



# Etude de l'éruption d'avril 2007 du Piton de la Fournaise (île de la Réunion) à partir de données d'interférométrie RADAR et GPS, développement et application de procédures de modélisation

Aurélien Augier

## ► To cite this version:

Aurélien Augier. Etude de l'éruption d'avril 2007 du Piton de la Fournaise (île de la Réunion) à partir de données d'interférométrie RADAR et GPS, développement et application de procédures de modélisation. Sciences de la Terre. Université Blaise Pascal - Clermont-Ferrand II, 2011. Français. NNT : 2011CLF22209 . tel-00997945v2

**HAL Id: tel-00997945**

**<https://theses.hal.science/tel-00997945v2>**

Submitted on 23 Jul 2014

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# UNIVERSITÉ BLAISE PASCAL

U. F. R. Sciences et Techniques

## ÉCOLE DOCTORALE DES SCIENCES FONDAMENTALES

N° 706

### THÈSE

Présentée pour obtenir le grade de  
**DOCTEUR D'UNIVERSITÉ**

Spécialité : Volcanologie

Par

**AUGIER Aurélien**

Diplômé de Master

**Étude de l'éruption d'avril 2007 du Piton de la Fournaise (île de La Réunion) à partir de données d'interférométrie RADAR et GPS, développement et application de procédures de modélisation.**

Soutenue publiquement le 19 décembre 2011, devant la commission d'examen composée de :

**BACHÈLERY Patrick**

Université Blaise Pascal Clermont II, Président du jury

**BEAUDUCEL François**

Institut de Physique du Globe de Paris, Rapporteur

**CAYOL Valérie**

Université Blaise Pascal Clermont II, Co-directrice de Thèse

**FROGER Jean-Luc**

Université Blaise Pascal Clermont II, Co-directeur de Thèse

**GOT Jean-Luc**

Université de Savoie, Chambéry, Rapporteur

**LÉNAT Jean-François**

Université Blaise Pascal Clermont II, Directeur de Thèse

**RÉMY Dominique**

Université Paul Sabatier Toulouse III, Examineur



*À Valérie, Jean-Luc et Jean-François, mes encadrants,  
merci pour ces trois années de travail et de plaisir*

*À Patrick Bachèlery, François Beauducel,  
Jean-Luc Got, Dominique Rémy,  
merci pour vos remarques, vos conseils, et pour la  
passionnante discussion qui a suivi ma présentation*

*À Seb, Guitou, Cheb, Xé et Margoulin,  
vous savez trop bien pourquoi*

*À Delphine, pour tout le reste et bien plus encore*





# Avant-Propos

Ce manuscrit est accompagné d'un support numérique. Ce support numérique contient d'une part, une version numérique de la thèse, et d'autre part, tous les codes des procédures développées au cours de ce travail. Il est disponible à l'adresse :

[ftp ://ftpobs.univ-bpclermont.fr/GEOL/volcano/Augier/TEST\\_TOOLBOX/](ftp://ftpobs.univ-bpclermont.fr/GEOL/volcano/Augier/TEST_TOOLBOX/)

La boîte à outils contenant les codes est localisée dans le répertoire **TOOLBOX\_MOI**. Elle est accompagnée de données permettant de tester toutes les procédures, ces données sont présentes dans le répertoire **SAMPLES**. Une partie supplémentaire du manuscrit (Partie IV) est mise à disposition uniquement en version numérique. Cette partie, rédigée sous forme de tutoriel, pourra faciliter la prise en main de la boîte à outils pour le lecteur désireux de tester les procédures numériques.

Un site internet permet par ailleurs d'avoir un accès numérique en html du présent rapport, ainsi qu'un accès à différentes ressources :

[http ://kunos.fr](http://kunos.fr)



# Table des matières

<b>Couverture</b>	<b>i</b>
<b>Avant-propos</b>	<b>v</b>
<b>Introduction</b>	<b>1</b>
I.1 Le Piton de la Fournaise . . . . .	1
I.2 Objectifs de cette étude . . . . .	6
<b>I Données InSAR au Piton de la Fournaise</b>	<b>9</b>
<b>1 Mesure de déplacements du sol par InSAR</b>	<b>13</b>
1.1 Introduction à l'interférométrie radar . . . . .	13
1.2 L'interférométrie radar au Piton de la Fournaise . . . . .	14
1.3 Principes de l'interférométrie radar . . . . .	16
1.4 Lignes de visée et distorsions . . . . .	22
<b>2 Traitement des données InSAR</b>	<b>27</b>
2.1 Déroulement des interférogrammes . . . . .	27

2.2	Composante atmosphérique et rampes orbitales . . . . .	30
2.3	Calcul de séries temporelles . . . . .	33
2.4	Calcul des composantes 3D des déplacements . . . . .	37
<b>3</b>	<b>Interpolation des interférogrammes</b>	<b>41</b>
3.1	Introduction . . . . .	41
3.2	Méthodes d'interpolation . . . . .	42
3.3	Application sur des données synthétiques . . . . .	55
3.4	Conclusion . . . . .	66
<b>II</b>	<b>Procédures de modélisation</b>	<b>67</b>
<b>4</b>	<b>Introduction à la modélisation numérique</b>	<b>71</b>
4.1	Principes généraux de la modélisation . . . . .	71
4.2	Résolution du problème inverse . . . . .	72
4.3	Sous échantillonnage des données et covariance . . . . .	74
<b>5</b>	<b>Modélisation par méthode NA-MBEM</b>	<b>79</b>
5.1	Introduction . . . . .	79
5.2	Choix du modèle direct de déformation . . . . .	80
5.3	Optimisation par algorithme de proches voisins (NA) . . . . .	83
5.4	Déclinaisons de la fonction coût . . . . .	89
<b>6</b>	<b>Tomographie de déplacements</b>	<b>99</b>

6.1	Formalisme mathématique de la tomographie . . . . .	100
6.2	Choix du modèle de déformation $f$ . . . . .	108
6.3	Recherche du meilleur modèle . . . . .	112
6.4	Simplification du meilleur modèle . . . . .	124
6.5	Extrapolation du formalisme de la tomographie . . . . .	131
6.6	Influence du bruit dans les données . . . . .	137
6.7	Discrétisation et reconstruction des déplacements . . . . .	139
6.8	Conclusions et perspectives . . . . .	150

### **III Étude de l'éruption d'avril 2007 du Piton de la Fournaise 151**

<b>7</b>	<b>L'éruption d'avril 2007 du Piton de la Fournaise</b>	<b>155</b>
7.1	Synopsis de l'éruption . . . . .	156
7.2	Données InSAR . . . . .	159
7.3	Déplacements syn-effondrement . . . . .	164
7.4	Déplacements post-effondrement . . . . .	172
7.5	Déplacements post-éruptifs . . . . .	174
7.6	Dynamique des déplacements . . . . .	180
7.7	Conclusion . . . . .	186
<b>8</b>	<b>Modélisation des déplacements sommitaux</b>	<b>189</b>
8.1	Introduction . . . . .	189
8.2	Modélisations . . . . .	191

8.3	Étude de la dynamique de la source . . . . .	206
8.4	Discussion . . . . .	210
<b>9</b>	<b>Déplacements post-éruptifs du flanc est</b>	<b>215</b>
9.1	Introduction . . . . .	215
9.2	Modélisation des déplacements post-effondrement . . . . .	216
9.3	Modélisation des déplacements post-éruptifs . . . . .	221
9.4	Discussion . . . . .	227
<b>10</b>	<b>Scénario pour l'éruption d'avril 2007</b>	<b>235</b>
<b>IV</b>	<b>Toolbox InSAR et modélisation pour Matlab</b>	<b>241</b>
<b>11</b>	<b>Présentation de la toolbox</b>	<b>247</b>
11.1	Présentation de la toolbox . . . . .	247
11.2	Installation . . . . .	248
11.3	Paramétrage de la toolbox pour le site étudié . . . . .	249
11.4	Nomenclature des données . . . . .	256
11.5	Principales fonctions usuelles . . . . .	257
<b>12</b>	<b>Suite logicielle pour la tomographie</b>	<b>271</b>
12.1	Présentation de la toolbox . . . . .	271
12.2	Préparation des données . . . . .	274
12.3	Préparation et lancement de la tomographie . . . . .	280

---

12.4	Exploration d'un fichier de tomographie . . . . .	287
12.5	Exploration du nettoyage et post-traitements . . . . .	289
12.6	Organisation des structures de données . . . . .	291
<b>13</b>	<b>Suite logicielle pour MC3 et NA-MBEM</b>	<b>293</b>
13.1	Interface pour modèles directs MC3 . . . . .	293
13.2	Interfaces pour modèles directs MC3 avec fonction objective . . . . .	297
13.3	Interface NA-MBEM . . . . .	299
<b>14</b>	<b>Algorithme NA (Neighborhood Algorithm)</b>	<b>309</b>
14.1	Principes de la méthode d'optimisation par proches voisins (NA search) . . .	309
14.2	Visualisations . . . . .	313
14.3	Traitements statistiques . . . . .	314
14.4	Matlab et la fonction nasearch_moi . . . . .	315
	<b>Conclusions et perspectives</b>	<b>329</b>
C.1	Conclusions . . . . .	331
C.2	Perspectives . . . . .	332
	<b>Annexes</b>	<b>335</b>
	<b>Liste des annexes</b>	<b>335</b>
<b>A</b>	<b>Interpolation temporelle</b>	<b>337</b>



A.1	Expression du vecteur de pondération $\mathbf{a}$ . . . . .	337
A.2	Variance de la fonction exponentielle . . . . .	344
<b>B</b>	<b>Tomographie de déplacements</b>	<b>347</b>
B.1	Minimisation de la fonction coût (cas linéaire) . . . . .	347
B.2	Équivalence dans l'expressions des fonctions misfit . . . . .	348
B.3	Expression du Laplacien . . . . .	349
B.4	Modèles de déformation . . . . .	352
<b>C</b>	<b>Modèle préliminaire des déplacements syn-éruptifs</b>	<b>357</b>
C.1	Choix du jeu de données . . . . .	358
C.2	<i>A priori</i> s et paramètres géométriques pris en compte . . . . .	359
C.3	Choix de la fonction coût . . . . .	362
C.4	Résultats . . . . .	364
<b>D</b>	<b>PPD-1D et 2D pour différentes inversions</b>	<b>369</b>
<b>E</b>	<b>Liste des interférogrammes</b>	<b>375</b>
	<b>Bibliographie</b>	<b>xiii</b>

# Table des figures

I.1	Contexte géodynamique de l'île de la Réunion . . . . .	1
I.2	L'île de la Réunion . . . . .	2
I.3	Topographie et localisation des principales structures . . . . .	4
I.4	Carte des coulées de lave émises depuis 1998 . . . . .	4
I.5	Interférogrammes caractéristiques de l'éruption d'avril 2007 . . . . .	7
1.1	Géométrie d'une acquisition radar . . . . .	16
1.2	Principes de l'interférométrie radar . . . . .	17
1.3	Origines des perturbations du signal de déformation . . . . .	18
1.4	Origine des résidus topographiques. . . . .	20
1.5	Carte de cohérence d'un interférogramme . . . . .	21
1.6	Caractéristiques des swaths du radar ASAR. . . . .	23
1.7	Dates de passage et limites des acquisitions ASAR-ENVISAT . . . . .	24
1.8	Raccourcissement (foreshortening) au niveau des Grandes Pentès. . . . .	25
1.9	Recouvrement (layover) au niveau des remparts . . . . .	26
1.10	Exemples de distortions géométriques sur les images radar . . . . .	26
2.1	Principes du déroulement. . . . .	28
2.2	Principes du déroulement itératif . . . . .	29
2.3	Perturbations dues à l'atmosphère . . . . .	31
2.4	Prise en compte des effets atmosphériques . . . . .	31
2.5	Principes du calcul par combinaison d'un interférogramme . . . . .	33
2.6	Principes du calcul en séries temporelles . . . . .	34
2.7	Exemple de réseaux d'interférogrammes . . . . .	36

2.8	Principes du calcul des composantes 3D des déplacements . . . . .	38
3.1	Principes de l'interpolation temporelle . . . . .	43
3.2	Principes de l'interpolation par parties . . . . .	44
3.3	Principes de l'interpolation linéaire par parties . . . . .	45
3.4	Principes de l'interpolation par spline cubique . . . . .	46
3.5	Principes de l'interpolation par PCHIP . . . . .	48
3.6	Influence du paramètre $c$ . . . . .	49
3.7	Jeu de données synthétiques . . . . .	56
3.8	Résultats d'interpolations (pixel 1, fort SNR) . . . . .	57
3.9	Résultats d'interpolations (pixel 2, faible SNR) . . . . .	58
3.10	Interférogrammes interpolés par les différentes méthodes . . . . .	60
3.11	Calcul des composantes 3D des déplacements . . . . .	62
3.12	Résultats d'inversion : fonction de densité de probabilité marginale 1D . . . . .	65
4.1	Méthodes de sous-échantillonnage . . . . .	75
5.1	Succession des étapes lors d'un calcul de la fonction coût . . . . .	84
5.2	Exemple de minimisation d'une fonction par proches voisins . . . . .	86
5.3	Analyse statistique (densités de probabilité) . . . . .	88
5.4	PPD1D en fonction de la fonction coût et vitesse de convergence . . . . .	93
5.5	Décomposition des déplacements dus à deux sources . . . . .	97
6.1	Principes généraux de la tomographie . . . . .	101
6.2	Exemple de tomographie synthétique . . . . .	104
6.3	Influence mutuelle de deux sources sphériques . . . . .	110
6.4	Les différents modèles synthétiques utilisés durant cette étude . . . . .	113
6.5	Fragmentation du jeu de données pour la CVSS . . . . .	116
6.6	Résultats de la tomographie dans le cas 3-sources . . . . .	119
6.7	Résultats de la tomographie dans le cas du tore . . . . .	120
6.8	Résultats de la tomographie dans le cas de la lentille . . . . .	121
6.9	Relation entre nombre de sources et misfit . . . . .	126
6.10	Sélection des sources influentes sur l'exemple de la lentille . . . . .	129

6.11	Nombres de points de sous-échantillonnage . . . . .	135
6.12	Types de sous-échantillonnage. . . . .	136
6.13	Influence du bruit sur la recherche du meilleur modèle . . . . .	137
6.14	Influence du bruit sur la simplification du meilleur modèle. . . . .	138
6.15	Discrétisation d'un tore par des sources ponctuelles ou cubiques . . . . .	140
6.16	Déplacements dus à un tore discrétisé par 2573 sources . . . . .	142
6.17	Déplacements normalisés dus à un tore discrétisé par 2573 sources . . . . .	142
6.18	Misfit en fonction du nombre de sources unitaires . . . . .	144
6.19	Différentes discrétisations du tore (décalage en $z$ ) . . . . .	145
6.20	Influence de la finesse de la discrétisation . . . . .	146
6.21	Influence de la finesse de la discrétisation (déplacements normalisés) . . . . .	146
6.22	Influence de la profondeur de la source sur la qualité de la discrétisation. . . . .	148
7.1	Données relatives aux trois phases de l'éruption . . . . .	158
7.2	Cyclicité des mesures géophysiques durant l'effondrement . . . . .	158
7.3	Modèles proposés pour l'éruption d'avril 2007 . . . . .	159
7.4	Jeu de données InSAR . . . . .	161
7.5	Jeu de données InSAR couvrant l'éruption d'avril 2007 . . . . .	161
7.6	Interférogrammes caractéristiques de l'éruption . . . . .	163
7.7	Interférogrammes syn-éruptifs. . . . .	165
7.8	Déplacements syn-éruptifs (Composantes 3D) . . . . .	167
7.9	Coupes de déplacements . . . . .	168
7.10	Déplacements syn-éruptifs (GPS) . . . . .	169
7.11	Déplacements syn-éruptifs de la station FLRG. . . . .	171
7.12	Déplacements post-effondrement. . . . .	173
7.13	Interférogrammes post-éruptifs . . . . .	175
7.14	Déplacements post-éruptifs (composantes 3D) . . . . .	176
7.15	Profil et carte de quantité de déplacement . . . . .	179
7.16	Dynamique des déplacements post-éruptifs . . . . .	181
7.17	Déplacements sommitaux post-éruptifs GPS. . . . .	183
7.18	Dynamique des Grandes Pentes . . . . .	185
7.19	Modèle qualitatif de l'éruption . . . . .	187

8.1 Résultats de modélisation par tomographie (subsidence sommitale) . . . . .	194
8.2 Déplacements modélisés et résidus (tomographie) . . . . .	195
8.3 Modèles de sphères et modèle lenticulaire . . . . .	198
8.4 Déplacements et résidus des modèles de sphères et lenticulaire . . . . .	199
8.5 Paramètres de la lentille . . . . .	200
8.6 Modèles de colonne . . . . .	203
8.7 Modèle de lentille et de faille . . . . .	205
8.8 Résultats de tomographie en fonction du temps . . . . .	207
8.9 Évolution de la variation de volume . . . . .	209
8.10 Origine de la subsidence post-éruptive . . . . .	211
8.11 Cycles inflation-éruption-subsidence . . . . .	213
8.12 Cycle du système hydrothermal . . . . .	214
9.1 Résultats d'inversion pour la période post-effondrement . . . . .	218
9.2 Géométrie d'un quadrangle plan à 13 ou 14 paramètres . . . . .	219
9.3 Géométrie d'un rectangle à 9 ou 10 paramètres . . . . .	222
9.4 Résultats d'inversion pour un rectangle . . . . .	223
9.5 Résultats d'inversion pour un ou deux quadrangles . . . . .	225
9.6 Exfiltration d'eau d'un aquifère . . . . .	228
9.7 Torrents associés à l'éruption d'avril 2007 . . . . .	229
9.8 Origine des déplacements des Grandes Pentes . . . . .	231
9.9 Déplacements des Grandes Pentes non reliés à l'éruption d'avril 2007 . . . . .	232
10.1 Proposition d'un scénario (pré-effondrement) . . . . .	237
10.2 Proposition d'un scénario (post-effondrement et post-éruptif) . . . . .	239
11.1 Interface trouve interf . . . . .	262
11.2 Interface figure sar . . . . .	262
11.3 Interface série temporelle . . . . .	266
11.4 Interface interpolation d'interférogrammes . . . . .	267
11.5 Interface de sous-échantillonnage . . . . .	269
12.1 Vue générale des procédures pour la tomographie . . . . .	273

12.2 Vue générale des outils pour la tomographie . . . . .	274
12.3 Interface de sous-échantillonnage du volume . . . . .	276
12.4 Interface de préparation de <b>G_XYZ</b> . . . . .	278
12.5 Interface de préparation de <b>G_interf</b> . . . . .	280
12.6 Interface de préparation/lancement de la tomographie . . . . .	282
12.7 Interface d'exploration de la tomographie . . . . .	288
12.8 Interface d'exploration de la tomographie . . . . .	290
13.1 Interface de préparation de <b>lance_mc3</b> . . . . .	297
13.2 Interface de préparation de <b>lance_mc3</b> par fonction objective . . . . .	298
13.3 Vue générale des outils pour la tomographie . . . . .	300
13.4 Interface de préparation d'une inversion . . . . .	302
13.5 Interface d'exploration d'une inversion . . . . .	307
14.1 Fontion banane . . . . .	310
14.2 Initialisation de l'algorithme . . . . .	311
14.3 Progression de l'algorithme . . . . .	311
14.4 Visualisation des modèles tirés . . . . .	313
14.5 Résultats de la minimisation de la fonction banane . . . . .	314
14.6 Visualisation des PPD1D et PPD2D . . . . .	315
B.1 Construction du Laplacien . . . . .	350
B.2 Construction du Laplacien (conditions aux bordures) . . . . .	351
B.3 Comparaison de superposition de sources (Okada vs ponctuelles) . . . . .	354
B.4 Comparaison de superposition de sources (étages) . . . . .	356
C.1 Paramètres géométriques des sources . . . . .	363
C.2 Géométrie des sources trouvées pour le meilleur modèle (syn-éruptif) . . . . .	366
C.3 Données, modèles et résidus pour différents modèles (syn-éruptif) . . . . .	367
D.1 PPD-1D et 2D pour un quadrangle . . . . .	370
D.2 PPD-1D et 2D pour un rectangle subissant une ouverture . . . . .	371
D.3 PPD-1D et 2D pour un rectangle subissant un cisaillement . . . . .	372

D.4 PPD-1D et 2D pour un rectangle subissant une contrainte 3D . . . . .	373
D.5 PPD-1D et 2D pour deux quadrangles et une faille . . . . .	374

# Liste des tableaux

1.1 Principales caractéristiques des satellites utilisés dans cette étude . . . . .	22
2.1 DoP de différentes combinaisons de lignes de visée . . . . .	39
3.1 Estimation de la variance des interférogrammes interpolés . . . . .	61
3.2 Résultats du calcul 3D des composantes . . . . .	61
3.3 Résultats d'inversion de la géométrie de la source . . . . .	64
5.1 Résultats d'inversion de la géométrie de la source . . . . .	92
6.1 Principaux modèles de déformation . . . . .	109
6.2 Influence de la méthode de recherche du meilleur modèle . . . . .	118
6.3 Comparaison des meilleurs modèles trouvés avant et après simplification . . .	128
6.4 Formulation des matrices de correction . . . . .	133
6.5 Influence de l'utilisation de plusieurs directions de déplacement . . . . .	134
6.6 Influence du nombre de données . . . . .	135
6.7 Influence du type de sous-échantillonnage . . . . .	136
6.8 Influence du modèle direct de déplacement . . . . .	149
7.1 Interférogrammes utilisés pour le calcul des composantes des déplacements . .	166
8.1 Interférogrammes utilisés pour les inversions . . . . .	191
8.2 Résultat du calcul de tomographie . . . . .	194
8.3 Résultat source sphérique . . . . .	200



8.4	Résultat source lenticulaire seule . . . . .	201
8.5	Résultat pour une colonne de roche . . . . .	202
8.6	Résultat source lenticulaire avec prise en compte de la fracturation . . . . .	204
8.7	Résultat de tomographie . . . . .	206
9.1	Résultat du calcul de tomographie (période post-effondrement) . . . . .	217
9.2	Résultat d'inversion pour un quadrangle (période post-effondrement) . . . . .	220
9.3	Résultat d'inversion pour un rectangle (période post-éruptive) . . . . .	224
9.4	Résultat d'inversion pour un quadrangle (période post-éruptive) . . . . .	226
12.1	Interface de sélection des données . . . . .	281
12.2	Interface de sélection des données . . . . .	283
12.3	Interface des paramètres de la convergence . . . . .	284
12.4	Interface des paramètres du Laplacien . . . . .	285
12.5	Interface des paramètres d'affichage . . . . .	285
12.6	Interface des paramètres du nettoyage . . . . .	286
12.7	Interfaces d'affichage de la tomographie . . . . .	287
12.8	Interface de nettoyage . . . . .	290
12.9	Interface de discrimination de domaines et de calcul de volume. . . . .	291
12.10	Interface de calcul d'une itération spécifique. . . . .	291
12.11	Structure de données <b>G_interf</b> . . . . .	292
12.12	Structure de données des fichiers <b>tomo</b> . . . . .	292
13.1	Interface de la fonction objective . . . . .	304
13.2	Module de test de l'inversion . . . . .	305
13.3	Structure de données <b>nambem</b> . . . . .	306
14.1	Liste des options possibles avec <b>nasearch_moi</b> . . . . .	326
14.2	Liste des options possibles avec <b>plotnares_moi</b> . . . . .	327
14.3	Liste des options possibles avec <b>plot_bayes</b> . . . . .	327
C.1	Paramètres géométriques des sources. . . . .	360
C.2	Paramètres du meilleur modèle (syn-éruptif) . . . . .	365

E.1 Interférogrammes post-éruption ENVISAT en passe ascendante, swath 2 (2084)	375
E.2 Interférogrammes post-éruption ENVISAT en passe ascendante, swath 2 (2313)	376
E.3 Interférogrammes post-éruption ENVISAT en passe descendante, swath 2 (2363)	377
E.4 Interférogrammes post-éruption ENVISAT en passe descendante, swath 3 (3091)	378
E.5 Interférogrammes post-éruption ENVISAT en passe ascendante, swath 3 (3356)	378
E.6 Interférogrammes post-éruption ENVISAT en passe descendante, swath 5 (5048)	379
E.7 Interférogrammes post-éruption ENVISAT en passe ascendante, swath 5 (5399)	379
E.8 Interférogrammes post-éruption ENVISAT en passe descendante, swath 6 (6277)	380
E.9 Interférogrammes post-éruption ENVISAT en passe descendante, swath 7 (7005)	380
E.10 Interférogrammes post-éruption ENVISAT en passe ascendante, swath 7 (7170)	381
E.11 Interférogrammes post-éruption ALOS en passe ascendante, swath A (A539)	381
E.12 Interférogrammes post-éruption ALOS en passe ascendante, swath A (A540)	381
E.13 Interférogrammes couvrant la période syn-éruptive	382
E.14 Interférogrammes sur lesquels la dynamique du cône est visible	382
E.15 Interférogrammes sur lesquels le glissement du flanc est visible	382





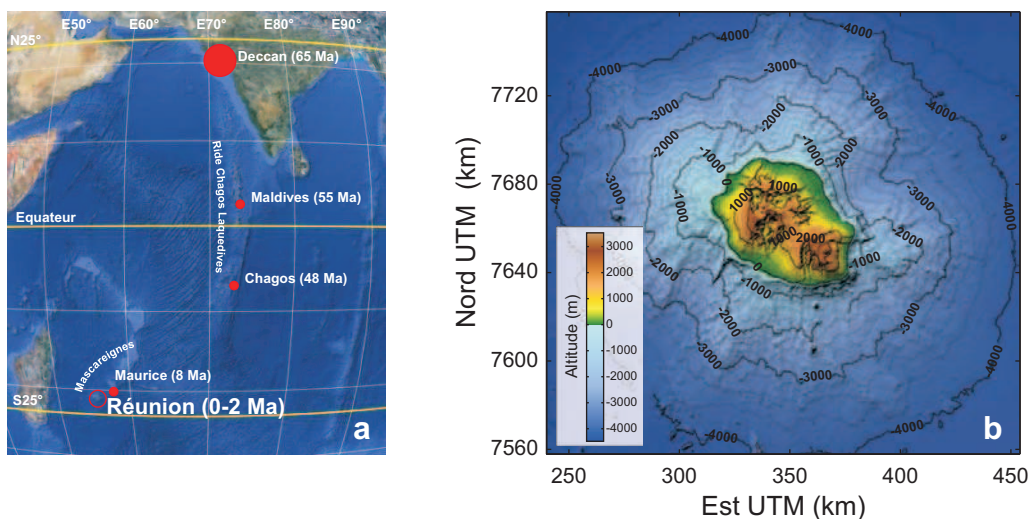


# Introduction

## I.1 Contexte géologique et géographique du Piton de la Fournaise

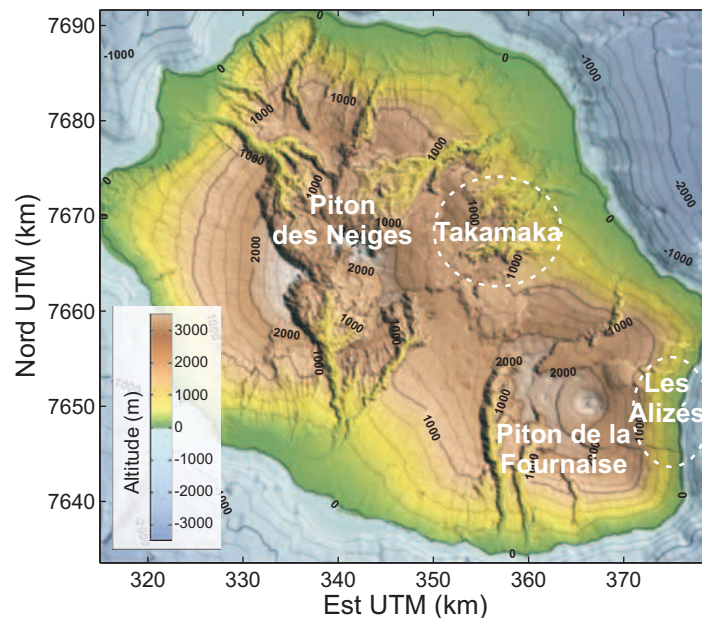
### I.1.1 Le Piton de la Fournaise dans son contexte géologique

L'île de la Réunion est localisée dans la partie sud du Bassin des Mascareignes (Océan Indien), à 800 km à l'est de l'île de Madagascar. Elle serait la manifestation actuelle du point chaud ayant engendré les Trapps du Deccan formés il y a 65 Ma (Fig. I.1 A). Ce point chaud serait aussi à l'origine de l'alignement d'îles volcaniques dont l'île Maurice et l'île de la Réunion sont les jalons les plus jeunes et les plus australs (Duncan, 1981; Duncan et Pyle, 1988; Courtillot et al., 1988).



**Figure I.1** – Contexte géodynamique de l'île de la Réunion. –a– Localisation de l'île de la Réunion et âges des différentes îles formées par le point chaud Deccan-Réunion. –b– Topographie sous-marine et aérienne de l'édifice Réunion.

L'île de la Réunion repose sur une lithosphère océanique d'âge Crétacé Supérieur à Paléocène et s'apparente à un cône aplati de 7000 à 8000 mètres d'altitude pour un rayon basal d'environ 230 km (Fig. I.1 **B**). Elle est caractérisée par deux massifs qui lui confèrent sa forme. Le massif du Piton des Neiges, au nord-ouest de l'île est le plus ancien (environ 2 Ma) et n'est plus actif. Le second massif, le Piton de la Fournaise, au sud-est de l'île est quant à lui toujours actif. À partir de campagnes de mesures magnétiques et gravimétriques Malengreau et al. (1994, 1999), suggèrent l'existence d'un hypocentre volcanique situé à l'est du Piton de la Fournaise, partiellement immergé, appelé Volcan des Alizés (Fig. I.2). Sa formation serait contemporaine de celle du Piton des Neiges. Des données de gravimétrie et de sismicité tendent aussi à montrer l'existence d'un quatrième centre volcanique, le Takamaka, situé au nord-est de l'île, aujourd'hui en partie démantelé et enseveli (Lénat et al., 2001) (Fig. I.2).



**Figure I.2** – Topographie de l'île de la Réunion et localisation des principaux objets.

### I.1.2 Structure du Piton de la Fournaise

Le volcan bouclier du Piton de la Fournaise se situe au sud-est de l'île de la Réunion et culmine à 2631 mètres d'altitude. Il est actif depuis 530 000 ans (Gillot et Nativel, 1989). Cinq phases sont identifiables, marquées par la formation de quatre calderas se chevauchant en partie d'est en ouest, la dernière correspondant à la mise en place de l'Enclos Fouqué (Bachelery, 1981; Gillot et Nativel, 1989; Staudacher et Allègre, 1993). La caldera des Remparts serait la première à s'être effondrée il y a 290 000 ans et l'activité du Piton se serait

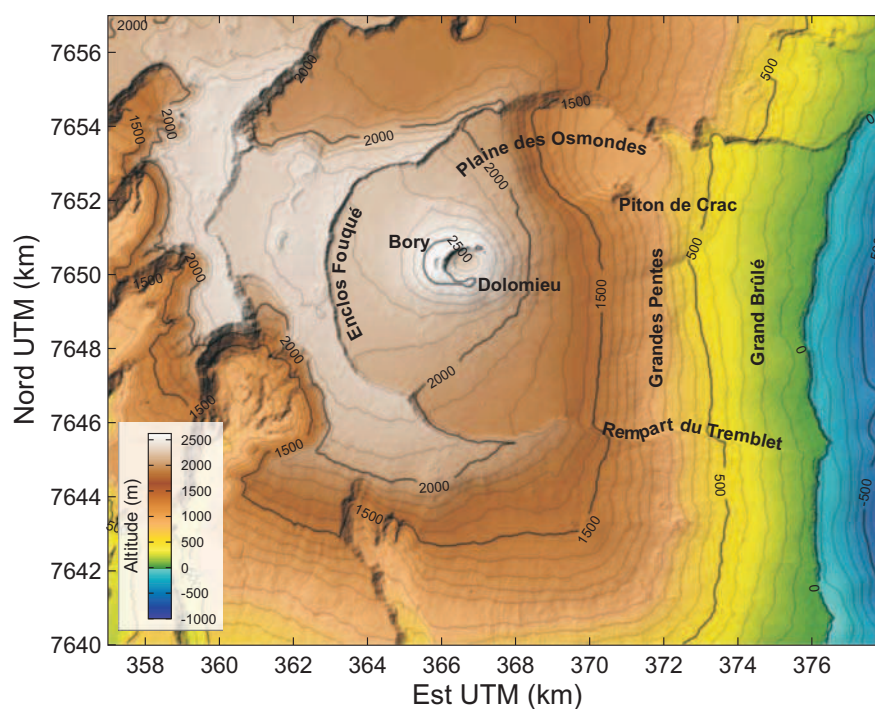
alors décalée une première fois vers l'est. Les coulées ont été canalisées par la Rivière des Remparts, jusqu'à la formation il y a 220 000 ans, de la caldera du Morne Langevin (Gillot et Nativel, 1989). La caldera des Sables s'est formée il y a 65 000 ans, suivie par la mise en place de l'Enclos Fouqué, il y a 4500 ans (Bachèlery, 1981; Abchir, 1996). Ce dernier est une dépression de 9 kilomètres de diamètre ouverte vers l'est jusqu'à l'océan et bordée par des remparts pouvant atteindre une centaine de mètres de haut (Fig. I.3). Ces remparts sont considérés comme le témoin d'une subsidence de l'édifice, résultant soit d'un effondrement caldeirique (Bachèlery, 1981), soit d'un glissement généralisé de l'Enclos Fouqué (Labazuy, 1996; Merle et Lénat, 2003; Oehler et al., 2004). Michon et Saint Ange (2008) expliquent la morphologie générale de l'édifice par un phénomène d'étalement gravitaire auquel se superposent plusieurs épisodes d'effondrement de caldeira. Ces effondrements pourraient être à l'origine de grandes failles traversant le flanc est du volcan (Michon et Saint Ange, 2008).

Au centre de l'Enclos Fouqué se dresse un cône sommital de 400 m de haut et d'un diamètre de 3 km environ; à son sommet se situent les cratères Dolomieu et Bory, respectivement de 700 à 1000 mètres et de 200 à 350 mètres de diamètre (Fig. I.3). Alors que le Bory n'a pas beaucoup changé depuis ses premières descriptions en 1766 (Lénat et Bachèlery, 1990), le Dolomieu a connu de fortes modifications morphologiques, subissant successivement des épisodes de remplissage et d'effondrement (Bachèlery, 1981; Lénat et al., 2011), dont le dernier s'est achevé de manière spectaculaire en 2007 avec un effondrement de plus de 300 m de haut du Dolomieu.

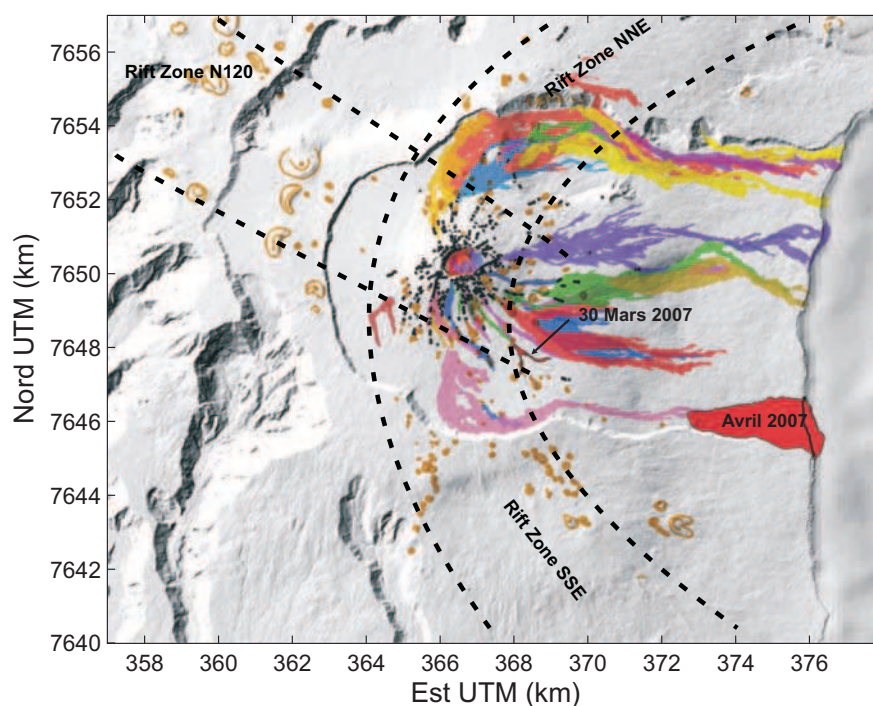
Les Grandes Pentes et le Grand Brûlé séparent les cratères sommitaux de la côte. Les Grandes Pentes peuvent atteindre une inclinaison d'une trentaine de degrés et sont parfois considérées comme la cicatrice d'un glissement de terrain (Kieffer, 1990; Merle et Lénat, 2003; Oehler et al., 2007), alors que le Grand Brûlé, dont les pentes sont plus faibles, serait le témoin de blocs basculés (Merle et Lénat, 2003). Michon et Saint Ange (2008) ont identifié des structures linéaires traversant les Grandes Pentes, qu'ils interprètent comme des failles normales ayant joué durant les différents épisodes de glissement.

L'édifice n'est pas homogène : il présente de nombreuses hétérogénéités, telles que des complexes intrusifs denses, ou encore des niveaux de décollement, plus ductiles que le reste de l'édifice et probablement issus d'une altération hydrothermale. Ces hétérogénéités seraient en partie à l'origine d'un contrôle structural de la déformation de l'édifice par affaissement gravitaire mais aussi lors des épisodes de glissement (Merle et Borgia, 1996; Merle et Lénat, 2003; Michon et Saint Ange, 2008). L'anomalie gravimétrique présente sous le Grand Brûlé suggère que la masse du complexe intrusif des Alizés a une importance prépondérante dans la structure et la morphologie actuelle de l'Enclos (Lénat et al., 1989).





**Figure I.3** – Topographie et localisation des principales structures du Piton de la Fournaise.



**Figure I.4** – Carte des coulées de lave émises depuis 1998. Les coulées de l'éruption d'avril 2007 ont un contour marqué en noir. La ligne de rivage avant l'éruption d'avril 2007 est marquée en noir. Les cônes de scories sont indiqués en marron, les fissures éruptives en noir (d'après Peltier (2007)).

Des zones d'injection préférentielle bordent le Dolomieu selon deux directions principales (Rift-Zone sur la figure I.4) (Lénat et Bachèlery, 1990; Michon et al., 2009). Bachèlery (1981) a montré que ces zones d'injection pouvaient être assimilées à des Rift-Zones de très faible étendue comparativement aux exemples hawaïen ou islandais. La présence de ces zones d'injections préférentielles est confirmée par des données PS (polarisation spontanée) qui montrent des anomalies positives sous le cône sommital avec des axes N10 et N170 (Lénat et Bachèlery, 1987; Saracco et al., 2004), par la distribution des cônes de scories et l'orientation des fissures éruptives (Fig. I.4, et Peltier (2007)), ainsi que par tomographie sismique (Brenguier et al., 2007). Ces Rift-Zones semblent donc contrôler l'injection des dykes et la localisation des fissures éruptives à l'intérieur de l'Enclos Fouqué.

### I.1.3 Activité récente du Piton de la Fournaise

Le Piton a débuté un nouveau cycle d'activité en 1998, après une période de repos de six années. Depuis, les éruptions se sont succédées à un rythme de deux à trois éruptions par an. L'étude des micro-séismes enregistrés au cours de l'épisode éruptif de 1998 montre une migration des hypocentres vers le sommet depuis une profondeur de 5 km au-dessous du niveau de la mer (Battaglia et al., 2005). Le magma remonterait à partir d'un réservoir profond, localisé à la base de la croûte, et visible en tomographie sismique (Hirn et al., 1998; Prôno et al., 2009). Il alimenterait ensuite un réservoir superficiel constitué par des dykes et des sills interconnectés entre eux (Lénat et Bachèlery, 1990). Cette hypothèse permet d'expliquer la grande variabilité de composition des magmas émis. Nercessian et al. (1996) proposent plutôt l'existence d'une chambre superficielle unique située au niveau de la mer, concept largement repris par Peltier et al. (2007, 2009a) à partir de données de déformation. Si la question de la morphologie et de la position du réservoir superficiel fait encore débat, le double stockage du magma au niveau d'un réservoir profond puis d'un réservoir superficiel a été confirmé par l'étude des isotopes du plomb et des éléments traces dans les laves émises entre 1998 et 2002 (Vlastélic et al., 2007).

Le magma est injecté dans l'édifice à partir du réservoir superficiel d'abord verticalement puis latéralement (Peltier et al., 2005; Fukushima et al., 2010). Ces dykes sont à l'origine des fissures éruptives, orientées la plupart du temps dans l'axe des Rift-Zones (Toutain et al. (1992), Michon et al. (2009), Fig. I.4).

## I.2 Objectifs de cette étude

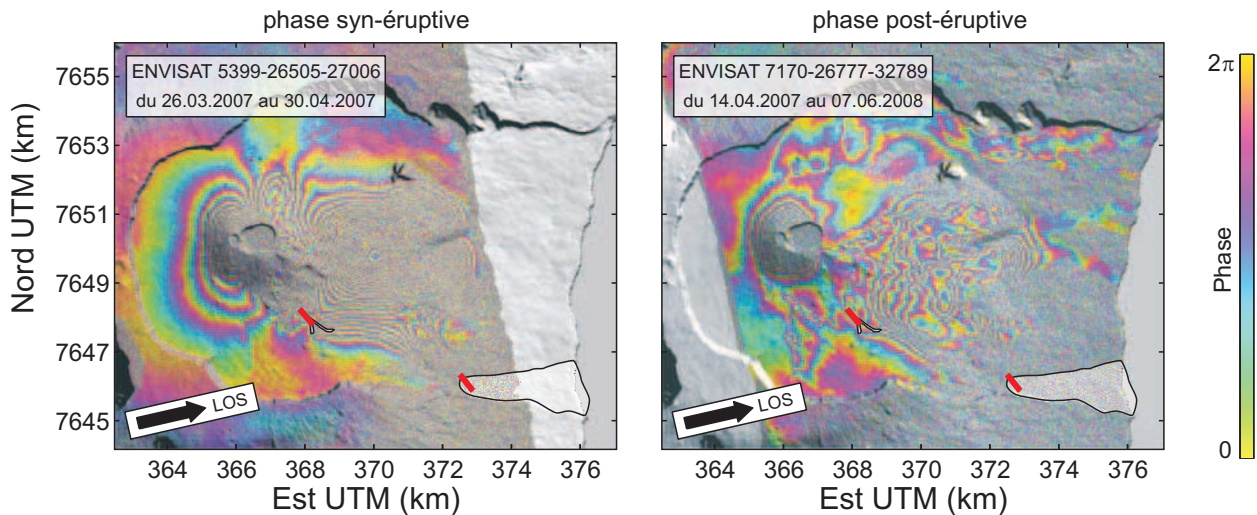
Le cycle éruptif commencé en 1998 semble s'être terminé lors de l'éruption d'avril 2007, après laquelle le volcan a connu une période de repos d'un an et demi. Cette éruption a été marquée par l'effondrement du Dolomieu sur plus de 300 mètres de haut, ainsi que par les plus gros volumes de laves émis durant ces deux derniers siècles. Deux fissures éruptives se sont ouvertes. La première, apparue le 30 mars, est localisée au sud-est de la base du cône central. La seconde, à l'origine de l'éruption du 2 avril, est localisée dans les Grandes Pentes, contre le rempart du Tremblet, à plus de 5 km à l'est de la première fissure (Fig. I.4).

L'instrumentation de mesure de la déformation in situ (station GPS, inclinomètres, extensomètres) était essentiellement concentrée au niveau du cône central lors de cette éruption. Ces instruments ont principalement enregistré la déformation provoquée par l'intrusion du 30 mars (Peltier et al., 2009b; Staudacher et al., 2009) ainsi que celle associée par l'effondrement du Dolomieu (Staudacher et al., 2009; Michon et al., 2011). Aucun instrument n'a donc pu suivre la déformation des Grandes Pentes ni celle associée à la fissure du 2 avril.

Cette éruption a été suivie depuis l'espace par le Service d'Observation OI<sup>2</sup> (Observatoire InSAR de l'Océan Indien) et le calcul de nombreux interférogrammes a permis de cartographier la déformation de l'ensemble de l'édifice. La figure I.5 montre deux de ces interférogrammes, le premier couvre l'intégralité de l'éruption et le second la période post-éruptive. Ces données montrent que durant l'éruption, la déformation la plus importante a eu lieu au niveau des Grandes Pentes, à plusieurs kilomètres des fissures éruptives et du cratère Dolomieu. Par ailleurs, l'interférogramme couvrant la période post-éruptive montre que la déformation de l'édifice s'est poursuivie plus d'un an après la fin de l'éruption, tant dans les Grandes Pentes qu'au niveau du cône central.

Les déplacements les plus importants sont généralement associés à l'injection de dykes (Toutain et al., 1992). Depuis 1998, année à partir de laquelle a commencé la surveillance du volcan par interférométrie radar, la caractérisation des déplacements associés à ces injections a pu être affinée grâce à l'utilisation de procédures de modélisation pouvant prendre en compte des géométries de dykes réalistes (Froger et al., 2004; Fukushima et al., 2005; Tinard, 2007).

Les déformations inter-éruptives sont de faible amplitude (Tinard, 2007; Peltier et al., 2009a). La déformation enregistrée durant l'éruption d'avril 2007 est donc exceptionnelle d'une part parce que la localisation du maximum de déformation est éloignée des fissures



**Figure I.5** – Interférogrammes caractéristiques de l'éruption d'avril 2007 et de la période post-éruptive. La déformation est proportionnelle au nombre de franges ; une frange correspond à 2,83 cm de déformation dans l'axe de visée du satellite (LOS).

éruptives et d'autre part parce que la déformation post-éruptive a été de forte amplitude et a duré plus d'un an.

Ces observations nous amènent à nous demander quelle est l'origine de la déformation, à la fois au niveau du cône central et au niveau des Grandes Pentes. L'un des objectifs de cette étude est d'essayer de proposer des mécanismes pour expliquer ces comportements dépendant du temps mais aussi la localisation des motifs de déformation. Au delà de la recherche de la cause des processus responsables des déplacements, on cherchera aussi à confronter les informations fournies par les données InSAR aux différents modèles conceptuels proposés dans la littérature pour expliquer la structure Enclos-Grandes Pentes-Grand Brûlé.

Nous présenterons dans la première partie, la méthode d'interférométrie radar et les particularités du calcul interférométrique au Piton de la Fournaise. Les traitements appliqués aux interférogrammes seront détaillés et nous insisterons sur la méthode d'interpolation temporelle, développée afin de faciliter l'étude de déplacements continus dans le temps.

Dans la seconde partie, nous présenterons différentes méthodes de modélisation numérique, permettant de contraindre la géométrie et les paramètres physiques des sources à l'origine des déformations enregistrées. Une attention particulière sera accordée à la méthode de tomographie de déplacements, en partie développée durant cette thèse.

La troisième partie sera entièrement consacrée à l'éruption d'avril 2007. Après avoir détaillé la chronologie de l'éruption, nous étudierons la déformation de l'édifice en couplant les

données interférométriques et GPS. Cette étude permettra d'identifier les différents processus et les sources potentielles à l'origine de la déformation. Nous utiliserons ensuite les méthodes de modélisation afin de contraindre la géométrie et la déformation de ces sources. Enfin, nous proposerons une chronologie des différents événements ayant eu lieu durant cette éruption.

Une partie de ce travail a consisté au développement d'outils informatiques concernant les procédures développées durant la thèse (interpolation temporelle d'interférogrammes, tomographie de déplacements), mais aussi pour l'amélioration d'algorithmes d'inversion. Afin de faciliter la prise en main des différents codes, de nombreux utilitaires interfacés ont été codés et intégrés dans une boîte à outils dédiés à l'interférométrie radar. La dernière partie de cette thèse présentera cette boîte à outils et pourra servir de guide d'utilisation.

## Première partie

# Données InSAR au Piton de la Fournaise



# Table des matières

<b>1</b>	<b>Mesure de déplacements du sol par InSAR</b>	<b>13</b>
1.1	Introduction à l'interférométrie radar . . . . .	13
1.2	L'interférométrie radar au Piton de la Fournaise . . . . .	14
1.3	Principes de l'interférométrie radar . . . . .	16
1.3.1	Formation des images radar . . . . .	16
1.3.2	Calcul interférométrique . . . . .	17
1.3.3	Composante topographique et altitude d'ambiguïté . . . . .	19
1.3.4	Cohérence . . . . .	21
1.4	Lignes de visée et distorsions . . . . .	22
1.4.1	Caractéristiques des différents satellites disponibles . . . . .	22
1.4.2	Topographie et distorsions géométriques au Piton de la Fournaise . . . . .	24
<b>2</b>	<b>Traitement des données InSAR</b>	<b>27</b>
2.1	Déroulement des interférogrammes . . . . .	27
2.2	Composante atmosphérique et rampes orbitales . . . . .	30
2.3	Calcul de séries temporelles . . . . .	33
2.3.1	Principes généraux . . . . .	33
2.3.2	Principes mathématiques . . . . .	34
2.3.3	Conditions nécessaires au calcul de séries temporelles . . . . .	36
2.4	Calcul des composantes 3D des déplacements . . . . .	37
2.4.1	Principes mathématiques . . . . .	37
2.4.2	Lignes de visée et précision par composante . . . . .	38
<b>3</b>	<b>Interpolation des interférogrammes</b>	<b>41</b>
3.1	Introduction . . . . .	41
3.2	Méthodes d'interpolation . . . . .	42



3.2.1	Interpolations par parties, généralités . . . . .	43
3.2.2	Interpolation linéaire par parties . . . . .	45
3.2.3	Interpolation par Spline Cubique . . . . .	46
3.2.4	Interpolation par Spline Cubique d'Hermite . . . . .	47
3.2.5	Variance d'un interférogramme . . . . .	50
3.2.6	Interpolations par une fonction unique . . . . .	52
3.3	Application sur des données synthétiques . . . . .	55
3.3.1	Jeu de données synthétique . . . . .	55
3.3.2	Exemples d'interpolation par les différentes méthodes . . . . .	56
3.3.3	Calcul des composantes 3D . . . . .	61
3.3.4	Résultats de modélisation . . . . .	63
3.4	Conclusion . . . . .	66

---

# Chapitre 1

## Mesure des déplacements par interférométrie SAR et applications au Piton de la Fournaise

### 1.1 Introduction à l'interférométrie radar

Les radars, comme l'origine de leur nom *radio detecting and ranging* l'indique, détectent des objets éloignés et déterminent leur position et leur vitesse (Zebker et al., 2000). Les images utilisées pour l'InSAR (Interferometric Synthetic Aperture Radar) sont acquises par un radar embarqué à bord d'un satellite. Elles contiennent des informations sur la phase et l'amplitude de l'onde radar rétrodiffusée. Le principe de l'imagerie InSAR est de comparer les phases de deux images radar avec pour objectif d'obtenir une carte des changements de la distance entre l'antenne radar et l'objet étudié. Les premières applications faites dans les années 1970 et 1980 concernaient la cartographie de la topographie (Massonnet et Feigl, 1998) et ce domaine reste l'un des principaux objectifs de l'InSAR. Après des développements techniques réalisés à la fin des années 80, (Massonnet, 1985; Gabriel et al., 1989), les applications géophysiques de l'interférométrie radar ont permis, depuis le début des années 1990 et le lancement du satellite ERS-1, de mesurer de faibles déplacements de la topographie (de l'ordre du centimètre).

L'InSAR représente une avancée notable dans le sens où elle permet de cartographier les déplacements de grandes zones de terrain avec une résolution fine (de l'ordre du mètre à la dizaine de mètres) sans nécessiter d'instrumentation au sol sur la zone étudiée. Ces caractéristiques ont permis de mieux surveiller et de mieux modéliser des processus variés,

pouvant être localisés dans des zones difficiles d'accès, ou faiblement équipée en stations GPS. Ainsi, des séismes tels que ceux du Sichuan (Hao et al., 2009) et de l'Aquila en 2010 (Guerrieri et al., 2010), ou des processus volcaniques localisés dans des endroits isolés tels que les Galápagos (Amelung et al., 2000; Jónsson et al., 1999) ou les Aléoutiennes (Masterlark et Lu, 2004), ont pu être étudiés à l'aide de l'InSAR. D'autres processus générant très peu de déformation tels que la subsidence urbaine de Paris (Fruneau et Sarti, 2000) sont également suivis par InSAR. De plus, les données InSAR peuvent être combinées avec d'autres types de données (GPS, sismiques) afin de mieux contraindre les modèles, comme l'ont fait Delouis et al. (2010) pour le séisme du 27 février 2010 au Chili.

Depuis quelques années, de nouveaux développements méthodologiques tels que les *Permanent Scatters* (Feretti et al., 2001) ou les *Persistent Scatters* (Hooper et al., 2004) (PS), permettent de détecter les déplacements de points du sol dont les caractéristiques de rétrodiffusion changent peu dans le temps.

En plus de l'interférométrie, qui utilise l'information de phase du signal radar, il est possible d'utiliser l'information sur l'amplitude du signal rétrodiffusé pour déterminer les déplacements du sol (Michel et al., 1999). Ce calcul se base sur la détection du décalage de la position d'un point donné entre les deux images d'amplitude, et permet d'estimer les déplacements du sol selon l'azimut (direction du sol parallèle à la direction de vol du satellite). Cependant, ce type de mesure est entaché d'une forte incertitude et n'est utilisable que dans des situations où les déplacements du sol sont très importants, ce qui est rarement le cas au Piton de la Fournaise. Jónsson et al. (2002) ont par exemple couplé ce type d'informations aux données InSAR et GPS pour étudier le séisme d'Hector Mine en 1999 (Californie), et le DLR (Deutsches Zentrum für Luft- und Raumfahrt) a par exemple fourni une cartographie des déplacements de la zone de Sendai<sup>1</sup> à partir d'images en bande X (TerrasarX), après le séisme M8.9 de Tohoku-oki du 11 mars 2011 au large du Japon.

## 1.2 L'interférométrie radar au Piton de la Fournaise

Le Service d'Observation OI<sup>2</sup> est une composante labellisée du Service National d'Observations en Volcanologie. OI<sup>2</sup> a pour mission la surveillance régulière des déplacements du sol induits par l'activité du volcan Piton de la Fournaise, à la Réunion, en utilisant des données InSAR. 429 images radar ASAR, ont été acquises, depuis 2003, par le satellite ENVISAT

---

1. Image disponible sur le site : <http://supersites.earthobservations.org>

sur le Piton de la Fournaise (projet ESA AOE 746). A partir de ces images, fournies à l'Observatoire de Physique du Globe de Clermont-Ferrand par l'Agence Spatiale Européenne, il a été possible de mesurer les déplacements du sol produits par 26 éruptions successives.

Depuis 2007, des données ALOS-PALSAR (JAXA ALOS ADEN 3622) et TerraSAR (DLR LAN 0237) viennent compléter les acquisitions ASAR. De manière ponctuelle, la base de données est enrichie par des images RADARSAT-2 et CosmoSkyMed. La gamme élargie de sensibilité aux déplacements et de géométrie d'acquisition fournie par ces différents jeux de données permet de caractériser plus finement les déplacements et donc de mieux contraindre les processus à leur origine. Cette base de données peut être consultée librement sur internet en se connectant sur la plateforme CASOAR<sup>2</sup>.

Les interférogrammes calculés permettent non seulement la surveillance opérationnelle du volcan mais aussi la compréhension des processus fondamentaux qui contrôlent son fonctionnement et son évolution à long terme. Les déplacements liés aux éruptions et mesurés par InSAR, peuvent être modélisés afin de contraindre la géométrie des dykes (Froger et al., 2004; Fukushima et al., 2005, 2010; Tinard, 2007), puis de déterminer les orientations préférentielles d'injection.

Les méthodes d'interférométrie classique ont permis de mettre en évidence de faibles déplacements du cône pendant les périodes inter-éruptives (Tinard, 2007). La méthode PS (Permanent Scatters) permet d'améliorer le rapport signal sur bruit lorsque les déplacements sont très faibles, et Peltier et al. (2010) proposent d'utiliser cette méthode dans le but de surveiller les déformations pré-éruptives du volcan.

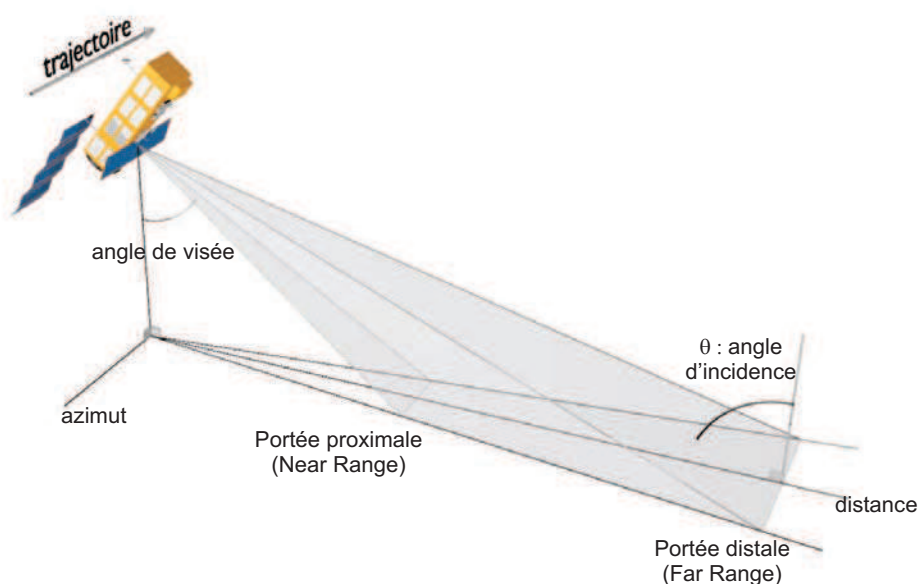
---

2. Base de donnée CASOAR : <https://wwwobs.univ-bpclermont.fr/lmv/RV/casoar>

## 1.3 Principes de l'interférométrie radar

### 1.3.1 Formation des images radar

Un radar est constitué d'un générateur d'impulsions électromagnétiques de longueur d'onde  $\lambda$  donnée et d'une antenne fonctionnant successivement en émission puis en réception. En mode émission, l'antenne illumine une bande de terrain d'un faisceau d'ondes radar. Le faisceau est dirigé vers le bas, perpendiculairement à la trajectoire du satellite ; la visée se fait à droite du satellite par rapport à sa trajectoire. L'angle entre la verticale et le faisceau émis est appelé angle de visée ; l'angle entre le faisceau incident et la verticale au sol est appelé angle d'incidence (Fig. 1.1).



**Figure 1.1** – Géométrie d'une acquisition radar.

Le faisceau radar émis par l'antenne est rétrodiffusé dans toutes les directions par les cibles au sol. Une partie plus ou moins importante du signal revient donc vers le satellite. L'antenne radar passe alors en mode réception et mesure l'amplitude du signal reçu mais aussi sa phase. Chaque pixel radar comporte donc deux informations :

- une information d'amplitude, qui dépend des caractéristiques de rétrodiffusion (géométrie et propriétés diélectriques) des cibles élémentaires contenues dans le pixel radar.

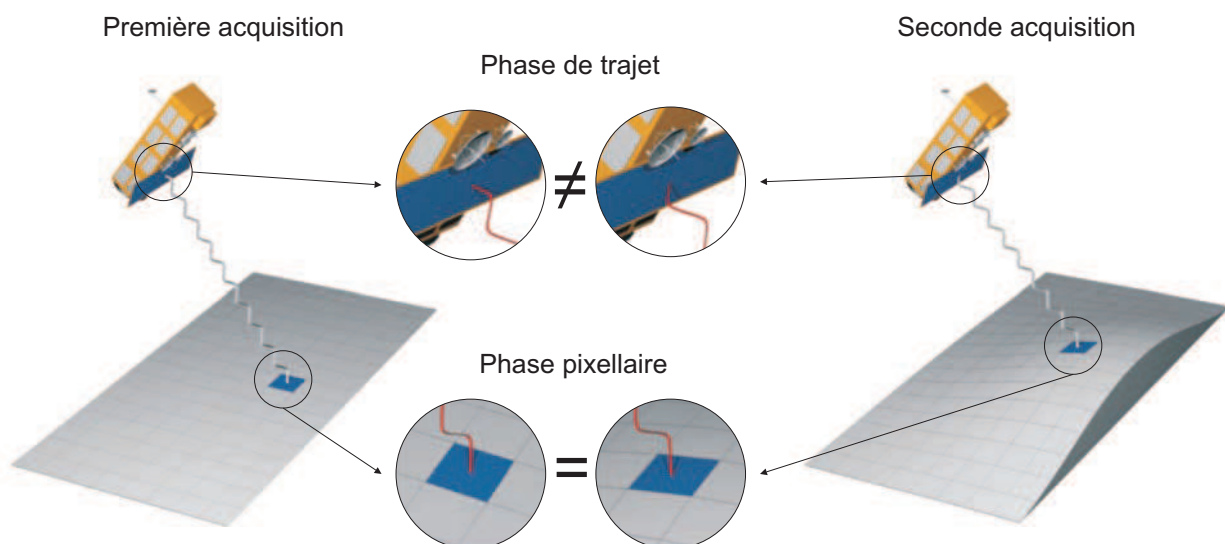
- une information de phase, qui correspond au déphasage entre l'onde radar rétrodiffusée et une onde de référence générée par l'horloge du satellite.

La phase enregistrée est elle-même la somme de deux effets :

- la phase de trajet, qui dépend du temps qu'a mis le signal pour parcourir le trajet aller-retour entre le satellite et le sol
- la phase pixellaire, qui correspond à la rotation de phase de l'onde lorsqu'elle est rétrodiffusée, et est liée aux propriétés diélectriques et géométriques de la cible.

### 1.3.2 Calcul interférométrique

Dans un cas idéal, c'est-à-dire si la phase pixellaire est restée stable et si les propriétés de l'atmosphère sont restées constantes entre deux acquisitions, il est possible de connaître la variation de la phase de trajet entre les acquisitions. Par ailleurs, si le satellite se retrouve exactement à la même position au moment des deux acquisitions, alors les variations de la phase de trajet correspondront uniquement aux changements de la position de la topographie entre les acquisitions (Fig. 1.2).



**Figure 1.2** – Principes de l'interférométrie radar pour la surveillance des déplacements du sol. Si le satellite revient exactement à la même position et si la phase pixellaire est restée stable entre l'acquisition de la première scène (maîtresse) et de la seconde (esclave), alors la différence des valeurs de phase enregistrées donne accès à la déformation de l'édifice entre les deux dates.

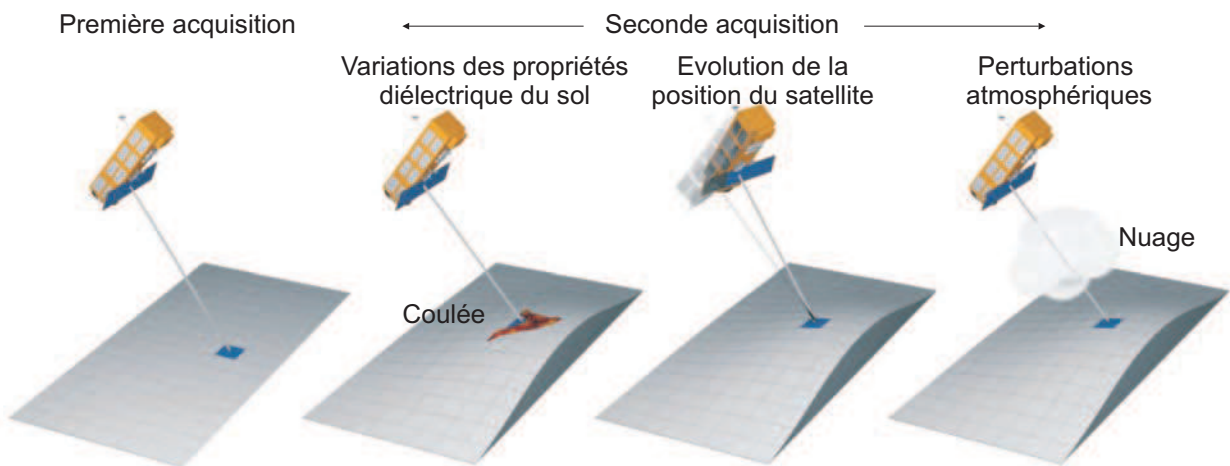
Dans le cas de la surveillance du Piton de la Fournaise, c'est cette différence de phase entre les deux acquisitions qui nous intéresse puisqu'elle permet d'avoir accès à la déformation de l'édifice :

$$\phi_{dep} \equiv \phi_{ImE} - \phi_{ImM}(2\pi) \quad (1.1)$$

où  $\phi_{ImM}$  et  $\phi_{ImE}$  sont respectivement les valeurs de phase enregistrées lors de la première acquisition (image maîtresse) et de la seconde (image esclave), et  $\phi_{dep}$  est la différence entre les phases des pixels correspondant aux deux acquisitions.

Sur cette nouvelle image des différences de phases, appelée interférogramme, les déphasages s'organisent en motifs réguliers appelés franges. Chaque frange correspond à une variation de phase de 0 à  $2\pi$  radians dans l'axe de visée du satellite. La déformation n'est donc connue qu'en radians et modulo  $2\pi$ .

En pratique, plusieurs effets viennent perturber la mesure de déformation. Si les propriétés des réflecteurs ont radicalement changé entre les deux acquisitions, par exemple lorsqu'une coulée de lave se met en place, alors la phase pixellaire sera très différente entre les deux acquisitions. Ces changements de la phase pixellaire rendent le signal inexploitable (voir partie 1.3.4 sur la cohérence, page 21).



**Figure 1.3** – Origines des perturbations du signal de déformation. Les variations des propriétés diélectriques ou de la géométrie du sol peuvent être à l'origine d'une perte de cohérence due au changement de la phase pixellaire. Une trop grande différence entre les positions du satellite entre les deux acquisitions sera la cause de la présence de résidus topographiques ainsi que d'une perte de cohérence sur l'interférogramme final. Les variations des propriétés de l'atmosphère sont souvent la cause de signaux parasites.

Si la phase pixellaire est restée stable entre les deux acquisitions, alors le déphasage calculé entre les deux images provient de trois contributions différentes (Hanssen, 2001) :

- la variation cohérente de position des cibles élémentaires entre les deux prises de vue (composante déplacements  $\phi_{dep}$ ).
- la différence de position de l'antenne radar, relativement à la topographie au moment des deux prises de vue (composantes orbitale  $\phi_{orb}$  et topographique  $\phi_{topo}$ ). La composante orbitale  $\phi_{orb}$  peut être simulée et corrigée de façon relativement satisfaisante si l'on dispose des coordonnées orbitales précises des satellites au moment des deux acquisitions. La composante  $\phi_{topo}$  sera à l'origine des résidus topographique (cf paragraphe suivant).
- les variations du temps de trajet de l'onde radar induites par les variations des propriétés physiques de l'atmosphère entre les deux prises de vue (composante atmosphérique  $\phi_{atmo}$ )

### 1.3.3 Composante topographique et altitude d'ambiguïté

La composante topographique  $\phi_{topo}$  se manifeste, dans l'interférogramme, par des franges d'interférences corrélées à la topographie et dont le nombre est proportionnel à la distance séparant les deux positions successives du satellite, aussi appelée baseline. Massonnet et Rabaute (1993) ont proposé un paramètre quantifiant cette proportionnalité, l'altitude d'ambiguïté, définie comme :

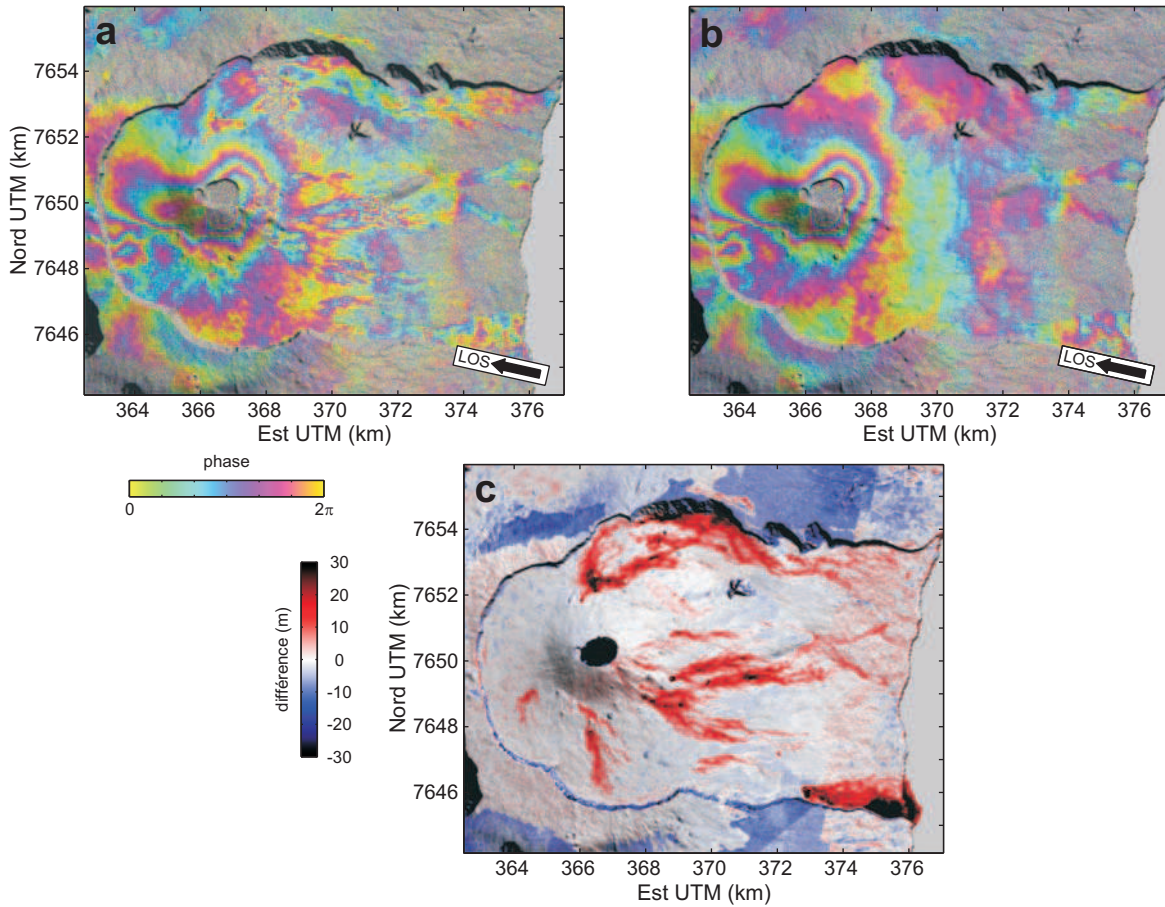
$$h_{2\pi} = \frac{R\lambda\sin\theta}{2B_{\perp}} \quad (1.2)$$

où  $\lambda$  est la longueur d'onde du radar,  $R$  la distance satellite - sol,  $\theta$  l'angle d'incidence de l'onde radar, et  $B_{\perp}$  la composante orthogonale de la baseline. Ces trois derniers paramètres varient dans l'espace image donc  $h_{2\pi}$  est aussi variable dans l'espace image. Ainsi un dénivelé de 100 m se traduira par  $\frac{100}{h_{2\pi}}$  franges dans l'interférogramme.

Dans l'approche « two-pass » du calcul interférométrique (Massonnet et Feigl, 1998), un MNT (modèle numérique de terrain) est utilisé pour simuler et éliminer la composante topographique des interférogrammes. Le MNT est un modèle qui fournit une représentation discrète et de précision limitée de la topographie réelle. Tous les écarts entre cette représentation et la topographie réelle se traduiront dans les interférogrammes par des résidus topographiques. Ces résidus seront d'autant plus forts que l'altitude d'ambiguïté de l'interférogramme sera faible. Ainsi, une erreur de 20 mètres sur le MNT sera à l'origine d'une frange



sur un interférogramme dont l'altitude d'ambiguïté est égale à 20 mètres. La figure 1.4 montre l'influence de la précision du MNT sur la qualité d'un interférogramme.



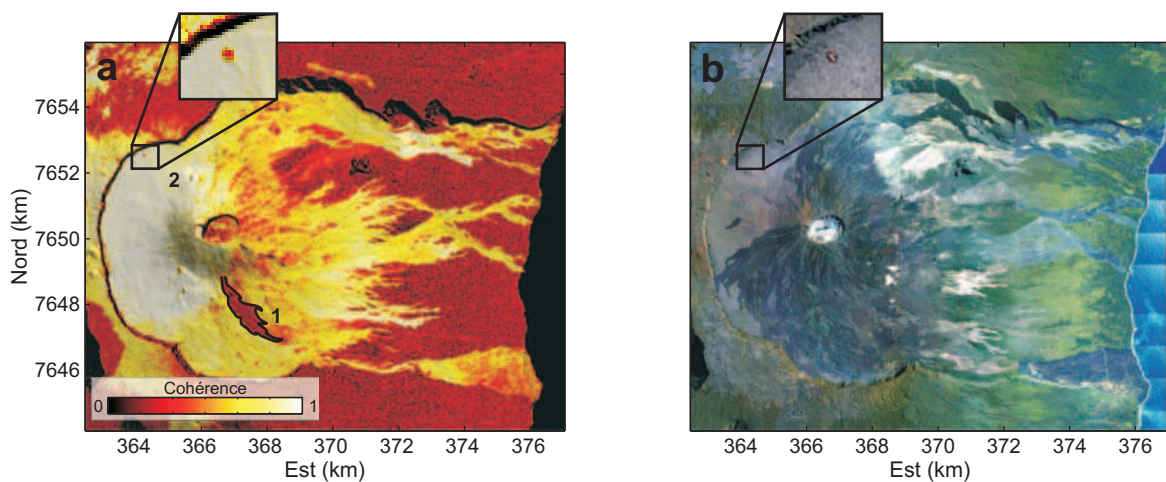
**Figure 1.4** – Origine des résidus topographiques. –**a**– Interférogramme TerraSAR-X SMSD-12980-13147 couvrant la période du 17 au 28 octobre 2009 ( $h_{2\pi} = 39m$ ) calculé avec un MNT IGN de 1997 obtenu par stéréo-photogramétrie. De nombreux résidus topographiques correspondant aux coulées de lave émises après le calcul du MNT (depuis 1997) sont visibles. –**b**– Le même interférogramme calculé avec un MNT Lidar acquis entre 2008 et 2009. Les coulées de laves émises depuis 1997 ont été prises en compte lors de l'acquisition du MNT. Les résidus topographiques ont été en grande partie enlevés. –**c**– Différence entre les deux MNT. Les coulées émises entre 1997 et 2009 sont visibles en rouge. Les zones bleues hors enclos correspondent probablement à des zones végétalisées : en stéréo-photogramétrie (MNT de 1997) on mesure la position de la canopée, alors que le laser utilisé en Lidar permet de mesurer la position du sol sous le couvert végétal. La table de couleurs est saturée et ne prend donc pas en compte l'effondrement du Dolomieu.

Au cours de cette étude, les interférogrammes ont été calculés à l'aide du MNT IGN de 1997, qui ne prend pas en compte les coulées émises depuis 1997. Sur les interférogrammes à altitude d'ambiguïté faible, des résidus topographiques associés à ces coulées seront donc présents. Il sera donc difficile de discriminer les franges correspondant aux résidus topographiques des franges dues à de la subsidence de coulée. A titre d'exemple,

la figure 1.4b montre la présence de franges au niveau de la coulée d'avril 2007 malgré l'utilisation d'un MNT Lidar, acquis entre 2008 et 2009. Ces franges sont donc probablement dues à la déformation de la coulée.

### 1.3.4 Cohérence

Tout changement dans les caractéristiques de rétrodiffusion des cibles élémentaires amène à une modification de la phase pixellaire. De tels changements concernent par exemple des cibles mobiles (végétation, surface d'eau libre), des cibles recouvertes d'un dépôt entre les deux acquisitions (neige, retombées pyroclastiques, coulées de lave) mais aussi l'ouverture d'une fissure éruptive qui changera significativement la géométrie du sol.



**Figure 1.5** – Carte de cohérence d'un interférogramme. –a– Cohérence de l'interférogramme TerraSAR-X couvrant la période du 1<sup>er</sup> septembre au 26 octobre 2010. La zone 1 correspond à une perte de cohérence due à la mise en place de la coulée de l'éruption d'octobre 2010. Le Formica Leo (zone 2) semble être plus faiblement cohérent que le reste de l'Enclos, ce qui pourrait correspondre à un remaniement de la surface du cône de scories par le passage répété des randonneurs. –b– Image Google Earth du Piton de la Fournaise. Les surfaces fortement végétalisées (vertes sur l'image) correspondent à la plupart des zones incohérentes.

La cohérence permet de déterminer les zones les plus propices à la détection d'un signal de déplacement exploitable sur l'interférogramme. Elle est inversement proportionnelle à la variance locale de la phase (Massonnet et Feigl, 1998). Les valeurs de cohérence sont comprises entre 0 et 1 ; les surfaces les plus cohérentes tendent vers une valeur de 1. Elle est un reflet de la stabilité temporelle et spatiale des cibles élémentaires au sol. Elle est fortement dégradée s'il existe une différence trop importante entre les angles d'incidence ( $\theta$ ) lors des deux acquisitions successives ou si les cibles élémentaires de chaque pixel radar ont trop évolué en termes de géométries et de propriétés diélectriques.

## 1.4 Lignes de visée des satellites et distorsions géométriques dues à la topographie

### 1.4.1 Caractéristiques des différents satellites disponibles

Dans cette étude, les images utilisées ont été acquises par trois satellites, ENVISAT, ALOS et TerraSAR-X. Ils évoluent tous les trois le long d'une orbite polaire, et l'on parlera d'image acquise en passe ascendante lorsque l'image est acquise pendant que le satellite se dirige vers le pôle Nord. Une image acquise en passe descendante correspond à une image acquise lorsque le satellite se dirige vers le pôle Sud. Ces trois satellites sont complémentaires et le tableau 1.1 récapitule leurs principales caractéristiques.

Satellite/Mission	ENVISAT	ALOS	TerraSAR-X
Radar	ASAR	PALSAR	TSX/TDX
Agence	ESA	JAXA	DLR
Bande / $\lambda$	Bande C $\lambda = 5.66$ cm	Bande L $\lambda = 23.6$ cm	Bande X $\lambda = 3.5$ cm
Date de lancement	1 mars 2002	24 janvier 2006	15 juin 2007
Temps de revisite (révolution)	35 jours	46 jours	11 jours
Nombre de swaths utilisés sur le Piton de la Fournaise (A/D) <sup>1</sup>	5/5	3/0	1/1

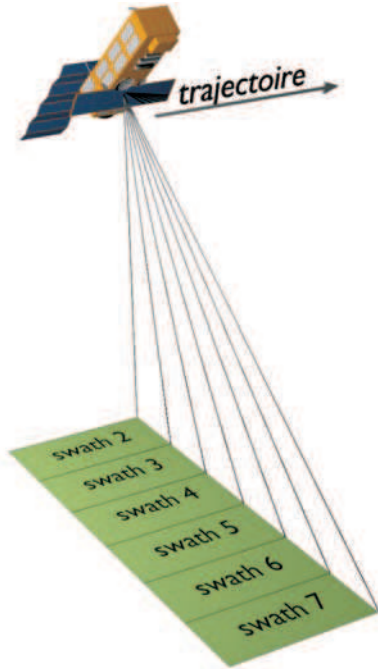
**Table 1.1** – Principales caractéristiques des satellites utilisés dans cette étude.

<sup>1</sup> swath en passe ascendante (A) et descendante (D)

Le temps de revisite d'ENVISAT est de 35 jours, c'est-à-dire que le satellite reviendra à une position donnée au bout de 35 jours. La période la plus courte que couvrira un interférogramme sera donc de 35 jours. Pendant une révolution, ENVISAT tourne 501 fois autour de la Terre en empruntant 501 orbites différentes, appelées tracks. Sur un track donné, le satellite passe toujours au-dessus des mêmes zones. L'antenne radar est orientable selon 7 angles différents, appelés swaths, ce qui permet des acquisitions dans des géométries variées (Fig. 1.6). Les zones couvertes par deux swaths donnés ne se chevauchent pas, et un objet ne pourra donc être observé que dans un seul swath sur un track donné. Chaque couple de swath/track correspondra à une ligne de visée, et seules les images acquises dans une même ligne de visée seront combinables entre elles.

Par convention, nous appellerons les scènes acquises en faisant référence à leur swath, leur track et un numéro correspondant au nombre de tours qu'a fait le satellite autour de la terre depuis son lancement. Par exemple, une scène nommée 7170\_26777 correspond à une image acquise en swath 7 dans le track 170 après avoir fait 26777 fois le tour de la Terre. Les in-

terférogrammes seront nommés de manière similaire : l'interférogramme 7170\_26777\_27278 correspondra à un interférogramme couplant deux images acquises en swath 7 sur le track 170.



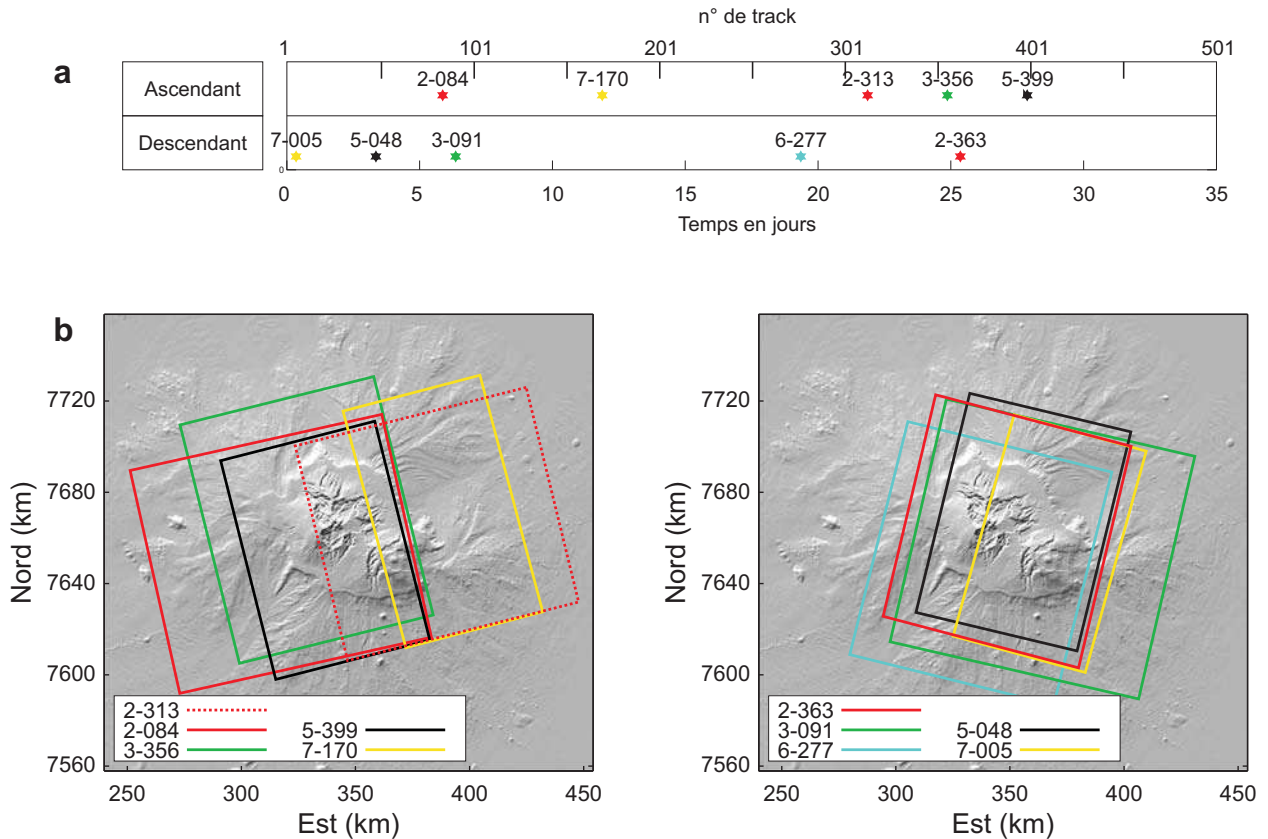
	swath	track	angle d'incidence (°)	$\Delta_A$ (m)	$\Delta_R$ (m)
Ascendant	2	084	25,87	5,74	26,30
	2	313	20,87	5,74	21,48
	3	356	30,54	4,56	18,44
	5	399	39,01	4,6	14,88
	7	170	45,85	4,64	13,77
Descendant	2	363	22,7	5,74	24,28
	3	091	27,5	4,56	20,29
	5	048	36,38	4,61	15,79
	6	277	40,36	5,61	14,47
	7	005	43,94	4,64	13,50

**Figure 1.6** – Caractéristiques des swaths du radar ASAR. Les zones couvertes dans chaque swath ne se chevauchent pas. Le tableau indique la résolution en azimuth  $\Delta_A$  et en distance  $\Delta_R$  en fonction des swaths des images au niveau du cratère Dolomieu.

Tinard (2007) a proposé une étude complète des géométries d'acquisition d'ENVISAT disponibles au Piton de la Fournaise. 14 lignes de visée sont accessibles pour imager l'édifice. Sur la période 2007–2009, les images de la base de données ont été acquises selon 10 lignes de visée différentes : 5 swaths en passe ascendante et 5 en passe descendante. La figure 1.7 montre les limites des acquisitions des géométries utilisées sur cette période.

La longueur d'onde utilisée par le radar PALSAR embarqué à bord du satellite ALOS est de 23.6 cm. Cette longueur d'onde relativement élevée permet d'obtenir un signal radar peu affecté par la végétation, les interférogrammes sont donc cohérents sur la quasi totalité du Piton de la Fournaise. Cependant, seulement 3 lignes de visée en passe ascendante sont disponibles avec PALSAR, dans une géométrie proche du swath 5 d'ENVISAT.

La longueur d'onde utilisée par TerraSAR-X est petite (3.5 cm) et permet d'enregistrer des déplacements de faible amplitude. Deux lignes de visée sont disponibles, une en passe ascendante et l'autre en passe descendante. Les interférogrammes calculés à partir d'images acquises par TerraSAR-X sont de très bonne qualité, mais les données n'ont été acquises



**Figure 1.7** – Dates de passage et limites des acquisitions ASAR-ENVISAT. –**a**– Dates de passage d'ENVISAT au-dessus du Piton de la Fournaise au cours d'une révolution. Les couleurs correspondent à un swath donné. –**b**– Limites des acquisitions ASAR-ENVISAT sur l'île de La Réunion. À gauche en passe ascendante, à droite en passe descendante. Les couleurs des cadres correspondent à un swath donné.

que tardivement après la fin de l'éruption d'avril 2007 et nous ne disposons que de quelques interférogrammes couvrant la période de repos qui a suivi l'éruption.

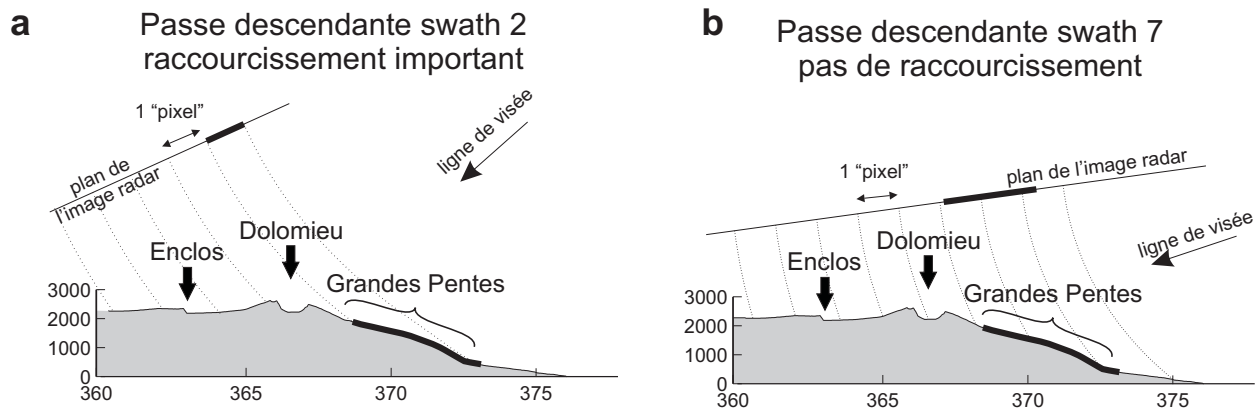
#### 1.4.2 Topographie et distorsions géométriques au Piton de la Fournaise

La présence d'un relief important peut être à l'origine de distorsions géométriques visibles sur les images radar. Ces distorsions dépendent de l'orientation du faisceau radar par rapport à l'orientation de la pente de la topographie, et sont de différentes natures.

Lorsque le flanc d'une montagne est orienté presque perpendiculairement au faisceau radar, les signaux rétrodiffusés par la surface de ce flanc arriveront tous en même temps vers le radar. Le flanc sera représenté par un faible nombre de pixels sur l'image radar, il apparaîtra



donc comme compressé (Fig. 1.8). De plus, comme la totalité de l'énergie rétrodiffusée par le flanc vers le satellite sera condensée dans peu de pixels, ces pixels apparaîtront blancs sur l'image d'amplitude (Fig. 1.10). Ce phénomène est appelé raccourcissement ou foreshortening en anglais (Curlander et McDonough, 1991).

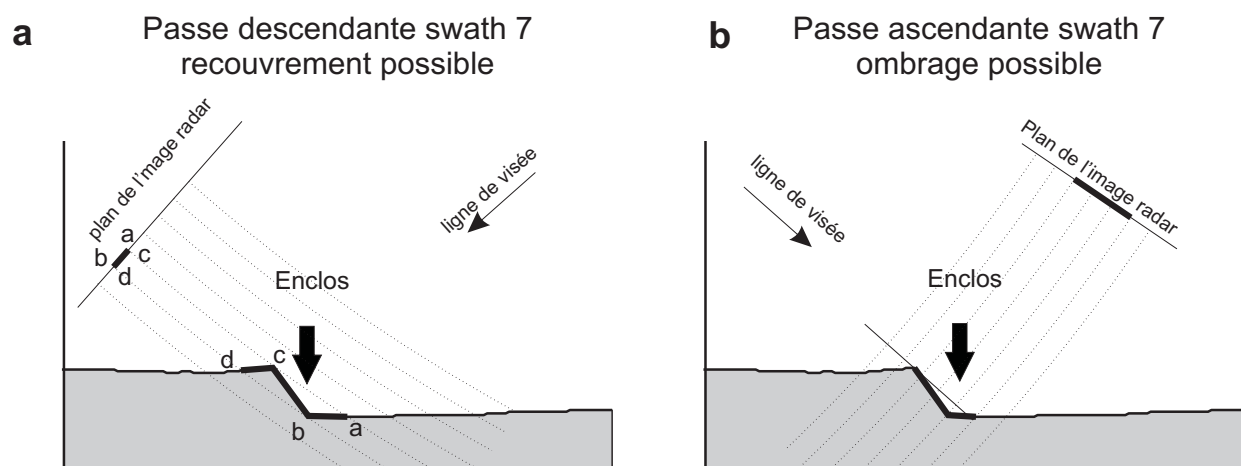


**Figure 1.8** – Raccourcissement (foreshortening) au niveau des Grandes Pentes. –**a**– Si l'angle d'incidence au niveau des Grandes Pentes est presque perpendiculaire à la topographie (ligne de visée descendante swath 2), les Grandes Pentes seront représentées par un faible nombre de pixels sur l'image radar. –**b**– Pour un angle d'incidence plus faible (ligne de visée descendante swath 7), il n'y a pas de phénomène de raccourcissement dans les Grandes Pentes.

Au Piton de la Fournaise, ce phénomène est particulièrement important sur les images acquises en passe descendante avec un angle d'incidence proche de la verticale (swath 2, Fig. 1.6) : dans cette géométrie d'acquisition, le faisceau radar fait un angle d'environ  $85^\circ$  avec la topographie au niveau des Grandes Pentes et dans la partie est du cône central. Les zones de foreshortening y sont très importantes (Fig. 1.10).

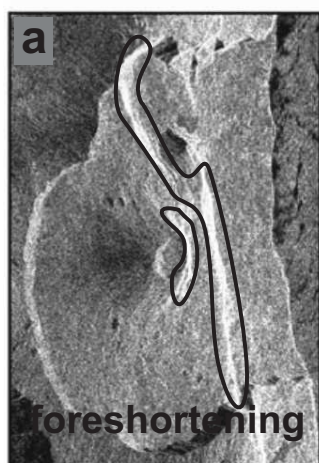
Lorsque la pente locale orientée vers le satellite est plus importante que l'angle de visée du satellite, les échos provenant du sommet de la structure arriveront au niveau de l'antenne radar avant les échos provenant de la base. Les échos des flancs et du sommet seront alors mélangés sur l'image radar et on parlera de recouvrement (layover en anglais, Fig. 1.9). Ce type de distorsion est assez fréquent au niveau de la partie ouest de l'Enclos Fouqué lorsque les images sont acquises en passe descendante avec un angle de visée proche de  $45^\circ$  (swath 7, Fig. 1.6 et figure 1.10).

Enfin, des zones sans signal peuvent apparaître sur l'image radar lorsque le faisceau n'est pas capable d'atteindre le sol à cause d'une zone d'ombre créée par des structures verticales (rebord de falaise par exemple) ou par des pentes très marquées (Fig. 1.9). Ces zones d'ombre sont fréquentes au niveau des remparts de l'Enclos Fouqué pour les images acquises en passe ascendante avec un angle d'incidence fort (swath 5 et 7), mais aussi au niveau du Piton de Crac.

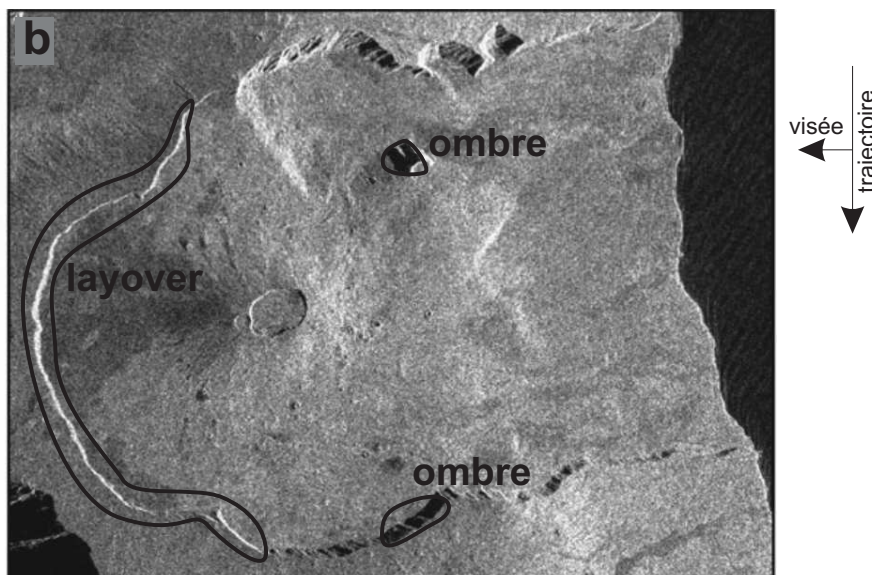


**Figure 1.9** – Recouvrement (layover) et ombre portée au niveau des remparts. –a– En passe descendante, l'écho provenant du point **a** arrivera en même temps que l'écho du point **c**, celui du point **b** en même temps que celui du point **d**. Les signaux correspondant aux segments ab, bc et cd se superposeront. –b– En passe ascendante, le fort dénivelé au niveau des remparts sera responsable d'une zone d'ombre, pour laquelle il ne sera pas possible d'obtenir d'information.

Passe descendante  
swath 2



Passe descendante swath 7



**Figure 1.10** – Exemples de distortions géométriques sur les images radar. –a– Si l'angle d'incidence est faible ( $20^\circ$  pour le swath 2 descendant), les phénomènes de raccourcissement (foreshortening) seront importants et affecteront essentiellement les Grandes Pentes et le flanc est du cône central. –b– Pour des angles d'incidence plus importants ( $43^\circ$  pour le swath 7 descendant), des phénomènes d'ombre portée et de recouvrement (layover) seront plus nombreux. (D'après Tinard (2007))

# Chapitre 2

## Traitement des données InSAR

### 2.1 Déroutement des interférogrammes

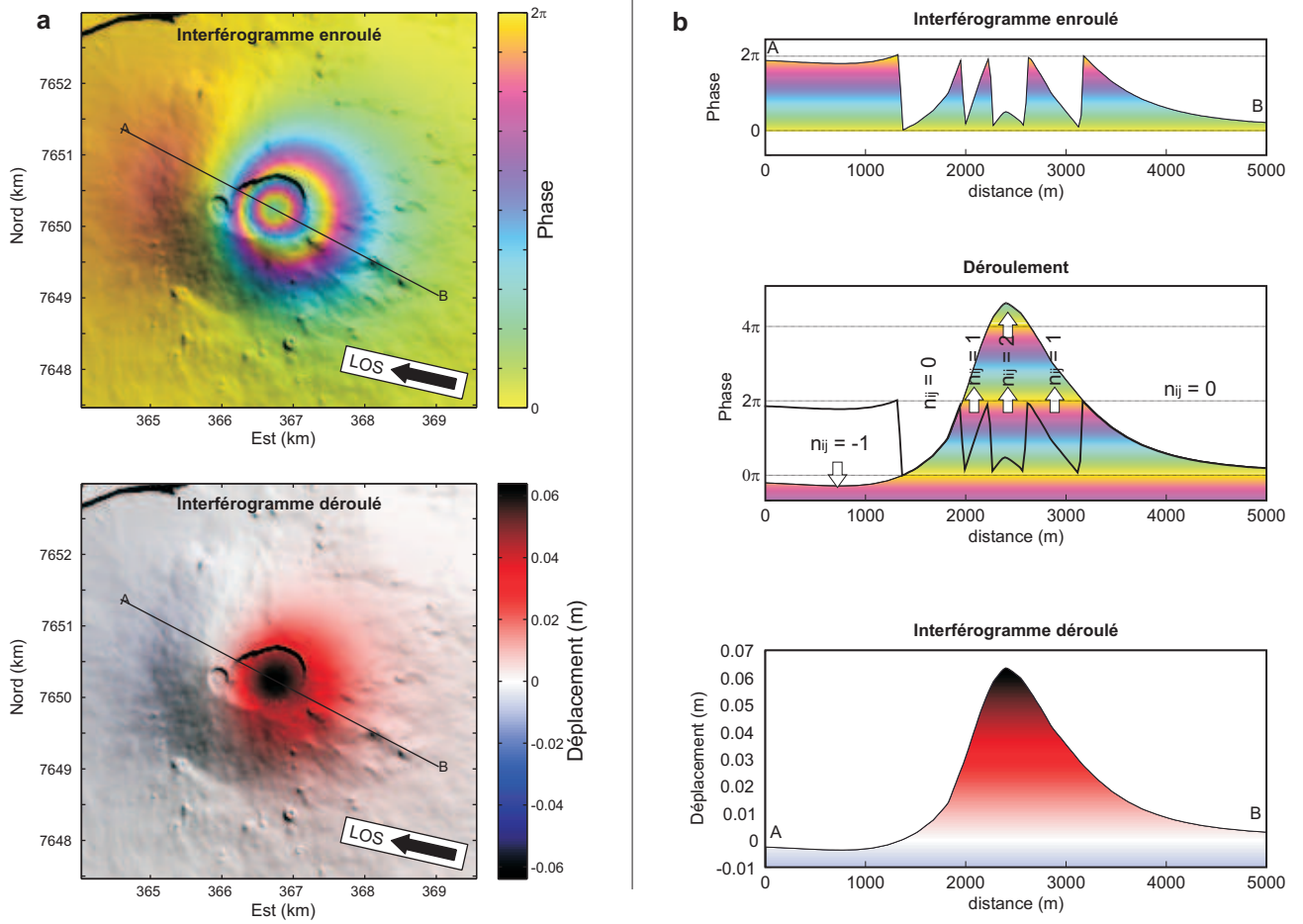
Les déplacements calculés par interférométrie radar ne sont connus que modulo  $2\pi$  et il est possible de les convertir en déplacements absolus le long de la ligne de visée en comptant le nombre de cycles de phases (franges sur les interférogrammes). Cette étape, appelée déroulement, considère que la valeur ambiguë en radians de la phase  $\phi_{ij}$  du pixel de la  $i^{\text{ème}}$  colonne et de la  $j^{\text{ème}}$  rangée, connue à  $2\pi$  près, peut être convertie en valeur déroulée  $u_{ij}$  en mètres selon :

$$u_{ij} = \frac{\lambda}{4\pi} (\phi_{ij} + n_{ij}2\pi) + l \quad (2.1)$$

où  $\lambda$  est la longueur d'onde du signal radar,  $n_{ij}$  est un entier et  $l$  est une constante. Le déroulement consiste à trouver la valeur de  $n_{ij}$  pour chaque pixel de l'interférogramme. Cette valeur est caractéristique de chaque frange, c'est à dire que tous les pixels appartenant à une même frange seront caractérisés par un  $n_{ij}$  identique. La constante  $l$  peut être déterminée soit en considérant que les pixels éloignés de la zone de déformation ne bougent pas ( $u_{ij} = 0$ ) soit directement durant les procédures de modélisation (Masterlark et Lu, 2004; Fukushima et al., 2005), en cherchant la valeur de  $l$  qui minimise l'écart entre le modèle et les données (Chap 5 et 6).

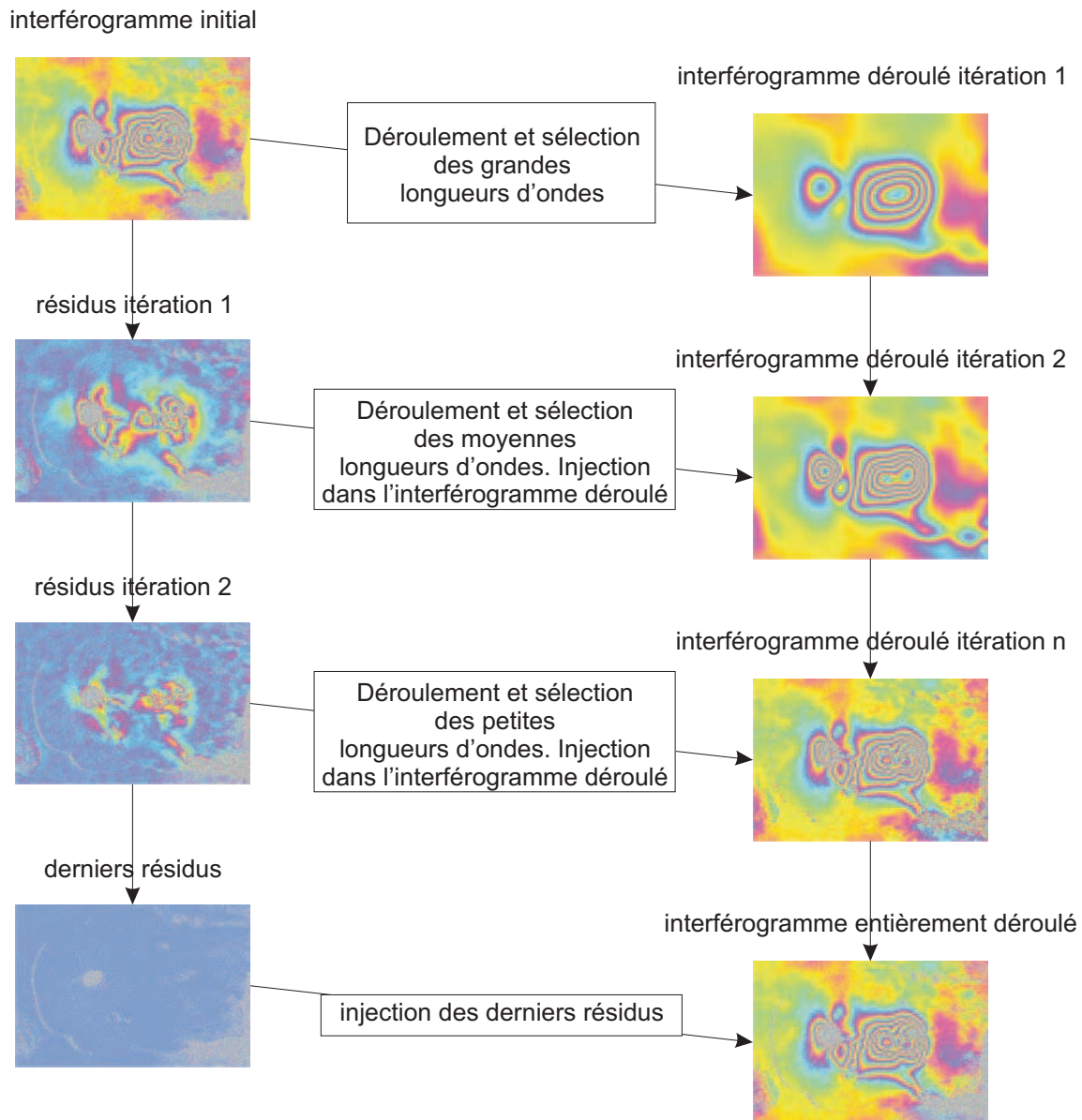
La figure 2.1 montre un exemple de déroulement à partir d'un interférogramme synthétique.





**Figure 2.1** – Principes du déroulement à partir d’un interférogramme synthétique. –a– Interférogramme initial enroulé et interférogramme déroulé. Le trait **AB** représente un trait de coupe dans les valeurs de déplacement. –b– Principes du déroulement : sur l’interférogramme initial, on ajoute à tous les pixels d’une même fringe la valeur  $n_{ij} \times \pi$  où  $n_{ij}$  est un entier, de sorte que les déplacements soient le plus continus possible. Les déplacements sont ensuite convertis en mètres.

En pratique, les interférogrammes sont déroulés selon une procédure itérative articulée autour de l’algorithme SNAPHU (Chen et Zebker, 2000). Le but de cette procédure itérative est de faciliter le déroulement lorsque les gradients de déplacement sont importants et que les franges sont serrées. Elle consiste en un filtrage successif des déplacements présents sur l’interférogramme depuis les déplacements de grande étendue vers les déplacements de plus faible étendue (Fukushima, 2005). À chaque itération, l’interférogramme est déroulé, puis est filtré de sorte à ne garder que les déplacements de plus grande étendue. Ces déplacements sont soustraits de l’interférogramme d’origine puis les résidus obtenus sont de nouveau déroulés dans SNAPHU. D’itération en itération, l’interférogramme déroulé est reconstruit jusqu’à ce que le résidu du dernier déroulement ne contienne plus d’information de déplacements.



**Figure 2.2** – Principes du déroulement itératif. Les étapes du déroulement sont représentées enroulées afin de faciliter la comparaison avec l'interférogramme initial. Cet exemple montre le déroulement d'un interférogramme ALOS couvrant l'éruption d'avril 2007.

En général, les procédures de modélisation nécessitent de travailler sur des interférogrammes déroulés et filtrés pour enlever le bruit de très faible étendue. Afin d'éviter un filtrage supplémentaire, les interférogrammes présentés dans cette étude sont issus de la dernière étape du déroulement itératif, avant que les résidus de plus courte longueur d'onde ne soient ajoutés dans la reconstruction de l'interférogramme.

## 2.2 Composante atmosphérique et rampes orbitales

Froger et al. (2007) ont mené une étude sur les volcans sud-américains à partir d'une base de données ASAR. Ils ont pu évaluer que la composante orbitale maximale était de l'ordre de 5 franges pour un interférogramme de  $100 \times 100$  km. Ramené à l'échelle du Piton de la Fournaise où la zone d'étude est de l'ordre de  $10 \times 10$  km, un maximum de 0,5 franges d'origine orbitale peut être présent, soit de l'ordre de 0,05 franges par km ; la composante orbitale sera donc faible face aux 1,5 à 23,4 franges par km observées lors des éruptions (Tinard, 2007).

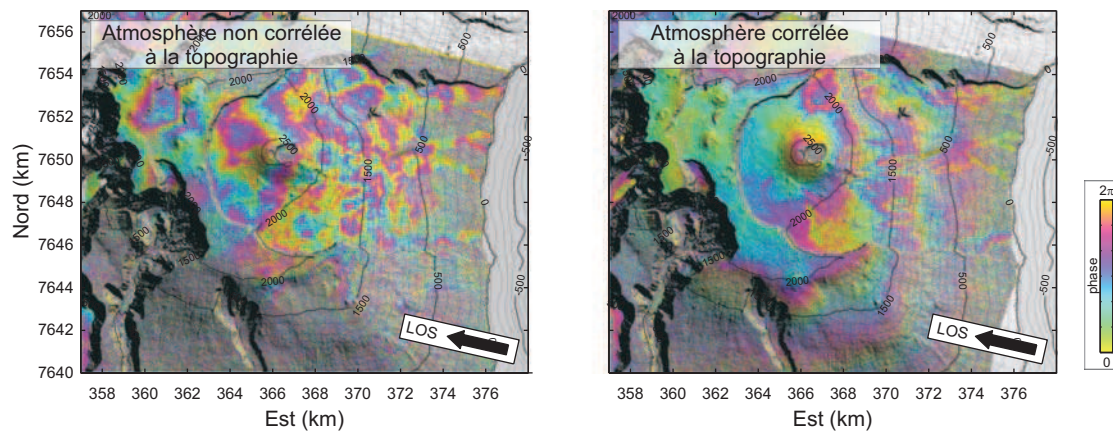
Lors des épisodes inter-éruptifs, le gradient de déplacement est de l'ordre de 0,5 franges par km. Ainsi la composante orbitale pourra représenter au maximum 10% du gradient, ce qui n'est plus négligeable comme dans le cas des déplacements co-éruptifs. Cette composante orbitale peut être modélisée par un plan d'équation  $\phi_{orb} = ax + by + l$ , où  $x$  et  $y$  correspondent au numéros de ligne et de colonne des pixels de l'interférogramme, et  $a$ ,  $b$  et  $l$  sont les coefficients de l'équation du plan. Ce plan sera modélisé et soustrait des interférogrammes en même temps que les effets atmosphériques.

Deux composantes atmosphériques différentes peuvent se superposer : la première est locale et très variable dans l'espace (Fig. 2.3-a), la seconde est horizontalement homogène à l'échelle de l'édifice et est corrélée à la topographie (Fig. 2.3-b).

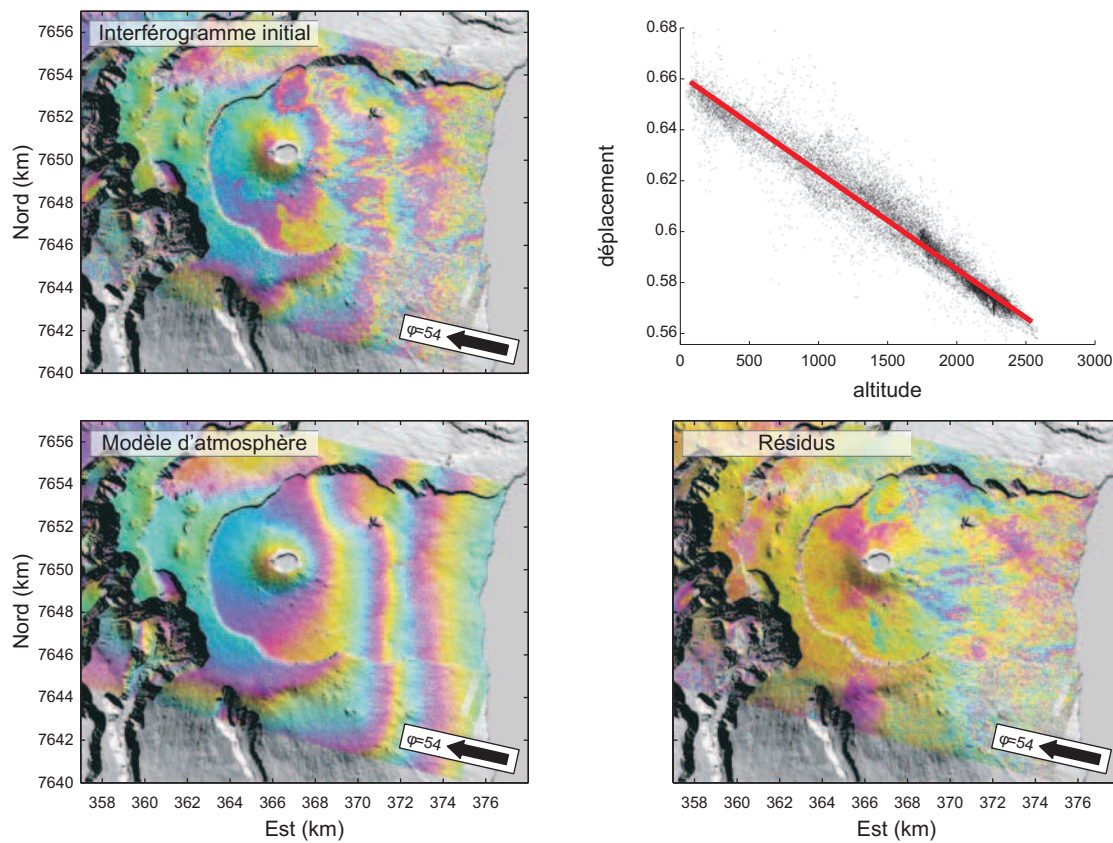
La composante locale est due à des turbulences de l'atmosphère ou des nuages, modifiant localement la vitesse de propagation de l'onde radar. Elle se traduit sur les interférogrammes par un signal aléatoire assimilable à un bruit de moyenne étendue. Cette composante n'est pas modélisable, mais il est possible de la considérer comme un signal aléatoire dont on peut calculer les caractéristiques statistiques. Par exemple, une fonction d'autocorrélation peut être calculée et permet de prendre en compte ces caractéristiques lors des inversions (voir partie 4.3.2 page 76 et Fukushima et al. (2005)).

La seconde composante résulte de variation verticale des indices de réfractivité de l'atmosphère entre deux acquisitions, et est plus facile à modéliser puisqu'elle est corrélée à la topographie (Delacourt et al., 1998; Beauducel et al., 2000a).

Il est possible de modéliser ces effets atmosphériques en reliant les déplacements et l'altitude de manière polynomiale (Beauducel et al., 2000a). Pour cela, les zones incohérentes de l'interférogramme, les zones sujettes aux résidus topographiques ou ayant subi une déformation sont masquées. Les pixels restant sont utilisés afin de chercher la relation entre les



**Figure 2.3** – Deux types de perturbation du signal par des effets atmosphériques. Les deux interférogrammes couvrent une période de 35 jours. Les franges de l'interférogramme de droite suivent la topographie, ce qui n'est pas le cas de celui de gauche.



**Figure 2.4** – Prise en compte des effets atmosphériques corrélés à la topographie. À partir d'un interférogramme et d'un modèle numérique de terrain, on calcule la corrélation entre la valeur des déplacements et l'altitude pour l'ensemble des pixels. À partir du coefficient obtenu, un modèle d'atmosphère est calculé puis retranché de l'interférogramme initial (Résidus).

données déroulées restantes et le modèle numérique de terrain. Un modèle d'atmosphère est ensuite calculé à partir du MNT et soustrait de l'interférogramme.

Pour bien contraindre la relation entre altitude et déplacement, il est nécessaire que l'interférogramme soit cohérent sur de larges zones ne contenant pas de déplacements ni de résidus topographiques, ce qui est rarement le cas au Piton de la Fournaise. Par ailleurs, le cône central correspond au point culminant de la zone étudiée, et il subit régulièrement des déplacements. Lors du calcul du modèle d'atmosphère, le cône sera donc très souvent masqué, et nous n'aurons pas de points de calculs pour les altitudes supérieures à 2000 mètres, altitude correspondant à l'élévation de la base du cône. L'utilisation de relations polynomiales entre déplacement et altitude lors du calcul du modèle d'atmosphère peut donc amener à des corrections inexactes au niveau du cône. Pour éviter ces corrections mal contraintes, nous utiliserons un modèle d'atmosphère le plus simple possible : nous faisons donc l'hypothèse que les effets atmosphériques  $\phi_{atmo}$  et la topographie  $z$  sont reliés de manière linéaire tel  $\phi_{atmo} = cz$  (Fig. 2.4).

Les coefficients du modèle d'atmosphère et la rampe orbitale  $\mathbf{c}$  peuvent être estimés selon :

$$\mathbf{c} = \left(A^T A\right)^{-1} A^T \mathbf{u}_{obs} \quad (2.2)$$

$\mathbf{u}_{obs}$  correspond à un vecteur contenant les pixels non masqués,  $\mathbf{c} = [a, b, c, l]^T$  contient les coefficients du modèle d'atmosphère ( $c$ ), de la rampe orbitale ( $a$  et  $b$ ), et du décalage  $l$  dû au déroulement (Équ. 2.1);  $A$  est une matrice dont une ligne contient les informations de position d'un pixel  $i$  non masqué dans le MNT :  $A_i = [x_i, y_i, z_i, 1]$ .

Le modèle d'atmosphère et de rampe  $\mathbf{m}_{atmo-rampe}$  est ensuite obtenu par :

$$\mathbf{m}_{atmo-rampe} = CA \quad (2.3)$$

puis l'interférogramme final  $\mathbf{u}_{clean}$  est obtenu en soustrayant le modèle aux données originales :

$$\mathbf{u}_{clean} = \mathbf{u}_{obs} - \mathbf{m}_{atmo-rampe} \quad (2.4)$$

La figure 2.4 montre un interférogramme avant la correction atmosphérique, le modèle d'atmosphère ainsi que l'interférogramme corrigé de la composante atmosphérique. Dans cet exemple, les signaux restants correspondent à des résidus topographiques.

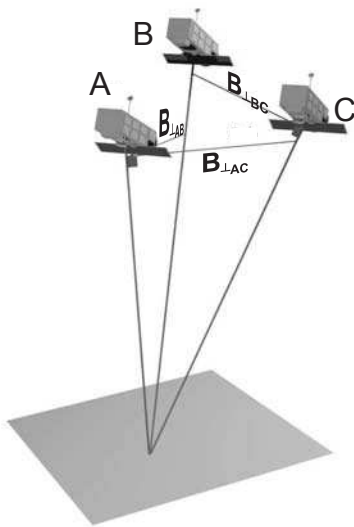


## 2.3 Calcul de séries temporelles

### 2.3.1 Principes généraux

Le calcul interférométrique permet d'estimer les déplacements entre deux scènes, acquises à deux dates données dans une même ligne de visée. Si l'on dispose de  $n$  scènes, il est alors théoriquement possible de calculer  $C_n^2$  interférogrammes différents en combinant toutes les scènes disponibles deux à deux. Ces interférogrammes constitueront une base de donnée redondante. Le calcul de séries temporelles permet d'obtenir une base de donnée plus compacte, où les déplacements sont connus par rapport à une scène de référence (Beauducel et al., 2000a; Lundgren et al., 2001; Berardino et al., 2002), et à partir de laquelle il est possible de recalculer les déplacements entre n'importe quel couple de scènes.

Par ailleurs, les interférogrammes ayant une longue baseline temporelle  $B_t$ , c'est à dire pour lesquels les deux scènes ont été acquises à des dates éloignées, sont généralement faiblement cohérents, et le calcul direct d'un interférogramme couvrant une grande période ne donne généralement pas de résultats satisfaisants. Le calcul en série temporelle permet d'estimer les déplacements sur une grande période en combinant des interférogrammes à faible baseline temporelle (Fig. 2.5). Enfin, la perte de cohérence peut aussi être due à une baseline perpendiculaire  $B_\perp$  trop élevée entre deux acquisitions. Le calcul en série temporelle peut répondre à ce problème de perte de cohérence si l'on combine entre eux des interférogrammes déroulés à faible baseline perpendiculaire (Fig. 2.5).

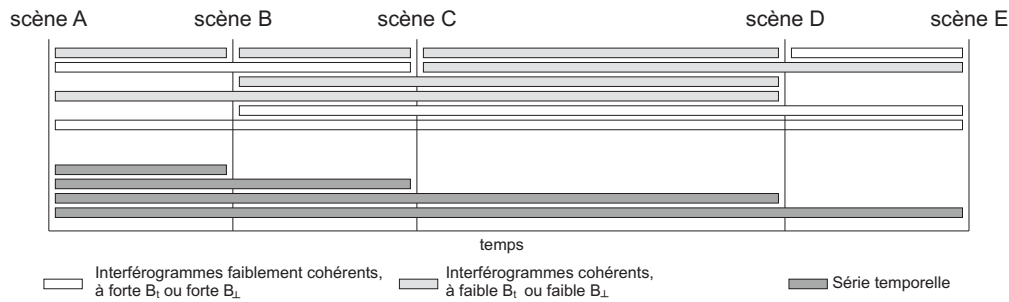


**Figure 2.5** – Principes du calcul par combinaison d'un interférogramme. Trois scènes A, B et C acquises aux temps  $t_a$ ,  $t_b$  et  $t_c$  ( $t_a < t_b < t_c$ ) permettent de calculer 3 interférogrammes différents (AB BC et AC) ayant chacun leur propre baseline perpendiculaire  $B_\perp$ . Considérons que l'interférogramme AC qui a la plus forte baseline temporelle est aussi celui ayant la plus forte baseline perpendiculaire. Il risque donc d'être incohérent, mais il peut être calculé par la combinaison des deux autres interférogrammes aux baselines temporelles et perpendiculaires plus faibles :  $AC = AB + BC$ .

Enfin, les différentes étapes du calcul interférométrique sont susceptibles d'introduire du bruit dans les observations. Grâce à la redondance du jeu de données, le calcul en série temporelle permet d'estimer la variabilité de la base de données et de la prendre en compte dans les procédures de modélisation.

### 2.3.2 Principes mathématiques

Soient A,B,C,D et E, 5 scènes acquises dans une ligne de visée donnée. À partir de ces scènes, 10 interférogrammes peuvent être calculés puis déroulés, possédant chacun leur propre baseline perpendiculaire  $B_{\perp}$  et temporelle  $B_t$ . Seuls seront gardés les  $n$  interférogrammes les plus cohérents.



**Figure 2.6** – Principes du calcul en séries temporelles. 5 scènes A, B, C, D et E permettent de calculer 10 interférogrammes, dont seulement 6 ont des  $B_{\perp}$  et  $B_t$  assez faibles. Le calcul en série temporelle permet de retrouver les déplacements à chaque date par rapport à la scène de référence A.

Soit  $\hat{\mathbf{d}}$  un vecteur contenant les déplacements d'un pixel donné pour chacun des interférogrammes sélectionnés tel que  $\hat{\mathbf{d}} = [\hat{d}_{AB}, \hat{d}_{AC}, \dots, \hat{d}_{DE}]^T$ . On cherche à calculer les déplacements  $\mathbf{d}$  à chaque date par rapport à la date d'acquisition de la scène A :  $\mathbf{d} = [d_{AB}, d_{AC}, d_{AD}, d_{AE}]^T$ .

Soit  $R$  une matrice décrivant les relations entre les scènes pour chaque interférogramme. La colonne correspondant à la scène de référence A est supprimée. Pour chaque interférogramme  $i$ , il est possible de calculer la variance moyenne  $\overline{\sigma_i^2}$  des pixels ne contenant pas de déplacements et d'ordonner ces variances moyennes dans la matrice diagonale  $V$ , telle que  $V_{i,i} = \overline{\sigma_i^2}$ . La variance moyenne calculée sur les pixels ne contenant pas de déplacements nous renseigne sur la variance du bruit.  $\hat{\mathbf{d}}$ ,  $R$  et  $V$  sont donc définies ainsi :

$$\hat{\mathbf{d}} = \begin{pmatrix} \hat{d}_{AB} \\ \hat{d}_{AC} \\ \vdots \\ \hat{d}_{CE} \\ \hat{d}_{DE} \end{pmatrix}, R = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \text{ et } V = \begin{pmatrix} \overline{\sigma_{AB}^2} & 0 & \cdots & \cdots & 0 \\ 0 & \overline{\sigma_{AC}^2} & \ddots & & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & & \ddots & \overline{\sigma_{CE}^2} & 0 \\ 0 & \cdots & \cdots & 0 & \overline{\sigma_{DE}^2} \end{pmatrix} \quad (2.5)$$

La valeur des déplacements  $\mathbf{d}$  pour un pixel donné et pour chaque scène est celle qui permet de minimiser la fonction misfit :

$$\chi^2 = (\hat{\mathbf{d}} - R\mathbf{d})^T V^{-1} (\hat{\mathbf{d}} - R\mathbf{d}) \quad (2.6)$$

$\mathbf{d}$  est alors résolu par calcul matriciel :

$$\mathbf{d} = (R^T V^{-1} R)^{-1} R^T V^{-1} \hat{\mathbf{d}} \quad (2.7)$$

Pour un pixel donné, la matrice de covariance est obtenue selon :

$$\begin{aligned} \Sigma &= [(R^T V^{-1} R)^{-1} \times mse] \\ mse &= \frac{\hat{\mathbf{d}}^T (V^{-1} - V^{-1} R (R^T V^{-1} R)^{-1} R^T V^{-1}) \hat{\mathbf{d}}}{(m - n)} \end{aligned} \quad (2.8)$$

où  $mse$ , est un facteur de mise à l'échelle de la covariance donné par Strang (1986),  $m$  est le nombre d'interférogrammes pris en compte dans le calcul, et  $n + 1$  le nombre de scènes différentes.

Il est aussi possible d'estimer la variance moyenne de chaque interférogramme de la série temporelle :

$$\bar{\Sigma} = (R^T V^{-1} R)^{-1} \quad (2.9)$$

Dans les deux cas, la variance dépend donc du choix des interférogrammes sélectionnés et de leur variance moyenne. Enfin, si l'on considère que le calcul par série temporelle donne la position du sol en fonction du temps, alors le sol est à la position 0 sur la scène de référence ( $d_{AA} = 0$ ), et  $d_{AS} = d_S$  où  $d_S$  est la position du sol sur la scène  $S$ . Dès lors, la variance de l'interférogramme AA est nulle et les covariances entre AA et les autres interférogrammes le sont aussi. Ainsi,  $\mathbf{d}$  et  $\bar{\Sigma}$  peuvent être complétés :

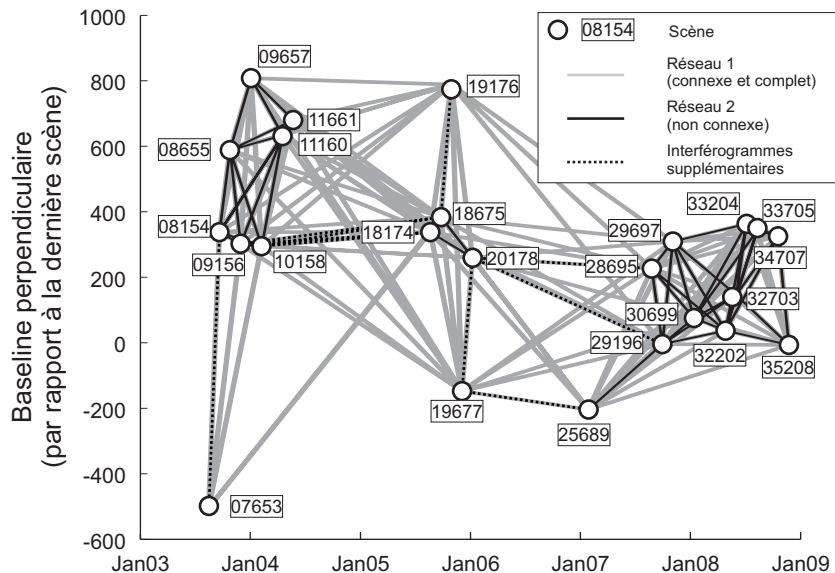
$$\mathbf{d} = \begin{pmatrix} 0 & d_B & d_C & d_D & d_E \end{pmatrix}^T \text{ et } \bar{\Sigma} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \bar{\Sigma} \end{pmatrix} \quad (2.10)$$



### 2.3.3 Conditions nécessaires au calcul de séries temporelles

En pratique, on construit un réseau d'interférogramme, dans lequel chaque scène correspond à un nœud, et chaque interférogramme à un lien (Fig. 2.7). Ce réseau est représenté dans un graphique des baselines perpendiculaires en fonction des baselines temporelles, et est utilisé pour construire la matrice  $R$ . Les interférogrammes sont sélectionnés de sorte que leurs baselines perpendiculaire  $B_{\perp}$  et temporelle  $B_t$  soient inférieures à un seuil déterminé de manière empirique. Afin de permettre le calcul des déplacements pour chaque scène (Équ. 2.7), il est nécessaire de veiller à ce que la matrice  $R$  soit bien conditionnée, ce qui est le cas si le réseau est connexe, c'est-à-dire si chaque scène est reliée directement ou indirectement à toutes les autres (réseau 1, (Fig. 2.7). En pratique, les valeurs de  $B_{\perp}$  et  $B_t$  permettant d'obtenir un réseau connexe sont plus élevées que les valeurs seuil fixées empiriquement. De nombreux interférogrammes incohérents sont alors pris en compte.

Pour palier à ce problème, les valeurs seuil de  $B_{\perp}$  et  $B_t$  sont fixées à des valeurs relativement basse, de sorte que seuls les interférogrammes les plus cohérents soient sélectionnés. Le réseau obtenu n'est alors pas connexe (réseau 2, Fig. 2.7). On ajoute alors manuellement quelques interférogrammes dont les  $B_{\perp}$  et  $B_t$  sont supérieures aux valeurs seuil fixées afin de relier entre eux les différents sous-réseaux (Fig. 2.7), tout en évitant les connexions uniques entre les sous-réseaux.



**Figure 2.7** – Exemple de réseaux d'interférogrammes pour la ligne de visée 2084. Les réseaux 1 et 2 sont obtenus en sélectionnant les interférogrammes selon leurs baselines perpendiculaire  $B_{\perp}$  et temporelle  $B_t$ . (Réseau 1 :  $B_{\perp} < 1000\text{m}$ , et  $B_t < 800\text{j}$ ; Réseau 2 :  $B_{\perp} < 350\text{m}$ , et  $B_t < 280\text{j}$ ). Les interférogrammes représentés par des tirets ont été ajouté au réseau 2 afin de le rendre connexe et de sorte que toutes les scènes soient prises en compte.

Le réseau doit être fermé, c'est-à-dire qu'il faut éviter qu'un nœuds donné ne soit relié au reste du réseau par un seul lien. En effet, la résolution de ce type de configuration est assez mauvaise. Cependant, si des scènes cumulent une forte  $B_{\perp}$  et une forte  $B_t$ , ce type de configuration permet la prise en compte de la scène sans pour autant propager son incertitude au reste du réseau (par exemple la scène 07653 sur la figure 2.7).

## 2.4 Calcul des composantes 3D des déplacements

### 2.4.1 Principes mathématiques

Les interférogrammes donnent accès aux déplacements du sol dans la direction du satellite. Interpréter ces images nécessite donc de connaître la ligne de visée dans laquelle les scènes ont été acquises. Si l'on dispose de plusieurs interférogrammes couvrant la même déformation, mais selon des lignes de visées différentes, il est possible de retrouver les composantes 3D (est-ouest, nord-sud et vertical) des déplacements (Fialko et al., 2001; Wright et al., 2004; Dawson et Tregoning, 2007). L'accès à ces composantes de déplacements est assimilable à un changement de repère : les données InSAR donnent les déplacements dans le repère des lignes de visée, et l'on cherche leur expression dans le repère géographique (Fig. 2.8).

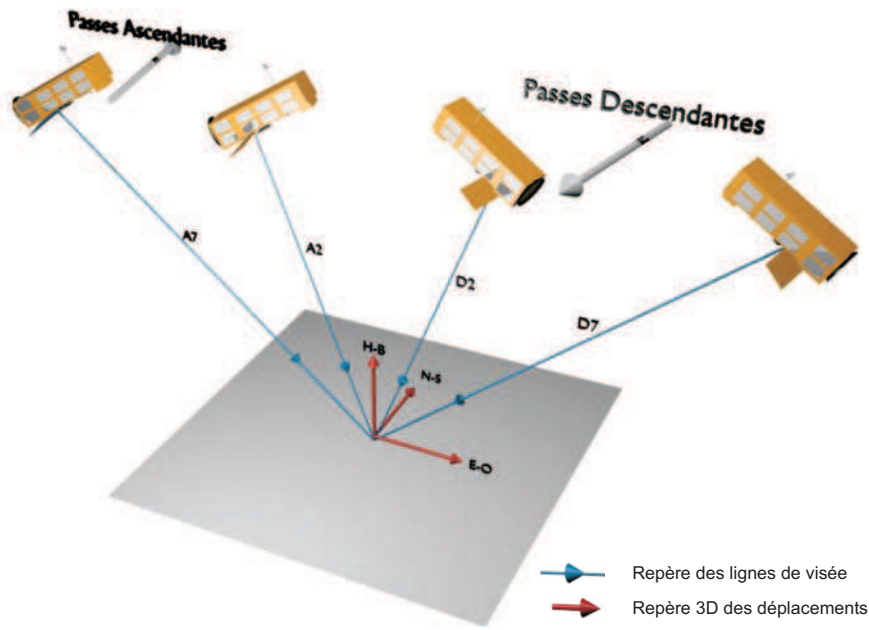
Soient  $\mathbf{d}_{\text{los}} = [d_1, \dots, d_n]^T$  les valeurs de déplacements pour un pixel donné selon  $n$  lignes de visée différentes, et  $V$ , la matrice des variances, définie telle que  $V_{i,i} = \sigma_i$  où  $\sigma_i$  est la variance des déplacements dans la géométrie  $i$  pour le pixel. Comme les interférogrammes dans différentes lignes de visée sont indépendants entre eux, les covariances entre interférogrammes sont nulles. Soit  $L$  une matrice de dimension  $n \times 3$  définie telle chaque ligne de  $L$  contienne le vecteur directeur d'une ligne de visée particulière dans le repère géographique (est-ouest, nord-sud, haut-bas) :  $L_i = [E_i, N_i, U_i]$ . Les composantes des déplacements dans le repère géographique  $\mathbf{d}_{3D} = [d_{EO}, d_{NS}, d_{UD}]^T$  sont celles qui permettent de minimiser la fonction misfit :

$$\chi^2 = (\mathbf{d}_{3D} - L\mathbf{d}_{\text{los}})^T V^{-1} (\mathbf{d}_{3D} - L\mathbf{d}_{\text{los}}) \quad (2.11)$$

$\mathbf{d}_{3D}$  est alors résolue de manière matricielle selon :

$$\mathbf{d}_{3D} = (L^T V^{-1} L)^{-1} L^T V^{-1} \mathbf{d}_{\text{los}} \quad (2.12)$$

Si le calcul est fait avec un nombre de lignes de visée  $n > 3$ , alors le système d'équation est sur-déterminé. La matrice de covariance  $\Sigma_{3D}$  due à cette sur-détermination est alors donnée



**Figure 2.8** – Principes du calcul des composantes 3D des déplacements : les déplacements sont enregistrés dans le repère des lignes de visée A2 A7 D7 et D2, le calcul des composantes revient à exprimer les déplacements dans le repère géographique.

par (Strang, 1986) :

$$\Sigma_{3D} = (L^T V^{-1} L)^{-1} \times mse \quad (2.13)$$

$$\text{avec : } mse = \frac{1}{n-3} \mathbf{d}_{\text{los}}^T (V^{-1} - V^{-1} L (L^T V^{-1} L)^{-1} L^T V^{-1}) \mathbf{d}_{\text{los}}$$

Comme dans le cas du calcul de série temporelle, il est possible d'utiliser à la place de la matrice  $V$  une matrice  $\bar{V}$  contenant les variances moyennes des interférogrammes. La variance moyenne des déplacements dans les trois composantes est donnée par la diagonale de  $\bar{\Sigma}_{3D}$ , définie par :

$$\bar{\Sigma}_{3D} = (L^T \bar{V}^{-1} L)^{-1} \quad (2.14)$$

#### 2.4.2 Lignes de visée et précision par composante

La précision du calcul des déplacements dans le repère géographique dépend des lignes de visée utilisées dans le calcul. Il est possible d'estimer la capacité d'une combinaison de lignes de visée à fournir une bonne estimation des composantes. Si l'on considère que la variance

moyenne de chaque interférogramme est égale à 1, alors l'équation 2.14 devient :

$$\Sigma_{3D} = (L^T L)^{-1} \quad (2.15)$$

Soient  $\varepsilon_x, \varepsilon_y$  et  $\varepsilon_z$  la racine carrée des termes diagonaux de la matrice  $\Sigma_{3D}$ . Ces termes donnent alors une mesure des écarts types dus à la combinaison des lignes de visée sur le calcul de la variance moyenne. Il est enfin possible de déterminer un critère de qualité de la combinaison des lignes de visée équivalant à la DoP (Dilution of Precision) habituellement utilisée pour caractériser la géométrie d'un réseau de satellites GPS (Strang et Borre, 1997), et transposée à la méthode InSAR (Wright et al., 2004) :

$$DoP = \sqrt{\varepsilon_x^2 + \varepsilon_y^2 + \varepsilon_z^2} \quad (2.16)$$

Nombre de swaths	Swaths										$\varepsilon_x$	$\varepsilon_y$	$\varepsilon_z$	DoP
	Ascendants					Descendants								
	A2a	A2b	A3	A5	A7	D2	D3	D5	D6	D7				
4	•		•	•	•						16.59	59.95	2.32	62.25
4						•	•	•		•	963	4232	2.73	4340
4	•		•			•	•				1.2	30.95	3.28	31.15
4	•				•	•				•	0.93	8.95	1.39	9.1
4	•				•		•			•	0.91	9.56	1.54	9.73
6	•			•	•		•		•	•	0.71	9.12	1.54	9.28
6	•			•	•			•	•	•	0.69	10	1.76	10.18
6	•			•	•		•	•		•	0.72	9.36	1.54	9.51
8	•		•	•	•		•	•	•	•	0.63	8.95	1.46	9.09
10	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	0.59	7.85	1.19	7.96

**Table 2.1** – Dilution de Précision (DoP) de différentes combinaisons de lignes de visée.  $\varepsilon_x$ ,  $\varepsilon_y$  et  $\varepsilon_z$  sont respectivement les DoP des composantes est-ouest, nord-sud et verticale. Les combinaisons utilisées dans cette étude sont marquées en gras et grisées. Ce sont les meilleures combinaisons n'utilisant pas les swaths D2 et D3, pour lesquels les phénomènes de raccourcissement (foreshortening) sont très importants.

