



Conception de systèmes structuraux autocontraints, légers et pliables : de la théorie à la mise en œuvre

Jérôme Quirant

► To cite this version:

Jérôme Quirant. Conception de systèmes structuraux autocontraints, légers et pliables : de la théorie à la mise en œuvre. Mécanique des structures [physics.class-ph]. Université Montpellier II - Sciences et Techniques du Languedoc, 2014. tel-00995350

HAL Id: tel-00995350

<https://theses.hal.science/tel-00995350>

Submitted on 23 May 2014

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

UNIVERSITE MONTPELLIER 2

Habilitation à Diriger des Recherches

Ecole Doctorale I2S
Spécialité Mécanique

CONCEPTION DE SYSTEMES STRUCTURAUX AUTOCONSTRAINTS, LEGERS ET PLIABLES : DE LA THEORIE À LA MISE EN ŒUVRE

Jérôme Quirant

Laboratoire de Mécanique et Génie Civil
UMR CNRS 5508

Soutenue le 21 mai 2014 devant le jury constitué de :

MM.

Bouchaïr Abdelhamid	Professeur des Universités	Rapporteur	Université Clermont-Ferrand
Breyse Denys	Professeur des Universités	Rapporteur	Université Bordeaux 1
Caron Jean-François	Directeur de recherche	Président	Ecole des Ponts ParisTech
Dureisseix David	Professeur des Universités	Rapporteur	INSA de Lyon
La Borderie Christian	Professeur des Universités	Examineur	Université de Pau
Maurin Bernard	Professeur des Universités	Examineur	Université Montpellier 2

AVANT- PROPOS

Ce mémoire a pour but de présenter mes activités en tant qu'enseignant-chercheur au sein du Laboratoire de Mécanique et Génie Civil (LMGC) de l'Université Montpellier 2, en vue de l'obtention de l'*Habilitation à Diriger des Recherches*.

Les travaux de recherche exposés sont liés aux principales thématiques que j'ai pu développer dans l'équipe « *Conception en Structures* » du LMGc, essentiellement de 2004 à 2013.

J'ai intégré dans ce manuscrit non seulement la synthèse de mes activités de recherche, qui en constitue bien sûr le cœur, mais aussi, en annexe, un bilan des missions accomplies au titre des tâches administratives, d'enseignement ou de vulgarisation scientifique, des activités relevant également du statut d'enseignant-chercheur à l'Université.

Je tiens à remercier ici chaleureusement tous les membres de l'équipe de recherche ainsi que tous les personnels administratifs et techniques qui ont pu œuvrer afin de rendre mon travail le plus efficace possible.

Montpellier, le 15/01/2014

SOMMAIRE

1	INTRODUCTION - CONTEXTE.....	5
2	ENCADREMENTS ET PUBLICATIONS.....	6
3	SYNTHESE DES TRAVAUX DE RECHERCHE	11
3.1	ETUDE ET MODELISATION DES SYSTEMES DE TENSEGRITE	11
3.1.1	VOUS AVEZ DIT « TENSEGRITE » ?	11
3.1.2	METHODES ET OUTILS DEVELOPPES POUR LA CONCEPTION ET LE DIMENSIONNEMENT DES SYSTEMES DE TENSEGRITE	16
3.1.2.1	Traitement des comportements unilatéraux – Mise en tension	16
a)	Etats d’autocontraintes non-compatibles / mécanismes unilatéraux.....	17
b)	Ecriture analytique du problème	18
c)	Interprétation et résolution	20
d)	Tri des états d’autocontrainte.....	21
e)	Application à la mise en tension	23
3.1.2.2	Dimensionnement des systèmes de tenségrité	25
a)	Procédure de dimensionnement	25
b)	Etude de sensibilité	29
3.1.2.3	Homogénéisation	30
a)	Anneau de tenségrité.....	30
b)	Simulation du comportement.....	32
c)	Etude analytique	33
d)	Modèle rhéologique	36
3.1.3	BILAN DES ACTIONS MENEES SUR LA THEMATIQUE « ETUDE ET MODELISATION DES SYSTEMES DE TENSEGRITE »	39
3.2	DE LA CONCEPTION A LA REALISATION DES SYSTEMES DE TENSEGRITE	41
3.2.1	VERS DES SOLUTIONS ARCHITECTURALES ?	41
3.2.2	CONCEPTION, ASSEMBLAGE ET CONTROLE DE SYSTEMES DE TENSEGRITE	44
3.2.2.1	La grille Tensarch revisitée.....	44
3.2.2.2	Conception et fabrication d’un anneau de tenségrité	46
a)	Technologie d’assemblage.....	46
b)	Assemblage.....	47
c)	Imperfections – Difficultés de réglage.....	48
3.2.2.3	Développement d’un tensiomètre	49
a)	Modèle théorique sans inertie	50
b)	Simulation par éléments finis – Analyse inverse	51
c)	Adaptation du modèle à un câble réel.....	52
d)	Simulation par éléments finis – Détermination des coefficients correctifs.....	53
e)	Expérimentation.....	55
3.2.2.4	Confrontation entre simulations et expérimentation	57
3.2.3	BILAN DES ACTIONS MENEES SUR LE THEME « DE LA CONCEPTION A LA REALISATION DES SYSTEMES DE TENSEGRITE »	59

3.3	CONCEPTION DE SYSTEMES LEGERS, AUTOCONTRAINTS, PLIABLES-DEPLIABLES	61
3.3.1	LES SYSTEMES A GEOMETRIE VARIABLE, UN CONCEPT ANCESTRAL	61
3.3.2	ÉTUDE ET CONCEPTION DE SYSTEMES AUTOCONTRAINTS INNOVANTS, PLIABLES-DEPLIABLES.....	63
3.3.2.1	Pliage et déploiement d'un anneau de tenségrité	63
a)	Etude analytique	63
b)	Simulation numérique.....	64
c)	Etude expérimentale.....	66
3.3.2.2	Systèmes innovants à déploiement automatique.....	69
a)	Etude expérimentale des joints	69
b)	Etude théorique des câbles en flexion.....	70
c)	Modélisation numérique de la flexion des joints en grands déplacements	71
d)	Cas de l'assemblage d'une structure plane – Etude énergétique	72
e)	Cas de l'assemblage d'une structure plane – Simulation numérique.....	73
f)	Application à des structures spatiales – Etude dynamique	74
3.3.2.3	Conception d'ossatures d'antennes satellites	80
a)	Introduction aux antennes-rélecteurs.....	80
b)	Conception d'une architecture à joints souples.....	82
c)	Démonstrateur sol	83
d)	Optimisation du maillage.....	85
3.3.3	BILAN DES ACTIVITES POUR LA « CONCEPTION DE SYSTEMES LEGERS AUTOCONTRAINTS PLIABLES-DEPLIABLES »	92
4	CONCLUSION, PROJET DE RECHERCHE ET PERSPECTIVES.....	93
4.1	BILAN DES TRAVAUX ACCOMPLIS.....	93
4.2	PROJET DE RECHERCHE	94
4.3	ADDENDUM : PLACE DE LA SCIENCE DANS LA SOCIETE ET VULGARISATION.....	96
5	REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES.....	98
6	ANNEXES	102
6.1	CURRICULUM VITAE	102
6.2	VALORISATION SCIENTIFIQUE ET TACHES ADMINISTRATIVES	104
6.2.1	VALORISATION DES ACTIVITES DE RECHERCHE.....	104
6.2.2	ACTIVITES SCIENTIFIQUES CONNEXES	104
6.2.3	ACTIVITES CONTRACTUELLES.....	104
6.2.4	VULGARISATION SCIENTIFIQUE ET RAYONNEMENT.....	105
6.2.5	ORGANISATION DE COLLOQUES	106
6.2.6	RESPONSABILITES ET ACTIVITES D'INTERET GENERAL.....	106
6.3	ACTIVITES D'ENSEIGNEMENT	107
6.3.1	DUT GENIE CIVIL DE NIMES.....	107
6.3.2	LICENCES PROFESSIONNELLES	107
6.3.3	AUTRES CHARGES PEDAGOGIQUES	107
6.3.4	RESPONSABILITES ADMINISTRATIVES.....	108

1 INTRODUCTION - CONTEXTE

Mes activités de recherche en tant que Maître de conférences se sont déroulées au sein de l'équipe *Conception en Structures* (CS) du Laboratoire de Mécanique et Génie Civil (LMGC) de l'Université Montpellier 2. Me plaçant dans le droit fil des axes de recherche qui s'étaient développés depuis la création de l'équipe, je me suis intégré dans les thématiques portant sur les systèmes de tensegrité et les systèmes pliables/dépliables.

De nombreuses thèses avaient permis précédemment de poser les bases de la conception de systèmes légers et innovants, les systèmes de tensegrité. Ce qui n'était au départ qu'une création artistique a pendant longtemps été source d'inspiration pour les architectes. Mais peu d'applications concrètes ont pu être proposées en raison de la difficulté d'appréhension du concept et de sa mise en œuvre.

Un premier objectif de mes travaux était donc de poursuivre les études sur la compréhension et la modélisation des systèmes de tensegrité, afin de proposer des méthodes et des outils de dimensionnement performants, permettant ainsi au concepteur d'envisager ces systèmes comme des solutions concurrentielles par rapport aux systèmes constructifs existants.

Ensuite, la réalisation de prototypes, leur réglage, et la confrontation expérimentale avec les modélisations proposées en amont, étaient un passage obligé pour asseoir la crédibilité de ces systèmes comme structure légères, rigides et fiables. C'était donc un autre axe de travail important de mon activité et une première étape vers un transfert de technologie.

Enfin, la capacité au pliage/déploiement de tels systèmes ayant été précédemment mise en exergue comme un atout majeur, la réalisation de prototypes à taille humaine était, là aussi, l'occasion de confronter théorie et pratique. En outre, l'expertise scientifique acquise en matière de structures légères pliables/déployables a permis d'ouvrir la porte à de nouvelles collaborations pour le développement de nouveaux systèmes destinés à des applications spatiales pour les satellites de communication.

Ces trois axes ont été au cœur de mes activités de recherche et concernent donc l'***Étude et la modélisation des systèmes de tensegrité***, les premières avancées pour passer ***De la conception à la réalisation de prototypes de tensegrité***, et enfin, la ***Conception de systèmes légers autocontraints pliables/dépliables***. Ils constituent trois étapes naturelles : l'insertion dans les thématiques existantes, l'approfondissement et le développement de l'une d'entre elles, la proposition de nouvelles pistes d'investigation.

Avant de développer chacun de ces thèmes en expliquant quelles étaient les problématiques rencontrées, les outils développés et les compétences ainsi mises en œuvre (chapitre 3), je présenterai dans un premier temps les encadrements effectués et la production scientifique constituant le fruit de ce travail (chapitre 2).

Le chapitre 4 sera consacré à la conclusion et aux projets de recherche.

La bibliographie référencée tout au long du texte constituera le chapitre 5.

Pour conclure ce mémoire, seront présentés en Annexe (chapitre 6) un *curriculum vitae* succinct, les actions de valorisation et de vulgarisation engagées, ainsi que les tâches administratives, d'intérêt collectif ou d'enseignement assurées.

2 ENCADREMENTS ET PUBLICATIONS

Dans ce chapitre sont référencés les encadrements d'étudiants que j'ai pu assurer, ainsi que l'ensemble des publications que j'ai produites et auxquelles j'ai contribué.

Encadrement de stages de Master

2005 : **Xi Chen**, « *Etude du système Artoflex : modélisations* ». Poursuite en thèse à l'Ecole des Mines d'Alès sur l'étude du comportement de matériaux composites collés.

2006 : **Laetitia Lefèvre**, « *Contribution à l'étude de systèmes pliables/dépliables impliquant la liaison Artoflex* ».

2011 : **Salima Houcinat**, « *Etude numérique et expérimentale d'un prototype de tensiomètre* ».

2012 : **Ahmed Gaouar**, « *Prise en compte des imperfections de liaison dans la modélisation du comportement des systèmes de tenségrité* ». Poursuite en thèse à l'Université de Tlemcen sur l'étude du comportement des systèmes de tenségrité sous chargement sismique.

2013 : **Emmanuel Elisée N'Diaye**, « *Nœud de structures autocontraintes et/ou déployables : analyse fonctionnelle, solutions existantes, méthodologies de conception et de fabrication* ».

Co-encadrement de Doctorants

2006-2009 : **Anh Dung Nguyen**, « *Etude du comportement mécanique et du pliage d'un anneau de tenségrité à base pentagonale* », thèse soutenue le 3 décembre 2009. Actuellement ingénieur en bureau d'études.

2008-2011 : **Sébastien Morterolle**, « *Etude de structures légères déployables pour applications spatiales* », thèse soutenue le 18 octobre 2011. Actuellement Maître de conférences à l'INSA de Lyon.

2011-2012 : **Francesco Gioia**, « *Etude et conception de systèmes légers auto-déployables* » (abandon au terme de la première année de thèse pour raisons personnelles).

Mémoire de DEA

« *Recherche de forme et comportement de modules de tenségrité* », rapport de D.E.A., Université Montpellier 2, **J. Quirant**, 1996.

Thèse de Doctorat

« *Systèmes de tenségrité et autocontrainte : qualification, sensibilité et incidence sur le comportement* », **J. Quirant**, soutenue le 18 juin 2000 à l'Université Montpellier 2.

**ARTICLES SCIENTIFIQUES DANS DES REVUES INTERNATIONALES
A COMITE DE LECTURE**

(Revues référencées dans Scopus¹ : <http://www.scimagojr.com/journalrank.php>)

- [A1] **J. Quirant**, M.N. Kazi-Aoual, R. Laporte, Tensegrity systems : linear computing application for conform self-stress finding, *Journal of the International Association for Shell and Spatial Structures*, Vol. 44, pp. 33-50, 2003.
- [A2] **J. Quirant**, M.N. Kazi-Aoual, R. Motro, Designing tensegrity systems: the case of a double layer grid, *Engineering Structures*, Vol. 25, pp. 1121-1130, 2003.
- [A3] **J. Quirant**, Self-stressed systems comprising element with unilateral rigidity: self-stress states, mechanisms and tension setting, *International Journal of Space Structures*, Vol. 22 (4), pp. 203-214, 2007.
- [A4] B. Dresp, **J. Quirant**, Design principles and use of compression structures with tensile integrity, *Recent Patents on Engineering*, ISSN : 1872-2121, Vol. 2, Issues 3, 2008.
- [A5] N. Angellier, J.-F. Dubé, **J. Quirant**, B. Crosnier, Etude de la déformée d'une grille de tensegrité pour l'identification de son niveau d'autocontrainte, *European Journal of Environmental and Civil Engineering*, Vol. 13/10, pp.1183-1202, 2009.
- [A6] A. Nguyen, **J. Quirant**, F. Cevaër, J.-F. Dube, Study and construction of a pentagon-based tensegrity ring, *European Journal of Environmental and Civil Engineering*, Vol. 15/6, pp. 849-868, 2011.
- [A7] **J. Quirant**, F. Cevaër, S. Morterolle, B. Maurin, J.-F. Dube, Conceptual design and analysis of a deployable structure with flexible joints, *Journal of Aerospace Engineering*, Vol. 24, Issue 3, pp 277-284, July, 2011.
- [A8] J. Averseng, **J. Quirant**, J.-F. Dube, Interactive dynamic design and analysis of tensegrity systems, *International Journal of Space Structures*, vol. 27 (2), pp. 97-105, 2012.
- [A9] F. Cevaër, **J. Quirant**, J.-F. Dube, Mechanical behaviour in compression of a foldable tensegrity ring: parametric study and rheological model, *International Journal of Space Structures*, Vol. 27 (2), pp. 107-115, 2012.
- [A10] S. Morterolle, B. Maurin, **J. Quirant**, Christian Dupuy, Numerical form-finding of geotensoid tension truss for mesh reflector, *Acta astronautica*, Vol. 76, pp. 154-163, 2012.
- [A11] N. Angellier, J.-F. Dubé, **J. Quirant**, B. Crosnier, Behaviour of a double layer tensegrity grid under static loading: identification of self-stress level, *Journal of Structural Engineering*, Vol. 139(6), pp. 1075–1081, 2013.

3 autres articles ont été soumis à la fin 2013 dans les revues suivantes :

- (1) *European Journal of Environmental and Civil Engineering*, Structural design and active control of modular tensegrity systems, S. Amouri, J. Averseng, **J. Quirant**, J.-F. Dubé.
- (2) *Journal of Engineering Mechanics*, Modal behavior of a new large reflector conceptual design, S. Morterolle, B. Maurin, J.-F. Dubé, J. Averseng, **J. Quirant**.
- (3) *Measurement Science Review*, New approach for measuring cable tension, **J. Quirant**, F. Cevaer.

¹ le *SCImago Journal Rank*, fondé sur la base de données *Scopus*, semble plus pertinent que les indicateurs basés sur le *Web of Science* de *Thomson Reuters*, ce dernier ne reflétant pas toute la diversité scientifique. En particulier, deux revues faisant autorité dans le domaine du calcul de structures légères et spatiales (*International Journal of Space Structures* et *Journal of the International Association for Shell and Spatial Structures*, 28 et 44 ans d'âge respectivement) n'y sont pas référencées, alors qu'elles ont une audience largement supérieure, au sens du SJR2 (<http://www.scimagojr.com/files/SJR2.pdf>), à certaines autres référencées par *Thomson Reuters*.

Les articles scientifiques parus dans des revues internationales à comité de lecture sont à disposition des rapporteurs à l'adresse suivante : <http://www.lmgc.univ-montp2.fr/~quirant/Articles/>

AUTRES PARUTIONS DANS DES REVUES A COMITE DE LECTURE

- [B1] **J. Quirant**, K. Kebiche, M.N. Kazi-Aoual, Systèmes de tensegrité : comportement et sensibilité de modules simples, *Revue Française de Génie Civil*, Vol. 4 n°2-3, pp. 429-441, 2000.
- [B2] M.N. Kazi-Aoual, **J. Quirant**, R. Laporte, Autocontrainte et systèmes de tensegrité, *Revue Française de Génie Civil*, Vol. 7, n°3, pp. 343-355, 2003.
- [B3] **J. Quirant**, Review of Bing, Bing Wang's Book : Free-standing Tension Structures : from tensegrity systems to cable-strut systems, *Journal of the International Association for Shell and Spatial Structures*, Vol. 46, n°1, pp. 67-68, 2005.
- [B4] J.F. Dubé, **J. Quirant**, F. Cevaër, A.D. Nguyen, R. Motro, Anneau de tensegrité pliable-dépliable, *Annales du Bâtiment et des Travaux Publics*, N°5, octobre, 2009.
- [B5] **J. Quirant**, Effondrement des tours du WTC : Bilan des études scientifiques, *Annales du Bâtiment et des Travaux Publics*, N°6, décembre, 2009.

OUVRAGES ET CHAPITRES D'OUVRAGES

- [O1] **J. Quirant**, Recherche de forme pour les systèmes de tensegrité, dans les *Actes du Séminaire du 4 décembre 1997*, Ecole d'Architecture du Languedoc Roussillon, pp. 15-20, Editions de l'Espérou, ISBN 2-912261-06-6, 1998.
- [O2] M.N. Kazi Aoual, **J. Quirant**, R. Motro Towards tensegrity systems design, dans *Novel approaches in civil engineering*, M. Frémond, F. Maceri ed(s), vol. 14, pp. 339-340, Springer-Verlag, ISBN 3-540-41836-9, 2004.
- [O3] **J. Quirant**, 11-Septembre et Théories du Complot ou le conspirationnisme à l'épreuve de la science, Collection '*Une chandelle dans les ténèbres*', n°11, Book-e-book, ISBN 978-2-915312-20-1, 2010.
- [O4] **J. Quirant**, La farce enjôleuse du 11-Septembre, pour faire le tri entre information et désinformation, Books-on-Demand, ISBN 978-2-8106-1866-8, 2010.

CONFERENCES INVITEES

- [Cf1] **J. Quirant**, 11 Septembre 2001 : Les conclusions scientifiques, à l'Ecole d'ingénieur : *Fabrication et Qualité des Structures Chaudronnées*, Polytech Montpellier, le 13 novembre 2009.
- [Cf2] **J. Quirant**, 11 Septembre 2001 : Conclusions scientifiques et théories du complot, *Institut d'Etudes Politique de Lyon (Science Po)*, le 11 février 2010.
- [Cf3] R. Motro, M. Bagneris, **J. Quirant**, B. Maurin, Four studies on tensegrity foldability, *Keynote Lecture, IASS Symposium 2010*, Shanghai, Chine, 8-12 décembre 2010.
- [Cf4] **J. Quirant**, Mythes et Légendes sur le 11 Septembre, *Université Populaire de Nîmes*, le 6 avril 2010.
- [Cf5] **J. Quirant**, Attentats du 11 septembre 2001 : l'ingénierie forensique à rude épreuve, *Journée Universitaire Recherche et Formation Continue – Ingénierie Forensique*, Paris, le 7 Avril 2011.

- [Cf6] **J. Quirant**, Sécurité des constructions : de l'empirisme à l'ingénierie forensique, *Journées Matériaux – Polytech' Montpellier*, le 31 janvier 2012.
- [Cf7] **J. Quirant**, OGM – Ondes – Nucléaire : La science bafouée... comment résister en terre obscurantiste ?, *Rencontres pour l'information scientifique AFIS-LR*, Montpellier, le 20 juin 2013.
- [Cf8] **J. Quirant**, Sécurité des constructions : de l'empirisme à l'ingénierie forensique, *Séminaire*, ENS de Cachan, le 19 novembre 2013.

CONGRES AVEC ACTES

- [Cg1] **J. Quirant**, K. Kebiche, M.N. Kazi-Aoual, Systèmes de tensegrité : systèmes à barres et câbles, *2^{ème} Congrès A.U.G.C.*, Poitiers, 6-7 Mai 1999.
- [Cg2] **J. Quirant**, M.N. Kazi-Aoual, R. Motro, Tensegrity systems : self-stress states and sensitivity, *Fourth Inter-national Colloquium on Computation of Shell & Spatial Structures*, IASS-IACM, Chania – Crète, Grèce, 5-7 Juin 2000.
- [Cg3] **J. Quirant**, M.N. Kazi-Aoual, R. Motro, Systèmes de Tensegrité : Etats d'autocontrainte et mise en tension, *5^e Colloque National en Calcul de Structures*, Giens, 15-18 mai 2001.
- [Cg4] **J. Quirant**, M.N. Kazi-Aoual, Systèmes de tensegrité : sensibilité et états d'autocontrainte, *15^e Congrès de Mécanique*, Nancy, 3-7 Septembre 2001.
- [Cg5] X. Chen, **J. Quirant**, F. Cevaër, Etude et modélisation du système Artoflex, *24^{ème} Rencontres A.U.G.C.*, La Grande-Motte, 1 et 2 Juin 2006.
- [Cg6] A.D. Nguyen, **J. Quirant**, F. Cevaer, J.F. Dubé, Construction and deployment of tensegrity ring, *IASS Symposium 2007*, Venise, Italie, 3-6 décembre 2007.
- [Cg7] A.D. Nguyen, **J. Quirant**, F. Cevaer, J.F. Dubé, Etude du comportement mécanique et du pliage d'un anneau de tensegrité à base pentagonale, *19^e Congrès de Mécanique*, Com n° 205, Marseille, du 24 au 28 août 2009.
- [Cg8] **J. Quirant**, Effondrement des tours du WTC : Les conclusions scientifiques, *27^{ème} Rencontres A.U.G.C.*, Saint-Malo, du 3 au 4 Juin 2009.
- [Cg9] R. Motro, **J. Quirant**, A.D. Nguyen, B. Maurin, Foldable tensegrity rings: from conceptual design to physical and numerical models, *9th APCS congress*, Nagoya, 2009.
- [Cg10] N. Angellier, B. Crosnier, **J. Quirant**, J.F. Dubé, Caractéristiques dynamiques d'une structure de tensegrité en fonction de son niveau d'autocontrainte, *19^e Congrès de Mécanique*, Com n° 203, Marseille, du 24 au 28 août 2009.
- [Cg11] F. Cevaër, **J. Quirant**, N. Angelier, J.F. Dubé, Mesure de la tension de câbles à rigidité de flexion non nulle à l'aide d'un tensiomètre, *28^{ème} Rencontres A.U.G.C.*, La Bourboule, du 2 au 4 Juin 2010.
- [Cg12] F. Cevaër, **J. Quirant**, Dubé J-F, Mechanical behaviour of a foldable tensegrity ring: parametric study, *4th Structural Engineers World Congress*, Id 258, Come, Italie, 4-6 avril 2011.
- [Cg13] J. Averseng, **J. Quirant**, Dubé J-F, Interactive design and dynamic analysis of tensegrity systems, *4th Structural Engineers World Congress*, Id 269, Come, Italie, 4-6 avril 2011.
- [Cg14] S. Morterolle, B. Maurin, **J. Quirant**, Recherche de forme d'un réflecteur parabolique « Géotensoïd », *10^e Colloque National en Calcul de Structures*, Giens, 9-13 mai 2011.
- [Cg15] Averseng, **J. Quirant**, Dubé J-F, Dimensionnement d'une passerelle de tensegrité courbe, *31^{ème} Rencontres A.U.G.C.*, Cachan, du 29 au 31 mai 2013.

COLLOQUES SANS ACTES

- [Col1] M.N. Kazi-Aoual, **J. Quirant**, R. Motro, Towards tensegrity systems design, *Colloque Lagrange*, Taormina, 7-10 Décembre 2000.
- [Col2] M.N. Kazi-Aoual, **J. Quirant**, R. Laporte, L'autocontrainte dans les systèmes de tensegrité, *Colloque Lagrange*, Rome, 6-8 Mai 2001.
- [Col3] M.N. Kazi-Aoual, **J. Quirant**, R. Motro, Comportement, sensibilité et dimensionnement des systèmes de tensegrité, *Colloque Lagrange*, Rome, 6-8 Mai 2001.
- [Col4] **J. Quirant**, Tensegrity systems and self-stress states: theoretical and experimental identification, *Tensegrity Workshop*, Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne, le 30 juin 2011.

3 SYNTHÈSE DES TRAVAUX DE RECHERCHE

Comme exposé en introduction, mes travaux de recherche se sont développés autour de trois axes principaux : l'*Étude et la modélisation des systèmes de tensegrité*, le passage *De la conception à la réalisation de prototypes de tensegrité*, et enfin, la *Conception de systèmes légers autocontraints pliables/dépliables*.

Pour chacune de ces trois thématiques j'exposerai dans un premier temps le contexte et les problématiques qui y sont attachées, puis les méthodes et outils proposés pour les résoudre, et enfin les compétences qui ont pu être développées et mises en œuvre dans le cadre de ces travaux.

3.1 Etude et modélisation des systèmes de tensegrité

3.1.1 Vous avez dit « tensegrité » ?

Avant d'exposer les difficultés liées à la modélisation et la conception des systèmes de tensegrité, il convient d'expliquer dans un premier temps quels sont ces systèmes au nom peu usité...

Définition et historique

Les systèmes de tensegrité sont des systèmes *réticulés*, *spatiaux* et *autocontraints* (Figure 1).

Ils sont **réticulés**, car les éléments qui les constituent sont reliés entre eux par des articulations (rotules) qui ne permettent – théoriquement – que la transmission d'efforts de traction ou compression dans chaque élément du système.

Ils sont **spatiaux**, car leur géométrie est tridimensionnelle et permet de reprendre des actions suivant n'importe quelle direction de l'espace.

Enfin ils sont **autocontraints**, puisque dès leur assemblage, un état de sollicitation interne leur confère stabilité et rigidité.

Depuis leur invention dans les années 50, plusieurs définitions ont été données pour les systèmes de tensegrité, et plus généralement la tensegrité. Les précurseurs en la matière ont été dans les années 50 et 60, R. B. Fuller, K. D. Snelson ou D. G. Emmerich, et il est assez difficile d'en attribuer à l'un ou l'autre la paternité exclusive [MOT92].

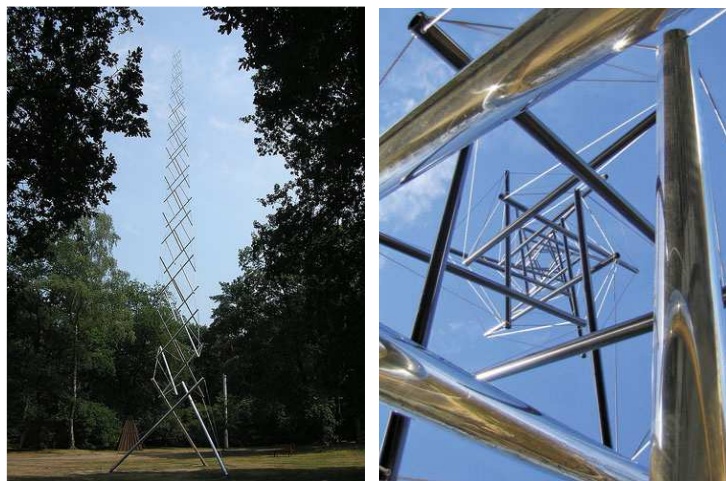


Figure 1. La needle tower, un système de tensegrité créé par Snelson en 1956

Ils ont ainsi proposé plusieurs définitions faisant référence aux éléments tendus et comprimés constituant le système. Fuller, restant au niveau du concept, parlera « d'îlots de compression dans un océan de traction » [FUL61], Emmerich de « structures tendues et autotendantes » [EMM64], Snelson de « structures à tension continue et compression discontinues » [SNE65]. Pendant longtemps, la définition de la tensegrité (en anglais *tensegrity*, contraction de *tensile* et *integrity*) a été beaucoup discutée, notamment sur la possibilité ou non pour les éléments comprimés d'être en contact ; cela a donné lieu à la distinction de plusieurs classes de systèmes. René Motro a donné une description permettant d'unifier l'ensemble des formulations proposées précédemment [MOT2003] : « un système de tensegrité est un système mécanique en état d'auto-équilibre stable, comprenant un ensemble discontinu de composants comprimés au sein d'un continuum de composants tendus ». Pour lui, c'est l'état qui caractérise le système.

De par la réalisation concrète de maquettes et prototypes mettant en applications ces principes, les éléments tendus et comprimés ont très vite été appelés câbles et barres, en lien direct avec la technologie utilisée.

Comme nous l'avons souligné précédemment, une des spécificités des systèmes de tensegrité est de posséder un état de sollicitation interne qui est mis en œuvre dès l'assemblage du système. Les câbles se trouvent alors tendus et les barres comprimées. Cet état de sollicitation interne est indépendant de toute liaison avec l'environnement (d'où le terme d'état d'autocontrainte utilisé), il est propre à la géométrie de fabrication des composants du système et la structure relationnelle du système

Pour bien appréhender le rôle de l'autocontrainte dans de tels systèmes, il est souvent fait une analogie entre les systèmes de tensegrité et un ballon. Pour un ballon, la membrane, tendue, contient l'air insufflé, comprimé. C'est cet état qui donne au ballon sa forme et sa rigidité. Pour les systèmes de tensegrité, il en est de même : l'état de sollicitation interne stabilise et rigidifie la structure lorsqu'il s'accroît en intensité (Figure 2).

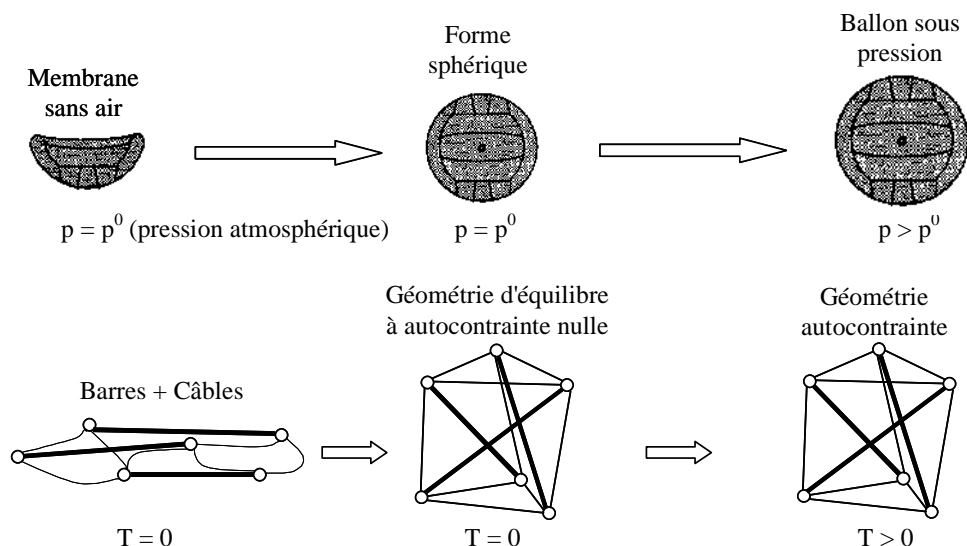


Figure 2. Analogie entre un ballon et un système de tensegrité

Cet état d'autocontrainte est d'autant plus indispensable que les systèmes de tensegrité sont non seulement statiquement indéterminés (le niveau de l'autocontrainte est défini à un facteur multiplicatif près) mais ils peuvent aussi être cinématiquement indéterminés [PEL86].

En effet, un système peut posséder des déplacements nodaux qui ne génèrent pas, au premier ordre, de déformation [VAS00]. On parle alors de mécanismes infinitésimaux (Figure 3).

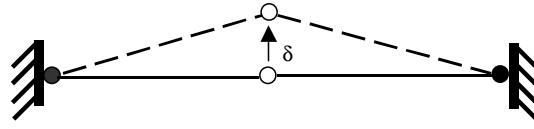


Figure 3. Un mécanisme infinitésimal présent à la jonction de deux éléments tendus

L'intérêt de l'état d'autocontrainte réside dans son effet stabilisateur vis-à-vis des mécanismes infinitésimaux [VAS97], mais aussi sa capacité à rigidifier la structure par augmentation de son intensité

Bien sûr, toute la difficulté consiste à trouver les géométries particulières permettant de créer cet équilibre entre traction et compression. Cette phase de conception est appelée la *recherche de forme*.

La recherche de forme, préalable à tout dimensionnement

Pour rechercher une forme autocontrainte plusieurs méthodes sont possibles [TIB03a] de la relaxation dynamique [ZHA06], à celles inspirées de la méthode des densités de forces [SCH74].

Nous allons décrire ici la méthode des densités de forces, car elle est à la base de la détermination des états d'autocontrainte et des mécanismes présents dans un système donné. Elle présente en outre l'avantage de linéariser l'écriture de l'équilibre du système.

Méthode des densités de forces – Equilibre

La méthode des densités de forces consiste à utiliser des coefficients de densité de force dans l'écriture de l'équilibre des éléments. Ces coefficients sont définis comme étant le rapport entre la tension dans cet élément (T_j) et sa longueur dans la géométrie de référence (l_j^0).

$$(1) \quad q_j = \frac{T_j}{l_j^0}$$

Si on prend un nœud quelconque du système (i), plusieurs éléments sont reliés à ce nœud, on les notera ($j \ni i$) pour tout élément j relié au nœud i . L'autre extrémité de l'élément est appelée h (Figure 4).

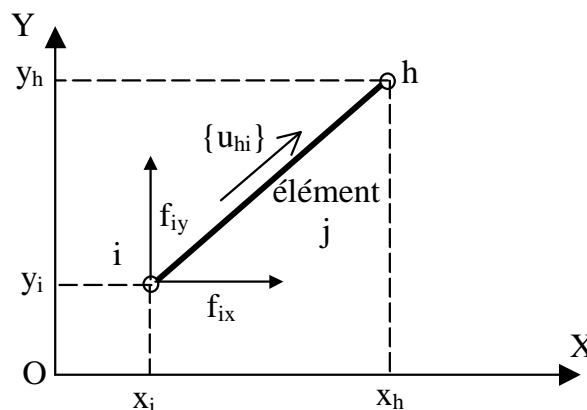


Figure 4. Géométrie d'un élément situé dans un plan OXY

L'équilibre des forces interagissant à ce nœud s'écrit dans les trois directions de l'espace suivant le système d'équation (2) où les (f_{ix}), (f_{iy}) et (f_{iz}) sont les composantes des actions extérieures appliquées au nœud i .

$$(2) \quad \begin{cases} \sum_{j \neq i} \frac{(x_h - x_i)}{l_j^0} T_j + f_{ix} = 0 \\ \sum_{j \neq i} \frac{(y_h - y_i)}{l_j^0} T_j + f_{iy} = 0 \\ \sum_{j \neq i} \frac{(z_h - z_i)}{l_j^0} T_j + f_{iz} = 0 \end{cases}$$

L'intérêt du coefficient de densité de force devient évident lorsqu'il est intégré dans le système :

$$(3) \quad \begin{cases} \sum_{j \neq i} (x_i - x_h) q_j = f_{ix} \\ \sum_{j \neq i} (y_i - y_h) q_j = f_{iy} \\ \sum_{j \neq i} (z_i - z_h) q_j = f_{iz} \end{cases}$$

Un système qui peut alors s'écrire sous la forme matricielle suivante :

$$(4) \quad [A]\{q\} = \{f\}$$

où $[A]$ est la matrice d'équilibre tenant compte à la fois de la structure relationnelle des éléments et de la géométrie de la structure, $\{q\}$ le vecteur constitué des b coefficients de densité de force correspondant à chaque élément, et $\{f\}$ le vecteur des N composantes des actions extérieures appliquées aux nœuds.

La forme de la matrice $[A]$ est la suivante :

$$(5) \quad \begin{matrix} & (1) & (j = ih) & (b) \\ & \begin{bmatrix} \dots \\ \dots \\ \dots \\ (ix) & \dots & \dots & \dots & (x_i - x_h) & \dots & \dots & \dots \\ (iy) & \dots & \dots & \dots & (y_i - y_h) & \dots & \dots & \dots \\ (iz) & \dots & \dots & \dots & (z_i - z_h) & \dots & \dots & \dots \\ \dots & & & & \dots & & & \\ \dots & & & & \dots & & & \\ \dots & & & & \dots & & & \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} q_1 \\ \dots \\ \dots \\ q_j \\ \dots \\ \dots \\ q_b \end{bmatrix} & = & \begin{bmatrix} \dots \\ \dots \\ \dots \\ f_{ix} \\ f_{iy} \\ f_{iz} \\ \dots \\ \dots \end{bmatrix} \end{matrix}$$

Cette écriture très simple facilite grandement la recherche des états d'autocontrainte, puisque rechercher un état d'autocontrainte revient à chercher un état de sollicitation interne, $\{q^0\}$, qui existe sans action extérieure. Ce qui s'écrit :

$$(6) \quad [A]\{q^0\} = 0$$

Cela signifie que pour une géométrie donnée, l'ensemble des états d'autocontrainte du système correspond exactement au noyau de la matrice $[A]$. Inversement, le choix d'un état d'autocontrainte, *a priori*, peut amener à déterminer la forme autocontrainte correspondante [VAS97].

De la même façon, il est possible d'écrire la relation entre les déplacements nodaux $\{d\}$ et des coefficients de variation de longueur d'un élément $\{e_j\}$ définis de la façon suivante :

$$(7) \quad e_j = \Delta l_j l_j^0$$

où $\Delta l_j = l_j - l_j^0$, est la différence entre la longueur déformée l_j et la longueur de référence l_j^0 .

À l'ordre 1, il vient alors la forme matricielle suivante [VAS97] :

$$(8) \quad [A]^T \{d\} \approx \{e\}$$

Or, rechercher un mécanisme revient à trouver des déplacements nodaux non nuls ne générant pas de déformation, au moins au premier ordre, dans les éléments. Ce qui s'écrit :

$$(9) \quad [A]^T \{d^0\} = 0$$

Cette fois, c'est le noyau de la matrice $[A]^T$ qui est la solution du problème posé.

Propriétés, relations, problématique

La matrice à la base de la détermination des états d'autocontrainte et des mécanismes étant la même, il est facile d'établir la relation entre le nombre d'états d'autocontrainte ($s = \dim(\ker [A])$), le nombre de mécanismes ($m = \dim(\ker [A]^T)$), le nombre de nœuds du système (j), le nombre de degrés de liberté bloqués (k), et le nombre d'éléments (b) [PEL86] :

$$(10) \quad s - m = b - 3j + k$$

De la même façon, on montre que l'image de la matrice $[A]$ et le noyau de la matrice $[A]^T$ forment des espaces supplémentaires et orthogonaux dans \mathcal{R}^{3j-k} . Alors que l'image de $[A]^T$ et le noyau de $[A]$ sont supplémentaires et orthogonaux dans \mathcal{R}^b [VAS97].

Dans la démarche présentée jusqu'ici, il reste néanmoins un problème, c'est que certains éléments, et notamment les câbles, peuvent avoir des rigidités unilatérales : ils sont capables d'équilibrer des efforts de traction, mais nullement de compression. Or, à aucun moment dans ce qui précède cette particularité mécanique n'a été prise en compte. Cela va conduire à deux types d'erreurs potentielles : trouver des états d'autocontrainte qui n'existent pas (incompatibles avec le type d'éléments) et/ou sous estimer le nombre de mécanismes. La relation (9) n'est alors plus valable systématiquement dans le cas des systèmes de tensegrité.

Par ailleurs, dans le cas d'un dimensionnement, le concepteur peut aussi avoir besoin d'un tri éclairé des états d'autocontraintes potentiellement disponibles dans le système, et d'une méthode itérative de dimensionnement efficiente. Celle-ci doit permettre notamment de choisir un niveau d'autocontrainte adéquat pour un bon fonctionnement du système et des rigidités relatives d'éléments pertinentes.

Nous allons voir dans la suite comment ont été traitées ces difficultés et quels outils j'ai pu mettre au point pour les surmonter.

3.1.2 Méthodes et outils développés pour la conception et le dimensionnement des systèmes de tensegrité

3.1.2.1 Traitement des comportements unilatéraux – Mise en tension

Lorsque la géométrie du système est définie, l'étape suivante pour le concepteur consiste à déterminer le nombre d'états d'autocontrainte – linéairement indépendants – présents dans le système.

Par exemple, lorsque sont assemblés quatre systèmes élémentaires de type « demi-cuboctaèdre » (Figure 5), ce sont 4 états d'autocontrainte linéairement indépendants qui apparaissent dans le système (Figure 6).

Remarque : les figures permettant la visualisation des états d'autocontrainte ont été générées dans un logiciel que j'ai conçu et créé durant ma thèse de doctorat, TENSEGRITE 2000 [QUI00]. Il a évolué dans le temps en fonction des avancées réalisées et reste encore très utilisé à ce jour.

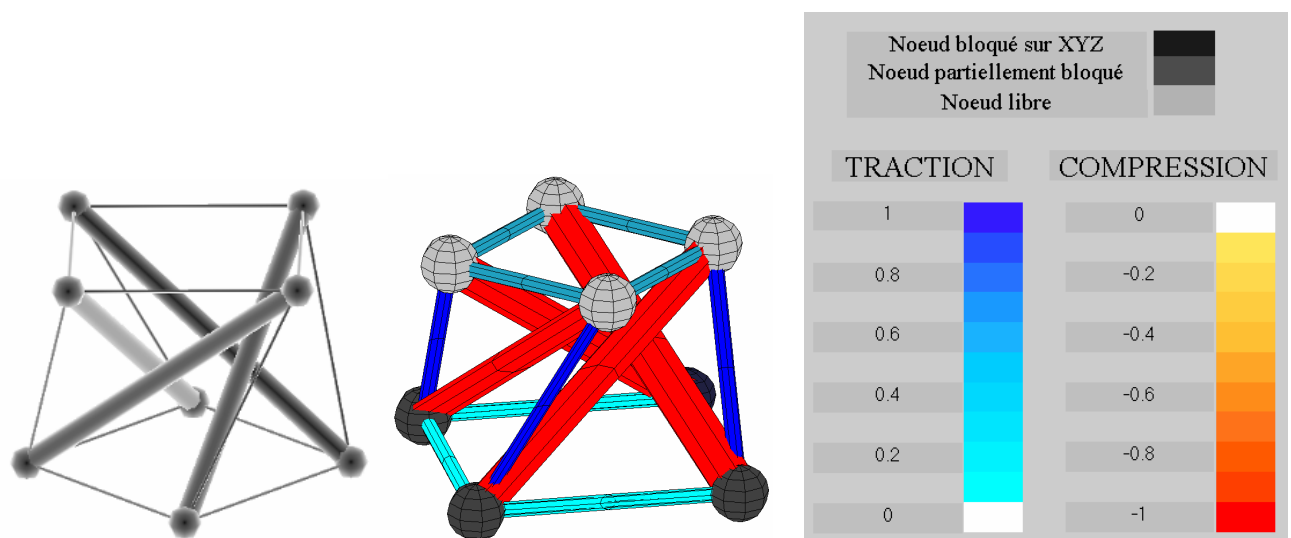


Figure 5. Demi-cuboctaèdre et son état d'autocontrainte correspondant, visualisés sous TENSEGRITE 2000

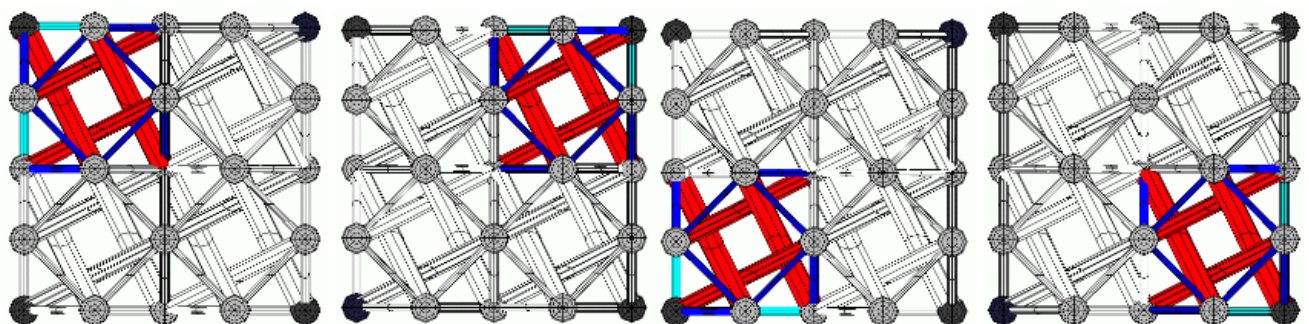


Figure 6. Un assemblage de forme carrée constitué de quatre demi-cuboctaèdres

Mais le problème se complique de façon notable lorsque le nombre de module assemblés, ou la forme de l'assemblage, diffèrent. Par exemple, lorsqu'on assemble neuf modules, toujours sur une base carrée, ce ne sont pas 9 états d'autocontrainte linéairement indépendants qui peuvent être recensés, mais 18. De ce fait, la détermination numérique du noyau de la matrice d'équilibre du système amène à des résultats le plus souvent très aléatoires par rapport à la géométrie du système, mais surtout, qui ne respectent pas le comportement unilatéral des éléments de type câble puisque certains sont censés être comprimés (Figure 7).

