



HAL
open science

Modèles de réapprovisionnement de stocks sous incertitudes et perturbations dans le contexte d'un e-détaillant

Selma-Afakh Khader

► **To cite this version:**

Selma-Afakh Khader. Modèles de réapprovisionnement de stocks sous incertitudes et perturbations dans le contexte d'un e-détaillant. Gestion et management. INSA de Lyon, 2013. Français. NNT : 2013ISAL0096 . tel-00995098

HAL Id: tel-00995098

<https://theses.hal.science/tel-00995098>

Submitted on 22 May 2014

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

N° d'ordre 2013ISAL0096
Année 2013

Thèse

Modèles de réapprovisionnement de stocks sous incertitudes et perturbations dans le contexte d'un e-détaillant

Présentée devant
L'institut National des Sciences Appliquées de Lyon

Pour obtenir
Le grade de docteur

École doctorale Infomaths

Par
Selma-Afakh KHADER

Soutenue le 3 octobre 2013 devant la Commission d'examen

Jury MM.

S. MINNER	Professeur (Technische Universität München)
C. THIERRY	Professeur (Université Toulouse 2 Le Mirail), Rapporteur
A. THOMAS	Professeur (Université de Lorraine)
D. TRENTESAUX	Professeur (Université de Valenciennes), Rapporteur
V. BOTTA-GENOULAZ	Professeur (INSA de Lyon), Directeur de Thèse
J.P. CAMPAGNE	Professeur (INSA de Lyon), Directeur de Thèse
Y. REKIK	Professeur Associé (EMLYON Business School), Co-encadrant

Laboratoire de recherche : Décision et Information pour les Systèmes de Production

Au terme de ces trois années de thèse, j'aimerais exprimer ma gratitude et ma reconnaissance aux personnes qui ont pleinement contribué à l'aboutissement de ce travail.

Je voudrais tout d'abord remercier ma «DREAM TEAM » à savoir, mes directeurs de thèse Monsieur Jean-Pierre Campagne, Madame Valérie Botta-Genoulaz et Monsieur Yacine Rekik, pour m'avoir initié à la réelle signification des termes persévérance et rigueur. Merci d'avoir été là tout le temps pour diriger mes pas sur le chemin de la recherche.

J'aimerais aussi dire un grand merci aux membres du jury pour l'honneur qu'ils m'ont fait de bien vouloir accepter d'évaluer mes travaux. A Monsieur Stephan Minner et Monsieur André Thomas ainsi qu'à mes rapporteurs Monsieur Damien Trentesaux et Madame Caroline Thierry, je voudrais exprimer toute ma reconnaissance pour leurs rapports positifs et constructifs.

Je tiens à exprimer ma reconnaissance envers la région Rhône-Alpes qui a financé cette thèse pendant trois ans. Cette thèse a été effectuée au sein du laboratoire DISP, à tous ses membres Arman, Annie, Lorraine, Thierry, Thibault et Stephane je voudrais dire mon amitié et mes remerciements.

Un merci tout spécial est adressé à Tassedra avec qui j'ai débuté au sein du laboratoire et avec qui j'ai partagé tant de joies et de pleurs tout au long de ces trois années. Merci aussi à Anastasie pour son aide administrative mais aussi et surtout pour tous les moments où elle m'a écoutée et où elle a su trouver les mots pour me remotiver. Je ne saurai oublier Salim qui a toujours su trouver des solutions à mes problèmes techniques et informatiques. A mes collègues de bureau, anciens et actuels, Amanda, Farzad, Giovanni, Yahya, Naoufel, Racherd, Rym et Omar merci d'avoir partagé avec moi tant de fou-rire.

Je voudrais exprimer toute ma reconnaissance au directeur du département Génie Industriel de l'INSA de Lyon : Monsieur Frederic Aranaud et à tous les enseignants pour m'avoir accueilli au sien de leur équipe, ce qui m'a permis de découvrir ma passion pour l'enseignement.

Enfin, je dédie cette thèse à la mémoire de mon papa, Noureddine celui qui restera toujours mon modèle, j'espère qu'il est fier de moi de là où il est. A ma maman Aicha, tous les mots de remerciements ne suffiront pas pour exprimer ma gratitude, merci de m'avoir supportée ces trois années. Je voulais aussi remercier mes frères Nadim et Ali, qui soutiennent leur petite sœur en toute circonstance. Un merci à Cherif, Claudette et Suzon pour m'avoir accueillie au sein leur famille et de m'avoir considéré comme leur propre fille.

A tous mes amis qui ont partagé avec moi mes joies, mes peines et mes pleurs, un grand merci.

Sommaire

Introduction Générale	7
Chapitre 1. Etat de l'art sur les perturbations en gestion de stock.....	13
1.1 Introduction.....	13
1.2 Les risques dans les chaines logistiques	13
1.3 Définition des perturbations en stock.....	16
1.3.1 Perturbations permanentes.....	17
1.3.2 Perturbations temporaires.....	18
1.3.3 Perturbations de transaction.....	19
1.3.4 Perturbations liées au système de réapprovisionnement	19
1.4 Modélisation des perturbations de stock	19
1.4.1 Modélisation additive.....	19
1.4.2 Modélisation multiplicative	20
1.4.3 Modélisation mixte	20
1.5 Détection et correction des perturbations en stock.....	21
1.5.1 Réalisation d'inventaire physique	21
1.5.2 Introduction de nouvelles technologies d'identification des produits	21
1.5.3 Optimisation et prise en compte des perturbations	22
1.6 Différence de l'impact des perturbations pour un détaillant vs e-détaillant	22
1.7 Classification des contributions scientifiques	23
1.8 Synthèse.....	31
Chapitre 2. Etude Empirique sur les perturbations dans le contexte e-détaillant	33
2.1 Introduction.....	33
2.2 Méthodologie d'analyse	33
2.3 Classification des perturbations en famille	34
2.4 Modélisation des perturbations pour chaque famille	36
2.5 Analyse du comportement des stocks en présence des perturbations	39
2.5.1 Identification des produits	39
2.5.2 Politique d'inventaire	39
2.6 Conclusion	41

Introduction Partie II.....	45
Chapitre 3. Modélisation multiplicative des perturbations dans un modèle de réapprovisionnement mono-période	49
3.1 Introduction.....	49
3.2 Modélisation et optimisation mon-période	49
3.2.1 Notations utilisées	49
3.2.2 Modélisation du problème	50
3.3 Application numérique	59
3.3.1 Variation de la quantité à commander par rapport aux paramètres.....	59
3.3.2 Comparaison entre une politique avec prise en compte des perturbations et une politique classique	64
3.4 Comparaison de l'impact des perturbations additives et des perturbations multiplicatives sur la quantité optimale à commander	66
3.5 Conclusion	72
Chapitre 4. Modélisation multiplicative des perturbations dans un modèle de réapprovisionnement sur deux périodes.....	73
4.1 Introduction.....	73
4.2 Modélisation et Optimisation	73
4.2.1 Méthodologie de résolution	74
4.2.2 Dynamique du système et fonction profit global	74
4.2.3 Optimisation et conditions d'existence des solutions d'optimalité	80
4.3 Application numérique	86
4.4 Conclusion	89
Chapitre 5. Modélisation des perturbations dans un contexte e-détaillant et multi-périodes et impact de la technologie RFID	91
5.1 Introduction.....	91
5.2 Une approche d'optimisation basée sur le niveau de service.....	91
5.3 Analyse de la stratégie 1 : Réalisation d'un inventaire périodique pour aligner les stocks IS et PH	95
5.3.1 Etude du problème mono période.....	95
5.3.2 Application numérique pour Y_i^*	99
5.3.3 Extension vers le cas multi-période : optimalité de la solution myopique	

5.3.4	Impact de la réalisation des inventaires physiques	105
5.4	Analyse de la stratégie 2 : éliminer les perturbations par le déploiement de la technologie RFID	116
5.5	Conclusion	119
	Conclusion Générale	121
	Perspectives	123
	Références	125
	Annexe A.....	131

Listes des figures

Figure 2.1. Nombre d'occurrence dans les ajustements pour chaque famille.....	36
Figure 2.2. Variation de la Demande, Réception et Ajustement pour le produit 1	39
Figure 2.3. Variation de la Demande, Réception et Ajustement pour le produit 2	40
Figure 2.4. Variation de la Demande, Réception et Ajustement pour le produit 3	40
Figure 2.5. Variation de la Demande, Réception et Ajustement pour le produit 4	40
Figure 2.6. Variation de la Demande, Réception et Ajustement pour le produit 5	41
Figure Introduction Partie II.1. Système de gestion de stock dans une chaîne logistique étudiée	46
Figure 3.1. σ_{IS}^M en fonction de x et y pour $\mu_{IS}^M = 0.8$ en mono-période.....	58
Figure 3.2. σ_{IS}^M en fonction de x et y pour $\mu_{IS}^M = 1$ en mono-période.....	58
Figure 3.3. Evolution de Y_M^* avec μ_{IS}^M pour différentes valeurs de K , $\mu_{PH}^M = 1$	61
Figure 3.4. Evolution de Y_M^* avec μ_{PH}^M pour différentes valeurs de K , $\mu_{IS}^M = 1$	62
Figure 3.5. Evolution de Y_M^* avec σ_{IS}^M pour différentes valeurs de K , $\mu_{IS}^M = \mu_{PH}^M = 1$..	63
Figure 3.6. Evolution de Y_M^* avec σ_{PH}^M pour différentes valeurs de K , $\mu_{IS}^M = \mu_{PH}^M = 1$.	64
Figure 3.7. Gain en fonctions des différents paramètres d'entrée (moyennes et écart-types).....	65
Figure 3.8. Stratégie de réapprovisionnement optimale : produits à faible marge et modélisation multiplicative	68
Figure 3.9. Stratégie de réapprovisionnement optimale : produits à faible marge et modélisation additive	68
Figure 3.10. Stratégie de réapprovisionnement optimale : produits à forte marge et modélisation multiplicative	68
Figure 3.11. Stratégie de réapprovisionnement optimale : produits à forte marge et modélisation additive	69
Figure 4.1. σ_{IS1} en fonction de w et z pour $\mu_{IS1} = 0.8$	83
Figure 4.2. σ_{IS1} en fonction de w et z pour $\mu_{IS1} = 1$	83
Figure 4.3. Variations de $\frac{\partial^2 \pi_s}{\partial^2 Y_1}(Y_1)$ en fonction de Y_1 dans le cas deux périodes.....	84
Figure 4.4. Y_1^* et Y_2^* fonction de σ_{IS1} et σ_{IS2} pour un produit à forte marge.....	87
Figure 4.5. Y_1^* et Y_2^* fonction de σ_{PH1} et σ_{PH2} pour un produit à forte marge.....	87
Figure 4.6. Y_1^* et Y_2^* fonction de σ_{IS1} et σ_{IS2} pour un produit à faible marge.....	88
Figure 4.7. Y_1^* et Y_2^* fonction de σ_{PH1} et σ_{PH2} pour un produit à faible marge.....	88
Figure 5.1. Variation de Y_i^* pour un produit à forte marge et fort CSL.....	100
Figure 5.2. Variation de Y_i^* pour un produit à forte marge et faible CSL.....	100
Figure 5.3. Variation de Y_i^* pour un produit à faible marge	101

Figure 5.4. Variation de D_i, Y_{ISi}, Y_{PHi}	108
Figure 5.5. Variation de CT en fonction de N	115
Figure 5.6. Variation de CT par rapport au coût variable unitaire	118
Figure 5.7. Comparaison des deux politique P1 et P2	119

Liste des tableaux

Tableau 1.1. Classification des contributions	24
Tableau 2.1. Classification des familles des perturbations	35
Tableau 2.2. Ratio de la famille Damage	37
Tableau 2.3. Ratio de la famille Supplier Errors	37
Tableau 2.4. Ratio de la famille Misplaced	37
Tableau 2.5. Ratio de la famille Technical	37
Tableau 2.6. Ratio de la famille Incorrect	37
Tableau 2.7. Ratio de la famille Returned	38
Tableau 2.8. Références des produits choisis	39
Tableau 3.1. Valeurs prises par les paramètres d'entrée	58
Tableau 3.2. Conditions d'existence de Y_M^*	59
Tableau 3.3. Valeur des paramètres pour la simulation	60
Tableau 3.4. Valeurs des paramètres étudiés	60
Tableau 3.5. Correspondance entre erreur additive et multiplicative	69
Tableau 4.1. Conditions d'existence de Y_2^*	81
Tableau 4.2. Conditions d'existence Y_1^*	85
Tableau 4.3. Valeurs des paramètres de l'étude numérique	86
Tableau 5.1. Différents valeurs des scénarii de simulation multi-périodes	111

Introduction Générale

Une chaîne logistique est un réseau global d'organisations qui coopèrent pour réduire les coûts et augmenter la vitesse des flux de matières et d'informations entre les fournisseurs et les clients et ayant comme objectif la satisfaction du client final (Govil and Proth, 2002). Une chaîne logistique est typiquement constituée d'un ensemble de fournisseurs, d'un ou plusieurs fabricants / assembleurs, d'un ensemble de distributeurs et des clients finaux à satisfaire. Trois flux, physique, informationnel et financier, circulant entre ces différents acteurs. Les activités de la chaîne et les relations entre acteurs reposent sur une connaissance exacte des flux physiques, et par conséquent sur une bonne synchronisation des flux physiques et informationnels.

L'optimisation d'une telle chaîne logistique et la performance de chacun de ses acteurs reposent en particulier sur le choix des méthodes de gestion de stock, et la détermination des différents paramètres associés, aux différents nœuds de la chaîne. Or, l'une des hypothèses implicites faite dans les modèles classiques de gestion des stocks est que la quantité de produits dans le système physique est égale à la quantité de produits dans le système d'information. En d'autres termes, la littérature classique en gestion des stocks suppose une synchronisation parfaite entre le flux de matière et le flux d'information. Ceci suppose par exemple que, pour un article donné, la quantité livrée corresponde exactement à la quantité commandée (qu'il n'y ait aucune erreur dans le processus de saisie de données, que tous les produits soient conformes ...). Ceci suppose également l'absence de toute perturbation en interne dans l'entrepôt de stockage qui risque de faire dévier le flux informationnel du flux physique. Cependant, divers facteurs peuvent créer une différence entre le flux physique et le flux informationnel. Une telle différence (perturbations sur les quantités en stock), peut être un obstacle majeur à la performance d'une entreprise (Kök and Shang, 2007). L'écart entre la quantité en stock lue dans le système d'information (IS) et la quantité réellement disponible dans le système physique (PH) est l'une des principales incertitudes en gestion de stock.

Depuis quelques années émergent de nouvelles technologies d'identification automatique des produits assurant une meilleure visibilité du flux physique avec des informations précises et fiables disponibles en temps réel, comme la technologie RFID («Radio Frequency IDentification», en français «Identification par Radio Fréquence»). Cette technologie permet en particulier d'améliorer la traçabilité de tout type de produits. Et pour les acteurs d'une chaîne logistique, cela permet de connaître en permanence et instantanément l'état des stocks, voire de suivre à la trace un produit égaré ou volé et d'anticiper sa détérioration éventuelle.

La différence entre les quantités dans le stock physique et les quantités inscrites dans le système d'information peut provenir d'erreurs d'exécution, de transaction, de vol,... Dans le contexte d'un e-détaillant, le stock IS joue un rôle primordial dans le processus

de satisfaction de la demande, puisque c'est sur la confrontation entre la demande du client final et les quantités figurant dans le Système d'Information que repose la promesse de vente. En présence de perturbations (si la quantité PH est inférieure à la quantité IS), cette promesse de vente peut ne pas être respectée, engendrant des pénalités additionnelles importantes pour l'e-détaillant. Il est à noter que ce mode de satisfaction de la demande reposant dans un premier temps sur la quantité IS, est celui pratiqué par la majorité des acteurs des chaînes logistiques tels que les grossistes, les fournisseurs, à l'exception du détaillant.

Dans la littérature, les perturbations (ou erreurs) en gestion des stocks ont été principalement étudiées dans le contexte du détaillant, contexte dans lequel le client final est supposé être présent physiquement dans le magasin pour confronter sa demande aux quantités disponibles et exposées sur les rayons (PH).

L'objet de cette recherche est la modélisation et l'étude de l'impact de la prise en compte des perturbations sur les politiques de réapprovisionnement pour un e-détaillant.

Ce travail de thèse étend la littérature autour des perturbations en gestion des stocks afin de couvrir le contexte de l'e-détaillant dans lequel les clients finaux passent leurs commandes à distance et où le système d'information joue un rôle important dans le processus de satisfaction de leurs commandes. Ce mémoire est structuré en deux parties : Dans la Partie I nous motivons la contribution de ce travail par deux constats. Le premier est associé au nombre très restreint de travaux de recherche étudiant les perturbations dans le contexte e-détaillant. Le deuxième constat est empirique et concerne la présence et l'impact très important de ces perturbations dans le contexte e-détaillant. Cette première partie est composée de deux chapitres :

- Le chapitre 1 constitue une revue de littérature sur les perturbations en gestion de stock. Les articles y sont classifiés par type de perturbations (permanentes, temporaires, transaction fournisseurs non fiable), par type de détaillant (détaillant classique ou e-détaillant) et par méthodes d'élimination des perturbations. Les différentes manières de modéliser ces perturbations sont également introduites.
- Le chapitre 2 présente une étude empirique des perturbations dans une entreprise e-détaillant basée en Angleterre. Cette étude vise à mettre en évidence l'existence et l'impact des perturbations entre le système physique et le système d'information, moyennant des études statistiques.

La partie II présente nos contributions théoriques. Nous avons étudié l'impact de la prise en compte de ces perturbations sur la politique de stockage dans un contexte e-détaillant en faisant l'hypothèse d'une configuration multiplicative des perturbations. Nous avons proposé deux modèles de réapprovisionnement, mono- et deux- périodes afin d'optimiser le profit du e-détaillant, ainsi qu'un troisième modèle de réapprovisionnement en vue de l'étude de l'impact des perturbations pour un problème multi-période. Cette deuxième partie est composée de trois chapitres :

- Le chapitre 3 présente une étude de l'impact des perturbations pouvant affecter le système physique et le système informationnel dans le cadre d'un e-détaillant avec une modélisation multiplicative des perturbations. Un premier modèle de réapprovisionnement mono-période est développé. Il consiste en une extension du modèle classique de vendeur de journaux au contexte du e-détaillant. Par la suite, nous montrons, par une étude analytique de l'impact des deux types de modélisation des perturbations, additive et multiplicative, qu'une modélisation multiplicative est moins pénalisante qu'une modélisation additive.
- Le chapitre 4 présente une extension du premier modèle au cas deux périodes. Par une résolution exacte de ce modèle nous avons démontré que le comportement des quantités optimales était non monotone et qu'une politique myopique n'est pas optimale pour le cas multi-périodes. A partir d'une étude numérique nous avons énoncé des propositions managériales concernant les quantités à commander pour les deux périodes.
- Le chapitre 5 présente un troisième modèle de réapprovisionnement, modèle multi-périodes dont l'optimisation est conjointement basée sur les coûts et le niveau de service proposé aux clients finaux. Une étude analytique et numérique nous permet alors une comparaison très constructive entre deux stratégies permettant de faire face au problème des perturbations : la réalisation d'inventaires physique à intervalle fixe et l'introduction de la technologie RFID afin d'aligner le niveau de stock dans le IS sur le stock PH.

Nous terminons ce mémoire par une conclusion résumant les travaux réalisés et présentant nos perspectives de recherches futures.

Partie I

Chapitre 1. Etat de l'art sur les perturbations en gestion de stock

1.1 Introduction

Le but de ce chapitre est de proposer une revue de littérature approfondie sur les perturbations en stock qui peuvent impacter la chaîne logistique, sur les approches visant à les éliminer ou les contenir, ainsi que sur les travaux visant à en mesurer les impacts et à les prendre en compte dans la gestion des stocks. Nous nous focalisons en particulier sur les perturbations qui peuvent toucher les flux physique et informationnel et nous décrivons les conséquences négatives qu'elles peuvent avoir sur les performances de la chaîne logistique. Nous proposons une classification de la revue de littérature autour des perturbations sur les flux.

Dans ce chapitre nous présentons une vision globale sur la chaîne logistique et la gestion des risques dans la chaîne logistique. Ensuite nous nous focalisons sur les perturbations en stock et nous présentons une classification quantitative des contributions, et nous détaillons un certain nombre d'entre elles.

1.2 Les risques dans les chaînes logistiques

Tout d'abord nous commençons par définir les concepts de base de Chaîne Logistique (CL), de gestion de la chaîne logistique et introduisons la notion de risque et de sa gestion dans une chaîne logistique.

Pour les définitions des concepts de la CL, nous nous sommes inspirés des travaux de (Botta-Genoulaz, 2010).

Dans la littérature il existe plusieurs définitions de la chaîne logistique en fonction de l'orientation qu'on lui donne :

- Orientée produit : Une chaîne logistique est un réseau d'installations qui assure les fonctions d'approvisionnement en matières premières, de transformation de ces matières premières en composants puis en produits finis, et de distribution des produits finis vers le client (Lee and Billington, 1993).
- Orientée entité : Une chaîne logistique est le système grâce auquel les entreprises amènent leurs produits et leurs services jusqu'à leurs clients (Poirier and Reiter, 2001).
- Orientée client : Une chaîne logistique est un réseau global d'organisations qui coopèrent pour réduire les coûts et augmenter la vitesse des flux de matières et d'informations entre les fournisseurs et les clients. L'objectif de la chaîne logistique est la satisfaction du client (Govil and Proth, 2002).

- Orientée activité : Une chaîne logistique est toutes les activités impliquées dans la livraison d'un produit depuis le stade de matière première jusqu'au client en incluant l'approvisionnement en matières premières et produits semi-finis, la fabrication et l'assemblage, l'entreposage et le suivi des stocks, la saisie et la gestion des ordres de fabrication, la distribution sur tous les canaux, la livraison au client et le système d'information permettant le suivi de toutes ces activités (Lummus and Vokurka, 2004).

Dans notre travail nous utilisons principalement une définition orientée activité et nous adoptons en particulier celle proposée par (Cheyroux, 2003) :

Une chaîne logistique est un réseau de sites, indépendants ou pas, participant aux activités d'approvisionnement, de fabrication, de stockage et de distribution liées à la commercialisation d'un produit ou d'un service.

Comme pour la chaîne logistique, plusieurs définitions existent pour la gestion de la chaîne logistique (Supply Chain Management). Celle utilisée dans nos travaux est donnée par (Semchi-levi, 2003).

La gestion d'une chaîne logistique est un ensemble d'approches utilisées pour intégrer efficacement les fournisseurs, les producteurs, les distributeurs et les détaillants de façon à garantir la production et la distribution des produits finis au bon moment, au bon endroit, en bonne quantité, en respectant les exigences des clients finaux et ce, à moindre coût.

Les aspects de la chaîne logistique qui ont été traités dans la littérature sont :

- la gestion des stocks,
- la gestion des transports,
- la production,
- la gestion des risques,
- l'évaluation de performance,
- la coopération entre les entités,
- l'impact environnemental et sociétal,
- le système d'information (ERP).

La gestion du risque dans une chaîne logistique est définie comme étant l'identification, l'évaluation et la diminution des perturbations potentielles dans un réseau logistique afin de réduire leur impact négatif sur la performance de la chaîne logistique (The Supply Chain Council, 2008).

En raison du contexte global et externalisé de la chaîne logistique (recours à plusieurs fournisseurs, sous-traitance, internalisation et externalisation des activités..), les risques et les perturbations croissent simultanément. Ces perturbations peuvent avoir un impact très important sur la performance de la CL sur le long terme. Dans (Tan, 2001), l'auteur rapporte que Ericsson a perdu 400 millions d'Euros après que son fournisseur de semi-conducteur ait pris feu en 2000. Dans leur étude Hendricks and Singhal, (2005)

rapportent que les entreprises sujettes à des perturbations ont un rendement inférieur aux autres industries de leur secteur de 33 à 40%.

Les risques dans la CL ont été largement étudiés dans la littérature. Les sources ont été identifiées comme provenant :

- des entités : des risques inhérents à l'entité et ses activités internes,
- des relations : la CL est basée sur les relations existantes entre les entités, et ces relations peuvent être une source de risques pour une entité,
- de l'environnement : les désastres naturels ou provoqués par l'homme.

La gestion des risques dans la CL a fait l'objet de plusieurs revues de littérature : nous pouvons citer à titre d'exemple les travaux de Roa and Goldsby (2009), Natarajathinam (2009), Tang and Musa (2010), Ghadge and Dani (2012) et Colicchia (2012).

Ghadge and Dani (2012) classent les publications selon trois catégories de risques :

- Les risques liés aux entités de la CL :
 - Les risques sur la gestion des stocks : les stocks constituent une entité cruciale dont la gestion a une conséquence directe sur les performances de la CL.
 - Les risques sur les processus : différentes perturbations peuvent survenir et impacter les activités de la CL ainsi que dans les flux physiques et/ou informationnels qui lient les différentes entités de la CL.
 - Les risques sur la qualité : liés au système de production et à la fiabilité des fournisseurs et de la sous-traitance.
- Les risques liés aux relations entre les entités de la CL : ces risques sont inhérents à l'interaction qui existe entre les entités de la CL. La fiabilité des fournisseurs et l'incertitude de la demande sont parmi les risques les plus étudiés dans la littérature car ils sont extrinsèques.
- Les risques liés à l'environnement de la CL : ils sont définis comme étant les événements externes pouvant avoir un impact direct ou indirect sur la performance de la CL. Ces risques incluent à titre d'exemple la météo, les catastrophes naturelles, les décisions politiques ou fiscales... Il est à noter que la communauté scientifique s'intéresse de plus en plus à ce type de risques suite aux récents événements dans le monde politique et économique et sur la scène internationale.

Dans la littérature existante sur la gestion des risques, les contributions traitant des risques en gestion de stock se concentrent principalement sur l'impact de l'incertitude de la demande et du risque de tomber en rupture de stock ou bien d'être en sur-stockage.

Mais dans la fonction gestion de stock, il existe un autre type de risque tout aussi conséquent sur les entités qui est les perturbations en stock, communément appelé en

anglais « Inventory Inaccuracy », défini comme la différence qui peut exister entre la quantité inscrite dans le système d'information et celle qui est réellement disponible dans le stock physique. Dans nos travaux nous nous sommes intéressés à ce type de risque et à l'impact qu'il peut avoir sur la performance de la chaîne logistique que nous évaluerons à travers la fonction profit ou coût. Dans ce qui suit nous présentons l'état de l'art effectué sur les perturbations en stock.

1.3 Définition des perturbations en stock

La majorité des modèles développés dans la littérature en gestion des stocks suppose une égalité parfaite entre la quantité que le Système d'Information (IS) montre et celle qui est réellement disponible dans le Stock Physique (PH). En effet, les processus d'approvisionnement auprès des fournisseurs, de réception, de comptage et stockage des produits ainsi que la mise à jour du IS sont implicitement supposés parfaits et synchronisés et non sujets à des perturbations administratives, humaines ou informatiques.

Cependant plusieurs facteurs peuvent perturber la synchronisation implicitement supposée du IS et du PH et créer ainsi une différence qui, si non prise en compte, peut impacter directement la performance économique ainsi que la satisfaction des clients. Cette différence de quantité entre IS et PH, communément connue dans la littérature sous l'appellation inexactitude des stocks – inventory inaccuracy (Iglehart and Morey, 1972), peut engendrer un impact majeur sur la performance d'une entreprise.

La mesure de ces perturbations peut se faire en pourcentage, comme Bernard (1999) qui la calcule comme étant le ratio entre les quantités en stock IS et stock PH. D'autres auteurs comme Martin and Goodrich (1987) les calculent comme étant la différence en dollars entre la quantité en stock IS et la quantité en stock PH.

Les perturbations impactant les flux physique et informationnel ont fait l'objet d'un certain nombre d'études empiriques qui ont montré et quantifié leurs ordres de grandeur (Besinger, 2006) :

- UCCnet (2003) estime que 30% des informations enregistrées dans les systèmes d'information dans le secteur de la grande distribution sont inexactes.
- Gentry (2005) estime que les perturbations représentent une perte de 142 millions de dollars ou l'équivalent de 21000 containers pour la chaîne de grande distribution « The Limited ».
- Dans un autre contexte, Wang *et al.* (2002) montrent que 70% des ordres de fabrications contenaient des perturbations dans une étude menée auprès d'un grand fabricant.
- D'une façon plus générale, Eckerson (2002) montre que 40% des entreprises souffrent de pertes, coûts additionnels et problèmes opérationnels dus à la mauvaise qualité des données.

- Reddy (2003) estime que les coûts associés aux perturbations représentent en moyenne 0.2% à 1.9% du coût total du stock.

Les perturbations (erreurs) dans les niveaux de stock PH et IS peuvent provenir de plusieurs sources pouvant être classées selon quatre catégories (Rekik, 2006) :

1.3.1 Perturbations permanentes

Les perturbations permanentes affectent principalement le stock PH sans que le stock IS détecte ces perturbations. Ces perturbations permanentes peuvent être classées en deux sous catégories :

- Les perturbations qui résultent de produits endommagés ou détériorés : des produits endommagés ou détériorés non détectés par le système d'information constituent une source de non-alignement entre les stocks PH et IS. Ketzenberg and Ferguson (2006) montrent que les produits périssables (en particulier dans les secteurs agroalimentaire et pharmaceutique) représentent plus de 200 billions de dollars par an pour les ventes aux Etats Unis. Les auteurs estiment le pourcentage des pertes à 15% à cause des dommages et détériorations que subissent les produits. Bensoussan *et al.* (2005) donnent des exemples dans le secteur textile et prêt-à-porter où les perturbations peuvent provenir de plusieurs sources telles que : i) les vêtements déchirés lors de leur retrait de l'emballage, ii) marcher sur des vêtements lors de l'essayage, ou iii) les salir par la nourriture ou tout simplement iv) effacer le contenu du logiciel de gestion des stocks pendant une démonstration. Ces produits endommagés peuvent ne pas être détectés par le gestionnaire des stocks jusqu'à la réalisation d'un inventaire, ce qui aggrave encore plus la situation et dégrade davantage les performances. A ce propos, Deloitte (2008) ont présenté une étude réalisée par le comité mixte de pilotage des produits invendus (Joint Industry Unsaleables Steering committee) qui a été réalisée sur un ensemble de 73 producteurs et détaillants. D'après cette étude le coût des produits alimentaires et des produits d'épicerie invendus s'élève à 1,21% des ventes totales aux Etats Unis. Les produits endommagés représentent 48% des invendus suivis par les produits dont la date d'expiration est dépassée qui représentent 17% des invendus. Les produits cosmétiques présentent eux aussi un fort taux d'invendus dus principalement à l'apparition régulière de nouveaux produits sur le marché.
- Les perturbations qui résultent des produits volés : ces perturbations peuvent être dues à des vols internes ou externes, des vols à l'étalage ou bien des fraudes du vendeur. Dans un projet de recherche, le comité ECR¹ (Efficient Consumer Response Europe, 2003) analyse les causes des perturbations permanentes en gestion de stocks et propose une démarche collaborative afin de réduire le phénomène de vol à travers la CL. Le comité ECR définit les perturbations

¹ <http://www.ecr.org/>

permanentes comme étant les perturbations dans les processus, la diminution des niveaux du stock physique ainsi que les vols internes et externes. Le rapport du comité mentionne que la perte engendrée par les produits volés s'élève à 24 milliard d'euros en 2003, ce qui représente en pourcentage 2.41% du chiffre d'affaire total. Les perturbations dans les processus représente 27% du total des perturbations, 7% les contractions du stock, 28% les vols internes et 38% les vols externes. Pour le marché américain, le groupe de recherche de la grande distribution National Supermarket Research Group (2001) estime dans une étude, que le montant des vols internes et externes, des perturbations de réceptions, des produits endommagés, des perturbations de comptage et des perturbations dans les prix de vente s'élèvent à 2.3% des ventes.

1.3.2 Perturbations temporaires

Les perturbations temporaires sur le stock PH affectent le système physique en laissant le stock IS inchangé. Ce type de perturbations apparaît quand un produit n'est pas disponible à la vente de manière temporaire. Ces produits sont bien comptabilisés dans le stock IS mais sont temporairement indisponibles à la vente à cause de la non-connaissance de leur emplacement réel. En effet, les produits peuvent être mal rangés dans le magasin ou entrepôt de stockage (mauvais emplacement ou rayon). Avec ce type de perturbations, la disponibilité à la vente d'un produit diminue par contre le coût de stockage est toujours payé par l'entreprise vu que le produit est physiquement immobilisé dans le stock. Chapell *et al.* (2002) présentent principalement deux sources qui peuvent engendrer les perturbations temporaires :

- Le client qui se sert dans un rayon et ne remet pas le produit à sa place en cas de désistement.
- L'employé qui ne range pas le produit au bon endroit au bon moment.

Dans une étude récente, Ton and Raman (2010) ont effectué une étude empirique sur 333 magasins de Borders Group inc. qui démontre que l'accroissement de la diversité du produit ainsi que le niveau de stock par produit dans un magasin sont deux facteurs associés à l'augmentation des perturbations de mal rangement des produits. Ils établissent également un lien direct entre ces perturbations et la diminution des ventes dans un magasin. Camdereli and Swaminathan (2010) démontrent l'existence des perturbations temporaires dans les rayons, avec une étude dans les entrepôts de l'entreprise G.T interactive (créateur de jeux électroniques) qui souffre d'une faible productivité à cause du mauvais emplacement des produits dans les entrepôts de stockage. Raman *et al.* (2001), via une autre étude empirique menée auprès de l'entreprise Gamma et Beta, font le constat que 1 client sur 6 ne trouve pas le produit souhaité à cause de ces perturbations et que ceci engendre une perte de 10% du profit du détaillant.

1.3.3 Perturbations de transaction

Ce type de perturbations introduit des perturbations dans le stock IS tandis que le stock dans le PH demeure inchangé.

Les perturbations de transaction, d'enregistrement ou de mise à jour du système d'information apparaissent généralement lors des mouvements des stocks (réception d'une commande, son inspection et son enregistrement dans le système informatique). Par exemple, saisir un 7 au lieu d'un 5 au moment de l'enregistrement de la marchandise reçue ou scanner le même produit plusieurs fois au lieu de plusieurs produits séparément (DeHoratius *et al.*, 2008). Ces perturbations peuvent engendrer une augmentation ou une diminution du stock dans le système d'information. Kang and Gershwin (2005) présentent une étude développée auprès d'un grand acteur de la grande distribution aux Etats Unis. Ils constatent que les informations concernant le stock IS étaient exactes uniquement pour 70-75% des références dans le magasin le plus performant et pour le magasin le moins performant ce pourcentage tombe à 51% seulement des références. Les auteurs constatent également que pour une référence sur quatre, l'écart entre le stock IS et le stock PH est supérieur à 6 unités. Dans une autre étude empirique menée auprès de l'entreprise Gamma, DeHoratius and Raman (2008) font le constat que 65% des 369567 enregistrements stockés dans les bases de données d'un détaillant possédant 37 magasins sont inexacts. La différence entre le stock IS et le stock PH est égale à 35% environ de la quantité trouvée sur les étagères du détaillant.

1.3.4 Perturbations liées au système de réapprovisionnement

Un système de réapprovisionnement est dit fiable si la quantité livrée est égale à la quantité commandée. Or différentes perturbations lors de l'enregistrement des réceptions, du transport ou de la réception peuvent affecter cette fiabilité. En l'absence d'une inspection lors de la réception des marchandises, cette différence entre quantité commandée et quantité livrée peut se transformer en une différence entre les stocks PH et IS. Yano and Lee (1995) présentent une revue de littérature qui résume les contributions réalisées avec ce type de perturbations.

1.4 Modélisation des perturbations de stock

Pour modéliser les perturbations qui impactent les stocks physique et informationnel, deux configurations existent dans la littérature :

1.4.1 Modélisation additive

Les quantités IS et PH sont modélisées comme étant la quantité commandée auprès des fournisseurs à laquelle s'additionne une variable aléatoire qui caractérise les perturbations sur les quantités IS et PH :

$$Q_j = Q + e_j \quad j \in \{IS, PH\}$$

où Q désigne la quantité commandée et e_j désigne la variable aléatoire décrivant les perturbations.

Les perturbations ayant pour sources les perturbations de transaction ou d'enregistrement peuvent être modélisées comme étant additives car leur réalisation peut être indépendante de la quantité commandée auprès du fournisseur : taper 5 au lieu de 7 lors de la mise à jour du système d'information n'est pas forcément dépendant de la quantité à mettre à jour. Dans le même sens les perturbations administratives de commande, de transport ou de réception peuvent légitimement être modélisées comme étant additives.

1.4.2 Modélisation multiplicative

Dans ce cas, les quantités IS et PH sont modélisées sous la forme d'un pourcentage de la quantité commandée et dans ce cas elles s'écrivent sous la forme de cette quantité commandée multipliée par une variable aléatoire qui caractérise les perturbations sur les stocks IS et PH :

$$Q_j = \gamma_j Q \quad j \in \{IS, PH\}$$

où Q désigne la quantité commandée et γ_j la variable aléatoire décrivant les perturbations. Les perturbations ayant comme sources le vol ou la détérioration d'un produit peuvent être modélisées comme étant multiplicatives car l'ampleur et la variabilité de ces perturbations dépendent de la quantité commandée auprès des fournisseurs. Ces perturbations multiplicatives sont aussi bien connues dans la littérature qui considère les fournisseurs ou les systèmes de production non fiables où la quantité produite est modélisée comme étant un ratio de la quantité introduite initialement dans le système de production. Cette modélisation, intitulée également modélisation proportionnelle et stochastique, a fait l'objet de nombreuses publications dans le cadre de système de production non fiables, (Noor and Keller, 1986 ; Rekik *et al.*, 2007 et Inderfurth and Vogelgesang, 2010)

Dans certains travaux (Sheppard and Brown, 1993; Rekik and Sahin, 2012), les perturbations peuvent être assimilées à des demandes fantômes non détectées par le gestionnaire du stock et qui diminuent les niveaux des stocks IS et PH. Dans un tel cas, les perturbations sont modélisées d'une façon multiplicative mais fonction de la demande réelle des clients. Les auteurs motivent ce choix de modélisation par le fait que certaines sources de perturbations telles que le vol sont fonction des clients présents dans le magasin et des mouvements des stocks : plus il y a du monde dans le magasin, plus la probabilité d'avoir un vol ou un produit détérioré augmente.

1.4.3 Modélisation mixte

Ce type de modélisation est la généralisation des deux modélisations additives et multiplicatives décrites précédemment. Dans un tel cas les stocks IS et PH s'écrivent :

$$Q_j = \gamma_j Q + e_j \quad j \in \{IS, PH\}$$

où Q désigne la quantité commandée, e_j et γ_j les variables aléatoire décrivant respectivement les perturbations additives et multiplicatives.

Il est à noter que la plupart des investigations théoriques dans ce domaine de recherche considère généralement une seule source de perturbation. Rares sont les auteurs qui combinent plusieurs sources. Nous proposons ultérieurement dans le tableau 1.1 une classification des publications dans ce domaine qui prend en compte le type de perturbations traitées.

1.5 Détection et correction des perturbations en stock

A cause des perturbations décrites précédemment, les niveaux de stock IS et PH dévient mais cette déviation est détectable dans le temps en particulier quand le système est dynamique. La correction, voire suppression de cette déviation se fait grâce à certaines actions que nous décrivons dans ce qui suit.

1.5.1 Réalisation d'inventaire physique

La déviation des stocks IS et PH peut être détectée grâce à un inventaire physique dont le but est de mettre à jour la quantité dans le système d'information en fonction de ce qui est réellement constaté physiquement. Cet inventaire physique peut être parfait avec un alignement sans faute entre les stocks IS et PH, comme il peut être imparfait avec des perturbations d'inspection et de comptage qui laissent la déviation existante mais généralement moins importante.

L'inventaire physique coûte en ressources humaines, matérielles et financières et est donc une alternative à optimiser. La fréquence des inventaires et le choix des produits à inspecter sont donc des variables de décision à optimiser car ils contribuent directement à la fonction objective du gestionnaire des stocks. Nous présentons dans le tableau récapitulatif de notre revue de littérature (Tableau 1.1), les publications qui ont utilisé l'inventaire physique comme moyen pour faire face aux perturbations dans les stocks comme (Kök and Shang, 2007) qui ont développé un modèle multi-période avec pour variable de décision pour chaque période la quantité à commander auprès du fournisseur ainsi que la réalisation ou pas d'un inventaire afin d'éliminer les perturbations et d'aligner les quantités dans IS et PH.

1.5.2 Introduction de nouvelles technologies d'identification des produits

Depuis quelques années les technologies d'identification automatique des produits émergent afin de permettre une meilleure visibilité du flux physique avec des informations précises et fiables disponibles en temps réel, comme la technologie RFID (« Radio Frequency IDentification », en français « Identification par Radio Fréquence »). Cette technologie se présente sous forme d'étiquettes adhésives, les « tags », intégrant puce et antennes. Ces étiquettes intelligentes permettent d'identifier les produits, mais aussi de récolter diverses informations à partir de leurs micro-capteurs. L'étiquette RFID est le support du système EPC (Electronic Product Code, soit Code produit électronique), représentant « le réseau de la traçabilité des objets ». Il prévoit notamment l'identification unitaire des objets (étiquettes à codification séquentielle) et se rattache à un réseau de partage des données sur Internet. EPC a été impulsé par les grands acteurs mondiaux de

l'industrie du commerce et des systèmes d'information. Il a été développé par le MIT (Massachusetts Institute of Technology). En France, c'est EPC Global France, émanation de GS1-France qui en assure le développement et la promotion. En intégrant la technologie RFID, De Kok *et al.* (2008), Rekik *et al.* (2008), Uçkun *et al.* (2008), Dai and Tseng (2009) et Rekik *et al.* (2009) supposent la diminution voire même la disparition de ces perturbations et donc une meilleure traçabilité des produits dans les entrepôts de stockage.

1.5.3 Optimisation et prise en compte des perturbations

Les perturbations si elles ne sont pas éliminées peuvent être soit ignorées jusqu'à la réalisation d'un inventaire physique, soit prises en compte dans l'optimisation de la politique de gestion des stocks.

- Si les perturbations sont ignorées ou tout simplement non détectées, le gestionnaire des stocks applique une politique classique de réapprovisionnement qui ne prend pas en compte les paramètres de ces perturbations. Dans ce cas, les performances du système sont fortement dégradées car il est en situation sous-optimale avec un fort risque de rupture de stock.
- Si les perturbations sont estimées et prises en compte lors de l'établissement de la politique de réapprovisionnement, le gestionnaire des stocks intègre leurs distributions dans sa recherche de la solution optimale. Cette intégration des perturbations peut considérablement améliorer les performances du système à condition de bien estimer leurs paramètres. Pergamalis (2002) propose l'utilisation de tests statistiques afin de mesurer le niveau de perturbation dans un système de stock.

