

### Développement d'une méthode énergétique pour l'évaluation expérimentale des flux acoustiques entrants dans les cavités d'avion

Fabien Ayme

### ► To cite this version:

Fabien Ayme. Développement d'une méthode énergétique pour l'évaluation expérimentale des flux acoustiques entrants dans les cavités d'avion. Autre. Ecole Centrale de Lyon, 2013. Français. NNT : 2013ECDL0014 . tel-00995861

### HAL Id: tel-00995861 https://theses.hal.science/tel-00995861

Submitted on 24 May 2014

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers. L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés. Numéro d'ordre : 2013-14

Année 2013

#### THÈSE

présentée pour obtenir le titre de

### DOCTEUR DE L'ÉCOLE CENTRALE DE LYON

Spécialité : Acoustique

 $\operatorname{par}$ 

Fabien AYME

### DÉVELOPPEMENT D'UNE MÉTHODE ÉNERGÉTIQUE POUR L'ÉVALUATION EXPÉRIMENTALE DES FLUX ACOUSTIQUES ENTRANTS DANS LES CAVITÉS D'AVION

Soutenue publiquement le 12 Juin 2013 devant le jury

- MM. M.N. ICHCHOU, Professeur, ECL
  D. JUVE, Professeur, ECL
  C. CARIOU, Ingénieur Docteur, EADS-AIRBUS
  E. FOLTETE, Professeur, FEMTO
  C. PEZERAT, Professeur, LAUM
  F. BESLUAU, Expert vibro-acoustique, EADS-AIRBUS
  O. DELVERDIER, Ingénieur Docteur, EADS-AIRBUS
  E. COLLET, Professeur, FEMTO
- Directeur Co-Directeur Encadrant Rapporteur Rapporteur Examinateur Examinateur Invité



NOM	Prénom	Laboratoire	Spécialité	Date de soutenance
SIMONET	Pascal	AMPERE	microbiologie	1990
MOREL	Hervé	AMPERE	électrotechnique	10 février 1994
NICOLAS	Laurent	AMPERE	électrotechnique	12 juillet 1994
REDARCE	Hervé Tanneguy	AMPERE	automatique	20 juillet 1995
KRÄHENBÜHL	Laurent	AMPERE	par nomination DR au CNRS	1 octobre 1996
CLERC	Guy	AMPERE	PR LYON 1	6 mars 1998
BURAIS	Noël	AMPERE	PR LYON 1	7 décembre 2004
VOLLAIRE	Christian	AMPERE	génie électrique	25 mars 2005
SCORLETTI	Gérard	AMPERE	automatique	6 octobre 2006
BURET	François	AMPERE	électrotechnique	17 novembre 2006
VENET	Pascal	AMPERE	génie électrique	24 octobre 2007
BEROUAL	Abderrahmane	AMPERE	Doctorat d'Etat es Sc Physiques	1 janvier 1987

#### TOTAL AMPERE: 4

LAFON Philippe		Extérieur	Acoustique	26 janvier 2011		
GOURDAIN	Nicolas	Extérieur	Mécanique des fluides	3 novembre 2011		

#### TOTAL EXTERIEUR :

MAITRE	Jean-François	ICJ	PR émérite	30 novembre 1974
MOUSSAOUI	Mohand	ICJ	retraite au 1/10/11	20 juin 1977
MUSY	François	ICJ	Doctorat d'Etat	7 juin 1985
MARION	Martine	ICJ	Doctorat d'Etat en Mathématiques	15 décembre 1988
MIRONESCU	Elisabeth	ICJ	Doctorat d'Etat	15 décembre 1999
LOHEAC	Jean-Pierre	ICJ	Mathématiques	15 novembre 2002
ZINE	Abdel-Malek	ICJ	Mathématiques	9 novembre 2005

#### TOTAL ICJ: 5

VIKTOROVITCH	Pierre	INL	Doctorat d'Etat es Sc Physiques	1975
SOUTEYRAND	Eliane	INL	Doctorat d'Etat en Matériaux	1985
GRENET	Geneviève	INL	Doctorat d'Etat es Sciences	6 novembre 1981
GENDRY	Michel	INL	Doctorat d'Etat es Sciences	12 octobre 1986
ROBACH	Yves	INL	Doctorat d'Etat en Matériaux	31 janvier 1989
JACQUEMOD	Gilles	INL	électronique	13 janvier 2000
GAFFIOT	Frédéric	INL	électronique	18 janvier 2000
PHANER-GOUTORBE	Magali	INL	Physique	19 décembre 2003
CLOAREC	Jean-Pierre	INL	chimie des matériaux	20 décembre 2004
DANESCU	Alexandre	INL	mécanique	20 juin 2005
O'CONNOR	lan	INL	électronique	11 octobre 2005
SEASSAL	Christian	INL	Photonique	9 mars 2007
CALLARD	Anne-Ségolène	INL	Physique, Nanophotonique	6 décembre 2007
LETARTRE	Xavier	INL	Photonique	3 juin 2008

SAINT-GIRONS	Guillaume	INL	milieux denses et matériaux	5 juin 2009
GARRIGUES	Michel	INL		
JOSEPH	Jacques	INL	PR émérite	
TARDY	Jacques	INL	électronique	
MIEYEVILLE	Fabien	INL	Dispositif de l'électronique intégrée	29 mai 2012
CHEVOLOT	Yann	INL	Chimie théorique, physique, analytique	28 septembre 2012

### TOTAL INL: 8

DAVID	Bertrand	LIESP	doctorat d'Etat en Informatique	1981
SEFFAH	Ahmed	LIESP	informatique	15 septembre 2006

#### TOTAL LIEPS : 2

CHEN	Liming	LIRIS		1 janvier 1998
		TOTAL LIRIS :	1	
SCOTT	Julian	LMFA	PhD	1978
HAMADICHE	Mahmoud	LMFA	Doctorat d'Etat es Sciences	7 juin 1905
JUVE	Daniel	LMFA	Doctorat d'Etat es Sciences	1985
BLANC-BENON	Philippe	LMFA	Doctorat d'Etat es Sciences	9 juin 1905
ROGER	Michel	LMFA	Doctorat d'Etat en Acoustique	1989
JEANDEL	Denis	LMFA	Doctorat d'Etat es Sc Physiques	9 juillet 1976
GOROKHOVSKI	Mickael	LMFA		28 avril 1982
LEBOEUF	Francis	LMFA	Doctorat d'Etat en Mécanique	26 juin 1984
FERRAND	Pascal	LMFA	Doctorat d'Etat	17 mars 1986
HENRY	Daniel	LMFA	Docteur es Sciences Physiques	19 juin 1986
GALLAND	Marie-Annick	LMFA	Acoustique	12 juillet 1993
PERKINS	Richard	LMFA	mécanique	20 février 1998
BAILLY	Christophe	LMFA	Acoustique	29 mars 1999
CARRIERE	Philippe	LMFA	Mécanique des Fluides	27 septembre 2000
SIMOENS	Serge	LMFA	Mécanique des Fluides	1 avril 2002
TREBINJAC	Isabelle	LMFA	mécanique	7 mai 2003
LE RIBAULT	Catherine	LMFA	Mécanique des Fluides	11 juillet 2003
LAKEHAL	Djamel	LMFA	mécanique, génie mécanique et civil	26 novembre 2004
GODEFERD	Fabien	LMFA	énergétique et thermique	13 décembre 2004
UHLMANN	Markus	LMFA	Thermique et Energétique	27 juin 2006
BOGEY	Christophe	LMFA	Acoustique	25 mai 2007
SHAO	Liang	LMFA	Mécanique	15 septembre 2007
NICOLLEAU	Franck	LMFA	mécanique, génie mécanique et civil	8 décembre 2009
BERTOGLIO	Jean-Pierre	LMFA	Doctorat d'Etat es Sciences	1 juin 1986
BIESHEUVEL	Arie	LMFA		CORE SCALLER
CAMBON	Claude	LMFA		
CHAMPOUSSIN	J-Claude	LMFA		
COMTE-BELLOT	Geneviève	LMFA	PR émérite	
BOS	Wouter	LMFA	Mécanique des Fluides	29 juin 2012

TOTAL LMFA : 9

JUVE	Denyse	LTDS	Doctorat d'Etat en Chimie	1983
JEZEQUEL	Louis	LTDS	Doctorat d'Etat	1985
LOUBET	Jean-Luc	LTDS	Doctorat d'Etat	1 décembre 1986
STREMSDOERFER	Guy	LTDS	chimie des matériaux	3 avril 1992
DONNET	Christophe	LTDS	PRENISE	27 avril 1995
MAZUYER	Denis	LTDS	mécanique	27 avril 1995
SALVIA	Michelle	LTDS	matériaux	4 décembre 1997
CHOVELON	J.Marc	LTDS	matériaux	3 avril 1998
BOMBA	Cécile	LTDS	génie des matériaux	29 mai 1998
PONSONNET	Laurence	LTDS	matériaux	29 mai 1998
CHATEAUMINOIS	Antoine	LTDS	matériaux	22 janvier 1999
PERRET-LIAUDET	Joël	LTDS	mécanique	16 avril 1999
DUBUJET	Philippe	LTDS	PR ENISE	31 mars 2000
JEANDIN	Michel	LTDS	Matériaux Mécanique	20 mars 2001
THOUVEREZ	Fabrice	LTDS	mécanique	5 juillet 2001
WONG	Henry	LTDS	génie civil	8 janvier 2002
FOUVRY	Siegfrid	LTDS	Matériaux Mécanique	12 septembre 2002
LE BOT	Alain	LTDS	Acoustique	19 décembre 2002
BENAYOUN	Stéphane	LTDS	matériaux	9 décembre 2003
HERTZ	Dominique	LTDS	génie des matériaux	18 juin 2004
ІСНСНОИ	Mohamed	LTDS	mécanique	6 décembre 2004
GUERRET	Chrystelle	LTDS	milieux denses et matériaux	7 mars 2005
HOC	Thierry	LTDS	chimie des matériaux	19 novembre 2007
SINOU	Jean-Jacques	LTDS	Mécanique	21 novembre 2007
VINCENS	Eric	LTDS	génie civil	17 novembre 2010
CAMBOU	Bernard	LTDS	PR émérite	
KAPSA	Philippe	LTDS	and the second se	CONTRACTOR OF THE
MARTIN	Jean-Michel	LTDS	PR émérite	
SIDOROFF	François	LTDS	PR émérite	
VINCENT	Léo	LTDS	PR émérite	
CAYER-BARRIOZ	Juliette	LTDS	Mécanique	14 octobre 2012
DASSENOY	Fabrice	LTDS	Chimie théorique, physique, analytique	2 décembre 2011
DE BARROS BOUCHET	Maria Isabel	LTDS	Chimie des matériaux	12 décembre 2011
VALETTE	Stéphane	LTDS	milieux denses et matériaux	4 décembre 2012
TREHEUX	Daniel		PR émérite	

TOTAL LTDS : 15

Personnels ECL Personnels CNRS Personnels extérieurs

### Remerciements

Cette thèse a bénéficié d'une bourse CIFRE, et a été réalisée coinjointement avec l'Ecole Centrale de Lyon au LTDS (Laboratoire de Tribologie et de Dynamique des Systèmes) et au LMFA (Laboratoire de Mécanique des Fluides et d'Acoustique), et avec la société Airbus au service des Essais acoustiques, vibratoires et électro-magnétiques (EVAAA) dirigé par Osmin Delverdier que je remercie pour sa confiance et l'intérêt qu'il a porté à mon travail. Merci également à Thierry Bilange (EVA), Christian Clerc, puis ensuite Thierry Renard (EVAA), pour m'avoir permis de réaliser cette thèse sous leur direction.

J'adresse un grand remerciement à mon directeur de thèse Mohamed Najib Ichchou, professeur au LTDS, ainsi qu'à mon co-directeur Daniel Juvé, professeur au LMFA, pour la qualité de leur encadrement, autant scientifique qu'humain, et pour l'implication qu'ils ont montré pour orienter ce travail.

Peu de qualificatifs conviendraient pour décrire l'engagement avec lequel mon tuteur industriel Charles Cariou a suivi cette thèse. Cette dernière n'aurait probablement pas été la même sans ses conseils avisés et ses nombreuses idées. Merci beaucoup.

Je tiens également à remercier Emmanuel Foltête, Professeur au FEMTO, et Charles Pézerat, Professeur au LAUM, pour avoir accepté d'être les rapporteurs de cette thèse. Je remercie aussi Manuel Collet, Professeur au FEMTO, pour sa présence dans le jury lors de la soutenance.

Merci également à François Besluau, expert vibro-acoustique au bureau d'études bruit intérieur (EPA5), pour avoir pris le temps de lire ce travail de thèse, et pour ses remarques constructives.

Ce travail repose sur deux réalisations techniques. Pour la première, la sonde, je remercie grandement Patou que j'ai de nombreuses fois dérangé au fond du laboratoire, ainsi que Jean-Marc Prosper et Ian Harvey qui nous ont permis d'utiliser un prototype fabriqué avec une précision industrielle. Quant à la seconde réalisation, la maquette, je remercie vivement Bernard Jeanpierre, Sébastien Leone et Olivier Bareille pour le travail investi dans son dimensionnement, sa fabrication ainsi que son montage.

Merci également à Gilles Robert et Pierre Roland pour leur aide lors des essais acoustiques menés à l'ECL dans les chambres anéchoïque et réverbérante du bâtiment E6.

Je tiens à adresser un grand merci à toutes les personnes d'EVAAA pour leur accueil, leur avis, leur aide, le foot, la musique, l'ambiance : Adil, Adrien, Alexandre C., Alexandre T., Arnaud D., Touchtouch, Aurélie, Aurélien, Bertrand, Cédric, Claire, Déborah, Didier, Domi (Oh yeahhh), Emmanuel H., Emmanuel T., Eric, Ezéquiel, Mr Blonde, Ghislain, Guillaume F., Guillaume O. (et les dauphins d'Hambourg), Ivan, Jeff, JMB, Jocelyn, Julien, Landry, Laurent, Loïc, MoutMout (pour son aide et sa joie de vivre, et pour qui je resterai éternellement le stagiaire), Matthieu, Maxime, Morgan, Myrtille, Le Bass (et ses solos endiablés 1), Olivier B., Olivier Bro. (et sa défense de fer), Olivier D., Olivier E., Olivier L., Le P'tit sainges, Philippe, Quentin, Rémi, Romain, Stefan (pour sa considération au sein du groupe acoustique), Stéphane G., Stéphane L., Vincent (et ses solos endiablés 2), Youssef.

Je n'oublie pas les doctorants du LTDS, Aurélien, Chang-Wei, Christophe, Dimitri, Kai, Mohammed, Quentin, Stéphane, Thamina et Tianli avec qui j'ai pu partager des moments plus qu'agréables à Lyon, mais également en conférences, comme à Leuven et Marrakech. J'adresse un remerciement particulier à Quentin, Aurélien et Christophe pour leur coup de main notamment lors des essais en maquette.

Merci aussi à Isabelle pour son aide sur toutes les questions administratives, ainsi que pour l'organisation de la soutenance.

Mes quelques allers-retours Toulouse-Lyon ont grandement été facilités par Véronique et Philippe qui m'ont gentiment accueilli chez eux, ce pourquoi je les remercie vivement.

Merci également à tous mes amis qui m'ont changé les idées pendant ce long travail, à Fred et Jano pour être venus à la soutenance et en particulier à ce dernier pour nous avoir régalés de son vin lors du pot de thèse.

Ces remerciements touchant à leur fin, j'adresse une pensée particulière à mes parents, ma soeur Estelle ainsi qu'à toute ma famille. Un immense merci à eux, pas seulement pour ces trois dernières années, mais pour tout ce qu'ils ont fait pour moi depuis si longtemps et qui m'a permis d'arriver aujourd'hui où je suis, et surtout à ce que je suis.

Enfin, il est l'heure des derniers remerciements, pour celle qui aujourd'hui partage ma vie et qui m'a toujours soutenu pendant ces trois ans même lorsque la vie quotidienne était parfois trop envahie par le travail. Merci Charlotte.

### Résumé

La hiérarchisation de la puissance injectée par des sources acoustiques dans une cavité d'avion telle qu'un cockpit, en vol, revêt un caractère majeur dans le but d'en réduire le bruit intérieur. Afin de répondre à ce besoin, la nécessité de considérer la cavité dans son ensemble à l'aide d'une méthode globale se révèle importante. Au cours de cette thèse, une méthode d'identification basée sur une méthode énergétique locale, appelée MES pour Méthode Energétique Simplifiée, est utilisée. En connaissant la géométrie de la cavité, ainsi que l'absorption des matériaux qui la composent, elle permet de déterminer la puissance rayonnée par les différentes sources acoustiques à l'intérieur de la cavité, à l'aide de mesures d'intensité tridimensionnelle, et de densité d'énergie acoustique totale. Afin de tester la méthode dans un cas réel, mesurer ces quantités énergétiques s'avère alors nécessaire. Une sonde acoustique est donc conçue, fabriquée, testée et enfin validée. Basée sur quatre mesures de pressions réalisées autour d'une sphère rigide à l'aide de microphones électrostatiques déportés, elle permet de mesurer la pression et le vecteur vitesse particulaire au centre de la sphère, et d'en déduire alors l'intensité 3D et la densité d'énergie totale. Un démonstrateur est ensuite construit pour réaliser des essais. Il s'agit d'une maquette de cockpit basée sur celui de l'A380. Différents essais acoustiques et vibro-acoustiques permettent alors de démontrer la capacité de l'association formée par la méthode d'identification et la sonde à déterminer la puissance injectée par les différentes sources dans des conditions acoustiques plus ou moins sévères, avec une précision de l'ordre de 2dB. Le post-traitement à l'aide de la MES des flux acoustiques rayonnés ainsi déterminés permet également de reconstruire le champ acoustique dans la cavité, ainsi que de séparer les différentes contributions en des points d'intérêt tels que les têtes pilote et copilote.

<u>Mots clés</u>: Vibro-acoustique, méthode inverse, énergétique, puissance, densité d'énergie, intensité, sonde, essais, maquette, cockpit, avion.

### Abstract

Organizing into a hierarchy the power injected by acoustic sources inside an aircraft cavity such as a cockpit, in flight conditions, appears as a crucial stage in order to reduce interior noise. To address this need, considering the whole cavity with a global method turns out to be essential. In this work, an identification method based on a local energy method called MES for Simplified Energy Method is used. With the cavity geometry and the absorption characteristics of the materials inside, the method is capable of retrieving the acoustic power radiated by the sources within the cavity from three dimensional intensity vector and energy density measurements. To assess the method in a real test case, measuring these previous energy quantities turns out to be necessary. Thus, an acoustic probe is designed, manufactured, tested and to finish validated. Based on four pressure measurements performed around a hard sphere with remote pre-amplified microphones, the multi-sensor probe is able to compute the pressure and the particle velocity vector at the center of the sphere, and then obtain the 3D intensity, and the total acoustic energy density. A cockpit mock-up based on the A380 cockpit geometry is manufactured to perform tests. Several acoustic and vibro-acoustic tests carried out in the mock-up show the capability of the association composed of the identification method and the probe to extract the acoustic power radiated by the sources, in more or less harsh acoustic conditions, with accuracy close to 2dB. Post-processing the computed injected power allows to reconstruct the acoustic field inside the cavity, and to separate the different sources contributions for some points of interest such as the pilot or copilot heads.

Keywords : Vibro-acoustics, inverse method, energy, power, energy density, intensity, probe, tests, mock-up, cockpit, aircraft.

### Table des matières

R	ésum	é		$\mathbf{v}$										
A	bstra	ct		vii										
N	omer	nclatur	re	xiii										
A	brévi	ations	3	xv										
In	trod	uction	L	1										
1	$\mathbf{Etu}$	tude de l'existant : revue de la littérature												
	1.1	Cavité	és acoustiques, intensité et intensimétrie	. 7										
		1.1.1	Cavités acoustiques	. 7										
		1.1.2	Intensité acoustique	9										
		1.1.3	Sondes p-p	10										
		1.1.4	Intensimétrie p-p et vibrométrie laser	12										
		1.1.5	Sondes p-u	13										
			1.1.5.1 Description - Théorie	13										
			1.1.5.2 Etalonnage	15										
			1.1.5.3 Exemples d'utilisation	18										
			1.1.5.4 Avantages/Inconvénients	20										
	1.2	Anten	nerie	20										
		1.2.1	Formation de voies	20										
			1.2.1.1 Théories	20										
			1.2.1.2 Autres formulations	23										
			1.2.1.3 Exemples d'utilisation	24										
			1.2.1.4 Avantages/Inconvénients	24										
		1.2.2	Holographie	25										
			1.2.2.1 Principes théoriques	25										
			1.2.2.2 NAH cylindrique et sphérique	28										
			1.2.2.3 SONAH	29										
			1.2.2.4 Holographie acoustique : autres formulations	30										
			1.2.2.5 Avantages/Inconvénients	31										
	1.3	Métho	odes d'identification	32										
		1.3.1	Généralités théoriques sur les problèmes inverses	32										
			1.3.1.1 Principe : Le problème inverse	32										
			1.3.1.2 Conditionnement du problème	33										
			1.3.1.3 Décomposition en valeurs singulières tronquées TSVD	34										
			1.3.1.4 Régularisation de Tikhonov	34										
			1.3.1.5 Choix du paramètre de régularisation	35										
				00										

		1.3.1.6 Avantages/Inconvénients 37
		132 IFBF 38
		13.3 IBEM 38
		1.3.3.1 Théorie 38
		1332 Example d'utilisation 40
		$1.2.2.2  \text{Exemple duffisation}  \dots  \dots  \dots  \dots  \dots  \dots  \dots  \dots  \dots  $
		1.5.5.5 Limites
		$1.3.4  \text{If EM}  \dots  \dots  \dots  \dots  \dots  \dots  \dots  \dots  \dots  $
		$1.3.4.1  1 \text{ neorie}  \dots  \dots  \dots  \dots  \dots  \dots  \dots  \dots  \dots  $
		1.3.4.2 Exemple d'utilisation
		$1.3.4.3  \text{Limites} \qquad 42$
		1.3.5 SEA
		$1.3.5.1  \text{Théorie}  \dots  \dots  \dots  \dots  \dots  \dots  \dots  \dots  \dots  $
		1.3.5.2 Analogie avec la théorie de Sabine
	1.4	Premières conclusions
0	TA 4	
2	Etu	de de l'existant : tests de l'antenne double couche     47       Ublementie double couche     47
	2.1	
	2.2	1 ests de la DLA en laboratoire    48      2 0 1    E
		2.2.1 Essais avec deux sources en champ libre
		2.2.1.1 Essais sans source parasite
		2.2.1.2 Essais avec une source parasite
		2.2.2 Deux sources sur un panneau
		2.2.3 Plaque vibrante sur un panneau
	2.3	Tests de la DLA en vol
		2.3.1 Géométrie d'étude
		2.3.2 Déroulement de l'essai $\ldots \ldots \ldots$
		2.3.3 Résultats de l'essai $\ldots \ldots \ldots$
	2.4	Protocole d'essai à deux mesures
	2.5	Conclusions sur la DLA
	2.6	Conclusions globales sur l'existant
9	ЛЛА	hada ápangátigua ingense (f
J	2 1	Les différentes Méthodes Engrafitiques Simplifiées
	J.1	2 1 1 Humothèses et théorie de base
		2.1.2 MES différentialle
		$3.1.2  \text{MES differentiene} \qquad \qquad$
	0.0	3.1.3 MES differentielle Mixte
	3.2	MES Integrale 3D
		3.2.1 Theorie
		3.2.2 Exemple d'un problème général traité avec la MES intégrale
		3.2.3 MES intégrale/Tirs de rayons
	3.3	Méthode Energétique Simplifiée Inverse : IMES
	3.4	Etude numérique
		$3.4.1  \text{Logiciel de calcul}  \dots  \dots  \dots  \dots  \dots  \dots  \dots  \dots  \dots  $
		3.4.2 Simulations numériques
		3.4.2.1 Simulations avec la MES
		3.4.2.2 Simulations avec l'IMES
	3.5	Conclusions sur la MES et l'IMES

4	Son	des én	ergétique	S			95
	4.1	Object	ifs		 		. 95
	4.2	Sondes	s existantes	s et traitements associés	 		. 96
		4.2.1	Deux type	es de sonde	 		. 96
			4.2.1.1	Les Sondes creuses	 		. 96
			4.2.1.2	Les sondes pleines	 		. 97
			4.2.1.3	Conclusions sur les deux types de sonde	 		. 98
		4.2.2	Différente	s méthodes de calcul	 		. 98
			4.2.2.1	Généralités	 		. 98
			4.2.2.2	Différence finie	 		. 99
			4.2.2.3	Méthode du vecteur d'onde	 		. 102
			4.2.2.4	Méthode des Harmoniques sphériques	 		. 103
		4.2.3	Conclusio	ns sur l'existant	 		. 117
	4.3	Conce	ption et ca	libration de la sonde	 		. 118
		4.3.1	Caractéris	stiques de la sonde	 		. 118
		4.3.2	Mesure de	e pression déportée	 		. 120
			4.3.2.1	Qualifications expérimentales	 		. 120
			4.3.2.2	Sensibilité de la fonction de calibration	 		. 125
			4.3.2.3	Conclusions sur les mesures avec microphone déporté			. 130
		4.3.3	Le prototy	ype de sonde	 		. 131
			4.3.3.1	Choix de conception	 		. 131
			4.3.3.2	Validation de la mesure sans contact	 		. 132
			4.3.3.3	Dessin et fabrication	 		. 133
	4.4	Métho	des de calc	uls	 		. 134
		4.4.1	Probléma	tique	 		. 134
		4.4.2	Méthode	ISH	 		. 135
		4.4.3	Méthode	FDE	 		. 135
		4.4.4	Méthode	SPC	 		. 136
	4.5	Essais	avec le pro	ototype	 		. 137
		4.5.1	Présentat	ion générale des essais	 		. 137
		4.5.2	Essais ave	ec une source en champ libre	 		. 137
		4.5.3	Essais ave	ec deux sources en champ libre	 		. 139
		4.5.4	Essais ave	c deux sources en chambre réverbérante	 		. 142
		4.5.5	Essais ave	ec un panneau ravonnant	 		. 145
	4.6	Conclu	usion	r , , , , , , , , , , , , , , , , , , ,	 		. 148
<b>5</b>	$\mathbf{Ess}$	ais sur	maquette	2			151
	5.1	Maque	ette		 	 •	. 151
		5.1.1	Conceptio	on	 		. 151
		5.1.2	Montage		 		. 153
		5.1.3	Aménager	ment intérieur et champ acoustique	 		. 153
	5.2	Source	es et calibra	ation	 		. 155
		5.2.1	Sources		 		. 155
		5.2.2	Calibratic	)n	 		. 156
	5.3	Prépar	ration des e	essais dans la maquette	 		. 161
	5.4	Identif	ication des	puissances injectées : essais acoustiques	 		. 161
		5.4.1	Mesures p	point par point	 		. 162
			5.4.1.1	Résultats	 		. 162
			5.4.1.2	Ajout de points de mesure proches des sources	 		. 163

		5.4.2	Mesures balayées	164			
			5.4.2.1 Processus de mesure par balayage	164			
			5.4.2.2 Résultats des mesures par balayage	165			
	5.5	Identif	fication des puissances injectées : essais vibro-acoustiques	168			
		5.5.1	Résultats	169			
		5.5.2	Détection d'une source noyée dans le bruit de fond	172			
		5.5.3	Exploitations différentes des essais	175			
			5.5.3.1 Densité d'énergie potentielle	175			
			5.5.3.2 SEA et intensité $\ldots$	176			
	5.6	Essais	: propagation des puissances injectées calculées	180			
		5.6.1	Comparaison sur un plan	180			
		5.6.2	Informations à des points particuliers	182			
	5.7	Conclu	isions des essais	185			
Co	onclu	sion		189			
Bi	bliog	graphie	9	193			
A	Pro	totype	de sonde en bois	199			
в	B Agencement de plusieurs sondes en antenne						
С	C Système de tracking vidéo						
D	) Mesures au tube de kundt 2						
$\mathbf{E}$	Directivité des sources acoustiques 20						

### Nomenclature

t	Temps $(s)$
f	Fréquence $(Hz)$
$\omega$	Pulsation $(rad.s^{-1})$
k	Nombre d'onde $(rad.m^{-1})$
С	Célérité du son $(m.s^{-1})$
ho	Masse volumique de l'air $(kg.m^{-3})$
n(f)	Densité modale $(Hz^{-1})$
M(f)	Recouvrement modal
$\eta$	Dissipation du milieu
V	Volume $(m^3)$
Ω	Volume
$\partial \Omega$	Surface délimitant le volume $\Omega$
n	Vecteur normal à une surface
$TR_{60}$	Temps de réverbération $(s)$
$f_s$	Fréquence de Schroeder $(Hz)$
p(x, y, z, t)	Pression au point de coordonnées $(x, y, z)$ en fonction du temps $t$ $(Pa)$
$p(k_x, k_y, z, t)$	Transformée de fourier spatiale de la pression selon les directions $\boldsymbol{x}$ et $\boldsymbol{y}$ (Pa)
$p(x,y,z,\omega)$	Transformée de fourier temporelle de la pression $(Pa)$
V	Vitesse particulaire acoustique $(m.s^{-1})$
i(t)	Intensité instantanée $(W.m^{-2})$
Ι	Vecteur intensité acoustique active $(W.m^{-2})$
J	Vecteur intensité acoustique réactive $(W.m^{-2})$
Π	Puissance acoustique $(W)$
$arphi_e$	Erreur de phase entre des microphones (°)
W	Densité d'énergie acoustique totale $(W.m^{-3}.s)$
V	Densité d'énergie acoustique potentielle $(W.m^{-3}.s)$
T	Densité d'énergie acoustique cinétique $(W.m^{-3}.s)$
c(X)	Opérateur de propagation
eta	Paramètre de régularisation
Z	Impédance acoustique $(Pa.m^{-1}.s)$
$a(t, \boldsymbol{X}_F)$	Signal focalisé temporel au point $F$
L(F)	Fonction de localisation au point $F$
$r_{sm}$	Distance entre la source S et le microphone m $(m)$
$r_{fm}$	Distance entre le point de focalisation F et le microphone m $(m)$
$\alpha$	Coefficient d'absorption
$\overline{r}$	Coefficient de réflexion moyenné
$ar{ au}$	Coefficient de transmission moyenné
$\Delta$	Laplacien

$oldsymbol{\phi}^{inj}$	Vecteur des flux injectés primaires $(W.m^{-2})$
$\sigma$	Vecteur des flux secondaires $(W.m^{-2})$
$( heta,\phi)$	Coordonnées sphériques
$Y_n^m(\theta,\phi)$	Harmonique sphérique
$j_n$	Fonction de Bessel du premier ordre
$h_n$	Fonction de Hankel du premier ordre
$P_n$	Polynôme de Legendre
$P_n^m$	Fonction du premier ordre associée aux polynômes de Legendre
$Q_n^m$	Fonction du second ordre associée aux polynômes de Legendre
$\frac{\partial}{\partial}$	Dérivée partielle
Ĥ	Matrice de transfert entre les sources et les mesures
P	Vecteur des pressions
Q	Vecteur de puissance des sources

### Abréviations

TBL	Turbulent Boundary Layer
CREDO	Cabin noise Reduction by Experimental and numerical Design Optimization
LDV	Laser Doppler Velocimetry
PIV	Particle Image Velocimetry
PNCA	Panel Noise Contribution Analysis
TPA	Transfert Path Analysis
SOAP	Statistically Optimal Array Processing
NAH	Near-field Acoustic Holography
PNAH	Planar Near-field Acoustic Holography
CNAH	Cylindrical Near-field Acoustic Holography
SNAH	Spherical Near-field Acoustic Holography
SONAH	Statistically Optimised Near-field Acoustic Holography
SFT	Spatial Fourier Transform
$\mathbf{FFT}$	Fast Fourier Transform
HELS	Helmholtz Equations Least Squares
STSF	Spatially Transformation of Sound Field
BAHIM	Broadband Acoustic Holography from Intensity Measurements
SVD	Singular Values Decomposition
TSVD	Truncated Singular Values Decomposition
GCV	Generalized Corss Validation
IFRF	Inverse Frequency Response Function
BEM	Boundary Element Method
FEM	Finite Element Method
IBEM	Inverse Boundary Element Method
IFEM	Inverse Finite Element Method
ISLF	Inverse Single Layer Formulation
SEA	Statistical Energy Analysis
PIM	Power Injected Method
DLA	Double Layer Array
SLA	Single Layer Array
MEG	Méthode Energétique Générale
MES	Méthode Energétique Simplifiée
IMES	Méthode Energétique Simplifiée Inverse
GRIM	Green Ray Integral Method
CAO	Conception Assistée par Ordinateur
ISH method	Inverse Spherical Harmonics method
FDE method	Finite Difference with Elko approximation method
SPC method	Scattered Pressures Correction method

## Table des figures

1	Découpage des différentes zones du cockpit à qualifier	2
2	Schématisation des mécanismes de création du bruit intérieur d'un avion	2
3	a. Cockpit standard - b. Cockpit d'A340 en cours d'aménagement pour la mesure de	
	puissance acoustique au sol	4
1.1	Représentation des trois domaines fréquentiels sur la FRF de la cavité $\ldots$	8
1.2	Volume et surface englobant la source	10
1.3	Illustration de la théorie de l'intensimétrie à deux microphones	11
1.4	Dispositif de mesure de l'intensité cohérente	12
1.5	Résultats de l'essai sur la plaque d'aluminium à 1800Hz : a. Intensité mesurée - b.	
	Intensité cohérente - c. Vitesse de la plaque mesurée	13
1.6	Schéma d'une sonde p-u	14
1.7	Photographie et schéma du dispositif de calibration en hautes fréquences	15
1.8	Photo et schéma du dispositif de calibration en basses fréquences	15
1.9	Schéma du dispositif de calibration à l'aide du tube à ondes stationnaires	16
1.10	Banc de calibration des sondes p-u par vélocimétrie laser à particules	17
1.11	Courbes de sensibilité du capteur de vitesse déterminées avec trois méthodes	17
1.12	a. Antenne de 4x4 sondes p-u - Cartes d'intensité active sur l'intérieur de la cabine :	
	b. Au premier harmonique du BPF - c. Au deuxième harmonique du BPF	18
1.13	Photographie de la sonde p-u 3D composée d'un capteur de pression et de trois	
	$capteurs de vitesse (en couleur) \dots \dots$	19
1.14	a. Cartographie des intensités acoustiques normalisées dans l'habitacle sur 300 à 450	
	Hz - b. Coupe verticale sur le plan $z=0.4m$	19
1.15	Schéma du principe de la formation de voies	21
1.16	Illustration de la méthode holographique	25
1.17	Schématisation du plan des sources et de l'hologramme	26
1.18	Illustration des effets de la rétropropagation pour des ondes propagatives et évanes-	
	centes	28
1.19	Illustration de la méthode de la minimisation de la fonction GCV pour la détermi-	
1 00	nation du paramètre de régularisation pour la méthode de Tikhonov	36
1.20	Illustration de la méthode de la courbe en L pour la détermination du paramètre de	
	régularisation pour la méthode de Tikhonov	36
1.21	Présentation des maillages pour des problèmes extérieurs et intérieurs traités avec	
1.00	BEM	39
1.22	Présentation des maillages pour des problèmes extérieurs et intérieurs traités avec	4.4
1	FEM	41
1.23	Presentation de la maquette $(a,c)$ et du maillage utilisé $(b,d)$	42
1.24	Kesultats de la méthode IFEM pour deux méthodes de régularisation : a.CGLS -	40
1.05	b.Tikhonov	42
1.25	Exemple d'une structure formée de deux sous-systèmes modélisée par SEA	43

$\begin{array}{c} 2.1 \\ 2.2 \end{array}$	Photographies de l'antenne double couche	47
<b>9</b> 3	- c. Visualisation des 9 patchs de mesure	49
2.0	d'octaves	49
2.4	a. Grille de mesure intensimétrique - b. Mesure avec la sonde intensimétrique normale - c. Intensité normale $(dB)$ à 3150Hz	50
2.5	Puissance rayonnée par les deux sources déterminée par DLA, SLA et intensimétrie	50
2.6	Positionnement de la source parasite par rapport au dispositif précédent : a. Vue de	51
2.7	face - b. Vue de cote	51
2.8	pour différents tiers d'octaves	52
	la source parasite, et référence mesurée par intensimétrie	53
2.9	Montage d'essais correspondant aux deux sources bafflées sur un panneau	53
2.10	Résultats d'intensité normale (dB) pour différents tiers d'octaves obtenus par DLA	54
2.11	Puissance rayonnée par les deux sources bafflées, et en champ libre déterminée par	54
0 10	DLA	94
2.12	a. Plaque vibrante encastree dans le panneau - D. Intensites normales (dD) rayonnees	
0 10	par la plaque et determinées par DLA a IKHZ et 3150HZ	
2.13	Geometrie numerisee des surfaces du cockpit	55
2.14	Photographies réalisées pendant la préparation de l'essai en cockpit d'A380 au sol.	56
2.15	Captures d'écran des patchs mesurés dans le cockpit lors de l'essai	57
2.16	Pressions, vitesses et intensités normales rétropropagées avec SONAH dans le cockpit en vol	50
		58
2.17	Schématisation de l'environnement de mesure utilisé pour la double mesure par DLA	$\frac{58}{58}$
2.17 2.18	Schématisation de l'environnement de mesure utilisé pour la double mesure par DLA Dispositif de mesure mis en place dans la chambre anéchoïque de Dassault afin d'extraire la puissance rayonnée par une surface à l'aide de la DLA pendant le projet	58 58
2.17 2.18	Schématisation de l'environnement de mesure utilisé pour la double mesure par DLA Dispositif de mesure mis en place dans la chambre anéchoïque de Dassault afin d'extraire la puissance rayonnée par une surface à l'aide de la DLA pendant le projet CREDO	58 58 59
<ul><li>2.17</li><li>2.18</li><li>2.19</li></ul>	Schématisation de l'environnement de mesure utilisé pour la double mesure par DLA Dispositif de mesure mis en place dans la chambre anéchoïque de Dassault afin d'extraire la puissance rayonnée par une surface à l'aide de la DLA pendant le projet CREDO	58 58 59
<ul><li>2.17</li><li>2.18</li><li>2.19</li></ul>	Schématisation de l'environnement de mesure utilisé pour la double mesure par DLA Dispositif de mesure mis en place dans la chambre anéchoïque de Dassault afin d'extraire la puissance rayonnée par une surface à l'aide de la DLA pendant le projet CREDO	58 58 59 60
<ul><li>2.17</li><li>2.18</li><li>2.19</li><li>2.20</li></ul>	Schématisation de l'environnement de mesure utilisé pour la double mesure par DLA Dispositif de mesure mis en place dans la chambre anéchoïque de Dassault afin d'extraire la puissance rayonnée par une surface à l'aide de la DLA pendant le projet CREDO	58 58 59 60
<ul><li>2.17</li><li>2.18</li><li>2.19</li><li>2.20</li></ul>	Schématisation de l'environnement de mesure utilisé pour la double mesure par DLA Dispositif de mesure mis en place dans la chambre anéchoïque de Dassault afin d'extraire la puissance rayonnée par une surface à l'aide de la DLA pendant le projet CREDO	58 58 59 60
<ol> <li>2.17</li> <li>2.18</li> <li>2.19</li> <li>2.20</li> <li>3.1</li> </ol>	Schématisation de l'environnement de mesure utilisé pour la double mesure par DLA Dispositif de mesure mis en place dans la chambre anéchoïque de Dassault afin d'extraire la puissance rayonnée par une surface à l'aide de la DLA pendant le projet CREDO	58 58 59 60 60 65
2.17 2.18 2.19 2.20 3.1 3.2	Schématisation de l'environnement de mesure utilisé pour la double mesure par DLA Dispositif de mesure mis en place dans la chambre anéchoïque de Dassault afin d'extraire la puissance rayonnée par une surface à l'aide de la DLA pendant le projet CREDO	58 58 59 60 60 65 68
2.17 2.18 2.19 2.20 3.1 3.2 3.3	Schématisation de l'environnement de mesure utilisé pour la double mesure par DLA Dispositif de mesure mis en place dans la chambre anéchoïque de Dassault afin d'extraire la puissance rayonnée par une surface à l'aide de la DLA pendant le projet CREDO	58 58 59 60 60 65 68 68
2.17 2.18 2.19 2.20 3.1 3.2 3.3 2.4	Schématisation de l'environnement de mesure utilisé pour la double mesure par DLA Dispositif de mesure mis en place dans la chambre anéchoïque de Dassault afin d'extraire la puissance rayonnée par une surface à l'aide de la DLA pendant le projet CREDO	58 58 59 60 60 65 68 69 71
2.17 2.18 2.19 2.20 3.1 3.2 3.3 3.4	Schématisation de l'environnement de mesure utilisé pour la double mesure par DLA Dispositif de mesure mis en place dans la chambre anéchoïque de Dassault afin d'extraire la puissance rayonnée par une surface à l'aide de la DLA pendant le projet CREDO	58 58 59 60 60 65 68 69 71
2.17 2.18 2.19 2.20 3.1 3.2 3.3 3.4 3.5 2.6	Schématisation de l'environnement de mesure utilisé pour la double mesure par DLA Dispositif de mesure mis en place dans la chambre anéchoïque de Dassault afin d'extraire la puissance rayonnée par une surface à l'aide de la DLA pendant le projet CREDO	58           58           58           59           60           65           68           69           71           72
$2.17 \\ 2.18 \\ 2.19 \\ 2.20 \\ 3.1 \\ 3.2 \\ 3.3 \\ 3.4 \\ 3.5 \\ 3.6 \\ 3.6 \\ $	Schématisation de l'environnement de mesure utilisé pour la double mesure par DLA         Dispositif de mesure mis en place dans la chambre anéchoïque de Dassault afin         d'extraire la puissance rayonnée par une surface à l'aide de la DLA pendant le projet         CREDO         Résultats de la mesure DLA pour l'octave 1kHz : a. Mesure de référence en conditions         anéchoïques - b. Intensité totale sur la paroi avec toutes les sources actives - c.         Intensité rayonnée par la paroi lorsque toutes les sources sont actives         Résultats de la mesure DLA pour l'octave 1kHz : a. Mesure de référence en conditions         anéchoïques - b. Intensité totale sur la paroi lorsque toutes les sources actives - c.         Intensité rayonnée par la paroi lorsque toutes les sources sont actives         - c. Intensité rayonnée par la paroi lorsque toutes les sources sont actives et que le         bruit de fond diffère de celui ayant servi à obtenir les coefficients d'absorption         MES différentielle : prise en compte de la réflexion sur une frontière absorbante         MES différentielle : prise en compte des phénomènes à la jonction entre deux sous-         systèmes         MES différentielle mixte : description des champs         MES différentielle mixte : réflexion sur une frontière absorbante         MES intégrale : réflexion diffuse	<ul> <li>58</li> <li>58</li> <li>59</li> <li>60</li> <li>60</li> <li>65</li> <li>68</li> <li>69</li> <li>71</li> <li>72</li> <li>74</li> </ul>
2.17 2.18 2.19 2.20 3.1 3.2 3.3 3.4 3.5 3.6 3.7	Schématisation de l'environnement de mesure utilisé pour la double mesure par DLA         Dispositif de mesure mis en place dans la chambre anéchoïque de Dassault afin         d'extraire la puissance rayonnée par une surface à l'aide de la DLA pendant le projet         CREDO         Résultats de la mesure DLA pour l'octave 1kHz : a. Mesure de référence en conditions         anéchoïques - b. Intensité totale sur la paroi avec toutes les sources actives - c.         Intensité rayonnée par la paroi lorsque toutes les sources sont actives         Résultats de la mesure DLA pour l'octave 1kHz : a. Mesure de référence en conditions         anéchoïques - b. Intensité totale sur la paroi lorsque toutes les sources actives - c.         Intensité rayonnée par la paroi lorsque toutes les sources sont actives         - c. Intensité rayonnée par la paroi lorsque toutes les sources sont actives         - c. Intensité rayonnée par la paroi lorsque toutes les sources sont actives et que le         bruit de fond diffère de celui ayant servi à obtenir les coefficients d'absorption         MES différentielle : prise en compte de la réflexion sur une frontière absorbante         MES différentielle mixte : description des champs         MES différentielle mixte : réflexion sur une frontière absorbante         MES intégrale : réflexion diffuse         MES intégrale : réflexion diffuse	<ul> <li>58</li> <li>58</li> <li>59</li> <li>60</li> <li>60</li> <li>65</li> <li>68</li> <li>69</li> <li>71</li> <li>72</li> <li>74</li> <li>75</li> </ul>
$2.17 \\ 2.18 \\ 2.19 \\ 2.20 \\ 3.1 \\ 3.2 \\ 3.3 \\ 3.4 \\ 3.5 \\ 3.6 \\ 3.7 \\ 3.8 \\ 3.8 \\ 3.7 \\ 3.8 \\ 3.8 \\ 3.7 \\ 3.8 \\ $	Schématisation de l'environnement de mesure utilisé pour la double mesure par DLA Dispositif de mesure mis en place dans la chambre anéchoïque de Dassault afin d'extraire la puissance rayonnée par une surface à l'aide de la DLA pendant le projet CREDO	<ul> <li>58</li> <li>58</li> <li>59</li> <li>60</li> <li>60</li> <li>65</li> <li>68</li> <li>69</li> <li>71</li> <li>72</li> <li>74</li> <li>75</li> <li>76</li> </ul>
2.17  2.18  2.19  2.20  3.1  3.2  3.3  3.4  3.5  3.6  3.7  3.8  3.9	Schématisation de l'environnement de mesure utilisé pour la double mesure par DLA Dispositif de mesure mis en place dans la chambre anéchoïque de Dassault afin d'extraire la puissance rayonnée par une surface à l'aide de la DLA pendant le projet CREDO	58 58 59 60 65 68 69 71 72 74 75 76 83

3.11	Cube à 4 mailles par face et flux de puissance réverbérés $\sigma$ par maille en présence	
	d'une source volumique au centre	84
3.12	Cavité de simulations et emplacement des deux sources	85
3.13	Champs de densité d'énergie direct (a,b) et réverbéré (c,d) créé par deux sources	
	dans une cavité sans obstacle $(dB)$	86
3.14	Champs de densité d'énergie direct (a,b) et réverbéré (c,d) créé par deux sources	
	dans une cavité avec obstacles $(dB)$	87
3.15	Champs totaux de densité d'énergie (dB) dans la cavité sans (a,b), et avec obstacles	
	(c,d)	88
3.16	Flux injectés de référence et recalculés	89
3.17	Flux de référence recalculés avec différentes erreurs sur les données d'entrée	90
3.18	Cavité et éléments de surface rayonnant, ainsi que positionnement des deux points	
	de mesure situés proche de la surface source	91
3.19	Flux injectés par les différents éléments de la surface rayonnante déterminés par	
0.10	IMES et théoriques	92
3.20	Flux injectés par les différents éléments des surfaces rayonnantes déterminés par	02
0.20	IMES pour les deux configurations	93
		50
4.1	Sondes creuses : a. Sonde du Cetim avec 4 microphones 1/4" - b. Sonde de GRAS	
	avec 6 microphones $1/2$ "	96
4.2	Photographies du montage d'essais et zoom sur la sonde tétrahédrique creuse réalisée	97
4.3	Différences sur la pression du microphone 1 en amplitude (a) et en phase (b) en	•••
1.0	présence ou non des trois autres microphones de la sonde	97
4.4	Sondes pleines : a Sonde pleine avec 4 microphones - b Sondes pleines à 4 et 6	01
1.1	microphones de différents dismètres	08
45	Sondes tétrabédriques à 4 migraphanes : a Tupa 1 h Tupa 2	00
4.0	Donára sphérique considéré	99 102
4.0	Illustration des domaines de validité intériour et evtériour	105
4.1	Madulas das coefficients pondérent les hormonismes aphéniques d'andre N	110
4.0	Encours es loulées pon la méthode des harmoniques spheriques invense, sur les angles	110
4.9	Erreurs calculees par la methode des narmoniques spheriques inverse, sur les angles $(12)$	
	$\varphi$ et $\theta$ () et sur le module de la pression $p_0$ (dB) pour toutes les incidences possibles	1 1 1
4 10	de l'onde impactant la sphere $\dots$	111
4.10	Erreurs sur les angles $(\phi, \theta)$ () et sur l'amplitude (dB) de la pression $ p_0 $ en fonction	110
	de $ka$ , pour trois incidences particulières	112
4.11	Erreurs pour l'incidence ( $\phi = 15^{\circ}, \theta = 80^{\circ}$ ) sur les angles $\phi$ et $\theta$ ainsi que sur l'ampli-	
	tude de la pression au centre avec une erreur de phase et d'amplitude aléatoire sur	
	les microphones (courbes en bleu), ou sans erreur (lignes blanches)	113
4.12	Réalisation de la sphère pleine en plâtre	114
4.13	Présentation et illustration des essais réalisés en chambre anéchoïque avec la sonde	
	en plâtre	115
4.14	Déphasages des pressions expérimentaux et théoriques des microphones 2 à 4 par	
	rapport au 1	116
4.15	Modules des pressions expérimentaux et théoriques des microphones 1 à 4	116
4.16	Erreur sur les angles phi et theta pour la sphère pleine et la triple intensimétrie	
	normale	117
4.17	Intensité totale pour la sphère pleine et la triple intensimétrie normale (a) et zoom	
	sur la bande de fréquence [350,2000]Hz (b)	117
4.18	Photographies d'une boule de 3cm de diamètre et de deux microphones 1/4"	119
4.19	Sondes à microphone déporté, montage droit - principe testé et sonde B&K	121
4.20	Sondes à microphone déporté, montage parallèle - principe testé et sonde PCB	121

4.21	Illustration du dispositif d'essais pour le montage droit	122
4.22	Illustration du dispositif d'essais pour le montage parallèle	122
4.23	Photographies présentant le dispositif d'essais pour les montages droit et parallèle.	122
4.24	Amplitude des fonctions de transfert des montages droit et parallèle couplés à un	
	tube de 20cm de longueur	123
4.25	Amplitude des fonctions de transfert du montage droit couplé à des tubes de lon-	
	gueurs différentes	123
4.26	Photographie du tube droit initial, puis après la première courbure, et ensuite la	
	deuxième	124
4.27	Différences en amplitude (a) et en phase (b) des fonctions de calibration après les	
	courbures 1 et 2 par rapport au tube droit	125
4.28	Photographies illustrant les dispositifs de mesure montés sur le panneau en chambre	100
4.00	anèchoique	126
4.29	Differences entre les deux fonctions de calibration mesurées dans le tube à impédance,	100
1.90	et sur le panneau, en amplitude (a) et en phase (b)	126
4.30	Dispositif d'essais pour étudier l'influence de l'incidence de la source sur la calibration	107
4.91	des tubes $\dots$	127
4.31	Amplitude en dB (a) et phase en (b) de la fonction de transfert representative de	100
4 99	Méthodos de selibration companías e sur popular hour aphère	128
4.02	Deste mentie de cambration comparées : a. sur panneau, b. sur sphere	129
4.00	Photographie du montage utilise pour la validation de la methode de calibration $\cdot$	129
4.94	Amplitude en dB (a) et phase en (b) de la fonction de transfert entre les deux mi-	a190
4 25	Illustration des deux orientations possibles de la sonde	121
4.30	Cintrage des tubes avec les deux orientations possibles de la sonde	131
4.30	Description des essais pour la validation de la mesure sans contact	132
4.37	Amplitude en dB (a) et phase en $^{\circ}$ (b) de la fonction de transfort pour différentes	102
4.00	distances entre le tube et le panneau par rapport à la référence	133
4 39	CAO de la sonde sous Catia et vue de la sonde fabriquée	134
4 40	Photographies des deux sondes lors des essais en chambre anéchoïque avec une source	e138
4 41	Intensités relatives aux trois aves de mesure X (a) V (c) Z (e) et différences par	0100
1.11	rapport à la référence selon chacune des directions $X(b)$ , $Y(d)$ et $Z(f)$ pour le test	
	avec une source en configuration anéchoïque	139
4.42	Résultats liés à la norme de l'intensité (a) ainsi qu'à la densité d'énergie (c), et	
	différences respectives par rapport à la référence (b-d)	140
4.43	Disposition et orientation des deux sources acoustiques autour de la sonde en confi-	
	guration anéchoïque	140
4.44	Norme et signe de l'intensité dans la direction Y déterminés par intensimétrie nor-	
	male ainsi qu'à l'aide des trois méthodes d'exploitation des mesures de la sonde	
	3D	141
4.45	Résultats sur l'intensité dans les directions X (a), Y (c) and Z (e), et différences par	
	rapport à la référence pour les trois directions X (b), Y (d) and Z (f) $\ldots$ .	142
4.46	Résultats sur la norme de l'intensité et la densité d'énergie pour les deux sources en	
	configuration anéchoïque	143
4.47	Résultats sur l'intensité dans les directions X (a), Y (b) and Z (c) pour la référence	
	et la méthode FDE, et différences par rapport à la référence pour les trois directions	
	(d)	143
4.48	Disposition et orientation des deux sources acoustiques autour de la sonde dans la	
	chambre réverbérante	144

4.4	9 Résultats sur l'intensité dans les directions X (a), Y (c) and Z (e), et différences par rapport à la référence pour les trois directions X (b), Y (d) and Z (f) pour les deux sources en chambre réverbérante	145
4.5	0 Résultats et différences par rapport à la référence concernant la norme de l'intensité	1 10
	(a-b) et la densité d'énergie $(c-d)$ pour les deux sources en chambre réverbérante .	146
$\begin{array}{c} 4.5\\ 4.5\end{array}$	<ol> <li>Panneau entre la chambre anéchoïque et la chambre réverbérante</li> <li>Résultats sur l'intensité dans les directions X (a), Y (c) and Z (e), et différences par rapport à la référence pour les trois directions X (b), Y (d) and Z (f) pour le panneau</li> </ol>	146
4.5	<ul> <li>rayonnant</li> <li>3 Résultats et différences par rapport à la référence concernant la norme de l'intensité (a-b) et la densité d'énergie (c-d) pour le panneau rayonnant</li> </ul>	147 148
٣ 1		150
5.1 5.0	Vues de la CAO de la maquette	152
5.2	Vues de face et de cote de la maquette	153
5.3	Coefficients d'absorption des differents materiaux constituant la maquette	154
5.4 5 - 5	Temps de reverberation de la maquette dans les configurations avec et sans sieges.	154
5.5 5.6	Frequence de Schroeder de la maquette avec et sans sieges	155
5.6	Sources acoustiques placees sur la maquette	150
5.7	Vues interieures de la maquette	156
5.8	Pot vibrant excitant la vitre arrière droite de la maquette	157
5.9	Habiliage de la maquette de laine de verre pour la calibration des sources	158
5.1 5.1	U Calibration des sources pour la configuration acoustique	160
5.1	I Calibration des sources pour la configuration vibro-acoustique	160
5.1 5.1	2 Distribution aleatoire des 165 points de mesure sur les parois de la maquette	162
5.1 F 1	3 Resultats de localisation relatif à l'essai acoustique pour les mésures fixes	103
$5.1 \\ 5.1$	5 Résultats de localisation relatif à l'essai acoustique pour les mesures fixes avec un	104
5.1	6 Résultats pour le HP1 dans la configuration acoustique pour les mesures fixes avec	100
5.1	7 Maillage de mesure ponctuel et par balayage de la vitre arrière droite (vue globale	100
	extérieure puis zoom intérieur)	166
5.1	8 Resultats de localisation pour l'essai acoustique balaye	167
5.1	9 Resultats pour le HP1 dans la configuration acoustique pour les mesures balayées	168
$5.2 \\ 5.2$	0 Résultats pour le HP2 dans la configuration acoustique pour les mesures balayées . 1 a : Spectres de calibration des deux sources - b : Différences de pression due à la	168
	première source $\gamma$ sur le champ de pression proche de la seconde $\zeta \ (\gamma \Rightarrow \zeta)$	169
5.2	2 Résultats de localisation pour l'essai vibro-acoustique balayé	170
5.2	3 Résultats des essais pour le HP1 dans la configuration vibro-acoustique	171
5.2	4 Résultats des essais pour le pot dans la configuration vibro-acoustique	171
5.2	5 a : Spectres de calibration des deux sources - b : Différences de pression dues à la première source sur le champ de pression proche de la seconde	172
5.2	6 Résultats de localisation pour l'essai vibro-acoustique où le niveau du haut-parleur	172
FO	est fortement reduit	173
5.2	A Puissance injectée par le pot vibrant pour l'essai vibro-acoustique ou le niveau du haut-parleur est fortement réduit	174
5.2	8 Puissance injectée par la source acoustique pour l'essai vibro-acoustique où son ni-	
5.2	veau fortement réduit	174
	de mesure proche de la source acoustique (a) et de la vitre (b)	176

5.30	Résultats de localisation pour l'essai vibro-acoustique exploité avec la densité d'éner-	
۳ 91	gie potentielle doublée	177
5.31 5.20	Resultats des essais pour la source acoustique et le pot avec $W=2.0$	178
0.04	d'intensités normales in-situ	178
5.33	Résultats des essais pour la source acoustique et le pot : intensité normale post-	110
	traitée par SEA	179
5.34	Stratégie de propagation des puissances injectées calculées	180
5.35	Champ de densité d'énergie total (dB) calculé par MES à partir des puissances	
	injectées déterminées par IMES, et mesuré à l'aide de la sonde pour différentes tiers	
5 90	d'octaves	181
5.30	a. Repartition des 58 points de mesure sur le plan z=0.0m - Champs de densite	
	injectées et comparaison avec le champ de densité d'énergie mesuré par la sonde à	
	2kHz (b) et $5kHz$ (c)	181
5.37	Position des points d'intérêt : la tête pilote et la tête co-pilote	182
5.38	Comparaison des mesures de pression et de densité d'énergie, ainsi que des puissances	
	injectées déterminées par IMES puis propagées par MES, aux têtes pilote et co-pilote	183
5.39	Décomposition des densités d'énergie aux têtes pilote et co-pilote en champ direct	10.4
5 40	et reverbere	184
0.40	deux émettent et sommation des deux premiers niveaux	185
5.41	Niveaux de pression mesurée et de densité d'énergie simulée par MES lorsque la	100
	source acoustique ou le pot vibrant rayonne	186
A 1	Photographics des différentes étapes de la conception du proteture	100
A.1	r notographies des différences étapes de la conception du prototype	199
B.1	Dispositif d'essai pour déterminer l'influence des deux sphères adjacentes en fonction	
ъэ	de la distance $d_{int}$	202
B.Z	Ecart sur la norme de l'intensité 3D pour différentes distances $a_{int}$ en présence des deux sphères adjacentes	202
	deux spheres adjacentes	202
C.1	Photographies de l'emplacement des caméras dans la maquette et de l'étape de	
~ ~	calibration	204
C.2	Objet suivi et positionnement des trois sphères repérées par les caméras lors du	20.4
Сз	deplacement	204
0.5	frajectories des centres des trois spheres placees à l'arrière de l'objet suivi	200
D.1	Photographie du tube de kundt utilisé pour la mesure du coefficient d'absorption	
	des différents matériaux de la maquette	207
E.1	a. Dispositif de caractérisation de la directivité d'un haut-parleur - b. Définition des	
	deux axes de mesure sur le haut-parleur	209
E.2	Directivité d'un haut-parleur selon les axes 1 et 2	210

### Liste des tableaux

2.1	Puissance des deux sources (dB) mesurées par DLA et SLA pour différents tiers	
	d'octaves	50
3.1	Paramètres utilisés pour la simulation et résultats associés	84
J.Z	deux cas d'essais	92
4.1	Erreurs sur les différentes quantités mesurées par une sonde tétrahédrique de type $1$	
	pour ka=1,5 $\ldots$	101
4.2	Caractéristiques techniques de la sonde développée	119
4.3	Rayon acoustique de la chambre réverbérante en fonction de chaque tiers d'octave .	144
5.1	Nombres de modes acoustiques de la maquette par tiers d'octaves	152
5.2	Matrice des essais de calibration	158
5.3	Comparaisons des essais liés à la calibration et à l'étude du champ acoustique en	
	maquette	159
5.4	Paramètres d'acquisition des essais en maquette	162

### Introduction

### Contexte global

Dans un contexte mondial où le trafic aérien est en constant essor, les exigences des voyageurs, mais également des pilotes se montrent de plus en plus sévères. Précédemment associées à la sécurité, elles s'orientent maintenant vers le confort, tant sur le plan acoustique que vibratoire. Le bruit à l'intérieur d'un avion est ainsi devenu un aspect à ne pas négliger, et il pourrait dans plusieurs années se muer en un argument de vente décisif, après ceux liés à la sécurité, aux performances et à la consommation. La satisfaction et le bien être du client, mais également du personnel navigant, sont au coeur des préoccupations des constructeurs aéronautiques. Par conséquent, l'ambition d'Airbus est d'atteindre un niveau d'excellence tel que ses avions puissent se démarquer de ceux de ses concurrents sur le critère du bruit intérieur.

Pour remplir cet objectif, il est crucial, dans un premier temps, de connaître précisément les mécanismes et les phénomènes responsables du bruit à l'intérieur des cavités des avions en vol. Ce n'est qu'après cette étape que des actions correctrices pourront être mises en oeuvre, si besoin, pour modifier la conception. Celles-ci pourront viser deux buts différents. Soit elles consisteront à optimiser les dispositifs absorbants pour les replacer aux endroits nécessaires afin de réduire le bruit et conserver la masse constante. Soit, si le bruit est déjà jugé satisfaisant, elles permettront d'alléger l'avion en enlevant des traitements absorbants dont l'impact est limité, afin de gagner sur la masse. A terme, la connaissance des mécanismes de bruit revêt donc une grande importance, aussi bien pour le domaine de l'acoustique que pour celui des performances, et de sérieux enjeux en découlent.

Chez Airbus, si des procédés de mesure peuvent être déployés pour la cabine, aucune méthode de mesure actuelle n'est suffisamment précise pour déterminer et caractériser les sources acoustiques qui créent le bruit intérieur d'un cockpit en vol. Plus précisément, pour cette cavité, si la localisation des sources est faisable à l'aide de certains outils, c'est surtout la quantification de la puissance acoustique injectée par les sources à l'intérieur du cockpit en vol qui manque de précision. Or, elle est absolument nécessaire pour permettre ensuite une analyse précise des phénomènes acoustiques.

L'étude présentée dans ce mémoire peut s'appliquer aux différentes cavités acoustiques de l'avion, cependant elle se focalisera plus particulièrement sur le cockpit, afin de répondre au problème. La figure 1 présente le cockpit découpé en différentes zones. Elle permet d'illustrer plus précisément le besoin auquel ce mémoire tente de répondre, qui consiste à hiérarchiser et à quantifier les contributions acoustiques passant par les différents éléments du cockpit de même nature, tels que la vitre latérale 1, ou le panneau 15.

### Contexte technique

L'absence de solutions efficaces pour traiter ce type de sujet, aujourd'hui encore, pourrait surprendre. Pour l'expliquer, il convient dans un premier temps de s'attarder sur la complexité des phénomènes qui créent le bruit intérieur global d'un avion.



FIGURE 1 – Découpage des différentes zones du cockpit à qualifier

Ceux-ci se décomposent en la partie rayonnement, et la partie transfert. Cependant, deux types de composants rayonnent. Les premiers, qualifiés tout simplement de sources, possèdent de l'énergie, et à travers des voies de passage aériennes ou solidiennes contribuent directement au bruit intérieur, ou transmettent une partie de leur énergie à certains éléments qui vont à leur tour rayonner : ce sont les émetteurs. Les sources peuvent être extérieures, comme les moteurs ou la couche limite turbulente (TBL en anglais), mais également intérieures, il s'agit alors des systèmes avions tels que le conditionnement d'air, les systèmes électriques, ou encore les circuits hydrauliques. Les émetteurs peuvent quant à eux être classés selon trois catégories. La première inclut les panneaux de l'avion qui rayonnent à l'intérieur de la cavité. La deuxième regroupe les bruits parasites, plutôt associés à un phénomène vibro-acoustique, comme une pièce mal positionnée, ou défectueuse. Enfin, la dernière catégorie inclut les fuites. La figure 2 présente pour le bruit intérieur d'un avion, les sources et les émetteurs, ainsi que tous les mécanismes de transmission associés.



FIGURE 2 – Schématisation des mécanismes de création du bruit intérieur d'un avion

En se focalisant sur le cockpit, l'environnement d'étude, ces mécanismes de création du bruit

intérieur présentés dans le cas général d'un avion en vol restent valables. Cependant, en plus de ces multiples sources, cette cavité se caractérise par sa géométrie complexe et par l'hétérogénéité des matériaux qui la composent. Ces deux derniers aspects peuvent d'ailleurs être constatés sur la figure 1, introduite précédemment, qui présente une photographie panoramique d'un cockpit d'Airbus. Les sièges, les commandes de vol, les recoins au niveau des palonniers ou encore les orientations particulières des vitres et des panneaux sont autant d'éléments qui vont perturber le champ acoustique. Associés aux matériaux, parfois réflechissants, ou absorbants, ils vont contribuer à créer des phénomènes acoustiques complexes à prendre en compte tels que la réflexion, la diffraction ou encore l'absorption. Enfin, la structure du champ acoustique à l'intérieur du cockpit en vol dépend également du domaine fréquentiel considéré. En effet, à basses fréquences le champ présente une allure plutôt modale, c'est-à-dire que son agencement est influencé par les modes propres et donc par la géométrie de la cavité, alors qu'à plus hautes fréquences le champ est plus diffus.

Si le champ acoustique des différents cockpits a déjà fait l'objet de nombreuses études visant à le caractériser, aucune information précise n'est présentée dans ce mémoire pour des raisons de confidentialité. Cependant, il a pu être établi que la bande de fréquence d'intérêt en tiers d'octaves est [500,5000]Hz, et que sur celle-ci la contribution majeure est due à la couche limite turbulente. De plus, ce phénomène peut être considéré comme stationnaire sur un certain intervalle de temps. Ces constatations, réduisant apparemment le nombre de sources, ne simplifient pas le problème puisque la TBL peut être vue, en première approximation, comme une distribution continue de sources très décorrélées.

### Méthode de référence

Afin de mieux appréhender la complexité du sujet, une tentative de résolution du problème est effectuée avec la méthode la plus couramment utilisée pour quantifier la puissance acoustique d'une source : l'intensimétrie. Le principe est de mesurer l'intensité active rayonnée par la source qui est caractérisée, à travers une surface de référence définie autour de celle-ci. L'intégration de l'intensité sur cette surface fournit alors la puissance globale recherchée. La mesure de puissance par intensimétrie est une mesure réglementée, notamment par les normes ISO 10534-1 et -2, ou encore ISO 9614-1, -2 et -3. Chacune des deux définit un cadre et un processus de mesure, ainsi que les incertitudes associées sur la puissance globale calculée. Elles présentent néanmoins comme point commun le fait que ce type de mesure doit être mis en oeuvre lorsque la source à qualifier est la seule à rayonner dans des conditions de champ libre.

Cette méthode de mesure de la puissance rayonnée par intensimétrie n'est pas applicable telle quelle au cas étudié dans ce mémoire, pour deux raisons. La première est liée au fait qu'en vol, plusieurs sources rayonnent simultanément dans le cockpit, dans la mesure où la TBL est une distribution de sources. Le champ d'intensité mesuré proche de chaque source, et utilisé pour obtenir la puissance associée sera alors impacté par le rayonnement des autres sources, faussant ainsi les résultats. La deuxième raison qui vient considérablement compliquer le problème est le confinement. En effet, le cockpit est une cavité réverbérante où des champ acoustiques direct et réverbéré sont présents. Ainsi, pour résumer, une mesure d'intensité effectuée proche d'une source fournira comme résultat la superposition du champ direct et du champ réverbéré de la source qui est caractérisée, mais également des champs directs et réverbérés dus aux autres sources. Il est compréhensible que dans ces conditions, la mesure in-situ par intensimétrie des puissances rayonnées par les sources est impossible.

Afin de pallier à ce problème, une procédure d'essais qui pourra être qualifiée de méthode de réference, est utilisée par les ingénieurs des essais acoustiques d'Airbus. Dans un premier temps, les parois du cockpit sont entièrement recouvertes d'une couche de vinyl au plomb, un matériau épais et lourd visant à couper les émissions acoustiques. Puis, une seconde couche épaisse de laine de verre

#### Introduction

est ajoutée afin de recréer des conditions anéchoïques, où la mesure de puissance par intensimétrie est applicable. Enfin, tour à tour, chacune des sources qui doit être mesurée est débarassée des deux couches précédentes afin que la mesure par intensimétrie puisse avoir lieu, et elle est ensuite recouverte.

Ce type d'essais exige des moyens importants, ainsi que beaucoup de temps. De plus, comme le montre la figure 3, il nécessite de couvrir entièrement les parois du cockpit. Il est donc réservé à des applications au sol, où la cavité est excitée par des sources telles que des hauts-parleurs ou des pots vibrant, puisqu'il est impossible en vol de recouvrir les commandes de vol, mais également de bénéficier d'assez de temps compte tenu du coût de l'heure de vol.



 ${\rm FIGURE}$ 3 – <br/>a. Cockpit standard - b. Cockpit d'A340 en cours d'aménagement pour la me<br/>sure de puissance acoustique au sol

### Objectifs

La problématique principale à laquelle ce mémoire s'attachera à répondre est de localiser les sources de bruit d'un cockpit en vol, et de quantifier la puissance qu'elles rayonnent sur les tiers d'octaves compris entre 500Hz et 5kHz. La robustesse de la hiérarchisation de la puissance des sources constitue un des points primordiaux qui devra être vérifié. Pour atteindre cet objectif, la méthode ou l'outil mis au point devra régler le problème du confinement dont l'impact est significatif sur les méthodes traditionnelles de mesure de la puissance rayonnée par une source acoustique, comme l'intensimétrie.

Enfin, une attention toute particulière devra également être portée à l'adaptabilité de la solution vis à vis de l'environnement avion. En effet, effectuer des mesures en cockpit durant un vol est une tâche qui comporte de nombreuses contraintes liées à l'intégration de l'outil de mesure, à l'acquisition des données, à l'alimentation des systèmes, ou encore à la durée de l'essai ainsi qu'à la configuration de vol nécessaire.

