



**HAL**  
open science

# Études expérimentales de dispositifs intégrés à base de micro-résonateurs à mode de galerie en verres actifs

Alphonse Rasoloniaina

► **To cite this version:**

Alphonse Rasoloniaina. Études expérimentales de dispositifs intégrés à base de micro-résonateurs à mode de galerie en verres actifs. Autre [cond-mat.other]. Université de Rennes, 2014. Français. NNT : 2014REN1S014 . tel-01009345v2

**HAL Id: tel-01009345**

**<https://theses.hal.science/tel-01009345v2>**

Submitted on 28 Aug 2014

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



THÈSE / UNIVERSITÉ DE RENNES 1  
*sous le sceau de l'Université Européenne de Bretagne*

pour le grade de  
DOCTEUR DE L'UNIVERSITÉ DE RENNES 1

*Mention : PHYSIQUE*

École doctorale : Science De La Matière

présentée par

**Alphonse Rasoloniaina**

préparée à l'unité de recherche FOTON CNRS UMR 6082  
Équipe SYSTÈME PHOTONIQUES/LASERS ET TÉLÉCOMS  
U.F.R S.D.L.M

---

Études expérimentales  
de dispositifs intégrés à  
base de microrésonateurs  
à modes de galerie en  
verres actifs

Thèse soutenue à Lannion  
le 14/02/2014

devant le jury composé de :

**Marc BRUNEL**

Professeur, Université de Rennes 1 / président

**Daniel BLOCH**

Directeur de recherche CNRS, Université Paris 13  
Nord / rapporteur

**Olivier LLOPIS**

Directeur de recherche CNRS, Université de Tou-  
louse III - Paul Sabatier / rapporteur

**Maurizio FERRARI**

Directeur de recherche CNR, IFN / examinateur

**Patrice FÉRON**

Professeur, Université de Rennes 1 / directeur de  
thèse

**Yannick DUMEIGE**

Maître de Conférences HDR, Université de Rennes 1  
/ co-directeur de thèse



# Remerciements

Les travaux de thèse présentés dans ce manuscrit ont été réalisés au sein du laboratoire FOTON à Lannion dans le groupe "Lasers & Télécoms".

Mes premiers remerciements vont à Patrice FÉRON et Yannick DUMEIGE, respectivement mes directeur et co-directeur de thèse. Je tiens à vous exprimer toute ma gratitude pour votre rigueur et simplicité et pour avoir toujours été là afin de me permettre de réaliser ce travail de thèse dans les meilleures conditions. À Patrice, je te remercie de m'avoir enseigné toutes ces choses éminemment intéressantes et à Yannick pour ces remarques très éclairées.

Je remercie l'ancien directeur du laboratoire Jean-Claude SIMON et son successeur Pascal BESNARD de m'y avoir accueilli.

Je tiens à remercier sincèrement Daniel BLOCH et Olivier LLOPIS d'avoir accepté d'être les rapporteurs de ce travail de thèse. Je remercie aussi vivement Marc BRUNEL d'avoir présidé le jury ainsi que Maurizio FERRARI d'être venu d'Italie pour juger mon travail de thèse et avec qui j'ai eu plaisir à discuter.

Je tiens particulièrement à remercier mes collègues du bâtiment E que j'ai côtoyé quotidiennement durant ma thèse. Merci à Ngân Thi Kim NGUYEN pour ses petits gâteaux et thés venus d'ailleurs, Élodie LE CREN avec qui j'ai travaillé et beaucoup appris, à Schadrac FRESNEL de nous avoir ramené le soleil de son pays. Merci à Pierre GUILLEMÉ que j'ai côtoyé en fin de thèse et qui a su me motiver encore un peu plus. Un grand merci aussi à toi Zhenhyu HAO pour les bons petits plats chinois que tu nous concoctais avec ta femme. Enfin, une mention spéciale pour mes trois amis du bureau 163 E qui sont Yohann LÉGUILLON (*t'es mon ami!*), Kenny HEY TOW (*Come on Gerrard!*) et Vincent HUET (*mon Vivi!*) avec qui j'ai partagé de très grands moments, notamment les petites balades à pieds, à vélos ou en voitures. Merci à vous d'avoir toujours été là pendant les moments difficiles et d'avoir égayé le

bâtiment E.

Je tiens aussi à remercier tout le personnel de l'ENSSAT et du laboratoire FOTON avec qui j'ai eu l'honneur de travailler, particulièrement Christelle PAREIGE pour sa bonne humeur quotidienne et Monique THUAL pour sa disponibilité ainsi que Thierry CHARTIER et Stéphane BALAC. Merci aussi à Kevin LENGLE, François FAIJAN, Fausto GOMEZ, Mervin OBEEGADOO, Sylvain FÈVE, Aurélie LLORET et les doctorants pour leurs conseils et les discussions qu'on a eu.

Une pensée également pour le personnel administratif : Réjane, Danielle, Carole, Nelly, Marie-Claire, Angélique, Françoise, Christian et Gwenola. Un grand merci aussi au personnel du service technique de l'ENSSAT qui a toujours su répondre présent pour résoudre mes problèmes. Je pense notamment à Christophe, Stéphane, Erwan, Henry, Serge et Jean Michel. Une mention spéciale pour Sandrine MARTIN qui nous remonte le moral tous les midis avec sa bonne humeur.

Un remerciement aussi pour les organismes sans qui cette thèse n'aurait pas eu lieu. Je remercie pour cela la Direction de l'Enseignement Supérieur, de l'Innovation et de la Recherche de la Région Bretagne via le dispositif ARED (ARED n° 6355 / ORA) ainsi que le projet ANR intitulé ANR 2010 BLAN 0312 ORA (Optical Resonators and Applications) et le projet CNES Action R&T R-S10/LN-0001-004 / DA : 10076201 "Sources HYperfréquences à très haute pureté spectrale à base de mini-Résonateurs Optiques : Phase de démonstration de la performance" SHYRO.

Finalement, pour leur soutien permanent, je tiens à remercier ma famille et mes amis.

# Table des matières

<b>Table des matières</b>	<b>5</b>
<b>Sigles, symboles et acronymes</b>	<b>19</b>
<b>Introduction</b>	<b>21</b>
<b>1 Introduction aux résonateurs optiques à modes de galerie</b>	<b>27</b>
1.1 Description des résonateurs optiques à modes de galerie . . . . .	28
1.1.1 Positions approximatives des résonances . . . . .	31
1.1.2 Facteur de qualité d'un résonateur à modes de galerie . . . . .	36
1.1.3 Finesse . . . . .	40
1.2 Fabrication des microsphères . . . . .	41
1.2.1 Choix du procédé de fabrication . . . . .	41
1.2.1.1 Fusion par arc électrique . . . . .	41
1.2.1.2 Fusion par torche plasma . . . . .	42
1.2.2 Système de couplage . . . . .	43
<b>2 Caractérisation d'un résonateur optique</b>	<b>47</b>
2.1 Caractérisation d'une résonance de haut facteur de qualité . . . . .	48
2.1.1 Évolution temporelle de l'amplitude du champ . . . . .	48
2.1.2 Le signal de sortie $s_{out}(t)$ . . . . .	51
2.1.3 Réponse stationnaire . . . . .	53
2.1.3.1 La transmission . . . . .	53
2.1.3.2 Le régime de couplage . . . . .	54
2.1.4 Propriétés dispersives des résonateurs à modes de galerie . . . . .	57
2.1.5 Méthode de caractérisation d'un résonateur . . . . .	59
2.1.5.1 Profil de transmission en régime dynamique . . . . .	62
2.1.5.2 Discrimination de $\tau_e$ et $\tau_0$ . . . . .	63
2.1.5.3 Le régime de couplage . . . . .	63

2.1.6	Dispositif expérimental de caractérisation des résonateurs . . .	64
2.1.7	Comparaison théorique et expérimentale . . . . .	66
2.1.8	Discussion sur les méthodes de caractérisation expérimentale.	66
2.2	Confrontation théorie / expérience . . . . .	68
2.2.1	Validation expérimentale et comparaison du régime stationnaire et du régime dynamique . . . . .	68
2.2.2	Influence du couplage. . . . .	71
2.2.3	Application de la méthode à la caractérisation de disques monocristallins en $\text{CaF}_2$ . . . . .	72
<b>3</b>	<b>Amplification sélective dans les microrésonateurs à modes de galerie</b>	<b>77</b>
3.1	Profil de transmission en régime d'amplification . . . . .	79
3.2	Gain dans les microrésonateurs . . . . .	80
3.3	Résonateurs à base de verres $\text{Er}^{3+}:\text{ZBLALiP}$ . . . . .	84
3.4	Facteurs de qualité dans les verres $\text{Er}^{3+}:\text{ZBLALiP}$ . . . . .	85
3.5	Dispositifs expérimentaux de caractérisation de l'amplification sélective	87
3.6	“Montage expérimental n°1” . . . . .	88
3.6.1	Système d'excitation . . . . .	88
3.6.2	Dispositif de pompage . . . . .	90
3.6.3	La chaîne de mesure . . . . .	90
3.6.4	Protocole expérimental . . . . .	91
3.6.5	Mesure de l'amplification sélective . . . . .	91
3.7	Amplification sélective dans des microsphères dopées $\text{Er}^{3+}$ à 0,3 mol %.	92
3.7.1	Influence de la vitesse de balayage . . . . .	92
3.7.2	Influence de la pompe . . . . .	94
3.7.3	Faible gain . . . . .	96
3.8	“Montage expérimental n°2” . . . . .	97
3.9	Mesure de l'amplification sélective avec des microsphères plus faiblement dopées Erbium. . . . .	99
3.9.1	Microsphère dopée Erbium à 0,1 mol % . . . . .	99
3.9.2	Microsphère dopée Erbium à 0,08 mol % . . . . .	100
3.10	Conclusion . . . . .	102
<b>4</b>	<b>Microrésonateurs de très haute finesse</b>	<b>107</b>
4.1	Rappels sur les régimes de couplage . . . . .	108
4.2	Méthodes expérimentales . . . . .	110
4.3	Résultats obtenus avec le “montage n°1” . . . . .	112
4.3.1	Étude d'un verre dopé 0,05 mol % en Erbium . . . . .	112

4.3.2	Étude d'un verre dopé 0,3 mol % en Erbium . . . . .	112
4.4	Résultats obtenus avec le "montage n°2" . . . . .	114
4.4.1	Observation des différents régimes de couplage dans un verre dopé 0,08 mol % en Erbium . . . . .	114
4.4.1.1	Régime de sous-couplage . . . . .	115
4.4.1.2	Régime de couplage quasi-critique . . . . .	116
4.4.1.3	Régime de sur-couplage . . . . .	116
4.4.1.4	Régime de quasi-transparence . . . . .	117
4.4.1.5	Conclusion . . . . .	120
4.4.2	Étude d'un verre dopé 0,1 mol % en Erbium . . . . .	121
4.4.2.1	Microsphère de 145 $\mu\text{m}$ de diamètre . . . . .	121
4.4.2.2	Microsphère de 220 $\mu\text{m}$ de diamètre . . . . .	125
4.5	Conclusion . . . . .	127
4.5.1	Bilan des résultats obtenus . . . . .	127
4.5.2	Applications potentielles . . . . .	129
<b>5</b>	<b>Couplage modal et effets non-linéaires dans les microsphères de haute finesse</b> . . . . .	<b>131</b>
5.1	Introduction . . . . .	132
5.2	Couplage modal par rétrodiffusion dans les microrésonateurs . . . . .	132
5.2.1	Description du couplage modal en régime stationnaire . . . . .	132
5.2.2	Extension au régime dynamique . . . . .	135
5.2.3	Montage expérimental . . . . .	136
5.2.4	Validation expérimentale . . . . .	137
5.2.5	Mesures avec différentes valeurs de l'écart spectral $2\delta_C$ . . . . .	140
5.2.6	Conclusion . . . . .	142
5.3	Effets non-linéaires dans des microsphères de hauts facteurs de qualité . . . . .	142
5.3.1	Description des effets non-linéaires dans un microrésonateur . . . . .	143
5.3.2	Modèle théorique . . . . .	145
5.3.2.1	Expression de la dérive en fréquence de la résonance . . . . .	145
5.3.2.2	Expression du terme d'augmentation en température . . . . .	146
5.3.2.3	Simulation sans couplage modal . . . . .	149
5.4	Validation et exploitation du modèle en régime non-linéaire . . . . .	150
5.4.1	Régime linéaire à très faible puissance de sonde . . . . .	151
5.4.2	Régime non-linéaire à $P_s=210 \mu\text{W}$ . . . . .	153
5.4.3	Régime non-linéaire à $P_s=420 \mu\text{W}$ . . . . .	155
5.4.4	Régime non-linéaire à forte puissance $P_s > 1 \text{ mW}$ . . . . .	155



5.4.5 Conclusion . . . . .	157
<b>Conclusion</b>	<b>161</b>
<b>A Publications et conférences relatives à ce travail de thèse</b>	<b>165</b>
<b>Abstract</b>	<b>179</b>
<b>Résumé</b>	<b>181</b>

# Table des figures

1	Architecture d'un OEO selon X.Yao et L. Maleki. . . . .	24
2	Illustration du principe de filtrage du signal du laser modulé par les modes d'un résonateur optique. . . . .	26
1.1	Représentation de la propagation dans l'approximation de l'optique géométrique du rayon lumineux par propagation totale interne ainsi que le moment angulaire $L$ associé au WGM avec sa projection $M$ sur l'axe polaire. . . . .	29
1.2	Représentation des potentiels effectifs et de leurs fonctions radiales associées pour $n = 1, 5, 7$ et $\ell = 300$ d'une microsphère de rayon $R = 50 \mu\text{m}$ et d'indice $N = 1,45$ . . . . .	32
1.3	a) Représentation d'un sphéroïde de type prolata caractérisé par un rayon polaire $r_p$ et le rayon équatorial $r_e$ . b) Photo d'un sphéroïde réalisée par fusion au laboratoire. . . . .	35
1.4	Figure d'une résonance de largeur spectrale à mi-hauteur $\Delta\nu$ et centrée en $\nu_0$ . Le facteur de qualité est défini comme $Q = \frac{\nu_0}{\Delta\nu}$ . . . . .	37
1.5	Etapes de fabrication d'une microsphère par fusion à l'arc électrique. a) après la fusion-étirage de l'ébauche, une étape de clivage sur une extrémité permet de choisir la quantité de matière à fondre. b) la partie clivée est fondue une ou deux fois afin d'obtenir une microsphère. . . . .	42
1.6	Différentes phases de montage d'une sphère sur son support avant manipulation. a) la première étape consiste à saisir une microsphère à l'aide d'une micropipette, b) elle est ensuite alignée puis collée sur une tige en fibre amincie, c) après polymérisation de la colle ultraviolet, nous retirons la micropipette . . . . .	43
1.7	Schémas de principe pour les différentes méthode de couplage. . . . .	44
1.8	Taper bi-conique fabriqué par fusion-étirage à l'aide d'une soudeuse de fibres optiques. La section amincie est inférieure à $2 \mu\text{m}$ sur environ $400 \mu\text{m}$ de long. . . . .	45

2.1	Schéma d'une cavité couplée à sa ligne d'accès caractérisée par son mode $u(t)$ et ses pertes intrinsèques $\tau_0$ et externes $\tau_e$ . . . . .	49
2.2	Spectre de transmission en régime stationnaire pour différentes valeurs de $\tau_0$ et $\tau_e$ . L'axe des abscisses est gradué en fonction du décalage fréquentiel normalisé $Q_e\delta/\nu_0$ . . . . .	54
2.3	Spectre de transmission en régime stationnaire pour l'amplification sélective avec différentes valeurs de $\tau_0$ par rapport à $\tau_e$ et de largeur à mi-hauteur $2\delta_{3dB}$ . . . . .	55
2.4	Identité des réponses stationnaires d'un résonateur à l'inversion des rôles de $\tau_0$ et $\tau_e$ . . . . .	56
2.5	Transmission à résonance en fonction des valeurs relatives de $\tau_e$ et $\tau_0$ . . . . .	57
2.6	Temps de groupe à résonance en fonction de différentes valeurs de $\tau_0$ à $\tau_e$ fixé. . . . .	59
2.7	Évolution de la transmission en régime critique pour différentes vitesses de balayages et pour $\tau_0$ et $\tau_e$ fixé. . . . .	61
2.8	Transmission d'un résonateur en régime de balayage rapide avec $\tilde{V}_s = 1, 2\tilde{V}_0$ où les rôles de $\tau_0$ et $\tau_e$ sont inversés. . . . .	63
2.9	Évolution de la transmission pour une vitesse de balayage $\tilde{V}_s$ fixée et pour $\tau_e$ fixé. . . . .	64
2.10	Montage expérimental de base pour la caractérisation de résonateurs à la fois pour le régime stationnaire et régime dynamique. . . . .	65
2.11	Montage expérimental de caractérisation d'un microrésonateur passif avec son dispositif d'insertion/extraction (taper). . . . .	69
2.12	Superposition du modèle théorique aux mesures expérimentales pour deux vitesses différentes et pour un régime de sous-couplage donné. . . . .	70
2.13	Transmission expérimentale d'une microsphère en silice de $140 \mu\text{m}$ de diamètre avec son ajustement théorique pour différents taux de couplages. . . . .	71
2.14	Représentation schématique du résonateur à modes de galerie en $\text{CaF}_2$ . . . . .	72
2.15	Ajustement expérimental et théorique en régime dynamique de la réponse du résonateur en $\text{CaF}_2$ . . . . .	73
2.16	Mesure CRDM d'une résonance du résonateur n° 1 dans un cas de sous-couplage. En bleu la mesure expérimentale, en rouge l'ajustement théorique. . . . .	74
2.17	Mesure de CRDM d'un résonateur en $\text{CaF}_2$ à FEMTO-ST avec ses caractéristiques. En bleu la mesure expérimentale, en rouge son ajustement théorique. . . . .	75

3.1	Rappel des deux caractéristiques du régime d'amplification sélective. . .	79
3.2	Transmission en régime d'amplification sélective pour différentes vitesses de balayages . . . . .	80
3.3	Équivalence du modèle proposé respectivement par A. Yariv et H. Haus. . . . .	81
3.4	Fonction de transfert en intensité $T(\omega) =  \mathcal{H}(\omega) ^2$ d'un résonateur pour différentes valeurs de $a$ et $\rho$ . . . . .	83
3.5	(a) niveaux d'énergie de l'ion Erbium, (b) décomposition des niveaux $^4I_{13/2}$ et $^4I_{15/2}$ en sous niveaux Stark. . . . .	85
3.6	Caractéristiques spectrales du verre $\text{Er}^{3+}:\text{ZBLALiP}$ . . . . .	87
3.7	Schéma de la microsphère active avec sa ligne d'accès. . . . .	88
3.8	Montage expérimental n°1 pour l'étude de l'amplification sélective. . . . .	89
3.9	Dispositif d'excitation du résonateur. . . . .	89
3.10	Dispositif de pompage du résonateur dopé Erbium avec un longueur d'onde de $\lambda_p = 1480$ nm. . . . .	90
3.11	Chaîne de mesure de l'amplification sélective. . . . .	91
3.12	Principe de la mesure de l'amplification sélective. . . . .	92
3.13	Transmissions expérimentales avec leurs ajustements théoriques en amplification sélective pour deux vitesses de balayages différentes. . . . .	93
3.14	Transmissions expérimentales en amplification sélective avec leurs ajustements théoriques pour différentes puissances de pompes dans une microsphère de diamètre $135 \mu\text{m}$ . La puissance de sonde est $P_s = 150$ nW, les puissances de pompes sont telles que : a) $P_p = 3,35$ mW, b) $P_p = 3,4$ mW, d) $P_p = 3,5$ mW. . . . .	95
3.15	Mesure de l'amplification sélective dans une microsphère $\text{Er}^{3+}:\text{ZBLALiP}$ en balayage rapide ayant un faible gain. . . . .	97
3.16	Schéma du microrésonateur avec ses lignes d'accès ainsi que les différents sens de propagation de la pompe et de la sonde. . . . .	98
3.17	Montage expérimental n°2 pour l'amplification sélective. . . . .	98
3.18	Mesure de l'amplification sélective dans une microsphère $\text{Er}^{3+}:\text{ZBLALiP}$ dopée à 0,1 mol % de diamètre $145 \mu\text{m}$ avec un faible gain. . . . .	99
3.19	Mesure de l'amplification sélective dans une microsphère $\text{Er}^{3+}:\text{ZBLALiP}$ dopée à 0,1 mol % de diamètre $145 \mu\text{m}$ avec un fort gain. . . . .	100
3.20	Mesure de l'amplification sélective dans une microsphère $\text{Er}^{3+}:\text{ZBLALiP}$ dopée à 0,08 mol % . . . . .	101

3.21	Transmission expérimentale avec son ajustement théorique d'un résonateur de $105 \mu\text{m}$ de diamètre sans EDFA dans la chaîne d'acquisition. Les différents temps de vie sont : $\tau_0 = -83 \text{ ns}$ , $\tau_e = 72 \text{ ns}$ , donnant un gain à résonance de $T(0) = 23 \text{ dB}$ . . . . .	103
4.1	Compensation des pertes selon Hsiao. . . . .	109
4.2	Présentation du domaine d'étude dans le cadre du régime de compensation des pertes. . . . .	110
4.3	Transmission du résonateur pour différentes vitesses de balayage en régime de transparence. . . . .	111
4.4	Compensation des pertes dans une microsphère de $115 \mu\text{m}$ de diamètre et dopée à 0,05 % molaire en Erbium. . . . .	113
4.5	Compensation des pertes dans une microsphère de $135 \mu\text{m}$ de diamètre et dopée à 0,3 % molaire en Erbium. . . . .	113
4.6	Différents régimes de coulage en régime de compensation des pertes. . . . .	115
4.7	Simulation théorique en régime stationnaire du régime de sous-couplage, critique et sur-couplage. . . . .	118
4.8	Régime de transparence obtenu dans une microsphère . . . . .	119
4.9	Propriétés dispersives du microrésonateur de $90 \mu\text{m}$ en régime de transparence . . . . .	120
4.10	Transmission $T(0)$ et retard de groupe $\tau_g(0)$ à résonance en fonction de $1/\tau_0$ . . . . .	121
4.11	Transmissions expérimentales associées à leurs ajustements théoriques en régime de compensation des pertes pour une microsphère de diamètre $145 \mu\text{m}$ . . . . .	122
4.12	Transmission expérimentale en régime critique obtenue dans une microsphère de $145 \mu\text{m}$ de diamètre. . . . .	125
4.13	Figure représentant la transmission à résonance $T(0)$ ainsi que le retard à résonance $\tau_g(0)$ en fonction $1/\tau_0$ . . . . .	126
4.14	Transmission expérimentale avec son ajustement théorique dans une microsphère de $220 \mu\text{m}$ de diamètre en régime de compensation des pertes. L'ajustement numérique nous donne les différents temps de vies $\tau_0 = 17,3 \mu\text{s}$ , $\tau_e = 17,5 \mu\text{s}$ ainsi que la vitesse de balayage $\tilde{V}_s = 0,5 \text{ MHz}/\mu\text{s}$ . . . . .	127
5.1	Schéma d'un résonateur présentant un couplage modal dû à la rétro-diffusion Rayleigh en cavité . . . . .	133

5.2	Simulations de réponses stationnaires en transmission $T(\delta)$ et en réflexion $R(\delta)$ en régime de couplage modal. . . . .	135
5.3	Simulations de la transmission $T(t)$ et de la réflexion $R(t)$ en régime de couplage modal pour différentes vitesses de balayage. . . . .	137
5.4	Montage expérimental pour l'observation du couplage modal dans un microrésonateur. . . . .	138
5.5	Signaux transmission et réflexion pour une microsphère de $145 \mu\text{m}$ de diamètre obtenus avec différentes vitesses de balayage. . . . .	139
5.6	Transmission et réflexion pour différentes valeurs de l'écart spectral $2\delta_C$ . . . . .	141
5.7	Schéma d'illustration de la dérive en fréquence d'une résonance lors du passage du laser sonde dans les deux sens. . . . .	144
5.8	Simulation de la dérive en fréquence d'une résonance lors du passage du laser sonde dans les deux sens. . . . .	149
5.9	Principe de caractérisation d'une résonance. Le laser de sonde est commandé fréquemment à l'aide d'un signal électrique de forme triangulaire permettant de décrire la résonance dans les deux sens. Sur le front montant, la fréquence du laser de sonde évolue vers de grandes valeurs. Sur le front descendant, le laser évolue vers les petites valeurs de la fréquence. Dans ce cas de figure, la vitesse de balayage nominale est de $\tilde{V}_s = 5 \text{ MHz}/\mu\text{s}$ . . . . .	151
5.10	Transmission et réflexion sans effets non-linéaires où la pompe et la sonde s'effectuent dans le même sens. . . . .	152
5.11	Transmission et réflexion sans effets non-linéaires où la pompe et la sonde sont de sens contraire. . . . .	153
5.12	Confrontation des transmissions et réflexions théoriques et expérimentales du résonateur dans les deux sens de balayage du laser de sonde autour de la résonance. La puissance de sonde mesurée à l'entrée du taper est de $P_s=210 \mu\text{W}$ . La puissance intracavité déduite théoriquement est : $P_{in} = 90 \mu\text{W}$ pour la valeur de $(\ell -  m ) = 10$ . . . . .	154
5.13	Transmissions et réflexions théoriques et expérimentales pour une puissance $P_s=420 \mu\text{W}$ à l'entrée du taper et une puissance théorique de $P_{in} = 180 \mu\text{W}$ . a) La fréquence du laser se décale dans le sens contraire du décalage de la résonance. b) La dérive en fréquence de la résonance est dans le même sens que le sens de balayage du laser. . . . .	156
5.14	Figures des transmissions et réflexions expérimentales et théoriques pour une forte puissance de sonde où le laser de sonde balaye dans le même sens que le décalage de la résonance. . . . .	157

5.15 Figures des transmissions et réflexions expérimentales et théoriques pour une forte puissance du signal dans le cas où le balayage du laser de sonde et le décalage de la résonance sont le sens opposé. . . . .	158
---	-----

# Liste des tableaux

1.1	Exemples de facteur de qualité radiatif à $\lambda = 1550$ nm pour deux microsphères d'indice $N = 1,5$ . . . . .	38
1.2	Facteur de qualité lié à l'état de surface à $\lambda = 1550$ nm pour une microsphère d'indice $N = 1,5$ et de diamètre $100 \mu\text{m}$ . . . . .	40
2.1	Agilités en fréquence nécessaires pour la mesure dynamique de facteur de qualité $Q$ ou de la largeur à mi-hauteur $\delta_{1/2}$ d'une résonance à $1550$ nm. . . . .	68
2.2	Paramètres mesurés de la microsphère en verre de silice de $140 \mu\text{m}$ de diamètre avec différents couplages. . . . .	72
2.3	Tableau récapitulatif des mesures effectuées sur le résonateur en disque de $\text{CaF}_2$ . . . . .	73
2.4	Exploitations des mesures effectuées sur le disque $\text{CaF}_2$ fabriqué au département d'optique du Laboratoire FEMTO-ST. . . . .	74
2.5	Mesure effectuée au département d'optique du Laboratoire FEMTO-ST sur un disque $\text{CaF}_2$ . . . . .	75
3.1	Caractéristiques du verre ZBLALiP dopé avec différentes concentrations en ions Erbium. . . . .	87
3.2	Caractéristiques linaires de la microsphère avec deux vitesses de balayage du laser de sonde différentes en régime d'amplification sélective. . . . .	94
3.3	Caractéristiques de la microsphère de $135 \mu\text{m}$ de diamètre avec une vitesse de balayage nominale de $\tilde{V}_s \approx 5 \text{ MHz}/\mu\text{s}$ . . . . .	96
3.4	Caractéristiques de la microsphère de $135 \mu\text{m}$ de diamètre en régime d'amplification sélective avec un faible gain. . . . .	97
3.5	Résultats obtenus sur la microsphère dopée à $0,1 \%$ Erbium de diamètre $145 \mu\text{m}$ en régime d'amplification sélective avec un gain élevé. . . . .	101



3.6	Résultats de l'ajustement théorique relatif à la microsphère dopée à 0,08 % Erbium de diamètre 180 $\mu\text{m}$ en régime d'amplification sélective avec un faible gain. . . . .	102
3.7	Synthèse des résultats obtenus en régime d'amplification dans des verres ZBLALiP dopés Erbium à 0,3 mol % avec le montage expérimental n°1. . . . .	104
3.8	Synthèse des résultats obtenus en régime d'amplification dans des verres ZBLALiP avec le montage expérimental n°2. . . . .	105
4.1	Caractéristiques de la microsphère dopée à 0,05 % Erbium en régime de compensation des pertes. . . . .	112
4.2	Paramètres linéaires de la microsphère dopée à 0,3 % Erbium en régime de compensation des pertes. . . . .	114
4.3	Récapitulatif des mesures effectuées sur une microsphère de 90 $\mu\text{m}$ de diamètre en ZBLALiP dopée Erbium à 0,08% molaire pour différents régimes de couplage. . . . .	117
4.4	Récapitulatif des caractéristiques linéaires de la microsphère dopée à 0,08 % Erbium en quasi-régime de transparence. . . . .	120
4.5	Caractéristiques de la microsphère dopée à 0,1 % Erbium de diamètre 145 $\mu\text{m}$ en régime de compensation des pertes. . . . .	123
4.6	Conditions d'expérience sur la microsphère dopée à 0,1 % Erbium . . . . .	124
4.7	Paramètres de la microsphère dopée à 0,1 % Erbium de diamètre 145 $\mu\text{m}$ en régime de couplage critique. . . . .	125
4.8	Caractéristiques linéaires de la microsphère dopée à 0,1 % Erbium de diamètre 220 $\mu\text{m}$ en régime de compensation des pertes. . . . .	127
4.9	Synthèse des résultats obtenus en régime de compensation des pertes avec le montage n°1. . . . .	127
4.10	Synthèse des résultats obtenus en régime de compensation des pertes avec le montage n°2. . . . .	128
5.1	Paramètres linéaires de la microsphère de 145 $\mu\text{m}$ de diamètre caractérisée avec différentes vitesses de balayage. . . . .	140
5.2	Caractéristiques linéaires de microsphères de différents diamètres $d \in [120\mu\text{m} - 145\mu\text{m}]$ . La vitesse de balayage nominale est $\tilde{V}_s \simeq 5 \text{ MHz}/\mu\text{s}$ pour toutes les mesures. . . . .	142
5.3	Paramètres physiques utilisés pour la modélisation dans le cas d'une microsphère en silice. . . . .	147

---

5.4	Caractéristiques linéaires de la microsphère de 135 diamètre $\mu\text{m}$ pour une puissance à l'entrée du taper de $P_s = 26,5 \mu\text{W}$ . . . . .	153
5.5	Valeurs utilisées pour la modélisation dans le cas d'une microsphère en silice de 145 $\mu\text{m}$ de diamètre et une longueur d'onde de travail $\lambda_s = 1550 \text{ nm}$ . . . . .	155



# Sigles, symboles et acronyme

## Sigles

- WGM : **W**hispering **G**allery **M**odes, *i.e.* Mode de galerie,
- RTI : **R**éflexion **T**otale **I**nterne,
- FWHM : **F**ull **W**idth at **H**alf **M**aximum, *i.e.* largeur totale à mi-hauteur,
- ISL : **I**ntervalle **S**pectral **L**ibre,
- EDFA : **E**rbium **D**oped **F**iber **A**mplifier, *i.e.* Amplificateur optique,
- CRDM : **C**avity **R**ing **D**own **M**ethod,
- OEO : **O**pto- **E**lectronique **O**scillator, *i.e.* oscillateur opto-électronique,
- OSA : **O**ptical spectrum **a**nalyser *i.e.* Analyseur de spectre optique,
- ISO : **I**Solateur **O**ptique,
- CP : **C**ontrôleur de **P**olarisation.

## Symboles

- $c$  : vitesse de la lumière dans le vide,
- $\lambda$  : longueur d'onde,
- $\nu$  : fréquence optique,
- $h$  : constante de Planck,
- $n$  : ordre radial d'un mode de galerie,
- $N$  : indice de réfraction,
- $L$  : périmètre d'une cavité,
- $e$  : ellipticité d'une microsphère,
- $V$  : volume modal,
- $\tau_0$  : temps de vie intrinsèque (interne),
- $\tau_e$  : temps de vie extrinsèque (externe),
- $\tau_g$  : retard de groupe,
- $\tau_L$  : temps de parcours dans la cavité,
- $a$  : terme de gain ou de pertes sur un tour,

- $R$  : rayon du résonateur,
- $d$  : diamètre du résonateur,
- $\sigma_a$  : section efficace d'absorption,
- $\sigma$  : hauteur moyenne des diffuseurs en surface,
- $D$  : coefficient de diffusivité thermique,
- $C_p$  : chaleur spécifique,
- $N_u$  : nombre de Nusselt,
- $b$  : épaisseur effective du mode,
- $\alpha_{abs}$  : coefficient d'absorption.

# Introduction

Les résonateurs optiques jouent un rôle extrêmement important dans l'optique moderne. Les résonateurs optiques au sens large du terme présentent cependant un certain nombre de limitations liées à leurs tailles, leurs poids ou encore l'alignement et la stabilité du système. La plupart de ces problèmes ont été surmontés par l'approche de l'optique intégrée. Ces dernières années, une classe particulière de résonateurs a émergé et trouvé sa place dans de nombreuses applications. Ce sont des structures ayant une symétrie circulaire dans lesquels la lumière reste confinée en suivant des trajectoires fermées par réflexion totale interne à la surface du résonateur. Ce type de résonateur est appelé "résonateurs diélectriques ouverts" et les modes optiques qui s'y propagent sont appelés WGM pour l'acronyme en anglais "whispering gallery modes". Ils peuvent se présenter sous diverses formes telles que des sphères, des cylindres, des sphéroïdes, des tores ou encore en anneaux. Suite aux travaux effectués par Mie [1] qui a travaillé sur la diffusion d'ondes planes électromagnétiques dans des sphères et Debye [2] sur la description des fréquences propres de résonance dans les sphères diélectriques, Lord Rayleigh [3, 4] a décrit les propriétés optiques des WGM. Une approche novatrice sur l'étude et la possibilité d'existence de résonances de très haut facteur de qualité dans une cavité diélectrique ouverte a été publiée par Richtmyer en 1939 [5]. Mais la première observation des WGM optiques est attribuée aux études de Garrett *et al.* [6] portant sur l'émission stimulée dans des résonateurs sphériques et de taille millimétrique en  $\text{CaF}_2 : \text{Sm}^{2+}$ .

L'étude des microrésonateurs WGMs s'adressent tant à la physique fondamentale qu'à la physique appliquée. Ces résonateurs peuvent être le support de phénomènes en optique linéaire, optique non-linéaire, physique des lasers et peuvent être appliqués à des fonctions aussi différentes que les sources (lasers ou génération d'harmoniques par mélange d'ondes, de laser maître dans des expériences d'injection optiques) les filtres (stop bande, passe bande) fixes ou accordables, les fonctions de commutation en longueur d'onde, les fonctions logiques mais aussi la spectroscopie, la détection de molécules uniques et enfin les expériences fondamentales d'électrodynamique quantique en cavité.

Si on se limite aux résonateurs à modes de galerie solide dopée ou non, plusieurs matériaux transparents à une longueur d'onde donnée ont été proposés et utilisés. Parmi cela, on peut citer la silice, les verres fluorés ou encore les verres chalcogénures. D'une manière générale, leurs performances dépendent des matériaux utilisés. La réalisation des résonateurs de géométries simples en anneaux, sphérique ou cylindrique présente plusieurs avantages. Les résonateurs présentent de très hauts facteurs de qualité, ils sont insensibles aux vibrations mécaniques dues à leurs tailles très réduites et sont relativement simples à réaliser.

Dans ce travail de thèse, nous étudions les performances des microrésonateurs à modes de galeries actifs pour de possibles applications et intégrations dans des structures opto-électroniques pour la génération de sources micro-ondes par voie optique. Le but étant de pouvoir façonner le signal soit par filtrage, amplification ou contrôles des propriétés dispersives. Ce manuscrit de thèse s'organise en cinq chapitres. Dans le premier chapitre d'introduction aux microrésonateurs, nous présentons une description générale sur les résonateurs à modes de galerie, ainsi que les divers procédés mis en place au laboratoire pour la production de microrésonateurs. Le second chapitre est consacré à la description théorique et expérimentale d'une méthode de caractérisation adaptée à la caractérisation des résonateurs à très haut facteur de qualité. Cette méthode permet d'avoir accès aux propriétés linéaires du résonateur indispensable pour avoir le régime de couplage, les propriétés dispersives ainsi que le gain ou les pertes dans les microrésonateurs passifs ou actifs. Dans l'étude des microrésonateurs actifs, suite au déroulement de la thèse et vis-à-vis du projet dans lequel cette thèse s'inscrit, j'ai choisi de traiter en premier l'amplification sélective. De ce fait, le troisième chapitre détaille et explique ce régime de couplage particulier d'amplification sélective dit de lumière lente, qui entre dans le contexte dans lequel cette thèse s'inscrit, c'est-à-dire faire une ligne à retard amplificatrice optique et intégrable pour la génération de micro-ondes. Nous appliquerons la méthode hybride spectrale/temporelle développée au chapitre deux pour caractériser les microrésonateurs actifs en régime d'amplification. Dans le quatrième chapitre, nous allons montrer un moyen facile à mettre en œuvre pour exalter le facteur de qualité des microrésonateurs de plusieurs ordres de grandeurs en compensant les pertes intracavités de ces résonateurs *via* le gain. Les microrésonateurs qui présentent un fort confinement spatial associé à de très grandes finesse que nous étudions dans ce manuscrit sont favorables à l'apparition d'effets non-linéaires. Dans le cinquième et dernier chapitre, nous allons mettre en évidence *via* les phénomènes non-linéaires mis en jeu dans ces résonateurs à savoir l'effet Kerr et l'effet thermique que l'on peut déduire d'autres infirmités sur le mode de galerie

considéré.



## Contexte d'utilisation

Le besoin d'oscillateurs ou de sources micro-ondes de très haute pureté spectrale et de très grande stabilité temporelle est un facteur très important pour l'accroissement des performances d'applications stratégiques importantes tels que les radars, les communications spatiales ou les systèmes de navigation très précis. Le projet de recherche est soutenu pour partie par l'ANR 2010 BLAN-0312-01 par l'intermédiaire du contrat ORA (Optical Resonators and their Applications) et du projet SHYRO (Source HYperfréquence à base de Résonateur Optique) financé par le CNES. Dans ce contexte, nous sommes amenés à étudier et caractériser des résonateurs (fibrés, microsphères ou micro-disques) de très haut facteur de surtension ainsi que leurs possibles applications. Le but de ce projet auquel nous participons consiste à réaliser des sources hyperfréquence à haute pureté spectrale et haute stabilité à base de résonateurs ou microrésonateurs optiques [7, 8]. Les modèles d'oscillateurs très pro-

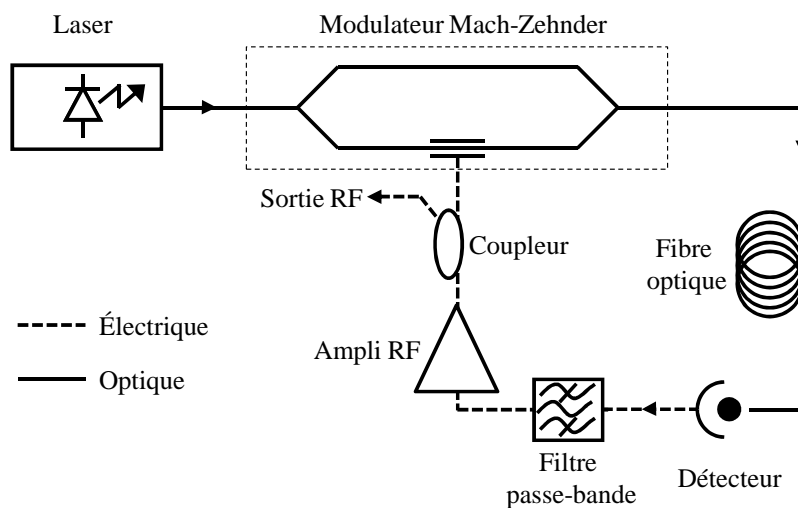


FIGURE 1 – Architecture d'un OEO selon X.Yao et L. Maleki [9].

metteur combinant les avantages de l'électronique et de l'optique ont vu le jour dans les années 90. Ces architectures appelées OEO pour oscillateur opto-électronique ont été proposées pour la première fois en 1994 par X.Yao et L. Maleki du JPL-caltech [9]. Le but est de profiter des qualités spectrales des sources optiques combinées à l'électronique. La figure 1 présente une architecture d'OEO en simple boucle basée sur le concept d'oscillateur à ligne à retard optique décrit dans [9].

Le principe de fonctionnement est basé sur la modulation d'un signal micro-onde sur une porteuse optique à l'aide d'un modulateur d'intensité Mach-Zehnder. La boucle de rétroaction est assurée par une bobine de fibre optique, le signal est ensuite restitué

dans le domaine micro-onde par la détection du signal optique *via* une photodiode rapide. Le signal micro-onde est ensuite amplifié puis filtré et réinjecté dans la ligne à retard où la longueur de ce dernier définit la pureté spectrale du signal micro-onde généré. Dans cette configuration, le facteur de qualité  $Q_{\text{HF}}$  est lié au retard engendré par la boucle de fibre optique par la relation [10] :

$$Q_{\text{HF}} = \pi\tau f_{\text{HF}}, \quad (1)$$

où  $f_{\text{HF}}$  est la fréquence micro-onde et  $\tau$  le retard induit par la boucle de fibre optique. Remarquons que  $Q_{\text{HF}}$  est directement proportionnel au retard  $\tau$  introduit dans la boucle de rétroaction.

Un autre type d'oscillateur opto-hyperfréquence consiste à utiliser le filtrage micro-onde par l'optique dans la boucle de rétroaction. Un résonateur de très haut facteur de qualité  $Q_{\text{opt}}$  réalise la fonction de filtrage à la place de la boucle de ligne à retard où le principe de l'oscillateur est le même que précédemment. Dans ce cas, le facteur de qualité lié à ce filtre est [11]:

$$Q_{\text{HF}} = Q_{\text{opt}} \times \frac{f_{\text{HF}}}{f_{\text{opt}}}, \quad (2)$$

où  $Q_{\text{opt}}$  est le facteur de qualité optique,  $f_{\text{HF}}$  la fréquence micro-onde et  $f_{\text{opt}}$  la fréquence optique ( $\sim 193$  THz). La figure 2 présente une illustration du principe de filtrage d'un signal micro-onde par les modes d'un résonateur optique. Le modulateur d'intensité Mach-Zehnder génère deux bandes latérales séparées de la porteuse optique par une fréquence  $f_{\text{HF}}$ . Le principe est de faire correspondre au moins une des fréquences des bandes latérales ainsi que la porteuse optique sur les résonances du résonateur pour être filtré par le résonateur de très haut facteur de qualité.

Dans ce cas aussi, on peut constater que le facteur de qualité  $Q_{\text{HF}}$  est directement proportionnel à la fréquence  $f_{\text{HF}}$ . Une augmentation de cette fréquence entraînera l'accroissement du facteur de qualité équivalent  $Q_{\text{HF}}$  ce qui n'est pas le cas d'un oscillateur micro-onde classique.

Un microrésonateur de très haut facteur de qualité en régime d'amplification ou en régime de compensation des pertes peut être assimilé à un filtre très sélectif et à un ligne à retard optique. Dans le cas de l'amplification sélective, l'étape d'amplification électrique limitant considérablement le bruit dans ces oscillateurs peut être supprimé [12]. De plus ce type de résonateur présente l'avantage à la fois d'être intégrable et insensible aux instabilités mécaniques qui sont souvent sources de bruit. Cette brève présentation des oscillateurs opto-hyperfréquence n'est pas exhaustive. Nous

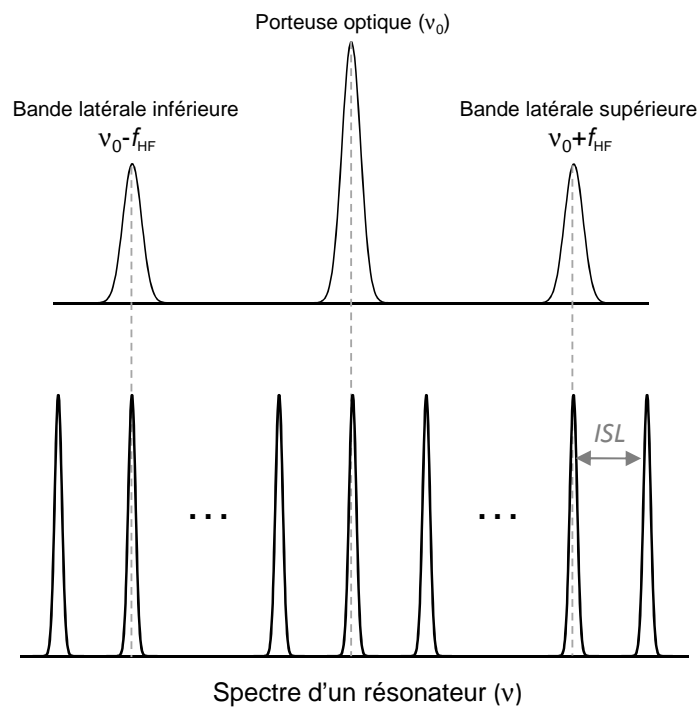


FIGURE 2 – Illustration du principe de filtrage du signal du laser modulé par les modes d'un résonateur optique.

présentons juste les principales lignes liant ces projets à ce travail de thèse. Des études plus détaillées sur ces oscillateurs ont été effectuées dans les thèses suivantes [10, 13].

# Chapitre 1

## Introduction aux résonateurs optiques à modes de galerie

### Sommaire

---

<b>1.1</b>	<b>Description des résonateurs optiques à modes de galerie</b>	<b>28</b>
1.1.1	Positions approximatives des résonances . . . . .	31
1.1.2	Facteur de qualité d'un résonateur à modes de galerie . . . . .	36
1.1.3	Finesse . . . . .	40
<b>1.2</b>	<b>Fabrication des microsphères</b> . . . . .	<b>41</b>
1.2.1	Choix du procédé de fabrication . . . . .	41
1.2.1.1	Fusion par arc électrique . . . . .	41
1.2.1.2	Fusion par torche plasma . . . . .	42
1.2.2	Système de couplage . . . . .	43

---

Ce chapitre décrit brièvement dans sa première partie les principales propriétés des résonateurs à modes de galerie nécessaires à la compréhension du manuscrit. Cette thèse est dans la continuité de plusieurs thèses effectuées au laboratoire sur la thématique “des microrésonateurs à modes de galerie”. Nous laissons ainsi la description détaillée de ces modes de galeries à la littérature [14–17] et nous contenterons de rappeler les principales propriétés.

Dans la seconde partie, nous présenterons les procédés de fabrication de nos résonateurs et nous décrirons brièvement les différents types de dispositifs d’insertion/extraction du signal dans ces cavités.

## 1.1 Description des résonateurs optiques à modes de galerie

Le terme mode de galerie, ou encore *Whispering Gallery Modes* en anglais (WGM) a été introduit et décrit pour la première fois par Lord Rayleigh [3, 18] suite à l’étude d’un phénomène acoustique dans la cathédrale Saint Paul à Londres. Dans la galerie circulaire sous le dôme de cet édifice, deux personnes peuvent converser même en murmurant le long de la paroi interne de la base du dôme et ce quelle que soit leur distance mutuelle donnant ainsi ce nom à ce type de phénomène. Dans le domaine optique, les modes de galerie correspondent à la propagation par réflexion totale interne (RTI) de la lumière dans un résonateur à géométrie circulaire ou sphérique. Ces résonateurs à modes de galerie peuvent être des sphères, des sphéroïdes, des tores ou des disques.

Dans cette partie, nous considérons le cas de microrésonateurs de formes sphériques et décrivons leurs propriétés (Fig. 1.1). Une simple approche géométrique peut conduire à la description de la notion de résonances associées aux WGMs. Considérons une sphère diélectrique (Fig. 1.1(a)) d’indice  $N$  et de rayon  $R \gg \lambda$  placée dans l’air où un rayon lumineux se propage le long de la paroi interne du résonateur avec un angle d’incidence  $i$ . Si  $i > i_c = \arcsin(1/N)$ , alors une propagation par réflexion totale interne se produit. À cause de la symétrie sphérique, tous les angles d’incidence suivants sont identiques et le rayon lumineux est piégé dans la sphère. Si ce rayon est confiné à proximité de la surface de la sphère sous une incidence quasi-rasante ( $i \approx \pi/2$ ) alors il parcourt une distance  $\approx 2\pi R$  en un tour de cavité. Dans le cas où ce chemin correspond exactement à  $\ell$  fois la longueur d’onde dans le milieu ( $\ell$  est un nombre entier), alors on peut avoir des interférences constructives. Il est d’usage d’introduire la notion de paramètre de taille autrement dit le rapport de la circon-

férence de la sphère sur la longueur d'onde  $x = 2\pi R/\lambda$ . La condition de résonance s'écrit alors  $x = 2\pi R/\lambda \approx \ell/N$ . Le nombre  $\ell$  correspondant au nombre de RTI subies par le rayon sur un tour de cavité. Il peut aussi être relié au moment angulaire des photons. En effet, si nous considérons un photon du mode de galerie, son impulsion est  $p = \hbar k = \hbar 2\pi N/\lambda$ , où  $k$  est la norme du vecteur d'onde. En incidence rasante ( $i \approx \pi/2$ ), la trajectoire peut être assimilée à un cercle, le moment angulaire des photons noté  $L$  (Fig. 1.1(b)) vaut donc  $L \approx Rp = R2\pi\hbar N/\lambda = \hbar\ell$ .

À titre d'exemple, pour une microsphère en silice de rayon  $50 \mu\text{m}$  à la longueur d'onde  $\lambda = 1550 \text{ nm}$ , nous obtenons  $\ell \sim 300$ . Par conséquent, dans le domaine optique, les modes de galerie peuvent être vus comme des modes électromagnétiques avec de très grands moments angulaires dans lesquels la lumière se propage par réflexions totales internes répétées en incidence rasante.

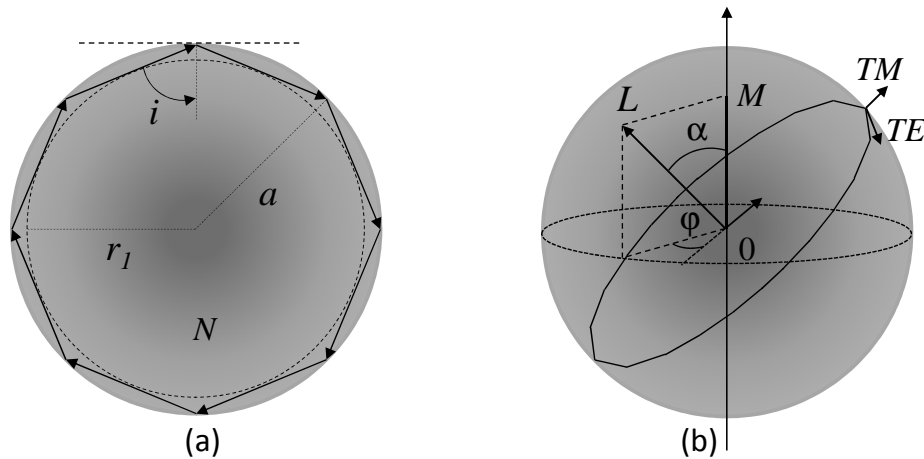


FIGURE 1.1 – (a) Représentation de la propagation dans l'approximation de l'optique géométrique du rayon lumineux par RTI dans un résonateur de rayon  $R$  et d'indice  $N$ . Le cercle en pointillés représente la caustique interne de rayon  $r_1$ . (b) Moment angulaire  $L$  associé au WGM avec sa projection  $M$  sur l'axe polaire.  $TE$ ,  $TM$  désignent ses polarisations.

Les phénomènes d'optiques dans les sphères diélectriques ont fait l'objet de nombreuses études. La théorie de Lorentz-Mie [19–21] nous donne une solution analytique rigoureuse au problème de la diffusion des ondes électromagnétiques par une sphère homogène de rayon et de constante diélectrique quelconques. Cette théorie explique entre autres les “Morphology-Dependent Resonances” (MDR) [22, 23] observées dans les spectres de fluorescence de particules sphériques.

Dans le cadre de l'électrodynamique classique, nous pouvons utiliser la méthode dite de Hansen [24] où les solutions de l'équation de Helmholtz vectorielle ( $\Delta\vec{E} +$

$N^2(r)k_0^2\vec{E} = 0$ ) ont une dépendance angulaire décrite par les harmoniques sphériques vectorielles [25] définies comme :

$$\begin{cases} \vec{X}_\ell^m &= \frac{1}{\sqrt{\ell(\ell+1)}} \vec{\nabla} Y_\ell^m \times \vec{r} \\ \vec{Y}_\ell^m &= \frac{1}{\sqrt{\ell(\ell+1)}} r \vec{\nabla} Y_\ell^m \\ \vec{Z}_\ell^m &= Y_\ell^m \hat{r}. \end{cases} \quad (1.1)$$

Chaque champ  $(\vec{E}_{\ell m}^P(\vec{r}), \vec{B}_{\ell m}^P(\vec{r}))$  est repéré par un ensemble  $P, \ell, m$ . L'indice  $P$  décrit l'état de polarisation du champ qui peut être transverse électrique  $TE$  ou transverse magnétique  $TM$ . Le nombre  $\ell$  indique l'ordre de l'harmonique sphérique  $Y_\ell^m$  associé à la distribution angulaire du champ. Cette fonction est une fonction propre du carré du moment orbital (c'est-à-dire,  $L^2 Y_\ell^m = \hbar^2 \ell(\ell+1) Y_\ell^m$ ). L'indice  $m$  est appelé nombre azimutal (avec  $L_z Y_\ell^m = \hbar m Y_\ell^m$ , c'est-à-dire la projection du moment sur l'axe polaire). Il peut prendre les  $2\ell+1$  valeurs comprises entre  $-\ell$  et  $\ell$ . Formellement, les champs pour les deux polarisations peuvent s'exprimer comme :

$$\begin{cases} \vec{E}_{\ell m}^{\text{TE}}(\vec{r}) = E_o \frac{f_\ell(r)}{k_o r} \vec{X}_\ell^m(\theta, \varphi), \\ \vec{B}_{\ell m}^{\text{TE}}(\vec{r}) = \frac{E_o}{ic} \left[ \frac{f'_\ell(r)}{k_o^2 r} \vec{Y}_\ell^m(\theta, \varphi) + \sqrt{\ell(\ell+1)} \frac{f_\ell(r)}{k_o^2 r^2} \vec{Z}_\ell^m(\theta, \varphi) \right], \end{cases} \quad (1.2)$$

$$\begin{cases} \vec{E}_{\ell m}^{\text{TM}}(\vec{r}) = \frac{E_o}{N^2} \left[ \frac{f'_\ell(r)}{k_o^2 r} \vec{Y}_\ell^m(\theta, \varphi) + \sqrt{\ell(\ell+1)} \frac{f_\ell(r)}{k_o^2 r^2} \vec{Z}_\ell^m(\theta, \varphi) \right], \\ \vec{B}_{\ell m}^{\text{TM}}(\vec{r}) = -\frac{iE_o}{c} \frac{f_\ell(r)}{k_o r} \vec{X}_\ell^m(\theta, \varphi), \end{cases} \quad (1.3)$$

où  $f_\ell(r) = \psi_\ell(Nk_0 r)$  pour  $r < R$  et  $f_\ell(r) = \alpha \psi_\ell(k_0 r) + \beta \chi_\ell(k_0 r)$  pour  $r > R$ .  $f_\ell(r)$  est la solution de l'équation radiale de Riccati-Bessel [26, p. 445] :

$$\frac{d^2 f_\ell(r)}{dr^2} + \left[ N^2(r)k^2 - \frac{\ell(\ell+1)}{r^2} \right] f_\ell(r) = 0. \quad (1.4)$$

$\psi_\ell$  est la solution régulière de l'équation telle que  $\psi_\ell(0) = 0$  et  $\chi_\ell$  la solution irrégulière c'est-à-dire :

$$\lim_{\rho \rightarrow 0} \chi_\ell(\rho) \rightarrow -\infty, \quad (1.5)$$

où  $\rho = Nk_0 r$ . Ainsi  $\psi_\ell(\rho) = \rho j_\ell(\rho) = \sqrt{\frac{\pi\rho}{2}} J_{\ell+1/2}(\rho)$  et  $\chi_\ell(\rho) = \rho n_\ell(\rho) = \sqrt{\frac{\pi\rho}{2}} N_{\ell+1/2}(\rho)$  où  $J_{\ell+1/2}$  et  $j_\ell$  sont respectivement les fonctions de Bessel cylindrique et sphérique de première espèce et  $N_{\ell+1/2}$  et  $n_\ell$  sont respectivement les fonctions de Neumann cylindrique et sphérique.