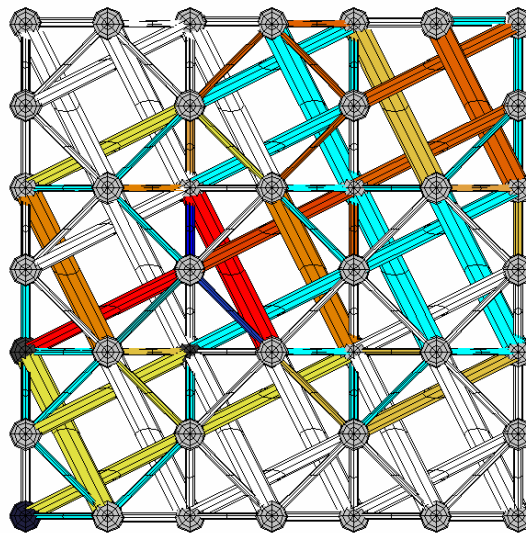


Figure 7. Un état d'autocontrainte brut, tiré du noyau de la matrice d'équilibre du système ($s = 19$)

a) Etats d'autocontraintes non-compatibles / mécanismes unilatéraux

Lorsqu'on étudie des systèmes autocontraints comprenant des câbles, plusieurs types de problèmes doivent être surmontés.

Le premier provient du fait que certains états d'autocontrainte ne peuvent être appliqués au système car ils soumettent les câbles à des efforts de compression qu'ils sont bien sûr incapables d'équilibrer. On les appelle des états *non-compatibles* et le processus numérique aléatoire de détermination du noyau de la matrice $[A]$ conduit à obtenir quasi exclusivement ce type d'états.

La Figure 8 présente un exemple permettant de bien poser le problème. Le système étudié comprend quatre barres, les nœuds 1, 3, 4 et 5 sont fixes. La détermination des états d'autocontrainte donne deux vecteurs indépendants (Figure 9). Il serait d'ailleurs plus juste de parler de précontrainte plutôt que d'autocontrainte, puisque les conditions d'appui participent à l'équilibre.

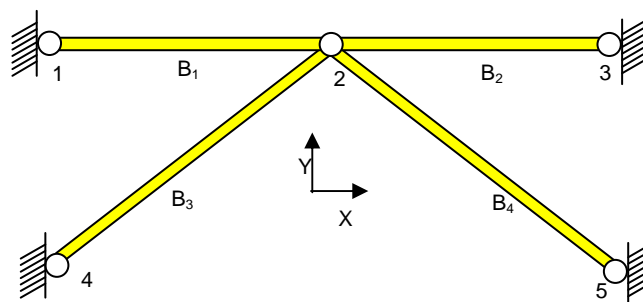


Figure 8. Un système à 4 barres et 5 nœuds

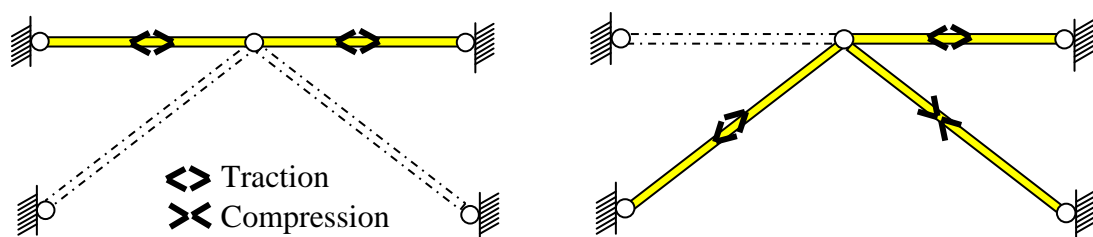


Figure 9. Deux états d'autocontrainte sont extraits du noyau de la matrice d'équilibre

L'équation régissant la relation entre états d'autocontrainte, mécanismes et composants du système est ainsi vérifiée : 4 éléments (b), 5 nœuds, 12 degrés de liberté contraints, 2 états d'autocontrainte, 1 mécanisme (déplacement du nœud 2 dans la direction Z).

$$(11) \quad s - m = b - 3j + k \quad 2 - 1 = 4 - 15 + 12 = 1$$

Mais si nous supposons maintenant que les éléments 3 et 4 sont remplacés par des câbles, le deuxième état d'autocontrainte ne peut être introduit puisqu'il met en compression l'élément 4. C'est donc un état non-compatible (Figure 9).

De plus, cet état n'existant plus, les câbles 3 et 4 sont relâchés ce qui entraîne l'apparition d'un nouveau mécanisme représenté sur la Figure 10. Comme pour les états non-compatibles, ce type de mécanisme a tendance à solliciter les câbles uniquement en compression, donc dans un seul sens de déplacement. Cela a conduit à leur donner le nom de mécanismes unilatéraux [BAG03].

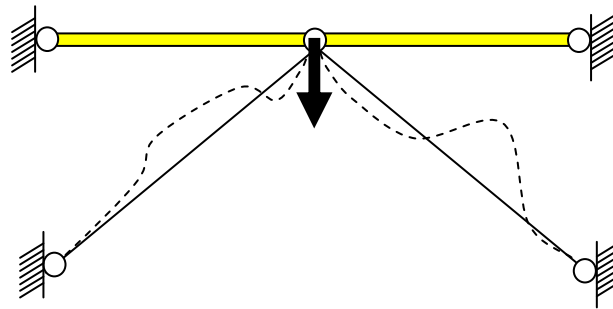


Figure 10. En l'absence d'état d'autocontrainte sur deux éléments, un mécanisme unilatéral apparaît

b) Ecriture analytique du problème

Pour pouvoir déterminer de façon systématique les états d'autocontrainte compatibles, puis éventuellement les mécanismes unilatéraux, nous avons posé le problème de façon analytique.

La condition de compatibilité sur un état d'autocontrainte revient à imposer que chacun des coefficients portant sur un câble est positif ou nul. Nous pouvons donc écrire cette condition directement sur la matrice des états d'autocontrainte [S], obtenue par détermination du noyau de la matrice [A].

$$(12) \quad [S] = \begin{bmatrix} q_1^1 & q_1^2 & \dots & q_1^s \\ q_2^1 & q_2^2 & \dots & q_2^s \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ q_c^1 & q_c^2 & \dots & q_c^s \\ q_{c+1}^1 & q_{c+1}^2 & \dots & q_{c+1}^s \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ q_b^1 & q_b^2 & \dots & q_b^s \end{bmatrix}$$

Le problème est ainsi posé : comment trouver un état d'autocontrainte mettant en tension tous les câbles (nous supposons dans la suite que seuls les câbles ont un comportement unilatéral, les barres étant supposées avoir une rigidité bilatérale) Résoudre ce problème consiste à rechercher un vecteur $\{\alpha\} = \{\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_s\}^t$ tel que :

$$(13) \quad \left. \begin{cases} q_1^1 \alpha_1 + q_1^2 \alpha_2 + \dots + q_1^s \alpha_s \geq 0 \\ q_2^1 \alpha_1 + q_2^2 \alpha_2 + \dots + q_2^s \alpha_s \geq 0 \\ \dots \\ q_c^1 \alpha_1 + q_c^2 \alpha_2 + \dots + q_c^s \alpha_s \geq 0 \end{cases} \right\} \text{ Câbles}$$

Ou de manière plus concise : $q_i \equiv \sum_{j=1}^{j=s} (q_i^j \alpha_j) \geq 0$ avec $i = 1, \dots, c$ où c est le nombre de câbles.

Pour la détermination des mécanismes unilatéraux, nous nous sommes appuyés dans un premier temps sur les travaux de Maurin [MAU05].

Les mécanismes dus au comportement unilatéral des câbles sont de nouveaux mécanismes qui n'appartiennent pas à $\text{Ker}[A^t]$. Ils appartiennent donc à $\text{Im}[A]$ (espace vectoriel complémentaire et orthogonal à $\text{Ker}[A^t]$ dans \mathcal{R}^{3j-k} , comme montré par Vassart [VAS98]) et peuvent donc être décomposés dans la base de ce sous-espace.

Soit $\{d\}_i$ les vecteurs constituant une base de $\text{Im}[A]$. Ces déplacements sont, par définition, ceux générant des variations de longueur dans les éléments. Nous pouvons donc déterminer $\text{Im}[A^t]$ par le produit $[A^t]\{d\}_i$. Il serait aussi possible de déterminer ce sous-espace directement en prenant le sous-espace complémentaire et orthogonal à $\text{Ker}[A]$ dans \mathcal{R}^b , mais $\text{Im}[A]$ sera utilisé plus loin.

Le résultat peut alors être scindé en deux :

$$(14) \quad \text{Im}[A^t] = \begin{bmatrix} [a_1] \\ [a_2] \end{bmatrix}$$

où $[a_1]$ contient les coefficients de variation de longueurs des barres et des câbles autocontraints et $[a_2]$ contient les coefficients de variation de longueurs des câbles non autocontraints.

L'idée consiste alors à rechercher des combinaisons des vecteurs constituant une base de $\text{Im}[A^t]$ telles que :

$$(15) \quad [a_1]\{\gamma\} = \{0\}$$

Si des solutions existent, cela signifie qu'elles génèrent des déplacements nodaux ($\{d\}_c = \text{Im}[A]\{\gamma\}$) créant des variations de longueur uniquement pour les câbles non autocontraints.

Les valeurs de ces variations de longueurs sont alors données par :

$$(16) \quad \{e_2\} = [a_2]\{\gamma\}$$

Bien sûr, si les variations de longueur générées donnent des coefficients plus grands que zéro, cela voudra dire que ce ne seront pas des mécanismes unilatéraux acceptables puisqu'ils auront tendance à tendre les câbles.

Cela nous conduit donc à rechercher toutes des combinaisons linéaires des vecteurs $\{e_2\}$ (formant une base de la matrice $[E]$) pour lesquelles tous les coefficients seraient négatifs.

En appliquant ces mêmes combinaisons à la matrice $[D_C]$ (constituée des vecteurs $\{d\}_c$), nous générons tous les mécanismes sollicitant les câbles en compression, donc les mécanismes unilatéraux.

Or, cette recherche de vecteurs à coefficients uniquement négatifs (ou positifs) correspond exactement au cas précédemment traité pour les états d'autocontrainte : il suffit de remplacer la matrice $[S]$ par la matrice $[-E]$ dans l'équation (13).

c) Interprétation et résolution

La recherche de combinaisons linéaires permettant d'obtenir des coefficients d'autocontrainte (ou de variation de longueur d'éléments) positifs est un problème de programmation linéaire qui a été abondamment traité dans la littérature par Gass [GAS 58] ou Dantzig [DAN63] par exemple.

Il est possible de présenter une interprétation géométrique du problème : dans l'espace vectoriel des α_i , chaque condition de l'équation (13) définit un sous-espace compatible et un autre non-compatible. La résolution du problème consiste donc à trouver l'intersection des sous-espaces compatibles.

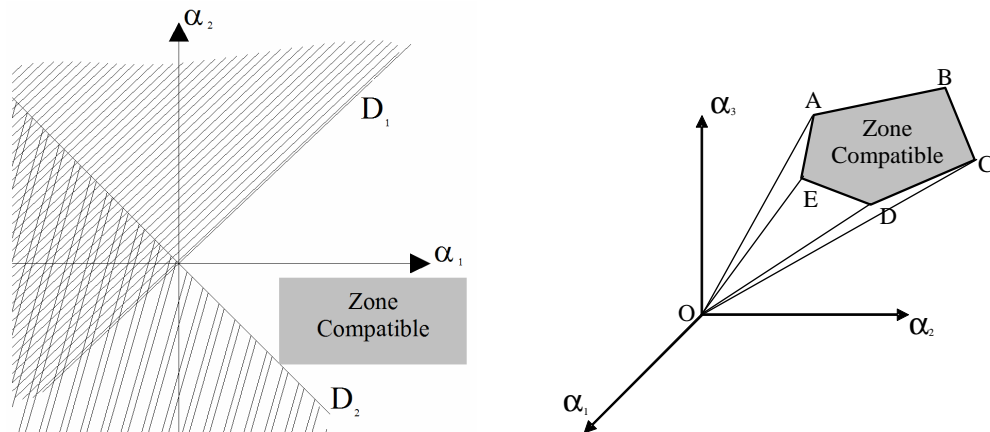


Figure 11. Interprétation géométrique du problème dans un espace à 2 ou 3 dimensions

L'ensemble de ces conditions génère alors un cône convexe [ACH78] que nous appellerons par la suite cône de compatibilité (Figure 11). Dans notre cas d'étude, ce sont **toutes les arêtes du cône** qui sont intéressantes à déterminer car elles correspondent à **tous les états d'autocontrainte partiels et compatibles** susceptibles d'être introduits dans le système, un état d'autocontrainte partiel étant un état pour lequel au moins un coefficient d'autocontrainte est égal à zéro [A3]. Non seulement cette détermination exhaustive doit permettre au concepteur d'adapter au mieux l'état d'autocontrainte à mettre en œuvre, mais comme nous le verrons par la suite, la détermination de tous les états d'autocontrainte partiels compatibles permettra de minimiser le nombre d'éléments actifs pour la mise en œuvre de l'autocontrainte.

Une première méthode basée sur la méthode d'optimisation de du simplex avait été proposée pour la recherche des solutions [A2]. Elle s'avérait certes efficace, mais uniquement dans des cas simples. Lorsque le problème comprenait un grand nombre d'états d'autocontrainte, des problèmes d'ordre numérique apparaissaient.

En fait, la recherche des arêtes d'un cône à partir de faces du cône est un problème bien connu dans le domaine mathématique de la géométrie des polyèdres. C'est celui de l'énumération des rayons extrêmes (*extreme rays* – correspondant aux arêtes de notre cône) d'un polyèdre convexe (ou d'un cône comme pour notre cas). Différents auteurs ont proposé des méthodes pour ce recensement, basées sur la méthode de la double description (Motzkin – [MOT53]), qui a été ensuite révisée et adaptée par Fukuda [FUK93] et Avis [AVI99].

Cette méthode repose sur la possibilité de décrire le cône de compatibilité de deux façons différentes : soit à partir de faces (hyperplans tels que $A.x \geq 0$) soit à partir de rayons extrêmes, recensés dans une matrice [R]. Les algorithmes développés ont facilité le passage de l'une à l'autre des descriptions en optimisant les temps de calcul. Les logiciels développés (comme LRS par Avis par exemple) permettent ainsi de passer des hyperplans condition (conditions sur les câbles) aux arêtes du cône (les états compatibles recherchés).

d) Tri des états d'autocontrainte

La détermination de toutes les arêtes du cône de compatibilité permet de connaître tous les états d'autocontrainte susceptibles d'être introduits dans le système. Ces états (partiels par définition) peuvent être classés suivant différents critères en états d'autocontraintes **restreints**, **diffus** ou **modulaires** [SAN04].

Les états **restreints** concernent le système localement, les éléments autocontraints se situant dans une zone réduite du système.

Les états **diffus** ne peuvent être cantonnés à une zone précise du système, mais ne concernent pas tous les éléments du système, contrairement aux états **totaux** qui les sollicitent tous.

Enfin, les états **modulaires** sont des cas particuliers des états restreints, qui peuvent être extraits du système tout en gardant leur stabilité. Ils concernent souvent les systèmes créés par assemblage de modules indépendants autostables.

Si les états totaux et partiels peuvent être triés numériquement, la distinction entre états restreints, modulaires ou diffus ne peut être réalisée que par le concepteur après visualisation. Par exemple, dans le cas de la grille Tensarch [MOT02], nous pouvons considérer que le système possède un état diffus qui ne concerne pas tous les éléments, auquel s'additionne des états restreints, chacun étant centré sur un tendeur vertical non périphérique (Figure 12).

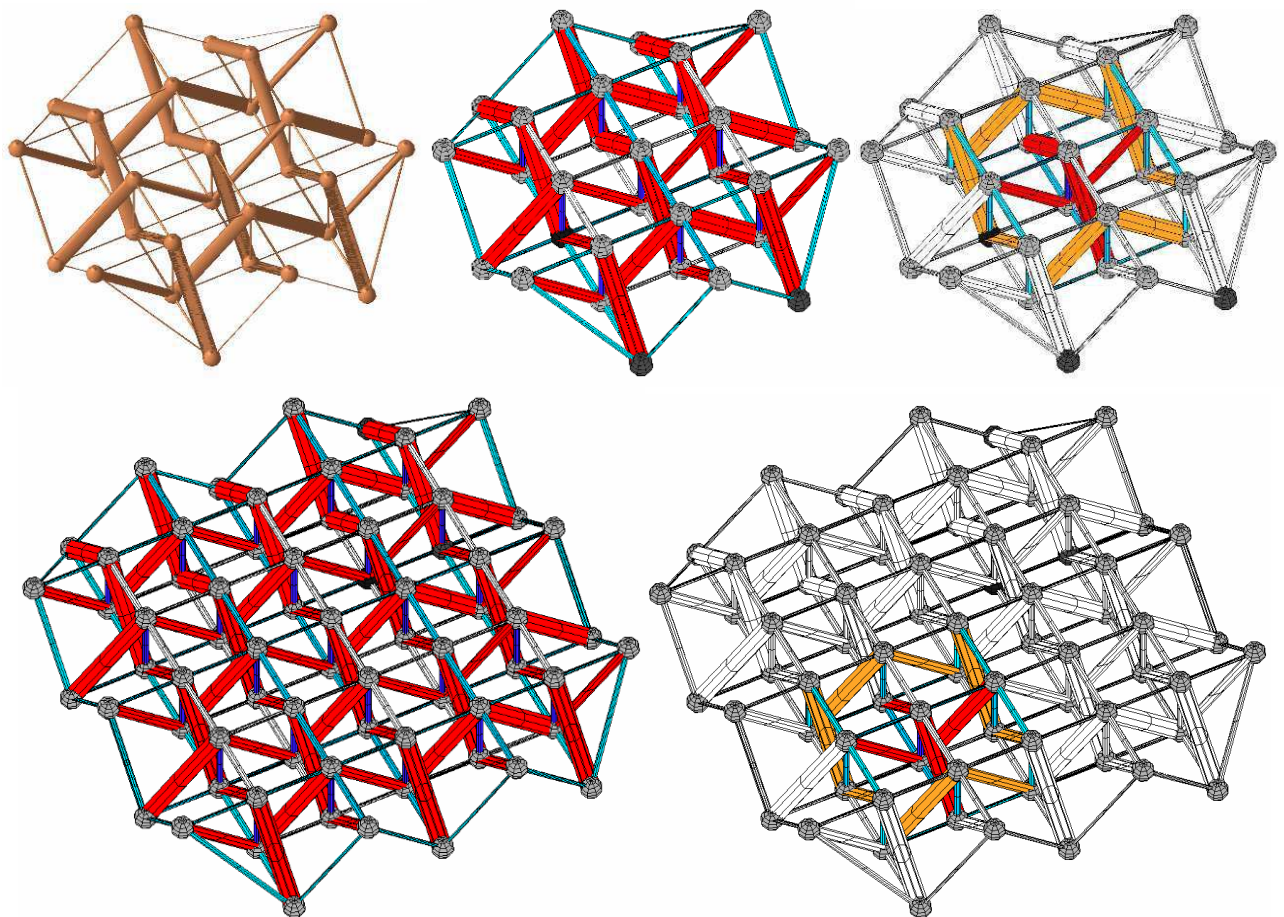


Figure 12. Le système Tensarch, quelle que soit la taille, possède un état diffus et un ou plusieurs états restreints

Dans le même temps, il est aussi possible de distinguer dans les états d'autocontrainte ceux qui nécessitent des conditions d'appui particulières au niveau des nœuds du système, et ceux qui n'en nécessitent pas. C'est ainsi que l'on établit la distinction entre précontrainte et autocontrainte.

Dans les deux cas, nous sommes face à des états partiels, donc situés sur les arêtes du cône de compatibilité. Une fois déterminés, il suffit alors d'écrire l'équilibre au niveau de chaque nœud pour déterminer si les actions internes au système sont auto-équilibrées ou non, et ainsi trier entre précontrainte ou autocontrainte (Figure 13 et Figure 14).

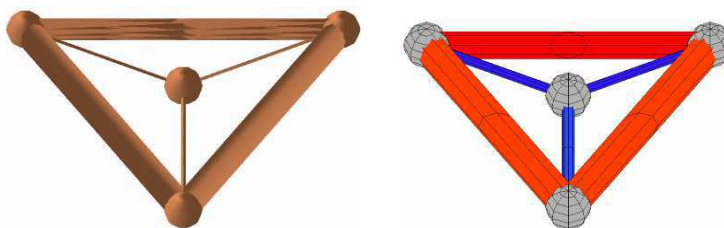


Figure 13. Etat d'autocontrainte pour un système basique (tous les nœuds sont libres)

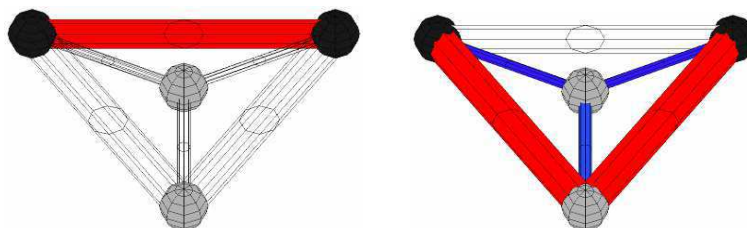


Figure 14. Deux états de précontrainte envisageables grâce au blocage de deux nœuds (en noir)

Comme nous l'avons décrit précédemment, nous pouvons aussi déterminer les mécanismes unilatéraux qui sollicitent en compression certains câbles. C'est le cas de l'état d'autocontrainte restreint de la grille Tensarch lorsqu'on extrait la zone concernée de la grille complète. Nous voyons apparaître dans ce cas 8 mécanismes unilatéraux (la Figure 15 en présente un). C'est pourquoi cet état ne sera pas considéré comme modulaire : le système extrait est instable.

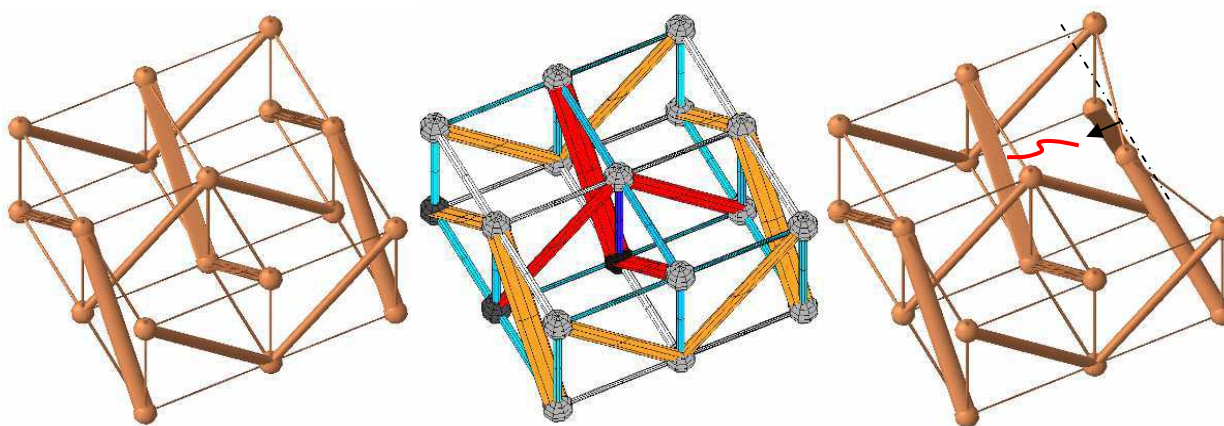


Figure 15. Des mécanismes unilatéraux apparaissent dans le sous-système extrait de la grille

Bien sûr, ayant identifié ce genre de problèmes, il est toujours possible de remplacer les éléments à rigidité unilatérale. Dans les cas de la grille Tensarch, c'est l'état diffus qui permet de mettre en tension les éléments non sollicités dans l'état restreint et qui stabilise l'ensemble.

e) Application à la mise en tension

Comme nous allons le voir, la détermination de tous les états d'autocontraintes compatibles est essentielle pour la minimisation du nombre d'éléments actifs, ceux permettant l'implantation et le réglage de l'autocontrainte par modification de leur longueur libre.

Pour simuler cette mise en tension, nous pouvons agir sur la longueur de fabrication d'un ou plusieurs éléments [Cg3]. C'est le cas par exemple d'un demi-cuboctaèdre, où l'action sur un élément seulement permet de mettre en tension l'ensemble du système (Figure 16). Ce cas est simple à traiter car il n'existe qu'un seul état d'autocontrainte dans le système.

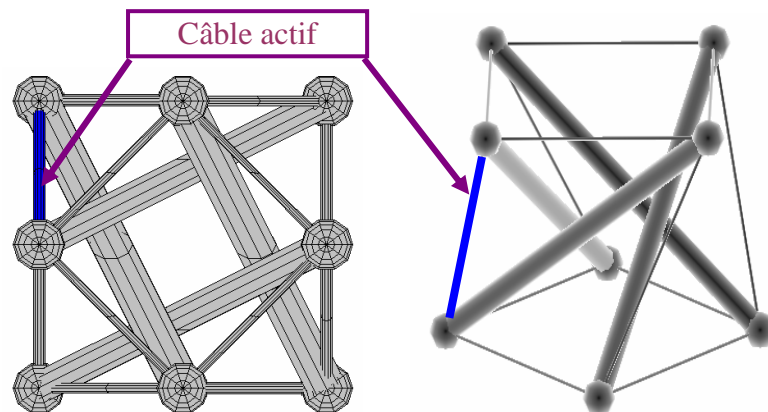


Figure 16. Un câble actif suffit pour la mise en tension du demi-cuboctaèdre

Mais lorsque ce module est assemblé, nous avons vu que d'autres états d'autocontrainte peuvent apparaître (Figure 7), et là, choisir les câbles actifs pour la mise en tension devient moins trivial.

Si nous prenons un assemblage de trois modules en ligne, il n'y a pas trois états linéairement indépendants, mais quatre, le quatrième étant non compatible (Figure 17).

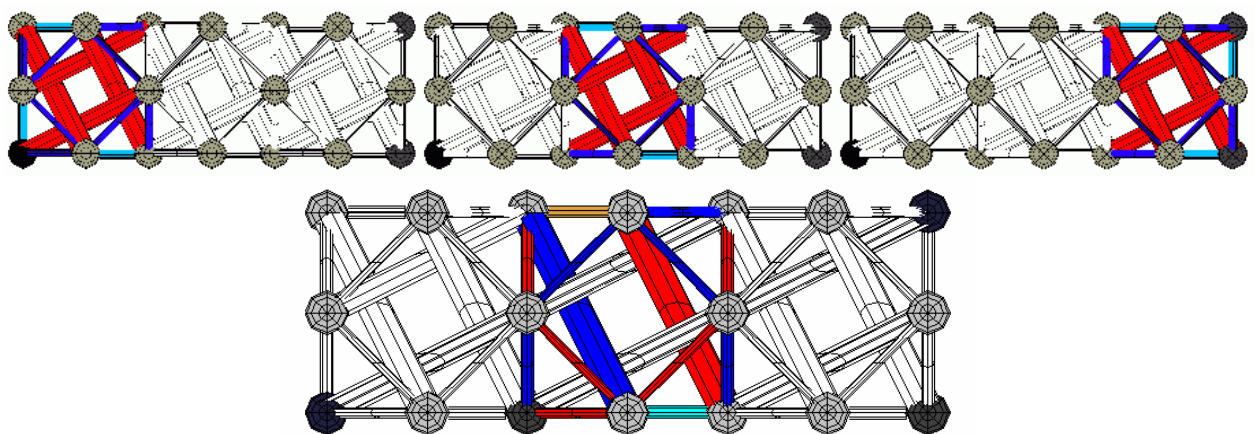


Figure 17. L'assemblage de trois demi-cuboctaèdres possède quatre états indépendants, dont un non-compatible

Le concepteur qui se contenterait de ne prendre, comme sur la Figure 16, qu'un élément par module pour la mise en tension, pourrait alors se tromper. En effet, la prise de câbles actifs identiques (par symétrie) à celui choisi précédemment ne conduit pas forcément à une solution acceptable. C'est illustré sur la Figure 18 où, malgré le relâchement de trois câbles appartenant chacun à chacun module, un état résiduel subsiste.

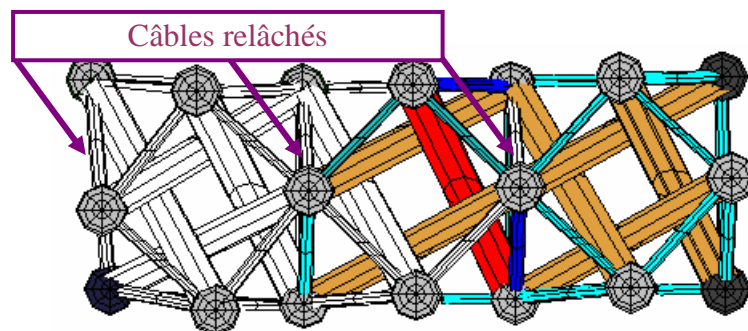


Figure 18. Un état d'autocontrainte subsiste malgré le relâchement d'un câble par module

En fait, nous obtenons là l'un des deux derniers états partiels compatibles pour ce cas d'assemblage, qui s'ajoutent aux trois états modulaires propres à chaque module assemblé. En effet, la détermination des arêtes du cône de conformité donne pour ce cas d'étude cinq états partiels, dont deux ne sont pas vraiment intuitifs (Figure 19).

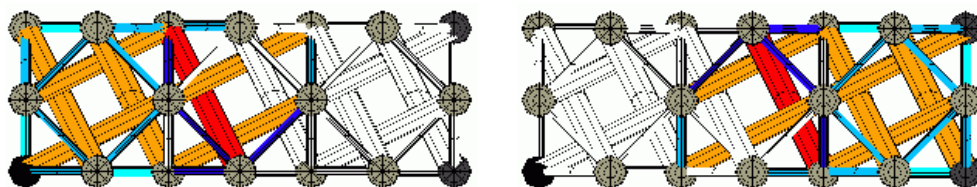


Figure 19. Deux états partiels compatibles s'ajoutent aux trois états modulaires

Cet exemple simple démontre toute la pertinence de la détermination de **tous** les états d'autocontrainte compatibles pour pouvoir réaliser un choix avisé du nombre de câbles actifs.

Une fois ce recensement effectué, il suffit de choisir successivement les éléments jouant un rôle dans le plus grand nombre d'états d'autocontrainte possible pour minimiser le nombre de câbles actifs. Ainsi, on élimine chacun des états concernés par l'élément choisi, jusqu'à ce qu'il ne reste plus d'état partiel compatible.

Dans le cas de l'assemblage de trois demi-cuboctaèdres en ligne, on peut montrer que deux câbles seulement suffisent pour la mise en tension du système [A3].

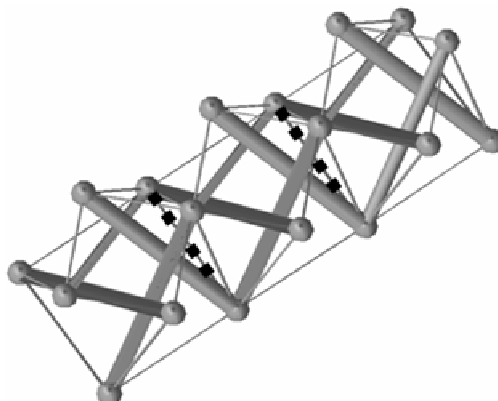


Figure 20. Deux câbles suffisent pour la mise en tension de ce système

L'ensemble des développements concernant l'étude et le tri des états d'autocontrainte a donné lieu à trois articles ([A1], [A3], [B2]) et une communication ([Cg3]).

3.1.2.2 Dimensionnement des systèmes de tensegrité

La recherche de forme autocontrainte et le tri des états compatibles étant effectués, le concepteur peut théoriquement passer au dimensionnement des éléments vis-à-vis des sollicitations appliquées sur la structure. En effet, ces deux premières étapes sont purement géométriques et ne dépendent pas du matériau choisi pour la réalisation. Les systèmes de tensegrité sont d'ailleurs aussi très utilisés pour la modélisation du cytosquelette de cellules vivantes [MAU08].

Si on souhaite orienter ces systèmes vers des applications architecturales, la difficulté du dimensionnement réside dans le nombre important de paramètres pouvant jouer dans le comportement du système : répartition et niveau de l'autocontrainte, rapport de rigidité des éléments barres et câbles, conditions d'appui...

Il était donc important de proposer une procédure de dimensionnement permettant de guider le concepteur dans ce choix à paramètres multiples [A2].

a) Procédure de dimensionnement

Si on se place dans le cadre du dimensionnement d'un élément de structure d'ouvrage, il doit répondre à des critères mécaniques pour ce qu'on appelle des états limites de service (ELS) et des états limites ultimes (ELU).

Les états limites de service correspondent à des états de sollicitation courants dans le cadre de l'utilisation de l'ouvrage, alors que l'état limite ultime correspond à la charge limite qui est susceptible d'être appliquée sur la structure [BRE09]. Le bâtiment doit rester apte à une utilisation normale pour des états limites de service et rester stable lors d'une charge correspondant à un état ultime.

Les systèmes de tensegrité étant des systèmes innovants et non encore pris en compte dans les codes de calcul en vigueur actuellement [CAL96], nous avons souhaité définir de nouveaux critères de dimensionnement, même s'ils n'ont, bien sûr, aucun cadre réglementaire pour le moment. Nous nous sommes inspirés pour cela des codes existants qui concernent les systèmes à contraintes initiales : deux types de combinaisons d'actions doivent être considérées, celle où la précontrainte est favorable à l'état limite (elle est alors le plus souvent à son niveau minimum), et celle où elle est défavorable à l'état limite considéré (le plus souvent à son niveau maximum).

Pour l'ELS, aux critères habituels de flèche de la structure, nous avons ajouté un critère concernant le niveau de tension des câbles qui ne doit jamais être nul. En effet, un câble relâché « flotte » et peut sous l'action de sollicitations cycliques, comme le vent par exemple, engendrer des phénomènes dynamiques néfastes : il peut notamment « claquer », ce qui à la longue (les charges ELS sont supposées appliquées de façon fréquente), le rend moins performant et peut l'amener à la rupture sous l'effet du phénomène de fatigue.

Pour l'ELU, les critères restent ceux que l'on peut trouver dans les codes de calcul liés à n'importe quel matériau : critères de limite de sollicitation dans les barres (avec prise en compte du risque de flambement) et limite élastique garantie dans les câbles.

Dans la procédure de dimensionnement envisagée (Figure 21) nous proposons de vérifier successivement ces critères en imposant certains paramètres liés au dimensionnement : les rapports entre $E_b S_b$, le module d'élasticité et l'aire de la section droite des éléments barres, et ceux des câbles, $E_c S_c$, doit rester aux alentours de 10 pour ne pas avoir des éléments surdimensionnés les uns par rapport aux autres. De même, le niveau de l'autocontrainte est fixé à environ 50% de la limite de sollicitation des barres afin de se garder une réserve de sollicitation lorsque les charges sont appliquées.

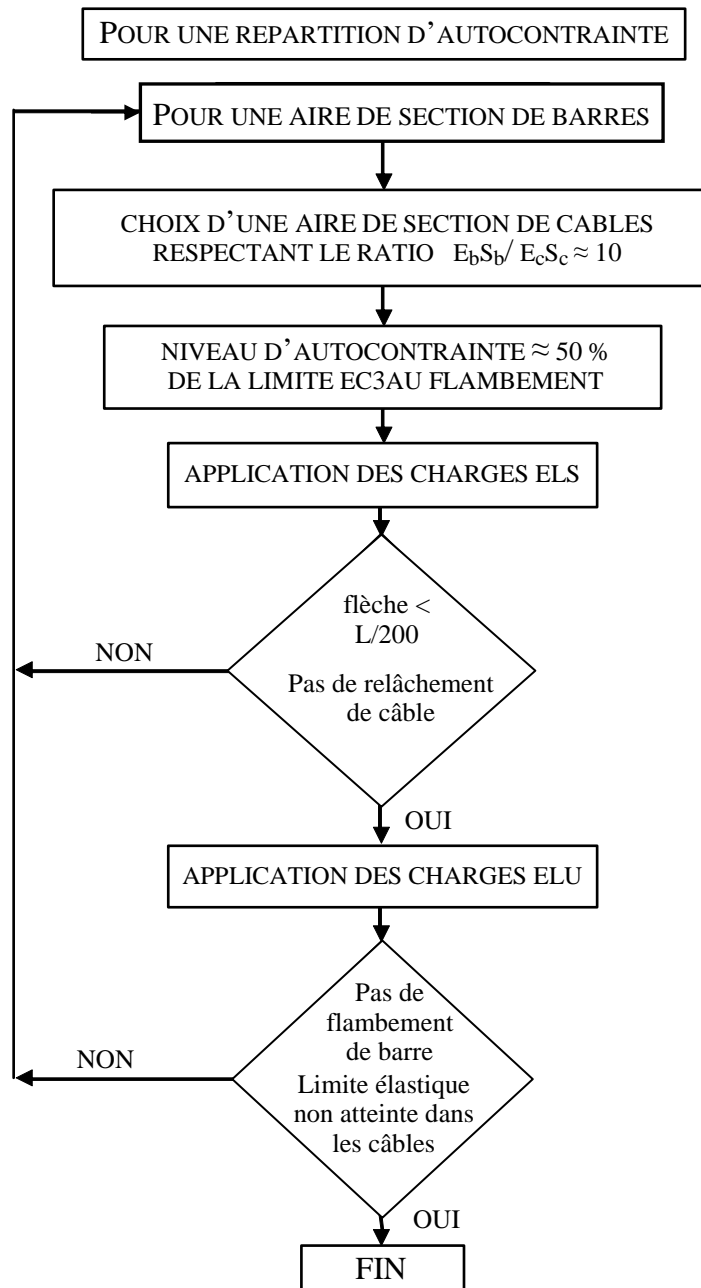


Figure 21. Procédure de dimensionnement pour des structures destinées à des applications en génie civil

Comme pour le béton précontraint qui suppose une variation possible du niveau d'autocontrainte dans le cadre du dimensionnement, il semble indispensable de prendre en compte cette variabilité pour les systèmes de tensegrité. Dans le cadre de l'application de la procédure de dimensionnement proposée pour une grille plane (Figure 22), nous avons donc proposé la vérification des critères ELS, d'une part en termes d'efforts dans les éléments, mais aussi en termes de déplacements des nœuds de la nappe inférieure (Figure 23 et Figure 24).

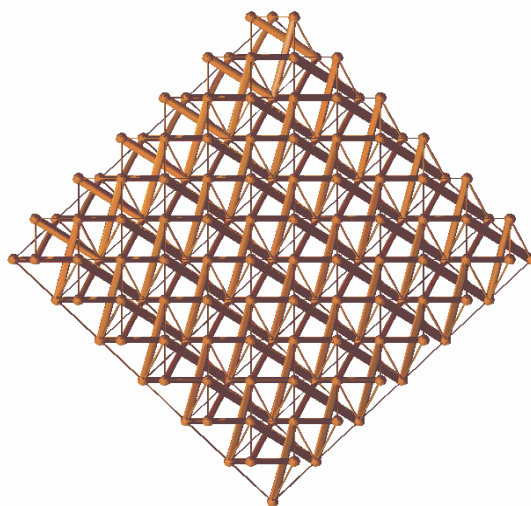


Figure 22. Assemblage sous forme de grille de 36 demi-cuboctaèdres

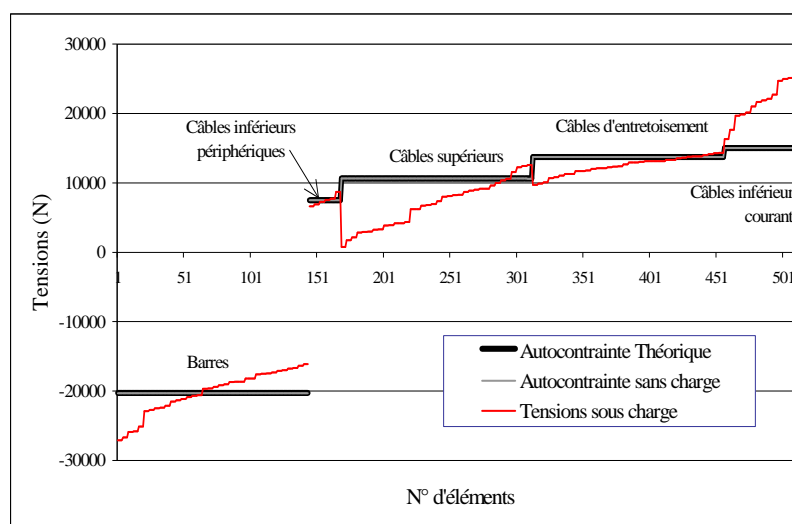


Figure 23. Tensions dans les éléments avant et après application des charges pour l'ELS

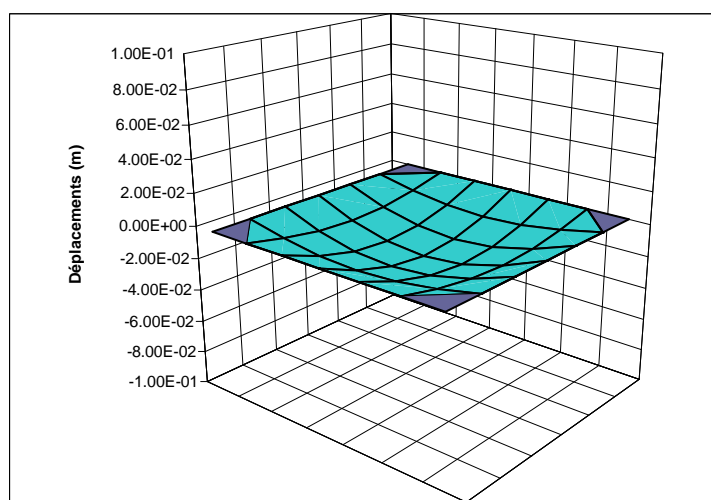


Figure 24. Déplacements en nappe inférieure sous charge de type ELS

Deux cas de charge ELU ont aussi été testés (Figure 25 et Figure 26), l'un prenant en compte une autocontrainte inférieure à l'autocontrainte théorique, l'autre supérieure.

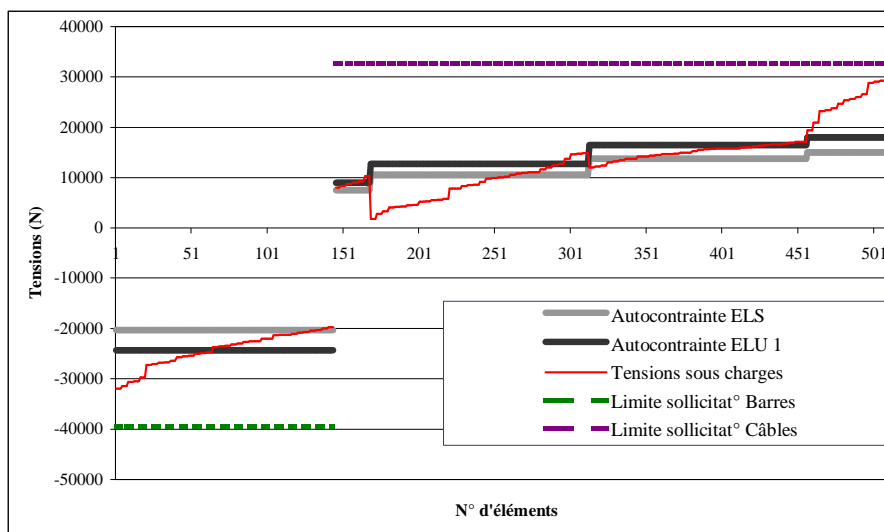


Figure 25. Influence du niveau de tension sur la répartition des efforts sous charge

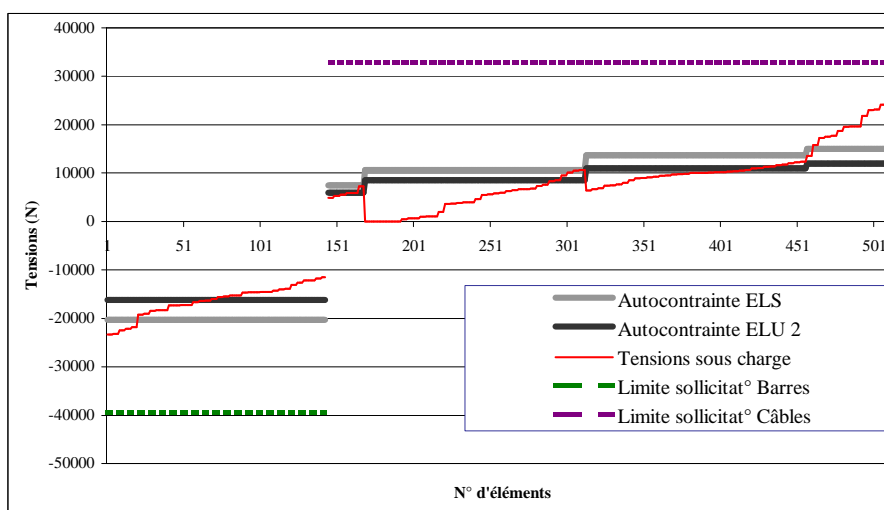


Figure 26. Influence du niveau de tension sur la répartition des efforts sous charge

Il est important de noter que toutes ces simulations numériques, réalisées au moyen du code de calcul *TENSEGRITE 2000* [QUI00], font l'hypothèse que l'autocontrainte est parfaitement introduite dans la structure et de façon homogène, ce qui, compte tenu du nombre d'éléments, est *a priori* très optimiste.

C'est pourquoi il m'a semblé intéressant d'évaluer comment l'état d'autocontrainte pouvait être affecté par les tolérances de fabrication des éléments. J'ai donc quantifié cela au travers d'une étude de sensibilité aux variations de longueur des éléments, à la fois de l'état d'autocontrainte et du comportement sous charge.

b) Etude de sensibilité

Pour évaluer la sensibilité de l'état d'autocontrainte aux tolérances de fabrication nous avons choisi, compte tenu du nombre d'éléments et du comportement non-linéaire des systèmes de tenségrité [KEB99], de réaliser des simulations de type « Monte-Carlo ».

En paramètre d'entrée, les longueurs de fabrication de chacun des éléments sont affectées d'une variabilité suivant une loi normale. Ensuite, l'équilibre est recalculé.

En sortie, les n simulations réalisées sont analysées statistiquement pour déterminer les intervalles caractéristiques de variation des paramètres étudiés, avec une certaine confiance [GOY88]. En effet, si nous avons une infinité de résultats, le problème serait simple : en faisant l'hypothèse que les tensions résultantes ou les coordonnées géométriques de la structure suivent une loi normale, il suffirait de calculer la moyenne et l'écart-type qui caractériseraient complètement les résultats. Comme il est impossible de réaliser une infinité de simulations nous nous limitons à quelques dizaines et le nombre réduit de réalisations de chaque variable, sthénique ou géométrique, est pris en compte dans l'estimation.

Pour une quantité expérimentale (tension dans un élément, coordonnée d'un nœud suivant un axe de l'espace) nous obtenons n réalisations de n variables aléatoires indépendantes issues du calcul de n simulations (Figure 27).