### Plan

Les deux premiers chapitres commencent par présenter une étude très large de l'existant. Dans le premier, celle-ci reste très théorique et elle s'intéresse à différents outils de mesure, ainsi que plusieurs méthodes inverses, qu'elle confronte à la problématique de la localisation et de la quantification de sources de bruit en milieu confiné. Le deuxième chapitre, quant à lui, est consacré à un outil de mesure qui a été testé en laboratoire et en vol. La troisième partie est dédiée à une méthode énergétique inverse qui permet potentiellement de répondre au problème. Celle-ci est basée sur une méthode directe qui prédit les champs d'intensité et de densité d'énergie à l'intérieur d'une cavité. Pour cela, il est nécessaire de connaître la position et la puissance des sources, ainsi que la géométrie de la cavité, et l'absorption des matériaux qu'elle contient. Alimentée par des données d'intensité et de densité d'énergie, la méthode inverse est alors capable de retrouver les flux acoustiques entrants en tenant compte du confinement.

Le quatrième chapitre traite de la mesure des quantités énergétiques précédemment citées : l'intensité et la densité d'énergie. Elle commence par présenter un état de l'art des outils et des méthodes de calcul existants. Puis, une nouvelle sonde permettant de fournir ces quantités est développée. Une méthode de calibration est également mise au point. Enfin, la sonde est testée pour différentes configurations de sources et dans des environnements variés, afin de la confronter à des conditions de mesures de complexité croissante.

Ce mémoire se termine par la cinquième et dernière partie qui présente les essais réalisés dans un démonstrateur. Dans un premier temps, une maquette de cockpit est dessinée et fabriquée. Puis, des essais acoustiques mais également vibro-acoustiques sont menés afin de tester la capacité de l'association formée par la sonde énergétique, et la méthode inverse, à retrouver les sources et leur puissance acoustique.

### Chapitre 1

# Etude de l'existant : revue de la littérature

Dans cette première partie, un état de l'art théorique relatif aux moyens de mesure et aux méthodes d'identification existants qui permettent de localiser une source de bruit et d'en quantifier la puissance acoustique rayonnée est effectué. Il s'agit plus particulièrement de déterminer si ces moyens d'essais ou ces méthodes sont applicables au cas étudié dans ce mémoire, c'est-à-dire plusieurs sources rayonnant dans un espace confiné, et selon quelles conditions. Au préalable, quelques rappels sont effectués sur la nature des champs acoustiques en cavité, ainsi que sur la méthode de référence utilisée pour mesurer la puissance rayonnée par une source acoustique.

### 1.1 Cavités acoustiques, intensité et intensimétrie

#### 1.1.1 Cavités acoustiques

Pour commencer cette étude de l'existant, quelques notions sur les cavités acoustiques qui constituent le milieu considéré dans cette étude sont rappelées. Plus précisément, c'est l'agencement du champ acoustique en fonction de la fréquence à l'intérieur de ce milieu qui présente un intérêt. Pour aborder ce sujet, il convient en premier lieu de dissocier la bande de fréquence d'étude en trois domaines particuliers sur lesquels les phénomènes physiques associés au champ acoustique sont différents. Ce dernier vérifie en effet des critères particuliers, liés à la distribution des modes propres de la cavité selon les fréquences. Afin de comprendre les notions détaillées dans la suite, il est nécessaire tout d'abord de définir la densité modale n(f), c'est-à-dire le nombre de modes par Hertz, à l'aide de l'équation (1.1),

$$n(f) = \lim_{\Delta f \to 0} \frac{\Delta N}{\Delta f},\tag{1.1}$$

où  $\Delta N$  correspond au nombre de modes contenus dans une bande de fréquence  $\Delta f$  centrée sur la fréquence f.

Le recouvrement modal M(f) est alors introduit à l'aide de la pulsation  $\omega = 2\pi f$ , et du facteur de dissipation du milieu  $\eta$ :

$$M(f) = \eta . 2\pi f . n(f) \tag{1.2}$$

La figure 1.1 extraite de [5] présente les trois domaines fréquentiels qui peuvent être définis en analysant la fonction de réponse en fréquence en un point de la cavité.

Les trois zones associées aux domaines des basses, moyennes et hautes fréquences sont représentées sur la figure 1.1. Il est ensuite nécessaire de définir un moyen de les séparer. Pour cela,


FIGURE 1.1 – Représentation des trois domaines fréquentiels sur la FRF de la cavité

Pan [65] a établi un critère qui partitionne le domaine des fréquences en fonction du recouvrement modal M(f).

Il définit le domaine des basses fréquences comme s'étendant jusqu'à ce que le recouvrement modal M(f) soit égal à 0,55. Dans ce domaine, le champ acoustique peut être considéré comme modal. Les méthodes déterministes pour lesquelles la phase des ondes est prise en compte, telles que les méthodes d'analyse modale, sont alors les plus adaptées à l'étude du champ acoustique dans la cavité concernée. Celles-ci utilisent des grandeurs complexes telles que la pression et la vitesse.

A l'opposé se trouve le domaine des hautes fréquences. Selon le critère de Pan, il débute dès que le recouvrement modal M(f) atteint la valeur de 3. La densité modale est alors importante. Comme il est possible de le voir sur la figure 1.1, à puissance injectée constante, le champ à l'intérieur de la cavité évolue peu en fonction de la fréquence. Les phénomènes sont donc faiblement déterministes ce qui plébiscite l'utilisation d'une approche propagatoire. Les quantités considérées sont alors des grandeurs quadratiques scalaires telles que l'énergie ou la puissance, plutôt que des grandeurs linéaires, comme celles utilisées en basses fréquences.

La notion de hautes fréquences est couramment associée à celle de champ diffus. Dans une cavité acoustique, un champ est qualifié de diffus lorsqu'il résulte de la sommation d'ondes planes décorrélées provenant de directions équiprobables, et que la densité d'énergie qui le compose est répartie uniformément. Un champ diffus apparaît alors dans une cavité si l'amortissement est très faible, ou si la densité de sources est très élevée. Si les définitions associées au domaine des hautes fréquences ainsi qu'au champ diffus se rejoignent, notamment sur la présence d'une forte densité modale, le champ diffus ne constitue qu'une partie du domaine des hautes fréquences, ce dernier étant beaucoup plus vaste.

Entre les deux domaines précédents se trouve celui des moyennes fréquences. Selon le critère de Pan, et d'après ce qui précède, il correspond à un recouvrement modal M(f) compris entre 0,55 et 3. Dans ce domaine, les modes ne sont pas aussi marqués qu'en basses fréquences, cependant la cavité n'est pas assez grande ou assez amortie pour adopter un comportement typé hautes fréquences. Pour étudier le champ acoustique, les méthodes de résolution cherchent alors à définir des bandes de fréquence sur lesquelles elles vont rassembler des modes au comportement similaire.

L'acoustique des salles a repris toutes ces notions et elle les a adaptées afin d'obtenir des formules de dimensionnement relativement simples pour qualifier le champ acoustique à l'intérieur d'une pièce. Tout d'abord, la formule asymptotique fournissant la densité modale n(f) en fonction de la fréquence f pour une salle de volume V est établie. Basée sur l'expression complète de la densité modale pouvant être utilisée pour une salle parallélépipédique, elle est donnée par l'équation (1.3).

$$n(f) = \frac{4\pi V}{c^3} f^2 \tag{1.3}$$

Le recouvrement modal est ensuite défini par l'équation (1.4)

$$M(f) = B(f).n(f) \tag{1.4}$$

où B(f) est la bande passante à -3dB du mode considéré à la fréquence de calcul. En acoustique des salles, elle peut être reliée au temps de réverbération TR(f) par la formule suivante (1.5), issue de [71].

$$B(f) = \frac{6.91}{\pi T R(f)}$$
(1.5)

Il est alors possible de calculer la fréquence de Schroeder  $f_s$  qui correspond à un recouvrement modal de M(f) = 3. Elle est couramment utilisée car elle permet de séparer un champ plutôt modal, d'un autre qui peut être considéré comme diffus. Par comparaison avec le critère de Pan, la fréquence de Schroeder  $f_s$  marque ainsi la limite entre le domaine des hautes fréquences et celui des moyennes fréquences. Son expression est donnée par l'équation (1.6).

$$M(f) = 3 \quad \Rightarrow \quad f_s^2 = \frac{3.c^3}{4*6.91} \frac{TR(f)}{V} \quad \Rightarrow \quad f_s \approx 2000 \sqrt{\frac{TR(f)}{V}} \tag{1.6}$$

Ces quelques notions, qui seront notamment utilisées par la suite, permettent de mieux appréhender les différents types de champs acoustiques qui peuvent être présents à l'intérieur d'une cavité en fonction de la fréquence.

Maintenant que le milieu concerné par la problématique de ce mémoire a été introduit d'un point de vue acoustique, la quantité recherchée, c'est-à-dire la puissance rayonnéee par les sources, peut alors être abordée par le biais de l'intensité.

### 1.1.2 Intensité acoustique

Pour introduire l'intensité acoustique, il convient de revenir à l'équation de conservation de l'énergie. Celle-ci se déduit des équations de conservation de la masse et de la quantité de mouvement, cette dernière correspondant à l'équation d'Euler. Pour commencer, le produit scalaire de la vitesse particulaire V avec l'équation d'Euler est effectué et donné par l'équation (1.7), dans le cas d'un fluide au repos.

$$\rho_0 \mathbf{V} \cdot \frac{\partial \mathbf{V}}{\partial t} + \mathbf{V} \cdot \nabla p = \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{1}{2} \rho_0 \mathbf{V}^2 \right) + \nabla \cdot (p \mathbf{V}) - p \nabla \cdot \mathbf{V}$$
(1.7)

L'équation de conservation de la masse, rappelée par la formule (1.8), est ensuite utilisée pour fournir l'équation de conservation de l'énergie instantanée (1.9) dans une zone où ne se trouve aucune source.

$$\nabla \cdot \boldsymbol{V} = -\frac{1}{\rho_0 c^2} \frac{\partial p}{\partial t} \tag{1.8}$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \left[ \frac{1}{2} \frac{p^2}{\rho_0 c^2} + \frac{1}{2} \rho_0 \boldsymbol{V}^2 \right] + \nabla \cdot (p \boldsymbol{V}) = 0$$
(1.9)

Dans l'équation (1.9), le terme entre crochets correspond à la densité d'énergie instantanée. Celle-ci se compose de la densité d'énergie potentielle  $\frac{1}{2}p^2(t)/\rho_0c^2$ , et de la densité d'énergie cinétique  $\frac{1}{2}\rho_0 V^2(t)$ . Quant au deuxième terme entre parenthèses, il s'agit de l'intensité acoustique instantanée i(t) = p(t)V(t), qui peut être définie comme le vecteur transportant l'énergie de l'onde. Sont maintenant considérés une source acoustique rayonnant une puissance  $\Pi^s(t)$ , et un volume  $\Omega$  qui englobe cette dernière. La forme intégrale de l'équation de conservation de l'énergie (1.9) appliquée à ce cas est donnée par l'équation (1.10). La figure 1.2 illustre le cas considéré.



FIGURE 1.2 – Volume et surface englobant la source

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{\Omega} \left[ \frac{1}{2} \frac{p(t)^2}{\rho_0 c^2} + \frac{1}{2} \rho_0 \boldsymbol{V}^2(t) \right] d\boldsymbol{V} + \int_{\partial \Omega} p(t) \boldsymbol{V}(t) \cdot \boldsymbol{n} d\boldsymbol{S} = \Pi^s(t)$$
(1.10)

où n indique le vecteur normal à la surface  $\partial \Omega$  délimitant le volume  $\Omega$ . Cette formulation se simplifie d'ailleurs dans le cas stationnaire, et elle aboutit à l'équation (1.11),

$$\int_{\partial\omega} \boldsymbol{I} \cdot \boldsymbol{n} dS = \Pi^s \tag{1.11}$$

où I est l'intensité instantanée moyenne, appelée également intensité active. Elle correspond à la partie de l'énergie associée à la propagation de l'onde, et son expression est donnée par la formule (1.12).

$$\boldsymbol{I} = \langle \boldsymbol{p}(t)\boldsymbol{V}(t)\rangle = \frac{1}{2}\Re(\boldsymbol{p}\boldsymbol{V}^*)$$
(1.12)

où p et V sont respectivement la pression et le vecteur vitesse complexe. L'intensité active constitue donc la partie réelle de la quantité  $\frac{1}{2}pV^*$  qui n'est autre que l'intensité complexe. La partie imaginaire  $J = \frac{1}{2}\Im(pV^*)$  est appelée intensité réactive. Elle correspond à une fluctuation de l'énergie de moyenne nulle. De plus, son importance décroît en s'éloignant de la source.

D'après l'équation (1.11), déterminer la puissance d'une source par intensimétrie consiste à mesurer l'intensité active dans la direction normale à la surface qui l'englobe, puis à l'intégrer. En pratique, la surface de mesure est sphérique ou hémisphérique, ce qui simplifie le calcul de son aire. Pour des sources planes, telles que des plaques ou des panneaux, l'aire de la surface d'intégration est en général choisie égale à celle de la surface de rayonnement.

Le prochain paragraphe présente l'outil de référence utilisé pour mesurer l'intensité active normale, c'est à dire l'intensité active dans une direction particulière.

## 1.1.3 Sondes p-p

La mesure de l'intensité active dans une direction particulière nécessite la connaissance en un point de la pression, ainsi que de la vitesse orientée dans la même direction. Dans ce paragraphe, l'outil communément utilisé pour réaliser ce type de mesure est détaillé. Il s'agit d'une sonde dénommée sonde p-p car elle se base sur deux mesures de pression. Parmi les deux quantités à déterminer, la pression est assez simple à obtenir puisqu'elle consiste en une moyenne des deux mesures de pression. En revanche, l'obtention de la vitesse n'est pas immédiate.

Soient  $M_1$  et  $M_2$ , deux microphones distants de  $\Delta x$ , qui mesurent respectivement une pression  $p_1$  et  $p_2$ , comme le montre la figure 1.3.



FIGURE 1.3 – Illustration de la théorie de l'intensimétrie à deux microphones

En considèrant une onde harmonique et un milieu sans écoulement, l'équation d'Euler s'écrit :

$$\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} = -\frac{1}{\rho_0} g \vec{r} a d(p) \Rightarrow \vec{v} = -\frac{1}{j \omega \rho_0} g \vec{r} a d(p)$$
(1.13)

La composante en x du vecteur vitesse  $V_x$  peut alors s'approximer à l'aide des pressions mesurées aux deux points 1 et 2 par différence finie, comme l'établit l'équation (1.14).

$$\mathbf{V}_x = -\frac{1}{j\omega\rho_0} \frac{\partial p}{\partial x} \cong -\frac{1}{j\omega\rho_0} \frac{\Delta p}{\Delta x} \cong -\frac{1}{j\omega\rho_0} \frac{p_2 - p_1}{\Delta x}$$
(1.14)

L'intensité active I selon la direction x est ensuite obtenue à l'aide de la pression, définie comme la moyenne des pressions mesurées par les microphones  $M_1$  et  $M_2$ , ainsi qu'avec l'approximation de la vitesse, comme présenté par l'équation (1.15).

$$\boldsymbol{I} = \frac{1}{2} \Re(p.\boldsymbol{V}_x^*) = \frac{1}{2} \Re\left\{\frac{p_1 + p_2}{2} \left(-\frac{1}{j\omega\rho_0}\right)^* \frac{p_2^* - p_1^*}{\Delta x}\right\}$$
(1.15)

La mesure intensimétrique à l'aide d'une sonde p-p possède l'avantage d'être facile à mettre en oeuvre. Pour obtenir la puissance rayonnée par une source, la précision du résultat obtenu dépend du nombre de points de mesure, et donc du temps consacré. C'est pourquoi les mesures s'effectuent en général en balayant la surface de référence utilisée pour intégrer l'intensité moyenne, et retrouver ainsi la puissance de la source. Le domaine fréquentiel d'utilisation de ce type de sonde est notamment lié à la méthode de calcul par différence finie utilisée pour obtenir la vitesse. Si l'onde présente une fréquence élevée, sa longueur d'onde devient trop petite par rapport à l'écartement entre les microphones. En basses fréquences, c'est l'erreur de phase entre les deux microphones qui est source d'erreur. En effet, le déphasage de l'onde devient en basse fréquences du même ordre de grandeur que l'erreur de phase. Cette dernière est également à l'origine de la dégradation de la mesure de l'intensité en milieu confiné. Pour déterminer d'où vient ce problème, il convient de se pencher sur l'équation (1.16) qui exprime l'intensité active réellement mesurée par la sonde ([32], [68], [33]).

$$\hat{I} = I - \frac{\varphi_e}{k\Delta x} \frac{p_{rms}^2}{\rho c} = I \left( 1 - \frac{\varphi_e}{k\Delta x} \frac{p_{rms}^2/(\rho c)}{I} \right)$$
(1.16)

où k est le nombre d'ondes,  $p_{rms}^2$  est la valeur rms de la pression acoustique, et  $\varphi_e$  est l'erreur de phase entre les deux microphones.

L'erreur introduite lors de la mesure de l'intensité est proportionnelle à l'erreur de phase entre les deux microphones, ainsi qu'au rapport  $\frac{p_{rms}^2}{I}$  appelé indice pression/intensité. Ainsi, même si l'erreur de phase est très faible, un fort indice pression/intensité peut créer une erreur importante. Cet indice est justement important dans le cas d'une mesure en milieu réverbérant, pour lequel l'intensité I mesurée dans une direction est plus faible que la pression  $p_{rms}^2$  due au champ acoustique acoustique ambiant.

Comme il vient d'être souligné, le confinement dégrade la mesure de l'intensité réalisée avec une sonde p-p d'autant plus que les microphones sont mal appairés en phase. Le confinement constitue également la limite la plus stricte à l'utilisation de ce type de sondes, et de l'intensité qu'elles mesurent, pour la quantification de la puissance rayonnée par une source acoustique. En effet, lorsque cette dernière ne rayonne pas en conditions de champ libre, mais en milieu confiné, l'intensité mesurée traversant la surface de référence définie autour de la source n'est pas seulement issue du rayonnement de cette dernière. La sonde p-p est alors incapable d'extraire l'intensité seulement rayonnée par la source dont elle cherche à quantifier la puissance.

## 1.1.4 Intensimétrie p-p et vibrométrie laser

D'après le paragraphe précédent, les méthodes de mesure basées sur l'intensimétrie classique p-p ne sont pas efficaces en milieu confiné pour extraire la puissance rayonnée par une source. Ainsi, lors du projet européen CREDO [14], une méthode combinant la vibrométrie laser à la mesure intensimétrique a été testée. Le but est d'estimer l'intensité cohérente, entre le champ acoustique ambiant, et le champ de vitesse d'une structure vibrante, dans l'optique de déterminer la part de l'intensité perçue, produite par cette surface.

La méthode vise à calculer pour tous les points de la surface, considérés comme des points source, une fonction de cohérence entre l'intensité mesurée par la sonde p-p, et la vitesse de vibration de la plaque obtenue par LDV. Ceci permet ensuite d'isoler le vecteur intensité cohérent avec la vibration de la plaque, dans le plan de mesure. La figure 1.4, extraite de [14], présente le dispositif d'essais.



FIGURE 1.4 – Dispositif de mesure de l'intensité cohérente

Afin de tester la méthode, des essais ont été réalisés sur une plaque d'aluminium excitée par un actionneur piezo-électrique, sur la bande de fréquence [500,2500] Hz. Pour créer un environnement

complexe de mesure, une source parasite émettant un sinus à 1800Hz a été ajoutée derrière la sonde p-p. La figure 1.5 présente les résultats d'intensité mesurée et cohérente, ainsi que la vitesse de la plaque mesurée.



FIGURE 1.5 – Résultats de l'essai sur la plaque d'aluminium à 1800Hz : a. Intensité mesurée - b. Intensité cohérente - c. Vitesse de la plaque mesurée

Comme il peut être vu sur la figure 1.5, la mesure de l'intensité fait apparaître des composantes négatives à 1800Hz qui sont éliminées lors du calcul de l'intensité cohérente. La cartographie de cette dernière quantité est très proche de celle de la vitesse de la structure, ce qui confirme les bons résultats de la méthode. D'autres essais, notamment dans un tronçon d'ATR ont montré qu'il est possible de déterminer à l'aide de l'intensité cohérente les zones fortement émettrices comme les hublots, dans un environnement réverbérant. Il semble alors possible, en combinant sonde intensimétrique et vibrométrie laser, d'extraire du champ total la partie de l'intensité cohérente avec les vibrations de la structure mesurée. En intégrant cette intensité, la puissance acoustique émise par la structure peut donc être déduite, même si le champ acoustique est perturbé.

Cependant, cette méthode atteint ses limites lorsque l'excitation et les sources perturbatrices sont corrélées, mais également en cas de fortes interactions vibro-acoustiques. De plus, comme il est évoqué dans [14], le laser ne doit pas être soumis à des niveaux vibratoires importants lors de la mesure in situ. Ce principe de mesure ne semble donc pas adapté au cas du vol. Enfin, l'encombrement très réduit d'un cockpit d'avion paraît également être une limitation très importante à son utilisation.

### 1.1.5 Sondes p-u

Développées depuis quelques années, des sondes baptisées p-u sont capables de mesurer au même point la pression acoustique et la vitesse particulaire, ce qui leur permet d'en déduire l'intensité active. Le paragraphe suivant présente ces sondes, ainsi que leur fonctionnement, et il montre quelques exemples d'utilisation.

### 1.1.5.1 Description - Théorie

Une sonde p-u intègre un microphone, qui réalise la mesure de la pression, et un capteur de vitesse par fil chaud, utilisé pour déterminer la vitesse particulaire dans une direction, comme le montre la figure 1.6. Sur cette dernière, extraite de [77], le capteur de vitesse est visible à gauche, alors que le microphone se situe à droite.

Le capteur de vitesse est formé de deux fils de silicone recouverts de platine, qui sont chauffés à une température de 300°C. La résistance établie entre eux est liée à leur différence de température.



FIGURE 1.6 – Schéma d'une sonde p-u

L'idée de la mesure repose sur le fait que le déplacement perpendiculaire d'une particule acoustique entre les fils fait varier la température entre ces derniers, ce qui induit une tension proportionnelle à la vitesse particulaire. L'asymétrie du système lui permet également de faire la différence entre deux vitesses de directions opposées.

Comme il a été fait précédemment pour la sonde intensimétrique p-p, les conséquences d'une erreur de phase  $\varphi_e$  entre les deux capteurs sur la mesure de l'intensité active sont étudiées. L'équation (1.17) exprime l'intensité active réellement mesurée par la sonde p-u, d'après les articles [16, 32].

$$\hat{I} = \frac{1}{2} \Re \left\{ p \hat{u^*} \right\} = \frac{1}{2} \Re \left\{ p u^* e^{-j\varphi_e} \right\} = \Re \left\{ (I+jJ)(\cos(\varphi_e) - j.\sin(\varphi_e)) \right\} \cong I + \varphi_e.J$$
(1.17)

Contrairement à la sonde p-p où l'erreur de phase est amplifiée par l'indice pression/intensité, dans le cas de la sonde p-u l'impact de l'erreur de phase se trouve aggravé par l'intensité réactive J. D'après [16, 32], l'intensité réactive ne doit pas être supérieure de 5 dB à l'intensité active pour que la mesure soit fiable. Les concepteurs expliquent ainsi que contrairement à la sonde p-p, la sonde p-u n'est pas gênée par le bruit ambiant, mais par la forte réactivité du champ. Ceci leur permet donc de réaliser des mesures plus fiables en environnement bruité.

De plus, ils avancent également que les sondes p-u peuvent être utilisées pour déterminer la puissance rayonnée par une structure, en présence d'un champ perturbateur. Pour cela, ils préconisent de placer la sonde p-u très près de la surface rayonnante. En invoquant l'incompressibilité de l'air, il est expliqué que le capteur formé des deux fils chauds mesure une vitesse particulaire identifiable à celle de la surface, car il est situé en champ très proche. Le microphone de la sonde p-u est quant à lui impacté par le confinement, et donc par le bruit ambiant. Mais ceci n'est pas gênant, car pour le calcul de l'intensité il ne s'agit que de prendre la partie de la pression cohérente avec la vitesse, qui d'après ce qui vient d'être dit est peu impactée par le confinement. Cependant, rien ne démontre que le capteur de vitesse, tout aussi près qu'il soit de la structure rayonnante, ne mesure pas une vitesse influencée par un fort champ perturbateur. De plus, en général, plus le capteur est proche de la source, plus le champ réactif est important par rapport au champ actif. D'après ce qui précède, ceci peut devenir problématique vis à vis de l'erreur de phase.

Dans l'article [33], les performances de deux sondes p-p et p-u sont comparées. Les cas tests consistent à enfermer une source de référence dans un cube en plexiglas, et à en scanner les côtés à l'aide de chacune des sondes pour retrouver la puissance de la source. Les résultats fournis par la sonde p-u semblent comparables à ceux obtenus avec une sonde intensimétrique p-p de classe 1. Une deuxième phase de mesure avec un bruit perturbateur mène environ aux mêmes conclusions, la sonde p-u étant légèrement meilleure sur certaines bandes de fréquences. Cependant,

les auteurs attribuent à l'échantillonnage spatial la responsabilité de ces résultats qui ne montrent pas clairement l'absence de perturbation des mesures p-u en présence d'un champ présentant un fort indice pression/intensité.

## 1.1.5.2 Etalonnage

La partie critique liée à ces sondes concerne l'étalonnage du capteur de vitesse. Trois méthodes de calibration ont été développées. Les deux premières créent un environnement où l'impédance est connue, quant à la dernière il s'agit de la vélocimétrie laser.

La première méthode de calibration a été mise au point par Jacobsen et De Bree [4]. Elle se sert d'une sphère dans laquelle se trouve un haut parleur utilisé comme source, et elle se décompose en deux sous - méthodes, chacune propre à un domaine fréquentiel. Pour la calibration hautes fréquences, de 200 à 10 kHz, un microphone de référence, et la sonde p-u à calibrer, sont positionnés à une certaine distance de la sphère, comme le montre la figure 1.7.



FIGURE 1.7 – Photographie et schéma du dispositif de calibration en hautes fréquences

Le haut parleur dans la sphère est considéré comme un piston qui génère un champ sur une ligne où l'impédance est connue. Ainsi, en positionnant un microphone de référence sur cette ligne, la vitesse peut être déduite.

La calibration en basses fréquences, c'est-à-dire jusqu'à 800 Hz, se base sur le même principe, à la différence que cette fois-ci, le microphone de référence est placé à l'intérieur de la sphère, ce qui est illustré par la figure 1.8.



FIGURE 1.8 – Photo et schéma du dispositif de calibration en basses fréquences

Ce changement de dispositif de calibration à basses fréquences s'explique par le fait que les niveaux de pression enregistrés à l'extérieur de la sphère sont peu différents, que la source soit allumée ou non, à cause du bruit ambiant, ce qui n'est pas le cas des niveaux de vitesse. Ainsi, en positionnant le microphone de référence dans la sphère, la mesure de la pression de référence, sur laquelle repose la calibration du capteur de vitesse de la sonde p-u, est possible, et peu impactée par le bruit ambiant. Cette fois-ci, la connaissance de l'impédance n'est plus suffisante pour relier la pression de référence à la vitesse, les deux capteurs n'étant pas placés au même endroit.

Il est alors nécessaire dans un premier temps d'établir une relation entre la vitesse normale du piston et la pression interne de la sphère, qui est la pression de référence, puis de lier la vitesse normale du piston, à la vitesse mesurée par le capteur de la sonde p-u. Enfin, en invoquant la continuité de la vitesse au niveau de la membrane de la sphère, et en supposant la vitesse de la membrane égale à la vitesse acoustique très proche de la sphère, la vitesse au niveau du capteur de pression peut-être obtenue, une nouvelle fois à l'aide du microphone de référence. Dans [4], les deux courbes de calibration semblent se recouper de manière satisfaisante sur le domaine fréquentiel qu'elles ont en commun.

La deuxième méthode de calibration, présentée également par Jacobsen et De Bree dans [4], a lieu dans un tube à ondes stationnaires. Elle est schématisée sur la figure 1.9.



FIGURE 1.9 – Schéma du dispositif de calibration à l'aide du tube à ondes stationnaires

Le principe de cette calibration repose sur l'expression de l'impédance à l'intérieur du tube, qui est donnée dans ce cas par l'équation (1.18).

$$\frac{u(x)}{p(x)} = \frac{j}{\rho c} \tan(k(l-x))$$
(1.18)

Ainsi une fois la sonde p-u positionnée dans le plan l - x, la calibration peut être effectuée en plaçant un microphone de référence dans le plan l. La comparaison des résultats obtenus avec les deux méthodes de calibration présentées précédemment ne fait pas apparaître de différences majeures à partir de 500Hz, selon les auteurs. Les écarts sur la fonction de correction de la vitesse sont de l'ordre de  $\pm 0.3$ dB en amplitude, et  $\pm 1^{\circ}$  en phase.

Les deux méthodes de calibration précédemment détaillées sont basées sur le même principe, c'est-à-dire qu'elles créent un milieu où l'impédance est connnue, dans le cas d'une onde plane. C'est cette dernière hypothèse qui, en pratique, peut ne pas être respectée. C'est pourquoi une autre méthode de calibration a été mise au point. Au cours du projet européen CREDO [14], le DLR a cherché à développer une méthode fiable pour la calibration en amplitude des capteurs de vitesse des sondes p-u, sans hypothèse sur l'impédance du milieu de mesure. Pour cela, la vélocimétrie laser à particules a été utilisée. Son principe repose sur l'ensemencement d'un milieu acoustique par des particules qui servent de traceurs. Le milieu est en général situé devant un haut parleur excité par un signal-source sinusoïdal, comme le montre la figure 1.10 issue de [14]. Le plan de mesure est illuminé par de courtes impulsions laser, puis des caméras optiques digitales capturent la lumière réfléchie par les particules, suivant ainsi leur déplacement, ce qui permet de déterminer leur vitesse.



FIGURE 1.10 – Banc de calibration des sondes p-u par vélocimétrie laser à particules

En pratique, le haut parleur est excité par un signal sinusoïdal sur plusieurs fréquences centrales de tiers d'octaves, de 16 Hz à 6,3 kHz. Pour chaque fréquence émise, une mesure de vitesse est effectuée. Les différentes sensibilités du capteur de vitesse déterminées par PIV et en champ lointain, ainsi que celle fournie par Microflown ont été comparées. Elles sont présentées par la figure 1.11.



FIGURE 1.11 – Courbes de sensibilité du capteur de vitesse déterminées avec trois méthodes

D'après les résultats de la figure 1.11, il peut être noté de légères différences en moyennes et hautes fréquences entre la calibration PIV et celle fournie par le constructeur, certainement obtenue à l'aide d'une des deux techniques de calibration exposées précédemment. La sensibilité en champ lointain est très proche de celle déterminée par PIV dès 100 Hz. La calibration par PIV semble donc être une méthode fiable pour calibrer les sondes indépendamment du champ ambiant. C'est une méthode non intrusive qui présente une dynamique de mesure pouvant atteindre 70 dB. De plus, elle ne nécessite pas un environnement anéchoïque. Cependant, elle reste très coûteuse en matériel mais également en temps, puisque chaque sonde doit être étalonnée séparément.

## 1.1.5.3 Exemples d'utilisation

Suite à leur récent développement, ces capteurs ont été utilisés au cours de nombreux essais. Le paragraphe suivant en présente certains.

Dans la référence [77], un essai de contribution de panneaux (PNCA : Panel Noise Contribution Analysis) est réalisé dans un habitacle de voiture, afin de déterminer la contribution de différentes zones au niveau de pression mesuré à la tête du conducteur. La formulation théorique utilisée implique la mesure de la vitesse particulaire sur les surfaces intérieures de la voiture. Quatre phases de mesures sont nécessaires pour réaliser avec 45 sondes p-u l'évaluation de la vitesse sur chacun des 180 éléments de surface discrétisés. Ces sondes sont montées sur un petit bâti amorti à l'aide de ressort, pour éviter qu'elles ne soient perturbées par les vibrations de la structure. La méthode TPA est appliquée directement à l'aide des mesures de vitesses, et des cartographies représentant les contributions de chaque élément de surface aux oreilles du conducteur, par exemple, peuvent être obtenues. La reconstruction du niveau de pression à partir des transferts entre la tête du conducteur et chacune des sondes permet de valider les résultats. Sans déterminer précisément la puissance rayonnée par chacun des panneaux de la voiture, ces méthodes PNCA et TPA permettent de hiérarchiser les contributions aux oreilles du conducteur.

Un autre type d'application des sondes p-u est décrit dans l'article [46]. Le moyen d'essais est une antenne de 4x4 sondes p-u espacées verticalement et horizontalement de 10 cm. Celle-ci est présentée par la figure 1.12a.



FIGURE 1.12 – a. Antenne de 4x4 sondes p-u - Cartes d'intensité active sur l'intérieur de la cabine : b. Au premier harmonique du BPF - c. Au deuxième harmonique du BPF

Les mesures présentées dans [46] sont effectuées sur les parois de la cabine d'un hélicoptère en vol. L'hypothèse de champ très proche est invoquée, c'est-à-dire que les intensités obtenues aux points de mesure sont supposées identiques à celles présentes sur la paroi. Sur les figures 1.12b et 1.12c, les cartes d'intensité active mesurée sur les parois intérieures de la cabine d'hélicoptère sont présentées respectivement pour deux fréquences fondamentales, le BPF et le 2xBPF.

Ce type de mesure permet de détecter des zones prépondérantes en termes d'émission acoustique vers l'intérieur de la cabine. Un calcul de puissance pourrait aussi être effectué à partir des intensités normales mesurées, cependant aucune référence n'existe pour comparer les résultats. La durée de l'essai est également assez importante, puisqu'il s'agit d'effectuer des patchs afin de mailler toutes les surfaces. Cela suppose alors que le bruit est stationnaire. Le gain apporté par ce type de sondes est ici important, spécialement en termes de bande de fréquence, puisqu'une même sonde peut couvrir un intervalle fréquentiel très large, alors que les sondes p-p sont optimisées pour des bandes de fréquence particulières dépendant de la distance entre les microphones.

Un nouveau type d'essai proposé dans [67], consiste à effectuer des mesures en milieu confiné à

l'aide d'une sonde p-u 3D. Celle-ci est composée d'un microphone en son bout, et de trois capteurs de vitesse disposés orthogonalement les uns des autres, afin d'obtenir les trois composantes du vecteur vitesse dans l'espace en un point, comme le montre la figure 1.13.



FIGURE 1.13 – Photographie de la sonde p-u 3D composée d'un capteur de pression et de trois capteurs de vitesse (en couleur)

Le but de l'article [67] est de révoquer l'hypothèse faite par certains outils en milieu confiné, selon laquelle le champ acoustique entrant se déplace en ligne droite jusqu'aux capteurs. Pour cela, le champ d'intensité 3D est mesuré dans l'habitacle d'une voiture lorsque deux sources placées sur le tableau de bord sont actives. Des cartographies présentant les vecteurs normalisés de l'intensité peuvent ensuite être obtenues dans tout l'habitacle, comme le montre la figure 1.14a, ou sur des plans de coupe particuliers, comme celui que présente la figure 1.14b.



FIGURE 1.14 – a. Cartographie des intensités acoustiques normalisées dans l'habitacle sur 300 à 450 Hz - b. Coupe verticale sur le plan z=0.4m

D'après les visualisations de la figure 1.14, il est possible d'observer les nombreux changements de direction ainsi que les réflexions du champ d'intensité. Ce type de cartographies permet d'effectuer des interprétations très intéressantes liées à l'agencement, et à la propagation du champ acoustique à l'intérieur de la cavité. C'est en comprenant la manière dont la cavité se comporte qu'il est possible d'appréhender tous les phénomènes afin d'appliquer des solutions efficaces de réduction du bruit.

## 1.1.5.4 Avantages/Inconvénients

Les sondes p-u intègrent un capteur de vitesse qui permet de contourner l'approximation d'Euler, et le calcul par différence finie que réalisent les sondes p-p. Elles réalisent alors des mesures sur une très grande bande de fréquence, qui inclut largement celle concernée dans ce mémoire.

Les sondes p-u sont également présentées comme des outils performants pour réaliser des mesures intensimétriques en milieu confiné. En effet, contrairement aux sondes p-p, la qualité de la mesure n'est pas impactée par le rapport signal sur bruit, mais par le champ réactif. Compte tenu de la possibilité de positionner ce type de sonde sur la surface rayonnante, et de mesurer ainsi la vitesse particulaire très proche de la structure, les concepteurs de ces sondes avancent qu'elles sont capables également de ne mesurer que l'intensité active rayonnée par une surface, même en présence d'un champ perturbateur. En effet, dans le champ acoustique très proche de la structure, le capteur de vitesse ne serait pas impacté par le bruit ambiant, et le fait de ne prendre en compte que la partie cohérente de la pression avec la vitesse lors du calcul de l'intensité active confèrerait à l'intensité cette même propriété. Cependant, cet aspect n'a pas été clairement démontré. De plus, les mesures avec ces sondes sont donc en général réalisées en champ très proche où la forte réactivité du champ peut amplifier l'erreur de phase, et ainsi fausser la mesure, ce qui paraît paradoxal.

La calibration des sondes constitue également un point relativement critique. En effet, il n'est pas possible de vérifier rapidement et précisément l'étalonnage du capteur de vitesse avant chaque essai, le concepteur fournissant la calibration en la garantissant pour deux ans.

Quelques tests effectués en laboratoire au début de cette thèse ont montré que la manipulation d'une sonde p-u semble peu adaptée à une mesure rapide dans un environnement vibratoire. En effet, le fil chaud est très sensible au moindre déplacement, et il est nécessaire d'attendre, après avoir changé la sonde de position, que le niveau de vitesse se stabilise avant de lancer une acquisition.

Enfin, le prix de ces sondes est très élevé, et les limitations précédentes n'incitent pas à leur achat.

## 1.2 Antennerie

Cette section traite de deux techniques de mesure qui appartiennent à la catégorie des méthodes d'antennerie. Il s'agit de la formation de voies, ainsi que de l'holographie de champ proche, qui utilisent toutes les deux un réseau de microphones, appelé antenne. Ces deux méthodes sont principalement mises en oeuvre afin de localiser et quantifier des sources de bruit ponctuelles et émergentes. Cependant, leur utilisation peut être détournée afin qu'elles déterminent la puissance rayonnée par des sources surfaciques. La section suivante, après quelques notions théoriques, effectue une évaluation des performances de ces méthodes en milieu confiné.

## 1.2.1 Formation de voies

Dans cette première partie dédiée à la formation de voies, les grands principes théoriques sont d'abord rappelés. Puis, différents exemples d'utilisation des algorithmes sont présentés, et leur application au cas d'étude traité dans ce mémoire est étudiée.

### 1.2.1.1 Théories

La formation de voies, ou beamforming en anglais, peut se décliner selon deux formulations différentes qui se rejoignent cependant dans leur aspect global. En effet, ces deux méthodes s'appliquent au cas général introduit ci-dessous. Soit une antenne, plane pour le moment, formée de M microphones portant chacun un indice  $m \in [1; M]$ , et repérés par un vecteur  $\mathbf{X}_m$  dans le plan de l'antenne. Une source ponctuelle S se trouvant dans un plan parallèle à celui de l'antenne est également définie. Ce plan, appelé plan de focalisation, est discrétisé en un certain nombre de points de focalisation F, repérés par le vecteur  $\mathbf{X}_F$  dans le plan des sources. La figure 1.15, où les vecteurs ne sont pas indiqués pour plus de clarté, illustre ces différents éléments.



FIGURE 1.15 – Schéma du principe de la formation de voies

La distance du microphone m à la source S, appelée  $r_{sm}$ , est ajoutée pour information. Celle-ci est utilisée par la seconde méthode. La distance  $r_{fm}$  est quant à elle définie entre le microphone met le point de focalisation F.

**Delay and sum :** Ce premier type de formation de voies s'opère tout d'abord dans le domaine temporel. Il consiste, comme son nom l'indique, à sommer les pressions retardées, mesurées par les microphones de l'antenne pour chaque point focal F avec une hypothèse d'ondes sphériques. Dans ce qui suit, la théorie expliquée dans [7],[25] ou encore [8] est reprise.

Pour chaque point F du plan de focalisation, la fonction  $a(t, X_F)$  correspondant au signal focalisé est calculée. Son expression est donnée par l'équation (1.19).

$$a(t, \mathbf{X}_F) = \sum_{m=1}^{M} w_m \frac{r_{fm}}{r_0} p_m \left( t + \frac{r_{fm}}{c} \right)$$
(1.19)

où  $r_0$  est la distance du point de focalisation au centre de l'antenne, et où les  $w_m$  sont des coefficients de pondération nécessaires pour conserver l'amplitude du signal. Par exemple, pour une pondération uniforme, ces coefficients vérifient :  $\forall m, w_m = \frac{1}{M}$ .

Ce signal focalisé dans le domaine temporel (1.19) est ensuite transposé dans le domaine fréquentiel (1.20).

$$a(\omega, \boldsymbol{X}_F) = \sum_{m=1}^{M} w_m \frac{r_{fm}}{r_0} p_m(\omega) . e^{j\omega r_{fm}/c}$$
(1.20)

A travers l'expression (1.20), il peut être constaté que dans le domaine fréquentiel, la compensation des retards est transformée en une rotation de phase. Physiquement, l'antenne pointe dans une direction lorsqu'elle effectue le calcul du signal focalisé en un point du plan de focalisation, et elle détermine l'amplitude du signal source en ce point. Cependant, la réponse de l'antenne n'est pas idéale, mais elle est caractérisée par la fonction  $R(\mathbf{k})$ , où  $\mathbf{k}$  est le vecteur d'onde dans la direction de focalisation.

$$R(\boldsymbol{k}, \boldsymbol{X}_F) = \sum_{m=1}^{M} w_m e^{j\boldsymbol{k}.\boldsymbol{X}_f}$$
(1.21)

Ainsi, l'observation de la réponse de l'antenne dans un cas simple, par exemple pour une onde plane associée à une antenne linéaire, révèle que le signal focalisé ne présente pas seulement un lobe dans la direction du point de focalisation. En effet, il fait apparaître un lobe principal dans la direction de l'onde, mais également des lobes secondaires répartis sur les autres directions. Ces lobes sont néfastes, puisque non seulement ils dispatchent une partie du signal focalisé vers d'autres directions pouvant créer la confusion sur la direction du signal incident, mais en plus, s'ils sont importants, ils peuvent noyer des sources d'amplitude plus faible. Les performances d'une antenne sont alors évaluées à l'aide des deux critères : la dynamique et la résolution. La dynamique est définie comme la différence en dB entre les amplitudes du lobe principale et celle du premier lobe secondaire. La résolution est quant à elle la distance minimale entre deux sources que la méthode est capable de séparer.

Cette méthode de formation de voies est indépendante des données mesurées. Son principal avantage réside dans sa grande robustesse, en revanche, sa résolution est très faible, spécialement en basses fréquences. Lorsque l'antenne utilisée comporte différentes branches par exemple, l'expression du signal focalisé peut être modifiée afin d'effectuer au choix du traitement additif ou multiplicatif. Le premier se distingue par une bonne résolution, mais les lobes secondaires sont très marqués. Quant aux traitement multiplicatif, sa résolution est correcte en dehors des lobes secondaires, mais il peut générer des sources fantômes.

Formulation de Bartlet : Dans cette seconde partie, la deuxième formulation, qualifiée de Bartlet dans [54] et explicitée notamment dans [36], est abordée. Une nouvelle fois, les développements théoriques sont réalisés à l'aide d'un cas simple où il s'agit de localiser une source ponctuelle. Le problème mathématique se pose dans un espace de dimension M. Les  $P_m(\omega)$  sont définies comme les M pressions mesurées par les M microphones de l'antenne. Elles sont regroupées dans le vecteur  $P(\omega)$ , et vérifient l'équation (1.22).

$$P_m(\omega) = A. \frac{e^{jkr_{sm}}}{r_{sm}}$$
(1.22)

où A est l'amplitude de la source à caractériser, et  $r_{sm}$  est la distance du microphone m à la source S.

Sont également définis des vecteurs modèles dépendant de la fréquence,  $P_F^{mod}(\omega)$ , dont les m composantes explicitées par l'équation (1.23) correspondent aux pressions mesurées par les m microphones, dans le cas où une source fictive d'amplitude unité serait placée au point de focalisation F.

$$P_{Fm}^{mod}(\omega) = \frac{e^{jkr_{fm}}}{r_{fm}} \tag{1.23}$$

Le principe est alors d'effectuer un produit scalaire entre les deux vecteurs  $P(\omega)$  et  $P_F^{mod}(\omega)$ pour chaque point de focalisation F. En effectuant ce calcul, une fonction de cohérence comprise entre 0 et 1 est déterminée. Lorsqu'elle est égale à l'unité, celle-ci indique l'emplacement de la source, l'amplitude étant obtenue dans un second temps. En termes d'erreur, tout le problème revient à trouver une position F, et une amplitude A qui minimisent l'erreur  $e(A, F) = \|\mathbf{P} - A \cdot \mathbf{P}_F^{mod}\|^2$ . Dans la suite, la dépendance des différentes quantités à la fréquence est supprimée pour plus de lisibilité.

La solution est alors celle qui minimise la fonction de localisation L exprimée au point de focalisation F par l'équation (1.24).

$$L(F) = \frac{\left|\sum_{m=1}^{M} P_m \frac{e^{-jkr_{fm}}}{r_{fm}}\right|^2}{\sum_{m=1}^{M} |P_m|^2 \sum_{m=1}^{M} \frac{1}{r_{fm}^2}}$$
(1.24)

Une fois un point F identifié comme la position de la source S, il est ensuite possible d'obtenir  $r_{sm}$ , puis l'amplitude A de la source selon l'équation (1.25).

$$|A|^{2} = \frac{\left|\sum_{m=1}^{M} P_{m} \frac{e^{-jkr_{sm}}}{r_{sm}}\right|^{2}}{\left(\sum_{m=1}^{M} \frac{1}{r_{sm}^{2}}\right)^{2}}$$
(1.25)

Formulée ainsi, cette méthode est indépendante des données mesurées, comme la précédente. La fonction de localisation, telle quelle est définie, impose de réaliser du traitement multiplicatif. En revanche, elle laisse la possibilité de modifier la matrice interspectrale des microphones de l'antenne pour pondérer les pressions mesurées de manière optimale. Différentes méthodes ont alors été développées pour améliorer les performances de cette formulation. Certaines sont brièvement présentées dans le paragraphe suivant.

### 1.2.1.2 Autres formulations

Il existe entre autres trois méthodes d'amélioration de la formation de voies s'appuyant sur la formulation de Bartlet. La première est basée sur l'exclusion de la diagonale de la matrice interspectrale pour chaque bras d'une antenne en croix, proposée par Elias. Elle est particulièrement adaptée à une antenne en croix. Les vecteurs  $\boldsymbol{P}$  et  $\boldsymbol{P}_F^{mod}$  sont divisés en deux parties, une pour chaque bras de l'antenne, l'exemple de  $\boldsymbol{P}_F^{mod}$  est présenté par (1.26).

$$\boldsymbol{P}_{F}^{mod} = \begin{bmatrix} \left( \boldsymbol{P}_{F}^{mod} \right)_{A} \\ \left( \boldsymbol{P}_{F}^{mod} \right)_{B} \end{bmatrix}$$
(1.26)

Le numérateur de la fonction de localisation matricielle (1.24) devient alors :

$$\begin{bmatrix} t & (\boldsymbol{P}_{F}^{mod})_{A}^{*} \\ t & (\boldsymbol{P}_{F}^{mod})_{B}^{*} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{\Gamma}_{AA} & \boldsymbol{\Gamma}_{AB} \\ \boldsymbol{\Gamma}_{BA} & \boldsymbol{\Gamma}_{BB} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} (\boldsymbol{P}_{F}^{mod})_{A} \\ (\boldsymbol{P}_{F}^{mod})_{B} \end{bmatrix}$$
(1.27)

L'idée d'Elias est alors de ne conserver pour la matrice interspectrale  $\Gamma$ , que les termes relatifs à des microphones situés sur des bras différents, soit en annulant  $\Gamma_{AA}$  et  $\Gamma_{BB}$ , (1.27) devient :

$$\begin{bmatrix} t & (\boldsymbol{P}_{F}^{mod})_{A}^{*} \\ t & (\boldsymbol{P}_{F}^{mod})_{B}^{*} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & \boldsymbol{\Gamma}_{AB} \\ \boldsymbol{\Gamma}_{BA} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} (\boldsymbol{P}_{F}^{mod})_{A} \\ (\boldsymbol{P}_{F}^{mod})_{B} \end{bmatrix}$$
(1.28)

Cette formulation permet d'augmenter de manière non négligeable la dynamique, par exemple de passer de 7dB à 13 dB, à 5000 Hz, pour une antenne en croix.

Parmi les autres méthodes, il peut être intéressant de mentionner la méthode SOAP (Statistically Optimal Array Processing), présentée notamment dans [54]. Celle-ci optimise le vecteur de pilotage en utilisant un modèle statistique de la matrice interspectrale. Elle améliore alors la résolution de manière importante en basses fréquences.

Des techniques de déconvolution peuvent également être appliquées à l'aide de différents algorithmes comme DAMAS, ou Richardson-Lucy, évoqués également dans [54].

## 1.2.1.3 Exemples d'utilisation

Si les premières antennes utilisées pour le beamforming étaient en général planes et prenaient des formes plutôt simples comme des spirales, ou encore des croix [36], de nouvelles antennes cylindriques ou sphériques ont été développées. L'antenne sphérique représente la dernière innovation dans le domaine, et peut être creuse ou rigide [59, 44, 56]. Une fois positionnée dans la cavité, ce type d'antenne permet de focaliser en trois dimensions sur la zone d'intérêt, c'est-à-dire sur chacune des surfaces intérieures de la cavité dans laquelle elle est placée.

Des antennes de différentes tailles, adaptées à des utilisations particulières ont également été développées. Parmi celles-ci, les antennes commercialisées par les sociétés GFAI (antenne circulaire) ou MicrodB (antenne sphérique) sont à citer. Leurs dimensions peuvent être réduites afin d'en faire un outil portable, qui devient dans ce cas dédié à des applications du type recherche de source de bruit perturbateur, ou troubleshooting en anglais. En général, ce type d'outil intègre une caméra qui permet de visualiser la zone sur laquelle les sources sont recherchées, et de mesurer la distance du centre de l'antenne à la paroi afin de permettre la focalisation.

## **1.2.1.4** Avantages/Inconvénients

L'un des principaux avantages de la formation de voies réside dans le fait qu'elle ne nécessite pas d'effectuer une hypothèse de stationnarité sur le champ acoustique. En effet, une mesure effectuée rapidement pendant quelques secondes permet d'obtenir une visualisation acoustique globale de la cavité.

Cependant, par rapport à la problématique de mesure en milieu confiné qui est traitée dans ce mémoire, la formation de voies possède quelques limitations. La première concerne tout d'abord l'utilisation première de ce type de méthode. En effet, celle-ci est plus particulièrement dédiée à la recherche, et donc à la localisation de sources de bruit, plutôt qu'à la quantification de la puissance qu'elles rayonnent. De plus, la mauvaise résolution de la méthode en basses fréquences peut également être préjudiciable. Même si des algorithmes de déconvolution existent, ce problème a été identifié, et il a mené notamment à la réalisation de sphères emboîtées, comme celle développée par la société MicrodB et Airbus, dont l'article de Pereira [56] présente une utilisation. Une sphère ouverte destinée à améliorer les performances de l'antenne en basses fréquences est définie autour d'une sphère rigide.

La dernière limitation est plus contraignante. Celle-ci est liée à l'hypothèse majeure effectuée par la méthode qui suppose que la propagation du champ se fait de manière directe entre les sources et les capteurs de l'antenne, en champ libre. Cette hypothèse est bien évidemment fausse dans une cavité où s'établit un champ réverbéré produit par les diverses réflexions des ondes sur les parois. Plusieurs méthodes ont tenté de supprimer ou de prendre en compte les réflexions parasites et le champ ambiant. Julliard dans sa thèse [36] a par exemple conçu un capotage formé de plusieurs couches de matériaux acoustiques afin d'isoler l'antenne du champ provenant de l'arrière. Cependant, l'efficacité de cette solution en basses fréquences, et notamment à 500Hz, est à prouver.

## 1.2.2 Holographie

## 1.2.2.1 Principes théoriques

L'une des critiques majeures liées à l'utilisation de la formation de voies en milieu confiné repose sur l'hypothèse de champ libre que cette méthode effectue pour retrouver les sources, associée au fait que la mesure a lieu loin des sources, où cette hypothèse n'est plus valable. Afin d'atténuer ce problème, et pour obtenir une description plus complète des sources, les méthodes liées à l'holographie acoustique de champ proche, ou NAH pour Near-field Acoustic Holography sont étudiées. Leur but est de localiser mais également de quantifier la puissance rayonnée par les sources de bruit. Pour cela, le principe est de mesurer sur une surface, nommée hologramme, le champ des pressions acoustiques en certains points, afin de reconstruire ce champ à l'aide d'un rétro-propagateur spatial sur une autre surface parallèle, qualifiée de surface de rétropropagation. La méthode permet donc à partir de mesures 2D de reconstruire un champ tridimensionnel de pression, mais également de vitesse, et d'intensité normales. L'avantage de la NAH par rapport à la formation de voies réside dans la prise en compte des ondes évanescentes qui devient possible dès lors que la mesure a lieu assez proche des sources, puisque ces ondes s'atténuent très fortement avec la distance.

La NAH a été développée par Maynard [45] et Williams [75]. La méthode est présentée ici pour un champ de pressions p(M,t), où M est un point de l'hologramme, et M' un point de la surface de rétropropagation. Il s'agit d'établir une relation entre le champ de pression de l'hologramme et celui de la surface rétropropagée.



FIGURE 1.16 – Illustration de la méthode holographique

La méthode repose sur trois propriétés fondamentales détaillées ci-dessous.

 Tout d'abord, l'équation d'Helmholtz qui constitue l'équation de base, donne, après transformation de Fourier temporelle :

$$(\Delta + k^2)p(x, y, z, \omega) = 0 \tag{1.29}$$

k étant le nombre d'onde, et  $p(M, \omega)$  la transformée de Fourier temporelle de p(M, t).

– Puis, le théorème de Green sur une surface fermée  $\partial V$  délimitant un volume V mène à :

$$\iiint_{V} (G\Delta p - p\Delta G)dV = \iint_{\partial V} \left( G\frac{\partial p}{\partial n} - p\frac{\partial G}{\partial n} \right) dS$$
(1.30)

où G est la fonction de Green qui vérifie l'équation d'Helmholtz (1.29) ainsi que la condition aux limites de Sommerfeld, et  $\frac{\partial}{\partial n}$  est la dérivée par rapport à la normale extérieure à la surface.

 En ajoutant à cela le théorème intégral de Helmholtz et de Kirchhoff, l'équation (1.31) peut être obtenue.

$$p(M,\omega) = \iint_{\partial V} \left( p(M',\omega) \frac{\partial G(M,M',\omega)}{\partial n} - G(M,M',\omega) \frac{\partial p(M',\omega)}{\partial n} \right) dS_{M'}$$
(1.31)

La fonction de Green G est cependant à préciser. Pour cela, il suffit de choisir un noyau de Green vérifiant les conditions de Dirichlet, ce qui correspond à une situation où la pression est connue sur la surface  $\partial V$ . Dans le cas où la vitesse serait connue, il faut considérer des conditions aux limites de type Neumann. De là découlent les intégrales de Rayleigh, sur lesquelles se base la théorie de la NAH. L'équation 1.32 présente celle valable pour des conditions limites de type Dirichlet.

$$p(M,\omega) = \iint_{\partial V} p(M',\omega) \frac{\partial G_d(M,M',\omega)}{\partial n} dS_{M'}$$
(1.32)

où  $G_d(M, M', \omega)$  est la fonction de Green correspondant aux conditions de type Dirichlet, dont l'expression déterminée par la méthode des images est donnée par 1.33.

$$G_d(M, M', \omega) = \frac{e^{-jkR_1}}{4\pi R_1} - \frac{e^{-jkR_2}}{4\pi R_2}$$
(1.33)

avec  $R_1 = \sqrt{(x_M - x_{M'})^2 + (y_M - y_{M'})^2 + (z_M - z_{M'})^2}$  et  $R_2 = \sqrt{(x_M - x_{M''})^2 + (y_M - y_{M''})^2 + (z_M - z_{M''})^2}$ , M' étant le symétrique de M'' par rapport à la surface  $\partial V$ .

Cas de l'holographie plane (PNAH) : Dans cette partie, la méthode de résolution de l'équation (1.32) est présentée pour l'holographie plane, c'est-à-dire pour laquelle les surfaces hologramme et de rétropropagation, sont supposées planes. Les notations précédentes sont conservées comme le montre la figure 1.17. Le plan situé en  $z = z_H$  est l'hologramme où ont lieu les mesures de pression aux points M, il est séparé d'une distance d du second placé en  $z = z_S$ , qui est le plan des sources vers lequel s'effectue la rétropropagation, et qui contient les points M'.



FIGURE 1.17 – Schématisation du plan des sources et de l'hologramme

D'après l'intégrale de Rayleigh, (1.32), la pression en n'importe quel point du plan de l'hologramme  $M(x, y, z_H)$  s'exprime selon un produit de convolution sur les variables x et y, entre la pression  $p(M' \in S)$ , et la fonction de Green  $G'(M, M', \omega) = \frac{\partial G_d(M, M', \omega)}{\partial n}$ , comme le montre l'équation 1.34.

$$p(x, y, z_H, \omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} p(x_{M'}, y_{M'}, z_S, \omega) G'(x - x_{M'}, y - y_{M'}, d, \omega) dx_{M'} dy_{M'}$$
  
=  $p(x, y, z_S) \overset{xy}{**} G'(x, y, d)$  (1.34)

Pour résoudre le problème, il s'agit en premier lieu d'effectuer une transformée de Fourier spatiale selon les deux directions x et y de l'équation (1.34), afin de transformer le produit de convolution en un produit simple. L'opérateur SFT, pour 'spatial Fourier transform', transforme donc une quantité  $\Gamma$  en  $\hat{\Gamma}$ , comme l'explicite l'équation 1.35.

$$\hat{\Gamma}(k_x, k_y, z) = \frac{1}{(2\pi)^2} \int_x \int_y \Gamma(x, y, z) e^{j(k_x x + k_y y)} dx dy$$
(1.35)

Passant dans le domaine des nombres d'onde k, l'équation (1.34) devient :

$$\hat{p}(k_x, k_y, z_H, \omega) = \hat{p}(k_x, k_y, z_S, \omega) \hat{G}'(k_x, k_y, d, \omega)$$
(1.36)

La fonction de Green G', à travers sa transformée de Fourier spatiale, est donc un opérateur permettant d'obtenir la pression acoustique sur n'importe quel plan parallèle à celui de mesure.

Ainsi, concrètement pour la PNAH, les pressions mesurées dans le plan de l'hologramme subissent d'abord une transformée de Fourier temporelle, puis une autre spatiale dans les directions x et y.

$$\hat{p}(k_x, k_y, z = z_H, \omega) = SFT \left( FFT \left( p(x, y, z = z_H, t) \right) \right)$$
(1.37)

Puis, l'opérateur de propagation inverse, qu'est l'inverse de la fonction de Green définie plus tôt, est appliqué sur une distance d afin de rétropropager les pressions au niveau du plan source  $z = z_S$ , toujours dans l'espace des nombres d'ondes k:

$$\hat{p}(k_x, k_y, z = z_S, \omega) = \hat{p}(k_x, k_y, z = z_H, \omega)\hat{G}'^{-1}(k_x, k_y, d, \omega)$$
(1.38)

L'expression de  $\hat{G}^{\prime-1}(k_x, k_y, d, \omega)$  diffère selon que l'onde considérée est propagative ou évanescente, comme le montre l'équation 1.39.

$$\hat{G}^{\prime-1}(k_x,k_y,d,\omega) = \begin{cases} e^{jd\sqrt{k^2 - k_x^2 - k_y^2}} & \text{si } \sqrt{k_x^2 + k_y^2} \le k \text{ Onde propagative} \\ e^{d\sqrt{k_x^2 + k_y^2 - k^2}} & \text{si } \sqrt{k_x^2 + k_y^2} > k \text{ Onde évanescente} \end{cases}$$
(1.39)

Les effets de la rétropropagation sont donc différents selon les deux types d'onde. Pour une onde propagative, pour revenir dans le plan des sources, il s'agit d'effectuer seulement une rotation de phase fonction de  $d\sqrt{k^2 - k_x^2 - k_y^2}$ . En revanche, pour une onde évanescente, puisqu'elle ne se propage pas, son niveau dans le plan de mesure est plus faible que dans celui des sources. C'est pourquoi la rétropropagation joue sur l'amplitude des ondes, en la multipliant par  $e^{d\sqrt{k_x^2 + k_y^2 - k^2}}$ . La figure 1.18 illustre ces mécanismes.

Enfin, une fois que cette opération a eu lieu, il s'agit d'effectuer une transformation de Fourier spatiale inverse, afin d'obtenir le champ de pression dans le domaine spatial, sur le plan source :

$$p(x, y, z_S, \omega) = SFT^{-1}(\hat{p}(k_x, k_y, z_S, \omega)) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \hat{p}(k_x, k_y, z_S, \omega) e^{-j(k_x x + k_y y)} dk_x dk_y \quad (1.40)$$



FIGURE 1.18 – Illustration des effets de la rétropropagation pour des ondes propagatives et évanescentes

**Mesure Pratique :** La pratique crée des singularités par rapport à la théorie. En premier lieu, les mesures réelles introduisent une discrétisation sur une surface de mesure finie, ce qui n'est pas évoqué dans la théorie, puisque le champ acoustique est supposé continu, et infini. Des problèmes de troncature dus à la SFT interviennent ainsi aux bords de la zone de mesure. Ils nécessitent alors d'effectuer des mesures sur une zone plus grande que celle où se trouvent les sources à quantifier. Le 'zero padding' est une technique qui consiste à augmenter artificiellement la taille de la grille de mesures en ajoutant une pression nulle à tous les points extérieurs à l'antenne. Elle permet alors de réduire les effets de bord, cependant il reste nécessaire d'étendre la zone de mesure.

Comme souligné plus tôt, l'amplitude des ondes évanescentes décroît avec la distance au plan des sources d'autant plus rapidement que leur nombre d'ondes est élevé. C'est pourquoi il est nécessaire de mesurer proche des sources sinon ces ondes vont se trouver noyées dans le bruit de mesure. Même en champ proche, le champ est impacté par le bruit de mesure. La rétropropagation va donc amplifier non seulement l'onde évanescente, mais également le bruit de mesure, ce qui peut être préjudiciable pour le niveau des sources reconstruites. Ainsi, il convient de filtrer ces bruits. Le filtre le plus utilisé est celui de Veronesi [72].

La valeur maximale des écarts entre les microphones de la grille selon les deux directions,  $\Delta x$  et  $\Delta y$ , impose la fréquence maximale d'étude. D'après le théorème de Shannon, celle-ci vaut  $f_{max} = \frac{c}{2max(\Delta x, \Delta y)}$ . Puis, l'envergure de la grille L impose la fréquence minimale selon la formule  $f_{min} = \frac{c}{L}$ . L'expression du pouvoir de résolution de l'holographie est également exprimé par Julliard dans sa thèse [36], notamment en fonction de la dynamique de la chaîne de mesure. Par exemple, le pouvoir de résolution est d'environ 2cm pour une dynamique de mesure de 60 dB, une distance entre les deux plans de 5 cm, et ceci à une fréquence de 800 Hz.

### 1.2.2.2 NAH cylindrique et sphérique

L'holographie acoustique de champ proche a été présentée dans le cas d'une surface plane. Cependant, afin de pouvoir rétropropager les quantités acoustiques sur des surfaces autres que des plans, des adaptations à des systèmes de coordonnées cylindriques, ou encore sphériques ont été développées. C'est l'expression de la SFT qui change en fonction de la géométrie, et donc du système de coordonnées utilisé. Wu [78] propose les expressions de la pression, et de la vitesse dans le plan des sources pour les trois types d'holographie : PNAH, CNAH et SNAH.

L'antenne associée à la formulation SNAH est sphérique. Williams [76] a développé et breveté une sphère creuse constituée de 50 microphones, ainsi que le principe de l'holographie sphérique. Le développement théorique est d'ailleurs explicité dans [75] également. L'article [64] présente une mesure réalisée en vol dans une cabine d'avion. Les résultats montrent que l'antenne est capable de recontruire le champ d'intensité autour de la sphère de mesure. Ce type d'instrument est très performant pour déterminer le champ acoustique proche d'une paroi rayonnante et ainsi visualiser les phénomènes acoustiques qui s'y produisent. En effectuant des mesures sur toute une sphère, et en rétropropageant les différentes quantités dans un volume qui englobe cette dernière, la méthode est capable de distinguer les contributions provenant des différentes directions. En revanche, pour obtenir une quantification précise de la puissance injectée par différentes zones, ce moyen de mesure n'est pas adapté, car il nécessite de nombreuses positions de mesure, à la manière des patchs qui peuvent être effectués avec une antenne plane.

Afin d'effectuer de la SNAH, des sphères rigides ont également été développées, comme celle utilisée par Jacobsen dans l'article [34]. Elle mesure 19,5cm de diamètre et comporte 50 microphones. Dans cette article, en plus de la formulation sphérique de la rétropropagation, il s'agit d'exprimer le champ total comme la somme d'un champ incident et d'un autre réfléchi, à la surface de la sphère. L'article s'intéresse à l'hypothèse effectuée selon laquelle la sphère ne perturbe pas le champ acoustique qu'elle mesure. Cette hypothèse s'avère être problématique compte tenu du diamètre de l'antenne, et une prise en compte de ce phénomène notamment à l'aide d'une méthode de type source image est évoquée. La sphère est cependant capable de recontruire le champ de pression créé par une plaque vibrante dans un volume défini autour de la sphère de mesure jusqu'à environ 2kHz.

### 1.2.2.3 SONAH

Afin de régler les problèmes rencontrés au bord du domaine de mesure, une nouvelle méthode intitulée Statistically Optimised NAH a été développée par Hald [26, 6]. Elle vise à effectuer la rétropropagation directement dans le domaine spatial et constitue l'une des dernières innovations dans le domaine de l'holographie.

Pour expliciter cette méthode, il convient de se placer juste avant la SFT dans la démarche présentée plus tôt relative à la théorie de la PNAH.

Soit un point X de coordonnées (x, y, z), pour  $z > z_S$ , le champ de pression au point X peut être écrit comme une somme infinie d'ondes planes élémentaires propagatives ou évanescentes,  $z_S$ désignant toujours le plan des sources :

$$p(X) = \frac{1}{(2\pi)^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \breve{p}(k_x, k_y) \Phi_k(X) dk_x dk_y$$
(1.41)

où  $\Phi_k(x, y, z) = e^{-j(k_x x + k_y y + k_z(z-z_S))}$ , avec  $k_z^2 = k^2 - (k_x^2 + k_y^2)$  qui détermine si l'onde est évanescente ou propagative.

Il est supposé pour la suite que les pressions sont mesurées en N positions sur l'hologramme défini en  $z = z_H$  de coordonnées  $X_{H_n} = (x_n, y_n, z_H), n \in [1, N]$ .

Puis, il s'agit d'exprimer les pressions dans n'importe quel plan, comme une combinaison linéaire des pressions mesurées à l'aide d'un opérateur de propagation  $c_n(X)$ .

$$p(X) \approx \sum_{n=1}^{N} c_n(X) . p(X_{H_n})$$
 (1.42)

La démarche est reproduite pour les fonctions d'ondes élémentaires  $\Phi_k$  :

$$\Phi_{k_m}(X) \approx \sum_{n=1}^{N} c_n(X) \cdot \Phi_{k_m}(X_{H_n}) \text{ avec } m \in [1, M]$$
(1.43)

où m correspond au nombre de fonctions d'ondes intégrées dans le calcul, l'expression étant une approximation dès lors que la somme n'est plus infinie.

En posant  $\mathbf{A} = [\Phi_{k_m}(X_{H_n})], \boldsymbol{\alpha}(X) = [\Phi_{k_m}(X)]$  et  $\boldsymbol{c}(X) = [c_n(X)],$  l'équation (1.43) devient au sens matriciel :

$$\boldsymbol{\alpha}(X) = \mathbf{A}\boldsymbol{c}(X) \tag{1.44}$$

Le but est de déterminer l'opérateur de propagation c(X), afin de l'appliquer à l'équation (1.42). La solution régularisée de (1.43) est alors donnée par l'expression (1.45), où  $\beta$  est le paramètre de régularisation.

$$\boldsymbol{c}(X) = (\mathbf{A}\mathbf{A}^H + \beta \mathbf{I})^{-1}\mathbf{A}^H\boldsymbol{\alpha}(X)$$
(1.45)

La pression ainsi que la vitesse selon l'axe z peuvent alors être reconstruites en n'importe quel point, respectivement avec les équations (1.46) et (1.47).

$$p(X) \approx \sum_{n=1}^{N} c_n(X) \cdot p(X_{H_n}) = {}^{t} \boldsymbol{P}(X_H) \boldsymbol{c}(X) = {}^{t} \boldsymbol{P}(X_H) (\mathbf{A}\mathbf{A}^H + \beta \mathbf{I})^{-1} \mathbf{A}^H \boldsymbol{\alpha}(X)$$
(1.46)

$$u_z(X) = \frac{-1}{j\omega\rho} {}^t \boldsymbol{P}(X_H) (\mathbf{A}\mathbf{A}^H + \beta \mathbf{I})^{-1} \frac{\partial \mathbf{A}^H \boldsymbol{\alpha}(X)}{\partial z} = {}^t \boldsymbol{P}(X_H) (\mathbf{A}\mathbf{A}^H + \beta \mathbf{I})^{-1} \boldsymbol{\kappa}(X)$$
(1.47)

où  $P(X_H)$  est le vecteur des pressions mesurées. Cette technique permet ainsi d'obtenir des résultats sur une zone dépassant la taille de l'antenne utilisée pour les mesures.