L'équation (1.4) est similaire à l'équation de Schrödinger pour une particule de masse  $M$  dans un pseudo-potentiel  $V_{\text{eff}}$  dépendant de l'énergie  $k^2$  telle que :

$$\left[ -\frac{\hbar^2}{2M}\Delta + V_{\text{eff}}(r) \right] \psi(r) = E\psi(r), \quad (1.6)$$

où  $E = \frac{\hbar^2 k^2}{2M}$  et

$$V_{\text{eff}}(r) = \frac{\hbar^2}{2M} \left\{ [1 - N^2(r)] k^2 + \frac{\ell(\ell + 1)}{r^2} \right\}. \quad (1.7)$$

Ce pseudo-potentiel prend en compte la discontinuité de l'indice de réfraction  $N - 1$  à la surface de la sphère. Cette approche introduite en 1992 par Nussenzveig [27] permet d'avoir une meilleure compréhension des propriétés radiales des modes de galerie car ces derniers peuvent être assimilés à des états quasi-liés du rayonnement. Le nombre de maxima du champ dans la direction radiale à l'intérieur de la sphère conduit directement à la définition d'un nombre radial  $n$ . La figure 1.2 présente les potentiels effectifs ainsi que leurs fonctions radiales associées pour  $n = 1, 5, 7$  et  $\ell = 300$  pour un mode  $TE$  se propageant dans une microsphère d'indice  $N = 1,45$  et de rayon  $R = 50 \mu\text{m}$ . L'axe des ordonnées est normalisé par rapport à l'énergie du mode. L'axe des abscisses présente les dimensions de la sphère de rayon physique  $R = 50 \mu\text{m}$ ,  $r_1$  et  $r_2$  sont les solutions de l'équation pour lequel  $V_{\text{eff}} = E$  telles que  $r_1 = R\sqrt{\ell(\ell + 1)/(Nx)}$  et  $r_2 = Nr_1$  où  $r_1$  représente la caustique interne de la figure 1.1(a).  $r_2$  correspond à une caustique externe.

La distribution radiale du champ est telle que pour  $r < r_1$  le champ est évanescent. Entre  $r_1$  et la surface de la sphère, le champ est radiatif. Entre la surface de la sphère et  $r_2$ , le champ est évanescent et au-delà de  $r_2$  le champ possède une composante rayonnée qui se comporte comme une fuite pour le mode de galerie.

Pour de faibles valeurs de  $n$  ( $n=1$  sur Fig. 1.2(a)), le champ est bien confiné dans le puits de potentiel, la partie radiative externe (pour  $r > r_2$ ) est très faible. Pour les valeurs de  $n$  plus élevées (Fig. 1.2(b)-(c)), le champ est peu confiné et présente une partie radiative plus importante. Ainsi, pour de faibles valeurs de  $n$  associées à de grandes valeurs de  $\ell$ , les pertes radiatives sont très faibles c'est pourquoi ce type de résonateur peut présenter des facteurs de qualité très élevés.

### 1.1.1 Positions approximatives des résonances

La condition de continuité des composantes tangentielles du champ à la surface de la sphère nous permet d'écrire les équations donnant les positions des résonances



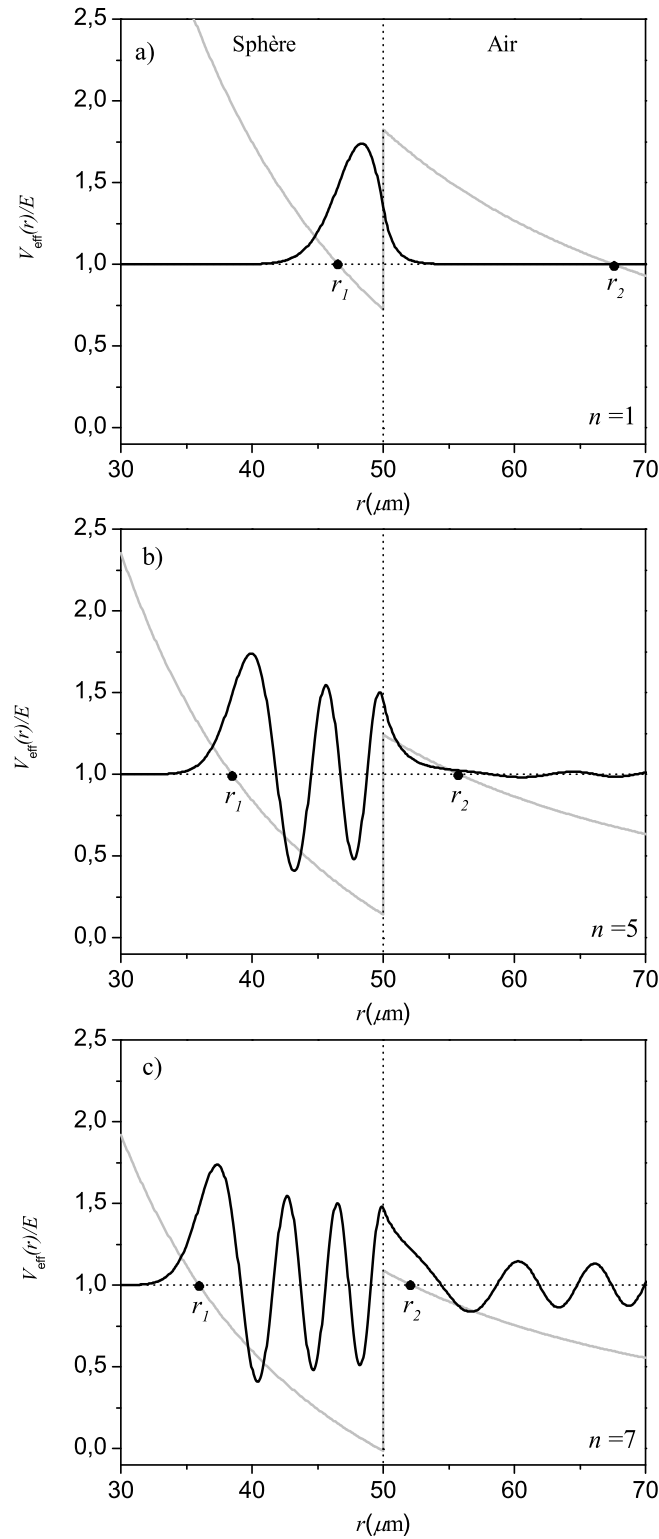


FIGURE 1.2 – Représentation des potentiels effectifs et de leurs fonctions radiales associées pour  $n = 1, 5, 7$  et  $\ell = 300$  d'une microsphère de rayon  $R = 50 \mu\text{m}$  et d'indice  $N = 1, 45$ .

des modes de galerie :

$$\begin{cases} \psi_\ell(Nk_0R) = \alpha\psi_\ell(k_0R) + \beta\chi_\ell(k_0R) \\ P\psi'_\ell(Nk_0R) = \alpha\psi'_\ell(k_0R) + \beta\chi'_\ell(k_0R) \end{cases} \quad (1.8)$$

où

$$P = \begin{cases} N & \text{pour les modes } TE, \\ 1/N & \text{pour les modes } TM. \end{cases}$$

La détermination des solutions exactes du système (1.8) implique la détermination des constantes  $\alpha$  et  $\beta$  et conduit à des fréquences complexes. Dans la suite nous considérons des résonateurs de diamètres importants<sup>1</sup> par rapport à la longueur d'onde  $\lambda$  et nous nous intéressons aux modes les plus confinés (ordre radial  $n$  faible). Une bonne approximation consistera à supposer que la partie radiative en dehors de la sphère est négligeable ( $\alpha = 0$ ). La condition de résonance en fonction du paramètre de taille  $x = 2\pi R/\lambda$  s'écrit dans ce cas :

$$P \frac{\psi'_\ell(Nx)}{\psi_\ell(Nx)} = \frac{\chi'_\ell(x)}{\chi_\ell(x)}, \quad (1.9)$$

ce qui s'exprime en termes de fonctions de Bessel et Neumann cylindriques sous la forme :

$$P \frac{J'_\nu(Nx)}{J_\nu(Nx)} = \frac{N'_\nu(x)}{N_\nu(x)} \quad (1.10)$$

où  $\nu = \ell + 1/2$ .

L'équation caractéristique (1.10) représente la relation entre la norme du vecteur d'onde  $k$  et le rayon de la sphère  $R$ . Pour une valeur de  $\nu$  donnée, l'équation (1.10) admet plusieurs racines. Dans ce cas, il est nécessaire d'introduire le troisième indice  $n$  (le nombre radial) qui permet de distinguer deux fréquences de même  $\nu$ . Nous noterons que cette équation caractéristique est indépendante du nombre azimutal  $m$  dans le cas d'une sphère diélectrique idéale. Ainsi dans une sphère parfaite, une résonance repérée par une valeur de  $\ell$  sera dégénérée  $2\ell + 1$  fois. Cette dégénérescence est levée lorsque le résonateur diélectrique s'écarte de la forme sphérique.

L'étude des propriétés des WGMs implique tout d'abord le calcul des racines  $x_\ell^P$  des équations caractéristiques (1.10) de manière numérique. Nous pouvons obtenir des expressions analytiques des positions des résonances. En effet, comme nous travaillons avec des modes associés à de grandes valeurs de  $\ell$ , les fonctions de Bessel et Neumann  $J_\nu(Nx)$  et  $N_\nu(x)$  ainsi que de leurs dérivés  $J'_\nu(Nx)$  et  $N'_\nu(x)$  peuvent être exprimées

1. Le résonateur le plus petit utilisé dans ces travaux est tel que  $2R = 90 \mu\text{m}$  soit  $90\lambda/N$ .

sous forme de développements asymptotiques en  $\nu^{-1/3}$  [26]. Cette méthode initialement développée par Lam *et al.* [22] et présentée par Chiasera *et al.* [28] conduit à l'expression des fréquences de résonance sous la forme :

$$Nx_{\ell,n}^P = \nu + a_{1n}\nu^{1/3} + a_0\nu^0 + a_{-1n}\nu^{-1/3} + \dots, \quad (1.11)$$

avec  $a_{1n} = 2^{-1/3}\alpha_n$ ,  $a_0 = -\frac{P}{\sqrt{N^2-1}}$  et  $a_{-1n} = \frac{3}{10}2^{-2/3}\alpha_n^2$  où  $\alpha_n$  sont les racines  $n^{\text{ème}}$  de la fonction d'Airy  $Ai(-z)$  que nous associerons à l'ordre radial  $n$ . En utilisant un développement similaire, Schiller et Byer [29] ont étudié expérimentalement les résonances de WGM. Ils ont observé et souligné un excellent accord des spectres avec la prédiction de la théorie de Mie.

Pour les sphères de plus grands rayons, nous pouvons utiliser l'approximation eikonale [17, 30, 31]. Avec cette approche semi-classique, on trouve directement que les fréquences de résonance sont repérées par un ordre radial  $n$  et un ordre angulaire  $\ell$ . L'indice radial  $n$  est délimité par :

$$0 < n - \frac{1}{4} < \frac{1}{\pi} \left( \ell + \frac{1}{2} \right) \left( \sqrt{N^2 - 1} - \arccos(1/N) \right), \quad (1.12)$$

de la même manière,  $\ell$  obéit à :

$$x_{eff} < \ell + 1/2 < Nx_{eff}. \quad (1.13)$$

Avec  $x_{eff} = 2\pi a_{eff}/\lambda$  où  $a_{eff}$  est la somme du rayon  $R$  de la sphère et de la quantité  $\delta_p$  chemin optique additionnel associé à  $\ell$  dû à l'effet Goos-Hänchen [20] et dépendant de la polarisation  $TE$  ou  $TM$ . Dans ce cas, on retrouve le même développement des positions approchées des résonances que dans l'équation (1.11) où la racine  $\alpha_n$  de la fonction d'Airy est remplacée par son approximation semi-classique

$$\alpha_n \rightarrow \left[ \frac{3\pi}{2} \left( n - \frac{1}{4} \right) \right]^{2/3}. \quad (1.14)$$

Une comparaison entre  $\alpha_n$  et l'approximation semi-classique montre que l'approximation eikonale est bonne à mieux que 1% pour la position des résonances [30].

Récemment, Gorodetsky et Fomin [31] ont étudié des sphéroïdes diélectriques à modes de galerie. Ils ont montré comment cette interprétation géométrique permet l'extension de la méthode sur des corps à symétrie axiale de forme arbitraire. Comme mentionné ci-dessus, les fréquences propres des modes avec le même indice  $\nu$  (c'est-à-dire  $\ell + 1/2$ ) mais différents indices  $m$  sont dégénérées dans le cas d'une sphère. Cette dégénérescence est levée lorsque la forme s'écarte d'une sphère idéale. Pour un sphéroïde (prolate ou oblate) avec une petite ellipticité<sup>2</sup>  $e = (r_p - r_e)/R$ , où  $r_p$  et  $r_e$  sont,

2. Pour  $e < 0$ , l'ellipsoïde est dit oblate et pour  $e > 0$ , l'ellipsoïde est dit prolate.

respectivement, les rayons polaire ( $r_p$ ) et équatorial ( $r_e$ ), on peut calculer une correction à la fréquence de résonance. Considérant un sphéroïde de type prolata (Fig. 1.3), le périmètre ( $p_0 = 2\pi a$ ) d'une sphère idéale est étiré d'une quantité  $\Delta p$  et transformé en :

$$p = p_0 \left( 1 + \frac{\Delta p}{p_0} \right) \approx 2\pi R \left[ 1 + \frac{e}{6} (1 - 3 \cos^2 \alpha) \right], \quad (1.15)$$

avec  $\cos \alpha = |m|/(\ell + 1/2)$ . Finalement, on obtient pour nouvelles positions de résonances :

$$Nx_{\ell,m,n}^P \approx Nx_{\ell,n}^P \times \left[ 1 + \frac{e}{3} \left( 1 - 3 \frac{\ell - |m|}{\ell} \right) \right]. \quad (1.16)$$

Toutefois cette légère ellipticité ne lève pas la dégénérescence sur le signe de  $m$  (c'est-

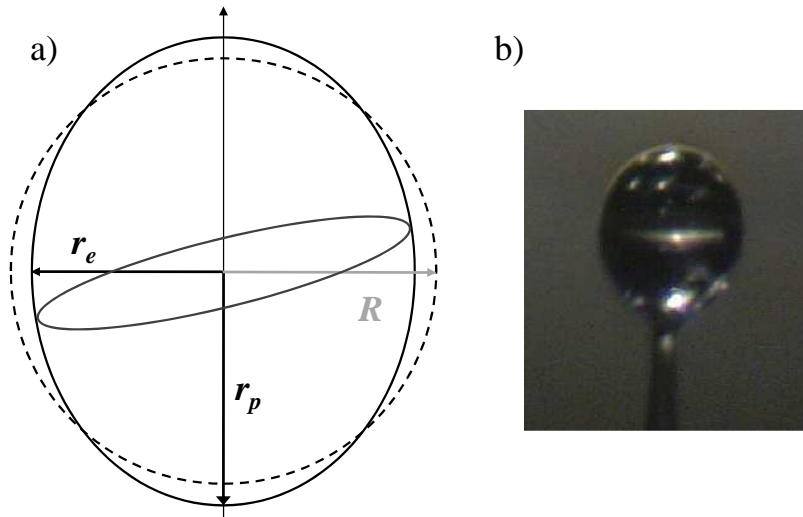


FIGURE 1.3 – a) Représentation d'un sphéroïde de type prolata caractérisé par un rayon polaire  $r_p$  et le rayon équatorial  $r_e$ . b) Photo d'un sphéroïde réalisée par fusion au laboratoire.

à-dire entre ondes contra-propagatives et de même fréquence). Nous verrons plus loin au chapitre 5 comment la diffusion Rayleigh lève ce type de dégénérescence.

Nous pouvons déduire les principales propriétés spectrales des WGM à partir de l'équation (1.16). Par analogie avec un interféromètre de Fabry-Perot, nous définissons un pseudo-intervalle spectral libre (pseudo-ISL) de la cavité  $\Delta\nu_{n,\ell}^{\Delta\ell} = c(x_{n,\ell+1} - x_{n,\ell})/(2\pi R)$ , qui correspond à l'écart entre deux modes de même polarisation et de même ordre radial  $n$  mais qui diffère d'une unité en  $\ell$  (ici, le mode d'ordre  $\ell$  et le mode suivant  $\ell + 1$ ). En première approximation, nous avons :

$$\Delta\nu_{n,\ell}^{\Delta\ell} \simeq \frac{c}{2\pi NR}. \quad (1.17)$$

De la même manière pour une même famille de mode à  $n$  et  $\ell$  fixés, l'écart entre deux modes de polarisation  $TE$  et  $TM$  peut être estimé comme :

$$\Delta\nu_{n,\ell}^{TE, TM} \simeq \frac{c}{2\pi NR} \frac{\sqrt{N^2 - 1}}{N}. \quad (1.18)$$

Entre la mesure du pseudo-ISL et ce décalage en fonction de la taille nous avons un bon moyen de déterminer l'indice  $N$  et la taille du résonateur. Pour des valeurs données de  $n$  et  $\ell$ , en considérant une faible ellipticité et  $|m| \approx \ell$ , le décalage relatif en fréquence par rapport à une forme sphérique est :

$$\frac{\Delta\nu_{n,\ell,m}}{\nu_{n,\ell}^0} = -\frac{e}{6} \left( 1 - 3 \left( \frac{|m|}{\ell + 1/2} \right)^2 \right), \quad (1.19)$$

où  $\nu_{n,\ell}^0$  est la fréquence de résonance pour un couple  $(n, \ell)$  et une polarisation  $P$  donnée associée à une sphère idéale. Toutes ces propriétés ont été clairement démontrées sur des expériences menées sur des microrésonateurs dopées Erbium [14, 32].

### 1.1.2 Facteur de qualité d'un résonateur à modes de galerie

La propagation par réflexion totale interne permet d'emmagasiner efficacement la lumière dans ce type de résonateur. Cependant, le champ intra-cavité subit systématiquement des pertes. Le facteur de qualité généralement noté  $Q$  permet de quantifier ces pertes et par là même la performance d'un résonateur. En terme énergétique, ce facteur de qualité correspond au rapport entre l'énergie moyenne dans le mode résonant et l'énergie dissipée par ce même mode sur une période :

$$Q = 2\pi \frac{\text{énergie stockée}}{\text{énergie dissipée par cycle}}. \quad (1.20)$$

Une autre manière de quantifier le facteur de qualité en terme spectral est de faire le rapport entre la fréquence centrale  $\nu_0$  de la résonance et de sa largeur à mi-hauteur  $\Delta\nu$  tel que représenté sur la figure 1.4 et s'exprimant comme :

$$Q = \frac{\nu_0}{\Delta\nu}. \quad (1.21)$$

Dans le cas d'un système constitué d'un résonateur et de sa ligne d'accès, le facteur de qualité est composé du facteur de qualité intrinsèque  $Q_0$  et du facteur de qualité extrinsèque  $Q_e$  tel que :

$$\frac{1}{Q} = \frac{1}{Q_0} + \frac{1}{Q_e}. \quad (1.22)$$

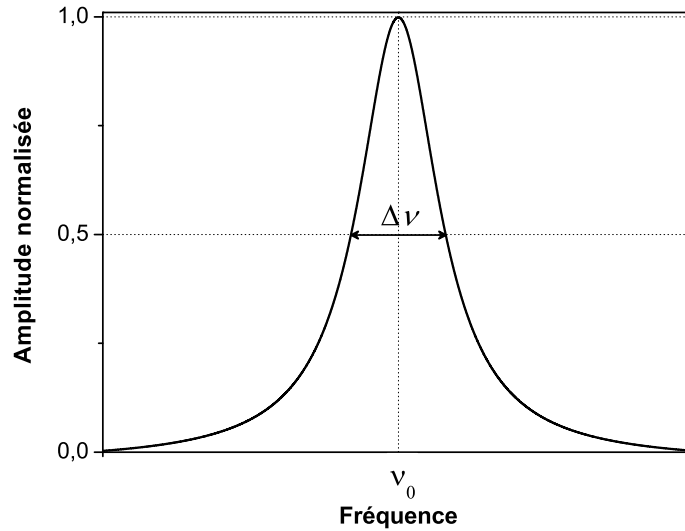


FIGURE 1.4 – Figure d’une résonance de largeur spectrale à mi-hauteur  $\Delta\nu$  et centrée en  $\nu_0$ . Le facteur de qualité est défini comme  $Q = \frac{\nu_0}{\Delta\nu}$

Le facteur de qualité lié au couplage  $Q_e$  sera étudié au chapitre 2. Le facteur de qualité intrinsèque prend en compte différentes contributions aux pertes subies par le mode de galerie :

$$\frac{1}{Q_0} = \frac{1}{Q_{rad}} + \frac{1}{Q_{mat}} + \frac{1}{Q_{surf}}. \quad (1.23)$$

La partie imaginaire du vecteur d’onde associé à une résonance  $(n, \ell, P)$  désigne les pertes provoquées par le fait que, contrairement à une surface plane, la réflexion totale interne sur une surface incurvée n’existe pas rigoureusement et conduit à un rayonnement d’une partie du champ hors du résonateur (Fig. 1.2). Cette fuite d’énergie appelée perte radiative peut être caractérisée par un facteur de qualité radiatif :

$$Q_{rad} = \frac{\text{Re}(k_{0,n,\ell})}{\text{Im}(k_{0,n,\ell})}. \quad (1.24)$$

En utilisant l’approximation semi-classique de Wentzel Kramers Brillouin (WKB) pour les solutions radiales de Riccati-Bessel, on peut trouver [30] :

$$Q_{rad} \approx x \exp \left[ 2\nu g \left( \frac{x}{\nu} \right) \right] \quad (1.25)$$

avec  $g(y) = -\sqrt{1-y^2} + \arg \cosh(1/y)$ ,  $x$  le paramètre de taille, et  $\nu = \ell + 1/2$ . En tenant compte des faibles valeurs des ordres radiaux, nous pouvons écrire  $x/\ell \approx 1/N$

et la fonction  $g$  peut être remplacée par sa tangente, ce qui conduit à :

$$Q_{rad} \approx \frac{\ell}{N} \exp \left[ 2\ell g \left( \frac{1}{N} \right) \right] \times \exp \left[ -2\sqrt{N^2 - 1} \frac{Nx - \ell}{N} \right]. \quad (1.26)$$

En utilisant l'équation (1.11), on peut développer une expression dépendante de l'ordre radial  $n$  et de la polarisation  $P$ . Cette approximation montre que  $Q_{rad}$  diminue quand  $n$  augmente et que pour un mode donné, le facteur de qualité radiatif associé à une polarisation  $TE$  est légèrement plus élevé que celui de la polarisation  $TM$ . En supposant que  $Nx \approx \ell + 1/2$ , nous présentons sur le tableau 1.1 les résultats obtenus à l'aide de l'équation (1.26). Les facteurs de qualité radiatifs pour deux microsphères sont donnés pour des rayons  $R = 25 \mu\text{m}$  et  $50 \mu\text{m}$ . Pour de grandes valeurs de  $\ell$ ,  $Q_{rad}$  augmente considérablement. Cela signifie que, bien que la réflexion interne ne soit pas totale, elle l'est presque pour des valeurs de  $\ell$  suffisamment grandes, et la valeur du facteur de qualité intrinsèque  $Q_0$  du WGM n'est jamais limitée par les pertes radiatives.

TABLEAU 1.1 – Exemples de facteur de qualité radiatif à  $\lambda = 1550 \text{ nm}$  pour deux microsphères d'indice  $N = 1,5$ .

$Q_{rad}$	$R [\mu\text{m}]$	$\ell$
$2,1 \times 10^{30}$	25	152
$2,5 \times 10^{57}$	50	294

L'une des principales limites du facteur de qualité d'un WGM est liée à la contribution de l'absorption du matériau constituant le microrésonateur, elle est caractérisée par un facteur de qualité noté  $Q_{mat}$ . En considérant une atténuation  $\alpha_{abs}$  en nepers par mètre (Np/m),  $Q_{mat}$  peut être approchée par [33, 34] :

$$Q_{mat} \approx \frac{2\pi N}{\alpha_{abs}\lambda}. \quad (1.27)$$

Pour  $\alpha_{abs}$  en dB/km,  $Q_{mat}$  prend la forme :

$$Q_{mat} \approx \frac{4,3 \times 2\pi N}{\alpha_{abs}\lambda} \times 10^3. \quad (1.28)$$

Pour un résonateur fabriqué avec le même matériau qu'une fibre optique en silice non dopée ( $\alpha_{abs} \sim 0,2 \text{ dB/km}$  à  $\lambda = 1550 \text{ nm}$ ) le facteur de qualité lié au matériau est de  $Q_{mat} \approx 10^{11}$ .

La dernière contribution au facteur de qualité  $Q_0$  est due aux pertes par diffusion

liées à l'état de surface, elle est quantifiée par le facteur de qualité  $Q_{surf}$ . Dans la littérature, nous pouvons trouver plusieurs expressions de ce facteur de qualité. En 1989, Braginsky *et al.* [35] ont développé un modèle dérivé de l'optique planaire [36]. Leur modèle ne prend en compte que la hauteur moyenne  $\sigma$  des diffuseurs en surface, et permet d'écrire :

$$Q_{surf} \approx \frac{3\lambda^2 \ell^{10/3}}{16\pi^5 \sigma^2 N^2 n^{5/2}}. \quad (1.29)$$

En introduisant une longueur de corrélation des diffuseurs notée  $B$  et le diamètre  $d$  de la sphère, en 1996 Gorodetsky *et al.* [33] ont donné une expression simplifiée de  $Q_{surf}$  :

$$Q_{surf} = \frac{\lambda^2 d}{2\pi\sigma^2 B}. \quad (1.30)$$

Ce modèle a ensuite été affiné par Vernooy *et al.* [37] en 1998. La nouvelle expression s'écrit :

$$Q_{surf} \approx \frac{3N^2(N^2 + 2)^2 \lambda^{7/2} d^{1/2}}{(4\pi)^3 (N^2 - 1)^{5/2} \sigma^2 B^2}. \quad (1.31)$$

Enfin, Gorodetsky *et al.* ont développé en 2000 [38] un modèle pour un mode  $TE$ .

$$Q_{surf} = \frac{K_{TE}}{K_{TE} + 1} \frac{3\lambda^3 R}{8\pi^2 B^2 N \sigma^2}, \quad (1.32)$$

où  $K_{TE}$  est le rapport entre la puissance totale diffusée dans toutes les directions sur la puissance diffusée suivant un angle inférieur à l'angle critique. D'après [38]  $K_{TE} = 2,8$  dans le cas d'une microsphère en silice.

Seule l'équation (1.31) a été justifiée théoriquement par Oraevsky en 2002 [39]. Suivant toutes ces expressions, pour un même état de surface  $(\sigma, B)$ ,  $Q_{surf}$  croît avec le rayon du résonateur. Ces différentes expressions doivent être considérées comme estimateurs de la limitation au facteur de qualité global  $Q$  apportée par l'état de surface. Ainsi, en utilisant les valeurs de  $\sigma$  et  $B$  mesurées par Vernooy *et al.* [37], à savoir  $\sigma = 3$  nm et  $B \simeq 5$  nm pour un verre de silice, nous constatons (Table 1.2) que pour un résonateur de diamètre  $100 \mu\text{m}$  le facteur  $Q$  sera limité par sa contribution  $Q_{surf} \sim 10^{10}$ . Il faudrait un résonateur de diamètre  $> 1,2$  mm pour que  $Q$  soit limité théoriquement par  $Q_{mat} \sim 10^{11}$ . En réalité pour des résonateurs obtenus par fusion de verre silice, les facteurs de qualité mesurés sont plus faibles (typiquement de l'ordre de  $10^8$ ) et ce quel que soit le diamètre du résonateur. Gorodetsky *et al.* [33] ainsi que Vernooy *et al.* [37] ont expliqué cette valeur limite par le fait que la fusion de la silice en présence d'eau moléculaire entraîne l'adsorption d'ions  $OH^-$  à la surface du résonateur. Cet effet favorise ultérieurement l'adsorption d'eau moléculaire à l'interface verre-air. Autrement dit, le facteur de qualité intrinsèque à notre longueur d'onde de travail ( $\lambda = 1550$  nm) est limité par ce dernier phénomène. Pour les verres de silice



une fusion sous atmosphère contrôlée permettrait de s'affranchir de cette limitation. Une autre solution consiste à utiliser un autre matériau tel que des verres fluorés. Dans ce manuscrit, nous utiliserons des verres de ce type (cf. Chapitre 3). C'est un verre fluorozirconate de composé chimique  $\text{ZrF}_4\text{-BaF}_2\text{-LaF}_3\text{-AlF}_3\text{-LiF-PbF}_2$  appelé ZBLALiP. Ils présentent l'avantage de ne pas avoir d'ions  $\text{OH}^-$  résiduels. Lors de leurs synthèse, si il y a des traces d'ions  $\text{OH}^-$ , il y a réaction avec les ions de fluor créant un composé de HF qui sera expulsé de la matrice hôte. Cependant, il peut rester des résidus d'oxygènes formant des composés du type  $\text{XOF}$  au lieu d' $\text{OH}$  responsable de la dégradation du facteur de qualité. La méthode de synthèse de ces verres est présentée dans la référence [40].

TABLEAU 1.2 – Facteur de qualité lié à l'état de surface à  $\lambda = 1550$  nm pour une microsphère d'indice  $N = 1,5$  et de diamètre  $100 \mu\text{m}$ .

Équation	$Q_{surf}$
(1.29)	$1,4 \times 10^{10}$
(1.30)	$8,5 \times 10^8$
(1.31)	$8,6 \times 10^9$
(1.32)	$1,5 \times 10^{10}$

### 1.1.3 Finesse

La finesse d'une cavité est définie comme le rapport entre l' $ISL$  et la largeur à mi-hauteur d'une résonance  $\Delta\nu$  :

$$\mathcal{F} = \frac{ISL}{\Delta\nu}. \quad (1.33)$$

De par leurs structures de petite taille et de très grands facteurs de qualité, les microrésonateurs présentent de très hautes finesses. Pour un microrésonateur en silice d'un diamètre  $100 \mu\text{m}$  correspondant à un pseudo- $ISL$  de 650 GHz et avec un facteur de qualité  $Q = 10^9$  correspondant à  $\Delta\nu = 193$  kHz à la longueur d'onde de 1550 nm, on aura une finesse  $\mathcal{F} \sim 10^6$ .

La finesse se rapporte au nombre de passages du champ dans la cavité, ainsi, pour des résonateurs de haute finesse, le champ intracavité peut être très élevé, ce qui favorise l'apparition d'effets non-linéaires.

## 1.2 Fabrication des microsphères

### 1.2.1 Choix du procédé de fabrication

La fabrication de résonateurs WGM sphériques par fusion présente l'avantage d'être simple à mettre en œuvre. Il existe plusieurs procédés de fabrication de microsphères. Parmi ceux-ci, on peut citer la fusion par flamme avec des gaz de type butane [35] ou encore la fusion par laser  $CO_2$  [41]. Dans les chapitres suivants, nous étudierons des microrésonateurs passifs d'une part et des microrésonateurs actifs d'autre part. Pour nos besoins en microrésonateurs passifs, nous utilisons la méthode de fusion par arc électrique. Pour Les microrésonateurs actifs, nous utilisons la fusion par torche plasma micro-onde. Les choix de ces deux méthodes sont dictés par le fait que la source de chaleur pour fondre nos matériaux ne doit pas apporter d'impuretés ou modifier chimiquement la composition de nos verres pour espérer obtenir des résonateurs de très haut facteur de qualité.

#### 1.2.1.1 Fusion par arc électrique

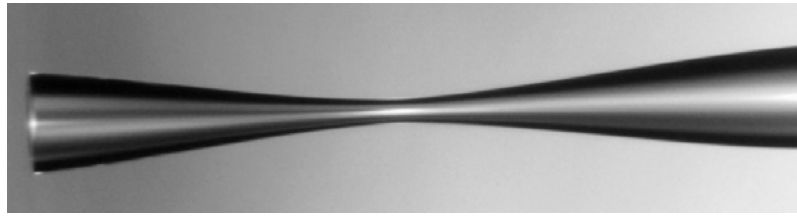
Avec cette méthode, nous utilisons exclusivement un verre en silice. Ce verre est conditionné sous forme d'un fil de silice homogène de dimensions identiques à celles d'une fibre optique standard (diamètre d'environ  $125 \mu\text{m}$ ). Il présente une très faible concentration en impuretés ( $<0,3 \text{ ppm}$ ) et en ions  $OH^-$  ( $<0,2 \text{ ppm}$ ) avec une atténuation optique de  $0,2 \text{ dB/km}$  à  $1550 \text{ nm}$ . La fusion se fait à l'aide d'une soudeuse de fibres optiques programmable (ERICSSON FSU 925).

#### Protocole de fabrication

Avant toute fabrication, une étape de nettoyage de la tige à l'aide d'éthanol ou d'acétone est nécessaire. Cela permet d'enlever d'éventuelles impuretés responsables en partie de la dégradation du facteur de qualité.

Pour réaliser les microrésonateurs, nous procédons en deux étapes :

- La première étape consiste à fabriquer l'ébauche. Pour cela nous effectuons une fusion-étirage du fil de silice à l'aide de la soudeuse. Après cela, une opération de clivage est effectuée sur une extrémitée du fil de silice étiré afin de pouvoir choisir la quantité de matière à fondre (Fig. 1.5(a)). Cela permet de contrôler la taille de la sphère voulue et ceci de manière répétable.
- La seconde étape consiste à fondre l'ébauche à l'aide de la soudeuse. Pour des sphères de diamètre compris entre  $40 \mu\text{m}$  et  $110 \mu\text{m}$ , une seule étape de fusion suffit. Pour obtenir une sphère de diamètre supérieur ( $>110 \mu\text{m}$ ), deux



(a) Fusion étirage de l'ébauche

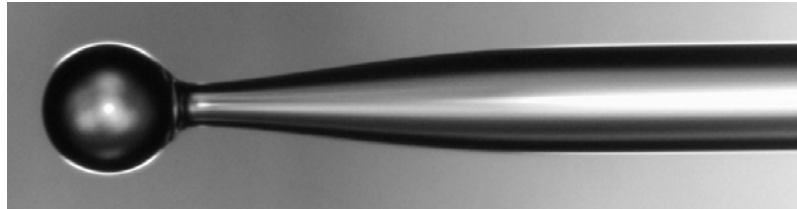
(b) Microsphère de 140  $\mu\text{m}$  de diamètre vue au microscope

FIGURE 1.5 – Etapes de fabrication d'une microsphère par fusion à l'arc électrique. a) après la fusion-étirage de l'ébauche, une étape de clivage sur une extrémité permet de choisir la quantité de matière à fondre. b) la partie clivée est fondue une ou deux fois afin d'obtenir une microsphère.

ou plusieurs étapes de fusion sont nécessaires avec une rotation de la tige de  $180^\circ$  entre chaque fusion afin de compenser la déformation due au poids de la microsphère. La figure 1.5(b) montre une vue au microscope d'une microsphère de 140  $\mu\text{m}$  de diamètre obtenue à l'aide du procédé de fusion par arc électrique. Nous obtenons ainsi des microsphères de diamètre compris entre 40  $\mu\text{m}$  et 200  $\mu\text{m}$ .

Le contrôle de la qualité et la mesure du diamètre des microsphères sont réalisés à l'aide d'un microscope ou d'une loupe binoculaire.

### 1.2.1.2 Fusion par torche plasma

Pour la fusion de verres qui ne se présentent pas sous forme de tiges, nous utilisons une torche à plasma d'argon et d'oxygène ionisés [14]. La fusion par torche plasma présente l'avantage d'une large gamme en terme de température par rapport à une soudeuse de fibres optiques et permet ainsi de travailler sur différents types de verres. En jouant sur le débit d'argon et d'oxygène, on peut régler la température entre  $800^\circ\text{C}$  et  $2300^\circ\text{C}$ . La fusion par plasma évite l'étape de réalisation du fil de verre dopé nécessaire pour la méthode utilisant une soudeuse. Les verres sont réduits en poudres et en fonction de la taille du tamis utilisé pour les trier, nous pouvons obtenir des microsphères avec des diamètres allant de 40  $\mu\text{m}$  à 220  $\mu\text{m}$ . La technique de fusion par torche plasma consiste à laisser tomber verticalement les poudres de verres à travers

le plasma. Les forces de tension superficielle lors de la fusion permettent d'obtenir des billes sphériques avec de très faibles ellipticités. Lors de sa chute après fusion, la sphère subit une trempe dans l'air ambiant et conserve une structure amorphe si le verre est stable (pas de cristallisation).

### Protocole de fabrication et de manipulation

Les poudres sont préparées à partir d'un morceau de verre concassé. Elles sont ensuite tamisées afin d'obtenir la distribution de taille de grains voulue. Schématiquement, les dimensions des mailles du tamis limitent la taille des sphères que l'on obtient après passage dans la torche plasma micro-onde. Les microsphères sont alors recueillies dans une boîte de Pétri après la traversée de la torche. Ensuite vient l'étape de sélection de la microsphère au microscope selon l'état de surface et la taille voulue. Chaque sphère choisie est ensuite prélevée à l'aide d'une micropipette reliée à une pompe à vide. La sphère sous aspiration est ensuite collée<sup>3</sup> à l'extrémité d'une fibre amincie (typiquement de l'ordre de 40  $\mu\text{m}$  de diamètre) afin d'être facilement manipulée et intégrée dans notre montage. La figure 1.6 montre les différentes étapes de montage d'une microsphère sur son support.



FIGURE 1.6 – Différentes phases de montage d'une sphère sur son support avant manipulation. a) la première étape consiste à saisir une microsphère à l'aide d'une micropipette, b) elle est ensuite alignée puis collée sur une tige en fibre amincie, c) après polymérisation de la colle ultraviolette, nous retirons la micropipette

#### 1.2.2 Système de couplage

Comme nous l'avons vu dans le paragraphe 1.1, le champ électromagnétique se propage dans les résonateurs à modes de galerie par réflexions totales internes. En raison du fort confinement du champ dans le résonateur, le seul moyen efficace pour transférer de l'énergie ou extraire de l'énergie des modes de galerie se fait par ondes évanescentes. Le couplage par un faisceau en espace libre n'excite généralement que très peu les modes de galeries [42]. Pour obtenir un couplage efficace, on doit avoir un

3. Le collage est réalisé à l'aide d'une colle sensible au rayonnement ultraviolet.

bon recouvrement entre les parties évanescentes des modes de galerie et des modes du coupleur.

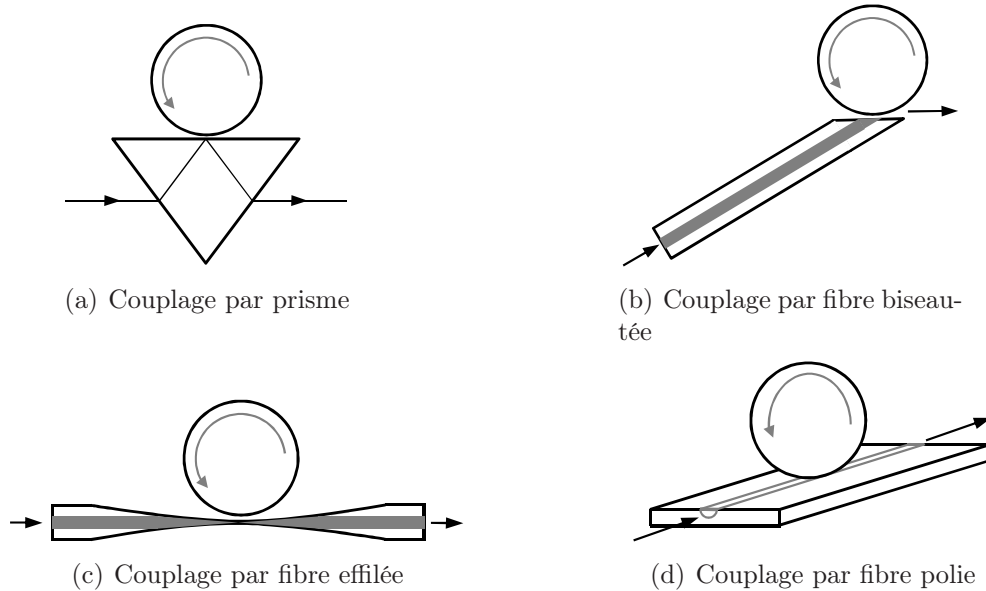


FIGURE 1.7 – Schémas de principe pour les différentes méthodes de couplage.

Il existe plusieurs techniques de couplage que nous allons citer brièvement. La figure 1.7 regroupe les principaux montages expérimentaux utilisés pour le couplage par ondes évanescentes. Historiquement, en 1989 Braginsky *et al.* [35] (Fig. 1.7(a)) ont utilisé pour la première fois le couplage par prisme dans les microrésonateurs. Cette technique est inspirée de celles mises au point pour coupler la lumière dans des guides d'ondes diélectriques [35, 43–48]. Le couplage par prisme consiste à injecter un champ incident dans un prisme et créer une réflexion totale sur une autre face du prisme produisant ainsi une onde évanescente. Cette technique possède l'avantage d'exciter sélectivement certains modes en jouant sur l'angle d'injection.

Le couplage par fibre biseautée est une adaptation directe du couplage par prisme [49]. Il présente l'avantage d'être mis en œuvre avec des fibres optiques standards (Fig. 1.7(b)). La fibre est polie sur une extrémité afin d'obtenir une réflexion totale à l'interface coeur/air.

Notons également qu'il existe d'autres techniques de couplage utilisant des fibres polies ou des guides enterrés [50–52] (Fig. 1.7(d)). Ces méthodes consistent à polir longitudinalement jusqu'au coeur une fibre optique ou un guide d'onde.

La technique de couplage que nous utilisons est le couplage par fibre amincie. Ce type de coupleur est communément appelé “taper biconique” ou “taper” (Fig. 1.7(c)). Cette technique a été proposée pour la première fois par Knight *et al.* en 1997 [53]

pour coupler la lumière dans les résonateurs sphériques à mode de galerie. Ce type de couplage est moins sélectif que le couplage par prisme, mais c'est une bonne technique de laboratoire car elle permet d'exciter et d'extraire aisément les modes du résonateur.



FIGURE 1.8 – Taper bi-conique fabriqué par fusion-étirage à l'aide d'une soudeuse de fibres optiques. La section amincie est inférieure à  $2\ \mu\text{m}$  sur environ  $400\ \mu\text{m}$  de long.

Dans nos expériences nous utilisons des “tapers biconiques” fabriqués par notre partenaire du CNR IFAC en Italie. Ces tapers présentent un diamètre aminci inférieur à  $2\ \mu\text{m}$ . Nous utilisons également des “tapers biconiques” (c.f Fig. 1.8) et “demi-taper” (ou encore “fibres effilées”) fabriqués au sein du laboratoire FOTON. Ces derniers peuvent présenter une section amincie inférieure à  $2\ \mu\text{m}$  sur une longueur de  $400\ \mu\text{m}$  environ. Ils sont fabriqués par fusion-étirage à l'aide d'une soudeuse de fibres optiques programmable (ERICSSON FSU 925).



# Chapitre 2

## Caractérisation d'un résonateur optique

### Sommaire

---

<b>2.1</b>	<b>Caractérisation d'une résonance de haut facteur de qualité</b>	<b>48</b>
2.1.1	Évolution temporelle de l'amplitude du champ . . . . .	48
2.1.2	Le signal de sortie $s_{out}(t)$ . . . . .	51
2.1.3	Réponse stationnaire . . . . .	53
2.1.3.1	La transmission . . . . .	53
2.1.3.2	Le régime de couplage . . . . .	54
2.1.4	Propriétés dispersives des résonateurs à modes de galerie .	57
2.1.5	Méthode de caractérisation d'un résonateur . . . . .	59
2.1.5.1	Profil de transmission en régime dynamique . . . . .	62
2.1.5.2	Discrimination de $\tau_e$ et $\tau_0$ . . . . .	63
2.1.5.3	Le régime de couplage . . . . .	63
2.1.6	Dispositif expérimental de caractérisation des résonateurs .	64
2.1.7	Comparaison théorique et expérimentale . . . . .	66
2.1.8	Discussion sur les méthodes de caractérisation expérimentale.	66
<b>2.2</b>	<b>Confrontation théorie / expérience</b> . . . . .	<b>68</b>
2.2.1	Validation expérimentale et comparaison du régime station- naire et du régime dynamique . . . . .	68
2.2.2	Influence du couplage. . . . .	71
2.2.3	Application de la méthode à la caractérisation de disques monocristallins en $\text{CaF}_2$ . . . . .	72

---



## 2.1 Caractérisation d'une résonance de haut facteur de qualité

Pour décrire théoriquement les phénomènes mis en jeu dans ces résonateurs, nous nous appuyons sur le formalisme proposé par H. Haus en 1984 [54] dans son ouvrage "*Wave and fields in optoelectronics*".

Si l'on s'intéresse à une seule résonance, on peut décrire le résonateur (Fig. 2.1) simplement par sa fréquence de résonance  $\omega_0$  et la durée de vie  $\tau$  de l'amplitude  $u$  du champs dans la cavité. Ce modèle prend en compte deux canaux de couplage avec l'extérieur : la ligne d'accès caractérisé par un temps de fuite  $\tau_e$  et les pertes intrinsèques décrites par le temps  $\tau_0$ . Ces deux grandeurs sont liées au temps de vie global des photons par :

$$\frac{1}{\tau} = \frac{1}{\tau_0} + \frac{1}{\tau_e}. \quad (2.1)$$

Si  $s_{in}(t)$  représente l'excitation externe, l'évolution temporelle de l'amplitude du mode dans la cavité est donné par :

$$\frac{du(t)}{dt} = j\omega_0 u(t) - \frac{1}{\tau} u(t) + \sqrt{\frac{2}{\tau_e}} s_{in}(t). \quad (2.2)$$

Le signal de sortie est alors obtenu à partir de l'expression :

$$s_{out} = -s_{in} + \sqrt{\frac{2}{\tau_e}} u(t). \quad (2.3)$$

Dans ce qui suit, nous décrirons successivement les équations (2.1) et (2.3) qui permet de décrire un résonateur.

### 2.1.1 Évolution temporelle de l'amplitude du champ

- Si on décompose le terme de droite de l'équation (2.2) en trois termes, le premier terme :

$$\frac{du(t)}{dt} = j\omega_0 u(t), \quad (2.4)$$

correspond à un oscillateur harmonique de pulsation propre  $\omega_0$ .

- Le second terme vient des deux contributions à l'amortissement de cet oscillateur harmonique.  $\tau_0$  est un temps caractéristique de décroissance du champ dû aux différentes pertes internes de la cavité telles que définies dans le paragraphe 1.1.2.  $\tau_e$

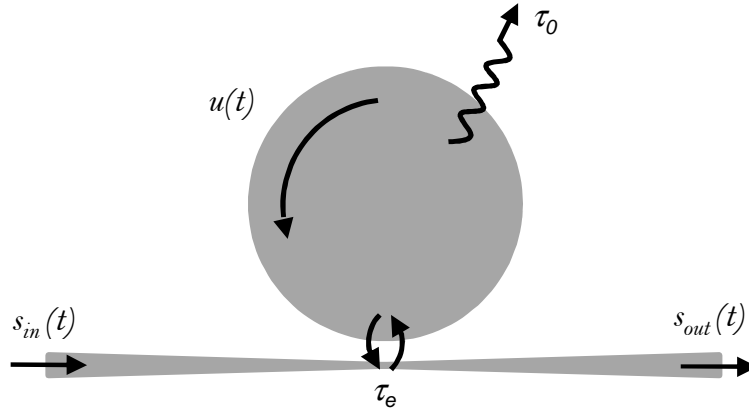


FIGURE 2.1 – Schéma d'une cavité couplée à sa ligne d'accès caractérisée par son mode  $u(t)$  et ses pertes intrinsèques  $\tau_0$  et externes  $\tau_e$ .

est lié au couplage entre le résonateur et la ligne d'accès. L'introduction de ces deux termes de fuites dans l'équation du champ (2.4), nous donne :

$$\frac{du(t)}{dt} = j\omega_0 u(t) - \left( \frac{1}{\tau_0} + \frac{1}{\tau_e} \right) u(t). \quad (2.5)$$

L'amplitude du champ  $u(t)$  décroît alors en  $\exp(-t/\tau)$ .

À partir de là, nous pouvons définir les différentes contributions au facteur de qualité  $Q$  d'un résonateur. Soit  $W = |u(t)|^2$  l'énergie contenue dans la cavité. En faisant le lien entre le terme de fuite et la puissance dissipée  $P_d$ , on établit la relation suivante :

$$\frac{dW}{dt} = u \frac{du^*}{dt} + u^* \frac{du}{dt} = -\frac{2}{\tau} W = -P_d, \quad (2.6)$$

$\tau/2$  représente le temps de vie (en énergie) des photons dans le système (cavité couplé + coupleur). L'énergie intracavité  $W$  décroît alors en  $\exp(-2t/\tau)$ .

Par définition, le facteur de qualité peut s'exprimer en termes énergétiques de la manière suivante :

$$Q = 2\pi \frac{\text{énergie stockée}}{\text{énergie dissipée par cycle}}. \quad (2.7)$$

Comme la puissance  $P_d$  est une énergie dissipée par unité de temps d'après l'équation (2.6), nous définissons alors l'énergie dissipée par cycle comme étant  $P_d/\nu_0$ , ainsi le facteur de qualité global du résonateur s'écrit :

$$Q = \frac{2\pi\nu_0 W}{P_d} = \frac{\omega_0 \tau}{2}. \quad (2.8)$$

En remplaçant  $\tau$  par son expression (Equ. (2.1)), nous obtenons :

$$Q = \left( \frac{2}{\omega_0 \tau_0} + \frac{2}{\omega_0 \tau_e} \right)^{-1}. \quad (2.9)$$

Par identification, nous pouvons définir 3 facteurs de qualité :

– Le facteur de qualité intrinsèque  $Q_0$  de la cavité :

$$Q_0 = \frac{\omega_0 \tau_0}{2} \quad (2.10)$$

– Le facteur de qualité externe  $Q_e$  modélisant le couplage :

$$Q_e = \frac{\omega_0 \tau_e}{2}. \quad (2.11)$$

• Le dernier le terme de l'équation (2.2) tient compte du couplage du signal d'entrée au résonateur. Considérons maintenant la ligne d'accès caractérisée par les signaux d'entrées  $s_{in}(t)$  et de sortie  $s_{out}(t)$  ainsi qu'une partie du signal d'entrée  $[\kappa s_{in}(t)]$  couplée dans la cavité. Le coefficient  $\kappa$  correspond à un certain taux de couplage entre la cavité et la ligne d'accès. Le signal d'excitation est tel que  $s_{in}(t) \propto \exp(j\omega t)$ . En ajoutant la partie du signal d'entré  $\kappa s_{in}(t)$  à l'équation (2.5) d'évolution du champ dans le résonateur, nous obtenons :

$$\frac{du(t)}{dt} = j\omega_o u(t) - \frac{1}{\tau} u(t) + \kappa s_{in}(t). \quad (2.12)$$

En intégrant l'équation (2.12), nous obtenons pour solution forcée du champ  $u(t)$  :

$$u(t) = \frac{\kappa s_{in}(t)}{j(\omega - \omega_0) + [(1/\tau_0) + (1/\tau_e)]}. \quad (2.13)$$

### Détermination de $\kappa$

Le principe de conservation de l'énergie permet de trouver l'expression du coefficient  $\kappa$ .

Prenons le cas où les pertes du résonateur sont nulles ( $1/\tau_0=0$ ). En considérant un coupleur symétrique, on insère un signal d'entrée  $s_{in}(t)$ . D'après l'équation (2.6), l'énergie intracavité s'accroît en suivant :

$$\frac{dW}{dt} = \frac{2}{\tau_e} W. \quad (2.14)$$

Pendant la charge du résonateur, le champ  $u(t)$  oscille à la fréquence  $\omega_0$  imposée par le signal d'entrée  $s_{in}(t)$  et où l'enveloppe du champ augmente avec le temps de vie  $1/\tau_e$ , la fréquence de travail s'écrit alors :

$$\omega = \omega_o - \frac{j}{\tau_e}. \quad (2.15)$$

En introduisant cette fréquence dans l'équation (2.13) tout en gardant ( $1/\tau_0=0$ ), nous obtenons pour nouvelle expression de  $u(t)$  :

$$u(t) = \frac{\kappa s_{in}(t)}{2/\tau_e}. \quad (2.16)$$

Prenons maintenant le cas où nous coupons la source  $s_{in}(t)=0$ . La variation de l'énergie interne vaudra :

$$\frac{dW}{dt} = -\frac{2}{\tau_e}W = -|s_{out}|^2 \quad (2.17)$$

où  $|s_{out}|^2$  est la puissance du signal de sortie. Le système étant considéré sans perte, en faisant le bilan de conservation de l'énergie,  $|s_{in}(t)|^2$  est égale à  $|s_{out}(t)|^2$ . D'après l'équation (2.17), on a:

$$|s_{in}(t)|^2 = |s_{out}(t)|^2 = \frac{2}{\tau_e} |u(t)|^2. \quad (2.18)$$

En combinant les équations (2.16) et (2.18), nous obtenons l'expression de  $\kappa$ :

$$|\kappa| = \sqrt{\frac{2}{\tau_e}}. \quad (2.19)$$

De manière arbitraire, nous prenons la phase de  $\kappa$  nulle. Finalement, l'équation d'évolution du champ (2.12) dans le résonateur s'exprime bien comme :

$$\frac{du(t)}{dt} = j\omega_o u(t) - \frac{1}{\tau}u(t) + \sqrt{\frac{2}{\tau_e}}s_{in}(t) \quad (2.20)$$

Cette équation décrit la réponse d'un résonateur due à une excitation par une onde incidente. D'après cette équation (2.20), le résonateur est caractérisé par les trois paramètres :

- $\omega_0$ , sa pulsation à résonance,
- $\tau_0$ , le temps de décroissance du champ lié aux pertes internes,
- $\tau_e$ , le temps de décroissance du champ lié au couplage du résonateur avec sa ligne d'accès.