1.6 Différence de l'impact des perturbations pour un détaillant vs e-détaillant

Tout au long de ce mémoire nous distinguons deux contextes de vente des produits finis aux clients (B to C):

- Le contexte du détaillant qui correspond au cas d'un magasin physique où les clients finaux sont physiquement présents dans le magasin afin de confronter leur demande aux quantités disponibles et exposées sur les rayons, i.e. (le stock PH). Dans ce contexte, le stock IS, bien que composante importante pour la gestion du stock, ne joue pas un rôle majeur dans le processus de satisfaction de la demande des clients finaux car ces derniers consomment les produits disponibles sur les rayons.
- Le contexte du e-détaillant ou du grossiste qui correspond au cas où les clients finaux passent leurs commandes à distance avec un processus de satisfaction principalement basé sur les quantités que fait apparaître le système d'information.

Dans le contexte de l'e-détaillant ou du grossiste, le client final passe sa commande derrière un écran ou par téléphone et sa demande est directement confrontée à la quantité disponible dans le stock IS. La quantité dans le IS joue un premier rôle dans le processus de satisfaction de la demande puisque la confrontation de la demande du client final à la quantité dans le IS engendre un engagement de vente. Cet engagement doit normalement par la suite être honoré lors de la livraison au client si la quantité IS traduit bien la quantité PH. Dans le cas de perturbations, si le stock PH est inférieur au stock IS, cet engagement peut ne pas être respecté, ce qui engendre des pénalités additionnelles. Pour la fonction économique de l'e-détaillant, il est à noter que la non-satisfaction d'un engagement de vente est plus pénalisante qu'une vente non acceptée.

Il est à noter que, ce mode d'acceptation des commandes, qui se base principalement sur la quantité IS, correspond à la majorité des acteurs de la chaîne logistique qui fonctionnent en B-to-B. Le faible nombre de travaux réalisés sur les perturbations en stock dans le cadre du B to B peut s'expliquer par le fait que l'entreprise possède : un délai de réalisation (pour une production sur commande) ou un stock de sécurité (production sur stock), mais aussi les clients pour les entreprises en B to B sont référencés et connus contrairement au e-détaillant (clients inconnus) et donc l'entreprise peut négocier avec eux.

Dans la classification que nous proposons dans le Tableau 1.1 et pour la suite de ce mémoire, ce que nous présentons dans un contexte e-détaillant reste valable pour toute entreprise se basant sur la quantité IS pour l'acceptation de la demande et sur la quantité PH pour la livraison.

1.7 Classification des contributions scientifiques

Dans cette section nous proposons une classification des articles scientifiques traitant des perturbations en gestion de stocks.

En dehors des articles traitant de la non fiabilité des fournisseurs et des systèmes de production, toutes les autres sources de perturbations ont fait l'objet d'un nombre restreint de publications. Suite à un intérêt récent (depuis une dizaine d'année) et croissant de la communauté scientifique aux nouvelles technologies d'identification des produits telles que la technologie RFID, le nombre de travaux a augmenté. Deux revues de littérature (Delauney, 2007 ; Rezik, 2010) ont été réalisés pour classer les publications scientifiques dans ce domaine de recherche en se basant sur plusieurs critères telles que le type de perturbations, le type de modélisation et le nombre de périodes...

Dans cette section, nous actualisons ces revues de littérature en nous focalisant sur trois critères (Tableau 1.1) :

- Le type de perturbations traitées (permanentes, temporaires, fournisseurs non fiable, transaction) ;
- Le moyen d'éliminer ces perturbations (inventaire physique, introduction d'une nouvelle technologie, prise en compte et optimisation des perturbations) ;
- Le contexte (détaillant ou e-détaillant).

Tableau 1.1. Classification des contributions

Références	Type de perturbations				Méthodes de Diminution des perturbations			Contexte		Type de modèle développé
	Permanent	Temporaires	Fournisseur non fiable	Transaction	Inventaire physique	Application nouvelle technologie	Optimisation	Détaillant	e-détaillant	
(Iglehart and Morey, 1972)				*			*	*		Optimisation
(Shih, 1980)			*				*	*		Optimisation
(Noori and Keller, 1984)			*				*	*		Optimisation
(Gerchak <i>et al.</i> , 1986)			*				*	*		Optimisation
(Ehrhardt and Taube, 1987)			*				*	*		Optimisation
(Henig and Gerchak, 1989)			*				*	*		Optimisation
(Yano and Lee, 1995)			*				*	*		Optimisation
(Raman <i>et al.</i> , 2001)		*		*			*	*		Optimisation
(Sandoh and Shimamoto, 2001)	*	*	*	*	*			*		Optimisation
(Sahin, 2004)	*	*	*	*		*	*	*	*	Optimisation
(Bensoussan <i>et al.</i> , 2005)	*	*			*			*		Optimisation
(Camdereli and Swaminathan, 2005)		*					*	*		Optimisation
(Fleisch and Tellkamp, 2005)	*	*	*					*		Simulation
(Kang and Gershwin, 2005)	*				*	*	*	*		Simulation

Références	Type de perturbations				Méthodes de Diminution des perturbations			Contexte		Type de modèle développé
	Permanentés	Temporaires	Fournisseur non fiable	Transaction	Inventaire physique	Application nouvelle technologie	Optimisation	Détaillant	e-détaillant	
(Delen <i>et al.</i> , 2007)			*			*		*		Simulation
(Heese, 2007)	*					*		*		Optimisation
(Kök and Shang, 2007)	*				*			*		Optimisation
(Lee and Özer, 2007)	*	*		*	*	*		*		Optimisation
(Rekik <i>et al.</i> 2007)			*				*	*		Optimisation
(De Kok <i>et al.</i> , 2008)	*				*	*		*		Optimisation
(DeHoratius and Raman, 2008)				*				*		Simulation
(DeHoratius <i>et al.</i> , 2008)	*				*		*	*		Optimisation et Simulation
(Rekik <i>et al.</i> , 2008)		*					*	*		Optimisation
(Szmerekovsky and Zhang, 2008)	*					*		*		Optimisation
(Uçkun <i>et al.</i> , 2008)	*	*				*		*		Optimisation
(Atali <i>et al.</i> , 2009)	*	*		*	*	*	*	*		Optimisation
(Dai and Tseng, 2009)	*					*	*	*		Simulation
(Goebel and Günther, 2009)	*	*		*		*	*	*		Simulation
(Rekik <i>et al.</i> 2009)	*					*	*	*		Optimisation
(Sahin and Dallery, 2009)				*			*		*	Optimisation
(Ustundag and Tanyas, 2009)	*	*	*					*		Simulation
(Camdereli and Swaminathan, 2010)		*				*		*		Optimisation

Chapitre 1

Références	Type de perturbations				Méthodes de Diminution des perturbations			Contexte		Type de modèle développé
	Permanentés	Temporaires	Fournisseur non fiable	Transaction	Inventaire physique	Application nouvelle technologie	Optimisation	Détaillant	e-détaillant	
(Inderfurth and Vogelgesang, 2010)			*				*	*		Optimisation
(Nachtmann <i>et al.</i> 2010)	*						*	*		Simulation
(Thiel <i>et al.</i> , 2010)	*						*	*		Simulation
(Ton and Raman., 2010)		*					*	*		Simulation
(Gaukler, 2011)	*					*				Optimisation
(Rekik, 2011)	*					*	*		*	Optimisation
(Agrawal and Sharda, 2012)	*				*			*		Simulation
(Condea <i>et al.</i> , 2012)		*			*	*		*		Simulation
(Xu <i>et al.</i> , 2012)	*					*	*	*		Optimisation
(Fan <i>et al.</i> , 2013)	*					*	*	*		Optimisation
(Rekik and Sahin, 2012)	*				*	*		*		Optimisation

Nous rajoutons un critère qui est lié au type de modèle développé : soit un modèle de calcul de la quantité de réapprovisionnement optimale où les auteurs prennent en compte les perturbations ou un modèle de simulation avec une évaluation de l'impact des perturbations et d'une action afin d'éliminer ou bien de diminuer ces perturbations. Pour notre recherche bibliographique nous nous sommes basés sur « inventory inaccuracy » et « supply chain » comme mots clés dans différentes bases de données (ScienceDirect, Springer et Taylor & Francis).

En première lecture de ce tableau, il est très clair que la majorité des publications a été réalisée dans le contexte du détaillant. Notre travail se focalisera sur l'extension des travaux vers le contexte de l'e-détaillant, qui présente un challenge à la fois technique et managérial comme ce sera décrit ultérieurement.

Dans ce qui suit nous détaillons les contributions les plus citées dans le contexte du détaillant.

Iglehart and Morey, (1972) sont les premiers à avoir travaillé sur les perturbations en stock et dans leur travaux, ils déterminent le stock de sécurité optimal et la fréquence optimale d'inventaire afin de minimiser le nombre d'inventaire et le coût de stockage. Les auteurs ont étudié les perturbations de transaction uniquement. Ils ont utilisé la politique de gestion (s,S) dans leur modélisation. Quant à Kang and Gershwin (2005) et Thiel *et al.* (2010), ils ont travaillé sur la présence de perturbations en stock avec une politique de réapprovisionnement de suivi continu (Q,R) en utilisant la simulation comme cadre d'évaluation. Les premiers ont mis en évidence que même avec un faible taux de perturbations, les pertes en stock peuvent causer des pertes considérables à l'entreprise. Thiel *et al.* (2010) ont montré que la relation entre le nombre de ventes perdues à cause de la rupture de stock et les perturbations en stock est non-monotone. Car le niveau de service décroît avec l'accroissement des perturbations en stock, mais après il s'améliore au-delà d'un certain seuil. Et Fleisch and Tellkamp (2005) ont simulé l'impact des perturbations sur une chaîne logistique à trois échelons. Ils ont fait le constat que l'élimination de ces perturbations peut réduire considérablement les coûts et les ruptures de stock. Ils ont aussi étudié la valeur d'une visibilité parfaite garantie par la technologie RFID.

Camderehli and Swaminathan (2005) ont considéré la source des produits mal rangés avec une modélisation multiplicative et déterministe des perturbations. Ils ont étudié l'impact de ces perturbations sur la quantité optimale à commander. Ils ont supposé un partage du coût fixe de l'introduction de la technologie RFID afin d'éliminer les mauvais emplacements entre le fournisseur et le détaillant, et ils ont comparé deux cas de prise en charge du coût variable, soit par le fournisseur soit par le détaillant. Rekik *et al.* (2008) ont aussi considéré les perturbations ayant comme source les produits mal rangés dans le magasin en modélisant la perte des produits comme un pourcentage déterministe et connu

de la quantité commandée et ils en ont déduit le seuil à partir duquel l'introduction de la technologie RFID devient intéressante.

Heese (2007) a étudié les perturbations sur la quantité dans le stock IS dans une chaîne logistique décentralisée où le fabricant fixe le prix de vente et le détaillant détermine la quantité qu'il veut commander. Il a modélisé le ratio entre la quantité commandée et la quantité réellement dans le rayon par une variable stochastique pour chaque période. Il a aussi étudié l'impact de la technologie RFID en calculant le seuil à partir duquel elle est économiquement bénéfique. Kök and Shang (2007) ont modélisé les perturbations à travers des variables aléatoires qui affectent le niveau de stock réellement disponible à la fin de chaque période. Les perturbations s'accumulent tout au long des périodes jusqu'à la réalisation d'un inventaire. Dans leur modèle ils calculent pour chaque période la quantité à commander et si oui ou non un inventaire est nécessaire.

Gaukler *et al.* (2007) ont étudié la gestion des flux d'un produit entre l'arrière-boutique et les rayons d'un magasin qui peut être sujette à des perturbations. Ils ont défini, pour ce faire une variable aléatoire représentant la probabilité conditionnelle, qui suivant la quantité dans l'arrière-boutique le client va oui ou non trouver le produit recherché sur les rayons. Ils ont analysé aussi une alternative basée sur un réapprovisionnement parfait grâce à la technologie RFID (dès que le produits n'est plus disponible sur le rayon, le réapprovisionnement depuis l'arrière-boutique se déclenche automatiquement).

Sahin (2004) a étudié dans sa thèse différentes sources de perturbations ainsi que différentes modélisations mathématiques dans le contexte du détaillant et a étudié et quantifié l'impact de la technologie RFID sur de tels systèmes de gestion des stocks. Lee and Özer (2007) et Atali *et al.* (2009) ont aussi modélisé les trois types de perturbations (permanentes, temporaires et transactions), sous la forme de trois demandes additionnelles. Ils ont calculé la borne supérieure et la borne inférieure de la quantité optimale à commander. Ils ont aussi comparé entre le coût avec la prise en compte des perturbations et le coût lorsque il y a une parfaite transparence grâce à la technologie RFID. Quant à DeHoratius *et al.* (2008), ils ont modélisé les sources des perturbations sous la forme d'une demande « fantôme » agissant comme la demande des clients sans qu'elle soit détectée. Les auteurs ont proposé une procédure Bayésienne afin de mettre à jour périodiquement la quantité de stock dans le stock IS.

DeHoratius and Raman (2008) ont réalisé une analyse empirique sur un ensemble de détaillants afin d'étudier l'impact des perturbations sur leurs profits et ils en ont déduit un certain nombre d'hypothèses managériales sur ces perturbations. Ils ont par exemple constaté que les perturbations diminuent avec une augmentation des inventaires.

Rekik *et al.* (2009) et Rekik and Sahin (2012) ont développé une stratégie optimale de gestion de stock en prenant en compte les perturbations dues au vol, en supposant que la quantité volée est un pourcentage de la demande. Dans la première contribution les auteurs ont travaillé sur un horizon fini en utilisant une approche d'optimisation basée sur

le niveau de service défini comme étant la probabilité de ne pas tomber en rupture de stock. Rekik and Sahin (2012) ont travaillé sur un horizon infini en utilisant aussi l'approche basée sur le niveau de service et en incluant dans leur optimisation la fréquence d'inventaire physique à réaliser pour faire face aux perturbations. Dans ces deux cas ils ont comparé le modèle avec la prise en compte des perturbations et le modèle avec introduction de la technologie RFID qui suppose l'élimination des perturbations. Dans le contexte du e-détaillant les seuls à notre connaissance à avoir travaillé sur l'étude de l'impact des perturbations dans le contexte d'un e-détaillante sont Sahin and Dallery (2009) et Rekik (2011). Le contexte de l'e-détaillant présente à la fois des challenges techniques et managériaux à explorer pour compléter la littérature dans ce domaine de recherche :

- d'un point de vue technique, la fonction objective du e-détaillant inclut les pénalités des engagements non honorés que nous ne retrouvons pas dans le contexte détaillant. Inclure des perturbations sur à la fois les stocks IS et PH généralise le contexte détaillant et rend le problème mathématiquement plus pertinent surtout pour une modélisation stochastique de ces perturbations. En effet, il existe un coût qui apparaît et qui complique la modélisation mathématique qui est le coût payé par le e-détaillant si les demandes acceptées ne peuvent pas être livrées parce que la quantité réellement disponible en stock est inférieure à la somme des demandes acceptées. La modélisation de ce coût prend en compte trois variables : la quantité dans le IS, la quantité dans le PH et la demande. L'aspect stochastique du problème, qui est le plus réaliste, rend la résolution plus difficile.
- d'un point de vue managérial, comme le processus de satisfaction de la demande est différent et repose principalement sur les données, l'étude du contexte e-détaillant permet une application plus complète et plus pratique des résultats théoriques avec les nouvelles politiques de réapprovisionnement prenant en compte les perturbations estimées statistiquement ou avec les réclamations des clients en cas d'un engagement de vente non honoré. Inclure également les politiques d'inventaire physique conduit également à des résultats managériaux très intéressants et complémentaires de ceux existants.

Dans sa thèse, Sahin (2004) considère un modèle mono-période de gestion des stocks sujet à des perturbations et utilise la séquence suivante des événements pour un e-détaillant :

- En début de période de vente, le gestionnaire de stock commande une quantité Q à son fournisseur. Cette quantité est basée sur la prévision des ventes et sur les informations disponibles au manager.
- Après réception de la marchandise, le gestionnaire stocke les produits dans son entrepôt mais à cause des perturbations, la quantité physique Q_{PH} et la quantité dans le IS Q_{IS} peuvent être différentes de Q .

- Juste avant la saison des ventes, le gestionnaire reçoit les demande des clients finaux et il compare ces demandes à Q_{IS} . Si l'ensemble des demandes est inférieures à Q_{IS} , il les accepte toutes sinon il ne les accepte que jusqu'à Q_{IS} .
- Plus tard, à la livraison, toutes les demandes acceptées devraient être honorées mais ceci peut ne pas être vrai si Q_{PH} est inférieure aux demandes acceptées

En se basant sur la façon utilisée pour mettre à jour les niveaux de stock IS et PH, l'auteur distingue quatre types de modèles :

- Un modèle où les perturbations sont simplement ignorées $Q_{IS} = Q_{PH} = Q$.
- Un modèle général où les deux quantités dans le stocks IS et PH sont différentes de la quantité commandée, $Q_{PH} = Q_A$ avec Q_A une variable aléatoire dépendant de Q et $Q_{IS} = Q_B$ avec Q_B une variable aléatoire dépendant de Q .
- Un modèle qui suppose des perturbations uniquement sur la quantité IS et qui fait l'hypothèse que le stock PH coïncide avec la quantité commandée : $Q_{IS} = Q_B$ et $Q_{PH} = Q$.
- Un modèle qui suppose uniquement des perturbations que sur la quantité PH et fait l'hypothèse que la quantité IS est sans perturbations ; $Q_{IS} = Q$ et $Q_{PH} = Q_A$.

Sahin and Dallery (2009) et Sahin (2004) ont développé le modèle supposant des perturbations uniquement sur le stock IS en arguant que le modèle général où les perturbations sur les deux niveaux IS et PH serait compliqué voire impossible à résoudre d'un point de vue mathématique. Rekik (2011) a étendu le modèle de Sahin and Dallery (2009) à un modèle où les perturbations sont prises en compte dans les deux systèmes IS et PH avec une modélisation additive des perturbations c.à.d $Q_{IS} = Q + e_{IS}$ et $Q_{PH} = Q + e_{PH}$, e_{IS} et e_{PH} étant deux variables aléatoires.

A notre connaissance, la prise en compte des perturbations dans le contexte d'un e-détaillant avec une modélisation multiplicative ainsi qu'une comparaison de l'impact de ces deux modélisations n'a pas été étudié dans la littérature. Le développement d'un modèle prenant en compte une modélisation multiplicative est conceptuellement différent d'un modèle avec une modélisation additive. La comparaison des impacts de ces deux modélisations montre des résultats contradictoires. Nous constatons aussi que dans ce contexte, aucun modèle multi-période n'a été développé. Une simple extension du modèle du détaillant n'est pas possible car, dans le contexte du e-détaillant, non seulement un coût additionnel doit être pris en compte (celui des demandes acceptées et non livrées), mais aussi deux niveaux de service doivent être étudiés (niveau de service sur la quantité dans le IS et un autre sur la quantité dans le PH) et non un seul.

Nous nous focalisons sur ces deux axes de recherche (modélisation multiplicative des erreurs et multi-période) afin de compléter voire généraliser les modèles de gestion des stock sujets à des perturbations. Les résultats managériaux que nous déduisons,

compléteront voire parfois contrediront certaines propositions managériales établies dans d'autres travaux.

1.8 Synthèse

Partant de la définition du risque dans une chaîne logistique nous avons établi le lien avec les perturbations dans la fonction de gestion de stock qui peuvent impacter les flux physique et informationnel.

En détaillant les critères utilisés par la communauté scientifique pour traiter les problèmes de perturbations en gestion des stocks, nous avons proposé dans un premier temps une classification des publications et avons fait le constat que le contexte e-détaillant n'a pas été suffisamment considéré malgré les challenges techniques et managériaux qui lui sont associés. Notre travail sera l'extension des travaux vers le contexte de l'e-détaillant.

Chapitre 2. Etude Empirique sur les perturbations dans le contexte e-détaillant

2.1 Introduction

Comme mentionné dans le chapitre précédent, la communauté scientifique s'est principalement concentrée sur les perturbations en gestion des stocks dans le contexte détaillant. Ce constat reste vrai quand il s'agit d'études empiriques mettant en évidence et mesurant l'impact de ces perturbations sur la chaîne logistique. A notre connaissance, aucune étude empirique ne s'est focalisée sur le contexte e-détaillant.

Nous proposons dans ce chapitre de motiver empiriquement la contribution théorique de ce mémoire en prouvant l'existence, et en mesurant l'ampleur, des perturbations dans le contexte e-détaillant.

2.2 Méthodologie d'analyse

Nous basons notre étude empirique sur une entreprise britannique spécialisée dans la vente à distance en gros de pièces détachées pour les machines industrielles de chauffage et de climatisation. Pour des raisons de confidentialité, nous ne donnons qu'une présentation succincte de cette entreprise : Fondée en 1985, l'entreprise s'est construite une forte réputation pour la qualité, le service et la fiabilité de ses produits. L'entreprise offre une large gamme de produits (valves de plomberie et de chauffage, produits d'énergie renouvelable et pompes). Ils offrent aussi des services dans la construction, la mécanique, le chauffage, la ventilation et la chimie.

Le fichier initial, sur lequel nous avons travaillé contenait 26446 lignes de données sur les informations dans le IS concernant la gestion de stock de l'entreprise sur deux années, avec des informations sur :

- les demandes par référence et par semaine (16756 lignes),
- les réceptions depuis les fournisseurs par référence et par semaine (2457 lignes),
- les ajustements (les perturbations détectés et corrigés dans le IS) par référence et par semaine (2317 lignes),
- les ordres d'achat par fournisseurs, référence et semaine (14725 lignes).

Dans notre analyse le terme ajustement désigne une correction des quantités dans le stock IS (produits retrouvés, produits volés..) et donc correspond à la correction des perturbations dans le IS. Dans ce fichier il existait plus de 3000 références de produits et il recensait toutes les transactions durant deux années.

Nous nous focalisons dans la suite sur trois volets pour motiver empiriquement notre contribution :

- Analyse des sources d'ajustement et classification des perturbations en famille.
- Vérification de la structure additive et / ou multiplicative des perturbations.
- Analyse du comportement des stocks en présence des perturbations.

2.3 Classification des perturbations en famille

Pour chaque ajustement et pour chaque référence le gestionnaire des stocks a indiqué les raisons de ces corrections.

En se basant sur les raisons des perturbations données par le gestionnaire nous avons pu déduire sept grandes familles de perturbations que nous avons essayé de lier avec la classification de la communauté scientifique fournie dans la section précédente :

- Les perturbations permanentes : ces perturbations engendrent des pertes permanentes sur le stock PH comme des produits volés ou endommagés. Nos données empiriques référencent cette famille de perturbations sous l'appellation « **Damage** ». Les quantités appartenant à cette famille sont négatives car ce sont des pertes de stocks.
- Les produits retournés par les clients : dans cette catégorie nous avons distingué deux familles :
 - **Return** : c'est le flux des produits retournés par les clients. Le gestionnaire des stocks procède alors à l'ajustement du stock et mentionne les raisons de ce retour. Ces quantités sont comptées positivement car les pièces peuvent être revendues ultérieurement.
 - **Technical** : des produits retournés par le client à cause de problème technique et de qualité.
- Perturbations de transaction : perturbations faites par des opérateurs lors de la réception auprès des fournisseurs ou l'envoi des commandes aux clients, dans ces perturbations nous trouvons les rectifications de certaines quantités mal indiquées et aussi les perturbations commises par l'opérateur en imputant une quantité à un autre produit. Le mot clé utilisé pour distinguer ces perturbations est « **Incorrect** ». Ces perturbations peuvent être négatives comme positives.
- Mauvais emplacement : pour les produits trouvés dans les mauvais emplacements nos données empiriques utilisent le mot clé « **Misplaced** ». Ces quantités sont positives.
- Fournisseurs non fiables : les perturbations découvertes durant la réception des produits auprès des fournisseurs ou bien une livraison supérieure ou inférieure à la quantité mentionnée dans l'ordre d'achat est référencé sous le mot clé « **Supplier_Errors** ».

La dernière famille concerne les perturbations pour lesquelles aucune cause n'est spécifiée dans le fichier des données empirique. Cette famille est référencée avec le mot clé « **Others** », aucune justification n'est donnée suite à l'ajustement. Nous avons inclus dans cette famille les ajustements expliqués par des termes techniques propre à l'entreprise qui n'ont pas de lien apparent avec la gestion des flux.

Il est à noter que nos données empiriques dans un contexte e-détaillant font mention des mêmes sources que celles mentionnées dans la littérature scientifique et empirique principalement concernée par le contexte détaillant : la famille **Damage** est à lier avec les perturbations permanentes, la famille **Misplacement** avec les perturbations temporaires, la famille **Incorrect** avec les perturbations de transaction et **Supplier_error** est à lier avec la famille fournisseurs non fiable.

Le Tableau 2.1 représente la moyenne et l'écart-type des quantités d'ajustements pour chaque famille.

Dans ce tableau nous pouvons constater que l'écart-type de la famille **Incorrect** est très élevé et ceci est dû à une faute singulière découverte dans nos analyses des données empiriques : au lieu d'introduire une réception de 30 pièces, un opérateur a introduit 3800 pièces dans le IS, ce qui fait un très grand écart. L'autre famille qui a une moyenne et un écart-type des quantités très grandes est la famille **Others** : ceci s'explique par un très grand nombre de cellules vides dans les causes des ajustements avec aucune justification donnée pour expliquer l'ajustement (40% des lignes).

La figure 2.1 présente le nombre d'occurrence de famille, on remarque que hormis la famille **Others** (qui est due aux cellules vides), les autres familles sont présentes en grand nombre dans le fichier de nos données empiriques : l'entreprise étudiée fait donc bien face à un problème non négligeable impliquant des perturbations en gestion des stocks.

Tableau 2.1. Classification des familles des perturbations

Classe	Famille	Écart – type	Moyenne (Quantité)
F1	Others	128.06694420	14.837695240
F2	Returned	18.17782605	5.664872140
F3	Technical	19.24907978	6.494011976
F4	Misplaced	21.49908856	12.424778760
F5	Damage	6.17216423	4.204545455
F6	Supplier Errors	10.86390090	6.227848101
F7	Incorrect	449.22156420	76.988082190

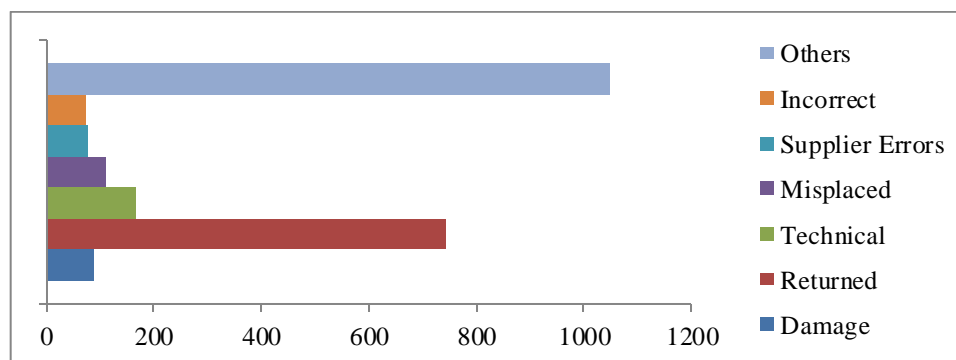


Figure 2.1. Nombre d'occurrence dans les ajustements pour chaque famille

2.4 Modélisation des perturbations pour chaque famille

Dans le chapitre précédent nous avons défini deux types de modélisation des perturbations : additives et multiplicatives

- Pour la modélisation additive : les perturbations ne dépendent pas de la quantité commandée / en stock.
- Pour la modélisation multiplicative : les perturbations dépendent de la quantité commandée / en stock.

Dans notre analyse des données empiriques, nous avons essayé de chercher la modélisation adéquate pour chaque famille de perturbations. Pour ce faire, pour chaque famille nous avons calculé le ratio

$$Ratio = \frac{\text{quantité ajustement}}{\text{quantité commandée}}$$

et avons reporté sa valeur dans les tableaux 2.2, 2.3, 2.4, 2.5, 2.6 et 2.7 pour un échantillon des ajustements pour chaque famille : nous avons choisi 10% des ajustements par famille. La valeur du ratio a ensuite été vérifiée pour les autres ajustements de la famille. Dans les tableaux 2.2, 2.3, 2.4, 2.5, 2.6 et 2.7 une ligne d'ajustement est représenté par la référence du produit dont la quantité a subi un ajustement.

A partir des tableaux précédents, nous pouvons voir que pour les familles **Damage**, **Misplaced** et **Supplier Errors** le ratio est constant/stable indépendamment de la référence concernée. Nous pouvons donc déduire que les perturbations pour ces familles sont à modéliser multiplicativement. Ceci peut s'expliquer par le fait que, plus les quantités commandées sont grandes, plus le risque d'avoir des quantités endommagées, des problèmes avec les fournisseurs ou des produits ayant un mauvais placement est grand. Pour les familles **Returned**, **Technical**, et **Incorrect** nous remarquons que le ratio est variable selon les références ; ces familles demandent donc plutôt une modélisation additive des perturbations.

Tableau 2.2. Ratio de la famille Damage

Référence	Ratio
03/0040/080	0.197
04/0087/015/1	0.087
15/0185/025	0.100
28/0204/015	0.100
46/0500/040	0.100
46/0534/025	0.150
65/0745/160	0.100
34/0403/025	0.150
65/0845/300	0.100

Tableau 2.3. Ratio de la famille Supplier Errors

Référence	Ratio
35/0388/000	0.166666667
21/0104/025	0.187000000
00/2025/015	0.166666667
00/2025/015	0.166666667
22/0334/000	0.100000000
46/0531/040	0.100000000
60/0820/160	0.125000000
92/0061/015	0.100000000

Tableau 2.4. Ratio de la famille Misplaced

Référence	Ratio
09/0367/015	0.100000000
28/0202/015	0.166666667
03/0440/065	0.145000000
00/0128/EXT4	0.164000000
17/0210/150	0.100000000
22/0333/050	0.166666667
50/0501/004	0.140000000
65/0845/300	0.133333330
88/1129/20/20/26	0.100000000
98/0069/015/010	0.160000000
112/0583/040	0.108064516

Tableau 2.5. Ratio de la famille Technical

Référence	Ratio
00/2003/050	0.009803922
108/1118/015	0.200000000
112/0570/022/015	0.050000000
117/1103/40SW	0.040000000
117/1180/40SW	0.040000000
18/0051/015	0.020000000
21/0134/050	0.333333333
33/0600/080	0.133333333
40/0142/120	0.025000000
60/0820/100	0.040000000
65/0840/200	0.100000000
21/0104/050	0.500000000
117/1234/110	0.100000000
00/0168/050	0.050000000
01/0039/015	0.020000000
11/0029/028	0.750000000
112/0581/032	0.030769231

Tableau 2.6. Ratio de la famille Incorrect

Référence	Ratio
120/1051/020	5.000000
24/0600/008	0.600000
10/0393/015	0.300000
00/2031/008	0.107143
10/0391/032	1.000000
39/0081/015/010	0.015385
80/0750/600	0.366667

Tableau 2.7. Ratio de la famille Returned

Référence	Ratio	Référence	Ratio
00/0088/015	0.003289474	65/0845/300	0.160000000
00/0095/032	0.083333333	80/0750/060	0.060000000
00/0128/EXT4	0.145833333	80/0750/160	0.012500000
00/0203/100	0.010000000	88/1116/014	0.073333333
00/2003/025	0.011428571	88/1116/026	0.100000000
00/2025/020	0.010000000	88/1116/040	0.625000000
01/0094/015	0.666666667	88/1117/016/ 1/2	0.040000000
03/0440/065	0.030769231	88/1117/026/ 1	0.300000000
05/0055/032	2.200000000	88/1118/026	0.500000000
10/0391/025	1.000000000	88/1119/26/16	0.200000000
107/1216/076	0.800000000	88/1120/020/ 3/4	0.150000000
108/0456/025/028	0.400000000	88/1124/026	0.100000000
116/1333/60/ 1200	1.000000000	88/1126/016/ 1/2	0.100000000
116/1334/60/ 800	0.800000000	88/1129/26/20/20	0.200000000
16/0085/040	1.000000000	88/1129/32/32/16	0.010000000
21/0008/040	0.200000000	92/0060/010	0.400000000
21/0104/040	0.200000000	92/0061/015	0.100000000
21/0120/020	0.200000000	98/0069/015/ 008	0.013333333
21/0134/020	0.300000000	98/0069/015/ 010	0.040000000
28/0204/022	0.100000000	99/1001/000	0.263157895
21/0134/050	0.333333333	00/0203/150	0.030000000
22/0333/200	0.250000000	02/0013/050	0.066666667
28/0202/015	0.040000000	02/0022/040	0.200000000
28/0204/015	0.100000000	02/0077/008	0.120000000
29/0615/015	0.460000000	04/0087/080	0.250000000
33/0593/100	1.000000000	04/0467/050	0.666666667
33/0595/100	2.000000000	06/0465/015	1.000000000
33/0597/025	0.500000000	108/0456/020/022	6.000000000
33/0600/080	0.400000000	11/0029/035	0.200000000
33/0616/050	1.000000000	11/0029/054	0.300000000
35/0396/032	1.000000000	116/1334/60/ 600	0.800000000
36/0275/080	0.500000000	120/1051/015	0.333333333
36/0906/020	0.200000000	14/0021/080	0.500000000
40/0142/120	0.025000000	16/0085/025	1.000000000
40/0242/120	0.040000000	17/0210/065	0.500000000
46/0542/020	0.400000000	18/0051/015	0.010000000
60/0820/000	0.100000000		
65/0740/160	0.100000000		

2.5 Analyse du comportement des stocks en présence des perturbations

2.5.1 Identification des produits

Après avoir identifié les familles des perturbations et leur modélisation multiplicative ou additive, nous avons étudié l'impact des perturbations sur la gestion des certains produits. Dans le fichier initial, il y avait plus de 3000 références, et parmi celles-ci nous avons choisi cinq produits à forte rotation pour une étude approfondie. Afin de sélectionner ces produits nous avons comparé le nombre de demande, de réception et d'ajustements pour toutes les références. Dans le fichier de gestion qui nous a été remis, plusieurs références étaient dormante, c.à.d. que les produits n'avaient pas de demandes ou d'ordres de réception. En d'autres termes, nous avons choisi les produits à forte rotation et qui sont sujet à beaucoup d'ajustements. Le Tableau 2.8 représente les articles que nous avons sélectionnés pour une illustration de leurs comportements en présence des perturbations.

Tableau 2.8. Références des produits choisis

Référence	Nombre de réceptions sur 2 années	Nombre d'ajustements sur 2 années	Nombre de demandes sur 2 années
22/0909/000	25	6	44
46/0542/020	18	6	163
28/0204/015	16	13	146
17/0210/065	12	10	73
21/0134/050	9	13	31

2.5.2 Politique d'inventaire

Pour les produits sélectionnés, nous avons tracé la demande, les ajustements et les quantités reçues afin d'étudier l'impact des perturbations pour chaque semaine (Figures 2.2, 2.3, 2.4, 2.5 et 2.6).

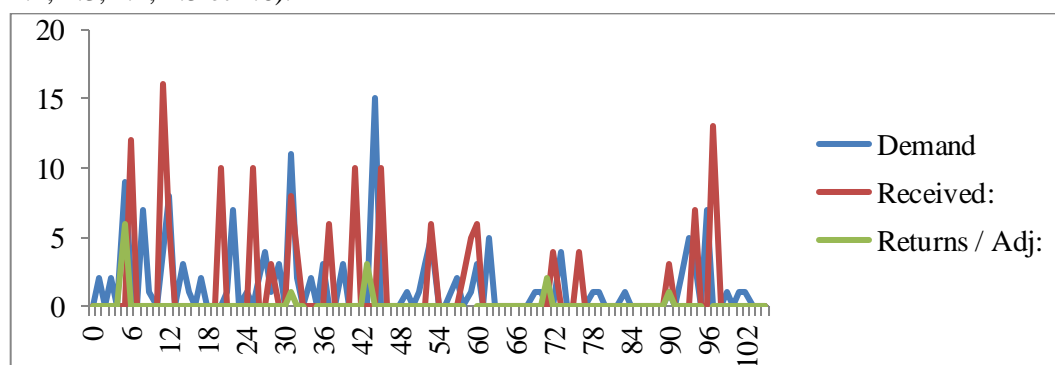


Figure 2.2. Variation de la Demande, Réception et Ajustement pour le produit 1

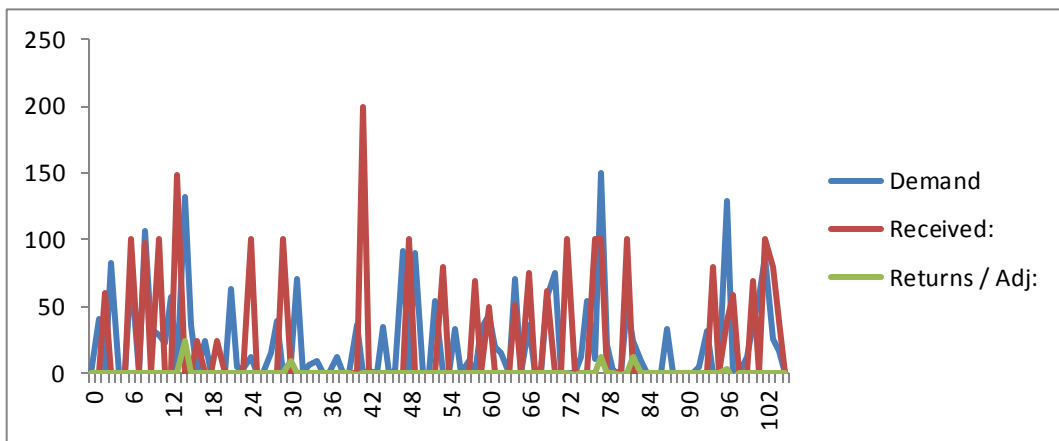


Figure 2.3. Variation de la Demande, Réception et Ajustement pour le produit 2

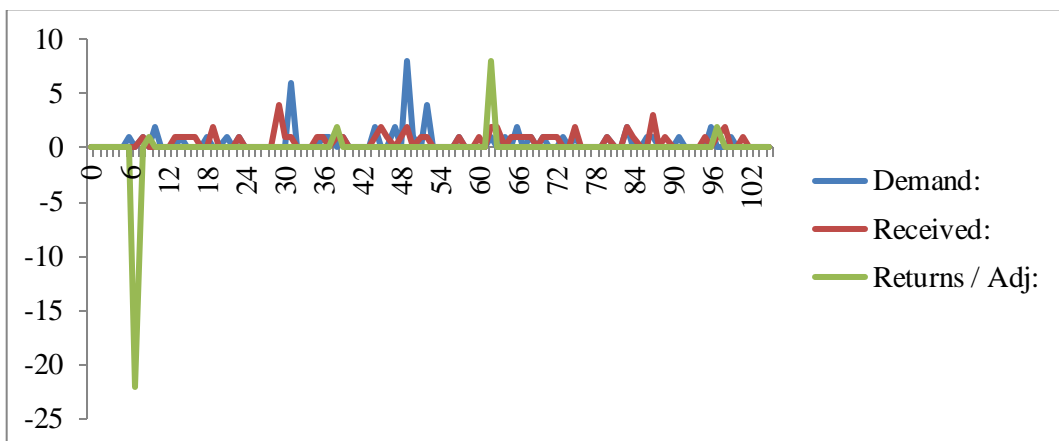


Figure 2.4. Variation de la Demande, Réception et Ajustement pour le produit 3

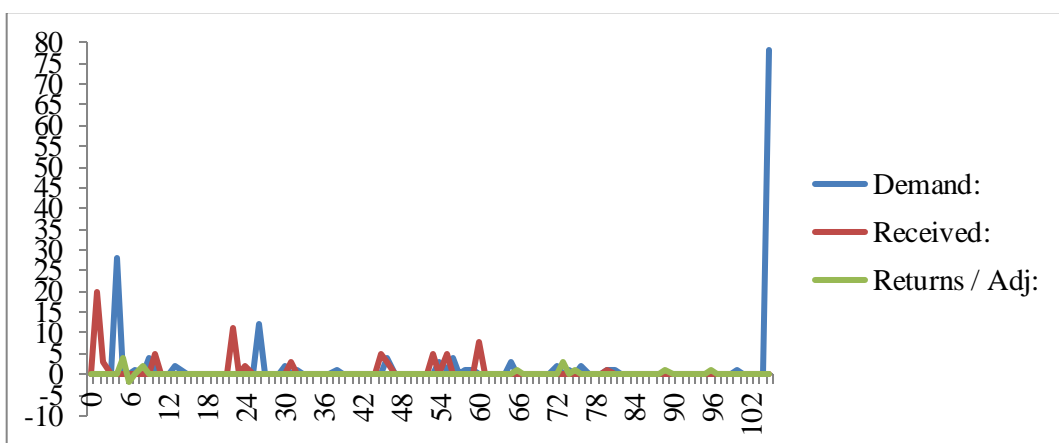


Figure 2.5. Variation de la Demande, Réception et Ajustement pour le produit 4

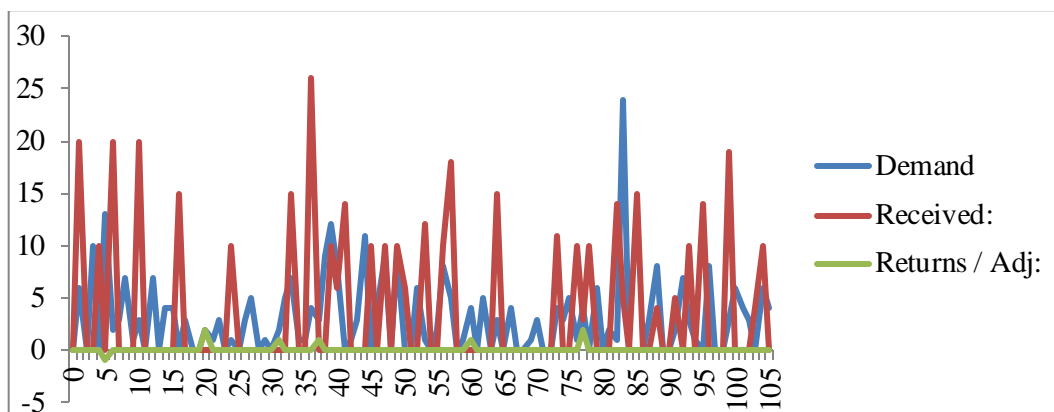


Figure 2.6. Variation de la Demande, Réception et Ajustement pour le produit 5

Les Figures précédentes mettent en évidence l'impact des mouvements de type ajustements par rapport aux autres mouvements de stock (réception et demande). Nous pouvons constater que les valeurs des ajustements ne sont pas négligeables par rapport à la demande et aux quantités reçues comme illustré dans la figure 2.4 où nous remarquons une grande quantité d'ajustement la semaine 7. D'après ces figures nous pouvons constater que la correction des perturbations (ajustements) est très importante pour la performance de l'entreprise sinon le gestionnaire de stock pourrait avoir des demandes non satisfaites ce qui impacterait la satisfaction du client et surtout le niveau de service de l'entreprise.