De la même manière qu'il existe plusieurs formulations pour la NAH selon le type de coordonnées utilisées, et la forme de l'antenne, SONAH n'est pas réservée exclusivement à des surfaces planes. La référence [10] propose notamment le développement de la théorie SONAH en coordonnées cylindriques. La formulation sphérique de SONAH se rapproche d'une méthode plus connue sous le nom de Helmholtz Equation Least Squares (HELS) exprimée, elle aussi, en coordonnées cylindriques, ou sphériques. Celle-ci a été développée par Wu [78], et a fait l'objet d'étude dans plusieurs publications, notamment [10] et [20]. HELS est différente de SONAH, dans la mesure où la pression mesurée sur l'hologramme est exprimée comme une combinaison linéaire d'ondes sphériques, solutions particulières de l'équation d'Helmholtz. C'est en fait une méthode hybride entre une SNAH, et SONAH, car c'est une formulation holographique sphérique, sans rétropropagation dans le domaine des nombres d'ondes. Cependant, elle diffère de SONAH car elle utilise un propagateur optimisé en fonction des pressions mesurées, et donc 'allégé', quand celui de SONAH est indépendant des entrées.

### 1.2.2.4 Holographie acoustique : autres formulations

D'autres formulations holographiques ont également été développées. Parmi celles-ci, la NAH à références multiples, ou STSF, pour Spatial Transformation of Sound Field peut être citée [18, 22]. Il s'agit d'effectuer une décomposition en composantes principales, afin de scinder le champ total en plusieurs champs parfaitement cohérents, et indépendants les uns des autres. Une fois cette décomposition effectuée, la NAH est appliquée à chacune des composantes principales, puis tous les champs obtenus sont sommés de manière indépendante afin d'obtenir le champ total. En pratique, il est nécessaire de placer des capteurs de référence aux endroits supposés des sources, et de calculer les interspectres entre les microphones de l'antenne et ceux de référence. Cette méthode permet l'utilisation d'une grille incomplète de microphones, ainsi qu'une acquisition séquentielle des données. En revanche, elle conserve les limitations de la NAH, auxquelles il faut ajouter d'autres inconvénients comme celui de placer les capteurs de référence proches des sources, et d'en disposer un nombre égal à celui des sources, ce qui implique un recensement au préalable, et une localisation grossière.

La méthode BAHIM, ou Broad-Band Acoustic Holography from Intensity Measurements, repose sur le même principe que la précédente, à la différence près qu'elle s'affranchit du besoin en capteurs de référence [52, 53]. Il s'agit de mesurer sur un maillage des sources la composante active de l'intensité acoustique en champ proche, ainsi que la pression quadratique. Les contraintes de cette méthode sont alors similaires à celles de l'intensimétrie.

### 1.2.2.5 Avantages/Inconvénients

Utilisée à l'origine pour déterminer des sources de bruit isolées et émergentes, l'holographie peut être théoriquement détournée afin de quantifier la puissance rayonnée par une surface à l'aide de l'intensité normale rétro-propagée. L'un de ses principaux avantages réside dans la multitude des informations qu'elle peut fournir : la pression, la vitesse normale, et ainsi l'intensité normale rétropropagées dans le plan des sources.

En revanche, elle présente un certain nombre d'inconvénients. Pour commencer, l'holographie dans sa formulation classique intégre une SFT, c'est-à-dire qu'elle nécessite une grille complète de microphones et un grand nombre de capteurs. De plus, malgré l'utilisation de SONAH, il est nécessaire d'effectuer des mesures sur toute la surface considérée, ce qui induit un temps de mesure important, et entraîne son application exclusive à des phénomènes relativement stationnaires. Afin de résoudre ce problème, des formulations de l'holographie adaptées aux sources instationnaires ont été développées, telle que la Time Domain Holography introduite par Hald [23, 24], ou l'holographie de champ proche temps réél sur laquelle a travaillé Paillasseur [50]. Cependant, c'est cette fois la dimension de l'antenne de mesure trop petite par rapport à la surface totale de la cavité qui devient limitante. Mais l'inconvénient majeur de cette méthode concerne l'hypothèse de champ libre, implicite à l'holographie. En effet, cette méthode effectue une hypothèse sur la propagation des sources dont le rayonnement est mesuré. Ceci la rend donc peu applicable à des milieux confinés, où cette hypothèse est fausse, mais également à des milieux bruités qui vont alors perturber la mesure. Finalement, elle ne semble pas applicable à la majeure partie des cas industriels in situ. Il faudrait pour cela supposer qu'en mesurant assez proche des sources, le champ acoustique n'est pas pertubé par le champ ambiant.

Cependant, le développement de l'holographie à des antennes différentes telles que des plans à deux couches de microphones, ou des sphères, permet d'atténuer ces problèmes de confinement. L'antenne double couche fait d'ailleurs l'objet d'une étude expérimentale dans le chapitre suivant. Quant aux sphères de mesure, elles permettent de discriminer la direction des diverses contributions puisque la rétropropagation est effectuée en trois dimensions. Parmi celles-ci, l'antenne ouverte est celle qui présente le plus d'intérêt dans la mesure où elle ne perturbe pas le champ acoustique. Cependant, le volume de reconstruction des champs reste très limité. Il est alors nécessaire d'effectuer une multitude de positions pour mesurer proche de toutes les surfaces. Enfin, une nouvelle fois, la taille d'une telle antenne reste un problème dans un espace aussi exigu qu'un cockpit, puisqu'elle doit se positionner très proche des parois à mesurer.

Les moyens de mesure précédents ont en commun l'idée selon laquelle il est nécessaire d'isoler la surface dont ils cherchent à déterminer la puissance rayonnée, du reste de la cavité. Cependant, compte tenu des problèmes liés au confinement et donc à la cavité en elle-même, il apparaît cohérent de se pencher sur des méthodes plus globales, qui modélisent l'environnement de mesure dans son ensemble.

# 1.3 Méthodes d'identification

Cette seconde partie traite des méthodes d'identification. Pour commencer, les méthodes inverses dans leur généralité sont détaillées. Puis, une méthode basée sur la mesure pour déterminer la matrice de transfert entre les sources et les pressions est évoquée. Enfin, la partie se termine en présentant plusieurs méthodes qui utilisent un modèle pour caractériser le comportement de la cavité.

## 1.3.1 Généralités théoriques sur les problèmes inverses

## 1.3.1.1 Principe : Le problème inverse

Le problème inverse est généralement un problème mal posé. Hadamard [21] énonce d'ailleurs les bases d'un problème bien posé en définissant sa solution :

- la solution existe
- la solution est unique
- la solution est stable, c'est-à-dire que de faibles variations d'entrées du problème n'entraînent que de faibles variations de la solution. Ceci inclut la notion de robustesse par rapport à des erreurs de mesure, ou encore de modèle.

Un problème direct est en général bien posé, puisqu'il s'agit d'évaluer les états du système en connaissant les causes, alors que le problème inverse se résume à déterminer les causes, à partir des états. Le premier possède une solution unique, alors que le second peut avoir plusieurs solutions, ou aucune.

Lors de la résolution de tout problème inverse à partir de données mesurées, il faut effectuer une discrétisation de l'espace qui est implicite lorsque l'on place les moyens de mesure m. Le nombre de sources n peut être par exemple imposé par un maillage. Le développement suivant est notamment issu de [38].

L'équation 1.48 pose tout d'abord le problème inverse.

$$\boldsymbol{P}_m = \mathbf{H}_{mn} \cdot \boldsymbol{Q}_n \tag{1.48}$$

où  $P_m$  est le vecteur des m pressions mesurées,  $\mathbf{H}_{mn}$  est la fonction de transfert entre les pressions mesurées et les sources, et  $Q_n$  est le vecteur de puissance des n sources. En général m < n ou m > n, ce qui rend le problème mal conditionné. Dans la suite, les développements théoriques seront effectués dans le cas m > n qui est le plus souvent trouvé dans la littérature. Il est nécessaire de préciser que toutes les quantités sont dépendantes de la fréquence, même si cela n'est pas rappelé à chaque fois. Les dimensions des vecteurs et matrices ne seront également plus systématiquement spécifiées.

Afin d'obtenir Q, il faut inverser  $\mathbf{H}$ , qui doit être, pour que cela soit possible, une matrice carrée, ce qui n'est en général pas le cas. Pour cela, il convient de passer par le calcul de la pseudoinverse, en multipliant les membres de l'équation (1.48) par la matrice  $\mathbf{H}^H$ , matrice hermitienne de  $\mathbf{H}$  (matrice transposée conjuguée).

$$\boldsymbol{Q} = \mathbf{H}^+.\boldsymbol{P} \tag{1.49}$$

où  $\mathbf{H}^+ = (\mathbf{H}^H \cdot \mathbf{H})^{-1} \cdot \mathbf{H}^H$  est donc la pseudo-inverse de la matrice  $\mathbf{H}$ .

L'équation (1.49) fournit la solution Q au sens des moindres carrés. C'est-à-dire que Q n'est plus la solution exacte de l'équation (1.48). Le problème initial qui était de déterminer Q tel que  $P = \mathbf{H}.\mathbf{Q}$  a été reformulé au sens des moindres carrés, il s'agit ensuite de déterminer Q minimisant la quantité  $\|P - \mathbf{H}.Q\|_2$ .

Afin de pouvoir obtenir Q, et résoudre ainsi le problème, il faut que la matrice  $[\mathbf{H}^{H}.\mathbf{H}]$  soit inversible, ce qui conduit à parler du conditionnement du problème.

#### 1.3.1.2 Conditionnement du problème

D'après ce que qui a été dit plus tôt, l'inversibilité de la matrice  $[\mathbf{H}^{H}.\mathbf{H}]$  garantit une solution au problème, au sens des moindres carrés. Ainsi, si elle n'est pas inversible, le problème tel qu'il est posé ne peut être résolu. En général, lorsqu'une matrice  $\mathbf{H}$  est obtenue par mesures, celle-ci est inversible. Cependant, ceci n'est pas un bon point, car l'inversibilité peut être due au bruit de mesure, qui va alors cacher sa singularité.

Un seul critère permet de qualifier de bien ou mal conditionné un système : la stabilité de la solution Q, soumise à de petites perturbations des données d'entrée, ou  $\mathbf{H}$ , ou bien  $\boldsymbol{P}$ . Cette stabilité est intimement liée à l'amplification de l'erreur causée par l'inversion de la matrice  $[\mathbf{H}^{H}.\mathbf{H}]$ , qui peut être quantifiée par le rapport entre ses valeurs propres extrêmes.

Les valeurs singulières de la matrice  $\mathbf{H}$  rectangulaire sont définies comme les racines carrées des valeurs propres de  $[\mathbf{H}^{H}.\mathbf{H}]$ . Puis, dès lors, le nombre de conditionnement est le rapport entre les valeurs singulières maximale et minimale de  $\mathbf{H}$ , ce qui implique qu'il est compris entre 1, et l'infini. Plus ce nombre est grand, plus le problème est mal conditionné, et donc plus le système est instable.  $\mathbf{H}$  est même qualifiée de dégénérée si elle possède des valeurs singulières nulles, ce qui implique alors que  $[\mathbf{H}^{H}.\mathbf{H}]$  n'est pas inversible, et qu'il n'existe pas de solution unique au problème.

En cas de nombre de conditionnement élevé pour une matrice de transfert mesurée, soit :

- le système est inversible bien que mal conditionné
- le système est dégénéré (non inversible), les petites valeurs singulières sont en fait nulles mais rendues non nulles du fait des erreurs de mesure

Il est très difficile de trancher entre ces deux cas de figure, ce qui implique que dans de nombreux cas, le rang du système reste indéterminé.

Les causes d'un mauvais conditionnement sont maintenant détaillées. Pour commencer, le conditionnement d'une matrice rectangulaire, de m lignes et de n colonnes, représente le degré de ressemblance entre les vecteurs colonnes. Chaque colonne de la matrice de transfert représente la réponse, sur les m points de mesure, à une des n excitations recherchées, à la fréquence f. Le conditionnement dépend donc du degré d'indépendance linéaire des m réponses de la structure, dues aux nexcitations. Les conditions pour un bon conditionnement du problème sont listées ci-dessous :

- le nombre de points de mesure doit être supérieur au nombre de points d'excitation et ils doivent être uniformément répartis sur la structure.
- les excitations recherchées doivent être suffisamment espacées pour produire des réponses différentes.
- le nombre de modes participant à la réponse de la structure doit être supérieur, ou égal, au nombre d'efforts, ou de sources recherchés.

Le premier point est contraignant si l'excitation est étendue, ainsi que si la structure est très grande, ou encore si le nombre de capteurs est restreint. Le second l'est également pour la nature des sources que l'on recherche, mais il est possible de le contourner au prix d'une baisse de la résolution. Le troisième point est le plus contraignant, mais il est par exemple satisfait par des méthodes acoustiques de types énergétiques.

Pour améliorer le conditionnement du problème inverse, des méthodes mathématiques ont été développées, se penchant alors sur le conditionnement de la matrice de transfert. Le but de ces méthodes est de faire baisser l'hypersensibilité de la solution aux variations des données d'entrée. Pour cela, deux méthodes sont présentées. Il s'agit de la décomposition en valeurs singulières tronquées, ou TSVD (Truncated singular value decomposition), et la régularisation de Tikhonov. Pour ces deux méthodes, il s'agit d'ajouter un critère de choix sur l'ensemble des solutions potentielles, en insérant un paramètre de régularisation qu'il faut déterminer.

### 1.3.1.3 Décomposition en valeurs singulières tronquées TSVD

Avant d'aborder cette méthode, et parce que cela sera également utile dans la suite, l'équation (1.50) introduit la méthode de décomposition en valeurs singulières, ou SVD.

$$\mathbf{H}_{mn} = \mathbf{U}_{mm} \cdot \mathbf{S}_{mn} \cdot \mathbf{V}_{nn}^{H} \quad avec \quad m > n \tag{1.50}$$

où  $\mathbf{U}_{mm}^{H}$ . $\mathbf{U}_{mm} = \mathbf{I}_{mm}$  et  $\mathbf{V}_{nn}^{H}$ . $\mathbf{V}_{nn} = \mathbf{I}_{nn}$ . Soit r le rang de la matrice  $\mathbf{H}$ ,  $\mathbf{S}_{[1:r,1:r]}$  est la matrice diagonale contenant les r valeurs singulières de  $\mathbf{H}_{mn}$  classées par ordre décroissant.

$$\mathbf{S}_{mn} = \begin{bmatrix} \mathbf{S}_{[1:r,1:r]} \cdots \mathbf{0} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} \end{bmatrix}$$
(1.51)

A l'aide de cette formulation et de Moore-Penrose, il est possible d'exprimer avec l'équation (1.52) la pseudo inverse de la matrice de transfert calculée à partir de sa SVD.

$$\mathbf{H}_{mn}^{+} = \mathbf{V}_{nn} \cdot \mathbf{S}_{mn}^{+} \cdot \mathbf{U}_{mn}^{H} \tag{1.52}$$

avec

$$\mathbf{S}_{mn}^{+} = \begin{bmatrix} \mathbf{S}_{[1:r,1:r]}^{-1} \cdots \mathbf{0} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} \end{bmatrix}$$
(1.53)

D'après les équations (1.52) et (1.53), les plus petites valeurs singulières de la matrice de transfert sont responsables de l'hypersensibilité de l'inversion. En effet, de petites valeurs dans  $\mathbf{S}$  vont se retrouver très grandes dans  $\mathbf{S}^{-1}$ , et créer ainsi une erreur importante au niveau de  $\mathbf{H}^+$ . Le but de la TSVD est alors d'annuler les plus petites valeurs de cette décomposition. Mais pour cela, il s'agit de fixer un seuil, c'est-à-dire de définir un paramètre de régularisation en tenant compte du niveau d'incertitude des fonctions de transfert composant  $\mathbf{H}$ .

Si p est le nombre de valeurs singulières retenues, la pseudo inverse de la matrice  $\mathbf{H}$  s'écrit comme dans l'équation (1.54).

$$\mathbf{H}_{mn}^{+} = \mathbf{V}_{np} \cdot \mathbf{S}_{pp}^{-1} \cdot \mathbf{U}_{mp}^{H}$$
(1.54)

#### 1.3.1.4 Régularisation de Tikhonov

Comme la TSVD, la régularisation de Tikhonov va ajouter un critère sur la norme de la solution, en introduisant un paramètre  $\beta$  ([69], [70]). Une nouvelle formulation du problème initial au sens des moindres carrés va alors être de 'déterminer  $\boldsymbol{Q}$  minimisant la quantité  $\|\boldsymbol{P} - \mathbf{H}\boldsymbol{Q}\| + \beta \|\boldsymbol{Q}\|$ ', où il est rappelé que,  $\boldsymbol{P}, \mathbf{H}, \boldsymbol{Q}$  et  $\beta$  dépendent de la fréquence f.

Dans cette formulation,  $\beta$  est le paramètre de la régularisation. C'est un réel positif qui va pondérer de manière plus ou moins importante  $\|Q\|$  lors du processus de minimisation. Matriciellement, l'équation (1.55) traduit la régularisation de Tikhonov.

$$\boldsymbol{Q}_{n} = \left(\mathbf{H}_{mn}^{H} \cdot \mathbf{H}_{mn} + \beta \cdot \mathbf{I}_{nn}\right)^{-1} \cdot \mathbf{H}_{mn}^{H} \cdot \boldsymbol{P}_{m}$$
(1.55)

D'après l'équation (1.55),  $\beta$  s'applique sur les valeurs diagonales de la matrice  $\mathbf{H}_{mn}^{H}$ . Pour voir précisément son impact, la TSVD et la régularisation de Tikhonov sont comparées.

Pour cela, il est nécessaire de rappeler, tout d'abord, sans préciser les tailles des éléments concernés, que d'après la SVD :  $\mathbf{H} = \mathbf{U}.\mathbf{S}.\mathbf{V}^H$  soit  $\mathbf{H}^H = \mathbf{V}.\mathbf{S}^H.\mathbf{U}^H$  donc  $\mathbf{H}^H.\mathbf{H} = \mathbf{V}.\mathbf{S}^H.\mathbf{U}^H.\mathbf{U}.\mathbf{S}.\mathbf{V}^H = \mathbf{V}.\mathbf{S}^2.\mathbf{V}^H$ 

L'équation (1.56) reprend la formulation de la régularisation de Tikhonov de l'équation (1.55) en introduisant la SVD :

$$\boldsymbol{Q} = \left( \mathbf{V}.\mathbf{S}^{2}.\mathbf{V}^{H} + \beta.\mathbf{I} \right)^{-1}.\mathbf{V}.\mathbf{S}.\mathbf{U}^{H}.\boldsymbol{P}$$
(1.56)

Sachant que  $\beta$ .**I** =  $\beta$ .**V**.**V**<sup>*H*</sup>.**I**.**V**.**V**<sup>*H*</sup> =  $\beta$ .**V**.**I**.**V**<sup>*H*</sup>, l'équation (1.57) découlant de (1.56) est obtenue.

$$\boldsymbol{Q} = \mathbf{V}.\left(\mathbf{S}^{2} + \beta.\mathbf{I}\right)^{-1}.\mathbf{S}.\mathbf{U}^{H}.\boldsymbol{P} = \mathbf{V}.\mathbf{S}_{bis}^{-1}.\mathbf{U}^{H}.\boldsymbol{P}$$
(1.57)

avec  $\mathbf{S}_{bis} = \mathbf{S} + \beta . \mathbf{S}^{-1}$ .

Ainsi, la régularisation de Tikhonov est une opération d'altération des valeurs singulières, puisque si l'on considère  $S_i$ , un élément de la diagonale de **S** qui doit être inversé, avec Tikhonov c'est  $S_i + \frac{\beta}{S_i}$  qui va être inversé. Ainsi, plus la valeur singulière est petite, plus  $\beta$  va la rehausser, évitant une divergence, et plus elle est grande, plus le paramètre n'aura que peu d'influence. Contrairement à la TSVD, la régularisation de tikhonov ne tronque pas les valeurs singulières, mais les réhausse pour éviter tout problème lors de l'inversion.

### 1.3.1.5 Choix du paramètre de régularisation

L'étape critique, lorsque l'on utilise ce genre de technique, est la détermination du seuil à partir duquel les valeurs singulières sont tronquées, ou du paramètre de régularisation.

Pour la TSVD, le paramètre de régularisation est en fait une valeur seuil, à partir de laquelle les valeurs singulières qui sont inférieures vont être négligées. Cette valeur peut être conditionnée, par exemple, par la plus forte valeur singulière. Romano et Lopez, dans [61], rejettent les valeurs singulières inférieures à 10% de la valeur la plus grande.

Une autre méthode consiste à estimer l'erreur qui entâche la fonction de transfert. [48] exprime les bornes d'erreur sur les valeurs singulières d'une matrice, en fonction de l'incertitude sur les quantités qui la constituent. Par exemple, pour une fonction obtenue par mesures, il est possible de fixer une valeur seuil en fonction du bruit de mesure présent.

Concernant la régularisation de Tikhonov, deux méthodes permettent de déterminer le paramètre  $\beta$  optimal pour la régularisation. En effet, il s'agit de trouver un compromis entre l'erreur de régularisation, qui correspond à un excès de régularisation (le Q déterminé ne s'adaptera pas à P), et l'erreur de perturbation, qui correspond à un défaut de régularisation (les erreurs induites par la détermination de la fonction de transfert ne sont pas atténuées).

La première méthode présentée est la GCV, ou Generalized Cross Validation [37]. Il s'agit de minimiser la fonction GCV, définie par l'équation (1.58):

$$GCV(\beta) = \frac{\frac{1}{n} \left\| \left[ \mathbf{I} - \mathbf{H} (\mathbf{H}^{H} \cdot \mathbf{H} + \beta \cdot \mathbf{I})^{-1} \cdot \mathbf{H}^{H} \right] \cdot \boldsymbol{P} \right\|^{2}}{\left[ \frac{1}{n} \cdot Tr(\mathbf{I} - \mathbf{H} (\mathbf{H}^{H} \cdot \mathbf{H} + \beta \cdot \mathbf{I})^{-1} \cdot \mathbf{H}^{H}) \right]^{2}}$$
(1.58)

D'après (1.58), le numérateur de la fonction GCV exprime l'erreur de reconstruction de la pression, calculée à partir de la solution régularisée des sources. Le dénominateur quant à lui,



FIGURE 1.19 – Illustration de la méthode de la minimisation de la fonction GCV pour la détermination du paramètre de régularisation pour la méthode de Tikhonov

quantifie la perturbation causée par la régularisation. Le but est alors de trouver le paramètre  $\beta$  qui minimise cette fonction, comme illustré par la figure 1.19 extraite de [37].

Une autre méthode présentée ici pour déterminer le paramètre de régularisation est celle de la courbe en L, ou L-curve [60, 29, 37]. D'après ce qui précède, l'introduction du paramètre  $\beta$ permet d'effectuer un compromis entre la minimisation de  $\|Q\|$ , et celle de  $\|P - \mathbf{H}.Q\|$ , c'est-à-dire entre éliminer assez d'incertitudes présentes dans la fonction de transfert, et ne pas perdre trop d'informations dans la solution trouvée.

Sont alors définis la norme de  $\boldsymbol{Q}$ :  $\eta(\beta) = \|\boldsymbol{Q}\|$ , le résidu  $\rho(\beta) = \|\boldsymbol{P} - \mathbf{H} \cdot \boldsymbol{Q}\|$ , ainsi que le résidu normé  $\rho_n(\beta) = \frac{\|\boldsymbol{P} - \mathbf{H} \cdot \boldsymbol{Q}\|}{\|\boldsymbol{P}\|}$ .

La figure 1.20, également extraite de [37], présente le type de résultat que l'on obtient en traçant  $\eta$  en fonction de  $\rho_n$ , en échelle logarithmique.



FIGURE 1.20 – Illustration de la méthode de la courbe en L pour la détermination du paramètre de régularisation pour la méthode de Tikhonov

Sur la figure 1.20, deux zones bien distinctes peuvent être distinguées. La première, verticale, correspond à une chute de  $\eta$ , alors que dans le même temps  $\rho_n$  n'augmente pas. Plus on se situe haut sur cette partie, moins la solution est régularisée. La deuxième partie de la courbe est horizontale. Elle est caractérisée par une augmentation de  $\rho_n$  pendant que  $\eta$  diminue.

La partie verticale correspond à la perturbation de la solution régularisée par des erreurs issues

de la fonction de transfert, lors de la division par des petites valeurs propres : le paramètre  $\beta$  est trop faible, la solution n'est pas assez régularisée. La partie horizontale met en exergue l'erreur de régularisation, c'est-à-dire qu'elle est grande lorsque le paramètre  $\beta$  est trop important.

Le point optimal  $\beta_{LC}$  est indiqué sur la figure 1.20. Il correspond à l'endroit où la courbure de la courbe en L est maximale :  $\eta$  est réduit, et dans le même temps  $\rho_n$  est très peu étendu. Numériquement, ce point peut donc être obtenu en maximisant la courbure de la courbe, donnée par l'équation (1.59) :

$$L(\beta) = \frac{(\tilde{\rho}'.\tilde{\eta}'' - \tilde{\rho}''.\tilde{\eta}')}{((\tilde{\rho}')^2 + (\tilde{\eta}')^2)^{\frac{3}{2}}} \quad avec \quad \tilde{\rho} = \log \rho \quad et \quad \tilde{\eta} = \log \eta \tag{1.59}$$

Si l'on doit comparer ces deux techniques de détermination du paramètre  $\beta$ , la méthode de minimisation de la fonction GCV donne une meilleure régularisation pour des problèmes mal conditionnés, assez peu bruités par la mesure. La méthode de la courbe en L est, quant à elle, meilleure quand le problème est plutôt mieux conditionné, mais qu'il est dominé par des erreurs, comme du bruit de mesure.

### 1.3.1.6 Avantages/Inconvénients

Ces outils semblent efficaces pour permettre l'inversion de systèmes a priori problématiques. Cependant, il existe des limites à la régularisation mathématique. Selon Lanczos, 'a lack of information cannot be remedied by any mathematical trickery', ce qui a le mérite de ne nécessiter aucune autre explication.

Le premier défaut qui peut être pointé du doigt, réside dans le fait de choisir une solution, parmi une infinité, qui répond à un critère de minimisation de norme, mais qui n'est pas forcément la solution la plus proche de la réalité. De plus, il convient de s'interroger sur l'importance à accorder à la détermination mathématique exacte de la solution, quand les éléments qui permettent de la déterminer sont entâchés d'erreurs. Cette réflexion mène à la notion de quasi- solution, car il existe effectivement deux types d'erreur dans ces méthodes d'inversion de problème. Tout d'abord, l'erreur de mesure, qui va perturber les réponses enregistrées et contenues dans le vecteur  $\boldsymbol{P}$ , mais aussi éventuellement dans la matrice de transfert si celle-ci est mesurée. On trouve également l'erreur de biais, qui ne concerne, elle, que la matrice de transfert, qu'elle soit mesurée, ou calculée. Dans le cas où elle est mesurée, ces erreurs sont dues à des variations de la structure, ou du milieu, entre l'acquisition expérimentale des composants de la matrice, et l'acquisition des réponses. Si elle est calculée, l'erreur va trouver son origine dans la différence entre le modèle numérique utilisé, et la structure réelle.

L'erreur de mesure est chiffrable, l'erreur de biais, quant à elle, ne l'est pas vraiment, alors qu'elle peut être beaucoup plus handicapante. Cependant la majorité des travaux ne tiennent compte que de l'erreur de mesure. Ils ne donnent alors pas une marge d'erreur sur les sources réelles, mais sur des pseudo sources, que l'on peut définir comme les sources à considérer pour reproduire la réponse acoustique de la structure réelle. Ainsi, l'incertitude sur les pseudos sources est due à l'erreur de mesure, alors que l'écart entre pseudo sources, et sources réelles, est dû à l'erreur de biais.

A la fin de l'inversion du problème, une solution avec une marge d'incertitude vis à vis des pseudos sources est obtenue. Finalement, cette incertitude est due à l'erreur de mesure des données d'entrée, ainsi qu'au facteur amplification apporté par l'inversion de la matrice.

## 1.3.2 IFRF

Dans ces généralités techniques sur les méthodes inverses, il a été évoqué le fait que la matrice **H** peut être obtenue par le calcul, ou la mesure. La méthode empirique est présentée dans ce paragraphe. Comme toutes les méthodes qui seront abordées dans la suite, la méthode IFRF, pour Inverse Frequency Response Function, fait l'hypothèse d'une relation linéaire entre le vecteur sources et celui de mesure. Plus précisément, elle lie la puissance des sources aux pressions mesurées. Afin d'obtenir la matrice **H** pour chaque fréquence considérée, la méthode consiste à placer des sources de référence dans le système, et à mesurer les pressions résultantes en différents endroits. La matrice **H** contient donc les données relatives à la propagation du son dans la cavité d'étude, pour les sources de référence. Une fois la matrice déterminée, il ne reste qu'à se placer dans le cas réél où les vraies sources émettent, et à mesurer les pressions aux mêmes endroits que précédemment. En résolvant le problème inverse, il va alors être possible d'obtenir la puissance des sources réelles placées aux emplacements des sources de référence.

Cependant, bien que cette technique possède l'avantage de prendre en compte la géométrie du milieu, et donc le confinement et les réflexions associées, et ainsi de n'effectuer aucune hypothèse de propagation, elle nécessite de connaître l'emplacement des sources réelles pour y placer les sources de référence. De plus, la méthode impose une discrétisation des sources rendue difficile notamment dans le cas d'un avion en vol, où les mécanismes de bruit sont induits par des distributions de sources. Outre ce problème lié à l'emplacement et au nombre des sources, il est également nécessaire que les sources de référence possèdent les mêmes caractéristiques que les sources réelles en termes de directivité par exemple, et que seule la puissance diffère. Enfin, il est crucial de ne pas oublier de source importante, ce qui impose une connaissance précise de l'environnement étudié, ou une distribution homogène et reserrée des sources de référence lors de la mesure des fonctions de transfert et ajoute ainsi à la complexité de l'essai.

La matrice **H** peut être mesurée, comme précédemment, ou il est également possible de l'évaluer à l'aide d'un modèle de propagation, ou de répartition d'énergie. Les méthodes qui utilisent de telles techniques sont abordées dans la suite.

## 1.3.3 IBEM

### 1.3.3.1 Théorie

Il existe deux formulations inverses basées sur des élements de frontières. La méthode IBEM, pour Inverse Boundary Element Method, qui est principalement détaillée ici, et la méthode ISLF, pour Inverse Single Layer Formulation.

L'IBEM se base sur la méthode directe BEM. La théorie de cette dernière repose sur la formulation intégrale de l'équation des ondes, mais comme le montre la figure 1.21, tirée de [73], elle requiert seulement la modélisation de la frontière de l'objet rayonnant, plutôt que celle du fluide entier, et elle peut être appliquée aussi bien à des problèmes intérieurs, qu'extérieurs.

La BEM est une méthode utilisée régulièrement pour résoudre des problèmes de rayonnement acoustique aux basses, et moyennes fréquences. La première étape consiste à créer la surface source, et à définir le maillage en fonction du champ que l'on veut déterminer. Puis, comme il a déjà été évoqué, la formulation se base sur l'équation de Helmholtz intégrale, et relie la pression en un point M du champ, à la pression et à la vitesse normale en un point O de la surface source S:

$$\gamma_0(M)p(M) = \int_S \left\{ \frac{\partial G(r)}{\partial n} p(O) - G(r) \frac{\partial p(O)}{\partial n} \right\} dS$$
(1.60)



FIGURE 1.21 – Présentation des maillages pour des problèmes extérieurs et intérieurs traités avec BEM

où r est la distance entre M et O,  $\gamma_0(M)$  est le rapport de l'angle solide occupé par le fluide sur  $4\pi$  (par exemple il vaut 1 si M est entièrement dans le fluide, 0,5 si M est sur la surface), et G(r) est la fonction de Green définie par :

$$G(r) = \frac{e^{-jkr}}{4\pi r} \tag{1.61}$$

Puis, d'après [35], l'équation (1.60) devient :

$$\gamma_0(M)p(M) = \int_S \left\{ \frac{\partial G(r)}{\partial n} p(O) + j\omega\rho G(r)v_n(O) \right\} dS$$
(1.62)

L'équation (1.62) est ensuite appliquée aux points constituant la surface S, puis discrétisée, ce qui donne :

$$\mathbf{A}\boldsymbol{p}_S + \mathbf{B}\boldsymbol{v}_S = 0 \tag{1.63}$$

où  $p_S$  est le vecteur des pressions sur la surface, et  $v_S$  celui des vitesses normales. Quant à  $\mathbf{A}$  et  $\mathbf{B}$ , ce sont les matrices qui contiennent les termes relatifs aux intégrales sur la surface S de la fonction de Green, et de sa dérivée normale.

De même, pour tous les points M du champ, on obtient l'équation suivante :

$$\boldsymbol{p}_C = \mathbf{A}^C \boldsymbol{p}_S + \mathbf{B}^C \boldsymbol{v}_S \tag{1.64}$$

où  $p_C$  est le vecteur des pressions dans le champ, et  $\mathbf{A}^C$  et  $\mathbf{B}^C$ , sont les matrices qui contiennent les termes relatifs aux intégrales sur la surface S de la fonction de Green et de sa dérivée normale pour chaque point M du champ.

L'IBEM est basée sur une formulation BEM du problème, et consiste donc à faire fonctionner la méthode en inverse. Le but étant de relier les pressions mesurées dans le fluide à l'aide de microphones placés en champ proche p, aux vitesses normales en chaque noeud du maillage  $v_n$ qui constituent donc les inconnues. A l'aide des équations (1.63) et (1.64), déterminées par la formulation BEM, la formulation inverse (1.65) est obtenue.

$$\boldsymbol{p}_C = \left(-\mathbf{A}^C (\mathbf{A}^{-1}\mathbf{B} + \mathbf{B}^C) \, \boldsymbol{v}_S = \mathbf{H} \cdot \boldsymbol{v}_S \tag{1.65}\right)$$

La deuxième formulation inverse est appelée ISLF. Elle est basée sur la SLF (Single Layer Formulation), qui fait l'hypothèse d'une distribution de monopôles sur la surface S:

$$p(M) = \int_{S} G(r)\mu(O)dS \tag{1.66}$$

où G est la fonction de Green définie en (1.61), et  $\mu$  est une distribution de sources sur la surface S.

Si le même schéma de discrétisation est utilisé qu'avec la formulation précédente, l'équation (1.67) peut être écrite.

$$\boldsymbol{p}_C = \mathbf{B}^C \boldsymbol{\mu} \tag{1.67}$$

L'équation (1.67) permet de déterminer la distribution de monopôles dans le cas inverse. Il est ensuite nécessaire d'utiliser une relation liant cette distribution à la vitesse normale pour obtenir cette dernière, en chaque point de la surface.

### 1.3.3.2 Exemple d'utilisation

Un exemple d'application de la méthode IBEM dans une cavité d'avion est présenté dans l'article [64]. Il s'agit d'une des trois techniques de mesure testées en vol dans un Boeing 777-300 avec la SNAH en sphère ouverte, et l'intensimétrie. Plus précisément, la méthode mise en oeuvre est la PATCH-IBEM NAH. Celle-ci consiste à alimenter le modèle inverse à l'aide de mesures de pression réalisées par patch, avec une antenne de mesure du même type que celles utilisées en NAH. La partie maillée sur laquelle les sources sont recherchées est un panneau de la cabine contenant un hublot. Les résultats obtenus sont comparés avec ceux fournis par une sphère ouverte associée à la SNAH. Les champs d'intensité déterminés par les deux méthodes sont relativement proches, en ce qui concerne leur orientation, car aucune échelle n'est indiquée. Cependant, la méthode ne permet pas de s'affranchir du bruit ambiant et par conséquent du confinement puisque la surface sur laquelle les sources sont déterminées correspond à une petite partie de la cavité. De plus, l'effet de la fréquence est important sur la méthode, notamment sur le nombre de sources ainsi que sur la quantité des points de mesure.

### 1.3.3.3 Limites

D'après [35], les deux méthodes IBEM et ISLF fournissent des résultats comparables, à la différence près que l'ISLF est plus sensible à la nature réelle des sources, mais elle est également beaucoup plus facile, et rapide, à mettre en oeuvre. La méthode IBEM est une méthode assez robuste pour la détermination des vitesses normales en chaque noeud de la surface, à partir de mesures de pression en champ proche. Concernant les problèmes intérieurs qui correspondent au cadre d'étude de ce mémoire, il est nécessaire de mailler toute la surface de la cavité afin de prendre en compte les contributions de chacune des sources [64]. Enfin, comme pour tout modèle utilisant un maillage, l'erreur augmente avec la fréquence, et ce type de méthode reste cantonné aux basses et moyennes fréquences, dans la mesure où plus cette dernière augmente, plus le maillage doit être fin, et donc coûteux.

### 1.3.4 IFEM

### 1.3.4.1 Théorie

Tout comme l'IBEM, l'IFEM, pour Inverse Finite Elements method, utilise la discrétisation du système en éléments, et se base sur un modèle direct qu'elle fait fonctionner en inverse. Cependant,

l'analogie s'arrête là puisque ce modèle FEM ne se base pas sur des éléments de frontière, mais sur des éléments finis de volume. Ainsi, comme le montre la figure 1.22, c'est toute la cavité contenant le fluide qui est maillée, dans le cas d'un problème intérieur.



FIGURE 1.22 – Présentation des maillages pour des problèmes extérieurs et intérieurs traités avec FEM

La FEM, pour un problème acoustique, vise à résoudre l'équation de Helmholtz, comme présenté dans [74] et [1], par une implémentation numérique éléments finis. L'équation 1.68 la présente dans le cas d'un problème harmonique :

$$\nabla^2 p(X,\omega) + k^2 p(X,\omega) = 0 \tag{1.68}$$

avec X = (x, y, z)

Puis, il s'agit d'ajouter des conditions limites, pour les pressions, sur une surface, ce sont des conditions de Dirichlet, pour des vitesses normales, sur une surface, ce sont des conditions de Neumann. Il faut noter que dans le cas de problèmes extérieurs, la condition de Sommerfeld est utilisée à l'infini, car l'utilisation d'un maillage infini est impossible. Enfin, la discrétisation de l'équation (1.68) en chaque noeud, conduit, comme dans [74], à un système de la forme :

$$\mathbf{K}\boldsymbol{p} = \boldsymbol{v} \tag{1.69}$$

où K est la matrice de raideur, p est le vecteur des pressions, et v est un vecteur proportionnel à la vitesse dans le champ acoustique, en chaque noeud du maillage. Comme l'IBEM, l'IFEM fait fonctionner ce modèle en inverse, l'alimentant avec des mesures de pression obtenues en certains noeuds du maillage volumique.

### 1.3.4.2 Exemple d'utilisation

Comme exemple d'utilisation, les résultats obtenus dans [74], où il s'agit de valider un modèle FEM dans un fuselage d'avion où sont placées 7172 positions de microphone, espacées de 17cm chacune sont présentés. Sur la figure 1.23, les dimensions du tronçon de cabine, ainsi que le maillage peuvent être aperçus.

La fréquence maximale testée est de 300 Hz. Le but de la manipulation est de valider le modèle FEM en plaçant une source dans la cabine, et en mesurant les pressions sur une tranche du maillage, et enfin en les comparant avec les pressions prévues par le modèle. Une fois le modèle validé, l'IFEM est testée en l'appliquant aux pressions mesurées afin de vérifier si les sources sont bien retrouvées. Le maillage est composé de 27047 points, dont 9895 dans le domaine. C'est en ces points que la pression a été utilisée. Cependant, certaines ont été interpolées linéairement à partir des 7172 mesures.



FIGURE 1.23 – Présentation de la maquette (a,c) et du maillage utilisé (b,d)

Les résultats à 90Hz sont présentés pour deux méthodes de régularisation, Conjugated Gradient Least Squares (CGLS), et Tikhonov :



 ${\rm FIGURE}$  1.24 – Résultats de la méthode IFEM pour deux méthodes de régularisation : a.CGLS - b.Tikhonov

La position de la source placée dans un coin de la maquette peut alors être repérée de manière assez précise.

### 1.3.4.3 Limites

La méthode IFEM permet de localiser les sources de bruit dans le volume maillé, mais également de les quantifier. Cependant, elle requiert un maillage très important qui induit un nombre de mesures considérable, compte tenu de la plage de fréquence qu'il est possible de traiter. Une méthode consistant à interpoler de manière linéaire les pressions non mesurées en certains points du maillage permet de légèrement réduire cette lourdeur, cependant au détriment de la précision. Autant le modèle FEM est très répandu dans les problèmes industriels, où le principal problème n'est alors que le temps de calcul, autant l'IFEM induit non seulement le même inconvénient, mais également un temps d'installation et de mesure conséquent, sans parler de la nécessité de disposer du matériel nécessaire à toutes les mesures. Cette méthode est donc largement perfectible au niveau de ces aspects là, le but premier étant de réduire sa complexité de mise en oeuvre, et de réalisation.

## 1.3.5 SEA

## 1.3.5.1 Théorie

La SEA, ou Statistical Energy Analysis, est basée sur la décomposition d'une structure complexe en sous-systèmes et sur l'analyse des énergies moyennes échangées, dissipées, et stockées. Elle trouve ses origines dans les articles [40, 41, 43] de Lyon et Maidanik en 1975, où ceux-ci démontrent que le flux d'énergie entre deux oscillateurs couplés est proportionnel à la différence entre leurs énergies actuelles.

Les hypothèses d'application de cette méthode sont néanmoins très contraignantes :

- 1. la méthode détermine l'énergie mécanique moyenne dans chaque sous-système
- 2. les grandeurs sont déterminées sur une bande fréquentielle répartie autour d'une fréquence centrale
- 3. les sous-systèmes sont élastiques, linéaires, bornés et couplés linéairement
- 4. les sous-systèmes sont excités de manière homogène par des sources décorrélées
- 5. la bande de fréquence est caractérisée par une forte densité modale
- 6. l'énergie est équirépartie sur ces modes
- 7. ces modes sont répartis uniformément sur la bande de fréquence considérée
- 8. le facteur de dissipation de chaque sous-système est faible, et constant sur la bande de fréquence
- 9. le couplage entre les sous-systèmes est conservatif
- 10. le couplage entre les sous-systèmes est faible et constant sur la bande de fréquence
- 11. les forces d'excitations sont large-bande, et décorrélées entre elles



FIGURE 1.25 – Exemple d'une structure formée de deux sous-systèmes modélisée par SEA

D'après cette méthode, l'énergie est donc moyennée en fréquence, et sur chaque sous-système. Il en est bien sûr de même des variables d'entrée, les puissances injectées, qui sont des grandeurs quadratiques. Les inconnues sont les énergies des sous-systèmes, également doublement moyennées. Pour les déterminer, il faut disposer des facteurs de perte interne de chaque sous-système, ainsi que des facteurs de perte par couplage entre ceux-ci [42].
La figure 1.25 présente un exemple d'illustration dans le cas de deux sous-systèmes.  $E_1$  et  $E_2$  sont les énergies,  $\Pi_1^{inj}$  et  $\Pi_2^{inj}$  les puissances injectées, et  $\eta_1$  et  $\eta_2$  les coefficients de perte pour chaque sous-système. Enfin,  $\eta_{12}$  est le coefficient de perte par couplage de 1 vers 2, et  $\eta_{21}$  celui de 2 vers 1.

Dans le cas général où l'on considère N sous-systèmes, l'équation énergétique qui régit les échanges en régime stationnaire est donnée par (1.70).

$$\Pi_i^{inj} = \eta_i \omega E_i + \sum_j \eta_{ij} \omega E_i - \sum_j \eta_{ji} \omega E_j$$
(1.70)

où comme précédemment, les  $E_i$  sont les énergies des sous-systèmes, les  $\eta_i$  sont les coefficients de dissipation interne, et les  $\eta_{ij}$  les coefficients de perte par couplage. Les coefficients  $\eta_i$  caractérisent les sources de dissipation de l'énergie internes au sous-sytème *i*, telles que l'amortissement structural ou l'effet de rayonnement dans le cas acoustique. L'équation (1.70) peut se mettre sous forme matricielle (1.71).

$$\begin{bmatrix} \Pi_{1}^{nnj} \\ \Pi_{2}^{inj} \\ \vdots \\ \Pi_{N}^{inj} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \eta_{11} & -\eta_{21} & \cdots & -\eta_{N1} \\ \eta_{12} & -\eta_{22} & \cdots & -\eta_{N2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \eta_{1N} & -\eta_{2N} & \cdots & -\eta_{NN} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega E_{1} \\ \omega E_{2} \\ \vdots \\ \omega E_{N} \end{bmatrix} \quad avec \quad \eta_{ii} = \eta_{i} + \sum_{k=1, k \neq i}^{N} \eta_{ik} \quad (1.71)$$

La détermination des coefficients de perte par couplage  $\eta_{ij}$  constitue une difficulté importante pour l'application de la méthode. Cependant, la relation de réciprocité (1.72) qui lie la densité modale  $n_i$  de chaque sous-système aux coefficients de perte par couplage, permet de ne pas devoir déterminer entièrement ces derniers.

$$n_i \eta_{ij} = n_j \eta_j i \tag{1.72}$$

A l'aide de la formulation matricielle établie (1.71), plusieurs approches sont possibles. En connaissant les facteurs de perte et de dissipation, la répartition de l'énergie entre les différents sous-systèmes peut être simulée en fonction de la puissance qui y est injectée. Si cette dernière est connue, tout comme les facteurs de dissipation, et qu'il est possible de mesurer l'énergie de chaque sous-système, les coefficients de pertes peuvent alors être déduits, c'est la méthode PIM, pour Power Injected Method. Enfin, à l'aide de ces coefficients et de la mesure des énergies de chaque sous-système, la puissance injectée dans chacun d'eux peut être évaluée. C'est cet aspect là qui répondrait à la problématique traitée dans ce mémoire.

Les hypothèses très exigeantes à l'application de cette méthode la contraignent dans son utilisation. En effet, les structures de petite taille ou de grande raideur qui vont présenter une faible densité modale sont exclues du cadre d'utilisation. De même que celles possédant un amortissement trop important, et qui vont présenter une répartition spatiale de l'énergie non homogène.

#### 1.3.5.2 Analogie avec la théorie de Sabine

La théorie de Sabine, développée pour l'acoustique des salles bien avant la SEA, présente de nombreuses similitudes avec cette dernière. Considérons une cavité fermée de volume V, dont les différentes parois de surface  $S_i$  ont un coefficient moyen d'absorption énergétique  $\alpha_{S_i}$ . L'aire d'absorption équivalente A est définie par  $A = \sum_i \alpha_{S_i} S_i$ . Sabine suppose que l'énergie est uniformément répartie à l'intérieur de la cavité sous la forme d'un champ acoustique diffus.

D'après la thèse [63], la densité d'énergie W dans la cavité, et l'intensité efficace de Sabine  $I_{Sab}$  traversant une surface élémentaire définie dans la cavité en provenance d'un des demi-espaces délimités par cette surface, sont liées par la relation (1.73).

$$I_{Sab} = \frac{c_0}{4}W \tag{1.73}$$

Cette intensité est bien une intensité efficace dans la mesure où l'hypothèse de champ diffus inhérente à la théorie impose la nullité du vecteur intensité moyen en chaque point de la cavité. Si l'on considère une surface élémentaire dS sur la paroi de la cavité d'absorption  $\alpha_S$ , la puissance dissipée  $\pi_{diss}$  s'exprime à l'aide de l'intensité de Sabine, (1.74).

$$\pi_{diss} = \alpha_S . I_{Sab} . dS \tag{1.74}$$

Le bilan énergétique s'écrit ensuite selon l'équation (1.75):

$$\Pi^{inj} = V \frac{dW}{dt} + \frac{Ac_0}{4}W \tag{1.75}$$

où W est la densité d'énergie moyenne dans la cavité. Dans le cas stationnaire, l'énergie acoustique moyenne est reliée de manière très simple à la puissance injectée dans le système, (1.76):

$$W_{sab} = \frac{4\Pi^{inj}}{Ac_0} \tag{1.76}$$

Après l'extinction de la source, la décroissance du champ dont le comportement est modélisé par l'équation (1.75) est gouvernée par (1.77):

$$W(t) = W_{Sab}e^{-t/\tau} \quad avec \ \tau = \frac{4V}{Ac_0} \tag{1.77}$$

Le  $TR_{60}$ , qui correspond au temps que met le niveau sonore du champ pour décroître de 60 dB, peut également être exprimé en fonction des caractéristiques de la salle (1.78) :

$$TR_{60} = \frac{0,16V}{A} \tag{1.78}$$

L'analogie entre la SEA et la théorie de Sabine est alors clairement établie, en ce qui concerne les données d'entrée et de sortie. En effet, l'équation (1.76) permet de calculer la densité d'énergie acoustique en régime stationnaire, mais elle peut également être inversée pour déterminer la puissance de la source, ou alors l'absorption de la cavité. La relation (1.78) permet, quant à elle, de déterminer un coefficient d'absorption acoustique, sans pour autant connaître la puissance acoustique injectée dans la cavité.

A ce stade là, comme l'explique Schmitt[63], le cadre d'application de la théorie de Sabine est limité à une cavité réverbérante excitée de manière homogène. Cependant, en général, la source de puissance est ponctuelle, ce qui limite l'homogénéité du champ. La formule (1.76) va alors être améliorée en ajoutant un terme tenant compte du champ direct dans le cas d'une source uniforme, située à une distance r:

$$W_{sab}(r) = \frac{4\Pi^{inj}}{Ac_0} + \frac{\Pi^{inj}}{4\Pi r^2 c_0}$$
(1.79)

L'expression du rayon acoustique,  $r_a$ , défini comme la distance à la source à laquelle les champs direct et réverbéré sont de niveau égal, peut alors être obtenue.

$$r_a = \sqrt{\frac{A}{50}} \tag{1.80}$$

Si  $r_a \ll L$ , où L est la dimension caractéristique de la cavité, alors l'hypothèse de champ diffus est validée car le champ direct est restreint dans un petit volume, et la théorie de Sabine peut être appliquée. L'analogie avec la forte densité modale nécessaire pour la SEA se retrouve ici.

Les parois de la cavité posent également des problèmes, puisque le phénomène d'absorption est contradictoire avec l'hypothèse d'équirépartition de l'énergie acoustique. En effet, dans ce cas il repart de la paroi moins de puissance qu'il en est entré. De plus, si l'absorption est faible, il se produit une réflexion quasi-spéculaire des ondes, les phases de l'onde incidente, et celle de l'onde réfléchie sont donc liées, et ne sont donc pas décorrélées.

La théorie de Sabine s'applique donc à des cavités très réverbérantes où l'hypothèse de champ diffus est proche d'être vérifiée, c'est-à-dire avec des diffuseurs dans les coins, et des parois non parallèles. De plus, pour retrouver la puissance injectée par la source, la densité acoustique doit être évaluée loin de la source, c'est-à-dire à une distance d >> ra, et également loin des parois. C'est une méthode plébiscitée pour sa simplicité, cependant, comme la SEA, son domaine de validité reste assez limité. De plus, elle permet seulement de déterminer la puissance acoustique injectée de manière globale dans la cavité, sans discrimination sur la localisation.

## **1.4** Premières conclusions

Cette première partie théorique sur les moyens de mesure et sur les méthodes d'identification existants permet déjà de tirer quelques conclusions. Les solutions éventuelles au problème de la quantification de la puissance rayonnée par des sources en milieu confiné semblent se répartir en deux catégories. Les méthodes d'identification peuvent être regroupées dans un ensemble intégrant les méthodes globales. En effet, celles-ci fonctionnent en prenant en compte la cavité dans son ensemble de manière empirique ou à l'aide d'un modèle, et elles font ensuite appel à des mesures obtenues par des moyens conventionnels.

Les moyens de mesure détaillés plus tôt appartiennent quant à eux au groupe des méthodes locales. Comme leur nom l'indique, celles-ci peuvent être mises en oeuvre afin d'obtenir la puissance rayonnée par une petite partie des surfaces de la cavité. Elles ne nécessitent donc pas un modèle de toute la cavité. Leur force provient de la manière dont elles mesurent le champ, en général à l'aide d'un agencement particulier de microphones, et du traitement des mesures effectué.

Afin de mieux évaluer ce deuxième type constitué des méthode locales, et de compléter le travail théorique précédent, le moyen de mesure dont le potentiel est le plus important au commencement de ce travail de thèse, par rapport à la problématique, est étudié et testé dans la partie suivante. Il s'agit de l'antenne double couche développée par la société B&K.

## Chapitre 2

# Etude de l'existant : tests de l'antenne double couche

## 2.1 Holographie double couche

Comme il a été précédemment souligné dans la partie traitant de l'holographie, les performances de la NAH sont dégradées dans un environnement confiné, et bruité. Cependant, cette analyse n'est pas rigoureuse, et il serait plus correct de dire que les performances de la NAH associée à une antenne de microphones situés sur un même plan ne sont pas satisfaisantes dans un tel milieu. Afin de passer outre ces limitations, un nouvel instrument de mesure a été développé par Hald, ainsi que Gomes lors de sa thèse [19]. Il s'agit d'une antenne double couche, présentée sous l'acronyme anglais DLA, pour Double Layer Array. Au commencement de cette thèse, la DLA constitue l'outil le plus avancé parmi ceux proposés par les fournisseurs de capteurs acoustiques afin de répondre au problème traité dans ce mémoire. Conçue par la société B&K, elle se compose de 128 microphones répartis sur deux plans de mesure, à raison de 8x8 par face, comme le montre la figure 2.1. L'écart entre les microphones est de 3 cm, les couches étant également distantes de 3cm. Au final, les dimensions de l'antenne sont de l'ordre de  $24x21x3cm^3$ , sans compter le manche, ce qui en fait un outil de mesure relativement compact compte tenu du nombre de microphones utilisés.



FIGURE 2.1 – Photographies de l'antenne double couche

La DLA associée à la méthode de calcul SONAH n'est pas contrainte d'effectuer des mesures devant des surfaces exclusivement planes. La géométrie quelconque devant laquelle ont lieu les

mesures peut être chargée dans le logiciel de traitement, et c'est sur cette zone que s'effectue la rétro-propagation. D'un point de vue pratique, pour numériser la géométrie, un stylet et une caméra infra-rouge sont utilisés. Au préalable la caméra est placée devant la surface d'essai. Puis, le repère de référence est créé en enregistrant trois points situés sur le dispositif, ou la surface d'essai. Cette étape est cruciale puisqu'elle permet ensuite de localiser l'antenne dans ce repère. Enfin, la ou les surfaces de rétro-propagation peuvent être définies, une nouvelle fois à l'aide du stylet en numérisant différents points, puis en les reliant.

Les mesures effectuées par les microphones de l'antenne sont ensuite exploitées à l'aide de l'algorithme SONAH qui a été précédemment présenté. Au préalable, une décomposition en composantes principales est effectuée en fonction du nombre de références choisies (STSF), qui doit théoriquement être égal au nombre de sources, et SONAH est appliqué à chacune d'elle. Les deux couches permettent alors de trier les contributions provenant de chaque côté de l'antenne, puis d'effectuer la rétropropagation dans le plan des sources. Pour cela, la surface de rétropopagation est maillée à l'aide d'éléments de surface dont la taille doit être choisie afin d'atteindre la fréquence maximale désirée.

## 2.2 Tests de la DLA en laboratoire

L'antenne double couche est louée à la société B&K pour une durée de deux semaines afin de réaliser un essai en vol dans le cockpit de l'A380. Pendant cette période, et après une formation dispensée par la société, plusieurs essais sont effectués en laboratoire afin de caractériser l'outil, et atteindre ainsi le recul nécessaire à l'interprétation des résultats obtenus en vol.

## 2.2.1 Essais avec deux sources en champ libre

## 2.2.1.1 Essais sans source parasite

Pour tester la raquette double couche, différents essais sont réalisés. Le premier cas traité dans ce paragraphe est présenté par la figure 2.2a. Les essais associés à cette première configuration ont lieu en chambre anéchoïque. Deux sources distantes de 10cm sont disposées horizontalement sur un rail recouvert de mousse, et de laine de verre, afin d'éviter les réflexions parasites qui pourraient perturber les mesures. La bande de fréquence d'étude est de [630;4000]Hz, compte tenu de la petite taille des hauts-parleurs qui les empêche d'émettre à des fréquences plus basses. De plus, le niveau des deux sources est identique. Les deux baguettes verticales visibles sur la figure 2.2b délimitent un plan virtuel, mais aussi vertical, qui contient les deux sources. C'est sur ce plan fictif que va s'effectuer la rétropropagation à l'aide de SONAH. Sa géométrie est donc créée à l'aide du stylet et de la caméra. Les dimensions du plan sont définies afin que sa surface soit entièrement recouverte à l'aide de 9 patchs réalisés avec la raquette. De plus, chacun des patchs doit posséder deux rangées de points de mesure en commun avec le, ou les patchs voisins, pour introduire un recouvrement. Ce dernier est nécessaire pour que toute la zone de mesure soit traitée dans sa globalité, et non patch par patch. La figure 2.2 montre les deux sources acoustiques, l'emplacement de la caméra par rapport au dispositif d'essais, ainsi que la position des 9 patchs réalisés lors d'un essai.

Le logiciel traitant les pressions mesurées par la DLA permet d'effectuer des analyses en considérant les deux couches, mais il est également capable de ne prendre en compte qu'une seule couche lors de l'exploitation, comme le fait l'holographie classique avec une antenne simple couche. Cependant, il n'est pas possible d'exploiter un même essai avec les deux couches, puis avec une seule. En effet, un essai réalisé avec la DLA ne peut être traité qu'avec les deux couches de mesures. Pour obtenir des résultats avec la raquette simple couche appelée par la suite SLA, pour Single Layer Array, il est nécessaire d'activer une option avant l'enregistrement des signaux, et donc d'effectuer un nouvel essai.



FIGURE 2.2 – a. Dispositif d'essais avec deux sources en champ libre - b. Vue globale avec la caméra - c. Visualisation des 9 patchs de mesure

Deux essais sont ainsi effectués, l'un avec la SLA et l'autre avec la DLA, positionnées toutes les deux sur un pied. Ces essais consistent à mesurer le champ acoustique à l'aide de neuf patchs successifs, réalisés sur un plan de mesure parallèle au plan source et situé à environ 4cm en retrait. Les résultats sont présentés par la figure 2.3 pour les tiers d'octaves 630Hz, 2000Hz et 3150Hz, ainsi que pour les deux antennes. Il s'agit des cartographies d'intensité active normale rétropropagée dans le plan des sources.



FIGURE 2.3 – Intensités actives normales (dB) obtenues par DLA et SLA pour différents tiers d'octaves

Dans un premier temps, une comparaison des résultats fournis par les deux antennes montrent qu'aucune différence majeure ne peut être constatée. Ceci est parfaitement normal dans la mesure où ce cas d'essais constitue en quelque sorte un cas de référence où les sources rayonnent en conditions de champ libre. L'intérêt de la DLA ne peut donc pas être mis en avant par ce test. L'analyse des résultats sur toute la bande de fréquence montre que les sources sont bien localisées dès le tiers d'octave 630 Hz, c'est-à-dire dans ce cas dès qu'elles émettent, et qu'elles sont séparées à partir du tiers d'octaves 2000Hz, pour les deux antennes.

Après avoir validé la localisation des sources, il est maintenant temps de se pencher sur leur quantification. A partir des cartographies d'intensité normale, des zones peuvent être définies, sur lesquelles la puissance rayonnée est ensuite calculée. Deux zones sont ainsi tracées autour de chacune des sources lorsque celles-ci sont séparées, comme il est possible de le voir sur les résultats à 3150Hz de la figure 2.3. Cependant, cette séparation n'est effective qu'à partir de 2000Hz. Le tableau 2.1 présente donc les puissances de chacune des deux sources obtenues lors des deux mesures, pour les tiers d'octaves 2000Hz à 4kHz.

Tiers d'octave (Hz)	2000	2500	3150	4000
DLA : Puissance $s1/s2$ (dB rèf= $1e^{-12}$ )	36.1/35	41.6/42	39/38.5	43.2/44
SLA : Puissance $s1/s2$ (dB rèf= $1e^{-12}$ )	35.5/35.2	43/42.4	40.1/39.7	44.3/43

TABLE 2.1 – Puissance des deux sources (dB) mesurées par DLA et SLA pour différents tiers d'octaves

Les résultats présentés dans le tableau 2.1 montrent que les puissances des deux sources sont globalement de même niveau sur tous les tiers d'octaves où elles peuvent être discriminées, ce qui est conforme au cas d'essai. Cependant, ces résultats ne permettent d'effectuer que des comparaisons. Il convient, pour juger de la qualité des données, de mesurer la puissance rayonnée par les deux sources à l'aide d'une autre méthode. Pour se faire, une sonde intensimétrique normale p-p est utilisée. Une grille est placée devant les deux sources, et 19x15 mesures d'intensité normale sont effectuées point par point. La figure 2.4 présente le dispositif d'essais 2.4a et 2.4b, ainsi qu'une visualisation des résultats d'intensité normale pour le tiers d'octave 3150Hz en 2.4c.



FIGURE 2.4 – a. Grille de mesure intensimétrique - b. Mesure avec la sonde intensimétrique normale - c. Intensité normale (dB) à 3150Hz

La puissance rayonnée par les deux sources, mesurée à l'aide des deux raquettes et par intensimétrie, est tracée sur la figure 2.5.

D'après les résultats de la figure 2.5, les puissances fournies par les trois méthodes sont relativement proches. Ceci valide les quantités rétropropagées par les deux raquettes, dans ce cas de référence.

## 2.2.1.2 Essais avec une source parasite

Maintenant que les puissances prédites par la DLA et la SLA ont été vérifiées sur un cas d'essai très simple, la suite de l'étude vise à étudier le comportement des deux moyens de mesure en présence d'une source parasite, du même type que les deux précédemment utilisées. Celle-ci est



FIGURE 2.5 – Puissance rayonnée par les deux sources déterminée par DLA, SLA et intensimétrie avec une sonde pp

placée derrière la raquette à environ 60cm, et son gain est réglé afin qu'elle augmente d'1dB le niveau de pression en face des deux sources, dans le plan de mesure. De plus, afin de déterminer comment le champ qu'elle génère est pris en compte par les deux antennes, la source parasite est légèrement excentrée en bas à gauche des deux sources, comme le montre la figure 2.6.



FIGURE 2.6 – Positionnement de la source parasite par rapport au dispositif précédent : a. Vue de face - b. Vue de côté

Une nouvelle fois, deux essais sont effectués à l'aide de la DLA, puis de la SLA. Comme précédemment, ils consistent en 9 patchs de mesure. Les résultats d'intensité normale dans le plan des sources pour les deux antennes, et différents tiers d'octaves sont présentés par la figure 2.7.

En ce qui concerne les résultats obtenus avec la source parasite, il peut être constaté que les cartographies relatives à la SLA font apparaître des sources d'intensité positive en bas à gauche du plan de rétro-propagation. L'antenne simple associée à SONAH n'est donc pas capable de séparer les différentes contributions, et elle considère que toutes les sources qui créent le bruit qu'elle mesure sont situées sur le plan de rétropropagation. Ce résultat est tout à fait attendu. En revanche, les cartographies liées à la DLA présentent des intensités négatives au même endroit que précé-



FIGURE 2.7 – Intensités normales (dB) obtenues par DLA et SLA en présence de la source parasite pour différents tiers d'octaves

demment. Celle-ci sépare donc bien les contributions provenant de ses deux côtés, et elle détermine l'intensité normale telle qu'elle est dans le plan de rétropropagation. Les deux sources acoustiques peuvent donc être clairement localisées. Cependant, il semblerait qu'elle ne sépare pas les contributions dans le sens où une rétro-propagation dans le plan des deux sources ne fait pas seulement apparaître ces deux dernières. Pour en être certain, comme précédemment, la puissance des deux sources est quantifiée à l'aide des résultats d'intensité normale rétro-propagée. Pour effectuer ce calcul, pour chaque tiers d'octave, une zone englobant les sources ne contenant que des intensités positives est utilisée. La figure 2.8 présente les résultats de puissance rayonnée par les deux sources déterminée par DLA et SLA en présence de la source parasite. La référence obtenue par intensimétrie précédemment est également ajoutée. Les résultats ne sont tracés que sur la bande de fréquence [800,4000]Hz, car sur 630Hz la puissance calculée à partir des mesures par DLA est négative.

Il semble qu'en présence de la source parasite, aucune des deux méthodes ne soit capable de fournir le bon niveau des deux sources. En effet, ce dernier se trouve augmenté dans le cas de la SLA, puisque celle-ci considère que la source parasite rayonne face à elle. Concernant la DLA, la puissance des sources est cette fois sous-évaluée, ce qui confirme la remarque précédente supposant que l'antenne ne permet pas d'isoler les sources se trouvant dans le plan de rétro-propagation. De plus, dans ce cas d'essais, la source parasite a beaucoup plus d'impact sur la puissance des sources déterminée par DLA, que par SLA.

Ces essais ont permis de caractériser le comportement des associations 'DLA + SONAH' et 'SLA + SONAH'. Comme il était attendu, la SLA n'est pas capable de trier différentes contributions provenant des deux côtés de l'antenne. Elle ne peut donc pas être utilisée en milieu confiné autant pour localiser les sources que pour les quantifier. La DLA, quant à elle, permet ce tri des ondes, et elle établit une cartographie précise de l'intensité normale notamment, qu'elle soit positive ou négative, dans le plan des sources. En revanche, elle ne semble pas capable d'extraire correctement le niveau des sources du plan qui les contient réellement lorsqu'une contribution importante provient



FIGURE 2.8 – Puissance rayonnée par les deux sources déterminée par DLA et SLA en présence de la source parasite, et référence mesurée par intensimétrie

de l'arrière, et que les sources à quantifier sont placées en champ libre.

## 2.2.2 Deux sources sur un panneau

Afin de compliquer la configuration en champ libre et de se rapprocher du cas réel, les deux sources sont bafflées. Pour cela, elles sont incrustées dans un panneau réfléchissant et séparées de nouveau par 10cm. Cette configuration est plus complexe dans la mesure où des effets de bord, ainsi que des ondes de surface peuvent être présents le long du panneau. Le but est de déterminer si la DLA est aussi performante que précédemment en termes de localisation. La figure 2.9 présente la situation testée.



FIGURE 2.9 – Montage d'essais correspondant aux deux sources bafflées sur un panneau

Une nouvelle fois, un essai se compose de 9 patchs. Les résultats pour différents tiers d'octaves sont présentés par la figure 2.10.

Comme il peut être constaté sur la figure 2.10, les deux sources sont encore bien localisées, et séparées dès 2kHz. Leur puissance rayonnée est évaluée, et comparée à celle obtenue en champ libre par la DLA, lors du premier essai. Les résultats sont présentés par la figure 2.11.



FIGURE 2.10 – Résultats d'intensité normale (dB) pour différents tiers d'octaves obtenus par DLA



FIGURE 2.11 – Puissance rayonnée par les deux sources bafflées, et en champ libre déterminée par DLA

La puissance des sources bafflées est globalement plus importante dès 800Hz, la différence la plus nette apparaît à 3150Hz, où elle atteint 6dB. Cette augmentation du niveau est cohérente avec ces nouvelles conditions de test. En effet, le panneau modifie l'écoulement autour du haut-parleur et empêche que les dépressions et surpressions créées par la membrane ne soit atténuées par le milieu ambiant, comme c'est le cas lorsque la source est placée en champ libre.

## 2.2.3 Plaque vibrante sur un panneau

Une mesure a également été effectuée à l'aide d'une plaque vibrante placée dans une cavité du panneau, et scotchée à ce dernier. La plaque est excitée en transmission non résonante à l'aide d'un haut parleur positionné derrière elle, en son centre. Cette source génère du niveau sur la gamme fréquentielle [800,4000]Hz. Cette configuration est celle qui se rapproche le plus de la réalité, c'est-àdire d'un panneau vibrant sur avion, même s'il manque le caractère confiné. La figure 2.12a présente le dispositif de mesure, et les résultats pour les tiers d'octaves 1000Hz et 3150Hz sont visibles sur la figure 2.12b.

Comme il peut être constaté sur la figure 2.12b, les résultats obtenus sont plutôt bons. En effet, une nouvelle fois, dans la gamme d'émission de la source, la plaque vibrante est très bien localisée. De plus, le niveau maximal correspond à chaque fois au centre de la plaque, c'est-à-dire à l'emplacement de la source qui rayonne derrière. Cependant, aucun essai de quantification n'a été réalisé pour comparer les niveaux déterminés par l'antenne.



FIGURE 2.12 - a. Plaque vibrante encastrée dans le panneau - b. Intensités normales (dB) rayonnées par la plaque et déterminées par DLA à 1kHz et 3150Hz

## 2.3 Tests de la DLA en vol

## 2.3.1 Géométrie d'étude

Après ces caractérisations en laboratoire qui ont permis de mieux comprendre le fonctionnement de la DLA associée à la méthode de calcul SONAH, un essai en vol est réalisé dans le cockpit de l'A380. La zone visée par l'essai est constituée des vitres latérales avant et arrière gauche, ainsi que de plusieurs montants et panneaux adjacents. Dans un premier temps, il est nécessaire de créer la géométrie de la zone mesurée par l'antenne, comme cela a été fait précédemment avec le plan virtuel contenant les deux sources acoustiques, ou encore avec le panneau. Les mêmes étapes sont donc répétées dans le cockpit, quelques jours avant l'essai en vol.

Tout d'abord, les trois points nécessaires à la création du repère spatial de référence sont déterminés. Compte tenu de l'environnement de mesure, de la surface à caractériser, ainsi que du faible angle d'ouverture de la caméra, la numérisation de la géométrie entière se fait en positionnant la caméra sur deux endroits différents. Les trois points du repère de référence doivent donc être visibles pour chaque emplacement. Une fois qu'ils sont définis, la géométrie est numérisée. Celle-ci est présentée par la figure 2.13.



FIGURE 2.13 – Géométrie numérisée des surfaces du cockpit

### Chapitre 2

La faisabilité de la mesure vis à vis de l'encombrement de l'antenne est également étudiée afin de déterminer le nombre de patchs nécessaires pour couvrir toute la géométrie. L'antenne est également déplacée sur toutes les surfaces pour vérifier sa visibilité par la caméra. Les surfaces du cockpit étant inclinées, certains patchs se révèlent être difficiles à réaliser dans la mesure où les six capteurs qui permettent de repérer l'antenne sont situés sur son manche, dans un plan parallèle aux deux couches, et donc également à la surface de mesure. La figure 2.14 présente trois photographies prises lors de ces différentes étapes.



FIGURE 2.14 – Photographies réalisées pendant la préparation de l'essai en cockpit d'A380 au sol

Sur les images 2.14a et 2.14b, la caméra ainsi que son champ de vision sur la surface de mesure sont visibles. Cependant, cette photographie 2.14b ne tient pas compte de l'optique de la caméra, ni de son angle d'ouverture qui est plus faible que celui de l'appareil photo qui a pris le cliché. La dernière photographie 2.14c permet d'appréhender l'inclinaison des vitres, et les éventuels problèmes liés à la géométrie du cockpit, et à celle de l'antenne.