### 2.1.2 Le signal de sortie $s_{out}(t)$

Afin de déterminer la fonction de transfert du résonateur, il nous est nécessaire de connaître l'expression du champ de sortie  $s_{out}(t)$ . Notre système étant linéaire, le champ de sortie  $s_{out}(t)$  doit être proportionnel à une combinaison linéaire du signal d'entrée  $s_{in}(t)$  et du champ interne  $u(t)$  tel que :

$$s_{out}(t) = \kappa_{in}s_{in}(t) + \kappa_u u(t). \quad (2.21)$$

#### Détermination du coefficient $\kappa_u$

L'expression de  $\kappa_u$  se détermine dans le cas d'un résonateur sans perte et avec le champ d'entrée nul. Ainsi, en se référant à l'équation (2.17), nous obtenons :

$$|s_{out}(t)| = \sqrt{\frac{2}{\tau_e}} |u(t)| = |\kappa_u| |u(t)|. \quad (2.22)$$

En choisissant le terme de phase associé au coefficient  $\kappa_u$  nul, nous avons alors :

$$\kappa_u = \sqrt{\frac{2}{\tau_e}}. \quad (2.23)$$

### Détermination du coefficient $\kappa_{in}$

Le second coefficient  $\kappa_{in}$  est obtenu en appliquant le principe de conservation de l'énergie. En effet, la différence entre la puissance en entrée et la puissance en sortie du résonateur doit être égale à la somme de la puissance interne et des pertes internes :

$$|s_{in}(t)|^2 - |s_{out}(t)|^2 = \frac{d|u(t)|^2}{dt} + 2 \left( \frac{1}{\tau_0} \right) |u(t)|^2. \quad (2.24)$$

D'après l'équation (2.2), nous déduisons que l'équation d'évolution de l'énergie interne de la cavité s'exprime comme :

$$\frac{d|u(t)|^2}{dt} = -2 \left( \frac{1}{\tau_0} + \frac{1}{\tau_e} \right) |u(t)|^2 + \sqrt{\frac{2}{\tau_e}} (u^*(t)s_{in}(t) + u(t)s_{in}^*(t)). \quad (2.25)$$

L'insertion de cette équation dans l'équation (2.24), nous donne :

$$|s_{in}(t)|^2 - |s_{out}(t)|^2 = -\frac{2}{\tau_e} |u(t)|^2 + \sqrt{\frac{2}{\tau_e}} (u^*(t)s_{in}(t) + u(t)s_{in}^*(t)). \quad (2.26)$$

Enfin, nous introduisons dans l'équation (2.26) l'expression du champ  $s_{out}(t) = \kappa_{in}s_{in}(t) + \sqrt{2/\tau_e}u(t)$ . Nous obtenons :

$$|s_{in}(t)|^2 (1 - |\kappa_{in}|^2) = \sqrt{\frac{2}{\tau_e}} (u^*(t)s_{in}(t) + u(t)s_{in}^*(t)) + \sqrt{\frac{2}{\tau_e}} (u^*(t)\kappa_{in}s_{in}(t) + u(t)\kappa_{in}s_{in}^*(t)). \quad (2.27)$$

De cette dernière équation, on déduit la valeur du coefficient  $\kappa_{in}$  telle que :

$$\kappa_{in} = -1 \quad (2.28)$$

À noter que dans les équations (2.19) et (2.23), nous avons volontairement pris une phase nulle. Dans l'équation (2.28), nous avons  $\kappa_{in} = -1 = e^{j\pi}$ . Un déphasage de  $\pi$  apparaît naturellement entre le champ d'entrée et le champ de sortie de la cavité. À chaque passage dans le coupleur, le champ acquiert une phase de  $\pi/2$ . Finalement, l'expression du champ de sortie est :

$$s_{out} = -s_{in} + \sqrt{\frac{2}{\tau_e}}u(t). \quad (2.29)$$

### 2.1.3 Réponse stationnaire

En supposant une excitation monochromatique de la forme :

$$s_{in}(t) = A \exp(j\omega t) \quad (2.30)$$

où  $\omega$  est la pulsation du mode à l'entrée et s'exprime en fonction d'un décalage fréquentiel  $\delta$  par rapport à la fréquence angulaire à résonance  $\omega_0$  comme :

$$\omega = \omega_0 + 2\pi\delta, \quad (2.31)$$

L'équation (2.2) se résout analytiquement (Equ. (2.13)) ce qui permet l'expression de la fonction de transfert  $\mathcal{H}$  en régime stationnaire.

#### 2.1.3.1 La transmission

La fonction de transfert  $\mathcal{H}$  du résonateur est obtenue en utilisant l'équation (2.29) :

$$\mathcal{H} = \frac{s_{out}(t)}{s_{in}(t)} = \sqrt{T} \exp(j\phi), \quad (2.32)$$

dans cette expression,  $T$  représente la transmission en intensité du système et  $\phi$  la phase induite par le système.

On exprime cette fonction de transfert en fonction du décalage fréquentiel  $\delta$  et en résolvant analytiquement l'équation d'évolution temporelle (2.2). On obtient :

$$\mathcal{H}(\delta) = \frac{1/\tau_e - 1/\tau_0 - 2j\pi\delta}{1/\tau_e + 1/\tau_0 + 2j\pi\delta}. \quad (2.33)$$

La transmission du système  $T(\delta)$  est définie par :

$$T(\delta) = |\mathcal{H}(\delta)|^2 = \frac{(1/\tau_e - 1/\tau_0)^2 + 4\pi^2\delta^2}{(1/\tau_e + 1/\tau_0)^2 + 4\pi^2\delta^2}. \quad (2.34)$$

Cette équation est apparentée à une fonction lorentzienne. De cette transmission, il est possible de mesurer le facteur de qualité global  $Q$  en utilisant la définition du facteur de qualité global  $Q = \nu_0/2\delta_{1/2}$  définie dans le paragraphe 1.1.2 où  $2\delta_{1/2}$  représente la largeur à mi-hauteur de la résonance de profil lorentzienne, et  $\nu_0 = \omega_0/2\pi$  la fréquence à résonance. Dans cette équation (2.34), les temps caractéristiques  $\tau_0$  et  $\tau_e$  jouent le même rôle. La transmission en régime stationnaire ne permet pas d'identifier les contributions intrinsèques ( $Q_0$ ) et extrinsèques ( $Q_e$ ) au facteur de qualité global.

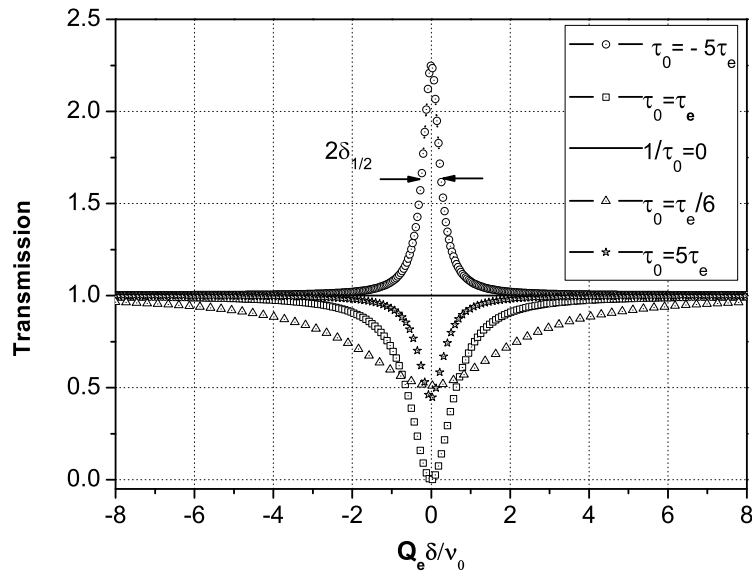


FIGURE 2.2 – Spectre de transmission en régime stationnaire pour différentes valeurs de  $\tau_0$  et  $\tau_e$ . L'axe des abscisses est gradué en fonction du décalage fréquentiel normalisé  $Q_e\delta/\nu_0$ .

### 2.1.3.2 Le régime de couplage

#### Le spectre de transmission

L'équation (2.34) montre que nous pouvons avoir différents cas de figure en fonction des différentes valeurs relatives de  $\tau_0$  et  $\tau_e$ . Sur la figure 2.2, nous avons tracé la transmission du système en fonction du décalage fréquentiel normalisé  $Q_e\delta/\nu_0$  où  $\nu_0 = \omega_0/2\pi$  représente la fréquence à résonance.

Nous pouvons définir les différents régimes de couplage :

- $0 < \tau_0 < \tau_e$  : **Régime de sous-couplage:**

Dans cette configuration, le couplage avec la ligne d'accès est plus faible que les pertes du résonateur. Les pertes intrinsèques sont alors plus élevées que les pertes externes.

À titre d'exemple, nous présentons ce régime sur la figure 2.2 (cas  $\tau_0 = \tau_e/6$ ).

- $\tau_0 = \tau_e$  : **Régime de couplage critique:**

Le couplage d'énergie de l'extérieur vers le résonateur est maximal. Les pertes intrinsèques et extrinsèques sont alors égales.

À titre d'exemple, nous présentons ce régime sur la figure 2.2 (cas  $\tau_0 = \tau_e$ ).

- $\tau_0 > \tau_e$  : **Régime de sur-couplage:**

C'est la cas inverse du régime de sous-couplage. Le couplage avec la ligne d'accès est plus grand que les pertes du résonateur. Les pertes intrinsèques sont alors

plus faibles que les pertes externes.

À titre d'exemple, nous présentons ce régime sur la figure 2.2 (cas  $\tau_0 = 5\tau_e$ ).

- Le cas où  $1/\tau_0 = 0$  (Fig. 2.2). Le résonateur est parfaitement transparent et sa transmission  $T(\delta) = 1$  sur tout le spectre. Il ne présente pas de pertes internes. La fonction de transfert s'écrit  $\mathcal{H}(\delta) = \exp(j\phi)$ . Le résonateur se comporte comme un système purement déphasant, ce qui équivaut à un interféromètre de Gires-Tournois [55].

- $\tau_0 < -\tau_e < 0$  : **Régime d'amplification sélective:**

Ce régime est aussi présenté sur la figure 2.2 (cas  $\tau_0 = -5\tau_e$ ).

Le résonateur est en régime de gain,  $\tau_0 < 0$ . Les pertes internes sont continuellement compensées. Le champ interne  $u(t)$  est alors exalté.

### Remarques

1. En régime d'amplification sélective, la transmission  $T(\delta)$  est supérieure à l'unité et lorsqu'elle augmente, la largeur à mi-hauteur  $2\delta_{3dB}$  s'affine [56,57]. Ceci reste valable tant que le régime laser n'est pas atteint, c'est à dire  $\tau_0 < -\tau_e$ . La figure 2.3 présente un exemple d'un tel filtre amplificateur en fonction du décalage fréquentiel normalisé  $Q_e\delta/\nu_0$ . L'axe des ordonnées présente la transmission en décibel pour différentes valeurs de  $\tau_0$  par rapport à  $\tau_e$ .

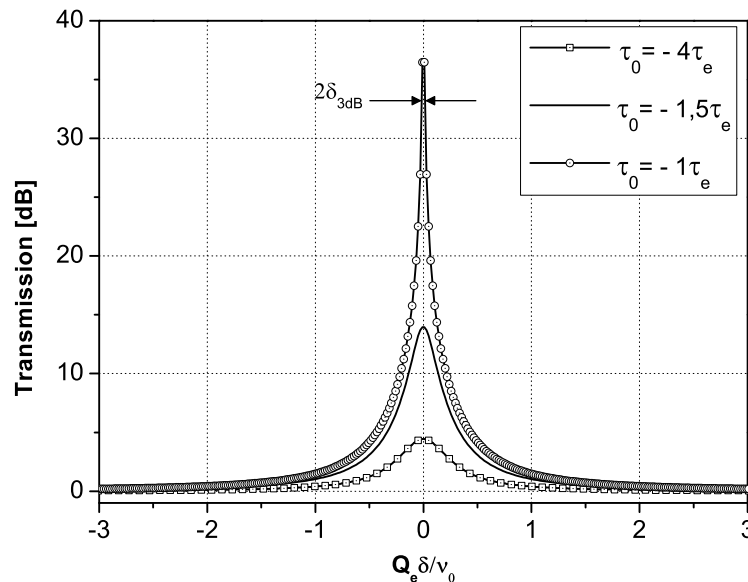


FIGURE 2.3 – Spectre de transmission en régime stationnaire pour l'amplification sélective avec différentes valeurs de  $\tau_0$  par rapport à  $\tau_e$  et de largeur à mi-hauteur  $2\delta_{3dB}$ .



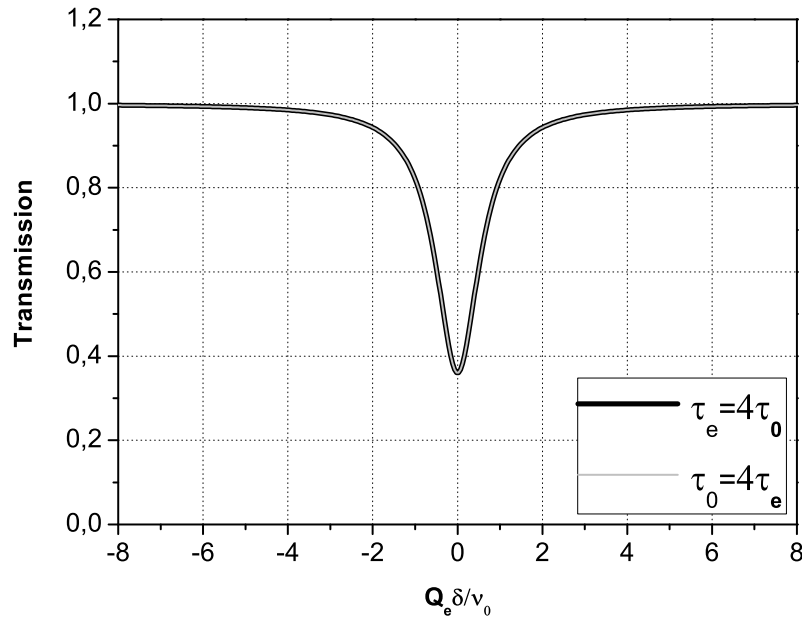


FIGURE 2.4 – Identité des réponses stationnaires d'un résonateur à l'inversion des rôles de  $\tau_0$  et  $\tau_e$ .

2. Le régime laser correspond à  $\tau_0 \geq -\tau_e$ . C'est un régime non linéaire et n'entre pas dans le domaine de validité du modèle d'évolution temporelle.
3. Pour un résonateur passif, l'examen de l'expression (2.34) montre que la fonction de transmission reste inchangée lorsqu'on intervertit les rôles joués par les pertes intrinsèques ( $\tau_0$ ) et le taux de couplage ( $\tau_e$ ). Dans ce cas la mesure de la transmission ne donnera pas le régime de couplage. La figure 2.4 montre la transmission du résonateur pour un couple de valeur  $(\tau_0, \tau_e)$  donné dans le cadre du régime stationnaire. On inversant le rôle de  $\tau_e$  et  $\tau_0$  respectivement  $\tau_e = 4\tau_0$  (régime de sous-couplage) et  $\tau_0 = 4\tau_e$  (régime de sur-couplage), on constate que la réponse du résonateur est strictement identique.

### La transmission à résonance

À résonance ( $\delta = 0$ ), l'expression de la transmission  $T(0)$  s'écrit :

$$T(0) = \left( \frac{\tau_e - \tau_0}{\tau_e + \tau_0} \right)^2. \quad (2.35)$$

La figure 2.5 représente la transmission à résonance en [dB] en fonction des différentes valeurs de  $\tau_0$  à  $\tau_e$  fixé.

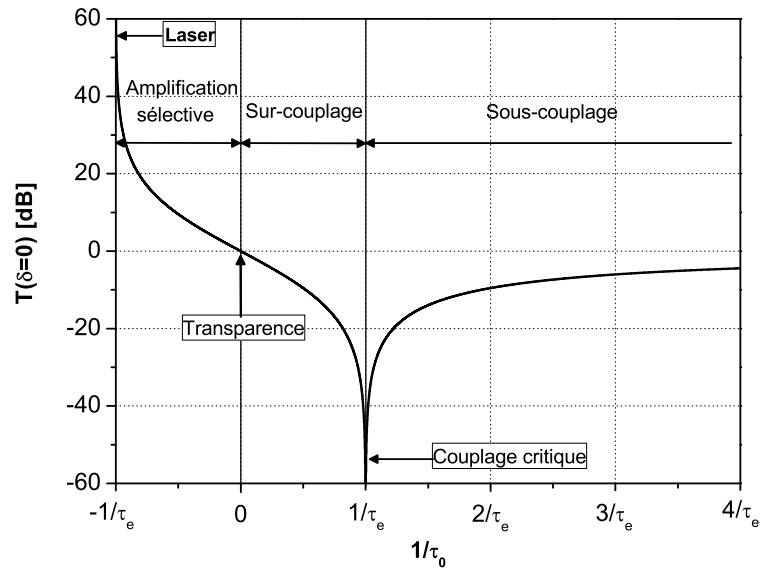


FIGURE 2.5 – Transmission à résonance en fonction des valeurs relatives de  $\tau_e$  et  $\tau_0$ .

Cette figure permet l'identification de la valeur de la transmission pour les différents régimes de couplages. En régime de sous-couplage ou de sur-couplage, d'après l'équation (2.35), la transmission à résonance est définie pour  $0 < T(0) < 1$ . Au couplage critique, les pertes intrinsèques sont égales aux pertes extrinsèques et la transmission à résonance vaut  $T(0) = 0$ . En régime d'amplification sélective, la transmission à résonance est telle que  $T(0) > 1$ . À transparence (cas où  $1/\tau_0 = 0$ ) la transmission à résonance  $T(0) = 1$  sur tout le spectre.

Nous remarquons deux points particuliers :

1. Dans le cas où la valeur de  $\tau_0$  est proche de  $-\tau_e$  c'est à dire lorsque le résonateur est en régime d'amplification sélective, on a une évolution exponentielle de la transmission  $T(0)$ .
2. La transmission présente rapidement un pic d'absorption important lorsque  $\tau_0$  tends vers  $\tau_e$  autrement dit lorsqu'on se trouve au voisinage du régime critique.

#### 2.1.4 Propriétés dispersives des résonateurs à modes de galerie

Le déphasage introduit par le résonateur se calcule à partir de l'expression de la fonction de transfert obtenue en régime stationnaire (Equ.(2.33)). En fonction de régime de couplage considéré, les différentes phases induites s'écrivent:

- **Régime de sous-couplage** ( $\tau_0 < \tau_e$ )

$$\phi(\delta) = \pi - \arctan\left(\frac{2\pi\delta\tau_0\tau_e}{\tau_0 - \tau_e}\right) - \arctan\left(\frac{2\pi\delta\tau_0\tau_e}{\tau_0 + \tau_e}\right). \quad (2.36)$$

- **Régime de couplage critique** ( $\tau_0 = \tau_e$ )

$$\phi(\delta) = \pi + \frac{\pi}{2} \frac{\delta}{|\delta|} - \arctan(\pi\delta\tau_0). \quad (2.37)$$

- **Régime de sur-couplage** ( $\tau_0 > \tau_e$ )

$$\phi(\delta) = -\arctan\left(\frac{2\pi\delta\tau_0\tau_e}{\tau_0 - \tau_e}\right) - \arctan\left(\frac{2\pi\delta\tau_0\tau_e}{\tau_0 + \tau_e}\right). \quad (2.38)$$

- **Régime de d'amplification sélective** ( $\tau_0 < -\tau_e$ )

$$\phi(\delta) = -\arctan\left(\frac{2\pi\delta\tau_0\tau_e}{\tau_0 - \tau_e}\right) - \arctan\left(\frac{2\pi\delta\tau_0\tau_e}{\tau_0 + \tau_e}\right). \quad (2.39)$$

- **Régime de transparence** ( $1/\tau_0 = 0$ )

$$\phi(\delta) = -2 \arctan(2\pi\delta\tau_e). \quad (2.40)$$

Pour un régime de sur-couplage et de sous-couplage donné, la phase induite par le résonateur est différente. De ce fait, une mesure de la phase permet de connaître de manière unique le régime de couplage du résonateur. Autrement dit, ici les rôles de  $\tau_0$  et  $\tau_e$  ne sont plus identiques et lèvent l'indétermination de la seule mesure de la transmission.

Dans nos applications, le temps de groupe  $\tau_g$  nous intéresse plus directement que le déphasage. Pour une dépendance temporelle du champ en  $\exp(j\omega t)$ , le temps de groupe  $\tau_g$  est défini par :

$$\tau_g(\delta) = -\frac{d\phi}{d\omega} = -\frac{1}{2\pi} \frac{d\phi}{d\delta}. \quad (2.41)$$

- L'expression du temps de groupe à résonance  $\tau_g(0)$  pour le régime de sur-couplage, sous-couplage et d'amplification sélective s'écrit :

$$\tau_g(0) = 2 \frac{\tau_e \tau_0^2}{\tau_0^2 - \tau_e^2}. \quad (2.42)$$

- En régime de transparence, le temps de groupe à résonance vaut  $\tau_g(0) = 2\tau_e$ .
- Dans le cas du couplage critique, le retard de groupe n'est pas défini car à résonance, tout le signal est absorbé.

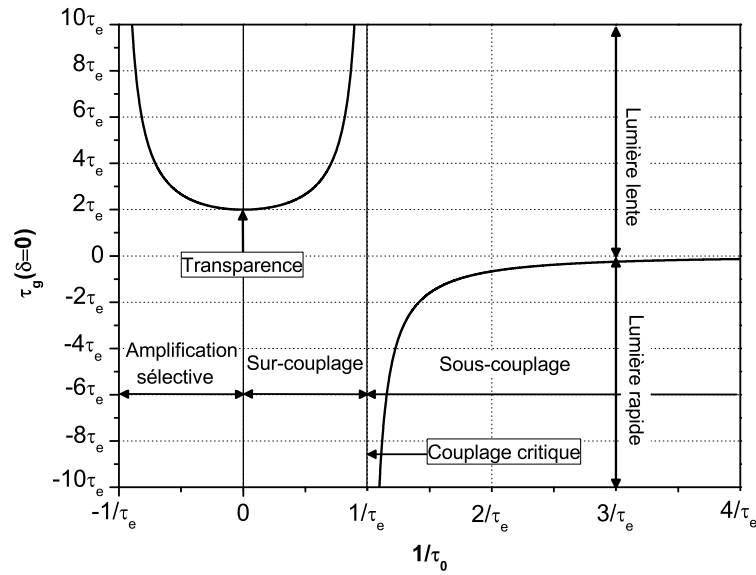


FIGURE 2.6 – Temps de groupe à résonance en fonction de différentes valeurs de  $\tau_0$  à  $\tau_e$  fixé.

La figure 2.6 montre l'évolution du temps de groupe à résonance en fonction de différentes valeurs de  $\tau_0$  pour  $\tau_e$  fixé.

Les signes des temps de groupes sont opposés dans le cas du régime de sur-couplage et du régime de sous-couplage. Pour un retard de groupe négatif, on est en régime dit de lumière rapide et pour un retard de groupe positif, on est en régime dit de lumière lente. Le régime de lumière lente correspond aux régimes d'amplification sélective, de transparence et de sur-couplage. Le régime de lumière rapide est associé au seul régime de sous-couplage. Le régime de couplage critique constitue la limite entre le régime de lumière lente et lumière rapide.

Dans les deux paragraphes précédents 2.1.3 et 2.1.4, nous avons montré qu'afin d'obtenir le régime couplage du résonateur, une mesure simultanée de la transmission (Fig. 2.5) et de la phase (Fig. 2.6) est indispensable. Par la suite, nous allons montrer une méthode de caractérisation de ces résonateurs.

### 2.1.5 Méthode de caractérisation d'un résonateur

La méthode classique de mesure de facteur de qualité d'un résonateur consiste à exciter la résonance de celui-ci à l'aide d'un laser accordable très fin spectralement. Le laser est balayé linéairement en fréquence  $\nu$  autour d'une résonance avec une vitesse de balayage  $\tilde{V}_s$ .

À partir de l'équation d'évolution temporelle de H. Haus [54] vu dans le paragraphe

2.1.1, nous introduisons une fréquence angulaire  $\omega$  qui varie linéairement dans le temps suivant l'expression :

$$\omega(t) = \omega_i + \frac{V_s}{2}t, \quad (2.43)$$

avec  $\omega_i$  la pulsation initiale. Considérons le signal d'entrée :

$$s_{in}(t) = Ae^{j\theta(t)} = Ae^{j\omega(t)t}. \quad (2.44)$$

La fréquence angulaire instantanée du signal s'écrit alors :

$$\frac{d\theta}{dt} = \omega_i + V_s t, \quad (2.45)$$

où  $V_s = 2\pi\tilde{V}_s$  est la vitesse de balayage en fréquence angulaire.

En insérant la nouvelle expression du champ  $s_{in}(t)$  dans l'équation d'évolution (2.2) et en la résolvant, l'expression du champ interne de la cavité s'écrit :

$$u(t) = \sqrt{\frac{2}{\tau_e}} A \exp\left(j\omega_0 t - \frac{t}{\tau}\right) \left[ f(t) - f(0) + \frac{1}{j(\omega_i - \omega_0) + \frac{1}{\tau}} \right], \quad (2.46)$$

avec :

$$f(t) - f(0) = \int_0^t \exp\left[j\theta(t') + \left(\frac{1}{\tau} - j\omega_0\right)t'\right] dt', \quad (2.47)$$

ce qui s'exprime à partir de la fonction erreur complexe  $\text{erf}(z)$  avec  $z \in \mathbb{C}$  :

$$f(t) = -\sqrt{\frac{j\pi}{2V_s}} \exp\left[\frac{-j(2\pi\delta_i - j/\tau)^2}{2V_s}\right] \text{erf}\left(\frac{j/\tau - 2\pi\delta_i - V_s t}{\sqrt{2jV_s}}\right), \quad (2.48)$$

où  $2\pi\delta_i = \omega_i - \omega_0$  le désaccord fréquentiel initial.

D'après l'équation (2.29), le champ de sortie a pour expression  $s_{out}(t) = -s_{in}(t) + \sqrt{2/\tau_e}u(t)$ . La transmission du système est maintenant une fonction du temps :

$$T(t) = |\mathcal{H}(t)|^2 = \left| \frac{s_{out}(t)}{s_{in}(t)} \right|^2, \quad (2.49)$$

et vaut :

$$T(t) = \left| \frac{2}{\tau_e} A \exp\left(j\omega_0 t - \frac{t}{\tau}\right) \left[ f(t) - f(0) + \frac{1}{j(\omega_i - \omega_0) + \frac{1}{\tau}} \right] - 1 \right|^2, \quad (2.50)$$

en rappelant que :

$$\frac{1}{\tau} = \frac{1}{\tau_e} + \frac{1}{\tau_0}.$$

Contrairement au régime stationnaire (équation de transmission (2.34)), les rôles de  $\tau_e$  et de  $\tau_0$  ne sont plus interchangeables dans l'équation de transmission (2.50). On peut

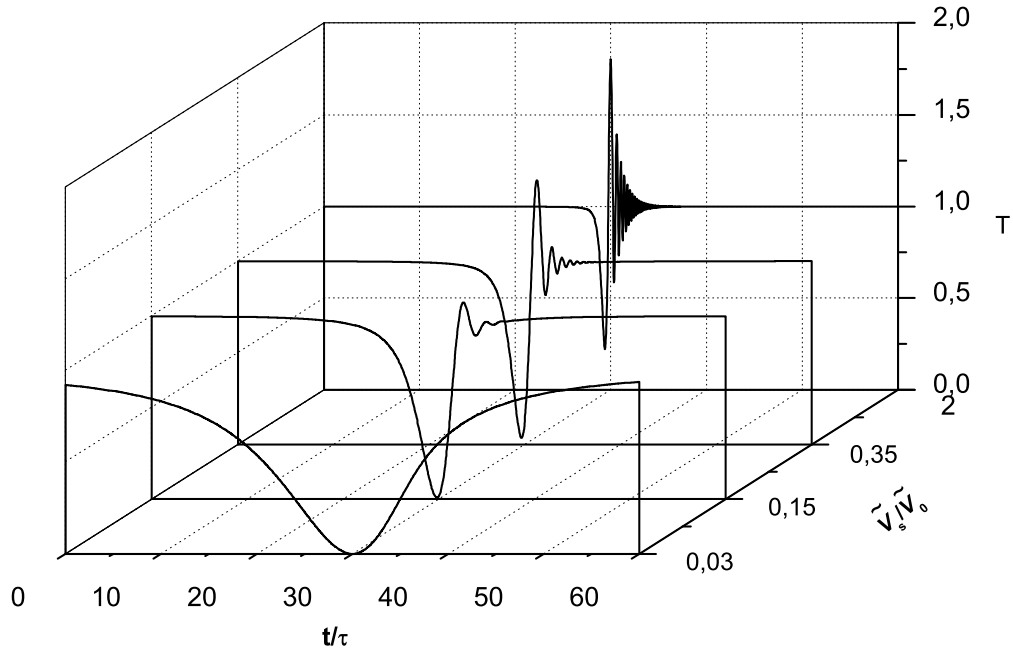


FIGURE 2.7 – Évolution de la transmission en régime critique pour différentes vitesses de balayages et pour  $\tau_0$  et  $\tau_e$  fixé. L'axe des abscisses est normalisé par rapport au temps de vie global  $\tau$ . L'axe des ordonnées présente la transmission du résonateur pour différentes vitesses de balayages.

aussi remarquer que pour un régime de couplage donné à  $\tau_e$  et  $\tau_0$  fixé, la transmission ne dépendra que de la vitesse  $\tilde{V}_s$ .

La figure 2.7 présente quatre exemples de transmissions calculées à partir de ce modèle pour différentes vitesses de balayage dans le cas du couplage critique à  $\tau_e = \tau_0$  fixé. L'axe des abscisses est normalisé par rapport au temps de vie global de la cavité. La vitesse  $\tilde{V}_s$  est normalisée par rapport à une vitesse caractéristique  $\tilde{V}_0 = 2/(\pi\tau^2)$ . Cette dernière correspond à une résonance de largeur  $1/(\pi\tau)$  parcourue pendant un temps  $\tau/2$ . Pour une vitesse de balayage très lente (cas où  $\tilde{V}_s = 0,03\tilde{V}_0$  sur la figure 2.7), on retrouve le régime stationnaire. La transmission présente alors un pic d'absorption de profil lorentzien qui s'annule comme dans le cadre du régime stationnaire en couplage critique (cas  $\tau_0 = \tau_e$  sur Fig. 2.2). Quand on augmente la vitesse  $\tilde{V}_s$ , des oscillations apparaissent de plus en plus (respectivement les cas où  $\tilde{V}_s = 0,15\tilde{V}_0$ ,  $\tilde{V}_s = 0,25\tilde{V}_0$ ,  $\tilde{V}_s = 2\tilde{V}_0$  sur la figure 2.7) et le contraste diminue.

Ces phénomènes d'oscillations ont déjà été observés dans d'autres types de cavité.

Dès 1966, H.J.Schmitt et H.Zimmer [58] ont observé ces oscillations dans des cavités supraconductrices. Ce phénomène a aussi été observé dans des résonateurs de grande finesse de type Fabry-Perot [59], des résonateurs à fibres optique [60], ou encore dans des résonateurs à modes de galerie [61, 62].

L'étude de ce phénomène a permis de mesurer la finesse de résonateurs de type Fabry-Perot ainsi que la vitesse de balayage [59, 63], de mesurer le facteur de qualité global  $Q$  de résonateurs à modes de galerie [62].

Ces phénomènes d'oscillations sont plus communément appelées "cavity ring down" ou "phénomène de ringing" [34, 59]. Dans la suite et par un soucis de commodité, on appellera cette méthode : "méthode hybride spectrale/temporelle" ou "méthode CRDM" ( pour l'acronyme en anglais de : *Cavity Ring Down Measurement*).

### 2.1.5.1 Profil de transmission en régime dynamique

Les oscillations sur la transmission sont dues au battement entre l'onde excitatrice et le champ dans la cavité.

Le résonateur est excité avec un signal  $s_{in}(t)$  oscillant à la fréquence angulaire de résonance  $\omega_0$ . D'après les équations (2.43) et (2.45),  $s_{in}(t)$  vaut :

$$s_{in}(t) = A \exp j\theta(t) = A \exp \left[ j\left(\omega_0 + \frac{V_s}{2}t\right)t \right].$$

Considérons qu'à un instant  $t = 0$ , le champ résonant dans la cavité et qui s'échappe du résonateur *via* le coupleur et les pertes prend la forme :

$$u(t) = U \exp \left[ j\omega_0 t - \frac{t}{\tau} \right].$$

Soient  $I_{in}$  et  $I_u$  les intensités des champs d'entrée et intracavité. L'intensité du champ résultant de ces deux champs nous donne :

$$I = I_{in} + I_u + s_{in}(t)^* u(t) + s_{in}(t) u(t)^*. \quad (2.51)$$

Le terme de battement prend alors la forme :

$$s_{in}(t)^* u(t) + s_{in}(t) u(t)^* = 2AU \exp [-t/\tau] \cos [(V_s t/2)t]. \quad (2.52)$$

- L'enveloppe des oscillations décroît en  $\exp(-t/\tau)$  et est proportionnelle au temps de décroissance du champ dans le résonateur. Une mesure de cette décroissance permet de remonter au temps de vie et ainsi avoir le facteur de qualité global  $Q$  du résonateur.

- La période des oscillations prend la forme:

$$\Lambda = \frac{4\pi}{V_s} \frac{1}{t}. \quad (2.53)$$

Cette période d'oscillation diminue au fil du temps. De la mesure expérimentale de cette variation de la période, on peut remonter exactement à la vitesse de balayage.

### 2.1.5.2 Discrimination de $\tau_e$ et $\tau_0$

La figure 2.8 présente les profils de transmissions du résonateur en régime dynamique pour  $\tau_e = 4\tau_0$  (régime de sous-couplage) et  $\tau_0 = 4\tau_e$  (régime de sur-couplage), l'axe des abscisses est normalisé par rapport au temps de vie global  $\tau$ .

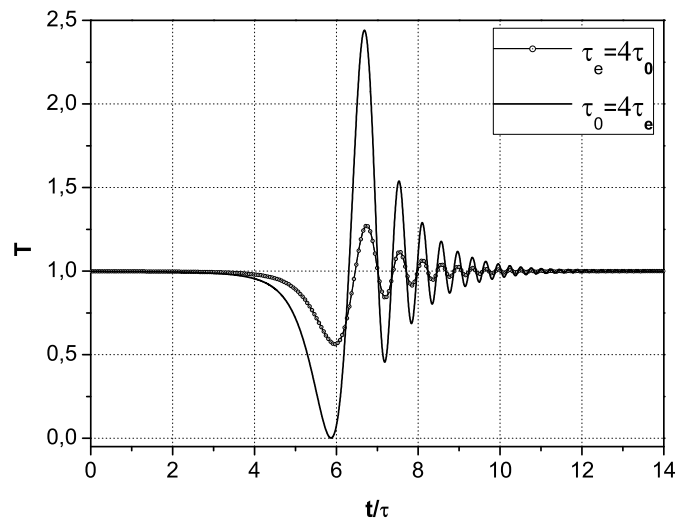


FIGURE 2.8 – Transmission d'un résonateur en régime de balayage rapide avec  $\tilde{V}_s = 1,2\tilde{V}_0$  où les rôles de  $\tau_0$  et  $\tau_e$  sont inversés. Pour  $\tau_e = 4\tau_0$  on est en régime de sous-couplage et pour  $\tau_0 = 4\tau_e$ , on est en régime de sur-couplage.

Nous avons vu (Fig. 2.4) qu'il n'était pas possible de différencier les deux réponses stationnaires alors que les signaux de ringing associés sont différents. Il est alors possible de déterminer et de manière univoque les temps de vie  $\tau_0$  et  $\tau_e$ .

### 2.1.5.3 Le régime de couplage

Prenons maintenant le cas où pour une vitesse  $\tilde{V}_s$  donnée et le taux de couplage caractérisé par  $\tau_e$  donné, on fait varier  $\tau_0$ .



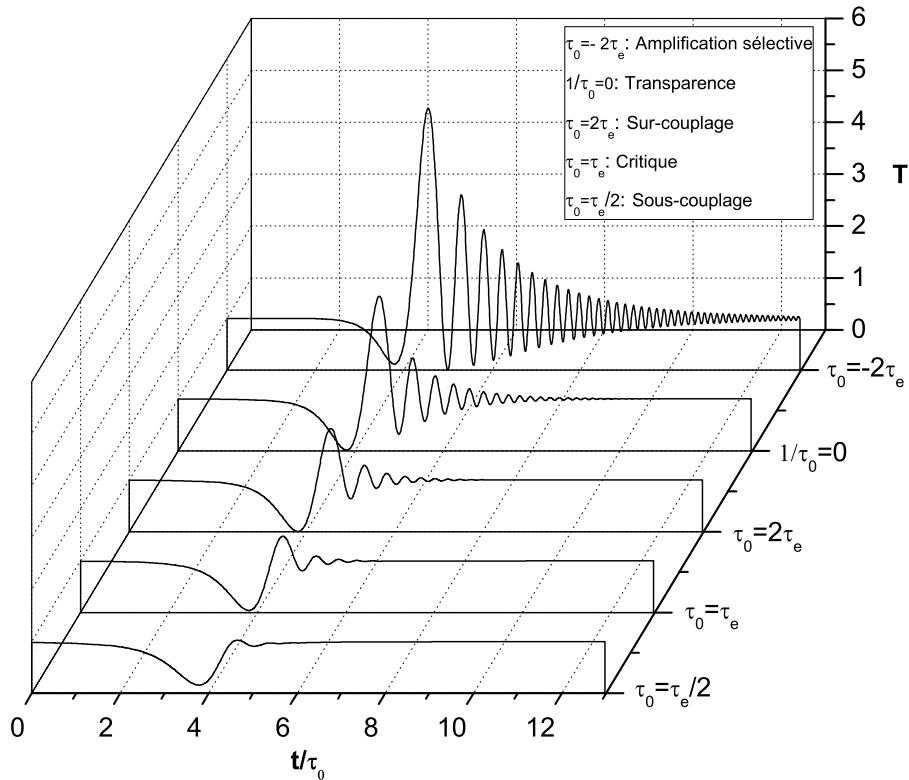


FIGURE 2.9 – Évolution de la transmission pour une vitesse de balayage  $\tilde{V}_s$  fixée et pour  $\tau_e$  fixé. L'axe des abscisses est normalisé par rapport au temps de vie intrinsèque  $\tau_0$ .

La figure 2.9 présente la transmission d'un résonateur pour différents régimes de couplage pour un  $\tau_e$  fixé. La réponse en transmission du résonateur est totalement différente en fonction du régime de couplage considéré.

La transmission du résonateur pour un régime de sous-couplage et sur-couplage donnée est maintenant différente avec la méthode CRDM contrairement au régime stationnaire. En balayage stationnaire, la transmission à résonance du résonateur en régime de transparence ( $1/\tau_0 = 0$ ) est uniformément égale à 1 sur tous le spectre. En régime dynamique, celle-ci présente aussi des oscillations sur la transmission.

### 2.1.6 Dispositif expérimental de caractérisation des résonateurs

Le dispositif expérimental de base est présenté sur la figure 2.10.

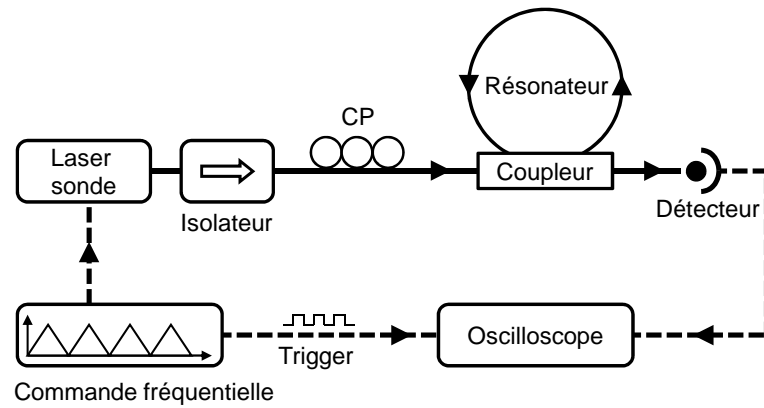


FIGURE 2.10 – Montage expérimental de base pour la caractérisation de résonateurs à la fois pour le régime stationnaire et régime dynamique.

Ce dispositif permet à la fois d'étudier le résonateur en régime stationnaire et en régime dynamique. Le seul paramètre qui change pour passer du régime stationnaire au régime dynamique étant la vitesse  $\tilde{V}_s$  de balayage.

### Système d'excitation

Le système d'excitation est composé d'un laser de sonde, d'un isolateur optique (ISO sur la figure 2.10) qui sert à protéger le laser de sonde d'éventuelles réflexions parasites et d'un contrôleur de polarisation (CP sur la figure 2.10) qui sert à modifier la polarisation du signal d'entrée afin d'observer une seule famille de mode en sortie du résonateur.

Le laser de sonde utilisé est un laser TUNICS-BT accordable en longueur d'onde sur la bande C-L (1530nm-1580nm) et de largeur spectrale à mi-hauteur de  $\Gamma_{1/2} = 150$  kHz. Le laser peut être modulé en longueur d'onde sur une plage d'environ 6 GHz. Cette modulation se commande par un signal électrique de forme triangulaire et d'amplitude  $\pm 9$  V. L'amplitude du signal électrique définit l'excursion spectrale du laser (1 V correspond à un décalage en fréquence d'environ 342 MHz) tandis que la fréquence du signal électrique définit la vitesse de balayage. Pour une fréquence de commande de 30 Hz, la vitesse de balayage nominale correspond à  $\tilde{V}_s \approx 0,4$  MHz/ $\mu$ s, pour une fréquence électrique de 100 Hz, elle correspond à  $\tilde{V}_s \approx 1$  MHz/ $\mu$ s et pour une fréquence de commande de 400 Hz, cette vitesse de balayage nominale correspond à  $\tilde{V}_s \approx 5$  MHz/ $\mu$ s.

### La chaîne de mesure et protocole

- **Détection:** Le signal de sortie est collecté sur une photodiode de bande passante supérieure à 5 MHz combinée avec une amplification électrique car nous travaillons en régime de petit signal. La composante continue (c'est à dire le signal hors résonance) sert à la normalisation du signal de transmission.
- **Acquisition:** La trace temporelle est observée sur un oscilloscope synchronisé avec la commande fréquentielle du laser sonde.

L'utilisation d'un simple oscilloscope pour caractériser un résonateur constitue aussi un avantage.

### 2.1.7 Comparaison théorique et expérimentale

Pour traiter un signal de transmission obtenu avec la méthode CRDM, nous procédons à un ajustement entre la courbe expérimentale et le modèle théorique présenté au paragraphe 2.1.5. Nous utilisons la méthode des moindres carrés afin d'extraire les paramètres  $\tau_0$ ,  $\tau_e$  et  $V_s$  pour caractériser complètement le résonateur. Nous avons :

$$\sigma^2(\tau_0, \tau_e, V_s) = \sum_1^N [T_{mes,i} - T_{theo,i}(\tau_0, \tau_e, V_s)]^2 \quad (2.54)$$

où  $N$  représente le nombre de points expérimentaux,  $T_{mes,i}$  et  $T_{theo,i}$  représentent respectivement le signal expérimental de transmission et la transmission théorique. Cette quantité  $\sigma^2$  est minimisée de manière automatique en ajustant les paramètres  $\tau_0$ ,  $\tau_e$  et  $V_s$ . À partir des valeurs de  $\tau_0$  et  $\tau_e$  déduites de cette confrontation théorie/expérience, nous pouvons alors calculer la transmission à résonance à partir de l'équation (2.35) :

$$T(0) = \left( \frac{\tau_e - \tau_0}{\tau_e + \tau_0} \right)^2$$

ainsi que le retard de groupe à résonance en utilisant l'équation :

$$\tau_g(0) = 2 \frac{\tau_e \tau_0^2}{\tau_0^2 - \tau_e^2}$$

pour définir le régime de couplage correspondant.

### 2.1.8 Discussion sur les méthodes de caractérisation expérimentale.

#### Inconvénients de la méthode en régime stationnaire.

- Comme nous avons vu, la seule connaissance de la transmission n'est pas une donnée suffisante pour avoir accès au régime de couplage et aux propriétés dis-

persives du résonateur en régime stationnaire. Pour caractériser complètement le résonateur, cette méthode doit être complétée par d'autres méthodes de type interférométrique pour mesurer le retard de groupe via la mesure du temps de propagations d'impulsions [64] ou encore en utilisant une technique de modulation phase/fréquence [65] afin d'identifier la phase et remonter au régime de dispersion.

- La largeur de raie du laser sonde doit être très petite par rapport à la largeur de la résonance.
- En pratique, la vitesse de balayage en longueur d'onde du laser sonde n'est jamais linéaire sur toute la plage de balayage. Cette non-linéarité introduit une incertitude sur la vitesse de balayage  $\tilde{V}_s$  et donc sur la mesure de la largeur à mi-hauteur de la résonance où on rappelle que  $\delta_{1/2} = \tilde{V}_s \cdot \delta_t$ .
- La vitesse de balayage du laser de sonde ( $\tilde{V}_s$ ) doit être très lente afin de rester dans le régime stationnaire. Comme nous sommes dans un régime d'excitation quasi-continu, le laser sonde crée plus facilement des perturbations de type thermo-optique qui se traduit par une dérive en fréquence de la résonance [66]. Or le décalage en fréquence de la résonance fausse totalement la mesure de largeur de raie car la vitesse de balayage instantanée apparente sera différente de la vitesse de balayage du Laser de sonde [34, 67]. Si le balayage en fréquence du Laser et le décalage en fréquence de la résonance vont dans le même sens, la résonance paraît s'élargir et se rétrécir s'ils sont de sens opposés, ce phénomène a déjà été observé et étudié par plusieurs équipes [35, 66, 68–70]. Nous reviendrons plus en détail sur ce point dans le chapitre 5. Pour l'analyse du signal de ringing, la connaissance de la vitesse de balayage n'est pas nécessaire et l'ajustement théorique/expérimental permet d'obtenir la vitesse apparente instantanée de balayage.

### Agilité des lasers de sonde.

Nous avons vu dans les paragraphes précédents l'utilité de se mettre en régime dynamique pour pouvoir caractériser totalement le résonateur. Cependant, pour un résonateur de faible facteur de qualité, il faudrait une vitesse de balayage plus élevée pour se mettre en régime dynamique. Le tableau 2.1 présente la vitesse de balayage  $\tilde{V}_s$  nécessaire au laser de sonde pour observer un phénomène de "ringing" en fonction du facteur de qualité du résonateur. On remarque que pour les résonateurs de faible facteur de qualité ( $Q \leq 10^7$ ), la vitesse de balayage doit être supérieure à quelques GHz/ $\mu$ s à quelques centaines de GHz/ $\mu$ s. À notre connaissance il n'existe pas de laser commercial capable de balayer à de telles vitesses.

La méthode CRDM convient parfaitement à la caractérisation de résonateur à très haut facteur de qualité (typiquement  $Q \geq 10^7$ ). Pour des facteurs de qualité très élevés, la largeur de raie du laser de sonde n'est pas un facteur limitant pour la méthode CRDM, Grudin *et al.* [34] ont pu mesurer des facteurs de qualité de  $Q = 1,1 \times 10^{10}$  à 1550 nm. Typiquement, d'après Morville *et al.* [71] la méthode CRDM peut marcher pour des résonances 100 fois moins large que la largeur à mi-hauteur du laser de sonde.

TABLEAU 2.1 – Agilités en fréquence nécessaires pour la mesure dynamique de facteur de qualité  $Q$  ou de la largeur à mi-hauteur  $\delta_{1/2}$  d'une résonance à 1550 nm.

$Q$	$\delta_{1/2}$	$\tilde{V}_0$	$\tilde{V}_s$
$1 \times 10^5$	1,93 GHz	300 GHz/ $\mu$ s	1880 GHz/ $\mu$ s
$1 \times 10^6$	193 MHz	3 GHz/ $\mu$ s	18,8 GHz/ $\mu$ s
$1 \times 10^7$	19,3 MHz	0,3 GHz/ $\mu$ s	1,88 GHz/ $\mu$ s
$1 \times 10^8$	1,93 MHz	0,3 MHz/ $\mu$ s	1,88 MHz/ $\mu$ s
$1 \times 10^9$	193 kHz	0,003 MHz/ $\mu$ s	0,018 MHz/ $\mu$ s

## 2.2 Confrontation théorie / expérience

### 2.2.1 Validation expérimentale et comparaison du régime stationnaire et du régime dynamique

Dans ce paragraphe nous présentons une comparaison des deux méthodes de caractérisations ainsi que l'application de la méthode CRDM aux microrésonateurs à modes de galerie. Une étude complète a été traitée théoriquement et expérimentalement dans le cas d'un résonateur modèle à base de fibre optique dans la thèse de S. Trebaol [17]. Nous utilisons des résonateurs microsphériques en silice fabriqués au laboratoire selon le procédé de fusion par arc électrique expliqué au sous-paragraphe 1.2.1.1. Le résonateur sous test est une microsphère de 145  $\mu$ m de diamètre. Il est excité *via* un taper biconique d'un diamètre de 2  $\mu$ m. Le schéma du montage expérimental est présenté figure 2.11. Ce banc de mesure est identique à celui de la figure 2.10 du paragraphe 2.1.6 à l'exception du résonateur et de son dispositif d'insertion/extraction du signal optique.

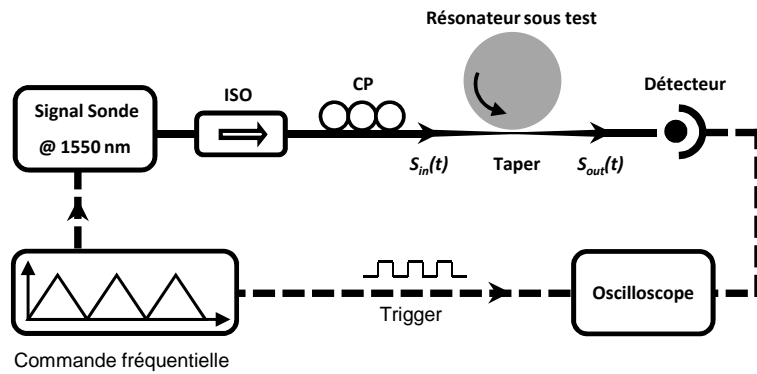
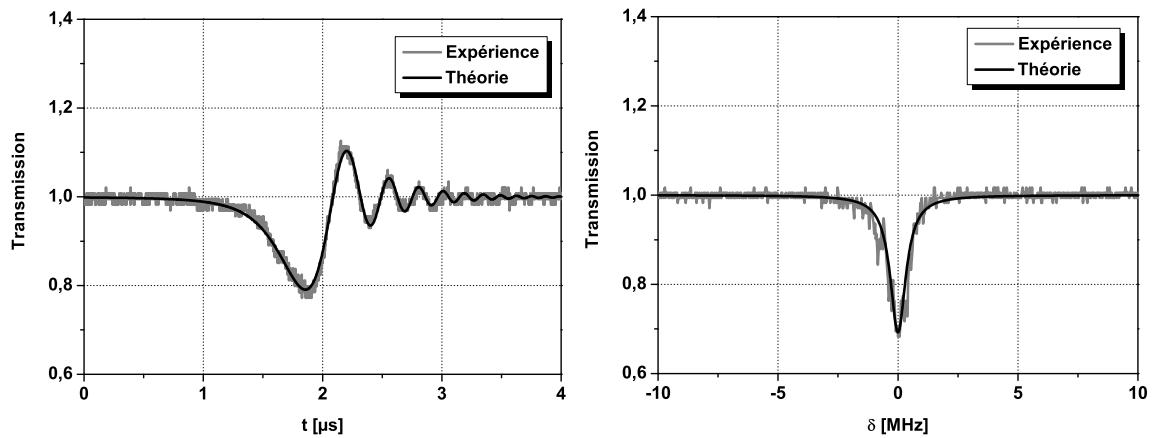


FIGURE 2.11 – Montage expérimental de caractérisation d'un microrésonateur passif avec son dispositif d'insertion extraction (taper). Le laser de sonde émettant autour de 1550 nm est suivi d'un isolateur et d'un contrôleur de polarisation (CP). Le signal de transmission est collecté sur un détecteur puis observé sur un oscilloscope synchronisé sur la commande électrique du laser.

## Protocole de mesure

On mesure les réponses stationnaire et dynamique d'un résonateur pour une puissance de sonde constante et pour  $\tau_e$  fixe c'est à dire pour un gap fixé. Pour cela, nous appliquons successivement les vitesses de balayages nominales  $\tilde{V}_s \approx 0,4 \text{ MHz}/\mu\text{s}$  et  $\tilde{V}_s \approx 5 \text{ MHz}/\mu\text{s}$ . L'ajustement automatique de la transmission expérimentale avec le modèle théorique dans le cadre du régime dynamique par la méthode des moindres carrés permet d'extraire les caractéristiques de  $\tau_e$  et  $\tau_0$ . Ces valeurs sont ensuite reportées dans le modèle théorique en régime stationnaire qu'on superpose avec le spectre de transmission expérimental.

La figure 2.12 présente les transmissions obtenues sur une résonance de la microsphère avec deux vitesses de balayages différentes. La superposition du modèle théorique avec la mesure expérimentale en régime dynamique est reportée sur la figure 2.12(a). L'ajustement numérique nous donne les différents temps de vies  $\tau_0 = 440 \text{ ns}$  et  $\tau_e = 4800 \text{ ns}$  ainsi que la vitesse de balayage  $\tilde{V}_s = 3,9 \text{ MHz}/\mu\text{s}$  pour un facteur de qualité global de  $Q = 2,45 \times 10^8$ . À partir des paramètres  $\tau_0$  et  $\tau_e$  obtenus en balayage rapide, nous présentons figure 2.12(b) la superposition de la transmission expérimentale en régime de balayage lent et du modèle stationnaire (Equ. (2.34)). D'après les valeurs des temps de vies obtenus par la méthode CDRM ( $\tau_0 < \tau_e$ ), nous pouvons déduire qu'on est en régime de sous-couplage.



(a) Transmission du résonateur en régime de balayage rapide :  $\tilde{V}_s \approx 3,9 \text{ MHz}/\mu\text{s}$ .

(b) Transmission du résonateur en régime de balayage lent :  $V_s \approx 0,3 \text{ MHz}/\mu\text{s}$ .

FIGURE 2.12 – Superposition du modèle théorique aux mesures expérimentales pour deux vitesses différentes et pour un régime de sous-couplage donné. Les signaux de transmission expérimentaux sont normalisés par la valeur de la transmission du signal hors résonance.

## Commentaires

La différence entre la vitesse nominale  $\tilde{V}_s \approx 5 \text{ MHz}/\mu\text{s}$  et la vitesse de balayage mesurée par la méthode de CRDM de  $3,9 \text{ MHz}/\mu\text{s}$  résulte du fait que le balayage en fréquence n'est pas réellement linéaire. Cependant, cela n'affecte en rien sur les résultats obtenus par la méthode CRDM car c'est un paramètre qu'on peut déduire de la courbe présentant un "ringing". Il est à noter que pour la méthode en régime stationnaire, la vitesse de balayage n'est pas déduite de la courbe de transmission de forme lorentzienne. Nous devons nous appuyer sur les données constructeur ( $\tilde{V}_s \approx 0,4 \text{ MHz}/\mu\text{s}$ ). Ainsi, la mesure du facteur de qualité global  $Q = \nu_0/\delta_{1/2}$  du système avec  $\delta_{1/2} = \tilde{V}_s \cdot \delta_t$  (cf. paragraphe 2.1.5) est directement lié à la précision des données constructeur. Cela engendre une incertitude de plus sur la détermination du facteur de qualité globale avec le régime stationnaire.

Nous avons un bon ajustement entre la courbe expérimentale et le modèle en régime dynamique (Fig. 2.12(a)). Des valeurs  $\tau_e$  et  $\tau_0$  obtenue en régime dynamique, nous effectuons une superposition de la trace expérimentale et le modèle théorique (Fig. 2.12(b)). Un léger ajustement de la valeur de la vitesse à  $\tilde{V}_s \approx 0,3 \text{ MHz}/\mu\text{s}$  est effectué. Nous obtenons un bon ajustement en régime stationnaire en utilisant les temps de vies obtenus par la méthode CRDM.

### 2.2.2 Influence du couplage.

Dans les chapitres suivants, nous sommes amenés à étudier différents régimes de couplages. Dans cette partie, nous avons appliqué la méthode en modifiant le couplage sur une microsphère en verre de silice de  $140 \mu\text{m}$  de diamètre afin de tester l'auto-consistance du modèle. Le montage expérimental est le même que précédemment. La puissance de sonde injectée dans le taper présentant une perte en transmission de 10 dB est de  $200 \mu\text{W}$ . Nous présentons figure 2.13 trois résultats obtenus en éloignant le taper du microrésonateur. L'ajustement numérique nous donne les différentes valeurs des temps de vies  $\tau_0$ ,  $\tau_e$  ainsi que les vitesses de balayage  $\tilde{V}_s$ . Les résultats obtenus sont regroupé sur le tableau 2.2. Ces trois cas correspondent à des régimes de lumières rapides (sous-couplage). Nous remarquons que lorsque nous “découplons” de plus en plus le résonateur du taper, les valeurs de  $\tau_0$  et  $\tilde{V}_s$  sont relativement constantes tandis que la valeur du temps de vie  $\tau_e$  relatif au couplage augmente ce qui est quantitativement en adéquation avec l'expérience. Une variation de 6% est observée sur  $\tau_0$ . Un facteur de qualité global maximal de  $Q = 2,7 \times 10^8$  correspondant à une résonance de largeur à mi-hauteur 715 kHz est obtenu. Comme nous avons  $\tau_0 < \tau_e$  dans les trois cas, nous pouvons déduire que nous sommes en régime de sous-couplage.