Le tableau 2.1 montre que plus le nombre de lignes de visée considérées est important, plus la DoP diminue. D'autre part, plus les lignes de visée sélectionnées ont des angles d'incidences variés, plus la DoP diminue. Enfin, la DoP est d'autant plus faible que les lignes de visée sont également réparties entre les passes ascendantes et descendantes.

Quelle que soit la combinaison utilisée,  $\varepsilon_y$  est beaucoup plus élevée que  $\varepsilon_x$  et  $\varepsilon_z$ . Cette valeur forte est due au fait que les satellites utilisés en InSAR ont des orbites polaires et les observations sont faites perpendiculairement à la trajectoire. La composante nord-sud  $N_i$  du vecteur de la ligne de visée sera donc proche de 0 pour toutes les lignes de visée. Ainsi, les interférogrammes seront donc très peu sensibles aux déplacements nord-sud.

À cause des zones de foreshortening et de layover, les swaths descendants  $D2$  et  $D3$  ne couvrent pas la totalité du cône central et des Grandes Pentes. Les combinaisons regroupant ces lignes de visée seront écartées du calcul des composantes 3D. Les combinaisons les plus favorables au calcul des composantes 3D sont marquées en gras dans le tableau 2.1.

# Chapitre 3

## Interpolation temporelle des interférogrammes

### Résumé

La méthode d'interpolation permet de rendre les interférogrammes de plusieurs lignes de visée temporellement compatibles entre eux. Cette méthode se base sur la recherche d'une relation reliant les déplacements au temps dans chaque ligne de visée. Les déplacements sont ensuite recalculés entre deux dates, identiques pour toutes les lignes de visée. Différentes méthodes d'interpolation par parties sont examinées (linéaire par parties, spline cubique et interpolation par spline d'Hermite), ainsi que deux méthodes d'interpolation par ajustement des données par une exponentielle, utilisable si l'on a un *a priori* sur la dynamique des déplacements. Pour chaque méthode, une attention particulière a été apportée à l'estimation de la variance de l'interférogramme interpolé.

Les différentes méthodes d'interpolation ont été testées sur un jeu de données synthétiques reproduisant les déplacements d'une source dont la dynamique et les paramètres géométriques sont fixés. Elles sont ensuite comparées entre elles afin d'en dégager les principales qualités. Les interférogrammes interpolés ainsi que leur variance estimée sont enfin utilisés dans deux situations afin de quantifier l'apport de l'interpolation : elle permet d'améliorer la précision du calcul des composantes 3D des déplacements ainsi que les résultats de modélisation.

### 3.1 Introduction

La combinaison d'interférogrammes acquis selon plusieurs géométries permet de retrouver les composantes 3D des déplacements mais aussi de mieux contraindre les modèles de

déplacements (Wright et al., 2004). Cependant, ces combinaisons nécessitent que les déplacements enregistrés soient les mêmes dans toutes les lignes de visée. Cette condition est vérifiée si les déplacements ont été rapides par rapport à la durée séparant deux acquisitions. Si les déplacements se poursuivent sur plusieurs acquisitions, alors les interférogrammes des différentes géométries couvrant l'événement ne contiennent pas forcément les mêmes déplacements et leur combinaison n'est plus possible.

Les méthodes d'interpolation permettent d'homogénéiser les périodes couvertes par les interférogrammes acquis dans différentes géométries en calculant la quantité de déplacement sur une période identique. Les interférogrammes ainsi reconstruits sont temporellement compatibles.

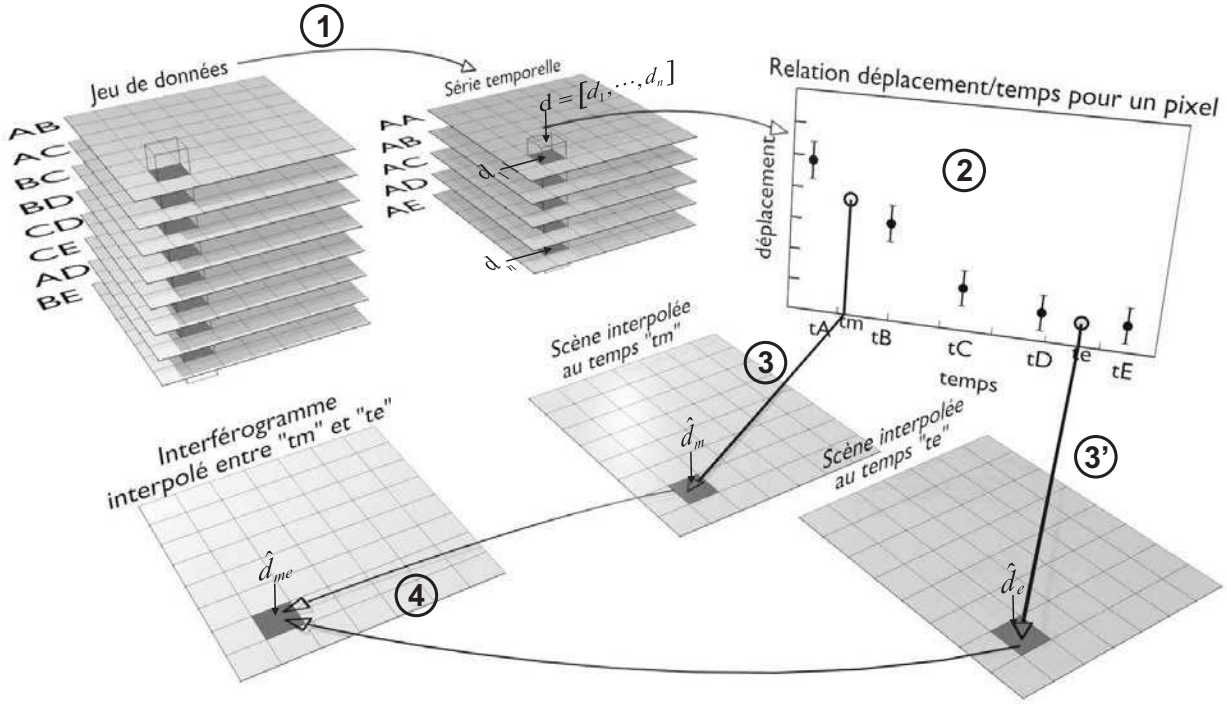
Nous verrons différentes méthodes d'interpolation par parties, faisant appel soit à des interpolateurs linéaires soit à des interpolateurs cubiques (Spline cubique, interpolation cubique d'Hermite). Une interpolation fonctionnelle basée sur une fonction exponentielle sera aussi présentée. Pour chacune des méthodes, on proposera un moyen d'estimer la variance de l'interférogramme interpolé. Enfin, les méthodes d'interpolation seront testées sur une base de données synthétiques, d'une part, afin d'estimer les apports de l'interpolation pour le calcul des composantes 3D des déplacements, et, d'autre part, afin de quantifier le gain de précision lors des inversions de géométrie de source.

## 3.2 Méthodes d'interpolation

Les méthodes que nous présentons, mises en œuvre pixel par pixel, permettent de reconstituer les cartes de déplacements dans une ligne de visée donnée entre deux dates quelconques. La construction d'un interférogramme interpolé à partir d'un jeu d'interférogrammes complet comprend plusieurs étapes (Fig. 3.1).

La première étape est un calcul de série temporelle<sup>1</sup>(Lundgren et al., 2001) à partir des interférogrammes déroulés. Ce calcul permet de connaître pour un pixel donné la position du sol pour chaque scène par rapport à une scène de référence. Nous appellerons  $\mathbf{d} = [d_1, \dots, d_n]^T$  le vecteur de déplacement obtenu par calcul de série temporelle pour un pixel donné aux temps  $\mathbf{t} = [t_1, \dots, t_n]^T$ .

La seconde étape consiste à trouver une fonction  $f$  permettant de relier les déplacements  $\mathbf{d}$  et le temps. La troisième étape utilise la fonction  $f$  précédente pour interpoler les déplacements à n'importe quelle date. Soient  $t_m$  et  $t_e$  les dates des images maîtresse et esclave entre



**Figure 3.1** – Principes de l'interpolation temporelle d'un interférogramme. Les plans gris correspondent à une image et le quadrillage délimite les pixels. Les lettres A,B,...,E correspondent à des scènes, les couples de lettres, par exemple AB, correspondent à un interférogramme. Les différentes étapes de l'interpolation sont réalisées pixel par pixel. ① : calcul des déplacements  $\mathbf{d} = [d_1, \dots, d_n]$  pour chaque scène par série temporelle. ② : loi reliant le temps et les déplacements pour un pixel donné. Les points noirs du graphique correspondent aux déplacements pour chaque scène calculés par série temporelle. ③ et ③' : interpolation des déplacements  $\hat{d}_m$  et  $\hat{d}_e$  pour les dates maîtresse ( $t_m$ ) et esclave ( $t_e$ ) de l'interférogramme final (ronds blancs). ④ : calcul de l'interférogramme interpolé final :  $\hat{d}_{me} = \hat{d}_e - \hat{d}_m$ .

lesquelles on veut connaître les déplacements. Nous appellerons  $\hat{d}_m$  et  $\hat{d}_e$  les déplacements interpolés à ces dates. La différence des deux valeurs de déplacement permet donc d'estimer les déplacements  $\hat{d}_{me}$  entre les deux dates (Fig 3.1, étape ④). L'interférogramme interpolé est reconstruit en réitérant les calculs pour chaque pixel.

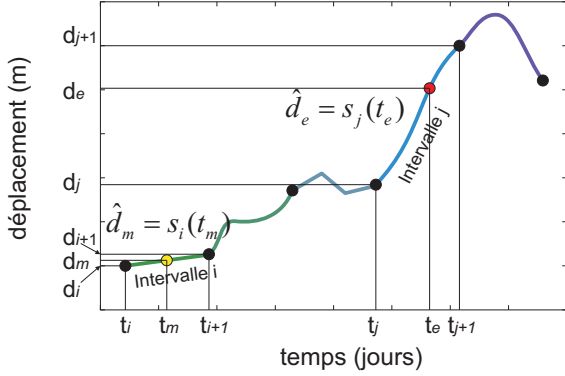
### 3.2.1 Interpolations par parties, généralités

Les méthodes d'interpolation par parties consistent à interpoler les déplacements entre deux acquisitions successives. Sur chaque intervalle de temps défini tel que  $t \in [t_k, t_{k+1}]$ ,

1. La section 2.3 à la page 33 détaille la méthode du calcul des séries temporelles.



les déplacements sont décrits par une fonction simple  $s_k(t)$ , passant par les observations (Fig. 3.2).



**Figure 3.2** – Principes de l'interpolation par parties pour un pixel donné. Les points noirs correspondent aux déplacements de la série temporelle. Entre chaque point, une fonction  $s_k$  décrit le comportement des déplacements en fonction du temps. Les déplacements interpolés pour les dates  $t_m$  et  $t_e$  sont indiqués par des ronds de couleur.

Admettons pour l'instant qu'il est possible d'exprimer  $s_k(t)$  comme une somme pondérée des déplacements de la série temporelle  $\mathbf{d}$ .  $s_k(t)$  peut donc s'exprimer pour  $t \in [t_k, t_{k+1}]$  selon :

$$s_k(t) = \sum_{i=1}^n a_{ki}(t) d_i = \mathbf{a}_k \mathbf{d} \quad (3.1)$$

où  $\mathbf{a}_k$  est un vecteur contenant les coefficients de pondération des déplacements de la série temporelle et est une fonction de  $t$  et des dates de la série temporelle :  $\mathbf{a}_k = f(t, t_1, \dots, t_n)$ .

Soit  $t_s \in [t_k, t_{k+1}]$  le temps de la scène pour laquelle on souhaite obtenir des déplacements interpolés  $\hat{d}_s$ , on notera par la suite  $\mathbf{a}_k(t_s) = \mathbf{a}_s$ . On écrit donc :

$$\hat{d}_s = s_k(t_s) = \mathbf{a}_s \mathbf{d} \quad (3.2)$$

Si  $s_i$  et  $s_j$  sont les fonctions décrivant les variations des déplacements d'un pixel donné au niveau des intervalles  $[t_i, t_{i+1}]$  et  $[t_j, t_{j+1}]$ , alors les déplacements interpolés  $\hat{d}_{me}$  de ce pixel entre une date maîtresse  $t_m$  appartenant à l'intervalle  $[t_i, t_{i+1}]$  et une date esclave  $t_e$  appartenant à l'intervalle  $[t_j, t_{j+1}]$  seront calculables par :

$$\hat{d}_{me} = s_j(t_e) - s_i(t_m) = \hat{d}_e - \hat{d}_m = \mathbf{a}_e \mathbf{d} - \mathbf{a}_m \mathbf{d} \quad (3.3)$$

En factorisant cette différence par les valeurs des déplacements de la série temporelle,  $\hat{d}_{me}$  peut être écrit sous la forme d'une somme pondérée des déplacements de la série temporelle, où les coefficients de pondération sont  $\mathbf{a}_{me} = \mathbf{a}_e - \mathbf{a}_m$  :

$$\hat{d}_{me} = \mathbf{a}_{me} \mathbf{d} \quad (3.4)$$

Comme  $\mathbf{a}_m = f(t_m, t_1, \dots, t_n)$  et  $\mathbf{a}_e = f(t_e, t_1, \dots, t_n)$ , alors  $\mathbf{a}_{me}$  ne dépendra que de  $t_m, t_e$  et de  $t_1, \dots, t_n$ . Ces coefficients seront donc identiques pour tous les pixels de l'interférogramme à interpoler. Notons maintenant  $\mathbf{D}$ , une matrice contenant les valeurs des déplacements mesurés pour tous les pixels de tous les interférogrammes de la série temporelle, et  $\hat{\mathbf{D}}$ , un vecteur contenant les valeurs des déplacements de l'interférogramme interpolé pour tous les pixels.  $\mathbf{D}$  et  $\hat{\mathbf{D}}$  sont donc définis tels que :

$$\mathbf{D} = \begin{pmatrix} d_{1,1} & \cdots & d_{1,m} \\ \vdots & & \vdots \\ d_{n,1} & \cdots & d_{n,m} \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad \hat{\mathbf{D}} = \begin{pmatrix} \hat{d}_{me}^1 & \cdots & \hat{d}_{me}^m \end{pmatrix} \quad (3.5)$$

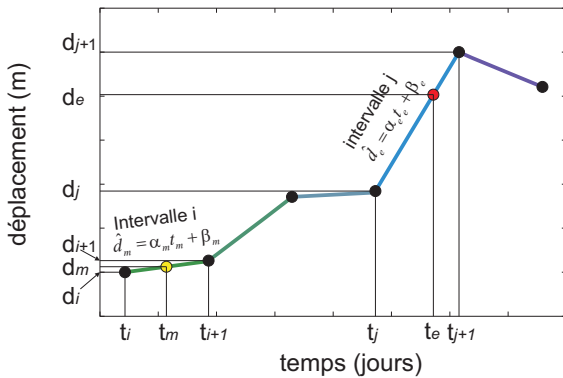
où  $d_{i,j}$  est la valeur des déplacements de la série temporelle pour le  $i^{\text{ème}}$  pixel à la  $j^{\text{ème}}$  date, et  $\hat{d}_{me}^i$  correspond à la valeur des déplacements interpolés pour le  $i^{\text{ème}}$  pixel. Le calcul de l'interférogramme interpolé entier peut alors se résumer à un simple produit matriciel :

$$\hat{\mathbf{D}} = \mathbf{a}_{me} \mathbf{D} \quad (3.6)$$

Nous montrerons par la suite comment les interpolations par parties utilisées dans cette étude permettent d'écrire les déplacements interpolés  $\hat{d}_{me}$  comme une somme pondérée des déplacements  $\mathbf{d}$  issus du calcul de série temporelle. Trois formes d'interpolation par parties seront détaillées par la suite, chacune présentant des avantages différents. Nous expliciterons pour chacune des méthodes d'interpolation, l'expression du vecteur de pondération  $\mathbf{a}_{me}$ .

### 3.2.2 Interpolation linéaire par parties

Pour chaque pixel, on considère que le taux de déplacement est constant entre deux scènes successives. L'interpolateur consiste en une succession de segments de droites (Fig. 3.3).



**Figure 3.3** – Principes de l'interpolation linéaire par parties. Entre deux dates successives de la série temporelle (points noirs), les déplacements évoluent de manière linéaire. Les déplacements interpolés pour les dates  $t_m$  et  $t_e$  sont indiqués par des ronds de couleur.

Soit  $s_k(t)$  l'interpolateur pour  $t$  dans l'intervalle  $[t_k, \dots, t_{k+1}]$ .  $s_k(t)$  peut être exprimé selon :

$$s_k(t) = \alpha_k t_s + \beta_k \quad \text{avec} \quad \alpha_k = \frac{d_{k+1} - d_k}{t_{k+1} - t_k} \quad \text{et} \quad \beta_k = d_k - \frac{d_{k+1} - d_k}{t_{k+1} - t_k} t_k \quad (3.7)$$

En remplaçant  $\alpha_k$  et  $\beta_k$  par leur valeur, puis en factorisant par  $d_k$  et  $d_{k+1}$ ,  $s_k$  peut s'exprimer selon :

$$s_k(t) = \frac{t_{k+1} - t_s}{t_{k+1} - t_k} d_k + \frac{t_s - t_k}{t_{k+1} - t_k} d_{k+1} \quad \text{avec} \quad t \in [t_k, t_{k+1}] \quad (3.8)$$

Le vecteur  $\mathbf{a}_s$  de pondération pour le temps  $t_s \in [t_k, \dots, t_{k+1}]$  s'écrit donc :

$$\mathbf{a}_s = \left( 0, \dots, 0, \frac{t_{k+1} - t_s}{t_{k+1} - t_k}, \frac{t_s - t_k}{t_{k+1} - t_k}, 0, \dots, 0 \right)$$

Ainsi, la différence des déplacements  $\hat{d}_{me}$  interpolés entre les deux dates  $t_m$  et  $t_e$  peut alors s'exprimer sous la forme d'une combinaison linéaire des déplacements  $\mathbf{d}$  de la série temporelle :

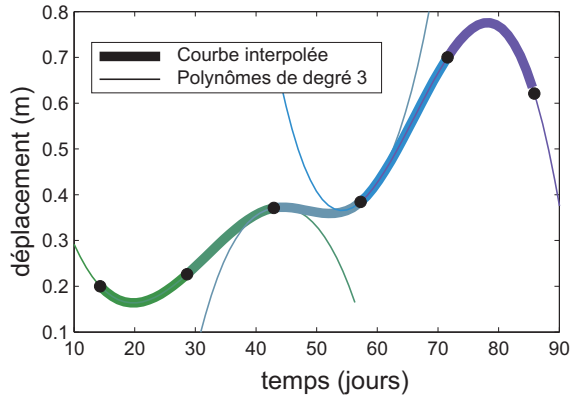
$$\hat{d}_{me} = \hat{d}_e - \hat{d}_m = (\mathbf{a}_e - \mathbf{a}_m) \mathbf{d} = \mathbf{a}_{me} \mathbf{d}$$

### 3.2.3 Interpolation par Spline Cubique

L'interpolation par spline cubique consiste à modéliser les déplacements entre deux dates successives de la série temporelle par une équation cubique, donnés par :

$$s_k(t) = s_{k,0} + s_{k,1}(t - t_k) + s_{k,2}(t - t_k)^2 + s_{k,3}(t - t_k)^3 \quad t \in [t_k, t_{k+1}] \quad (3.9)$$

où  $s_{k,i}$  correspond au coefficient du polynôme pour le degré  $i$ .



**Figure 3.4** – Principes de l'interpolation par spline cubique. Entre deux dates successives de la série temporelle (points noirs), les déplacements évoluent selon une équation cubique, telle que les dérivées et les dérivées secondes soient continues au niveau des points de la série temporelle.

L'équation d'interpolation est de plus soumise à des contraintes de continuité de la fonction  $s_k$ , ainsi qu'à des contraintes de continuité de ses dérivées premières et secondes. Ces contraintes s'écrivent :

$$\left. \begin{array}{l} s_k(t_k) = d_k \\ s_k(t_{k+1}) = s_{k+1}(t_{k+1}) \\ s'_k(t_{k+1}) = s'_{k+1}(t_{k+1}) \\ s''_k(t_{k+1}) = s''_{k+1}(t_{k+1}) \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{La courbe passe par tous les points (continuité)} \\ \text{Les dérivées premières et secondes sont continues (lissage)} \end{array} \quad (3.10)$$

La détermination de l'expression du vecteur de pondération  $\mathbf{a}_{me}$  fait appel à différentes étapes de la construction du spline cubique proposée par de Boor (1978). Elle est détaillée à l'annexe A.1.1 page 337 et montre qu'il est possible d'exprimer la valeur des déplacements interpolés  $\hat{d}_s$  à la date  $t_s$  sous la forme :

$$\hat{d}_s = s_k(t_s) = \mathbf{a}_s \mathbf{d} \quad \text{avec} \quad \mathbf{a}_s = f(t, t_1, \dots, t_n) \quad \text{et} \quad t_s \in [t_k, t_{k+1}] \quad (3.11)$$

Les coefficients  $\mathbf{a}_s$  dépendent de l'ensemble des  $t_k$ , ce qui implique que la présence d'un seul point aberrant ou fortement bruité aura une influence sur l'interpolateur dans son ensemble. Par conséquent, l'interpolation par spline cubique peut-être amenée à onduler fortement d'un segment à l'autre (l'explication des ondulations est donnée à la figure 3.6 page 49).

De même que pour l'interpolation linéaire par parties, la différence des déplacements  $\hat{d}_{me}$  interpolés entre les deux dates  $t_m$  et  $t_e$  peut alors s'exprimer sous la forme d'une combinaison linéaire des déplacements  $\mathbf{d}$  de la série temporelle :

$$\hat{d}_{me} = \hat{d}_e - \hat{d}_m = (\mathbf{a}_e - \mathbf{a}_m) \mathbf{d} = \mathbf{a}_{me} \mathbf{d}$$

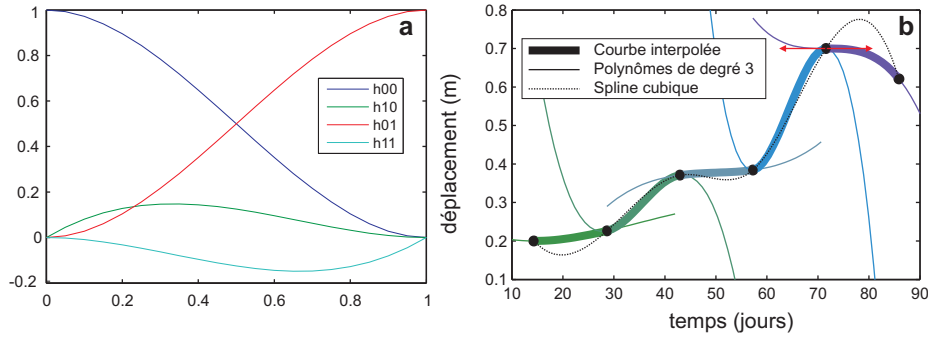
### 3.2.4 Interpolation par Spline Cubique d'Hermite

L'interpolation par spline cubique présentée ci-dessus contient parfois des ondulations de forte amplitude (Fig. 3.6), ce qui la rend peu fiable (Fritsch et Carlson, 1980). L'interpolation par Spline Cubique d'Hermite (Piecewise Cubic Hermite Interpolating Polynomial ou PCHIP), très similaire à l'interpolation par spline cubique, a été développée afin de palier à cet inconvénient (Fritsch et Carlson, 1980; Catmull et Rom, 1974). Aucune condition n'est imposée sur la continuité des dérivées secondes au niveau des points, seule est imposée la continuité des dérivées premières. Ce type d'interpolation est construit sur la combinaison

linéaire de 4 polynômes unitaires de degré 3  $h_{00}(\tau)$ ,  $h_{10}(\tau)$ ,  $h_{01}(\tau)$  et  $h_{11}(\tau)$ , tels que :

$$\begin{aligned} h_{00}(\tau) &= 2\tau^3 - 3\tau^2 + 1 & h_{01}(\tau) &= -2\tau^3 + 3\tau^2 & \tau \in [0, 1] \\ h_{10}(\tau) &= \tau^3 - 2\tau^2 + \tau & h_{11}(\tau) &= \tau^3 + \tau^2 \end{aligned} \quad (3.12)$$

La figure 3.5 montre la forme des 4 polynômes unitaires ainsi qu'un exemple d'interpolation.



**Figure 3.5** – Principes de l'interpolation par PCHIP. –**a**– Les 4 polynômes unitaires de l'interpolation. –**b**– Exemple d'interpolation. Les dérivées des extrema locaux sont fixées à 0 (en rouge). La courbe du spline cubique est donnée à titre de comparaison.

Pour dériver les équations correspondant au Spline d'Hermite, on écrit cette fois les conditions de continuité du polynôme  $s_k$  et de ses dérivées  $s'_k$  en fonction des valeurs du polynôme  $d_k, d_{k+1}$ , et de ses dérivées  $m_k, m_{k+1}$  aux temps d'acquisition successifs  $t_k$  et  $t_{k+1}$

$$\begin{aligned} s_k(t_k) &= d_k & s_k(t_{k+1}) &= d_{k+1} \\ s'_k(t_k) &= m_k & s'_k(t_{k+1}) &= m_{k+1} \end{aligned} \quad (3.13)$$

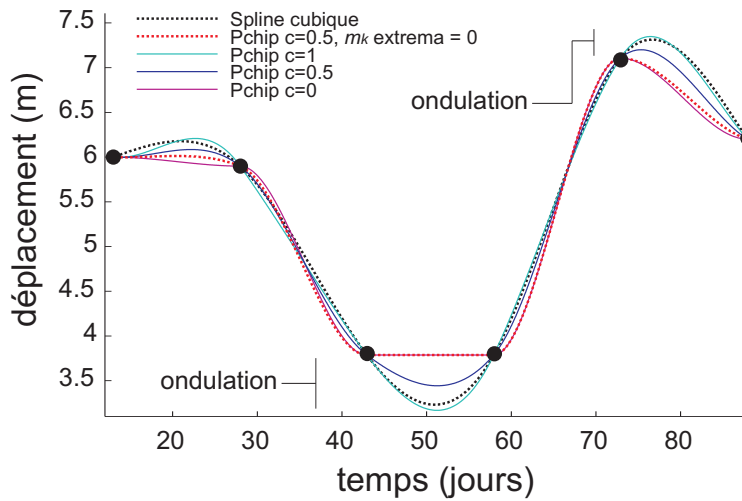
On peut montrer que le polynôme suivant vérifie ces conditions :

$$\begin{aligned} s_k(t) &= h_{00}(\tau)d_k + h_{10}(\tau)(t_{k+1} - t_k)m_k + h_{01}(\tau)d_{k+1} + h_{11}(\tau)(t_{k+1} - t_k)m_{k+1} \\ \text{avec } \tau &= \frac{t - t_k}{t_{k+1} - t_k} \in [0, 1] \quad \text{et } t \in [t_k, t_{k+1}] \end{aligned} \quad (3.14)$$

Il est possible d'estimer  $m_k$  à l'aide du spline Catmull-Rom (Catmull et Rom, 1974) :

$$m_k = (1 - c) \frac{d_{k+1} - d_{k-1}}{2(t_{k+1} - t_{k-1})} \quad c \in [0, 1] \quad (3.15)$$

où  $c$  est compris entre 0 et 1 et est généralement choisi égal à 0.5. Ce coefficient permet de contrôler la tension de l'interpolateur (Catmull et Rom, 1974) : plus  $c$  est proche de 0, plus l'interpolation se rapproche d'une interpolation linéaire par parties alors que plus  $c$  est proche de 1, plus l'interpolation se rapproche d'une interpolation par spline cubique (Fig. 3.6). Si les déplacements à la date  $t_k$  correspondent à un extremum local, alors  $m_k$  sera fixée à 0, ce qui aura comme effet de limiter fortement les ondulations de la courbe interpolée même si  $c$  n'est pas fixé à 0 (Fig. 3.6). Les interpolations par méthode PCHIP utilisées dans cette étude seront faites en fixant les dérivées des *extrema* à 0 et  $c$  à 0.5.



**Figure 3.6** – Influence du paramètre  $c$  et du contrôle des dérivées au niveau des *extrema* locaux. L'interpolation obtenue par spline cubique est montrée en référence. Les déplacements de la série temporelle sont indiqués par les points noirs. Le paramètre  $c$  permet de contrôler la tension de l'interpolateur si  $c = 1$  l'interpolation par PCHIP se comporte de manière similaire à l'interpolation par spline cubique et présente les mêmes ondulations. Les ondulations sont plus faibles si l'on fixe  $c$  à 0 et que l'on impose une valeur de 0 aux dérivées des points correspondant à des extrema locaux.

En utilisant la formulation de la dérivée  $m_k$  dans l'équation 3.14, puis en factorisant par les  $d_k$ ,  $\hat{d}_s$  peut être exprimé sous la forme d'une combinaison linéaire des  $d_k$  (voir annexe A.1.2 pour le détail du calcul) :

$$\hat{d}_s = \mathbf{a}_s \mathbf{d} \quad \text{avec} \quad \mathbf{a}_s = f(t_s, t_{k-1}, \dots, t_{k+2}) \quad \text{si } t_s \in [t_k, t_{k+1}] \quad (3.16)$$

L'expression de  $\mathbf{a}_s$  ne dépend que des  $t_{k-1}$ ,  $t_k$ ,  $t_{k+1}$  et  $t_{k+2}$ <sup>2</sup>. Ainsi, chaque point n'aura qu'une influence locale sur la forme de la courbe, ce qui fait de l'interpolation par Spline Cu-

2. La démonstration est présentée en annexe A.1.2 à la page 341

bique d'Hermite une méthode provoquant moins d'ondulations que le spline cubique (Fritsch et Carlson, 1980) (Fig. 3.6).

De même que pour les interpolations linéaire par parties et par spline cubique, la différence des déplacements  $\hat{d}_{me}$  interpolés entre les deux dates  $t_m$  et  $t_e$  peut alors s'exprimer sous la forme d'une combinaison linéaire des déplacements  $\mathbf{d}$  de la série temporelle :

$$\hat{d}_{me} = \hat{d}_e - \hat{d}_m = (\mathbf{a}_e - \mathbf{a}_m)\mathbf{d} = \mathbf{a}_{me}\mathbf{d}$$

### 3.2.5 Variance d'un interférogramme interpolé par une méthode d'interpolation par parties

La variance d'une somme pondérée de variables aléatoires non indépendantes  $X$  est donnée par l'expression :

$$\sigma^2 \left( \sum_{i=1}^n a_i X_i \right) = \sum_{i=1}^n a_i^2 \sigma^2(X_i) + 2 \sum_{1 \leq i < j \leq n} a_i a_j \text{cov}(X_i, X_j)$$

Nous avons vu que les trois méthodes d'interpolations par parties permettent d'exprimer les déplacements  $\hat{d}_{me}$  interpolés pour un pixel donné comme la somme pondérée des déplacements de la série temporelle :  $\hat{d}_{me} = \mathbf{a}_{me}\mathbf{d}$ . En considérant que  $\mathbf{d}$  est une variable aléatoire, alors la variance  $\sigma^2(\hat{d}_{me})$  des déplacements interpolés pour un pixel donné peut s'écrire :

$$\sigma^2(\hat{d}_{me}) = \sigma^2 \left( \sum_{i=1}^n a_i d_i \right) = \sum_{i=1}^n a_i^2 \sigma^2(d_i) + 2 \sum_{1 \leq i < j \leq n} a_i a_j \text{cov}(d_i, d_j) \quad (3.17)$$

où  $\mathbf{a}_{me} = [a_1, \dots, a_n]$  et  $\mathbf{d} = [d_1, \dots, d_n]^T$ .

Soit  $\Sigma$  la matrice de covariance pour un pixel donné par le calcul de série temporelle<sup>3</sup> et la matrice carrée de pondération  $\mathbf{A}$  telle que  $\mathbf{A} = \mathbf{a}_{me}^T \mathbf{a}_{me}$ , la variance  $\sigma^2(\hat{d}_{me})$  peut s'exprimer comme une simple somme du produit membre à membre des deux matrices :

$$\sigma^2(\hat{d}_{me}) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \mathbf{A}_{i,j} \Sigma_{i,j} \quad (3.18)$$

---

3. voir l'équation 2.9 à la page 35

### Variance moyenne d'un interférogramme interpolé par une méthode d'interpolation par parties

Les équations précédentes permettent de calculer les matrices de variance-covariances pour chaque pixel de l'interférogramme. Afin de limiter le temps de calcul et l'espace de stockage des données, on se contentera de calculer une variance moyenne sur l'interférogramme interpolé.

Soit  $\overline{\sigma^2(\hat{d}_{me})}$  cette variance moyenne. Elle est obtenue selon :

$$\overline{\sigma^2(\hat{d}_{me})} = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M \sigma^2(d_{me}^i) \quad (3.19)$$

où  $M$  est le nombre de pixels de l'interférogramme et  $\sigma^2(d_{me}^i)$  est la variance du  $i^{\text{ème}}$  pixel (donnée par l'équation 3.17).

Si l'on développe l'équation 3.19 en utilisant l'équation 3.17, il est possible de regrouper tous les coefficients de pondération  $a_i$  et  $a_j$ , communs à tous les pixels, puisqu'ils ne dépendent que des dates de la série temporelle et des dates des scènes maîtresse et esclave désirées :

$$\overline{\sigma^2(\hat{d}_{me})} = \sum_{i=1}^n a_i^2 \overline{\sigma^2(d_i)} + 2 \sum_{1 \leq i \leq j \leq n} a_i a_j \overline{\text{cov}(d_i, d_j)} \quad (3.20)$$

Cette équation indique que la variance moyenne d'un interférogramme interpolé est égale à la somme des variances et covariances moyennes des interférogrammes de la série temporelle pondérée par les coefficients du vecteur  $\mathbf{a}_{me}$ . Ainsi, la variance moyenne de l'interférogramme correspond à la somme des termes issus du produit membre à membre des matrices  $\mathbf{A}$  et  $\overline{\Sigma}$  :

$$\overline{\sigma^2(\hat{d}_{me})} = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \mathbf{A}_{(i,j)} \overline{\Sigma}_{(i,j)} \quad (3.21)$$

où  $\overline{\Sigma}$  est la matrice de covariance moyenne des interférogrammes de la série temporelle obtenue avec l'équation 2.9<sup>4</sup>.

---

4. l'équation 2.9 est donnée à la page 35



### 3.2.6 Interpolations par une fonction unique

Si l'on a un *a priori* sur la dynamique des déplacements, une interpolation par l'utilisation d'une fonction simple permet d'estimer la valeur des déplacements à un moment donné. Ce type d'interpolation n'impose pas à la fonction de passer par les points de déplacements de la série temporelle  $\mathbf{d}$ , il sera donc impossible de retrouver les interférogrammes d'origine, contrairement aux interpolations par parties.

On ne traitera que de l'exemple de déplacements ayant une dynamique exponentielle, ce type de fonction rendant compte de beaucoup de processus physiques tels que le retour apériodique à l'état d'équilibre d'un système après une perturbation. On cherche donc la fonction exponentielle telle que :

$$\sum_{i=1}^n \left( \frac{d_0 e^{-\lambda(t_i - t_0)} - d_i}{\sigma_i} \right)^2 \quad \text{soit minimum} \quad (3.22)$$

où  $d_0$  correspond aux déplacements initiaux, et  $\lambda$ , temps de relaxation du système, peut être exprimé en fonction de la demi-vie du système<sup>5</sup>, c'est-à-dire au temps dont le système a besoin pour que l'amplitude des déplacements soit divisée par 2.  $t_0$  est la date pour laquelle les déplacements sont égaux à  $d_0$ . Il est alors possible de calculer les déplacements interpolés pour une date  $t$  :

$$\hat{d}_t = d_0 e^{-\lambda(t - t_0)} \quad (3.23)$$

Dans ces conditions, si l'on dispose des variances  $\sigma_{d_0}^2$  et  $\sigma_\lambda^2$  et des covariances  $\text{cov}_{d_0, \lambda}$  des coefficients de l'exponentielle, la variance des déplacements  $\sigma_t^2$  à une date  $t$  se note :

$$\sigma_t^2 = e^{-2\lambda(t - t_0)} \sigma_{d_0}^2 + d_0^2 (t - t_0)^2 \sigma_\lambda^2 - d_0 (t - t_0) e^{-2\lambda(t - t_0)} \text{cov}_{d_0, \lambda} \quad (3.24)$$

Les valeurs du déplacement  $\hat{d}_{me_i}$  et de la variance  $\sigma_{me_i}^2$  du  $i^{\text{ème}}$  pixel de l'interférogramme interpolé entre les dates  $t_m$  et  $t_e$  s'écrivent :

$$\begin{aligned} \hat{d}_{me_i} &= d_0 e^{-\lambda(t_e - t_0)} - d_0 e^{-\lambda(t_m - t_0)} \\ \sigma_{me_i}^2 &= e^{-2\lambda(t_m - t_0)} \sigma_{d_0}^2 + d_0^2 (t_m - t_0)^2 \sigma_\lambda^2 - d_0 (t_m - t_0) e^{-2\lambda(t_m - t_0)} \text{cov}_{d_0, \lambda} \\ &\quad + e^{-2\lambda(t_e - t_0)} \sigma_{d_0}^2 + d_0^2 (t_e - t_0)^2 \sigma_\lambda^2 - d_0 (t_e - t_0) e^{-2\lambda(t_e - t_0)} \text{cov}_{d_0, \lambda} \end{aligned} \quad (3.25)$$

---

5.  $\lambda = \frac{\ln 2}{\tau}$  où  $\tau$  est la demi-vie du système.

La variance moyenne de l'interférogramme interpolé est alors la moyenne de la variance calculée pour chaque pixel :

$$\overline{\sigma_{me}^2} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \sigma_{me_i}^2 \quad (3.26)$$

La difficulté réside dans la minimisation de l'équation 3.22 et dans le calcul de  $\sigma_{d_0}^2$ ,  $\sigma_{\lambda}^2$  et de  $\text{cov}_{d_0, \lambda}$ . Plusieurs méthodes permettent d'accéder à ces valeurs.

### Résolution par linéarisation

La minimisation présentée à l'équation 3.22 peut être résolue en linéarisant le système par la fonction logarithme (Fraile et García-Ortega, 2005). Afin que la méthode fonctionne lorsque, en raison du bruit, des déplacements négatifs sont rencontrés, on minimise le logarithme du carré, en espérant que le nombre de valeurs négatives soit très faible. On cherche donc les coefficients  $d_0$  et  $\lambda$  tels que :

$$\sum_{i=1}^n \left( \frac{\ln(d_0 e^{-\lambda(t_i - t_0)})^2 - \ln(d_i)^2}{\sigma_{\ln d_i}^2} \right)^2 \quad \text{soit minimum} \quad (3.27)$$

En posant :

$$A = \begin{pmatrix} 1 & t_1 \\ \vdots & \vdots \\ 1 & t_n \end{pmatrix}, \quad X = \begin{pmatrix} \ln |d_0| \\ \lambda \end{pmatrix}, \quad W = \begin{pmatrix} \frac{\sigma_{d_1}^2}{d_1^2} & 0 & 0 \\ 0 & \vdots & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\sigma_{d_n}^2}{d_n^2} \end{pmatrix}, \quad \mathbf{y} = \ln |\mathbf{d}| \quad (3.28)$$

où  $W$  est la matrice contenant les variances des déplacements, normalisée de manière à prendre en compte la linéarisation. L'expression de  $W$  ainsi que le calcul de la variance de  $\ln |\mathbf{d}|$  sont démontrés en annexe A.2, page 344. En dérivant l'équation 3.27,  $X$  est résolu de manière matricielle :

$$C = (A^T W^{-1} A)^{-1} \quad (3.29)$$

$$X = C A^T W^{-1} \mathbf{y} \quad (3.30)$$

où  $C$  est la matrice de variances et covariances de  $X = [\ln |d_0|, \lambda]^T$ . Ainsi, il est possible de calculer  $d_0$ ,  $\lambda$ ,  $\sigma_{d_0}^2$ ,  $\sigma_\lambda^2$  et  $\text{cov}_{d_0, \lambda}$  (démontré en annexe A.2) :

$$\begin{aligned} d_0 &= e^{X_1} & \lambda &= X_2 \\ \sigma_{d_0}^2 &= C_{1,1} d_0^2 & \sigma_\lambda^2 &= C_{2,2} \\ \text{cov}_{d_0, \lambda} &= d_0 C_{1,2} \end{aligned} \quad (3.31)$$

Enfin, les déplacements interpolés et leur variance seront trouvés selon les équation 3.23 et 3.24.

Cette méthode a l'avantage d'être très rapide à mettre en œuvre, et de permettre un calcul complet de la variance des déplacements. Cependant, la matrice de pondération  $W$  ne prend pas en compte les covariances de la série temporelle, mais seulement leur variance. D'autre part, la minimisation de  $\|d_0 e^{-\lambda(ti-to)} - d_0\|$  approchée par la minimisation de  $\|\ln |d_0 e^{-\lambda(ti-to)}| - \ln(|\mathbf{d}^2|)\|$  n'est pas trop approximative si le rapport signal sur bruit est grand. Les résultats sont plus incertains si ce ratio est faible.

### Résolution par méthode numérique

Afin de ne pas modifier les données de la série temporelle comme cela est nécessaire pour la résolution par linéarisation de l'exponentielle, il est possible d'utiliser des méthodes numériques d'ajustement de fonction. Le logiciel Matlab propose un outil d'ajustement des données dans sa toolbox *fit*. Cet outil ne permet pas de prendre en compte la covariance des données de la série temporelle mais les données peuvent être pondérées par leur variance. D'autre part, la fonction ne permet pas de récupérer les variances ni les covariances de  $\lambda$  et  $d_0$ . Cependant, les intervalles de confiance à 95% de  $\lambda$  et  $d_0$  sont accessibles. Il est alors possible d'approximer  $\sigma_{d_0}^2$  et  $\sigma_\lambda^2$  par :

$$\sigma_{d_0}^2 = \frac{(CI_{max}^{d_0} - CI_{min}^{d_0})^2}{3.92^2} \quad \text{et} \quad \sigma_\lambda^2 = \frac{(CI_{max}^\lambda - CI_{min}^\lambda)^2}{3.92^2} \quad (3.32)$$

où  $CI^\lambda$  et  $CI^{d_0}$  correspondent aux intervalles de confiance des deux paramètres, et 3.92 est un coefficient découlant du fait que l'on suppose que les densités de probabilité de  $\lambda$  et  $d_0$  suivent une loi normale et que l'on a accès aux intervalles de confiance à 95% (Pouget et al., 1997). Si l'on considère que  $\text{cov}_{d_0, \lambda} = 0$ , il est alors possible de calculer les déplacements de l'interférogramme interpolé et leur variance selon les équations 3.23 et 3.24.

### 3.3 Application sur des données synthétiques

#### 3.3.1 Jeu de données synthétique

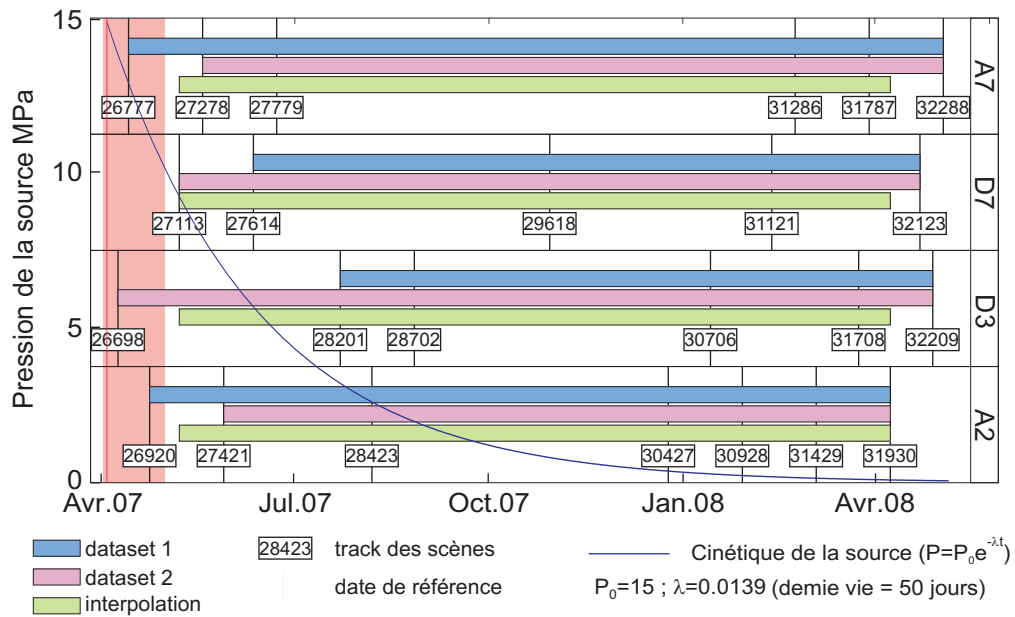
Les déplacements synthétiques provoqués par une source sphérique localisée sous la topographie du Piton de la Fournaise ont été calculés dans différentes lignes de visée. La source est superficielle et localisée sous le Dolomieu, elle a un rayon de 500 mètres. La source subit une déflation progressive de dynamique exponentielle. Ce type de dynamique a été choisi pour simuler des déplacements continus dans le temps, pouvant par exemple correspondre à la vidange progressive d'un réservoir. La pression initiale de la source est fixée à 15 MPa, et est divisée par 2 tous les 50 jours (demi-vie = 50 jours).

Les interférogrammes synthétiques sont calculés à partir de cette dynamique de source de façon à ce que les dates d'acquisition des scènes synthétiques et leur géométrie soient équivalentes aux caractéristiques d'acquisition d'ENVISAT au niveau du Piton (Fig. 1.7 page 24). Un bruit corrélé réaliste est ensuite ajouté aux interférogrammes synthétiques afin de s'approcher des caractéristiques des vrais interférogrammes en terme de ratio signal/bruit (distance de corrélation = 1000 mètres, variance =  $10^{-5}$  mètres, (Fukushima et al., 2005)).

Certaines scènes ont été supprimées de sorte que le jeu de données synthétiques soit aussi incomplet que la base de donnée InSAR disponible au Piton de la Fournaise.

La figure 3.7 montre les scènes du jeu de données synthétiques et la dynamique de la source. Seules 4 lignes de visée différentes ont été utilisées, les décalages temporels des acquisitions des scènes entre les lignes de visée sont les mêmes que ceux d'ENVISAT.

Les séries temporelles synthétiques pour chaque ligne de visée ont été calculées en prenant comme référence leur dernière scène pour laquelle les déplacements sont supposés nuls. Deux combinaisons d'interférogrammes synthétiques ont été sélectionnées pour retrouver la géométrie 3D des déplacements ainsi que la géométrie de la source. Les séries temporelles calculées pour chacune des lignes de visée ont été utilisées pour interpoler des interférogrammes. La période couverte par les jeux de données interpolés correspond à la période la plus longue commune à toutes les lignes de visée.



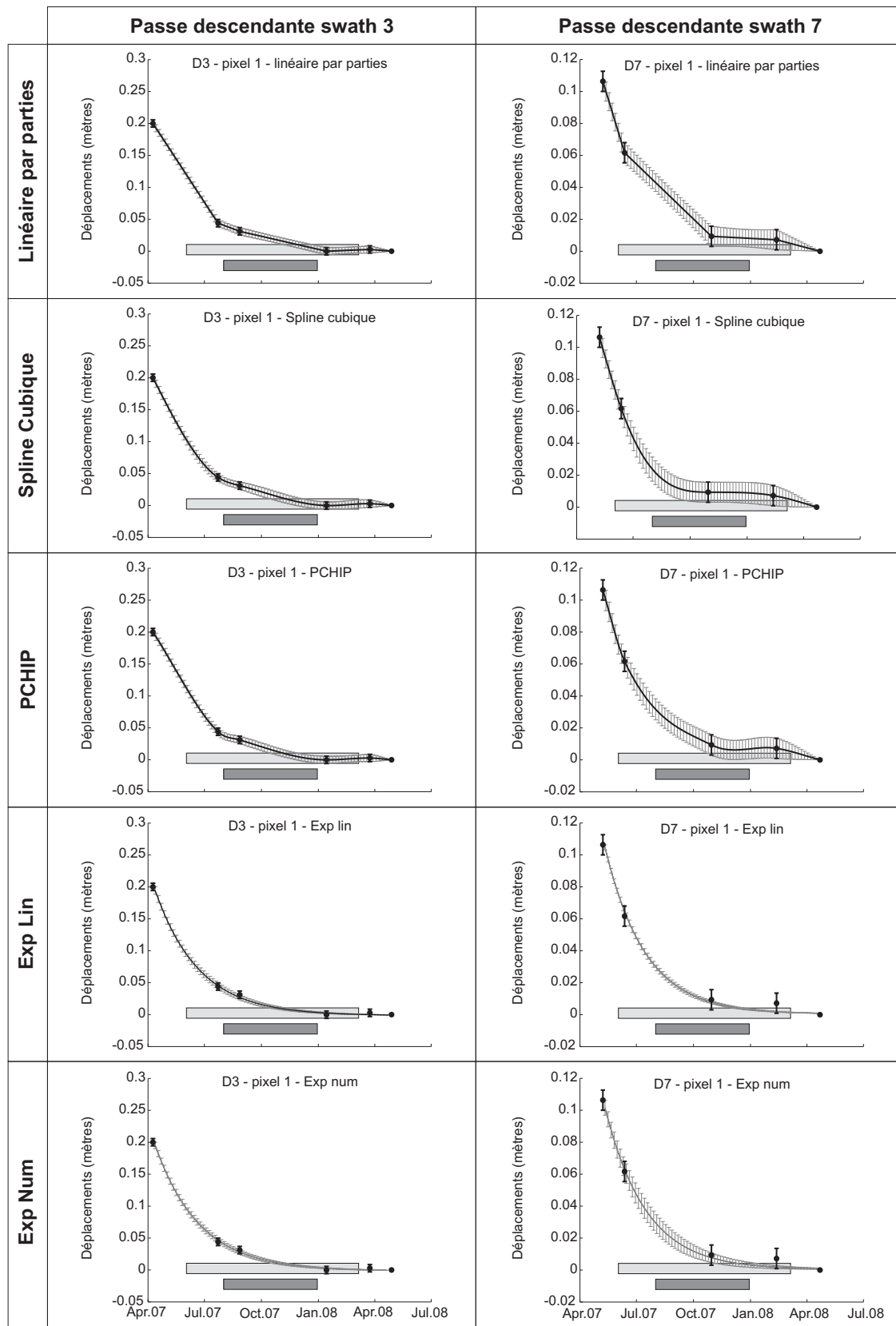
**Figure 3.7** – Jeu de données synthétiques et dynamique de la source utilisée. La date de référence correspond au jour où la variation de volume commence, les tracks des scènes sont équivalents à ceux d'ENVISAT. Les données sont projetées dans 4 lignes de visée différentes (A7 A2 : passe ascendante swath 7 et 2 ; D7 D3 : passe descendante swath 7 et 3).

### 3.3.2 Exemples d'interpolation par les différentes méthodes

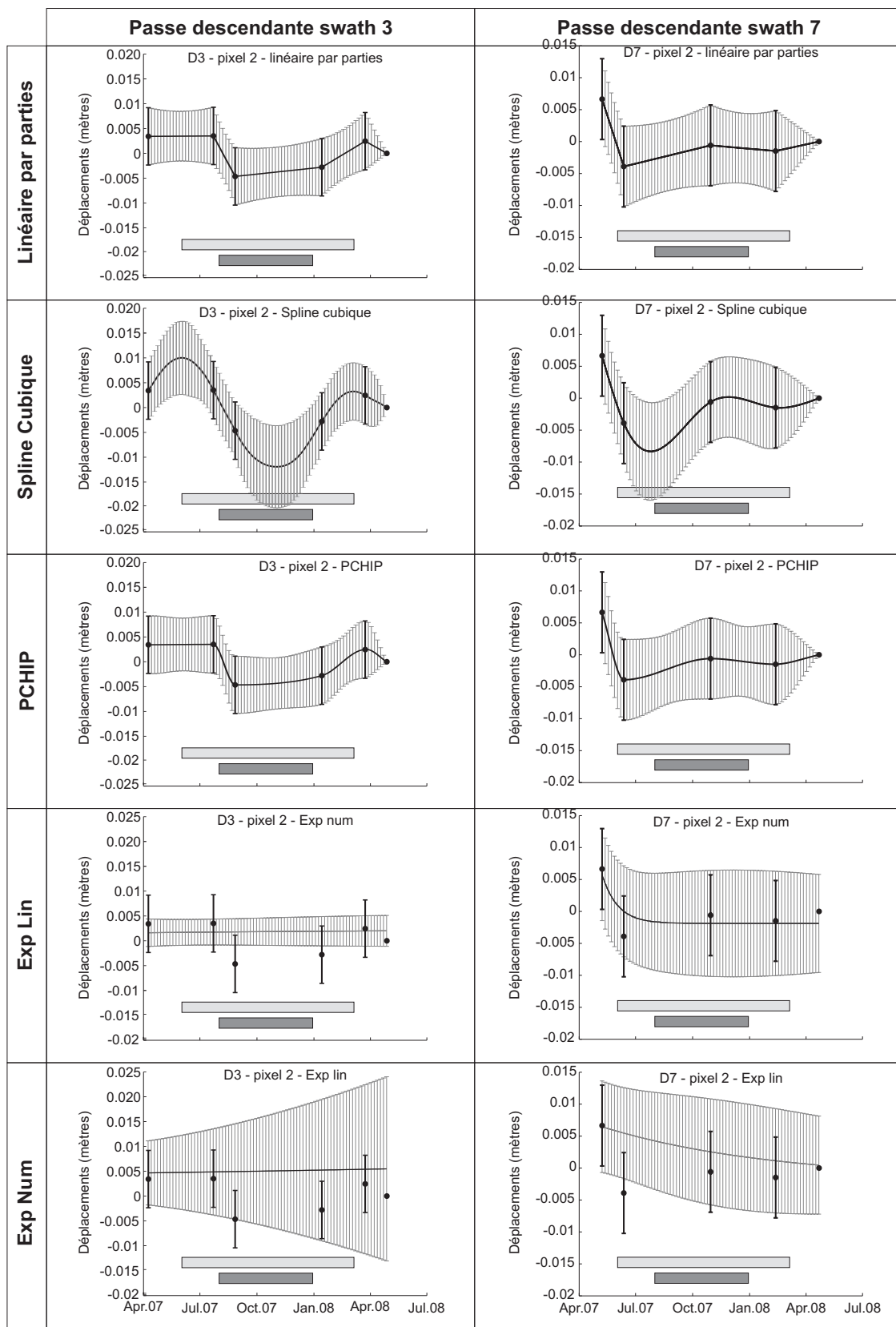
Les séries temporelles ont été utilisées pour comparer les 5 méthodes d'interpolations présentées. Les comparaisons seront tout d'abord réalisées temporellement sur deux pixels (Fig. 3.10), l'un associé à un rapport signal sur bruit élevé (pixel 1), l'autre dont le signal est de l'ordre du bruit (pixel 2), puis spatialement sur des interférogrammes interpolés couvrant des périodes de durées différentes (Fig. 3.10, 3.8 et 3.9).

#### Comparaison temporelle

Pour la comparaison temporelle, lorsque le ratio signal sur bruit est important (Fig. 3.8, pixel 1), toutes les méthodes d'interpolation donnent des résultats équivalents. Cependant, lorsque ce ratio est faible (Fig. 3.9, pixel 2), les méthodes PCHIP et linéaire par parties sont similaires, mais la méthode par spline cubique donne des déplacements pouvant être différents de ceux obtenus par les autres méthodes d'interpolation par parties. Ces divergences sont d'autant plus fortes que les interpolations sont faites pour des temps éloignés des points de la série temporelle. En ce qui concerne l'interpolation par l'exponentielle, les deux méthodes donnent des résultats similaires. D'autre part, lorsque le ratio signal sur bruit est fort, l'interpolation par la fonction exponentielle a tendance à lisser le signal.



**Figure 3.8** – Interpolations temporelles pour le pixel 1 (fort ratio signal sur bruit) en fonction des différentes méthodes d'interpolation et de deux lignes de visée différentes. La position du pixel est indiquée à la figure 3.10. Les rectangles gris symbolisent les périodes pour lesquelles les interférogrammes de la figure 3.10 ont été interpolés.



**Figure 3.9** – Interpolations temporelles pour le pixel 2 (faible ratio signal sur bruit) en fonction des différentes méthodes d'interpolation et de deux lignes de visée différentes. La position du pixel est indiquée à la figure 3.10. Les rectangles gris symbolisent les périodes pour lesquelles les interférogrammes de la figure 3.10 ont été interpolés.

En ce qui concerne les variances, les trois méthodes d'interpolation par parties donnent des résultats très similaires lorsque le ratio signal sur bruit est important mais aussi lorsque l'interpolation est faite pour une date proche des points de la série temporelle. En revanche, les variances obtenues par la méthode par spline cubique sont beaucoup plus importantes qu'avec les autres méthodes lorsque l'interpolation donne des déplacements éloignés de ceux de la série temporelle. Parce qu'elles utilisent tous les points de la série temporelle pour définir les deux paramètres de l'exponentielle, les méthodes d'interpolation par une fonction exponentielle donnent des variances faibles lorsque le ratio signal sur bruit est fort. En revanche, les variances sont plus importantes qu'avec les méthodes d'interpolation par parties lorsque le ratio signal sur bruit est faible.

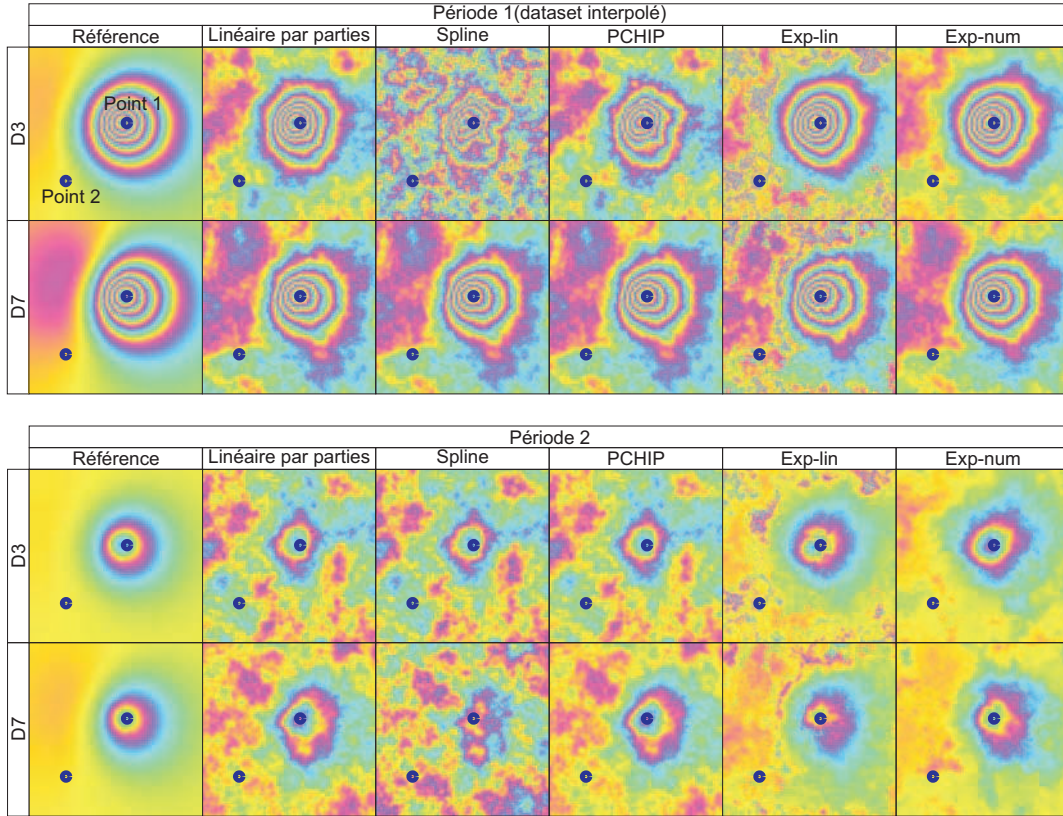
### Comparaison spatiale

Pour la comparaison spatiale, les interférogrammes ont été interpolés selon deux lignes de visée (D7 et D3) avec les différentes méthodes pour deux périodes différentes. La première période couvre la même période que le jeu de données interpolées qui sera utilisé par la suite pour le calcul des composantes 3D et pour les modélisations (Fig. 3.7), la seconde période est choisie de sorte que les dates d'interpolation soient proches des dates de la série temporelle de la ligne de visée D3 et éloignées de celles de la ligne D7. La figure 3.10 montre ces interférogrammes interpolés.

Les méthodes linéaire par parties et PCHIP donnent de nouveau des résultats équivalents. Lorsque les dates d'interpolation sont proches des dates des séries temporelles (période 2, angle de visée D3 ; période 1 D7), la méthode par spline cubique donne des résultats similaires aux deux autres interpolations. En revanche, si les dates d'interpolation sont éloignées des dates des séries temporelles (période 2, angle de visée D7, période 1, D3), les imprécisions de l'interpolation par spline cubique sont à l'origine d'une augmentation de l'amplitude du bruit, se traduisant par des plus fortes variances (Tab. 3.1). Dans ce cas, le signal peut être fortement dégradé comme le montrent les interférogrammes interpolés D3 pour la période 1 et D7 pour la période 2 (Fig. 3.10).

Les interférogrammes interpolés par la linéarisation de la fonction exponentielle sont très similaires à ceux obtenus par l'interpolation numérique lorsque le ratio signal sur bruit est important. Cependant, lorsque ce ratio est faible, la méthode par linéarisation fait apparaître localement un bruit haute fréquence important et les déplacements sont associés à des variances de deux ordres de grandeur supérieures aux variances obtenues par la méthode numérique d'ajustement de l'exponentielle. Ce phénomène est probablement dû à la linéarisation par une fonction logarithme laquelle donne des valeurs se rapprochant de moins





**Figure 3.10** – Interférogrammes interpolés par les différentes méthodes. La première image de chaque ligne montre l’interférogramme synthétique non bruité couvrant chacune des périodes dans chacune des lignes de visée. Les points 1 et 2 renvoient aux pixels 1 et 2 des figures 3.9 et 3.8.

l’infini lorsque les déplacements sont proches de zéro. (Équ. 3.27). Localement, certains pixels peuvent avoir des valeurs aberrantes, créant ce bruit haute fréquence. Les interférogrammes obtenus par la méthode numérique d’ajustement de l’exponentielle sont moins bruités que les autres, ce qui se traduit par de plus faibles variances (Tab. 3.1). Ils sont aussi plus proches du modèle de référence.

La variance moyenne du bruit présente dans les interférogrammes interpolés a été estimée d’une part en utilisant l’équation 3.19 ou l’équation 3.26 ( $\sigma_{calc}^2$ ) et d’autre part en mesurant la variance des pixels ne couvrant pas de déplacements sur les interférogrammes interpolés  $\sigma_{mes}^2$ . Le tableau 3.1 compare  $\sigma_{calc}^2$  et  $\sigma_{mes}^2$  pour les différentes méthodes d’interpolation.

Pour toutes les interpolations par parties ainsi que pour l’interpolation par la fonction exponentielle (méthode numérique),  $\sigma_{calc}^2$  et  $\sigma_{mes}^2$  sont très similaires entre elles. Si les interpolations concernent des périodes proches des points de la série temporelle (cas D7 période 1 et D3 période 2) alors toutes les méthodes d’interpolation donnent des variances moyennes comparables. En revanche, si les dates d’interpolation sont éloignées des dates des séries

	Linéaire		Spline		PCHIP		exp-lin		exp-fit	
données	$\sigma_{calc}^2$	$\sigma_{mes}^2$	$\sigma_{calc}^2$	$\sigma_{mes}^2$	$\sigma_{calc}^2$	$\sigma_{mes}^2$	$\sigma_{calc}^2$	$\sigma_{mes}^2$	$\sigma_{calc}^2$	$\sigma_{mes}^2$
D7 période 1	3.12	2.54	3.39	2.76	3.49	2.88	$4 \times 10^6$	204	4.84	1.69
D3 période 1	1.67	2.14	10.09	12.90	2.17	2.77	$4 \times 10^5$	0.12	3.74	0.98
D7 période 2	1.50	1.11	6.08	5.2	2.00	1.48	240	5.58	5.4	1.70
D3 période 2	2.27	2.27	3.35	3.42	2.80	2.83	230	212	3.51	0.30

**Table 3.1** – Estimation de la variance des interférogrammes interpolés. La variance  $\sigma^2$  des interférogrammes interpolés est estimée soit de manière analytique ( $\sigma_{calc}^2$ ) soit mesurée directement sur l'ensemble des pixels ne couvrant pas les déplacements  $\sigma_{mes}^2$ . Les valeurs de  $\sigma^2$  sont exprimées en  $10^{-5} \text{ m}^2$ , sauf pour les valeurs grisées.

temporelles (cas D3 période 1 et D7 période 2), alors l'interpolation par Spline donne des variances environ 5 fois supérieures aux autres méthodes d'interpolation.

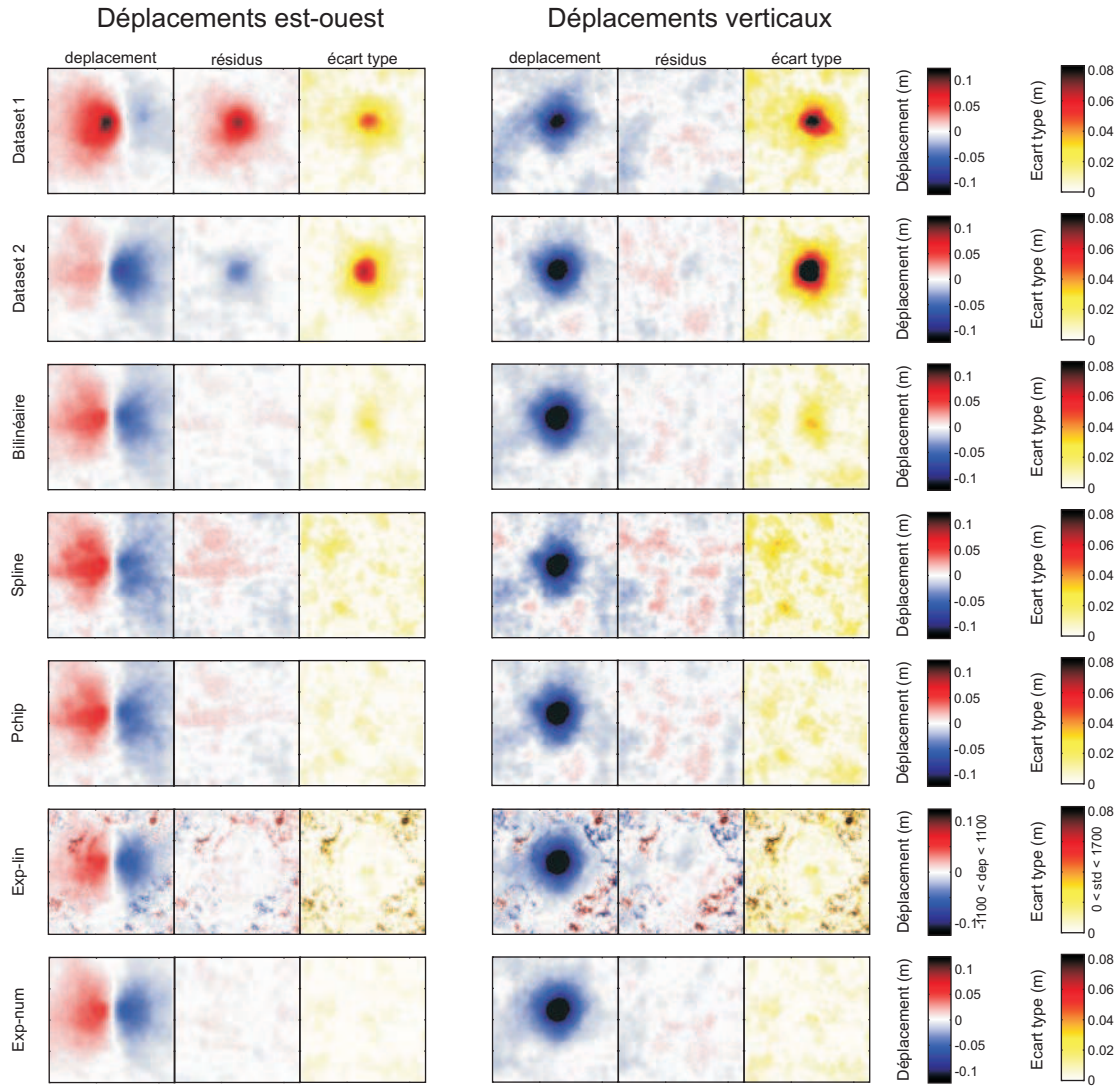
### 3.3.3 Calcul des composantes 3D

Les composantes 3D des déplacements (Paragraphe 2.4 page 37 pour la méthode de calcul) ont été recalculées à partir de différentes combinaisons d'interférogrammes synthétiques initiaux (Fig. 3.7) ou d'interférogrammes interpolés par les différentes méthodes. Lors de chaque calcul, les interférogrammes sont pondérés par leur variance moyenne calculée selon l'équation 3.19.

La figure 3.11 montre le résultat de ces calculs. Seules les composantes est-ouest et verticale sont montrée puisque la géométrie des différentes lignes de visée ne permet pas de calculer de façon fiable la composante nord-sud (Wright et al., 2004; Fialko et al., 2001). Les composantes recalculées sont comparées au modèle synthétique initial non bruité par l'intermédiaire de cartes de résidus. Des cartes d'écart-type sont montrées pour chaque calcul.

Données	$\chi_{EO}^2$	$\sigma_{EO}^2$	$\chi_{HB}^2$	$\sigma_{HB}^2$
dataset 1	58.6	$4.74 \times 10^{-5}$	9.0	$13.64 \times 10^{-5}$
dataset 2	17.0	$5.33 \times 10^{-5}$	4.52	$15.36 \times 10^{-5}$
bilin	3.16	$1.37 \times 10^{-5}$	2.32	$3.93 \times 10^{-5}$
spline	10.86	$2.39 \times 10^{-5}$	9.88	$6.87 \times 10^{-5}$
pchip	5.61	$1.11 \times 10^{-5}$	4.25	$3.19 \times 10^{-5}$
exp-lin	99.99	$139 \times 10^{-5}$	99.99	$402 \times 10^{-5}$
exp-num	2.37	$0.42 \times 10^{-5}$	2.04	$1.20 \times 10^{-5}$

**Table 3.2** – Résultats du calcul 3D des composantes pour chaque jeu de données non interpolées et pour les différentes méthodes d'interpolation.  $\chi_{EO}^2$  et  $\chi_{HB}^2$  correspondent aux misfits exprimés en % entre le calcul des composantes et le modèle synthétique non bruité. Ce misfit est obtenu par la méthode des moindres carrés puis normalisé.  $\sigma_{EO}^2$  et  $\sigma_{HB}^2$  correspondent à la variance moyenne en  $\text{m}^2$  mesurée sur chacune des composantes.



**Figure 3.11** – Calcul des composantes 3D des déplacements à partir des différents jeux de données, ou des différentes méthodes d’interpolation. Les résidus sont donnés à partir du modèle synthétique non bruité. Pour le cas Exp-lin, les tables de couleurs ont été saturées, les valeurs minimales et maximales sont indiquées.

est et haut : en rouge, ouest et vers le bas : en bleu

Les trois méthodes d’interpolation par parties ainsi que la méthode par ajustement numérique de l’exponentielle donnent des composantes recalculées plus proches des composantes initiales que celles obtenues avec les jeux de données non interpolées. Les cartes d’écart type ainsi que le tableau 3.2 montrent que les composantes sont bien mieux contraintes avec les interférogrammes interpolés. L’interpolation des données de séries temporelles permet donc d’améliorer le calcul des composantes 3D des déplacements.

La méthode d’interpolation par linéarisation de l’exponentielle donne des résultats localement très similaires aux composantes initiales, mais certaines zones sont aberrantes, donnant des déplacements et des écart-types très importants. Le tableau 3.2 rend compte de ces pix-

els aberrants par des valeurs de variance moyenne très élevées ainsi que par le misfit. Les trois méthodes d'interpolation par parties donnent des misfits très similaires, cependant, les cartes d'écart type ainsi que les variances moyennes mesurées sur les composantes (Tab. 3.2) montrent que les composantes sont moins bien déterminées avec l'interpolation par spline cubique qu'avec les deux autres méthodes d'interpolation par parties.

### 3.3.4 Résultats de modélisation

Les paramètres de la source à l'origine des déplacements synthétiques ont été inversés à l'aide d'un modèle numérique (Cayol et Cornet, 1997) couplé à une méthode d'optimisation par proches voisins (Fukushima et al., 2005), en utilisant soit les jeux de données non interpolées (dataset 1 et 2), soit les jeux de données interpolées par les différentes méthodes (Fig. 3.7). Les deux jeux de données initiaux contiennent des interférogrammes ne couvrant pas exactement la même période, ce qui introduira des biais dans les résultats de modélisation. Les jeux de données interpolées devraient permettre de corriger ces biais. La variation de pression attendue sur la période couverte par les jeux de données interpolées est de -9.95 MPa, et est comprise entre -13 et -3 MPa pour les interférogrammes des jeux de données 1 et 2 (Fig. 3.7).

Les paramètres des meilleurs modèles trouvés avec chacun des jeux de données sont présentés avec leur intervalle de confiance dans le tableau 3.3. Les intervalles de confiance ont été estimés à partir du calcul des fonctions de densité de probabilité marginale 1D (Sambridge, 1999b; Fukushima et al., 2005), présentées à la figure 3.12. Afin de s'affranchir du fort lien existant entre la pression et le rayon (phénomènes de trade-off), la variation de volume  $\Delta V$  de la source et sa variance  $\sigma_{\Delta V}^2$  ont été recalculées à partir des résultats obtenus pour le rayon  $r$  et la variation de pression  $\Delta P$  :

$$\begin{aligned}\Delta V &= \frac{\pi}{\mu} r^3 \Delta P \\ \sigma_{\Delta V}^2 &= 3 \frac{\Delta V}{r} \sigma_r^2 + \frac{\Delta V}{\Delta P} \sigma_{\Delta P}^2\end{aligned}\tag{3.33}$$

où  $\mu$  est le module de Young,  $\sigma_r^2$  et  $\sigma_{\Delta P}^2$  sont les variances du rayon et de la variation de pression.

Le pourcentage de données expliquées (DE) est calculé selon :

$$DE = \left( 1 - \frac{(\mathbf{d}_{obs} - \mathbf{d}_{mod})^T (\mathbf{d}_{obs} - \mathbf{d}_{mod})}{\mathbf{d}_{obs}^T \mathbf{d}_{obs}} \right) \times 100\tag{3.34}$$

où  $\mathbf{d}_{obs}$  et  $\mathbf{d}_{mod}$  sont respectivement les jeux de données observées et modélisées par le modèle ajustant le mieux les observations.

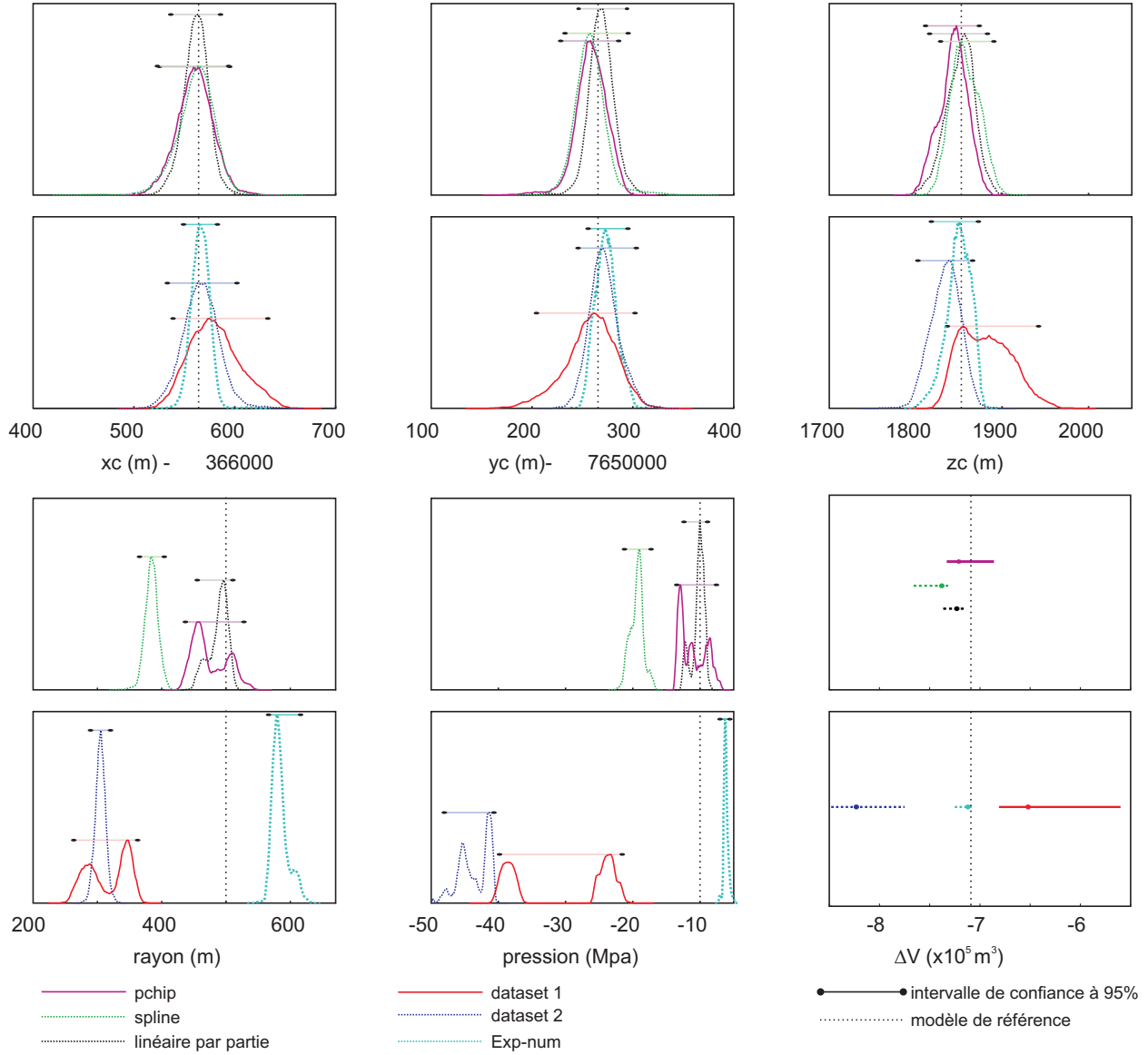
Paramètre	xc (m)	yc (m)	zc (m)	rayon (m)	pression (MPa)	$\Delta V (\times 10^5 m^3)$	DE (%)
Modèle initial	566	265	1849	500	-9.95 ou $\in [-13, -3]^1$	-7.08 ou $\in [-10.2, -2.4]^1$	-
dataset 1	$569^{+64}_{-30}$	$267^{+35}_{-63}$	$1848^{+94}_{-11}$	$351^{+12}_{-88}$	$-24.0^{+2.4}_{-15.8}$	$-6.52^{+0.92}_{-0.29}$	86.9
dataset 2	$566^{+36}_{-33}$	$272^{+31}_{-26}$	$1827^{+39}_{-24}$	$306^{+14}_{-17}$	$-45.7^{+5.1}_{-2.3}$	$-8.23^{+0.48}_{-0.25}$	93.6
bilin	$564^{+22}_{-28}$	$266^{+28}_{-20}$	$1853^{+30}_{-37}$	$493^{+18}_{-38}$	$-9.8^{+1}_{-2.6}$	$-7.23^{+0.03}_{-0.28}$	98.9
pchip	$564^{+31}_{-39}$	$260^{+26}_{-40}$	$1847^{+27}_{-36}$	$488^{+40}_{-51}$	$-9.9^{+2.3}_{-3.6}$	$-7.38^{+0.03}_{-0.46}$	98.6
spline	$564^{+29}_{-41}$	$257^{+38}_{-25}$	$1850^{+41}_{-21}$	$391^{+13}_{-25}$	$-19.2^{+1.9}_{-2.4}$	$-7.21^{+0.35}_{-0.12}$	97.2
Exp-lin	$571^{+1747}_{-2434}$	$273^{+1370}_{-1882}$	$1849^{+96}_{-2776}$	$301^{+1411}_{-163}$	$-40.7^{+22.8}_{-6.5}$	$-6.97^{+149.75}_{-160.04}$	7.8
Exp-num	$567^{+14}_{-10}$	$274^{+18}_{-20}$	$1846^{+28}_{-14}$	$587^{+21}_{-19}$	$-5.6^{+0.4}_{-0.4}$	$-7.12^{+0.06}_{-0.13}$	99.2

**Table 3.3** – Résultats d’inversions de la géométrie de la source à partir des différents jeux de données. Les valeurs indiquées correspondent au meilleur modèle trouvé, les valeurs en exposant et en indice donnent les limites des intervalles de confiance par rapport au meilleur modèle. DE indique le pourcentage de données expliquées.

<sup>1</sup> Comme les données non interpolées ne couvrent pas une période unique, la pression de la source n’est pas la même pour chaque interférogramme. Les intervalles de pression et de variation de volume donnés pour le modèle initial indiquent les pressions et variations de volumes maximales et minimales réellement enregistrées par les données non interpolées.

Quel que soit le jeu de données utilisé, les paramètres  $x_c$ ,  $y_c$  et  $z_c$  correspondant au centre de la source sont proches des valeurs de la source d’origine. En revanche, le rayon et la pression ne sont bien contraints que dans le cas des données interpolées par PCHIP ou par méthode linéaire par parties, les intervalles de confiances trouvés contiennent en effet le modèle initial. Les jeux de données non interpolées donnent des valeurs de rayon deux fois plus faibles que le modèle initial, et des variations de pression plus importantes. Il est à noter que les valeurs de la variation de pression trouvées ne sont pas comprises entre les valeurs réelles enregistrées par chacune des lignes de visée (Tab. 3.3). Toutes les méthodes d’interpolation permettent d’obtenir des variations de volume proches du modèle initial, alors que ce paramètre n’est pas bien retrouvé lorsque les inversions sont faites à partir des données non interpolées.

D’autre part, les PPD1D (probabilités de densités en une dimension) concernant le jeu de données 1 ont une forme de gaussienne clairement bimodale en ce qui concerne la pression et le rayon. Cette répartition peut être la conséquence du fort lien existant entre la pression et le rayon (trade-off). Cependant, ce trade-off aurait alors dû provoquer ce type de répartition pour toutes les méthodes d’interpolation. Pourtant, le jeu de données 1 est le seul à être composé d’interférogrammes couvrant deux périodes distinctes dans le jeu de données (Fig. 3.7). La répartition bimodale des PPD1D peut aussi être expliquée par la présence de ces deux périodes distinctes, chaque pic correspondant alors aux paramètres des modèles reproduisant au mieux les déplacements de l’une ou l’autre des périodes. Cette hypothèse



**Figure 3.12** – Résultats d’inversion : fonction de densité de probabilité marginale 1D pour les jeux de données non interpolées ou interpolées. Les intervalles de confiances de la variation de volume ont été calculés a posteriori et sont donnés à titre indicatif. Les résultats pour la méthode Exp-lin montrent des intervalles de confiance très larges et ne sont pas montrés ici.

est cohérente avec le fait que l’intervalle de confiance de la variation de volume pour le jeu de données 1 est beaucoup plus large que pour les autres jeux de données (méthode Exp-lin exclue).

Enfin, le tableau 3.3 montre qu’à l’exception de la méthode Exp-lin, les déplacements provoqués par le meilleur modèle trouvé permettent de reproduire plus finement les déplacements observés si l’inversion est réalisée à partir de données interpolées qu’à partir de données réelles. L’interpolation par spline donne des résultats légèrement moins bons que les

autres méthodes. Cet écart est probablement la conséquence des ondulations (Fig. 3.6) dues à l'interpolation par spline cubique.

## 3.4 Conclusion

Les méthodes d'interpolation temporelle des interférogrammes permettent d'améliorer les procédures usuelles nécessitant de combiner des interférogrammes issus de différentes lignes de visée. Quelle que soit la méthode d'interpolation par parties utilisée, les composantes 3D des déplacements sont mieux contraintes qu'avec l'utilisation d'interférogrammes non interpolés et les inversions de géométrie de source donnent des résultats plus précis. À cause des ondulations inhérentes à l'interpolation par spline cubique, les interférogrammes interpolés par cette méthode ont une variance moyenne assez élevée. Cette variance élevée peut être à l'origine d'imprécisions sur le calcul 3D des composantes de déplacements mais aussi sur les résultats d'inversion de caractéristiques de source. Les méthodes par PCHIP ou par interpolation linéaire par parties donnent les meilleurs résultats. Les méthodes d'interpolation par ajustement des données par une exponentielle ne sont fiables que dans le cas de la résolution numérique.

## Deuxième partie

### Procédures de modélisation





# Table des matières

---

<b>4</b>	<b>Introduction à la modélisation numérique</b>	<b>71</b>
4.1	Principes généraux de la modélisation . . . . .	71
4.2	Résolution du problème inverse . . . . .	72
4.2.1	Cas où le modèle direct $F$ est une fonction linéaire ou linéarisable . .	72
4.2.2	Cas où le modèle direct $F$ n'est pas linéarisable . . . . .	73
4.3	Sous échantillonnage des données et covariance . . . . .	74
4.3.1	Sous-échantillonnage des données . . . . .	74
4.3.2	Matrice de covariance . . . . .	76
<b>5</b>	<b>Modélisation par méthode NA-MBEM</b>	<b>79</b>
5.1	Introduction . . . . .	79
5.2	Choix du modèle direct de déformation . . . . .	80
5.2.1	Modèles de déformation disponibles . . . . .	80
5.2.2	Nécessité de la prise en compte de la topographie . . . . .	81
5.2.3	Modèle direct 3D-MBEM . . . . .	82
5.2.4	Intégration de MBEM dans une procédure d'inversion . . . . .	83
5.3	Optimisation par algorithme de proches voisins (NA) . . . . .	83
5.3.1	Principes . . . . .	84
5.3.2	Étape 1 : exploration et recherche d'un bon modèle . . . . .	85
5.3.3	Étape 2 : analyse statistique . . . . .	86
5.4	Déclinaisons de la fonction coût . . . . .	89
5.4.1	Prise en compte du shift et de plusieurs jeux de données . . . . .	89
5.4.2	Fonction coût sans inversion de l'amplitude des déplacements . . . . .	89
5.4.3	$\chi^2$ sans inversion de l'amplitude des déplacements, (plusieurs sources)	94

<b>6</b>	<b>Tomographie de déplacements</b>	<b>99</b>
6.1	Formalisme mathématique de la tomographie . . . . .	100
6.1.1	Principes généraux de la tomographie . . . . .	100
6.1.2	Problème inverse . . . . .	101
6.1.3	Principe de superposition et linéarisation du problème . . . . .	102
6.1.4	Résolution simple . . . . .	103
6.1.5	Régularisation . . . . .	103
6.1.6	Objectifs de cette étude . . . . .	106
6.2	Choix du modèle de déformation $f$ . . . . .	108
6.2.1	Cas où la topographie est négligeable . . . . .	108
6.2.2	Prise en compte d'une topographie réaliste . . . . .	108
6.2.3	Conclusion . . . . .	111
6.3	Recherche du meilleur modèle . . . . .	112
6.3.1	Modèles synthétiques . . . . .	112
6.3.2	Méthode de Cross Validation Sum of Square (CVSS) . . . . .	114
6.3.3	Comparaison des méthodes LOO et CVSS . . . . .	116
6.3.4	Conclusion . . . . .	122
6.4	Simplification du meilleur modèle . . . . .	124
6.4.1	Principes . . . . .	124
6.4.2	Application . . . . .	128
6.4.3	Contraintes sur le signe des $\Delta V$ . . . . .	129
6.5	Extrapolation du formalisme de la tomographie . . . . .	131
6.5.1	Prise en compte de plusieurs jeux de données . . . . .	131
6.5.2	Prise en compte de correction . . . . .	132
6.5.3	Influence de l'utilisation du multiswath . . . . .	133
6.5.4	Influence du sous-échantillonnage des données . . . . .	134
6.6	Influence du bruit dans les données . . . . .	137
6.6.1	Influence du bruit lors de la recherche du $\beta$ optimal . . . . .	137
6.6.2	Influence du bruit lors de la simplification . . . . .	138
6.7	Discrétisation et reconstruction des déplacements . . . . .	139
6.7.1	Erreur induite par la reconstruction du champ de déplacement . . . . .	139
6.7.2	Finesse de la discrétisation et reproduction du champ de déplacement . . . . .	143
6.7.3	Influence de la position de la source massive . . . . .	147
6.7.4	modèle d'Okada et modèle numérique en présence d'une topographie . . . . .	148
6.8	Conclusions et perspectives . . . . .	150

# Chapitre 4

## Introduction à la modélisation numérique

### 4.1 Principes généraux de la modélisation

Les données de déformation (InSAR et GPS par exemple) contiennent des informations pouvant permettre de remonter aux paramètres géométrie et physiques de la source à l'origine de cette déformation. La modélisation numérique est une voie pour retrouver ses paramètres.

Supposons que nous disposons de données de déplacements, ordonnées dans le vecteur  $\mathbf{d}$ . Supposons maintenant que nous disposons d'une fonction  $F$  permettant de calculer les déplacements  $\mathbf{d}_m$  dus à une source de paramètres quelconques. Soit  $\mathbf{m}$  un vecteur contenant les paramètres de la source. Nous avons donc :

$$\mathbf{d}_m = F(\mathbf{m}) \tag{4.1}$$

La fonction  $F$  est appelée **modèle direct**, dans la mesure où l'on est capable de calculer directement  $\mathbf{d}_m$  si l'on fixe  $\mathbf{m}$ . Dans le cadre de la modélisation de données de déplacement, cette fonction correspond à un modèle de déformation plus ou moins complexe, pouvant par exemple prendre en compte des rhéologies complexes, une topographie réaliste, des géométries de sources variées ...

Le but commun à toutes les procédures de modélisations est la recherche des paramètres  $\mathbf{m}$  permettant de reproduire au mieux les déplacements. Cette recherche est appelée **prob-**

**lème inverse**, mais est parfois appelée **inversion**<sup>1</sup>. On recherche donc  $\mathbf{m}$  tel que :

$$\mathbf{d} = F(\mathbf{m}) + \varepsilon \quad (4.2)$$

où  $\varepsilon$  correspond aux erreurs d'observations.

En d'autres termes, on recherche  $\mathbf{m}$  tel que la différence entre les données et le modèle, pondérée par la variance des données, soit la plus faible possible. Cela revient à minimiser la fonction coût (au sens des moindres carrés) définie selon :

$$\chi^2 = (\mathbf{d} - F(\mathbf{m}))^T \mathbf{C}_d^{-1} (\mathbf{d} - F(\mathbf{m})) \quad (4.3)$$

où  $\mathbf{C}_d$  est la matrice de covariance sur les données. Dans cette expression, plus les données seront associées à une forte incertitude (fortes valeurs de variances et covariances), moins elles auront de poids dans le calcul du coût.

Deux situations peuvent alors être envisagées :

- La fonction  $F$  est linéaire ou linéarisable
- La fonction  $F$  n'est pas linéarisable

Les deux situations amènent à des résolutions différentes.

## 4.2 Résolution du problème inverse

### 4.2.1 Cas où le modèle direct $F$ est une fonction linéaire ou linéarisable

Dans ce cas, la fonction  $F$  correspond à une application linéaire reliant les paramètres du modèle  $\mathbf{m}$  aux déplacements modélisés  $\mathbf{d}_m$ . L'équation 4.1 peut alors être écrite sous forme matricielle selon :

$$\mathbf{d}_m = \mathbf{Fm} \quad (4.4)$$

où  $\mathbf{F}$ , souvent appelée « matrice des fonctions de Green », est une matrice contenant autant de lignes que de données observées, et autant de colonnes que de paramètres du modèle.

---

1. Le terme « inversion » et ses dérivés se sont imposés par comparaison à l'inversion matricielle, dans la mesure où cette dernière permet la résolution d'inconnues. Cependant, de nombreux problèmes inverses ne sont pas linéaires et ne peuvent pas être résolus directement par inversion matricielle.

L'équation 4.3 peut alors être écrite comme :

$$\chi^2 = (\mathbf{d} - \mathbf{F}\mathbf{m})^T \mathbf{C}_d^{-1} (\mathbf{d} - \mathbf{F}\mathbf{m}) \quad (4.5)$$

On cherche  $\mathbf{m}$  tel que  $\chi^2$  soit minimum, ce qui revient à chercher le  $\mathbf{m}$  qui annule la dérivée de l'équation précédente. L'annexe B.1 page 347 montre que cette dérivée est de la forme :

$$\dot{\chi}^2(\mathbf{m}) = 0 \Rightarrow \mathbf{F}^T \mathbf{C}_d^{-1} \mathbf{F} \mathbf{m} - \mathbf{F}^T \mathbf{C}_d^{-1} \mathbf{d} = 0$$

Le  $\mathbf{m}$  qui annule  $\dot{\chi}^2$  est alors donné par :

$$\mathbf{m} = (\mathbf{F}^T \mathbf{C}_d^{-1} \mathbf{F})^{-1} \mathbf{F}^T \mathbf{C}_d^{-1} \mathbf{d} \quad (4.6)$$

En général, lorsque la fonction  $F$  est linéarisable, la matrice des fonctions de Green est construite à l'aide d'un modèle de déplacement. La méthode de tomographie de déplacements, développée au cours de ce travail et présentée au chapitre 6 (page 99) est basée sur une telle matrice des fonctions de Green et sur la minimisation d'une fonction  $F$  linéarisable.

### 4.2.2 Cas où le modèle direct $F$ n'est pas linéarisable

Dans ce cas, le modèle direct  $F$  ne permet pas de relier de manière linéaire les paramètres du modèle  $\mathbf{m}$  et les déplacements modélisés  $\mathbf{d}_m$ . Il est alors nécessaire d'explorer l'espace des paramètres  $\mathbf{m}$ .

Cette exploration se fait en général de manière itérative. À chaque étape, on calcule les déplacements modélisés  $\mathbf{d}_m = F(\mathbf{m})$  pour une combinaison de paramètres donnée, puis on calcule la fonction coût présentée à l'équation 4.3 que l'on peut aussi écrire :

$$\chi^2 = (\mathbf{d} - \mathbf{d}_m)^T \mathbf{C}_d^{-1} (\mathbf{d} - \mathbf{d}_m) \quad (4.7)$$

L'exploration de l'espace des paramètres est menée de sorte que  $\mathbf{m}$  converge vers la combinaison permettant de minimiser la fonction coût.

Différents algorithmes permettent d'explorer de manière optimisée l'espace des paramètres, chacun étant adaptés à des configurations particulières. Les algorithmes dits de « dérivées » se

basent sur le gradient ou le Laplacien de la fonction coût et sont performants dans des situations où l'espace des paramètres est convexe et s'il ne présente pas de minima locaux.

Des algorithmes basés sur des méthodes de Monte-Carlo permettent d'améliorer l'exploration d'espaces concaves ou présentant plusieurs minima locaux. Ils introduisent une part de hasard dans la recherche du meilleur modèle, permettant ainsi d'éviter les minima locaux de la fonction coût. Les algorithmes génétiques, ou les algorithmes de type « Proches Voisins » sont bien adaptés aux problèmes inverses rencontrés en géophysique. Le chapitre 5 détaille la procédure NA-MBEM, combinant une fonction  $F$  non linéaire (modèle MBEM développée par Cayol et Cornet (1997)) avec un algorithme de type « Proches Voisins » (procédure NA, proposée par Sambridge (1999a) et appliquée aux données InSAR par Fukushima et al. (2005) au Piton de la Fournaise)

## 4.3 Sous échantillonnage des données et covariance

### 4.3.1 Sous-échantillonnage des données

Les données InSAR permettent d'avoir accès à un nombre de mesures égal au nombre de pixels de l'interférogramme. Ces données sont trop nombreuses pour pouvoir être toutes prises en compte sans entraîner des temps de calcul rédhibitoires, il est donc nécessaire de sous-échantillonner les données. Plusieurs méthodes de sous-échantillonnage sont disponibles :

#### Grille régulière

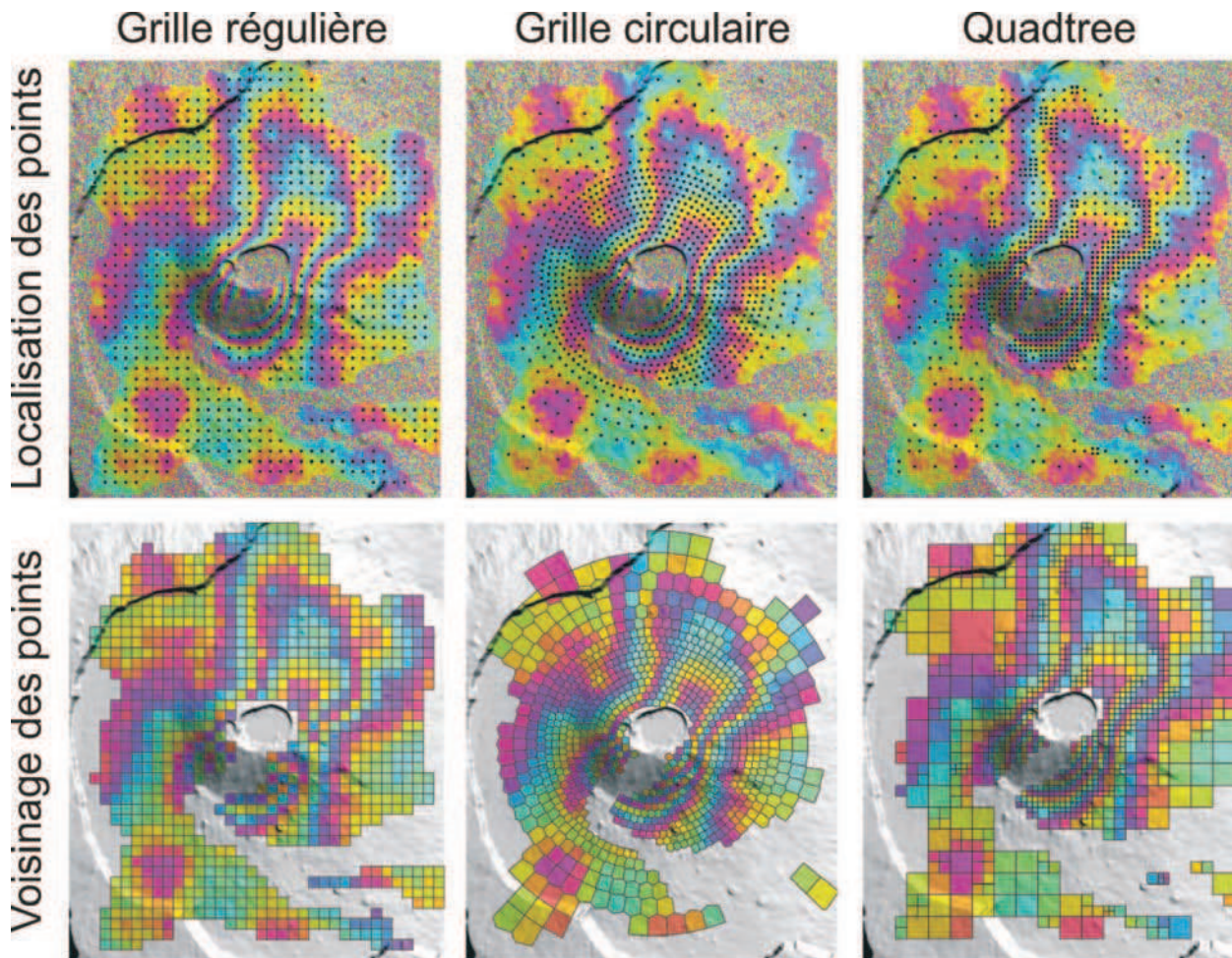
Les points de sous-échantillonnage sont répartis sur une grille rectangulaire régulière. Autour de chaque point, on définit un environnement, puis on affecte au point la valeur moyenne de tous les pixels localisés dans l'environnement.

#### Grille circulaire

Les points de sous-échantillonnage sont répartis sur une grille circulaire, dont la densité en points diminue du centre vers la périphérie. Autour de chaque point, on définit un environnement à l'aide de cellules de Voronoï, puis on affecte au point la valeur moyenne de tous les pixels localisés dans l'environnement. Ce type de grille permet de concentrer le sous-échantillonnage au niveau d'une zone d'intérêt choisie.

### Grille quadtree

L'image est fragmentée en carrés de plus en plus petits jusqu'à ce que la variance des déplacements dans un carré ait atteint la valeur de la variance du bruit (Jónsson et al., 2002; Fukushima et al., 2005). On récupère ensuite la valeur moyenne des pixels présents dans chaque quadrant. Cette méthode permet de densifier le sous-échantillonnage au niveau des zones où le gradient des déplacements est le plus important (Fig. 4.1).



**Figure 4.1** – Méthodes de sous-échantillonnage. Pour chaque exemple, des points sont créés en suivant une méthode particulière, et les points localisés sur des zones incohérentes sont éliminés. Un voisinage est défini autour de chaque point. La valeur affectée à chaque point correspond à la moyenne des pixels présents dans son voisinage. Les trois exemples contiennent approximativement le même nombre de points (respectivement 973, 944 et 950)

Fukushima et al. (2005) ont étudié l'influence du type de sous-échantillonnage sur la qualité des inversions de type NA-MBEM, à partir de déplacements synthétiques. Ils montrent que les trois méthodes permettent de retrouver convenablement les paramètres géométriques des sources. Cependant, comme la forme des déplacements varie beaucoup en fonction de la géométrie d'acquisition, le nombre de points de sous-échantillonnage peut varier fortement



d'un interférogramme à l'autre. Lors des inversions, la valeur de la fonction coût dépend du nombre de points de sous-échantillonnage.

Lors d'une inversion prenant en compte plusieurs lignes de visée, l'utilisation de la méthode quadtree introduira donc une pondération pour chaque ligne de visée qui dépendra du nombre de points de sous-échantillonnage dans chaque interférogramme. Pour deux interféogrammes contenant un nombre équivalent de pixels cohérents mais n'enregistrant pas la même quantité de déplacements, le nombre de points ne sera pas le même. Si le nombre de points est très différent d'un interférogramme à l'autre, il sera alors préférable de sous-échantillonner les données à partir d'une grille circulaire, de sorte que tous les interféogrammes aient un nombre équivalent de points, permettant d'équilibrer ainsi les poids relatifs attribués à chaque ligne de visée.

Nous proposons à la section 6.5.4 page 134 une méthode pour équilibrer les poids relatifs de données de nature différentes – InSAR et GPS par exemple – lors des inversions.

En pratique, nous échantillonnerons les données InSAR par méthode quadtree. Lors des inversions prenant en compte plusieurs interféogrammes ou des données de nature différentes, si le nombre de points de sous-échantillonnage est trop déséquilibré entre les lignes de visée, nous sous-échantillonnerons les interféogrammes par une grille circulaire.

### 4.3.2 Matrice de covariance

La matrice de covariance  $\mathbf{C_d}$  doit refléter l'incertitude associée aux données. Cette incertitude est essentiellement due aux effets atmosphériques qui modulent le signal de déformation. Nous avons vu comment corriger les données de la composante atmosphérique dont les paramètres varient de manière linéaire avec l'altitude (Partie 2.2 et Beauducel et al. (2000a)). Les variations de courte longueur d'onde de l'atmosphère ne sont pas modélisables ni corrigeables et constituent une partie du bruit dans les données. La matrice  $\mathbf{C_d}$  permet de prendre en compte ce bruit dans les inversions.

Sur un interférogramme donné, seules les zones ne subissant pas de déformation et ne contenant pas de résidus topographiques sont sélectionnées. Les pixels sont ensuite analysés deux à deux : pour chaque couple de pixels, on détermine la différence de leur valeur et la distance les séparant. Il est alors possible de connaître la relation entre la différence des valeurs en fonction de la distance séparant les pixels. La courbe résultante est appelée *fonction d'autocorrélation*. Cette mesure permet de connaître la distance de corrélation  $a$

entre deux pixels à partir de laquelle on peut considérer que les valeurs du bruit de ces deux pixels sont indépendantes (Fukushima et al., 2005; Tarantola, 1987). Fukushima et al. (2005) et Tinard (2007) ont montré qu'une fonction exponentielle permet d'ajuster convenablement la fonction d'autocorrélation pour les données InSAR acquises au Piton de la Fournaise.

La matrice  $\mathbf{C}_{\mathbf{d}}$  est construite de sorte que :

$$\mathbf{C}_{\mathbf{d},i,j} = \sigma_i \sigma_j e^{-\frac{r_{i,j}}{a}} \quad (4.8)$$

où  $\sigma_i$  et  $\sigma_j$  correspondent aux écarts-types des  $i^{\text{ème}}$  et  $j^{\text{ème}}$  données du vecteur  $\mathbf{d}$  des observations, et  $r_{i,j}$  est la distance séparant ces deux pixels.

Si l'on ne dispose pas de la variance de chaque pixel mais seulement de la variance moyenne de l'interférogramme  $\overline{\sigma_d^2}$ , la matrice  $\mathbf{C}_{\mathbf{d}}$  est alors construite selon :

$$\mathbf{C}_{\mathbf{d},i,j} = \overline{\sigma_d^2} e^{-\frac{r_{i,j}}{a}} \quad (4.9)$$

La matrice de covariance est donc telle que ses termes diagonaux sont égaux à  $\overline{\sigma_d^2}$  et ses termes non diagonaux dépendront de la distance de corrélation  $a$  entre les données échantillonnées. Dans le cas des données GPS, la variance utilisée est l'erreur RMS (root mean square) sur chaque composante et la distance de corrélation sera supposée nulle.



# Chapitre 5

## Modélisation par méthode NA-MBEM

### Résumé

Les données de déplacements peuvent être utilisées afin de connaître la ou les sources à leur origine. Ce chapitre présente les principes de la méthode de modélisation numérique NA-MBEM, utilisée dans cette étude. Elle est basée sur l'utilisation d'un modèle direct de déformation à partir duquel il est possible de calculer les déplacements provoqués par une ou plusieurs sources de géométrie fixée (MBEM : Mixte Boundary Element Model). Les déplacements obtenus par le modèle sont ensuite comparés aux données par le calcul d'une fonction coût. En fonction du nombre de jeux de données utilisé ou bien de la dynamique des déplacements observés dans les données, le formalisme de la fonction coût peut être amené à changer. Une procédure d'optimisation par proches voisins (NA : Neighborhood algorithm) permet de trouver la géométrie de la source minimisant la fonction coût, c'est-à-dire reproduisant au mieux les déplacements. Enfin, une méthode d'analyse statistique permet d'en déterminer les intervalles de confiance de chacun des paramètres de la source.

### 5.1 Introduction

En général, la modélisation des déplacements a pour but de retrouver les paramètres géométriques et physiques de la source à l'origine de la déformation. Elle passe par l'utilisation d'un modèle direct de déformation  $F$  à partir duquel il est possible de calculer les déplacements  $\mathbf{d}_m$  de la topographie dus à une source dont les paramètres  $\mathbf{m} = [m_1, \dots, m_m]$  sont fixés par l'utilisateur. Il est alors possible de calculer une fonction coût  $\chi^2$  entre les

données de déplacement  $\mathbf{d}$  et les données modélisées  $\mathbf{d}_m$  (voir chapitre 4 page 73). Cette fonction coût, encore appelée misfit, permet de comparer de manière pondérée les déplacements modélisés aux observations :

$$\mathbf{d}_m = F(m_1, \dots, m_m) = F(\mathbf{m}) \quad (5.1)$$

$$\chi^2 = (\mathbf{d} - \mathbf{d}_m)^T \mathbf{C}_d^{-1} (\mathbf{d} - \mathbf{d}_m) \quad (\text{voir équ 4.7 page 73}) \quad (5.2)$$

Trouver la géométrie de la source la plus probable revient donc à rechercher les paramètres de la source permettant de minimiser cette fonction coût. Dans le cas où le modèle direct  $F$  ne permet pas de relier  $\mathbf{m}$  et  $\mathbf{d}_m$  de manière linéaire, la recherche de ce minimum est effectuée en explorant l'espace des paramètres de  $\mathbf{m}$ .

Nous présenterons dans ce chapitre quelques uns des modèles de déformations usuellement utilisés en modélisation des déplacements, puis nous justifierons le choix de l'utilisation du modèle direct MBEM développé par (Cayol et Cornet, 1997). Nous détaillerons ensuite la procédure de recherche par Proches Voisins, utilisée pour trouver le modèle le plus probable et caractériser les incertitudes sur les paramètres du modèle. Enfin, nous proposerons différentes expressions de la fonction coût, permettant de limiter le nombre de paramètres à inverser ainsi que d'accélérer la convergence de la procédure de recherche.

## 5.2 Choix du modèle direct de déformation

### 5.2.1 Modèles de déformation disponibles

Les modèles directs de déformation se classent en deux catégories distinctes : les modèles analytiques et les modèles numériques.

Les modèles analytiques permettent de calculer les déplacements provoqués par une source à l'aide d'une fonction mathématique simple. Ils sont en général rapides à mettre en œuvre et ne nécessitent pas de grosses ressources numériques. Cependant, ils sont spécifiques d'une géométrie de source bien définie et en général valables dans des contextes particuliers : par exemple, le modèle de Mogi (Mogi, 1958), basé sur l'expression des déformations dues à la variation de volume d'une source ponctuelle en milieu élastique semi infini (Yamakawa, 1955), permet de calculer les déplacements provoqués par une source sphérique dont le volume varie. Grâce à sa simplicité, le modèle de Mogi a été utilisé dans de nom-

breuses études concernant les variations de pression de chambres magmatiques, comme l'on fait Sigmundsson et al. (1997), Lu et al. (2000a,c,b, 2002, 2003) ou encore Pritchard et Simons (2002). Cependant, ce modèle n'est valable qu'à la condition que le milieu considéré soit semi infini et que le rayon de la source soit petit face à la profondeur de la source. Un modèle de Mogi ne permet donc pas de prendre en compte une topographie réaliste (Cayol et Cornet, 1998a; Williams et Wadge, 1998), ni de modéliser les effets d'une source superficielle. Le modèle de source ponctuelle de Yamakawa (1955) a été décliné de sorte à pouvoir prendre en compte des sources superficielles (McTigue, 1987), une topographie réaliste (Williams et Wadge, 2000) ou même des géométries de sources plus complexes telles que des ellipsoïdes (Yang et al., 1988), des dislocations elliptiques ou des cubes (Okada, 1992). Quel que soit le modèle utilisé, la géométrie de la source reste donc très simple, et les conditions d'utilisation contraignantes.

Les modèles numériques s'affranchissent en grande partie de ces contraintes : ils sont basés sur une discrétisation de la topographie et de la source, et permettent donc de modéliser les déplacements d'une ou de plusieurs sources de géométrie quelconque sur une topographie réaliste. Cette souplesse est contrebalancée par un temps de calcul beaucoup plus long que pour les modèles analytiques. De plus, à cause de la discrétisation, les déplacements modélisés seront d'autant plus précis que les maillages des sources et de la topographie seront fins. Le calcul nécessitera alors beaucoup de temps pour obtenir un résultat précis. De nombreux modèles numériques ont été développés et permettent de prendre en compte différentes rhéologies. Ainsi Andrew V. Newman et al. (2006) se basent sur la visco-élasticité et la méthode des éléments finis pour leur modèle de déformation de la caldeira de Long Valley en Californie entre 1995 et 2000, un modèle élasto-plastique à éléments finis est utilisé par Trasatti et al. (2005) pour contraindre la source des déplacements associés à l'activité des Champs Phlégréens (Italie) durant la crise de 1982 à 1984. Plus récemment, Manconi et al. (2007) ont utilisé une méthode d'éléments finis considérant un milieu hétérogène pour l'édifice volcanique (empilement de couches avec des propriétés mécaniques différentes) et l'ont appliquée à la modélisation des déplacements observés par InSAR entre 1992 et 1998 aux Galápagos.

### 5.2.2 Nécessité de la prise en compte de la topographie

Cayol et Cornet (1998a) et Fukushima et al. (2005) ont mis en évidence que l'effet de la topographie est important et que, la négliger, pouvait induire des erreurs d'estimation de l'ordre de 30 % sur les paramètres géométriques – profondeur de base du dyke et volume du dyke notamment – et jusqu'à 50 % sur les surpressions pour une topographie dont la pente

moyenne est de  $30^\circ$ . Négliger la topographie peut donc conduire à des erreurs d'interprétation importantes lorsque l'on étudie les édifices volcaniques dont les pentes moyennes varient de  $5^\circ$  pour les volcans boucliers basaltiques à plus de  $35^\circ$  pour les stratovolcans.

La pente moyenne du Piton de la Fournaise est supérieure à  $5^\circ$ . Au sein de l'Enclos Fouqué, dans la partie sommitale limitée à l'est par les Grandes Pentes, la pente moyenne est de l'ordre de  $15^\circ$ . Sur le cône sommital où se situent les cratères Bory et Dolomieu, les pentes sont plus marquées et varient de  $25^\circ$  à  $35^\circ$  (Michon et Saint Ange, 2008). La prise en compte de la topographie dans les modélisations sur le Piton de la Fournaise est donc une condition nécessaire à l'obtention de modèles valides.

### 5.2.3 Modèle direct 3D-MBEM

La méthode d'éléments frontières mixtes (MBEM : Mixte Boundary Element Model), développée par Cayol et Cornet (1997), permet de prendre en compte une topographie réaliste. Ce modèle numérique permet de calculer les déplacements provoqués par des sources volumiques ou des dislocations dans un encaissant élastique et considéré comme homogène. Il combine deux méthodes d'éléments frontières : la méthode directe Rizzo (1967) et la méthode des discontinuités de déplacements Crouch (1976). La méthode directe, prenant en compte des variations linéaires des déplacements et des contraintes sur les éléments est la plus efficace et la plus précise pour le calcul des déplacements provoqués par des structures massives. La méthode des discontinuités de déplacements est la plus adaptée pour modéliser les fractures ; avec cette méthode, nous supposons que les déplacements et les contraintes sont constants sur les éléments. D'autre part, le temps de calcul d'un modèle est suffisamment bref pour être implémenté dans des inversions par méthode de Monte-Carlo.

Ce modèle a déjà été utilisée par Cayol et Cornet (1998a) puis Beauducel et al. (2000b) afin de retrouver la surpression et la combinaison surpression/contrainte cisailante sur une source de pression permettant d'expliquer au mieux leurs données. Beauducel et Cornet (1999) ont réalisé des inversions de données pour localiser une source sphérique et son changement de volume. Plus récemment Froger et al. (2004) ont réalisé une inversion de données interférométriques pour caractériser la géométrie du dyke de l'éruption d'août 2003 au Piton de la Fournaise en combinant la méthode d'éléments frontières mixtes (Cayol et Cornet, 1997) et d'inversion par proches voisins développée par Fukushima et al. (2005). Dans ces situations, la déformation se met en place plus rapidement que la fréquence de revisite des satellites lors de l'acquisition d'images destinées à l'InSAR. L'encaissant peut donc être considéré comme élastique. Nercessian et al. (1996) à partir de données sismiques

et Gailler et al. (2009) à partir de données gravimétriques, ont mis en évidence la présence d'hétérogénéités dans la structure du Piton de la Fournaise. Ces hétérogénéités peuvent avoir une influence sur les champs de déformation, mais ne pourront pas être prises en compte avec MBEM.

#### 5.2.4 Intégration de MBEM dans une procédure d'inversion

En pratique, le programme MBEM a besoin de plusieurs fichiers : le premier contient un maillage de la topographie, le second (ou les suivants) contient le maillage de la source provoquant les déplacements. On indique ensuite quel type de contrainte on souhaite appliquer à la source et on spécifie la valeur de ces contraintes (valeur de variation de pression par exemple). MBEM est donc capable de calculer les déplacements provoqués par une source de géométrie quelconque sur la topographie.

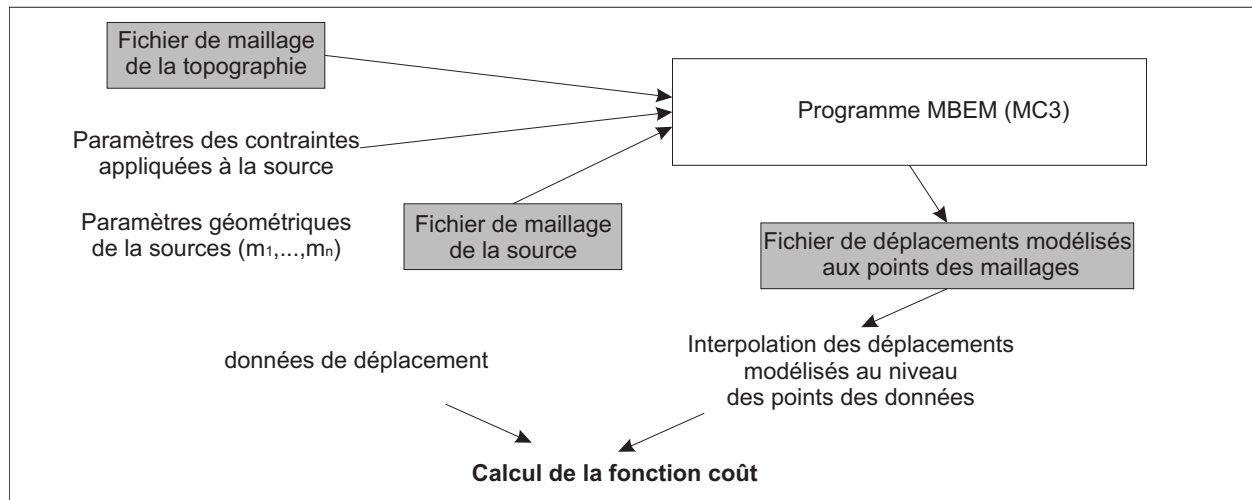
Afin d'utiliser MBEM avec une procédure d'inversion, il est nécessaire d'avoir un *a priori* sur le processus à l'origine de la déformation, ainsi que sur la géométrie de la source. La géométrie de la source à l'origine de la déformation doit pouvoir être décrite par quelques paramètres (par exemple, le rayon et la position du centre d'une sphère). Les procédures d'inversion permettent de générer des maillages de source correspondant aux paramètres désirés, et d'indiquer à MBEM les valeurs des contraintes que l'on souhaite appliquer à la source.

MBEM renvoie alors les déplacements provoqués par la source au niveau des points du maillage de la topographie, qui seront ensuite interpolés au niveau des points des données. C'est entre ces déplacements et les déplacements observés que l'on calculera la fonction coût (Fig. 5.1).

### 5.3 Optimisation par algorithme de proches voisins (NA)

Le modèle numérique MBEM (fonction  $F$ ) ne permet pas de relier linéairement la géométrie de la source aux déplacements de la topographie. Afin de résoudre un problème inverse basé sur un tel modèle de déformation, il est nécessaire de rechercher le minimum de la fonction  $\chi^2$  de manière numérique, ce qui implique de choisir convenablement l'algorithme d'exploration de l'espace des paramètres.





**Figure 5.1** – Succession des étapes lors d'un calcul de la fonction coût avec MBEM. Les paramètres géométriques de la source sont utilisés pour générer un fichier contenant le maillage de la source. Ce fichier, ainsi qu'un fichier contenant le maillage de la topographie, sont utilisés par le programme MBEM pour calculer les déplacements. Les résultats du calcul sont enregistrés dans un troisième fichier, contenant les déplacements au niveau des points des maillages. Ces déplacements modélisés sont ensuite interpolés au niveau des points des données, puis utilisés pour le calcul de la fonction coût.

Les algorithmes dits de « dérivées » se basent sur le gradient ou le Laplacien de la fonction coût et ne fournissent des résultats satisfaisants, dans des temps de calcul raisonnables, que dans des situations où l'espace des paramètres est convexe et s'il ne présente pas de minima locaux. Cette condition est rarement vérifiée dans les problèmes inverses de géophysique. Les algorithmes basés sur des méthodes de Monte-Carlo permettent d'améliorer l'exploration de l'espace des paramètres en introduisant une part de hasard dans la recherche du meilleur modèle. Ces méthodes permettent d'éviter les minima locaux de la fonction coût. Sambridge (1999a) a comparé deux algorithmes de type Monte-Carlo – algorithme génétique et proches voisins – pour inverser des données sismiques. Il montre que la méthode dite de proches voisins permet de converger plus rapidement vers une solution que l'algorithme génétique.

### 5.3.1 Principes

La méthode par proches voisins est inscrite dans le cadre de l'inférence bayésienne (se référer à Tarantola (1987) pour plus de détails). Dans ce cadre, la solution bayésienne d'un problème inverse est la fonction de densité de probabilité *a posteriori* (PPD). Le but de la méthode par proches voisins est donc de rechercher une région de l'espace des paramètres pour laquelle les déplacements modélisés reproduisent convenablement les déplacements observés (faible  $\chi^2$ ), plutôt que de trouver une seule solution  $\mathbf{m}$  permettant de minimiser  $\chi^2$ .

Cette approche probabiliste revient à rechercher  $P(\mathbf{m}|\mathbf{d})$ , la probabilité du modèle  $\mathbf{m}$  sachant que nous observons les déplacements  $\mathbf{d}$ .  $P(\mathbf{m}|\mathbf{d})$  sera notée par la suite  $P(\mathbf{m})$ . Si  $\chi^2$  a une distribution normale, alors  $P(\mathbf{m})$  nous est donnée par :

$$P(\mathbf{m}) = k \exp\left(-\frac{1}{2}\chi^2(\mathbf{m})\right) \quad (5.3)$$

(Tarantola, 2005; Fukushima et al., 2005) où  $k$  est un facteur de normalisation.

On cherche donc *in fine* le modèle  $\mathbf{m}$  permettant de maximiser cette probabilité. Le modèle direct  $F(\mathbf{m})$  est un modèle numérique, et ne permet pas d'établir une expression analytique de  $P(\mathbf{m})$ . La difficulté d'une inversion établie dans le cadre bayésien réside dans l'estimation de  $P(\mathbf{m})$ , définie dans un espace continu, à partir d'une estimation discrète de  $\chi^2$ .

Dès lors, l'estimation de la PPD  $P(\mathbf{m})$  nécessite deux étapes : la première permettra d'estimer  $\chi^2$  en explorant l'espace des paramètres, la seconde permettra d'avoir accès à  $P(\mathbf{m})$  à partir de l'exploration réalisée, puis de déterminer le modèle moyen, ainsi que de quantifier les intervalles de confiance de tous les paramètres.

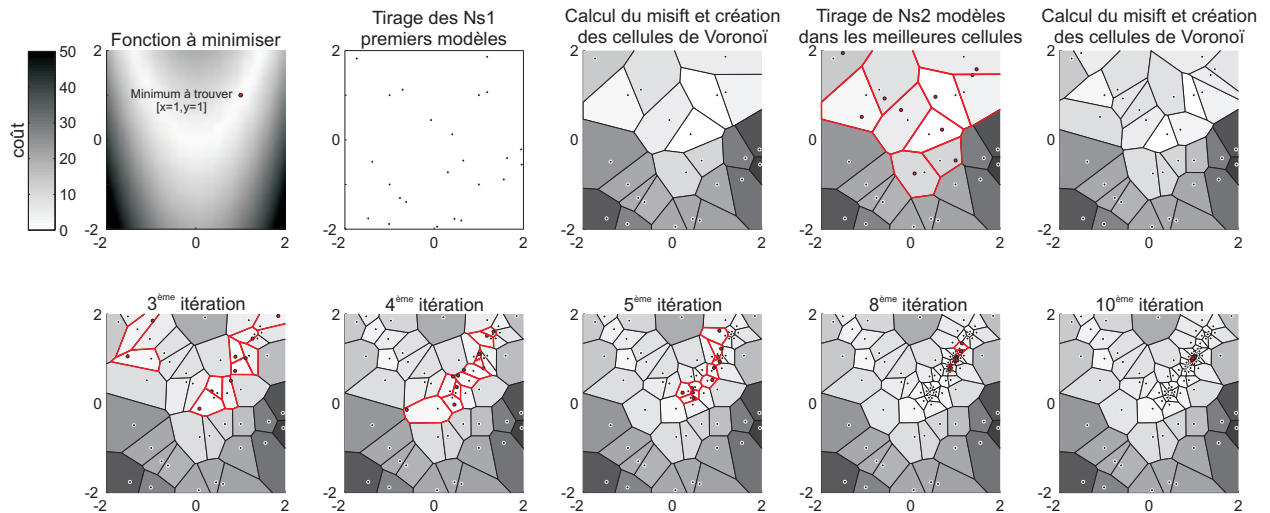
### 5.3.2 Étape 1 : exploration de l'espace des paramètres par méthode de proches voisins (NA)

La première étape de l'inversion a pour but d'explorer l'espace des paramètres. Elle permet aussi d'avoir accès à un meilleur modèle. La figure 5.2 illustre le principe de l'algorithme itératif (proches voisins) à partir d'un exemple d'inversion pour un espace à deux dimensions.

La fonction de Rosenbrock (ou fonction banane) que l'on cherche à minimiser est souvent utilisée pour tester les algorithmes d'optimisation. Elle a la particularité de posséder une vallée dans laquelle la valeur du coût varie très peu. Le minimum que l'on cherche à retrouver correspond au point de coordonnées [1,1].

À la première itération,  $Ns_1$  modèles sont tirés de manière aléatoire et pour chacun d'entre eux, la fonction coût est calculée. L'espace des paramètres est ensuite divisé en cellules de Voronoï, puis ces cellules sont triées selon les valeurs croissantes de la fonction coût.

À l'itération  $n+1$ , les  $Ns_2$  cellules associées aux  $Ns_2$  meilleurs modèles sont sélectionnées, c'est à dire celles pour lesquelles la fonction coût est la plus faible, puis un nouveau modèle est tiré de manière aléatoire dans chacune de ces cellules. De nouveau, les fonctions coût sont



**Figure 5.2** – Exemple de minimisation d’une fonction par proches voisins. On cherche le minimum de la fonction banane montrée à la première figure ( $\min_{\text{banane}} = [1, 1]$ ). Les bornes utilisées sont  $(x, y) \in [-2, 2]$ ,  $N_{s1} = 25$  et  $N_{s2} = 10$ . Pour l’itération  $n$ , tous les points tirés aux itérations  $< n$  sont marqués en noir, les cellules contenant les meilleurs modèles sont surlignées en rouge, et les points tirés dans ces meilleures cellules sont marqués en rouge.

calculées pour ces nouveaux modèles, puis l’espace des paramètres est de nouveau fragmenté en cellules de Voronoï en prenant en compte les nouveaux modèles calculés.

À chaque itération, les nouveaux modèles sont tirés dans les cellules ayant un coût faible. Dès lors, au fur et à mesure des itérations, les modèles tirés convergent vers le modèle correspondant au minimum de la fonction coût. La taille (ou surface dans notre exemple) des cellules de voronoï nouvellement créées diminue avec le nombre d’itérations, et l’espace des paramètres est d’autant mieux sous-échantillonné que la procédure se rapproche du minimum de la fonction  $\chi^2$ .

L’exploration de l’espace des paramètres par méthode de proches voisins a été implémenté en langage Matlab par Fukushima et al. (2005). Nous présentons un guide d’utilisation d’une version très modifiée de cette procédure dans la partie 14 (fonction `nasearch_moi`) ainsi que différentes variantes de la recherche par proches voisins.

### 5.3.3 Étape 2 : analyse statistique

La seconde étape de l’inversion a pour objectif d’estimer la fonction de densité *a posteriori* (PPD ou encore  $P(\mathbf{m})$ ), puis d’en déduire les incertitudes sur les paramètres  $\mathbf{m}$  du modèle.

Dans le cadre de l'inférence bayésienne, l'équation 5.3<sup>1</sup> nous permet de relier la PPD au misfit  $\chi^2$  à condition que la distribution de  $\chi^2$  soit normale. Cependant, la procédure de recherche détaillée précédemment nous donne accès à une version discrétisée de  $\chi^2(\mathbf{m})$ , et ne garantit nullement la répartition normale du misfit  $\chi^2$  puisque l'espace des paramètres a été d'autant plus sous échantillonné que la procédure convergeait vers un bon modèle.

Plutôt que de chercher à résoudre  $P(\mathbf{m})$ , Sambridge (1999b) propose de l'approximer en se basant sur deux propriétés :

1. Dans le cadre de l'inférence bayésienne, on montre que si un échantillon de  $\chi^2$  a une distribution normale, alors la densité de la distribution de  $\chi^2$  tend de manière asymptotique vers  $P(\mathbf{m})$  (Tarantola, 2005). Dans ce cas, un moyen simple de connaître  $P(\mathbf{m})$  est donc d'estimer la distribution  $h(\mathbf{m})$  de  $\chi^2$ . Nous avons donc :

$$P(\mathbf{m}) \approx h(\mathbf{m}) \quad (5.4)$$

2. La PPD dans une cellule ( $P_{NA}(\mathbf{m})$ ) est approximable par la PPD du point  $\mathbf{p}_i$  de la cellule ( $P(\mathbf{p}_i)$ ) et est donc considérée comme uniforme dans la cellule entière. En d'autres termes, au voisinage d'un point, on peut écrire :

$$P_{NA}(\mathbf{m}) = P(\mathbf{p}_i) \quad (5.5)$$

L'estimation de  $P(\mathbf{m})$  peut alors être résumé à un problème d'interpolation de la fonction  $\chi^2(\mathbf{m})$  dans l'espace des paramètres, de sorte que la nouvelle distribution du  $\chi^2$  des modèles soit normale. Les valeurs du  $\chi^2$  des modèles interpolés seront définies en se basant sur l'uniformité du  $\chi^2$  dans une cellule. Sambridge (1999b) propose une procédure de re-échantillonnage de la population obtenue lors de l'étape de recherche, en utilisant une procédure de Monte-Carlo de type « Marche Aléatoire » (Gibbs sampler) qui permet d'assurer une distribution uniforme du  $\chi^2$ .

À partir de ce re-échantillonnage de la fonction  $\chi^2(\mathbf{m})$ , nous avons accès à la PPD, qui peut elle même nous renseigner sur densités de probabilité marginale, les PPD-1D et les PPD-2D. Ces densités de probabilité marginales peuvent être comprises comme la projection de la PPD selon une seule dimension (PPD-1D) ou deux dimensions (PPD-2D).

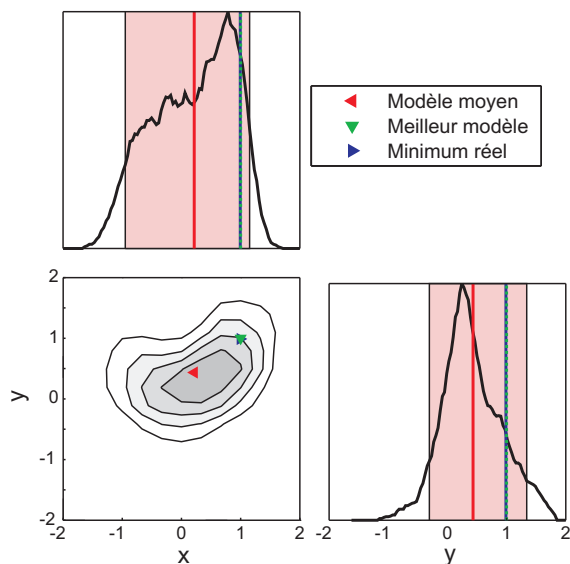
---

1. Équation 5.3 page 85

$$P(\mathbf{m}) = k \exp\left(-\frac{1}{2}\chi^2(\mathbf{m})\right)$$

Les PPD-1D permettent une représentation de la distribution des modèles pour un paramètre donné, ainsi que les intervalles de confiance à 95%. La représentation des PPDs 2D renseigne quant à elle sur les éventuels compromis entre les différents paramètres qui se manifesteraient par une forme allongée des iso-contours. Elle indique aussi si les intervalles de recherche sont suffisamment larges. Si ce n'est pas le cas, les formes des iso-contours sont quadrangulaires et suivent les bornes des intervalles. La figure 5.3 montre les PPD-1D et 2D dans l'exemple de l'inversion réalisée pour trouver le minimum de la fonction banane.

Enfin, à partir de la PPD, il est aussi possible de calculer le modèle moyen. Si après re-échantillonnage, les distributions des paramètres sont aussi gaussiennes, alors le modèle moyen sera proche du meilleur modèle trouvé lors de la procédure de recherche. Dans le cas contraire, le modèle moyen pourra être relativement éloigné du meilleur modèle.



**Figure 5.3** – Densité de probabilité 1D (PPD1D) et 2D (PPD2D) après la recherche du minimum de la fonction banane. Le meilleur modèle est indiqué en rouge, le modèle moyen en vert, et les intervalles de confiance sur les paramètres en rose sur les PPD1D. Les PPD2D reproduisent la forme de la vallée.

## 5.4 Déclinaisons de la fonction coût

### 5.4.1 Prise en compte du shift et de plusieurs jeux de données

L'équation 5.2<sup>2</sup> donne une fonction coût simple. Cependant, les déplacements enregistrés par InSAR sont connus à une constante près, appelée shift  $s$ . Ce décalage peut être corrigé si l'on dispose d'une zone de référence où l'on est certain qu'il n'y a pas eu de déplacements. Si l'on ne dispose pas d'une telle zone sur les interférogrammes, il est possible de déterminer un shift optimal au cours des inversions.