## 2.3.2 Déroulement de l'essai

Le créneau de vol alloué à l'essai est de 75 minutes. Pendant cet intervalle de temps, les conditions de vol sont maintenues stationnaires. Un seul changement de direction est effectué, pendant lequel la mesure est interrompue. Au cours de l'essai, 22 patchs ont été mesurés. Le nombre de mesures enregistrées peut sembler peu important par rapport à la durée du vol. Ceci peut s'expliquer par la difficulté de positionner l'antenne sur les surfaces de mesure, ainsi que par le temps d'acquisition et d'enregistrement des données. Mais c'est surtout le changement de position de la caméra qu'il a fallu effectuer en vol, ainsi que la nécessité de la replacer dans le repère de référence à l'aide des trois points définis précédemment, qui ont pris du temps. En effet, si cette manoeuvre est facile à réaliser au sol, elle devient plus problématique en vol. La figure 2.15 présente les différents patchs qui ont été effectués en vol, et leur position par rapport à la géométrie du cockpit.

## 2.3.3 Résultats de l'essai

La figure 2.16 présente les résultats relatifs aux pressions, vitesses et intensités normales rétropropagées pour un même tiers d'octave. Pour des questions de confidentialité, ces résultats sont volontairement représentés avec une petite taille, et les échelles ne sont pas précisées. La dynamique de 15dB reste cependant inchangée.

Avant toute chose, il est possible de constater sur la figure 2.16 que les deux derniers patchs, effectués sur la vitre latérale avant, n'ont pas été enregistrés à cause de micro-coupures lors de l'essai. Ceci porte donc à 20 le nombre de mesures réalisées en 75 minutes lors de ce vol.

Concernant les résultats, la première remarque qui peut être formulée est qu'il semble assez difficile de les exploiter. En effet, le but de cet essai est de quantifier la puissance acoustique



FIGURE 2.15 – Captures d'écran des patchs mesurés dans le cockpit lors de l'essai

rayonnée par les différents éléments mesurés, à savoir les vitres, les montants, et les panneaux. Pour se faire, en considérant par exemple la vitre latérale arrière gauche, il est nécessaire d'intégrer l'intensité normale sur la surface d'émission. Cependant, comme le montre la figure 2.16, les résultats concernant cette surface font état d'autant d'intensités positives, que négatives. Ceci peut être dû à des ondes de surface présentes sur la vitre, et créées par les montants qui délimitent une petite cavité. A certaines fréquences qui ne sont pas représentées ici, aucune source n'est présente sur les montants, ce qui est peu réaliste et ne semble pas lié à la dynamique. L'intensité normale obtenue par rétropropagation de la pression mesurée des deux côtés de l'antenne ne permet donc pas de conclure pour le type d'application visée.

Ces conclusions ne sont pas très surprenantes compte tenu des résultats des précédents essais effectués en chambre anéchoïque, en présence d'une source parasite. En effet, il a précédemment pu être établi que l'antenne dans sa forme actuelle d'utilisation ne permet pas de séparer les contributions provenant de chacune de ses surfaces de mesure, dans le sens où elle n'isole pas les seules sources présentes dans le plan de rétropropagation. Les intensités négatives correspondent à des zones où le champ perturbateur provenant de la cavité est important. Cependant, même lorsque l'intensité est positive, la fiabilité du niveau obtenu peut être remise en cause, une nouvelle fois en raison du champ perturbateur. Ceci a notamment été démontré lors de l'essai en chambre anéchoïque en présence de la source parasite, où la puissance émise par les deux sources était sous-estimée par la DLA.

## 2.4 Protocole d'essai à deux mesures

D'après les essais précédents, une mesure effectuée par la DLA, et traitée à l'aide de SONAH, ne permet pas de déterminer la puissance rayonnée par les sources contenues dans le plan de rétropropagation, dans un environnement bruité. Afin de répondre à cette problématique, un protocole d'essai à deux mesures a été développé par la société B&K, qui l'a ensuite testé lors du projet européen CREDO mené en collaboration avec Dassault Aviation. Le paragraphe suivant, qui présente la méthode, est issu de [27, 28, 15, 13].

Le cadre d'étude concerne une source surfacique, un fuselage dans le cas du projet, dont il s'agit de quantifier le rayonnement acoustique. Il est résumé par la figure 2.17 qui schématise la cavité, la surface rayonnante, ainsi que le champ acoustique de part et d'autre du plan fictif de mesure.

Le champ total qui peut être mesuré proche de la paroi  $(p_{tot}, \boldsymbol{u}_{tot})$  se décompose en deux parties, l'une se dirigeant vers la source  $(p^-, \boldsymbol{u}^-)$ , et l'autre sortant dans la direction opposée  $(p^+, \boldsymbol{u}^+)$ ,



 ${\rm FIGURE}\ 2.16-{\rm Pressions},$ vitesses et intensités normales rétropropagées avec SONAH dans le cockpit en vol

comme l'établit l'équation (2.1).

$$(p_{tot}, \boldsymbol{u}_{tot}) = (p^-, \boldsymbol{u}^-) + (p^+, \boldsymbol{u}^+)$$
 (2.1)

Une mesure effectuée avec la raquette permet de discriminer ces deux champs. Cependant, ceci ne répond pas à la problématique. Pour cela, il est nécessaire de scinder également le champ sortant en deux composantes, le champ rayonné par la structure  $(p_{ray}, u_{ray})$ , et le champ réfléchi  $(p_{refl}, u_{refl})$ , tels que :

$$(p^+, \boldsymbol{u}^+) = (p_{ray}, \boldsymbol{u}_{ray}) + (p_{refl}, \boldsymbol{u}_{refl})$$
(2.2)

Puis, les champs réfléchi  $(p_{refl}, u_{refl})$  et absorbé  $(p_{abs}, u_{abs})$  peuvent être estimés à l'aide de celui se dirigeant vers la source  $(p^-, u^-)$ , et aux coefficients d'absorption  $\alpha$  de la surface, selon l'équation (2.3) écrite en termes d'intensité.



 ${\rm FIGURE}$  2.17 – Schématisation de l'environnement de mesure utilisé pour la double mesure par DLA

$$I^{abs} = \alpha . I^{-} \quad \Rightarrow \quad I^{refl} = -(1 - \alpha) . I^{-}$$
(2.3)

L'équation (2.4) établit alors le bilan d'intensité sur la paroi.

$$\boldsymbol{I}^{tot} = \boldsymbol{I}^{abs} + \boldsymbol{I}^{ray} \tag{2.4}$$

Ainsi, la connaissance de la composante se dirigeant vers la source  $(p^-, u^-)$ , et des coefficients d'absorption  $\alpha$  de la paroi permet de déduire le champ absorbé  $(p_{abs}, u_{abs})$ . Puis, en reprenant l'expression du champ total, ainsi que celle du champ absorbé, et conformément à l'équation (2.4), l'intensité rayonnée par la surface peut être obtenue.

La puissance rayonnée est donc extraite à l'aide de deux étapes. En premier lieu, les coefficients  $\alpha$  de réflexion de la paroi sont évalués, puis la DLA effectue une mesure in-situ qui mène à la caractérisation de la partie rayonnée par la structure. Afin de déterminer les coefficients d'absorption, l'antenne double couche est également utilisée. Des sources sont placées face à la surface d'intérêt, et elles rayonnent afin de créer un champ acoustique du même type que  $(p^-, u^-)$ . La DLA est positionnée parallèlement à la surface de mesure, entre cette dernière et les hauts-parleurs qui ont été ajoutés. Sachant que les deux couches de la raquette permettent de trier les contributions provenant des deux côtés, et puisque la structure ne rayonne pas, il est possible, pour chaque point de mesure, de relier les champs provenant des deux côtés de l'antenne au coefficient d'absorption de la surface en ce point, d'après les équations (2.1), (2.2) et (2.3). Puis, la deuxième phase de mesure peut avoir lieu afin de quantifier le champ rayonné par la surface. Elle se passe dans les conditions réelles, dans le milieu confiné et bruité, comme en vol.

Différents essais ont été effectués lors du projet CREDO. Le dispositif de test est présenté par la figure 2.18. Il s'agit d'un panneau comportant deux hublots qui est excité par une source présente derrière l'un des deux. De l'autre côté, dans la chambre anéchoïque où a lieu la mesure, cinq hauts parleurs sont disposés afin de créer un champ parasite, provenant de l'arrière de l'antenne.



FIGURE 2.18 – Dispositif de mesure mis en place dans la chambre anéchoïque de Dassault afin d'extraire la puissance rayonnée par une surface à l'aide de la DLA pendant le projet CREDO

Une première mesure d'holographie en champ proche est effectuée dans des conditions anéchoïques, lorsque seule la source placée derrière le panneau est active. Cette mesure permet d'obtenir une cartographie de référence, que présente la figure 2.19a. Puis, une mesure est réalisée cette fois-ci avec les hauts parleurs actifs et la source éteinte, afin d'obtenir les coefficients d'absorption. Enfin, la dernière mesure a lieu lorsque toutes les sources sont allumées. La cartographie 2.19b représente l'intensité totale sur la paroi pour ce dernier essai. Il peut être constaté que l'intensité est principalement négative, le bruit des hauts-parleurs parasites étant beaucoup plus important que celui rayonné par la paroi. Il est donc impossible d'interpréter ces résultats pour déterminer les flux entrants, comme il a été montré avec les essais menés en laboratoire et en vol chez Airbus. Pour finir, la figure 2.19c présente les flux entrant par la paroi, et extraits à l'aide de la méthode détaillée plus tôt. La comparaison de ces résultats avec ceux déterminés lors de la mesure de référence permettent de montrer l'efficacité de cette méthode. L'intensité normale entrante, c'est-à-dire transmise par la paroi, ainsi que la puissance acoustique associée, peuvent donc être quantifiées même en présence de sources perturbatrices.



FIGURE 2.19 – Résultats de la mesure DLA pour l'octave 1kHz : a. Mesure de référence en conditions anéchoïques - b. Intensité totale sur la paroi avec toutes les sources actives - c. Intensité rayonnée par la paroi lorsque toutes les sources sont actives

Pour ces essais, le champ parasite utilisé lors de la dernière mesure est le même que celui qui sert à obtenir les coefficients d'absorption. Or, ce n'est pas le cas en vol. La deuxième mesure est donc effectuée de nouveau, en ajoutant une source supplémentaire afin de modifier le champ acoustique parasite. Les résultats sont présentés par la figure 2.20. Les cartographies 2.20a et 2.20b correspondent respectivement aux flux entrants de référence, et à ceux déterminés précédemment. Sur la figure 2.20c sont tracés les résultats obtenus lorsque les coefficients d'absorption sont caractérisés à l'aide d'un champ acoustique différent que celui utilisé pour perturber les mesures.



FIGURE 2.20 – Résultats de la mesure DLA pour l'octave 1kHz : a. Mesure de référence en conditions anéchoïques - b. Intensité rayonnée par la paroi lorsque toutes les sources sont actives - c. Intensité rayonnée par la paroi lorsque toutes les sources sont actives et que le bruit de fond diffère de celui ayant servi à obtenir les coefficients d'absorption

D'après la figure 2.20, les résultats sont légèrement dégradés, mais la puissance totale rayonnée ne semble pas impactée, selon les auteurs. Ce test montre l'utilité, lors de la mesure des coefficients d'absorption  $\alpha$ , de reproduire un bruit de fond comparable à celui présent en conditions réelles pendant la deuxième mesure. Il est précisé que l'échelle est constante sur chacune des cartographies des figures 2.19 et 2.20, et qu'elle présente une dynamique de 20dB.

Ce protocole à deux mesures semble permettre d'extraire l'intensité rayonnée par une structure en milieu confiné. Les auteurs ajoutent également qu'il fonctionne à condition que la puissance rayonnée par la surface ne soit pas inférieure de plus de 15 dB au niveau créé par le champ perturbateur sur le plan de mesure.

## 2.5 Conclusions sur la DLA

Au cours de cette partie, il a été montré que la DLA associée à SONAH permet en une mesure d'obtenir les champs de pression, vitesse et intensité normale rétropropagés sur une surface, en tenant compte des contributions provenant de part et d'autre de l'antenne. Celle-ci corrige ainsi le défaut majeur de la SLA qui, en ne mesurant les pressions que sur un plan, considère que le champ acoustique capté n'est issu que de la surface devant laquelle elle se trouve. Cependant, la DLA ne permet pas de répondre directement en une mesure à la problématique considérée dans ce mémoire. En effet, elle ne caractérise pas uniquement les sources présentes dans le plan de rétro-propagation. Un calcul de puissance issu de ses résultats n'a donc pas de sens.

Afin d'utiliser le potentiel de la DLA, un protocole à deux mesures a été mis au point au cours du projet européen CREDO. La première mesure consiste à déterminer à l'aide de la DLA, et d'un bruit incident, les coefficients d'absorption de la surface considérée lorsque celle-ci ne rayonne pas. Puis, la deuxième mesure en conditions de vol permet d'extraire l'intensité rayonnée par la surface en se basant sur une modélisation 1D du champ proche de la zone émettrice. Cette méthode a l'avantage de proposer une solution au problème en milieu confiné. Les résultats semblent cependant moins bons lorsque le bruit ambiant qui sert à caractériser les coefficients d'absorption est différent du bruit qui perturbe les mesures, ce qui est le cas en vol. De plus, l'antenne double couche est performante pour séparer les contributions lorsque celles-ci proviennent d'une direction orthognale aux deux plans de mesure. Un bruit perturbateur provenant d'une autre direction sera moins bien pris en compte. Cette remarque peut d'ailleurs être appliquée au modèle monodimensionnel utilisé pour déterminer les différentes contributions proches de la surface de mesure.

Le faible intervalle de temps entre la fin du projet CREDO et la période de location de l'antenne explique le fait qu'il n'a pas été possible de tester ce protocole à deux mesures en vol. De plus, le logiciel tel que loué par B&K est également très cadenassé. Seules les informations utiles pour l'application de SONAH sont stockées, et elles ne peuvent ni être visualisées, ni exportées. Cependant, l'essai en vol réalisé dans le cockpit d'un A380 n'a pas été inutile. En effet, il a permis de tirer beaucoup de conclusions très importantes en lien avec l'adaptabilité de ce type de moyen à l'environnement du cockpit, dans le but d'effectuer des essais en vol. Plusieurs remarques sont liées à la partie hardware et à l'acquisition des données, c'est-à-dire qu'elles n'ont qu'une importance limitée dans la mesure où des corrections peuvent être facilement mises en oeuvre. D'autres problèmes sont quant à eux plus graves puisqu'ils peuvent complètement remettre en cause l'essai. En premier lieu, le système de repérage est très contraignant, mais également très limité. En effet, une position de caméra couvre une zone très restreinte du cockpit. De plus, l'inclinaison de la raquette la rend parfois invisible alors qu'elle est pourtant face à la caméra. Les obstacles que comportent le cockpit, tels que les sièges, constituent également un problème. Concernant l'antenne, le système de mesure par patchs prend beaucoup de temps. Une surface très restreinte du cockpit a pu être mesurée en 75 minutes. Il faudrait plus que doubler ce créneau pour scanner toutes les surfaces intérieures. Pendant ce temps, une hypothèse de stationnarité des sources acoustiques est effectuée, alors que les conditions de vol évoluent forcément. Enfin, la forme de l'antenne constitue également un problème pour effectuer des mesures sur toute la surface des vitres. Les plus problématiques ne sont d'ailleurs pas mesurées dans l'essai présenté, il s'agit des vitres avant. La courbure des surfaces, ainsi que les nombreux changements de géométrie rendent ainsi cette antenne inadaptée à une mesure en cockpit.

## 2.6 Conclusions globales sur l'existant

Après ces deux premiers chapitres consacrés à la caractérisation théorique, mais également expérimentale, des outils de mesure et des méthodes d'identification existants, de nombreuses conclusions peuvent être tirées.

Pour rappel, le but est de déterminer la solution adaptée à la résolution du problème de la quantification de la puissance acoustique rayonnée par différents élements de surface d'une cavité.

Pour déterminer une quantité énergétique telle que la puissance d'une source dans son environnement, la première solution envisagée est la mesure par intensimétrie à l'aide de l'outil de référênce, la sonde p-p. Cependant, comme il a pu être montré, cette méthode de quantification est seulement applicable lorsque la source rayonne seule en champ libre. La mesure dans un espace confiné, comme un cockpit, ne permet pas de conclure en raison des multiples réflexions, et des champs rayonnés par les autres sources. Afin de conserver cette méthode consistant à déterminer la puissance d'une source à l'aide de l'intensité, plusieurs études ont cherché à supprimer l'impact négatif du confinement sur la mesure intensimétrique. Par exemple, l'association avec un vibromètre laser dans le but d'extraire l'intensité cohérente avec les vibrations de la structure caractérisée s'est révélée très intéressante, mais difficile à appliquer en vol dans un espace réduit. Une autre piste de recherche a abouti à la création d'une sonde intégrant un capteur de vitesse, et pouvant effectuer des mesures très proches de la surface vibrante, ce qui la rendrait moins impactée par le bruit perturbateur. Ce positionnement près de la source n'est cependant pas très heureux puisque ses performances sont altérées par un fort champ réactif. De plus, cette sonde n'a pas complètement prouvé son intérêt par rapport à une sonde p-p, et elle reste également difficile à calibrer précisément.

Ces outils pourtant cohérents avec la quantité recherchée n'ont pas apporté de réponses adaptées à la problématique. L'étude de l'existant s'est alors intéressée aux méthodes d'antennerie, parmi lesquelles se trouvent la formation de voies, ainsi que l'holographie. Celles-ci sont en principe adaptées à la caractérisation de sources isolées et émergentes, cependant il est possible de détourner leur utilisation afin qu'elles répondent au problème. Elles sont fondamentalement différentes. La formation de voies peut en un temps réduit effectuer une mesure traitant toute la cavité, ce qui la démarque légèrement des moyens de mesure qui constituent plutôt des méthodes locales. Appliquée au bruit intérieur, la formation de voies sphérique est celle qui pourrait fournir la meilleure solution. Elle permet en effet de focaliser sur certaines surfaces pour repérer les sources. Cependant, elle nécessite d'être associée à des méthodes de déconvolution afin de fournir le niveau des sources. Les mesures étant réalisées loin des sources, l'impact du confinement reste élevé pour cette méthode qui considère que le champ acoustique se propage dans des conditions de champ libre. L'holographie de champ proche, comme son nom l'indique, est la méthode locale par excellence. Elle consiste à mesurer le champ acoustique très proche des sources afin de prendre en compte les ondes évanescentes, ce que la méthode précédente ne fait pas. Associée notamment à une raquette double couche, elle permet à l'aide d'un protocole à deux mesures d'isoler la puissance rayonnée par une surface en laboratoire. En revanche, aucun résultat n'est disponible pour le vol où le bruit ambiant utilisé pour déterminer les coefficients d'absorption est de nature complètement différente. De plus, le modèle monodimensionnel relativement simple peut s'avérer limité dans une cavité où la géométrie est très complexe. Quoi qu'il en soit, ce type de mesures par patch, le système de repérage, ainsi que la taille de l'antenne n'en font pas un outil adapté à un cockpit d'avion qui présente de nombreux recoins de faibles dimensions. Même si le bruit rayonné par les panneaux excités par la TBL peut être considéré comme un phénomène stationnaire, les temps de mesure mis en jeu sont beaucoup trop longs pour pouvoir espérer cartographier tout un cockpit en vol, compte tenu du coût élevé d'un tel essai.

En reprenant toutes les critiques formulées précédemment sur les différents moyens de mesure,

il semble qu'aucun de ces derniers ne réponde à la problématique. Il n'est d'ailleurs pas étonnant de constater que la contrainte majeure est liée à la prise en compte du confinement. Dans ce cas, il apparaît naturel de se pencher sur des méthodes dites globales, qui sont capables de corriger l'impact de toute la cavité. Plus précisément, elles permettent de déterminer une matrice de transfert entre les sources et les quantités mesurées, par exemple des pressions. S'en suit alors un problème inverse qu'il s'agit de résoudre. Différentes méthodes ont été présentées afin d'obtenir la matrice de transfert. Pour commencer, l'IFRF se montre difficile à réaliser. Il faut dans un premier temps déterminer les sources et les points de mesure à considérer. Puis, en déplaçant une source sur chacune des positions, les transferts peuvent être mesurés. Une autre méthode revient à disposer les capteurs en paroi aux emplacements des sources, et à déplacer la source tour à tour sur les positions initiales des mesures. Les transferts sont mesurés, et une hypothèse de réciprocité doit être formulée. Ce type d'essai est cependant difficile à mettre en oeuvre. Une fois en vol, les capteurs doivent être bien positionnés dans le volume, et l'influence de la source qui a servi à obtenir les transferts peut se révéler non négligeable, surtout si les sources en vol sont directives. De plus, ce type d'essais implique de déployer une instrumentation conséquente, dans une cavité de faible taille. Cette dernière remarque s'applique également aux méthodes qui déterminent la matrice de transfert à l'aide d'éléments finis de volume, ou de frontière. En effet, plus la fréquence augmente, plus la longueur d'onde devient faible ce qui oblige à reserrer le maillage de mesure, rendant ainsi impossible ce type de mesure en vol, compte tenu du nombre de capteurs impliqués.

Une méthode de quantification de puissance injectée comme la SEA semble adaptée à la problématique. En effet, celle-ci permet de prendre en compte l'effet de la cavité, et de déterminer en régime stationnaire la puissance qui y est injectée. De plus, les quantités considérées dans la formulation sont énergétiques, c'est-à-dire homogènes avec la grandeur qui est recherchée. Cependant, appliquée simplement à une cavité acoustique, la SEA peut s'identifier à la théorie de Sabine. La cavité est alors considérée comme un seul et même sous-système. Les résultats obtenus sont alors globaux, et il n'est pas possible de discriminer les différentes contributions de chaque surface. De plus, les hypothèses d'application sont très sévères, et le champ réverbéré doit être très important devant le champ direct ce qui la restreint aux cavités très réverbérantes auxquelles n'appartient pas le cockpit. Malgré tout, cette méthode présente les meilleures dispositions pour traiter le problème. En effet, l'instrumentation de mesure est notamment indépendante de la fréquence, et le champ réverbéré est pris en compte. Différentes méthodes ont alors cherché à étendre le cadre d'application de la SEA en la rendant également plus précise, afin qu'elle puisse discriminer les contributions de différentes surfaces. Parmi ces méthodes, le chapitre suivant s'intéresse à la Méthode Energétique Simplifiée, ou MES.

## Chapitre 3

## Méthode énergétique inverse

L'hypothèse d'uniformité de l'énergie stipulée par la SEA reste la limite la plus stricte de cette méthode. Le chapitre suivant s'intéresse à une autre méthode énergétique, appelée Méthode Energétique Simplifiée, ou MES. Celle-ci va contourner cette limitation de la SEA en effectuant un bilan énergétique local, c'est-à-dire en déterminant des quantités énergétiques qui ne sont pas moyennées sur tout un sous-système, mais sur un domaine de taille très inférieure.

## 3.1 Les différentes Méthodes Energétiques Simplifiées

Cependant, il n'existe pas qu'une seule MES, mais plusieurs, dont les formulations diffèrent en fonction des phénomènes pris en compte, et de la manière de les simuler. Cette partie commence d'ailleurs par aborder les hypothèses communes aux différentes MES. Puis, chaque méthode est successivement détaillée, avant de passer dans la partie suivante à celle qui revêt un intérêt tout particulier dans ce mémoire, la MES intégrale dans le cas 3D. A l'aide de ce cheminement, il sera possible de mieux appréhender et comprendre cette dernière formulation.

Le cadre d'application de la méthode, défini entre autre dans [63, 30, 31, 11], concerne des systèmes linéaires isotropes en régime stationnaire, à la pulsation  $\omega$ . L'équation (3.1) présente le bilan d'énergie s'appliquant à un volume élémentaire dV, tel que celui de la figure 3.1.  $\Pi^{inj}$  et  $\Pi^{diss}$  sont respectivement les puissances injectée et dissipée dans le volume, et I est le flux de puissance à travers le volume.

$$\boldsymbol{\Pi}^{inj} = \boldsymbol{\Pi}^{diss} + \boldsymbol{\nabla}.\boldsymbol{I} \tag{3.1}$$



FIGURE 3.1 – Bilan d'énergie sur un volume élémentaire (illustration bi-dimensionnelle)

Les ondes sont modélisées par des données quadratiques, comme leur énergie ou leur intensité,

et non pas par des champs cinématiques vectoriels, tels que la pression ou la vitesse. L'équation (3.1) est exacte à condition de prendre en compte les parties actives et réactives des puissances considérées, ce que fait la MEG, Méthode Energétique Générale. La MES, quant à elle, ne considère que les parties actives, d'où son qualificatif de 'simplifiée'.

## 3.1.1 Hypothèses et théorie de base

Les hypothèses qui permettent de résoudre l'équation (3.1) sont maintenant abordées.

#### Hypothèse $\mathcal{H}1$

Le cadre d'étude concerne la partie active des puissances, flux, et énergies, dans le cas stationnaire, et à la pulsation  $\omega$ . Compte tenu de cette hypothèse de régime stationnaire, il n'est pas nécessaire d'inclure dans l'expression de la puissance injectée  $\mathbf{\Pi}^{inj}$  un terme transitoire de variation temporelle de l'énergie,  $\partial W/\partial t$ , où W est la densité d'énergie.

#### Hypothèse $\mathcal{H}2$

Contrairement à la SEA, la MES permet de décrire spatialement l'amortissement.

a. Le modèle d'amortissement volumique est supposé proportionnel, liant ainsi la puissance dissipée  $\Pi^{diss}(M)$  en tout point M à la densité d'énergie W(M), et à l'amortissement du milieu  $\eta$ :

$$\mathbf{\Pi}^{diss}(M) = \eta \omega W(M) \tag{3.2}$$

Deux types d'amortissement sont possibles. Dans le cas visqueux, la dissipation doit être reliée à l'énergie cinétique, et dans le cas hystérétique, c'est à l'énergie potentielle. En champ lointain, ces deux énergies sont égales, ce qui implique que le modèle d'amortissement proposé par l'équation (3.2) est valable en un point, si les ondes considérées sont majoritairement des ondes de champ lointain. Or, pour que cela soit le cas, il faut que la réverbération soit importante, ce qui implique que la MES est valable pour des systèmes où l'énergie du champ réverbéré est importante devant celle du champ direct, c'est-à-dire pour un système où l'amortissement  $\eta$  est très faible.

b. L'amortissement d'une frontière dissipative relie, en tout point O de la frontière et de manière proportionnelle, l'intensité dissipée  $I^{diss}(O)$  à l'intensité incidente  $I^{inc}(O)$ , par le biais du coefficient d'absorption local  $\alpha(O)$ :

$$\boldsymbol{I}^{diss}(O) = \alpha(O).\boldsymbol{I}^{inc}(O) \tag{3.3}$$

## Hypothèse $\mathcal{H}3$

Les ondes évanescentes sont prises en compte pour évaluer les transferts énergétiques, mais elles sont négligées pour reconstruire les champs. Ceci peut créer des problèmes à proximité des singularités, mais aussi si l'amortissement est trop élevé, puisque l'énergie des ondes évanescentes va être comparable à celle des ondes propagatives très amorties. Pour une onde plane propagative, le flux de puissance I et la densité d'énergie W sont liés à l'aide de la vitesse de groupe c en un point M, par la relation (3.4), où e est un vecteur unitaire dans la direction de propagation.

$$\boldsymbol{I}(M) = cW(M)\boldsymbol{e} \tag{3.4}$$

#### Hypothèse $\mathcal{H}4$

La dernière hypothèse de la méthode est très forte, elle suppose que les champs sont décorrélés. Ceci implique de négliger la phase qui est primordiale pour la description du comportement modal des systèmes. La MES ne peut donc pas fournir d'informations modales. D'un point de vue pratique, cette hypothèse permet de sommer simplement les énergies des différents champs considérés.

D'après les relations (3.1) et (3.2), l'équation fondamentale de la MES peut s'écrire en un point M du système :

$$\Pi^{inj}(M) = \eta \omega W(M) + \boldsymbol{\nabla} \boldsymbol{I}(M).$$
(3.5)

Pour résoudre l'équation (3.5), la stratégie consiste à exprimer une nouvelle fois le terme de flux à l'aide de la densité d'énergie W. Plusieurs types de MES peuvent alors être développées selon la manière dont le champ acoustique est modélisé. La MES différentielle est abordée en premier.

### 3.1.2 MES différentielle

La MES différentielle constitue le point d'entrée parfait pour introduire les différentes méthodes.

Equation de diffusion : Comme précisé plus tôt, pour résoudre l'équation (3.5), il est nécessaire dans un premier temps d'établir un lien à un point M quelconque entre le flux de puissance I(M), et la densité d'énergie W(M). Dans la MES différentielle, le champ d'énergie acoustique est modélisé à l'aide d'ondes planes décorrélées. D'après l'équation (3.4), et en considérant les quantités  $I_i$  et  $W_i$  liées à la propagation d'une onde plane, la relation (3.6) peut être établie en un point M, et dans une direction donnée  $e_i$ :

$$\boldsymbol{\nabla}.\boldsymbol{I}_i(M) = c\boldsymbol{\nabla}W_i(M).\boldsymbol{e}_i,\tag{3.6}$$

dans la mesure où  $\nabla \cdot \boldsymbol{e}_i = 0$ .

L'équation fondamentale de la MES (3.5) devient alors dans sa forme homogène, c'est-à-dire sans second membre :

$$c\nabla W_i(M).\boldsymbol{e}_i + \eta \omega W_i(M) = 0 \tag{3.7}$$

En utilisant la relation des ondes planes (3.4) liant  $I_i$  et  $W_i$ , l'équation (3.8) est obtenue.

$$c\boldsymbol{\nabla}W_i(M).\boldsymbol{e}_i + \frac{\eta\omega}{c}\boldsymbol{I}_i(M).\boldsymbol{e}_i = 0$$
(3.8)

De plus, l'hypothèse H4 qui suppose la décorrélation des champs, permet à partir de l'équation (3.8) de sommer les contributions des ondes provenant des différentes directions  $e_i$ . S'en déduit alors la relation (3.9) suivante,

$$I(M) = -\frac{c^2}{\eta\omega} \nabla W(M).$$
(3.9)

Ainsi, en reprenant la forme homogène de l'équation (3.5), l'équation de diffusion homogène (3.10) qui ne dépend que de la densité d'énergie peut être obtenue :

$$-\frac{c^2}{\eta\omega}\Delta W(M) + \eta\omega W(M) = 0.$$
(3.10)

En prenant en compte la puissance injectée, l'hypothèse H4 permet une nouvelle fois de sommer de manière décorrélée les puissances injectées au point M sur toutes les directions, ce qui donne l'équation inhomogène (3.11):

$$-\frac{c^2}{\eta\omega}\Delta W(M) + \eta\omega W(M) = \Pi^{inj}(M)$$
(3.11)

Cette équation (3.11), dite de la chaleur ou de diffusion, n'est vérifiée que sous l'hypothèse d'onde plane, et pour le champ lointain. L'hypothèse de décorrélation appliquée à la puissance

injectée dégrade fortement les performances de l'équation de diffusion inhomogène. En effet, dans la mesure où la puissance injectée est équirépartie sur toutes les directions, il n'est pas étonnant que l'énergie soit également équirépartie sur les différentes ondes. Le cadre d'utilisation redevient ainsi restreint, équivalent à celui de la SEA, alors que le but était pourtant de l'élargir. L'équation de diffusion homogène ne possède pas cette limitation, elle sera utilisée par les autres MES qui vont chercher à régler ce problème.

Mais pour le moment, ce paragraphe reste dans le cadre de la MES différentielle qui utilise l'équation de diffusion inhomogène. La MES vise à prédire la densité d'énergie et l'intensité dans chaque sous-système, en connaissant la puissance injectée dans chacun d'eux. Maintenant que l'équation qui relie la puissance injectée à la densité d'énergie est établie, il convient de gérer les conditions aux limites. Celles-ci vont conditionner les bilans de puissance au niveau des différentes interfaces.

Frontières Absorbantes : Le cas des frontières absorbantes est abordé en premier. La figure 3.2 résume la situation en 2D, dimension pour laquelle les équations seront développées dans la suite, pour simplifier les explications.  $I^+(\theta, O)$  est le flux de puissance incident au point O dans la direction  $\theta$ , et  $I^-(\theta, O)$  est le flux réfléchi correspondant. Les densités d'énergie associées sont  $W^+(\theta, O)$  et  $W^-(\theta, O)$ .



FIGURE 3.2 – MES différentielle : prise en compte de la réflexion sur une frontière absorbante

Au préalable, comme précédemment, l'hypothèse H4 de la MES permet de sommer les champs provenant de différentes directions  $\theta$ , et d'écrire ainsi les équations (3.12) et (3.13) :

$$\mathbf{I}^{+}(O) = \int_{\theta} \mathbf{I}^{+}(O,\theta), \quad et \ \mathbf{I}^{-}(O) = \int_{\theta} \mathbf{I}^{-}(O,\theta), \quad (3.12)$$

$$W^{+}(O) = \int_{\theta} W^{+}(O,\theta), \quad et \ W^{-}(O) = \int_{\theta} W^{-}(O,\theta).$$
 (3.13)

De même, l'hypothèse de décorrélation induit une nouvelle fois :

$$I(O) = I^{+}(O) + I^{-}(O), \quad et \ W(O) = W^{+}(O) + W^{-}(O).$$
(3.14)

La relation des ondes planes (3.4) donne pour les champs incident et réfléchi :

$$I^{+}(O) = cW^{+}(O)n, \quad et \ I^{-}(O) = -cW^{-}(O)n$$
 (3.15)

 $\boldsymbol{n}$  étant le vecteur normal à la frontière au point O.

Les équations (3.14) et (3.15) permettent donc d'exprimer les flux incident et réfléchi, en fonction des grandeurs totales que sont I et W:

$$\mathbf{I}^{+}(O) = \frac{1}{2}(\mathbf{I}(O) + cW(O)\mathbf{n}), \quad et \quad \mathbf{I}^{-}(O) = \frac{1}{2}(\mathbf{I}(O) - cW(O)\mathbf{n})$$
(3.16)

La frontière absorbante possède un coefficient de réflexion  $\bar{r}$  moyenné sur toutes les incidences possibles. La relation (3.17) relie alors le flux réfléchi à celui incident :

$$\boldsymbol{I}^{-}(O).\boldsymbol{n} = -\bar{r}\boldsymbol{I}^{+}(O).\boldsymbol{n}$$
(3.17)

L'égalité (3.18) s'en déduit alors :

$$\boldsymbol{I}(O).\boldsymbol{n} = \frac{1-\bar{r}}{1+\bar{r}}cW(O) \tag{3.18}$$

L'équation (3.9) permet d'exprimer cette condition limite en fonction de la seule densité d'énergie :

$$-\frac{c^2}{\eta\omega}\boldsymbol{\nabla}W(O).\boldsymbol{n} = \frac{1-\bar{r}}{1+\bar{r}}cW(O)$$
(3.19)

Interface entre sous-systèmes : Comme le montre la figure 1.25, dans le cadre de la SEA, il existe des échanges énergétiques entre les sous-systèmes qui doivent être pris en compte. Soient N sous-systèmes possédant une frontière commune, et O un point de la frontière.  $n_1, ..., n_N$  sont les vecteurs normaux au point O pour chacun des sous-systèmes.

 $\bar{\tau}_{ij}$  sont les coefficients de transmission moyens pour une onde plane se propageant du sous-système *i* vers le *j*. Par conséquent, les coefficients  $\bar{\tau}_{ii}$  sont des coefficients de réflexion. Si la jonction est conservative,  $\sum_j \bar{\tau}_{ij} = 1$ . En revanche, la matrice T des coefficients de transmission n'est pas forcément symétrique.



FIGURE 3.3 – MES différentielle : prise en compte des phénomènes à la jonction entre deux soussystèmes

L'intensité réfléchie dans le i-ème sous-système s'exprime en fonction de toutes les intensités incidentes, ainsi que des coefficients de transision :

$$\boldsymbol{I}_{i}^{-}(O).\boldsymbol{n}_{i} = -\sum_{j=1}^{N} \bar{\tau}_{ji} \boldsymbol{I}_{j}^{+}(O).\boldsymbol{n}_{j}$$
(3.20)

Ainsi, en combinant les équations (3.19) et (3.20), le système linéaire (3.21) peut être établi :

$$\begin{bmatrix} -\frac{c_1^2}{\eta_1 \omega} \nabla W_1(O) \cdot \boldsymbol{n}_1 \\ \vdots \\ -\frac{c_N^2}{\eta_N \omega} \nabla W_N(O) \cdot \boldsymbol{n}_N \end{bmatrix} = J \begin{bmatrix} c_1 W_1(O) \\ \vdots \\ c_N W_N(O) \end{bmatrix}$$
(3.21)

où J est la matrice définie par :

$$\mathbf{J} = \left[\mathbf{Id} + {}^{t}\mathbf{T}\right]^{-1} \cdot \left[\mathbf{Id} - {}^{t}\mathbf{T}\right]$$
(3.22)

**Récapitulatif du problème :** Soit le système  $\Omega$  divisé en N sous-systèmes  $\Omega_i$  avec  $i \in \{1, N\}$ . Chaque sous-système possède une frontière libre  $\Gamma_i^L$  siège de phénomènes liés à l'absorption, et une jonction avec un autre sous-système j,  $\Gamma_{ij}^J$   $(i \neq j)$ , où se produisent les phénomènes de transmission.

Le problème s'écrit donc ainsi pour chaque sous-système  $\Omega_i$ :

$$\begin{cases} -\frac{c_i^2}{\eta_i \omega} \Delta W_i(M) + \eta_i \omega W_i(M) = \Pi^{inj}(M), \ \forall M \in \Omega_i \\ -\frac{c_i^2}{\eta_i \omega} \nabla W_i(O) \cdot \boldsymbol{n}_i(O) = \frac{1 - \bar{r}(O)}{1 + \bar{r}(O)} c_i W_i(O), \ \forall O \in \Gamma_i^L \\ -\frac{c_i^2}{\eta_i \omega} \nabla W_i(O) \cdot \boldsymbol{n}_i(O) = \sum_{j=1}^N \mathbf{J}_{ij} c_j W_j(O), \ \forall O \in \Gamma_{ij}^J \end{cases}$$
(3.23)

**Critiques :** La MES différentielle n'est pas satisfaisante pour prendre en compte la physique du problème. En effet, au travers de l'équation de diffusion inhomogène (3.11), seul le champ réverbéré est considéré. Elle est donc valable uniquement si le champ réverbéré est prépondérant devant le champ direct, c'est-à-dire si l'amortissement est faible. De plus, la puissance injectée, qui modélise la source, est attribuée au champ réverbéré dans l'équation de diffusion inhomogène (3.11), puisque la méthode ne différencie pas le champ direct du champ réverbéré. Physiquement, ceci est faux puisqu'en réalité la source injecte une puissance dans le champ direct, qui après une première réflexion ou transmission crée le champ réverbéré.

#### 3.1.3 MES différentielle Mixte

Cette nouvelle MES a pour objectif de régler les problèmes de la précédente. Il s'agit notamment de permettre une description correcte des systèmes pour lesquels le champ direct n'est pas négligeable devant le champ réverbéré. Le cadre d'étude correspond à un milieu homogène isotrope. Tout d'abord, la MES différentielle mixte sépare clairement les champs direct et réverbéré dans l'expression du champ total.

$$\mathbf{I}(M) = \mathbf{I}^{dir}(M) + \mathbf{I}^{rev}(M), \quad et \ W(M) = W^{dir}(M) + W^{rev}(M)$$
(3.24)

Comme le montre la figure 3.4, le champ direct concerne les ondes provenant de la source avant qu'elles aient atteint les frontières. Le champ réverbéré désigne quant à lui les ondes après leur permière réflexion ou transmission sur une frontière d'un sous-système. Cette décomposition du champ est effective pour les sous-systèmes directement excités. Pour les autres, seul le champ réverbéré est présent. Les systèmes concernés par cette formulation peuvent être excités de manière ponctuelle. Il n'est alors pas rigoureux de décrire le champ direct créé par ce type d'excitation à l'aide d'ondes planes. Il va ainsi être modélisé par des ondes planes en 1D, cylindriques en 2D ou sphériques en 3D, décorrélées, et le champ réverbéré sera quant à lui encore décrit par des ondes planes décorrélées.



FIGURE 3.4 – MES différentielle mixte : description des champs

**Expression du champ direct :** Afin de calculer le champ direct en fonction de la puissance injectée, il convient de revenir à l'équation fondamentale de la MES (3.1), et de déterminer l'onde qui en est la solution dans un espace infini de dimension n. Dans ces conditions, W et I ne dépendent que de la variable radiale r. Ainsi le vecteur flux  $I_r$  est défini comme étant colinéaire au vecteur radial  $e_r$ .

Il est également maintenant supposé qu'il y a tout au plus une source par sous-système, ce qui permet de prendre en compte des distributions discrètes de source. Ainsi pour une source placée en  $M_0$ , pour tout point M,  $\Pi^{inj}(M) = \delta(|MM_0|)$ , où  $\delta$  désigne la distribution de Dirac.

En considérant une source unitaire dans ces conditions, l'équation (3.25) est la transposition de l'équation (3.1) en dimension n.

$$\frac{1}{r^{n-1}}\frac{d}{dr}(r^{n-1}\boldsymbol{I}_r) + \eta\omega W = \delta(0), \qquad (3.25)$$

A condition de se placer suffisamment loin de la source, l'onde sphérique vérifie la relation valable pour les ondes planes :  $I_r = cWe_r$ . L'équation (3.25) devient donc :

$$\frac{1}{r^{n-1}}\frac{d}{dr}(r^{n-1}W) + \frac{\eta\omega}{c}W = \frac{\delta(0)}{c}$$
(3.26)

Les fonctions de Green énergétiques solutions de l'équation (3.26), et relatives à l'intensité et la densité d'énergie sont connues, et données respectivement par G(r) et G(r) dans l'expression (3.27).

$$\boldsymbol{G}(r) = \frac{1}{\gamma_0} \frac{e^{-\frac{\eta\omega}{c}r}}{r^{n-1}} \boldsymbol{e}_r, \quad et \ \boldsymbol{G}(r) = \frac{1}{\gamma_0 c} \frac{e^{-\frac{\eta\omega}{c}r}}{r^{n-1}}.$$
(3.27)

L'angle solide  $\gamma_0$  est fonction de la dimension considérée, il vaut 2 en 1D,  $2\pi$  en 2D et  $4\pi$  en 3D. L'analyse rapide de ces fonctions montre qu'elles divergent en 0, c'est pourquoi les valeurs en ce point sont fixées par convention :

$$G(0) = 0, \ G(0) = 0.$$
 (3.28)

Cependant, la divergence n'est pas atténuée, l'existence est seulement garantie en 0, ce qui fait que les champs obtenus par MES différentielle mixte ne sont censés qu'assez loin des sources, c'est-à-dire lorsque l'hypothèse de champ lointain est vérifiée.

Ainsi, pour un point M éclairé par une source de puissance  $\Pi^{inj}$  placée en M' distant radialement de r, les flux et densité d'énergie directement associés à la source en M sont donnés par :

$$\boldsymbol{I}^{dir}(M) = \frac{\Pi^{inj}}{\gamma_0} \frac{e^{-\frac{\eta\omega}{c}r}}{r^{n-1}} \boldsymbol{e}_r, \quad et \ W^{dir}(M) = \frac{\Pi^{inj}}{\gamma_0 c} \frac{e^{-\frac{\eta\omega}{c}r}}{r^{n-1}}.$$
(3.29)

**Expression du champ réverbéré :** L'équation caractérisant le champ réverbéré est l'équation de diffusion homogène (3.10) établie plus tôt. Cette fois tout est cohérent dans la mesure où le champ réverbéré n'a pas à dépendre directement de la puissance injectée. Cependant, l'équation doit être résolue avec les bonnes conditions aux limites qui sont liées à la nature des frontières, ou des interfaces entre sous-systèmes.

**Frontières absorbantes :** La figure 3.5 schématise le cas des frontières absorbantes pour la MES différentielle mixte.



FIGURE 3.5 – MES différentielle mixte : réflexion sur une frontière absorbante

Par rapport à la MES différentielle, la différence consiste à ajouter un terme provenant du champ direct, faisant un angle  $\beta(O)$  au point O par rapport à la normale à la frontière n. L'intensité réverbérée au point O de la frontière est donc exprimée par la relation (3.30).

$$\boldsymbol{I}^{-}(O).\boldsymbol{n} = -\bar{r}\boldsymbol{I}^{+}(O).\boldsymbol{n} - r(\beta(O))\boldsymbol{I}^{dir}(O).\boldsymbol{n}$$
(3.30)

Comme précédemment, il est nécessaire d'exprimer les termes  $I^-$  et  $I^+$  en fonction de W:

$$-\frac{c^2}{\eta\omega}\nabla W(O).\boldsymbol{n} = \frac{1-\bar{r}}{1+\bar{r}}cW(O) - \frac{2r(\beta(O))}{1+\bar{r}}\boldsymbol{I}^{dir}(O).\boldsymbol{n}$$
(3.31)

**Jonction entre sous-systèmes :** Dans ce cas-là, pour le sous-système i, le bilan énergétique devient :

$$\boldsymbol{I}_{i}^{-}(O).\boldsymbol{n}_{i} = -\sum_{j=1}^{N} \bar{\tau}_{ji} \boldsymbol{I}_{j}^{+}(O).\boldsymbol{n}_{j} - \sum_{j=1}^{N} \tau_{ji}(\beta_{j}(O)) \boldsymbol{I}_{j}^{dir}(O).\boldsymbol{n}_{j}$$
(3.32)

Le système d'équations (3.33), semblable au précédent (3.21) mais avec un terme supplémentaire, peut alors être obtenu :

$$\begin{bmatrix} -\frac{c_1^2}{\eta_1 \omega} \nabla W_1(O) \cdot \boldsymbol{n}_1 \\ \vdots \\ -\frac{c_N^2}{\eta_N \omega} \nabla W_N(O) \cdot \boldsymbol{n}_N \end{bmatrix} = \mathbf{J}_1 \begin{bmatrix} c_1 W_1(O) \\ \vdots \\ c_N W_N(O) \end{bmatrix} - \mathbf{J}_2(O) \begin{bmatrix} \boldsymbol{I}_1^{dir}(O) \\ \vdots \\ \boldsymbol{I}_N^{dir}(O) \end{bmatrix}$$
(3.33)

où la matrice  $\mathbf{J}_1 = \mathbf{J}$  est définie par la relation (3.22), et où  $\mathbf{J}_2(O)$  s'exprime en fonction des coefficients de transmission relatifs aux ondes du champ direct :

$$\mathbf{J}_{2}(O) = \left[\mathbf{I} + {}^{t}\mathbf{T}\right]^{-1} \begin{bmatrix} 2\tau_{11}(\beta_{1}(O)) & \cdots & 2\tau_{N1}(\beta_{N}(O)) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 2\tau_{1N}(\beta_{1}(O)) & \cdots & 2\tau_{NN}(\beta_{N}(O)) \end{bmatrix}$$
(3.34)

**Récapitulatif du problème :** Les mêmes notations que dans le récapitulatif précédent concernant la MES différentielle sont conservées.

Le problème se résume alors à calculer le champ direct dans chaque sous-système à partir de la puissance injectée de chaque source. L'exemple suivant considère une source de puissance omnidirectionnelle pour le système 3D entier  $\Omega$ . Le champ direct créé par la source, aussi bien en termes d'intensité que de densité d'énergie, a respectivement pour expression :

$$\mathbf{I}^{dir} = \Pi^{inj} \frac{e^{-\frac{\eta\omega}{c}r}}{4\pi r^2} \mathbf{e}_r, \quad et \quad W^{dir} = \Pi^{inj} \frac{e^{-\frac{\eta\omega}{c}r}}{4\pi cr^2}$$
(3.35)

Puis, pour chaque sous-système  $\Omega_i$ , le champ réverbéré peut être calculé à l'aide des équations suivantes :

$$\begin{cases} -\frac{c_i^2}{\eta_i\omega}\Delta W_i(M) + \eta_i\omega W_i(M) = 0, \ \forall M \in \Omega_i \\ -\frac{c_i^2}{\eta_i\omega}\nabla W_i(O).\boldsymbol{n}_i(O) = \frac{1-\bar{r}(O)}{1+\bar{r}(O)}c_iW_i(O) - \frac{2r(\beta(O))}{1+\bar{r}}\boldsymbol{I}_i^{dir}(O).\boldsymbol{n}_i, \ \forall O \in \Gamma_i^L \\ -\frac{c_i^2}{\eta_i\omega}\nabla W_i(O).\boldsymbol{n}_i(O) = \sum_{j=1}^N (\mathbf{J}_i)_{ij}c_jW_j(O) + \sum_{j=1}^N (\mathbf{J}_2(O))_{ij}\boldsymbol{I}_i^{dir}(O).\boldsymbol{n}_i, \ \forall O \in \Gamma_{ij}^J \end{cases}$$
(3.36)

Ainsi, en comparant le récapitulatif de la MES différentielle (3.23), avec celui qui vient d'être fait (3.36), les deux nouveaux points introduits par la MES différentielle mixte, à savoir la séparation du champ direct et du champ réverbéré, ainsi que l'injection de la puissance dans le champ réverbéré au niveau des frontières, sont clairement visibles. D'un point de vue numérique, le champ direct est calculé au préalable, et il devient ensuite une entrée pour le calcul du champ réverbéré.

**Critiques :** La MES différentielle mixte conserve la modélisation du champ réverbéré sous forme d'ondes planes, ce qui constitue encore une approximation par rapport à la physique des phénomènes. De plus, les sources acoustiques sont supposées être des monopôles rayonnant de manière omnidirectionelle. Ce modèle de sources limite ainsi l'utilisation de cette méthode à des excitations volumiques.

## 3.2 MES Intégrale 3D

La MES intégrale est abordée dans cette partie. Comme dans [30], celle-ci est introduite à travers les deux formes de MES qui ont été présentées plus tôt. Dans la suite de cet ouvrage, le terme MES fera référence à la MES intégrale dans sa formulation 3D.

## 3.2.1 Théorie

La MES intégrale conserve la différenciation du champ total en champ direct et réverbéré. Cependant, en plus de modéliser le champ direct par des ondes sphériques décorrélées, elle conserve également ce même modèle pour le champ réverbéré. Il est rappelé qu'en 1D ce sont des ondes planes qui sont utilisées, en 2D des ondes cylindriques et en 3D, enfin, des ondes sphériques. La puissance

est également introduite dans le champ réverbéré au niveau des frontières, comme pour la MES différentielle mixte. Les fonctions élémentaires décrivant la propagation de la densité d'énergie et de l'intensité sont alors identiques à celles déterminées par l'équation (3.29). Trois nouvelles modifications sont apportées aux formulations précédentes. La première concerne la directivité des champs, et les deux dernières sont liées à la modélisation des sources responsables des champs direct et réverbéré.

Loi de diffusion lambertienne : La MES intégrale introduit une nouvelle hypothèse concernant la réflexion des ondes aux discontinuités. En effet, elle suppose que la réflexion n'est pas spéculaire, mais qu'il s'agit d'une diffusion lambertienne, c'est-à-dire d'une diffusion non uniforme, mais proportionnelle à l'angle de ré-émission. Les notions sur la directivité de la réflexion ont été notamment abordées dans [63] et [12], où les aspects théoriques relatifs aux modèles speculaire, semi-diffus ou encore diffus ont été développés.

Soit une surface élémentaire dS de coefficient d'absorption  $\alpha$  frappée par un rayon incident  $I^{inc}$ , l'intensité totale ré-émise est  $(1 - \alpha)I^{inc}$ .ndS.

L'angle  $\theta$  est défini comme l'angle de ré-émission situé par rapport à la normale n à la surface de réflexion, comme le montre la figure 3.6.



FIGURE 3.6 – MES intégrale : réflexion diffuse

L'expression de l'intensité réfléchie selon l'angle  $\theta$  est alors donnée par l'équation (3.37) :

$$\boldsymbol{I}^{refl}(\theta) = (1-\alpha)\boldsymbol{I}^{inc}.\boldsymbol{n}dS.\frac{\cos\theta}{\gamma}\boldsymbol{e}_{\theta}$$
(3.37)

où  $\frac{\cos\theta}{\gamma}$  est la directivité lambertienne, qui bien qu'étant fonction des angles  $\theta$  et  $\phi$ , ne dépend explicitement que du premier.  $\gamma$  quant à lui est un coefficient de normalisation de la directivité qui est fonction de la dimension considérée. Son expression est déterminée en intégrant la directivité sur toutes les incidences possibles. En dimension 3, il vaut :

$$\gamma = \int_{\phi=0}^{2\pi} \int_{\theta=0}^{\pi/2} \cos(\theta) \sin(\phi) d\theta d\phi = \pi$$
(3.38)

Afin de simplifier les notations, il est choisi de conserver dans les expressions de la densité d'énergie et de l'intensité les fonctions de propagation G(r) et G(r) déterminées précédemment, et de les multiplier simplement par un facteur de directivité  $d^n(\theta, \phi)$ , où n est la dimension considérée. Ce dernier prend en compte la directivité, ainsi que l'angle solide  $\gamma_0$  explicité au préalable. En dimension 3, le facteur de directivité lambertien  $d^{3D}(\theta)$  est donc donné par l'équation 3.39.

$$d^{3D}(\theta,\phi) = \gamma_0 \cdot \frac{\cos\theta}{\gamma} = 4 \cdot \cos(\theta) \tag{3.39}$$

Pour la suite, ce facteur de directivité lambertien en 3D caractérisant les échanges au niveau des frontières sera noté d. La figure 3.7 présente le diagramme de directivité de la diffusion lambertienne en deux dimensions.



FIGURE 3.7 – Diagramme de directivité (dB) de la diffusion lambertienne en 2D

Comme il peut être constaté sur la figure 3.7, où le trait noir horizontal représente la surface de réflexion, la directivité est relativement constante sur l'ouverture angulaire  $[45^{\circ}, 135^{\circ}]$ , puis elle devient très marquée pour les faibles incidences, c'est-à-dire pour les angles compris entre 0° et 20°, ainsi que 160° et 180°.

**Champ direct :** Les deux MES abordées précédemment considéraient jusque-là que le champ direct était dû à des sources de puissance volumiques. Par le biais de la MES intégrale, un nouveau type de sources peut être introduit : celui des sources de frontière, ou sources surfaciques. Les sources volumiques sont de nouveau définies par une puissance  $\Pi^{inj}$ , à laquelle un facteur de directivité  $d_{\Pi}$  caractérisant le rayonnement est associé. Les sources surfaciques sont quant à elles modélisées par des flux de puissance entrants  $\phi^{inj}$ , et par un facteur de directivité  $d_{\phi}$ , qui peut-être supposé lambertien.

De plus, la MES intégrale introduit une nouvelle dénomination en désignant par le terme sources primaires, les sources responsables du champ direct. Le champ direct est donc présent dans un sous-système si celui-ci intègre une source primaire, volumique ou de frontière, et ce champ devient réverbéré dès la première transmission ou réflexion. Comme pour la MES différentielle mixte, le champ direct est exprimée à l'aide des fonctions de Green énergétiques relatives à l'intensité G(r), et à la densité d'énergie G(r). Ainsi, l'intensité et la densité d'énergie directs en un point M d'un soussystème présentant des sources primaires volumiques et de frontière s'expriment respectivement à l'aide des équations (3.40) et (3.41).

$$\boldsymbol{I}^{dir}(M) = \int_{\Omega} \Pi^{inj}(M') d_{\Pi}(M', M) \boldsymbol{G}(M', M) dM' + \int_{\partial \Omega} \phi^{inj}(O) d_{\phi}(O, M) \boldsymbol{G}(O, M) dO \qquad (3.40)$$

$$W^{dir}(M) = \int_{\Omega} \Pi^{inj}(M') d_{\Pi}(M', M) G(M', M) dM' + \int_{\partial \Omega} \phi^{inj}(O) d_{\phi}(O, M) G(O, M) dO$$
(3.41)

**Champ réverbéré :** La MES intégrale introduit une originalité concernant le champ réverbéré. En effet, la méthode suppose que ce dernier, créé par les multiples réflexions sur les frontières des sous-systèmes, est dû à des sources appelées sources secondaires par opposition aux sources primaires définies plus tôt, qui sont positionnées au niveau de ces frontières. Ces sources qui sont a fortiori surfaciques sont caractérisées par un flux de puissance réverbéré  $\sigma$ , et un facteur de directivité lambertienne d correspondant à celui défini par l'équation (3.39).

Soient  $\sigma(O)$  le flux de puissance réverbéré au point O de la frontière du système, et  $\alpha(O)$  le coefficient d'absorption énergétique au même point. Les trois contributeurs à ce flux secondaire, sont les deux flux primaires provenant de sources volumiques ou de frontière, et un dernier flux secondaire issu des sources indirectes, comme l'indique la figure 3.8. L'expression de  $\sigma(O)$  est alors donnée par l'équation (3.42) :

$$\sigma(O) = (1 - \alpha(O)) \left[ \int_{\Omega} \Pi^{inj}(M) d_{\Pi}(M, O) \boldsymbol{G}(M, O) \cdot \boldsymbol{n} \, dM + \int_{\partial \Omega} \phi^{inj}(O') d_{\phi}(O', O) \boldsymbol{G}(O', O) \cdot \boldsymbol{n} \, dO' + \int_{\partial \Omega} \sigma(O') d(O', O) \boldsymbol{G}(O', O) \cdot \boldsymbol{n} \, dO' \right].$$
(3.42)



FIGURE 3.8 – MES intégrale : Contributeurs du champ réverbéré  $\sigma(O)$ 

A partir de l'équation (3.42), en portant à gauche les termes dus au champ réverbéré, et à droite ceux issus du champ direct, une équation de Fredholm de seconde espèce (3.43) est alors obtenue.

$$\sigma(O) - (1 - \alpha(O)) \int_{\partial\Omega} \sigma(O') d(O', O) \mathbf{G}(O', O) \cdot \mathbf{n} dO' =$$

$$(1 - \alpha(O)) \left[ \int_{\Omega} \Pi^{inj}(M) d_{\Pi}(M, O) \mathbf{G}(M, O) \cdot \mathbf{n} dM + \int_{\partial\Omega} \phi^{inj}(O') d_{\phi}(O', O) \mathbf{G}(O', O) \cdot \mathbf{n} dO' \right]$$
(3.43)

Puis, en utilisant le flux de puissance direct défini par l'expression (3.40), l'équation (3.43) devient :

$$\sigma(O) - (1 - \alpha(O)) \int_{\partial \Omega} \sigma(O') d(O', O) \boldsymbol{G}(O', O) \cdot \boldsymbol{n} dO' = (1 - \alpha(O)) \boldsymbol{I}^{dir} \cdot \boldsymbol{n}.$$
(3.44)

Cependant, le système n'étant pas forcément convexe, il est alors nécessaire de définir un facteur de visibilité  $v_{OO'}$  entre les surfaces élementaires liées aux points O et O', qui s'intègre directement dans les fonctions de Green G et G. L'expression de ce facteur qui vérifie  $v_{OO'} = v_{O'O}$  est la suivante :

$$v_{OO'} = \begin{cases} 1 & \text{si O et O' sont visibles l'un de l'autre,} \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$
(3.45)

Pour ne pas alourdir les prochaines expressions, ce facteur ne sera pas noté dans chaque équation, en revanche il doit être pris en compte lors de la programmation de la méthode.

Champ total : D'après ce qui précéde, le champ total peut finalement être estimé dans chaque sous-système. En premier lieu, le champ direct est calculé à partir des sources primaires connues, qui peuvent être volumiques et de puissance injectée  $\Pi^{inj}$ , ou se situer aux frontières et de puissance injectée  $\phi^{inj}$ . Ensuite, à l'aide des puissances injectées par ces sources primaires et de l'équation de fermeture du système (3.44), les sources secondaires  $\sigma$  peuvent être déterminées, tout comme le champ total. Lorsque  $d_{\phi} = d$ , c'est-à-dire que la directivité des sources primaires surfaciques est supposée lambertienne, la densité d'énergie totale dans le sous-système  $\Omega$  s'exprime selon l'équation (3.46).

$$W(M) = \int_{\Omega} \Pi^{inj}(M') d_{\Pi}(M', M) G(M', M) dM' + \int_{\partial \Omega} \phi^{inj}(O) d(O, M) G(O, M) dO + \int_{\partial \Omega} \sigma(O) d(O, M) G(O, M) dO.$$
(3.46)

L'expression de l'intensité est rigoureuseument la même, seule diffère la fonction de Green choisie qui doit être adaptée à la quantité énergétique considérée.

#### 3.2.2 Exemple d'un problème général traité avec la MES intégrale

L'exemple d'une cavité fermée tridimensionnelle est développé dans cette partie.

**Discrétisation du problème :** Soit  $\Omega$  un domaine borné de frontière  $\partial\Omega$  présentant un coefficient d'absorption énergétique local  $\alpha(O)$ . La frontière de la cavité  $\partial\Omega$  est discrétisée en  $N^e$  éléments de surface  $S_i$ ,  $i \in [1, N^e]$ , sur lesquelles le coefficient d'absorption est constant.

Chaque coefficient d'absorption, source surfacique primaire, et secondaire est attribué à l'élément de surface  $S_i$  auquel il est relié :  $S_i \rightarrow (\alpha_i, \phi_i, \sigma_i)$ . Par la suite, deux vecteurs de taille  $N^e$ sont définis. Le premier  $\phi^{inj}$  contient les flux primaires de chaque élément de surface, et le second  $\sigma$  est constitué quant à lui des flux secondaires.

**Champ direct :** Le champ direct total se calcule à partir des équations (3.40) et (3.41) discrétisées, ainsi que des sources primaires volumiques et surfaciques. Son expression est fournie par les équations (3.47) et (3.48) relatives à l'intensité et à la densité d'énergie.

$$\boldsymbol{I}^{dir}(M) = \iiint_{\Omega} \Pi^{inj}(M') d_{\Pi}(M', M) \boldsymbol{G}(M', M) dM' + \sum_{i=1}^{N^e} \phi_i^{inj} \iint_{S_i} d_{\phi}(O, M) \boldsymbol{G}(O, M) dO \quad (3.47)$$

$$W^{dir}(M) = \iiint_{\Omega} \Pi^{inj}(M') d_{\Pi}(M', M) G(M', M) dM' + \sum_{i=1}^{N^e} \phi_i^{inj} \iint_{S_i} d_{\phi}(O, M) G(O, M) dO \quad (3.48)$$

Il est également nécessaire pour la suite de connaître pour chaque élément de surface  $S_i$  le champ direct incident créé par tous les autres, au niveau de la paroi.

$$\boldsymbol{I}_{inc}^{dir}(O \in S_i) = \iiint_{\Omega} \Pi^{inj}(M) d_{\Pi}(M, O) \boldsymbol{G}(M, O) dM + \sum_{\substack{j=1\\j \neq i}}^{N^e} \phi_j^{inj} \iint_{S_j} d_{\phi}(O', O) \boldsymbol{G}(O', O) dO' \quad (3.49)$$

**Champ réverbéré :** La démarche consiste ici à résoudre l'équation de Fredholm (3.50) pour obtenir les sources secondaires  $\sigma$ , et ainsi déterminer le champ réverbéré. D'après ce qui précède, les sources secondaires vérifient l'équation (3.50).

$$\sigma(O) - (1 - \alpha(O)) \iint_{\partial\Omega} \sigma(O') d(O', O) \boldsymbol{G}(O', O) \cdot \boldsymbol{n} dO' = (1 - \alpha(O)) \boldsymbol{I}^{dir} \cdot \boldsymbol{n}$$
(3.50)

En intégrant l'égalité (3.50) sur la surface  $S_i$ , l'équation (3.51) est obtenue.

$$S_i \sigma_i - (1 - \alpha_i) \iint_{S_i} \sum_{\substack{i=1\\i \neq j}}^{N^e} \sigma_j \iint_{S_j} d(O', O) \boldsymbol{G}(O', O) \cdot \boldsymbol{n}_i dO' dO = (1 - \alpha_i) \iint_{S_i} \boldsymbol{I}_{inc}^{dir}(O) \cdot \boldsymbol{n}_i dO \quad (3.51)$$

Pour diminuer le coût de calcul, il est possible de supposer que l'intensité incidente est constante sur la surface donnée, et donc de prendre les valeurs des intensités incidentes directe et réverbérée au niveau du centre de gravité  $O_i$  de  $S_i$ , le *i*-ème élément de surface. O' étant toujours le centre d'inertie de l'élément *j* de surface  $S_j$ , l'équation (3.51) devient alors :

$$\sigma_i - (1 - \alpha_i) \sum_{\substack{i=1\\i\neq j}}^{N^e} \sigma_j \iint_{S_j} d(O', O) \boldsymbol{G}(O', O) \cdot \boldsymbol{n}_i dO' = (1 - \alpha_i) \boldsymbol{I}_{inc}^{dir}(O) \cdot \boldsymbol{n}_i$$
(3.52)

Un système linéaire faisant intervenir  $\sigma$  est ensuite établi à partir de l'équation (3.52). Celui-ci peut être mis sous la forme matricielle (3.53).

$$\mathbf{M}\boldsymbol{\sigma} = \boldsymbol{B}, \ avec \ \mathbf{M} = \mathbf{Id} - \mathbf{RT}$$
(3.53)

où :

 $-\mathbf{R}$  est la matrice diagonale des termes d'absorption :

$$\mathbf{R}_{ij} = (1 - \alpha_i)\delta_{ij} \tag{3.54}$$

 T est une matrice non symétrique qui renferme les termes d'interactions géométriques entre les éléments de surface des parois :

$$\mathbf{T}_{ij} = \begin{cases} \iint_{S_j} d(O', O_i) \mathbf{G}(O', O_i) \cdot \mathbf{n}_i dO' & \text{si } i \neq j \ \forall i, j \\ 0 & \text{si } i = j \ \forall i \end{cases}$$
(3.55)

Afin de garantir la conservation de l'énergie, les termes de la matrice  $\mathbf{T}$  vérifient les propriétés suivantes (3.56) et (3.57) :

$$\sum_{j=1}^{N_e} T_{ij} = 1 \quad \forall i \tag{3.56}$$

$$\sum_{j=1}^{N_e} \frac{S_i}{S_j} T_{ij} = 1 \quad \forall j \tag{3.57}$$

-B, le terme de second membre, dépend du champ direct incident et de l'absorption :

$$\boldsymbol{B}_{i} = (1 - \alpha_{i})\boldsymbol{I}_{inc}^{dir}(O_{i}).\boldsymbol{n}_{i}$$
(3.58)

L'inversion du système (3.53) permet de trouver le vecteur caractérisant les sources secondaires,  $\sigma$ , puis d'obtenir le champ réverbéré relatif à l'intensité et à la densité d'énergie :

$$\boldsymbol{I}^{rev}(M) = \sum_{i=1}^{N^e} \sigma_i \iint_{S_i} d(O, M) \boldsymbol{G}(O, M) dO$$
(3.59)

$$W^{rev}(M) = \sum_{i=1}^{N^c} \sigma_i \iint_{S_i} d(O, M) G(O, M) dO$$
(3.60)

**Champ total :** Enfin, Le champ total est calculé en sommant les champs direct et réverbéré aux points considérés.

3.70

#### 3.2.3 MES intégrale/Tirs de rayons

Une analogie peut être établie entre la MES intégrale appliquée à une cavité acoustique et la méthode de tirs de rayons. Cette dernière est principalement utilisée en acoustique. Elle modélise le champ sous forme de rayons induits par des sources, qui se réfléchissent ensuite sur les parois du système conformément aux lois de l'optique. Cette méthode permet de calculer le champ de pression en un point M en fonction de celui des sources en présence, en tenant compte des réflexions dans le système, et donc du confinement. Dans sa thèse [8], Caillet utilise la méthode GRIM ('Green Ray Integral Method') qui se base sur le principe des tirs de rayons afin de calculer les fonctions de Green entre les pressions aux points d'écoute à l'intérieur d'une cabine d'hélicoptère, et les vitesses en différents points de la structure. Pour effectuer les calculs, différents paramètres de la méthode, tels que le type ou le nombre de réflexions sont à définir.

A partir de cette brève description de la méthode des tirs de rayons, ainsi que de celle de la MES intégrale, des similitudes peuvent d'ores et déjà être remarquées entre les deux méthodes. La MES intégrale semble correspondre à une méthode de tirs de rayons énergétique qui néglige la phase, et donc la corrélation des ondes, et qui utilise une loi de diffusion lambertienne pour modèle de réflexion. A ce stade, la MES intégrale correspond à une version très économique de la méthode des tirs de rayons. Cependant, en reprenant le système (3.53), le vecteur des sources secondaires  $\sigma$  peut être exprimé à l'aide d'une série de Neumann (3.61), qui converge si  $||\mathbf{RT}|| < 1$ , ce qui est le cas.

$$\boldsymbol{\sigma} = (\mathbf{Id} - \mathbf{RT})^{-1} \boldsymbol{B} = \left[ \mathbf{Id} + \sum_{k=1}^{\infty} (\mathbf{RT})^k \right] \boldsymbol{B}$$
(3.61)

L'analyse de cette décomposition montre que le vecteur  $\boldsymbol{\sigma}$  est formé du premier terme  $\boldsymbol{\sigma}_1 = \boldsymbol{B}$ qui correspond aux sources secondaires dues à la première réflexion, auquel s'ajoute  $\boldsymbol{\sigma}_2 = \mathbf{RTB}$ qui correspond à la deuxième réflexion, etc.

La MES intégrale est donc théoriquement équivalente à une méthode de tirs de rayons énergétiques, décorrélés, à réflexion diffuse, et infinis.
#### Méthode Energétique Simplifiée Inverse : IMES 3.3

La méthode abordée dans cette partie permet de déterminer les flux acoustiques entrants  $\phi^{inj}$ à partir de mesures d'intensité et de densité d'énergie dans une cavité, lorsque les coefficients d'absorption ainsi que la géométrie de la cavité sont connus. Cette méthode a été développée notamment par Hardy lors de sa thèse [30], et porte le nom de MES inverse. Elle se base sur les équations et les hypothèses de la MES intégrale 3D.