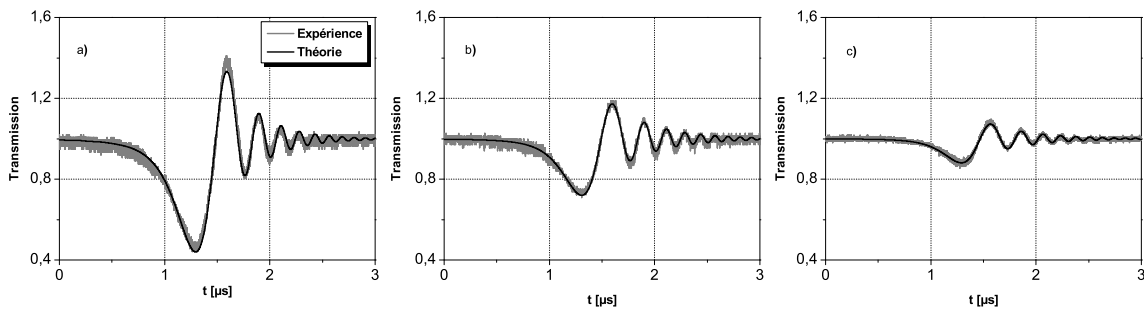


FIGURE 2.13 – Signaux de ringing et leurs ajustements théoriques obtenue dans une microsphère en silice de  $140 \mu\text{m}$  de diamètre pour différents taux de couplages. De a) à c) on a augmenté la distance entre la sphère et le taper ce qui a pour effet de diminuer le couplage.

La vitesse de balayage théorique pour une commande en fréquence du laser de 400 Hz est  $\tilde{V}_s \approx 5 \text{ MHz}/\mu\text{s}$ . Expérimentalement nous avons aussi des vitesses très comparables  $\tilde{V}_s \in [5, 3; 5, 6] \text{ MHz}/\mu\text{s}$ .



TABLEAU 2.2 – Paramètres mesurés de la microsphère en verre de silice de  $140 \mu\text{m}$  de diamètre avec différents couplages.

Fig. 2.13	$\tau_0$ [ns]	$\tau_e$ [ $\mu\text{s}$ ]	$\tilde{V}_s$ [MHz/ $\mu\text{s}$ ]	$Q_0$	$Q_e$	$Q$
(a)	417	1,26	5,4	$2,5 \times 10^8$	$7,6 \times 10^8$	$2 \times 10^8$
(b)	474	3,25	5,3	$2,9 \times 10^8$	$1,9 \times 10^9$	$2,5 \times 10^8$
(c)	460	8,1	5,6	$2,8 \times 10^8$	$4,8 \times 10^9$	$2,7 \times 10^8$

### 2.2.3 Application de la méthode à la caractérisation de disques monocristallins en $\text{CaF}_2$ .

Dans le cadre des projets ANR-ORA et CNES-SHYRO auxquels nous participons, nous sommes amenés à caractériser les résonateurs de nos partenaires. Ils utilisent des résonateurs à modes de galerie de taille millimétriques passifs en verre  $\text{CaF}_2$ .

#### Test d'un résonateur du partenaire - LAAS

Nous avons caractérisé un disque monocristallin en  $\text{CaF}_2$  par la méthode CRDM pour notre partenaire LAAS (Toulouse). Il a été et réalisé au laboratoire CNR-IFAC (Italie) dont le diamètre est de  $d = 5,36 \text{ mm}$  et d'épaisseur  $e = 455 \mu\text{m}$  obtenue par polissage (Fig. 2.14). Les modes de galerie sont confinés dans cette partie polie du disque. Pour caractériser le résonateur, nous utilisons le même montage expérimental

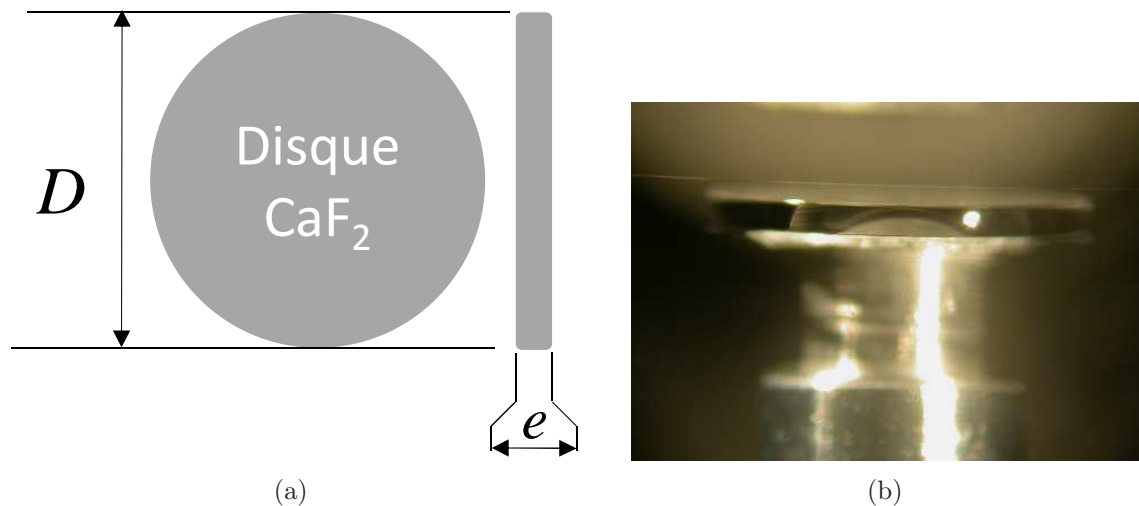


FIGURE 2.14 – (a) Représentation schématique du résonateur à modes de galerie en  $\text{CaF}_2$  avec ses dimensions. Le diamètre du résonateur est de  $d = 5,36 \text{ mm}$  et son épaisseur est de  $e = 155 \mu\text{m}$ . (b) Photographie du disque  $\text{CaF}_2$  sur son support vue de côté prise par le LAAS de Toulouse.

que sur la figure 2.11. Le régime transitoire et son ajustement théorique est présenté sur la figure 2.15. Nous mesurons les caractéristiques  $\tau_0 = 561$  ns ,  $\tau_e = 2024$  ns et une vitesse de balayage  $\tilde{V}_s = 5,3$  MHz/ $\mu$ s. Nous sommes en régime de sous couplage ( $\tau_0 < \tau_e$ ). Des valeurs de  $\tau_0$  et  $\tau_e$ , nous déduisons le facteur de qualité intrinsèque  $Q_0 = 3,4 \times 10^8$ , le facteur de qualité externe  $Q_e = 1,2 \times 10^9$  ainsi que le facteur de qualité global  $Q = 2,7 \times 10^8$ . Le disque de diamètre  $d = 5,36$  mm et d'indice de

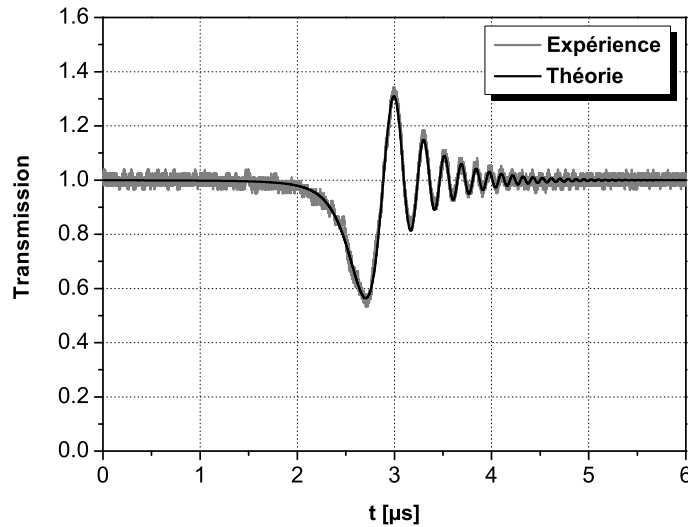


FIGURE 2.15 – Ajustement expérimental et théorique en régime dynamique de la réponse d'un résonateur en CaF<sub>2</sub>. Le traitement donne une vitesse de balayage de  $\tilde{V}_s = 5,3$  MHz/ $\mu$ s ainsi que les temps de vies  $\tau_0 = 561$  ns et  $\tau_e = 2024$  ns.

réfraction  $N = 1,43$  à 1550 nm [72], nous donne un pseudo-ISL de 12,48 GHz. Avec une résonance de largeur de raie de 715 KHz, nous avons une finesse de  $\mathcal{F} = 17460$ . Avec de telles caractéristiques, ce résonateur peut être utilisé en tant qu'élément optique dans la boucle de contre réaction d'un oscillateur opto-hyperfréquence comme fonction de filtrage.

TABEAU 2.3 – Tableau récapitulatif des mesures effectuées sur le résonateur en disque de CaF<sub>2</sub>.

	$\tau_0$ [ns]	$\tau_e$ [ns]	$Q$	$2\delta_{1/2}$ [KHz]	$\mathcal{F}$	ISL [GHz]
Ajustement	561	2024	$2,7 \times 10^8$	715	17460	12,48

### Test des résonateurs du partenaire - FEMTO-ST

Dans le cadre de l'activité de test des résonateurs de nos partenaires de FEMTO-ST, nous avons aussi caractérisé un résonateur passif en  $\text{CaF}_2$  de diamètre millimétrique au laboratoire FOTON. Ce résonateur est réalisé par procédé de polissage par M. Rémi Henriet dans le cadre de ses travaux de thèse. Nous avons caractérisé le résonateur par la méthode "Cavity Ring Down". La figure 2.16 présente un premier résultat typique de cette collaboration. La transmission présente un contraste relativement faible mais permet néanmoins l'exploitation de ces données comme l'atteste l'ajustement théorie / expérience sur la figure suivant la procédure décrite précédemment. Le tableau 2.4 regroupe les caractéristiques linéaires de ce résonateur. Nous sommes en régime de sous-couplage caractérisé par  $\tau_0 < \tau_e$ .

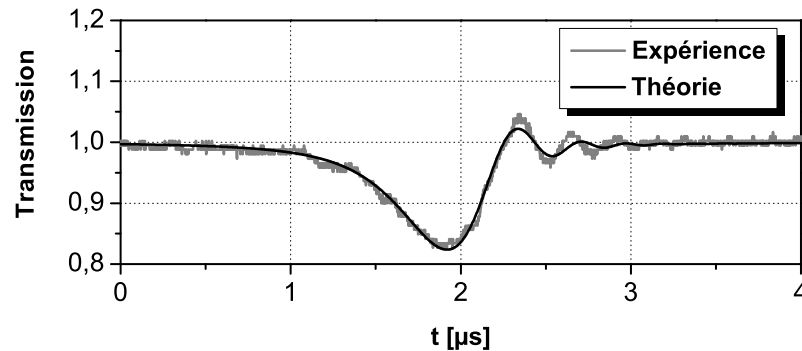


FIGURE 2.16 – Mesure CRDM d'une résonance du résonateur n° 1 dans un cas de sous-couplage. En bleu la mesure expérimentale, en rouge l'ajustement théorique.

TABLEAU 2.4 – Exploitations des mesures effectuées sur le disque  $\text{CaF}_2$  fabriqué au département d'optique du Laboratoire FEMTO-ST.

	$Q_0$	$Q_e$	$Q$	$\tilde{V}_s$ [MHz/ $\mu\text{s}$ ]
Fig.2.16	$1.47 \times 10^8$	$2.7 \times 10^9$	$1.4 \times 10^8$	3,78

Suite à la visite à Lannion de nos partenaires de FEMTO-ST, ils ont développé un banc de mesure de "cavity ring-down". En pratique, cette collaboration a permis à l'équipe de FEMTO-ST de maîtriser très rapidement les points importants de cette expérience, en particulier au niveau du couplage entre la microfibre et le résonateur, de la gestion du laser excitateur ainsi que du traitement des données expérimentales. Ce travail de caractérisation des résonateurs s'est révélé nécessaire à l'amélioration des procédés de polissage pour fabriquer des résonateurs à modes de galerie cristallins.

Il est un des éléments qui ont permis l'obtention de facteurs de qualité supérieurs à  $10^9$  dans des disques de  $\text{CaF}_2$ . La figure 2.17 présente un meilleur résultat obtenu par

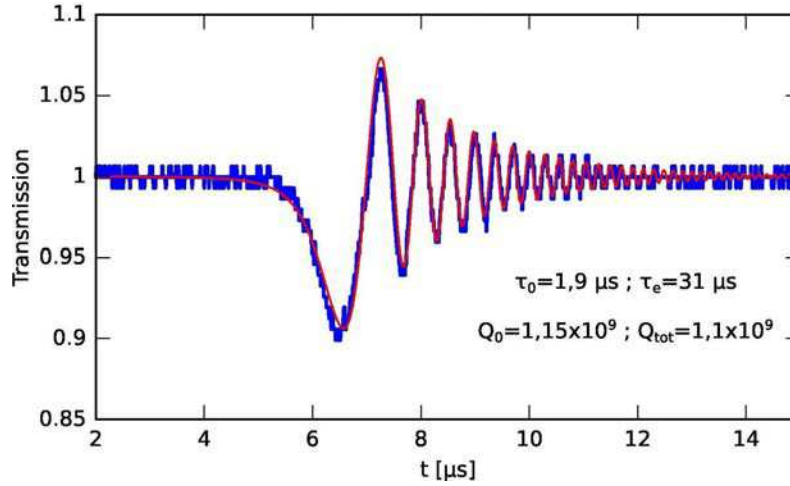


FIGURE 2.17 – Mesure de CRDM d'un résonateur en  $\text{CaF}_2$  à FEMTO-ST avec ses caractéristiques. En bleu la mesure expérimentale, en rouge son ajustement théorique.

TABLEAU 2.5 – Mesure effectuée au département d'optique du Laboratoire FEMTO-ST sur un disque  $\text{CaF}_2$ .

	$Q_0$	$Q_e$	$Q$	$\tilde{V}_s [MHz/\mu s]$
Fig.2.17	$1.1 \times 10^9$	$1.8 \times 10^{10}$	$1.1 \times 10^9$	N-C

nos partenaires sur un autre disque de  $\text{CaF}_2$  de diamètre 6,4 mm et correspondant à un pseudo-ISL de 10,4 GHz. Nous voyons clairement que l'amélioration du procédé de fabrication a permis une augmentation d'un ordre de grandeur sur le facteur de qualité des résonances des disques monocristallins (cf. tableau 2.5). Ce type de résonateur a ensuite été intégré dans un oscillateur opto-électronique [8].

### Remarques

Pour des applications de type boucle de rétroaction dans un oscillateur opto-hyperfréquence, nos partenaires ont choisi des résonateurs avec un pseudo-ISL équivalent à la fréquence de l'oscillateur opto-hyperfréquence visée ( $\sim 10$  GHz).

Dans ces projets, nous étudions des résonateurs actifs de tailles micrométriques ( $d \sim 100 \mu\text{m}$ ), nous avons donc une grande valeur du pseudo-ISL. Si on prend l'exemple une microsphère de diamètre  $100 \mu\text{m}$  et d'indice  $N = 1,5$  nous avons un pseudo-ISL de 640 GHz. Pour obtenir un écart de 10GHz entre deux résonances,

nous jouons sur l'ellipticité<sup>1</sup> du microrésonateur. Nous avons vu dans le paragraphe 1.1.1 du chapitre 1 qu'une légère ellipticité sur le résonateur entraîne une levée de dégénérescence en  $m$  et fait apparaître une nouvelle résonance.

Pour rappel, pour des valeurs données de  $n$  et  $\ell$ , en considérant une faible ellipticité et  $|m| \approx \ell$  le décalage relatif en fréquence par rapport à une forme sphérique est :

$$\frac{\Delta\nu_{n,\ell,m}}{\nu_{n,\ell}^0} = -\frac{e}{6} \left( 1 - 3 \left( \frac{|m|}{\ell + 1/2} \right)^2 \right), \quad (2.55)$$

où  $\nu_{n,\ell}^0$  est la fréquence de résonance pour un couple  $(n,\ell)$  associé à une sphère idéale avec  $\ell \sim 300$ . Une légère ellipticité de  $e = 1,55\%$  sera alors nécessaire pour obtenir deux résonances séparées d'un écart de  $\Delta\nu_{n,\ell,m} = 10$  GHz.

---

1. Naturellement présente lors de la fabrication du résonateur ou contrôlée [46, 73, 74].

# Chapitre 3

## Amplification sélective dans les microrésonateurs à modes de galerie

### Sommaire

---

<b>3.1</b>	<b>Profil de transmission en régime d'amplification</b>	<b>79</b>
<b>3.2</b>	<b>Gain dans les microrésonateurs</b>	<b>80</b>
<b>3.3</b>	<b>Résonateurs à base de verres <math>\text{Er}^{3+}:\text{ZBLALiP}</math></b>	<b>84</b>
<b>3.4</b>	<b>Facteurs de qualité dans les verres <math>\text{Er}^{3+}:\text{ZBLALiP}</math></b>	<b>85</b>
<b>3.5</b>	<b>Dispositifs expérimentaux de caractérisation de l'amplification sélective</b>	<b>87</b>
<b>3.6</b>	<b>"Montage expérimental n°1"</b>	<b>88</b>
3.6.1	Système d'excitation	88
3.6.2	Dispositif de pompage	90
3.6.3	La chaîne de mesure	90
3.6.4	Protocole expérimental	91
3.6.5	Mesure de l'amplification sélective	91
<b>3.7</b>	<b>Amplification sélective dans des microsphères dopées <math>\text{Er}^{3+}</math> à 0,3 mol %</b>	<b>92</b>
3.7.1	Influence de la vitesse de balayage	92
3.7.2	Influence de la pompe	94
3.7.3	Faible gain	96
<b>3.8</b>	<b>"Montage expérimental n°2"</b>	<b>97</b>
<b>3.9</b>	<b>Mesure de l'amplification sélective avec des microsphères plus faiblement dopées Erbium</b>	<b>99</b>
3.9.1	Microsphère dopée Erbium à 0,1 mol %	99
3.9.2	Microsphère dopée Erbium à 0,08 mol %	100
<b>3.10</b>	<b>Conclusion</b>	<b>102</b>

---

Nous avons vu dans le chapitre 2 que pour des valeurs du temps de vie intrinsèque  $\tau_0 < -\tau_e$ , le résonateur est en régime d'amplification sélective. Cette condition est réalisée lorsqu'on pompe optiquement un résonateur présentant un milieu à gain.

Plusieurs équipes ont travaillé sur l'amplification sélective à base de fibre optique pour une utilisation en ligne à retard optique contrôlable [75] ou encore comme filtres optiques ajustables [56, 76, 77]. Paradoxalement peu de travaux ont été menés sur cet effet dans les microrésonateurs WGMs. À notre connaissance, seules deux équipes ont travaillé expérimentalement sur l'amplification dans les microrésonateurs WGM au moment où nous avons réalisé nos expériences. La première étude a été effectuée par Totsuka et Tomita [57] qui ont obtenu une amplification maximale de l'ordre de 4 dB dans une microsphère en silice dopée  $\text{Nd}^{3+}$  de 50  $\mu\text{m}$  de diamètre. Dans cette expérience, ils passent d'un facteur de qualité  $Q = 8,8 \times 10^6$  à la longueur d'onde de travail  $\lambda = 1064$  nm sans pompage optique à  $Q = 1,1 \times 10^7$  avec pompage optique. La seconde étude a été présentée par de He *et al.* [78], à la lecture de cet article, nous pouvons estimer l'amplification à 2,6 dB dans un microtore en silice dopée  $\text{Er}^{3+}$  de 50  $\mu\text{m}$  de diamètre. Dans les deux cas, le dispositif d'insertion / extraction des signaux est réalisé par un taper qui sera similaire au système de couplage que nous utiliserons dans nos bancs expérimentaux.

En s'inspirant des travaux menés par ces différentes équipes, nous montrons expérimentalement dans les microrésonateurs WGMs que le contrôle actif du gain permet d'augmenter leurs paramètres. Les résonateurs actifs qu'on utilise présentent des facteurs de qualité  $Q \sim 10^6$  sans pompage optique [c.f paragraphe 3.4]. Lorsqu'on pompe le résonateur dopé, on assiste à un affinement de la résonance associé à une augmentation du retard de groupe au fur et à mesure que le gain augmente (Fig. 2.3).

Dans ce chapitre, nous étudions les performances de microrésonateurs avec différentes concentrations en ions Erbium en vue d'en faire une ligne à retard optique amplificatrice et intégrée dans une boucle de rétro-action d'un oscillateur opto-hyperfréquence. La figure 3.1 fait un bref rappel du régime étudié (parties foncées). Il est situé entre le régime de transparence et le régime d'oscillation laser et est caractérisé par une transmission  $T(0) > 1$  ( $\tau_0 < 0$ ) et un retard de groupe positif  $\tau_g > 0$ . À noter également que lorsque  $\tau_0$  tend vers  $-\tau_e$ , on a une augmentation drastique du gain et du retard de groupe à résonance.

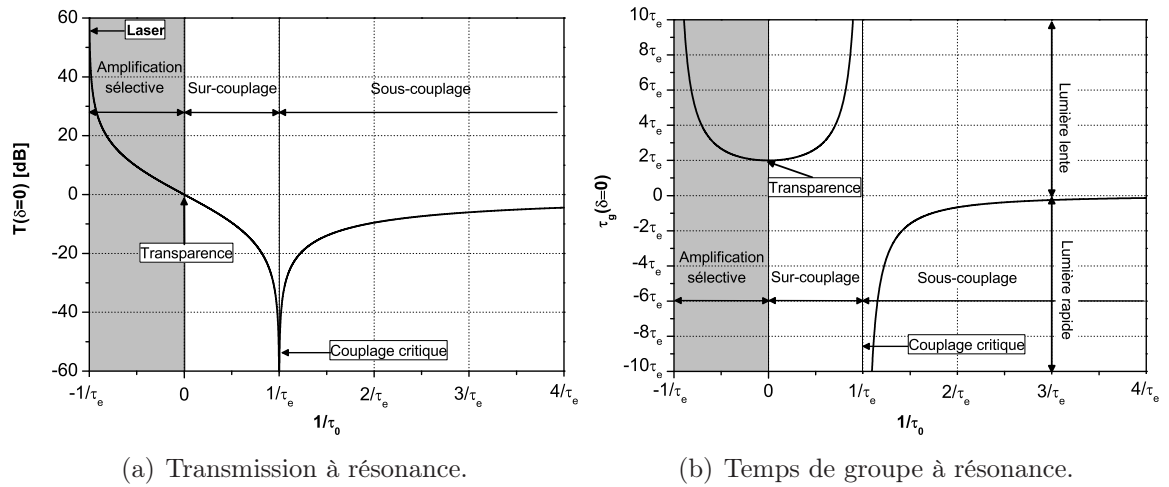


FIGURE 3.1 – Rappel des deux caractéristiques du régime d'amplification sélective. (a) Transmission à résonance en fonction de différentes valeurs de  $\tau_0$  à  $\tau_e$  fixé, (b) Variation du temps de groupe à résonance en fonction de différentes valeurs de  $\tau_0$  à  $\tau_e$  fixé.

### 3.1 Profil de transmission en régime d'amplification

Nous avons vu dans le sous-paragraphe 2.1.3.2 que la réponse stationnaire en régime d'amplification sélective est différentes de la réponse d'un résonateur passif. Dans cette partie, nous présentons des simulations de l'évolution de la transmission en régime d'amplification sélective pour différentes vitesses de balayages. À titre d'exemple, la figure 3.2 montre cette évolution. Les résultats sont obtenus à partir du modèle théorique développé dans le paragraphe 2.1.5 du chapitre 2. Pour cet exemple, nous avons pris  $\tau_0 = -2\tau_e$  et rappelons que la vitesse  $\tilde{V}_s$  est normalisée par rapport à une vitesse caractéristique  $\tilde{V}_0 = 1/(\pi\tau^2)$  correspondant à une résonance de largeur  $1/(\pi\tau)$  balayée pendant un temps  $\tau/2$ . De l'équation (2.34), nous déduisons que la transmission à résonance vaut  $T(0) = ((\tau_e - \tau_0) / (\tau_e + \tau_0))^2$  et nous prévoyons un gain de 9. Pour une vitesse de balayage lente ( $\tilde{V}_s = 0,012 \tilde{V}_0$ ), le profil de transmission est de forme lorentzienne (Fig. 3.2(a)) ce qui correspond à la réponse stationnaire. Nous obtenons effectivement un gain à résonance de 9. Au fur et à mesure que la vitesse de balayage augmente (Fig. 3.2(b), 3.2(c), 3.2(d)), en gardant toujours  $\tau_0 = -2\tau_e$ , le signal de transmission diminue et des oscillations apparaissent comme dans un résonateur passif. Dans ce cas, nous ne devrions alors pas voir directement le gain en régime dynamique. Un ajustement numérique de la réponse dynamique nous donnera



les temps de vies  $\tau_0$  et  $\tau_e$ . En injectant ces paramètres dans l'expression (2.34) :

$$T(\delta) = |\mathcal{H}(\delta)|^2 = \frac{(1/\tau_e - 1/\tau_0)^2 + 4\pi^2\delta^2}{(1/\tau_e + 1/\tau_0)^2 + 4\pi^2\delta^2},$$

nous pouvons alors reconstituer la réponse du système en régime stationnaire. De ce fait, le gain à résonance n'est déduite qu'après traitement du signal du "ringing".

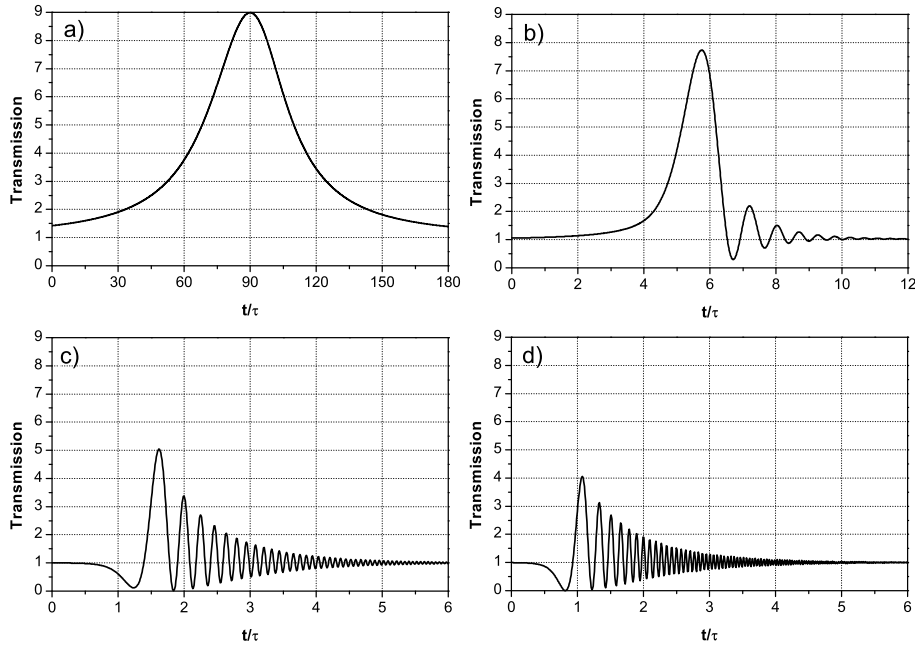


FIGURE 3.2 – Transmission en régime d'amplification sélective pour différentes vitesses de balayages dans le cas  $\tau_0 = -2 \tau_e$ . a)  $\tilde{V}_s = 0,012 \tilde{V}_0$ , b)  $\tilde{V}_s = 0,6 \tilde{V}_0$ , c)  $\tilde{V}_s = 6 \tilde{V}_0$ , d)  $\tilde{V}_s = 12 \tilde{V}_0$

## 3.2 Gain dans les microrésonateurs

Le fait que les microrésonateurs sont des cavités résonantes, ils peuvent présenter des amplifications très élevées. Dans ce paragraphe, nous allons déterminer le terme de gain sur un tour. Pour cela, nous ferons le lien phénoménologique entre un modèle théorique proposé par A. Yariv [79] qui permet aussi de décrire les résonateurs et le modèle de H. Haus [54] (Fig. 3.3(a)(b)). Dans ce paragraphe, nous allons présenter brièvement le modèle de A. Yariv. C'est un modèle matriciel qui décrit fréquentiellement les microrésonateurs. Ce formalisme est aussi fondé sur la théorie des modes couplés proposé en 1973 par A. Yariv [80].

Nous considérons un résonateur de périmètre  $L = 2\pi R$  et d'indice  $N$  couplé de manière ponctuelle à un dispositif d'insertion/extraction comme présenté sur la figure

3.3(a). Nous ferons l'hypothèse que le résonateur et le guide d'accès sont monomodes. Le couplage est considéré symétrique où  $\rho$  représente le coefficient de transmission en champ du coupleur et  $\kappa$  le coefficient de couplage. On s'intéresse au régime stationnaire de fréquence angulaire  $\omega$ . Au niveau du coupleur, on considère le signal d'entrée

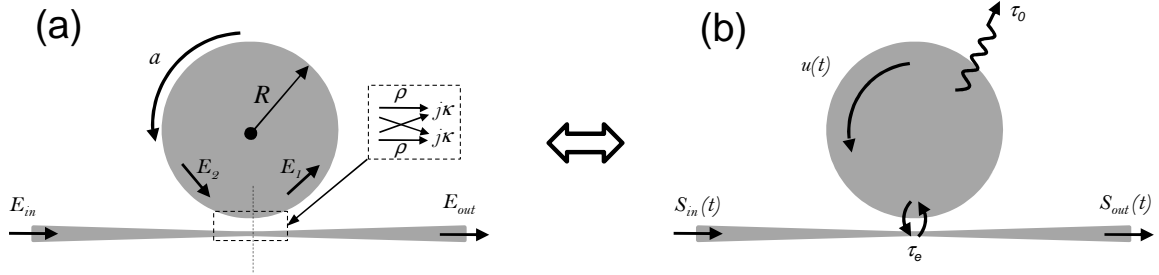


FIGURE 3.3 – Équivalence du modèle proposé respectivement par A. Yariv et H. Haus. a) Schéma de la cavité couplée par sa ligne d'accès selon A. Yariv. b) Schéma d'une cavité couplée à sa ligne d'accès selon H. Haus.

$E_{in}$  et de sortie  $E_{out}$ , les champs à l'intérieur du résonateur sont désignés par  $E_1$  et  $E_2$ . Ces champs sont reliés par la relation matricielle suivante [79] :

$$\begin{bmatrix} E_{out} \\ E_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \rho & j\kappa \\ j\kappa & \rho \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} E_{in} \\ E_2 \end{bmatrix} \quad (3.1)$$

où  $\kappa$  est multiplié par  $j$  de manière à prendre en compte le déphasage de  $\pi/2$  accumulé par le champ à chaque traversée du coupleur. Les champs intracavités sont tels que  $E_2 = aE_1e^{j\varphi}$  où  $\varphi = N\omega L/c$  est la phase accumulée sur un tour et  $a$  représente l'atténuation (ou le gain) sur un tour. En considérant un coupleur sans perte, les coefficients de transmission et de couplage sont reliés par l'expression  $\kappa^2 + \rho^2 = 1$ . Ainsi la fonction de transfert vaut :

$$\mathcal{H}(\omega) = \frac{E_{out}}{E_{in}} = \frac{\rho - ae^{j\varphi(\omega)}}{1 - a\rho e^{j\varphi(\omega)}}. \quad (3.2)$$

Et la transmission du système  $T(\omega)$  est définie par :

$$T(\omega) = |\mathcal{H}(\omega)|^2 = \frac{\rho^2 + a^2 - 2a\rho\cos\varphi(\omega)}{1 + \rho^2a^2 - 2a\rho\cos\varphi(\omega)}. \quad (3.3)$$

Cette fonction représentée par deux exemples sur la figure 3.4 où les pics d'absorption ou de gain de largeur à mi-hauteur  $\Delta\omega$  sont espacés d'un intervalle spectral libre défini par  $ISL = 2\pi/\tau_L$  où  $\tau_L = n_gL/c$  le temps de parcours sur un tour dans la cavité et  $n_g$  représente l'indice de groupe. Lorsque  $a = \rho$ , la transmission s'annule à résonance, le couplage critique est réalisé. Lorsque  $a > 1$ , le système se comporte alors comme un

amplificateur sélectif. Dans les cas où  $a < 1$ , le résonateur est passif et enfin lorsque  $a = 1$  le résonateur ne présente pas de pertes, le résonateur est transparent.

Nous considérons un résonateur de bonne qualité. En faisant l'hypothèse d'une cavité de grande finesse, la transmission hors résonance  $T_{max}$  est unitaire. À résonance, la transmission que nous noterons  $T_{min}$  est minimale pour  $\varphi(\omega_0) = 0(2\pi)$ . La transmission à mi-hauteur s'écrit alors :

$$T_{1/2} = \frac{T_{max} + T_{min}}{2} = \frac{1}{2} \left[ 1 + \left( \frac{\rho - a}{1 - a\rho} \right)^2 \right] \quad (3.4)$$

On pose  $\varphi(\omega) = \varphi(\omega_0) + \delta\varphi(\omega)$ , en considérant une cavité de grande finesse ( $\delta\varphi \ll 1$ ), nous pouvons alors faire un développement limité au premier ordre de  $\cos\varphi(\omega) = \cos\delta\varphi(\omega)$ . L'équation (3.3) devient :

$$T(\delta\varphi) = \frac{(\rho - a)^2 - a\rho \delta\varphi^2}{(1 - a\rho)^2 + a\rho \delta\varphi^2}. \quad (3.5)$$

En égalisant les deux équations (3.4) et (3.5), l'expression de la demi-largeur à mi-hauteur en terme de phase est :

$$\delta\varphi = \frac{(1 - a\rho)}{\sqrt{a\rho}}. \quad (3.6)$$

La largeur à mi-hauteur exprimée sur la phase est telle que  $\Delta\varphi = 2\delta\varphi$ , et vaut :

$$\Delta\varphi = \frac{2(1 - a\rho)}{\sqrt{a\rho}}. \quad (3.7)$$

Cette expression est liée à la largeur à mi-hauteur de la résonance en fréquence par :

$$\Delta\varphi = \frac{\partial\varphi}{\partial\omega} \Delta\omega = \frac{L}{c} \left( N + \omega \frac{\partial N}{\partial\omega} \right) \Delta\omega = \frac{L}{c} n_g \Delta\omega \quad (3.8)$$

La largeur à mi-hauteur de la résonance en transmission vaut donc :

$$\Delta\omega = \frac{2c(1 - a\rho)}{n_g L \sqrt{a\rho}} \quad (3.9)$$

Compte tenu de la définition de  $\tau_L$ , le facteur de qualité global  $Q = \omega_0/\Delta\omega$  vaut :

$$Q = \frac{\omega_0 \tau_L \sqrt{a\rho}}{2(1 - a\rho)}. \quad (3.10)$$

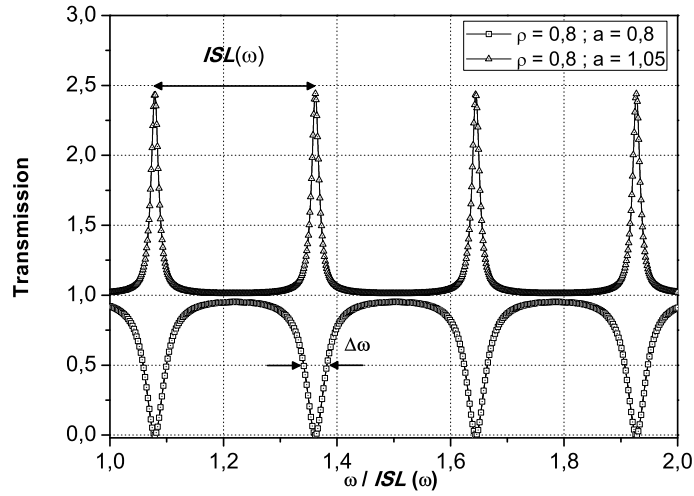


FIGURE 3.4 – Tracé de la fonction de transfert en intensité  $T(\omega) = |\mathcal{H}(\omega)|^2$  d'un résonateur pour différentes valeurs de  $a$  et  $\rho$ .

### Lien entre les approches de H. Haus et A. Yariv

Dans le chapitre 2, nous avons vu les différentes contributions des facteurs de qualité  $Q_0 = \omega_0\tau_0/2$  (Equ. (2.10)) et  $Q_e = \omega_0\tau_e/2$  (Equ. (2.11)) ainsi que le facteur de qualité global  $Q = \omega_0\tau/2$  (Equ. (2.8)) selon le modèle de H. Haus.

Les deux approches peuvent être liées en comparant la largeur à mi-hauteur obtenue par la méthode de A. Yariv  $\Delta\omega = \omega_0/Q$  et A. Haus  $\Delta\omega = 2/\tau$ .

De l'équation (3.10), nous pouvons définir le facteur de qualité interne limité par les pertes du résonateur ( $\rho = 1$ ) tel que :

$$Q_0 = \frac{\omega_0\tau_L\sqrt{a}}{2(1-a)} \quad (3.11)$$

et le facteur de qualité externe limité par le coupleur ( $a = 1$ ) tel que :

$$Q_e = \frac{\omega_0\tau_L\sqrt{\rho}}{2(1-\rho)} \quad (3.12)$$

Le lien formel entre les deux méthodes nous permet l'écriture des temps caractéristiques  $\tau_0$  et  $\tau_e$  sous les formes :

$$\tau_0 = \frac{\tau_L\sqrt{a}}{1-a} \quad (3.13)$$

et

$$\tau_e = \frac{\tau_L\sqrt{\rho}}{1-\rho} \quad (3.14)$$

## Gain sur un tour

De la mesure expérimentale du paramètre  $\tau_0$ , nous pouvons alors obtenir le gain sur un tour à partir de l'équation (3.13). Cette équation est un polynôme du second ordre tel que :

$$a^2 - a \left( 2 + \left( \frac{\tau_L}{\tau_0} \right)^2 \right) + 1 = 0.$$

La résolution de cette équation nous donne :

$$a = 1 + \frac{1}{2} \left( \frac{\tau_L}{\tau_0} \right)^2 \pm \frac{\tau_L}{\tau_0} \sqrt{1 + \left( \frac{\tau_L}{2\tau_0} \right)^2}. \quad (3.15)$$

En considérant l'hypothèse d'un résonateur de grande finesse,  $\tau_0 \gg \tau_L$  et en faisant un développement limité au premier ordre en  $(\tau_L/\tau_0)^2$ , la résolution de cette équation nous donne :

$$a = 1 \pm \frac{\tau_L}{\tau_0} + \frac{1}{2} \left( \frac{\tau_L}{\tau_0} \right)^2 \mp \frac{1}{8} \left( \frac{\tau_L}{\tau_0} \right)^3. \quad (3.16)$$

En régime passif ( $\tau_0 > 0$ ), le terme  $a$  représente l'atténuation du signal sur un tour, tandis qu'il désigne le gain sur un tour en régime actif ( $\tau_0 < 0$ ). Finalement,  $a$  prend alors la forme approchée suivante :

$$a \approx 1 - \frac{\tau_L}{\tau_0}. \quad (3.17)$$

### 3.3 Résonateurs à base de verres $\text{Er}^{3+}:\text{ZBLALiP}$

Ces travaux de thèse se situent dans la continuité des thèses effectuées au sein du laboratoire [14, 15] et portant sur les microsphères actives en régime laser. Les microrésonateurs que nous utilisons sont réalisées dans un verre fluoré ZBLALiP ( $\text{ZrF}_4\text{-BaF}_2\text{-LaF}_3\text{-AlF}_3\text{-LiF-PbF}_2$ ) fabriqué par l'équipe de Monsieur M. Mortier [40] au LCMCP (CNRS UMR 7574). Ce verre fluorozirconate est une matrice hôte appropriée pour accueillir des ions terres rares et notamment l'Erbium. Il possède un indice  $N = 1,5$  proche de l'indice de la silice (Taper). Les microrésonateurs sont réalisés à l'aide du procédé de fusion plasma présenté dans la partie (1.2.1.2) avec des diamètres allant de 40  $\mu\text{m}$  à 220  $\mu\text{m}$ . Le verre  $\text{Er}^{3+}:\text{ZBLALiP}$  permet l'observation de l'amplification sur une gamme spectrale comprise entre 1530 nm et 1570 nm typiquement selon le taux de dopage. Afin d'avoir un recouvrement optimal entre les modes des pompe et de sonde dans la microsphère, nous avons choisi de pomper le résonateur à la longueur d'onde 1480 nm. La figure 3.5(a) représente le diagramme

d'énergie de l'ion Erbium ainsi que les principales transitions mises en jeu dans le cas d'un pompage à  $1,48\mu m$ . On constate que c'est la transition  ${}^4I_{13/2} \rightarrow {}^4I_{15/2}$  qui

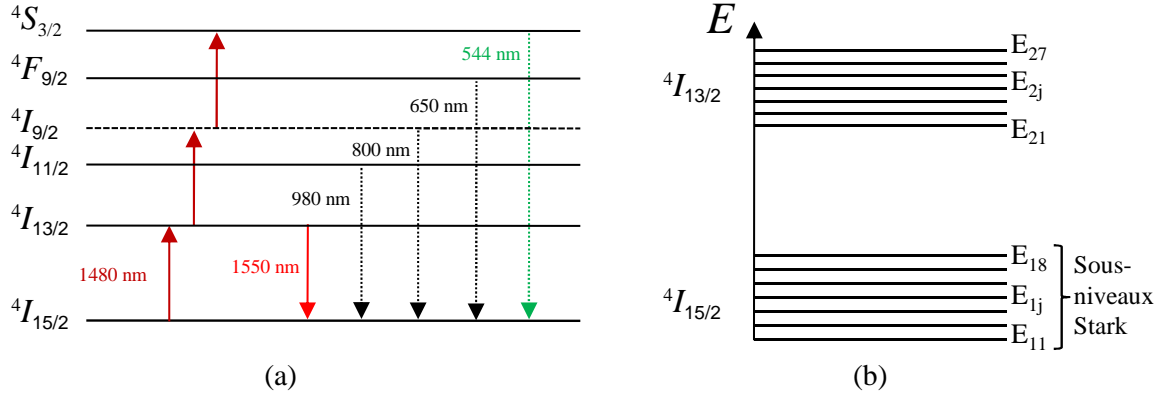


FIGURE 3.5 – (a) niveaux d'énergie de l'ion Erbium, (b) décomposition des niveaux  ${}^4I_{13/2}$  et  ${}^4I_{15/2}$  en sous niveaux Stark.

est à l'origine de l'émission dans la bande télécom. Ces deux niveaux ont en réalité une structure quasi de bande comme le montre la figure 3.5(b) et se décomposent en sous-niveaux Stark. D'après la statistique de Boltzmann, les niveaux les plus bas sont les plus peuplés, on peut donc dire que la transition radiative a lieu à partir de ces deux sous-niveaux. Ainsi, on peut parler d'un système quasi-trois niveaux: l'absorption à  $1,48\mu m$  permet d'exciter les électrons de l'Erbium de leur niveau fondamental (bas du niveau  ${}^4I_{15/2}$ ) vers le haut du niveau  ${}^4I_{13/2}$ . La vitesse de relaxation entre sous-niveaux Stark d'un même niveau étant très rapide ( $\approx 10^{-9}s$ ) par rapport à la durée de vie du niveau ( $\approx 10^{-2}$  ms), les électrons se désexcitent rapidement de façon non radiative pour retomber en bas du niveau  ${}^4I_{13/2}$  (métastable). La figure 3.5(a) montre également que la pompe peut être absorbée en cascade à partir du niveau fondamental et donner lieu à des émissions de longueurs d'onde inférieures à 1550 nm. En particulier, la fluorescence verte provient d'une triple absorption de la pompe suivant les transitions  ${}^4I_{15/2} \rightarrow {}^4I_{13/2} \rightarrow {}^4I_{9/2} \rightarrow {}^4I_{3/2}$  suivie d'une désexcitation radiative vers  ${}^4I_{15/2}$ .

### 3.4 Facteurs de qualité dans les verres $Er^{3+}:ZBLALiP$

Pour avoir un ordre de grandeur du facteur de qualité intrinsèque  $Q_0$  de nos microrésonateurs, nous faisons appel aux différentes contributions à ce facteur (cf. paragraphe 1.1.2).

Compte tenu du diamètre des résonateurs qu'on utilise, le facteur de qualité radiatif n'est pas un facteur limitant au facteur de qualité intrinsèque de nos microrésona-

teurs. En effet, le diamètre minimum des microrésonateurs utilisés dans ce manuscrit est de  $90 \mu\text{m}$ . En utilisant l'équation (1.26) pour  $\ell \sim 273$ , le facteur de qualité radiatif pour cette taille de résonateur est  $Q_{rad} = 2.5 \times 10^{53}$ .

Nos microrésonateurs sont fabriqués par fusion. Si l'on considère une sphère en silice fondu, nous savons que le facteur de qualité lié à la rugosité de surface  $Q_{surf} \sim 10^{10}$ . Nous faisons l'hypothèse que  $Q_{surf}$  d'une sphère en verre ZBLALiP est similaire à celui de la silice. Cette grandeur n'est pas limitant au facteur de qualité intrinsèque de nos résonateurs.

Les verres que nous utilisons dans ce manuscrit ont des taux de dopage en ions Erbium variant de 0,05 mol % à 0,3 mol %. Le facteur de qualité intrinsèque lié à l'absorption du matériau est donné par la relation [33,81] :

$$Q_{mat} \approx \frac{2\pi N}{\alpha_{abs}\lambda}, \quad (3.18)$$

où  $\alpha_{abs}$  représente le coefficient d'atténuation en  $\text{cm}^{-1}$ .

Pour comparer deux matériaux de concentration différente en ions actifs, il est nécessaire d'utiliser la section efficace d'absorption  $\sigma_a$  à une longueur d'onde  $\lambda$  donnée. Ce terme est lié au coefficient d'absorption par la relation :

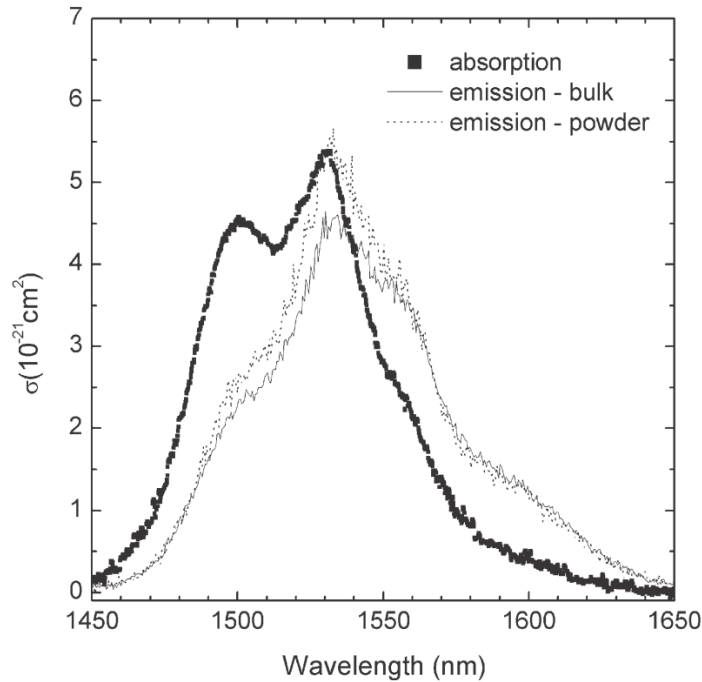
$$\alpha_{abs} = \sigma_a(\lambda) \times C, \quad (3.19)$$

où  $C$  est la concentration en ions dopant (en ions/ $\text{cm}^3$ ). La figure 3.6 présente le spectre de la section efficace d'absorption du verre ZBLALiP dopé Erbium présenté dans les références [15,82]. Pour la longueur d'onde  $\lambda = 1550 \text{ nm}$ , nous déduisons un section efficace d'absorption  $\sigma_a(\lambda) \approx 2,8 \times 10^{-21} \text{ cm}^2$ . Le tableau 3.1 regroupe les facteurs de qualité  $Q_{mat}$  lié à l'absorption du matériau dans les verres ZBLALiP dopés Erbium.

Nos microrésonateurs présentent un facteur de qualité maximal lié au matériau  $Q_{mat} = 2,3 \times 10^6$  pour le verre le plus faiblement dopé (0,05 mol %). L'absorption du matériau constitue donc la limitation du facteur de qualité de nos résonateur. Cette dégradation est due à l'absorption du signal par les ions Erbium. Dans le meilleur des cas, le facteur de qualité intrinsèque de nos résonateurs sera donc  $Q_0 = 2,3 \times 10^6$  quand ils ne sont pas pompés optiquement.

TABLEAU 3.1 – Caractéristiques du verre ZBLALiP dopé avec différentes concentrations en ions Erbium.

Concentration d'Er (mol %)	0,05	0,08	0,1	0,3
Concentration d'Er ( $\times 10^{19}$ ions/cm <sup>3</sup> )	0,945	0,152	0,180	0,567
$\alpha_{abs}$ (cm <sup>-1</sup> )	0,026	0,042	0,050	0,158
$Q_{mat}$	$2,3 \times 10^6$	$1,4 \times 10^6$	$1,2 \times 10^6$	$3,8 \times 10^5$

FIGURE 3.6 – Caractéristiques spectrales du verre Er<sup>3+</sup>:ZBLALiP rapporté dans la référence [82]. La courbe en noir représente la section efficace d'absorption. Les courbes en pointillé et en gris représentent respectivement la section efficace d'émission d'un verre Er<sup>3+</sup>:ZBLALiP dopé à 0,2 mol % en poudre et en matériau massif.

### 3.5 Dispositifs expérimentaux de caractérisation de l'amplification sélective

Afin d'extraire les caractéristiques d'un microrésonateur en régime d'amplification, nous avons utilisé deux configurations expérimentales différentes par leurs systèmes de couplage.

Dans le "montage expérimental n°1", pour obtenir une meilleure amplification, nous avons testé uniquement des microrésonateurs fortement dopés (0,3 mol % en Er-



bium). Afin d’avoir plus de degré de liberté quant au couplage du résonateur au laser de pompe et à la sonde, nous avons séparé la ligne d’accès de la pompe et de la sonde. Ce second montage sera appelé “montage expérimental n°2. Nous utiliserons ce banc de test uniquement pour les résonateurs faiblement dopés Erbium (0,1 mol % et 0,08 mol %).

### 3.6 “Montage expérimental n°1”

Pour mesurer l’amplification sélective dans les microrésonateurs WGM à base de verre actif en  $\text{Er}^{3+}:\text{ZBLALiP}$ , nous utilisons le même dispositif d’insertion/extraction que dans le chapitre précédant. Il permet d’injecter et d’extraire les signaux de pompe et de sonde par un seul taper biconique. Le schéma du microrésonateur couplé à sa ligne d’accès est présenté sur la figure 3.7(a). Les signaux de pompe et de sonde sont couplés au microrésonateur de manière contrapropagative. La figure 3.7(b) présente les images d’une microsphère active  $\text{Er}^{3+}:\text{ZBLALiP}$  de  $100\ \mu\text{m}$  de diamètre couplée avec un taper de  $2\ \mu\text{m}$  de diamètre. Les anneaux verts représentent la fluorescence issue de la désexcitation radiative du niveau  $^4\text{S}_{3/2}$  peuplé par “up-conversion” vers le niveau  $^4\text{I}_{15/2}$  de l’ion Erbium (cf. Fig 3.5(a)).

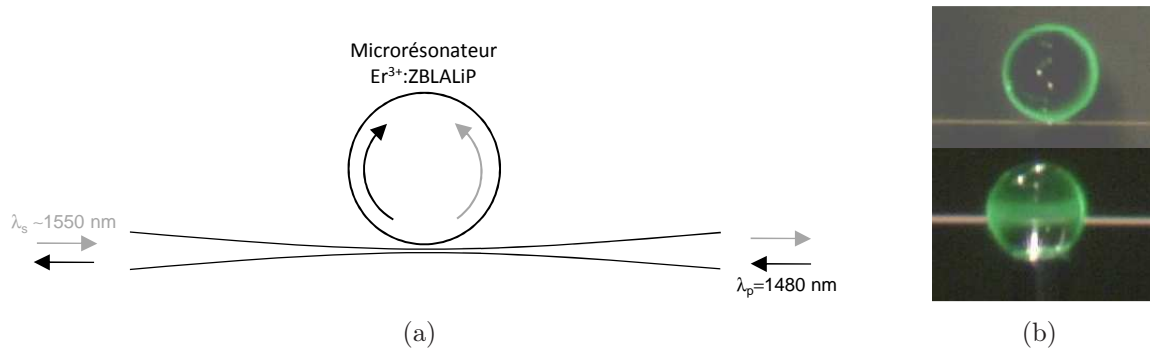


FIGURE 3.7 – a) Schéma de la microsphère active avec sa ligne d’accès.  $\lambda_s$  est la longueur d’onde de sonde,  $\lambda_p$  celle de la pompe. b) Photographies d’une microsphère active  $\text{Er}^{3+}:\text{ZBLALiP}$  de diamètre  $100\ \mu\text{m}$  couplée avec un taper de  $2\ \mu\text{m}$  de diamètre.

Le montage expérimental de la mesure de l’amplification est présenté sur la figure 3.8. Ce dispositif est composé de plusieurs éléments que nous détaillons ci-dessous.

#### 3.6.1 Système d’excitation

Le système d’excitation présenté (Fig. 3.9) est identique à celui décrit dans la partie 2.1.6 du chapitre 2. Pour rappel, le laser de sonde est un laser accordable en

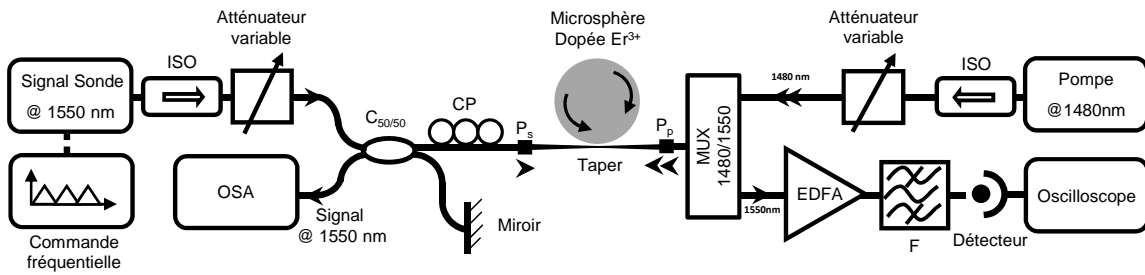


FIGURE 3.8 – Montage expérimental n°1 pour l'étude de l'amplification sélective.  $P_s$  et  $P_p$  désignent respectivement les puissances de sonde ( $P_s$ ) et de pompe ( $P_p$ ) injectées dans le taper.

longueur d'onde et de largeur spectrale à mi-hauteur de  $\Gamma_{1/2} = 150$  kHz. Le laser peut être modulé en longueur d'onde sur une plage d'environ 6 GHz. Cette modulation se commande par un signal électrique de forme triangulaire et d'amplitude  $\pm 9$  V. En plus de l'isolateur optique (ISO), et du contrôleur de polarisation, nous avons adjoint un atténuateur variable qui nous permet de contrôler la puissance de sonde injectée dans le microrésonateur. Afin d'observer simultanément le spectre de fluorescence des

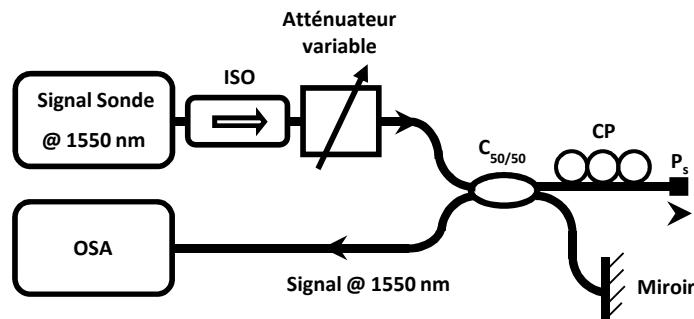


FIGURE 3.9 – Dispositif d'excitation du résonateur.  $P_s$  désigne la puissance de sonde injectée dans le taper.

modes de galerie et le signal de sonde sur l'analyseur de spectre optique (OSA pour l'acronyme en anglais de *Optical Spectrum Analyser*), nous utilisons un coupleur 50/50 en "X" ( $C_{50/50}$ ). En sortie de ce coupleur, une partie du signal de sonde (50 %) est réfléchié par un miroir puis envoyé à l'OSA, l'autre partie est injectée dans le microrésonateur. L'observation de la superposition du spectre de fluorescence et du signal de sonde nous permet de choisir aisément un mode de galerie susceptible de présenter de l'amplification sélective.

### 3.6.2 Dispositif de pompage

Ce dispositif (Fig. 3.10) permet de pomper efficacement le microrésonateur dopé Erbium à la longueur d'onde  $\lambda_p = 1480$  nm. Les longueurs d'onde de sonde ( $\lambda_s \sim 1550$  nm) et de pompe sont suffisamment proches spectralement pour que l'adaptation des constantes de propagation dans le taper et dans la sphère soit réalisée pour ces deux longueurs d'onde.