2.6 Conclusion

Nous avons confirmé dans ce chapitre certains constats réalisés dans la littérature scientifique et empirique dans le contexte détaillant. Via une analyse empirique, nous avons montré que le contexte e-détaillant, malgré la non présence physique du client final, est également exposé aux perturbations impactant les flux physique et informationnel. Et comme mentionné précédemment, ces perturbations ont un effet plus important dans le contexte e-détaillant du fait que le système d'information qui ne traduit pas le système physique est une composante utilisée par l'e-détaillant pour répondre aux demandes de ses clients.

L'étude de l'état de l'art et cette analyse empirique nous confirmons la nécessité de compléter la littérature scientifique dans ce domaine de recherche et de l'étendre vers le cas e-détaillant avec une configuration additive et multiplicative des perturbations. Ceci sera notre focus et contribution dans la seconde partie de ce mémoire qui regroupe trois chapitres avec trois modèles développés dans ce contexte.

Partie II

Introduction Partie II

Après avoir réalisé une revue de littérature sur les perturbations en gestion des stocks ainsi qu'une étude empirique mettant en évidence leur existence et impact dans le contexte e-détaillant, nous passons dans cette deuxième partie du mémoire aux modèles théoriques développées dans ce travail de recherche permettant de compléter la littérature en couvrant le contexte d'un e-détaillant qui a été peu exploité par la communauté scientifique. Nous partons d'un modèle de gestion de stock mono-période et nous finissons par un modèle multi-périodes après une étude du cas à deux périodes de vente. Dans ce qui suit nous présentons la séquence d'événements que nous étudions dans l'ensemble des trois modèles développés. Pour une période donnée, nous considérons un problème mono-produit avec un stock initial x (Figure Introduction Partie II.1) :

1. Le stock initial en début de la période de vente est x et l'e-détaillant commande auprès de son fournisseur une quantité Q afin de re-compléter son stock jusqu'à un niveau Y .
2. Après réception de la marchandise, l'e-détaillant met à jour son système d'information en inspectant et en stockant les produits livrés dans son entrepôt de stockage.
3. A cause des perturbations, la quantité PH (respectivement IS) réellement disponible en stock (visible dans le IS), notée par Y_{PH} (respectivement Y_{IS}), inclut une erreur modélisée de façon stochastique et multiplicative en fonction de Y : $Y_{PH} = \gamma_{PH} \cdot Y$ ($Y_{IS} = \gamma_{IS} \cdot Y$ respectivement). γ_{PH} et γ_{IS} étant deux variables aléatoires normalement distribuées qui caractérisent respectivement les perturbations PH et IS sur les flux.
4. Durant la période de vente, l'e-détaillant cumule les commandes des clients finaux reçues par voie électronique et les confronte à la quantité observée dans le IS. En comparant la demande cumulée D et la quantité IS, il peut accepter ou refuser des commandes et s'engage dès lors vis-à-vis de ses clients. Les commandes acceptées sont égales à : $COMACC = \text{Min}(Y_{IS}, D)$.
5. A la fin de la période de vente, l'e-détaillant procède à la livraison groupée des commandes acceptées $COMACC$. Si la quantité PH est suffisante pour satisfaire $COMACC$, il pourra honorer tous ses engagements. Sinon, il ne livre que la quantité à sa disposition et dans un tel cas, il subit une pénalité additionnelle de non-respect de ses engagements. La quantité livrée au clients finaux est égale à $Liv = \text{Min}(Y_{PH}, COMACC)$.

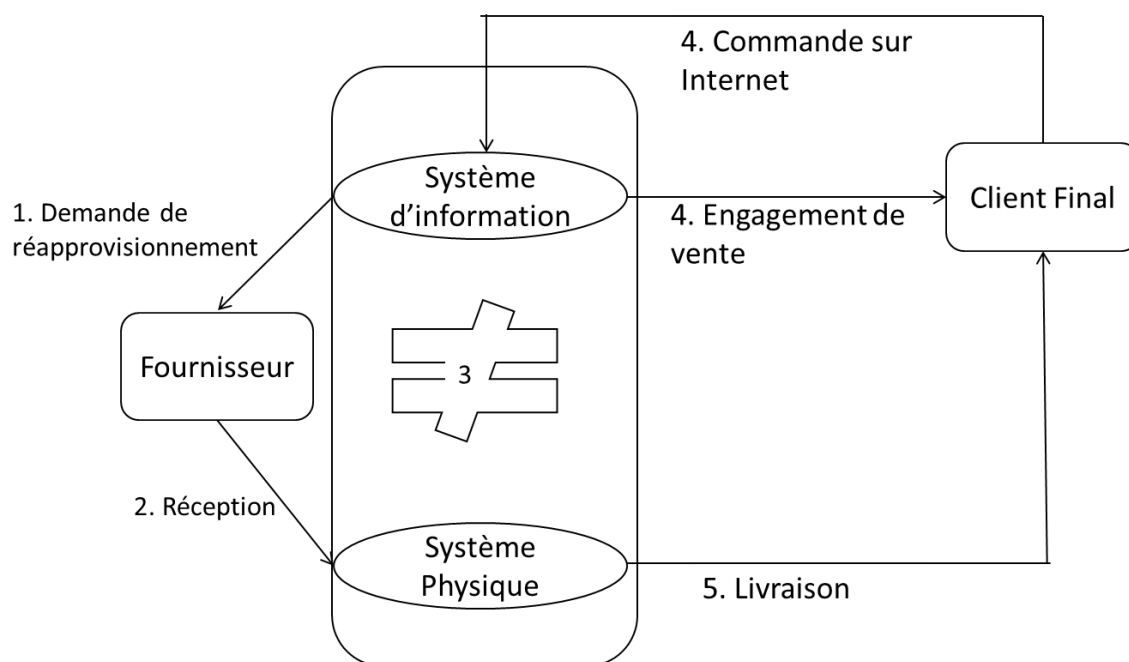


Figure Introduction Partie II.1. Système de gestion de stock dans une chaîne logistique étudiée

En fonction de la séquence des événements décrite précédemment, l'e-détaillant fait face à trois types de coûts unitaires :

- u_1 : coût unitaire de rupture de stock de type 1 payé quand la quantité de produits dans le IS est insuffisante pour satisfaire la demande.
- u_2 : coût unitaire de rupture de stock de type 2 payé quand la quantité de produits dans le PH est insuffisante pour satisfaire les commandes acceptées.
- h : coût unitaire de sur-stockage payé quand un produit demeure invendu à la fin de la période.

Il est à noter que le coût unitaire u_2 est une nouveauté comparé aux modèles classique de gestion des stocks due à la présence des perturbations et due également au processus de satisfaction de la demande basé sur le stock IS. Ce coût se réduit à zéro quand les perturbations sur le IS sont éliminées et dans le contexte détaillant.

Nos contributions dans le contexte e-détaillant avec la séquence d'évènements décrite précédemment se résume comme suit :

Dans le chapitre 3, nous étudions le problème mono-périodique de perturbations en stock chez un e-détaillant avec une modélisation multiplicative des erreurs. Nous optimisons de manière exacte la quantité de re-complètement Y^* sous l'hypothèse d'un stock initial nul $x=0$ en proposant un théorème de résolution énumérant toutes les alternatives d'optimalité afin de maximiser la fonction profit. Nous complétons notre analyse par une application numérique où nous calculons le gain que peut faire l'entreprise avec une politique de prise en compte des perturbations par rapport à une politique où le gestionnaire ignore leur existence. Et enfin, nous comparons la différence de l'impact d'une modélisation multiplicative et d'une modélisation additive des perturbations sur la performance de l'entreprise et nous déduisons une recommandation sur ce qui doit être adopté en cas de doute sur la modélisation des perturbations.

Dans le chapitre 4, nous étendons le modèle précédent pour résoudre un problème de gestion des perturbations en stock sur deux périodes ; c.à.d. nous développons un modèle pour le calcul des quantités optimales de re-complètement pour les deux périodes de vente Y_1^* et Y_2^* avec toujours une modélisation multiplicative des perturbations. Nous proposons également une application numérique où nous expliquons la variation de chacune des variables avec les paramètres du problème et nous déduisons des recommandations managériales sur la gestion des perturbations entre les deux périodes de vente.

Suite à la résolution du problème à deux périodes, nous avons remarqué que le modèle développé ne pouvait pas être aisément résolu à cause de la complexité de la modélisation. Afin de contourner cette difficulté et développer un modèle de gestion des perturbations dans le cadre multi-périodes nous avons utilisé dans le chapitre 5, une approche d'optimisation basée sur le niveau de service. Nous cherchons à minimiser le coût du e-détaillant en respectant deux niveaux de service cibles sur le système d'information et le système physique. Après une étude du problème mono-période, minimisation du coût en respectant les deux niveaux de service, nous l'étendons à un problème multi-périodes. Nous résolvons le problème d'une façon analytique en montrant qu'une politique myopique est optimale et nous réalisons également une application numérique pour dériver des recommandations managériales. Nous comparons en particulier deux stratégies que peut adopter l'e-détaillant pour faire face aux perturbations : réalisation d'un inventaire physique à intervalle régulier et introduction de la technologie RFID.

Dans les trois chapitres de cette partie nous utilisons les notations suivantes pour décrire la demande durant la période de vente i :

D_i : variable aléatoire représentant la demande durant la période i

f_{D_i} (resp. F_{D_i}): la fonction densité (resp. la fonction de répartition) de la variable aléatoire D_i durant la période i

μ_{D_i} : la moyenne de D_i durant la période i

σ_{D_i} : l'écart-type de la variable aléatoire D_i durant la période i

Dans les chapitres suivant la notation $[a]^+$ signifie $Max(a,0)$

Dans toutes les contributions développées, nous réalisons une application numérique dont les valeurs des paramètres sont inspirées des valeurs adoptées dans les travaux de Atali *et al.* (2009); Lee and Özer (2007) et Kök and Shang (2007).

Dans la partie II, le calcul des quantités optimales a été réalisé sur le logiciel de calcul mathématique Mathematica. L'ensemble des hypothèses faites dans la partie II sont regroupées dans l'Annexe A.

Chapitre 3. Modélisation multiplicative des perturbations dans un modèle de réapprovisionnement mono-période

3.1 Introduction

Dans ce chapitre, nous présentons une résolution mathématique pour l'optimisation de la politique de réapprovisionnement d'un système de gestion de stocks d'un e-détaillant sujet à des perturbations sur une période. Le but de ce modèle de réapprovisionnement est de maximiser la fonction profit de l'entreprise avec la prise en compte des perturbations avec une modélisation multiplicative et de comparer l'impact de cette modélisation avec une modélisation additive.

Ce chapitre est organisé comme suit : dans la section 3.2, nous présentons le modèle développé et le théorème clé permettant de déduire la quantité optimale à commander. Dans la section 3.3, une application numérique est réalisée, elle nous permettra de comprendre l'impact de la prise en compte des perturbations multiplicatives sur les décisions que le gestionnaire des stocks devra prendre, nous calculons aussi le gain que peut avoir l'entreprise avec la politique de prise en compte des perturbations par rapport à une politique classique qui les ignore.

Dans la dernière section de ce chapitre, nous comparons les stratégies optimales de réapprovisionnement avec une modélisation additive et multiplicative des perturbations et nous déduisons la recommandation à adopter en cas de doute sur la modélisation des perturbations.

Ce chapitre fait l'objet d'un article en cours de révision dans la revue internationale International Journal of Production Research (IJPR).

3.2 Modélisation et optimisation mono-période

Dans ce chapitre nous utilisons la séquence d'événement et les notations de la demande présentées dans la section Introduction Contributions Théoriques. Nous supprimons de la notation de la demande l'indice i car nous travaillons sur une seule période de vente.

3.2.1 Notations utilisées

Les notations complémentaires utilisées tout au long de ce chapitre sont les suivantes :

- e_{IS} (resp. e_{PH}): variable aléatoire représentant les perturbations additives de IS (resp. PH)
- γ_{IS} (resp. γ_{PH}): variable aléatoire représentant les perturbations multiplicatives de IS (resp. PH)

μ_{IS}^A (resp. μ_{PH}^A): la moyenne de e_{IS} (resp. e_{PH})

σ_{IS}^A (resp. σ_{PH}^A): l'écart type de e_{IS} (resp. e_{PH})

μ_{IS}^M (resp. μ_{PH}^M): la moyenne de γ_{IS} (resp. γ_{PH})

σ_{IS}^M (resp. σ_{PH}^M): l'écart type de γ_{IS} (resp. γ_{PH})

$D_m = D - e_{IS}$: variable aléatoire combinant la demande et l'erreur additive sur le SI

f_{D_m} (resp. F_{D_m}): la densité de probabilité (resp. la fonction de répartition) de D_m

$e = e_{IS} - e_{PH}$: variable aléatoire représentant la différence entre les perturbations additives dans le IS et le PH

f_e (resp. F_e): la densité de probabilité (resp. la fonction de répartition) de e

f_{IS} (resp. F_{IS}): la densité de probabilité (resp. la fonction de répartition) de γ_{IS}

f_{PH} (resp. F_{PH}): la densité de probabilité (resp. la fonction de répartition) de γ_{PH}

r : le prix unitaire de vente

c : le coût unitaire d'achat

s : le prix unitaire de solde

K : le coût unitaire pour les commandes non honorées

Y : la quantité commandée

Y_A^* : la valeur optimale de Y en prenant en compte les perturbations additives

Y_M^* : la valeur optimale de Y en prenant en compte les perturbations multiplicatives

π^A : le profit moyen optimal dans le cas des perturbations additives

π^M : le profit moyen dans le cas des perturbations multiplicatives

3.2.2 Modélisation du problème

En fonction de la séquence des événements décrite dans l'introduction des contributions théorique, pour un vecteur (D, Y_{IS}, Y_{PH}) donné, le profit visé par le responsable est formulé comme suit (3.1) :

$$Profit = r.Liv + s.(Y_{PH} - Liv)^+ - cY_{PH} - K(COMACC - Y_{PH})^+ \quad (3.1)$$

La somme du premier et du deuxième terme correspond au gain espéré par la vente des produits : le premier terme concerne les ventes réalisées durant la saison et le second est associé à la vente avec rabais des invendus de la saison. Le troisième terme représente les achats et le dernier est la pénalité payée par l'entreprise pour une commande acceptée et non honorée (non livrée).

Il est à noter que dans notre étude nous faisons l'hypothèse que la quantité facturée par le fournisseur au e-détaillant est basée sur la quantité réellement disponible en stock Y_{PH} .

Ceci suppose que les transferts financiers du e-détaillant vers son fournisseur soient réalisés à la fin de la période et que la responsabilité des perturbations physiques soit portée par le fournisseur. Ceci n'est pas étranger à certains modes de collaboration entre acteurs de la chaîne logistique et est notamment appliqué dans la GPA (Gestion partagée des approvisionnements) (VMI en anglais Vendor Managed Inventory) (Govindan, 2013).

Il est à noter également que notre modèle peut aisément s'étendre vers le cas où le e-détaillant facture à son fournisseur la quantité dans le IS, Y_{IS} .

La fonction profit moyen peut s'écrire sous la forme donnée par l'équation (3.2).

$$Profit = rMin[Min(Y_{IS}, D), Y_{PH}] + s[Y_{PH} - Min(Y_{IS}, D)]^+ - cY_{PH} - K[Min(Y_{IS}, D) - Y_{PH}]^+ \quad (3.2)$$

En utilisant les égalités suivantes (3.3) et (3.4) :

$$Min(a, b) = a - [a - b]^+ \quad (3.3)$$

$$[a]^+ = a + [-a]^+ \quad (3.4)$$

Nous déduisons :

$$\begin{aligned} & rMin[Min(Y_{IS}, D), Y_{PH}] \quad (3.5) \\ &= r(Y_{PH} - [Y_{PH} - Min(Y_{IS}, D)]^+) \\ &= r(Y_{PH} - [[Y_{IS} - D]^+ - (Y_{IS} - Y_{PH})]^+) \\ &= r(Y_{PH} - [Y_{IS} - D]^+ + Min([Y_{IS} - D]^+, (Y_{IS} - Y_{PH}))) \\ &= r(Y_{PH} - Y_{IS} + D - [D - Y_{IS}]^+ + Min([Y_{IS} - D]^+, (Y_{IS} - Y_{PH}))) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & s[Y_{PH} - \text{Min}(Y_{IS}, D)]^+ \tag{3.6} \\
 & = s\left(\left[Y_{IS} - D\right]^+ - (Y_{IS} - Y_{PH})\right)^+ \\
 & = s\left(\left[Y_{IS} - D\right]^+ + \text{Min}\left(\left[Y_{IS} - D\right]^+, (Y_{IS} - Y_{PH})\right)\right)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & K[\text{Min}(Y_{IS}, D) - Y_{PH}]^+ \tag{3.7} \\
 & = K(\text{Min}(Y_{IS}, D) - Y_{PH} + [Y_{PH} - \text{Min}(Y_{IS}, D)]^+) \\
 & = K(Y_{IS} - [Y_{IS} - D]^+ - Y_{PH} + [Y_{IS} - D]^+ - \text{Min}([Y_{IS} - D]^+, (Y_{IS} - Y_{PH}))) \\
 & = K((Y_{IS} - Y_{PH}) - \text{Min}([Y_{IS} - D]^+, (Y_{IS} - Y_{PH})))
 \end{aligned}$$

En utilisant (3.5), (3.6) et (3.7) l'équation profit peut s'écrire sous la forme de (3.8).

$$\begin{aligned}
 \text{Profit} & = (r - c)D \tag{3.8} \\
 & - (r - c)[D - Y_{IS}]^+ \\
 & - (r - c + K) \left\{ (Y_{IS} - Y_{PH}) \right. \\
 & \quad \left. - \text{Min}\left([Y_{IS} - D]^+, (Y_{IS} - Y_{PH})\right) \right\} \\
 & + (c - s)\text{Min}\left([Y_{IS} - D]^+, (Y_{IS} - Y_{PH})\right) \\
 & - (c - s)[Y_{IS} - D]^+
 \end{aligned}$$

Les différents termes de l'équation s'interprètent comme suit :

- $(r - c)D$: représente la marge espérée
- $-(c - s)[Y_{IS} - D]^+ + (c - s)\text{Min}\left([Y_{IS} - D]^+, (Y_{IS} - Y_{PH})\right)$: représente le coût en cas de sur-stockage
- $-(r - c)[D - Y_{IS}]^+$: représente la pénalité pour une commande non acceptée
- $-(r - c + K) \left\{ (Y_{IS} - Y_{PH}) - \text{Min}\left([Y_{IS} - D]^+, (Y_{IS} - Y_{PH})\right) \right\}$: représente la pénalité pour une commandée acceptée et non honorée

Dans ce chapitre nous posons:

- $u_1 = r - c$: s'interprète comme étant le manque à gagner en cas de refus d'une commande.
- $u_2 = r - c + K$: s'interprète comme étant la pénalité additionnelle en cas de livraison non honorée.

- $h = c - s$: s'interprète comme étant la pénalité de vendre à perte un produit invendu durant la saison de vente.

Dans les modèles classiques de gestion de stock qui ignorent implicitement les perturbations sur les quantités, les coûts unitaires communément pris en compte sont h et u_1 puisque l'on suppose que les quantités en IS et PH sont égales.

En considérant la structure multiplicative des perturbations, ($Y_{PH} = \gamma_{PH}Y$ et $Y_{IS} = \gamma_{SI}Y$), des coûts constants et en appliquant l'espérance pour les variables stochastique à savoir D , γ_{IS} et γ_{PH} nous obtenant :

Pour D $E(D) = \mu_D$

Pour $[D - Y_{IS}]^+ \neq 0$ si $D \geq Y_{IS}$ et donc

$$E\left([D - Y_{IS}]^+\right) = \int_{\gamma_{IS}=0}^{+\infty} \int_{D=Y\gamma_{IS}}^{+\infty} (D - \gamma_{IS}Y) f_D(D) f_{IS}(\gamma_{IS}) dD d\gamma_{IS}$$

Pour $[Y_{IS} - D]^+ \neq 0$ si $D \leq Y_{IS}$ et donc

$$E\left([Y_{IS} - D]^+\right) = \int_{\gamma_{IS}=0}^{+\infty} \int_{D=-\infty}^{Y\gamma_{IS}} (\gamma_{IS}Y - D) f_D(D) f_{IS}(\gamma_{IS}) dD d\gamma_{IS}$$

Pour $Y_{IS} - Y_{PH}$ et donc

$$E\left((Y_{IS} - Y_{PH})\right) = \int_{\gamma_{PH}=0}^{+\infty} \int_{\gamma_{IS}=0}^{+\infty} (\gamma_{IS} - \gamma_{PH}) f_{IS}(\gamma_{IS}) f_{PH}(\gamma_{PH}) d\gamma_{IS} d\gamma_{PH}$$

$$\text{Pour } \text{Min}\left[(Y_{IS} - D)^+, (Y_{IS} - Y_{PH})\right] = \begin{cases} (Y_{IS} - D)^+ & \text{si } Y_{IS} \geq D \geq Y_{PH} \\ (Y_{IS} - Y_{PH}) & \text{si } Y_{PH} \geq Y_{IS} \quad \forall D \\ (Y_{IS} - Y_{PH}) & \text{si } D \leq Y_{PH} \leq Y_{IS} \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

Et donc

$$\begin{aligned} \text{Min}\left[(Y_{IS} - D)^+, (Y_{IS} - Y_{PH})\right] &= \int_{\gamma_{PH}=0}^{+\infty} \int_{\gamma_{IS}=0}^{\gamma_{PH}} (\gamma_{IS} - \gamma_{PH}) Y f_{IS}(\gamma_{IS}) f_{PH}(\gamma_{PH}) d\gamma_{IS} d\gamma_{PH} \\ &+ \int_{\gamma_{IS}=0}^{+\infty} \int_{\gamma_{PH}=0}^{\gamma_{IS}} \int_{D=Y\gamma_{PH}}^{Y\gamma_{IS}} (\gamma_{IS}Y - D) f_D(D) f_{PH}(\gamma_{PH}) f_{IS}(\gamma_{IS}) dD d\gamma_{PH} d\gamma_{IS} \\ &+ \int_{\gamma_{IS}=0}^{+\infty} \int_{\gamma_{PH}=0}^{\gamma_{IS}} \int_{D=0}^{Y\gamma_{PH}} (\gamma_{IS} - \gamma_{PH}) Y f_D(D) f_{PH}(\gamma_{PH}) f_{IS}(\gamma_{IS}) dD d\gamma_{PH} d\gamma_{IS} \end{aligned}$$

D'après les expressions précédentes et l'équation (3.8) du profit nous pouvons déduire l'expression du profit moyen qui s'écrit comme suit (3.9) :

$$\begin{aligned}
 \pi^M(Y) = & (r-c)\mu_D - (c-s) \int_{\gamma_{IS}=0}^{+\infty} \int_{D=-\infty}^{Y\gamma_{IS}} (\gamma_{IS}Y - D) f_D(D) f_{IS}(\gamma_{IS}) dD d\gamma_{IS} \quad (3.9) \\
 & - (r-c) \int_{\gamma_{IS}=0}^{+\infty} \int_{D=Y\gamma_{IS}}^{+\infty} (D - \gamma_{IS}Y) f_D(D) f_{IS}(\gamma_{IS}) dD d\gamma_{IS} \\
 & - (r-c+k)Y \int_{\gamma_{PH}=0}^{+\infty} \int_{\gamma_{IS}=0}^{+\infty} (\gamma_{IS} - \gamma_{PH}) f_{IS}(\gamma_{IS}) f_{PH}(\gamma_{PH}) d\gamma_{IS} d\gamma_{PH} \\
 & + (r-s+k) \left(\int_{\gamma_{PH}=0}^{+\infty} \int_{\gamma_{IS}=0}^{\gamma_{PH}} (\gamma_{IS} - \gamma_{PH}) Y f_{IS}(\gamma_{IS}) f_{PH}(\gamma_{PH}) d\gamma_{IS} d\gamma_{PH} \right. \\
 & \left. + \int_{\gamma_{IS}=0}^{+\infty} \int_{\gamma_{PH}=0}^{\gamma_{IS}} \int_{D=Y\gamma_{PH}}^{Y\gamma_{IS}} (\gamma_{IS}Y - D) f_D(D) f_{PH}(\gamma_{PH}) f_{IS}(\gamma_{IS}) dD d\gamma_{PH} d\gamma_{IS} \right. \\
 & \left. + \int_{\gamma_{IS}=0}^{+\infty} \int_{\gamma_{PH}=0}^{\gamma_{IS}} \int_{D=0}^{Y\gamma_{PH}} (\gamma_{IS} - \gamma_{PH}) Y f_D(D) f_{PH}(\gamma_{PH}) f_{IS}(\gamma_{IS}) dD d\gamma_{PH} d\gamma_{IS} \right)
 \end{aligned}$$

Afin de pouvoir démontrer les conditions d'optimalité du profit moyen, nous réécrivons tout d'abord l'expression proposée en (3.9) en utilisant le résultat sur les fonctions de probabilité fourni dans le lemme suivant :

Lemme 1

Si $f_X (F_X)$: la densité de probabilité (respectivement la fonction de répartition) $\sim N(\mu_X, \sigma_X)$ nous avons les deux égalités suivantes

$$\int_{x=-\infty}^a x f_X(x) dx = \mu_X F_X(a) - \sigma_X^2 f_X(a)$$

$$\int_{x=a}^{+\infty} x f_X(x) dx = \mu_X (1 - F_X(a)) + \sigma_X^2 f_X(a)$$

Démonstration Lemme 1 :

Si $f_X (F_X)$: la densité de probabilité (respectivement la fonction de répartition) $\sim N(\mu_X, \sigma_X)$ alors

$$\left. \begin{aligned}
 & f_X'(x) = -\left(\frac{x - \mu_X}{\sigma_X^2}\right) f_X(x) \text{ et donc } x f_X(x) = -\sigma_X^2 f_X'(x) + \mu_X f_X(x) \text{ d'où la} \\
 & \text{formule } \int_{x=-\infty}^a x f_X(x) dx = \int_{x=-\infty}^a \mu_X f_X(x) dx - \sigma_X^2 f_X'(x) = \mu_X F_X(a) - \sigma_X^2 f_X(a) \text{ et en} \\
 & \text{utilisant l'expression de la moyenne } \mu_X = \int_{x=-\infty}^{x=+\infty} f_X(x) dx \text{ on obtient} \\
 & \int_{x=a}^{+\infty} x f_X(x) dx = \mu_X (1 - F_X(a)) + \sigma_X^2 f_X(a)
 \end{aligned} \right\}$$

En utilisant le Lemme 1 et l'expression des trois coûts u_1 , u_2 et h l'équation du profit peut s'écrire sous la forme de (3.10)

$$\begin{aligned}
 \pi^M(Y) = & u_1 (\mu_D - \mu_D (1 - F_{IS}(0))) - Y \int_{\gamma_{IS}=0}^{+\infty} \gamma_{IS} ((u_1 + h) F_D(\gamma_{IS} Y) - u_1) f_{IS}(\gamma_{IS}) d\gamma_{IS} \\
 & + (u_1 + h) \int_{\gamma_{IS}=0}^{+\infty} (\mu_D F_D(\gamma_{IS} Y) - \sigma_D^2 f_D(\gamma_{IS} Y)) f_{IS}(\gamma_{IS}) d\gamma_{IS} - u_2 Y (\mu_{IS}^M - \mu_{PH}^M) \\
 & + (u_2 + h) Y \left(\int_{\gamma_{PH}=0}^{+\infty} \left((\mu_{IS}^M - \gamma_{PH}) (F_{IS}(\gamma_{PH}) - F_{IS}(0)) - \sigma_{IS}^{M2} (f_{IS}(\gamma_{PH}) - f_{IS}(0)) \right) f_{PH}(\gamma_{PH}) d\gamma_{PH} \right. \\
 & \left. + \int_{\gamma_{IS}=0}^{+\infty} \left(\left(\gamma_{IS} - \frac{\mu_D}{Y} \right) F_D(Y \gamma_{IS}) + \frac{\sigma_D^2}{Y} f_D(Y \gamma_{IS}) \right) (F_{PH}(\gamma_{IS}) - F_{PH}(0)) f_{IS}(\gamma_{IS}) d\gamma_{IS} \right. \\
 & \left. - \int_{\gamma_{IS}=0}^{+\infty} \int_{\gamma_{PH}=0}^{\gamma_{IS}} \left(\left(\gamma_{PH} - \frac{\mu_D}{Y} \right) F_D(\gamma_{PH} Q) + \frac{\sigma_D^2}{Y} f_D(Q \gamma_{PH}) \right) f_{PH}(\gamma_{PH}) f_{IS}(\gamma_{IS}) d\gamma_{PH} d\gamma_{IS} \right)
 \end{aligned} \tag{3.10}$$

Pour la suite, nous définissons les constantes suivantes $C1$ et $C2$:

$$C1 = (u_2 + h) \int_{\gamma_{IS}=0}^{+\infty} \int_{\gamma_{PH}=0}^{\gamma_{IS}} (\gamma_{PH} - \gamma_{IS}) f_{PH}(\gamma_{PH}) f_{IS}(\gamma_{IS}) d\gamma_{PH} d\gamma_{IS} - (u_1 + h) \int_0^{+\infty} \gamma_{IS} f_{IS}(\gamma_{IS}) d\gamma_{IS}$$

Qui peut s'écrire après développement comme suit

$$\begin{aligned}
 C1 = & (u_2 + h) \int_{\gamma_{IS}=0}^{+\infty} \left((\gamma_{IS} - \mu_{PH}^M) F_{PH}(\gamma_{IS}) + \sigma_{PH}^{M2} f_{PH}(\gamma_{IS}) \right) f_{IS}(\gamma_{IS}) d\gamma_{IS} \\
 & + (u_2 + h) (1 - F_{IS}(0)) (\mu_{PH}^M F_{PH}(0) - \sigma_{PH}^{M2} f_{PH}(0)) \\
 & - ((u_1 + h) + (u_2 + h) \text{hol}) F_{PH}(0) (\mu_{IS}^M (1 - F_{IS}(0)) + \sigma_{IS}^{M2} f_{IS}(0))
 \end{aligned}$$

$$C2 = -u_1 \left(\mu_{IS}^M (1 - F_{IS}(0)) + f_{IS}(0) \sigma_{IS}^{M^2} \right)$$

et $+u_2 \left(\mu_{IS}^M - \mu_{PH}^M \right)$

$$-(u_2 + h) \int_{\gamma_{PH}=0}^{+\infty} \left((\mu_{IS}^M - \gamma_{PH}) (F_{IS}(\gamma_{PH}) - F_{IS}(0)) - \sigma_{IS}^{M^2} (f_{IS}(\gamma_{PH}) - f_{IS}(0)) \right) f_{PH}(\gamma_{PH}) d\gamma_{PH}$$

Qui s'écrit après développement comme suit :

$$C2 = -u_1 \left(\mu_{IS}^M (1 - F_{IS}(0)) + f_{IS}(0) \sigma_{IS}^{M^2} \right) + u_2 \left(\mu_{IS}^M - \mu_{PH}^M \right)$$

$$-(u_2 + h) \int_{\gamma_{PH}=0}^{+\infty} \left((\mu_{IS}^M - \gamma_{PH}) F_{IS}(\gamma_{PH}) - \sigma_{IS}^{M^2} f_{IS}(\gamma_{PH}) \right) f_{PH}(\gamma_{PH}) d\gamma_{PH}$$

$$-(u_2 + h) (1 - F_{PH}(0)) \left(-\mu_{IS}^M F_{IS}(0) + \sigma_{IS}^{M^2} f_{IS}(0) \right)$$

$$-(u_2 + h) F_{IS}(0) \left(\sigma_{PH}^{M^2} f_{PH}(0) + \mu_{PH}^M (1 - F_{PH}(0)) \right)$$

Le but de notre travail est d'optimiser la politique de réapprovisionnement et donc de maximiser la fonction profit $\pi^M(Y)$ en trouvant la quantité optimale Y_M^* qui la maximise.

Cette quantité si elle existe, doit vérifier $\frac{\partial \pi^M}{\partial Y}(Y_M^*) = 0$

D'après (3.10), nous déduisons la dérivée première $\frac{\partial \pi^M}{\partial Y}$ et la dérivée seconde $\frac{\partial^2 \pi^M}{\partial Y^2}$ du profit moyen qui s'écrivent respectivement sous la forme de (3.11) et (3.12)

$$\frac{\partial \pi^M}{\partial Y}(Y) = \int_0^{+\infty} \int_0^{\gamma_{IS}} \left[\begin{array}{l} (u_2 + h) \gamma_{IS} F_D(\gamma_{IS} Y) \\ -(u_2 + h) \gamma_{PH} F_D(\gamma_{PH} Y) \\ -(u_1 + h) \frac{\gamma_{IS} F_D(\gamma_{IS} Y)}{F_{PH}(\gamma_{IS}) - F_{PH}(0)} \end{array} \right] f_{PH}(\gamma_{PH}) f_{IS}(\gamma_{IS}) d\gamma_{PH} d\gamma_{IS} \quad (3.11)$$

-C2

$$\frac{\partial^2 \pi^M}{\partial Y^2}(Y) = \int_{\gamma_{IS}=0}^{+\infty} \left[\begin{array}{l} (u_2 + h) (F_{PH}(\gamma_{IS}) - F_{PH}(0)) \\ -(u_1 + h) \gamma_{IS}^2 f_D(\gamma_{IS} Y) \end{array} \right] f_{IS}(\gamma_{IS}) d\gamma_{IS} \quad (3.12)$$

$$-(u_2 + h) \int_{\gamma_{IS}=0}^{+\infty} \left[\int_{\gamma_{PH}=0}^{\gamma_{IS}} (\gamma_{PH}^2 f_D(\gamma_{PH} Y)) f_{PH}(\gamma_{PH}) d\gamma_{PH} \right] f_{IS}(\gamma_{IS}) d\gamma_{IS}$$

En se basant sur l'expression de $\frac{\partial \pi^M}{\partial Y}$ et les constantes $C1$ et $C2$ nous pouvons calculer les limites suivantes qui nous serviront à définir les conditions d'optimalité :

$$\lim_{Y \rightarrow 0} : \frac{\partial \pi^M}{\partial Y} = -C2 \text{ et } \lim_{Y \rightarrow +\infty} : \frac{\partial \pi^M}{\partial Y} = C1 - C2$$

Il est à noter que les deux fonctions $\frac{\partial \pi^M}{\partial Y}$ et $\frac{\partial^2 \pi^M}{\partial Y^2}$ sont continues. La concavité de la fonction profit n'est pas toujours vérifiée. Le but de l'étude suivante est de trouver les conditions d'existence de la quantité optimale à commander Y_M^* permettant de maximiser le profit moyen. Nous proposons pour ce faire d'étudier l'allure de la courbe $\frac{\partial \pi^M}{\partial Y}$ en analysant la fonction $\frac{\partial^2 \pi^M}{\partial Y^2}$.

Pour l'étude de $\frac{\partial^2 \pi(Y)}{\partial Y^2}$ nous avons deux cas de figure :

1^{er} cas : Nous posons l'hypothèse **H1** suivante :

$$\mathbf{H1} \quad \mu_{IS}^M + 3\sigma_{IS}^M \leq F_{PH}^{-1} \left(\frac{u_1 + h}{u_2 + h} + F_{PH}(0) \right)$$

Nous supposons que $f_{IS}(\gamma_{IS}) = 0$ si $\begin{cases} \gamma_{IS} \leq \mu_{IS}^M - 3\sigma_{IS}^M \\ \mu_{IS}^M + 3\sigma_{IS}^M \leq \gamma_{IS} \end{cases}$ et donc $\frac{\partial^2 \pi^M(Y)}{\partial Y^2}$ peut s'écrire sous la forme de (3.13).

$$\frac{\partial^2 \pi^M(Y)}{\partial Y^2} = \int_{\mu_{IS}^M - 3\sigma_{IS}^M}^{\mu_{IS}^M + 3\sigma_{IS}^M} \int_0^{\gamma_{IS}} \left[\begin{array}{l} (u_2 + h)\gamma_{IS}f_D(\gamma_{IS}Y) \\ -(u_2 + h)\gamma_{PH}f_D(\gamma_{PH}Y) \\ -(u_1 + h)\frac{\gamma_{IS}f_D(\gamma_{IS}Y)}{F_{PH}(\gamma_{IS}) - F_{PH}(0)} \end{array} \right] f_{PH}(\gamma_{PH}) f_{IS}(\gamma_{IS}) d\gamma_{PH} d\gamma_{IS} \quad (3.13)$$

Avec l'hypothèse **H1** nous pouvons conclure que $\frac{\partial^2 \pi^M}{\partial Y^2}$ est négative et donc la fonction $\pi^M(Y)$ est concave.

En posant $x = \frac{u_2}{u_1}$ et $y = \frac{h}{u_1}$ **H1** s'écrit sous la forme suivante :

$$\mathbf{H1} : \mu_{IS}^M + 3\sigma_{IS}^M \leq F_{PH}^{-1} \left(\frac{1 + y}{x + y} + F_{PH}(0) \right)$$

Les figures 3.1 et 3.2 illustrent l'hypothèse **H1** c'est-à-dire la variation σ_{IS}^M en fonction de x et y pour $\mu_{IS}^M = 0.8$ et $\mu_{IS}^M = 1$ avec $\mu_{PH}^M = 1$ et $\sigma_{PH}^M = 0.05$. Ces figures montrent les plages de valeurs que peut prendre σ_{IS}^M en fonction de μ_{IS}^M .

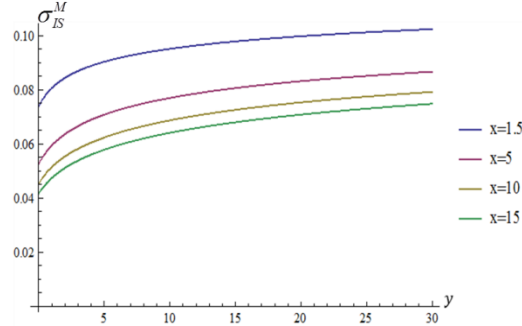


Figure 3.1. σ_{IS}^M en fonction de x et y pour $\mu_{IS}^M = 0.8$ en mono-période

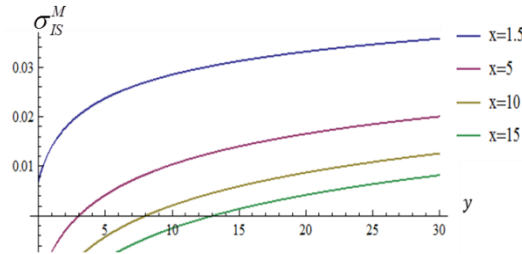


Figure 3.2. σ_{IS}^M en fonction de x et y pour $\mu_{IS}^M = 1$ en mono-période

2^{ème} cas : Pour toute autre combinaison nous avons réalisé les applications numériques pour les valeurs usuelles des coûts et des paramètres des perturbations. Et d'après ces applications numériques $\frac{\partial^2 \pi^M}{\partial Y^2}$ s'annule au plus une fois. Le Tableau 3.1 présente les valeurs prises par les paramètres d'entrée testés.

Tableau 3.1. Valeurs prises par les paramètres d'entrée

h	u_1	u_2	μ_{IS}^M	μ_{PH}^M	σ_{IS}^M	σ_{PH}^M
[1,10]	[0.1, 20]	$[u_1, 2u_1]$	[0.9, 1.7]	[0.9, 1.7]	[0.02, 0.17]	[0.02, 0.17]

A partir de l'allure de $\frac{\partial^2 \pi^M}{\partial Y^2}$ nous pouvons dire que $\frac{\partial \pi^M(Y)}{\partial Y}$ présente au plus un seul optimum. Et nous avons $\lim_{Y \rightarrow +\infty} \frac{\partial \pi^M}{\partial Y} = C_1 - C_2$ et $\lim_{Y \rightarrow 0} \frac{\partial \pi^M}{\partial Y} = -C_2$.

Théorème de résolution :

$$\int_0^{+\infty} \int_0^{\gamma_{IS}} \left[\begin{array}{l} (u_2 + h) \gamma_{IS} F_D(\gamma_{IS} Y_M^*) \\ -(u_2 + h) \gamma_{PH} F_D(\gamma_{PH} Y_M^*) \\ -(u_1 + h) \frac{\gamma_{IS} F_D(\gamma_{IS} Y_M^*)}{F_{PH}(\gamma_{IS}) - F_{PH}(0)} \end{array} \right] f_{PH}(\gamma_{PH}) f_{IS}(\gamma_{IS}) d\gamma_{PH} d\gamma_{IS} = C2$$

Tableau 3.2. Conditions d'existence de Y_M^*

Condition Y_M^*		Nombre de solution eq (3.11)	Optimalité
$(C_1 - C_2)C_2 > 0$	$C_2 < 0$	1	Optimal
$(C_1 - C_2)C_2 > 0$	$0 < C_2$	1	Pas optimal
$(C_1 - C_2)C_2 < 0$	$C_2 < 0$	2	1^{ère} solution optimale
$(C_1 - C_2)C_2 < 0$	$0 < C_2$	2	2^{ème} solution optimale
$C_2 = 0$		Pas de solution	
Autre combinaisons		Pas de solution	

Dans notre étude nous avons fait l'hypothèse que la quantité facturée par le fournisseur au e-détaillant est basée sur la quantité réellement disponible en stock Y_{PH} .

Dans la résolution mathématique : la facturation sur Y_{IS} ne change en rien la méthodologie de résolution le seul paramètre qui change est la constante $C2$ qui devient:

$$C2 = -u_1 \left(\mu_{IS}^M (1 - F_{IS}(0)) + f_{IS}(0) \sigma_{IS}^{M2} \right) \\ + (u_2 - c) \left(\mu_{IS}^M - \mu_{PH}^M \right) \\ - (u_2 + h) \int_{\gamma_{PH}=0}^{+\infty} \left((\mu_{IS}^M - \gamma_{PH}) (F_{IS}(\gamma_{PH}) - F_{IS}(0)) - \sigma_{IS}^{M2} (f_{IS}(\gamma_{PH}) - f_{IS}(0)) \right) f_{PH}(\gamma_{PH}) d\gamma_{PH}$$

3.3 Application numérique**3.3.1 Variation de la quantité à commander par rapport aux paramètres**

L'objectif de cette section est de présenter une analyse complète afin d'étudier l'impact des différents paramètres d'entrée des perturbations ($\mu_{IS}^M, \mu_{PH}^M, \sigma_{IS}^M$ et σ_{PH}^M) sur la quantité optimale à commander.

Dans notre étude numérique nous distinguons :

- les produits à forte marge (exemple : les produits de l'industrie de luxe ou les produits à forte valeur ajoutée) : les coûts unitaires de rupture de stock de type 1 et 2 (u_1 et u_2) sont plus importants que le coût de sur-stockage (h).
- les produits à faible marge (exemple : produits de grande consommation, produits à faible valeur ajoutée) : les coûts de rupture de stock (u_1) et (u_2) sont moins importants que le coût de sur-stockage (h).

Nous considérons une demande stochastique suivant une distribution normale avec une moyenne $\mu_D = 20$ et un écart type $\sigma_D = 4$. Le tableau 3.3 représente les valeurs des coûts unitaires utilisés pour les produits à forte ou faible marge dans notre étude numérique.