Les formulations discrétisée et matricielle sont simultanément présentées. Les développements théoriques suivants se placent dans le cas particulier traité par ce mémoire, où seules des sources primaires surfaciques sont considérées.

La paroi est discrétisée en  $N^e$  éléments de surface  $S_i$ . A chacun sont associés un flux entrant  $\phi_i^{inj}$ (pouvant être nul) et un flux réfléchi  $\sigma_i$ , dont les facteurs de directivité  $d(\theta)$  sont supposés identiques et égaux à  $4.\cos(\theta)$  pour assurer une diffusion lambertienne sur les parois, ainsi qu'un coefficient de réflexion  $\alpha_i$ .

Sont également définies  $N^m = N^W + N^I$  quantités mesurées de la manière suivante :

- $N^W$  mesures de densité d'énergie prises aux points  $X_i^W$ ,  $i \in [1, N^W]$   $N^I$  mesures d'intensité prises aux points  $X_i^I$  et projetées sur les directions  $\boldsymbol{n}_i^I$ ,  $i \in [1, N^I]$

D'après la démarche appliquée à chaque exemple précédent, le champ total est tout d'abord exprimé en fonction des champs direct et réverbéré, à l'aide des formulations matricielles (3.62) et (3.63).

$$\boldsymbol{W} = \boldsymbol{W}^{dir} + \boldsymbol{W}^{rev} \tag{3.62}$$

$$\boldsymbol{I} = \boldsymbol{I}^{dir} + \boldsymbol{I}^{rev} \tag{3.63}$$

Ensuite, il est possible d'exprimer la composante directe du champ qui ne dépend que des sources primaires surfaciques, dans le cas traité ici :

$$W_i^{dir} = \sum_{k=1}^{N_e} \phi_k^{inj} d(X_k, X_i^W) G(X_k, X_i^W)$$
(3.64)

$$\boldsymbol{I}_{i}^{dir} = \sum_{k=1}^{N_{e}} \phi_{k}^{inj} d(\boldsymbol{X}_{k}, \boldsymbol{X}_{i}^{W}) \boldsymbol{G}(\boldsymbol{X}_{k}, \boldsymbol{X}_{i}^{W}) . \boldsymbol{n}_{i}^{I}$$
(3.65)

Les matrices  $\mathbf{Y}^W$  et  $\mathbf{I}^I$ , de tailles respectives  $(N^W \mathbf{x} N^e)$  et  $(N^I \mathbf{x} N^e)$  sont ensuite introduites par les égalités (3.66) et (3.67). Elles contiennent respectivement les fonctions de propagation relatives à la densité d'énergie et l'intensité, ainsi que les informations de directivité :

$$\mathbf{Y}_{ij}^W = \iint_{S_j} d(O, X_i^W) G(O, X_i^W) dO$$
(3.66)

$$\mathbf{Y}_{ij}^{I} = \iint_{S_j} d(O, X_i^{I}) \boldsymbol{G}(O, X_i^{I}) . \boldsymbol{n}_i^{I} dO$$
(3.67)

Les équations (3.62) et (3.63) deviennent alors (3.68) et (3.69) :

$$\boldsymbol{W} = \boldsymbol{Y}^{W} \boldsymbol{\phi}^{inj} + \boldsymbol{Y}^{W} \boldsymbol{\sigma} \tag{3.68}$$

$$I = \mathbf{Y}^{I} \boldsymbol{\phi}^{inj} + \mathbf{Y}^{I} \boldsymbol{\sigma} \tag{3.69}$$

$$\mathbf{M}\boldsymbol{\sigma} = \boldsymbol{B} \tag{3.70}$$

En y intégrant les matrices  $\mathbf{R}$  et  $\mathbf{T}$  définies plus tôt, l'équation (3.70) devient alors :

$$\left[\mathbf{Id} - \mathbf{R} \cdot \mathbf{T}\right] \boldsymbol{\sigma} = \mathbf{R} \cdot \boldsymbol{\Phi}_{ini}^{inc} \tag{3.71}$$

où la matrice  $\mathbf{B}$  a été décomposée multiplicativement en deux termes. Le premier  $\mathbf{R}$  est la matrice qui contient les coefficients d'absorption des éléments de surface considérés, et le second  $\Phi_{ini}^{inc}$  est le vecteur dépendant de la puissance injectée par les sources primaires. Compte tenu qu'il n'y a ici que des sources surfaciques, au nombre de  $N_e$ , ce vecteur s'écrit :

$$(\boldsymbol{\Phi}_{inj}^{inc})_i = \sum_{k=1}^{N_e} \phi_k^{inj} d(X_k, O_i) \boldsymbol{G}(X_k, O_i) . \boldsymbol{n}_i$$
(3.72)

En insérant le vecteur  $\phi^{inj}$  qui contient l'amplitude des flux primaires, l'équation (3.71) devient :

$$[\mathbf{Id} - \mathbf{R} \cdot \mathbf{T}] \,\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{R} \cdot \mathbf{T} \boldsymbol{\phi}^{inj} \tag{3.73}$$

L'expression finale (3.74) des sources secondaires  $\sigma$  peut alors être déduite. Celles-ci dépendent linéairement des sources primaires surfaciques, ce qui constitue une propriété très importante pour la suite de la formulation de l'IMES.

$$\boldsymbol{\sigma} = [\mathbf{Id} - \mathbf{R} \cdot \mathbf{T}]^{-1} \, \mathbf{R} \cdot \mathbf{T} \boldsymbol{\phi}^{inj} \tag{3.74}$$

Les entrées du calcul inverse sont constituées des  $N^m$  quantités évaluées définies précédemment. Leur expression est rappelée :

- $N^W$  mesures de densité d'énergie prises aux points  $X_i^W$ ,  $i \in [1, N^W]$   $N^I$  mesures d'intensité prises aux points  $X_i^I$  et projetées sur les directions  $\boldsymbol{n}_i^I$ ,  $i \in [1, N^I]$

Le vecteur  $\mathbf{P}^{mes}$  de taille  $N^m = N^W + N^I$  est alors formé, concaténant toutes les mesures :

$$\boldsymbol{P}^{mes} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{W}^{mes} \\ \boldsymbol{I}^{mes} \end{bmatrix}$$
(3.75)

Sur le même principe de concaténation des données relatives à la densité d'énergie et à l'intensité, la matrice **Y** est créée. Celle-ci concatène de la même manière que  $P^{mes}$ , les matrices  $\mathbf{Y}^W$  et  $\mathbf{Y}^I$ contenant les fonctions de propagation relatives aux deux quantités énergétiques considérées. Le vecteur des mesures  ${m P}^{mes}$  peut ainsi être relié à celui des flux primaires  $\phi^{inj}$  et secondaires  $\sigma$ , à l'aide de la matrice  $\mathbf{Y}$ , comme montré par l'équation (3.76).

$$\boldsymbol{P}^{mes} = \mathbf{Y}\boldsymbol{\phi}^{inj} + \mathbf{Y}\boldsymbol{\sigma} \tag{3.76}$$

En combinant les équations (3.74) et (3.76), la relation (3.77) qui lie les mesures  $P^{mes}$  et les inconnues  $\phi^{inj}$  peut être établie.

$$\boldsymbol{P}^{mes} = \mathbf{Y}(\boldsymbol{\phi}^{inj} + \boldsymbol{\sigma}) = \mathbf{Y} \cdot \left( \mathbf{Id} + [\mathbf{Id} - \mathbf{RT}]^{-1} \cdot \mathbf{RT} \right) \boldsymbol{\phi}^{inj}$$
(3.77)

Cette équation (3.77) est ensuite mise sous la forme (3.78).

$$\boldsymbol{P}^{mes} = \mathbf{H}\boldsymbol{\phi}^{inj} \tag{3.78}$$

où  $\mathbf{H} = \mathbf{Y} \cdot \left( \mathbf{Id} + [\mathbf{Id} - \mathbf{RT}]^{-1} \cdot \mathbf{RT} \right)$  peut être considérée comme la matrice de la fonction de transfert du système étudié, obtenue à l'aide du modèle qu'est la MES intégrale. Le lecteur retrouve alors les notations utilisées précédemment dans la description des problèmes inverses. La méthode de résolution est identique. Elle consiste à calculer la matrice pseudo-inverse  $\mathbf{H}^+$  de la matrice  $\mathbf{H}$  afin de déterminer le vecteur des flux entrants  $\boldsymbol{\phi}^{inj}$ , comme le montre l'équation (3.79).

$$\boldsymbol{\phi}^{inj} = \mathbf{H}^+ \boldsymbol{P}^{mes} \tag{3.79}$$

## 3.4 Etude numérique

Dans cette partie, des simulations numériques sont effectuées afin de complèter les études mentionnées précédemment sur le comportement de la MES, ainsi que de l'IMES.

## 3.4.1 Logiciel de calcul

Afin de réaliser quelques simulations numériques, les travaux de Qabba [58] au cours desquels un démonstrateur couplant la MES et l'IMES a été créé, sont poursuivis. Celui-ci est développé dans le langage C++ orienté objet, et son fonctionnement au début de cette thèse est détaillé ci-dessous.

Dans un premier temps, le logiciel récupère le maillage surfacique de la cavité considérée, les coordonnées des sources, ainsi que la puissance qu'elles injectent dans chaque tiers d'octave étudié. L'absorption est constante pour toutes les surfaces de la cavité, ainsi que sur chaque tiers d'octave. Le logiciel calcule la puissance des sources secondaires à l'origine du champ réverbéré. Puis, il est possible d'entrer les coordonnées des points de mesure, afin d'y calculer les densités d'énergie et les intensités associées au champ total. Enfin, le logiciel intègre également la possibilité de retrouver les caractéristiques des sources à l'aide des données calculées aux points de mesure fictifs, et de l'IMES.

Au cours de cette thèse, plusieurs modifications ont été apportées au code de programmation afin de pouvoir effectuer des simulations avec des paramètres corrects. Dans un premier temps, une fonction permettant d'alimenter la méthode inverse à l'aide d'un fichier de mesures a été rajoutée. Elle entraîne notamment la définition de la bande de fréquence et des points de mesure, le calcul de la matrice **H** et de sa pseudo-inverse, le chargement du fichier contenant les données mesurées, et enfin la détermination des sources primaires. Ensuite, la prise en compte de l'absorption a été enrichie. Pour chaque maille, et pour chaque tiers d'octave, il est dorénavant possible de paramétrer une absorption différente à l'aide d'un fichier particulier. Enfin, les fonctions d'export et d'affichage ont également été complétées pour faciliter les échanges avec Matlab. La figure 3.9 représente une copie d'écran du logiciel final utilisé pour les simulations.

L'organisation des fonctions sur l'interface graphique, initiée par Qabba [58], n'a pas été modifiée. Comme le montre la figure 3.9, à gauche se trouvent les fonctions relatives au chargement des données et à l'exécution des calculs, alors que celles liées à l'affichage du maillage, ou des quantités calculées sont réunies à droite.

Une fois le code du logiciel achevé, il est nécessaire de le valider. Pour cela, la stratégie précédemment utilisée par Qabba lors de la validation de son code a de nouveau été adoptée [58]. Celle-ci consiste à considérer des cas tests pour lesquels les différents paramètres évalués par le code peuvent être exprimés de manière analytique, puis à comparer les résultats obtenus avec les deux méthodes. Les cas d'étude concernent un cube à six faces comportant d'abord une maille par face, puis quatre. Ils sont illustrés par la figure 3.10 extraite de la thèse de Schmitt [63].



FIGURE 3.9 - Copie d'écran du logiciel final MES/IMES modifié, et utilisé pour les simulations

Des validations sont effectuées avec différents paramètres. Pour celle présentée dans ce mémoire, l'absorption est supposé constante sur chacune des faces du cube, et une source volumique dénommée S sur la figure 3.10 est placée au centre de ce dernier. Le travail théorique visant à résoudre les équations de la MES, et notamment celle de Fredholm, à l'aide d'une méthode de collocation a été intégralement effectué par Schmitt dans sa thèse [63]. Les expressions analytiques des flux de puissance des sources secondaires  $\sigma$ , ainsi que du second membre B de l'équation (3.53) ont ainsi été déterminées. Schmitt a notamment montré que les flux de puissance  $\sigma$ , tous égaux dans ce cas, sont aussi identiques à l'intensité réverbérée d'Eyring  $I_R$ . Ceci permet alors de retrouver le second membre B de l'équation (3.53) à l'aide du coefficient d'absorption  $\alpha$  des surfaces du cube. Les résultats exacts relatifs aux flux de puissance des sources secondaires  $\sigma$  et au second membre B sont fournis par les égalités (3.80).

$$\sigma = I_R = \frac{1 - \alpha}{\alpha} \frac{\Pi^{inj}}{6a^2} \quad et \quad B = (1 - \alpha) \frac{\Pi^{inj}}{6a^2} \tag{3.80}$$

L'utilisation de la méthode de résolution par collocation, appliquée au cube maillé avec un ou quatre éléments par face, fait apparaître une erreur due à la discrétisation grossière des surfaces. Les flux de puissance  $\sigma$ , ainsi que le second membre B sont alors affectés d'un facteur  $\frac{6}{\pi}$  dans le cas du cube maillé avec un élément par face, et  $\frac{4}{\pi}$  pour le cube à quatre éléments par face, par rapport aux valeurs théoriques. Ce facteur tend cependant vers 1 lorsque la discrétisation s'affine, c'est-à-dire lorsque le nombre de mailles augmente.

Le cas du cube à quatre mailles par face est simulé à l'aide du logiciel programmé. La géométrie du cube est légèrement différente de celle présentée par la figure 3.10 puisque le centre du repère est cette fois placé au centre du cube, c'est-à-dire au point S. La figure 3.11 présente la géométrie du cube à quatre mailles par face, ainsi que les résultats liés aux flux de puissance des sources secondaires pour chaque maille.

Comme il peut être constaté sur la figure 3.11, les flux de puissance des sources secondaires



FIGURE 3.10 – Discrétisations élémentaires des deux cubes considérés d'arête a



FIGURE 3.11 – Cube à 4 mailles par face et flux de puissance réverbérés  $\sigma$  par maille en présence d'une source volumique au centre

issus du calcul effectué par le logiciel sont tous identiques, ce qui est cohérent avec la théorie. De plus, leur valeur est correcte par rapport aux développements de Schmitt [63], comme le montre le tableau 3.1, pour le cube à quatre mailles par face.

Arête a (m)	Puissance injectée $\Pi$ (W)	Coefficient d'absorption $\alpha$	$\sigma (W.m^{-2})$	B $(W.m^{-2})$
2	1	0.3	0.1238	0.0371

TABLE 3.1 – Paramètres utilisés pour la simulation et résultats associés

## 3.4.2 Simulations numériques

## 3.4.2.1 Simulations avec la MES

Une fois le code validé, des simulations peuvent être réalisées avec la MES. Leur but est également de confirmer la cohérence du code numérique en analysant des champs calculés, et en les comparant aux caractéristiques de l'environnement de test simulé.

#### Méthode énergétique inverse

Pour cela, une cavité ressemblant grossièrement à un cockpit est maillée par des éléments de surface, et excitée à l'aide de deux sources surfaciques sur le tiers d'octave 2000Hz. Le maillage surfacique des parois de la cavité est un paramètre important qui doit être fixé pour les simulations. Il détermine le nombre d'éléments de surface qui discrétisent chaque panneau de la cavité. Comme il a été vu avec le cube précédemment, plus ce nombre est important, plus les erreurs causées par la méthode de collocation sont réduites. Cependant, pour des raisons liées à la réalisation des calculs, ainsi qu'au temps associé, il n'est pas envisageable de définir un nombre de mailles trop important.

Dans cette partie, un seul type de maillage est utilisé. Il intégre 1390 mailles triangulaires d'environ 15cm de côté pour les plus grandes. Leur surface moyenne est proche de  $100cm^2$ , tandis que la surface totale des parois de la cavité est de  $12.5m^2$ . La cavité considérée, ainsi que les surfaces excitées, sont présentées par la figure 3.12.



FIGURE 3.12 – Cavité de simulations et emplacement des deux sources

Dans un premier temps, le rayonnement des deux sources à l'intérieur de la cavité sans obstacle est simulé. Les figures 3.13 présentent l'agencement des champs de densité d'énergie direct (Figures 3.13a et 3.13b), et réverbéré (Figures 3.13c et 3.13d) créés par les deux sources, dans deux plans différents. La quasi-uniformité du champ réverbéré à l'intérieur de la cavité peut être constatée. Celle-ci est favorisée par le fait que chaque élément de surface est visible des autres, et que les coefficients d'absorption sur les parois sont supposés identiques, sauf au sol où ils sont légèrement plus importants.

Le cockpit d'un avion, qui est donc la cavité concernée par cette étude, est relativement complexe et il présente généralement des obstacles. La même simulation que celle présentée précédemment est donc effectuée de nouveau, mais cette fois en présence de deux sièges. De la même manière, les résultats de densité d'énergie acoustique dus aux champs direct (Figures 3.14a et 3.14b) et réverbéré (Figures 3.14c et 3.14d) sont présentés. En comparant les figures 3.13 et 3.14, la bonne prise en compte des obstacles que constituent les sièges, notamment sur les termes liés au champ direct, peut être remarquée. En effet, le siège gauche masque une bonne partie du rayonnement de la source 1, comme le montre la figure 3.14a.

La comparaison des figures 3.13b et 3.14b permet également de constater que le champ direct induit par les deux sources est identique dans les deux configurations au niveau des zones visibles



FIGURE 3.13 – Champs de densité d'énergie direct (a,b) et réverbéré (c,d) créé par deux sources dans une cavité sans obstacle (dB)

par les deux sources, ce qui est parfaitement normal. Le rôle des obstacles peut également être observé sur le champ réverbéré. En effet, un certain nombre de sources secondaires sont présentes à l'arrière de la cavité. Les sièges masquent alors leur émission vers l'avant et constituent d'ailleurs une barrière réfléchissante vers l'arrière. En effet, le coefficient d'absorption de la partie arrière du dossier est supposé très faible dans ces simulations. De l'autre côté, la mousse située sur l'avant des sièges absorbe une partie de l'énergie que certaines sources secondaires présentes face à eux renvoient. Les disparités entre les champs réverbérés pour les deux maquettes numériques sont donc très importantes en termes de distribution, mais également de niveau. En effet, l'absorption attribuée aux éléments de surface formant l'assise et la partie avant du dossier des sièges est de  $\alpha=0.9$ , ce qui est relativement important.

Les champs totaux de densité d'énergie (dB) sont ensuite tracés sous deux vues différentes pour la cavité sans obstacle (Figures 3.15a et 3.15b), et avec obstacles (Figures 3.15c et 3.15d). Les champs totaux d'intensité peuvent également être calculés, mais ils ne sont pas représentés sur la figure 3.15 pour ne pas la surcharger.

La diminution de niveau induite par les sièges positionnés à l'intérieur de la cavité peut être remarquée. Celle-ci est majoritairement due au champ réverbéré qui est profondément modifié par ces obstacles et par les phénomènes d'absorption liés, plutôt qu'au masquage du champ direct causé



FIGURE 3.14 – Champs de densité d'énergie direct (a,b) et réverbéré (c,d) créé par deux sources dans une cavité avec obstacles (dB)

par les sièges.

#### 3.4.2.2 Simulations avec l'IMES

Après ces simulations effectuées à l'aide de la méthode directe, la méthode inverse est à son tour testée. Contrairement à la précédente, celle-ci doit faire l'objet d'une étude relative à sa mise en oeuvre, ainsi qu'à ses performances. Plusieurs éléments sont à vérifier. Dans un premier temps, il est nécessaire d'étudier l'inversibilité du problème, comme l'ont également fait Hardy [30] et Chabchoub [9]. Une fois que le problème est déclaré inversible, il est intéressant de mettre en évidence l'influence de divers paramètres liés au problème inverse sur la qualité de la solution obtenue. Chabchoub a déjà déterminé le rôle de certains paramètres dans sa thèse [9].

Les principaux paramètres qui influencent le problème inverse sont détaillés ci-dessous. Il s'agit, pour commencer, du nombre de mailles utilisées pour discrétiser les parois de la cavité. Cette quantité a déjà été évoquée précédemment lors des simulations réalisées à l'aide de la méthode directe. Concernant le problème inverse, ce paramètre est également très important puisqu'il impacte directement le conditionnement de la matrice **H** dans la mesure où il détermine son nombre de colonnes, c'est-à-dire le nombre d'inconnues. Le maillage de mesure, quant à lui, joue le rôle le plus important



FIGURE 3.15 – Champs totaux de densité d'énergie (dB) dans la cavité sans (a,b), et avec obstacles (c,d)

dans la méthode inverse. Le nombre de points de mesure, tout d'abord, multiplié par quatre, détermine le nombre de lignes de la matrice **H**. En effet, en chaque point de mesure quatre quantités sont déterminées : la densité d'énergie et les trois composantes du vecteur d'intensité active. La position des points de mesure impacte également la faculté de la méthode inverse à retrouver les sources et à quantifier correctement leur puissance. En effet, Chabchoub a notamment montré dans sa thèse [9] qu'il est nécessaire de placer des points de mesure proches des sources afin d'améliorer les performances de l'IMES.

**Inversibilité du problème :** Dans un premier temps, des simulations sont effectuées afin d'évaluer l'inversibilité du problème. Pour ce premier test, deux éléments de surface portant les numéros 494 et 595 rayonnent afin de simuler des sources ponctuelles. Ils sont placés sur les vitres avant gauche et arrière droite, et injectent respectivement une intensité de  $2W.m^{-2}$  et  $3W.m^{-2}$ . Ce premier essai relativement simple est réalisé à l'aide d'un maillage plus léger que précédemment, contenant 972 éléments de surface. Le maillage de mesure est quant à lui composé de 152 points situés à 45 mm des parois, ce qui implique que 608 quantités énergétiques sont mesurées. Ceci revient à considérer environ 12 points/ $m^2$  ce qui semble être réalisable en conditions réelles. Pour ce premier cas de simulation où seule l'inversibilité du problème est testée, le maillage de mesure est défini afin qu'un point soit placé en face de chacune des deux surfaces rayonnantes. La figure 3.16 présente les résultats obtenus lorsque l'IMES est donc alimentée par des données directement issues d'un calcul MES. Sont tracés les flux injectés par chacun des élements de surface recalculés à l'aide de la méthode inverse.



FIGURE 3.16 – Flux injectés de référence et recalculés

D'après les résultats présentés par la figure 3.16, les sources sont bien localisées et leur niveau est parfaitement retrouvé. Cet essai démontre ainsi qu'il est possible d'inverser le problème tout en retrouvant les caractéristiques des sources de manière très satisfaisante.

Stabilité du problème inverse : Montrer sur un exemple que le problème peut être inversé est une chose. Cependant, comme il a été évoqué dans la partie théorique relative aux méthodes inverse, il est également nécessaire d'étudier la stabilité du problème inverse. En effet, en cas de faibles variations du vecteur d'entrée, la solution calculée ne doit pas diverger. En conditions réelles deux types d'erreur peuvent créer des différences entre les données théoriques prédites par la méthode, et les mesures réalisées in-situ. Il s'agit tout d'abord de l'erreur de mesure, créée par l'imprécision du moyen de mesure, mais également de l'erreur de biais qui est due à l'écart entre le modèle de calcul et la réalité physique des phénomènes. Sachant que cette erreur de biais n'est pas estimable, sauf à condition de comparer des simulations et des mesures effectuées avec un outil parfait, ce qui n'existe pas, il a été décidé d'ajouter une erreur comprise entre 1 et 2dB sur les données d'entrée. Ces valeurs semblent raisonnables, car 2dB correspond déjà à près de 60%d'erreur. Afin de pouvoir effectuer des comparaisons, une erreur  $\xi \in [0, 1]$  est attribuée de manière aléatoire à chaque quantité mesurée. Puis elle est multipliée tour à tour par 0.25 (1dB), 0.41 (1.5dB) et 0.6 (2dB). La figure 3.17 regroupe les résultats de simulations à 2kHz pour des erreurs aléatoires sur les densités d'énergie, et les intensités, comprises entre 0 à 1dB, puis 0 à 1.5dB et enfin 0 à 2dB. Pour cet essai, un maillage contenant 1588 éléments de surface est utilisé. Il permet de se placer dans des conditions plus réalistes, où le nombre d'éléments de surface est relativement grand devant celui des points de mesure.

D'après les résultats de la figure 3.17, même lorsque l'erreur peut atteindre 60% sur certaines données, la méthode se montre très robuste dans la localisation des sources puisque celles-ci sont



FIGURE 3.17 – Flux de référence recalculés avec différentes erreurs sur les données d'entrée

retrouvées, et qu'aucune source parasite n'est créée. En revanche, c'est au niveau de la puissance injectée par les sources que les résultats perdent en précision. En effet, l'erreur sur les données d'entrée se répercutent sur les puissances rayonnées par les sources, de manière d'autant plus importante que cette erreur affecte un point de mesure situé proche de l'élement de surface qui émet.

Influence du maillage de mesure : Dans ce dernier paragraphe, l'influence du maillage de mesure sur les performances de la méthode est étudiée. Les précédentes simulations ont jusqu'à présent considéré une source liée à un élément de surface, ce qui s'apparente plus au rayonnement d'un monopôle. Cependant, la méthode est plus particulièrement dédiée à la quantification de la puissance rayonnée par une surface de taille plus importante, ce qui est pris en compte dans ce dernier paragraphe.

La simulation suivante s'intéresse à la manière dont la méthode détermine les flux rayonnés par différents éléments de surface, en fonction de la distribution des points de mesure. Pour cela, le rayonnement d'une surface est simulé. Celle-ci est visible sur la figure 3.18 où les numéros des éléments de surface sont indiqués, ainsi que l'emplacement des deux points de mesure situés à 45 mm à l'intérieur de la cavité proche de cette surface. Comme précédemment, la cavité est maillée à l'aide de 1588 éléments surfaciques, et les mesures sont simulées en 152 points.

Afin d'étudier le comportement de l'IMES, les flux rayonnés par les élements de surface sont fixés à  $1W.m^{-2}$ , sauf pour les éléments 508 et 517 où ils sont de  $0.5W.m^{-2}$ . Les résultats obtenus par la méthode sont présentés par la figure 3.19.



FIGURE 3.18 – Cavité et éléments de surface rayonnant, ainsi que positionnement des deux points de mesure situés proche de la surface source

D'après les résultats de la figure 3.19, les flux qui se trouvent près des deux points de mesure semblent mieux retrouvés que les autres. Cependant, la puissance globale rayonnée par tous les éléments de surface est retrouvée à 0,8dB près par rapport à la théorie. En prenant également en compte les éléments autour de la surface qui rayonne, la puissance globale est approchée à 0,3dB. Cet exemple permet de mieux appréhender la manière dont les résultats fournis par la méthode doivent être traités et exploités. Il est en effet nécessaire de placer des points de mesure assez proches des sources, mais également d'interpréter les résultats en termes de rayonnement de surface lorsque le nombre de points de mesure est faible devant celui des éléments de surface. De plus, la méthode inverse semble retrouver correctement l'énergie globale rayonnée par la surface, ce qui valide la conservation de l'énergie par la méthode.

Afin de poursuivre ce type d'étude, deux simulations sont réalisées en faisant rayonner deux surfaces dont l'une est incluse dans l'autre, à des niveaux différents. Ces deux simulations sont intéressantes afin de déterminer la dynamique de la méthode, tout en gardant à l'esprit l'impact du maillage de mesure aléatoire. Les flux rayonnés par la première surface sont fixés à  $1W.m^{-2}$ , tandis que ceux de la seconde, qui est incluse dans la première, sont définis à  $0, 5W.m^{-2}$  pour la première simulation, puis à  $0, 1W.m^{-2}$  pour la seconde. La figure 3.20 présente les résultats pour le premier cas noté a, et le second appelé b. Il est possible d'y voir la grande surface entourée en vert qui correspond à un panneau, la seconde surface incluse dans la première dont les contours sont tracés en rouge et qui joue le rôle d'une vitre, ainsi que les points de mesure représentés par des points noirs. La couleur des éléments représente l'amplitude des flux rayonnés par chacun des élements de surface, en  $W.m^{-2}$ .

Comme le montre la figure 3.20, les flux rayonnés par les différents éléments du panneau, entouré de vert, ne sont pas identiques alors qu'ils devraient l'être. Ils ont au contraire tendance à osciller autour de la valeur théorique, selon qu'ils sont plus ou moins proches d'un point de mesure. En comparant les figures 3.20a et 3.20b, il est possible de noter la diminution du niveau des flux rayonnés par la vitre, entourée de rouge. Le tableau 3.2 présente les puissances globales rayonnées théoriques et déterminées par l'IMES, pour les deux surfaces, et dans les deux cas d'essais.

Les résultats présentés par le tableau 3.2 permettent de tirer plusieurs conclusions liées à la méthode. Tout d'abord, il peut être constaté que la puissance globale rayonnée par le panneau est



FIGURE 3.19 – Flux injectés par les différents éléments de la surface rayonnante déterminés par IMES et théoriques

Cas	Puissance théorique	Puissance Calculée	Puissance théorique	Puissance Calculée
d'essais	panneau vert $(dB)$	panneau vert $(dB)$	vitre rouge (dB)	vitre $rouge(dB)$
a	118,1	117,6	108,7	108,9
b	118,1	$117,\!5$	101,7	$104,\!8$

TABLE 3.2 – Puissances globales théoriques et calculées rayonnées par les deux surfaces pour les deux cas d'essais

retrouvée avec une très bonne précision dans les deux cas d'essais. La puissance de la vitre, quant à elle, est bien estimée pour le premier essai, alors que pour le second elle est impactée par celui des sources voisines. En effet, les élements de surface du panneau rayonnent une intensité dix fois supérieure, et ils sont beaucoup plus nombreux, ce qui crée un déséquilibre d'environ 13dB entre les puissances injectées par les deux surfaces. Dans ces conditions, il peut être constaté que la méthode n'est pas capable de discriminer les deux sources étendues, alors que dans le premier cas elle le peut, malgré une différence de puissance globale d'environ 9dB.

Cependant, ces conclusions ont été établies à l'aide d'un maillage de mesure cohérent avec un éventuel essai en vol qui pourrait être réalisé dans un cockpit réel, en un temps raisonnable. Une autre distribution des points de mesure obtenue en densifiant notamment ces derniers proche des sources pourraient mener à des résultats différents. Cependant, dans le cas réél, les sources sont censées être uniformément distribuées sur les surfaces du cockpit.

## 3.5 Conclusions sur la MES et l'IMES

Les deux parties précédentes dédiées à l'étude de l'existant ont montré la nécessité de considérer la cavité dans son ensemble, afin de quantifier précisément la puissance rayonnée par les éléments qui la composent. Les méthodes énergétiques constituent alors des réponses appropriées au problème. La MES est notamment particulièrement adaptée puisqu'elle permet de passer outre les principales limitations de la SEA, tout en en gardant les avantages. Elle est de plus utilisable dans



FIGURE 3.20 – Flux injectés par les différents éléments des surfaces rayonnantes déterminés par IMES pour les deux configurations

les domaines des moyennes et des hautes fréquences, compte tenu des hypothèses qu'elle effectue. Parmi les nombreuses formulations qu'intègre la famille des MES, c'est la MES intégrale qui constitue la déclinaison la plus aboutie pour traiter le cas d'une cavité acoustique en trois dimensions. Elle est notamment capable de prédire la répartition des champs direct et réverbéré en introduisant un nouveau type de sources appelées secondaires, réparties sur les frontières de la cavité, et qui sont à l'origine du champ réverbéré. De plus, la MES intégrale intègre une loi de diffusion lambertienne, et elle modélise le champ réverbéré de la même manière que le champ direct, c'est-à-dire à l'aide d'ondes sphériques décorrélées dans le cas 3D. Enfin, en considérant que la directivité des sources primaires est également lambertienne, la formulation de la MES intégrale peut être inversée. A l'aide de mesures de densité d'énergie et d'intensité à l'intérieur de la cavité, elle permet alors de retrouver les sources primaires avec sa forme inverse, l'IMES.

Cette méthode énergetique inverse a été notamment étudiée par Hardy [30] et Chabchoub [9] durant leur thèse. Le premier a tout d'abord inversé la formulation directe, et il a montré la possibilité de mettre en oeuvre l'IMES à l'aide de simulations numériques. Il a également effectué quelques essais dans une boîte parallélépipédique qui ont consisté à réaliser des mesures de pressions dans le volume, et d'intensités normales sur les surfaces. Ces essais se sont montrés concluants quant à l'identification des sources au cours de deux tests qui visaient à détecter deux haut-parleurs pour le premier, et une plaque vibrante visible ou partiellement masquée, pour le second. Cependant, le besoin de valider la méthode dans un environnement plus complexe semble nécessaire. Suite à ces résultats, Chabchoub [9] a entrepris dans sa thèse l'étude numérique plus approfondie de la méthode inverse. Il a notamment déterminé, à l'aide de plusieurs simulations, l'influence sur la qualité de la solution obtenue de nombreux paramètres tels que le nombre de sources, la densité et l'emplacement des points de mesure, la taille et la densité du maillage de calcul, ou encore les erreurs de mesure.

Tout d'abord, la première conclusion importante de ces deux études est qu'il est crucial de mesurer proche des sources. En effet, l'IMES est une méthode inverse qui peut être qualifiée de globale, mais qui se base sur des mesures locales. Quant à la seconde conclusion, elle a été formulée par Chabchoub [9] qui a montré qu'il est également nécessaire de mesurer la densité d'énergie totale proche des sources, sans hypothèse, c'est-à-dire sans approximer le terme cinétique par le terme potentiel, ce qui n'est valable qu'en champ lointain.

Enfin, compte tenu des notions liées aux problèmes inverses, il est également important d'obtenir le maximum de données de mesure afin de déterminer les flux entrants. Ainsi, pour aller plus loin qu'Hardy qui effectuait des mesures d'intensité normale face aux parois, mesurer l'intensité active en trois dimensions permettrait d'obtenir trois fois plus d'informations en autant de mesures, et donc pour le même temps d'essais. Ceci aurait donc pour effet d'augmenter les données d'entrée, ce qui donnerait alors la possibilité d'utiliser un maillage de calcul assez fin, c'est-à-dire comportant un nombre de mailles important.

La mesure de la densité d'énergie totale, ainsi que du vecteur intensité active en trois dimensions qui constituent les données nécessaires à l'inversion du problème fait l'objet du chapitre suivant.

## Chapitre 4

# Sondes énergétiques

## 4.1 Objectifs

Dans cette partie, l'objectif est de définir un moyen de mesure fournissant les quantités énergétiques mentionnées précédemment. Tout d'abord, l'expression de l'intensité active en trois dimensions est rappelée par l'équation (4.1), où  $p_0$  est la pression complexe, et  $\mathbf{V}_0$  est le vecteur également complexe de la vitesse particulaire acoustique en 3D, au point d'évaluation de l'intensité.

$$\mathbf{I} = \frac{1}{2} \Re(p_0 \mathbf{V}_0^*) \tag{4.1}$$

Quant à la densité d'énergie acoustique, elle se compose de la densité d'énergie potentielle U, et de la densité d'énergie cinétique T. Son expression est donnée par l'équation (4.2).

$$W = U + T = \frac{|p_0|^2}{4\rho_0 c^2} + \frac{\rho_0}{4} \mathbf{V}_0 \cdot \mathbf{V}_0^*$$
(4.2)

Comme il peut être constaté, mesurer ces quantités énergétiques, I et W, revient à évaluer la pression  $p_0$ , et la vitesse particulaire  $\mathbf{V}_0$  au même point. Différents outils permettent de fournir ces dernières quantités. Les premiers utilisent un capteur de vitesse à fil chaud associé à un microphone, il s'agit des sondes p-u, présentées plus tôt. L'analyse des difficultés liées à l'utilisation de ce genre de sonde a d'ailleurs montré que cette technique n'est pas adaptée pour répondre à la problématique traitée dans ce mémoire. Les seconds outils utilisent exclusivement des microphones, et se divisent en deux types : les sondes creuses, et les sondes pleines.

Dans la première partie de ce chapitre, les deux types de sonde sont détaillés, et plusieurs méthodes de calculs adaptées à l'un ou à l'autre sont évoquées. Puis, les solutions retenues sont présentées conformément aux exigences que la sonde finale doit satisfaire. Ces dernières sont listées ci-dessous :

- a) Fournir des résultats sur une bande de fréquence de 500Hz à 5kHz en tiers d'octaves
- b) Etre couplée à une méthode de post-traitement qui calcule les quantités énergétiques recherchées avec un minimum d'erreur
- c) Intégrer des microphones électro-statiques 1/4"
- d) Utiliser un nombre minimum de microphones
- e) Pouvoir être calibrée de manière très précise et rapide
- f) Permettre d'effectuer des mesures en scannant une zone pré-définie
- g) Pouvoir être agencée en antenne avec d'autres sondes identiques

## 4.2 Sondes existantes et traitements associés

## 4.2.1 Deux types de sonde

## 4.2.1.1 Les Sondes creuses

Ces sondes tirent leur nom du fait que les microphones qui les composent effectuent des mesures de pression en des points placés autour d'une sphère non matérialisée. Cette famille présente la plus grande diversité puisqu'elle inclut des modèles pouvant intégrer 4, 5, ou encore 6 microphones.

Différents exemples de sondes creuses constituées de 4 microphones peuvent être trouvés dans la littérature, comme notamment celle fabriquée par le Cetim, et présentée par la figure 4.1a issue de [55]. Elle intègre quatre microphones électrostatiques 1/4" de bonne qualité. Il est également possible de constater sur la figure 4.1a que les microphones sont coiffés de chapeaux dont le but est de limiter les phénomènes de diffraction que chaque capteur crée sur les autres. En se basant sur ce modèle de sonde à 4 capteurs, un cinquième microphone peut être rajouté au centre de la sphère pour mesurer directement la pression au centre,  $p_0$ .



FIGURE 4.1 – Sondes creuses : a. Sonde du Cetim avec 4 microphones 1/4" - b. Sonde de GRAS avec 6 microphones 1/2"

Les sondes formées de 6 microphones, comme celle commercialisée par GRAS consistent en la fusion de trois sondes intensimétriques à deux microphones. Les capteurs sont positionnés à l'intersection des trois axes du repère cartésien et de la sphère fictive de diamètre égal à la distance entre deux microphones d'un même axe, comme le montre la figure 4.1b. Nagata & al [47], ont également mis au point une sonde du même type, dont l'espacement entre les microphones situés sur un même axe est réduit par rapport à celle de GRAS, puisqu'il est de 30mm. Ces deux précédentes sondes sont équipées de microphones électro-statiques 1/2". Nagata & al ont notamment simulé dans [47] les phénomènes de diffraction qui peuvent perturber les mesures effectuées par ces sondes à l'aide de calculs par éléments finis. D'après [47], ces phénomènes issus de perturbations dues au corps de la sonde sur chacun des microphones peuvent se révéler importants et atteindre 2dB dès 2000Hz. Afin de mettre en évidence et de quantifier ces phénomènes parasites qui perturbent autant l'amplitude, que la phase des microphones, des essais sont réalisés. Une sonde creuse tétrahédrique de diamètre 30mm est préalablement fabriquée à l'aide de quatre microphones 1/4" B&K de type 4957. Puis, les tests consistent à soumettre cette dernière à un champ acoustique généré par une source située à 1m. La figure 4.2 montre la sonde ainsi constituée.

Pour chaque microphone de la sonde, la pression mesurée est comparée en amplitude et en phase avec celle obtenue en enlevant les trois autres microphones. La figure 4.3 présente les résultats pour le microphone 1, c'est-à-dire celui situé le plus loin de la source.



FIGURE 4.2 – Photographies du montage d'essais et zoom sur la sonde tétrahédrique creuse réalisée



FIGURE 4.3 – Différences sur la pression du microphone 1 en amplitude (a) et en phase (b) en présence ou non des trois autres microphones de la sonde

D'après les résultats présentés par la figure 4.3, la présence des trois autres microphones peut créer des différences de pression proches de 2 à 3dB pour certaines fréquences, mais également entrainer des déphasages pouvant atteindre 10°, ce qui risque d'être problématique pour calculer l'intensité. Cet essai montre bien l'impact important que peuvent avoir ces phénomènes de diffraction parasites sur les pressions mesurées. Il est cependant nécessaire de souligner qu'ici, en s'intéressant au microphone 1, et en générant une onde en provenance de la base du tétrahèdre, les conditions d'essai sont parmi les plus sévères pour ce microphone dans la mesure où l'onde, avant de l'atteindre, est diffractée par les trois autres capteurs de la sonde. En revanche, les microphones utilisés dans cet essai sont de taille plus faible que ceux constituant la sonde de GRAS, ou celle de Nagata [47].

## 4.2.1.2 Les sondes pleines

Par opposition aux sondes creuses présentées plus tôt, des sondes pleines ont également été développées afin de mesurer la vitesse particulaire 3D, et la pression en un même point. Parmi ce second type de capteurs, les sphères réalisées par l'université de Brigham [39] qui reprennent les configurations présentées précédemment à 4 et 6 microphones sont à mentionner. Cette fois-ci, la sphère étant bien réelle et dure, il n'est pas possible d'ajouter un cinquième microphone en son centre, c'est pourquoi l'équivalent de la sonde creuse à 5 microphones n'existe pas dans cette famille.

Toutes les sondes réalisées et testées dans [39], de rayon 1.3 cm ou 3 cm, comme celles présentées



FIGURE 4.4 – Sondes pleines : a. Sonde pleine avec 4 microphones - b. Sondes pleines à 4 et 6 microphones de différents diamètres

par la figure 4.4, sont composées de microphones à électret qui se distinguent par leur petite taille et leur facilité d'intégration. En revanche, ce type de microphone n'est pas réputé pour sa précision et sa fiabilité. L'avantage de ces sondes pleines est de supprimer les phénomènes de diffraction parasites mis en évidence plus tôt, en créant une diffraction à l'aide du corps de la sonde sphérique, qu'il s'agit alors de prendre en compte de manière théorique. Ces sondes sont également très compactes, ce qui leur évite de perturber le champ qu'elles mesurent. Cependant, compte tenu des microphones qu'elles utilisent, elles sont difficiles à calibrer. En effet, une fois les microphones à electret intégrés à la sonde, il est nécessaire de trouver un système adapté pour les calibrer indépendamment sur la sphère. Pour cela, l'université de Brigham [49] a mis au point un calibrateur qui génère un signal de référence connu à chaque microphone à l'aide d'un tube. La précision de ce calibrateur a été évaluée à  $\pm 0.5$  dB jusqu'à 2kHz, puis à  $\pm 1$ dB au-delà.

## 4.2.1.3 Conclusions sur les deux types de sonde

A l'aide de cette brève revue des sondes énergétiques existantes, il est d'ores et déjà possible de dégager un compromis. D'un côté se trouvent les sondes creuses. Elles intégrent des microphones d'excellente qualité, mais ces derniers sont cependant assez volumineux. Ils sont alors à l'origine de phénomènes de diffraction parasites qui perturbent les mesures. Les sondes pleines, de l'autre côté, sont très compactes, et elles créent une diffraction potentiellement quantifiable. Cependant, elles utilisent des microphones de moins bonne qualité, qui sont également difficiles à calibrer précisément.

## 4.2.2 Différentes méthodes de calcul

## 4.2.2.1 Généralités

Comme il a été précédemment vu dans la présentation des objectifs, les deux quantités énergétiques recherchées en un point sont obtenues à l'aide de la mesure de la pression  $p_0$ , et de la vitesse particulaire 3D  $\mathbf{V}_0$  en ce point. Le problème de la mesure de l'intensité active 3D et de la densité d'énergie acoustique se réduit donc à celui de la mesure de la pression et de la vitesse particulaire 3D en un point. Dans la partie suivante, plusieurs méthodes, dédiées aux sondes creuses ou pleines, et permettant d'obtenir ces dernières quantités sont détaillées.

Avant de passer aux méthodes de calcul, il est nécessaire de fixer le nombre de microphones à intégrer dans la sonde finale, et de figer la configuration de cette dernière. Conformément aux objectifs de réduction du nombre de microphones utilisés, la sonde en possèdera quatre, qui est le nombre minimum. En effet, il s'agit d'extraire quatre informations : la pression au centre, ainsi que les trois composantes du vecteur vitesse. Comme il a déjà été introduit dans la partie bibliographique où l'intensimétrie normale était présentée, la distance entre les microphones conditionne la bande de fréquence sur laquelle la sonde effectue une mesure correcte. Pour une sonde à quatre microphones, c'est la distance maximale entre chacun des capteurs qui limite la bande de fréquence. Ainsi, optimiser la distance maximale entre les capteurs par rapport au rayon de la sphère sur laquelle ils sont placés, conduit à positionner les microphones de manière équidistante. Ils sont alors agencés selon les sommets d'un tétrahèdre régulier. Comme le montre la figure 4.5, deux configurations tétrahédriques sont possibles, seule la première sera considérée, dans la mesure où les deux donnent des résultats similaires.



FIGURE 4.5 – Sondes tétrahédriques à 4 microphones : a. Type 1 - b. Type 2

Dans la suite, a désigne le rayon de la sphère considérée. Les coordonnées des microphones pour le tétrahèdre de type 1 sont fournies par la matrice  $\mathbf{R}^{mic}$ .

$$\mathbf{R}^{mic} = \begin{bmatrix} \frac{a}{3} & -\frac{2a}{\sqrt{6}} & \frac{a\sqrt{2}}{3} \\ \frac{a}{3} & \frac{2a}{\sqrt{6}} & \frac{a\sqrt{2}}{3} \\ \frac{a}{3} & 0 & -\frac{2a\sqrt{2}}{3} \\ -a & 0 & 0 \end{bmatrix}$$
(4.3)

## 4.2.2.2 Différence finie

La première méthode de calcul détaillée est celle de la différence finie. Cette partie se base notamment sur un article de Pascal et Li [55] qui présente une méthode systématique basée sur la différence finie pour obtenir les deux quantités acoustiques recherchées, à l'aide d'une sonde creuse de quatre, cinq, ou encore six microphones. Le développement est présenté pour la configuration à 4 microphones.

Dans un premier temps, la vitesse V est exprimée à l'aide de l'équation d'Euler en fonction du gradient de pression :

$$\boldsymbol{V} = \frac{j}{\rho_0 \omega} \boldsymbol{\nabla} p \tag{4.4}$$

A l'aide d'un développement en séries de Taylor effectué au premier ordre, la pression en un point  $\mathbf{r} = (x, y, z)$  est exprimée par rapport à la pression au centre de la sonde  $p_0$ , ainsi qu'à l'aide du gradient de pression  $\nabla p$ , selon l'équation (4.5).

$$p(\boldsymbol{r}) \approx p_0 + \boldsymbol{r}.\boldsymbol{\nabla}p \tag{4.5}$$

L'équation (4.5) est ensuite passée sous forme matricielle, devenant ainsi l'expression 4.6.

$$P \approx \mathbf{M}D$$
 (4.6)

où  $\boldsymbol{P} = [p_1 \ p_2 \ p_3 \ p_4]^T$ ,  $\boldsymbol{D} = [p \ \partial p/\partial x \ \partial p/\partial y \ \partial p/\partial z]^T$ , et **M** est la matrice qui contient les coordonnées des microphones :

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} 1 & x_1 & y_1 & z_1 \\ 1 & x_2 & y_2 & z_2 \\ 1 & x_3 & y_3 & z_3 \\ 1 & x_4 & y_4 & z_4 \end{bmatrix}$$
(4.7)

La matrice  $\mathbf{M}$  est inversible, ce qui permet de calculer le vecteur  $\mathbf{D}$  contenant la pression au centre, et le gradient de pression dans les trois directions de l'espace :

$$\boldsymbol{D} \approx \mathbf{M}^{-1} \boldsymbol{P} \tag{4.8}$$

Suite à toutes ces étapes, l'expression de la vitesse particulaire au centre de la sonde  $V_0$  est obtenue, et donnée par l'équation (4.9), pour la configuration tétrahédrique retenue.

$$\mathbf{V}_{0} = \frac{j}{\rho_{0}\omega} \begin{bmatrix} \frac{\partial p}{\partial x} \\ \frac{\partial p}{\partial y} \\ \frac{\partial p}{\partial z} \end{bmatrix} \approx \frac{j}{\rho_{0}\omega} \begin{bmatrix} D_{2} \\ D_{3} \\ D_{4} \end{bmatrix} = \frac{j}{\rho_{0}\omega.4a} \begin{bmatrix} (3p_{4} - p_{1} - p_{2} - p_{3}) \\ \sqrt{6}(p_{1} - p_{2}) \\ \sqrt{2}(2p_{3} - p_{1} - p_{2}) \end{bmatrix}$$
(4.9)

Quant à la pression  $p_0$  au centre de la sonde, elle se déduit de la moyenne des quatre pressions mesurées, comme le montre l'équation (4.10).

$$p_0 \approx D_1 = \frac{1}{4} \left( p_1 + p_2 + p_3 + p_4 \right)$$
 (4.10)

L'intensité active 3D et la densité d'énergie peuvent alors correctement être évaluées selon leurs expressions (4.1) et (4.2).

D'un point de vue pratique, cette méthode de calcul par différence finie a l'avantage de permettre l'expression des quantités énergétiques en considérant les interspectres entre les signaux de pression enregistrés par les microphones en bandes fines, mais également en tiers d'octaves. L'équation (4.11) rappelle l'expression des interspectres  $G_{ij}$  calculés à partir des pressions complexes  $p_i$  et  $p_j$ .

$$G_{ij}(\omega) = C_{ij}(\omega) + jQ_{ij}(\omega) = \lim_{T \to \infty} \frac{2}{T} E\left[P_i^*(\omega, T)P_j(\omega, T)\right]$$
(4.11)

où  $P_i(\omega, T)$  est le spectre de la pression mesurée par le  $i^{eme}$  microphone sur une période T.

Ainsi, l'intensité active 3D et les densités d'énergie potentielle et cinétique s'expriment, pour la sonde :

$$I_x(\omega) = \frac{1}{4\rho_0 cka} \left[ Q_{41}(\omega) + Q_{42}(\omega) + Q_{43} \right]$$
(4.12)

$$I_y(\omega) = \frac{\sqrt{3}}{8\sqrt{2\rho_0 cka}} \left[ Q_{32}(\omega) - Q_{42}(\omega) - 2Q_{21}(\omega) - Q_{31}(\omega) - Q_{41}(\omega) \right]$$
(4.13)

$$I_{z}(\omega) = \frac{1}{8\sqrt{2\rho_{0}cka}} \left[ 3Q_{31}(\omega) + 3Q_{32}(\omega) + Q_{41}(\omega) + Q_{42}(\omega) - 2Q_{43}(\omega) \right]$$
(4.14)

$$U(\omega) = \frac{1}{2.4^2 \rho_0 c^2} \sum_{i=1}^{4} \sum_{j=1}^{4} G_{ij}(\omega) = \frac{1}{2.4^2 \rho_0 c^2} \sum_{i=1}^{4} G_{ii}(\omega) + \frac{1}{(4)^2 \rho_0 c^2} \sum_{i=2}^{4} \sum_{j=1}^{i-1} C_{ij}(\omega)$$
(4.15)

$$T(\omega) = \frac{3^2}{2.4^2 \rho_0 c^2 k^2 a^2} \sum_{i=1}^4 G_{ii}(\omega) - \frac{3}{4^2 \rho_0 c^2 k^2 a^2} \sum_{i=2}^4 \sum_{j=1}^{i-1} C_{ij}(\omega)$$
(4.16)

Dans la référence [55], Pascal & Li proposent également une étude des erreurs induites par cette méthode de calcul lorsqu'une onde impacte une sonde tétrahédrique de rayon a avec une certaine incidence. Ces erreurs peuvent être de natures différentes.

Dans un premier temps, il est souligné qu'une erreur peut apparaître en raison de la sphéricité du front d'onde. Les auteurs avancent que si la distance entre la sonde et les sources est supérieure à deux fois l'écart entre les microphones d, l'erreur introduite sera inférieure à 1 dB.

De plus, une erreur supplémentaire se manifeste à hautes fréquences à cause de l'approximation effectuée lors du calcul de la vitesse par différence finie. Afin d'étudier son impact sur les différentes quantités énergétiques, les auteurs ont simulé une onde plane impactant la sonde dans une certaine direction, et ils ont relevé les erreurs pour différentes incidences en fonction du produit k.a, où k est le nombre d'onde :  $k = \frac{2\pi f}{c}$ . En effet, les erreurs concernant ce type de moyen de mesure ne sont pas exprimées directement en fonction de la fréquence f, mais en fonction du produit adimensioné k.a, puisque le comportement de la sonde dépend certes de la fréquence, mais également de l'écartement entre les microphones.

De plus, les erreurs sont liées au produit k.a, mais également aux angles d'incidence. Le tableau 4.1 résume les erreurs sur l'incidence du vecteur intensité active, sa norme ainsi que les densités d'énergie cinétique et potentielle pour la sonde tétrahédrique impactée par une onde plane en fonction d'un produit k.a et d'une incidence donnés.

k.a	Erreur angulaire $\xi$	Erreur sur I	Erreur sur U	Erreur sur T
1.5	$6^{\circ}$	$2\mathrm{dB}$	$2\mathrm{dB}$	1dB

TABLE 4.1 - Erreurs sur les différentes quantités mesurées par une sonde tétrahédrique de type 1 pour ka=1,5

Cette étude en hautes fréquences est notamment liée à l'erreur de biais bien connue des sondes intensimétriques normales à deux micros, et qui s'exprime dans ce cas  $\frac{sin(kd)}{kd}$ , où d est la distance entre les microphones ( $d = a.4/\sqrt{6}$ , ici). Cette erreur représente l'erreur maximale pour la sonde tétrahédrique rencontrée pour une incidence particulière, mais elle est partiellement compensée par le moyennage des pressions effectué pour le calcul de  $p_0$ . Outre l'erreur en hautes fréquences, l'évaluation de la vitesse à l'aide de plusieurs microphones est également soumise à une erreur en basses fréquences dues au mauvais appairage en phase des microphones. Les mesures sont alors impactées par une erreur de phase qui devient problématique lorsque le déphasage naturel de l'onde à mesurer est du même ordre que l'erreur effectuée.

Pour résumer brièvement cette méthode, il s'agit de l'extension en 3D de la méthode utilisée par l'intensimétrie normale. Elle est dédiée aux sondes creuses, et possède l'avantage de ne pas effectuer d'hypothèse quant à la forme de l'onde acoustique mesurée. Ceci permet alors de déterminer les paramètres de pression et de vitesse de l'onde sans utiliser de modèle.

#### 4.2.2.3 Méthode du vecteur d'onde

Après la méthode par différence finie, la méthode du vecteur d'onde détaillée notamment dans [66] est abordée dans ce paragraphe. Celle-ci est également adaptée aux sondes creuses, cependant, contrairement à la précédente, elle effectue une hypothèse d'onde plane quant à la nature de l'onde incidente. L'expression analytique de la pression liée à ce type d'onde est rappelée par l'équation (4.17).

$$p(\mathbf{r}) = p_0 e^{-j\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}} \tag{4.17}$$

Dans cette méthode, la direction de l'onde est déterminée à l'aide des phases relatives des quatre capteurs de la sonde positionnés aux coordonnées  $\mathbf{r}_i$ , avec  $i \in [1, 4]$ . Sachant que pour chaque capteur i, la pression mesurée s'exprime  $p_i = |p(\mathbf{r}_i)| e^{j\varphi_i}$ , et qu'une onde plane vérifie la relation  $\varphi = -\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}$ , la phase relative  $\varphi_{il}$  entre deux capteurs i et l peut être exprimée à l'aide du vecteur d'onde  $\mathbf{k}$ , par l'équation (4.18).

$$\varphi_{il} = \varphi_l - \varphi_i = -\mathbf{k}. \left(\mathbf{r}_l - \mathbf{r}_i\right) = -\mathbf{k}.\mathbf{r}'_{il} \quad (i,l) \in [1,4]$$

$$(4.18)$$

où  $\mathbf{r}'_{il} = \mathbf{r}_l - \mathbf{r}_i$  sont les coordonnées relatives entre les microphones i et l, avec  $(i, l) \in [1, 4]$ .

Afin de déterminer k, deux degrés de résolution peuvent être utilisés. Pour le premier, il suffit de choisir un microphone de référence, le 1 dans l'exemple suivant, et d'écrire l'équation (4.18) sous forme matricielle :

$$-\mathbf{X}_1 \boldsymbol{k} = \boldsymbol{\varphi}_1 \tag{4.19}$$

où  $\mathbf{X}_1 = [\mathbf{r}'_{12} \ \mathbf{r}'_{13} \ \mathbf{r}'_{14}]^T$  est la matrice [3,3] contenant les coordonnées relatives des trois microphones par rapport au premier, et  $\boldsymbol{\varphi}_1 = [\varphi_{12} \ \varphi_{13} \ \varphi_{14}]^T$  est le vecteur colonne [3,1] qui inclut les déphasages associés.

Si  $\mathbf{X}_1$  est choisie de telle sorte qu'elle soit inversible, les  $\mathbf{r}'_{1l}$  forment alors une base de dimension 3, et le vecteur d'onde relatif au microphone 1,  $\mathbf{k}_1$ , peut être estimé à l'aide de l'équation (4.20).

$$\boldsymbol{k}_1 = -\mathbf{X}_1^{-1}\boldsymbol{\varphi}_1 \tag{4.20}$$

Cette méthode permet de déterminer le paramètre recherché. Cependant, un deuxième degré de résolution plus précis peut être utilisé. Il consiste à considérer toutes les fonctions de transfert entre les capteurs, puis à effectuer une moyenne de chaque vecteur d'onde relatif à chacun d'eux. Cette méthode est illustrée par l'équation (4.21).

$$-\mathbf{X}\bar{\mathbf{k}} = \boldsymbol{\varphi} \implies \bar{\mathbf{k}} = -(\mathbf{X}^T\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}^T\boldsymbol{\varphi}$$
 (4.21)

où la matrice des positions relatives  $\mathbf{X} = \begin{bmatrix} \mathbf{X}_1^T & \mathbf{X}_2^T & \dots & \mathbf{X}_4^T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{r}'_{12} & \mathbf{r}'_{13} & \dots & \mathbf{r}'_{3,4} \end{bmatrix}^T$ , et le vecteur des déphasages relatifs  $\boldsymbol{\varphi} = \begin{bmatrix} \varphi_{12} & \varphi_{13} & \dots & \varphi_{34} \end{bmatrix}^T$  sont cette fois respectivement de dimension [6,3] et [6,1].

La vitesse acoustique au centre de la sonde  $V_0$  se déduit alors du vecteur k, ainsi que de la pression  $p_0$  calculée avec la moyenne des quatres pressions mesurées (4.10), en utilisant la formulation de la vitesse en onde plane, rappelée par l'expression (4.22).

$$\boldsymbol{V}(\boldsymbol{r}) = \frac{\boldsymbol{k}}{\rho\omega} p_0 e^{-j\boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{r}} \implies \boldsymbol{V}_0 = \frac{\boldsymbol{k}}{\rho\omega} p_0 \qquad (4.22)$$

La distance séparant les capteurs induit une limite supérieure sur la norme du vecteur d'onde qui peut être déterminée, c'est à dire une fréquence limite à partir de laquelle la méthode n'est plus valable. Celle-ci est liée au fait que la phase maximum entre deux points de mesure sur la sphère doit être inférieure à  $2\pi$ . L'équation (4.23) exprime cette limite.

$$\boldsymbol{k} < \min \frac{2\pi}{|\boldsymbol{r}_{ij} - \boldsymbol{r}_{ik}|} \tag{4.23}$$

La distance maximale entre deux capteurs détermine donc cette fréquence limite d'utilisation de la sonde. [66] détaille les calculs pour la sonde tétrahédrique de type I, précisant l'expression du vecteur d'onde moyenné, ainsi que la fréquence maximale d'utilisation de la sonde :

$$f_{max} = \frac{c}{2.\frac{2a\sqrt{6}}{2}} = \frac{3c}{4a\sqrt{6}}$$
(4.24)

La fréquence maximale calculée à l'aide de l'expression (4.24) est alors d'environ 6900Hz pour une sonde tétrahédrique d'1,5cm de rayon.

## 4.2.2.4 Méthode des Harmoniques sphériques

La méthode directe : Pour introduire cette méthode, la théorie de décomposition d'une onde incidente en harmoniques sphériques est abordée. Comme explicité par Williams dans [75], il convient tout d'abord de considérer un repère sphérique tel que celui présenté par la figure 4.6, ainsi que les coordonnées associées exprimées par le système (4.25).



FIGURE 4.6 – Repére sphérique considéré

$$\begin{cases} x = r.sin\theta.cos\phi \\ y = r.sin\theta.sin\phi \\ z = r.cos\theta \end{cases}$$
(4.25)

où  $r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$ ,  $\theta = \arctan[\sqrt{x^2 + y^2}/z]$  et  $\phi = \arctan[x, y]$ .

L'équation des ondes devient alors dans ce système de coordonnées :

$$\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\frac{\partial p}{\partial r}\right) + \frac{1}{r^2\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}\left(\sin\theta\frac{\partial p}{\partial\theta}\right) + \frac{1}{r^2\sin^2\theta}\frac{\partial^2 p}{\partial\phi^2} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = 0$$
(4.26)

Après tout un développement présenté notamment par Williams dans [75], la solution est obtenue par séparation des variables, et donnée par l'expression (4.27).

$$p(r,\theta,\phi,t) = R(r)\Theta(\theta)\Phi(\phi)T(t)$$
(4.27)

Cette formulation conduit aux quatre équations différentielles suivantes :

$$\frac{d^2\Phi}{d\phi^2} + m^2\Phi = 0,$$
(4.28)

$$\frac{1}{\sin\theta} \frac{d}{d\theta} \left( \sin\theta \frac{d\Theta}{d\theta} \right) + \left[ n(n+1) - \frac{m^2}{\sin^2\theta} \right] \Theta = 0, \tag{4.29}$$

$$\frac{1}{r^2}\frac{d}{dr}\left(r^2\frac{dR}{dr}\right) + k^2R - \frac{n(n+1)}{r^2}R = 0,$$
(4.30)

$$\frac{1}{c^2}\frac{d^2T}{dt^2} + k^2T = 0. ag{4.31}$$

où  $k = \omega/c$ .

Les solutions sont données par la suite, respectivement pour chaque équation :

$$\Phi_{\ell}\phi) = \Phi_1 \cos(m\phi) + \Phi_2 \sin(m\phi) \tag{4.32}$$

$$\Theta_{(\theta)} = \Theta_1 P_n^m(\cos\theta) + \Theta_2 Q_n^m(\cos\theta)$$
(4.33)

$$R_n(r) = \frac{A_n}{r^{\frac{1}{2}}} J_{n+1/2}(kr) + \frac{B_n}{r^{\frac{1}{2}}} Y_{n+1/2}(kr)$$
(4.34)

$$T(\omega) = T_1 e^{i\omega t} + T_2 e^{-i\omega t} \tag{4.35}$$

où m et n sont des entiers naturels définis tels que  $n \ge 0$  et  $m \in [-n, n]$ . La convention temporelle choisie est  $t \mapsto +\infty$ , ce qui implique de considérer le terme  $e^{-iwt}$ , et de fixer ainsi  $T_1 = 0$ .  $P_n^m$  et  $Q_n^m$  sont les fonctions, respectivement du premier et du deuxième ordre, associées aux polynômes de Legendre. Une nouvelle fois il est nécessaire de définir  $\Theta_2 = 0$  pour éviter toute divergence. Quant à  $J_{n+1/2}(kr)$  et  $Y_{n+1/2}(kr)$ , ce sont les fonctions cylindriques de Bessel, respectivement du premier et du deuxième ordre.

Les solutions relatives aux deux angles  $\theta$  et  $\phi$  ((4.32),(4.33)) sont combinées en une seule et même fonction, appelée harmonique sphérique :

$$Y_n^m(\theta,\phi) = \sqrt{\frac{(2n+1)(n-m)!}{4\pi (n+m)!}} P_n^m(\cos\theta) e^{im\phi}$$
(4.36)

S'il s'agit d'un problème intérieur illustré par la figure 4.7a, c'est-à-dire pour lequel les sources sont situées à l'extérieur d'un domaine où la solution est valide, l'équation des ondes en coordonnées sphériques (4.26) a pour solution l'expression (4.37).

$$p(r,\theta,\phi,\omega) = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=-n}^{n} \left( A_{mn} j_n(kr) + B_{mn} y_n(kr) \right) Y_n^m(\theta,\phi) e^{-i\omega t}$$
(4.37)

En revanche, si cette fois-ci le problème est extérieur, c'est-à-dire que le domaine de validité est situé autour d'une sphère englobant les sources, comme le montre la figure 4.7b, c'est la solution (4.37) qui doit être considérée.

$$p(r,\theta,\phi,\omega) = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=-n}^{n} \left( C_{mn} h_n^{(1)}(kr) + D_{mn} h_n^{(2)}(kr) \right) Y_n^m(\theta,\phi) e^{-i\omega t}$$
(4.38)

La convention temporelle choisie,  $e^{-i\omega t}$ , mène à l'utilisation de  $e^{ikr}$ , c'est-à-dire à celle des fonctions d'Hankel et de Bessel du premier ordre. Par la suite, le terme en  $e^{-i\omega t}$  sera implicite.



FIGURE 4.7 – Illustration des domaines de validité intérieur et extérieur

**Diffraction par une sphère rigide :** Maintenant que la résolution de l'équation des ondes en coordonnées sphériques consistant en une décomposition en harmoniques sphériques de la pression a été présentée, le problème de la diffraction d'une onde par une sphère rigide peut être abordé.

Tout d'abord, le champ de pression total peut être décomposé en deux parties à l'aide du champ incident, et du champ diffracté :

$$p_t = p_i + p_{diff} \tag{4.39}$$

D'après ce qui précède, et à l'aide de la convention d'écriture, il est d'ores et déjà possible de déterminer ces deux composantes du champ total :

$$p_i(r,\theta,\phi,\omega) = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=-n}^{n} A_{mn} j_n(kr) Y_n^m(\theta,\phi)$$
(4.40)

$$p_{diff}(r,\theta,\phi,\omega) = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=-n}^{n} C_{mn} h_n(kr) Y_n^m(\theta,\phi)$$
(4.41)

S'il s'agit d'exprimer l'onde incidente, il convient d'utiliser l'expression valable pour les problèmes intérieurs, dans la mesure où le domaine de validité est à l'intérieur d'une sphère, et la source à l'extérieur. En revanche, pour l'onde diffractée, la sphère est considérée comme la source, et le domaine de validité se situe alors tout autour de celle-ci. Les expressions (4.40) et (4.41) se trouvent ensuite simplifiées, respectivement par rapport aux équations (4.37) et (4.38), puisqu'un seul sens de propagation est considéré, en accord avec la convention  $e^{ikr}$ .

Une fois ces expressions déterminées, il est nécessaire de définir la condition à la limite du domaine représentée par la surface de la sphère. Cette condition est la suivante : la vitesse particulaire à la surface de la sphère, c'est-à-dire à une distance égale au rayon de la sphère a, est nulle. Elle se traduit mathématiquement par l'équation (4.42).

$$u_t(a) \equiv \left. \frac{\partial p_t}{\partial r} \right|_{r=a} \equiv \left. \frac{\partial (p_i + p_{diff})}{\partial r} \right|_{r=a} = 0 \tag{4.42}$$

L'égalité précédente (4.42) conduit à l'équation (4.43), qui traduit la loi de réflexion sur la sphère pour les coefficients qui pondèrent les harmoniques sphériques dans les expressions (4.40) et (4.41).

$$C_{mn} = -A_{mn} \frac{j'_n(ka)}{h'_n(ka)} \tag{4.43}$$

L'expression du champ diffracté est alors déterminée par l'équation (4.44).

$$p_{diff}(r,\theta,\phi,\omega) = -\sum_{n=0}^{\infty} \frac{j'_n(ka)}{h'_n(ka)} h_n(kr) \sum_{m=-n}^n A_{mn} Y_n^m(\theta,\phi)$$
(4.44)

Le champ total, donné par l'expression (4.45), est ensuite obtenu.

$$p_t(r,\theta,\phi,\omega) = \sum_{n=0}^{\infty} \left( j_n(kr) - \frac{j'_n(ka)}{h'_n(ka)} h_n(kr) \right) \sum_{m=-n}^n A_{mn} Y_n^m(\theta,\phi)$$
(4.45)

Afin de pouvoir totalement calculer le champ total, une dernière étape est requise. Elle consiste à déterminer la décomposition en harmoniques sphériques de l'onde incidente diffractée par la sphère, et d'en déduire ainsi les coefficients  $A_{mn}$ .

**Diffraction d'une onde plane :** Une onde plane est caractérisée par une direction, c'est-à-dire par les deux angles  $\theta_i$  et  $\phi_i$  liés au repère sphérique, ainsi qu'une amplitude de pression  $p_0$ .

En utilisant notamment les relations d'orthogonalité entre les harmoniques sphériques, et suite à un développement explicité par Williams dans [75], l'expression au point  $\mathbf{r} = (r, \theta, \phi)$  de la pression issue d'une onde plane d'amplitude  $p_0$ , et provenant de la direction  $\mathbf{k}_i = (\theta_i, \phi_i)$  peut être déterminée. Celle-ci est donnée par l'équation (4.46).

$$p_i(r,\theta,\phi,\omega) = p_0 \cdot e^{i\mathbf{k}_i \cdot \mathbf{r}} = 4\pi \cdot p_0 \sum_{n=0}^{\infty} i^n j_n(kr) \sum_{m=-n}^n Y_n^m(\theta,\phi) Y_n^m(\theta_i,\phi_i)^*$$
(4.46)

Le champ total dans le cas d'une sphère rigide impactée par une onde plane d'amplitude  $p_0$  et provenant de la direction  $\mathbf{k}_i = (\theta_i, \phi_i)$  est alors :

$$p_t(r,\theta,\phi,\omega) = 4\pi p_0 \sum_{n=0}^{\infty} i^n \left( j_n(kr) - \frac{j'_n(ka)}{h'_n(ka)} h_n(kr) \right) \sum_{m=-n}^n Y_n^m(\theta,\phi) Y_n^m(\theta_i,\phi_i)^*$$
(4.47)

**Diffraction d'une onde sphérique :** Dans le cas d'une onde sphérique, la formulation est plus complexe. En effet, l'onde sphérique peut être modélisée comme étant émise par un monopôle. Ainsi, en plus d'être caractérisée par une amplitude reliée dans ce cas au débit volumique Q du monopôle, et à une direction  $\mathbf{k}_i = (\theta_i, \phi_i)$ , il est également nécessaire de prendre en compte la distance à laquelle est placée la source  $r_i$ , par rapport au point d'évaluation.

