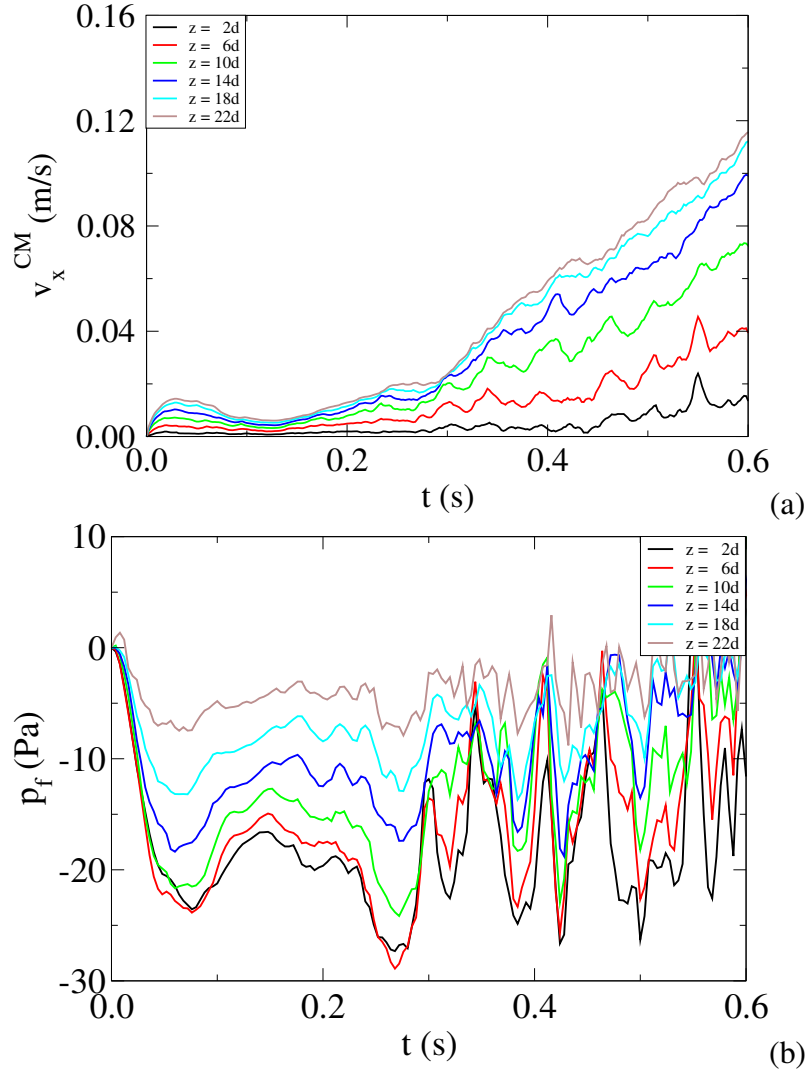
**FIGURE 4.8:** Le temps de déclenchement  $t^{trig}$  et la compacité correspondante normalisée  $\nu^{trig} / \nu_0$  (symboles) en fonction de la compacité initiale  $\nu_0$  pour différentes valeurs de l'angle d'inclinaison  $\theta$ . Les prédictions du modèle théorique sont présentées en pointillés.



**FIGURE 4.9:** Vitesse du centre de masse  $v_x^{CM}$  en fonction de la déformation de cisaillement cumulée pour  $\theta = 24^\circ$ ,  $\theta = 28^\circ$  et pour différentes valeurs de  $\nu_0$ . La déformation au moment de la rupture est indiquée par des ellipses en pointillés.

Dans leurs expériences, Pailha et al. ont trouvé que le cisaillement cumulé  $\epsilon_{zx}^{trig}$  à la rupture est presque indépendant de  $\nu_0$  et approximativement égal à 0.25 [125]. Sur la figure 4.9 nous avons tracé  $v_x^{CM}$  en fonction de  $\epsilon_{zx}$  pour différentes valeurs de  $\nu_0$  et de  $\theta$ . On peut voir sur cette figure que  $\epsilon_{zx}^{trig}$  augmente de 0.18 à 0.22 lorsque  $\nu_0$  décroît de 0.6 à 0.63. Cette variation de  $\epsilon_{zx}^{trig}$  est suffisamment étroite pour permettre d'utiliser  $\epsilon_{zx}^{trig} \simeq 0.2$  comme critère de rupture. Néanmoins, il n'est pas clair pourquoi cette valeur, qui est très proche de la valeur expérimentale de 0.25, est presque indépendante de  $\nu_0$ . Dans les essais de compression sur les sols, la déformation de cisaillement totale au pic de contrainte dépend fortement de la compacité initiale [116]. Si l'on compare la déformation de fluage à la déformation totale en cisaillement avant le pic de contrainte dans le cas d'un essai en compression, alors on s'attend à ce que la déformation de cisaillement à la rupture décroisse avec l'augmentation de  $\nu_0$ . Ceci suggère que  $\epsilon_{zx}^{trig}$  ne relève pas

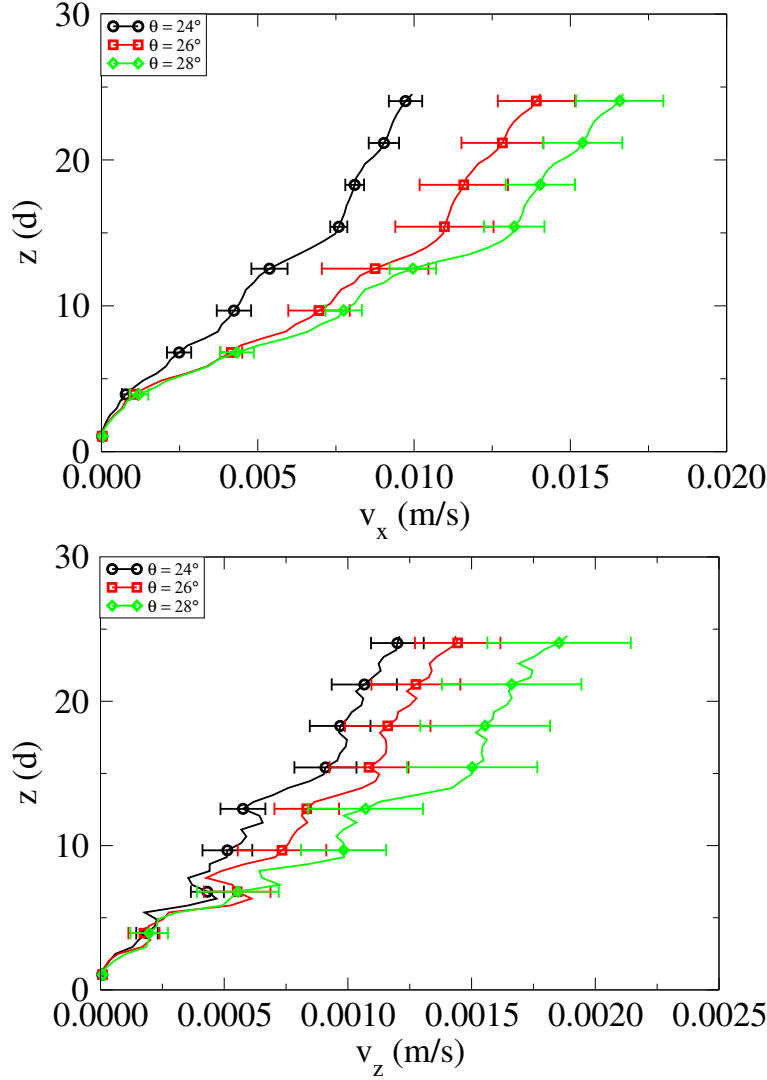
uniquement d'une propriété intrinsèque au milieu granulaire mais elle est une conséquence de l'interaction avec le fluide. Ce point sera discuté dans la section 4.5. à la lumière de l'évolution de la microstructure.



**FIGURE 4.10:** Vitesse  $v_x(z)$  et la pression du fluide  $p_f(z)$  en fonction du temps à différentes hauteurs  $z$  pour  $\nu_0 = 0.63$  et  $\theta = 26^\circ$ .

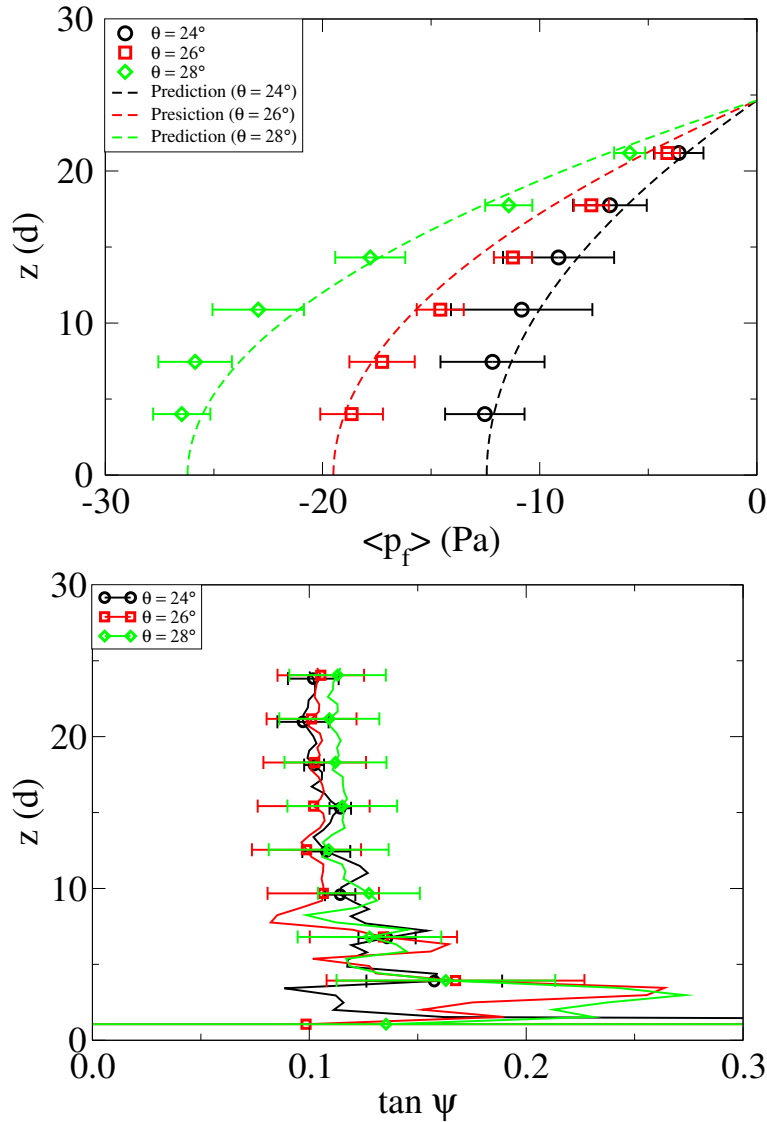
Une question connexe est de savoir si la déformation de fluage et la rupture de pente sont homogènes sur toute la profondeur du lit granulaire. La figure 4.10(a) montre, pour différentes valeurs de  $z$ , l'évolution de la vitesse de cisaillement  $v_x(z)$  pour  $\nu_0 = 0.63$  et  $\theta = 26^\circ$ . Comme déjà observé dans les diagrammes spatiotemporels de la figure 4.4, on observe ici un gradient de vitesse de la base vers la surface libre qui se développe pendant la phase de fluage. La rupture est initiée à peu près en même temps dans toute la hauteur du lit excepté au fond où il y a un retard. La figure 4.10(b) représente la surpression pour les mêmes valeurs de  $z$ . On observe clairement un gradient de surpression qui reste presque constant dans le temps pendant toute la

phase de fluage.



**FIGURE 4.11:** Profils des vitesses  $\langle v_x \rangle(z)$  et  $\langle v_z \rangle(z)$  dans la direction de l'écoulement et selon la direction perpendiculaire au plan  $(xy)$ , moyennées sur la durée du fluage pour différentes valeurs de  $\theta$  et  $\nu_0 = 0.63$ .

Les vitesses  $\langle v_x \rangle(z)$  et  $\langle v_z \rangle(z)$  moyennées au cours du temps pendant la phase de fluage sont présentées sur la figure 4.11 en fonction de  $z$ . Trois valeurs de  $\theta$  sont utilisées pour une compacité initiale de  $\nu_0 = 0.63$ . Mise à part la couche inférieure, les deux composantes des vitesses croissent linéairement en fonction de la hauteur avec un changement de pente autour de  $z \simeq 15d$ . Le gradient de vitesse au voisinage de la surface libre est plus faible. Cet effet peut être attribué à la force de traînée du fluide sur les particules à la surface du lit et qui a pour effet de freiner la couche supérieure. La paroi rugueuse inférieure joue un rôle similaire pour la couche de particules qui est en contact avec elle. La surpression dans les pores  $\langle p_f \rangle(z)$  et la dilatançe  $\langle \tan \psi \rangle(z)$  moyennées sur la durée du fluage sont présentées sur la figure 4.12. L'augmentation



**FIGURE 4.12:** Profil de la surpression du fluide  $\langle p_f \rangle(z)$  et de l'angle de dilataance  $\langle \tan \psi \rangle(z)$  moyennée sur la durée du fluage pour différentes valeurs de  $\theta$  et  $\nu_0 = 0.63$ . La prédiction du modèle continu pour la pression est présentée en traits.

en valeur absolue de cette surpression est quadratique en fonction de  $z$  de la surface libre vers le bas. Comme on peut le voir sur la figure, cette évolution est bien reproduite par l'intégration de la loi de Darcy introduite dans la section 4.4.. La dilataance est élevée dans le voisinage de la base mais décroît et conserve une valeur presque constante  $\tan \psi \simeq 0.1$  pour  $z > 7d$ . Cette valeur est indépendante de la pente  $\theta$ .

Les discontinuités observées dans les profils de vitesses et de dilataance qui se manifestent au cours du fluage, reflètent clairement les effets des conditions aux limites à la base et au niveau de la frontière du lit avec le fluide clair. C'est la raison pour laquelle nous avons choisi

de prendre un rapport d'aspect  $H_s/L$  important au détriment d'une valeur faible de  $L$ . Malgré ces discontinuités, tous les résultats présentés dans cette section et dans la section 4.2. sont en bon accord quantitatif avec les expériences.

## 4.4. Modèle continu

Dans cette section, on s'intéresse à la modélisation du processus de déclenchement. On s'attend d'un modèle théorique de prédire la stabilité et la déstabilisation de la pente et de décrire de manière cohérente les évolutions des grandeurs macroscopiques. En d'autres termes, le modèle devra prévoir la stabilité de la pente dans le régime dense, l'évolution temporelle de la compacité  $\nu$ , sa valeur à la rupture ainsi que l'instant du déclenchement donné par  $t^{trig}$  en fonction de la compacité  $\nu_0$  et de l'angle d'inclinaison  $\theta$ . Pailha et al. ont introduit une version du modèle poroélastique d'Iverson et al. adaptée au cas des particules non-déformables et ont enrichi le modèle de résistance au cisaillement en tenant compte de l'effet de dilatance [125, 76, 77]. Ce modèle leur a permis d'expliquer en partie leurs résultats expérimentaux. Dans cette section, on présente un modèle qui s'appuie sur les mêmes ingrédients mais avec une formulation légèrement différente.

### 4.4.1. Etats de stabilité

D'après le modèle de Mohr-Coulomb, la stabilité d'un milieu granulaire non-cohésif est contrôlée par l'angle de frottement interne  $\mu$ . La condition d'équilibre s'écrit

$$\sigma_{zx} \leq \mu \sigma_{zz} \quad (4.5)$$

où  $\sigma_{zx}$  et  $\sigma_{zz}$  sont respectivement les composantes de contrainte parallèle et perpendiculaire à la pente. L'angle de frottement interne est toutefois une propriété qui dépend de l'état du système [147, 139]. Le cisaillement en régime de cisaillement continu est caractérisé par le coefficient de frottement critique  $\mu^*$ . Cette valeur qui représente une propriété intrinsèque du matériau sous cisaillement quasi-statique augmente avec la valeur du nombre inertiel  $I$ , comme on l'a vu dans le chapitre 1. L'écoulement stationnaire est aussi caractérisé par une valeur bien définie de la compacité  $\nu^*$ , qui diminue avec  $I$ .

La valeur de  $\mu$  peut dépasser  $\mu^*$  également en fonction de la compacité initiale  $\nu_0$ . Dans les essais de compression triaxiale, classiques en mécanique des sols, on observe que, pour un échantillon initialement isotrope et pour  $\nu_0 > \nu^*$ ,  $\mu$  augmente avec la déformation jusqu'à une valeur pic  $\mu^+$  supérieure à  $\mu^*$  puis décroît jusqu'à  $\mu^*$  pour des déformations importantes. La valeur du coefficient de frottement au pic  $\mu^+$  dépend de l'angle de dilatance  $\psi$  [186, 167]. Pour comprendre ce lien, on peut raisonner à partir de la puissance dissipée. La puissance dissipée due à la contrainte de cisaillement est  $\dot{\epsilon}_{zx}\sigma_{zx}$ . La dilatance positive implique qu'une partie du travail fourni au système est dissipée également par la composante normale :  $b\dot{\epsilon}_{zz}\sigma_{zz}$ , où  $b$  est la fraction dissipée. Le reste est emmagasiné dans la configuration des particules sous la forme

d'une énergie potentielle. La contrainte de cisaillement équivalente  $\sigma'_{zx}$  est la contrainte qui donne la même puissance dissipée sans dilataance :

$$W_{dissip} = \dot{\epsilon}_{zx}\sigma_{zx} + b\dot{\epsilon}_{zz}\sigma_{zz} \equiv \dot{\epsilon}_{zx}\sigma'_{zx} \quad (4.6)$$

Cette égalité conduit à la relation suivante :

$$\tan \varphi' = \tan \varphi^* + b \tan \psi \quad (4.7)$$

où  $\tan \varphi' = \sigma'_{zx}/\sigma_{zz}$ . Dans cette relation,  $\varphi^*$  définit l'angle de frottement interne sans changement de volume. La valeur maximale de  $\varphi'$  d'après cette relation correspond à la dilataance maximale, c'est à dire la dilataance au pic dans le cas d'un essai triaxial. On verra que dans le cas du fluage, la dilataance maximale  $\psi^+$  a lieu au début de la phase de fluage car le lit granulaire est incliné au-dessus de l'angle de repos. On peut donc écrire :

$$\tan \varphi^+ = \tan \varphi^* + b \tan \psi^+ \quad (4.8)$$

Dans une approximation linéaire, l'angle de dilataance maximale peut être estimé par la différence entre la compacité initiale  $\nu_0$  et la compacité critique  $\nu^*$  pour laquelle la dilataance est nulle [147, 167, 125] :

$$\tan \psi^+ = a(\nu_0 - \nu^*) \quad (4.9)$$

Des mesures expérimentales donnent une valeur  $a \simeq 3$ . Nous pouvons vérifier cette relation directement à partir de nos données. Figure 4.13 montre la dilataance maximale  $\tan \psi^+$  au début de la phase de fluage en fonction de  $\nu_0$  pour l'ensemble de nos simulations dans le régime dense. La relation observée est quasi-linéaire avec un coefficient  $a \simeq 4.4$ . Cet ajustement donne également une valeur  $\nu^* \simeq 0.59$ .

En combinant les équations (4.8) et (4.9), on obtient l'angle de frottement pic en fonction de la compacité initiale :

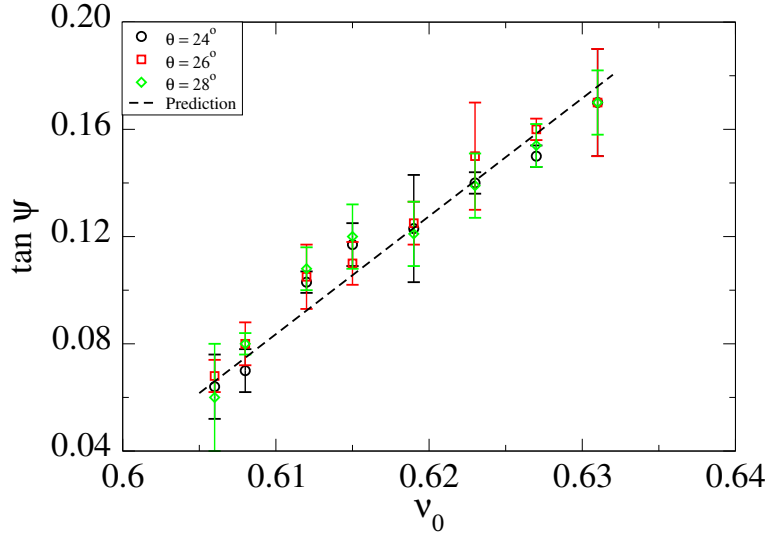
$$\mu^+ = \mu^* + ab(\nu_0 - \nu^*) \quad (4.10)$$

L'état pic est le point de transition entre un comportement de durcissement et un comportement d'adoucissement. En conditions contrôlées en contrainte, comme c'est le cas pour un milieu granulaire sur plan incliné, le matériau est stable dans la phase pré-pic mais rompt au pic. Pour cette raison, l'angle maximum de stabilité pour un lit granulaire est donné par  $\theta^+ = \varphi^+$ . Au contraire, pour  $\nu_0 < \nu^*$  il n'y a pas de pic et l'avalanche s'initie pour  $\theta^* = \varphi^*$ . Par analogie avec le frottement entre deux surfaces,  $\mu^+$  et  $\mu^*$  représentent respectivement les coefficients de frottement "statique" et "dynamique" pour un milieu granulaire.

En appliquant ceci à un lit granulaire incliné, l'angle maximal de stabilité est donné par

$$\tan \theta^+ = \tan \varphi^+ = \tan \varphi^* + b \tan \psi^+ = \mu^* + ab(\nu_0 - \nu^*) \quad (4.11)$$

Nous verrons que  $b$  peut être évalué à partir de nos données dans la phase de fluage et il a une valeur presque nulle, ce qui signifie qu'aucune dissipation n'a lieu par dilataance dans la phase de fluage.



**FIGURE 4.13:** La dilatance maximale en fonction de la compacité initiale pour toutes les simulations dans le régime de fluage. Le trait en pointillés représente une approximation linéaire avec une pente  $\simeq 4.4$ .

#### 4.4.2. Effet de la surpression négative sur la stabilité

On s'intéresse au cas où le lit granulaire est incliné à un angle  $\theta > \varphi^+$ . Il est instable dans le cas sec mais il peut se stabiliser en situation immergée par l'action d'une surpression négative  $p_f(z)$  ( $< 0$ ) induite par la dilatation du milieu. Cette surpression a pour conséquence d'augmenter la contrainte normale  $\sigma_{zz}$  à l'intérieur du milieu granulaire :

$$\sigma_{zz}(z) = \sigma'_{zz}(z) - p_f(z) \quad (4.12)$$

La condition de stabilisation du milieu granulaire s'écrit

$$\sigma_{zx}(z) \leq \mu^+ [\sigma'_{zz}(z) - p_f(z)] \quad (4.13)$$

Cette condition, peut se mettre sous la forme :

$$\tan \theta = \frac{\sigma_{zx}(z)}{\sigma'_{zz}(z)} \leq \mu^+ \left[ 1 - \frac{p_f(z)}{\sigma'_{zz}(z)} \right] \quad (4.14)$$

Or, le lit granulaire étant instable en absence de fluide, la pression du fluide interstitiel est juste mobilisée pour rétablir l'équilibre du système. Comme l'angle  $\theta$  est une constante, l'égalité n'est possible que pour une valeur particulière de  $z$  pour laquelle la cohésion relative  $p_f(z)/\sigma'_{zz}(z)$  atteint sa valeur minimale.