Tableau 3.3. Valeur des paramètres pour la simulation

Forte Marge	Faible Marge
c=2	c=2
s=1	s=1
r=20	r=2.5
K=0;5;10	K=0;0.1;0.3

Nous considérons aussi que les perturbations suivent une loi normale : $\gamma_{IS} \sim N(\mu_{IS}^M, \sigma_{IS}^M)$ et $\gamma_{PH} \sim N(\mu_{PH}^M, \sigma_{PH}^M)$.

Afin de pouvoir étudier l'impact de chaque paramètre individuellement, nous faisons varier le paramètre voulu et fixons les trois autres.

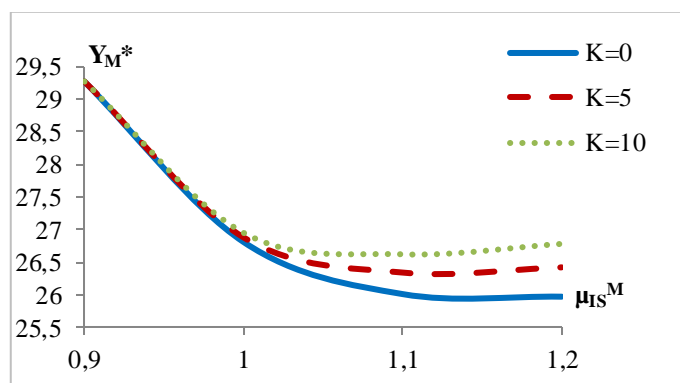
Le tableau 3.4 récapitule la valeur prise pour chaque paramètre.

Tableau 3.4. Valeurs des paramètres étudiés

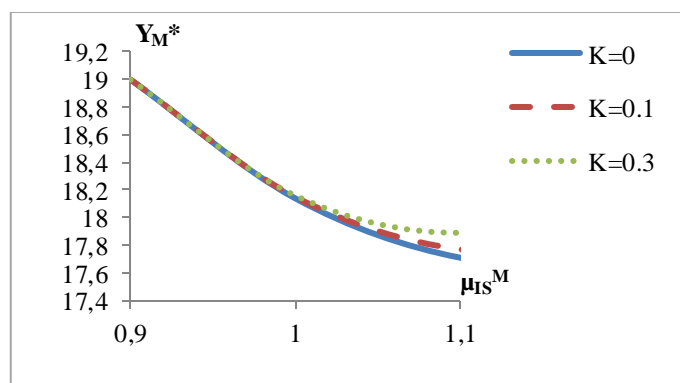
Paramètre étudié	Valeur autres paramètres
$\mu_{IS}^M \in [0.9, 1.1]$	$\mu_{PH}^M = 1, \sigma_{IS}^M = \sigma_{PH}^M = 0.01$
$\mu_{PH}^M \in [0.9, 1.1]$	$\mu_{IS}^M = 1, \sigma_{IS}^M = \sigma_{PH}^M = 0.01$
$\sigma_{IS}^M \in [0.02, 0.17]$	$\mu_{PH}^M = \mu_{IS}^M = 1, \sigma_{PH}^M = 0.01$
$\sigma_{PH}^M \in [0.02, 0.17]$	$\mu_{PH}^M = \mu_{IS}^M = 1, \sigma_{IS}^M = 0.01$

La variation de Y_M^* par rapport aux moyennes des perturbations dans le système d'information et système physique (μ_{IS}^M, μ_{PH}^M) pour un produit à forte marge est représentée dans les figures 3.3(a) et 3.4(a) respectivement. Ces figures montrent que la quantité optimale à commander Y_M^* diminue avec la moyenne des deux perturbations. Ce comportement est le même pour un produit à faible marge (figures 3.3(b) et 3.4(b)).

Ce résultat est intuitif, car les perturbations ont tendance à augmenter les quantités dans le IS et le PH et donc pour limiter cette augmentation, le responsable doit diminuer sa quantité commandée.

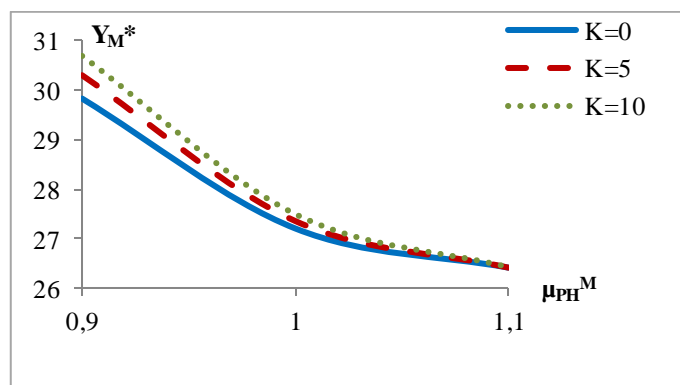


(a) Evolution de Y_M^* avec μ_{IS}^M pour différentes valeurs de K , $\mu_{PH}^M = 1$ pour les produits à forte marge

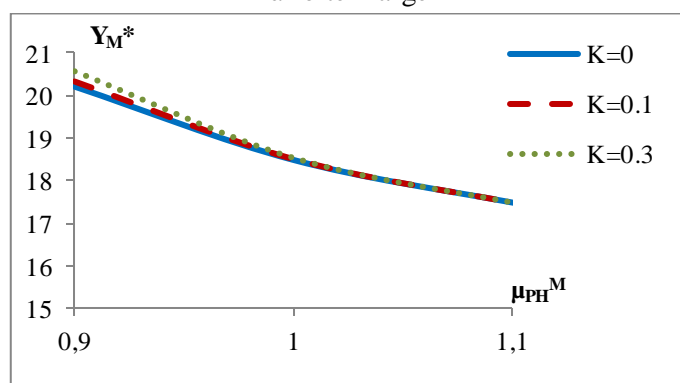


(b) Evolution de Y_M^* avec μ_{IS}^M pour différentes valeurs de K , $\mu_{PH}^M = 1$ pour les produits à faible marge

Figure 3.3. Evolution de Y_M^* avec μ_{IS}^M pour différentes valeurs de K , $\mu_{PH}^M = 1$



(a) Evolution de Y_M^* avec μ_{PH}^M pour différentes valeurs de K , $\mu_{IS}^M = 1$ pour les produits à forte marge

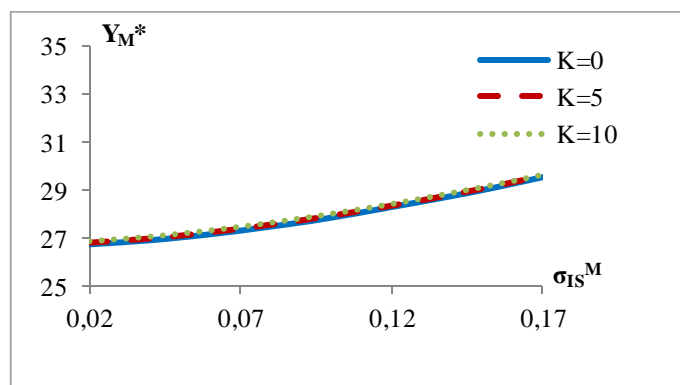


(b) Evolution de Y_M^* avec μ_{PH}^M pour différentes valeurs de K , $\mu_{IS}^M = 1$ pour les produits à faible marge

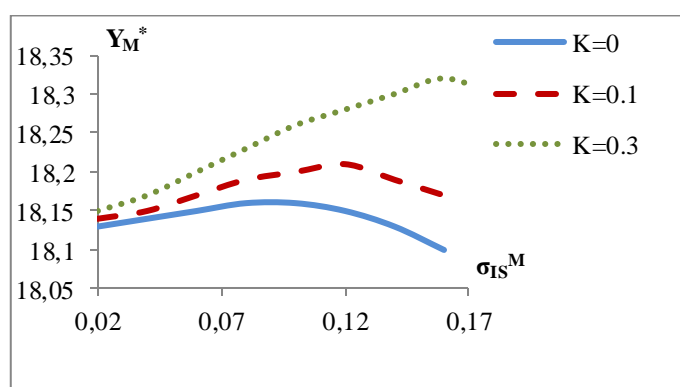
Figure 3.4. Evolution de Y_M^* avec μ_{PH}^M pour différentes valeurs de K , $\mu_{IS}^M = 1$

Après l'étude de l'impact des moyennes, nous étudions l'impact des écarts types sur Y_M^* . En fixant $\mu_{IS}^M = \mu_{PH}^M = 1$, les figures 3.5(a) (et 3.5(b)) représentent la variation de la quantité optimale à commander en fonction de σ_{IS}^M pour les produits à forte (respectivement faible) marge. L'augmentation de la variabilité des perturbations dans le système d'information (σ_{IS}^M) engendre :

- Pour les produits à forte marge, une augmentation de Y_M^* permet de diminuer l'impact de l'augmentation des incertitudes et des perturbations pour éviter la situation de rupture de stock qui est plus pénalisante que la situation de sur-stockage.



(a) Evolution de Y_M^* avec σ_{IS}^M pour différentes valeurs de K , $\mu_{IS}^M = \mu_{PH}^M = 1$ pour les produits à forte marge

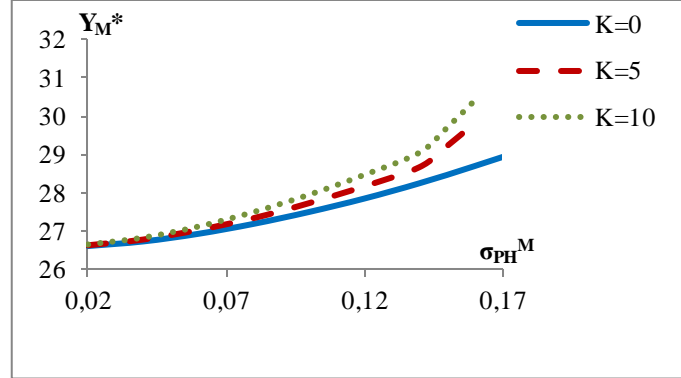


(b) Evolution de Y_M^* avec σ_{IS}^M pour différentes valeurs de K , $\mu_{IS}^M = \mu_{PH}^M = 1$ pour les produits à faible marge

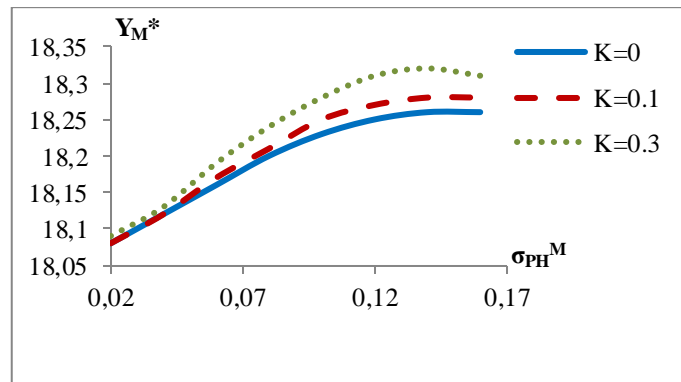
Figure 3.5. Evolution de Y_M^* avec σ_{IS}^M pour différentes valeurs de K , $\mu_{IS}^M = \mu_{PH}^M = 1$

- Pour les produits à faible marge, la quantité optimale à commander augmente dans un premier temps, pour les petites valeurs de variabilité, afin d'éviter la situation de rupture de stock. La pente de la courbe s'inverse, et Y_M^* devient décroissante en fonction de la variabilité des perturbations. Cette inversion peut être expliquée par le fait que pour des valeurs assez grandes des perturbations, l'augmentation de la quantité à commander va multiplier l'augmentation des perturbations car $Y_j = \gamma_j Y$ avec $j = \{IS, PH\}$. En conséquence nous aurons une augmentation de la quantité physique et donc un risque d'être en situation de sur-stockage qui est plus pénalisante qu'une situation de rupture de stock. Ainsi, dans une configuration de produit à faible marge, la diminution de la quantité à commander diminue la probabilité de tomber dans une situation de sur-stockage.

Le même comportement est observé et peut être expliqué de la même manière pour l'étude de l'impact de la variabilité des perturbations dans le système physique sur la quantité optimale à commander (Figures 3.6(a), 3.6(b)).



(a) Evolution de Y_M^* avec σ_{PH}^M pour différentes valeurs de K , $\mu_{IS}^M = \mu_{PH}^M = 1$ pour les produits à forte marge



(b) Evolution de Y_M^* avec σ_{PH}^M pour différentes valeurs de K , $\mu_{IS}^M = \mu_{PH}^M = 1$ pour les produits à faible marge

Figure 3.6. Evolution de Y_M^* avec σ_{PH}^M pour différentes valeurs de K , $\mu_{IS}^M = \mu_{PH}^M = 1$

3.3.2 Comparaison entre une politique avec prise en compte des perturbations et une politique classique

Après avoir expliqué l'impact de la prise en compte des perturbations avec une modélisation multiplicative sur la politique de réapprovisionnement, nous avons comparé le profit obtenu avec notre modélisation et le profit en ignorant les perturbations. Dans le cas où les perturbations sont ignorées la quantité optimale à commander est Y_0 . Cette

quantité peut être déduite de l'équation $\frac{\partial \pi^M}{\partial Y}(Y) = 0$ avec $\mu_{IS}^M = \mu_{PH}^M = 1$ et en faisant

tendre $\sigma_{IS}^M = \sigma_{PH}^M$ vers 0 on aura $Y_0 = F_D^{-1}[\frac{u_1}{u_1 + h}]$, et donc le profit obtenu en ignorant

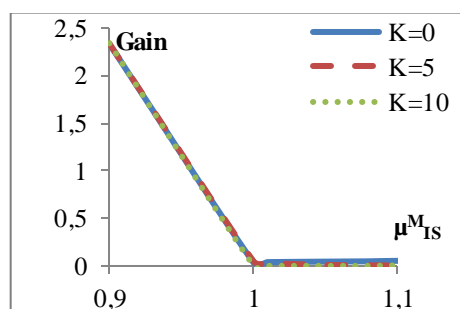
l'existence des perturbations sera $\pi^M(Y_0)$.

Nous étudions le gain que peut avoir le responsable à prendre en compte les perturbations qui peuvent exister dans son système :

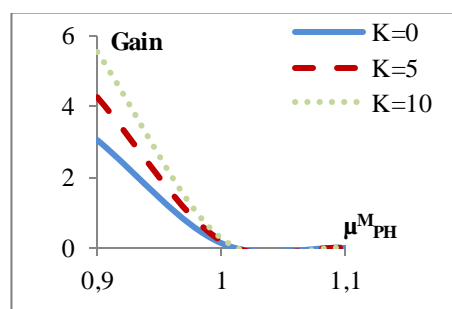
$$Gain = \pi^M(Y_M^*) - \pi^M(Y_0).$$

Dans ce qui suit nous présentons la variation du *Gain* en fonction de $\mu_{IS}^M, \mu_{PH}^M, \sigma_{IS}^M$ et σ_{PH}^M pour les produits à forte marge car ce dernier est beaucoup plus significatif dans le cas où u_2 est plus important que h vu que les commandes acceptées et non honorées ont un impact important sur le profit. Les valeurs des paramètres sont les mêmes que celles du Tableau 3.2.

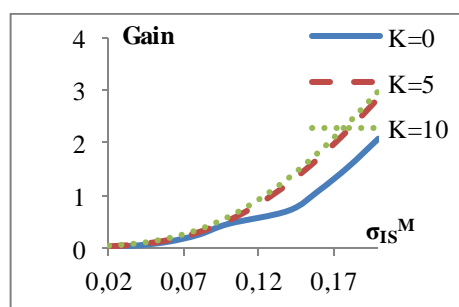
La figure 3.7 montre que lorsque Y_M^* tend vers Y_0 c.à.d. μ_{IS}^M et μ_{PH}^M tendent vers 1 et σ_{IS}^M et σ_{PH}^M tendent vers 0, le *Gain* tend vers 0.



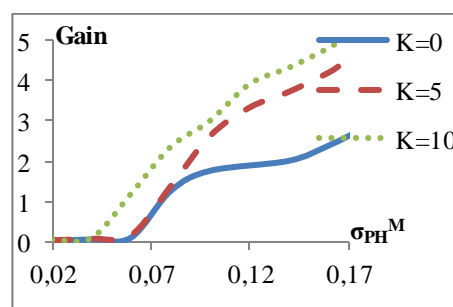
Gain en fonction de μ_{IS}^M



Gain en fonction de μ_{PH}^M



Gain en fonction de σ_{IS}^M



Gain en fonction de σ_{PH}^M

Figure 3.7. Gain en fonctions des différents paramètres d'entrée (moyennes et écart-types)

On remarque aussi que $Gain \geq 0$, et donc le responsable augmentera le profit en prenant en compte les perturbations dans sa politique de réapprovisionnement car dans la modélisation mathématique et la résolution, l'impact des perturbations est pris en compte alors que dans une résolution classique le gestionnaire ne va pas optimiser sa fonction profit avec les perturbations et va utiliser la formule classique.

Dans la suite du chapitre nous allons comparer l'impact d'une modélisation additive et d'une modélisation multiplicative des perturbations sur la fonction profit.

3.4 Comparaison de l'impact des perturbations additives et des perturbations multiplicatives sur la quantité optimale à commander

L'objectif de cette section est de comparer le comportement de la quantité optimale à commander en prenant en compte les perturbations additives ou les perturbations multiplicatives.

Détermination de la quantité optimale à commander avec une modélisation additive

(Rekik, 2011) a étudié l'impact de la prise en compte des perturbations additives sur la quantité à commander où $Y_{IS} = e_{IS} + Y$ et $Y_{PH} = e_{PH} + Y$ et la fonction profit espéré s'écrit sous la forme de (3.14).

$$\begin{aligned} \pi^A(Y) = & (r-c)\mu_D - (c-s) \int_{Dm=-\infty}^Y (Y-Dm) f_{Dm}(Dm) dDm & (3.14) \\ & - (r-c) \int_{Dm=Y}^{+\infty} (Dm-Y) f_{Dm}(Dm) dDm \\ & - (r-s+K) \int_{e=0}^{+\infty} [e[1-F_{Dm}(Y)] + \int_{Dm=Y-e}^Y (e-(Y-Dm)) f_{Dm}(Dm) dDm] f_e(e) de \\ & + (c-s) \int_{e=0}^{+\infty} \int_{Dm=Y-e}^Y (e-(Y-Dm)) f_{Dm}(Dm) dDm f_e(e) de \end{aligned}$$

La quantité optimale à commander Y_A^* doit satisfaire l'équation 3.15

$$(r-c)F_{Dm}(Y_A^*) - (r-c) + (r-s+K) \int_{e=0}^{+\infty} f_e(e) [F_{Dm}(Y_A^* - e) - F_{Dm}(Y_A^*)] de = 0 \quad (3.15)$$

Comparaison entre l'impact d'une modélisation additive et multiplicative des perturbations : application numérique

La différence dans la résolution technique et mathématique du problème d'approvisionnement avec une modélisation additive ou multiplicative des perturbations est un fait, car la formulation des quantités dans le IS et le PH est différente et donc leur

prise en compte dans la fonction profit est différente. Dans cette section, nous étudions l'impact de la différence de modélisation des perturbations sur les décisions managériales. Il est à noter que dans les études empiriques, il est difficile de faire la différence entre les perturbations multiplicatives et les perturbations additives. Cette étude montre l'impact d'une erreur de modélisation (modéliser une erreur multiplicativement au lieu d'additivement et vice versa).

Afin d'avoir une analyse complète, nous avons utilisé les mêmes valeurs pour les différents coûts (Tableau 3.3).

Dans (Rekik, 2011), les variabilités des perturbations IS et PH avec une modélisation additive ont des impacts symétriques. Dans la section 3.4, nous avons aussi montré que les variabilités des perturbations IS et PH avec une modélisation multiplicative ont des impacts symétriques. Pour ces deux raisons nous nous sommes intéressés seulement aux impacts des variabilités des perturbations sur le IS, σ_{IS}^A .

Nous fixons aussi $\mu_{IS}^A = \mu_{PH}^A = 0$ et $\mu_{IS}^M = \mu_{PH}^M = 1$ afin d'isoler les incertitudes associées aux perturbations et d'étudier la variabilité de ces dernières.

Nous analysons par la suite les stratégies de réapprovisionnement en fonction σ_{IS}^A et σ_{IS}^M . Les Figures 3.8 et 3.9 (respectivement 3.10 et 3.11) représentent le comportement de la quantité optimale à commander ainsi que le profit espéré en fonction de σ_{IS}^A et σ_{IS}^M pour les produits à faible (respectivement forte) marge.

A partir de ces figures nous pouvons dire que :

- Pour les produits à forte ou à faible marge, le profit espéré est décroissant en fonction de la variabilité des perturbations dans le IS. Ce résultat est prévisible car un stock sujet à plus de variabilité, a plus de risque d'être en situation de sur-stockage ou de rupture de stock.
- Pour les produits à forte marge, pour les deux modélisations (additives et multiplicatives), la quantité optimale à commander est croissante afin d'éviter la situation de rupture de stock qui est la plus pénalisante.
- Pour les produits à faible marge, l'impact est différent pour les deux modélisations. Avec une modélisation additive, la pente est beaucoup moins importante que pour la modélisation multiplicative. En présence de variabilité le responsable devrait moins commander afin de ne pas être dans une situation de sur-stockage (produits faible marge). Puis pour des valeurs plus grandes de variabilité, le responsable devrait augmenter la quantité à commander pour limiter l'impact d'une situation de rupture de stock. Vu la modélisation additive (les perturbations sont indépendantes de la quantité commandée) l'augmentation de la quantité commandée ne multiplie pas le risque d'une augmentation des perturbations sur le stock physique, et donc le

risque de tomber dans une situation de sur-stockage, contrairement à la modélisation multiplicative. Pour les produits à faible marge et avec une modélisation multiplicative l'explication est donnée dans la section 3.3 pour la figure 3.3a.

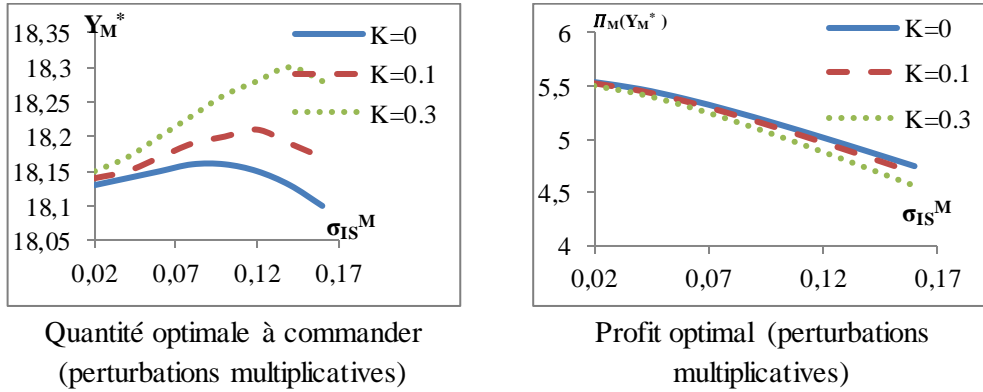


Figure 3.8. Stratégie de réapprovisionnement optimale : produits à faible marge et modélisation multiplicative

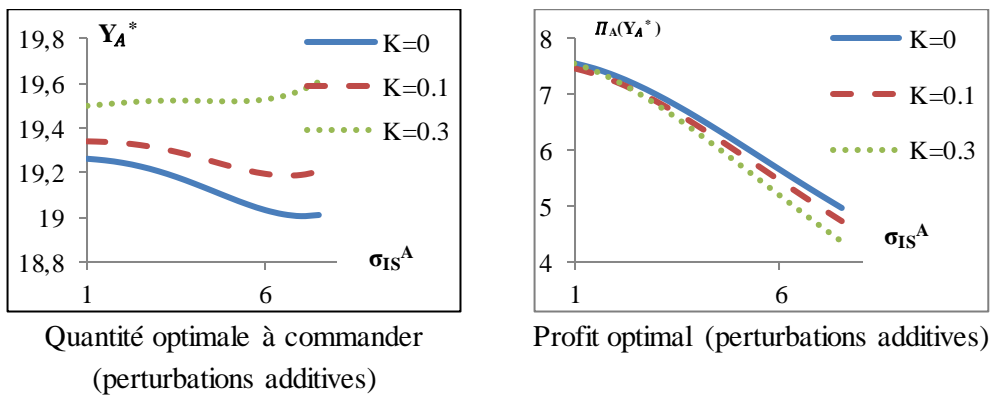


Figure 3.9. Stratégie de réapprovisionnement optimale : produits à faible marge et modélisation additive

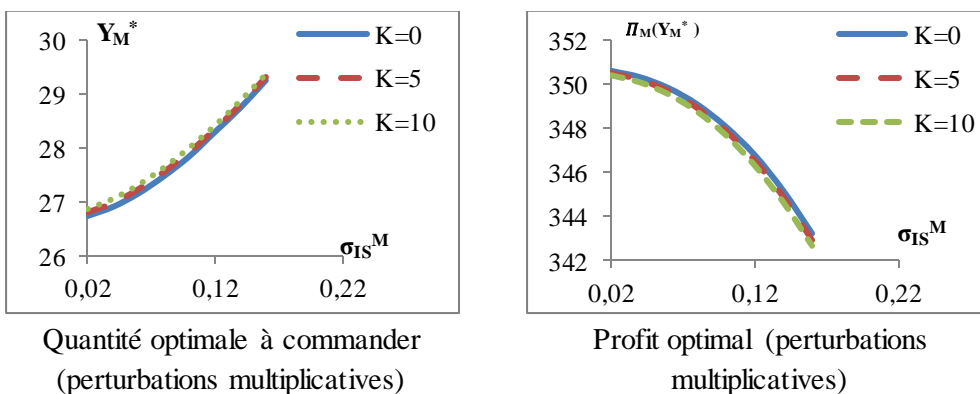


Figure 3.10. Stratégie de réapprovisionnement optimale : produits à forte marge et modélisation multiplicative

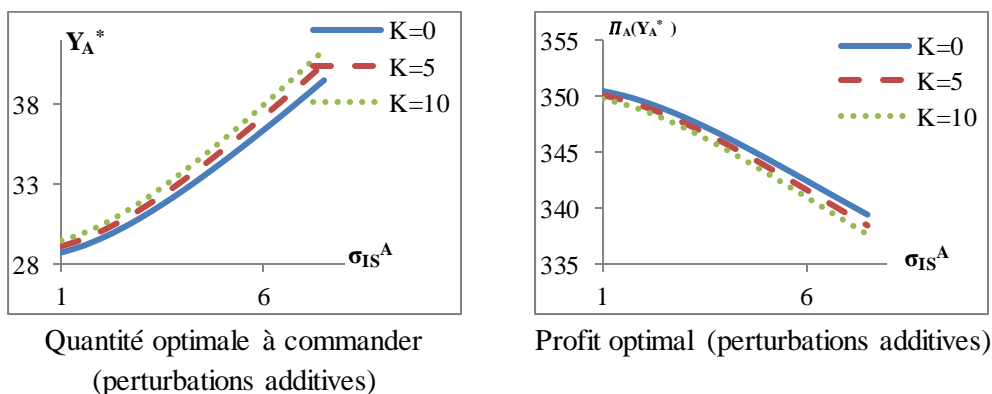


Figure 3.11. Stratégie de réapprovisionnement optimale : produits à forte marge et modélisation additive

Afin d'étudier l'impact d'une erreur de modélisation (modéliser une erreur additive au lieu de multiplicative et vice versa), nous présentons une analyse d'équivalence entre la modélisation additive et multiplicative. Pour un vecteur donné $(\sigma_{IS}^M, \sigma_{PH}^M)$, nous avons calculé la quantité optimale associée Y_M^* . Par la suite, nous calculons le vecteur $(\sigma_{IS}^A, \sigma_{PH}^A)$ résolvant $Y_A^* = Y_M^*$. Dans nos calculs nous constatons qu'à chaque $(\sigma_{IS}^M, \sigma_{PH}^M)$ correspond plusieurs vecteurs $(\sigma_{IS}^A, \sigma_{PH}^A)$. A partir de ces valeurs nous calculons l'impact d'une erreur de modélisation avec le ratio $R = \frac{\pi^A(Y_A^*)}{\pi^M(Y_M^*)}$.

La correspondance des vecteurs est représentée dans le tableau 3.5.

Tableau 3.5. Correspondance entre erreur additive et multiplicative

σ_{IS}^M	σ_{PH}^M	$Y_A^* = Y_M^*$	σ_{IS}^A	σ_{PH}^A	R
0.14	0.05	18.3	0.00261	0.0477	1.22782
			0.01538	0.0457	1.22781
			0.02579	0.0403	1.22781
			0.03452	0.0339	1.22780
			0.03888	0.0279	1.22780
			0.04359	0.0198	1.22780
			0.04728	0.0104	1.22779
			0.04829	0.0033	1.22779

σ_{IS}^M	σ_{PH}^M	$Y_A^* = Y_M^*$	σ_{IS}^A	σ_{PH}^A	R
0.03	0.12	18.31	0.00463	0.0685	1.60105
			0.02445	0.0645	1.60104
			0.03653	0.0581	1.60103
			0.04661	0.0514	1.60101
			0.05265	0.0450	1.60100
			0.05937	0.0359	1.60099
			0.06373	0.0282	1.60098
			0.06743	0.0195	1.6009
0.02	0,05	26,87	0.08879	0.5786	1.0036
			0.31140	0.4747	1.0035
			0.43020	0.3114	1.0035
			0.51920	0.1482	1.0034
0.03	0.08	27.49	0.13330	1.3800	1.0047
			0.56380	1.1870	1.0046
			0.86060	0.8309	1.0045
			1.03900	0.4747	1.0043
			1.09800	0.1482	1.0042
0.12	0.05	28.42	0.19270	2.3750	1.0125
			0.75670	2.1370	1.0124
			1.20200	1.7360	1.0121
			1.48400	1.3060	1.0119
			1.64700	0.8903	1.0118
			1.75100	0.4450	1.0117
			1.76600	0.1482	1.0117
0.03	0.14	29.04	0.26690	2.9390	1.0084
			0.84580	2.6860	1.0084
			1.32100	2.2860	1.0081
			1.70700	1.7810	1.0078
			1.90000	1.4100	1.0076
			2.03300	0.9645	1.0075
			2.12200	0.4895	1.0074
			2.16700	0.1482	1.0073

σ_{IS}^M	σ_{PH}^M	$Y_A^* = Y_M^*$	σ_{IS}^A	σ_{PH}^A	R
0.18	0.05	29.91	0.26690	3.6660	1.0197
			0.68250	3.5470	1.0196
			1.21700	3.2650	1.0194
			1.57300	2.9240	1.0193
			1.92900	2.4930	1.0190
			2.15200	2.0780	1.0189
			2.33000	1.7210	1.0187
			2.44900	1.3950	1.0185
			2.53800	1.0980	1.0184
			2.62700	0.7122	1.0182
0.2	0.05	30.4	0.54800	4.0070	1.0085
			0.96400	3.8440	1.0084
			1.32100	3.6210	1.0083
			1.67700	3.3100	1.0082
			2.06300	2.8790	1.0078
			2.36000	2.3750	1.0077
			2.67100	1.6770	1.0073
			2.80500	1.1570	1.0072
			2.87900	0.7419	1.0071
			2.92400	0.2817	1.0070

Plusieurs remarques peuvent être faites à partir de ce tableau :

- Pour trouver une équivalence entre les deux structures de perturbations (c.à.d. en résolvant l'équation $Y_A^* = Y_M^*$), plusieurs combinaisons de $(\sigma_{IS}^A, \sigma_{PH}^A)$ existent. Ce résultat était prévisible car pour un vecteur donné $(\sigma_{IS}^A, \sigma_{PH}^A)$, nous pouvons calculer une nouvelle combinaison pour le même vecteur (en augmentant σ_{IS}^A et en diminuant σ_{PH}^A , par exemple) nous permettant de trouver la même quantité optimale à commander.
- Pour les vecteurs $(\sigma_{IS}^A, \sigma_{PH}^A)$, nous pouvons remarquer que lorsque la variabilité sur les perturbations dans le IS croit, et la variabilité dans le PH décroît, le ratio R décroît. Nous pouvons en déduire que les perturbations dans le système physique ont plus d'impact que les perturbations sur le système d'information. L'accroissement des perturbations dans le PH va augmenter le risque de sur-stockage ou bien de commandes acceptées et non livrées. Pour une commande acceptée et non honorée, le coût payé (plut important que le coût payé pour une

vente perdue ($u_2 = u_1 + K$) sera à la charge du responsable de réapprovisionnement.

- Le ratio R est toujours supérieur à 1 ce qui signifie que la modélisation multiplicative est plus pénalisante qu'une multiplication additive. Ceci s'explique par le fait que l'impact de la variabilité dans une modélisation multiplicative est plus important que celui de la variabilité dans une modélisation additive car l'erreur va être multipliée par la quantité commandée. Prendre en compte les perturbations multiplicatives est plus pertinent que prendre en compte les perturbations additives car, en optimisant le profit avec une modélisation multiplicative, on ne prend pas le risque d'avoir un profit inférieur au profit réel, et donc minimiser les perturbations multiplicatives comme les vols, les produits endommagés ou périmés améliorera la performance de l'entreprise. En conclusion nous pouvons dire que si le responsable du stock a un doute dans la modélisation d'une erreur à partir des données empiriques, la modélisation multiplicative est préconisée.

3.5 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons étudié l'impact des perturbations qui peuvent exister dans un système physique et informationnel avec une modélisation multiplicative (vol, produits endommagés, produits périmés) pour la politique de réapprovisionnement dans le cadre d'un e-détaillant sur une période. Nous avons fourni une solution analytique pour la quantité optimale à commander afin de maximiser le profit en présentant un théorème de résolution avec l'équation et les conditions que doivent vérifier la quantité optimale à commander et les paramètres d'entrée. Nous avons aussi analysé l'impact de la prise en compte de ces perturbations sur les décisions managériales du responsable. De plus, nous avons comparé le modèle avec et sans prise en compte des perturbations en calculant le gain que peut avoir le gestionnaire en prenant en compte les perturbations.

Enfin, nous avons comparé l'impact d'une modélisation multiplicative à celle d'une modélisation additive étudiée par (Rekik, 2011) où nous avons conclu que la modélisation multiplicative était plus pertinente qu'une modélisation additive.

Chapitre 4. Modélisation multiplicative des perturbations dans un modèle de réapprovisionnement sur deux périodes

4.1 Introduction

Ce chapitre apporte une contribution à la résolution du problème d'optimisation de la quantité de commande, dans un contexte de e-commerce, avec une modélisation multiplicative des perturbations sur 2 périodes : l'e-détaillant commande pour les deux périodes avant le début de la première période de vente. Le but de ce travail est double : i) analyser les propositions managériales concernant les quantités à commander pour les deux périodes et ii) étudier les propriétés mathématiques permettant une extension vers le cas multi-périodes.

La suite de ce chapitre est organisée comme suit : dans la section 4.2 nous présentons l'approche utilisée pour modéliser le problème à deux périodes de vente et pour optimiser la fonction profit moyen de l'e-détaillant. Dans la section 4.3 nous présentons les résultats d'une application numérique ainsi que les réponses à certaines interrogations managériales.

Ce chapitre fait l'objet d'un article en cours de révision dans la revue internationale Journal Européen des Systèmes Automatisés (JESA).

4.2 Modélisation et Optimisation

En adoptant la séquence d'événements décrite dans l'introduction de la partie 2 de ce mémoire et en addition aux notations de la demande, tout au long de ce chapitre, nous utilisons les notations qui suivent :

γ_{ISi} (*resp.* γ_{PHi}): variable aléatoire représentant les perturbations sur la quantité IS (*resp.* PH) durant la période $i = 1, 2$

μ_{ISi} (*resp.* μ_{PHi}): la moyenne de γ_{ISi} (*resp.* γ_{PHi}) durant la période $i = 1, 2$

σ_{ISi} (*resp.* σ_{PHi}): l'écart type de γ_{ISi} (*resp.* γ_{PHi}) durant la période $i = 1, 2$

f_{ISi} (*resp.* F_{ISi}): la fonction densité (*resp.* la fonction de répartition,) de γ_{ISi} durant la période $i = 1, 2$

f_{PHi} (*resp.* F_{PHi}): la fonction densité (*resp.* la fonction de répartition,) de γ_{PHi} durant la période $i = 1, 2$

- Y_i : niveau de re-complètement pour la période $i = 1, 2$
- Y_i^* : la valeur optimale Y_i de la période $i = 1, 2$
- Y_{ISi} : quantité affichée dans le système d'information au début de la période $i = 1, 2$
- Y_{PHi} : quantité disponible dans le système physique au début de la période $i = 1, 2$
- x_i : stock IS initial affiché dans la période $i = 1, 2$ avant la passation d'une commande auprès du fournisseur
- π_2 : le profit moyen associé à la période 2
- π_g : le profit moyen global associé aux périodes 1 et 2

Afin d'utiliser les résultats du chapitre précédent, nous définissons ici un coût de sur-stockage par période :

h_i : le **coût unitaire de stockage** associé à la période $i = 1, 2$ coût de sur-stockage dans la première période et coût payé quand un produit reste invendu à la fin de la deuxième période.

4.2.1 Méthodologie de résolution

Afin de résoudre analytiquement le problème en déterminant les niveaux de re-complètement optimaux Y_i^* ($i = 1, 2$), nous utilisons la programmation dynamique avec une récursion arrière (backward recursion). Ceci consiste à calculer dans un premier temps le profit moyen de la période 2 pour un niveau donné du stock IS initial x_2 et de déduire dans un second temps le profit global pour les deux périodes de vente en appliquant l'espérance mathématique sur toutes les valeurs possible de x_2 . Le niveau x_2 est fonction du niveau de re-complètement de la première période Y_1 et de la demande $D1$ générée également durant la première période.

4.2.2 Dynamique du système et fonction profit global

4.2.2.1 Analyse du problème mono-période

Afin de résoudre le problème à deux périodes, il est nécessaire d'étudier dans un premier temps la fonction profit générique relative au problème mono-période. Pour ce faire, nous utilisons la fonction coût associée à une période de vente i , (x, Y) , cf. équation (4.1), exprimée pour un stock initial x_i donné, un niveau de re-complètement IS Y_{IS} , un niveau de re-complètement PH Y_{PH} , une demande D_i et un coût de sur-stockage unitaire h_i :

$$L_i(Y) = E_{Di} \left[u_1 [Di - Y_{IS}]^+ + u_2 [\text{Min}\{Y_{IS}, Di\} - Y_{PH}]^+ + h_i [Y_{PH} - \text{Min}\{Y_{IS}, Di\}]^+ \right] \quad (4.1)$$

Il est à noter que les différentes parties de la fonction coût ci-dessus peuvent être interprétées comme suit :

$u_1 [Di - Y_{IS}]^+$: représente la pénalité liée aux pertes de ventes résultant d'une demande cumulative des clients supérieure à la quantité affichée dans le IS.

$u_2 [\text{Min}\{Y_{IS}, Di\} - Y_{PH}]^+$: représente la pénalité payée si une fraction des engagements de vente n'est pas honorée lors de la livraison aux clients finaux.

$h_i [Y_{PH} - \text{Min}\{Y_{IS}, Di\}]^+$: représente la pénalité liée à une situation de sur-stockage

Pour pouvoir développer la fonction $L_i(Y)$ nous utilisons les égalités suivantes (4.2), (4.3), (4.4) et (4.5) :

$$\text{Min}(a, b) = a - [a - b]^+ \quad (4.2)$$

$$[a]^+ = a + [-a]^+ \quad (4.3)$$

$$\int_{x=-\infty}^a x f_X(x) dx = \mu_X F_X(a) - \sigma_X^2 f_X(a) \quad (4.4)$$

$$\int_{x=a}^{+\infty} x f_X(x) dx = \mu_X (1 - F_X(a)) + \sigma_X^2 f_X(a) \quad (4.5)$$

Et en appliquant par la suite l'espérance mathématique par rapport à la demande et aux deux perturbations Di , $Y_{ISi} = \gamma_{ISi} Y_i$, $Y_{PHi} = \gamma_{PHi} Y_i$, la fonction coût moyen peut être exprimée comme suit (4.6) :

$$(4.6)$$

$$\begin{aligned} L_i(Y) = & u_1 \int_{\gamma_{ISi}=0}^{+\infty} \int_{Di=\gamma_{ISi}Y}^{+\infty} (Di - \gamma_{ISi}Y) f_{Di}(Di) f_{ISi}(\gamma_{ISi}) dDi d\gamma_{ISi} \\ & + h_i \int_{\gamma_{ISi}=0}^{+\infty} \int_{Di=-\infty}^{\gamma_{ISi}Y_i} (\gamma_{ISi}Y - Di) f_{Di}(Di) f_{ISi}(\gamma_{ISi}) dDi d\gamma_{ISi} \\ & + u_2 Y \int_{\gamma_{PHi}=0}^{+\infty} \int_{\gamma_{ISi}=0}^{+\infty} (\gamma_{ISi} - \gamma_{PHi}) f_{ISi}(\gamma_{ISi}) f_{PHi}(\gamma_{PHi}) d\gamma_{ISi} d\gamma_{PHi} \\ & - (u_2 + h_i) \left(\int_{\gamma_{PHi}=0}^{+\infty} \int_{\gamma_{ISi}=0}^{\gamma_{PHi}} (\gamma_{ISi} - \gamma_{PHi}) Y f_{ISi}(\gamma_{ISi}) f_{PHi}(\gamma_{PHi}) d\gamma_{ISi} d\gamma_{PHi} \right. \\ & \left. + \int_{\gamma_{ISi}=0}^{+\infty} \int_{\gamma_{PHi}=0}^{\gamma_{ISi}} \int_{Di=\gamma_{PHi}Y_i}^{\gamma_{ISi}Y_i} (\gamma_{ISi}Y - Di) f_{Di}(Di) f_{PHi}(\gamma_{PHi}) f_{ISi}(\gamma_{ISi}) dDi d\gamma_{PHi} d\gamma_{ISi} \right. \\ & \left. + \int_{\gamma_{ISi}=0}^{+\infty} \int_{\gamma_{PHi}=0}^{\gamma_{ISi}} \int_{Di=-\infty}^{\gamma_{PHi}Y_i} (\gamma_{ISi} - \gamma_{PHi}) Y_i f_{Di}(Di) f_{PHi}(\gamma_{PHi}) f_{ISi}(\gamma_{ISi}) dDi d\gamma_{PHi} d\gamma_{ISi} \right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= u_1 \mu_{Di} (1 - F_{Isi}(0)) \\
 &+ Y \int_{\gamma_{Isi}=0}^{+\infty} ((u_1 + h_i) F_{Di}(\gamma_{Isi} Y) - u_1) \gamma_{Isi} f_{Isi}(\gamma_{Isi}) d\gamma_{Isi} \\
 &- (u_1 + h_i) \int_{\gamma_{Isi}=0}^{+\infty} (\mu_{Di} F_{Di}(\gamma_{Isi} Y) - \sigma_{Di}^2 f_{Di}(\gamma_{Isi} Y)) f_{Isi}(\gamma_{Isi}) d\gamma_{Isi} \\
 &+ u_2 Y (\mu_{Isi} - \mu_{PHi}) \\
 &- (u_2 + h_i) \left(\int_{\gamma_{PHi}=0}^{+\infty} Y \left(\begin{aligned} &(\mu_{Isi} - \gamma_{PHi})(F_{Isi}(\gamma_{PHi}) - F_{Isi}(0)) \\ & - \sigma_{Isi}^2 (f_{Isi}(\gamma_{PHi}) - f_{Isi}(0)) \end{aligned} \right) f_{PHi}(\gamma_{PHi}) d\gamma_{PHi} \right. \\
 &\left. + \int_{\gamma_{Isi}=0}^{+\infty} \left(\begin{aligned} &((\gamma_{Isi} Y - \mu_{Di}) F_{Di}(\gamma_{Isi} Y)) \\ & + \sigma_{Di}^2 f_{Di}(\gamma_{Isi} Y) \end{aligned} \right) (F_{PHi}(\gamma_{Isi}) - F_{PHi}(0)) f_{Isi}(\gamma_{Isi}) d\gamma_{Isi} \right. \\
 &\left. * \left(- \int_{\gamma_{Isi}=0}^{+\infty} \int_{\gamma_{PHi}=0}^{\gamma_{Isi}} \left(\begin{aligned} &(\gamma_{PHi} Y - \mu_{Di}) F_{Di}(\gamma_{PHi} Y) \\ & + \sigma_{Di}^2 f_{Di}(\gamma_{PHi} Y) \end{aligned} \right) f_{PHi}(\gamma_{PHi}) f_{Isi}(\gamma_{Isi}) d\gamma_{PHi} d\gamma_{Isi} \right) \right)
 \end{aligned}$$

La dérivée première de $L_i(Y)$ est donnée par (4.7).