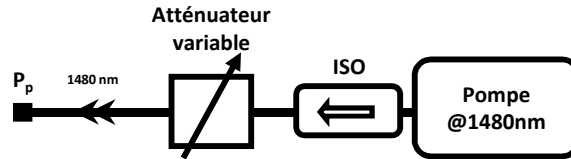


FIGURE 3.10 – Dispositif de pompage du résonateur dopé Erbium avec une longueur d'onde de  $\lambda_p = 1480$  nm.  $P_p$  désigne la puissance de pompe injectée dans le taper.

Nous adjoignons à notre laser de pompe un isolateur optique (ISO) et un atténuateur variable pour contrôler précisément la puissance de pompe.

### 3.6.3 La chaîne de mesure

La chaîne de mesure (Fig. 3.11) est composée de :

- Un amplificateur optique EDFA (pour l'acronyme en anglais de *Erbium Doped Fiber Amplifier*) de 18 dB de gain et faible bruit. Comme nous sommes en régime de petit signal pour la sonde, le signal utile sortant du multiplexeur (MUX 1480 nm/1550 nm) peut être très faible. Nous discuterons dans le paragraphe qui suit la nécessité de passer par une étape d'amplification optique dans la chaîne de mesure.
- Un filtre optique passe bande accordable en longueur d'onde et en bande passante. Le filtre très fin a pour effet d'éliminer la majeure partie de l'émission spontanée issue de l'EDFA. Nous utilisons un filtre XTM-50 de la marque Yenista accordable sur une plage de longueur d'onde comprise entre 1450 nm et 1650 nm. La bande passante varie de 950 pm à 50 pm soit une bande passante minimale de 6,25 GHz. Jusqu'à présent, les signaux de transmission expérimentaux étaient normalisés par la valeur de la transmission du signal hors résonance. L'utilisation de l'amplification optique (EDFA) dans la chaîne d'acquisition augmente artificiellement le niveau du signal détecté. Dans ce cas, la transmission ne peut pas être aussi simplement normalisée. Il faut soustraire le signal hors résonance apporté par l'émission spontanée dans la bande passante

du filtre.

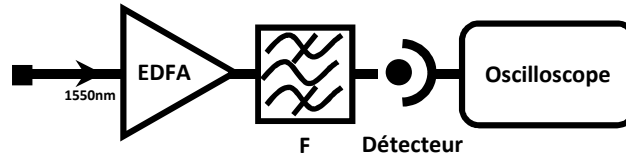


FIGURE 3.11 – Chaîne de mesure de l’amplification sélective.

- Le signal sortant du filtre est détecté sur une photodiode de bande passante supérieure à 14 MHz afin d’observer les signaux de “ringing”. Ces signaux sont ensuite acquis sur un oscilloscope synchronisé avec la commande fréquentielle du laser sonde.

### 3.6.4 Protocole expérimental

La figure 3.12 décrit le protocole de mesure de l’amplification sélective. À partir du spectre de fluorescence du résonateur observé à l’OSA (Fig. 3.12 (a)), nous superposons le signal de sonde sur une résonance susceptible de présenter du gain (résonance encadrée sur la figure). Nous appliquons ensuite un balayage en fréquence du laser de sonde autour de cette résonance. Un exemple de signal transmis par le résonateur est présenté sur la figure 3.12 (b). Dans ce cas de figure, la transmission à résonance est  $T(0) > 1$ . Cette figure montre également le signal de commande en fréquence du laser de sonde. Cette commande nous permet de vérifier et de placer une résonance à caractériser au milieu de la rampe. En effet, nous avons observé expérimentalement que la vitesse de balayage du laser de sonde y est cohérente avec les vitesses nominales correspondantes.

### 3.6.5 Mesure de l’amplification sélective

L’étude du régime d’amplification sélective dans une microsphère en verre actif est plus complexe que l’étude d’un résonateur passif. Tout d’abord, les microsphères étudiées possèdent une grande finesse ( $\mathcal{F} > 10^5$ ). À cette grande finesse est associé un très haut facteur de surtension. Il convient donc d’utiliser de faibles signaux d’entrée pour éviter une saturation du gain par le signal à l’intérieur de la sphère. L’ajustement théorie / expérimental est ensuite réalisé de la même manière que dans la partie 2.1.7 par la méthode des moindres carrés :

$$\sigma^2 \left( \tau_0, \tau_e, \tilde{V}_s \right) = \sum_{i=1}^N \left[ T_{mes,i} - T_{theo,i} \left( \tau_0, \tau_e, \tilde{V}_s \right) \right]^2 \quad (3.20)$$

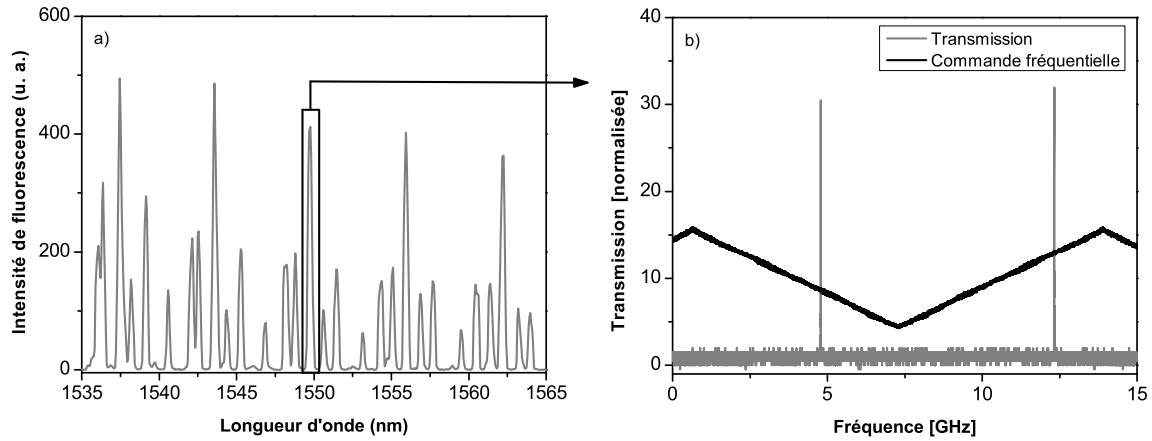


FIGURE 3.12 – Principe de la mesure de l’amplification sélective. a) Spectre de fluorescence d’une microsphère dopées  $\text{Er}^{3+}$ :ZBLALiP avec la sélection d’une résonance susceptible de donner du gain (résonance encadrée). b) Signal de la commande en fréquence du laser de sonde autour d’une résonance pour une vitesse de balayage en fréquence de  $\dot{V}_s = 5 \text{ MHz}/\mu\text{s}$ .

Des temps de vie  $\tau_0$  et  $\tau_e$  obtenus, on déduit le gain à résonance (Equ. 2.35) :

$$T(0) = \left( \frac{\tau_e - \tau_0}{\tau_e + \tau_0} \right)^2,$$

le retard de groupe à résonance associé (Equ. 2.42) :

$$\tau_g(0) = 2 \frac{\tau_e \tau_0^2}{\tau_0^2 - \tau_e^2},$$

ainsi que le facteur de qualité global (Equ. 2.8) :

$$Q = \frac{\omega_0 \tau}{2}.$$

## 3.7 Amplification sélective dans des microsphères dopées $\text{Er}^{3+}$ à 0,3 mol %.

### 3.7.1 Influence de la vitesse de balayage

Dans nos expériences, nous utiliserons différentes vitesses de balayages pour caractériser nos microrésonateurs. En fixant volontairement deux vitesses de balayage différentes, nous vérifions l’évolution et le comportement de la réponse du résonateur à valeurs de couplage, de puissance de sonde et de pompe fixés. Pour cela, nous utilisons une microsphère de  $105 \mu\text{m}$  de diamètre pour un signal de sonde de  $P_s=125$

nW et une puissance de pompe  $P_p=7$  mW. La figure 3.13 présente les ajustements théoriques et expérimentaux de la réponse en transmission en régime dynamique.

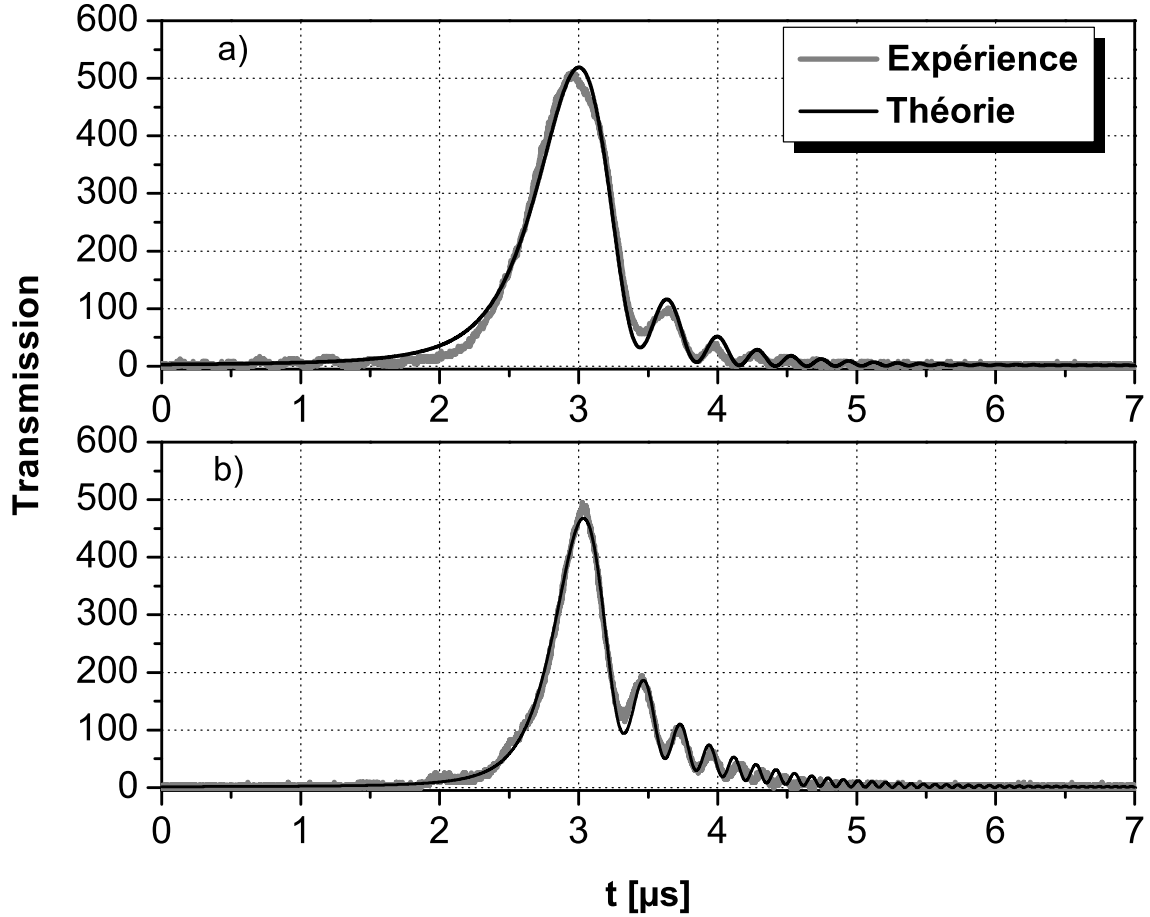


FIGURE 3.13 – Transmissions expérimentales avec leurs ajustements théoriques en amplification sélective pour deux vitesses de balayage différentes. La confrontation théorie|expérience nous donne: a) Une vitesse de balayage  $\tilde{V}_s = 2,2$  MHz/ $\mu$ s, b) Une vitesse de balayage  $\tilde{V}_s = 4,1$  MHz/ $\mu$ s.

Pour une vitesse de balayage nominale en fréquence de  $\tilde{V}_s \approx 2,4$  MHz/ $\mu$ s du laser de sonde correspondant à une commande fréquentielle de 200 Hz (Fig. 3.13(a)), l'ajustement théorique donne une vitesse de  $\tilde{V}_s = 2,2$  MHz/ $\mu$ s ainsi que  $\tau_0 = -40,9$  ns et  $\tau_e = 38,7$  ns.

Pour un balayage en fréquence plus rapide  $\tilde{V}_s \approx 5$  MHz/ $\mu$ s correspondant à une commande fréquentielle de 400 Hz (Fig. 3.13(b)), l'ajustement théorique donne une vitesse de  $\tilde{V}_s = 4,1$  MHz/ $\mu$ s ainsi que  $\tau_0 = -39,9$  ns et  $\tau_e = 37,6$  ns. Nous obtenons des résultats qualitativement corrects des vitesses de balayages. À faible vitesse, nous observons moins d'oscillations sur la transmission et à vitesse plus élevée nous observons

plus d'oscillations comme annoncé dans la partie 2.1.5 du chapitre 2. Néanmoins, nous observons un meilleur ajustement théorie/expérience pour une vitesse de balayage du laser sonde plus élevée.

Le tableau 3.2 regroupe les différentes valeurs caractéristiques obtenues pour les deux vitesses de balayage. En régime d'amplification sélective, on retrouve bien la relation  $\tau_0 < 0$ . Nous retrouvons sensiblement les mêmes couples de valeurs de  $\tau_e$  et  $\tau_o$ . En régime dynamique, conformément à la théorie, un changement de la vitesse de balayage n'affecte pas les valeurs de  $\tau_e$  et  $\tau_0$ . Seul le profil de transmission change.

Si l'on prend en compte les résultats obtenus pour la vitesse  $\tilde{V}_s = 4,1$  MHz/ $\mu$ s (Fig.

TABLEAU 3.2 – Caractéristiques linaires de la microsphère avec deux vitesses de balayage du laser de sonde différentes en régime d'amplification sélective.

Fig. 3.13	$\tau_0$ [ns]	$\tau_e$ [ns]	$T(\theta)$ [dB]	$\tau_g(0)$ [ $\mu$ s]	$\tilde{V}_s$ [MHz/ $\mu$ s]	$Q$
(a)	-40,9	38,7	31,2	0,8	2,2	$4,4 \times 10^8$
(b)	-39,1	37,6	33,9	1,0	4,1	$5,7 \times 10^8$

3.13(b)), nous obtenons un gain à résonance de 33,9 dB associé à un retard de groupe à résonance de  $\tau_g(0) = 1$   $\mu$ s. Le facteur de qualité global est de  $Q = 5,7 \times 10^8$  correspondant à une résonance de 340 kHz de largeur à mi-hauteur.

D'après l'équation (3.17), nous avons un gain par tour de  $a = 1,00004$ . L'amplification sur un tour est faible mais comme le champ effectue environ  $6 \times 10^5$  tours dans la cavité, cela permet d'obtenir un gain élevé en sortie.

À noter que les puissances de pompe  $P_p$  et de sonde  $P_s$  (c.f Fig. 3.8) injectées dans le taper ne correspondent pas aux puissances que nous injectons dans le mode que nous étudions. Elles peuvent varier beaucoup d'une expérience à l'autre. Effet, on est pas capable d'estimer les pertes le long du taper et par conséquent, la puissance injectée dans le résonateur. Le profil de transmission est différent de l'allure présentée dans la partie 3.1 car dans ce cas, la puissance du champ issu de la cavité est plus importante que la puissance du signal d'entrée. Le signal de sortie suit alors une évolution semblable au champ intracavité.

### 3.7.2 Influence de la pompe

Théoriquement, une augmentation de la puissance de pompe s'accompagnera d'une augmentation du gain ainsi qu'un affinement de la largeur à mi-hauteur de la résonance [83]. Dans cette partie, nous vérifions expérimentalement l'évolution de ce régime d'amplification en fonction du pompage optique de la cavité. Nous présen-

tons des résultats obtenus avec une microsphère de diamètre  $135 \mu\text{m}$  en verre  $Er^{3+}$ : ZBLALiP dopé 0,3 % molaire. Pour une résonance autour de la longueur d'onde  $\lambda_s = 1557 \text{ nm}$ , nous observons une amplification sélective ( $\tau_0 < 0$ ) dans la microsphère. Dans cette expérience, nous injectons une puissance de sonde constante  $P_s = 150 \text{ nW}$  pour un couplage fixé. La vitesse de balayage nominale pour les trois mesures est de  $\tilde{V}_s \approx 5 \text{ MHz}/\mu\text{s}$ . La figure 3.14 présente les courbes expérimentales associées

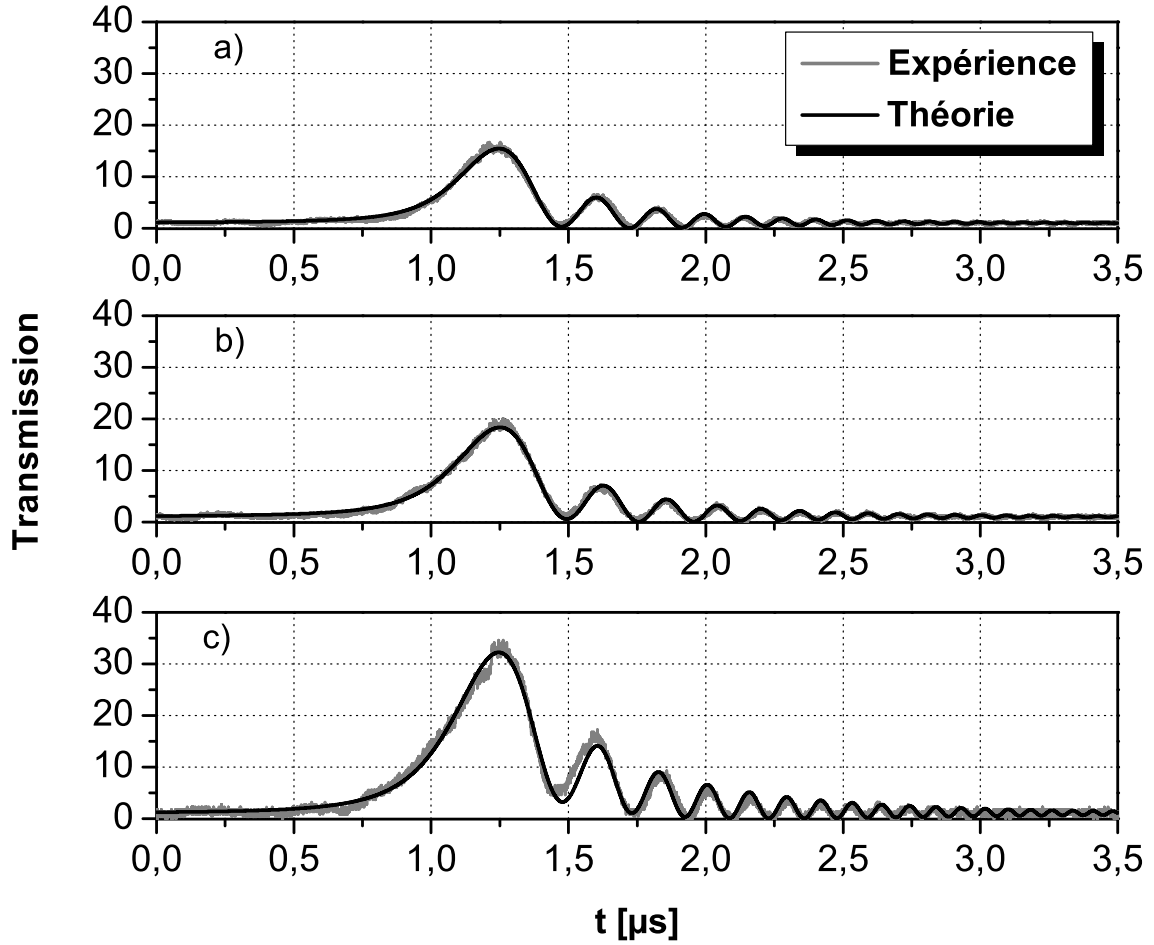


FIGURE 3.14 – Transmissions expérimentales en amplification sélective avec leurs ajustements théoriques pour différentes puissances de pompes dans une microsphère de diamètre  $135 \mu\text{m}$ . La puissance de sonde est  $P_s = 150 \text{ nW}$ , les puissances de pompes sont telles que : a)  $P_p = 3,35 \text{ mW}$ , b)  $P_p = 3,4 \text{ mW}$ , d)  $P_p = 3,5 \text{ mW}$ .

à leurs ajustements théoriques pour différentes puissances de pompe à l'entrée du taper. Ces puissances sont respectivement de :  $P_p = 3,35 \text{ mW}$  (Fig. 3.14(a)),  $3,4 \text{ mW}$  (Fig. 3.14(b)) et  $3,5 \text{ mW}$  (Fig. 3.14(c)). En appliquant à ces trois acquisitions une confrontation théorique/expérimentale, nous obtenons les paramètres  $\tau_0$ ,  $\tau_e$  et  $\tilde{V}_s$ . L'ensemble des résultats est présenté dans le tableau 3.3. Pour une augmentation de



la puissance de pompe, on observe une augmentation de  $\tau_0$  ce qui est quantitativement correct. Par contre, on observe une légère variation de la longueur d'onde de sonde en augmentant la puissance de pompe. On a respectivement  $\lambda_s = 1557,344$  nm,  $1557,349$  nm et  $1557,354$  nm. Ce léger décalage de la longueur d'onde est dû à un effet thermique créé par le laser de pompe [84]. Pour autant, les valeurs  $\tilde{V}_s$  sont relativement constantes. On peut dire que ces valeurs ne sont pas influencées par la variation de la puissance de pompe. Nous observons un léger écart de l'ordre de 11 % sur les valeurs de  $\tau_e$ . Ceci peut être lié aux conditions expérimentales c'est à dire une fluctuation du coupleur.

Comme prévu dans le paragraphe 2.1.3.2, en augmentant la puissance de pompe, on observe une augmentation du gain accompagné d'un affinement de la résonance se traduisant par l'augmentation du facteur de qualité global  $Q$ . Dans ce cas, un gain maximal de 21 dB est atteint pour un retard de groupe associé de  $0,8 \mu\text{s}$ .

TABLEAU 3.3 – Caractéristiques de la microsphère de  $135 \mu\text{m}$  de diamètre avec une vitesse de balayage nominale de  $\tilde{V}_s \approx 5 \text{ MHz}/\mu\text{s}$ .

Figure	$\tau_0$ [ns]	$\tau_e$ [ns]	$T(0)$ [dB]	$\tau_g(0)$ [ $\mu\text{s}$ ]	$\tilde{V}_s$	$Q$	$\lambda_s$ [nm]	$P_p$ [mW]
3.14(a)	-208	148	15,4	0,6	5,5	$3 \times 10^8$	1557,344	3,35
3.14(b)	-197	145	16,6	0,65	5	$3,4 \times 10^8$	1557,349	3,4
3.14(c)	-143	120	21	0,8	5,4	$4,4 \times 10^8$	1557,354	3,5

### 3.7.3 Faible gain

Nous observons un régime d'amplification sélective avec un plus faible gain dans la même microsphère de  $135 \mu\text{m}$  de diamètre que dans le paragraphe 3.7.2 précédent. Avec une configuration de couplage et de puissance de pompe différente que précédemment, nous sondons la même résonance (autour de  $\lambda_s = 1557$  nm) avec une vitesse de balayage nominale  $\tilde{V}_s \approx 5 \text{ MHz}/\mu\text{s}$ . Ainsi, pour un signal de sonde  $P_s = 700$  nW et une puissance de pompe  $P_p = 5$  mW, l'ajustement théorique et expérimental (Fig. 3.15) nous donne  $\tau_0 = -2,1 \mu\text{s}$ ,  $\tau_e = 778$  ns ainsi qu'une vitesse  $\tilde{V}_s = 4,5 \text{ MHz}/\mu\text{s}$  en bon accord avec la vitesse de balayage nominale. Du fait que le temps de vie intracavité est relativement long ( $\tau_0 = -2,1 \mu\text{s}$ ), nous obtenons un régime transitoire avec de nombreuses oscillations. Des temps de vies, nous déduisons une amplification à résonance  $T(0) = 6,7$  dB et un retard de groupe associé  $\tau_g(0) = 1,8 \mu\text{s}$ . Le facteur de qualité global est de  $Q = 7,5 \times 10^8$  correspondant à une résonance de 240 kHz de largeur à mi-hauteur pour un facteur de qualité intrinsèque atteignant

$$Q_0 = 1,3 \times 10^9.$$

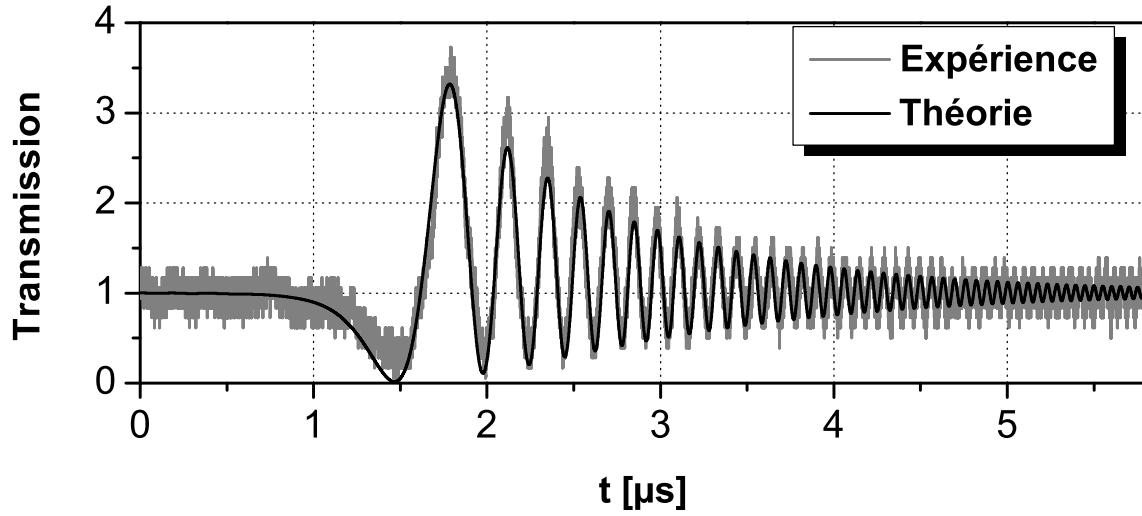


FIGURE 3.15 – Mesure de l’amplification sélective dans une microsphère  $\text{Er}^{3+}:\text{ZBLALiP}$  de diamètre  $135 \mu\text{m}$ . L’ajustement théorique donne  $\tau_0 = -2,1 \mu\text{s}$  et  $\tau_e = 778 \text{ ns}$  correspondant à un gain à résonance  $T(0) = 6,7 \text{ dB}$  et un retard de groupe de  $1,8 \mu\text{s}$ . La vitesse de balayage mesurée est de  $\dot{V}_s = 4,5 \text{ MHz}/\mu\text{s}$ .

En utilisant l’expression du gain sur un tour (Equ. 3.17), nous obtenons  $a = 1,000001$  pour  $8,5 \times 10^5$  circulations du champ dans la cavité. À noter que pour un faible gain, notre signal de transmission est plus bruité. Le tableau 3.4 regroupe les valeurs caractéristiques obtenues.

TABLEAU 3.4 – Caractéristiques de la microsphère de  $135 \mu\text{m}$  de diamètre en régime d’amplification sélective avec un faible gain.

$\tau_0$ [ $\mu\text{s}$ ]	$\tau_e$ [ns]	$T(0)$ [dB]	$\tau_g(0)$ [ $\mu\text{s}$ ]	$Q$	$Q_0$	$Q_e$	$a$
-2,1	778	6,7	1,8	$7,5 \times 10^8$	$1,3 \times 10^9$	$4,7 \times 10^8$	1,000001

### 3.8 “Montage expérimental n°2”

Pour avoir plus de degré de liberté entre le couplage de la pompe et le couplage de sonde sur le microrésonateur, dans cette partie, nous avons séparé le dispositif de pompage et le système d’excitation qui étaient liés par le taper.

La figure 3.16 présente la configuration des lignes d’accès du résonateur sous test. Le signal de pompe à la longueur d’onde  $\lambda_p = 1480 \text{ nm}$  est injecté dans le microrésonateur *via* un demi-taper de diamètre  $\approx 2 \mu\text{m}$ . Le signal de sonde à  $\lambda_s \sim 1550 \text{ nm}$

est couplé dans le résonateur à l'aide d'un taper de manière contrapropagative par rapport à la pompe. Dans cette configuration, il faut prendre soin de mettre le taper

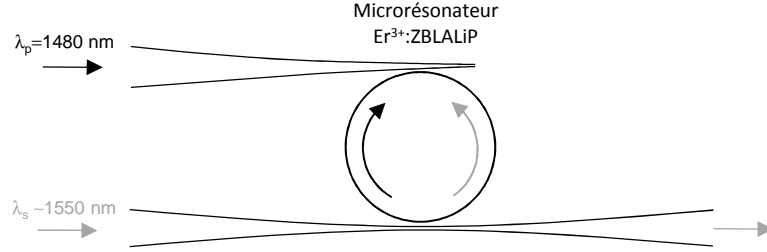


FIGURE 3.16 – Schéma du microrésonateur avec ses lignes d'accès ainsi que les différents sens de propagation de la pompe et de la sonde.

sur le même équateur que le demi-taper afin d'avoir un meilleur recouvrement entre les modes de galeries présentant du gain et le laser de sonde.

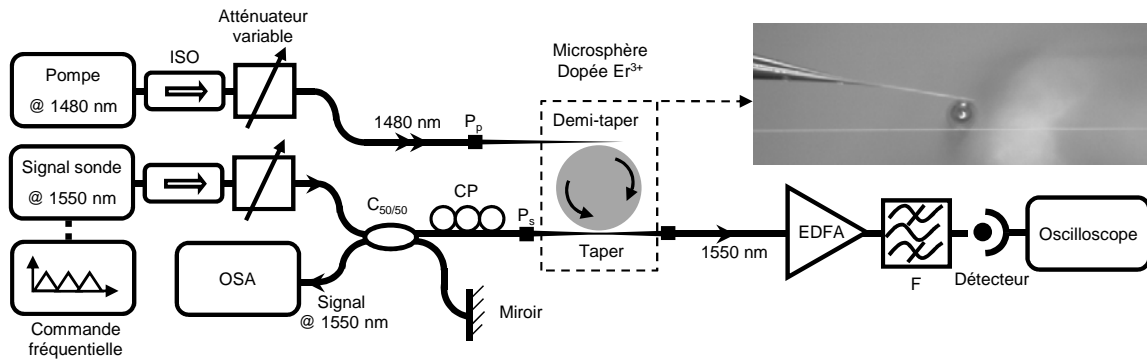


FIGURE 3.17 – Montage expérimental n°2 pour l'amplification sélective avec séparation du laser de pompe et du laser de sonde.  $P_s$  désigne la puissance de sonde injectée dans le taper,  $P_p$  la puissance de pompe injectée dans le taper.

Dans ce second montage expérimental (Fig. 3.17), le couplage de la pompe *via* un dispositif d'insertion spécifique augmente les pertes de la cavité mais cette "dégradation" est compensée par le gain du milieu amplificateur. L'insertion/extraction du signal "utile" *via* une voie spécifique offre quant à lui la possibilité de faire varier le taux de couplage ( $\tau_e$ ) sans pour cela modifier le taux de pompage.

Les autres éléments constituant ce montage à savoir le système d'excitation, le dispositif de pompage ainsi que la chaîne de mesure sont strictement identiques au "montage expérimental n°1".

## 3.9 Mesure de l'amplification sélective avec des microsphères plus faiblement dopés Erbium.

### 3.9.1 Microsphère dopée Erbium à 0,1 mol %

#### Faible amplification

Dans cette partie, nous utilisons une microsphère de  $145\mu\text{m}$  de diamètre en verre ZBLALiP dopée à 0,1% molaire en Erbium. nous obtenons une amplification sur une résonance autour de  $\lambda_s = 1562\text{ nm}$ . La puissance de sonde est de  $P_s = 300\text{ nW}$  et la puissance de pompe  $P_p = 9,5\text{ mW}$ . La figure 3.18 présente l'ajustement théorie/expérience obtenue sur le résonateur en régime dynamique avec une fréquence de balayage de  $100\text{ Hz}$  qui correspond à une vitesse de balayage nominale  $\tilde{V}_s \approx 1\text{ MHz}/\mu\text{s}$ . La simulation théorique nous donne  $\tau_0 = -3,3\ \mu\text{s}$ ,  $\tau_e = 1,35\ \mu\text{s}$  pour une vitesse de balayage  $\tilde{V}_s = 1,5\text{ MHz}/\mu\text{s}$ .

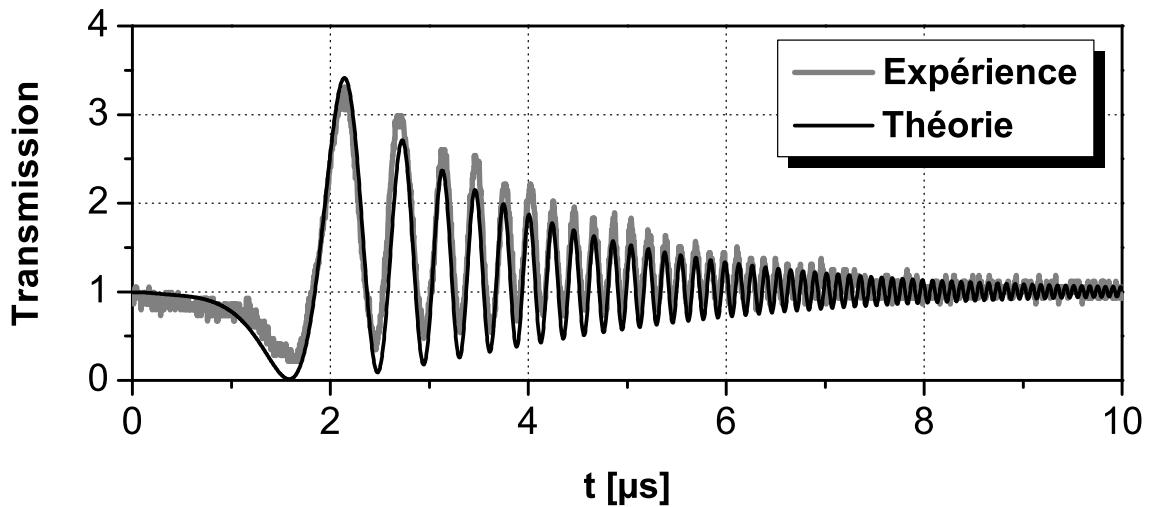


FIGURE 3.18 – Mesure de l'amplification sélective dans une microsphère de diamètre  $145\ \mu\text{m}$  dopée  $\text{Er}^{3+}:\text{ZBLALiP}$  à 0,1 mol % présentant un faible gain à résonance  $T(0) = 7,6\text{ dB}$ . L'ajustement théorique donne  $\tau_0 = -3,3\ \mu\text{s}$  et  $\tau_e = 1,35\ \mu\text{s}$  ainsi qu'une vitesse de balayage  $\tilde{V}_s = 1,5\text{ MHz}/\mu\text{s}$ .

De ces caractéristiques, nous déduisons le facteur de qualité intrinsèque  $Q_0 = 2 \times 10^9$ , le facteur de qualité extrinsèque  $Q_e = 8,2 \times 10^8$  ainsi que le facteur de qualité global  $Q = 1,4 \times 10^9$  correspondant à une résonance de largeur à mi-hauteur de  $140\text{ kHz}$ . Le gain à résonance vaut  $T(0) = 7,6\text{ dB}$  associé à un retard de groupe à résonance  $\tau_g(0) = 2,3\ \mu\text{s}$ .

## Forte amplification

Pour un autre jeu de couplage sur la même microsphère de  $145 \mu\text{m}$  de diamètre précédemment étudié, nous observons une forte amplification. La puissance de sonde est de  $P_s = 170 \text{ nW}$  et la puissance de pompe  $P_p = 9,5 \text{ mW}$ . La figure 3.19 présente l'ajustement théorie/expérience obtenue sur la résonances autour de  $\lambda_s = 1562 \text{ nm}$  par la méthode CRDM.

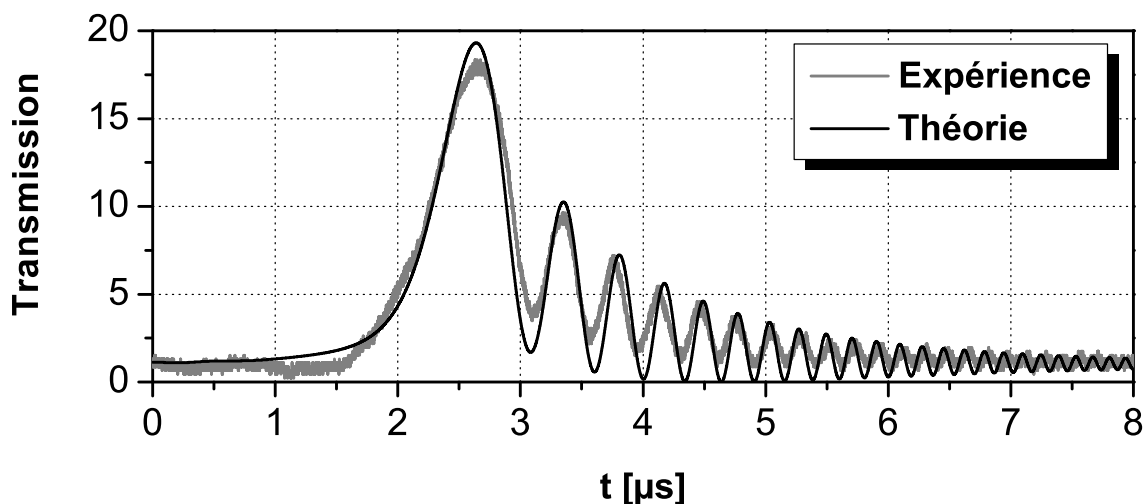


FIGURE 3.19 – Courbe expérimentale associée à son ajustement théorique en régime d'amplification sélective dans une microsphère  $\text{Er}^{3+}:\text{ZBLALiP}$  dopée à 0,1 % molaire avec un diamètre de  $145 \mu\text{m}$ .  $\tau_0 = -440 \text{ ns}$ ,  $\tau_e = 353 \text{ ns}$  et la vitesse de balayage déduite est  $\tilde{V}_s = 1,2 \text{ MHz}/\mu\text{s}$ .

L'ajustement numérique nous donne  $\tau_0 = -440 \text{ ns}$  et  $\tau_e = 353 \text{ ns}$  ainsi qu'une vitesse de balayage  $\tilde{V}_s = 1,2 \text{ MHz}/\mu\text{s}$ . Des temps de vies, nous déduisons un facteur de qualité global  $Q = 1,1 \times 10^9$  correspondant à une résonance de largeur à mi-hauteur de  $175 \text{ kHz}$  pour un gain à résonance  $T(0) = 19 \text{ dB}$  et associé à un retard de groupe à résonance  $\tau_g(0) = 2 \mu\text{s}$ . Le gain sur un tour est  $a = 1,00001$  pour  $8,8 \times 10^5$  circulations du champ dans la cavité.

Le fait que nous observons un phénomène de "ringing" alors que la vitesse de balayage est assez lente ( $\tilde{V}_s = 1,2 \text{ MHz}/\mu\text{s}$ ) réside dans le fait que le résonateur présente un facteur de qualité très élevé ( $> 10^9$ ).

### 3.9.2 Microsphère dopée Erbium à 0,08 mol %

Nous avons observé de l'amplification sélective dans une microsphère en verre ZBLALiP dopée Erbium à 0,08 % molaire de  $180 \mu\text{m}$  de diamètre. L'ajustement

TABLEAU 3.5 – Résultats obtenus sur la microsphère dopée à 0,1 % Erbium de diamètre 145  $\mu\text{m}$  en régime d'amplification sélective avec un gain élevé.

$\tau_0$ [ns]	$\tau_e$ [ns]	$T(0)$ [dB]	$\tau_g(0)$ [ $\mu\text{s}$ ]	$Q$	$Q_0$	$Q_e$	$a$
-440	353	19,2	2	$1,1 \times 10^9$	$2,7 \times 10^8$	$2,1 \times 10^8$	1,00001

théorique/expérimental de l'amplification sélective dans la microsphère est présenté sur la figure 3.20. Ce résultat est obtenu pour une puissance de pompe  $P_p = 3,5$  mW et une puissance de sonde de 110 nW. L'ajustement théorique nous donne :  $\tau_0 = -128$  ns,  $\tau_e = 114$  ns pour une vitesse de balayage de 4,7 MHz/ $\mu\text{s}$ . De ces caractéristiques,

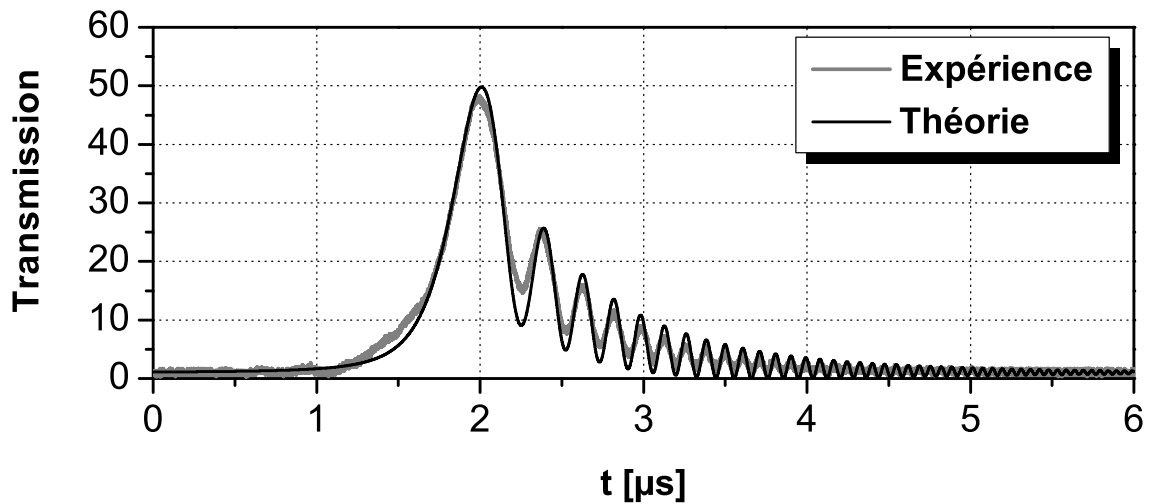


FIGURE 3.20 – Amplification sélective dans une microsphère de diamètre 180  $\mu\text{m}$  dopée Erbium à 0,08 % molaire. L'ajustement théorique /expérience donne  $\tau_0 = -128$  ns et  $\tau_e = 114$  ns correspondant à un gain à résonance  $T(0) = 25$  dB et un retard de groupe de 1,1  $\mu\text{s}$ .

nous déduisons les différentes contributions au facteur de qualité : le facteur de qualité intrinsèque  $Q_0 = 7,8 \times 10^7$ , le facteur de qualité externe  $Q_e = 7 \times 10^7$  et enfin le facteur de qualité global  $Q = 6,5 \times 10^8$ . Nous déduisons aussi le gain à résonance  $T(0) = 25$  dB et le retard de groupe associé  $\tau_g(0) = 1,1 \mu\text{s}$  correspondant à  $4 \times 10^6$  circulations du champ dans le microrésonateur pour un gain par tour de  $a = 1,00002$ .

TABLEAU 3.6 – Résultats de l’ajustement théorique relatif à la microsphère dopée à 0,08 % Erbium de diamètre 180  $\mu\text{m}$  en régime d’amplification sélective avec un faible gain.

$\tau_0$ [ns]	$\tau_e$ [ns]	$T(0)$ [dB]	$\tau_g(0)$ [ $\mu\text{s}$ ]	$Q$	$Q_0$	$Q_e$	$a$
-128	114	25	1,1	$6,5 \times 10^8$	$7,8 \times 10^7$	$7 \times 10^7$	1,00002

## Remarques

En régime d’amplification sélective, il est possible de se passer de l’étape d’amplification optique (EDFA) dans la chaîne de mesure. Expérimentalement, si les pertes du taper ainsi que les pertes de la chaîne de sortie sont faibles, on peut mesurer directement le signal de transmission. Dans ce cas, une amplification électrique mise après la photodiode peut suffire. La figure 3.21 présente un exemple de signal de transmission avec son ajustement obtenu dans une microsphère de 105  $\mu\text{m}$ <sup>1</sup> dopée  $\text{Er}^{3+}$  à 0,3 % molaire sans utilisation de l’EDFA. Ce résultat a été obtenu avec le “montage expérimental n°1” pour une puissance de pompe  $P_p = 1,5$  mW et une puissance de sonde  $P_s = 40$  nW. Dans cette expérience, le taper présentait une perte de 1,5 dB. L’ajustement théorique nous donne  $\tau_0 = -83$  ns,  $\tau_e = 72$  ns ainsi qu’une vitesse de balayage  $\tilde{V}_s = 5,6$  MHz/ $\mu\text{s}$ . Des temps de vie, nous déduisons un gain à résonance de  $T(0) = 23$  dB, un retard de groupe à résonance  $\tau_g = 0,6\mu\text{s}$  ainsi que les différents facteurs de qualité  $Q_0 = 5,0 \times 10^7$ ,  $Q_e = 4,4 \times 10^7$  et  $Q = 3,4 \times 10^8$ . À noter que comme les pertes du taper sont faibles dans ce cas de figure, les puissances mises en jeu ( $P_s$  et  $P_p$ ) lors de cette expérience sont aussi faibles.

## 3.10 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons caractérisé des microsphères en verre  $\text{Er}^{3+}:\text{ZBLALiP}$  dopées avec différentes concentrations molaires en régime d’amplification active. Nous avons montré qu’il est possible d’appliquer la méthode CRDM dans le cadre de l’amplification sélective. Contrairement à une caractérisation en régime passif, il a fallu mettre en place des procédures spécifiques pour la mesure de l’amplification sélective dans un microrésonateur afin d’extraire les caractéristiques d’une telle fonction optique.

1. Cette microsphère n’est pas la même qu’utilisée dans la partie 3.7.1 où la sphère possède le même diamètre et le même taux de dopage.

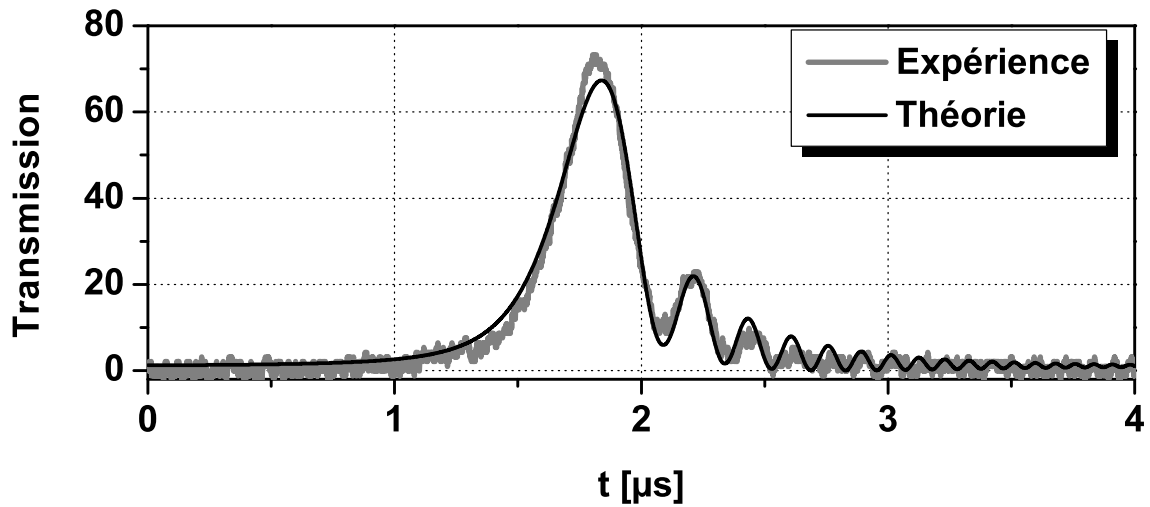


FIGURE 3.21 – Transmission expérimentale avec son ajustement théorique d’un résonateur de  $105 \mu\text{m}$  de diamètre sans EDFA dans la chaîne d’acquisition. Les différents temps de vie sont :  $\tau_0 = -83 \text{ ns}$ ,  $\tau_e = 72 \text{ ns}$ , donnant un gain à résonance de  $T(0) = 23 \text{ dB}$

### Bilan des résultats obtenus avec le montage expérimental n°1

Avec ce montage expérimental, nous avons exclusivement caractérisé des microrésonateurs verre  $\text{Er}^{3+}:\text{ZBLALiP}$  dopée à 0,3 mol %. Les résultats obtenus sont recensés sur le tableau 3.7.

- Dans une microsphère de  $105 \mu\text{m}$  de diamètre (partie 3.7.1) et dopée à 0,3 % molaire en Erbium, nous avons obtenu une amplification à résonance  $T(0) = 33,9 \text{ dB}$  et pour un facteur de qualité  $Q = 5,7 \times 10^8$  et un retard de groupe à résonance de  $\tau_g(0) = 1 \mu\text{s}$ .
- Dans une sphère de  $135 \mu\text{m}$  de diamètre dopée à 0,3 % molaire, nous avons pu mettre en évidence la possibilité d’en faire une ligne à retard amplificatrice contrôlable par le gain et spectralement très sélective (partie 3.7.2). Pour le meilleur des cas, nous avons obtenu un gain à résonance  $T(0) = 21 \text{ dB}$  associé à un facteur de qualité  $Q = 4,4 \times 10^8$  et un retard de groupe à résonance  $\tau_g(0) = 0,8 \mu\text{s}$ . Dans ce même résonateur nous avons pu mesurer sur la même résonance et pour un couplage et pompage différent un autre régime d’amplification (partie 3.7.3) caractérisé par un plus faible gain  $T(0) = 6,7 \text{ dB}$  mais un plus fort facteur de qualité  $Q = 7,48 \times 10^8$  et un retard de groupe  $\tau_g(0) = 1,8 \mu\text{s}$ .
- Dans les résonateurs dopés à 0,3 mol %, le facteur de qualité reste plafonné à  $\sim 10^8$ . Avec le même résonateur que précédemment, pour un couplage et pompage différent, nous avons obtenu le meilleur facteur de qualité dans les verres dopés



Erbium à 0,3 % est de  $Q = 7,5 \times 10^8$  avec un facteur de qualité intrinsèque de  $Q_0 = 1,3 \times 10^8$ . Par rapport à l'estimation du facteur de qualité limitante pour ce taux de dopage, nous avons un accroissement du facteur de qualité intrinsèque de trois ordres de grandeurs.

TABLEAU 3.7 – Synthèse des résultats obtenus en régime d'amplification dans des verres ZBLALiP dopés Erbium à 0,3 mol % avec le montage expérimental n°1.

$d$ [ $\mu\text{m}$ ]	$T(0)$ [dB]	$\tau_g(0)$	$Q$	$Q_0$	$Q_e$
105	31,2	0,8 $\mu\text{s}$	$4,4 \times 10^8$	$2,5 \times 10^7$	$2,3 \times 10^7$
-	33,9	1 $\mu\text{s}$	$5,7 \times 10^8$	$2,4 \times 10^7$	$2,2 \times 10^7$
135	15,4	0,6 $\mu\text{s}$	$3 \times 10^8$	$1,3 \times 10^8$	$9,0 \times 10^7$
-	16,6	0,65 $\mu\text{s}$	$3,4 \times 10^8$	$1,2 \times 10^8$	$8,8 \times 10^7$
-	21	0,8 $\mu\text{s}$	$4,4 \times 10^8$	$8,7 \times 10^7$	$7,3 \times 10^7$
-	6,7	1,8 $\mu\text{s}$	$7,5 \times 10^8$	$1,3 \times 10^8$	$4,7 \times 10^8$
105	23	0,6 $\mu\text{s}$	$3,4 \times 10^8$	$5 \times 10^7$	$4,4 \times 10^7$

### Bilan des résultats obtenus avec le montage expérimental n°2

Le tableau 3.8 regroupe les résultats obtenus avec l'utilisation du "montage expérimental n°2". Avec ce banc expérimental, nous avons testé des microrésonateurs plus faiblement dopés en Erbium.

- Dans une sphère de 145  $\mu\text{m}$  de diamètre dopée 0,1 mol %, nous avons obtenu dans un régime de forte amplification ( $T(0) = 19,2$  dB) un facteur de qualité  $Q = 1,1 \times 10^9$  correspondant à une résonance de largeur à mi-hauteur de 175 kHz associé à un retard de groupe à résonance  $\tau_g(0) = 2 \mu\text{s}$  équivalent à un même retard engendré par 400 m de fibre optique. Pour une plus faible amplification ( $T(0) = 7,6$  dB) nous obtenons un facteur de qualité global  $Q = 1,4 \times 10^9$ .
- Dans une sphère de 180  $\mu\text{m}$  de diamètre dopée à 0,08 mol %, nous avons obtenus un gain à résonance  $T(0) = 25$  dB avec un facteur de qualité  $Q = 6,5 \times 10^8$  et un retard de groupe de 1,13  $\mu\text{s}$

### Applications visées

Ces microrésonateurs peuvent être de très bons candidats pour une intégration dans une boucle de contre-réaction d'un oscillateur opto-électronique. Avec un retard de groupe à résonance de 2  $\mu\text{s}$  combiné à une amplification de 19,2 dB, le microrésonateur dopé Erbium de diamètre 145  $\mu\text{m}$  peut assurer la fonction de ligne à retard

TABLEAU 3.8 – Synthèse des résultats obtenus en régime d'amplification dans des verres ZBLALiP avec le montage expérimental n°2.

Dopage Erbium	$d$ [ $\mu\text{m}$ ]	$T(0)$ [dB]	$\tau_g(0)$	$Q$	$Q_0$	$Q_e$
0,1 mol %	145	7,6	2,3 $\mu\text{s}$	$1,4 \times 10^9$	$2,0 \times 10^9$	$8,2 \times 10^8$
-	-	19,2	2 $\mu\text{s}$	$1,1 \times 10^9$	$2,7 \times 10^8$	$2,1 \times 10^8$
0,08 mol %	180	25	1,1 $\mu\text{s}$	$6,5 \times 10^8$	$7,8 \times 10^7$	$7,0 \times 10^7$

optique équivalent à 400 m de fibre optique et amplificatrice. De plus, nous avons démontré qu'on peut façonner le signal transmis par une manipulation du gain interne dans le microrésonateur pour une accordabilité du signal micro-onde. Le fait qu'on soit en régime d'amplification sélective, les fortes amplifications obtenues limiteront la part d'amplification électrique source de bruit additionnel dans un tel oscillateur.



# Chapitre 4

## Microrésonateurs de très haute finesse

### Sommaire

---

<b>4.1</b>	<b>Rappels sur les régimes de couplage</b>	<b>108</b>
<b>4.2</b>	<b>Méthodes expérimentales</b>	<b>110</b>
<b>4.3</b>	<b>Résultats obtenus avec le “montage n°1”</b>	<b>112</b>
4.3.1	Étude d’un verre dopé 0,05 mol % en Erbium	112
4.3.2	Étude d’un verre dopé 0,3 mol % en Erbium	112
<b>4.4</b>	<b>Résultats obtenus avec le “montage n°2”</b>	<b>114</b>
4.4.1	Observation des différents régimes de couplage dans un verre dopé 0,08 mol % en Erbium	114
4.4.1.1	Régime de sous-couplage	115
4.4.1.2	Régime de couplage quasi-critique	116
4.4.1.3	Régime de sur-couplage	116
4.4.1.4	Régime de quasi-transparence	117
4.4.1.5	Conclusion	120
4.4.2	Étude d’un verre dopé 0,1 mol % en Erbium	121
4.4.2.1	Microsphère de 145 $\mu\text{m}$ de diamètre	121
4.4.2.2	Microsphère de 220 $\mu\text{m}$ de diamètre	125
<b>4.5</b>	<b>Conclusion</b>	<b>127</b>
4.5.1	Bilan des résultats obtenus	127
4.5.2	Applications potentielles	129

---

Le gain interne peut être utilisé pour contrôler les pertes intrinsèques d'une cavité active. Sans rentrer dans le régime d'amplification sélective, en utilisant uniquement une compensation de ses pertes intrinsèques par le gain, une cavité active se comporte comme un résonateur passif. De cette manière, il est possible d'exalter le facteur de qualité de résonateurs de plusieurs ordres de grandeur. Cette technique a été exploitée en optique planaire en 2002 par Djordjev *et al.* [85]. Les résultats décrits dans cette dernière référence illustrent que le facteur de qualité d'un microdisque en InP de diamètre  $10\ \mu\text{m}$  peut être contrôlé. Une augmentation d'un facteur 3 du facteur de qualité à la longueur d'onde  $1552\ \text{nm}$  a été démontrée en passant d'un facteur de qualité  $Q = 2500$  sans pompage à  $Q = 7800$  avec pompage. Des expériences similaires ont été réalisées par Sohler *et al.* en 2005 [86] dans un résonateur en anneau de  $30\ \text{mm}$  de rayon réalisé dans un cristal de Niobate de Lithium dopé Erbium. La finesse mesurée à  $1602\ \text{nm}$  a pu être augmentée de  $\mathcal{F} = 3$  sans pompage à  $\mathcal{F} = 13$  avec pompage. Plus récemment, des études théoriques et expérimentales ont été effectuées en 2007 par Hsiao et Winick [87] sur un résonateur en verre de silice dopé Néodyme configuré en "hippodrome" (racetrack resonator). Le résultat obtenu ainsi que le schéma du résonateur utilisé sont présentés sur la figure 4.1. Dans cette expérience, le laser de pompe et le laser de sonde sont injectés dans le résonateur à travers deux coupleurs distincts. Une augmentation d'un ordre de grandeur du facteur de qualité à la longueur d'onde  $\lambda = 1060\ \text{nm}$  a été observée, de  $Q = 1,3 \times 10^6$  pour  $\mathcal{F} = 18$  à  $Q = 1,85 \times 10^7$  pour  $\mathcal{F} = 250$ .