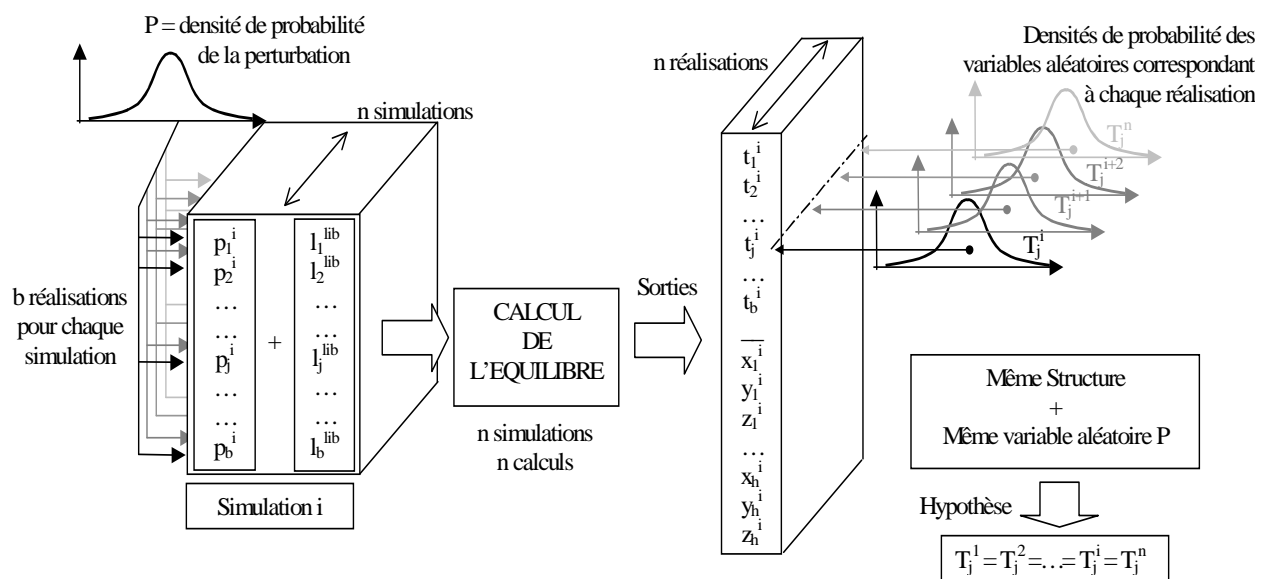


Figure 27. Schéma de principe de l'étude de sensibilité

Sur cette base, en faisant l'hypothèse que toutes ces réalisations suivent une même loi, les valeurs caractéristiques des tensions pour chaque élément sont déduites. Nous calculons deux valeurs, l'une correspondant à la valeur inférieure de l'intervalle caractéristique de l'autocontrainte et l'autre correspondant à la valeur supérieure (Figure 28), le tout avec une certaine confiance [Cg4].

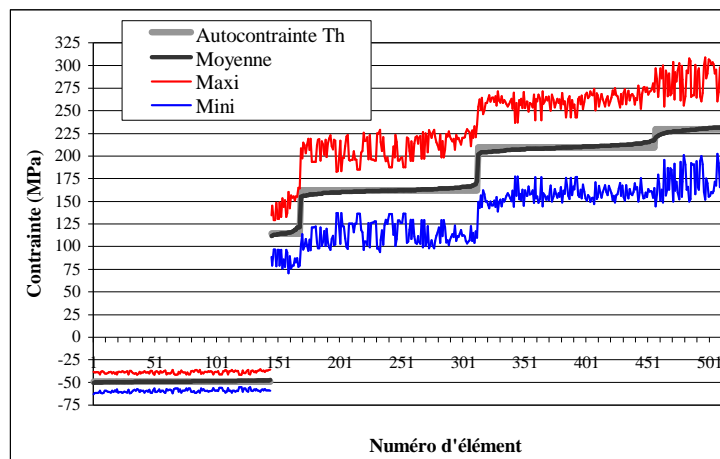


Figure 28. Visualisation des intervalles caractéristiques pour une grille plane formée de trente-six modules.

Ces intervalles doivent permettre de définir plus précisément les valeurs à prendre en compte pour les deux valeurs extrêmes de l'autocontrainte à l'ELU, telles qu'elles ont été définies dans la précédente procédure de dimensionnement (Figure 25 et Figure 26).

Deux articles ([A2], [B1]) et trois communications ([Cg1], [Cg2], [Cg4]) ont permis de rendre compte de ces avancées dans le domaine du dimensionnement des systèmes de tensegrité.

3.1.2.3 Homogénéisation

Pour aider à la conception et l'optimisation des systèmes de tensegrité, nous avons également souhaité proposer une première contribution à la création d'un « super-élément », qui caractériserait de façon simple le comportement d'un module simple de tensegrité.

Nous nous sommes intéressés pour cela au comportement d'un anneau de tensegrité en nous limitant dans un premier temps uniquement à un chargement suivant son axe de révolution.

a) Anneau de tensegrité

À partir de 2004, nous avons souhaité étudier des modules de tensegrité différents de ceux précédemment analysés (demi-cuboctaèdres [A2] ou octaèdre expansé [Cg1]). Nous souhaitons nous tourner vers des modules plus rigides, d'un assemblage aisé, facilement pliables et/ou déployables, et possédant un espace intérieur libre.

Trois systèmes de tensegrité, initialement créés par Pugh [PUG76] et ayant fait l'objet d'un dépôt de brevets à partir de modèles physique (Figure 29), semblaient répondre à ces attentes.

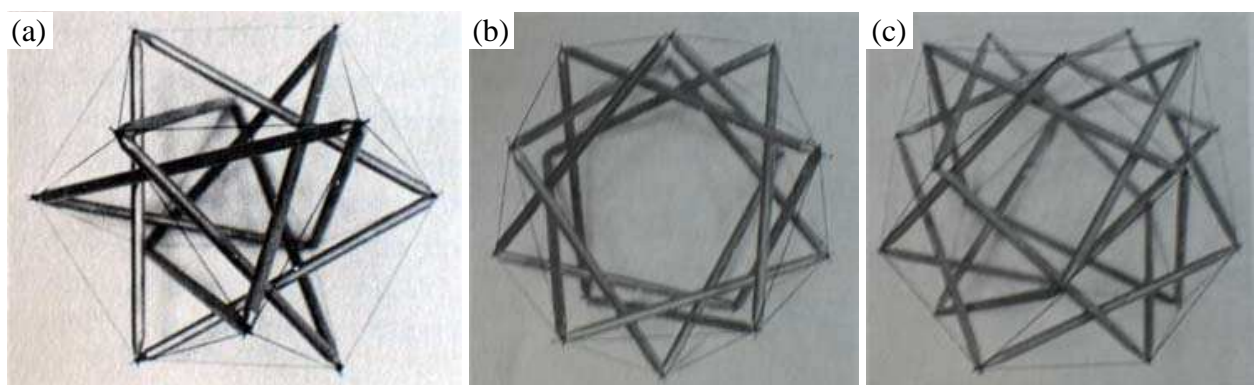


Figure 29. Trois systèmes de tensegrité proposés par Pugh : cuboctaèdre (a), anneau tensegrité à base pentagonale (b), anneau tensegrité à base hexagonale (c)

Après avoir évalué chacun des modules en termes de mécanismes internes ou d'aptitude au pliage, nous avons choisi de pousser plus loin l'étude de l'anneau de tensegrité à base pentagonale. Le nom de ce module est logiquement venu de sa forme qui ménage un espace libre intérieur. Le choix d'une base pentagonale s'est imposé en raison d'un nombre d'éléments plus réduit et surtout l'absence de mécanisme infinitésimal, ce qui est un gage de stabilité et de rigidité pour ce module par rapport aux autres.

Comme pour toute structure autocontrainte, la géométrie ne peut être quelconque et chaque longueur d'élément est déterminée en fonction de deux paramètres seulement [Cg6] correspondant à la hauteur et au rayon du module (Figure 30).

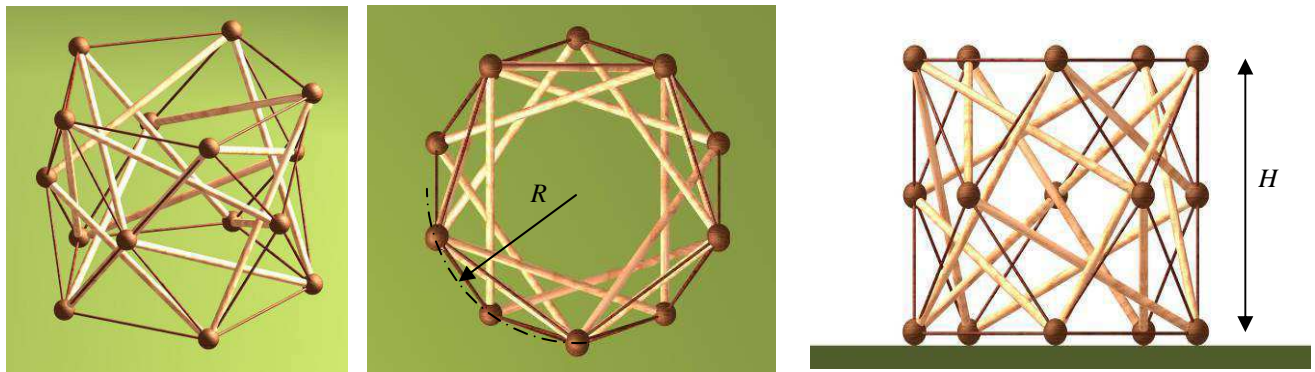


Figure 30. Différentes vues de l'anneau et définition des deux paramètres caractérisant sa géométrie

Du point de vue mécanique, si aucun mécanisme infinitésimal n'est présent dans le module, 6 états d'autocontrainte sont recensés. Un seul est compatible et il respecte la symétrie du système. Chaque élément appartenant à une famille donnée est sollicité à un même niveau (Figure 31).

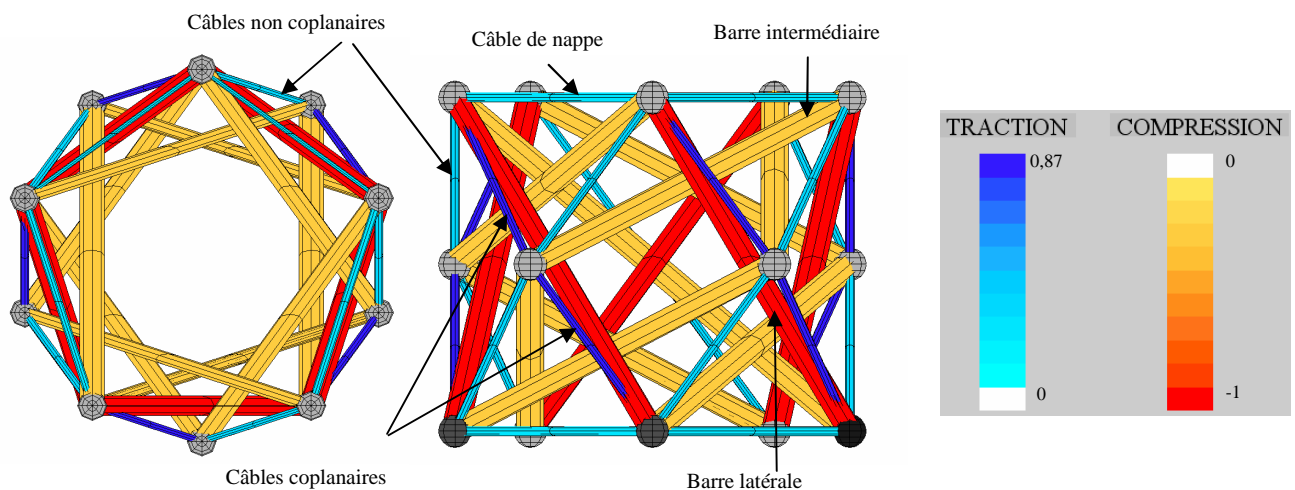


Figure 31. Pour l'anneau à base pentagonale, un seul état d'autocontrainte est compatible et différentes familles d'éléments sont identifiées

La suite de l'étude consistait à évaluer le comportement mécanique de l'anneau sous chargement externe. Cette analyse n'a porté que sur le comportement en traction/compression du module suivant son axe, car c'était non seulement la direction envisagée pour réaliser un assemblage en forme de mât, mais aussi celle utilisée, nous le verrons ultérieurement, pour effectuer le pliage de l'anneau.

b) Simulation du comportement

Comme le système possède un seul état d'autocontrainte compatible et symétrique, la répartition des efforts entre les différentes familles d'éléments est donnée, le seul paramètre à fixer de ce point de vue reste donc le niveau de l'autocontrainte (Tableau 1).

Niveau d'autocontrainte (kN)	SSL1	SSL2	SSL3	SSL4	SSL5	SSL6
Barre Intermédiaire (IB)	-0.17	-0.34	-0.51	-0.68	-0.77	-0.85
Barre Latérale (LB)	-0.50	-1.00	-1.50	-2.00	-2.25	-2.50
Câble de nappe (Lay)	0.17	0.34	0.51	0.68	0.77	0.85
Câble coplanaire (Cop)	0.44	0.87	1.31	1.74	1.96	2.18
Câble non coplanaire (NC)	0.17	0.33	0.50	0.66	0.74	0.83

Tableau 1. Sollicitation dans les éléments pour 6 niveaux d'autocontrainte de SSL1 à SSL6

Les caractéristiques mécaniques des éléments vont bien sûr être l'autre paramètre conférant à la structure sa rigidité et sa réponse sous chargement. Le module servant de base pour l'étude (hauteur de 1,48 m, rayon 1,15 m) est constitué des éléments décrits dans le Tableau 2.

	Barres (composite pultrudé)	Câbles (acier)
Module de Young (E_0)	20 000 Mpa	125 000 Mpa
Limite élastique	220 Mpa	500 Mpa
Diamètre intérieur	35 mm	-
Diamètre extérieur	40 mm	4 mm
Section droite (S_0)	295 mm ²	12.6 mm ²
Sollicitation limite	2,566 kN (Force critique d'Euler)	6,280 kN
Longueur des éléments (L_0)	IB : 2 m LB : 2 m	Lay : 1,351 m Cop : 1,024 m NC : 1,024 m
Raideur axiale ($k_0 = E_0 S_0 / L_0$)	IB: 2,95 kN/mm LB : 2,95 kN/mm	Lay : 1,16 kN/mm Cop : 1,53 kN/mm NC : 1,53 kN/mm

Tableau 2. Géométrie et caractéristiques mécaniques des câbles et des barres pour le module de base

La première étape nous a conduits à évaluer l'influence du niveau d'autocontrainte sur le comportement sous des actions verticales, c'est-à-dire suivant l'axe de révolution du module. Après simulation par éléments finis, deux phases linéaires apparaissent, le changement de rigidité du module correspondant au relâchement des câbles coplanaires (Figure 32).

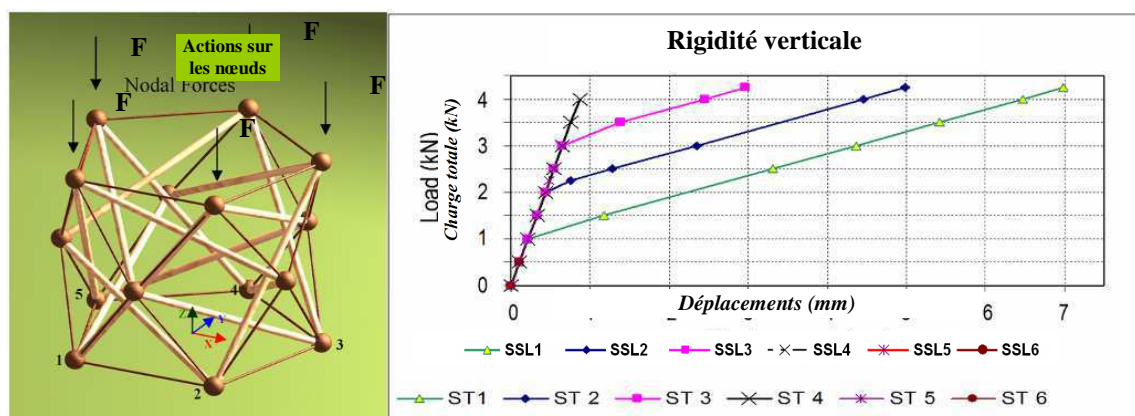


Figure 32. Description du chargement (sur les nœuds supérieurs du module) et comportement axial du module pour différents niveaux d'autocontrainte

Lorsque le niveau d'autocontrainte augmente, le relâchement des câbles est retardé, mais les barres atteignent leur limite de flambement pour des valeurs de chargement plus faibles (Figure 33).

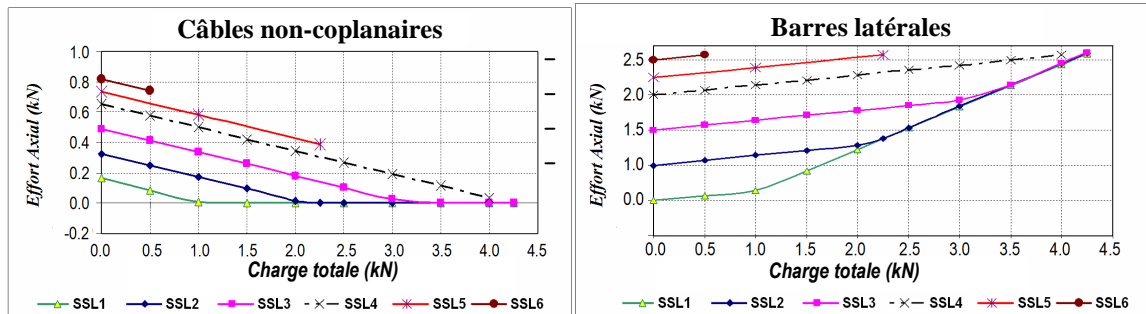


Figure 33. Effort axial dans les éléments pour différentes charges et niveaux d'autocontrainte

Etant donné que la structure et les charges sont symétriques, chaque nœud joue un rôle identique et la réponse du système est donnée par les déplacements de deux nœuds : un nœud de nappe qui possède trois degrés de liberté (u_z , u_r , u_θ) et un nœud intermédiaire qui ne peut se déplacer que radialement (v_r) (Figure 34).

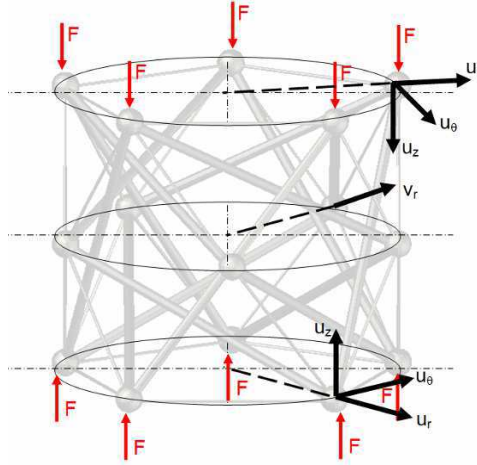


Figure 34. Déplacements inconnus pour un chargement axial symétrique

c) Etude analytique

Du point de vue mécanique, chaque élément de l'anneau de tensegrité est défini par une matrice élémentaire K_E de dimension 6×6 dont les termes sont définis par le module du matériau constitutif de l'élément, sa longueur L , son module d'élasticité E , son aire de section droite S , et sa tension T [LEU90] :

$$(17) \quad K_E = \begin{bmatrix} \frac{ES}{L} + \frac{T}{L} & 0 & 0 & -\frac{ES}{L} - \frac{T}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{T}{L} & 0 & 0 & -\frac{T}{L} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{T}{L} & 0 & 0 & -\frac{T}{L} \\ -\frac{ES}{L} - \frac{T}{L} & 0 & 0 & \frac{ES}{L} + \frac{T}{L} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{T}{L} & 0 & 0 & \frac{T}{L} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{T}{L} & 0 & 0 & \frac{T}{L} \end{bmatrix}$$

Dans le cas de l'anneau de tenségrité à base pentagonale, ces matrices élémentaires s'assemblent pour former une matrice globale de rigidité K_G de dimension 45×45 [CEV11].

Comme nous l'avons vu précédemment, compte tenu du chargement, chaque nœud de nappe supérieure connaît le même déplacement vertical (u_z), radial (u_r) ou tangentiel (u_θ) alors que, par symétrie, les nœuds de nappe inférieure ont des déplacements valant $-u_z$, $-u_r$, u_θ . Les nœuds intermédiaires, eux, ne sont assujettis qu'à un déplacement radial v_r .

Le déplacement de chacun des nœuds du système peut donc être exprimé en fonction de u_z , u_r , u_θ et v_r , grâce à une matrice de passage P de dimension 45×4 . Il est ainsi possible d'écrire une matrice réduite $K_R = P^T K_G P$ qui permet de réduire le problème à une dimension 4×4 .

L'équation (18) donne l'expression de K_R en fonction des rigidités k_{Lay} , k_{NC} , k_{Cop} , k_{IB} et k_{LB} induites par chaque famille d'élément (respectivement câbles de nappe, non coplanaires, coplanaires, barres intermédiaires et latérales) et par le niveau d'autocontrainte k_{SSL} .

(18)

$$K_R = k_{Lay} \begin{bmatrix} 0,00 & 0,00 & 0,00 & 0,00 \\ 0,00 & 0,00 & 0,00 & 0,00 \\ 0,00 & 0,00 & 13,82 & 0,00 \\ 0,00 & 0,00 & 0,00 & 0,00 \end{bmatrix} + k_{NC} \begin{bmatrix} 5,19 & -4,75 & -1,54 & -1,54 \\ -4,75 & 4,35 & 1,41 & 1,41 \\ -1,54 & 1,41 & 0,46 & 0,46 \\ -1,54 & 1,41 & 0,46 & 0,46 \end{bmatrix} + k_{Cop} \begin{bmatrix} 5,19 & 4,75 & -1,54 & -1,54 \\ 4,75 & 4,35 & -1,41 & -1,41 \\ -1,54 & -1,41 & 0,46 & 0,46 \\ -1,54 & -1,41 & 0,46 & 0,46 \end{bmatrix} \\ + k_{IB} \begin{bmatrix} 1,36 & -2,01 & -2,77 & -2,77 \\ -2,01 & 2,99 & 4,11 & 4,11 \\ -2,77 & 4,11 & 5,66 & 5,66 \\ -2,77 & 4,11 & 5,66 & 5,66 \end{bmatrix} + k_{LB} \begin{bmatrix} 10,88 & 8,06 & -5,86 & 0,00 \\ 8,06 & 5,97 & -4,34 & 0,00 \\ -5,86 & -4,34 & 3,15 & 0,00 \\ 0,00 & 0,00 & 0,00 & 0,00 \end{bmatrix} - k_{SSL} \begin{bmatrix} 0,00 & 0,00 & 0,00 & 0,00 \\ 0,00 & 13,82 & 9,51 & -9,51 \\ 0,00 & 9,51 & 20,0 & -20,0 \\ 0,00 & -9,51 & -20,0 & 20,0 \end{bmatrix}$$

Les facteurs introduits dans l'équation (18) étant définis comme suit :

(19)

$$k_{Lay} = \left(\frac{ES}{L} \right)_{Lay} ; k_{NC} = \left(\frac{ES}{L} \right)_{NC} ; k_{Cop} = \left(\frac{ES}{L} \right)_{Cop} ; k_{IB} = \left(\frac{ES}{L} \right)_{IB} ; k_{LB} = \left(\frac{ES}{L} \right)_{LB} ; k_{SSL} = \left(\frac{T}{L} \right)_{LB} \text{ avec } T_{LB} < 0$$

Le terme k_{SSL} est défini arbitrairement comme le rapport entre la tension et la longueur des barres latérales. On aurait pu prendre un autre élément comme référence, cela aurait juste changé les termes de la dernière matrice (Equation (18)).

Pour notre cas d'étude, les valeurs des 6 facteurs sont les suivantes :

(20)

$$k_{Lay} = 1,16 \text{ kN/mm} ; k_{NC} = k_{Cop} = 1,53 \text{ kN/mm} ; k_{IB} = k_{LB} = 2,95 \text{ kN/mm} ; k_{SSL} = -5,00 \cdot 10^{-4} \text{ kN/mm}$$

La raideur axiale des éléments est calculée à partir des données du Tableau 2, et l'état d'autocontrainte correspond au SSL2 du Tableau 1. Chacune de ces raideurs porte l'indice 0 lorsqu'elle correspond à ce cas de référence. La faible valeur de k_{SSL} par rapport à la raideur axiale des câbles et des barres permet de supposer un faible effet du niveau d'autocontrainte sur le comportement de la structure.

Lorsque le module est soumis à un chargement axial identique (F) sur chacun des nœuds de nappe, la somme des charges est égale à $(10 F)$. La rigidité de l'anneau peut donc être exprimée suivant les quatre directions précédemment identifiées u_z , u_r , u_θ et v_r de la façon suivante :

$$(21) \quad \begin{Bmatrix} u_z \\ u_\theta \\ u_r \\ v_r \end{Bmatrix} = [S_R] \begin{Bmatrix} 10F \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} = 10F \begin{Bmatrix} S_{11} \\ S_{12} \\ S_{13} \\ S_{14} \end{Bmatrix} = 10F \begin{Bmatrix} 1/k_{uz} \\ 1/k_{u\theta} \\ 1/k_{ur} \\ 1/k_{vr} \end{Bmatrix}$$

où la matrice de souplesse $[S_R] = [K_R]^{-1}$, et k_{uz} , $k_{u\theta}$, k_{ur} , k_{vr} , sont respectivement les rigidités dans les directions u_z , u_r , u_θ et v_r .

Pour notre cas d'étude, nous avons obtenu les valeurs suivantes :

$$(22) \quad \{k_{uz} \quad k_{u\theta} \quad k_{ur} \quad k_{vr}\} = \{18,5 \quad -26,3 \quad 56,8 \quad 21,5\} \text{ en kN/mm}$$

Il est alors possible de tracer l'influence de chaque famille d'élément sur chacune des rigidités k_{uz} , $k_{u\theta}$, k_{ur} , et k_{vr} . Les résultats sont proposés sur les figures ci-dessous.

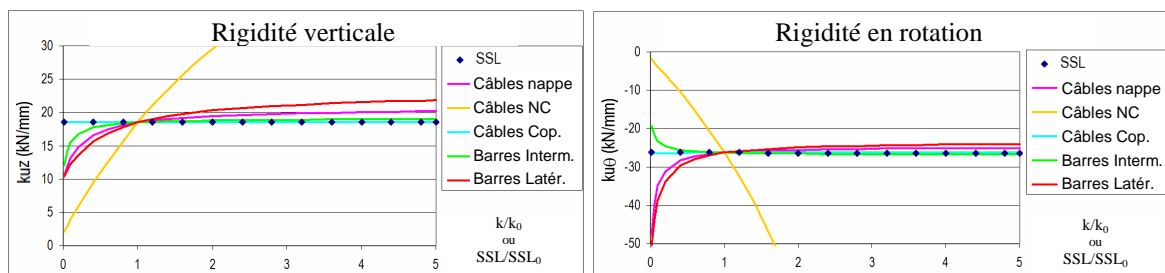


Figure 35. Rigidité verticale et tangentielle de l'anneau en fonction du rapport k/k_0 de chaque famille d'éléments

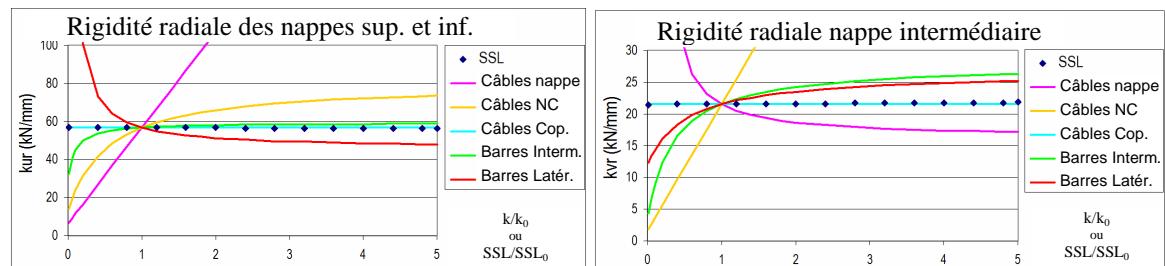


Figure 36. Rigidité radiale de chacune des nappes en fonction du rapport k/k_0 de chaque famille d'élément

La rigidité en rotation des nappes est principalement donnée par les câbles de nappe et les câbles non coplanaires. Les câbles non coplanaires influent également fortement sur la rigidité verticale, en divisant leur raideur par 20 (facteur $k/k_0 = 0,05$), la rigidité verticale passe de 18,5 kN/mm à 2,9 kN/mm.

On note également que le niveau d'autocontrainte n'a pas d'influence sur la rigidité. Il n'influera donc que sur le niveau de l'action qui sera associé avec le relâchement de certains câbles.

Il est possible d'établir une même analyse en supposant que les câbles et les barres gardent tous une même aire de section droite et en jouant sur le module des barres (E_b) et des câbles (E_c). Là encore (Figure 37), le niveau d'autocontrainte joue peu, ce sont les câbles qui ont le plus d'influence sur la rigidité du système. En divisant leur raideur par 20 (facteur $k/k_0 = 0,05$), la rigidité verticale chute de 18,5 à 1,2 kN/mm. Bien sûr, cette augmentation de la raideur des câbles ne peut se faire qu'à condition de vérifier que l'autocontrainte introduite ne risque pas d'amener les barres à la limite de flambement.

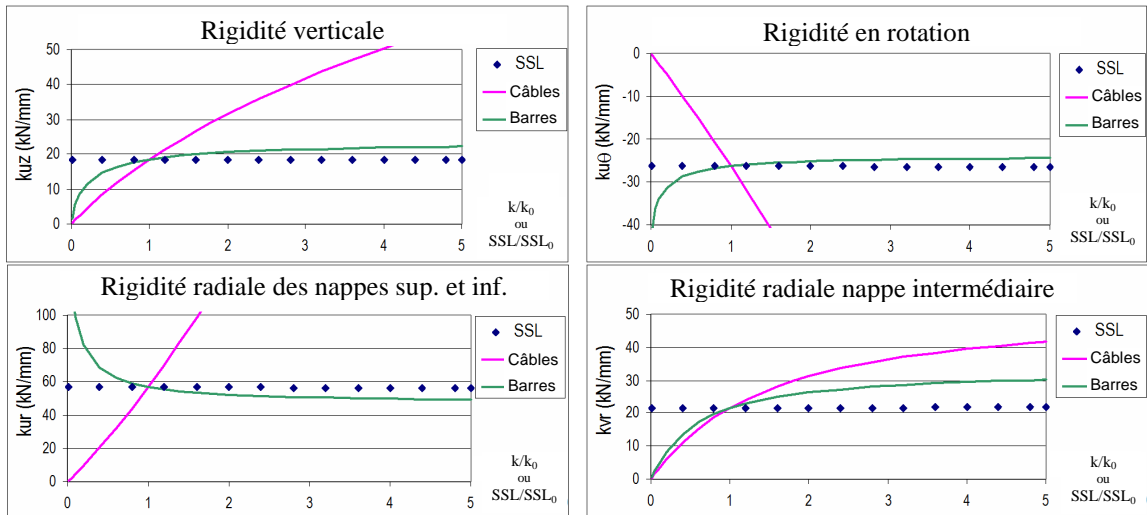


Figure 37. Les différentes rigidités pour des variations de rigidité des barres, des câbles ou de l'autocontrainte

d) Modèle rhéologique

La formulation analytique du problème étant établie, il nous a semblé intéressant de voir si nous pouvions bâtir un modèle rhéologique de l'anneau.

Nous avons défini précédemment k_{uz} dans l'équation (21) comme étant l'inverse de du terme S_{11} de la matrice de souplesse. Cette matrice est de dimension 4×4 avec dix termes indépendants, notés de a à j :

$$(23) \quad K_R = \begin{bmatrix} a & b & c & d \\ b & e & f & g \\ c & f & h & i \\ d & g & i & j \end{bmatrix}$$

L'inversion de la matrice K_R donne la valeur du terme S_{11} qu'il suffit ensuite d'inverser. La valeur littérale est donnée par la formule :

$$(24) \quad k_{uz} = \frac{1}{S_{R11}} = a + \frac{b^2 i^2 - b^2 h j + 2 b c f j - 2 b c g i - 2 b d f i + 2 b d g h - c^2 e j + c^2 g^2 + 2 c d e i - 2 c d f g - d^2 e h + d^2 f^2}{e h j - e i^2 - f^2 j + 2 f g i - g^2 h}$$

Si, comme nous l'avons mis en évidence dans l'étude analytique, nous négligeons l'effet du niveau d'autocontrainte, alors les termes a à j de la matrice K_R sont proportionnels à $(ES)_b$ and $(ES)_c$ qui sont respectivement le produit du module d'élasticité et de l'aire de la section droite des barres et des câbles et des barres. Par la suite, nous ferons l'hypothèse qu'ils sont identiques pour chaque type d'éléments. En définissant ensuite le ratio $x = (ES)_b / (ES)_c$, nous pouvons écrire chacun des termes a à j comme une fonction linéaire de x . Par exemple, pour notre cas, le terme $a = (ES)_c [a_0 + a_1 x]$ avec $x = 3,75$. On peut montrer que les coefficients a_0 à j_1 sont inversement proportionnels à une longueur et, à partir des équations (18) et (19), que les coefficients d'indice « 0 » sont proportionnels à $1/L_{Lay}$, $1/L_{NC}$, et $1/L_{Cop}$. Ceux d'indice « 1 » sont proportionnels à $1/L_{IB}$, $1/L_{LB}$. Chacun de ces coefficients est donné dans le Tableau 3.

Paramètre	a_0	b_0	c_0	d_0	e_0	f_0	g_0	h_0	i_0	j_0
Valeur (m ⁻¹)	10,14	0,00	-3,02	-3,02	8,50	0,00	0,00	11,13	0,90	0,90
Paramètre	a_1	b_1	c_1	d_1	e_1	f_1	g_1	h_1	i_1	j_1
Valeur (m ⁻¹)	6,12	3,02	-4,31	-1,39	4,48	-0,11	2,05	4,40	2,83	2,83

Tableau 3. Valeur des coefficients de la matrice K_R

La substitution des valeurs dans l'équation (24) donne alors :

$$(25) \quad k_z = (ES)_c \frac{2243.1 x + 1894.5 x^2}{78.1 + 299.1 x + 126.3 x^2} = (ES)_c \left(\frac{x}{0.04 + 0.133 x} + \frac{x}{0.276 + 0.133 x} \right) \text{ en kN/m}$$

Cette expression correspond exactement à la formulation du modèle rhéologique de quatre ressorts disposés en parallèle et en série selon la Figure 38.

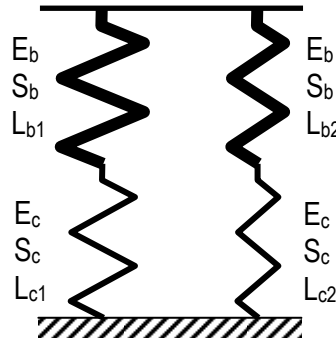


Figure 38. Modèle rhéologique correspondant à l'anneau de tensegrité

L'écriture de la raideur équivalente de ce modèle correspond au k_{uz} recherché :

$$(26) \quad k_{uz,eq} = \frac{\frac{E_b S_b}{L_{b1}} \frac{E_c S_c}{L_{c1}}}{\frac{E_b S_b}{L_{b1}} + \frac{E_c S_c}{L_{c1}}} + \frac{\frac{E_b S_b}{L_{b2}} \frac{E_c S_c}{L_{c2}}}{\frac{E_b S_b}{L_{b2}} + \frac{E_c S_c}{L_{c2}}} = E_c S_c \left(\frac{\frac{E_b S_b}{E_c S_c}}{L_{b1} + L_{c1} \frac{E_b S_b}{E_c S_c}} + \frac{\frac{E_b S_b}{E_c S_c}}{L_{b2} + L_{c2} \frac{E_b S_b}{E_c S_c}} \right)$$

En introduisant le rapport x dans l'équation et en identifiant avec les termes de l'équation (25), nous pouvons trouver les longueurs équivalentes correspondant au modèle et à notre structure :

$$(27) \quad k_{uz} = (ES)_c \left(\frac{x}{L_{b1} + L_{c1} x} + \frac{x}{L_{b2} + L_{c2} x} \right) = (ES)_b \left(\frac{1}{L_{b1} + L_{c1} x} + \frac{1}{L_{b2} + L_{c2} x} \right)$$

Nous trouvons là un schéma déjà utilisé par Wielgosz [WIE03] pour la modélisation de tubes gonflables (voir également [DAV08] [BRE10]). Cela nous renvoie également à l'analogie qui est souvent faite entre les systèmes de tensegrité et un ballon gonflable, dans lequel les câbles tendus représentent l'enveloppe et l'air comprimé les barres.

Nous pouvons également comparer ce modèle aux simulations par éléments finis proposés par Nguyen [NGU09]. Cet auteur a défini la rigidité verticale de l'anneau (k_h) comme étant le rapport entre la charge de la nappe supérieure et la variation de hauteur Δh qui par rapport à notre modèle est égal à $2u_z$. Ce qui nous donne la relation suivante :

$$(28) \quad k_h = \frac{5F}{\Delta h} = \frac{5F}{2u_z} = \frac{1}{4} \left(\frac{10F}{u_z} \right) = \frac{1}{4} k_z$$

En appliquant le modèle, nous obtenons une parfaite concordance entre les simulations par éléments finis et les résultats donnés par le modèle. La Figure 39 montre l'évolution de la rigidité axiale de l'anneau lorsqu'on fait varier les raideurs des barres et des câbles. Les modèles éléments finis, analytiques et rhéologiques, concordent de façon extrêmement satisfaisante.

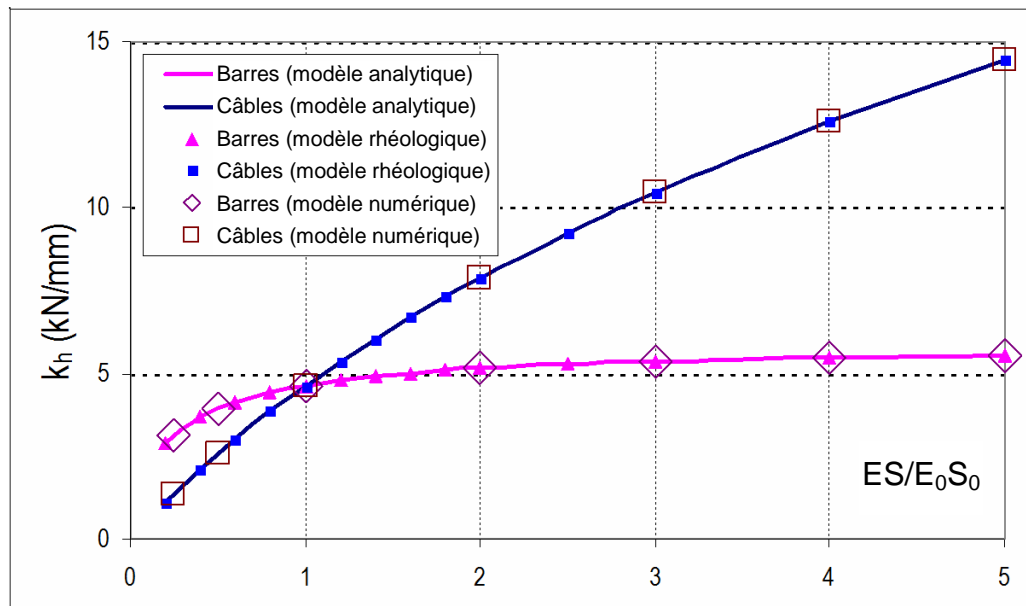


Figure 39. Comparaison entre modèles « éléments finis », « analytique » et « rhéologique »

Cette concordance montre la pertinence du modèle proposé et assoit les premières bases pour une homogénéisation du comportement sous charges. L'étude du comportement sous un chargement de flexion en serait la prochaine étape.

Les études portant sur l'anneau de tenségrité à base pentagonale ont donné lieu à trois articles ([A6], [A9] et [B4]) et trois communications ([Cg7], [Cg9] et [Cg12]), qui ont permis de montrer l'adaptabilité de ces système en termes de comportement et de mettre en évidence les paramètres associés.

3.1.3 Bilan des actions menées sur la thématique « Etude et modélisation des systèmes de tenségrité »

La thématique de recherche sur l'étude des systèmes de tenségrité est un axe fort de l'équipe *Conception en Structures* du LMGC. Ma contribution à l'ensemble des travaux réalisés a permis une avancée sur plusieurs fronts.

- Dans un premier temps, j'ai mené des **études théoriques** afin de mieux appréhender le concept d'état d'autocontrainte, proposer une classification et des méthodes de tri efficaces. Les solutions proposées ont amené une clarification de notions souvent abstraites pour le concepteur désireux de proposer les systèmes de tenségrité en tant que solution structurale.
- Devant l'accroissement des paramètres de dimensionnement, notamment liés à la présence de l'autocontrainte (répartition et niveau), j'ai proposé une **procédure de dimensionnement** simplifiée. J'ai également conduit une étude de sensibilité aux tolérances de fabrication afin de **vérifier que les calculs proposés restaient dans un intervalle de confiance acceptable** lors d'un passage à la réalisation.
- L'étude plus poussée d'un anneau de tenségrité sur les plans **analytiques et numériques** m'a également permis de montrer qu'un modèle rhéologique simple était aussi capable de rendre compte fidèlement du comportement du système. L'adaptabilité de ces systèmes en termes de comportement a également été mise en valeur au travers de l'étude de l'influence des rigidités relatives des éléments.

En parallèle à ces travaux, la volonté de proposer à chaque étape de la conception des outils ergonomiques et adaptés pour les concepteurs, m'a amené à développer un logiciel qui intègre au fur et à mesure les avancées en termes d'études théoriques. **TENSEGRITE 2000** a permis d'intégrer progressivement non seulement la visualisation puis le tri des états d'autocontrainte, mais aussi l'étude du comportement en grands déplacements, la simulation de la mise en tension ou l'étude de sensibilité aux tolérances de fabrication. Bien que nécessitant une amélioration de son interface, il est encore très utile pour les travaux de l'équipe : il reste à ce jour le seul outil permettant le recensement et le tri des états d'autocontrainte.

Des méthodes de calcul plus récentes ont permis de proposer d'autres outils, plus puissants et ergonomiques, notamment au travers du logiciel **TOY** développé par Julien Averseng, autre membre de l'équipe de recherche. Nous avons pu vérifier ensemble la pertinence et la justesse de ce nouvel outil ([A8], [Cg15]).

Ces progrès permettent aujourd'hui de proposer les systèmes de tenségrité en tant que nouvelles solutions architecturales. Certes, face à des solutions structurales classiques éprouvées, il est difficile de convaincre de la pertinence de tels systèmes. Néanmoins, leur modularité et leur grande diversité de formes doivent permettre de proposer des solutions alternatives dans bien des domaines : grilles de couverture, mâts, panneaux plans de façade, passerelles creuses (Figure 40), etc.

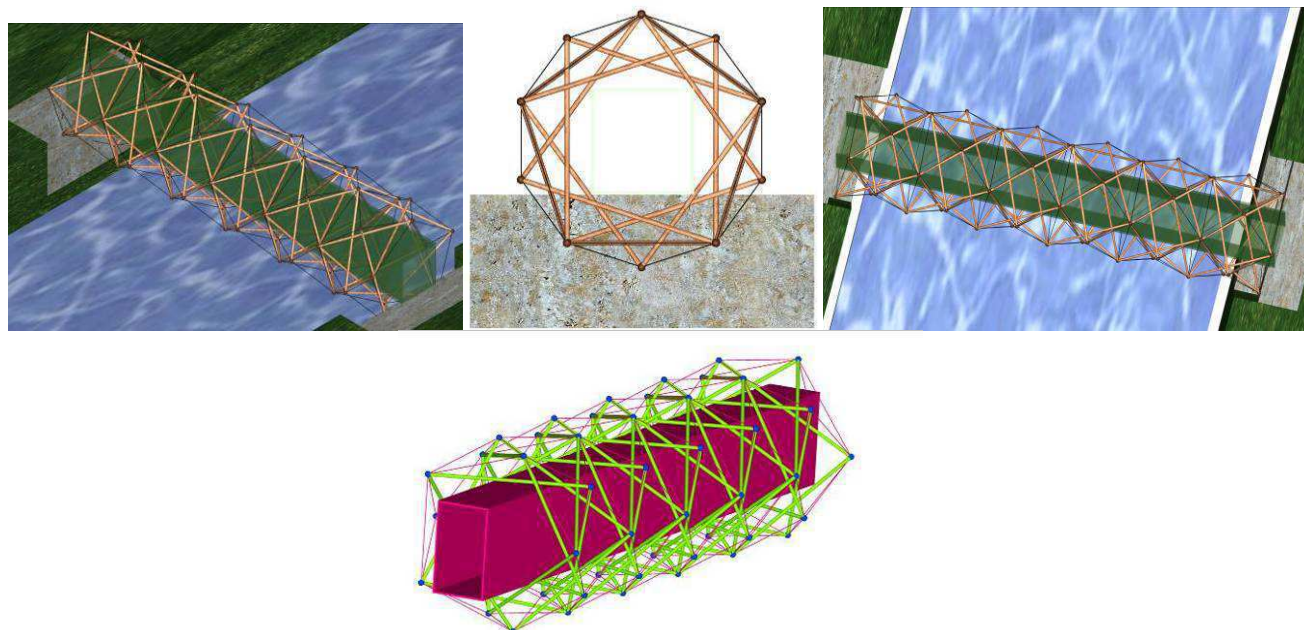


Figure 40. Exemple de passerelle constituée d'anneaux de tensegrité
(conception en cours avec un bureau d'études Espagnole (CMD) pour un parc en Géorgie)

Par ailleurs, la précision de réalisation, les difficultés de réglage lors de la mise en œuvre, la complexité des nœuds à concevoir, sont autant d'obstacles au développement industriel des systèmes de tensegrité. C'est pourquoi il m'a semblé primordial de dépasser les simples études théoriques sur les systèmes de tensegrité, pour montrer leur faisabilité sur le plan pratique et en proposant des solutions techniques pour la conception, la mise en œuvre et le contrôle. Ces aspects investigués constituent le cœur du prochain chapitre.

Enfin, un atout majeur peut également rendre les systèmes de tensegrité concurrentiels face aux solutions actuelles, c'est leur aptitude au pliage. Les résultats obtenus sur ce plan seront exposés dans la dernière partie de cette synthèse.

3.2 De la conception à la réalisation des systèmes de tenségrité

3.2.1 Vers des solutions architecturales ?

Les études menées en matière de recherche de forme et de dimensionnement sur les systèmes de tenségrité ont fait progrès importants dans les vingt-cinq dernières années, mais les réalisations concrètes se limitaient souvent à des maquettes de taille réduite.

Forte des connaissances acquises dans les domaines théoriques et numériques, l'équipe *Conception en Structures* s'est lancée dans la réalisation de prototypes à l'échelle 1, pour montrer à la fois la pertinence et la justesse des outils de conception, mais aussi la « faisabilité » des systèmes de tenségrité, qui paraissaient pour beaucoup de personnes comme des projets très conceptuels et théoriques.

Une première étape a été franchie avec la réalisation de la grille de tenségrité « Tensarch » en 2002. C'était une grille de 80 m², dimensionnée pour résister à de charges classiques de couverture [MOT02]. Pour des questions d'encombrement, elle a été assemblée dans le hall du département génie civil de l'Institut Universitaire de Technologie de Nîmes (Figure 41).