Si l'on prend en compte le shift  $s$ , l'équation de la fonction coût devient :

$$\chi^2 = (\mathbf{d} - s - \mathbf{d}_m)^T \mathbf{C}_d^{-1} (\mathbf{d} - s - \mathbf{d}_m) \quad (5.6)$$

D'autre part, Wright et al. (2004) ont montré qu'utiliser plusieurs géométries d'acquisition lors des inversions permet d'améliorer les résultats. Si on a  $M$  jeux de données supposés indépendants, dans  $M$  géométries d'acquisition différentes, alors chaque jeu de données  $\mathbf{d}_j$  aura son propre shift  $s_j$  et sa propre matrice de covariance  $\mathbf{C}_{d_j}$ , et la fonction coût pourra être écrite comme :

$$\chi^2 = \sum_{j=1}^M \chi_j^2 = \sum_{j=1}^M (\mathbf{d}_j - s_j - \mathbf{d}_{mj})^T \mathbf{C}_{d_j}^{-1} (\mathbf{d}_j - s_j - \mathbf{d}_{mj}) \quad (5.7)$$

### 5.4.2 Fonction coût sans le paramètre de l'amplitude des déplacements

S'il existe une relation linéaire entre la quantité de déplacement et la norme du vecteur contrainte appliqué à la source à l'origine des déplacements, alors la norme du vecteur contrainte  $\psi$  peut être estimée sans avoir à être pris en compte en tant que paramètre dans l'inversion par méthode de Monte-Carlo. Ceci permet de réduire le nombre de paramètres

---

2. Équation 5.2 page 80

$$\chi^2 = (\mathbf{d} - \mathbf{d}_m)^T \mathbf{C}_d^{-1} (\mathbf{d} - \mathbf{d}_m)$$

où  $\mathbf{C}_d$  est la matrice de covariance,  $\mathbf{d}$  sont les déplacements observés et  $\mathbf{d}_m$  sont les déplacements modélisés pour le modèle  $\mathbf{m}$

de l'inversion et donc d'accélérer la convergence. Ainsi, les déplacements modélisés peuvent s'écrire :

$$\mathbf{d}_m = F(m_1, \dots, m_{m-1}, \psi) = \psi F(m_1, \dots, m_{m-1}, 1) = \psi \mathbf{d}_{m,1} \quad (5.8)$$

où  $\mathbf{d}_{m,1}$  correspond aux déplacements pour lesquels la norme du vecteur contrainte  $\psi$  est fixée à 1. Dès lors, la fonction misfit peut s'écrire :

$$\chi^2 = \left( \mathbf{d} - s - \psi \mathbf{d}_{m,1} \right)^T \mathbf{C}_{\mathbf{d}_j}^{-1} \left( \mathbf{d} - s - \psi \mathbf{d}_{m,1} \right) \quad (5.9)$$

### Source unique et variation de volume unique

Si on a  $M$  jeux de données couvrant exactement le même événement, alors la géométrie de la source et sa variation de volume doivent être identiques pour tous les jeux de données, mais le shift reste spécifique à chaque jeu. Dans ce cas, la fonction misfit peut s'écrire :

$$\chi^2 = \sum_{j=1}^M \chi_j^2 = \sum_{j=1}^M \left( \mathbf{d}_j - s_j - \psi \mathbf{d}_{m,j} \right)^T \mathbf{C}_{\mathbf{d}_j}^{-1} \left( \mathbf{d}_j - s_j - \psi \mathbf{d}_{m,j} \right) \quad (5.10)$$

En posant :

$$\mathbf{D}_{m,1} = \begin{pmatrix} \mathbf{d}_{m,1} & 1 & 0 & 0 \\ \vdots & 0 & \ddots & 0 \\ \mathbf{d}_{m,M} & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{d} = \begin{pmatrix} \mathbf{d}_1 \\ \vdots \\ \mathbf{d}_M \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad X = \begin{pmatrix} \psi \\ s_1 \\ \vdots \\ s_M \end{pmatrix} \quad (5.11)$$

alors le shift  $s_j$  pour chaque jeu de données et la norme du vecteur contrainte  $\psi$  de la source sont résolus par la méthode des moindres carrés par :

$$X = (\mathbf{D}_{m,1}^T \mathbf{C}_{\mathbf{d}}^{-1} \mathbf{D}_{m,1})^{-1} \mathbf{D}_{m,1}^T \mathbf{C}_{\mathbf{d}}^{-1} \mathbf{d} \quad (5.12)$$

### Source unique et variations de volume multiples

Lorsque les déplacements ne sont pas instantanés, il se peut que les données de déplacements ne couvrent pas exactement la même période : dans ce cas, les interférogrammes ne contiendront pas la même quantité de déplacements. Si la géométrie de la source et la direction du vecteur contrainte sont restées fixes durant toute la période couverte par les données,

alors la relation de linéarité présentée à l'équation précédente sera toujours valable, et chaque jeu de données aura un shift et une norme du vecteur contrainte qui lui seront spécifiques. La fonction misfit peut alors s'écrire :

$$\chi^2 = \sum_{j=1}^M \chi_j^2 = \sum_{j=1}^M \left( \mathbf{d}_j - s_j - \psi_j \mathbf{d}_{\mathbf{m},j} \right)^T \mathbf{C}_d^{-1} \left( \mathbf{d}_j - s_j - \psi_j \mathbf{d}_{\mathbf{m},j} \right) \quad (5.13)$$

En posant :

$$\mathbf{D}_{\mathbf{m}} = \begin{pmatrix} \mathbf{d}_{\mathbf{m},1} & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & \ddots & 0 & 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{d}_{\mathbf{m},M} & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \mathbf{d} = \begin{pmatrix} \mathbf{d}_1 \\ \vdots \\ \mathbf{d}_M \end{pmatrix} \text{ et } X = \begin{pmatrix} \psi_1 \\ \vdots \\ \psi_M \\ s_1 \\ \vdots \\ s_M \end{pmatrix} \quad (5.14)$$

alors le shift  $s_j$  et la norme du vecteur contrainte  $\psi_j$  de la source pour chaque jeu de données sont résolus par moindres carrés par :

$$X = (\mathbf{D}_{\mathbf{m}}^T \mathbf{C}_d^{-1} \mathbf{D}_{\mathbf{m}})^{-1} \mathbf{D}_{\mathbf{m}}^T \mathbf{C}_d^{-1} \mathbf{d} \quad (5.15)$$

### Comparaison des différents calculs de misfit

Ces différentes formulations de la fonction coût ont été testées sur les modèles synthétiques de sphère présentés au chapitre 3. La contrainte appliquée à la sphère correspond à une variation de pression. La pression de la sphère diminue avec le temps de manière exponentielle et le jeu de données 1 (Fig. 3.7 page 56) contient 4 interférogrammes couvrant différentes périodes. La géométrie de la source et sa variation de pression ont été inversées soit en prenant en compte la pression de la source comme paramètre dans l'inversion, soit en considérant une variation de pression unique de la source, soit en considérant une variation de pression différente par jeu de données.

La figure 5.4 montre les PPD1D pour chacune des fonctions misfit utilisées. Quelle que soit la méthode, la position du centre de la source ( $x_c$ ,  $y_c$  et  $z_c$ ) est bien retrouvée. Les méthodes par inversion de la variation de pression ou par recalcul d'une variation de pression unique donnent des résultats similaires, mais dans les deux cas, le rayon initial n'est pas compris dans les intervalles de confiance. La méthode recalculant une variation de pression pour chaque

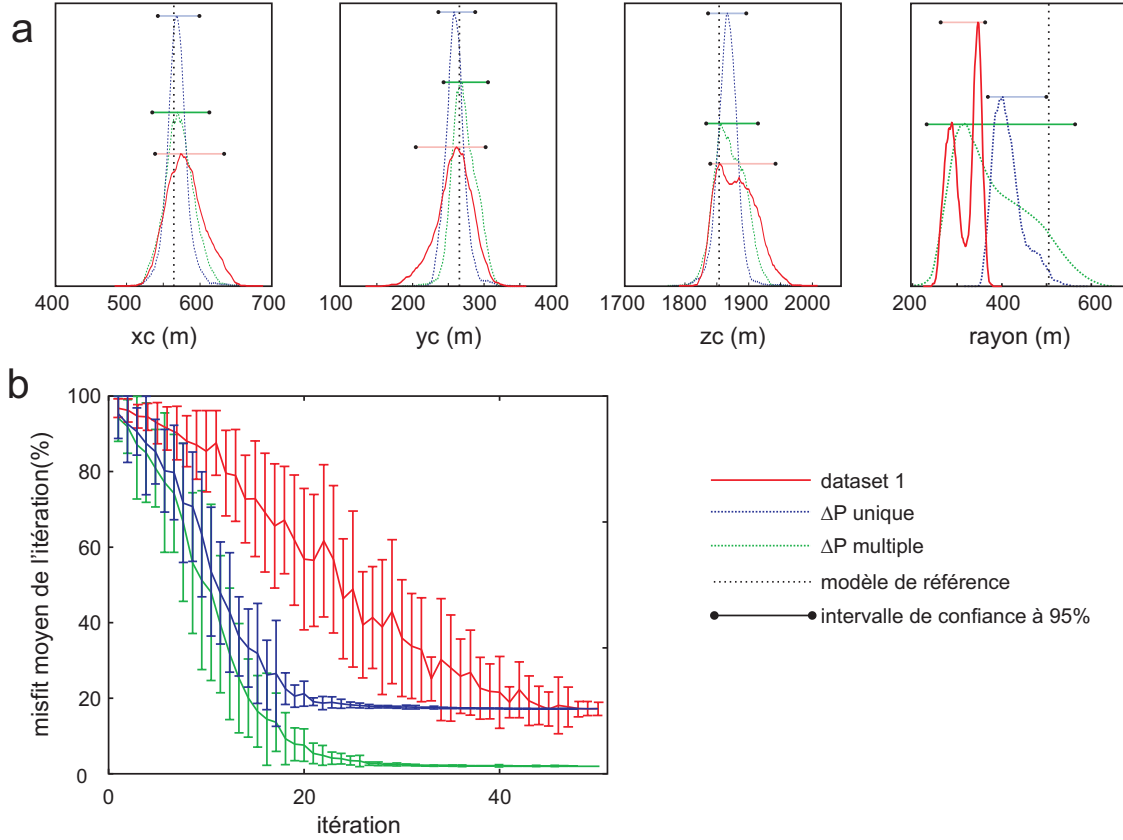


interférogramme a des intervalles de confiance plus grands que les deux autres méthodes, mais l'intervalle de confiance contient la valeur réelle du rayon de la source.

Paramètre	Modèle initial	Inversion pression	$\Delta P$ unique	$\Delta P$ multiple
xc - 366000	566	$569^{+64}_{-30}$	$568^{+31}_{-26}$	$563^{+50}_{-28}$
yc - 7650000	265	$267^{+35}_{-63}$	$260^{+28}_{-24}$	$262^{+43}_{-19}$
zc	1849	$1848^{+94}_{-11}$	$1870^{+26}_{-34}$	$1850^{+65}_{-19}$
rayon	500	$351^{+12}_{-88}$	$399^{+100}_{-30}$	$452^{+112}_{-220}$
Pression A2	-10.99	$-24.02^{+2.43}_{-15.82}$	$-14.89 \pm 0.20$	$-10.5 \pm 0.18$
Pression D3	-3.13			$-2.79 \pm 0.22$
Pression D7	-5.58			$-5.02 \pm 0.21$
Pression A7	-12.66			$-12 \pm 0.25$
DE(%)	-	86.9	85.5	98.9
Itération de convergence	-	48	23	23

**Table 5.1** – Résultats d'inversions de la géométrie de la source pour différentes fonctions misfit. Les valeurs indiquées correspondent au meilleur modèle trouvé, les valeurs en exposant et en indice donnent les intervalles de confiance. La valeur de la pression indiquée correspond soit à la valeur inversée (inversion pression), soit aux valeurs de pression recalculées ( $\Delta P$  unique et  $\Delta P$  multiple). DE indique le pourcentage de données expliquées.

La figure 5.4-**b** et le tableau 5.1 montrent que la convergence est deux fois plus rapide si l'on n'inverse pas la variation de pression. Enfin, le tableau 5.1 montre que la méthode recalculant la variation de pression pour chaque jeu de données permet de retrouver de manière satisfaisante les variations de pression réelles de la source pour chaque interférogramme.



**Figure 5.4** – PPD1D en fonction du type de la fonction coût et vitesse de convergence.

–a– PPD1D en fonction du type de la fonction coût. Pour les paramètres  $x_c$  et  $y_c$ , les valeurs sont données par rapport à une position de référence ( $x_0 = 357000$  et  $y_0 = 7640000$ ). –b– Vitesse de convergence. Le misfit moyen de l'itération est calculé à chaque itération, les barres d'erreur indiquent l'écart-type du misfit moyen. Courbe rouge : la variation de pression est inversée. Courbe bleue : la variation de pression n'est pas inversée, et on cherche une pression unique par recalcul pour l'ensemble des interférogrammes. Courbe verte : la variation de pression n'est pas inversée et on recalcule une pression pour chaque interférogramme. L'inversion utilisant une fonction coût par recalcul de la variation de pression pour chaque interférogramme permet de converger plus vite vers une solution, et d'obtenir un misfit plus faible que les autres méthodes.

### 5.4.3 Fonction coût sans inversion de l'amplitude des déplacements, dans le cas où plusieurs sources sont inversées

#### Principes

Supposons que nous cherchons les paramètres de  $k$  sources différentes permettant de reproduire les déplacements. La source  $j$  est décrite par  $m_j$  paramètres :  $\mathbf{m}_j = [m_1^j, \dots, m_{m_j-1}^j]$  sont les paramètres géométriques et  $\psi_j$  la norme du vecteur contrainte appliqué à la source. Supposons maintenant que nous disposons d'un modèle de calcul de la déformation tel que les déplacements provoqués par toutes les sources prises conjointement soient équivalents à la somme des déplacements  $\mathbf{d}_m^j$  provoqués par chacune des sources prises indépendamment :

$$\begin{aligned} \mathbf{d}_m &= F(m_1^1, \dots, m_{m_1-1}^1, \psi_1, \dots, m_1^k, \dots, m_{m_k-1}^k, \psi_k) \\ \Leftrightarrow \mathbf{d}_m &= \sum_{j=1}^k F(\mathbf{m}_j, \psi_j) = \sum_{j=1}^k \mathbf{d}_m^j \end{aligned} \quad (5.16)$$

De même que précédemment, les déplacements modélisés dus à la source  $j$  peuvent être écrits comme le produit entre les déplacements provoqués par la source pour un vecteur contrainte unitaire ( $\mathbf{d}_m^j$ ) et la variation de volume de la source  $\psi_j$  :

$$\mathbf{d}_m^j = F(\mathbf{m}_j, \psi_j) = \psi_j F(\mathbf{m}_j, 1) = \psi_j \mathbf{d}_m^j \quad (5.17)$$

où  $\mathbf{d}_m^j$  correspond aux déplacements provoqués par la source  $j$  pour lesquels la norme du vecteur contrainte  $\psi_j$  est fixée à 1.

Comme nous avons supposé que le modèle de déformation permet de sommer les déplacements dus à chaque source, il suffit de résoudre un système linéaire d'équations pour rechercher la norme du vecteur contrainte appliqué à chaque source permettant de reproduire au mieux les déplacements. Soient  $\Psi$  un vecteur contenant ces normes optimales, et  $\mathbf{D}$  une matrice contenant les déplacements provoqués par chaque source pour une norme du vecteur contrainte unitaire.  $\Psi$  et  $\mathbf{D}$  sont définis tels que :

$$\Psi = \begin{pmatrix} \psi_1 \\ \vdots \\ \psi_k \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad \mathbf{D} = \begin{pmatrix} \mathbf{d}_m^1 & \dots & \mathbf{d}_m^k \end{pmatrix} \quad (5.18)$$

Nous cherchons donc  $\Psi$  tel que la fonction misfit suivante soit minimisée :

$$\Phi^2 = (\mathbf{D}\Psi - \mathbf{d})^T \mathbf{C}_d^{-1} (\mathbf{D}\Psi - \mathbf{d}) \quad (5.19)$$

$\Psi$  est résolu par calcul matriciel selon :

$$\Psi = (\mathbf{D}^T \mathbf{D})^{-1} \mathbf{D}^T \mathbf{C}_d^{-1} \mathbf{d} \quad (5.20)$$

Les déplacements modélisés permettant d'ajuster aux mieux les déplacements observés sont alors obtenus selon :

$$\mathbf{d}_m = \mathbf{D}\Psi \quad (5.21)$$

et la fonction coût pour le calcul peut alors s'écrire :

$$\chi^2 = (\mathbf{d}_m - \mathbf{d})^T \mathbf{C}_d^{-1} (\mathbf{d}_m - \mathbf{d}) \quad (5.22)$$

Cette procédure permet donc de n'inverser que les paramètres géométriques et d'économiser un paramètre par source. En revanche, elle nécessite de calculer autant de modèles de déplacements que de sources.

### Étude de la sommabilité avec le programme MBEM

Le programme MBEM permet de calculer les déplacements d'une source ainsi que son influence sur toutes les autres sources. Il n'est possible de sommer les déplacements qu'à la condition de superposer les réponses à des sollicitations qui s'appliquent sur les mêmes frontières. En d'autres termes, il n'est possible de sommer les déplacements dus à chaque sources que si toutes les frontières sont prises en compte. En pratique, pour pouvoir sommer les déplacements calculés par MBEM, les déplacements  $\mathbf{d}_m^j$  dus à la source  $j$  pour une norme du vecteur contrainte unitaire, doivent être calculés en prenant en compte les frontières de toutes les autres sources.

La figure 5.5 montre comment il est possible de décomposer le calcul des déplacements par MBEM. On calcule dans un premier temps les déplacements dus à deux sources prises simultanément : une faille à laquelle on applique une contrainte d'azimut  $-50^\circ$  (nord-ouest) de pendage  $50^\circ$  vers le bas, et de norme 5 MPa, et une sphère à laquelle on applique une contrainte correspondant à une suppression de 80 MPa (Fig 5.5-a). Les déplacements obtenus sont projetés dans la ligne de visée A7 (swath 7 passe ascendante, Fig 5.5-b). Ces déplacements nous serviront de référence. On calcule ensuite les déplacements dus à chaque source

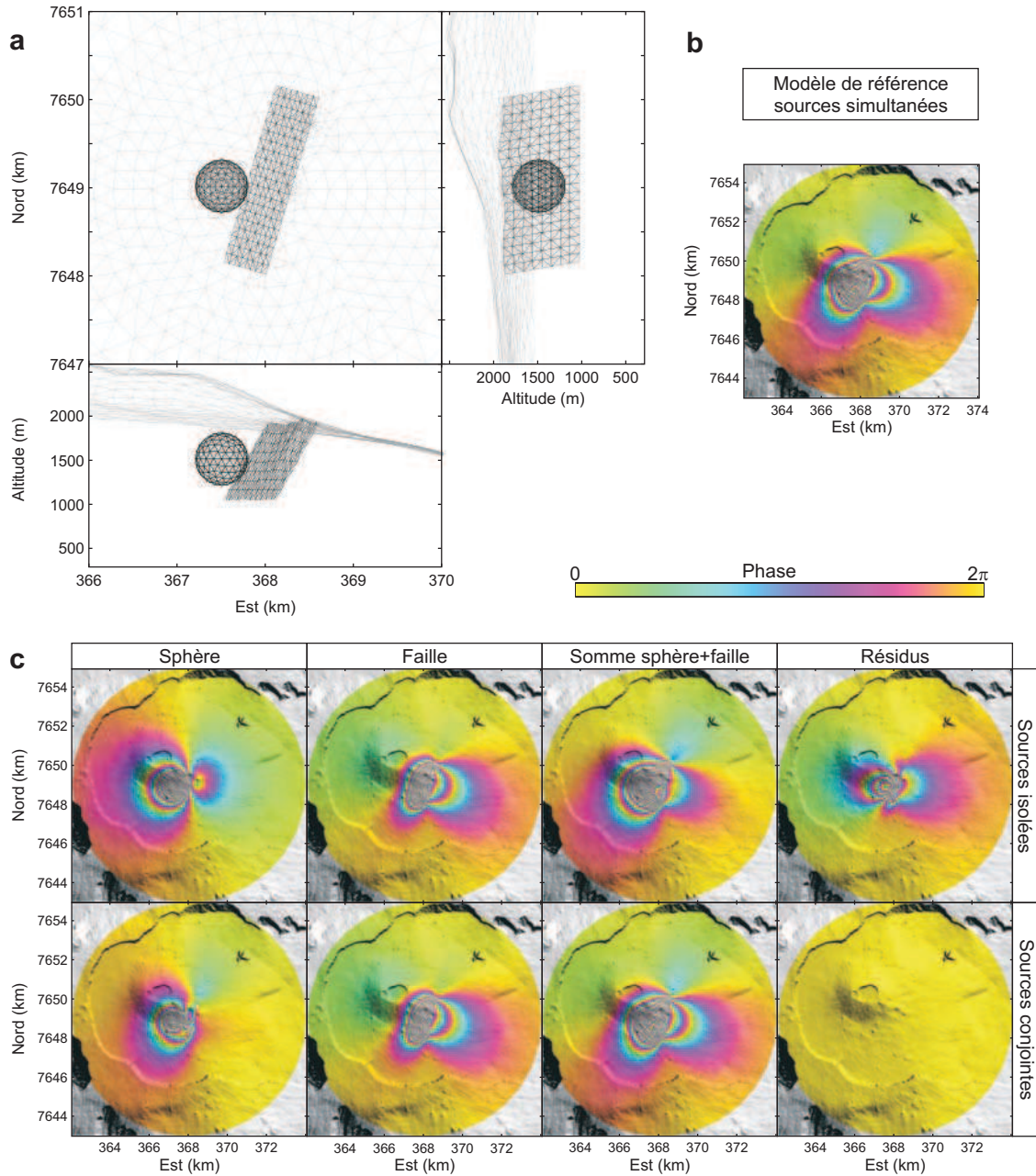
sans prendre en compte les frontières de l'autre source (*sources isolées*). Les déplacements dus à chaque source sont par ailleurs calculés en prenant en compte les frontières de l'autre source, mais sans leur appliquer de contrainte (*sources conjointes*). Enfin, dans les deux cas, on somme les déplacements obtenus pour les deux sources, puis on les compare aux déplacements de référence.

Les résidus présentés à la figure 5.5-c montrent que si toutes les frontières ne sont pas prises en compte durant le calcul, alors la somme des déplacements dus à chaque source n'est pas équivalente aux déplacements de référence. Ce résultat est dû au fait que ce calcul ne prend pas en compte les interactions mutuelles entre les sources. En revanche, la somme des déplacements dus à chaque source en prenant en compte toutes les frontières donne un résultat identique aux déplacements de référence. Ce résultat indique qu'il est possible de décomposer les déplacements dus à chaque source, à la condition de calculer les déplacements pour chaque source en prenant en compte toutes les frontières.

Le modèle MBEM permet donc de sommer les déplacements dus à chacune des sources, à la condition de prendre en compte les frontières de toutes les sources. Il sera donc possible de calculer une fonction misfit sans inverser les variations de volume des sources.

### **Temps nécessaire à la convergence avec NA**

Si l'on inverse plusieurs sources, Le calcul de la fonction coût sans inversion de l'amplitude des déplacements nécessite de calculer les déplacements pour chaque source. En fonction de la finesse des maillages utilisés, le programme MBEM peut mettre plus d'une minute à effectuer un calcul de déplacements. Dans ces conditions, le temps nécessaire à l'obtention d'une valeur de la fonction coût peut dépasser 5 minutes si l'on cherche à inverser 5 sources, alors qu'il suffirait d'une minute avec les méthodes présentées dans les parties précédentes. Cependant, pour une telle inversion, cette méthode de calcul de la fonction coût permet d'éliminer 5 paramètres à inverser. Malgré le temps de calcul relativement long pour une itération, l'inversion nécessitera beaucoup moins d'itérations pour converger et le temps nécessaire pour que le calcul converge vers un bon modèle sera plus court.



**Figure 5.5** – Décomposition des déplacements dus à deux sources, calculés avec MBEM.

–**a**– Deux sources sont prises en compte : une sphère de 300 mètres de rayon subissant une surpression de 80 MPa, et une faille à laquelle on applique une contrainte d’azimut  $-50^\circ$  (nord-ouest) de pendage  $50^\circ$  vers le bas, et de norme 5 MPa. –**b**– Les déplacements dus à ces deux sources sont calculés avec MBEM, puis projetés dans la ligne de visée A7 (swath 7 passe ascendante). Ces déplacements serviront de référence. –**c**– Les déplacements dus à la sphère et à la faille sont calculés de deux manière différentes. *sources isolées* : les déplacements dus à chaque source sont calculés avec MBEM sans prendre en compte les frontières de l’autre source. *sources conjointes* : les déplacements dus à chaque source sont calculés en prenant en compte les frontières de l’autre source. Aucune contrainte n’est imposée aux frontières supplémentaires prises en compte. Dans les deux cas, les déplacements calculés pour chaque source sont sommés, puis comparés aux déplacements de référence.



# Chapitre 6

## Modélisation par tomographie de déplacements

### Résumé

La méthode de modélisation du type NA-MBEM présentée au chapitre précédent nécessitent d'avoir des *a priori* sur le nombre de sources à l'origine de la déformation et sur leur géométrie. La tomographie de déplacements est une méthode de modélisation des déplacements permettant de s'affranchir de ces *a priori*. Elle est basée sur une discrétisation du sous-sol en sources unitaires pour lesquelles on cherche la variation de volume permettant de reproduire les déplacements. Cette recherche est basée sur la minimisation de deux fonctions coût : la première concerne la capacité du modèle à reproduire les déplacements et la seconde permet de contrôler la compacité de la répartition des variations de volume des sources unitaires.

Ce chapitre complète les études précédentes (Masterlark et Lu, 2004; Vasco et al., 2002) sur plusieurs aspects. Dans un premier temps, nous proposons une solution pour prendre en compte une topographie réaliste. Nous cherchons ensuite un moyen de trouver de manière objective le modèle assurant le meilleur compromis entre la reproduction des données observées et la compacité de la solution (CVSS). Nous proposons ensuite un moyen d'accéder à la géométrie de la source en cherchant le meilleur compromis entre reproduction des données et nombre de sources unitaires (critère d'Akaiké). Nous étendons le formalisme de la tomographie pour pouvoir prendre en compte plusieurs jeux de données. Ce dernier aspect est complété par une étude sur les apports du multithreading ainsi que sur la possibilité d'utiliser la tomographie sur des données GPS. Enfin, nous quantifions les effets de différents paramètres tels que la finesse de la grille de discrétisation et la présence de bruit dans les données.

Au chapitre précédent, nous avons présenté la méthode NA-MBEM qui permet de calculer les déplacements dus à une source dont la géométrie est paramétrable. Cependant cette



méthode nécessite d'avoir un *a priori* sur la géométrie de la source. Plus la géométrie de la source est complexe, c'est-à-dire plus le nombre de paramètres nécessaires pour décrire cette géométrie est élevé, plus le temps de calcul nécessaire à la recherche d'un bon modèle sera élevé.

Des méthodes de tomographie de déplacements<sup>1</sup>, basées sur une superposition de sources et l'utilisation d'une matrice de lissage, ont été utilisées par exemple par Vasco et al. (2002) et Masterlark et Lu (2004). Elles permettent de s'affranchir des *a priori* nécessaires lors des inversions basées sur un modèle direct de déformation. Cependant, les études utilisant la tomographie se limitent en général à des situations simplifiées et aucune étude ne présente les limites de validité d'une telle méthode.

On se propose donc de définir plus précisément le cadre d'utilisation de la tomographie. Après avoir présenté les principes de cette méthode, nous passerons en revue différents points critiques de sa mise en oeuvre pour lesquels nous avons développé des solutions originales.

## 6.1 Formalisme mathématique de la tomographie

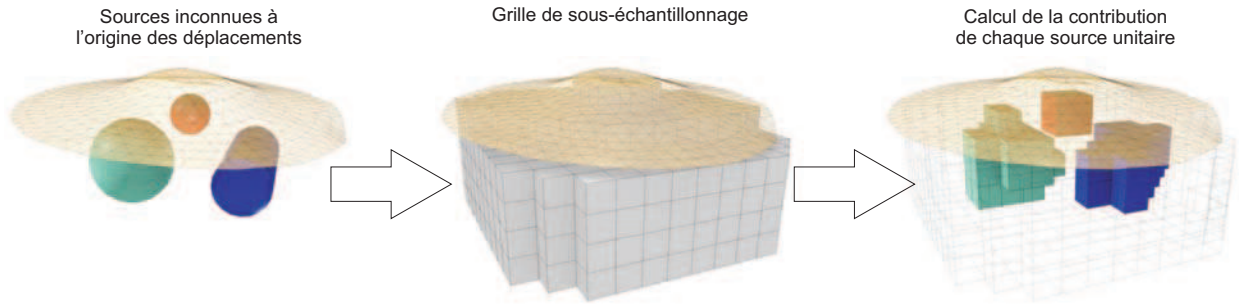
### 6.1.1 Principes généraux de la tomographie

La méthode de tomographie est basée sur l'hypothèse que chaque point du sous-sol est susceptible d'être à l'origine d'une partie des déplacements et propose de retrouver une version discrétisée des sources à l'origine des déplacements.

En pratique, le volume sous la topographie est discrétisé en petites sources unitaires cubique, puis l'on cherche les variations de volume de chacune des sources unitaires permettant de reproduire les déplacements observés (Fig. 6.1).

---

1. La dénomination de tomographie est utilisée par analogie avec les méthodes d'inversion de vitesses sismiques, du fait de la possibilité qu'offre cette approche de caractériser la contribution d'éléments discrétisés du sous-sol dans les déplacements observés en surface.



**Figure 6.1** – Principes généraux de la tomographie. Nous cherchons à connaître les sources à l’origine des déplacements. Le volume sous la topographie est discrétisé en sources unitaires contribuant toutes aux déplacements observés. La tomographie permet de retrouver la variation de volume de chacune des sources unitaires puis de trouver une discrétisation des sources initiales.

### 6.1.2 Problème inverse

Les déplacements  $\mathbf{d}$  observés à la surface peuvent être décrits comme une fonction  $F$  d’une source quelconque de paramètres  $\mathbf{m}$  :

$$\mathbf{d} = F(\mathbf{m}) + \varepsilon = \mathbf{d}_m + \varepsilon \quad (6.1)$$

où  $\varepsilon$  correspond aux résidus entre le modèle et les données, et peut être interprété comme les erreurs d’observation.  $\mathbf{d}_m$  correspond aux déplacements modélisés et la fonction  $F$  décrit comment les variations de volume des sources unitaires provoquent des déformations de la surface du sol.

La tomographie doit permettre de retrouver les déplacements  $\mathbf{d}$  à partir d’une version discrétisée du sous-sol en  $m$  sources unitaires, la position des sources unitaires est donc fixée. Pour chaque source unitaire, seule sa variation de volume  $\Delta V$  est inconnue. Le vecteur  $[\Delta V_1, \dots, \Delta V_m]$ , regroupant les variations de volume de toutes les sources, constituera donc les paramètres  $\mathbf{m}$  de la fonction  $F$ .

On cherche donc les paramètres  $\mathbf{m}$  tels que les déplacements modélisés soient les plus proches possibles des déplacements observés, ce qui revient à minimiser la fonction coût suivante :

$$\Phi_a^2 = \|W(F(\mathbf{m}) - \mathbf{d})\|^2 \quad (6.2)$$

où  $W$  est la matrice de pondération issue de la décomposition de Cholesky de l’inverse de la matrice de covariance des données, définie telle que  $W^T W = \mathbf{C}_d^{-1}$ . Cette formulation

est équivalente à celle proposée à l'équation 4.3 page 72<sup>2</sup>, mais elle a l'avantage de ne pas nécessiter de stocker la matrice de covariance  $\mathbf{C}_d$  en mémoire vive.

### 6.1.3 Principe de superposition et linéarisation du problème

Supposons que nous disposons d'un modèle de déformation  $f$ , analytique ou numérique, permettant de calculer la quantité de déplacement de la topographie provoqué par n'importe quelle source unitaire. Pour la  $j^{\text{ème}}$  source, nous pouvons donc définir une fonction  $f_j$  telle que :

$$\mathbf{d}_j = f_j(\Delta V_j) \quad (6.3)$$

où  $\mathbf{d}_j$  sont les déplacements de la topographie provoqués par la  $j^{\text{ème}}$  lorsqu'elle subit une variation de volume  $\Delta V_j$ .

Supposons maintenant que ce modèle de déformation réponde au principe de superposition.  $f$  doit donc satisfaire les deux conditions suivantes :

- Le modèle  $f$  relie de manière linéaire la norme de la contrainte et la quantité de déplacements. Dans le cadre de la tomographie, la quantité de déplacement de la topographie provoqué par la  $j^{\text{ème}}$  source subissant une variation de volume  $\Delta V_j$  doit être proportionnelle à  $\Delta V_j$

$$f_j(\Delta V_j) = \Delta V_j f_j(1) \quad (6.4)$$

- Les déplacements en un point de la surface, produits par un ensemble de sources unitaires localisées dans le sous-sol, peuvent être obtenus en sommant les déplacements produits en ce point par chacune des sources unitaires. Pour deux sources  $\alpha$  et  $\beta$  on a donc :

$$f_\alpha + f_\beta = f_{\alpha+\beta} \quad (6.5)$$

En d'autres termes, si on sait décomposer l'origine de la déformation de la topographie en une somme de fonctions simples, il sera possible de calculer la déformation de la topographie en additionnant des déformations individuelles calculables explicitement. Il est alors possible d'écrire :

$$\mathbf{d}_m = F(\mathbf{m}) = G\mathbf{m} \quad (6.6)$$

où  $G$  est une matrice de taille  $n \times m$  où  $n$  est le nombre d'observations et  $m$  le nombre de sources unitaires.  $G$  est encore appelée « Matrice des Fonctions de Green », et est construite

---

2.  $\chi^2 = (\mathbf{d} - \mathbf{d}_m)^T \mathbf{C}_d^{-1} (\mathbf{d} - \mathbf{d}_m)$  où  $\mathbf{C}_d$  est la matrice de covariance sur les données.

de sorte que sa  $j^{\text{ème}}$  colonne contienne les déplacements provoqués par la  $j^{\text{ème}}$  source pour une variation de volume unitaire :

$$G_j = f_j(\Delta V) \quad \text{avec} \quad \Delta V = 1 \quad (6.7)$$

Le principe de superposition est vérifié si le modèle de déformation  $f$  utilisé est par exemple un modèle de sources ponctuelles (Masterlark et Lu, 2004) ou bien un modèle de cube d'Okada (Mossop et Segall, 1999; Vasco et al., 2002). Nous montrerons à la partie 6.2.2 page 108 que le principe de superposition reste valable, sous certaines conditions, si le modèle MBEM (Cayol et Cornet (1997), partie 5.2.2 page 81) est utilisé.

#### 6.1.4 Résolution simple

En combinant les équations 6.6 et 6.2, on constate que le problème est linéaire. Il peut être re-écrit sous forme matricielle selon :

$$\Phi_a^2 = \|W(G\mathbf{m} - \mathbf{d})\|^2 \quad (6.8)$$

et  $\mathbf{m}$  peut être résolu comme indiqué à l'équation 4.6 page 73<sup>3</sup> (voir annexe B.1 page 347)

La résolution matricielle de  $\mathbf{m}$  donne des résultats géométriquement non réaliste : la figure 6.2 (cas sans Laplacien) montre en effet que 2 sources unitaires côte-à-côte peuvent avoir un comportement très différent, l'une subissant une augmentation de son volume et l'autre une diminution, dans des gammes de valeurs peu réalistes pour leur taille. Ce type de configuration amène les effets de deux sources contiguës à s'annuler et confère un aspect aléatoire à la répartition des variations de volume.

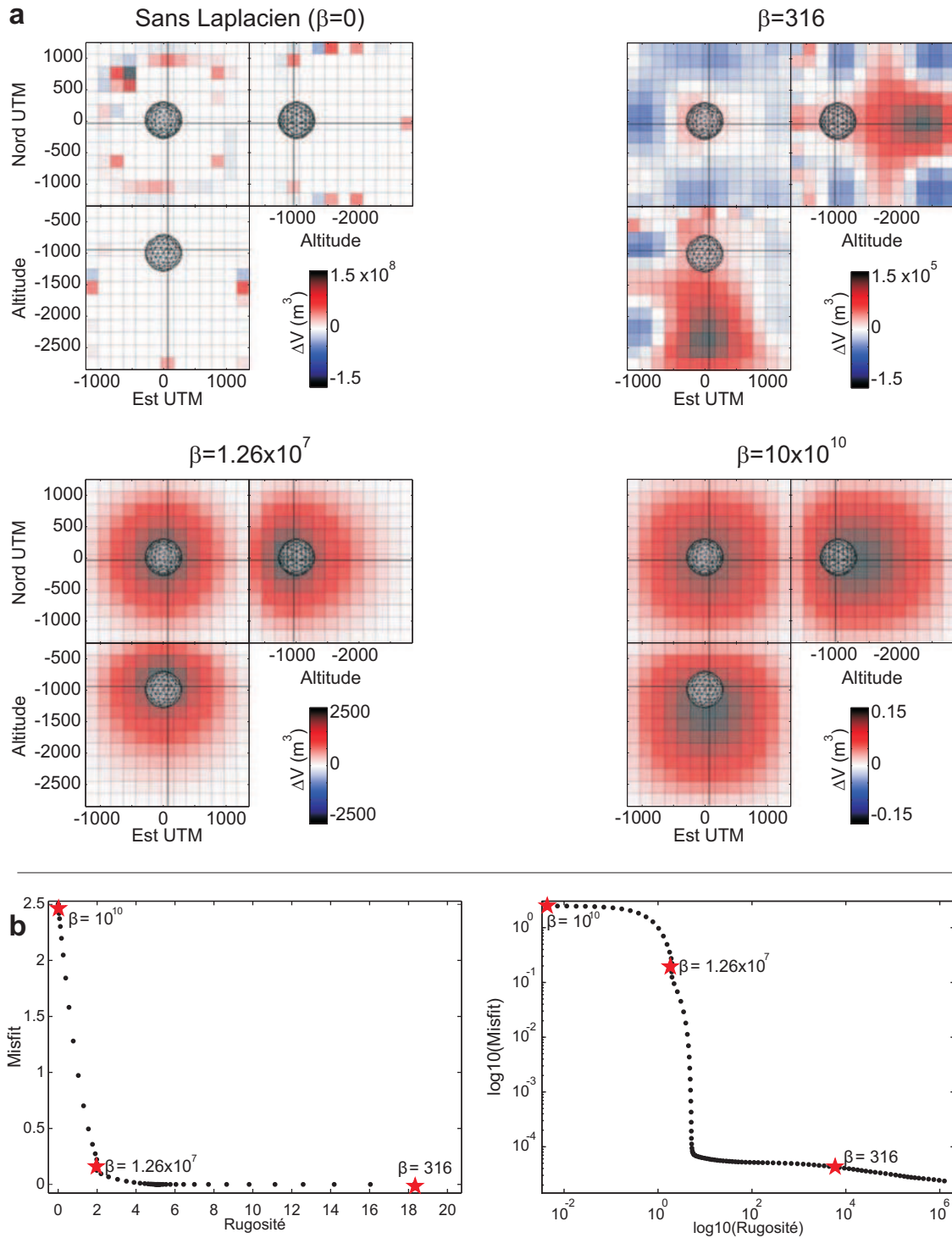
#### 6.1.5 Régularisation

La minimisation de la dérivée seconde de  $\mathbf{m}$  dans l'espace (Laplacien) permet d'obtenir une solution lissée. On cherche donc  $\mathbf{m}$  tel que la fonction misfit suivante soit aussi minimisée :

$$\Phi_b^2 = \|L\mathbf{m}\|^2 \quad (6.9)$$

---

3. Équation 4.6 page 73 :  $\mathbf{m} = (G^T \mathbf{C}_d^{-1} G)^{-1} G^T \mathbf{C}_d^{-1} \mathbf{d}$



**Figure 6.2** – Exemple de tomographie synthétique. Les déplacements synthétiques utilisés ont été obtenus avec le modèle de Cayol et Cornet (1997) (topographie plate et une sphère de 500 m de rayon localisée à -1000 mètres subissant une variation de pression de 25 MPa, représentée en gris au centre des figures). Le modèle de déformation  $f$  utilisé est un modèle de cubes d’Okada, répondant au principe de superposition. Les sources unitaires sont des cubes de 180 mètres de côté, la grille de sous-échantillonnage contient  $13 \times 13 \times 13$  sources (cube de 2340 mètres de côté pour 2197 sources). –**a**– Distribution de la variation de volume trouvée pour différents  $\beta$ . –**b**– Deux représentations de la relation entre misfit et rugosité. Les différents  $\beta$  présentés à la figure **a** ont été replacés.

où  $L$  est l'opérateur permettant d'exprimer la dérivée seconde de  $\mathbf{m}$  par différences finies au second ordre. L'expression et la construction de l'opérateur  $L$  sont détaillées à l'annexe B.3 page 349.

En posant<sup>4</sup> :

$$\hat{\mathbf{d}} = W\mathbf{d} \quad \text{et} \quad \hat{G} = WG \quad (6.10)$$

la minimisation simultanée de  $\Phi_a^2$  et  $\Phi_b^2$  peut alors être assimilée à la minimisation de la fonction coût définie telle que :

$$\Phi^2 = \Phi_a^2 + \beta\Phi_b^2 = \left\| \begin{pmatrix} \hat{G} \\ \beta L \end{pmatrix} \mathbf{m} - \begin{pmatrix} \hat{\mathbf{d}} \\ 0 \end{pmatrix} \right\|^2 + \beta^2 \|L\mathbf{m}\|^2 \quad (6.11)$$

où le paramètre  $\beta$  permet de contrôler le poids relatif de la norme  $\Phi_b^2$  par rapport à la norme  $\Phi_a^2$ . L'annexe B.2 montre que la norme  $\Phi^2$  peut être écrite sous forme matricielle :

$$\Phi^2 = \left\| \begin{pmatrix} \hat{G} \\ \beta L \end{pmatrix} \mathbf{m} - \begin{pmatrix} \hat{\mathbf{d}} \\ 0 \end{pmatrix} \right\|^2 \quad (6.12)$$

$\beta$  est le seul paramètre qui n'est pas fixé. On cherche donc l'expression de  $\mathbf{m}_\beta$  pour un  $\beta$  donné qui permet de minimiser  $\Phi$ , c'est-à-dire d'annuler la dérivée de l'équation 6.12. La variation de volume des sources unitaires  $\mathbf{m}_\beta$  pour chaque  $\beta$  peut alors être exprimé de manière matricielle :

$$\mathbf{m}_\beta = \left( \hat{G}^T \hat{G} + \beta^2 L^2 \right)^{-1} \hat{G}^T \hat{\mathbf{d}} \quad (6.13)$$

L'écart-type  $\sigma_{\mathbf{m}_\beta}$  est enfin donné par :

$$\sigma_{\mathbf{m}_\beta} = \sqrt{\text{diag} \left( \hat{G}^T \hat{G} + \beta^2 L^2 \right)^{-1}} \quad (6.14)$$

Pour chaque  $\beta$ , on définit deux nouveaux paramètres : la rugosité de la solution  $R_\beta$  et son coût  $\chi_\beta^2$ . La rugosité permet de quantifier l'intensité du lissage et de juger dans une certaine mesure de la vraisemblance géologique de la source, c'est-à-dire que deux sources contiguës n'ont pas des comportements opposés. Le coût de la solution  $\chi_\beta^2$  donne un aperçu de la capacité du modèle à reproduire les déplacements observés :

$$R_\beta = \sum \frac{|L\mathbf{m}_\beta|}{m} \quad \text{et} \quad \chi_\beta^2 = \left( \hat{G}\mathbf{m}_\beta - \hat{\mathbf{d}} \right)^T \left( \hat{G}\mathbf{m}_\beta - \hat{\mathbf{d}} \right) \quad (6.15)$$

---

4. On rappelle que  $W$  est la matrice de pondération issue de la décomposition de Cholesky de l'inverse de la matrice de covariance des données, définie telle que  $W^T W = \mathbf{C}_d^{-1}$

où  $m$  est le nombre de sources unitaires. La figure 6.2 montre d'une part la solution  $\mathbf{m}_\beta$  pour différents  $\beta$  et d'autre part la relation entre  $R_\beta$  et  $\chi_\beta^2$ . Plus  $\beta$  est fort, plus la solution  $\mathbf{m}_\beta$  est lissée, plus la rugosité  $R$  est faible mais plus le misfit  $\chi_\beta^2$  sera élevé.

### 6.1.6 Objectifs de cette étude

#### Choix du modèle de déformation $f$

Les études menées par Masterlark et Lu (2004) et par Mossop et Segall (1999) utilisent respectivement des sources ponctuelles et cubiques. L'utilisation de ces deux modèles de déformation est justifiée si la topographie est faible par rapport à l'extension spatiale des déformations (Cayol et Cornet, 1998a; Williams et Wadge, 1998), ce qui n'est pas le cas pour le Piton de la Fournaise, dont les pentes sont importantes. Le principe de superposition n'est alors plus vérifié avec ces deux modèles de déformation. Nous étudierons la possibilité de prendre en compte la topographie à l'aide d'un modèle numérique de type MBEM (Cayol et Cornet, 1998b). Les sources utilisées avec ce modèle numérique ne peuvent a priori pas être superposées car on ne peut superposer que les réponses à des sollicitations qui s'appliquent sur une même frontière. Nous essaierons de quantifier les erreurs faites si nous négligeons cette condition et établirons un cadre de validité du principe de superposition de sources avec l'utilisation de ce modèle numérique.

#### Recherche et simplification du meilleur modèle

L'équation 6.13 permet de calculer une solution pour un  $\beta$  donné. Il est donc nécessaire de trouver un compromis entre rugosité et misfit, afin d'obtenir une solution qui soit d'une part géométriquement réaliste et d'autre part, qui reproduise de manière convenable les données observées. Ce compromis est généralement résolu de manière empirique (Jónsson et al., 2002; Masterlark et Lu, 2004) en se basant sur le changement de pente de la courbe  $\chi_\beta^2 = f(R_\beta)$ . Ils considèrent que c'est au niveau de ce changement de pente que la répartition des variations de volume la plus vraisemblable est atteinte : le misfit et la rugosité restent relativement bas, la source permet donc de reproduire les déplacements tout en étant compacte (point pour lequel  $\beta = 1.26 \times 10^7$  sur la figure 6.2). Cependant, une représentation logarithmique de la relation entre la rugosité et le misfit montre que les relations entre les deux quantités sont complexes et qu'il semble exister plusieurs domaines de changements de concavité (Fig. 6.2).

Afin de trouver le meilleur modèle, c'est-à-dire celui pour lequel le compromis entre misfit et rugosité est satisfaisant, Matthews et Segall (1993) proposent une méthode analytique appelée Leave One Out, basée sur la Cross Validation Sum of Square (CVSS) (Wahba et

Wang, 1990). Cependant, Masterlark et Lu (2004) indiquent que cette résolution analytique n'est pas efficace dans toutes les situations. On se propose donc d'étudier différents moyens pour déterminer le  $\beta$  assurant le meilleur compromis entre misfit et rugosité. Cette étude sera menée à l'aide de différents déplacements synthétiques, pour lesquels les paramètres géométriques et la variation de volume de la source seront connus, et à partir desquels nous pourrions juger de la qualité du meilleur modèle trouvé.

L'équation 6.13 donne une solution où toutes les sources unitaires du sous-sol participent aux déplacements. La solution  $\mathbf{m}_\beta$  ne permet donc pas d'avoir accès à la géométrie de la source. On proposera un moyen de simplifier la solution  $\mathbf{m}_\beta$  de sorte à ne prendre en compte que les sources les plus influentes, ce qui pourra permettre d'avoir accès à une géométrie de la source initiale.

### Extrapolation du formalisme de la tomographie

La procédure présentée par Masterlark et Lu (2004) utilise des données InSAR dans une seule ligne de visée. Cependant, Wright et al. (2004) ont montré que les modèles sont d'autant mieux contraints que l'on dispose de plusieurs lignes de visée. D'autre part, on peut disposer de données GPS en plus de données InSAR et il peut être intéressant d'utiliser de manière conjointe ces différentes données. On commencera par donner un formalisme de l'inversion permettant d'une part d'utiliser plusieurs lignes de visée, des données de natures différentes, et d'autre part de prendre en compte d'éventuelles corrections atmosphériques, de shift, ou de rampe orbitale.

Nous continuerons cette analyse en étudiant comment l'utilisation de plusieurs lignes de visée permet d'améliorer la relocalisation de sources par tomographie. Nous étudierons aussi l'influence du nombre de données disponibles sur le résultat de tomographie afin de voir si l'utilisation de données GPS seules peut permettre de contraindre la géométrie de la source.

### Étude de l'influence de différents paramètres

Le principe de superposition sous-entend qu'une source de forme quelconque peut être discrétisée. Aucune des études précédentes n'a éprouvé la tomographie sur des données synthétiques pour vérifier quelles sont les approximations induites par la discrétisation. Nous présenterons dans un premier temps une analyse détaillée des conséquences de la discrétisation, puis nous étudierons l'influence de la finesse de la discrétisation d'une source de forme quelconque sur la reproduction des déplacements. La résolution de la variation de volume nécessitant l'inversion de matrices de grandes dimensions, nous chercherons enfin un compromis entre finesse de la discrétisation et capacité numérique.



## 6.2 Choix du modèle de déformation $f$ pour la construction de la matrice des fonctions de Green

### 6.2.1 Cas où la topographie est négligeable

Les études menées par Masterlark et Lu (2004) et par Mossop et Segall (1999) utilisent respectivement un modèle de source ponctuelle (Yamakawa, 1955) et de cube d'Okada (Okada, 1992), dont les expressions sont données en annexe B.4 page 352. Ces deux modèles de déformation permettent de calculer les déplacements dus aux sources dans le cadre d'un milieu élastique isotrope semi-infini. Le cadre de validité de ces deux modèles impose donc que le relief de la topographie soit négligeable. En supposant qu'une contrainte constante est appliqué sur chaque source unitaire, alors les déplacements du sol seront proportionnels à la norme de la contrainte (Vasco et al., 2002; Masterlark et Lu, 2004), et le principe de superposition est respecté (Mossop et Segall, 1999; Vasco et al., 2002). La tomographie peut donc être utilisée avec ces deux modèles.

### 6.2.2 Prise en compte d'une topographie réaliste

#### Problématique

Si le relief de la zone étudiée est important alors son influence n'est plus négligeable sur les déplacements (Cayol et Cornet, 1998a; Williams et Wadge, 1998) et les conditions de milieu élastique semi infini ne sont plus vérifiées pour les modèles de source ponctuelle et de cube d'Okada. Le principe de superposition n'est donc plus respecté avec ces deux modèles et il est souhaitable d'utiliser un modèle pouvant prendre en compte la topographie.

Le tableau 6.1 référence les principaux modèles de déformation pour les sources sphériques ou cubiques. Certains modèles présentent des singularités de calculs dans le cas où la topographie est suffisamment importante pour que le sous-échantillonnage de la topographie contient des points dont l'altitude  $z_{\text{topo}}$  est incluse entre l'altitude  $z_c$  du centre d'une source plus ou moins son rayon  $r$  ( $z_{\text{topo}} \in [z_c - r, z_c + r]$ ). Ces singularités peuvent être évitées en choisissant un rayon très faible pour les sources unitaires, auquel cas, on se retrouve dans une situation identique au modèle de source ponctuelle de Yamakawa (1955).

Modèle	Type <sup>1</sup>	Topographie <sup>2</sup>	Sources superficielles <sup>2</sup>	Singularités de calculs <sup>3</sup>	Sommabilité <sup>4</sup>
Yamakawa (1955)	point (A)	×	✓	✓	✓
Okada (1992)	cube (A)	×	✓	✓	✓
Mogi (1958)	sphère (A)	×	×	!	✓
McTigue (1987)	sphère (A)	×	✓	!	???
Williams et Wadge (2000)	sphère (A)	✓	✓	!	???
Cayol et Cornet (1997) (MBEM)	tout type (N)	✓	✓	✓	???

**Table 6.1** – Principaux modèles de déformation et leurs caractéristiques utiles pour la tomographie.

<sup>1</sup> : A : modèle analytique, N : modèle numérique

<sup>2</sup> : ✓ : prise en compte, × : non prise en compte

<sup>3</sup> : ✓ : pas de singularités, ! : singularités possibles

<sup>4</sup> : ✓ : oui, ??? : a priori non

Aucun modèle analytique ne permet de prendre en compte à la fois la topographie et des sources superficielles tout en évitant les singularités de calcul et en répondant au principe de superposition.

On se propose donc d'utiliser le modèle numérique de Cayol et Cornet (1997) pour la construction de la matrice  $G$ . Ce modèle permet de prendre en compte une topographie réaliste, ainsi que des sources superficielles tout en évitant les singularités de calcul. Le programme MBEM permet de superposer les réponses à des sollicitations qui s'appliquent sur les mêmes frontières. Or, dans le cadre de la tomographie, le nombre des frontières de toutes les sources unitaires est trop important pour qu'elles soient toutes prises en compte lors de la construction de la matrice des fonctions de Green. Le principe de superposition n'est donc pas respecté avec MBEM. D'autre part, ce modèle numérique prend en compte les interactions mutuelles pouvant exister entre plusieurs sources. Si on calcule la matrice des fonctions de Green source par source, on ne prendra donc pas en compte ces interactions.

On cherchera dans cette partie à quantifier l'erreur que l'on fait sur le calcul de la fonction de Green si on néglige le fait que les déplacements provoqués par les sources ne sont pas superposables, et que les sources peuvent s'influencer mutuellement.

## Protocole et résultats

La question précédente revient à se demander si la somme des déplacements produits par plusieurs sources indépendantes, calculés numériquement en tenant compte de la topographie, peut être approximée par les déplacements produits par ces mêmes sources prises conjointement :

$$\mathbf{d}_{\cup(s_1, \dots, s_n)} = \sum_{i=1}^n \mathbf{d}_{s_i} \quad (6.16)$$

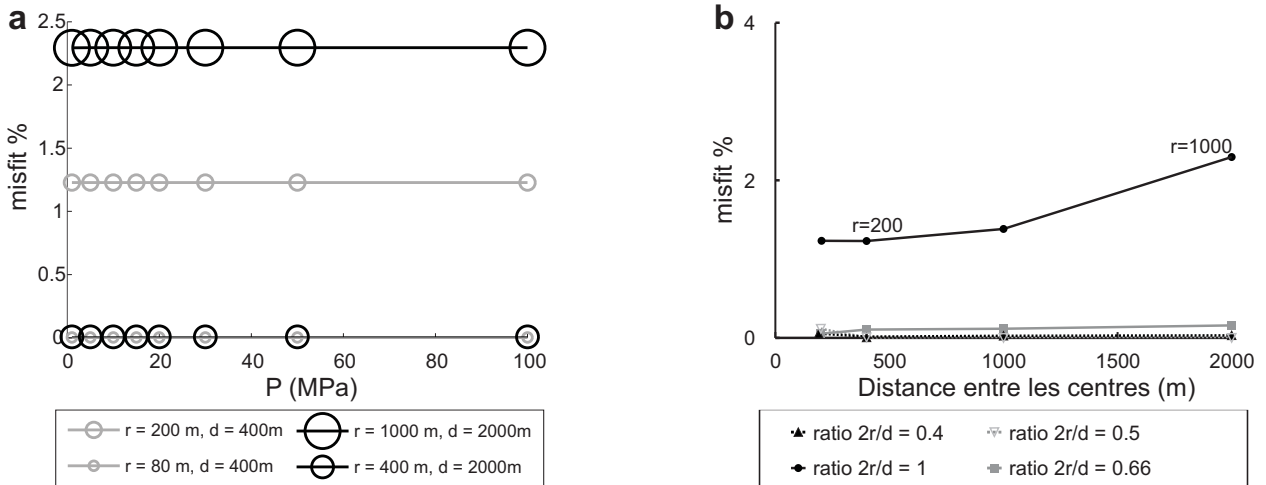
- $\mathbf{d}_{U(s_1, \dots, s_n)}$  déplacements provoqués conjointement par plusieurs sources
- $\mathbf{d}_{s_i}$  déplacements provoqués par la source  $i$

On notera par la suite pour alléger les notations :

- $\mathbf{d}_{U_s}$  déplacements provoqués conjointement par plusieurs sources
- $\mathbf{d}_{\Sigma_s}$  somme des déplacements provoqués par chaque source

Afin de répondre à cette question, nous utiliserons le modèle numérique MBEM (Cayol et Cornet, 1997) pour calculer les déplacements provoqués par deux sources sphériques de même rayon subissant un même  $\Delta V$  sur une topographie plate. Les déplacements seront calculés dans un premier temps avec une prise en compte conjointe des deux sources ( $\mathbf{d}_{U_s}$ ). Dans un second temps, nous calculerons la somme des déplacements provoqués par chacune des sources prise de manière isolée ( $\mathbf{d}_{\Sigma_s}$ ). Nous ferons ensuite varier le rayon  $r$  des sources et la distance  $d$  séparant leurs centres, elles ne seront donc pas forcément jointives. Enfin, nous ferons varier leur variation de volume  $\Delta V$ , puis pour chaque combinaison de paramètres, un misfit sera calculé entre les déplacements  $\mathbf{d}_{U_s}$  et  $\mathbf{d}_{\Sigma_s}$  :

$$\chi^2 = \frac{(\mathbf{d}_{U_s} - \mathbf{d}_{\Sigma_s})^T (\mathbf{d}_{U_s} - \mathbf{d}_{\Sigma_s})}{\mathbf{d}_{U_s}^T \mathbf{d}_{U_s}} \times 100 \quad (6.17)$$



**Figure 6.3** – Influence mutuelle de deux sources sphériques lors du calcul de déformation par calcul numérique. –**a**– Influence de la pression. –**b**– Influence de la distance séparant les centres des sources. Les données sont regroupées selon le ratio entre le diamètre et la distance séparant les centres. Si ce ratio est égal à 1, alors les sources sont tangentes. Les valeurs de rayons indiquées correspondent aux rayons ayant le plus fort misfit dans la figure **a**.

La figure 6.3-**a** montre que la pression n'est pas un facteur contrôlant les interactions mutuelles entre les sources. En revanche, le rayon et la distance séparant les centres semblent avoir un effet sur le misfit. La figure 6.3-**b** confirme que ces deux paramètres contrôlent

l'influence mutuelle des sources. Deux sources sphériques ne s'influencent que si leur diamètre est proche de la distance séparant leur centre.

### 6.2.3 Conclusion

Dans le cadre de la tomographie, un modèle numérique peut permettre de prendre en compte la topographie dans la mise en forme de la matrice  $G$ . Cependant, le principe de superposition n'est alors vérifié que si le diamètre des sources est au moins deux fois plus faible que le pas de la grille utilisé pour la création de la fonction de Green  $G$ . Dans ces conditions, il est alors possible de calculer les déplacements unitaires dus à chaque source en présence d'une topographie. Il ne sera donc pas possible d'envisager des sources jointives comme cela est fait avec le modèle d'Okada, la configuration est donc intermédiaire entre un modèle analytique de sources ponctuelles et un modèle d'Okada. Les erreurs faites avec un modèle analytique en présence de topographie seront détaillés au paragraphe 6.7.4

## 6.3 Recherche du meilleur modèle

L'équation 6.13 permet de contrôler la répartition des variations de volume  $\mathbf{m}$  des sources unitaires<sup>1</sup>. Le paramètre  $\beta$  permet d'ajuster ce contrôle : plus  $\beta$  est petit, moins la répartition des variations de volume sera compacte (forte rugosité), plus  $\beta$  est grand, plus cette répartition sera lissée (faible rugosité), mais moins bons sera l'accord entre les déplacements modélisés et observés (misfit élevé). Comment trouver la valeur de  $\beta$  la plus pertinente ?

On se propose d'évaluer la méthode de Cross Validation Sum of Square (CVSS) pour la détermination du meilleur compromis entre misfit et rugosité. Différentes versions de cette méthode seront testées sur des modèles synthétiques dont les paramètres sont parfaitement connus *a priori*. Après avoir présenté les modèles synthétiques utilisés, nous détaillerons les principes de différentes méthodes de CVSS, puis nous testerons ces méthodes sur les modèles synthétiques.

### 6.3.1 Modèles synthétiques

Des déplacements synthétiques de la topographie du Piton de la Fournaise provoqués par différentes sources ont été calculés à l'aide du modèle numérique MBEM de (Cayol et Cornet, 1997). Trois modèles synthétiques différents ont été générés.

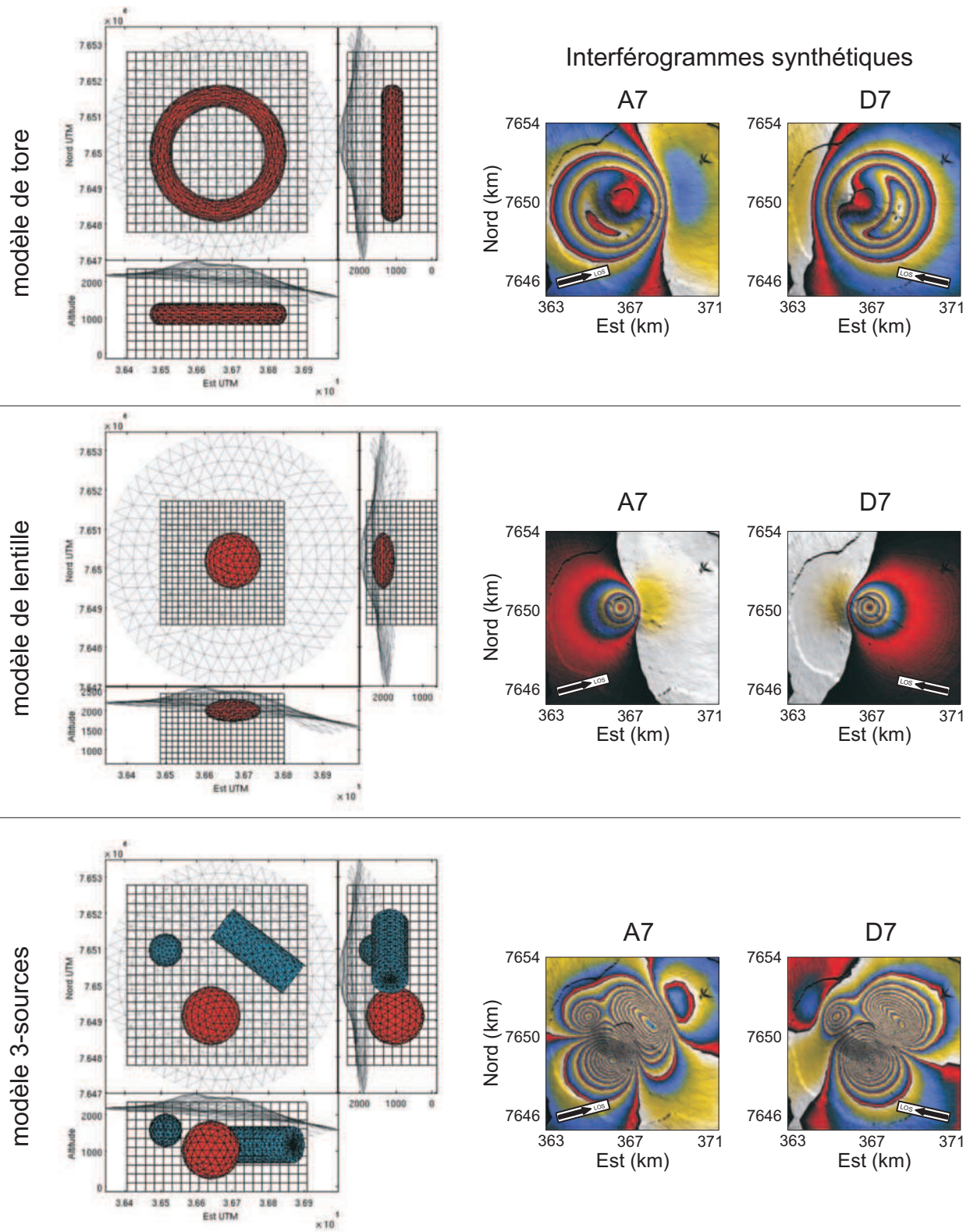
Le premier modèle synthétique concerne les déplacements dus à un tore (Fig. 6.4). La géométrie de la source utilisée n'a pas forcément de réalité géologique mais elle permet de connaître la capacité de la tomographie à retrouver une source de géométrie complexe.

Le second modèle concerne les déplacements dus à une source en forme de lentille très superficielle afin de tester la capacité de la tomographie à retrouver une source très superficielle en présence d'une topographie. La grille de discrétisation du sous-sol utilisée a été volontairement prolongée en profondeur. Cette configuration permet de reproduire une situation réelle où l'on n'a pas d'*a priori* sur la localisation de la source. Elle permettra de

---

1. Équation (6.13) (voir page 105) :

$$\mathbf{m}_\beta = (G^T \mathbf{C}_d^{-1} G + \beta^2 L^2)^{-1} G^T \mathbf{C}_d^{-1} \mathbf{d}$$



**Figure 6.4** – Les différents modèles synthétiques utilisés durant cette étude. Les déplacements ont été calculés à l’aide du modèle numérique MBEM, puis projetés dans deux lignes de visée différentes (A7 : passe ascendante swath 7, D7 : passe descendante swath 7). Les grilles représentées sur les figures de gauche correspondent aux grilles de sous-échantillonnage utilisées pour les calculs de tomographie.

juger de la capacité de la tomographie à retrouver la position de la source si la grille n'est pas centrée sur la source.

Le troisième modèle concerne les déplacements générés par trois sources différentes, subissant soit une augmentation soit une diminution de leur volume. Cet exemple permet d'apprécier la capacité de la tomographie à retrouver plusieurs sources agissant conjointement.

Dans les trois cas, les déplacements sont projetés selon deux lignes de visée d'ENVISAT (swath A7 et D7)<sup>5</sup>, la tomographie est réalisée à partir de ces déplacements synthétiques non bruités. Le modèle de déformation  $f$  utilisé pour la construction de la matrice des fonctions de Green  $G$  est le modèle numérique MBEM, capable de prendre en compte la topographie<sup>6</sup>

### 6.3.2 Méthode de Cross Validation Sum of Square (CVSS)

Le principe de la CVSS est de juger de la capacité d'un modèle à reproduire des données d'observation non prises en compte dans le calcul du modèle. On définit une fonction de *Non-Prédictibilité* calculée pour chaque  $\beta$  :  $NP(\beta)$ . Moins le modèle est capable de reproduire ces données non prises en compte, moins ce modèle est fiable et plus  $NP(\beta)$  sera élevée. En revanche, si le modèle est capable de reproduire ces données, alors  $NP(\beta)$  sera faible et le modèle sera jugé plus robuste car plus prédictible. Deux méthodes de CVSS, la première numérique (CVSS *stricto sensu*) et la seconde analytique (LOO pour Leave One Out), seront étudiées pour le calcul de  $NP(\beta)$ .

#### Principe

À chaque itération, c'est-à-dire pour chaque  $\beta$ , le jeu de données  $\mathbf{d}$  et la fonction de Green  $G$  sont segmentés en  $n$  éléments différents tels que :

$$\mathbf{d} = \begin{pmatrix} \mathbf{d}_1 \\ \vdots \\ \mathbf{d}_n \end{pmatrix} \quad G = \begin{pmatrix} G_1 \\ \vdots \\ G_n \end{pmatrix}$$

5. Nous verrons au paragraphe 6.5 page 131 comment prendre en compte des jeux de données dans des lignes de visée différentes

6. Nous verrons au paragraphe 6.2.2 page 108 que le principe de superposition est valable avec MBEM sous certaines conditions. Ces conditions sont respectées dans ce paragraphe

Le jeu de données segmenté est utilisé pour recomposer deux jeux de données complémentaires  $\mathbf{d}_i$  et  $\widetilde{\mathbf{d}}_i$ , tel que le premier ne contienne qu'un seul élément  $i$ , et le second tous les éléments sauf le  $i^{\text{ème}}$ . Les matrices  $G_i$  et  $\widetilde{G}_i$  sont recomposées de manière à ce qu'elles correspondent aux deux jeux de données.

$\widetilde{\mathbf{d}}_i$  et  $\widetilde{G}_i$  sont ensuite utilisés pour résoudre  $\widetilde{\mathbf{m}}_i$  de la même manière qu'à l'équation 6.13 :

$$\widetilde{\mathbf{m}}_i = \left( \widetilde{G}_i^T \widetilde{G}_i + \beta^2 L_i^2 \right)^{-1} \widetilde{G}_i^T \widetilde{\mathbf{d}}_i \quad (6.18)$$

puis cette solution est utilisée pour calculer  $\mathbf{d}_{mi}$ , les déplacements modélisés correspondant aux données non prises en compte lors la résolution :

$$\mathbf{d}_{mi} = G_i \widetilde{\mathbf{m}}_i \quad (6.19)$$

Afin de vérifier si la solution  $\widetilde{\mathbf{m}}_i$  est capable de prédire des données non prises en compte, il est possible de calculer un misfit entre  $\mathbf{d}_i$  et  $\mathbf{d}_{mi}$  selon :

$$\chi_i^2 = (\mathbf{d}_i - \mathbf{d}_{mi})^T (\mathbf{d}_i - \mathbf{d}_{mi}) \quad (6.20)$$

Il est possible de réitérer les opérations précédentes pour les  $n$  fragments du jeu de données initial, et ainsi calculer un misfit  $\chi^2$  pour chacun des fragments. On définit enfin la fonction de *Non-Prédictibilité*  $\text{NP}_{cvss}(\beta)$  telle que :

$$\text{NP}_{cvss}(\beta) = \sum_{i=1}^n \chi_i^2 \quad (6.21)$$

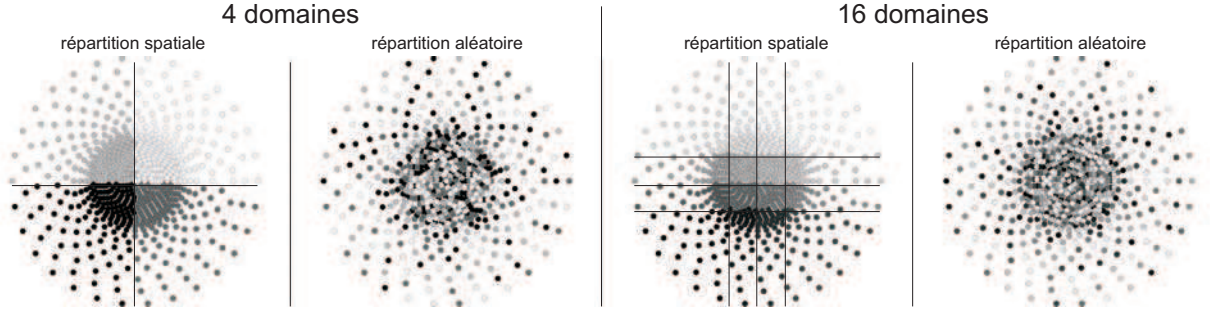
### Segmentation des données

$\mathbf{d}_i$  et  $\widetilde{\mathbf{d}}_{mi}$  peuvent être obtenus de manière aléatoire, ou en regroupant spatialement les points. D'autre part, il est aussi possible de faire varier le nombre d'éléments (Fig. 6.5).

### Cas particulier : méthode analytique Leave One Out (LOO)

Il est possible d'envisager une segmentation des données telle qu'on n'enlève qu'un seul point dans le jeu de données. L'opération serait alors répétée autant de fois que l'on a de points dans le jeu de données. Ce type de procédure est appelé Leave One Out (LOO). Dans





**Figure 6.5** – Différents types de segmentation des données utilisés pour la CVSS. Les points d’une même couleur appartiennent à un même élément  $\mathbf{d}_i$ , tous les éléments contiennent approximativement le même nombre de points.

ce cas, il existe une expression analytique de la fonction de *Non-Prédictibilité* ( $\text{NP}_{loo}$ ), donnée par Wahba et Wang (1990) et utilisée par Matthews et Segall (1993) :

$$\text{NP}_{loo}(\beta) = \sum_{i=1}^n \left( \frac{(I - H)\mathbf{d}}{1 - H_{(i,i)}} \right)^2 \quad (6.22)$$

où  $H = \left( (G^T G + \beta^2 L^2) G^T \right)^{-1} G$

La fonction de *Non-Prédictibilité*  $\text{NP}_{loo}(\beta)$  admet donc un minimum pour le  $\beta$  permettant d’obtenir le modèle le plus prédictible.

### 6.3.3 Comparaison des méthodes LOO et CVSS par rapport à la meilleure discrétisation attendue

Afin de comparer les différentes procédures de recherche du meilleur  $\beta$ , la méthode LOO et différentes versions de la méthode CVSS ont été testées sur les trois modèles synthétiques, le tore, la lentille et le modèle 3-sources (Fig. 6.4). On fait varier  $\beta$  de  $10^0$  à  $10^{10}$  par pas réguliers de la puissance. Pour chaque  $\beta$ , on calcule le misfit  $\chi^2$  entre les données et les déplacements modélisés, la rugosité de la répartition des variations de volume  $R$ , et différentes fonctions de *Non-Prédictibilité*  $\text{NP}_{loo}$  et  $\text{NP}_{cvss}$ .

Afin de pouvoir juger quelle méthode de recherche du meilleur modèle est la plus performante, nous comparerons les meilleurs modèles trouvés pour chaque méthode à un modèle de référence appelé modèle idéal, en nous appuyant sur deux indices de comparaisons que nous allons détailler par la suite.

### Modèle idéal

On considère que la meilleure répartition des variations de volume des sources unitaires que l'on peut trouver par la tomographie pour une grille de sous-échantillonnage donnée, est celle pour laquelle toutes les sources unitaires comprises dans l'enveloppe de la source initiale subissent une variation de volume telle que  $\mathbf{m}_{\in source} = \frac{\Delta V}{n}$ , et où toutes les sources situées en dehors de cette enveloppe ne subissent pas de variation de volume ( $\mathbf{m}_{\notin source} = 0$ ). Ce modèle est noté  $\mathbf{m}_{ideal}$  et les déplacements provoqués par ce modèle idéal sont obtenus par  $\mathbf{d}_{ideal} = G\mathbf{m}_{ideal}$ . On cherche donc le  $\beta$  permettant de s'approcher au mieux de ce modèle idéal.

### Indices de comparaison

Pour chaque  $\beta$ , on définit deux indices de comparaison du modèle obtenu  $\mathbf{m}_\beta$  par rapport au modèle idéal  $\mathbf{m}_{ideal}$ . Le premier indice  $\chi_{3D_\beta}^2$  correspond à un misfit normalisé sur les variations de volume des sources et permet de quantifier l'adéquation de la répartition des variations de volume entre  $\mathbf{m}_\beta$  et  $\mathbf{m}_{ideal}$  dans l'espace :

$$\chi_{3D_\beta}^2 = \frac{(\mathbf{a}\mathbf{m}_\beta - \mathbf{m}_{ideal})^T (\mathbf{a}\mathbf{m}_\beta - \mathbf{m}_{ideal})}{\mathbf{m}_{ideal}^T \mathbf{m}_{ideal}} \times 100 \quad (6.23)$$

avec :  $a = (\mathbf{m}_\beta^T \mathbf{m}_\beta)^{-1} \mathbf{m}_\beta^T \mathbf{m}_{ideal}$

Plus cet indice est faible, plus les répartitions des variations de volume des sources unitaires sont équivalentes entre le modèle idéal et les modèles trouvés pour chaque  $\beta$ . Comme la tomographie permet de résoudre une variation de volume pour chacune des sources et comme le  $\mathbf{m}_{ideal}$  contient beaucoup de sources ne variant pas de volume, la valeur de  $\chi_{3D_\beta}^2$  peut être très élevée même pour des solutions convenables. On considèrera que si  $\chi_{3D_\beta}^2 < 70\%$  le modèle trouvé est proche du modèle idéal, et si  $\chi_{3D_\beta}^2 > 90\%$  alors le modèle est relativement éloigné du modèle idéal. Le coefficient  $a$  permet de modifier les valeurs de  $\mathbf{m}_\beta$  pour qu'elles soient le plus près possible de  $\mathbf{m}_{ideal}$ . Cet indice ne fournit pas de renseignement sur les variations de volume des sources.

Le second indice permet de quantifier la capacité des modèles à retrouver la variation de volume totale du sous-sol :

$$\chi_{\Sigma \Delta V}^2 = \left| \frac{\sum \mathbf{m}_{ideal} - \sum \mathbf{m}_\beta}{\sum \mathbf{m}_{ideal}} \right| \times 100 \quad (6.24)$$

De même, plus cet indice est faible, plus l'estimation totale de la variation de volume des sources pour chaque modèle sera proche de la variation de volume totale réelle.

## Résultats

Les figures 6.6, 6.7 et 6.8 montrent le modèle idéal, les meilleurs modèles obtenus selon les différentes procédures de recherche présentées précédemment ainsi que les relations entre  $\text{misfit}_{\text{loo}}$ ,  $\text{NP}_{\text{cvss}}$  et  $\text{NP}$  en fonction de la rugosité. Les meilleurs modèles obtenus par la méthode CVSS sont recherchés pour différentes segmentations du jeu de donnée : CVSS 4,9, ou 16 domaines correspondent à une segmentation des données en 4, 9, ou 16 domaines répartis de manière spatiale, CVSS rand 2, rand 4 correspondent à une segmentation des données en 2 ou 4 domaines, pour lesquels les points sont sélectionnés de manière aléatoire (Fig. 6.5).

Le tableau 6.2 montre les indices de comparaison  $\chi^2_{\mathbf{3D}_\beta}$  et  $\chi^2_{\Sigma\Delta V}$  des meilleurs modèles obtenus pour les différentes méthodes de recherche du meilleur modèle.

Modèle synthétique	Méthode de recherche du meilleur $\beta$	$\chi^2_{\mathbf{3D}_\beta}^{(1)}$	$\chi^2_{\Sigma\Delta V}^{(2)}$
tore	LOO et CVSS rand 2	80.9	1.5
	CVSS 4 domaines	86.9	2.4
lentille	LOO	99.9	517
	CVSS 4-9-16 domaines	66.2	37.1
	CVSS rand 2	67.3	44.4
3 sources	LOO et CVSS rand 2	48.2	10.2
	CVSS 4 domaines	52.2	5.2

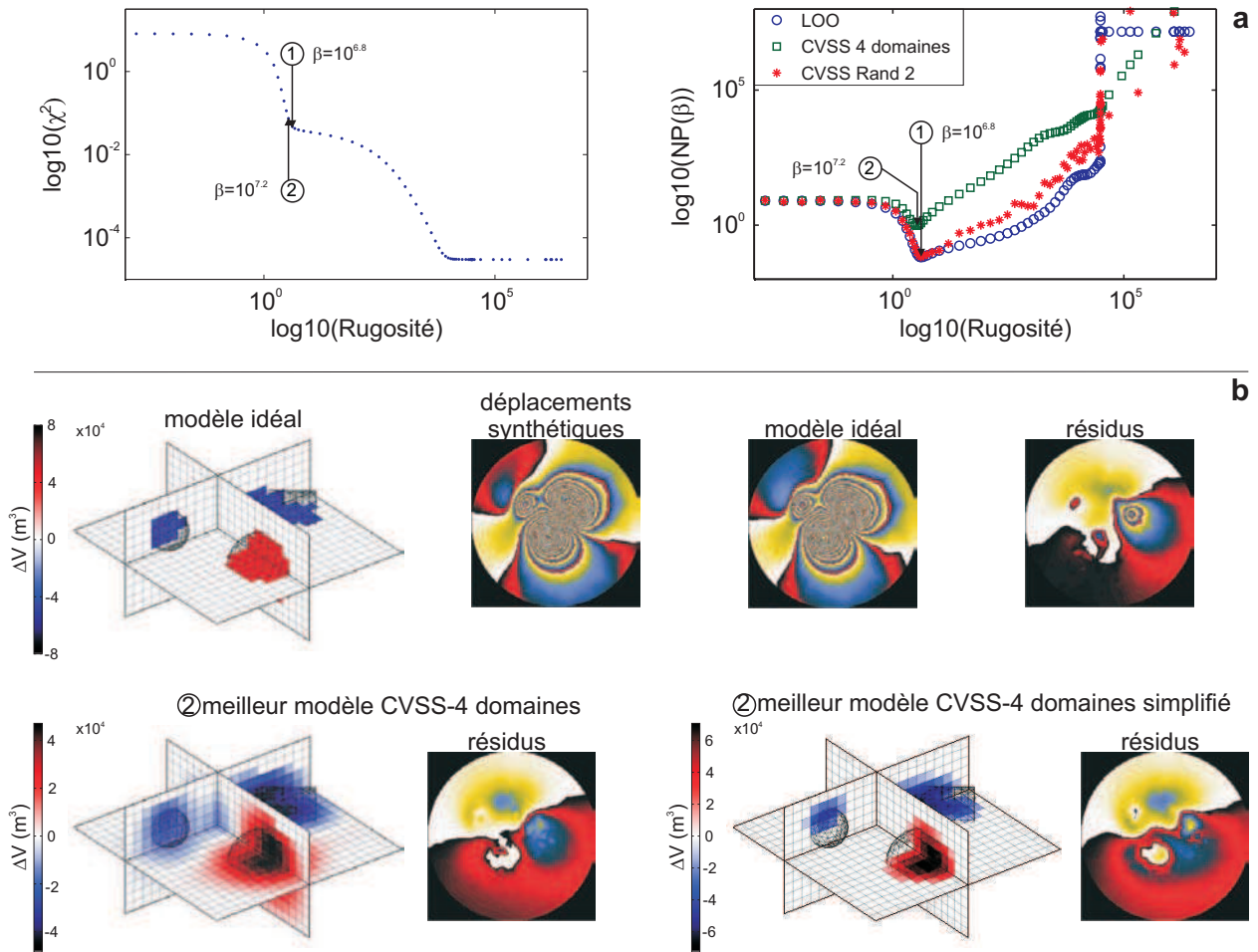
**Table 6.2** – Comparaison des meilleurs modèles obtenus avec le LOO ou avec la CVSS pour différentes segmentations du jeu de données : CVSS 4,9, ou 16 domaines correspondent à une segmentation des données en 4, 9, ou 16 domaines répartis de manière spatiale, CVSS rand 2 correspond à une segmentation des données en 2 domaines, pour lesquels les points sont sélectionnés de manière aléatoire (Fig. 6.5).

Les comparaisons sont faites à partir des deux indices présentés page 117 :

<sup>(1)</sup>  $\chi^2_{\mathbf{3D}_\beta}$  : comparaison sur la répartition des variations de volume des sources (Équ. 6.23)

<sup>(2)</sup>  $\chi^2_{\Sigma\Delta V}$  : comparaison sur la variation de volume totale (Équ. 6.24)

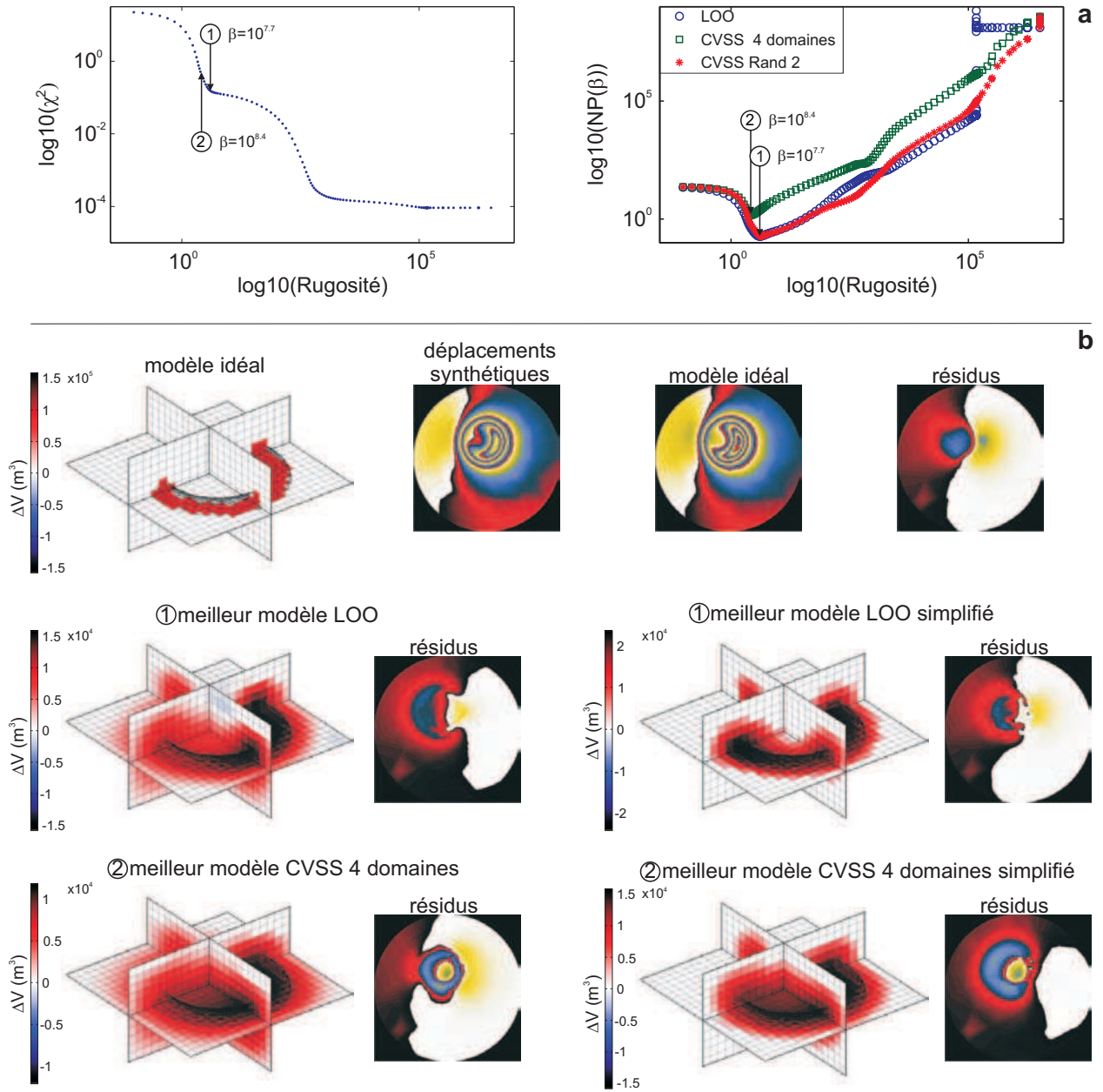
En ce qui concerne le modèle 3-sources, le tableau 6.2 montre que les différentes méthodes donnent des résultats satisfaisants tant sur la répartition de la variation de volume des sources que sur leur variation de volume totale. La figure 6.6 montre que la répartition des variations de volume des sources unitaires est très proche de celle du modèle idéal. Les déplacements modélisés génèrent moins de résidus que ceux provoqués par le modèle idéal.



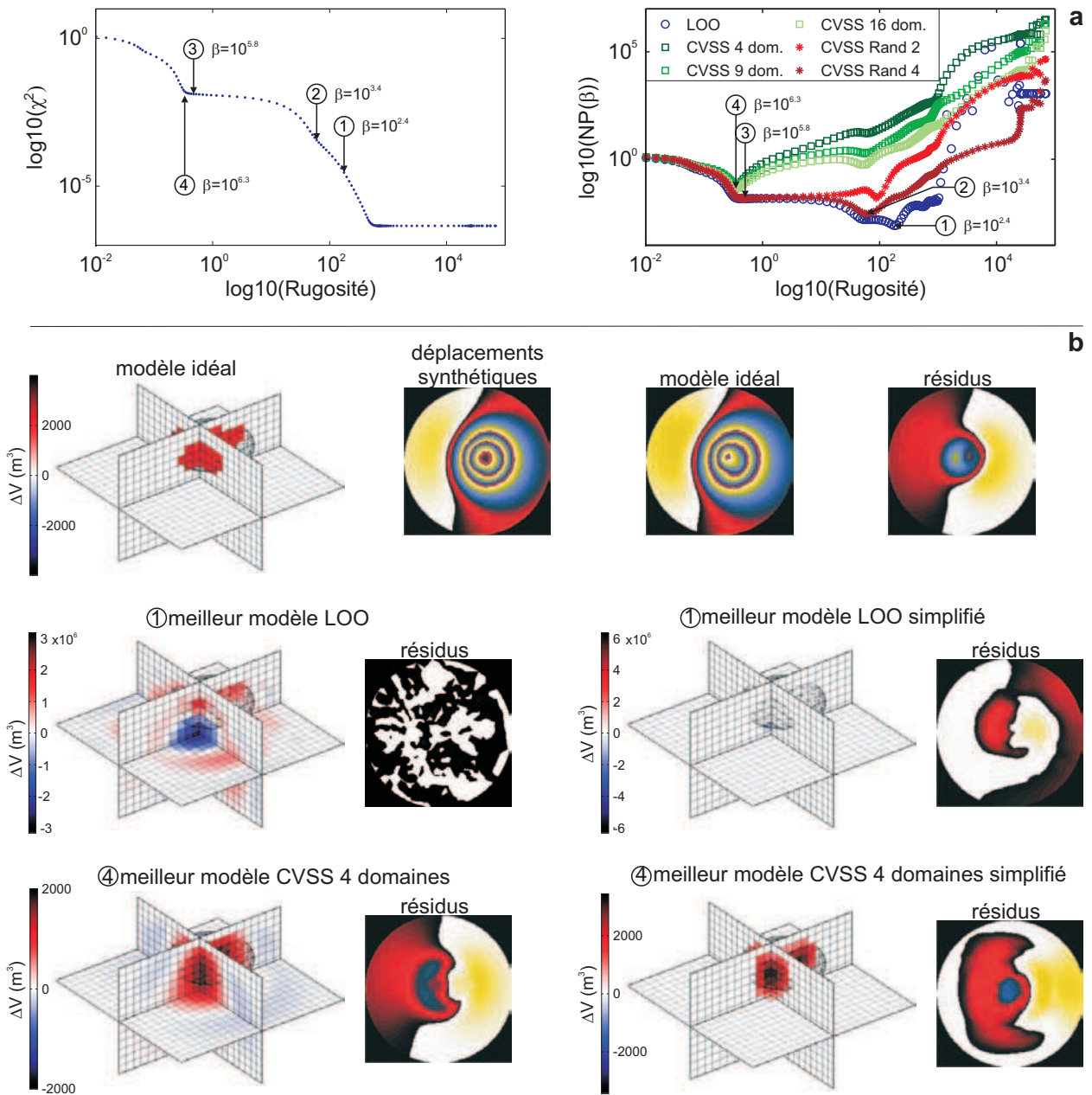
**Figure 6.6** – Résultats de la tomographie dans le cas 3-sources. –a– Relation entre le misfit ou la *Non-Prédictibilité* en fonction de la rugosité. Les numéros encadrés donnent la position du minimum des fonctions NP –b– Résultats de tomographie avant et après simplification pour la discrétisation idéale et les meilleurs modèles trouvés par les différentes méthodes. Les méthodes CVSS-rand 2 et LOO donnent le même minimum. Les modèles obtenus par les trois méthodes sont très similaires, et seul est montré le modèle obtenu par la méthode CVSS-4 domaines (position ②). La procédure de simplification sera détaillée à la section 6.4 page 124.

Les meilleurs modèles obtenus par CVSS et par LOO pour le tore sont assez semblables, mais la CVSS semble donner des résultats moins satisfaisants (Tab. 6.2). La figure 6.7 montre que les résultats obtenus par CVSS sont plus lissés que ceux obtenus par LOO, le modèle obtenu par CVSS ne reproduisant pas le trou du tore. Dans ce cas, la procédure par LOO semble plus pertinente.

Le cas de la lentille est plus complexe. La figure 6.8 montre que les minima des courbes LOO et CVSS en fonction de la rugosité correspondent à des  $\beta$  très différents. Le meilleur modèle obtenu par LOO est très éloigné du modèle idéal (misfit proche de 100, tableau 6.2) mais la courbe LOO admet un minimum local correspondant au minimum absolu de la



**Figure 6.7** – Résultats de la tomographie dans le cas du tore. –a– Relation entre le misfit et la *Non-Prédictibilité* en fonction de la rugosité. Les numéros encadrés donnent la position du minimum des fonctions NP –b– Résultats de tomographie avant et après simplification pour la discrétisation idéale et les meilleurs modèles trouvés par les différentes méthodes. Les méthodes CVSS-rand 2 et LOO donnent le même minimum. La procédure de simplification sera détaillée à la section 6.4 page 124.



**Figure 6.8** – Résultats de la tomographie dans le cas de la source superficielle en forme de lentille. –a– Relation entre le misfit ou la *Non-Prédictibilité* en fonction de la rugosité. Les numéros encadrés donnent la position du minimum des fonctions NP –b– Résultats de tomographie avant et après simplification pour la discrétisation idéale et les meilleurs modèles trouvés par les différentes méthodes. Les meilleurs modèles obtenus par les méthodes CVSS par segmentation des données en 4,9 et 16 domaines sont identiques. Le meilleur modèle obtenu par la CVSS en fragmentant aléatoirement les données en 2 domaines (CVSS rand 2, position ③) est très similaire aux modèles obtenus par les autres CVSS (position ④). Le modèle obtenu par la CVSS-rand 4 (position ②) a un aspect équivalent à celui obtenu par la méthode LOO (position ①). La procédure de simplification sera détaillée à la section 6.4 page 124.



CVSS. Les modèles obtenus par CVSS pour les différentes fragmentations du jeu de données sont différents entre eux pour les fortes rugosités. Le modèle le plus proche du modèle idéal est obtenu pour les procédures de CVSS par fragmentation spatiale du jeu de données. Dans ce cas, le meilleur modèle obtenu est très proche du modèle idéal.

La méthode CVSS par fragmentation spatiale des données donne toujours un meilleur modèle, proche du modèle idéal. Cependant, cette méthode a tendance trouver un  $\beta$  imposant une trop forte régularisation de la source.

La méthode LOO est celle s'approchant le mieux de la discrétisation optimale dans deux des trois cas. Cependant, dans le cas de la lentille, le minimum absolu de cette fonction donne un modèle trop peu compact. Dans ce genre de situation, la fonction LOO admet plusieurs minima locaux dont l'un concordant avec le minimum des fonctions CVSS.

### 6.3.4 Conclusion

La recherche du meilleur modèle passe donc par la recherche du minimum de la fonction de *Non-Prédictibilité*, que cette fonction soit calculée par la méthode CVSS ou par la méthode LOO. Il est donc judicieux d'utiliser un algorithme d'optimisation afin de trouver ce minimum en faisant le moins de calculs possible. L'utilisation d'un algorithme de type proches voisins (Sambridge, 1999a,b; Fukushima et al., 2005) est bien adapté à ce type de problème et permet d'obtenir une bonne estimation du meilleur modèle en une dizaine d'itérations.

La méthode LOO a l'avantage de ne nécessiter qu'un seul calcul par itération, et est donc assez rapide à mettre en œuvre. Cependant, comme cela a été vu dans le cas de la lentille, cette fonction peut admettre plusieurs minima locaux, le minimum global n'étant pas celui du meilleur modèle qu'on s'attendrait à avoir. L'utilisation d'un algorithme d'optimisation ne permettra donc pas systématiquement de trouver le meilleur modèle avec ce type de fonction.

La méthode CVSS par segmentation spatiale des données (4,9, ou 16 domaines) admet systématiquement un minimum absolu dans le domaine du modèle idéal, et peut donc être utilisée en routine. L'exemple de la lentille montre que quel que soit le taux de segmentation des jeux de données (4,9 ou 16 segments), les meilleurs modèles sont très similaires. Une segmentation des données en 4 segments semble donc suffisante. L'exemple du tore montre que cette méthode peut surestimer légèrement la compacité de la source. Cette méthode

présente l'inconvénient de nécessiter plus de calculs que la méthode LOO, puisque pour chaque itération, il est nécessaire de faire un calcul par segmentation du jeu de données.

La méthode CVSS par segmentation aléatoire donne une courbe  $NP_{cvss}$  en fonction de la rugosité pouvant admettre des minima locaux importants. La minimisation de  $NP_{cvss}(\beta)$  risque donc de donner un meilleur modèle correspondant à un minimum local de la fonction de *Non-Predictibilité*

En pratique, nous rechercherons le meilleur modèle par méthode CVSS en segmentant les données en 4 quadrants (segmentation spatiale des données), puis nous minimiserons la fonction  $NP_{cvss}(\beta)$  à l'aide d'un algorithme d'optimisation par proches voisins. En parallèle, nous calculerons la fonction  $NP_{loo}(\beta)$  sans chercher à la minimiser.



## 6.4 Simplification du meilleur modèle

La solution  $\mathbf{m}$  donnée par l'équation 6.13 considère que chaque source unitaire du volume discrétisé intervient dans la déformation de la topographie. Une fois la recherche du meilleur  $\beta$  effectuée, nous observons que certaines sources ont une variation de volume quasi nulle : nous pouvons alors nous demander s'il est possible de reproduire la déformation en ne considérant que les sources les plus influentes.

### 6.4.1 Principes

Dans le cadre de la tomographie, on définit la complexité d'un modèle comme étant le nombre de sources unitaires prises en compte. Un modèle simple sera donc un modèle ne prenant en compte que peu de sources unitaires. La qualité du modèle sera définie comme étant sa capacité à reproduire les données observées.

On accepte de trouver un modèle reproduisant moins fidèlement les déplacements observés, mais étant plus simple que le meilleur modèle obtenu. Ce modèle simplifié doit être constitué d'un nombre de sources significativement inférieur au nombre de sources du meilleur modèle. On cherche donc une combinaison des sources unitaires obtenues avec le meilleur  $\beta$  permettant de faire un compromis entre qualité et complexité du modèle.

Il conviendrait dans l'absolu d'explorer l'ensemble des combinaisons possibles. Le nombre de modèles à explorer correspond à :

$$\sum_{k=1}^{n-1} \frac{n!}{k! (n-k)!} \quad (6.25)$$

où  $n$  correspond au nombre de sources dans la grille de sous échantillonnage, et  $k$  est un nombre de sources tirées parmi les  $n$  sources. Les situations pour lesquelles  $k = 0$  et  $k = n$  ont été enlevées puisqu'elles correspondent au cas où aucune source n'a été prise en compte (pas de déplacement du sol) et où toutes les sources ont été prises en compte (meilleur modèle). Pour une petite grille de sous-échantillonnage du volume sous la topographie contenant 100 sources, cela correspond à plus de  $10^{30}$  configurations différentes. Il n'est donc pas possible d'envisager une exploration de toutes les configurations.

Afin de réduire le nombre de possibilités à explorer, une procédure en 3 étapes a été mise en place :

1. Les sources obtenues avec le meilleur  $\beta$  sont triées selon leur contribution décroissante
2. Le modèle de déplacement est recalculé de manière itérative. À la première itération, le modèle est calculé avec la source contribuant le plus aux déplacements. À l'itération  $n + 1$  on ajoute la source dont la contribution suit directement les contributions des sources déjà prises en compte. Dès lors, plus on rajoutera de sources, meilleurs seront les déplacements modélisés, mais plus le modèle sera complexe.
3. Le critère d'Akaike (Akaike, 1974) sera calculé à chaque itération et servira à identifier le modèle permettant d'obtenir le meilleur compromis entre qualité et complexité.

### Tri des sources selon leur contribution

Pour chaque source unitaire  $j$ , on peut définir sa contribution  $c_j$  comme la somme des valeurs absolues des déplacements qu'elle provoque en chaque point de la topographie  $i$  :

$$c_j = \sum_{i=1}^n |G_{(i,j)} \mathbf{m}_j| \quad (6.26)$$

où  $\mathbf{m}_j$  est la variation de volume de la source  $j$  trouvée pour le meilleur  $\beta$  et  $n$  le nombre de données. Il est alors possible de trier les sources unitaires selon la quantité de déplacement qu'elles provoquent.

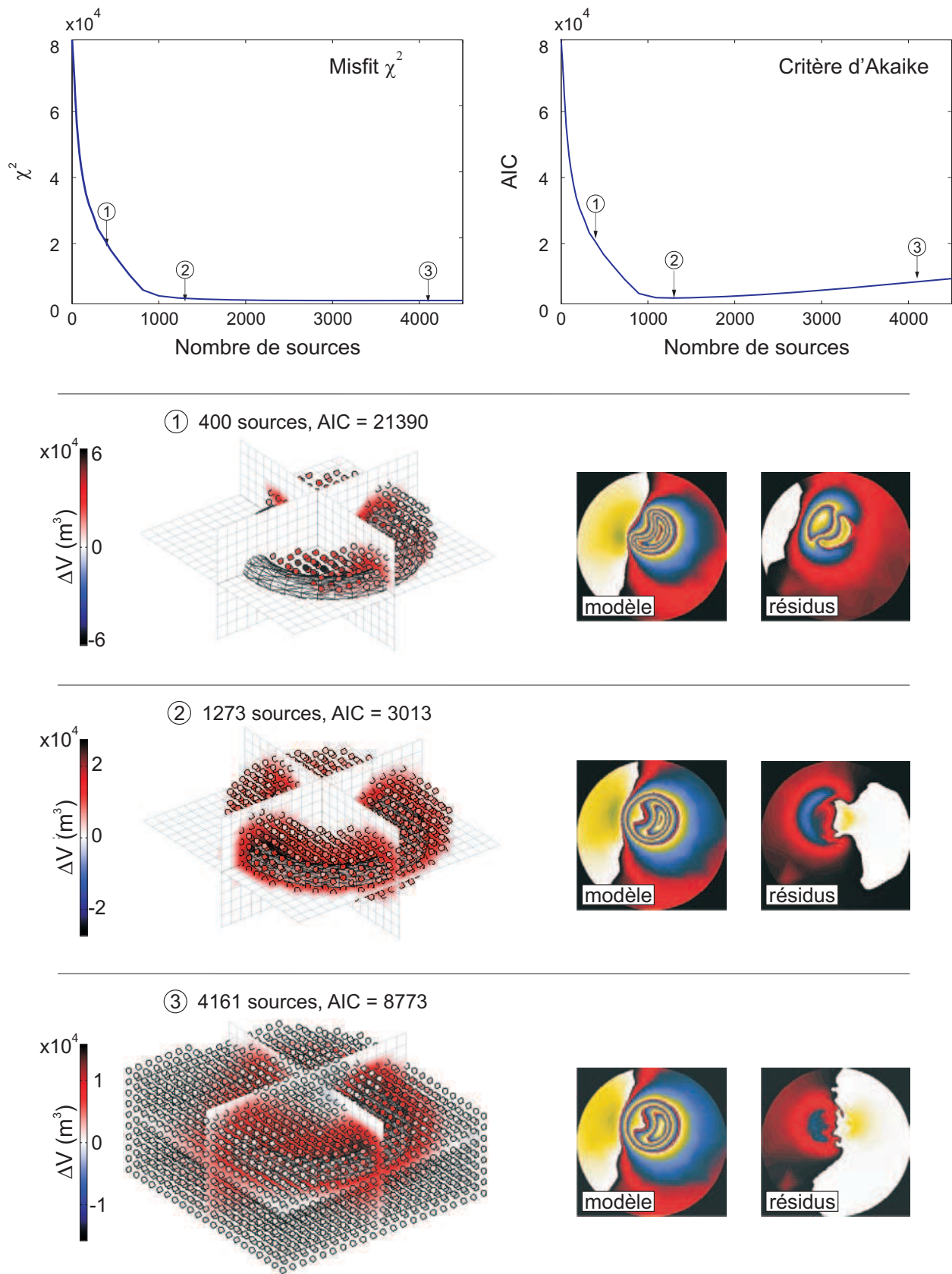
### Reconstruction itérative du modèle

Les sources sont classées selon leur contribution croissante et on définit deux ensembles de sources,  $\mathbf{s}_k$  et  $\tilde{\mathbf{s}}_k$  tels que  $\mathbf{s}_k$  contienne toutes les sources dont la contribution est supérieure à la contribution de la  $k^{\text{ième}}$  source, et  $\tilde{\mathbf{s}}_k$  celles dont la contribution est inférieure à celle de la source  $k$ .

Il est alors possible de recalculer la tomographie en ne sélectionnant que les sources  $\mathbf{s}_k$ . La figure 6.9 montre la relation entre le nombre de sources sélectionnées  $k$  et le misfit en % entre les données et le modèle simplifié dans l'exemple du tore. On remarque que les déplacements sont bien reproduits même pour un nombre faible de sources.

### Identification d'un bon modèle par le critère d'Akaike

On cherche maintenant le nombre de sources  $k$  permettant d'obtenir le meilleur compromis entre qualité et complexité.



**Figure 6.9** – Relation entre le nombre de sources, la valeur du critère d'Akaike et le misfit entre les déplacements synthétiques et modélisés dans le cadre du tore. La position ② correspond au minimum du critère. Les répartitions des sources sont montrées pour trois exemples différents.

De manière générale, plus le nombre de paramètres utilisés pour décrire la réalité est important, c'est à dire plus le modèle est complexe, meilleur est l'ajustement des données. En revanche, plus le modèle est simple, moins bon est l'ajustement des données et la perte d'information est importante. Le critère d'Akaike (Akaike, 1974) permet de quantifier cette perte d'information pour un modèle donné. Ce critère peut donc être utilisé pour comparer différents modèles, dont les nombres de paramètres diffèrent. Il est noté  $AIC$ , et est donné par :

$$AIC = 2k - 2 \ln(L) \quad (6.27)$$

où  $k$  est le nombre de paramètres du modèle. Dans le cadre de la tomographie, le nombre de paramètre correspond au nombre de sources.  $L$  est donné par :

$$\begin{aligned} L &= \prod_{i=1}^n \left( \frac{1}{2\pi\sigma_i^2} \right)^{1/2} \exp \left( - \sum_{i=1}^n \frac{(\mathbf{d}_i - \mathbf{d}_{\mathbf{m}i})^2}{2\sigma_i^2} \right) \\ \Leftrightarrow \ln(L) &= \ln \left( \prod_{i=1}^n \left( \frac{1}{2\pi\sigma_i^2} \right)^{1/2} \right) - \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \frac{(\mathbf{d}_i - \mathbf{d}_{\mathbf{m}i})^2}{\sigma_i^2} \end{aligned} \quad (6.28)$$

Le second terme correspond à un misfit au sens des moindres carrés entre les données observées  $\mathbf{d}_i$  et modélisées  $\mathbf{d}_{\mathbf{m}i}$ , et sera noté  $\chi^2$ . Le premier terme sera noté  $C$ . Ce terme ne dépend pas des déplacements modélisés ni du nombre de sources, il sera constant et commun à tous les modèles.

$$\ln(L) = C - \frac{1}{2}\chi^2 \quad (6.29)$$

En combinant les équations 6.29 et 6.26, il vient :

$$AIC = 2k - 2C + \chi^2 \quad (6.30)$$

Comme  $C$  est constant, et comme nous cherchons à comparer le critère d'Akaiké de chacun des modèles, il peut alors être ignoré. Il vient donc :

$$AIC = 2k + \chi^2 \quad (6.31)$$

La figure 6.9 montre la relation entre le critère d'Akaiké et le nombre de sources prises en compte. La courbe admet un minimum, indiquant pour quel nombre de sources le meilleur compromis entre qualité et simplicité est atteint. De même que pour la recherche du minimum de la fonction  $\text{NP}_{cvss}(\beta)$  (voir partie 6.3 page 112), la recherche de ce minimum est réalisée en

pratique à l'aide de l'algorithme d'optimisation par proches voisins, adapté pour la recherche de nombres entiers (partie ??, page ??).

### 6.4.2 Application

Le tableau 6.3 montre les résultats de simplification pour les trois modèles synthétiques présentés à la figure 6.4 page 113. Il apparaît que la procédure de simplification permet d'éliminer un grand nombre de sources sans pour autant modifier la capacité du modèle à reproduire les déplacements ( $\chi^2$  presque inchangé après la simplification). D'autre part, l'indice  $\chi_{3D_\beta}^2$  (Équ. 6.23) est plus faible pour les modèles simplifiés que pour les modèles non simplifiés, ce qui indique que la procédure de simplification permet de se rapprocher de la discrétisation idéale. Enfin, la contribution moyenne des sources après simplification est plus proche de celle calculée pour la discrétisation idéale.

	Tore (LOO) <sup>(4)</sup>			Lentille (CVSS-4 domaines) <sup>(4)</sup>			3-sources (CVSS-4 domaines) <sup>(4)</sup>		
	Av-simp	Ap-simp	Ideal	Av-simp	Ap-simp	Ideal	Av-simp	Ap-simp	Ideal
Nb sources	4161	1311	198	5480	239	167	4161	416	281
$\bar{c}$ (m) <sup>(1)</sup>	0.04	0.12	0.80	0.01	0.15	0.21	0.04	0.20	0.50
$\chi^2$ (%) <sup>(2)</sup>	0.61	0.60	0.84	1.15	1.17	1.73	0.57	0.78	0.87
$\chi_{3D_\beta}^2$ (%) <sup>(3)</sup>	80.9	69.1	-	66.2	43.3	-	48.2	34.4	-

**Table 6.3** – Comparaison des meilleurs modèles trouvés avant et après simplification. Les caractéristiques du modèle idéal sont données en référence.

<sup>(1)</sup>  $\bar{c}$  correspond à la contribution moyenne des sources (Équ. 6.26)

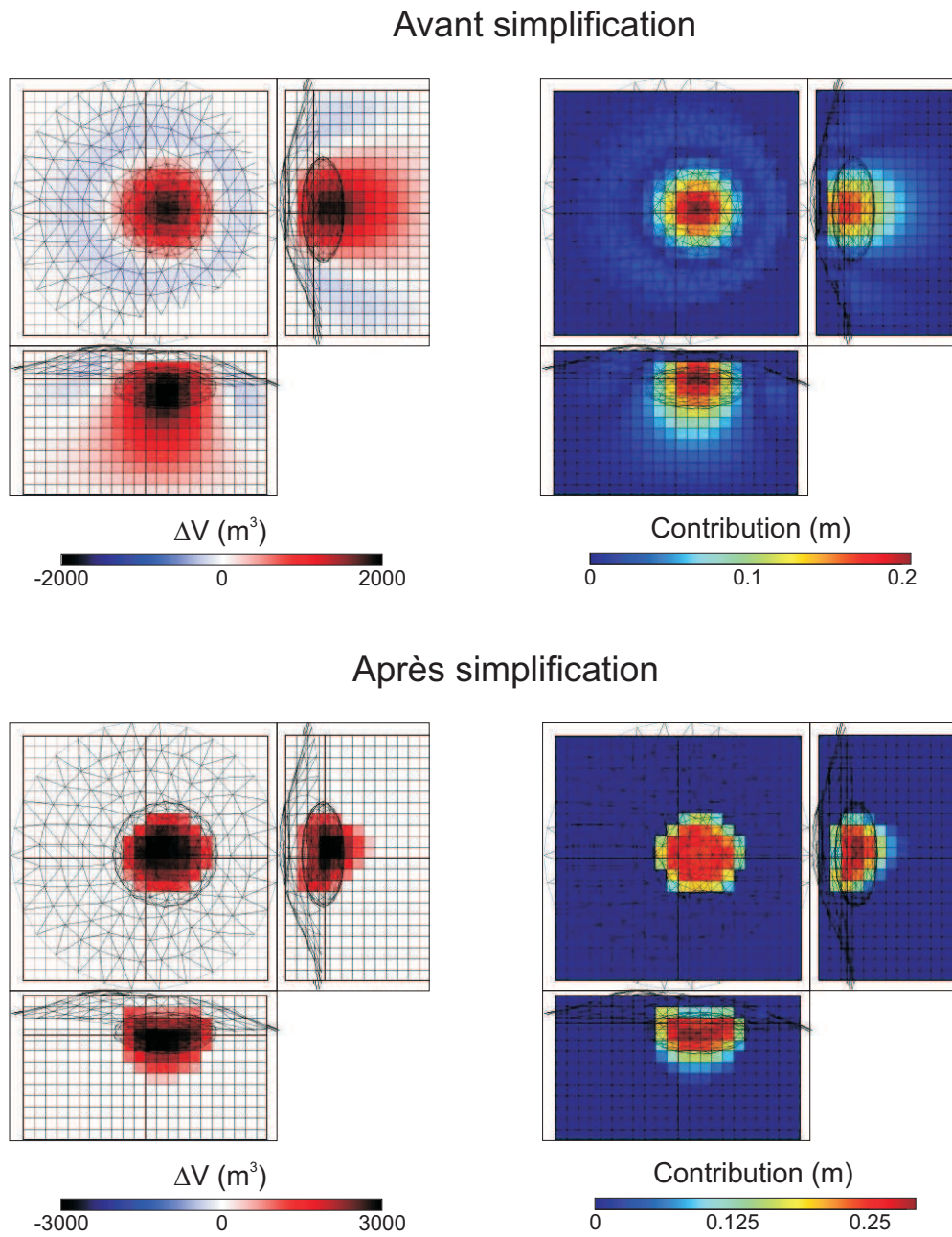
<sup>(2)</sup>  $\chi^2$  correspond au misfit calculé entre les déplacements originaux et les déplacements modélisés (Équ. 6.15)

<sup>(3)</sup>  $\chi_{3D_\beta}^2$  correspond au misfit entre les modèles et le modèle idéal (Équ. 6.23)

<sup>(4)</sup> les meilleurs modèles correspondent à ceux montrés aux figures 6.6, 6.7 et 6.8

La procédure de simplification permet de retrouver plus finement les détails de la source initiale. La figure 6.10 montre l'exemple de la lentille : les contributions sont mieux réparties sur l'ensemble de la source initiale après la simplification. La procédure permet en outre d'éliminer les sources profondes à fort  $\Delta V$  mais contribuant peu aux déplacements. Ceci permet de limiter l'extension vers le bas de la variation de volume  $\Delta V$ . La procédure de simplification permet enfin de supprimer les sources à faible contribution, localisées au niveau de la couronne de  $\Delta V$  négatifs en bordure de la grille de sous-échantillonnage.

La source simplifiée est malgré tout plus volumineuse que la source initiale. Les sources les plus influentes se trouvent cependant localisées au centre de la source initiale.



**Figure 6.10** – Sélection des sources influentes sur l'exemple de la lentille. La position de la source initiale est indiquée.

### 6.4.3 Contraintes sur le signe des variations de volume des sources unitaires

Si l'on suppose que les déplacements sont dus à une seule source ou à plusieurs sources toutes en surpression ou en déflation, il est alors possible de résoudre la variation de volume de chacune des sources unitaires en ajoutant une condition supplémentaire sur le signe de leurs variations de volume. L'algorithme de résolution par méthode des moindres carrés non

négatifs proposé par Lawson et Hanson (1974) permet de résoudre un système d'équations en imposant à la solution un signe positif. Cependant, cet algorithme n'est utilisable que pour un nombre restreint d'inconnues, le temps de résolution étant trop important si le nombre d'inconnues est supérieur à 800. Cet algorithme n'est donc pas utilisable directement dans la recherche du meilleur modèle par CVSS. En revanche, comme la simplification permet d'éliminer un grand nombre de sources (inconnues), la méthode de résolution par moindres carrés positifs peut être utilisée pour résoudre la variation de volume pour les  $ns$  sources obtenues après la procédure de simplification.

Imposer un signe positif à toutes les variations de volume revient à minimiser la norme :

$$\|\hat{G}_k \mathbf{m}_k - \hat{\mathbf{d}}\|^2 \quad \text{tel que} \quad \mathbf{m}_k \geq 0 \quad (6.32)$$

où  $\hat{G}_k$  est la fonction de Green pour les  $k$  sources sélectionnées par la procédure de simplification, et  $\mathbf{m}_k$  est la variation de volume pour chacune de ces sources, résolue par la méthode des moindres carrés non négatifs (Lawson et Hanson, 1974). En pratique, cette résolution est réalisée à l'aide de la fonction `lsqnonneg` de Matlab. Si l'on souhaite résoudre  $\mathbf{m}_k$  en lui imposant un signe négatif, il suffit de résoudre l'équation précédente en remplaçant  $\hat{G}_k$  par  $-\hat{G}_k$ , puis de multiplier le résultat obtenu par -1. Cet algorithme renvoie pour chaque élément de  $\mathbf{m}_k$  soit une valeur positive, soit 0 (source unitaire ne variant pas de volume), le nombre total de sources susceptibles de varier de volume pourra donc être amené à diminuer légèrement.

## 6.5 Extrapolation du formalisme de la tomographie

### 6.5.1 Prise en compte de plusieurs jeux de données

Dans leurs études respectives utilisant la tomographie, Mossop et Segall (1999), Vasco et al. (2002) et Masterlark et Lu (2004) n'ont à disposition qu'une seule géométrie d'acquisition des données InSAR pour retrouver la source des déformations. Dans la suite de ce travail, nous allons extrapoler le formalisme de la tomographie pour pouvoir prendre en compte des données InSAR dans différentes lignes de visée mais aussi pour pouvoir combiner des données de nature différentes. Supposons que nous disposons de  $N$  jeux de données couvrant le même événement tels que des données InSAR dans des géométries d'acquisition différentes ou bien des données GPS.

Si l'on souhaite prendre en compte toutes ces données dans l'inversion, alors la solution des variations de volume des sources unitaires (Équ. 6.13 page 105)<sup>7</sup> sera obtenue en redéfinissant les variables  $\mathbf{d}$  (données observées),  $G$  (fonction de Green) et  $W$  (matrice de pondération) respectivement sous la forme :

$$\mathbf{d} = \begin{pmatrix} \mathbf{d}_1 \\ \vdots \\ \mathbf{d}_N \end{pmatrix}, \quad G = \begin{pmatrix} G_1 \\ \vdots \\ G_N \end{pmatrix}, \quad W = \begin{pmatrix} \alpha_1 W_1 & 0 & 0 \\ 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & \alpha_N W_N \end{pmatrix} \quad (6.33)$$

où  $\mathbf{d}_i$  correspond au jeu de données  $i$ ,  $G_i$  et  $W_i$  correspondent respectivement à la fonction de Green et à la décomposition de Cholesky de l'inverse de la matrice de covariance pour le jeu de données  $i$ .  $\alpha_i$  correspond à un coefficient de pondération supplémentaire permettant de contrôler le poids respectif de chaque jeu de données : plus  $\alpha_i$  augmente, plus le jeu de données  $i$  aura de poids dans l'inversion.

Si tous les  $\alpha_i$  sont fixés à 1, alors  $W$  correspond à la matrice de covariance réelle de l'ensemble des données. Dans ce cas, si l'on combine des données InSAR et GPS, les données GPS qui comptent en général peu de points, n'auront que très peu d'impact sur la solution. Il est alors préférable d'augmenter le poids des données GPS par rapport aux données InSAR en fixant les coefficients de pondération  $\alpha_{GPS}$  pour les données GPS et  $\alpha_{InSAR}$  pour les

---

7. Équation 6.13 :  $\mathbf{m}_\beta = \left( \hat{G}^T \hat{G} + \beta^2 L^2 \right)^{-1} \hat{G}^T \hat{\mathbf{a}}$



données InSAR selon :

$$\alpha_{GPS} = \sqrt{\frac{n_{GPS} + n_{InSAR}}{n_{GPS}}} \quad \text{et} \quad \alpha_{InSAR} = \sqrt{\frac{n_{GPS} + n_{InSAR}}{n_{InSAR}}} \quad (6.34)$$

où  $n_{InSAR}$  et  $n_{GPS}$  correspondent respectivement au nombre de données obtenues par InSAR et par GPS. En général, comme  $n_{InSAR}$  est grand devant  $n_{GPS}$ ,  $\alpha_{InSAR}$  sera proche de 1 et seul le poids des données GPS sera significativement augmenté.

Dans ce cas, il n'est plus possible d'estimer  $\sigma_{\mathbf{m}_\beta}$  comme à l'équation 6.14<sup>8</sup>, puisque  $W$  ne correspond plus exactement à une matrice de pondération issue de la covariance. Cependant, le système d'équations contient  $m$  inconnues pour  $m + n$  équations,  $m$  étant le nombre de sources unitaires et  $n$  le nombre d'observations. Strang (1986) propose d'estimer l'écart-type  $\sigma_{\mathbf{m}_\beta}$  dû à cette surdétermination par :

$$\begin{aligned} \sigma_{\mathbf{m}_\beta} &= \sqrt{\text{diag}((G^T W^T W G)^{-1}) \times mse} \\ \text{avec : } mse &= \frac{\mathbf{d}^T (W^T W - W^T W G (G^T W^T W G)^{-1} G^T W^T W) \mathbf{d}}{n + m - m} \end{aligned} \quad (6.35)$$

### 6.5.2 Prise en compte de correction

En InSAR, le signal de déplacement est fréquemment modifié par une composante orbitale résiduelle pouvant être prise en compte dans le calcul de tomographie. D'autre part, les opérations de déroulement permettent de connaître les déplacements à une constante près (shift). Enfin, il est fréquent d'observer une composante atmosphérique corrélée à la topographie dans le signal InSAR, qu'il est possible de modéliser en considérant une relation linéaire entre l'altitude et le signal (Partie 2.2 page 30).

Toutes ces composantes peuvent être prises en compte à l'aide d'une matrice de coefficient  $C$ , définie en fonction des différentes corrections comme indiqué dans le tableau 6.4. En considérant  $\hat{G} = W[G, C]$ , alors l'équation 6.13 (page 105 ou en note 7 page 131) permet de résoudre le vecteur  $[\mathbf{m}, A]^T$  où  $A$  contient les valeurs des coefficients de la correction.

Le tableau 6.4 montre la construction de  $C$  en fonction des corrections souhaitées ainsi que le formalisme de la solution  $\mathbf{m}$ .

---

8. Équation 6.14 :  $\sigma_{\mathbf{m}_\beta} = \sqrt{\text{diag}(\hat{G}^T \hat{G} + \beta^2 L^2)^{-1}}$

	Plan orbital et shift	Atmosphère corrélée	Toutes les corrections
Équation de la correction	$\mathbf{d} = a\mathbf{x} + b\mathbf{y} + d$	$\mathbf{d} = c\mathbf{z}$	$\mathbf{d} = a\mathbf{x} + b\mathbf{y} + c\mathbf{z} + d$
$C$	$\begin{pmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ x_n & y_n & 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} z_1 \\ \vdots \\ z_n \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} x_1 & y_1 & z_1 & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ x_n & y_n & z_n & 1 \end{pmatrix}$
$A$	$[a, b, d]^T$	$c$	$[a, b, c, d]^T$

**Table 6.4** – Formulation des matrices de correction  $C$  et des vecteurs de coefficients  $A$  en fonction des corrections souhaitées.  $\mathbf{x}$ ,  $\mathbf{y}$  et  $\mathbf{z}$  correspondent aux coordonnées des données observées  $\mathbf{d}$ .

Si  $N$  jeux de données sont pris en compte, alors  $\hat{G}_A$  et  $\mathbf{m}_A$ , correspondant respectivement à la fonction de Green et à la solution en prenant en compte les corrections, seront formatées comme suit :

$$\hat{G} = \begin{pmatrix} \hat{G}_1 & \alpha_1 W_1 C_1 & 0 & 0 \\ \vdots & 0 & \ddots & 0 \\ \hat{G}_N & 0 & 0 & \alpha_N W_N C_N \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad \mathbf{m}_A = [\mathbf{m}, A_1, \dots, A_n]^T$$

et il sera possible d'obtenir les coefficients des corrections pour chacun des interférogrammes. Il est par ailleurs possible de prendre en compte des modèles d'atmosphères plus complexes qu'une simple relation linéaire entre les déplacements et l'altitude, en prenant en compte par exemple un polynôme de degré 4 comme le proposent Beauducel et al. (2000a). Dans ce cas, il faudra rajouter les coefficients correspondants aux degré 2 à 4 dans les matrices des coefficients  $C_1, \dots, C_N$ .

### 6.5.3 Influence de l'utilisation de plusieurs géométries d'acquisition (multiswath)

Wright et al. (2004) montrent qu'il est préférable d'utiliser plusieurs angles de visée différents pour inverser les paramètres géométriques d'une source dans le cadre d'une inversion classique. Afin de vérifier si cela est aussi le cas lors d'une inversion par tomographie, les déplacements provoqués par la lentille ont été inversés en prenant en compte qu'une seule ou plusieurs lignes de visée. La tomographie est calculée dans des situations où les interférogrammes ont été bruités ou non avec un bruit de paramètres équivalents à ceux classiquement mesurés sur les interférogrammes calculés au Piton de la Fournaise (Tab. 6.5).

Lignes de visée		A7		D7		A7 + D7	
Indices de comparaison (%)		$\chi_{3D_\beta}^2$ <sup>(1)</sup>	$\chi_{\Sigma\Delta V}^2$ <sup>(2)</sup>	$\chi_{3D_\beta}^2$ <sup>(1)</sup>	$\chi_{\Sigma\Delta V}^2$ <sup>(2)</sup>	$\chi_{3D_\beta}^2$ <sup>(1)</sup>	$\chi_{\Sigma\Delta V}^2$ <sup>(2)</sup>
Sans bruit	Sans nettoyage	84.2	1.6	81.9	2.2	80.8	1.7
	Avec nettoyage	77.9	3.5	77.8	1.7	<b>69.5</b>	8.4
Avec bruit	Sans nettoyage	84.2	3.5	85.8	2.2	81.0	1.0
	Avec nettoyage	79.3	6.4	81.4	2.4	<b>68.9</b>	8.3

**Table 6.5** – Influence de l'utilisation de plusieurs directions de déplacement. La tomographie est calculée pour le modèle synthétique de la lentille.

<sup>(1)</sup>  $\chi_{3D_\beta}^2$  : comparaison sur la répartition des variations de volume des sources (Équ. 6.23)

<sup>(2)</sup>  $\chi_{\Sigma\Delta V}^2$  : comparaison sur la variation de volume totale (Équ. 6.24)

Il ressort du tableau 6.5 que l'utilisation de plusieurs lignes de visée permet de mieux contraindre la répartition des variations de volume des sources, et ce d'autant plus en présence de bruit.

#### 6.5.4 Influence du sous-échantillonnage des données

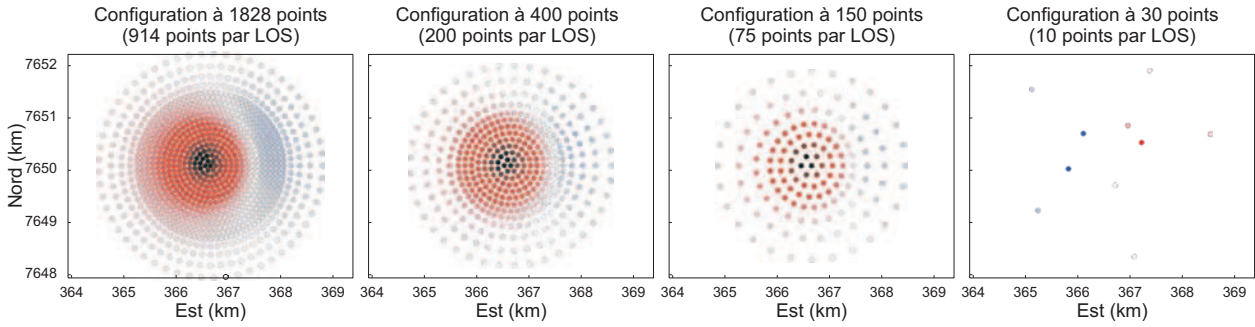
##### Influence du nombre de données

Les déplacements synthétiques dus au modèle de lentille puis projetés dans les lignes de visée A7 et D7 ont été sous-échantillonnés de différentes manières de telle sorte à contenir un nombre variable de points. D'autre part, les déplacements est-ouest, nord-sud et verticaux dus à la lentille ont été sous-échantillonnés au niveau de la localisation des stations GPS du Piton de la Fournaise (10 stations GPS), afin d'obtenir des données GPS synthétiques réalistes (Fig. 6.11). La tomographie a ensuite été calculée à partir de ces différents sous-échantillonnages. Pour chacun des jeux de données, le meilleur modèle obtenu a été nettoyé afin de ne garder que les principales sources unitaires.

À partir des résultats obtenus, la variation de volume totale  $\Sigma\Delta V$  des sources unitaires et leur écart-type total  $\sigma_{\Sigma\Delta V}$  ont été calculés afin de comparer les résultats à la variation de volume initial de la lentille :

$$\Sigma\Delta V = \sum_{i=1}^n \mathbf{m}_i \quad \text{et} \quad \sigma_{\Sigma\Delta V} = \sqrt{\sum_{i=1}^n \sigma_{\mathbf{m}_i}^2} \quad (6.36)$$

Le tableau 6.6 montre que quel que soit le nombre de points de données utilisé, la tomographie permet de retrouver la géométrie de la source ( $\chi_{3D_\beta}^2 < 60\%$ ), mais aussi d'estimer convenablement sa variation de volume ( $\chi_{\Sigma\Delta V}^2 < 6\%$ ,  $\Sigma\Delta V$  proche du  $\Delta V$  de la source



**Figure 6.11** – Influence du nombre de points de sous-échantillonnage. Les tomographies calculées avec les configurations à 1828, 400 et 150 points ont été calculées à partir de deux jeux de données dans deux lignes de visées différentes. La tomographie calculée avec la configuration à 30 points a été calculée à partir de 3 jeux de données, correspondants aux 3 composantes de déplacements enregistrables par le réseau GPS du Piton de la Fournaise.

	nb LOS <sup>(1)</sup>	nb pts total <sup>(1)</sup>	$\Sigma\Delta V$ <sup>(2)</sup>	$\sigma_{\Sigma\Delta V}$ <sup>(2)</sup>	$\chi^2_{3D_\beta}$ <sup>(3)</sup>	$\chi^2_{\Sigma\Delta V}$ <sup>(4)</sup>
Modèle synthétique	-	-	$348 \times 10^3$	-	-	-
InSAR 914 <sup>(5)</sup>	2	1828	$366 \times 10^3$	$5.97 \times 10^3$	43.3	5.0
InSAR 400	2	800	$364 \times 10^3$	$6.13 \times 10^3$	50.5	4.4
InSAR 150	2	300	$367 \times 10^3$	$11.13 \times 10^3$	43.3	5.2
équivalent GPS	3	30	$339 \times 10^3$	$26.84 \times 10^3$	59.4	2.65

**Table 6.6** – Influence du nombre de données. Les résultats sont donnés après nettoyage.

<sup>(1)</sup>  $nb$  LOS et  $nb$  pts total : nombre de lignes de visée et de points de sous-échantillonnage

<sup>(2)</sup>  $\Sigma\Delta V$  et  $\sigma_{\Sigma\Delta V}$  : somme et écart-type des variations de volume des sources unitaires

<sup>(3)</sup>  $\chi^2_{3D_\beta}$  : comparaison sur la répartition des variations de volume des sources en % (Équ. 6.23)

<sup>(4)</sup>  $\chi^2_{\Sigma\Delta V}$  : comparaison sur la variation de volume totale en % (Équ. 6.24)

<sup>(5)</sup> jeux de données utilisés dans les parties précédentes

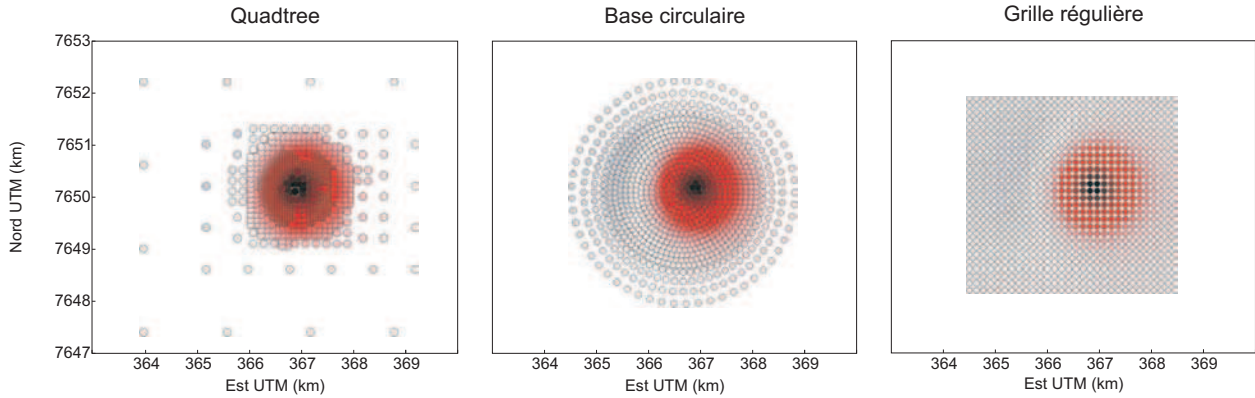
initiale). Cependant, on remarque que plus le nombre de données est important, plus  $\sigma_{\Sigma\Delta V}$  diminue. Dès lors, plus les données contiendront de points, plus l'estimation de la variation de volume totale de la source sera précise.

La tomographie calculée à partir des données GPS synthétiques montre qu'il est possible d'estimer convenablement la géométrie de la source ainsi que sa variation de volume avec un nombre très réduit de données.

### Influence du type de sous-échantillonnage

Les données de déplacement synthétiques dues au modèle de lentille projetées dans les lignes de visée A7 et D7 ont été sous-échantillonnées à partir d'une grille circulaire, d'une grille régulière ou bien par quadtree, en veillant à ce que tous les sous-échantillonnages contiennent un nombre similaire de points (Fig. 6.12). Puis la tomographie a été calculée

dans chacune des situations. Le meilleur modèle obtenu a ensuite été nettoyé. Le tableau 6.7 montre les résultats de la tomographie pour chaque sous-échantillonnage.



**Figure 6.12** – Types de sous-échantillonnage. Chaque sous-échantillonnage contient approximativement le même nombre de points.

	nb LOS <sup>(1)</sup>	nb pts total <sup>(1)</sup>	$\Sigma\Delta V$ <sup>(2)</sup>	$\sigma_{\Sigma\Delta V}$ <sup>(2)</sup>	$\chi^2_{3D_\beta}$ <sup>(3)</sup>	$\chi^2_{\Sigma\Delta V}$ <sup>(4)</sup>
Modèle synthétique	-	-	$348 \times 10^3$	-	-	-
InSAR circle <sup>(5)</sup>	2	1828	$366 \times 10^3$	$5.97 \times 10^3$	43.3	5.0
InSAR quadtree	2	1700	$368 \times 10^3$	$5.15 \times 10^3$	48.8	5.08
InSAR regular	2	1680	$348 \times 10^3$	$3.3 \times 10^3$	45.8	0.43

**Table 6.7** – Influence du type de sous-échantillonnage. Les résultats sont donnés après nettoyage.

<sup>(1)</sup>  $nb$  LOS et  $nb$  pts total : nombre de lignes de visée et de points de sous-échantillonnage

<sup>(2)</sup>  $\Sigma\Delta V$  et  $\sigma_{\Sigma\Delta V}$  : somme et écart-type des variations de volume des sources unitaires

<sup>(3)</sup>  $\chi^2_{3D_\beta}$  : comparaison sur la répartition des variations de volume des sources en % (Équ. 6.23)

<sup>(4)</sup>  $\chi^2_{\Sigma\Delta V}$  : comparaison sur la variation de volume totale en % (Équ. 6.24)

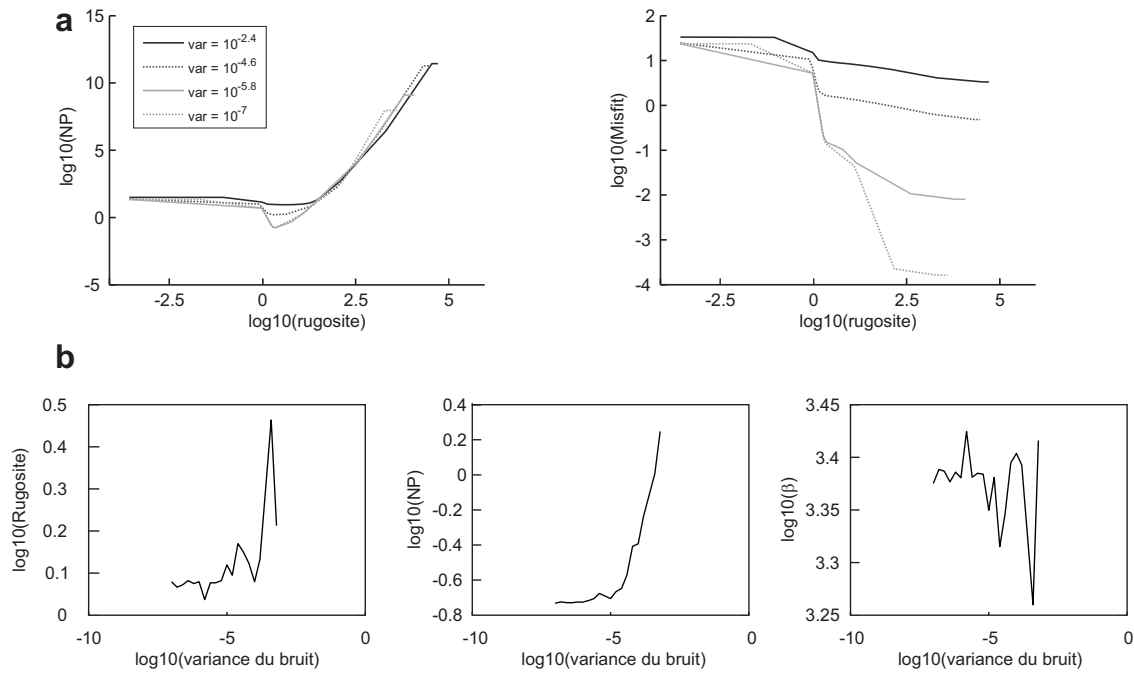
<sup>(5)</sup> jeux de données utilisés dans les parties précédentes

Le tableau 6.7 montre que toutes les méthodes de sous-échantillonnage permettent de retrouver la géométrie de la source ( $\chi^2_{3D_\beta} < 50\%$ ), mais aussi d'estimer convenablement sa variation de volume ( $\chi^2_{\Sigma\Delta V} < 6\%$ ,  $\Sigma\Delta V$  proche du  $\Delta V$  de la source initiale). Cependant, le sous-échantillonnage à partir d'une grille régulière donne une estimation de la variation de volume légèrement plus juste ( $\chi^2_{\Sigma\Delta V}$  proche de 0%) et plus précise ( $\sigma_{\Sigma\Delta V}$  le plus faible) que les autres types de sous-échantillonnage.