Notre objectif ici est d'étudier les possibilités offertes par les résonateurs WGM dopés Erbium pour atteindre des facteurs de qualité ultra-élevés ( $Q > 10^9$ ) associés à de très hautes finesesses en utilisant cette technique. Nous réaliserons nos expériences dans des verres fluorés ZBLALiP de différents taux de dopage et différentes tailles à l'aide des deux montages expérimentaux décrits au chapitre 3. Nous pourrions alors identifier les configurations permettant d'obtenir les facteurs de qualité  $Q$  les plus élevés. Enfin, cette étude nous permettra de présenter des résultats expérimentaux sur l'ensemble des différents régimes sous le seuil d'amplification sélective ( $\tau_0 \geq 0$ ). En effet pour un résonateur actif, il est possible de contrôler à la fois les pertes liées au couplage  $\tau_e$  et les pertes liés au résonateur  $\tau_0$ .

## 4.1 Rappels sur les régimes de couplage

La figure 4.2 représente la transmission et le retard de groupe pour les différents régimes de couplage. Sur ces courbes déjà présentées au chapitre 2, la partie grisée délimite les différentes situations de couplage traitées dans ce chapitre. Dans ce pa-

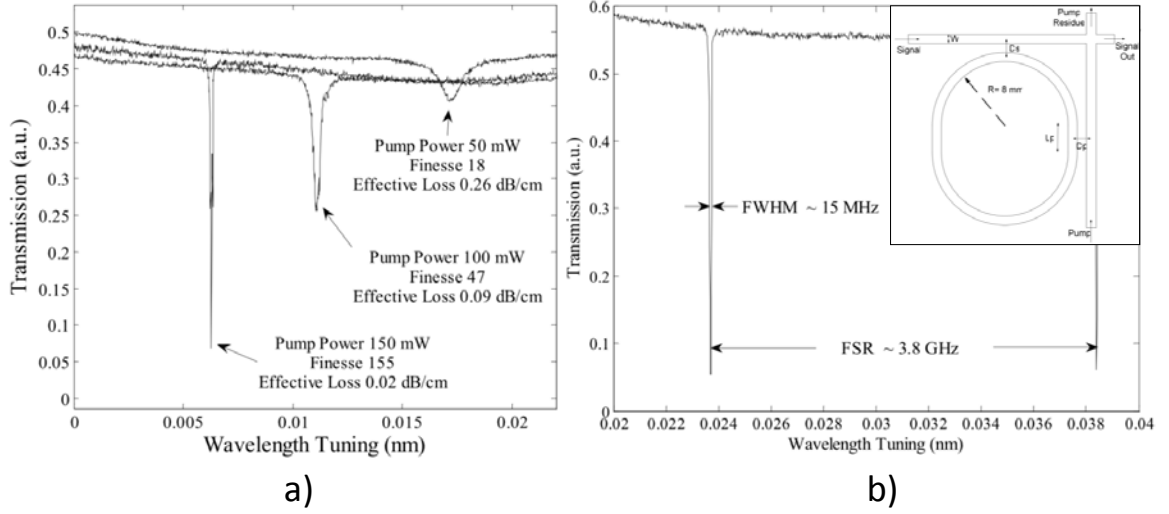


FIGURE 4.1 – Compensation des pertes dans un résonateur présentant un milieu à gain. a) réponse spectrale du résonateur actif en fonction de la puissance de pompe pour un signal de sonde fixé, b) présente la résonance la plus fine obtenue de 15 MHz pour une finesse  $\mathcal{F} = 250$  avec un ISL de 3,8 GHz, l’encart présente le schéma du “résonateur en hippodrome” avec les différentes lignes d’accès. Ces figures proviennent de la référence [87].

ragraphe, nous présentons en particulier le cas du résonateur transparent qui n’a pas encore été décrit en détail dans ce manuscrit.

Le régime de transparence est situé entre le régime de sur-couplage et l’amplification sélective (Fig. 4.2). Pour ce couplage particulier, le résonateur ne présente pas de perte interne ( $1/\tau_0 \rightarrow 0^+$ ). Un tel système est équivalent à un interféromètre de Gires-Tournois [55] et sa fonction de transfert en régime stationnaire prend alors la forme :

$$\mathcal{H}(\delta) = \sqrt{T} \exp(j\phi(\delta)) = \frac{1 - 2j\pi\delta\tau_e}{1 + 2j\pi\delta\tau_e}. \quad (4.1)$$

La transmission en intensité est telle  $|\mathcal{H}|^2 = T = 1$  quel que soit le désaccord  $\delta$ . Le résonateur se comporte alors comme un système purement déphasant avec  $\phi(\delta) = -2\arctan(2\pi\delta\tau_e)$ . Ce type de dispositif sans pertes, appelé couramment *All Pass Filter* (APF) est utilisé comme composant dispersif permettant de retarder un signal optique d’une quantité  $\tau_g(0) = 2\tau_e$  [88–91]. D’un point de vue expérimental, la mesure de la transmission en intensité d’un tel résonateur en régime stationnaire ne donne aucune information sur ses caractéristiques. En revanche l’analyse du régime transitoire de la transmission en régime de balayage rapide peut, comme nous allons le montrer, permettre de caractériser un résonateur transparent. La figure 4.3 montre des calculs de transmission d’un APF pour différentes vitesses de balayage du signal d’excitation. Dans l’exemple choisi, nous avons pris  $\tau_0 = 10^9 \tau_e$ , la vitesse  $\tilde{V}_s$  est

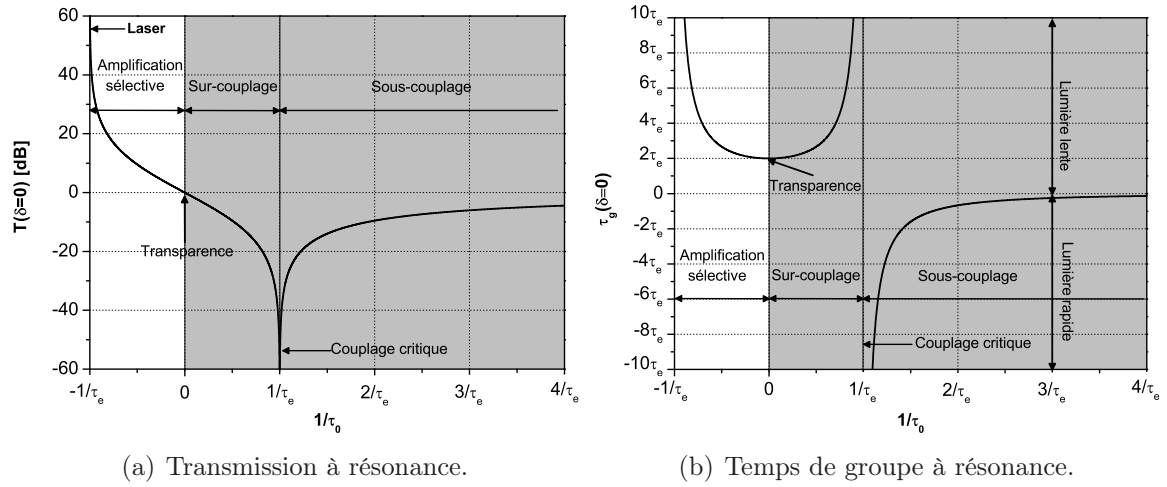


FIGURE 4.2 – Présentation du domaine d'étude (partie grisée) dans le cadre du régime de compensation des pertes. (a) Transmission à résonance en fonction de différentes valeurs de  $\tau_0$  à  $\tau_e$  fixé, (b) Variation du temps de groupe à résonance en fonction de différentes valeurs de  $\tau_0$  à  $\tau_e$  fixé.

normalisée par rapport à une vitesse caractéristique  $\tilde{V}_0 = 1/(\pi\tau^2)$  correspondant à une résonance de largeur  $1/(\pi\tau)$  balayée pendant un temps  $\tau/2$ . Pour une vitesse de balayage lente ( $\tilde{V}_s = 0,0003 \tilde{V}_0$ ), nous observons le régime stationnaire et le profil de transmission est uniformément égal à 1 (Fig. 4.3(a)) sur tout le spectre. Pour une vitesse ( $\tilde{V}_s = 0,003 \tilde{V}_0$ ), la transmission présente une légère inflexion lorsque le laser de sonde est à résonance (Fig. 4.3(b)). En revanche au fur et à mesure que la vitesse de balayage augmente (cas  $\tilde{V}_s = 0,3 \tilde{V}_0$  et  $\tilde{V}_s = 3 \tilde{V}_0$ ), le signal de transmission (Fig. 4.3(c), 4.3(d)) présente des oscillations caractéristiques du régime dynamique permettant la détermination des propriétés optiques du résonateur.

## 4.2 Méthodes expérimentales

Pour les démonstrations expérimentales, nous avons utilisé les mêmes montages que dans le chapitre 3 portant sur l'amplification sélective. Le protocole expérimental et la mesure de la transmission sont strictement identiques. Les résonateurs étudiés sont des microsphères en verres  $\text{Er}^{3+}:\text{ZBLALiP}$  avec différents taux de dopage. Nous utilisons le procédé de fusion dans la torche plasma micro-onde pour leurs fabrications. Afin de ne pas saturer le gain optique dans la microsphère, nous utilisons des puissances d'entrées faibles. Il convient donc d'utiliser une préamplification optique, et il est alors primordial de normaliser correctement les signaux mesurés. En particulier, il faut veiller à soustraire le bruit dû à l'émission spontanée émise par l'EDFA.

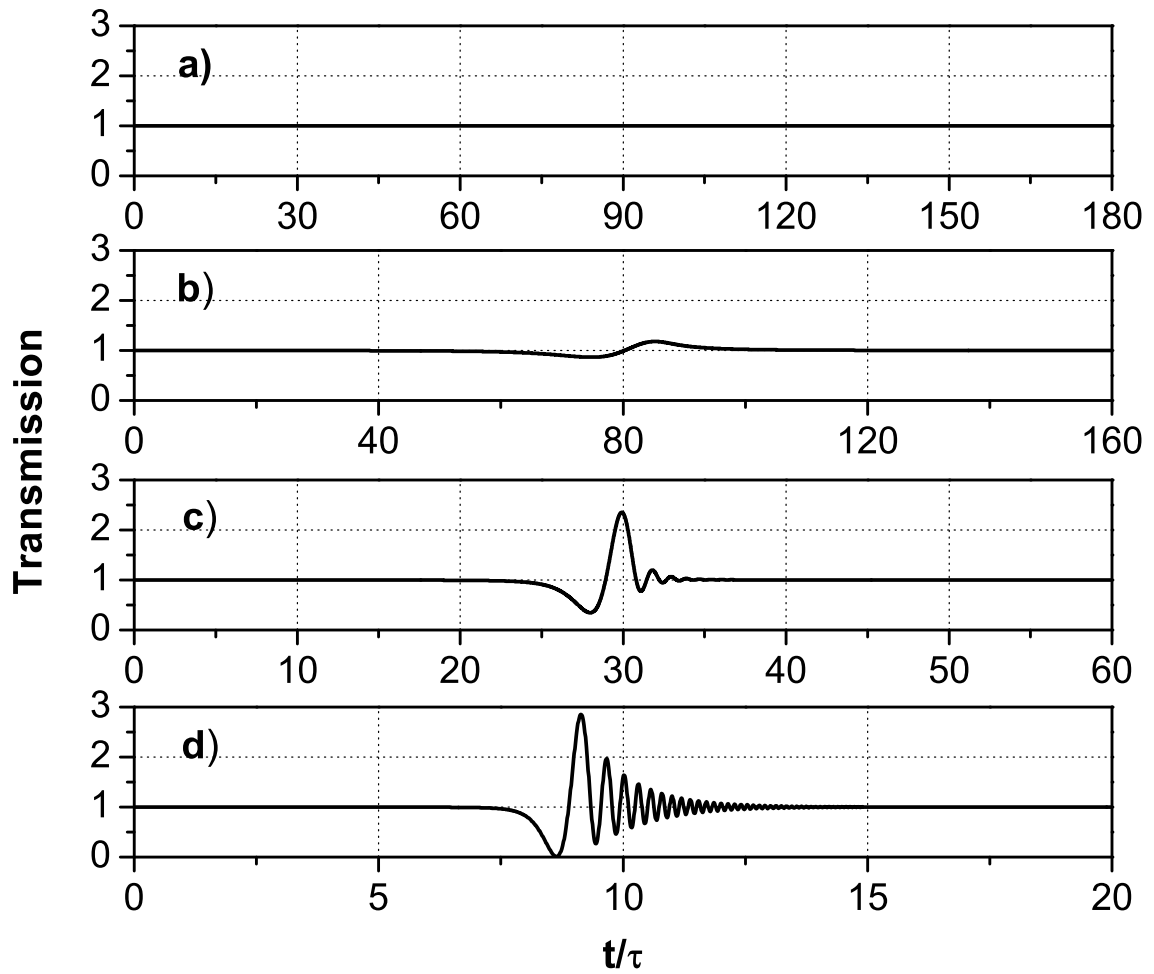


FIGURE 4.3 – Transmission du résonateur pour différentes vitesses de balayage en régime de transparence dans le cas  $\tau_0 = 10^9 \tau_e$ . a)  $\tilde{V}_s = 0,0003 \tilde{V}_0$ , b)  $\tilde{V}_s = 0,003 \tilde{V}_0$ , c) cas  $\tilde{V}_s = 0,3 \tilde{V}_0$ , d)  $\tilde{V}_s = 3 \tilde{V}_0$ .

Comme pour les résonateurs passifs, l'ajustement des données expérimentales nous donne accès aux temps caractéristiques  $\tau_0$  et  $\tau_e$  du système sous test. Les valeurs de la transmission à résonance et du retard de groupe à résonance se déduisent des mesures en utilisant les expressions suivantes :

$$T(0) = \left( \frac{\tau_e - \tau_0}{\tau_e + \tau_0} \right)^2, \quad (4.2)$$

$$\tau_g(0) = 2 \frac{\tau_e \tau_0^2}{\tau_0^2 - \tau_e^2}. \quad (4.3)$$



Les valeurs des facteurs de surtension intrinsèque  $Q_0 = \omega_0\tau_0/2$ , extrinsèque  $Q_e = \omega_0\tau_e/2$  et global  $Q$ , sont toujours reliées par :

$$\frac{1}{Q} = \frac{1}{Q_0} + \frac{1}{Q_e}. \quad (4.4)$$

### 4.3 Résultats obtenus avec le “montage n°1”

#### 4.3.1 Étude d’un verre dopé 0,05 mol % en Erbium

Dans cette partie, nous avons testé une microsphère fabriquée avec un verre dopé en Erbium de concentration molaire 0,05 % dont le diamètre vaut 115  $\mu\text{m}$ . Pour réaliser nos expériences, nous avons utilisé le “montage expérimental n°1” (Fig. 3.8). Pour une puissance de pompe  $P_p = 3,7$  mW et une puissance de sonde  $P_s = 3,7$   $\mu\text{W}$  autour de la longueur d’onde  $\lambda_s = 1552$  nm, nous sommes dans un régime de compensation de pertes c’est à dire que  $\tau_0 > 0$ . Le résultat expérimental ainsi que sa superposition théorique est présentée sur la figure 4.4. De l’ajustement numérique, nous déduisons le temps de vie intrinsèque  $\tau_0 = 1,9$   $\mu\text{s}$ , le temps de vie extrinsèque  $\tau_e = 4,1$   $\mu\text{s}$  ainsi que la vitesse de balayage  $\tilde{V}_s = 4,7$  MHz/ $\mu\text{s}$ . À partir des temps de vie, nous pouvons calculer les différentes contributions au facteur de qualité global : le facteur de qualité intrinsèque  $Q_0 = 1,2 \times 10^9$ , le facteur de qualité extrinsèque  $Q_e = 2,5 \times 10^9$ . Le facteur de qualité globale  $Q = 8 \times 10^8$  correspondant à une résonance de largeur à mi-hauteur de 240 kHz associée à un retard de groupe  $\tau_g(0) = -2,5$   $\mu\text{s}$ . Nous sommes en régime de sous couplage ( $\tau_0 < \tau_e$ ). Le tableau 4.1 regroupe les différentes caractéristiques du microrésonateur dopé à 0,05 % molaire en ion Erbium. Remarquons que ce taux de dopage ne permettait pas l’observation de l’amplification sélective.

TABLEAU 4.1 – Caractéristiques de la microsphère dopée à 0,05 % Erbium en régime de compensation des pertes.

$\tau_0$ [ $\mu\text{s}$ ]	$\tau_e$ [ $\mu\text{s}$ ]	$T(0)$ [dB]	$\tau_g(0)$ [ $\mu\text{s}$ ]	$Q$	$Q_0$	$Q_e$
1,9	4,1	-9	-2,5	$8 \times 10^8$	$1,2 \times 10^9$	$2,5 \times 10^9$

#### 4.3.2 Étude d’un verre dopé 0,3 mol % en Erbium

Les expériences ont été réalisées ici sur une microsphère de 135  $\mu\text{m}$  de diamètre en verre ZBLALiP dopé à 0,3 % molaire en Erbium. Cette microsphère est la même

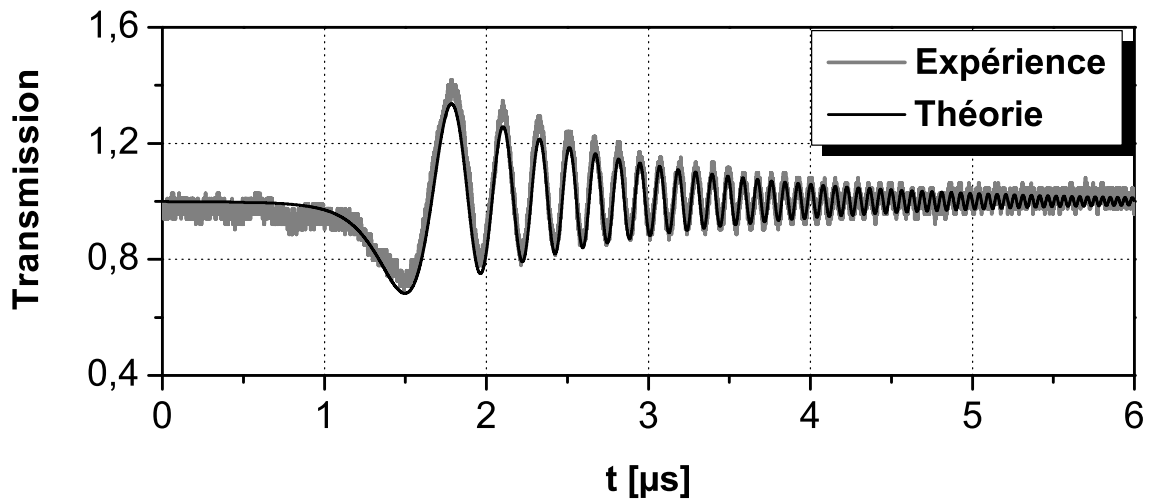


FIGURE 4.4 – Compensation des pertes dans une microsphère de  $115 \mu\text{m}$  de diamètre et dopée à  $0,05 \%$  molaire en Erbium. La simulation numérique nous donne  $\tau_0 = 1,9 \mu\text{s}$  et  $\tau_e = 4,1 \mu\text{s}$  pour une vitesse de balayage  $\tilde{V}_s = 4,7 \text{ MHz}/\mu\text{s}$ .

que celle utilisée dans la partie 3.7.2 du chapitre 3 pour l'amplification sélective. La résonance étudiée est aussi la même que précédemment ( $\lambda_s = 1557 \text{ nm}$ ) où nous pouvons observer également un régime de compensation des pertes. La puissance

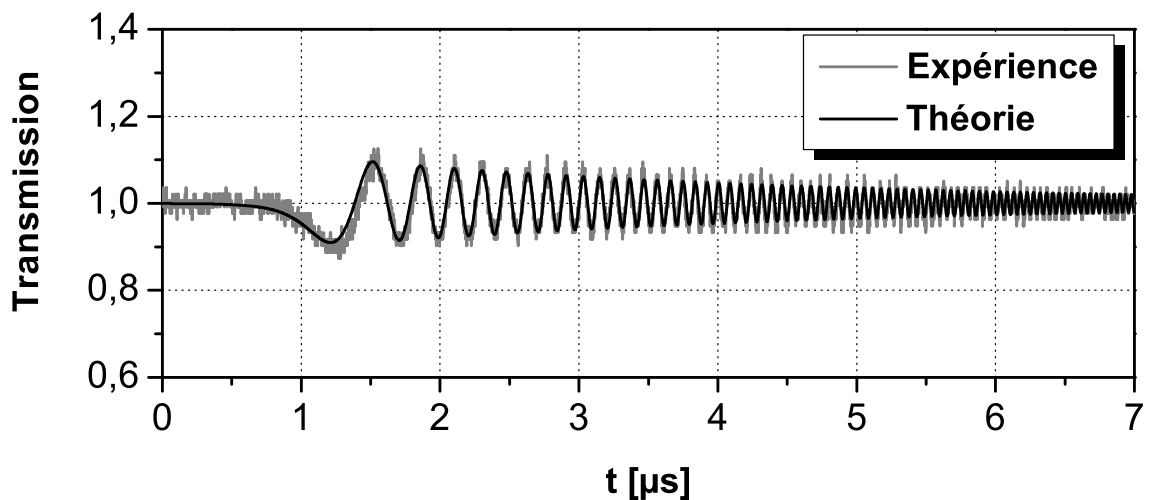


FIGURE 4.5 – Compensation des pertes dans une microsphère de  $135 \mu\text{m}$  de diamètre et dopée à  $0,3 \%$  molaire en Erbium. La simulation numérique nous donne  $\tau_0 = 4,5 \mu\text{s}$  et  $\tau_e = 19 \mu\text{s}$  pour une vitesse de balayage  $\tilde{V}_s = 4 \text{ MHz}/\mu\text{s}$ .

de sonde injectée dans la microsphère est  $P_s = 3 \mu\text{W}$ , et la puissance de pompe est  $P_p = 11 \text{ mW}$ . La figure 4.5 présente la transmission du résonateur avec son

ajustement théorique en régime de compensation des pertes. La simulation numérique nous donne  $\tau_0 = 4,5 \mu\text{s}$ ,  $\tau_e = 19 \mu\text{s}$  et  $\tilde{V}_s = 4 \text{ MHz}/\mu\text{s}$ . De ces temps de vie, nous déduisons le facteur de qualité intrinsèque  $Q_0 = 2,8 \times 10^9$ , le facteur de qualité externe  $Q_e = 1,1 \times 10^{10}$  et enfin le facteur de qualité global  $Q = 2,2 \times 10^9$  correspondant à une résonance de 90 kHz de largeur. Le retard de groupe correspondant vaut  $\tau_g(0) = -2,3 \mu\text{s}$ , nous sommes alors en régime de lumière rapide qui est caractéristique du régime de sous-couplage ( $\tau_0 < \tau_e$ ). Ces caractéristiques sont regroupées sur le tableau 4.2.

TABLEAU 4.2 – Paramètres linéaires de la microsphère dopée à 0,3 % Erbium en régime de compensation des pertes.

$\tau_0$ [ $\mu\text{s}$ ]	$\tau_e$ [ $\mu\text{s}$ ]	$T(0)$ [dB]	$\tau_g(0)$ [ $\mu\text{s}$ ]	$Q$	$Q_0$	$Q_e$
4,5	19	-4,3	-2,3	$2,2 \times 10^9$	$2,8 \times 10^9$	$1,1 \times 10^9$

## 4.4 Résultats obtenus avec le “montage n°2”

L’intérêt du “montage n°2” (Fig. 3.17) réside dans la possibilité d’injecter la pompe indépendamment du signal. Ceci va nous permettre de décrire l’ensemble des régimes de couplage jusqu’au régime de transparence. Des études similaires portant sur les différents régimes de couplage à base de résonateurs optiques en fibres optiques dopées Erbium et en manipulant le gain sont reportées dans [56, 92]. Par ailleurs, Totsuka et Tomita [93] ont rapporté des travaux sur des microsphères passives en régime de sur-couplage et de sous-couplage. Nous présentons ici une combinaison de ces deux approches.

### 4.4.1 Observation des différents régimes de couplage dans un verre dopé 0,08 mol % en Erbium

Dans ce paragraphe, nous explorons les différents régimes de couplage sous la transparence avec une microsphère de 90  $\mu\text{m}$  de diamètre en verre ZBLALiP dopé Erbium à 0,08 % molaire sur une résonance à la longueur d’onde  $\lambda_s = 1562 \text{ nm}$ . Le laser de sonde est commandé avec une fréquence de balayage de 100 Hz correspondant à une vitesse de balayage nominale de  $\tilde{V}_s \approx 1 \text{ MHz}/\mu\text{s}$ .

Pour obtenir les différents régimes de couplage, nous avons fixé la puissance de pompe (lié à  $\tau_0$ ) à  $P_p = 6,6 \text{ mW}$ . La puissance de sonde reste aussi constante avec  $P_s = 550 \text{ nW}$ . Nous faisons varier uniquement le taux de couplage caractérisé par  $\tau_e$  en approchant petit à petit le taper de la microsphère pour se mettre en régime de sous-couplage

( $\tau_0 < \tau_e$ ), en régime de couplage quasi-critique ( $\tau_0 \simeq \tau_e$ ) ou en régime de sur-couplage ( $\tau_0 > \tau_e$ ). La figure 4.6 présente les trois régimes de couplage ainsi que leur ajustements numériques, respectivement le régime de sous-couplage (Fig. 4.6(a)), le régime de couplage quasi-critique (Fig. 4.6(b)) ainsi que le régime de sur-couplage (Fig. 4.6(c)).

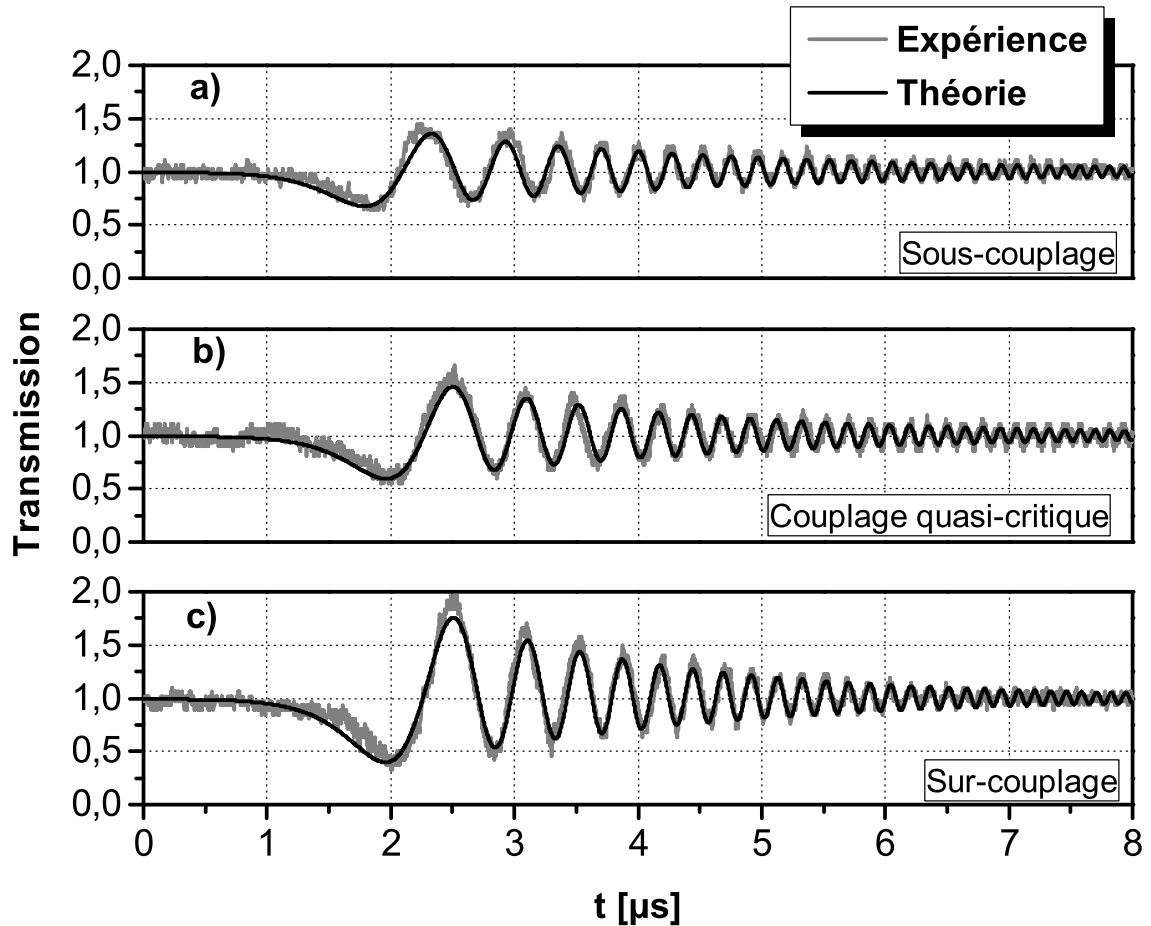


FIGURE 4.6 – Transmissions expérimentales en régime dynamique associées à leurs ajustements théoriques en régime de compensation des pertes et pour différents régimes de couplage. La vitesse de balayage après traitement est de  $\tilde{V}_s = 1,3 \text{ MHz}/\mu\text{s}$  pour les trois mesures. a) Régime de sous-couplage caractérisé par  $\tau_0 = 4,6 \mu\text{s}$  et  $\tau_e = 7,6 \mu\text{s}$ . b) Régime de couplage quasi-critique caractérisé par  $\tau_0 = 4,4 \mu\text{s}$  et  $\tau_e = 5,7 \mu\text{s}$ . c) Régime de sur-couplage caractérisé par  $\tau_0 = 5,5 \mu\text{s}$  et  $\tau_e = 3,5 \mu\text{s}$ .

#### 4.4.1.1 Régime de sous-couplage

Le régime de sous-couplage est obtenu pour une distance microsphère/taper importante (*i.e.* un gap de l'ordre de  $\lambda_s$ ). Le résultat ainsi que son ajustement numérique

correspondant est présenté sur la figure 4.6(a). Le traitement numérique donne les différents temps de vie  $\tau_0 = 4,6 \mu\text{s}$ ,  $\tau_e = 7,6 \mu\text{s}$  ainsi que la vitesse de balayage  $\tilde{V}_s = 1,3 \text{ MHz}/\mu\text{s}$  en bon accord avec la valeur nominale. Nous retrouvons la condition  $\tau_0 > 0$  qui définit le régime passif. Des temps de vie, nous déduisons la transmission à résonance  $T(0) = -12,3 \text{ dB}$  ainsi que le retard de groupe à résonance  $\tau_g(0) = -9 \mu\text{s}$ . Nous sommes en régime de lumière rapide ( $\tau_g(0) < 0$ ) caractéristique d'un résonateur en régime de sous-couplage. Nous pouvons aussi déduire les différentes contributions aux facteurs de qualité, le facteur de qualité intrinsèque  $Q_0 = 2,8 \times 10^9$ , le facteur de qualité extrinsèque  $Q_e = 4,6 \times 10^9$  ainsi que le facteur de qualité global  $Q = 1,8 \times 10^9$  correspondant à une résonance de 100 kHz de largeur à mi-hauteur.

#### 4.4.1.2 Régime de couplage quasi-critique

En diminuant la distance microsphère/taper, nous obtenons un régime très proche du régime critique caractérisé par  $\tau_e \simeq \tau_0$  et une transmission à résonance  $T(0)$  très faible. Ce régime est présenté sur la figure 4.6(b) avec son ajustement théorique. L'analyse numérique du signal de transmission du résonateur nous donne les caractéristiques linéaires de ce dernier à savoir  $\tau_0 = 4,4 \mu\text{s}$ ,  $\tau_e = 5,7 \mu\text{s}$  pour une vitesse de balayage  $\tilde{V}_s = 1,3 \text{ MHz}/\mu\text{s}$ . De ces caractéristiques, nous déduisons la transmission à résonance  $T(0) = -17,3 \text{ dB}$  ainsi que les différents facteurs de qualité  $Q_0 = 2,7 \times 10^9$ ,  $Q_e = 3,5 \times 10^9$  et  $Q = 1,5 \times 10^9$  correspondant à une résonance de largeur à mi-hauteur égale à 130 kHz. La transmission à résonance présente une forte absorption typique d'un régime de couplage critique. Comme nous avons vu dans la partie théorique (partie 2.1.4), le retard de groupe à résonance  $\tau_g(0)$  au couplage critique n'est pas défini car tout le signal est absorbé. Cependant, ici  $\tau_e$  et  $\tau_0$  ne sont pas strictement égaux et nous pouvons définir un retard de groupe  $\tau_g(0) = -15 \mu\text{s}$ .

#### 4.4.1.3 Régime de sur-couplage

Pour une distance microsphère/taper encore plus faible que précédemment, nous sommes en régime de sur-couplage. Le résultat expérimental avec son ajustement théorique est présenté sur la figure 4.6(c). L'a confrontation théorie/expérience nous donne  $\tau_0 = 5,5 \mu\text{s}$ ,  $\tau_e = 3,5 \mu\text{s}$  ainsi qu'une vitesse de balayage  $\tilde{V}_s = 1,3 \text{ MHz}/\mu\text{s}$ . Des temps de vie, nous déduisons la transmission à résonance  $T(0) = -12,7 \text{ dB}$  ainsi que le retard de groupe à résonance  $\tau_g(0) = 11,3 \mu\text{s}$  et les différentes contributions des facteurs de qualité : le facteur de qualité intrinsèque  $Q_0 = 3,4 \times 10^9$ , le facteur de qualité extrinsèque  $Q_e = 2 \times 10^9$  ainsi que le facteur de qualité global  $Q = 1,3 \times 10^9$ .

TABLEAU 4.3 – Récapitulatif des mesures effectuées sur une microsphère de  $90 \mu\text{m}$  de diamètre en ZBLALiP dopée Erbium à 0,08% molaire pour différents régimes de couplage.

Figure 4.6	$\tau_0$ [ $\mu\text{s}$ ]	$\tau_e$ [ $\mu\text{s}$ ]	$T(0)$ [dB]	$ \tau_g(0) $ [ $\mu\text{s}$ ]	$Q_0$	$Q_e$	$Q$
(a)	4,6	7,6	-12,3	-9	$2,8 \times 10^9$	$4,6 \times 10^9$	$1,8 \times 10^9$
(b)	4,4	5,7	-17,3	-15	$2,7 \times 10^9$	$3,5 \times 10^9$	$1,5 \times 10^9$
(c)	5,5	3,5	-12,7	11,3	$3,4 \times 10^9$	$2 \times 10^9$	$1,3 \times 10^9$

### Remarques

- Le tableau 4.3 regroupe les différentes caractéristiques du résonateur pour chaque régime de couplage. Les valeurs de  $\tau_0$  obtenues par la méthode CRDM montrent que le temps de vie intrinsèque reste relativement constant (variation de 9 %) lors de la mesure. On observe bien une diminution de la valeur de  $\tau_e$  en bon accord avec une augmentation du taux de couplage.
- Les ajustements donnent bien trois vitesses de balayage identiques ( $\tilde{V}_s = 1,3 \text{ MHz}/\mu\text{s}$ ) proche de la valeur nominale.
- Dans ces expériences, les transmissions à résonance en régime de sur-couplage et de sous-couplage (Fig. 4.6) sont quasiment identiques (respectivement  $T(0) = -12,3 \text{ dB}$  et  $T(0) = -12,7 \text{ dB}$ ), pourtant la méthode hybride spectrale temporelle révèle le régime de couplage correspondant. La figure 4.7 présente une simulation des cas (a), (b) et (c) de la figure 4.6 en régime critique en régime stationnaire en partant des valeurs de  $\tau_0, \tau_e$  obtenues par la méthode de Cavity Ringdown. En régime critique, nous avons bien une transmission qui s’annule à résonance alors qu’en régime de sous-couplage et sur-couplage, la seule information qu’on obtiendra est la largeur à mi-hauteur de la résonance  $2\delta_{1/2}$  et donc le facteur de qualité global. Les mesures expérimentales en régime stationnaire n’ont pas été permises dans ce cas car notre résonateur présente une résonance plus fine ( $2\delta_{1/2} \approx 100 \text{ kHz}$ ) que la largeur à mi-hauteur du laser de sonde (150 kHz) comme expliqué dans la partie 2.1.8.

#### 4.4.1.4 Régime de quasi-transparence

Pour cette expérience, nous avons utilisé la même microsphère de  $90 \mu\text{m}$  de diamètre et sondé la même résonance  $\lambda_s = 1562 \text{ nm}$ . Pour atteindre le régime de transparence, nous sommes partis du régime de sur-couplage :

- Pour une puissance de sonde  $P_s = 115 \text{ nW}$  et une puissance de pompe  $P_p =$

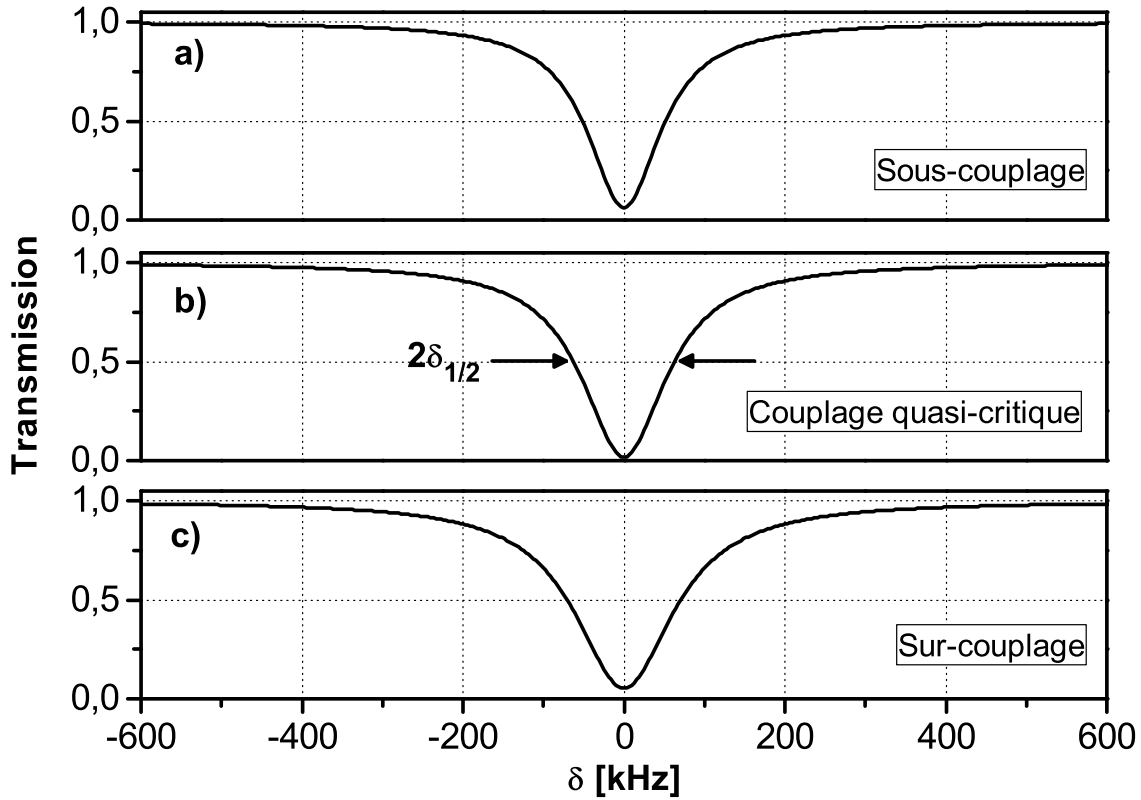


FIGURE 4.7 – Simulation théorique en régime stationnaire des trois régimes de couplage rapporté sur la figure 4.6 avec les couples de valeurs obtenues en régime dynamique ( $\tau_0$ ,  $\tau_e$ ) ainsi que la vitesse de balayage  $\tilde{V}_s$ . a) Régime de sous-couplage avec ( $\tau_0 = 4,6 \mu s$ ,  $\tau_e = 7,6 \mu s$ ). b) Régime de couplage critique avec ( $\tau_0 = 4,4 \mu s$ ,  $\tau_e = 5,7 \mu s$ ). c) Régime de sur-couplage avec ( $\tau_0 = 5,5 \mu s$ ,  $\tau_e = 3,5 \mu s$ ).

3 mW, nous atteignons un régime de sur-couplage très proche du régime de transparence. La figure 4.8(a) présente le résultat expérimental correspondant avec son ajustement théorique. Nous obtenons  $\tau_0 = 18 \mu s$ ,  $\tau_e = 1,9 \mu s$  pour une vitesse de balayage de  $\tilde{V}_s = 1,3 \text{ MHz}/\mu s$ . De ces caractéristiques, nous déduisons le facteur de qualité intrinsèque  $Q_0 = 1,1 \times 10^{10}$ , le facteur de qualité extrinsèque  $Q_e = 1,2 \times 10^9$  et le facteur de qualité global  $Q = 1,1 \times 10^9$ . Le temps de groupe à résonance vaut  $\tau_g(0) = 4 \mu s$  pour une transmission à résonance de  $T(0) = -1,9 \text{ dB}$ .

- En augmentant la puissance de pompe à  $P_p = 3,4 \text{ mW}$  pour une puissance de sonde  $P_s = 115 \text{ nW}$  inchangée, nous observons un régime de quasi-transparence. La figure 4.8(b) présente la transmission expérimentale du microrésonateur en régime de transparence ainsi que son ajustement théorique. La simulation nu-

mérique<sup>1</sup> nous donne  $\tau_0 \gg \tau_e$ ,  $\tau_e = 1,5 \mu\text{s}$  et une vitesse de balayage  $\tilde{V}_s = 1,3 \text{ MHz}/\mu\text{s}$ . De ces caractéristiques, nous pouvons déduire les différents facteurs de qualité, le facteur de qualité intrinsèque  $Q_0 \gg Q_e$ , le facteur de qualité extrinsèque  $Q_e = 9,3 \times 10^8$  et enfin le facteur de qualité global  $Q = 9,3 \times 10^8$ . Le temps de groupe mesuré est de  $\tau_g(0) = 3 \mu\text{s}$  et vaut  $2\tau_e$ .

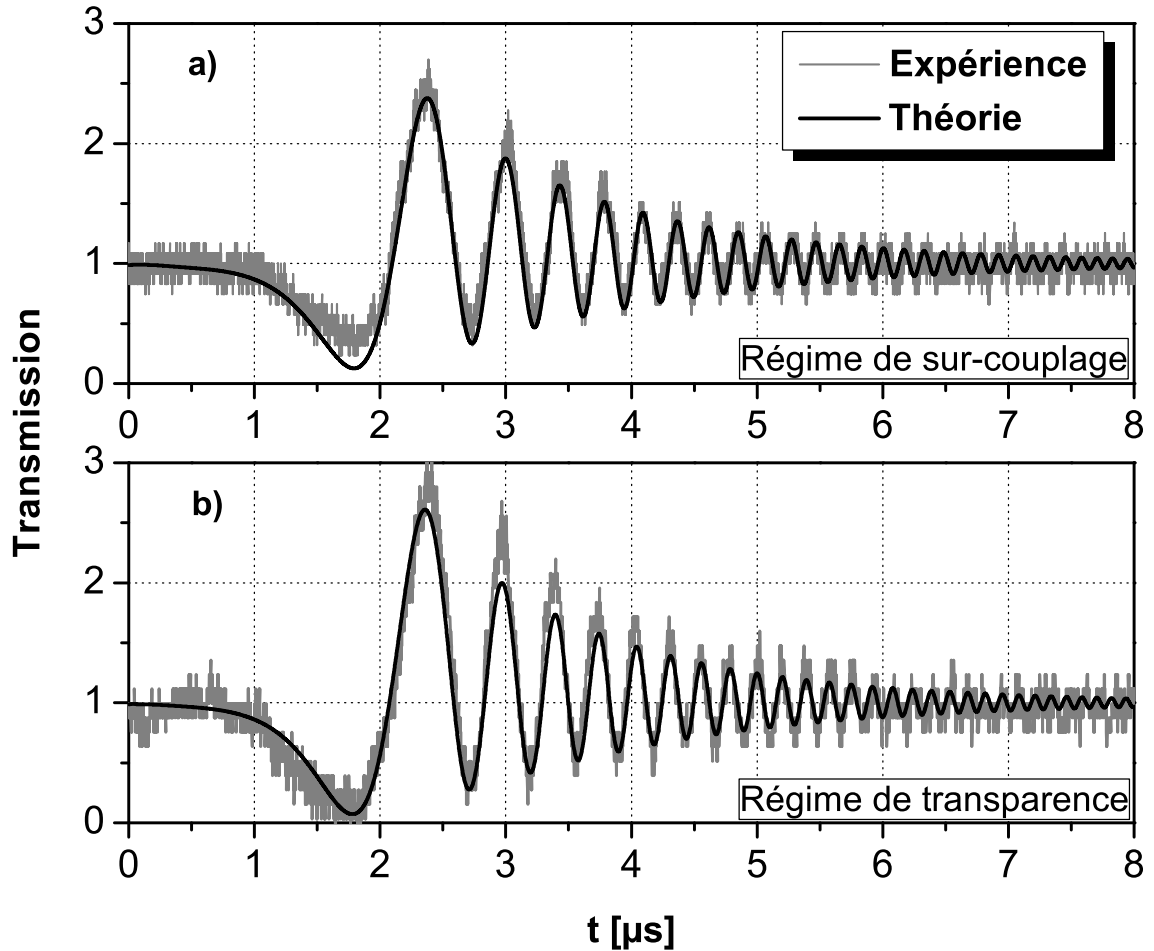


FIGURE 4.8 – Transmissions expérimentales avec leurs ajustements théoriques pour une expérience en régime de transparence obtenus dans une microsphère de  $90 \mu\text{m}$  de diamètre en verre ZBLALiP dopé à 0,08 % molaire en Erbium. a) Transmission en régime de sur-couplage très proche du régime de transparence pour lequel la puissance de pompe est  $P_p = 3 \text{ mW}$ . b) Pour une puissance de pompe  $P_p = 3,4 \text{ mW}$ , on obtient le régime de transparence.

L'ensemble des résultats obtenus en régime de sur-couplage puis en régime de transparence sont présentés sur le tableau 4.4. La figure 4.9 représente les propriétés

1. Le programme d'optimisation donne  $\tau_e = 15,9 \text{ s}$  valeur qui ne peut être interprétée que comme  $\tau_0 \gg \tau_e$ .



TABLEAU 4.4 – Récapitulatif des caractéristiques linéaires de la microsphère dopée à 0,08 % Erbium en quasi-régime de transparence.

Couplage	$\tau_0$ $\mu\text{s}$	$\tau_e$ $[\mu\text{s}]$	$T(0)$ [dB]	$\tau_g(0)$ $[\mu\text{s}]$	$Q$	$Q_0$	$Q_e$
sur-couplage	18	1,9	-1,9	4	$1,2 \times 10^9$	$1,1 \times 10^{10}$	$1,1 \times 10^9$
transparence	$\gg \tau_e$	1,5	$\sim 0$	3	$9,3 \times 10^8$	$\gg Q_e$	$9,3 \times 10^8$

dispersive du résonateur en régime stationnaire déduite de la seconde ligne du tableau 4.4.

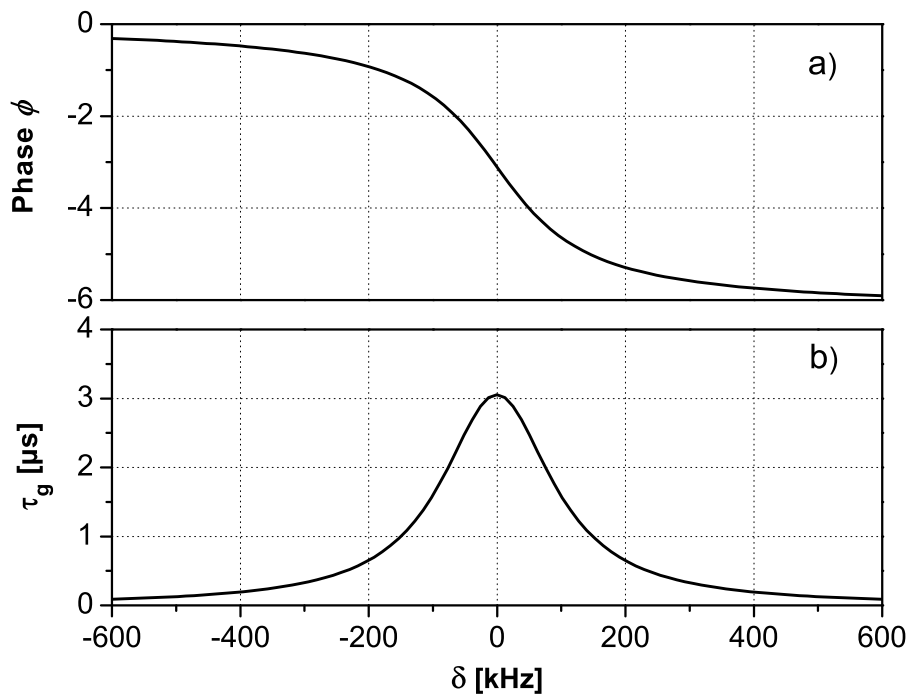


FIGURE 4.9 – Propriétés dispersives du microrésonateur de 90  $\mu\text{m}$  en régime de transparence pour lesquelles  $\tau_0 \gg \tau_e$  et  $\tau_e = 1,53 \mu\text{s}$ . a) représente la phase induite par le système, b) correspond au retard de groupe engendré par le système.

#### 4.4.1.5 Conclusion

En jouant sur la distance sphère/taper, nous pouvons aisément changer le régime de couplage du résonateur. Proche du régime de transparence nous avons mesuré un facteur de qualité intrinsèque  $Q_0 = 1,1 \times 10^{10}$ . Dans une autre configuration de couplage et de pompage, un régime de quasi-transparence a pu être atteint, dans ce cas, le facteur de qualité intrinsèque est tel que  $Q_0 \gg Q_e$ . La figure 4.10 regroupe les

différents résultats obtenus pour cette microsphère de 90  $\mu\text{m}$  de diamètre et dopée à 0,08 mol % en Erbium.

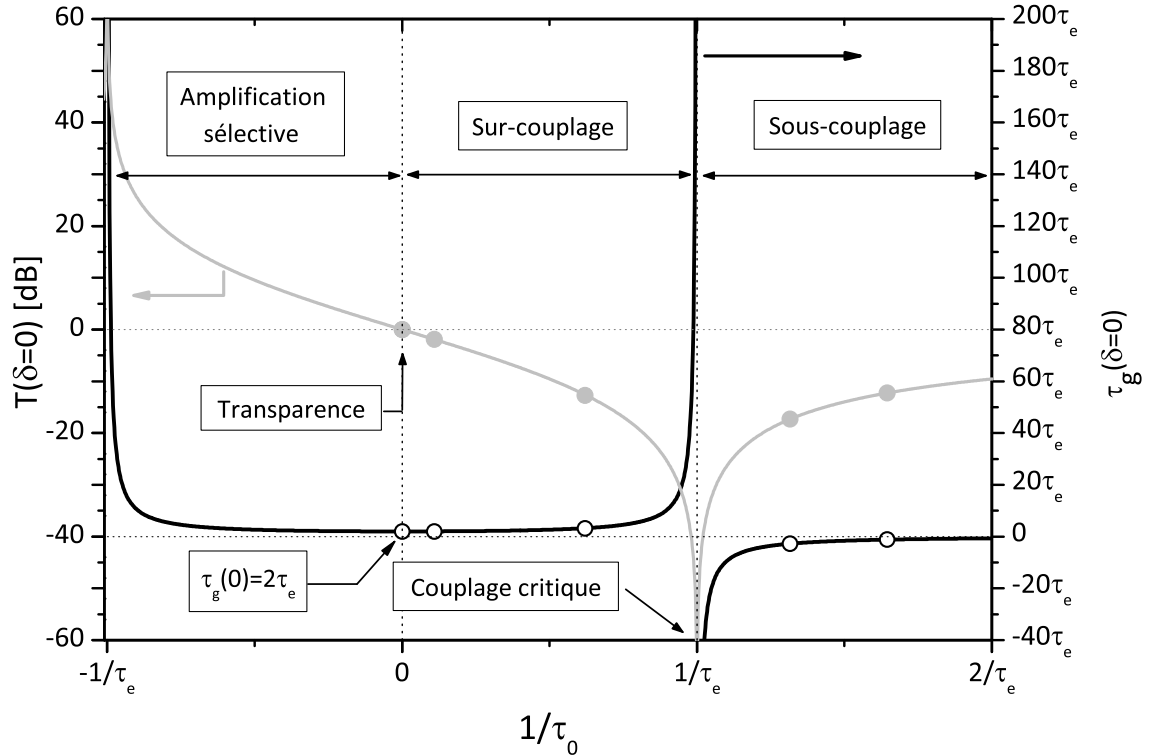


FIGURE 4.10 – Transmission  $T(0)$  et retard de groupe  $\tau_g(0)$  à résonance en fonction de  $1/\tau_0$  pour une microsphère de diamètre 90  $\mu\text{m}$  dopée à 0,08 mol % en Erbium.

#### 4.4.2 Étude d'un verre dopé 0,1 mol % en Erbium

Dans ce paragraphe, nous testons des microrésonateurs en verre ZBLALiP dopé Erbium à 0,1 % molaire. Les résonateurs ont respectivement un diamètre de 145  $\mu\text{m}$  et 220  $\mu\text{m}$ .

##### 4.4.2.1 Microsphère de 145 $\mu\text{m}$ de diamètre

Pour explorer les différents régimes de couplage, nous fixons la position taper / microsphère et faisons varier la puissance de pompe. Nous avons sondé une résonance autour de la longueur d'onde  $\lambda_s = 1564 \text{ nm}$  avec une vitesse nominale de  $\tilde{V}_s \approx 1 \text{ MHz}/\mu\text{s}$ . La puissance de sonde est fixée à  $P_s = 325 \text{ nW}$ . La figure 4.11 présente les régimes de couplage obtenus avec ce protocole. En contrôlant la puissance de pompe, nous sommes passés d'un régime de sous-couplage (quasi-critique) à un régime de sur-couplage.