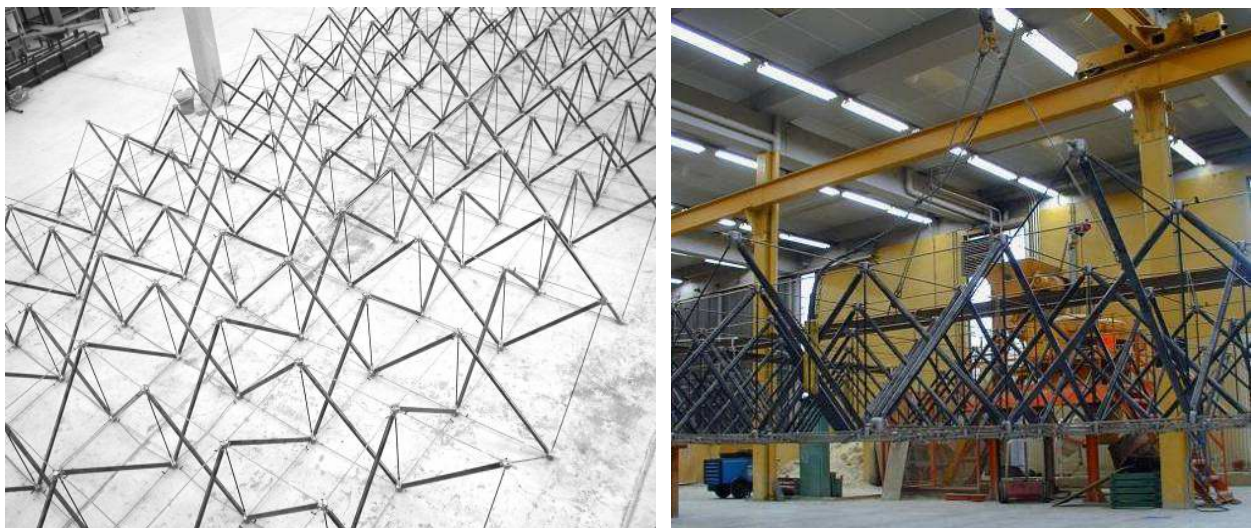


Figure 41. La grille Tensarch de 80 m² assemblée dans un hall de l'IUT de Nîmes.

Elle était constituée d'éléments en acier : barres, câbles ou tirants (pour le réglage). Les câbles avaient la particularité d'être continus, traversant les nœuds et transmettant les efforts grâce à des sertissages (Figure 42).

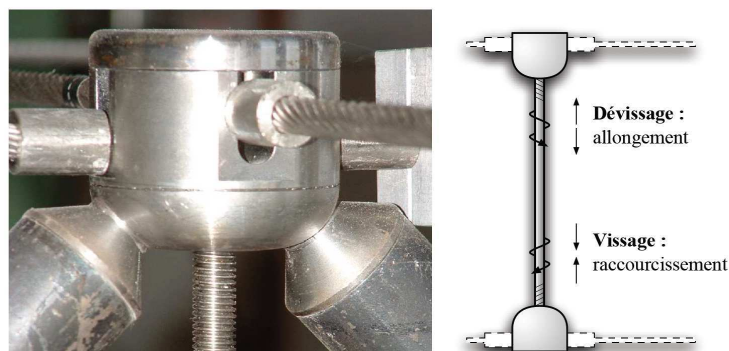


Figure 42. Nœuds de la grille Tensarch [AVE04]

Après la réalisation, des essais de chargement ont été menés pour confronter modélisation et expérience. Mais la nécessité de libérer rapidement le hall occupé a conduit par la suite l'équipe à construire une grille de même typologie mais moins étendue, qui sert encore de nos jours de base d'étude au LMGC.

Les difficultés de conception et de réalisation de cette grille ont été multiples, mais cette expérimentation a été fructueuse en termes de solutions.

D'abord, les nœuds de la structure sont bien sûr le cœur du problème de toute entreprise de réalisation. De par l'essence même des systèmes (réticulés) modélisés il faut être capable de proposer une technologie permettant d'assurer une articulation correcte des éléments entre eux et éviter toute sollicitation parasite. De ce point de vue-là, les nœuds conçus pour la grille Tensarch présentaient quelques inconvénients : incapacité des barres à reprendre des efforts de traction (l'absence de verrouillage rendait difficile l'opération de montage), apparition de flexion parasite dans les barres, etc. Une réflexion restait donc à mener pour l'amélioration de ces nœuds.

Ensuite, le bon fonctionnement d'un système de tensegrité repose sur un réglage correct de l'état d'autocontrainte, ce qui est assez délicat à obtenir. Le problème posé est d'arriver à instaurer un état d'autocontrainte qui soit suffisamment proche de l'état d'autocontrainte cible qui a servi au dimensionnement du système. Julien Averseng, déjà cité, a proposé une méthode permettant de passer d'un état d'autocontrainte existant à un état d'autocontrainte cible, par l'action sur des éléments actifs (Figure 43). L'évaluation de l'influence de chaque élément activé sur l'état d'autocontrainte était à servir de base à la méthode [AVE04]. Il faut néanmoins noter que le nombre d'éléments et d'états d'autocontrainte présents dans la structure, complique l'influence que peut avoir chaque élément sur le niveau de sollicitation de la structure dans son ensemble.

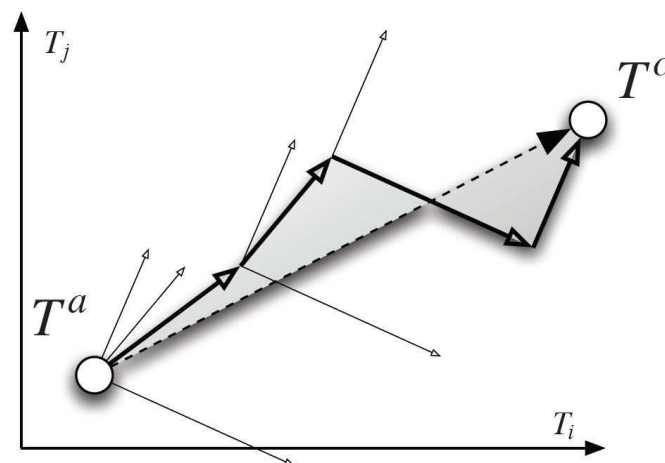


Figure 43. Procédure de mise en tension d'un état actuel T^a à un état cible T^c [AVE04]

La procédure préconisée a été appliquée avec succès pour le réglage de la grille Tensarch (Figure 44), mais supposait une – très – bonne connaissance de l'état d'autocontrainte initial qui servait de point de départ au processus de réglage. Cela repose sur une détermination fiable du niveau de sollicitation de plusieurs éléments afin de pouvoir retrouver l'état d'autocontrainte global de la structure à l'instant t .

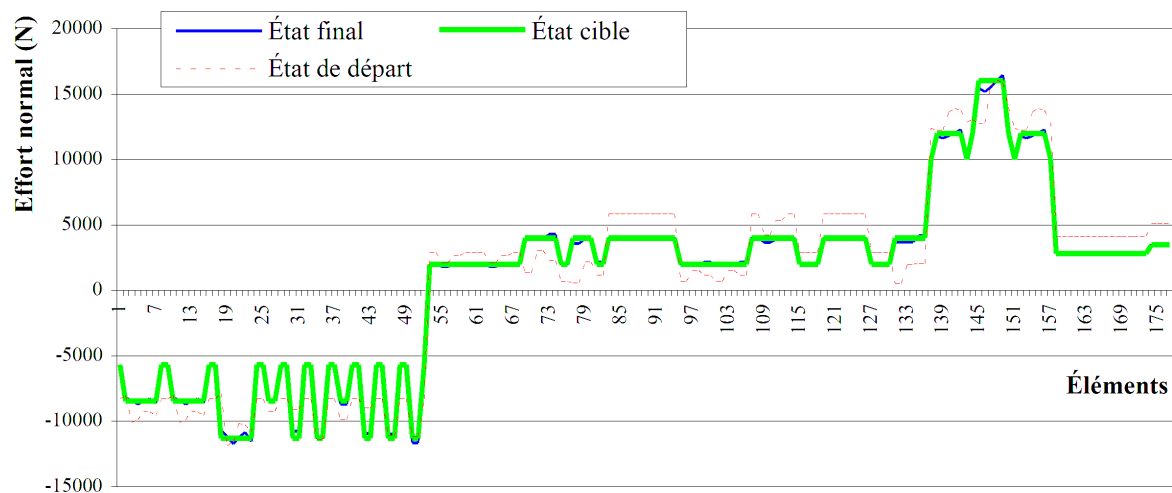


Figure 44. Mise en tension de la grille Tensarch [AVE04]

Or, cette détermination se complique suivant la nature des éléments constitutifs car certaines mesures sont difficiles *in situ*, notamment pour les câbles. Dans le cas de Tensarch, la présence de tirants en acier a facilité la mesure de fréquence de résonance (Figure 45) permettant de retrouver les tensions dans ces éléments.

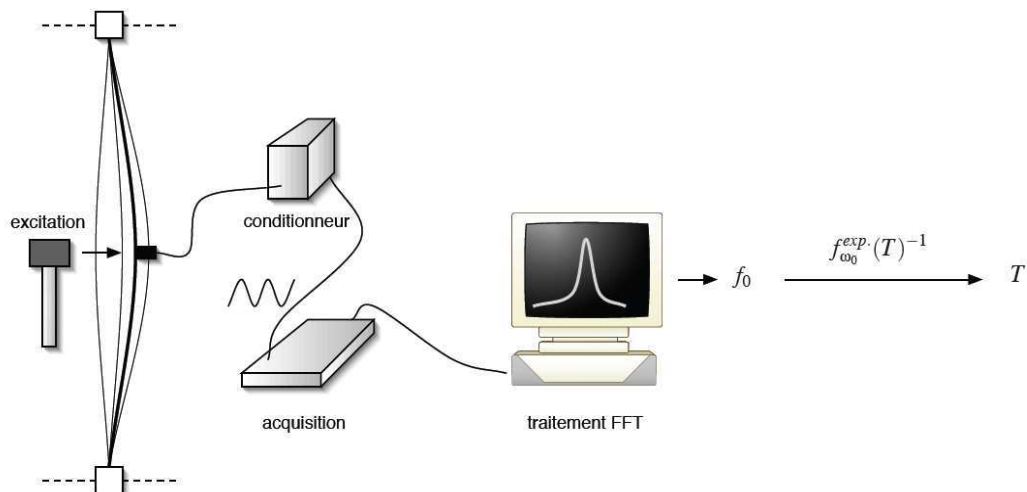


Figure 45. Analyse des fréquences de vibration des éléments [AVE04]

Dans un cas plus général, et notamment pour des systèmes ne possédant pas d'éléments en acier rigides (utilisation de matériaux composites pour les barres par exemple), la mesure devient problématique, la fréquence de vibration des seuls câbles dépendant fortement des conditions aux extrémités.

D'autres méthodes ont aussi été envisagées, notamment par identification d'un champ de déplacement et analyse inverse [A11], mais cela suppose un nombre d'états d'autocontrainte restreint pour que l'identification reste faisable.

En plus d'une réflexion approfondie sur la conception des nœuds, il devenait donc essentiel de pouvoir déterminer les tensions dans les câbles de façon systématique et fiable.

C'est ce problème que nous avons entrepris de résoudre en proposant de nouveaux prototypes de systèmes de tenségrité et en développant un tensiomètre capable de déterminer les tensions dans les câbles dans un cas général (diamètre et niveau de tension quelconques).

3.2.2 Conception, assemblage et contrôle de systèmes de tensegrité

3.2.2.1 La grille Tensarch revisitée

Suite aux problèmes rencontrés dans le montage de la grille Tensarch (flexion parasite, difficultés de montage - Figure 46), nous nous sommes intéressés aux possibilités d'amélioration du nœud de l'assemblage.

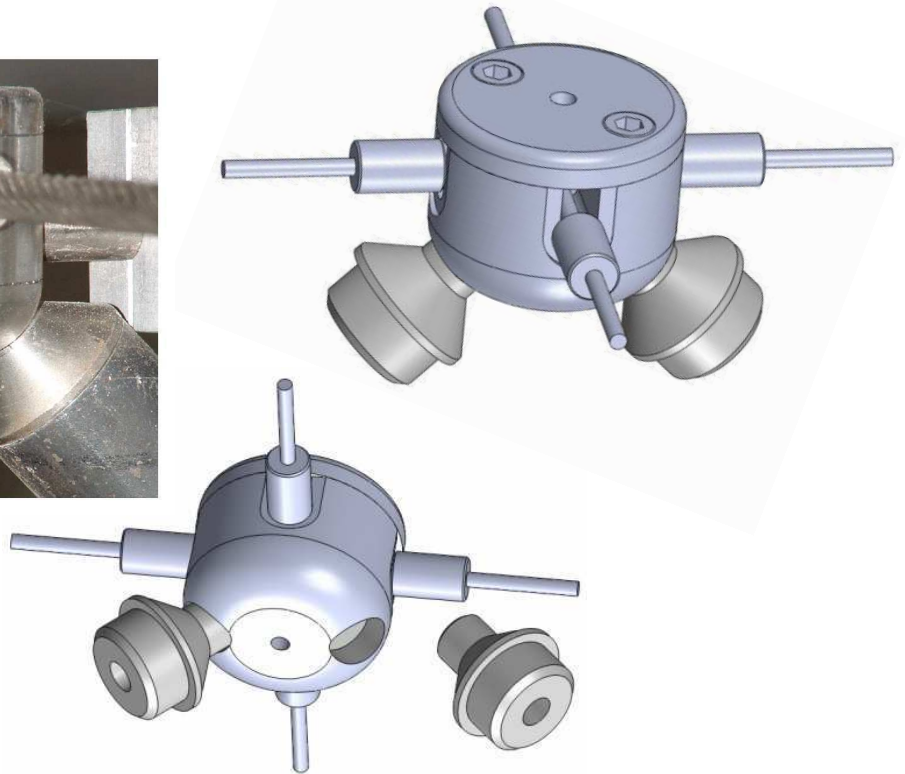
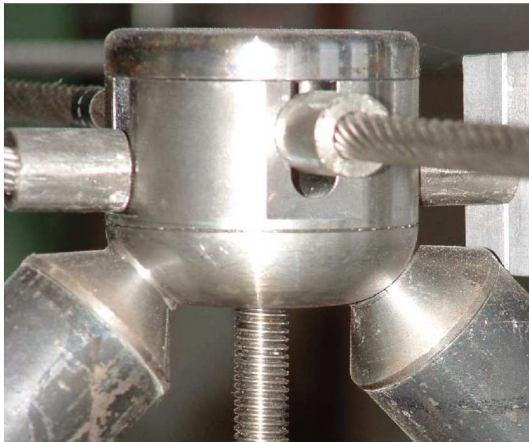


Figure 46. Les nœuds de la grille Tensarch ne verrouillaient pas les barres en position (un choix au moment de la conception) et induisaient des sollicitations parasites de flexion.

Le but était aussi de permettre le pliage de la grille, ce qui n'avait pas été prévu initialement dans le cahier des charges du projet Tensarch (Figure 47).

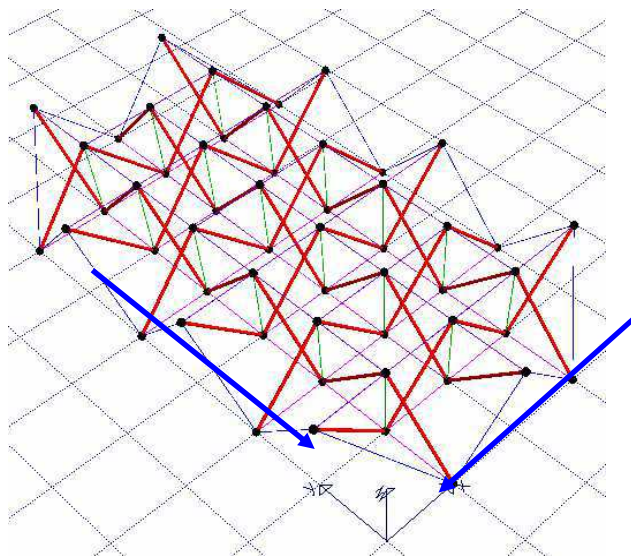


Figure 47. La grille Tensarch peut être repliée en fagot par une action suivant les deux directions de tissage

Une première solution a été proposée. Elle permet de créer un pivot qui assure le pliage suivant la direction d'assemblage des barres (Figure 48). Cela devrait également amener une réduction partielle des moments parasites introduits par la liaison initiale.

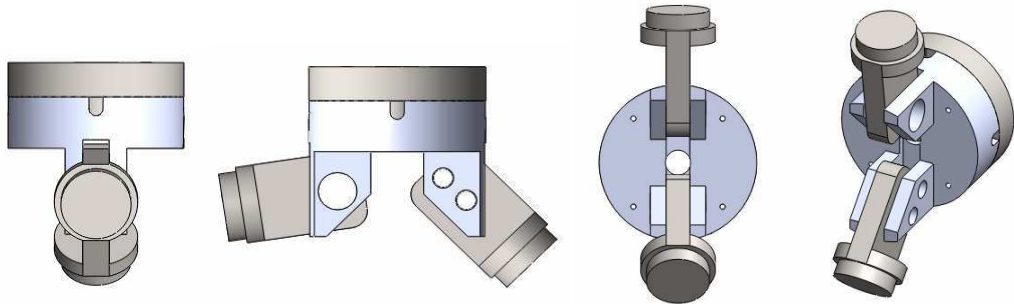


Figure 48. Proposition de nœud pour une grille Tensarch pliable

Le repliement en fagot réduit l'encombrement du système, à une dimension voisine de la somme des diamètres de barres suivant les deux directions de tissage (Figure 49).

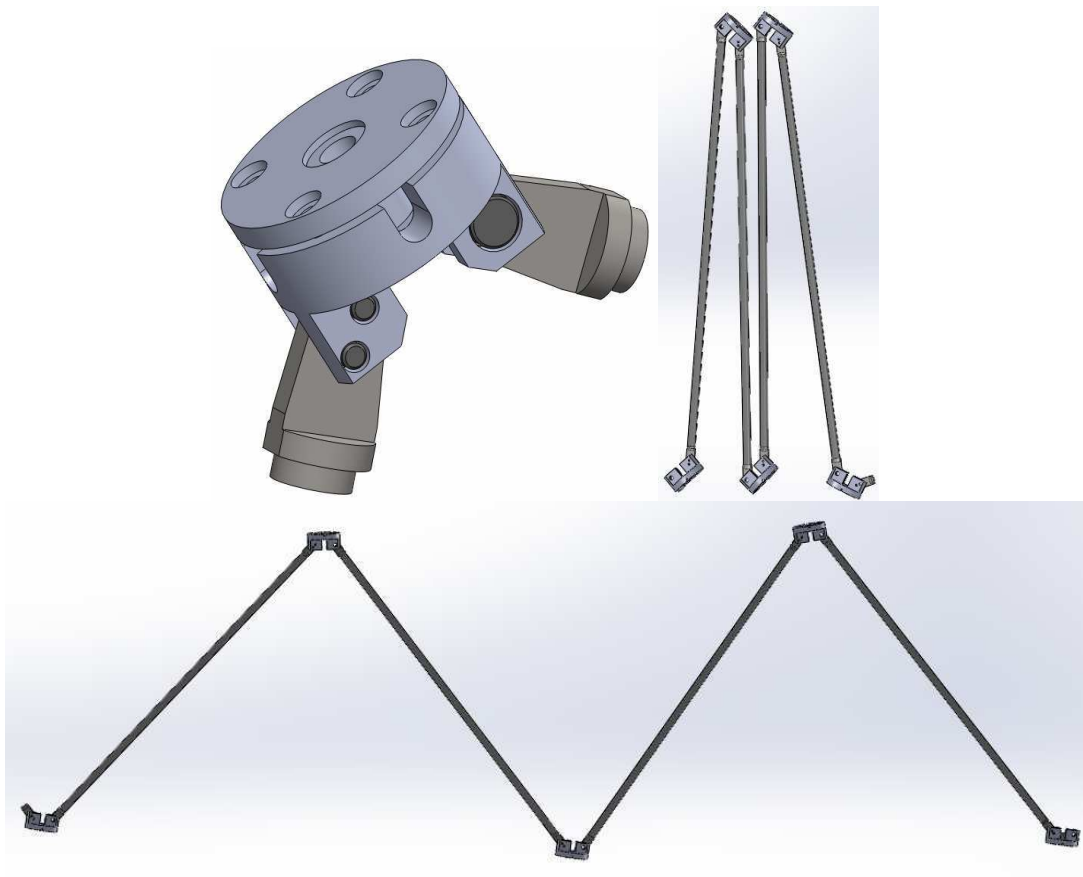


Figure 49. Modélisation du repliement en fagot à l'aide du nouveau nœud conçu

Ces modélisations ont donné lieu à la réalisation de prototypes 3D en matériaux plastiques, pour maquettage dans le cadre d'un stage de master [NDI13]

C'est une première étape avant la réalisation de prototypes plus conséquents qui devraient déboucher sur des solutions architecturales à moyen terme. Nous y reviendrons dans les perspectives envisagées pour ces travaux dans le chapitre 4.

3.2.2.2 Conception et fabrication d'un anneau de tensegrité

Suite à la réalisation de grille Tensarch, il est apparu intéressant de proposer d'autres prototypes à échelle humaine, permettant ainsi de démontrer la pertinence des systèmes de tensegrité en tant que solution structurelle légère et rigide.

L'anneau de tensegrité à base pentagonale, étudié lors de la thèse de Nguyen [NGU09], présentait en outre une capacité de pliage aisée, par action sur quelques câbles seulement. Nous verrons ultérieurement comment a été menée l'étude théorique et numérique de ce pliage, mais pour la réalisation du prototype, il fallait concevoir des nœuds assurant une parfaite liaison rotule entre les éléments pour permettre les variations de géométrie.

Le prototype, ainsi conçu et fabriqué, devait permettre à la fois d'éprouver les technologies utilisées et permettre de confronter les modèles théoriques et numériques avec la réponse expérimentale.

a) Technologie d'assemblage

Pour réduire les coûts et améliorer les délais de fabrication, nous nous sommes tournés vers des solutions utilisant des produits manufacturés standards, réalisant la rotule entre deux barres au moyen de trois pivots et en accrochant les câbles sur un axe de l'assemblage. Un montage de type « chape » – « embout à rotule » constitue un premier pivot qui est combiné à deux autres, situés entre ces deux éléments et les barres auxquelles ils sont reliés (Figure 50).

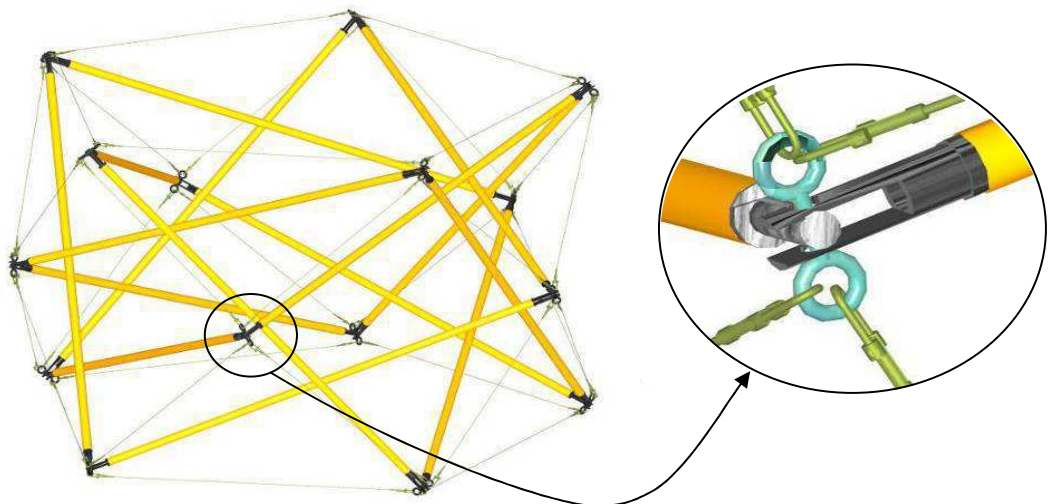


Figure 50. Premières modélisations du nœud de la structure

Par ailleurs, pour alléger au mieux la structure, il a été décidé d'utiliser des matériaux composites, tant pour les éléments de type barre, que pour les nœuds (Figure 51).

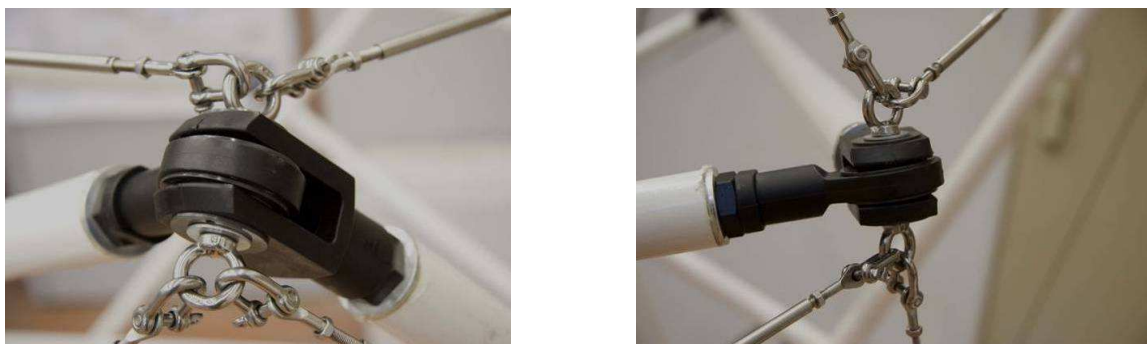


Figure 51. Nœud réalisé à l'aide des produits manufacturés standards

Au final, le prototype, d'une hauteur de 1,60 m, présente une masse de 25 kg tout en gardant une grande rigidité. Il peut être porté à bout de bras sans difficulté (Figure 52) alors qu'un équivalent tout en acier aurait présenté une masse de plus de 70 kg.



Figure 52. Le prototype a une masse d'environ 25 kg

b) Assemblage

Compte tenu du nombre important d'éléments (15 barres, 30 câbles) nous avons été amenés à proposer une méthode d'assemblage efficace, qui évite au concepteur de créer un enchevêtrement d'éléments inextricable (Figure 53). Le module est assemblé à plat (Figure 54), plié, les câbles de nappe servant ensuite à donner le volume au système lors du déploiement. Cette procédure sera décrite plus en détail dans le chapitre sur l'étude des systèmes pliables.

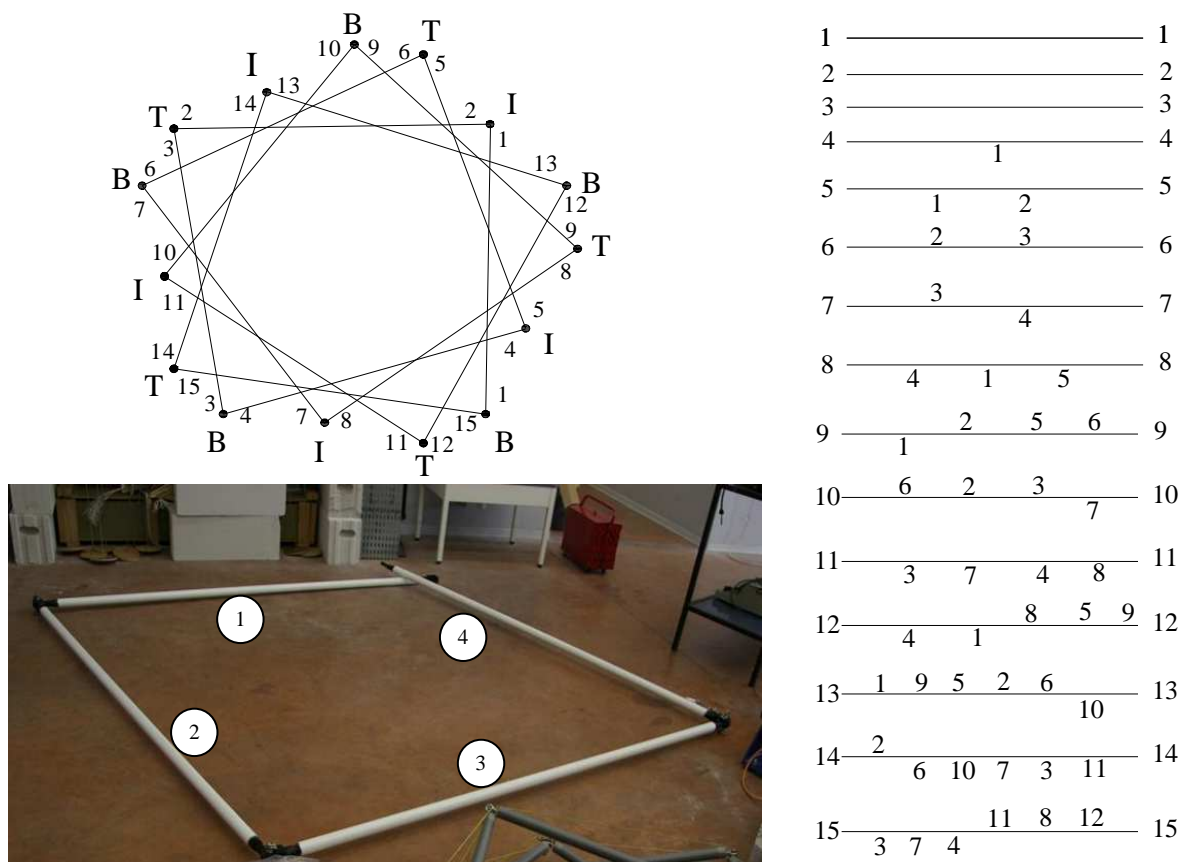


Figure 53. Procédure d'assemblage de l'anneau de tensegrité – position des nœuds inférieurs (B), intermédiaires (I) et supérieurs (T) – position des barres les unes par rapport aux autres

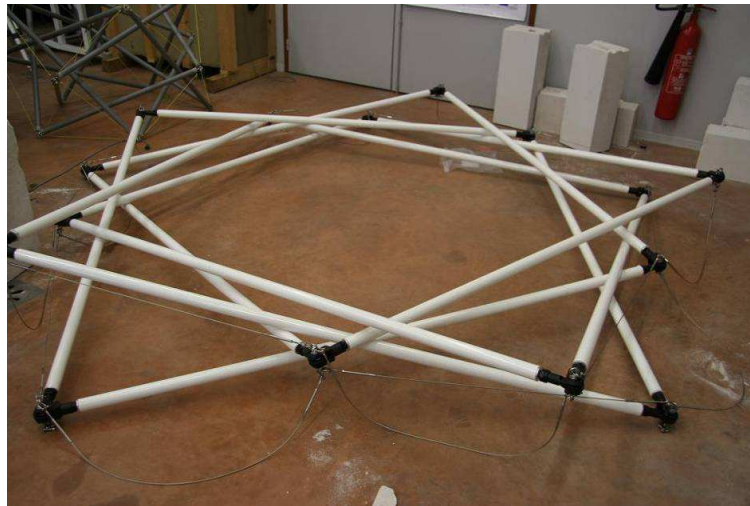


Figure 54. Position pliée, avant mise en place des câbles de nappe

c) Imperfections – Difficultés de réglage

La technologie d'assemblage choisie au niveau des éléments a engendré quelques inconvénients, avec notamment la non-concordance des axes des éléments au niveau des nœuds du système (cf. Figure 51). Cela présente l'inconvénient majeur d'introduire des moments parasites au niveau des liaisons qui font que les barres ne travaillent plus en compression seulement, mais aussi en flexion. C'est le déport des systèmes d'accroche des câbles qui est la cause principale du problème. Les barres étant élancées, c'est très dommageable et accentue les risques de flambement.

L'autre difficulté à laquelle nous avons été confrontés, est le fait que chacun des éléments de type câble étant monté sur deux ridoirs à pas inversés, ils pouvaient voir leur longueur modifiée à volonté. Cela créait donc 30 éléments potentiels pour le réglage de l'autocontrainte. Or, nous l'avons vu dans le chapitre précédent, le réglage de l'autocontrainte est un élément crucial pour que la structure réalisée soit fidèle aux modélisations numériques menées dans la phase de conception. Il faut donc trouver un compromis entre le nombre d'éléments actifs et ceux qui restent fixes pour ne pas compliquer inutilement le réglage et arriver de façon méthodique au résultat souhaité.

De plus, pour pouvoir réaliser un réglage le plus précis et efficace possible, la détermination fiable de la tension dans les câbles est alors un passage obligé. Elle doit permettre de déduire l'état d'autocontrainte global présent dans la structure, puis de déterminer les câbles actifs permettant une correction optimale.

La fabrication de l'anneau de tensegrité à base pentagonale a donné lieu à deux articles ([A6], [B4]) et deux communications ([Cg7], [Cg9])

3.2.2.3 Développement d'un tensiomètre

Pour la mesure de tensions de câbles *in situ*, différents outils ont été développés, soit sur la base de méthodes statiques (Figure 55), soit sur celle de méthodes dynamiques (par vibration).



Figure 55. Dispositif statique de mesure de tension

Les appareils de mesure statique présentent le désavantage de n'être utilisables que pour certains diamètres de câbles et dans des plages définies de tension. Ils reposent sur des résultats empiriques et demandent des calibrations et des étalonnages qui doivent être renouvelés.

Les méthodes utilisant la vibration du câble pour déterminer sa tension sont basées sur la formule donnant la fréquence de vibration d'une corde vibrante :

$$(29) \quad f = \frac{n}{4L} \sqrt{\frac{T}{\mu}}$$

où T est la tension (N), L la demi longueur de la corde (m), μ la masse volumique (kg/m), f la fréquence de vibration (Hz) et n l'ordre du mode de vibration.

Pour $n=1$, la tension s'écrit :

$$(30) \quad T = 16L^2f^2\mu$$

La méthode a été adaptée pour les câbles par Siegert [SIE04] en prenant en compte l'inertie quadratique du câble dans l'expression de la fréquence de vibration. Néanmoins, cette méthode suppose que les conditions de liaison soient parfaitement connues ce qui, dans le cas des systèmes de tenségrité est loin d'être le cas. Aux rigidités des nœuds de la structure suivant l'axe des câbles s'ajoutent les inconnues liées à la constitution des dispositifs d'attache : sertissages, œillets, tendeurs, etc. Cette méthode est donc difficile d'application pour nos cas d'étude.

Nous avons donc décidé de pousser plus loin la modélisation des essais statiques pour tenter de prendre en compte tous les éléments pouvant influencer sur la mesure : conditions de liaison, inertie, longueur et tension du câble.

Le but est de fournir une méthode et un dispositif de mesure, capables de donner la tension du câble quels que soient le diamètre et la tension à mesurer.

a) Modèle théorique sans inertie

Le mode de mesure des tensiomètres sur le marché étant basé sur le principe d'un essai de flexion trois points, nous avons choisi de rester sur ce schéma mécanique mais de pousser plus loin l'étude théorique pour améliorer le dispositif.

La première étape consiste à bâtir un modèle à partir d'un câble supposé sans inertie, pour ensuite proposer des corrections pour la prise en compte de la raideur du câble à la flexion.

Le câble est supposé lié à deux appuis de raideur identiques, K . Sa demi-longueur est nommée L , il possède une aire de section droite appelée S , et son module d'élasticité vaut E .

Le tensiomètre, positionné sur le câble dont on veut mesurer la tension, produit un déplacement d au milieu du câble grâce à une force F appliquée entre deux poulies espacées de 2ℓ (Figure 56).

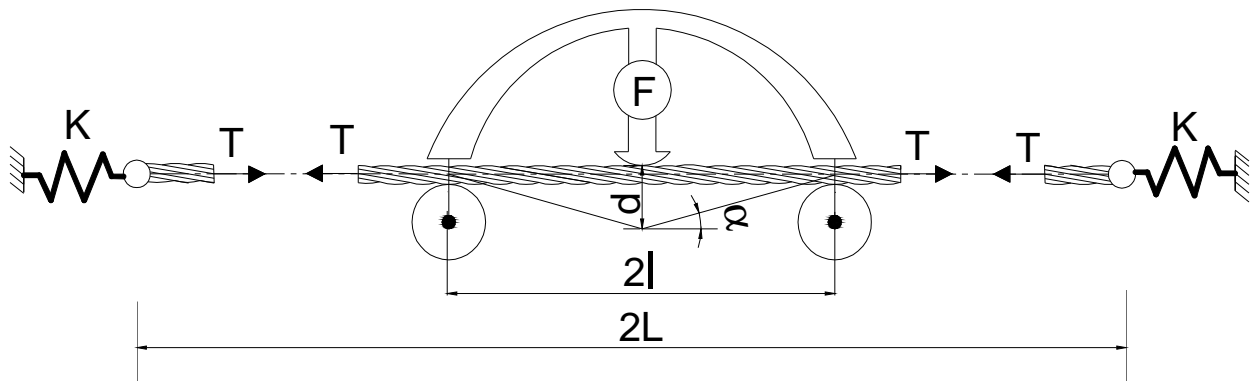


Figure 56. Principe et paramètres d'une mesure statique par flexion trois points

La relation liant la force F et le déplacement d produit, est donnée par Angelier [AN02] en faisant l'hypothèse que d reste très inférieur à ℓ :

$$(31) \quad F = \frac{2T}{\ell} d + \frac{Kk}{K+k} \frac{1}{\ell^2} d^3$$

où T est la tension dans le câble, $k = ES/L$ est la raideur axiale du câble, et K la raideur des appuis.

Cette équation peut aussi être écrite :

$$(32) \quad \frac{F}{d} = \frac{2T}{\ell} + \frac{Kk}{K+k} \frac{1}{\ell^2} d^2$$

Cette nouvelle formulation donne une relation linéaire entre F/d et d^2 :

$$(33) \quad \frac{F}{d} = A_0 + B_0 \times d^2$$

Même si le but premier du tensiomètre est de déterminer la tension dans le câble, la donnée de L , ℓ , k doit permettre d'extraire, à partir d'un tracé F - d , les deux inconnues T et K . Après détermination de A_0 et B_0 , elles pourront être calculées grâce aux relations :

$$(34) \quad T' = \frac{A_0 \ell}{2} \quad \text{et} \quad K' = \frac{B_0 \ell^2 k}{k - B_0 \ell^2}$$

b) Simulation par éléments finis – Analyse inverse

Pour vérifier le bien fondé de cette modélisation, nous avons réalisé une simulation du schéma mécanique du tensiomètre (de la Figure 56) avec un code éléments-finis. Les données du premier cas étudié sont fournies dans le Tableau 4.

Données de la simulation sous ANSYS	
T (N)	250
K (N/mm)	$1,00^E+02$
ℓ_0 (mm)	150
L_0 (mm)	650
E_0 (Mpa)	$1,00^E+05$
S_0 (mm ²)	3,85

Tableau 4. Paramètres du cas de base simulé

Les simulations donnent la valeur de la force F pour un déplacement imposé croissant de 0 à 12 mm.

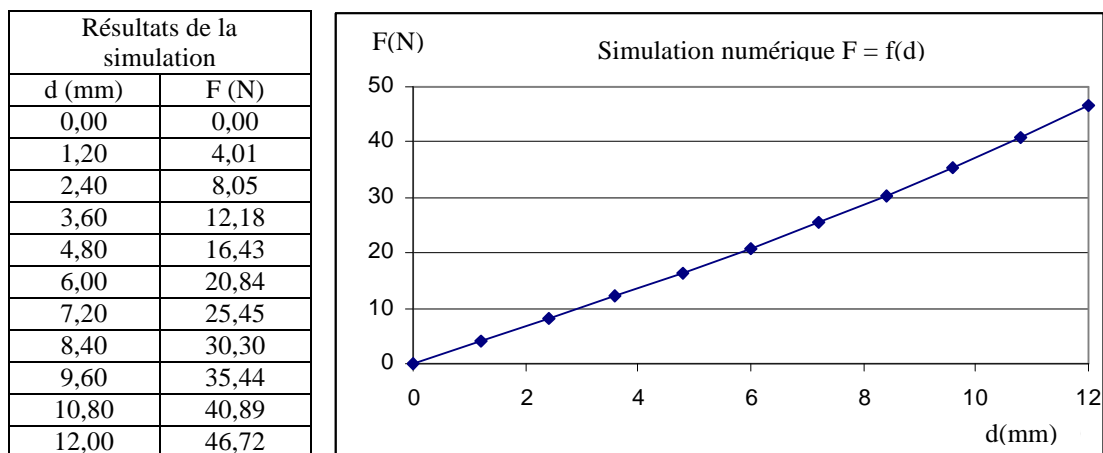


Figure 57. Résultats de la simulation pour $T = 250$ N, $K = 1,00^E+02$ N/mm

Le graphe $F/d = f(d^2)$ est ensuite généré et les deux paramètres A_0 and B_0 de l'équation (34) peuvent être déterminés par la méthode des moindres-carrés par exemple (Figure 58).

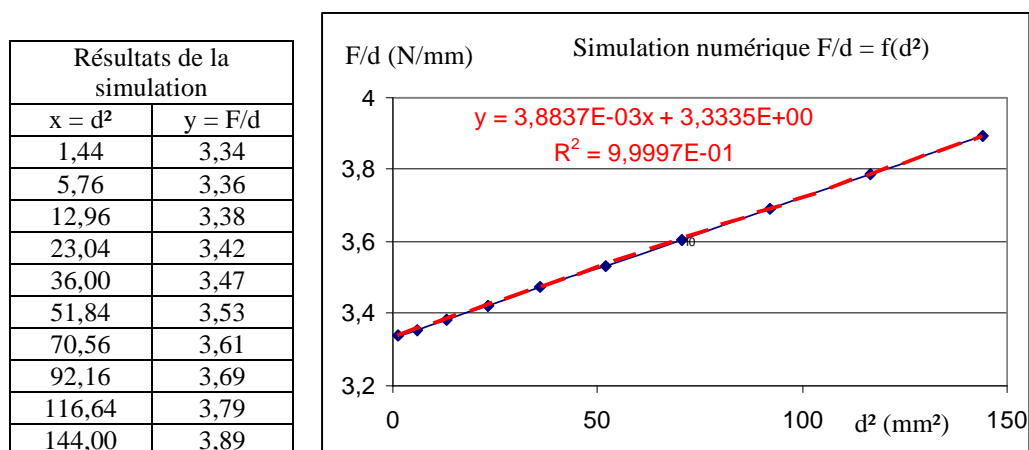


Figure 58. Résultats tirés de la simulation – Régression linéaire

La valeur du R^2 , très proche de 1, permet de valider le modèle et doit permettre de trouver des valeurs très proches des valeurs recherchées. La régression linéaire donne les valeurs suivantes :

- $A_0 = 3,3335$
- $B_0 = 3,8837^E-03$

Pour le cas de référence traité, on trouve donc $T' = 249,9$ N et $K' = 1,02^E+02$ N/mm ce qui est effectivement satisfaisant par rapport aux paramètres T et K introduits dans la simulation.

D'autres simulations ont été effectuées pour vérifier la pertinence des résultats lorsque T et K variaient. Les valeurs obtenues sont données dans le Tableau 5.

K (N/mm)	T = 250 (N)	T = 750 (N)	T = 1250 (N)
10^2	$T'=249.98$ $K'=1.02^E+02$	$T'=749.98$ $K'=1.07^E+02$	$T'=1249.98$ $K'=1.11^E+02$
10^3	$T'=249.93$ $K'=1.02^E+03$	$T'=749.93$ $K'=1.03^E+03$	$T'=1249.93$ $K'=1.05^E+03$
10^4	$T'=249.92$ $K'=1.08^E+04$	$T'=749.92$ $K'=1.15^E+04$	$T'=1249.92$ $K'=1.24^E+04$
10^5	$T'=249.92$ $K'=3.11^E+05$	$T'=749.92$ $K'=-5.23^E+05$	$T'=1249.91$ $K'=-1.43^E+05$
10^8	$T'=249.92$ $K'=-1.49^E+05$	$T'=749.92$ $K'=-8.53^E+04$	$T'=1249.91$ $K'=-5.98^E+04$

Tableau 5. Résultats de la détermination de T et K à partir des simulations

Si les valeurs T' restent dans des valeurs toujours très correctes, il n'en est pas de même pour K' qui devient aléatoire pour de fortes valeurs de K .

Ce problème est inhérent au processus d'indentification puisque pour les fortes valeurs de K , le terme $(k - B_0 \ell^2)$ tend vers zéro. Il devient donc impossible, avec les imprécisions de la régression linéaire, d'obtenir un résultat fiable.

Néanmoins, si on en reste à la détermination de T , ce qui nous intéresse dans le cadre de cette étude, les résultats montrent une bonne adéquation et permettent d'envisager une adaptation du modèle pour tenir compte de l'inertie de flexion réelle des câbles dans le processus de mesure.

c) Adaptation du modèle à un câble réel

Un câble possède en réalité une inertie de flexion qui fait que le modèle précédent est incomplet. Néanmoins, les simulations numériques prenant en compte cette inertie ont fourni également des relations linéaires entre F/d et d^2 , comme dans l'équation (33). Nous avons donc été amenés à utiliser le même modèle que précédemment, mais en introduisant des facteurs correctifs. La relation est formulée avec deux nouveaux coefficients :

$$(35) \quad \frac{F}{d} = A + B \times d^2$$

où

$$A(I, K, T, \ell, k) = A_0(K, T, \ell, k) \cdot [1 + a(I, K, T, \ell, k)] \text{ et}$$

$$B(I, K, T, \ell, k) = B_0(K, T, \ell, k) \cdot [1 + b(I, K, T, \ell, k)]$$

Avec les conditions limites suivantes :

$$(36) \quad A(I=0) = A_0 = \frac{2T}{\ell} \quad \text{et} \quad B(I=0) = B_0 = \frac{Kk}{K+k} \frac{1}{\ell^2}$$

Avec des simulations par éléments-finis donnant le comportement du câble réel sous l'action du tensiomètre il est alors possible d'évaluer les coefficients correcteurs a et b .

Grâce à plus de 500 cas différents, l'influence de chacun des paramètres (I , K , T , ℓ , k) est évaluée pour proposer une expression empirique de a et b .

d) Simulation par éléments finis – Détermination des coefficients correctifs

Nous avons utilisé le même modèle mécanique que précédemment mais en introduisant un terme d'inertie quadratique.

Les résultats les plus significatifs sont présentés dans la suite pour expliquer comment ont été reconstruites les deux fonctions a et b .

Fonction a

Pour obtenir une forme adimensionnelle de a , nous avons choisi d'étudier les variations de a en nous référant à un câble utilisé sur le dispositif expérimental, avec $I_0=1,67\text{mm}^4$, $\ell_0=150\text{mm}$, $E_0S_0=3,85.10^5\text{N}$, $k_0=E_0S_0/L_0=583\text{N/mm}$.

La Figure 59 permet de noter que pour une tension donnée, les courbes de a sont superposées, quelles que soient les valeurs de K . Il faut aussi remarquer que lorsque la tension augmente, la valeur de a décroît. Cela veut dire que l'inertie quadratique aura une influence importante pour les tensions faibles.