## 6.6 Influence du bruit dans les données

### 6.6.1 Influence du bruit lors de la recherche du $\beta$ optimal

Les jeux de données synthétiques obtenus à partir du modèle synthétique de tore ont été dégradés en injectant un bruit censé reproduire les effets atmosphériques. Ces bruits sont caractérisés par une distance de corrélation identique (500 m) (Fukushima et al., 2005) mais des variances différentes, s'étalant de  $10^{-7} \text{ m}^2$  (bruit négligeable) à  $10^{-2.4} \text{ m}^2$  (bruit 40 fois plus important que le bruit moyen mesuré sur les interférogrammes du Piton de la Fournaise). Pour chaque variance du bruit, on cherche le modèle optimum. La figure 6.13 montre les courbes du misfit ou de la fonction de *Non-prédictibilité*  $NP_{loo}$  (calculée par méthode Leave One Out, LOO) en fonction de la rugosité, ainsi que la valeur de la rugosité, la valeur de la fonction  $NP_{loo}$  et la valeur de  $\beta$  en fonction de la variance du bruit.



**Figure 6.13** – Influence du bruit sur la recherche du meilleur modèle. –**a**– Relation entre le misfit en fonction de la rugosité, et la valeur de la fonction de *Non-Prédictibilité*  $NP_{loo}$  (calculée par méthode LOO) en fonction de la rugosité, pour différentes valeurs de la variance du bruit ajouté aux données. –**b**– Les 3 courbes présentent la valeur de la rugosité, de  $NP_{loo}$  et de  $\beta$  des meilleurs modèles (minimisant la fonction  $NP_{loo}$ ) pour différentes valeurs de la variance du bruit.

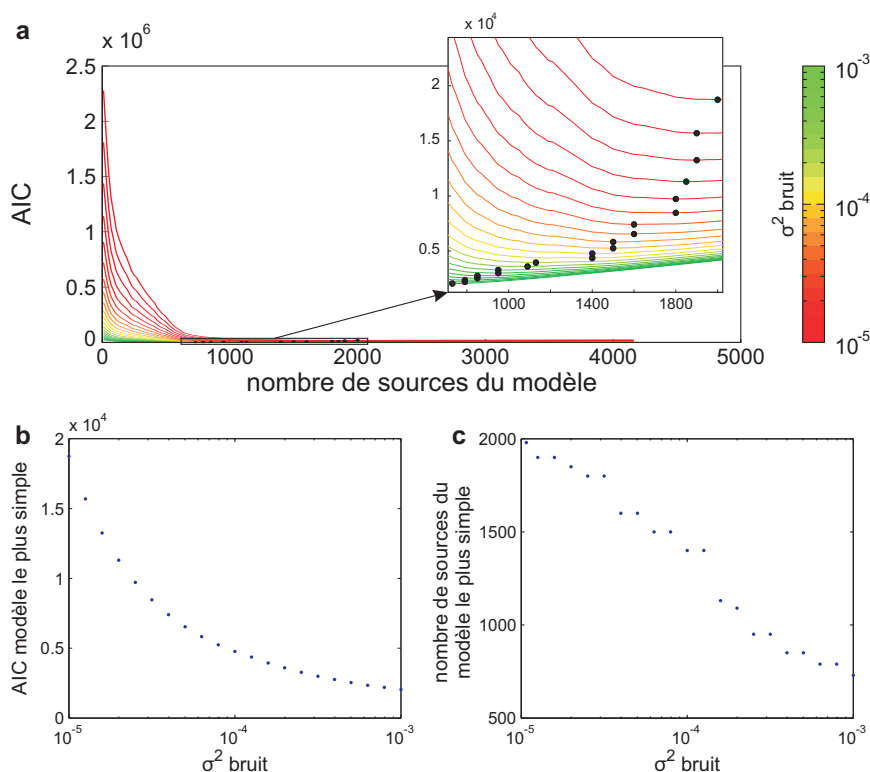
Plus le bruit est important, plus la courbe du misfit en fonction de la rugosité s'aplatit et moins le minimum des fonctions de *Non-prédictibilité*  $NP_{loo}$  est marqué. Le meilleur modèle est donc plus difficile à trouver.

La valeur du  $\beta$  des meilleurs modèles et la variance du bruits ne sont pas reliées entre elles : la présence de bruit ne semble donc pas modifier la valeur du  $\beta$  correspondant au meilleur modèle. La valeur de la rugosité du meilleur modèle semble légèrement corrélée à la variance du bruit. Cependant, cette corrélation est assez chaotique. En revanche, la valeur de  $NP_{loo}$  est fortement corrélée à la variance du bruit. Ce résultat est la conséquence de l'aplatissement des courbes représentant la valeur de  $NP_{loo}$  en fonction de la rugosité.

La présence de bruit dans les données ne modifie pas la position du minimum de la fonction de *Non-prédictibilité*, ni la valeur du  $\beta$  pour lequel ce minimum est atteint. La seule influence du bruit réside dans la profondeur du minimum de la fonction de *Non-prédictibilité*.

### 6.6.2 Influence du bruit lors de la simplification

Nous cherchons maintenant à savoir si la présence de bruit dans les données influe sur la simplification du meilleur modèle. Les meilleurs modèles obtenus dans la partie précédente, et dont la variance s'étale de  $10^{-5}$  à  $10^{-3}$  ont été simplifiés.



**Figure 6.14** – Influence du bruit sur la simplification du meilleur modèle. –a– Relation entre le critère d’Akaike  $AIC$  et le nombre de sources en fonction de la variance du bruit des données. –b– Relation entre le critère d’Akaike  $AIC$  et la variance du bruit des données. –c– Relation entre le nombre de sources du modèle simplifié et la variance du bruit des données.

La figure 6.14 **a** montre la relation entre le critère d'Akaike  $AIC$  et le nombre de sources en fonction de la variance du bruit. Les minima des courbes ne correspondent pas au même nombre de sources, le bruit présent dans les données a donc une influence sur la simplification du meilleur modèle.

La figure 6.14 **c** précise cette relation : plus la variance du bruit est importante, moins le modèle est complexe, c'est à dire qu'il nécessite moins de sources. Il semble exister une relation linéaire entre le nombre de sources et la variance du bruit. Des données contenant beaucoup de bruit donneront donc un modèle plus simple que des données contenant peu de bruit.

## 6.7 Influence de la discrétisation sur la reconstruction du champ de déplacement

### 6.7.1 Erreur induite par la reconstruction du champ de déplacement sur l'estimation de la variation de volume

La tomographie est basée sur le principe de superposition (Partie 6.1.3 page 102). En d'autres termes, ce principe sous-entend qu'une source massive de géométrie quelconque est discrétisable par des sources unitaires. La discrétisation du sous-sol en sources unitaires doit donc permettre de retrouver une discrétisation de la source initiale (Fig. 6.1). On peut donc se demander si les déplacements reconstruits à partir d'une version discrétisée d'une source sont vraiment équivalents aux déplacements provoqués par la source.

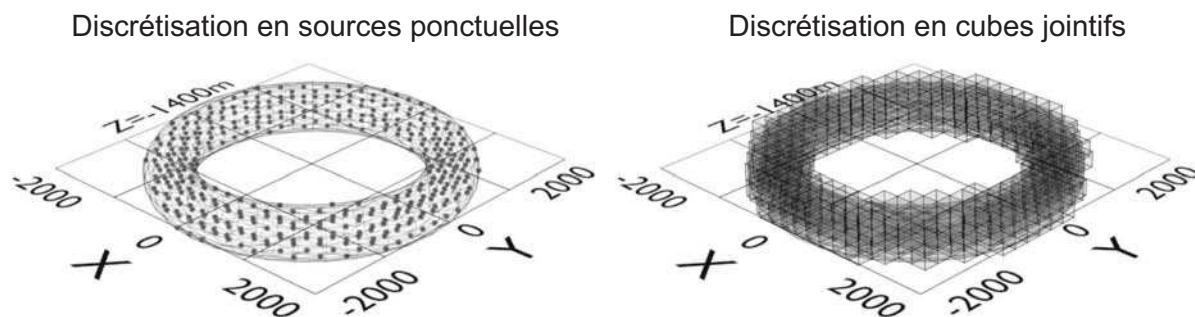
Pour répondre à cette question, il convient dans un premier temps de quantifier les différences entre les déplacements dus à une source massive et par une version discrétisée de cette source. Nous étudierons ensuite l'influence de la finesse de la discrétisation de la source massive sur la qualité de la reconstruction des déplacements. Cette étude sera basée sur les déplacements provoqués par une source synthétique dont on connaît la géométrie et la variation de volume.

#### Modèle synthétique et discrétisation

Les déplacements dus à une source massive de géométrie complexe (un tore) subissant une variation de volume  $\Delta V_{tore}$  sont calculés à l'aide du modèle numérique MBEM (Cayol et



Cornet, 1997). Le tore a un grand rayon de 1900 mètres, un petit rayon de 150 mètres et son centre est à -1400 mètres sous la topographie (Fig. 6.15). Ces déplacements sont notés  $\mathbf{d}_{tore}$ . Cette géométrie de source n'a pas forcément de réalité géologique mais elle est suffisamment complexe pour permettre d'éviter les biais dus à des sources de géométrie trop simples telles qu'une sphère ou un cube. En effet, les déplacements provoqués par de telles géométries de source pourraient être convenablement reproduits par une seule source ponctuelle.



**Figure 6.15** – Discretisation du tore par des sources ponctuelles (à gauche) ou des cubes jointifs (à droite). Dans cet exemple, le pas de discrétisation est de 166 mètres.

Une grille de sous-échantillonnage régulière de pas = 166 mètres permet de discrétiser le tore. Les noeuds de la grille définissent la position des sources unitaires. On suppose que la meilleure discrétisation du tore est celle pour laquelle les  $n$  sources unitaires localisées dans le volume occupé par le tore  $\mathbf{s}_{\in toire}$  subissent une variation de volume de  $\frac{\Delta V_{tore}}{n}$ , les autres sources  $\mathbf{s}_{\notin toire}$  ne variant pas de volume sont éliminées.

Nous profiterons de cette étude pour comparer deux modèles directs, le modèle de sources ponctuelles et le modèle de sources cubiques d'Okada. L'annexe B.4 présente les équations permettant le calcul des déplacements avec ces deux modèles. Les noeuds de la grille seront donc occupés par des sources ponctuelles ou par des sources cubiques d'Okada, de côté égal au pas de sous-échantillonnage. Dans ce cas, les cubes sont jointifs (Fig. 6.15).

### Comparaison des reconstructions obtenues avec des sources ponctuelles et cubes d'Okada

On cherche dans ce paragraphe à déterminer si une discrétisation du tore par des sources unitaires permet de reproduire convenablement les déplacements  $\mathbf{d}_{tore}$  dus au tore. Ces derniers, calculés par le modèle numérique MBEM serviront de référence (Fig. 6.16). En d'autres termes, on cherche à vérifier si la variation de volume du tore, répartie sur l'ensemble des sources unitaires, permet de reconstruire convenablement les déplacements.

Les déplacements reconstruits, dus à la version discrétisée du tore, sont notés  $\mathbf{d}_{\Sigma s}$  et sont calculés selon :

$$\mathbf{d}_{\Sigma s} = \sum_{j=1}^{\mathbf{s}_{j \in \text{tore}}} \frac{\Delta V_{\text{tore}}}{n} f_j(1) = \Delta V_{\text{tore}} \mathbf{d}_{\Sigma s}^1 \quad (6.37)$$

où  $\mathbf{s}_{j \in \text{tore}}$  correspond aux  $n$  sources unitaires localisées dans le tore,  $\Delta V_{\text{tore}}$  est la variation de volume du tore et  $f$  est la fonction permettant de calculer les déplacements dus à une source unitaire pour une variation de volume égale à 1.  $\mathbf{d}_{\Sigma s}^1$  correspond à la somme des déplacements provoqués par les sources unitaires, pour une variation de volume unitaire, et  $f$  correspond donc soit au modèle de cube d'Okada, soit au modèle de source ponctuelle.

Un calcul de misfit nous permet de comparer les déplacements  $\mathbf{d}_{\text{tore}}$  calculés pour le modèle synthétique du tore et ceux obtenus par reconstruction  $\mathbf{d}_{\Sigma s}$  :

$$\chi^2 = \frac{(\mathbf{d}_{\text{tore}} - \mathbf{d}_{\Sigma s})^T (\mathbf{d}_{\text{tore}} - \mathbf{d}_{\Sigma s})}{\mathbf{d}_{\text{tore}}^T \mathbf{d}_{\text{tore}}} \times 100 \quad (6.38)$$

La figure 6.16 montre que les déplacements calculés avec une discrétisation de type sources ponctuelles donne des déplacements équivalents à ceux obtenus avec le modèle d'Okada. D'autre part, la forme des déplacements reconstruits est similaire à celle obtenue avec le modèle numérique MBEM. Cependant, les amplitudes des déplacements ne sont pas identiques dans les deux situations.

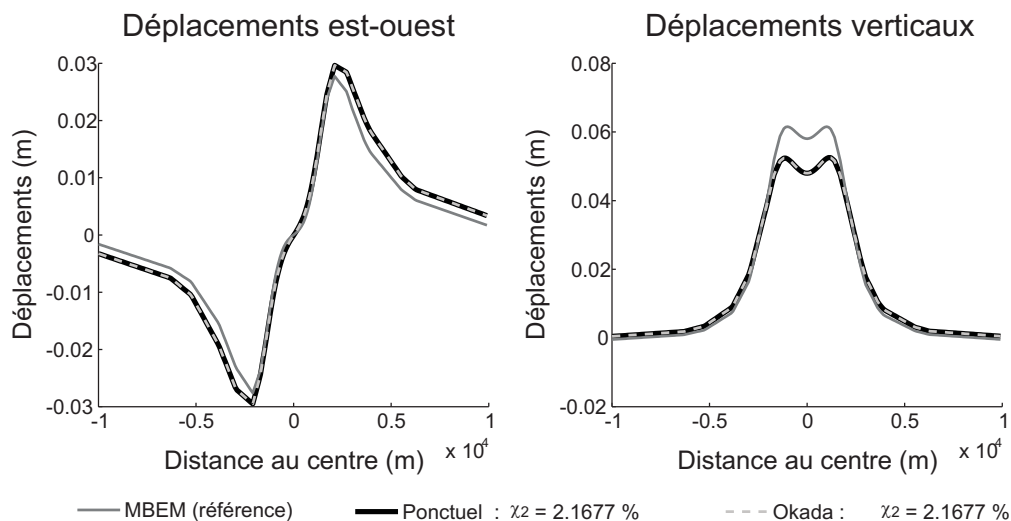
### Inversion de la variation de volume à partir du champ de déplacement

Pour cette même discrétisation, on cherche ensuite à vérifier si la variation de volume initiale  $\Delta V_{\text{tore}}$ , répartie sur l'ensemble des sources unitaire, est celle qui permet la meilleure reconstruction des déplacements initiaux. On cherche donc la variation de volume totale optimale  $\Delta V_{\text{opt}}$  permettant de minimiser le misfit entre  $\mathbf{d}_{\text{tore}}$  et  $\Delta V_{\text{opt}} \mathbf{d}_{\Sigma s}^1$ .  $\Delta V_{\text{opt}}$  peut être tiré à partir de l'équation 6.38 et est donnée par :

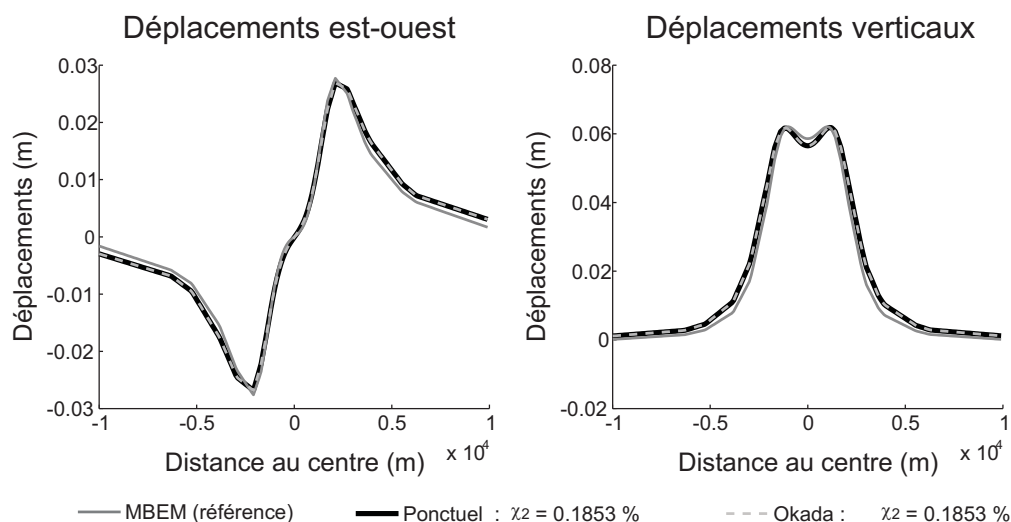
$$\Delta V_{\text{opt}} = (\mathbf{d}_{\Sigma s}^T \mathbf{d}_{\Sigma s})^{-1} \mathbf{d}_{\Sigma s}^T \mathbf{d}_{\text{tore}} \quad (6.39)$$

La reconstruction optimale est donc obtenue par  $\Delta V_{\text{opt}} \mathbf{d}_{\Sigma s}^1$  puis comparés aux déplacements de référence  $\mathbf{d}_{\text{tore}}$  à l'aide d'un calcul de misfit, donné par :

$$\chi^2 = \frac{(\mathbf{d}_{\text{tore}} - \Delta V_{\text{opt}} \mathbf{d}_{\Sigma s}^1)^T (\mathbf{d}_{\text{tore}} - \Delta V_{\text{opt}} \mathbf{d}_{\Sigma s}^1)}{\mathbf{d}_{\text{tore}}^T \mathbf{d}_{\text{tore}}} \times 100 \quad (6.40)$$



**Figure 6.16** – Déplacements calculés pour le tore, ou pour une version discrétisée du tore par 2573 sources unitaires. Les déplacements dus à chaque source unitaire sont calculés soit avec un modèle de source ponctuelle, soit à l’aide d’un modèle de cube d’Okada.



**Figure 6.17** – Déplacements calculés pour le tore, ou pour une version discrétisée du tore par 2573 sources unitaires. Les déplacements dus à la version discrétisée du tore sont calculés soit avec un modèle de source ponctuelle, soit à l’aide d’un modèle de cube d’Okada, en prenant en compte une variation de volume optimale des sources unitaires, permettant de reconstruire le plus fidèlement possible les déplacements dus au tore.

Dès lors, si la variation de volume optimale  $\Delta V_{opt}$  est égale à la variation de volume initiale du tore  $\Delta V_{tore}$ , alors la reconstruction optimale correspondra à celle pour laquelle  $\Delta V_{tore}$  est répartie de manière uniforme sur toutes les sources unitaires (présentée à la figure 6.16).

La figure 6.17 montre les reconstructions optimale pour un modèle de déformation de type source ponctuelle ou cube d'Okada. Ces deux reconstructions sont très similaires entre elles, mais sont clairement différentes de celles présentées figure 6.16 et sont plus proches des déplacements dus aux tores. Les misfits trouvés sont plus faibles que précédemment. Dès lors,  $\Delta V_{opt}$  ne correspond pas à  $\Delta V_{tore}$ . Il ne suffit donc pas de répartir la variation de volume totale de la source initiale sur l'ensemble des sources unitaires pour obtenir le modèle le plus ressemblant.

### Implications pour la tomographie

Une discrétisation donnée ne permettra donc pas de reproduire parfaitement les déplacements dus à la source initiale. Dans le cadre de la tomographie, on cherche à retrouver la variation de volume des sources unitaires à partir des déplacements observés. Dès lors, la variation de volume optimale, reproduisant au mieux le champ de déplacement initial, ne correspond pas exactement à la variation de volume initiale. La tomographie pourra amener à une légère surestimation de l'ordre de quelques pourcents de la variation de volume des sources unitaires

## 6.7.2 Influence de la finesse de la discrétisation sur la reproduction du champ de déplacement

### Cas de grilles fixes de pas variable

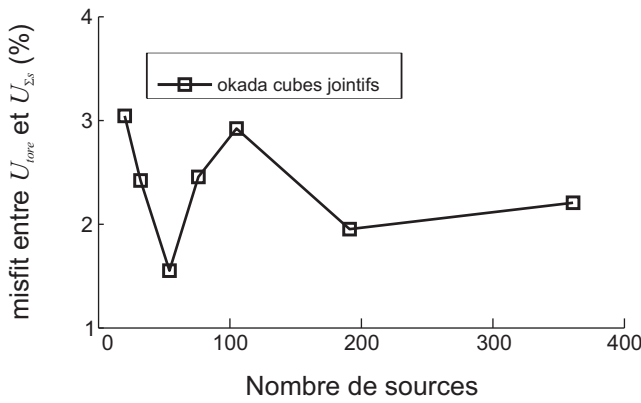
En général, plus une discrétisation est fine, meilleure est l'approximation du phénomène visé. On cherche dans ce paragraphe à déterminer l'influence de la finesse de la discrétisation sur la reconstruction des déplacements dûs au tore (Fig. 6.15).

Plusieurs grilles de sous-échantillonnage de pas variable et centrées sur le tore ont été créées. Pour chaque discrétisation, les sources incluses dans le tore sont gardées, les autres sont éliminées. Les déplacements dus à la source discrétisée sont reconstruit comme indiqué à l'équation 6.37 en prenant le cube d'Okada comme modèle de déformation. Toutes les

sources sont jointives, les centres des sources coïncident avec les nœuds de la grille et leur variation de volume est  $\frac{1}{n}\Delta V_{tore}$ .

Enfin un misfit exprimé en % est calculé afin de comparer les déplacements dus au tore et la reconstruction à partir des sources d'Okada, en prenant les déplacements dus au tore comme référence (Équ. 6.38<sup>9</sup>).

La figure 6.18 montre la relation entre le misfit et le nombre de sources considéré pour chaque discrétisation, et ne fait pas apparaître de tendance claire entre les deux variables. Nous allons maintenant essayer d'expliquer la relation complexe qui lie ces deux variables.



**Figure 6.18** – Misfit en fonction du nombre de sources unitaires. Le misfit est calculé entre les déplacements obtenus par le modèle numérique MBEM pour le tore, et les déplacements calculés pour différentes discrétisations. Les déplacements dus aux différentes discrétisations sont calculés avec un modèle de cube d'Okada.

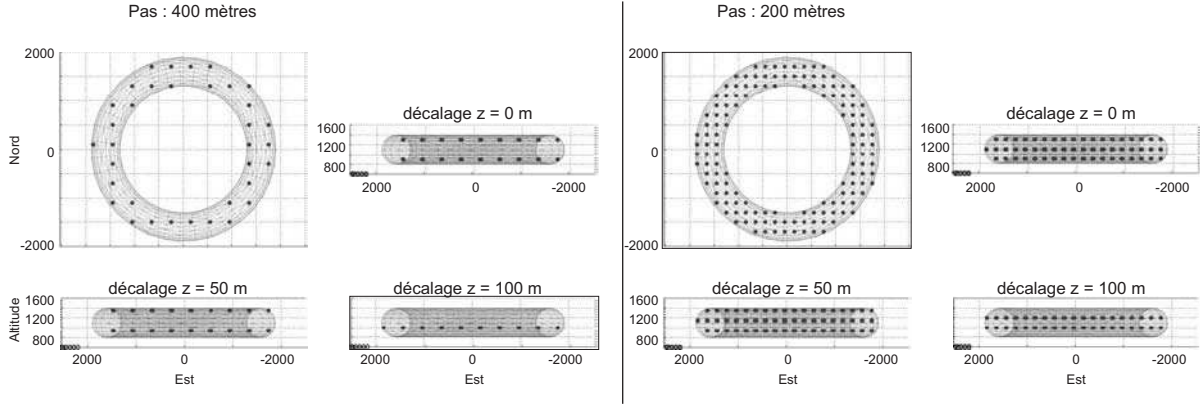
### Cas de grilles variant en z et de pas variable

La position de la grille peut déterminer le nombre de sources prises en compte dans la discrétisation, et perturber l'alignement entre les sources sélectionnées et le tore. On cherche à comprendre si un décalage de la grille peut perturber de manière significative la qualité de la discrétisation et influencer la reconstruction du signal.

De la même manière que précédemment, plusieurs grilles de pas variables sont créées, et des sources d'Okada ( $\Delta V = \frac{1}{n}\Delta V_{tore}$ ) sont utilisées pour le calcul des déplacements. Cependant, pour chaque pas de grille, on calcule les déplacements pour plusieurs translations verticales de la grille, ce qui peut faire varier de manière importante le nombre de sources sélectionnées pour le calcul des déplacements (Fig. 6.19).

9. Le misfit en % est donné par :

$$\chi^2 = \frac{(\mathbf{d}_{tore} - \mathbf{d}_{mod})^T (\mathbf{d}_{tore} - \mathbf{d}_{mod})}{\mathbf{d}_{tore}^T \mathbf{d}_{tore}} \times 100$$



**Figure 6.19** – Différentes discrétisation du tore en fonction du pas de discrétisation et du décalage de la grille de discrétisation. A pas constant, les discrétisations peuvent contenir un nombre très variable de sources, en fonction du décalage en  $z$  de la grille, qui peut faire sortir ou entrer des sources dans le tore.

Enfin, un misfit simple en % est calculé entre les déplacements reconstruits et les déplacements dus au tore (Équ. 6.38 page 141) modélisés par le modèle numérique MBEM. La figure 6.20 montre que pour les pas de discrétisation élevés, c'est-à-dire quand la source est discrétisée par un faible nombre de sources unitaires, il existe une forte variabilité du misfit en fonction du nombre de sources. Plus le pas de discrétisation diminue, plus la discrétisation fait intervenir de sources et plus la variabilité du misfit diminue.

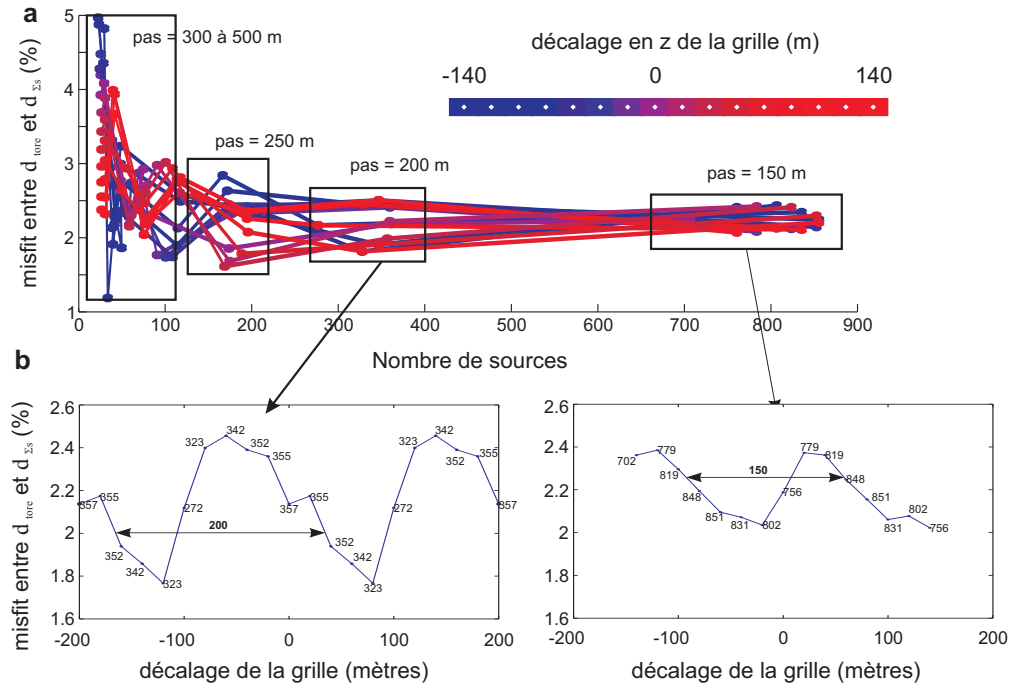
Les sous-figures de la figure 6.20 montrent que la variabilité du misfit est périodique pour un pas donné. La période observée a la valeur du pas considéré. La variabilité du misfit n'est donc que la conséquence du décalage en  $z$  imposé à la grille de discrétisation.

Par ailleurs, pour chacune de ces discrétisations, on cherche la variation de volume optimale permettant de reconstruire le plus fidèlement possible les déplacements dus au tore (Équ. 6.39 page 141). De même, un misfit en % est calculé entre les déplacements initiaux et les reconstructions obtenues pour les variations de volume optimales<sup>10</sup>

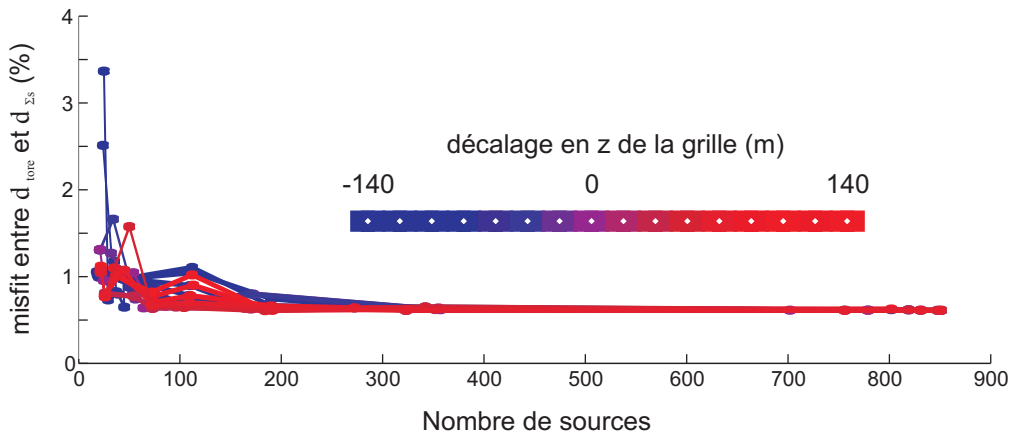
Pour des déplacements reconstruits en recalculant la variation de volume optimale, le misfit atteint des valeurs très basses dès les discrétisations ne prenant en compte qu'une cinquantaine de points (Fig. 6.21). Ceci indique que des discrétisations différentes repro-

10. Variation de volume optimale et misfit en %

$$\Delta V_{opt} = \left( \mathbf{d}_{\Sigma s}^T \mathbf{d}_{\Sigma s} \right)^{-1} \mathbf{d}_{\Sigma s}^T \mathbf{d}_{tore} \quad \text{et} \quad \chi^2 = \frac{(\mathbf{d}_{tore} - \Delta V_{opt} \mathbf{d}_{\Sigma s}^1)^T (\mathbf{d}_{tore} - \Delta V_{opt} \mathbf{d}_{\Sigma s}^1)}{\mathbf{d}_{tore}^T \mathbf{d}_{tore}} \times 100$$



**Figure 6.20** – Misfit entre déplacements dus au tore et déplacements pour différentes discrétisations du tore. –a– Les discrétisations varient en fonction de deux paramètres : pas de la grille, et du décalage en z de la grille. Le décalage en z de la grille a pour conséquence de réduire ou d’augmenter le nombre de sources impliquées dans la discrétisation du tore (Fig. 6.19). Pour chacune des discrétisations obtenues, on compte le nombre de sources unitaires, puis on calcule un misfit en % entre les déplacements provoqués par la discrétisation du tore et les déplacements du tore calculés par le modèle numérique MBEM. Les rectangles noirs regroupent toutes les discrétisations ayant le même pas. –b– Relation entre misfit et décalage en z de la grille. Ces courbes montrent qu’il existe une périodicité du misfit en fonction du décalage de la grille pour un pas donné. Cette périodicité est de période égale au pas de la grille. Les chiffres indiquent le nombre de sources pour chaque discrétisation.



**Figure 6.21** – Misfit entre déplacements dus au tore et reconstruction pour une variation de volume optimale, pour différentes discrétisations du tore. Les discrétisations varient en fonction du pas de la grille, et du décalage en z de la grille.

duisent bien la forme des déplacements mais moins bien leur amplitude. Dans le cadre de la tomographie, l'estimation du  $\Delta V$  de la source ne sera pas forcément bien estimée, même si les déplacements sont bien reproduits.

## Conclusion

Plus la discrétisation est fine, plus les déplacements dus à la version discrétisée de la source se rapprochent des déplacements calculés par le modèle numérique MBEM. Dans le cas du tore, une discrétisation de la source massive par 50 sources unitaire permet de reproduire 99% des déplacements initiaux. Cependant, une discrétisation trop faible du milieu pourra entraîner une erreur sur l'estimation du  $\Delta V$  de l'ordre de quelques %. Dans le cadre de la tomographie, il sera donc seulement nécessaire de discrétiser le milieu pour faire en sorte qu'au moins une cinquantaine de sources unitaires se trouvent effectivement dans la source initiale.

La tomographie nécessite de stocker en mémoire vive les matrices  $G$  et  $L$  et d'inverser la matrice  $G^T G + \beta^2 L^2$ . Cette dernière est de dimension  $n \times n$  où  $n$  est le nombre de sources unitaires dans la discrétisation du sous-sol. Cette inversion doit être réalisée pour chaque  $\beta$  à tester. Pour une grille de sous-échantillonnage contenant de 8000 à 10000 sources unitaires, le temps nécessaire à cette inversion commence à être trop long (de l'ordre de 5 minutes) pour être répété de nombreuses fois. Un bon compromis consiste à utiliser une grille contenant entre 3000 et 8000 sources unitaires.

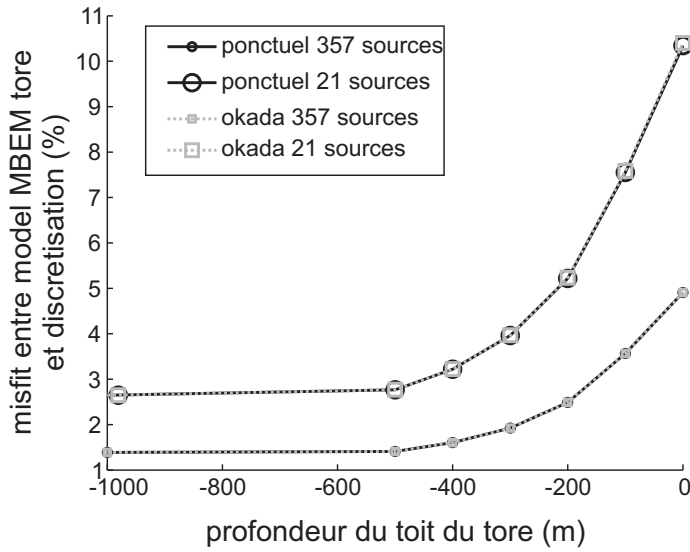
### 6.7.3 Influence de la position de la source massive sur la qualité de la discrétisation

Le principe de Saint-Venant nous indique que les détails de la forme d'une source sont d'autant plus influents sur la forme des déplacements que la source est superficielle. Ce principe nous amène à nous demander si la position de la source, par rapport à la surface, est un paramètre important à prendre en compte pour déterminer le pas de discrétisation à utiliser.

Pour répondre à cette question, les déplacements dus au tore ont été calculés pour différentes profondeurs du toit du tore. Dans chaque cas, un misfit en % a été calculé entre les déplacements de référence donnés par la modélisation numérique et les déplacements obtenus



pour deux discrétisations différentes, calculées soit à l'aide d'un modèle de source ponctuelle, soit à l'aide d'un modèle d'Okada.



**Figure 6.22** – Déplacements calculés pour différentes profondeurs du toit du tore, et pour différentes discrétisations du tore. Les calculs des déplacements discrétisés sont réalisés soit à l'aide d'un modèle de source ponctuelle, soit à l'aide d'un modèle de cube d'Okada. Le misfit est calculé en référence aux déplacements obtenus avec le modèle numérique MBEM .

La qualité de la reproduction de déplacements par discrétisation dépend de la profondeur de la source : plus la source est profonde, moins il est nécessaire de discrétiser finement la source initiale. Au contraire, plus la source est superficielle, plus il est nécessaire de discrétiser finement pour reproduire les déplacements initiaux (Fig. 6.22).

Les deux modèles de déformation donnent des résultats très similaires, quelle que soit la profondeur de la source. L'annexe B.4.3 présente une étude complémentaire où l'on montre que les deux modèles peuvent donner des résultats légèrement différents si les sources unitaires sont très superficielles et disposées sur un seul niveau, mais les différences sont de plus en plus faibles si le calcul fait intervenir des sources disposées sur plusieurs niveaux. Dans le cas de la discrétisation du tore, les sources ponctuelles sont disposées sur plusieurs niveaux, permettant aux deux modèles de donner des déplacements similaires, même si le toit du tore est très proche de la topographie.

Dans le cadre de la tomographie, avoir un *a priori* sur la profondeur de la source peut permettre de choisir une grille de sous-échantillonnage adaptée au cas étudié.

#### 6.7.4 Comparaison entre modèle d'Okada et modèle numérique en présence d'une topographie

Nous avons vu qu'il est possible de prendre en compte la topographie en utilisant un modèle numérique de type MBEM pour le calcul de la matrice des fonctions de Green  $G$ .

L'une des limites à l'utilisation d'un modèle numérique pour le calcul de  $G$  est le temps de calcul : comme il est nécessaire de calculer pour chaque source unitaire les déplacements qu'elle provoque sur la topographie, le temps de calcul de la matrice des fonctions de Green peut durer plusieurs jours (3 jours pour une grille contenant 6000 sources).

D'autre part, le modèle de déformation de cube d'Okada est valide si l'on calcule les déplacements sur une topographie plane, et ne devrait donc pas être utilisé lorsque la topographie de la zone étudiée n'est plus négligeable (Partie 6.2.2). Il est malgré tout possible d'approximer la présence de la topographie en prenant en compte la différence d'altitude entre les points de la topographie et le centre des sources (voir annexe B.4). L'utilisation d'un modèle de cube d'Okada pour générer la matrice  $G$  permet de réduire significativement le temps de calcul, qui ne dure que quelques minutes (4 minutes pour une grille de 6000 sources).

Il est donc avantageux, en termes de temps de calcul, de construire la fonction de Green  $G$  à partir d'un modèle de cube d'Okada même en présence d'une topographie importante. Il apparaît alors nécessaire de quantifier les erreurs sur la répartition et l'estimation des  $\Delta V$  lorsque l'on utilise un modèle de cube d'Okada.

Le tableau 6.8 synthétise les résultats de tomographie obtenus pour le tore et la lentille en utilisant une fonction de green générée soit à l'aide d'un modèle numérique, soit à l'aide d'un modèle de cube d'Okada.

		Avant simplification (%)		Après simplification (%)	
Géométrie	Fonction de Green	$\chi_{\mathbf{3D}_\beta}^2$ <sup>(1)</sup>	$\chi_{\Sigma\Delta V}^2$ <sup>(2)</sup>	$\chi_{\mathbf{3D}_\beta}^2$ <sup>(1)</sup>	$\chi_{\Sigma\Delta V}^2$ <sup>(2)</sup>
Tore	MBEM	80.9	1.5	69.1	9.1
	cube d'Okada	83.0	49.2	74.4	51.1
Lentille	MBEM	66.2	37.1	43.3	5.0
	cube d'Okada	69.0	26.2	54.3	24.0

**Table 6.8** – Influence du modèle direct de déplacement. La fonction de Green est construite à l'aide d'un modèle numérique (MBEM) puis à l'aide d'un modèle de cube d'Okada.

<sup>(1)</sup>  $\chi_{\mathbf{3D}_\beta}^2$  : comparaison sur la répartition des variations de volume des sources en % (Équ. 6.23)

<sup>(2)</sup>  $\chi_{\Sigma\Delta V}^2$  : comparaison sur la variation de volume totale % (Équ. 6.24)

Il apparaît que l'indice  $\chi_{\mathbf{3D}_\beta}^2$  est relativement similaire quel que soit le modèle utilisé, ce qui indique que la position de la source est convenablement retrouvée avec les deux méthodes. La méthode numérique reste malgré tout toujours meilleure que la méthode analytique. En ce qui concerne l'indice  $\chi_{\Sigma\Delta V}^2$ , le misfit obtenu par méthode analytique est 5 fois plus élevé

qu’avec la méthode numérique. Ceci indique que l’on estimera moins bien les variations de volume des sources unitaires en utilisant un modèle analytique.

## 6.8 Conclusions et perspectives

La méthode de tomographie de déplacements telle que nous la proposons, permet de retrouver la position, la géométrie et la variation de volume de la ou des sources à l’origine de la déformation, sans avoir besoin de faire d’*a priori* ni sur la géométrie des sources ni sur leur nombre. Cette méthode permet aussi de prendre en compte la topographie, que la fonction de Green ait été construite à l’aide d’un modèle numérique ou à l’aide d’un modèle de cube d’Okada. En revanche, la variation de volume des sources ne pourra être bien estimée que si la fonction de Green est calculée à l’aide d’un modèle numérique.

Nous avons proposé l’utilisation d’un opérateur Laplacien construit de sorte que la régularisation spatiale de la répartition des variations de volume soit faite dans les 3 directions de l’espace. Ce type de construction pourrait alors favoriser des répartitions des variations de volume spatialement isotropes. L’exemple du tore montre qu’il est malgré tout possible de retrouver des géométries complexes. Il serait cependant possible de construire l’opérateur Laplacien de manière à favoriser la régularisation dans un plan ou une direction donnée.

D’autre part, l’utilisation de modèles de source ponctuelle ou de cube d’Okada pour le calcul de la fonction de Green est bien adaptée à la recherche des caractéristiques de sources massives telles que des chambres magmatiques. Un développement possible de la méthode serait de construire la fonction de Green à l’aide d’un autre modèle de déformation afin de pouvoir retrouver la géométrie de sources planaires ou subissant un cisaillement, telles que des dykes ou des plans de failles.

La méthode de tomographie permet d’obtenir un résultat en un temps relativement court, en comparaison à la procédure d’inversion NA-MBEM (de l’ordre d’une heure pour une tomographie basée sur un sous-échantillonnage du sous-sol par 4000 sources, pour environ une semaine pour une inversion par méthode NA-MBEM, basée sur une inversion de 7 paramètres). D’autre part, nous avons vu que la tomographie permet de retrouver la position d’une source à partir de très peu de données de déplacements. Ces deux avantages, faible durée du calcul et possibilité de prendre en compte peu de données, permettent de proposer la tomographie de déplacements comme outils pour la surveillance des déformations d’édifices volcanique. Elle pourrait permettre d’obtenir un premier aperçu de la position de la source à l’origine de la déformation en temps quasi réel à partir de données GPS acquises en continu.

## Troisième partie

# Étude de l'éruption d'avril 2007 du Piton de la Fournaise



# Table des matières

<b>7</b>	<b>L'éruption d'avril 2007 du Piton de la Fournaise</b>	<b>155</b>
7.1	Synopsis de l'éruption . . . . .	156
7.2	Données InSAR . . . . .	159
7.2.1	Jeu de données concernant l'éruption . . . . .	160
7.2.2	Interférogrammes caractéristiques de l'éruption d'avril 2007 . . . . .	162
7.3	Déplacements syn-effondrement . . . . .	164
7.3.1	Interférogrammes . . . . .	164
7.3.2	Projection 3D des déplacements . . . . .	166
7.3.3	Dynamique des déplacements . . . . .	168
7.4	Déplacements post-effondrement . . . . .	172
7.5	Déplacements post-éruptifs . . . . .	174
7.5.1	Interférogrammes . . . . .	174
7.5.2	Projection 3D des déplacements . . . . .	174
7.6	Dynamique des déplacements . . . . .	180
7.6.1	Comparaison des dynamiques du cône et des Grandes Pentes . . . . .	180
7.6.2	Dynamique des déplacements du cône central . . . . .	182
7.6.3	Dynamique des déplacements des Grandes Pentes . . . . .	182
7.7	Conclusion . . . . .	186
<b>8</b>	<b>Modélisation des déplacements sommitaux</b>	<b>189</b>
8.1	Introduction . . . . .	189
8.2	Modélisations . . . . .	191
8.2.1	Jeux de données utilisés . . . . .	191
8.2.2	Modélisation par tomographie de déplacements . . . . .	192
8.2.3	Modélisation par la procédure NA-MBEM . . . . .	197

---

8.3	Étude de la dynamique de la source . . . . .	206
8.3.1	Position de la source en fonction du temps . . . . .	206
8.3.2	Évolution de la variation de volume . . . . .	208
8.4	Discussion . . . . .	210
8.4.1	Origine de la subsidence post-éruptive . . . . .	210
8.4.2	Dynamique inter-éruptive du système hydrothermal . . . . .	212
<b>9</b>	<b>Déplacements post-éruptifs du flanc est</b>	<b>215</b>
9.1	Introduction . . . . .	215
9.2	Modélisation des déplacements post-effondrement . . . . .	216
9.2.1	Tomographie de déplacements . . . . .	216
9.2.2	Inversion numérique . . . . .	218
9.2.3	Interprétations . . . . .	221
9.3	Modélisation des déplacements post-éruptifs . . . . .	221
9.3.1	Déplacements dus à une source rectangulaire . . . . .	222
9.3.2	Complexification de la géométrie de la source . . . . .	224
9.4	Discussion . . . . .	227
9.4.1	Origine des déplacements post-éruptifs des Grandes Pentes . . . . .	227
9.4.2	Proposition d'un scénario explicatif . . . . .	230
9.4.3	Dynamique du flanc est . . . . .	232
9.4.4	Glissement de flanc au Piton de la Fournaise . . . . .	233
<b>10</b>	<b>Scénario pour l'éruption d'avril 2007</b>	<b>235</b>

---

# Chapitre 7

## Transferts de magmas associés à l'éruption d'avril 2007 du Piton de la Fournaise

### Résumé

L'éruption d'avril 2007 du Piton de la Fournaise s'est déroulée en deux temps, avec une première émission de lave à la base du cône central le 30 mars, puis l'ouverture d'une seconde fissure éruptive le long du rempart du Tremblet. Entre le 5 et le 7 avril, le cratère sommital s'est effondré sur plus de 300 mètres. Les données de déformation InSAR montrent que le cône central ainsi que le flanc est se sont fortement déformés durant cette éruption et que les déplacements se sont poursuivis plus d'un an après la fin de l'éruption. L'analyse couplée des données InSAR et GPS permet de distinguer plusieurs processus à l'origine des déformations du cône central, tels que l'injection du dyke de mars, la vidange d'un réservoir magmatique localisé sous le cône, mais aussi le drainage d'un système hydrothermal ainsi que la compaction d'une colonne de roche suite à l'effondrement. Les déplacements des Grandes Pentes n'ont été suivis que par InSAR. Ces données permettent de supposer que le flanc s'est déstabilisé le 30 mars, et que cette déstabilisation a été accompagnée du remplissage d'un réservoir temporaire superficiel localisé sous le flanc est. La vidange de ce réservoir serait à l'origine de l'éruption d'avril. Enfin, après sa déstabilisation, le flanc reviendrait progressivement vers un nouvel état d'équilibre.



## 7.1 Synopsis de l'éruption d'avril 2007 du Piton de la Fournaise (Île de la Réunion)

L'éruption sommitale qui a commencé le 30 août 2006 s'est terminée le 1<sup>er</sup> janvier 2007, et a été la plus longue depuis l'éruption de mars 1998. La sismicité enregistrée au niveau du Piton de la Fournaise a repris à la fin du mois de janvier, annonçant une nouvelle éruption. Du 1<sup>er</sup> janvier au 18 février, les inclinomètres ont enregistré une augmentation de pente dans la partie nord de l'Enclos Fouqué. Le 18 février à 12h15 TU (Temps Universel), 97 séismes ont été enregistrés en 12 minutes sous le sommet et une fissure s'est ouverte à 12h40 au sommet du Piton, traversant d'est en ouest le cratère Dolomieu. Après 8 heures d'activité effusive et l'émission de moins de 1 Mm<sup>3</sup> de lave, le trémor éruptif a disparu à 22 heures. Au cours de l'éruption, le cratère Dolomieu a été complètement rempli par la lave, qui a fini par déborder côté est à la fin de l'éruption (Massin, 2009).

Durant la semaine suivant cette éruption, aucun séisme n'a été enregistré, mais l'inflation du sommet amorcée au début de l'éruption a continué et a été enregistrée par GPS : la station BORg s'est déplacé de 1,5 cm vers l'ouest entre le 20 février et le 30 mars (Fig. 7.1). La sismicité a repris le 28 février, puis une nouvelle crise sismique s'est déclarée le 30 mars à 16h23 TU sous le nord-est du sommet, se décalant vers le sud-est. Une fissure éruptive s'est ouverte à 19h00 TU à 1900 mètres d'altitude sur le flanc sud-est du cône, produisant une coulée de lave aphyrique. Cette éruption a pris fin quelques heures après, le 31 mars à 5h15 TU, et aura émis un volume de lave inférieur à 1Mm<sup>3</sup> (Massin, 2009).

Les déformations enregistrées pendant les 15 premières minutes de la crise sismique montrent une inflation généralisée du sommet (BORg se déplace de 3,5 cm vers l'ouest), suivie par une déflation du sommet alors que les GPS de la base du cône (FJSg, FORg, FERg) ont enregistré des déplacements vers le sud-est (Peltier et al., 2009b; Staudacher et al., 2009). Ces déplacements sont interprétés par Peltier et al. (2009b) comme la déformation générée par l'injection d'un même dyke, alimentant d'abord l'éruption de mars puis l'éruption d'avril.

L'éruption proximale du 30 mars n'a arrêté ni la sismicité, ni la déflation du sommet, visible sur tous les GPS sommitaux (Peltier et al., 2009b; Staudacher et al., 2009). À partir du 31 mars, la sismicité sous le sommet s'intensifie et une troisième phase éruptive débute le 2 avril à 6h00 TU. L'éruption est distale et la fissure éruptive est localisée dans la partie sud du Grand Brûlé à 550 mètres d'altitude, à une centaine de mètres du Rempart du Tremblet. La lave émise est alors aphyrique et elle rejoint la mer rapidement. Du 2 au 5 avril, la sismicité, le trémor et le débit de lave s'intensifient.

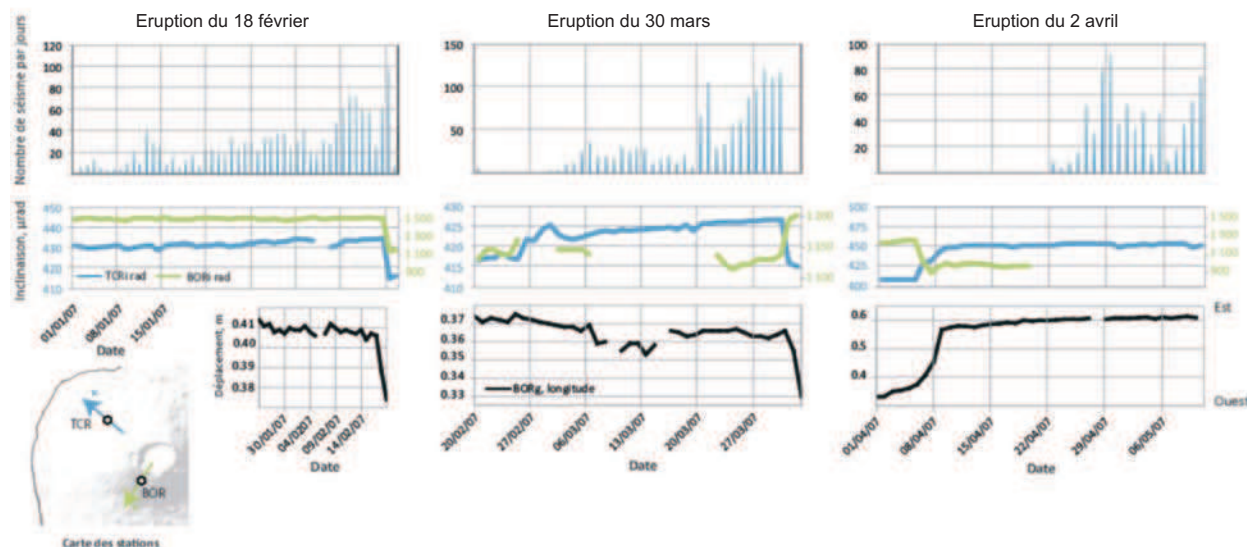
Le 5 avril à 20h49 TU, un événement sismique de magnitude 3.2 s'est produit sous le sommet (Michon et al., 2011). Ce séisme est accompagné d'une déflation importante, durant une minute, enregistrée par inclinométrie puis suivie par une déflation de deux minutes (Staudacher et al., 2009). Cet événement marque le début d'une série de 44 cycles d'intensification du trémor provenant du sommet du volcan (Michon et al., 2011) : chaque cycle est caractérisé par une augmentation de l'amplitude du trémor accompagnée par une déflation du sommet jusqu'au déclenchement d'un événement sismique de forte amplitude couplé à une brutale inflation sommitale (Fig. 7.2)(Staudacher et al., 2009; Michon et al., 2007, 2011). La fin de la plupart des cycles est marquée par l'émission d'un nuage de cendres ou de poussières au sommet du volcan et par une chute brutale de l'amplitude du trémor. La fréquence de ces cycles augmente progressivement du 5 au 6 avril : les cycles durent deux heures le 5 avril puis une trentaine de minutes en fin de journée le 6 avril, avant de devenir de moins en moins marqués et plus irréguliers. Le phénomène s'arrête le 7 avril.

Cette cyclicité du trémor et de la déformation accompagne l'effondrement du Dolomieu sur 340 mètres de hauteur (Staudacher et al., 2009). Le volume de l'effondrement est estimé à 110 Mm<sup>3</sup> par Urai et al. (2007) à partir d'images ASTER. L'effondrement est corrélé à une forte augmentation de la hauteur des fontaines de lave (Michon et al., 2007; Staudacher et al., 2009) puis à une émission d'océanites.

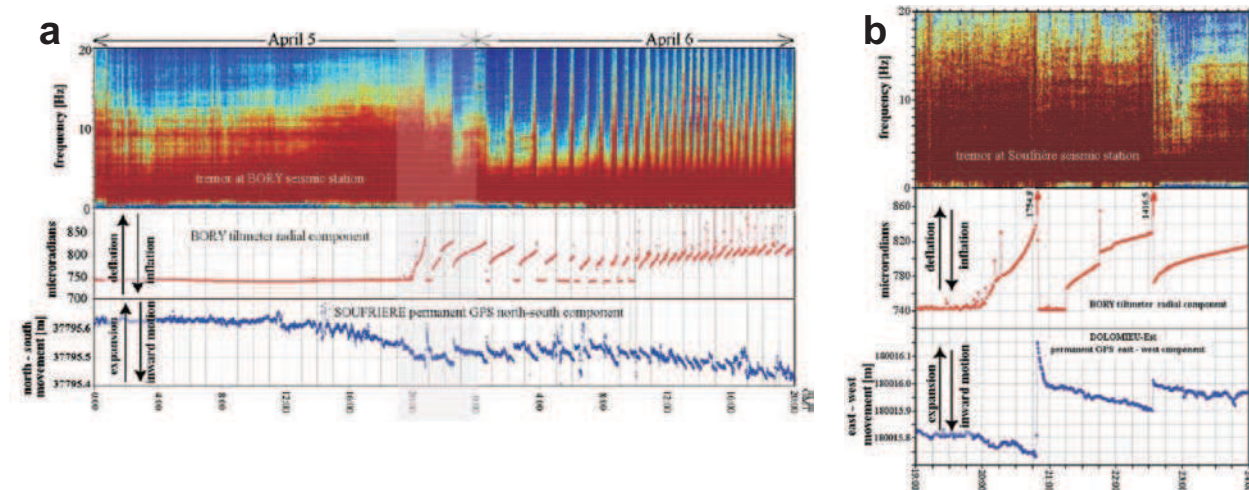
À la suite de l'effondrement, l'intensité du trémor diminue progressivement. Le 10 avril à 10h00 TU, le trémor éruptif a pratiquement disparu. L'éruption reprend six heures après, accompagnée par un trémor irrégulier et par l'émission de gaz pistons du 15 au 19 avril, pendant lesquels le débit de lave est estimé à plus de 200 m<sup>3</sup>.s<sup>-1</sup>. Cette éruption de 27 jours s'est terminée le 29 avril avec l'émission de picrite.

Le volume de la coulée est estimé à 90 Mm<sup>3</sup> pour sa partie aérienne (Staudacher et al., 2009) et à 90 Mm<sup>3</sup> pour sa partie sous-marine (Saint-Ange, 2009), soit un volume total de 180 Mm<sup>3</sup>, ce qui représente le plus grand volume de lave émis pendant la période historique de l'activité du Piton de la Fournaise. L'effondrement a été suivi d'une sismicité profonde, pouvant atteindre -7 km au début du mois de mai. Cette sismicité s'est prolongée après la fin de l'éruption. Plusieurs séismes locaux ont été enregistrés sous la partie sud-ouest de la Réunion, l'un d'eux ayant eu une magnitude de 3,6 le 26 août.

Le 11 mai, l'OVPF (Observatoire Volcanologique du Piton de la Fournaise) signale une légère reprise du trémor qui ne sera pas associée à une reprise de l'éruption. Cependant, la déflation du cône central s'intensifie (OVPF, 2007) et continuera en s'amortissant jusqu'en juin 2008.

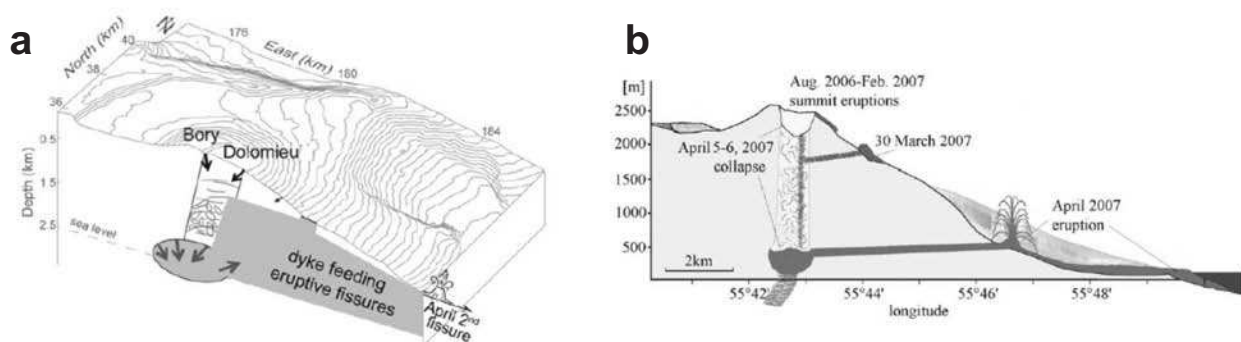


**Figure 7.1** – Données relatives aux trois phases de l'éruption. En haut : nombre d'événements sismiques en fonction du temps. Au milieu : données d'inclinométrie. En bas : données de déformation GPS. (D'après Massin (2009)).



**Figure 7.2** – Cyclicité des mesures géophysiques durant l'effondrement. –a– Spectrogrammes et déformation du 5 au 6 avril 2007. En haut : spectrogramme du trémor sismique. Au milieu : Composante radiale de l'inclinomètre de la station Bory. En bas : Composante nord-sud de la station GPS Soufrière. –b– Détail de la figure a. (D'après Staudacher et al. (2009)).

Deux modèles conceptuels de l'éruption ont été proposés par Peltier et al. (2009b) et par Staudacher et al. (2009). Ces deux modèles proposent la présence d'une chambre magmatique unique localisée au niveau de la mer (Fig. 7.3). Cette chambre permet d'expliquer l'apparente concordance entre les volumes de lave émis et le volume de l'effondrement. D'autre part, ces deux modèles expliquent l'augmentation du débit de lave au niveau de la fissure d'avril par un mécanisme de piston : l'effondrement aurait permis à la colonne de roche de faire augmenter la pression dans la chambre magmatique. Cette augmentation de la pression aurait permis un brassage du magma dans la chambre, permettant l'émission des cumulats de base de chambre (océanites).



**Figure 7.3** – Modèles proposés pour l'éruption d'avril 2007. –a– Modèle proposé par Peltier et al. (2009b). Un dyke unique est à l'origine des fissures du 30 mars et du 2 avril. –b– Modèle proposé par Staudacher et al. (2009). Chaque fissure est provoquée par une injection propre.

Le modèle de Peltier et al. (2009b) propose l'existence d'un dyke unique afin de rendre compte de l'alignement apparent des deux fissures éruptives, alors que le modèle de Staudacher et al. (2009) suppose la présence de deux injections différentes. Ce dernier modèle est en accord avec l'étude de Massin et al. (2011) qui propose une injection d'un dyke lors de l'éruption du 30 mars et l'injection d'un sill pour l'éruption du 2 avril.

## 7.2 Données InSAR couvrant l'éruption d'avril 2007 et la période post-éruptive

Le Piton de la Fournaise est l'un des édifices volcaniques les mieux surveillés par InSAR. Sa position isolée dans l'Océan Indien a permis la mise en place d'une base de données exceptionnelle, tant par la quantité des images acquises que par le nombre lignes de visée dans lesquelles les images ont été acquises. L'éruption d'avril 2007 a bien été suivie, ainsi que la période de retour à l'équilibre qui lui a succédé pendant plus d'une année. Les enregistrements

montrent des patrons de déformation inédits pour une éruption, puisque les déplacements les plus importants ont lieu dans les Grandes Pentes, relativement loin des fissures éruptives. D'autre part, les interférogrammes montrent pour la première fois qu'une éruption peut avoir des conséquences longtemps après sa fin, en terme de déformation de l'édifice. En effet, des déplacements étaient toujours mesurables plus d'un an après l'éruption, alors qu'aucune sortie de magma n'était en cours.

Nous présenterons dans cette partie la base de données InSAR couvrant les déplacements liés à l'éruption d'avril 2007, puis nous montrerons deux interférogrammes caractéristiques de cette éruption. Enfin, nous justifierons la démarche de modélisation entreprise dans cette étude.

### 7.2.1 Jeu de données concernant l'éruption

Nous disposons d'un total de 97 scènes selon 13 lignes de visée différentes, acquises juste avant le début de l'éruption d'avril 2007 et pendant la période post-éruptive (Fig. 7.4 et 7.5). Ces scènes ont été acquises par les satellites ENVISAT (81 scènes dans 10 lignes de visée, 5 en passe ascendantes et 5 en passe descendantes) et ALOS (16 scènes dans 3 lignes de visée en passe ascendantes).

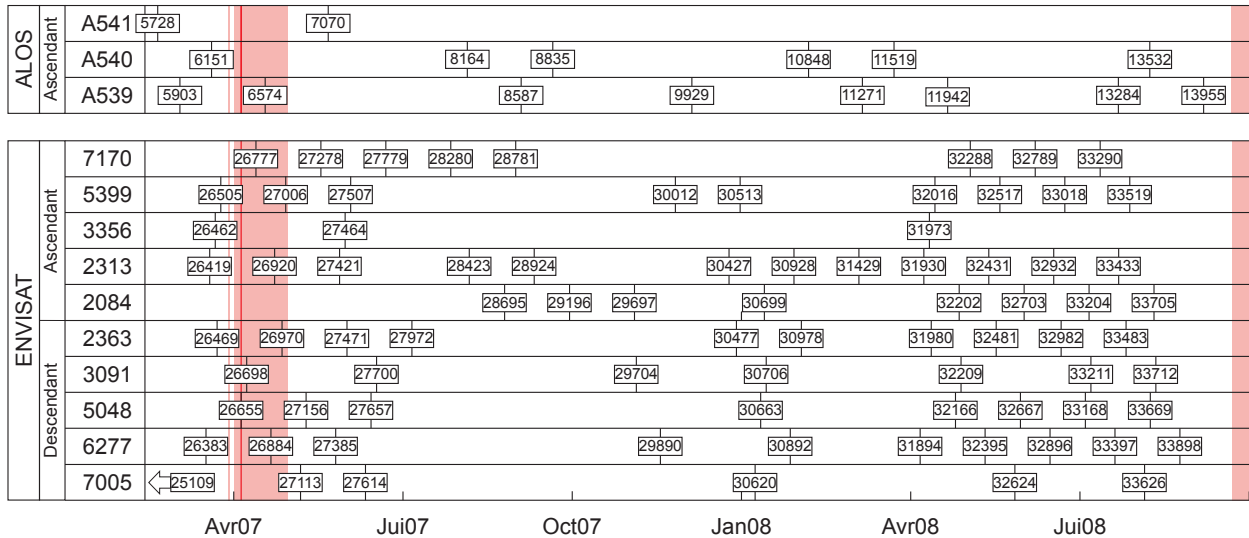
À partir de ces scènes, 355 interférogrammes ont été calculés mais seulement 270 sont suffisamment cohérents pour être exploités. Ce jeu de données peut être divisé en trois groupes :

- Les interférogrammes couvrant le début de l'éruption et l'effondrement du Dolomieu (4 interférogrammes ENVISAT exploitables en passe ascendante et 1 en passe descendante, 2 interférogrammes ALOS)
- Les interférogrammes couvrant la période post-effondrement et la fin de l'éruption (4 interférogrammes exploitables, 2 en chaque passe)
- Les interférogrammes couvrant la période post-éruptive (259 interférogrammes), jusqu'à l'éruption de septembre 2008

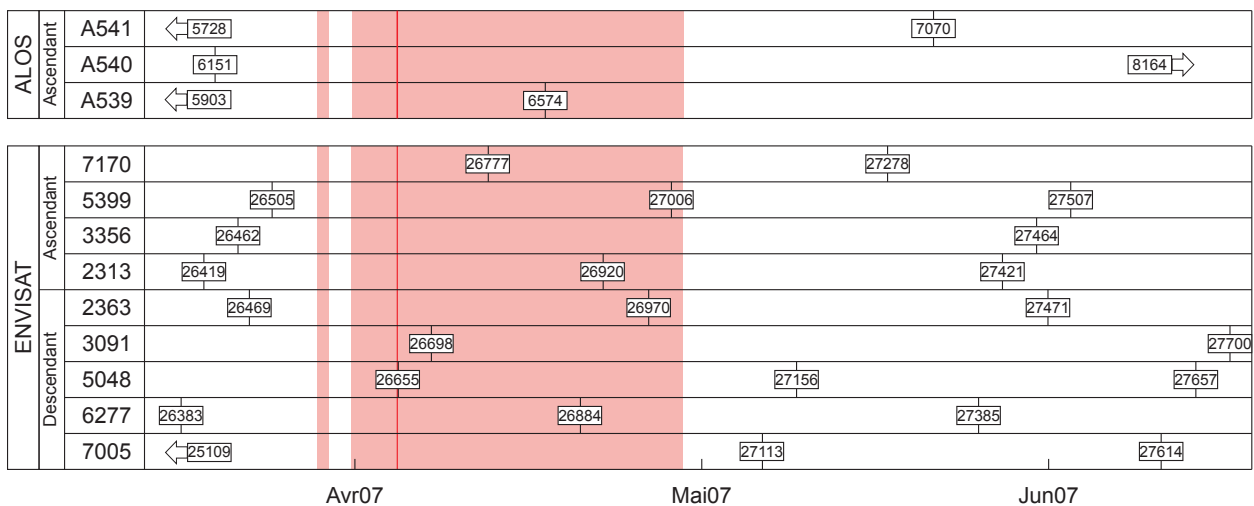
À cause du faible nombre d'interférogrammes couvrant le début de l'éruption en passe descendante, un interférogramme supplémentaire sera pris en compte pour mieux caractériser les déplacements. L'interférogramme 7005\_25109\_27113<sup>1</sup> est acquis en passe descendante

---

1. On rappelle que les interférogrammes sont nommés en fonction du swath de l'acquisition, du track de l'orbite, et des numéros absolus des scènes maîtresse et esclave. (Paragraphe 1.4.1, page 22)



**Figure 7.4** – Liste des scènes disponibles couvrant l'éruption d'avril 2007 et la période post-éruptive. Les surfaces rose correspondent aux éruptions, le trait rouge marque le jour de l'effondrement du Dolomieu. Le nom d'une scène correspond au numéro absolu de l'orbite de passage (track). Les lignes de visée sont désignées en fonction du swath d'acquisition et du numéro de track de l'orbite d'acquisition (par exemple 7170 correspond au track 170, et au swath 7).



**Figure 7.5** – Liste des scènes disponibles couvrant l'éruption d'avril 2007. Aucune scène n'a été acquise entre l'éruption de mars et l'effondrement, une scène a été acquise juste après l'effondrement.

swath 7 et couvre la période du 19 décembre 2006 au 8 mai 2007. Les déplacements associés à l'éruption sommitale de février 2007 sont donc enregistrés dans cet interférogramme. Cependant, ces déplacements ne concernent que la partie sommitale du Dolomieu, et sont d'une amplitude relativement faible. Cet interférogramme pourra donc être utilisé pour contraindre les déplacements dans les Grandes Pentès.

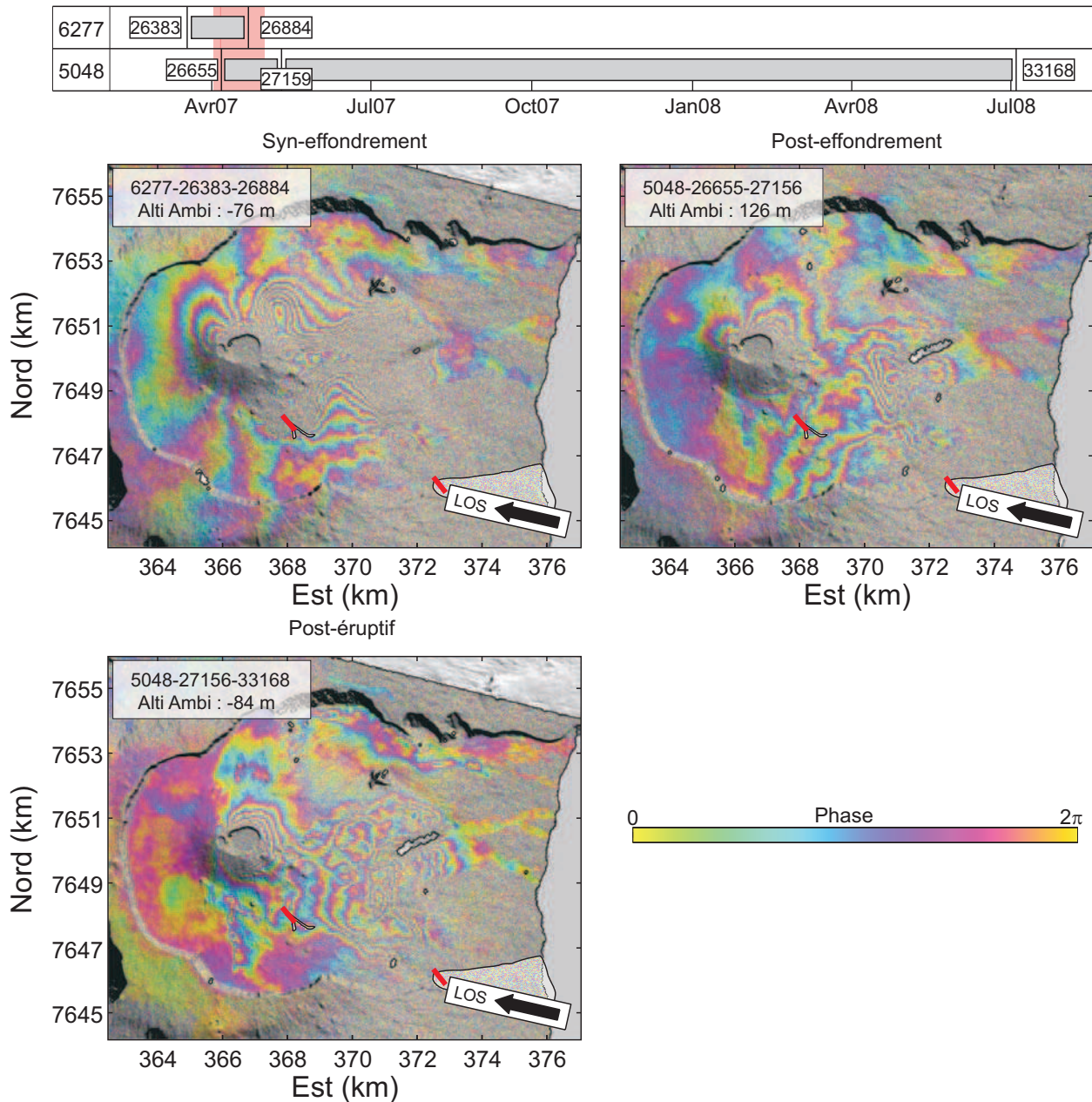
Il est à noter qu'aucune acquisition d'image n'a été faite entre le début de l'éruption et l'effondrement du Dolomieu. Il sera donc difficile d'établir une chronologie relative entre les différents motifs de déplacement sur les interférogrammes couvrant le début de l'éruption.

### 7.2.2 Interférogrammes caractéristiques de l'éruption d'avril 2007

La figure 7.6 montre trois interférogrammes caractéristiques des trois périodes. Ces interférogrammes ont été acquis dans des lignes de visée très proches (passes descendantes, swath 5 ou 6). Durant la période syn-éruptive, plusieurs motifs de déformation sont visibles et se chevauchent en partie.

Durant les périodes post-effondrement et post-éruptive, seuls deux motifs sont encore visibles, au niveau du cône central et dans les Grandes Pentès. La forme du motif de déplacement du cône central est relativement stable après l'effondrement et après la fin de l'éruption. En revanche, les motifs de déformation des Grandes Pentès ont des formes différentes durant les deux périodes, ce qui pourrait être expliqué par l'évolution de la dynamique de la source à l'origine de ces déplacements, ou par différentes sources.





**Figure 7.6** – Interférogrammes ENVISAT caractéristiques des trois phases de l'éruption. En haut à gauche : interférogramme syn-éruptif (durée : 35 jours). En haut à droite : interférogramme post-effondrement (durée : 35 jours). En bas : interférogramme post-éruptif (durée : 420 jours). Les fissures éruptives du 30 mars et du 2 avril sont indiquées en rouge, les coulées de lave associées à chaque fissure sont indiquées en gris.



## 7.3 Déplacements syn-effondrement

### 7.3.1 Interférogrammes

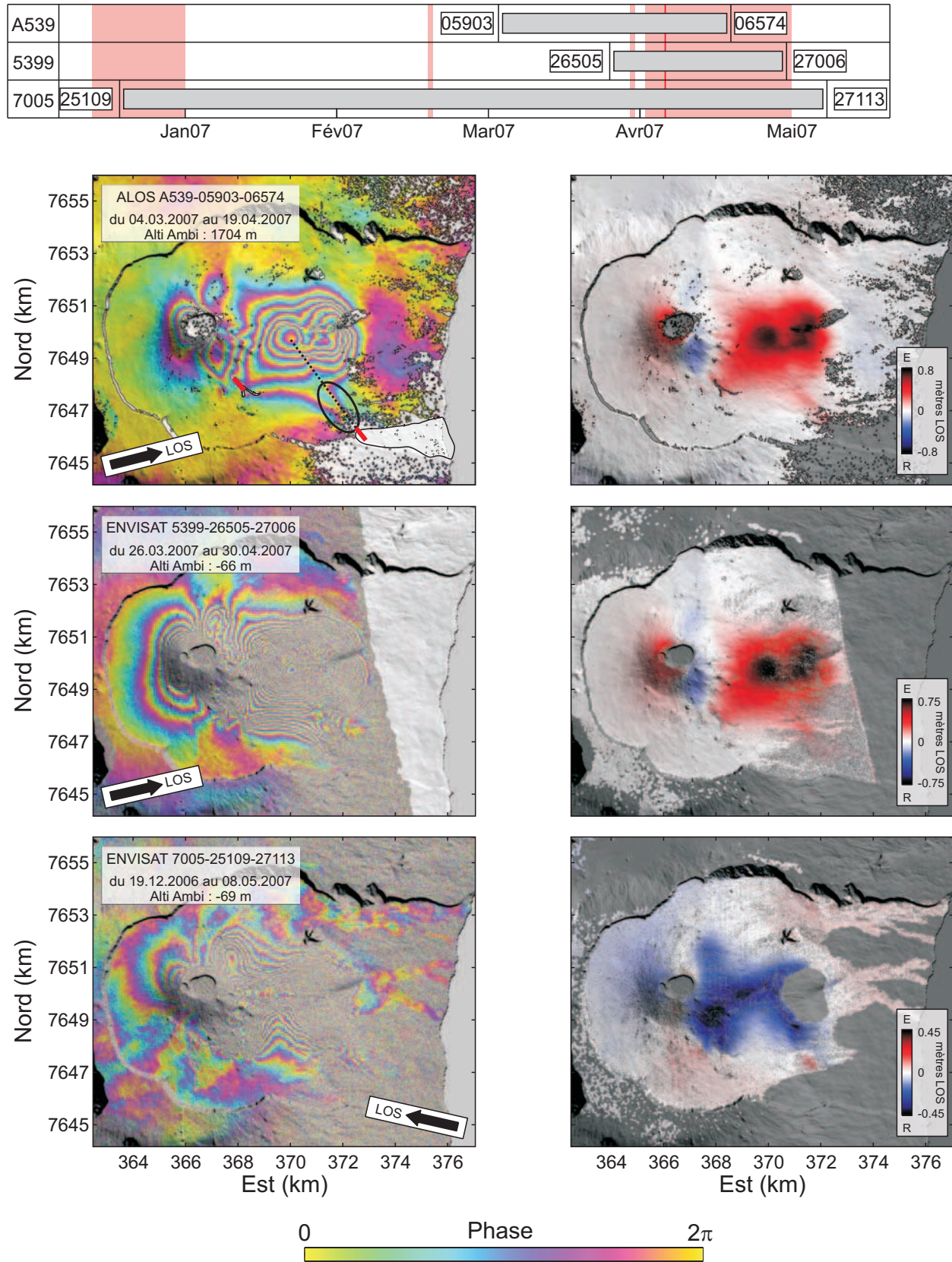
Les interférogrammes couvrant le début de l'éruption et l'effondrement présentent une superposition de grands motifs de déformation. La figure 7.7 montre quelques-uns des interférogrammes les plus caractéristiques. Sur ces derniers, une frange correspond à 2,83 cm de déplacement pour les interférogrammes ENVISAT, et à 11,8 cm pour les interférogrammes ALOS.

Le motif le plus visible, composé d'une trentaine de franges, est localisé dans les Grandes Pentes et est bien visible sur les interférogrammes ascendants. Il est délimité au nord et à l'est par de fortes ruptures de pentes de la topographie. Ce motif semble être subdivisé en plusieurs sous-motifs. Le maximum de déformation est donc localisé loin des manifestations visibles de l'éruption (fissures éruptives, effondrement du Dolomieu) et n'a pas été surveillé par GPS.

Le second motif de déformation le plus important est localisé autour du Dolomieu. L'effondrement a causé une perte complète de cohérence, aucun signal n'est exploitable dans le Dolomieu. Cependant, le gradient de déformation est très important en périphérie du cratère et est probablement la conséquence de l'effondrement. Ce motif semble se prolonger de manière asymétrique vers l'ouest selon un gradient de déplacement de plus en plus faible (franges de plus en plus espacées).

À l'est du Dolomieu, deux lobes de déformation orientés du nord au sud sont connectés avec la fissure éruptive de mars (sud-est du Dolomieu). Deux petits motifs caractéristiques des déplacements provoqués par des injections de dykes sont visibles à proximité de la fissure éruptive de mars : l'un correspond à l'injection de mars mais le plus à l'ouest n'est associé à aucune sortie de lave référencée. Ce signal correspond probablement à une injection s'étant arrêtée avant d'atteindre la surface.

Un dernier signal est visible au sud-est, dans la direction de la fissure éruptive d'avril. Ce signal se prolonge vers le maximum de déformation des Grandes Pentes.



**Figure 7.7** – Interférogrammes enroulés et déroulés caractéristiques de la période syn-éruptive. Une frange correspond à 2,83 cm de déplacement pour les interférogrammes ENVISAT, et à 11,8 cm pour ALOS. Pour les interférogrammes déroulés, E correspond à un éloignement et R à un rapprochement. L'interférogramme en passe descendante présente un gradient de déformation très important dans les Grandes Pentès. Les franges y sont très serrées et les déplacements sont alors difficiles à dérouler (phénomène d'aliasing). Cette zone est masquée sur l'interférogramme déroulé.

### 7.3.2 Projection 3D des déplacements

La combinaison d'interférogrammes dans différentes lignes de visée permet de recalculer les composantes des déplacements selon les directions est-ouest et verticale. À cause des directions des lignes de visée, principalement orientées dans l'axe est-ouest, la composante nord-sud des déplacements n'est pas exploitable (Wright et al., 2004). Les interférogrammes utilisés pour le calcul des composantes ne couvrent pas exactement la même période, mais tous on enregistré les déplacements les plus importants. Leur combinaison permettra donc une estimation assez fiable des déplacements. Les interférogrammes ont été sélectionnés de manière à avoir une PDOP la plus favorable possible au calcul des composantes (Paragraphe 2.4 page 37) tout en couvrant une période la plus similaire possible. La figure 7.8 présente le calcul des composantes ainsi que la localisation des principaux motifs de déplacement.

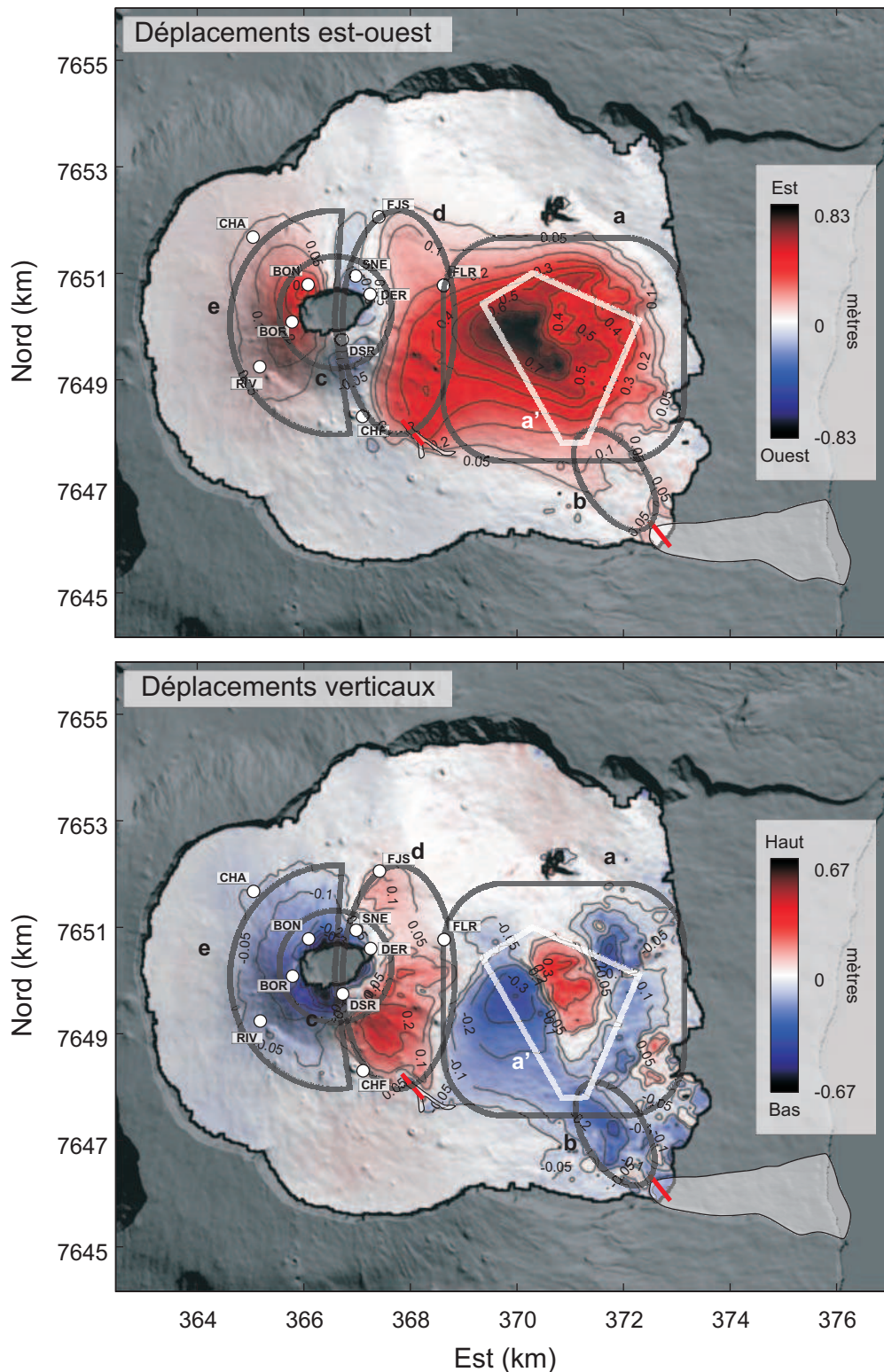
Interférogramme	Date maîtresse	Date esclave	Passe	Alti. ambi.
2313-26419-26920	20.03.2007	24.04.2007	ascendante	-23.5
5399-26505-27006	26.03.2007	30.04.2007	ascendante	-65.9
6277-26383-26884	18.03.2007	22.04.2007	descendante	-75.5

**Table 7.1** – Interférogrammes utilisés pour le calcul des composantes des déplacements.

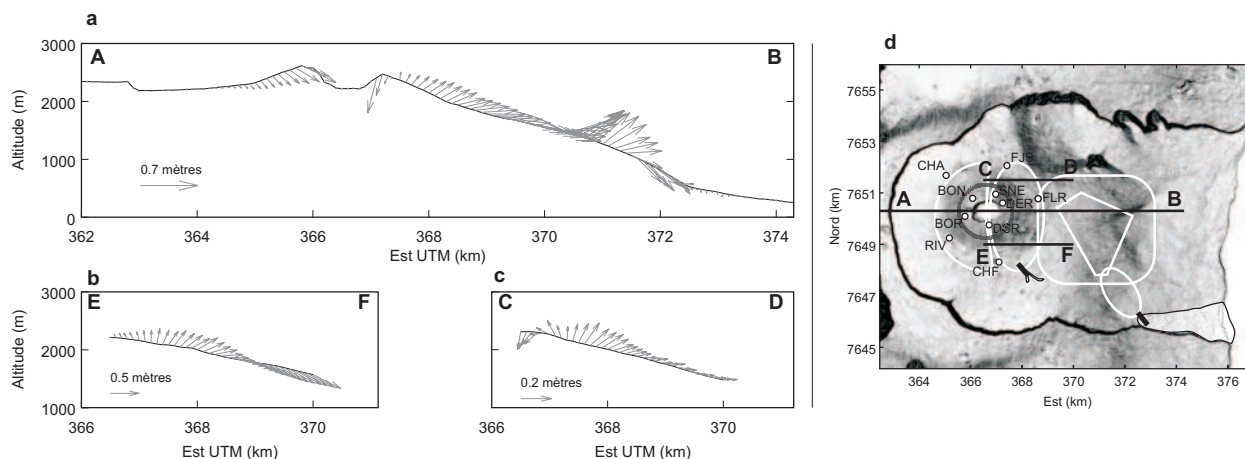
Le flanc est (motif **a**) se déplace dans son ensemble vers l'est, avec un maximum de 83 centimètres. Cependant, ce déplacement n'est pas homogène : la partie centrale nord monte alors que la périphérie et la zone sud subside. La partie en inflation correspond à la zone de l'interférogramme 6277-26383-26884 (passe descendante swath 6) où les franges sont très serrées, provoquant un phénomène d'aliasing équivalent à celui observé sur l'interférogramme 7005-25109-27113 (Fig. 7.7). Cependant, cette zone en gonflement correspond à un motif de déplacement particulier lors de la période post-effondrement (motif **a'**, correspondant au motif **a** de la figure 7.12). Malgré le phénomène d'aliasing, cette inflation semble donc être cohérente. Le flanc est du volcan a subi une déstabilisation et glisse vers l'est.

La fissure d'avril semble être reliée au maximum de déformation des Grandes Pentes par l'intermédiaire du motif **b**. Ce dernier est probablement la conséquence de l'injection à l'origine de l'éruption du 2 avril. Ce dyke ne s'enracinerait donc pas à l'aplomb du Dolomieu, mais plutôt sous les Grandes Pentes. La zone en inflation dans les Grandes Pentes correspondrait alors au remplissage d'un réservoir intermédiaire.





**Figure 7.8** – Composantes est-ouest et verticale des déplacements syn-éruptifs, calculées à partir d'interférogrammes couvrant la période du 18 mars au 30 avril 2007. La position des stations GPS a été reportée (ronds blancs) ainsi que la position des fissures éruptives de mars et avril (traits rouges). Les différents motifs de déformation ont été schématisés en noir ; **a** : motif des Grandes Pentes ; **b** : motif associé à l'injection d'avril ; **c** : subsidence associée à l'effondrement du Dolomieu ; **d** : inflation associée à l'injection de mars ; **e** : motif de l'Enclos Fouqué. Le motif **a'** en blanc correspond aux déplacements principaux de la période post-effondrement (Fig. 7.12).



**Figure 7.9** – Coupes de déplacements. Les vecteurs des figures **a**, **b** et **c** représentent les déplacements dans le plan est-ouest-vertical au niveau de plusieurs profils. Ces déplacements sont obtenus à partir des cartes de la figure 7.8 calculées à partir d'interférogrammes couvrant la période du 18 mars au 30 avril 2007. Les localisations des profils sont indiquées sur la figure **d** ainsi que les différents motifs de déplacement visibles durant la période syn-éruptive.

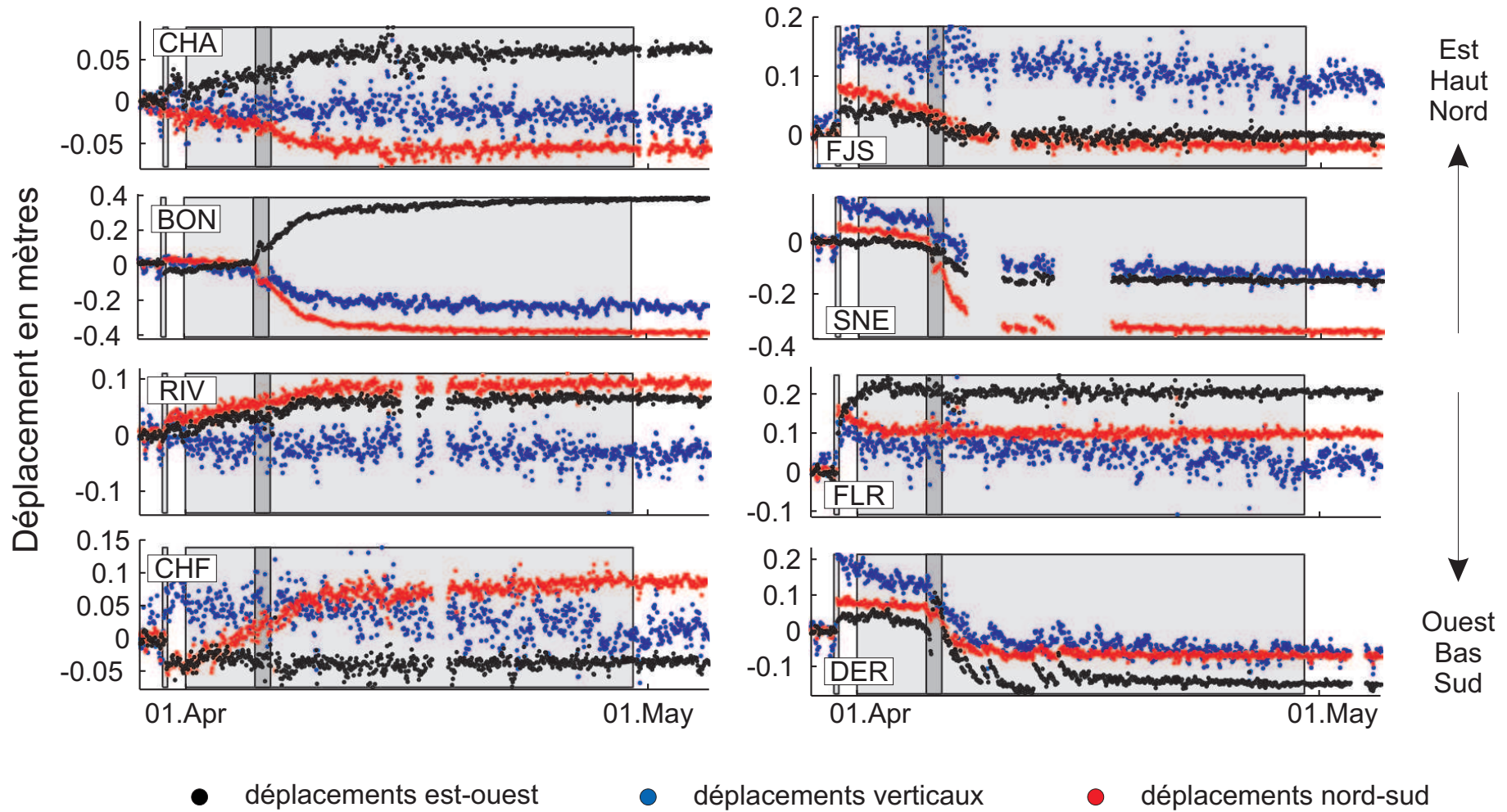
Le motif **c** montre que la périphérie du Dolomieu a subi une subsidence importante, atteignant localement plus de 60 cm. Cette subsidence est probablement due à un réajustement de l'édifice suite à l'effondrement.

À l'est du Dolomieu, le motif **d** semble être associé à la fissure éruptive de mars. Ce motif est orienté selon l'axe nord-sud, les déplacements verticaux se font vers le haut. La figure 7.9 montre que la partie est de cette zone se déplace vers l'est et la partie la plus à l'ouest se déplace vers l'est. Les déplacements ont la forme d'un éventail déversé vers l'est.

### 7.3.3 Dynamique des déplacements

Les données GPS présentées à la figure 7.10 permettent d'établir une chronologie de la déformation de l'édifice. Le 30 mars, seules les stations localisées dans le motif de déformation **d** à l'est du Dolomieu enregistrent des déplacements. Ces déplacements correspondent à une inflation brutale et sont cohérents avec les données InSAR. Le motif de déformation **d** correspond donc à la mise en place de l'injection de mars. L'orientation nord-sud du motif **d** suggère que cette injection est aussi orientée dans l'axe nord-sud. Ce constat est en accord avec le modèle conceptuel de Staudacher et al. (2009) qui propose deux injections, une pour chaque fissure éruptive.

À partir du 30 mars toutes les stations enregistrent des déplacements cohérents avec une subsidence générale de l'Enclos Fouqué : les stations localisées à l'ouest du Dolomieu en-



**Figure 7.10** – Déplacements GPS syn-éruptifs enregistrés par différentes stations. Les déplacements sont indiqués par rapport à la position du sol le 29 mars. Les zones gris clair correspondent aux éruptions, la zone gris foncé représente le moment où s’effondre la plus grande partie du Dolomieu.

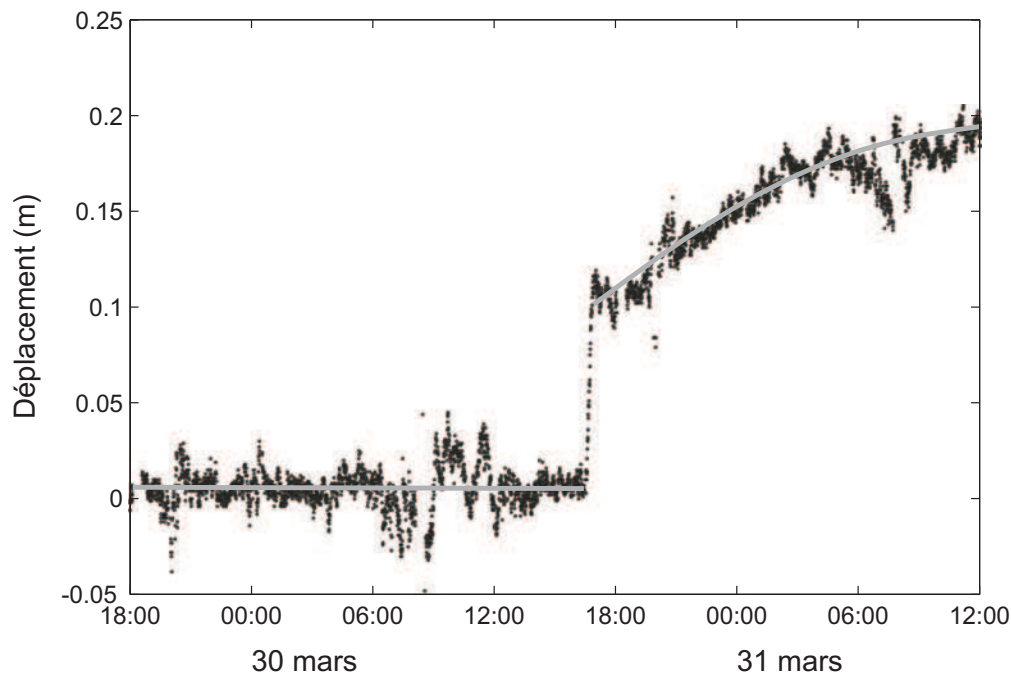
registrent des déplacements vers l'est, les stations localisées au nord des déplacements vers le sud, celles au sud vers le nord. Les stations localisées à l'est du Dolomieu enregistrent des déplacements vers l'ouest sauf la station FLR qui part vers l'est. Ces déplacements sont cohérents avec le motif **e** (Fig. 7.8), correspondant à une subsidence de la partie ouest de l'Enclos. Cette subsidence est visible sur les données GPS des stations les plus éloignées du cratère jusqu'au 10 avril (stations CHA, CHF, FJS et RIV). Peltier et al. (2009b) ont modélisé la source à l'origine de ces déplacements en ne prenant en compte que les déplacements entre le 2 avril et le 5 avril. La source trouvée est un ellipsoïde prolata localisé sous le Dolomieu dont l'axe long est orienté verticalement. La subsidence est interprétée comme la conséquence de la remontée d'une cavité en déflation durant l'effondrement. Cependant, cette interprétation n'explique pas pourquoi cette subsidence est toujours enregistrée après la fin de l'effondrement par les stations périphériques, ni pourquoi elle s'arrête le 10 avril. Les modèles calculés par Peltier et al. (2009b) ne présentent pas d'intervalles de confiance pour les paramètres géométriques de la source. Comme cette subsidence affecte l'Enclos dans son intégralité (Fig. 7.7 et 7.8), il est probable que la source à l'origine de ces déplacements soit plus profonde que ce que proposent Peltier et al. (2009b). Une telle source en déflation pourrait alors correspondre à un réservoir magmatique en cours de vidange après l'intrusion du 30 mars et continuant de se vidanger après l'effondrement du 5 avril.

Nous avons mentionné que la station FLR continue à enregistrer des déplacements vers l'est après l'injection du 30 mars. La figure 7.11 montre qu'avant l'éruption du 30 mars, la station n'enregistre pas de déplacements. La station est brutalement décalée vers l'est au moment de l'injection du 30 mars, puis continue à se déplacer progressivement après l'injection. Ces déplacements ne sont donc pas cohérents avec la subsidence générale de l'Enclos centrée sur le Dolomieu, amorcée le 30 mars et enregistré par les autres stations. Cette station est localisée dans la partie est du motif de déplacement **d** causé par l'injection du 30 mars. Les déplacements vers l'est ne sont donc pas non plus cohérents avec une vidange partielle du dyke de mars. En effet, les déplacements devraient alors se faire vers l'ouest. La station FLR est aussi localisée sur le motif de déplacement **a** caractéristique de la déstabilisation des Grandes Pentes. Les déplacements verticaux enregistrés après l'injection indiquent une subsidence alors que cette station est localisée sur une zone en inflation (Fig. 7.8). Cette apparente contradiction est due au fait que l'inflation provoquée par l'injection n'est que partiellement compensée par la subsidence post-injection.

Les déplacements enregistrés par la station FLR après la mise en place de l'intrusion du 30 mars pourraient être dus à la déstabilisation des Grandes Pentes (motif de déplacement **d**). Selon cette hypothèse, comme les déplacements commencent juste après la mise en place



de l'intrusion, on peut supposer que cette dernière est à l'origine du glissement des Grandes Pentes.



**Figure 7.11** – Déplacements GPS de la station FLRG (composante est-ouest). Avant l'éruption du 30 mars, la station n'enregistre pas de déplacements. La station est brutalement décalée vers l'est au moment de l'injection du 30 mars, puis continue à se déplacer progressivement après l'injection. Les traits gris indiquent les tendances des déplacements.

Aucune station GPS n'étant disponible dans les Grandes Pentes, il n'est pas possible de contraindre le moment ni la durée de mise en place de l'inflation visible dans les Grandes Pentes. Cependant, le motif de déformation **b** reliant la fissure éruptive du 2 avril et le maximum de déplacement des Grandes Pentes est probablement dû à une intrusion. Cette intrusion ne semble pas s'enraciner sous le Dolomieu, mais plutôt sous les Grandes Pentes. L'inflation visible dans les Grandes Pentes pourrait alors être due au remplissage d'un réservoir temporaire, au niveau duquel s'enracinerait l'intrusion du 2 avril. Ce remplissage aurait donc commencé avant le 2 avril. Ce mécanisme peut aussi expliquer le glissement des Grandes Pentes : le remplissage du réservoir temporaire aurait déstabilisé le flanc. Famin et Michon (2010) ont montré que des injections sont probablement à l'origine des grands glissements de flancs dont les cicatrices sont observables au niveau du Piton des Neiges. Ce mécanisme n'exclut pas l'hypothèse considérant que le glissement du flanc a été provoqué par l'intrusion du 30 mars. Les deux mécanismes – intrusion du 30 mars et mise en place d'un réservoir temporaire – ont pu provoquer simultanément le glissement du flanc.

Les stations GPS proches du Dolomieu enregistrent les déplacements causés par l'effondrement du 5 avril, largement décrits par Michon et al. (2011); Staudacher et al. (2009). Ces



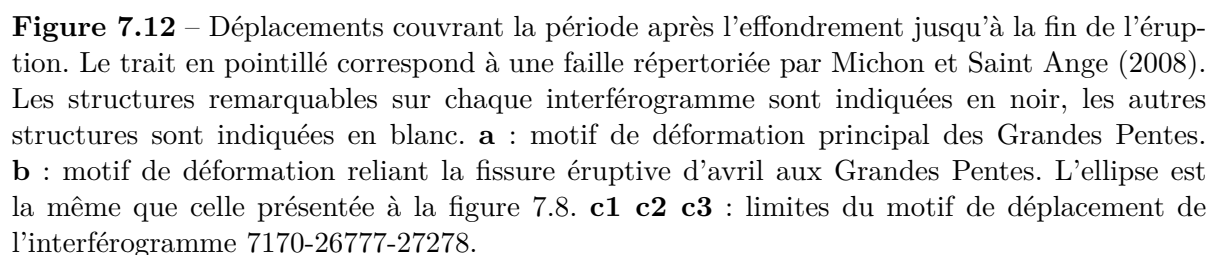
déplacements sont cohérents avec le fort gradient de déplacements visible en périphérie du cratère. Jusqu'à la fin de l'éruption, ces déplacements suivent une dynamique exponentielle caractéristique d'un retour à l'équilibre après une perturbation.

## 7.4 Déplacements post-effondrement

La figure 7.12 montre plusieurs interférogrammes en passes ascendante et descendante couvrant la période post-effondrement. Sur tous ces interférogrammes, seuls deux motifs de déplacement persistent, le premier au niveau du cône central et le second dans les Grandes Pentes. Les déplacements du cône central s'organisent en un motif presque circulaire. En revanche, les déplacements des Grandes Pentes sont très différents en fonction de la ligne de visée considérée. L'interférogramme 5048-26655-27156 couvre l'intégralité de la période post-effondrement. Il montre que les déplacements des Grandes Pentes s'organisent selon un motif de forme approximativement triangulaire (motif **a**). Ce motif est en partie localisé au même endroit que la zone d'inflation visible durant la période syn-éruptive (Fig. 7.8). Cependant, les déplacements correspondent cette fois-ci à une augmentation de la distance entre le sol et le satellite, ce qui est plutôt cohérent avec l'hypothèse d'une subsidence.

Les interférogrammes 6277-26884-27385 (passe descendante) et 2313-26920-27421 (passe ascendante) couvrent pratiquement la même période. Sur l'interférogramme descendant, les déplacements s'organisent de manière similaire à l'interférogramme précédent. En revanche, les déplacements de l'interférogramme ascendant concernent l'ensemble des Grandes Pentes, et sont organisés selon un motif de forme trapézoïdale, bordé au nord par la rupture de pente séparant la Plaine des Osmondes des Grandes Pentes (structure **c1**). Cependant, le maximum de déplacement des interférogrammes en passe ascendante se situe de nouveau au niveau du motif **a**, correspondant à la zone d'inflation visible durant la période syn-éruptive.

Le motif de déformation des Grandes Pentes de l'interférogramme 7170-26777-27278 (passe ascendante) est limité au sud, par un gradient de déplacement important très linéaire indiqué sur la figure 7.12 par la structure **c2**, reliant les deux fissures éruptives sans pour autant être connectée à une faille connue. Il existe probablement un découplage mécanique de part et d'autre de cette structure, permettant au flanc de se déformer sans affecter la partie la plus septentrionale de l'Enclos. D'autre part, la partie nord du motif se déforme moins que la partie sud. Les deux parties sont séparées par une frange de déformation localisée au niveau d'une faille répertoriée par Michon et Saint Ange (2008) (pointillés sur la figure 7.12)



témoignant d'un contrôle structural de la déformation. Sur tous les interférogrammes, cette faille semble contrôler la déformation.

Enfin, de même que lors de la période syn-effondrement, tous les interférogrammes montrent un motif de déformation reliant le maximum des déplacements des Grandes Pentes à la fissure éruptive du 2 avril (motif **b**).

## 7.5 Déplacements post-éruptifs

### 7.5.1 Interférogrammes

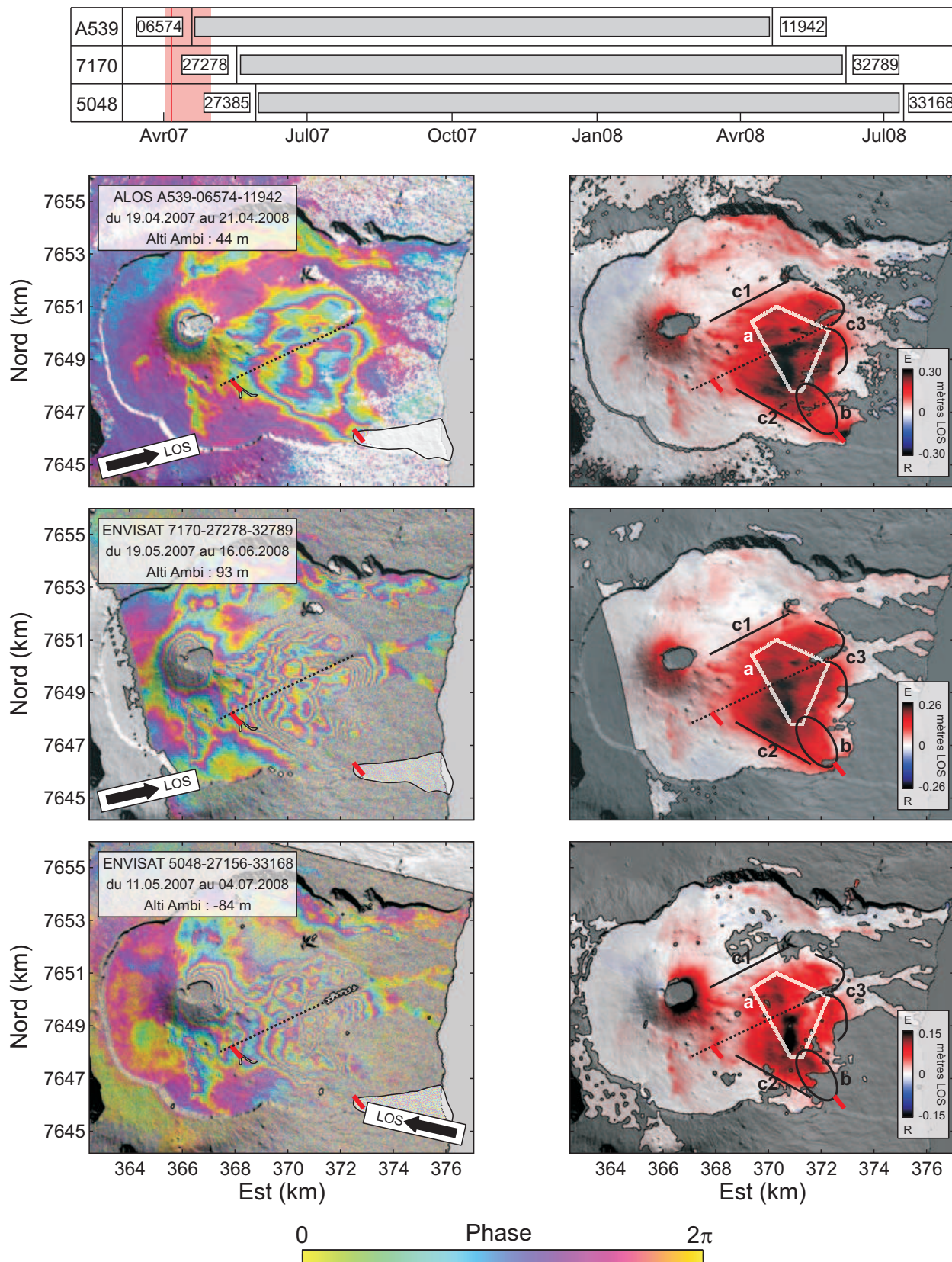
La figure 7.13 montre plusieurs interférogrammes, en passes ascendante et descendante, ayant enregistré les déplacements cumulés entre la fin de l'éruption d'avril 2007 et l'éruption d'octobre 2008. Sur tous les interférogrammes de la figure 7.13, seuls deux motifs de déplacement persistent, le premier en périphérie du Dolomieu, et le second dans les Grandes Pentes.

Le motif de déplacement du cône central a une forme très similaire à la forme qu'il avait durant la période post-effondrement. Les déplacements dans les Grandes Pentes ont des formes équivalentes dans les lignes de visée ascendantes et descendantes. La forme générale du motif de déformation est similaire à la forme trapézoïdale qui était visible sur les interférogrammes en passe ascendante durant la période post-effondrement. Ce motif est de nouveau délimité par les structures **c1**, **c2** et **c3**. Le maximum de déplacement se situe là encore au niveau de la structure **a** visible sur les interférogrammes en passe descendante lors de la période post-effondrement (Fig. 7.12). En revanche, le motif **a** contient moins de franges sur les interférogrammes en passe descendante durant la période post-éruptive que durant la période post-effondrement.

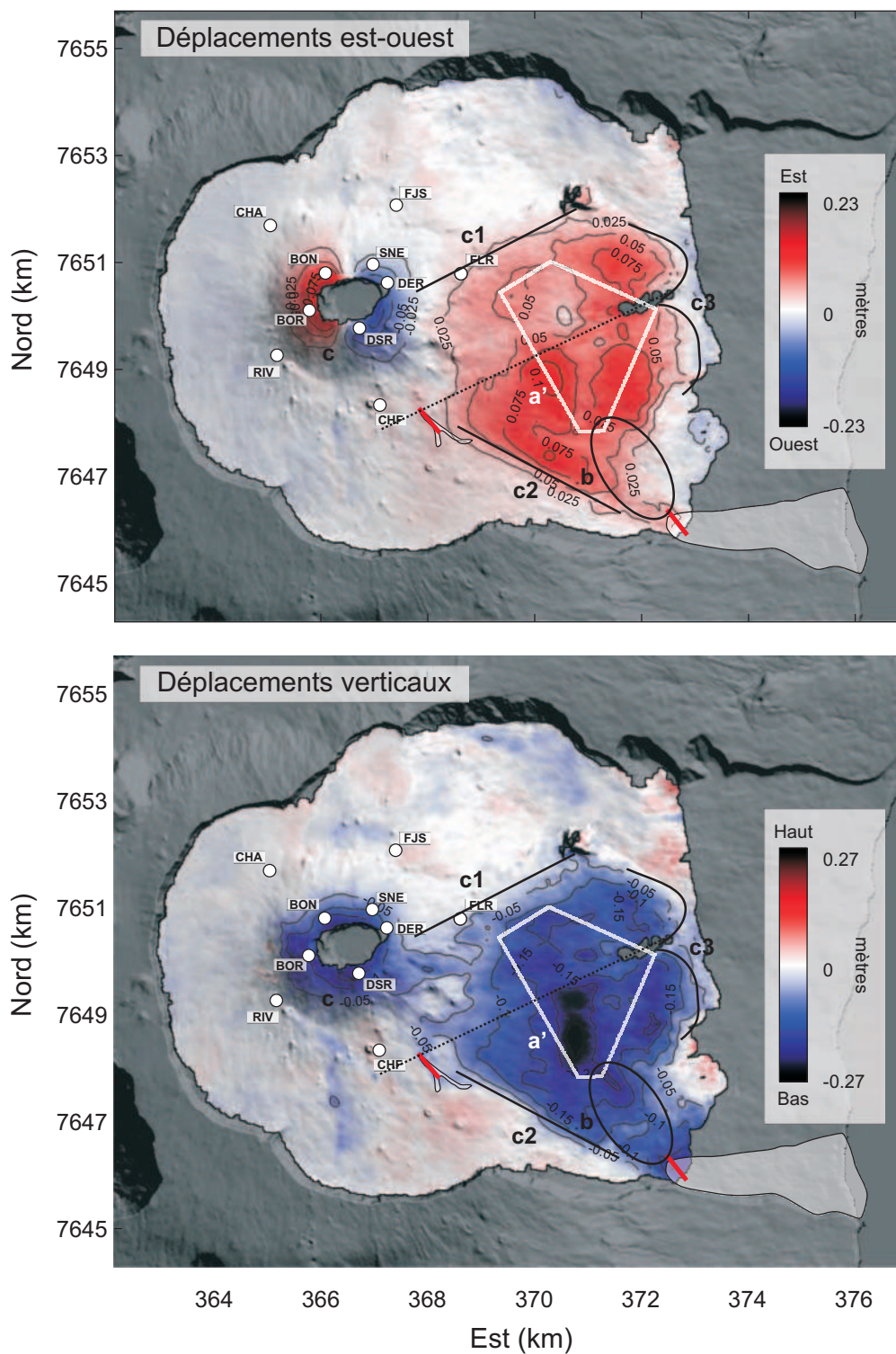
### 7.5.2 Projection 3D des déplacements

Quatre interférogrammes pris dans plusieurs swaths et dans les deux passes ont été interpolés temporellement (Augier et al., 2012) de manière à ce qu'il couvrent tous la période du 22 avril 2007 au 29 janvier 2008, puis les interpolations ont été utilisées pour recalculer les déplacements selon les composantes est-ouest et verticales (Wright et al., 2004). La figure 7.14 présente ces déplacements.





**Figure 7.13** – Interférogrammes enroulés et déroulés caractéristiques de la période post-éruptive. En haut : déplacements cumulés sur toute la période. Le contour des déplacements ayant eu lieu juste après l’effondrement est indiqué en blanc, la faille traversant les Grandes Pentes proposée par Michon et Saint Ange (2008) est indiquée en pointillé. **b** : motif mettant en relation le maximum de déplacement des Grandes Pentes et la fissure éruptive d’avril. **c1,c2,c3** : contours du motif de déplacement dans les Grandes Pentes.



**Figure 7.14** – Calcul des composantes est-ouest et verticales des déplacements durant la période post-éruptive, du 22 avril 2007 au 29 janvier 2008. Les structures remarquables des périodes post-effondrement et post-éruptive ont été reportées (structures blanches et noires) ainsi que la position des station GPS (ronds blancs).

Le cône central voit sa partie est se déplacer vers l'ouest, et sa partie ouest vers l'est. D'autre part, le cône se déplace entièrement vers le bas. Il subit donc une subsidence centripète. Les stations GPS périphériques n'enregistrent pas cette subsidence, ce qui indique que la source à l'origine de ces déplacements est superficielle.

Un effondrement de caldera peut être accompagné par une fragmentation de la colonne de roche. Ce type d'effondrement incohérent se met en place si le rapport entre le diamètre de l'effondrement et sa hauteur est inférieur à 1 (Roche et al., 2000, 2001), ce qui est le cas lors de l'effondrement de 2007, si l'on considère que la chambre magmatique est localisée proche du niveau de la mer. D'autre part, Gailler et al. (2009) ont montré à partir de données gravimétriques qu'une colonne de roche moins dense que l'encaissant est présente à l'aplomb du cratère. Aoki et Montgomery-Brown (2010) ont enregistré des déplacements dans le cratère du Miyakajima durant les années qui ont suivi la formation de la caldera de 2000. Ils interprètent ces déplacements comme la compaction de la colonne de roche effondrée. Le modèle numérique de terrain utilisé pour le calcul des interférogrammes ne prend pas en compte l'effondrement. Il nous est donc impossible de calculer les déplacements à l'intérieur du cône, et nous ne pouvons pas vérifier directement si une telle compaction a lieu dans le cratère. Cependant, nous pouvons supposer qu'une telle compaction a eu lieu après l'effondrement du Dolomieu, provoquant les déplacements du cône central du Piton de la Fournaise : dans ce cadre, la colonne de roche incohérente pourrait se compacter sous la pression de l'encaissant, et le cône se réajusterait au fur et à mesure que la compaction s'intensifie. Nous testerons cette hypothèse au chapitre 8.

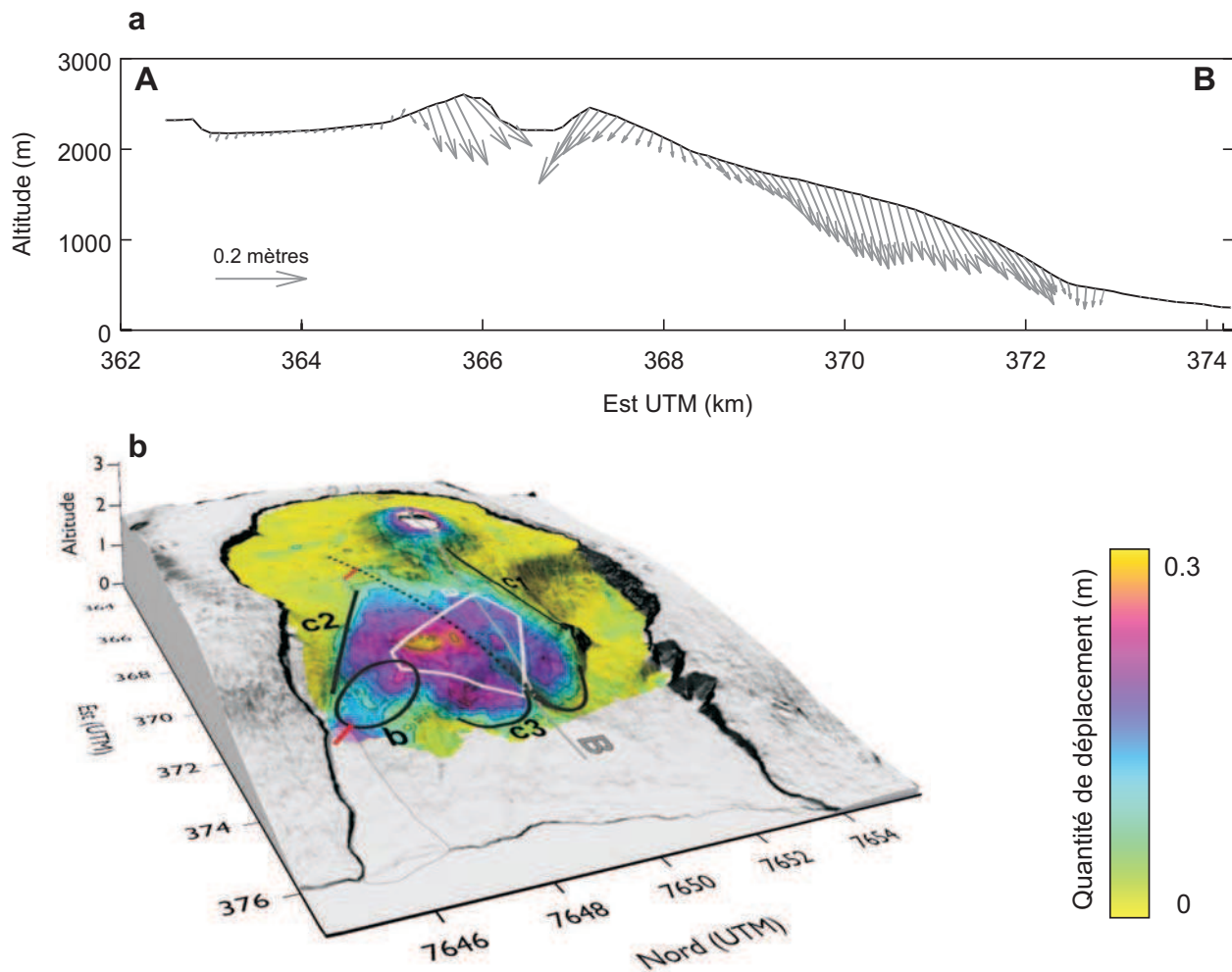
D'autre part, Lénat et al. (1999) ont montré à l'aide d'une étude géoélectrique que le système hydrothermal du Piton de la Fournaise est assez superficiel sous le cône central. Staudacher (2010) a montré que de nombreuses fumerolles étaient présentes dans le cratère après l'effondrement. Ces fumerolles étaient toujours visibles par imagerie thermique le 5 mai 2008 indiquant que le système hydrothermal était toujours actif. Enfin, Gouhier et Coppola (2011) ont montré qu'avant l'effondrement, les principales émissions de  $\text{SO}_2$  se sont faites au niveau de la fissure éruptive d'avril, alors qu'après l'effondrement, les plus grosses quantités ont été émises au niveau du cratère. Cette émission de  $\text{SO}_2$  pourrait correspondre à un drainage du système hydrothermal provoqué par l'effondrement. Les déplacements sommitaux pourraient donc être la conséquence du drainage du système hydrothermal suite à l'effondrement du Dolomieu.

Pendant la période post-éruptive, les Grandes Pentes se déplacent entièrement vers l'est et vers le bas, la composante verticale étant environ deux fois plus importante que la composante horizontale (Fig. 7.14). La quantité de déplacements atteint environ 30 cm sur la totalité de



la période (Fig. 7.15). Les Grandes Pentes ont été déstabilisées lors de l'injection du 30 mars, et ces déplacements sont cohérents avec un retour à l'équilibre sous la forme d'un glissement du flanc dans son ensemble. La faille proposée par Michon et Saint Ange (2008) semble de nouveau contrôler les déplacements : les déplacements du compartiment nord compris entre la structure **c1** et la faille sont moins importants que les déplacements du compartiment sud (compris entre la faille et la structure **c2**). Les déplacements des deux compartiments sont donc probablement découplés au niveau de la faille. Enfin, le maximum de déplacements se trouve de nouveau au niveau du motif **a**, correspondant au maximum de déformation de la période post-effondrement.

Le motif **b** reliant le maximum des déplacements des Grandes Pentes et la fissure éruptive d'avril est toujours visible, mais moins marqué que durant les périodes précédentes.



**Figure 7.15** – Profil et carte de quantité de déplacement. –**a**– Profil représentant les déplacements est-ouest et verticaux. La localisation du profil est indiquée en gris sur la figure **b**. Le profil est le même que le profil AB de la figure 7.9. –**b**– Carte des quantités de déplacement (norme des vecteurs de déplacements est-ouest et verticaux). La faille proposée par Michon et Saint Ange (2008) est indiquée en pointillés. Les structures caractéristiques de la période post-éruptive sont indiquées en noir.



## 7.6 Dynamique des déplacements post-effondrement et post-éruptifs

### 7.6.1 Comparaison des dynamiques du cône et des Grandes Pentes

La série d'interférogrammes de la figure 7.16-a a été obtenue par interpolation temporelle linéaire par parties (Chap. 3 page 41) à partir de l'ensemble des interférogrammes calculés dans la ligne de visée A7 (passe ascendante, swath 7), de sorte que chaque interférogramme couvre une durée identique de 114 jours.

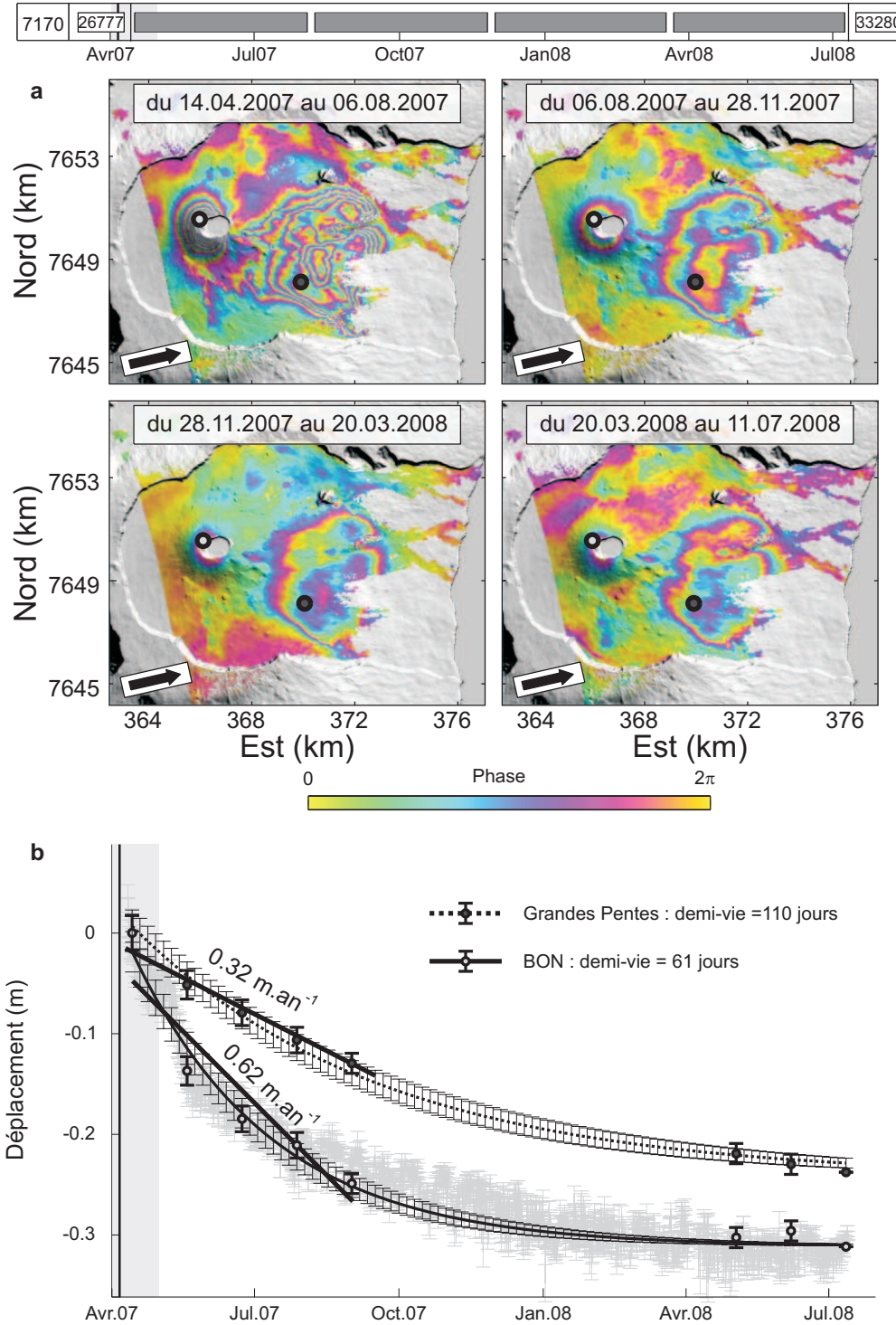
L'amplitude des déplacements diminue avec le temps autant au niveau des Grandes Pentes qu'au niveau du cône central. Cependant, les déplacements du cône s'amortissent plus vite que ceux des Grandes Pentes. La figure 7.16-a montre la dynamique de deux pixels différents, l'un localisé au niveau de la station GPS BON, et l'autre dans les Grandes Pentes. La dynamique des déplacements enregistrés par InSAR est équivalente à celle enregistrée par GPS au niveau du cône. Les déplacements des deux motifs semblent suivent une décroissance exponentielle, permettant de conjecturer la présence d'un fluage de type visco-élastique.

Les déplacements des deux pixels obtenus par InSAR ont été ajustés par une exponentielle de la forme :

$$\mathbf{d} = ae^{-\lambda t} = ae^{\frac{-\ln 2}{\tau}t} \quad (7.1)$$

où  $\mathbf{d}$  est un vecteur contenant les déplacements et  $t$  les dates d'acquisition.  $\lambda$  correspond au temps de relaxation du système. Dans la suite de l'exposé, nous utiliserons la constante de temps  $\tau$ , qui correspond à la demi-vie du système, c'est-à-dire au temps nécessaire pour que les déplacements aient été divisés par 2. Ce type de dynamique est caractéristique d'un système retournant à un état d'équilibre suite à une perturbation (Lévy, 1988).

La figure 7.16-b montre les courbes trouvées. Les deux pixels ont des dynamiques du même ordre de grandeur mais significativement différentes : la dynamique du pixel sommital est caractérisée par une demi-vie de 61 jours contre 110 jours pour les Grandes Pentes. D'autre part, le taux de déplacement après l'effondrement est deux fois plus important au niveau du sommet qu'au niveau des Grandes Pentes (62 cm.an<sup>-1</sup> contre 32 cm.an<sup>-1</sup>). Comme les zones couvertes par les deux motifs de déformation ne se chevauchant pas, et comme les constantes de temps des deux motifs sont significativement différentes, nous pouvons supposer que les déplacements sommitaux et des Grandes Pentes sont la conséquence de deux sources différentes et indépendantes. Nous nous baserons sur cette conjecture dans la



**Figure 7.16** – Dynamique des déplacements post-éruptifs. –a– Interférogrammes interpolés couvrant tous la même durée (A7 : passe ascendante swath 7). Les signaux du sommet s’amortissent plus vite que les signaux des Grandes Pentes. –b– Comparaison des dynamiques de deux pixels localisés au niveau du sommet ou dans les Grandes Pentes (ronds noirs sur les interférogrammes). Le pixel sommital correspond à la position de la station GPS BON, les déplacements enregistrés par GPS puis projetés dans la ligne de visée A7 sont donnés à titre de comparaison (en gris, barre d’erreur à  $1\sigma$ ). Pour chacun des deux pixels, les déplacements enregistrés par InSAR ont été ajustés par une exponentielle. Les taux moyens de déplacement ont été calculés pour la période couverte par les 5 premiers points (du 14 avril au 1<sup>er</sup> septembre 2007). La barre grise représente la durée de l’éruption, le trait vertical noir, l’effondrement du Dolomieu.

section suivante, ainsi que lors des chapitres traitant de la modélisation de ces deux motifs de déformation (Chap. 8 et 9).

### 7.6.2 Dynamique des déplacements du cône central

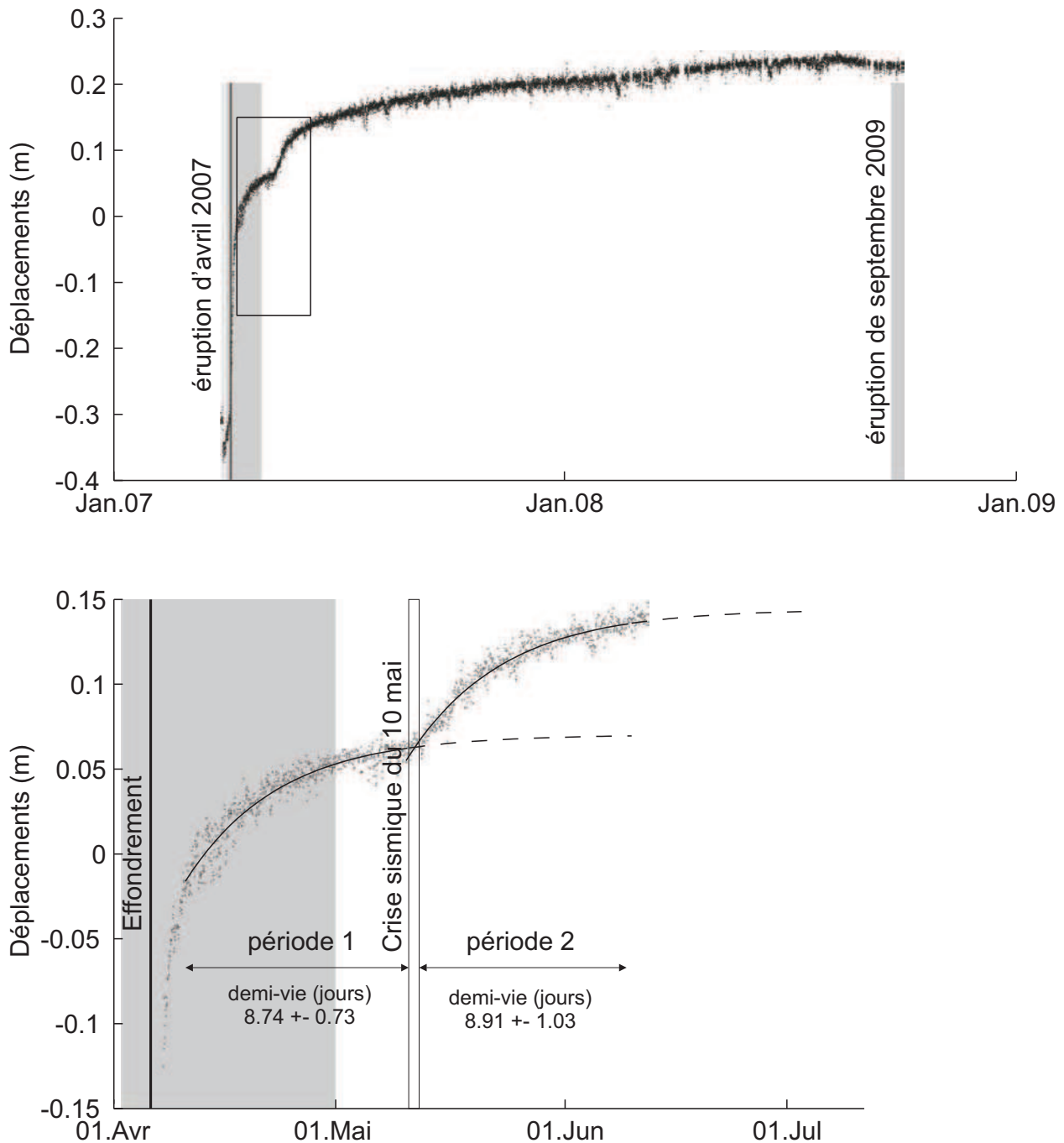
La figure 7.17 montre la composante est-ouest des déplacements enregistrés au niveau du sommet par la station GPS BON. Après l'effondrement, les déplacements s'amortissent brutalement, puis suivent une dynamique exponentielle jusqu'à la crise sismique du 10 mai (OVPF, 2007). Le 10 mai, une reprise de la subsidence est enregistrée par toutes les stations GPS sommitales, les déplacements suivent de nouveau une dynamique exponentielle.