La contrainte verticale  $\sigma'_{zz}(z)$  est due au poids déjaugé des particules :

$$\sigma'_{zz}(z) = \nu g(\rho_s - \rho_f)(H_s - z) \cos \theta \quad (4.15)$$

La surpression  $p_f(z)$  est une conséquence de la dilatation du lit. Selon la loi de Darcy, la vitesse moyenne relative  $v_z^f(z) - v_z^s(z)$  du fluide par rapport aux particules dans le régime visqueux est proportionnelle au gradient de pression :

$$v_z^f(z) - v_z^s(z) = \frac{k}{\eta} \frac{dp_f}{dz} \quad (4.16)$$

avec

$$k = \frac{1}{c} \frac{(1 - \nu)^3}{\nu^2} d^2 \quad (4.17)$$

où  $c \simeq 150$  est le coefficient de Kozeny-Carman.  $v_z^f$  est la vitesse du fluide et  $v_z^s$  est la vitesse des particules. L'équation (4.16) peut être intégrée en tenant compte des conditions aux limites  $p_f(z = H_s) = 0$  et  $v_z^f(z = 0) = 0$  :

$$p_f(z) = -\frac{c}{2d^2} \eta \frac{\nu^2}{(1 - \nu)^4} (H_s^2 - z^2) \dot{\epsilon}_{zz} \quad (4.18)$$

où le taux de déformation normale relative est supposé homogène et donné par

$$\dot{\epsilon}_{zz} = \frac{v_z^s(z)}{z} \quad (4.19)$$

A partir de la conservation de volume du fluide nous avons :

$$\nu v_z^s(z) + (1 - \nu) v_z^f(z) = 0 \quad (4.20)$$

Partant de cette équation, on a :

$$v_z^f(z) - v_z^s(z) = -\frac{1}{1 - \nu} v_z^s(z) = -\frac{1}{1 - \nu} z \dot{\epsilon}_{zz} \quad (4.21)$$

Comme on peut le voir sur la figure 4.12 pour trois angles d'inclinaison, le profil quadratique donné par l'équation (4.18) est en très bon accord avec les données numériques, et ceci sans aucun ajustement des paramètres. On notera par ailleurs que, en raison des conditions aux limites périodiques selon  $x$  et  $y$ , le taux de déformation normale est relié au taux d'évolution de la compacité :

$$\dot{\epsilon}_{zz} = -\frac{\dot{\nu}}{\nu} \quad (4.22)$$

On peut à présent déterminer la cohésion relative à partir des équations (4.15), (4.18) et (4.22) :

$$\frac{p_f(z)}{\sigma'_{zz}(z)} = -\frac{c}{2d^2} \eta \frac{1}{(1 - \nu)^4} \frac{1}{(\rho_s - \rho_f)g \cos \theta} (H_s + z) \dot{\nu} \quad (4.23)$$

Cette équation montre que la cohésion relative, dans la gamme de valeurs étudiées, dépend peu de la valeur de  $\nu$  et  $\theta$ . De plus, elle augmente linéairement en valeur absolue avec la hauteur  $z$ . Par conséquent, le niveau de cohésion le plus faible apparaît en bas de l'échantillon. Ceci indique que, si la condition d'équilibre est satisfaite à la base par l'égalité des deux membres

dans la relation (4.14), alors elle est satisfaite partout dans l'échantillon avec une inégalité. On pose

$$R = 1 - \frac{p_f(z=0)}{\sigma'_{zz}(z=0)} \quad (4.24)$$

et donc la condition d'équilibre s'écrit :

$$\tan \theta = \mu^+ \left[ 1 - \frac{p_f(z=0)}{\sigma'_{zz}(z=0)} \right] = \mu^+ R \quad (4.25)$$

Etant donnée l'expression de  $\mu^+$  donnée par l'équation (4.11), la condition d'équilibre à la base du lit s'écrit finalement sous la forme :

$$R = \frac{\tan \theta}{\mu^* + ab(\nu_0 - \nu^*)} \quad (4.26)$$

et l'évolution de la compacité est régie par l'équation suivante :

$$\frac{\dot{\nu}}{\nu_0} = - \frac{(1 - \nu)^4}{(1 - \nu_0)^4} \frac{1}{t_c} \quad (4.27)$$

avec un temps caractéristique

$$t_c = c \frac{\eta H_s}{2d^2} \frac{1}{(\rho_s - \rho_f)g \cos \theta} \frac{\nu_0}{(1 - \nu_0)^4} \frac{1}{R - 1} \quad (4.28)$$

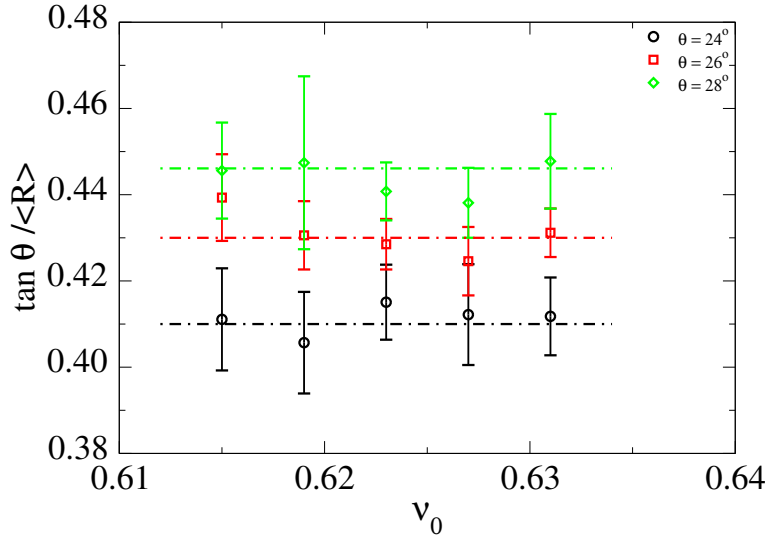
Dans l'équation (4.26) on note que  $R$  est une fonction dépendant uniquement de la pente et de la compacité initiale. En conséquent, pour une valeur donnée de  $\theta$  et de  $\nu_0$ ,  $R$  doit rester constant jusqu'à la rupture. Ceci implique qu'en accord avec les résultats numériques, la surpression doit rester constante durant le fluage et c'est ce qu'on observe effectivement sur la figure 4.10). La figure 4.14 montre  $\tan \theta / \langle R \rangle$  en fonction de  $\nu_0$ . On voit que ce rapport est presque indépendant de  $\nu_0$  et donc la valeur du coefficient  $b$  introduit par l'équation (4.26) est pratiquement nulle ! Ce résultat est conforme aux observations expérimentales [125]. On constate ici plutôt une faible augmentation du rapport  $\tan \theta / \langle R \rangle$  avec  $\theta$ . Nous verrons plus bas que cette dépendance vis-à-vis de la pente peut être comprise en termes d'anisotropie ou du nombre inertiel.

Par ailleurs, comme  $R$  est constant, le temps caractéristique  $t_c$  dans la phase de fluage est aussi constant. Par conséquent, l'équation (4.27) peut être résolue exactement pour donner

$$\nu(t) = 1 - (1 - \nu_0) \left[ 1 - \frac{3\nu_0}{1 - \nu_0} \frac{t}{t_c} \right]^{-1/3} \quad (4.29)$$

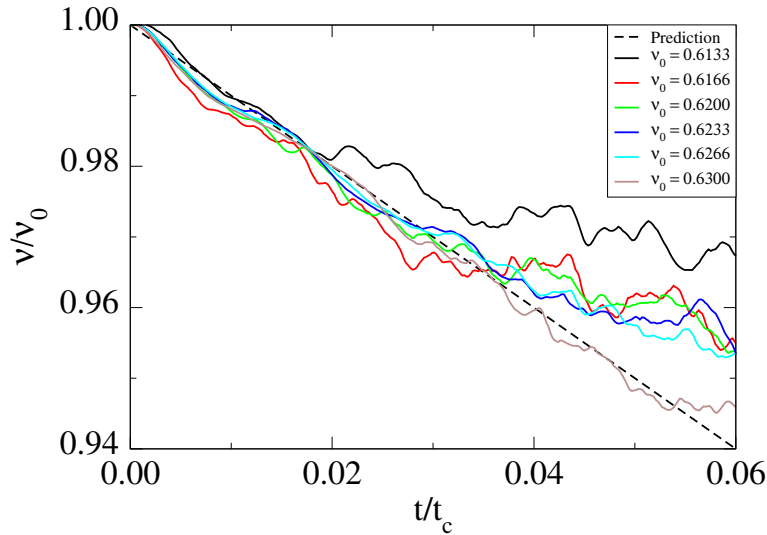
Ceci est vrai dans la limite où  $t \ll t_c$ , ce qui est effectivement le cas pour nos données puisque la durée du fluage  $t^{trig}$  est petite devant  $t_c$ . On peut alors écrire :

$$\frac{\nu(t)}{\nu_0} \simeq 1 - \frac{t}{t_c} \quad (4.30)$$



**FIGURE 4.14:**  $\tan \theta / \langle R \rangle$  en fonction de la compacité initiale dans le régime dense pour trois angles d'inclinaison différents.

Cette équation, simple, montre un accord particulièrement correct avec la décroissance linéaire de la compacité en fonction du temps, comme on peut voir sur la figure 4.5. Ceci suggère de plus que les données doivent se mettre à l'échelle au cours de fluage simplement en normalisant  $t$  par le temps caractéristique  $t_c$ . Cette loi d'échelle fonctionne particulièrement bien comme on voit sur la figure 4.15 pour toutes les simulations avec différentes valeurs de  $\nu_0$  et  $\theta$ .



**FIGURE 4.15:** La compacité normalisée par la compacité initiale  $\nu/\nu_0$  en fonction du temps normalisé par le temps caractéristique  $t_c$  pour différentes valeurs de  $\nu_0$  et  $\theta = 26^\circ$ . L'évolution de  $\nu/\nu_0$  est bien décrite par la droite en traits de pente  $-1$  prédite par le modèle théorique.

Pour les même raisons, tout au long de la phase de fluage, le taux de déformation normale

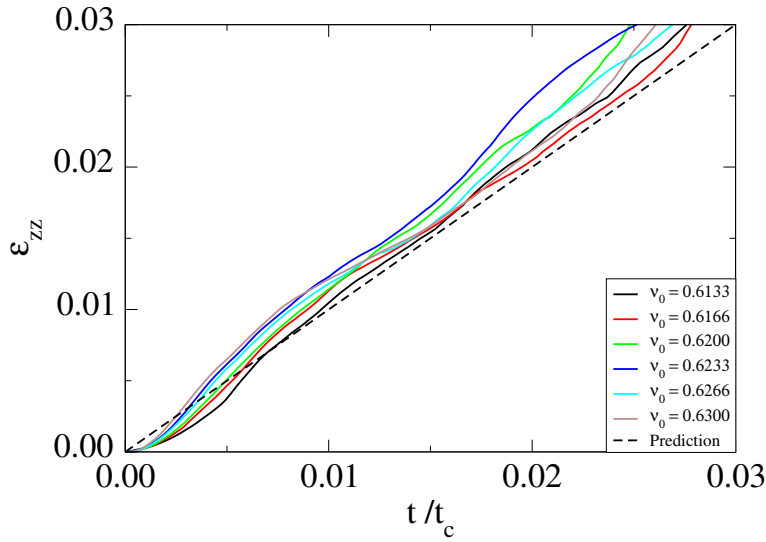
est quasiment constant et égal à

$$\dot{\varepsilon}_{zz} = -\frac{\dot{\nu}}{\nu} \simeq -\frac{\dot{\nu}}{\nu_0} \quad (4.31)$$

En conséquence, la déformation normale cumulée est linéaire en fonction du temps :

$$\varepsilon_{zz}(t) \simeq \frac{t}{t_c} \quad (4.32)$$

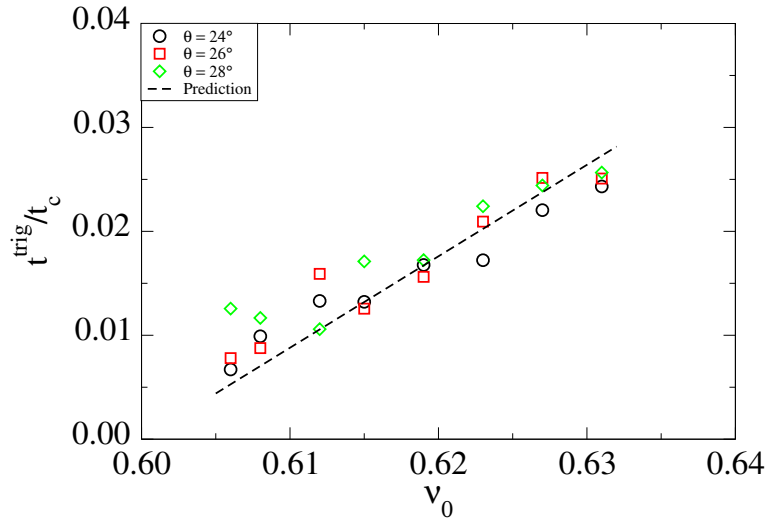
La figure 4.16 montre l'évolution de  $\varepsilon_{zz}$  en fonction du temps adimensionné pour différentes valeurs de  $\nu_0$  et de  $\theta$ . On remarque que tous les points s'alignent sur une droite de pente 1 comme prédit par l'équation (4.32).



**FIGURE 4.16:** Evolution de la déformation cumulée selon  $z$  en fonction du temps normalisé pour différentes valeurs de  $\nu_0$  et  $\theta = 26^\circ$ . La droite en pointillés représente la prédiction du modèle.

#### 4.4.3. Rupture de pente

Le mécanisme de stabilisation de pente par dilatation  $\dot{\varepsilon}_{zz}$  dans un fluide contient aussi le germe de la rupture de pente par la fragilisation progressive du matériau avec la diminution de sa compacité. Il est important de noter que l'évolution de  $\nu$  se produit sous l'effet de contraintes constantes et donc elle ne modifie pas la structure des équations régissant le fluage. Cela signifie que, même si l'évolution de  $\nu$  peut être déduite directement de ces équations, le moment de rupture et la valeur de  $\nu$  à la rupture ne peuvent pas être prédits à partir de ces équations. La rupture de pente apparaît donc comme une transition discontinue, qui est entamée lorsque la compacité a suffisamment diminué pour permettre la rupture de l'assemblage granulaire. Cependant, comme nous l'avons vu précédemment, la compacité  $\nu^{trig}$  à la rupture reste supérieure à la compacité  $\nu^*$  et dépend de la compacité initiale  $\nu_0$ . Par conséquent, il n'existe pas de valeur intrinsèque de la compacité qui puisse être utilisée comme critère de rupture.



**FIGURE 4.17:** Le temps de déclenchement normalisé  $t^{trig}/t_c$  en fonction de la compacité initiale pour différentes valeurs de  $\theta$ .

Pour des raisons similaires, on ne peut pas non plus utiliser la déformation verticale cumulée à la rupture  $\varepsilon_{zz}^{trig}$ , qui est une fonction linéaire de  $\nu_0$ , pour décider de la rupture. Par contre, d'après les données numériques, et presque indépendamment des valeurs choisies pour  $\nu_0$  et  $\theta$ , on obtient une déformation cumulée  $\varepsilon_{zx}^{trig} \simeq 0.2$ . Cette valeur concorde bien avec les données expérimentales [125]. Elle peut être utilisée avec les équations (4.32) et (4.9) pour prédire le temps de déclenchement :

$$\frac{t^{trig}}{t_c} \simeq a(\nu_0 - \nu^*) \varepsilon_{zx}^{trig} \quad (4.33)$$

Cette équation montre que  $t^{trig}$  se met à l'échelle avec  $t_c$ . Pour des valeurs typiques de  $\nu_0$  et  $\nu^*$ , le rapport  $t^{trig}/t_c$  est faible, ce qui justifie *a posteriori* l'approximation linéaire de l'équation (4.29). Pour vérifier la relation (4.33), nous avons tracé sur la figure 4.17 les valeurs normalisées de  $t^{trig}$  en fonction de  $\nu_0$  avec  $\varepsilon_{zx}^{trig} = 0.2$  et  $\nu^* = 0.59$ . Ici aussi, aux fluctuations près, on obtient une mise à l'échelle très satisfaisante des points avec une droite de pente  $a\varepsilon_{zx}^{trig} \simeq 4.4 \times 0.2 = 0.88$ .

Il est important de noter ici qu'une partie de la dépendance en  $\nu_0$  par rapport à  $t^{trig}$  est cachée dans  $t_c$ . La dépendance complète peut être obtenue à partir des équations (4.33) et (4.28) :

$$t^{trig} \propto \nu_0^2 (\nu_0 - \nu^*) / (1 - \nu_0)^4 \quad (4.34)$$

C'est cette équation qui a été tracée sur la figure 4.8, et qui a permis d'ajuster correctement les données avec un pré-facteur dépendant uniquement de  $\theta$ .

En introduisant l'expression de  $t^{trig}$  dans l'équation (4.30), on obtient aussi la valeur de la compacité à la rupture :

$$\nu^{trig} \simeq \nu_0 \left\{ 1 - a(\nu_0 - \nu^*) \varepsilon_{zx}^{trig} \right\} \quad (4.35)$$

Cette équation donne une valeur intermédiaire entre  $\nu_0$  et  $\nu^*$ . Les valeurs prédites de  $\nu^{trig}$  ajustent bien les données issues des simulations numériques. La figure 4.8 montre ces résultats pour  $a = 4.4$  et  $\varepsilon_{zx}^{trig} = 0.2$ . Cette équation montre aussi que  $\nu^{trig}$  tend vers zéro lorsque que  $\nu^0$  tend  $\nu^*$ . Cependant, pour  $\nu_0 < 0.6$ , la différence  $\nu^{trig} - \nu_0$  est au plus égale 0.005. Cette différence est trop faible pour être mesurable dans les simulations car elle reste inférieure aux fluctuations. Dans cette limite où  $\nu^{trig} \simeq \nu_0$ , la rupture apparaît en pratique sans fluage.

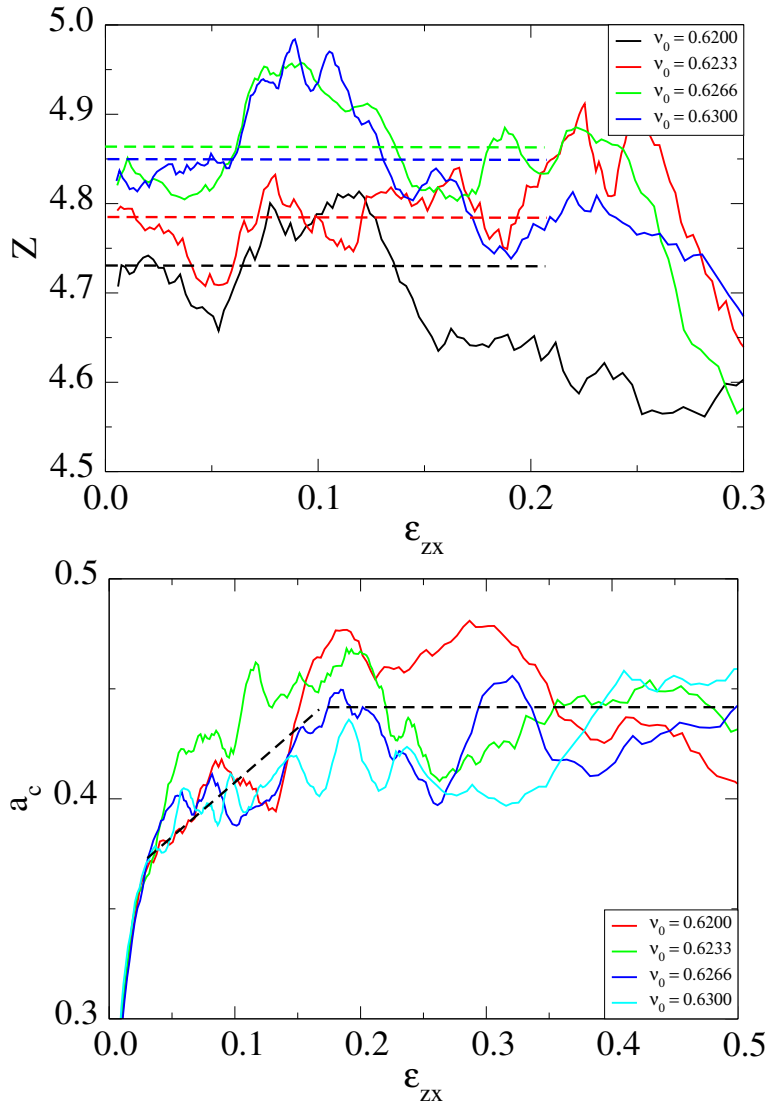
## 4.5. Evolution du réseau de contact

Dans cette section, on étudie l'évolution de la structure interne du lit granulaire au cours de la phase de fluage. Une question importante est de savoir si la rupture de pente qui apparaît pour  $\varepsilon_{zx}^{trig} \simeq 0.2$  peut être comprise à partir de l'étude de l'évolution du réseau de contact. Le réseau de contact peut être décrit à partir de sa connectivité et de son anisotropie. A l'ordre le plus bas, la connectivité du réseau est caractérisée par le nombre de coordination moyen  $Z$  qui tient compte uniquement des contacts qui transmettent les forces. L'anisotropie à l'ordre le plus bas peut être décrite par le tenseur de fabrique  $F_{\alpha\beta}$  défini à partir des normales au contact  $\mathbf{n}$ , comme on l'a vu dans le chapitre 1. Ce tenseur permet d'obtenir l'anisotropie  $a_c$  et la direction privilégiée des contacts  $\theta_c$  [145, 140, 13].

La figure 4.18 montre l'évolution de  $Z$  et  $a$  pour différentes valeurs de  $\nu_0$  dans le régime dense en fonction de la déformation de cisaillement cumulée  $\varepsilon_{zx}$ . La valeur de  $Z$  juste après l'inclinaison est  $\simeq 4.7$  et elle est légèrement plus faible pour des valeurs plus faibles de  $\nu_0$ . Il est étonnant de voir que, pour chaque valeur de  $\nu_0$ ,  $Z$  garde une valeur presque constante durant la phase de fluage et ne se met à décroître qu'après la rupture pour  $\varepsilon_{zx} = 0.2$ . En effet, comme l'assemblage des particules est très dense, on s'attendrait au premier abord à avoir une perte importante de contacts. On peut attribuer ce phénomène à la présence de la surpression négative qui agit comme une cohésion interne.

Il est aussi intéressant de noter que l'anisotropie  $a_c$  augmente à partir de  $\simeq 0.35$  et, aux fluctuations près, sature à une valeur constante  $a_c^{trig} \simeq 0.45$  à  $\varepsilon_{zx} \simeq 0.2$ . Il est généralement observé que l'anisotropie évolue par un mécanisme de gain de contacts selon la direction de contraction  $\theta_\varepsilon$  et de perte selon la direction d'expansion  $\theta_\varepsilon + \pi/2$ . Mais, comme  $Z$  est presque constante au cours du fluage, le seul mécanisme possible pour expliquer l'évolution de  $a_c$  est la distorsion du réseau de contact. Par contre, après la rupture de pente,  $Z$  décroît et donc la valeur constante de  $a_c$  s'explique plutôt par un équilibre entre perte et gain de contacts selon les directions d'extension et de contraction.

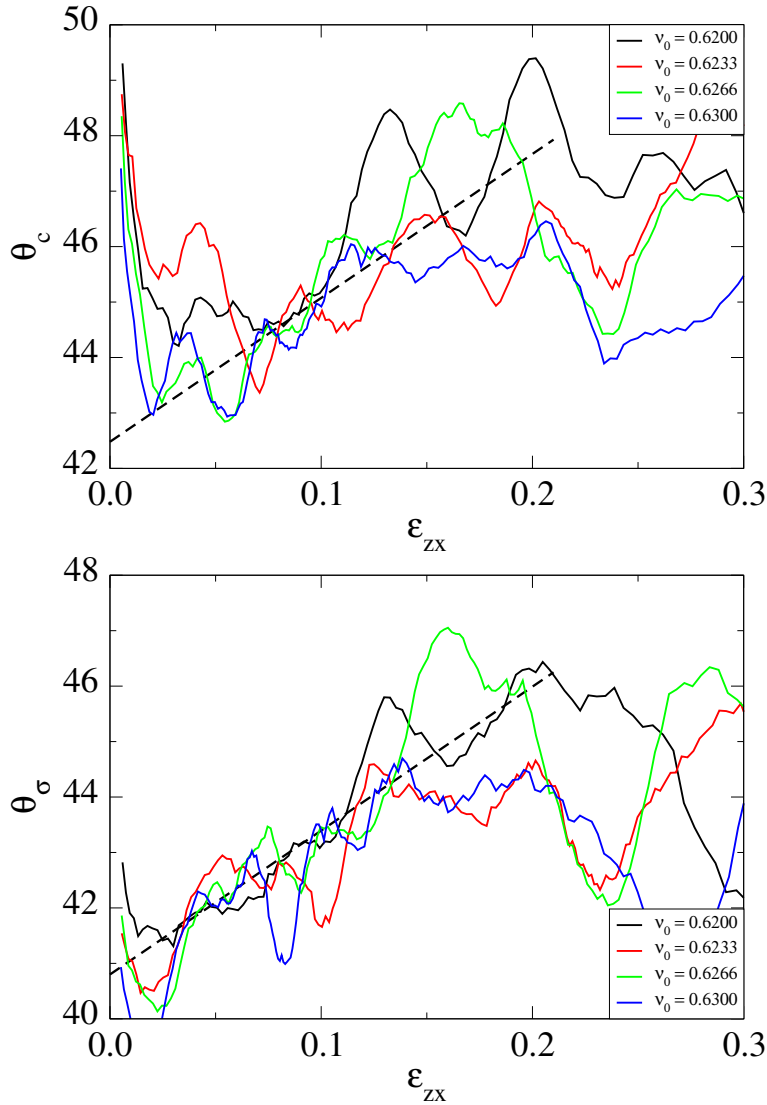
La figure 4.19 montre l'évolution de la direction privilégiée des contacts  $\theta_c$  et de la direction principale majeure du tenseur de contrainte  $\theta_\sigma$  en fonction de  $\varepsilon_{zx}$ . Pour toutes les valeurs de  $\nu_0$  la direction privilégiée  $\theta_c$  est verticale avant inclinaison à cause de la méthode de préparation. Après inclinaison, cette direction change rapidement pour atteindre environ  $42^\circ$ . Il s'en suit une phase de réorientation lente jusqu'à atteindre environ  $45^\circ$  au moment de la rupture. On observe une tendance similaire pour  $\theta_\sigma$ . La réorientation des contacts et des contraintes durant l'incli-



**FIGURE 4.18:** Evolution du nombre de coordination  $Z$  et de l'anisotropie des contacts  $a_c$  en fonction de la déformation de cisaillement cumulée  $\varepsilon_{zx}$  pour différentes valeurs de  $\nu_0$  et  $\theta = 26^\circ$ . Les droites en traits indiquent la tendance moyenne.

naissance est due aux particules et pertes de contact. La direction de cisaillement étant imposée par les conditions aux limites, la direction de contraction par rapport à la direction de l'écoulement est donnée par  $\theta_\varepsilon = \pi/4 - \psi/2$ . En prenant  $\psi \simeq \tan^{-1}(0.1)$  on obtient  $\theta_\varepsilon \simeq 42^\circ$  en accord avec les données numériques. La rotation lente vers  $45^\circ$  durant le fluage à  $Z$  constant correspond donc bien à une distorsion du réseau de contact.

Cette description doit être comparée à l'analyse classique basée sur le critère de Mohr-Coulomb et qui implique  $\theta_\sigma = \pi/4 - \varphi/2$ . En fait, ce critère suppose que la résistance au cisaillement est isotrope ou que la texture est suffisamment mobilisée pour atteindre un état bien défini tel que l'état critique. Dans notre système, l'inclinaison du lit granulaire correspond à une

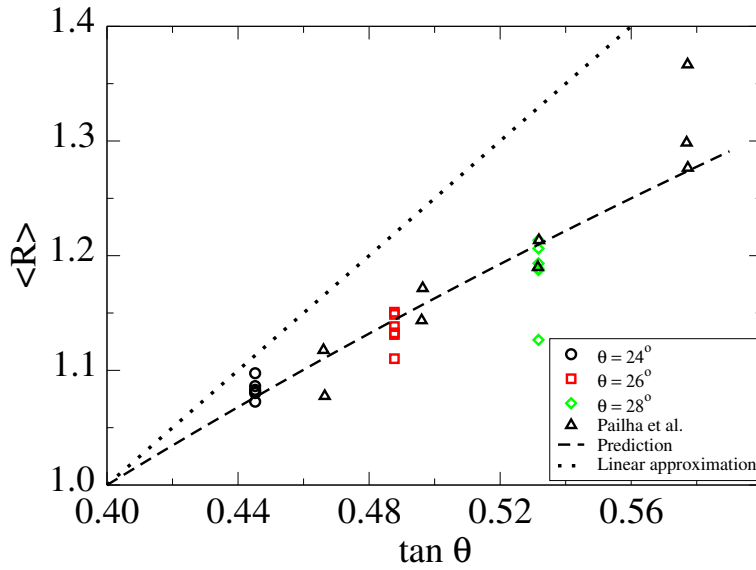


**FIGURE 4.19:** Evolution de la direction privilégiée de l'anisotropie des contacts  $\theta_c$  et de la direction principale majeure des contraintes en fonction de la déformation de cisaillement cumulée  $\epsilon_{zx}$  pour différentes valeurs de  $\nu_0$  et  $\theta = 26^\circ$ . La droite en pointillés indique une tendance linéaire.

rotation de la texture par rapport à la force de gravité. Il ne s'agit donc pas d'un état d'équilibre habituel et la direction des contraintes est contrôlée par l'évolution du tenseur de fabrique plutôt que par celle des forces extérieures appliquées sur le système. Ceci est précisément à l'origine de l'occurrence de la rupture alors même que la surpression garde encore une valeur négative.