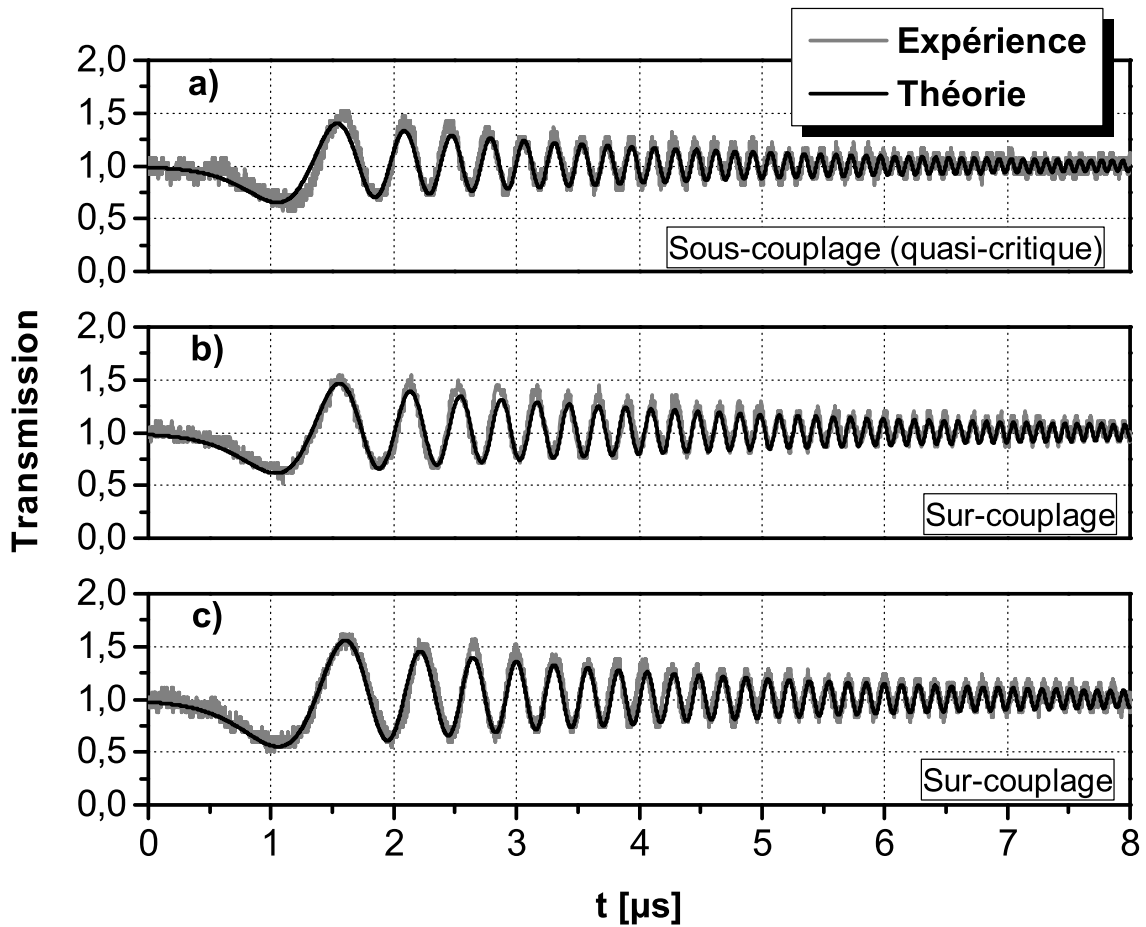


FIGURE 4.11 – Transmissions expérimentales en régime dynamique associées à leurs ajustements théoriques dans une microsphère de  $145 \mu\text{m}$  de diamètre. a) Pour une puissance de pompe  $P_p = 10,7 \text{ mW}$ , le régime de sous-couplage (quasi-critique) est caractérisé par  $\tau_0 = 6,3 \mu\text{s}$  et  $\tau_e = 6,6 \mu\text{s}$ . b) Pour une puissance de pompe  $P_p = 11,2 \text{ mW}$ , le régime de sur-couplage est caractérisé par  $\tau_0 = 9,5 \mu\text{s}$  et  $\tau_e = 6,6 \mu\text{s}$ . c) Pour une puissance de pompe  $P_p = 11,4 \text{ mW}$ , nous sommes toujours en régime de sur-couplage avec  $\tau_0 = 10,1 \mu\text{s}$  et  $\tau_e = 5,5 \mu\text{s}$ .

### Régime de sous-couplage (quasi-critique)

Avec une puissance de pompe  $P_p = 10,7 \text{ mW}$  sur une résonance à la longueur d'onde  $\lambda_s = 1564,13 \text{ nm}$ , nous obtenons le régime de sous-couplage proche du régime critique. Le résultat expérimental avec son ajustement théorique est présenté sur la figure 4.11(a). La simulation numérique nous donne  $\tau_0 = 6,3 \mu\text{s}$  et  $\tau_e = 6,6 \mu\text{s}$  ainsi qu'une vitesse  $\tilde{V}_s = 1,6 \text{ MHz}/\mu\text{s}$ . À partir des temps de vie, nous déduisons les contributions des différents facteurs de qualité : le facteur de qualité intrinsèque lié aux pertes internes  $Q_0 = 3,8 \times 10^9$ , le facteur de qualité extrinsèque lié au couplage  $Q_e = 4 \times 10^9$  et enfin le facteur de qualité global  $Q = 1,9 \times 10^9$ . Notons que le

retard de groupe est négatif  $\tau_g(0) = -160 \mu\text{s}$ , nous sommes donc en régime de lumière rapide. Nous pouvons aussi remarquer que dans ce régime nous avons une transmission  $T(0) = -34 \text{ dB}$  à résonance.

### Régimes de sur-couplage

Pour passer du régime de couplage précédent ( $\tau_0 < \tau_e$ ) au régime de sur-couplage ( $\tau_0 > \tau_e$ ), nous augmentons la puissance de pompe à  $P_p = 11,2 \text{ mW}$  la longueur d'onde de résonance est  $\lambda_s = 1564,16 \text{ nm}$ . Le résultat expérimental avec son ajustement théorique est présenté sur la figure 4.11(b). La simulation numérique nous donne  $\tau_0 = 9,5 \mu\text{s}$ ,  $\tau_e = 6,6 \mu\text{s}$  ainsi qu'une vitesse  $\tilde{V}_s = 1,4 \text{ MHz}/\mu\text{s}$ . Nous déduisons alors le facteur de qualité intrinsèque  $Q_0 = 5,8 \times 10^9$ , le facteur de qualité extrinsèque  $Q_e = 3,8 \times 10^9$  ainsi que le facteur de qualité global  $Q = 3,3 \times 10^9$  correspondant à une résonance de largeur à mi-hauteur  $2\delta_{1/2} = 60 \text{ kHz}$  associée à un retard de groupe  $\tau_g(0) = 22 \mu\text{s}$ .

En augmentant encore la puissance de pompe à  $P_p = 11,4 \text{ mW}$  (Fig. 4.11(c)), nous observons l'augmentation du temps de vie intrinsèque  $\tau_0 = 10,1 \mu\text{s}$  accompagné d'un léger décalage de la résonance à  $\lambda_s = 1564,20 \text{ nm}$  et une vitesse de balayage différente  $\tilde{V}_s = 1,3 \text{ MHz}/\mu\text{s}$ .

Les tableaux 4.5 et 4.6 regroupent les différentes caractéristiques du résonateur en verre ZBLALiP dopé Erbium à 0,1 % molaire de  $145 \mu\text{m}$  de diamètre ainsi que les conditions expérimentales.

TABLEAU 4.5 – Caractéristiques de la microsphère dopée à 0,1 % Erbium de diamètre  $145 \mu\text{m}$  en régime de compensation des pertes.

Fig.	$\tau_0 [\mu\text{s}]$	$\tau_e [\mu\text{s}]$	$T(0) [\text{dB}]$	$\tau_g(0) [\mu\text{s}]$	$Q_0$	$Q_e$	$Q$
4.11(a)	6,3	6,6	-34	-160	$3,8 \times 10^9$	$4 \times 10^9$	$1,9 \times 10^9$
4.11(b)	9,5	6,3	-14	22	$5,8 \times 10^9$	$3,8 \times 10^9$	$3,3 \times 10^9$
4.11(c)	10,1	5,5	-10.6	15	$6 \times 10^9$	$3,3 \times 10^9$	$2,1 \times 10^9$

### Remarques

- Dans cette partie, pour étudier les différents régimes de couplage, nous avons opté pour une variation du temps de vie intrinsèque  $\tau_0$  *via* le taux de pompage tout en gardant les taux de couplage (liés à la pompe et la sonde) constants. Une augmentation de la puissance de la pompe entraîne une variation de la longueur

TABLEAU 4.6 – Conditions d’expérience et vitesses de balayage obtenues sur la microsphère dopée à 0,1 % Erbium de diamètre 145  $\mu\text{m}$  en régime de compensation des pertes.

Figure 4.11	$P_p$ [mW]	$\lambda_s$ [nm]	$\tilde{V}_s$ [MHz/ $\mu\text{s}$ ]
(a)	10,7	1564,13	1,6
(b)	11,2	1564,16	1,4
(c)	11,4	1564,20	1,3

d’onde de sonde du fait d’effets thermiques comme nous l’avons observé dans la partie 3.7.2. Un réajustement de cette longueur d’onde *via* le laser de sonde était alors nécessaire engendrant une modification de la vitesse de balayage. Les temps de vie liés au coupleur  $\tau_e$  présentent une très faible variation, imputable aux vibrations du système et aux effets thermiques qui peuvent modifier la distance relative entre le taper et la microsphère.

- En jouant sur la puissance de pompe et en couplant plus faiblement la sonde, la résonance est susceptible de présenter de l’amplification sélective. C’est ce que nous décrivons sur cette même microsphère dans la partie 3.9.1 du chapitre 3.

### Régime de couplage critique

Sur la même résonance et avec un autre jeu de couplages, nous pouvons atteindre aussi un régime quasi-critique. La puissance de sonde est de  $P_s = 170$  nW pour une puissance de pompe  $P_p = 9,5$  mW. La figure 4.12 présente la transmission expérimentale du microrésonateur avec son ajustement théorique. La simulation numérique nous donne<sup>2</sup>  $\tau_0 = 4,12$   $\mu\text{s}$  et  $\tau_e = 4,10$   $\mu\text{s}$  pour une vitesse de balayage  $\tilde{V}_s = 1,3$  MHz/ $\mu\text{s}$ . Dans cette configuration, le couplage est plus faible que précédemment et nous sommes en régime de lumière lente ( $\tau_0 > \tau_e$ ). De ces caractéristiques, nous déduisons le facteur de qualité extrinsèque  $Q_e = 2,52 \times 10^9$ , le facteur de qualité intrinsèque  $Q_0 = 2,48 \times 10^9$  qui nous donne le facteur de qualité global  $Q = 1,25 \times 10^9$ . Le tableau 4.7 regroupe les caractéristiques de la microsphère autour du régime de couplage critique. Remarquons la transmission à résonance très faible ( $T(0) = -52$  dB).

2. Dans ce cas précis, les valeurs de  $\tau_0$  et  $\tau_e$  étant proches, nous avons vérifié la convergence de la procédure d’optimisation. Pour différentes valeurs initiales, la routine numérique donne des résultats équivalents à 0,1 % près.

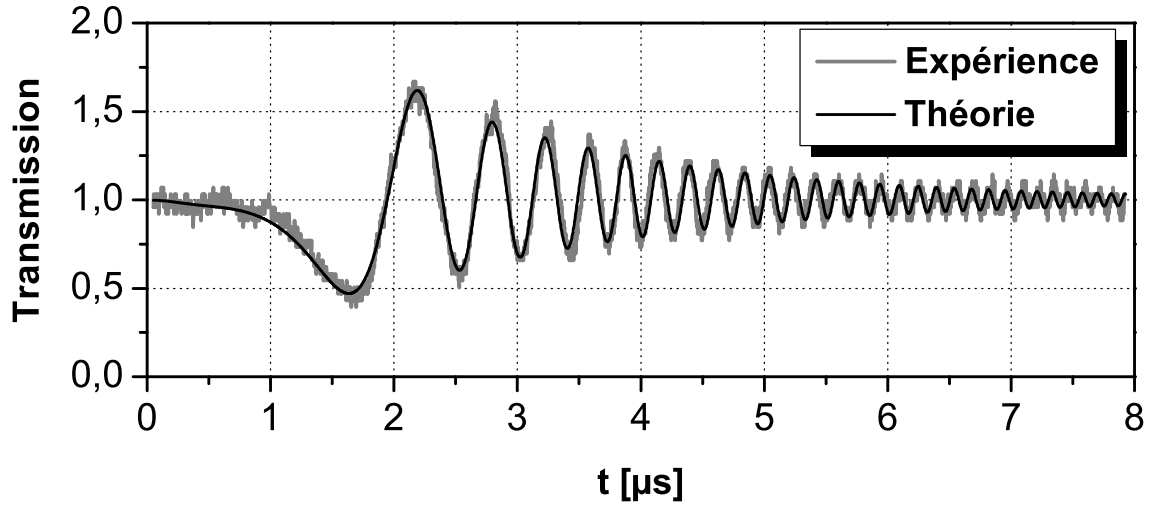


FIGURE 4.12 – Transmission expérimentale en régime dynamique avec son ajustement théorique en régime de couplage critique dans une microsphère en verre ZBLALiP dopé Erbium à 0,1% molaire et de diamètre 145  $\mu\text{m}$ . La simulation numérique nous donne  $\tau_0 = 4,12 \mu\text{s}$  et  $\tau_e = 4,10 \mu\text{s}$  ainsi qu'une vitesse  $\tilde{V}_s = 1,3 \text{ MHz}/\mu\text{s}$ .

TABLEAU 4.7 – Paramètres de la microsphère dopée à 0,1 % Erbium de diamètre 145  $\mu\text{m}$  en régime de couplage critique.

$\tau_0$ [ $\mu\text{s}$ ]	$\tau_e$ [ $\mu\text{s}$ ]	$\tilde{V}_s$ [ $\text{MHz}/\mu\text{s}$ ]	$T(0)$ [dB]	$\tau_g(0)$ [ $\mu\text{s}$ ]	$Q_0$	$Q_e$	$Q$
4,12	4,10	1,3	-51,8	800	$2,5 \times 10^9$	$2,5 \times 10^9$	$1,3 \times 10^9$

### Conclusions pour la microsphère de 145 $\mu\text{m}$ de diamètre

La microsphère 145  $\mu\text{m}$  de diamètre dopée Erbium à 0,1 mol% a permis d'atteindre tous les régimes de couplage possibles comme cela est présenté sur la figure 4.13. Ceci a été obtenu en faisant varier la puissance de pompe  $P_p$  pour un couplage du laser de sonde constant. Notons que dans cette microsphère, en plus des différents types de couplage en régime passif, pour une configuration de couplage et de pompage différente, nous avons atteint le régime d'amplification dont les résultats présentés dans la partie 3.9.1 sont également rappelés sur la figure 4.13.

#### 4.4.2.2 Microsphère de 220 $\mu\text{m}$ de diamètre

Nous présentons un résultat complémentaire obtenu en régime de couplage critique dans un microrésonateur en verres ZBLALiP dopé à 0,1 % molaire en Erbium de 220  $\mu\text{m}$  de diamètre. La vitesse de balayage nominale du microrésonateur est de  $\tilde{V}_s = 0.3 \text{ MHz}/\mu\text{s}$  correspondant à une fréquence de commande du laser de sonde de 30 Hz.

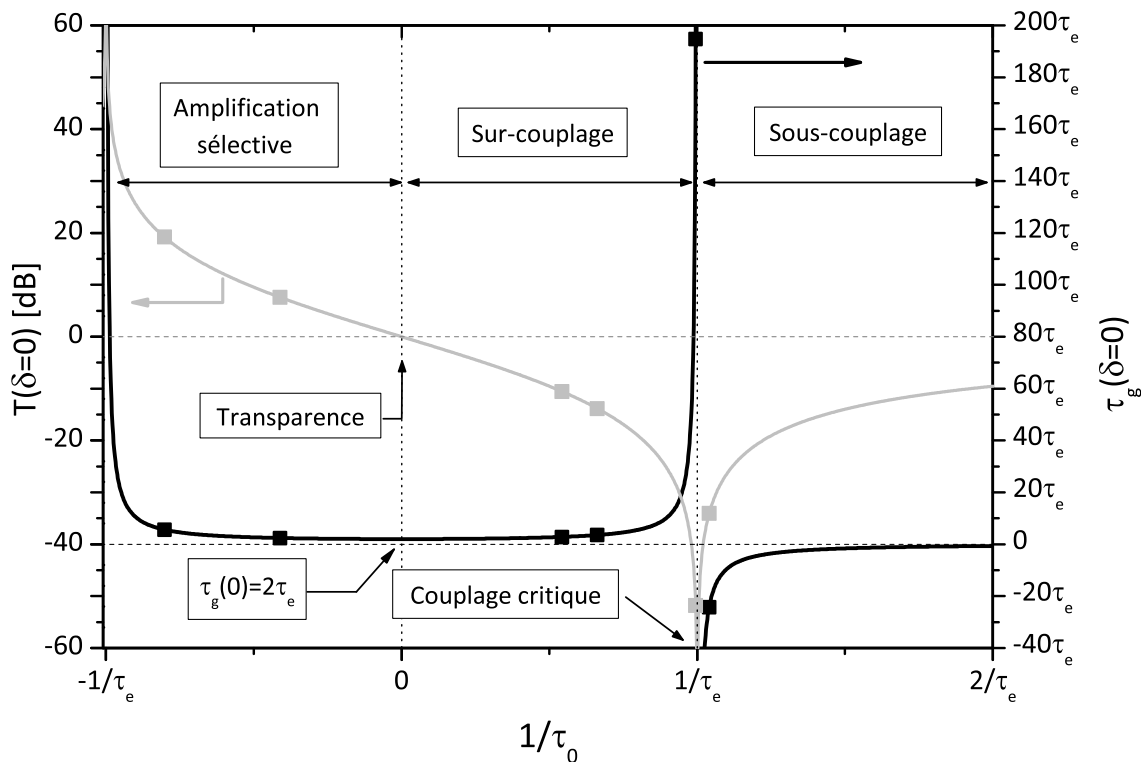


FIGURE 4.13 – Transmission  $T(0)$  et le retard de groupe  $\tau_g(0)$  à résonance en fonction  $1/\tau_0$  pour une microsphère de diamètre  $145 \mu\text{m}$  dopée Erbium à 0,1% molaire. Les résultats en amplification sélectives viennent de la partie 3.9.1.

Nous sondons une résonance autour de la longueur d'onde  $\lambda_s = 1562 \text{ nm}$  avec une puissance de pompe à l'entrée du "demi-taper"  $P_p = 8,8 \text{ mW}$  pour une puissance de sonde à l'entrée du taper  $P_s = 300 \text{ nW}$ . La transmission expérimentale ainsi que son ajustement théorique sont présentés sur la figure 4.14, cet ajustement nous donne le temps de vie intrinsèque  $\tau_0 = 17,3 \mu\text{s}$  et le temps de vie extrinsèque  $\tau_e = 17,5 \mu\text{s}$  ainsi que la vitesse de balayage  $\tilde{V}_s = 0,5 \text{ MHz}/\mu\text{s}$  qui est en accord avec la vitesse de balayage nominale. Des temps de vie, nous déduisons le facteur de qualité intrinsèque  $Q_0 = 1,05 \times 10^{10}$ , le facteur de qualité extrinsèque  $Q_e = 1,06 \times 10^{10}$  ainsi que le facteur de qualité global  $Q = 5,3 \times 10^9$  correspondant à une résonance de largeur à mi-hauteur de  $36 \text{ kHz}$ . Nous obtenons un retard de groupe  $\tau_g(0) = -2,1 \text{ ms}$ , nous sommes en régime de lumière rapide très proche du couplage critique avec une transmission très faible à résonance ( $T(0) = -47,8 \text{ dB}$ ). Bien que l'on balaye lentement la fréquence du laser ( $\tilde{V}_s = 0,5 \text{ MHz}/\mu\text{s}$ ), le signal de "ringdown" présente beaucoup d'oscillations car le temps de vie global de la cavité est très long ( $\tau_0 = 8,6 \mu\text{s}$ ). Les caractéristiques pour cette résonance sont recensées dans le tableau 4.8.

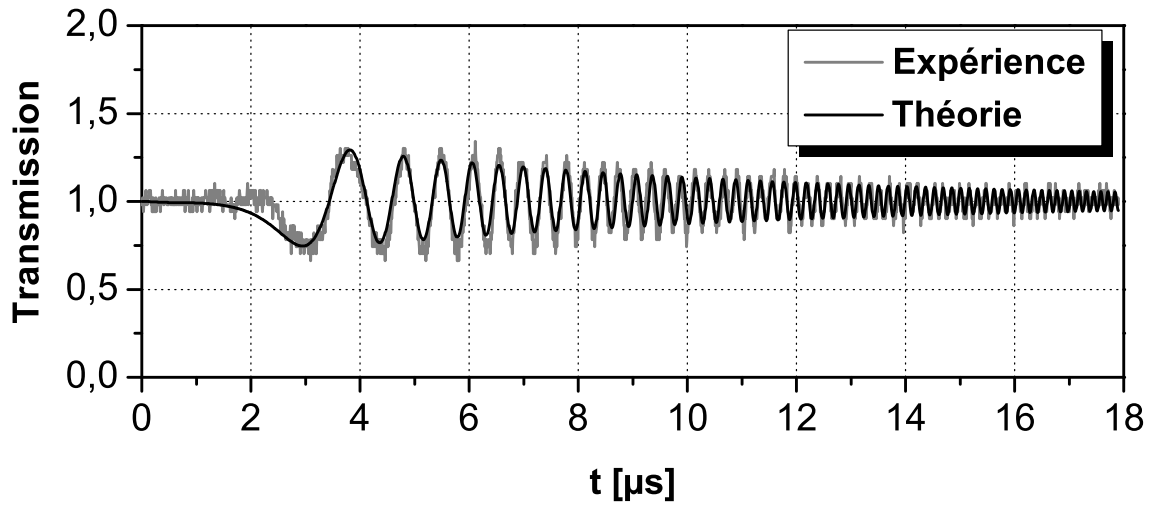


FIGURE 4.14 – Transmission expérimentale avec son ajustement théorique dans une microsphère de  $220 \mu\text{m}$  de diamètre en régime de compensation des pertes. L'ajustement numérique nous donne les différents temps de vies  $\tau_0 = 17,3 \mu\text{s}$ ,  $\tau_e = 17,5 \mu\text{s}$  ainsi que la vitesse de balayage  $\tilde{V}_s = 0,5 \text{ MHz}/\mu\text{s}$ .

TABLEAU 4.8 – Caractéristiques linéaires de la microsphère dopée à 0,1 % Erbium de diamètre  $220 \mu\text{m}$  en régime de compensation des pertes.

$\tau_0$ [ $\mu\text{s}$ ]	$\tau_e$ [ $\mu\text{s}$ ]	$T(\theta)$ [dB]	$\tau_g(0)$ [ms]	$Q$	$Q_0$	$Q_e$
17,3	17,5	-47,8	-2,1	$5,3 \times 10^9$	$1,05 \times 10^{10}$	$1,06 \times 10^{10}$

## 4.5 Conclusion

### 4.5.1 Bilan des résultats obtenus

Les tableaux récapitulatifs 4.9 et 4.10 regroupent respectivement les résultats obtenus avec le montage expérimentale n°1 et n°2.

TABLEAU 4.9 – Synthèse des résultats obtenus en régime de compensation des pertes avec le montage n°1.

Dopage Er	$d$ [ $\mu\text{m}$ ]	$T(\theta)$ [dB]	$\tau_g(0)$	$Q$	$Q_0$	$Q_e$	$\mathcal{F}_0$
0,05 mol %	115	-9	$-2,5 \mu\text{s}$	$8 \times 10^8$	$1,2 \times 10^9$	$2,5 \times 10^9$	$3,4 \times 10^6$
0,3 mol %	135	-4,1	$-2,3 \mu\text{s}$	$2,2 \times 10^9$	$2,8 \times 10^9$	$1,1 \times 10^9$	$6,8 \times 10^6$

- La valeur maximale du facteur de qualité global ( $Q$ ) obtenue dans nos expériences est de  $5,3 \times 10^9$  ce qui est un ordre de grandeur supérieur à ce qui est



TABLEAU 4.10 – Synthèse des résultats obtenus en régime de compensation des pertes avec le montage n°2.

Dopage Er	$d$ [ $\mu\text{m}$ ]	$T(0)$ [dB]	$\tau_g(0)$	$Q$	$Q_0$	$Q_e$	$\mathcal{F}_0$
0,08 mol %	90	-12,3	$3 \mu\text{s}$	$1,8 \times 10^9$	$2,8 \times 10^9$	$4,6 \times 10^9$	$1,0 \times 10^7$
-	-	-17,3	$15 \mu\text{s}$	$1,5 \times 10^9$	$2,7 \times 10^9$	$3,5 \times 10^9$	$1,0 \times 10^7$
-	-	-12,7	$11,3 \mu\text{s}$	$1,3 \times 10^9$	$3,4 \times 10^9$	$2 \times 10^9$	$4,0 \times 10^7$
-	-	-1,9	$4 \mu\text{s}$	$1,2 \times 10^9$	$1,1 \times 10^{10}$	$1,1 \times 10^9$	$4,1 \times 10^6$
-	-	$\sim 0$	$3 \mu\text{s}$	$19,3 \times 10^8$	$\gg Q_e$	$9,3 \times 10^8$	-
0,1 mol %	145	-34	$160 \mu\text{s}$	$1,9 \times 10^9$	$3,8 \times 10^9$	$4 \times 10^9$	$8,7 \times 10^6$
-	-	-14	$22 \mu\text{s}$	$3,3 \times 10^9$	$5,8 \times 10^9$	$3,8 \times 10^9$	$1,3 \times 10^7$
-	-	-10,6	$15 \mu\text{s}$	$2,1 \times 10^9$	$6 \times 10^9$	$3,3 \times 10^9$	$1,3 \times 10^7$
-	-	-51,8	$800 \mu\text{s}$	$1,3 \times 10^9$	$2,5 \times 10^9$	$2,5 \times 10^9$	$5,7 \times 10^6$
0,1 mol %	220	-47,8	$2,1 \text{ ms}$	$5,3 \times 10^9$	$1,05 \times 10^{10}$	$1,06 \times 10^{10}$	$1,5 \times 10^7$

mesuré dans des microrésonateurs à modes de galerie passifs en verre.

- Pour une sphère de diamètre  $d = 90 \mu\text{m}$  avec un facteur de qualité intrinsèque  $Q_0 = 1,1 \times 10^{10}$ , nous obtenons une finesse intrinsèque maximale de  $\mathcal{F}_0 = \lambda_0 Q_0 / (\pi n d) = 4 \times 10^7$ . Cette valeur est légèrement supérieure aux finesse de  $10^7$  mesurées dans les minirésonateurs WGM cristallins [62].
- Avec le montage n°1 le facteur de qualité intrinsèque maximal obtenu est de  $2,8 \times 10^9$  alors qu'avec le montage expérimental n°2, nous avons obtenu un facteur de qualité intrinsèque supérieur à  $10^{10}$ . On peut donc supposer que le fait de disposer d'un second taper permettant d'insérer la pompe indépendamment du signal assure un meilleur contrôle du facteur de qualité intrinsèque d'un résonateur actif.
- Nous avons comparé deux taux de dopage significativement différents (0,05 % et 0,3 % molaire) en utilisant le montage n°1, ainsi nous avons montré que la sphère la plus dopée permettait d'obtenir le facteur de qualité intrinsèque le plus élevé. Les résultats obtenus avec le montage n°2 sont en accord avec cette conclusion car nous obtenons une valeur maximale du facteur de qualité intrinsèque comparable ( $\simeq 10^{10}$ ) pour les deux taux de dopage très proches 0,08 % et 0,1 % molaire. Notons que les sphères les plus dopées requièrent des puissances de pompe plus élevées pour obtenir les facteurs de qualité intrinsèques optimaux.
- La maîtrise des pertes intracavité par l'intermédiaire du gain optique permet d'atteindre précisément des régimes de couplage particuliers : i) le régime cri-

tique caractérisé ici par une transmission résonante de -52 dB ; ii) le régime de résonateur transparent ( $Q_0 \gg Q_e$ ).

### 4.5.2 Applications potentielles

En terme de fonction optique, le résonateur transparent constitue un système purement déphasant introduisant un retard  $\tau_g(0) = 2\tau_e$ . Dans le cas obtenu expérimentalement dans ce travail,  $\tau_g(0) = 3 \mu s$  ce qui est équivalent au retard introduit par 600 m de fibre optique. A l'inverse, un microrésonateur en régime de couplage critique constitue un filtre coupe-bande très sélectif [94, 95]. La bande spectrale de réjection qui vaut  $2/(\pi\tau_0)$  peut être contrôlée pour un résonateur actif. Nous avons démontré dans ce chapitre que l'on pouvait obtenir un tel filtre de largeur 36 kHz avec un taux de réjection de -48 dB en utilisant des microsphères en verre ZBLALiP dopé Erbium. Enfin, la mesure d'une finesse de  $\mathcal{F}_0 = \lambda_0 Q_0 / (\pi n d) = 4 \times 10^7$  correspond à des pertes optiques sur un tour de cavité très faibles égales à  $1 - a^2 = 2\pi / \mathcal{F}_0 = 1.6 \times 10^{-7}$ . Ceci démontre que notre technique expérimentale est très sensible à de faibles variations d'absorption sur un simple passage et pourrait trouver des applications dans le domaine des capteurs biologiques ou chimiques dont le fonctionnement repose sur l'absorption d'un signal optique en cavité [96].



# Chapitre 5

## Couplage modal et effets non-linéaires dans les microsphères de haute finesse

### Sommaire

---

<b>5.1</b>	<b>Introduction</b>	<b>132</b>
<b>5.2</b>	<b>Couplage modal par rétrodiffusion dans les microrésonateurs</b>	<b>132</b>
5.2.1	Description du couplage modal en régime stationnaire	132
5.2.2	Extension au régime dynamique	135
5.2.3	Montage expérimental	136
5.2.4	Validation expérimentale	137
5.2.5	Mesures avec différentes valeurs de l'écart spectral $2\delta_C$	140
5.2.6	Conclusion	142
<b>5.3</b>	<b>Effets non-linéaires dans des microsphères de hauts facteurs de qualité</b>	<b>142</b>
5.3.1	Description des effets non-linéaires dans un microrésonateur	143
5.3.2	Modèle théorique	145
5.3.2.1	Expression de la dérive en fréquence de la résonance	145
5.3.2.2	Expression du terme d'augmentation en température	146
5.3.2.3	Simulation sans couplage modal	149
<b>5.4</b>	<b>Validation et exploitation du modèle en régime non-linéaire</b>	<b>150</b>
5.4.1	Régime linéaire à très faible puissance de sonde	151
5.4.2	Régime non-linéaire à $P_s=210 \mu\text{W}$	153
5.4.3	Régime non-linéaire à $P_s=420 \mu\text{W}$	155
5.4.4	Régime non-linéaire à forte puissance $P_s > 1 \text{ mW}$	155
5.4.5	Conclusion	157

---

## 5.1 Introduction

Dans un microrésonateur à modes de galerie de haute finesse  $\mathcal{F} > 10^5$  [97–99], la rétrodiffusion dans les modes résonants de la cavité est exaltée [100]. Pour une résonance donnée, cela conduit à l’apparition d’un couplage entre les modes horaire et anti-horaire se propageant dans le microrésonateur [97, 101, 102]. Par ailleurs, ces résonateurs présentant un fort confinement spatial et une forte surtension, sont propices à l’observation d’effets non-linéaires.

Dans ce chapitre, nous décrivons ce phénomène de couplage à l’aide de la théorie des modes couplés exprimée dans le domaine temporel. Ce modèle est ensuite utilisé pour extraire des profils de transmission linéaire expérimentaux le taux de couplage entre les deux modes horaire et anti-horaire. D’autre part le modèle est étendu afin de prendre en compte les effets non-linéaires dispersifs du troisième ordre. Ce nouveau modèle est testé d’un point de vue expérimental. Les résultats obtenus montrent que la comparaison théorie/expérience permet d’estimer le volume du mode de galerie excité.

## 5.2 Couplage modal par rétrodiffusion dans les microrésonateurs

### 5.2.1 Description du couplage modal en régime stationnaire

Les microrésonateurs de très fort facteur de qualité peuvent présenter du couplage modal dû à la rétrodiffusion Rayleigh. Ce phénomène se présente sous la forme d’un doublet de résonances dans le spectre de transmission et d’un signal de réflexion élevé. Il a déjà été observé et rapporté par de nombreux auteurs pour différents types de résonateurs à modes de galerie, dans des microsphères [38, 97, 100–104] dans des microdisques [81, 99, 105] et même dans un microrésonateur actif [78]. Les causes de ce phénomène peuvent être multiples : diffusion ponctuelle par des impuretés déposées en surface [100, 106], diffusion due à la rugosité de surface [101, 105, 107] ou encore diffusion distribuée liée à l’inhomogénéité du matériau massif [38, 97, 101]. La figure 5.1 schématise un résonateur présentant du couplage modal avec sa ligne d’accès caractérisée par  $\tau_e$  et ses pertes intrinsèques  $\tau_0$ . La rétrodiffusion Rayleigh intracavité couple les deux modes de galerie  $u_1$  et  $u_2$  se propageant dans des sens opposés [97, 101, 102]. Ces deux modes se couplent entre eux avec un temps caractéristique  $\gamma$  et

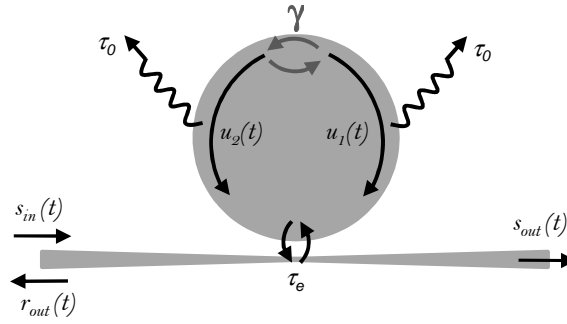


FIGURE 5.1 – Schéma d'un résonateur présentant un couplage modal dû à la rétrodiffusion Rayleigh.  $u_1(t)$  et  $u_2(t)$  représentent les deux modes couplés entre eux avec un temps caractéristique  $\gamma$ . Ces deux modes sont couplés à la ligne d'accès avec un même temps caractéristique  $\tau_e$  et présentent les mêmes pertes intrinsèques  $\tau_0$ .

sont décrits par le système d'équations différentielles suivant :

$$\begin{cases} \frac{du_1}{dt} = \left(j\omega_0 - \frac{1}{\tau}\right) u_1(t) + \frac{j}{2\gamma} u_2(t), \\ \frac{du_2}{dt} = \left(j\omega_0 - \frac{1}{\tau}\right) u_2(t) + \frac{j}{2\gamma} u_1(t) + \sqrt{\frac{2}{\tau_e}} s_{in}(t). \end{cases} \quad (5.1)$$

Ce système d'équations est dérivé du modèle d'évolution du champ intracavité de H.A Haus [54]. Les deux modes co- et contra-propagatifs parcourent le même chemin optique et sont couplés à la ligne d'accès vers l'extérieur avec le même temps caractéristique  $\tau_e$ . Les signaux de sortie peuvent être écrits sous la forme suivante :

$$\begin{cases} s_{out}(t) = -s_{in}(t) + \sqrt{\frac{2}{\tau_e}} u_2(t), \\ r_{out}(t) = \sqrt{\frac{2}{\tau_e}} u_1(t). \end{cases} \quad (5.2)$$

En posant  $A = j\omega_0 - 1/\tau$  et  $B = j/(2\gamma)$ , les valeurs propres du système d'équations différentielles (Equ. (5.1)) sont données par  $\Lambda_{\pm} = A \pm B$ . En faisant le changement de fonction  $u_{\pm} = u_2 \pm u_1$ , la résolution du système d'équation (5.1) se réduit à :

$$\frac{du_{\pm}}{dt} = \Lambda_{\pm} u_{\pm} + \sqrt{\frac{2}{\tau_e}} s_{in}(t). \quad (5.3)$$

En régime stationnaire, on peut écrire  $s_{in}(t) = s_0 \exp(j\omega t)$ . La solution de l'équation (5.3) est alors donnée par :

$$u_{\pm}(t) = \sqrt{\frac{2}{\tau_e}} \cdot \frac{s_0 e^{j\omega t}}{j\omega - A \mp B}. \quad (5.4)$$

En reportant l'équation (5.4) dans le système d'équation (5.2), nous pouvons déterminer le coefficient de transmission  $t = s_{out}/s_{in}$  :

$$t(\omega) = \frac{B^2 - (j\omega - A)^2 + 2(\omega - A)/\tau_e}{(j\omega - A)^2 - B^2} \quad (5.5)$$

et le coefficient de réflexion  $r = r_{out}/r_{in}$  :

$$r(\omega) = \frac{2B/\tau_e}{(j\omega - A)^2 - B^2}. \quad (5.6)$$

Les extremas des dénominateurs des équations (5.5) et (5.6) permettent de trouver les deux fréquences de résonance qui sont séparées par :

$$2\delta_C = \frac{1}{2\pi\gamma} \sqrt{1 - \left(\frac{2\gamma}{\tau}\right)^2}. \quad (5.7)$$

On peut noter que le couplage modal n'est visible que pour  $\gamma < \tau/2$ , autrement dit, le temps nécessaire pour coupler les modes  $u_1$  et  $u_2$  doit être plus court que le temps de vie des champs intracavité c'est pourquoi, ce phénomène n'est mesurable que dans des résonateurs de haut facteur de qualité.

Pour  $\gamma \ll \tau/2$ , la forme approchée de l'équation (5.7) s'écrit :

$$2\delta_C = \frac{1}{2\pi\gamma}. \quad (5.8)$$

La valeur de  $\gamma$  dépend de la nature, de la taille et de la distribution des centres diffuseurs. En particulier, pour des diffuseurs uniformément répartis dans le volume du résonateur, il a été démontré dans [30] que cet écart est lié au volume de mode  $V$  par la relation :

$$1/(2\pi\gamma) = \frac{c}{\lambda} \sqrt{\frac{\rho_{sc}\bar{\alpha}^2}{V}} \quad (5.9)$$

où  $\rho_{sc}$  est la densité des diffuseurs et  $\bar{\alpha}$  leur polarisabilité.

### Profil de transmission en régime stationnaire

La figure 5.2 représente deux exemples de transmission  $T = |t|^2$  et de réflexion  $R = |r|^2$  en intensité obtenus à l'aide du modèle présenté auparavant. Dans les deux cas, pour cette simulation, nous avons pris les caractéristiques suivantes  $\tau_0 = 300$  ns et  $\tau_e = 600$  ns pour un facteur de qualité  $Q = 1,2 \times 10^8$ . Pour nos simulations, nous utilisons des écarts spectraux entre les deux résonances  $1/(2\pi\gamma)$  réaliste. En effet, des valeurs d'écarts spectraux de l'ordre de 1 MHz [97, 102] à 10 MHz [106] ont déjà été rapportés pour des résonateurs comparables à ceux que nous étudions.

Pour la figure 5.2(a), nous avons choisi un écart spectral entre les deux résonances  $1/(2\pi\gamma) = 6$  MHz tel que  $\gamma < \tau$ . Les deux spectres de transmission et de réflexion font apparaître deux fréquences de résonances bien distinctes. Pour la figure 5.2(b), nous avons  $1/(2\pi\gamma) = 0,8$  MHz tel que ( $\gamma = \tau$ ), la réponse en transmission ( $T$ ) est similaire à celle d'un résonateur unique.

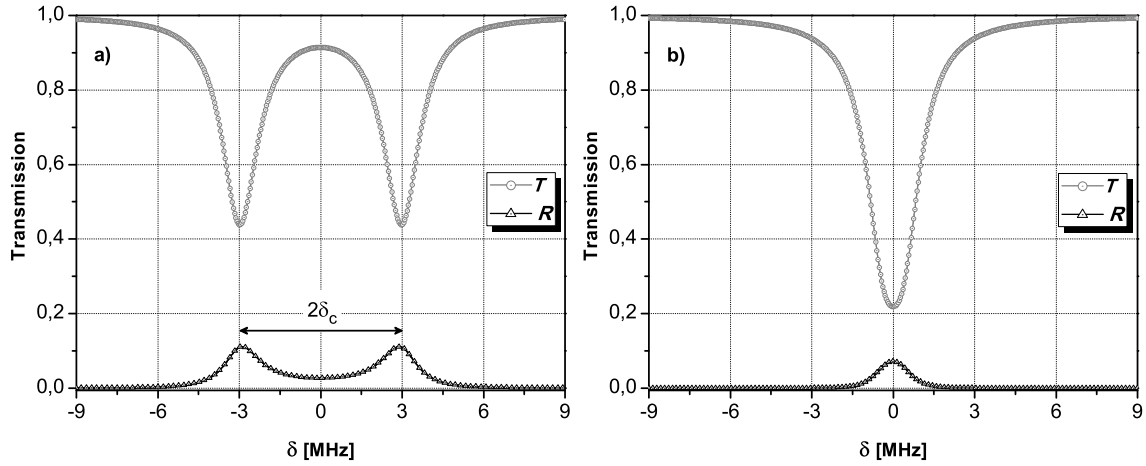


FIGURE 5.2 – Simulations des réponses stationnaires en transmission  $T(\delta)$  et en réflexion  $R(\delta)$  en régime de couplage modal. a) Cas où  $1/2\pi\gamma = 6$  MHz, b) Cas où  $1/2\pi\gamma = 0,8$  MHz.

### 5.2.2 Extension au régime dynamique

Considérons maintenant le régime dynamique pour lequel la fréquence du signal d'entrée est balayée linéairement :  $s_{in}(t) = s_0 \exp[j\theta(t)]$  avec  $\theta(t) = (\omega_i + V_s t/2)t$ . La solution de l'équation (5.3) s'écrit :

$$u_{\pm} = \left( C_{\pm} + \int_0^t s_0 \sqrt{\frac{2}{\tau_e}} \exp[\theta(t') - (A \pm B)t'] dt' \right) \exp[(A \pm B)t] \quad (5.10)$$

où l'expression de  $C_{\pm}$  est:

$$C_{\pm} = \sqrt{\frac{2}{\tau_e}} \cdot \frac{s_0}{j\omega_i - A \mp B}. \quad (5.11)$$

L'intégrale présente dans l'équation (5.10) peut être évaluée de la manière suivante :

$$\int_0^t s_0 \sqrt{\frac{2}{\tau_e}} \exp[\theta(t') - (A \pm B)t'] dt' = g_{\pm}(t) - g_{\pm}(0) \quad (5.12)$$

où les fonctions  $g_{\pm}(t)$  sont définies par :

$$g_{\pm}(t) = -s_0 \sqrt{\frac{j\pi}{\tau_e V_s}} \exp\left(\frac{j(A \pm B - j\omega_i)^2}{2V_s}\right) \operatorname{erf}\left(-\frac{j(A \pm B) + V_s t + \omega_i}{\sqrt{2jV_s}}\right). \quad (5.13)$$



À partir de ce modèle, nous avons simulé (Fig. 5.3) la transmission  $T(t)$  et la réflexion  $R(t)$  pour différentes vitesses de balayage  $\tilde{V}_s$  (normalisées par rapport à la vitesse  $\tilde{V}_0 = 2/(\pi\tau^2)$ ), pour un écart fréquentiel  $1/(2\pi\gamma)$  pour lequel  $\tau_0 = \tau_e/3$  et  $\gamma = \tau/10$ . Pour une vitesse de balayage très lente (cas où  $\tilde{V}_s = 0.015\tilde{V}_0$  sur les figures 5.3(a) et (b)) le signal de transmission présente deux résonances bien distinctes. On retrouve un signal similaire au régime stationnaire vu dans le paragraphe précédent (partie 5.2.1). Pour des vitesses plus élevées, les résonances sont déformées et des oscillations apparaissent (cas où  $\tilde{V}_s = 0.6\tilde{V}_0$  et  $\tilde{V}_s = \tilde{V}_0$ , correspondant respectivement aux figures 5.3(c) et 5.3(e)). Enfin pour une vitesse encore plus importante ( $\tilde{V}_s = 20\tilde{V}_0$ ), nous obtenons un signal de “ringing” modulé par un battement dû aux deux résonances. Remarquons également que l’amplitude du signal de réflexion diminue lorsque la vitesse de balayage augmente, ceci est dû au fait que plus le résonateur est sondé rapidement, moins il emmagasine d’énergie.

D’un point de vue expérimental, comme pour le résonateur unique, la comparaison des signaux mesurés avec le modèle dynamique nous permet de remonter aux paramètres physiques du résonateur.

### 5.2.3 Montage expérimental

Le montage expérimental que nous utilisons pour caractériser les résonateurs présentant du couplage modal permet la mesure simultanée des signaux en transmission  $T(t)$  et en réflexion  $R(t)$  (Fig. 5.4). Le système d’excitation est similaire à ceux déjà présentés dans les chapitres précédents. La seule différence réside dans l’utilisation d’un circulateur optique dont la voie (2  $\rightarrow$  3) permet de mesurer le signal de rétrodiffusion Rayleigh  $R(t)$ . La mesure simultanée du signal de transmission  $T(t)$  et du signal de réflexion  $R(t)$  est réalisée avec deux détecteurs respectivement nommés “Détecteur n°1” et “Détecteur n°2”. Le dispositif d’insertion/extraction du signal est constitué par un taper biconique de 2  $\mu\text{m}$  de diamètre. La superposition du modèle théorique  $T_{theo}(t)$  avec les acquisitions expérimentales du signal de transmission se fait en ajustant les paramètres  $\tau_0$ ,  $\tau_e$ ,  $\tilde{V}_s$  et  $\gamma$  pour minimiser la fonction d’erreur suivante :

$$\sigma^2 \left( \tau_0, \tau_e, \tilde{V}_s, \gamma \right) = \sum_{i=1}^N \left[ T_{mes,i} - T_{theo,i} \left( \tau_0, \tau_e, \tilde{V}_s, \gamma \right) \right]^2 \quad (5.14)$$

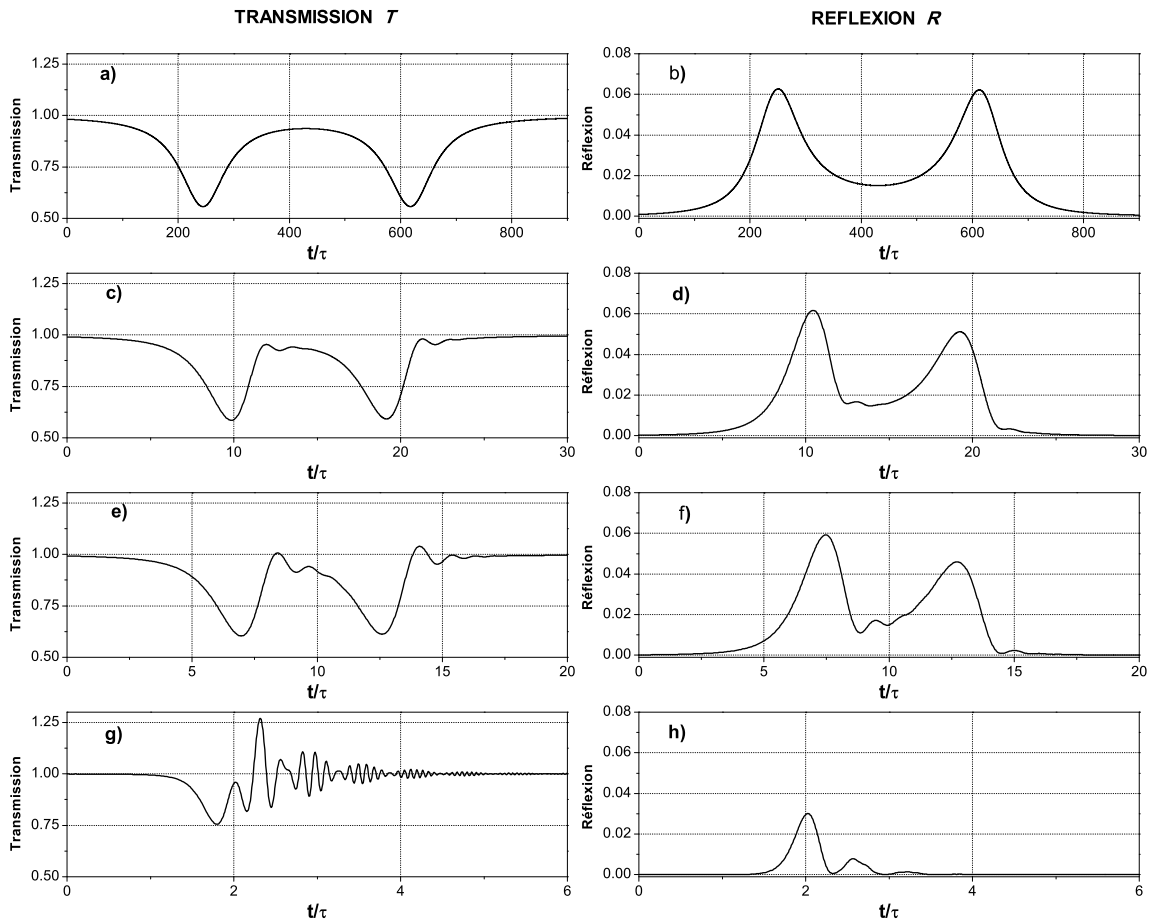


FIGURE 5.3 – Simulation de la transmission  $T(t)$  et de la réflexion  $R(t)$  en régime de couplage modal dans le cas où  $\gamma = \tau/10$  et  $\tau_0 = \tau_e/3$  pour différentes vitesses de balayage. (a)-(b)  $\tilde{V}_s = 0.015\tilde{V}_0$ , (c)-(d)  $\tilde{V}_s = 0.6\tilde{V}_0$ , (e)-(f)  $\tilde{V}_s = \tilde{V}_0$ , (g)-(h)  $\tilde{V}_s = 20\tilde{V}_0$ . L'axe des abscisses est normalisé par rapport au temps de vie globale  $\tau$ .

## 5.2.4 Validation expérimentale

### Protocole de mesure

Afin d'éprouver ce modèle théorique, nous avons utilisé une microsphère en silice fondue de diamètre  $145 \mu\text{m}$  et présentant du couplage modal. Pour cela, nous avons sondé une résonance (autour de  $\lambda_0 = 1550 \text{ nm}$ ) avec différentes vitesses de balayage pour un couplage (distance microsphère/taper) constant.

La figure 5.5 donne trois exemples de signaux observés ainsi que leurs ajustements théoriques en transmission (colonne de gauche) et en réflexion (colonne de droite) en tenant compte du couplage modal.

Les deux premières mesures sont obtenues par la méthode hybride spectrale/temporelle [Fig. 5.5(a)-(b) et Fig. 5.5(c)-(d)], avec respectivement une vitesse de balayage no-

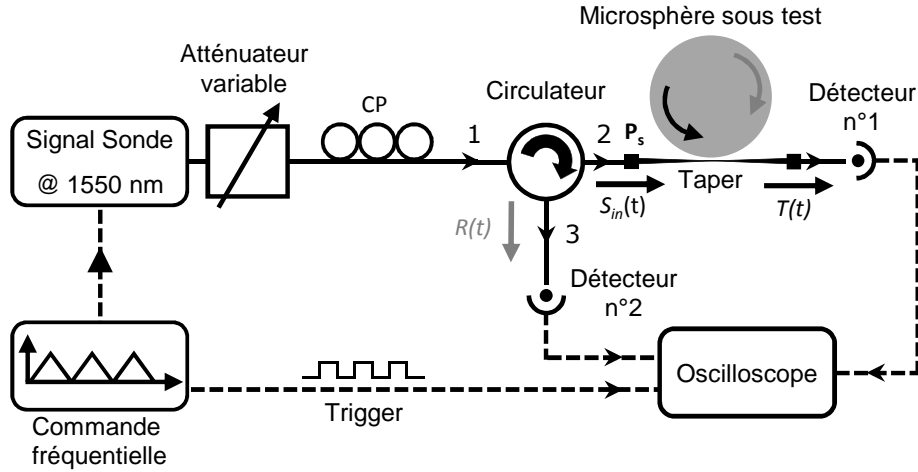


FIGURE 5.4 – Montage expérimental permettant l’observation du couplage modal dans un microrésonateur. Le montage est composé d’un laser de sonde, d’un contrôleur de polarisation (CP), d’un circulateur optique permettant d’observer le signal de réflexion  $R(t)$ , d’un taper biconique permettant l’insertion du signal d’excitation  $s_{in}(t)$  et l’extraction des signaux de transmission  $T(t)$  et de réflexion  $R(t)$ .  $P_s$  désigne la puissance de sonde à l’entrée du taper.

minale de  $\tilde{V}_s \simeq 5 \text{ MHz}/\mu\text{s}$  correspondant à une fréquence de commande du laser de sonde de 400 Hz et une vitesse de balayage nominale de  $\tilde{V}_s \simeq 1 \text{ MHz}/\mu\text{s}$  correspondant à une fréquence de commande du laser de sonde de 100 Hz.

La troisième mesure (Fig. 5.5(e)-(f)) présente la transmission et la réflexion dans les mêmes conditions que les deux premières figures (même couplage) mais pour une vitesse de balayage plus faible afin de se placer en régime stationnaire. La vitesse de balayage nominale est dans ce cas de  $\tilde{V}_s \simeq 0,3 \text{ MHz}/\mu\text{s}$  correspondant à une fréquence de commande du laser de sonde de 30 Hz.

### Exploitation de la transmission

La simulation numérique pour le balayage à la vitesse nominale de  $\tilde{V}_s \simeq 5 \text{ MHz}/\mu\text{s}$  (Fig. 5.5(a)-(b)) nous donne  $\tau_0 = 360 \text{ ns}$ ,  $\tau_e = 3,2 \mu\text{s}$ ,  $\tilde{V}_s = 4,7 \text{ MHz}/\mu\text{s}$  ainsi qu’un écart spectral  $1/2\pi\gamma = 3,15 \text{ MHz}$ . En diminuant la vitesse de balayage à  $\tilde{V}_s = 1 \text{ MHz}/\mu\text{s}$  (c.f Fig. 5.5(c)-(d)) nous obtenons après ajustement  $\tau_0 = 477 \text{ ns}$ ,  $\tau_e = 4,3 \mu\text{s}$ ,  $\tilde{V}_s = 1,2 \text{ MHz}/\mu\text{s}$  ainsi qu’un écart spectral  $1/2\pi\gamma = 3,26 \text{ MHz}$ . Notons qu’ici  $\tilde{V}_0 = 2/(\pi\tau_0^2) \approx 2,8 \text{ MHz}/\mu\text{s}$ . Un balayage de fréquence avec une vitesse  $\tilde{V}_s = 0,3 \text{ MHz}/\mu\text{s}$ , nous permet bien d’atteindre le régime stationnaire.

En reportant les caractéristiques linéaires obtenues à l’aide de l’ajustement des signaux obtenus hors équilibre (pour  $\tilde{V}_s = 1,2 \text{ MHz}/\mu\text{s}$ ) dans le modèle stationnaire (Equ. (5.5) et (5.6)) modélisant la transmission et la réflexion, nous obtenons un bon accord théorie/expérience (Fig. 5.5(e)-(f)).

### Exploitation de la réflexion

Les paramètres linéaires obtenus grâce à l'ajustement du signal de transmission (Fig. 5.5(a)-(c)) sont réinjectés dans le modèle permettant de calculer la réflexion (Fig.5.5(b)-(d)). Nous obtenons aussi un bon accord théorie/expérience. Ceci démontre la consistance de notre modèle.

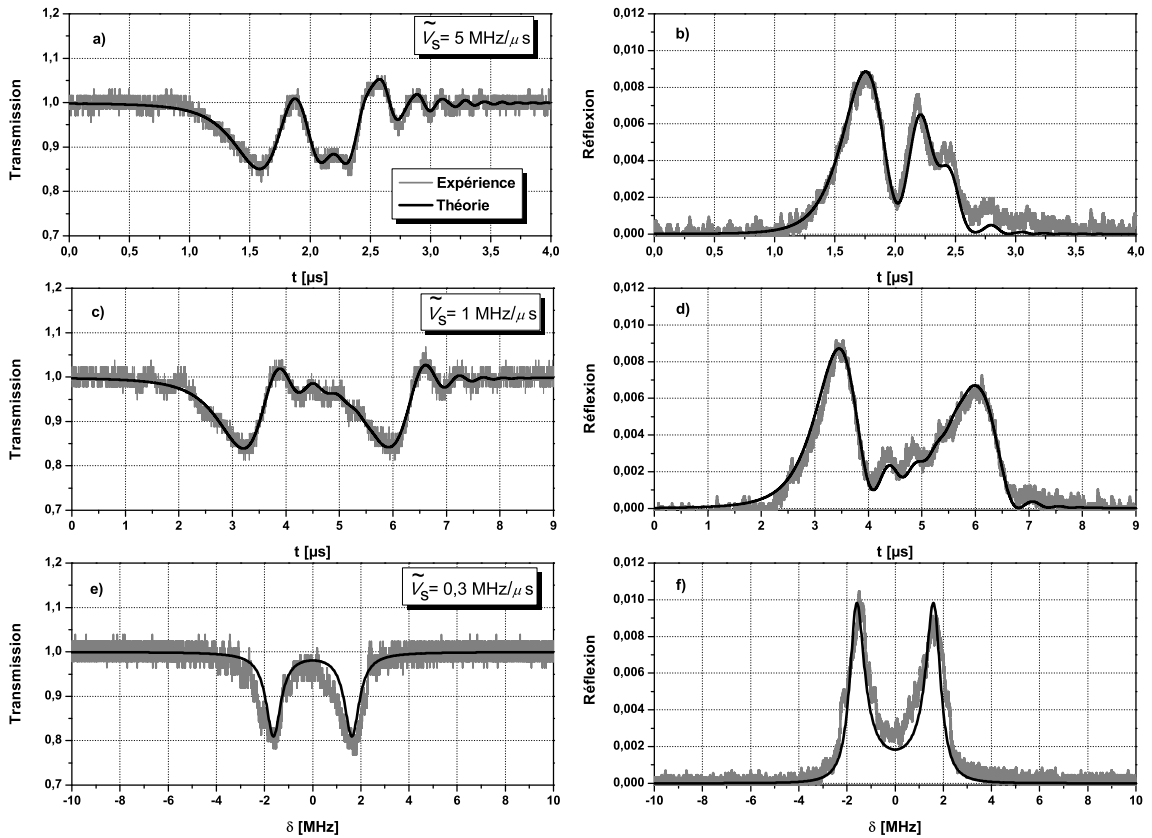


FIGURE 5.5 – Signaux de transmission et de réflexion pour une microsphère de 145  $\mu\text{m}$  de diamètre obtenus avec différentes vitesses de balayage. a)  $\tilde{V}_s = 4,7$  MHz/ $\mu\text{s}$  correspondant à une vitesse nominale de  $\tilde{V}_s = 5$  MHz/ $\mu\text{s}$ . b) La simulation donne  $\tilde{V}_s = 1,2$  MHz/ $\mu\text{s}$  pour une vitesse nominale de  $\tilde{V}_s = 1$  MHz/ $\mu\text{s}$ . c) Régime stationnaire pour une vitesse nominale de  $\tilde{V}_s = 0,3$  MHz/ $\mu\text{s}$ .