Comme la fonction a ne dépend que de I , T et ℓ , nous avons proposé un modèle a^{mod} de la forme :

$$(37) \quad a(I, K, T, \ell, k_0) = a^{\text{mod}}(I, T, \ell) = \delta \left(\frac{I}{I_0} \right)^\alpha \left(\frac{\ell}{\ell_0} \right)^\beta \left(\frac{T}{E_0 S_0} \right)^\gamma$$

Ecrit sous forme logarithmique, la relation devient :

$$(38) \quad \ln(a^{\text{mod}}(I, T, \ell)) = \ln(\delta) + \alpha \ln\left(\frac{I}{I_0}\right) + \beta \ln\left(\frac{\ell}{\ell_0}\right) + \gamma \ln\left(\frac{T}{E_0 S_0}\right)$$

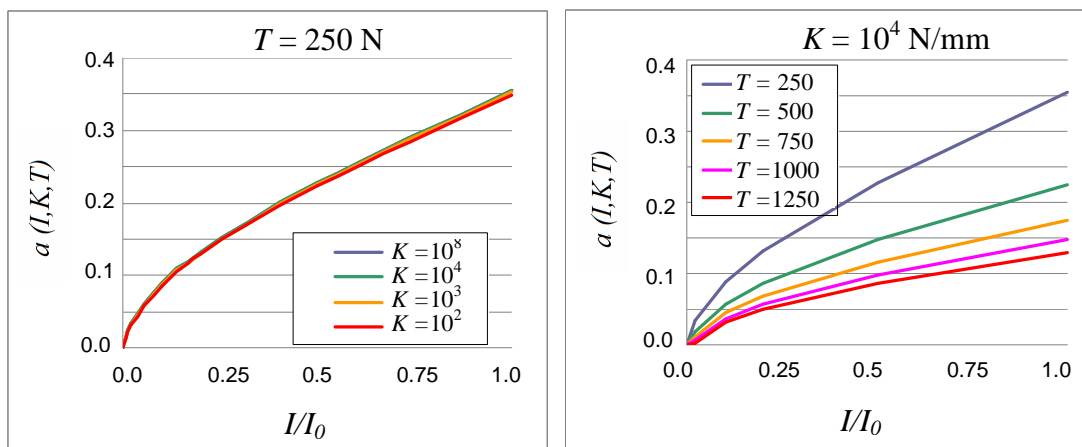


Figure 59. Variations de a pour différentes valeurs de I , K et T , les autres étant fixées (Tableau 4)

Avec les courbes construites précédemment, nous pouvons identifier les paramètres α , β , γ et δ . Et l'expression de a^{mod} est de la forme :

$$(39) \quad a^{\text{mod}} = 0,0042 \left(\frac{\ell_0}{\ell} \right)^{\frac{4}{3}} \left(\frac{I}{I_0} \frac{E_0 S_0}{T} \right)^{\frac{3}{5}}$$

Nous pouvons évaluer l'écart entre a^{mod} et a pour différentes valeurs de I et T , les autres paramètres étant fixés selon le Tableau 4.

I/I_0	$T=250 \text{ N}$	$T=500 \text{ N}$	$T=750 \text{ N}$	$T=1000 \text{ N}$	$T=1250 \text{ N}$
1	2.65%	-0.91%	-1.50%	-1.47%	-1.26%
0.5	-0.28%	-1.19%	-0.76%	-0.31%	0.06%
0.2	-0.18%	0.52%	0.99%	0.86%	0.65%
0.1	1.32%	1.38%	0.41%	-1.19%	-3.26%
0.02	-1.35%	-20.36%	-50.32%	-113.34%	-276.58%

Tableau 6. Différence relative entre a^{mod} et a

Ces écarts peuvent sembler importants pour de faibles inerties, mais il ne faut pas oublier que c'est le coefficient A qui permet de déterminer la tension. Il est donc beaucoup plus pertinent de comparer A^{mod} et A (équation (35)).

I/I_0	$T=250 \text{ N}$	$T=500 \text{ N}$	$T=750 \text{ N}$	$T=1000 \text{ N}$	$T=1250 \text{ N}$
1	0.69%	-0.16%	-0.22%	-0.19%	-0.14%
0.5	-0.05%	-0.15%	-0.08%	-0.03%	0.01%
0.2	-0.01%	0.04%	0.06%	0.05%	0.04%
0.1	0.11%	0.08%	0.02%	-0.04%	-0.10%
0.02	-0.04%	-0.37%	-0.61%	-0.82%	-1.00%

Tableau 7. Différence relative entre A^{mod} et A

Ces faibles différences (moins de 1 % d'écart relatif) permettent de valider le modèle proposé. Il devrait donner une excellente précision sur T' , quelles que soient les valeurs des paramètres I , K et T . La variation de ℓ entraîne des variations légèrement supérieures, mais qui ne dépassent pas les 3%.

Fonction b

Comme pour la fonction a , nous avons étudié les variations de b en fonction des paramètres du modèle mécanique.

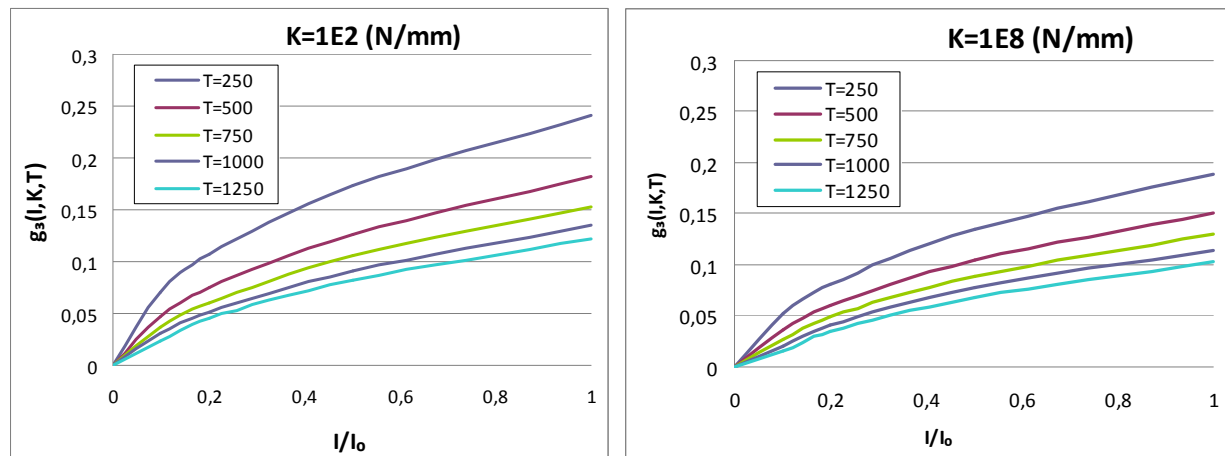


Figure 60. Variations de b pour différentes valeurs de I , K et T , les autres étant fixées (Tableau 4)

L'évolution de b avec les paramètres I , K , T et ℓ nous a conduit à proposer cette formulation :

$$(40) \quad b^{\text{mod}} = 7.3 \times 10^{-3} \left(\frac{I}{I_0} \right)^{0.64} \left(\frac{\ell_0}{\ell} \right)^{1.7} \left(\frac{E_0 S_0}{T} \right)^{0.48} \left(\frac{k_0}{K} \right)^{0.013}$$

Les différences obtenues entre b^{mod} et b sont plus importantes que celles entre a^{mod} et a . Cela est probablement dû à une évolution de b en fonction des paramètres qui est beaucoup moins nette que pour a .

Néanmoins, les différences relatives restent inférieures à 10 % [Cg11].

Comme le but principal était de déterminer la tension en place à partir du dispositif de mesure, nous ne sommes pas allés beaucoup plus loin dans la modélisation pour nous consacrer à la validation expérimentale du modèle.

e) Expérimentation

Un prototype de tensiomètre a été conçu au LMGC. Il permet une mesure de la force et du déplacement imposés sur un câble et de traiter ensuite les données par un analyseur (Figure 61). Les dimensions du dispositif portable de mesure sont de 50 cm par 50 cm, pour une masse de 7 kg.

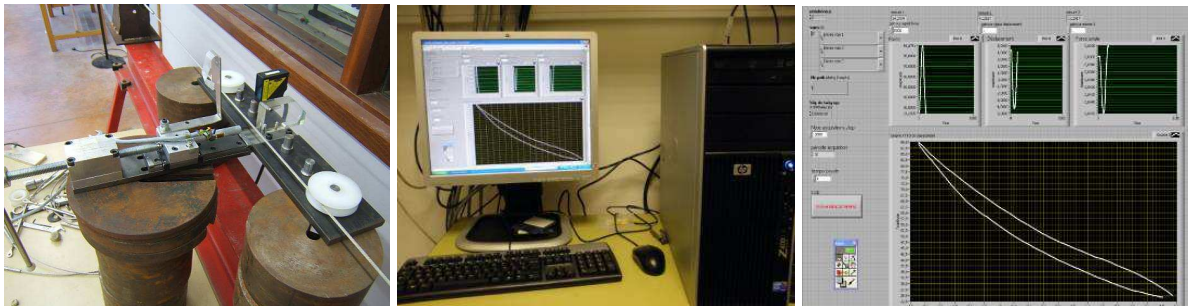


Figure 61. Prototype de tensiomètre en phase de mesure et traitement des données

Pour chaque essai, plusieurs cycles de chargement / déchargement sont effectués pour prendre en compte le phénomène d'hystérésis inhérent aux câbles en tension. Cela permet en outre de vérifier la répétabilité des résultats.

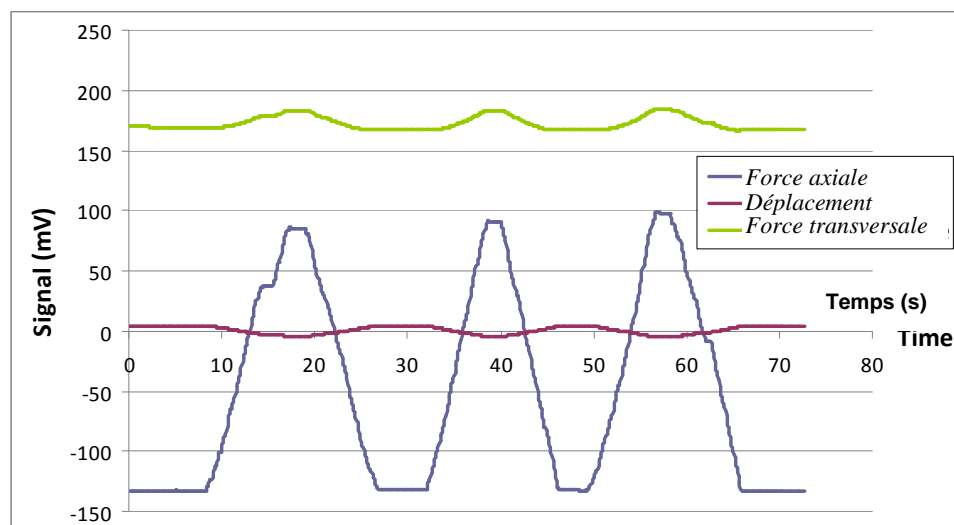


Figure 62. Données fournies par le banc de mesure : force axiale (T), déplacement (d) et force appliquée (F)

Pour chaque courbe $F/d=f(d^2)$ on détermine les coefficients A_{exp} et B_{exp} correspondants à la droite qui caractérise le mieux les données.

$$(41) \quad \frac{F}{d} = A_{\text{exp}} + B_{\text{exp}} \times d^2$$

Un exemple de régression linéaire est donné sur la Figure 63, à partir d'une courbe issue d'un essai expérimental. Cette étape peut bien sûr être réalisée quel que soit le type de câble. Cela permet déjà de vérifier que les courbes obtenues correspondent bien à la forme attendue.

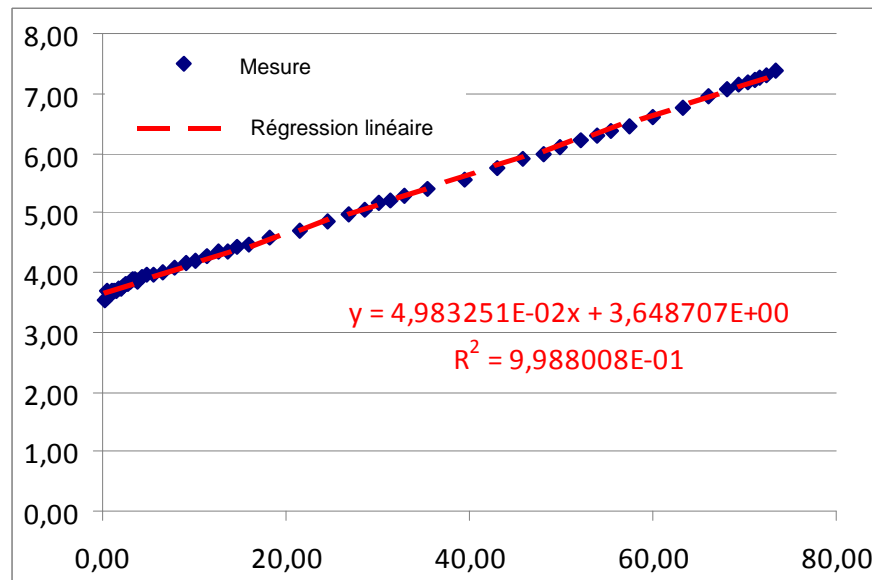


Figure 63. Courbe $F/d=f(d^2)$ obtenue après un essai et la régression linéaire correspondante

Si la forme correspond bien au modèle développé, il est alors possible de passer à l'exploitation des résultats, en l'occurrence A_{exp} et B_{exp} . Pour cela, il faut rappeler que la tension expérimentale est censée suivre le modèle :

$$(42) \quad A_{\text{exp}} = \frac{2T_{\text{exp}}}{\ell} \left[1 + 0,0042 \left(\frac{\ell_0}{\ell} \right)^{4/3} \left(\frac{I}{I_0} \frac{E_0 S_0}{T_{\text{exp}}} \right)^{3/5} \right]$$

À ce stade, la détermination de T_{exp} suppose la connaissance de tous les autres paramètres liés à l'essai réalisé : ℓ (mais qui est propre au dispositif de mesure) et surtout I (l'inertie quadratique du câble). Il est possible de déterminer I soit de manière expérimentale sur un banc d'essai, soit par le calcul [COS90]. On peut donc schématiser le processus de calibration suivant le Tableau 8 :

	Connus	À déterminer
Sur banc de tension	A, B, T	I/I_0
Sur la structure	A, B, I/I_0	T_{exp}

Tableau 8. Calibration et mesure in situ

Nous avons mené une campagne d'essais sur un banc pour deux types de câbles et une large gamme de tension. Les résultats ont été ensuite comparés avec la mesure de la tension qui est faite sur le banc avec un capteur de force. Nous obtenons des résultats satisfaisants (Tableau 9), puisque la

tension du câble est déterminée avec une marge d'erreur toujours inférieure à $\pm 5\%$ ce qui est une marge souvent donnée par les fabricants de tensiomètres.

Câble 1 : $\phi = 3\text{mm}$ - $I/I_0 = 0.005$			Câble 2 : $\phi = 10\text{mm}$ - $I/I_0 = 7.4$		
T(N)	$T_{\text{exp}}(\text{N})$	Ecart	T(N)	$T_{\text{exp}}(\text{N})$	Ecart
233	234	-0.34%	614	636	-3.6%
516	525	-1.67%	715	751	-5.0%
790	775	1.94%	1270	1215	4.3%
1041	1049	-0.85%	1540	1522	1.2%
1522	1532	-0.70%	1565	1512	3.4%

Tableau 9. Ecart entre T et T_{exp} pour deux câbles de diamètre différent

Les travaux portant sur le développement d'un tensiomètre, qui serait opérationnel dans un cas quelconque, ont fait l'objet de deux communications ([Cg7], [Cg9]). Un article a aussi été récemment soumis.

3.2.2.4 Confrontation entre simulations et expérimentation

À partir du prototype d'anneau de tenségrité réalisé, il était intéressant de confronter le comportement expérimental aux simulations qui avaient pu être faites dans le cadre du dimensionnement.

Pour cette comparaison, nous avons appliqué le chargement imposé lors des simulations sur l'anneau (charge verticale et sur chaque nœud de nappe supérieure – Figure 64).



Figure 64. Chargement appliqué sur un nœud de l'anneau

Les mesures de déplacement se faisaient au moyen d'un tachéomètre Leica TDA 5005 permettant de connaître la position des barres pour chaque pas de chargement. Des cibles réfléchissantes étaient collées aux extrémités de chacune des barres. Leur suivi a permis de déterminer le déplacement des nœuds.



Figure 65. Mesure de la position des barres par l'intermédiaire du tachéomètre et de cibles réfléchissantes

Les courbes charge-déplacement obtenues (Figure 66) ne font pas apparaître la rupture de pente attendue dans le cadre de la simulation numérique et due au relâchement des câbles non coplanaires.

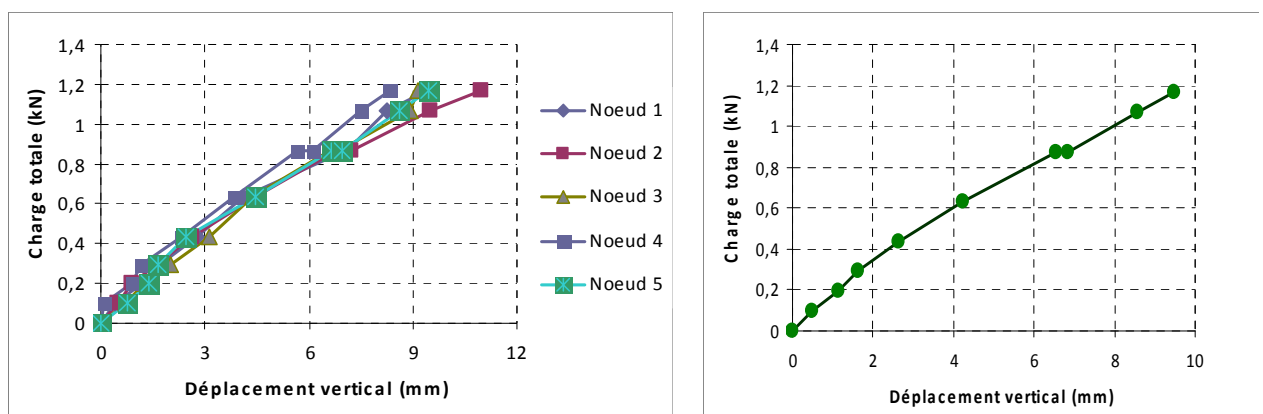


Figure 66. Déplacements sous chargement de chaque nœud de la nappe supérieure et déplacement moyen

D'un point de vue quantitatif, la courbe moyenne pour les 5 nœuds donne une raideur globale de l'anneau de 0,123 kN/mm, ce qui correspond à la valeur obtenue numériquement, mais *après* relâchement des câbles non-coplanaires.

À l'époque où ces essais ont été réalisés, le modèle développé pour le tensiomètre n'était pas finalisé et ne nous permettait pas d'avoir une mesure suffisamment fidèle pour garantir un bon état de tension dans le système. De plus, de par la réalisation des liaisons, les câbles induisent des moments parasites dans les nœuds qui ne permettent pas d'atteindre un niveau de tension élevé sous peine de détériorer les assemblages. Nous nous sommes donc restreints en termes de niveau d'autocontrainte, mais aussi de chargement puisque chaque nœud était chargé au maximum de 23,6 daN. Des nœuds en matériaux composites insuffisamment rigides et les jeux présents dans les liaisons, sont aussi des paramètres qui ont fait diverger le modèle théorique du comportement expérimental.

La comparaison entre modèle théorique et expérimental est donc loin d'être concluante, mais il est possible qu'une mauvaise introduction de l'autocontrainte, ou les imperfections de réalisation, soient la cause ces divergences. Il faudra pousser plus loin les investigations pour s'en assurer et évaluer l'influence de chacun d'elles.



Figure 67. Vue d'un nœud laissant apparaître des jeux importants, générateurs de flexions parasites

3.2.3 Bilan des actions menées sur le thème « De la conception à la réalisation des systèmes de tenségrité »

La réalisation de prototypes de système de tenségrité est une étape indispensable afin de proposer des solutions applicables à grande échelle dans le cadre d'un transfert de technologie. Les premiers systèmes conçus et réalisés au sein du LMGC ont permis de démontrer la faisabilité de telles structures, ce qui est déjà une avancée majeure.

Les prototypes conçus ces dernières années m'ont amené à une **réflexion approfondie sur la réalisation pratique des nœuds** pour qu'ils répondent correctement aux modélisations et simulations réalisées en amont. Ces liaisons sont souvent le point névralgique du système car elles présentent des impératifs cinématiques et sont le lieu de concentrations de contraintes mécaniques.

Dans le cas de **la grille Tensarch**, j'ai **proposé des modifications des nœuds initiaux** permettant de surmonter les défauts constatés lors du montage et des essais statiques.

Pour **l'anneau de tenségrité**, les solutions que j'ai suggérées lors de l'encadrement d'une thèse de doctorat, ont permis de **réduire à la fois la masse et le coût du prototype tout en restant d'un montage aisé**. Dans le même temps, le choix réalisé s'est écarté du modèle théorique à actions concourantes en un point et sans jeu. Pour ce cas précis, il m'apparaît donc souhaitable de pousser plus loin la réflexion pour la conception de nœuds plus performants, permettant de mieux répondre au cahier des charges lié au modèle de conception :

- liaison rotule entre les éléments afin de transmettre des sollicitations uniquement de traction/compression, et ce même si la capacité de rotation reste faible (quelques degrés ou dizaines de degré pour des systèmes pliables),
- axe des éléments concourants.

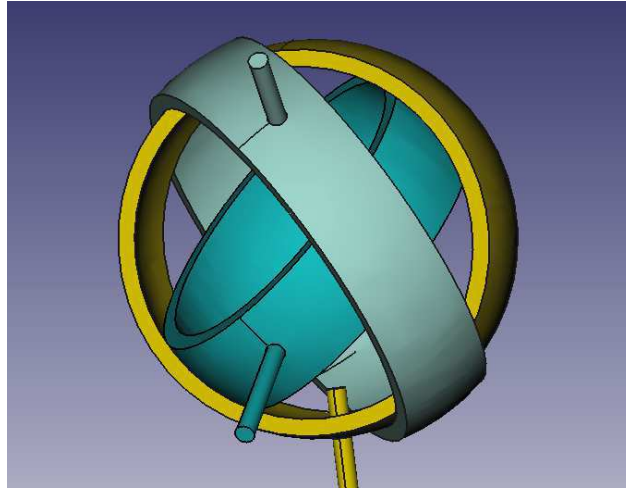


Figure 68. Vue conceptuelle d'un nœud de structure

En poursuivant le **développement sur le plan théorique et expérimental d'un tensiomètre** qui réalise une mesure de tension fiable quel que soit le type de câble et son niveau de tension, j'ai contribué à la mise en place d'un outil permettant de réaliser un réglage correct de l'autocontrainte dans la structure. À moyen terme, un partenariat avec un industriel pourrait permettre d'optimiser le prototype et proposer un dispositif plus compact et autonome.

Néanmoins, avant de rendre les systèmes de tensegrité concurrentiels au niveau industriel, il faut pouvoir proposer une plus-value forte par rapport à des systèmes traditionnels éprouvés.

Leur capacité au pliage et/ou déploiement peut être un de ces atouts et c'est ce que j'ai notamment tenté de démontrer dans le cadre d'un autre axe de recherche, sur les systèmes pliables/dépliables.

De nouvelles perspectives d'application ont aussi été récemment esquissées par la NASA pour la conception de robots d'exploration, confirmant ainsi que les systèmes de tensegrité ont de fortes potentialités pour devenir des « *systèmes structuraux pour le futur* »...

3.3 Conception de systèmes légers, autocontraints, pliables-dépliables

3.3.1 Les systèmes à géométrie variable, un concept ancestral

Les systèmes pliables/dépliables sont des systèmes capables de se transformer d'une configuration fermée compacte à une configuration ouverte déployée.

La conception de structures pliables est commune à tous les domaines car, qu'il s'agisse de stockage ou de transport, le gain de place est un atout. Dans la nature, la faune et la flore présentent un nombre infini de mécanismes faisant appel au pliage : ailes d'oiseaux, fleurs ou feuilles, etc. Mais l'homme a aussi inventé beaucoup d'objets pliants pour l'aider dans sa vie quotidienne : chaises, parapluies, poussettes...

Ce concept offre donc d'innombrables applications dans les domaines de la science et des technologies modernes. Au sein du LMGC, Bouderbala [BOU98] et El Smaili [SMA04] ont proposé des études sur l'évolution des systèmes pliables au cours de l'Histoire, leur utilisation remonte à l'aube de l'humanité. Mais ce sont les applications tournées vers le génie civil ou l'aérospatiale qui nous intéresseront ici : nous pouvons citer par exemple les antennes et réflecteurs satellite ou les constructions temporaires utilisées pour des manifestations culturelles et des abris d'urgence.

Le cahier des charges de ces applications est souvent défini par les deux situations opérationnelles qu'elles vont rencontrer au cours de leur vie : en cours de déploiement et en service. La première phase requiert une mise en œuvre aisée, rapide et contrôlée, alors que la deuxième impose une stabilité et une rigidité qui satisfassent aux conditions d'exploitation. Des critères de compacité, facilité de déploiement, et rigidité en place, sont ainsi définis pour vérifier si le système répond bien aux objectifs.

Dans la période « moderne » l'architecte espagnol E. P. Piñero est le premier à avoir conçu des structures pliables modulaires à partir d'éléments basiques de type ciseaux 2D ou 3D ([PIN61], [PIN65], [PIN72]). Pour obtenir la rigidité en position déployée, des éléments étaient insérés afin de supprimer les mécanismes finis. La Figure 69 montre une maquette d'un projet de théâtre mobile qu'il proposa. Bien sûr, la stabilité de la structure est d'autant plus difficile à assurer que la taille du système est importante.

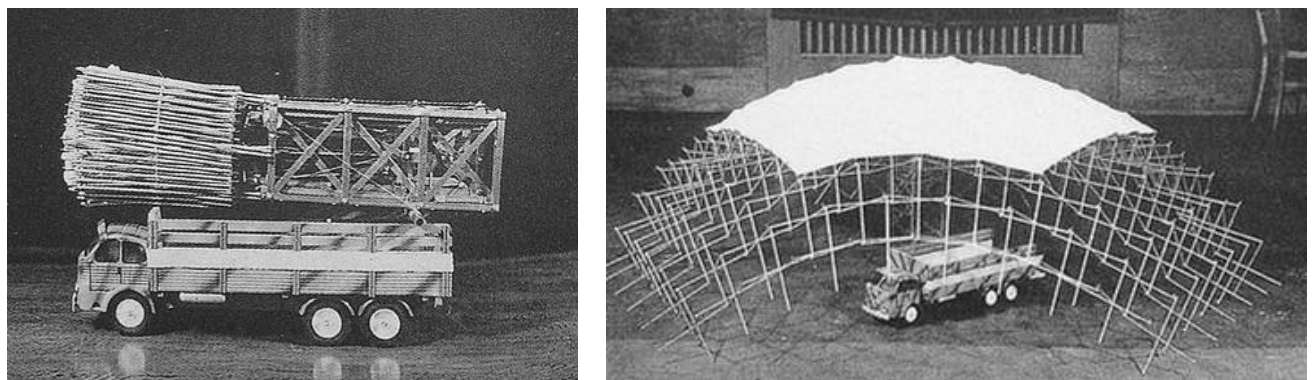


Figure 69. Projet de Piñero présenté à l'IUA de Londres en 1961

Les premiers chercheurs à avoir exploité l'aptitude au pliage des systèmes de tensegrité sont Furuya [FUR92] et Hanaor [HAN93]. Pour réaliser le pliage, ils utilisaient des barres télescopiques. Furuya a proposé le pliage d'un mât de modules à trois barres sur un plan (Figure 70) tandis que Hanaor a plié une grille en fagot. Pellegrino, lui, a choisi d'agir sur les câbles et introduit la notion de « câble actif » destinés à générer le déploiement [PEL93].

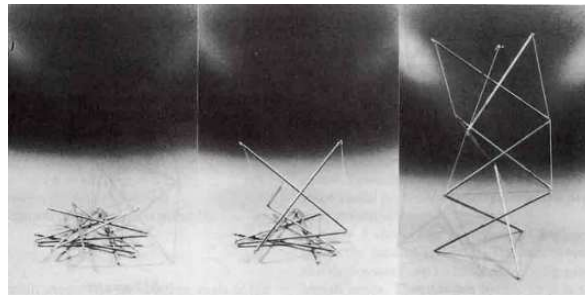


Figure 70. Modèle physique proposé par Furuya

Plus récemment, Knight [KNI00] et Tibert [TIB02] ont proposé l'utilisation de systèmes de tensegrité pour la conception d'antennes-réflecteurs déployables (Figure 71).

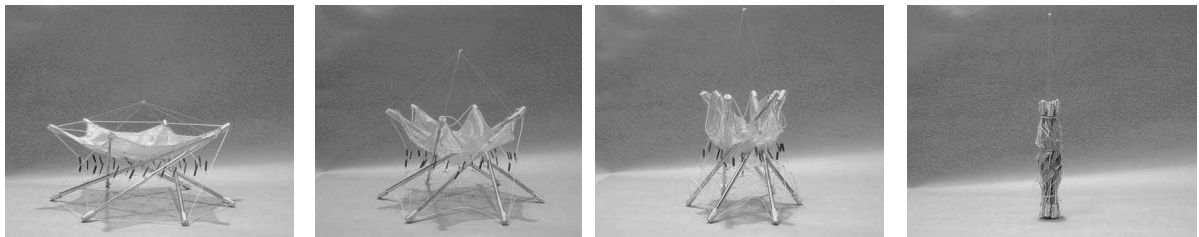


Figure 71. Pliage d'un modèle physique d'antenne-réflecteur [TIB02].

Comme les systèmes de tensegrité présentent l'avantage de posséder une autocontrainte qui stabilise les mécanismes infinitésimaux, la suppression de l'état de sollicitation interne est une manière d'activer les mobilités nécessaires au pliage en créant des mécanismes finis à partir des mécanismes infinitésimaux. Cela peut effectivement s'obtenir soit par raccourcissement des barres, soit par allongement des câbles. El Smaili a montré qu'on pouvait supprimer l'autocontrainte de façon totale ou partielle, notamment sur la grille Tensarch (Figure 72).

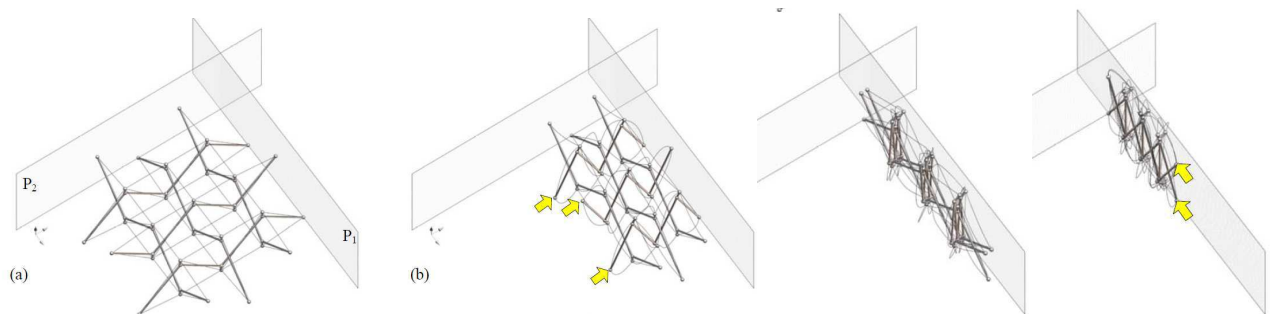


Figure 72. Pliage de la grille Tensarch [SMA04].

Dans ce chapitre, nous montrerons dans un premier temps comment l'anneau de tensegrité précédemment étudié sur le plan mécanique peut aisément se plier/déployer par action sur un nombre réduit de câbles. Cela ouvre de nouvelles perspectives d'application pour ce système.

Ensuite, nous présenterons les dernières études réalisées dans l'équipe sur la conception de nouvelles ossatures pour des antennes de télécommunication satellite, automatiquement déployables. Elles tirent leur originalité de l'utilisation d'un concept de structures innovantes, autocontraintes non en traction comme pour les cas d'études précédents, mais en flexion.

Enfin, nous verrons comment notre expérience dans le domaine nous a permis de proposer une méthode d'optimisation du réseau de câbles servant de support au tricot réflecteur des antennes satellites paraboliques et faisant partie intégrante de la structure.

3.3.2 Étude et conception de systèmes autocontraints innovants, pliables-dépliables

3.3.2.1 Pliage et déploiement d'un anneau de tensegrité

Comme cela avait été montré par Motro [MOT06], l'anneau de tensegrité à base pentagonale peut se plier sur lui même par allongement des câbles de nappe supérieure et inférieure. Ce qui au départ était réalisé sur des maquettes de petite dimension pouvait, avec la réalisation d'un prototype, être modélisé et donner lieu à des comparaisons sur les plans analytique, numérique et expérimental.

a) Etude analytique

L'étude analytique du pliage de l'anneau en fonction de l'allongement des câbles de nappe repose sur l'écriture des relations géométriques entre les longueurs d'éléments et du cercle circonscrit à chacune des trois nappes de nœuds (Figure 80).

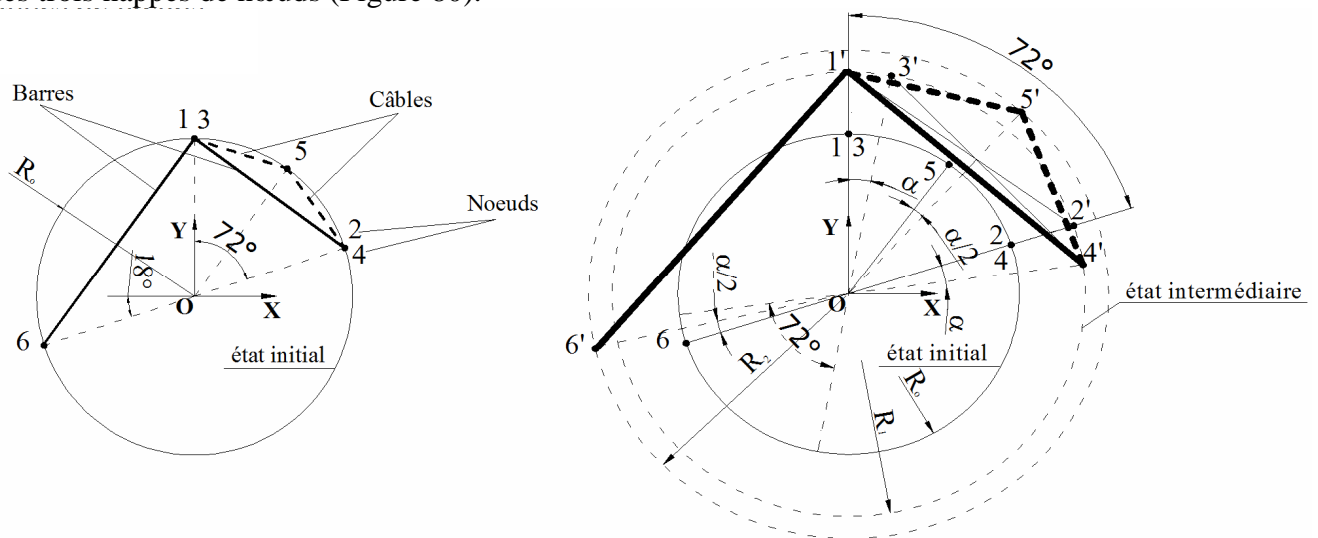


Figure 73. Paramètres géométriques du pliage [NGU09]

À partir de trois équations à quatre inconnues, nous pouvons exprimer trois inconnues (R_1 et R_2 , les rayons intermédiaires ou de nappe et H la hauteur du module) en fonction de α , la rotation des nappes les unes par rapport aux autres (Figure 83).

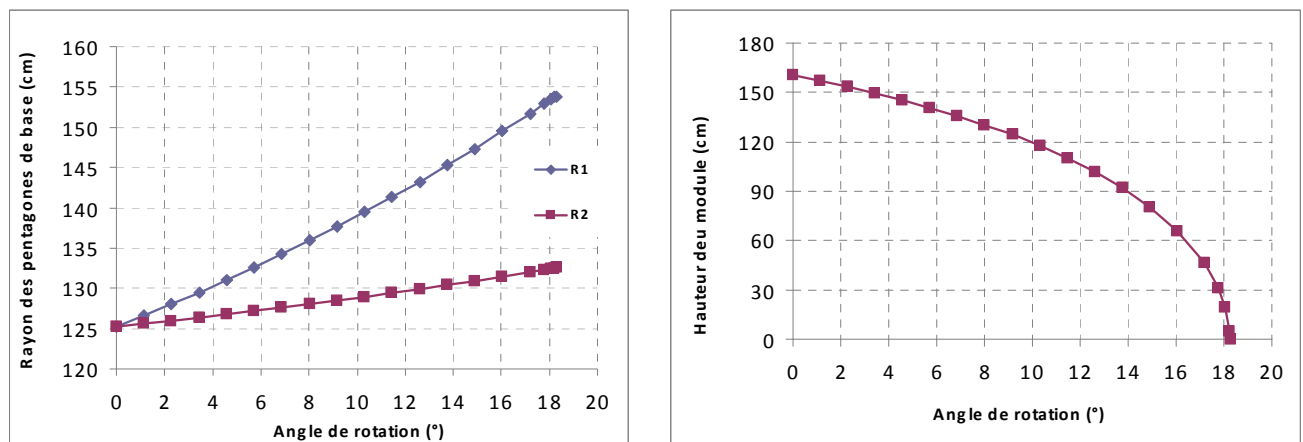


Figure 74. Valeur des rayons et de la hauteur des modules en fonction de l'angle de rotation des nappes

Les relations géométriques sont ensuite utilisées pour déterminer les longueurs des câbles de nappe et exprimer la hauteur du module en fonction de leur allongement.

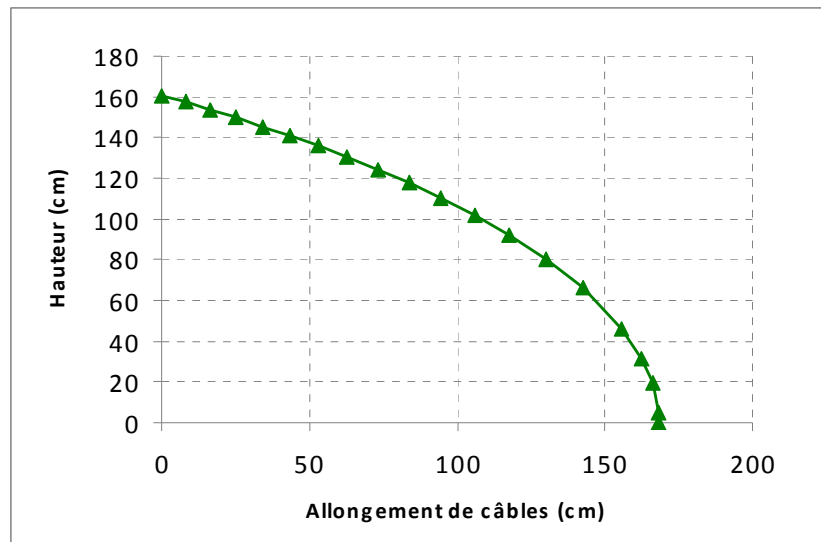


Figure 75. Hauteur du module en fonction de l'allongement des câbles de nappe

b) Simulation numérique

Pour simuler le pliage d'un point de vu numérique, nous avons choisi d'utiliser le code de calcul ANSYS qui avait déjà été employé dans le cadre de l'étude mécanique du comportement. Le but était d'être en mesure de proposer des méthodes de modélisation sur un seul et même logiciel afin de faciliter la conception.

Après plusieurs tentatives, la méthode qui a été la plus stable numériquement pour simuler le processus de pliage a été de créer des câbles de rigidité quasiment nulle (module d'élasticité réduit d'un facteur 100 000), puis d'imposer les déplacements nécessaires au pliage. On vérifiait alors que les efforts ne variaient quasiment pas dans les autres éléments et restaient symétriques dans le système.

La courbe obtenue se superpose parfaitement à celle tracée dans le cadre du calcul analytique (Figure 76).

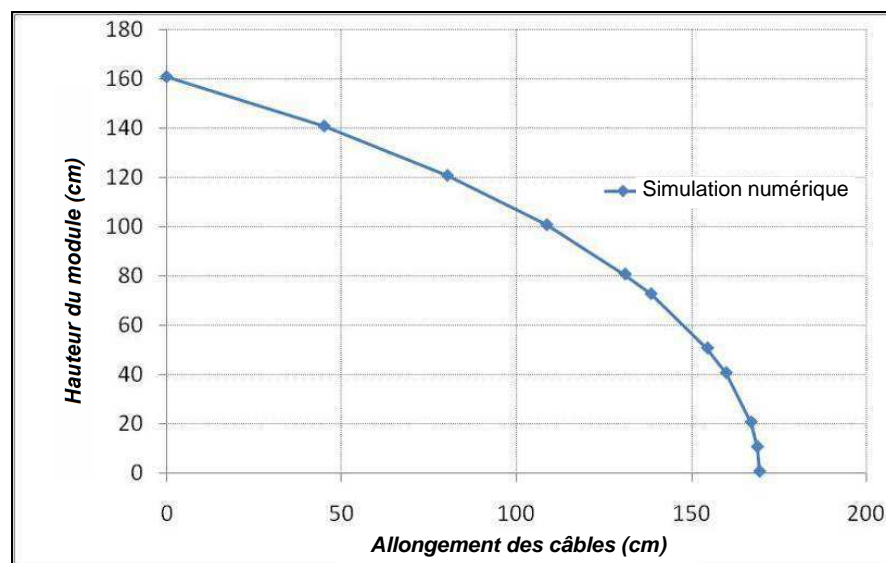


Figure 76. Hauteur du module en fonction de l'allongement des câbles de nappe – Simulation

Les figures qui suivent montrent trois configurations en cours de pliage suivant la hauteur du module.

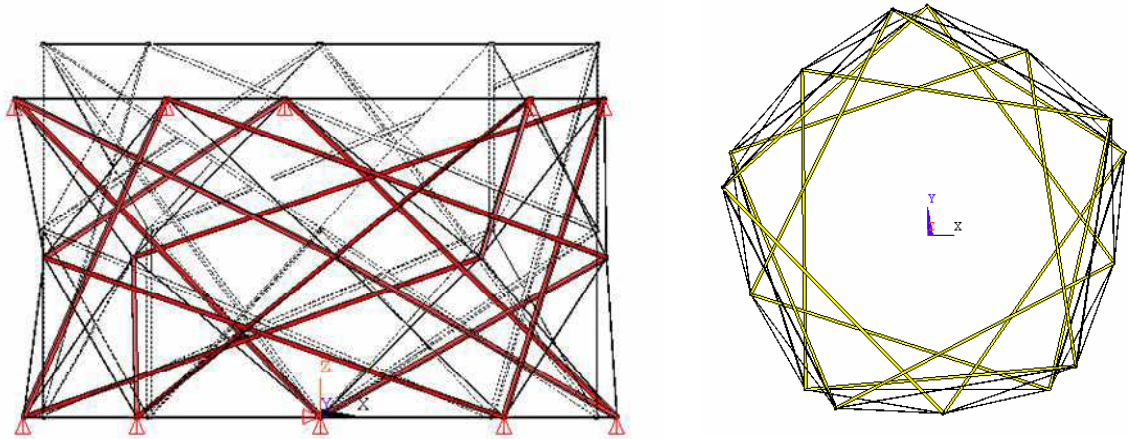


Figure 77. Simulation du pliage pour des déplacements imposés $\delta = 15\%$ de H

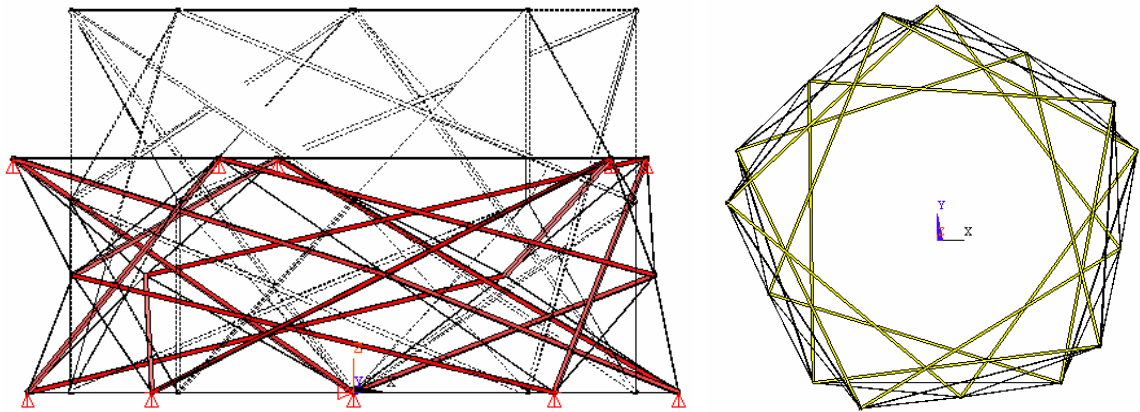


Figure 78. Simulation du pliage pour des déplacements imposés $\delta = 40\%$ de H

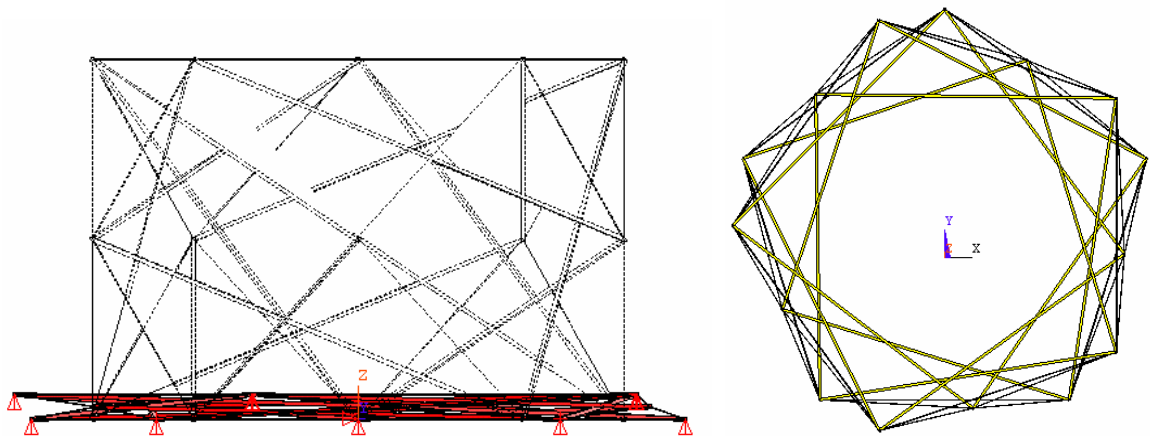


Figure 79. Simulation du pliage pour des déplacements imposés $\delta = 95\%$ de H

Forts de ces modélisations analytiques et numériques, nous avons pu passer à l'expérimentation sur le prototype afin de vérifier si les résultats étaient identiques pour le modèle physique.

c) Etude expérimentale

Le pliage/déploiement de l'anneau se fait par allongement/raccourcissement des câbles de nappe inférieure et supérieure du prototype (Figure 80).