A mesure que le réseau de contact se déforme avec un temps caractéristique dicté par les forces visqueuses exercées sur les particules, le lit granulaire tend vers un état instable pour lequel la distorsion ne peut plus continuer sans une contraction du système. A partir de cet instant, la moindre contraction est immédiatement amplifiée par les effets de lubrification, conduisant ainsi à une rupture soudaine de la pente. Cette bifurcation est similaire à celle rencontrée

dans le phénomène de liquéfaction à cette différence près qu'elle est initiée par la distorsion de la microstructure plutôt que par l'évolution des contraintes extérieures. A la rupture, le mélange fluide-particules présente les caractéristiques d'un liquide pour lequel les directions des contraintes et du taux de déformation sont toutes deux orientées à  $\pi/4$  par rapport à la direction d'écoulement.



**FIGURE 4.20:** Valeur moyenne de  $R$  pendant le fluage en fonction de l'angle  $\theta$  et plusieurs valeurs de la compacité initiale. Les données issues des simulations sont pour les trois angles de  $24^\circ$ ,  $26^\circ$  et  $28^\circ$  et différentes compacités. Les autres symboles représentent des données extraites des expériences de Pailha et al. [125]. La ligne en traits est la prédiction du modèle tandis que la ligne en pointillés représente une approximation linéaire  $\langle R \rangle = \tan \theta / \tan \theta_r$  avec  $\theta_r = 22^\circ$ .

Il reste enfin un point qui mérite une discussion à part. Nous avons vu que le rapport  $\tan \theta / \langle R \rangle$  est indépendant de  $\nu_0$  (avec  $b = 0$ ) mais augmente légèrement avec  $\theta$ . D'après l'équation (4.10), ce rapport est donc égal à l'angle de frottement critique  $\mu^*$ . L'augmentation du rapport  $\tan \theta / \langle R \rangle$  montre ainsi une augmentation de  $\mu^*$  avec  $\theta$ . On peut donner deux interprétations différentes de cette observation. La première interprétation est dynamique. Elle consiste à identifier  $\mu^*$  avec la résistance au cisaillement pendant un écoulement stationnaire sur un plan incliné à l'angle  $\theta$ . D'après l'équation (1.32) pour le régime inertiel dans le domaine linéaire, la valeur de  $\mu^*$  pour l'angle de repos  $\theta_r$  correspond à une valeur faible du nombre inertiel  $I_s$ , mais elle augmente avec  $I_s$ , ce dernier étant une fonction croissante de  $\tan \theta - \tan \theta_r$ . A l'ordre le plus bas, on peut donc approximer  $I_s$  par une relation linéaire :

$$I_s \simeq s(\tan \theta - \tan \theta_r) \quad (4.36)$$

où  $s$  est une constante. En combinant cette équation avec l'équation (1.32), on obtient

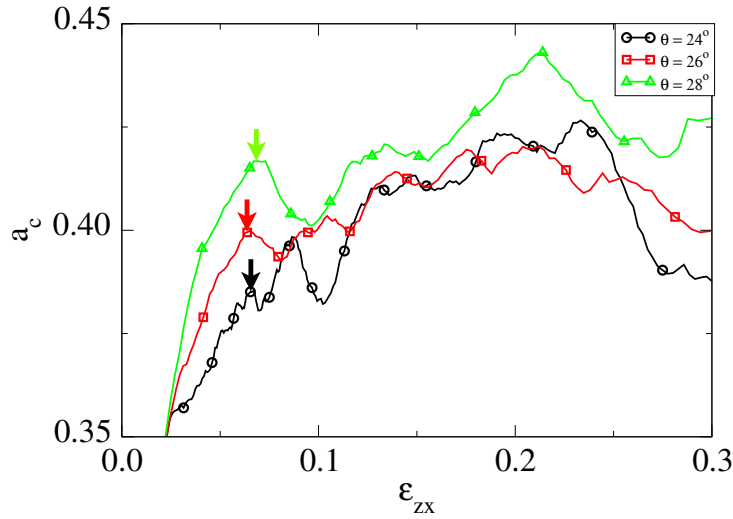
$$\mu^*(\theta) = \mu^*(\theta_r) + s k_\mu (\tan \theta - \tan \theta_r) \quad (4.37)$$

La valeur de  $k_\mu$  étant habituellement proche de 1, et étant donné que  $\mu^*(\theta_r) = \tan \theta_r \simeq 0.4$  pour notre matériau granulaire, les valeurs observées sur la figure 4.14 sont, aux fluctuations

près, compatibles avec cette équation en posant  $s \simeq 0.3$ . Les équations (4.10) et (4.37) donnent une expression pour  $R$  en fonction de  $\theta$  :

$$R = \frac{\tan \theta}{\tan \theta_r} \frac{1}{1 + sk_\mu \langle (\frac{\tan \theta}{\tan \theta_r} - 1) \rangle} \quad (4.38)$$

Cette équation prédit correctement une valeur  $R = 1$  pour  $\theta = \theta_r$ . Dans cette limite, la pente est stable et donc la surpression  $p_f$  du fluide n'est pas mobilisée. La figure 4.20 montre  $\langle R \rangle$  en fonction de  $\tan \theta$  avec toutes les données issues des simulations pour les trois angles de  $24^\circ$ ,  $26^\circ$  et  $28^\circ$  et différentes compacités, ainsi que les points extraits des expériences de Pailha et al. [125]. L'équation (4.38) avec  $sk_\mu = 0.3$  et  $\theta_r = 22^\circ$  ajuste bien l'ensemble de points. Il faut remarquer que cet ajustement ne pouvait fonctionner sans la correction par le facteur  $sk_\mu(\tan \theta - \tan \theta_r)$ , représenté également sur le graphe de la figure 4.20.



**FIGURE 4.21:** Evolution de l'anisotropie en fonction de la déformation de cisaillement cumulée  $\varepsilon_{zx}$  pour trois valeurs de la pente  $\theta$  et  $\nu_0 = 0.63$ . Les flèches indiquent l'anisotropie initiale juste après l'inclinaison.

La deuxième interprétation est statique et consiste à faire dépendre  $\mu^*$  de l'anisotropie initiale  $a_{c0}$  (juste après l'inclinaison). En fait, dans une interprétation géométrique de l'état critique,  $\mu^*$  reflète l'organisation du réseau des contacts. Cette organisation se traduit par une valeur particulière de  $Z$  et de  $a_c$ , ainsi que de  $\nu$ , qui est une fonction des deux premiers paramètres. Le seul paramètre directement lié à l'angle de frottement interne est l'anisotropie [133, 11]. Une dépendance par rapport à  $\nu$  peut exister selon les conditions aux limites seulement à travers l'anisotropie. Or,  $a_{c0}$  dépend de l'angle  $\theta$ . La figure 4.21 montre l'évolution de  $a_c$  pour les trois angles en fonction du cisaillement cumulé. On peut voir que l'anisotropie juste après l'inclinaison augmente avec  $\theta$ . Même si l'anisotropie évolue par la suite pour atteindre sa valeur maximale, ce qui détermine la résistance au cisaillement est bien la structure initiale. Cette structure est fragilisée avec l'augmentation de  $a_c$  entraînée par la dilatance, mais la valeur

de  $\mu^*$  garde une valeur constante et dépendante de  $a_{c0}$ . Le mécanisme par lequel le réseau maintient ce niveau de résistance est la diminution simultanée de l'anisotropie des forces, que nous n'avons pas présentée dans ce chapitre. En supposant que  $a_{c0}$  a sa valeur minimale  $a_{cm}$  pour  $\theta_r$ , la dépendance en  $a_{c0}$  s'écrit dans une approximation linéaire :

$$\mu^*(\theta) = \tan \theta_r + s'[a_{c0}(\theta) - a_{cm}] \quad (4.39)$$

En posant  $a_{cm} = 0.37$ , les données de la figure 4.14 sont tout-à-fait compatibles avec cette relation avec  $s' \simeq 1$ .

Ces deux interprétations sont reliées par le fait que les deux paramètres considérés (l'anisotropie initiale et le nombre inertiel) sont contrôlés par la pente. En fait, on peut aboutir à une équation similaire à (4.37) en faisant dépendre explicitement  $a_{c0}$  de  $\theta$ . Une étude plus systématique est néanmoins nécessaire pour valider plus rigoureusement des relations proposées.

## Conclusion

Dans ce chapitre, on a utilisé la méthode DEM couplée à la méthode LB en 3D avec des conditions aux limites adaptées pour étudier l'évolution spatiotemporelle du processus de déstabilisation d'un lit granulaire immergé dans un fluide visqueux et incliné à un angle supérieur à son angle de repos. Malgré le nombre réduit de particules utilisées, les résultats des simulations sont en bon accord qualitatif et quantitatif avec les résultats expérimentaux disponibles. De plus, les résultats numériques sont également en bon accord avec le modèle théorique développé.

Une analyse détaillée de l'évolution des paramètres macroscopiques observables a été réalisée. La déformation de cisaillement, la compacité et la surpression dans les pores ont été étudiées pour différentes valeurs de la compacité initiale et de l'angle d'inclinaison. Comme dans les expériences, deux régimes ont été mis en évidence : un régime lâche pour lequel la rupture apparaît spontanément et un régime dense pour lequel la rupture est retardée par une surpression négative induite par la dilatation du lit granulaire. Comme dans les expériences, la transition entre ces régimes apparaît pour une compacité de 0.59.

La déformation de fluage a été ensuite analysée en détail dans le régime dense. L'évolution temporelle de la compacité et de la déformation de cisaillement se mettent à l'échelle avec une très bonne précision en utilisant un temps caractéristique défini par le modèle. Ce modèle est basé sur l'écriture de l'équilibre entre la contrainte granulaire en présence de surpression négative dans les pores et la relation de celle-ci avec la dilatance induite par les forces de Darcy ainsi que la déformation de cisaillement prenant en compte la compacité. La déformation cumulée à la rupture a été déterminée et, comme dans les expériences, elle est égale à environ 0.2 quelque soit les valeurs de compacité et de pente. De la même façon, le temps et la compacité au moment de la rupture de pente sont très correctement prédits par le modèle.

L'évolution du réseau de contact au cours du fluage a été aussi analysée. Un résultat remarquable est le fait que le réseau se déforme par distorsion en conservant une connectivité presque

constante. Au cours de la déformation, l'anisotropie des contacts croît progressivement et la rupture de pente s'initie lorsqu'elle atteint la saturation. L'anisotropie apparaît donc comme une variable interne reflétant la distorsion du réseau de contact. Pour comprendre l'augmentation du coefficient de frottement interne avec la pente, nous avons proposé deux interprétations en termes de l'anisotropie de texture et du nombre inertiel. Les deux interprétations sont compatibles avec les données. Il est aussi intéressant de noter que la transition de l'état stable vers l'écoulement inertiel s'accompagne de très fortes fluctuations. Lorsque le potentiel de changement de volume est épuisé, la déstabilisation est initiée par ces fluctuations et amplifiée par les forces de lubrification.

Dans la continuité de ces études, il nous semble nécessaire de reprendre les simulations avec des viscosités du fluide plus importantes de manière à mieux caractériser la phase de fluage. Les fluctuations observées tendent à masquer le comportement moyen. A plus long terme, la dynamique post-rupture et la nature des fluctuations durant les transitoires d'avalanche mériteront une étude plus détaillée. Les écoulements stationnaires atteints après la phase transitoire pourront aussi faire l'objet d'une étude détaillée. Enfin, le rapport de densité entre particules et fluide, qui joue un rôle important en modulant les effets des forces hydrodynamiques par rapport à l'inertie des particules, pourra aussi faire l'objet d'une étude numérique à part.



## CHAPITRE 5

# Dynamique et étalement des empilements granulaires immergés

### Sommaire

---

|                                                            |            |
|------------------------------------------------------------|------------|
| <b>Introduction</b>                                        | <b>142</b> |
| <b>5.1. Paramètres numériques</b>                          | <b>142</b> |
| <b>5.2. Etalement de colonnes granulaires</b>              | <b>144</b> |
| 5.2.1. Evolution de la géométrie et de la distance d'arrêt | 144        |
| 5.2.2. Influence du fluide                                 | 148        |
| <b>5.3. Etalement de talus granulaires</b>                 | <b>153</b> |
| 5.3.1. Evolution de la géométrie du talus                  | 153        |
| 5.3.2. Décroissance de l'énergie cinétique                 | 155        |
| 5.3.3. Influence des paramètres locaux                     | 159        |
| 5.3.4. Effets du fluide                                    | 161        |
| <b>Conclusion</b>                                          | <b>164</b> |

---

## Introduction

Dans ce chapitre, nous allons étudier la propagation des avalanches en milieu sec et dans un fluide visqueux. Deux cas de déstabilisation d'un massif granulaire seront considérés. Le premier cas est une colonne de grains qui s'effondre sous son propre poids, un cas bien documenté sous le nom de "dam-break" dans le cas sec, comme on l'a vu dans le chapitre 1. Cette configuration a fait l'objet de plusieurs expériences [103, 96, 14, 97]. La dynamique observée est souvent non-triviale à décrire et la configuration finale ne peut pas être prédite par le biais d'arguments simples basés uniquement sur un comportement de type Mohr-Coulomb ou une analyse dimensionnelle. L'énergie mise en jeu pour l'étalement ou "run-out" vient de l'effondrement, et dans un fluide cette énergie est contrôlée par les interactions avec celui-ci. La dynamique d'étalement est bien reproduite par des simulations numériques DEM dans le cas sec [158, 157, 160].

Le deuxième cas est un talus granulaire à l'équilibre soumis à un impact qui lui transmet une quantité d'énergie cinétique fixée. Cette configuration de "poussée" paraît plus simple que celle des colonnes dans la mesure où l'état initial est un état d'équilibre, ce qui permet de contrôler directement l'énergie fournie. Cette énergie peut correspondre à l'effet d'un séisme ou d'un tsunami [73, 110, 69]. Dans tous les cas, le massif granulaire, qui se trouvait initialement dans un état stable, est déstabilisé par une perturbation extérieure qui lui confère une accélération soudaine. L'énergie initialement acquise se dissipe progressivement, durant la propagation de l'avalanche par frottement et par les collisions inélastiques entre particules et les forces de traînée.

Dans ce chapitre, nous nous intéresserons principalement à l'effet du fluide. Les analyses porteront sur les distances et durées de propagation en fonction de l'énergie acquise, ainsi que la dissipation durant le processus d'étalement. Les simulations sont longues en raison de l'étendue du domaine fluide. Pour réduire au maximum les temps de calcul pour nos études paramétriques, nous avons employé un faible nombre de grains et les simulations ont été réalisées en dimension 2 avec le couplage LBM/CD. Ces études devront être enrichies par plus de simulations afin de mieux caractériser les distances d'arrêt. Mais les tendances sont suffisamment claires lorsqu'on compare systématiquement les résultats avec le cas sec. En outre, dans le cas sec, la configuration de dam-break étant bien documentée et celle de poussée étant nouvelle, une étude plus détaillée a été nécessaire pour cette dernière.

### 5.1. Paramètres numériques

Les deux configurations géométriques considérées dans cette étude sont représentées sur la figure 5.1. Les échantillons numériques utilisés sont composés de disques avec une distribution granulométrique uniforme par fractions volumiques et des diamètres des particules dans l'intervalle  $[d_{min}, d_{max}]$  où  $d_{max} = 1.5d_{min}$ . Le diamètre moyen est de  $d \simeq 0.0025$  m.

| —                             | Colonne               |                  | Talus                 |             |
|-------------------------------|-----------------------|------------------|-----------------------|-------------|
| Paramètres                    | Immergé               | Sec              | Immergé               | Sec         |
| $g$ (m/s <sup>2</sup> )       | 9.81                  | 9.81             | 9.81                  | 9.81        |
| $\mu_s$                       | 0.3                   | 0.3              | 0.4                   | 0.4         |
| $\nu_0$                       | $\sim 0.82$           | $\sim 0.82$      | $\sim 0.82$           | $\sim 0.82$ |
| $\rho_s$ (kg/m <sup>3</sup> ) | 2600                  | 2600             | 2500                  | 2500        |
| $\delta t_{CD}$ (s)           | $9.25 \times 10^{-6}$ | $10^{-5}$        | $9.75 \times 10^{-6}$ | $10^{-5}$   |
| $e_n = e_t$                   | 0                     | 0                | 0                     | 0-0.4-0.8   |
| $N_p$                         | variable              | variable         | 178                   | 13125       |
| $a$                           | 0.5-1-2-3-4-5-6       | 1-2-3-4-5-6-8-10 | —                     | —           |
| $\rho_f$ (kg/m <sup>3</sup> ) | 1000                  | —                | 1000                  | —           |
| $\eta$ (Pa.s)                 | 0.1-1.0               | —                | 0.1-0.5-1.0           | —           |
| $d/dx$                        | $\sim 8$              | —                | $\sim 6$              | —           |
| $c$ (m/s)                     | 3                     | —                | 5                     | —           |
| $\delta t_{LBM}$ (s)          | $8.33 \times 10^{-5}$ | —                | $4 \times 10^{-5}$    | —           |

**TABLE 5.1:** Paramètres utilisés dans l'étude des phénomènes d'étalement.  $N_p$  est le nombre des grains dans l'échantillon.

Les paramètres utilisés, sans ou avec fluide, sont présentés dans le tableau 5.1. La procédure de préparation des échantillons consiste à placer initialement les grains sur une grille, et puis les laisser tomber sous gravité pour obtenir un dépôt dense avec  $\nu_0 \simeq 0.82$ . Pour obtenir la configuration de colonne avec un rapport d'aspect  $a = L_0/R_0$ , il suffit alors de découper dans l'échantillon numérique de départ le rapport d'aspect voulu. Pour réaliser la configuration de talus, on élimine la paroi droite et l'échantillon s'effondre sur lui-même pour former un talus stable.

Les unités naturelles communes de nos systèmes sont le diamètre moyen  $d$ , la masse moyenne  $m$  et la gravité  $g$ . Pour cette raison, les distances seront normalisées par  $d$ , les temps par  $(d/g)^{1/2}$ , les vitesses par  $(gd)^{1/2}$  et les énergies par  $mgd$ . Pour des raisons géométriques suivant la configuration utilisée où le nombre des grains peut changer, les grandeurs analysées dans la suite seront moyennées par le nombre total de grains dans chaque échantillon.

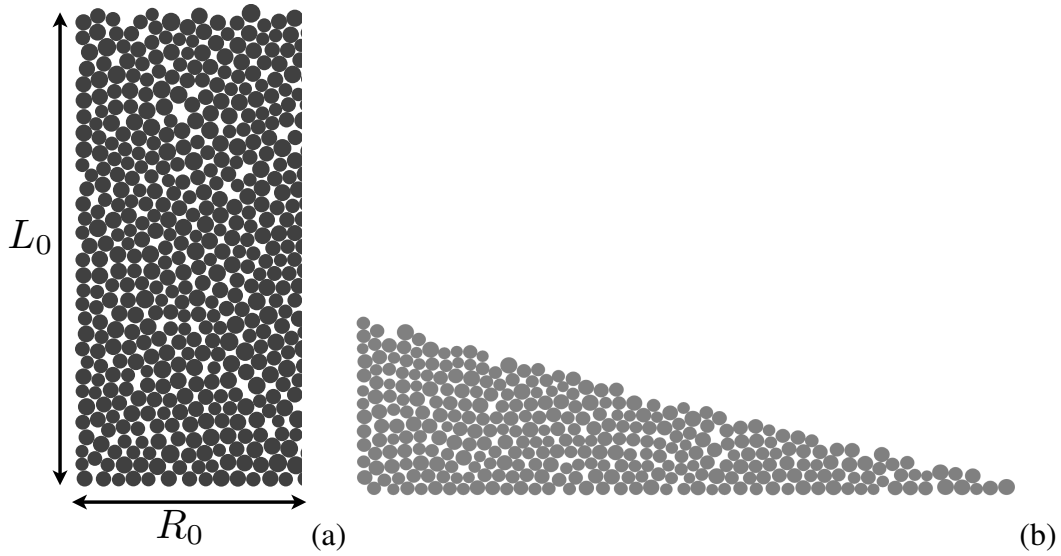


FIGURE 5.1: Configurations initiales dans le cas sec : (a) colonne et (b) talus.

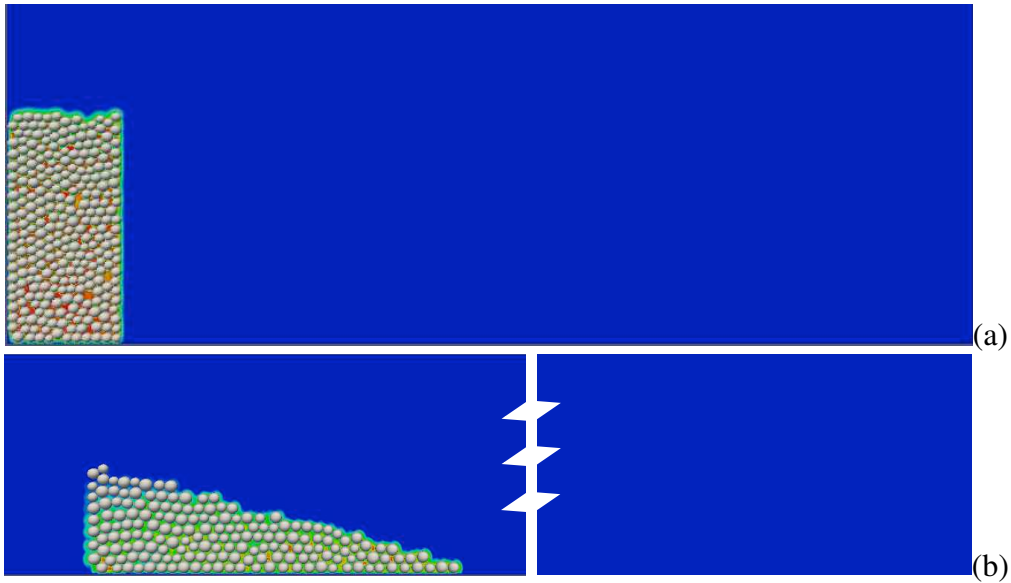


FIGURE 5.2: Configurations initiales dans le fluide : (a) colonne et (b) talus. Le domaine fluide est en bleu et les grains sont en gris clair. Le gradient de couleur entre et autour les grains représente la variation du module des vitesses du fluide.

## 5.2. Etalement de colonnes granulaires

### 5.2.1. Evolution de la géométrie et de la distance d'arrêt

L'évolution de la géométrie pour une colonne qui s'effondre, comporte deux phases. La première est caractérisée par l'effondrement de la colonne où typiquement toutes les compo-

santes des variables cinématiques dans la direction horizontale sont négligeables. La deuxième phase correspond à l'étalement. Durant cette phase, les composantes verticales deviennent négligeables. Afin de mieux caractériser ces deux phases, nous avons représenté sur la figure 5.3 un exemple typique d'évolution pour une colonne de rapport d'aspect  $a = 5$  et dans le cas sec. Les états 1 et 2 correspondent à la phase d'effondrement. Les états 3 et 4 sont transitoires entre les deux phases. Les états 5 et 6 montrent la cinématique de la phase d'étalement. L'étape 7 est l'état de repos atteint à la fin de l'étalement.

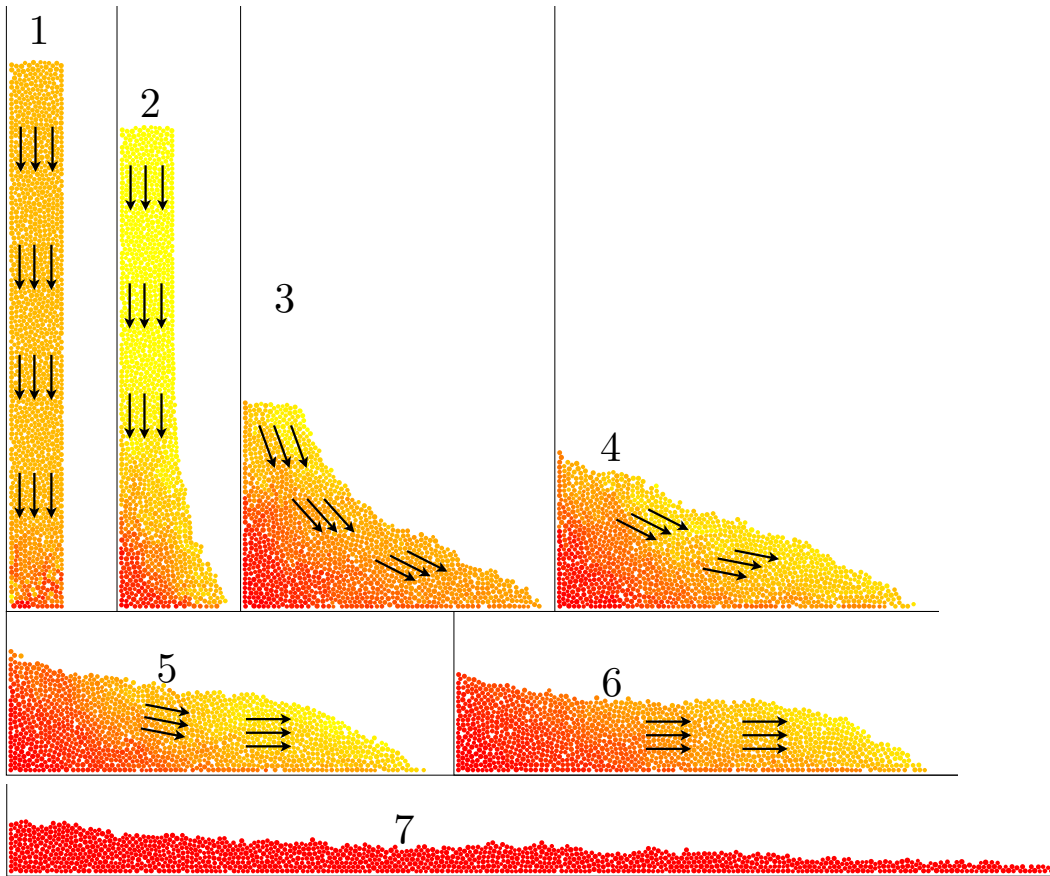
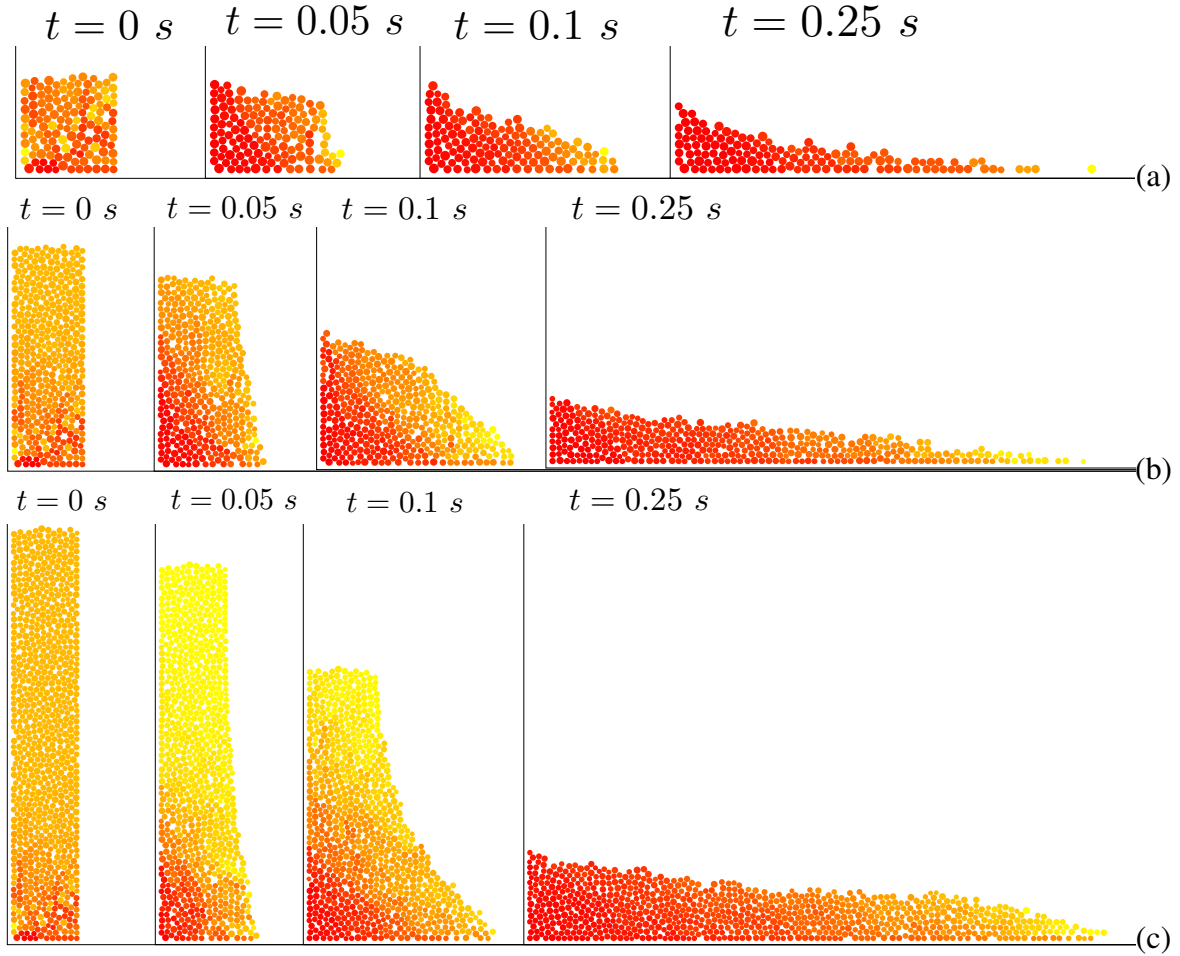


FIGURE 5.3: Evolution de la cinématique d'une colonne de grains secs soumise à son propre poids.