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial L_i(Y)}{\partial Y} &= \int_{\gamma_{Isi}=0}^{+\infty} ((u_1 + h_i) F_{Di}(\gamma_{Isi} Y) - u_1) \gamma_{Isi} f_{Isi}(\gamma_{Isi}) d\gamma_{Isi} \\
 &+ u_2 (\mu_{Isi} - \mu_{PHi}) \\
 &- (u_2 + h_i) \left(\int_{\gamma_{PHi}=0}^{+\infty} \left(\begin{aligned} &(\mu_{Isi} - \gamma_{PHi})(F_{Isi}(\gamma_{PHi}) - F_{Isi}(0)) \\ & - \sigma_{Isi}^2 (f_{Isi}(\gamma_{PHi}) - f_{Isi}(0)) \end{aligned} \right) f_{PHi}(\gamma_{PHi}) d\gamma_{PHi} \right. \\
 &\left. + \int_{\gamma_{Isi}=0}^{+\infty} (\gamma_{Isi} F_{Di}(\gamma_{Isi} Y)) (F_{PHi}(\gamma_{Isi}) - F_{PHi}(0)) f_{Isi}(\gamma_{Isi}) d\gamma_{Isi} \right. \\
 &\left. - \int_{\gamma_{Isi}=0}^{+\infty} \int_{\gamma_{PHi}=0}^{\gamma_{Isi}} (\gamma_{PHi} F_{Di}(\gamma_{PHi} Y)) f_{PHi}(\gamma_{PHi}) f_{Isi}(\gamma_{Isi}) d\gamma_{PHi} d\gamma_{Isi} \right)
 \end{aligned} \tag{4.7}$$

La fonction profit générique pour une période de vente peut être déduite selon (4.8).

$$\pi_i(x_i, Y_i) = u_1 \mu_{Di} - L_i(Y_i) - c(\mu_{PHi} Y_i - x_i) \tag{4.8}$$

Dans la suite de ce chapitre nous utilisons les constantes suivantes pour $i \in \{1, 2\}$:

$$\begin{aligned}
 C_{1i} &= -(u_1 + h_i) \int_0^{+\infty} \gamma_{Isi} f_{Isi}(\gamma_{Isi}) \gamma_{Isi} \\
 &+ (u_2 + h_i) \int_0^{+\infty} \int_0^{\gamma_{Isi}} (\gamma_{Isi} - \gamma_{PHi}) f_{PHi}(\gamma_{PHi}) f_{Isi}(\gamma_{Isi}) d\gamma_{PHi} d\gamma_{Isi} \\
 C_{2i} &= -u_1 (\mu_{Isi} (1 - F_{Isi}(0)) + \sigma_{Isi}^2 f_{Isi}(0)) + u_2 (\mu_{Isi} - \mu_{PHi}) \\
 &- (u_2 + h_i) \int_0^{+\infty} ((\mu_{Isi} - \gamma_{PHi})(F_{Isi}(\gamma_{PHi}) - F_{Isi}(0)) - \sigma_{PHi}^2 (f_{Isi}(\gamma_{PHi}) - f_{Isi}(0))) f_{PHi}(\gamma_{PHi}) d\gamma_{PHi}
 \end{aligned}$$

Remarque 1 : Comme pour le chapitre précédent, nous faisons l'hypothèse que la quantité facturée par le fournisseur est la quantité existante réellement en stock (cf. eq. 4.8 où le coût unitaire d'achat est appliqué au stock PH). Si nous changeons cette

hypothèse et que nous supposons que la facturation pour le fournisseur se base sur la quantité affichée dans le quantités IS (i.e. nous changeons le dernier terme dans eq. 4.8 par $c(\mu_{IS_i}Y - x)$), notre démarche d'optimisation reste applicable. Le seul paramètre qui change si nous considérons cette hypothèse est C_{2i} qui devient :

$$C_{2i} = -u_1(\mu_{IS_i}(1 - F_{IS_i}(0)) + \sigma_{IS_i}^2 f_{IS_i}(0)) + (u_2 - c)(\mu_{SI_i} - \mu_{SP_i}) - (u_2 + h_i) \int_0^{+\infty} \left(\frac{(\mu_{SI_i} - \gamma_{SP_i})(F_{IS_i}(\gamma_{SP_i}) - F_{IS_i}(0))}{-\sigma_{SP_i}^2 (f_{IS_i}(\gamma_{PH_i}) - f_{IS_i}(0))} \right) f_{PH_i}(\gamma_{PH_i}) d\gamma_{PH_i}$$

4.2.2.2 Analyse du problème à deux périodes de vente :

Comme mentionné précédemment, nous utilisons la récursion arrière pour résoudre le cas à deux périodes de vente. Pour ce faire, nous commençons par établir les conditions d'optimalité de la période 2 pour un niveau de stock IS initial x_2 donné. L'optimisation de la période 2 correspond tout simplement au cas mono-période pour un niveau x_2 donné. En utilisant et en adaptant nos résultats mono-période démontrés dans le chapitre précédent, le niveau de re-complètement optimal pour la période 2, Y_2^* doit satisfaire l'équation (4.9) qui correspond à l'annulation de la dérivée première de la fonction profit moyen :

$$\int_0^{+\infty} \int_0^{+\infty} \left[\begin{array}{l} (u_2 + h_2) \gamma_{IS_2} F_{D_2}(\gamma_{IS_2} Y_2^*) \\ -(u_2 + h_2) \gamma_{PH_2} F_{D_2}(\gamma_{PH_2} Y_2^*) \\ -(u_1 + h_2) \frac{\gamma_{IS_2} F_{D_2}(\gamma_{IS_2} Y_2^*)}{F_{PH_2}(\gamma_{IS_2}) - F_{PH_2}(0)} \end{array} \right] f_{PH_2}(\gamma_{PH_2}) f_{IS_2}(\gamma_{IS_2}) d\gamma_{PH_2} d\gamma_{IS_2} = C_{22} + c\mu_{PH_2} \quad (4.9)$$

Ainsi, pour un stock initial en début de la période 2 égal à x_2 , la quantité que doit commander l'e-détaillant auprès de son fournisseur pour cette période, est égale à

$$Q_2^* = \begin{cases} Y_2^* - x_2 & \text{si } x_2 \leq Y_2^* \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

Le profit moyen de la période 2 peut également s'écrire comme (4.10) :

$$\pi_2(x_2, Y_2^*) = \begin{cases} u_1 \mu_{D_2} - L_2(Y_2^*) - c(\mu_{PH_2} Y_2^* - x_2) & \text{si } 0 < x_2 \leq Y_2^* \\ u_1 \mu_{D_2} - L_2(Y_2^*) - c(\mu_{PH_2} Y_2^*) & \text{si } x_2 = 0 \\ u_1 \mu_{D_2} - L_2(x_2) & Y_2^* \leq x_2 \end{cases} \quad (4.10)$$

En utilisant cette dernière expression, le profit moyen global relatif aux deux périodes de vente, après intégration du profit moyen de la période 1 et en appliquant l'espérance

mathématique par rapport à x_2 sur le profit de la période 2, peut se formuler comme suit (4.11) :

$$\pi_g(x_1, Y_1) = \max_{Y_1 \geq x_1} \left\{ u_1 \mu_{D1} - L_1(Y_1) - c(\mu_{PH1} Y_1 - x_1) + E_{x_2} \left[\pi_2^*(x_2, Y_2^*) \right] \right\} \quad (4.11)$$

La dynamique du système entre les deux périodes de vente s'exprime par la relation entre x_2 et la demande de la période 1 :

Le stock disponible au début de période 2 x_2 , affiché dans le SI et qui est utilisé pour re-compléter le stock dépend du niveau de re-complètement, des perturbations SI et de la demande relatifs à période 1 :

$$x_2 = \begin{cases} \gamma_{IS1} Y_1 - D1 \text{ si } D1 \leq \gamma_{IS1} Y_1 \\ 0 \text{ si } \gamma_{IS1} Y_1 \leq D1 \end{cases}$$

En appliquant cette dynamique sur l'expression de $\pi_g(x_1, Y_1)$, le profit moyen des deux périodes de vente peut s'exprimer comme suit (4.12) :

$$\pi_g(x_1, Y_1) = \max_{Y_1 \geq x_1} \left\{ \begin{aligned} & u_1 \mu_{D1} - L_1(Y_1) - c(\mu_{PH1} Y_1 - x_1) \\ & + \int_{\gamma_{IS1}=0}^{+\infty} \left(\int_{D1=0}^{\gamma_{IS1} Y_1 - Y_2^*} u_1 \mu_{D2} - L_2(\gamma_{IS1} Y_1 - D1) f_{D1}(D1) dD1 \right. \\ & + \int_{D1=\gamma_{IS1} Y_1 - Y_2^*}^{\gamma_{IS1} Y_1} \left(u_1 \mu_{D2} - L_2(Y_2^*) - c(\mu_{PH2} Y_2^* - \gamma_{IS1} Y_1 + D1) \right) f_{D1}(D1) dD1 \\ & \left. + \int_{D1=\gamma_{IS1} Y_1}^{+\infty} \left(u_1 \mu_{D2} - L_2(Y_2^*) - c(\mu_{PH2} Y_2^*) \right) f_{D1}(D1) dD1 \right) f_{\gamma_{IS1}}(\gamma_{IS1}) d\gamma_{IS1} \end{aligned} \right\} \quad (4.12)$$

$$= \max_{Y_1 \geq x_1} \left\{ \begin{aligned} & u_1 \mu_{D1} - L_1(Y_1) - c(\mu_{PH1} Y_1 - x_1) \\ & + \int_{\gamma_{IS1}=0}^{+\infty} \left(\int_{D1=0}^{\gamma_{IS1} Y_1 - Y_2^*} u_1 \mu_{D2} - L_2(\gamma_{IS1} Y_1 - D1) f_{D1}(D1) dD1 \right. \\ & + \int_{D1=\gamma_{IS1} Y_1 - Y_2^*}^{\gamma_{IS1} Y_1} \left(u_1 \mu_{D2} - L_2(Y_2^*) - c(\mu_{PH2} Y_2^*) \right) f_{D1}(D1) dD1 \\ & \left. + \int_{D1=\gamma_{IS1} Y_1}^{+\infty} \left(c(\gamma_{IS1} Y_1 - D1) \right) f_{D1}(D1) dD1 \right) f_{\gamma_{IS1}}(\gamma_{IS1}) d\gamma_{IS1} \end{aligned} \right\}$$

En remplaçant $L_1(Y_1)$, $L_2(\gamma_{IS1} Y_1 - D1)$ et $L_2(Y_2^*)$ par leurs expressions, le profit moyen global devient sous la forme de l'équation (4.13) :

$$(4.13)$$

$$\begin{aligned}
 \pi_g(Y_1) &= u_1(\mu_{D1} - \mu_{D1}(1 - F_{IS1}(0))) - c(\mu_{PH1}Y_1 - x_1) \\
 &- Y_1 \int_{\gamma_{IS1}=0}^{+\infty} ((u_1 + hol)F_{D1}(\gamma_{IS1}Y_1) - u_1)\gamma_{IS1}f_{IS1}(\gamma_{IS1})d\gamma_{IS1} \\
 &+ (u_1 + hol_1) \int_{\gamma_{IS1}=0}^{+\infty} (\mu_{D1}F_{D1}(\gamma_{IS1}Y_1) - \sigma_{D1}^2 f_{D1}(\gamma_{IS1}Y_1))f_{IS1}(\gamma_{IS1})d\gamma_{IS1} - u_2Y_1(\mu_{IS1} - \mu_{PH1}) \\
 &\quad \left(\int_{\gamma_{PH1}=0}^{+\infty} Y_1 \left(\begin{aligned} &(\mu_{IS1} - \gamma_{PH1})(F_{IS1}(\gamma_{PH1}) - F_{IS1}(0)) \\ & - \sigma_{IS1}^2 (f_{IS1}(\gamma_{PH1}) - f_{IS1}(0)) \end{aligned} \right) f_{PH1}(\gamma_{PH1})d\gamma_{PH1} \right. \\
 &\quad \left. + \int_{\gamma_{IS1}=0}^{+\infty} \left(\begin{aligned} &((\gamma_{IS1}Y_1 - \mu_{D1})F_{D1}(\gamma_{IS1}Y_1)) \\ & + \sigma_{D1}^2 f_{D1}(\gamma_{IS1}Y_1) \end{aligned} \right) (F_{PH1}(\gamma_{IS1}) - F_{PH1}(0))f_{IS1}(\gamma_{IS1})d\gamma_{IS1} \right. \\
 &\quad \left. - \int_{\gamma_{IS1}=0}^{+\infty} \int_{\gamma_{PH1}=0}^{\gamma_{IS1}} \left(\begin{aligned} &(\gamma_{PH1}Y_1 - \mu_{D1})F_{D1}(\gamma_{PH1}Y_1) \\ & + \sigma_{D1}^2 f_{D1}(\gamma_{PH1}Y_1) \end{aligned} \right) f_{PH1}(\gamma_{PH1})f_{IS1}(\gamma_{IS1})d\gamma_{PH1}d\gamma_{IS1} \right) \\
 &\quad \left(\begin{aligned} &u_1(\mu_{D2} - \mu_{D2}(1 - F_{IS2}(0))) \\ &- (\gamma_{IS1}Y_1 - D1) \int_{\gamma_{IS2}=0}^{+\infty} ((u_1 + hol)F_{D2}(\gamma_{IS2}(\gamma_{IS1}Y_1 - D1)) - u_1)f_{IS2}(\gamma_{IS2})d\gamma_{IS2} \\ &+ (u_1 + hol_2) \int_{\gamma_{IS2}=0}^{+\infty} \left(\begin{aligned} &(\mu_{D2}F_{D2}(\gamma_{IS2}(\gamma_{IS1}Y_1 - D1))) \\ &- \sigma_{D2}^2 f_{D2}(\gamma_{IS2}(\gamma_{IS1}Y_1 - D1)) \end{aligned} \right) f_{IS2}(\gamma_{IS2})d\gamma_{IS2} \\ &- u_2(\gamma_{IS1}Y_1 - D1)(\mu_{IS2} - \mu_{PH2}) \\ &+ (u_2 + hol_2) \int_{\gamma_{IS1}=0}^{+\infty} \int_{\gamma_{PH2}=0}^{\gamma_{IS1}Y_1 - D1} \left(\begin{aligned} &(\mu_{IS2} - \gamma_{PH2})(F_{IS2}(\gamma_{PH2}) - F_{IS2}(0)) \\ &- \sigma_{IS2}^2 (f_{IS2}(\gamma_{PH2}) - f_{IS2}(0)) \end{aligned} \right) f_{PH2}(\gamma_{PH2})d\gamma_{PH2} \\ &+ \int_{\gamma_{IS2}=0}^{+\infty} \left(\begin{aligned} &(\gamma_{IS2}(\gamma_{IS1}Y_1 - D1) - \mu_{D2})F_{D2}(\gamma_{IS2}(\gamma_{IS1}Y_1 - D1)) \\ &+ \sigma_{D2}^2 f_{D2}(\gamma_{IS2}(\gamma_{IS1}Y_1 - D1)) \end{aligned} \right) (F_{PH2}(\gamma_{IS2}) - F_{PH2}(0))f_{IS2}(\gamma_{IS2})d\gamma_{IS2} \\ &- \int_{\gamma_{IS2}=0}^{+\infty} \int_{\gamma_{PH2}=0}^{\gamma_{IS2}} \left(\begin{aligned} &(\gamma_{PH2}(\gamma_{IS1}Y_1 - D1) - \mu_{D2})F_{D2}(\gamma_{PH2}(\gamma_{IS1}Y_1 - D1)) \\ &+ \sigma_{D2}^2 f_{D2}(\gamma_{PH2}(\gamma_{IS1}Y_1 - D1)) \end{aligned} \right) f_{PH2}(\gamma_{PH2}) + \\ &f_{IS2}(\gamma_{IS2})d\gamma_{PH2}d\gamma_{IS2} \end{aligned} \right) f_{D1}(D1)dD1 \\
 &+ \int_{\gamma_{IS1}=0}^{+\infty} + \left(\begin{aligned} &u_1(\mu_{D2} - \mu_{D2}(1 - F_{IS2}(0))) \\ &- Y_2^* \int_{\gamma_{IS2}=0}^{+\infty} ((u_1 + hol)F_{D2}(\gamma_{IS2}Y_2^*) - u_1)f_{IS2}(\gamma_{IS2})d\gamma_{IS2} \\ &+ (u_1 + hol_2) \int_{\gamma_{IS2}=0}^{+\infty} \left(\begin{aligned} &(\mu_{D2}F_{D2}(\gamma_{IS2}Y_2^*)) \\ &- \sigma_{D2}^2 f_{D2}(\gamma_{IS2}Y_2^*) \end{aligned} \right) f_{IS2}(\gamma_{IS2})d\gamma_{IS2} \\ &- u_2Y_2^*(\mu_{IS2} - \mu_{PH2}) \\ &+ (u_2 + hol_2) \int_{\gamma_{PH2}=0}^{+\infty} Y_2^* \left(\begin{aligned} &(\mu_{IS2} - \gamma_{PH2})(F_{IS2}(\gamma_{PH2}) - F_{IS2}(0)) \\ &- \sigma_{IS2}^2 (f_{IS2}(\gamma_{PH2}) - f_{IS2}(0)) \end{aligned} \right) f_{PH2}(\gamma_{PH2})d\gamma_{PH2} \\ &+ \int_{\gamma_{IS2}=0}^{+\infty} \left(\begin{aligned} &(\gamma_{IS2}Y_2^* - \mu_{D2})F_{D2}(\gamma_{IS2}Y_2^*) \\ &+ \sigma_{D2}^2 f_{D2}(\gamma_{IS2}Y_2^*) \end{aligned} \right) (F_{PH2}(\gamma_{IS2}) - F_{PH2}(0))f_{IS2}(\gamma_{IS2})d\gamma_{IS2} \\ &- \int_{\gamma_{IS2}=0}^{+\infty} \int_{\gamma_{PH2}=0}^{\gamma_{IS2}} \left(\begin{aligned} &(\gamma_{PH2}Y_2^* - \mu_{D2})F_{D2}(\gamma_{PH2}Y_2^*) \\ &+ \sigma_{D2}^2 f_{D2}(\gamma_{PH2}Y_2^*) \end{aligned} \right) f_{PH2}(\gamma_{PH2}) + \\ &f_{IS2}(\gamma_{IS2})d\gamma_{PH2}d\gamma_{IS2} - c\mu_{PH2}Y_2^* \end{aligned} \right) f_{D1}(D1)dD1 \\
 &\quad + \int_{D1=\gamma_{IS1}Y_1 - Y_2^*}^{\gamma_{IS1}Y_1} (-c(\gamma_{IS1}Y_1 - D1))f_{D1}(D1)dD1
 \end{aligned}$$

4.2.3 Optimisation et conditions d'existence des solutions d'optimalité

4.2.3.1 Conditions d'optimalité pour Y_2^*

L'optimisation de la période 2 correspond tout simplement au cas mono-période pour un niveau x_2 donné. En utilisant et en adaptant les résultats mono-période démontrés par Dans le chapitre précédent, le niveau de re-complètement optimal pour la période 2 Y_2^* , s'il existe, doit annuler la dérivée première de la fonction profit moyen qui s'écrit comme suit (4.14) :

$$\frac{\partial \pi_2(Y_2)}{\partial Y_2} = \int_0^{+\infty} \int_0^{\gamma_{IS2}} \left[\begin{array}{l} (u_2 + h_2) \gamma_{IS2} F_{D2}(\gamma_{IS2} Y_2) \\ -(u_2 + h_2) \gamma_{PH2} F_{D2}(\gamma_{PH2} Y_2) \\ -(u_1 + h_2) \frac{\gamma_{IS2} F_{D2}(\gamma_{IS2} Y_2)}{F_{PH2}(\gamma_{IS2}) - F_{PH2}(0)} \end{array} \right] f_{PH2}(\gamma_{PH2}) f_{IS2}(\gamma_{IS2}) d\gamma_{PH2} d\gamma_{IS2} - C_{22} - c\mu_{PH2} \quad (4.14)$$

Afin d'étudier l'existence de la solution optimale Y_2^* , nous analysons le comportement de la dérivée seconde du profit moyen, $\frac{\partial^2 \pi_2(Y_2)}{\partial Y_2^2}$, qui s'écrit comme (4.15) :

$$\frac{\partial^2 \pi_2(Y_2)}{\partial Y_2^2} = \int_0^{+\infty} \int_0^{\gamma_{IS2}} \left[\begin{array}{l} (u_2 + h_2) \gamma_{IS2} F_{D2}(\gamma_{IS2} Y_2) \\ -(u_2 + h_2) \gamma_{PH2} F_{D2}(\gamma_{PH2} Y_2) \\ -(u_1 + h_2) \frac{\gamma_{IS2} F_{D2}(\gamma_{IS2} Y_2)}{F_{PH2}(\gamma_{IS2}) - F_{PH2}(0)} \end{array} \right] f_{PH2}(\gamma_{PH2}) f_{IS2}(\gamma_{IS2}) d\gamma_{PH2} d\gamma_{IS2} \quad (4.15)$$

En nous basant sur le travail fait dans le chapitre précédent, l'analyse analytique de $\frac{\partial^2 \pi_2(Y_2)}{\partial Y_2^2}$ montre l'existence d'une hypothèse **H1** (Chapitre 3, section 3.4) permettant de vérifier analytiquement la concavité de la fonction profit moyen. Si la condition **H1** n'est pas vérifiée, une analyse numérique approfondie nous montre que la dérivée seconde $\frac{\partial^2 \pi_2(Y_2)}{\partial Y_2^2}$ s'annule uniquement une fois, ce qui nous permet de déduire les conditions d'optimalité de la fonction profit moyen. Une analyse approfondie de H1 a été réalisée dans le chapitre 3 (Section 3.4)

Si la dérivée seconde s'annule une seule fois, nous pouvons conclure que la dérivée première $\frac{\partial \pi_2(Y_2)}{\partial Y_2}$ présente au plus un seul optimum. En ajoutant le fait que

$\lim_{Y_2 \rightarrow +\infty} \frac{\partial \pi_2}{\partial Y_2} = C_{12} - C_{22}$ et $\lim_{Y_2 \rightarrow 0} \frac{\partial \pi_2}{\partial Y_2} = -C_{22}$, nous déduisons les conditions d'optimalité de la

fonction profit moyen qui se résume dans le tableau ci-dessous (Tableau 4.1) :

Tableau 4.1. Conditions d'existence de Y_2^*

		Nombre de solution pour (4.14)	Optimalité
$(C_{12} - C_{22})C_{22} > 0$	$C_{22} < 0$	1	Solution optimale
$(C_{12} - C_{22})C_{22} > 0$	$C_{22} > 0$	1	Solution non optimale
$(C_{12} - C_{22})C_{22} < 0$	$C_{22} < 0$	0 ou 2	Si 2 solutions : la plus petite est optimale
$(C_{12} - C_{22})C_{22} < 0$	$C_{22} > 0$	0 ou 2	Si 2 solutions : la plus grande est optimale
$C_{22} = 0$	Pas de solution		
Autres combinaisons	Pas de solution		

4.2.3.2 Conditions d'optimalités pour Y_1^*

Nous poursuivons dans cette section notre analyse analytique avec la première période de vente et nous étudions les conditions d'optimalité du niveau de re-complètement Y_1^* .

Si la quantité optimale Y_1^* existe, son expression doit annuler la dérivée première de la fonction profit moyen associé aux deux périodes de vente, i.e. Y_1^* doit vérifier $\frac{\partial \pi_g}{\partial Y_1}(Y_1^*) = 0$.

Pour calculer $\frac{\partial \pi_g}{\partial Y_1}(Y_1)$ nous utilisons la formule de Leibniz (4.17) et l'expression de $\frac{\partial L_i(Y)}{\partial Y}$

(4.7).

$$\frac{\partial \int_{a(y)}^{b(y)} h(x, y) dx}{\partial y} = \int_{a(y)}^{b(y)} \frac{\partial h(x, y)}{\partial y} dx + h(b(y), y)b'(y) - h(a(y), y)a'(y) \quad (4.17)$$

La dérivée première du profit total, $\frac{\partial \pi_g}{\partial Y_1}(Y_1)$, peut ainsi s'écrire selon (4.18).

(4.18)

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial \pi_g}{\partial Y_1}(Y_1) &= -\frac{dL_1(Y_1)}{dY_1} - c\mu_{PH1} \\
 &+ \int_{\gamma_{IS1}=0}^{+\infty} \gamma_{IS1} \left(\int_{D1=0}^{\gamma_{IS1}Y_1 - Y_2^*} -\frac{\partial L_2}{\partial Y_1}(\gamma_{IS1}Y_1 - D1) f_{D1}(D1) dD1 + c(F_{D1}(\gamma_{IS1}Y_1) - F_{D1}(\gamma_{IS1}Y_1 - Y_2^*)) \right) f_{\gamma_{IS1}}(\gamma_{IS1}) d\gamma_{IS1} \\
 &= -(u_1 + h_1) \int_{\gamma_{IS1}=0}^{+\infty} F_{D1}(\gamma_{IS1}Y_1) \gamma_{IS1} f_{IS1}(\gamma_{IS1}) d\gamma_{IS1} - C_{21} \\
 &+ (u_2 + h_1) \left(\int_{\gamma_{IS1}=0}^{+\infty} (\gamma_{IS1} F_{D1}(\gamma_{IS1}Y_1)) (F_{PH1}(\gamma_{IS1}) - F_{PH1}(0)) f_{IS1}(\gamma_{IS1}) d\gamma_{IS1} \right. \\
 &\quad \left. - \int_{\gamma_{IS1}=0}^{+\infty} \int_{\gamma_{PH1}=0}^{\gamma_{IS1}} (\gamma_{PH1} F_{D1}(\gamma_{PH1}Y_1)) f_{PH1}(\gamma_{PH1}) f_{IS1}(\gamma_{IS1}) d\gamma_{PH1} d\gamma_{IS1} \right) - c\mu_{PH1} \\
 &\quad \gamma_{IS1} (-u_1 + h_2) \int_{\gamma_{IS2}=0}^{+\infty} F_{D2}(\gamma_{IS2}(\gamma_{IS1}Y_1 - D1)) \gamma_{IS2} f_{IS2}(\gamma_{IS2}) d\gamma_{IS2} - C_{22} \\
 &+ \int_{\gamma_{IS1}=0}^{+\infty} \left(\int_{D1=0}^{\gamma_{IS1}Y_1 - Y_2^*} + (u_2 + h_2) \int_{\gamma_{IS1}=0}^{+\infty} (\gamma_{IS2} F_{D2}(\gamma_{IS2}(\gamma_{IS1}Y_1 - D1))) (F_{PH2}(\gamma_{IS2}) - F_{PH2}(0)) f_{IS2}(\gamma_{IS2}) d\gamma_{IS2} \right) f_{D1}(D1) dD1 \\
 &\quad \left(- \int_{\gamma_{IS2}=0}^{+\infty} \int_{\gamma_{PH2}=0}^{\gamma_{IS2}} (\gamma_{PH2} F_{D2}(\gamma_{PH2}(\gamma_{IS1}Y_1 - D1))) f_{PH2}(\gamma_{PH2}) f_{IS2}(\gamma_{IS2}) d\gamma_{PH2} d\gamma_{IS2} \right) \\
 &\quad + c\gamma_{IS1} (F_{D1}(\gamma_{IS1}Y_1) - F_{D1}(\gamma_{IS1}Y_1 - Y_2^*)) + c\gamma_{IS1} (\mu_{PH2} - 1) Y_2^* f_{D1}(\gamma_{IS1}Y_1 - Y_2^*) f_{\gamma_{IS1}}(\gamma_{IS1}) d\gamma_{IS1}
 \end{aligned}$$

Dans le reste du chapitre, pour se focaliser sur l'impact des incertitudes des perturbations et pour simplifier les expressions mathématiques, nous fixons $\mu_{IS1} = \mu_{IS2} = \mu_{PH1} = \mu_{PH2} = 1$.

Comme précédemment, nous analysons les conditions d'optimalité de la fonction profit global des deux périodes en étudiant le comportement de sa dérivée seconde $\frac{\partial^2 \pi_g}{\partial^2 Y_1}(Y_1)$ qui s'écrit selon (4.19).

(4.19)

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial^2 \pi_g}{\partial^2 Y_1}(Y_1) &= -(u_1 + h_1 - c) \int_{\gamma_{IS1}=0}^{+\infty} f_{D1}(\gamma_{IS1}Y_1) \gamma_{IS1}^2 f_{IS1}(\gamma_{IS1}) d\gamma_{IS1} \\
 &+ (u_2 + h_1) \left(\int_{\gamma_{IS1}=0}^{+\infty} \left(\int_{\gamma_{PH1}=0}^{\gamma_{IS1}} \gamma_{IS1}^2 f_{D1}(\gamma_{IS1}Y_1) \right) f_{PH1}(\gamma_{PH1}) f_{IS1}(\gamma_{IS1}) d\gamma_{PH1} d\gamma_{IS1} \right) \\
 &\quad \gamma_{IS1}^2 (-u_1 + h_2) \int_{\gamma_{IS2}=0}^{+\infty} f_{D2}(\gamma_{IS2}(\gamma_{IS1}Y_1 - D1)) \gamma_{IS2}^2 f_{IS2}(\gamma_{IS2}) d\gamma_{IS2} \\
 &+ \int_{\gamma_{IS1}=0}^{+\infty} \left(\int_{D1=0}^{\gamma_{IS1}Y_1 - Y_2^*} + (u_2 + h_2) \int_{\gamma_{IS2}=0}^{+\infty} \int_{\gamma_{PH2}=0}^{\gamma_{IS2}} \left(\gamma_{IS2}^2 f_{D2}(\gamma_{IS2}(\gamma_{IS1}Y_1 - D1)) \right. \right. \\
 &\quad \left. \left. - \gamma_{PH2}^2 f_{D2}(\gamma_{PH2}(\gamma_{IS1}Y_1 - D1)) \right) f_{PH2}(\gamma_{PH2}) f_{IS2}(\gamma_{IS2}) d\gamma_{PH2} d\gamma_{IS2} \right) f_{D1}(D1) dD1 \\
 &\quad - c\gamma_{IS1}^2 f_{D1}(\gamma_{IS1}Y_1 - Y_2^*) f_{IS1}(\gamma_{IS1}) d\gamma_{IS1}
 \end{aligned}$$

Comme précédemment, nous définissons une nouvelle hypothèse **H2** qui porte cette fois sur les paramètres d'entrée associés à la première période de vente :

$$\mathbf{H2} \quad \mu_{IS1} + 3\sigma_{IS1} \leq F_{PH1}^{-1} \left(\frac{u_1 + h_1 - c}{u_2 + h_1} + F_{PH1}(0) \right)$$

Et en posant $w = \frac{u_2}{u_1}$ et $z = \frac{h_1}{u_1}$ nous pouvons illustrer **H2** avec les figures 4.1 et 4.2 qui représentent les plages de valeurs que peut prendre le paramètre σ_{IS1} en fonction de w et z pour $\mu_{IS1} = 0.8$ et $\mu_{IS1} = 1$ avec $\mu_{PH1} = 1$ et $\sigma_{PH1} = 0.05$ et $c = 2$.

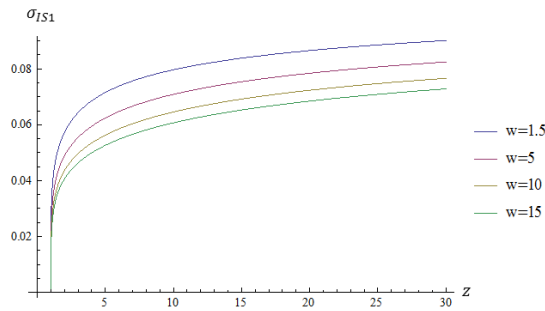


Figure 4.1. σ_{IS1} en fonction de w et z pour $\mu_{IS1} = 0.8$

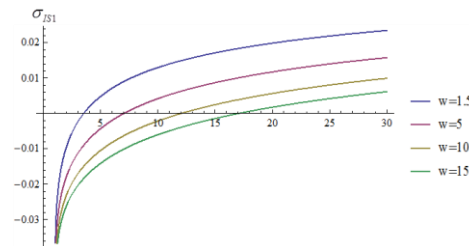


Figure 4.2. σ_{IS1} en fonction de w et z pour $\mu_{IS1} = 1$

La prise en compte des hypothèses **H1** et **H2** imposent une limite sur la variabilité des erreurs. Comme pour **H1**, il est à noter que **H2** est vérifiée pour des faibles variabilités de l'erreur IS de la première période de vente.

Afin de pouvoir l'étudier, nous décomposons $\frac{\partial^2 \pi_g}{\partial^2 Y_1}(Y_1)$ comme suit :

$$\frac{\partial^2 \pi_g}{\partial^2 Y_1}(Y_1) = PT1(Y_1) - PT2(Y_1)$$

Où $PT1(Y_1)$ (respectivement $PT2(Y_1)$) a pour expression (4.20) (respectivement (4.21)).

(4.20)

$$\begin{aligned}
 PT1(Y_1) = & \int_{\gamma_{IS1}=0}^{+\infty} \left(-(u_1 + h_1 - c) \right. \\
 & \left. + (u_2 + h_1)(F_{PH1}(\gamma_{IS1}) - F_{PH1}(0)) \right) f_{D1}(\gamma_{IS1}Y_1) f_{IS1}(\gamma_{IS1}) d\gamma_{IS1} \\
 & + \int_{\gamma_{IS1}=0}^{+\infty} \gamma_{IS1}^2 \left(\int_{D1=0}^{\gamma_{IS1}Y_1 - Y_2^*} \left(\int_{\gamma_{IS2}=0}^{+\infty} \left(-(u_1 + h_2) \right. \right. \right. \\
 & \left. \left. \left. + (u_2 + h_2)(F_{PH2}(\gamma_{IS2}) - F_{PH2}(0)) \right) \gamma_{IS2}^2 f_{D2}(\gamma_{IS2}(\gamma_{IS1}Y_1 - D1)) \right) \right. \\
 & \left. f_{IS2}(\gamma_{IS2}) d\gamma_{IS2} \right) f_{D1}(D1) dD1 f_{IS1}(\gamma_{IS1}) d\gamma_{IS1}
 \end{aligned}
 \tag{4.21}$$

$$\begin{aligned}
 PT2(Y_1) = & (u_2 + h_1) \int_0^{+\infty} \int_{\gamma_{PH1}=0}^{\gamma_{IS1}} (\gamma_{PH1}^2 f_{D1}(\gamma_{PH1}Y_1)) f_{PH1}(\gamma_{PH1}) f_{IS1}(\gamma_{IS1}) d\gamma_{PH1} d\gamma_{IS1} \\
 & + \int_{\gamma_{IS1}=0}^{+\infty} ((u_2 + h_2) \gamma_{IS2}^2 \int_{D1=0}^{\gamma_{IS1}Y_1 - Y_2^*} \int_0^{+\infty} \int_{\gamma_{PH2}=0}^{\gamma_{IS2}} \gamma_{PH2}^2 f_{D2}(\gamma_{PH2}(\gamma_{IS1}Y_1 - D1)) \\
 & f_{PH2}(\gamma_{PH2}) f_{IS1}(\gamma_{IS2}) f_{D1}(D1) d\gamma_{PH2} d\gamma_{IS2} dD1 \\
 & - c \gamma_{IS2}^2 f_{D1}(\gamma_{IS1}Y_1 - Y_2^*)) f_{IS1}(\gamma_{IS1}) d\gamma_{IS1}
 \end{aligned}$$

Si les hypothèses **H1** et **H2** sont vérifiées les conditions d'optimalité des niveaux de re-complètement peuvent être déduites comme suit :

$PT1(Y_1)$ est une fonction négative et $PT2(Y_1)$ est une fonction positive donc $\frac{\partial^2 \pi_g}{\partial^2 Y_1}(Y_1)$ est

négative et donc $\frac{\partial \pi_g}{\partial Y_1}(Y_1)$ est une fonction décroissante et nous posons

$$C_\infty = \lim_{Y_1 \rightarrow +\infty} \frac{\partial \pi_g(x_1, Y_1)}{\partial Y_1} = C_{11} - C_{21} + C_{12} - C_{22} \text{ et } \lim_{Y_1 \rightarrow 0} \frac{\partial \pi_g(x_1, Y_1)}{\partial Y_1} = -C_{21}.$$

L'allure de $\frac{\partial^2 \pi_g}{\partial^2 Y_1}(Y_1)$ est représentée dans la figure 4.3.

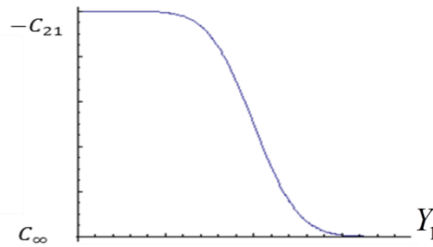


Figure 4.3. Variations de $\frac{\partial^2 \pi_g}{\partial^2 Y_1}(Y_1)$ en fonction de Y_1 dans le cas deux périodes

Le tableau 4.2 résume les conditions d'existence d'une solution optimale pour le problème d'incertitude sur les stocks sur deux périodes et avec une modélisation multiplicative des perturbations.

Théorème de résolution

$$\frac{\partial \pi_g}{\partial Y_1}(Y_1^*) = 0$$

Tableau 4.2. Conditions d'existence Y_1^*

		Nombre de solution de (4.18)	Optimalité
$-C_{21}C_\infty < 0$	$-C_{21} > 0$	1	Optimal
$-C_{21}C_\infty < 0$	$-C_{21} < 0$	1	Pas optimal
$-C_{21}C_\infty > 0$	$-C_{21} > 0$	0 ou 2	Si 2 solutions : la plus petite est optimale
$-C_{21}C_\infty > 0$	$-C_{21} < 0$	0 ou 2	Si 2 solutions : la plus grande est optimale
$C_{21} = 0$	Pas de solution		
Autre Combinaisons	Pas de solution		

Dans la résolution mathématique, nous remarquons que la dérivée de la fonction profit moyen global peut avoir 2, 1 ou 0 solution. Et si elle admet une solution, cette dernière est soit un minimum ou un maximum.

Si les hypothèses **H1** et **H2** ne sont pas vérifiées, il n'existe pas de règles générales décrivant les conditions optimales du niveau de re-complètement à cause du nombre important de paramètres dont dépend la fonction profit global moyen, l'étude de son comportement devient très difficile à cause du caractère multiplicatif des perturbations, et donc afin de trouver une solution, si elle existe, il faudra tracer la dérivée afin de voir les points où cette dernière s'annule.

4.3 Application numérique

Nous présentons dans cette section, une analyse numérique afin de répondre à des interrogations managériales sur l'impact des perturbations IS et PH sur la stratégie optimale de chaque période de vente.

Nous considérons un e-détaillant ayant des produits à forte marge (u_1 et u_2 sont supérieurs à h_1 et h_2) et des produits à faible marge (u_1 et u_2 sont inférieurs à h_1 et h_2). Cette distinction est faite afin de permettre une analyse complète. Le tableau 4.3 présente les valeurs relatives aux coûts unitaires considérés dans notre étude numérique ainsi que les paramètres de la demande pour chaque période de vente.

Tableau 4.3. Valeurs des paramètres de l'étude numérique

Coût unitaire	Produit à forte marge	Produit à faible marge
u_1	15	0.5
u_2	25	0.8
c	2	2
h_1	3	3
h_2	1	1
$\mu_{D1,2}$	20	20
$\sigma_{D1,2}$	4	4
x_1	5	5

Notre analyse numérique a montré que les écarts types des perturbations σ_{IS} et σ_{PH} ont un rôle symétrique dans la solution optimale, c'est pourquoi nous limitons dans la suite notre illustration graphique à l'impact de σ_{IS} .

Pour chaque type de produit (forte ou faible marge) nous faisons varier σ_{IS2} pour différentes valeurs de σ_{IS1} . Afin de se focaliser sur l'impact des incertitudes, nous fixons

$$\mu_{IS1} = \mu_{IS2} = \mu_{PH1} = \mu_{PH2} = 1$$

Les figures 4.4 et 4.5 (respectivement figures 4.6 et 4.7) présentent la variation de Y_1^* et Y_2^* en fonction des écarts types des perturbations IS et PH pour les produits à forte marge (respectivement faible marge).