De même que précédemment, l'expression de la pression au point  $\mathbf{r} = (r, \theta, \phi)$  générée par un monopôle de caractéristiques précédentes est donnée par l'équation (4.48).

$$p_i(r,\theta,\phi,\omega) = \frac{-i\rho\omega Q e^{i\boldsymbol{k}_i\cdot\boldsymbol{r}}}{4\pi r} = ck^2\rho Q \sum_{n=0}^{\infty} h_n(kr_i) \sum_{m=-n}^n Y_n^m(\theta,\phi) Y_n^m(\theta_i,\phi_i)^*$$
(4.48)

Le champ total issu de la diffraction d'une onde sphérique sur une sphère rigide est alors exprimé par l'équation (4.49).

$$p_t(r,\theta,\phi,\omega) = ck^2 \rho Q \sum_{n=0}^{\infty} h_n(kr_i) \left( j_n(kr) - \frac{j_n'(ka)}{h_n'(ka)} h_n(kr) \right) \sum_{m=-n}^n Y_n^m(\theta,\phi) Y_n^m(\theta_i,\phi_i)^*$$
(4.49)

**Méthode inverse :** Après avoir explicité le problème direct, c'est-à-dire le calcul des pressions induites par la réflexion d'une onde plane ou sphérique sur une sphère rigide, il est temps de s'intéresser au problème inverse. Celui-ci a notamment fait l'objet d'une explicitation relativement bien détaillée dans [66]. Le but poursuivi dans cette partie est de retrouver les caractéristiques de l'onde incidente à l'aide de 4 mesures de pression réalisées sur une sphère rigide en utilisant une hypothèse d'onde plane. En effet, la première remarque qui peut être formulée est qu'il s'agit bien de déterminer quatre quantités inconnues : la pression au centre de la sphère, et les trois directions du vecteur intensité. Ainsi, les quatre pressions mesurées par les microphones sont bien nécessaires, pour retrouver toutes les informations. La formulation en onde sphérique, faisant intervenir une distance, ne peut être inversée à l'aide de quatre mesures de pressions. De plus, inverser cette formulation nécessite de simuler une distribution de monopôles à des emplacements connus, pour en retrouver les débits volumiques. Ce n'est pas l'objet de cette partie.

La méthode inverse repart donc de l'équation (4.47) qui fournit l'expression de la pression totale mesurée à la surface de la sphère impactée par une onde plane. Pour la suite, il est supposé que L = 4 mesures de pression évaluées en  $l \in [1, L]$  positions  $r_l$  sont disponibles, et qu'elles ont pour expression :

$$p_l = 4\pi p_0 \sum_{n=0}^{\infty} i^n \left( j_n(ka) - \frac{j'_n(ka)}{h'_n(ka)} h_n(ka) \right) \sum_{m=-n}^n Y_n^m(\mathbf{r}_l) Y_n^m(\hat{\mathbf{k}})^*$$
(4.50)

où les inconnues sont donc  $p_0$ , la pression au centre de la sonde, et le vecteur  $\hat{k}$ , dont sé déduit la direction d'incidence de l'onde.

Cette expression (4.50) est ensuite passée sous forme matricielle. Pour cela, dans un premier temps, toutes les matrices nécessaires sont définies.

Soit p, le vecteur colonne constitué des L mesures de pression :

$$\begin{bmatrix} p_1 \\ \vdots \\ p_L \end{bmatrix} \tag{4.51}$$

**H** est la matrice contenant les harmoniques sphériques, et la loi de réflexion sur la sphère :

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} a_0 Y_0^0(\mathbf{r}_1) & a_1 Y_1^{-1}(\mathbf{r}_1) & a_1 Y_1^0(\mathbf{r}_1) & a_1 Y_1^1(\mathbf{r}_1) & \cdots \\ a_0 Y_0^0(\mathbf{r}_2) & a_1 Y_1^{-1}(\mathbf{r}_2) & a_1 Y_1^0(\mathbf{r}_2) & a_1 Y_1^1(\mathbf{r}_2) & \cdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots \\ a_0 Y_0^0(\mathbf{r}_L) & a_1 Y_1^{-1}(\mathbf{r}_L) & a_1 Y_1^0(\mathbf{r}_L) & a_1 Y_1^1(\mathbf{r}_L) & \cdots \end{bmatrix}$$
(4.52)

avec :

$$a_n = 4.\pi . i^n . \left( j_n(ka) - \frac{j'_n(ka)}{h'_n(ka)} h_n(ka) \right) \quad \forall n \in [0, N]$$
(4.53)

Enfin, le vecteur ligne  $Y_k$  contenant les harmoniques sphériques caractéristiques du vecteur  $\hat{k}$ , qui porte la direction d'incidence de l'onde, est défini :

$$\boldsymbol{Y}_{k} = \begin{bmatrix} Y_{0}^{0}(\hat{\boldsymbol{k}}) & Y_{1}^{-1}(\hat{\boldsymbol{k}}) & Y_{1}^{0}(\hat{\boldsymbol{k}}) & Y_{1}^{1}(\hat{\boldsymbol{k}}) & \cdots \end{bmatrix}$$
(4.54)

L'égalité matricielle découlant de (4.50), et contenant toutes les quantités présentées précédemment est donnée par l'équation (4.55).

$$\boldsymbol{p} = p_0 \mathbf{H} \cdot \boldsymbol{Y}_k^H \tag{4.55}$$

La matrice  $\mathbf{H}$ , et le vecteur  $Y_k$  ne peuvent être de taille infinie. Ils dépendent du nombre d'harmoniques sphériques considérés, appelé dorénavant  $N_0$ , qui doit être un nombre entier. La matrice  $\mathbf{H}$  est donc de taille  $[L, N_0]$ . Elle a ainsi de fortes chances d'être rectangulaire, et non inversible en l'état.

D'après l'égalité (4.55), en introduisant la pseudo-inverse de la matrice **H**, les termes recherchés peuvent être isolés et evalués, comme le montre l'équation (4.56).

$$p_0 \boldsymbol{Y}_k^H = \boldsymbol{\mathrm{H}}^H . (\boldsymbol{\mathrm{H}} . \boldsymbol{\mathrm{H}}^H)^{-1} \boldsymbol{p}$$
(4.56)

A ce stade, le calcul fournit le produit de la pression  $p_0$  au centre de la sonde et du vecteur  $Y_k^H$ . Ce produit obtenu est donc également un vecteur, duquel la pression  $p_0$  peut ensuite être déduite. Pour cela, l'expression des harmoniques sphériques relatifs au vecteur  $\hat{k}$  est rappelée par l'équation (4.57).

$$Y_n^m(\hat{k}) = \sqrt{\frac{2n+1}{4\pi} \frac{(n-m)!}{(n+m)!}} P_n^m(\cos\theta_k) e^{im\phi_k}$$
(4.57)

D'après l'équation (4.57), l'expression du premier harmonique sphérique (4.58) qui ne dépend pas du vecteur  $\hat{k}$  est déterminée :

$$Y_0^0(\hat{k}) = 1/\sqrt{4\pi} \tag{4.58}$$

En combinant les équations (4.57) et (4.58), l'égalité (4.59) qui fournit la pression  $p_0$  de l'onde incidente au centre de la sonde sans la présence de la sphère donne :

$$p_0 = \sqrt{4\pi} \cdot \left[ \mathbf{H}^H \cdot (\mathbf{H} \cdot \mathbf{H}^H)^{-1} \boldsymbol{p} \right]_1^*$$
(4.59)

où  $[\bullet]_1$  désigne le premier élément du vecteur indiqué.

L'amplitude de l'onde incidente ayant été déterminée, il reste à obtenir sa direction. Pour cela, il est nécessaire de se servir de la propriété (4.60) que vérifient les harmoniques sphériques :

$$\frac{2n+1}{4\pi}P_n(\boldsymbol{x}.\boldsymbol{y}) = \sum_{m=-n}^n Y_n^m(\boldsymbol{x})Y_n^m(\boldsymbol{y})^*$$
(4.60)

Une autre particularité (4.61) concernant cette fois-ci les polynômes de Legendre est également nécessaire :

$$P_1(x) = x \tag{4.61}$$

Les deux propriétés précédentes (4.60) et (4.61) conduisent à l'expression suivante (4.62) :

$$\frac{3}{4\pi}P_1(\boldsymbol{x}.\boldsymbol{y}) = \sum_{m=-1}^{1} Y_1^m(\boldsymbol{x})Y_1^m(\boldsymbol{y})^*$$
(4.62)

Appliquée au problème, et suite à un changement de variable faisant intervenir la fonction cosinus, la propriété (4.62) devient :

$$\hat{k}.r_{l} = \arccos\left(\frac{4\pi}{3}\left([Y_{rl}]_{2}\left[Y_{k}^{H}\right]_{2} + [Y_{rl}]_{3}\left[Y_{k}^{H}\right]_{3} + [Y_{rl}]_{4}\left[Y_{k}^{H}\right]_{4}\right)\right)$$
(4.63)

Cependant, l'égalité (4.63) ne permet pas encore de déterminer le vecteur  $\hat{k}$ . Pour cela, il est nécessaire de repasser par une équation matricielle en considérant tout d'abord la matrice **R** qui contient les coordonnées cartésiennes des microphones :

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{r}_1 & \boldsymbol{r}_2 & \cdots & \boldsymbol{r}_L \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} x_1 & y_1 & z_1 \\ x_2 & y_2 & z_2 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ x_L & y_L & z_L \end{bmatrix}$$
(4.64)

L'expression du vecteur colonne c est également donnée par l'équation (4.65) :

$$\boldsymbol{c} = \begin{bmatrix} \arccos\left(\frac{4\pi}{3}\left([Y_{r1}]_{2}\left[Y_{k}^{H}\right]_{2} + [Y_{r1}]_{3}\left[Y_{k}^{H}\right]_{3} + [Y_{r1}]_{4}\left[Y_{k}^{H}\right]_{4}\right)\right) \\ \arccos\left(\frac{4\pi}{3}\left([Y_{r2}]_{2}\left[Y_{k}^{H}\right]_{2} + [Y_{r2}]_{3}\left[Y_{k}^{H}\right]_{3} + [Y_{r2}]_{4}\left[Y_{k}^{H}\right]_{4}\right)\right) \\ \vdots \\ \arccos\left(\frac{4\pi}{3}\left([Y_{rL}]_{2}\left[Y_{k}^{H}\right]_{2} + [Y_{rL}]_{3}\left[Y_{k}^{H}\right]_{3} + [Y_{rL}]_{4}\left[Y_{k}^{H}\right]_{4}\right)\right) \end{bmatrix}$$
(4.65)

L'équation (4.66) est alors la traduction matricielle de l'égalité (4.63) :

$$\mathbf{R}\hat{\boldsymbol{k}} = \boldsymbol{c} \tag{4.66}$$

Le vecteur  $\hat{k}$  s'en déduit alors (4.67) :

$$\hat{\boldsymbol{k}} = \left(\mathbf{R}^T \cdot \mathbf{R}\right)^{-1} \cdot \mathbf{R}^T \boldsymbol{c}$$
(4.67)

Une fois le vecteur  $\hat{k}$  déterminé, le vecteur d'onde k est obtenu à l'aide de l'expression (4.68) :

$$\boldsymbol{k} = -\frac{\omega}{c} \hat{\boldsymbol{k}} \tag{4.68}$$

Enfin, la vitesse acoustique peut être déterminée suivant l'équation (4.69), qui est correcte dans le cas d'une onde plane.

$$\mathbf{V}_0 = \frac{p_0}{\rho c} \cdot \frac{\mathbf{k}}{k} \tag{4.69}$$

Influence des différents paramètres sur la méthode des harmoniques sphériques inverse : Les paragraphes suivants s'intéressent à l'influence sur la méthode inverse des paramètres importants rencontrés dans les considérations théoriques précédentes.

Influence du nombre d'harmoniques sphériques  $N_0$ : Tout d'abord, un bref intérêt est porté à l'ordre N qui impose le nombre  $N_0$  d'harmoniques sphériques pris en compte, selon l'égalité suivante  $N_0 = (N + 1)^2$ , explicitée dans l'équation (4.70).

$$N_0 = 1 + \sum_{m=1}^{N} (2.m+1) = 1 + N + 2 \cdot \frac{N(N+1)}{2} = (N+1)^2$$
(4.70)

Dans la méthode inverse, de la même manière que dans la méthode directe, il est nécessaire de déterminer les harmoniques sphériques à considérer, et réaliser ainsi une troncature modale en fixant N de la même manière que précédemment, c'est-à-dire en fonction de la valeur de ka. Les modules des coefficients  $\left(j - \frac{j'}{h'}.h\right)$  pondérant les harmoniques sphériques pour différents ordres N, avec  $N \in [1,6]$ , et  $ka \in [0,4]$  sont tracés sur la figure 4.8. Un ka égal à 4 correspond à une sphère d'environ 7cm de diamètre soumise à une onde de fréquence 6,3kHz. Cet extrême est largement suffisant pour l'application visée. Comme il est possible de le constater sur la figure 4.8, un ordre N=5, qui implique donc 36 harmoniques sphériques, est suffisant pour simuler des problèmes présentant des produits ka inférieurs à 2,5.



FIGURE 4.8 – Modules des coefficients pondérant les harmoniques sphériques d'ordre N

Influence de l'incidence de l'onde plane : Afin d'étudier l'influence de l'angle d'incidence de l'onde plane par rapport à la sphère, sur l'erreur commise par la méthode inverse pour estimer les différents paramètres de l'onde, des simulations ont été effectuées en faisant varier cet angle tout autour de la sphère. Les erreurs relatives aux différentes quantités déterminées par la méthode inverse sont alors tracées sur une sphère, en fonction de l'incidence de l'onde.

Le paramètre N relatif aux harmoniques sphériques, et l'amplitude de l'onde incidente  $|p_0|$  sont respectivement fixés à 5, et 1Pa. Sur la figure 4.9, les résultats des erreurs liées aux angles  $\theta$  et  $\phi$ , ainsi qu'à l'amplitude de la pression au centre de la sonde sont tracés pour ka = 0, 44 sur la colonne de gauche, et ka=1.1 sur celle de droite. Il convient de préciser que tracer les erreurs sur l'amplitude de la pression  $p_0$  recalculée au centre présente un intérêt, puisque celle-ci permet de calculer la norme de l'intensité, ainsi que la densité d'énergie conformément à l'approximation d'onde plane, et à l'équation (4.71).

$$\|\boldsymbol{I}\| = \frac{|p_0|^2}{2\rho c}, \quad et \quad W = \frac{|p_0|^2}{2\rho c^2}$$
(4.71)

Les flèches représentées sur la figure 4.9 indiquent la direction normale de mesure de la sonde sphérique.

D'après les résultats présentés par la figure 4.9, à un ka donné, les erreurs sur les angles  $\phi$  et  $\theta$  caractérisant le vecteur **k**, ainsi que sur l'amplitude de la pression au centre  $p_0$  ne sont pas identiques selon l'incidence de l'onde plane. Ainsi, par exemple, si l'onde impacte la sphère avec une incidence d'environ ( $\phi_s = \frac{-\pi}{4}, \theta_s = \frac{\pi}{4}$ ), l'erreur sur  $\phi$  est proche de 0°, alors qu'elle est d'environ 2° sur  $\theta$ , pour ka = 0, 44.

**Influence de ka :** Afin d'étudier l'influence du produit adimensionné ka sur la méthode, l'analyse consiste maintenant à comparer entre eux les résultats présentés par les deux colonnes de la figure 4.9, c'est-à-dire pour ka = 0, 44 et ka = 1, 1. Il est important de faire attention aux différentes échelles, car pour des raisons liées à la visualisation des résultats, celles-ci n'ont pas été paramétrées de manière identique.

Dans un premier temps, il est possible de constater que les erreurs pour ka = 1.1 sont supérieures à celles calculées pour ka = 0, 44. De plus, elles ne sont pas réparties de la même manière en



FIGURE 4.9 – Erreurs calculées par la méthode des harmoniques sphériques inverse, sur les angles  $\phi$  et  $\theta$  (°) et sur le module de la pression  $p_0$  (dB) pour toutes les incidences possibles de l'onde impactant la sphère

fonction de l'angle d'incidence pour les deux ka. En effet, d'après les représentations des différentes erreurs sur la sphère, présentées par la figure 4.9, passer de ka = 0, 44 à ka = 1, 1 n'implique pas seulement un changement d'échelle, mais bien une redistribution des erreurs autour de la sphère. Celles-ci n'évoluent donc pas de manière identique en fonction de ka, pour toutes les incidences. Pour simplifier cette brève étude, des simulations ont donc été effectuées en prenant seulement en compte certaines incidences. Les erreurs relatives aux angles  $\phi$  et  $\theta$ , ainsi qu'à l'amplitude de la pression  $p_0$  au centre de la sphère sont tracées pour  $ka \in [0,05;1,6]$ , et présentées par la figure 4.10. Les différentes incidences considérées sont choisies afin d'étudier des cas variés.

Comme le montre la figure 4.10, les erreurs augmentent de manière générale avec le produit ka. Il peut être également noté qu'une forte augmentation a lieu lorsque ka dépasse 1,3 pour certaines incidences. D'après la figure 4.10, comme il avait déjà été remarqué, l'évolution en fonction de kades erreurs sur la direction, ou sur la pression de l'onde, dépend de l'angle d'incidence de cette dernière. Sur l'intervalle  $ka \in [0, 05; 1, 6]$ , les erreurs peuvent atteindre des valeurs importantes, no-



FIGURE 4.10 – Erreurs sur les angles  $(\phi, \theta)$  (°) et sur l'amplitude (dB) de la pression  $|p_0|$  en fonction de ka, pour trois incidences particulières

tamment pour l'incidence ( $\phi = 60^{\circ}, \theta = 60^{\circ}$ ), qui a d'ailleurs été choisie car elle permet de donner un ordre de grandeur des erreurs maximales que la méthode entraîne. Pour ka = 1, 6 les erreurs sur l'angle  $\phi$  et sur l'amplitude de la pression au centre de la sphère correspondant à cette incidence, peuvent respectivement atteindre 20° et 2dB. Pour les deux autres incidences, plus proches de la direction normale d'utilisation de la sonde représentée par une flèche sur la figure 4.9, les erreurs sont plus limitées.

Lorsque le produit ka augmente, les erreurs sur les quantités calculées deviennent donc assez importantes. Il suffirait alors de ne travailler qu'à des ka réduits, afin de les minimiser. Cependant, cette solution n'est pas convenable car en basses fréquences le déphasage naturel entre les microphones devient trop faible, et la méthode est alors soumise aux erreurs de phase, c'est l'objet de la partie suivante.

Sensibilité aux erreurs de mesure : Afin de tester l'influence d'une erreur de mesure, des simulations sont réalisées en ajoutant une erreur aléatoire, en phase et en amplitude, aux quatre pressions utilisées par la méthode inverse. Pour cette étude, il est choisi de considérer une incidence particulière qui a déjà été étudiée précédemment, il s'agit de ( $\phi = 15^{\circ}, \theta = 80^{\circ}$ ).

D'un point de vue numérique, le vecteur p qui apparaît dans l'égalité (4.56), et qui contient les quatre pressions 'mesurées' sur la sphère à l'emplacement des microphones est modifié. Chaque pression est multipliée par le terme  $\delta_m e^{j\varphi^m}$ , où  $\delta_m$  et  $\varphi^m$  sont respectivement les erreurs aléatoires en amplitude et en phase. Sachant qu'en pratique ces erreurs augmentent en général avec la fréquence, il est choisi de lier leur amplitude au produit ka. Ainsi pour ka = 0,05, l'impact de l'erreur liée à l'amplitude sur la pression est compris dans l'intervalle [-0,1;0,1]dB, et l'erreur de phase appartient à  $[-1^\circ;1^\circ]$ . Puis, les bornes de ces intervalles évoluent linéairement pour atteindre respectivement [-0,3;0,3]dB et  $[-3^\circ;3^\circ]$  lorsque ka = 1,6.

La figure 4.11 présente les erreurs sur la direction et l'amplitude de l'onde incidente, lorsque les pressions sont soumises aux erreurs de phase et d'amplitude définies précédemment pour l'incidence ( $\phi = 15^{\circ}, \theta = 80^{\circ}$ ). Les courbes d'erreur déterminées plus tôt sans ajout de perturbations sur les pressions mesurées ont également été rajoutées en blanc, pour cette même incidence, afin de faciliter les comparaisons.



FIGURE 4.11 – Erreurs pour l'incidence ( $\phi = 15^{\circ}, \theta = 80^{\circ}$ ) sur les angles  $\phi$  et  $\theta$  ainsi que sur l'amplitude de la pression au centre avec une erreur de phase et d'amplitude aléatoire sur les microphones (courbes en bleu), ou sans erreur (lignes blanches)

D'après les résultats de la figure 4.11, les erreurs de mesure aléatoires amplifient celles causées par la méthode, présentées précédemment par la figure 4.10. Visuellement, deux enveloppes contenant les résultats obtenus avec erreurs de mesure peuvent être tracées de part et d'autre des précédentes courbes représentées en blanc sur la figure 4.11. L'écartement entre ces deux enveloppes est plus important pour de faibles ka, ce qui montre bien l'impact des erreurs de mesure, et notamment de phase, dans ce domaine. Ce phénomène s'explique facilement. En effet, par exemple, pour ka=0.2, les déphasages entre les microphones sont de l'ordre de 10°. Ainsi, une erreur de phase de 1, 2° sur un capteur et -1, 2° sur un autre, soit 2, 4° au final, devient relativement très importante. En revanche, pour ka=1 le déphasage naturel entre les microphones est d'environ 50°, ce qui minimise l'impact de l'erreur de phase qui peut atteindre 4, 5° dans les simulations effectuées.

Ainsi, réduire le rayon de la sphère pour diminuer les erreurs causées par la méthode qui apparaissent lorsque la fréquence augmente ne constitue pas la solution idéale. En effet, il s'agit d'effectuer un compromis entre ces erreurs, et celles imputables aux moyens de mesure. D'après les résultats de la figure 4.11, il est néanmoins possible d'isoler un intervalle ka = [0, 1; 1, 55], visualisé sur les graphiques, qui semble constituer un bon compromis entre les erreurs directement attribuables à la méthode des harmoniques sphériques inverse, et celles dues aux erreurs de mesure des pressions sur la sphère.

Méthode des harmoniques sphériques - Essais : Cette manière d'évaluer la pression et la vitesse au centre d'une sonde à l'aide de la méthode des harmoniques sphériques inverse n'a pas été aussi largement étudiée que celle basée notamment, sur la différence finie. Certains essais sont alors réalisés dans le but de déterminer dans quel cadre la théorie développée précédemment est valide. Il s'agit particulièrement de voir s'il est possible d'évaluer la pression diffractée autour d'une sphère rigide de manière correcte, et de retrouver les paramètres du modèle inverse :  $p_0$ ,  $\phi$ , et  $\theta$ .

Moyens utilisés : Pour réaliser ces essais, une sonde rigide intégrant quatre microphones B&K 1/4" de type 4957 est fabriquée. Les quatre capteurs sont préalablement appairés en phase par rapport à un microphone de référence. Afin de rendre la diffraction optimale, il est choisi de confectionner la sonde en plâtre. Deux demi-sphères sont alors coulées dans des moules en plastique. Elles sont ensuite percées afin de faire passer les microphones et les câbles, puis ré-assemblées, et collées. Enfin, la zone de raccord est travaillée pour assurer la sphéricité de la boule ainsi reformée. La figure 4.12 présente quelques photographies qui illustrent ces différentes étapes. Un tube a également été inséré à l'arrière de la sphère, facilitant la sortie des câbles, et permettant également de fixer la sonde pour les essais. La sphére de mesure ainsi réalisée fait un diamètre de 97mm.



FIGURE 4.12 – Réalisation de la sphère pleine en plâtre

**Présentation des essais réalisés :** Le paragraphe suivant présente le déroulement d'un test. Un champ acoustique est généré par une chambre de compression avec une incidence précise, à 1m de la sonde, afin que cette dernière soit soumise à une onde plane. Les pressions mesurées au niveau des 4 microphones de la sphère sont enregistrées. Puis, la sonde est retirée, et un microphone est placé à l'endroit exact où se trouvait préalablement le centre de la sonde. Ce microphone permet de connaître la pression  $p_0$ . Enfin, trois mesures d'intensité active dans les trois directions de l'espace sont réalisées à l'aide d'une sonde intensimétrique B&K munie d'une cale de 12mm, et de microphone  $1/2^{"}$ . Ces mesures constituent la référence à laquelle les résultats fournis par la sonde seront comparés.

#### Sondes énergétiques

A l'aide des simulations présentées dans les parties précédentes, un intervalle de ka sur lequel la méthode inverse est performante a été déterminé. Cet intervalle est  $ka \in [0, 1; 1, 55]$ . Pour un rayon de sphère de 4.85cm, il correspond à une bande fréquentielle de [115,1750] Hz. Cependant, la source utilisée pour générer un bruit blanc n'émet un niveau satisfaisant qu'à partir de 350Hz. Ainsi, les essais sont seulement exploités sur la bande de fréquence commune aux deux précédentes, à savoir [350,1750]Hz.

Différentes incidences de la source ont été testées. La figure 4.13 récapitule les configurations d'essais, et présente au travers de la photographie une position de source.



FIGURE 4.13 – Présentation et illustration des essais réalisés en chambre anéchoïque avec la sonde en plâtre

**Résultats des essais :** Les résultats présentés concernent la configuration où la source est positionnée selon les coordonnées sphériques (r=1m,  $\phi$ =20° et  $\theta$ =90°), par rapport au centre de la sonde qui constitue le centre du repère. A l'aide des paramètres de l'onde plane, tels que son incidence et son amplitude au centre de la sonde, les pressions théoriques à l'emplacement des microphones de la sphère sont calculées avec la méthode des harmoniques sphériques directe. Les figures 4.14 et 4.15 présentent respectivement les déphasages expérimentaux et théoriques des pressions 2 à 4 par rapport au microphone 1, qui est la référence de phase choisie, et les modules de ces quatre pressions, également expérimentaux et théoriques.

D'après les résultats des figures 4.14 et 4.15, les données théoriques et expérimentales concordent de manière très satisfaisante, ce qui valide en quelque sorte la bonne prise en compte de la diffraction sur une sphère rigide à l'aide de la méthode des harmoniques sphériques. Il est cependant possible de remarquer quelques oscillations sur les courbes de phase probablement dues à des réflexions parasites dans la chambre anéchoïque.

Dans un second temps, les erreurs sur les angles  $\phi$  et  $\theta$  caractérisant l'incidence de l'onde sont évaluées par rapport à l'incidence théorique, pour la méthode des harmoniques sphériques inverse, et la triple intensimétrie normale. Elles sont présentées par la figure 4.16.

D'après les résultats de la figure 4.16, les erreurs sur les angles  $\phi$  et  $\theta$  sont très proches pour les deux méthodes de mesure. Il peut même être noté qu'en basses fréquences, la triple intensimétrie présente des erreurs sur l'angle  $\phi$  qui atteignent des valeurs importantes.

Puis, les normes des vecteurs d'intensité active 3D déterminés par les deux moyens de mesure sont tracées sur la figure 4.17. Cette dernière contient deux graphiques. La première courbe montre la norme de l'intensité pour les deux méthodes de mesure sur la totalité de la bande de fréquence


FIGURE 4.14 – Déphasages des pressions expérimentaux et théoriques des microphones 2 à 4 par rapport au 1



FIGURE 4.15 – Modules des pressions expérimentaux et théoriques des microphones 1 à 4

de test, quant à la seconde elle représente un zoom sur la bande d'analyse.

Grâce aux deux courbes de la figure 4.17, l'augmentation progressive de l'erreur peut être constatée lorsque la fréquence augmente, c'est-à-dire lorsque ka augmente. Pour se faire une idée, pour cette sonde de diamètre 97mm, une fréquence de 4kHz correspond à un ka d'environ 3,5. Les résultats issus de la méthode inverse sont très satisfaisants jusqu'à ka=0.55, comparés à ceux fournis par la méthode de référence, que constitue l'intensimétrie normale. De plus, ils présentent l'avantage de n'être obtenus qu'à l'issue d'une seule mesure, au lieu de trois pour ceux déterminés par la méthode de référence.

**Conclusions sur les essais :** Les objectifs de ces essais étaient de vérifier la bonne prise en compte de la diffraction sur une sphère rigide par la méthode des harmoniques sphériques, ainsi que de comparer les performances de la sonde pleine associée à la méthode inverse par rapport à



FIGURE 4.16 – Erreur sur les angles phi et theta pour la sphère pleine et la triple intensimétrie normale



FIGURE 4.17 – Intensité totale pour la sphère pleine et la triple intensimétrie normale (a) et zoom sur la bande de fréquence [350,2000]Hz (b)

celles d'une triple intensimétrie normale.

Concernant le premier point, il a pu être vérifié que la méthode des harmoniques sphériques directe fournit des prévisions en termes de phase et d'amplitude cohérentes avec les mesures, et ceci dans tous les cas testés. De plus, par comparaison avec trois mesures d'intensité normale réalisées avec une sonde de référence, la méthode inverse permet de retrouver de manière relativement précise l'incidence de l'onde, mais également la norme de l'intensité, c'est-à-dire finalement l'amplitude de pression au centre de la sphère, puisqu'une hypothèse d'onde plane est utilisée.

## 4.2.3 Conclusions sur l'existant

D'après cette précédente étude sur les sondes énergétiques existantes, deux catégories distinctes intégrant des microphones présentent des solutions. Pour la première, celle des sphères creuses, les sondes sont généralement constituées de microphones électrostatiques d'excellente qualité, quart ou demi pouces, qui ont l'avantage de pouvoir être calibrés avant chaque test de manière simple, rapide et précise. En revanche, la taille importante de ces microphones mène à des sondes très volumineuses. Celles-ci sont alors le siège d'importants phénomènes de diffraction causés par chacun des microphones sur les autres. Ces phénomènes parasites peuvent difficilement être pris en compte dans la mesure où ils dépendent du champ acoustique dans lequel se trouve la sonde, et qu'aucun modèle de calcul simple n'est adapté.

La seconde catégorie est celle des sondes pleines. Ce sont des outils beaucoup plus compacts, où les phénomènes de diffraction induits par le caractère rigide de la sphère peuvent être corrigés à l'aide d'un modèle. Le fait que la sonde soit pleine augmente légèrement le déphasage entre les points de mesure, ce qui a également un impact positif particulièrement à basses fréquences vis à vis de l'erreur de phase. En revanche, du fait de sa petite taille, ce type de sonde intègre des microphones à électret qui ne sont pas satisfaisants du point de vue de la qualité de mesure, notamment à cause de leur précision, ainsi que de leur stabilité. De plus, ils sont surtout très difficiles à calibrer de manière précise, notamment une fois qu'ils sont intégrés à la sonde.

Trois méthodes de calcul permettent de fournir la pression  $p_0$  et la vitesse particulaire  $V_0$  au même point, et d'en déduire ainsi les quantités énergétiques qui font l'objet de ce chapitre. Deux sont adaptées aux sphères creuses dans la mesure où elles ne peuvent prendre en compte dans leur formulation la diffraction crée par une sphère pleine. Il s'agit de la méthode de calcul par différence finie, ainsi que celle du vecteur d'onde.

La différence finie présente l'avantage de ne pas effectuer d'hypothèse sur l'onde mesurée. Elle calcule ainsi la vitesse particulaire sans approximation, ce qui lui permet de distinguer la part active de la part réactive de l'intensité. Les erreurs associées à cette méthode apparaissent lorsque le produit ka augmente. Elles sont liées aux biais introduits non seulement par la différence finie utilisée pour le calcul de la vitesse, mais également au moyennage des pressions qui permet d'obtenir la pression au centre de la sonde. A basses fréquences, c'est l'erreur de phase entre les microphones qui est à l'origine de mauvaises performances.

La méthode du vecteur d'onde, quant à elle, détermine comme son nom l'indique le vecteur d'onde à l'aide des déphasages respectifs des quatres pressions mesurées. Pour cela, elle utilise une hypothèse d'onde plane, ce qui limite son champ d'utilisation. Elle n'apporte donc pas d'avantages supplémentaires par rapport à la méthode de calcul par différence finie qui pourraient compenser ses limites. C'est pourquoi elle n'a pas été étudiée plus en détail précédemment, et qu'elle peut d'ores et déjà être écartée pour la suite.

Enfin, la méthode des harmoniques sphériques inverse peut être utilisée pour les deux types de sonde, selon qu'elle conserve dans sa formulation le terme relatif à la diffraction sur la sphère, ou non. Cependant, elle ne trouve un intérêt majeur que dans sa capacité à prendre en compte de manière analytique la diffraction d'une onde autour d'une sphère rigide, à l'aide d'une hypothèse d'onde plane. Lorsque ka augmente, les erreurs associées à cette méthode deviennent de plus en plus importantes. Tout comme pour la différence finie, les erreurs de phase entre les microphones créent des problèmes à basses fréquences.

# 4.3 Conception et calibration de la sonde

## 4.3.1 Caractéristiques de la sonde

Suite à ces considérations théoriques et expérimentales sur les sondes existantes, il semble qu'aucun outil ne réponde à tous les objectifs spécifiés plus tôt. Il apparaît alors nécessaire de développer une nouvelle sonde afin de mesurer les quantités recherchées. Dans un premier temps, il s'agit d'effectuer un choix sur le design de la sphère de mesure. Compte tenu des analyses de la section précédente, il est choisi de réaliser une sonde pleine. Ce choix est guidé par le besoin de réaliser les mesures les plus précises possibles. En effet, l'utilisation d'une sphère creuse n'est pas rigoureuse car des phénomènes de diffraction parasites viennent perturber les mesures sans qu'il ne soit ni possible de les quantifier, ni d'avoir une idée de leur importance lors de la mesure, pour éventuellement les corriger. La sphère pleine, quant à elle, évite ces phénomènes de diffraction parasites en créant une diffraction modélisable de manière analytique avec une hypothèse d'onde plane. De plus, ce type de sonde augmente légèrement le déphasage entre les microphones par rapport à une sphère creuse, ce qui est intéressant à basses fréquences vis à vis des erreurs de mesure relatives à la phase. Enfin, la sonde pleine constitue un système plus rigide et compact, ce qui est essentiel vis à vis du dernier objectif relatif à la possibilité d'agencer plusieurs sondes en antenne.

L'étude de l'existant a montré précédemment que les deux méthodes de calcul les plus détaillées, c'est-à-dire la différence finie, et la méthode des harmoniques sphériques inverse, sont globalement performantes lorsque le produit ka appartient à l'intervalle [0.1, 1.55]. Il est choisi d'élargir l'objectif fréquentiel initialement prévu de 500Hz à 5kHz en ajoutant le tiers d'octave 400Hz. Pour atteindre cette intervalle fréquentiel, qui correspond en bandes fines à des fréquences comprises globalement entre 350Hz et 5700Hz, et tout en restant cohérent avec l'intervalle de ka sélectionné, il est nécessaire que le rayon de la sonde soit de 15mm. Il s'agit maintenant de concilier cette exigence avec celle d'utiliser des microphones à condensateur prépolarisé de diamètre 1/4". En effet, comme montré par la figure 4.18, ces capteurs sont très volumineux par rapport à la taille finale de la sonde.



FIGURE 4.18 – Photographies d'une boule de 3cm de diamètre et de deux microphones 1/4"

L'idée est alors de déporter ces microphones à l'extérieur de la sonde en les connectant à des tubes qui seront, eux, intégrés à l'intérieur de la sphère. Le tableau 4.2 regroupe les caractéristiques techniques de la sonde qui va être développée.

Type de sonde	Sphère pleine				
Bande de fréquence (tiers d'octave)	[400 Hz, 5 kHz]				
Diamètre de la sonde	$3\mathrm{cm}$				
Nombre de microphones	4				
Type de microphones	Condensateur prépolarisé $1/4"$				
Intégration microphones	Mesures avec des tubes				

TABLE 4.2 – Caractéristiques techniques de la sonde développée

# 4.3.2 Mesure de pression déportée

Réaliser quatre mesures de pression à l'aide de microphones de diamètre 1/4" autour d'une sphère de 15mm de rayon ne veut pas forcément dire intégrer ces microphones à l'intérieur de la sphère. C'est pourquoi il est choisi de déporter les mesures de pression à l'arrière de la sonde, à l'aide de quatre tubes intégrés dans la sphère. Cette technique a été notamment étudiée lors de sa mise en oeuvre par l'ECL, et plus précisément au cours des thèses de [57, 2, 62], afin d'effectuer des mesures en soufflerie. Ce type de mesure se retrouve également chez les fabricants de microphones puisqu'il est utilisé pour réaliser des mesures de pression dans des endroits en général peu accessibles.

Afin de dimensionner ce montage de mesure de pression, de nombreux paramètres doivent être déterminés, tels que les diamètres intérieur et extérieur des tubes, leur longueur, la pièce d'adaptation idéale pour connecter les microphones aux tubes, la courbure à leur donner, ainsi que la manière de les agencer dans la sonde.

# 4.3.2.1 Qualifications expérimentales

Afin de fixer ces différents paramètres, plusieurs essais sont effectués.

**Diamètres intérieur et extérieur :** Les premiers paramètres qui peuvent être définis sont les diamètres intérieur et extérieur du tube. Le premier est très important puisqu'il détermine la fréquence de coupure du tube. Celle-ci doit être supérieure à la fréquence maximale de mesure (5700Hz) afin de pouvoir effectuer une correction précise en restant dans le mode plan. Si cette notion est importante pour un tube à impédance dont le diamètre peut devenir important, compte tenu des faibles dimensions envisagées dans cette étude, elle n'est ici pas contraignante. Le diamètre intérieur du tube a également un impact sur la perte de niveau que le tube va engendrer. En effet, plus le diamètre intérieur est grand, moins il y a de perte. Cependant, la longueur du tube joue également un rôle important sur cette diminution de la pression. Le diamètre extérieur quant à lui détermine l'impact diffractant du tube. Ainsi, plus il est faible, moins le tube diffracte et perturbe le champ acoustique dans lequel a lieu la mesure. Enfin, la différence des deux, c'est-à-dire l'épaisseur du tube détermine sa capacité à ne pas être pertubé par le champ extérieur. Compte tenu de toutes ces considérations, du stock de tubes disponibles pour les essais, du diamètre de la sphère, et des résultats présentés dans [3, 57, 2, 62], les diamètres intérieur et extérieur sont respectivement fixés à 2mm et 2,5mm.

**Pièce de connexion entre le tube et le microphone :** Pour relier le tube au microphone, deux types de montages sont envisageables. Le premier connecte le microphone de telle sorte que sa membrane soit perpendiculaire à l'axe du tube. Ce type de connection est utilisé notamment par B&K qui commercialise ce type de sonde, illustré par la figure 4.19.

L'autre méthode consiste à positionner le microphone afin que la membrane soit parallèle à l'axe du tube. PCB propose une sonde présentant ce principe, comme le montre la figure 4.20, et l'ECL a développé un savoir faire sur ce type de mesures, notamment au cours des thèses [57, 2, 62].

Le signal mesuré par le microphone au bout du tube est fortement influencé par les caractéristiques de la pièce de connection. En effet, connecter ainsi un microphone à l'arrière d'un tube crée une onde stationnaire qu'il faut obligatoirement corriger en amplitude et en phase, pour retrouver la pression à l'extrémité du tube, c'est-à-dire celle au point de mesure réel.



FIGURE 4.19 – Sondes à microphone déporté, montage droit - principe testé et sonde B&K



FIGURE 4.20 – Sondes à microphone déporté, montage parallèle - principe testé et sonde PCB

La qualification des tubes et des montages se fait dans un tube à impédance de section ronde et de diamètre 24mm, ce qui permet de rester dans le mode acoustique plan jusqu'à environ 8300Hz. A l'une des extrémités du tube est fixée une chambre de compression générant des signaux de 250Hz à 10kHz. De l'autre côté un microphone de référence et l'extrémité du tube à qualifier sont positionnés dans le même plan, comme le montre la figure 4.21. L'étude de la fonction de transfert en amplitude et en phase permet ainsi de caractériser l'influence du tube et de la pièce de connection sur la pression mesurée. Les schémas 4.21 et 4.22 présentent le dispositif d'essais respectivement pour les montages droit et parallèle, qui sont également illustrés par les photographies de la figure 4.23. Dans la suite, seule la réponse en amplitude des montages est en général considérée pour les caractériser, sauf précision.

Dans la mesure où le tube et la pièce de connection impactent la pression mesurée, l'étude de l'influence d'un paramètre n'est possible qu'en fixant le second. Des essais sont donc réalisés en figeant la longueur du tube à 20cm, puis différents montages sont testés. En effet, si le montage droit impose une seule manière de connecter le tube au microphone de mesure, le montage parallèle, quant à lui, permet de placer à l'extrémité débouchante différentes terminaisons. La figure 4.24 présente la fonction de transfert pour les deux montages, droit et parallèle avec terminaison anéchoïque, couplés avec un tube de 20cm de longueur, sur la bande de fréquence [200,6000]Hz.

Comme le montre la figure 4.24, l'onde stationnaire créée par les deux types de montage fait apparaître des pics qui peuvent être identifiés sur l'amplitude de la fonction de transfert. La différence entre les deux systèmes de connection se situe principalement en basses fréquences, où le montage parallèle lisse de manière plus importante la fonction de transfert. Ce comportement est bien évidemment bénéfique dans la mesure où moins la pression a besoin d'être corrigée, moins le risque d'ajouter des erreurs est important. Il est intéressant de noter que dès 1500Hz les deux mon-



 $\ensuremath{\mathsf{Figure}}\xspace 4.21$  – Illustration du dispositif d'essais pour le montage droit



FIGURE 4.22 – Illustration du dispositif d'essais pour le montage parallèle



FIGURE 4.23 – Photographies présentant le dispositif d'essais pour les montages droit et parallèle



FIGURE 4.24 – Amplitude des fonctions de transfert des montages droit et parallèle couplés à un tube de 20cm de longueur

tages sont relativement équivalents. Le montage parallèle avec terminaison anéchoïque paraît donc plus adapté pour connecter le tube et le microphone. En revanche, c'est un montage qui est très difficile à réaliser et moyennement stable en termes de répétabilité. En effet, la difficulté réside dans la réalisation de la terminaison anéchoïque qui ne doit pas introduire de rupture d'impédance, sous peine de recréer les conditions acoustiques proches de celles du montage droit. De plus, le matériau utilisé pour réaliser l'anéchoïcité de la terminaison possède également son influence. Enfin, il n'est également pas possible ici de reproduire le montage utilisé par l'ECL pour des raisons d'encombrement. En effet, celui-ci consiste à connecter aux terminaisons de chaque tube des embouts flexibles de plusieurs mètres dans lesquels l'onde s'amortit naturellement.

**Influence de la longueur du tube :** Afin de tester l'impact de la longueur du tube, le montage droit est préféré pour sa fiabilité en termes de répétabilité de mesure. Quatre longueurs différentes sont testées : 10cm, 15cm, 20cm et enfin 25cm. Les résultats sont présentés par la figure 4.25.



 ${\rm FIGURE}$  4.25 – Amplitude des fonctions de transfert du montage droit couplé à des tubes de longueurs différentes

Comme il est possible de le constater sur la figure 4.25, plus la longueur du tube est impor-

tante, plus la fonction de transfert présente des pics, mais moins leur amplitude est importante. Dans l'optique d'obtenir la réponse la plus plate possible, il semble donc nécessaire d'augmenter la longueur du tube. Cependant cette solution mène à amplifier l'atténuation moyenne, ce qui n'est pas satisfaisant. En effet, lors de la correction des signaux par la fonction de transfert caractérisant le tube, les hautes fréquences très atténuées sont amplifiées de manière très importante, tout comme le bruit de mesure présent à ces fréquences là.

Sensibilité à la courbure du tube : La manière dont les points de mesure sont dispersés autour de la sonde, associée à la volonté d'insérer les tubes à l'intérieur de celle-ci, conduit à mettre de côté la solution qui consiste à insérer des tubes droits dans la sphère. Il apparaît en effet nécessaire de les cintrer. Une petite étude est alors réalisée afin de déterminer l'effet de ce cintrage sur la fonction de transfert du tube. Les tests consistent à prendre un tube droit et à mesurer sa fonction de calibration. Une première courbure est donnée au tube, et une mesure est réalisée et ajoutée à la première, sur le même tube. La fonction de calibration est une nouvelle fois mesurée. La photographie 4.26 montre le tube droit, ainsi que les deux courbures appliquées au tube.



 ${\tt FIGURE}$  4.26 – Photographie du tube droit initial, puis après la première courbure, et ensuite la deuxième

Puis, la figure 4.27 présente les différences, en amplitude et en phase, des deux fonctions de calibration mesurées pour les courbures 1 et 2, par rapport à la fonction de transfert de référence mesurée lorsque le tube était encore droit.

Les résultats de la figure 4.27 montrent que les deux cintrages n'ont pas d'effet notable sur la fonction de transfert du tube. En effet, les rayons de courbure sont assez grands pour ne pas induire de perturbation. Des précautions de fabrication s'imposent cependant, afin de ne pas endommager l'intégrité du tube lors du cintrage en le pinçant, ou l'écrasant. Il paraît tout de même préférable de réduire au maximum le cintrage des tubes pour éviter tout problème, tout en imposant un rayon de courbure le plus grand possible.

**Caractéristiques finales des microphones déportés :** A l'aide de tous ces essais, il est maintenant possible de figer les caractéristiques des microphones déportés. Les diamètres intérieurs et extérieurs sont respectivement fixés à 2mm et 2.5mm. La longueur des tubes peut être comprise entre 15cm et 20cm. La pièce de connection retenue est le montage droit pour sa répétabilité et sa stabilité, même si la correction qu'il impose en basses fréquences est plus importante. De plus, il a pu être montré qu'un faible cintrage sans pincement du tube a peu d'effet sur la fonction de transfert. Concernant les microphones, il est absolument crucial de procéder à des calibrations regroupant le tube, la pièce de connection et le microphone. En effet, des disparités peuvent apparaître lorsque différents microphones sont connectés derrière les tubes, notamment à cause de la grille. Pour aller



FIGURE 4.27 – Différences en amplitude (a) et en phase (b) des fonctions de calibration après les courbures 1 et 2 par rapport au tube droit

plus loin, il a également été montré que deux microphones du même type peuvent présenter des légères différences dans la fonction de transfert lorsqu'ils sont connectés derrière le même montage. Il faut donc établir une fonction de transfert par montage contenant le tube, la pièce de connection et le microphone identifié par son numéro de série. Enfin, dans le but d'assurer une bonne isolation du microphone dans la pièce de connection, spécialement aux basses fréquences, il est également nécessaire de rajouter un joint torique autour de l'endroit où est inséré le microphone.

## 4.3.2.2 Sensibilité de la fonction de calibration

**Répétabilité de la fonction de calibration :** Le paragraphe précédent présentait un certain nombre d'essais et de qualifications qui ont permis d'aboutir à un montage final. Il a notamment été montré que le moyen de mesure nécessite d'être calibré en amplitude et en phase, afin de corriger l'influence du montage.

Dans ce paragraphe, la répétabilité de la fonction de calibration, qui doit être invariante avec le temps ainsi qu'avec la manière de connecter les différents éléments du montage déporté, est quantifiée de manière précise. Le test de répétabilité consiste tout d'abord à mesurer la fonction de calibration du montage. Puis, il s'agit ensuite d'enlever le microphone de référence et le tube de la pièce connectée à l'extrémité du tube à impédance, mais également de retirer le microphone de mesure du montage déporté. Enfin, la troisième étape consiste à tout remettre en place afin de mesurer une nouvelle fois la fonction de calibration. La différence entre les deux fonctions de calibration, en amplitude et en phase, peut ensuite être analysée, pour caractériser la répétabilité.

Un premier essai de ce type est réalisé en tube à impédance. Cependant, il apparaît nécessaire de sortir de ce cadre de mesure pour étudier l'influence d'autres paramètres sur la fonction de calibration. Un autre essai est donc effectué sur un panneau en chambre anéchoïque. Le panneau présente deux trous, l'un pour le microphone de référence et l'autre pour le tube, situés l'un audessus de l'autre et distants de 12mm. Une source acoustique est positionnée face au panneau à 40cm. Sur la figure 4.28, deux photogrpahies prises lors de cet essai présentent l'emplacement de la source, ainsi que l'agencement des différents dispositifs de mesure derrière le panneau.

Les différences entre les deux fonctions de calibration sont tracées sur la figure 4.29, pour l'essai de répétabilité en tube à impédance, et pour celui sur le panneau en chambre anéchoïque. Les



FIGURE 4.28 – Photographies illustrant les dispositifs de mesure montés sur le panneau en chambre anéchoïque

courbes d'une même couleur sont donc relatives à un test de répétabilité, c'est-à-dire qu'elles ont été obtenues en soustrayant deux essais de calibration réalisés dans le même milieu.



FIGURE 4.29 – Différences entre les deux fonctions de calibration mesurées dans le tube à impédance, et sur le panneau, en amplitude (a) et en phase (b)

D'après la figure 4.29, la répétabilité en amplitude et en phase est très satisfaisante pour l'essai en tube à impédance. Il peut être remarqué sur le graphique présentant l'erreur relative à l'amplitude que deux droites d'ordonnées  $\pm 0.5 dB$  ont été rajoutées. Celles-ci sont importantes car à l'intérieur du domaine qu'elles délimitent, la calibration peut être considérée comme étant de classe 1. L'erreur de phase est également très faible pour le test en tube à impédance, elle est d'ailleurs de l'ordre de celle qui a été utilisée pour les simulations sur la méthode des harmoniques sphériques inverse.

Les résultats concernant le test de répétabilité effectué sur le panneau, présentés également par la figure 4.29, sont tout aussi satisfaisants. En effet, l'amplitude de la différence entre les deux fonctions de transfert mesurées se situent dans l'intervalle  $\pm 0.5 dB$ . L'erreur sur la phase est également faible dans la mesure où la légère pente croissante avec la fréquence peut être attribuée à un écart de positionnement du tube, ou du microphone de référence entre les deux essais.

La répétabilité du moyen de mesure semble ainsi vérifiée. De plus, les deux résultats présentés par la figure 4.29 permettent de montrer que ceux obtenus dans un environnement totalement maîtrisé tel que le tube à impédance sont plus précis, par rapport à ceux déterminés sur le panneau, en chambre anéchoïque.

Influence de l'incidence sur la fonction de calibration : Toutes les études précédentes ont été réalisées sous incidence normale, que ce soit dans le tube à impédance, ou avec le panneau. Compte tenue de l'utilisation dont ces tubes vont faire l'objet, il apparaît important de juger de la robustesse des fonctions de calibration vis à vis de l'incidence du champ acoustique. En effet, si les microphones étaient placés sur la sphère de mesure, ceux-ci effectueraient des mesures de pression omni-directionnelles. Il est donc nécessaire que les tubes débouchant sur la sphère mesurent également de manière omni-directionnelle. La fonction de transfert des tubes, qui est appelée dans la suite fonction de calibration, doit alors être indépendante de l'incidence de l'onde mesurée. Afin de déterminer si cela est le cas, des essais sont réalisés. Ils consistent à mesurer la fonction de calibration du montage en faisant varier l'incidence de la source par rapport à l'axe du tube de  $\pm 80^{\circ}$ , pour couvrir la plage 10° à 170°, comme le montre la figure 4.30.



 $\label{eq:Figure 4.30-Dispositif} d'essais pour étudier l'influence de l'incidence de la source sur la calibration des tubes$ 

Au préalable, il a été montré que la fonction de calibration mesurée en tube, et celle obtenue sur le panneau en incidence normale sont identiques, aux erreurs de répétabilité près. De plus, le paragraphe précédent a démontré que l'environnement d'essai constitué du panneau en chambre anéchoïque était répétable. Dans la suite, les fonctions de calibration obtenues pour différentes incidences de la source sont comparées à celle mesurée pour une incidence de  $0^{\circ}$  par rapport à l'axe du tube inséré dans le panneau, c'est-à-dire sous incidence normale. Cet essai justifie l'utilisation du panneau, dans la mesure où ce type de test ne peut être réalisé dans un tube à impédance.

En raison de considérations liées à la visualisation des résultats, seulement trois incidences sont présentées. Plus précisément, ce sont les écarts pour chaque angle d'incidence par rapport à l'incidence normale, du module et de la phase de la fonction de transfert entre le microphone déporté et celui de référence qui sont présentés sur la figure 4.31.



FIGURE 4.31 - Amplitude en dB (a) et phase en ° (b) de la fonction de transfert représentative de l'effet du tube et du montage

D'après les résultats de la figure 4.31, il peut être constaté que les écarts en amplitude de la fonction de transfert excèdent rarement  $\pm 0.5$ dB. De même que précédemment, si cette calibration est comparée à celle effectuée pour une sonde intensimétrique normale, elle peut être considérée comme appartenant à la classe 1. Les résultats concernant la phase sont légèrement moins satisfaisants, cependant ils doivent être nuancés par le moyen d'essai. En effet, les mesures sur panneau sont moins précises que celles effectuées en tube à impédance, mais ce dernier ne peut être utilisé pour ce test. Compte tenu de toutes ces considérations, il apparaît que le dispositif de mesure par microphone déporté peut être assimilié à un moyen de mesure omni-directionnel. Dans cette étude, il a été supposé que le microphone de référence monté affleurant effectue bien une mesure omnidirectionnelle, comme le laissent à penser ses spécifications.

Influence de la surface de montage : Maintenant que l'effet de l'incidence du champ acoustique sur la fonction de calibration a pu être quantifié, il est intéressant de se pencher également sur l'influence de la géométrie sur laquelle débouche le tube. Jusqu'à présent, tous les essais de caractérisation et de calibration des montages déportés ont été réalisés avec le microphone de référence et l'extrémité du tube montés de manière à être affleurant à une surface localement plane. Cependant, dans le cas de la sonde, la surface débouchante n'est pas plane, mais sphérique. Pour quantifier l'impact de ces conditions limites, la fonction de calibration du montage est mesurée dans le cas où le tube débouche sur la sphère, afin de déterminer si elle est identique à celle mesurée sur le panneau. Cependant, dans cette configuration, il n'est pas possible de positionner un microphone de référence au même point de mesure. Deux montages de microphone déporté avec deux longueurs de tube différentes sont alors utilisés. Dans un premier temps, la fonction de transfert entre les deux montages lorsque les extrémités des tubes débouchent sur le panneau a été mesurée. Le schéma 4.32a illustre cet essai. Puis, une sphère est percée de part en part, un tube est ensuite inséré à l'intérieur de manière à déboucher en étant affleurant, et l'extrémité de l'autre tube est placée devant celle du tube débouchant, comme le montrent les figures 4.32b et 4.33.



FIGURE 4.32 – Méthodes de calibration comparées : a. sur panneau, b. sur sphère



FIGURE 4.33 – Photographie du montage utilisé pour la validation de la méthode de calibration

La fonction de transfert est alors mesurée, et comparée avec la précédente obtenue sur le panneau, c'est-à-dire la surface plane, pour différentes incidences du champ acoustique. Les résultats sont présentés par la figure 4.32.



FIGURE 4.34 – Amplitude en dB (a) et phase en ° (b) de la fonction de transfert entre les deux microphones sur le panneau en incidence normale, et la sphère pour différentes incidences

D'après les résultats de la figure 4.34, sur les quelques incidences présentées, les fonctions de transfert sont très proches, le maximum d'erreur étant de 0.5 dB sur l'amplitude, et 4° sur la phase, à des fréquences où vraisemblablement les niveaux captés par les deux microphones derrière les deux tubes sont très faibles. Ces résultats sont très proches des écarts qui pouvaient précédemment être observés lors des essais de répétabilité sur la fonction de calibration. Ils élargissent ainsi le cadre de validité de toutes les constatations effectuées précédemment sur une surface plane, à une surface sphérique, c'est-à-dire au cas d'étude.

#### 4.3.2.3 Conclusions sur les mesures avec microphone déporté

Au terme de cette étude sur les microphones déportés, les phénomènes mis en jeu ainsi que leurs effets ont pu être globalement appréhendés, et les caractéristiques finales du montage de mesure ont été déterminées. Malgré les avantages liés au montage parallèle en termes de lissage des pics présentés par la fonction de calibration, le montage droit a été retenu pour sa stabilité. La bonne répétabilité, ainsi que la faible perturbation de ce moyen d'essais vis à vis de l'incidence de l'onde, et de la surface débouchante, ont également été démontrées à l'aide de mesures. Ces tests ont ainsi validé le concept de l'utilisation de microphones déportés pour réaliser des mesures ponctuelles, et omnidirectionnelles, autour d'une sphère rigide à l'aide de microphones électrostatiques 1/4". Ils ont également montré qu'il existe un moyen précis et rapide de calibrer ce type de montage. Cependant, l'impact de la température, et de la déformation des tubes avec le temps sur la fonction de calibration n'a pas été étudié. Concernant le premier point, il est probable que de fortes différences de température décalent les caractéristiques de l'onde stationnaire à l'intérieur des tubes, et impactent ainsi la fonction de calibration. La solution reviendrait alors à utiliser la sonde dans des conditions de pression atmosphérique, et de température proches de celle de la calibration. Ou alors, il serait nécessaire de constituer une bibliothèque de fonctions de calibration dépendant des conditions d'utilisation. Pour le deuxième point, compte tenu de la rigidité des matériaux constituant le tube, et la pièce de connection, il est fortement envisageable de ne calibrer que très rarement l'ensemble du montage. Ainsi avant chaque essai, l'étape de calibration ne consisterait qu'à étalonner les microphones à l'aide d'un pistonphone, et non à re-calibrer tout le montage.

## 4.3.3 Le prototype de sonde

## 4.3.3.1 Choix de conception

Maintenant que les moyens de mesure associés à la sonde, à savoir les microphones déportés, ont été déterminés, il est nécessaire d'étudier leur intégration et leur positionnement dans la sphère de mesure. Dans un premier temps, pour faciliter les mesures avec la sonde, il apparaît judicieux de regrouper tous les tubes entrant dans la sphère au même endroit, qui sera considéré ensuite comme l'arrière de la sonde. Compte tenu de l'agencement des microphones en tétrahèdre régulier, deux positions se dégagent : l'une sous la base triangulaire du tétrahèdre, le microphone constituant la pointe sera situé à l'avant de la sonde, et l'autre au niveau du sommet du tétrahèdre, zone qui se retrouvera alors à l'arrière de la sonde. Ces deux orientations sont illustrées par la figure 4.35. Une nouvelle fois la flèche représentée pointe à partir de l'avant de la sonde.



FIGURE 4.35 – Illustration des deux orientations possibles de la sonde

Ces deux solutions techniques ont un impact non négligeable sur le cintrage des tubes, mais également sur l'emplacement de sortie des différents tubes, comme il peut être constaté sur la figure 4.36.

Si les tubes sont agencés avec la première solution présentée par la figure 4.36, leur angle de cintrage est de 110°, et ils ressortent tous de manière très ressérée à l'arrière de la sonde. En revanche, avec la deuxième solution, l'angle de courbure des tubes n'est plus que de 70°. De plus, il est possible de séparer les tubes à la sortie de manière beaucoup plus importante, afin d'éviter de perturber la diffraction autour de la sphère rigide, et de créer ainsi des erreurs de mesure. Compte tenu des précédentes conclusions relatives au cintrage, il apparaît préférable de limiter la courbure des tubes, et de privilégier ainsi la deuxième solution de la figure 4.35. Il est précisé que toutes les simulations sur les erreurs de calculs notamment, présentées précédemment dans ce chapitre, utilisaient une sphère orientée de la même manière que la solution retenue. Cependant, un nouveau problème se pose. En faisant déboucher les tubes au niveau du sommet du tétrahèdre, il est impossible de réaliser la mesure de pression en ce point à l'aide d'un tube inséré dans la sphère. Une solution consiste alors à effectuer la mesure de pression à l'arrière de la sphère, sans contact.



FIGURE 4.36 – Cintrage des tubes avec les deux orientations possibles de la sonde

## 4.3.3.2 Validation de la mesure sans contact

Afin de valider la solution consitant à regrouper les tubes au niveau du sommet du tétrahèdre, positionnant ainsi ce point de mesure à l'arrière de la sonde, il est nécessaire d'étudier la faisabilité d'une mesure de pression réalisée à l'aide d'un microphone déporté sans contact. Ce type de prise de pression consiste à positionner l'extrémité du tube où a lieu la mesure autour de la sphère, en l'approchant de l'extérieur. La distance d entre le tube et la sphère doit donc être déterminée afin d'accroître la précision de la mesure. Les essais ont une nouvelle fois lieu en chambre anéchoïque sur le panneau. Ils consistent à placer le microphone de référence affleurant à l'avant du panneau, et à positionner le tube à différentes distances d de ce dernier, comme le montre la figure 4.37, où un schéma, à gauche, représente à l'aide d'une vue de haut le montage photographié à droite.



FIGURE 4.37 – Description des essais pour la validation de la mesure sans contact

Il s'agit ensuite de comparer les fonctions de calibration mesurées avec celle considérée comme la référence, obtenue en tube à impédance. Les résultats sont présentés par la figure 4.38 pour des distances d comprises entre 1 et 5mm.



FIGURE 4.38 – Amplitude en dB (a) et phase en ° (b) de la fonction de transfert pour différentes distances entre le tube et le panneau par rapport à la référence

Les résultats de la figure 4.38 indiquent que la mesure sans contact à l'aide d'un dispositif à microphone déporté est tout à fait réalisable puisque la fonction de calibration obtenue pour une distance d de 1mm est très proche de celle de référence mesurée en tube à impédance. Une fois la faisabilité de la mesure validée, l'influence de l'incidence de la source est également étudiée sur ce procédé de mesure. Les résultats ne sont pas présentés ici. Mais comme dans la partie précédente, l'incidence ne crée pas de différences majeures autres que celles dues à la répétabilité de mesure.

#### 4.3.3.3 Dessin et fabrication

Après toutes ces étapes d'étude, de dimensionnement et de validation du concept, un prototype peut être fabriqué. Pour commencer, une première sonde appelée 'proto 1' est réalisée à l'aide de deux demi-sphères de bois, et de tubes en aluminium. Les détails de sa fabrication, ainsi que les résultats qu'elle a fournis sont détaillés dans l'annexe A. Cependant, une fabrication artisanale apparaît rapidement comme très limitée pour ce type d'outil qui nécessite une précision importante. De plus, compte tenu de ce manque de précision, il n'est pas possible de conclure quant aux quelques interrogations apportées par les mesures réalisées avec ce 'proto 1'.

La décision est alors prise de trouver un autre moyen de fabrication beaucoup plus précis pour réaliser un nouveau prototype, le 'proto 2', levant ainsi le doute sur tous les problèmes liés à d'éventuels défauts de conception. Le procédé retenu est la stéréo-lithographie métallique. A l'aide de poudre métallique agglomérée par un faisceau laser, il permet d'imprimer en 3D une pièce dessinée par CAO. Certaines règles, notamment liées à la taille maximale de la pièce, ou encore à l'épaisseur minimale de matière à utiliser sont cependant à respecter afin de permettre sa conception. Cette méthode de fabrication est tout à fait adaptée au cas visé, particulièrement à la réalisation des tubes à l'intérieur de la sphère. Le caractère métallique permet également d'assurer une bonne diffraction des ondes autour de la sphère, contrairement à une stéréolithographie en résine, ou en polymère. Ce choix est également motivé par le fait qu'Airbus possède une machine de ce type, à Filton. Afin de fournir les plans pour la fabrication, la sonde est modélisée avec le logiciel de CAO CATIA, dont la figure 4.39a présente une visualisation. Un pied est adjoint, et une courbure supplémentaire est ajoutée aux trois tubes traversant la sphère afin qu'ils ne soient pas regroupés à l'arrière de la sonde, et qu'ils ne viennent pas perturber la mesure sans contact. De plus, l'épaisseur des tubes prévue initialement à 0,25mm est portée à 0,6mm, augmentant ainsi le diamètre extérieur des tubes de 2,5mm à 3,2mm.



 ${\rm Figure}~4.39$  – CAO de la sonde sous Catia et vue de la sonde fabriquée

La figure 4.39b présente la sonde fabriquée. Après livraison, il est nécessaire d'ajuster les trous où sont intégrés les microphones, et de coller un joint torique au bout des logements des microphones pour isoler chaque prise de pression de l'extérieur.

Afin de détecter d'éventuelles erreurs liées aux fonctions de calibration, les quatre tubes qui réalisent les mesures sont conçus et dessinés de manière à posséder la même longueur. Les corrections doivent être très proches pour chaque tube. Maintenant qu'ils sont liés à la sonde, un tube supplémentaire, et indépendant, est créé pour effectuer la calibration des différents microphones utilisés par la sonde. Ce tube est droit, et il possède la même longueur que ceux intégrés dans la sonde, ce qui rend la calibration possible, mais également plus simple.

# 4.4 Méthodes de calculs

# 4.4.1 Problématique

Maintenant qu'une sonde de mesure a été conçue, dessinée et fabriquée, il reste à définir la méthode de traitement des mesures à utiliser afin de calculer le vecteur d'intensité 3D active, et la densité d'énergie acoustique. Au début de ce mémoire, il a été montré que ce besoin se réduit à celui d'obtenir la pression, et le vecteur de vitesse acoustique particulaire 3D au centre de la sonde, et que pour cela il existe plusieurs méthodes de calcul. Ces méthodes diffèrent, selon que les mesures sont réalisées à l'aide d'une sphère pleine, ou creuse. Pour résumer, si la sphère est creuse, les méthodes de différence finie et du vecteur d'onde sont adaptées, alors que dans le cas d'une sphère pleine, seule la méthode des harmoniques sphériques peut s'appliquer. Cependant, les deux derniers types de calculs effectuent une hypothèse d'onde plane, quand la première ne fait aucune conjecture sur la nature de l'onde.

### 4.4.2 Méthode ISH

Dans la mesure où la sphère fabriquée est pleine, il semble naturel d'évaluer la méthode des harmoniques sphériques inverse, ou ISH pour Inverse Spherical Harmonics, puisque c'est la seule capable de prendre en compte, et de corriger la pression diffractée par la sphère. Comme précisé plus tôt, à l'aide des quatre mesures de pression  $p^m$  réalisées sur la sphère, la méthode ISH, résumée par le schéma (4.72), calcule la pression  $p_0$  au centre de la sonde, et la direction de l'onde incidente  $\hat{k}$ , pour en déduire le vecteur vitesse particulaire  $V_0$ .

$$ISH: p^{m} \xrightarrow{ISH} \left(p_{0}, \hat{\mathbf{k}}\right) \quad \left(p_{0}, \hat{\mathbf{k}}\right) \xrightarrow{Eq.(4.22)} \mathbf{V}_{0} \tag{4.72}$$

Cependant, il convient également de préciser le milieu dans lequel la sonde doit être utilisée. En effet, celle-ci est destinée à effectuer des mesures en cavité, où le champ acoustique peut être fortement réactif. La sonde doit donc être capable de discriminer la part active, de la part réactive de l'intensité. Pour se faire, elle doit pouvoir calculer la vitesse acoustique sans effectuer d'hypothèse. En effet, la méthode ISH, ou encore celle du vecteur d'onde, effectuent cette hypothèse et relient linéairement la norme du vecteur vitesse à la pression. Ainsi, la vitesse n'est pas correctement évaluée, et l'intensité calculée est forcément réelle, ce qui l'identifie à l'intensité active, supposant alors que l'intensité réactive est nulle.

#### 4.4.3 Méthode FDE

Parmi les trois méthodes citées précédemment dans la partie bibliographique dédiée aux sondes énergétiques, la méthode de calcul par différence finie est la seule à pouvoir calculer la vitesse sans hypothèse sur la nature d'onde, et ainsi différencier la partie active de la partie réactive de l'intensité. Cependant, le choix a été fait d'utiliser une sphère pleine afin de ne pas être parasité par des phénomènes de diffraction sur les microphones, et la méthode par différence finie ne s'applique que dans le cas des sphères creuses. Afin de pouvoir néanmoins utiliser cette formulation par différence finie avec une sphère pleine, Elko et Parkins [17, 51] ont proposé une méthode pour corriger l'influence de la sphère rigide lors du calcul de la vitesse. Pour expliquer cette méthode, il est nécessaire de revenir à la définition de la pression totale mesurée par les microphones positionnés sur la sphère rigide, qui est exprimée par l'équation (4.73).

$$p_t(a, \hat{\mathbf{k}}, \hat{\mathbf{r}}) = p_0 \sum_{n=0}^{\infty} (2n+1)i^n \left( j_n(ka) - \frac{j'_n(ka)}{h'_n(ka)} h_n(ka) \right) P_n(\hat{\mathbf{k}}, \hat{\mathbf{r}}),$$
(4.73)

où k et  $\hat{r}$  sont respectivement le vecteur d'onde normé, et le vecteur normé des coordonnées de chaque microphone. L'équation (4.73) constitue un cas particulier de l'équation (4.47) qui établissait également l'expression de la pression générée par une onde plane sur une sphère rigide dans le cas général. Plus précisément, la définition de la pression fournie par (4.73) est valable dans le cas axisymétrique, c'est-à-dire dans un plan où l'angle azimutal  $\phi$  est constant. L'expression (4.73) ne dépend ainsi que de l'angle polaire  $\theta$ .

Puis, pour les faibles valeurs de ka ( $ka \ll 1$ ), l'expression (4.73) se limite à (4.74) en effectuant un développement à l'ordre  $n \leq 1$ .

$$p_t(ka, \hat{\mathbf{k}}, \hat{\mathbf{r}}) \approx p_0 \left( 1 + \frac{3}{2} i k a \hat{\mathbf{k}} \cdot \hat{\mathbf{r}} \right)$$
 (4.74)

L'équation (4.74) fournit donc l'approximation de la pression mesurée à l'aide d'une hypothèse d'onde plane, et pour les faibles valeurs de ka.