La figure 5.5 montre la distance d'arrêt normalisée  $(R_f - R_0)/R_0$  en fonction de  $a$  pour le cas sec et dans le fluide. Les distances d'arrêt pour les colonnes et les talus ont été déterminées à partir de la position du premier grain à l'extrémité de l'avalanche qui reste en contact avec le reste de l'empilement. Les grains qui roulent et s'éloignent de l'extrémité de l'avalanche ne sont pas considérés. Il est à noter aussi que la décroissance de l'énergie ne peut pas être utilisée comme critère d'arrêt dans la mesure où les couches supérieures sont plus mobiles que les couches inférieures de telle sorte que l'énergie cinétique totale continue à décroître même après que la vitesse de l'extrémité de l'avalanche s'annule.



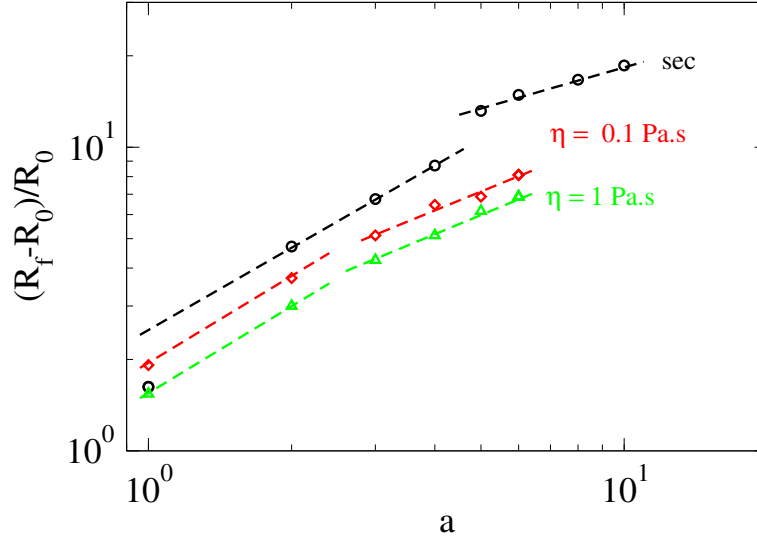
**FIGURE 5.4:** L'effondrement d'une colonne de grains dans le cas sec : (a) pour  $a = 1$ , (b) pour  $a = 3$  et (c) pour  $a = 6$ . Le niveau de couleur représente le module de la vitesse des grains, allant du rouge pour une vitesse nulle au jaune pour la vitesse maximale.

On observe deux régimes suivant la valeur de  $a$  :

$$R_f \propto \begin{cases} a^\alpha & \text{pour } a < 4 \\ a^\beta & \text{pour } a > 4 \end{cases} \quad (5.1)$$

avec  $\alpha \simeq 1. \pm 0.2$  et  $\beta \simeq 0.46 \pm 0.03$ . Pour les faibles valeurs de  $a$ , une partie de la colonne s'étale sans passer par la phase d'effondrement, comme on peut le voir sur les figures 5.4(a) et (b) pour  $a = 1$  et  $a = 3$ . Pour  $a > 4$ , le comportement en loi de puissance est en accord avec les travaux précédents [97, 160, 171]. Pour ces valeurs de  $a$ , les deux phases d'effondrement et d'étalement sont bien séparées comme on peut les voir sur la figure 5.4(c) pour  $a = 6$ . La valeur de l'exposant  $\beta$  dans les simulations de Staron et Hinch ( $\alpha' \simeq 0.7$ ) et dans les simulations de Topin et al. ( $\alpha' \simeq 0.6$ ) est supérieure à 0.46. Comme notre objectif est ici de comparer les résultats dans le cas sec avec le cas immergé, nous n'avons simulé qu'un nombre limité de

valeurs de  $a$ . Nos valeurs des exposants sont donc nécessairement moins précises. Les barres d'erreur indiquées ici sont les valeurs extrêmes pour ces quelques points obtenus à partir de nos simulations. Néanmoins, cette valeur nettement plus faible reste à expliquer. Elle ne peut pas être liée à des paramètres tels que le coefficient de frottement entre grains (qui n'a aucun effet sur l'exposant) ou le coefficient de restitution, qui ne joue de façon significative que lorsqu'il est proche de 1.



**FIGURE 5.5:** La distance d'arrêt normalisée  $(R_f - R_0)/R_0$  en fonction du rapport d'aspect  $a$  pour le cas sec et dans le fluide avec deux viscosités  $\eta = 0.1 \text{ Pa.s}$  et  $\eta = 1 \text{ Pa.s}$ .

La figure 5.7 montre l'évolution de l'énergie cinétique  $E_c$  par grain calculée pour chaque composante de vitesse  $E_{cx} = \langle mv_x^2/2 \rangle$ ,  $E_{cy} = \langle mv_y^2/2 \rangle$  et  $E_{c\theta} = \langle I\omega^2/2 \rangle$ , pour différentes valeurs du rapport d'aspect  $a$ . Pour tous les rapports d'aspect,  $E_{cy}$  augmente d'abord pendant la phase d'effondrement alors que  $E_{cx}$  garde une valeur faible. Cette dernière ne se met à augmenter que lorsque  $E_{cy}$  atteint sa valeur maximale. Lorsque  $E_{cx}$  atteint sa valeur maximale,  $E_{cy}$  tends vers zéro. Il y a ainsi un transfert d'énergie cinétique de la direction  $y$  vers la direction  $x$  entre les deux pics d'énergie. La phase d'étalement ne commence que lorsque  $E_{cx}$  atteint sa valeur maximale. La durée de transfert d'énergie entre les deux directions est pratiquement constante et de l'ordre de  $5\sqrt{d/g}$ .

Une autre observation intéressante concerne les valeurs relatives de  $E_{cx}$  et  $E_{cy}$ . Pour les faibles valeurs de  $a$ , nous avons  $E_{cy}^{max} \leq E_{cx}^{max}$ , ce qui est une conséquence directe de la cinématique observée pour  $a < 4$ . En d'autres termes, dans ce régime, il n'y pas de distinction nette entre les deux composantes. Pour les rapports d'aspect plus importants, nous avons au contraire une distinction claire avec  $E_{cy}^{max} > E_{cx}^{max}$ . Enfin, la figure 5.7(b) montre que la partie angulaire de l'énergie  $E_{c\theta}$  est presque cent fois plus faible que les deux autres parties. Mais il est aussi intéressant de voir que cette énergie persiste longtemps pendant l'avalanche, ce qui indique que les particules continuent à rouler les uns sur les autres.

L'évolution de l'énergie indique que, comme Topin et al. l'ont fait remarquer et appliqué à

leur analyse [171], l'énergie cinétique effective pour l'étalement aux grandes valeurs de  $a$  est l'énergie acquise pendant la phase d'effondrement dans la direction  $x$ . C'est donc  $E_{cx}^{max}$  qui est responsable de l'étalement pour les grands rapports d'aspects. Cette observation suggère que, pour mieux comprendre l'effet de la géométrie initiale, on peut diviser l'analyse pour  $a > 4$  en deux étapes :

1. Effondrement :  $E_{cx}^{max}$  en fonction de  $a$
2. Etalement :  $(R_f - R_0)/R_0$  en fonction de  $E_{cx}^{max}$

La figure 5.6(a) montre la variation de  $E_{cx}^{max}$  en fonction de  $a$  et la figure 5.6(b) montre  $(R_f - R_0)/R_0$  en fonction de  $E_{cx}^{max}$  dans le cas sec et en présence du fluide. Nous avons

$$E_{cx}^{max} \propto a^{\beta'} \quad (5.2)$$

avec  $\beta' = 0.75 \pm 0.05$ . Par ailleurs,

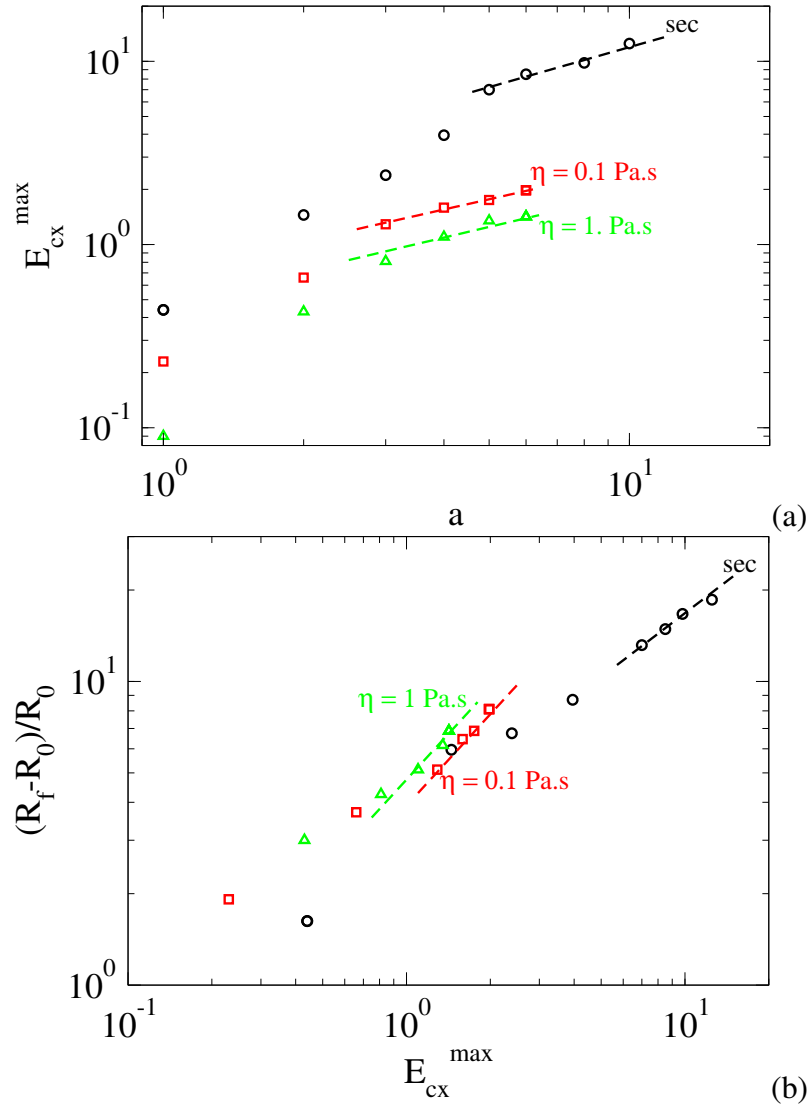
$$\frac{R_f - R_0}{R_0} \propto (E_{cx}^{max})^{\beta''} \quad (5.3)$$

avec  $\beta'' = 0.64 \pm 0.02$ . Cette valeur est supérieure à celle obtenue par Topin et al. ( $\simeq 0.5$ ). En combinant les deux dernières équations, on obtient l'exposant  $\beta$  dans l'équation (5.1) :  $\beta \simeq \beta' \beta''$ .

La décomposition qui précède permet de mieux comprendre la dépendance de la distance d'arrêt par rapport à  $a$  dans le régime  $a > 4$ . La perte d'énergie pendant l'effondrement avec un exposant  $\beta' \simeq 0.75$  indique une perte importante dans la mesure où l'énergie potentielle initiale est proportionnelle à  $a$ . Donc l'énergie disponible en l'absence de dissipation d'énergie serait simplement proportionnelle à  $a$  (donc avec un exposant 1). Par ailleurs, l'exposant  $\beta'' \simeq 0.64$  reflète une dissipation d'énergie encore plus importante. Pour un bloc rigide placé sur un plan et lancé avec une vitesse initiale  $v_0$ , la distance d'arrêt est proportionnelle à  $\frac{1}{2}mv_0^2 = E_0$ , où  $E_0$  est l'énergie cinétique initiale (si le bloc est ralenti par une force de frottement constante). Dans cet exemple, l'exposant est 1. La valeur de  $\beta''$  suggère donc que le processus de dissipation d'énergie ne peut pas être réduit à un simple frottement. Les masses mobilisées à l'intérieur de l'avalanche et les collisions inélastiques jouent un rôle important.

### 5.2.2. Influence du fluide

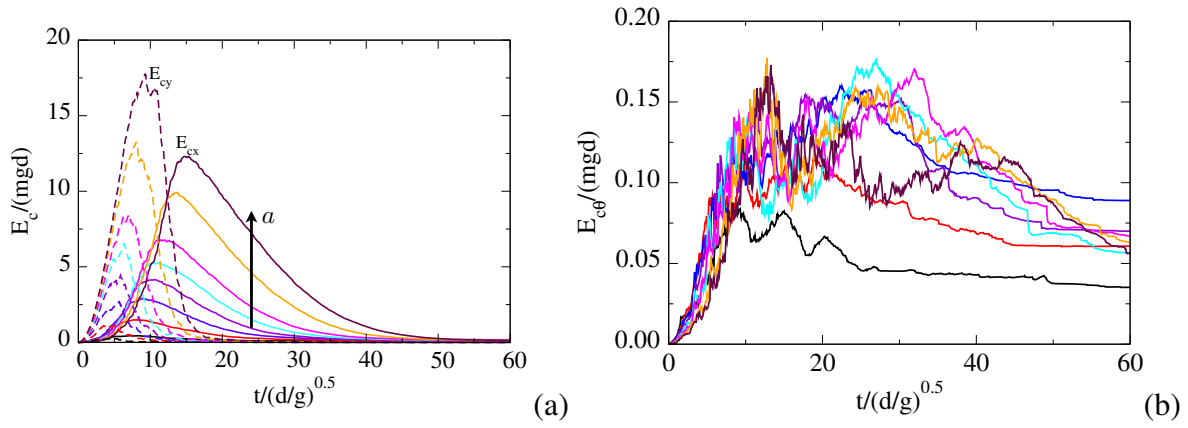
Nous avons répété les simulations d'effondrement de colonnes en présence d'un fluide visqueux avec les configurations analysées précédemment, pour deux viscosités différentes :  $\eta_1 = 0.1$  Pa.s et  $\eta_2 = 1$  Pa.s. Nous considérons des rapports d'aspects  $a$  variant de 1 à 6 (les données pour les rapports d'aspect supérieurs à 6 n'ont pas pu être récupérées). La figure 5.8 montre plusieurs clichés de l'évolution d'une colonne de rapport d'aspect  $a = 4$  dans le cas sec et dans le fluide pour les deux viscosités utilisées. On observe clairement la mise en suspension d'une fraction des particules se trouvant à l'interface entre l'avalanche et le fluide clair, le retro-planning devant l'avalanche avec une pénétration partielle du fluide sous la couche des



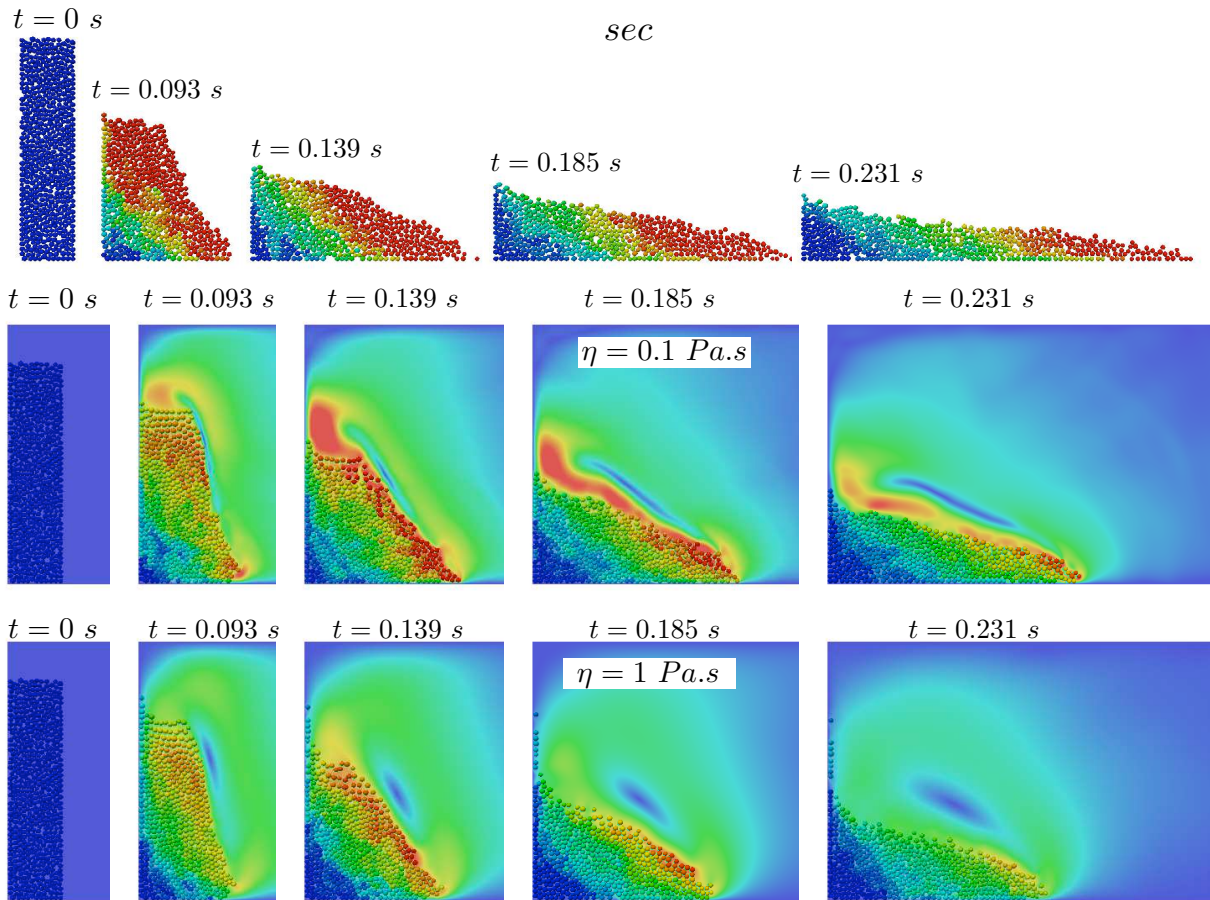
**FIGURE 5.6:** (a) L'énergie cinétique maximale en fonction du rapport d'aspect; (b) la distance d'arrêt normalisée  $(R_f - R_0)/R_0$  en fonction de l'énergie cinétique maximale pour le cas sec et dans le fluide avec deux viscosités  $\eta = 0.1$  Pa.s et  $\eta = 1$  Pa.s.

particules, la sédimentation lente de particules isolés le long des parois dans le cas le plus visqueux alors que le reste de l'empilement s'étale. Le champ des vitesses du fluide révèle une vaste zone d'influence de l'avalanche sous la forme d'une recirculation globale centrée sur le milieu de l'avalanche. La recirculation agit donc comme une rétroaction positive qui contribue à l'étalement en poussant l'avalanche (même si l'inertie du fluide est faible dans notre cas). Globalement, sauf à la surface libre, les particules se mélangent peu avec le fluide environnant.

La distance d'arrêt est présentée sur la figure 5.5 en fonction de  $a$  pour les deux viscosités  $\eta_1$  et  $\eta_2$  ainsi que pour le cas sec, analysé précédemment. Pour les points tracés, on peut encore distinguer les valeurs faibles de  $a$  des valeurs plus élevées, mais avec  $a = 3$  comme point



**FIGURE 5.7:** Evolution de l'énergie cinétique dans le cas sec en fonction du temps. (a) les parties verticale et horizontale et (b) la partie rotationnelle.



**FIGURE 5.8:** Clichés de l'effondrement et l'étalement d'une colonne granulaire de rapport d'aspect  $a = 4$  le cas sec et dans le fluide pour les deux viscosités utilisées dans cette étude.

de transition. Pour chaque valeur de  $a$ , la distance d'arrêt normalisée diminue en présence du

fluide et lorsque la viscosité augmente. C'est donc la force de traînée qui domine les forces de lubrification entre particules. Le manque de points pour les faibles valeurs de  $a$  ne permet pas de mettre en évidence correctement la présence de la première pente. Mais la dépendance pour les trois points disponibles par rapport à  $a$  semble être linéaire pour  $a < 3$  comme dans le cas sec. Pour  $a > 3$ , on observe aussi une loi de puissance :

$$\frac{R_f - R_0}{R_0} \propto a^{\beta_f} \quad (5.4)$$

avec pratiquement le même exposant  $\beta_f = 0.6 \pm 0.02$  pour les deux viscosités. Cet exposant est supérieur à  $\beta$  dans le cas sec, mais il a la même valeur que l'exposant obtenu par Topin et al. dans le cas sec.

La figure 5.9 montre l'évolution des énergies  $E_{cx}$ ,  $E_{cy}$  et  $E_{c\theta}$  pour les deux viscosités  $\eta_1$  et  $\eta_2$ . L'allure des courbes est similaire au cas sec, mais les énergies mises en jeu sont plus faibles.  $E_{cx}^{max}$  est divisée par  $\sim 5$  pour  $\eta_1$  et par  $\sim 6.5$  pour  $\eta_2$ . On observe également une transition entre la phase d'effondrement et la phase d'étalement suivant les valeurs relatives de  $E_{cx}^{max}$  et  $E_{cy}^{max}$ . Les énergies rotationnelles sont nettement plus faibles. Contrairement au cas sec, l'énergie rotationnelle ne présente pas d'évolution résiduelle. Cette différence s'explique par la présence des forces de lubrification qui tendent à faire disparaître les forces de frottement à l'origine des rotations.

Afin de mieux cerner les effets du fluide sur l'étalement, on peut comparer la combinaison donnée par  $(R_f - R_0)/R_0$ ,  $a$  et  $E_{cx}^{max}$  avec le cas sec. Ainsi, l'effet du fluide peut être analysé en comparant l'écart des exposants à l'unité et par rapport à ceux du cas sec. La figure 5.6 montre  $E_{cx}^{max}$  en fonction de  $a$  et  $(R_f - R_0)/R_0$  en fonction de  $E_{cx}^{max}$  pour les deux viscosités  $\eta_1$  et  $\eta_2$  et pour le cas sec (analysé précédemment). Dans le fluide comme dans le cas sec, la variation de  $E_{cx}^{max}$  en fonction de  $a$  est une loi de puissance :

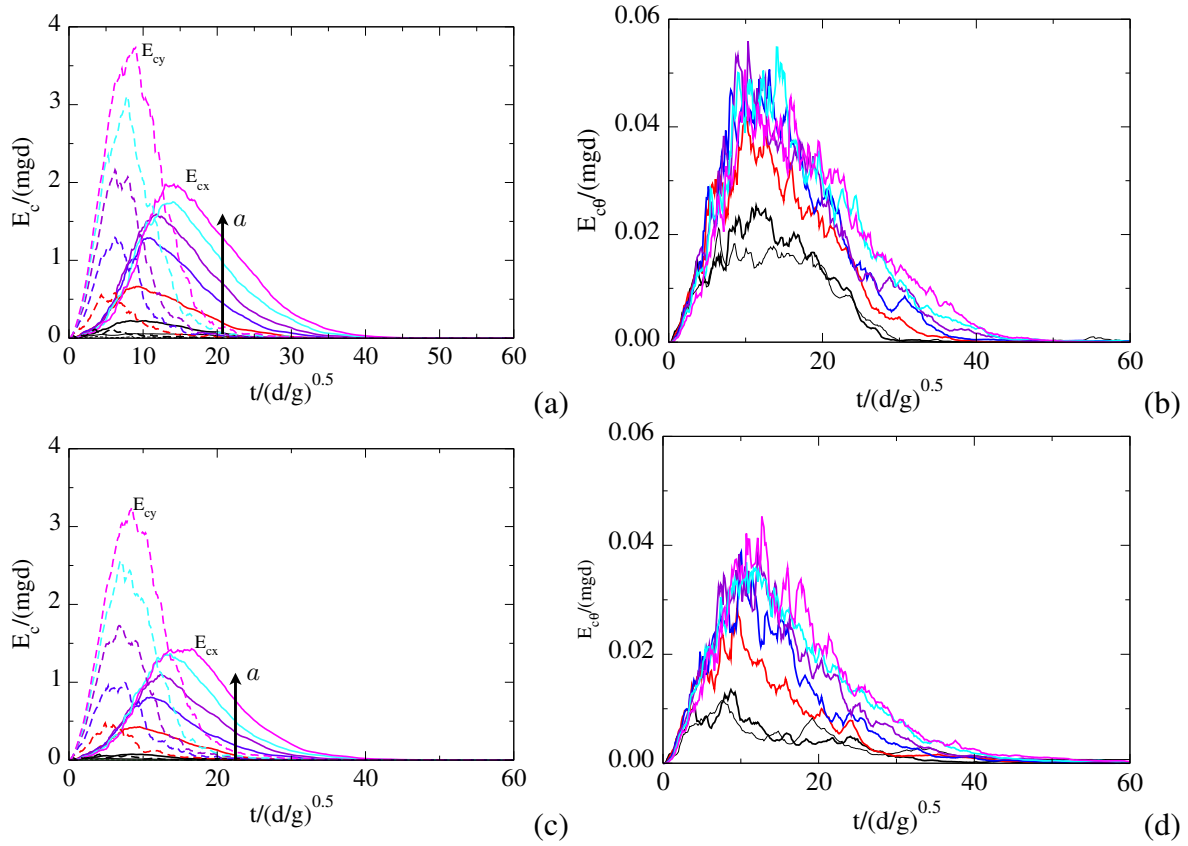
$$E_{cx}^{max} \propto a^{\beta'_f} \quad (5.5)$$

avec  $\beta'_f = 0.6 \pm 0.03$  pour  $\eta_1$  et  $\eta_2$ . De la même manière, nous avons

$$\frac{R_f - R_0}{R_0} \propto (E_{cx}^{max})^{\beta''_f} \quad (5.6)$$

avec l'exposant  $\beta''_f = 1. \pm 0.1$  pour  $\eta_1$  et  $\eta_2$ . Nous avons bien  $\beta_f \simeq \beta'_f \beta''_f$ .