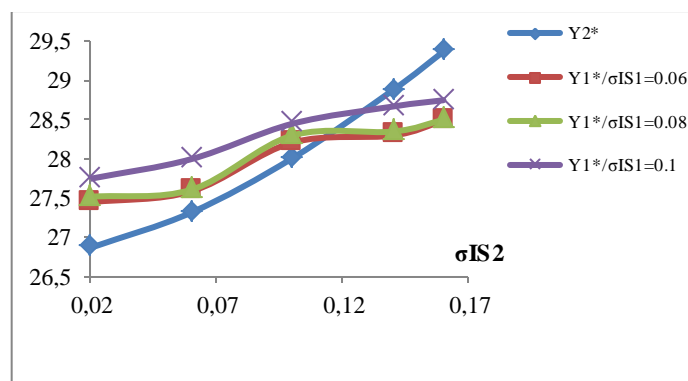


Figure 4.4. Y_1^* et Y_2^* fonction de σ_{IS1} et σ_{IS2} pour un produit à forte marge

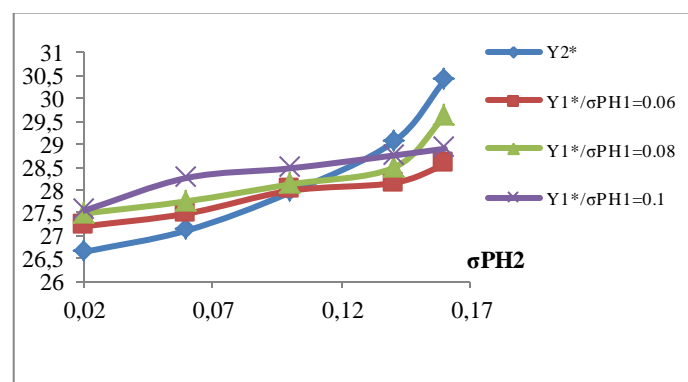


Figure 4.5. Y_1^* et Y_2^* fonction de σ_{PH1} et σ_{PH2} pour un produit à forte marge

Y_1^* et Y_2^* se comportent de la même manière face à la variabilité des perturbations IS et PH :

- pour les produits à faible marge, la quantité optimale à avoir en stock en début de chaque période (Y_1^* et Y_2^*) augmente dans un premier temps afin d'éviter des situations de rupture résultant des perturbations. La pente de la courbe s'inverse et devient décroissante pour les grandes valeurs de la variabilité des perturbations IS et PH (1er et 2ème période). Un tel changement de pente pourrait être expliqué par le fait que pour les grandes valeurs de la variabilité, l'augmentation de Y_1^* et Y_2^* contribue à l'augmentation de l'imprécision car les perturbations sont multiplicatives. L'augmentation des stocks physiques et par conséquent

l'augmentation de la probabilité d'avoir une situation de sur-stockage est plus importante. Il est à rappeler que dans le cas des produits à faible marge, la situation de sur-stockage est plus pénalisante en termes économique que la situation de rupture ;

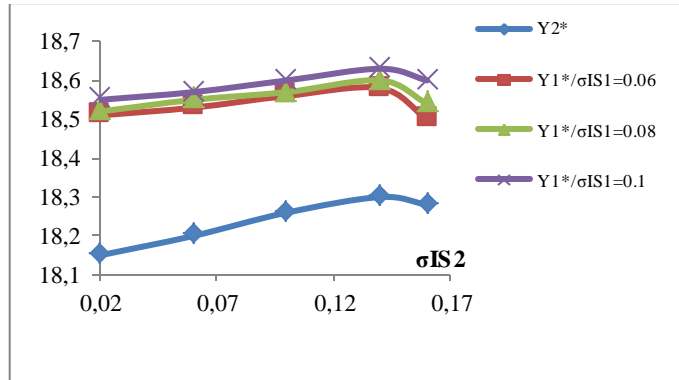


Figure 4.6. Y_1^* et Y_2^* fonction de σ_{IS1} et σ_{IS2} pour un produit à faible marge

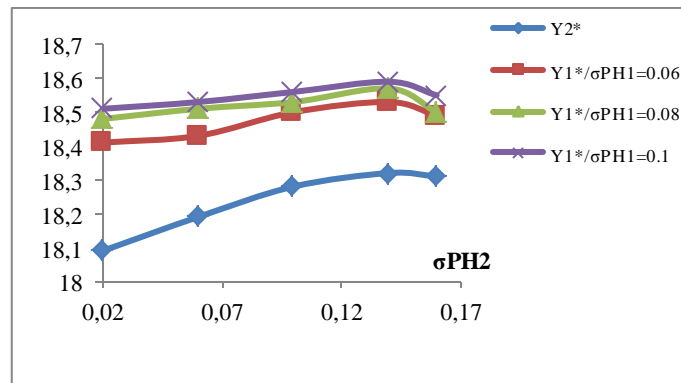


Figure 4.7. Y_1^* et Y_2^* fonction de σ_{PH1} et σ_{PH2} pour un produit à faible marge

- pour les produits à forte marge, Y_1^* et Y_2^* augmentent avec la variabilité des perturbations IS et PH (1er et 2ème périodes) afin d'éviter la situation de rupture qui est plus pénalisante que la situation de sur-stockage en cas de produit de forte marge.

Dans tous les cas, nous remarquons que le profit moyen optimum est décroissant avec la variabilité des perturbations IS (1^{ère} et 2^{ème} périodes) car plus l'incertitude est grande, plus le profit est négativement impacté par les risques de ruptures et sur-stockage causés par les perturbations.

Nous proposons dans la suite une comparaison entre Y_1^* et Y_2^* afin de déduire comment le risque des perturbations doit être partagé entre les deux périodes de vente. Nous notons les remarques qui suivent :

- pour les produits à faible marge nous remarquons que $Y_1^* > Y_2^*$: ceci peut s'expliquer par le fait qu'il est moins risqué de commander beaucoup la première période pour faire face aux perturbations et de reporter les quantités invendues sur la deuxième période. L'augmentation de Y_1^* entraîne mécaniquement l'augmentation de x_2 et donc la quantité à commander pour la période 2 est moins importante afin d'éviter la situation de sur-stockage ;
- pour les produits à forte marge la situation est différente :
 - pour les petites valeurs de σ_{IS2} et σ_{PH2} nous avons peu d'incertitude sur Y_2^* , mais l'incertitude sur Y_1^* est importante car Y_1^* est fonction à la fois de σ_{IS1} et σ_{IS2} (ainsi que de σ_{PH1} et σ_{PH2}). Constatant que pour les produits à haute marge, les ventes perdues et les engagements de vente non honorés sont plus pénalisants que les situations de sur-stockage, il est intuitif d'expliquer l'augmentation de Y_1^* ;
 - pour les grandes valeurs de σ_{IS2} et σ_{PH2} , la variabilité des perturbations de la période 2 l'emporte sur celle de la première.

En raison des remarques précédentes, nous concluons cette analyse de comparaison par le fait qu'une solution myopique ne serait pas optimale si nous voulons étendre le problème vers la configuration multi périodes car le niveau de re-complètement n'est pas toujours croissant avec les périodes de vente.

4.4 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons étudié l'impact des perturbations sur la politique de réapprovisionnement dans un contexte e-détaillant en proposant une résolution du problème avec une modélisation multiplicative des perturbations afin d'optimiser le profit. Nous avons étendu les résultats existants vers le cas à deux périodes de vente avec une résolution analytique du problème. Les conditions d'optimalité de la stratégie de commande pour les deux périodes de vente ont été fournies sous forme d'un théorème.

En addition à la contribution théorique, l'étude numérique a permis de répondre à des interrogations managériales concernant le partage des risques des perturbations entre les deux périodes de vente. Ce partage de risque dépend essentiellement de la marge du produit considéré et du comparatif des variabilités des perturbations entre les deux périodes.

Pour les produits à faible marge, la pente des courbes de Y_1^* et Y_2^* change suivant la valeur de la variabilité des perturbations. Quant aux produits à forte marge, Y_1^* et Y_2^* augmentent avec la variabilité des perturbations.

De plus, nous remarquons que le développement analytique a atteint des limites mathématiques avec l'extension de une à deux périodes de vente. Les quantités optimales n'ont pas un comportement monotone avec la variabilité des perturbations, car suivant le type de produit (forte ou faible marge) et la valeur des variabilités des perturbations de la 1^{ère} et 2^{ème} nous n'avons pas une relation monotone entre Y_1^* et Y_2^* . Cette non monotonie rendra très difficile voire impossible l'utilisation des résultats mono-période dans le cas multi-périodes. En effet, à cause de ce comportement non monotone des quantités optimales et la complexité de la résolution mathématique (nombre de variable aléatoire par période, stock initial fonction de plusieurs variables pour la période 2, dynamique complexe du système) une solution myopique n'est pas optimale pour le cas à plusieurs périodes. Afin de contourner cette situation de complexité et d'étendre le contexte e-détaillant au cas multi-périodes, nous utilisons une approche d'optimisation basée sur le taux de service pour de futurs développements.

Chapitre 5. Modélisation des perturbations dans un contexte e-détaillant et multi-périodes et impact de la technologie RFID

5.1 Introduction

Dans le chapitre précédent nous avons étendu le modèle multiplicatif et mono période pour la gestion de réapprovisionnement d'un e-détaillant à un modèle multiplicatif à deux périodes de vente. Suite à l'analyse analytique, nous avons conclu que la complexité du développement mathématique de l'extension vers le cas multi-périodes, si nous continuons à considérer une approche basée uniquement sur les coûts, était trop grande. Le comportement de la solution optimale dans le modèle à deux périodes n'était pas favorable à une extension aisée vers le cas à plusieurs périodes de vente.

Le but de ce chapitre est de proposer un modèle multi-périodes dont l'optimisation est conjointement basée sur les coûts et le niveau de service proposé aux clients finaux. Grâce à cette approche d'optimisation qui est également très utilisée en pratique, nous analysons analytiquement et numériquement le modèle multi-périodes et nous réalisons une comparaison très constructive entre plusieurs stratégies permettant de faire face au problème des perturbations.

Pour ce faire, nous proposons la comparaison des deux stratégies suivantes :

- **Stratégie 1** : la réalisation d'un inventaire physique périodique pour aligner la quantité dans le système physique et la quantité dans le système d'information.
- **Stratégie 2** : Le déploiement d'une technologie avancée d'identification des produits telle que la technologie RFID qui permettrait d'éliminer les perturbations et aligner les quantités IS et PH.

Il est à noter que contrairement au cas mono-période, l'analyse d'une stratégie consistant à ignorer les perturbations PH et IS n'a pas de sens puisque le gestionnaire de stock va surement être confronté à la problématique des perturbations lorsqu'il ne sera pas capable d'honorer des engagements de vente. C'est pour cette raison que nous focalisons dans ce chapitre notre étude sur le mode de management en appliquant une des stratégies mentionnées plus haut.

5.2 Une approche d'optimisation basée sur le niveau de service

Comme mentionné plus haut, nous résolvons notre problème multi-périodes en nous basant sur une approche d'optimisation reposant sur la minimisation des coûts sous une contrainte de satisfaction d'un niveau de service cible imposé par la stratégie de

l'entreprise. Ce genre d'approche est très utilisé en pratique (Miguel, 2013) et constitue une alternative aux approches basées uniquement sur la minimisation des coûts.

Dans cette section nous définissons la notion de taux de service afin de pouvoir l'utiliser par la suite.

Taux de service

Le taux de service reflète la capacité de l'entreprise à satisfaire les exigences du client (Chopra and Meindl, 2013). Dans la littérature il existe plusieurs mesures du taux de service. Les plus connues sont le taux de service périodique (Cycle Service Level, CSL) et le taux de service volumétrique, (Fill Rate, FR) (Minner and Transchel, 2010).

Le taux de service périodique (CSL) représente la fréquence de la non rupture, définie comme étant la probabilité de la non-rupture de stock. En d'autres termes c'est la probabilité de satisfaire toute la demande sur les différentes périodes de vente (5.1) :

$$CSL = \frac{\text{Nombre de périodes avec une demande satisfaite}}{\text{Total des périodes}} \quad (5.1)$$

Le taux de service volumétrique (FR) concerne le volume de demande satisfaite directement à partir du stock. Ce taux est obtenu en divisant la demande satisfaite sur toutes les périodes sur la demande totale pour toutes les périodes de vente (5.2) :

$$FR = \frac{\text{La demande satisfaite sur toutes les périodes}}{\text{La demande totale}} \quad (5.2)$$

Dans notre modèle nous utilisons le niveau de service périodique (CSL) et nous l'adaptions à notre contexte e-détaillant. En effet, dans un contexte d'e-détaillant, le gestionnaire de stock apporte deux réponses au client final. Dans un premier temps, il s'engage en fonction de son stock IS à satisfaire totalement ou partiellement la demande du client. Dans un second temps, il honore son engagement vis-à-vis du client dans la limite de son PH . Nous étendons dans ce chapitre la définition classique du CSL pour mesurer la performance du gestionnaire du stock durant les deux étapes de satisfaction de la demande mentionnées plus haut. Pour ce faire, nous proposons les définitions suivantes:

CSL_{IS} = *taux de satisfaction périodique de la demande en fonction de ce que le stock IS montre*

CSL_{PH} = *taux de satisfaction périodique des engagements pris par le gestionnaire du stock lors de la livraison*

Nous proposons dans ce qui suit l'optimisation des deux stratégies 1 (réalisation d'inventaire) et 2 (introduction de la RFID) avec comme objectif la minimisation des coûts tout en ayant comme contraintes la satisfaction des niveaux de service cibles CSL_{IS} et CSL_{PH} .

Nous considérons un système de gestion de stock multi-périodes à re-complètement périodique avec un délai de réapprovisionnement nul.

- Si l'e-détaillant applique la stratégie 1, i.e. un inventaire périodique chaque N périodes, la séquence d'évènements décrite dans l'introduction de partie 2 de ce mémoire s'applique à chaque cycle de N périodes jusqu'à la réalisation d'un inventaire, à un coût fixe S , ayant pour but d'aligner les stocks PH et IS.
- Si l'e-détaillant applique la stratégie 2, i.e. s'il déploie la technologie RFID pour faire face aux perturbations. C'est un cas particulier de la séquence d'évènement décrite dans l'introduction de la partie 2 de ce mémoire avec une erreur générée à chaque période égale à zéro. Dans ce cas chaque produit est muni d'un tag RFID et ainsi le coût unitaire d'achat n'est plus c mais $c+t$ avec t le coût unitaire d'un tag RFID.

Il est à noter que :

- La stratégie 2 peut être interprétée comme étant un cas particulier de la stratégie 1 avec l'hypothèse que les perturbations générées sont nulles, un produit coûtant plus cher à l'achat en raison du tag RFID devant y être collé.
- Nous avons fait l'hypothèse que la technologie RFID élimine définitivement les perturbations. Ceci peut ne pas être le cas dans la réalité. Si la technologie RFID consiste à diminuer au lieu d'éliminer les perturbations, la stratégie 2 doit être conçue comme étant un cas particulier de la stratégie 1 avec des paramètres de perturbations dont les valeurs sont diminuées.
- Nous considérons uniquement les coûts variables associés à la technologie RFID en incluant uniquement le coût du tag et non pas les coûts fixes d'infrastructure et d'investissement liés au déploiement de la technologie. Le coût de l'investissement est considéré remboursable sur du long terme (Heese, 2007) et une analyse de type retour sur investissement doit compléter notre analyse pour inclure les coûts fixes associés à la technologie RFID
- Partant du constat que la stratégie 2 est un cas particulier de la stratégie 1, nous nous focalisons dans le reste de ce chapitre sur l'analyse détaillée de la stratégie 1.

Comme mentionné précédemment, le but est de trouver la politique optimale de gestion de stock et d'inventaire (pour la stratégie 1) qui permet de minimiser les coûts tout en satisfaisant une contrainte double sur les niveaux de service. Pour chaque période i , l'e-détaillant cible des niveaux de service IS et PH dont les valeurs doivent être supérieures à des valeurs cibles, que nous notons CSL_{IS0} et CSL_{PH0} respectivement, fixées par la stratégie de l'entreprise.

Ainsi le problème d'optimisation revient à résoudre le système d'équations suivant (5.3), (5.4) et (5.5).

5.3 Analyse de la stratégie 1 : Réalisation d'un inventaire périodique pour aligner les stocks IS et PH

Le gestionnaire des stocks, étant conscient des perturbations PH et IS qui frappent son système de gestion de stock, opte dans cette section pour la stratégie 1 consistant à réaliser un inventaire périodique permettant d'aligner le stock informatique sur le stock physique. Nous supposons que les perturbations s'accumulent jusqu'à la réalisation d'un inventaire, chaque $\frac{T}{N}$ périodes de vente. Tout comme les perturbations, l'inventaire coûte de l'argent, un coût fixe égal à S, et le but est de trouver le meilleur compromis permettant de minimiser les coûts de la gestion des stocks et d'inventaire. Nous proposons la fréquence optimale d'inventaire et la politique optimale de la gestion des stocks qui doit être appliquée entre deux inventaires successifs. Pour ce faire, nous commençons par étudier le problème mono-période qui nous permet de montrer qu'une politique myopique est optimale pour le cas multi-périodes.

5.3.1 Etude du problème mono période

Le but de cette section est d'analyser le problème mono-période afin d'en déduire des propriétés mathématiques utiles pour traiter le cas multi-période. Pour la période de vente i , le problème de résolution consiste à minimiser les coûts tout en respectant les deux contraintes associées au niveau de service. Le système d'équation à résoudre est donc comme suit (5.6) :

$$\left\{ \begin{array}{l} CU_i(Y_i) = E_{Di} \left[u_1 [Di - Y_{ISi}]^+ + u_2 [Min\{Y_{ISi}, Di\} - Y_{PHi}]^+ \right. \\ \left. + h [Y_{PHi} - Min\{Y_{ISi}, Di\}]^+ + c(Y_{PHi} - x_i) \right] \\ sc \\ CSL_{ISi} \geq CSL_{IS0} \\ CSL_{PHi} \geq CSL_{PH0} \end{array} \right. \quad (5.6)$$

Où les niveaux cibles CSL_{IS0} et CSL_{PH0} sont fixés pas la stratégie de l'entreprise. Dans la pratique ces niveaux cibles constituent une interface entre les départements gestion des opérations et marketing et sont choisis assez élevés. Nous supposons dans ce travail que leurs valeurs doivent être supérieures à 0.5 et nous réalisons nos analyses numériques pour des valeurs comprises entre 0.8 et 0.9, ce qui est en cohérence avec les valeurs rencontrées dans la pratique.

Il est à noter que le système d'équations proposé plus haut comporte trois équations dont la résolution séparément permet de déduire trois valeurs possibles du niveau de re-complètement :

- Le niveau Y_{1i} permettant d'avoir un CSL_{ISi} égal au taux de service cible CSL_{IS0} .
- Le niveau Y_{2i} permettant d'avoir un CSL_{PHi} égal au taux de service cible CSL_{PH0} .
- Le niveau Y_{3i} permettant de minimiser la fonction coût moyen CU_i .

La solution optimale correspond au niveau de re-complètement qui satisfait les trois équations. Il est donné par (5.7) :

$$Y_i^* = \text{Max}(Y_{1i}, Y_{2i}, Y_{3i}^*) \quad (5.7)$$

Nous proposons dans les trois sous sections qui suivent les analyses permettant de calculer analytiquement les trois niveaux Y_{1i} , Y_{2i} et Y_{3i}^* .

5.3.1.1 Calcul de Y_{1i}

Le niveau Y_{1i} doit satisfaire la contrainte sur le niveau de service CSL_{ISi} qui s'écrit sous la forme de (5.8)

$$CSL_{ISi} = P(Y_{1i} \geq Di) \quad (5.8)$$

Et dont Y_{1i} se déduit comme suit (5.9) ;

$$Y_{1i} = F_{Di}^{-1}(CSL_{ISi}) \quad (5.9)$$

Il est important de noter à ce niveau que le taux de service CSL_{ISi} est croissant avec le niveau de re-complètement Y_{1i} :

$$Y_{1i} \geq \mu_{Di} \text{ du fait que } CSL_{ISi} \geq CSL_{IS0} \geq 0.5$$

5.3.1.2 Calcul de Y_{2i}

Le niveau de re-complètement Y_{2i} doit satisfaire la contrainte sur le taux de service CSL_{PHi} qui s'écrit sous la forme de (5.10) :

$$CSL_{PHi} = \text{Probabilité}(Y_{2i} - \varepsilon(i) \geq \text{Min}(Y_{2i}, Di)) \quad (5.10)$$

En développant l'équation (5.10) l'équation de CSL_{PHi} devient (5.11).

$$CSL_{PHi} = \int_{Di=Y_{2i}}^{+\infty} \int_{\varepsilon(i)=-\infty}^0 f_{\varepsilon(i)}(\varepsilon(i)) f_{Di}(Di) d\varepsilon(i) dDi + \int_{Di=0}^{Y_{2i}} \int_{\varepsilon(i)=-\infty}^{Y_{2i}-Di} f_{\varepsilon(i)}(\varepsilon(i)) f_{Di}(Di) d\varepsilon(i) dDi \quad (5.11)$$

$$= (1 - F_{Di}(Y_{2i})) F_{\varepsilon(i)}(0) + \int_{Di=0}^{Y_{2i}} F_{\varepsilon(i)}(Y_{2i} - Di) f_{Di}(Di) dDi$$

Afin d'étudier l'existence de Y_{2i} nous allons étudier le comportement de la fonction X_1 définie par (5.12) :

$$X_1(Y) = CSL_{PHi} - (1 - F_{Di}(Y))F_{\varepsilon(i)}(0) - \int_{Di=0}^{Y_{2i}} F_{\varepsilon(i)}(Y - Di)f_{Di}(Di)dDi \quad (5.12)$$

Et Y_{2i} si elle existe doit vérifier (5.13) :

$$X_1(Y_{2i}) = 0 \quad (5.13)$$

Pour étudier X_1 nous calculons sa dérivée (5.14) en utilisant la formule de Liebnitz

$$\frac{\partial \int_{a(y)}^{b(y)} h(x, y) dx}{\partial y} = \int_{a(y)}^{b(y)} \frac{\partial h(x, y)}{\partial y} dx + h(b(y), y)b'(y) - h(a(y), y)a'(y)$$

$$\frac{\partial X_1}{\partial Y}(Y) = - \int_{Di=0}^Y f_{\varepsilon(i)}(Y - Di)f_{Di}(Di)dDi \quad (5.14)$$

Et donc d'après (5.14) et la positivité des fonctions de densité de distribution, nous avons

$$\frac{\partial X_1}{\partial Y} \leq 0 \quad X_1 \text{ est décroissante et nous avons } \lim_{Y^{TM} \rightarrow 0} X_1(Y) = CSL_{PHi} - 0.5 \geq 0 \text{ et}$$

$\lim_{Y^{TM} \rightarrow +\infty} X_1(Y) = CSL_{PHi} - 1 \leq 0$ garantissant l'existence et l'unicité de Y_{2i} . Nous avons aussi CSL_{PHi} croissant par rapport à Y_{2i} .

5.3.1.3 Calcul de Y_{3i}^*

Le niveau de re-complètement Y_{3i} correspond à la quantité qui minimise la fonction coût moyen CU_i . Cette fonction coût est la somme des coûts de rupture (type 1 et 2), du coût de stockage et du coût d'achat (5.15) :

$$\begin{aligned} \text{Min } CU_i &= (\text{Stockage} + \text{Rupture sur SI} + \text{Rupture PH} + \text{Achat})_i \quad (5.15) \\ CU_i(Y_{3i}) &= u_1 [Di - Y_{3i}]^+ + u_2 [\text{Min}\{Y_{3i}, Di\} - Y_{PHi}]^+ + h [Y_{PHi} - \text{Min}\{Y_{3i}, Di\}]^+ + c(Y_{PHi} - x_i) \\ &= u_1 [Di - Y_{3i}]^+ + u_2 [\text{Min}\{Y_{3i}, Di\} - (Y_{3i} - \varepsilon(i))]^+ + h [(Y_{3i} - \varepsilon(i)) - \text{Min}\{Y_{3i}, Di\}]^+ + c((Y_{3i} - \varepsilon(i)) - x_i) \\ &= (u_2 - u_1) [(\mu_{Di} - Y_{3i})F_{Di}(Y_{3i}) - \sigma_{Di}^2 f_{Di}(Y_{3i})] \\ &\quad + u_1 (\mu_{Di} - Y_{3i}) - (u_2 + h) [(\mu_{Di} - Y_{3i})F_{Di}(Y_{3i}) - \sigma_{Di}^2 f_{Di}(Y_{3i})] F_{\varepsilon(i)}(0) \\ &\quad - (u_2 + h) \int_{\varepsilon(i)=0}^{+\infty} \left[(\mu_{Di} - Y_{3i} + \varepsilon(i))F_{Di}(Y_{3i} - \varepsilon(i)) \right. \\ &\quad \left. - \sigma_{Di}^2 f_{Di}(Y_{3i} - \varepsilon(i)) \right] f_{\varepsilon(i)}(\varepsilon(i)) d\varepsilon(i) \\ &\quad + (u_2 + h) \sigma_{\varepsilon(i)}^2 f_{\varepsilon(i)}(0) + c(Y_{3i} - \int_{\varepsilon(i)=0}^{+\infty} f_{\varepsilon(i)}(\varepsilon(i)) d\varepsilon(i) - x_i) \end{aligned}$$

Comme pour le chapitre précédant nous avons fait l'hypothèse que la facturation se fait sur Y_{PHi} . Il est à noter que dans ce cas, même en choisissant une facturation sur la quantité

inscrite dans le IS Y_{ISi} , l'expression de Y_{3i}^* ne change pas car $Y_{ISi} = Y_{PHi} + \varepsilon(i)$ et donc pour le calcul de la dérivée $\frac{\partial CU_i}{\partial Y_{3i}}$, la facturation sur Y_{PHi} ou Y_{ISi} , ne change rien.

Afin d'étudier l'existence de la solution optimale Y_{3i}^* qui minimise la fonction coût, nous étudions la convexité de cette dernière en étudiant sa dérivée première $\frac{\partial CU_i}{\partial Y_{3i}}$ (5.16) et sa

dérivée seconde $\frac{\partial^2 CU_i}{\partial^2 Y_{3i}}$ (5.17) :

$$\frac{\partial CU_i}{\partial Y_{3i}}(Y_{3i}) = (-u_1 + c) + (u_1 - u_2)F_{Di}(Y_{3i}) + (u_2 + h)F_{Di}(Y_{3i})F_{\varepsilon(i)}(0) \quad (5.16)$$

$$+ (u_2 + h) \int_{\varepsilon(i)=0}^{+\infty} F_{Di}(Y_{3i} - \varepsilon(i)) f_{\varepsilon(i)}(\varepsilon(i)) d\varepsilon(i)$$

$$\frac{\partial^2 CU_i}{\partial^2 Y_{3i}}(Y_{3i}) = \left((u_1 - u_2) + (u_2 + h)F_{\varepsilon(i)}(0) \right) f_{Di}(Y_{3i}) \quad (5.17)$$

$$+ (u_2 + h) \int_{\varepsilon(i)=0}^{+\infty} f_{Di}(Y_{3i} - \varepsilon(i)) f_{\varepsilon(i)}(\varepsilon(i)) d\varepsilon(i)$$

Dans le reste de ce chapitre, nous supposons que la pénalité de rupture de type 2 est bornée comme suit :

$$u_2 \leq 2u_1 + h$$

Cette hypothèse, qui peut s'interpréter comme le fait que la pénalité maximale de u_2 ne peut dépasser le double de la pénalité de rupture de type 1 additionnée à la pénalité de stockage, n'est pas nécessairement restrictive d'un point de vue pratique car u_2 est égale à la somme de u_1 et une constante que nous appelons M , car $u_2 \geq u_1$, $u_2 = u_1 + M$. Afin de majorer M , nous étudions le cas le plus pessimiste, c.à.d. refuser une commande car $Di \geq Y_{ISi}$ alors que la quantité dans le PH est suffisante $Y_{PHi} \geq Di$ et donc l'entreprise devra payer deux coûts u_1 et h , d'où $u_2 \leq 2u_1 + h$

En se basant sur cette hypothèse nous pouvons vérifier que la dérivée seconde de la fonction coût moyen est positive, i.e. $\frac{\partial^2 CU_i}{\partial Y_{3i}^2} \geq 0$. Ceci se traduit par le fait que CU_i est

une fonction convexe et donc admet un minimum que nous notons Y_{3i}^* . Le niveau de re-complètement permettant de minimiser la fonction coût moyen existe et est unique, il doit vérifier $\frac{\partial CU_i}{\partial Y_{3i}} = 0$ (5.18) :

$$\left(\begin{aligned} &(-u_1 + c) + (u_1 - u_2)F_{Di}(Y_{3i}) + (u_2 + h)F_{Di}(Y_{3i})F_{\varepsilon(i)}(0) \\ &+ (u_2 + h) \int_{\varepsilon(i)=0}^{+\infty} F_{Di}(Y_{3i} - \varepsilon(i)) f_{\varepsilon(i)}(\varepsilon(i)) d\varepsilon(i) \end{aligned} \right) = 0 \quad (5.18)$$

5.3.2 Application numérique pour Y_i^*

La solution optimale du problème mono-période résulte de la résolution d'un système de trois équations comme décrit précédemment ; Nous rappelons que (cf. eq 5.7)

$$Y_i^* = \text{Max}(Y_{1i}, Y_{2i}, Y_{3i}^*)$$

Nous procédons dans cette section à une illustration numérique pour :

- Montrer comment trouver la solution optimale.
- Démontrer que la solution optimale n'est pas toujours celle qui minimise le coût moyen.
- Démontrer que le gestionnaire des stocks doit parfois adopter des niveaux de service cibles plus grands que ceux que sa stratégie d'entreprise lui impose.

Nous supposons que le e-détaillant fait face à une demande périodique suivant une loi normale de moyenne $\mu_{Di} = 20$ et d'écart type $\sigma_{Di} = 4$. Nous considérons une configuration des coûts unitaires ou la pénalité de stockage $h = 1$ et $c = 2$, et comme dans les chapitres précédents nous étudions deux types de produits :

- Produits à forte marge, c.à.d. les pénalités de ruptures de type 1 et 2 sont respectivement $u_1 = 10$ et $u_2 = 15$.
- Produits à faible marge, c.à.d. les pénalités de ruptures de type 1 et 2 sont respectivement $u_1 = 0.5$ et $u_2 = 0.8$.

Pour les taux de service, nous considérons deux exigences cibles ($CSL_{IS0} = 0.9$ $CSL_{PH0} = 0.95$) et ($CSL_{IS0} = 0.7$ $CSL_{PH0} = 0.75$)

La figure 5.1 illustre la comparaison entre les différents niveaux de re-complètement qui contribuent à la solution optimale pour un produit à forte marge et fort CSL. Y_{3i}^* minimise le coût moyen, Y_{1i} assure un niveau de service cible IS égal à 90% et Y_{2i} assure un niveau de service PH égal à 95%. Ce dernier niveau de re-complètement l'emporte sur les deux autres et en l'adoptant, l'e-détaillant réalise un coût moyen légèrement supérieur au minimum et réalise un niveau de service IS effective supérieur à celui qu'on lui impose, $CSL_{ISi\text{eff}} = 99.1\%$

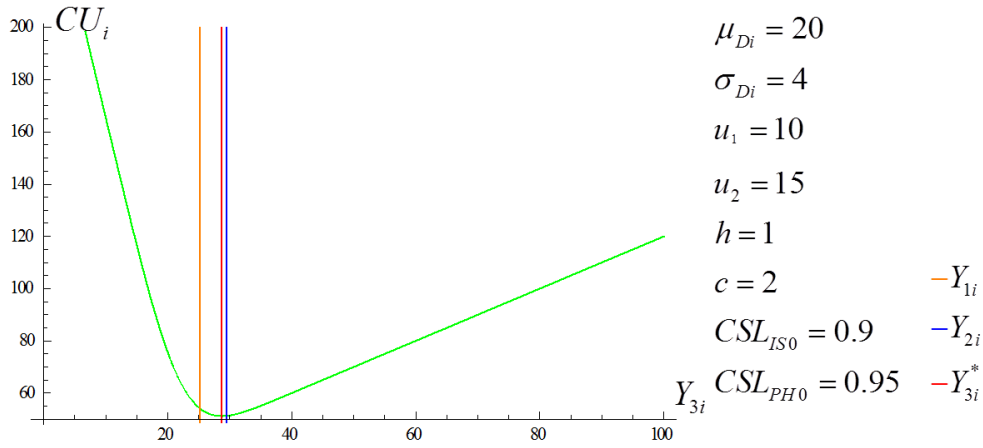


Figure 5.1. Variation de Y_i^* pour un produit à forte marge et fort CSL

La figure 5.2 montre contrairement à la précédente un autre classement des quantités. Y_{3i}^* minimise toujours le coût moyen, Y_{1i} assure un niveau de service cible IS égal à 70% et Y_{2i} assure un niveau de service PH égal à 75%. Nous remarquons que la plus grande quantité est Y_{3i}^* conduisant l'e-détaillant à avoir un meilleur niveau CSL dans le IS et PH, égaux à $CSL_{ISi\text{eff}} = 98.53\%$ et $CSL_{PHi\text{eff}} = 94.02\%$

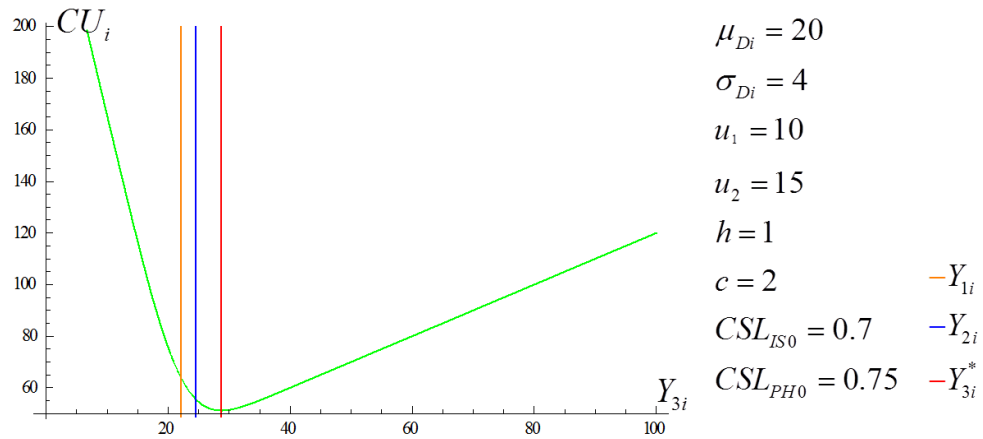
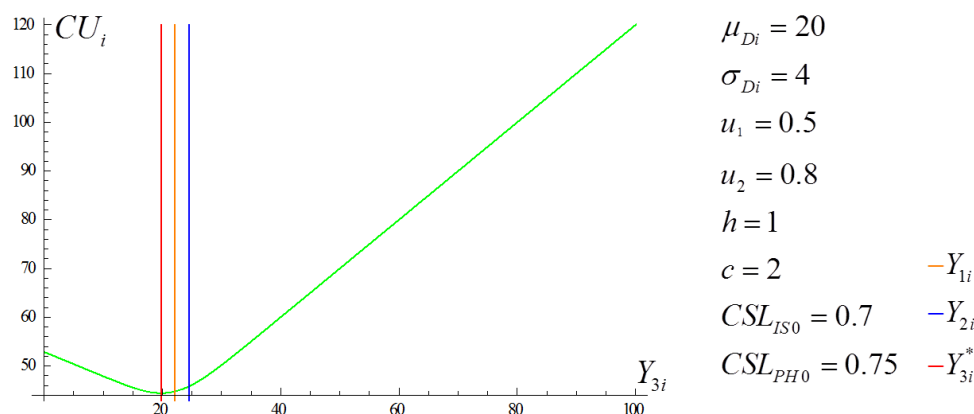
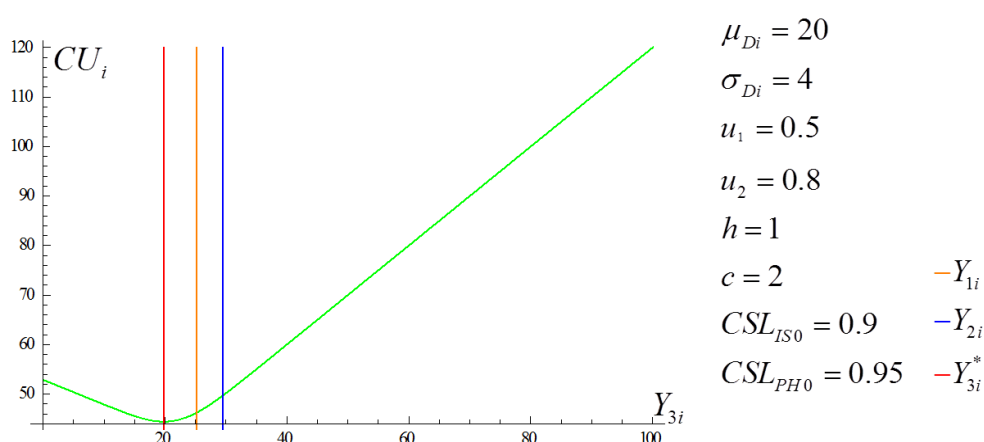


Figure 5.2. Variation de Y_i^* pour un produit à forte marge et faible CSL

A partir des figures 5.3 (a) et 5.3(b), nous pouvons voir que pour les produits à faible marge, et en raison des faibles valeurs des coûts, la valeur de Y_{3i}^* est assez faible avec un CSL fort ou faible. Dans ce cas la quantité dominante est Y_{2i} . On aura un léger surcoût par rapport à Y_{3i}^* mais le e-détaillant assurera le niveau de service ciblé pour PH et un meilleur niveau de service IS $CSL_{ISi\text{eff}} = 77.95\%$ pour un $CSL_{PH0} = 75\%$ et $CSL_{ISi\text{eff}} = 98.95\%$ pour un $CSL_{PH0} = 95\%$

(a) Variation de Y_i^* pour un produit à faible marge et faible CSL(b) Variation de Y_i^* pour un produit à faible marge et fort CSLFigure 5.3. Variation de Y_i^* pour un produit à faible marge

5.3.3 Extension vers le cas multi-période : optimalité de la solution myopique

Nous avons élaboré dans la section précédente les expressions des niveaux de re-complètement permettant de satisfaire les trois équations du système d'équation (5.6) du problème mono-période. Nous rappelons l'équation 5.7 qui donne l'expression de la solution optimale du problème mono-période :

$$Y_i^* = \text{Max}(Y_{1i}, Y_{2i}, Y_{3i}^*)$$

Pour pouvoir étendre ce résultat au cas multi-période, nous montrons que pour ce dernier, une solution myopique est optimale. En d'autres termes nous montrons que le problème multi-période peut être interprété comme étant la composition de plusieurs problèmes mono-période dont l'optimisation est assurée par les résultats élaborés dans la section précédente.

En effet, une politique est dite myopique si l'optimum pour le problème multi-période est composé des optimums pour des problèmes mono-périodes.

Pour pouvoir assurer que les résultats du problème mono-période peuvent être utilisés pour résoudre le problème multi-période, il faut vérifier que le niveau de re-complètement optimal, Y_i^* est croissant avec la période de vente, i.e. $Y_i^* \leq Y_{i+1}^*$ (Veinott, 1965). Dans notre problème le paramètre clef qui change et évolue avec les périodes est constitué par la variabilité des perturbations cumulées, i.e. $\sigma_{\varepsilon(i)}$. Ainsi, pour montrer qu'une solution myopique est optimale, il faut vérifier que $\frac{\partial Y_i^*}{\partial \sigma_{\varepsilon(i)}} \geq 0$. Plus particulièrement nous

vérifions dans la suite que les trois niveaux de re-complètement Y_{1i}, Y_{2i}, Y_{3i}^* qui contribuent au niveau optimum, sont croissants avec l'écart type de l'erreur cumulée.

Notre vérification nécessite l'utilisation du théorème des fonctions implicites rappelé ci-dessous :

Théorème des fonctions implicites

$$\forall (x, y) f(x, y) = 0 \Leftrightarrow \varphi(x) = y \text{ et donc nous avons } \frac{d\varphi}{dx}(x) = -\frac{\frac{\partial f}{\partial x}}{\frac{\partial f}{\partial y}}$$

Nous rappelons également le fait que les moyennes des perturbations restent centrées autour de zéro :

$$\forall \text{ période } i \mu_{\varepsilon(i)} = 0 \Leftrightarrow F_{\varepsilon(i)}(0) = 0.5$$

5.3.3.1 Evolution de Y_{1i} avec $\sigma_{\varepsilon(i)}$

Nous proposons pour ce faire, d'étudier le signe de $\frac{\partial Y_{1i}}{\partial \sigma_{\varepsilon(i)}}$ est qui donné comme suit (5.19) :

$$\frac{\partial Y_{1i}}{\partial \sigma_{\varepsilon(i)}} = \frac{\partial F_{D_i}^{-1}(CSL_{ISi})}{\partial \sigma_{\varepsilon(i)}} = 0 \tag{5.19}$$

Ainsi, il est clairement vérifiable que Y_{1i} ne dépend pas de $\sigma_{\varepsilon(i)}$ ce qui est intuitivement attendu puisque Y_{1i} dépend uniquement du stock IS et ne prend pas en compte son décalage avec le stock PH.