La figure 7.17-**b** montre l'ajustement des déplacements par deux exponentielles (Équ. 7.1) sur deux périodes de même durée : la période 1 couvre les déplacements enregistrés du 10 avril au 10 mai, la période 2 ceux enregistrés du 10 mai au 9 juin. Les déplacements du 5 au 10 avril peuvent être attribués à un réajustement élastique du cône suite aux différentes phases de l'effondrement et n'ont pas été pris en compte pour l'ajustement de la première période. Les exponentielles trouvées sur les deux périodes sont très similaires et les constantes de temps (demi-vies) calculées sont équivalentes sur les deux périodes.

Un système donné est caractérisé par une constante de temps (Lévy, 1988) donnée : supposer qu'une source unique est à l'origine de la déformation est donc plus parcimonieux que d'envisager un ensemble de phénomènes dont les résultantes suivent une dynamique équivalente. Nous conjecturons donc la présence d'une source unique, subissant un processus dépendant du temps. Cette source unique aurait subi une première déstabilisation à la suite de l'effondrement, puis serait revenue à un état d'équilibre jusqu'au 10 mai. La crise sismique du 10 mai aurait alors de nouveau déstabilisé la source, cette dernière revenant ainsi à un nouvel état d'équilibre. Le chapitre 8 aura pour but de rechercher la ou les sources à l'origine de ce motif de déformation.

### 7.6.3 Dynamique des déplacements des Grandes Pentes

Les déplacements enregistrés par InSAR entre le 06 avril 2007 et le 08 août 2008 ont été utilisés pour caractériser la dynamique des Grandes Pentes. La figure 7.18 **a** montre la carte de demi-vie calculée par interpolation temporelle des déplacements (Augier et al., 2012) (Chap. 3 page 41). Deux zones distinctes apparaissent, la première est localisée au centre du motif **a** et témoigne de déplacements rapides (demi-vie faible). La seconde zone



**Figure 7.17** – Composante est-ouest des déplacements sommitaux post-éruptifs au niveau de la station GPS BON. Les déplacements sont donnés par rapport à la position moyenne de la station le 10 avril. –a– Déplacements enregistrés entre avril 2007 et septembre 2008. –b– Détail des déplacements entre le 10 avril et le 9 juin 2007. La crise sismique du 10 mai est indiquée par un rectangle blanc. Les déplacements ont été ajustés par une exponentielle sur deux périodes de même durée : période 1 : du 10 avril au 10 mai, période 2 : du 10 mai au 9 juin. Les demi-vies trouvées pour les deux ajustements sont équivalentes. Le rectangle gris représente la durée de l'éruption, le trait vertical noir, l'effondrement du Dolomieu.

concerne le reste des Grandes Pentes et montre que l'ensemble des Grandes Pentes se déplace relativement lentement (demi-vie grande).

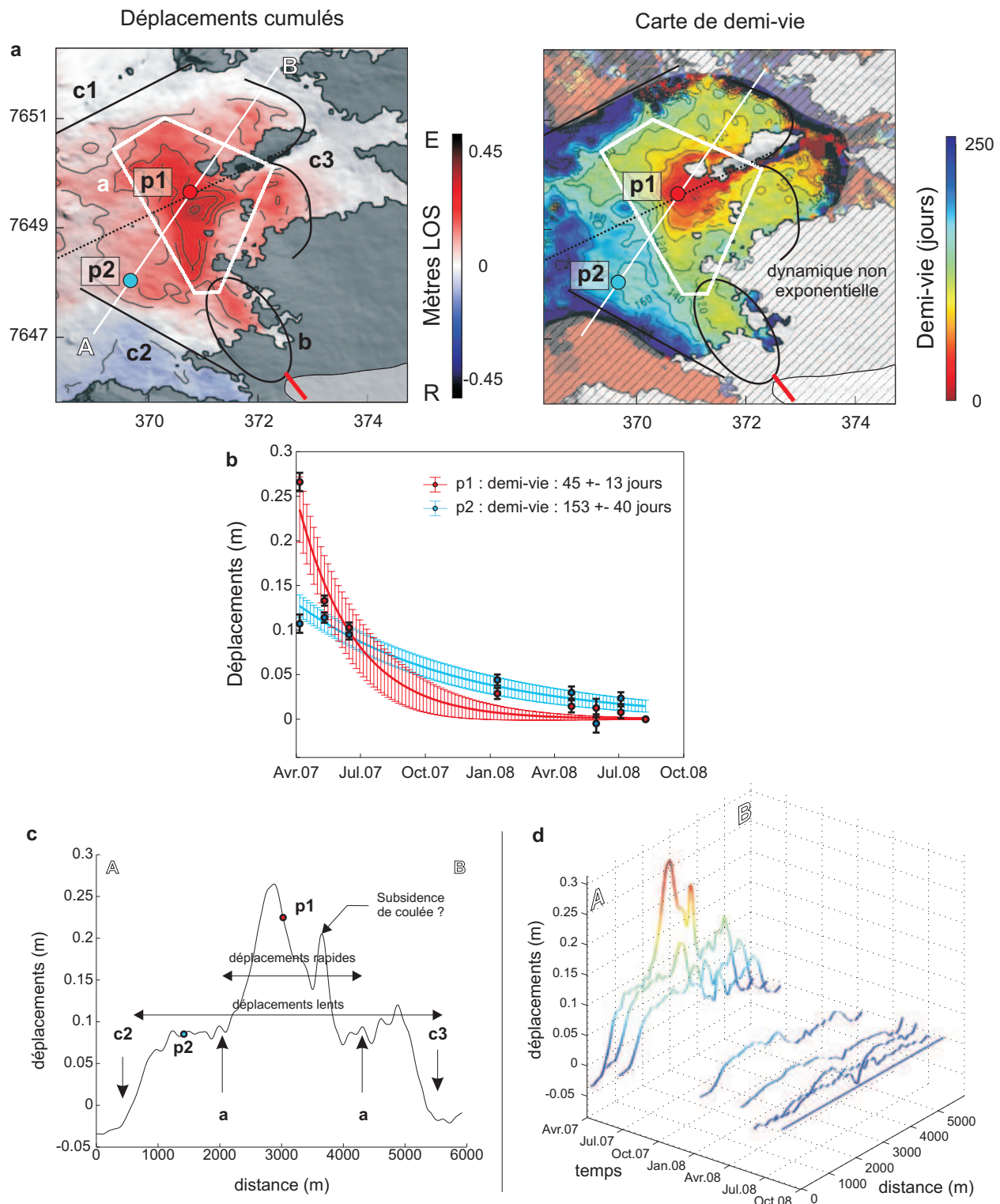
La figure 7.18 **b** montre la dynamique de deux pixels localisés dans chacune de ces zones. Un système donné est caractérisé par une constante de temps (Lévy, 1988) donnée. Comme les constantes de temps des deux pixels sont différentes, nous pouvons conclure qu'ils subissent les effets d'au moins deux processus différents, dont un ou plusieurs paramètres diffèrent. D'après la répartition des demi-vies (Fig. 7.18 **a**), il est probable que les grandes pentes subissent les effets d'au moins deux sources différentes, l'une à l'origine de la dynamique rapide affectant l'ensemble des Grandes Pentes, et l'autre n'affectant que la partie centrale des Grandes Pentes. Les Grandes Pentes subissent donc les effets de deux sources distinctes mais superposées, ayant deux dynamiques différentes.

La figure 7.18 **c** montre les déplacements le long du profil AB traversant les Grandes Pentes entre le 06 avril 2007 et le 08 août 2008. Le long de ce profil, les déplacements vont dans le sens d'un éloignement du sol par rapport au satellite et s'organisent en deux motifs distincts : le premier a une forme de plateau, délimité au sud-ouest par la structure **c2** et au nord-est par la structure **c3** et concerne des déplacements lents. Le second motif est localisé au centre des Grandes Pentes et concerne des déplacements rapides de grande amplitude.

La figure 7.18 **d** montre l'évolution des déplacements le long de ce profil en fonction du temps. Pour chaque profil, les déplacements sont calculés par rapport à la position du sol le 08 août 2008. Dès le 11 mai 2007, les déplacements rapides semblent s'être amortis et seul le plateau de déformation persiste. L'amplitude des déplacements au niveau de ce plateau diminue progressivement.

Les déplacements rapides sont localisés au même endroit que l'inflation observée durant la période syn-éruptive et sont alignés avec la fissure éruptive. La source à l'origine de ces déplacements pourrait donc être le réservoir temporaire, que nous avons supposé être responsable de l'inflation lors de la période syn-éruptive (Paragraphe 7.4 page 172). La vidange de ce réservoir durant la fin de l'éruption est cohérente avec le sens des déplacements observés à la figure 7.18 **a**.

Par ailleurs, le motif de déformation correspondant à la vidange du réservoir temporaire (motif **a**) semble persister sur les interférogrammes post-éruptifs, mais avec une amplitude des déplacements beaucoup plus faible que durant la période post-effondrement. Une première hypothèse pour expliquer la persistance de ce signal pourrait être la poursuite de la vidange du réservoir. Il est alors nécessaire de supposer la présence d'un autre réservoir, ou la percolation du magma dans l'encaissant. Nous ne disposons pas d'argument de déformation



**Figure 7.18** – Dynamique des Grandes Pentcs. –a– Carte des déplacements cumulés entre le 06 avril 2007 et 08 août 2008 et carte de demi-vie. La carte de demi-vie a été obtenue par interpolation temporelle (Augier et al., 2012). Les zones n’ayant pas une dynamique clairement exponentielle ont été masquées. Les structures remarquables des périodes post-effondrement et post-éruptives ont été reportées. –b– Dynamique des déplacements pour deux pixels. La position des pixels est donnée sur la figure a. –c– Profil des déplacements cumulés entre le 06 avril 2007 et 08 août 2008. La position du profil est indiquée sur la figure a. La position des structures remarquables est indiquée. –d– Profils de déplacements à différentes dates. Pour chaque profil, la date de référence est le 08 août 2008.

pour justifier ces processus. D'autres processus, tels que la contraction thermique ou l'effondrement du toit du réservoir temporaire pourraient expliquer la persistance de ce signal sans avoir à faire l'hypothèse d'un troisième réservoir.

Les déplacements lents correspondent à un retour à l'équilibre des Grandes Pentès après leur déstabilisation provoquée par l'injection de mars. Nous avons vu que la faille décrite par Michon et Saint Ange (2008) semblait contrôler la déformation, les déplacements de la partie nord des Grandes Pentès étant plus faibles que ceux de la partie sud. La carte de demi-vie ne montre pas de différence entre la dynamique des deux blocs, le processus à l'origine de ces déformations serait donc le même de part et d'autre de la faille.

## 7.7 Conclusion

L'analyse qualitative des motifs de déplacement liés à l'éruption d'avril 2007 permet d'identifier plusieurs sources potentielles à l'origine des déformations. La figure 7.19 présente la localisation de ces différentes sources ainsi que leur dynamique. Ni la position ni la dynamique des sources n'ont été inversées.

Durant l'éruption de mars, l'injection d'un ou de plusieurs dykes pourrait être la cause de l'inflation orientée nord-sud visible à l'est du Dolomieu durant la période syn-éruptive. Cette injection serait aussi à l'origine de la déstabilisation des Grandes Pentès. Les mécanismes de déstabilisation du flanc sont très hypothétiques, et nous apporterons quelques éléments de réponse à partir d'un modèle préliminaire des déplacements syn-éruptifs (Annexe C). Après sa déstabilisation, le flanc est revient à un nouvel état d'équilibre en glissant lentement vers l'est et vers le bas jusqu'à juillet 2008. Nous tenterons de caractériser la surface de glissement au chapitre 9.

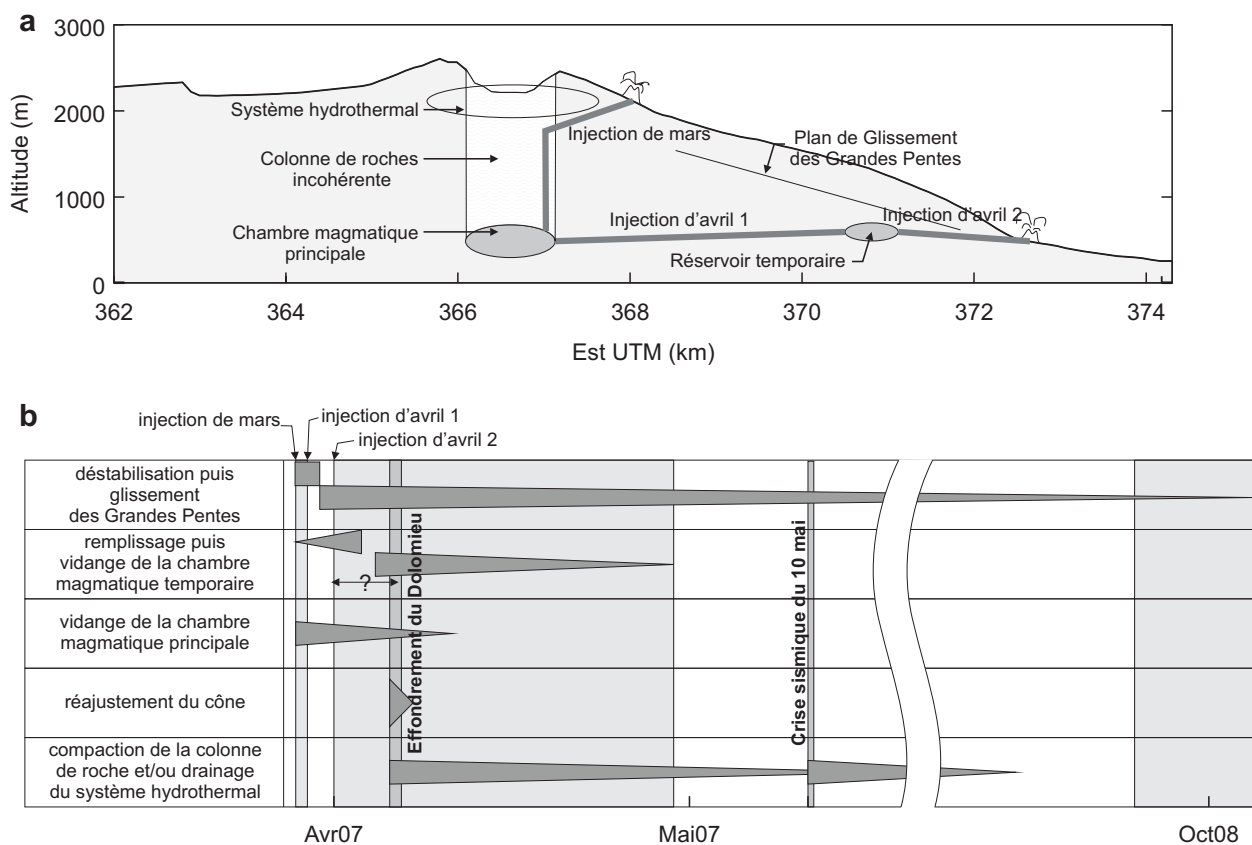
Par ailleurs, la subsidence de la partie ouest de l'Enclos Fouqué commence lors de l'éruption de mars et se poursuit jusqu'au 10 avril. Elle pourrait être assimilée à la vidange du réservoir principal localisé sous le Dolomieu, ou bien à un autre processus faisant appel à une source profonde.

Les déplacements post-effondrement et post-éruptifs suggèrent la présence de deux sources sous les Grandes Pentès, que nous supposons correspondre d'une part au plan de glissement sur lequel se déplacent les Grandes Pentès, et d'autre part, à un réservoir temporaire. Avant l'éruption d'avril, une injection reliant la chambre magmatique principale et les Grandes Pentès aurait permis le remplissage du réservoir temporaire localisé sous les Grandes Pentès,



provoquant l'inflation visible sur les interférogrammes syn-éruptifs. La vidange de ce réservoir temporaire se ferait par l'intermédiaire d'une troisième injection, reliant les Grandes Pentes à la fissure d'avril, et responsable du signal de déformation aligné avec ces deux structures. L'hypothèse du réservoir temporaire sera testée au chapitre 9.

Enfin, l'effondrement du Dolomieu a provoqué le fort gradient de déplacement visible sur les interférogrammes syn-éruptifs autour du cratère, et enregistré par les stations GPS sommitales du 5 au 10 avril. Ces déplacements correspondent au réajustement du cône central suite à l'effondrement. La compaction progressive de la colonne incohérente présente sous le Dolomieu ainsi que le drainage du système hydrothermal suite à l'effondrement peuvent expliquer la subsidence centripète du cône central durant les périodes post-effondrement et post-éruptive. Nous tenterons de caractériser les processus à l'origine de ces déplacements au chapitre 8.



**Figure 7.19** – Modèle qualitatif de l'éruption. –a– Localisation des différentes sources de déformation. La forme et la position de ces sources n'ont pas été inversées. –b– Dynamique des différentes sources. La localisation des triangles gris indique les moments où les sources ont été actives et leur épaisseur représente leur activité.





# Chapitre 8

## Modélisation des déplacements sommitaux post-éruptifs

### Résumé

Lors de l'éruption d'avril 2007 du Piton de la Fournaise, le cratère Dolomieu s'est effondré sur plus de 300 mètres. Cet effondrement a été suivi après l'éruption par une subsidence centripète de l'ensemble du cône central qui s'est poursuivie durant plus d'un an après la fin de l'éruption. Les données InSAR et GPS ont été utilisées pour contraindre la géométrie de la source à l'origine de la subsidence soit par tomographie de déplacements, soit à l'aide d'un modèle numérique de déformation. Pour expliquer les déplacements, il est nécessaire de prendre en compte la faille circulaire bordant l'effondrement ainsi qu'une source superficielle en déflation. Cette dernière est interprétée comme un système hydrothermal, et la déflation serait la conséquence du drainage de ce système hydrothermal causé par l'effondrement. Des successions d'inflation-subsidence du cône sont visibles avant et après de nombreuses éruptions. Cette cyclicité pourrait être la conséquence de la mise sous pression puis de la décompression du système hydrothermal en fonction de l'apport et de l'extraction de matériel chaud dans la chambre magmatique lors des éruptions.

### 8.1 Introduction

Il a été vu précédemment que le cône central du Piton de la Fournaise a subi une subsidence centripète suite à l'effondrement du Dolomieu le 5 avril 2007 (Fig. 7.14). Cette subsidence a continué après la fin de l'éruption pendant plus d'un an en suivant une dynamique exponentielle polyphasée (Fig. 7.17). Plusieurs hypothèses peuvent expliquer cette subsidence :

- la perte de volume due à la compaction progressive de la colonne de roche effondrée
- la perte de volume progressive d'un réservoir, due au refroidissement ou au drainage d'une chambre magmatique ou bien d'un système hydrothermal.

Ces déplacements ont la particularité de durer environ un an après la fin de l'éruption, ce qui nous amène à nous poser des questions sur la rhéologie de l'édifice lors de cette subsidence :

- l'édifice se comporte-il de manière visqueuse suite à l'effondrement ? Dans ce cas, la durée des déplacements serait due à un réajustement non instantané de l'édifice.
- la source à l'origine des déplacements subit-elle un processus qui dure dans le temps ? L'encaissant pourrait alors se comporter de manière élastique, se réajustant à chaque moment avec la source.

Quelle que soit la rhéologie de l'édifice et de la source, les déplacements sont approx-  
imables par un modèle élastique (Dragoni et Magnanensi, 1989). En effet, la rhéologie n'est pas un facteur déterminant la forme finale des déplacement mais plutôt leur amplitude et leur dynamique. Dès lors, si l'on considère les déplacements dans leur ensemble, c'est-à-dire si la déformation est finie et ne varie plus avec le temps, les géométries de sources trouvées à l'aide d'un modèle à rhéologie complexe ou d'un modèle élastique seront équivalentes, seuls changeront les paramètres physiques de la source (variation de volume par exemple).

Nous modéliserons tout d'abord les déplacements observés à l'aide de la méthode de tomographie (Chap. 6), puis nous essaierons de quantifier la dynamique de la source trouvée. Ces modèles nous permettront d'avoir un premier *a priori* sur la position et la géométrie de la source. Nous chercherons ensuite à préciser les caractéristiques de la source à l'aide de la méthode NA-MBEM que nous avons présentée au chapitre 5. Cette procédure utilise un modèle numérique en milieu élastique, capable de prendre en compte une topographie réaliste (Cayol et Cornet, 1997). Nous testerons l'hypothèse de déplacements provoqués par la perte de volume d'un réservoir ainsi que celle de déplacements provoqués par la compaction d'une colonne de roche. Enfin, nous proposerons une interprétation et un scénario permettant d'expliquer d'une part la géométrie et la position de la source et d'autre part sa dynamique. Nous verrons comment le scénario proposé permet d'expliquer les déplacements inter-éruptifs enregistrés entre la plupart des éruptions.

## 8.2 Modélisations

### 8.2.1 Jeux de données utilisés

Nous disposons de 259 interférogrammes couvrant la période post-éruptive, selon 13 lignes de visée différentes. Ces interférogrammes couvrent des périodes différentes et aucun interférogramme cohérent ne couvre l'intégralité de la période post-éruptive. Afin que les critères d'équivalence entre modèle élastique et modèle non-élastique soient respectés, il convient d'utiliser des interférogrammes couvrant au mieux la totalité des déplacements. D'autre part, il a été montré que l'utilisation d'interférogrammes selon plusieurs géométries d'acquisition permet de mieux contraindre la géométrie de la source (Fukushima et al., 2005; Wright et al., 2004). Enfin, une inversion est d'autant mieux contrainte que les données utilisées couvrent les mêmes événements (Augier et al., 2012). Il convient donc d'interpoler temporellement les interférogrammes dans chaque ligne de visée de sorte qu'ils couvrent au mieux la même quantité de déplacements.

Nous utiliserons donc 6 interférogrammes interpolés, 3 en passe ascendante et 3 en passe descendante. Les lignes de visée ont été choisies de sorte que la PDOP soit la plus faible possible (Tab. 2.1 page 39) tout en permettant une interpolation sur la durée la plus grande possible. Tous les interférogrammes couvrent la période du 08 mai 2007 au 12 juillet 2008.

Passe	Swath-track	Nb Interf	Nb scènes	Nb points	$\overline{\sigma^2}$ (m <sup>2</sup> )
Ascendante	2-313	11	11	427	$34.0 \times 10^{-5}$
	5-399	12	8	478	$8.82 \times 10^{-5}$
	7-170	9	8	554	$20.9 \times 10^{-5}$
Descendante	3-091	11	7	477	$15.36 \times 10^{-5}$
	5-048	12	8	495	$16.44 \times 10^{-5}$
	7-005	8	5	561	$3.77 \times 10^{-5}$

**Table 8.1** – Caractéristiques des interférogrammes utilisés pour les inversions : Nb Interf : nombre d'interférogrammes pris en compte pour le calcul des séries temporelles. Nb scènes : nombre de scènes disponibles pour le calcul de séries temporelles. Nb points et  $\overline{\sigma^2}$  : nombre de points de sous-échantillonnage et variance moyenne des interférogrammes interpolés.

Pour chaque ligne de visée, l'interférogramme interpolé a été obtenu à partir d'une série temporelle (Lundgren et al., 2001), elle-même calculée à partir d'interférogrammes déroulés, corrigés des effets atmosphériques corrélés à la topographie et d'une rampe orbitale (Beauducel et al., 2000a). On considère qu'entre chaque date d'acquisition, les taux de déplacement sont constants (interpolation linéaire par partie, Chap. 3 page 41). Les interférogrammes ainsi obtenus ont été sous-échantillonnés de telle sorte qu'ils contiennent des nombres de points équivalents. Les zones correspondant au cratère, à des résidus topographiques ou sus-

ceptibles de contenir des déplacements dus à de la subsidence de coulée risquent d'altérer les résultats de modélisation. Elles ont donc été masquées et ne seront pas prises en compte dans l'inversion. Une distance de corrélation de 1000 mètres ainsi que la variance moyenne de l'interférogramme interpolé (Équ. 3.20 page 51) sont prises en compte pour le calcul de la matrice de covariance selon la procédure proposée par Fukushima et al. (2005) (Équ. 4.9 page 77).

## 8.2.2 Modélisation par tomographie de déplacements

### Données utilisées

Un calcul de tomographie a été réalisé à partir d'un jeu de données de déplacements contenant les déplacements enregistrés par GPS pour la période du 08 mai 2007 au 12 juillet 2008 ainsi que les 6 interférogrammes présentés précédemment, interpolés pour cette même période. On dispose de 10 stations GPS permettant d'avoir accès aux composantes est-ouest, nord-sud et verticale des déplacements. Pour chaque composante de chaque station, les données GPS ont été filtrées de manière à ne récupérer que les valeurs dont la RMS (Root Mean Square) est inférieure à 0.05 m.

Pour une journée donnée, la position du sol  $p$  et sa variance  $\sigma$  ont été obtenues en moyennant les données GPS sur l'intégralité de la journée. Les déplacements entre les deux journées et leurs variances sont obtenus selon :

$$\begin{aligned} \mathbf{d}_{GPS} &= p_f - p_i \\ \sigma^2 &= \sigma_f^2 + \sigma_i^2 \end{aligned} \quad (8.1)$$

où  $p_f, \sigma_f^2, p_i, \sigma_i^2$  sont respectivement la position du sol et sa variance le 12 juillet 2008 et le 08 mai 2007.

Les 3 composantes de déplacement enregistrées par toutes les stations ont été regroupées dans 3 vecteurs de déplacements ( $\mathbf{d}_{EO}$ ,  $\mathbf{d}_{NS}$  et  $\mathbf{d}_V$ ). On considère que la variance moyenne  $\overline{\sigma_C^2}$  des déplacements pour une composante donnée est égale à la moyenne des variances des déplacements pour cette composante calculée pour les 10 stations :

$$\overline{\sigma_C^2} = \frac{1}{10} \sum_{i=1}^{10} \sigma_{Ci}^2 \quad (8.2)$$

Pour chacune des composantes, une distance de corrélation nulle ainsi que la variance moyenne  $\overline{\sigma_C^2}$  sont prises en compte pour le calcul de la matrice de covariance selon la procédure proposée par Fukushima et al. (2005) (Équ. 4.9 page 77).

Les données InSAR contiennent beaucoup plus de points que les données GPS. Afin d'attribuer un poids similaire entre les différentes lignes de visée InSAR et les composantes de déplacements enregistrés par GPS, la matrice de covariance  $\Sigma$  utilisée durant le calcul de tomographie est définie selon :

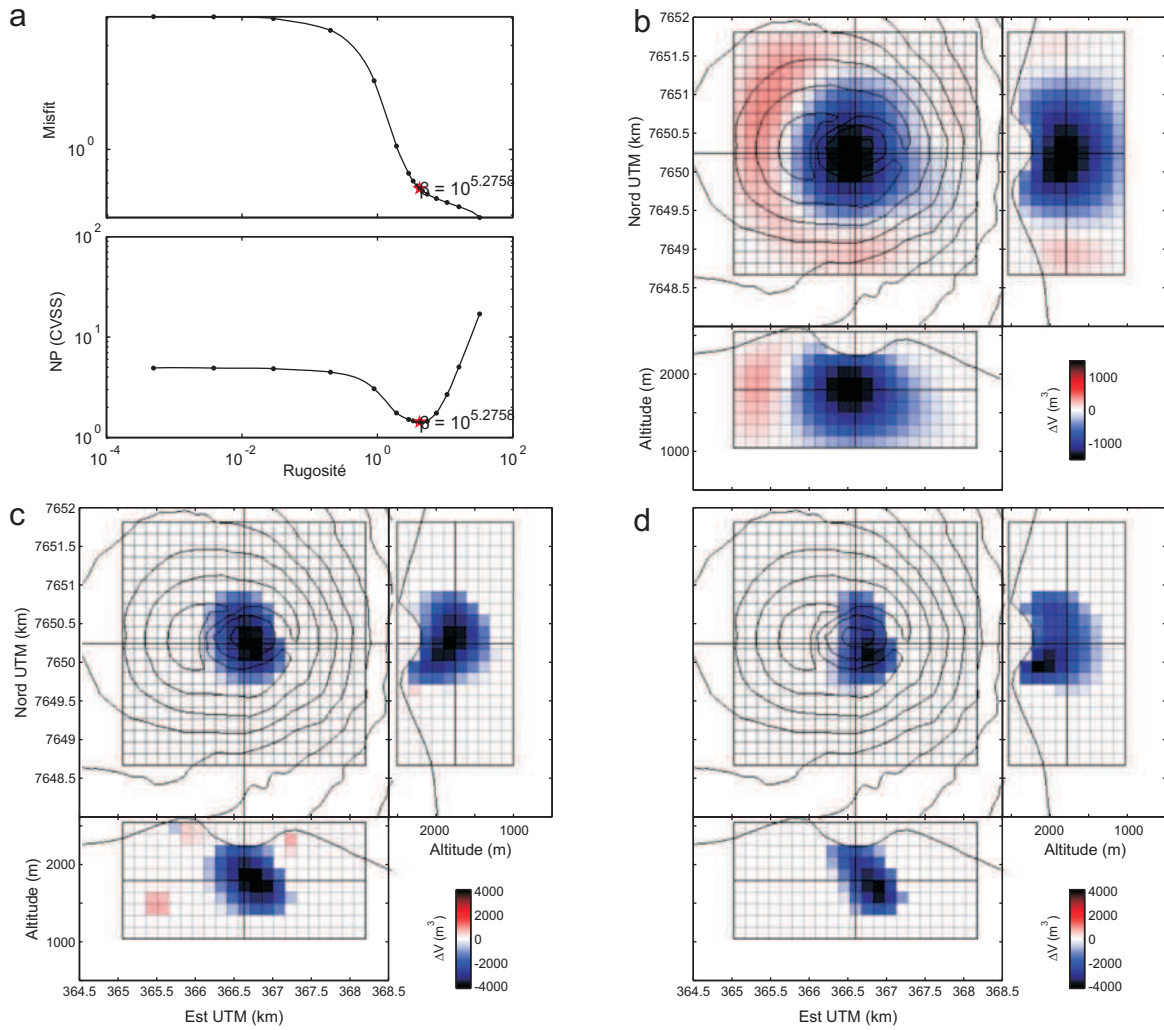
$$\Sigma = (W^T W)^{-1} \quad \text{avec} \quad W = \begin{pmatrix} \frac{1}{n_1} W_1 & 0 & 0 \\ 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{n_9} W_9 \end{pmatrix} \quad (8.3)$$

où  $W_1, \dots, W_9$  sont les décompositions de Cholesky des matrices de covariance calculées pour les 9 jeux de données (3 composantes GPS et 6 lignes de visée InSAR), et  $n_1, \dots, n_9$  sont les nombres de points pour chacun des jeux de données. Cette formulation de la matrice de covariance  $\Sigma$  permet de pondérer les différents jeux de données en fonction de leur variance moyenne tout en équilibrant les poids relatifs des données InSAR et GPS (Paragraphe 6.5 page 131).

## Résultats de tomographie

La tomographie a été calculée à partir d'un sous-échantillonnage du sous-sol par 3547 sources unitaires cubiques jointives, de 150 mètres de coté. Le modèle direct utilisé pour le calcul de la fonction de Green est un modèle de cube d'Okada (1992). Ce type de configuration permet de retrouver convenablement la position de la source à l'origine de la déformation mais la variation de volume de la source sera sous-estimée (Partie 6.7.4 page 148). Le meilleur modèle de tomographie a été obtenu par la minimisation d'une fonction de *Non-Prédictibilité* de type CVSS, les données ayant été fragmentées à chaque itération en 4 quadrants (Partie 6.3, figure 6.5 page 116). La figure 8.1-**a** montre les relations entre misfit, rugosité, et fonction de *Non-Prédictibilité*. Les figures 8.1-**b-c-d** et le tableau 8.2 présentent les caractéristiques de différentes distributions de la variation de volume du sous-sol.

La fonction de *Non-Prédictibilité* présente un minimum très marqué. Le modèle correspondant à ce minimum est présenté à la figure 8.1-**b**, les déplacements modélisés et les résidus sont présentés à la figure 8.2. Les déplacements sont finement reproduits (misfit < 8%) et les variations de volume s'organisent en deux domaines distincts : la périphérie du

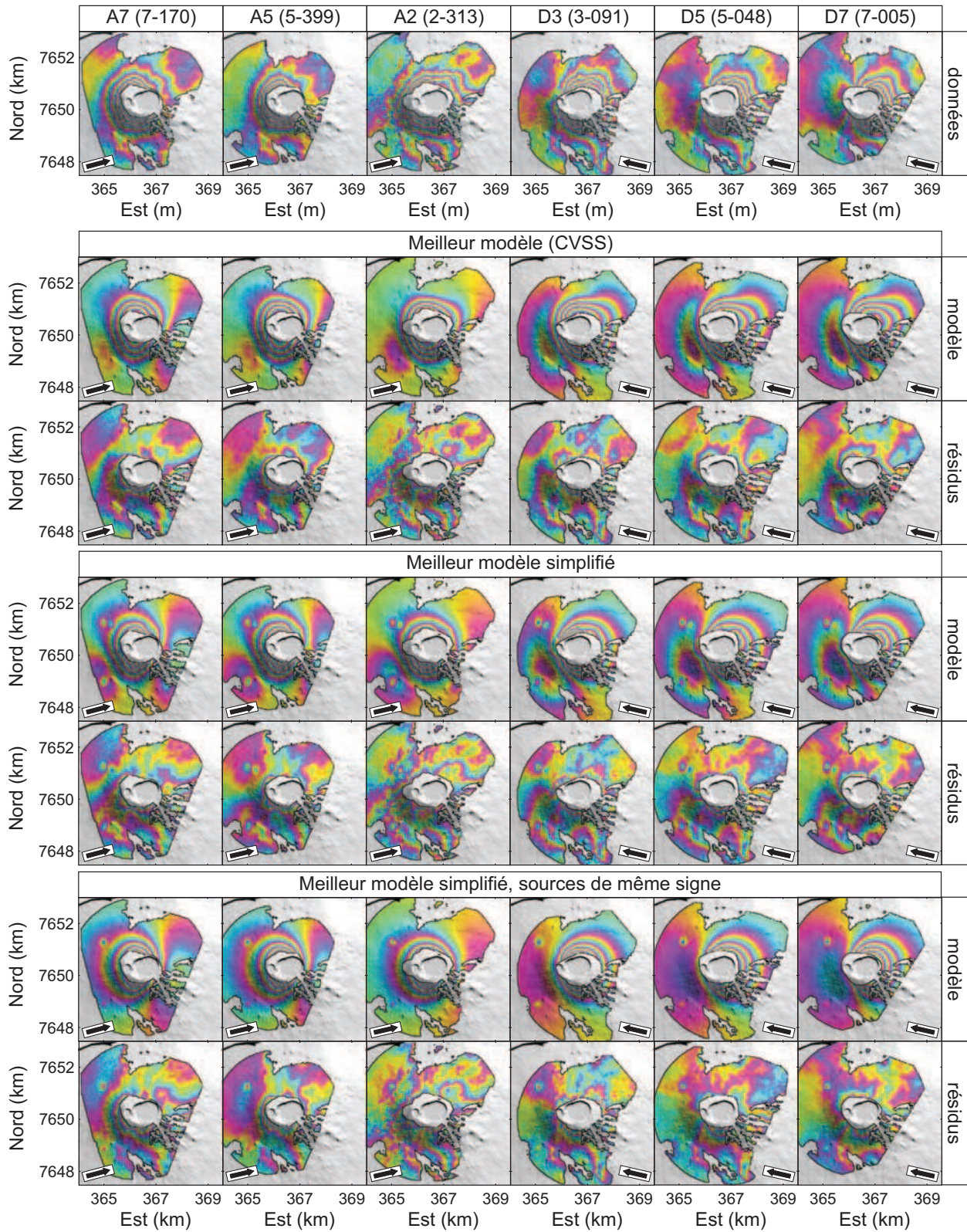


**Figure 8.1** – Résultats de modélisation par tomographie pour la subsidence sommitale du Piton de la Fournaise. –**a**– Evolution du misfit et de la fonction de *Non-Prédictibilité* en fonction de la rugosité. Le minimum de la fonction de *Non-Prédictibilité* et le coefficient de lissage  $\beta$  correspondant sont indiqués par l'étoile rouge. –**b**– Solution pour le  $\beta$  correspondant au minimum de la fonction de *Non-Prédictibilité*. –**c**– Même solution, après simplification. –**d**– Même solution après simplification, résolue de telle sorte que toutes les sources aient une variation de volume de même signe.

Modèle	Toutes les sources		Sources $>0$		Sources $<0$		Misfit
	NB sources	$\Delta V$ (m <sup>3</sup> )	NB sources	$\Delta V$ (m <sup>3</sup> )	NB sources	$\Delta V$ (m <sup>3</sup> )	
best CVSS	3547	$-135200 \pm 26341$	1805	$854000 \pm 18428$	1742	$-989225 \pm 18822$	7.53
clean CVSS	539	$-303500 \pm 9865$	218	$-243000 \pm 6177$	321	$-546400 \pm 7692$	9.11
clean all neg	227	$-428200$	0	0	227	$-428200$	12.78

**Table 8.2** – Résultat du calcul de tomographie. *best CVSS* correspond au meilleur modèle trouvé par la minimisation de la fonction de *Non-Prédictibilité* de type CVSS. *clean CVSS* correspond au meilleur modèle simplifié, pour lequel seules les sources les plus influentes sont sélectionnées. *clean all neg* correspond au meilleur modèle simplifié, résolu de telle sorte que les variations de volume des sources unitaires aient toutes le même signe.





**Figure 8.2** – Déplacements, déplacements modélisés et résidus pour les modèles de tomographie. Les résidus correspondent à  $\mathbf{d}_{obs} - \mathbf{d}_{mod}$ .



sous-échantillonnage du sous-sol augmente de volume alors que le centre, localisé sous le Dolomieu diminue fortement de volume.

Le meilleur modèle a été simplifié afin de ne prendre en compte que les sources les plus influentes (Partie 6.4 page 124) : il ne contient plus que 539 sources unitaires, principalement localisées sous le Dolomieu, et dont la variation de volume totale est négative.

Enfin, les variations de volume des 539 sources du modèle après simplification sont résolues par méthode des moindres carrés non négatifs (Lawson et Hanson, 1974). Ce type de résolution permet d'imposer à toutes les sources d'avoir des variations de volume nulles ou de même signe, mais ne permet pas de calculer la variance des variations de volume (Paragraphe 6.4). Parmi les 539 sources initiales, seules 227 sources localisées de manière compacte à l'aplomb du Dolomieu varient encore de volume. Les déplacements modélisés reproduisent légèrement moins bien les déplacements que les autres modèles ( $\text{misfit} = 12.7\%$ ) : la forme générale des déplacements est bien reproduite, mais des résidus sont toujours présents en périphérie de l'effondrement.

Après simplification, les sources subissant une variation de volume sont regroupées de manière compacte et superficielle sous le Dolomieu. Elles sont légèrement orientées dans l'axe nord-sud et enveloppent en partie la topographie du cratère Dolomieu. La variation de volume totale atteint environ  $-430\,000\text{ m}^3$ . Ces résultats mettent en évidence la présence d'une source très superficielle en déflation à l'aplomb du Dolomieu.

### 8.2.3 Modélisation par la procédure NA-MBEM

Toutes les inversions présentées dans cette partie ont été réalisées à l'aide de la procédure d'inversion développée par Fukushima et al. (2005). On impose une géométrie *a priori* de la source à l'origine de la déformation, puis on cherche les paramètres de la source permettant d'ajuster au mieux les déplacements observés. Le meilleur modèle est recherché à l'aide d'un algorithme de type proches voisins (Sambridge, 1999a; Fukushima et al., 2005) (Fig. 5.2 page 86), puis les intervalles de confiance de chacun des paramètres sont estimés à partir des densités de probabilité 1D et 2D (Sambridge, 1999b; Fukushima et al., 2005). Afin de limiter le nombre de paramètres réglant la position, la dimension, l'orientation et éventuellement la variation de pression de la source, la variation de pression de la source n'est pas inversée mais ajustée à chaque itération, ce qui permet d'accélérer la convergence de l'inversion. Les données ayant été interpolées, elles couvrent la même période et enregistrent donc les mêmes événements. La fonction coût à minimiser sera définie telle que les déplacements soient dus à une seule source et que la variation de la pression soit identique pour tous les jeux de données (voir l'équation 5.11 page 90<sup>1</sup>)

#### Inversion d'une source sphérique

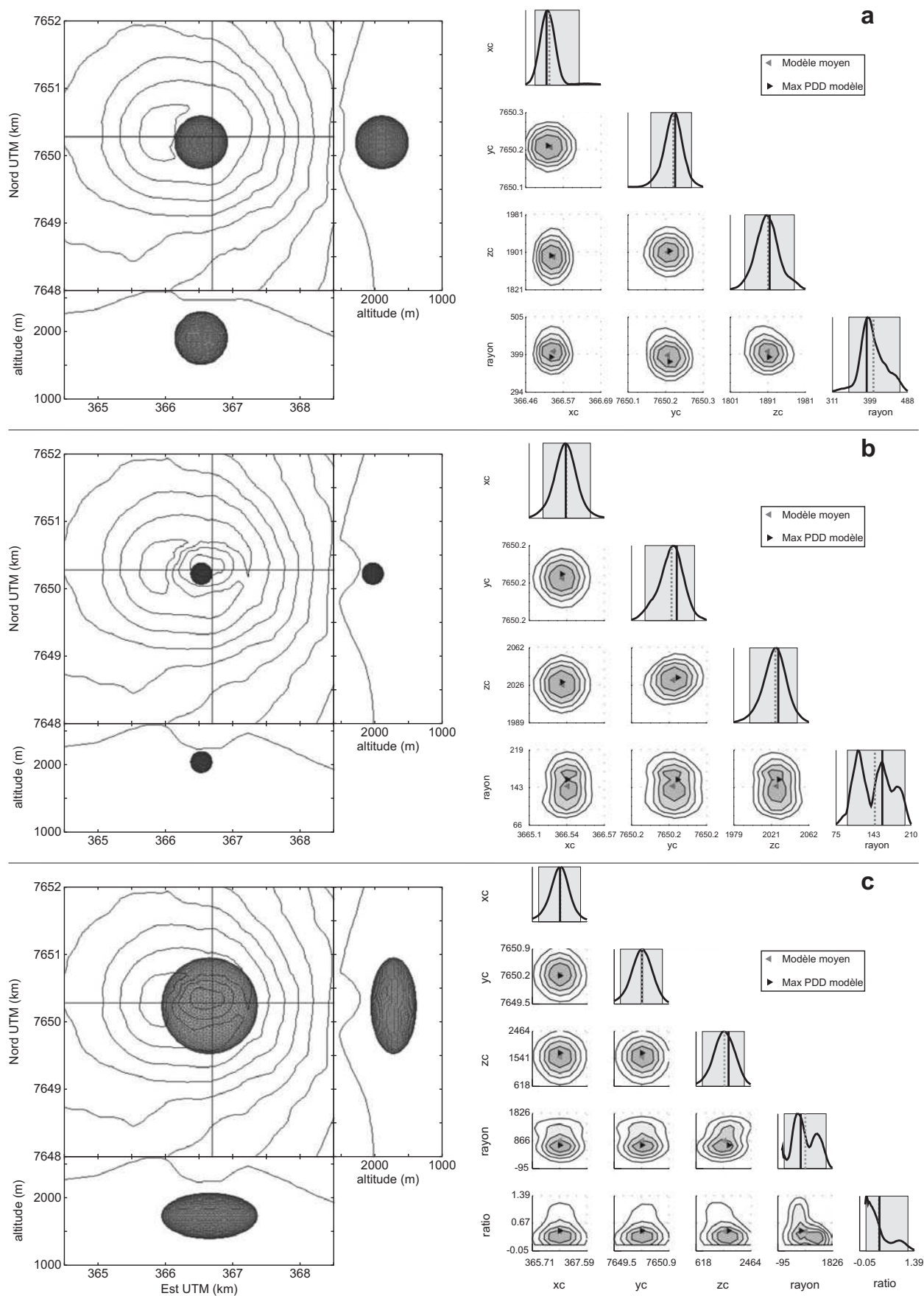
Les résultats de tomographie mettent en évidence une source superficielle compacte localisée sous le Dolomieu. On cherche dans un premier temps à vérifier si une source de géométrie simple permet d'expliquer les déplacements. Les déplacements dus à une sphère sont calculés sur une topographie prenant en compte ou non l'effondrement. Le tableau 8.3 donne les paramètres géométriques des meilleurs modèles trouvés pour les deux situations, ainsi que les intervalles de confiance. La variation de volume n'ayant pas été inversée, les intervalles de confiance ne sont pas disponibles pour ce paramètre. La valeur donnée correspond à la variation de volume calculée *a posteriori* pour le meilleur modèle. Les figures 8.3-a et 8.3-b montrent le meilleur modèle et les densités de probabilité 1D et 2D pour chaque paramètre.

Pour l'inversion avec une topographie sans prise en compte de l'effondrement, la meilleure sphère trouvée est très superficielle et occupe en grande partie le volume libéré par l'effon-

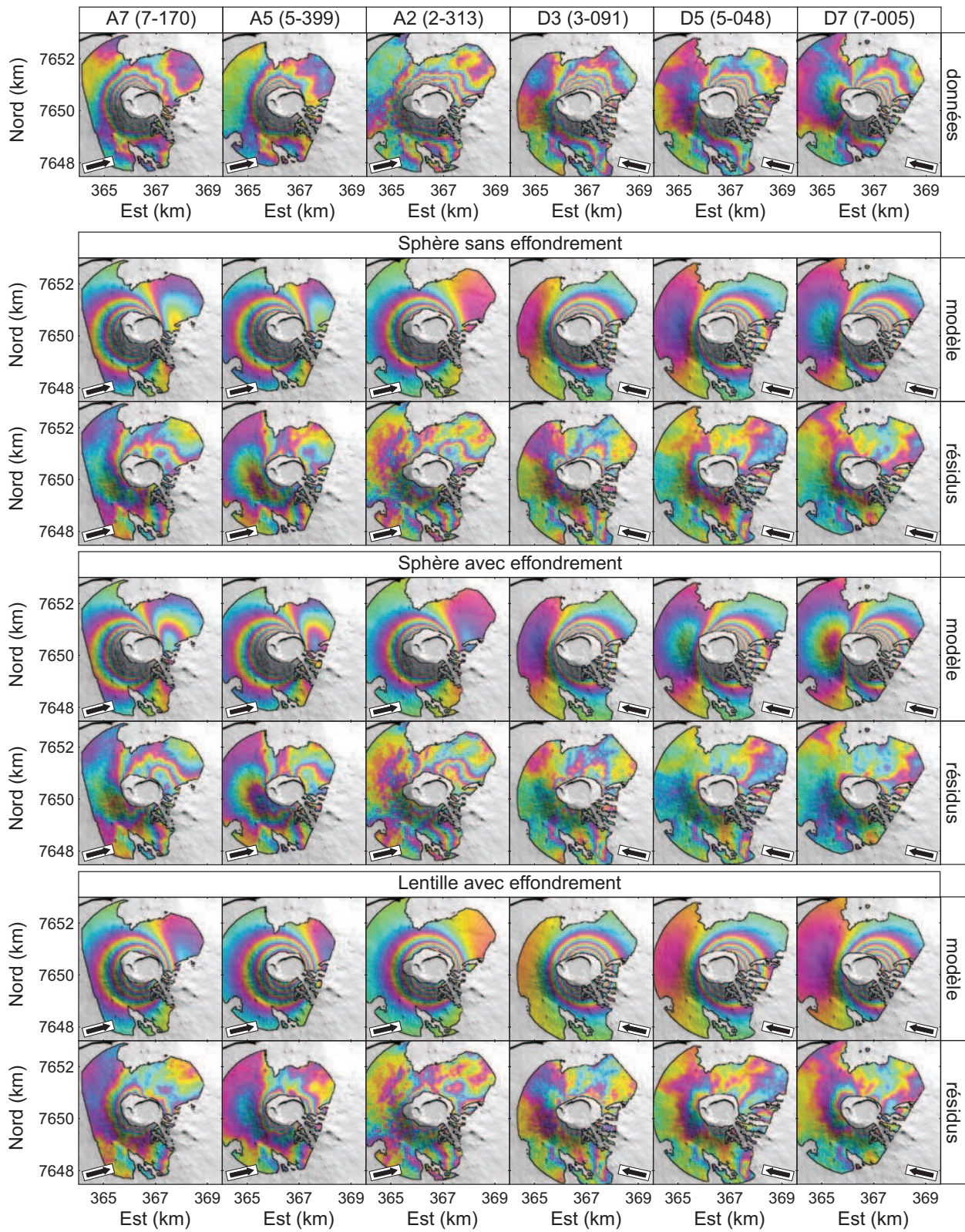
---

1. Équation 5.11 page 90 (source unique et pression identique pour tous les jeux de données)

$$\chi^2 = \sum_{j=1}^M \chi_j^2 = \sum_{j=1}^M \left( \mathbf{d}_j - s_j - \Delta V \mathbf{d}_{\mathbf{m},j} \right)^T \mathbf{C}_{\mathbf{d}_j}^{-1} \left( \mathbf{d}_j - s_j - \Delta V \mathbf{d}_{\mathbf{m},j} \right) \quad (8.4)$$



**Figure 8.3** – Modèles de sphères et modèle lenticulaire. –**a**– Modèle de sphère, topographie sans effondrement. –**b**– Modèle de sphère, topographie avec effondrement. –**c**– Modèle de lentille.



**Figure 8.4** – Déplacements et résidus pour les modèles de sphères et lenticulaire.



Modèle	X centre (m)	Y centre (m)	Z centre (m)	Rayon (m)	$\Delta V$ (m <sup>3</sup> )	Misfit (%)
Sphère sans effondrement	366534 <sup>+76</sup> <sub>-26</sub>	7650180 <sup>+41</sup> <sub>-61</sub>	1893 <sup>+49</sup> <sub>-50</sub>	392 <sup>+78</sup> <sub>-42</sub>	$-1.19 \times 10^6$	12.34
Sphère avec effondrement	366538 <sup>+16</sup> <sub>-14</sub>	7650209 <sup>+17</sup> <sub>-31</sub>	2028 <sup>+17</sup> <sub>-25</sub>	158 <sup>+41</sup> <sub>-63</sub>	$-1.23 \times 10^6$	15.7

**Table 8.3** – Résultat de l'inversion pour une source sphérique.

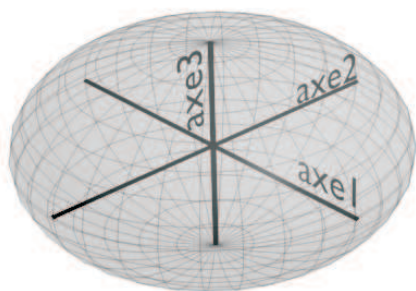
drement. Son rayon est d'environ 400 mètres et concorde avec le rayon de l'effondrement (Fig. 8.3-a). Les déplacements modélisés reproduisent bien les déplacements observés (misfit = 12.34%, Tab. 8.3). Cependant, la source trouvée n'a pas de réalité géologique puisqu'elle correspond en grande partie au cratère provoqué par l'effondrement.

Pour l'inversion avec une topographie tenant compte de l'effondrement, la meilleure sphère trouvée est superficielle, localisée sous le Dolomieu, et a un rayon très faible d'environ 160 mètres (Fig. 8.3-b). Son toit est tangent avec le plancher du cratère. Les déplacements modélisés reproduisent le fort gradient de déplacement visible autour du cratère, mais des déplacements supplémentaires sont générés à l'est du Dolomieu, provoquant les résidus visibles sur les interférogrammes ascendants (Fig. 8.4). Le misfit trouvé est plus important que lorsque la topographie ne prend pas en compte l'effondrement (misfit = 15.7%, Tab. 8.3).

La présence de l'effondrement semble empêcher la recherche de la meilleure sphère de converger vers une source ayant un diamètre de l'ordre de grandeur du diamètre de l'effondrement. Une géométrie sphérique est donc trop simple pour reproduire les déplacements en présence de l'effondrement.

### Inversion d'une source lenticulaire

Afin de permettre à la procédure de recherche du meilleur modèle de converger vers une source superficielle, ayant un diamètre supérieur à la dimension de l'effondrement, on considère maintenant une source lenticulaire. Cette géométrie est basée sur une sphère pour laquelle on ajoute un paramètre d'aplatissement dans la direction de l'axe vertical (Fig. 8.5).



**Figure 8.5** – Paramètres de la lentille. Les axes horizontaux  $\text{axe}_1$  et  $\text{axe}_2$  ont la même longueur. L'axe vertical  $\text{axe}_3$  est défini tel que  $\text{axe}_3 = \text{ratio} \times \text{axe}_1$ . L'ellipsoïde obtenu est oblate si  $\text{ratio} < 1$ , et prolata si  $\text{ratio} > 1$ . Dans cet exemple,  $\text{ratio} = 0.5$

La lentille trouvée est localisée sous le Dolomieu, elle a un rayon plus important que celui de l'effondrement (Fig. 8.3-c). Les déplacements modélisés sont plus proches des déplacements observés que ceux obtenus avec le modèle de sphère prenant en compte l'effondrement (misfit de 11.75% Tab. 8.4, contre 15.7% Tab. 8.3). Les déplacements modélisés reproduisent moins bien le fort gradient de déplacement visible autour du cratère, mais les résidus visibles sur les interférogrammes ascendants à l'est du Dolomieu (Fig. 8.4) sont plus faibles que ceux obtenus avec le modèle de sphère.

Modèle	X centre (m)	Y centre (m)	Z centre (m)	Rayon (m)	Ratio -	$\Delta V$ (m <sup>3</sup> )	Misfit (%)
Lentille seule	366661 <sup>+710</sup> <sub>-737</sub>	7650225 <sup>+520</sup> <sub>-546</sub>	1720 <sup>+532</sup> <sub>-888</sub>	711 <sup>+894</sup> <sub>-584</sub>	0.47 <sup>+0.75</sup> <sub>-0.36</sub>	$-1.25 \times 10^6$	11.75

**Table 8.4** – Résultat de l'inversion pour une source lenticulaire seule. La topographie utilisée prend en compte l'effondrement.

Les résidus sont principalement localisés en bordure du Dolomieu (Fig. 8.4), une géométrie simple de lentille permet de reproduire au premier ordre les déplacements observés, mais ne permet pas de reproduire le fort gradient de déplacement visible en bordure du Dolomieu.

### Inversion d'une colonne de roches

On cherche maintenant l'origine du fort gradient de déplacement visible en bordure du Dolomieu. Comme ces déplacements ne sont reproductibles ni par un modèle simple de sphère, ni par le modèle de lentille, ils pourraient être la conséquence de l'effondrement du Dolomieu.

À partir de données gravimétriques, Gailler et al. (2009) ont montré que la colonne de roche effondrée sous le Dolomieu a une densité plus faible que l'encaissant. Pour modéliser le signal gravimétrique, ils considèrent une colonne de roche dont la base est proche du niveau de la mer, et dont la masse volumique est plus faible que celle de l'encaissant de 200 kg.m<sup>-3</sup>. On cherche à vérifier si la compaction progressive de cette colonne de roche peut être à l'origine des déformations observées après la fin de l'éruption.

On considère que la pression lithostatique de l'encaissant sur la colonne de roche augmente de manière linéaire avec la profondeur et qu'elle est nulle au niveau du toit de la colonne de roches :

$$P(h) = -(\rho_e - \rho_c)g(h_{\max} - h) \quad (8.5)$$

où  $\rho_e$  et  $\rho_c$  sont respectivement les masses volumiques de l'encaissant et de la colonne de roche,  $h_{\max}$  est l'altitude du toit de la colonne, et  $P(h)$  est la pression lithostatique exercée par l'encaissant sur la colonne à une hauteur  $h$  donnée.

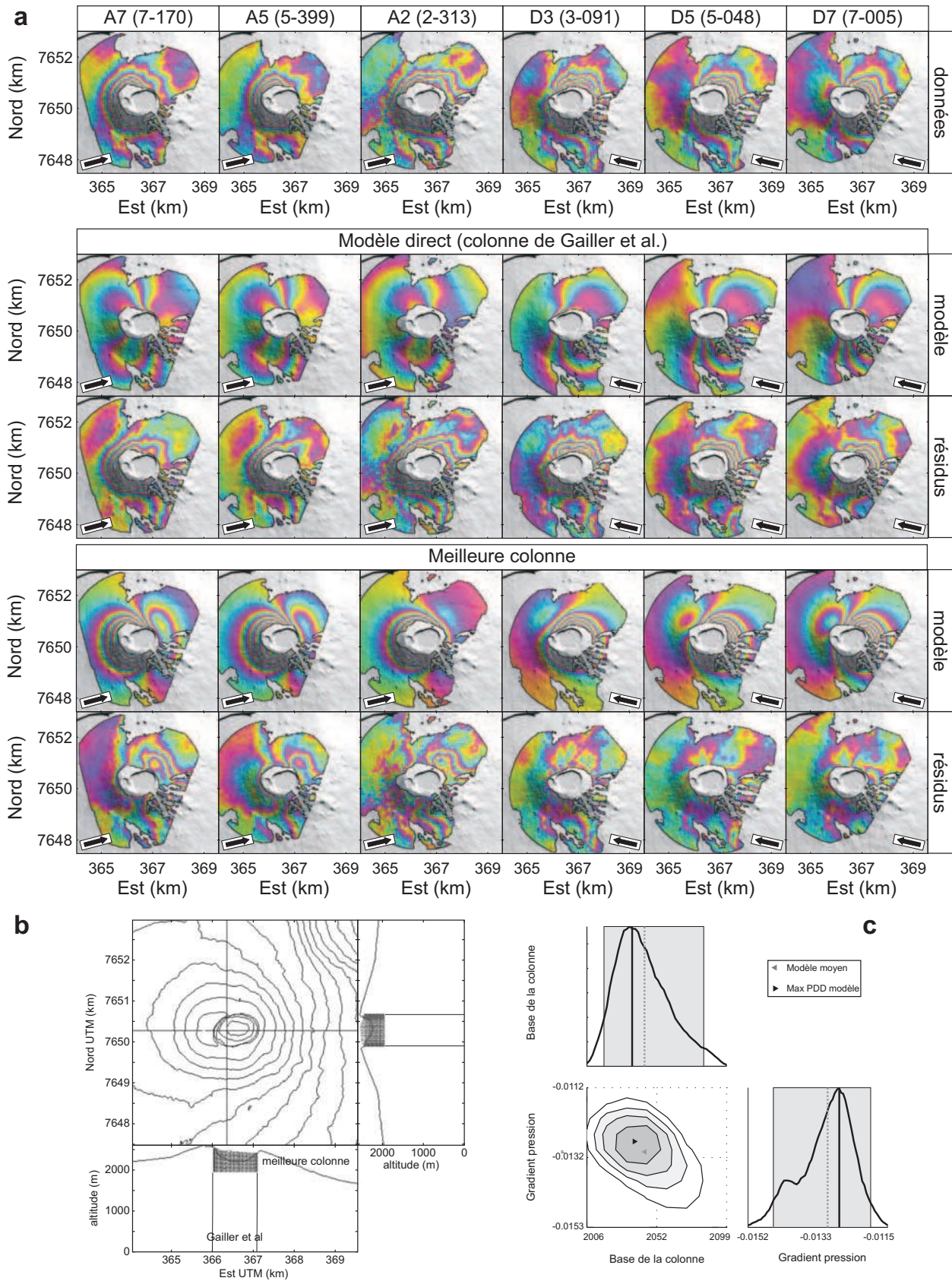
La figure 8.6-a montre les déplacements provoqués par la compaction d'une colonne de roche ayant les mêmes caractéristiques que celle proposée par Gailler et al. (2009). Les déplacements modélisés affectent l'ensemble de l'Enclos, et l'amplitude des déplacements au niveau du cône central est beaucoup plus faible que l'amplitude des déplacements observés. Le misfit entre les données modélisées et observées dépasse les 40% (Tab. 8.5). Un tel modèle ne permet donc pas de reproduire les déplacements post-effondrement. En revanche, les déplacements obtenus ont quelques caractéristiques similaires aux déplacements syn-éruptifs : en passe ascendante, les déplacements affectent toute la partie ouest de l'Enclos, alors que zone ne subit presque pas de déformation en passe descendante. Un phénomène similaire à cette compaction pourrait expliquer les déplacements de grande longueur d'onde visible dans la partie ouest de l'Enclos durant la période post-éruptive (Les interférogrammes syn-éruptifs sont présentés à la figure 7.7).

Gailler et al. (2009) précisent que l'altitude de la base de la colonne n'est pas connue avec précision, et le contraste de masse volumique entre l'encaissant et la colonne n'a pas été inversé. On se propose donc de chercher les caractéristiques d'une colonne permettant de reproduire au mieux les déplacements. Deux paramètres sont donc inversés : l'altitude de la base de la colonne ainsi que le gradient de la pression lithostatique le long de l'interface entre la colonne et l'encaissant. Le contraste de densité entre l'encaissant est calculé *a posteriori* à partir des résultats de l'inversion et de l'équation 8.5. Le tableau 8.5 montre les paramètres de la meilleure colonne trouvée et la figure 8.6 la géométrie de la meilleure colonne, les déplacements modélisés ainsi que les résidus entre les données et les modèles.

Modèle	Base de la colonne (m)	Gradient de pression MPa.m <sup>-1</sup>	Contraste masse volumique kg.m <sup>-3</sup>	Misfit (%)
Gailler et al.	0	-0.002	200	40.5
inversion	2038 <sup>+40</sup> <sub>-16</sub>	-0.01275 <sup>+0.00083</sup> <sub>-0.0017</sub>	1275 <sup>+248</sup> <sub>-160</sub>	18.2

**Table 8.5** – Résultat du calcul direct en prenant en compte les caractéristiques de la colonne proposée par Gailler et al. (2009) et caractéristiques de la meilleure colonne trouvée par inversion.

La figure 8.6 montre que les déplacements modélisés reproduisent convenablement les observations au niveau du cône central : les forts gradients de déplacement présents en bordure du cratère sur tous les interférogrammes sont bien reproduits. En revanche, les interférogrammes modélisés en passe ascendante présentent un signal à l'est du Dolomieu qui n'est pas visible sur les interférogrammes réels. La base de la meilleure colonne trouvée est située à plus de 2000 mètres d'altitude, c'est-à-dire à proximité du plancher du cratère Dolomieu. Le contraste de masse volumique trouvé est environ 6 fois plus important que celui proposé par Gailler et al. (2009) (Tab. 8.5). Les caractéristiques de cette meilleure colonne ne sont pas cohérentes avec l'hypothèse d'une compaction de la colonne de roche sur toute sa hauteur.



**Figure 8.6** – Modèles de colonne. –**a**– Déplacements, déplacements modélisés et résidus pour les modèles de Gailler et al. (2009), et pour l'inversion d'une colonne de roche. Les résidus correspondent à  $d_{obs} - d_{mod}$ . –**b**– Géométrie de la meilleure colonne. –**c**– Intervalles de confiance des paramètres de la colonne.



Si ce phénomène de compaction est à l'origine de déplacements, seule la partie supérieure de la colonne subit cette compaction.

### Inversion d'une lentille avec prise en compte de la fracturation liée à l'effondrement du Dolomieu

Nous avons vu qu'une source massive de géométrie simple ne permet pas de reproduire le fort gradient de déplacement visible en périphérie du Dolomieu, alors que les déplacements de plus grande longueur d'onde sont bien reproduits. D'autre part, nous avons vu que la présence d'une colonne de roche se compactant sous la pression de l'édifice, permet de reproduire les forts gradients périphériques, alors que les déplacements de plus grande longueur d'onde sont moins bien reproduits. Par ailleurs la géométrie de la meilleure colonne trouvée n'est pas en accord avec l'hypothèse de la compaction : cette géométrie pourrait correspondre à l'effet de la présence de la faille circulaire bordant l'effondrement en réponse à la déformation d'une autre source.

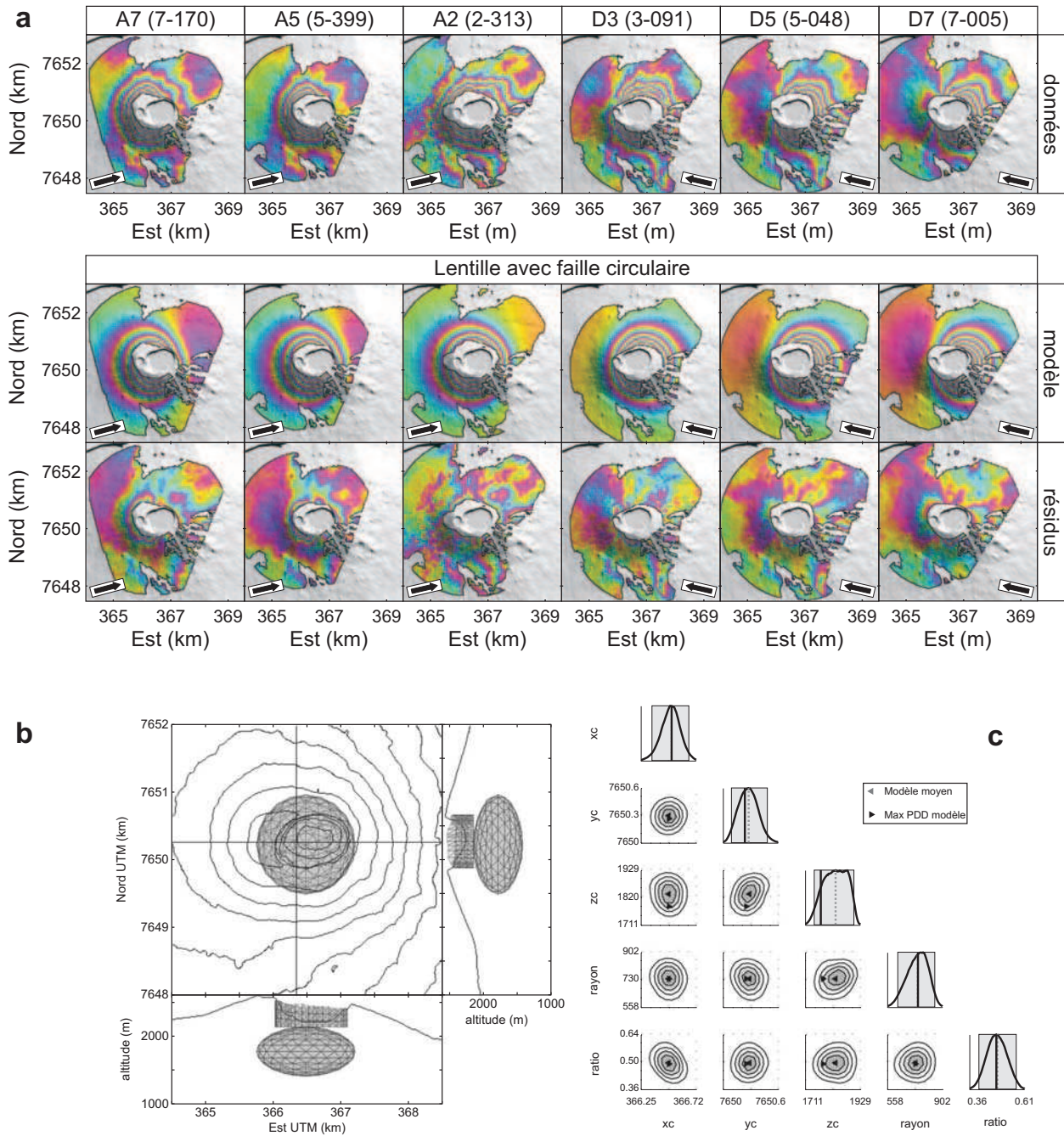
Nous allons maintenant essayer de reproduire en une seule inversion, les forts gradients de déplacement en bordure du Dolomieu ainsi que les déplacements de plus grande longueur d'onde.

Cette recherche est réalisée en inversant simultanément les paramètres d'une lentille et d'une faille circulaire entre la colonne de roche et l'encaissant. Cette faille permet de prendre en compte les effets de la fracturation liée à l'effondrement. Aucune contrainte cisailante n'est imposée sur cette faille, qui peut donc jouer librement en fonction de la variation de volume imposée à la lentille. La faille est jointive avec la topographie au niveau de la périphérie de l'effondrement. MBEM peut générer des erreurs s'il existe des intersections entre les différentes sources prises en compte lors du calcul. Pour permettre au calcul de se dérouler, nous éviterons les intersections entre les sources en fixant l'altitude de la base de la colonne au même niveau que l'altitude du toit de la lentille.

Modèle	X centre (m)	Y centre (m)	Z centre (m)	Rayon (m)	Ratio -	$\Delta V$ (m <sup>3</sup> )	Misfit (%)
Lentille et faille	366488 <sup>+121</sup> <sub>-139</sub>	7650230 <sup>+224</sup> <sub>-135</sub>	1780 <sup>+110</sup> <sub>-22</sub>	732 <sup>+93</sup> <sub>-111</sub>	0.49 <sup>+0.09</sup> <sub>-0.08</sub>	$-0.53 \times 10^6$	9.7
Lentille seule	366661 <sup>+710</sup> <sub>-737</sub>	7650225 <sup>+520</sup> <sub>-546</sub>	1720 <sup>+532</sup> <sub>-888</sub>	711 <sup>+894</sup> <sub>-584</sub>	0.47 <sup>+0.75</sup> <sub>-0.36</sub>	$-1.25 \times 10^6$	11.75

**Table 8.6** – Résultat de l'inversion pour une source lenticulaire avec prise en compte de la fracturation liée à l'effondrement. Les paramètres trouvés pour la lentille seule sont rappelés à titre de comparaison.

La figure 8.7 montre les déplacements provoqués par le meilleur modèle et la géométrie du meilleur modèle. La lentille trouvée a des caractéristiques géométriques similaires à la



**Figure 8.7** – Modèle de lentille et de faille. –**a**– Déplacements, déplacements modélisés et résidus pour le modèle de lentille avec prise en compte de la fracturation liée à l’effondrement. Les résidus correspondent à  $\mathbf{d}_{obs} - \mathbf{d}_{mod}$ . –**b**– Géométrie de la meilleure lentille. –**c**– Intervalles de confiance et PPD2D des paramètres de la lentille.

lentille inversée sans prise en compte de la fracturation (Tab. 8.6). Dans les deux cas, la source trouvée est localisée sous le Dolomieu, et l'axe vertical de la source est environ deux fois plus court que les axes horizontaux (Ratio proche de 0.5). Avec la prise en compte de la fracturation liée à l'effondrement, le misfit est inférieur à 10% et les résidus en bordure du Dolomieu sont plus faibles que sans la prise en compte de la fracturation. Les résidus restent cependant principalement localisés en bordure du Dolomieu (Fig. 8.4).

La variation de volume de la lentille atteint  $-520\,000\text{ m}^3$  et est du même ordre de grandeur que celle calculée à l'aide de la tomographie ( $-430\,000\text{ m}^3$ ). D'autre part, la position et la forme de la lentille sont tout à fait cohérentes avec la répartition des variations de volume des sources unitaires trouvée par tomographie (Fig. 8.2).

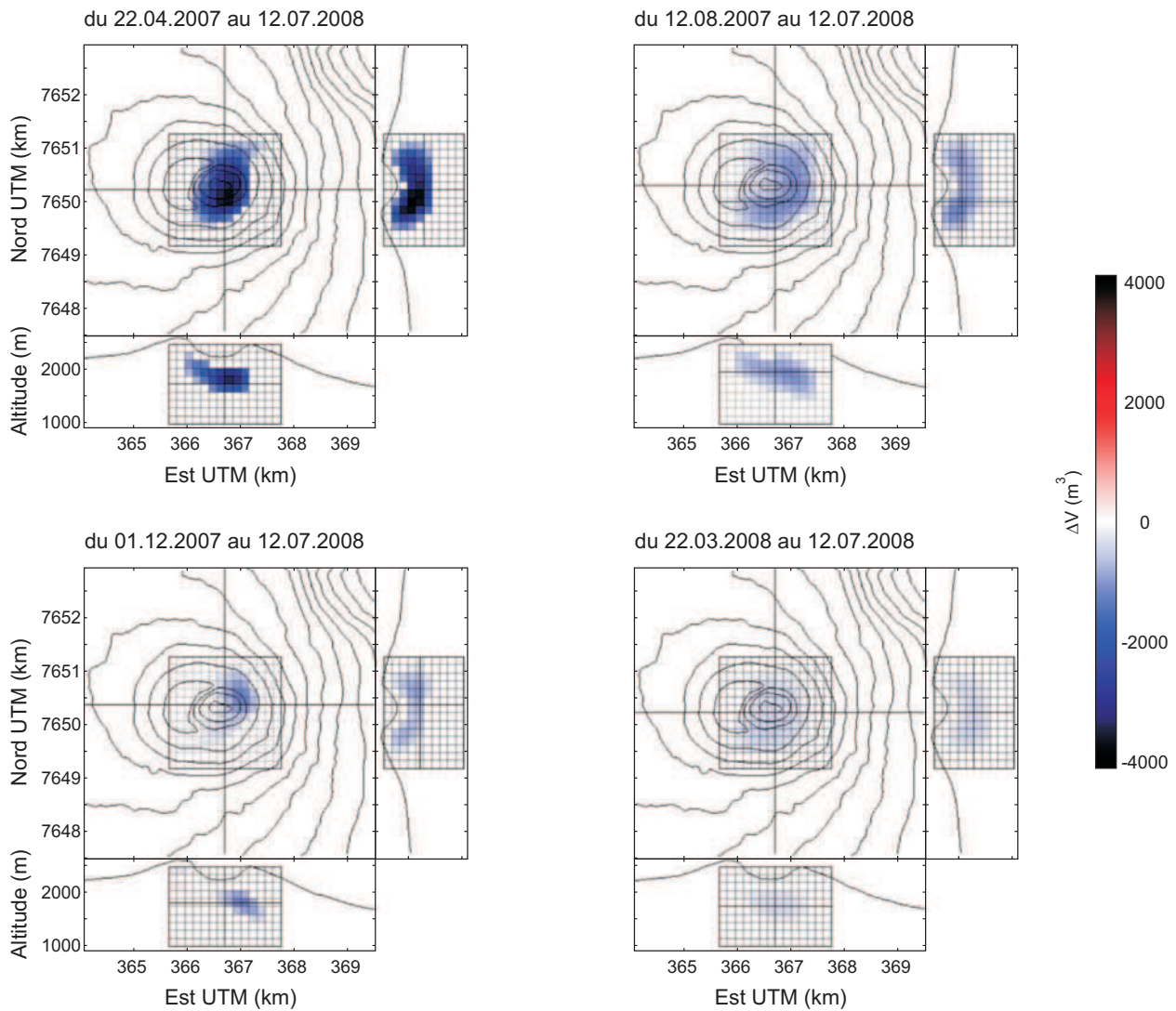
## 8.3 Étude de la dynamique de la source

### 8.3.1 Position de la source en fonction du temps

Afin de connaître la position de la source à l'origine de la subsidence dans le temps, plusieurs tomographies ont été calculées pour différentes périodes. Ces tomographies ont été calculées à partir d'interférogrammes dans deux lignes de visée (passe ascendante swath 7, passe descendante swath 6), interpolés de telle sorte qu'ils couvrent la même période. La grille de sous-échantillonnage du sous-sol contient 1664 sources unitaires cubiques de 150 mètres de côté. De même que précédemment, la fonction de *Non-Prédictibilité* utilisée est de type CVSS, les meilleurs modèles obtenus ont été simplifiés afin de ne sélectionner que les principales sources, puis ces modèles simplifiés ont été utilisés pour résoudre la variation de volume des sources unitaires, de sorte qu'elles aient toutes le même signe. La figure 8.8 montre les répartitions des variations de volume pour les différentes périodes et le tableau 8.7 montre leurs caractéristiques.

Modèle	du 22.04.2007 au 12.07.2008	du 12.08.2007 au 12.07.2008	du 01.12.2007 au 12.07.2008	du 22.03.2008 au 12.07.2008
Misfit (%)	9.6	11.5	16	21.3
$\Delta V$ (m <sup>3</sup> )	$-465716 \pm 8549$	$-201597 \pm 3502$	$-107417 \pm 3015$	$-75104 \pm 752$
NB sources	339	444	515	408

**Table 8.7** – Caractéristiques des tomographies calculées pour 4 périodes. La grille de sous-échantillonnage du sous-sol contient 1664 sources unitaires cubiques de 150 mètres de côté.  $\Delta V$  correspond à la variation de volume totale du sous-sol. NB sources correspond au nombre de sources ayant une variation de volume inférieure à 0.



**Figure 8.8** – Résultats de tomographie en fonction du temps pour 4 périodes différentes. Les tomographies sont présentées après simplification et résolues de sorte que toutes les sources unitaires aient le même signe.

La figure 8.8 montre que pour les 4 périodes, les sources à l'origine de la déformation sont regroupées de manière compacte sous l'effondrement. La position de ces sources pour les 4 périodes est cohérente avec le meilleur ellipsoïde trouvé par inversion numérique. Le tableau 8.7 montre que la variation de volume totale diminue avec le temps, mais que le nombre de sources unitaires varie peu. La position et la forme de la source à l'origine de la déformation sont donc stables dans le temps, seule sa variation de volume évolue dans le temps.

### 8.3.2 Évolution de la variation de volume

Les tomographies ont mis en évidence que la position de la source et sa forme ne varient pas dans le temps (Fig. 8.8). La position de la source à l'origine de la déformation étant cohérente avec la position de la meilleure lentille trouvée (Fig. 8.4), nous considérerons que cette lentille est à l'origine de la déformation du cône durant l'intégralité de la période post-éruptive. Sa position et sa forme restant constantes, seule sa variation de volume est à l'origine de la déformation.

À partir de la géométrie de la meilleure lentille trouvée, le modèle numérique de Cayol et Cornet (1997) nous permet de calculer les composantes est-ouest, nord-sud et verticales des déplacements provoqués par cette lentille pour une variation de volume de  $1 \text{ m}^3$  ( $\mathbf{d}_{EO}^{\Delta V=1}$ ,  $\mathbf{d}_{NS}^{\Delta V=1}$  et  $\mathbf{d}_{HB}^{\Delta V=1}$ ). Pour les 204 interférogrammes de la base de données couvrant la période après l'effondrement (10 lignes de visée différentes), on cherche la variation de volume de la lentille permettant d'ajuster au mieux les déplacements enregistrés au niveau du cône. La variation de volume pour chaque interférogramme est résolue selon :

$$\begin{aligned} \Delta V &= \left( \mathbf{d}_{mod}^T \mathbf{d}_{mod} \right)^{-1} \mathbf{d}_{mod}^T \mathbf{d}_{obs} \\ \sigma_{\Delta V}^2 &= \left( \mathbf{d}_{mod}^T \mathbf{d}_{mod} \right)^{-1} \\ \text{avec } d_{mod} &= \left[ \mathbf{d}_{EO}^{\Delta V=1} \mathbf{d}_{NS}^{\Delta V=1} \mathbf{d}_{HB}^{\Delta V=1} \right] A \end{aligned} \quad (8.6)$$

où  $A$  est un vecteur  $3 \times 1$  contenant les caractéristiques de la ligne de visée (radarlook),  $\mathbf{d}_{mod}$  représente les déplacements provoqués par la lentille pour une variation de volume de  $1 \text{ m}^3$  projetés dans la ligne de visée de l'interférogramme,  $\mathbf{d}_{obs}$  sont les données observées,  $\Delta V$  et  $\sigma_{\Delta V}^2$  sont la variation de volume et sa variance permettant d'ajuster au mieux les déplacements.

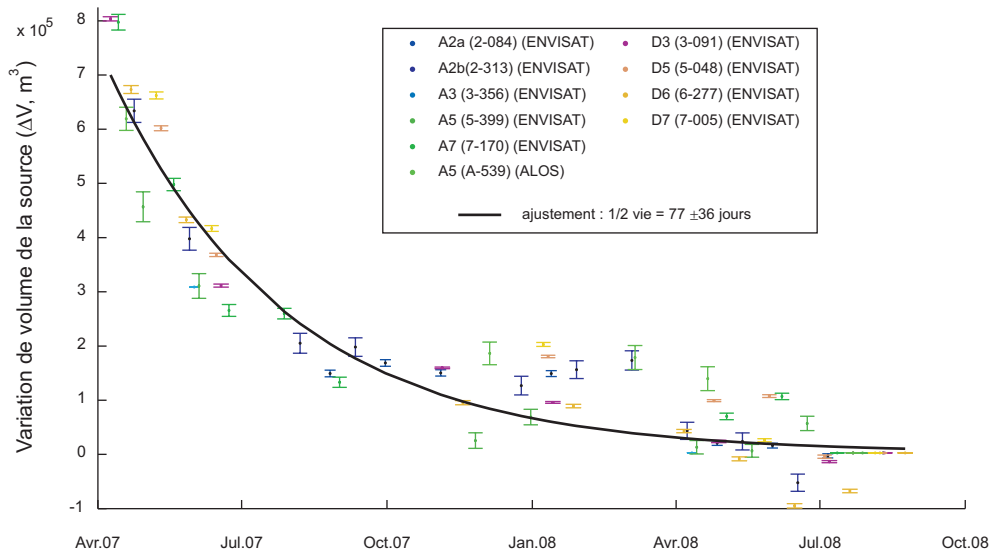
Soit  $\Delta \mathbf{V}_k$  et  $\Sigma_{\Delta \mathbf{V}_k}^2$ , deux vecteurs regroupant les variations de volume et leur variance calculées pour tous les interférogrammes d'une ligne de visée  $k$  donnée. À l'aide d'un calcul de série temporelle (Partie 2.3 page 33), la variation de volume de la source lenticulaire est recalculée en fonction du temps par rapport à une date de référence. Soit  $f$  l'application permettant le calcul de série temporelle; la variation de volume de la source  $\Delta \mathbf{V}_k(t)$  en fonction du temps et sa variance  $\Sigma_{\Delta \mathbf{V}_k}^2(t)$  sont données pour la ligne de visée  $k$  par :

$$\left[ \Delta \mathbf{V}_k(t), \Sigma_{\Delta \mathbf{V}_k}^2(t) \right] = f(\Delta \mathbf{V}_k, \Sigma_{\Delta \mathbf{V}_k}^2, t) \quad (8.7)$$

On considère maintenant que le sol ne se déforme plus à partir du 1er juillet 2008, la variation de volume de la source est donc nulle après cette date. Cette hypothèse nous permet de connaître pour chaque ligne de visée la variation de volume absolue de la source et non plus par rapport à une date de référence. Les variations de volume  $\Delta V_k(t)$  calculées pour chaque ligne de visée sont alors combinables, et nous permettent d'avoir accès à un échantillonnage relativement fin de la variation de volume de la source  $\Delta V(t)$  en fonction du temps (Fig. 8.9). Cette dernière suit une loi de décroissance exponentielle du type :

$$\Delta V(t) = \Delta V_0 e^{\frac{-\ln 2}{\tau} t} \quad (8.8)$$

La constante de temps  $\tau$  est équivalente à la demi-vie du système, c'est-à-dire le temps nécessaire pour que  $\Delta V$  ait été divisée par 2.



**Figure 8.9** – Évolution de la variation de volume en fonction du temps. Les séries temporelles calculées sur la variation de la source sont indiquées pour chaque ligne de visée. La variation de volume a été ajustée à l'aide d'une exponentielle.

La demi-vie trouvée ( $77 \pm 36$  jours) est similaire à celle calculée pour caractériser la dynamique des déplacements (61 jours, Fig. 7.16), l'évolution de la variation de volume calculée est donc cohérente avec la dynamique des déplacements observés. L'évolution de la variation de volume selon une exponentielle décroissante suggère un tassement de la source, c'est à dire une migration des défauts.

## 8.4 Discussion

### 8.4.1 Origine de la subsidence post-éruptive

Nous avons vu que la compaction de la colonne de roche sur l'intégralité de sa hauteur ne peut pas expliquer les déplacements post-éruptifs. D'autre part, la compaction de la partie superficielle de la colonne permet de reproduire les forts gradients de déplacements en périphérie du cratère, mais génère des motifs de déformation non présents sur les interférogrammes dans la partie est du cône central (Fig. 8.6). La compaction de la colonne de roche ne peut donc pas expliquer à elle seule la subsidence du cône.

Les résultats obtenus par inversion numérique et par tomographie de déplacements mettent en évidence la présence d'une source en déflation très superficielle localisée sous le Dolomieu. Cette source est trop superficielle pour correspondre à la chambre magmatique, dont la position est généralement estimée au niveau de la mer sous le Dolomieu (Peltier et al., 2009b).

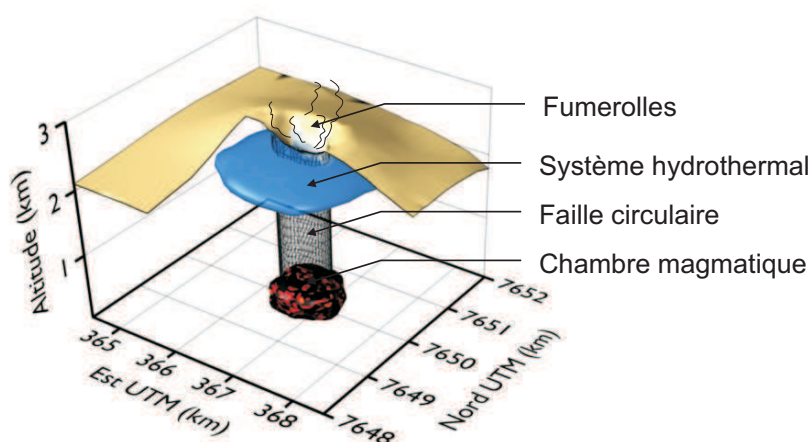
À partir de données géoélectriques, Lénat et al. (1999) ont montré que le système hydrothermal du Piton de la Fournaise est très superficiel sous le Dolomieu. D'autre part, Urai et al. (2007) ont montré à partir de données ASTER la présence d'une anomalie de température dans le Dolomieu après l'effondrement, et Staudacher (2010) a noté la présence de nombreuses fumerolles dans le cratère après l'effondrement. Ces fumerolles étaient toujours visibles par imagerie thermique le 5 mai 2008 indiquant que le système hydrothermal était toujours actif. Enfin, Gouhier et Coppola (2011) ont montré qu'avant l'effondrement, les principales émissions de  $\text{SO}_2$  se sont faites au niveau de la fissure éruptive d'avril, alors qu'après l'effondrement, les plus grosses quantités ont été émises au niveau du cratère. Ils supposent que le réservoir de  $\text{SO}_2$  correspond au système hydrothermal. La source superficielle à l'origine de la déformation pourrait donc être la conséquence du drainage du système hydrothermal suite à l'effondrement. La perte de pression du système hydrothermal étant associée à une perte de volume, elle aurait alors provoqué la déformation du cône.

Les résultats de modélisation par méthode numérique et par tomographie permettent de retrouver convenablement la forme générale des déplacements. Cependant, des résidus de déformation sont toujours présents en périphérie du cratère (Fig. 8.4 et 8.2), résidus que l'hypothèse du drainage du système hydrothermal seule ne permet pas d'expliquer. Les effets d'une faille circulaire permettent de réduire partiellement ces résidus périphériques,



qui restent cependant plus importants que ceux obtenus avec le modèle de la compaction de la colonne de roche.

Afin d'expliquer l'intégralité des signaux, il est nécessaire de considérer deux processus (Fig. 8.10) : les déplacements de l'ensemble du cône seraient principalement dus à la perte de volume du système hydrothermal, alors que les forts gradients de déplacements de la périphérie du cône seraient la conséquence de la présence de la fracturation autour de la colonne de roche effondrée, ou bien de la compaction de la partie la plus superficielle de la colonne de roche.



**Figure 8.10** – Sources à l'origine de la subsidence post-éruptive : l'effondrement du 5 avril a permis d'initier le drainage du système hydrothermal. Ce drainage se manifeste par de fortes émissions de  $\text{SO}_2$  et l'apparition de fumerolles. Il a pour conséquence une perte de volume du système hydrothermal. La subsidence du cône est la conséquence de cette perte de volume et la faille circulaire due à l'effondrement contrôle la déformation de la périphérie du cratère.

Par ailleurs, la tomographie montre une légère orientation dans l'axe nord-sud de la répartition des variations de volume des sources unitaires. Cette orientation peut être due au fait que les données à partir desquelles la tomographie a été calculée contiennent peu d'information sur les déplacements nord-sud. Cependant, cette orientation correspond à l'orientation des rift-zones au niveau du cône central. Les mesures de polarisation spontanée (PS), montrent la présence d'un système hydrothermal actif, orienté dans la même direction que les rift-zones (Taquet, 2008). L'orientation que nous trouvons est donc cohérente avec les données PS et avec l'hypothèse d'un système hydrothermal actif principalement au niveau des rift-zones.

L'hypothèse de drainage d'un système hydrothermal suite à l'effondrement nécessite que le système hydrothermal soit sous pression avant que n'ait eu lieu l'effondrement. Le rem-



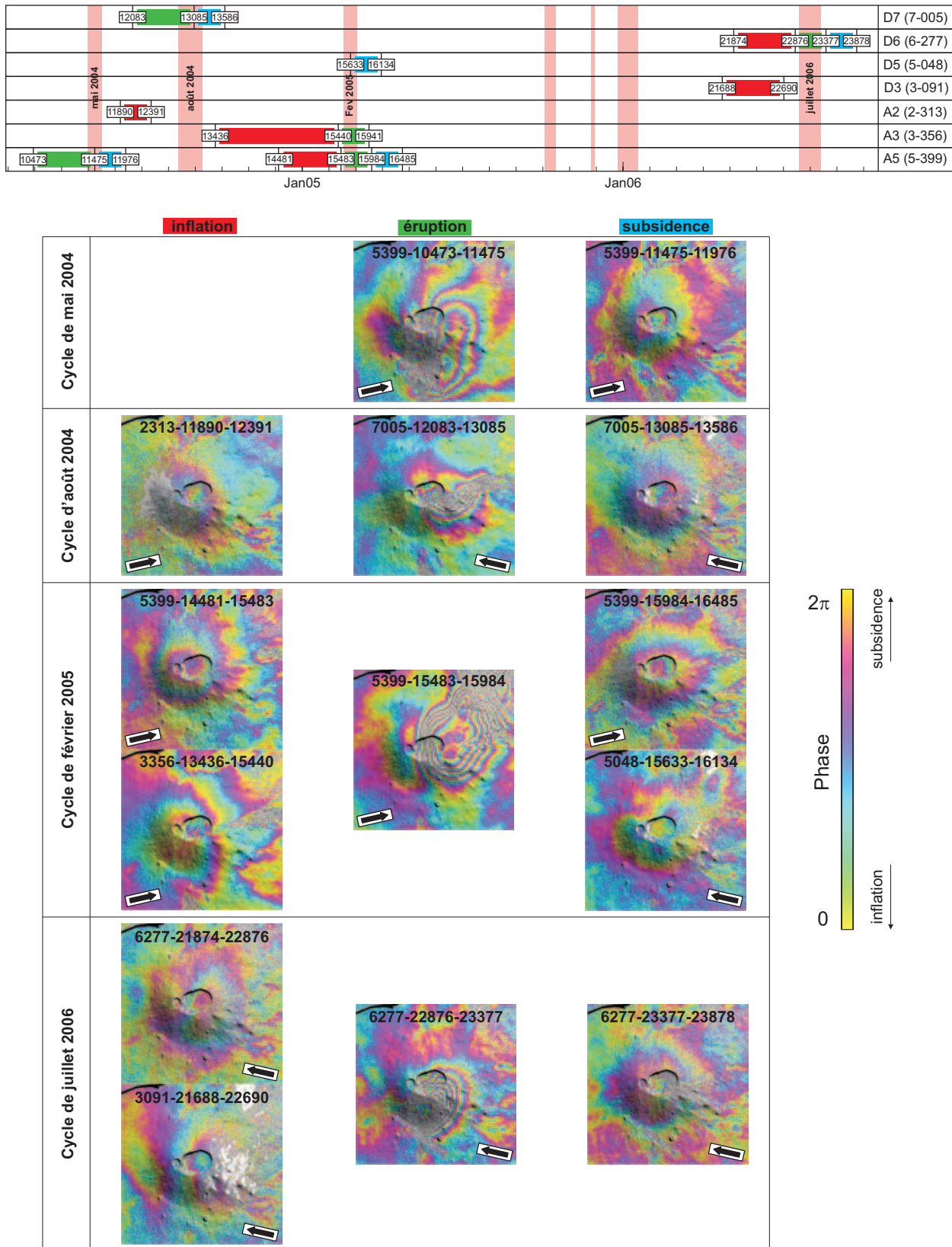
plissage de la chambre magmatique avant l'éruption par du magma chaud aurait permis de réchauffer l'eau présente dans l'édifice. Cette eau réchauffée aurait alors provoqué la mise sous pression progressive du système hydrothermal (Fig. 8.10). Lors de l'effondrement, seules quelques faibles explosions phréatiques ont eu lieu dans le cratère. Aucune venue magmatique n'est entrée en contact avec le système hydrothermal à proximité de l'effondrement, ce qui expliquerait la faible amplitude de ces explosions phréatiques.

### 8.4.2 Dynamique inter-éruptive du système hydrothermal

La figure 8.11 montre une série d'interférogrammes couvrant les périodes pré-éruptive, syn-éruptive et post-éruptive pour 4 éruptions postérieures ou antérieures à celle d'avril 2007. Durant les périodes pré-éruptives, on distingue des franges localisées au niveau du cône central témoignant d'une inflation (de la périphérie vers le centre du signal, les franges passent du jaune au rouge puis au bleu, ce qui correspond à une diminution de la distance Terre-satellite). Ce signal est toujours visible après les éruptions, mais les franges mettent en évidence une subsidence.

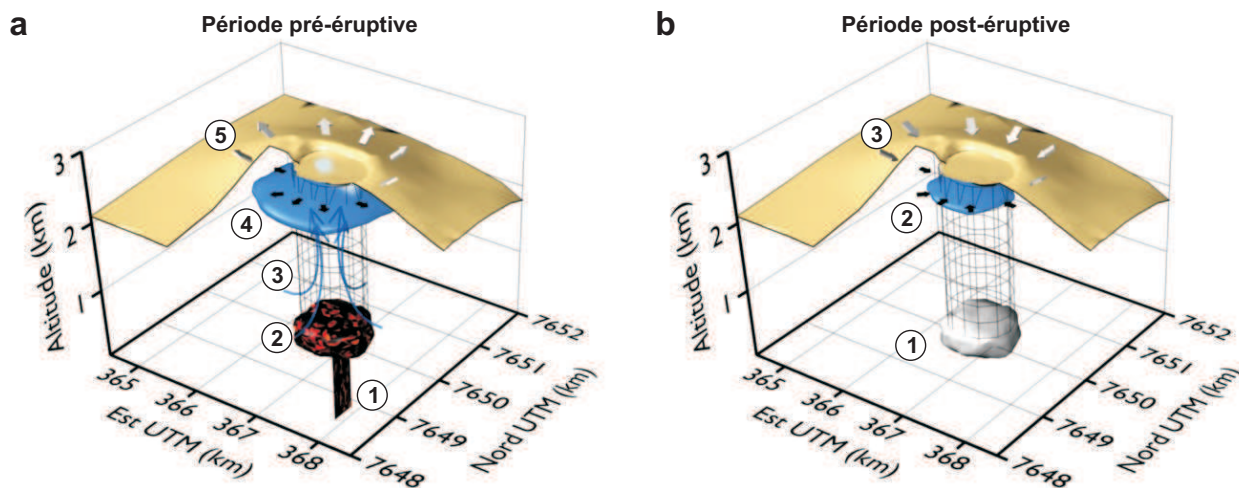
Ces signaux peuvent être expliqués par des effets atmosphériques (atmosphère corrélée avec la topographie, Partie 2.2 page 30 et Beauducel et al. (2000a)). Cependant, la localisation des signaux semble contrôlée par la ligne de visée : en passe ascendante, la déformation est décalée vers l'ouest par rapport au cratère, et vers l'est en passe descendante. Ces décalages ne peuvent pas être expliqués par les effets atmosphériques. D'autre part, la répétition systématique du sens des déplacements (inflations pré-éruptives et subsidences post-éruptives) permet de penser qu'ils sont la conséquence d'un phénomène géologique.

Le signal de déformation est localisé principalement autour du cône central, la source à l'origine de la déformation ne peut donc pas être très profonde, et ne peut pas correspondre à une chambre magmatique. En revanche, la venue de matériel chaud avant une éruption pourrait permettre une augmentation de température des fluides hydrothermaux. Lénat et al. (2011) proposent que la mise en pression du système hydrothermal durant la période pré-éruptive soit à l'origine de fracturations dans la colonne de roche sous le Dolomieu. Cette fracturation faciliterait alors la propagation des injections magmatiques vers la surface, au niveau du cône central. Elle progresserait du niveau de la chambre magmatique vers la surface provoquant la migration d'essaims de microséismes vers la surface. En remontant vers la surface, ces fluides provoqueraient la mise sous pression du système hydrothermal superficiel, et par conséquent l'inflation sommitale (Fig. 8.12).



**Figure 8.11** – Cycles inflation-éruption-subsidence. Avant une éruption, les déplacements du cône sont cohérents avec une inflation ; après l'éruption, les déplacements correspondent à une subsidence.

Après l'éruption, la quantité de matériel chaud n'est pas suffisante pour entretenir la circulation de ces fluides. La température du système hydrothermal ainsi que sa pression diminueraient donc, provoquant la subsidence post-éruptive.



**Figure 8.12** – Cycle du système hydrothermal. –a– Avant une éruption : du matériel chaud ① remplit la chambre magmatique ②. La chaleur provoque l'augmentation de température et la remontée de fluides hydrothermaux le long de la colonne de roche ③. Le système hydrothermal superficiel ④ entre en surpression et provoque l'inflation sommitale pré-éruptive ⑤. –b– Après une éruption : la chambre magmatique ① n'est plus assez chaude pour entretenir la convection des fluides hydrothermaux. Le système hydrothermal ② refroidit et sa diminution de volume provoque la subsidence post-éruptive ③.

Lors des éruptions présentées à la figure 8.11, les déplacements pour un demi-cycle (inflation ou subsidence) sont inférieurs à 5 cm et sont donc trop faibles pour être discriminés convenablement à partir de données GPS. Lors de l'éruption d'avril 2007, suite à l'effondrement, le drainage du système hydrothermal a été très important et s'est poursuivi durant la période post-éruptive. Ainsi, la subsidence a pu être plus facilement détectée et caractérisée par GPS. Les données InSAR montrent quant à elles que les subsidences post-éruptives sont des phénomènes récurrents. En revanche, l'origine et surtout l'amplitude de celle observée en avril 2007 sont remarquables.

# Chapitre 9

## Modélisation des déplacements des Grandes Pentes durant les phases post-effondrement et post-éruptive

### Résumé

Durant les périodes post-effondrement et post-éruptive, le flanc s'est déplacé en suivant deux dynamiques différentes. Pour chacune de ces périodes, les déplacements ont été modélisés afin de retrouver la géométrie des sources à l'origine des déplacements. Durant la période post-effondrement, les modèles de tomographie de déplacements et la modélisation par procédure NAMBEM mettent en évidence une source superficielle, aplatie et localisée sous les Grandes Pentes. Cette source est en déflation et pourrait correspondre à la vidange d'un réservoir superficiel localisé sous les Grandes Pentes. Durant la période post-éruptive, les résultats de modélisation mettent en évidence une source de nouveau superficielle et plane mais le vecteur contraintes permettant de reproduire le mieux les déplacements correspond à un cisaillement couplé à une fermeture. Des modèles complémentaires mettent en évidence la présence d'un contrôle structural de la déformation par deux failles. La source inversée est interprétée comme un niveau altéré se compactant tout en subissant un cisaillement. Cette couche d'argiles aurait pu servir de niveau de décollement permettant au flanc est de glisser vers l'océan.

### 9.1 Introduction

Nous avons vu que durant l'éruption d'avril, les déplacements les plus importants ont affecté les Grandes Pentes (Fig. 7.8 page 167). La déformation des Grandes Pentes a été

polyphasée et trois périodes différentes de déformation ont été identifiées : la période syn-effondrement, durant laquelle les déplacements ont atteint près d'un mètre, la période suivant l'effondrement, caractérisée par des déplacements cohérents avec une subsidence (Fig. 7.12 page 173), et enfin la période post-éruptive, durant laquelle le flanc dans son ensemble glisse vers l'est et vers le bas (Fig. 7.14 page 176).

Durant la période syn-effondrement, plusieurs motifs de déformation se superposent, conséquences de la présence de différentes sources jouant simultanément. Ces déplacements seront donc difficilement modélisables. Afin de faciliter les procédures de modélisation des déplacements durant la période syn-effondrement, il est donc nécessaire d'avoir un *a priori* sur le nombre de sources, leur mode de fonctionnement et leur géométrie.

Cette partie sera consacrée à la détermination de ces sources potentielles à partir des données des périodes post-éruptive et post-effondrement. La figure 7.18 page 185 montre que les déplacements des Grandes Pentes ont deux dynamiques très différentes, témoignant de la présence de deux sources, l'une provoquant des déplacements rapides de grande amplitude jusqu'à la fin de l'éruption, et l'autre étant à l'origine de déplacements plus faibles et plus lents. Dans un premier temps, nous essaierons de caractériser la source à l'origine de la déformation visible sur les interférogrammes couvrant la fin de l'éruption, puis nous caractériserons la géométrie et le mode de fonctionnement du plan de glissement à l'origine des déplacements du flanc est après la fin de l'éruption.

## 9.2 Modélisation des déplacements post-effondrement

Quatre interférogrammes couvrent en partie la fin de l'éruption (Partie 7.4 page 172). Cependant, seul l'interférogramme 5048-26884-27385 (du 06 avril au 11 mai 2007) couvre l'intégralité de la période post-effondrement. Lui seul permettra de caractériser convenablement la géométrie de la source provoquant les déplacements rapides (Fig. 7.18 page 185 et figure 9.1).

### 9.2.1 Tomographie de déplacements

Afin de s'affranchir des *a priori* inhérents à la procédure d'inversion numérique sur la géométrie de la source, une modélisation par tomographie de déplacements a été calculée à partir des données de déplacements de l'interférogramme 5048-26884-27385. La tomographie

a été réalisée à partir d'une grille de sous-échantillonnage du sous-sol, cubique de 3000 mètres de côté, et centrée au niveau du maximum des déplacements. La fonction de Green utilisée est un modèle de cube d'Okada (Okada, 1992). Les cubes sont jointifs et font 200 mètres de côtés. Le sous-sol contient 2068 sources unitaires.

Le meilleur modèle de tomographie a été obtenu par la minimisation d'une fonction de *Non-Prédictibilité* de type CVSS, les données ayant été fragmentées à chaque itération en 4 quadrants (Partie 6.3, figure 6.5 page 116).

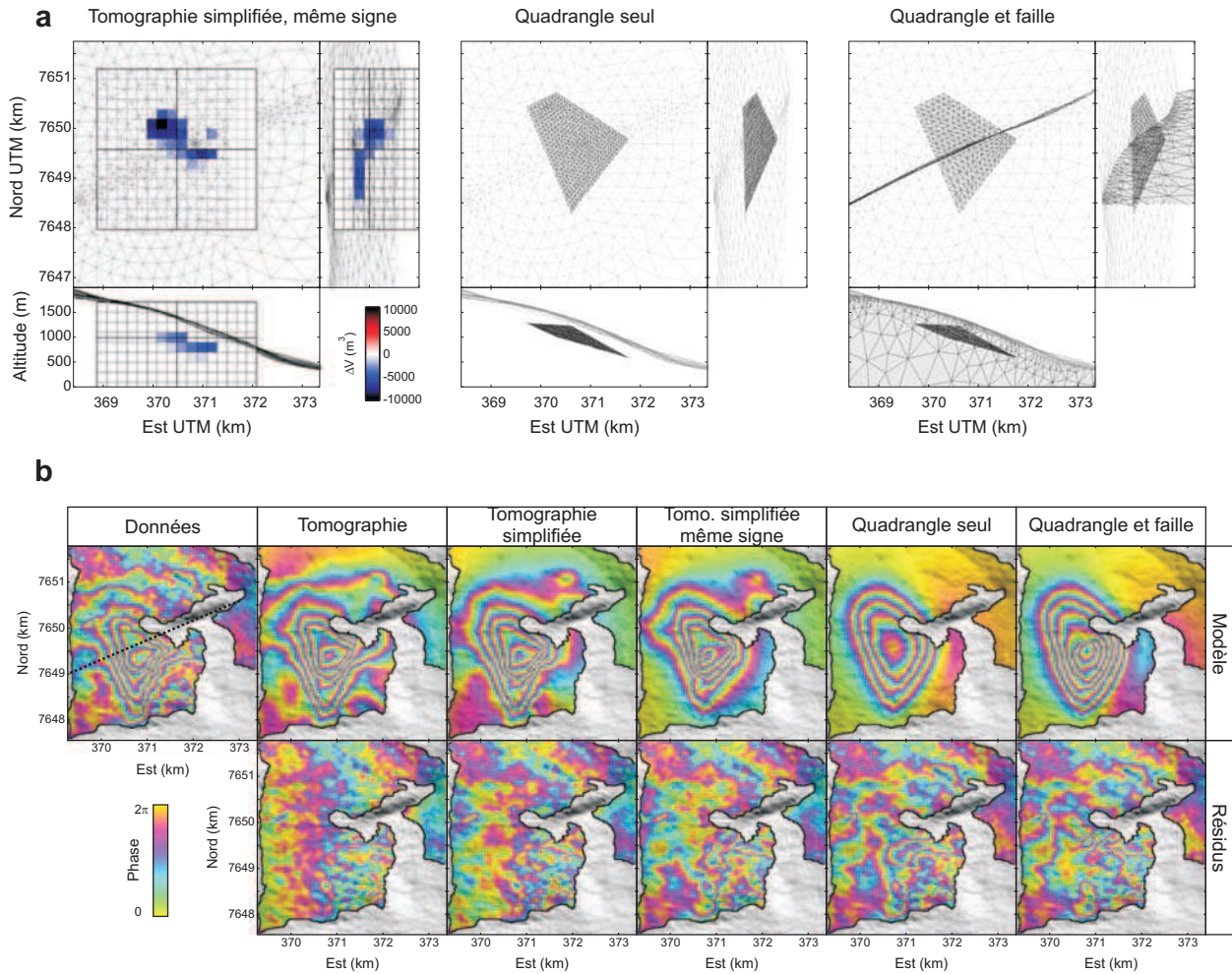
Le meilleur modèle a été simplifié afin de ne prendre en compte que les sources les plus influentes (Partie 6.4 page 124) : il ne contient plus que 216 sources unitaires, principalement localisées sous le maximum de déformation, et dont la variation de volume totale est négative. Enfin, les variations de volume des 216 sources du modèle simplifié sont résolues par méthode des moindres carrés non négatifs (Lawson et Hanson, 1974). Ce type de résolution permet d'imposer à toutes les sources d'avoir des variations de volume nulles ou de même signe, mais ne permet pas de calculer la variance de ces variations. Le tableau 9.1 résume les caractéristiques de ces trois modèles, la figure 9.1 montre la répartition des variations de volume pour le modèle simplifié et les déplacements modélisés pour chacun des trois modèles.

	Sources total		Sources $\Delta V > 0$		Sources $\Delta V < 0$		Misfit
	NB sources	$\Delta V$ ( $\times 10^3$ m <sup>3</sup> )	NB sources	$\Delta V$ ( $\times 10^3$ m <sup>3</sup> )	NB sources	$\Delta V$ ( $\times 10^3$ m <sup>3</sup> )	
best CVSS	3547	$-319 \pm 58$	885	$672 \pm 38$	1183	$-991 \pm 44$	0.84
clean CVSS	216	$-273 \pm 22$	59	$237 \pm 11$	157	$-510 \pm 18$	1.85
clean all neg	98	-291	-	-	98	-291	5.01

**Table 9.1** – Résultat du calcul de tomographie. *best CVSS* correspond au meilleur modèle trouvé par la minimisation de la fonction de *Non-Prédictibilité* de type CVSS. *clean CVSS* correspond au meilleur modèle simplifié, pour lequel seules les sources les plus influentes sont sélectionnées. *clean all neg* correspond au meilleur modèle simplifié, résolu de telle sorte que les variations de volume des sources unitaires aient toutes le même signe. Les résultats concernant les sources ayant des variations de volume de signes différents sont donnés à titre d'information.

Les deux modèles, n'imposant aucune contrainte sur l'unicité du signe des variations de volume, permettent de reproduire très finement les déplacements (misfit  $< 2\%$ ). Le modèle simplifié imposant l'unicité du signe des variations de volume reproduit légèrement moins bien les déplacements, mais reste très satisfaisant (misfit = 5%). La figure 9.1 montre que la zone subissant une variation de volume est localisée à proximité de la surface. Les sources sont globalement organisées de manière coplanaire, parallèlement à la topographie. La variation de volume totale des sources unitaires indique que la source à l'origine de la déformation est en déflation. Le plan trouvé pourrait donc correspondre à un sill en cours de vidange.





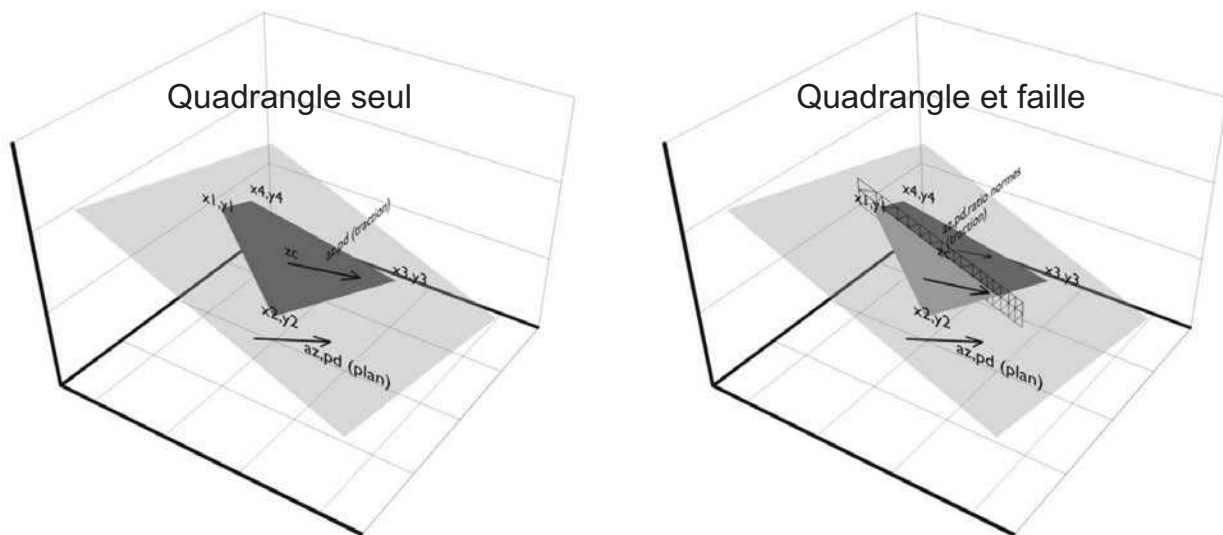
**Figure 9.1** – Résultats d’inversion pour la période post-effondrement. –a– Résultat de la tomographie et meilleures géométries trouvées pour les deux inversions. Le résultat de tomographie présenté correspond au meilleur modèle simplifié, résolu en imposant un signe identique à toutes les variations de volume. –b– Déplacements modélisés et résidus pour la période du 06 avril au 11 mai 2007 (interférogramme 5048-26884-27385). Les résultats de tomographie avant simplification et sans condition sur le signe des sources sont montrés à titre indicatif. Le trait en pointillé sur l’interférogramme initial correspond à la faille décrite par Michon et Saint Ange (2008).

### 9.2.2 Inversion numérique

La tomographie montre que la source à l’origine de la déformation a une géométrie relativement plane et est très superficielle. On cherche à affiner le résultat obtenu par tomographie en modélisant la déformation par méthode numérique à l’aide du modèle MBEM (Cayol et Cornet, 1997) et de la procédure d’optimisation NA (Sambridge, 1999a,b; Fukushima et al., 2005). On considère dans un premier temps que ces déplacements sont la conséquence d’une source de forme quadrangulaire. La figure 9.2 montre les 11 paramètres géométriques

nécessaires pour caractériser un quadrangle. Ce quadrangle sera susceptible de subir en même temps un cisaillement et une ouverture et on définit un vecteur contraintes caractérisé par son pendage et son azimuth. Afin de limiter le nombre de paramètres, l'amplitude des déplacements est recalculée a posteriori et la fonction coût à minimiser sera donc définie comme indiqué à l'équation 5.11 (source unique, variation de volume identique pour tous les jeux de données). Cette méthode nous permet de ne pas inverser la norme du vecteur contrainte et de se limiter à 13 paramètres.

Le tableau 9.2 donne les paramètres du meilleur quadrangle plan. La variation de volume totale, la quantité de glissement et l'ouverture du quadrangle sont calculés a posteriori à partir du meilleur modèle. La figure 9.1 (Quadrangle seul) présente la géométrie, les déplacements modélisés et les résidus. La forme générale des déplacements est bien reproduite (misfit = 9%), cependant, le maximum des déplacements modélisés ne correspond pas exactement au maximum des déplacements observés.



**Figure 9.2** – Géométrie d'un quadrangle plan à 13 et 14 paramètres. –Quadrangle seul– On définit les coordonnées  $x$  et  $y$  des quatre coins du polygone, puis on calcule les coordonnées  $x_c$  et  $y_c$  de leur barycentre. On cherche ensuite l'équation du plan d'azimut et de pendage fixés, passant par le barycentre. Enfin, les quatre coins sont projetés sur le plan. Le vecteur contrainte appliqué au quadrangle permet de prendre en compte une composante cisailante et une composante d'ouverture et n'est défini que par un azimuth et un pendage. –Quadrangle et faille– Le quadrangle est défini de la même manière, puis est coupé en 2 demi-quadrangles au niveau de la faille. Le pendage et l'azimut du vecteur contrainte des deux quadrangles seront identiques, mais pas leurs normes. Le ratio entre les normes sera un paramètre supplémentaire.

On considère maintenant que la faille décrite par Michon et Saint Ange (2008) (Fig. 9.1 – Quadrangle et faille, et Fig. 7.15 page 179) est susceptible de contrôler la déformation. On suppose que le mécanisme à l'origine de la déformation est le même de part et d'autre de la faille mais que la faille permet un découplage mécanique entre le bloc sud et le bloc



	x1 (m)	y1 (m)	x2 (m)	y2 (m)	x3 (m)	y3 (m)
Q seul	369730 <sup>+336</sup> <sub>-338</sub>	7650425 <sup>+260</sup> <sub>-317</sub>	370321 <sup>+320</sup> <sub>-244</sub>	7650713 <sup>+240</sup> <sub>-282</sub>	371779 <sup>+197</sup> <sub>-265</sub>	7649778 <sup>+265</sup> <sub>-353</sub>

	x4 (m)	y4 (m)	azimut plan (°)	pendage plan (°)	azimut contrainte (°)	pendage contrainte (°)
Q seul	370625 <sup>+256</sup> <sub>-256</sub>	7648293 <sup>+301</sup> <sub>-224</sub>	-70 <sup>+41</sup> <sub>-40</sub>	22 <sup>+8.7</sup> <sub>-7.8</sub>	112 <sup>+35</sup> <sub>-28</sub>	77 <sup>+7.7</sup> <sub>-7.2</sub>

	zc (m)	ratio normes	ouverture moyenne (m)	cisaillement moyen (m)	$\Delta V$ (m <sup>3</sup> )	misfit %
Q seul	1035 <sup>+224</sup> <sub>-240</sub>	-	-0.40	0.06	-1.0169 × 10 <sup>6</sup>	9.0
QF	-	1.5	-0.30	0.045	-0.9879 × 10 <sup>6</sup>	7.72
QFN QFS			-0.35	0.052		

**Table 9.2** – Résultat d’inversion pour un quadrangle. *Q seul* : paramètres trouvés pour le quadrangle sans prise en compte de la faille proposée par Michon et Saint Ange (2008). *QF* : inversion effectuée à partir des paramètres du meilleur quadrangle trouvé, en prenant en compte la faille. *QFS* et *QFN* correspondent aux deux demi-quadrangles nord et sud. Le ratio des normes est le seul paramètre inversé. Il est défini par rapport à la norme du vecteur contrainte du quadrangle nord.

nord. Pour modéliser ce mécanisme, le quadrangle trouvé précédemment est divisé en deux demi-quadrangles au niveau de son intersection avec la faille (Fig. 9.2). Afin de modéliser un mécanisme de déformation identique sur les deux quadrangles, les contraintes appliquées aux deux quadrangles ont le même pendage et le même azimut. La direction de la contrainte, et le rapport entre contrainte cisailante et ouverture sont donc identiques sur les deux quadrangles. Afin de prendre en compte un découplage mécanique dû à la faille, on permet aux deux contraintes d’avoir chacune leur propre norme. Seul le rapport entre ces normes sera inversé, ce qui permettra de ne prendre en compte qu’un seul paramètre dans l’inversion. La figure page 370 donne les PPD-1D et 2D de l’inversion.

La figure 9.1 montre que le maximum des déplacements modélisés est localisé au même endroit que le maximum des déplacements observés. Les résidus sont plus faibles que ceux obtenus avec le quadrangle simple et le misfit est inférieur à 8%. La variation de volume totale trouvée est du même ordre de grandeur que dans le cas précédent. On peut remarquer que la prise en compte de la faille proposée par Michon et Saint Ange (2008) permet de reproduire finement la dissymétrie entre les parties nord et sud du motif de déformation (Fig. 9.1 – Quadrangle et faille). Les résidus dans la partie centrale/sud du motifs sont plus faibles que si la faille n’est pas prise en compte. Cette faille contrôle donc la déformation durant la période suivant l’effondrement du Dolomieu.

Dans les deux situations (prise en compte ou non de la faille décrite par Michon et Saint Ange (2008)), le tableau 9.2 montre que la composante cisailante des déplacements le long des quadrangles est plus faible d’un ordre de grandeur à la composante en ouverture. Les

quadrangles ne peuvent donc pas correspondre à un plan de faille sur lequel glisserait le flanc est. D'autre part, la variation de volume des quadrangles est négative : la déformation de la source est donc cohérente avec un réservoir en déflation.

### 9.2.3 Interprétations

Les résultats obtenus par tomographie et par modélisation numérique donnent des résultats similaires. Les sources trouvées avec les deux méthodes sont localisées au même niveau, de manière superficielle, et sont parallèles à la topographie. Elles sont toutes les deux compatibles avec la présence d'un réservoir en déflation sous les Grandes Pentes.

Nous avons indiqué au paragraphe 7.4 que la localisation de la subsidence visible sur l'interférogramme post-effondrement 5048-26884-27385 correspond à une inflation durant la période syn-éruptive (Fig. 7.12 page 173 et figure 7.8 page 167). Ce gonflement serait donc la conséquence du remplissage d'un réservoir temporaire localisé sous les Grandes Pentes. La tomographie comme les inversions numériques tendent à montrer que ce réservoir est très aplati, il pourrait donc correspondre à un sill en cours de vidange. Nous avons aussi évoqué la présence d'un petit signal reliant le maximum de déformation des Grandes Pentes à la fissure éruptive du 2 avril (Fig. 7.12) et avons interprété ce signal comme la conséquence de l'injection d'avril. Cette injection permettrait donc le transfert du magma du réservoir temporaire vers la fissure éruptive, expliquant ainsi la déflation du réservoir temporaire.

## 9.3 Modélisation des déplacements post-éruptifs

Durant la phase post-éruptive, les déplacements du flanc est concernent l'ensemble des Grandes Pentes, qui glissent lentement vers l'est et vers le bas (Fig. 7.14 page 176). On cherche à caractériser la géométrie et les contraintes de la surface de décollement sur laquelle glisse le flanc. Les modèles qui suivront ont été calculés à partir de deux interférogrammes caractéristiques de la période post-éruptive, choisis de sorte qu'ils couvrent une période la plus proche possible tout en ayant des lignes de visée suffisamment différentes<sup>1</sup>.

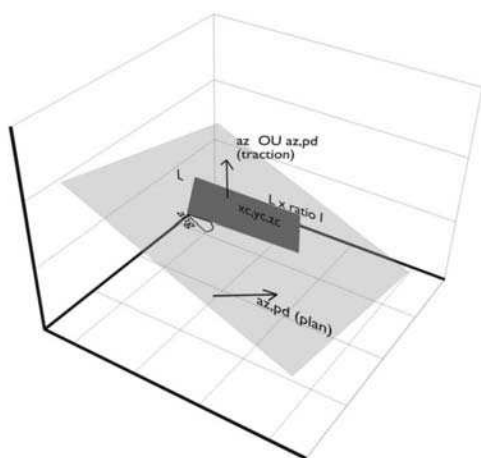
---

1. La procédure d'interpolation temporelle des déplacements n'était pas opérationnelle au moment où ont été calculés ces modèles.

La caractérisation de la géométrie du plan de glissement et de ses contraintes est faite étape par étape : nous considérerons dans un premier temps des géométries simples afin de dégager les principales caractéristiques des contraintes, puis nous affinerons la détermination de la géométrie du plan de glissement en complexifiant les modèles.

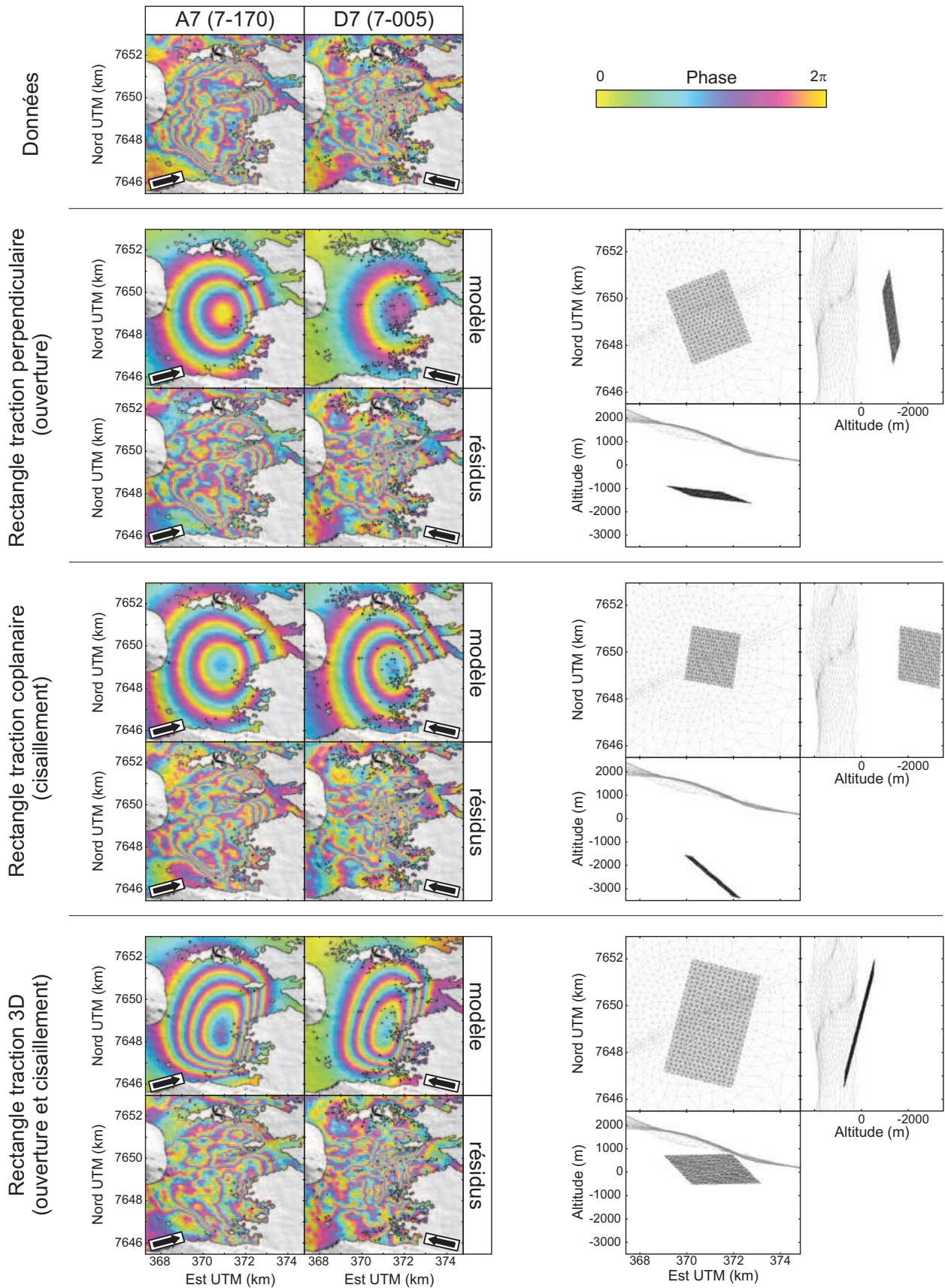
### 9.3.1 Déplacements dus à une source rectangulaire

Nous cherchons à vérifier dans un premier temps si une faille simple peut expliquer les déplacements. La faille a une forme rectangulaire, un pendage et un azimuth. Elle subit exclusivement une contrainte cisailante. La contrainte appliquée est donc coplanaire au plan de la faille mais peut avoir un azimuth différent de celui de la faille (Fig. 9.3). Dans un second temps, nous chercherons à vérifier si les effets d'une ouverture sans cisaillement peuvent expliquer les déplacements observés. Nous imposerons alors au vecteur contrainte d'être perpendiculaire au plan de faille. Enfin, nous permettrons à la faille de subir un cisaillement et une ouverture.



**Figure 9.3** – Géométrie d'un rectangle à 9 ou 10 paramètres. On définit la position  $x_c$ ,  $y_c$  et  $z_c$  du rectangle, la longueur  $L$  du petit côté, et le ratio entre le petit et le grand côté. Le rectangle appartient à un plan d'azimut et de pendage fixé ( $az$  et  $pd$  plan), et subit une rotation d'un angle  $ang$  sur ce plan. Deux types de contraintes sont appliqués au rectangle. Pour modéliser une ouverture du rectangle, le vecteur contrainte qui lui est appliqué est orienté perpendiculairement au plan. Pour modéliser un cisaillement, le vecteur contrainte est coplanaire au rectangle et est orienté ( $az$  contrainte). Si le vecteur contrainte est défini par un azimuth et un pendage, alors le rectangle subira un cisaillement couplé à une ouverture.

Le tableau 9.3 donne les paramètres des meilleurs modèles trouvés pour chacune des configurations. La figure 9.4 montre les résultats pour le modèle prenant en compte un cisaillement et une ouverture, ou seulement un cisaillement. Les figures pages 371 à 373 donnent les PPD-1D et 2D des l'inversions. Dans le cas d'un vecteur contrainte coplanaire comme pour un vecteur contrainte perpendiculaire au rectangle, la source trouvée est profonde et pend vers l'est. Les déplacements modélisés ne permettent pas de reproduire convenablement les observations.



**Figure 9.4** – Résultats d’inversion pour un rectangle subissant soit un cisaillement (vecteur contrainte coplanaire), soit une ouverture, soit un cisaillement et une ouverture (vecteur contrainte 3D).

Le modèle prenant en compte un cisaillement et une ouverture permet de mieux reproduire les déplacements. Le vecteur contrainte pend de plus de 70 degrés vers l'est alors que la source ne pend que de 14 degrés. La composante cisailante de la contrainte est donc plus faible que sa composante en ouverture. L'ouverture moyenne est négative, le plan de glissement perd donc du volume. Enfin, la source pend principalement vers le nord, la partie nord du rectangle est donc plus loin de la surface que la partie sud. Cette géométrie permet de reproduire au premier ordre la forme asymétrique des déplacements.

modèle	xc (m)	yc (m)	zc (m)	L (m)	rL	ang(°)	az p(°)
trac. coplan.	371109	7649766	-2487	2321	1.18	3.2	-96
trac. perp.	370932	7649191	-1266	2704	1.24	39	-120
trac. 3D	371095	7649197	96	2997	1.7	4.0	-10

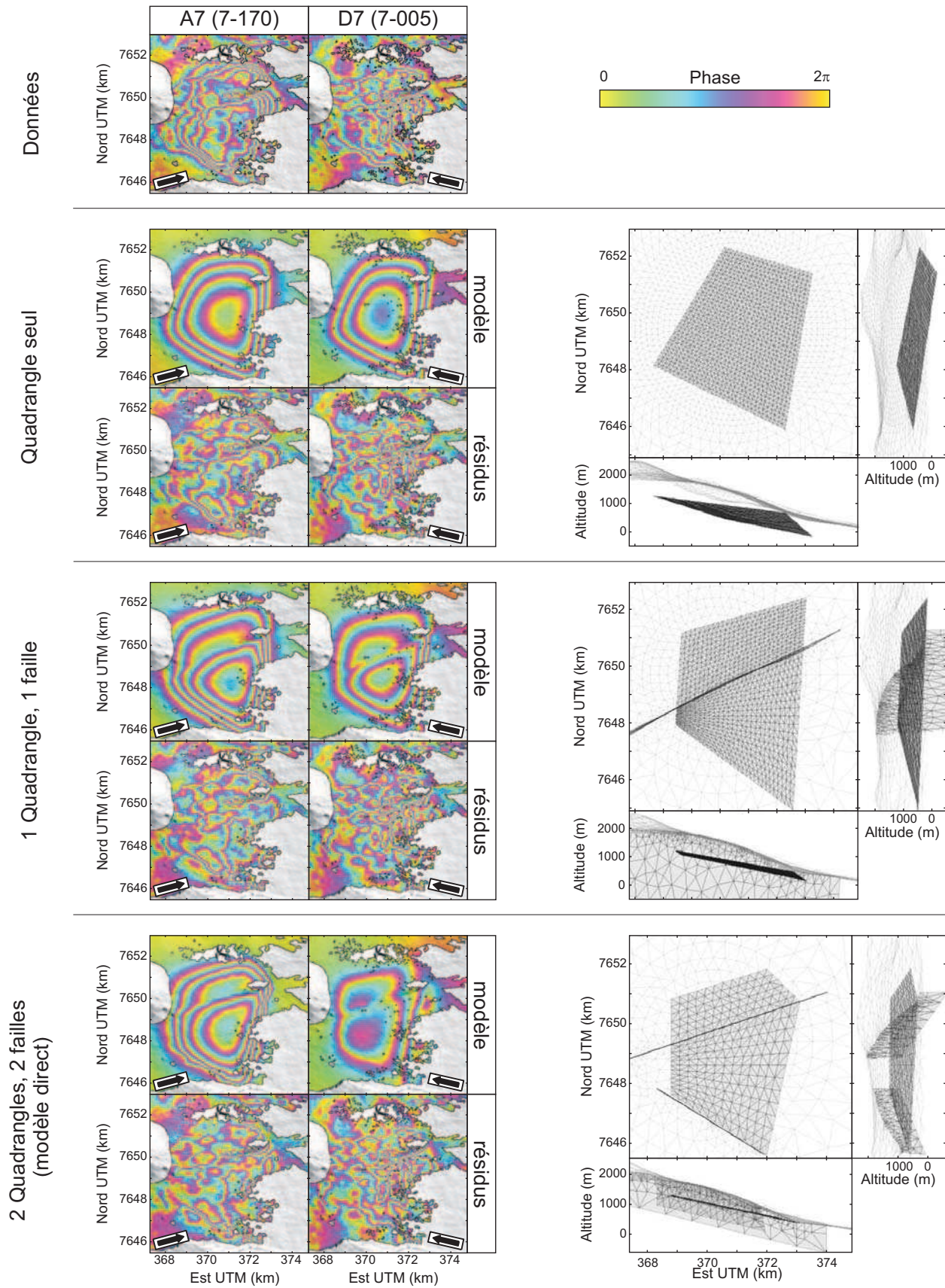
modèle	pd p(°)	az t(°)	pd t(°)	$\Delta V$ (m <sup>3</sup> )	ouverture moyenne (m)	cisaillement moyen (m)	misfit (%)
trac. coplan.	40	-46	-	$-2.52 \times 10^6$	-0.36	5.12	21.8
trac. perp.	10	-	-	$-8.70 \times 10^6$	-0.97	0.006	24.2
trac. 3D	14.2	-90	69.10	$-7.30 \times 10^6$	-0.48	0.25	16.0

**Table 9.3** – Résultat d'inversion pour un rectangle.  $xc$ ,  $yc$  et  $zc$  sont les coordonnées du centre,  $L$  la longueur du petit côté,  $rL$  le ratio entre les longueurs des côtés,  $ang$  est l'angle de rotation du rectangle sur le plan,  $az p$ ,  $pd p$ ,  $az t$  et  $pd t$  sont respectivement les azimuts et pendages du rectangle et du vecteur contrainte. Le nord correspond à un azimut de 0°, l'est de -90°.

### 9.3.2 Complexification de la géométrie de la source et prise en compte de contrôles structuraux

La source rectangulaire trouvée précédemment ne permet de reproduire qu'au premier ordre la forme des déplacements. Le modèle ayant un vecteur contrainte 3D permet de reproduire en partie l'asymétrie des déplacements observés mais ne rend pas compte des forts gradients de déplacement ni en bordure du signal, ni au niveau de la faille décrite par Michon et Saint Ange (2008). Une géométrie rectangulaire est probablement trop simple et nous cherchons maintenant à caractériser plus finement la géométrie de la source. De même que pour la modélisation des signaux couvrant la fin de l'éruption, nous considérerons un quadrangle plan subissant un cisaillement et une ouverture, en présence ou non de la faille traversant les Grandes Pentes. Les paramètres du quadrangle sont donnés à la figure 9.2. Dans la configuration pour laquelle la faille est prise en compte, les azimuts et pendages des vecteurs contrainte sont inversés indépendamment les uns des autres. La figure 9.5 montre les résultats pour les deux configurations et le tableau 9.4 les paramètres des meilleurs modèles trouvés.





**Figure 9.5** – Résultats d'inversion pour un quadrangle, avec ou sans la faille décrite par Michon et Saint Ange (2008). Le troisième modèle montre un modèle direct pour lequel deux quadrangles et deux failles sont pris en compte.

La prise en compte d'une géométrie plus complexe qu'un simple rectangle permet de mieux reproduire les déplacements. La déformation de la source quadrangulaire simple correspond de nouveau à un cisaillement couplé à une fermeture de la source (Tab. 9.4). Cependant, les déplacements modélisés ne permettent pas de reproduire l'asymétrie des déplacements visible dans la ligne de visée ascendante (swath 7-170).

Le meilleur modèle obtenu avec l'inversion prenant en compte la faille de Michon et Saint Ange (2008) permet de reproduire cette asymétrie. Le plan pend vers l'est d'environ 11 degrés, ce qui est légèrement plus faible que le pendage de la topographie dans cette zone. Les vecteurs contrainte des quadrangles nord et sud pointent respectivement vers le nord-est et le sud-est et pendent de 53 degrés. De nouveau, les contraintes inversées correspondent à un cisaillement couplé à une fermeture de la source. Enfin, ni le modèle de quadrangle simple, ni l'inversion prenant en compte la faille, ne permettent de reproduire le fort gradient de déplacement visible au sud du signal.

	x1 (m)	y1 (m)	x2 (m)	y2 (m)	x3 (m)	y3 (m)
Q seul	369610	7651423	373055	7651804	372445	7645527
2Q F	368646	7651146	373040	7652384	372440	7645009
	x4 (m)	y4 (m)	az plan (°)	pd Plan (°)	zc (m)	ratio normes
Q seul	368115	7648040	-70	14	600	-
2Q F	368447	7647915	$-80^{+1.6}_{-42}$	$11^{+5.2}_{-3.7}$	725	2.06
	az T (°)	pd T (°)	ouverture moyenne (m)	cisaillement moyen (m)	$\Delta V$ (m <sup>3</sup> )	misfit %
Q seul	-90	70	-0.34	0.23	$-6.99 \times 10^6$	12.12
2Q F	QN $-41^{+6}_{-32}$	$53^{-0.1}_9$	-0.23	0.22	$-7.53 \times 10^6$	11.02
	QS $-139^{+24}_{-7}$	$53^{+2}_{-6}$	-0.37	0.40		

**Table 9.4** – Résultat d'inversion pour un quadrangle. *Quad seul* : paramètres trouvés pour le quadrangle sans prise en compte de la faille proposée par Michon et Saint Ange (2008). *2Q F* : inversion effectuée en prenant en compte la faille. *QS* et *QN* correspondent aux deux demi-quadrangles nord et sud. Le ratio des normes est défini par rapport à la norme de la contrainte du quadrangle nord.