La valeur unitaire de l'exposant  $\beta''_f$  est surprenante dans la mesure où, comme nous l'avons vu précédemment, elle suggère que l'avalanche se déplace comme un bloc soumis à une force de frottement constante ! L'exposant  $\beta_f$  résulte donc seulement de la dépendance de  $E_{cx}^{max}$  par rapport à  $a$ . Mais il est aussi possible de comparer ici l'étalement au déplacement d'un bloc soumis à une énergie initiale  $E_0$  et une force de traînée proportionnelle à la vitesse. La distance d'arrêt donne alors un exposant  $\beta'' = 0.5$ . C'est la valeur trouvée par Topin et al. et, comparé à cette valeur, l'exposant que nous avons obtenu est donc grand. Il suggère que les forces de lubrification ont "neutralisé" les forces de traînée. En effet, la figure 5.6(b) montre que, pour une énergie donnée, la distance d'arrêt normalisée est plus élevée pour  $\eta_1$  que pour  $\eta_2$ , et même plus



**FIGURE 5.9:** Evolution de l'énergie cinétique en fonction du temps : Les parties verticale et horizontale (a) et (c) et la partie rotationnelle (b) et (d). (a) et (b) correspondent à la viscosité de  $\eta_1 = 0.1 \text{ Pa.s}$ , (c) et (d) à la viscosité  $\eta_2 = 1 \text{ Pa.s}$ .

élevée que dans le cas sec ! Or, d'après la figure 5.6(a), la tendance est inverse pour l'énergie acquise durant la phase d'effondrement. Ainsi, dans le cas de la grande viscosité, l'énergie acquise durant l'effondrement est plus faible en raison de l'action des forces de traînée, mais l'effet de cette énergie sur l'étalement est plus important pendant la propagation de l'avalanche en raison de l'annulation partielle des forces de contact par lubrification. La combinaison de ces deux effets contradictoires conduit finalement à une distance d'arrêt qui, pour chaque valeur de  $a$ , est assez proche de celle obtenue avec  $\eta_1$  sans la dépasser pour autant.

De ces résultats, il apparaît ainsi que l'étalement d'une colonne de particules est d'une manière générale contrôlé par l'énergie acquise pendant la phase d'effondrement. Pour cette raison, on peut envisager de revoir les conditions initiales et injecter directement cette énergie dans un talus initialement au repos. Cette nouvelle configuration fait l'objet de la section suivante.

### 5.3. Etalement de talus granulaires

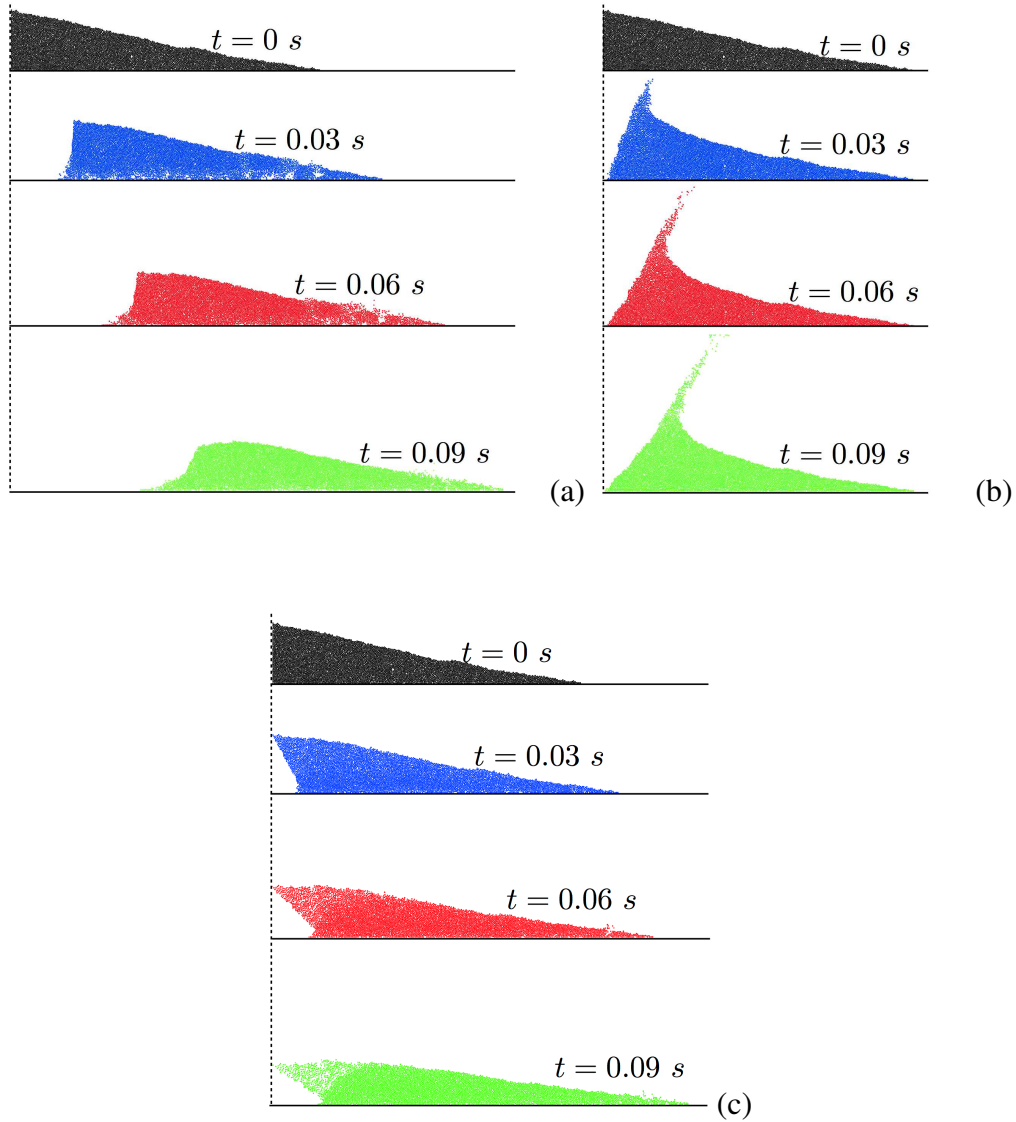
Dans cette section, nous considérons la géométrie de talus avec les paramètres présentés dans le tableau 5.1. On s'intéresse au processus d'étalement en fonction de l'énergie injectée dans le talus. Nous allons d'abord explorer en détail le comportement dans le cas sec avant d'étudier l'influence du fluide.

#### 5.3.1. Evolution de la géométrie du talus

Trois modes d'injection d'énergie ont été utilisés. Pour chaque mode, on applique sur un court instant égal au pas de temps une vitesse horizontale  $v_{0x}(y)$  sur chaque particule. Pour le premier mode, la même vitesse constante  $v_{0x}(y) = v_0$  est appliquée sur toutes les particules. Pour le deuxième mode, la même vitesse  $v_{0x}(y) = v_0$  est appliquée sur une couche verticale de particules adjacents à la parois gauche (comme si un mur qui venait à pousser le talus brusquement). Dans le troisième mode, un gradient de vitesse constant  $v_{0x}(y) = k(y_{max} - y)$  avec  $k > 0$  est appliqué aux particules. Les deux premiers modes miment typiquement un empilement heurté par une masse en mouvement, par exemple un tsunami ou un écoulement granulaire, tandis que dans le troisième mode il s'agit d'un transfert d'énergie par un mouvement horizontal de la base, par exemple par un séisme.

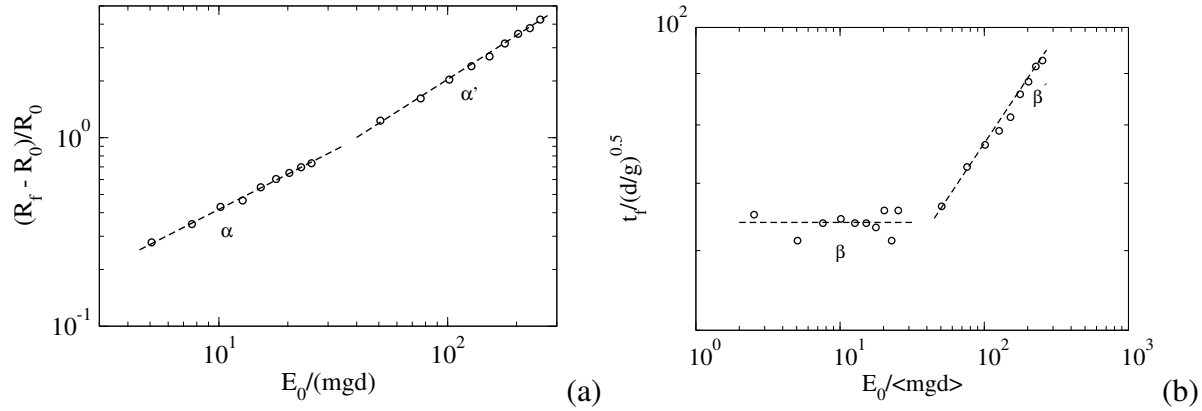
La figure 5.10 montre plusieurs clichés de l'évolution du tas pour chaque mode de poussée et pour la même énergie initiale  $E_0 = 61$  (en unités adimensionnées). Dans le premier mode, pour lequel la même vitesse est attribuée à chaque particule, la totalité du talus se sépare sur une courte distance du mur gauche puis subit un étalement marqué par une décroissance de la pente qui finit par tendre vers 0. Dans le deuxième mode où la vitesse est appliquée à une couche verticale de particules au voisinage du mur gauche ces particules sont littéralement expulsées de l'empilement. Elles retombent plus loin après un chemin balistique par dessus le talus. Dans le même temps, le côté droit du talus s'étend légèrement alors que l'espace laissé vide sur la gauche se remplit de particules. Dans le troisième mode, le talus est cisailé du bas vers le haut, laissant ouverte une cavité au voisinage du mur, cette cavité se remplit partiellement au cours de l'étalement.

Tous les modes de poussée impliquent un transitoire avec un changement brutal de la géométrie du talus suivi par un étalement continu vers la droite. Contrairement à notre attente, nous avons donc ici aussi, comme dans le cas de colonnes granulaires, un transitoire qui doit être pris en compte pour l'analyse de la propagation de l'instabilité. Dans le deuxième mode, la majorité de l'énergie sert à éjecter une partie des particules. Dans le premier mode, le talus a une composante de vitesse de corps rigide et s'écarte du mur, mais il montre un transfert d'énergie efficace qui se traduit par des longues distances de propagation. Dans le troisième mode qui mime l'action d'un tremblement de terre horizontal en partant de la base, le transitoire consomme plus d'énergie. Malgré la formation d'une cavité, le talus reste toujours en contact avec le mur gauche quelque soit l'énergie fournie au système.



**FIGURE 5.10:** Clichés du début d'étalement pour différents modes d'injection de l'énergie et pour  $E_0 = 61\text{ mgd}$  dans le cas sec. (a) la même vitesse est appliquée à toutes les particules, (b) la même vitesse est attribuée à une couche verticale de particules adjacente au mur gauche, (c) un gradient de vitesse constant du bas vers le haut est appliqué aux particules.

La figure 5.11 montre, pour le troisième mode, la distance d'arrêt normalisée  $(R_f - R_0)/R_0$  et le temps total  $t_f$  de propagation en fonction de l'énergie fournie  $E_0$ . On observe deux régimes, tous deux caractérisés par une distance d'arrêt en loi de puissance et en temps en fonction de  $E_0$ . Dans le premier régime, correspondant à la gamme d'énergies  $E_0 < 20\text{ mgd}$ , la distance d'arrêt varie en  $R_f \propto (E_0)^{\alpha_q}$  avec  $\alpha_q \simeq 0.61 \pm 0.04$  sur quasiment une décade tandis que la



**FIGURE 5.11:** Distance d'arrêt (a) et la durée d'étalement (b) pour différentes valeurs de l'énergie cinétique fournie. La ligne en pointillés représente une approximation linéaire des données dans deux régimes différents avec leurs exposants.

durée reste constante  $t_f \simeq 60 \sqrt{d/g}$  indépendamment de la valeur de  $E_0$  ! L'erreur sur la valeur de l'exposant représente l'intervalle de confiance de l'approximation linéaire sur l'échelle logarithmique. Une vitesse moyenne d'étalement peut être définie par le rapport  $v_s = (R_f - R_0)/t_f$ . Selon les données, on a  $v_s \propto (E_0)^{0.61 \pm 0.04}$ . Alors que la vitesse initiale moyenne varie comme  $v_0 \propto (E_0)^{0.5}$ , cette différence entre les valeurs des exposants suggère que la matière mobilisée durant la propagation est de moins en moins importante quand l'énergie injectée croît. Comme nous le verrons ci-dessous, le temps d'arrêt constant reflète également l'effondrement des particules dans la cavité gauche à l'arrière du tas.

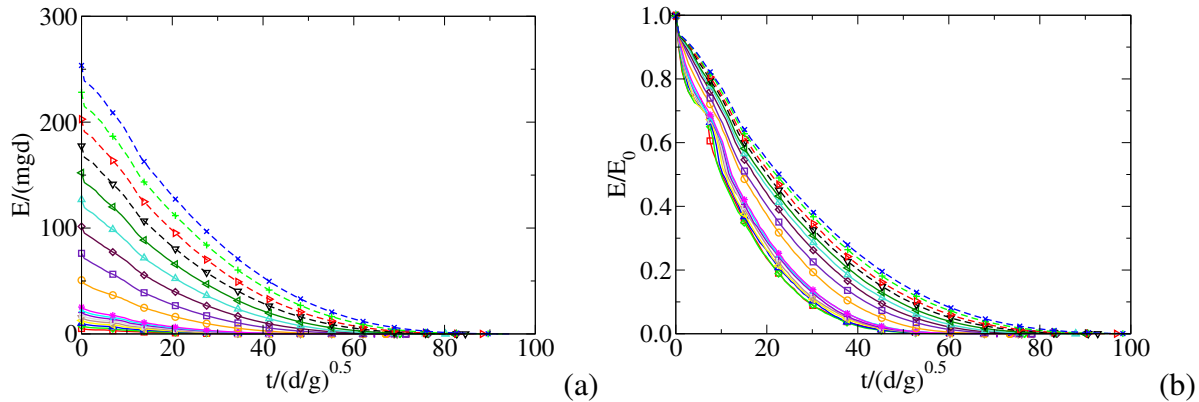
Dans le second régime correspondant à la gamme des fortes énergies injectées  $E_0 > 20 \text{ mgd}$ , la distance d'arrêt varie sur une décade comme  $R_f \propto (E_0)^{\alpha'_q}$  avec  $\alpha'_q = 0.71 \pm 0.04$  tandis que la durée augmente comme  $t_f \propto (E_0)^{\beta'_q}$  avec  $\beta'_q \simeq 0.28 \pm 0.04$ . Par conséquent, dans ce régime la vitesse moyenne d'étalement varie comme  $v_s \propto (E_0)^{0.43 \pm 0.08}$ . Cet exposant est proche de la valeur 0.5, et par conséquent, si l'on reste à l'intérieur de l'intervalle de confiance, on peut supposer dans le second régime que  $\beta'_q \simeq \alpha'_q - 0.5$  et  $v_s \propto v_0$ . La valeur de  $\alpha'_q$  est à comparer avec l'exposant  $\beta''$  dans le régime d'étalement des colonnes granulaires ; équation (5.3). Il est intéressant de voir que les deux exposants sont assez proches (0.71 vs. 0.64) l'un de l'autre même si la distribution de l'énergie cinétique dans les deux configurations au début de la phase d'étalement est différente. A la fin de la phase d'effondrement d'une colonne la distribution est chaotique et donc avec un mode de déplacement moins cohérent que dans le cas de poussée de talus.

### 5.3.2. Décroissance de l'énergie cinétique

L'évolution non triviale, en deux régimes, de la géométrie de l'empilement suggère que l'énergie fournie n'est pas simplement dissipée par cisaillement et par frottement au niveau de la base de l'échantillon. L'énergie cinétique doit être séparée selon les différentes composantes

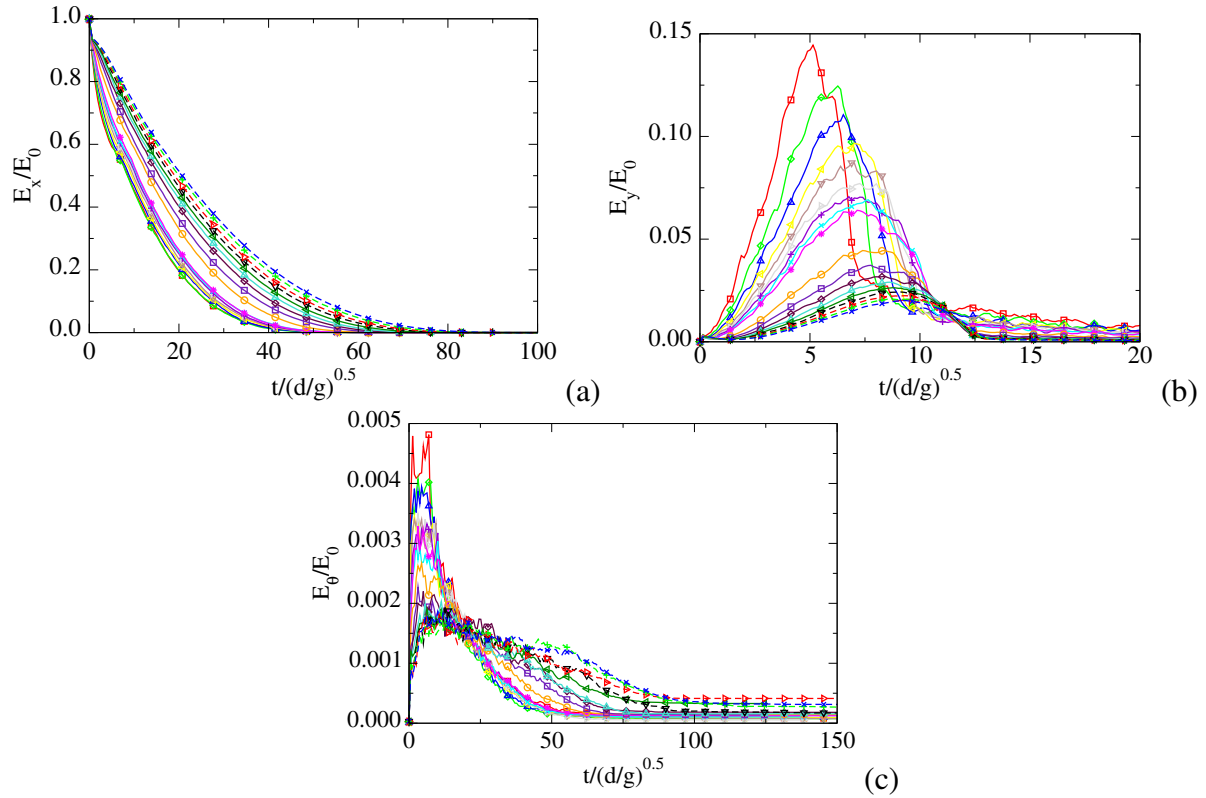
du champ de vitesse ( $x$ ,  $y$  et la rotation). L'énergie est introduite dans la direction  $x$  mais du fait de la formation d'une cavité au voisinage du mur gauche et du roulement des particules vers le bas, une partie de l'énergie est transférée initialement vers la direction  $y$  et est dissipée pendant le transitoire. Dans ce paragraphe, on analyse cet effet afin d'obtenir une représentation cohérente de l'évolution de l'empilement.

La dégradation de l'énergie cinétique totale  $E$  est représentée sur la figure Fig. 5.12(a) pour différentes valeurs de l'énergie fournie  $E_0$ . On observe une rapide chute de  $E$  suivie d'une décroissance régulière jusqu'à l'arrêt de l'avalanche. Cette décroissance régulière apparaît clairement avec deux formes différentes révélant la présence de deux étapes dans l'évolution de l'empilement granulaire. La figure 5.12(b) montre le même graphe normalisé par  $E_0$ . On remarque que tous les points correspondant au premier régime (basse énergie) s'alignent quasiment pendant l'étalement. Ceci est cohérent avec le fait que, comme on a vu précédemment, dans ce régime la distance d'arrêt  $t_f$  est indépendante de l'énergie fournie. Au contraire, les données correspondant au second régime (grandes énergies) ne concordent qu'au début de la propagation de l'avalanche, c'est-à-dire pour  $t < t_1 \simeq 10 (d/g)^{0.5}$ .



**FIGURE 5.12:** Evolution de l'énergie cinétique totale (a) avec le temps, et l'évolution de l'énergie cinétique totale normalisée (b) pour différentes valeurs de l'énergie fournie.

La figure 5.13 montre l'évolution de l'énergie cinétique en translation ( $E_x$  et  $E_y$ ) et en rotation ( $E_\theta$ ).  $E_x$  décroît comme l'énergie totale mais  $E_y$  et  $E_\theta$  croissent et passent par un pic avant de décroître rapidement vers zéro. Le transitoire est mieux observé pour les  $E_y$  qui ont des valeurs significatives seulement pour  $t < t_1$ . Cette énergie représente la proportion de l'énergie cinétique transférée à la composante  $y$  de la vitesse suite à la déstabilisation de l'empilement et à l'effondrement des particules dans la cavité à l'arrière du talus. On note que, plus la valeur de  $E_0$  est faible et plus la valeur au pic  $E_y/E_0$  est importante. Ceci indique que, dans le régime de basse énergie une fraction plus grande d'énergie est consommée dans le processus de déstabilisation tandis que pour des niveaux d'énergie importants, la majeure partie est dissipée dans la phase d'étalement. Pour cette raison, la durée totale  $t_1$  de ce transitoire est quasiment la même dans les deux régimes et sa valeur est contrôlée par la gravité plutôt que par l'énergie fournie. La hauteur de l'empilement étant de l'ordre  $80 d$ , le temps total de la chute libre pour une particule située à cette hauteur est  $\simeq 12 (d/g)^{0.5}$ , ce qui correspond au même

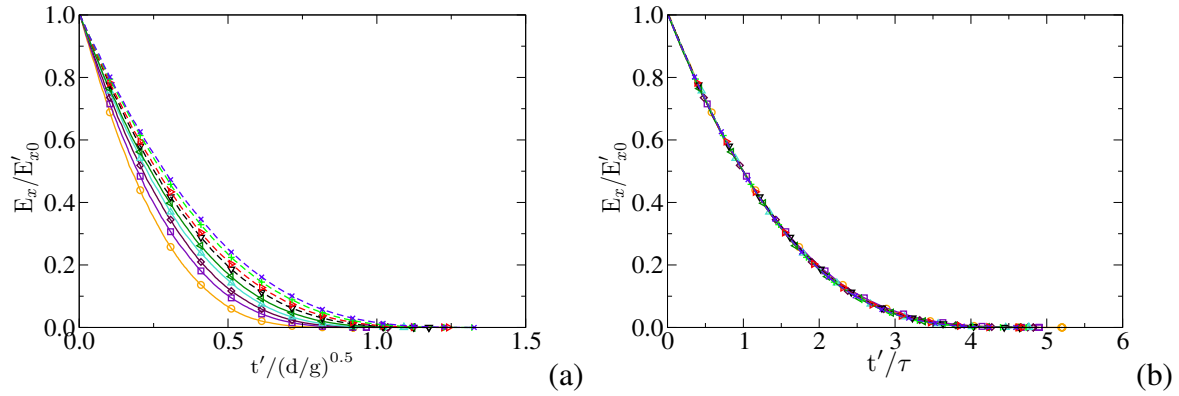


**FIGURE 5.13:** Evolution de l'énergie cinétique en fonction du temps : (a) direction horizontale ; (b) direction verticale et (c) rotations.

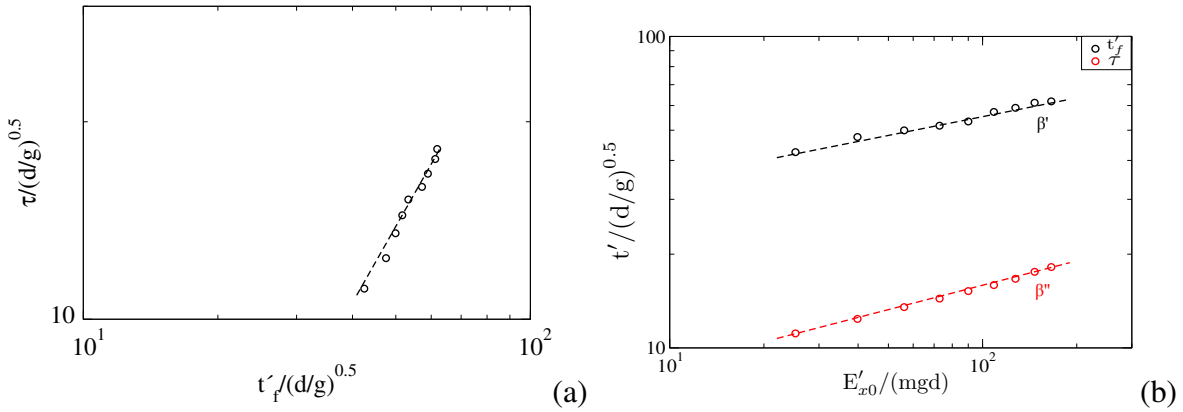
ordre de grandeur que  $t_1$ . Enfin, on notera que la contribution de l'énergie en rotation semble négligeable à la fois dans l'étape transitoire et pour l'étalement.