Le cas d'une sphère ouverte est maintenant considéré. L'équation (4.75) exprime avec un développement limité à l'ordre 1, le gradient de pression entre deux microphones placés de part et d'autre de la sphère ouverte, et séparés par une distance d, dans le cas d'une onde plane de caractéristiques  $(p_0, \hat{\mathbf{k}})$ .

$$\frac{dp}{dn} = \frac{p_2 - p_1}{d} = \frac{p_0 \left[ e^{-ika(\hat{\mathbf{k}}.\hat{\mathbf{r}}_2)} - e^{-ika(\hat{\mathbf{k}}.\hat{\mathbf{r}}_1)} \right]}{d} \approx -\frac{ikap_0(\hat{\mathbf{k}}.(\hat{\mathbf{r}}_2 - \hat{\mathbf{r}}_1))}{d} \tag{4.75}$$

La même démarche est ensuite appliquée au cas où les deux capteurs sont montés sur une sphère pleine. A l'aide de l'expression (4.74), l'équation (4.77) introduit cette fois dans le cas de la sphère l'expression du gradient de pression entre les deux points de mesure.

$$\frac{dp}{dn} = \frac{p_{t_2} - p_{t_1}}{d} \approx \frac{p_{0.}(1 - \frac{3}{2}ika(\hat{\mathbf{k}}.\hat{\mathbf{r}}_2)) - p_{0.}(1 - \frac{3}{2}ika(\hat{\mathbf{k}}.\hat{\mathbf{r}}_1))}{d}$$
(4.76)

$$= -\frac{3}{2} \frac{ikap_0(\hat{\mathbf{k}}.(\hat{\mathbf{r}}_2 - \hat{\mathbf{r}}_1))}{d}$$

$$(4.77)$$

En établissant, ainsi qu'en analysant les équations (4.75) et (4.77), Elko et Parkins [17, 51] ont donc montré que lorsque les microphones sont positionnés sur une sphère rigide, pour de faibles valeurs de ka, l'effet de la sphère revient à augmenter artificiellement la distance les séparant par un facteur  $\frac{3}{2}$ .

La seconde méthode utilisée dans ce mémoire, évaluée et résumée par le schéma (4.78), est alors définie par l'acronyme 'FDE', pour 'Finite Difference with Elko approximation'. La pression au centre de la sonde  $p_0$  est obtenue par la méthode ISH, et le vecteur vitesse acoustique  $\mathbf{V}_0$  est calculé à l'aide de la formulation par différence finie associée à l'approximation d'Elko.

$$FDE: p^m \xrightarrow{ISH} (p_0) \qquad p^m \xrightarrow{Eq.(4.9)+Elko} \mathbf{V}_0$$

$$(4.78)$$

#### 4.4.4 Méthode SPC

D'après ce qui précède, Elko a introduit une méthode de calcul de la vitesse qui permet de concilier la méthode de différences finies, avec la prise en compte de la diffraction. Il applique en quelque sorte une correction du premier ordre, supposant  $ka \ll 1$  et  $n \leq 1$ . Dans ce paragraphe, et pour cette dernière méthode, l'objectif est de corriger directement les pressions utilisées lors du calcul de la vitesse, en supprimant la partie diffractée des pressions mesurées par les microphones. Ainsi après cette étape, les quatre pressions résultantes sont essentiellement dues à l'onde incidente, et elles peuvent être supposées mesurées par une sphère creuse. La méthode de différence finie peut alors être appliquée pour le calcul de la vitesse acoustique. La raison pour introduire cette dernière méthode, vis à vis de la correction précédente, est directement motivée par le fait que le cadre de mesure concerné dans ce mémoire dépasse les faibles valeurs de ka.

La stratégie est présentée par le schéma (4.79). Dans un premier temps, la méthode ISH est utilisée pour déterminer la direction de l'onde incidente  $\hat{\mathbf{k}}^{ISH}$ , et la pression au centre de la sphère  $p_0^{ISH}$ . Puis, de nouveau à l'aide d'une hypothèse d'onde plane, la part diffractée de la pression sur la sphère  $p^s$  créée par une onde plane de caractéristiques  $p_0^{ISH}$  et  $\hat{\mathbf{k}}^{ISH}$  est calculée à l'aide de la méthode directe des harmoniques sphériques (DSH). La méthode de calcul par différence finie appliquée aux pressions  $p^m$  corrigées de leur partie diffractée permet de déterminer le vecteur vitesse particulaire  $\mathbf{V}_0$ . Ces pressions corrigées sont également moyennées pour recalculer la pression au

centre de la sonde,  $p_0$ . Cette dernière étape est nécessaire, car en conditions réelles le champ impactant la sonde n'est pas rigoureusement constitué d'ondes planes, et  $p_0^{ISH}$  constitue une première estimation de la pression au centre. Cependant, si celle-ci peut tout de même corriger la partie diffractée des pressions mesurées, il paraît plus rigoureux d'évaluer la pression au centre de la sonde à l'aide des pressions mesurées corrigées. La seule manière d'évaluer cette dernière méthode est de la tester expérimentalement. En effet, une simulation utilisant une onde plane n'a que peu d'intérêt, car justement dans ce cas-là,  $p_0^{ISH}$  et  $p_0$  sont identiques. Cette méthode est baptisée 'SPC', pour 'scattered pressures correction'.

$$SPC: \qquad p^{m} \xrightarrow{ISH} \left( p_{0}^{ISH}, \hat{\mathbf{k}} \right) \qquad \left( p_{0}^{ISH}, \hat{\mathbf{k}} \right) \xrightarrow{DSH} p^{s}$$

$$p^{m} - p^{s} \xrightarrow{Eq.(4.9)} \mathbf{V}_{0} \qquad p^{m} - p^{s} \xrightarrow{Eq.(4.10)} p_{0} \qquad (4.79)$$

## 4.5 Essais avec le prototype

#### 4.5.1 Présentation générale des essais

Dans cette dernière partie, des essais sont réalisés pour tester le prototype de sonde baptisé 'proto 2' présenté précédemment. La densité d'énergie acoustique, ainsi que l'intensité active sont calculées à l'aide des trois méthodes ISH, FDE et SPC. Puis, les résultats sont comparés à ceux obtenus à l'aide de trois mesures successives effectuées avec une sonde intensimétrique p-p B&K, calibrée pour effectuer des mesures de classe 1. Deux microphones 1/4"' sont montés sur la sonde p-p, et la cale utilisée mesure 8mm, afin de couvrir l'intervalle fréquentiel correspondant aux tiers d'octaves [400,5000]Hz.

Dans un premier temps, certains spectres en bandes fines sont présentés et analysés, pour s'assurer que la sonde, associée avec les différentes méthodes de calcul, prédit de manière correcte les changements de direction des composantes du vecteur intensité active. Cependant, l'objectif étant de se servir de la sonde pour la coupler avec la méthode d'identification énergétique qu'est l'IMES, une attention est ensuite portée plus particulièrement aux résultats en tiers d'octaves. Ceux-ci sont obtenus en intégrant les bandes fines pour chaque méthode de calcul, ainsi que pour les trois mesures intensimétriques 1D de référence.

Le but de ces essais est d'étudier le comportement de la sonde, et de déterminer les conditions de validité de chaque méthode de calcul, en termes d'environnement de mesure, et de bande de fréquence. Pour ce faire, différents champs acoustiques de complexité croissante sont réalisés, et les sondes effectuent à l'intérieur des mesures à la fois ponctuelles, ou balayées. Réaliser ces essais impose certaines contraintes techniques notamment liées au positionnement de la sonde 3D, et à celui de la sonde 1D lors de ses trois mesures successives. En effet, il s'agit de s'assurer que la mesure a lieu au même point, mais également que les orientations des deux sondes en termes de direction de mesure sont concordantes. Pour cela, des pieds spécifiques ont été adaptés pour y fixer, et orienter précisément les deux outils.

#### 4.5.2 Essais avec une source en champ libre

Tout d'abord, la sonde est testée dans un environnement idéal, c'est-à-dire en présence d'une unique source acoustique rayonnant en champ libre. Deux photographies regroupées dans la figure 4.40 présentent ce cas d'essais, lorsque la sphère, puis la sonde p-p dans la direction X effectuent une mesure.



FIGURE 4.40 – Photographies des deux sondes lors des essais en chambre anéchoïque avec une source

Pour ce cas d'essais, les spectres en bandes fines ne présentent pas un grand intérêt car l'incidence de la source est constante. Les résultats sont donc tracés en tiers d'octaves. Tout d'abord, la figure 4.41 présente les intensités selon les trois axes X (a), Y (c) et Z (e). Pour chaque direction, les quantités tracées correspondent à l'intensité de référence mesurée par la sonde normale p-p, et aux différents résultats obtenus par le post-traitement des mesures effectuées avec la sphère à l'aide des trois méthodes ISH, FDE et SPC. Les différences par rapport à la mesure par intensimétrie p-p ont également été tracées pour chacune des méthodes, et pour chacun des trois axes de mesures X (b), Y (d) et Z (f). L'intensité relative à l'axe X est négative, c'est-à-dire qu'elle est orientée en sens inverse. Cependant, celle-ci a été tracée positive afin de simplifier les comparaisons. De plus, concernant les erreurs tracées sur les graphiques (b), (d) et (f), deux droites horizontales d'ordonnées  $\pm 1$ dB ont été ajoutées. Elles représentent l'intervalle de confiance couramment admissible pour une mesure fixe, réalisée à l'aide d'une sonde intensimétrique p-p de classe 1.

Les résultats présentés par la figure 4.41 concernant les intensités selon l'axe X sont très satisfaisants, notamment pour la méthode ISH. Les autres méthodes font apparaître une légère décroissance du niveau en hautes fréquences. Les intensités selon l'axe Y sont hiérarchisées de la même manière que précédemment, cependant cette fois les méthodes FDE et SPC semblent plus proches de la référence. L'intensité selon l'axe Z, et les erreurs associées ne fournissent pas des résultats particulièrement exploitables. En effet, l'intensité en bandes fines dans cette direction change beaucoup de signe car la source est située horizontalement. Le niveau de l'intensité résultante en tiers d'octaves est donc très faible par rapport à celui des autres composantes X et Y.

La figure 4.42 présente ensuite les résultats en tiers d'octaves relatifs à la norme de l'intensité 3D (a), et à la densité d'énergie acoustique (c). Les différences par rapport à la triple intensimétrie normale sont également tracées pour l'intensité 3D (b), et la densité d'énergie (d).

Les résultats présentés sur la norme de l'intensité 3D par la figure 4.42 sont très satisfaisants. En effet, excepté à 400Hz, voire 500Hz, les résultats obtenus par la sonde 3D sont situés dans les bornes relatives à la classe 1, pour les méthodes ISH et FDE. La méthode SPC semble légèrement sous-estimer l'intensité à hautes-fréquences, notamment à 5kHz. Une nouvelle fois à hautes fréquences, les intensités calculées par les méthodes utilisant la différence finie pour estimer la vitesse particulaire sont plus faibles que celle obtenue par la méthode ISH. Ce phénomène peut s'expliquer par le fait que les distances entre les microphones de la sonde p-p, et ceux de la sonde 3D ne sont pas identiques. En effet, elles sont plus importantes pour la sonde 3D. Associée aux méthodes FDE et SPC, les résultats fournis par la sonde sont donc plus sensibles au biais dû à la différence finie, que ceux obtenus avec la sonde p-p. La méthode FDE donne cependant de très bons résultats, même



FIGURE 4.41 – Intensités relatives aux trois axes de mesure X (a), Y (c), Z (e), et différences par rapport à la référence selon chacune des directions X (b), Y (d) et Z (f) pour le test avec une source en configuration anéchoïque

lorsque ka > 1, ce qui constitue un premier résultat intéressant. Concernant la densité d'énergie, les trois méthodes fournissent des résultats assez proches qui s'éloignent très peu de la référence, excepté en basses fréquences.

Après ce premier essai, il semblerait que la méthode ISH soit efficace lorsqu'une seule source rayonne en conditions anéchoïques à environ 30cm de la sonde. La méthode FDE fournit des résultats satisfaisants sur toute la bande de fréquence, malgré l'hypothèse  $ka \ll 1$  requise pour le calcul de la vitesse. Une légère baisse de niveau de l'intensité est néanmoins à noter, mais celle-ci peut être attribuée à la différence finie, car elle se retrouve sur les résultats de la méthode SPC qui utilise ce même mode de calcul.

#### 4.5.3 Essais avec deux sources en champ libre

Pour ce nouvel essai, la source acoustique appelée maintenant source 1, est déplacée afin de générer un champ dans la direction (-X,-Y,Z). Puis une deuxième source est ajoutée, et l'essai a lieu une nouvelle fois en conditions anéchoïques. Cette dernière source appelée 2, est positionnée et orientée afin de créer un champ dans la direction opposée à la première source, c'est-à-dire vers (X,Y,Z), comme le montre la figure 4.43. Ce cas d'essais est particulièrement sévère puisque les niveaux générés par les deux sources sont réglés afin d'être équivalents au point de mesure. Cependant, les deux sources choisies sont de natures différentes ce qui permet de créer un champ acoustique qui peut être dirigé dans les directions  $\pm X$  et  $\pm Y$ , en fonction de la source dominante



FIGURE 4.42 – Résultats liés à la norme de l'intensité (a) ainsi qu'à la densité d'énergie (c), et différences respectives par rapport à la référence (b-d)

sur la bande de fréquence considérée.



FIGURE 4.43 – Disposition et orientation des deux sources acoustiques autour de la sonde en configuration anéchoïque

Pour ce cas d'essais, il est intéressant de voir si la sphère est capable de prédire les changements de signe de l'intensité aussi bien que ne le fait l'intensimétrie normale. Sur la figure 4.44 sont tracés les spectres relatifs à la norme de l'intensité dans la direction Y, ainsi que sa direction, positive ou négative.

Comme il peut être constaté sur la figure 4.44, dans l'ensemble, les changements de signe, ainsi que la norme de l'intensité selon la direction Y sont très bien prédits par la méthode FDE. L'analyse des deux courbes fait apparaître deux erreurs autour de 460Hz, et de 4800Hz. Cependant, les deux singularités à 2200Hz et 3600Hz, dues à la source générant dans la direction Y sont parfaitement déterminées. Les résultats de la méthode ISH quant à eux, sont particulièrement impactés par les conditions d'essais, notamment au niveau de la norme de l'intensité en Y. Ce constat est également



FIGURE 4.44 – Norme et signe de l'intensité dans la direction Y déterminés par intensimétrie normale ainsi qu'à l'aide des trois méthodes d'exploitation des mesures de la sonde 3D

le même pour la méthode SPC à un niveau plus faible, ce qui semble logique compte tenu de la manière dont ces deux méthodes sont liées.

Comme précédemment, la figure 4.45 présente les résultats d'intensité obtenus à l'aide des trois méthodes et de la référence pour les axes X, Y et Z. Les différences par rapport à l'intensimétrie normale sont également tracées.

Sur ce cas d'essais beaucoup plus sévère que le précédent, les trois méthodes fournissent des résultats très différents. Pour commencer, il peut être remarqué que la méthode FDE est la seule à prédire correctement l'intensité selon les axes X et Y. Une nouvelle fois, la composante en Z est assez peu représentative car l'intensité dans cette direction est très faible vis à vis des autres. De plus, une très faible erreur angulaire mène à une confusion entre une intensité positive et négative dans cette direction, ce qui peut accentuer les écarts en tiers d'octaves. La méthode ISH sur-estime globalement les intensités, alors que la méthode SPC, quant à elle, semble les sous-estimer. Les résultats fournis par la méthode SPC semblent donc largement impactés par les erreurs commises par la méthode ISH. En effet, une erreur de cette dernière sur l'évaluation de la pression au centre se répercute directement sur les pressions diffractées calculées et corrigées dans la méthode SPC. De plus, le champ créé dans cet essai avec deux sources, met particulièrement à défaut l'hypothèse d'onde plane unique que ces deux méthodes utilisent.

Les résultats de la figure 4.46 relatifs à la norme de l'intensité mènent à des constatations identiques que celles formulées sur chacune de ses composantes. Concernant la densité d'énergie, les résultats sont également très bons pour la méthode FDE, tandis que les méthodes ISH et SPC font apparaître des erreurs qui sont néanmoins plus faibles que celles liées à la norme de l'intensité.

Ce deuxième essai a montré que la méthode FDE semble la plus adaptée pour exploiter les mesures de la sonde 3D lorsque l'outil de mesure est placé dans un champ acoustique créé par plusieurs sources d'incidences différentes, comme c'est le cas en réalité. La méthode ISH semble montrer ici ses limites quand il s'agit de déterminer l'intensité provenant d'un champ généré par



FIGURE 4.45 – Résultats sur l'intensité dans les directions X (a), Y (c) and Z (e), et différences par rapport à la référence pour les trois directions X (b), Y (d) and Z (f)

plusieurs sources. La méthode SPC qui s'appuie sur les résultats fournis par la méthode ISH, et qui utilise également cette hypothèse d'onde plane unique paraît donc de la même manière peu adaptée à un environnement complexe. Cependant, les résultats dans la direction Z ne sont pas très convaincants. Afin de lever tout doute quant à la faculté de la sonde à mesurer correctement l'intensité en Z, la source 2 est placée verticalement afin de générer un champ le long de cet axe. La figure 4.47 présente les intensités mesurées par la sonde p-p de référence, et celles calculées à l'aide de la méthode FDE, selon les axes X(a), Y(b) et Z(c). Le graphique (d) montre quant à lui les différences entre les intensités calculées par rapport à celles de référence pour chaque axe.

Les résultats de la figure 4.47 montrent le bon comportement de la sonde associée à la méthode FDE pour calculer l'intensité dans les trois directions. Le champ selon l'axe Z est une nouvelle fois légèrement plus faible par rapport aux autres directions, cependant les écarts sont moins importants que lors des deux précédents essais.

#### 4.5.4 Essais avec deux sources en chambre réverbérante

Pour ce test encore plus complexe que les précédents, les deux sources et la sonde sont placées en chambre réverbérante et positionnées comme le montre la figure 4.48.

La sonde est distante d'environ 60cm afin qu'elle soit soumise à un champ acoustique composé majoritairement d'une partie révérbérée. Le rayon acoustique de la chambre réverbérante est donné par le tableau 4.3 en fonction de chaque tiers d'octave. Il est calculé à l'aide de l'équation (1.80) établie plus tôt.

Ainsi, d'après le tableau 4.3 et compte tenu de la distance d'environ 60cm, la sonde est soumise



FIGURE 4.46 – Résultats sur la norme de l'intensité et la densité d'énergie pour les deux sources en configuration anéchoïque



FIGURE 4.47 – Résultats sur l'intensité dans les directions X (a), Y (b) and Z (c) pour la référence et la méthode FDE, et différences par rapport à la référence pour les trois directions (d)

à plus (basses fréquences) ou moins (hautes fréquences) de champ réverbéré en fonction de la fréquence. Dans ce milieu très sévère, les signes des différentes intensités le long des axes X, Y et Z changent constamment avec la fréquence. La détermination de résultats par bandes de tiers



FIGURE 4.48 – Disposition et orientation des deux sources acoustiques autour de la sonde dans la chambre réverbérante

Tiers d'octave (Hz)	500	630	800	1000	1250	1600	2000	2500	3150	4000	5000
Rayon acoustique (m)	0.27	0.27	0.28	0.29	0.3	0.31	0.33	0.36	0.39	0.43	0.51

TABLE 4.3 – Rayon acoustique de la chambre réverbérante en fonction de chaque tiers d'octave

d'octaves se fait alors en sommant des bandes fines d'intensités positives et négatives. Les résultats obtenus avec la sonde p-p de référence, et avec la sonde 3D sont présentés par la figure 4.49. Les intensités en tiers d'octaves sont tracées positives afin de faciliter les comparaisons. Il est précisé cependant que les signes de chaque tiers d'octaves concordent entre la référence et les résultats obtenus par les trois méthodes de calcul.

Comme il est possible de s'y attendre, les résultats obtenus par la méthode 'ISH' ne sont pas très satisfaisants, par comparaison avec la référence. Cet essai montre une nouvelle fois les limites de l'hypothèse d'onde plane unique. La méthode 'FDE', quant à elle, semble fournir les meilleurs résultats. Enfin, la méthode 'SPC' sous-estime légèrement la norme de l'intensité. Cela vient probablement du fait que la correction appliquée par la méthode 'SPC' aux pressions mesurées pour enlever la partie diffractée est perturbée par les résultats erronés de la méthode 'ISH' qui fournit les bases de cette correction. En effet, dans ce cas d'essai, du fait du caractère réverbérant du milieu, les ondes acoustiques frappant la sphère proviennent d'incidences multiples, et la méthode cherche ici à corriger la part diffractée des pressions mesurées par la sphère à l'aide d'un modèle supposant une incidence unique. Les écarts entre la référence et les trois méthodes peuvent être tout de même importants. Ceci peut s'expliquer par la sommation de nombreuses intensités positives, et négatives. Une erreur de positionnement lors des différentes mesures peut alors avoir une influence importante sur la direction des intensités, et ainsi sur les résultats en tiers d'octaves.

Compte tenu de l'influence de ces changements de direction, il est particulièrement intéressant de s'attarder plutôt sur la norme de l'intensité 3D, ainsi que sur la densité d'énergie. Ces résultats sont présentés par la figure 4.50.

Les résultats de la figure 4.50 montrent que dans un champ aussi complexe, la méthode ISH n'est pas capable de mesurer précisément l'intensité 3D puisqu'elle n'estime pas précisément la vitesse particulaire. En revanche, elle permet tout de même d'approximer de manière plutôt satisfaisante la densité d'énergie. La méthode FDE reste la plus intéressante pour calculer l'intensité 3D et la densité d'énergie acoustique. Concernant la norme de l'intensité, excepté à basses fréquences, elle ne s'éloigne jamais de plus d'1,5dB de la référence. Enfin, la méthode SPC fournit des résultats plutôt inattendus compte tenu des performances affichées lors de l'essai à deux sources en chambre anéchoïque. Elle semble en effet pouvoir estimer la norme de l'intensité 3D et la densité d'énergie



FIGURE 4.49 – Résultats sur l'intensité dans les directions X (a), Y (c) and Z (e), et différences par rapport à la référence pour les trois directions X (b), Y (d) and Z (f) pour les deux sources en chambre réverbérante

avec une précision moyenne pour la première, et très bonne pour la seconde. Ses performances semblent donc moins perturbées par un champ réverbéré à incidences multiples qu'un champ créé par deux ondes de directions opposées.

Avec cet essai réalisé dans des conditions plutôt difficiles, les limites de la sonde et des méthodes de calcul associées ont pu être approchées. La nécessité d'intégrer une méthode calculant la vitesse particulaire par différence finie a également été montrée. Une nouvelle fois, c'est la méthode FDE qui semble la plus robuste pour à la fois estimer l'intensité 3D, et la densité d'énergie. En revanche, il est nécessaire de noter que les situations où la sonde est destinée à être utilisée sont comprises entre les deux environnements extrêmes de tests que constituent les chambres anéchoïque et réverbérante. Grâce à ces essais, la précision sur les intensités mesurées qu'il est légitime d'attendre après une mesure fixe avec la sonde 3D par rapport à trois mesures effectuées avec la sonde 1D, a été déterminé comme étant de l'ordre de 1 à 1, 5dB selon l'environnement de mesure.

#### 4.5.5 Essais avec un panneau rayonnant

Pour ce dernier essai, la source acoustique est un panneau rayonnant encastré entre les chambres anéchoïque et réverbérante. Il est excité par un champ diffus produit par deux baffles placées dans la chambre réverbérante. Les mesures ont lieu de l'autre côté, dans la chambre anéchoïque, et



FIGURE 4.50 – Résultats et différences par rapport à la référence concernant la norme de l'intensité (a-b) et la densité d'énergie (c-d) pour les deux sources en chambre réverbérante

consistent à scanner le panneau pendant environ une minute à l'aide des deux sondes de mesure. La configuration d'essais est schématisée par la figure 4.51.



FIGURE 4.51 – Panneau entre la chambre anéchoïque et la chambre réverbérante

Le but de cet essai est de tester le comportement de la sonde face à une source globalement représentative de l'environnement industriel final. De plus, il s'agit de déterminer si elle est capable de mesurer correctement par balayage l'intensité active, mais également la densité d'énergie totale proche du panneau, c'est-à-dire dans un champ relativement réactif. Contrairement aux essais précédents, où l'intervalle d'erreur  $\pm 1$ dB était admis, la précision associée à une mesure d'intensité par balayage est  $\pm 1,5$ dB. Ceci s'explique par les nouvelles incertitudes liées au positionnement de la sonde, à son orientation, ou encore à la vitesse de balayage qui se trouvent ajoutées par rapport à une mesure fixe.



FIGURE 4.52 – Résultats sur l'intensité dans les directions X (a), Y (c) and Z (e), et différences par rapport à la référence pour les trois directions X (b), Y (d) and Z (f) pour le panneau rayonnant

Les figures 4.52 et 4.53 présentent les résultats relatifs à la norme du vecteur intensité 3D, à chacune de ses trois composantes, ainsi qu'à la densité d'énergie totale, et les différences par rapport à la référence associées à chaque quantité.

D'après les résultats présentés par la figure 4.52, l'intensité normale au panneau constitue la contribution majeure. Cependant, les composantes du vecteur intensité 3D selon les axes Y et Z peuvent également devenir importantes, notamment pour les tiers d'octaves 1,6kHz and 2kHz. Comme il peut être remarqué sur les figures 4.52 et 4.53a-b, la méthode 'ISH' surestime globalement l'intensité active, sauf sur les tiers d'octaves 2,5kHz and 3kHz. Ce résultat était attendu, dans la mesure où la méthode n'est pas capable de distinguer le champ actif, du champ réactif. La méthode 'FDE', quant à elle, se révèle être en très bon accord avec la référence sur toute la bande de fréquence. Pour ce test par balayage, les différences par rapport à la référence ne dépassent que très rarement les  $\pm 1$ dB. Enfin, les résultats fournis par la méthode 'SPC' ne semblent pas suivre une tendance particulière. Il est néanmoins possible de remarquer que cette dernière améliore significativement les résultats déterminés par la méthode 'ISH', mais qu'ils restent tout de même plus éloignés de la référence que ceux fournis par la méthode 'FDE'.

D'après les résultats présentés par la figure 4.53c-d, des remarques similaires à celles relevées lors de l'analyse des intensités peuvent être une nouvelle fois formulées concernant la méthode 'ISH'. En effet, celle-ci surestime globalement la quantité recherchée. Cependant, l'impact lié à l'hypothèse



FIGURE 4.53 – Résultats et différences par rapport à la référence concernant la norme de l'intensité (a-b) et la densité d'énergie (c-d) pour le panneau rayonnant

d'onde plane paraît plus faible pour la densité d'énergie que pour l'intensité active, ce qui peut s'expliquer par le fait que la norme de la vitesse ne doit pas être très éloignée de la valeur  $|p_0|/\rho c$ . La méthode 'FDE' fournit une nouvelle fois les meilleurs résultats sur toute la bande de fréquence, même si les résultats de la méthode 'SPC' se trouvent très proches de la référence, ce qui prouve une nouvelle fois sa capacité à améliorer la méthode 'ISH'.

Compte tenu de ces résultats, si la méthode 'ISH' semble intéressante en chambre anéchoïque en présence d'une source, elle n'est pas efficace dans un milieu plus complexe. Les résultats concernant la méthode 'SPC' sont alors mitigés car son domaine d'application n'est pas clairement défini, et ses résultats peuvent être largement influencés par les problèmes dus à la méthode 'ISH' sur laquelle elle se base. Une méthode intéressante pour poursuivre dans cette voie reviendrait à utiliser un modéle inverse ne cherchant pas à déterminer l'amplitude et l'incidence d'une onde plane, mais à calculer l'amplitude de plusieurs ondes d'incidences fixes. Puis, le champ diffracté qu'elles créent sur la sonde pourrait être évalué et soustrait, afin de permettre le calcul de la vitesse par différence finie, comme pour une sonde creuse. Cette piste n'a pas été investiguée car la méthode 'FDE' fournit des résultats très satisfaisants sur toute la bande de fréquence, c'est-à-dire même lorsque ka > 1, par rapport à la sonde de référence.

# 4.6 Conclusion

L'objectif de ce chapitre était d'obtenir un outil capable de mesurer le vecteur d'intensité active 3D et la densité d'énergie acoustique totale, tout en répondant à des objectifs précis. Une revue de l'existant a montré qu'aucune sonde commercialisée au début de cette thèse ne pouvait satisfaire toutes les exigences requises. La décision a alors été prise de concevoir un nouvel outil de mesure.

Une analyse des avantages et des inconvénients liés aux deux familles de sondes énergétiques a orienté la conception vers une sphère pleine afin de limiter les phénomènes de diffraction parasites, et de réduire significativement la taille de la sonde pour un éventuel agencement en antenne. L'étude des différentes méthodes de calcul a quant à elle permis de fixer un intervalle lié au produit ka sur lequel ces dernières sont performantes. Compte tenu de la bande fréquentielle liée au problème traité dans ce mémoire, il a été nécessaire de fixer le rayon de la sphère à 15mm. Afin de répondre à l'un des objectifs majeurs que doit vérifier la sonde, à savoir intégrer des microphones 1/4", l'utilisation de moyens de mesure déportés constitués de tubes insérés dans la sphère a été étudiée. La possibilité d'effectuer des mesures de qualité avec ces tubes, ainsi que de les calibrer précisément, rapidement, et de manière robuste a pu être démontrée à l'aide de nombreux essais. Un prototype de sonde a alors été conçu, et fabriqué en stéréolithographie métallique. Celui-ci a été testé dans différents environnements acoustiques, simples ou complexes, à travers des mesures fixes ou effectuées par balayage. Les essais réalisés ont permis d'évaluer différentes méthodes de calcul en comparant les résultats obtenus à ceux déterminés à l'aide de trois mesures intensimétriques normales de référence, effectuées avec une sonde p-p de classe 1. La méthode 'FDE' associée à la sonde permet alors d'obtenir avec une précision d'environ  $\pm 1$ dB les quantités énergétiques recherchées sur la bande de fréquence [400,5000]Hz.

La sonde énergétique ainsi conçue et validée, répond à tous les objectifs qui avaient été fixés au départ. Elle est notamment compacte, et son utilisation dans l'environnement avion, notamment en cockpit, ne pose pas de problème majeur. La possibilité d'agencer de telles sondes en antenne est détaillée dans l'annexe B. Celle-ci fournit quelques résultats liés à la distance minimale à respecter entre deux sondes disposées l'une au dessus de l'autre, afin de ne pas créer de phénomènes parasites qui pourraient perturber les mesures.

Enfin, une information telle que l'intensité 3D n'a de sens que si ce vecteur peut être visualisé dans l'environnement de mesure. Pour cela, il est donc nécessaire de repérer la position, ainsi que l'orientation de la sonde. Airbus possède pour cela un logiciel utilisant des caméras qui permet de réaliser du tracking vidéo 3D par reconnaissance de forme. Son utilisation pour suivre le déplacement de la sonde a été testée, et elle s'est révélée possible et efficace, comme le montre l'annexe C.

Maintenant que la méthode d'identification énergétique a été détaillée, et qu'une sonde fournissant les quantités nécessaires à son fonctionnement a pu être dessinée, conçue et validée, il est possible de tester l'association formée de la méthode et de l'outil de mesure. Ces essais sont présentés dans le chapitre suivant qui constitue l'ultime partie de ce mémoire.

# Chapitre 5

# Essais sur maquette

Dans ce dernier chapitre, le but est d'évaluer les résultats fournis par la méthode d'identification dans un cas canonique, lorsque celle-ci est alimentée par les quantités énergétiques mesurées à l'aide de la sonde fabriquée et présentée au chapitre précédent. Dans un premier temps, un démonstrateur est créé, puis différents essais sont réalisés avec des excitations variées. Enfin, un protocole d'essais est défini, et les résultats sont analysés, et comparés avec ceux obtenus à l'aide d'autres données, ainsi que d'autres méthodes de calcul.

# 5.1 Maquette

### 5.1.1 Conception

Le but final de cette étude est de réaliser des essais en vol dans le cockpit de l'A350 pour en déterminer les flux acoustiques entrants. Au préalable, pour valider la globalité de l'approche qui regroupe la sonde, et la méthode d'identification énergétique, trois niveaux d'expérimentation sont prévus : le premier sur maquette est présenté dans ce chapitre, le second sur avion au sol et le dernier en vol ne sont pas évoqués. Cependant, s'il est possible de maîtriser les sources sur maquette et au sol, et de connaître la puissance qu'elles injectent, aucune donnée précise n'existe en vol, puisque ce type d'essais n'a jamais été réalisé. Malgré cela, grâce à de nombreux tests et investigations, les acousticiens d'Airbus possèdent un ordre d'idée assez large des puissances injectées par des éléments majeurs du cockpit comme les vitres, sur un A380 en vol. Pour que ces informations puissent servir à comparer et à évaluer les résultats fournis par la méthode d'identification en vol, il est nécessaire que ce dernier essai de validation soit réalisé dans cet avion. Afin d'assurer une cohérence entre les trois étapes d'évaluation de la méthode, il est donc décidé que la maquette soit également basée sur la géométrie intérieure du cockpit de l'A380. Cette solution est également satisfaisante d'un point de vue de l'essai final sur A350, dans la mesure où les deux cockpits possèdent des géométries somme toute assez proches.

Maintenant que le modèle est fixé, il s'agit de réaliser une copie assez fidèle. L'objectif est de reproduire cette cavité à l'aide de surfaces simplifiées, c'est-à-dire avec un agencement de plans qui n'intègrent pas tous les détails géométriques. Compte tenu de cette approche, il apparaît plus simple de se baser sur des côtes prélevées directement dans un cockpit existant, plutôt que de récupérer une CAO complète et de la modifier. A partir de ces mesures géométriques, une maquette numérique est réalisée sous CATIA, dont la figure 5.1 présente deux vues différentes.

Compte tenu de la taille réelle du cockpit, une réduction d'échelle est envisagée. Cependant, un certain nombre de précautions sont à prendre. En effet, pour concevoir un démonstrateur dans le but de réaliser des essais, certaines exigences concernant le champ acoustique créé sont à satisfaire afin que ce dernier soit conforme aux hypothèses de la méthode testée. Ici, la méthode fonctionne


FIGURE 5.1 – Vues de la CAO de la maquette

lorsque le champ acoustique présente une forte densité modale. Réduire l'échelle aurait pour effet de décaler la bande de fréquence de tests vers les hautes fréquences, afin de conserver un nombre de modes comparable sur les tiers d'octaves. Cependant, la sonde énergétique est dimensionnée pour être utilisée sur l'intervalle fréquentiel [500,5000]Hz. Une réduction d'échelle trop importante aurait donc un effet très négatif, puisqu'il est nécessaire que la bande de fréquence commune à la maquette, au regard des hypothèses de la méthode, et à la sonde, soit la plus large possible. Compte tenu de ces considérations, l'échelle retenue est 2/3. Elle correspond a un bon compromis entre l'espace qu'il faut mettre à disposition pour le stockage de la maquette, et la bande de fréquence utile. En effet, avec cette échelle, le volume intérieur V de la maquette avoisine les  $3m^3$ . En se basant sur l'équation (5.1) qui rappelle l'expression asymptotique de la densité modale en fonction de la fréquence f et du volume de la cavité V, il est possible de déterminer approximativement le nombre de modes par tiers d'octaves. Ils sont regroupés dans le tableau 5.1.

$$n(f) = \frac{4\pi f^2 V}{c_o^3}$$
(5.1)

Tiers d'octaves (Hz)	500	630	800	1000	1250	1600	2000	2500	3150	4000	5000
Nombre de modes	28	55	113	220	431	905	1765	3447	6897	14106	27549

TABLE 5.1 – Nombres de modes acoustiques de la maquette par tiers d'octaves

D'après le tableau 5.1, seuls quelques tiers d'octaves au début de la bande de fréquence de test pourraient ne pas posséder assez de modes. L'échelle de 2/3 est donc satisfaisante.

Une fois la géométrie et la taille fixées, les matériaux de fabrication doivent ensuite être choisis. Une nouvelle fois, le but général de ces considérations est de définir un environnement d'essais proche de la réalité et vérifiant également les hypothèses de la méthode, tout en créant un champ acoustique assez complexe pour apprécier les performances de cette dernière. Celle-ci étant basée sur un bilan énergétique à l'intérieur d'une cavité, il est crucial que la maquette ne présente pas de fuites acoustiques. Ceci impose d'utiliser des matériaux à fort affaiblissement acoustique, c'està-dire qui présentent une masse importante. Le choix se porte alors sur des planches de médium d'épaisseur 22mm. Les vitres sont quant à elles en polycarbonate d'épaisseur 10mm.

### 5.1.2 Montage

Concernant le montage, il est nécessaire de déterminer un moyen d'agencer les planches de médium à l'aide d'un système rigide. Basés sur la CAO, des cadres en profilés aluminium sont dessinés selon le contour des planches constituant la maquette. Chaque planche est ensuite vissée sur son cadre, puis ces derniers sont assemblés ensemble à l'aide de plaques d'aluminium pliées aux angles adéquats, relevés dans la CAO. Une porte à l'arrière, ainsi qu'une trappe au niveau du plancher sont ajoutées dans le but de faciliter l'accés à l'intérieur de la maquette. Afin d'éviter les fuites, des joints en silicone sont posés entre les planches et les vitres, mais également entre chacune des planches. La porte s'ouvrant vers l'extérieur, un linteau posé à l'intérieur de la maquette assure également l'étanchéité. La figure 5.2 présente deux vues extérieures de la maquette où il est possible d'apercevoir une partie des constituants décrits précédemment.



FIGURE 5.2 – Vues de face et de côté de la maquette

#### 5.1.3 Aménagement intérieur et champ acoustique

Pour réaliser l'aménagement intérieur, une moquette est posée au sol afin de rajouter de l'absorption. Deux sièges amovibles peuvent également être ajoutés dans la maquette en lieu et place des sièges pilote et copilote. Ils sont constitués d'une base en médium d'épaisseur 10mm recouverte de mousse acoustique absorbante de 67mm qui constitue l'assise et le dossier. Ils contribuent à ajouter de l'absorption, mais également des obstacles à l'intérieur de la cavité, et ainsi à complexifier le champ acoustique. La figure 5.7 montre l'aménagement intérieur, avec ou sans les sièges.

Précédemment, la densité modale de la maquette a été évaluée. Cependant, l'impact des matériaux, mais également de l'aménagement intérieur sur les caractéristiques du champ acoustique est à étudier. Pour cela, dans un premier temps, les coefficients d'absorption énergétiques  $\alpha$  des différents matériaux présents dans la maquette sont mesurés à l'aide d'un tube de kundt comme expliqué par l'annexe D. Ils sont tracés sur la figure 5.3, en tiers d'octaves.

A l'aide de ces coefficients d'absorption, les temps de réverbération basés sur la formule de Sabine, rappelée par l'équation (5.2), sont calculés, avec et sans les sièges. V est de nouveau le volume de la maquette, et  $A = \sum_i \alpha_{S_i} S_i$  est l'aire d'absorption équivalente, définie à l'aide des surfaces  $S_i$  et des coefficients d'absorption  $\alpha_i$  de chaque matériau d'indice *i*. Les temps de réverbération sont présentés par la figure 5.4.

$$TR_{60} = \frac{0.16V}{A} \tag{5.2}$$



FIGURE 5.3 – Coefficients d'absorption des différents matériaux constituant la maquette



FIGURE 5.4 – Temps de réverbération de la maquette dans les configurations avec et sans sièges

Il est possible de noter sur la figure 5.4 l'impact significatif des sièges sur le TR, spécialement en basses fréquences, où en leur absence seule la moquette assure une faible absorption. Basée sur l'estimation des temps de réverbération, la fréquence de Schroeder  $f_S$ , dont l'expression est rappelée par la formule (5.3), peut à son tour être estimée. Cette fréquence est très intéressante puisqu'elle permet de séparer deux domaines, l'un modal pour les fréquences qui lui sont inférieures, et l'autre diffus pour les fréquences supérieures. En pratique, si la fréquence de Schroeder est supérieure à la fréquence pour laquelle elle a été calculée, alors le champ peut être considéré comme modal à la fréquence de calcul. Si elle est inférieure, le champ est dans ce cas apparenté à un champ diffus.

$$f_S \approx 2000 \sqrt{\frac{TR_{60}}{V}} \approx \frac{800}{\sqrt{A}} \tag{5.3}$$



FIGURE 5.5 – Fréquence de Schroeder de la maquette avec et sans sièges

Les résultats liés à la fréquence de Schroeder pour la maquette avec, et sans sièges, sont présentés par la figure 5.5. La courbe y = x est également ajoutée pour aider à l'interprétation des résultats. Comme le montre la figure 5.5, la fréquence de Schroeder est inférieure à la fréquence de calcul à partir de 700Hz pour les sièges, et 900Hz sans les sièges. Ceci permet de déterminer que la méthode énergétique peut être appliquée à partir du tiers d'octave 800Hz pour la configuration avec sièges, et 1kHz sans les sièges. Cependant, d'après la comparaison effectuée dans le chapitre 1 entre le critère de Pan et la fréquence de Schroeder, la limite entre le domaine des basses et des moyennes fréquences peut être extrapolée à respectivement 400Hz et 500Hz pour la maquette avec et sans sièges. L'IMES étant tout de même performante sur le domaine des moyennes fréquences, les résultats seront présentés sur la bande de fréquence totale [500Hz,5kHz].

Maintenant que la maquette a été conçue, et que son comportement acoustique a pu être caractérisé d'un point de vue modal, il est temps de définir les sources d'excitation utilisées pour les essais.

# 5.2 Sources et calibration

## 5.2.1 Sources

Deux configurations de sources sont testées dans les deux dernières sections de cette partie. La première intègre deux sources ponctuelles acoustiques constituées par deux hauts-parleur identiques. Ceux-ci sont situés sur les panneaux avant-haut-gauche (source 1), et arrière-milieu-droit (source 2) de la maquette, et ils sont montés dans des caissons en médium utilisés par Hardy [30] précédemment dans sa thèse. Ces caissons permettent de fixer précisément les hauts-parleurs afin que leur membrane soit affleurante aux parois de la maquette, ainsi que d'optimiser la puissance acoustique rayonnée. Le niveau des sources est ajusté pour que la première injecte une puissance supérieure à la seconde d'environ 3dB, sur chaque tiers d'octave.

La figure 5.6 présente deux vues de la maquette sur lesquelles les deux sources acoustiques peuvent être observées. Sur la première image, il s'agit de la source 1, et sur la seconde de la source 2.



FIGURE 5.6 – Sources acoustiques placées sur la maquette



FIGURE 5.7 - Vues intérieures de la maquette

La figure 5.7 montre quant à elle quelques vues intérieures de la maquette afin d'y apercevoir l'agencement des sources acoustiques, ainsi que l'aménagement créé par les sièges.

Pour la seconde configuration d'essais, une seule source acoustique est conservée, le HP1, et un pot vibrant est ajouté sur la vitre arrière droite 5.8. Un bâti est mis en place assez proche de la fenêtre pour supporter le pot vibrant suspendu à l'aide de sandows. Le pot est positionné afin que la tige soit normale à la fenêtre, et la pastille sur laquelle est vissée la tête d'impédance est collée au milieu de la vitre. La figure 5.8 montre le bâti, ainsi qu'un zoom sur la fenêtre arrière où est fixé le pot.

Enfin, le niveau des deux sources est ajusté à l'aide d'un microphone situé à l'emplacement de la tête du pilote afin que la source prépondérante varie entre les deux, selon le tiers d'octave considéré. Le niveau du HP1 dans la configuration vibro-acoustique est alors 12dB inférieur à celui de la configuration acoustique.

## 5.2.2 Calibration

Maintenant que les sources ont été définies, il convient de les calibrer pour mesurer la puissance acoustique effective qu'elles injectent à l'intérieur de la maquette. Ces puissances mesurées seront considérées dans la suite comme les puissances de référence auxquelles les résultats issus de la méthode seront comparés. Cette étape de calibration est cruciale pour juger des performances de



FIGURE 5.8 – Pot vibrant excitant la vitre arrière droite de la maquette

la méthode, elle demande donc quelques réflexions.

En effet, en ce qui concerne les deux hauts-parleurs, deux méthodes de calibration sont coummunément utilisées pour ce type de sources. Selon la première méthode, la source est calibrée en chambre réverbérante à l'aide de la mesure des temps de réverbération de la chambre, du niveau moyen de pression à l'intérieur, et de la théorie de Sabine. La deuxième méthode, quant à elle, se déroule en chambre anéchoïque où la source est posée sur un plan réfléchissant. Puis, ce sont des mesures intensimétriques réalisées sur une hémisphère englobant la source qui permettent une fois intégrées d'en déduire la puissance. Ces deux techniques de mesure fournissent la puissance globale de la source, c'est-à-dire celle qui est rayonnée dans toutes les directions. En revanche, dans le cas présent, les sources ne sont pas situées entièrement à l'intérieur de la maquette, et il est nécessaire de prendre en compte le fait qu'un haut-parleur rayonne également vers l'arrière. Les caissons dans lesquels sont insérées les sources permettent d'optimiser la puissance acoustique qu'elles rayonnent à l'intérieur de la maquette. Cependant, la faible épaisseur utilisée pour ces encoffrements n'est pas suffisante pour être efficace et diriger toute la puissance rayonnée à l'intérieur de la maquette, sur toute la bande de fréquence. Les deux méthodes de calibration précédemment citées ne peuvent donc pas être utilisées. Pour être totalement rigoureux, la mesure en chambre anéchoïque serait susceptible de fonctionner à condition de suspendre la source, de l'englober dans une sphère et de ne calculer la puissance rayonnée qu'à partir de mesure intensimétriques réalisées sur la demi-sphère située à l'avant de la source. Cependant, ce processus de mesure est plus difficile à mettre en place. Compte tenu de ces remarques, et en prenant également en compte le fait que la puissance rayonnée par la vitre excitée par le pot vibrant doit aussi être déterminée, il est choisi de calibrer les sources in situ, en réalisant le test de référence. Pour rappel, ce dernier consiste à recréer un environnement anéchoïque à l'intérieur de la cavité avec du matériau absorbant, puis à démasquer chaque source l'une après l'autre pour en mesurer par balayage l'intensité émise proche de la source, et enfin en déduire la puissance qu'elle rayonne dans la maquette. Pour effectuer ce test, tout l'intérieur de la maquette est habillé à l'aide de panneaux de laine de verre d'épaisseur 60mm.

Ces tests de calibration in situ constituent une bonne occasion d'étudier la sévérité du champ acoustique créé, ainsi que l'impact de la cavité sur le champ proche de chacune des sources rayonnantes. Le tableau 5.2 présente la matrice de l'ensemble des essais qui ont été réalisés. Les deux



FIGURE 5.9 – Habillage de la maquette de laine de verre pour la calibration des sources

Configuration	Test	HP1	HP2	Pot	Laine de verre
	1	х	0	0	х
Acoustique	2	х	0	0	О
$(\mathrm{HP1}+\mathrm{HP2})$	3	0	х	0	х
	4	0	х	0	0
	5	Х	х	0	О
	6	Х	0	0	Х
Vibro-acoustique	7	х	0	0	О
$(\mathrm{HP1}+\mathrm{pot})$	8	0	0	Х	Х
	9	0	0	Х	0
	10	х	0	Х	0

TABLE 5.2 – Matrice des essais de calibration

tests de calibration correspondent aux essais 1 et 3 pour la configuration acoustique, et aux essais 6 et 8 pour la configuration vibro-acoustique.

La puissance rayonnée par chaque source sans la laine de verre est également mesurée à l'aide d'une mesure d'intensimétrie active en champ proche. Ces essais correspondent aux numéros 2 et 4, ainsi que 7 et 9 sur la matrice 5.2. Ce type d'essai permet de déterminer l'influence du caractère réverbérant de la cavité sur le champ proche de la source. C'est en comparant les résultats de ces tests avec les puissances de référence mesurées précédemment qu'il est possible d'étudier la complexité du champ acoustique créé à l'intérieur de la maquette. En effet, si les résultats des deux tests sont identiques, deux explications sont envisageables : la cavité n'a pas d'effet sur le champ proche des sources, ou la laine de verre n'est pas efficace. Dans le premier cas, les conditions acoustiques à l'intérieur ne sont pas assez sévères pour montrer l'intérêt de la méthode, car une simple mesure d'intensimétrie active en champ proche suffit à fournir la puissance des sources, ce qui n'est pas le cas en vol. Dans le deuxième cas, il faut repenser la méthode de calibration in situ, car elle ne fournit pas les bons résultats.

Enfin, la puissance rayonnée par chaque source sans laine de verre, et en présence de la deuxième source est également mesurée. Sur la matrice 5.2, ce sont les essais 5 et 10. Il est ainsi possible de déduire l'impact perturbateur du champ acoustique rayonné par la deuxième source sur celui me-

suré proche de la première. Cet essai est également important dans la mesure où il correspond à celui effectué en vol, en supposant que le champ mesuré proche de chaque source n'est pas impacté par les autres sources, et par le caractère réverbérant de la cavité. De même que précédemment, il est important que des différences soient observées entre les résultats de calibration, et ceux obtenus avec ces essais, pour apprécier les performances de la méthode, et justifier son utilisation. Il est également intéressant de comparer les essais sans laine de verre en présence de l'une ou des deux sources, pour observer l'impact de l'une sur l'autre, dans l'environnement brut.

Configuration	Essais comparés	Source concernée	But
Acoustique	1 et 2	HP1	Influence de
	3 et 4	HP2	la cavité
Vibro-acoustique	6 et 7	HP1	par rapport
	8 et 9	Pot	à la calibration
Acoustique	1 et 5	HP1	Comparaison
	3 et 5	HP2	d'une mesure
Vibro-acoustique	6 et 10	HP1	type 'en vol'
	8 et 10	Pot	avec la calibration
Acoustique	2 et 5	HP1	Influence de la
	4 et 5	HP2	seconde source
Vibro-acoustique	7 et 10	HP1	dans la maquette
	9 et 10	Pot	sans traitement

Le tableau 5.3 regroupe les comparaisons intéressantes qui ont été décrites précédemment, en fonction des numéros d'essais consignés dans la matrice 5.2.

TABLE 5.3 – Comparaisons des essais liés à la calibration et à l'étude du champ acoustique en maquette

Les figures 5.10 et 5.11 présentent les résultats des essais décrits par la matrice 5.2, pour les configurations acoustique, et vibro-acoustique.

D'après les résultats de la figure 5.10, en comparant les essais 1 et 2, ainsi que 3 et 4 consignés dans le tableau 5.3, il est possible de constater que la laine de verre est efficace pour calibrer les sources acoustiques sur toute la bande de fréquence, vues les différences observées. L'effet est plus sensible à hautes fréquences, ce qui est logique compte tenu de l'épaisseur de laine de verre qui a été employée, et qui n'est peut être pas suffisante pour complètement atténuer les basses fréquences.

Les comparaisons des essais 1 et 5, ainsi que 3 et 5 montrent que le HP1 possède un impact non négligeable sur le champ acoustique proche du HP2, l'inverse n'étant pas le cas. Ceci est cohérent dans la mesure où le niveau de puissance de la source 1 est 3dB supérieur à celui de la source 2. De plus, l'influence du HP1 semble diminuer la puissance mesurée proche du HP2, ce qui peut s'expliquer par le fait qu'il produit un champ dans la direction opposée. Ainsi, en analysant les résultats fournis par l'IMES et relatifs à la source 1, il sera intéressant de déterminer si la méthode corrige bien l'impact de la cavité, et du champ réverbéré. Les résultats sur la source 2 apporteront quant à eux quelques informations sur la correction de l'influence d'une source, le HP1, sur le champ mesuré proche d'une autre, le HP2 qui rayonne plus faiblement.

Enfin, les comparaisons des essais 1 et 3, ainsi que 3 et 5 permettent de montrer qu'une mesure in situ avec toutes les sources allumées n'aurait pas fourni des résultats proches de ceux obtenus lors de la calibration. Par conséquent, la sévérité de l'environnement intérieur de la maquette, et l'utilité de mettre en oeuvre une autre méthode qu'une mesure brute sont démontrées, dans le cas acoustique.



FIGURE 5.10 – Calibration des sources pour la configuration acoustique



FIGURE 5.11 – Calibration des sources pour la configuration vibro-acoustique

Les résultats de la figure 5.11 sont à leur tour analysés. La comparaison des cas 6 et 7 concernant le HP1 dans la configuration vibro-acoustique mène à des interprétations identiques à celles issues de la comparaison des essais 1 et 2, ce qui est sans grande surprise puisque seuls 12dB diffèrent. De même que dans l'essai acoustique, les comparaisons des essais 7 et 10, puis 6 et 10 permettent de souligner le faible impact du pot vibrant sur le champ proche du HP1, ainsi que de montrer les limites d'une mesure in-situ.

En ce qui concerne la calibration du pot vibrant, une différence plus flagrante était attendue en comparant entre eux les trois essais 8, 9 et 10. Cependant, concernant la comparaison des mesures 8 et 10, les résultats à 5kHz sont très intéressants puisque sur ce tiers d'octave là, seule la source acoustique génère un niveau important. L'intensité normale mesurée face à la fenêtre est d'ailleurs dirigée vers cette dernière lorsque les deux sources sont allumées, ce qui montre clairement la perturbation que génère le haut parleur sur le champ acoustique très proche de la fenêtre. Typiquement, si cet essai est réalisé en vol, aucun résultat ne peut être obtenu dans la mesure où le champ se dirige vers la source, et non l'inverse. Sur ce tiers d'octave, la capacité de la méthode à corriger l'influence d'une source sur le champ mesuré proche d'une autre, ainsi qu'à trier les différentes contributions, tout en corrigeant l'impact de la cavité réverbérante pourra être clairement évaluée. De plus, la comparaison des essais 8 et 9 fait apparaître une augmentation du niveau sur les tiers d'octaves 1250Hz à 2000Hz qui peut être attribuée au rayonnement du panneau contenant la vitre, et qui est probablement également excité par le pot vibrant. Cette augmentation de niveau persiste lorsque les deux sources rayonnent, à 2kHz. Les résultats sur ce tiers d'octave là seront alors également intéressants à analyser, afin de voir cette fois-ci, si la puissance de la source n'est pas sur-estimée.

## 5.3 Préparation des essais dans la maquette

Comme présenté plus tôt, la méthode inverse fonctionne en étant alimentée de mesures de densité d'énergie acoustique, et également d'intensité 3D. Dans un premier temps, il est nécessaire de définir un maillage de mesure qui réponde à certains critères, et de dimensionner le nombre de points qu'il contient. Afin de ne pas fausser les résultats, aucune information sur la localisation des différentes sources n'est prise en compte. Le maillage de mesure est identique selon les surfaces, c'est-à-dire qu'il n'est pas densifié proche des sources. D'après les précédentes thèses sur le sujet, les mesures doivent être effectuées relativement proches de chacune des surfaces qui rayonnent. De plus, si un problème inverse contenant trop peu d'informations nécessite une régularisation importante, la multiplication des points de mesure pour inverser la matrice **H** définie plus tôt par l'équation (3.78) n'est pas envisageable compte tenu du temps d'essais. A l'aide de toutes ces informations, deux maillages de mesure sont définis. Chacun des points de mesure les constituant est situé à 45 mm des surfaces à l'intérieur de la maquette. Le premier maillage contient 155 points, ce qui correspond à environ 12 mesures par  $m^2$ , il est adapté à la maquette vide. Quant au second, il est constitué de 165 points, soit 13 mesures par  $m^2$ , et il est utilisé dans le cas où la maquette contient les sièges. Plusieurs simulations MES/IMES ont été effectuées pour déterminer la cohérence de ces paramètres, ainsi que la possibilité de retrouver les sources et leur puissance, de la même manière que dans la partie 3.4.2.

Concernant, le déroulement des essais, il existe différentes manières d'effectuer les mesures énergétiques. Soit la sonde est positionnée sur pied, et elle réalise ainsi des mesures point par point, soit elle balaye des surfaces ou des volumes de mesure définis préalablement. Ce dernier test impose alors la présence d'un opérateur à l'intérieur de la maquette.

## 5.4 Identification des puissances injectées : essais acoustiques

Compte tenu des considérations précédentes sur la complexité du champ acoustique, et sur la bande de fréquence compatible avec la méthode énergétique inverse, seuls les essais réalisés en présence des deux sièges sont présentés. Ils constituent les cas les plus sévères, et donc les plus intéressants, et ceux où la bande de fréquence d'interprétation est la plus large. Bien que les résultats ne soient exploitables qu'à partir du tiers d'octave 800Hz, ils sont présentés sur toute la bande de fréquence de test, c'est-à-dire [500,5000]Hz.



FIGURE 5.12 – Distribution aléatoire des 165 points de mesure sur les parois de la maquette

## 5.4.1 Mesures point par point

Dans ce premier essai, les mesures sont effectuées de manière ponctuelle. La sonde est fixée à un pied, et son centre est placé tour à tour sur les 165 points de mesure. Son orientation est également concencieusement notée, afin de transposer les vecteurs d'intensité mesurés dans le repère de la maquette. Les acquisitions se font selon les paramètres de traitement du signal regroupés dans le tableau 5.4.

Fréquence d'échantillonnage	Recouvrement	Temps d'acquisition	$\Delta f$
$12500 \mathrm{Hz}$	70%	$30\mathrm{s}$	3,125 Hz

TABLE 5.4 – Paramètres d'acquisition des essais en maquette

#### 5.4.1.1 Résultats

Dans ce paragraphe, les résultats des essais obtenus à l'aide des mesures de densité d'énergie et d'intensité ponctuelles sont présentés. Dans un premier temps, la figure 5.13 montre les résultats de localisation pour différents tiers d'octaves. Sur ce type de visualisation, les puissances acoustiques rayonnées (en W) par chaque élement de surface de la maquette sont tracées.

Ces résultats ne sont pas particulièrement concluants. En effet, les sources ne sont que très rarement localisées. De plus, les résultats font apparaître un certain nombre d'éléments de surface rayonnant à des endroits où en principe ne se trouve aucune source. La figure 5.14 montre les résultats relatifs à la quantification des puissances acoustiques injectées par les deux sources. Chacun des deux graphiques de la figure 5.14 présente les résultats de calibration considérés comme la référence, les résultats issus de l'IMES, ainsi que ceux obtenus par une mesure d'intensité normale in situ, comme elle serait réalisée en vol. Comme le montre la figure 5.14, les résultats relatifs aux spectres de puissance ne sont pas très satisfaisants, et l'intérêt de la méthode par rapport à une mesure in-situ est loin d'être démontré.

Plusieurs facteurs sont envisageables pour expliquer ces résultats. Tout d'abord, différentes tentatives de régularisation n'ont pas véritablement amélioré les résultats. Les 660 valeurs propres ont donc été conservées intactes pour inverser le problème. En partant des hypothèses selon lesquelles la calibration des sources est correcte, et la sonde effectue de bonnes mesures, il faut chercher les



FIGURE 5.13 – Résultats de localisation relatif à l'essai acoustique pour les mesures fixes

causes du côté du processus de mesure, ou de la méthode d'identification. En reliant ces deux dernières causes, il est possible de pointer du doigt le processus de mesure qui n'est pas adapté au cas traité ici, où les deux hauts parleurs présentent des directivités assez marquées, comme le montre l'annexe E. Compte tenu de cette directivité, il apparaît très important de mesurer devant les sources, c'est-à-dire dans une zone où l'émission est importante.

#### 5.4.1.2 Ajout de points de mesure proches des sources

Pour résoudre le problème identifié précédemment, deux mesures face aux sources sont effectuées, et leurs résultats sont inclus dans le vecteur de mesure. Les résultats de localisation sont présentés par la figure 5.15.

En regardant la figure 5.15, la bonne localisation des deux sources peut être constatée sur les tiers d'octaves présentés, même si certains éléments de surface sont indiqués comme rayonnants alors qu'ils ne le devraient pas. La hiérarchisation des sources cependant, n'est pas toujours cohérente avec la réalité pour certaines bandes de fréquences. La figure 5.16 présente quant à elle les spectres de puissance des deux sources identifiées.

Si la localisation des sources apparaît comme plutôt satisfaisante, en revanche, d'après les résultats de la figure 5.16, les niveaux de puissance des deux sources sont largement surestimés,



FIGURE 5.14 – Résultats pour le HP1 dans la configuration acoustique pour les mesures fixes

notamment celui du HP2. Une mesure de puissance in-situ fournit d'ailleurs des résultats dont l'erreur par rapport aux courbes de calibration est du même ordre pour le HP1, voire plus faible pour le HP2. Ces résultats peuvent une nouvelle fois s'expliquer par la directivité très marquée des deux hauts parleurs. En effet, la puissance reconstruite est fortement influencée par les mesures effectuées devant chaque source, qui ont été rajoutées. Cependant, ces mesures sont situées face aux sources, où le niveau des hauts-parleurs est maximal, et où il n'est pas représentatif de la puissance moyenne injectée par chacune des sources dans la cavité. La méthode d'identification suppose que la source rayonne selon une directivité lambertienne, il est alors tout à fait normal qu'elle retrouve un niveau surestimé par rapport à la calibration, qui s'effectue en balayant devant la source.

Le processus de mesure peut une nouvelle fois être pointé du doigt pour la bonne raison qu'il n'est pas cohérent avec l'une des hypothèses de la MES, selon laquelle les quantités prédites par la méthode représentent des quantités moyennées fréquentiellement, et spatialement. Outre les problèmes associés à la directivité des sources, ce dernier aspect, qui n'a pas été pris en compte jusqu'à présent, se révèle très important puisqu'il est lié aux hypothèses de la méthode. En effet, la MES, et donc l'IMES considèrent des volumes élémentaires sur lesquels la théorie est valable.

#### 5.4.2 Mesures balayées

#### 5.4.2.1 Processus de mesure par balayage

Les précédents résultats ont montré l'importance d'effectuer des mesures proches des sources, et moyennées spatialement, ainsi que de lisser les effets de directivité. Afin de remplir ces trois objectifs simultanément, un nouveau processus de mesure est mis en oeuvre. Ce dernier consiste à discrétiser la surface intérieure de la maquette en plusieurs éléments surfaciques. Chacun d'eux est sucessivement scanné par la sonde, et les données énergétiques mesurées sont à chaque fois attribuées au centre de gravité de l'élément de surface balayé.

Afin de pouvoir comparer les résultats obtenus avec ce nouveau processus de mesure et les précédents, le même maillage de mesure ponctuel a été conservé. Les surfaces mesurées sont définies



 ${\rm Figure}~5.15$  – Résultats de localisation relatif à l'essai acoustique pour les mesures fixes avec un point rajouté devant chaque source

et centrées autour de chaque point. Elles sont également parallèles à la paroi devant laquelle elles sont définies, et agencées de sorte qu'une fois concaténées, elles recouvrent toutes les surfaces de la maquette.

La figure 5.17 présente un exemple du maillage de mesure surfacique sur la vitre arrière droite, où trois points sont définis pour le maillage ponctuel. Dans la pratique, la vitre est découpée en trois surfaces virtuelles grossièrement équivalentes, réparties autour de chacun des points de mesure, que l'opérateur va scanner à l'aide de la sonde, tout en laissant l'orientation de l'outil de mesure invariante dans le repère de la maquette.

#### 5.4.2.2 Résultats des mesures par balayage

Un premier essai par balayage est réalisé dans la maquette en configuration acoustique. Pour cela, la sonde est fixée sur une tige et un opérateur enfermé dans la maquette scanne chacun des éléments de surface de mesure définis. Un repère est également ajouté à la sonde afin de permettre de la positionner à la bonne distance de la paroi lors de la mesure.

Le post-traitement de cet essai par la méthode énergétique inverse a montré que l'inversion du vecteur de mesures contenant comme précédemment, la densité d'énergie totale, et l'intensité 3D, ne



FIGURE 5.16 – Résultats pour le HP1 dans la configuration acoustique pour les mesures fixes avec un point rajouté devant chaque source



FIGURE 5.17 – Maillage de mesure ponctuel et par balayage de la vitre arrière droite (vue globale extérieure puis zoom intérieur)

fournit pas de bons résultats. Une investigation plus approfondie consistant à comparer les données mesurées ponctuellement, à celles obtenues par balayage a incriminé les mesures d'intensité scannées. Le balayage a ainsi une influence plus importante sur l'intensité, que sur la densité d'énergie, et notamment sur les composantes de l'intensité qui ne sont pas prépondérantes dans la norme du vecteur. Ces erreurs, notamment de signe, peuvent être préjudiciables lors du calcul des flux injectés, alors que leur contribution n'est pas importante. Une solution à envisager pourrait être de conserver les seules composantes parmi les trois, qui ont un niveau suffisant par rapport à la norme de l'intensité afin d'éviter les erreurs lors de la mesure. Cette piste n'est pas investiguée dans ce manuscrit, et les résultats issus exclusivement des mesures de densité d'énergie sont présentés dans

#### Essais sur maquette

la suite. Il s'agit maintenant de déterminer 1390 inconnues à l'aide de 165 mesures. Une nouvelle fois, une analyse du problème et de la courbe en L associée, ainsi que des valeurs propres n'a pas montré d'intérêt majeur de régulariser la matrice lors de l'inversion. Les 165 valeurs propres ont donc été utilisées sans modification lors de chaque pseudo-inversion.

Sur la figure 5.18 sont tracées les puissances rayonnées par chaque élément de surface de la maquette.



FIGURE 5.18 – Résultats de localisation pour l'essai acoustique balayé

Pour tous les tiers d'octaves présentés par la figure 5.18, les deux hauts-parleurs sont bien localisés, et il semble que la puissance des sources soient également bien hiérarchisées. Les résultats de quantification concernant les puissances injectées par les HP1 et HP2, sont à leur tour présentés par les figures 5.19 et 5.20. Les erreurs de l'IMES, et de la mesure in-situ par rapport au spectre de calibration sont cette fois ajoutées.

D'après ces résultats, la bonne hiérarchisation des sources peut être constatée, tout comme le fait que la méthode corrige bien l'effet de la cavité, et ainsi du champ réverbéré. En effet, sur la bande de fréquence d'application de la méthode, les résultats déterminés à l'aide de l'IMES sont plus proches des données de calibration que ceux obtenus à partir d'une mesure in-situ, qui correspond à la courbe verte. La précision de la méthode semble avoisiner les  $\pm$  2dB. Les résultats sont cependant moins bons pour la source acoustique N°2. En effet, celle-ci est placée dans un coin



FIGURE 5.19 – Résultats pour le HP1 dans la configuration acoustique pour les mesures balayées



FIGURE 5.20 – Résultats pour le HP2 dans la configuration acoustique pour les mesures balayées

ce qui constitue un cas d'essai plus complexe, dans la mesure où les phénomènes réverbérants sont plus difficiles à prendre en compte, à cause des multiples réflexions.

# 5.5 Identification des puissances injectées : essais vibro-acoustiques

Grâce à l'analyse des précédents essais, un processus de mesure pertinent avec la méthode d'identification, et fournissant de bons résultats a été mis au point. Cependant, il a pu être montré que les caractéristiques des sources acoustiques utilisées n'étaient pas en totale cohérence avec les hypothèses de l'IMES. En effet, la directivité très marquée de ces sources les éloigne assez fortement de l'hypothèse de directivité lambertienne effectuée par la méthode. Afin de s'en rapprocher, une excitation vibro-acoustique est créée en fixant un pot vibrant sur la vitre arrière droite de la maquette, pour remplacer le haut parleur 2. Les résultats de calibration ont été présentés plus tôt. Il est rappelé que pour l'analyse des résultats, une attention particulière doit être portée sur les tiers d'octaves 2kHz, et spécialement sur celui à 5kHz, pour lequel le champ acoustique proche de la vitre arrière est fortement perturbé par la source acoustique, faussant ainsi la mesure de la puissance rayonnée par le pot vibrant réalisée in-situ.

#### 5.5.1 Résultats

Dans un premier temps, les résultats de localisation relatifs à l'essai vibro-acoustique sont présentés. Pour ce test, la puissance injectée par les deux sources n'est pas hiérarchisée de la même manière sur chaque tiers d'octave, rendant plus intéressante que précédemment la visualisation de ce type de résultats. La figure 5.21a rappelle les spectres de calibration de la source acoustique et du pot vibrant. La différence de pression induite par une source sur le champ proche de l'autre, tracée sur la figure 5.21b, a également été rajoutée. Si deux sources  $\gamma$  et  $\zeta$  sont considérées, la courbe portant la légende  $\gamma \Rightarrow \zeta$  est relative à la différence de pression induite par  $\gamma$ , sur le champ proche de  $\zeta$ . Elle est alors obtenue en soustrayant la mesure de pression effectuée lorsque les deux sources rayonnent, à celle déterminée lorsque seule  $\zeta$  émet. Sur la figure 5.21b, il peut être observé que cette perturbation reste assez faible, et ne dépasse jamais les 3dB, dans un sens comme dans l'autre.



FIGURE 5.21 – a : Spectres de calibration des deux sources - b : Différences de pression due à la première source  $\gamma$  sur le champ de pression proche de la seconde  $\zeta$  ( $\gamma \Rightarrow \zeta$ )

Ainsi, d'après les spectres de calibration des deux sources, à 500Hz le pot doit dominer, à 1kHz, 1.2kHz ou encore 2.5kHz les deux sources sont censées être visibles de manière équivalente, et enfin à 2kHz notamment et particulièrement à 5kHz, le champ rayonné par la source acoustique doit être prépondérant.

D'après la figure 5.22, les résultats de localisation sont cohérents avec les puissances injectées calibrées. Il est intéressant de noter que pour les tiers d'octave 1.2kHz et 2kHz, des sources acous-



FIGURE 5.22 – Résultats de localisation pour l'essai vibro-acoustique balayé

tiques sont attribuées à un certain nombre d'éléments de surface situés sur le panneau contenant la vitre excitée, et également autour de ce panneau. Ceci peut s'expliquer par le fait que la vitre n'est pas complètement découplée du panneau qui la contient, et que particulièrement sur ces bandes de fréquence là, le pot vibrant n'excite pas seulement la vitre, mais également l'ensemble de la structure.

Les figures 5.23 et 5.24 présentent les spectres de puissance acoustique rayonnée par les deux sources. Comme précédemment, le spectre de calibration, considéré comme la référence, a été ajouté, ainsi que la puissance obtenue par mesure in-situ, c'est-à-dire sans laine de verre et en présence des deux sources allumées. Il est rappelé, une nouvelle fois, que ce test in-situ est représentatif d'une mesure de puissance à l'intérieur de la cavité, telle qu'elle pourrait être réalisée sur avion en vol en supposant qu'elle ait lieu assez proche de la source à qualifier pour n'être influencé ni par le champ réverbéré, ni par les autres sources acoustiques.

D'après les résultats relatifs à la source acoustique présentés par la figure 5.23, l'effet du champ réverbérant est bien corrigé, et la puissance de référence de la source est correctement retrouvée avec une précision de l'ordre de  $\pm$  2B, sur la quasi-totalité de la bande de fréquence. Les résultats pour les tiers d'octaves 800Hz et 1kHZ, où le pot vibrant rayonne de manière importante, sont néanmoins dégradés par rapport à l'essai acoustique précédent. Ces résultats sont peut être liés à la fréquence considérée qui se trouve en limite du domaine d'interprétation.