Le modèle direct présenté à la figure 9.4 prend en compte une seconde faille reliant les deux fissures éruptives. On considère deux sources coplanaires, en forme de quadrangle, dont un coté est commun et est superposé à la faille proposée par Michon et Saint Ange (2008). Le quadrangle sud est délimité au sud par la seconde faille. L'altitude du barycentre des deux quadrangles est légèrement plus haute que celle trouvée par inversion (950 m), et le plan sur lequel reposent ces deux quadrangles est parallèle à la topographie. Les vecteurs contrainte appliqués à ces deux quadrangles sont les mêmes que ceux trouvés à l'inversion précédente. Les déplacements modélisés reproduisent le gradient de déplacement important visible au sud du motif de déformation de l'interférogramme ascendant. Il existe donc probablement un contrôle structural de la déformation par une faille reliant les deux fissures éruptives.

## 9.4 Discussion

### 9.4.1 Origine des déplacements post-effondrement et post-éruptifs des Grandes Pentes

#### Arguments en faveur d'un sill

Le plan de glissement trouvé pour les inversions des données de la période post-éruptive est orienté dans la même direction et avec un pendage similaire à la source quadrangulaire trouvée pour les inversions des données de la période post-effondrement, et interprétée comme un réservoir temporaire (Fig. 9.1). La géométrie de la source quadrangulaire trouvée paraît donc dans un premier temps compatible avec un sill sur lequel glisserait le flanc est. Famin et Michon (2010) ont remarqué que de tels sills se sont injectés successivement au niveau du Piton des Neiges, formant une pile de sills pouvant dépasser la centaine de mètres d'épaisseur. L'analyse de la déformation de ces sills indique qu'ils ont subi un cisaillement important avant qu'ils ne refroidissent. Ils en concluent que ces injections répétitives peuvent être à l'origine de la déstabilisation d'un des flancs du Piton des Neiges, observation concordante avec le glissement du flanc enregistré durant l'éruption d'avril 2007 du Piton de la Fournaise. Le sill ferait alors office de surface de décollement ductile, sur laquelle le flanc glisserait de manière asismique ou faiblement sismique.

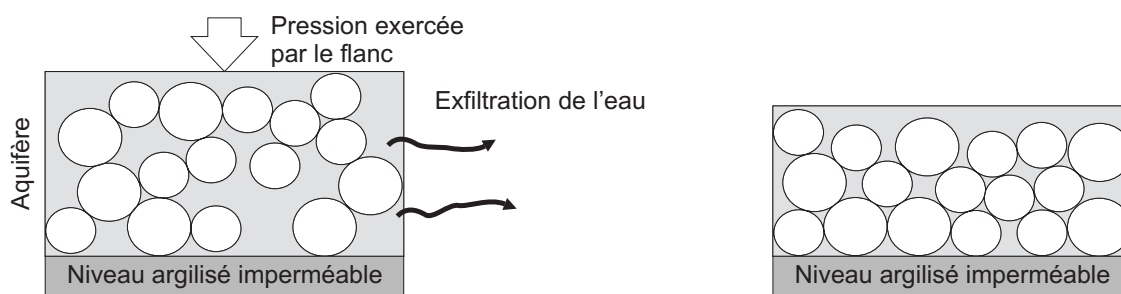
#### Arguments en faveur d'un niveau de décollement argilisé

Cependant, la composante cisailante et la composante perpendiculaire (fermeture) de la déformation des quadrangles modélisés sont équivalentes, et l'épaisseur de la surface de décollement a diminué d'environ 30 cm (Tab. 9.4). Il est donc nécessaire de justifier cette perte de volume : le sill a-t-il subi une contraction thermique ? Une partie du magma du sill s'est-elle injectée ailleurs ? La composante en fermeture de la déformation est probablement trop importante et trop rapide pour être explicable par la contraction d'un sill en cours de refroidissement. De plus, la déformation modélisée concerne la période post-éruptive, période durant laquelle aucune sortie de magma vers la surface n'a été enregistrée. La perte de volume du sill est trop importante pour être expliquée par une vidange, contrairement à ce que l'on observe durant la phase syn-éruptive. D'autre part, les sills observés au Piton des Neiges par Famin et Michon (2010) sont parfois mylonitisés. De plus, ces derniers ont observé quelques pseudotachylites au-dessus de cette pile de sills, roches partiellement fondues sous



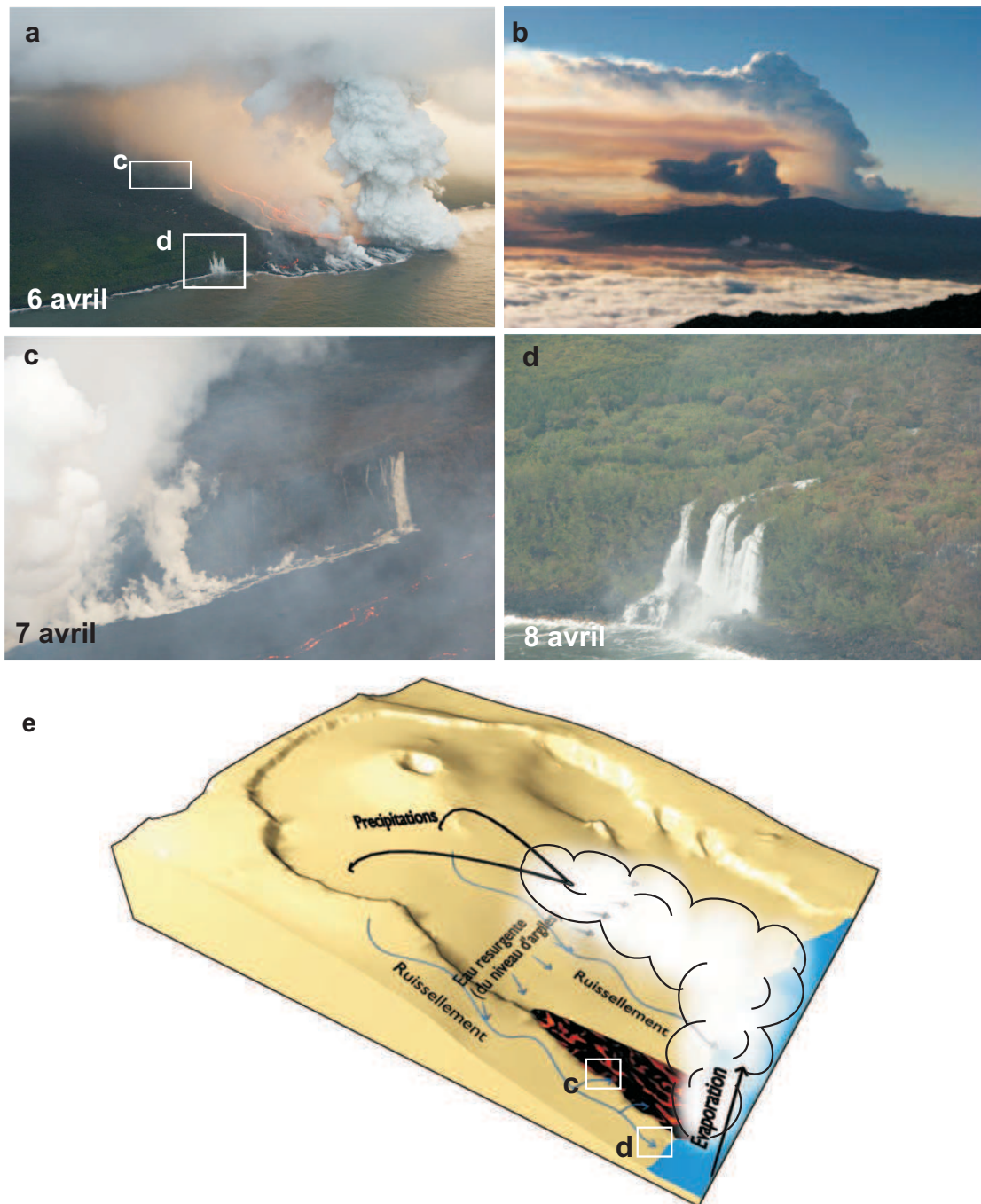
l'effet d'une déformation rapide ou s'étant produite sous une épaisse couche de roches. Les sills observés au Piton des Neiges se seraient donc mis en place en profondeur, alors que les modélisations des déplacements post-éruptifs tendent à montrer la présence d'un plan de glissement très superficiel. Enfin, le plan de glissement que nous modélisons se trouve à une altitude proche du plancher de la plaine des Osmondes : si ce plan correspondait à un sill, une fissure éruptive se serait plus facilement ouverte dans la plaine des Osmondes qu'au niveau du rempart du Tremblet.

À partir de données géoélectriques et de modèles numériques, Join et al. (2005) ont montré que la principale partie du réseau hydrologique du Piton de la Fournaise est peu profonde. Une nappe superficielle, approximativement parallèle à la topographie, assure la plus majorité des transferts hydrologiques : l'eau de pluie ruisselle en grande partie sur un niveau imperméable proche de la surface avant de rejoindre la mer. La pluviométrie pouvant atteindre 10 mètres par an au Piton de la Fournaise, de grandes quantités d'eau empruntent ce réseau superficiel. Ce ruissellement peut ainsi accélérer l'altération des roches. Ce processus assurerait donc le développement d'un niveau de roches altérées et poreuses au dessus d'un niveau argilisé et imperméable, pouvant contenir de grandes quantités d'eau.



**Figure 9.6** – Exfiltration d'eau d'un aquifère à la suite du glissement du flanc. En glissant, le flanc comprime un niveau poreux et gorgé d'eau, reposant lui même sur un niveau argilisé imperméable. La pression exercée par le flanc sur le niveau poreux permet une diminution de la porosité, elle même à l'origine de l'exfiltration de l'eau de l'aquifère.

En glissant sur ces deux niveaux, le flanc est comprimé : l'eau pourrait alors être extraite du niveau poreux par une migration et une réduction de la porosité, expliquant ainsi la perte de volume et la fermeture de la source que nous modélisons (Fig. 9.6). Si l'on considère que seule l'extraction d'eau est à l'origine de la perte de volume du plan de glissement pendant la période post-éruptive, la quantité d'eau extraite correspondrait à une pluviométrie de 0.3 mètres par mètres carrés et par an. Cette quantité est presque négligeable par rapport à la pluviométrie annuelle au Piton de la Fournaise. En revanche, le glissement de flanc durant la période syn-éruptive a provoqué des déplacements très importants sur une durée courte (moins d'un mois). Le niveau altéré aurait alors été beaucoup plus fortement comprimé que durant la période post-éruptive, libérant une importante quantité d'eau.



**Figure 9.7** – Torrents associés à l'éruption d'avril 2007. –**a**– L'arrivée de la coulée au niveau de l'océan a provoqué une forte évaporation et le développement d'un cumulonimbus. –**b**– Trois panaches différents sont visibles : en gris, panache de cendres ou de poussières dû à l'effondrement du Dolomieu. En orange, panache de  $\text{SO}_2$  libéré au niveau de la coulée. En blanc, cumulonimbus dû à l'arrivée de la coulée dans l'océan. Ce dernier serait à l'origine des fortes précipitations enregistrées entre le 5 et 18 avril. –**c,d**– Des torrents avec un débit très important sont visibles durant cette période au niveau du rempart du Tremblet (**c**) et au niveau de la ravine Pont Rouge (**d**). –**e**– Les torrents observés sont probablement dus soit aux fortes précipitations liées à l'arrivée de la lave dans l'océan, soit à des résurgences dues à la forte compaction d'un niveau altéré superficiel, sur lequel glisserait le flanc est. Les deux phénomènes ne sont pas mutuellement exclusifs. (Photographies : F. Caillé)

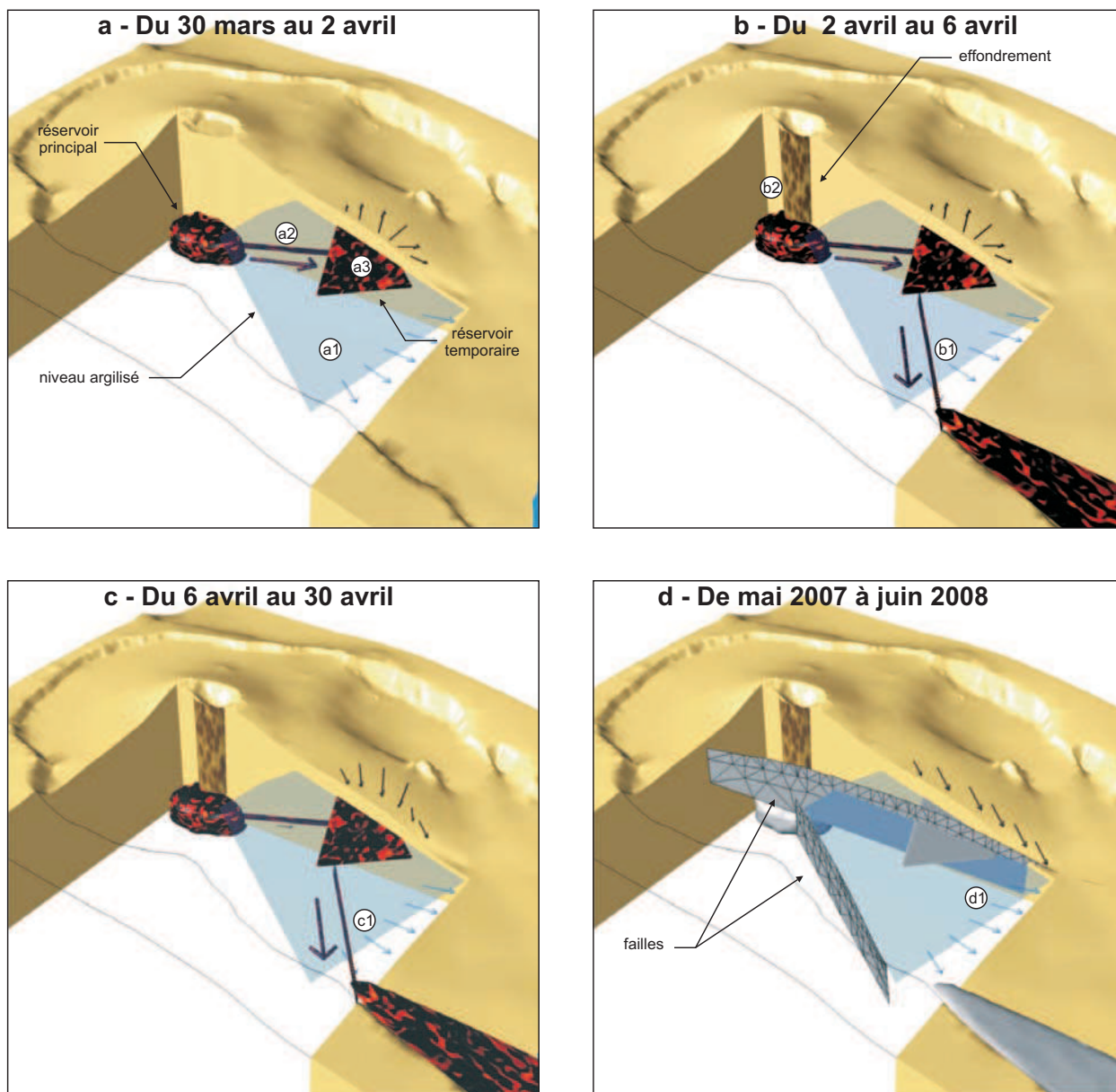
Durant la période s'étalant du 5 au 9 avril 2008, de nombreux torrents ont été observés au niveau du rempart du Tremblet ainsi qu'au niveau de la Ravine Pont Rouge (Fig. 9.7-**c-d**). L'arrivée de magma chaud dans l'océan a provoqué une évaporation très importante de l'eau et le développement d'un cumulonimbus au-dessus du flanc (Tulet et Villeneuve (2010), Fig. 9.7-**a-b**). La condensation de l'eau dans le nuage serait ensuite à l'origine des fortes précipitations observées entre le 6 et le 7 avril, et par conséquent du fort ruissellement observé (N. Villeneuve *com. pers.*). Cependant, les bassins versants du Piton de la Fournaise sont petits, et le ruissellement s'arrête en général quelques heures après la fin d'un orage. Les torrents sont observés jusqu'au 9 avril, c'est-à-dire deux jours après la fin du maximum des précipitations. Ce délai paraît trop long pour expliquer la présence de ces torrents. Ces derniers pourraient être la conséquence de la forte compaction du niveau altéré, qui aurait pu libérer de grandes quantités d'eau. Ces deux hypothèses ne sont pas mutuellement exclusives, et les deux phénomènes ont pu avoir lieu de manière simultanée (Fig. 9.7-**e**).

L'hypothèse de la compaction d'un niveau altéré n'explique pas la similarité entre la position du plan de glissement et celle du réservoir temporaire au cours de la période post-effondrement. Cependant, un niveau ayant un comportement mécanique différent du reste de l'édifice peut influencer fortement la direction de propagation d'une intrusion (Gudmundsson et Brenner, 2004; Gudmundsson, 2006; Manconi et al., 2007). La présence du niveau argilisé pourrait être à l'origine d'une discontinuité dans le comportement mécanique de l'édifice. À la rencontre de la discontinuité, l'intrusion s'horizontaliserait et s'y propagerait. Cette hypothèse est compatible avec l'inflation visible sur les interférogrammes couvrant le début de l'éruption (période syn-éruptive, Fig. 7.8 page 167).

Enfin, l'hypothèse du glissement du flanc sur un niveau altéré existant avant l'éruption n'explique pas la cause de sa déstabilisation. Cependant, les données GPS suggèrent que le glissement a commencé le 30 mars, il pourrait donc être la conséquence de l'intrusion du 30 mars : cette dernière aurait déstabilisé le flanc est, le niveau argilisé servant de surface de décollement. De plus, la mise en place du réservoir aurait pu faciliter le glissement du flanc, de la même manière que le proposent Famin et Michon (2010) pour les déstabilisations provoquées par des sills au Piton des Neiges.

#### 9.4.2 Proposition d'un scénario pour expliquer les déplacements des Grandes Pentes

La figure 9.8 propose un scénario pour expliquer la chronologie des déplacements observés durant et après l'éruption d'avril 2007.



**Figure 9.8** – Origine des déplacements post-effondrement et post-éruptifs des Grandes Pentes.

—a— **Du 30 mars au 2 avril** : l'injection du 30 mars (non représentée) a destabilisé le flanc est, qui glisse de manière asismique sur un niveau altéré gorgé d'eau (a1). La pression exercée par le flanc sur le niveau altéré provoque une expulsion de l'eau (flèches bleues) et la diminution de volume du niveau. Une injection se propage vers les Grandes Pentes (a2), où elle croise le niveau altéré. Elle s'horizontalise et remplit un réservoir temporaire superficiel (a3), provoquant une inflation de la topographie.

—b— **Du 2 avril au 6 avril** : une seconde injection relie le réservoir temporaire à la topographie (b1) et est à l'origine de la coulée d'avril. Le réservoir temporaire est toujours alimenté par le réservoir principal, et l'effondrement, agissant comme un piston (b2), a probablement permis de maintenir les flux entrants du réservoir temporaire supérieurs aux flux sortants, amplifiant l'inflation des Grandes Pentes.

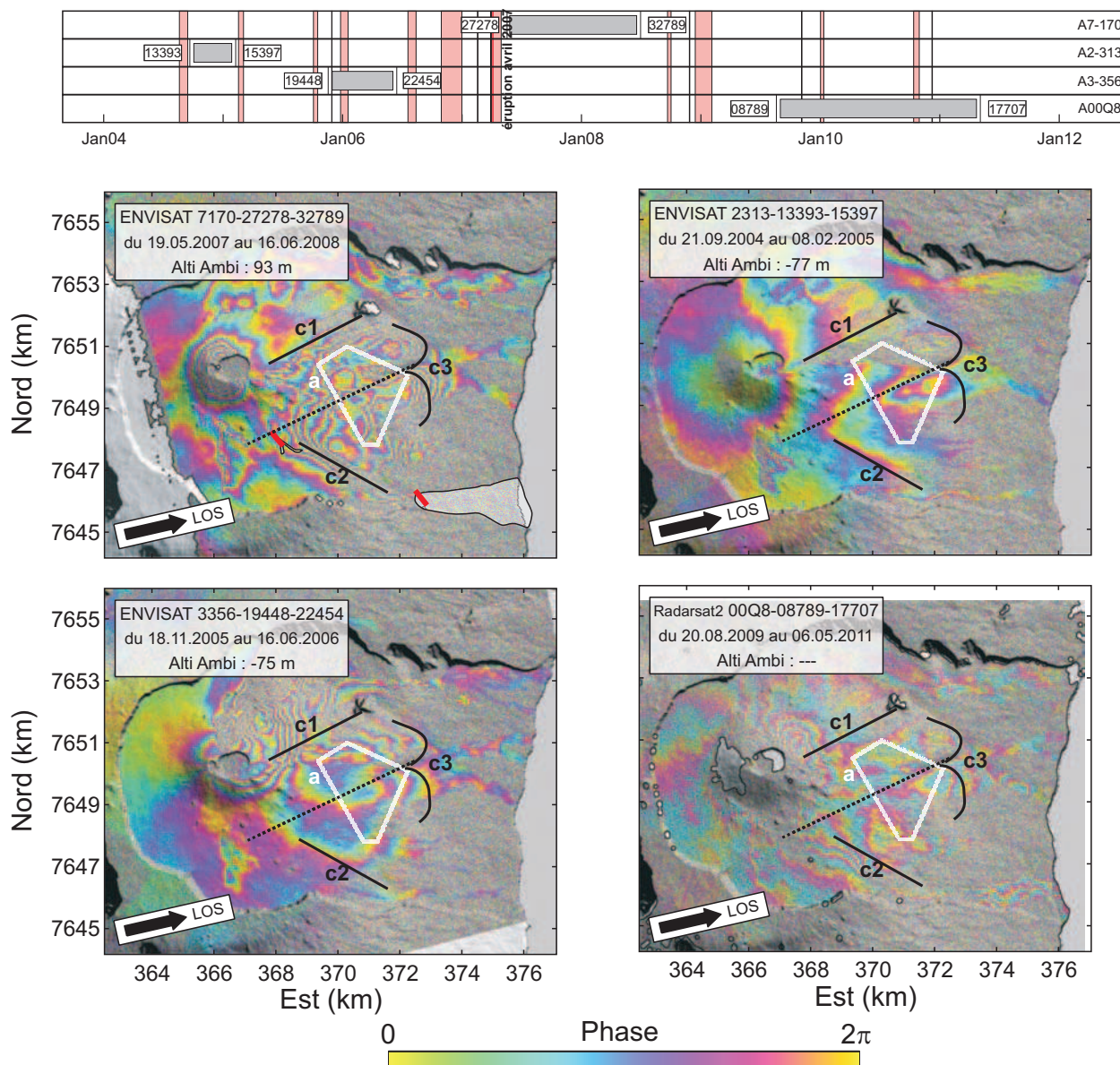
—c— **Du 6 avril au 30 avril** : le réservoir principal n'alimente pas (ou peu) le réservoir temporaire, qui continue à se purger (c1). Le flanc est continue à glisser sur le niveau altéré.

—d— **De mai 2007 à juin 2008** : le flanc glisse encore sur le niveau altéré (d1), qui continue à perdre de l'eau. La déformation du flanc est contrôlée structuralement par des failles.



### 9.4.3 Dynamique du flanc est

La figure 9.9 montre une série d'interférogrammes couvrant plusieurs éruptions et une période inter-éruptive, soit avant, soit après la phase éruptive d'avril 2007. Les quatre interférogrammes sont en passe ascendante, et il est possible de voir sur chaque interférogramme différents motifs de déformation.



**Figure 9.9** – Déplacements des Grandes Pentes durant la phase post-éruptive d'avril 2007 et pour des périodes indépendantes d'avril 2007. Les structures remarquables du motif de déformation des Grandes Pentes durant la phase post-éruptive d'avril 2007 sont reportées.

Deux des interférogrammes ont enregistré des déplacements provoqués par des intrusions (l'interférogramme A3-356, couvre l'éruption de janvier 2006, et l'interférogramme A-00Q8

couvre les éruptions de janvier 2010 et octobre 2010). Les deux autres couvrent des phases post-éruptives. L'interférogramme A2-313 couvre la période succédant à l'éruption d'août 2006. L'interférogramme A7-170 couvre la période post-éruptive suivant l'éruption d'avril 2007 et a enregistré des déplacements sommitaux dus à la décompression du système hydrothermal (Fig. 8.11 page 213).

En revanche, sur tous les interférogrammes, les Grandes Pentes sont couvertes par un motif de déplacement indiquant une augmentation de la distance entre la Terre et le satellite. Ces déplacements sont donc compatibles avec une subsidence et un glissement vers l'est. D'autre part, sur tous les interférogrammes, le motif de déplacement est bordé au sud par un gradient de déformation assez fort et très linéaire, indiqué par la structure **c2**. L'orientation de ce gradient de déplacement est remarquablement conservée sur les interférogrammes précédant avril 2007 et durant la période post-éruptive de mai 2007 à juin 2008, suggérant que la faille sud présentée à la figure 9.8 contrôle structuralement la déformation du flanc.

D'autre part, l'éruption d'août 2006, précédant les déplacements enregistrés par l'interférogramme A2-313 était une éruption sommitale, et n'a pas généré beaucoup de déformation. Par ailleurs, les interférogrammes A3-356 et A-00Q8 semblent indiquer que les intrusions n'étaient pas centrées au niveau des Grandes Pentes mais plutôt sur les rift-zones. Les déplacements des Grandes Pentes ne seraient donc pas associés directement à une injection de sill. Cette observation accrédite l'hypothèse d'un plan de décollement préexistant, probablement le niveau superficiel d'argiles altérées (Fig. 9.8), permettant le glissement du flanc vers l'est.

Le glissement des Grandes Pentes enregistré durant la période de repos succédant à l'éruption d'avril 2007 ne serait donc pas un phénomène exceptionnel. Seules son amplitude et sa rapidité seraient remarquables. Le plan de glissement serait occasionnellement réactivé, à la faveur d'une éruption.

#### 9.4.4 Glissement de flanc au Piton de la Fournaise

Oehler et al. (2004, 2007) ont mis en évidence, à partir de données bathymétriques, des dépôts de débris d'avalanches tout autour de l'île de la Réunion, et en particulier dans le prolongement sous-marin de l'Enclos Fouqué. Ces dépôts témoignent de glissements de flanc récurrents au Piton de la Fournaise. Le plan de glissement superficiel que nous modélisons pourrait servir de niveau de décollement lors d'un futur épisode d'effondrement de flanc du volcan. À cause de la proximité de l'Océan Indien, un tel glissement de flanc pourrait

être à l'origine d'un tsunami. Kelfoun et al. (2010) ont modélisé la hauteur et la vitesse de propagation d'un tsunami généré à l'occasion d'un effondrement du flanc est. Ils ont considéré deux situations différentes : la première envisage que seul le Grand Brûlé s'effondre (environ  $10 \text{ km}^3$  de matériel) et la seconde prend en compte le Grand Brûlé et les Grandes Pentes (environ  $25 \text{ km}^3$ ). Les deux situations amènent à la propagation de vagues pouvant atteindre localement plus de 50 mètres de haut.

Le plan de glissement que nous modélisons est très superficiel et ne concerne que les Grandes Pentes. Le volume de roche susceptible de s'effondrer, compris entre la surface modélisée et la topographie, n'est que d'environ  $6 \text{ km}^3$ , et est donc plus faible que les 10 à  $25 \text{ km}^3$  proposés par Kelfoun et al. (2010). D'autre part, en cas de glissement, une grande partie du matériel serait probablement déposée dans le Grand Brûlé et n'atteindrait pas l'océan. La quantité de matériel entrant dans l'océan serait donc relativement faible et le tsunami généré serait donc moins important que celui du scénario proposé par Kelfoun et al. (2010).

## Chapitre 10

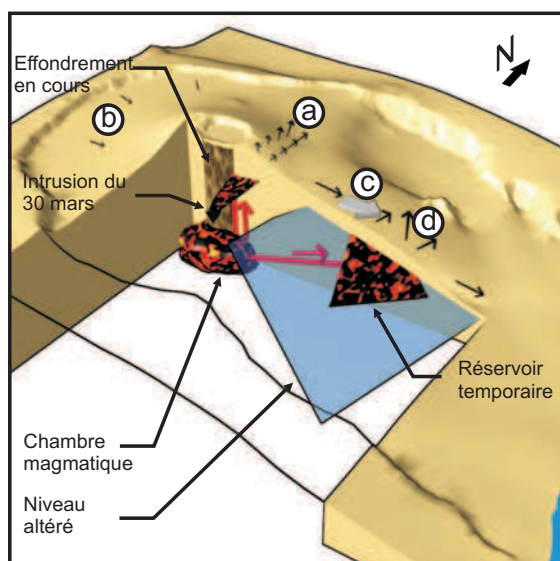
# Proposition d'un scénario pour l'éruption d'avril 2007

Les deux tableaux suivants présentent une synthèse des observations, des modèles calculés, ainsi que des interprétations qui ont été proposées pour les période pré-effondrement, post-effondrement et post-éruptive. En vis-à-vis de ces tableaux, nous proposons une chronologie des événements permettant de rendre compte des observations, tout en replaçant les différents modèles dans leur contexte géologique. La lecture de ce bilan pourra être complétée avec la figure 7.19 page 187, qui présente les périodes d'activité des différentes sources à l'origine des déplacements.



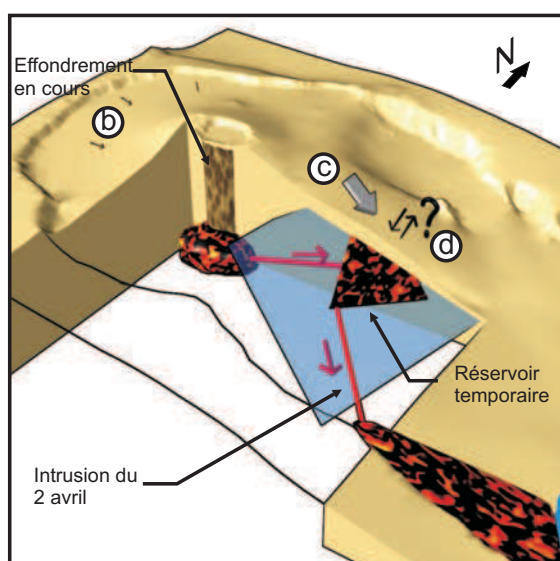
Période	Durée	Objet	Observations	Réf obs	Modèle	Réf mod	Interprétations
pré-éruptive	-	cône	inflation (Peltier et al., 2009b)				mise sous pression du système hydrothermal ?
pré-effondrement et syn-effondrement	30 mars	cône (est)	<b>GPS</b> (stations à l'est du cône) : inflation. <b>InSAR</b> : lobes de déformation en inflation	Fig. 7.10 Fig. 7.8	deux quadrangles en ouverture	Fig. C.2	injection du dyke du 30 mars
	du 30 mars au 10 avril	Enclos (ouest)	<b>GPS</b> (Stations en base de cône sauf FLRG) : subsidence centrée vers Dolomieu. <b>InSAR</b> : signal dans la partie ouest de l'Enclos	Fig. 7.10 Fig. 7.7	colonne avec masse volumique plus faible que l'encaissant	Fig. C.2	réajustement lithostatique de l'édifice durant et après l'effondrement
	à partir du 30 mars	Grandes Pentes	<b>GPS</b> : FLRG seule station enregistrant un déplacement vers l'est. <b>InSAR</b> : glissement vers l'est et vers le bas	Fig. 7.10 Fig. 7.8	plan superficiel parallèle à la topographie, composante cisailante de la traction plus forte que la composante en ouverture	Fig. C.2	déstabilisation et retour à l'équilibre du flanc est
		Grandes Pentes (partie centrale)	<b>InSAR</b> : inflation	Fig. 7.8	quadrangle superficiel, ouverture seule	Fig. C.2	remplissage d'un réservoir temporaire
	du 2 au 10 avril	Grandes Pentes (partie centrale)	<b>InSAR</b> : inflation ? déflation ?				
	du 2 au 30 avril	Grandes Pentes sud, motif <b>b</b>	<b>InSAR</b> : relation entre fissure d'avril et max de déformation GP	Fig. 7.7	rectangle, composante cisailante de la traction importante	Fig. C.2 Tab. C.2	géométrie compatible avec l'injection du 2 avril, traction peu vraisemblable

**Table 10.1** – Récapitulatif des observations, des modèles et des interprétations pour la période pré-effondrement. Réf obs et Réf mod renvoient aux figures relatives aux observations et aux modèles. Les mécanismes proposés pour la période syn-éruptive ne sont déduits qu'à partir de l'analyse des déplacements. Le modèle préliminaire présenté en annexe C permet cependant d'étayer certaines conjectures (localisation de l'intrusion de mars, orientation de l'injection d'avril, remplissage du réservoir temporaire ...)



### Du 30 mars au 2 avril

Un conduit permet la remontée du magma. il alimente un dyke qui s'injecte d'abord vers le nord, puis vers le sud, avant d'atteindre la surface (coulée de mars). Cette intrusion est à l'origine de l'inflation de l'est du cône (a). Un second conduit achemine le magma vers l'est et rencontre un niveau altéré : le magma s'injecte dans ce niveau sous la forme d'un sill (réservoir temporaire), provoquant une inflation dans les Grandes Pentes (d). Le dyke de mars et le remplissage de ce réservoir temporaire provoquent la déstabilisation du flanc le 30 mars, (c). La perte de volume de la chambre magmatique est importante, et amorce l'effondrement du Dolomieu, provoquant ainsi la subsidence de faible amplitude de tout l'Enclos (b).



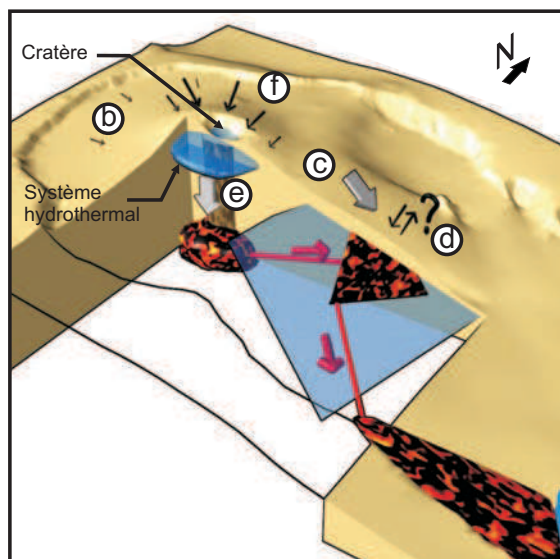
### Du 2 avril au 6 avril

Une intrusion relie le réservoir temporaire à la fissure éruptive du 2 avril. Le réservoir temporaire est toujours alimenté et sa variation de volume provoque une inflation ou une subsidence. Les déplacements (d) dépendent des flux entrants et sortants et ne sont pas contraints. L'effondrement se poursuit, ainsi que la subsidence de l'Enclos (b). Les Grandes Pentes continuent à revenir à un nouvel état d'équilibre en glissant sur le niveau altéré (c).

**Figure 10.1** – Proposition d'un scénario pour l'éruption d'avril 2007 (pré-effondrement). Les mécanismes proposés pour la période syn-éruptive ne sont déduits qu'à partir de l'analyse des déplacements. Le modèle préliminaire présenté en annexe C page 357 permet cependant d'étayer certaines conjectures (localisation de l'intrusion de mars, orientation de l'injection d'avril, remplissage du réservoir temporaire ...). Le réseau d'alimentation du réservoir temporaire a été représenté de manière schématisée, mais sa forme et son orientation restent conjecturales. Il en est de même pour la chambre magmatique principale.

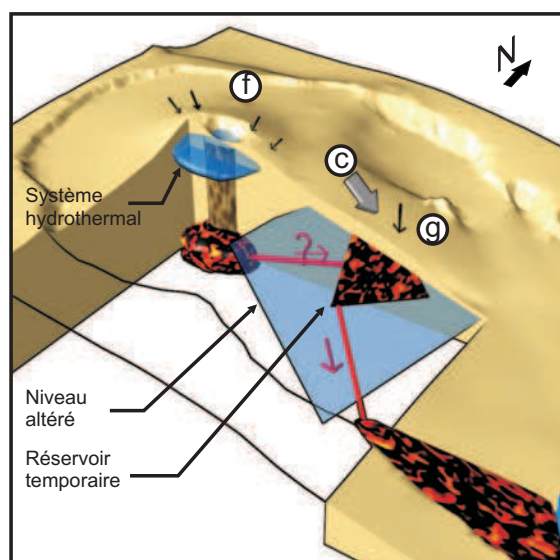
Période	Durée	Objet	Observations	Réf obs	Modèle	Réf mod	Interprétations
post-effondrement	du 6 au 30 avril	cône	<b>GPS</b> : subsidence. <b>InSAR</b> : subsidence	Fig. 7.10 Fig. 7.12	lentille superficielle sous le Dolomieu	Fig. 8.7	décompression du système hydrothermal
	à partir du 6 avril	périphérie du cratère	<b>InSAR</b> : fort gradient de déplacement	Fig. 7.7			réajustement du cône après l'effondrement
		Grandes Pentes (partie centrale)	<b>InSAR</b> : déflation	Fig. 7.12 Fig. 7.18	quadrangle superficiel, fermeture seule, tomographie	Fig. 9.1	vidange du réservoir temporaire des Grandes Pentes
	à partir du 7 avril	fissure éruptive	<b>Terrain</b> , (Staudacher et al., 2009)		augmentation du débit de lave, émission d'océanites		effet piston de l'effondrement sur la chambre magmatique, ramonage de la chambre
post-éruptif	de mai 2007 à juin 2008	Grandes Pentes	<b>InSAR</b> : glissement vers l'est et vers le bas	Fig. 7.14	plan superficiel parallèle à la topographie, composante cisailante équivalente à la composante en ouverture	Fig. 9.5 Tab. 9.4	retour à l'équilibre du flanc est, compaction d'un niveau altéré
		cône	<b>GPS</b> : subsidence. <b>InSAR</b> : subsidence	Fig. 7.17 Fig. 7.14	lentille superficielle sous le Dolomieu, faille circulaire, tomographie	Fig. 8.7 Fig. 8.8	décompression du système hydrothermal
	le 10 mai 2007	cône	<b>GPS</b> : reprise de la subsidence suite à la crise sismique du 10 mai	Fig. 7.17			nouvelle déstabilisation du système hydrothermal suite à la crise sismique

**Table 10.2** – Récapitulatif des observations, des modèles et des interprétations pour les périodes post-effondrement et post-éruptive. Réf obs et Réf mod renvoient aux arguments, présentés dans les figures relatives aux observations et aux modèles.



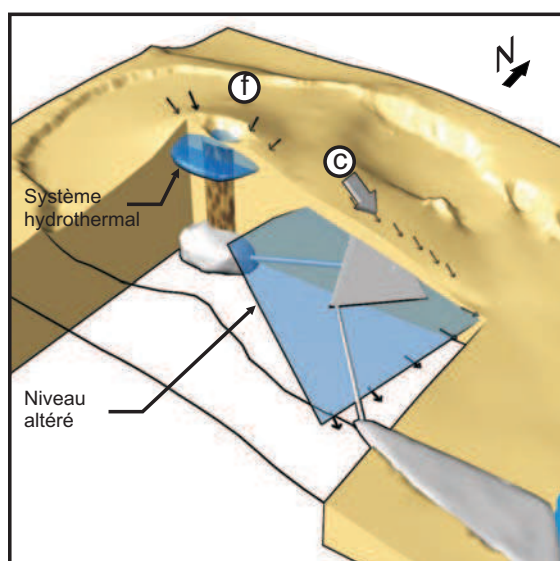
### Le 6 avril

L'effondrement (c) affecte des zones de plus en plus superficielles et atteint le système hydrothermal. Ce dernier commence à se décompresser, ce qui engendre la subsidence centripète du cône (f). Quelques explosions phréatiques sont associées à l'effondrement. Le cône central se réajuste suite à la perte de matériel dans le cône et provoque le fort gradient de déplacement en périphérie du cratère (f). L'édifice continue à se réajuster après l'effondrement et la subsidence de l'Enclos continue (b). Les déplacements (d) dus au réservoir temporaire ne sont pas contraints. Enfin, les Grandes Pentes continuent à glisser sur le niveau altéré (c).



### Du 6 avril au 30 avril

Le système hydrothermal continue à se décompresser et engendre la subsidence centripète du cône (f). Les Grandes Pentes continuent à glisser sur le niveau altéré (c). Le réservoir temporaire se vide et provoque la subsidence visible au niveau de la partie centrale des Grandes Pentes (g). Il n'est probablement plus alimenté par la chambre magmatique principale. L'arrêt de la vidange de la chambre magmatique principale le 10 avril expliquerait pourquoi la subsidence de l'Enclos s'arrête le 10 (non montrée, voir Fig. 7.10 page 169).



### De mai 2007 à juin 2008

Le système hydrothermal continue à se décompresser et engendre la subsidence centripète du cône (f). Les Grandes Pentes continuent à glisser sur le niveau altéré (c). La perte de volume du plan de glissement pourrait être due à une diminution de la quantité d'eau dans les argiles.

**Figure 10.2** – Proposition d'un scénario pour l'éruption d'avril 2007 (post-effondrement et post-éruptif)



## Quatrième partie

# Toolbox InSAR et modélisation pour Matlab



# Table des matières

---

<b>11 Présentation de la toolbox</b>	<b>247</b>
11.1 Présentation de la toolbox . . . . .	247
11.2 Installation . . . . .	248
11.2.1 Utilisation occasionnelle . . . . .	249
11.3 Paramétrage de la toolbox pour le site étudié . . . . .	249
11.3.1 Fichier de chemins pour la toolbox . . . . .	250
11.3.2 Fichier de chemins pour les paramètres de différents sites d'étude . . . . .	250
11.3.3 Fichiers de paramètres spécifiques à un site d'étude . . . . .	251
11.3.4 Données fréquemment utilisées : fichier_auto.txt . . . . .	253
11.3.5 Géoréférences automatiques . . . . .	254
11.3.6 Paramètres des satellites . . . . .	255
11.3.7 Paramètres des angles de visée . . . . .	255
11.4 Nomenclature des données . . . . .	256
11.5 Principales fonctions usuelles . . . . .	257
11.5.1 Gestion des données . . . . .	257
11.5.2 Recherche, visualisation et mise en forme des interférogrammes . . . . .	260
11.5.3 Séries temporelles et projection 3D . . . . .	263
11.5.4 Interpolation temporelle . . . . .	265
11.5.5 Sous-échantillonnage/maillage . . . . .	268
 <b>12 Suite logicielle pour la tomographie</b>	 <b>271</b>
12.1 Présentation de la toolbox . . . . .	271
12.1.1 Rappel des principes mathématiques . . . . .	271
12.1.2 Vue générale de l'algorithme . . . . .	272
12.1.3 Vue générale de la toolbox . . . . .	272



12.2	Préparation des données . . . . .	274
12.2.1	Préparation de la grille de sous-échantillonnage . . . . .	274
12.2.2	Préparation des données d'observation . . . . .	276
12.2.3	Préparation de la matrice G . . . . .	277
12.3	Préparation et lancement de la tomographie . . . . .	280
12.3.1	Renseignement des options . . . . .	281
12.3.2	Lancement de la tomographie . . . . .	286
12.4	Exploration d'un fichier de tomographie . . . . .	287
12.5	Exploration du nettoyage et post-traitements . . . . .	289
12.5.1	Nettoyage . . . . .	289
12.5.2	Discrimination de domaines et calculs de volume . . . . .	290
12.5.3	Itérations spécifiques . . . . .	291
12.6	Organisation des structures de données . . . . .	291
12.6.1	Structure <code>G_interf</code> . . . . .	291
12.6.2	Structure <code>tomo</code> . . . . .	292
<b>13</b>	<b>Suite logicielle pour MC3 et NA-MBEM</b>	<b>293</b>
13.1	Interface pour modèles directs MC3 . . . . .	293
13.1.1	Lancement de MC3 (Linux seulement) . . . . .	294
13.1.2	Interfaces de lancement et d'exploration (Windows et Linux) . . . . .	295
13.2	Interfaces pour modèles directs MC3 avec fonction objective . . . . .	297
13.3	Interface NA-MBEM . . . . .	299
13.3.1	Préparation des données . . . . .	300
13.3.2	Maillage de la topographie . . . . .	301
13.3.3	Préparation de l'inversion . . . . .	301
13.3.4	Visualisation des résultats d'inversion . . . . .	306
<b>14</b>	<b>Algorithme NA (Neighborhood Algorithm)</b>	<b>309</b>
14.1	Principes de la méthode d'optimisation par proches voisins (NA search) . . . . .	309
14.1.1	Fonction banane . . . . .	309
14.1.2	Recherche du minimum de la fonction banane . . . . .	310
14.1.3	Critères d'arrêt de la convergence . . . . .	312
14.2	Visualisations . . . . .	313
14.3	Traitements statistiques . . . . .	314
14.4	Matlab et la fonction <code>nasearch_moi</code> . . . . .	315

---

14.4.1	Optimisation par défaut . . . . .	315
14.4.2	Optimisation par options . . . . .	316
14.4.3	Sauvegarde du résultat . . . . .	318
14.4.4	Ne pas prendre en compte certains modèles . . . . .	318
14.4.5	Enregistrer des données secondaires . . . . .	319
14.4.6	Fonctions objectives vectorisables . . . . .	320
14.4.7	Recherche de nombres entiers . . . . .	320
14.4.8	Affichages . . . . .	321
14.4.9	Analyse statistique . . . . .	322
14.4.10	Un exemple de code plus complexe . . . . .	322
14.4.11	Liste des options disponibles . . . . .	326

---



# Chapitre 11

## Présentation de la toolbox, installation et principales fonctions usuelles

### Résumé

Ce chapitre présente la boîte à outils pour la Modélisation Optimisée pour l'InSAR (`toolbox_moi`), contenant un certain nombre de routines utilisables pour le traitement des données InSAR ainsi que pour la modélisation, implémentées pour Matlab®. Dans ce chapitre, utilisable comme un tutoriel, nous présenterons les étapes nécessaires au paramétrage de la toolbox, ainsi que les fonctions usuelles, telles que l'ouverture et la visualisation des données, le calcul de séries temporelles, l'interpolation temporelle des interférogrammes, ainsi que les procédures de préparation des données. Tous les modèles présentés dans cette thèse ont été réalisés à partir de cette boîte à outils.

### 11.1 Présentation de la toolbox

Les études à partir de données InSAR font souvent appel à la modélisation. Or, il n'existe pas à l'heure actuelle de suite logicielle regroupant tous les traitements, du calcul d'interférogramme jusqu'à la modélisation. Chacun doit alors programmer ses propres routines en fonction de ses besoins, ce qui rend le partage des codes et la mutualisation des compétences difficiles.

Afin de faciliter la diffusion des méthodes développées dans cette thèse, une boîte à outils est mise à disposition, qui regroupe la plus grande partie des routines utilisées dans ce mémoire. Cette boîte à outils a été développée sous Matlab car c'est un langage très utilisé dans les laboratoires, interprété, facile à comprendre et léger à programmer. Cependant, ce n'est pas un langage libre, il est donc nécessaire de disposer d'une licence Matlab pour pouvoir l'utiliser.

D'autre part, de nombreuses interfaces graphiques ont été codées afin de faciliter la prise en main des outils et de limiter le temps passé à l'étude des programmes.

Cette toolbox est composée de routines variées (ouverture de fichiers, recherches diverses, géoréférencement, retour graphique), auxquelles font appel de grandes fonctions (tomographie de déplacement, modélisation NA-MBEM, calcul de séries temporelles). Ces grandes fonctions font donc office de chef d'orchestre entre les petites routines et l'utilisateur, et ont été programmées afin qu'un maximum d'options soit disponible.

Il est souvent difficile de connaître les options associées à ces grandes fonctions, et les sources d'erreurs sont multiples (options incompatibles, mauvais formatage des données par exemple). Les grandes fonctions de cette boîte à outils ont été interfacées pour faciliter leur utilisation. En général, les interfaces graphiques ne sont programmées que pour gérer les options et permettent ainsi d'éviter des erreurs avant le lancement d'un gros calcul.

D'autre part, l'utilisation de codes sous forme de script présente de gros avantages lorsque les tâches à effectuer sont répétitives et ne nécessitent que très peu d'interventions de l'utilisateur. En revanche, l'utilisation de scripts peut s'avérer très lourde pour des tâches spécifiques et ponctuelles. Un des objectifs des interfaces présentées est donc de résumer l'écriture de plusieurs lignes de code en un clic de souris pour certaines tâches stéréotypées.

## 11.2 Installation

L'installation est rapide et nécessite seulement de redéfinir dans le pool de chemins de Matlab, le chemin de certains répertoires de la toolbox.

Copiez la toolbox dans un répertoire de votre ordinateur. Dans toute la partie qui va suivre, '`chemin/de/la/toolbox`' indiquera le chemin absolu de la toolbox. Le CD contient par ailleurs de nombreuses données pour tester la toolbox. Ces données se trouvent dans le répertoire `samples`. La configuration par défaut de la toolbox fait appel à des données

présentes dans ce répertoire. Il est conseillé de copier ce répertoire sur votre disque dur, dans le même répertoire que celui qui contient le répertoire `toolbox_moi`. Dans la suite de ce tutoriel, les exemples font appel aux données présentes dans les sous-répertoires contenus dans `samples`.

### 11.2.1 Utilisation occasionnelle

Afin d'inscrire les répertoires nécessaires dans le path de Matlab, il suffit de lancer le script '`chemin/de/la/toolbox/startup_toolbox.m`' : après avoir ouvert Matlab, tapez le code suivant :

#### Code Matlab

```
cd ('chemin/de/la/toolbox/')  
startup_toolbox
```

La toolbox est prête à être utilisée, mais le path ainsi défini n'est pas sauvegardé, il faut donc refaire cette opération à chaque lancement de Matlab.

Si la toolbox doit être utilisée de manière récurrente, il est possible de modifier le path de Matlab. Il est déconseillé d'ajouter la toolbox directement dans le path, afin d'éviter les conflits entre différentes fonctions qui pourraient avoir le même nom. Plusieurs possibilités permettent d'ajouter la toolbox à chaque démarrage de Matlab :

1. (UNIX et Windows) modification du fichier '`startup`' de Matlab ('`help startup`')
2. (UNIX) modification du PATH du système d'exploitation afin d'ajouter une macro qui lance Matlab directement dans le répertoire de la toolbox.

La seconde solution est à préférer car elle permet de pouvoir lancer une "version" de Matlab dédiée à la toolbox.

## 11.3 Paramétrage de la toolbox pour le site étudié

Le paramétrage de la toolbox est un peu moins aisé. Il faut connaître certains paramètres afin de pouvoir utiliser convenablement cette toolbox. Les différents fichiers décrits ci-dessous permettent de paramétrer convenablement la toolbox afin de pouvoir l'utiliser sur un site

spécifique. Par défaut, la toolbox est fournie avec les paramètres utilisés au Piton de la Fournaise.

### 11.3.1 Fichier de chemins pour la toolbox

Le fichier 'chemin/de/la/toolbox/arbo\_auto.txt' contient des données permettant de paramétrer la toolbox en fonction du système d'exploitation utilisé. Ils permettent de renseigner Matlab sur la localisation de la toolbox. Si l'ordinateur est équipé en double boot avec Linux et Windows, ce fichier permet d'utiliser la même toolbox sur les deux systèmes et de spécifier le chemin de la toolbox en fonction du système d'exploitation utilisé :

```
% TYPEOS -tab- arbo/contenant/la/toolbox
GLNX86 /media/LMV_G/matlab_lmv/toolbox_moi_maison/
PCWIN G:/matlab_lmv/toolbox_moi_maison/
```

Ce fichier est généré automatiquement à chaque lancement de la toolbox et est nécessaire à son bon fonctionnement.

### 11.3.2 Fichier de chemins pour les paramètres de différents sites d'étude

En général, les interférogrammes utilisés pour un site donné ont toujours la même dimension. Cette dimension est souvent la même que celle du MNT utilisé dans le calcul des interférogrammes. Dès lors, plutôt que de faire appel à des fichiers header pour chaque interférogramme, la toolbox permet de définir un certain nombre de constantes, de chemins et de fichiers utilisés fréquemment. La toolbox permet de paramétrer ces différentes données de manière spécifique à plusieurs sites d'étude.

Pour pouvoir utiliser la toolbox sur différents sites d'étude, les constantes doivent être définies pour chaque site étudié. Le fichier 'chemin/de/la/toolbox/LISTE\_SITES.txt', contient le chemin d'un répertoire qui référence tous les fichiers de paramétrage spécifiques à un site d'étude. La première colonne correspond à une étiquette pour discriminer les sites, la seconde colonne correspond au chemin du dossier contenant les fichiers de paramétrage. Ces chemins sont définis de manière relative à l'emplacement de la toolbox ('chemin/de/la/toolbox/')

piton	config_site/piton
lastarria	config_site/lastarria
test	config_site/test_site
USED	config_site/test_site

La première colonne correspond au nom du site et la seconde au dossier contenant les fichiers de paramètres. Par exemple, tous les fichiers de paramètres concernant le Piton de la Fournaise sont dans le répertoire '`chemin/de/la/toolbox/config_site/piton`'. Le dernier site correspond au dernier site utilisé. Ce sera ce chemin qui sera utilisé au lancement de la toolbox.

Pour changer les paramétrages de la toolbox, et l'utiliser par exemple pour le Piton de la Fournaise, la commande suivante permettra de charger les nouvelles constantes :

### Code Matlab

```
change_site('piton')
```

#### 11.3.3 Fichiers de paramètres spécifiques à un site d'étude

Tous les fichiers présentés ici doivent être présents dans chaque répertoire listé dans '`chemin/de/la/toolbox/LISTE_SITES.txt`'. On va décrire dans cette section l'exemple du site piton, dont les fichiers de paramètres doivent se trouver dans le répertoire '`chemin/de/la/-toolbox/config_site/piton`'.

#### Fichier de raccourcis de chemins : `arbo_data.txt`

Ce fichier contient des chemins pour accéder à des données ou des répertoires plus rapidement. Il est organisé en 3 colonnes séparées par des tabulations.



```
% TYPE OS ; TAG ; pathname
PCWIN; TOOLBOX;G:/matlab_lmv/toolbox_moi_maison/
PCWIN; TEMP; G:/data_lmv/TEMP/
PCWIN; COH; G:/data_lmv/ASAR/coh_propre_aurelien/
.....
GLNX86; TOOLBOX /media/LMV_G/matlab_lmv/toolbox_moi_maison/
GLNX86; TEMP /media/LMV_G/data_lmv/data_lmv/TEMP/
GLNX86; COH /media/LMV_G/data_lmv/ASAR/coh_propre_aurelien/
GLNX86; MC3 /media/LMV_G/matlab_lmv/toolbox_moi_maison/fonctions/Mc3/interfaces
.....
```

La première colonne indique le type de l'OS (système d'exploitation). Cette information est obtenue en tapant dans un terminal Matlab : **computer**

La seconde colonne contient quelques lettres servant d'étiquette pour trouver le répertoire voulu. La troisième colonne contient le chemin absolu du répertoire. Ce chemin dépend du système d'exploitation, il est donc nécessaire de répéter l'opération pour tous les systèmes présents sur l'ordinateur, utilisant la toolbox.

Ces dossiers correspondent par défaut à :

- TEMP : dossier qui contiendra des données temporaires
- COH : dossier contenant des fichiers cohérence
- UNWM : dossier contenant des interférogrammes déroulés en mètres
- SERIE : dossier contenant des séries temporelles
- MASK : dossier contenant une banque de masques
- GPS : dossier contenant des données GPS
- MC3 : dossier contenant le code MC3 compilé (Linux)

Le dossier TEMP doit être défini, car il contiendra des intermédiaires de calculs pouvant être nombreux. Ce dossier ne doit contenir aucune donnée importante car il est purgé régulièrement. Les autres dossiers sont facultatifs, mais il est préférable de les renseigner, afin d'éviter des erreurs de programmes. Ces dossiers ne sont que des raccourcis, aucune donnée n'y sera écrite. Il est possible par exemple de mettre pour tous les champs (autres que TEMP) 'chemin/de/la/toolbox/toolbox\_moi\_maison'. Le dossier MC3 est indispensable pour utiliser MC3. Il faut qu'une version compilée de MC3 soit présente dans ce dossier (voir partie 13).

Pour vérifier que les dossiers sont bien pris en compte, tapez dans un terminal Matlab :

## Code Matlab

```
trouve_arbo_auto('ALL')
```

Si aucune erreur n'est générée, le code renvoie une stringcell contenant tous les répertoires. En cas d'erreur, corriger le fichier pour que les noms correspondent à un vrai répertoire.

#### 11.3.4 Données fréquemment utilisées : fichier\_auto.txt

Ce fichier contient des noms de fichiers souvent utilisés :

```
TYPE ; nom/de/fichier/dans/toolbox_moi_maison
% fichier contenant le mnt par défaut
MNT;    data_utile/MNT/mnt_pdf_12_5.r4
.....
```

Il est constitué de deux colonnes séparées par un ;. La première colonne est une étiquette, la seconde contient le chemin relatif du fichier d'intérêt par rapport à la localisation de la toolbox ('chemin/de/la/toolbox/toolbox\_moi\_maison')

Ces fichiers sont :

- MNT : chemin du modèle numérique de terrain le plus utilisé
- MNTJPG : chemin d'un shading relief du MNT, cette image jpg est utilisée pour des incrustations de topologie pour des rendus.
- DATES : chemin du fichier contenant les dates d'événements remarquables.
- ALTI : chemin du fichier contenant certains paramètres de la banque de données des interférogrammes, tels que l'altitude d'ambiguïté.

Par défaut, ces fichiers sont localisés dans le répertoire `chemin/de/la/toolbox/config_site/piton` et sont respectivement `mnt_pdf_12_5.r4`, `mnt_pdf_12_5.jpg`, `dates_evenement.txt` et `AA_total.dat`.

Pour vérifier les noms de fichier, tapez :

#### Code Matlab

```
nom_flag=[{'MNT'},{'MNTJPG'},{'DATES'},{'ALTI'}];
for i=1:numel(nom_flag)
    trouve_fichier_auto(nom_flag{i})
end
```

Si le code génère une erreur, modifier les noms des fichiers pour qu'ils pointent vers des fichiers réels.

### 11.3.5 Géoréférencements automatiques

En général, les interférogrammes utilisés pour un site donné ont toujours la même dimension. Cette dimension est en général la même que celle du MNT utilisé dans le calcul des interférogrammes. Dès lors, plutôt que de faire appel à des fichiers header pour chaque interférogramme, le fichier '`data_utile/param_satellites/param_sites.txt`' contient les informations de base pour l'ouverture et le géoréférencement des formats de fichiers les plus employés. Ce fichier est organisé en plusieurs colonnes séparées par des tabulations. Seules les deux premières lignes sont indispensables.

SITE	HEMIPH	PIX_REF	X0(m)	Y0(m)	DX(m)	DY(m)	NBLIG	NBCOL
default;	SUD;	BAS_G;	357000;	7640000;	12.5;	12.5;	1360;	1680
dolo;	SUD;	BAS_G;	364500;	7648000;	12.5;	12.5;	321;	321
encl_GP;	SUD;	BAS_G ;	362475;	7644175;	12.5;	12.5;	945;	1167
.....								

- SITE : nom des ROI. Seul le ROI `default` est obligatoire.
- HEMIPH : NORD ou SUD
- PIX\_REF : BAS\_G : localisation du pixel de référence
- X0 et Y0 : coordonnée UTM du pixel en bas à gauche de l'interférogramme
- DX et DY : taille en X et Y d'un pixel (en mètres)
- NBLIG et NBCOL : nombre de lignes et de colonnes de l'interférogramme.

Le site peut être une zone d'intérêt. Plusieurs programmes permettent de sélectionner des ROI juste à partir du nom de la zone d'intérêt.

Pour vérifier le fichier, taper dans un terminal Matlab :

#### Code Matlab

```
[noms_sites,x0,y0,dx,dy,nblig,nbcol,pix_ref,hemisph]=...
open_sites('param_sites.txt')
```

### 11.3.6 Paramètres des satellites

Le fichier 'data\_utile/param\_satellites/param\_satellite.txt' contient différents types de données sur les satellites utilisables. Si les satellites utilisés sont ENVISAT, ALOS ou TerraSAR, alors il n'y a rien à changer dans ce fichier. Taper le code suivant pour vérifier le fichier.

#### Code Matlab

```
help open_param_sat
[liste_sat,liste_radar,liste_lambda,liste_data1,liste_acoeff,...
liste_cte]=open_param_sat('param_satellite.txt')
```

### 11.3.7 Paramètres des angles de visée

Le fichier 'data\_utile/param\_satellites/param\_strack.txt' contient différents types de données sur les swaths-tracks utilisables. Les valeurs des vecteurs de visée peuvent varier en fonction du site étudié et du track. Il est donc nécessaire de faire tous les calculs afin de connaître les valeurs des paramètres pour les sites étudiés.

Les 5 premières lignes ne doivent pas être modifiées et concernent les axes géographiques. La première colonne est appelée **strack** (swath-track), elle contient une étiquette pour pouvoir récupérer les valeurs souhaitées.

STRACK	SAT	RADAR	RADARLOOK_X	RADARLOOK_Y	RADARLOOK_Z
00HB	XYZ	NON	0.0000000	0.0000000	1.0000000
00NS	XYZ	NON	0.0000000	1.0000000	0.0000000
00EO	XYZ	NON	1.0000000	0.0000000	0.0000000
0000	XYZ	NON	0.0000000	0.0000000	0.0000000
7170	envisat	asar	-0.6569510	-0.1743855	0.7334885
.....					

Le strack '0000' sert pour nommer les interférogrammes sans avoir à utiliser un vrai nom de strack.

En général, on dispose des angles  $\phi_{\text{sar}}$  et  $\theta_{\text{sar}}$ . Pour convertir ces angles en vecteur, taper :

### Code Matlab

```
phisar=50;thetasar=60;unite='deg'
radarlook=sar2look(phisar,thetasar,unite)
```

La fonction suivante permet de récupérer le radarlook pour un **track** donné.

### Code Matlab

```
help open_radarlook
[liste_strack,liste_sat,liste_rad,radarlook]...
=open_radarlook('param_strack.txt')
help trouve_radarlook
trouve_radarlook('00HB')
trouve_radarlook(liste_strack)
```

## 11.4 Nomenclature des données

Une des très fortes contraintes de la toolbox est la nomenclature des fichiers. Nous verrons plus tard pourquoi cette nomenclature est stricte. La toolbox a été créée afin d'assouplir la gestion des métadonnées principales relatives aux interférogrammes et de limiter le nombre de fichiers descripteurs de données. Les informations principales pour un interférogramme donné sont :

**son géoréférencement** : il est pris en charge par les fichiers de paramétrage de la toolbox

**la géométrie d'acquisition** : les coordonnées du vecteur de la ligne de visée

**les dates des images** : les dates des images esclave et maîtresse

Plutôt que d'avoir un fichier header par interférogramme, la toolbox recrée un header à partir du nom du fichier au moment de son ouverture. Le nom du fichier doit être formaté ainsi :

$\underbrace{\text{xxxx}}_{\text{préfixe}}$    
 $\underbrace{\text{ssss}}_{\text{étiquette swath-track}}$    
—   
 $\underbrace{\text{mmmmm}}_{\text{track maîtresse}}$    
—   
 $\underbrace{\text{eeee}}_{\text{track esclave}}$    
—   
 $\underbrace{\text{xxxx}}_{\text{suffixe}}$    
 $\underbrace{\text{.ext}}_{\text{extension}}$

où :

- préfixe et suffixe sont des chaînes de caractères de n'importe quelle longueur
- ssss est une chaîne de 4 caractères et correspond à l'étiquette du swath-track (voir le fichier 'data\_utile/param\_satellites/param\_strack.txt')

- mmmmm et eeeee sont des chaînes de 5 caractères et correspondent au track absolu des scènes maîtresse et esclave.

À partir de l'étiquette du swath-track et du fichier 'data\_utile/param\_satellites/param\_strack.txt' de la toolbox , il sera possible de retrouver les paramètres des angles de visée et du satellite ainsi que les dates d'acquisition des images.

## 11.5 Principales fonctions usuelles

Cette partie présente les principales fonctions usuelles. Afin de pouvoir utiliser les codes sur des exemples de données, il est nécessaire de charger le répertoire contenant les données d'exemple dans le path de Matlab ainsi que les paramètres par défaut :

### Code Matlab

```
%%% chargement des donnees d'exemple
arbo = char(trouve_arbo_auto('TOOLBOX'));
ind=strfind(char(arbo), '/')
arbo_ex = [arbo(1:(ind(end)-1)), 'donnees_exemple/']
addpath(arbo_ex)
%%% chargement des constantes pour le site
change_site('test_site')
```

### 11.5.1 Gestion des données

#### Fonctions d'input/output et visualisation pour les images

La toolbox permet d'ouvrir des fichiers avec des extensions classiques. Cependant, les données ne sont parfois pas simples à manipuler. Pour rendre plus facile la manipulation et la gestion des images (interférogrammes déroulés, enroulés) certaines fonctions et extensions particulières ont été définies.

Les fichiers de données peuvent être soit des images \*.tiff, \*.jpg, mais aussi la plupart des formats usuels \*.r4 (float 32), \*.oct (uchar). Afin de pouvoir conserver les métadonnées relatives aux interférogrammes sans avoir à accumuler les variables, les fonctions d'ouverture fournissent deux variables : la première correspond à la matrice des données, et la seconde à

une structure de données contenant les métadonnées. Voici différents moyens pour charger un interférogramme déroulé (format \*.r4).

Placez-vous dans le répertoire `samples/data_pour_test_ouverture`, et essayez les codes suivants. Toutes les méthodes donneront le même résultat :

### Code Matlab

```
nom = 'i15_nettoye_7170_27278_28781.r4';
%% ouverture en faisant appel aux fichiers de parametage de
%% la toolbox par défaut
[data,datastr]=open_r4(nom);
datastr.data = data;

%% ouverture en faisant appel aux fichiers de parametage de
%% la toolbox pour une zone definie
nom_site = 'piton';
[data,datastr]=open_r4(nom,nom_site);
datastr.data = data;

%% ouverture en faisant appel a un header d'ENVI si dispo
nom_header = 'interfero_7170_26777_28781_deroule.hdr';
[data,datastr]=open_r4(nom,nom_header);
datastr.data = data;

%% ouverture 'manuelle'
x0 = 357000; % pixel bas gauche
y0 = 7640000; % pixel bas gauche
dx = 12.5; % resolution en x
dy = 12.5; % resolution en y
nb_lig = 1360;% nb de lignes
nb_col = 1680;% nb de colonnes
[data,datastr]=open_r4(nom,x0,y0,);
datastr.data = data; % ajout des donnees dans la structre
```

La structure de données `datastr` contient les métadonnées ainsi que les données, il n'y a plus qu'une variable pouvant être facilement manipulable. Le champs `s_m_e` contient les informations nécessaires pour accéder aux dates des images ainsi qu'à la géométrie d'acquisition :

Les codes suivants montrent comment accéder aux informations :

## Code Matlab

```
[s_m_e,s,m,e]=trouve_s_m_e(datastr.s_m_e);
%%% vecteur d'acquisition
look = trouve_radarlook(s)
%%% date de l'image maitresse
date_m = converti_date(m,'track')
%%% date de l'image esclave
date_m = converti_date(m,'track')
```

Voici une liste des fonctions permettant d'accéder aux données de la même manière que l'exemple donné avant :

nom de la fonction	type de fichiers ouverts
open_r4	matrices sous format float 32 big-endian ou little-endian
open_oct	matrices sous format uchar
open_mask	images rendues sous format logique pour les masques
open_image	tous types d'images(peu robuste)
open_str	tous types de structures de données

Pour enregistrer des images et conserver les métadonnées :

nom de la fonction	type de fichiers ouverts	réci-proque d'ouverture
save_r4	matrices sous format float 32 big-endian ou little-endian	open_r4
open_str	tous types de structures de données	open_r4 et open_str

Pour visualiser des données, plusieurs possibilités sont disponibles en plus des fonctions `imagesc` de Matlab :

## Code Matlab

```
%%% imagesc_UTM
figure
imagesc_UTM(data) % georeferencement par default
imagesc_UTM(datastr) % georeferencement par structure
imagesc_UTM(data,datastr) % georeferencement par structure annexe
%%% figure_sar
figure_sar(data)%sans georeferencement
figure_sar(datastr)%avec georeferencement
```

La fonction `figure_sar` est un outil permettant la visualisation de données ainsi que des manipulations rapides telles que l'enroulement, la saturation, le déphasage, la fusion de shading relief et la mise en forme des données.



## Fonctions d'input/output autres

Quelques-unes des principales fonctions d'ouverture et de sauvegarde de données.

fonction de sauvegarde	fonction d'ouverture	commentaire
<code>save_str</code>	<code>open_str</code>	fonction I/O principale de la toolbox Sert à sauver et ouvrir toutes les données de type structure de données (tomo, modèles, nambem ...)
<code>save_dat</code>	<code>open_dat</code>	I/O d'une matrice $m \times n$ en format float 32 sans avoir à connaître ses dimensions
<code>save_datn</code>	<code>open_datn</code>	idem pour des matrices $m \times n \times k$
<code>save_pts</code>	<code>open_pts</code>	I/O d'une matrice en format ASCII
<code>save_mail</code>	<code>open_mail</code>	I/O pour <code>mail_interface</code> et <code>interface_sous_ech_data</code>
<code>save_ex3</code>	<code>open_ex3</code>	modification de ie3 pour maillages
-	<code>open_res</code>	ouverture du *.res de MC3
-	<code>open_res</code>	ouverture du *.res de MC3 et sélection de points
<code>save_cell2ASCII</code>	<code>open_ASCII2cell</code>	I/O d'une stringcell
<code>savenares</code>	<code>loadnares</code>	I/O d'un *.nares vieille version
<code>save_nares</code>	<code>load_nares</code>	I/O d'un *.nares nouvelle version
<code>verface2obj</code>	<code>loadawobj_moi</code>	I/O d'un *.obj compatible avec Blender pour maillages manuels

Les fonctions `save_str` et `open_str` concernent la majorité des données. Elle permettent d'enregistrer dans une structure des données de natures très variées (matrices, cell, char, struct). Les formats de sortie de la plupart des grandes fonctions de la toolbox sont dans ce format de données. Les données y sont organisées sous forme d'arborescence hiérarchisée.

Les structures de données peuvent porter différentes extensions (\*.str \*.tomo \*.nambem \*.mc3 \*.r4) en fonction du type d'application faisant appel à ces données.

Pour faciliter la visibilité de ces données, une interface a été créée afin d'explorer ces structures : `interface_explore_str`.

Toutes les fonctions possèdent une aide accessible par la commande `help nom_de_la_fonction`.

### 11.5.2 Recherche, visualisation et mise en forme des interférogrammes

La fonction `trouve_interf_liste` permet de trouver dans un répertoire donné les fichiers correspondant à des interférogrammes (fichiers ayant une nomenclature de type `s_m_e`). Cette fonction accepte des entrées optionnelles allant par paire du type (...,'nom\_option',val\_option,...) et permet de créer une liste contenant des interférogrammes sélectionnés selon des critères de

swath, passe, satellite et date des images maîtresse et esclave. Par exemple, dans le répertoire `samples`, taper :

### Code Matlab

```
% repertoire de recherche
arbo = 'data_series_pour_interpolation/interferos_synthetiques'
liste = trouve_interf_liste('interferos_synthetiques')
% que les fichiers avec un strack 7170
liste = trouve_interf_liste('interferos_synthetiques',...
    'strack','7170')
% que les interfero avec un strack 7170
trouve_interf_liste('interferos_synthetiques','strack',...
    '7170','filtre','*.r4')
% que les interfero avec un strack 7170
trouve_interf_liste('interferos_synthetiques','strack',...
    '7170','filtre','*.r4')

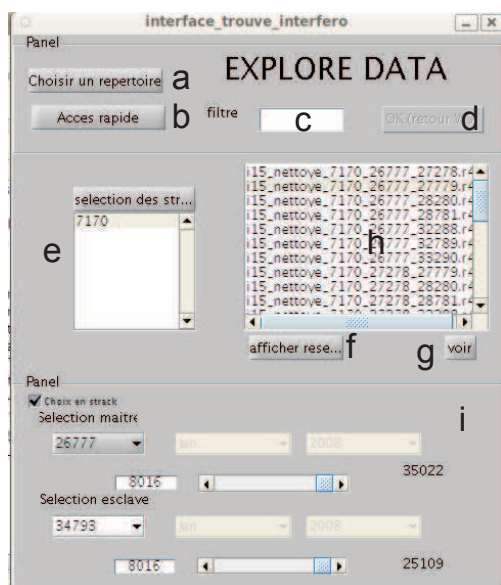
% autre exemple avec selection des dates : maitresse apres mi
% et esclave avant ef
arbo = 'data_7170_pour_serie'
trouve_interf_liste(arbo,'strack','7170','filtre','*.r4',...
    'mi','07-08-2007','ef','01-08-2008','dateform','dd-mm-yyyy')
```

Une interface a été créée afin de faciliter la recherche d'interférogrammes et leur visualisation (figures 11.2 et 11.1).

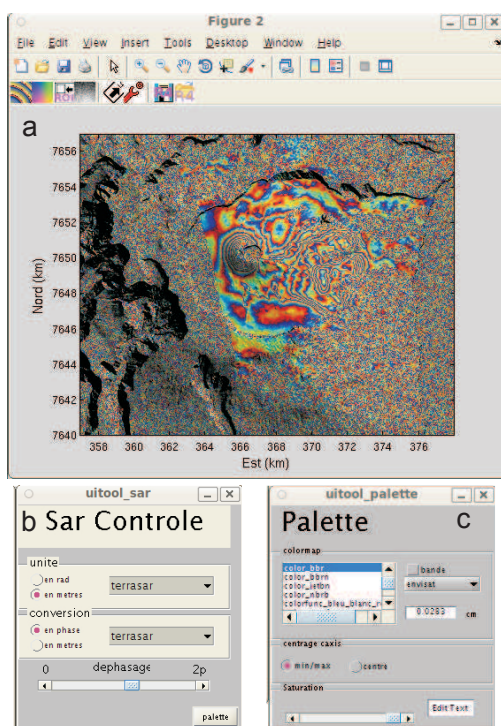
### Code Matlab

```
%%% permet la visualisation des donnees
interface_trouve_interfero
%%% recupere une liste d'interferogrammes dans un repertoire
arbo = pwd;
[liste,arbo]=interface_trouve_interfero(arbo);
```

Recherchez les interférogrammes présents dans le dossier `samples/data_7170_pour_serie` à l'aide de l'interface. Dans l'interface, appuyer sur le bouton `voir` permettra de lancer un module de visualisation (voir figure 11.2). Visualisez quelques interférogrammes, enroulez-les, changez la couleur de la colormap, incrustez un ombrage, puis sélectionnez ceux ou celui qui vous intéresse. Le bouton `OK` (retour `WS`) permet d'exporter la liste des interférogrammes sélectionnés dans l'espace de travail (seulement si un répertoire a été rentré en argument).



**Figure 11.1** – Interface trouve interf : **a** : choix du répertoire ; **b** : raccourcis ; **c** : sélection des interférogrammes contenant une chaîne de caractères dans leur nom ; **d** : fermer l'interface et exporter les interférogrammes dans l'espace de travail ; **e** : sélection des interférogrammes selon leur swath-track ; **f** : affichage des périodes couvertes par les interférogrammes ; **g** : voir l'interférogramme sélectionné dans la liste (*figure\_sar*) ; **h** : liste des interférogrammes répondant aux critères de sélection ; **i** : critères de sélection selon la date des images maîtresse et esclave.



**Figure 11.2** – Interface figure sar : interface permettant la visualisation et les manipulations basiques des interférogrammes. Cette interface s'articule en 3 modules : **a** : gestion de l'affichage et ouverture/fermeture des fichiers. Les icônes supplémentaires correspondent de droite à gauche à la gestion de la table de couleurs, à la gestion de l'enroulement, à la sélection de zones d'intérêt, à l'incrustation d'un ombrage, à l'affichage du LOS, à la gestion des options spécifiques de *images\_UTM*, et à l'ouverture / enregistrement des données. **b** : module permettant l'enroulement et la conversion en radians/mètres de l'interférogramme. **c** : module permettant le contrôle de la table de couleurs.

Le tableau suivant référence les principales fonctions pour la recherche et la visualisation des données.

nom de la fonction	actions
interface_imagesc_UTM	affichage et mise en forme d'interférogrammes mise en forme des résidus de modélisation masques, shading relief ...
figure_sar	module de visualisation des données module uitoool_sar module uitoool_palette
interface_trouve_interf	recherche d'interférogrammes
interface_exploreur_de_données	affiche les fichiers d'un répertoire permet d'afficher des interférogrammes figure_sar permet d'explorer des structures de données explore_str

## Atmosphère / shift

Les interfaces suivantes permettent de prendre en compte des corrections atmosphériques et de corriger certaines erreurs de déroulement. Ces interfaces fonctionnent mais ne sont pas très robustes et génèrent souvent des erreurs.

nom de la fonction	actions
interface_surf_shift_reg	sélection d'interférogrammes calcul de corrélation phase / altitude lancement des interfaces de shift et de pontage
interface_interface_shift_interf	shift précis d'un interférogramme
interface_pontage_interfero	permet de corriger certains sauts de phases lors du déroulement

### 11.5.3 Séries temporelles et projection 3D

La nomenclature des fichiers sous format **s\_m\_e** est indispensable pour ces traitements : en effet, les dates des différentes scènes et les lignes de visée sont référencées dans les noms de fichiers et les matrices de design sont créées à partir de ces noms de fichiers.

Fonctions communes	
trouve_s_m_e	trouve le <b>s_m_e</b> dans le nom des fichiers
Séries temporelles	
serie_temporelle serie_temp_MAT_EQ serie_temp_calcule_reste	permet le calcul de séries temporelle création de la matrice de design à partir des <b>s_m_e</b> calcul de tous les interférogrammes possibles à partir d'une série temporelle
Projection 3D	
los2xyz trouve_radarlook	calcul des composantes 3D à partir des interférogrammes trouve le radarlook à partir du <b>s_m_e</b>

Le code suivant montre un exemple d'utilisation de ces fonctions pour la projection 3D. Le calcul de série temporelle fonctionne sur le même principe.

## Code Matlab

```

%%% creation d'interfero synthétiques
dx=25;dy=25;x0=-3000;y0=-3000
[X,Y]=meshgrid(x0:dx:3000,y0:dy:3000);Z=0*X;
matstr.x0=x0;matstr.y0=y0;matstr.dx=dx;matstr.dy=dy;
matstr.los='yes'
xs=0;ys=0;zs=-1000;rayon=200;DP=200
noms = {'7170_XXXXX_XXXXX','7005_XXXXX_XXXXX',...
'2313_XXXXX_XXXXX','3091_XXXXX_XXXXX'};
[s_m_e,s]=trouve_s_m_e(noms);
[Ux,Uy,Uz,Ur] = mogi_DP(X,Y,Z, xs, ys, zs, rayon,DP);
MAT = xyz2los(Ux,Uy,Uz,s)
figure('name','interferos')
for i=1:numel(MAT)
    % ajout de bruit
    corrdist=500;varnoise=10^-5;
    MAT{i}=MAT{i}+ expnoiseunwr([size(MAT{i},2),size(MAT{i},1)],...
    50,50,corrdist,varnoise);matstr.strack=s{i};
    subplot(1,4,i),imagesc_UTM(dist2phase(MAT{i},'envisat'),matstr);
    title(s{i})
end
%%% Projection
[NOM,XYZ,STD]=los2xyz(MAT,s)
%%% affichage
figure('name','projection');
for i=1:numel(XYZ)
    subplot(2,3,i);imagesc_UTM(XYZ{i});title(['dep ',NOM{i}]);
    subplot(2,3,3+i);imagesc_UTM(STD{i});title(['std ',NOM{i}]);
end

```

Les traitements de séries temporelles et de projection 3D font appel à beaucoup de routines identiques pour la sélection des interférogrammes. Une interface unique permet de faire les deux opérations et est appelée par :

### Code Matlab

```
interface_traitement_liste
```

L'interface permet de sélectionner les interférogrammes en plusieurs temps :

- recherche d'interférogrammes
- sélection de certains interférogrammes dans le pool disponible
- sélection des interférogrammes contenant une scène spécifique

Nous allons traiter un exemple de calcul de série temporelle : appuyez sur le bouton **ajouter des interfero**, puis, dans l'interface qui s'ouvre, **choisir un repertoire** et choisissez 'samples/-data\_7170\_pour\_serie'. Ensuite, sélectionnez les interférogrammes d'intérêt puis validez la sélection en appuyant sur **OK**. Dans la fenêtre de liste des interférogrammes de la première interface, la liste des interférogrammes sélectionnés apparaît. Vous pouvez compléter cette liste en recommençant la recherche, ou purger cette liste avec le bouton **purge**. Les boutons **add** et **rm** permettent d'ajouter des interférogrammes dans la liste du centre. Le calcul sera fait à partir de cette liste. Vous pouvez choisir des scènes à ne pas prendre en compte avec le module de droite.

Quand la liste est prête, cliquer sur le bouton **valider la sélection**. Les interférogrammes sélectionnés sont ensuite copiés dans le répertoire temporaire. Cette copie permet de pouvoir les transformer (shift, atmosphère) sans modifier les données initiales. Le calcul de la projection et de la série temporelle se fera sur ces interférogrammes copiés et pas sur les originaux.

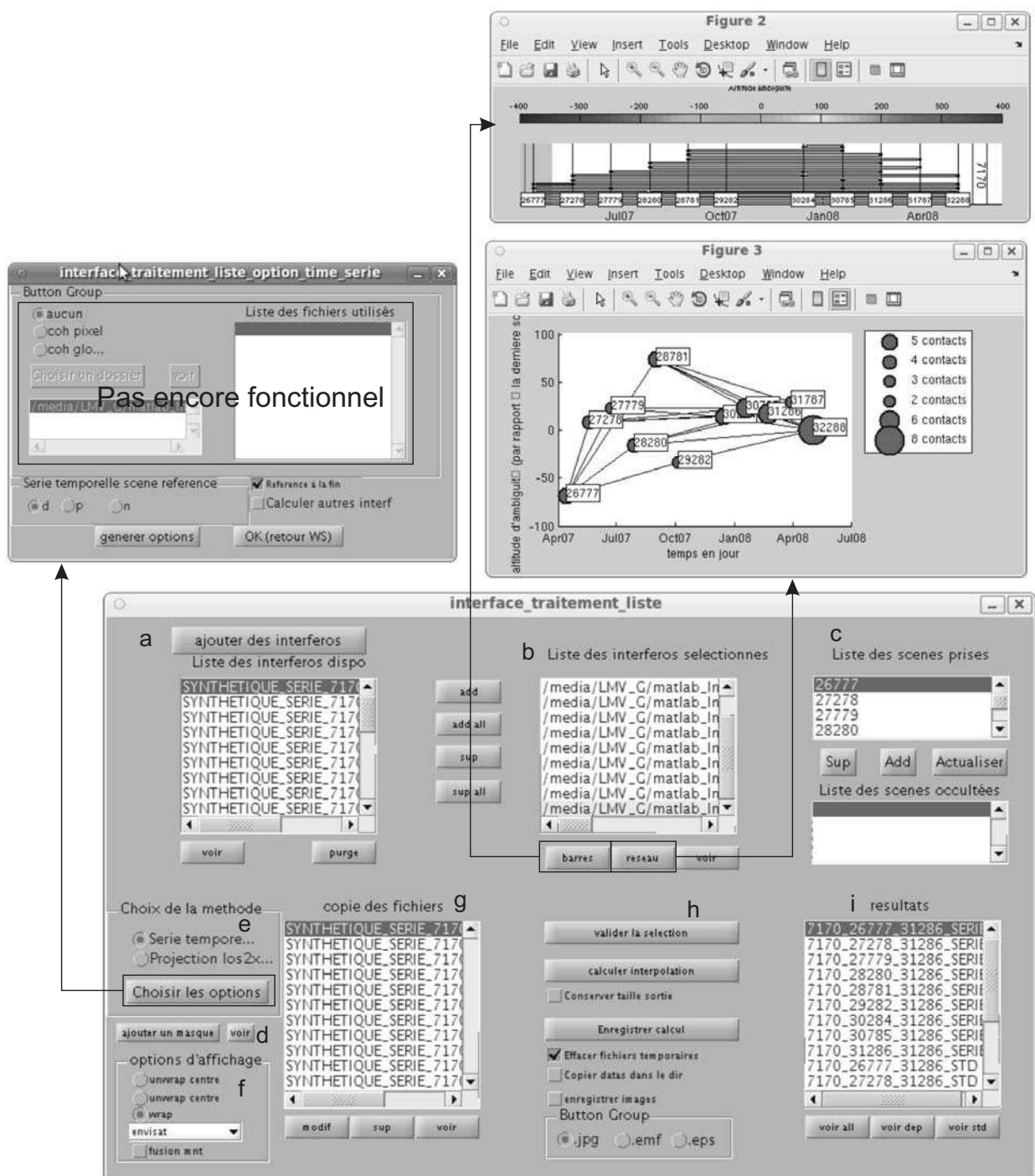
Chaque calcul possède des options qui lui sont spécifiques (pondération des interférogrammes, choix de la scène de référence pour les série temporelles...). Pour accéder aux options de calcul de série temporelle, cliquer sur le bouton **choisir les options**. La fenêtre d'options s'ouvre. Le module de pondération des données n'est pas encore fonctionnel, mais vous pouvez déjà choisir la scène qui servira de référence (**p** : première scène, **d** dernière scène) : cliquez sur **generer les options** et validez.

Enfin, lancez le calcul à partir de l'interface principale. Les résultats du calcul génèrent beaucoup de fichiers différents, le programme propose donc de créer un répertoire (**enregistrer calcul**) où seront enregistrés les résultats. Les résultats seront enregistrés au format **\*.r4** et un fichier **\*.txt** est ajouté. Ce fichier contient toutes les informations relatives au calcul effectué, et sera nécessaire pour les procédures d'interpolation temporelle des interférogrammes.

#### 11.5.4 Interpolation temporelle

Cette toolbox permet le calcul d'interférogrammes interpolés à partir des fichiers d'une série temporelle générés par l'interface **interface\_traitement\_liste**. Le détail des principes de l'interpolation est présenté en partie 3 à la page 41.

Lancer l'interface par le code



**Figure 11.3** – Interface traitement liste : **a** : sélection d'interférogrammes (interface\_trouve\_interfero) et ajout dans la liste; **b** : sélection d'interférogrammes dans la liste **a**; **c** : scènes à ne pas prendre en compte; **d** : ajout d'un masque; **e** : options de calcul; **f** : quelques options d'affichage; **g** : interférogrammes copiés dans le répertoire temporaire, pour pouvoir manipuler les données. Le calcul sera fait à partir de ces données et pas sur les données réelles; **h** : commandes pour le calcul et l'enregistrement des résultats; **i** : fenêtre contenant les résultats du calcul. Affichages complémentaires du réseau d'interférogrammes ou des périodes couvertes par les interférogrammes en appuyant sur les boutons correspondants.

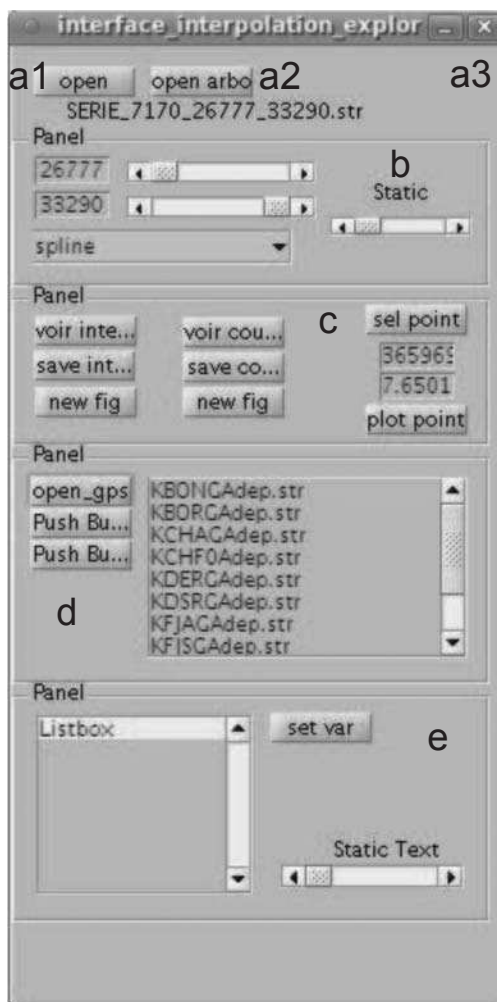


## Code Matlab

```
interface_interpolation_explore_interpolation
```

puis choisissez un répertoire (`open_arbo`) contenant une série temporelle (par exemple `samples/ data_series_pour_interpolation/interferos_synthetiques/ SERIE_7170_26777_32288_PARAMETRES.txt`). Remarquez que l'interface propose directement le répertoire contenant les séries temporelles si celui-ci a été renseigné dans les fichiers de paramètres. Le programme va lire ce fichier et ouvrir les données de la série temporelle.

À l'aide des sliders, visualisez un interférogramme interpolé, ainsi que l'évolution des déplacements d'un pixel donné en fonction du temps.



**Figure 11.4** – Interface d'interpolation d'interférogrammes. **a1** : ouverture d'une structure de série temporelle ; **a2** : ouverture d'un dossier contenant les fichiers d'une série temporelle générée par `interface_traitement_liste` ; **a3** : sauvegarde de la série temporelle en format `*.str` ; **b** : module de sélection de l'interférogramme interpolé : il faut sélectionner le track des dates maîtresse et esclave. Le menu déroulant permet de choisir la méthode d'interpolation ; **c** : options de visualisation : il est possible de voir l'interférogramme interpolé et de le sauvegarder. Pour voir la dynamique d'un pixel, il faut rentrer ses coordonnées (ou sélectionner un point sur l'interférogramme). Le bouton `voir courbe` permet d'afficher la dynamique du pixel sélectionné. **d** : module d'affichage conjoint des déplacements enregistrés par GPS et par interpolation temporelle. **e** : module permettant de modifier la variance moyenne des interférogrammes utilisés pour le calcul de série temporelle.

Il est à noter que l'interpolation par ajustement numérique d'une exponentielle n'est pas pris en charge par l'interface. Cette interpolation est cependant visualisable par l'interface si elle a été calculée en amont. Le script `script_calcule_reg_expfit_from_serieSTR.m` permet de



lancer ce calcul à partir d'une structure de données contenant une série temporelle. Le fichier `structure_de_serie/SERIE_7170_26777_32288.str` contient une structure de série temporelle sur laquelle ce script a été lancé. Ouvrez cette série temporelle à l'aide de l'interface et visualisez un interférogramme interpolé par méthode `exp_fit`.

Principales fonctions pour l'interpolation :

<code>serie_to_seriestr.m</code>	fonction permettant de convertir un dossier contenant les résultats de série temporelle en structure de série temporelle
<code>script_calcule_reg_expfit_from_serieSTR.m</code>	interpolation méthode numérique pour exponentielle
<code>eval_bilin_interf,eval_pchip_interf,eval_spline_interf</code> <code>eval_exp_interf,eval_expfit_interf</code>	fonctions d'interpolation d'un interférogramme pour les différentes méthodes
<code>eval_bilin_var,eval_pchip_var,eval_spline_var</code> <code>eval_exp_var,eval_expfit_var</code>	fonctions d'interpolation d'un pixel pour les différentes méthodes

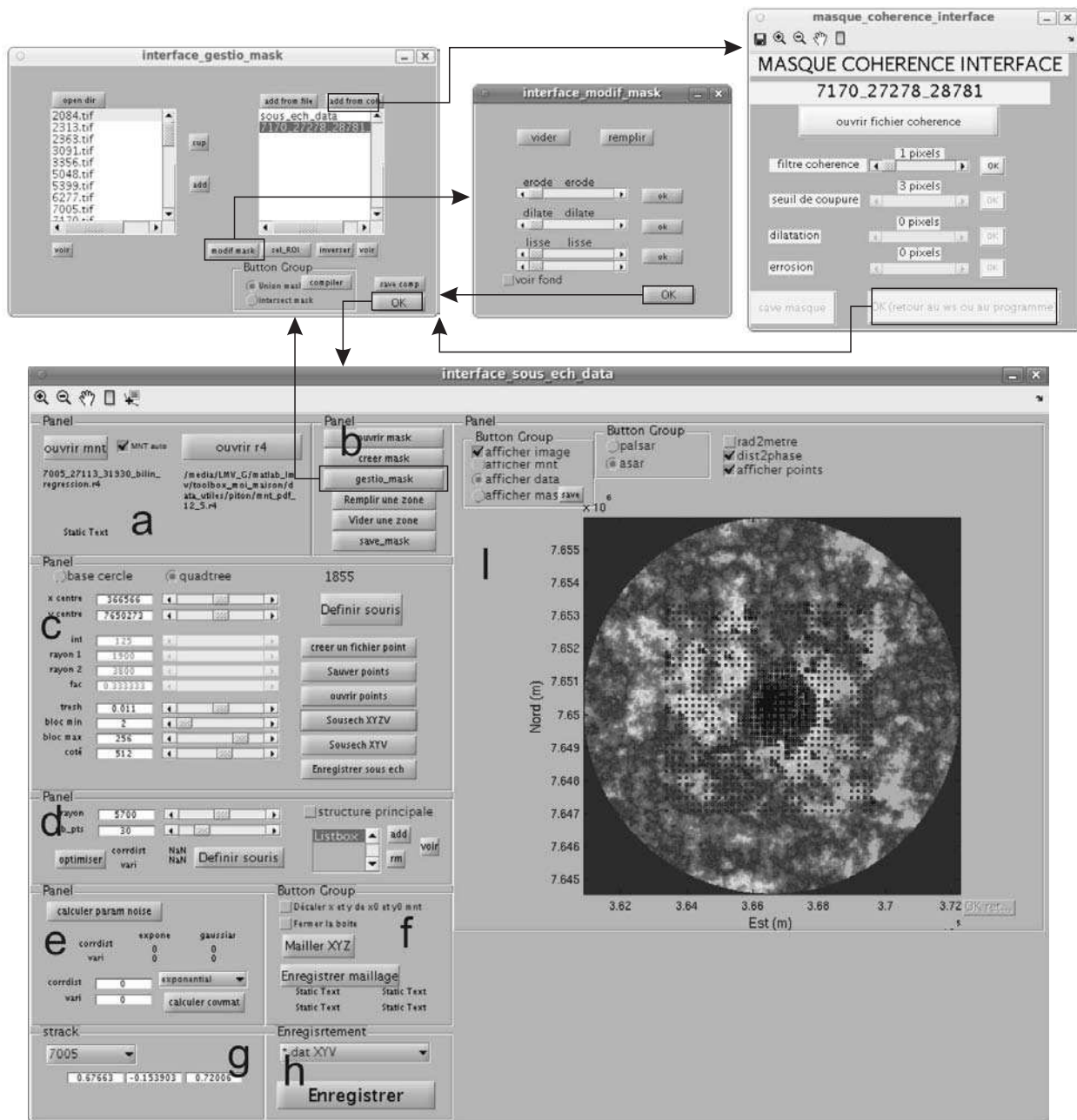
### 11.5.5 Sous-échantillonnage/maillage

Une interface pour le sous-échantillonnage des interférogrammes et pour la création de maillages pour la modélisation a été développée pour faciliter ces opérations et obtenir un retour graphique rapide. Cette interface est peu ergonomique et contient quelques bugs. Elle sera amenée à évoluer. Nous allons étudier un exemple de sous-échantillonnage des données. Lancez l'interface avec le code :

#### Code Matlab

```
interface\_sous\_ech\_data
```

Ouvrez un interférogramme ainsi qu'un MNT (le MNT par défaut correspond à celui renseigné dans les fichiers de paramétrages de la toolbox). Les deux types de données sont géoréférencés et peuvent donc être utilisés directement sans opération supplémentaire. Une proposition de sous-échantillonnage, appelée **points**, apparaît à l'écran. Choisissez les options de sous-échantillonnage (quadtree ou base circulaire), puis cliquez sur **creer fichier point** pour actualiser la position des points de sous-échantillonnage. Différents modules de masques sont accessibles à partir des boutons **gestio\_masque**. Ces masques permettent d'éliminer certains points de la proposition de sous-échantillonnage. Quand le sous-échantillonnage paraît satisfaisant, cliquez sur **sous\_ech\_XYZV** ou **sous\_ech\_XYV** permettant respectivement de prendre en compte ou non la topographie.



**Figure 11.5** – Interface de sous-échantillonnage et de maillage : **a** : module d’ouverture des données ; **b** : module d’ouverture et de composition de masques ; **c** : module de sous-échantillonnage ; **d** : module d’optimisation de maillages ; **e** : module d’analyse de bruit et de création de matrice de covariance ; **f** : module de maillage et d’export de maillage ; **g** : module de contrôle de la ligne de visée ; **h** : module d’export des données sous-échantillonnées ; **i** : module d’affichage.

Un module permet de calculer la variance et la distance de corrélation du bruit, puis de créer la matrice de covariance du sous-échantillonnage.

Les données sous-échantillonnées peuvent être exportées en différents format :

*.dat XYV	open_dat	3 colonnes (pas besoin de MNT)
*.dat XYZV	open_dat	4 colonnes (MNT nécessaire) format de données pour la tomographie
*.str strack COV	open_str	structure de données format de données pour la tomographie et NAMBEM prise en charge de la covariance
*.str strack	open_str	structure de données format de données pour la tomographie et NAMBEM sans prise en charge de la covariance

Le module de maillage permet de créer un maillage à partir du sous-échantillonnage de la topographie. Les maillages peuvent prendre en compte des objets tels que des fractures ou des fissures éruptives, puis être optimisés afin de limiter les angles des triangles. Les données de maillages peuvent être exportées en format \*.ex3 compatible avec le modèle numérique MC3 ou en format \*.obj compatible avec le logiciel Blender.

# Chapitre 12

## Suite logicielle pour la tomographie

### 12.1 Présentation de la toolbox

Cette partie est consacrée à la présentation de la suite logicielle pour la tomographie. Si la toolbox a été installée, vous pouvez essayer cette suite à partir de différents échantillons disponibles dans le répertoire `samples/data_pour_tomo`. Les exemples donnés font appel aux fichiers présents dans ce répertoire.

#### 12.1.1 Rappel des principes mathématiques

Le détail des principes mathématiques de la tomographie est donné à la partie 6 page 99. On rappelle pour mémoire que cette méthode consiste en la résolution de la variation de volume d'une grille de sources unitaires, et que cette résolution doit satisfaire deux conditions :

- la reproduction des déplacements observés  $\mathbf{d}^{obs}$
- la compacité de la solution  $\mathbf{m}$

Ces deux contraintes sont exprimables sous forme matricielle avec l'équation suivante :

$$\begin{pmatrix} WG \\ \beta L \end{pmatrix} \mathbf{m}_\beta = \begin{pmatrix} W \mathbf{d}^{obs} \\ 0 \end{pmatrix} \quad (12.1)$$

où  $G$  est la matrice contenant les déplacements unitaires provoqués par chacune des sources en chacun des points de la topographie,  $W$  est la décomposition de Cholesky de la matrice de covariance des données  $\Sigma^{-1}$ ,  $L$  est l'expression matricielle de l'opérateur Laplacien permettant de lisser la solution,  $\beta$  est un paramètre contrôlant le poids du lissage par rapport à la

résolution des déplacements observés. Dans ces conditions, la solution  $\mathbf{m}_\beta$  peut être résolue par moindres carrés selon :

$$\mathbf{m}_\beta = \left( \hat{G}^T \hat{G} + \beta^2 L^2 \right)^{-1} \hat{G}^T \hat{\mathbf{d}}^{obs} \quad (12.2)$$

où  $\hat{G} = WG$  et  $\hat{\mathbf{d}}^{obs} = W\mathbf{d}^{obs}$ .

La position des sources unitaires étant fixe, le seul paramètre variable de ce système est la valeur de  $\beta$ , et pour chaque  $\beta$ , il est possible de définir un misfit  $\chi^2$  et une quantité  $R$  appelée rugosité. Les méthodes de CVSS – soit numérique soit analytique – permettent de trouver de manière objective le  $\beta$  assurant le meilleur compromis entre misfit et rugosité grâce à la minimisation de la fonction de *Non-Prédictibilité* (*NP*). Tout l'enjeu de la tomographie est donc de trouver ce  $\beta$  optimal. Enfin, le meilleur modèle  $\mathbf{m}$  étant trouvé, il est possible de le simplifier en cherchant quelles sont les sources les plus influentes dans la solution  $\mathbf{m}$ .

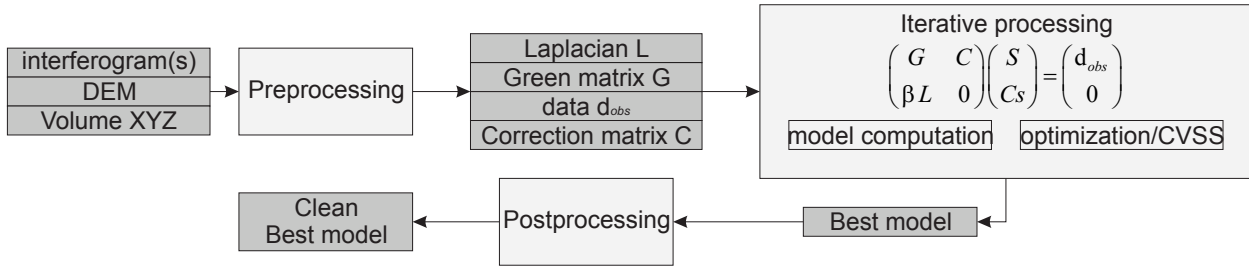
### 12.1.2 Vue générale de l'algorithme

L'équation 12.2 montre que deux sous-échantillonnages sont nécessaires : le premier concerne les données et permet la construction du vecteur des données observées  $\mathbf{d}^{obs}$  ainsi que de la matrice de pondération  $W$ . Le second concerne la discrétisation du sous-sol en sources unitaires. Ces deux sous-échantillonnages permettront alors de construire la matrice  $G$  ainsi que l'opérateur Laplacien  $L$ . La phase appelée *preprocessing* dans la figure 12.1 permet la construction de toutes ces variables.

Ces données étant préparées, elles peuvent être injectée dans la procédure itérative de recherche du meilleur  $\beta$ . Cette recherche passe par la minimisation de la fonction de *Non-Prédictibilité* *NP* et nécessite donc une procédure d'optimisation. En fonction des besoins, il peut être nécessaire de prendre en compte des corrections d'atmosphère corrélée ou de shift (matrice  $C$ ).

### 12.1.3 Vue générale de la toolbox

En pratique, seules les données d'observation, la grille de sous-échantillonnage et une structure de données vierge de tomographie sont à préparer avant de lancer un calcul de tomographie.



**Figure 12.1** – Vue générale des procédures pour la tomographie. Les variables et les données sont indiquées en gris sombre, les procédures en gris clair.

La préparation des données se déroule en plusieurs étapes et peut être relativement longue. Elle sera détaillée par la suite. Cette préparation des données aboutit à la création d'une structure de données appelée `g_interf`. Cette structure de données contient pour un interférogramme donné :

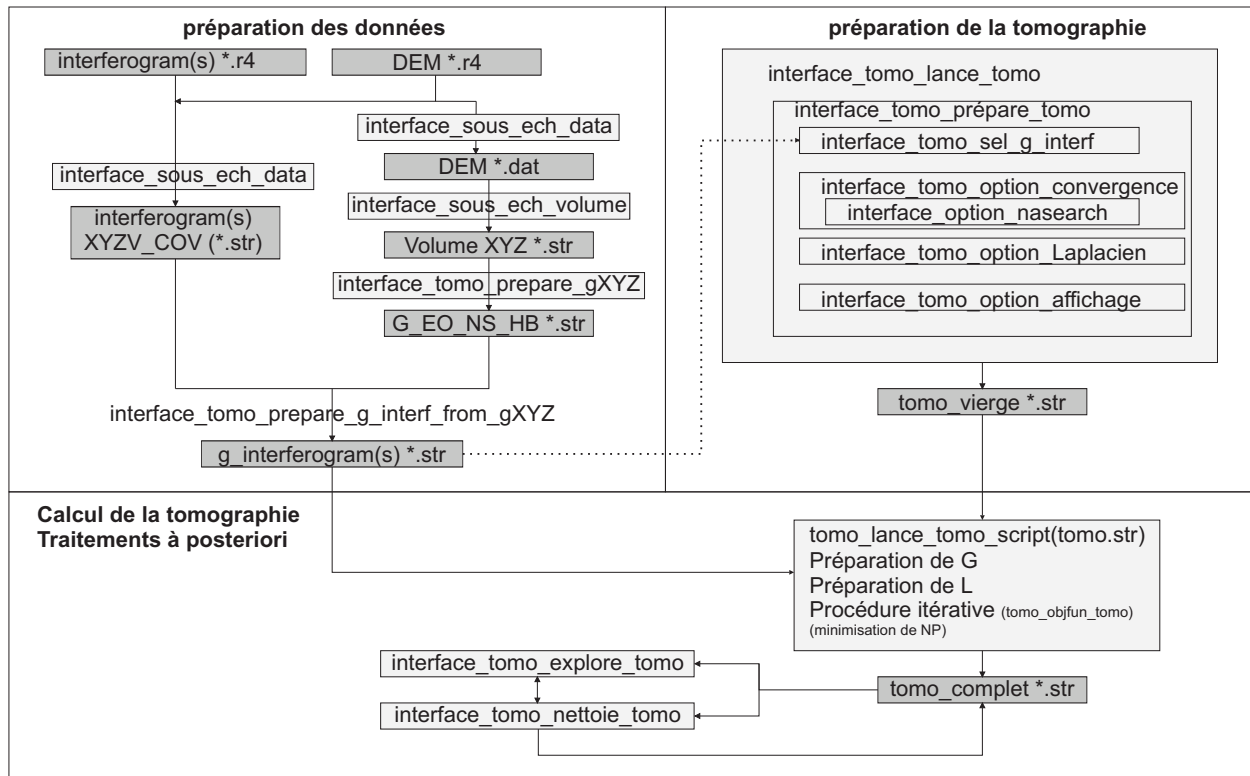
1. les données de déplacement sous-échantillonnées avec les coordonnées XYZ de chaque point
2. la fonction de green  $G$  pour le sous-échantillonnage
3. la matrice de covariance pour le sous-échantillonnage (facultative)
4. différentes métadonnées (fonction utilisée pour la création de  $G$ , la grille de sous-échantillonnage du volume utilisée) qui permettront de vérifier les compatibilités entre les différents jeux de données.

La préparation du fichier de tomographie vierge permet la prise en compte de toutes les options nécessaires au calcul de la tomographie. Le fichier `*.str` enregistré contient entre autres :

1. les options relatives au Laplacien (conditions aux bordures, type de Laplacien)
2. les options relatives à la minimisation de la fonction  $NP$  (type de fragmentation des données, CVSS ou LOO ...)
3. les options de paramétrage de la fonction `NAsearch`
4. le nom des fichiers `g_interf` pris en compte
5. les options pour la pondération des jeux de données
6. des options d'affichage du déroulement du calcul

La figure 12.2 replace les principaux fichiers et les principales fonctions nécessaires à la préparation des données.

La fonction `tomo_lance_tomo_script` permet de lancer le calcul de la tomographie. Cette fonction permet dans un premier temps de créer le Laplacien, puis de préparer la matrice  $G$



**Figure 12.2** – Vue générale des outils et des fichiers pour la tomographie. Les fichiers sont indiqués en gris sombre, les fonctions en gris clair.

en fonction des jeux de données pris en compte ainsi que des options de pondération. Elle permet aussi de lancer la minimisation de la fonction  $NP$ , ainsi que le nettoyage.

La minimisation de la fonction  $NP$  est gérée par la sous-fonction `tomo_objfun_TOMO`. C'est cette sous-fonction qui prendra en compte les options de calcul de la CVSS.

Enfin, les résultats sont visualisables avec la fonction `interface_tomo_explore_tomo` et le nettoyage est paramétrable avec la fonction `interface_tomo_nettoie_tomo`.

## 12.2 Préparation des données

### 12.2.1 Préparation de la grille de sous-échantillonnage

La grille de sous-échantillonnage peut être préparée à l'aide de la fonction `fonction_sous_ech_volume`. Cette fonction permet de créer une grille de sous-échantillonnage du volume sous une topographie sous-échantillonnée. Les points au-dessus de la topographie et en dehors de la topogra-

phie sont éliminés. L'exemple suivant fait appel à un fichier de sous-échantillonnage de topographie `mnt_pdf_12_5_cercle_XYZV.dat` présent dans le répertoire `samples/data_pour_tomo`, ayant été préparé avec l'interface `interface_sous_ech_data`.

### Code Matlab

```
% ouverture du sous echantillonnage de la topo
mnt = open_dat('mnt_pdf_12_5_cercle_XYZV.dat');
% centre du sous echantillonnage du volume
xc = 366466; yc = 7650173; zc = 1050;
% cotes du parallelepipedu du volume
cote = [4800 , 4800 , 2000];
pas = 400 % distance entre deux centres
sousech=fonction_sous_ech_volume(xc,yc,zc,cote,pas,mnt);
% visualisation
figure
scatter_source_topo(sousech)
% sauvegarde
save_str(sousech,'mon_premier_sous_ech.str')
```

où :

- `xc` , `yc` , `zc` sont les coordonnées du centre de la grille
- `cote` est un vecteur  $3 \times 1$  contenant les longueurs des cotés de la grille de sous-échantillonnage
- `pas` est la distance séparant deux points de la grille
- `mnt` est une matrice  $m \times 3$  contenant les coordonnées des points de la topographie

Cette fonction retourne une structure de maillage composée des champs détaillés dans le tableau suivant.

<code>sousech.topo</code>	<code>sousech.topo.Xmnt</code> <code>sousech.topo.Ymnt</code> <code>sousech.topo.Zmnt</code>	coordonnées des points de la topographie
<code>sousech.grille</code>	<code>sousech.grille.Xs</code> <code>sousech.grille.Ys</code> <code>sousech.grille.Zs</code>	coordonnées des points de la grille de sous-échantillonnage

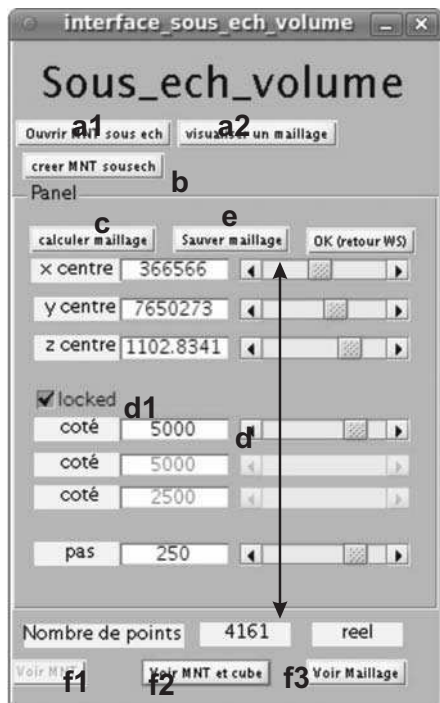
Les points ne peuvent pas se situer à moins de `pas` de la topographie. Si le cas de figure se présente, alors ces points sont éliminés.

Afin de faciliter la création des grilles de sous-échantillonnage, cette fonction a été interfacée (voir figure 12.3). Pour accéder à l'interface, il faut entrer dans un terminal la fonction suivante :



## Code Matlab

```
interface_sous_ech_volume;
```



**Figure 12.3** – Interface de sous-échantillonnage du volume. **a1/a2** : ouverture d'un maillage de topographie sous-échantillonnée en format \*.dat ou \*.ex3; **b** : création d'un sous-échantillonnage de topographie à l'aide de l'interface interface\_sous\_ech\_data; **c** : calcul d'un sous-échantillonnage du volume; **d** : paramètres de la grille de sous-échantillonnage; **d1** : impose une grille cubique; **e** : enregistrement de la grille en format \*.str; **f1-f2-f3** : modes d'affichages.

Il est important que le sous-échantillonnage de la topographie soit assez fin car c'est à partir de celui-ci que sera calculée la matrice  $G$  (voir partie 12.2.3).

## 12.2.2 Préparation des données d'observation

Les interférogrammes doivent être sous-échantillonnés à l'aide de interface\_sous\_ech\_data. On trouvera dans le répertoire samples/data\_pour\_tomo deux interférogrammes déjà sous-échantillonnés :

format XYZV*.dat
7005_XXXXX_XXXXX_jouet_cercle_XYZV.dat
7170_XXXXX_XXXXX_jouet_cercle_XYZV.dat
format XYZV*.dat (sans cov)
jouet_7005_XXXXX_XXXXX_cercle_XYZV_sans_cov.str
jouet_7005_XXXXX_XXXXX_cercle_XYZV_sans_cov.str

Les données d'observation peuvent être enregistrées soit en format \*.dat soit en format \*.str. Il est à noter que seul le format \*.str permet la prise en compte d'une matrice de covariance. Il est nécessaire que les noms des fichiers de données répondent aux règles de

nomenclature `s_m_e` : en effet, les lignes de visée seront récupérées à partir du nom de fichier.

### 12.2.3 Préparation de la matrice $G$

La matrice  $G$  est construite en plusieurs temps (voir figure 12.5) :

1. création d'une matrice  $G_{XYZ}$  type sous forme de structure de données (`G_XYZ`)
2. création d'une matrice  $G$  pour un interférogramme donné (`G_interf`)
3. création de la vraie matrice  $G$

En effet, en fonction du modèle direct utilisé, la construction de  $G$  peut être très longue, surtout si elle est calculée à l'aide d'un modèle numérique. Plutôt que de calculer  $G$  pour chaque source unitaire en chaque point de la topographie pour chaque interférogramme, on calcule 3 matrices  $G$  contenant les déplacements est-ouest, nord-sud et verticaux de la topographie pour une grille de sous-échantillonnage du volume et pour un sous-échantillonnage de la topographie donnés. Ces trois matrices sont rangées dans une structure de données `G_XYZ` (format `*.str`) et sauvegardées.

Ce calcul peut être très long (plusieurs jours), mais il permet d'obtenir une banque de déplacements unitaires à partir de laquelle le calcul de la matrice `G_interf` pour un interférogramme donné sera très rapide (quelques minutes). Le calcul de `G_interf` est fait par interpolation de `G_XYZ` au niveau des points de données, puis par projection de ces trois matrices interpolées dans la ligne de visée du jeu de données. `G_interf` est ensuite enregistrée en format structure de données `*.str`.

Enfin la matrice  $G$  utilisée dans le calcul de tomographie sera créée directement au lancement du calcul à partir des différentes matrices `G_interf` voulues pour le calcul.

Ce mode de création est assez fastidieux, mais il permet d'une part de gagner beaucoup de temps au moment du lancement d'un calcul, mais aussi de créer une banque de `G_interf`, qui seront alors combinables entre elles à souhait. Enfin, ce mode de création fragmenté permet de contrôler toutes les étapes de la création de  $G$ .

#### Préparation de la matrice `G_XYZ`

La structure de données `G_XYZ` est calculée à l'aide de la fonction :

## Code Matlab

```
G_XYZ=cree_g_unitaire(sousech, interf, 'nom_option_i', val_option_i, ...);
```

Cette fonction est complexe et peut prendre en compte de nombreuses options. Nous ne détaillerons pas son fonctionnement complet. Afin d'éviter des conflits entre les nombreuses options disponibles, une interface a été créée et permet de remplir les valeurs d'options de manière cohérente.

## Code Matlab

```
interface_tomo_prepare_gXYZ;
```



**Figure 12.4** – Interface de préparation de  $G_{XYZ}$ .

**a** : ouverture d'une structure de données de sous-échantillonnage du sous-sol. Cette structure contient aussi les points de la topographie où seront faits les calculs (sauf pour MC3); **b** : choix du modèle direct; **b2** : options spécifiques au calcul de  $G$  à l'aide de MC3 (nom de la topographie en format ex3, décalage en x et y, type de source à prendre en compte); **c** : module de visualisation du sous-échantillonnage de la topographie et du volume; **d** : options de paramétrage des sources unitaires (rayon, pression unitaire).

Dans un premier temps, il est nécessaire d'ouvrir une structure de données de sous-échantillonnage du volume. Cette structure de données contient les positions des centres de chacune des sources unitaires, mais aussi les points de la topographie sur lesquels seront faits les calculs de déformation (sauf pour MC3). Placez Matlab dans le répertoire `data_pour_tomo/jouets_pet` et ouvrez par exemple le fichier `maillage_leger.str`.

Il est possible de choisir le modèle direct de déformation utilisé. Tous les modèles de déformation utilisables doivent être rangés dans le dossier `dossier/de/la/toolbox/fonctions/-tomo_pression/fichiers_communs/modeles`. Il apparaît alors dans le popup qui leur est consacré. Choisissez par exemple `okada_tomo`.

Le modèle de déformation MC3 nécessite des options qui lui sont spécifiques. Ces options ne sont activées que si MC3 est choisi dans le popup des modèles et concernent surtout les informations relatives à la topographie utilisée.

L'encart consacré aux paramètres des sources unitaires permet de choisir leur rayon (ou demi-côté). Par défaut, le rayon est fixé à 1/2 du pas séparant les points de la grille de sous-échantillonnage (200 dans notre exemple). Il est enfin possible d'imposer un coefficient à l'amplitude des déplacements unitaires. Ce coefficient correspond donc à une pression ou une variation de volume des sources unitaires. Par défaut, ce coefficient est fixé à 1.

Lancer le calcul en appuyant sur le bouton **calcul et save**. Le calcul commence et lorsqu'il est terminé, une fenêtre s'ouvre pour inviter à choisir un répertoire d'enregistrement. La structure de données **G\_XYZ** contient en plus des matrices  $G$  toutes les métadonnées nécessaires à son identification (modèle de déformation utilisé, paramètres des sources ...).

### Préparation des matrices **G\_interf**

Les **G\_interf** sont obtenues en interpolant les matrices  $G$  de la structure de données **G\_XYZ** au niveau des points d'observation de l'interférogramme sous-échantillonné, puis en projetant les déplacements dans l'axe de visée de l'interférogramme. Il est donc nécessaire d'avoir accès à **G\_interf** ainsi qu'aux données sous-échantillonnées. Les données sous-échantillonnées sont soit en format **\*.dat** soit en format **\*.str** (voir partie 12.2.2). On rappelle que seul le format **\*.str** permet d'avoir accès à la covariance.

La préparation des structures de données **G\_interf** a été interfacée :

#### Code Matlab

```
en ligne de commande
[G_interf,liste_dir_nom_G_interf]=cree_g_unitaire_from_g_XYZ_liste...
(dir_nom_gXYZ, liste_dir_nom_interfero,..., 'option_i',option_i)
par interface
interface_tomo_prepare_g_interf_from_gXYZ
```

L'interface est simple et permet des contrôles à différents moments de chacun des paramètres : en fin de calcul, différentes fenêtres s'ouvrent de manière successives pour permettre à l'utilisateur de contrôler les paramètres de la ligne de visée, des dates des images maîtresse et esclave, ainsi que le répertoire et le nom d'enregistrement. Il est à noter que cette interface permet de traiter par lot les données.

Enfin, pour éviter la multiplication des fichiers, et comme la matrice  $G$  dans **G\_interf** est spécifique d'un jeu de données, les structures de données **G\_interf** contiennent aussi les

données sous-échantillonnées ainsi que leur matrice de covariance (si celle-ci a été calculée en amont).



**Figure 12.5** – Interface de préparation de `G_interf` **a** : ouverture d’une structure de données `G_XYZ`; **b** : module de contrôle de `G_XYZ`; **c** : format des données d’observation et recherche; **d** : liste des données sous-échantillonnées prises en compte; **e** : visualisation des données sous-échantillonnées; **f** : lancement de la préparation; **g** : nom du modèle de déformation utilisé pour `G_interf`; **h** : module de contrôle des paramètres de l’interférogramme. Ce module ne s’ouvre que lorsque le calcul est terminé. Il permet de modifier le `s_m_e` de l’interférogramme ainsi que la ligne de visée.

Lancez l’interface, choisissez le fichier `G_XYZ` que vous avez créé (ou bien le fichier `gXYZ_810_oka.str`), puis importez les interférogrammes disponibles dans le dossier, au format de votre choix. Les interférogrammes synthétiques de l’exemple sont dans le référentiel terrestre.

## 12.3 Préparation et lancement de la tomographie

La structure de données de tomographie est une structure composite qui servira d’une part de fichier de configuration contenant toutes les options nécessaires au calcul de la tomographie, et d’autre part de fichier de sauvegarde où seront enregistrés les résultats. Nous verrons dans un premier temps comment paramétrer convenablement la tomographie point par point et enfin comment lancer le calcul de tomographie.

En dehors des données d’observations, toutes les options sont renseignées par des valeurs par défaut. Afin de lancer l’application permettant de paramétrer la tomographie, il suffit de taper dans un terminal :

**Code Matlab**

`interface_tomo_lance_tomo`

La fenêtre **A** présentée à la figure 12.6 apparaît alors.

### 12.3.1 Renseignement des options

Dans la fenêtre **A**, appuyer sur le bouton **a1** (préparer tomo) permettra de lancer le module de préparation de la tomographie (figure 12.6b). Ce module permet de renseigner les différentes options :

- données à inverser (ces données sont des **G\_interf**)
- prise en compte de corrections et pondération
- paramètres de convergence
- paramètres du Laplacien
- paramètres d’affichages
- paramètres du nettoyage

#### Préparation des données

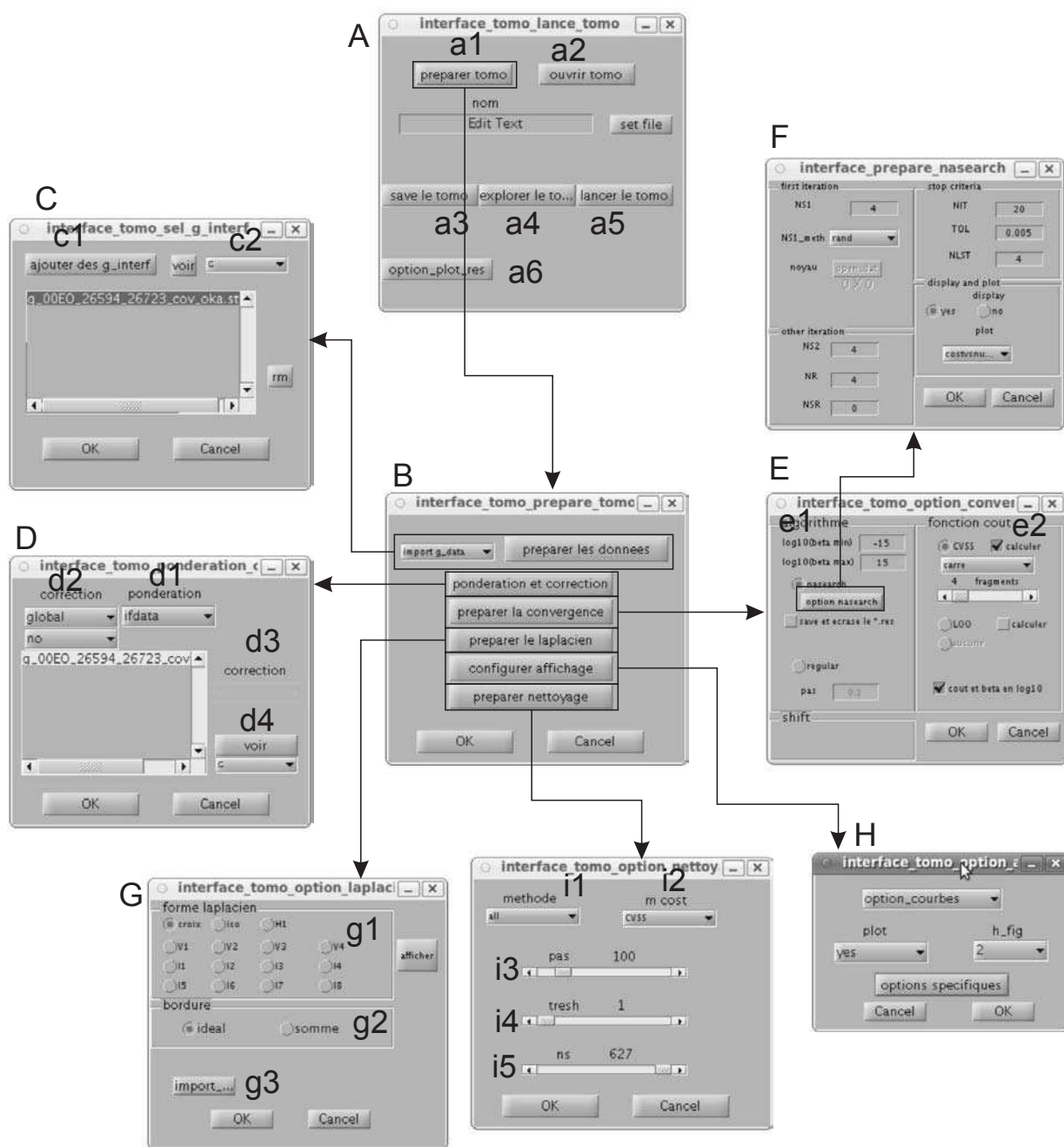
Pour préparer les données, dans l’interface **B**, mettez le popup sur `textsimport_g_data`, puis cliquez sur **preparer les donnees**. La fenêtre **C** s’ouvre alors (figure 12.6-C) et invite à rechercher des fichiers **g\_interf** (format **\*.str**).

c1	ouvre un popup permettant de rechercher des fichiers <b>g_interf</b>
c2	module de visualisation des données : sélectionner la visualisation souhaitée dans le popup puis cliquer sur le bouton <b>voir nasearch_moi</b> . Les données relatives à l’interférogramme en surbrillance dans la liste seront affichées.

**Table 12.1** – Interface de sélection des données. La première colonne renvoie aux zones de l’interface présentée à la figure 12.6.

Choisissez les deux fichiers **g\_interf** présents dans le dossier `data_pour_tomo/jouets_petite_grille`. Cette interface vérifie que tous les fichiers **G\_interf** sélectionnés sont compatibles entre eux, c’est-à-dire que leur matrice  $G$  a été calculée pour une même grille de sous-échantillonnage du volume et que le modèle de déformation utilisé est le même pour toutes les données. Enfin, il est possible de vérifier les données par différents types d’affichages (figure 12.6-c2).

L’interface **B** (`interface_tomo_prepare_tomo`) permet aussi de créer des structures de données **g\_interf** si celles-ci n’ont pas été créées avant. Pour lancer les interfaces de création des



**Figure 12.6** – Interface de préparation/lancement de la tomographie. **A** : Interface maîtresse (interface\_tomo\_lance\_tomo); **B** : Interface de renseignement des options (interface\_tomo\_prepare\_tomo); **C** : Interface de recherche des données (interface\_tomo\_sel\_g\_interf); **D** : Interface de paramétrage de la pondération et des corrections; **E** : Interface de configuration de la convergence (interface\_tomo\_option\_convergence); **F** : Interface de paramétrage de nasearch; **G** : Interface d'options du Laplacien (interface\_tomo\_option\_laplacien); **H** : Interface de paramétrage de l'affichage; **I** : Interface de paramétrage du nettoyage.

données, sélectionner dans le popup le type de données que vous voulez créer, une interface adéquate apparaîtra alors (non montrée).

### Pondération et correction des données

Si l'on utilise des données GPS couplées à des données InSAR, il peut être utile d'affecter plus de poids aux données GPS, pour compenser le déséquilibre entre le nombre de points des deux catégories de données. D'autre part, il est possible de prendre en compte différents types de corrections des données. Les principes mathématiques de la correction et de la pondération sont donnés en partie 6.5 page 131.

Pour configurer la pondération et la correction, dans l'interface **B**, cliquer sur le bouton correspondant. La fenêtre **D** s'ouvre alors (figure 12.6-**D**).

Pour l'exemple de tomographie présent dans le répertoire `data_pour_tomo/jouets_petite_grille`, ne pas prendre en compte de correction ni de pondération des données : les données sont synthétiques et n'ont pas de shift ; les jeux de données contiennent le même nombre de points et ne contiennent pas de matrice de covariance.

d1 → ifdata	Pondération si une matrice de covariance est trouvée dans les données (seul cas de vraie matrice de covariance, format de données <code>FYZ_COV.str</code> ). Sinon, pas de pondération.
d1 → no	Pas de pondération même si une matrice de covariance est trouvée dans les données.
d1 → los	Équilibre chaque ligne de visée en fonction du nombre de points.
d1 → losvar	Équilibre chaque ligne de visée en fonction du nombre de points, tout en prenant en compte la covariance si celle-ci est donnée. (voir équation 6.33 page 131).
d2 → global d2 → losbylos	Correction similaire pour tous les jeux de données. Correction spécifique pour chaque jeu de données. Libère le popup d3.
d2 et d3 → shift d2 et d3 → plan d2 et d3 → atmo d2 et d3 → all	Correction d'un shift. Correction d'un plan orbital. Correction d'une atmosphère corrélée de manière linéaire avec l'altitude. Toutes les corrections sont prises en compte.

**Table 12.2** – Interface de sélection des données. La première colonne renvoie aux zones de l'interface présentée à la figure 12.6.

### Paramètres de convergence

Pour accéder à la fenêtre de contrôle de la convergence, dans la fenêtre **B**, cliquer sur le bouton **preparer la convergence**. La fenêtre **E** apparaît alors. Les options concernent soit la convergence (**e1**) soit la fonction objective (**e2**).

Pour l'exemple de tomographie présent dans le répertoire `data_pour_tomo/jouets_petite_grille`, choisir CVSS comme fonction à minimiser, cocher **calcul** pour le LOO (on le calculera aussi), fixer les bornes de  $\log_{10}(\beta)$  à 6 et 12 et choisir la convergence par **nasearch**. Laisser les options de **nasearch** par défaut.



options de recherche	
e1 → log10(beta) min/max	Bornes des $\beta$ en log10 entre lesquelles sera cherché le meilleur modèle (pour NAssearch).
e1 → nasearch/pas	Permet de chercher le meilleur modèle par NAssearch si nasearch est coché, ou recherche par pas réguliers entre les bornes si pas est coché.
options de la fonction objective	
e2 → CVSS/LOO	Choix de la fonction de non-prédictibilité (coût : cross validation ou leave one out).
e2 → calculer	Permet de calculer CVSS si LOO est choisi comme fonction de non-prédictibilité ou réciproquement. Le calcul convergera vers la fonction coché par les radioboutons, mais on pourra calculer l'autre fonction coût.
e2 → CVSS (pizza/carre/rand)	Permet de choisir le type de fragmentation pour le calcul de la CVSS.
e2 → CVSS fragments	Permet de choisir le nombre de fragments pour le calcul de la CVSS.
options de NAssearch	
F	Paramètres de convergence pour la fonction nasearch_moi. On se reportera au tableau 14.1 page 326 pour toutes les options possibles. Les options par défaut sont en général adaptées à la convergence pour la tomographie.

**Table 12.3** – Interface des paramètres de la convergence. La première colonne renvoie aux zones de l'interface présentée à la figure 12.6.

## Paramètres du Laplacien

Les options du Laplacien concernent d'une part sa forme et d'autre part, ses conditions aux bordures.

La forme du Laplacien permet de lisser la solution selon des directions préférentielles ou de manière isotrope. La forme **croix** correspond à la définition du Laplacien par différences finies. Il est isotrope. **iso** est une autre forme isotrope. Les autres formes correspondent aux différents plans de symétrie du cube. Le bouton **afficher** permet de voir pour une source unitaire donnée quelles seront les sources contigües prises en compte dans la formulation du Laplacien.

Les conditions aux bordures modifient les valeurs des coefficients pour les sources en bordure de la grille de sous-échantillonnage. La méthode **idéal** affecte le coefficient -6 à la source centrale, alors que la méthode **somme** lui affecte l'opposé de la somme des coefficients des sources réellement présentes dans son entourage. Cette valeur dépendra alors de la forme du Laplacien (voir annexe B.3 page 349 pour plus de détails).

Pour l'exemple de tomographie présent dans le répertoire `data_pour_tomo/jouets_petite_grille`, choisir un Laplacien en forme de **croix**, et fixer les bordures à **ideal**.

## Paramètres d'affichage

Cette fenêtre permet de contrôler la convergence de la tomographie en cours de calcul. Différents types d'affichages sont paramétrables et leurs options spécifiques permettent de

g1	Forme du Laplacien pour un lissage directionnel. Les formes sont calculées d'après les plans de symétrie du cube.
g1 → afficher	Permet d'afficher la géométrie du Laplacien sélectionné.
g2 → idéal	Conditions aux bordures du Laplacien idéales. Tous les coefficients centraux auront la même valeur, ce qui aura pour conséquence la création de sources fantômes à 0 en dehors de la grille de sous-échantillonnage du volume. Si $\beta$ est très élevé, la répartition des $\Delta V$ aura une forme de bulle enfermée dans la grille de sous-échantillonnage, à cause de la présence des sources fantômes.
g2 → somme	OPTION IMPLÉMENTÉE MAIS PAS ENCORE FONCTIONNELLE. Le coefficient de la source centrale correspondra à la somme des sources dans son environnement. Cette option élimine les sources fantômes. Si $\beta$ est très élevé, toutes les sources de la grille auront la même valeur.
g3	Importation du Laplacien à partir d'un fichier extérieur. Cette option permet d'éviter le calcul du Laplacien au lancement.

**Table 12.4** – Interface des paramètres du Laplacien. La première colonne renvoie aux zones de l'interface présentée à la figure 12.6.

les ajuster plus finement. Si la tomographie est lancée en lignes de commandes, il est conseillé de supprimer tous les affichages.

h → option_courbes	affichage des courbes misfit et Non-Prédictibilité en fonction de la rugosité
h → option_3D	affichage de la solution en 3D
h → option_res	affichage des résidus de déplacement
h → option_nasearch	affichage de la progression de convergence (voir tableau 14.2 page 327)

**Table 12.5** – Interface des paramètres d'affichage. La première colonne renvoie aux zones de l'interface présentée à la figure 12.6.

Pour l'exemple de tomographie présent dans le répertoire `data_pour_tomo/jouets_petite_grille`, mettre tous les affichages à 'yes' pour voir la progression du calcul.

### Paramètres du nettoyage

Cette fenêtre permet de contrôler le nettoyage du meilleur modèle trouvé. Le nettoyage permet de rechercher le nombre de sources permettant d'obtenir un modèle légèrement moins bon que le meilleur modèle mais contenant moins de sources. La recherche se fait par NAssearch avec l'option de recherche d'un nombre entier. Pour accélérer le calcul, la recherche est faite en deux étapes : la première correspond à la première itération de NAssearch et balaye l'espace du nombre des sources par pas réguliers. La seconde correspond à la recherche proprement dite.

Pour l'exemple de tomographie présent dans le répertoire `data_pour_tomo/jouets_petite_grille`, on peut fixer `pas = 30`, `tresh = 0.5`, `ns = maximum`.

i1 → pas	À la première itération avec <code>nasearch_moi</code> , le modèle $n + 1$ calculé contiendra <b>pas</b> sources de plus que le modèle $n$ ( <code>NS1_meth = uniforme</code> , voir tableau 14.1 page 326).
h → tresh	Valeur du misfit en % que l'on souhaite atteindre. Le modèle recherché correspond à celui pour lequel les sources sélectionnées permettent d'obtenir un misfit supérieur de <code>tresh</code> % supérieur au misfit du modèle prenant en compte toutes les sources.
h → ns	Borne supérieure du nombre de sources que l'on recherche. Permet d'éviter des calculs trop longs si la grille de sous-échantillonnage contient beaucoup de sources.

**Table 12.6** – Interface des paramètres du nettoyage. La première colonne renvoie aux zones de l'interface présentée à la figure 12.6.

### 12.3.2 Lancement de la tomographie

Une fois la tomographie paramétrée, enregistrez-la dans le répertoire contenant les `G_interf` sélectionnés.