Pour l'analyse de la seconde phase dans le second régime, on considère maintenant uniquement l'énergie cinétique  $E'_{x0}$  disponible à la fin du transitoire, comme on avait procédé dans le cas de colonnes. Cette énergie est responsable de la plus grande partie de runout et, par conséquent, elle est supposée contrôler les temps et les distances d'arrêt. La figure 5.14(a) montre l'évolution de  $E_x$  normalisée par  $E'_{x0}$  en fonction du temps. Les courbes montrent des tendances similaires mais avec des temps caractéristiques de décroissance différents. Le temps de décroissance  $\tau$  peut être défini comme la durée nécessaire pour que  $E_x$  ait diminué de moitié de sa valeur initiale. La figure 5.14(b) montre les mêmes données pour lesquelles le temps  $t'$  écoulé depuis  $t_1$  est normalisé par  $\tau$ . Il est intéressant de noter que toutes les données se mettent très bien à l'échelle avec cette normalisation. On notera que cette courbe ne peut pas être approchée par une fonction simple comme, par exemple, une décroissance exponentielle. Ceci signifie que l'étalement de l'empilement n'est pas un processus auto-similaire comme l'indique déjà le fait que l'énergie cinétique est dissipée en un temps fini  $t'_f$ .

La mise à l'échelle des données avec le temps de dissipation  $\tau$  suggère aussi que la durée de propagation  $t'_f$  depuis le début de la seconde phase pourrait être une simple fonction de



**FIGURE 5.14:** Evolution de l'énergie cinétique selon  $x$  normalisée par l'énergie disponible à la fin du transitoire en fonction du temps écoulé (a) et en fonction du temps normalisé.



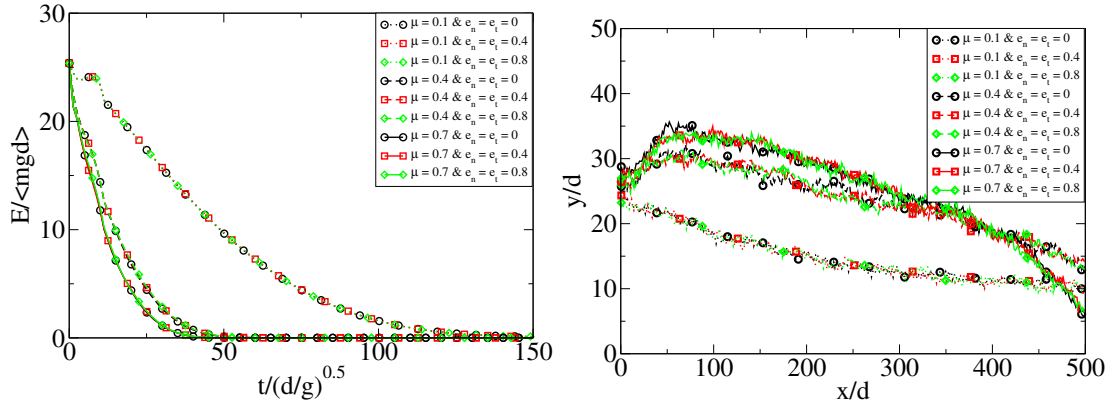
**FIGURE 5.15:** Relation linéaire entre le temps de décroissance et la durée de propagation après le transitoire (a) et évolution en loi de puissance de  $t'_f$  et  $\tau$  en fonction de l'énergie cinétique calculée selon la direction  $x$ .

$\tau$ . La figure 5.15 montre à la fois  $t'_f$  et  $\tau$  en fonction de  $E'_{x0}$ . On observe une évolution en loi de puissance pour les deux temps et ce sur environ une décade. La durée de propagation  $t'_f \propto (E'_{x0})^{\beta'}$  a le même exposant  $\beta' \simeq 0.21 \pm 0.03$  que  $t_f$  en fonction de  $E_0$  (voir figure 5.11). Pour le temps de dissipation on a  $\tau \propto (E'_{x0})^{\beta''}$  avec  $\beta''_q \simeq 0.28 \pm 0.03$ . La relation entre les deux temps peut être exprimée sous la forme suivante :

$$t'_f = k \tau (E'_{x0})^{\beta'' - \beta'}, \quad (5.7)$$

où  $k \simeq 5 \pm 0.4$  et  $\beta''_q - \beta'_q \simeq -0.05 \pm 0.06$ . Cette valeur est suffisamment faible pour être négligeable devant l'intervalle de confiance de nos données. Par conséquent, il apparaît plausible de supposer que le processus est contrôlé par un seul temps caractéristique et que la durée de propagation de l'avalanche est un multiple du temps de dissipation. On notera, par ailleurs, que la faible dépendance à l'énergie  $E'_{x0}$  est cohérente avec le fait que la totalité de l'énergie disponible en début de seconde phase n'est pas totalement dissipée dans le processus d'étalement. En effet, l'empilement continue à se déformer du fait du mouvement des particules au niveau

de la surface libre même lorsque l'extrémité du talus se trouve au repos. Ceci est cohérent avec la légère différence entre les exposants observés.

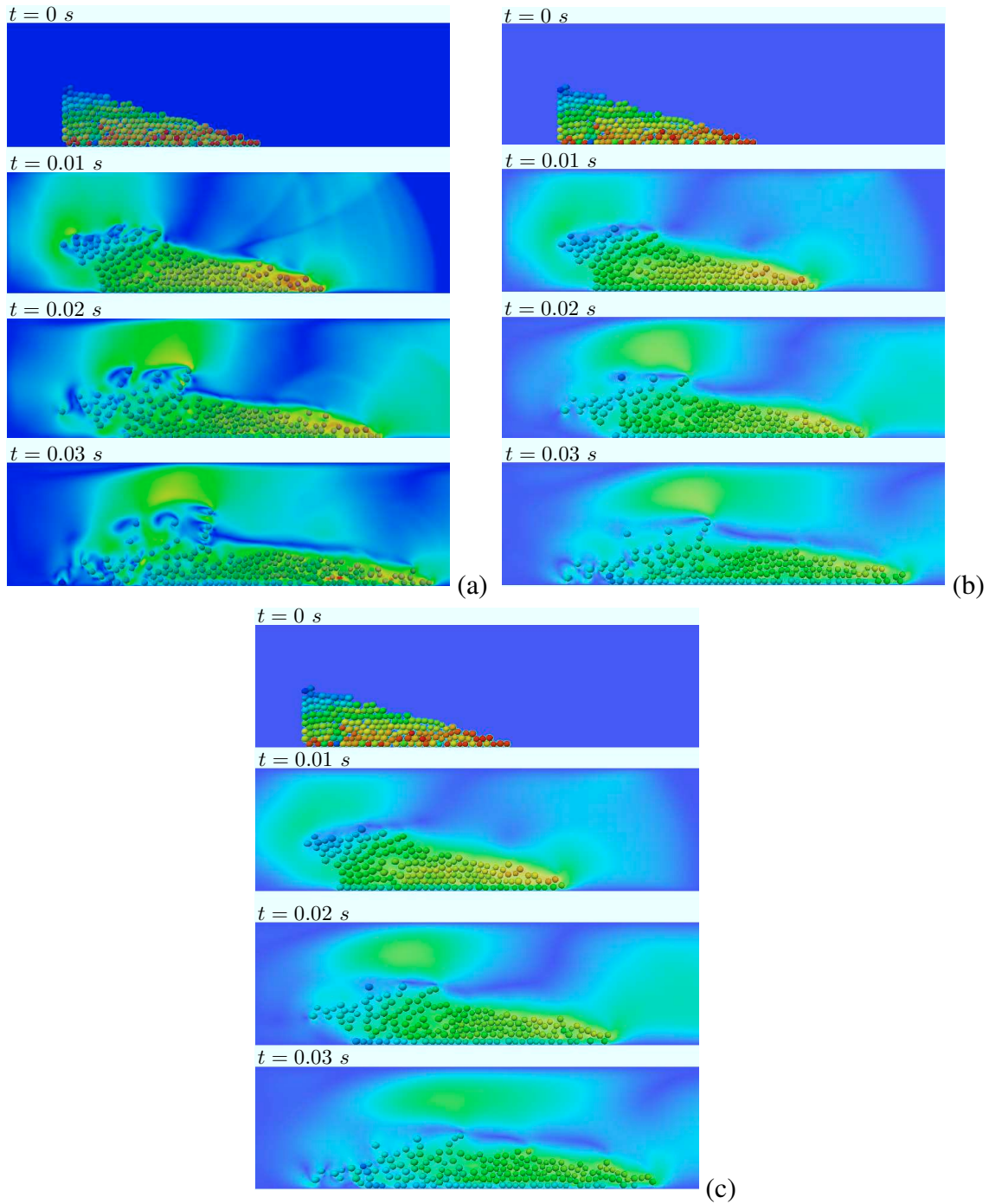


**FIGURE 5.16:** Énergie cinétique (a) et le profil de l'empilement (b) pour trois valeurs du coefficient de frottement  $\mu_s$  et pour différentes valeurs du coefficient de restitution  $e_n = e_t$ .

### 5.3.3. Influence des paramètres locaux

La distance d'arrêt, le temps d'étalement et la dissipation de l'énergie cinétique sont contrôlés par l'énergie fournie au système et par la dynamique collective des particules. Mais ils peuvent dépendre aussi du frottement  $\mu_s$  et des coefficients de restitution  $e_n$  et  $e_t$  à l'échelle du contact. Nous avons fait une série de simulations pour différentes valeurs de  $\mu_s$ ,  $e_n = e_t$  avec  $E_0 = 25 mgd$ . Les résultats sont présentés sur figure 5.16. On ne constate presque aucune différence entre les résultats pour différentes valeurs de  $e_n = e_t$ . Ceci est une conséquence du fait que, même pour des énergies fournies importantes, le talus reste dans un état dense et les collisions multiples sont dissipées aux temps petits comparés à celui de la déformation. Quand on augmente le coefficient de restitution, le nombre de ces collisions augmente dans la même proportion de sorte que le taux de dissipation reste le même. Ce phénomène est particulièrement intéressant dans la mesure où il donne un exemple dans lequel les propriétés collectives effacent l'influence des paramètres locaux à l'échelle macroscopique.

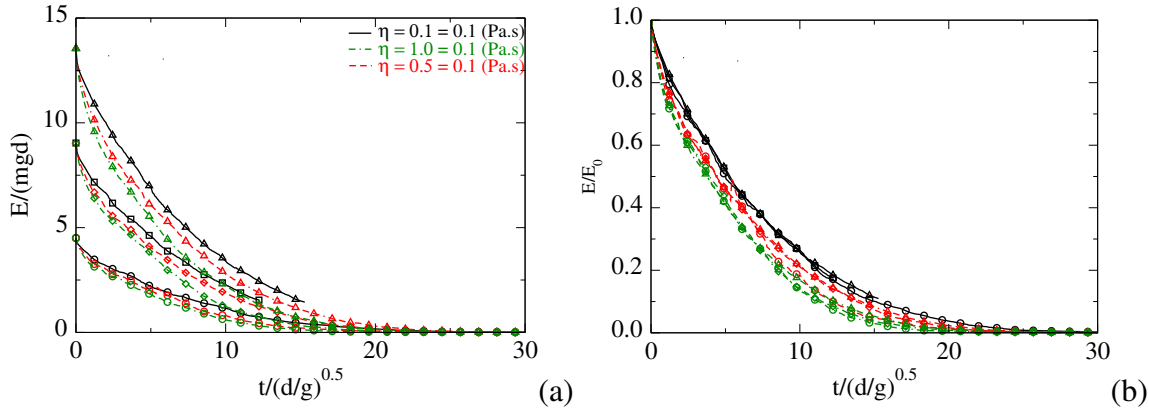
Cependant, à la différence des coefficients de restitutions, l'influence du coefficient de frottement sur la distance d'arrêt se révèle importante comme on peut le voir sur la figure 5.16 pour la décroissance de l'énergie et le profil géométrique de l'empilement. A la fois la distance d'arrêt et le temps de dissipation diminuent quand le coefficient de frottement augmente. On peut noter aussi que l'effet est beaucoup plus marqué pour les faibles valeurs du coefficient de frottement. La durée d'étalement, par exemple, est réduite d'un facteur 4 quand  $\mu_s$  passe de 0.1 à 0.4 tandis que la durée d'étalement et les profils changent très peu pour  $\mu_s = 0.7$ . Cet "effet de saturation" a été mis en évidence de façon systématique pour des essais de cisaillement simple par Estrada et al. [49]. Il s'explique par le fait que le taux de dissipation de l'énergie doit atteindre son point de saturation où la dilatation du milieu granulaire et le roulement des particules compensent globalement l'effet de l'augmentation du coefficient de frottement.



**FIGURE 5.17:** Clichés de l'étalement du talus granulaire pour  $E_0 \simeq 13\text{ mgd}$  avec trois viscosités différentes :  $\eta_1 = 0.1\text{ Pa.s}$  (a),  $\eta_m = 0.5\text{ Pa.s}$  (b) et  $\eta_2 = 1\text{ Pa.s}$  (c).

### 5.3.4. Effets du fluide

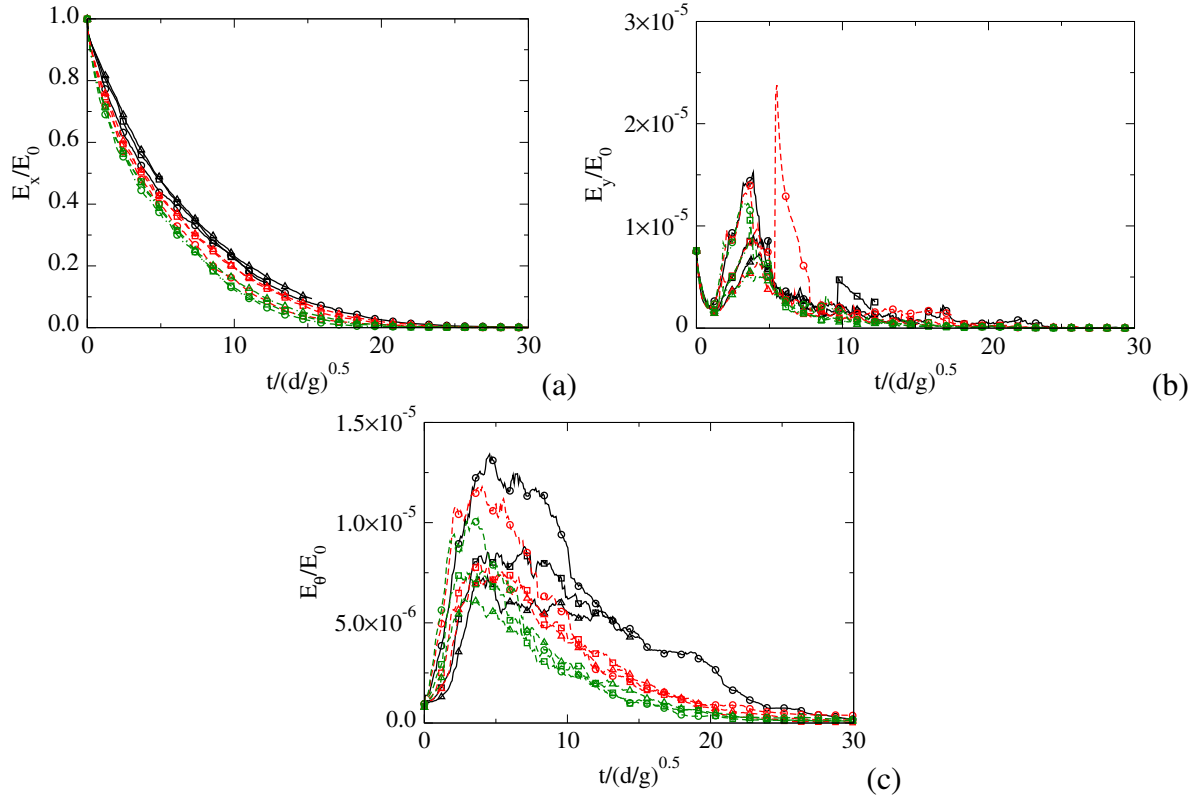
Les études présentées dans le cas sec ont été effectuées avec un grand nombre de particules (plus de 13000) de manière à mettre en évidence le plus clairement possible les phénomènes. Il n'est malheureusement pas envisageable de simuler autant de degrés de liberté en présence d'un fluide pour un temps de calcul raisonnable. Dans cette étude, nous avons utilisé un nombre faible (180) de particules pour les simulations dans le cas immergé. Comme on s'intéresse essentiellement au profil et à l'évolution de l'énergie, on peut néanmoins comparer les données en considérant la forme du talus et en normalisant l'énergie cinétique par l'énergie fournie. Pour les mêmes raisons que celles présentées dans le paragraphe précédent, nous allons utiliser le mode 3 pour mettre le talus en mouvement. Le domaine fluide est choisi de sorte à remplir l'espace dans lequel l'étalement va avoir lieu ; voir figure 5.2. Trois viscosités différentes sont utilisées :  $\eta_1 = 0.1$  Pa.s,  $\eta_m = 0.5$  Pa.s et  $\eta_2 = 1$  Pa.s.



**FIGURE 5.18:** Evolution de l'énergie cinétique total  $E$  normalisée par  $mgd$  (a) et par  $E_0$  (b) en fonction du temps  $t/\sqrt{d/g}$  pour différentes viscosités.

La figure 5.17 montre plusieurs clichés du début d'étalement pour ces différentes viscosités et avec l'énergie  $E_0 \simeq 13 mgd$ . Comme la durée d'injection d'énergie est très courte, dans ces simulations un gap a été laissé entre le talus et la paroi de gauche pour éviter une surpression négative forte qui empêcherait les grains de partir. Dans tous les cas, on observe une forte mise en suspension des grains notamment à l'arrière du talus. Ce comportement est une conséquence de la mise en mouvement rapide du talus. On aurait observé sûrement le même comportement avec plus de particules. La fluidisation du talus a pour conséquence d'activer prématurément les forces de lubrification et donc amplifier l'effet de déstabilisation.

L'évolution de l'énergie cinétique  $E$  normalisée par  $mgd$  et par l'énergie fournie  $E_0$  a été présentée sur la figure 5.18. Normalisées par  $mgd$ , les courbes sont bien distinctes pour chaque énergie et chaque viscosité. On observe notamment que le taux de dissipation diminue lorsque la viscosité diminue. Les mêmes courbes se superposent pour chaque viscosité lorsque l'énergie est normalisée par l'énergie fournie. La figure 5.20 présente l'évolution des trois contributions selon les degrés de liberté  $x$ ,  $y$  et  $\omega$ . Les énergies  $E_y$  et  $E_\theta$  sont négligeables devant  $E_x$ .  $E_y$  présente un pic qui résulte du transfert d'énergie des composantes  $x$  vers les composantes  $y$ .



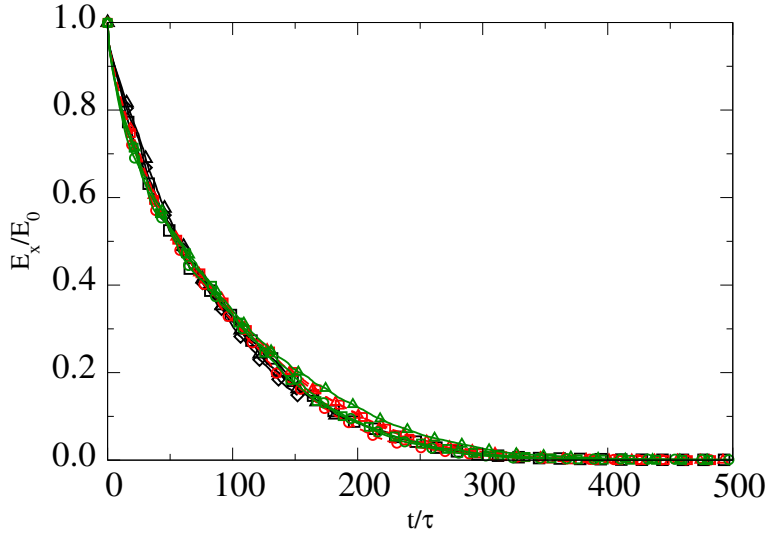
**FIGURE 5.19:** Evolution de l'énergie cinétique selon les directions horizontale  $E_x/E_0$  (a), verticale  $E_y/E_0$  (b) et rotationnelle  $E_\theta/E_0$  (c) en fonction du temps  $t/(d/g)^{0.5}$  pour différentes viscosités.

Comme dans le cas sec, on peut définir un temps de dissipation  $\tau$  défini comme le temps nécessaire pour une perte de la moitié de l'énergie cinétique initiale. La figure 5.20 montre l'énergie normalisée  $E_x/E_0$  en fonction du temps normalisé par le temps de dissipation  $\tau$ . On constate alors que les courbes pour les différentes valeurs de la viscosité se superposent bien aux temps courts mais aussi assez bien aux temps longs. Etant donné que, d'après les clichés, l'empilement est partiellement fluidisé, il est raisonnable de penser que  $\tau$  devrait se mettre à l'échelle avec le temps  $t_c$  nécessaire pour une particule d'atteindre sa vitesse de Stokes. En utilisant l'équation (1.50) et la force de traînée  $F_f \simeq \eta u d$ , on obtient

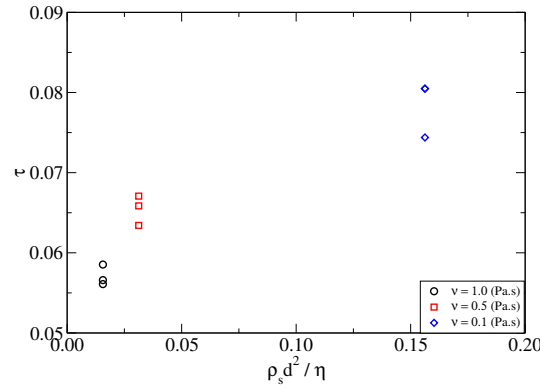
$$t_c = \frac{\rho_s d^2}{\eta} \quad (5.8)$$

La figure 5.21 montre  $\tau$  en fonction de  $t_c$  pour différentes énergies. On constate que  $\tau$  augmente en effet avec  $t_c$  mais moins vite que si  $\tau$  était directement contrôlé par  $t_c$ .

La figure 5.22 montre la distance d'arrêt (normalisée par la longueur initiale du talus) et le temps de dissipation en fonction de l'énergie fournie. On distingue le transitoire pour le régime de basse énergie du régime de grandes énergies. Les simulations du fluide appartiennent essentiellement à ce transitoire et doivent donc être comparées au régime basse énergie du cas sec (également représenté sur la figure). On constate que le temps de dissipation est indépendant



**FIGURE 5.20:** Evolution de l'énergie cinétique selon la direction horizontale  $E_x/E_0$  en fonction du temps normalisé par le temps de dissipation  $\tau$  pour différentes viscosités.



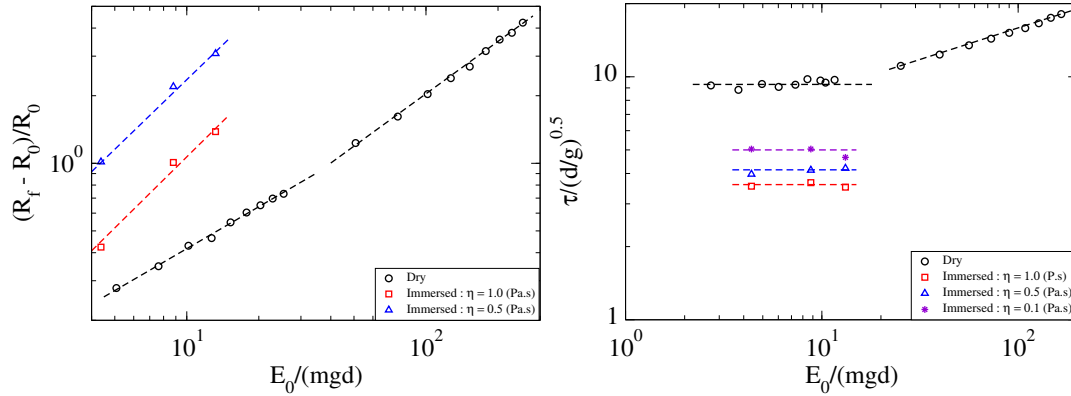
**FIGURE 5.21:** Evolution de  $\tau$  en fonction de  $t_c$  pour différentes énergies

de l'énergie fournie, tout comme dans le cas sec. Ce temps est donc essentiellement un temps de déstabilisation qui est contrôlé par la configuration géométrique et l'effet du fluide plutôt que par l'amplitude de la perturbation injectée. On constate aussi que, pour l'énergie initiale fixée, la distance d'arrêt est plus grande en présence du fluide que dans le cas sec, mais elle n'est pas monotone en fonction de la viscosité : Elle est plus grande pour  $\eta_m = 0.5$  Pa.s que pour  $\eta_m = 1$  Pa.s ! Comme dans le cas des colonnes, on ne peut qu'attribuer ce phénomène à l'effet des forces de lubrification, qui augmentent avec la viscosité.

Dans le cas immergé, on observe aussi une dépendance en loi de puissance par rapport à l'énergie fournie :

$$R_f \propto (E_0)^{\alpha'_{qf}} \quad (5.9)$$

avec  $\alpha'_{qf} = 1.05 \pm 0.02$  pour différentes viscosités. Cette valeur est cohérente avec la valeur de l'exposant  $\beta''_f = 1 \pm 0.1$  dans le régime d'étalement des colonnes immergées ; voir équation



**FIGURE 5.22:** La distance d'arrêt  $(R_f - R_0)/R_0$ , où  $R_0$  est la longueur initiale du talus, et du temps de dissipation  $\tau/\sqrt{d/g}$  en fonction de l'énergie initiale  $E_0/(mgd)$ .

5.6. On peut donc faire la même remarque concernant cet exposant : les forces de lubrification dominant ici les forces de traînée. L'effet du fluide est ainsi d'amplifier considérablement la mobilité des avalanches. Dans ce régime, tout se passe comme si l'empilement est soumis à une force de frottement constante, ce qui produit des distances d'arrêt proportionnelles à l'énergie fournie au système.

## Conclusion

Dans ce chapitre, on s'est intéressé à la propagation des avalanches granulaires en milieu sec et dans un fluide visqueux. Deux cas ont été considérés : 1) l'effondrement d'une colonne, 2) l'étalement d'un talus sous l'action d'une poussée qui fournit une énergie contrôlée aux particules. Dans les deux configurations, nous avons mis en évidence deux régimes selon le rapport d'aspect ou l'énergie fournie au système. Pour les colonnes, nous avons montré qu'il était nécessaire d'analyser séparément la phase d'effondrement, où les particules acquièrent leurs énergies cinétiques, et la phase d'étalement où l'énergie acquise dans la première phase contrôle la distance et le temps d'arrêt. L'effet du fluide dans la première phase est de dissiper une partie de l'énergie alors que dans la seconde phase il lubrifie partiellement les contacts, réduisant ainsi l'effet dissipatif des forces de traînée. Les lois de puissance obtenues dans le cas sec entre les distances et les temps, d'une part, et le rapport d'aspect et l'énergie cinétique acquise, d'autre part, subsistent en présence du fluide, mais avec des exposants affectés.