L'apport de la méthode par rapport à une qualification in-situ paraît être une nouvelle fois démon-



FIGURE 5.23 – Résultats des essais pour le HP1 dans la configuration vibro-acoustique

tré, dans la mesure où elle améliore de manière significative les résultats in-situ sur la majorité des tiers d'octaves.

Les résultats concernant le champ acoustique généré par la vitre arrière, excitée par le pot vibrant, sont ensuite présentés par la figure 5.24.



FIGURE 5.24 – Résultats des essais pour le pot dans la configuration vibro-acoustique

Le spectre de puissance mesuré lors de l'étape de calibration est également bien retrouvé, avec une précision de  $\pm 2$ dB. La difficulté réside ici principalement dans les résultats sur les tiers d'octave 2kHz, et 5kHz. A 2kHz, bien que des sources soient localisées sur le panneau contenant la vitre, la puissance attribuée à celle-ci est bien retrouvée. Sur le tiers d'octave 5kHz, la source acoustique impacte très clairement le champ proche de la vitre, à tel point qu'une mesure in-situ ne peut fournir de résultats cohérents. D'après les courbes présentées par la figure 5.24, l'IMES permet clairement de corriger cet effet, et de retrouver très précisément la puissance rayonnée par la vitre à 5kHz.

## 5.5.2 Détection d'une source noyée dans le bruit de fond

Afin de tester les limites de l'association constituée de la sonde énergétique, et de la méthode d'identification, un nouvel essai est effectué en réduisant de manière significative le niveau de puissance de la source acoustique 1. Le but est alors de déterminer si la méthode est capable de discerner une source plus ou moins noyée dans le bruit de fond, et de quantifier la puissance qu'elle rayonne dans des conditions très sévères. Cet essai est un bon moyen d'évaluer la dynamique de l'outil, et d'en montrer les limites. Comme pour l'essai précédent, la figure 5.25a présente la puissance des deux sources, tandis que sur la figure 5.25b sont tracées les différences de pression créées par chacune des sources sur le champ proche de l'autre. Cette fois-ci les différences entre les puissances injectées peuvent être très importantes, et atteindre même plus de 20dB. Les perturbations induites par le pot varient de 0dB à près de 14dB, alors que l'impact de la source acoustique est quasiment nul.



FIGURE 5.25 - a: Spectres de calibration des deux sources - b : Différences de pression dues à la première source sur le champ de pression proche de la seconde

Comme précédemment, les résultats de localisation des puissances rayonnées, ainsi que les spectres de puissance de chacune des sources sont tracés. Concernant les cartes de localisation présentées par la figure 5.26, les résultats sont assez cohérents avec ceux de l'essai précédent, ainsi qu'avec les puissances injectées mesurées lors de la calibration. De nouveau, sur les tiers d'octave 1.2kHz et 2kHz, de nombreuses sources sont localisées sur le panneau contenant la fenêtre qui vibre.

Quant aux spectres de puissance, il peut être constaté sur la figure 5.27 que la puissance du pot vibrant est une nouvelle fois très bien retrouvée, ce qui permet également de souligner l'excellente répétabilité de la méthode.

Concernant la puissance rayonnée par la source acoustique présentée par la figure 5.28, les résultats ne sont pas satisfaisants pour certains tiers d'octaves, comme 1kHz ou 2,5kHz. Le résultat



 ${\rm FIGURE}~5.26$  – Résultats de localisation pour l'essai vibro-acoustique où le niveau du haut-parleur est fortement réduit

à 1kHz est compréhensible compte tenu de l'écart de plus de 20 dB qui sépare les puissances rayonnées par les deux sources, ainsi que de la forte perturbation, 13dB, que le pot génère proche de la source acoustique. Le résultat à 2,5kHz quant à lui permet en quelques sorte de toucher du doigt les limites de la méthode. Il semblerait qu'un écart de puissance d'environ 15dB, qui se traduit par une perturbation en pression de l'ordre de 6dB ne permette plus de quantifier correctement les sources. Les résultats fournis par la méthode sont d'ailleurs moins bons que ceux obtenus avec une mesure in-situ, pour ces tiers d'octaves.

Cependant, ces constatations peuvent être nuancées avec les résultats concernant les tiers d'octaves 630Hz et 800Hz, où la source acoustique est bien quantifiée, malgré une différence de puissance et une perturbation engendrée par le pot très élevées. Il serait intéressant de mener des essais complèmentaires afin de valider ces résultats, et de comprendre les phénomènes mis en jeu. Une possible vibration de la plaque, qui contient la source acoustique, induite par le pot vibrant pourrait être une première explication. En effet, une fois le niveau de la source acoustique fortement réduit, ce phénomène ne serait plus négligeable d'un point de vue acoustique.

D'après les résultats de ce paragraphe, la dynamique de la méthode semble donc avoisiner les 15dB. C'est-à-dire qu'elle paraît être capable de discriminer deux sources rayonnant une puissance séparée de l'ordre de 15dB. Plus concrètement, en se référant à la figure 5.25b, la méthode semble pouvoir corriger l'influence d'une source lorsque celle-ci génère une perturbation qui induit une



FIGURE 5.27 – Puissance injectée par le pot vibrant pour l'essai vibro-acoustique où le niveau du haut-parleur est fortement réduit



 ${\rm FIGURE}~5.28$  – Puissance injectée par la source acoustique pour l'essai vibro-acoustique où son niveau fortement réduit

élévation du niveau de pression proche de 6dB, voire plus pour certains tiers d'octaves.

## 5.5.3 Exploitations différentes des essais

## 5.5.3.1 Densité d'énergie potentielle

Les essais précédents ont permis de mettre au point un processus de mesure cohérent avec la méthode d'identification, ainsi qu'avec l'environnement de test. Ils ont en effet montré que la mesure par balayage fournit de bons résultats, puisqu'elle moyenne spatialement les quantités énergétiques mesurées, à condition que les sources utilisées présentent une directivité qui se rapproche du modèle lambertien supposé par la méthode. De plus, il a été également établi que compte tenu de cette manière de mesurer, il est préférable d'alimenter le modèle inverse à l'aide de mesures de densité d'énergie acoustique afin de recalculer les flux entrants, plutôt que d'utiliser les intensités dont la mesure par balayage peut introduire des erreurs.

Par conséquent, il devient maintenant intéressant de quantifier l'apport de la sonde énergétique 3D dessinée, fabriquée et optimisée pour cette méthode. Sans la sonde, pour retrouver les flux entrants à partir de la densité d'énergie acoustique, une hypothèse de champ lointain, et par conséquent d'onde plane, doit être effectuée. La densité d'énergie cinétique est ainsi identifiée à la densité d'énergie potentielle, et la densité totale devient alors égale au double de la densité d'énergie potentielle. Une simple mesure de pression suffit donc pour obtenir cette quantité. C'est cette technique qui a été utilisée par Hardy lors de sa thèse [30]. Cependant, différentes études numériques menées à l'ECL, notamment par Chabchoub [9] ont montré la nécessité de prendre en compte la densité d'énergie cinétique afin de retrouver précisément le niveau des sources. Elles ont notamment contribué à justifier le développement de la sonde énergétique présentée dans le chapitre précédent, qui est capable de mesurer cette quantité.

Le but de cette partie est donc de comparer les résultats fournis par la méthode d'identification, lorsque celle-ci est alimentée par des mesures de densité d'énergie totale contenant la densité d'énergie cinétique, à ceux obtenus en ne prenant en compte que la densité d'énergie potentielle doublée. Dans un premier temps, les énergies potentielle et cinétique mesurées par la sonde en différents points sont analysées. La figure 5.29 présente les densités d'énergie cinétique, potentielle, et totale pour deux points de mesure, l'un proche de la source acoustique (Fig.5.29a), et l'autre à proximité de la vitre excitée par le pot vibrant (Fig.5.29b). La densité d'énergie potentielle doublée est également ajoutée afin de visualiser les différences par rapport à la densité d'énergie totale, pour ces différents points.

D'après les résultats de la figure 5.29, dans la majorité des cas, l'une des énergies est très supérieure à l'autre, rendant ainsi caduque l'hypothèse d'égalité. Il est intéressant de noter qu'en général c'est l'énergie potentielle qui est supérieure à l'énergie cinétique, sauf pour le tiers d'octave 5kHz, ainsi que quelques fois à basses fréquences. Pour certains points de mesure, les densités d'énergie cinétique et potentielle sont assez proches, notamment sur les tiers d'octaves 500Hz, et 4kHz.

Les flux entrants sont ensuite recalculés à l'aide de l'énergie potentielle doublée. La figure 5.30 montre les emplacements des éléments de surface rayonnant, pour certains tiers d'octaves.

Les résultats présentés par la figure 5.30 sont assez proches de ceux de la figure 5.22, où la densité d'énergie totale est prise en compte. Cependant, il peut être noté que la localisation des sources est légèrement moins précise, notamment autour de la vitre, lorsque la densité d'énergie potentielle est doublée.

Les puissances injectées par le haut parleur 1 et le pot vibrant, calculées avec la densité d'énergie potentielle doublée, sont visibles sur la figure 5.31. Sont également tracés sur la figure 5.31, les spectres de calibration, ainsi que les puissances calculées plus tôt, à l'aide des mesures de densité



FIGURE 5.29 – Densités d'énergie cinétique, potentielle, potentielle doublée et totale pour un point de mesure proche de la source acoustique (a) et de la vitre (b)

d'énergie totale.

Comme attendu suite aux constatations précédentes sur les mesures des densités d'énergie potentielle et cinétique, le niveau de puissance injectée se trouve augmenté à basses fréquences pour la source acoustique, où la perturbation du pot vibrant est importante. En effet, les densités d'énergie cinétique pour les points de mesure proches de cette source sont plus faibles que les densités d'énergie potentielle. Concernant le pot vibrant, la différence entre les deux spectres de puissance injectée est visible à partir de 1kHz, pour la même raison. Enfin, à 5kHz, c'est au niveau de la source acoustique que l'absence de prise en compte de l'énergie cinétique, qui se trouve être prépondérante sur ce tiers d'octave là, produit son effet. Ainsi, d'un point de vue général, en ne considèrant que la densité d'énergie potentielle doublée, les puissances injectées sont surestimées, excepté sur le tiers d'octave 5kHz. Ces résultats montrent tout l'intérêt de caractériser la densité d'énergie cinétique pour alimenter l'IMES, et ainsi retrouver plus précisément les puissances acoustiques injectées.

#### 5.5.3.2 SEA et intensité

La méthode énergétique simplifiée a été introduite dans cet ouvrage de manière théorique en la positionnant notamment par rapport à la SEA. Les avantages en termes de modélisation des phénomènes physiques qu'elle apporte ont ainsi pu être soulignés. Il apparaît très intéressant de comparer les deux méthodes sur un cas d'essai concret, le test vibro-acoustique. La particularité de l'approche présentée dans cette partie est de s'appliquer aux mesures d'intensité normales, réalisées in-situ. Cette méthode d'analyse est proposée, et détaillée par Hardy dans sa thèse [30]. Elle se base sur une modélisation 1D des phénomènes de rayonnement, de réflexion et d'absorption proche d'une paroi, qui sont très proches de ceux considérés dans le projet CREDO, et relatifs à l'utilisation de la DLA. Le cadre d'application de cette méthode concerne une paroi rayonnant de manière homogène en régime stationnaire, et présentant un coefficient d'absorption normale  $\alpha_0$ . Les grandeurs considérées sont toujours moyennées spatialement, et fréquentiellement.

Le bilan des intensités proche de la paroi est le suivant. L'intensité mesurée  $I^{mes}$  est décomposée



FIGURE 5.30 – Résultats de localisation pour l'essai vibro-acoustique exploité avec la densité d'énergie potentielle doublée

en la somme du flux de puissance injecté par la source  $\phi^{inj}$ , et des contributions réverbérées au niveau de la paroi provenant de derrière la mesure  $I_{pos}^{rev}$ , et se réfléchissant sur la surface de mesure  $I_{neq}^{rev}$ . Cette formulation est résumée par l'équation (5.4), écrite dans le sens paroi $\rightarrow$  cavité.

$$I^{mes} = \phi^{inj} - I^{rev}_{pos} + I^{rev}_{neq} \tag{5.4}$$

La figure 5.32 illustre le bilan d'intensités effectué par la méthode de correction par SEA des intensités normales mesurées in-situ. Celle-ci est largement inspirée du mémoire de Hardy [30].

Le coefficient d'absorption de la surface de mesure  $\alpha_0$  étant connu, il est possible de lier les intensités réverbérées incidentes, et réfléchies, par la relation (5.5).

$$I_{pos}^{rev} = (1 - \alpha_0) \cdot I_{neq}^{rev} \tag{5.5}$$

En combinant les deux relations (5.4) et (5.5), le bilan (5.6) est obtenu.

$$I^{mes} = \phi^{inj} - \alpha_0 I^{rev}_{nos} \tag{5.6}$$

L'intensité liée au champ diffus est supposée égale à l'intensité efficace de Sabine :  $I_{sab} = \frac{Wc_0}{4}$ , où W est la densité d'énergie moyenne dans la cavité. Le flux injecté par la surface considérée peut



FIGURE 5.31 – Résultats des essais pour la source acoustique et le pot avec W=2.U



 ${\rm FIGURE}~5.32$  – Bilan des intensités postulé par la méthode de correction par SEA des mesures d'intensités normales in-situ

alors être exprimé par l'équation (5.7).

$$\phi^{inj} = I^{mes} + \alpha_0 \frac{Wc_0}{4} \tag{5.7}$$

Il est intéressant de préciser que cette formule, issue d'un modèle 1D, peut être démontrée à l'aide de l'équation de couplage vibro-acoustique (5.8), au prix de certaines manipulations et approximations, ce qui lui confère un sens physique pouvant légitimer son utilisation.

$$\frac{\partial p}{\partial n} - j\frac{\rho\omega}{Z} = j\rho_0\omega v_0 \tag{5.8}$$

Cette méthode possède néanmoins certaines limites. Tout d'abord, plusieurs approximations numériques nécessitent d'effectuer une hypothèse de faible absorption concernant la surface considérée. Si l'environnement de mesure s'en éloigne, le terme correctif est mal évalué, ce qui pose problème dans la mesure où plus la surface est absorbante, plus ce terme est important. De plus, ce modèle souffre de son caractère mono-dimensionnel. En effet, localement il utilise une directivité très simple, qui reste valable si la surface est grande, et qu'elle rayonne de manière normale et homogène. Enfin, sachant que l'intensité ne peut être mesurée directement sur la paroi concernée, le fait d'appliquer l'équation de couplage vibro-acoustique qui n'est vérifiée que sur la surface, constitue également une autre approximation.

La figure 5.33 présente les résultats des essais d'intensité réalisés in-situ, et post-traités par SEA à l'aide de la méthode explicitée précédemment pour chacune des sources. Les puissances de référence sont également ajoutées, tout comme celles calculées en intégrant directement l'intensité normale mesurée in-situ, ainsi que celles obtenues par IMES.



FIGURE 5.33 – Résultats des essais pour la source acoustique et le pot : intensité normale posttraitée par SEA

D'après les différentes courbes de la figure 5.33 relatives à la source acoustique, la correction SEA permet de retrouver les résultats de l'IMES à basses fréquences, qui surestiment la puissance du haut-parleur. Lorsque la fréquence augmente, l'impact du post-traitement par SEA devient moins important, et les résultats obtenus sous-estiment cette fois-ci la puissance de la source. Concernant le pot vibrant, les résultats sont plutôt bons sur la bande de fréquence [1kHZ-2,5kHz]. Il est intéressant de constater que ce modèle simple permet tout de même d'améliorer les mesures in-situ notamment sur le tiers d'octaves 5kHz, où le champ proche de la vitre est fortement influencé par le champ direct de la source acoustique. En effet, l'intensité normale déterminée redevient positive, et la puissance de la source est retrouvée avec environ 3dB d'écart. Ceci peut s'expliquer par le fait que la surface de mesure, particulièrement peu absorbante, constitue un environnement favorable à la méthode. Cependant, les résultats déterminés par l'IMES sont globalement meilleurs sur toute la bande de fréquence d'essais, pour la source acoustique, comme pour le pot vibrant.

Les résultats obtenus par cette méthode sont donc assez satisfaisants, tout dépend de la précision attendue. Il est en effet possible d'apporter une correction à des mesures d'intensité normale effectuées devant la surface d'intérêt. De plus, d'un point de vue pratique, la méthode permet d'isoler la surface d'intérêt, et de venir la scanner sans qu'il faille pour cela adopter une approche plus globale, contraignante car nécessitant d'effectuer des mesures partout dans la cavité.

# 5.6 Essais : propagation des puissances injectées calculées

# 5.6.1 Comparaison sur un plan

Une fois identifiés à l'aide de l'IMES, les flux entrants dans la maquette peuvent être propagés à l'intérieur de la cavité avec la méthode directe. Ainsi, suite à un essai durant lequel les densités d'énergie sont mesurées proche des parois, les flux acoustiques entrants à l'intérieur de la cavité peuvent être déterminés, ainsi que les champs énergétiques dans la totalité du volume de la cavité, remplaçant ainsi de nombreuses mesures. La démarche d'une exploitation de ce type est présentée par la figure 5.34.



FIGURE 5.34 – Stratégie de propagation des puissances injectées calculées

Dans un contexte industriel, un tel post-traitement permet de déterminer les sources, ainsi que l'agencement du champ acoustique dans toute la cavité. Dans le cadre de ce mémoire, il est utilisé pour vérifier la qualité des mesures, et la précision des puissances injectées calculées. Ces dernières sont propagées, et les densités d'énergie acoustique sont évaluées dans le plan z=0.6m de la maquette en 58 points, puis elles sont comparées avec des mesures effectuées par la sonde aux mêmes points. Les résultats pour l'essai vibro-acoustique sont présentés pour différents tiers d'octaves sur la figure 5.35. Les deux tâches bleu foncé visibles en y=1000mm correspondent aux sièges, où aucune mesure n'a pu être réalisée.

D'après les résultats de la figure 5.35, les niveaux moyens du champ de densité d'énergie, et sa répartition spatiale sont globalement bien évalués. Quelques différences sont néanmoins à noter. En effet, la MES semble aboutir à une description beaucoup plus lisse du champ de densité d'énergie dans la cavité, que ne le mettent en évidence les mesures. Cet effet peut être attribué au fait que ces dernières ont été réalisées de manière ponctuelle, c'est-à-dire sans moyennage sur un volume élémentaire. De plus, à 5kHz, les mesures proches de la source acoustique font apparaître un champ de niveau plus important, et rayonnant moins largement dans la cavité, que celui prédit par la MES. Ces comparaisons permettent de souligner une amélioration possible de la méthode qui consisterait à inclure une directivité des sources plus réaliste, lorsque celle-ci s'écarte de la loi lambertienne.

A l'aide de la méthode directe, certaines informations très utiles sur le champ peuvent également être obtenues, telles que la part due aux champs direct et réverbéré, aux différents points de calculs. La figure 5.36 présente le maillage de mesure sur le plan z=0.6m, ainsi que les densités d'énergie mesurées et estimées par la MES à 2kHz, et 5kHz. Les densités d'énergie calculées sont tracées pour le champ total, direct et réverbéré. 0

x(mm)



FIGURE 5.35 – Champ de densité d'énergie total (dB) calculé par MES à partir des puissances injectées déterminées par IMES, et mesuré à l'aide de la sonde pour différentes tiers d'octaves

0

x(mm)

68

1000

\_\_\_\_\_0∟\_\_\_

64

1000

\_\_\_\_\_0└\_\_\_



FIGURE 5.36 – a. Répartition des 58 points de mesure sur le plan z=0.6m - Champs de densité d'énergie réverbéré, direct et total prédits par la méthode à partir des puissances injectées, et comparaison avec le champ de densité d'énergie mesuré par la sonde à 2kHz (b) et 5kHz (c)

D'après les résultats des figures 5.36b et 5.36c, les niveaux de densité d'énergie totale et mesurée sont globalement proches dans tout le plan de mesure à 2kHz et 5kHz. De plus, il peut être constaté que le champ réverbéré estimé par MES est réparti spatialement de manière plutôt uniforme, son niveau ne variant pas de plus de 3dB à 2kHz, et d'1dB à 5kHz sur tout le plan. Les résultats des simulations à 2kHz sont très satisfaisants, mise à part une légère sur-estimation du champ réverbéré, et ils semblent cohérents avec le champ mesuré dans la maquette, notamment proche de la vitre excitée par le pot vibrant (point N°36).

64

1000

0

x(mm)

Néanmoins, à 5kHz, les valeurs obtenues aux points situés dans le champ proche de la source acoustique sont sous-estimées par la méthode par rapport aux mesures. Cette sous-estimation semble s'expliquer par celle du champ de densité d'énergie direct, en ces différents points. Une nouvelle fois il est possible de mettre en cause la directivité de la source, plus marquée en réalité que dans le modèle.

Cependant, si ces résultats semblent plutôt logiques, cette répartition champ direct/champ réverbéré n'a pas été validée expérimentalement au cours de cette thèse. Il aurait fallu pour cela positionner la sonde tour à tour sur chaque point de mesure, et déterminer le niveau de densité d'énergie lorsque les deux sources rayonnent, avec et sans laine de verre. De ce fait, les contributions directes et totales auraient pu être mesurées, ce qui, à l'aide de l'hypothèse de décorrélation des champs, aurait permis de retrouver le champ réverbéré par soustraction.

## 5.6.2 Informations à des points particuliers

D'après les résultats précédents, une approche IMES puis MES permet de globalement bien prédire les niveaux de densité d'énergie acoustique, ainsi que la forme des champs sur un plan de mesure à l'intérieur de la maquette, pour la configuration vibro-acoustique. Cependant, en général, les niveaux standards utilisés dans l'industrie pour caractériser des champs sont des niveaux de pression. D'un point de vue théorique, un niveau de pression peut être approximé par un niveau de densité d'énergie sous condition d'onde plane, c'est-à-dire lorsque la vitesse et la pression vérifient l'égalité  $|p| = \rho c ||\mathbf{V}||$ .

Afin de vérifier si cette hypothèse est correcte dans le volume intérieur de la maquette, c'est-àdire loin des sources, et si les données relatives au champ de densité d'énergie acoustique peuvent alors être interprétées, plusieurs essais et comparaisons sont réalisés. Ils se focalisent sur deux points précis qui présentent un enjeu important lors du dimensionnement d'un cockpit : les têtes pilote et co-pilote. La figure 5.37 montre la position de ces deux points particuliers.



FIGURE 5.37 – Position des points d'intérêt : la tête pilote et la tête co-pilote

Les niveaux de pression mesurés aux deux points d'intérêt à l'aide d'un microphone sont comparés avec ceux de densité d'énergie également mesurés, cette fois par la sonde, mais aussi avec les niveaux de densité d'énergie prédits par la MES, à partir des flux calculés par IMES. Ils sont tous les trois tracés sur la figure 5.38.



FIGURE 5.38 – Comparaison des mesures de pression et de densité d'énergie, ainsi que des puissances injectées déterminées par IMES puis propagées par MES, aux têtes pilote et co-pilote

D'après les résultats présentés par la figure 5.38, les niveaux de pression et de densité d'énergie mesurés sont très proches, notamment pour la mesure tête co-pilote, qui correspond au siège de droite. Des écarts apparaissent cependant pour le point situé à la tête pilote, entre les trois quantités tracées.

Tout d'abord, une différence est notable à hautes fréquences, entre les deux quantités mesurées, à savoir la pression et la densité d'énergie. Cet écart peut s'expliquer par le fait que ces deux niveaux ont été mesurés à deux endroits séparés de quelques centimètres, ceci à cause de la difficulté de positionner la sonde énergétique sur le siège. Ce problème de positionnement est le même pour le point situé tête co-pilote, il est alors pertinent de se demander pourquoi les deux niveaux mesurés sont très proches dans ce cas. Cette différence de résultats entre les deux points peut être attribuée au fait que la tête pilote est placée directement sous la source acoustique. De ce fait, il est possible qu'un écart de positionnement ajouté à la forte directivité du haut-parleur créent des différences importantes dans les résultats. Cette explication est cohérente puisqu'il peut être constaté que cet écart augmente avec la fréquence, et que dans le même temps la source est de plus en plus directive. De plus, l'angle de rayonnement du HP1 vers le point situé tête pilote est d'environ de 70°, c'est-à-dire là où la directivité de la source est bien marquée.

Cette explication peut également être reprise pour justifier les écarts entre les niveaux de densité d'énergie mesuré par la sonde, et prédit par la MES pour la tête pilote. En effet, en partant de l'hypothèse selon laquelle la puissance de la source acoustique est bien déterminée, un écart de directivité important comme celui constaté pour les hauts-parleur peut fortement influencer les résultats proche de la source. L'énergie injectée réellement par la source à 70° est alors beaucoup plus importante que celle simulée par la MES avec une hypothèse de directivité lambertienne. Concernant la tête co-pilote, les niveaux de densité d'énergie prédits par IMES/MES sont très proches des niveaux de pression et de densité d'énergie mesurés, ce qui valide cette approche loin des sources.

Comme précédemment, les contributions dues aux champs direct et réverbéré dans le champ total, peuvent être estimées. Ce type de résultat, pour les points situés aux têtes pilote, et co-pilote, est présenté par la figure 5.39.



FIGURE 5.39 – Décomposition des densités d'énergie aux têtes pilote et co-pilote en champ direct et réverbéré

D'après les courbes de la figure 5.39 issues de simulations réalisées avec la MES, le champ réverbéré représenterait une part non négligeable, voire très importante dans les densités d'énergie simulées aux deux points. Le champ direct serait quant à lui plus important au niveau du point situé à la tête pilote, ce qui semble logique compte tenu du fait que le haut parleur est positionné juste au dessus. Ceci confirmerait les observations précédentes selon lesquelles la source acoustique influence beaucoup le champ en ce point là, ce qui, couplé aux hypothèses de directivité non vérifiées, pourrait expliquer les écarts observés précédemment sur la figure 5.38. Il est néanmoins rappelé que cette décomposition du champ n'a pas été validée sur cet essai en maquette. Ce type de résultat est important car il donne des pistes intéressantes afin de trouver des solutions efficaces de réduction du bruit. En effet, si le champ est majoritairement direct ou réverbéré, les solutions à utiliser ne seront pas les mêmes.

La dernière exploitation présentée dans cette partie est relative à la séparation des contributions des différentes sources en un point. Une fois les sources retrouvées, et caractérisées à l'aide de la puissance qu'elles injectent dans la cavité, il est possible de simuler le champ qu'elles créent chacune indépendamment à l'intérieur de la cavité, afin d'identifier leur contribution aux points d'intérêt. Cette dernière information revêt une importance capitale. En effet, si une source injecte une puissance acoustique conséquente par rapport aux autres, mais que pour une raison particulière elle ne contribue que très peu aux niveaux mesurés aux points d'intérêt, alors il ne sera pas nécessaire de la traiter. Il est donc nécessaire d'évaluer la capacité de la méthode à reconstruire le champ acoustique en différents points à l'aide de chacune des sources.

Les résultats présentés dans ce paragraphe ne concernent que le point situé à la tête pilote, une nouvelle fois dans la configuration vibro-acoustique. Afin d'évaluer les résultats fournis par la propagation de chacune des sources, un microphone est placé au point d'évaluation, et le niveau de pression est enregistré lorsque les sources sont activées l'une après l'autre. La figure 5.40 montre les différentes mesures de pression à la tête pilote en présence de chacune des sources, puis des deux rayonnant simultanément. La somme des niveaux enregistrés lors du rayonnement de chaque source est également présentée.



FIGURE 5.40 - Pressions mesurées à la tête pilote lorsque la source acoustique, ou le pot, ou les deux émettent, et sommation des deux premiers niveaux

Il peut être constaté sur la figure 5.40 que la somme des niveaux correspond parfaitement aux niveaux mesurés lorsque les deux sources sont allumées. Cette observation permet donc de valider en quelque sorte l'hypothèse de décorrélation du champ supposée précédemment, en un point de mesure. En se penchant plus précisément sur ces résultats, cette validation semble être principalement due au fait qu'une source est dominante par rapport à l'autre au point d'écoute, sur la majorité des tiers d'octaves. La figure 5.41 présente les niveaux de pression mesurée et de densité d'énergie simulée, lorsque chacune des sources émet.

Les résultats liés à la propagation du champ acoustique émis par le HP1, et tracés sur le graphique 5.41a, sont relativement identiques à ceux présentés plus tôt, par la figure 5.38, où les deux sources étaient propagées. Par rapport aux mesures, les deux quantités sont très proches en basses fréquences, et des différences apparaissent à partir de 1250Hz, puis ne cessent de croître jusqu'à 5kHz. Une nouvelle fois la directivité de la source acoustique peut être mise en cause.

Concernant le pot vibrant, les résultats présentés par la figure 5.41b sont très satisfaisants. Les niveaux simulés ne s'éloignent jamais de ceux mesurés de plus de 2dB environ. Il est important de préciser que pour cette configuration où seul le pot émet, les puissances injectées déterminées sur tous les panneaux, excepté sur celui contenant la source acoustique, ont été propagées pour calculer la densité d'énergie. Ceci est cohérent avec les observations précédentes qui supposaient que la vitre n'était pas la seule partie excitée par le pot vibrant. La méthode IMES/MES semble donc capable d'estimer et de séparer le niveau produit par chacune des sources aux différents points contenus dans le volume de la maquette. Cependant, ce résultat est à nuancer compte tenu de la simplicité de la configuration, où sur chaque tiers d'octave, une source rayonne de manière assez importante par rapport à l'autre.

# 5.7 Conclusions des essais

Après avoir détaillé la méthode énergétique d'identification des sources, ainsi que la sonde énergétique conçue spécialement pour cette méthode, l'association des deux a pu être testée dans une



FIGURE 5.41 – Niveaux de pression mesurée et de densité d'énergie simulée par MES lorsque la source acoustique ou le pot vibrant rayonne

maquette de cockpit à l'échelle 2/3.

Dans un premier temps, une étude paramétrique préliminaire a été réalisée pour dimensionner le démonstrateur, et déterminer les matériaux utilisés. Celle-ci a consisté à caractériser le comportement acoustique de la maquette pour déterminer la bande de fréquence où la densité modale est suffisante, c'est-à-dire sur laquelle les hypothèses de la méthode énergétique sont vérifiées, puis à l'optimiser afin qu'elle recouvre au maximum celle sur laquelle la sonde est performante.

Une fois la maquette réalisée, une étape importante a consisté à vérifier que l'environnement acoustique créé était assez sévère pour qu'une mesure de puissance par intensimétrie classique ne suffise pas à répondre au problème. L'impact de l'environnement réverbérant, mais également celui des différentes sources sur le champ produit par les autres, a été montré. Puis, la maquette a été habillée de laine de verre pour que la puissance de chacune des différentes sources soit calibrée in-situ. Cette méthode de calibration s'est imposée compte tenu du besoin de ne mesurer que ce qui est injecté dans la maquette, mais également vis à vis de la seconde source, la vitre excitée par le pot vibrant, dont la puissance ne peut être estimée qu'in-situ.

Après la calibration des sources, différents essais ont été réalisés, d'abord en configuration acoustique, puis vibro-acoustique. Au fil de ces essais, il a été possible de converger vers une méthode de mesure cohérente avec les hypothèses de la méthode d'identification, et permettant d'identifier avec une précision moyenne de l'ordre de  $\pm 2dB$  les puissances injectées par les sources acoustiques, ou vibro-acoustiques. L'association composée de l'outil, et de la méthode, a montré sa capacité à corriger le champ réverbéré, ainsi que l'impact d'une source sur l'autre, ceci avec une bonne dynamique.

Au cours de ces tests, l'importance de nombreux paramètres a pu être soulignée, et un certain nombre de conclusions ont été tirées. Tout d'abord, le balayage s'est révélé indispensable pour permettre d'exploiter correctement les données d'essais, se rapprochant des hypothèses de la méthode, et lissant les effets de directivité. Liée à cette problématique, la nécessité de privilégier les densités d'énergie pour alimenter la méthode inverse est apparue. Ensuite, des essais complémentaires ont été menés. Ils ont permis de mieux cerner la dynamique de la méthode, particulièrement lorsqu'il a fallu retrouver une source rayonnant très largement en dessous du niveau de l'autre. Cependant, des informations ont manqué pour savoir notamment si le panneau contenant la source acoustique vibrait, ou non. La nécessité de mesurer précisément la densité d'énergie cinétique pour l'intégrer à la densité d'énergie totale a été démontrée, tout comme l'utilité de l'IMES vis à vis d'un posttraitement par SEA des mesures d'intensité normale.

Enfin, des essais destinés à tester la propagation des flux calculés ont confirmé sur un plan de mesure, mais également en deux points particuliers, les bons résultats précédemment cités. La propagation des puissances injectées a montré les problèmes liés à la directivité de la source acoustique, notamment sur son champ direct. Le besoin d'intégrer une directivité de source réaliste afin d'améliorer la précision de la méthode s'est fait ressentir. Ces essais ont également démontré la capacité de la méthode à trier les contributions provenant de différentes sources, et à recalculer le champ qu'elles produisent indépendamment dans la cavité. Ce type d'informations est très important vis à vis de l'étape suivante, qui consiste à mettre en place des moyens de réduction efficaces du bruit intérieur. Pour finir, la répartition entre les champs direct et réverbéré, qui serait également une donnée très utile afin de comprendre les mécanismes de création du bruit intérieur, n'a pas été vérifiée expérimentalement dans ce mémoire.
# Conclusion

Ce mémoire de thèse traite du problème de la quantification de la puissance injectée par des sources étendues en milieu confiné. L'environnement concerné, le cockpit d'un avion en vol, fait partie des cas d'application les plus sévères que l'industrie propose. La petite taille de la cavité, son encombrement, sa géométrie, ainsi que l'hétérogénéité des matériaux qui la composent sont notamment à mettre au crédit de sa complexité. L'impossibilité de mettre en oeuvre, en vol, l'essai de référence qui consiste à utiliser des matériaux acoustiques pour à la fois recréer des conditions de champ libre dans la cavité et isoler tour à tour chacune des sources mesurées par intensimétrie, a conduit à développer des solutions alternatives afin de répondre à la problématique.

Après une longue étude de l'existant, tant théorique qu'expérimentale, le besoin de considérer la cavité dans son ensemble a été établi. L'étude s'est alors tournée vers les méthodes d'identification globales. Parmi celles-ci, les méthodes énergétiques constituent des réponses appropriées, parfaitement cohérentes avec le type de grandeur recherchée, ainsi qu'avec le champ acoustique d'un cockpit en conditions de vol. La SEA appliquée à une cavité acoustique restant relativement limitée en termes de description des phénomènes physiques, mais également contraignante vis à vis des hypothèses d'application, une méthode alternative a été étudiée. Il s'agit de la méthode énergétique simplifiée, qui dans sa formulation intégrale peut être utilisée en inverse afin d'identifier les flux acoustiques entrants dans une cavité à partir de mesures de densité d'énergie et d'intensité active 3D. Celle-ci a déjà fait l'objet de plusieurs développements théoriques, mais également de tests dans des configurations relativement simples, et sans instrumentation adaptée.

Afin de mesurer précisément le champ acoustique à l'intérieur de la cavité, et pour pouvoir ainsi résoudre le problème inverse avec la plus grande précision, une sonde énergétique 3D a été développée. Celle-ci permet d'obtenir en une mesure la pression et le vecteur vitesse particulaire en trois dimensions au centre de la sonde, ce qui laisse la possibilité de calculer l'intensité active 3D et la densité d'énergie totale en estimant à la fois correctement la partie potentielle, et la partie cinétique. D'un point de vue pratique, la sonde est constituée de quatre microphones 1/4" déportés qui réalisent des mesures autour d'une sphère rigide, aux quatre coins d'un tétrahèdre régulier à l'aide de tubes. Les conditions de mesure complexes liées à l'environnement de test ont été prises en compte lors du développement de la sonde. Les contraintes qui en découlent ont notamment joué un rôle important quant aux choix liés au type de sonde développé, à sa taille, ainsi qu'à la méthode de calcul. Finalement, une sonde a pu être fabriquée en stéréolithographie métallique. Elle a ensuite subi de nombreux essais qui ont validé son bon comportement dans des champs acoustiques parfois très complexes.

Parallèlement au développement de la sonde, un travail important a consisté à prendre en main la méthode d'identification énergétique, et à programmer une interface informatique afin de pouvoir importer la géométrie d'une cavité donnée, et calculer la matrice de transfert entre les sources surfaciques et les positions de mesure. Le test de la méthode énergétique inverse, alimentée par des mesures réalisées par la sonde énergétique, dans une maquette recréant à la fois la complexité de l'environnement industriel et celle du champ acoustique associé, constitue la contribution majeure de ce travail de thèse. Ce démonstrateur, qui a permis de franchir un cap vis à vis des essais qui ont pu avoir lieu précédemment en environnement maîtrisé, a nécessité une étude importante qui a mené à sa conception, et enfin à sa fabrication. De plus, des essais dits de calibration ont montré toute la sévérité du champ acoustique créé à l'intérieur de la maquette, rendant ainsi caduque une mesure de la puissance rayonnée par les sources par intensimétrie, comme c'est le cas dans un cockpit en vol. Une fois les sources calibrées, des essais ont été réalisés pour deux configurations différentes : acoustique et vibro-acoustique. A travers plusieurs mesures ponctuelles, puis balayées, et en prenant en compte toutes les quantités énergétiques, ou seulement la densité d'énergie totale, un protocole de mesure a été établi. Il consiste à mesurer par balayage les surfaces de la maquette, et il a permis de valider l'association constituée de la méthode inverse et de la sonde. La précision moyenne associée à la détermination de la puissance injectée par les sources aussi bien ponctuelles que surfaciques a été déterminée à environ 2dB. Enfin, la propagation des flux injectés calculés par la méthode inverse à l'aide de la MES a permis de confirmer les bons résultats fournis par les essais sur un plan de mesure, et à deux points particuliers. Elle apporte également des informations précieuses quant à la hiérarchisation des contributions de chacune des sources aux différents points d'intérêt tels que les têtes pilote et co-pilote. La nature de la contribution, qu'elle soit directe ou réverbérée, constitue également une donnée importante, puisque les mécanismes correctifs à envisager seront différents dans les deux cas.

Ces résultats encourageants nécessitent d'être confirmés lors d'un essai sur avion au sol, qui sera réalisé prochainement, et pendant lequel plusieurs outils développés chez Airbus seront testés. Si cette fois, l'environnement de mesure sera le même qu'en vol en termes de géométrie et de matériaux constituant la cavité, un travail important sera à réaliser afin de reproduire un champ acoustique de nature similaire, c'est-à-dire permettant l'application de la méthode tout en étant assez complexe pour montrer son apport. Si les résultats obtenus par la méthode donnent pleinement satisfaction, un essai en vol dans le cockpit de l'A350, déjà planifié, aura lieu avec elle.

Cependant, certains aspects en rapport avec la méthode énergétique, ainsi que d'autres, plutôt pratiques, liés à la réalisation de la mesure, nécessitent des améliorations, et des études supplémentaires.

Dans un premier temps, il serait intéressant de compléter les études effectuées dans ce mémoire sur les maillages de calcul et de mesure, ainsi que sur la distance de mesure par rapport aux surfaces de la cavité. Déterminer des critères sur le maillage de calcul permettrait d'optimiser le temps de calcul tout en garantissant une prise en compte des phénomènes physiques satisfaisante, et ainsi une précision correcte. Puis, le maillage de mesure pourrait ensuite être défini en fonction du temps de mesure et de l'inversibilité du problème. Enfin, raffiner le maillage de mesure proche de certaines sources supposées fortement contributrices au bruit intérieur pourrait également améliorer la précision des résultats.

Ce mémoire a pu souligner l'importance de la directivité des sources primaires. Lorsque le modèle lambertien n'est pas représentatif, la prédiction des champs énergétiques à l'intérieur de la cavité peut se retrouver fortement impactée, ce qui est préjudiciable non seulement pour la méthode directe, mais également pour la méthode inverse. Il apparaît alors crucial d'intégrer une directivité réaliste dans le code de calcul. Ces problèmes de directivité peuvent se retrouver également pour les sources secondaires. En effet, il semble important de raffiner les transferts énergétiques au niveau des surfaces de la cavité en intégrant une, ou des lois de réflexion adaptées aux longueurs d'ondes et aux obstacles considérés. Les réflexions spéculaire, diffuse, ou encore semi-diffuse ont déjà été explicitées. Il conviendrait de définir un critère de choix en fonction de la cavité étudiée pour choisir le bon modèle, ou en développer un nouveau.

Enfin, la méthode paraît mûre et il semble aujourd'hui intéressant de développer des ponts avec des méthodes dédiées aux basses fréquences afin d'étendre la bande de fréquence d'étude. La modification de la MES et de l'IMES pour des sources corrélées trouverait également son intérêt, notamment dans l'aéronautique, et en particulier pour le bruit intérieur des avions à hélices qui pourrait devenir dans les prochaines années un sujet de recherche important.

# Bibliographie

- R. ANDERSSOHN, S.T. MARBURG, H.J. HARDTKE, C.H.R. GROSSMANN, Reconstruction of sound pressure field by IFEM (2006).
- [2] B. ARGUILLAT, Etude expérimentale et numérique de champs de pression pariétale dans l'espace des nombres d'onde, avec application aux vitrages automobiles, Thèse de Doctorat, Ecole Centrale de Lyon (2006).
- [3] B. ARGUILLAT, D. RICOT, C BAILLY, G. ROBERT, Measured wavenumber : Frequency spectrum associated with acoustic and aerodynamic wall pressure fluctuations, Journal of the Acoustic Society of America 128 (2010) 1646-1655.
- [4] T.G.H. BASTEN, H.E. DE BREE, Full bandwidth calibration procedure for acoustic probes containing a pressure and particle velocity sensor, Journal of the Acoustical Society of America, 127 (1) (2010) 264–270.
- [5] S. BESSET, M.N ICHCHOU, Acoustic absorption material optimisation in the mid-high frequency range, Applied Acoustics 72 (2011) 632-638.
- [6] Y. BRAIKIA, C. LANGRENNE, M. MELON, A. GARCIA, E. BAVU, Evaluation de deux méthodes d'imagerie acoustique en milieu bruité, 10ème Congrès Français d'Acoustique Lyon (2010).
- [7] S. BRUHL, Theory manual Array kernels, EADS Corporate Research Center Germany Technical report SC/IRT/LG-MD-2005-052 (2005).
- [8] J. CAILLET, Diagnostic et modélisation du bruit et des chemins de bruit en cabine d'hélicoptère, Thèse de Doctorat, ENSAM (2005).
- [9] M.A. CHABCHOUB, Méthodes Energétiques Simplifiées Inverses : formulations et applications, Thèse de doctorat, Ecole Centrale de Lyon (2010).
- [10] Y.T. CHO, J. STUART BOLTON, J. HALD, Source visualization by using statistically optimized near-field acoustical holography in cylindrical coordinates, Journal of the Acoustic Society of America 118 (4) (2005) 2355-2364.
- [11] V. COTONI, Modélisation de phénomènes vibroacoustiques en moyennes et hautes fréquences par méthode énergétique locale, Thèse de Doctorat, Ecole Centrale de Lyon (2001).
- [12] V. COTONI, A. LE BOT, Specular and diffuse reflections of rays in coupled thin plates ay high frequencies, Journal of Sound and Vibration 265 (2003) 23-41.
- [13] CREDO : Cabin Noise Reduction by Experimental and Numerical Design Optimisation, Public deliverable Mid-term (2008).
- [14] CREDO : Cabin Noise Reduction by Experimental and Numerical Design Optimisation, Midterm Activity Report (2008).
- [15] CREDO : Cabin Noise Reduction by Experimental and Numerical Design Optimisation, Final Publishable Report part 1,2,3&4 (2009).

- [16] H.E. DE BREE, W.F. DRUYVESTEYN, A particle velocity sensor to measure the sound from a structure in the presence of background noise, Forum Acusticum Budapest (2005).
- [17] G. ELKO, An acoustic vector-field probe with calculable obstacle bias, Proceedings of Noise and Vibration Conference (1991) 525–532.
- [18] B. GINN, J.J. CHRISTENSEN, J. HALD, J. MORKHOLT, A. SCHUHMACHER, C. BLAABJERG, A review of array techniques for noise source location, Tenth International Congress on Sound and Vibration Stockholm, Sueden (2003).
- [19] J. GOMES, Double Layer Microphone Array, Master of Science in Engineering Thesis, University of Southern Denmark (2005).
- [20] J. GOMEZ, F. JACOBSEN, M. BACH-ANDERSEN, Statistically optimised near field acoustic holography and the helmholtz equation least squares method : a comparison (2007).
- [21] J. HADAMARD, Sur les problèmes aux dérivées partielles et leur signification physique, Princeton University Bulletin (1902) 49–52.
- [22] J. HALD, STSF-a unique technique for scan-based Near-field Acoustic Holography without restrictions on coherences, Bruel & Kjaer Technical Review (1989).
- [23] J. HALD, Time domain acoustical holography, Proceedings of Inter-noise 95, Newport Beach, USA (1995).
- [24] J. HALD, Time domain acoustical holography and its applications, Sound and Vibration (2001).
- [25] J. HALD, Combined NAH and Beamforming using the same array, Bruel&Kjaer Technical Review (2005).
- [26] J. HALD, Near-field acoustic holography using a new statistically optimal method, Bruel&Kjaer Technical review (2005).
- [27] J. HALD, J. MORKHOLT, P. HARDY, D. TRENTIN, M. BACH-ANDERSEN, G. KEITH, Array based measurement of radiated and absorbed sound intensity components, EuroNoise Acoustics'08 Paris SFA, France (2008) 2899–2904.
- [28] J. HALD, J. MORKHOLT, K. HADDAD, Analyse de la contribution des panneaux à l'intérieur d'un véhicule au moyen d'une antenne double couche intégrant un système de positionnement, 10ème Congrès Français d'Acoustique Lyon, France (2010).
- [29] P.C. HANSEN, D.P. O'LEARY, The use of teh L-curve in the regularization of discrete ill-posed problems, Society for Industrial and Applied Mathematics Vol 14 (1993) 1487–1503.
- [30] P. HARDY, Méthodes énergétiques simplifiées en moyennes et hautes fréquences : Théorie et applications industrielles, Thèse de Doctorat, Ecole Centrale de Lyon (2005).
- [31] M.N. ICHCHOU, Formulation énergétique pour l'étude moyennes et hautes fréquences des systèmes, Thèse de doctorat, Ecole Centrale de Lyon (1996).
- [32] F. JACOBSEN, H.E. DE BREE, A comparison of two different sound intensity measurement principles, Journal of the Acoustical Society of America (2005) 1510–1517.
- [33] F. JACOBSEN, H.E. DE BREE, Intensity-based soud power determination under adverse sound field conditions : p-p probes versus p-u probes, Twelfth International Congress on sound and vibration, Lisbon (2005).
- [34] F. JACOBSEN, J. HALD, E. FERNANDEZ, G. MORENO, Spherical near field acoustic holography with microphones on a rigid sphere, Euronoise Acoustics'08 Paris, France (2008).
- [35] P. JUHL, J. GOMES, A comparison of SONAH and IBEM for near-field acoustic holography, Euronoise Acoustics'08 Paris, France (2008).

- [36] E. JULLIARD, Contribution au développement et à l'évaluation de méthodes d'identification de sources/chemins de bruit en milieu confiné, Thèse de Doctorat, ENSAE (2007).
- [37] Y. KIM, P.A. NELSON, Optimal regularisation for acoustic source reconstruction by inverse methods, Journal of sound and vibration 275 (2004) 463–487.
- [38] Q. LECLERE, Etude et développement de la mesure indirecte d'efforts : application à l'identification de sources internes d'un moteur Diesel, Thèse de Doctorat, INSA Lyon (2003).
- [39] L.L. LOCEY, Analysis and comparison of three acoustic energy density probes, Master of science, Brigham Young University (2004).
- [40] R.H. LYON, G. MAIDANIK, Power flow between linearly coupled oscillators, Journal of the Acoustical Society of America (1962).
- [41] R.H. LYON, R.G. DEJONG, Theory and applications of statistical energy analysis, Butterworth-Heinemann, USA (1995).
- [42] B.R. MACE, Statistical energy analysis : coupling loss factors, indirect coupling and system modes, Journal of Sound and Vibration 279 (2005) 141–170.
- [43] G. MAIDANIK, Some elements in statistical energy analysis, Journal of Sound and Vibration 52 (2) (1977) 171–191.
- [44] M. MARROQUIN, T. FRAZER, G. NEWTON, K. HADDAD, In-vehicle panoramic noise source mapping, Society of Automotive Engineers 07NVC-375 (2007).
- [45] J.D. MAYNARD, E.G. WILLIAMS, Y. LEE, Nearfield Acoustic Holography : I. Theory of generalized holography and the development of NAH, Journal of the Acoustic society of America 78 (4) (1985) 1395-1413.
- [46] E. MUCCHI, A. VECCHIO, Acoustical signature analysis of a helicopter cabin in steady-state and run up operational conditions, Measurement (43) (2010) 283–293.
- [47] S. NAGATA, K. FURIHATA, T. WADA, D.K. ASANO, T. YANAGISAWAC, A threedimensional sound intensity measurement system for sound source identification and sound power determination by ln models, Journal of the Acoustic Society of America 118 (2005) 3691–3705.
- [48] A. NEUMAIER, Solving ill-conditioned and singular linear systems : a tutorial of regularization, SIAM review Vol 40 n°3 (1998) 636-666.
- [49] J. OLDHAM, J. SAGERS, J. BLOTTER, S. SOMMERFELDT, T. LEISHMAN, K. GEE, Development of a multi-microphone calibrator, Applied Acoustics 70 (2009) 790-798.
- [50] S. PAILLASSEUR, Développement de la technique d'holographie acoustique de champ proche temps réél pour l'analyse de sources de bruit fluctuantes, Thèse de Doctorat, Université du Maine (2009).
- [51] J. PARKINS, S. SOMMERFELDT, J. TICHY, Error analysis of a practical energy density sensor, Journal of the Acoustic Society of America 108 (2000) 211–222.
- [52] J.C. PASCAL, Etude du rayonnement acoustique par intensimétrie : rapport de synthèse finale, Rapport CETIM n°110400 3 (1989).
- [53] J.C. PASCAL, T. LOYAU, Etude du rayonnement acoustique de structures à partir d'une analyse intensimétrique en champ proche : simulation numérique du champ acoustique rayonné, Rapport CETIM n°102650 1 (1997).
- [54] J.C. PASCAL, Traitement d'optimisation statistique et méthodes de déconvolution pour la formation de voies, GdR Acoustique des Transports, INRETS, Bron, France (2008).
- [55] J.C. PASCAL, J.F. LI, A systematic method to obtain 3D finite-difference formulations for acoustic intensity and other energy quantities, Journal of Sound and Vibration (310) (2008) 1093-1111.

- [56] A. PEREIRA, Q. LECLERE, L. LAMOTTE, S. PAILLASSEUR, L. BLEANDONU, Noise source identification in a vehicle cabin using an iterative weighted approach to the ESM method, Proceedings of ISMA 2012, Leuven, Belgium (2012).
- [57] S. PERENNES, Caractérisation des sources de bruit aérodynamique à basses fréquences de dispositifs hypersustentateurs, Thèse de Doctorat, Ecole Centrale de Lyon (1999).
- [58] I.Z. QABBA, Conception vibroacoustique en moyennes et hautes fréquences : Confort intérieur des avions d'affaires, Rapport de master en génie mécanique, Ecole Centrale de Lyon (2007).
- [59] M. ROBIN, B. BEGUET, Imagerie acoustique à l'intérieur d'un habitacle, Euronoise Acoustics'08 Paris, France (2008).
- [60] G. RODRIGUEZ, D. THEIS, An algorithm for estimating the optimal regularization parameter by the L-curve, Rendiconti di Matematica Roma, Italy Volume 25 (2005) 69–84.
- [61] J. ROMANO, J.A. LOPEZ, Practical applications of transfert path analysis to resolve structure-borne noise problems in vehicle design, Proceedings of ISMA21 Leuven, Belgium (1996).
- [62] Y. ROZENBERG, Modélisation analytique du bruit aérodynamique à large bande des machines tournantes : utilisation de calculs moyennés de mécanique des fluides, Thèse de Doctorat, Ecole Centrale de Lyon (2007).
- [63] T. SCHMITT, Modélisation des transferts acoustiques en moyennes et hautes fréquences par méthode énergétique, Thèse de Doctorat, Ecole Centrale de Lyon (2004).
- [64] B.J. SKLANKA, J.R. TUSS, R.D. BUEHRLE, J. KLOS, E.G. WILLIAMS, N. VALDIVIA, Acoustic Source Localization in Aircraft Interiors Using Microphone Array Technologies, Proceedings of 12th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference (27th AIAA Aeroacoustics Conference) 8-10 May 2006, Cambridge, Massachusetts.
- [65] K.S. SUM, J. PAN, A study of the medium frequency response of sound field in a panel-cavity system, Journal of the Acoustical Society of America 103 (3) 1510–1519.
- [66] D. THOMAS, Theory and estimation of acoustic intensity and energy density, Master of science, Brigham Young University (2008).
- [67] E. TIJS, H.E. DE BREE, Mapping 3D soud intensity streamlines in a cart interior, Society of Automotive Engineers (SAE) 09NVC-0093 (2009).
- [68] E. TIJS, A. NEJADE, H.E. DE BREE, Verification of P-U intensity calculation, Noise and Vibration : Emerging methods (NOVEM) Oxford 074 (2009) 1–12.
- [69] A.N. TIKHONOV, Solution of incorrectly formulated problems and the regularization method, Soviet Mathematics Doklady 4 (1963) 1035–1038.
- [70] A.N. TIKHONOV, V.Y. ARSENIN, Solutions of ill-posed problems, Winston, Washington DC (1977).
- [71] M. TOHYAMA, Response statistics of rooms, Encyclopedia of acoustics vol.2, chapter 77, pages 913–923. Malcolm J. Crocker, 1997.
- [72] W.A. VERONESI, J.D. MAYNARD, Near-field Acoustic Holography (NAH) :II. Holography reconstruction algorithms and computer implementation, Journal of the Acoustical Society of America 81 (1987) 1310–1322.
- [73] R. VISSIER, A boundary element approach to acoustic radiation and source identification, PhD Thesis, University of Twente (The Netherlands) (2004).
- [74] M. WEBER, T. KLETSCHKOWSKI, B. SAMTLEBEN, Identification of noise sources by means of inverse finite element method, Proceedings of the COMSOL Conference Hannover (2008).

- [75] E.G. WILLIAMS, J.D. MAYNARD, E.J. SKUDRZYK, Sound source reconstruction using a microphone array, Journal of the Acoustic Society of America 68 (1) (1980) 340-344.
- [76] E.G. WILLIAMS, Method and apparatus for determining vector acoustic intensity, US Patent No Us7,599,248 B2 (2009).
- [77] O. WOLFF, H.E. DE BREE, E. TIJS, A P-U probe array based panel noise contribution analysis whilst driving, Society of Automotive Engineers (SAE) 09NVC-0094 (2009).
- [78] S.F. WU, Techniques for implementing near-field acoustical holography, Journal of sound and Vibration (2010).

## Annexe A

# Prototype de sonde en bois

Le deuxième prototype de sonde réalisé est présenté dans cette annexe. Il s'agit de la première sonde énergétique reproduite à l'échelle pendant ce travail de thèse. La figure A.1 illustre quelques unes des différentes étapes de sa fabrication.



FIGURE A.1 – Photographies des différentes étapes de la conception du prototype

Tout d'abord, la sonde se compose de deux demi-sphères en bois qui ont été retravaillées afin qu'elles s'agencent correctement pour former la sphère finale. Les trois tubes en aluminium à intégrer dans la sphère sont courbés puis insérés pour vérification, comme le montre la figure A.1a. La base en aluminium permettant d'effectuer les mesures de pression droites est ensuite créée (Figures A.1b et A.1c). Comme il est possible de le voir sur la figure A.1d, des joints sont collés à l'emplacement des microphones, afin d'assurer l'étanchéité, et ainsi la validité des mesures. Puis, les tubes destinés à être introduits dans la demi-sphère, et le quatrième tube qui réalise la mesure sans contact sont utilisés pour former des triplets tube-adaptateur-microphone. Ces derniers sont alors calibrés en chambre anéchoïque pour différentes incidences sur un panneau rigide. Une fois les fonctions de calibration obtenues, les trois tubes courbés sont ensuite introduits dans l'une des demi-sphères, puis la seconde moitié de la sphère peut être mise en place. Enfin, les quatre tubes sont reliés à la base en aluminium, ce qui permet d'obtenir la sonde finale, comme le montrent les photographies A.1e, A.1f et A.1g.

Cette sonde a fait l'objet de nombreux essais. Cependant, les résultats se sont parfois révélés peu précis. Suite à plusieurs investigations, la sonde a été jugée trop grossière pour valider le principe de mesure et écarter ainsi toutes les interrogations sur son fonctionnement. Le cintrage des tubes, leur manière de déboucher sur la sphère, ou encore la sphéricité et le diamètre de cette dernière sont quelques exemples des problèmes de conception recontrés par ce premier prototype bricolé qui ont contribué à motiver la fabrication d'une sonde à l'aide d'un procédé industriel précis, tel que la stéréolitographie.

#### Annexe B

# Agencement de plusieurs sondes en antenne

La possibilité d'agencer plusieurs sondes en une antenne constituait l'un des objectifs à atteindre lors de la conception de la sonde énergétique. Le choix effectué entre les deux familles de sondes a plébiscité l'utilisation des sphères rigides pour leur capacité à réaliser des mesures qui ne sont pas entâchées d'erreurs dues à des phénomènes de diffraction parasites impossibles à évaluer. Ces sondes se démarquent également par leur petite taille qui constitue un avantage non négligeable dans l'optique de réaliser une antenne de sonde.

La motivation principale pour agencer différentes sondes en antenne consiste à obtenir le plus d'informations possibles pour un même temps de mesure. Sachant que la sonde est destinée à effectuer des mesures par balayage, un agencement des différentes sondes de manière linéaire semble adapté au problème. Néanmoins, il est nécessaire de fixer un paramètre important pour concevoir l'antenne qui est la distance inter-sondes. Cette distance, appelée  $d_{int}$  dans cette annexe, est définie comme la distance entre les centres de deux sphères adjacentes. Elle doit être déterminée afin de limiter l'influence d'une sphère sur ses plus proches voisines. Pour se faire des essais sont réalisés.

Ces derniers consistent à considérer la sonde prototype 3 réalisée en stéréolithographie, et de placer au dessus et en dessous de celle-ci des sphères en bois de diamètre 30mm, situées à une distance  $d_{int}$  égale tour à tour à 45mm, 60mm, 75mm et enfin 90mm. La figure B.1 présente le dispositif d'essai photographié pour une distance  $d_{int}$  de 90mm.

Plusieurs incidences de sources ont été testées. La plus sévère, compte tenu de l'agencement verticale des trois sphères, correspond au cas où la source est située sous l'antenne, et émet verticalement dans sa direction. En effet, le champ diffracté par la sphère située en dessous va directement impacter celle qui est étudiée, située au milieu. De plus, la sphère placée au dessus va également influencer le champ diffracté par la sphère étudiée qui est alors susceptible de revenir la perturber. Les résultats sont analysés pour cette configuration d'essai. La figure B.2 présente les écarts sur la norme de l'intensité 3D mesurée en présence et en l'absence des deux sphères adjacentes, pour différentes distances  $d_{int}$  entre les sondes.

D'après les résultats de la figure B.2, les écarts sont relativement identiques jusqu'à 3kHz pour les différentes distances  $d_{int}$ . Puis au-delà de cette fréquence, ils deviennent naturellement plus importants plus la distance entre les sphères est réduite. Une distance  $d_{int}$  située entre 60 et 75mm semble constituer un bon compromis, afin à la fois de réduire l'erreur en hautes fréquences, mais également de concevoir l'antenne linéaire la plus dense possible en capteurs.

La conception de l'antenne linéaire requiert encore plusieurs tests afin d'aboutir à un outil



FIGURE B.1 – Dispositif d'essai pour déterminer l'influence des deux sphères adjacentes en fonction de la distance  $d_{int}$ 



FIGURE B.2 – Ecart sur la norme de l'intensité 3D pour différentes distances  $d_{int}$  en présence des deux sphères adjacentes

industrialisé, optimisé pour être utilisé en couple avec la MES inverse dans une cavité confinée telle qu'un cockpit d'avion.

## Annexe C

# Système de tracking vidéo

Comme il a été précisé précédemment dans ce mémoire, la mesure de l'intensité en trois dimensions n'a de sens que s'il est possible de localiser le point de mesure, mais surtout de déterminer l'orientation de la sonde, afin de visualiser le vecteur intensité dans l'environnement de test. Airbus possède un système capable de réaliser cette tâche.

Ce dernier se compose de deux caméras, ainsi que d'un logiciel commercialisé par la société Orme. Il permet de suivre la trajectoire d'un objet de forme identifiée dans un repère de référence. Pour effectuer le suivi de l'objet, il est nécessaire que les deux caméras le visualisent en même temps.

Au préalable, il s'agit de fixer les caméras dans l'environnement de mesure en fonction de la zone de suivi. Une fois mises en place, elles ne doivent plus être déplacées. Si la zone est très grande, et que deux caméras ne suffisent pas à la couvrir, il est possible d'en positionner de nouvelles, et de sélectionner ensuite lors du traitement le couple qui a visualisé l'objet au temps t. Cependant, la multiplication des caméras peut devenir problématique, notamment en ce qui concerne l'acquisition d'images volumineuses de manière synchronisée.

La seconde étape consiste à calibrer les caméras. Pour cela, une mire en forme de damier est utilisée. Il est nécessaire de la déplacer dans le volume, en lui faisant prendre différentes positions et inclinaisons. Enfin, à la fin de la calibration, elle permet de définir un plan de référence sur lequel se trouveront les axes X et Y du repère dans lequel s'effectuera le tracking, l'axe Z étant normal à ce plan. Sur la figure C.1 il est possible de voir les deux caméras utilisées lors d'un essai effectué en maquette de cockpit, ainsi que la mire.

Pour l'essai en maquette, le but est de suivre le déplacement d'un objet carré le long d'un rail. Pour cela, trois petites sphères sont placées à l'arrière de l'objet, comme le montre la figure C.2. C'est donc leur trajectoire respective qui va permettre de retrouver la position et l'orientation exactes de l'objet.

Chacune des deux caméras est capable de suivre en 2D le déplacement du centre des trois sphères. Puis, en combinant les deux trajectoires 2D, il est possible d'obtenir la trajectoire 3D des sphères, et ainsi d'en déduire le mouvement de l'objet suivi. La figure C.3 présente les trajectoires des centres des trois sphères obtenues dans le repère de référence lors du déplacement de l'objet.

D'un point de vue pratique, quatre caméras semblent être suffisantes pour suivre le déplacement d'une sonde ou d'une antenne de sondes dans un cockpit. Des solutions sont à l'étude afin de pouvoir réaliser l'étape de calibration au sol pour n'effectuer qu'une vérification en vol, où le temps est compté.



 ${\rm Figure}$  C.1 – Photographies de l'emplacement des caméras dans la maquette et de l'étape de calibration



 ${\rm Figure}$  C.2 – Objet suivi et positionnement des trois sphères repérées par les caméras lors du déplacement



 ${\rm Figure}~{\rm C.3}$  – Trajectoires des centres des trois sphères placées à l'arrière de l'objet suivi

## Annexe D

# Mesures au tube de kundt

La connaissance des coefficients d'absorption des matériaux constituant la maquette est absolument nécessaire pour mettre en oeuvre l'IMES et la MES. La photographie D.1 présente le tube de kundt commercialisé par la société B&K utilisé pour ces mesures.



 ${\rm Figure}$  D.1 – Photographie du tube de kundt utilisé pour la mesure du coefficient d'absorption des différents matériaux de la maquette

Comme le montre la figure D.1, la source acoustique est située à droite, au bout du tube de plus gros diamètre. Afin d'effectuer des mesures correctes sur les tiers d'octave compris entre 500Hz et 5kHz, un petit tube de diamètre 29mm est connecté, et les échantillons des matériaux à caractériser sont placés tour à tour à son extrémité.

La technique de mesure à deux microphones est utilisée, comme il est possible de le voir sur la figure D.1 où les deux capteurs de pression positionnés sur le petit tube peuvent être aperçus. Le haut parleur excite le tube à l'aide d'un bruit blanc. Un champ composé d'ondes planes stationnaires s'établit alors dans le tube. Ce dernier est influencé par le matériau à caractériser, qui est placé à l'extrémité du petit tube. La pression mesurée par chacun des deux microphones peut être décomposée à l'aide d'une pression incidente et d'une autre réfléchie. Le coefficient de réflexion du

matériau R s'obtient alors d'après la formule (D.1).

$$R = \left(\frac{H_{12} - e^{-jk\delta}}{e^{jk\delta} - H_{12}}\right) e^{2k(\Delta + \delta)} \tag{D.1}$$

où  $H_{12}$  est la fonction de transfert entre les deux microphones,  $\delta$  est la distance entre les microphones, et  $\Delta$  est la distance entre le matériau et le microphone le plus proche.

Le coefficient d'absorption  $\alpha$  du matériau se déduit de R,  $\alpha = 1 - |R^2|$ , tout comme l'impédance du matériau à l'aide de l'équation (D.2).

$$Z = Z_0 \cdot \frac{1+R}{1-R}$$
(D.2)

En pratique, il est nécessaire d'appairer les microphones en phase et en amplitude. Cet étalonnage est réalisé en effectuant deux mesures successives de la fonction de transfert entre les deux microphones dans la position standard, puis en les inversant de sens. Un facteur de correction peut alors être calculé, et il sera ensuite appliqué lors des mesures destinées à caractériser les matériaux.

Cette méthode permet de déterminer le coefficient d'absorption  $\alpha$  d'un matériau dans la direction normale. Cependant, pour certaines applications il est nécessaire de connaître le coefficient d'absorption acoustique diffus, ou omnidirectionnel  $\alpha_d$ . D'après la norme ISO 10534-2, ce coefficient peut être calculé pour les matériaux absorbants à réaction locale à partir de l'impédance complexe normalisée  $z = Z/Z_0 = z_r + j.z_i$ , d'après la relation (D.3).

$$\alpha_d = 8 \cdot \frac{z_r}{z_r^2 + z_i^2} \left[ 1 - \frac{z_r}{z_r^2 + z_i^2} \cdot \ln\left(1 + 2z_r + z_r^2 + z_i^2\right) + \frac{1}{z_i} \frac{z_r^2 - z_i^2}{z_r^2 + z_i^2} \cdot \arctan\left(\frac{z_i}{1 + z_r}\right) \right]$$
(D.3)

Lorsque l'impédance normalisée est réelle, c'est-à-dire lorsque  $z_i = 0$ , la formule (D.3) se simplifie, et devient l'expression (D.4) :

$$\alpha_d = 8. \frac{1}{z_r} \left[ 1 - \frac{1}{z_r} . ln \left( 1 + 2z_r + z_r^2 \right) + \frac{1}{1 + z_r} \right]$$
(D.4)

#### Annexe E

## Directivité des sources acoustiques

Afin de mieux connaître les sources acoustiques utilisées dans la maquette de cockpit, des essais visant à caractériser leur directivité sont effectués en chambre anéchoïque. Tout d'abord, les deux sources étant identiques, une seule d'entre elles est étudiée.

Pour les essais, le haut parleur est fixé verticalement sur une table pivotante où les angles sont gradués, et un microphone est placé à 2m, à la même hauteur que la source, comme le montre la figure E.1a. Les essais consistent à faire pivoter la source, et à mesurer le niveau de pression émis à l'aide du microphone pour des angles compris entre 0° et 180°. Afin de vérifier la symétrie de révolution du champ acoustique créé selon l'axe du haut-parleur, deux séries de mesure sont effectuées pour caractériser le champ selon les axes 1 et 2 définis par la figure E.1b.



FIGURE E.1 – a. Dispositif de caractérisation de la directivité d'un haut-parleur - b. Définition des deux axes de mesure sur le haut-parleur

Les résultats sont présentés par la figure E.2. Pour chaque tiers d'octave, de 400Hz à 5kHz, les écarts par rapport au niveau de pression mesuré le plus faible sont tracés en fonction de l'angle d'émission de la source. Ce minimum de pression correspond soit à l'incidence 0°, soit à 180°.

D'après les résultats de la figure E.2, les similitudes entre les directivités liées aux deux axes sont très importantes, ce qui valide l'hypothèse de symétrie de révolution du champ généré par rapport à l'axe normal à la membrane du haut-parleur. Le résultat le plus important concerne cependant



FIGURE E.2 – Directivité d'un haut-parleur selon les axes 1 et 2

l'évolution de la directivité de la source en fonction de la fréquence. En effet, celle-ci devient de plus en plus marquée avec la fréquence, pour devenir très importante à 5kHz. Cependant, pour de nombreux tiers d'octaves, il est possible de noter que le niveau émis par le haut-parleur sur l'ouverture angulaire 60° à 120° est relativement constant. Néanmoins, la directivité de ces sources est tout de même assez éloignée de la directivité lambertienne supposée pour les sources primaires par la MES, et l'IMES.

dernière page de la thèse

#### **AUTORISATION DE SOUTENANCE**

Vu les dispositions de l'arrêté du 7 août 2006,

Vu la demande des Directeurs de Thèse

Monsieur M. ICHCHOU et Monsieur D. JUVE

et les rapports de

Monsieur E. FOLTETE Professeur - Département Mécanique appliquée ENSMM - FEMTO-ST - 24 chemin de l'épitaphe 25000 Besançon

Et de

Monsieur C. PEZERAT Professeur - Laboratoire d'Acoustique de l'Université du Maine (LAUM) UMR CNRS 6613 Ecole Nationale Supérieure d'Ingénieurs du Mans - Rue Aristote - 72085 LE MANS cedex 9

#### Monsieur AYME Fabien

est autorisé à soutenir une thèse pour l'obtention du grade de DOCTEUR

Ecole doctorale MECANIQUE, ENERGETIQUE, GENIE CIVIL ET ACOUSTIQUE

Fait à Ecully, le 6 juin 2013

P/Le directeur de l'E.C.L. a directrice des Etudes Sei Scola GALLAND M