Il est possible de lancer la tomographie directement à partir de l'interface générale (figure 12.6a). Cette méthode permet d'avoir accès à un contrôle de l'affichage en cours de calcul. Afin de lancer la tomographie sur un serveur de calcul ou bien directement en ligne de commande, il est nécessaire d'enregistrer la structure de données contenant toutes les options choisies en format `*.str`. Il est nécessaire de s'assurer que les fichiers `G_interf` sont dans le même répertoire que le fichier de tomographie. Le lancement de la tomographie se fait alors par la ligne de commande :

#### Code Matlab

```
tomo_lance_tomo_script nom_du_fichier_tomo.str
```

Il est à noter que le script `tomo_lance_tomo_script` est compilable avec `mcc`, permettant de lancer la tomographie sur un serveur de calcul. Enfin, à chaque itération, le fichier de tomographie est mis à jour. Il est alors possible d'interrompre un calcul et de le reprendre là où il s'était arrêté. Si la recherche se fait par `nasearch`, un fichier temporaire `*.nares` est créé. Effacer ce fichier empêchera de reprendre le calcul en cas d'interruption, mais ne provoquera pas de perte de données.

## 12.4 Exploration d'un fichier de tomographie

Plusieurs interfaces permettent d'explorer les résultats de tomographie. Toutes ces interfaces peuvent être lancées à partir d'une seule :

### Code Matlab

```
interface_tomo_explore_tomo
```

Lancez l'interface et choisissez une tomographie à explorer parmi les tomographies disponibles dans les répertoires localisés dans : `data_pour_tomo/`.

<b>A : Interface principale</b>	
a1 → slider de $\beta$	Permet d'afficher le résultat pour un $\beta$ donné. Actualise l'interface d'affichage 3D et l'interface d'affichage des résidus, si celle-ci est active.
a2 → contrôle 2D	Permet d'afficher les différents paramètres les uns en fonction des autres. Deux courbes sont paramétrables, on peut choisir le paramètre commun en abscisse et les deux paramètres en ordonnées.
a3 → contrôle 3D	Permet de choisir la variable à afficher en 3D (variation de volume = <code>S</code> , écart-type de variation de volume = <code>stdS</code> , contribution = <code>contrib</code> ).
a4 → nettoyage	Lancement de l'interface de nettoyage et d'exploration des itérations particulières.
a5 → discrimine source	Lance l'interface de discrimination de domaines et de calculs de volume.
<b>B : Interface d'affichage 3D</b>	
b1 → tranches	Différents sliders permettant de contrôler la position des plans de coupe, leur transparence, ainsi que les isosurfaces. Il est possible de contrôler l'affichage des NaN et des 0.
b2 → éléments	Module de contrôle pour l'importation et l'affichage d'objets extérieurs. Ces objets peuvent être des fichiers <code>*.ex3</code> ou <code>*.obj</code> .
b3 → colormap	Module de contrôle de la table de couleurs. Peut lancer l'interface <code>uitool_palette</code> .
<b>C : Interface d'affichage des résidus (quelques bugs)</b>	
c1 / c2	Contrôle des données : normalement, lors du lancement de cette interface, la matrice $G$ est recalculée automatiquement. Si les fichiers <code>G_interf</code> ne sont pas dans le répertoire de travail, il est possible d'aller les rechercher, ou bien d'ouvrir une structure <code>G_XYZ</code> . L'interface fonctionne convenablement si les <code>G_interf</code> sont dans le répertoire de travail.
c3 → résidus	Module de contrôle de l'affichage des déplacements modélisés et des résidus.

**Table 12.7** – Interfaces d'affichage de la tomographie. La première colonne renvoie aux zones des interfaces présentées à la figure 12.7.

L'interface `interface_tomo_explore_tomo` (figure 12.7-A) permet d'afficher les résultats de tomographie pour chaque  $\beta$  mais aussi d'afficher les relations entre toutes les variables calculées à chaque itération ( $\beta$ ,  $LOO$ ,  $CVSS$ ,  $\chi^2$ , rugosité). Cette interface permet aussi de lancer l'interface d'exploration des résidus et de nettoyage.

L'interface d'exploration 3D d'une itération de tomographie (figure 12.7-B) permet d'observer les variations de volume des sources unitaires. Différents modes d'affichages sont ac-



et de modes d’affichage sont disponibles. Cette interface nécessite que le répertoire actif soit celui où sont enregistrées les structures de données `G_interf`.

## 12.5 Exploration du nettoyage et post-traitements

Les modules d’exploration de nettoyage ont été séparés de l’interface d’exploration de tomographie. Il est possible de lancer ce module depuis l’interface d’exploration de tomographie (bouton `a4 - nettoyage`) mais ce module peut aussi fonctionner indépendamment. Pour le lancer, taper :

### Code Matlab

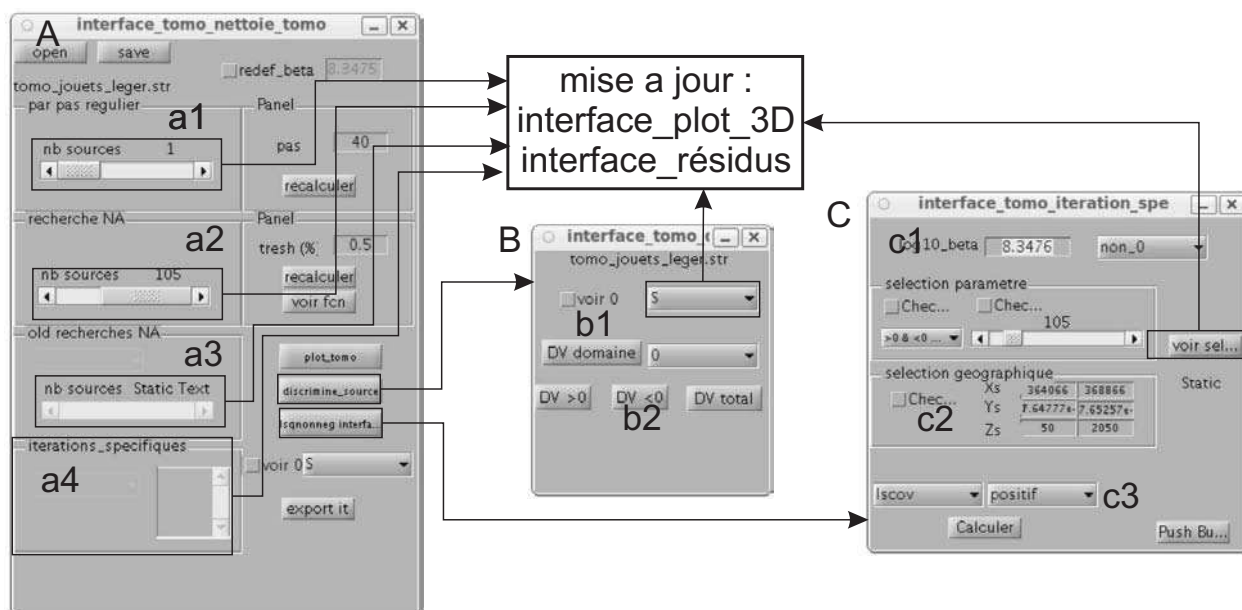
```
interface_tomo_nettoie_tomo
```

Ce module permet d’explorer les résultats de nettoyage, mais aussi d’en relancer avec de nouveaux paramètres. D’autre part, ce module donne accès à deux autres interfaces : `interface_tomo_discrimine_sources` et `interface_tomo_iteration_specifique`.

La figure 12.8 montre ces différentes interfaces.

### 12.5.1 Nettoyage

L’interface de nettoyage `interface_tomo_nettoie_tomo` permet de simplifier le résultat en ne considérant que les sources ayant le plus contribué aux déplacements. Cette simplification nécessite deux étapes : la première est un calcul itératif où la tomographie est calculée pour un nombre croissant de sources. Cette étape permet d’avoir un aperçu de la relation entre le misfit et le nombre de sources. La seconde étape consiste en une optimisation où l’on cherche le nombre de sources permettant de s’approcher au plus près du misfit minimum plus une quantité fixée par l’utilisateur. Cette étape fait appel à `nasearch_moi`. Tous les calculs sont sauves, et il est possible d’observer les modèles obtenus ainsi que les résidus à l’aide des interfaces précédentes.



**Figure 12.8** – Interface d’exploration de la tomographie. **A** : Interface de nettoyage (interface\_tomo\_nettoie\_tomo) permettant d’explorer tous les intermédiaires de nettoyage, de relancer un nettoyage, ainsi que d’explorer les itérations spécifiques ; **B** : Interface de discrimination de domaines et de calculs de variations de volume ; **C** : Interface de calcul d’une itération spécifique.

a1 → slider	Exploration du nettoyage par pas réguliers.
a1 → recalculer	Relance l’étape de nettoyage par pas réguliers en prenant en compte le pas spécifié.
a2 → slider	Exploration du nettoyage par nasearch. Le calcul est réitéré jusqu’à ce que le résultat obtenu soit stable. Le slider permet d’accéder au meilleur modèle de chaque itération.
a2 → recalculer	Relance l’étape de nettoyage par nasearch, en prenant en compte le tresh spécifié.
a2 → voir fcn	Module essayant de prévoir le nombre de sources en fonction du tresh demandé.
a3 → old recherches	Permet d’explorer les anciens nettoyages. Le lancement d’un nettoyage n’écrase pas les résultats plus anciens, ceux-ci sont déplacés dans la structure de données de tomographie.
a4	Module d’exploration des itérations spécifiques : ces itérations sont obtenues à partir de l’interface interface_tomo_iteration_specifique, et sont visualisables exclusivement à partir de ce module.

**Table 12.8** – Interface de nettoyage. La première colonne renvoie aux zones de l’interface présentée à la figure 12.8 **A**.

### 12.5.2 Discrimination de domaines et calculs de volume

Cette interface se lance à partir de l’interface de nettoyage en cliquant sur le bouton discrimine source. Elle donne accès à l’organisation des variations de volume des sources unitaires en domaines, ainsi qu’aux calculs de variations de volume et de leurs intervalles de confiance.

b1 → visualisation	Visualisation de la variation de volume, de l'écart-type, de la contribution ou des différents domaines trouvés.
b2 → volume	Calculs de volume soit pour chacun des domaines, soit pour toutes les sources négatives, positives ou pour toutes les sources.

**Table 12.9** – Interface de discrimination de domaines et de calcul de volume. La première colonne renvoie aux zones de l'interface présentée à la figure 12.8 **B**.

### 12.5.3 Itérations spécifiques

Cette interface se lance à partir de l'interface de nettoyage en cliquant sur le bouton `lsqnonneg interface`. Elle donne accès à des calculs spécifiques d'itérations, en choisissant le  $\beta$ , les sources à inverser ainsi que l'algorithme de calcul.

C'est à partir de cette interface que le calcul de la tomographie peut être fait en imposant un signe unique à toutes les sources unitaires.

c1 → $\beta$	Choix du $\beta$ (par défaut : celui du meilleur modèle trouvé par inversion).
c2 → selection	Module de sélection des sources : possibilité de choisir les sources en fonction de leur position, de leur signe, ou leur contribution.
c2 → voir sel	Visualisation des sources sélectionnées pour le calcul.
c2 → algorithme	Choix de l'algorithme de calcul : <code>lscof</code> : algorithme de base. <code>lsqnonneg</code> : résolution de sorte que toutes les sources aient le même signe. Attention, cet algorithme peut mettre beaucoup de temps pour résoudre le système, il est fortement déconseillé de l'utiliser sur l'intégralité des sources.
c2 → signe	Choix du signe de la solution (uniquement pour <code>lsqnonneg</code> ) : <b>positif</b> : toutes les sources doivent être positives, <b>negatif</b> : toutes les sources doivent être négatives.

**Table 12.10** – Interface de calcul d'une itération spécifique. La première colonne renvoie aux zones de l'interface présentée à la figure 12.8 **C**.

## 12.6 Organisation des structures de données

Cette partie décrit les principales structures de données et les différents champs qui les composent. Toutes ces structures sont ouvrables avec la fonction `open_str`, il est possible d'en explorer le contenu avec l'interface `explore_str`.

### 12.6.1 Structure `G_interf`



G_interf.interf.interf_1.	nom strack Xmnt / Ymnt / Zmnt / Vmnt	nom des données initiales coordonnées du vecteur de visée coordonnées et déplacements des observations
G_interf.interf.maillage.grille G_interf.interf.maillage.topo G_interf.interf.maillage.nom	Xs / Ys / Zs / Vs Xmnt / Ymnt / Zmnt / Vmnt	grille de sous-échantillonnage
G_interf.fonction_modele	fonction_modele	modèle de déformation utilisé
G_interf.	infos	quelques informations sur le calcul
G_interf.	G	matrice $G$

Table 12.11 – Structure de données G\_interf

## 12.6.2 Structure tomo

tomo.fichiers.	maillage liste_interf liste_g_interf nom_tomo	nom du sous-échantillonnage du volume utilisé nom des interférogrammes sous-échantillonnés nom des fichiers G_interf nom du fichier tomo
tomo.interf.	interf_1 ... interf_n	structures de données des interférogrammes
tomo.iteration.S_i.	S stdS contrib shift	résultat pour l'itération $i$ écart-type pour l'itération $i$ contribution pour l'itération $i$ coefficients de correction pour l'itération $i$
tomo.Lstr	L grille topo coef_maillage F bordure	matrice du Laplacien grille utilisée pour le Laplacien maillage de la topographie utilisé pour les affichages coefficient de moyennage du Laplacien structure de forme du Laplacien conditions aux bordures
tomo	maillage	structure de la grille de sous-échantillonnage utilisée
tomo	Gl	paramètres de la matrice $G$
tomo	cleanning	structure contenant le nettoyage
tomo	M	misfit $\chi^2$ pour chaque itération
tomo	R	rugosité pour chaque itération
tomo	LOO	LOO pour chaque itération
tomo	CVSS	CVSS pour chaque itération
tomo	MCVSS	CVSS pour chaque fragment de chaque itération
tomo	beta	$\beta$ de chaque itération
tomo	ind	numéro de l'itération
tomo	options	options

Table 12.12 – Structure de données des fichiers tomo

# Chapitre 13

## Suite logicielle pour MC3 et NA-MBEM

Avant de commencer, si vous disposez d'une version de MC3 compilée, copier le programme MC3 dans le répertoire `chemin_de_la_toolbox/fonctions/Mc3/interfaces`. Dans le fichier de configuration des sites (par défaut `chemin_de_la_toolbox/config_site/piton_arbo_data.txt`), vérifier qu'une ligne de ce genre est bien présente :

```
.....  
GLNX86 MC3 /chemin_de_la_toolbox/fonctions/Mc3/interfaces  
.....
```

Vérifier que le chemin indiqué pour MC3 correspond bien au répertoire de votre installation. Une version de MC3 compilée sur un ordinateur GLNX86 est présente dans la toolbox. Elle permet de tester les outils, mais risque de ne pas fonctionner si vous utilisez un autre système d'exploitation. Les codes sources de MC3 ne sont pas distribués dans la toolbox, il ne sera donc pas possible d'utiliser les outils dédiés à MC3 si cette version ne fonctionne pas sur votre machine. Tous les outils de visualisation seront cependant fonctionnels, et des échantillons sont disponibles dans le répertoire `samples/data_pour_mc3`.

### 13.1 Interface pour modèles directs MC3

La toolbox propose une série d'outils de modélisation et d'inversion. Le modèle numérique utilisé est MC3 (Cayol et Cornet, 1997) et ne fonctionne que sous Linux. Il est de plus nécessaire de posséder les droits d'utilisation de ce code. Pour les utilisateurs de Windows

et ceux ne disposant pas des droits d'utilisation, il sera malgré tout possible d'utiliser les outils développés, tant sur la préparation des modélisations que sur la visualisation des résultats. Seule l'étape de calcul du modèle ne sera pas réalisable. Des résultats de modèles sont disponibles dans le répertoire d'échantillons, et peuvent être utilisés pour se familiariser avec les outils.

### 13.1.1 Lancement de MC3 (Linux seulement)

Le programme MC3 peut être lancé à partir de Matlab à l'aide de la fonction `lance_mc3`. Il est nécessaire de spécifier à cette fonction le nom d'un fichier de maillage de la topographie, le nom des fichiers de maillages de sources, ainsi que les paramètres des sources. Dans le répertoire d'échantillons, aller dans le dossier `samples/data_pour_mc3` puis rentrer le code suivant :

#### Code Matlab

```
% definition des sources :
nom_sources = {'grosse_sphere.ex3'; 'petite_sphere.ex3'; 'cylindre.ex3'};
% parametres des sources (massives, ajout d'une contrainte, ...
constante, de n MPa)
param_sources = { {'m', 'y', 'c', '20'}; {'m', 'y', 'c', '-20'}; ...
{'m', 'y', 'c', '-20'} };
% topo et decalage de la topo
nom_topo = 'TOPO_test.ex3';
decalage = [357000, 7640000];
% affichage de la progression du calcul
disp = 'yes';
% affichage des sources
figure, plot_ex3('grosse_sphere.ex3'), hold on,
plot_ex3('petite_sphere.ex3')
plot_ex3('cylindre.ex3')
plot_ex3(nom_topo, 'vire_boite'), axis equal
[mc3, status] = lance_mc3(nom_topo, param_sources, nom_sources, ...
decalage, disp)
```

Durant le calcul, des fichiers temporaires sont créés, puis effacés en fin de calcul si aucune erreur n'a interrompu celui-ci. Le programme compilé MC3 est récupéré à partir d'un répertoire défini dans la toolbox, et copié dans le répertoire de travail. Le code renvoie deux variables : `mc3` est une structure de données contenant le résultat du calcul, ainsi que les

fichiers des sources, leurs paramètres et le fichier de topographie; **status** indique si MC3 a réussi à faire le calcul. La valeur de '**status**' est différente de 0 en cas d'échec.

Le code suivant permet d'afficher le résultat du calcul :

### Code Matlab

```
figure, plot_mc3(mc3)
```

La structure de données contient les fichiers en format ASCII de la topographie, des sources et du résultat renvoyé par MC3. Afin de manipuler plus facilement les résultats du calcul, la fonction suivante permet d'extraire les données du modèle :

### Code Matlab

```
mc3str = met_en_forme(mc3);  
figure, plot_mc3(mc3str)
```

La structure de données **mc3str** ne contient que les points de la topographie, les déplacements de la topographie et les points des sources. Les données de déplacement des sources ne sont pas récupérées.

Enfin, le code suivant permet de générer un interférogramme synthétique à partir de la structure **mc3str** :

### Code Matlab

```
V_7170 = xyz2los(mc3str.UXmnt, mc3str.UYmnt, mc3str.UZmnt, '7170');  
[matstr]=interp_interf_auto(mc3str.Xmnt, mc3str.Ymnt, V_7170, 12.5, 'struct');  
matstr.data=flipud(matstr.data);  
figure_sar(matstr)
```

## 13.1.2 Interfaces de lancement et d'exploration (Windows et Linux)

Afin de faciliter l'utilisation de la fonction **lance\_mc3**, une interface a été développée, permettant d'une part de lancer un calcul et de visualiser les résultats de déplacements, mais

aussi de gérer les sources prises en compte dans le calcul de déplacements. Cette interface est composée de différents modules interconnectés. Ils sont présentés à la figure 13.1.

Pour les utilisateurs de Windows, toutes les étapes de préparation sont disponibles, sauf le lancement du calcul (bouton **Calculer**). Le fichier `mc3_jouets.mc3` est disponible dans le répertoire `data_pour_mc3` et peut être utilisé pour tester les interfaces.

Le code suivant permet d'accéder à l'interface de lancement :

### Code Matlab

```
% lancement de l'interface
interface_lance_MC3

% ouverture directe du fichier
interface_lance_MC3('mc3_jouets.mc3')
```

Les différents modules de préparation des sources sont accessibles à partir de l'interface principale. L'interface permet d'importer des sources et des topographies en format `*.ex3`, mais aussi en format `*.obj`. Ce dernier format est intéressant dans la mesure où il est compatible avec le logiciel d'animation Blender, et que les maillages sont relativement aisés à construire sous ce logiciel. Blender est un logiciel sous licence GNU GPL, téléchargeable gratuitement. En cas d'import d'un fichier en format `*.obj`, un module d'aide à la conversion des données s'ouvrira (non représenté sur la figure 13.1).

Le code suivant permet d'accéder à l'interface d'exploration :

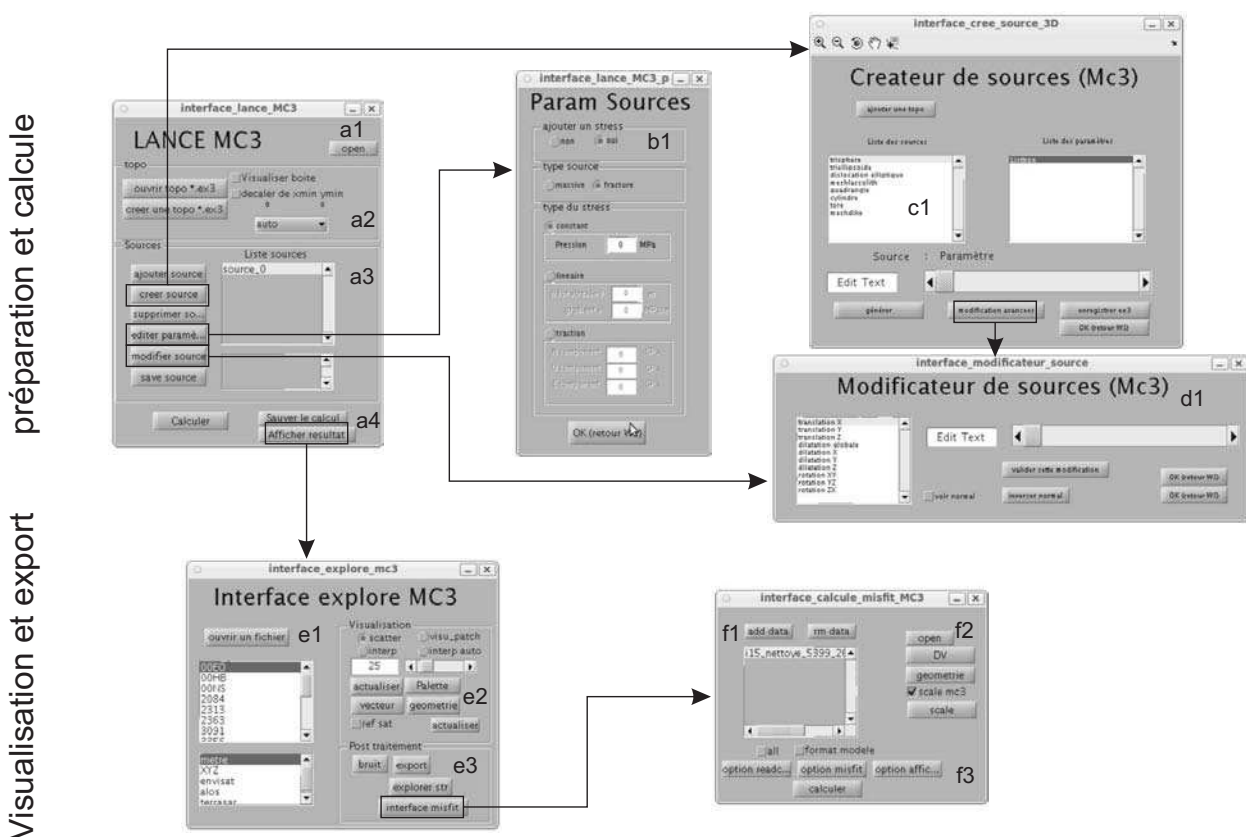
### Code Matlab

```
% lancement de l'interface
interface_explore_mc3

% ouverture directe du fichier
interface_explore_mc3('mc3_jouets.mc3')
```

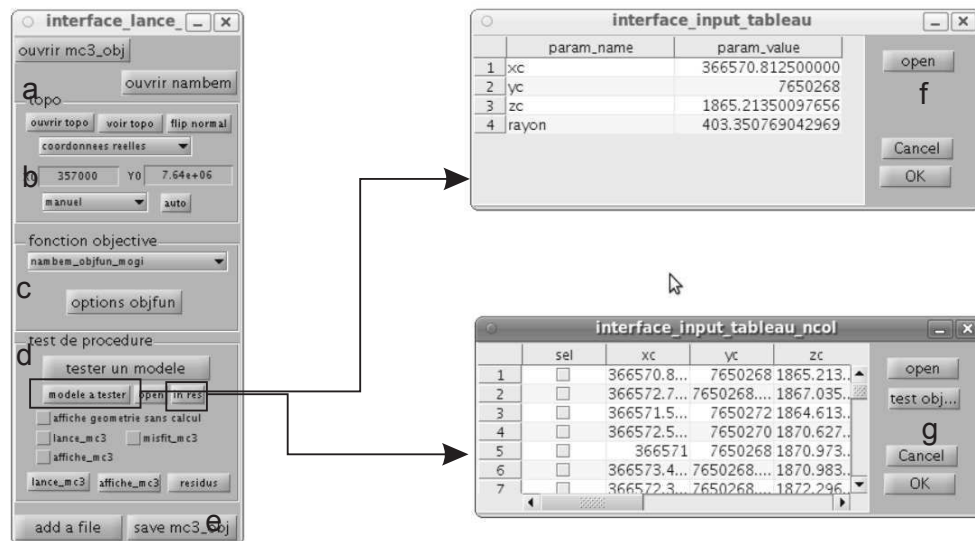
## 13.2 Interfaces pour modèles directs MC3 avec fonction objective

L'interface de lancement `interface_lance_MC3` permet de générer des fichiers de géométrie de source, mais les sources ne sont plus paramétrables une fois créées. Afin de faciliter la création de sources et de garder une trace de leurs caractéristiques, il est préférable de calculer un modèle direct avec l'interface `interface_lance_mc3_objfun`. Cette interface lance MC3 à



**Figure 13.1** – Interface de préparation, de lancement et de visualisation pour `lance_mc3`. **A** : interface principale; **a1** : ouverture d'une structure de données (reprise d'un calcul); **a2** : paramètres du fichier de topographie; **a3** : module de gestion des sources (paramétrage, ajout, création...); **a4** : module de post-traitement; **B** : interface de paramétrage des sources : permet de définir le type de source et le type de contraintes appliquées à la source; **C** : module de création de sources : permet de mailler des géométries simples et de les intégrer dans le calcul; **D** : module de modification de source : permet de modifier les sources (rotations, dilatations, translations); **E** : interface d'exploration des fichiers `mc3` et `mc3str` : permet de générer des interférogrammes synthétiques, d'ajouter du bruit sur les interférogrammes, de mesurer les variations de volume des sources unitaires; **F** : module de calcul de misfit : permet de comparer les déplacements générés à des vraies données afin de calculer un misfit et de générer des résidus. Les calculs de variation de volume des sources sont aussi accessibles.

partir d'une fonction objective dont les arguments d'entrée sont les paramètres géométriques et physiques des sources. La figure 13.2 donne un aperçu de cette interface.



**Figure 13.2** – Interface de préparation de lance\_mc3 par fonction objective. **a** : Ouverture de fichiers ; **b** : paramètres de la topographie ; **c** : choix de la fonction objective et options ; **d** : choix du modèle et appel aux sous-interfaces ; **e** : enregistrement ; **f et g** : modules de choix du modèle.

L'intérêt de cette interface réside dans la possibilité de choisir la fonction objective parmi une banque de fonctions objectives prédéfinies, mais aussi de tester de nouvelles fonctions objectives. Pour pouvoir être référencée par l'interface, une fonction objective doit se trouver dans le répertoire de travail, et avoir un nom contenant la chaîne de caractères **objfun**. Au moment du lancement de l'interface, si un tel fichier est repéré dans le répertoire de travail, il sera intégré à la liste des fonctions objectives. Afin de pouvoir être utilisées par cette interface, les fonctions objectives doivent être écrites de manière stéréotypée, nous ne détaillerons pas leur structure ici. On pourra se référer aux fonctions préexistantes pour adapter n'importe quelle fonction objective.

Afin de tester cette interface même sous Windows, la fonction objective **nambem\_objfun\_mogi** ne faisant pas appel à MC3 a été créée. Nous allons étudier cette interface à partir de cette fonction, qui est structurée exactement de la même manière que les fonctions objectives faisant appel à MC3, et est basée sur un modèle de Mogi. Placez-vous dans le répertoire **data\_pour\_mc3**, puis lancez l'interface avec :

### Code Matlab

```
interface_lance_mc3_objfun
```

---

Dans le module de topographie, ouvrez un fichier topographie (\*.ex3), choisissez le type de coordonnées (réelles ou décalées), et remplissez le x0 et y0.

Dans le module des fonctions objectives, choisissez la fonction `nambem_objfun_mogi`. Une fenêtre s'ouvre et vous invite à choisir des options : sélectionnez l'option `plot_geometrie` et mettez la valeur de l'option à **yes**. Laissez les autres options par défaut et validez.

Dans le module de test, cliquez sur le bouton **modele a tester**. Une fenêtre s'ouvre, invitant à saisir les paramètres du modèle que l'on veut tester. Le bouton ouvrir permet d'importer un modèle à partir d'un fichier extérieur. Ouvrez le fichier `model_de_test.txt`, la colonne du tableau va alors se remplir toute seule. Validez.

Enfin, cliquez sur **tester un modèle**, la fonction objective se lance. Lorsque le calcul est fini, il est possible d'envoyer le résultat du calcul vers l'interface `interface_calcule_misfit_MC3` en cliquant sur le bouton **résidus**, ou bien d'envoyer le résultat vers `interface_explore_mc3` en appuyant sur le bouton **affiche\_mc3**. Enfin, il est possible d'enregistrer le modèle direct obtenu en format \*.mc3. Ces fichiers sont ouvrables avec `interface_lance_MC3`.

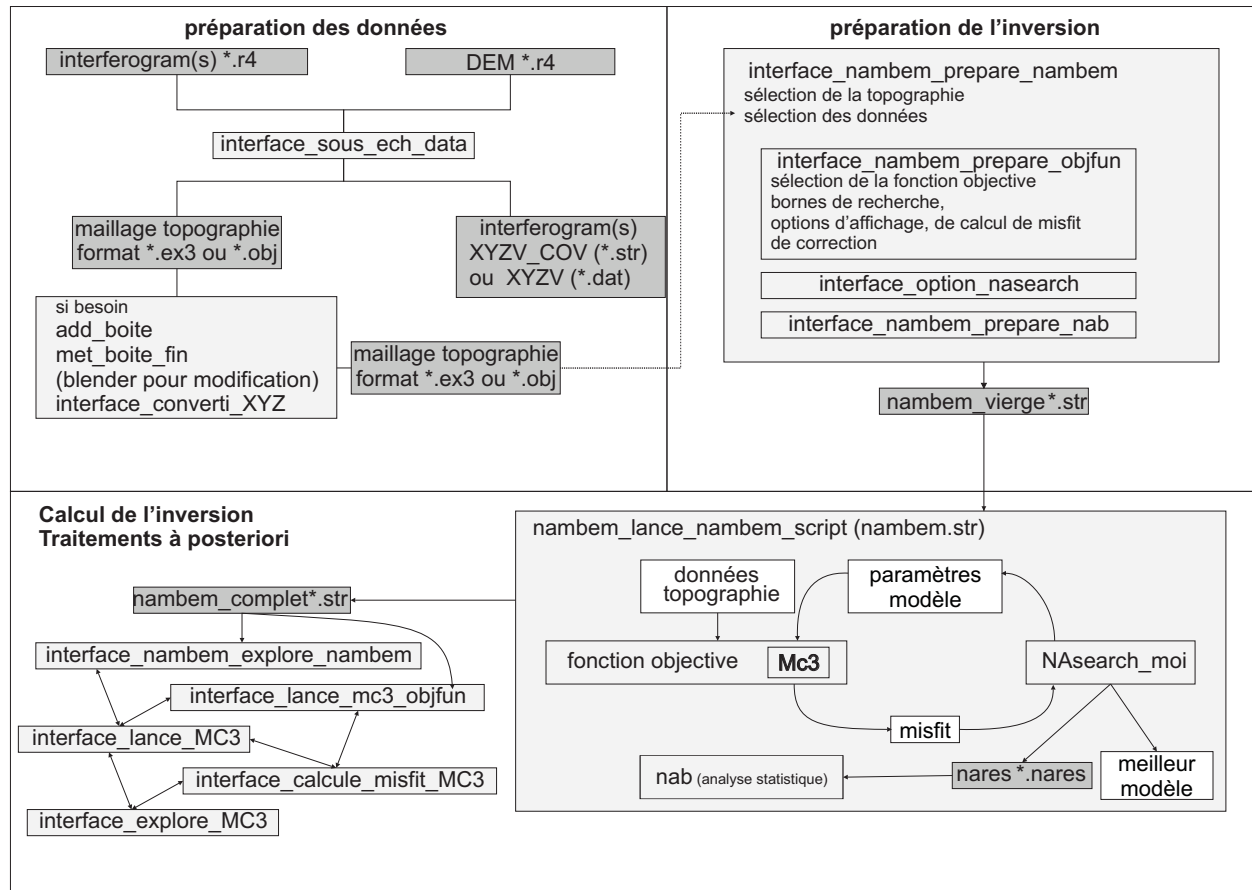
Certains types de fichiers contiennent une base de données contenant des modèles. C'est le cas des structures de données de type NA-MBEM, générées lors des inversions (Partie 13.3). L'interface est capable d'ouvrir de telles structures et de permettre de tester les modèles référencés. À partir de l'interface, ouvrir le fichier `nambem_mogi_pour_windows.str`. Une fenêtre s'ouvre, indiquant qu'un meilleur modèle a été référencé dans le fichier. En cliquant sur le bouton **in res**, il est possible de choisir le modèle à tester parmi une liste de modèles proposés. Cette interface liste tous les modèles disponibles en les classant du meilleur au moins bon, et permet d'afficher leur géométrie.

## 13.3 Interface NA-MBEM

Cette interface permet de préparer et de lancer une inversion du type NA-MBEM (en utilisant MC3). Comme MC3 n'est disponible que sous Linux, nous allons détailler cette toolbox à l'aide d'un exemple particulier ne faisant pas appel à MC3, mais permettant ainsi de tester la procédure sous Windows. Nous utiliserons la fonction objective `nambem_objfun_mogi`, qui a besoin des même routines que celles utilisées par les fonctions objectives faisant appel à



MC3. La figure 13.3 montre la procédure permettant de préparer les données, de lancer une inversion et d'explorer les résultats d'inversion.



**Figure 13.3** – Vue générale des outils et des fichiers pour les procédures d'inversion. Les fichiers sont indiqués en gris sombre, les fonctions en gris clair et les variables en blanc.

### 13.3.1 Préparation des données

Les données doivent être préparées à partir de l'interface `interface_sous_ech_data`, puis enregistrées en format `XYZV_COV.str` ou en format `XYZV.dat`. On rappelle que seul le format `XYZV_COV.str` permet de prendre en compte une matrice de covariance spécifique à chaque jeu de données, mais la procédure permet de recalculer une matrice de covariance à chaque itération. Dans ce cas, tous les jeux de données auront la même variance de bruit et la même distance de corrélation.

### 13.3.2 Maillage de la topographie

L'interface `interface_sous_ech_data` peut être utilisée pour préparer un maillage de la topographie. Cette interface peut prendre en compte des structures autour desquelles le maillage sera plus fin. L'interface gère la fermeture de la topographie par une boîte, mais quelques fonctions d'appoint peuvent parfois être utiles pour vérifier le maillage de la topographie :

- `add_boite` : fermeture d'une topographie par une boîte.
- `met_boite_fin` : déplace les nœuds et les éléments de la boîte à la fin des matrices de points et d'éléments. Cette fonction est à utiliser pour vérifier une topographie réalisée sous Blender.
- `interface_converti_XYZ` : interface assurant la conversion des fichiers `*.obj` en `*.ex3` et réciproquement. Très utile pour importer des topographies ou des sources depuis Blender.

### 13.3.3 Préparation de l'inversion

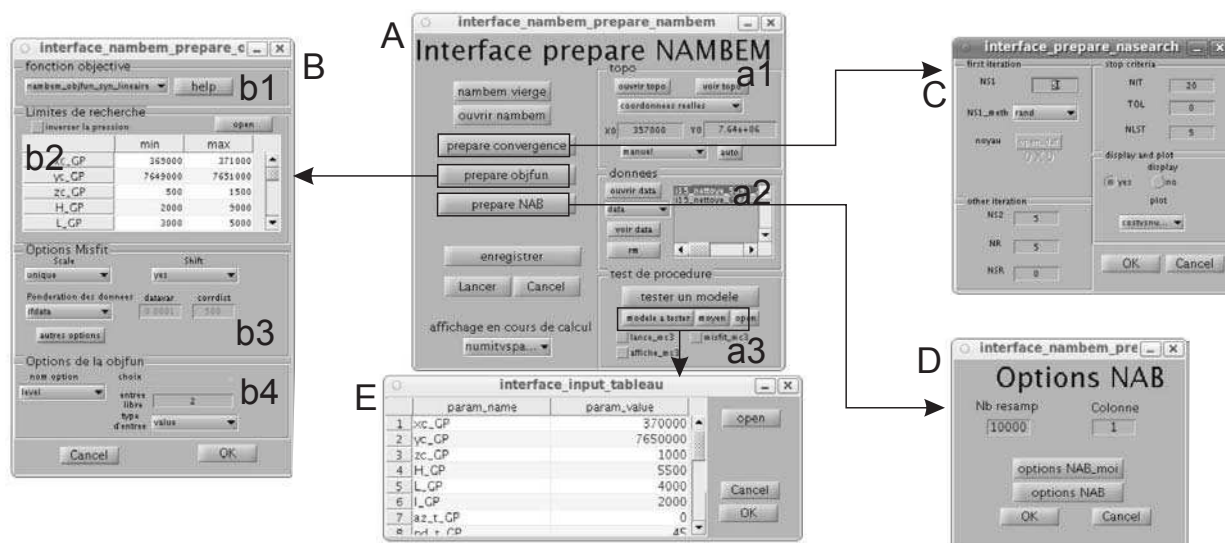
Dans le répertoire `data_pour_nambem`, on trouvera des données à partir desquelles il est possible de préparer une inversion :

- `topo_pour_nambem_boite_coord_reel.ex3` : fichier de maillage d'une topographie.
- `7005_27113_31930_regression_bilin_cercle_XYZV_cov.str` : structure de données contenant un interférogramme synthétique sous-échantillonné et sa matrice de covariance, ouvrable avec `open_str`.
- `7170_27113_31930_regression_bilin_cercle_XYZV_cov.str` : structure de données équivalente à la précédente ; l'interférogramme couvre le même événement mais dans une géométrie d'acquisition différente.
- `bornes.pts` : fichier texte contenant les bornes pour l'inversion.

L'interface de préparation de la figure 13.4 se lance en tapant :

#### Code Matlab

```
interface_nambem_prepare_nambem
```



**Figure 13.4** – Interface de préparation d’une inversion. **A** : interface principale ; **a1** : module de préparation de la topographie ; **a2** : module d’ouverture des données ; **a3** : module de vérification de la fonction objective ; **B** : interface de préparation de la fonction objective ; **b1** : choix de la fonction objective ; **b2** : bornes des paramètres de recherche de la fonction objective (pour nasearch\_moi) ; **b3** : options de misfit et de pondération des données ; **b4** : options spécifiques à la fonction objective (affichage, données extérieures) ; **C** : interface des paramètres de la convergence (pour nasearch\_moi) ; **D** : interface de l’analyse statistique ; **E** : choix d’un modèle à tester.

## Préparation des données

Dans le module consacré à la topographie, ouvrir le fichier de topographie `topo_pour_nambem_boite`. La topographie est en coordonnées réelles, et les coordonnées de `x0` et `y0` sont celles par défaut (cocher **defaut** dans le popup correspondant). Dans le module des données, ouvrir les deux interférogrammes. Il est nécessaire que les données soient dans le répertoire de travail durant l’inversion. Le module des données permet de vérifier les données, ainsi que la présence des matrices de covariance.

## Préparation de la fonction objective

Cliquer sur le bouton **preparer objfun** pour préparer la fonction objective. La fenêtre de la figure 13.4-b s’ouvre. Dans le popup du haut, sélectionner la fonction objective `nambem_objfun_mogi`. Si une fonction objective se trouve dans le répertoire de travail, elle sera ajoutée au popup. La fonction objective `nambem_objfun_mogi` contient 4 paramètres (`xc`, `yc`, `zc`, `rayon`) obligatoires, plus un paramètre optionnel (Pression). Cocher **inverser la pression** pour inverser ou non la pression. Si la case est décochée, il sera possible d’inverser l’amplitude des déplace-

ments indépendamment pour chaque jeu de données. Rentrer maintenant les bornes pour chaque paramètre dans le tableau. Il est possible de remplir automatiquement les bornes par l'ouverture d'un fichier extérieur : cliquer sur le bouton **ouvrir** et choisir le fichier **bornes.pts**.

Nous allons maintenant paramétrer les options du calcul du misfit. Le popup **scale** permet de paramétrer le type de calcul du misfit. Si la pression est inversée, il n'est pas possible de choisir d'option. Si la pression n'est pas inversée, alors les déplacements pourront être ajustés de deux manière différentes (Partie 5.4, page 89). Les deux interférogrammes synthétiques couvrent les même déplacements, cochez donc **unique** pour ajuster une pression identique pour tous les interférogrammes.

Il est possible de prendre en compte ou non un décalage de déplacements sur les interférogrammes en sélectionnant **shift** dans le popup adéquat. Ne prenez pas en compte le shift. D'autres options (affichage par exemple) sont accessibles par le bouton **autres options**. Enfin le dernier module permet de remplir les options spécifiques à la fonction objective. Sélectionnez **plot\_geometrie** et choisissez la valeur **source**.

Cliquez sur OK pour valider le paramétrage de la fonction objective.

### Préparation de la convergence

Cliquez sur **preparation de la convergence** pour faire apparaître l'interface des paramètres de **nasearch\_moi**. Les différentes options sont détaillées dans le tableau 14.1 page 326 de la partie 14.

### Préparation de l'analyse statistique

Après la fin de la recherche du meilleur modèle par **nasearch\_moi**, une analyse statistique sera effectuée sur l'ensemble des modèles tirés pour calculer les intervalles de confiance des différents paramètres. L'interface de préparation de l'analyse est accessible en cliquant sur le bouton **option NAB** et deux options principales sont à renseigner :

1. **nb resamp** : nombre de rééchantillonnages de l'espace des paramètres : plus ce nombre est fort, plus le temps de calcul sera long. D'autre part, plus le nombre de paramètres à inverser est grand, plus il faut rééchantillonner l'espace. Pour une inversion à 4 paramètres, une valeur de 2000 est convenable, 10000 pour une dizaine de paramètres. Au-delà, le temps de calcul peut être très long (semaines)

Fonction objective	
b1 → popup	Choix de la fonction parmi une liste de fonctions par défaut ou celles repérées dans le répertoire de travail.
b1 → help	Affichage de l'aide de la fonction.
b2 → inverser pression	Inverser ou non la pression (permet d'enlever un paramètre). Bloque ou débloque le popup de scale.
b2 → liste	Ouvrir des bornes pour les paramètres.
b3 scale → no b3 scale → unique  b3 scale → unique	Pas de scale (si pression inversée). Pression unique pour tous les jeux de données : on considère que les interférogrammes couvrent la même période, ils doivent couvrir les mêmes déplacements (Équ. 5.11 page 90). Une pression pour chaque jeu de données (single source) : on considère que la géométrie de la source est restée fixe sur les périodes couvertes par les données, mais chaque interférogramme pourra couvrir une quantité différente de déplacement (cas où la variation de volume de la source évolue avec le temps, Équ. 5.13 page 91).
b3 shift → yes b3 shift → no	Prise en compte d'un décalage par jeu de données. Pas de décalage.
b3 ponderation → no b3 ponderation → ifdata b3 ponderation → mk_cov  b3 datavar → b3 ponderation → mk_cov	Pas de pondération des données. Pondération des données si une matrice de covariance est détectée. Pondération avec la distance de corrélation et la variance du bruit définies par l'utilisateur. Création d'une matrice de covariance au cours de l'inversion. Dans ce cas, il est nécessaire de choisir une distance de corrélation et une variance du bruit <code>corrdist</code> et <code>var</code> . Ces paramètres seront utilisés pour tous les jeux de données. Variance du bruit (si <code>b3 ponderation → mk_cov</code> ). Distance de corrélation (si <code>b3 ponderation → mk_cov</code> ).
b4 → level b4 → display b4 → plot_geometrie b4 → h_fig_geometrie b4 → filesave	Finesse du maillage de la source (par défaut à 2). Affichage de la progression du calcul et de certains messages (yes par défaut). Affichage de la géométrie de la source tirée. Numéro de la figure où se fera l'affichage. Nom d'un fichier où se fera une sauvegarde de la progression du calcul itération par itération. Il n'est pas nécessaire de remplir ce champ, <code>nasearch_moi</code> enregistre lui-même un fichier de résultats lui permettant de reprendre un calcul en cas d'interruption. Ce champ peut être rempli si un autre algorithme que <code>nasearch_moi</code> est utilisé pour la recherche du meilleur modèle.
b4 → ...	Autres options en fonction de la fonction objective utilisée (fichiers extérieurs, paramètres spécifiques).

**Table 13.1** – Interface de la fonction objective. La première colonne renvoie aux zones de l'interface présentée à la figure 13.4.

2. **Colonne** : ce chiffre est la position de l'argument de sortie de la fonction objective correspondant au misfit. Il ne doit pas correspondre à la colonne du misfit %.

L'analyse statistique n'a de sens que si une matrice de covariance a été donnée dans les jeux de données, il n'est donc pas nécessaire de la faire si la matrice de covariance n'a pas été rentrée, ou si elle n'a pas été calculée au cours de l'inversion.

## Tester l'inversion

### Enregistrement et lancement

Il est possible de lancer l'inversion selon deux méthodes différentes : soit directement de l'interface, soit par un script. Le lancement par interface permet de modifier les options

Tester l'inversion	
a3 → tester model	lancer une itération avec le modèle choisi
a3 → model a tester	paramétrage du modèle à tester ; ouvre l'interface e
a3 → moyen	teste le modèle correspondant à la moyenne des bornes pour chaque paramètre
a3 → open	ouvre un modèle à tester à partir d'un fichier extérieur
a3 → lance MC3	lance l'interface <code>interface_lance_mc3</code> pour pouvoir vérifier le résultat
a3 → affiche MC3	lance l'interface <code>interface_explore_mc3</code> pour pouvoir vérifier le résultat
a3 → misfit_mc3	lance l'interface <code>interface_calcule_misfit_mc3</code> ; cette interface permet de calculer des misfits entre le modèle direct et des jeux de données extérieurs (Fig. 13.1)

**Table 13.2** – Module de test de l'inversion. La première colonne renvoie aux zones de l'interface présentée à la figure 13.4.

d'affichage en cours d'inversion. Le lancement par script permet de lancer l'inversion à partir d'un script compilé et de la gérer par un gestionnaire de processus.

Pour lancer l'inversion à partir d'un script, il faut enregistrer les paramètres de l'inversion dans une structure de données en cliquant sur `enregistrer`. Une fenêtre s'ouvre afin de renseigner un nom de fichier. La structure peut être ouverte par la fonction `open_str`.

Pour lancer l'inversion, il suffit de taper dans un terminal :

### Code Matlab

```
nambem_script_lance_nambem('nom_du_fichier_nambem.str')
```

Une structure de données a été préparée et est présente dans le répertoire `data_pour_nambem`. Pour lancer l'inversion déjà préparée, taper dans un terminal :

### Code Matlab

```
nambem_lance_nambem_script nambem_mogi_vide.str
```

Des fichiers temporaires vont être créés dans le répertoire, tant que l'inversion n'est pas terminée, il ne faut pas effacer le fichier appelé `'nom_du_fichier_nambem.nares'`, qui contient la progression du calcul et les modèles tirés par `nasearch_moi`. En cas d'interruption du calcul, c'est à partir de ce fichier que sera récupéré le calcul. En fin d'inversion, tous les fichiers temporaires seront effacés et intégrés à la structure d'inversion. L'inversion proposée dans cet exemple dure une quarantaine de minutes, et le fichier `nambem_mogi_pour_windows.str` contient une inversion achevée.

### 13.3.4 Visualisation des résultats d'inversion

#### Ouverture de la structure

La structure de données issue de l'inversion est en format `*.str` ouvrable avec `open_str`. Elle contient les champs suivants :

<code>objfun</code>	structure de données des options de la fonction objective
<code>nasearch</code>	structure de données des options pour <code>nasearch_moi</code>
<code>fichiers</code>	structure de données contenant les interférogrammes sous-échantillonnés sans la matrice de covariance
<code>option</code>	structure de données contenant les options d'inversion
<code>resultat</code>	matrice contenant les modèles tirés à toutes les itérations (ancien fichier <code>*.nares</code> )
<code>resultat_resamp</code>	matrice contenant les modèles resamplés (ancien fichier <code>resamp_*.nares</code> )
<code>noise_analysis</code>	structure de données contenant les paramètres d'analyse du bruit des résidus
<code>best_model</code>	structure de données contenant les paramètres du meilleur modèle, et la structure <code>mc3</code> du meilleur modèle
<code>topo</code>	structure de données contenant le fichier <code>*.ex3</code> de la topographie
<code>nab</code>	structure de données contenant les options pour <code>nab</code>

**Table 13.3** – Structure de données `nambem`

#### Interface explore `nambem`

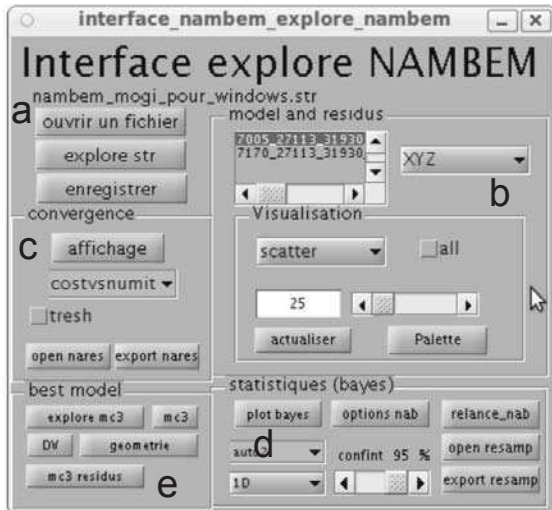
L'interface principale d'exploration des fichiers est appelée par le code :

#### Code Matlab

```
interface_nambem_lance_nambem
```

La figure 13.5 montre cette interface. Il est possible de l'utiliser avec le fichier `nambem_sphere.str`, qui est un résultat d'inversion utilisant la fonction objective `nambem_objfun_sphere` (faisant appel à MC3), sous Linux comme sous Windows. Ce fichier comprend 4 interférogrammes en interne.

Pour les affichages des modèles, il est préférable de renvoyer les données vers l'interface `interface_calcule_misfit_mc3` en appuyant sur le bouton `mc3 résidu`, qui offre plus de possibilités et qui est plus stable que les modules de cette interface. `interface_calcule_misfit_mc3` permet d'avoir accès aux variations de volume des sources tout en prenant en compte différentes options de scale dans le calcul du misfit.



**Figure 13.5** – Interface d’exploration d’une inversion. **a** : ouverture, exploration et sauvegarde de fichier; **b** : module d’affichage des résidus du meilleur modèle; **c** : module d’affichage de la convergence (Tab. 14.2 pour le détail des options d’affichage); **d** : module d’affichage de l’analyse statistique (Tab. 14.3); **e** : module d’analyse du meilleur modèle.

L’interface permet d’exporter les résultats d’inversion sous format \*.nares (attention, le format de fichier n’est plus compatible avec les versions antérieures), mais aussi de remplacer les données existantes par des données extérieures.

Enfin, l’interface `interface_lance_mc3_objfun` donne un accès à tous les modèles tirés durant l’inversion. Pour voir les géométries sans recalculer les modèles, il faut appuyer sur le bouton `in res` (voir figure 13.2).





# Chapitre 14

## Algorithme NA (Neighborhood Algorithm)

### 14.1 Principes de la méthode d’optimisation par proches voisins (NA search)

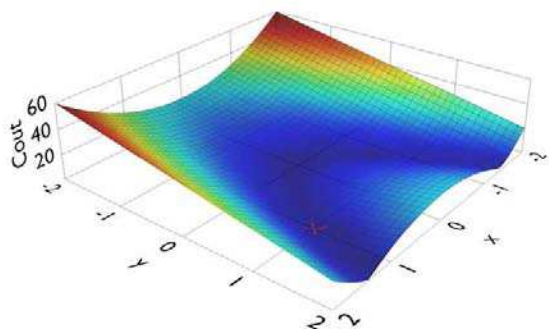
Cette méthode permet de résoudre des problèmes de géophysique et a fait ses preuves en tomographie (Sambridge (1999a), Sambridge (1999b)) mais aussi en modélisation de déformation (Fukushima et al., 2005). Elle se base sur un calcul itératif : à chaque itération, les combinaisons de paramètres sont choisies de telle sorte qu’elles soient dans un domaine proche (voisin) des meilleures combinaisons trouvées à l’itération précédente. Le nom de l’algorithme (near-neighborhood algorithm) est dû à cette méthode de recherche itérative. L’algorithme utilisé par Fukushima et al. (2005) contenait quelques bugs à l’origine de comportements bizarres de l’algorithme. Cet algorithme a donc été corrigé et entièrement recodé pour une utilisation généralisée. Cette partie présente l’algorithme et un guide d’utilisation du code d’optimisation. De nombreux exemples sont donnés pour une prise en main rapide.

#### 14.1.1 Fonction banane

On se propose d’étudier cet algorithme par la minimisation de la fonction de Rosenbrock en deux dimensions, autrement appelée fonction *banane*, et définie par :

$$\text{coût}(x, y) = \sqrt{100(y - x^2)^2 + (1 - x)^2} \quad (14.1)$$

Cette fonction contient une vallée dont le fond est presque plat et a une forme de banane. Le minimum unique de cette fonction est pour le couple  $\{x, y\} = \{1, 1\}$ . La figure 14.1 montre cette fonction.



**Figure 14.1** – Fonction banane. Le minimum de cette fonction se trouve au niveau de la croix rouge, pour le couple  $\{x, y\} = \{1, 1\}$

### 14.1.2 Recherche du minimum de la fonction banane

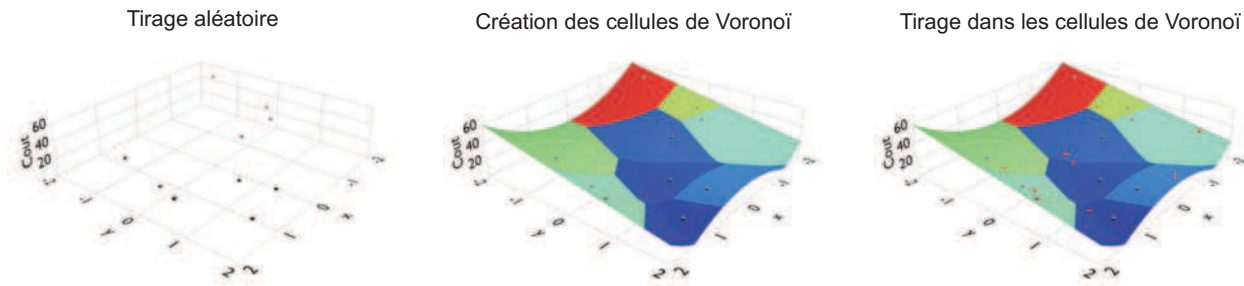
Pour chaque paramètre, on définit des bornes entre lesquelles on pense que se trouve le minimum de la fonction coût :

$$\begin{cases} x \in [-2, 2] \\ y \in [-2, 2] \end{cases}$$

A l'itération d'initialisation, 10 couples de paramètres  $\{x, y\}$  sont tirés de manière aléatoire entre les bornes de recherche. La fonction coût est calculée pour chacun de ces couples. Autour de chacun de ces points, on définit des cellules de Voronoï. Les bordures des cellules sont les médiatrices tronquées de chacun des couples de points. La troncature des médiatrices se fait de telle sorte que chaque cellule est convexe.

A la première itération, on tire de manière aléatoire 10 nouveaux points, de telle sorte que chaque cellule contienne un nouveau point (Fig. 14.2).

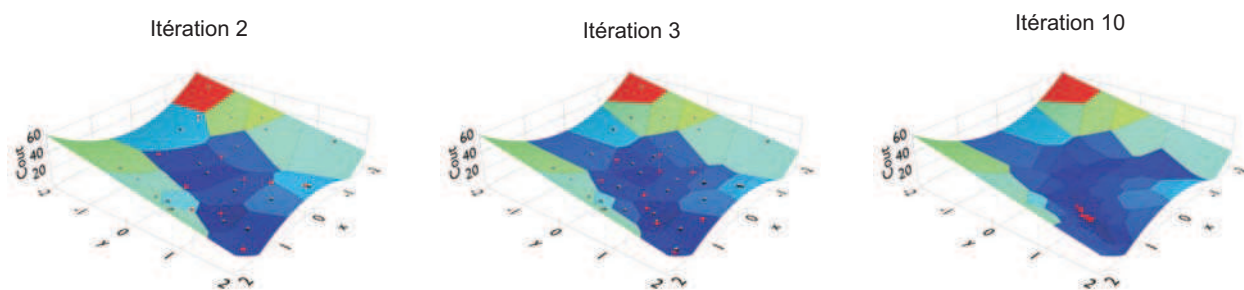
A chaque itération, on calcule la fonction coût pour les nouveaux couples de paramètres, puis de nouvelles cellules de Voronoï sont calculées autour de tous les points tirés depuis l'itération d'initialisation. Enfin, les couples de paramètres donnant les 10 plus faibles valeurs



**Figure 14.2** – Initialisation de l'algorithme. À l'itération 0, la fonction coût est calculée pour 10 couples de paramètres tirés aléatoirement. Pour chaque point, une cellule de Voronoï est définie, puis à l'itération suivante, 10 nouveaux points sont tirés (en rouge), un dans chaque cellule de Voronoï.

de la fonction coût sont sélectionnés puis on tire de nouveau 10 couples de paramètres dans les cellules sélectionnées.

Ainsi, au fur et à mesure de la progression, le tirage aléatoire se fait dans le voisinage des meilleurs couples de paramètres calculés depuis l'itération d'initialisation. Les tailles des cellules diminuent d'autant plus vite qu'elles contiennent des paramètres donnant une faible fonction coût, et les tirages progressent vers le minimum de la fonction objective. La figure 14.3 montre la progression de la convergence et les cellules de Voronoï pour les premières itérations.



**Figure 14.3** – Progression de l'algorithme. À chaque itération, des cellules de Voronoï sont créées autour de tous les points tirés aux itérations précédentes. Les 10 cellules correspondant aux points ayant la plus faible fonction coût sont gardées, puis on tire de nouveau 10 points (en rouge), un dans chacune des cellules sélectionnées. A la dixième itération, la recherche a presque convergé vers le meilleur modèle.

Par la suite, on notera

- NS1 : le nombre de tirages effectués à l'itération d'initialisation
- NS2 : le nombre de tirages effectués à chaque autre itération ( $NS2 \leq NS1$ )
- NR : le nombre de cellules de Voronoï rééchantillonnées à chaque itération. Si  $NR > NS2$ , alors chaque cellule pourra contenir plusieurs nouveaux points, si  $NR = NS2$  alors chaque cellule ne contiendra qu'un nouveau point.

### 14.1.3 Critères d'arrêt de la convergence

Quand la recherche s'arrête-t-elle ? Un premier critère d'arrêt consiste à fixer un nombre limite d'itérations. Quand ce nombre limite est atteint, alors la recherche s'arrête et on récupère le couple de paramètres ayant le plus faible coût.

Il est possible de considérer que la recherche a convergé lorsque la valeur de la fonction coût n'évolue plus, ou bien lorsque les paramètres tirés sont très proches les uns des autres dans une itération donnée. Ces critères sont définis à partir de l'écart-type du misfit ou des paramètres pour une itération donnée. Afin de permettre l'utilisation d'un critère d'arrêt standardisé, les écarts-types calculés sont normalisés.

Soient  $\{[x_{1,k}, y_{1,k}], \dots, [x_{NS2,k}, y_{NS2,k}]\}$  les couples de paramètres tirés pour la  $k^{\text{ième}}$  itération, et  $[c_{1,k}, \dots, c_{NS2,k}]$  les fonctions coût obtenues pour ces couples de paramètres.

#### Critères d'arrêt sur les paramètres

Chacun des  $n$  paramètres  $p$  obtenus pour l'itération  $k$  (dans ce cas  $x_{i,k}$  ou  $y_{i,k}$ ) est normalisé entre 0 et 1 par rapport aux bornes de recherche :

$$p_{i,k}^{norm} = \frac{p_{i,k} - p_{\min}}{p_{\max}} \quad (14.2)$$

puis on calcule pour chacun des paramètres obtenus pour l'itération  $k$  leur écart-type normalisé :

$$\sigma_{p^{norm},k} = \sqrt{\frac{1}{NS2} \sum_{i=1}^{NS2} (p_{i,k}^{norm} - \bar{p}_k^{norm})^2} \quad (14.3)$$

Enfin, le critère d'arrêt sur les paramètres est obtenu en moyennant les  $\sigma_p^{norm}$  calculés pour les  $n$  (ici 2) paramètres.

$$CA_{param} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \sigma_{p,k}^{norm} \quad (14.4)$$

### Critères d'arrêt sur le coût

Les coûts calculés pour toutes les combinaisons de paramètres de l'itération  $k$  sont normalisés entre 0 et 1 par rapport au coût maximal et au coût minimal trouvés à toutes les itérations :

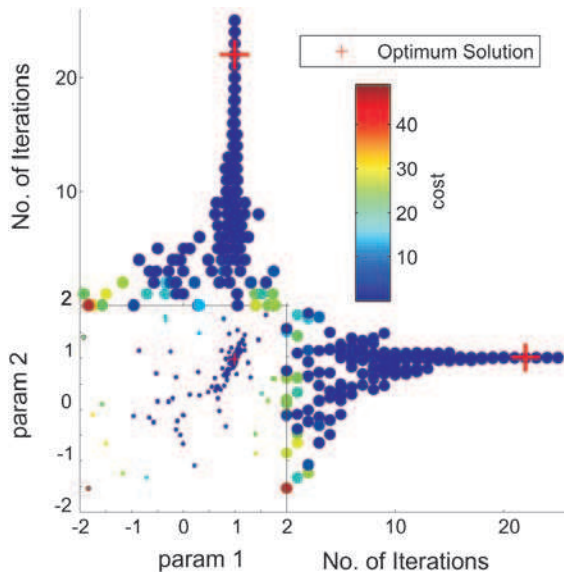
$$c_{i,k}^{norm} = \frac{c_{i,k} - c_{\min}}{c_{\max}} \quad (14.5)$$

$$CA_{coût} = \sqrt{\frac{1}{NS2} \sum_{i=1}^{NS2} (c_{i,k}^{norm} - \bar{c}_k^{norm})^2} \quad (14.6)$$

La recherche s'arrête lorsque  $CA_{coût}$  et  $CA_{param}$  sont inférieurs à une valeur fixée par l'utilisateur.

## 14.2 Visualisations

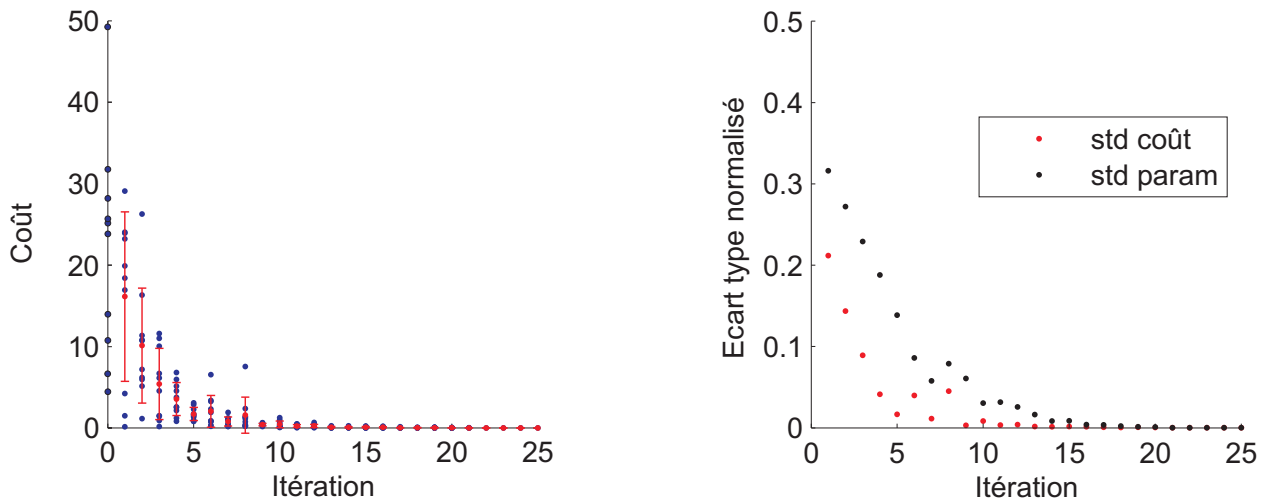
Plusieurs outils de visualisation ont été créés afin de juger de la convergence du calcul. La figure 14.4 montre l'évolution des paramètres en fonction des itérations, ainsi que la fonction coût en fonction des couples de paramètres. Ce type de visualisation permet d'appréhender si l'un ou l'autre des paramètres converge ou non. Cependant, ce type de visualisation n'est pas forcément adapté si la fonction objective que l'on minimise contient beaucoup de paramètres.



**Figure 14.4** – Visualisation des modèles tirés pour les résultats de la minimisation de la fonction banane. Le graphique central montre les couples de paramètres et leur coût. Les graphiques périphériques montrent pour chaque paramètre la convergence en fonction de l'itération.

La figure 14.4 montre que les deux paramètres convergent vers 1, ce qui est le minimum réel de la fonction banane.

La figure 14.5 montre une visualisation synthétique de la convergence de la minimisation. Ce type de visualisation est conventionnellement utilisé pour montrer la qualité de la convergence d'une optimisation. Dans cet exemple, les critères d'arrêt de l'algorithme sont fixés tels que le programme s'arrête si  $CA_{param}$  et  $CA_{coût} < 10^{-5}$ . Les critères de convergence sont dépassés au bout de la 25<sup>ème</sup> itération.

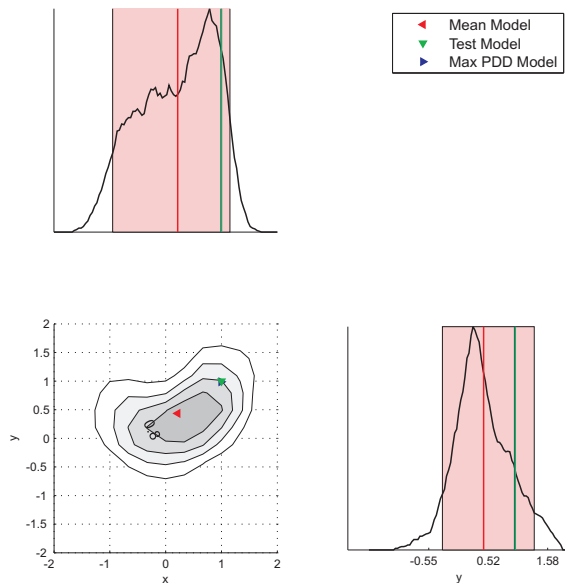


**Figure 14.5** – Résultats de la minimisation de la fonction banane. Le graphique 1 montre l'évolution du misfit en fonction des itérations. Les barres d'erreur montrent l'écart-type normalisé de la fonction coût pour tous les couples d'une itération. Le graphique 2 montre l'évolution de l'écart-type normalisé de la fonction coût, ainsi que l'écart-type normalisé des paramètres.

### 14.3 Traitements statistiques

Il convient d'analyser statistiquement la convergence obtenue afin d'avoir un aperçu de la pertinence des valeurs obtenues. Cette analyse statistique analyse la répartition des modèles trouvés par fonction de densité de probabilité afin de fournir un intervalle de confiance pour chaque paramètre (Sambridge (1999a), Sambridge (1999b)).

La figure 14.6 montre que le couple de paramètres pour lequel la fonction coût est la plus faible est très proche du minimum réel. D'autre part, l'analyse statistique met en évidence la vallée de la fonction banane, et montre la zone pour laquelle la fonction coût est très faible.



**Figure 14.6** – Résultats de la minimisation de la fonction banane (PPD1D et PPD2D). Le graphique central montre les couples de paramètres et leur coût. Les graphiques périphériques montrent pour chaque paramètre la convergence en fonction de l'itération.

## 14.4 Matlab et la fonction nasearch\_moi

Cette partie propose un petit tutoriel pour une prise en main rapide de la fonction `nasearch_moi`.

Afin d'harmoniser la procédure d'optimisation `NAssearch` avec les autres procédures d'optimisation de Matlab, la fonction a été réécrite. Les fichiers `*.nares` ne sont plus compatibles avec les anciennes versions. On se propose dans un premier temps de trouver le minimum de la fonction banane définie par :

### Code Matlab

```
function [cost]=objfun_banana(model)
X=model(1);
Y=model(2);
cost=sqrt((100*(Y-X.^2).^2+(1-X).^2));
```

### 14.4.1 Optimisation par défaut

L'optimisation propose des valeurs par défaut pour les paramètres de convergence :

- NS1 : 30 (nombre de tirages pour l'itération d'initialisation)
- NS2 : 10 (nombre de tirages pour les autres itérations)



- NR : 10 (nombre de cellules resamplées)
- NIT : 30 (nombre maximum d'itérations)
- TOL : 0 (critère d'arrêt : le programme va par défaut jusqu'à la dernière itération)

La fonction objective peut être une chaîne de caractères renvoyant vers une fonction, ou une fonction handle de Matlab :

### Code Matlab

```
%limites de recherches pour chaque paramètres
lim_x = [-2,2];
lim_y = [-2,2];
LIM = [lim_x;lim_y];
%definition de la fonction objective par un fichier fonction
func_objfun='objfun_banana';
out = nasearch_moi(func_objfun,LIM)
```

### Code Matlab

```
%limites de recherches pour chaque paramètres
lim_x = [-2,2];
lim_y = [-2,2];
LIM = [lim_x;lim_y];
%definition de la fonction objective par function handle
fun = @(model) sqrt((100*(model(2)-model(1).^2).^2+(1-model(1)).^2));
out = nasearch_moi(fun,LIM)
```

## 14.4.2 Optimisation par options

Pour modifier les options par défaut, deux méthodes différentes sont possibles. La fonction accepte les arguments optionnels du type :

### Code Matlab

```
out = nasearch_moi(func_objfun,LIM,...,'nom_option_i',val_option_i)
```

ou bien sous forme de structure :

### Code Matlab

```
options.nom_option_1 = val_option_1;  
options.nom_option_i = val_option_i;  
out = nasearch_moi(func_objfun,LIM,options)
```

Ainsi, les deux codes suivants donneront la même procédure de calcul.

### Code Matlab

```
%limites de recherches pour chaque paramètres  
lim_x = [-2,2];  
lim_y = [-2,2];  
LIM = [lim_x;lim_y];  
NS1 = 100;  
NS2 = 50;  
NR = 50;  
NIT = 20;  
  
%definition de la fonction objective  
func_objfun='objfun_banana';  
out = nasearch_moi(func_objfun,LIM,'NS1',NS1,'NS2',NS2,...  
                  'NR',NR,'NIT',NIT)
```

### Code Matlab

```
%limites de recherches pour chaque paramètres  
lim_x = [-2,2];  
lim_y = [-2,2];  
LIM = [lim_x;lim_y];  
options.NS1 = 100;  
options.NS2 = 50;  
options.NR = 50;  
options.NIT = 20;  
  
%definition de la fonction objective  
func_objfun='objfun_banana';  
out = nasearch_moi(func_objfun,LIM,options)
```

### 14.4.3 Sauvegarde du résultat

Les codes précédents ne permettent pas de sauver le résultat dans un fichier annexe. Pour sauver le résultat, il faut spécifier le nom du fichier en tant qu'option :

#### Code Matlab

```
% options
options.NS1 = 100;
options.NS2 = 50;
options.NR = 50;
options.NIT = 20;
options.FILENARES = 'fichier_de_resultat.nares'

%definition de la fonction objective
func_objfun='objfun_banana';
out = nasearch_moi(func_objfun,LIM,options)
```

### 14.4.4 Ne pas prendre en compte certains modèles

Il peut être utile de ne pas prendre en compte certains modèles dans l'inversion. Ainsi, si une fonction coût basée sur un misfit en % dépasse 100, il est possible d'indiquer à `nasearch_moi` que le modèle ne doit pas être pris en compte pour la convergence. De même, si un calcul réalisé avec MC3 échoue, il suffit de spécifier un `flag = 0` en cas d'échec. Cela se fait au niveau de la définition de la fonction objective :

#### Code Matlab

```
function [cost,flag]=objfun_banana(model)
X=model(1);
Y=model(2);
cost=sqrt((100*(Y-X.^2).^2+(1-X).^2));
if cost>100
    flag = 0; % modèle pas pris en compte
else
    flag = 1; % modèle pris en compte
end
```

L'argument de sortie `flag` indique si `nasearch_moi` doit prendre en compte ou pas le modèle. Si `flag` est à 0, alors le modèle ne sera pas pris en compte, et `nasearch_moi` ne changera pas d'itération tant qu'il n'aura pas calculé NS2 modèles (ou NS1 modèles pour l'itération d'initialisation) avec un `flag` égal à 1.

### 14.4.5 Enregistrer des données secondaires

Il peut être utile d'enregistrer plusieurs paramètres dans le `*.nares`. Par exemple, les fonctions `misfit` peuvent donner un `misfit`, un `misfit` exprimé en % et une `RMS`. Toutes ces valeurs peuvent être enregistrées dans le `*.nares`, à condition de spécifier le nombre de valeurs de sortie de la fonction objective dans les options. Par exemple, si on veut enregistrer le *log* de  $x$  et de  $y$  de la fonction `banana`, la fonction objective doit être formulée ainsi :

#### Code Matlab

```
function [cost,logx,logy,flag]=objfun_banana(model)
X=model(1);
Y=model(2);
cost=sqrt((100*(Y-X.^2).^2+(1-X).^2));
flag =1;
logx = log(X);
logy = log(Y);
```

Attention : dans ce cas, `flag` doit être spécifié et doit être le dernier argument de sortie.

L'optimisation se lance ainsi :

#### Code Matlab

```
% options
options.NAO = 4; % 4 arguments de sortie dans objfun_banana
options.FILENARES = 'fichier_de_resultat.nares'

%definition de la fonction objective
func_objfun='objfun_banana';
out = nasearch_moi(func_objfun,LIM,options)
```

### 14.4.6 Fonctions objectives vectorisables

Si la fonction objective est vectorisable, alors tous les modèles d'une itération donnée peuvent être calculés en même temps. Dans ce cas, tous les modèles de l'itération seront pris en compte, même si  $\text{flag} = 0$ . Cette option est utile pour les fonctions objectives analytiques, où l'on cherche un minimum et où tous les modèles aboutiront. Dans ce cas, les différents modèles doivent être rangés dans une matrice de NS2 lignes et avoir autant de colonnes que de paramètres.

#### Code Matlab

```
function [cost]=objfun_banana(model)
X=model(:,1);
Y=model(:,2);
cost=sqrt((100*(Y-X.^2).^2+(1-X).^2));
```

#### Code Matlab

```
% options
option.vectorized = 'yes' % 'no' par défaut

%definition de la fonction objective
func_objfun='objfun_banana';
out = nasearch_moi(func_objfun,LIM,options)
```

### 14.4.7 Recherche de nombres entiers

La procédure permet de rechercher les valeurs entières permettant de minimiser la fonction coût. On se propose par exemple de chercher le couple de nombre entiers  $(x, y)$  tels que  $x^2 + y^2$  soit le plus proche d'une valeur donnée  $v$ . La fonction coût peut alors s'écrire :  $\chi^2 = \|v - x^2 - y^2\|$ . L'exemple suivant permet de chercher le couple de nombres entiers dont la somme des carrés  $v$  est égale à 34 :

#### Code Matlab

```
LIM = [0,1000;0,1000]
option.int = 'yes'; %recherche d'entiers
```

```
option.vectorized = 'yes'; %la fonction objective est vectorisable
fun = @(model) abs(34-model(:,1).^2 - model(:,2).^2)
nasearch_moi(fun,LIM,option)
```

Le meilleur modèle obtenu est soit le couple (3,5), soit le couple (5,3). Si l'on fixe  $v = 35$ , le meilleur modèle obtenu pourra être (6,0), (0,6), (5,3) ou (3,5).

### 14.4.8 Affichages

La procédure autorise un affichage durant le calcul. Cet affichage est optionnel et est paramétrable suivant deux options :

#### Code Matlab

```
% options
option.disp = 'yes' % {'yes'}|'no':affichage du deroulement du calcul.
option.plot = 'costvsnumit'
%'paramvsparam', 'numitvsparam', 'reseau', 'paramvscost'

%definition de la fonction objective
func_objfun='objfun_banana';
out = nasearch_moi(func_objfun,LIM,options)
```

Pour visualiser un fichier \*.nares, on utilise la fonction `plotnares_moi`.

#### Code Matlab

```
% options
option.plot = 'costvsnumit'
option.plot = 'PARAMNAME' = {'x' 'y'}; %nom des parametres
option.tresh = 'yes' % 'yes' | {'no'}

plotnares_moi('fichier_de_resultat.nares',option)
```

### 14.4.9 Analyse statistique

L'analyse statistique est basée sur le code `nab` de Yo Fukushima, sur lequel a été ajoutée une couche permettant d'assurer la compatibilité avec le format `*.nares` actuel. Pour pouvoir faire l'analyse statistique d'une inversion, il est nécessaire d'avoir enregistré les résultats dans un fichier extérieur. La fonction coût à minimiser doit correspondre à un véritable misfit, prenant en compte la variance des données. L'analyse sera faite à partir de ce fichier et générera un fichier `resample` à l'aide du code :

#### Code Matlab

```
nom_resamp=nab_moi(file_nares,...,'nom_option_i',option_i)
```

Les différentes options sont

- 'nb\_resamp' : nombre de cellules à rééchantillonner
- 'col' : numéro de la colonne contenant le misfit (par défaut col = 1, correspondant à la colonne ND+1). Il est utile de spécifier cette option si le `*.nares` contient plus d'une colonne de résultats et si la première colonne ne correspond pas au misfit réel.

### 14.4.10 Un exemple de code plus complexe

Cet exemple propose de créer des données synthétiques de déplacements provoqués par une source de Mogi, et de retrouver la source à l'origine des déplacements. Cet exemple nécessite d'avoir la fonction `objfun_mogi` et les sous-fonctions associées.

#### Création des données

#### Code Matlab

```
%%% creation d'une topo
xc=0; yc=0; rayon_int=2000; rayon_ext=4500; intv=100;
[pts]=circprog(xc,yc,rayon_int,rayon_ext,intv);
X=pts(:,1); Y=pts(:,2); Z=zeros(size(X));

%%% creation d'une source
xs=200; ys=500; zs=-800; rayon=300; P=50;
lambda=0.0283;strack=[-0.656951 -0.1743855 0.7334885];
```

```

%%% calcul des donnees synthetiques (mogi)
EO_NS_HB=cell(1,3);
[EO_NS_HB{:}] = mogi_DP(X, Y, Z, xs, ys, zs, P, rayon);
[V]=xyz2los(EO_NS_HB,strack);
[matstr,bidon,bidon,dx] = interp_interf_auto(X,Y,V,'struct');
matstr.strack = strack;
matstr.data=flipud(matstr.data);
figure_sar(matstr) %%% affichage des donnees propres

%%% bruitage des donnees
CORRDIST=500; % distance de correlation du bruit
VARI = 10^-5; % variance du bruit
NOISE = expnoiseunwr(size(matstr.data),dx,dx,CORRDIST,VARI);
matstr.data = matstr.data+NOISE;
figure_sar(matstr) %%% affichage des donnees bruitees

%%% sous echantillonnage des donnees
xc=0; yc=0; rayon_int=2000; rayon_ext=4000; intv=100;
[pts]=circprog(xc,yc,rayon_int,rayon_ext,intv);
X=pts(:,1); Y=pts(:,2);
[X,Y,V]=sous_ech_pts_mat(X,Y,matstr);

%%% affichage du jeux de donnees
figure('name','interfero synthetique')
scatter(X,Y,[],dist2phase(V,lambda),'filled'),axis equal

%%% creation du jeu de donnees compatible avec la fonction objective
data.interf_1.Xmnt=X;
data.interf_1.Ymnt=Y;
data.interf_1.Vmnt=V;
data.interf_1.strack=strack;% ligne de visee
% matrice de covariance pour prise en compte du bruit
data.interf_1.covmat = makecovmat(X,Y,VARI,CORRDIST);

```

## Options de l'inversion

### Code Matlab

```

%%% parametres de l'inversion
limX=[-2000,2000];
limY=[-2000,2000];
limZ=[-100,-3000];
limR=[100,1000];

```



```

limP=[0,100];
LIM=[limX;limY;limZ;limR;limP];

option_NA.PARAMNAME = {'Xc' 'Yc' 'Zc' 'Rayon' 'Pression'};
option_NA.NSR=1; % 1 tirages aleatoires par iteration
option_NA.FILENARES='test_mogi.res';
option_NA.NAO = 4;%4 arguments de sortie dans la objfun
option_NA.h_fig = 5;
option_NA.NIT = 50;
option_NA.NS1 = 50;
option_NA.NS2 = 10;
option_NA.NR = 10;
option_NA.plot = 'yes';

```

## Options de la fonction objective

### Code Matlab

```

%%% options specifiques a objfun_mogi (help objfun_mogi)
option.h_fig_geometrie =3;
option.plot_geometrie ='source';
%%% option du calcul du cout (help calcmisfit_moi)
option.option_misfit.affichage='scatter'; % retour graphique
option.option_misfit.h_fig =2;
option.option_misfit.shift ='no';% pas de shift des donnees
option.option_misfit.scale ='no';% pas d'ajustement d'amplitude
option.option_misfit.weight='ifdata';% ponderation des donnees
fun = @(model) objfun_mogi(model,data,option);

```

## Lancement du modèle

### Code Matlab

```

out = nasearch_moi(fun,LIM,option_NA);
plotnares_moi(filesave)

```

## Analyse statistique

### Code Matlab

```
op_nab.col = 1;  
op_nab.nb_resamp=2000;  
op_nab.option_nab.affichage = 'yes';  
nom_resamp = nab_moi(filesave,op_nab);  
plot_bayes(nom_resamp)
```

### 14.4.11 Liste des options disponibles

#### Fonction `nasearch_moi`

syntaxe : `nasearch_moi(fun,LIM,...,'nom_option_i',val_option_i)`

option	{valeur défaut}   valeurs possibles	description
'NS1'	20	nombre de modèles pour l'itération d'initialisation
'NS2'	10	nombre de modèles pour les autres itérations
'NR'	10	nombre de cellules resamplées
'NIT'	30	nombre maximum d'itérations
'NLST'	10	nombre des derniers modèles utilisés pour le calcul du critère d'arrêt
'TOL'	0	valeur du critère d'arrêt
'stop_TOL'	{'cost'}	arrête la recherche si l'écart-type normalisé du coût des NLST dernières itérations est < TOL
	'param'	arrête la recherche si l'écart-type normalisé des paramètres des NLST dernières itérations est < TOL
	'bothor'	arrêt sur le coût ou sur les paramètres
	'bothand'	arrêt sur le coût et sur les paramètres
	'NIT'	pas de critère d'arrêt
'FILENAMES'	[]	string d'un nom de fichier pour la sauvegarde
'PARAMNAME'	[]	nom des paramètres (ex {'x' 'y'})
'disp'	{'yes'}   'no'	affichage de l'avancement du calcul
'plot'	{'no'}	option d'affichage
	'paramvsparam'	affichage paramètre Vs paramètre
	'costvsnumit'	affichage coût, écart-type normalisé en fonction des itérations
	'paramvsnumit'	affichage paramètre en fonction des itérations
'NS1_meth'	{'rand'}	itération d'initialisation tirée au hasard
	'uniform'	par pas réguliers dans toutes les dimensions
	'gauss'	selon une gaussienne autour du modèle donné dans 'noyau' ou de la moyenne des bornes
	'data'	selon les modèles donnés dans 'noyau'
'noyau'	[]	si NS1_meth = 'data' : vecteur contenant un seul modèle ; si NS1_meth = 'gauss' : matrice contenant les modèles à tester
'NSR'	0	nombre de tirages complètement aléatoires par itération
'vectorized'	{'yes'}   'no'	à utiliser si la fonction est vectorisable (permet de calculer tous les modèles d'une itération en une seule étape)
'NAO'	1	nombre d'outputs de la fonction objective (enregistrement de données supplémentaires) ; si NAO > 1, le dernier output de la fonction objective doit être un flag (0 ou 1)
'h_GUI'	[]	handle d'une interface (pour changement d'options d'affichage en cours de calcul). L'interface doit permettre une récupération d'une structure d'options selon <code>op = getappdata(h_GUI,'option_plot_nasearch')</code>
'h_fig'	[]	handle d'une figure pour l'affichage, si 'plot' est différent de 'no'. L'affichage se fera toujours sur la figure demandée.
'Nlim'	2×NS2	nombre maximum de tentatives pour trouver un modèle dans une cellule de Voronoï. Au-delà, recherche d'un modèle aléatoire. Cette option ne sert que dans quelques cas particuliers, pour éviter de rester bloqué dans une cellule (fonctionnel seulement si 'vectorized'='no' et si un flag est donné en sortie de la fonction objective).
'NPRL'	[]	nombre de processeurs (pas implémenté)

Table 14.1 – Liste des options possibles avec `nasearch_moi`

## Fonction `plotnares_moi`

syntaxe : `plotnares_moi(filenares,...,'nom_option_i','val_option_i')`

option	{valeur défaut}   valeurs possibles	description
'PARAMNAME'	[ ]	nom des paramètres (ex {'x' 'y'}) : permet d'afficher les noms des paramètres sur les axes
'plot'	'yes'   {'no'}	option d'affichage
	'paramvsparam'	affichage paramètre Vs paramètre
	'costvsnumit'	affichage du coût, de l'écart-type normalisé en fonction des itérations
	'paramvsnumit'	affichage paramètre en fonction des itérations
	'paramvscost'	affichage paramètre en fonction du coût
	'paramvscost'	affichage paramètre en fonction du coût
	'reseau'	affichage des relations génétiques entre les itérations, et des meilleurs modèles sous forme d'arbre généalogique.
'col'	[ ]	numéro de la colonne du coût : permet de choisir la colonne selon laquelle seront triés les modèles. Utile si le *.nares contient des colonnes additionnelles (NAO>1) par exemple pour afficher les résultats en fonction d'un misfit en % plutôt qu'en fonction du coût réel
'maxi'	[ ]	valeur seuil du coût : tous les modèles dont le coût est supérieur à cette valeur ne seront pas affichés
'tresh'	{'no'}   {'yes'}	affichage en scatter ou selon 3 domaines

Table 14.2 – Liste des options possibles avec `plotnares_moi`

## Fonction `plot_bayes`

syntaxe : `plot_bayes(fileresamp,...,'nom_option_i','val_option_i')`

option	{valeur défaut}   valeurs possibles	description
'PARAMNAME'	[ ]	nom des paramètres (ex {'x' 'y'}) : permet d'afficher les noms des paramètres sur les axes
'ref_model'	[ ]	modèle de référence : vecteur contenant les valeurs d'un modèle particulier
'color_plot'	'k' 'm' 'c' 'g' 'r' 'b' 'y'	couleur du plot
'scale'	{'auto'}   {'auto2'}   {'space'}	zoom sur l'espace des paramètres
'max_PDD'	[ ]	chaîne de caractères d'un fichier *.nares ou vecteur cellule contenant plusieurs noms de fichiers
'plot'	'1D'   '2D'   {'all'}	type d'affichage (PPD1D, PPD2D ou les deux)
'display'	'no'   'latex'   {'yes'}	affichage des paramètres du meilleur modèle, du modèle moyen et des intervalles de confiance, pouvant être sous format $\text{\LaTeX}$
'conf'	0.05	valeur des intervalles de confiance (95% -> 0.05)
'filetype_resamp'	'yo'   {'moi'}	format du fichier resamp ('yo' est compatible avec les anciens formats)
'filetype_nares'	'yo'   {'moi'}	format du fichier nares ('yo' est compatible avec les anciens formats)

Table 14.3 – Liste des options possibles avec `plot_bayes`



## Conclusions et perspectives



# Conclusions générales et perspectives

## C.1 Conclusions

Depuis 2003, le Piton de la Fournaise est surveillé par InSAR. La base de données interférométrique ainsi établie a permis de mieux caractériser sa déformation. Lors de l'éruption d'avril 2007, les méthodes de surveillance de l'édifice par InSAR et par GPS permanents se sont révélées particulièrement complémentaires. En effet, en ce qui concerne le cône central, les interférogrammes ont enregistré de manière cumulée beaucoup d'événements successifs pendant la période syn-éruptive. Les données des GPS permanents ont, quant à elles, permis d'identifier les moments durant lesquels les différentes sources de déformation ont été actives. Au niveau du flanc est, qui a subi les déplacements les plus importants dans les Grandes Pentes, seule une surveillance par InSAR a été réalisée et nous ne disposons pas des moyens d'établir une chronologie à partir de données GPS.

L'ensemble des données a été modélisé grâce à une version transformée de NA-MBEM et par tomographie de déplacements (méthode développée dans le cadre de cette étude) et les résultats obtenus avec ces deux méthodes ont conduit à des conclusions équivalentes. De nouvelles interprétations des mécanismes en jeu lors de cette éruption remarquable ont donc pu être proposées, tant au niveau du cône central qu'au niveau du flanc est.

Au niveau du cône central, la subsidence post-éruptive serait due au drainage d'un système hydrothermal suite à l'effondrement du cratère Dolomieu. L'activité du système hydrothermal pourrait aussi expliquer les déplacements pré-éruptifs et post-éruptifs lors d'éruptions antérieures. Les déformations du cône durant les périodes pré et post-éruptives pourraient donc être dues à une cyclicité dans la dynamique du système hydrothermal : ce dernier subirait une surpression due à la remontée de fluides réchauffés par le magma avant une éruption, puis une décompression après la fin d'une éruption, provoquée par le refroidissement de ces fluides.



Au niveau du flanc est, les Grandes Pentes ont été déstabilisées durant l'éruption puis ont mis plus d'un an à revenir à un nouvel état d'équilibre en glissant vers l'est. Ce glissement est probablement corrélé à la présence d'un réservoir temporaire localisé sous les Grandes Pentes ainsi que l'attestent les modèles calculés pour la période post-effondrement. Les premiers résultats concernant la période syn-éruptive, même s'ils sont à affiner, semblent confirmer la présence d'un tel réservoir en cours de remplissage. Les transferts de magma ayant eu lieu durant cette éruption semblent inhabituels pour le Piton de la Fournaise, et indiquent que les Grandes Pentes correspondent à une structure très dynamique pouvant être à l'origine d'un effondrement de flanc tel qu'il engendrerait un tsunami. La surveillance des Grandes Pentes est donc indispensable, pour mieux comprendre la dynamique de l'édifice et estimer les risques liés à l'activité du volcan. C'est dans cette optique qu'en 2009, l'Observatoire Volcanologique du Piton de la Fournaise a installé des stations GPS permanentes au niveau du flanc est.

## C.2 Perspectives

### C.2.1 Amélioration de la base de données

Les interférogrammes que nous avons utilisés durant cette étude ont été calculés à partir du modèle numérique de terrain IGN de 1997. Ce MNT ne prend donc pas en compte les coulées émises depuis 1997. Nous avons vu que la présence de ces nouvelles coulées est à l'origine de résidus topographiques sur les interférogrammes (Fig. 1.4 page 20). Depuis 2010, nous disposons d'un MNT Lidar qui prend en compte les coulées émises jusqu'en 2009. L'utilisation de ce MNT pour recalculer les interférogrammes utilisés dans cette étude permettrait d'améliorer la qualité des interférogrammes ayant une faible altitude d'ambiguïté. D'autre part, à chaque éruption, les coulées de lave modifient la topographie, et sont à l'origine de nouveaux résidus topographiques sur les interférogrammes. L'utilisation d'un MNT mis à jour pour chaque éruption permettrait de s'affranchir en grande partie de ces résidus topographique. La mise à jour de ce MNT pourrait être réalisée à partir d'images radar acquises par les deux satellites de la mission TanDEM-X : ces deux satellites évoluent côte à côte et acquièrent deux images radar selon deux lignes de visées légèrement différentes. La combinaison de ces images acquises en même temps permet d'évaluer l'élévation du sol et de corriger les modèles numériques de terrain.

### C.2.2 Amélioration, développement et distribution de la boîte à outils dédiée à l’InSAR

La toolbox contient pour le moment de nombreux bugs. Une première amélioration consisterait à corriger ces erreurs et d’harmoniser toutes les routines. Ce travail est en partie effectué doit être terminé avant d’envisager une distribution des codes.

D’autre part, le langage Matlab<sup>®</sup> n’est pas un langage libre et les interfaces graphiques ne sont pas entièrement programmables. Ces points peuvent être un frein à la diffusion de la toolbox. Toutes les procédures pourraient être retranscrite en langage Python<sup>™</sup>, qui a les avantages d’être libre, d’avoir une syntaxe proche de celle de Matlab<sup>®</sup>, et surtout d’être indépendante du système d’exploitation, même après compilation. D’autre part, les bibliothèques Python<sup>™</sup> sont en général installées par défaut sur la plupart des ordinateurs, et Python<sup>™</sup> peut facilement faire appel au bibliothèques QT, elles aussi installées par défaut sur beaucoup de machines. QT permet d’éditer des interfaces graphiques très intuitives, et met à disposition de nombreuses options de programmation, tout en restant compatible avec Python<sup>™</sup> mais aussi C/C++.

### C.2.3 Développements supplémentaires pour la tomographie

Au Piton de la Fournaise, les déplacements les plus importants sont souvent la conséquence de l’injection de dykes. Ces déplacements sont souvent difficiles à modéliser par la procédure NA-MBEM. La méthode de tomographie telle qu’elle est implémentée pour le moment, ne peut être utilisée que pour modéliser les déplacements dus à des sources volumiques. Un développement supplémentaire de la tomographie est envisageable pour étendre la méthode à la modélisation des déplacements provoqués par les intrusions. Ce développement concernerait principalement le calcul de la fonction de Green, afin qu’elle puisse prendre en compte des sources en ouverture. Un tel développement serait aussi envisageable pour prendre en compte une composante cisailante et ainsi permettre la relocalisation de failles à partir de données de déplacements.

Par ailleurs, nous avons montré qu’il est possible de coupler la méthode de tomographie à un modèle numérique. Le calcul de la matrice des fonctions de Green peut donc se faire à l’aide de modèles de déformation complexes. Ce constat permet d’envisager la prise en compte de milieux hétérogènes, et d’obtenir des modèles plus réalistes.

Le calcul de tomographie est très rapide et donne des résultats satisfaisants même si nous disposons de très peu de données de déplacements. Ces deux propriétés permettent d'envisager d'utiliser cette méthode pour retrouver en temps quasi réel la source à l'origine de déplacements à partir de données de stations GPS permanentes, directement au niveau d'un observatoire. Les modèles obtenus permettraient par exemple d'obtenir un aperçu de la profondeur de la source à l'origine de la déformation et ainsi d'avoir un *a priori* sur la nature géologique de la source.

# Annexes



# Annexe A

## Interpolation temporelle, annexes de calculs

### A.1 Expression du vecteur de pondération $\mathbf{a}$ dans les méthodes d'interpolation par parties

Les interpolations par parties permettent d'exprimer les déplacements  $\hat{d}$  pour n'importe quelle date comme une somme pondérée des déplacements aux dates d'acquisition de la série temporelle de la forme :

$$\hat{d} = \mathbf{a}\mathbf{d}$$

où  $\mathbf{d} = [d_1, \dots, d_n]$  sont les valeurs de déplacements de la série temporelle aux moments  $[t_1, \dots, t_n]$ , et  $\mathbf{a}$  sont les coefficients de pondération. Nous allons montrer l'expression de  $\mathbf{a}$  pour les différents types d'interpolations par partie.

#### A.1.1 Expression de $\mathbf{a}$ dans le cas du spline cubique

$d_k$  et  $d_{k+1}$  sont les déplacements enregistrés aux dates  $t_k$  et  $t_{k+1}$ . Nous voulons estimer la valeurs des déplacements  $\hat{d}$  à la date  $t$  par spline cubique, telle que  $t_k \leq t \leq t_{k+1}$ . L'interpolateur  $s(t)$  sur l'ensemble de la courbe est défini sur l'intervalle  $k$  (entre deux points consécutifs de la série temporelle) par la fonction  $s_k(t)$ .  $s_k(t)$  est un polynome de degré 3 (de Boor, 1978), défini par les conditions suivantes :

- $s_k(t_k) = d_k$

$$\begin{aligned}
- s_k(t_{k+1}) &= d_{k+1} \\
- s'_k(t_{k+1}) &= s'_{k+1}(t_{k+1}) \\
- s''_k(t_{k+1}) &= s''_{k+1}(t_{k+1})
\end{aligned}$$

Il est donc nécessaire que  $s(t)$  soit cubique par morceaux, ce qui implique que  $s'_k(t)$  soit quadratique par morceaux et que  $s''(t)$  soit linéaire par morceaux. Par interpolation linéaire (Lagrangienne), on peut obtenir l'expression de  $s''_k(t)$ , puis en intégrant deux fois l'expression de  $s''_k(t)$ , l'interpolateur  $s_k(t)$  lui même :

$$\begin{aligned}
\hat{d} &= s_k(t) \\
&= d_k (t - t_k)^0 + \left[ \frac{d_{k+1} - d_k}{t_{k+1} - t_k} - \frac{t_{k+1} - t_k}{6} (2m_k + m_{k+1}) \right] (t - t_k)^1 + \dots \\
&\quad \frac{m_k}{2} (t - t_k)^2 + \frac{m_{k+1} - m_k}{6(t_{k+1} - t_k)} (t - t_k)^3
\end{aligned} \tag{A.1}$$

où  $m_k$  est la dérivée seconde de l'interpolateur au point  $t_k$  :  $m_k = s''_k(t_k)$ .

Le problème consiste dans un premier temps à résoudre les valeurs des  $m_k$  puis à exprimer  $\hat{d}$  comme une combinaison linéaire de tous les  $d_k$ .

### Résolution des $m_k$

Définissons les quantités suivantes :

$$p_k = \frac{d_{k+1} - d_k}{t_{k+1} - t_k} \quad , \quad h_k = t_{k+1} - t_k \quad \text{et} \quad \lambda_k = \frac{h_k}{h_{k-1} + h_k} \tag{A.2}$$

Les seules inconnues qui restent dans l'équation A.1 sont les  $m_k$ . La seule contrainte non utilisée est la continuité des dérivés premières. En déterminant les  $m_k$  en utilisant les dérivés premières puis en exigeant la continuité des dérivées premières  $s'_k(t_k) = s'_{k-1}(t_k)$ , il vient :

$$h_{k-1}m_{k-1} + 2(h_{k-1} + h_k)m_k + h_k m_{k+1} = 6(p_k - p_{k-1}) \tag{A.3}$$

En divisant par  $h_{k-1} + h_k$  et en substituant par  $\lambda_k$ , cette équation devient :

$$(1 - \lambda_k)m_{k-1} + 2m_k + \lambda_k m_{k+1} = 6 \frac{p_k - p_{k-1}}{h_{k-1} + h_k} \tag{A.4}$$

Les  $m_k$  (dérivées secondes de l'interpolateur en  $t_k$ ) sont obtenues par inversion d'un système linéaire  $M\mathbf{m} = \mathbf{b}$  tel que :

$$\begin{pmatrix} 2 & \lambda_2 & 0 & \cdots & \cdots & \cdots & 0 \\ 1-\lambda_3 & 2 & \lambda_3 & \ddots & & & \vdots \\ 0 & 1-\lambda_4 & 2 & \lambda_4 & \ddots & & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & & \ddots & 1-\lambda_{n-3} & 2 & \lambda_{n-3} & 0 \\ \vdots & & & \ddots & 1-\lambda_{n-2} & 2 & \lambda_{n-2} \\ 0 & \cdots & \cdots & \cdots & 0 & 1-\lambda_{n-1} & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} m_2 \\ m_3 \\ m_4 \\ \vdots \\ m_{n-3} \\ m_{n-2} \\ m_{n-1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \frac{p_2-p_1}{h_1+h_2} \\ 6 \frac{p_3-p_2}{h_2+h_3} \\ 6 \frac{p_4-p_3}{h_3+h_4} \\ \vdots \\ 6 \frac{p_{n-3}-p_{n-4}}{h_{n-4}+h_{n-3}} \\ 6 \frac{p_{n-2}-p_{n-3}}{h_{n-3}+h_{n-2}} \\ 6 \frac{p_{n-1}-p_{n-2}}{h_{n-2}+h_{n-1}} \end{pmatrix}$$

$M$  est de taille  $n-2 \times n-2$ , on a donc  $n-2$  équations pour  $n$  inconnues (les  $n$   $m_k$ ). Il est donc nécessaire de spécifier les valeurs de  $m_1$  et  $m_n$ , qui seront choisies nulles. D'autre part, il est à noter que  $M$  ne dépend pas des  $d_k$  mais que de  $t_1, \dots, t_n$ .

On peut montrer que  $M$  est inversible.  $\mathbf{m}$ , contenant les  $m_k$ , est résolue par  $\mathbf{m} = M^{-1}\mathbf{b}$ . En développant ce produit puis en factorisant par les valeurs des déplacements des séries temporelles  $\mathbf{d}$ , on peut exprimer  $m_k$  comme une combinaison linéaire des  $d_i$  :

$$m_k = \begin{pmatrix} \frac{6M_{k,1}^{-1}}{(h_1+h_2)(t_2-t_1)} - \frac{6M_{k,1}^{-1}}{(h_1+h_2)(t_2-t_1)} - \frac{6M_{k,1}^{-1}}{(h_1+h_2)(t_3-t_2)} - \frac{6M_{k,2}^{-1}}{(h_2+h_3)(t_3-t_2)} \\ \vdots \\ \frac{6M_{k,k-2}^{-1}}{(h_{k-2}+h_{k-1})(t_k-t_{k-1})} - \frac{6M_{k,k-1}^{-1}}{(h_{k-1}+h_k)(t_k-t_{k-1})} - \frac{6M_{k,k-1}^{-1}}{(h_{k-1}+h_k)(t_{k+1}-t_k)} - \frac{6M_{k,k}^{-1}}{(h_k+h_{k+1})(t_{k+1}-t_k)} \\ \vdots \\ \frac{6M_{k,n-3}^{-1}}{(h_{n-3}+h_{n-2})(t_{n-1}-t_{n-2})} - \frac{6M_{k,n-2}^{-1}}{(h_{n-2}+h_{n-1})(t_{n-1}-t_{n-2})} - \frac{6M_{k,n-2}^{-1}}{(h_{n-2}+h_{n-1})(t_n-t_{n-1})} \\ \frac{6M_{k,n-2}^{-1}}{(h_{n-2}+h_{n-1})(t_n-t_{n-1})} \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} d_1 \\ d_2 \\ \vdots \\ d_k \\ \vdots \\ d_{n-1} \\ d_n \end{pmatrix}$$

où  $M_{k,j}^{-1}$  désigne le  $j^{\text{ème}}$  élément de la  $k^{\text{ème}}$  colonne de l'inverse de  $M$

Introduisons maintenant  $\theta_{\mathbf{k}}$  un vecteur qui permet d'exprimer  $m_k$  comme une combinaison linéaire des  $d_i$ . Comme  $M$  ne dépend que de  $t_1, \dots, t_n$ ,  $\theta_{\mathbf{k}}$  ne dépend que de  $t_1, \dots, t_n$ . L'équation précédente devient :

$$m_k = \theta_{\mathbf{k}} \mathbf{d} = \begin{pmatrix} \theta_{k,1} \\ \vdots \\ \theta_{k,n} \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} d_1 \\ \vdots \\ d_n \end{pmatrix} \quad (\text{A.5})$$



### Expression du vecteur de pondération a

Posons maintenant  $\gamma_0 \cdots \gamma_5$  les quantités définies par :

$$\begin{aligned}\gamma_0 &= 1 - \frac{t - t_k}{t_{k+1} - t_k} \\ \gamma_1 &= \frac{t - t_k}{t_{k+1} - t_k} \\ \gamma_2 &= \frac{1}{6} \left[ 3(t - t_k)^2 - 2(t_{k+1} - t_k)(t - t_k) + \frac{(t - t_k)^3}{(t_{k+1} - t_k)} \right] \\ \gamma_3 &= \frac{1}{6} \left[ \frac{(t - t_k)^3}{t_{k+1} - t_k} - (t_{k+1} - t_k)(t - t_k) \right]\end{aligned}$$

L'équation A.1 peut alors être exprimée comme :

$$\hat{d} = \gamma_0 d_k + \gamma_1 d_{k+1} + \gamma_2 m_k + \gamma_3 m_{k+1} \quad (\text{A.6})$$

En injectant les expressions de  $m_k$  et  $m_{k+1}$  dans l'expression précédente,  $\hat{d}$  s'écrit :

$$\hat{d} = \gamma_0 d_k + \gamma_1 d_{k+1} + \gamma_2 \begin{pmatrix} \theta_{k,1} \\ \vdots \\ \theta_{k,n} \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} d_1 \\ \vdots \\ d_n \end{pmatrix} + \gamma_3 \begin{pmatrix} \theta_{k+1,1} \\ \vdots \\ \theta_{k+1,n} \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} d_1 \\ \vdots \\ d_n \end{pmatrix} \quad (\text{A.7})$$

Puis en factorisant par les  $d_i$ , on obtient :

$$\hat{d} = \begin{pmatrix} \gamma_2 \theta_{k,1} + \gamma_3 \theta_{k+1,1} \\ \vdots \\ \gamma_2 \theta_{k,k-1} + \gamma_3 \theta_{k+1,k-1} \\ \gamma_2 \theta_{k,k} + \gamma_3 \theta_{k+1,k} + \gamma_0 \\ \gamma_2 \theta_{k,k+1} + \gamma_3 \theta_{k+1,k+1} + \gamma_1 \\ \gamma_2 \theta_{k,k+2} + \gamma_3 \theta_{k+1,k+2} \\ \vdots \\ \gamma_2 \theta_{k,n} + \gamma_3 \theta_{k+1,n} \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} d_1 \\ \vdots \\ d_{k-1} \\ d_k \\ d_{k+1} \\ d_{k+1} \\ \vdots \\ d_n \end{pmatrix} = \mathbf{ad} \quad (\text{A.8})$$

$\hat{d}$  peut donc s'exprimer comme une somme pondérée des déplacements calculés par série temporelle. Le vecteur de pondération ne dépendra que de  $t, t_1, \dots, t_n$ .

### A.1.2 Expression de $a$ dans le cas PCHIP

Ce type d'interpolation est construit pour chaque intervalle  $[t_k, t_{k+1}]$  sur la combinaison linéaire de 4 polynômes unitaires de degré 3  $h_{00}(\tau)$ ,  $h_{10}(\tau)$ ,  $h_{01}(\tau)$  et  $h_{11}(\tau)$ , tels que :

$$\begin{aligned} h_{00}(\tau) &= 2\tau^3 - 3\tau^2 + 1 & h_{01}(\tau) &= -2\tau^3 + 3\tau^2 & \tau &\in [0, 1] \\ h_{10}(\tau) &= \tau^3 - 2\tau^2 + \tau & h_{11}(\tau) &= \tau^3 + \tau^2 \end{aligned} \quad (\text{A.9})$$

Si l'on impose les valeurs des tangentes  $m_k$  et  $m_{k+1}$  aux points  $t_k$  et  $t_{k+1}$ , alors l'interpolateur  $s_k$  s'exprime sur le fragment  $[t_k, t_{k+1}]$  sous la forme d'une combinaison unique des polynômes unitaires :

$$\begin{aligned} s_k(t) &= h_{00}(\tau)d_k + h_{10}(\tau)(t_{k+1} - t_k)m_k + h_{01}(\tau)d_{k+1} + h_{11}(\tau)(t_{k+1} - t_k)m_{k+1} \\ \text{avec } \tau &= \frac{t - t_k}{t_{k+1} - t_k} \in [0, 1] \quad \text{et } t \in [t_k, t_{k+1}] \end{aligned} \quad (\text{A.10})$$

On pose comme condition supplémentaire que  $m_k$  est égal à 0 si le point  $(t_k, d_k)$  correspond à un extremum local. D'après l'équation précédente,  $h_{10}$  et  $h_{11}$  sont les euls termes qui auront comme facteur les dérivées. On considèrera alors que  $h_{10} = 0$  si  $m_k = 0$  et  $h_{11} = 0$  si  $m_{k+1} = 0$ .

Le problème consiste dans un premier temps à résoudre les valeurs des  $m_k$  puis à exprimer  $\hat{d}$  comme une combinaison linéaire de tous les  $d_k$ .

Si  $m_k$  n'est pas un extremum local, son expression peut être donnée par l'expression du spline cardinal.

### Expression de $a$ dans le cas des Différences Finies

La tangente  $m_k$  est donné par :

$$m_k = \frac{w_{1k}(d_{k+1} - d_k)}{(t_{k+1} - t_k)} + \frac{w_{2k}(d_k - d_{k-1})}{(t_k - t_{k-1})} \quad (\text{A.11})$$

On considèrera plusieurs situations :

1. Si le point  $k$  ne correspond pas à un extremum local, alors  $w_{1k} = w_{2k} = \frac{1}{2}$
2. Si le point  $k$  correspond à un extremum local, alors  $w_{1k} = w_{2k} = 0$
3. Si  $k = 1$  alors  $w_{1k} = 1$  et  $w_{2k} = 0$
4. Si  $k = n$  alors  $w_{1k} = 0$  et  $w_{2k} = 1$

En factorisant l'expression précédente par les  $d_i$ , il vient :

$$m_k = \begin{pmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ \frac{w_{2k}}{2(t_k - t_{k-1})} \\ \frac{w_{2k}}{2(t_k - t_{k-1})} - \frac{w_{1k}}{2(t_{k+1} - t_k)} \\ \frac{w_{1k}}{2(t_{k+1} - t_k)} \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} d_1 \\ \vdots \\ \vdots \\ d_{k-1} \\ d_k \\ d_{k+1} \\ \vdots \\ \vdots \\ d_n \end{pmatrix} \quad (\text{A.12})$$

Enfin, en substituant les expression de  $m_k$  et  $m_{k+1}$  dans l'équation A.9, puis en factorisant par les  $d_i$ , on obtient :

$$\hat{d} = \begin{pmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ \frac{-h_{10}(t_{k+1} - t_k)w_{2k}}{t_k - t_{k-1}} \\ h_{10}(t_{k+1} - t_k) \left( \frac{w_{2k}}{t_k - t_{k-1}} - \frac{w_{1k}}{t_{k+1} - t_k} \right) - h_{11}w_{2k+1} + h_{00} \\ + h_{11}(t_{k+1} - t_k) \left( \frac{w_{2k+1}}{t_{k+1} - t_k} - \frac{w_{1k+1}}{t_{k+2} - t_{k+1}} \right) + h_{10}w_{1k} + h_{01} \\ \frac{-h_{11}(t_{k+1} - t_k)w_{1k+1}}{t_{k+2} - t_{k+1}} \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} d_1 \\ \vdots \\ \vdots \\ d_{k-1} \\ d_k \\ d_{k+1} \\ d_{k+2} \\ \vdots \\ \vdots \\ d_n \end{pmatrix} = \mathbf{ad} \quad (\text{A.13})$$

### Expression de $\mathbf{a}$ dans le cas du Spline Cardinal

On considèrera plusieurs situations :

1. Si le point  $k$  correspond à un extremum local, si  $k = 1$  ou si  $k = n$  alors l'expression sera la même que dans le cas des différences finies
2. Si le point  $k$  ne correspond pas à un extremum local, alors l'expression de  $m_k$  est donné par l'équation suivante (spline Catmull-Rom (Catmull et Rom, 1974))

$$m_k = (1 - c) \frac{d_{k+1} - d_{k-1}}{2(t_{k+1} - t_{k-1})} \quad c \in [0, 1] \quad (\text{A.14})$$

Dans le cas général,  $m_k$  peut alors être exprimé selon :

$$m_k = \begin{pmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ \frac{1}{2(t_{k+1}-t_{k-1})} \\ 0 \\ \frac{1}{2(t_{k+1}-t_k)} \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} d_1 \\ \vdots \\ \vdots \\ d_{k-1} \\ \vdots \\ d_{k+1} \\ \vdots \\ \vdots \\ d_n \end{pmatrix} \quad (\text{A.15})$$

Enfin, en substituant les expression de  $m_k$  et  $m_{k+1}$  dans l'équation A.9, puis en factorisant par les  $d_i$ , on obtient :

$$\hat{d} = \begin{pmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ \frac{-h_{10}(t_{k+1}-t_k)(1-c)}{t_{k+1}-t_{k-1}} \\ \frac{-h_{11}(t_{k+1}-t_k)(1-c)}{t_{k+2}-t_k} + h_{00} \\ \frac{h_{10}(t_{k+1}-t_k)(1-c)}{t_{k+1}-t_{k-1}} + h_{01} \\ \frac{h_{11}(t_{k+1}-t_k)(1-c)}{t_{k+2}-t_k} \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} d_1 \\ \vdots \\ \vdots \\ d_{k-1} \\ d_k \\ d_{k+1} \\ d_{k+2} \\ \vdots \\ \vdots \\ d_n \end{pmatrix} = \mathbf{ad} \quad (\text{A.16})$$

## A.2 Variance de la fonction exponentielle lors du calcul par linéarisation

Soit la fonction  $f$  suivante :

$$f(a, b, t) \longrightarrow y = ae^{-bt} \quad (\text{A.17})$$

La variance de cette fonction s'exprime par :

$$\sigma_f^2 = \left( \frac{\partial f}{\partial a} \right)^2 \sigma_a^2 + \left( \frac{\partial f}{\partial b} \right)^2 \sigma_b^2 - \frac{\partial f}{\partial a} \frac{\partial f}{\partial b} \text{cov}(a, b) \quad (\text{A.18})$$

où :

$$\frac{\partial f}{\partial a} = e^{-bt} \quad \text{et} \quad \frac{\partial f}{\partial b} = -ae^{-bt} \quad (\text{A.19})$$

En injectant ces valeurs dans l'équation A.18, on peut réécrire  $\sigma_f^2$  :

$$\sigma_f^2 = e^{-2bt} \sigma_a^2 + a^2 t^2 e^{-2bt} \sigma_b^2 - ate^{-2bt} \text{cov}(a, b) \quad (\text{A.20})$$

Il est donc nécessaire de déterminer  $\sigma_a^2, \sigma_b^2$  et  $\text{cov}(a, b)$ . Cette détermination passe par la résolution de  $a$  et  $b$ .

### A.2.1 Résolution de $a$ et $b$

Soient les  $N$  points de mesure  $(t_i, y_i)$  et  $\sigma_i$  la variance sur ces mesures. Trouver l'exponentielle qui ajuste au mieux ces points revient à minimiser la fonction misfit :

$$\chi^2(a, b) = \sum_{i=1}^N \left( \frac{ae^{-bt_i} - y_i}{\sigma_{y_i}} \right)^2 \quad (\text{A.21})$$

La fonction  $\ln$  étant bijective sur  $\mathbb{R}^+$ , il est possible de linéariser le problème par le logarithme. Minimiser A.20 revient donc à minimiser :

$$\hat{\chi}^2(a, b) = \sum_{i=1}^N \left( \frac{\ln(ae^{-bt_i}) - \ln(y_i)}{\sigma_{\ln y_i}} \right)^2 \quad (\text{A.22})$$

où  $\sigma_{\ln y_i}^2$  est la variance de  $\ln(y_i)$  données par :

$$\begin{aligned}\sigma_{\ln y_i}^2 &= \left( \frac{\partial \ln y_i}{\partial y_i} \right)^2 \sigma_i^2 \quad \text{avec : } \frac{\partial \ln y_i}{\partial y_i} = \frac{1}{y_i} \\ \Leftrightarrow \sigma_{\ln y_i}^2 &= \frac{\sigma_i^2}{y_i^2}\end{aligned}\tag{A.23}$$

Si l'on pose

$$A = \begin{pmatrix} 1 & t_1 \\ \vdots & \vdots \\ 1 & t_n \end{pmatrix}, \quad X = \begin{pmatrix} \ln a \\ b \end{pmatrix}, \quad \tilde{\mathbf{y}} = \begin{pmatrix} \ln(y_1) \\ \vdots \\ \ln(y_n) \end{pmatrix}, \quad \Sigma_{\tilde{\mathbf{y}}} = \begin{pmatrix} \frac{\sigma_{y_1}^2}{y_1^2} & 0 & 0 \\ 0 & \vdots & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\sigma_{y_n}^2}{y_n^2} \end{pmatrix}\tag{A.24}$$

alors le problème peut s'écrire sous forme matricielle :

$$\Sigma_{\ln a, b} = (A^T \Sigma_{\tilde{\mathbf{y}}}^{-1} A)^{-1}\tag{A.25}$$

$$X = \Sigma_{\ln a, b} A^T \Sigma_{\tilde{\mathbf{y}}}^{-1} \tilde{\mathbf{y}}\tag{A.26}$$

où  $\Sigma_{\ln a, b}$  est la matrice de variances-covariances entre  $\ln(a)$  et  $b$ .

Ainsi, il est possible de calculer  $a$  et  $b$ .

$$a = e^{X_1} \quad \text{et} \quad b = X_2\tag{A.27}$$

## A.2.2 Variances et covariance

Comme  $\Sigma_{\ln a, b}$  est la matrice de variances-covariances entre  $\ln(a)$  et  $b$ , il vient :

$$\sigma_b^2 = \Sigma_{\ln a, b(2,2)}\tag{A.28}$$

Par ailleurs, l'expression de la variance de  $\ln a$  nous est donnée par :

$$\sigma_{\ln a}^2 = \Sigma_{\ln a, b(1,1)} = \frac{\sigma_a^2}{a^2} \quad (\text{voir équation A.23})\tag{A.29}$$

ce qui implique que la variance de  $a$  est donnée par :

$$\sigma_a^2 = a^2 \sigma_{\ln a}^2\tag{A.30}$$

D'autre part, on a aussi  $\Sigma_{\ln a, b(1,2)} = \text{cov}(\ln a, b)$  or :

$$\begin{aligned}
 \text{cov}(\ln a, b) &= \sum_i \left( \frac{\partial \ln a}{\partial y_i} \frac{\partial b}{\partial y_i} \sigma_i^2 \right) \\
 &= \frac{1}{a} \sum_i \left( \frac{\partial a}{\partial y_i} \frac{\partial b}{\partial y_i} \sigma_i^2 \right) \\
 &= \frac{1}{a} \text{cov}(a, b)
 \end{aligned} \tag{A.31}$$

d'où

$$\text{cov}(a, b) = a \Sigma_{\ln a, b(1,2)} \tag{A.32}$$

# Annexe B

## Tomographie de déplacements, annexes de calculs

### B.1 Minimisation de la fonction coût (cas linéaire)

Soit la fonction misfit définie par :

$$\chi^2(\mathbf{m}) = (\mathbf{d} - F(\mathbf{m}))^T \mathbf{C}_d^{-1} (\mathbf{d} - F(\mathbf{m})) \quad (\text{B.1})$$

où  $\mathbf{d}$  est un vecteur contenant les données observées,  $F$ , une fonction reliant les paramètres  $\mathbf{m}$  d'un modèle aux déplacements modélisés  $\mathbf{d}_m$  et  $\mathbf{C}_d$  correspond à la matrice de covariance des données.

Si la fonction  $F$  est linéaire ou linéarisable, alors on peut re-écrire cette équation selon :

$$\chi^2(\mathbf{m}) = (\mathbf{d} - \mathbf{Fm})^T \mathbf{C}_d^{-1} (\mathbf{d} - \mathbf{Fm}) \quad (\text{B.2})$$

où  $\mathbf{F}$  est appelé matrice des fonctions de Green.

On cherche le modèle  $\mathbf{m}$  permettant de minimiser la fonction  $\chi^2(\mathbf{m})$ . Comme  $\chi^2$  est positive ou nulle, trouver son minimum revient à trouver  $\mathbf{m}$  tel que la différentielle de  $\chi^2$  soit égale à 0. Le développement limité au premier ordre de la fonction  $\chi^2$  nous donne :

$$\chi^2(\mathbf{m} + \mathbf{h}) \underset{\mathbf{h} \rightarrow 0}{=} \chi^2(\mathbf{m}) + \mathbf{h} \dot{\chi}^2(\mathbf{m}) + o(\|\mathbf{h}\|) \quad (\text{B.3})$$



Développons  $\chi^2(\mathbf{m} + \mathbf{h})$  :

$$\begin{aligned}\chi^2(\mathbf{m} + \mathbf{h}) &= (\mathbf{m}^T \mathbf{F}^T + \mathbf{h}^T \mathbf{F}^T - \mathbf{d}_m^T) \mathbf{C}_d (\mathbf{m} \mathbf{F} + \mathbf{h} \mathbf{F} - \mathbf{d}_m) \\ &= \chi^2(\mathbf{m}) + 2 (\mathbf{m}^T \mathbf{F}^T \mathbf{C}_d^{-1} \mathbf{F} - \mathbf{d}^T \mathbf{C}_d^{-1} \mathbf{F}) \mathbf{h} + \mathbf{h}^T \mathbf{F}^T \mathbf{C}_d^{-1} \mathbf{F} \mathbf{h}\end{aligned}\quad (\text{B.4})$$

Par identification, on trouve donc que  $\dot{\chi}^2(\mathbf{m}) = 2 (\mathbf{m}^T \mathbf{F}^T \mathbf{C}_d^{-1} \mathbf{F} - \mathbf{d}^T \mathbf{C}_d^{-1} \mathbf{F})$ . Or nous cherchons  $\mathbf{m}$  tel que  $\dot{\chi}^2(\mathbf{m}) = 0$ , on peut donc extraire  $\mathbf{m}$  :

$$\begin{aligned}\dot{\chi}^2(\mathbf{m}) = 0 &\Rightarrow \mathbf{m}^T \mathbf{F}^T \mathbf{C}_d^{-1} \mathbf{F} - \mathbf{d}^T \mathbf{C}_d^{-1} \mathbf{F} = 0 \\ &\Rightarrow \mathbf{F}^T \mathbf{C}_d^{-1} \mathbf{F} \mathbf{m} - \mathbf{F}^T \mathbf{C}_d^{-1} \mathbf{d} = 0\end{aligned}\quad (\text{B.5})$$

On obtient donc :

$$\mathbf{m} = (\mathbf{F}^T \mathbf{C}_d^{-1} \mathbf{F})^{-1} \mathbf{F}^T \mathbf{C}_d^{-1} \mathbf{d}\quad (\text{B.6})$$

## B.2 Équivalence dans l'expressions des fonctions misfit

Nous allons montrer ici que les expressions des fonctions coût suivantes sont équivalentes

$$\Gamma^2 = \left\| \begin{pmatrix} \hat{G} \mathbf{m} - \hat{\mathbf{d}}^{obs} \end{pmatrix} \right\|^2 + \beta^2 \left\| L \mathbf{m} \right\|^2 \quad (\text{B.7})$$

$$\Omega^2 = \left\| \begin{pmatrix} \hat{G} \\ \beta L \end{pmatrix} \mathbf{m} - \begin{pmatrix} \hat{\mathbf{d}}^{obs} \\ 0 \end{pmatrix} \right\|^2 \quad (\text{B.8})$$

Développons l'équation B.7 :

$$\begin{aligned}\Gamma^2 &= (\hat{G} \mathbf{m} - \hat{\mathbf{d}}^{obs})^T (\hat{G} \mathbf{m} - \hat{\mathbf{d}}^{obs}) + \beta^2 (L \mathbf{m})^T (L \mathbf{m}) \\ \Leftrightarrow \Gamma^2 &= (\mathbf{m}^T \hat{G}^T - \hat{\mathbf{d}}^{obsT}) (\hat{G} \mathbf{m} - \hat{\mathbf{d}}^{obs}) + \beta^2 (\mathbf{m}^T L^T) (L \mathbf{m}) \\ \Leftrightarrow \Gamma^2 &= \mathbf{m}^T \hat{G}^T \hat{G} \mathbf{m} - \mathbf{m}^T \hat{G}^T \hat{\mathbf{d}}^{obs} - \hat{\mathbf{d}}^{obsT} \hat{G} \mathbf{m} + \hat{\mathbf{d}}^{obsT} \hat{\mathbf{d}}^{obs} + \beta^2 \mathbf{m}^T L^T L \mathbf{m}\end{aligned}\quad (\text{B.9})$$

Développons maintenant B.8 :

$$\begin{aligned}
\Omega^2 &= \left[ \begin{pmatrix} \hat{G}\mathbf{m} \\ \beta L\mathbf{m} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \hat{\mathbf{d}}^{obs} \\ 0 \end{pmatrix} \right]^T \left[ \begin{pmatrix} \hat{G}\mathbf{m} \\ \beta L\mathbf{m} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \hat{\mathbf{d}}^{obs} \\ 0 \end{pmatrix} \right] \\
\Leftrightarrow \Omega^2 &= \left[ (\mathbf{m}^T \hat{G}^T, \beta \mathbf{m}^T L^T) - (\hat{\mathbf{d}}^{obsT}, 0) \right] \left[ \begin{pmatrix} \hat{G}\mathbf{m} \\ \beta L\mathbf{m} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \hat{\mathbf{d}}^{obs} \\ 0 \end{pmatrix} \right] \\
\Leftrightarrow \Omega^2 &= (\mathbf{m}^T \hat{G}^T, \beta \mathbf{m}^T L^T) \begin{pmatrix} \hat{G}\mathbf{m} \\ \beta L\mathbf{m} \end{pmatrix} - (\mathbf{m}^T \hat{G}^T, \beta \mathbf{m}^T L^T) \begin{pmatrix} \hat{\mathbf{d}}^{obs} \\ 0 \end{pmatrix} - \\
&\quad (\hat{\mathbf{d}}^{obsT}, 0) \begin{pmatrix} \hat{G}\mathbf{m} \\ \beta L\mathbf{m} \end{pmatrix} + (\hat{\mathbf{d}}^{obsT}, 0) \begin{pmatrix} \hat{\mathbf{d}}^{obs} \\ 0 \end{pmatrix} \\
\Leftrightarrow \Omega^2 &= \mathbf{m}^T \hat{G}^T \hat{G} \mathbf{m} - \mathbf{m}^T \hat{G}^T \hat{\mathbf{d}}^{obs} - \hat{\mathbf{d}}^{obsT} \hat{G} \mathbf{m} + \hat{\mathbf{d}}^{obsT} \hat{\mathbf{d}}^{obs} + \beta^2 \mathbf{m}^T L^T L \mathbf{m} \quad (\text{B.10})
\end{aligned}$$

d'où :  $\Omega^2 = \Gamma^2$ , les deux expressions sont donc équivalentes.

## B.3 Expression du Laplacien

### B.3.1 Expression générale

Le Laplacien est obtenu par la minimisation de la somme des dérivées secondes de la variation de volume dans l'espace :

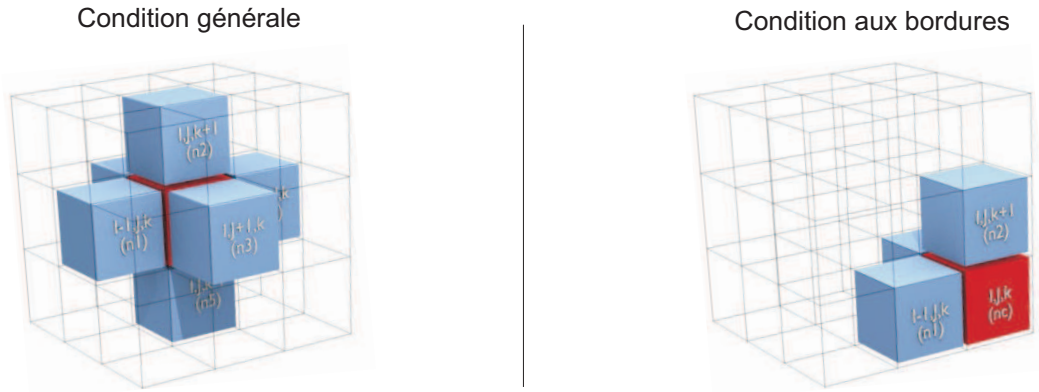
$$\nabla^2 = \frac{\partial^2 \mathbf{m}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \mathbf{m}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \mathbf{m}}{\partial z^2}$$

Comme la tomographie nécessite l'utilisation d'une discrétisation du volume sous la topographie, le Laplacien peut être écrit sous la forme de différences finies au second ordre :

$$\begin{aligned}
\nabla^2 &= \frac{\mathbf{m}_{(i-1,j,k)} - 2\mathbf{m}_{(i,j,k)} + \mathbf{m}_{(i+1,j,k)}}{(\Delta x)^2} + \frac{\mathbf{m}_{(i,j-1,k)} - 2\mathbf{m}_{(i,j,k)} + \mathbf{m}_{(i,j+1,k)}}{(\Delta y)^2} + \\
&\quad \frac{\mathbf{m}_{(i,j,k+1)} - 2\mathbf{m}_{(i,j,k)} + \mathbf{m}_{(i,j,k-1)}}{(\Delta z)^2}
\end{aligned}$$

Nous utiliserons une grille régulière de pas identique en  $x$ ,  $y$  et  $z$ , l'écriture du Laplacien peut donc être simplifiée comme :

$$\nabla^2 = \frac{\mathbf{m}_{(i-1,j,k)} + \mathbf{m}_{(i+1,j,k)} + \mathbf{m}_{(i,j-1,k)} + \mathbf{m}_{(i,j+1,k)} + \mathbf{m}_{(i,j,k-1)} + \mathbf{m}_{(i,j,k+1)} - 6\mathbf{m}_{(i,j,k)}}{p^2} \quad (\text{B.11})$$



**Figure B.1** – Construction du Laplacien. Soit une source de référence (en rouge).  $i$ ,  $j$  et  $k$  représentent les indices spatiaux de la source de référence,  $n_c, n_1, \dots, n_6$  sont les indices des sources dans le vecteur  $\mathbf{m}$ . À gauche : géométrie générale : 6 sources sont en contact avec la source de référence ; à droite : exemple d’une condition aux bordures : seules 3 sources sont en contact avec la source de référence.

L’opérateur laplacien  $L$  correspondra donc à une matrice  $m \times m$  où  $m$  correspond au nombre de sources dans la grille de sous-échantillonnage du volume. Une ligne de  $L$  contiendra les coefficients de l’équation B.11

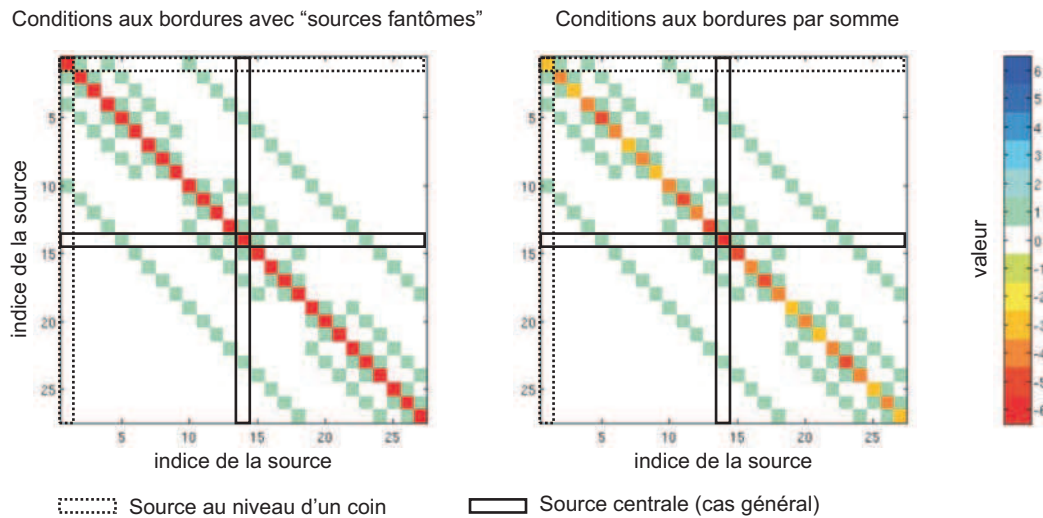
### B.3.2 Expression aux bordures

Lorsque la source de référence n’est pas en bordure de la grille, on peut considérer que la minimisation du Laplacien revient à imposer que la variation de volume de la source de référence  $n_c$  soit la moyenne des variations de volume des sources adjacentes.

Lorsque la source de référence est en bordure de la grille, deux solutions sont possibles : soit on affecte le coefficient -6 à la source de référence, c’est-à-dire la même valeur pour les sources qui ne sont pas en bordure, soit on lui affecte un coefficient correspondant à l’opposé du nombre de sources réellement dans son entourage.

En utilisant la première solution, on considère implicitement qu’il existe des sources en dehors de la grille dont la variation de volume est fixée à 0. Cette manière de construire  $L$  ne maintient pas le fait que la source de référence corresponde à la moyenne des sources adjacentes. Lorsque  $\beta$  est fort, c’est-à-dire quand on veut que le lissage soit important, la présence de ces sources fantôme impose à la répartition des variations de volume d’avoir une forme de bulle coincée dans la grille de sous-échantillonnage.

Si l'on utilise la seconde solution, alors le coefficient affecté à la source de référence permet de maintenir le fait qu'elle soit la moyenne des sources qui lui sont adjacentes. Le coefficient dépendra donc du nombre de sources contiguës à la source de référence. Lorsque  $\beta$  est fort, c'est-à-dire quand on veut que le lissage soit important, toutes les sources unitaires pourront avoir la même valeur.



**Figure B.2** – Construction du Laplacien en fonction des conditions aux bordures. Les deux images correspondent à la matrice  $L$  calculée à partir d'un sous-échantillonnage contenant 27 sources, en forme de cube de 3 sources unitaires de côté (Fig. B.1. Dans cet exemple, seule la source centrale (source n°14) n'est pas en bordure. Le Laplacien est calculé soit en sous-entendant la présence de sources fantômes en dehors de la grille, soit en affectant un coefficient à la source de référence (sur la diagonale) qui soit l'opposé de la somme des sources qui lui sont réellement contiguës.

Les meilleurs modèles obtenus avec l'une ou l'autre des deux formulations sont très similaires. Cependant, si le sous-échantillonnage du sous-sol est grossier et si la topographie est importante, alors il se peut que le maillage contienne des sources n'étant en contact qu'avec une seule autre source. Dans ce cas, si l'on construit  $L$  en tenant compte des sources fantômes, cette source presque isolée sera fortement influencée par les sources fantômes et sa variation de volume sera proche de 0 même si  $\beta$  est faible. Dans ce type de configuration, on pourra préférer la seconde construction de  $L$ . Dans cette étude, les sous-échantillonnages ont été réalisés de manière à éviter la présence de ces sources presque isolées. Toutes les matrices  $L$  de cette étude ont été construites en considérant la présence de sources fantômes.