5.3.3.2 Evolution de Y_{2i} avec $\sigma_{\varepsilon(i)}$

Nous utilisons le théorème des fonctions implicites, rappelé plus haut, pour étudier le signe de $\frac{\partial Y_{2i}}{\partial \sigma_{\varepsilon(i)}}$ qui s'écrit sous la forme de (5.20).

$$\frac{\partial Y_{2i}}{\partial \sigma_{\varepsilon(i)}} = - \frac{\partial X_1}{\partial \sigma_{\varepsilon(i)}} * \frac{1}{\frac{\partial X_1}{\partial Y_{2i}}} \quad (5.20)$$

Avec : $X_1(Y_{2i}) = 0$ où la fonction X_1 est définie par l'équation (5.12)

Et donc $\frac{\partial X_1}{\partial Y_{2i}}$ peut s'écrire sous la forme de (5.21) :

$$\frac{\partial X_1}{\partial Y_{2i}} = - \int_{Di=0}^{Y_{2i}} f_{\varepsilon(i)}(Y_{2i} - Di) f_{Di}(Di) dDi \quad (5.21)$$

Utilisant le fait que $\frac{\partial X_1}{\partial Y_{2i}} \leq 0$, il ne nous reste que l'étude du signe de $\frac{\partial X_1}{\partial \sigma_{\varepsilon(i)}}$. Pour ce

faire, nous remplaçons dans X_1 l'expression de $F_{\varepsilon(i)}$ comme suit (5.22) :

$$F_{\varepsilon(i)}(Y_{2i} - Di) = \int_{x=-\infty}^{Y_{2i}-Di} f_{\varepsilon(i)}(x) dx = \int_{x=-\infty}^{Y_{2i}-Di} \frac{1}{\sigma_{\varepsilon(i)} \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{x - \mu_{\varepsilon(i)}}{\sigma_{\varepsilon(i)}} \right)^2} dx \quad (5.22)$$

Et donc X_1 devient (5.23)

$$X_1(Y_{2i}) = CSL_{PHi} - 0.5(1 - F_{Di}(Y_{2i})) - \int_{Di=0}^{Y_{2i}} \int_{x=-\infty}^{Y_{2i}-Di} \frac{1}{\sigma_{\varepsilon(i)} \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{x - \mu_{\varepsilon(i)}}{\sigma_{\varepsilon(i)}} \right)^2} f_{Di}(Di) dDi dx \quad (5.23)$$

Et en dérivant (5.23) nous obtenons (5.24)

$$\begin{aligned} \frac{\partial X_1}{\partial \sigma_{\varepsilon(i)}} &= - \int_{Di=0}^{Y_{2i}} \int_{x=-\infty}^{Y_{2i}-Di} \frac{1}{\sigma_{\varepsilon(i)}^3} (-\sigma_{\varepsilon(i)}^2 + x^2) f_{\varepsilon(i)}(x) f_{Di}(Di) dx dDi \\ &= - \int_{Di=0}^{Y_{2i}} \left(\begin{aligned} &\int_{x=-\infty}^{-\sigma_{\varepsilon(i)}} \frac{1}{\sigma_{\varepsilon(i)}^3} (-\sigma_{\varepsilon(i)}^2 + x^2) f_{\varepsilon(i)}(x) dx \\ &+ \int_{x=-\sigma_{\varepsilon(i)}}^{\sigma_{\varepsilon(i)}} \frac{1}{\sigma_{\varepsilon(i)}^3} (-\sigma_{\varepsilon(i)}^2 + x^2) f_{\varepsilon(i)}(x) dx \\ &+ \int_{x=\sigma_{\varepsilon(i)}}^{Y_{2i}-Di} \frac{1}{\sigma_{\varepsilon(i)}^3} (-\sigma_{\varepsilon(i)}^2 + x^2) f_{\varepsilon(i)}(x) dx \end{aligned} \right) f_{Di}(Di) dDi \quad (5.24) \end{aligned}$$

Pour toute valeur de $x > \sigma_{\varepsilon(i)}$ et $x < -\sigma_{\varepsilon(i)}$ nous pouvons dire que $\frac{f_{\varepsilon(i)}(x)}{\sigma_{\varepsilon(i)}^3}$ est négligeable car $f_{\varepsilon(i)}$ est une densité de probabilité de moyenne 0 est écart type $\sigma_{\varepsilon(i)}$ et donc la valeur de $\frac{f_{\varepsilon(i)}(x)}{\sigma_{\varepsilon(i)}^3}$ est très faible. Nous avons vérifié cette approximation pour $\sigma_{\varepsilon(i)}$ allant de 0.01 jusqu'à 1000. L'éq 5.24 devient donc (5.25)

$$\frac{\partial X_1}{\partial \sigma_{\varepsilon(i)}} = - \int_{Di=0}^{Y_{2i}} \left(\int_{x=-\sigma_{\varepsilon(i)}}^{\sigma_{\varepsilon(i)}} \frac{1}{\sigma_{\varepsilon(i)}^3} (-\sigma_{\varepsilon(i)}^2 + x^2) f_{\varepsilon(i)}(x) dx \right) f_{Di}(Di) dDi \quad (5.25)$$

et donc $\frac{\partial X_1}{\partial \sigma_{\varepsilon(i)}} \geq 0$. Ainsi en additionnant le fait que $\frac{\partial X_1}{\partial Y_{2i}} \leq 0$, nous avons bien

$$\frac{\partial Y_{2i}}{\partial \sigma_{\varepsilon(i)}} \geq 0$$

5.3.3.3 Evolution de Y_{3i}^* avec $\sigma_{\varepsilon(i)}$

Pour étudier le signe $\frac{\partial Y_{3i}^*}{\partial \sigma_{\varepsilon(i)}}$, nous savons que $\frac{\partial CU}{\partial Y_{3i}}(Y_{3i}^*) = 0$,

Afin de simplifier les notations nous posons $X_2(Y_{3i}^*, \sigma_{\varepsilon(i)})$ comme illustré ci-dessous (5.26).

$$\begin{aligned} X_2(Y_{3i}^*, \sigma_{\varepsilon(i)}) &= \frac{\partial CU}{\partial Y_{3i}}(Y_{3i}^*) \\ &= (-u_1 + c) + (u_1 - u_2) F_{Di}(Y_{3i}^*) \\ &\quad + 0.5(u_2 + h) F_{Di}(Y_{3i}^*) \\ &\quad + (u_2 + h) \int_{x=0}^{+\infty} F_{Di}(Y_{3i}^* - x) f_{\varepsilon(i)}(x) dx \end{aligned} \quad (5.26)$$

Afin de calculer $\frac{\partial Y_{3i}^*}{\partial \sigma_{\varepsilon(i)}}$ nous utilisons encore une fois le théorème des fonctions

implicites. Ainsi $\frac{\partial Y_{3i}^*}{\partial \sigma_{\varepsilon(i)}}$ peut s'écrire sous la forme de (5.27) car nous avons bien

$$X_2(Y_{3i}^*, \sigma_{\varepsilon(i)}) = 0.$$

$$\frac{\partial Y_{3i}^*}{\partial \sigma_{\varepsilon(i)}} = -\frac{\partial X_2}{\partial \sigma_{\varepsilon(i)}} * \frac{1}{\frac{\partial X_2}{\partial Y_{3i}^*}} \quad (5.27)$$

Nous savons que $\frac{\partial X_2}{\partial Y_{3i}^*} = \frac{\partial^2 CU_i}{\partial Y_{3i}^{*2}} \geq 0$. Afin d'étudier $\frac{\partial Y_{3i}^*}{\partial \sigma_{\varepsilon(i)}}$, nous devons calculer

$$\begin{aligned} & \frac{\partial X_2}{\partial \sigma_{\varepsilon(i)}} \text{ (cf. \u00e9q 5.28)} \\ & \frac{\partial X_2}{\partial \sigma_{\varepsilon(i)}} = (u_2 + h) \int_{x=0}^{+\infty} \frac{1}{\sigma_{\varepsilon(i)}^3} (-\sigma_{\varepsilon(i)}^2 + x^2) F_{Di}(Y_{3i}^* - x) f_{\varepsilon(i)}(x) dx \\ & = (u_2 + h) \int_{x=\sigma_{\varepsilon(i)}}^{+\infty} \frac{1}{\sigma_{\varepsilon(i)}^3} (-\sigma_{\varepsilon(i)}^2 + x^2) F_{Di}(Y_{3i}^* - x) f_{\varepsilon(i)}(x) dx \\ & \quad + (u_2 + h) \int_{x=0}^{\sigma_{\varepsilon(i)}} \frac{1}{\sigma_{\varepsilon(i)}^3} (-\sigma_{\varepsilon(i)}^2 + x^2) F_{Di}(Y_{3i}^* - x) f_{\varepsilon(i)}(x) dx \end{aligned} \quad (5.28)$$

Comme pour l'\u00e9quation (5.24), nous pouvons dire que $\frac{f_{\varepsilon(i)}(x)}{\sigma_{\varepsilon(i)}^3}$ est tr\u00e8s faible quand

$x > \sigma_{\varepsilon(i)}$ et l'\u00e9quation (5.28) peut d\u00e8s lors s'\u00e9crire sous la forme (5.29).

$$\frac{\partial X_2}{\partial \sigma_{\varepsilon(i)}} = (u_2 + h) \int_{x=0}^{\sigma_{\varepsilon(i)}} \frac{1}{\sigma_{\varepsilon(i)}^3} (-\sigma_{\varepsilon(i)}^2 + x^2) F_{Di}(Y_{3i}^* - x) f_{\varepsilon(i)}(x) dx \quad (5.29)$$

Nous pouvons en conclure que $\frac{\partial X_2}{\partial \sigma_{\varepsilon(i)}} \leq 0$ et, sachant que $\frac{\partial X_2}{\partial Y_{3i}^*} = \frac{\partial^2 CU_i}{\partial Y_{3i}^{*2}} \geq 0$, nous

avons bien $\frac{\partial Y_{3i}^*}{\partial \sigma_{\varepsilon(i)}} \geq 0$.

En conclusion, nous avons montr\u00e9 que les trois niveaux de re-compl\u00e8tement qui contribuent au calcul de la solution optimale $Y_i^* = \text{Max}(Y_{1i}, Y_{2i}, Y_{3i}^*)$, sont tous croissants avec la p\u00e9riode de vente. Ainsi, les r\u00e9sultats du probl\u00e8me mono-p\u00e9riode peuvent s'appliquer pour r\u00e9soudre le probl\u00e8me multi-p\u00e9riode.

5.3.4 Impact de la r\u00e9alisation des inventaires physiques

Nous avons \u00e9tudi\u00e9 pr\u00e9c\u00e9demment la politique de gestion des stocks \u00e0 adopter en pr\u00e9sence de perturbations cumul\u00e9es d'une p\u00e9riode de vente \u00e0 une autre. Nous avons d\u00e9montr\u00e9 que le niveau de re-compl\u00e8tement est croissant avec la p\u00e9riode de vente, ce qui est intuitivement attendu. En effet, si les perturbations s'ajoutent au fur et \u00e0 mesure des

périodes de vente, le système est de plus en plus perturbé. Pour faire face à ces perturbations, l'e-détaillant doit commander plus pour se protéger contre les ruptures de type 1 et 2. Cette augmentation du niveau de re-complètement, accroît les pénalités de stockage et engendre un coût additionnel. A un certain moment ce coût additionnel devient important et un inventaire physique s'impose pour aligner les niveaux de stock IS et PH. Partant de l'hypothèse qu'un inventaire physique coûte de l'argent, nous déterminons dans cette section la fréquence d'inventaire optimale que doit adopter l'e-détaillant pour trouver le meilleur compromis entre coût de stock et coût d'inventaire.

5.3.4.1 Modélisation du problème multi-période avec un inventaire physique périodique

Nous considérons un horizon avec un nombre total de T périodes de ventes que nous divisons en cycles de $\frac{T}{N}$ périodes au terme de chacun desquels un inventaire physique est réalisé pour aligner les stocks IS et PH. Pour simplifier l'analyse, nous supposons que le ratio $\frac{T}{N}$ est un nombre entier qui correspond au nombre d'inventaires physiques à réaliser sur l'horizon T .

En fonction de la quantité existante dans le IS Y_i^* et de la demande Di , nous avons les demandes acceptées $COMACC_i = \text{Min}(Y_i^*, Di)$ et après confrontation de $COMACC_i$ avec la quantité dans le système physique nous obtenons $Liv_i = \text{Min}(Y_i^* - \varepsilon(i), COMACC_i)$.

Le nombre d'inventaire est une variable de décision à optimiser et à fixer à $i=0$ chaque fois qu'un inventaire est réalisé.

Si nous notons j le nombre de périodes depuis la dernière inspection, et sachant que les perturbations sont cumulatives, l'erreur cumulée jusqu'au début de la période i est notée $\varepsilon(i)$ et est égale à la somme des perturbations depuis la dernière inspection, c.à.d.

$\varepsilon(i) = \sum_{l=i+1}^{i+j} \varepsilon_l$ est donc une variable aléatoire qui suit une loi normale de moyenne

égale à zéro car $\mu_{\varepsilon(i)} = \sum_{l=i+1}^{i+j} \mu_{\varepsilon_l} = 0$.

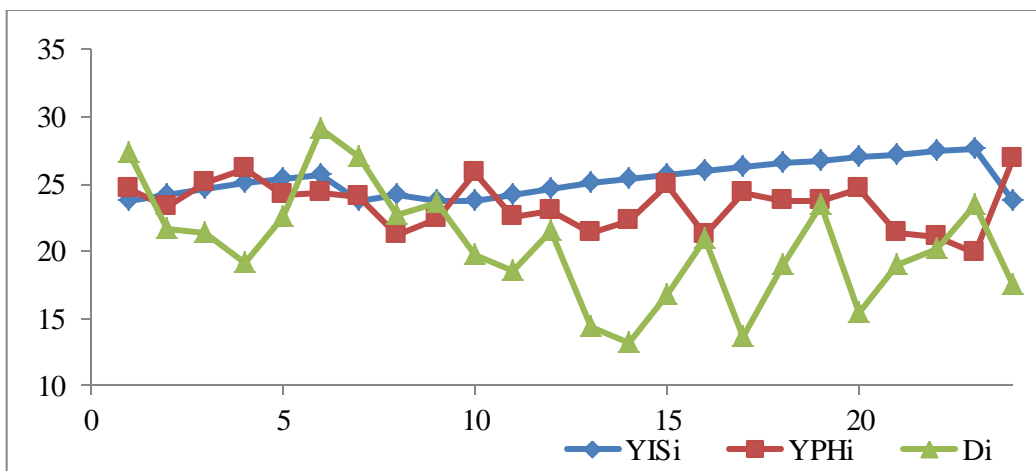
Le stock initial avant la réception de la commande du fournisseur pour la période $i+1$ s'écrit comme suit :

- Si $COMACC_i = Liv_i$, c'est-à-dire que le e-détaillant a honoré ses commandes acceptées, nous aurons deux cas de figure :

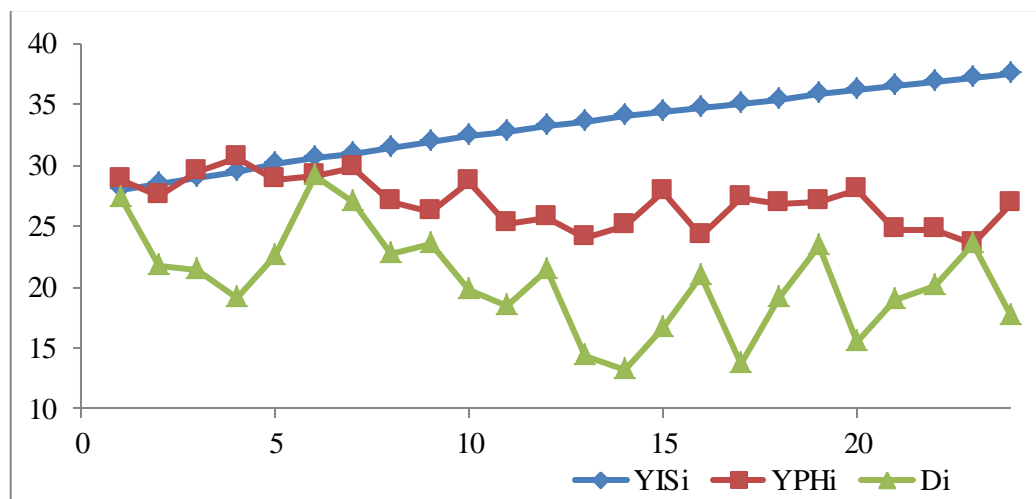
- Si $j < \frac{T}{N}$ alors $x_{i+1} = Y_i^* - COMACC_i$ et $\varepsilon(i+1) = \varepsilon(i) + \varepsilon$

- Si $j = \frac{T}{N}$ alors $x_{i+1} = Y_i^* - COMACC_i - \varepsilon(i)$ et $\varepsilon(i+1) = 0$ grâce à l'inventaire physique, le e-détaillant aligne la quantité dans le IS sur la quantité réellement existante dans le PH et l'erreur est réinitialisée.
- Si $COMACC_i > Liv_i$, c'est-à-dire que le e-détaillant n'a pas assez de quantité en stock pour honorer toutes ses commandes acceptées, un inventaire implicite (sans coût S) est réalisé et nous aurons $x_{i+1} = 0$ et $\varepsilon(i+1) = 0$.

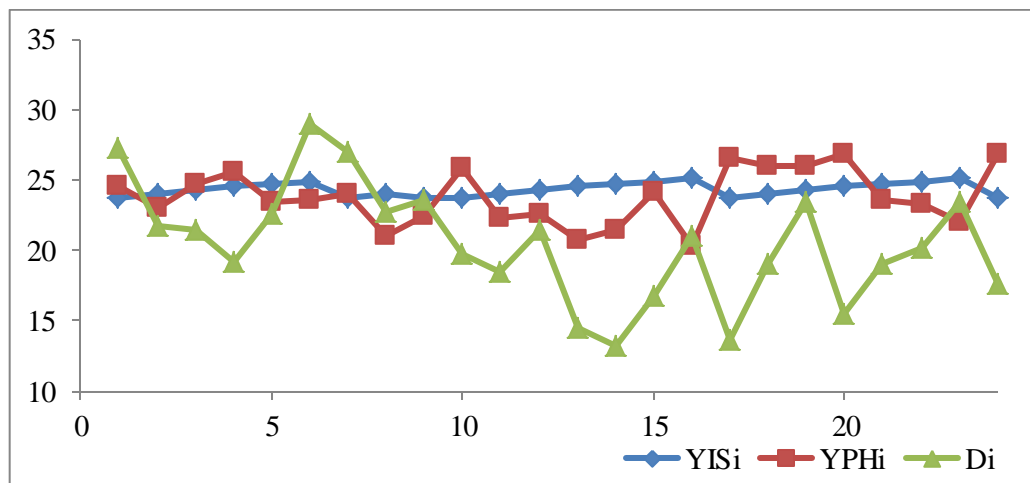
Pour une même génération de la demande et de l'erreur, nous avons étudié l'impact des perturbations sur les quantités dans le IS et PH en utilisant la dynamique décrite précédemment. La figure 5.4 représente l'évolution de Di , Y_{ISi} et Y_{PHi} en fonction de i pour différents types de produits.



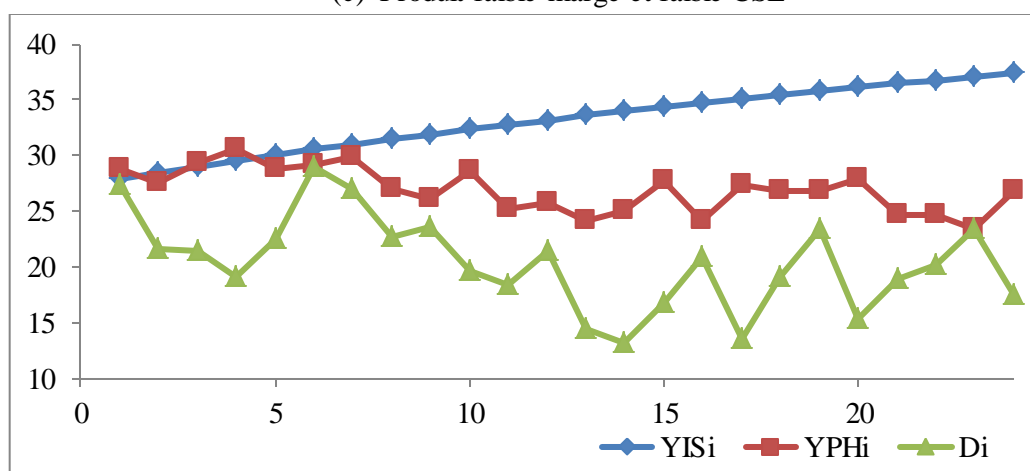
(a) *Produit forte marge et faible CSL*



(b) *Produit forte marge et fort CSL*



(c) Produit faible marge et faible CSL



(d) Produit faible marge et fort CSL

Figure 5.4. Variation de D_i, Y_{ISi}, Y_{PHi}

Il est à noter que :

- Nous avons généré les mêmes réalisations des demandes pour chaque illustration numérique afin de bien comparer les comportements.
- En comparant les courbes 5.4(a) et 5.4(b) (ainsi que 5.4(c) et 5.4(d)), nous remarquons que les niveaux de re-complètement sont plus importants quand les CSL cibles sont plus élevés. Il est également noté que ces niveaux de re-complètement sont également plus importants quand la marge du produit est plus élevée.
- Avec un faible CSL, le système risque d'être plus perturbé et la probabilité de ne pas honorer les promesses de ventes est plus importante.

- Comme illustré par les figures 5.4(a) et 5.4(c), les promesses de vente ne sont pas totalement honorées aux périodes (7, 9, 24) pour 5.4(a) et (7, 9, 17, 24) pour 5.4(c). Un alignement implicite des stocks IS et PH est alors observé après ces incidents qui coûtent à l'e-détaillant une pénalité de rupture u_2 .
- Comme démontré mathématiquement dans la section précédente, nous notons également que les niveaux de re-complètement sont croissant avec l'accumulation des perturbations ($\frac{\partial Y_i^*}{\partial \sigma_{\varepsilon(i)}} \geq 0$).

A cause de la dynamique du problème multi-périodes, et de l'aspect stochastique des perturbations qui apparaissent au courant de chaque période et de la demande, une résolution exacte pour trouver N optimale n'a pas été possible, et afin de résoudre ce problème et d'étudier le comportement de N nous avons utilisé la simulation afin d'étudier ce dernier.

L'illustration numérique précédente suppose un horizon de 24 périodes de vente sans inventaire physique. Le but de la section qui suit est de déterminer la fréquence optimale d'inspection, en d'autres termes le nombre de période $\frac{T}{N}$ qui doit d'écouler entre deux inspections successives. Notre approche reposera sur une résolution numérique basée sur un algorithme permettant de déduire le meilleur compromis entre coût de stock et coût d'inspection.

5.3.4.2 Optimisation de la politique d'inspection

Le but de cette section est de déterminer la fréquence optimale d'inspection permettant d'établir le meilleur compromis entre les coûts de stockage et de rupture d'un côté et le coût de l'inventaire physique de l'autre côté.

Nous recherchons le nombre d'inventaire optimal N^* à réaliser durant l'horizon T .

Partant de l'hypothèse que nous divisons l'horizon T en $\frac{T}{N}$ (que nous supposons être un nombre entier) cycles au bout de chacun un inventaire physique coûtant S est réalisé. Le but étant de minimiser le coût global sur l'horizon T que nous notons

$$CT = \sum_{i=1}^T CU_i + N^*S.$$

Nous proposons pour ce faire un algorithme permettant de

trouver N^* d'une façon itérative en appliquant l'algorithme qui suit :

Algorithme d'optimisation de N

Début de Algorithme d'optimisation de N

Pour un N donné, le but est d'appliquer l'algorithme qui suit et de déduire par comparaison, la meilleure valeur de N permettant de minimiser le coût global :

Début de l'algorithme pour le calcul du coût total pour un N donné:

Etape 1 : génération des variables stochastiques et initialisation du système

- Générer les demandes pour chaque période de vente : Di pour $1 \leq i \leq T$.
 - Générer les perturbations pour chaque période de vente : ε_i et Di pour $1 \leq i \leq T$.
- Initialisation de la distribution des perturbations cumulées $\varepsilon(1) = \varepsilon$ et le nombre initial de périodes depuis le dernier inventaire $j = 0$

Etape 2 : mise à jour du système de gestion des stocks

- Pour chaque période vente i , $1 \leq i \leq T$, mettre à jour le système comme suit : Calculer Y_i^* et $CU_i(Y_i^*)$ en utilisant respectivement les équations (5.7) et (5.15) qui se base sur la distribution des perturbations cumulées (en effet l'e-détaillant n'étant pas capable de connaître avec exactitude la valeur de l'erreur cumulée mais optimise grâce à la prise en compte de sa distribution).
- En fonction des niveaux des stocks et de la valeur réalisée des perturbations cumulées :

- $COMACC_i = Liv_i$ (toutes les promesses de ventes sont honorées), deux cas de figures se présentent :

- Si $j < \frac{T}{N}$ alors $x_{i+1} = Y_i^* - COMACC_i$ et les perturbations continuent de se cumuler $\varepsilon(i+1) = \varepsilon(i) + \varepsilon$ et $i = i+1$ et $j = j+1$

- Si $j = \frac{T}{N}$ alors $x_{i+1} = Y_i^* - COMACC_i - \varepsilon(i)$ et les perturbations cumulées sont réinitialisées $\varepsilon(i+1) = 0$ et $i = i+1$ et $j = 0$. Dans ce cas un inventaire est réalisé dont le coût S s'additionne au coût global.

et

- Si $COMACC_i > Liv_i$ (une partie des promesses de vente n'est pas honorée), le système est implicitement réinitialisé sans qu'un coût d'inventaire ne soit chargé : $x_{i+1} = 0$ et $\varepsilon(i+1) = 0$ et $i = i+1$ et $j = 0$

Répéter l'étape 2 pour chaque période

Etape 3 : calcul du coût global

- Calcul du coût total sur T périodes $CT = \sum_{i=1}^T CU_i + N * S$

Fin de l'algorithme pour un N donné

Changer la valeur de N

Choisir le N^* qui minimise le coût total.

Fin de l'algorithme d'optimisation de N

5.3.4.3 Application numérique pour le calcul de N

Le but de cette section est de réaliser une application numérique permettant d'illustrer l'optimisation de la fréquence optimale d'inspection décrite dans l'algorithme de la section précédente.

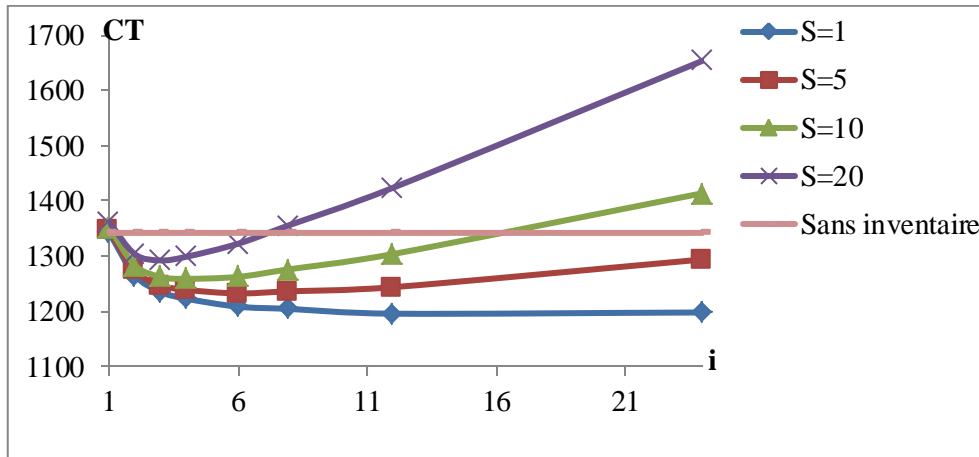
Pour ce faire, nous considérons que l'e-détaillant fait face à une demande journalière normalement distribuée ayant pour moyenne $\mu_{Di} = 20$ et pour écart type $\sigma_{Di} = 4$. Nous fixons également les paramètres de l'erreur qui est aussi normalement distribuée $\mu_\epsilon = 0$ et $\sigma_\epsilon = 2$. Nous considérons des coûts d'achat et de stockage unitaires respectivement égaux à $c=2$ et $h=1$ et nous simulons 10 scénarii en changeant à chaque fois les paramètres relatifs aux coûts de rupture et aux niveaux cibles des CSL. Le tableau représente les valeurs prises dans notre étude numérique :

Tableau 5.1. Différents valeurs des scénarii de simulation multi-périodes

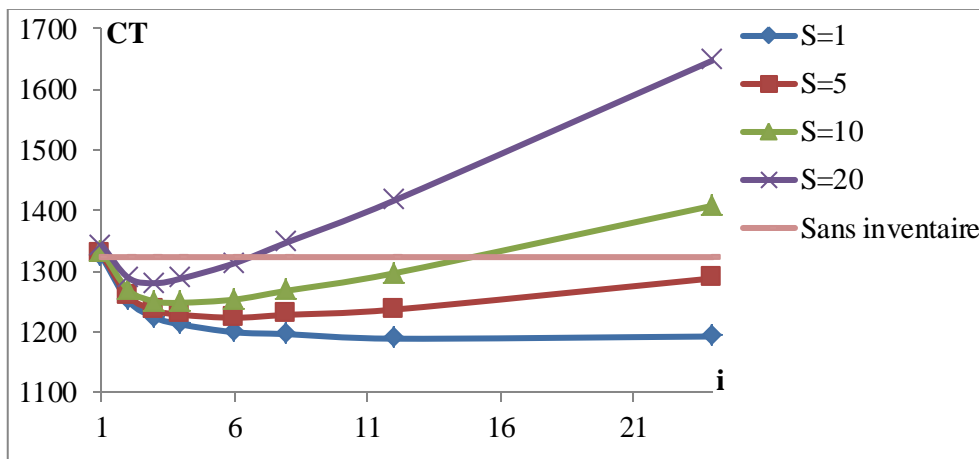
Scénario	u_1	u_2	CSL_{PH}	CSL_{IS}	h	c	μ_ϵ	σ_ϵ	μ_{Di}	σ_{Di}
P1.1	5	10	0.95	0.9	1	2	0	2	20	4
P1.2	5	5	0.95	0.9						
P1.3	5	0	0.95	0.9						
P1.4	10	0	0.95	0.9						
P1.5	10	15	0.95	0.9						
P1.6	5	10	0.75	0.7						
P1.7	10	15	0.75	0.7						
P1.8	0.5	0	0.95	0.9						
P1.9	0.5	0.8	0.95	0.9						
P1.10	0.5	0.8	0.75	0.7						

Afin de fiabiliser statistiquement nos résultats, l'algorithme d'optimisation de N est appliqué pour chaque scénario 30 fois en générant à chaque fois des réalisations de demande et des perturbations.

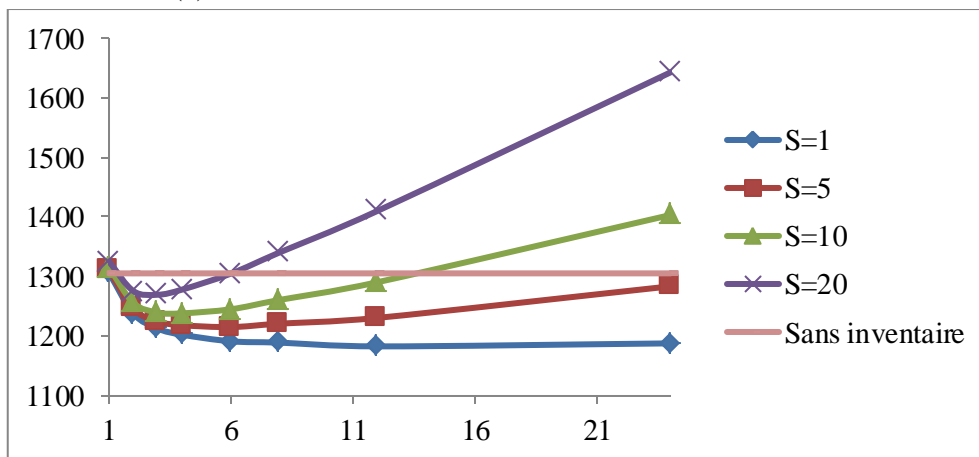
Pour chaque scénario nous étudions l'impact du coût fixe d'inventaire, S , sur la valeur optimale de N . Figure 3.3 illustre pour ce faire, l'évolution du coût global (de stock et d'inventaire) avec le nombre d'inventaire N pour différentes valeurs de S (5, 10, 20) pour chaque scénario, pour le choix des valeurs de S , nous avons tracé la courbes Sans inventaire, et la réalisation des simulation avec des valeurs de S ayant un coût total supérieur au coût Sans inventaire n'est pas optimale.



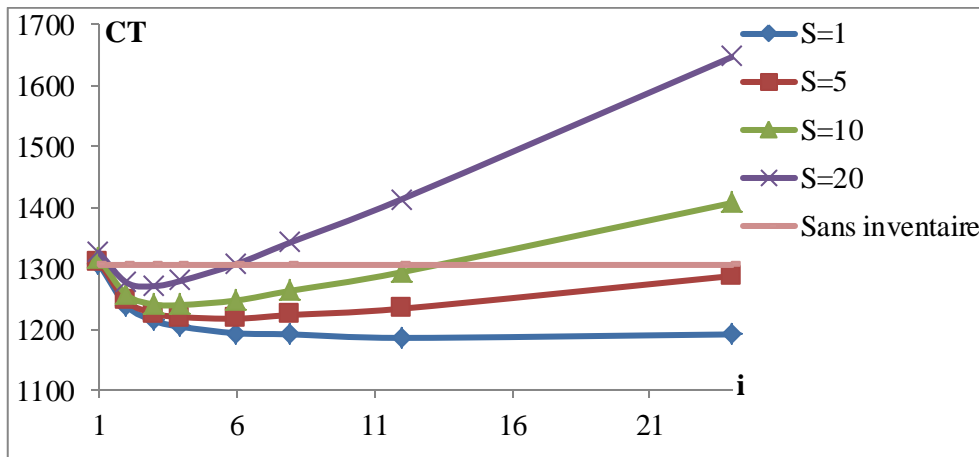
(a) Variation de CT en fonction de N dans le scénario P1.1



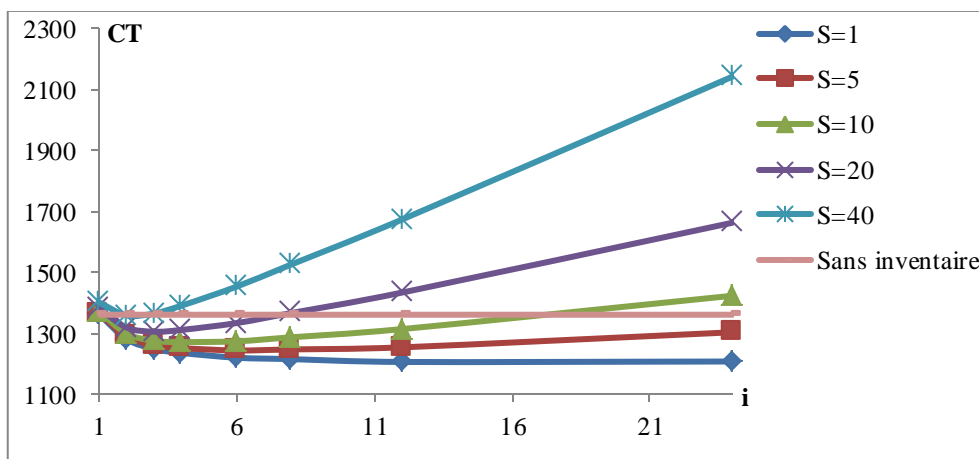
(b) Variation de CT en fonction de N dans le scénario P1.2



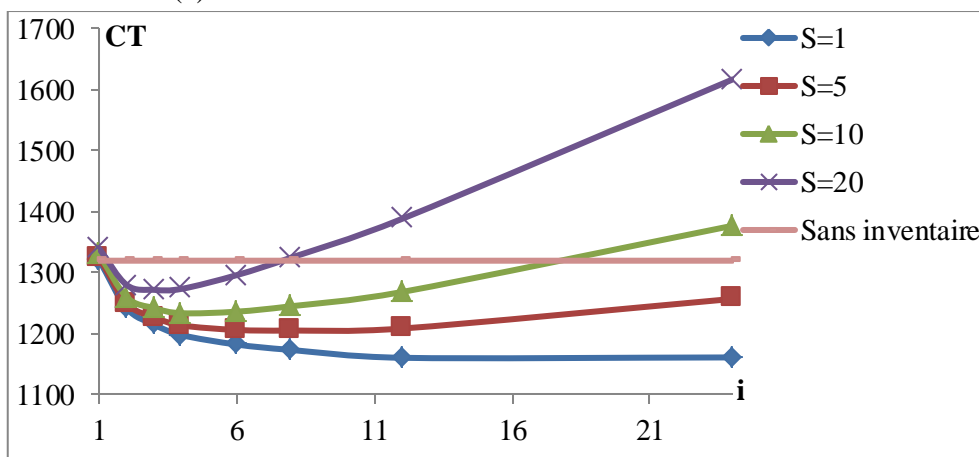
(c) Variation de CT en fonction de N dans le scénario P1.3



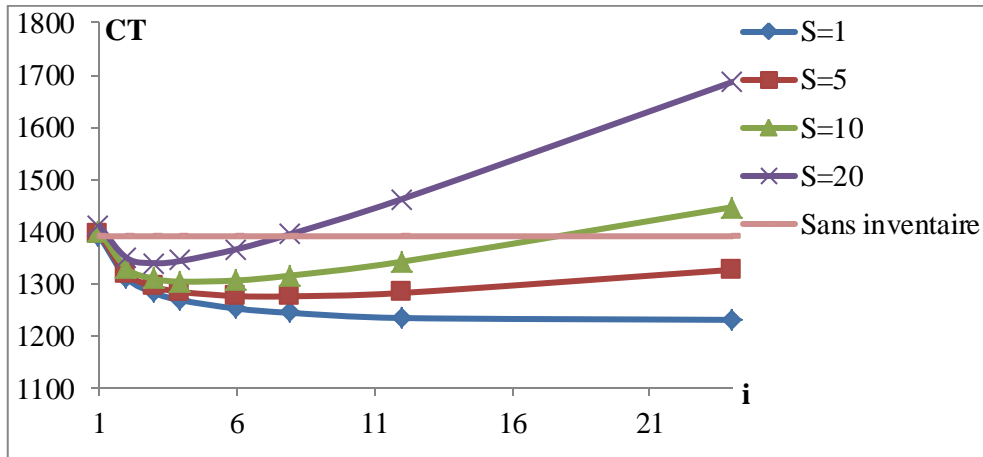
(d) Variation de CT en fonction de N dans le scénario P1.4



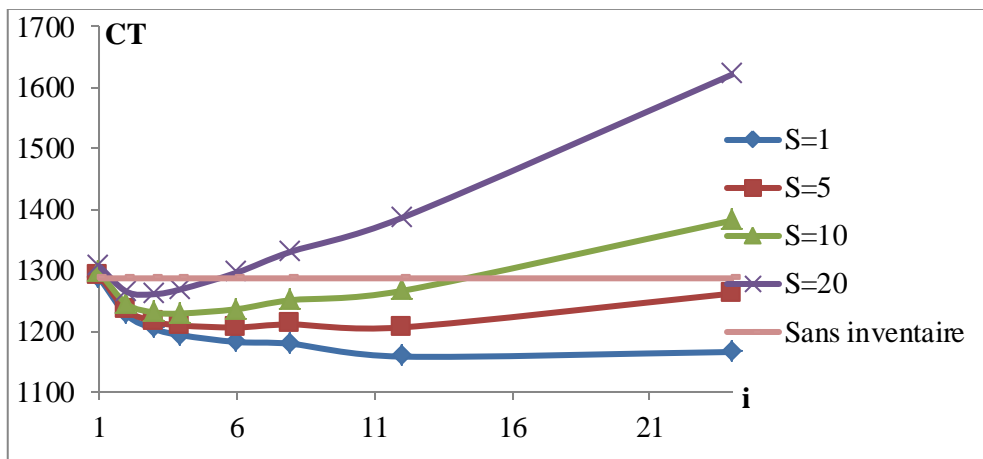
(e) Variation de CT en fonction de N dans le scénario P1.5



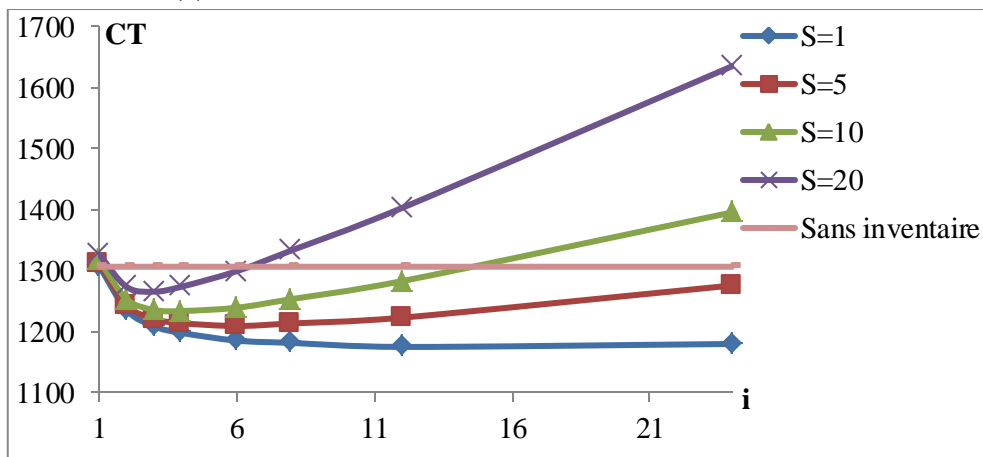
(f) Variation de CT en fonction de N dans le scénario P1.6



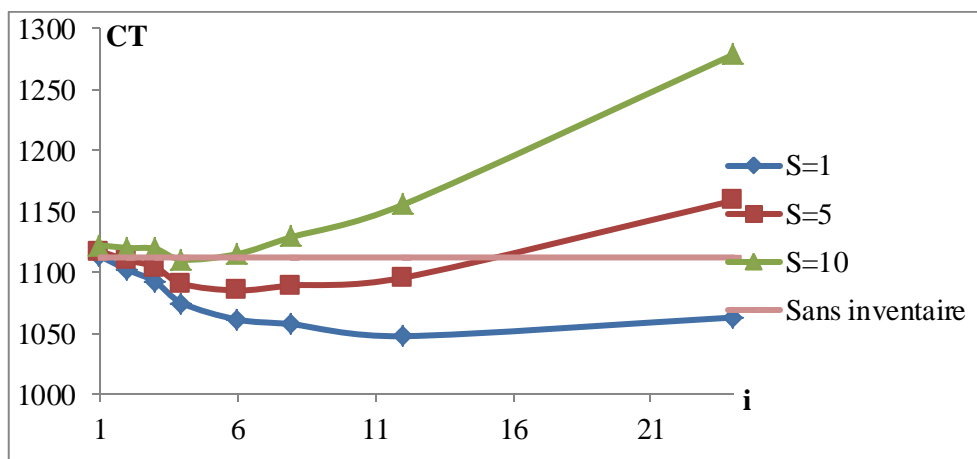
(g) Variation de CT en fonction de N dans le scénario P1.7



(h) Variation de CT en fonction de N dans le scénario P1.8



(i) Variation de CT en fonction de N dans le scénario P1.9



(j) Variation de CT en fonction de N dans le scénario P1.10

Figure 5.5. Variation de CT en fonction de N

- Notre analyse précédente était effectuée sur un horizon de $T=24$ périodes afin de considérer un grand nombre de diviseurs possibles. Ainsi nous avons étudié les valeurs de N telles que $\frac{T}{N}$ soit un nombre entier, c'est-à-dire N peut être égal à 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24. Même si nous l'avons pas démontré analytiquement, d'après la figure 3.3 nous remarquons que le coût total CT , est une fonction convexe par rapport à N . Pour les problèmes à un grand horizon, cette propriété peut être bénéfique pour appliquer d'une façon intelligente l'algorithme d'optimisation afin de converger rapidement vers la valeur optimale de N .
- Pour chaque scénario étudié précédemment, nous avons tracé un coût constant avec N représentant le CT dans le cas où aucun inventaire n'est réalisé. Nous remarquons que le gain généré en effectuant des inventaires peut être important. Cependant le coût fixe de l'inventaire impacte fortement ce gain car au-delà d'un certain seuil, le coût total avec inventaire devient plus important que le cas sans inventaire. Les valeurs optimales de N déduites de l'ensemble des figures 5.5 peuvent être illustrées en fonction du coût fixe d'inventaire S comme suit :

D'après la figure 5.5, nous pouvons remarquer que :

- Le coût de l'inventaire physique a un impact direct sur le nombre optimal d'inventaires à effectuer.
- L'impact des coûts unitaires de rupture est également direct :
 - pour le Scénario P1.7 (le produit étant à très forte marge $u_1=10, u_2=15$), N^* est très important : afin d'éviter les pertes que l'e-détaillant peut avoir suite à une rupture, surtout de type2, le e-détaillant a

intérêt à inspecter plus fréquemment ses stocks même si le coût d'inventaire est élevé (pour un $S = 10$, nous avons $N^* = 13$).

- A contrario pour le Scénario P1.10 ou le produit est à faible marge ($u_1 = 0.5, u_2 = 0.6$), le nombre optimal d'inventaire est faible (pour $S = 5$, $N^* = 2$). Ceci est dû au fait que le coût S est plus important que ce que coûterait une rupture de type 2, i.e., l'inventaire physique peut être remplacé par le risque de commandes acceptées et non honorées qui aligne implicitement les stocks IS et PH.