Pour les talus perturbés, nous avons réalisé une étude paramétrique détaillée. Le choix de cette géométrie a été motivé par notre objectif principal qui est de comprendre les effets de l'énergie fournie sur la dynamique de l'avalanche. Pour une gamme importante d'énergies, on a mis en évidence des distances et des temps qui varient en loi de puissance avec des exposants non triviaux en fonction de l'énergie fournie. Deux régimes avec différentes valeurs d'exposants ont été observés. Le premier régime, qui traduit le comportement à basse énergie, reflète essentiellement la déstabilisation du talus par la perturbation avec un temps de dissipation ou

temps d'arrêt indépendant de l'énergie fournie, alors que, dans le second régime qui concerne les grandes énergies, l'étalement est effectivement contrôlé par l'énergie fournie. L'évolution de l'empilement dans ce dernier régime peut être décrite par un temps de dissipation et par l'énergie acquise durant la première étape au cours de laquelle l'assemblage est déstabilisé. Le fluide joue un rôle similaire que dans le cas des colonnes granulaires. Son principal rôle est de lubrifier les contacts, ce qui amplifie considérablement la mobilité des avalanches malgré les forces de traînée. La distance d'arrêt en présence d'un fluide visqueux est proportionnelle à l'énergie cinétique acquise durant la phase de déstabilisation aussi bien dans le cas de colonnes que dans le cas de talus. La présence d'un fluide interstitiel peut ainsi drastiquement affecter la dynamique des avalanches par le biais des forces de lubrification, surpression dans les pores ou encore par les effets de traînée et conduire ainsi à des effets contre-intuitifs, rendant complexe l'analyse physique des résultats.



# Conclusion

Le coeur de cette thèse a été l'étude de la rhéologie des mélanges fluide-particules, centrale à de nombreux problèmes qui vont des technologies des poudres et procédés industriels aux mécanismes en jeux dans des processus environnementaux majeurs, tels que le transport de sédiment, l'érosion ou les instabilités gravitaires. Par delà les développements numériques qui nous ont conduit à mettre en oeuvre une méthodologie adaptée à la simulation de ces phénomènes, un souci permanent a été de se placer dans des configurations directement comparables à des expériences réelles proposées dans des travaux récents où d'en suggérer de nouvelles. Par exemple, on s'est intéressé plus particulièrement à la déstabilisation de lit granulaires immergées, à la propagation d'avalanches provenant de l'effondrement de colonnes de grains où à l'étalement de talus sous l'effet d'un impact sismique. Cette démarche fournit une validation au niveau d'observables macroscopiques bien définis, accessibles à la fois aux simulations numériques et à l'expérimentation. En retour, une analyse fine de l'évolution des variables locales a permis de mieux comprendre les origines microscopiques des phénomènes mis en jeux dans les mélanges entre fluides et grains. Bien que cette méthodologie puisse s'appliquer sans restriction à toute la gamme de concentration en grains, nos travaux se sont essentiellement focalisés sur la modélisation des fortes densités pour lesquelles la prise en compte des interactions aux contacts pose des questions à la fois fondamentale et numériques.

Dans le premier chapitre, on a présenté une revue bibliographique synthétisant les éléments de base pour l'étude de la rhéologie des milieux granulaires secs et immergés. A l'échelle locale, les modèles classiques de tribologie du contact et du frottement ont été évoqués ainsi que les adaptations nécessaires à leur utilisation dans des approches en éléments discrets. Les résultats de la mécanique des sols permettant de définir un comportement granulaire à l'échelle macroscopique ont été rappelés (critère de Mohr-Coulomb, dilatance, cohésion, état critique...). Le lien entre cette échelle macroscopique et celle des contacts et de l'assemblage granulaire a été précisé à travers une méthodologie d'homogénéisation dans laquelle le comportement est obtenu directement à partir de l'échelle locale en s'appuyant sur une décomposition des tenseurs de contraintes et de fabrique. Cette méthodologie constitue un élément essentiel de l'approche théoriques développée dans cette thèse. Dans ce chapitre, on a rappelé également les principaux résultats sur les mélanges entre fluides et grains, majoritairement conceptualisés dans le domaine des suspensions. Les temps caractéristiques associés aux phénomènes mis en jeux dans ces mélanges (temps associés à l'inertie des grains, à celle du fluide et à la viscosité) ont été définis ainsi que les différents régimes d'écoulement possibles. Enfin, ce chapitre a été l'occasion de présenter les effets spécifiques aux suspensions très denses, déjà observés dans de précédant travaux, comme par exemple l'apparition de phénomènes de fluages à forte compacité et ses liens avec la perméabilité et la dilatance du milieu granulaire.

Dans le deuxième chapitre, on s'est intéressé à la modélisation et à la simulation numérique et on a présenté les ingrédients essentiels à la mise en oeuvre d'un modèle physique des mélanges fluides-grains. La complexité du modèle et son coût en terme de consommation CPU impose une démarche d'optimisation dans laquelle on cherche à isoler les traits essentiels de la phénoménologie étudiée tout en conservant seulement les éléments minimaux nécessaires. Les principaux algorithmes utilisés dans le cadre de cette thèse ont ensuite été développés en détail dans les cas 2D et 3D. Les équations à la base des méthodes en éléments discrets Contact Dyna-

mics et Molecular Dynamics ont été données ainsi que leur domaines d'application. Concernant le fluide, il a été choisi d'utiliser une approche de type directe dans laquelle l'espace poral entre les grains est maillé dans sa totalité. L'algorithme de résolution de la dynamique du fluide est basé sur la méthode Lattice Boltzmann. Dans ce type de modèle, la viscosité du fluide apparaît comme une propriété émergeant de la dynamique des molécules à l'échelle microscopique, et intervient par l'intermédiaire d'un terme de relaxation qui rend compte de leurs collisions mutuelles. Deux approches de discrétisation de ce terme de collision ont été utilisées suivant que l'on intègre un ou plusieurs taux de relaxation. Le principe du couplage entre ces différentes approches dédiées à la simulation des milieux granulaires et des fluides a été détaillé ainsi que les principales conditions aux limites utilisées dans cette thèse. Enfin, dans ce chapitre on s'est aussi intéressé à différentes études spécifiques dans des configurations simples, soit dans le but de comparer les résultats avec des solutions analytiques, soit pour mettre en évidence les effets de la discrétisation et les problèmes relatifs à la mise en place des échantillons.

Le troisième chapitre a été consacré à l'étude détaillée du déclenchement dans un fluide d'une avalanche sur plan incliné. Il s'agit d'un exemple de phénomène couplé entre fluide et milieu granulaire particulièrement riche. Un des apports majeurs de cette thèse a été de montrer clairement que la simulation numérique est capable, malgré des limitation en terme de puissance de calcul, de fournir pour ce cas précis des résultats en accords qualitatifs et quantitatifs avec l'expérimentation. Par ailleurs, un modèle théorique, incorporant les effets de la perméabilité, de la dilatance et de l'angle de frottement interne, a été développé sur la base des travaux antérieurs et montre un très bon accord avec l'ensemble des résultats expérimentaux et numériques. Une analyse détaillée de l'évolution des paramètres macroscopiques observables a été réalisée. La déformation au cisaillement, la compacité, la surpression dans les pores... ont été étudiés pour différentes valeurs de la compacité initiale et d'angle d'inclinaison. Comme dans le cas des expériences réelles, deux régimes ont été mis en évidence – un régime d'écoulement lâche pour lequel la rupture de pente est instantanée – et un régime dense où la pente est stabilisée sous l'effet de la pression négative dans les pores induite par la dilatance du lit granulaire.

Avant la rupture de pente, il apparaît dans ce régime dense une déformation de fluage lente qui a été analysée en détail. L'évolution temporelle de la compacité et de la déformation au cisaillement se mettent à l'échelle avec un temps caractéristique obtenu à partir du modèle. Un résultat majeur de ce travail a été de retrouver théoriquement et numériquement les valeurs expérimentales de la densité de transition entre les régimes lâche et denses, de la déformation cumulée du fluage ainsi que du temps et de la compacité au moment de la rupture.

L'évolution du réseau de contact au cours du fluage a été également analysé en détail. Un résultat remarquable a été de montrer que ce réseau se déforme par distorsion en conservant une connectivité presque constante. Au cours de la déformation, l'anisotropie des contacts croît progressivement et la rupture de pente s'initie au moment où elle atteint la saturation. La déformation de cisaillement cumulée à la rupture est ainsi liée à la capacité de distorsion du réseau sous chargement constant.

Dans le quatrième chapitre on s'est intéressé aux distances de propagation d'avalanches, initiées par la déstabilisation d'un dépôt sous l'effet de la gravité ou d'un impact sismique sur

un talus. Ce problème, d'intérêt pratique pour l'évaluation des risques d'instabilités gravitaires, a été étudié en détails dans le cas sec par différents auteurs et a fait l'objet dans le cas immergé d'observations géologiques. Dans cette thèse, la simulation de la propagation de ces avalanches a été étudiée en configuration bidimensionnelle en milieu sec et en situation immergée dans un fluide visqueux. Nos simulations ont permis de mettre en évidence deux régimes selon le rapport d'aspect ou l'énergie fournie au système. Pour les colonnes, nous avons montré qu'il était nécessaire d'analyser séparément la phase d'effondrement, où les grains acquièrent une énergie cinétique, et la phase d'étalement où l'énergie acquise dans la première phase contrôle la distance et le temps d'arrêt. L'effet du fluide dans la première phase est de dissiper une partie de l'énergie alors que dans la seconde phase il lubrifie partiellement les contacts, réduisant ainsi l'effet dissipatif des forces de traînée. Les lois de puissance obtenues dans le cas sec entre les distances et les temps, d'une part, et le rapport d'aspect et l'énergie cinétique acquise, d'autre part, subsistent en présence du fluide, mais avec des exposants différents.

Pour les talus, nous avons réalisé une étude paramétrique détaillée. Le choix de cette géométrie a été motivé par notre objectif qui était de comprendre les effets de l'énergie injectée sur la dynamique de l'avalanche. Pour une gamme importante d'énergies, on a mis en évidence des distances et des temps qui varient en loi de puissance avec des exposants non triviaux en fonction de l'énergie fournie. Deux régimes avec différentes valeurs d'exposants ont été observés. Le premier régime, qui traduit le comportement à basse énergie, reflète essentiellement la déstabilisation du talus par la perturbation, avec un temps de dissipation ou durée d'étalement indépendant de l'énergie fournie, alors que dans le second régime qui concerne les grandes énergies, l'étalement est effectivement contrôlé par l'énergie fournie. L'évolution de l'empilement dans ce dernier régime peut être décrite par un temps de dissipation et par l'énergie acquise durant la première étape.

Il est intéressant de noter que la distance d'arrêt en présence d'un fluide visqueux est proportionnelle à l'énergie cinétique acquise durant la phase de déstabilisation aussi bien dans le cas des colonnes que dans le cas des talus. La présence d'un fluide interstitiel peut ainsi considérablement influencer sur la dynamique des avalanches par le biais des forces de lubrification, surpression dans les pores ou encore par les effets de traînée et conduire ainsi à des effets contre-intuitifs, rendant complexe l'analyse physique des résultats.

Les perspectives ouvertes par cette thèse sont nombreuses et concernent à la fois les développements numériques et l'analyse physique. En particulier, pour les études de la dynamique des avalanches dans un fluide, il est nécessaire de travailler avec un nombre plus important de grains et donc un domaine fluide plus grand. Or, ces simulations sont très consommatrices en temps CPU, et il sera donc nécessaire d'améliorer les performances de calcul. Le calcul parallèle nécessite un effort particulier en terme d'écriture et de maintenance de code. Si l'utilisation d'OpenMP ne pose pas de grande difficulté, l'utilisation de MPI, beaucoup plus intéressante en terme de performance sur les grands systèmes, demandera un effort particulier. On notera tout de même que l'utilisation des GPU semble être facilitée par de nouveaux standards tels que l'OpenAcc. Cette alternative permettrait d'obtenir des gains très importants tout en conservant une architecture d'ordinateur de bureau muni d'une bonne carte graphique.

Même avec un faible nombre de grains, nos résultats posent différentes questions sur la physique des mélanges fluides-grains qu'il serait intéressant d'étudier dans la suite de ces travaux. La dynamique post-rupture des avalanches et la nature des fluctuations durant les transitoires devront faire l'objet d'une étude plus détaillée. Les résultats complets sur les écoulements dans le régime stationnaire sur plan incliné pourront aussi être analysés. Nous avons réalisé une série de simulations pour étudier la rhéologie des mélanges dans une géométrie de cisaillement simple périodique. Malheureusement, ces simulations n'ont pas pu être analysées suffisamment pour pouvoir être incluses dans ce manuscrit. Le rapport de densité entre grains et fluide, qui joue un rôle en modulant les effets des forces hydrodynamiques par rapport à l'inertie des grains, devra faire l'objet d'une étude dans ce cadre.

On peut aussi noter que depuis les débuts des méthodes en éléments discrets, les approches 2D ont permis de simuler un très grand nombre de phénomènes avec des résultats qualitatifs intéressants et sans jamais être vraiment détrônées par les approches 3D. Comme on a pu le voir, le problème en présence de fluide est que l'espace poral est occlus en 2D si l'on ne considère pas la présence d'un film d'eau entre les grains. Une étude détaillée des effets de ce film devra être réalisée pour s'assurer de la pertinence de ces approches. Par ailleurs, on peut remarquer que tous les éléments sont en place pour pouvoir comparer directement les approches LBM avec celles basées sur la résolution directe des équations de Navier-Stokes. Des benchmarks pourront être développés dans ce sens et devront permettre d'effectuer cette comparaison sur une large gamme de nombre de Reynolds et pour des systèmes complexes tels que les assemblages granulaires.

La mise en oeuvre d'une modélisation à plusieurs échelles, dans laquelle les résultats des approches LBM/DEM pour un volume élémentaire représentatif sont intégrées dans des approches continue est particulièrement importante pour aborder les problèmes à grande échelle tels que les avalanches sous-marines. Des travaux en cours avec l'Engineering Department de l'Université de Cambridge en Angleterre consistent à introduire la rhéologie locale déterminée à partir de l'approche LBM/DEM dans une approche continue de type Material Point Method. Cette dernière permet de tenir compte de conditions aux limites complexes telles que la topographie sous-marine et de traiter les grandes déformations tout en considérant plusieurs phases. Des travaux en cours permettront d'évaluer la qualité des prédictions ainsi que la pertinence de cette approche multi-échelles.



# Bibliographie

- [1] V. Acary and B. Brogliato. *Numerical Methods for Nonsmooth Dynamics. Applications in Mechanics and Electronics*. Springer, 2009.
- [2] Z. Adamczyk, M. Adamczyk, and T. V. De Ven. Resistance coefficient of a solid sphere approaching plane and curved boundaries. *J. Colloid Interface Science*, 96(1) :204–213, 1983.
- [3] I. Agnolin and J.-N. Roux. Internal states of model isotropic granular packings. iii. elastic properties. *Phys. Rev. E*, 76 :061304, 2007.
- [4] I. Agnolin and J.-N. Roux. On the elastic moduli of three-dimensional assemblies of spheres : Characterization and modeling of fluctuations in the particle displacement and rotation. *International Journal of Solids and Structures*, 45(3-4) :1101–1123, 2008.
- [5] Ivana Agnolin and Jean-Noël Roux. Internal states of model isotropic granular packings. i. assembling process, geometry, and contact networks. *Phys. Rev. E*, 76 :061302, 2007.
- [6] B. J. Alder and T. E. Wainwright. Studies in molecular dynamics. i. general method. *Journal of Chemical Physics*, 31(2) :459, 1959.
- [7] Kupershtokh Alexander L. A lattice boltzmann equation method for real fluids with the equation of state known in tabular form only in regions of liquid and vapor phases. *Computers and Mathematics with Applications*, 61(12) :3537 – 3548, 2011.
- [8] M. P. Allen and D. J. Tildesley. *Computer Simulation of Liquids*. Oxford University Press, Oxford, 1987.
- [9] C. Ancey, P. Coussot, and P. Evesque. A theoretical framework for granular suspensions in a steady simple shear flow. *Trans. Soc. Rheol.*, 43(6) :1673–1699, 1999.
- [10] B. Andreotti, Y. Forterre, and O. Pouliquen. *Les milieux granulaires*. CNRS, EDP Sciences, 2011.
- [11] E. Azéma, F. Radjai, R. Peyroux, and G Saussine. Force transmission in a packing of pentagonal particles. *Phys. Rev. E*, 76 :011301, 2007.
- [12] E. Azéma, F. Radjai, and G. Saussine. Quasistatic rheology, force transmission and fa-

- bric properties of a packing of irregular polyhedral particles. *Mechanics of Materials*, 41(6) :729–741, 2009.
- [13] E. Azéma, G. Saussine, and F. Radjai. Quasistatic rheology, force transmission and fabric properties of a packing of irregular polyhedral particles. *Mechanics of Materials*, 41 :729–741, 2009.
- [14] N. J. Balmforth and R. R. Kerswell. Granular collapse in two dimensions. *Journal of Fluid Mechanics*, 538 :399–428, 2005.
- [15] J. P. Bardet and J. Proubet. A numerical investigation of the structure of persistent shear bands in granular media. *Geotechnique*, 41(4) :599–613, 1991.
- [16] G. C. Barker and A. Metha. Transient phenomena, self-diffusion, orientational effects in vibrated powders. *Phys. Rev. E*, 47(1) :184, 1993.
- [17] P.L. Bathnagar, E.P. Gross, and M. Krook. A model for collision processes in gases, I. small amplitude processes in charged and neutral one-component system. *Physical Review E*, 94 :511–25, 1954.
- [18] F. Blanc, F. Peters, and E. Lemaire. Local transient rheological behavior of concentrated suspensions. *Journal of Rheology*, 55 :835–855, 2011.
- [19] Stéphane Bonelli. *Erosion in Geomechanics Applied to Dams and Levees*. Wiley ISTE, 2013.
- [20] G. Bossis and J. F. Brady. The rheology of concentrated suspensions of spheres in simple shear flow by numerical simulation. *Journal of Fluid Mechanics*, 155 :105–129, 6 1985.
- [21] M. Bouzidi, M. Firdaouss, and P. Lallemand. Momentum transfer of a boltzmann-lattice fluid with boundaries. *Physics of Fluids*, 13 :3452–3459, 2001.
- [22] F. P. Bowden and D. Tabor. *The Friction and Lubrication of Solids - Part I*. Clarendon Press, Oxford, 1950.
- [23] F. Boyer, E. Guazzelli, and O. Pouliquen. Unifying suspension and granular rheology. *Physical Review Letters*, 107(18), 2011.
- [24] J. F. Brady and G. Bossis. Stokesian dynamics. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 20 :111–157, 1988.
- [25] I. Bratberg, F. Radjai, and A. Hansen. Dynamic rearrangements and packing regimes in randomly deposited two-dimensional granular beds. *Physical Review E*, 66(2), 2002.
- [26] H. Brenner. The slow motion of a sphere through a viscous fluid towards a plane surface. *Chemical Engineering Science*, 16 :242–251, 1961.
- [27] Nikolai V Brilliantov, Nicole Albers, Frank Spahn, and Thorsten Pöschel. Collision dynamics of granular particles with adhesion. *Phys Rev E Stat Nonlin Soft Matter Phys*, 76(5 Pt 1) :051302, 2007.
- [28] P.P. Brown and D.F. Lawler. Sphere drag and settling velocity revisited. *Journal of Environmental Engineering-ASCE*, 129 :222–231, 2003.
- [29] C. Cassar, M. Nicolas, and O. Pouliquen. Submarine granular flows down inclined planes. *Physics of Fluids*, 17 :103301, 2005.
- [30] CEGEO, B. Saint-Cyr, K. Szarf, C. Voivret, E. Azéma, V. Richefeu, J.-Y. Delenne, G. Combe, P. Sornay C. Nouguier-Lehon, P. Villard, M. Chaze, and F. Radjai. Particle shape dependence in granular media. *Europhysics Letters*, 98(4) :44008, 2012.
- [31] S. Chapman and T.G. Cowling. *The mathematical theory of nonuniform gases*. Cam-

- bridge University Press, 1970.
- [32] S Chen and GD Doolen. Lattice Boltzmann method for fluid flows. *ANNUAL REVIEW OF FLUID MECHANICS*, 30 :329–364, 1998.
  - [33] N.-S. Cheng. Comparison of formulas for drag coefficient and settling velocity of spherical particles. *Powder Technology*, 189 :395–398, 2009.
  - [34] B. Chevalier, G. Combe, and P. Villard. Experimental and discrete element modelling studies of the trapdoor problem : influence of the macro-mechanical frictional parameters. *Acta Geotechnica*, 7(1) :15–39, 2012.
  - [35] S. Chikatamarla. Lattices for the lattice boltzmann method. *Physical Review E*, 79 :046701, 2009.
  - [36] J. S. Chong, E. B. Christiansen, and A. D. Baer. Rheology of concentrated suspensions. *Journal of Applied Polymer Science*, 15(8) :2007–2021, 1971.
  - [37] G. Combe and J.-N. Roux. Strain versus stress in a model granular material : a devil’s staircase. *Physical Review Letters*, 85(17) :3628–3631, 2000.
  - [38] Sylvain Courrech du Pont, Philippe Gondret, Bernard Perrin, and Marc Rabaud. Granular avalanches in fluids. *Physical Review Letters*, 90 :044301, 2003.
  - [39] P. Coussot. *Rhéophysique, La matière dans tous ses états*. CNRS, EDP Sciences, 2012.
  - [40] R. G. Cox. The slow motion of a sphere through a viscous fluid towards a plane surface II – Small gap width, including inertial effects. *Chem. Engng. Sci.*, 22 :1753–1777, 1967.
  - [41] P. A. Cundall. *The measurement and analysis of accelerations in rock slopes*. PhD thesis, Imperial College London (University of London), 1971.
  - [42] F da Cruz. *Ecoulement des grains sec : Frottement et blocage*. PhD thesis, Ecole Nationale des Ponts et Chaussées, Février 2004.
  - [43] F. da Cruz, S. Emam, M. Prochnow, J.-N. Roux, and F. Chevoir. Rheophysics of dense granular materials : Discrete simulation of plane shear flows. *Physical Review E*, 72(2–1), 2005.
  - [44] R. Day, B. Hawlader, R. Phillips, and K. Soga. Effects of shear band propagation on submarine landslide. In *Proceedings of the International Offshore and Polar Engineering Conference*, pages 766–772, 2012.
  - [45] B.V. Derjaguin, V.M. Muller, and Y.P. Toporov. Effect of contact deformations on the adhesion of particles. *J. Colloid Interface Sci.*, 53 :314, 1975.
  - [46] Dominique D’Humières, Irina Ginzburg, Manfred Krafczyk, Pierre Lallemand, and Li-Shi Luo. Multiple-relaxation-time lattice boltzmann models in three dimensions. *Philos Trans A Math Phys Eng Sci*, 360(1792) :437–51, Mar 2002.
  - [47] Rui Du, Baochang Shi, and Xingwang Chen. Multi-relaxation-time lattice boltzmann model for incompressible flow. *Physics Letters A*, 359(6) :564 – 572, 2006.
  - [48] N. Estrada, E. Azéma, F. Radjai, and A. Taboada. Identification of rolling resistance as a shape parameter in sheared granular media. *Phys. Rev. E*, 84 :011306, Jul 2011.
  - [49] N. Estrada, A. Taboada, and F. Radjaï. Shear strength and force transmission in granular media with rolling resistance. *Phys. Rev. E*, 78 :021301, 2008.
  - [50] S. Fazekas, J. Török, and J. Kertész. Critical packing in granular shear bands. *Phys Rev E Stat Nonlin Soft Matter Phys*, 75(1 Pt 1) :011302, Jan 2007.
  - [51] Y. T. Feng, K. Han, and D. R. J. Owen. Coupled lattice boltzmann method and discrete

- element modelling of particle transport in turbulent fluid flows : Computational issues. *International Journal For Numerical Methods In Engineering*, 72(9) :1111–1134, November 2007.
- [52] Z. G. Feng and E. E. Michaelides. The immersed boundary-lattice boltzmann method for solving fluid-particles interaction problems. *Journal of Computational Physics*, 195(2) :602–628, April 2004.
  - [53] Y. Forterre and O. Pouliquen. Flows of dense granular media. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 40(1) :1–24, 2008.
  - [54] X. Frank and H. Z. Li. Complex flow around a bubble rising in a non-newtonian fluid. *Physical review. E*, 71 :036309, 2005.
  - [55] X. Frank and H. Z. Li. Negative wake behind a sphere rising in viscoelastic fluids : A lattice boltzmann investigation. *Physical Review E*, (74) :056307, 2006.
  - [56] M.A. Gallivan, D.R. Noble, J.G. Georgiadis, and Buckius R.O. An evaluation of the bounce-back boundary condition for lattice boltzmann simulations. *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, 25(3) :249–263, 1997.
  - [57] GDR-MiDi. On dense granular flows. *Eur. Phys. J. E*, 14 :341–365, 2004.
  - [58] V. Guinot. *Wave Propagation in Fluids*. Wiley ISTE, 2010.
  - [59] Z. L. Guo, C. G. Zheng, and B. C. Shi. An extrapolation method for boundary conditions in lattice boltzmann method. *Physics of Fluids*, 14(6) :2007–2010, June 2002.
  - [60] E. Guyon, J. P. Hulin, and L. Petit. *Hydrodynamique physique*. EDP sciences/CNRS, Paris, 2001.
  - [61] M. A. Hampton, H. J. Lee, and J. Locat. Submarine landslides. *Reviews of Geophysics*, 34 :33–59, 1996.
  - [62] J. Hardy, Y. Pomeau, and O. de Pazzis. Time evolution of a two-dimensional classical lattice system. *Phys. Rev. Lett.*, 31 :276–279, 1973.
  - [63] R. Hart, P.A. Cundall, and J. Lemos. Formulation of a three-dimensional distinct element model-part ii. mechanical calculations for motion and interaction of a system composed of many polyhedral blocks. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences & Geomechanics Abstracts*, 25(3) :117–125, 1988.
  - [64] X. He and L.-S. Luo. Lattice boltzmann model for the incompressible navier-stokes equation. *J. Stat. Phys.*, 88 :927–944, 1997.
  - [65] X. He and L.-S. Luo. A priori derivation of the lattice boltzmann equation. *Physical Review E*, 55 :R6333–R6336, 1997.
  - [66] Xiaoyi He and Gary D. Doolen. Thermodynamic foundations of kinetic theory and lattice boltzmann models for multiphase flows. *Journal of Statistical Physics*, 107 :309–328, 2002.
  - [67] H. J. Herrmann, A.N.B. Poliakov, and H. J. Tillemans. Simulating shear bands in granular solids. In *Non Linear Phenomena in Materials Science III*, volume 42-43, pages 195–203, Zug, 1995. Scitec Publ.
  - [68] J.-M. Hertzsch, F. Spahn, and N. V. Brilliantov. On low-velocity collisions of viscoelastic particles. *J. Phys. II*, 5 :1725–1738, 1995.
  - [69] K. Hewitt. Gifts and perils of landslides. *American Scientist*, 98 :410–419, 2010.
  - [70] P.-Y. Hicher. Experimental behaviour of granular materials. In B. Cambou, editor, *Beha-*

- viour of Granular Materials*, pages 1–98, Wien, 2000. Springer.
- [71] S. Hou, J. Sterling, S. Chen, and G.D. Doolen. A lattice-boltzmann subgrid model for high reynolds number flows fields. *Inst Commun*, 6 :151–65, 1996.
- [72] L. Huabing, L. Xiaoyan, F. Haiping, and Q. Yuehong. Force evaluations in lattice boltzmann simulations with moving boundaries in two dimensions. *Physical review. E*, 70 :026701–026701, 2004.
- [73] O. Hungr, S. G. Evans, M. J. Bovis, and J. N. Hutchinson. A review of the classification of landslides of the flow type. *Environmental and Engineering Geoscience*, 7(3) :221–238, 2001.
- [74] K. Ichiki and H. Hayakawa. Dynamical simulation of fluidized beds : Hydrodynamically interacting granular particles. *Physical Review E*, 52 :658–670, 1995.
- [75] K. Iglberger, N. Thürey, and U. Rüde. Simulation of moving particles in 3d with the lattice boltzmann method. *Computers & Mathematics*, 55 :1461–1468, 2008.
- [76] R. M. Iverson. Differential-equations governing slip-induced pore-pressure fluctuations in a water-saturated granular medium. *Mathematical Geology*, 25(8) :1027–1048, 1993.
- [77] R. M. Iverson. The physics of debris flows. *Reviews of Geophysics*, 35(3) :245–296, August 1997.
- [78] R. M. Iverson. Regulation of landslide motion by dilatancy and pore pressure feedback. *Journal of Geophysical Research*, 110, 2005.
- [79] R. M. Iverson, M. E. Reid, N. R. Iverson, R. G. LaHusen, M. Logan, J. E. Mann, and D. L. Brien. Acute sensitivity of landslide rates to initial soil porosity. *Science*, 290(5491) :513–516, Oct 2000.
- [80] R.M. Iverson. Landslide triggering by rain infiltration. *Water Ressources Research*, 36(7) :1897–1910, 2000.
- [81] Roux J.-N. Contact disorder and nonlinear elasticity of granular packings : a simple model. In R. P. Behringer and J. M. J. Jenkins, *Powders and grains*, pages 215–218, 1997.
- [82] H. M. Jaeger, S. R. Nagel, and R. P. Behringer. The physics of granular materials. *Physics Today*, 49(4) :32–38, 1996.
- [83] M. Jean. The non smooth contact dynamics method. *Computer Methods in Applied Mechanic and Engineering*, 177 :235–257, 1999.
- [84] K. L. Johnson. *Contact Mechanics*. Cambridge Univ. Press, Cambridge, 1985.
- [85] K.L. Johnson. *Contact Mechanics*. University Press, Cambridge, 1999.
- [86] K.I. Kanatani. Distribution of directional data and fabric tensors. *International Journal of Engineering Science*, 22(2) :149–164, 1984.
- [87] P. H. Kao and R. J. Yang. An investigation into curved and moving boundary treatments in the lattice boltzmann method. *Journal of Computational Physics*, 227 :5671–5690, 2008.
- [88] M. Kardar. *Statistical Physics of Fields*. Cambridge University Press, 2007.
- [89] M. Kardar. *Statistical Physics of Particles*. Cambridge University Press, 2007.
- [90] Johnson K.L., Kendall. K, and Roberts A.D. Surface energy and the contact of elastic solids. *Proceedings of the Royal Society of London, Series A (Mathematical and Physical Sciences)*, 324(1558) :301–313, 1971.