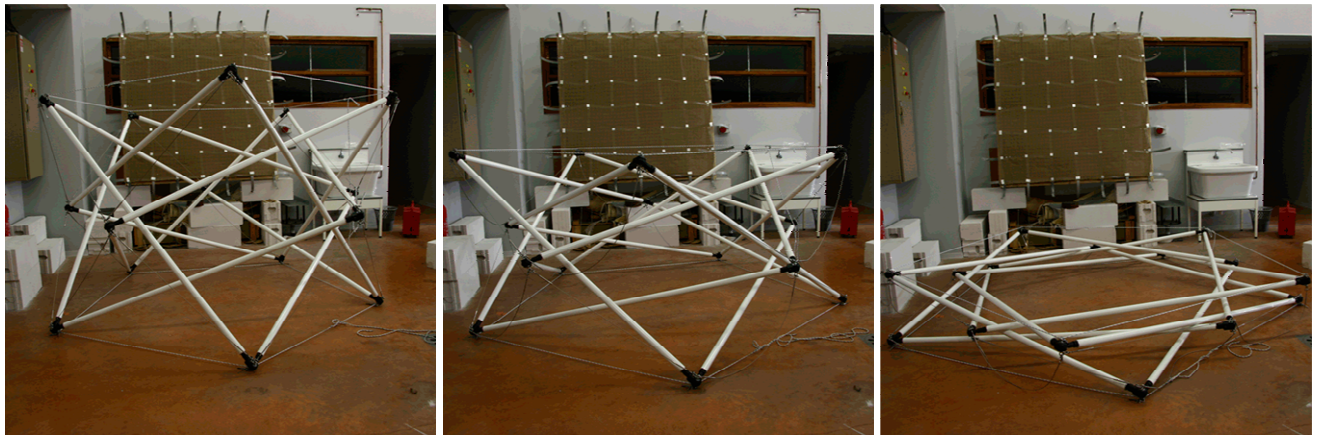


Figure 80. Pliage de l'anneau par allongement des éléments de nappe

Pour mener les études expérimentales, la position de chacune des barres est déterminée à chaque étape du pliage par pointage de cibles réfléchissantes avec un tachéomètre Leica TDA 5005. Plusieurs stations sont nécessaires pour pointer toutes les barres, chaque position du tachéomètre est alors recalée par rapport à un référentiel fixe matérialisé par 3 prismes réflecteurs. La longueur du câble est maîtrisée par l'intermédiaire de serre-câbles (Figure 81), un dispositif rudimentaire mais suffisant pour notre étude.



Figure 81. Dispositifs de mesure de la géométrie et de réglage du câble servant au pliage

La position de chaque barre est déterminée par l'intermédiaire de deux cibles réfléchissantes collées sur une même génératrice de l'élément. Un traitement est ensuite effectué sur un logiciel de dessin assisté par ordinateur pour localiser les axes des barres et les centres géométriques des nœuds du système.

Les différentes phases du pliage représentées sur les 3 vues de la Figure 82 laissent apparaître une géométrie régulière, même si les mécanismes qui sont activés en cours de pliage peuvent parfois perturber la symétrie du système.

Plus étonnante a été la courbe donnant la hauteur du module en fonction de l'allongement des câbles (Figure 83). Nous avons pu constater un écart important entre les valeurs expérimentales et numériques (ou analytiques). Nous nous attendions certes à ce que le module ne se plie pas complètement en raison du contact entre barres en fin de pliage, mais l'écart entre théorie et expérimentation se creusait bien avant. Cela nous a amenés à observer beaucoup plus finement ce qui se passait lors du processus de pliage expérimental.

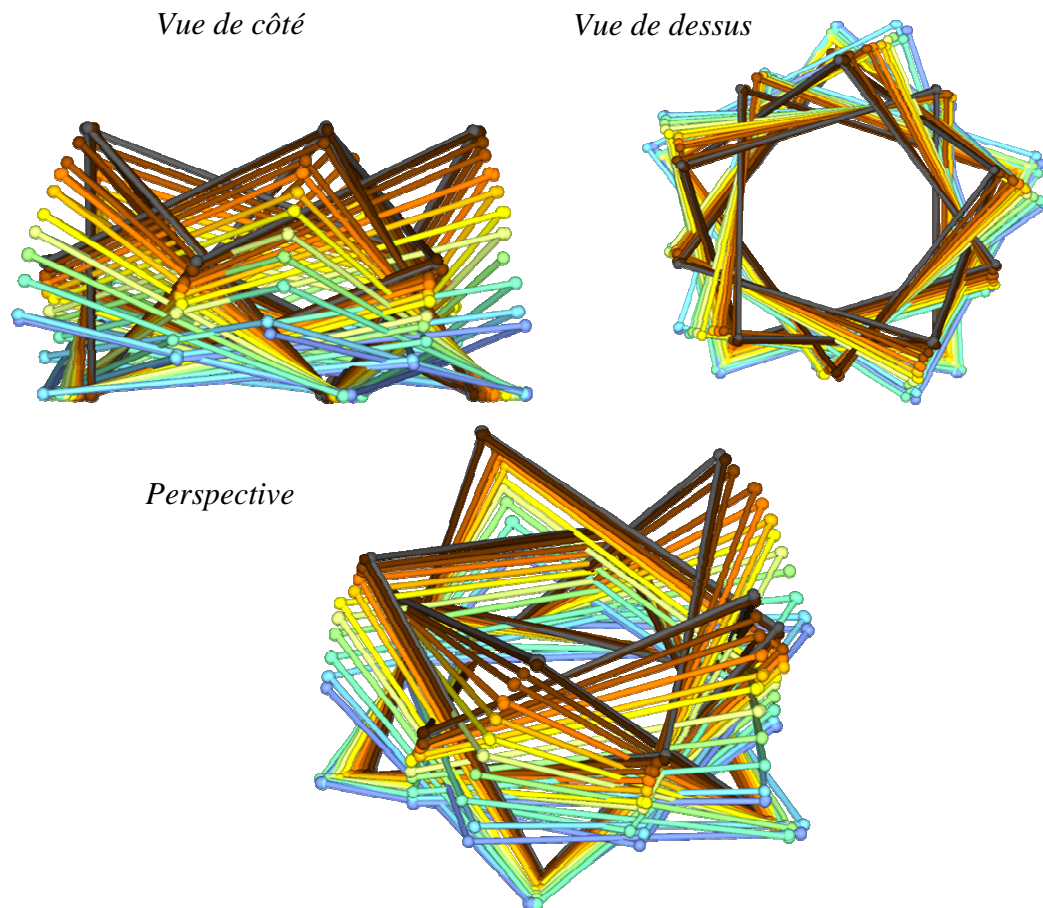


Figure 82. Reconstitution de la position des barres du module en cours de pliage

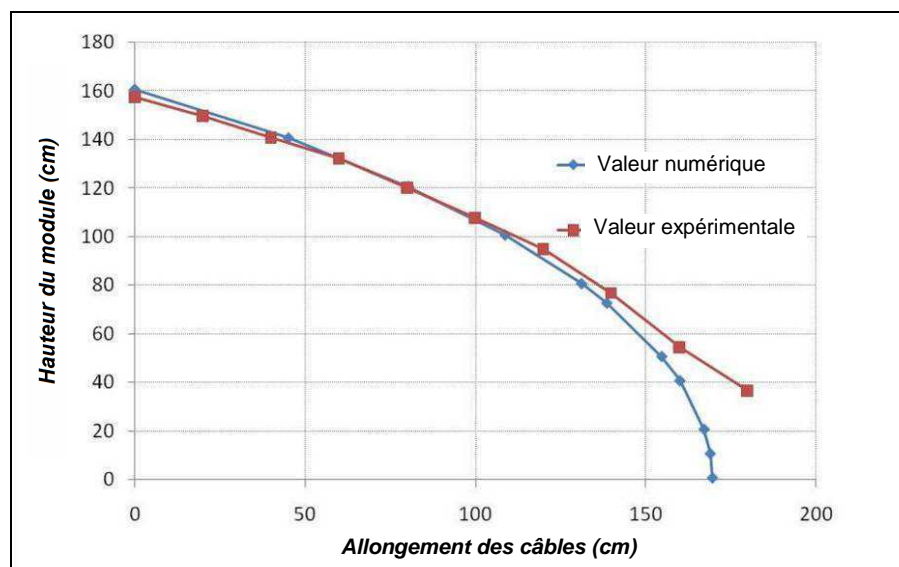


Figure 83. Comparaison du pliage simulé numériquement et des valeurs expérimentales

C'est en recalculant toutes les distances entre nœuds que nous avons trouvé l'explication à cet écart. En effet nous nous sommes aperçus que le nœud conçu, qui avait déjà causé quelques soucis dans la phase expérimentale d'étude du comportement, perturbait fortement le processus de pliage. En raison du déport des points d'accrochage des câbles par rapport au centre du nœud, tout se passait en cours de pliage comme si les câbles coplanaires liant la nappe de nœuds intermédiaires aux nappes supérieure et inférieure se raccourcissaient au cours du pliage. Ce phénomène étant causé par la

rotation des axes de nœuds qui provoque l'équivalent d'un raccourcissement de 2,5 cm sur les câbles coplanaires.

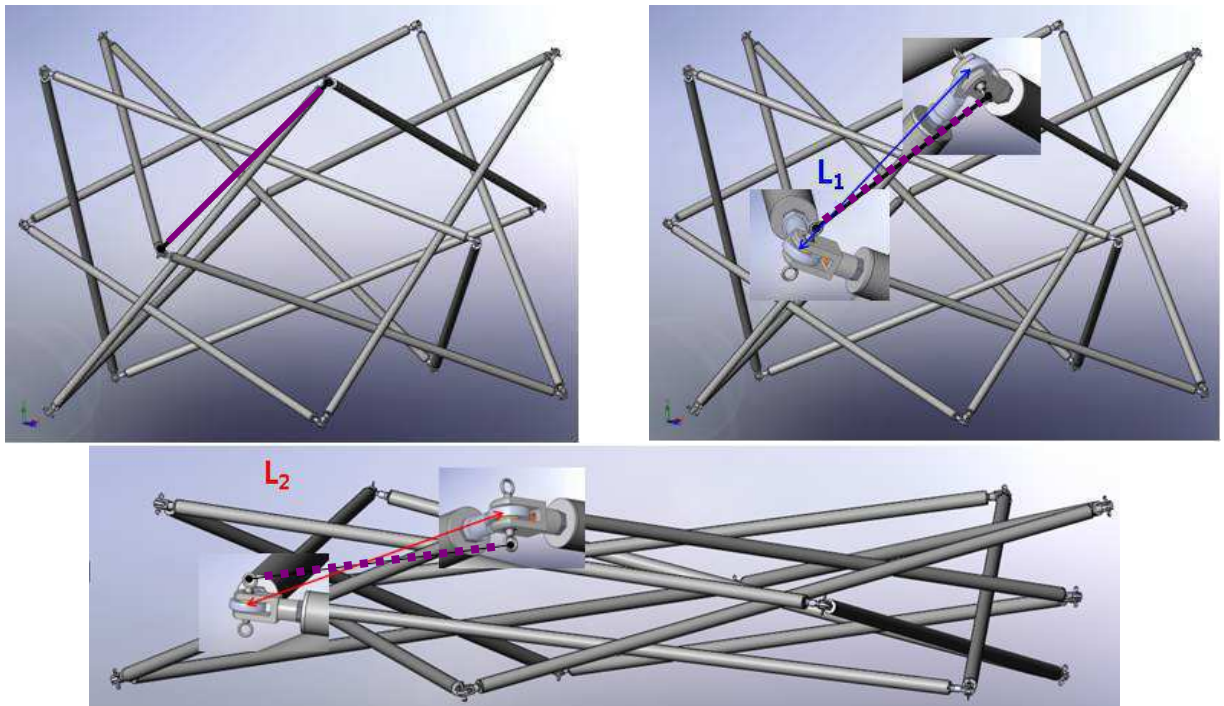


Figure 84. En cours de pliage, les nœuds se rapprochent ($L_2 < L_1$) en raison du déport de l'attache du câble *coplanaire*

Une fois introduite cette correction dans les équations analytiques donnant la géométrie en cours de pliage, on arrive à une très bonne concordance entre théorie et expérimentation (Figure 85).

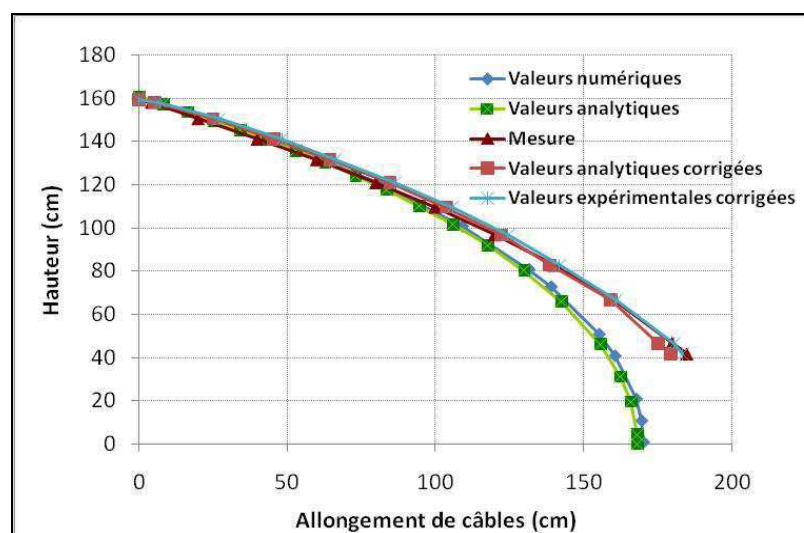


Figure 85. Evolution du déplacement moyen de la nappe supérieure en fonction de l'allongement des câbles de nappe

Ce décalage entre théorie et pratique montre, comme pour l'étude mécanique, que l'étude des nœuds du système est une phase capitale du processus de conception. Toute liberté prise du point de vue mécanique ou cinématique peut amener à sortir totalement du modèle théorique.

Deux articles ([A6], [B4]) et trois communications ([Cg6], [Cg7], [Cg9]) ont permis de valoriser les études portant sur le pliage de l'anneau de tenségrité.

3.3.2.2 Systèmes innovants à déploiement automatique

Vincent Gallix, architecte DPLG, nous a sollicités en 2004 afin de réaliser une étude mécanique sur le système Artoflex [GAL03], système pour lequel il avait déposé un brevet. Le concept de ses inventions repose sur l'utilisation de câbles fléchis pour confectionner des assemblages tridimensionnels de structures pliables, qui peuvent se déployer automatiquement par la seule action des câbles ainsi précontraints. C'est l'énergie de flexion emmagasinée qui joue le rôle moteur dans le déploiement.

Ce qui, au départ, était essentiellement destiné servir d'élément de base à des œuvres d'art (Figure 86) semblait présenter des potentialités intéressantes pour des structures de plus grande envergure, notamment par cette capacité de déploiement automatique. D'autres auteurs avaient d'ailleurs proposé des principes similaires ([SEF00], [TIB02]).

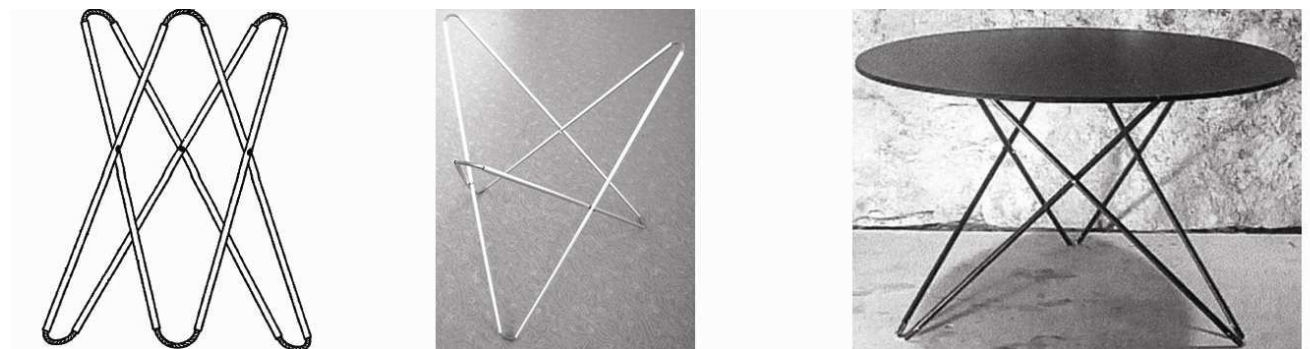


Figure 86. Un système Artoflex à ciseaux utilisé comme support de table

Une première étape dans l'étude du système Artoflex consistait à caractériser le comportement des joints souples réalisés à partir des câbles. En effet, si le comportement des câbles est parfaitement connu dans le cadre de leur usage classique en traction, leur utilisation en flexion à des fins mécaniques était plus rare et peu documentée. Deux approches ont été proposées, une expérimentale l'autre théorique.

a) Etude expérimentale des joints

Pour caractériser le comportement des liaisons pré-fléchies, un dispositif expérimental de flexion quatre points a été conçu pour déterminer la relation entre l'angle de courbure et le moment appliqué (Figure 87).

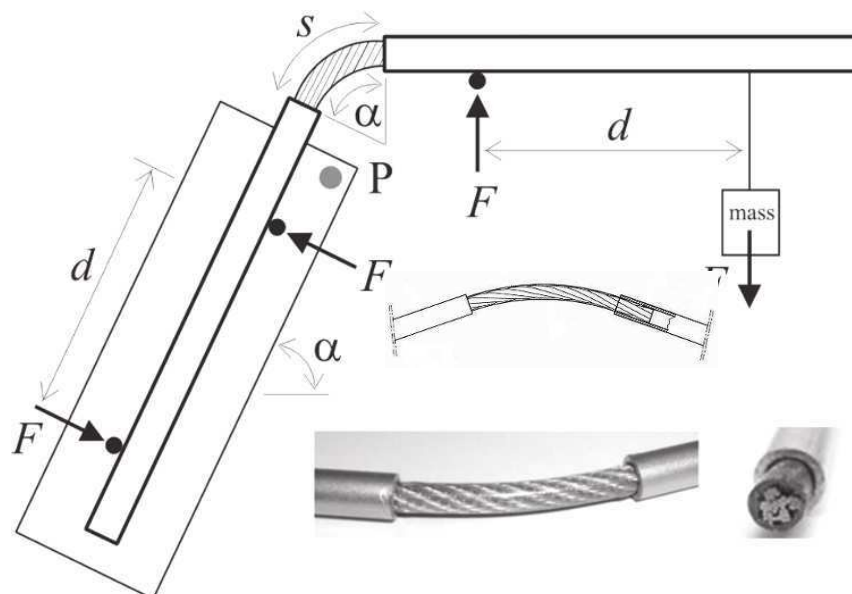


Figure 87. Etude expérimentale des joints souples en flexion

Après avoir positionné l'ensemble constitué de la liaison et des éléments associés, l'équilibre du dispositif est assuré par l'action d'une masse variable suspendue. Lorsque la masse appliquée permet d'obtenir la géométrie souhaitée, le moment généré, constant dans le joint souple, est déduit de la formule $M = Fd$.

Les paramètres caractérisant un type de joint souple sont sa longueur (s) et le diamètre du câble qui joue sur son inertie de flexion (I). Il est alors possible de tracer $M(\alpha)$ pour différentes longueurs de liaison (Figure 88). Si on considère par ailleurs le matériau homogène, isotrope et de comportement élastique linéaire, alors le moment de flexion peut être exprimé de la façon suivante :

$$(43) \quad M = \frac{EI}{s} \alpha = k \alpha$$

Cela permet, à partir des points expérimentaux issus de joints, de déterminer une raideur flexionnelle expérimentale k pour laquelle seule I est inconnue.

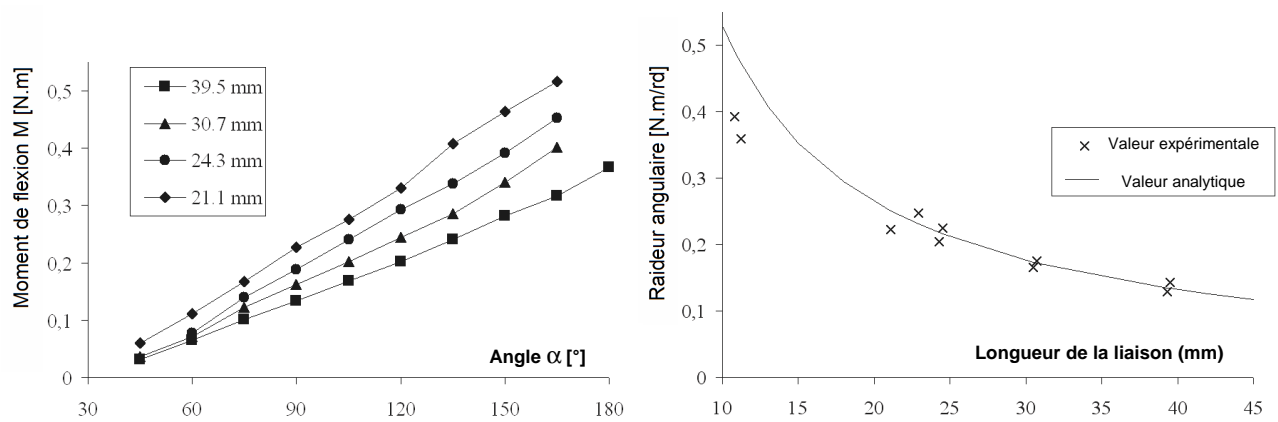


Figure 88. Courbes expérimentales $M(\alpha)$ et détermination de la raideur angulaire

Les résultats obtenus au travers des essais font apparaître le produit EI comme quasiment invariant, ce qui justifie l'hypothèse d'un matériau homogène, isotrope et élastique. Pour les câbles étudiés, nous avons obtenu une valeur EI de l'ordre de $52,5 \cdot 10^{-4} \text{ N.m}^2$.

b) Etude théorique des câbles en flexion

Il est aussi possible de déterminer les caractéristiques mécaniques du câble à partir de considérations purement théoriques. Dans "Theory of wire rope", Costello [COS90] propose une modélisation des câbles en flexion en considérant les fils et les torons comme des poutres courbes de section constante, les frottements internes étant négligés.

La géométrie d'un câble et les différents paramètres constitutifs sont donnés sur la Figure 89. Le câble est constitué de torons comprenant un fil central entouré de $m=6$ fils hélicoïdaux. Le câble possède un toron central et des torons périphériques. Chaque fil est identifié par son appartenance à un toron central R_C ou extérieur R_O , et par sa position dans le toron : central R_{CC} et R_{OC} , ou périphérique R_{CO} et R_{OO} . Le pas de l'hélice est noté p_C ou p_O suivant le toron considéré. L'angle de l'hélice est donné par la relation :

$$(44) \quad \tan \beta = p / (2\pi (R_C + R_O))$$

Dans le cas où les fils extérieurs sont en contact, le rayon de l'hélice (r_c ou r_o) vaut :

$$(45) \quad r = R_O (1 + \tan^2(\pi/2 - \pi/m) / \sin^2 \beta)^{1/2}$$

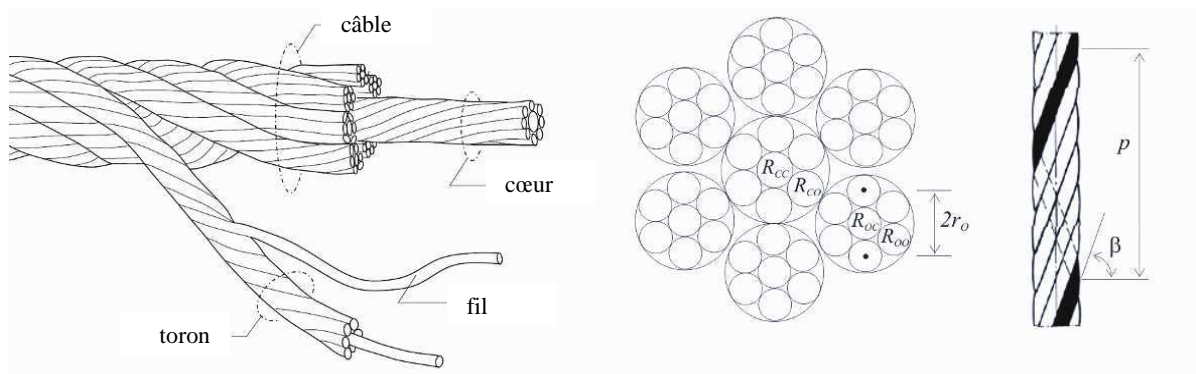


Figure 89. Modélisation d'un câble constitué de torons, adapté de Costello

Pour les câbles testés précédemment, les valeurs des rayons étaient les suivants $R_{CC} = R_{CO} = 0,185$ mm et $R_{OC} = R_{OO} = 0,170$ mm. Ce qui donne $\beta_c = 71^\circ$ et $r_c = 0,386$ mm pour le toron central $\beta_o = 71^\circ$ et $r_o = 0,355$ mm pour les torons périphériques.

Tous calculs faits (plus de détails dans [CHE05] et [A7]) on trouve $K_{th} = I_{th} E_{th} = 60,3 \cdot 10^{-4} \text{ N.m}^2$. Pour $E_{th} = 141$ Gpa (déterminé à partir des angles d'hélice des fils et des torons), on trouve $I_{th} = 4,26 \cdot 10^{-2} \text{ mm}^4$.

La comparaison par rapport à la valeur expérimentale $EI \approx 52,5 \cdot 10^{-4} \text{ N.m}^2$ donne un écart de 13 % ce qui est assez proche compte tenu des hypothèses simplificatrices (pas de frottement, gaine entourant le câble négligée). Si on prend en compte le module garanti par le fabricant qui donne une valeur de 125 Gpa pour le câble, on arrive à 12 % d'erreur sur le module et 1,5 % sur l'inertie.

Nous pouvons donc en conclure que la détermination théorique du produit EI donne un ordre de grandeur satisfaisant, mais ne permet pas de s'affranchir d'une étude expérimentale.

c) Modélisation numérique de la flexion des joints en grands déplacements

Une première étape dans le processus de modélisation numérique était de trouver un code de calcul et des éléments permettant de générer de grandes rotations au niveau des joints souples : les câbles peuvent se plier à 180° lorsque les systèmes sont en position fermée (Figure 90). Un benchmark a donc été créé, consistant à replier complètement un assemblage de deux barres et d'un joint par l'action concentrée de deux moments.

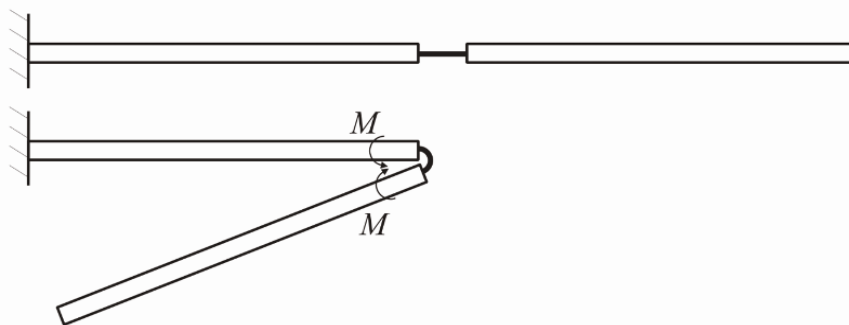


Figure 90. Benchmark proposé correspondant à notre cas d'étude

Selon plusieurs tests réalisés, nous avons pu constater que le code de calcul *CASTEM*, par exemple, donnait des résultats aberrants pour de grandes rotations (les barres, même non sollicitées, avaient tendance à s'allonger lorsqu'on imposait des angles de rotation importants).

Le code de calcul *ANSYS* donnait par contre des résultats plus cohérents et en bonne corrélation avec les essais expérimentaux. Il était possible d'obtenir une rigidité en rotation constante jusqu'à un pliage à 180° de la liaison (Figure 91), le décalage de la courbe expérimentale étant dû aux frottements internes avec la gaine de cerclage qui pouvait créer une déformation initiale.

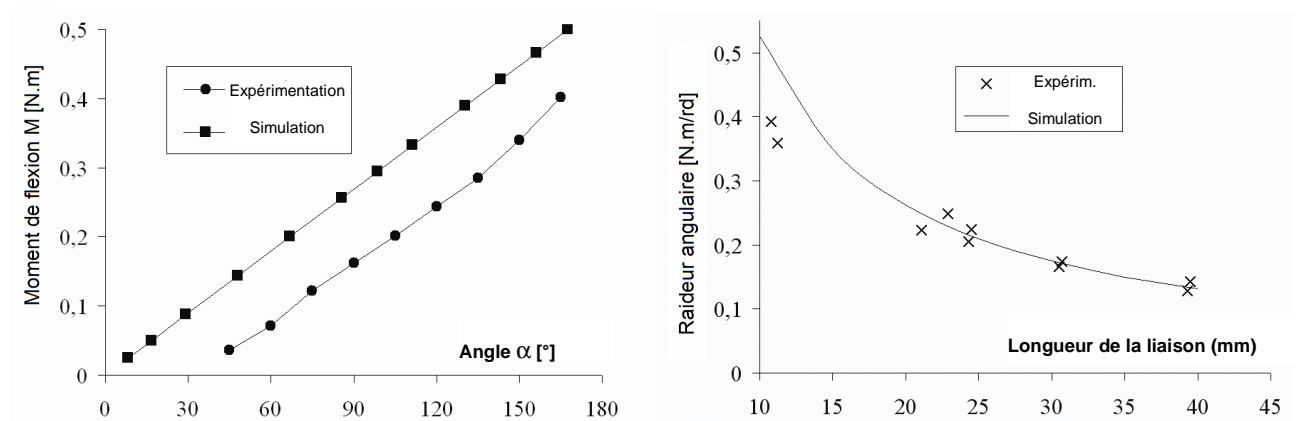


Figure 91. Modélisation en éléments finis d'un joint souple

Nous avons donc choisi de poursuivre avec ce logiciel dans la modélisation, en abordant le problème de la prise en compte de la précontrainte initiale de flexion.

La résolution numérique de ce problème n'était pas triviale au premier abord. En effet, si les codes de calcul permettent d'introduire facilement une précontrainte de traction/compression, il n'était rien prévu en matière de précontrainte de flexion dans les codes que nous avons à disposition. Pour pouvoir résoudre ce problème, nous avons dans un premier temps traité un cas 2D du point de vue analytique pour pouvoir ensuite le tester sur *ANSYS*.

d) Cas de l'assemblage d'une structure plane – Etude énergétique

La structure plane servant de cas test est constituée de trois joints souples et de trois barres que l'on assemble suivant un triangle équilatéral. Dans la pratique, on peut assembler les éléments de façon linéaire pour ensuite refermer la structure (Figure 92).

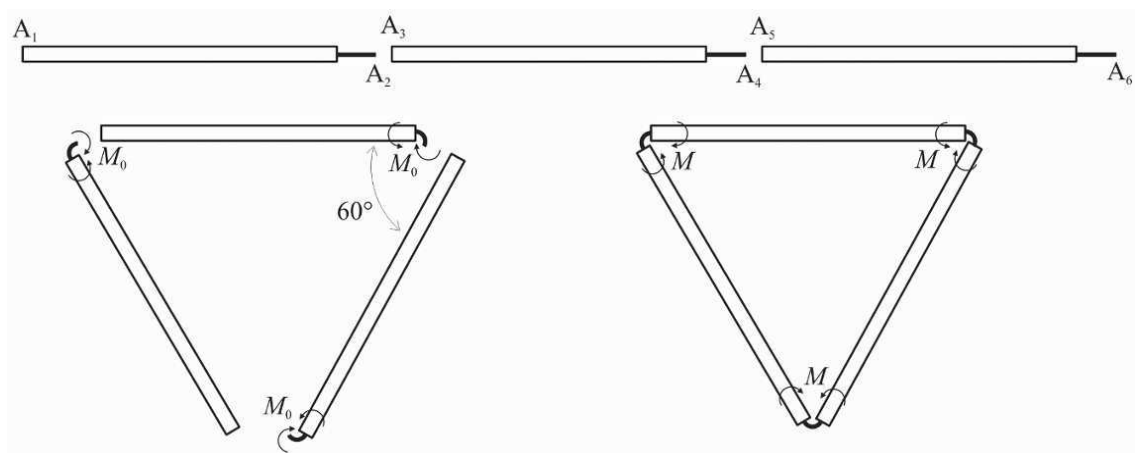


Figure 92. Assemblage 2D de 3 joints souples et de 3 barres

Il est alors possible d'écrire le problème d'un point de vue énergétique.

Dans la position non assemblée, les extrémités A_1 à A_6 ne sont pas reliées. Un moment identique M_0 est ensuite appliqué sur chaque joint pour créer un arc de cercle tel que l'angle formé soit de 120° . La géométrie étant correcte, il suffit alors de connecter chaque extrémité des joints à la barre suivante. Une fois les liaisons assurées, les moments externes appliqués peuvent être retirés. Il s'en suit une redistribution des moments dans la structure pour un nouvel équilibre.

L'écriture de l'équilibre en matière énergétique, permet de calculer l'énergie de déformation créée dans les joints souples grâce aux moments initiaux. Energie qui s'est ensuite répartie dans l'ensemble de la structure. Avec s correspondant à la longueur des liaisons et ℓ_t la longueur des tubes assemblés, il vient :

$$(46) \quad \frac{M_0^2}{EI} s = \frac{M^2}{EI} s + \frac{M^2}{E_t I_t} \ell_t$$

où M est le nouveau moment (constant) qui s'est redistribué dans la structure, s , E et I sont les caractéristiques mécaniques du joint, ℓ_t , E_t et I_t celles des barres ($\ell_t = 479 \text{ mm}$).

On en déduit la valeur du moment résiduel M :

$$(47) \quad M = M_0 \left(1 + \frac{EI}{E_t I_t} \frac{\ell_t}{s} \right)^{-1/2}$$

Avec les caractéristiques mécaniques des éléments fournies dans le Tableau 10, nous pouvons procéder à une application numérique.

	Section (mm ²)	Inertie (mm ⁴)	Module Elastique (Gpa)	Longueur (mm)
Tube	15,7	51,051	70	147
Joint flexible	7,06	0,042	125	39

Tableau 10. Caractéristiques mécaniques des éléments pour le cas de la structure 2D

On trouve alors que le moment M_0 vaut 282 N.mm et que la redistribution de l'énergie élastique modifie peu l'équilibre statique. Le moment résiduel décroît légèrement ($M = 281 \text{ N.mm}$) et le nouvel angle des joints souples et égal à $119,7^\circ$.

e) Cas de l'assemblage d'une structure plane – Simulation numérique

L'étape suivante consiste donc à modéliser cet assemblage sous ANSYS. Après l'exploration de plusieurs stratégies, c'est l'utilisation d'équations de contraintes géométriques qui s'est avérée la plus pertinente.

Dans cette approche, tous les éléments sont générés de façon rectiligne, au moyen d'éléments poutre (2D) à trois degrés de liberté pour chaque nœud d'extrémité : deux translations (u et v) et une rotation (θ) pour le plan correspondant à la section droite d'extrémité.

Les équations de contraintes géométriques pour établir la jonction entre deux nœuds (A_2 et A_3 sur la Figure 93) imposent alors :

$$(48) \quad \begin{cases} u_{A_2} = u_{A_3} + (x_{A_3} - x_{A_2}) \\ v_{A_2} = v_{A_3} + (y_{A_3} - y_{A_2}) \\ \theta_{A_2} = \theta_{A_3} + \alpha_0 \end{cases}$$

où les x , y et α correspondent à la géométrie avant assemblage, alors que les u , v et θ sont les déplacements au cours du temps.

Cela revient à dire que les points d'extrémité du joint sont confondus et leurs plans d'extrémité parallèles, introduisant le moment adéquat dans la structure.

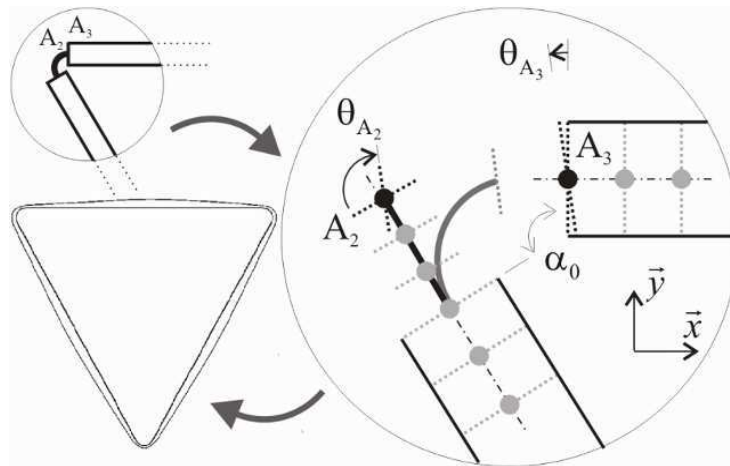


Figure 93. Paramètres d'assemblage des éléments-finis

Une fois programmé, le logiciel permet de calculer la position d'équilibre qui déforme légèrement les barres (Figure 93). Avec les données du Tableau 10, on trouve un moment $M_{Num}=279 \text{ N.mm}$, ce qui est très proche de la valeur analytique trouvée précédemment : l'écart est inférieur à 1%. Cela a permis de valider cette méthode et de l'étendre à des structures 3D.

f) Application à des structures spatiales – Etude dynamique

Nous avons souhaité étendre et éprouver cette méthode sur un cas simple de structure spatiale utilisant le même principe de liaisons. C'est un module à 6 barres (et 6 liaisons) assemblées deux à deux par des pivots qui a servi de modèle. Les articulations entre les barres créent un mécanisme de ciseau qui permet de replier complètement la structure sous la forme d'un fagot. Celle-ci se déploie alors automatiquement si aucun élément ne la contraint en position repliée.

De la même manière, des éléments additionnels doivent être introduits pour bloquer la structure dans une position déployée et éviter qu'elle ne s'ouvre complètement. Trois tendeurs relient ainsi les pivots de chacun des trois ciseaux pour stabiliser le système en position ouverte (Figure 95).



Figure 94. Module 3D à 6 barres et 6 joints souples

Etude de l'équilibre statique

L'objectif est de déterminer la relation entre les moments qui se développent dans les joints (M) et les tensions (T) dans les éléments stabilisateurs. Les paramètres géométriques du système sont ℓ (longueur du tube), h (hauteur) et b (largeur du triangle de base donnée par la relation $\ell^2 = h^2 + b^2$) (Figure 95).

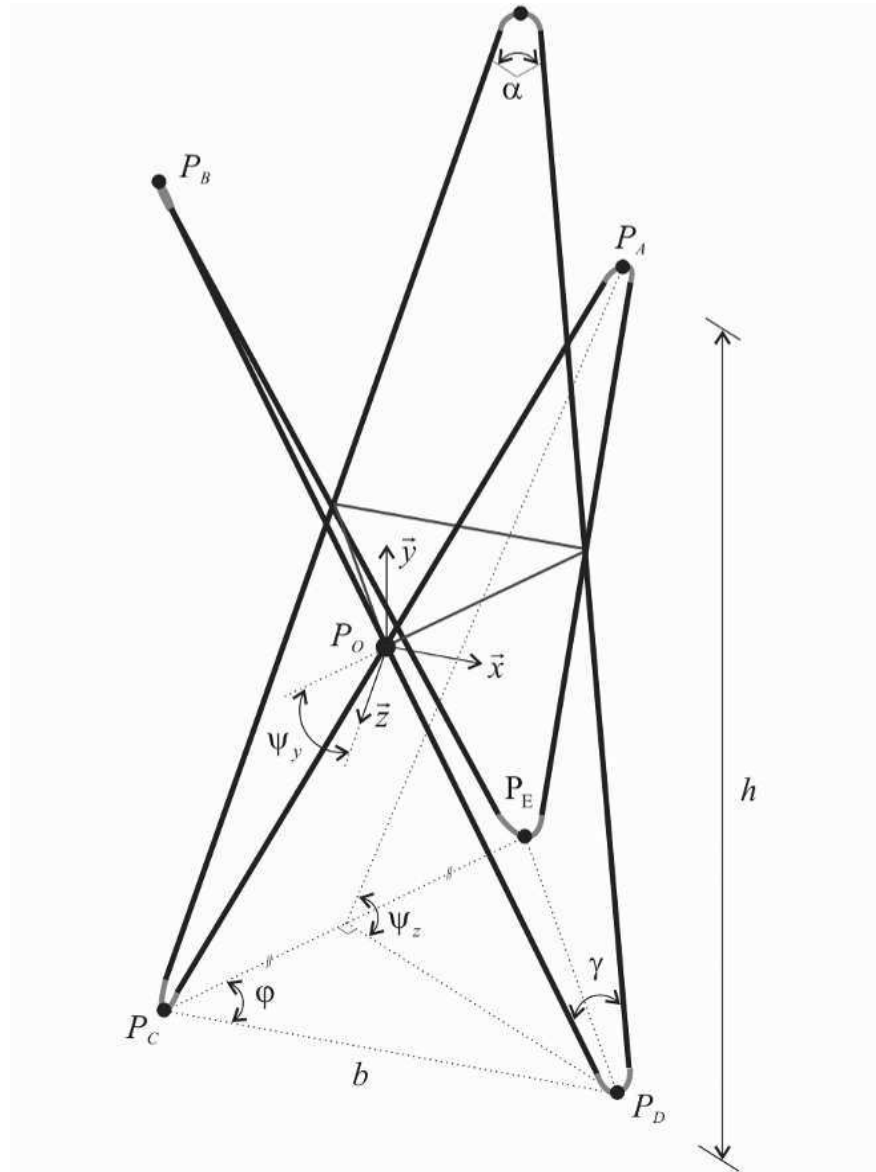


Figure 95. Paramètres géométriques de la structure

Les forces et moments pour les 3 directions $(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$ de l'espace au milieu des joints souples (points P_A , P_B , P_C et P_D) sont exprimés en fonction de l'action horizontale H appliquée au point P_O due aux tendeurs. Loin d'être triviale, cette écriture statique de l'équilibre du système heurte notre habitude consistant à considérer des poutres linéaires sur lesquelles sont clairement identifiées des « forces à gauche » ou des « forces à droite » permettant de déterminer les sollicitations dans n'importe quelle section droite de poutre. Ici, nous sommes face à un système « fermé ».

L'idée pour résoudre facilement le problème est de considérer l'ensemble des deux barres constituant un ciseau (Figure 96).

En considérant les deux plans de symétrie du système, les forces $\{\vec{F}\}$ et moments $\{\vec{M}\}$ aux points P_B et P_D peuvent être exprimés en fonction de ceux du point du point P_A .

Ainsi, l'équilibre des forces suivant l'axe \vec{z} implique que $F_z = H/4$. De plus, comme le système se répète de façon circulaire avec un angle $\omega = 2\varphi = 2\pi/3$, une matrice de rotation $[R]$ par rapport à l'axe \vec{y} peut être utilisée.

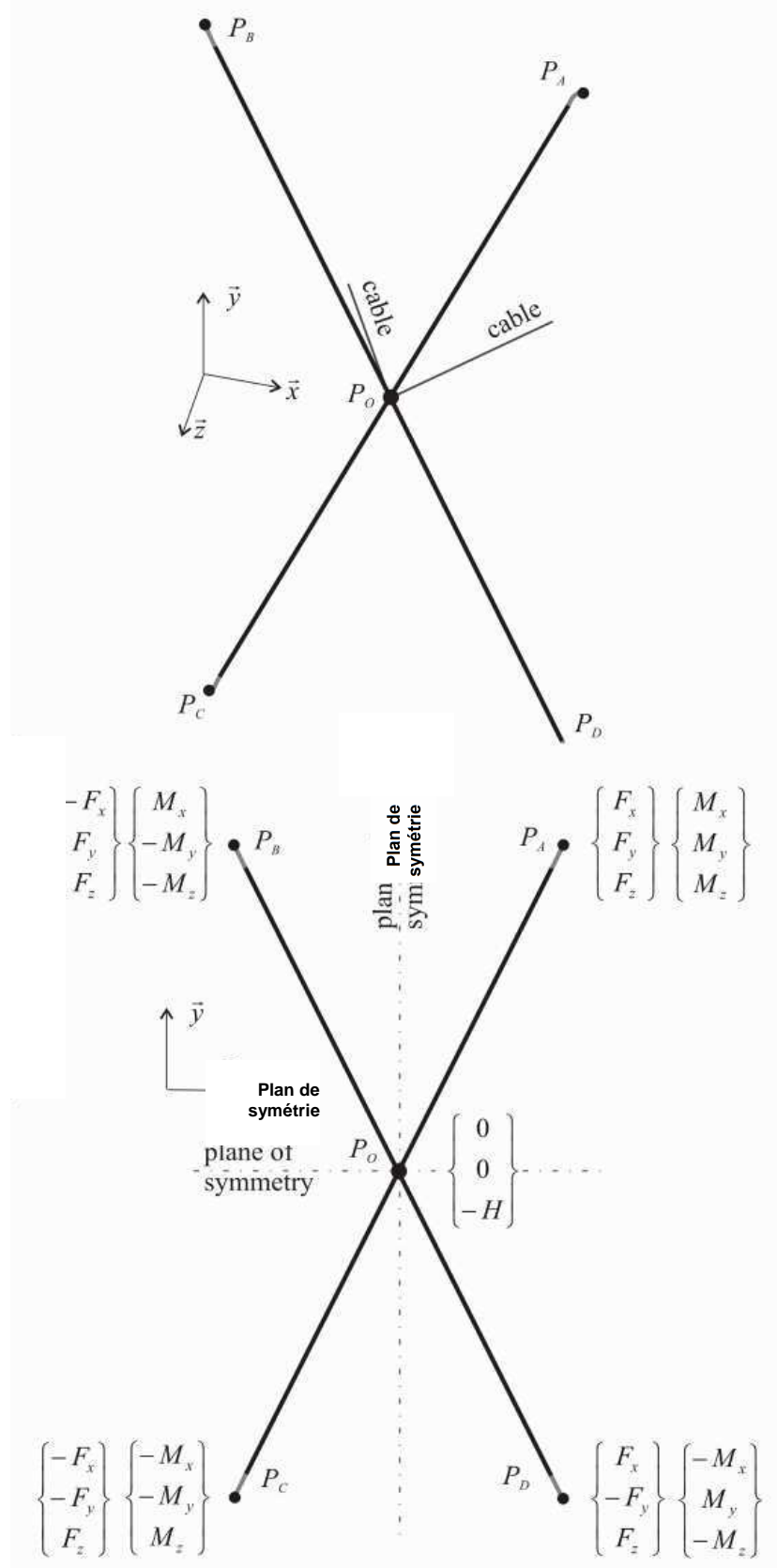


Figure 96. Actions appliquées sur un ciseau isolé et relations de symétrie

En prenant en compte la symétrie et le principe d'action-réaction, les actions au point P_B sont considérées comme étant les opposées de celles au point P_A , et transportées en P_B par l'opérateur de rotation suivant :

$$(49) \quad \left\{ \begin{array}{c} \vec{F}_{P_B} \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{c} -F_x \\ F_y \\ F_z \end{array} \right\} = -[R] \left\{ \begin{array}{c} \vec{F}_{P_A} \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{c} -F_x \cos \omega + F_z \sin \omega \\ -F_y \\ -F_x \sin \omega - F_z \cos \omega \end{array} \right\}$$

et

$$(50) \quad \left\{ \begin{array}{c} \vec{M}_{P_B} \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{c} M_x \\ -M_y \\ -M_z \end{array} \right\} = -[R] \left\{ \begin{array}{c} \vec{M}_{P_A} \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{c} -M_x \cos \omega + M_z \sin \omega \\ -M_y \\ -M_x \sin \omega - M_z \cos \omega \end{array} \right\}$$

Avec

$$[R] = \begin{bmatrix} \cos \omega & 0 & -\sin \omega \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \omega & 0 & \cos \omega \end{bmatrix}$$

Il s'ensuit que $F_x = F_z \sin \omega / (\cos \omega - 1) = -F_z / \sqrt{3}$, $F_y = 0$ et $M_x = M_z \sin \omega / (1 + \cos \omega) = \sqrt{3} M_z$. L'équilibre des moments sur l'axe \vec{z} au point P_O pour un tube donne $M_z = F_x h/2$.

Nous savons par ailleurs que l'angle entre deux tubes connectés par un joint flexible est donné par la relation $\gamma = \pi - \alpha = 2 \arcsin(b/(2\ell))$.