5.4 Analyse de la stratégie 2 : éliminer les perturbations par le déploiement de la technologie RFID

Le but de cette section est de présenter une deuxième stratégie permettant à l'e-détaillant de faire face aux perturbations qui impactent son stock. Cette stratégie consiste à rendre les produits plus visibles et à avoir une meilleure traçabilité grâce à la technologie RFID. Dans ce sens, une technologie avancée d'identification des produits telle que la technologie RFID peut avoir deux impacts directs sur les perturbations :

- La technologie RFID peut fournir la visibilité en temps réel ou d'une façon ponctuelle sur le niveau réel du stock PH. Ainsi, cette technologie constitue un moyen fiable et fonctionnel pour réaliser d'une façon simple, rapide et moins coûteuse un inventaire physique qui aligne les stocks IS et PH.
- La technologie RFID peut diminuer voire éliminer certaines sources de perturbations telles que vol, détérioration ou perte temporaire des produits. Dans ce cas la technologie RFID change dans le sens favorable la distribution de la variable aléatoire décrivant les perturbations.

Pour introduire la technologie RFID dans notre modèle de gestion des stocks, nous pouvons en conséquence procéder de deux façons :

- Considérer le volet visibilité en supposant que la technologie, une fois déployée, décroît drastiquement le coût de l'inventaire physique S
- Considérer le volet prévention des perturbations en supposant que la technologie rend plus petit voire annule les paramètres de la variable aléatoire ε

D'un autre côté, le déploiement de cette technologie s'accompagne de deux nouveaux types de coûts :

- Un coût fixe lié aux investissements matériels (lecteurs, informatique, portail...) et humains.
- Un coût variable qui correspond au coût du tag RFID qui doit être collé à chaque produit dans le stock.

Dans ce chapitre nous considérons le volet prévention que peut apporter la technologie et nous supposons que son impact dans le cas le plus optimiste quand elle parvient à éliminer les perturbations. Nous supposons que son introduction s'accompagne uniquement d'un coût variable, noté t .

Le cas d'une technologie non parfaite (diminue les perturbations sans les éliminer), le volet visibilité et l'hypothèse avec un coût fixe associé à la technologie RFID peuvent facilement être développés en adaptant le modèle présenté dans la section précédente et en appliquant une analyse de coût de type Retour sur Investissement.

Dans le cas où la technologie élimine les perturbations de stock, nous sommes en présence d'un modèle classique de gestion de stock (qui est un cas particulier du modèle développé dans la section précédente en supposant que $\varepsilon = 0$). Dans ce modèle sans perturbations, l'introduction du coût variable de la technologie RFID se fait en considérant un coût unitaire d'achat égal à $c + t$ au lieu du coût c utilisé dans le cas sans RFID.

Ainsi en éliminant les perturbations, $Y_{Isi} = Y_{PHi} = Y_i$, le coût moyen pour la période i est comme suit(5.30) :

$$\begin{aligned} CU_i(Y_i) &= E_{Di} \left[u_1 [Di - Y_i]^+ + h [Y_i - Di]^+ + (c+t)(Y_i - x_i) \right] \\ &= -(u_1 + h) \left[(\mu_{Di} - Y_i) F_{Di}(Y_i) - \sigma_{Di}^2 f_{Di}(Y_i) \right] + u_1 (\mu_{Di} - Y_i) + (c+t)(Y_i - x_i) \end{aligned} \quad (5.30)$$

La quantité optimale à commander correspond tout simplement à la solution optimale du modèle classique (sans erreur) (5.31) :

$$Y_i^* = F_{Di}^{-1} \left(\frac{u_1 - (c+t)}{u_1 + h} \right) \quad (5.31)$$

Afin de pouvoir comparer les politiques de réapprovisionnement des deux stratégies – Stratégie 1 : inventaire physique et Stratégie 2 : introduction de la RFID – nous réalisons des simulations en utilisant les mêmes générations de demande et de perturbations que la section précédente. Nous comparons les deux stratégies pour différentes valeurs du coût tag RFID t .

Scénario	u_1	h	c	μ_{Di}	σ_{Di}
P2.1	5	1	2	20	4
P2.2	10				

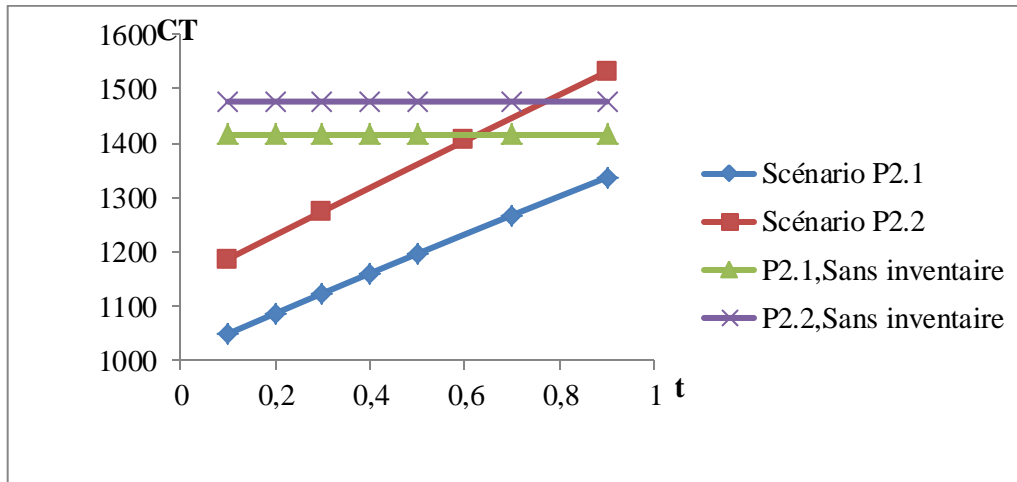
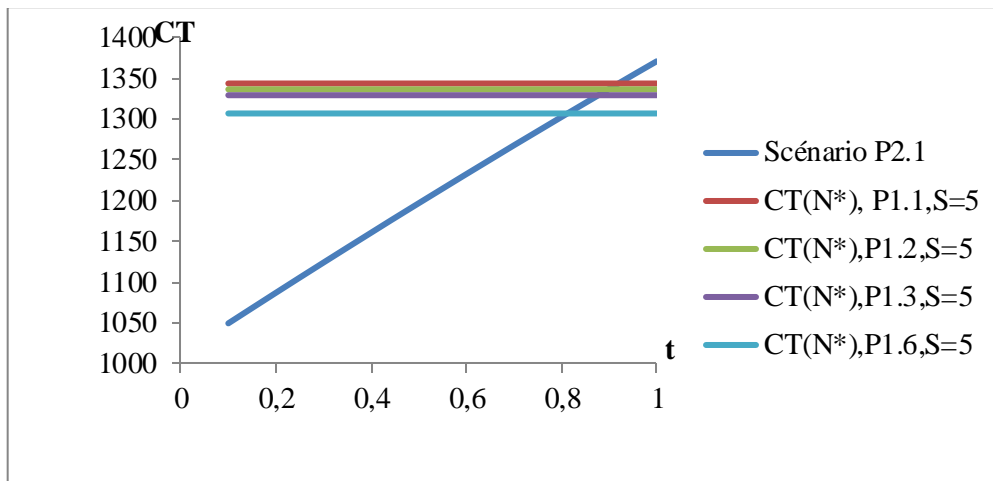


Figure 5.6. Variation de CT par rapport au coût variable unitaire

La figure 5.6 représente la variation de CT par rapport à t . Il est à noter que le coût total est croissant avec le coût du tag RFID t . Nous remarquons également que la technologie RFID peut permettre en fonction de son coût, un gain assez considérable par rapport à une politique où l'e-détaillant se contente de faire face aux perturbations par les inventaires physiques.

Nous terminons notre analyse par une comparaison plus poussée des deux stratégies en comparant scénarii P1.1, P1.2, P1.3, P1.6 et P2.1, ainsi que P1.4, P1.5, P1.7 et P2.2. Nous avons regroupé ainsi la comparaison des scénarii par rapport à la valeur de u_1 .



(a) Comparaison des deux politiques pour $u_1 = 5$

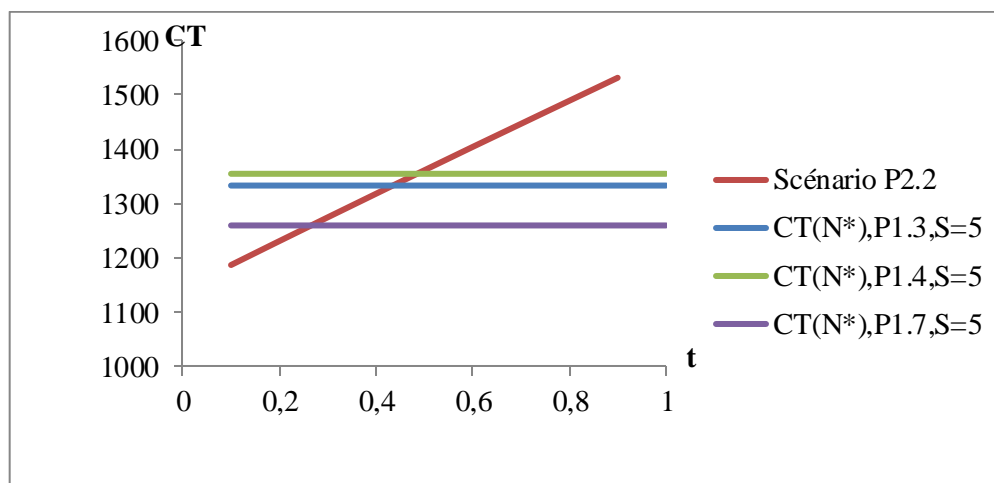
(b) Comparaison des deux politiques pour $u_1 = 10$

Figure 5.7. Comparaison des deux politiques P1 et P2

En comparant les deux politiques nous remarquons que pour t et S (Figure 5.7), il existe des seuils pour l'utilisation de l'une ou l'autre de ces deux politiques. Le calcul du CT pour chaque politique fait apparaître un gain par rapport à la politique d'ignorance des perturbations. En effet, le coût u_2 impacte fortement le coût total, alors que l'introduction de la technologie RFID élimine ce coût et que la réalisation d'un certain nombre d'inventaire en limite l'impact. Ce que nous pouvons remarquer aussi est le gain important que peut apporter la technologie RFID pour des valeurs assez faible de t au regard du coût du produit. Cette technologie est dès lors intéressante lorsqu'on l'applique à des produits à forte marge comme les produits de luxe car leur prix de vente est assez important, par contre pour des produits de grande consommation et à faible marge la technologie devient un investissement très important est n'est donc pas intéressante pour l'e-détaillant.

5.5 Conclusion

Dans ce chapitre nous avons présenté une nouvelle approche pour la résolution d'un problème multi-période chez un e-détaillant qui se base sur le niveau de service. Nous avons cherché à optimiser à chaque période la quantité à commander en minimisant les coûts et en maximisant les niveaux de service sur le CSL IS et CSL PH. Grâce à la myopie de la politique, nous avons pu étendre le cas mono-période au cas multi-périodes. Nous avons par la suite comparé deux stratégies, une reposant sur la réalisation d'un nombre optimisé d'inventaire afin d'éliminer les perturbations et l'autre consistant en l'introduction de la technologie RFID permettant une élimination des perturbations. Nous avons étudié l'impact des coûts que peut engendrer l'application de ces deux stratégies.

Conclusion Générale

Nos recherches dans ce travail de thèse ont porté sur la modélisation et l'analyse de l'impact des perturbations affectant les stocks physique et informationnel sur la politique de réapprovisionnement dans un contexte e-détaillant.

Les recherches sur ce sujet ont augmenté considérablement ces dernières années avec l'apparition et la propagation des technologies avancées d'identifications des produits telles que la technologie RFID. Ces technologies sont utilisées afin de fournir une meilleure traçabilité et ainsi de réduire voire éliminer ces erreurs. Dans ce travail de thèse, nous avons proposé une étape intermédiaire entre un système avec erreurs non prises en compte et un système où un investissement dans une technologie a été réalisé afin de réduire les erreurs. Nous avons proposé une étape consistant à prendre en compte les erreurs dans la modélisation du problème et nous avons ainsi fourni des politiques nouvelles de réapprovisionnement plus en cohérence avec la réalité des entreprises qui font face à ces erreurs dans leur système de gestion de stock. Le déploiement d'une nouvelle technologie vient en seconde étape pour entre autre éliminer les erreurs.

Pour réaliser notre contribution, dans un premier temps nous avons effectué une revue de littérature sur les erreurs de stock, en établissant la relation entre la gestion des risques dans une chaîne logistique et la notion de perturbations dans les flux qui unissent cette chaîne. Nous avons par la suite fourni une revue de littérature sur les perturbations en gestion des stocks, et classifié les contributions suivant trois critères :

- le type d'erreurs (permanentes, temporaires, transactions, fournisseurs non fiable),
- la méthode retenue pour la diminution voire l'élimination de ces erreurs,
- et enfin le contexte : détaillant, e-détaillant.

Au travers de cette revue de littérature nous avons remarqué que la majorité des contributions étaient à classer dans le contexte du détaillant. Le contexte de l'e-détaillant apparaît comme insuffisamment étudié, alors que l'impact des erreurs peut être plus grave sur les performances de ce genre d'entreprise. En effet, la probabilité de ne pas pouvoir livrer une demande acceptée suite à une erreur de stock est plus grande, ce qui peut engendrer un coût important.

Suite à cette revue de littérature, nous avons poursuivi la motivation de la légitimité de notre contribution par une étude empirique portant sur une entreprise fonctionnant dans le contexte e-détaillant et qui faisait face à ce problème de perturbations. Pour cela nous avons étudié le fichier des transactions de stock et nous avons remarqué que l'entreprise avait des transactions d'ajustement de la quantité dans son système d'information à cause

de vols, de mauvais placements, de détérioration des produits. Cette étude nous a permis de montrer l'existence réelle de ce type de problème dans une entreprise du contexte e-détaillant et nous avons aussi élaboré le lien avec la classification fournie dans le contexte détaillant.

Notre contribution scientifique dans ce domaine de recherche a consisté à développer trois modèles de gestion de stocks sujets à des perturbations dans le contexte e-détaillant.

Un modèle mono période : dans ce modèle nous avons proposé une politique de réapprovisionnement en calculant la quantité optimale à commander pour maximiser le profit avec une modélisation multiplicative des erreurs. Après une optimisation analytique, nous avons réalisé une analyse numérique sur deux types de produits (produits à forte marge et produits à faible marge) en donnant des insights managériaux parfois contraires à ce que la littérature du contexte détaillant fournit. Nous avons aussi dans ce chapitre réalisé une comparaison entre l'impact de la modélisation multiplicative que nous avons développé et la modélisation additive déjà développée dans la littérature et nous avons déduit le comportement à adopter en cas de doute sur la façon de modéliser les erreurs.

Dans le deuxième modèle, nous avons étendu les résultats précédents au cas à deux périodes avec une résolution analytique du problème. Les conditions d'optimalité de la stratégie de commande pour les deux périodes de vente ont été fournies, permettant un déploiement aisé dans un contexte pratique. En addition à la contribution théorique, l'étude numérique a permis de répondre à des interrogations managériales concernant le partage des risques liés aux perturbations entre les deux périodes de vente. Ce partage de risques dépend essentiellement de la marge du produit considéré et du comparatif des variabilités des erreurs. Pour les produits à faible marge, la pente des courbes des quantités optimales à commander pour les deux périodes change suivant la valeur de la variabilité des perturbations. Pour les produits à forte marge, les quantités à commander augmentent avec la variabilité des perturbations.

Avec ce deuxième modèle, nous avons remarqué que le développement analytique a atteint ses limites mathématiques avec l'extension de une à deux période. Les quantités optimales n'ont pas un comportement monotone avec la variabilité des perturbations, car suivant le type de produit (forte ou faible marge) et la valeur des variabilités des perturbations de la 1^{ère} et 2^{ème} nous n'avons pas une relation monotone entre les deux quantités. Cette non monotonie rend très difficile voire impossible l'utilisation des résultats mono-période dans le cas multi-périodes.

En raison du comportement non monotone des quantités optimales, une solution myopique n'est pas optimale pour le cas à plusieurs périodes. Afin de contourner cette

situation de complexité et de développer un modèle multi-périodes dans le contexte d'un e-détaillant, nous avons introduit dans le troisième modèle la notion de niveau de service. Dans ce modèle, nous avons cherché à minimiser la fonction coût pour chaque période en respectant deux contraintes : une sur le niveau de service pour l'acceptation des demandes (reposant sur la quantité inscrite dans le stock IS) et une sur le niveau de service pour les livraisons (reposant sur le stock PH). Afin d'optimiser la fonction objectif avec les contraintes, nous avons résolu trois équations (le coût, niveau de service sur IS, le niveau de service sur PH) et avons choisi le maximum de ces trois solutions. Nous avons réalisé une application numérique qui nous a montré que dans certains cas la solution qui minimise les coûts n'est pas toujours celle à adopter. Nous avons aussi montré que la politique de gestion de stock était bien myopique avec cette approche de résolution et donc nous avons étendu le cas mono-période au cas multi-périodes.

Dans un deuxième temps, nous avons comparé deux politiques pour l'élimination des erreurs : la réalisation d'un inventaire physique et l'introduction de la technologie RFID. Nous avons trouvé qu'il existait des seuils pour les coûts à partir desquels ces politiques sont optimales. Mais comme mentionné au départ de cette conclusion, la technologie RFID vient une fois les outils de la recherche opérationnelle et l'innovation des modèles de gestion des stocks réalisés. En présence d'erreurs, il vaut mieux dans un premier temps optimiser intelligemment en prenant en compte les erreurs avant de se tourner vers une solution d'investissement dans de nouvelles technologies.

Perspectives

Suite à notre revue de littérature réalisée en début et à la fin de ce projet de thèse, nous avons remarqué que le domaine de recherche autour des perturbations en gestion des stocks arrive à maturité après environ une dizaine d'année depuis l'apparition des premiers articles autour de l'« inventory inaccuracy ». Cet intérêt de la communauté scientifique à ce domaine de recherche a accompagné les premières études sur le rôle de la technologie RFID dans ces systèmes sujets à des perturbations. La technologie RFID commence elle-même à devenir mature avec des projets qui sont passés du stade pilote à réel. A notre point de vue, la considération du contexte e-détaillant qui a été délaissé par la communauté scientifique malgré son importance était parmi les lacunes de la littérature des perturbations en gestion des stocks.

Dans nos travaux nous considérons que le déploiement de la technologie RFID permettait d'éliminer les erreurs en totalité. Cette hypothèse peut être relaxée par l'introduction d'une variable représentant la proportion d'erreurs qui pourraient être éliminées grâce à cette technologie ; ceci représentera une extension des modèles développés.

Cependant ces perturbations n'ont pas un effet uniquement sur la fonction gestion des stocks dans une entreprise. La distribution, la production, les tournées de véhicules, le marketing, la stratégie des prix et toutes autres fonctions dans l'entreprise sont directement ou indirectement impactées par les perturbations.

Comme perspective de ce travail de recherche, nous comptons dans l'avenir nous tourner vers ces fonctions non encore très bien exploitées par la communauté scientifique. A titre d'exemples nous pouvons envisager les pistes de recherche qui suivent :

- l'impact des perturbations sur la distribution et les tournées de véhicules. Ces tournées sont décidées statiquement ou dynamiquement en fonction des quantités que le système d'information affiche. On peut se demander quel sera l'impact si, lors d'une récolte des produits lors d'une visite d'un nœud du réseau de distribution, les quantités supposées être récoltées ne sont pas totalement disponibles. Quel mécanisme dynamique adopter pour faire face à ces perturbations lors de l'exécution d'une tournée de véhicule afin de minimiser à la fois les coûts de stockage et de transport.
- La corrélation pouvant exister entre les perturbations et la politique de pricing à adopter. En effet, la découverte d'un stock en plus ou en moins peut être palliée par un changement dynamique de la politique du prix afin de maximiser un objectif de revenu. En changeant le prix, le gestionnaire des stocks agit directement sur la demande via son élasticité et peut ainsi compenser les quantités manquantes ou retrouvées.
- Tout au long de ce mémoire et dans la majorité des publications autour des perturbations, le focus était principalement sur la chaîne logistique directe. Les mêmes perturbations devraient exister dans la chaîne logistique de retour et leurs impacts sur les performances peuvent être également étudiés.

Références

- Agrawal, P.M., and R. Sharda. 2012. Impact of frequency of alignment of physical and information system inventories on out of stocks: A simulation study. *International Journal of Production Economics*, 136(1): 45-55.
- Atali, A., H. Lee, and Ö. Özer. 2009. If the inventory manager knew: Value of RFID under imperfect inventory information. Technical Report, Graduate School of Business, Stanford University. URL [available at http://ssrn.com/abstract=1351606](http://ssrn.com/abstract=1351606).
- Basinger, K.L. 2006. Impact of inaccurate data on supply chain inventory performance. Ph.D Thesis, in The Ohio State University.
- Bensoussan, A., M Cakanyildirim, and S. P. Sethi. 2005. Partially observed inventory systems: The case of zero balance walk. Technical report, School of Management, University of Texas at Dallas.
- Bernard, Paul. 1999. Integrated Inventory Management. John Wiley & Sons, Inc. New York.
- Botta-Genoulaz V., J.P. Campagne, D. Llerena, and C. Pellegrin. 2010. Collaboration, alignment and coordination for supply chain performance. Wiley ISTE Ed.
- Brooks, R. B., L.W. Wilson. 1993. Inventory Record Accuracy: Unleashing the Power of Cycle Counting. Oliver Wight Publications, Inc.: Essex Junction, Vermont.
- Camdereli, A.Z., and J.M. Swaminathan. 2010. Misplaced Inventory and Radio-Frequency Identification (RFID) Technology: Information and Coordination. *Production and Operations Management*, 19(1): 1-18.
- Chappell, G., D. Durdan, G. Gilbert, L. Ginsburg, J. Smith, J. Tobolski. 2002. Auto-ID on Delivery: The Value of Auto-ID Technology in the Retail Supply Chain. ACNAUTOID-BC-004, available at www.epcglobal.com.
- Cheyroux, L. 2003. Sur l'évaluation de performances des chaînes logistiques, Thèse de doctorat à l'Institut National Polytechnique de Grenoble.
- Chopra, S., P. Meindl. 2013. Supply Chain Management. Prentice Hall, 5 edition.
- Colicchia, C., and S. Fernanda. 2012. Supply chain risk management: a new methodology for a systematic literature review. *Supply Chain Management: An International Journal*, 17(4):403-418.
- Condea, C., F. Thiesse, and E. Fleisch. 2012. RFID-enabled shelf replenishment with backroom monitoring in retail stores. *Decision Support Systems*, 52: 839-849.
- Dai, H., M.M. Tseng. 2009. The Impacts of RFID Implementation on Reducing Inventory Inaccuracy in a Multi-Stage Supply Chain. *International Journal of Production Economics*, 132(2):634-641.
- Dani, S., and A. Ghadge. 2012. Supply Chain Risk and Resilience: The Past Decade and Future Direction. In *Proceeding of 17th International Symposium on Logistics*, pp 335-342.
- DeHoratius, N., A. Mersereau, and L. Schrage. 2008. Retail inventory management when records are inaccurate. *Manufacturing & Service Operations Management*, 10(2): 257-277.

Références

- DeHoratius, N., and A. Raman. 2008. Inventory record inaccuracy: an empirical analysis. *Management Science*, 54(4): 627–641.
- De Kok, A.G., K.H. Van Donselaar, and T. Van Woensel. 2008. A Break-even Analysis of RFID Technology for Inventory sensitive to Shrinkage. *International Journal of Production Economics*. 112(2): 521-531.
- Delen, D., B.C. Hardgrave, and R. Sharda. 2007. RFID for Better Supply-Chain Management through
- Deloitte. 2008. Joint Industry Unsaleables Report: The Real Causes and Actionable Solutions. Technical Report, Grocery Manufacturers of American, Food Marketing Institute and Deloitte.
- Eckerson, W. W. 2002. Data Quality and the Bottom Line. Technical Report, The Data Warehouse Institute, available at www.dw-institute.com.
- Efficient Consumer Response Europe. 2003. Retrieved Access Date. From <http://www.ecr-all.org>
- Ehrhardt, R., and L. Taube. 1987. An inventory model with random replenishment quantities. *International Journal of Production Research*, 25(12):1795–1804.
- Enhanced Information Visibility. *Production and Operations Management*, 16(5): 613–624.
- Fan, T.J., X.Y. Chang, C.H. Gu, J.J. Yi, S. Deng. Benefits of RFID technology for reducing inventory shrinkage. *International Journal of Production Economics*, In press.
- Fleisch, E., C. Tellkamp. 2005. Inventory inaccuracy and supply chain performance: A simulation study of a retail supply chain. *International Journal of Production Economics*, 95(3): 373–385.
- Gaukler, G.M. 2011. RFID Tag Cost Sharing in The Retail Supply Chain. *Journal of Organizational Computing and Electronic Commerce*, 21(4): 315-331.
- Gentry, C. R. 2005. Theft and terrorism. *Chain Store Age*, 81(7): 66–68.
- Gerchak, Y., R.G. Vickson, and M. Parlar. 1986. Periodic review production models with variable yield and uncertain demand. *IIE Transactions*, 20(2):144–150.
- Goebel, C., and O. Günther. 2009. Benchmarking RFID profitability in complex retail distribution systems. *Electronic Markets*, 19(2):103-114.
- Govindan, K. 2013. Vendor managed inventory: A review based on dimensions. *International Journal of Production Research*.
- Govil, M.; J.M. Proth. 2002. Supply Chain Design and Management: Strategic and Tactical Perspectives. Academic Press.
- Heese, H. 2007. Inventory record inaccuracy, double marginalization and RFID adoption. *Production and Operations Management*, 16 (5): 542–553.
- Hendricks, K. B., and V.R. Singhal. 2005. An Empirical Analysis of the Effect of Supply Chain Disruptions on Long-Run Stock Price Performance and Equity Risk of the Firm. *Production and Operations Management*, 14(1): 35–52.
- Henig, M., and Y. Gerchak. 1989. The structure of periodic review policies in the presence of variable yield. *Operations Research*, 38:634–643.

- Iglehart, D., and R. Morey. 1972. Inventory systems with imperfect asset information. *Management Science*, 18(8): 388–394.
- Inderfurth, K., and S. Vogelgesang. 2010. Parameter determination for production/inventory control in the case of stochastic demand and different types of yield randomness. In *Proceedings of the 16th International Symposium on Inventories Research*, ISBN: 978-3-642-20008-3.
- Kang, Y., and S.B. Gershwin. 2005. Information inaccuracy in inventory systems: stock loss and stockout. *IIE Transaction*, 37(9): 843-859.
- Karkkainen, M. 2003. Increasing Efficiency in the Supply Chain for Short Shelf Life Goods Using RFID Tagging. *International Journal of Retail and Distribution Management*; 31 (10): 529-536.
- Ketzenberg, M.E., and M Ferguson. 2006. Managing slow moving perishables in the grocery industry. Technical report, College of Business Colorado State University and The College of Management Georgia Institute of Technology.
- Kök, A. G., and H.K. Shang. 2007. Replenishment and inspection policies for systems with inventory record inaccuracy. *Manufacturing & Service Operations Management*, 9(2): 185–205.
- Lee, H.L. and C. Billington. 1993. Material management in decentralized supply chain. *Operation Research*, 41(5).
- Lee, H.L., and Ö. Özer. 2007. Unlocking the Value of RFID. *Production and Operations Management*, 16(1): 40–64.
- Lejeune, M.A. 2013. Probabilistic modeling of multiperiod service levels. *European Journal of Operational Research*, 230 (2): 299–312.
- Lummus, R.R. and R.J. Vokurka. 2004. Defining supply chain management: a historical perspective and practical guidelines. *Industrial Management & Data Systems*, 9(1): 11–17.
- Mahmoudi, J. 2006. Simulation et gestion des risques en planification distribuée de chaînes logistiques: application au secteur de l'électronique et des télécommunications. Thèse de doctorat à l'Ecole Nationale Supérieure de l'Aéronautique et de l'Espace.
- Martin, W., S. Goodrich. 1987. Minimizing sample size for given accuracy in cycle counting. *Production Inventory Management*, 28(4):24–27.
- Minner, S., and S. Transchel. 2010. Periodic review inventory-control for perishable products under service-level constraints. *OR Spectrum*, 32:979–996.
- Nachtmann, H., M. Waller, and D.W. Rieske. 2010. The impact of point of sale data inaccuracy and inventory record data errors. *Journal of Business Logistics*, 31(1): 149-158.
- Natarajathinam, M., I. Capar, A. Narayanan. 2009. Managing supply chains in times of crisis: a review of literature and insights. *International Journal of Physical Distribution & Logistics Management*, 39(7):535-573.
- Noori, A.H., and G. Keller. 1986. One-period order quantity strategy with uncertain match between the amount received and quantity requisitioned. *INFOR*, 24(1):1–11.
- Pergamalis, D. 2002. Measurement and checking of the stock accuracy. Article in www.optimum.gr (www.optimum.gr/Knowledge Center/articles/), 2002

Références

- Poirier, C. and S.E. Reiter S.E. 2001. La Supply Chain, Dunod.
- Raman, A., N. DeHoratius, and Z. Ton. 2001. Execution: The missing link in retail operations. *California Management Review*, 43 (3): 136–152.
- Reddy, Ram. Receiving Loud and Clear. *Intelligent Enterprise*, 6(17).
- Rekik, Y., and E. Sahin. 2012. Exploring inventory systems sensitive to shrinkage – analysis of a periodic review inventory under a service level constraint. *International Journal of Production Research*, 50(13): 3529-3546.
- Rekik, Y. 2011. Inventory inaccuracies in the wholesale supply chain. *International Journal of Production Economics*, 133: 172–181.
- Rekik, Y., E. Sahin, and Y. Dallery. 2009. Inventory inaccuracy in retail stores due to theft: An analysis of the benefits of RFID. *International Journal of Production Economics*, 118(1):189-198.
- Rekik, Y., E.Sahin, and Y. Dallery. 2008. Analysis of the impact of the RFID technology on reducing product misplacement errors at retail stores. *International Journal of Production Economics*, 112(1): 264-278
- Rekik, Y., E. Sahin, and Y. Dallery. 2007. A comprehensive analysis of the newsvendor model with unreliable supply. *OR Spectrum*, 29 (2): 207–233.
- Rekik, Y. 2006. The Impact of the RFID Technology in Improving Performance of Inventory Systems subject to Inaccuracies. PhD thesis, in Ecole Centrale Paris.
- Sandoh, H., and H. Shimamoto. 2001. A theoretical study on optimal inventory taking frequency for retailing. *Journal of Retailing and Consumer Services*, 8(1): 47–52.
- Sahin, E., and Y. Dallery. 2009. Assessing the impact of inventory inaccuracies within a newsvendor framework. *European Journal of Operational Research*, 197 (3): 108–118.
- Sahin, E. 2004. A qualitative and quantitative analysis of the impact of Auto ID technology on the performance of supply chains. PhD thesis, in Ecole Centrale Paris.
- Sheppard, G.M., and K.A.Brown. 1993. Predicting inventory record-keeping errors with discriminant analysis: A field experiment. *International Journal of Production Economics*, 32(1): 39-51.
- Shih, W.1980. Optimal inventory policies when stockouts result from defective products. *International Journal of Production Research*, 18:677–685.
- Simchi-Levi, D., P. Kamnisky, and E. Simchi-Levi. 2003. Designing and managing the supply chain: Concepts, strategies and case studies. McGraw-Hill/ Irwin, New York, second edition.
- Supermarket. 2001. Supermarket Shrink Survey. National Supermarket Research Group. URL<http://www.trax-usa.com/research/home2.html>.
- Szmerkovsky, J.G., and J. Zhang. 2008. Coordination and adoption of item-level RFID with vendor managed inventory. *International Journal of Production Economics*, 114(1): 388-398.
- Tan, K.C. 2001. A framework of supply chain management literature. *European Journal of Purchasing and Supply Management*, 7: 39-48.

- Tang, O., and S. Nurmaya Musa. 2011. Identifying risk issues and research advancements in supply chain risk management. *International Journal of Production Economics*, 133(1): 25-34.
- The Supply Chain Council. 2008. SCOR: The Supply Chain Operation Reference Model.
- Thiel, D., V. Hovelaque, V. Thi, and L. Hoa. 2010. Impact of inventory inaccuracy on service-level quality in (Q,R) continuous-review lost-sales inventory. *International Journal of Production Economics*. 123(2):301-311.
- Ton, Z., and A. Raman. 2010. The Effect of Product Variety and Inventory Levels on Retail Sales: A Longitudinal Study. *Production and Operations Management*, 19(5): 546–560.
- UCCnet. 2003. The value of clean data. White Paper, available at <http://knowledgebase.uccnet.org/press-room/publications>.
- Uçkun, C., F. Karaesmen, and S. Savaş. 2008. Investment in improved inventory accuracy in a decentralized supply chain. *International Journal of Production Economics*, 113(2): 546-566.
- Ustundag, A., and M. Tanyas , M.. 2009. The impacts of Radio Frequency Identification (RFID) technology on supply chain costs. *Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review*, 45(1): 29-38.
- Veinott, A.F. 1965. Optimal policy for a multi-product, dynamic, nonstationary inventory problem. *Management Science*, 12(3): 206 –222.
- Wang, R. Y., M. Ziad, and Y. Lee. 2002. Data Quality. Kluwer Academic Publishers, New York.
- Xu, J., W. Jiang, G. Feng, and J. Tian. 2012. Comparing improvement strategies for inventory inaccuracy in a two-echelon supply chain. *European Journal of Operational Research*, 221(1):213-221.
- Yano, C. A., and H. L. Lee. 1995. Lot sizing with random yields: A review. *Operations Research*, 43: 311–334.

Références

Annexe A

Hypothèses communes aux trois chapitres de la Partie II

- D : variable aléatoire normalement distribuée représentant la demande durant une période
- Délai de livraison n'est pas étudié
- La quantité facturée par le fournisseur au e-détaillant est basée sur la quantité réellement disponible en stock Y_{PH}
- Les produits à forte marge : les coûts unitaires de rupture de stock de type 1 et 2 (u_1 et u_2) sont plus importants que le coût de sur-stockage (h)
- Les produits à faible : les coûts de rupture de stock (u_1) et (u_2) sont moins importants que le coût de sur-stockage (h)
- Dans la partie II, le calcul des quantités optimales a été réalisé sur le logiciel de calcul mathématique Mathematica.

Hypothèses Chapitre 3

- Stock initial
- γ_{PH} et γ_{IS} : Deux variables aléatoires normalement distribuées qui caractérisent respectivement les perturbations PH et IS sur les flux
- H1 : $\mu_{IS}^M + 3\sigma_{IS}^M \leq F_{PH}^{-1} \left(\frac{u_1 + h}{u_2 + h} + F_{PH}(0) \right)$

Hypothèses Chapitre 4

- γ_{PHi} et γ_{ISi} : Deux variables aléatoires normalement distribuées qui caractérisent respectivement les perturbations PH et IS sur les flux. durant la période $i=1,2$
- $\mu_{IS1} = \mu_{IS2} = \mu_{PH1} = \mu_{PH2} = 1$
- H1 : $\mu_{IS2} + 3\sigma_{IS2} \leq F_{PH2}^{-1} \left(\frac{u_1 + h_2}{u_2 + h_2} + F_{PH2}(0) \right)$
- H2 : $\mu_{IS1} + 3\sigma_{IS1} \leq F_{PH1}^{-1} \left(\frac{u_1 + h_1 - c}{u_2 + h_1} + F_{PH1}(0) \right)$

Hypothèses Chapitre 5

- S : Coût fixe pour la réalisation d'un inventaire
- Le déploiement de la technologie RFID permet de générer une erreur à chaque période égale à zéro

Annexe A

- t : Coût unitaire variable d'un tag RFID.
- ε : variable normalement distribuées représentant l'erreur générée pendant une seule période
- CSL_{IS0} et CSL_{PH0} doivent être supérieures à 0.5
- $u_2 \leq 2u_1 + h$

Modèles de réapprovisionnement de stocks sous incertitudes et perturbations dans le contexte d'un e-détaillant

Résumé : L'objet de cette recherche est la modélisation et l'étude de l'impact de la prise en compte des perturbations et des erreurs sur les politiques de réapprovisionnement pour un e-détaillant. Une des principales incertitudes en gestion de stock est l'écart entre la quantité en stock lue dans le système d'information et la quantité réellement disponible dans le système physique. A travers une étude empirique nous avons montré que l'impact de ce type d'erreurs est important dans le cas du e-détaillant. Dans ce contexte, le système d'information joue le premier rôle dans le processus de satisfaction de la demande puisque c'est sur la confrontation entre la demande du client final et les quantités figurant dans le Système d'Information que repose la promesse de vente. A l'exception de quelques contributions, les perturbations en gestion des stocks ont été principalement étudiées dans le contexte du détaillant. Nous avons étudié l'impact de ces perturbations sur la politique de stockage dans un contexte e-détaillant en faisant l'hypothèse d'une modélisation multiplicative des erreurs afin d'optimiser le profit du e-détaillant, et proposé deux modèles de réapprovisionnement, mono- et deux- périodes. Pour le premier, nous avons proposé une extension du modèle classique de vendeur de journaux au contexte de e-détaillant/fournisseur, avec un processus de demande sujet à des perturbations. Une étude analytique nous a permis de comparer l'impact de deux types de modélisation des erreurs, additive et multiplicative. Le deuxième modèle est une extension du premier au cas deux périodes. Avec sa résolution exacte, nous avons démontré que le comportement des quantités optimales était non monotone et qu'une politique myopique n'est pas optimale pour le cas multi-périodes. Grâce à une étude numérique nous avons pu proposer des recommandations pour les managers, quant aux quantités à commander pour les deux périodes. Un troisième modèle de réapprovisionnement étudie l'impact des perturbations pour un problème multi-périodes avec minimisation des coûts et en considérant deux taux de service à atteindre, l'un sur la satisfaction des demandes et l'autre sur la satisfaction des ventes. Dans ce contexte, nous avons étudié et discuté plusieurs stratégies d'alignement dont réalisation d'inventaires et déploiement de technologie RFID.

Mots-clefs : gestion de stock ; perturbations ; modélisation multiplicative / additive des erreurs ; RFID ; e-détaillant

Inventory models subject to inaccuracies under the e-retailing context.

Abstract: The aim of this PhD research is to study the impact of the inventory inaccuracy issue on replenishment policies under the wholesaling / e-retailing context. The inventory inaccuracy is defined as a discrepancy between the quantity shown by the Informational System and the quantity actually Physically available for sales. Such discrepancy has as root many sources of errors such as execution, transaction, misplacement, supply unreliability or shrinkage errors. We provide empirical evidence on the wide presence of inventory inaccuracies through one case study of wholesaling organizations. In e-retailing context customers' demands are remotely satisfied based on the inventory level shown in the information system. The main interest of the research community was about studying the inaccuracy under the retail context. After motivating our research empirically and by the literature review, we develop three inventory frameworks subject to inventory inaccuracies under the wholesaling / e-retailing context with different configurations of the stochastic errors describing the inaccuracy issue. The error configuration could be additive for some sources of inaccuracies such as transaction as well as multiplicative (also known as stochastically proportional) for other sources such as shrinkage. Our first inventory framework aims to extend single-period (Newsvendor) model to the e-retailing/wholesaling context subject to inaccuracy. In Addition, to providing managerial insights, we compare the behavior of the optimal ordering strategies under the additive and the multiplicative error settings. Our second inventory framework is an extension of the former to the case of two selling periods. By solving exactly the two-period problem, we show that the behavior of the optimal ordering quantities is not monotonic, and conclude that a myopic policy could not be optimal. Thanks to a numerical study, we derive some interesting managerial insights about the management of the error risk between the two selling periods. Thanks to the theoretical results of our second inventory framework, we propose a third framework dealing with the inventory inaccuracy issue under a multi-period setting by assuming cost minimizing as a target but also by considering two Cycle Service Level constraints to achieve, the former for the demand satisfaction and the latter for the sales commitment satisfaction. We provide a comprehensive numerical study by comparing several policies as making inspection and RFID deployment.

Keywords : inventory management; disruptions; multiplicative / additive error modeling; RFID; e-retailer

FOLIO ADMINISTRATIF

THESE SOUTENUE DEVANT L'INSTITUT NATIONAL DES SCIENCES APPLIQUEES DE LYON

NOM : KHADER

DATE de SOUTENANCE : 03/10/2013

Prénoms : Selma Afakh

TITRE : Modèles de réapprovisionnement de stocks sous incertitudes et perturbations dans le contexte d'un e-détaillant

NATURE : Doctorat

Numéro d'ordre : 2013ISAL0096

Ecole doctorale : ED Infomaths

Spécialité : Productique

RESUME :

L'objet de cette recherche est la modélisation et l'étude de l'impact de la prise en compte des perturbations et des erreurs sur les politiques de réapprovisionnement pour un e-détaillant. Une des principales incertitudes en gestion de stock est l'écart entre la quantité en stock lue dans le système d'information et la quantité réellement disponible dans le système physique. A travers une étude empirique nous avons montré que l'impact de ce type d'erreurs est important dans le cas du e-détaillant. Dans ce contexte, le système d'information joue le premier rôle dans le processus de satisfaction de la demande puisque c'est sur la confrontation entre la demande du client final et les quantités figurant dans le Système d'Information que repose la promesse de vente. A l'exception de quelques contributions, les perturbations en gestion des stocks ont été principalement étudiées dans le contexte du détaillant. Nous avons étudié l'impact de ces perturbations sur la politique de stockage dans un contexte e-détaillant en faisant l'hypothèse d'une modélisation multiplicative des erreurs afin d'optimiser le profit du e-détaillant, et proposé deux modèles de réapprovisionnement, mono- et deux- périodes. Pour le premier, nous avons proposé une extension du modèle classique de vendeur de journaux au contexte de e-détaillant / fournisseur, avec un processus de demande sujet à des perturbations. Une étude analytique nous a permis de comparer l'impact de deux types de modélisation des erreurs, additive et multiplicative. Le deuxième modèle est une extension du premier au cas deux périodes. Avec sa résolution exacte, nous avons démontré que le comportement des quantités optimales était non monotone et qu'une politique myopique n'est pas optimale pour le cas multi-périodes. Grace à une étude numérique nous avons pu proposer des recommandations pour les managers, quant aux quantités à commander pour les deux périodes. Un troisième modèle de réapprovisionnement étudie l'impact des perturbations pour un problème multi-périodes avec minimisation des coûts et en considérant deux taux de service à atteindre, l'un sur la satisfaction des demandes et l'autre sur la satisfaction des ventes. Dans ce contexte, nous avons étudié et discuté plusieurs stratégies d'alignement dont réalisation d'inventaires et déploiement de technologie RFID.

MOTS-CLES :

Gestion de stock ; perturbations ; modélisation multiplicative / additive des erreurs ; RFID ; e-détaillant

Laboratoire (s) de recherche :

Décision et Information pour les Systèmes de Production (DISP)

Directeur de thèse :

V. BOTTA-GENOULAZ : Professeur (INSA de Lyon), Directeur de Thèse

J.P. CAMPAGNE : Professeur (INSA de Lyon), Directeur de Thèse

Y. REKIK: Professeur Associé (EMLYON Business School), Co-encadrant

Président de jury :

Composition du jury :

S. MINNER : Professeur (Technische Universität München)

C. THIERRY : Professeur (Université Toulouse 2 Le Mirail), Rapporteur

A. THOMAS : Professeur (Université de Lorraine)

D. TRENTESAUX : Professeur (Université de Valenciennes), Rapporteur