## B.4 Modèles de déformation

### B.4.1 Formulation du champ de déplacements dû à une source ponctuelle en milieu élastique semi infini

Le modèle de Mogi n'est utilisable que dans sa formulation ponctuelle puisque la matrice  $G$  peut contenir les déplacements unitaires de sources superficielles. Les déplacements verticaux et radiaux sont donnés par :

$$U_c = \Delta V \frac{(1-\nu)}{\pi} \frac{(c_t - c)}{R^3}$$

avec :

$$R = \sqrt{(x_t - x)^2 + (y_t - y)^2 + (z_t - z)^2}$$

### B.4.2 Formulation analytique des déplacements dus à un cube d'Okada

Okada (1992) propose d'intégrer en  $x, y$  et  $z$  la formulation ponctuelle de manière à obtenir les déplacements dus à un cube. Cette formulation paraît plus adaptée à la discrétisation dans la mesure où il est alors possible de considérer des sources ayant un volume et étant jointives.

$$U_c = \frac{1-\nu}{\pi} \int_{x-r}^{x+r} \int_{y-r}^{y+r} \int_{z-r}^{z+r} \Delta V(x, y, z) \frac{c_t - c}{R^3} dx dy dz \quad (\text{B.12})$$

avec :

$$R = \sqrt{(x_t - x)^2 + (y_t - y)^2 + (z_t - z)^2}$$

où :

- $U_c$  correspond aux déplacements dans la composante  $c$ ,  $U_c$  pouvant être  $U_x$ ,  $U_y$  ou  $U_z$ , respectivement pour les composantes est-ouest, nord-sud ou verticale
- $x, y$  et  $z$  sont les coordonnées du centre du cube,
- $r$  est le demi-côté du cube
- $x_t, y_t$  et  $z_t$  sont les coordonnées d'un point de la topographie
- $\Delta V$  la variation de volume du cube
- $R$  est la distance euclidienne entre le point de la topographie et le centre de la source

Cette triple intégrale s'exprime analytiquement selon :

$$U_c = \Delta V \frac{(1-\nu)}{\pi r^3} \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 \sum_{k=1}^2 (-1)^{i+j+k} \left[ z_k \arctan \left( \frac{x_i y_j}{z_k R_{ijk}} \right) - x_i \ln(R_{ijk} + y_j) - y_j \ln(R_{ijk} + x_i) \right] \quad (\text{B.13})$$

avec :

$$\begin{aligned} - x_i &= x_t - x + (-1)^i r \\ - y_j &= y_t - y + (-1)^j r \\ - z_k &= z_t - z + (-1)^k r \\ - R_{ijk} &= \sqrt{x_i^2 + y_j^2 + z_k^2} \end{aligned}$$

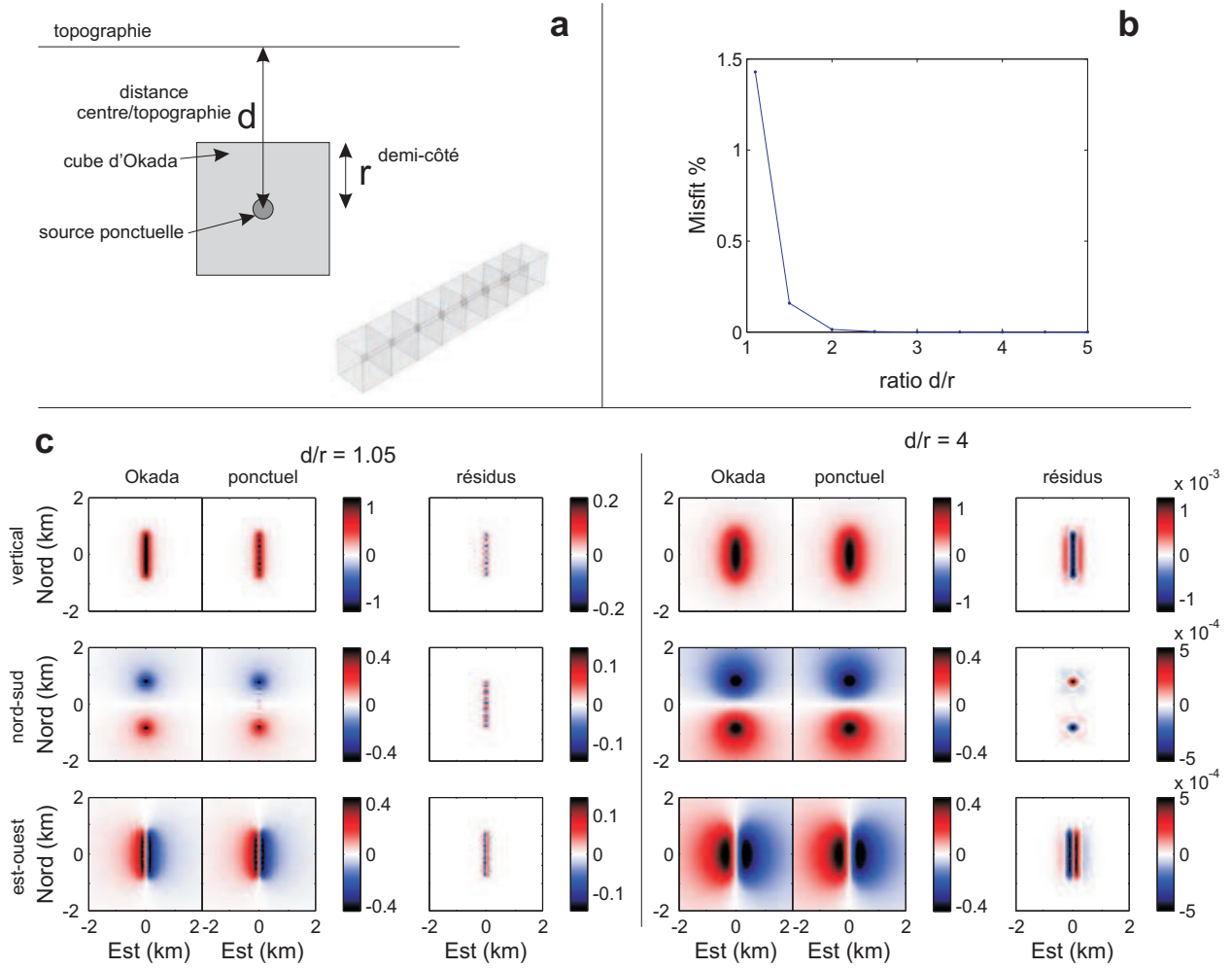
### B.4.3 Comparaison d'une superposition de sources

#### Configuration à 1 étage de sources

Afin de vérifier si les modèles de source ponctuelle peuvent être utilisés à la place du modèle de cube d'Okada dans le cadre de la tomographie, les déplacements provoqués par une superposition de sources ont été calculés avec les deux modèles. Pour le calcul des déplacements  $d_{oka}$  avec le modèle d'Okada, on considère 8 sources cubiques jointives et alignées dans l'axe nord-sud. On calcule pour chacune des sources les déplacements provoqués sur la topographie pour une variation de volume unitaire, puis on somme ces déplacements. Pour le calcul des déplacements  $d_{pon}$  avec le modèle de sources ponctuelles, les sources sont positionnées au niveau des centres des cubes (Fig. B.3-a). Afin de pouvoir comparer directement les différences entre les modèles, les déplacements pour chaque composante sont normalisés par rapport au maximum des déplacements verticaux obtenus pour le modèle d'Okada :

$$\begin{aligned} \hat{d}_{oka}^V &= d_{oka}^V / \max(d_{oka}^V) & \text{et} & & \hat{d}_{pon}^V &= d_{pon}^V / \max(d_{oka}^V) \\ \hat{d}_{oka}^{EO} &= d_{oka}^{EO} / \max(d_{oka}^V) & \text{et} & & \hat{d}_{pon}^{EO} &= d_{pon}^{EO} / \max(d_{oka}^V) \\ \hat{d}_{oka}^{NS} &= d_{oka}^{NS} / \max(d_{oka}^V) & \text{et} & & \hat{d}_{pon}^{NS} &= d_{pon}^{NS} / \max(d_{oka}^V) \end{aligned} \quad (\text{B.14})$$

On définit  $r$  le demi-côté des cubes et  $d$  la distance séparant les centres de la topographie. Pour différents ratio entre  $r$  et  $d$ , les déplacements des superpositions de sources sont calculés avec les deux modèles, puis on calcule un misfit en % entre les deux modèles en prenant



**Figure B.3** – Comparaison entre une superposition de sources d'Okada et de sources ponctuelles. –**a**– Configuration de l'étude : 8 cubes sont alignés selon l'axe nord-sud. On définit  $r$  = demi-côté du cube,  $d$  = distance entre le centre du cube et la topographie. Les sources ponctuelles sont localisées au niveau du centre des cubes. –**b**– Relation entre le misfit et le ratio  $d/r$ . –**c**– Modèles de déplacements pour différents ratios  $d/r$ , pour la superposition de cubes ou de sources ponctuelles. La différence entre les deux modèles est montrée (résidus).

comme référence le modèle d'Okada :

$$\chi^2 = \frac{(\hat{d}_{oka} - \hat{d}_{pon})^T (\hat{d}_{oka} - \hat{d}_{pon})}{\hat{d}_{oka}^T \hat{d}_{oka}} \times 100 \quad (\text{B.15})$$

où  $d_{oka}$  sont les déplacements calculés avec le modèle d'Okada et  $d_{pon}$  les déplacements calculés avec le modèle de sources ponctuelles. La normalisation effectuée sur les déplacements n'affecte pas cette valeur de misfit.

La figure B.3–**b** montre la relation entre le misfit et le ratio  $d/r$ . Si ce ratio est proche de 1 (source très superficielle) alors le modèle de sources ponctuelles reproduit les déplacements

avec une erreur de 1.5 %. Cette erreur diminue très rapidement avec la profondeur de la source et si le ratio est supérieur à 2.5, l'erreur est inférieure à 0.0001 %.

La figure B.3–c montre la localisation des différences entre les deux modèles pour deux ratios différents (résidus). Si la source est superficielle, les résidus maximaux sont 5 fois inférieurs aux déplacements. Pour des sources plus profondes, les résidus sont inférieurs de trois ordres de grandeur aux déplacements.

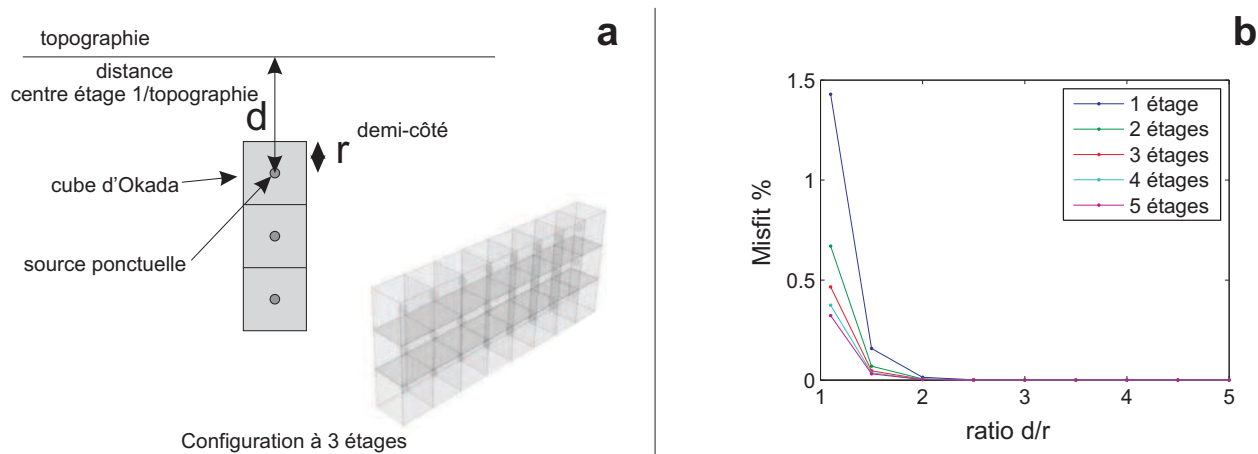
Dans le cadre de la tomographie, l'utilisation de sources ponctuelles peut donc être à l'origine d'une légère erreur sur l'estimation de la variation de volume des sources unitaires, surtout si la source à l'origine des déplacements observés est superficielle.

### Configuration à plusieurs étages de sources

On cherche maintenant à voir si les différences entre les deux modèles persistent si les sources sont superposées selon l'axe vertical. Comme dans le cas précédent, on calcule les déplacements cumulés dus à une superposition de sources avec les deux modèles. Les sources sont organisées en étages, contenant chacun 8 sources alignées dans l'axe nord-sud (Fig. B.4). Toutes les sources subissent une variation de volume identique. On définit maintenant  $r$  comme étant le demi-côté des cubes et  $d$  la distance séparant le centre des cubes du premier étage et la topographie. Pour différents ratio entre  $d$  et  $r$ , les déplacements des superpositions de sources sont calculés avec les deux modèles, puis on calcule un misfit en % entre les deux modèles en prenant comme référence le modèle d'Okada (Équ. B.15)

La figure B.4–b montre que plus on ajoute d'étages de sources, plus les déplacements obtenus avec le modèle de source ponctuelle sont proches des déplacements calculés avec le modèle de cube d'Okada. Les sources profondes permettent donc de limiter les erreurs provoquées par les sources superficielles.





**Figure B.4** – Comparaison entre une superposition de sources d’Okada et de sources ponctuelles. –**a**– Configuration de l’étude : 8 cubes sont alignés selon l’axe nord-sud. Cette configuration est répétée vers le bas (dans cet exemple, il y a 3 étages). On définit  $r$  = demi-côté du cube,  $d$  = distance entre le centre du cube du premier étage et la topographie. Les sources ponctuelles sont localisées au niveau du centre des cubes.  
–**b**– Relation entre le misfit et le ratio  $d/r$ .

## Annexe C

# Modélisation préliminaire des déplacements syn-éruptifs

*Cette annexe propose un modèle préliminaire des déplacements de la période syn-éruptive. Ce modèle est critiquable dans la mesure où il est incomplet, très complexe et qu'il ne prend en compte qu'un seul interférogramme. Cependant, il peut donner quelques pistes pour mieux comprendre les événements syn-éruptifs, idées qui pourront être reprises dans un modèle plus robuste.*

Nous avons vu au paragraphe 7.3 (page 164) que les déplacements ayant eu lieu durant l'éruption étaient probablement provoqués par plusieurs sources dont les effets se superposent. Nous avons émis plusieurs hypothèses quand à l'origine des déplacements syn-éruptifs en partie prouvées par l'étude des déplacements post-éruptifs. Nous cherchons ici à vérifier si ces hypothèses, c.à.d *a priori* sur le nombre de sources et leurs processus, sont compatibles avec les déplacements syn-éruptifs.

Nous affinerons nos *a priori* en cherchant les géométries des sources permettant de reproduire au mieux les déplacements. Cette recherche sera effectuée à l'aide d'une procédure de type NA-MBEM (Chap. 5, page 79). Dans un premier temps, préciserons le choix des données prises en compte, puis nous déterminerons les sources susceptibles de participer à la déformation et présenterons les paramètres géométriques utilisés pour caractériser chacune de ces sources. Ensuite, nous détaillerons le formalisme de la fonction coût, particulière, que nous avons cherché à minimiser au cours de la recherche du meilleur modèle par procédure NA-MBEM. Nous présenterons et discuterons enfin les résultats de l'inversion.

## C.1 Choix du jeu de données

### C.1.1 Décomposition temporelle des déplacements

Seulement 8 interférogrammes différents couvrent le début de l'éruption, parmi lesquels, seul un est exploitable en passe descendante. Aucune scène n'a été acquise entre le début de l'éruption et l'effondrement (Fig. 7.5 page 161). Par exemple, au niveau du cône central, nous ne disposons pas de jeu de données n'enregistrant que les déplacements dus à l'injection du 30 mars, où à l'effondrement. Tous les interférogrammes dont nous disposons ont enregistré les déplacements dus aux deux phénomènes. Il en est de même pour les Grandes Pentes, où les déplacements sont dus d'une part au glissement du flanc et aux variations de volume d'un réservoir temporaire.

Il n'est donc pas possible de décomposer temporellement, à partir des données InSAR, la modélisation des déplacements ayant eu lieu durant la période syn-éruptive.

### C.1.2 Utilisation du multiswath

Par ailleurs, nous avons vu que l'édifice subit des déplacements continus après l'effondrement, tant au niveau du cône central qu'au niveau des Grandes Pentes (Fig. 7.16 page 181). À ces déplacements continus, se superposent des déplacements dont la dynamique est quasi-instantanée, tels que ceux dus à l'injection du 30 mars, ou à l'effondrement du Dolomieu (Fig. 7.10 page 169). Aucun des interférogrammes dont nous disposons ne couvrent exactement la même période. À cause de l'aspect continu des déplacements dans le temps, chaque interférogramme a donc enregistré une quantité de déplacements qui lui sera propre, tant au niveau du cône central qu'au niveau des Grandes Pentes.

Il n'est donc pas possible de combiner directement entre eux ces interférogrammes lors de la modélisation des déplacements syn-éruptifs. Nous vérifierons donc nos hypothèses sur les déplacements syn-éruptif en ne prenant en compte qu'un seul interférogramme.

### C.1.3 Décomposition spatiale des déplacements

Enfin, nous avons vu que les interférogrammes syn-éruptifs ont enregistré les déplacements dus à plusieurs sources, dont les effets se superposent (Fig. 7.8 page 167 et (Fig. 7.19 page 187)). Les motifs de déplacements dus à chacune de ces sources se chevauchent, et il n'est pas possible d'isoler sur les interférogrammes syn-éruptifs un motif de déplacement qui ne serait la conséquence que d'une seule source.

Il n'est donc pas possible de décomposer spatialement la modélisation des déplacements ayant eu lieu durant la période syn-éruptive.

### C.1.4 Interférogramme utilisé

Comme il est dans un premier temps préférable de n'utiliser qu'un seul interférogramme pour cette inversion, nous avons choisi l'interférogramme ALOS A539\_05903\_06574, couvrant la période du 4 mars 2007 au 19 avril 2004. Cet interférogramme couvre donc la période pré-effondrement et une partie de la période post-effondrement. Par ailleurs, contrairement aux interférogrammes acquis par ENVISAT, cet interférogramme est cohérent sur une large zone puisque la longueur d'onde utilisée par le radar PALSAR (23,6 cm) embarqué à bord du satellite permet de calculer des interférogrammes cohérents même sur les zones fortement végétalisées. Par conséquent, les déplacements provoqués par l'éruption ont été intégralement enregistrés sur l'interférogramme, à l'exception de deux zones faiblement cohérentes : la première est localisée au niveau de l'effondrement, la seconde correspond à la surface couverte par la coulée de lave émise à partir du 2 avril.

## C.2 *A priori* et paramètres géométriques pris en compte

### C.2.1 Identification des sources à prendre en compte

Les résultats de modélisation pour la période post-effondrement ont permis de mettre en évidence la présence d'un réservoir temporaire localisé sous les Grandes Pentes, en cours de vidange durant la fin de l'éruption. Par ailleurs, les modèles obtenus pour la période post-éruptive ont permis de mettre en évidence la présence d'un plan de décollement superficiel sur lequel le flanc est a glissé (Fig. 9.8 page 231). Les déplacements sommitaux sont dus

à un système hydrothermal en cours de drainage après l'effondrement du Dolomieu le 6 avril, associé au jeu d'une faille circulaire (Fig. 8.10 page 211). Nous avons également émis l'hypothèse de la présence d'un dyke à l'origine de l'éruption du 30 mars (Fig. 7.19 page 187) et d'un autre pour l'éruption d'avril. Nous faisons l'hypothèse que ces différentes sources participent aux déplacements observés sur l'interférogramme ALOS.

Nous cherchons à inverser la géométrie de 7 sources différentes, la figure C.1 montre un exemple de configuration des sources et le tableau C.1 résume leurs caractéristiques. Afin de limiter le nombre de paramètres à rechercher lors de l'inversion, nous utiliserons des géométries de source simplifiées.

## C.2.2 Caractéristiques des sources prises en compte

Le tableau suivant liste les différentes sources prises en compte dans l'inversion.

Source	Nombre de paramètres	Caractéristiques
structure C	1	Faille circulaire bordant l'effondrement (réajustement lithostatique) : surface cylindrique
structures DN et DS)	4	Deux demi-dykes pour l'injection de mars (nord et sud) : deux surfaces trapézoïdales
structure GP	8	Plan de glissement sur lequel glisse le flanc est : trapèze isocèle
structure DA	7	Injection d'avril reliant la fissure d'avril au réservoir temporaire
structure SH	0	Système hydrothermal en déflation
structure CMT	0	Réservoir temporaire

**Table C.1** – Paramètres géométriques des sources considérées dans l'inversion. Au total, 7 sources différentes sont prises en compte. La figure C.1 montre un exemple de géométrie.

### Faille circulaire bordant le Dolomieu (structure C)

Cette source est sensée permettre de prendre en compte une compaction de la colonne de roche suite à l'effondrement. À partir de modèles analogiques, Roche et al. (2001) ont montré qu'un effondrement se fait de manière incohérente si ce rapport est supérieur à 1. Le rapport entre la hauteur de la colonne de roche effondrée et son diamètre est probablement supérieur à 2 (Peltier et al., 2009b). La colonne de roche est susceptible de se fragmenter, entraînant ainsi une diminution de sa masse volumique, l'édifice est donc susceptible de se réajuster après l'effondrement. On considère que la pression lithostatique de l'encaissant sur la colonne de roche augmente de manière linéaire avec la profondeur, qu'elle dépend du

contraste de densité entre la colonne et l'encaissant et qu'elle est nulle au niveau du toit de la colonne de roche :

$$P(h) = -(\rho_e - \rho_c)g(h_{\max} - h) \quad (\text{C.1})$$

où  $\rho_e$  et  $\rho_c$  sont respectivement les masses volumiques de l'encaissant et de la colonne de roche,  $h_{\max}$  est l'altitude du toit de la colonne, et  $P(h)$  est la pression lithostatique exercée par l'encaissant sur la colonne à une hauteur  $h$  donnée.

### Injection du 30 mars (structures DN et DS)

On considère que l'injection de mars est constituée de deux dykes, l'un s'injectant vers le nord et l'autre vers le sud. On suppose de plus que le conduit alimentant ces deux dykes remonte le long de la colonne de roche et que les dykes s'enracinent au niveau de l'interface entre la colonne de roche et l'encaissant (Staudacher et al. (2009), Fig. 7.3 page 159). Ce conduit ne sera pas pris en compte. Comme la fissure du 30 mars est située à l'est de la colonne de roche, et comme nous supposons que les lobes de déformation visibles sur les interférogrammes syn-éruptifs.

Pour limiter le nombre de paramètres à inverser, les deux sources formant le dyke seront coplanaires. Les deux dykes sont tous les deux issus d'un trapèze isocèle coupé en son milieu et ont donc une forme de trapèze rectangle. Le trapèze isocèle de départ est défini par un grand côté (*longtop 2D*) et son petit côté est fixé à *longtop 2D/2*. L'abscisse du centre du petit côté est fixée au niveau du point le plus à l'est de la colonne. Les ordonnées des centres du grand côté et du petit côté sont fixées au niveau de l'ordonnée du point le plus à l'est de la colonne. L'altitude du centre du grand côté *ZT 2D* ainsi que son abscisse sont inversées. Enfin, on impose que le trapèze isocèle de départ pende vers l'ouest, la valeur du pendage (*PD 2D*) sera inversée. *L'a priori* sur le sens du pendage est justifiable par le fait que la fissure éruptive du 30 mars est localisée à l'ouest du réservoir magmatique principal. Les deux demi-dykes subiront une ouverture, dont la valeur sera recalculée *a posteriori*.

### Plan de glissement du flanc est (structure GP)

Afin de limiter le nombre de paramètres, cette source aura une géométrie simplifiée. Le plan de glissement sur lequel glisse le flanc est sera un trapèze isocèle. Son pendage est fixé à 12 degrés vers l'est (valeur proche de celle trouvée pour les inversions des déplacements de la période post-éruptive), son petit côté se trouve à l'ouest et son grand côté à l'est. Le vecteur contrainte appliqué aura une composante cisailante et une composante en ouverture. Les paramètres inversés seront la longueur du grand côté du trapèze (*L GP*), la longueur de son petit côté (*l GP*), la valeur de sa hauteur (*H GP*), la position de son barycentre (*x GP*, *y*

$GP$ ,  $z GP$ ), ainsi que l'azimut et le pendage du vecteur contrainte ( $pd t GP$  et  $az t GP$ ) . La norme du vecteur sera recalculée *a posteriori*.

### Réservoir temporaire (structure CMT)

La géométrie du réservoir temporaire ne sera pas inversée, et on se basera sur la géométrie trouvée lors de l'inversion des déplacements post-effondrement (Chapitre 9). Cette source subira une ouverture et la norme du vecteur contrainte sera recalculée *a posteriori*.

### Système hydrothermal en déflation (structure SH)

La géométrie de cette source ne sera pas inversée. On se basera sur la géométrie de la source trouvée au chapitre 8. Pour permettre au programme MBEM d'effectuer le calcul, il faut éviter au maximum les intersections entre les sources. Pour cette raison, la géométrie du système hydrothermal correspondra à une lentille incluse dans le maillage de la colonne. Elle sera donc plus petite que celle trouvée lors de l'inversion des déplacements sommitaux post-éruptifs. L'altitude de la lentille sera fixée à la valeur trouvée au chapitre 8 (1700 mètres, Tab. 8.4 page 201). La valeur de l'ouverture sera recalculée *a posteriori*.

### Injection d'avril (structure DA)

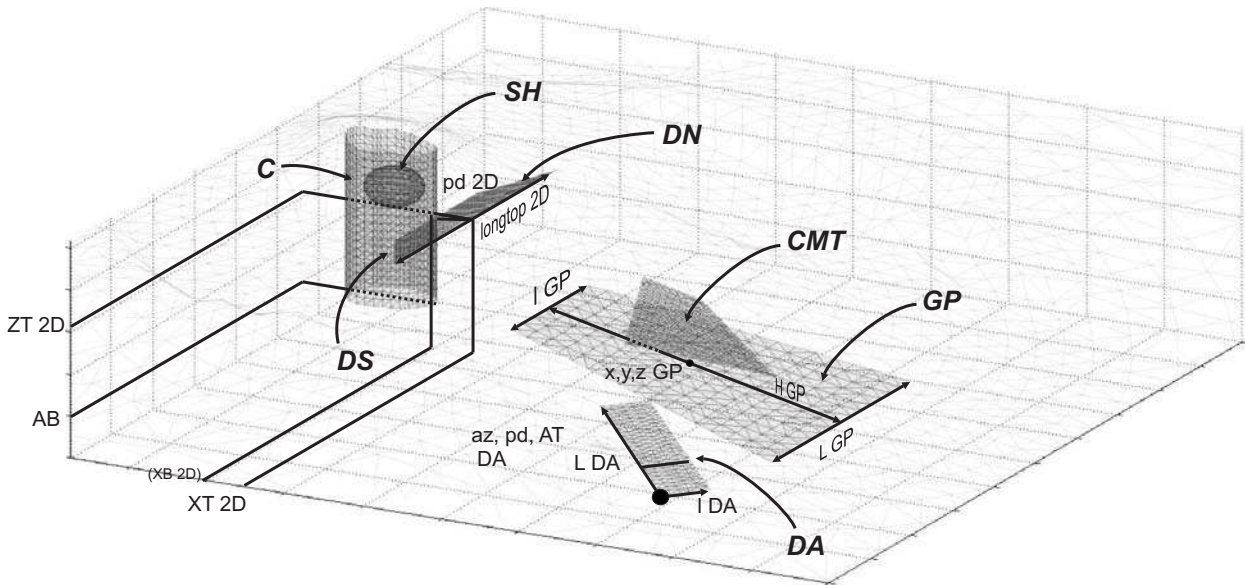
Cette injection sera considérée rectangulaire. Elle aura un pendage et une direction. Le centre de rotation (Fig. C.1) sera défini par rapport à un point de la fissure éruptive du 2 avril. La contrainte appliquée pourra contenir une composante cisailante et une composante en ouverture. Les paramètres correspondent donc à la longueur et la hauteur du rectangle ( $L DA$  et  $l DA$ ), son pendage et son azimut ( $pd DA$  et  $az DA$ ), un angle définissant une rotation du rectangle ( $AR DA$ ) sur le plan auquel il appartient, enfin les valeurs de pendage et d'azimut du vecteur contrainte ( $pd t DA$  et  $az t DA$ ). La norme du vecteur contrainte sera recalculée *a posteriori*.

## C.3 Choix de la fonction coût

Nous allons rechercher les paramètres géométriques des sources par procédure NA-MBEM. Afin de réduire le nombre de dimensions de l'espace des paramètres à explorer, nous avons considéré des géométries de sources simplifiées et nous ne re-inverseront pas les géométries des sources trouvées pour le réservoir temporaire des Grandes Pentes et pour le système hydrothermal. Cependant, le nombre de paramètres reste important. Afin d'accélérer la

recherche d'un bon modèle, nous n'inverserons pas la norme des contraintes appliquées à chaque source. Ces normes seront recalculées à chaque itération, de sorte que les déplacements modélisés soient les plus proches des déplacements observés. Le détail du formalisme de cette fonction coût est donné au chapitre 5 (paragraphe 5.4.3 page 94)

Ce formalisme du calcul de la fonction coût nécessite de calculer 7 modèles de déplacement à chaque itération. Le temps de calcul d'un coût est donc plus long que si les contraintes appliquées aux sources étaient inversées. Cependant, ce formalisme permet de n'inverser que 20 paramètres au lieu de 27. Le temps nécessaire à l'obtention d'un modèle satisfaisant sera donc beaucoup plus bref que si les contraintes appliquées aux sources étaient inversées.



**Figure C.1** – Paramètres géométriques des sources. 7 sources sont considérées.

**GP** : plan de glissement des Grandes Pentes ayant une forme de trapèze isocèle.  $x,y,z_{GP}$  : coordonnées du barycentre.  $I_{GP}$ ,  $L_{GP}$ ,  $H_{GP}$  : petit côté, grand côté et hauteur du trapèze.

**DN** (dyke nord) et **DS** (dyke sud) : les deux dykes du 30 mars. Les deux dykes sont obtenus à partir d'un trapèze isocèle coupé en deux en son milieu. Les paramètres de ce trapèze sont :  $longtop\ 2D$  : longueur du grand côté (le petit côté est fixé à  $longtop\ 2D/2$ ),  $pd\ 2D$  : pendage vers l'ouest,  $XT\ 2D$  et  $ZT\ 2D$  : abscisse et altitude du centre du grand côté. L'abscisse du petit côté est fixée au niveau de la partie la plus à l'est de la colonne ( $XB\ 2D$  non inversée).

**DA** : intrusion du 2 avril en forme de rectangle.  $I_{DA}$  et  $L_{DA}$  : cotés du rectangle.  $az$ ,  $pd$ ,  $AT\ DA$  : angles de rotation du rectangle. Le centre de rotation est positionné au niveau de la fissure d'avril.

**C** : colonne de roche.  $AB$  altitude de la base de la colonne.

**SH** : système hydrothermal (pas de paramètre géométrique).

**CMT** : réservoir magmatique temporaire des Grandes Pentes (pas de paramètre géométrique).

Le tableau C.1 détaille les paramètres de chaque source.



## C.4 Résultats

Le nombre de paramètres à inverser est trop important pour que l'inversion converge vers un bon modèle. Nous n'aurons donc pas accès aux intervalles de confiance sur les paramètres. Cependant, quelques bons modèles ont été obtenus (misfit  $< 6\%$ ), et nous ne présenterons ici que le meilleur d'entre eux.

Le meilleur modèle a été recalculé avec le programme MBEM en prenant en compte toutes les sources auxquelles on applique les contraintes dont les normes ont été recalculées *a posteriori* (Chap 5, paragraphe 5.4.3 page 94). Lors de ce calcul, nous prendrons aussi en compte une faille reliant les deux fissures éruptives. Nous avons vu que cette faille contrôle les déplacements post-éruptifs (Fig. 9.5 page 225). Aucune contrainte supplémentaire ne sera imposée à cette faille.

La figure C.2 montre la géométrie des sources obtenues pour le meilleur modèle, et la figure C.3 les déplacements obtenus pour le meilleur modèle et pour le modèle recalculé. Les deux types de calcul aboutissent à des déplacements très similaires et à des misfits presque identiques (5,71% pour le meilleur modèle et 5,53% pour le modèle recalculé). Les résidus sont principalement localisés au niveau des Grandes Pentes, ainsi qu'au niveau des fissures éruptives.

Le tableau C.2 donne les paramètres géométriques ainsi que les paramètres de déformation des sources obtenues pour le meilleur modèle.

L'altitude de la base de la meilleure colonne de roche trouvée atteint environ 500 mètres et le contraste de masse volumique est de  $160 \text{ kg.m}^{-3}$  entre la colonne et l'encaissant. Cette valeur est proche des  $200 \text{ kg.m}^{-3}$  proposés par Gailler et al. (2009) pour expliquer les données gravimétriques. Nous avons vu que cette colonne de roche ne pouvait pas expliquer les déplacements post-éruptifs. En revanche, cette colonne est tout à fait cohérente avec les déplacements syn-éruptifs. La fragmentation de la colonne de roche durant l'effondrement aurait donc provoqué un réajustement lithostatique instantané de l'édifice (à l'échelle des acquisitions InSAR).

Afin d'expliquer le fort gradient de déplacement en périphérie du cône, il est nécessaire de considérer une perte de volume d'environ  $2 \times 10^6 \text{ m}^3$  du système hydrothermal (SH). Cette valeur est probablement surestimée. En effet, il est probable que la partie supérieure du cône ait subi un réajustement lithostatique important suite à l'effondrement et ait généré un fort gradient de déplacement en périphérie du cratère. La variation de volume importante

GP	L GP (m)	l GP (m)	H GP (m)	x GP (m)	y GP (m)
	[3000–5000]	[1000–3000]	[2000–9000]	[368000–372000]	[7648000–7652000]
	3362	1846	3750	370785	7649702
	z GP (m)	az t GP (°)	pd t GP (°)	ouverture (m)	cisaillement (m)
	500–1500	-180–180	0–90	<i>-0.37</i>	<i>0.75</i>
	611	-129	23		

2D	ZT 2D (m)	XT 2D (m)	PD 2D (°)	longtop 2D (m)
	[500–2000]	[366500–370000]	[0–80]	[1000–4000]
	1601	367611	8	3301
	ouverture DN (m)	cisaillement DN (m)	ouverture DS (m)	cisaillement DS (m)
	<i>0.4</i>	<i>0.02</i>	<i>0.7</i>	<i>0.04</i>

DA	L DA (m)	l DA (m)	AZ DA (°)	PD DA (°)	AZT DA (°)
	[1500–6000]	[200–800]	[-90– -50]	[0–90]	[-20–0]
	3440	566	-55	3.9	-8.9
	az t DA (°)	pd t DA (°)	ouverture (m)	cisaillement (m)	
	-180–180	0–90	<i>-0.07</i>	<i>1.5</i>	
	-156	3.8			

C	AB (m)	contraste de masse volumique (kg.m <sup>-3</sup> )
	[0–1500]	<i>160</i>
	490	

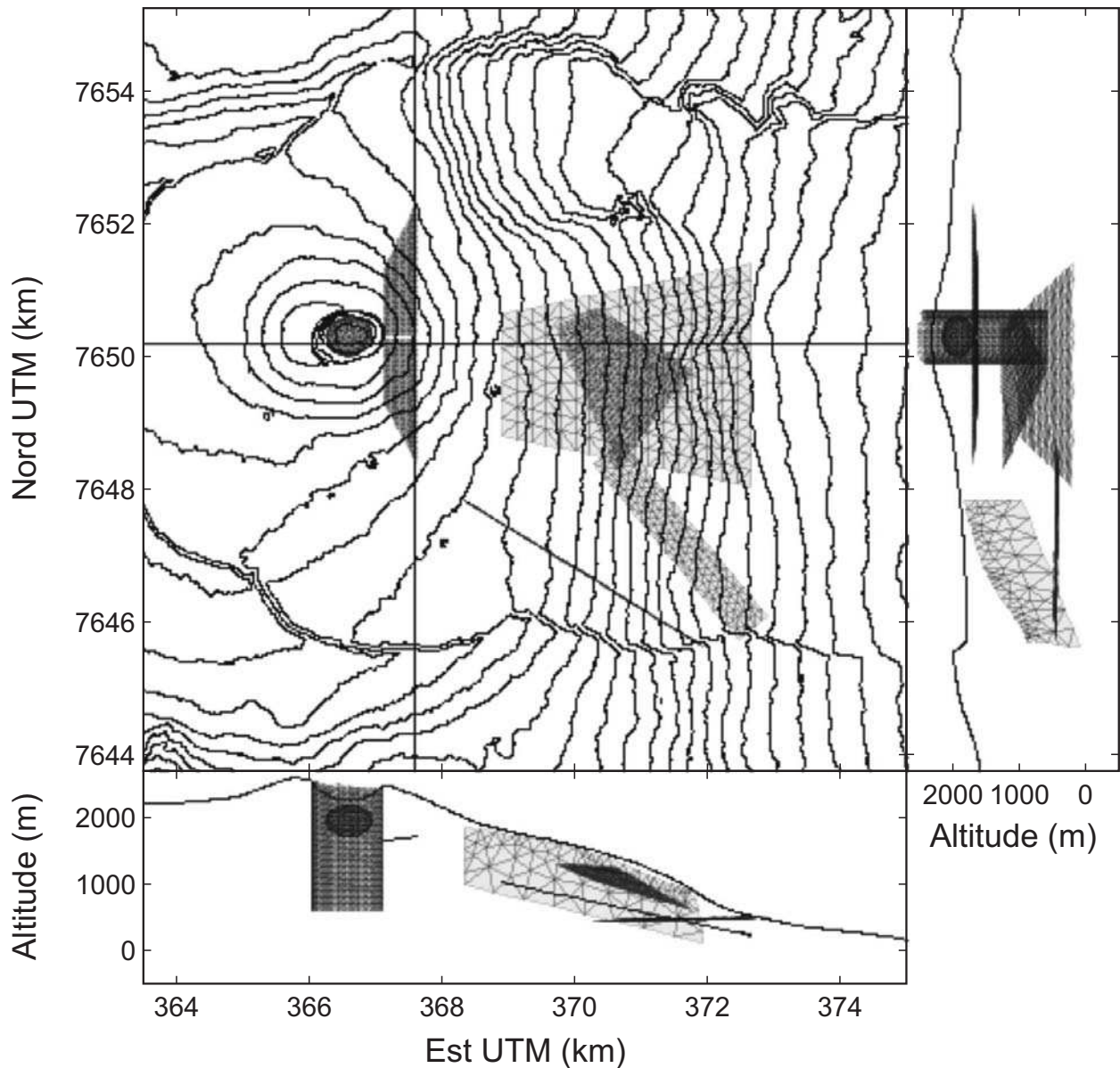
  

SH	$\Delta V$ (m <sup>3</sup> )	CMT	ouverture (m)	cisaillement (m)
	$2.8 \times 10^6$		<i>0.2</i>	<i>0.14</i>

**Table C.2** – Paramètres du meilleur modèle pour la période syn-éruptive. Les paramètres sont donnés source par source. Les bornes entre lesquelles sont cherchés les paramètres sont indiquée sous forme de doublet ([min,max]) et les résultats de l'inversion correspondent au nombre seul. Les valeurs indiquées en italique sont recalculées après l'inversion. GP : plan de glissement des Grands Pentes; 2D : les deux dykes du 30 mars (DN : dyke nord et DS : dyke sud); DA : intrusion du 2 avril; C : colonne de roches; SH : système hydrothermal; CMT : réservoir magmatique temporaire des Grandes Pentes. Les ouvertures et les cisaillements sont donnés pour les sources planaires,  $\Delta V$  est donné pour les sources volumiques.

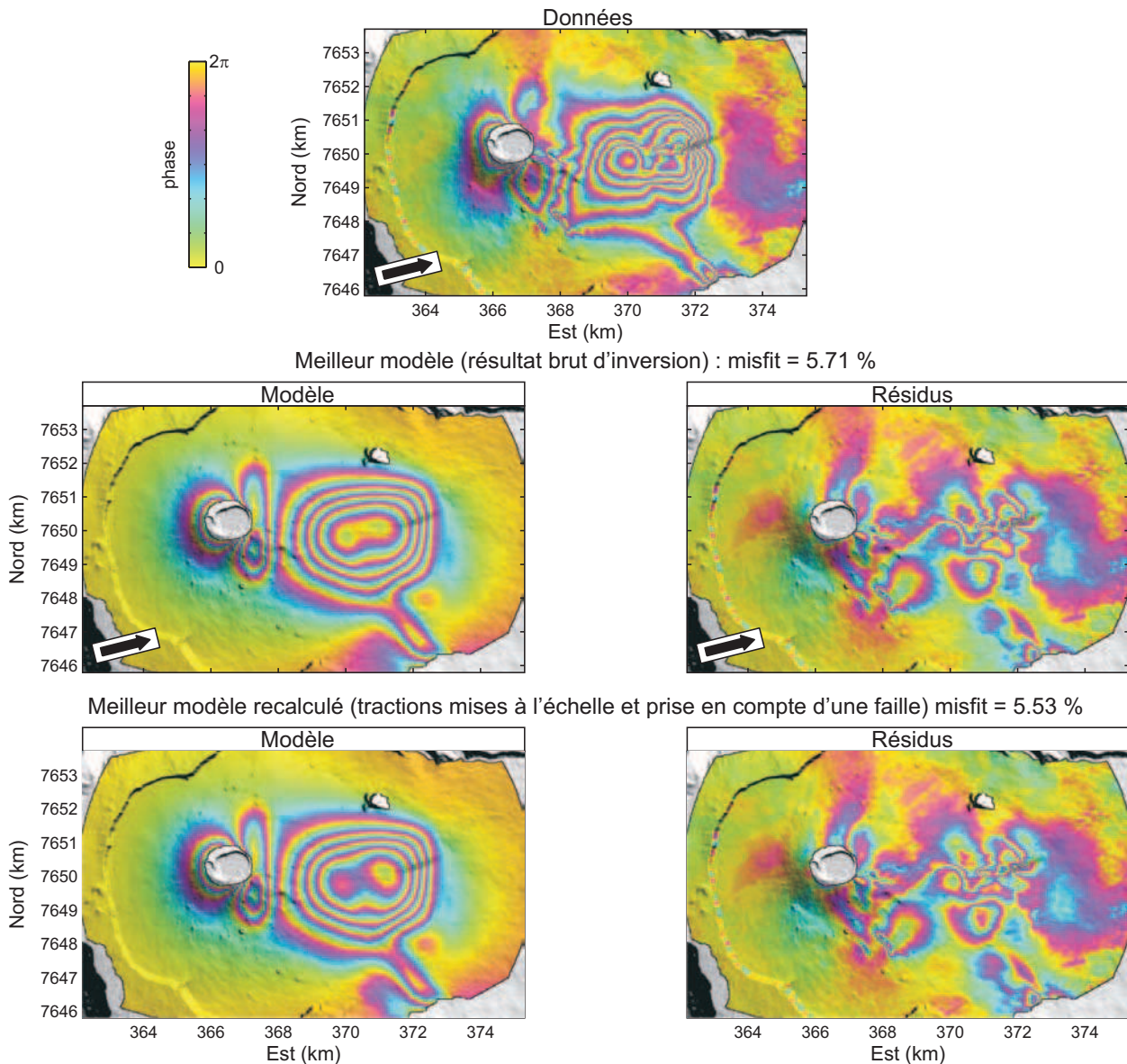
du système hydrothermal que nous trouvons compenserait ces déplacements. En effet, le modèle de colonne que nous avons utilisé ne prend pas en compte de réajustement au niveau du cratère, alors qu'un tel réajustement est équivalent à un contraste de densité d'environ 2500 kg.m<sup>-3</sup> entre l'édifice et le cratère.

Les deux dykes trouvés pour l'éruption de mars (2D) ont un très faible pendage (environ 8°) et s'enracinent au niveau de la colonne à une altitude d'environ 1500 mètres. La partie supérieure des deux injections est très proche de la surface. L'ouverture trouvée pour chaque source (40 et 70 cm) est cohérente avec l'épaisseur d'un dyke. Cependant, les déplacements modélisés dans la partie est du cône central ne reproduisent que partiellement les déplacements observés. Les résidus indiquent que les déplacements modélisés provoqués par les dykes sont trop faibles à l'ouest et trop forts à l'est. Ces résidus peuvent être expliqués par le fait



**Figure C.2** – Géométrie des sources trouvées pour le meilleur modèle.

que lors de l'inversion, nous avons volontairement limité l'extension vers l'ouest des dykes au niveau de la colonne. Cette contrainte est nécessaire pour éviter les intersections entre sources, que le programme MBEM ne gère pas toujours bien. Le modèle ne pouvait donc pas converger vers des dykes localisés plus vers l'ouest, qui auraient pourtant permis d'ajuster plus finement les déplacements observés. Enfin, nous avons considéré une géométrie de dyke très simple. De plus, même si les dykes modélisés sont très proches de la surface, ils ne l'atteignent pas (Fig. C.2), ce qui ne correspond pas à la réalité. Les déplacements observés au niveau de la fissure éruptive du 30 mars ne sont donc pas bien reproduits.



**Figure C.3** – Données, modèles et résidus pour différents modèles. Au milieu : meilleur modèle trouvé en sortie d'inversion. Les déplacements sont obtenus en sommant les déplacements obtenus pour chaque source. Le misfit obtenu entre les données et les déplacements modélisés est de 5,71% . En bas : déplacements obtenus en considérant toutes les sources ensemble, auxquelles on applique les contraintes dont les normes sont recalculées *a posteriori*. La faille faisant la jonction entre les deux fissures éruptives a été ajoutée, mais aucune contrainte ne lui est appliquée. Le misfit obtenu entre les données et les déplacements modélisés est de 5,53%

La source correspondant au réservoir temporaire (CMT) subit une ouverture d'une vingtaine de centimètres, ce qui est cohérent avec un remplissage du réservoir. L'ouverture trouvée est plus faible que la valeur obtenue pour la fermeture lors de la vidange du réservoir (40 cm, Tab. 9.2 page 220), mais ces valeurs restent dans le même ordre de grandeur. D'autre part, la valeur trouvée de 20 cm est probablement sous-estimée, dans la mesure où l'interférogramme utilisé couvre une partie de la période post-effondrement, durant laquelle le réservoir se vide

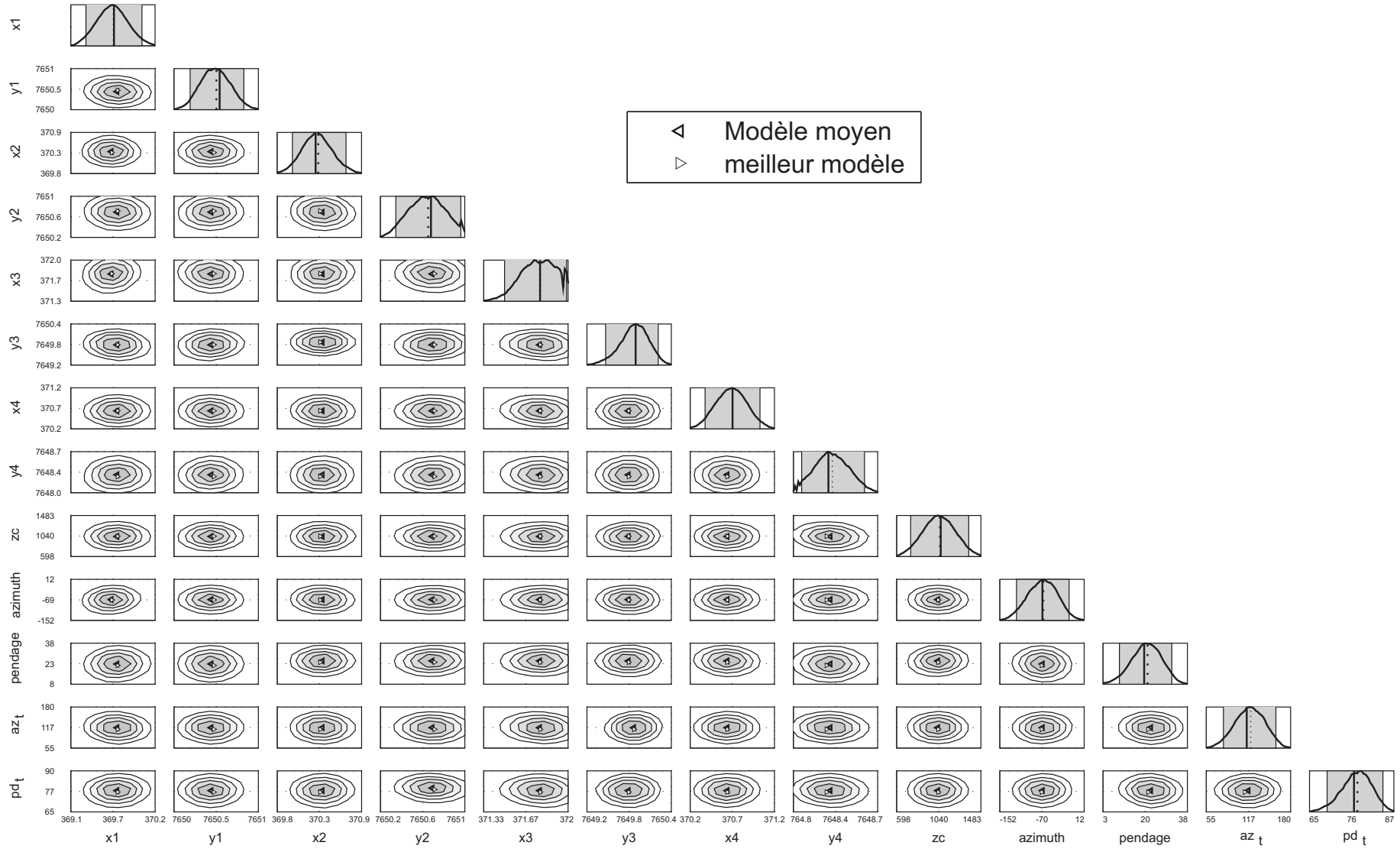
en grande partie. Ce réservoir temporaire est nécessaire pour reproduire en partie l'aspect en plusieurs lobes du motif de déformation des Grandes Pentes, et est à l'origine du lobe de déformation le plus à l'est. Okuyama (2008) propose que l'intégralité des déplacements des Grandes Pentes soit la conséquence de l'injection d'un sill dont le volume atteint  $10 \times 10^6 \text{ m}^3$ . Le réservoir que nous trouvons est de taille plus modeste ( $0.55 \times 10^6 \text{ m}^3$ ) et n'est responsable que d'une partie des déplacements.

Le plan de glissement (GP) trouvé a une altitude inférieure au plan de glissement obtenu pour la période post-éruptive (611 mètres contre environ 900 mètres pour la période post-éruptive). Cette altitude relativement faible est probablement due à des échecs de calcul du programme MBEM lorsque différentes sources s'intersectent : si l'on fixe une altitude supérieure à 700 mètres pour le plan de glissement, alors le maillage obtenu intersecte le maillage du réservoir temporaire et le calcul du modèle échoue. L'altitude du plan obtenue pour le meilleur modèle est donc artificiellement trop basse. Enfin, la déformation de la source correspond à une fermeture d'environ 40 cm couplée à un cisaillement. Le cisaillement obtenu est plus important que durant la période post-éruptive (0.75 mètres contre 0.23 mètres durant la période post-éruptive). La plus grande partie des déplacements ne seraient donc pas due au sill que propose Okuyama (2008), mais plutôt à une source subissant un cisaillement important.

Enfin, l'orientation de la source correspondant à l'injection d'avril (DA) est alignée avec le réservoir temporaire et la fissure d'avril. La localisation de cette source est donc plutôt concordante avec une injection. En revanche, la source trouvée est presque horizontale (PD DA environ  $-4^\circ$  et la contrainte appliquée à la source est essentiellement cisailante. Les valeurs de cisaillement et d'ouverture trouvées sont peu réalistes (cisaillement de 1.5 mètres, pour une fermeture de 7 cm). Il est probable que ces paramètres soient faiblement contraints, mais nous ne disposons pas des intervalles de confiance.

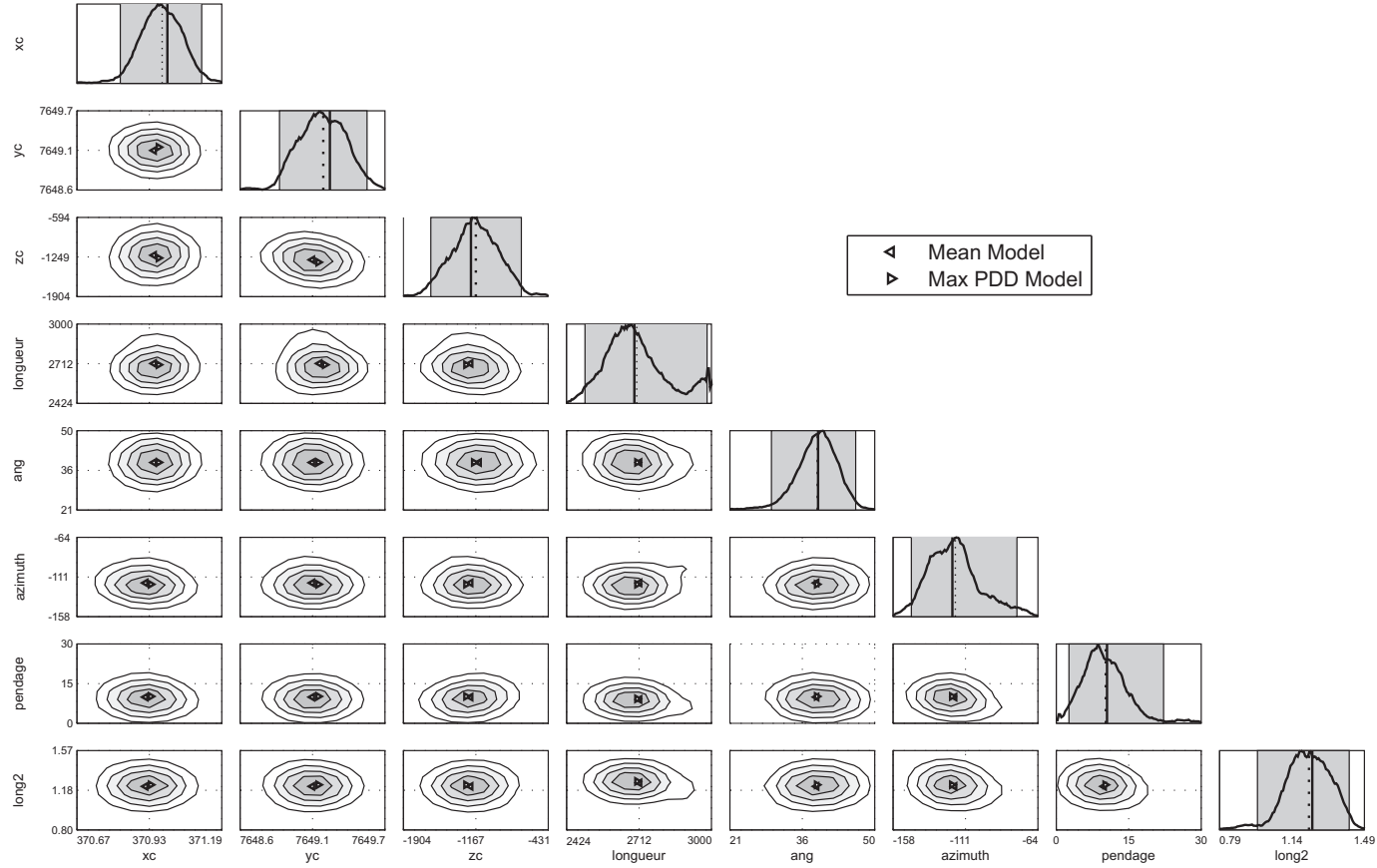
## Annexe D

### Densités de propabilités marginales pour différentes inversions



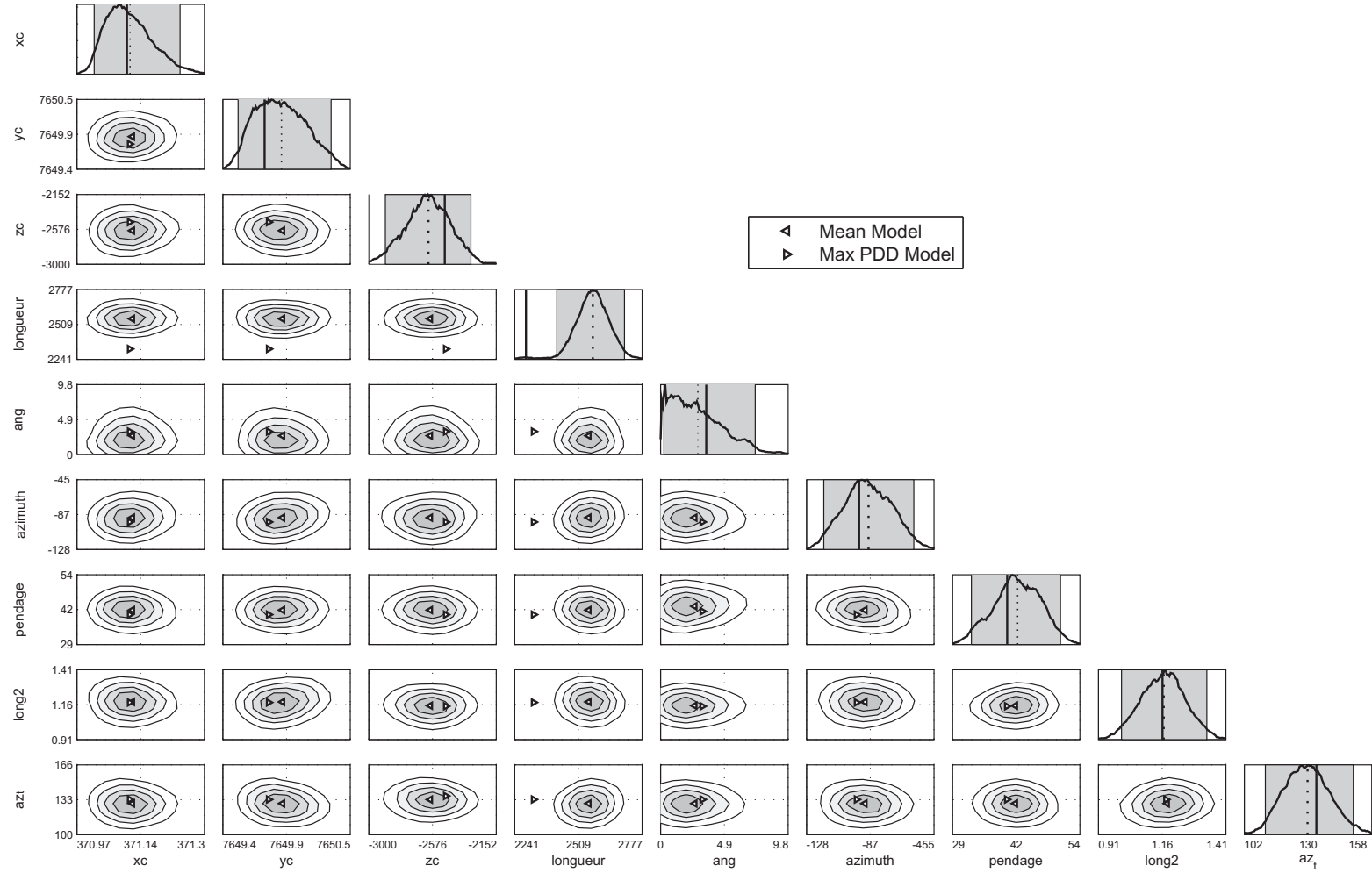
**Figure D.1** – Densités de probabilité 2D et 1D pour l'inversion des déplacements post-effondrement dans les Grandes Pentes. Le modèle considéré est un quadrangle plan (11 paramètres géométriques et 2 paramètres pour le vecteur contrainte)



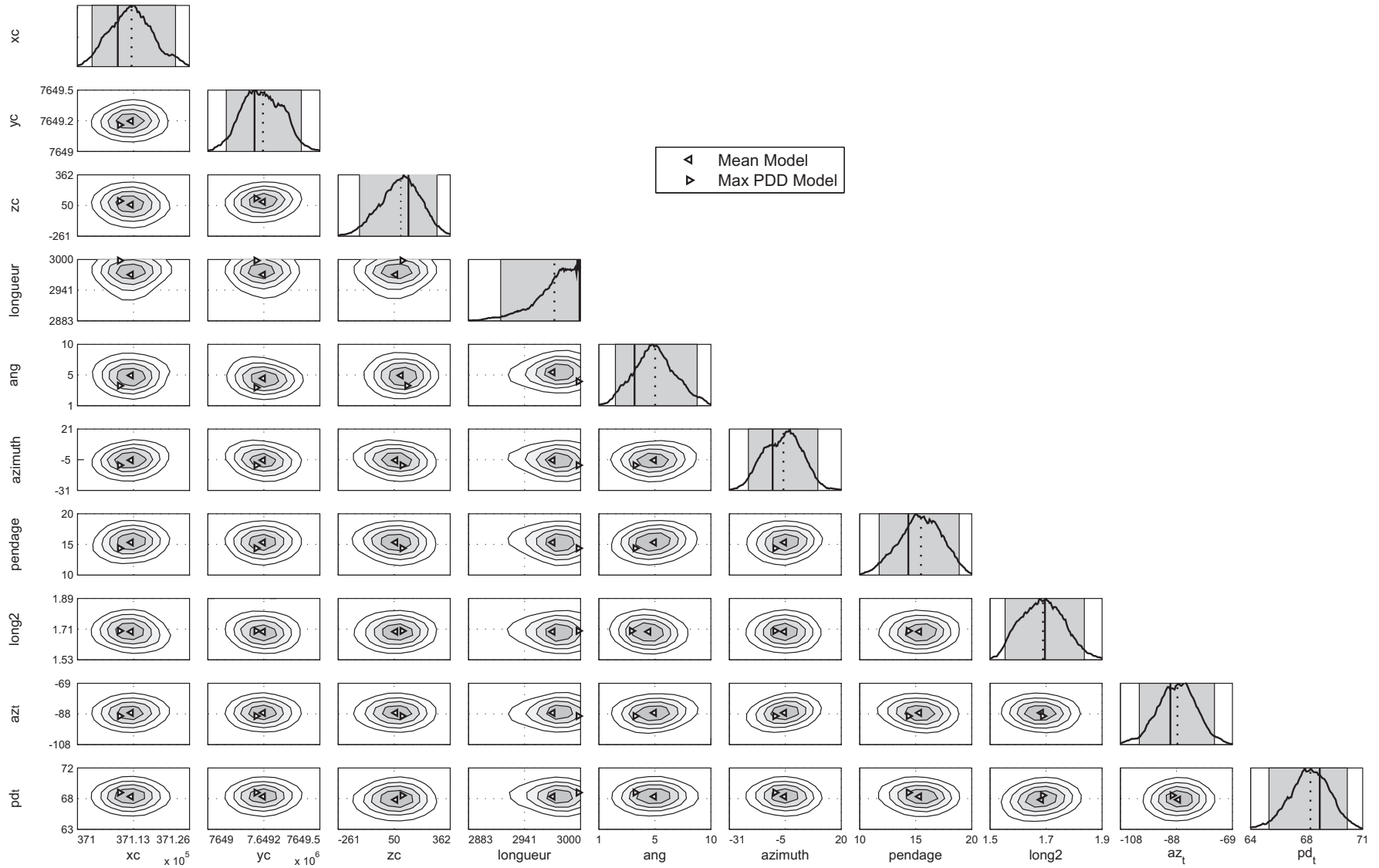


**Figure D.2** – Densités de probabilité 2D et 1D pour l'inversion des déplacements post-éruption dans les Grandes Pentas. Le modèle considéré est un rectangle et le vecteur contrainte est perpendiculaire au rectangle (ouverture) (8 paramètres géométriques et 0 paramètres pour le vecteur contrainte)

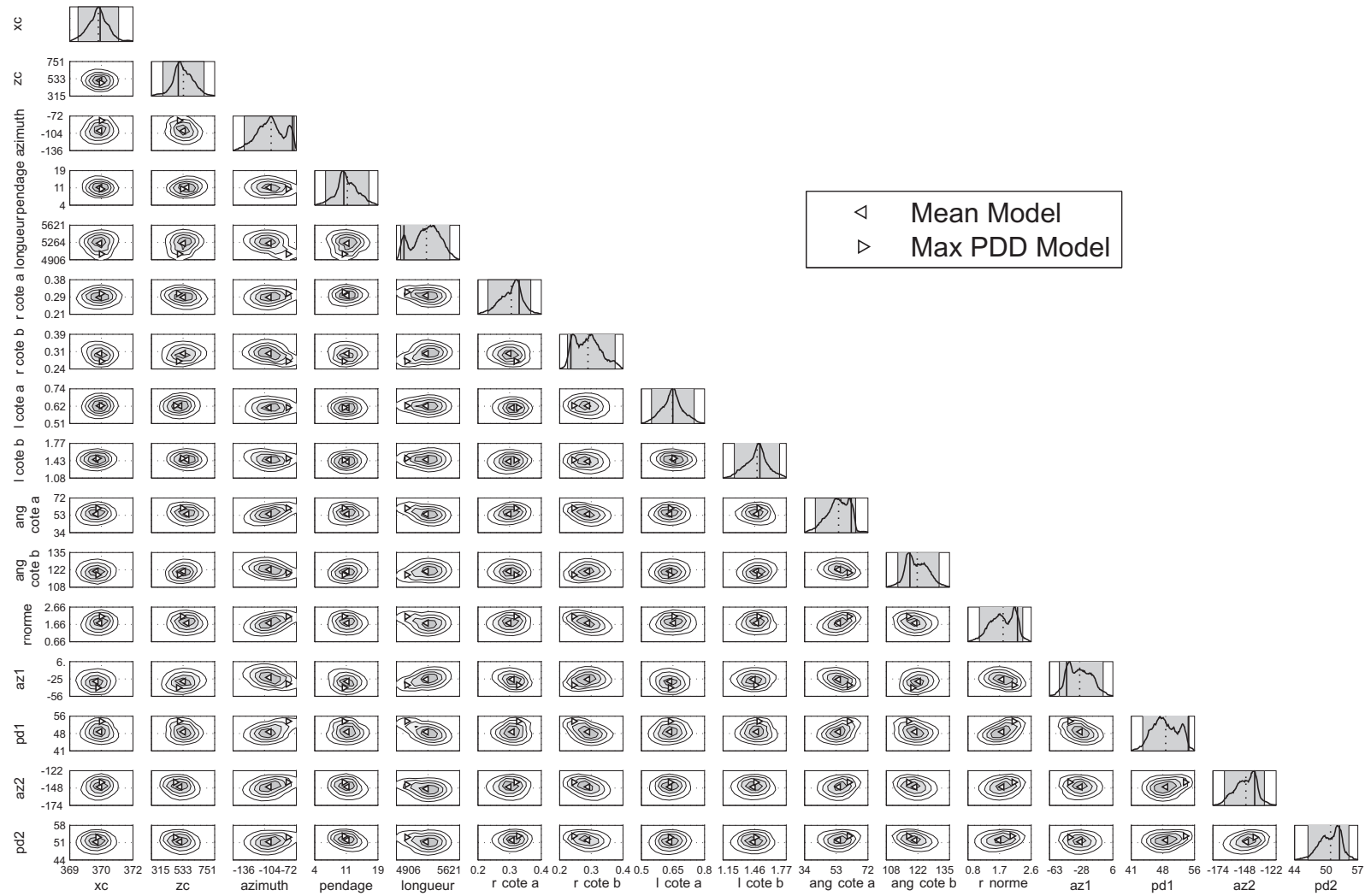




**Figure D.3** – Densités de probabilité 2D et 1D pour l'inversion des déplacements post-éruption dans les Grandes Pentas. Le modèle considéré est un rectangle et le vecteur contrainte est coplanaire au rectangle (cisaillement) (8 paramètres géométriques et 1 paramètre pour le vecteur contrainte)



**Figure D.4** – Densités de probabilité 2D et 1D pour l'inversion des déplacements post-éruption dans les Grandes Pentes. Le modèle considéré est un rectangle et le vecteur contrainte peut contenir une composante cisailante et en ouverture (8 paramètres géométriques et 2 paramètres pour le vecteur contrainte)



**Figure D.5** – Densités de probabilité 2D et 1D pour l'inversion des déplacements post-éruption dans les Grandes Pentcs. Le modèle considéré prend en compte deux quadrangles coplanaires, séparés par la faille proposée par Michon et Saint Ange (2008). Les vecteurs contrainte appliqués aux quadrangles ont la même direction mais pas la même norme. Ils peuvent contenir une composante cisailante et en ouverture (14 paramètres géométriques et 3 paramètres pour les vecteurs contraintes). Le quadrangle est défini dans un autre système de coordonnées que celui présenté à la figure 9.2, mais les deux systèmes de coordonnées sont équivalents. Les paramètres az Plan, pd Plan, az T, pd T et ratio normes sont communs aux deux systèmes de coordonnées.

# Annexe E

## Liste des interférogrammes

Le point dans la colonne ST indique que l'interférogramme a été utilisé dans le calcul de série temporelle de la ligne de visée correspondante. Ces séries temporelles ont été utilisées pour le calcul des interférogrammes interpolés.

Interférogramme ENVISAT en passe ascendante, swath 2 (2084)							
N° track maîtresse	Date maîtresse	N° track esclave	Date esclave	Alti. Ambi	B <sub>⊥</sub>	B <sub>t</sub>	ST
28695	26.08.2007	29196	30.09.2007	-53.22	235.34	35	
28695	26.08.2007	29697	04.11.2007	109.28	-84.44	70	
28695	26.08.2007	30699	13.01.2008	-90.08	154.08	140	
28695	26.08.2007	32202	27.04.2008	-54.67	193.8	245	
28695	26.08.2007	32703	01.06.2008	-242.73	81.89	280	
28695	26.08.2007	33204	06.07.2008	78.48	-139.49	315	
28695	26.08.2007	33705	10.08.2008	103.36	-117.92	350	
29196	30.09.2007	29697	04.11.2007	35.79	-319.78	35	
29196	30.09.2007	30699	13.01.2008	130.08	-81.26	105	
29196	30.09.2007	32202	27.04.2008	2013.95	-41.54	210	
29196	30.09.2007	32703	01.06.2008	68.17	-153.45	245	
29196	30.09.2007	33204	06.07.2008	31.71	-374.83	280	
29196	30.09.2007	33705	10.08.2008	35.13	-353.27	315	
29697	04.11.2007	30699	13.01.2008	-49.38	238.52	70	
29697	04.11.2007	32202	27.04.2008	-36.44	278.24	175	
29697	04.11.2007	32703	01.06.2008	-75.36	166.33	210	
29697	04.11.2007	33204	06.07.2008	278.39	-55.05	245	
29697	04.11.2007	33705	10.08.2008	1907.34	-33.49	280	
30699	13.01.2008	32202	27.04.2008	-139.06	39.72	105	
30699	13.01.2008	32703	01.06.2008	143.24	-72.19	140	
30699	13.01.2008	33204	06.07.2008	41.94	-293.57	175	
30699	13.01.2008	33705	10.08.2008	48.13	-272.01	210	
32202	27.04.2008	32703	01.06.2008	70.56	-111.91	35	
32202	27.04.2008	33204	06.07.2008	32.22	-333.29	70	
32202	27.04.2008	33705	10.08.2008	35.76	-311.72	105	
32703	01.06.2008	33204	06.07.2008	59.3	-221.38	35	
32703	01.06.2008	33705	10.08.2008	72.49	-199.82	70	
33204	06.07.2008	33705	10.08.2008	-325.96	21.56	35	

**Table E.1** – Interférogrammes post-éruption ENVISAT en passe ascendante, swath 2 (2084)

Interférogramme ENVISAT en passe ascendante, swath 2 (2313)							
N° track maîtresse	Date maîtresse	N° track esclave	Date esclave	Alti. Ambi	B <sub>⊥</sub>	B <sub>t</sub>	ST
26920	24.04.2007	27421	29.05.2007	124.52	-51.79	35	
26920	24.04.2007	28423	07.08.2007	-81.05	143.33	105	•
26920	24.04.2007	28924	11.09.2007	63.43	-111.4	140	•
26920	24.04.2007	30427	25.12.2007	-34.63	294.26	245	•
26920	24.04.2007	30928	29.01.2008	242.12	11.9	280	
26920	24.04.2007	31429	04.03.2008	-26.52	362.85	315	
26920	24.04.2007	31930	08.04.2008	35.08	-234.58	350	
26920	24.04.2007	32431	13.05.2008	315.09	6.22	385	
26920	24.04.2007	32932	17.06.2008	44.26	-148.29	420	
26920	24.04.2007	33433	22.07.2008	45.74	-168.68	455	
27421	29.05.2007	28423	07.08.2007	-49.1	195.12	70	
27421	29.05.2007	28924	11.09.2007	129.3	-59.61	105	
27421	29.05.2007	30427	25.12.2007	-27.1	346.05	210	•
27421	29.05.2007	30928	29.01.2008	-256.37	63.69	245	
27421	29.05.2007	31429	04.03.2008	-21.86	414.64	280	
27421	29.05.2007	31930	08.04.2008	48.85	-182.79	315	
27421	29.05.2007	32431	13.05.2008	-205.88	58.01	350	
27421	29.05.2007	32932	17.06.2008	68.66	-96.5	385	
27421	29.05.2007	33433	22.07.2008	72.31	-116.89	420	
28423	07.08.2007	28924	11.09.2007	35.58	-254.72	35	
28423	07.08.2007	30427	25.12.2007	-60.47	150.93	140	
28423	07.08.2007	30928	29.01.2008	60.73	-131.43	175	
28423	07.08.2007	31429	04.03.2008	-39.41	219.52	210	•
28423	07.08.2007	31930	08.04.2008	24.49	-377.91	245	
28423	07.08.2007	32431	13.05.2008	64.47	-137.11	280	
28423	07.08.2007	32932	17.06.2008	28.63	-291.61	315	
28423	07.08.2007	33433	22.07.2008	29.24	-312.01	350	
28924	11.09.2007	30427	25.12.2007	-22.4	405.65	105	
28924	11.09.2007	30928	29.01.2008	-85.95	123.3	140	
28924	11.09.2007	31429	04.03.2008	-18.7	474.25	175	
28924	11.09.2007	31930	08.04.2008	78.5	-123.18	210	
28924	11.09.2007	32431	13.05.2008	-79.42	117.62	245	
28924	11.09.2007	32932	17.06.2008	146.39	-36.89	280	
28924	11.09.2007	33433	22.07.2008	164.04	-57.29	315	
30427	25.12.2007	30928	29.01.2008	30.3	-282.35	35	
30427	25.12.2007	31429	04.03.2008	-113.19	68.59	70	
30427	25.12.2007	31930	08.04.2008	17.43	-528.84	105	
30427	25.12.2007	32431	13.05.2008	31.2	-288.04	140	
30427	25.12.2007	32932	17.06.2008	19.43	-442.54	175	
30427	25.12.2007	33433	22.07.2008	19.71	-462.94	210	
30928	29.01.2008	31429	04.03.2008	-23.9	350.95	35	•
30928	29.01.2008	31930	08.04.2008	41.03	-246.48	70	
30928	29.01.2008	32431	13.05.2008	-1045.58	-5.68	105	
30928	29.01.2008	32932	17.06.2008	54.16	-160.19	140	•
30928	29.01.2008	33433	22.07.2008	56.4	-180.58	175	
31429	04.03.2008	31930	08.04.2008	15.1	-597.43	35	
31429	04.03.2008	32431	13.05.2008	24.46	-356.63	70	•
31429	04.03.2008	32932	17.06.2008	16.58	-511.14	105	
31429	04.03.2008	33433	22.07.2008	16.79	-531.53	140	
31930	08.04.2008	32431	13.05.2008	-39.48	240.8	35	
31930	08.04.2008	32932	17.06.2008	-169.27	86.29	70	
31930	08.04.2008	33433	22.07.2008	-150.55	65.9	105	•
32431	13.05.2008	32932	17.06.2008	51.49	-154.51	35	•
32431	13.05.2008	33433	22.07.2008	53.51	-174.9	70	•
32932	17.06.2008	33433	22.07.2008	-1360.98	-20.39	35	

Table E.2 – Interférogrammes post-éruption ENVISAT en passe ascendante, swath 2 (2313)

Interférogramme ENVISAT en passe descendante, swath 2 (2363)							
N° track maîtresse	Date maîtresse	N° track esclave	Date esclave	Alti. Ambi	B <sub>⊥</sub>	B <sub>t</sub>	ST
26970	28.04.2007	27471	02.06.2007	87.36	-158.16	35	
26970	28.04.2007	27972	07.07.2007	21.39	-506.8	70	
26970	28.04.2007	30477	29.12.2007	39.03	-274.83	245	
26970	28.04.2007	30978	02.02.2008	18.44	-543.9	280	
26970	28.04.2007	31980	12.04.2008	15.21	-645.47	350	
26970	28.04.2007	32481	17.05.2008	70.24	-193.52	385	
26970	28.04.2007	32982	21.06.2008	57.28	-203.43	420	
26970	28.04.2007	33483	26.07.2008	49.6	-213.69	455	
27471	02.06.2007	27972	07.07.2007	28.33	-348.64	35	
27471	02.06.2007	30477	29.12.2007	70.55	-116.67	210	
27471	02.06.2007	30978	02.02.2008	23.37	-385.74	245	
27471	02.06.2007	31980	12.04.2008	18.42	-487.31	315	
27471	02.06.2007	32481	17.05.2008	358.47	-35.35	350	
27471	02.06.2007	32982	21.06.2008	166.38	-45.27	385	
27471	02.06.2007	33483	26.07.2008	114.75	-55.53	420	
27972	07.07.2007	30477	29.12.2007	-47.34	231.97	175	
27972	07.07.2007	30978	02.02.2008	133.58	-37.1	210	
27972	07.07.2007	31980	12.04.2008	52.67	-138.67	280	
27972	07.07.2007	32481	17.05.2008	-30.76	313.29	315	
27972	07.07.2007	32982	21.06.2008	-34.14	303.37	350	
27972	07.07.2007	33483	26.07.2008	-37.61	293.11	385	
30477	29.12.2007	30978	02.02.2008	34.95	-269.06	35	
30477	29.12.2007	31980	12.04.2008	24.93	-370.64	105	
30477	29.12.2007	32481	17.05.2008	-87.84	81.32	140	
30477	29.12.2007	32982	21.06.2008	-122.49	71.41	175	
30477	29.12.2007	33483	26.07.2008	-183.15	61.14	210	
30978	02.02.2008	31980	12.04.2008	86.95	-101.58	70	
30978	02.02.2008	32481	17.05.2008	-25	350.39	105	
30978	02.02.2008	32982	21.06.2008	-27.19	340.47	140	
30978	02.02.2008	33483	26.07.2008	-29.35	330.21	175	
31980	12.04.2008	32481	17.05.2008	-19.42	451.97	35	
31980	12.04.2008	32982	21.06.2008	-20.71	442.05	70	
31980	12.04.2008	33483	26.07.2008	-21.94	431.78	105	
32481	17.05.2008	32982	21.06.2008	310.47	-9.91	35	
32481	17.05.2008	33483	26.07.2008	168.78	-20.18	70	
32982	21.06.2008	33483	26.07.2008	369.84	-10.26	35	

**Table E.3** – Interférogrammes post-éruption ENVISAT en passe descendante, swath 2 (2363)

Interférogramme ENVISAT en passe descendante, swath 3 (3091)							
N° track maîtresse	Date maîtresse	N° track esclave	Date esclave	Alti. Ambi	B <sub>⊥</sub>	B <sub>t</sub>	ST
26698	09.04.2007	27700	18.06.2007	52.58	-313.78	70	•
26698	09.04.2007	29704	05.11.2007	88.59	-159.15	210	
26698	09.04.2007	30706	14.01.2008	42.69	-322.78	280	
26698	09.04.2007	32209	28.04.2008	52.88	-281.1	385	
26698	09.04.2007	33211	07.07.2008	447.52	-56.87	455	
26698	09.04.2007	33712	11.08.2008	48.17	-284.31	490	•
27700	18.06.2007	29704	05.11.2007	-129.34	154.62	140	
27700	18.06.2007	30706	14.01.2008	227.05	-9.01	210	
27700	18.06.2007	32209	28.04.2008	-9208.39	32.68	315	
27700	18.06.2007	33211	07.07.2008	-59.58	256.9	385	
27700	18.06.2007	33712	11.08.2008	575.01	29.46	420	•
29704	05.11.2007	30706	14.01.2008	82.4	-163.63	70	
29704	05.11.2007	32209	28.04.2008	131.18	-121.95	175	
29704	05.11.2007	33211	07.07.2008	-110.46	102.28	245	
29704	05.11.2007	33712	11.08.2008	105.59	-125.16	280	
30706	14.01.2008	32209	28.04.2008	-221.59	41.69	105	•
30706	14.01.2008	33211	07.07.2008	-47.19	265.91	175	
30706	14.01.2008	33712	11.08.2008	-375.21	38.47	210	
32209	28.04.2008	33211	07.07.2008	-59.97	224.22	70	
32209	28.04.2008	33712	11.08.2008	541.21	-3.21	105	
33211	07.07.2008	33712	11.08.2008	53.98	-227.44	35	

**Table E.4** – Interférogrammes post-éruption ENVISAT en passe descendante, swath 3 (3091)

Interférogramme ENVISAT en passe ascendante, swath 3 (3356)							
N° track maîtresse	Date maîtresse	N° track esclave	Date esclave	Alti. Ambi	B <sub>⊥</sub>	B <sub>t</sub>	ST
27464	01.06.2007	29969	23.11.2007	-167.27	117.84	175	
27464	01.06.2007	31973	11.04.2008	184.41	-90.37	315	
27464	01.06.2007	32474	16.05.2008	-215.24	90.76	350	
27464	01.06.2007	32975	20.06.2008	139.71	-64.37	385	
27464	01.06.2007	33476	25.07.2008	180.92	-79.84	420	
29969	23.11.2007	31973	11.04.2008	87.71	-208.22	140	
29969	23.11.2007	32474	16.05.2008	750.58	-27.08	175	
29969	23.11.2007	32975	20.06.2008	76.13	-182.21	210	
29969	23.11.2007	33476	25.07.2008	86.92	-197.68	245	
31973	11.04.2008	32474	16.05.2008	-99.32	181.13	35	
31973	11.04.2008	32975	20.06.2008	576.32	26	70	
31973	11.04.2008	33476	25.07.2008	9554.14	10.53	105	
32474	16.05.2008	32975	20.06.2008	84.72	-155.13	35	
32474	16.05.2008	33476	25.07.2008	98.3	-170.6	70	
32975	20.06.2008	33476	25.07.2008	-613.32	-15.47	35	

**Table E.5** – Interférogrammes post-éruption ENVISAT en passe ascendante, swath 3 (3356)

Interférogramme ENVISAT en passe descendante, swath 5 (5048)							
N° track maîtresse	Date maîtresse	N° track esclave	Date esclave	Alti. Ambi	B <sub>⊥</sub>	B <sub>t</sub>	ST
26655	06.04.2007	27156	11.05.2007	126.15	-167.74	35	•
26655	06.04.2007	27657	15.06.2007	121.03	-258.9	70	
26655	06.04.2007	30663	11.01.2008	69.86	-309.78	280	
26655	06.04.2007	32166	25.04.2008	66.7	-333.19	385	
26655	06.04.2007	32667	30.05.2008	78.47	-338.1	420	
26655	06.04.2007	33168	04.07.2008	-252.17	30.26	455	
26655	06.04.2007	33669	08.08.2008	67.94	-305	490	
27156	11.05.2007	27657	15.06.2007	2984.58	-91.16	35	•
27156	11.05.2007	30663	11.01.2008	156.56	-142.04	245	•
27156	11.05.2007	32166	25.04.2008	141.53	-165.45	350	•
27156	11.05.2007	32667	30.05.2008	207.64	-170.36	385	
27156	11.05.2007	33168	04.07.2008	-84.08	198	420	
27156	11.05.2007	33669	08.08.2008	147.25	-137.26	455	•
27657	15.06.2007	30663	11.01.2008	165.22	-50.88	210	
27657	15.06.2007	32166	25.04.2008	148.57	-74.3	315	•
27657	15.06.2007	32667	30.05.2008	223.16	-79.2	350	•
27657	15.06.2007	33168	04.07.2008	-81.78	289.16	385	•
27657	15.06.2007	33669	08.08.2008	154.89	-46.1	420	•
30663	11.01.2008	32166	25.04.2008	1474.18	-23.41	105	•
30663	11.01.2008	32667	30.05.2008	-636.39	-28.32	140	
30663	11.01.2008	33168	04.07.2008	-54.7	340.04	175	
30663	11.01.2008	33669	08.08.2008	2477.83	4.78	210	•
32166	25.04.2008	32667	30.05.2008	-444.5	-4.9	35	
32166	25.04.2008	33168	04.07.2008	-52.75	363.46	70	
32166	25.04.2008	33669	08.08.2008	-3639.47	28.19	105	
32667	30.05.2008	33168	04.07.2008	-59.85	368.36	35	
32667	30.05.2008	33669	08.08.2008	506.34	33.09	70	
33168	04.07.2008	33669	08.08.2008	53.52	-335.26	35	•

**Table E.6** – Interférogrammes post-éruption ENVISAT en passe descendante, swath 5 (5048)

Interférogramme ENVISAT en passe ascendante, swath 5 (5399)							
N° track maîtresse	Date maîtresse	N° track esclave	Date esclave	Alti. Ambi	B <sub>⊥</sub>	B <sub>t</sub>	ST
27006	30.04.2007	27507	04.06.2007	191.67	-51.32	35	
27006	30.04.2007	30012	26.11.2007	351.23	30.68	210	•
27006	30.04.2007	30513	31.12.2007	-80.1	356.91	245	
27006	30.04.2007	32016	14.04.2008	173.43	-87.88	350	•
27006	30.04.2007	32517	19.05.2008	282.8	14.02	385	
27006	30.04.2007	33018	23.06.2008	105.47	-101.44	420	
27006	30.04.2007	33519	28.07.2008	118.99	-128.34	455	
27507	04.06.2007	30012	26.11.2007	-421.89	82	175	
27507	04.06.2007	30513	31.12.2007	-56.49	408.23	210	•
27507	04.06.2007	32016	14.04.2008	1822.34	-36.56	315	
27507	04.06.2007	32517	19.05.2008	-594.76	65.34	350	
27507	04.06.2007	33018	23.06.2008	234.51	-50.12	385	•
27507	04.06.2007	33519	28.07.2008	313.79	-77.02	420	•
30012	26.11.2007	30513	31.12.2007	-65.23	326.23	35	•
30012	26.11.2007	32016	14.04.2008	342.58	-118.56	140	•
30012	26.11.2007	32517	19.05.2008	1451.56	-16.66	175	
30012	26.11.2007	33018	23.06.2008	150.73	-132.12	210	
30012	26.11.2007	33519	28.07.2008	179.95	-159.02	245	
30513	31.12.2007	32016	14.04.2008	54.79	-444.8	105	•
30513	31.12.2007	32517	19.05.2008	62.42	-342.89	140	
30513	31.12.2007	33018	23.06.2008	45.53	-458.35	175	•
30513	31.12.2007	33519	28.07.2008	47.87	-485.25	210	•
32016	14.04.2008	32517	19.05.2008	-448.41	101.9	35	•
32016	14.04.2008	33018	23.06.2008	269.14	-13.56	70	
32016	14.04.2008	33519	28.07.2008	379.06	-40.46	105	
32517	19.05.2008	33018	23.06.2008	168.19	-115.46	35	
32517	19.05.2008	33519	28.07.2008	205.42	-142.36	70	
33018	23.06.2008	33519	28.07.2008	-928.17	-26.9	35	•

**Table E.7** – Interférogrammes post-éruption ENVISAT en passe ascendante, swath 5 (5399)



Interférogramme ENVISAT en passe descendante, swath 6 (6277)							
N° track maîtresse	Date maîtresse	N° track esclave	Date esclave	Alti. Ambi	B <sub>⊥</sub>	B <sub>t</sub>	ST
26884	22.04.2007	27385	27.05.2007	330.35	-151.14	35	•
26884	22.04.2007	29890	18.11.2007	69.64	-348.14	210	
26884	22.04.2007	30892	27.01.2008	52.42	-472.32	280	
26884	22.04.2007	31894	06.04.2008	56.05	-419.66	350	•
26884	22.04.2007	32395	11.05.2008	175.57	-232.84	385	
26884	22.04.2007	32896	15.06.2008	2014.21	-100.31	420	
26884	22.04.2007	33397	20.07.2008	354.45	-104.48	455	•
27385	27.05.2007	29890	18.11.2007	88.24	-197	175	•
27385	27.05.2007	30892	27.01.2008	62.3	-321.18	245	•
27385	27.05.2007	31894	06.04.2008	67.51	-268.52	315	•
27385	27.05.2007	32395	11.05.2008	374.72	-81.7	350	
27385	27.05.2007	32896	15.06.2008	-395.16	50.83	385	
27385	27.05.2007	33397	20.07.2008	-4858.81	46.66	420	•
29890	18.11.2007	30892	27.01.2008	211.96	-124.18	70	•
29890	18.11.2007	31894	06.04.2008	287.29	-71.52	140	•
29890	18.11.2007	32395	11.05.2008	-115.42	115.3	175	•
29890	18.11.2007	32896	15.06.2008	-72.13	247.83	210	
29890	18.11.2007	33397	20.07.2008	-86.67	243.66	245	•
30892	27.01.2008	31894	06.04.2008	-808.4	52.66	70	•
30892	27.01.2008	32395	11.05.2008	-74.73	239.48	105	•
30892	27.01.2008	32896	15.06.2008	-53.82	372.02	140	
30892	27.01.2008	33397	20.07.2008	-61.52	367.84	175	•
31894	06.04.2008	32395	11.05.2008	-82.34	186.82	35	•
31894	06.04.2008	32896	15.06.2008	-57.66	319.35	70	
31894	06.04.2008	33397	20.07.2008	-66.58	315.18	105	
32395	11.05.2008	32896	15.06.2008	-192.34	132.53	35	
32395	11.05.2008	33397	20.07.2008	-347.89	128.36	70	
32896	15.06.2008	33397	20.07.2008	430.15	-4.17	35	

Table E.8 – Interférogrammes post-éruption ENVISAT en passe descendante, swath 6 (6277)

Interférogramme ENVISAT en passe descendante, swath 7 (7005)							
N° track maîtresse	Date maîtresse	N° track esclave	Date esclave	Alti. Ambi	B <sub>⊥</sub>	B <sub>t</sub>	ST
27113	08.05.2007	27614	12.06.2007	-1149.41	-79.58	35	•
27113	08.05.2007	29618	30.10.2007	161.33	-184.8	175	
27113	08.05.2007	30620	08.01.2008	152.76	-206.23	245	
27113	08.05.2007	32624	27.05.2008	215.85	-221.82	385	•
27113	08.05.2007	33626	05.08.2008	143.73	-199.73	455	•
27614	12.06.2007	29618	30.10.2007	141.47	-105.22	140	
27614	12.06.2007	30620	08.01.2008	134.84	-126.66	210	•
27614	12.06.2007	32624	27.05.2008	181.72	-142.24	350	•
27614	12.06.2007	33626	05.08.2008	127.75	-120.15	420	•
29618	30.10.2007	30620	08.01.2008	2875.58	-21.43	70	
29618	30.10.2007	32624	27.05.2008	-638.72	-37.02	210	
29618	30.10.2007	33626	05.08.2008	1317.33	-14.93	280	
30620	08.01.2008	32624	27.05.2008	-522.63	-15.59	140	
30620	08.01.2008	33626	05.08.2008	2430.99	6.51	210	•
32624	27.05.2008	33626	05.08.2008	430.16	22.09	70	•

Table E.9 – Interférogrammes post-éruption ENVISAT en passe descendante, swath 7 (7005)

Interférogramme ENVISAT en passe ascendante, swath 7 (7170)							
N° track maîtresse	Date maîtresse	N° track esclave	Date esclave	Alti. Ambi	B <sub>⊥</sub>	B <sub>t</sub>	ST
26777	14.04.2007	27278	19.05.2007	607.11	-47.06	35	•
26777	14.04.2007	27779	23.06.2007	130.52	-100.45	70	
26777	14.04.2007	28280	28.07.2007	279.92	-23.05	105	
26777	14.04.2007	28781	01.09.2007	94.66	-227.13	140	
26777	14.04.2007	32288	03.05.2008	221.46	-86.37	385	
26777	14.04.2007	32789	07.06.2008	80.7	-206.75	420	•
26777	14.04.2007	33290	12.07.2008	66.12	-333.95	455	
27278	19.05.2007	27779	23.06.2007	166.26	-53.39	35	
27278	19.05.2007	28280	28.07.2007	519.39	24	70	
27278	19.05.2007	28781	01.09.2007	112.15	-180.07	105	
27278	19.05.2007	32288	03.05.2008	348.62	-39.31	350	•
27278	19.05.2007	32789	07.06.2008	93.07	-159.69	385	
27278	19.05.2007	33290	12.07.2008	74.2	-286.89	420	
27779	23.06.2007	28280	28.07.2007	-244.54	77.4	35	
27779	23.06.2007	28781	01.09.2007	344.57	-126.68	70	
27779	23.06.2007	32288	03.05.2008	-317.84	14.08	315	•
27779	23.06.2007	32789	07.06.2008	211.42	-106.3	350	
27779	23.06.2007	33290	12.07.2008	134.01	-233.5	385	
28280	28.07.2007	28781	01.09.2007	143.03	-204.08	35	
28280	28.07.2007	32288	03.05.2008	1060.33	-63.31	280	
28280	28.07.2007	32789	07.06.2008	113.39	-183.69	315	•
28280	28.07.2007	33290	12.07.2008	86.57	-310.89	350	
28781	01.09.2007	32288	03.05.2008	-165.33	140.76	245	
28781	01.09.2007	32789	07.06.2008	547.16	20.38	280	
28781	01.09.2007	33290	12.07.2008	219.3	-106.82	315	
32288	03.05.2008	32789	07.06.2008	126.97	-120.38	35	•
32288	03.05.2008	33290	12.07.2008	94.26	-247.58	70	
32789	07.06.2008	33290	12.07.2008	365.99	-127.2	35	

**Table E.10** – Interférogrammes post-éruption ENVISAT en passe ascendante, swath 7 (7170)

Interférogramme ALOS en passe ascendante, swath A (A539)							
N° track maîtresse	Date maîtresse	N° track esclave	Date esclave	Alti. Ambi	B <sub>⊥</sub>	B <sub>t</sub>	ST
06574	19.04.2007	09929	05.12.2007			230	
06574	19.04.2007	11271	06.03.2008			322	
06574	19.04.2007	11942	21.04.2008			368	
06574	19.04.2007	13284	22.07.2008			460	
08587	04.09.2007	13955	06.09.2008			368	
09929	05.12.2007	11271	06.03.2008			92	
09929	05.12.2007	11942	21.04.2008			138	
09929	05.12.2007	13284	22.07.2008			230	
11271	06.03.2008	11942	21.04.2008			46	
11271	06.03.2008	13284	22.07.2008			138	
11942	21.04.2008	13284	22.07.2008			92	

**Table E.11** – Interférogrammes post-éruption ALOS en passe ascendante, swath A (A539)

Interférogramme ALOS en passe ascendante, swath A (A540)							
N° track maîtresse	Date maîtresse	N° track esclave	Date esclave	Alti. Ambi	B <sub>⊥</sub>	B <sub>t</sub>	ST
08164	06.08.2007	13532	08.08.2008			368	
08164	06.08.2007	14203	23.09.2008			414	
08835	21.09.2007	10848	06.02.2008			138	
08835	21.09.2007	11519	23.03.2008			184	
10848	06.02.2008	11519	23.03.2008			46	
13532	08.08.2008	14203	23.09.2008			46	

**Table E.12** – Interférogrammes post-éruption ALOS en passe ascendante, swath A (A540)

N° track maîtresse	Date maîtresse	N° track esclave	Date esclave	Alti. Ambi	B <sub>⊥</sub>	B <sub>t</sub>	ST
Interférogramme ENVISAT en passe ascendante, swath 2 (2313)							
26419	20.03.2007	26920	24.04.2007	-23.49	326.54	35	
Interférogramme ENVISAT en passe descendante, swath 2 (2363)							
26469	24.03.2007	26970	28.04.2007	-18.34	534.45	35	
Interférogramme ENVISAT en passe ascendante, swath 5 (5399)							
26505	26.03.2007	27006	30.04.2007	-65.94	236.93	35	
Interférogramme ENVISAT en passe descendante, swath 6 (6277)							
26383	18.03.2007	26884	22.04.2007	-75.55	334.22	35	
Interférogramme ALOS en passe descendante, swath A (A539)							
05903	04.03.2007	06574	19.04.2007			46	

**Table E.13** – Interférogrammes couvrant la période syn-éruptive

N° track maîtresse	Date maîtresse	N° track esclave	Date esclave	Alti. Ambi	B <sub>⊥</sub>	B <sub>t</sub>	ST
Interférogramme ENVISAT en passe ascendante, swath 2 (2313)							
11890	08.06.2004	12391	13.07.2004	-16.36	544.56	35	
Interférogramme ENVISAT en passe descendante, swath 3 (3091)							
21688	24.04.2006	22690	03.07.2006	-35.2	350.39	70	
Interférogramme ENVISAT en passe ascendante, swath 3 (3356)							
13436	24.09.2004	15440	11.02.2005	56.06	-217.86	140	
Interférogramme ENVISAT en passe descendante, swath 5 (5048)							
15633	25.02.2005	16134	01.04.2005	-52.99	361.01	35	
Interférogramme ENVISAT en passe ascendante, swath 5 (5399)							
10473	01.03.2004	11475	10.05.2004	-79.02	205.93	70	
11475	10.05.2004	11976	14.06.2004	20.67	-968.82	35	
14481	06.12.2004	15483	14.02.2005	-31.42	674.75	70	
15483	14.02.2005	15984	21.03.2005	330.16	-105.4	35	
15984	21.03.2005	16485	25.04.2005	16.35	-1340.83	35	
Interférogramme ENVISAT en passe descendante, swath 6 (6277)							
21874	07.05.2006	22876	16.07.2006	-36.01	579.45	70	
22876	16.07.2006	23377	20.08.2006	43.46	-496.37	35	
23377	20.08.2006	23878	24.09.2006	39.44	-549.29	35	
Interférogramme ENVISAT en passe descendante, swath 7 (7005)							
12083	22.06.2004	13085	31.08.2004	242.73	-44.52	70	
13085	31.08.2004	13586	05.10.2004	-26.51	942.63	35	

**Table E.14** – Interférogrammes sur lesquels la dynamique du cône est visible

N° track maîtresse	Date maîtresse	N° track esclave	Date esclave	Alti. Ambi	B <sub>⊥</sub>	B <sub>t</sub>	ST
Interférogramme ENVISAT en passe ascendante, swath 2 (2313)							
13393	21.09.2004	15397	08.02.2005	-77.19	128.46	140	
Interférogramme ENVISAT en passe ascendante, swath 3 (3356)							
19448	18.11.2005	22454	16.06.2006	-74.8	139.2	210	
Interférogramme ENVISAT en passe ascendante, swath 7 (7170)							
27278	19.05.2007	32789	07.06.2008	93.07	-159.69	385	
Interférogramme RADARSAT-2 00Q8							
08789	20.08.2009	17707	06.05.2011	93.07			

**Table E.15** – Interférogrammes sur lesquels le glissement du flanc est visible

# Bibliographie

- Abchir, M. Les cendres de Bellecombe : un événement explosif majeur dans le passé récent du Piton de la Fournaise. Thèse de doctorat, Université Paris VII., 1996.
- Akaike, H. A new look at the statistical model identification. *IEEE Trans. Autom. Cont.*, 19 :716–723, 1974. doi :10.1109/TAC.1974.1100705.
- Amelung, F., Jonsson, S., Zebker, H., et Segall, P. Widespread uplift and "trapdoor" faulting on Galápagos volcanoes observed with radar interferometry. *Nature*, 407(6807) :993–996, 2000. doi :10.1038/35039604.
- Andrew V. Newman, Timothy H. Dixon, et Noel Gourmelen. A four-dimensional viscoelastic deformation model for Long Valley Caldera, California, between 1995 and 2000. *J. Volc. Geothermal Res.*, 150(1-3) :244 – 269, 2006. doi :10.1016/j.jvolgeores.2005.07.017. The Changing Shapes of Active Volcanoes - Recent Results and Advances in Volcano Geodesy.
- Aoki, Y. et Montgomery-Brown, E.D. Subsidence of the collapsed caldera of Miyakajima, Japan, 2006-2009 (Invited). *AGU Fall Meeting Abstracts*, 0 :D8+, 2010.
- Augier, A., Cayol, V., et Froger, J.L. Improving the interpretation of continuous processes with interferogram temporal interpolation, 2012. In prep.
- Bachèlery, P. Le Piton de la Fournaise (Ile de la Réunion) : Etude volcanologique, structurale et pétrologique. Thèse de doctorat, thèse de doctorat, Université Clermont-Ferrand II, 1981.
- Battaglia, J., Ferrazzini, V., Staudacher, T., Aki, K., et Cheminée, J.L. Pre-eruptive migration of earthquakes at the Piton de la Fournaise volcano (Réunion Island). *Geoph. Jour. Int.*, 161(2) :549–558, 2005. doi :10.1111/j.1365-246X.2005.02606.x.
- Beauducel, F., Briole, P., et Froger, J. Volcano-wide fringes in ERS synthetic aperture radar interferograms of Etna (1992–1998) : Deformation or tropospheric effect ? *J. Geophys. Res.*, 105(B7) :16391–16402, 2000a. doi :10.1029/2000JB900095.

- Beauducel, F. et Cornet, F.H. Collection and three-dimensional modeling of GPS and tilt data at Merapi volcano, Java. *J. Geophys. Res.*, 104(B1) :725–736, 1999.
- Beauducel, F., Cornet, F.H., Suhanto, E., Duquesnoy, T., et Kasser, M. Constraints on magma flux from displacements data at Merapi volcano, Java, Indonesia. *J. Geophys. Res.*, 105(B4) :8193–8203, 2000b. doi :10.1029/1999JB900368.
- Berardino, P., Fornaro, G., Lanari, R., et Sansosti, E. A new algorithm for surface deformation monitoring based on small baseline differential SAR interferograms. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 40 :2375–2383, 2002. doi :10.1109/TGRS.2002.803792.
- Brenguier, F., Shapiro, N.M., Campillo, M., Nercessian, A., et Ferrazzini, V. 3-D surface wave tomography of the Piton de la Fournaise volcano using seismic noise correlations. *Geophys. Res. Lett.*, 34(2) :L02305–, 2007. doi :10.1029/2006GL028586.
- Catmull, E. et Rom, R.A. *Computer Aided Geometric Design*. Academic Press, New York, 1974.
- Cayol, V. et Cornet, F. 3D mixed boundary elements for elastostatic deformation field analysis. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 34(2) :275–287, 1997. doi :10.1016/S0148-9062(96)00035-6.
- Cayol, V. et Cornet, F. Effects of topography on the interpretation of the deformation field of prominent volcanoes-Application to Etna. *Geophys. Res. Lett.*, 25(11) :1979–1982, 1998a. doi :10.1029/98GL51512.
- Cayol, V. et Cornet, F. Three-dimensional modeling of the 1983-1984 eruption at Piton de la Fournaise Volcano, Réunion Island. *J. Geophys. Res.*, 103(B8) :18025–18037, 1998b. doi :10.1029/98JB00201.
- Chen, C.W. et Zebker, H.A. Network approaches to two-dimensional phase unwrapping : intractability and two new algorithms. *J. Opt. Soc. Am.*, 17 :401–414, 2000.
- Courtillot, V., Feraud, G., Maluski, H., Vandamme, D., Moreau, M.G., et Besse, J. Deccan flood basalts and the Cretaceous/Tertiary boundary. *Nature*, 333(6176) :843–846, 1988.
- Crouch, S.L. Solution of plane elasticity problems by the displacement discontinuity method. I. Infinite body solution. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 10(2) :301–343, 1976. doi :10.1002/nme.1620100206.
- Curlander, J. et McDonough, R. *Synthetic aperture radar - Systems and signal processing*. Wiley Interscience, New-York, 1991.

- Dawson, J. et Tregoning, P. Uncertainty analysis of earthquake source parameters determined from InSAR : A simulation study. *J. Geophys. Res.*, 112(B9) :B09406–, 2007. doi :10.1029/2007JB005209.
- de Boor, C. *A Practical Guide to Splines*. Springer, 1978.
- Delacourt, C., Briole, P., et Achache, J.A. Tropospheric corrections of SAR interferograms with strong topography. Application to Etna. *Geophys. Res. Lett.*, 25(15) :2849–2852, 1998. doi :10.1029/98GL02112.
- Delouis, B., Nocquet, J.M., et Vallée, M. Slip distribution of the February 27, 2010 Mw = 8.8 Maule Earthquake, central Chile, from static and high-rate GPS, InSAR, and broadband teleseismic data. *Geophys. Res. Lett.*, 37(17) :L17305, 2010. doi :10.1029/2010GL043899.
- Dragoni, M. et Magnanensi, C. Displacement and stress produced by a pressurized, spherical magma chamber, surrounded by a viscoelastic shell. *Physics of the Earth and Planetary Interiors*, 56(3-4) :316–328, 1989. doi :10.1016/0031-9201(89)90166-0.
- Duncan, R. Hotspots in the Southern Oceans - an absolute frame of reference for motion of the Gondwana continents. *Tectonophysics*, 74 :29–42, 1981. doi :10.1016/0040-1951(81)90126-8.
- Duncan, R.A. et Pyle, D.G. Rapid eruption of the Deccan flood basalts at the Cretaceous/Tertiary boundary. *Nature*, 333(6176) :841–843, 1988.
- Famin, V. et Michon, L. Volcano destabilization by magma injections in a detachment. *Geology*, 38(3) :219–222, 2010. doi :10.1130/G30717.1.
- Feretti, A., Prati, C., et Rocca, F. Permanent scatterers in SAR interferometry. *IEEE Trans. Geosci. Rem. Sens.*, 39 :8–20, 2001.
- Fialko, Y., Simons, M., et Duncan A. The complete (3D) surface displacement field in the epicentral area of the 1999 MW 7.1 Hector Mine Earthquake, California, from space geodetic observations. *Geophys. Res. Lett.*, 28(16) :3063–3066, 2001. doi :10.1029/2001GL013174.
- Fraile, R. et García-Ortega, E. Fitting an Exponential Distribution. *Journal of Applied Meteorology*, 44 :1620–1625, 2005. doi :10.1175/JAM2271.1.
- Fritsch, F.N. et Carlson, R.E. Monotone Piecewise Cubic Interpolation. *SIAM Journal on Numerical Analysis*, 17(2) :238–246, 1980.
- Froger, J.L., Fukushima, Y., Briole, P., Staudacher, T., Souriot, T., et Villeneuve, N. The deformation field of the August 2003 eruption at Piton de la Fournaise, Reunion Island,

- mapped by ASAR interferometry. *Geophys. Res. Lett.*, 31(14) :L14601, 2004. doi :10.1029/2004GL020479.
- Froger, J.L., Remy, D., Bonvalot, S., et Legrand, D. Two scales of inflation at Lastarria-Cordon del Azufre volcanic complex, central Andes, revealed from ASAR-ENVISAT interferometric data. *Earth. Plan. Sci. Lett.*, 255 :148–163, 2007. doi :10.1016/j.epsl.2006.12.012.
- Fruneau, B. et Sarti, F. Detection of ground subsidence in the city of Paris using radar interferometry : Isolation of deformation from atmospheric artifacts using correlation. *Geophys. Res. Lett.*, 27(24) :3981–3984, 2000. doi :10.1029/2000GL008489.
- Fukushima, Y. Transferts de magma au volcan du Piton de la Fournaise déterminés par la modélisation 3D de données d’interférométrie radar entre 1998 et 2000. Thèse de doctorat, Université Blaise Pascal, Clermont Ferrand, 2005.
- Fukushima, Y., Cayol, V., et Durand, P. Finding realistic dike models from interferometric synthetic aperture radar data : The February 2000 eruption at Piton de la Fournaise. *J. Geophys. Res.*, 110 :B03206, 2005. doi :10.1029/2004JB003268.
- Fukushima, Y., Cayol, V., Durand, P., et Massonnet, D. Evolution of magma conduits during the 1998–2000 eruptions of Piton de la Fournaise volcano, Réunion Island. *J. Geophys. Res.*, 115(B10) :B10204–, 2010. doi :10.1029/2009JB007023.
- Gabriel, A.K., Goldstein, R.M., et Zebker, H.A. Mapping small elevation changes over large areas : differential radar interferometry. *J. Geophys. Res.*, 94 :9183–9191, 1989.
- Gailler, L.S., Lénat J.-F., Lambert, M., Levieux, G., Villeneuve, N., et Froger, J.L. Gravity structure of Piton de la Fournaise volcano and inferred mass transfer during the 2007 crisis. *J. Volc. Geothermal Res.*, 184 :31–48, 2009. doi :10.1016/j.jvolgeores.2009.01.024.
- Gillot, P.Y. et Nativel, P. Eruptive history of the Piton de la Fournaise volcano, Reunion Island, Indian Ocean. *J. Volc. Geothermal Res.*, 36 :53–65, 1989.
- Gouhier, M. et Coppola, D. Satellite-based evidence for a large hydrothermal system at Piton de la Fournaise volcano (Reunion Island). *Geophys. Res. Lett.*, 38(2) :L02302, 2011. doi :10.1029/2010GL046183.
- Gudmundsson, A. How local stresses control magma-chamber ruptures, dyke injections, and eruptions in composite volcanoes. *Earth-Science Reviews*, 79(1-2) :1 – 31, 2006. doi : 10.1016/j.earscirev.2006.06.006.

- Gudmundsson, A. et Brenner, S.L. How mechanical layering affects local stresses, unrests, and eruptions of volcanoes. *Geophys. Res. Lett.*, 31(16) :L16606–, 2004. doi :10.1029/2004GL020083.
- Guerrieri, L., Baer, G., Hamiel, Y., Amit, R., Blumetti, A.M., Comerchi, V., Di Manna, P., Michetti, A.M., Salamon, A., Mushkin, A., Sileo, G., et Vittori, E. InSAR data as a field guide for mapping minor earthquake surface ruptures : Ground displacements along the Paganica Fault during the 6 April 2009 L'Aquila earthquake. *J. Geophys. Res.*, 115(B12) :B12331–, 2010. doi :10.1029/2010JB007579.
- Hanssen, R.F. *Radar Interferometry – Data Interpretation and Error Analysis*. Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, The Netherlands, 2001.
- Hao, K.X., Hongjun Si, Hiroyuki Fujiwara, et Taku Ozawa. Coseismic surface-ruptures and crustal deformations of the 2008 Wenchuan earthquake Mw7.9, China. *Geophys. Res. Lett.*, 36(11) :L11303, 2009. doi :10.1029/2009GL037971.
- Hirn, A., Lépine, J.C., Sapin, M., Laigle, M., Nicolich, R., Gallart, J., Lankar, V., Nercessian, A., Voogd, B., Charvi, P., Veinante, J.L., et Verhille, J. Structure interne du Piton de la Fournaise et de l'Etna d'après la tomographie sismique. Rapport technique, CNFGG, 1998.
- Hooper, A., Zebker, H., Segall, P., et Kampes, B. A new method for measuring deformation on volcanoes and other natural terrains using InSAR persistent scatterers. *Geophys. Res. Lett.*, 31 :L23611, 2004. doi :10.1029/2004GL021737.
- Join, J.L., Folio, J., et Robineau, B. Aquifers and groundwater within active shield volcanoes. Evolution of conceptual models in the Piton de la Fournaise volcano. *J. Volc. Geothermal Res.*, 147(1-2) :187 – 201, 2005. doi :10.1016/j.jvolgeores.2005.03.013.
- Jónsson, S., Zebker, H., Cervelli, P., Segall, P., Garbeil, H., Mougini Mark, P., et Rowland, S. A shallow-dipping dike fed the 1995 flank eruption at Fernandina Volcano, Galápagos, observed by satellite radar interferometry. *Geophys. Res. Lett.*, 26(8) :1077–1080, 1999. doi :10.1029/1999GL900108.
- Jónsson, S., Zebker, H., Segall, P., et Amelung, F. Fault Slip Distribution of the 1999 Mw 7.1 Hector Mine, California, Earthquake, Estimated from Satellite Radar and GPS Measurements. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 92(4) :1377–1389, 2002. doi :10.1785/0120000922.
- Kelfoun, K., Giachetti, T., et Labazuy, P. Landslide-generated tsunamis at Réunion Island. *J. Geophys. Res.*, 115(F4) :F04012–, 2010. doi :10.1029/2009JF001381.



- Kieffer, G. Grands traits morphologiques de l'île de La Réunion (Océan Indien). Dans J.F. Lénat, rédacteur, *Le volcanisme de la Réunion, Monographie*, pages 75–114. Centre de Recherches Volcanologiques, Clermont-Ferrand, 1990.
- Labazuy, P. Recurrent landslides events on the submarine flank of Piton de la Fournaise volcano (Reunion Island). Dans W.J. McGuire, A.P. Jones, et J. Neuberg, rédacteurs, *Volcano Instability on the Earth and Other Planets*, 110, pages 295–306. Geological Society Special Publication, 1996.
- Lawson, C.L. et Hanson, R.J. *Solving least squares problems*. Prentice-Hall (Englewood Cliffs, N.J), 1974.
- Lénat, J.F. et Bachèlery, P. Dynamic of magma transfer at Piton de la Fournaise volcano (Réunion Island, Indian Ocean). Dans *Earth Evolution Sciences, Special Issue "Modeling of Volcanic Processes"*, pages 57–72. Chi-Yu et Scarpa (Eds.), Friedr. Vieweg and Sohn, Braunschweig/Wiesbaden., 1987.
- Lénat, J.F. et Bachèlery, P. Structure et fonctionnement de la zone centrale du Piton de la Fournaise. Dans J.F. Lénat, rédacteur, *Le volcanisme de la Réunion, Monographie*, pages 257–296. Centre de Recherches Volcanologiques, Clermont-Ferrand, 1990.
- Lénat, J.F., Bachèlery, P., et Peltier, A. The interplay between collapse structures, hydrothermal systems, and magma intrusions : the case of the central area of Piton de la Fournaise volcano. *Bull. Volcanol.*, – :1–15, 2011. doi :10.1007/s00445-011-0535-3.
- Lénat, J.F., Fitterman, D., Jackson, D.B., et Labazuy, P. Geoelectrical structure of the central zone of Piton de la Fournaise volcano (Réunion). *Bull. Volcanol.*, 62 :75–89, 1999. doi :10.1007/s004459900058.
- Lénat, J.F., Malengreau, B.G., et Galdéano, A. A New model for the evolution of the volcanic island of Réunion (Indian Ocean). *J. Geophys. Res.*, 106 :8645–8663, 2001.
- Lénat, J.F., Vincent, P., et Bachèlery, P. The off-shore continuation of an active basaltic volcano : Piton de la Fournaise (Réunion Island, Indian Ocean) ; structural and geomorphological interpretation from sea beam mapping. *J. Volc. Geothermal Res.*, 36 :1 – 9, 11, 13, 15, 17, 19, 21, 23, 25–36, 1989. doi :0.1016/0377-0273(89)90003-6.
- Lévy, É. *Dictionnaire de physique*. PUF, 1988.
- Lu, Z., Mann, D., Freymueller, J., et Meyer, D. Synthetic aperture radar interferometry of Okmok volcano, Alaska : Radar observations. *J. Geophys. Res.*, 105(B5) :10791–10806, 2000a. doi :10.1029/2000JB900034.

- Lu, Z., Masterlark, T., Dzurisin, D., Rykhus, R., et Wicks, C. Magma supply dynamics at Westdahl volcano, Alaska, modeled from satellite radar interferometry. *J. Geophys. Res.*, 108(B7) :2354–, 2003. doi :10.1029/2002JB002311.
- Lu, Z., Masterlark, T., Power, J., Dzurisin, D., et Wicks, C. Subsidence at Kiska Volcano, Western Aleutians, detected by satellite radar interferometry. *Geophys. Res. Lett.*, 29 :1855, 2002. doi :10.1029/2002GL014948.
- Lu, Z., Wicks, C., Dzurisin, D., Thatcher, W., Freymueller, J., McNutt, S., et Mann, D. Aseismic inflation of Westdahl Volcano, Alaska, revealed by satellite radar interferometry. *Geophys. Res. Lett.*, 27(11) :1567–1570, 2000b. doi :10.1029/1999GL011283.
- Lu, Z., Wicks, C., Power, J., et Dzurisin, D. Ground deformation associated with the March 1996 earthquake swarm at Akutan volcano, Alaska, revealed by satellite radar interferometry. *J. Geophys. Res.*, 105(B9) :21483–21495, 2000c. doi :10.1029/2000JB900200.
- Lundgren, P., Usai, S., Sansosti, E., Lanari, R., Tesauro, M., Fornaro, G., et Berardino, P. Modeling surface deformation observed with synthetic aperture radar interferometry at Campi Flegrei caldera. *J. Geophys. Res.*, 106(B9) :19355–19366, 2001. doi :10.1029/2001JB000194.
- Malengreau, B., Lénat, J.F., et Bonneville, A. Cartographie et surveillance temporelle des anomalies de polarisation spontanée (PS) sur le Piton de la Fournaise. *Bull. Soc. Geol. France*, 165(3) :221–232, 1994.
- Malengreau, B., Lénat, J.F., et Froger, J.L. Structure of Reunion Island (Indian Ocean) inferred from the interpretation of gravity anomalies. *J. Volc. Geothermal Res.*, 88 :131–146, 1999.
- Manconi, A., Walter, T.R., et Amelung, F. Effects of mechanical layering on volcano deformation. *Geoph. Jour. Int.*, 170(2) :952–958, 2007. doi :10.1111/j.1365-246X.2007.03449.x.
- Massin, F. Transferts et Stockages Magmatiques au Piton de la Fournaise. Approche Sismologique et Structurale. Thèse de doctorat, Université de la Reunion, St Denis, France., 2009.
- Massin, F., Ferrazzini, V., Bachèlery, P., Nercissian, A., Z. Duputel, et Staudacher, T. Structures and evolution of the plumbing system of Piton de la Fournaise volcano inferred from clustering of 2007 eruptive cycle seismicity. *J. Volc. Geothermal Res.*, 202(1-2) :96 – 106, 2011. doi :10.1016/j.jvolgeores.2011.01.008.
- Massonnet, D. Etude de principe d’une détection de mouvements tectoniques par radar. Dans *Int. Memo.*, tome 326. Centre National d’Etudes Spatiales, Toulouse, France, 1985.

- Massonnet, D. et Feigl, K. Radar Interferometry and Its Application to Changes in the Earth's Surface. *Reviews of Geophysics*, 36(4) :441–500, 1998. doi :10.1029/97RG03139.
- Massonnet, D. et Rabaute, T. Radar interferometry : limits and potential. *IEEE Trans. Geosci. Rem. Sens.*, 31 :455–464, 1993.
- Masterlark, T. et Lu, Z. Transient volcano deformation sources imaged with interferometric synthetic aperture radar : Application to Seguam Island, Alaska. *J. Geophys. Res.*, 109 :B01401, 2004. doi :10.1029/2003JB002568.
- Matthews, M. et Segall, P. Estimation of Depth-Dependent Fault Slip From Measured Surface Deformation With Application to the 1906 San Francisco Earthquake. *J. Geophys. Res.*, 98(B7) :12153–12163, 1993. doi :10.1029/93JB00440.
- McTigue, D.F. Elastic Stress and Deformation Near a Finite Spherical Magma Body : Resolution of the Point Source Paradox. *J. Geophys. Res.*, 92(B12) :12931–12940, 1987. doi :10.1029/JB092iB12p12931.
- Merle, O. et Borgia, A. Scaled experiments of volcanic spreading. *J. Geophys. Res.*, 101(B6) :13805–13817, 1996. doi :10.1029/95JB03736.
- Merle, O. et Lénat, J.F. Hybrid collapse mechanism at Piton de la Fournaise volcano, Réunion Island, Indian Ocean. *J. Geophys. Res.*, 108(B3) :2166, 2003. doi :10.1029/2002JB002014.
- Michel, R., Avouac, J.P., et Taboury, J. Measuring ground displacements from SAR amplitude images : application to the Landers earthquake. *Geophys. Res. Lett.*, 26 :875–878, 1999.
- Michon, L., Cayol, V., Letourneur L., Peltier, A., Villeneuve, N., et Staudacher, T. Edifice growth, deformation and rift zone development in basaltic setting : Insights from Piton de la Fournaise shield volcano (Réunion Island). *J. Volc. Geothermal Res.*, 184 :14–30, 2009. doi :10.1016/j.jvolgeores.2008.11.002.
- Michon, L., Massin, F., Famin, V., Ferrazzini, V., et Roult, G. Basaltic calderas : Collapse dynamics, edifice deformation, and variations of magma withdrawal. *J. Geophys. Res.*, 116(B3) :B03209–, 2011. doi :10.1029/2010JB007636.
- Michon, L. et Saint Ange, F. Morphology of Piton de la Fournaise basaltic shield volcano (La Réunion Island) : Characterization and implication in the volcano evolution. *J. Geophys. Res.*, 113 :B03203, 2008. doi :10.1029/2005JB004118.

- Michon, L., Staudacher, T., Ferrazzini, V., Bachèlery, P., et Marti, J. April 2007 collapse of Piton de la Fournaise : A new example of caldera formation. *Geophys. Res. Lett.*, 34 :L21301, 2007. doi :10.1029/2007GL031248.
- Mogi, K. Relation between the Eruptions of Various Volcanoes and the Deformation of the Ground Surface around them. *Bulletin of the Earthquake Research Institute*, 36 :99–134, 1958.
- Mossop, A. et Segall, P. Volume strain within The Geysers geothermal field. *J. Geophys. Res.*, 104(B12) :29113–29131, 1999. doi :10.1029/1999JB900284.
- Nercessian, A., Hirn, A., Lépine, J.C., et Sapin, M. Internal structure of Piton de la Fournaise volcano from seismic wave propagation and earthquake distribution. *J. Volc. Geothermal Res.*, 70(3-4) :123 – 143, 1996. doi :10.1016/0377-0273(95)00042-9.
- Oehler, J.F., Labazuy, P., et Lénat, J.F. Recurrence of major flank landslides during the last 2-Ma-history of Reunion Island. *Bull. Volcanol.*, 66 :585–598, 2004.
- Oehler, J.F., Lénat, J.F., et Labazuy, P. Growth and collapse of the Reunion Island volcanoes. *Bull. Volcanol.*, 70(6) :717–742, 2007. doi :10.1007/s00445-007-0163-0.
- Okada, Y. Internal deformation due to shear and tensile faults in a half-space. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 82(2) :1018–1040, 1992.
- Okuyama, S. Ground deformation associated with the Apr. 2007 eruption of Piton de la Fournaise detected by PALSAR interferometry. Dans *InSAR workshop 2007, Japan*. 2008.
- OVPF. Communiqué pré éruptif du 11 mai 2007. 2007.
- Peltier, A. Suivi, modélisation et évolution des processus d’injections magmatiques au Piton de la Fournaise (Réunion). Thèse de doctorat, Université de La Réunion, 2007.
- Peltier, A., Bachèlery, P., et Staudacher, T. Magma transport and storage at Piton de La Fournaise (La Réunion) between 1972 and 2007 : A review of geophysical and geochemical data. *J. Volc. Geothermal Res.*, 184 :93–108, 2009a. doi :10.1016/j.jvolgeores.2008.12.008.
- Peltier, A., Bianchi, M., Kaminski, E., Komorowski, J.C., Rucci, A., et Staudacher, T. PSInSAR as a new tool to monitor pre-eruptive volcano ground deformation : Validation using GPS measurements on Piton de la Fournaise. *Geophys. Res. Lett.*, 37(12) :L12301–, 2010. doi :10.1029/2010GL043846.
- Peltier, A., Famin, V., Bachèlery, P., Cayol, V., Fukushima, Y., et Staudacher, T. Cyclic magma storages and transfers at Piton de La Fournaise volcano (La Réunion hotspot)

- inferred from deformation and geochemical data. *Earth. Plan. Sci. Lett.*, 270 :180–188, 2007. doi :10.1016/j.epsl.2008.02.042.
- Peltier, A., Ferrazzini, V., Staudacher, T., et Bachèlery, P. Imaging the dynamics of dyke propagation prior to the 2000-2003 flank eruptions at Piton de La Fournaise, Reunion Island. *Geophys. Res. Lett.*, 32 :L22302, 2005. doi :10.1029/2005GL023720.
- Peltier, A., Staudacher, T., Bachèlery, P., et Cayol, V. Formation of the April 2007 caldera collapse at Piton de La Fournaise volcano : Insights from GPS data. *J. Volc. Geothermal Res.*, 184 :152–163, 2009b. doi :10.1016/j.jvolgeores.2008.09.009.
- Pouget, J.P., Boy, N., Benichou, R., Bénichou, P., et Demengel, G. *Probabilités, Statistique inferentielle. Outils pour l'ingénieur*. 2-7298-4720-0. Ellipses Marketing, 1997.
- Pritchard, M.E. et Simons, M. A satellite geodetic survey of large-scale deformation of volcanic centres in the central Andes. *Nature*, 418(6894) :167–171, 2002. doi :10.1038/nature00872.
- Prôno, E., Battaglia, J., Monteiller, V., Got, J.L., et Ferrazzini, V. P-wave velocity structure of Piton de la Fournaise volcano deduced from seismic data recorded between 1996 and 1999. *J. Volc. Geothermal Res.*, 184 :49–62, 2009. doi :10.1016/j.jvolgeores.2008.12.009.
- Rizzo, F. An integral equation approach to boundary value problems of classical elastostatics. *Quart. Appl. Math.* 25, 25 :83–95, 1967.
- Roche, O., Druitt, T.H., et Merle, O. Experimental study of caldera formation. *J. Geophys. Res.*, 105(B1) :395–416, 2000. doi :10.1029/1999JB900298.
- Roche, O., van Wyk de Vries, B., et Druitt, T.H. Sub-surface structures and collapse mechanisms of summit pit craters. *J. Volc. Geothermal Res.*, 105(1-2) :1–18, 2001. doi : 10.1016/S0377-0273(00)00248-1.
- Saint-Ange, F. La sédimentation volcanoclastique en contexte de point chaud (Île de la Réunion, Océan Indien. Thèse de doctorat, Université de la Réunion, Saint Denis, 2009.
- Sambridge, M. Geophysical inversion with a neighbourhood algorithm - I. Searching a parameter space. *Geoph. Jour. Int.*, 138 :479–494, 1999a. doi :10.1046/j.1365-246X.1999.00876.x.
- Sambridge, M. Geophysical inversion with a neighbourhood algorithm - II. Appraising the ensemble. *Geoph. Jour. Int.*, 138 :727–746, 1999b. doi :10.1046/j.1365-246x.1999.00900.x.
- Saracco, G., Labazuy, P., et Moreau, F. Localization of self-potential sources in volcano-electric effect with complex continuous wavelet transform and electrical tomography

- methods for an active volcano. *Geophys. Res. Lett.*, 31 :L12610, 2004. doi :10.1029/2004GL019554.
- Sigmundsson, F., Vadon, H., et Massonnet, D. Readjustment of the Krafla Spreading Segment to crustal rifting measured by satellite radar interferometry. *Geophys. Res. Lett.*, 24(15) :1843–1846, 1997. doi :10.1029/97GL01934.
- Staudacher, T. Field observations of the 2008 summit eruption at Piton de la Fournaise (île de La Réunion) and implications for the 2007 Dolomieu collapse. *J. Volc. Geothermal Res.*, 191(1-2) :60 – 68, 2010. doi :10.1016/j.jvolgeores.2010.01.012.
- Staudacher, T. et Allègre, C.J. Ages of the second caldera of Piton de la Fournaise volcano (Réunion) determined by cosmic ray produced  $^3\text{He}$  and  $^{21}\text{Ne}$ . *Earth. Plan. Sci. Lett.*, 119(3) :395 – 404, 1993. doi :10.1016/0012-821X(93)90147-2.
- Staudacher, T., Ferrazzini, V., Peltier, A., Kowalski, P., Boissier, P., Catherine, P., Lauret, F., et Massin, F. The April 2007 eruption and the Dolomieu crater collapse, two major events at Piton de la Fournaise (La Réunion Island, Indian Ocean). *J. Volc. Geothermal Res.*, 184 :126–137, 2009. doi :10.1016/j.jvolgeores.2008.11.005.
- Strang, G. *Introduction to Applied Mathematics*. Wellesley-Cambridge Press, 1986.
- Strang, G. et Borre, K. *Linear algebra, geodesy, and GPS*. Wellesley-Cambridge Press, 1997.
- Taquet, N. Cartographie de polarisation spontanée de l’ensemble du cône du Piton de la Fournaise et mise en place d’une stratégie de réitération des mesures en vue du monitoring de l’activité hydrothermale. Mémoire de master, Université Blaise Pascal Clermont Ferrand Université de la Réunion, 2008.
- Tarantola, A. *Inverse Problem Theory : Methods for data fitting and model parameter estimation*. Elsevier, New York, 1987.
- Tarantola, A. *Inverse Problem theory and methods for model parameter estimation*. Society for Industrial and Applied Mathematics, Philadelphia, 2005.
- Tinard, P. Caractérisation et modélisation des déplacements du sol associés à l’activité volcanique du Piton de la Fournaise, île de La Réunion, à partir de données interférométriques. Août 2003 à Avril 2007. Thèse de doctorat, Université Blaise Pascal, 2007.
- Toutain, J.-P. and Bachelery, P., Blum, P.A., Cheminee, J.L., Delorme, H., Fontaine, L., Kowalski, P., et Taochy, P. Real time monitoring of vertical ground deformations during eruptions at Piton de la Fournaise. *Geophys. Res. Lett.*, 19(6) :553–556, 1992. doi : 10.1029/91GL00438.

- Trasatti, E., Giunchi, C., et Bonafede, M. Structural and rheological constraints on source depth and overpressure estimates at the Campi Flegrei caldera, Italy. *J. Volc. Geothermal Res.*, 144(1-4) :105 – 118, 2005. doi :10.1016/j.jvolgeores.2004.11.019. The Tectonics and Physics of Volcanoes.
- Tulet, P. et Villeneuve, N. Large scale modeling of the transport, the chemical transformation and the mass budget of the sulfur emitted during the eruption of April 2007 by the Piton de la Fournaise. *Atmospheric Chemistry and Physics Discussions*, 10(9) :21357–21389, 2010. doi :10.5194/acpd-10-21357-2010.
- Urai, M., Geshi, N., et Staudacher, T. Size and volume evaluation of the caldera collapse on Piton de la Fournaise volcano during the April 2007 eruption using ASTER stereo imagery. *Geophys. Res. Lett.*, 34 :L22318, 2007. doi :10.1029/2007GL031551.
- Vasco, D.W., Wicks, C., Karasaki, K., et Marques, O. Geodetic imaging : reservoir monitoring using satellite interferometry. *Geoph. Jour. Int.*, 149 :555–571, 2002. doi : 10.1046/j.1365-246X.2002.01569.x.
- Vlastélic, I., Peltier, A., et Staudacher, T. Short-term (1998 - 2006) fluctuations of Pb isotopes at Piton de la Fournaise volcano (Réunion Island) : Origins and constraints on the size and shape of the magma reservoir. *Chemical Geology*, 244 :202–220, 2007. doi : 10.1016/j.chemgeo.2007.06.015.
- Wahba, G. et Wang, Y. When is the optimal regularization parameter insensitive to the choice of the loss function? *Communications in Statistics - Theory and Methods*, 19(5) :1685–1700, 1990. doi :10.1080/03610929008830285.
- Williams, C.A. et Wadge, G. The effects of topography on magma chamber deformation models : Application to Mt. Etna and radar interferometry. *Geophys. Res. Lett.*, 25(10) :1549–1552, 1998. doi :10.1029/98GL01136.
- Williams, C.A. et Wadge, G. An accurate and efficient method for including the effects of topography in three-dimensional elastic models of ground deformation with applications to radar interferometry. *J. Geophys. Res.*, 105(B4) :8103–8120, 2000. doi : 10.1029/1999JB900307.
- Wright, T.J., Parsons, B., et Lu, Z. Toward mapping surface deformation in three dimensions using InSAR. *Geophys. Res. Lett.*, 31(1) :L01607, 2004. doi :10.1029/2003GL018827.
- Yamakawa, N. On the strain produced on semi-infinite elastic solid by an interior source of stress. *J. Seism. Soc. Japan*, 8 :84–98, 1955.

- Yang, X., Davis, P.M., et Dieterich, J.H. Deformation from inflation of a dipping finite prolate spheroid in an elastic half-space as a model for volcanic stressing. *J. Geophys. Res.*, 93 :4249–4257, 1988.
- Zebker, H., Amelung, F., et Jónsson, S. Remote Sensing of Volcano Surface and Internal Processes using radar interferometry. Dans P. Mousinis Mark, J. Crisp, et J. Fink, rédacteurs, *AGU Geophysical Monograph 116, Remote Sensing of Active Volcanoes*, pages 179–205. American Geophysical Union, 2000.







---

## Résumé

L'éruption d'avril 2007 du Piton de la Fournaise (Île de la Réunion, Océan Indien) a été marquée par les plus gros volumes de lave émis de ces deux derniers siècles, ainsi que par l'effondrement du cratère sommital (le Dolomieu) sur plus de 300 mètres de haut. Des données d'interférométrie radar (InSAR) montrent que les déplacements associés à cette éruption sont inhabituels pour deux raisons : (1) ils ont affecté l'ensemble de l'enclos Fouqué durant l'éruption, (2) deux motifs de déformation ont persisté plus d'un an après la fin de l'éruption. Le premier résulte d'une subsidence centripète du cône central et le second d'un glissement vers l'est du flanc est du volcan. Une méthode, appelée tomographie de déplacements, a été développée pour modéliser les déplacements, basée sur une discrétisation du sous-sol en sources unitaires, et sur la minimisation de deux fonctions coût. Elle permet de trouver une répartition compacte des variations de volume des sources unitaires permettant de reproduire au mieux les déplacements observés. En parallèle, la procédure NA-MBEM, une méthode de modélisation basée sur la combinaison d'un modèle numérique (MBEM) et d'une inversion de type Monte Carlo (NA), a été modifiée pour diminuer le temps de calcul nécessaire à l'obtention d'un bon modèle, et nous montrons que l'utilisation de données temporellement interpolées permet d'améliorer les résultats d'inversion. L'application des deux méthodes de modélisation aux données de déplacements de l'éruption d'avril 2007, montre que durant la période post-éruptive, la subsidence du cône central est provoquée par une source localisée de manière superficielle sous le cône central. Cette source est interprétée comme un système hydrothermal en déflation, dont le drainage aurait été amorcé par l'effondrement du Dolomieu. Les déplacements du flanc est seraient dus à deux sources différentes, toutes les deux superficielles et parallèles à la topographie. L'une est interprétée comme un réservoir temporaire en cours de vidange durant la fin de l'éruption, et l'autre comme un niveau de glissement sur lequel glisserait le flanc est. Enfin, nous proposons un modèle préliminaire des déplacements ayant eu lieu durant l'éruption, ainsi qu'un scénario de la succession de tous les événements à l'origine des déformations enregistrées entre le 30 mars 2007 et juin 2008.

---

## Abstract

### **The April 2007 eruption of the Piton de la Fournaise (Réunion Island), study from radar interferometry and GPS data, development and application of modelling procedures**

The April 2007 eruption of Piton de la Fournaise (Réunion Island, Indian Ocean) was characterised by the largest lava emission in the past two centuries, and by a 300 m deep caldera collapse at the summit craters (the Dolomieu). Synthetic aperture radar interferometry (InSAR) data show complex displacements associated with this eruption, which are unusual for two reasons : (i) the whole Enclos Fouqué was affected during the eruption, (ii) two deformation patterns persist more than one year after the end of the eruption. The first signal results from subsidence of the summit area, and the second from a sliding of the volcano's eastern flank towards the East. A method, called displacement tomography, was developed to model these displacements. It is based on discretization of the volcano's interior into unitary sources, and on a minimisation of two cost functions to find a compact repartition of the volumetric variations of these sources, which best reproduce the observed displacements. On the other hand, the NA-MBEM procedure (a modelling procedure based on a combination of a fully 3D boundary element method and a Monte Carlo inversion procedure), was improved to reduce the necessary computational time to obtain satisfying results. Furthermore, we show that temporal interpolation of the data improves the inversion results. The application of both modelling methods on the April 2007 displacement data, shows that during the post-eruptive period, the subsidence of the central cone is caused by a shallow source, located under the cone. This source is interpreted as a deflating hydrothermal system, whose drainage could have begun during the Dolomieu collapse. The eastern flank displacements could be the consequence of two sources, both shallow and parallel to the topography. The first one is interpreted as a temporary magma chamber, which is emptying during the end of the eruption. The second one is interpreted as a layer on which the eastern flank was sliding. Finally, we propose a preliminary model of the displacements that occurred during the eruption, and a scenario of the successive events causing the displacements recorded between March 30, 2007, and June 2008.

---

**Discipline :** Sciences de la Terre - Volcanologie

---

**Mots-clés :** InSAR, Modélisation numérique, Déformation, Transfert de magma, Piton de la Fournaise

**Keywords :** InSAR, Numerical modeling, Deformation, Magma transfer, Piton de la Fournaise

---

**UMR 6524 Laboratoire Magmas et Volcans, Université Blaise Pascal Clermont II**  
**5 rue Kessler, 63038 Clermont-Ferrand, France.**