- [91] M. Krafczyk and J. Tolke. Large-eddy simulations with a multiple-relaxation-time LBE model. *International Journal of Modern Physics B*, 17(1–2) :33–39, 2003.
- [92] I.M. Krieger and T.J. Dougherty. A mechanism for non-newtonian flow in suspension of rigid spheres. *Trans. Soc. Rheol.*, 3 :137–152, 1959.
- [93] C. Kunert, J. Harting, and O. Vinogradova. Random-roughness hydrodynamic boundary conditions. *Physical Review Letters*, 105 :016001, 2010.
- [94] Verlet L. Computer "experiments" on classical fluids. i. thermodynamical properties of lennard-jones molecules. *Phys. Rev.*, 159 :98–103, Jul 1967.
- [95] Laurent Lacaze, Jeremy C. Phillips, and Rich R. Kerswell. Planar collapse of a granular column : Experiments and discrete element simulations. *Physics of Fluids*, 20(6) :063302, June 2008.
- [96] E. Lajeunesse, A. Mangeney-Castelnau, and J. P. Vilotte. Spreading of a granular mass on a horizontal plane. *Physics of Fluids*, 16(7) :2371–2381, July 2004.
- [97] E. Lajeunesse, J. B. Monnier, and G. M. Homsy. Granular slumping on a horizontal surface. *Physics of Fluids*, 17(10) :103302, October 2005.
- [98] P. Lallemand and L.-S. Luo. Theory of the lattice boltzmann method : Dispersion, dissipation, isotropy, galilean invariance, and stability. *Physical review E*, 61(6) :6546–6562, 2000.
- [99] P. Lallemand and L. S. Luo. Lattice boltzmann method for moving boundaries. *Journal of Computational Physics*, 184(2) :PII S0021–9991(02)00022–0, 2003.
- [100] F. Legros. The mobility of long-runout landslides. *Engineering Geology*, 63(3–4) :301–331, 2002.
- [101] Andrea J. Liu and Sidney R. Nagel. *Jamming and Rheology*. Taylor and Francis, New York, 2001.
- [102] G. Lube, H. E. Huppert, R. S. J. Sparks, and A. Freundt. Collapses of two-dimensional granular columns. *Physical Review E*, 72(4) :041301, October 2005.
- [103] G. Lube, H. E. Huppert, R. S. J. Sparks, and M. A. Hallworth. Axisymmetric collapses of granular columns. *Journal of Fluid Mechanics*, 508 :175–199, 2004.
- [104] Stefan Luding. Cohesive, frictional powders : contact models for tension. *Granular Matter*, 10 :235–246, 2008.
- [105] G. Mackay, M. Suzuki, and S. Mason. Approach of a solid to a rigid plane interface. part 2. *J. Colloid Sci.*, 18 :103–104, 1963.
- [106] JJ Major and RM Iverson. Debris-flow deposition : Effects of pore-fluid pressure and friction concentrated at flow margins. *Geological Society of America Bulletin*, 111(10) :1424–1434, OCT 1999.
- [107] H. A. Makse, N. Gland, D. L. Johnson, and L. M. Schwartz. Why effective medium theory fails in granular materials. *Phys. Rev. Lett.*, 83 :5070–5073, 1999.
- [108] M. Mansouri, J-Y. Delenne, M. S. El Youssoufi, and A. Seridi. A 3d dem-lbm approach for the assessment of the quick condition for sands. *Comptes Rendus Mécanique*, 337 :675–681, 2009.
- [109] S. Marié. *Etude de la méthode Boltzmann sur réseau pour les simulations en aéroacoustique*. PhD thesis, UPMC, Formation doctorale, 2008.
- [110] D. G. Masson, C. B. Harbitz, R. B. Wynn, G. Pedersen, and F. Lovholt. Submarine

- landslides : processes, triggers and hazard prediction. *Philosophical Transactions of the Royal Society A*, 364(1845) :2009–2039, 2006.
- [111] T. Matsushima, J. Katagiri, K. Uesugi, A. Tsuchiyama, and T. Nakano. 3d shape characterization and image-based DEM simulation of lunar soil simulant FJS-1. *Journal of Aerospace Engineering ASCE*, 2009.
- [112] Keijo Mattila, Jari Hyv  luoma, Tuomo Rossi, Mats Aspn  s, and Jan Westerholm. An efficient swap algorithm for the lattice boltzmann method. *Computer Physics Communications*, 176(3) :200–210, 2 2007.
- [113] A. Maude. End effects in a falling-sphere viscosimeter. *British Journal of Applied Physics*, 12 :293–295, 1961.
- [114] S. McNamara, E. Flekkoy, and K.J. Maloy. Grains and gas flow : Molecular dynamics with hydrodynamic interactions. *Physical Review E*, 61(4054), 2000.
- [115] H. J. Melosh. The physics of very large landslides. *Acta Mech.*, 64 :89, 1986.
- [116] J.K. Mitchell and K. Soga. *Fundamentals of Soil Behavior*. Wiley, New-York, NY, 2005.
- [117] J. J. Moreau. New computation methods in granular dynamics. In *Powders & Grains 93*, page 227, Rotterdam, 1993. A. A. Balkema.
- [118] J. J. Moreau. Numerical investigation of shear zones in granular materials. In D. E. Wolf and P. Grassberger, editors, *Friction, Arching, Contact Dynamics*, pages 233–247, Singapore, 1997. World Scientific.
- [119] J.J. Moreau. Some numerical methods in multibody dynamics : Application to granular materials. *European Journal of Mechanics A/Solids*, supp.(4) :93–114, 1994. Formulation mathematiques titre du livre Contacts mechanics.
- [120] Emiliano Mutti, Daniel Bernoulli, Franco Ricci Lucchi, and Roberto Tinterri. Turbidites and turbidity currents from alpine ‘flysch’ to the exploration of continental margins. *Sedimentology*, 56(1) :267–318, 2009.
- [121] R. M. Nedderman. *Statics and kinematics of granular materials*. Cambr. Univ. Press, Cambridge, 1992.
- [122] N.Q. Nguyen and A.J.C. Ladd. Lubrication corrections for lattice-boltzmann simulations of particle suspensions. *PHYSICAL REVIEW E*, 66(4, 2), 2002.
- [123] X. D. Niu, C. Shu, Y. T. Chew, and Y. Peng. A momentum exchange-based immersed boundary-lattice boltzmann method for simulating incompressible viscous flows. *Physics Letters A*, 354(3) :173–182, May 2006.
- [124] Walton O. R. Numerical simulation of inclined chute flows of monodisperse, inelastique, frictional spheres. *Mechanics of Materials*, 16(1-2) :239–247, 1993.
- [125] M. Pailha, M. Nicolas, and O. Pouliquen. Initiation of underwater granular avalanches : Influence of the initial volume fraction. *Physics of Fluids*, 20(11), 2008.
- [126] Y. S. Papir and I. M. Krieger. Rheological studies on dispersions of uniform colloidal spheres : II. dispersions in nonaqueous media. *Journal of Colloid and Interface Science*, 34(1) :126–130, 1970.
- [127] C.S. Peskin. Flow patterns around heart valves : A numerical method. *Journal of Computational Physics*, 10(2) :252–271, 1972.
- [128] O. Pouliquen. On the shape of granular fronts down rough inclined planes. *Physics of Fluids*, 11(7) :1956–1958, July 1999.

- [129] O. Pouliquen. Scaling laws in granular flows down rough inclined planes. *Physics of Fluids*, 11(3) :542–548, March 1999.
- [130] I. Preechawuttipong. *Modélisation du comportement mécanique de matériaux granulaires cohésifs*. PhD thesis, Université Montpellier II, 2001.
- [131] Kannan N. Premnath and John Abraham. Three-dimensional multi-relaxation time (mrt) lattice-boltzmann models for multiphase flow. *Journal of Computational Physics*, 224(2) :539 – 559, 2007.
- [132] D. W. Qi. Lattice-boltzmann simulations of particles in non-zero-reynolds-number flows. *Journal of Fluid Mechanics*, 385 :41–62, April 1999.
- [133] F. Radjai, J.-Y. Delenne, E. Azéma, and S. Roux. Fabric evolution and accessible geometrical states in granular materials. *Granular Matter*, 2012.
- [134] F. Radjai and F. Dubois. *Discrete-element Modeling of Granular Materials*. Iste-Wiley, London, 2011.
- [135] F. Radjai and V. Richefeu. Bond anisotropy and cohesion of wet granular materials. *Philosophical Transactions of the Royal Society A : Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, 367(1909) :5123–5138, 2009.
- [136] F. Radjai and V. Richefeu. Contact dynamics as a nonsmooth discrete element method. *Mechanics of Materials*, 41 :715–728, 2009.
- [137] F. Radjai and S. Roux. Contact dynamics study of 2d granular media : Critical states and relevant internal variables. In H. Hinrichsen and D. E. Wolf, editors, *The Physics of Granular Media*, pages 165–186, Weinheim, 2004. Wiley-VCH.
- [138] F. Radjai and S. Roux. Contact dynamics study of 2d granular media : Critical states and relevant internal variables. In H. Hinrichsen and D. E. Wolf, editors, *The Physics of Granular Media*, pages 165–186, Weinheim, 2004. Wiley-VCH.
- [139] F. Radjai, H. Troadec, and S. Roux. Key features of granular plasticity. In S.J. Antony, W. Hoyle, and Y. Ding, editors, *Granular Materials : Fundamentals and Applications*, pages 157–184, Cambridge, 2004. RS.C.
- [140] F. Radjai, D. E. Wolf, M. Jean, and J.-J. Moreau. Bimodal character of stress transmission in granular packings. *Phys. Rev. Lett.*, 80 :61–64, 1998.
- [141] Farhang Radjai and Stéphane Roux. Turbulentlike fluctuations in quasistatic flow of granular media. *Physical Review Letters*, 89(6) :064302, Aug 2002.
- [142] M. J. Rhodes. *Introduction to particle technology*. John Wiley & Sons, Chichester, 1998.
- [143] V. Richefeu. *Approche par éléments discrets 3D du comportement de matériaux granulaires cohésifs faiblement contraints*. PhD thesis, Ecole doctorale I2S, Montpellier, 2005.
- [144] V. Richefeu, F. Radjai, and M.S. El Youssoufi. Stress transmission in wet granular materials. *European Physical Journal E*, 21 :359–369, 2006.
- [145] L. Rothenburg and R. J. Bathurst. Analytical study of induced anisotropy in idealized granular materials. *Geotechnique*, 39 :601–614, 1989.
- [146] S. Roux and F. Radjai. Texture-dependent rigid-plastic behaviour. In H.J. Herrmann, J.P. Hovi, and S. Luding, editors, *Physics of Dry Granular Media*, pages 305–311, Dordrecht, 1997. Kluwer Acad. Pub.
- [147] S. Roux and F. Radjai. Texture-dependent rigid-plastic behaviour. In H.J. Herrmann, J.P.

- Hovi, and S. Luding, editors, *Physics of Dry Granular Media*, pages 229–235, Dordrecht, 1999. Kluwer Acad. Pub.
- [148] T. Ruiz, E. Rondet, M. Delalonde, and J. P. Desfours. Hydro-textural and consistency surface states of humid granular media. *Powder Technol.*, 208(2) :409–416, Mar 2011.
- [149] B. Saint-Cyr, J.-Y. Delenne, C. Voivret, F. Radjai, and P. Sornay. Rheology of granular materials composed of nonconvex particles. *Phys. Rev. E*, 84(4) :041302–, 2011.
- [150] M. Satake. Fabric tensor in granular materials. In P. A. Vermeer and H. J. Luger, editors, *Proceedings of the IUTAM symposium on deformation and failure of granular materials, Delft*, pages 63–68, Amsterdam, 1982. A. A. Balkema.
- [151] A. Satoh. *Introduction to Practice of Molecular Simulation : Molecular Dynamics, Monte Carlo, Brownian Dynamics, Lattice Boltzmann and Dissipative Particle Dynamics*. Elsevier, 2010.
- [152] A. Satoh. *Introduction to the practice of molecular simulation*. Elsevier Insights, 2011.
- [153] S. B. Savage. The mechanics of rapid granular flows. volume 24 of *Advances in Applied Mechanics*, pages 289–366. Elsevier, 1984.
- [154] X. Shan. Lattice boltzmann model for simulating flows with multiple phases and components. *Physical Review E*, 47(3) :1815–1819, 1993.
- [155] X. Shan and G. Doolen. Multicomponent lattice-boltzmann model with interparticle interaction. *Journal of Statistical Physics*, 81 :379–393, 1994.
- [156] L. E. Silbert, D. Ertaş, G.S. Grest, T.C. Halsey, D. Levine, and S.J. Plimpton. Granular flow down an inclined plane : Bagnold scaling and rheology. *Phys. Rev. E*, 64 :051302, 2001.
- [157] L. Staron. Mobility of long-runout rock flows : a discrete numerical investigation. *Geophysical Journal International*, 172(1) :455–463, January 2008.
- [158] L. Staron and E. J. Hinch. Study of the collapse of granular columns using two-dimensional discrete-grain simulation. *Journal of Fluid Mechanics*, 545 :1–27, December 2005.
- [159] L. Staron and E. J. Hinch. The spreading of a granular mass : role of grain properties and initial conditions. *Granular Matter*, 9(3-4) :205–217, June 2007.
- [160] L. Staron and E. Lajeunesse. Understanding how volume affects the mobility of dry debris flows. *Geophysical Research Letters*, 36(12), 2009.
- [161] J. J. Stickel and R. L. Powell. Fluid mechanics and rheology of dense suspensions. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 37 :129–149, 2005.
- [162] M. Stimson and G.B. Jeffery. The motion of two spheres in a viscous fluid. *Proceedings of the Royal Society of London Series a Containing Papers of a Mathematical and Physical Character*, 111 :110–116, 1926.
- [163] S. Succi. *The Lattice Boltzmann Equation for Fluid Dynamics and Beyond*. Clarendon Press, Oxford, 2001.
- [164] Michael Swift. Lattice boltzmann simulations of liquid-gas and binary fluid systems. *Physical Review E*, 54(5) :5041–5052, 1996.
- [165] C.E. Synolakis, J.P. Bardet, J.C. Borrero, H.L. Davies, E.A. Okal, E.A. Silver, S. Sweet, and D.R. Tappin. The slump origin of the 1998 papua new guinea tsunami. *Proceedings of the Royal Society of London A*, 458 :763–789, 2002.

- [166] A. Taboada, K. J. Chang, F. Radjai, and F. Bouchette. Rheology, force transmission, and shear instabilities in frictional granular media from biaxial numerical test using the contact dynamics method. *Journal of Geophysical Research*, 110(1—24), 2005.
- [167] A. Taboada, N. Estrada, and F. Radjai. Additive decomposition of shear strength in cohesive granular media from grain-scale interactions. *Phys. Rev. Lett.*, 97(9) :098302, September 2006.
- [168] Erica L. Thompson and Herbert E. Huppert. Granular column collapses : further experimental results. *Journal of Fluid Mechanics*, 575 :177–186, March 2007.
- [169] J.M. Ting and B.T. Corkum. A computational laboratory for discrete element geomechanics. *J. Comput. Civ. Eng. ASCE*, 6 :129–146, 1992.
- [170] V. Topin, F. Dubois, Y. Monerie, F. Perales, and A. Wachs. Micro-rheology of dense particulate flows : Application to immersed avalanches. *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*, 166(1–2) :63–72, 2011.
- [171] V. Topin, Y. Monerie, F. Perales, and F. Radjai. Collapse dynamics and runout of dense granular materials in a fluid. *Physical Review Letters*, 109(18), 2012.
- [172] H. Tözeren. Application of boundary integral equation method to some stokes problems. *Journal of Numerical Method in Fluids*, 1982.
- [173] H. Trodec, F. Radjai, S. Roux, and J.C. Charmet. Model for granular texture with steric exclusion. *Physical Review E*, 66(4 1) :041305–1, 2002.
- [174] Y. Tsuji, T. Kawaguchi, and T. Tanaka. Discrete particle simulation of two-dimensional fluidized bed. *Powder Technology*, 77(1) :79–87, 10 1993.
- [175] P. A. Vermeer. The orientation of shear bands in biaxial tests. *Géotechnique*, 40 :223, 1990.
- [176] C. Voivret, F. Radjai, J.-Y. Delenne, and M. S. El Youssoufi. Space-filling properties of polydisperse granular media. *Physical Review E*, 76, 2007.
- [177] C. Voivret, F. Radjai, J.-Y. Delenne, and M. S. El Youssoufi. Multiscale force networks in highly polydisperse granular media. *Phys. Rev. Lett.*, 102 :178001, 2009.
- [178] S. von Hoerner. Die numerische integration des n-körper-problemes für sternhaufen. *Zeitschrift für Astrophysik*, 50, 1960.
- [179] A. Wachs. A DEM-DLM/FD method for direct numerical simulation of particulate flows : Sedimentation of polygonal isometric particles in a newtonian fluid with collisions. *Computers & Fluids*, 38 :1608–1628, 2009.
- [180] A. Wachs. PeliGRIFF, a parallel DEM-DLM/FD direct numerical simulation tool for 3D particulate flows. *Journal of Engineering Mathematics*, 71(1) :131–155, 2011.
- [181] A. Wachs. Rising of 3d catalyst particles in a natural convection dominated flow by a parallel dns method. *Computers and Chemical Engineering*, 35(11) :2169–2185, 2011.
- [182] D. Wan and S. Turek. Direct numerical simulation of particulate flow via multigrid fem techniques and the fictitious boundary method. *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, 51(5) :531–566, 2006.
- [183] D Wan and S. Turek. An efficient multigrid-fem method for the simulation of solid-liquid two phase flows. *Journal of Computational and Applied Mathematics*, 203(2) :561–580, 2007.
- [184] H. Wang and R. Skalak. Viscous flow in a cylindrical tube containing a line of spherical

- particles. *Journal of Fluid Mechanics*, 1969.
- [185] C. R. Wildemuth and M. C. Williams. Viscosity of suspensions modeled with a shear-dependent maximum packing fraction. *Rheologica Acta*, 23 :627–635, 1984.
- [186] D.M. Wood. *Soil behaviour and critical state soil mechanics*. Cambridge University Press, Cambridge, England, 1990.
- [187] S. Yimsiri and K. Soga. Micromechanics-based stress-strain behaviour of soils at small strains. *Geotechnique*, 50(5) :559–571, 2000.
- [188] S. Yimsiri and K. Soga. Dem analysis of soil fabric effects on behaviour of sand. *Geotechnique*, 60(6) :483–495, 2010.
- [189] D. Z. Yu, R. W. Mei, L. S. Luo, and W. Shyy. Viscous flow computations with the method of lattice boltzmann equation. *Progress In Aerospace Sciences*, 39(5) :329–367, July 2003.
- [190] Zhaosheng Yu and Anthony Wachs. A fictitious domain method for dynamic simulation of particle sedimentation in bingham fluids. *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*, 145(2–3) :78–91, 9 2007.
- [191] S. Yuu and Y. Fukui. Measurement of fluid resistance correction factor for a sphere moving through a viscous fluid towards a plane surface. *AIChE Journal*, 27(1) :168–170, 1981.
- [192] R. Zhang. Lattice boltzmann method for simulations of liquid-vapor thermal flows. *Physical Review E*, 67(6), 2003.
- [193] Raoyang Zhang. Reply to “comment on lattice boltzmann method for simulations of liquid-vapor thermal flows”. *Physical Review E*, 84(3), 2011.
- [194] Q. Zou and X. He. On pressure and velocity boundary conditions for the lattice boltzmann BGK model. *Physics of Fluids*, 9(6) :1591–1598, 1997.





## **Modélisation numérique des milieux granulaires immergés : initiation et propagation des avalanches dans un fluide**

**Résumé :** Les études présentées dans ce mémoire portent sur la simulation numérique et l'analyse physique des milieux granulaires immergés dans un fluide. Des développements numériques ont été réalisés pour coupler la méthode Lattice Boltzmann pour la dynamique du fluide avec la méthode Contact Dynamics en 2D et avec la méthode Molecular Dynamics en 3D pour la dynamique des grains. Ces outils numériques ont été utilisés pour étudier l'initiation des avalanches sur un plan incliné en fonction de la compacité initiale et de l'angle d'inclinaison en 3D. Les résultats sont en bon accord quantitatif avec les expériences et ont permis de mettre en évidence la stabilisation de la pente granulaire par une pression négative du fluide interstitielle induite par la dilatance, et l'évolution spatiotemporelle des grandeurs telles que la compacité et la déformation de cisaillement. Ces évolutions dans la phase de fluage qui précède la rupture de pente ont pu être mises à l'échelle par un modèle théorique incorporant la loi de Darcy et l'effet de la dilatance sur l'angle de frottement interne. L'analyse de la texture granulaire a révélé la distortion du réseau des contacts pendant le fluage et la saturation de l'anisotropie comme un critère de rupture. La propagation des avalanches granulaires a été étudiée dans une configuration 2D pour deux géométries différentes : 1) l'effondrement et l'étalement d'une colonne sous son propre poids, 2) l'étalement d'une pente sous l'effet d'une énergie cinétique injectée. Nous avons en particulier montré que la distance et la durée d'étalement obéissent à des lois de puissance en fonction du rapport d'aspect initial ou de l'énergie injectée. Le fluide exerce deux effets contradictoires : réduire les temps de relaxation et lubrifier les contacts. Ces effets ont été analysés dans le régime visqueux en fonction des conditions initiales et la viscosité du fluide.

**Mots-clés :** Simulations numériques, méthode de Lattice Boltzmann, matériaux granulaire immergé.

## **Numerical modeling of immersed granular materials : initiation and propagation of avalanches in a fluid**

**Abstract :** By means of numerical simulations, we investigate the behavior of granular materials immersed in a fluid. Numerical developments were carried out to interface the Lattice Boltzmann Method for fluid dynamics with the Contact Dynamics method in 2D and with the Molecular Dynamics method in 3D for the simulation of the grains. Extensive simulations were applied to study the initiation of avalanches in a granular bed inclined at an angle above its angle of repose as a function of the initial packing fraction and slope angle in 3D. The results are in excellent quantitative agreement with the reported experimental data, and show the stabilization of the granular bed by a negative pore overpressure induced by the dilatancy of the bed and the spatiotemporal evolution of the packing fraction and shear deformation. The time evolution of these variables during the creeping phase before slope failure is scaled by a theoretical model accounting for darcian drag forces and the effect of dilatancy on the internal friction coefficient. We also analyzed the granular microstructure, which shows a gradual distortion of the contact network during creep at nearly a constant connectivity and the saturation of the anisotropy at failure. The runout of granular avalanches were investigated in 2D for two different configurations : 1) the collapse of a granular column under its own weight and 2) the runout of a granular pile as a result of kinetic energy supplied directly to the grains. We find power-law dependence of the resulting runout lengths and times with respect to the initial geometry or energy of the system. The time scales are shown to be consequence of two competing effects of the fluid on the grains : reducing relaxation times by viscous friction and lubricating the contacts between grains.

**Key words :** Immersed granular materials, numerical simulations, Lattice Boltzmann method.