Comme nous l'avons vu précédemment, le moment de flexion dans le joint souple est directement fonction de α : $M = k \alpha$ et porté par un axe perpendiculaire au plan formé par les deux tubes reliés (i.e. le plan P_A, P_C, P_E sur la Figure 94). En écrivant l'équilibre au point P_O sur les trois axes, nous obtenons :

$$(51) \quad M_x = -M \cos \psi_y \sin \psi_z, \quad M_y = M \cos \psi_z \quad \text{et} \quad M_z = -M \sin \psi_y \sin \psi_z$$

où $\psi_y = \varphi/2 = \pi/6$ (suivant \vec{y}) et $\psi_z = \arctan(h/(b \cos(\pi/6)))$ (suivant \vec{z}).

La relation entre l'action du tendeur H et le moment M se déduit alors :

$$(52) \quad H = -8 M \sin \psi_y \sin \psi_z (\cos \omega - 1) / (h \sin \omega)$$

Et la tension dans un tendeur T est donnée par :

$$(53) \quad T = H / (2 \cos(\varphi/2)) = H / \sqrt{3}$$

Une application numérique peut être menée avec les données suivantes : $\ell = 51,8 \text{ cm}$, $s = 25 \text{ mm}$ et un côté $b = 23,2 \text{ cm}$ (hauteur $h = 46,3 \text{ cm}$). Après calcul, les résultats sont les suivants :

$M = EI \alpha / s = 565 \text{ N.mm}$, $F_x = -1,12 \text{ N}$, $F_y = 0$, $F_z = 1,94 \text{ N}$ et $M_x = -449 \text{ N.mm}$, $M_y = 225 \text{ N.mm}$, $M_z = -259 \text{ N.mm}$ et $H = 7,75 \text{ N}$ (soit $T = 4,48 \text{ N}$). Ces valeurs serviront de base pour une comparaison avec des simulations numériques.

Simulations numériques

La procédure de modélisation de la structure étant correcte en 2D, il était intéressant de simuler le déploiement du système 3D en partant de la position pliée en fagot. De la même façon que sur le modèle plan, les équations de contraintes géométriques sont imposées pour introduire la précontrainte initiale. Dans une première étape des conditions de liaison sont introduites pour bloquer le déploiement. Elles sont ensuite retirées, ce qui libère la structure et permet le mouvement jusqu'à ce que les tendeurs horizontaux se mettent en tension.

Le passage à un problème 3D conduit à utiliser des éléments poutres à six degrés de liberté par nœud. Les tendeurs sont modélisés par des éléments à rigidité unilatérale à trois degrés de liberté (déplacements) pour lesquels on introduit une déformation initiale qui définit la longueur à vide de l'élément avant qu'il ne se tende. Les matériaux sont supposés élastiques linéaires, isotropes et un amortissement est introduit pour stabiliser la position finale. Les caractéristiques des éléments sont données dans le Tableau 11.

	Section (mm ²)	Inertie (mm ⁴)	Diamètre (mm)	Module Elastique (Gpa)	Module de Poisson	Densité	Amortissement (%)	Déformation initiale (%)
Tube	15,7	51,051	6,0	70	0,3	1,55	1,0	-
Joint flexible	7,06	0,042	3,0	125	0,3	7,85	1,0	-
Tendeur	1,0	-	1,0	200	0,3	5,00	1,0	- 715

Tableau 11. Caractéristiques mécaniques des éléments pour le cas de la structure 3D

Comme pour le cas 2D, la première étape consiste à introduire la précontrainte, et ce dans la configuration pliée. Contrairement au cas plan, ce ne sont pas 3 équations de contraintes géométriques qui sont nécessaires mais 6.

Ensuite, le déploiement peut s'amorcer grâce à un calcul en dynamique, en tenant compte des grands déplacements. Le déploiement est libre, seuls les pivots des ciseaux sont contraints à se déplacer dans un plan horizontal. Il n'y a pas de contrainte supplémentaire sur les vitesses ou les déplacements, c'est la précontrainte initiale qui joue le rôle moteur. Le mouvement est calculé suivant l'équation classique de la dynamique :

$$(54) \quad [M]\{\ddot{\vec{u}}\} + [C]\{\dot{\vec{u}}\} + [K]\{\vec{u}\} = \{\vec{F}^a\}$$

où $[M]$, $[C]$ et $[K]$ sont les matrices de masse, d'amortissement et de rigidité, $\{\vec{u}\}$, $\{\dot{\vec{u}}\}$ et $\{\ddot{\vec{u}}\}$ les déplacements, vitesses et accélérations nodales. Pour notre cas, le chargement extérieur $\{\vec{F}^a\}$ est nul.

La matrice d'amortissement est un paramètre important dans la vitesse de déploiement. Sans information précise pour notre prototype (frottements ou autres dissipations), nous avons pris un amortissement de Rayleigh $[C] = a[M] + b[K]$ avec $a = 0$ et $b = 1\%$.

Les calculs étaient réalisés sous ANSYS suivant des méthodes d'intégration développées par Newmark [NEW59].

Le critère d'arrêt pour les calculs était donné par des vitesses nodales inférieures à 10^{-8} m/s, la convergence étant vérifiée en termes de forces, déplacements et rotations.

Au final, l'effort tranchant dans les tubes est constant et le moment croît linéairement du milieu vers les extrémités. Pour les sollicitations dans les liaisons souples, la comparaison avec l'étude analytique précédente fait apparaître des écarts très faibles (Tableau 12), ce qui montre la cohérence de la modélisation numérique.

	$F_x (N)$	$F_y (N)$	$F_z (N)$	$H (N)$	$M_x (N.mm)$	$M_y (N.mm)$	$M_z (N.mm)$	$M (N.mm)$
Analytique	-1,12	0,0	6,0	7,75	-449	225	-259	565
Numérique	-1,13	0,0	3,0	7,81	-452	218	-261	566
Ecart (%)	0,9	0,0	0,4	0,4	0,7	3,1	0,8	0,2

Tableau 12. Comparaison de l'étude analytique et numérique (configuration déployée)

Il est possible d'améliorer encore les résultats en augmentant la discrétisation des joints souples. Une discrétisation de 50 éléments offre un bon compromis entre vitesse et précision du calcul (les écarts en moments sont alors inférieurs au pourcent).

Les différentes phases de la modélisation et de la simulation sont données sur la Figure 97.

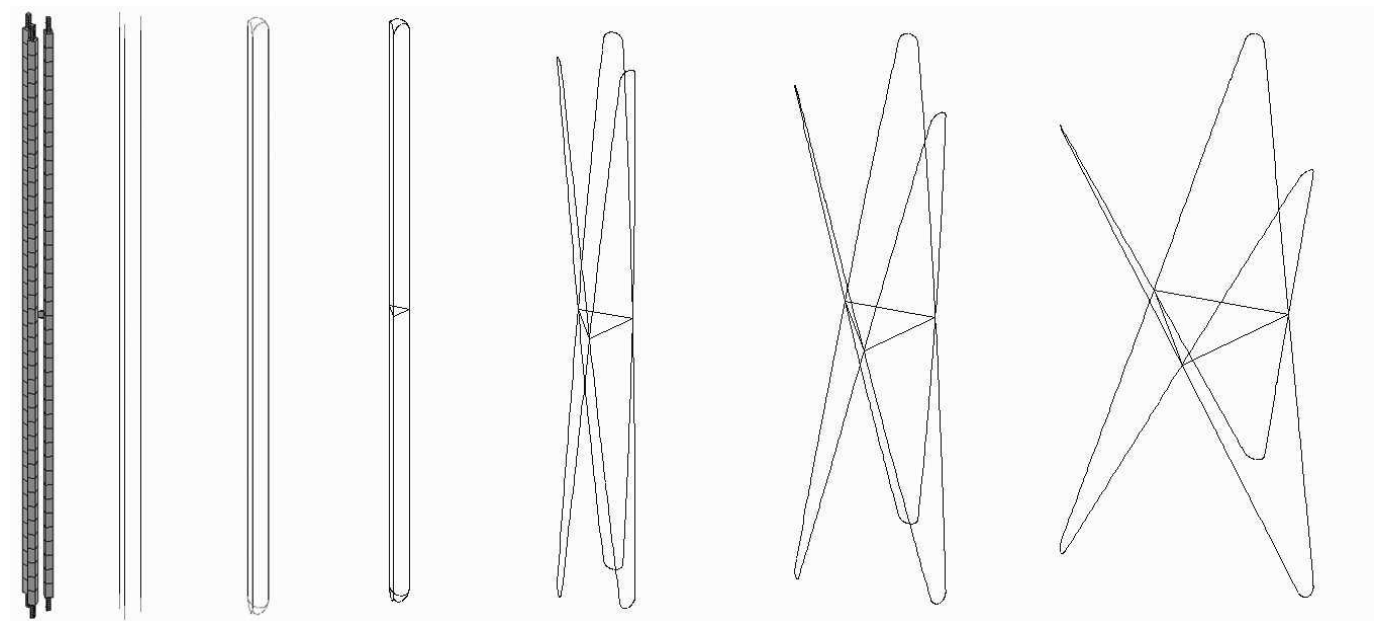


Figure 97. Position initiale de modélisation, assemblage instaurant la précontrainte et déploiement

Cette procédure de modélisation étant validée, nous avons pu envisager de procéder à l'étude de systèmes à plus grand nombre d'éléments, pour la réalisation de structures plus conséquentes.

Les applications envisagées peuvent être tournées vers le génie civil ou, comme nous allons le voir, destinées à des applications aérospatiales.

Un article portant sur ce sujet a été publié dans une revue traitant des applications aérospatiales ([A7]), un domaine nouveau pour notre équipe traitant essentiellement de structures spatiales... terrestres. Une communication a également été présentée ([Cg5]).

3.3.2.3 Conception d'ossatures d'antennes satellites

a) Introduction aux antennes-réflecteurs

En 2008, l'équipe *Conception en Structures* était conviée au Centre National d'Études Spatiales (CNES) par le département « Mécanismes » pour un échange réciproque sur nos activités de recherche. Les compétences acquises depuis des années sur les systèmes légers et autocontraints par l'équipe, pouvaient être la source d'échanges réciproques enrichissants pour les deux entités.

Après discussion il s'est avéré que le CNES était très intéressé par le développement de nouvelles ossatures déployables pour la conception de réflecteurs couplés aux satellites de télécommunication (Figure 98). Ces antennes peuvent être utilisées en émission ou réception et, face à la recrudescence de la demande en termes de communication, les besoins se font sentir au niveau européen. Or, les solutions techniques, pour des antennes de 10 mètres ou plus de diamètre, sont exclusivement américaines ou japonaises.

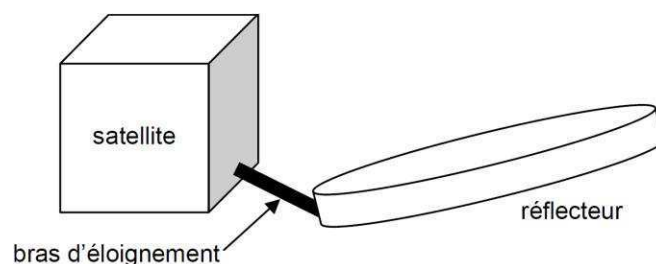


Figure 98. Schéma de positionnement du réflecteur par rapport au satellite

La difficulté dans cette entreprise réside dans la conception d'une ossature déployable (de manière extrêmement fiable) à partir d'une configuration très compacte (contenue dans la coiffe d'un lanceur de satellite tel Ariane), et comprenant tous les éléments nécessaires à l'émission-réception : un tricot (qui constitue l'élément communicant), un maillage permettant de tendre ce tricot, et, pour donner la forme requise (parabolique) des tendeurs et un maillage jumeau équilibrant les tensions (Figure 99). Ce principe est connu sous le nom de réflecteur « *Mesh* » et constitue la grande majorité des solutions pour les antennes de grande dimension [MOR11].

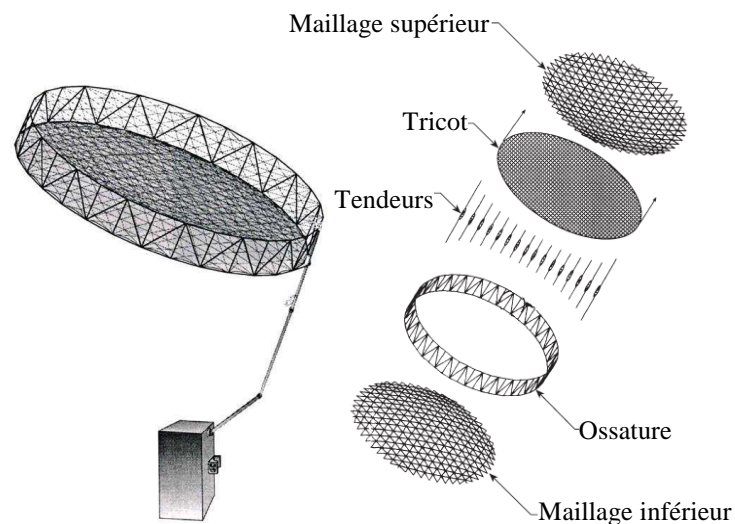


Figure 99. Principaux éléments constitutifs d'un réflecteur parabolique de type *Mesh*

Pour réaliser cette ossature, l'utilisation du principe des joints souples, permettant un déploiement automatique et sans aucune motorisation annexe, nous a semblé présenter des potentialités intéressantes.

Parmi les solutions existantes d'antennes de grande dimension de type *Mesh*, l'*Astromesh* est la solution la plus connue et répandue (Figure 100).

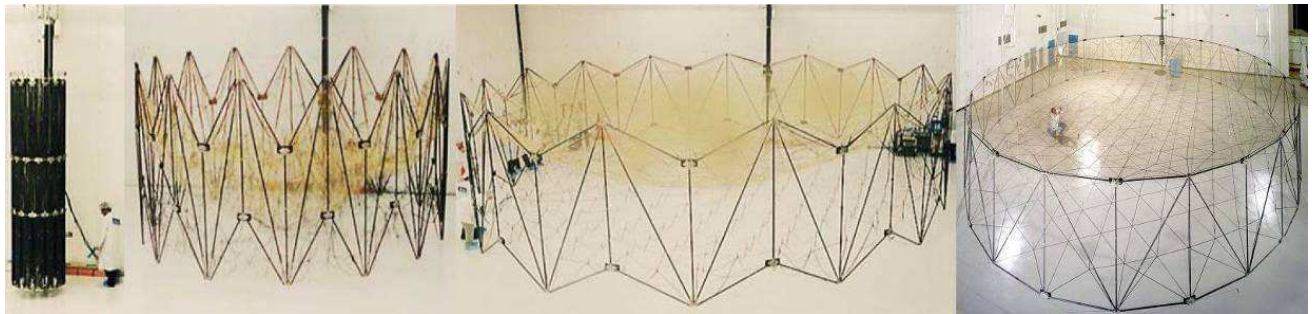


Figure 100. Différentes vues de l'Astromesh en cours de déploiement

Notre objectif était donc de proposer une solution arrivant à la même configuration, mais utilisant une ossature, comme le système Artoflex, déployable automatiquement (Figure 101).

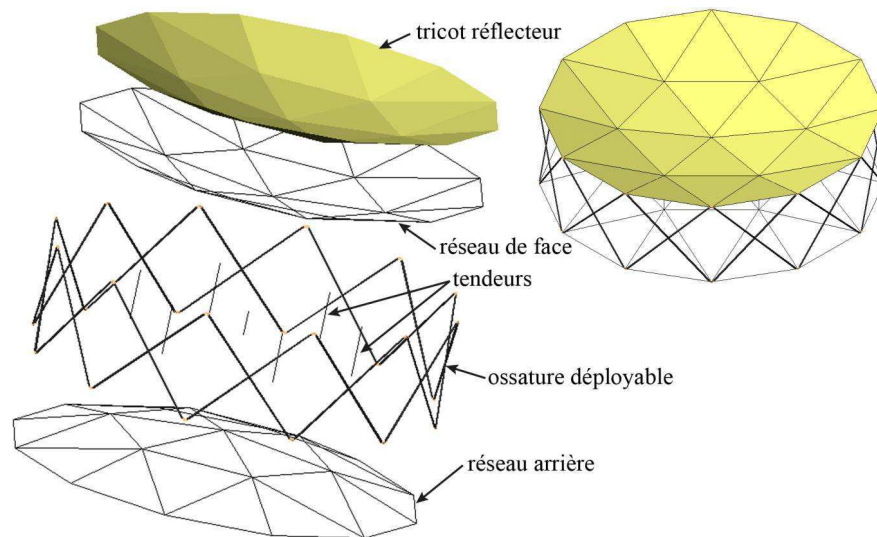


Figure 101. Eléments constitutifs du réflecteur étudié

Le cahier des charges pour une telle structure était assez strict :

- encombrement plié et masse réduits,
- résistance aux sollicitations dynamiques lors du lancement,
- fréquence du premier mode propre supérieure à 1Hz pour ne pas entrer en résonance avec le pilotage du bras d'éloignement du satellite,
- environnement spatial et thermique exigeants (vide, ultraviolets, variations de température de -180°C à $+150^{\circ}\text{C}$),
- surface réfléchissante mise en œuvre suivant des tolérances très fines,
- et surtout : une fiabilité au déploiement à toute épreuve !

Durant la thèse de Sébastien Morterolle [MOR11], plusieurs axes de recherche ont donc été menés en parallèle. D'abord par la réalisation de simulations numériques statiques et dynamiques, ensuite en proposant un prototype de taille réduite permettant, au sol, de tester la pertinence de la solution présentée et la fiabilité des simulations proposées.

Une première phase dans le processus de conception a consisté à définir les dimensions de la structure et choisir les matériaux pour répondre aux caractéristiques mécaniques souhaitées.

b) Conception d'une architecture à joints souples

Notre choix s'est porté sur du matériau composite carbone, à la fois pour les tubes et pour les liaisons souples (Figure 102). Alliant légèreté et rigidité, il était tout indiqué pour répondre aux spécifications techniques. Pour les joints souples, le comportement en flexion de lamelles, même fortement fléchies, était beaucoup plus régulier et prévisible que de simples câbles (cas du système Artoflex) ou de gros ressorts utilisés en flexion (autre solution envisagée).

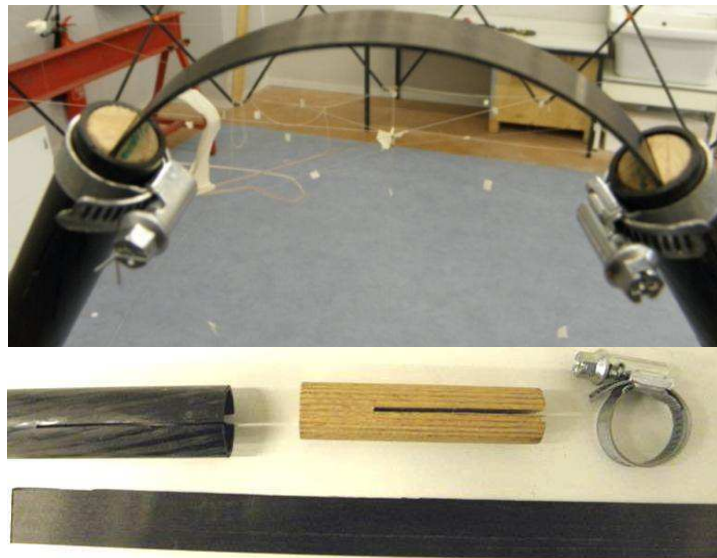


Figure 102. Vue du joint souple et du dispositif d'assemblage sur les tubes carbone

Différentes configurations (nombre de ciseaux, rapport hauteur/diamètre...) ont été testées pour optimiser la réponse dynamique et la fréquence du premier mode de vibration. Comme pour le système Artoflex, des simulations ont permis de visualiser le déploiement de la structure (Figure 103)

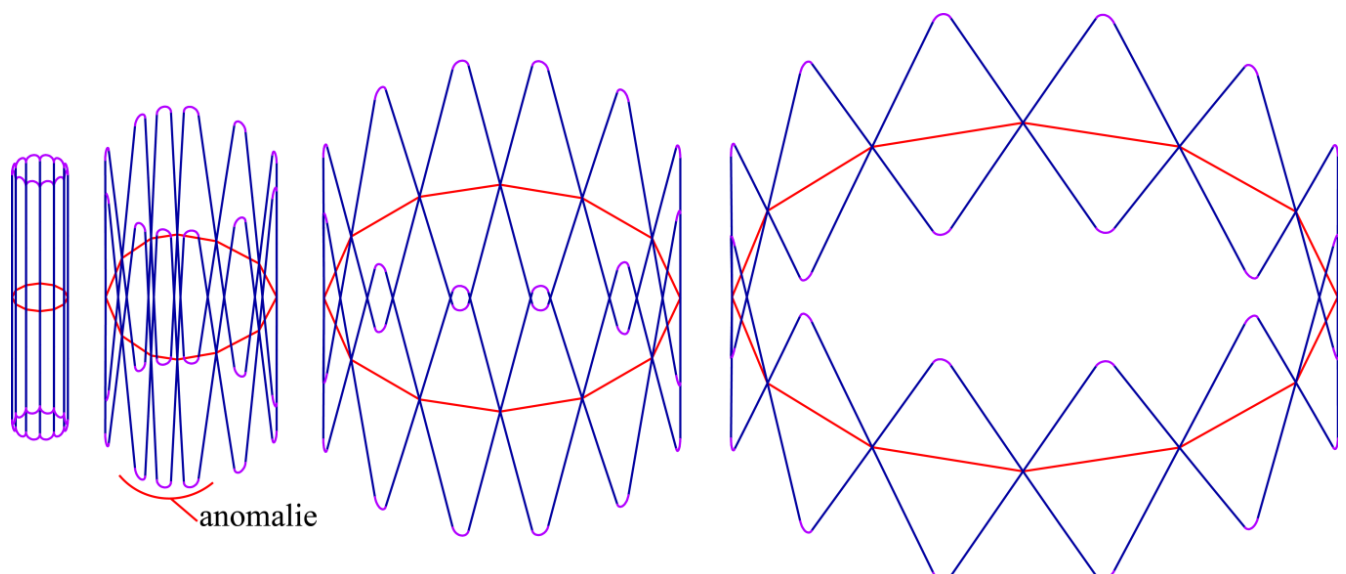


Figure 103. Simulation numérique du déploiement

Des études paramétriques ont finalement fourni la configuration et les dimensions optimales d'un « démonstrateur sol » qui permettrait, à une échelle réduite (diamètre en position ouverte de 3,6 mètres, 1,2 mètre de haut), de démontrer la pertinence du système et la cohérence des simulations.

c) Démonstrateur sol

Le prototype de dimension réduite a été assemblé au LMGC, dans la halle de Mécatronique (Figure 104).



Figure 104. Vue de l'ossature en position déployée

Pour pouvoir réaliser un déploiement complet du modèle dans des conditions proches de l'apesanteur, il nous a fallu concevoir un système de compensation gravitaire le plus performant possible. Après avoir envisagé plusieurs solutions (ballons d'hélium, essais en piscine sur systèmes flottants), nous avons choisi un système de suspension par des fils dont les points d'accroche suivraient la trajectoire des axes de pivot des ciseaux. En effet, en bloquant un point de l'ossature (comme elle le serait par le bras d'attache à un satellite), les trajectoires des nœuds du système sont parfaitement rectilignes (Figure 105).

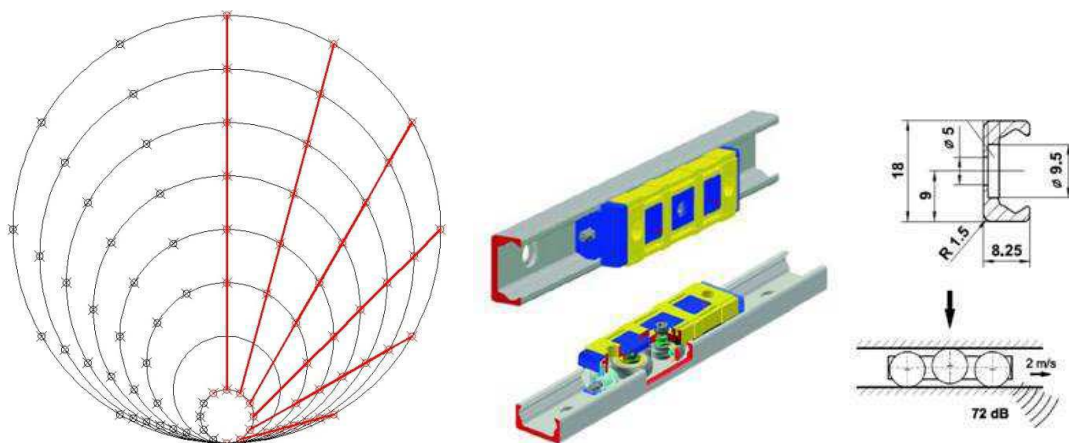


Figure 105. Etude des trajectoires pour le déploiement de l'ossature – patins et rails de suspension

Il suffit donc de créer une structure porteuse sur laquelle fixer des rails munis de patins à faible frottement afin de suivre le déplacement des nœuds en cours de déploiement. C'est ce que nous avons réalisé grâce à une structure en bois fixée à 5 mètres de hauteur dans la halle d'essai de l'équipe CS (Figure 106).

Les essais ont ainsi pu être menés en lâchant de façon brutale ou plus progressive l'ossature. L'absence de réseau de câble interne, notamment, rendait la structure très légère et souple par rapport à des conditions réelles, où l'inertie des éléments additionnels amortit les effets dynamiques en cas de libération brutale.



Figure 106. Dispositif de compensation gravitaire

Néanmoins, en utilisant un élément de cerclage permettant une ouverture progressive de l'ossature, nous avons pu montrer que le déploiement se faisait dans de bonnes conditions et correspondait bien aux modélisations précédemment menées (Figure 107).

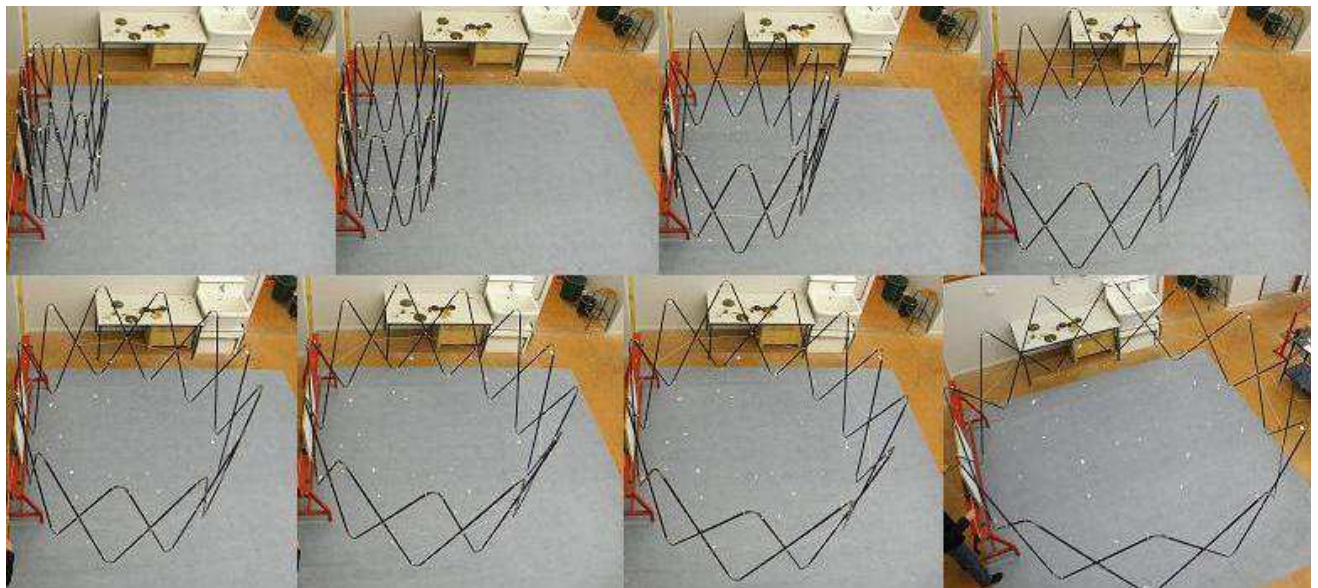


Figure 107. Déploiement de l'ossature

Ce concept d'ossature d'antenne réflecteur est donc une piste prometteuse, dont la capacité au déploiement automatique, sans apport d'énergie supplémentaire à celle stockée dans les éléments souples, peut être un élément déterminant dans le difficile compromis à trouver entre légèreté, rigidité et facilité de déploiement.

Il restait à évaluer quelle précision nous pouvions attendre après déploiement du réseau de câbles permettant de maintenir le tricot réfléchissant. En effet, les tolérances sont très fines par rapport à une parabole théorique afin d'optimiser la qualité du signal électromagnétique émis ou reçu.

d) Optimisation du maillage

La géométrie du maillage arrimé sur l'ossature de l'antenne satellite est l'autre point crucial de la conception. C'est sur ce réseau de câbles qu'est accroché et tendu le tricot réflecteur afin de lisser les plis dus à son pliage avant lancement [HED83]. La tension doit également être la plus uniforme possible pour assurer une bonne conductivité électrique et une bonne réflectivité électromagnétique.

Définition d'un réseau géotensoïd – Méthode des densités de force

Une tension uniforme dans le réseau de câbles est très intéressante, car le réseau suit alors les courbes géodésiques de la surface (ici un paraboloïde de révolution), c'est-à-dire celles dites « de plus court chemin ». Cela minimise la longueur des câbles utilisés, donc allège la structure. En outre, cette géométrie est également la plus stable, ce qui fait qu'un élément qui s'écarte de sa position d'équilibre a tendance à revenir en position. Un réseau uniformément tendu et dont les câbles suivent les lignes géodésiques est appelé « géotensoïd ».

Jusqu'à présent, les recherches de formes proposées dans la littérature ne généraient pas un réseau géotensoïd, mais projetaient simplement ce maillage sur la surface parabolique [TIB03b]. Des algorithmes étaient ensuite appliqués pour améliorer la position de nœuds, mais sans assurer le positionnement optimal garantissant une tension uniforme dans le réseau.

Afin de proposer un maillage optimal, nous avons souhaité proposer une méthode de recherche de forme qui génère la position des nœuds du maillage pour obtenir la surface correspondant à l'expression mathématique souhaitée, avec une tension uniforme dans le maillage. L'algorithme développé s'inspire des travaux de Linkwitz et Schek [LIN71] qui, dès 1971, ont proposé la méthode dite des densités de forces pour concevoir le toit du stade olympique de Munich, constitué d'un réseau de câbles (Figure 108).



Figure 108. Toiture du stade olympique de Munich constituée d'un réseau de câbles

Nous avons vu qu'elle avait été très utilisée pour la conception des systèmes de tenségrité car elle présente l'avantage de linéariser les équations d'équilibre (Cf. Equation (3)). Lorsque nous sommes en plus dans le cas d'un réseau de câbles, il n'y a pas de second terme, le système devient donc :

$$55) \quad \begin{cases} \sum_{j \neq i} (x_i - x_j) q_j = 0 \\ \sum_{j \neq i} (y_i - y_j) q_j = 0 \\ \sum_{j \neq i} (z_i - z_j) q_j = 0 \end{cases}$$

La position du nœud i permettant d'équilibrer les tensions est alors définie de la sorte :

$$(56) \quad \left\{ \begin{array}{l} x_i = \frac{\sum_{j \ni i} x_h q_j}{\sum_{j \ni i} q_j} \\ y_i = \frac{\sum_{j \ni i} y_h q_j}{\sum_{j \ni i} q_j} \\ z_i = \frac{\sum_{j \ni i} z_h q_j}{\sum_{j \ni i} q_j} \end{array} \right.$$

Cela signifie qu'il se situe au barycentre des nœuds auxquels il est relié par l'intermédiaire d'un élément j , le coefficient de densité de force donnant le « poids » de chaque élément.

Si on écrit l'équilibre pour chacun des nœuds, on obtient un système qui peut être résolu par inversion matricielle (c'est une méthode utilisée pour les systèmes de tensegrité en phase de recherche de forme) ou par méthode itérative. La forme obtenue est directement dépendante de coefficients q_j choisis.

Schek a montré que le choix de coefficients de densité de force q_j tous égaux permettait de minimiser la somme des carrés des longueurs des éléments ($\sum_j \ell_j^2$) [SCH74]. Si par contre les tensions T_j sont toutes égales alors c'est la somme des longueurs ($\sum_j \ell_j$) qui est minimisée.

Cette méthode a ensuite connu des adaptations ([MAU97] [CAR09]) pour déterminer de façon itérative les coefficients de densité de force jusqu'à obtenir un réseau de tension uniforme. Si on appelle T_u la tension uniforme visée, le nouveau coefficient à l'étape $p+1$, q_j^{p+1} est donné par la relation :

$$(57) \quad q_j^{p+1} = q_j^p T_u / T_j$$

Il faut noter que nous avons choisi d'écrire l'équilibre sans action extérieure ce qui amène à obtenir des surfaces à double courbure négative. Pour rechercher des surfaces à double courbure positive (comme un paraboloïde de révolution), il faudra ajouter des actions supplémentaires correspondant à des pressions sur la surface. Cela explique la présence de tendeurs entre deux nappes symétriques pour les différents types de réflecteurs paraboliques.

Application à un réseau d'antenne parabolique

Dans le cas de la parabole devant être arrimée à l'ossature de l'antenne, il faut résoudre un problème lié à la position du point focal, qui peut être un obstacle à la réception ou à la diffusion des ondes.

Ainsi, la géométrie souhaitée pour le réseau n'est pas une parabole centrée sur son axe (Figure 109), mais une portion de parabole excentrée, de manière à ce que le point focal ne soit pas un obstacle à l'émission ou la réception. On parle alors de parabole « *offset* » (Figure 110).

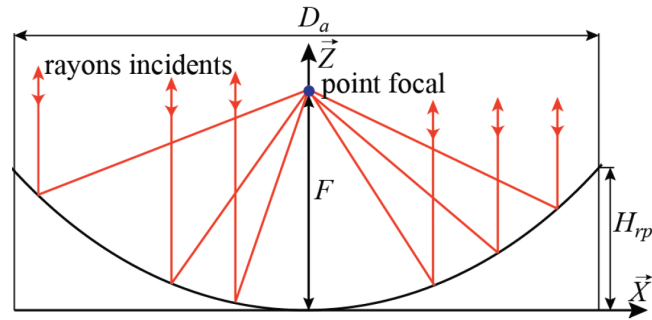


Figure 109. Parabole centrée sur son axe et position du point focal

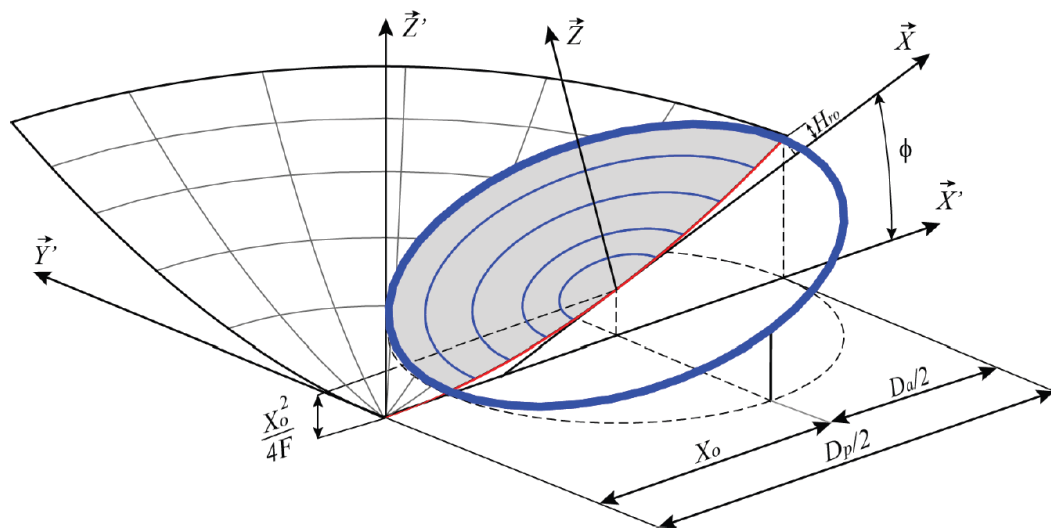


Figure 110. Parabole offset vue en perspective

Il est possible d'exprimer l'équation de la parabole *offset* en fonction des paramètres X_0 (l'excentrement) et ϕ (l'angle entre l'axe de la parabole centrée et celle *offset*) [A10]. La forme du réflecteur n'est alors plus circulaire, mais elliptique (contour en bleu sur la Figure 110).

L'équation de la parabole *offset* étant connue, on cherche à déterminer la position de chacun des nœuds qui, suivant leur position (x,y) , doivent se situer à une altitude z pour vérifier l'équation de la parabole.

La tension dans chaque tendeur reliant la parabole supérieure et inférieure du réflecteur est donnée par :

$$(58) \quad F_{Z_i} = \sum_{j \neq i} q_j (z_i - z_h)$$

La Figure 111 donne l'algorithme permettant d'effectuer la recherche itérative de l'équilibre.

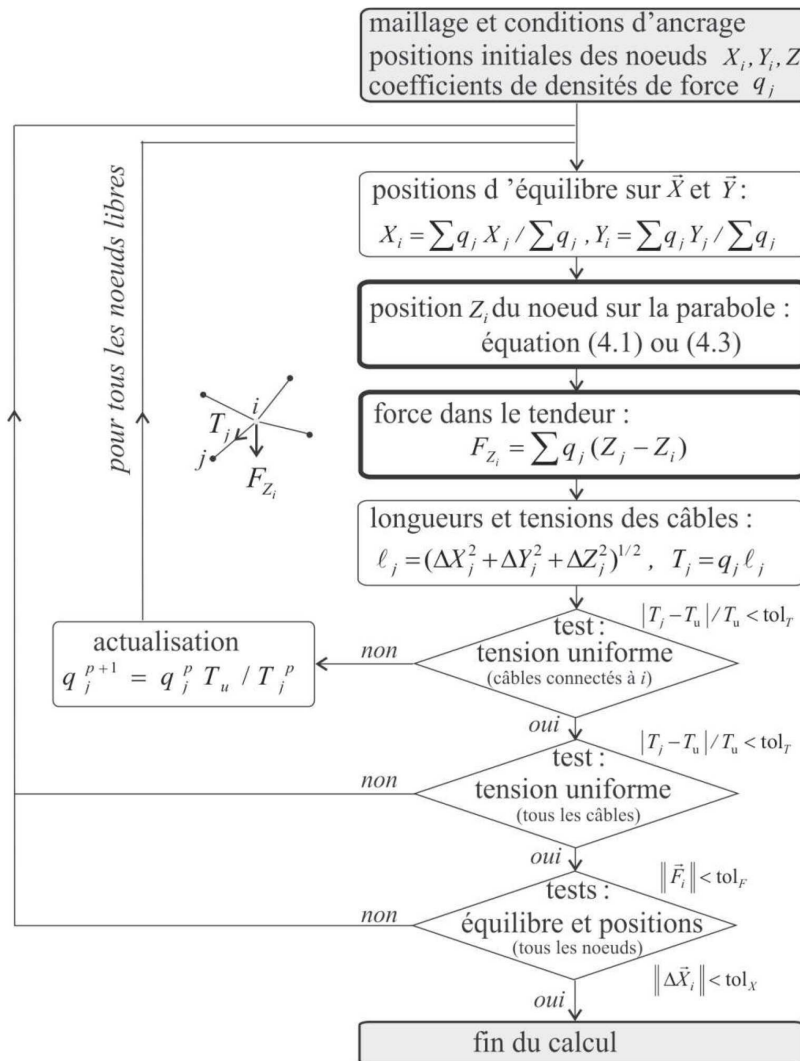


Figure 111. Algorithme de calcul de la géométrie du réseau géotensoïd

Application numérique

Nous avons appliqué cet algorithme à des typologies de maillages couramment utilisées, que ce soit pour des paraboles centrées (Figure 112 et Figure 113) ou des paraboles *offset* (Figure 114 et Figure 115).

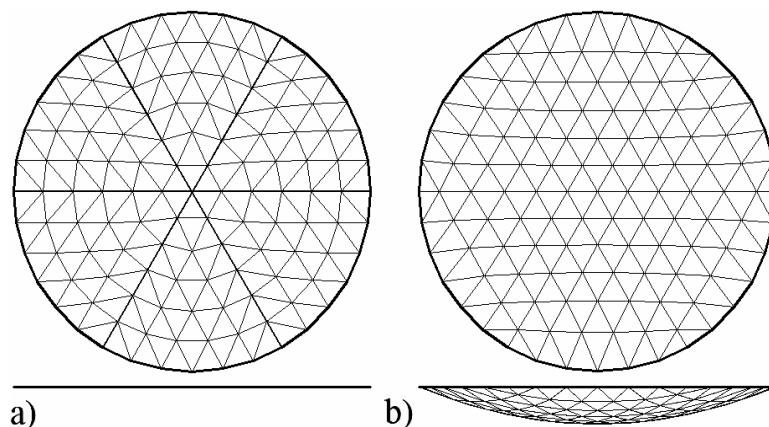


Figure 112. Maillage "diamatic" a) avant recherche de forme b) après égalisation des tensions

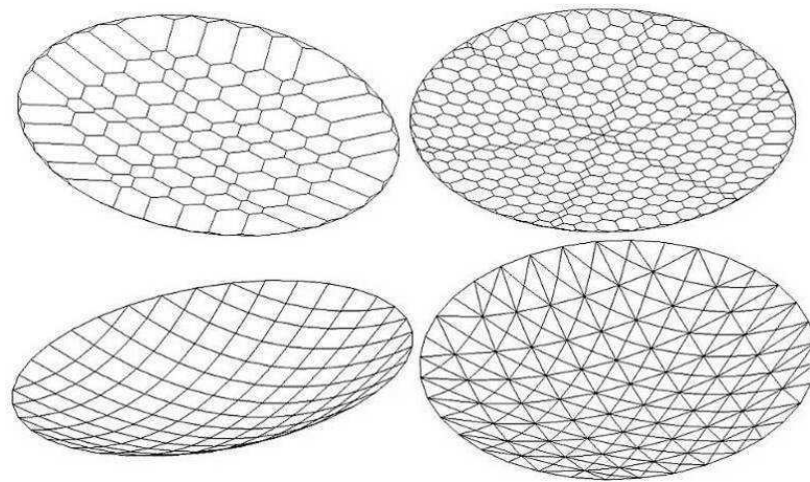


Figure 113. Autres configurations de maillages après calcul

Il est possible de faire apparaître les tensions dans les éléments verticaux pour vérifier si leurs tensions sont régulières (Figure 114) ou très disparates en raison, par exemple, d'effets de bord (Figure 115).

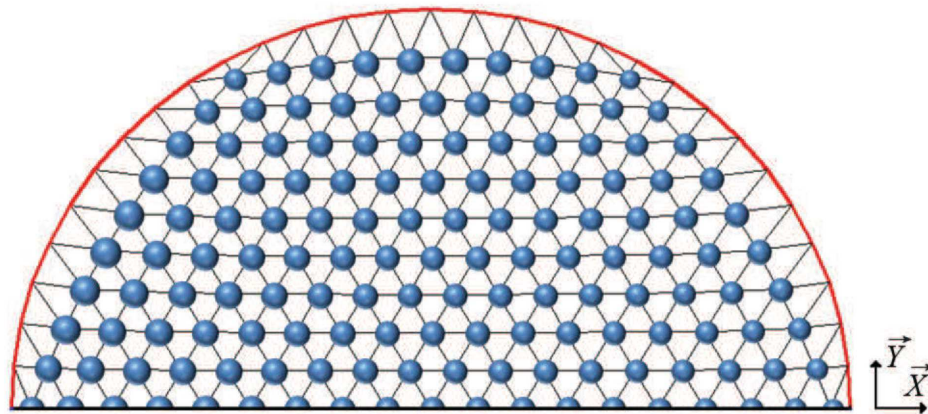


Figure 114. Distribution des tensions dans les tendeurs pour une parabole offset (pourtour elliptique) les sphères étant proportionnelles au niveau de tension (seule la moitié est représentée en raison de la symétrie).

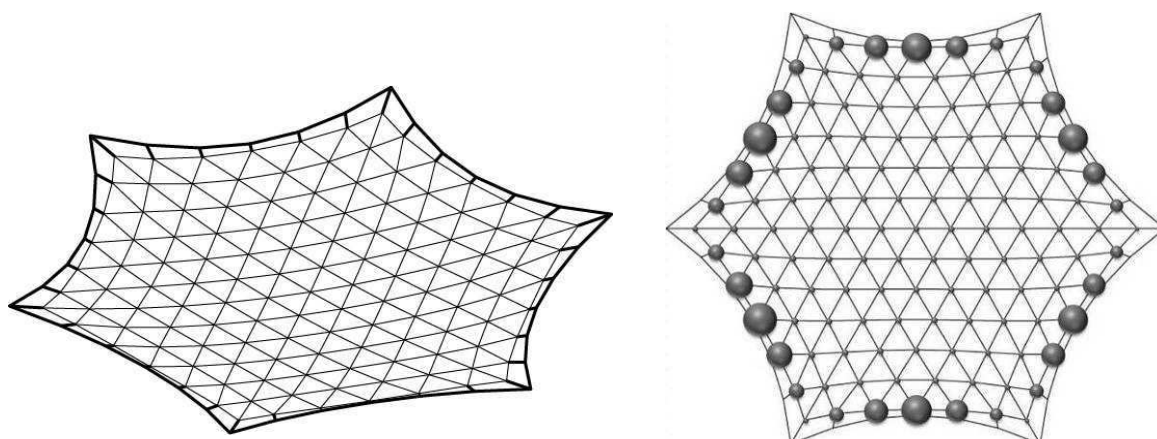


Figure 115. Distribution des tensions dans pour un maillage à arrêtes câblées.

Il est à noter que la densité du maillage initial impacte fortement la géométrie qui peut du coup être très différente d'une facette à l'autre (cf. les deux images du haut de la Figure 113 correspondant à deux densités différentes) et générer, comme nous allons le voir, des erreurs par rapport à la forme théorique souhaitée.

Erreur de facettisation

La surface parabolique, centrée ou *offset*, reste un objectif purement théorique puisque cette surface n'est qu'approchée au travers des points de maillage du réseau. Le tricot réflecteur étant attaché sur ces points, il en résulte une facettisation de la surface qui suit les points générés lors du processus de recherche de forme.

Par rapport à la surface théorique, on obtient donc un jeu de facettes qui sont situées plutôt à l'intérieur de la parabole (Figure 116). Il est alors possible de déterminer une nouvelle parabole qui s'approche au mieux des centres des facettes et minimise ainsi l'erreur entre une surface théorique (appelée « *best fit* ») et le maillage réel, discret. La parabole *best fit* est translatée par rapport à la première ayant servi de référence et connaît une variation de sa longueur focale.

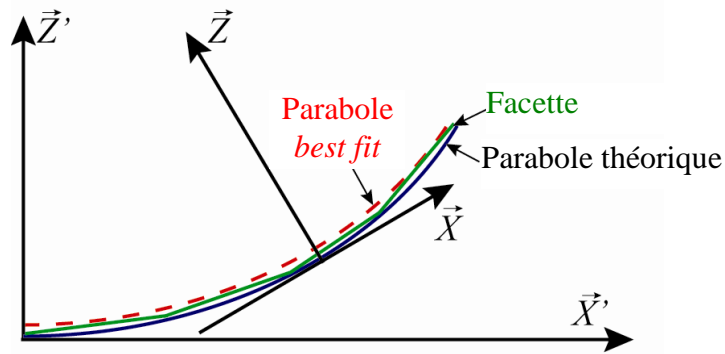


Figure 116. Définition de la parabole best fit

L'erreur de facettisation est la deuxième source d'erreur après les tolérances de fabrication. On peut également signaler les distorsions thermiques ou les écarts de position lors du déploiement. Elle est généralement limitée à un tiers de l'erreur totale.

Sur le réflecteur Astromesh de 12 m, l'erreur *rms* (« *root mean square* ») de facettisation est par exemple de 1,15 mm. Différentes approches ont été proposées pour calculer cette erreur. Agrawal [AGR81] estime ainsi qu'un réflecteur peu profond peut être approché par une sphère de rayon $2F$.

Nous avons calculé cette erreur pour un réseau *diamatic* à ossature elliptique correspondant à la Figure 114. Comme l'objectif est ici d'estimer seulement l'erreur due à la facettisation, nous avons décidé de comparer uniquement la position Z'_{G_t} (suivant \vec{Z}') du centre de gravité de chaque facette t , avec sa position théorique Z'_t sur le paraboloïde calculée à partir de ses coordonnées (X'_{G_t}, Y'_{G_t}) . L'erreur *rms* est alors donnée par la formule [TIB02b] :

$$(59) \quad \delta_{rms} = \left(\sum_{t=1}^{n_f} A_t (Z'_t - Z'_{G_t})^2 / \sum_{t=1}^{n_f} A_t \right)^{1/2}$$

où A_t est l'aire du triangle projeté sur le plan (\vec{X}', \vec{Y}') et n_f le nombre total de facettes.

Le paraboloïde *best fit* décrivant au mieux la surface facettée est donc calculé en minimisant cette erreur, ce qui revient, si on néglige les rotations très faibles autour de \vec{X}' et \vec{Y}' , à effectuer une translation de valeur ΔZ suivant \vec{Z}' . L'équation du paraboloïde devient :

$$(60) \quad Z'_{bf} = (X'^2 + Y'^2) / (4F_{bf}) + \Delta Z$$

Avec ΔZ donné par la relation :

$$(61) \quad \Delta Z = \sum_{t=1}^{n_f} A_t (Z'_t - Z'_{G_t}) / \sum_{t=1}^{n_f} A_t$$

La distance focale F_{bf} et la translation ΔZ du paraboloïde *best fit* minimisant l'erreur peuvent être déterminées par un algorithme standard d'optimisation numérique, tel que les méthodes de Newton ou du gradient conjugué. Les erreurs calculées sur plusieurs réseaux *diamatics* pour différents réflecteurs *offset* avec $D_a = 12$ m sont présentées dans le Tableau 13 afin de comparer l'influence de la discrétisation (nombre de facettes) et du rapport focal. On observe que l'erreur de facettisation croît lorsque le nombre de facettes diminue ou si la courbure augmente. Il est aussi intéressant de noter que la méthode de recherche de forme proposée permet d'obtenir une erreur de facettisation inférieure à 1 mm, même avec peu de facettes.

Nombre de divisions du réseau diamatic	5	6	8	10	10	10
Nombre de facettes triangulaires n_f	150	216	384	600	600	600
Ratio F / D_p	0,45	0,45	0,45	0,45	0,30	0,60
Erreur de facettisation δ_{rms} (mm)	12,19	8,50	4,80	3,08	5,04	2,24
Erreur avec ΔZ (mm)	1,05	0,79	0,49	0,34	0,88	0,21
Erreur avec ΔZ et F_{bf} (mm)	0,99	0,75	0,48	0,33	0,82	0,21

Tableau 13. Erreurs de facettisation pour différents réseaux diamatic avec $D_a = 12$ m

Cela doit permettre de répondre pleinement au cahier des charges une fois le réseau arrimé à l'ossature préalablement dimensionnée. L'ensemble constitue un résultat prometteur qui doit être encore analysé et développé pour proposer, à moyen terme, une solution industrielle complète, efficace et viable.

Un article portant sur le sujet du réseau de câbles a été publié ([A10]), un autre concernant l'étude mécanique de l'ossature d'antenne a été récemment soumis. Une communication a également été présentée ([Cg14]).

3.3.3 Bilan des activités pour la « Conception de systèmes légers autocontraints pliables-dépliables »

L'utilisation de systèmes pliables/dépliables, quels que soient les domaines d'application, est une solution qui a toujours attiré les ingénieurs.

Les systèmes de tensegrité offrent cette potentialité de modularité qui peut les rendre concurrentiels sur le marché des systèmes constructifs pliables-dépliables. Au travers de l'encadrement d'une thèse sur un **anneau de tensegrité**, j'ai souhaité tester sur un prototype à taille humaine les résultats obtenus par simulations. Nous avons ainsi pu montrer la **pertinence des modèles analytiques et numériques**, mais aussi pointé la **nécessité d'une conception des nœuds aussi fidèle que possible** aux modèles théoriques.

Les compétences acquises dans le domaine des systèmes légers à précontrainte interne, m'ont aussi permis d'être l'initiateur de travaux de recherche sur **d'autres types de systèmes possédant une autocontrainte interne**, mais cette fois-ci de **flexion**. Comme pour les systèmes de tensegrité, ce qui était au départ issu d'un travail artistique, nous a conduits à imaginer des solutions pratiques dans le cadre d'applications spatiales telles que les antennes réflecteur de satellites de communications. Après avoir proposé et encadré deux stages de Master sur le sujet, j'ai participé au suivi d'une thèse de doctorat qui a conduit à **proposer des méthodes et un prototype** qui sont des avancées très prometteuses dans le domaine des structures spatiales auto-déployables. Nous avons ainsi **modélisé des ossatures d'antenne, construit un modèle réduit et proposé une méthode d'optimisation du réseau de câbles** constituant le maillage de l'antenne. Ces travaux sont précurseurs et demandent à être poursuivis.

Par ailleurs, si nous avons concentré nos études sur des formes permettant la création d'antennes paraboliques, je reste persuadé que d'autres formes peuvent être envisagées sur le même principe (formes planes par exemple - Figure 117), pour bien d'autres applications.

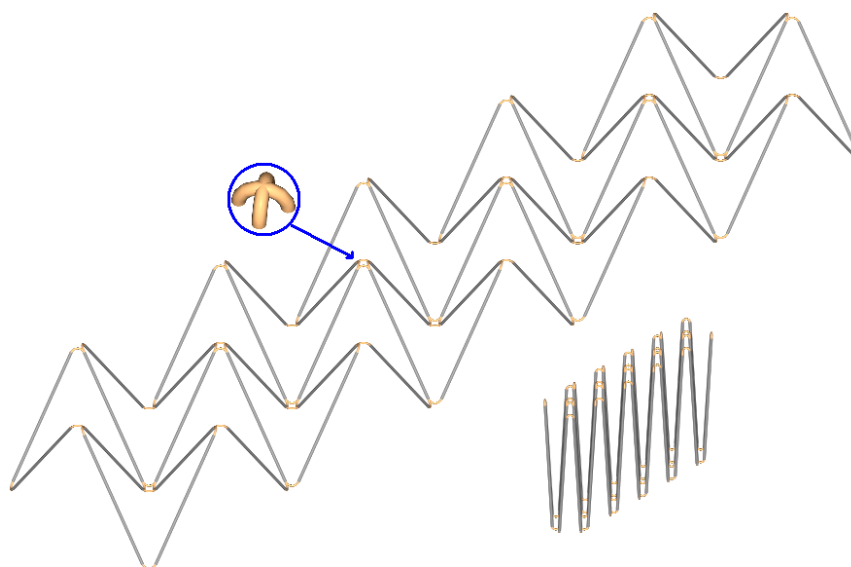


Figure 117. Structure plane auto-déployable

4 CONCLUSION, PROJET DE RECHERCHE ET PERSPECTIVES

Ce mémoire d'habilitation à diriger les recherches est une synthèse des activités que j'ai pu mener depuis que j'ai été recruté en septembre 2004 au sein du LMGC et de l'IUT de Nîmes. J'espère qu'il y transparaît le plaisir que j'ai eu à travailler avec mes collègues. C'est un métier passionnant et très prenant.

Après un rapide bilan, j'exposerai le projet de recherche que j'envisage de mener dans les années à venir, dans la droite ligne des travaux réalisés ou sur de nouvelles pistes.

Enfin, je ne pouvais réaliser ce travail de synthèse sans évoquer ce qui me tient, aussi, particulièrement à cœur, c'est le travail de vulgarisation auprès du grand public que j'ai entrepris depuis plusieurs années. Un investissement qu'il est, me semble-t-il, et encore plus aujourd'hui, indispensable de poursuivre.

4.1 Bilan des travaux accomplis

Les travaux de recherche engagés ont permis d'améliorer la connaissance et la compréhension du fonctionnement des systèmes de tenségrité, que ce soit au niveau du recensement des états d'autocontrainte ou de l'étude du comportement sous charges.

Ma thèse de doctorat avait fourni les premières bases d'un **recensement des états d'autocontrainte sur un plan théorique**, mais une analyse plus fine permet aujourd'hui d'en faire un tri éclairé, très utile pour le concepteur ayant à dimensionner toute structure de tenségrité. La mise en parallèle du problème dual que constitue la recherche de mécanismes unilatéraux a permis de montrer qu'une même méthode de résolution s'applique et donne des résultats. En outre, **le tri exhaustif des états d'autocontrainte** permet aujourd'hui d'**optimiser le nombre de câbles actifs permettant de mettre en tension le système**, c'est une avancée et une simplification majeure pour la mise en œuvre de ces systèmes. Une étude analytique sur un anneau de tenségrité a également montré qu'on pouvait agir de façon très pointue sur le comportement d'une structure, ce qui permettait d'**adapter les rigidités et la réponse sous charges**. Les bases de la création d'un **modèle rhéologique** et d'un **super-élément** permettant de simplifier le processus de conception ont été mises en place.

En parallèle à cet axe de modélisation, j'ai participé à l'**élaboration de prototypes** permettant de **valider les recherches antérieures** sur le sujet, de **montrer la faisabilité de tels systèmes** et de **pointer les difficultés** liées à cette mise en œuvre. Le problème du réglage des systèmes de tenségrité se heurtait depuis des années à la possibilité de faire une mesure fiable de la tension dans les éléments pour ensuite ajuster l'état d'autocontrainte. Les variations des plages de tensions dans les câbles, ou dans les diamètres des câbles, ne permettaient pas d'avoir un outil unique de mesure. **Nous avons proposé un modèle et vérifié expérimentalement** qu'un dispositif couplé à une chaîne d'acquisition permettait de **faire une mesure précise et fiable quel que soit le cas de figure**.

Enfin, l'étude de systèmes pliables autocontraints a montré que de nouvelles applications étaient envisageables à partir des systèmes de tenségrité. Une **action très simple sur quelques câbles** permet à la fois de plier/déplier la structure, mais aussi de mettre en place l'autocontrainte.

Sans rester enfermés dans l'étude de ces seuls systèmes, **j'ai initié l'étude de nouveaux systèmes précontraints**, utilisant cette fois-ci non pas une sollicitation de traction ou compression, mais de flexion. Après avoir longuement cherché comment modéliser une structure pourtant extrêmement simple dans son principe, nous sommes parvenus à **simuler numériquement le comportement statique et dynamique** sur des modules simples. C'était une étape importante et essentielle, qui nous a conduits par la suite à envisager d'étendre ce principe à des structures de plus grande envergure. Nous avons ainsi proposé des solutions viables pour la conception d'ossatures d'antennes satellites. L'**optimisation du réseau de câbles** lié à cette ossature a permis de montrer que les tolérances de fabrication permettaient de rester dans les limites acceptables pour de tels systèmes. La **réalisation d'un prototype de taille réduite** a contribué à la **validation des modèles** et justifie notre ambition de proposer des solutions industrielles à moyen terme.

4.2 Projet de recherche

Suite aux avancées réalisées dans ces différents domaines, les axes de recherches que je souhaite développer dans les années futures se déclinent en trois thèmes : la poursuite de recherche de solutions architecturales à base de systèmes de tensegrité, l'ouverture de ces systèmes à d'autres applications et la conception de systèmes pliables/dépliables pour des applications spatiales.

- Conception de systèmes de tensegrité pour des applications architecturales

Comme nous l'avons vu, les outils de recherche de forme et de dimensionnement développés pour les systèmes de tensegrité sont efficaces et performants. Nous pouvons envisager la conception de systèmes ayant des applications tournées vers l'architecture, qu'elles soient statiques ou mobiles. Des passerelles ont déjà été proposées, des mâts ou des arches sont également envisageables. Le transfert de technologie vers les industriels ne pourra néanmoins se faire qu'avec la fourniture d'un outil complet et ergonomique de conception-dimensionnement. Le logiciel TENSEGRITE 2000 a été une première avancée mais n'était pas facilement exportable et difficile à maitriser. Julien Averseng, membre de la même équipe, a proposé par la suite une interface plus ergonomique au travers de son outil TOY. Certaines fonctionnalités restent cependant à implémenter : recherche de forme paramétrique, recensement des états d'autocontrainte et tri, etc.

Par ailleurs, la conception des systèmes de tensegrité nécessite une bonne adéquation entre les modèles développés et le système réellement mis en œuvre. Or, nous avons vus que nous nous étions heurtés à des difficultés importantes lors de la réalisation de prototypes. Un effort tout particulier doit donc être mené sur la conception des nœuds pour leur conférer toutes les qualités permettant de réaliser des structures à l'assemblage aisé et facilement réglables. Plusieurs propriétés sont à assurer :

- coïncidence nodale des axes des éléments afin d'assurer une bonne transmission des efforts de traction-compression,
- assemblage aisé des éléments au niveau des nœuds,
- minimisation des frottements dans les liaisons pour se trouver dans le cadre de la modélisation,
- éventuellement, permettre le réglage directement au niveau de la liaison nœud-élément.

À ces impératifs garantissant le bon fonctionnement statique du système, peut se rajouter la nécessité de concevoir une liaison permettant le pliage du système. Mais cette mobilité temporaire ne doit pas être une gêne dans le fonctionnement courant du système.

De plus, toutes ces fonctions doivent être assurées avec une certaine rigidité et un encombrement réduit du nœud. Comme les systèmes de tensegrité sont considérés comme plus légers que des

systèmes constructifs équivalents, cela peut conduire à proposer des solutions à base de différents matériaux, permettant de réduire encore le poids propre.

Des tests mécaniques devront également être menés sur des prototypes pour vérifier que toutes les fonctionnalités peuvent être garanties et valider ainsi les modélisations théoriques et numériques. C'est notamment le cas de la résistance des nœuds sous charge. La question de la fiabilité de ces systèmes doit d'ailleurs être à nouveau posée pour définir de façon plus précise comment les modes de ruine peuvent intervenir et éventuellement se prémunir de ruptures d'ensemble brutales.

Enfin, le réglage des systèmes de tensegrité est un point crucial qui peut être intégré, ou non, dans le nœud, au travers de systèmes à pas de vis par exemple. Si nous avons proposé une méthode permettant mesurer la tension dans les câbles de manière fiable et dans n'importe quel cas de figure, il reste à proposer un appareil compact transportable. Un transfert de technologie peut être envisagé vers une entreprise de métrologie qui serait intéressée par le concept. La réduction de la taille du prototype et l'intégration de la chaîne d'acquisition et de traitement de données sont les éléments du cahier des charges pour dans un processus d'industrialisation.

Des perspectives de collaborations, présentes et futures, pour la création de pontons d'accès à la mer, de passerelles piétonnes, ou d'arches de tensegrité sont autant de pistes qui peuvent nous permettre de démontrer la pertinence des concepts et des outils développés jusqu'alors. Des projets sont en cours de gestations et pourraient voir le jour à court ou moyen terme.

- Couplage systèmes de tensegrité – robots à câbles

Dans le cadre de discussions entamées avec le LIRMM (Laboratoire d'Informatique, de Robotique et de Microélectronique de Montpellier) nous avons pu dégager un autre axe de recherche intéressant qui associerait des systèmes pliables-dépliables et des robots parallèles à câbles.

Ce type particulier de robot utilise des câbles afin de connecter des actionneurs à une plateforme mobile. Chaque câble est attaché à la plateforme par l'une de ses extrémités et enroulé par un treuil motorisé pour l'autre. En modifiant les longueurs des câbles, les treuils permettent de contrôler en temps réel la position et l'orientation de la plateforme mobile. De très grandes longueurs de câbles peuvent être enroulées ce qui leur confère des surfaces d'évolution de plusieurs dizaines de mètres et des charges utiles pouvant peser plusieurs tonnes. De plus, lorsque les câbles sont détachés de la plate-forme mobile et enroulés sur leurs tambours, le robot devient un ensemble d'éléments séparés facilement transportables et reconfigurables.

Le couplage de tels robots aux systèmes de tensegrité semble être une idée naturelle dans la mesure où le même principe d'action sur des câbles peut permettre le déploiement des systèmes de tensegrité. Les actionneurs de la plateforme (ou d'autres indépendants), pourraient donc jouer le rôle moteur dans la mise en œuvre de solutions transportables de robots à câbles. Soulignons également l'avantage lié à l'auto-équilibre interne des systèmes de tensegrité, qui les rend indépendants de toute structure extérieure.

La rapidité et la facilité d'installation, associées à un démantèlement complet du robot et de sa structure de soutien, sont des caractéristiques qui pourront donc être mises en avant pour des applications telles que la maintenance d'installations extérieures ou les interventions en situation d'urgence et/ou en milieu hostile.

Par ailleurs, les derniers concepts de robots d'exploration interplanétaire présentés par la NASA ont justement fait appel aux systèmes de tensegrité, et notamment un module que j'avais longuement

étudié lors de mon stage de DEA, l’octaèdre expansé. Cela montre que les potentialités d’applications de ces systèmes sont encore loin d’avoir toutes été explorées.

- Conception de systèmes de pliables/dépliables pour le domaine spatial

Suite à la conception d’un prototype de structure d’antenne parabolique pour des applications spatiales, les perspectives de développement sont nombreuses.

Si les premières études ont permis la conception de l’ossature et d’obtenir une bonne maîtrise de la géométrie du réseau de câbles porteur du tricot, l’interaction entre les deux et le pliage de l’ensemble pour la phase de lancement reste à analyser. Les câbles ne doivent pas s’emmêler et bloquer le déploiement. Des techniques de mise en œuvre, potentiellement inspirées des origamis, devront être définies. L’ossature demandera également une optimisation afin d’assurer un amortissement en phase d’ouverture et un verrouillage en position déployé. L’apparition de dissymétries en phase transitoire peut aussi nécessiter une meilleure synchronisation de l’ouverture des ciseaux de l’ossature. Un démonstrateur de taille plus modeste mais dont les caractéristiques devraient permettre un test dans des conditions d’apesanteur (dans l’Airbus Zéro-G du CNES) est à envisager. Il intégrerait les matériaux utilisés dans les conditions réelles (forts gradients thermiques, absence de dégazage...) et serait équipé de tous les accessoires nécessaires en phase opérationnelle : réseau de câbles, tendeurs et tricot réflecteur.

Par ailleurs, les besoins en termes de systèmes déployables ne se limitent pas à des antennes paraboliques. Contraints par la taille des lanceurs, les satellites embarquent toutes sortes d’équipements nécessitant une forte compacité au lancement et un déploiement en mode opérationnel. Les géométries peuvent être très diverses, allant de panneaux plans (comme les panneaux solaires servant à alimenter les satellites en énergie) à des formes quelconques (voiles de désorbitation pour le retour du satellite dans l’atmosphère et sa destruction). Des solutions sont déjà envisagées mais la réflexion sur les liaisons doit être poursuivie afin de proposer des structures auto-déployables d’une grande variété géométrique et d’une fiabilité satisfaisante.

4.3 Addendum : place de la Science dans la société et vulgarisation

Pour finir, je ne pouvais conclure ce mémoire sans aborder une activité qui m’a – aussi – pas mal occupé ces dernières années, c’est la vulgarisation scientifique.

Pendant trois ans, de 2008 à 2011, je me suis en effet beaucoup investi dans la lutte contre les théories du complot liées aux attentats du 11 septembre 2001. Non sur le plan politique, bien entendu, mais sur le plan scientifique, puisque bon nombre de ces théories font appel de manière fallacieuse à la Science pour « démontrer » leurs allégations. Cela m’a conduit à nouer des contacts assez réguliers avec nombre de journalistes pour des interventions dans divers médias que ce soit la presse écrite, radio ou télévisuelle. Ayant fait en trois ans le tour de ces questions liées aux effondrements des buildings du World Trade Center ou du crash du Pentagone, je me suis aujourd’hui détourné de cette thématique ; il en reste aujourd’hui un site internet avec plus de 700 000 pages visitées depuis octobre 2008 (www.bastison.net) et deux ouvrages publiés ([O3] et [O4]), dont un dans la collection « *Une chandelle dans les ténèbres* ».

Cette expérience a été très enrichissante, mais elle m’a surtout fait prendre conscience de la position aujourd’hui très délicate de la science dans notre société. En tant que scientifique, et au vu du nombre croissant d’étudiants qui se détournent de ce domaine pour d’autres secteurs, c’est un état de fait qui me préoccupe beaucoup.

Que reste-t-il du siècle des Lumières où la science était synonyme de progrès ? Aujourd’hui les scientifiques ne sont vus majoritairement dans l’opinion que comme des apprentis sorciers, incapables de gérer leurs découvertes et ne sachant exactement vers où ils orientent leurs recherches. Certes, la mécanique et le génie civil sont encore à l’abri de telles suspensions. Mais alors que le siècle dernier a connu la réalisation de projets majeurs (nucléaire civil, Ariane, Airbus, TGV...) il est bien difficile de distinguer de nos jours, en France, un sujet capable de transcender les disciplines. Alors que les scientifiques français étaient à la pointe sur la recherche dans le domaine des OGM, que reste-t-il aujourd’hui après moult fauchages sauvages et intempestifs ? Qui arrive aujourd’hui à dormir sur ses deux oreilles lorsqu’il se situe à proximité d’antennes relais... alors que leur nocivité n’a *jamais* été démontrée ? Cette défiance de la société vis-à-vis de la science devient de plus en plus préoccupante car elle est le terreau d’un recul de la France dans la communauté scientifique internationale. Certains sujets de recherche, et même certains résultats, deviennent quasiment interdits !

C’est pourquoi, choqué de ce constat, je me suis aussi lancé dans la vulgarisation au sens large et, surtout, dans la lutte contre ce que d’aucuns appelleront indifféremment les pseudosciences, l’alterscience, l’anti-science ou la junk-science. En gros, toutes les formes de charlatanismes faisant appel de manière trompeuse à la Science.

Membre de l’Association Française pour l’Information Scientifique, je fais actuellement partie du comité de rédaction de sa revue (*Science et Pseudo-Sciences*) et j’essaie de publier, en tant qu’expert sur le site d’information *Rue89*, des tribunes sur des sujets « sensibles » touchant à la science. C’est un travail que je sais parfois polémique, mais qui pour moi est indissociable de ma mission d’enseignant et de scientifique.

Fort des contacts noués avec la presse généraliste au travers de mon expérience sur le 11 septembre, il me tient à cœur de poursuivre dans le futur cet investissement, même si ce sera, forcément, à un niveau plus modeste.

5 REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- [ACH78] Acher, J., Gardelle, J., Programmation linéaire, *Dunod Décision*, 1978.
- [AGR81] Agrawal P.K., Anderson M.S., Card M.F., Preliminary design of large reflectors with flat facets, *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. AP-29, 1981.
- [AVI99] Avis D., LRS : a revised implementation of the reverse search vertex enumeration algorithm, *University Montreal*, Canada, 1999.
- [AVE04] Averseng J., Mise en œuvre et contrôle des systèmes de tensegrité, Thèse de doctorat, *Université Montpellier 2*, 2009.
- [BAG03] Bagneris, M., Mécanismes des systèmes à rigidité unilatérale, *Rapport de DEA*, LMGC, Université Montpellier 2, 2003.
- [BAT96] Bathe, K. J., Finite element procedures, *Prentice-Hall, Englewood Cliffs*, 780-781, 1996.
- [BOU98] Bouderbala M., Systèmes spatiaux pliables/dépliables - Le cas des systèmes de tensegrité, Thèse de doctorat, *Université Montpellier 2*, 1998.
- [BRE09] Breysse, D., Maîtrise des risques en génie civil, Volume 1, 2 et 3, *Hermès science publications - Lavoisier*, 2009.
- [BRE10] Breuer J. C.M., Luchsinger R. H., Inflatable kites using the concept of Tensairity, *Aerospace Science and Technology*, Volume 14, Issue 8, 2010.
- [CAL96] Calgaro, J. A., Introduction aux Eurocodes. *Presses de l'école nationale des ponts et chaussées*, 1996.
- [CAR09] Caron J.-F., Julich S., Baverel O., Selfstressed bowstring footbridge in FRP, *Composite Structures*, vol. 89, Issue 3, 2009.
- [CEV11] Cevaër F., Quirant J., Dube J.-F., Modélisation analytique du comportement en compression d'un anneau de tensegrité à base pentagonale, *archive hal-00631391*, 2011.
- [CHE05] Chen X., Etude du système Artoflex : modélisations, *Rapport de DEA*, LMGC, Université Montpellier 2, 2005.
- [COS90] Costello G. A., Theory of wire rope, *Springer-Verlag*, 1990.
- [DAN63] Dantzig G.B., Linear programming and extensions, *Princeton University Press*, 1963.
- [DAV08] Davids W. G., Zhang H., Beam finite element for nonlinear analysis of pressurized fabric beam-columns, *Engineering Structures*, Volume 30, Issue 7, 2008.
- [EMM64] Emmerich D.G., Structures linéaires Autotendantes, *Brevet français N°1,377,291*, 1964
- [FUL61] Fuller R.B., The revolutionary architect-engineer's own patent revelation about his basic structural discoveries, *Portfolio and Art News Annual*, N°4, 1961.
- [FUR04] Farrugia P., Nooshin H., Disney P., Parke G. A. R., Spatial foldable rings, *IASS Symposium*, Montpellier, France, 2004.

- [FUK93] Fukuda, K., Prodon, A., Double description method revised, *ETHZ*, Zurich, Suisse, 1993.
- [GAS58] Gass S.I., Linear programming : methods and applications, *Mc. Graw.Hill*, New-York, 1958.
- [GAL03] Gallix, V., Flexibility assembled three-dimensional dynamic structure, *International patent WO/066983 A1*, 2003
- [GOY88] Goyet J., Valeur caractéristique d'une variable aléatoire normale de moyenne et variance inconnues, à partir de la donnée de N réalisations indépendantes de cette variable, *Les cahiers de l'aléa*, CTICM, 1988.
- [HED83] Hedgepeth J.M., Adams L.R., Design concept for large reflector antenna structures, *NASA contractor report 3663*, 1983.
- [KNI00] Knight B., Deployable antenna kinematics using tensegrity design, PhD. Thesis, *University of Florida*, Gainesville, Florida, USA, 2000.
- [HAN93] Hanaor A., Double-layer Tensegrity Grids as Deployable Structures, *International Journal of Space Structures*, Vol. 8, N°1&2, 1993.
- [KEB99] Kebiche K., Kazi-Aoual M.N., Motro R., Geometrical non-linear analysis of tensegrity systems, *Engineering Structures*, Vol 21, 1999.
- [LEU90] Leu L.J., Yang Y.-B., Effects of Rigid Body and Stretching on Nonlinear Analysis of Trusses, *Journal of Structural Engineering*, Vol. 116, No. 10, 1990.
- [LIN71] Linkwitz K., Schek H.J., Einige Bemerkungen von vorgespannten Seilnetzkonstruktionen, *Ingenieur-Archiv 40 Springer-Verlag*, 1971.
- [MAU97] B. Maurin, R. Motro, Investigation of minimal forms with density methods, *Journal of the International Association for Shell and spatial Structures*, vol. 38, no3, 1997.
- [MAU05] Maurin B., Motro R., Bagneris M., Unilateral mechanisms for selfstressed reticulate systems, *Proceedings of the 5th International Conference on Computation of Shell and Spatial Structures*, June 1-4, Salzburg (Austria), 2005.
- [MAU08] Maurin B., Cañadas P., Baudriller H., Montcourrier P., & Bettache N. Mechanical model of cytoskeleton structuration during cell adhesion and spreading. *Journal of biomechanics*, 41(9), 2008.
- [MOR11] Morterolle S., Etude de structures légères déployables pour applications spatiales, Thèse de doctorat, *Université Montpellier 2*, 2011.
- [MOT53] Motzkin, T.S., Raiffa, H., Thompson, G.L., Thrall, R.M., The double description method, Contribution to theory games, Vol2, *Princeton University Press*, Princeton, RI, 1953.
- [MOT92] Motro, R. Tensegrity systems: state of Art, *International Journal of Space Structures*, Special issue on tensegrity systems, Vol. 7, n°2, 1992.
- [MOT02] Motro, R. Tensarch Project, *Fifth International Conference on Space Structures*, Guilford (U.K.), 2002.
- [MOT03] Motro R., Tensegrity, Structural systems for the future, *Hermès Pinton Sciences*, 250 pp, 2003.
- [MOT06] Motro R., Maurin B., Silvestri C., Tensegrity rings and the hollow rope, *IASS Symposium*, Beijing, China, 2006.

- [NDI13] N'Diaye E. E., Nœud de structures autocontraintes et/ou déployables : analyse fonctionnelle, solutions existantes, méthodologies de conception et de fabrication, *Rapport de Master*, LMGC, Université Montpellier 2, 2013.
- [NEW59] Newmark N. M., A method of computation for structural dynamics, *ASCE Journal of Engineering Mechanics Division*, 85, 67-94, 1959
- [NGU09] Nguyen A.-D., Etude du comportement mécanique et du pliage d'un anneau de tensegrité à base pentagonale, Thèse de doctorat, *Université Montpellier 2*, 2009.
- [PEL86] Pellegrino, S., Calladine, C. R., Matrix analysis of statically and kinematically indeterminate frameworks, *International Journal of Solids and Structures*, Vol 22, 1986.
- [PEL93] Pellegrino S., Kwan A. S. K., You Z., Active and passive cable elements in deployable masts, *International Journal of Space Structures*, Vol. 8 (1-2), 1993.
- [PEL02] Pellegrino S., Deployable structures, *CISM International Centre for Mechanical Sciences*, Cambridge University Press, 2002.
- [PIN61] Piñero E. P., Project for a mobile theatre, *Architectural Design* 12, 1961.
- [PIN65] Piñero E. P., Three dimensional reticular structure, *US Patent No. 3,185,164*, 1965.
- [PIN72] Piñero E. P., Expandable space framing, *Progressive Architecture*, 12, 1972.
- [PUG76] Pugh A., An introduction to tensegrity, *University of California Press*, California, USA, 1976.
- [QUI00] Quirant J, Systèmes de tensegrité et autocontrainte : qualification, sensibilité et incidence sur le comportement, Thèse de doctorat, *Université Montpellier 2*, 2009.
- [RAD01] Raducanu V., Motro R., New tensegrity grids, *International Symposium on Theory, Design and Realization of Shell and Spatial Structures IASS*, Nagoya, Japon, 2001.
- [SAN04] Sanchez-Sandoval L. R., Contribution à l'étude du dimensionnement optimal des systèmes de tensegrité, Thèse de doctorat, *Université Montpellier 2*, 2004.
- [SEF00] Seffen, K. A., You, Z., Pellegrino S., Folding and deployment of curved tape springs, *Int. Journal of Mechanical Sciences*, 42, 2055-73, 2000.
- [SMA04] Smaili A. E., Systèmes légers pliables/dépliables: Le cas des systèmes de tensegrité, Thèse de doctorat, *Université Montpellier 2*, 2004.
- [SNE65] Snelson K., Continuous tension, discontinuous compression structure, *U.S. patent N°3, 169,611*, 1965.
- [SCH74] Schek, H. J., The force density method for form finding and computation of general networks. *Computer methods in applied mechanics and engineering*, 3(1), 1974.
- [SIE04] D. Siegert, M.M. Choinska, P. Brevet, D. Bruthat, F. Toutlemonde, Détermination de la tension des câbles à partir des fréquences de vibration, *Revue Française de Génie Civil*, Vol.8/9, 2004.
- [TIB02] Tibert A.G., Deployable tensegrity structures for space applications, Doctoral thesis, *Royal Institute of Technology, Dep. of Mechanics*, Stockholm, 2002.

[TIB03a] Tibert, A. G., & Pellegrino, S., Review of form-finding methods for tensegrity structures, *International Journal of Space Structures*, 18(4), 2003.

[TIB03b] Tibert A. Gunnar, Optimal design of tension truss antennas, *44th AIAA/ASMFJASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics, and Materials Conference*, Norfolk, USA, 2003.

[VAS97] Vassart, N., Recherche de forme et stabilité des systèmes réticulés spatiaux autocontraints – application aux systèmes de tensegrité, Thèse de doctorat, *Université Montpellier 2*, 1997.

[VAS00] Vassart, N., Laporte, R., Motro, R., Determination of mechanism's order for kinematically and statically indetermined systems, *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 37, 2000.

[WAN04] Wang, B. B., Free-Standing Tension Structures: From tensegrity systems to cable-strut systems, *Spon Research*, 234 pp, 2004.

[WIE03] Wielgosz C. and Thomas J.C., An inflatable fabric beam finite element, *Numerical Methods in Engineering*, Vol. 19, issue 4, 2003.

[ZHA06] Zhang, L., Maurin, B., & Motro, R., Form-finding of nonregular tensegrity systems, *Journal of Structural Engineering*, 132(9), 2006.



Vue d'un d'anneau de tensegrité entre deux plans équipés de miroirs

6 ANNEXES

6.1 Curriculum Vitae

Jérôme QUIRANT

Maître de Conférences

Université Montpellier 2

LMGC – UMR CNRS 5508

CC 048

Place Eugène Bataillon

34095 MONTPELLIER CEDEX 05

Né le 25 Février 1972 à Lézignan-Corbières (11)

Marié, 2 enfants

☎ : 04 67 14 45 33

@ : jerome.quirant@univ-montp2.fr

Web : www.lmgc.univ-montp2.fr/~quirant



PARCOURS UNIVERSITAIRE

Juin 2000 : **Thèse de Doctorat** au Laboratoire de Mécanique et Génie Civil, Université Montpellier 2, Equipe Conception en Structures.

Titre : *Systèmes de tenségrité et autocontrainte : qualification, sensibilité et incidence sur le comportement.*

Mention Très Honorable.

Membres du jury : MM. O. Maisonneuve (Président), M. Lemaire (Rapporteur), H. Nguyen-Dang (Rapporteur), M. N. Kazi-Aoual (Examineur), R. Laporte (Examineur), R. Motro (Directeur de Thèse).

Juin 1996 : **DEA** de Mécanique des Matériaux, Structures et Génie des Procédés, Université Montpellier II, mention Bien, major de promotion.

Juin 1995 : Admis à l'**Agrégation** de Génie Civil (8^{ème}).

Juin 1994 : **Maîtrise** de Génie Civil, Université de Marne-la-Vallée / ENS Cachan, mention AB.

Juin 1993 : **Licence** de Génie Civil, Université de Marne-la-Vallée / ENS Cachan, mention AB.

Juin 1990 : **Baccalauréat E**, Cité Technique, Narbonne, mention AB.

ACTIVITES PROFESSIONNELLES

1997-2000 : Allocataire moniteur normalien au Laboratoire de Mécanique et Génie Civil de l'Université Montpellier II. Enseignements dispensés à l'IUT de Nîmes et à l'ITCBTP (Institut des Techniques de la Construction du Bâtiment et des Travaux Publics de Montpellier – formation d'ingénieurs par alternance). Délégué des doctorants au sein du laboratoire.

2000-2004 : Enseignant au LP Jules Antonini à Ajaccio, en BEP *Construction Topographie, Techniques de l'Architecture et de l'Habitat*, et Bac Pro *Etude de Prix, Organisation et Gestion de Travaux*.

Adjoint au Chef de Travaux du LP Jules Antonini en 2000-2001, puis chargé de mission auprès de M. le Recteur de l'Académie Corse pour la mise en place et le suivi de la formation des enseignants aux nouvelles technologies.

Formation des enseignants de l'Académie Corse au Dessin Assisté par Ordinateur et aux TICE.

Depuis septembre 2004 : Maître de conférences au Laboratoire de Mécanique et Génie Civil (équipe *Conception en Structures*) et à l'IUT de Nîmes (département *Génie Civil*)

Responsabilités :

Élu au sein du « pool d'experts » du Pôle MIPS, 60^{ème} section (depuis 2008).

Responsable de l'organisation des séminaires au sein du LMGC (depuis 2009).

Directeur des études au département et gestion de l'emploi du temps (2010-2013).

Adjoint au chef de département (depuis 2013)

Mise en place du module Projet Personnel et Professionnel, responsable de différents modules d'enseignement pour les quatre semestres du DUT.

Enseignements assurés :

DUT : Construction, Structures, Informatique.

Licence Pro *GASTE* : Construction.

Licence Pro *Projeteur CAO-DAO* : Dessin assisté par ordinateur – 2D et 3D.

Licence Pro *CEB* : Calcul de Structures.

ITCBTP (formation d'ingénieur par apprentissage) : Dessin assisté par ordinateur

DISTINCTION

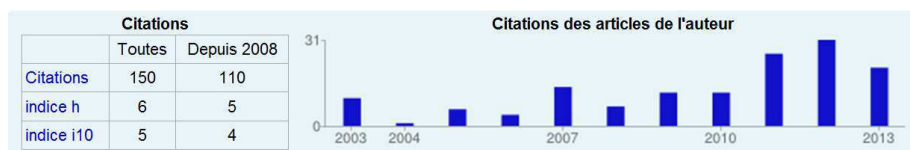
Prix des Chercheurs 2006 de la Fédération Nationale des Travaux Publics (FNTP) – Mention Spéciale sur le thème : SYSTÈMES CONSTRUCTIFS EN ÉTAT DE TENSÉGRITÉ (René Motro, Jean-François Dubé, Jérôme Quirant, Bernard Maurin, Vinicius Raducanu).

6.2 Valorisation scientifique et tâches administratives

6.2.1 Valorisation des activités de recherche

Mes activités de recherche ont été valorisées au travers de 11 articles scientifiques dans des revues internationales à comité de lecture (référéncées ISI ou SCOPUS), ainsi que 4 autres dans des revues de moindre impact. J'ai également proposé des communications dans une vingtaine de congrès ou colloques, nationaux ou internationaux. En parallèle à une participation à des ouvrages scientifiques collectifs, j'ai personnellement rédigé deux livres de vulgarisation grand public en 2010 qui s'inscrivent dans la thématique du Génie Civil.

Les articles scientifiques publiés ont été cités de façon croissante depuis dix ans.



(Tableau extrait de *Google Scholar* en octobre 2013)

Avec quatre autres collègues de l'équipe, nous avons obtenu la mention spéciale du jury lors du Prix de la Recherche 2006 de la Fédération Nationale des Travaux Publics (FNTP), pour nos travaux sur la tenségrité.

J'ai également participé à des reportages télévisuels (France 3, France 24), qui ont permis de mettre en avant les travaux de l'équipe de recherche sur la tenségrité. Les vidéos sont en ligne sur le site de l'équipe (<http://www.lmgc.univ-montp2.fr/CS/index.html>).

Tout ce travail de fond a permis de nouer des contacts et de monter des collaborations avec d'autres entités de recherche ou partenaires industriels, comme le Centre National d'Etudes Spatiales (CNES) par exemple.

6.2.2 Activités scientifiques connexes

- Relecture d'articles pour de nombreuses revues internationales à comité de lecture : *Proceedings of the Royal Society* (1) ; *International Journal of Solids and Structures* (2) ; *International Journal of Space Structures* (4) ; *Journal of Construction Steel Research* (1) ; *Acta Astronautica* (1) ; *Journal of the IASS* (2)...
- Responsable de l'organisation des séminaires au sein du LMGC (de 2009 à 2013, plus de 60 séminaires organisés).

6.2.3 Activités contractuelles

- Collaboration de 2008 à 2013 avec le CNES en vue de la conception d'antennes satellites déployables de grande dimension.
- Soutien financier du CNES au travers de contrats 'Recherche et Technologie' afin d'élaborer des prototypes d'antennes à échelle réduite.

6.2.4 Vulgarisation scientifique et rayonnement

- Membre depuis mai 2011 du comité de rédaction de la revue *Science... et pseudo-sciences* (SPS), éditée par l'Association Française pour l'Information Scientifique (AFIS – association reconnue d'utilité publique).
- Considéré comme ressource « expert » pour le site d'information Rue89 – Auteur de plusieurs tribunes pour l'information scientifique :
 - *11 Septembre : les théories du complot sans fondement scientifique* – 28/08/2011,
 - *Les OGM des poisons ? L'étude de Séralini est clownesque !* – 12/11/2012,
 - *Mobiles, wifi, antennes : les ondes vont tous nous tuer... ou pas* – 09/06/2013,
 - *Tchernobyl : la désinformation rebondit en Corse* – 16/07/2013,
 - *11 Septembre, OGM, ondes... : la science citoyenne, cette fumisterie* – 04/08/2013.
- Auteur de différents articles publiés sur le site de l'AFIS ou dans la revue SPS :
 - *Pas d'avion sur le Pentagone ?* (n°296) ;
 - *Quand la sismique se met en branle...* (n°296) ;
 - *Des Ummoristes chez les Ufologues* (n°299) ;
 - *11-Septembre : l'énigme de la 'chip' mystérieuse résolue... c'était bien de la peinture !* (site) ;
 - *Chemtails – Pour dissiper la brume* (n°302) ;
 - *Fraudes et erreurs scientifiques : l'extravagante aventure de la 'chip' mystérieuse* (accepté).
- Organisation de plusieurs conférences de vulgarisation et d'information scientifique au Corum de Montpellier (statistiques, OGM, alimentation, gaz de schistes, neuroscience et neuromythes, faux souvenirs, pseudo-médecines, énergie et santé...).
- Sur le sujet spécifique de l'expertise technique des attentats du 11 septembre 2001 :
 - Réalisation d'un site internet (www.bastison.net) pour la vulgarisation des études scientifiques produites. Plus de 700000 pages ont été téléchargées depuis sa création en octobre 2008,
 - Deux ouvrages publiés, dont un dans la collection « *Une chandelle dans les ténèbres* »,
 - Plusieurs conférences invitées, dont une à l'Institut d'Etude Politiques (Sciences Po) de Lyon en 2010,
 - Participation à l'émission de Guillaume Durand « *L'Objet du Scandale* » sur France 2, le 30 septembre 2009,
 - Interviews pour des radios (*Europe 1, Radio France, Radio Zinzine...*) ou d'autres médias (*Rue 89, Le Point, La Marseillaise, Médiapart, Ça m'intéresse...*),
 - Coordination du numéro hors-série (n°296) de la revue *Science... et pseudo-sciences* sur les rumeurs autour des attentats du 11 septembre,
 - Collaboration aux dossiers spéciaux des revues *Sciences et Avenir* et *Science & Vie* parus pour les 10 ans des attentats en septembre 2011,
 - Participation au premier volet de la série documentaire réalisée par Caroline Fourest pour France 5 : « *Les réseaux de l'extrême* ». Première diffusion le 5 février 2013.

6.2.5 Organisation de colloques

- Membre du comité d'organisation du symposium annuel de l'International Association for Shell and Spatial Structures (IASS) 2004 (congrès international, 260 participants) par le LMGC. Gestion de la logistique des conférences.
- Membre du comité d'organisation des rencontres AUGC 2006 par le LMGC. Recueil des communications, création du CD-Rom du congrès, logistique des conférences.

6.2.6 Responsabilités et activités d'intérêt général

- Gestion du site web de l'équipe *Conception en Structures* (depuis 2006).
- Elu au sein du pool d'experts du Pôle MIPS, 60^{ème} section (depuis 2008).
- Participation de 2009 à ce jour, à plusieurs comités de sélections pour le recrutement de Maîtres de conférences internes à l'Université Montpellier 2 (2 postes) ou externes (3 postes à l'INSA de Lyon).

6.3 Activités d'enseignement

Mes activités d'enseignement ont été essentiellement dispensées au sein du département Génie Civil de l'IUT de Nîmes, que ce soit en formation initiale de DUT ou en licence professionnelle.

La charge trop importante à assurer sur ces seuls diplômes m'a amené à abandonner progressivement des cours assurés dans des formations extérieures à l'IUT, comme la licence professionnelle GASTE à Polytech Montpellier ou encore la formation d'ingénieur ITCBTP pour le CESI.

6.3.1 DUT Génie Civil de Nîmes

De par ma formation généraliste en génie civil (licence, maîtrise et préparation à l'agrégation à l'ENS de Cachan – admis en 1995), mes enseignements ont été très diversifiés. Ils ont porté essentiellement sur la construction et la mécanique des structures pour un volume à peu près équivalent.

La partie construction assurée va de l'enseignement des procédés de généraux de construction du bâtiment aux techniques de bases du dessin, qu'elles soient manuelles ou informatiques : plans de coffrages, d'armatures, etc. Je suis également intervenu ponctuellement pour quelques cours en travaux publics.

Les enseignements réalisés dans le domaine de la mécanique des structures balayent, eux, tout le champ du calcul de structures depuis les bases de la RDM jusqu'à l'enseignement et l'application des Eurocodes : EC1 (stabilité, actions climatiques, descente de charges), EC3 (construction métallique) et EC5 (ouvrages bois).

6.3.2 Licences professionnelles

Mes interventions en licence professionnelle se sont réparties principalement sur deux licences : *Projeteur CAO et DAO* d'une part et *Contrôle et Expertise du Bâtiment* d'autre part.

Sur la première licence, j'interviens sur les modules Dessin Assisté par Ordinateur 2D et 3D. Nous y abordons la prise en main de logiciels tels *Autocad*, *Autocad Architecture* ou *Revit*.

Sur la deuxième, j'assure la remise à niveau en calcul de structures pour les étudiants ayant suivi un cursus tourné vers la thermique des enveloppes.

6.3.3 Autres charges pédagogiques

Comme mes collègues enseignants ou enseignants-chercheurs du département, j'ai pris en charge la coordination de plusieurs modules (construction ou structure) et surtout, de 2004 à 2012, la mise en place du module de PPP (Projet Personnel et Professionnel).

Ce nouveau module, instauré en 2004 suite à la refonte du Programme Pédagogique National, m'a amené à apporter chaque année des innovations dans l'accompagnement des étudiants au cours de leur formation. Des pratiques nouvelles (interventions de psychologues professionnels) et un rapprochement avec le milieu de l'entreprise ont été mis en place.

J'ai également participé, chaque année, au suivi des étudiants en entreprise ou la mise en œuvre de projets de fin d'études : réalisation de maquettes physiques, d'outils informatiques, de projets de construction, etc.

6.3.4 Responsabilités administratives

A partir de septembre 2010, j'ai intégré l'équipe de direction du département génie civil de l'IUT de Nîmes.

En tant que Directeur des Etudes et pendant trois ans, j'ai été plus particulièrement en charge du suivi des étudiants (230 à 260 étudiants selon les années) et la mise en place des emplois du temps (correspondant à 10 groupes TD et 20 groupes TP par semestre en moyenne). J'ai été chargé de la mise en place du logiciel ADE au sein du département (gestion des emplois du temps et du paiement des heures) et de la formation des responsables des licences professionnelles à cet outil.

J'ai également pu participer à plusieurs réunions des chefs de département génie civil au niveau national, pour représenter le département Nîmois.

Depuis septembre 2013, je suis adjoint au chef de département.