Le tableau 5.1 regroupe les différentes caractéristiques linéaires du résonateur en régime dynamique pour deux vitesses de balayage différentes.

### Remarques

- Pour cette expérience, nous pouvons déduire une finesse de  $\mathcal{F} \approx 3 \times 10^5$  qui permet bien d'observer le phénomène de couplage modal.

TABLEAU 5.1 – Paramètres linéaires de la microsphère de  $145 \mu\text{m}$  de diamètre caractérisée avec différentes vitesses de balayage.

Figures	$\tau_0$ [ns]	$\tau_e$ [ $\mu\text{s}$ ]	$1/2\pi\gamma$ [MHz]	$\tilde{V}_s$ [MHz/ $\mu\text{s}$ ]
Fig. 5.5(a)-(b)	360	3,2	3,15	4,7
Fig. 5.5(c)-(d)	477	4,3	3,26	1,2

- Nous constatons une dispersion d'environ 15% sur les valeurs de  $\tau_0$  et  $\tau_e$  déduites d'une mesure à l'autre. Pour le cas particulier de  $\tau_e$ , cette dispersion peut provenir de la variation relative de la position du taper par rapport à la microsphère.
- Pour les deux vitesses de balayage, nous obtenons deux écarts spectraux pratiquement identiques malgré les profils de transmissions des deux signaux très différents. La différence relative entre les deux est évaluée à moins de 2%.
- Notons que la valeur absolue du signal de réflexion ne peut pas être évaluée précisément à cause des pertes le long du taper. Nous sommes donc obligés de renormaliser ces signaux, ce qui constitue le seul degré de liberté dans la comparaison de la réflexion et de la transmission en régime dynamique. Rappelons que pour la transmission, ces pertes sont automatiquement incluses dans la normalisation du signal par le signal hors résonance.

### 5.2.5 Mesures avec différentes valeurs de l'écart spectral $2\delta_C$

Dans cette partie, nous montrons qu'en utilisant la méthode CRDM, nous sommes capables de mesurer de faibles valeurs de  $2\delta_C$ . Afin d'évaluer la plage des valeurs de  $\gamma$  atteignables pour nos microrésonateurs, nous avons réalisé plusieurs expériences sur des microsphères à WGM en silice de différents diamètres ( $d \in [120\mu\text{m} - 145\mu\text{m}]$ ). La figure 5.6 présente quelques résultats obtenus ainsi que leurs ajustements théoriques. De plus nous avons ajouté sur cette même figure les simulations de chaque transmission en régime stationnaire (voir courbes de droites).

Remarquons que pour la plus petite valeurs  $2\delta_C = 720 \text{ kHz}$  (Fig. 5.6(F)), nous pouvons tout de même mesurer le battement entre les deux fréquences propres du résonateur bien que la largeur de résonance intrinsèque  $1/(\pi\tau_0)$  soit supérieure à cet écart fréquentiel. Ceci nous a permis de déduire la valeur de cet écart, chose qui aurait été difficile en régime stationnaire (voir Fig. 5.6(F.3)). Pour toute la gamme de valeurs de  $\gamma$  mesurées, nous avons un très bon accord théorie/expérience en transmission mais aussi en réflexion ce qui renforce la confiance que l'on peut donner à notre modèle.

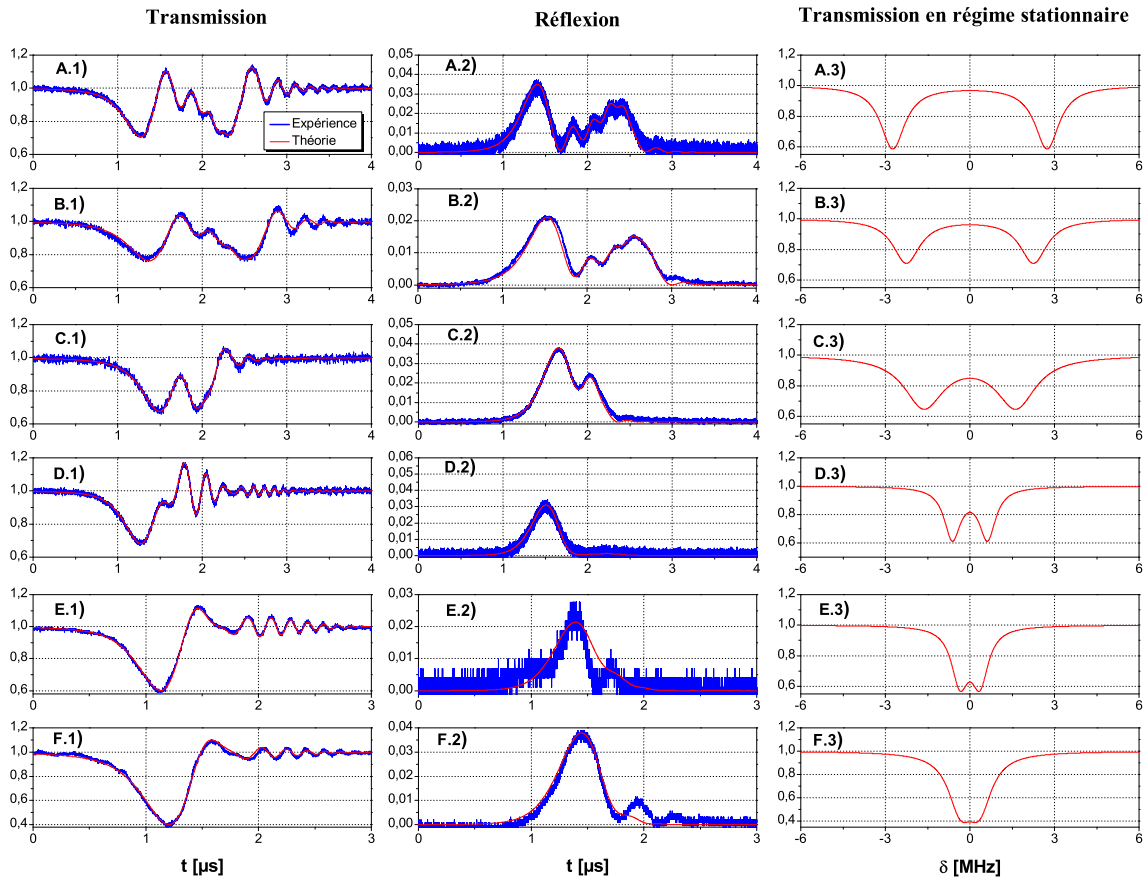


FIGURE 5.6 – Confrontation théorie/expérience pour la transmission et la réflexion pour différentes valeurs de l'écart spectral  $2\delta_C$  obtenues dans différents microrésonateurs à modes de galerie de diamètres  $d \in [120\mu\text{m} - 145\mu\text{m}]$ . Les colonnes de droite présentent les simulations de chaque transmission en régime stationnaire. A)  $2\delta_C = 5,5$  MHz. B)  $2\delta_C = 4,5$  MHz. C)  $2\delta_C = 3,3$  MHz. D)  $2\delta_C = 1,3$  MHz. E)  $2\delta_C = 730$  kHz. F)  $2\delta_C = 720$  kHz.

Les différentes caractéristiques linéaires déduites des expériences ainsi que les différents diamètres des microsphères sont regroupés sur le tableau 5.2. Les mesures ont été effectuées avec la même vitesse de balayage nominale de  $\tilde{V}_s \simeq 5$  MHz/ $\mu\text{s}$  or l'analyse des battements montre que les vitesses réelles s'écartent sensiblement de cette valeur nominale. Ceci peut être dû à la non linéarité du balayage du laser de sonde. Comme nous l'avons vu précédemment (paragraphe 5.2.4) une variation de la vitesse affecte très peu la valeur de l'écart  $2\delta_c$  en régime dynamique. En régime stationnaire, une incertitude sur la vitesse de balayage se traduit directement par une incertitude sur la valeur de  $2\delta_c$ . Cela montre l'avantage de la méthode hybride spectrale temporelle sur la méthode de scan classique.

TABLEAU 5.2 – Caractéristiques linéaires de microsphères de différents diamètres  $d \in [120\mu\text{m} - 145\mu\text{m}]$ . La vitesse de balayage nominale est  $\tilde{V}_s \simeq 5 \text{ MHz}/\mu\text{s}$  pour toutes les mesures.

Fig.	$\tau_0$ [ns]	$\tau_e$ [ $\mu\text{s}$ ]	$\frac{1}{\pi\tau_0}$ [kHz]	$\gamma$ [ns]	$1/(2\pi\gamma)$ [MHz]	$\tilde{V}_s$ [MHz/ $\mu\text{s}$ ]	$d$ [ $\mu\text{m}$ ]
5.6 A)	395	1,3	805	29	5,5	5,3	130
5.6 B)	323	1,7	985	35,2	4,5	4,0	120
5.6 C)	228	1,0	1400	48,2	3,3	6,4	130
5.6 D)	565	2,2	563	126	1,3	5,3	135
5.6 E)	550	2,1	580	218	0,73	4,7	145
5.6 F)	413	1,1	770	220	0,72	4,3	140

### 5.2.6 Conclusion

L'application de la méthode CRDM à un résonateur dans lequel la rétrodiffusion couple les deux modes co- et contra-propagatifs nous a permis de mesurer des doublets de fréquences aussi petits que 720 kHz pour une largeur de résonance intrinsèque de  $1/(\pi\tau_0) = 770 \text{ kHz}$ . Cela montre que l'analyse du signal transitoire transmis par un résonateur présentant du couplage modal permet de mesurer des doublets plus faibles que sa largeur spectrale intrinsèque. Récemment, il a été montré qu'en faisant interférer le signal transmis avec le signal réfléchi et en ajustant bien leur phase relative il était également possible de résoudre des doublets inférieurs à la largeur de la résonance [108, 109]. Notre méthode offre donc une alternative plus simple car ne nécessitant qu'une seule mesure. Elle pourrait être mise en œuvre dans des applications en capteurs chimiques ou biologiques [110, 111] utilisant la sensibilité de l'écart spectral  $2\delta_C$  à la présence et à la morphologie de nanoparticules déposées sur un microrésonateur optique. La sensibilité étant directement donnée par l'écart mesurable, la méthode CRDM permettrait d'améliorer les performances de tels capteurs.

## 5.3 Effets non-linéaires dans des microsphères de hauts facteurs de qualité

Des effets non-linéaires dispersifs d'ordre trois ont été observés dès les premières expériences d'optique effectuées dans les microrésonateurs à modes de galerie par l'équipe de Braginsky [35, 103]. Du fait du fort confinement du champ dans les microrésonateurs à très hauts facteurs de qualité, ces derniers sont propices à l'apparition d'effets non-linéaires se manifestant par un décalage de la résonance [68]. Pour de



fortes puissances intracavités, le signal de transmission peut présenter un caractère bistable [47, 103] et même des instabilités [68]. Plusieurs autres équipes ont travaillé sur les phénomènes non-linéaires dans les microsphères WGM [68–70, 112–116], en particulier, on peut citer les travaux de Schmidt *et al.* [66] dans lesquels est décrite une étude d’effets non-linéaires du troisième ordre dans une microsphère en silice ne présentant pas de couplage modal. En outre, ils ont démontré de par leurs expériences que la prise en compte simultanée des effets thermiques et de l’effet Kerr est indispensable pour décrire les effets non-linéaires dispersifs dans ce type de microrésonateur. Pour observer du couplage modal dans un microrésonateur à modes de galerie ce dernier doit posséder une très grande finesse. D’autre part, l’efficacité ou le seuil d’apparition d’effets non-linéaires d’ordre trois croît linéairement avec la finesse. Par conséquent, l’observation du couplage modal s’accompagnera le plus souvent d’effets non-linéaires. Il convient alors de développer un modèle permettant de décrire le couplage modal combiné aux effets non-linéaires en régime dynamique. Notons que jusqu’ici, la méthode CRDM n’a été exploitée en régime non-linéaire que pour un résonateur sans couplage modal. Ces études ont été réalisées par Dong *et al.* [117] et portant sur des microsphères de silice de facteur de qualité  $Q = 2 \times 10^8$ .

### 5.3.1 Description des effets non-linéaires dans un microrésonateur

Dans ce paragraphe, nous présentons de manière illustrée les l’effets non-linéaires d’ordre trois dans un microrésonateur lorsque l’on sonde l’une de ses résonances avec un laser accordable de puissance suffisante pour la décaler. La figure 5.7 présente ce phénomène pour une résonance sans couplage modal. En se limitant aux non-linéarités d’origines thermiques : le laser provoque une élévation locale de la température qui induit à son tour un décalage vers le rouge de la résonance. Deux cas sont alors possibles :

- le laser est désaccordé vers le bleu par rapport à la résonance et sa fréquence est balayée vers le rouge. Dans ce cas de figure, le laser et la résonance se décalent dans le même sens (Fig. 5.7(b)). La résonance est élargie artificiellement. Ceci peut être également interprété comme un balayage de la résonance avec une vitesse relative plus faible que la vitesse nominale.
- le laser est désaccordé vers le rouge par rapport à la résonance et sa fréquence est balayée vers le bleu. Maintenant, le laser et la résonance se décalent en sens opposés (Fig. 5.7(c)). La résonance semble alors s’affiner, tandis que la vitesse relative de balayage paraîtra plus grande que sa valeur nominale [34, 69].



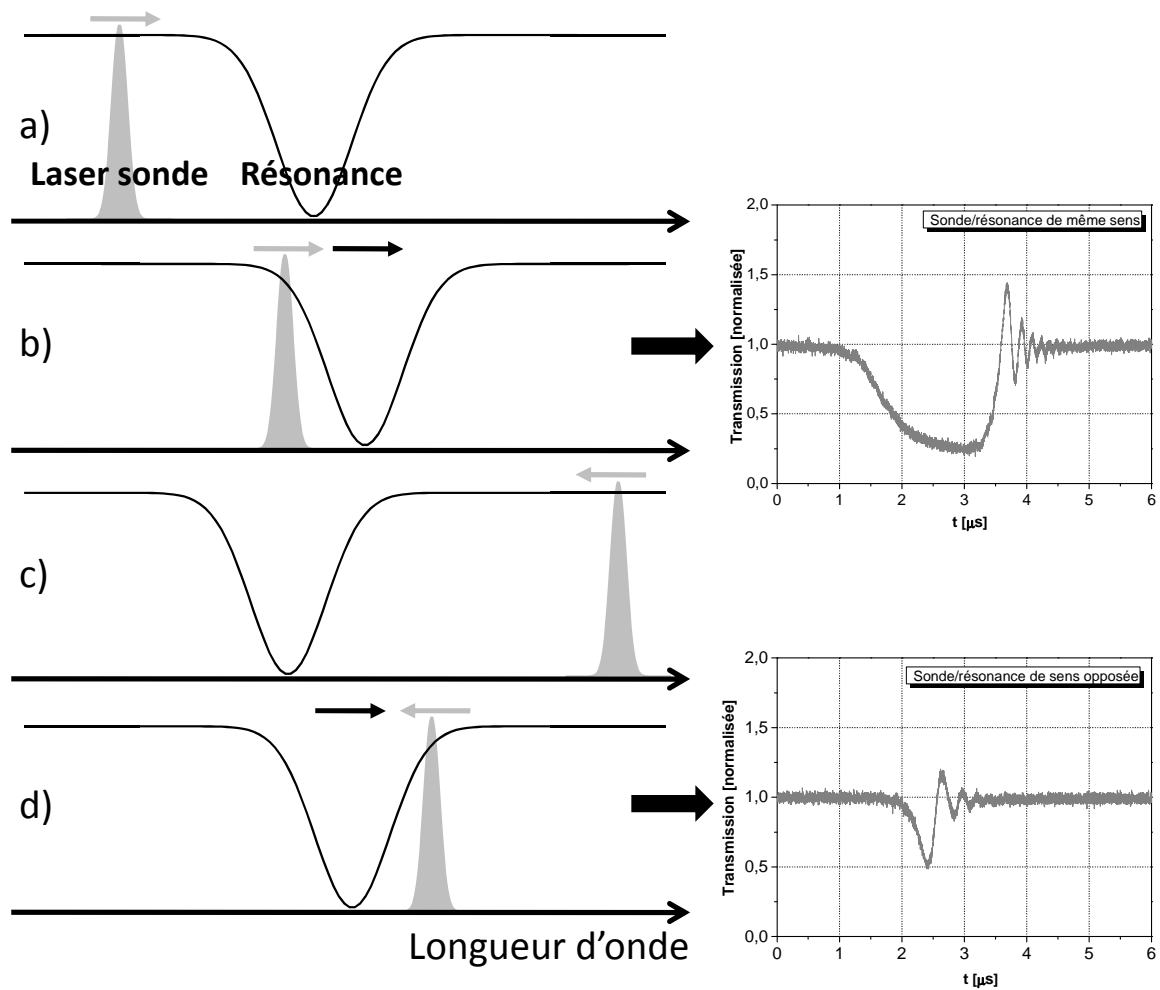


FIGURE 5.7 – Schéma d’illustration de la dérive en fréquence d’une résonance lors du passage du laser sonde dans les deux sens. Les figures de droite présentent une transmission typique d’un résonateur présentant des effets non-linéaires.

À titre d’exemple, nous avons réalisé une expérience avec une vitesse nominale de  $\tilde{V}_s \simeq 5 \text{ MHz}/\mu\text{s}$  sur une microsphère de  $100 \mu\text{m}$  de diamètre et ne présentant pas de couplage modal. Pour une puissance à l’entrée du taper de  $P_s = 500 \mu\text{W}$ , nous observons des effets non-linéaires. À droite de la figure 5.7(b), nous présentons une transmission du résonateur où les effets non-linéaires conduisent à un élargissement de la résonance. Ce résultat est similaire à celui obtenu par Dong *et al.* [117] dans un microrésonateur de petite taille (diamètre  $39 \mu\text{m}$ ) et une puissance de  $220 \mu\text{W}$ . À droite de la figure 5.7(d), nous présentons la transmission obtenue pour la même résonance mais où cette fois-ci, le laser et la résonance se décalent en fréquence dans le sens contraire. La résonance apparaît ici beaucoup plus étroite que dans le cas précédent.

### 5.3.2 Modèle théorique

Pour une forte puissance du laser sonde, l'absorption résiduelle de la silice cause un échauffement significatif dans le résonateur qui va décaler la résonance par effet thermo-optique et par dilatation. De plus pour des microsphères en silice il a été montré par Schmidt *et al.* [66] qu'il est nécessaire de prendre en compte l'effet Kerr caractérisé par son indice non-linéaire  $N_2$  bien qu'il soit très faible.

L'objectif ici est d'intégrer ces effets non-linéaires dans le modèle décrivant le couplage modal (système (5.1)). Pour cela, nous ajoutons à ces équations deux termes correctifs  $\Delta\omega_1$  et  $\Delta\omega_2$  traduisant le décalage de la fréquence de résonance dû aux effets non-linéaires :

$$\begin{cases} \frac{du_1(t)}{dt} = \left( j(\omega_0 + \Delta\omega_1(t)) - \frac{1}{\tau} \right) u_1(t) + \frac{j}{2\gamma} u_2(t), \\ \frac{du_2(t)}{dt} = \left( j(\omega_0 + \Delta\omega_2(t)) - \frac{1}{\tau} \right) u_2(t) + \frac{j}{2\gamma} u_1(t) + \sqrt{\frac{2}{\tau_e}} s_{in}(t). \end{cases} \quad (5.15)$$

#### 5.3.2.1 Expression de la dérive en fréquence de la résonance

Le décalage non-linéaire de la résonance  $\Delta\omega_i$  (avec  $i \in 1,2$ ) possède deux composantes : l'une due aux effets thermiques que l'on nommera  $\Delta\omega_{therm}$  et l'autre provient de l'effet Kerr que l'on notera  $\Delta\omega_{kerr,i}$ . Ainsi, le décalage en fréquence de la résonance considérée prendra la forme [118–120] :

$$\Delta\omega_i = \Delta\omega_{therm} + \Delta\omega_{kerr,i}. \quad (5.16)$$

Le décalage en fréquence dû à l'effet thermique est donné par [66] :

$$\Delta\omega_{therm} = \left( \frac{1}{N_0} \frac{\partial N_0}{\partial \Theta} + \alpha_T \right) \omega_0 \Delta\Theta(t) = \beta \omega_0 \Delta\Theta(t), \quad (5.17)$$

où  $\frac{1}{N_0} \frac{\partial N_0}{\partial \Theta}$  représente le coefficient thermo-optique [42] du matériau, ce coefficient décrit la modification de l'indice de réfraction du matériau sous l'effet d'une sollicitation extérieure de nature thermique.  $\alpha_T$  représente le coefficient d'expansion thermique [68].

Pour une configuration de couplage distribué où les deux ondes co-propageantes empruntent le même chemin optique et présentent de l'effet Kerr, l'intensité d'une des deux ondes modifie l'indice de réfraction de l'autre. Dans ce cas, on doit prendre en compte l'effet Kerr croisé.

Notons  $\Delta\omega_{kerr,i}$  (avec  $i \in 1,2$ ) le décalage de la résonance associé au mode  $u_i$  dans chaque sens. Ainsi, le décalage de la résonance dû à l'effet Kerr est donné par [121–

123]:

$$\Delta\omega_{kerr,1} = q|u_1(t)|^2 + 2q|u_2(t)|^2 \quad (5.18)$$

$$\Delta\omega_{kerr,2} = 2q|u_1(t)|^2 + q|u_2(t)|^2 \quad (5.19)$$

où  $q = \frac{N_2 c \omega_0}{N_0^2 V}$  avec  $c$  la célérité de la lumière et  $V$  le volume du mode considéré.

Pour  $n = 1$ , le volume  $V$  s'exprime en fonction de  $\ell$  et  $m$  comme [34, 35, 42] :

$$V = 3, 4\pi^{2/3} \left( \frac{\lambda}{2\pi N_0} \right)^3 \ell^{11/6} \sqrt{2(\ell - |m|) + 1}. \quad (5.20)$$

La valeur de  $n = 1$  correspond aux modes les plus confinés qui sont observés la plupart du temps dans nos expériences car nous cherchons à étudier les résonances de plus haut facteur de qualité possible.

Finalement, les dérives en fréquences des résonances dues aux deux effets non-linéaires combinés s'écrivent :

$$\begin{cases} \frac{\Delta\omega_1(t)}{\omega_0} = \beta\Delta\Theta(t) + \frac{N_2 c}{N_0^2 V} (|u_1(t)|^2 + 2|u_2(t)|^2), \\ \frac{\Delta\omega_2(t)}{\omega_0} = \beta\Delta\Theta(t) + \frac{N_2 c}{N_0^2 V} (2|u_1(t)|^2 + |u_2(t)|^2). \end{cases} \quad (5.21)$$

Cette approche généralise au cas du couplage modal ce qui avait été établi pour deux résonateurs distincts couplés entre eux [116].

### 5.3.2.2 Expression du terme d'augmentation en température

Notons  $\Delta\Theta(t) = \langle T(\vec{r}, t) - T_0 \rangle$  la valeur moyenne (calculée sur le mode de galerie) de l'augmentation de température du microrésonateur [114]. À partir de l'équation de la chaleur, Fomin *et al.* [114] ont développé un modèle simplifié de la dynamique de cette élévation de la température :

$$\frac{d\Delta\Theta(t)}{dt} = -\gamma_{therm}\Delta\Theta(t) + \frac{\alpha_{abs}}{\rho C_p S} P_c(t). \quad (5.22)$$

- Le premier terme de droite de l'équation (5.22) décrit le processus de dissipation de la chaleur autour du mode,  $\gamma_{therm}$  représente alors un taux de relaxation thermique effectif. En s'appuyant sur les références [35, 103], on peut écrire  $\gamma_{therm} = D/b^2$  où  $D = k \cdot (\rho C_p)^{-1}$  est le coefficient de diffusivité thermique, avec  $k$  la conductivité thermique,  $C_p$  la chaleur spécifique et  $b = \lambda_0 \ell^{1/3} / (\pi N_0)$  l'extension radiale du mode. Rappelons que  $\ell \approx 2\pi R N_0 / \lambda$  où  $R$  est le rayon du résonateur.

- Le second terme de droite désigne l’augmentation de la température due à l’absorption de la lumière.  $\rho$  est la densité du matériau,  $S$  l’aire effective du mode et  $\alpha_{abs}$  le coefficient d’absorption du matériau. L’expression du facteur de qualité intrinsèque  $Q_0$  s’exprime comme  $Q_0 = 2\pi N_0/(\lambda\alpha_{abs})$  d’une part, et d’autre part,  $Q_0 = \omega_0\tau_0/2$ . Le coefficient  $\alpha_{abs}$  est alors lié au temps de vie  $\tau_0$  par :  $c\alpha_{abs}/N_0 = (2/\tau_0)$ .

La puissance circulant dans la cavité s’écrit  $P_c(t) = (|u_1(t)|^2 + |u_2(t)|^2) / \tau_L$  où  $\tau_L = 2\pi N_0 R/c$  représente le temps de parcours du champ dans la cavité.

Finalement, en notant que  $V \cong 2\pi S \times R$  l’expression de la variation de température est :

$$\frac{d\Delta\Theta(t)}{dt} = -\gamma_{therm}\Delta\Theta(t) + \frac{2}{\tau_0 C_p \rho V} (|u_1(t)|^2 + |u_2(t)|^2) \quad (5.23)$$

Cette équation est la forme la plus utilisée pour modéliser l’augmentation de température dans les microrésonateurs et a notamment été utilisée dans les références suivantes : [66, 115, 116].

Le tableau 5.3 regroupe les constantes physiques de la silice amorphe ainsi que les paramètres utilisés pour les simulations dans une microsphère à une longueur d’onde de travail  $\lambda_s = 1550$  nm.

TABLEAU 5.3 – Paramètres physiques utilisés pour la modélisation dans le cas d’une microsphère en silice.

Paramètre	Symbole	Valeur	Référence
Indice non-linéaire	$N_2$	$2,5 \times 10^{-16} \text{ cm}^2 \cdot \text{W}^{-1}$	[72]
Diffusivité thermique	$D$	$9,5 \times 10^{-3} \text{ cm}^2 \cdot \text{s}^{-1}$	[70]
Coefficient thermo-optique	$\beta$	$8,83 \times 10^{-6} \text{ K}^{-1}$	[70]
Indice	$N_0$	1,45	[124, p. 251]
Chaleur spécifique	$C_p$	$670 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}$	[124]
Densité	$\rho$	$2,2 \text{ g} \cdot \text{cm}^{-3}$	[124]
Nombre de Nusselt	$Nu$	$\sim 0,3$	[103]

### Remarque

Dans notre modèle non-linéaire, nous n’avons pas pris en compte les échanges thermiques entre le microrésonateur et l’extérieur nommé  $\tau_{env}$ . En effet, Ilchenko et Gorodetsky [103] ont souligné qu’il existe deux types de non-linéarités reliées aux

effets thermiques, l'une plus rapide, relative aux échanges de chaleur entre le volume de mode et la structure du microrésonateur. L'autre, plus lente, est associée à la dissipation de la chaleur du résonateur vers l'environnement extérieur. Dans ce dernier cas, ils ont estimé cet échange en introduisant le nombre de Nusselt  $N_u$  qui prend en compte à la fois les échanges thermiques de type convectif et conductif à température ambiante. Dans notre cas, si l'on considère une microsphère en silice de  $135 \mu\text{m}$  de diamètre à la longueur d'onde de travail  $\lambda = 1550 \text{ nm}$ , ces temps caractéristiques seront de :

- $\tau_{therm} = 1/\gamma_{therm} = b^2/D \approx 7 \mu\text{s}$ . C'est une grandeur liée à l'homogénéisation thermique du mode sur la structure.
- $\tau_{env} = R^2/(D N_u) \approx 64 \text{ ms}$ . L'homogénéisation du résonateur avec l'environnement l'entourant.

Ces valeurs sont en accord avec les estimations faites par Carmon *et al.* [68] pour une microsphère de  $140 \mu\text{m}$  de diamètre et une longueur d'onde de travail  $\lambda = 1545 \text{ nm}$ . En conclusion, comme  $\tau_{env} \gg \tau_{therm}$ , nous négligerons par la suite les échanges thermiques avec l'environnement extérieur.

## Bilan

Pour une puissance injectée  $P_{in} = |s_{in}|^2$ , l'évolution des deux modes contrapropageant couplés par la rétrodiffusion en présence d'effets non-linéaires est obtenue en résolvant le système de trois équations différentielles couplées du premier ordre suivant :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{du_1(t)}{dt} = \left( j(\omega_0 + \Delta\omega_1(t)) - \frac{1}{\tau} \right) u_1(t) + \frac{j}{2\gamma} u_2(t), \\ \frac{du_2(t)}{dt} = \left( j(\omega_0 + \Delta\omega_2(t)) - \frac{1}{\tau} \right) u_2(t) + \frac{j}{2\gamma} u_1(t) + \sqrt{\frac{2}{\tau_e}} s_{in}(t), \\ \frac{d\Delta\Theta(t)}{dt} = -\gamma_{therm}\Delta\Theta(t) + \frac{c\alpha_{abs}}{C_p\rho V N_0} (|u_1(t)|^2 + |u_2(t)|^2) \end{array} \right. \quad (5.24)$$

où :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\Delta\omega_1(t)}{\omega_0} = \beta\Delta\Theta(t) + \frac{N_2c}{N_0^2V} (|u_1(t)|^2 + 2|u_2(t)|^2), \\ \frac{\Delta\omega_2(t)}{\omega_0} = \beta\Delta\Theta(t) + \frac{N_2c}{N_0^2V} (2|u_1(t)|^2 + |u_2(t)|^2). \end{array} \right. \quad (5.25)$$

### 5.3.2.3 Simulation sans couplage modal

Après avoir présenté le modèle théorique, dans cette partie nous illustrons *via* une simulation la manifestation des effets non-linéaires que l'on a décrits dans le paragraphe 5.3.1 dans le cas du régime stationnaire. Dans ce cas, le résonateur ne présente pas de couplage modal, autrement dit dans le modèle théorique, nous avons pris une grande valeur du temps caractéristique  $\gamma$ . Pour cette simulation, nous avons choisi un résonateur en silice de  $120 \mu\text{m}$  de diamètre avec un facteur de qualité  $Q = 10^8$  en régime de couplage critique, et pour le mode fondamental ( $n=1$  et  $l - |m| = 0$ ). Afin de se placer en régime stationnaire, nous avons choisi  $\tilde{V}_s = \tilde{V}_0/100$ . La figure 5.8 présente la transmission du résonateur pour différentes puissances dans les deux sens de balayage du laser sonde.

Pour une valeur de la puissance d'entrée très faible  $P_{in} = 1\text{nW}$ , le profil de transmis-

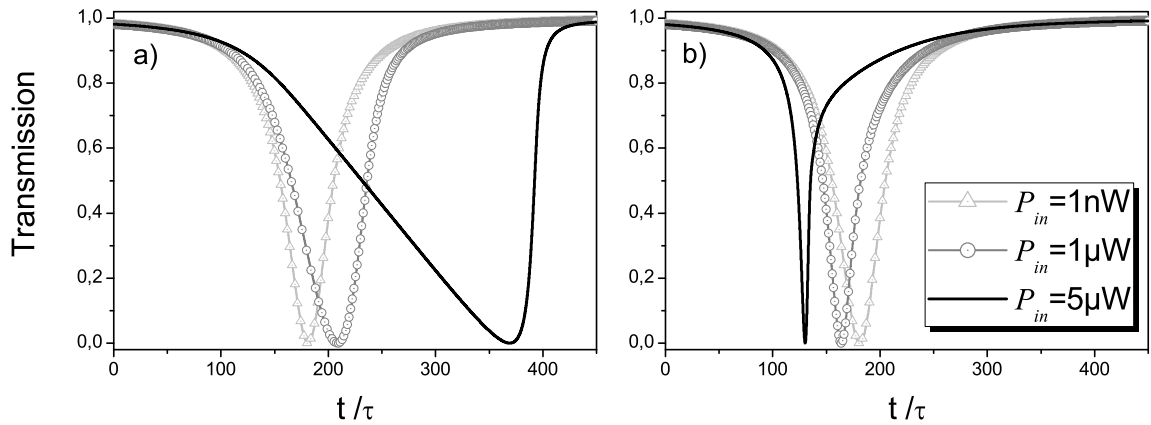


FIGURE 5.8 – Simulation de la dérive en fréquence d'une résonance lors du passage du laser sonde dans les deux sens. a) Simulation de la transmission pour différentes puissances d'entrée lorsque le sens de balayage du laser de sonde est le même que la dérive en fréquence de la résonance. b) Profil de transmission pour les mêmes puissances d'entrée mais la fréquence du laser est balayé dans le sens contraire au décalage en fréquence de la résonance.

sion de forme lorentzienne dans les deux sens de balayage est strictement identique. Pour un puissance  $P_{in} = 1 \mu\text{W}$ , lorsque le laser de sonde se décale dans le même sens que la dérive en fréquence de la résonance (Fig. 5.8(a)) la résonance est artificiellement élargie. Dans le cas contraire, (Fig. 5.8(b)) la résonance semble s'affiner. Si on augmente encore la puissance d'entrée  $P_{in} = 5 \mu\text{W}$  les profils de transmission se déforment fortement. Dans le cas où le laser de sonde et la résonance se décalent dans le même sens, la résonance est très élargie et peut même présenter un caractère bistable. Dans le cas où la dérive en fréquence de la résonance et le décalage de la

fréquence du laser sont de sens contraire, la résonance semble être très fine. Ce type de comportement est similaire aux résultats obtenues par Carmon *et al.* [68].

En conclusion, d'un point de vue expérimental, si l'on ne prend pas de précaution quant à la puissance injectée dans le résonateur les mesures de largeurs de résonance peuvent être erronées.

## 5.4 Validation et exploitation du modèle en régime non-linéaire

Dans cette partie, nous testons le modèle présenté au paragraphe précédent 5.3.2 en utilisant une microsphère de grand facteur de qualité. Nous montrerons également que l'on peut extraire de nouvelles informations sur le microrésonateur en analysant sa réponse non-linéaire.

### Montage expérimental

Nous utilisons le même montage que dans la partie 5.2.3 (Fig. 5.4). La puissance injectée dans le taper est désignée par  $P_s$ . Pour rappel, ce montage permet de mesurer à la fois le signal  $T(t)$  transmis par le résonateur et le signal réfléchi  $R(t)$  *via* un circulateur optique.

### Protocole expérimental

Dans cette expérience, nous avons utilisé une microsphère en silice pure d'un diamètre  $135 \mu\text{m}$  fabriquée à l'aide d'une soudeuse de fibres optiques. Pour le dispositif d'insertion, nous avons utilisé un taper biconique de diamètre  $2 \mu\text{m}$  environ présentant des pertes en transmission de 3,2 dB.

Le laser de sonde est commandé par un signal électrique de forme triangulaire et permet un balayage dans les deux sens de la résonance de la microsphère. La figure 5.9 montre que l'on peut avoir accès simultanément aux transmissions du résonateur dans ces deux sens. Il est aussi possible de mesurer simultanément les signaux de réflexions.

Le test du modèle se fait de la manière suivante :

1. Dans un premier temps, nous injectons une puissance de sonde suffisamment faible dans le résonateur pour ne pas avoir d'effets non-linéaires. À partir de l'ajustement théorique/expérimental avec le modèle linéaire développé dans la

partie 5.2.2, nous déduisons les caractéristiques du résonateur qui sont :  $\tau_0$ ,  $\tau_e$ ,  $\tilde{V}_s$  et  $1/(2\pi\gamma)$ .

2. Ensuite, nous nous plaçons volontairement en régime non-linéaire en augmentant progressivement la puissance de sonde.
3. En tenant compte des effets non-linéaires, nous comparons les signaux expérimentaux et théoriques en transmission et en réflexion et ceci dans les deux sens de balayage afin de vérifier la consistance du modèle. Dans ce cas, les seuls paramètres ajustables sont: i) la puissance  $P_{in}$  qui représente la puissance injectée dans le microrésonateur et ii) le volume du mode paramétré par  $(\ell - |m|)$ .

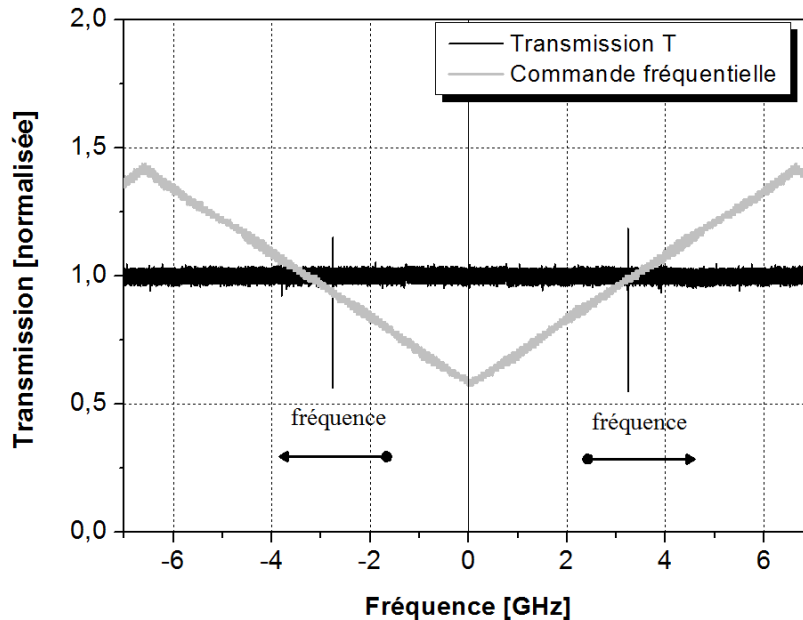


FIGURE 5.9 – Principe de caractérisation d’une résonance. Le laser de sonde est commandé fréquentiellement à l’aide d’un signal électrique de forme triangulaire permettant de décrire la résonance dans les deux sens. Sur le front montant, la fréquence du laser de sonde évolue vers de grandes valeurs. Sur le front descendant, le laser évolue vers les petites valeurs de la fréquence. Dans ce cas de figure, la vitesse de balayage nominale est de  $\tilde{V}_s = 5 \text{ MHz}/\mu\text{s}$ .

#### 5.4.1 Régime linéaire à très faible puissance de sonde

La puissance vaut ici  $P_s = 26,5 \mu\text{W}$ , et la vitesse de balayage nominale  $\tilde{V}_s \simeq 5 \text{ MHz}/\mu\text{s}$ .



### Décalage de la fréquence du laser et de la résonance dans le même sens.

Le profil de transmission du résonateur ainsi que son ajustement théorique réalisé avec le modèle linéaire développé dans la partie 5.2 est présenté sur la figure 5.10. La simulation numérique nous donne la valeur du temps de vie intrinsèque  $\tau_0 = 405$  ns ainsi que le temps de vie extrinsèque lié au couplage  $\tau_e = 1,01 \mu s$ . L'écart en fréquence est de  $1/(2\pi\gamma) = 2,54$  MHz. La vitesse de balayage est quant à elle de  $\tilde{V}_s = 4,2$  MHz/ $\mu s$ .

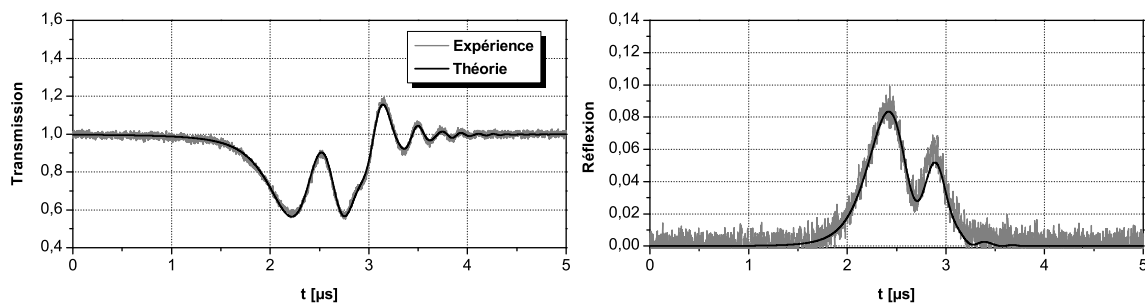


FIGURE 5.10 – Transmission et réflexion sans effets non-linéaires d'un résonateur de diamètre  $135 \mu m$  où le décalage en fréquence du laser et le décalage de la résonance s'effectuent dans le même sens. La puissance de sonde  $P_s$  à l'entrée du taper est égale à  $26,5 \mu W$ .

### Décalage de la fréquence du laser et de la résonance de sens opposé.

Dans les conditions expérimentales strictement identiques que précédemment où seul le sens de la sonde change, le profil de transmission et de réflexion ainsi que leurs ajustements théoriques sont présentés sur la figure 5.11. La simulation numérique nous donne  $\tau_0 = 370$  ns,  $\tau_e = 1,04 \mu s$ ,  $\tilde{V}_s = 4,8$  MHz/ $\mu s$  un écart spectral de  $1/(2\pi\gamma) = 2,75$  MHz.

### Conclusion

Le tableau 5.4 regroupe les caractéristiques linéaires du résonateur obtenu par la méthode CRDM dans les deux sens de balayage. Les vitesses de balayage obtenues (respectivement  $\tilde{V}_s = 4,2$  MHz/ $\mu s$  et  $\tilde{V}_s = 4,8$  MHz/ $\mu s$ ) sont proches de la vitesse de balayage nominale de  $\tilde{V}_s \simeq 5$  MHz/ $\mu s$ . Nous avons un bon accord entre les valeurs des écarts spectraux  $1/(2\pi\gamma)$  dans les deux sens de balayage, une différence de moins de 4% est observée. Nous avons aussi un écart d'environ 4% entre les

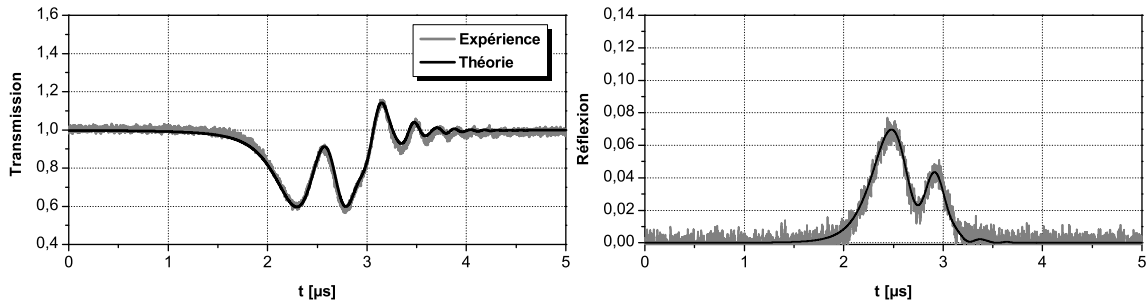


FIGURE 5.11 – Transmission et réflexion sans effets non-linéaires du résonateur dans le cas où le décalage en fréquence du laser et le décalage de la résonance sont de sens opposés. La puissance de sonde  $P_s$  à l'entrée du taper est égale à  $26,5 \mu\text{W}$ .

TABLEAU 5.4 – Caractéristiques linéaires de la microsphère de  $135 \mu\text{m}$  pour une puissance à l'entrée du taper de  $P_s = 26,5 \mu\text{W}$ .

Figures	Sens sonde/résonance	$\tau_0$ [ns]	$\tau_e$ [ $\mu\text{s}$ ]	$1/(2\pi\gamma)$ [MHz]	$\tilde{V}_s$ [MHz/ $\mu\text{s}$ ]
Fig. 5.10	même sens	405	1,01	2,54	4,2
Fig. 5.11	sens opposé	370	1,04	2,75	4.8

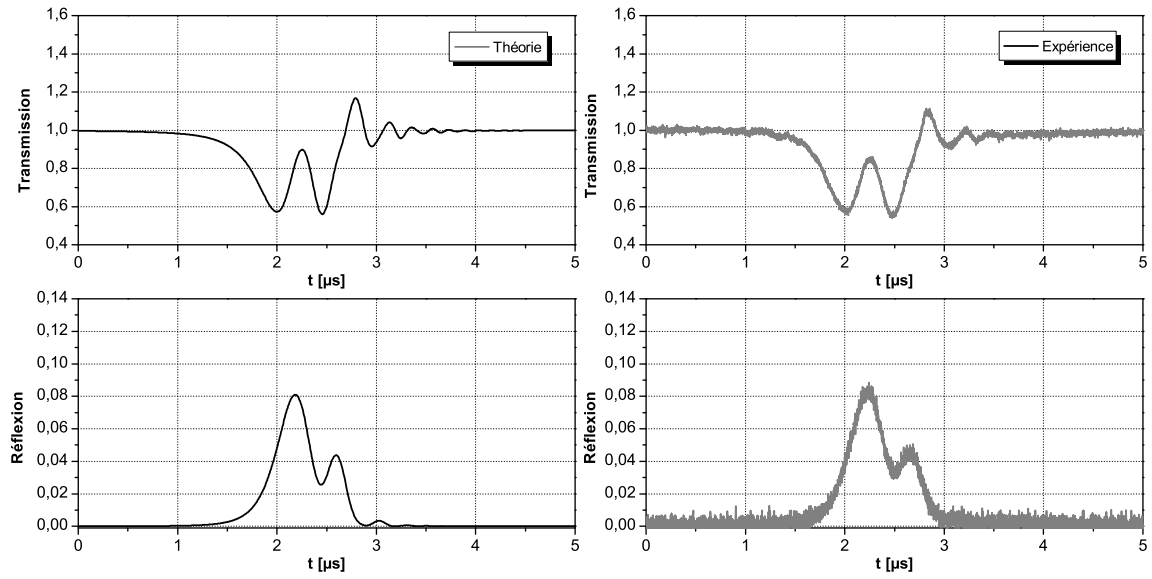
deux valeurs des temps de vies intrinsèques  $\tau_0$ , le temps de vie lié au couplage  $\tau_e$  est quant à lui quasiment identique. Ces deux mesures où les profils de transmissions et réflexions sont identiques nous permettent de valider le fait que les caractéristiques du résonateur ne sont pas influencées par le sens du balayage du laser et qu'avec une puissance  $P_s = 26,5 \mu\text{W}$ , le résonateur ne présente pas d'effets non-linéaires. Dans les paragraphes suivants, nous augmentons progressivement la puissance injectée dans le résonateur afin d'étudier les profils de transmission et réflexion dans les deux sens de balayage en régime non-linéaire.

#### 5.4.2 Régime non-linéaire à $P_s=210 \mu\text{W}$

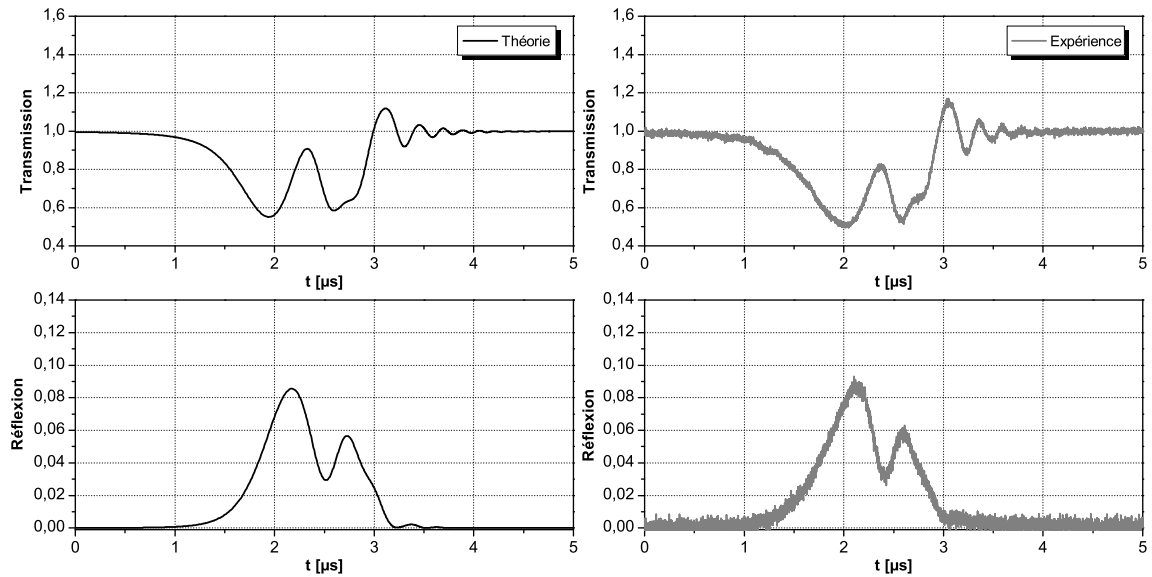
Dans les mêmes conditions expérimentales que celles utilisées pour le régime linéaire (en particulier pour le même couplage), nous avons augmenté la puissance de sonde à  $P_s=210 \mu\text{W}$  à l'entrée du taper.

Le tableau 5.5 regroupe les valeurs utilisées pour les différentes variables dans les simulations dans le cas de la microsphère en silice de  $135 \mu\text{m}$  de diamètre pour une longueur d'onde de travail  $\lambda_s = 1550 \text{ nm}$ .

On introduit les caractéristiques linéaires du résonateur<sup>1</sup> ( $\tau_0 = 405 \text{ ns}$ ,  $\tau_e = 1,01$



(a) Sonde et résonance de sens opposés.



(b) Sonde et résonance dans le même sens.

FIGURE 5.12 – Confrontation des transmissions et réflexions théoriques et expérimentales du résonateur dans les deux sens de balayage du laser de sonde autour de la résonance. La puissance de sonde mesurée à l’entrée du taper est de  $P_s=210 \mu\text{W}$ . La puissance intracavité déduite théoriquement est :  $P_{in} = 90 \mu\text{W}$  pour la valeur de  $(\ell - |m|) = 10$ .

$\mu\text{s}$ ,  $\tilde{V}_s = 4,2 \text{ MHz}/\mu\text{s}$  et  $1/(2\pi\gamma) = 2,54 \text{ MHz}$ ) obtenues précédemment, dans le modèle théorique qui tient compte des effets non-linéaires dans le paragraphe 5.3.2.2.

---

1. Dans toute la suite, nous retenons comme caractéristiques linéaires les valeurs des résultats déduites de l’exploitation de la figure 5.10

Les variables ajustables manuellement sont la puissance d'entrée  $P_{in}$  et la valeur de  $\ell - |m|$  paramétrant le volume de mode. Après quelques itérations, de la comparaison théorie et expérience dans les deux sens de balayage de la fréquence nous déduisons le couple de valeurs  $P_{in} = 90 \mu\text{W}$  et  $\ell - |m| = 10$ . La figure 5.12 représente les résultats théoriques obtenus pour ces deux valeurs de paramètres ajustables ainsi que les résultats expérimentaux pour les deux sens de balayage de la fréquence du signal d'entrée.

En tenant compte des pertes du taper<sup>2</sup>  $A_T = 3,2 \text{ dB}$ , la puissance  $P_{in} = 90 \mu\text{W}$  est en bon accord avec la puissance effectivement injectée dans la sphère  $P_{eff} \approx 100 \mu\text{W}$  définie par :

$$P_{eff} = P_s \times 10^{\frac{-A_T}{10}}. \quad (5.26)$$

TABLEAU 5.5 – Valeurs utilisées pour la modélisation dans le cas d'une microsphère en silice de  $145 \mu\text{m}$  de diamètre et une longueur d'onde de travail  $\lambda_s = 1550 \text{ nm}$ .

Paramètre	Symbole	Valeur
Extension radiale du mode	$b$	$2,48 \mu\text{m}$
Moment angulaire	$\ell$	$\sim 400$
Coefficient d'absorption	$\alpha_{abs}$	$0,0240 \text{ m}^{-1}$

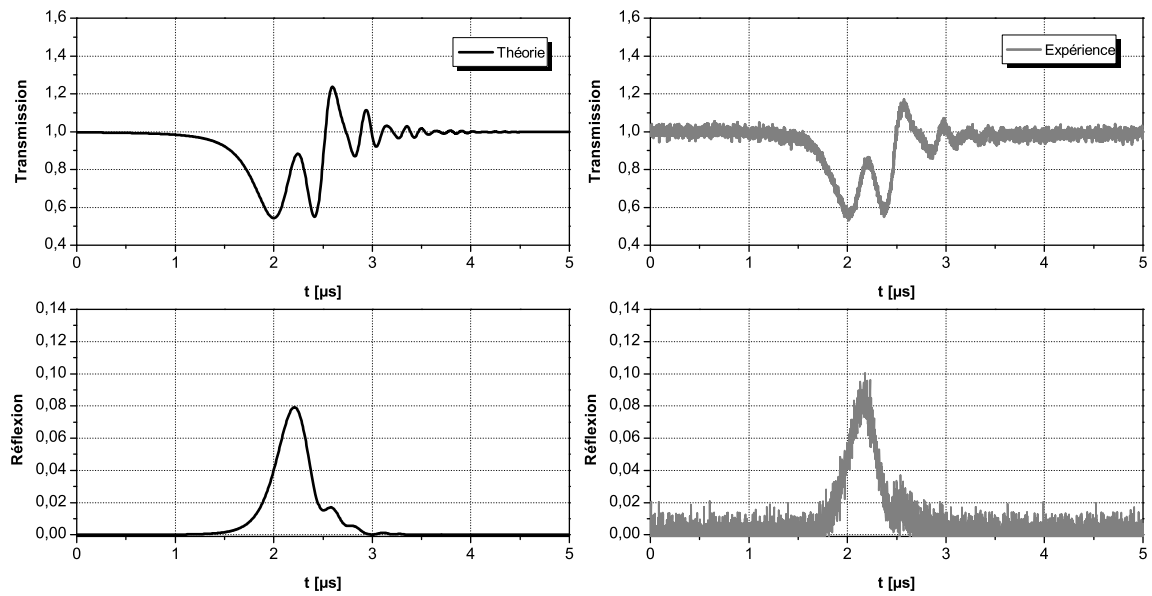
### 5.4.3 Régime non-linéaire à $P_s=420 \mu\text{W}$

Pour une puissance du laser à l'entrée du taper de  $P_s=420 \mu\text{W}$  deux fois plus élevée que précédemment, les spectres de transmissions et de réflexions expérimentaux et théoriques sont présentés sur la figure 5.13. Dans cette partie, nous utilisons toujours les caractéristiques linéaires du résonateur et du couplage obtenus dans la partie 5.4.1 à savoir  $\tau_0 = 405 \text{ ns}$ ,  $\tau_e = 1,01 \mu\text{s}$ ,  $\tilde{V}_s = 4,2 \text{ MHz}/\mu\text{s}$  et  $1/(2\pi\gamma) = 2,54 \text{ MHz}$ . De plus, nous gardons la valeur de  $\ell - |m| = 10$  obtenue dans l'expérience précédente (partie 5.4.2) mais avec une puissance intracavité de  $P_{in} = 180 \mu\text{W}$ . Cette valeur de puissance est en bon accord avec la puissance effectivement injectée  $P_{eff} \approx 200 \mu\text{W}$ .

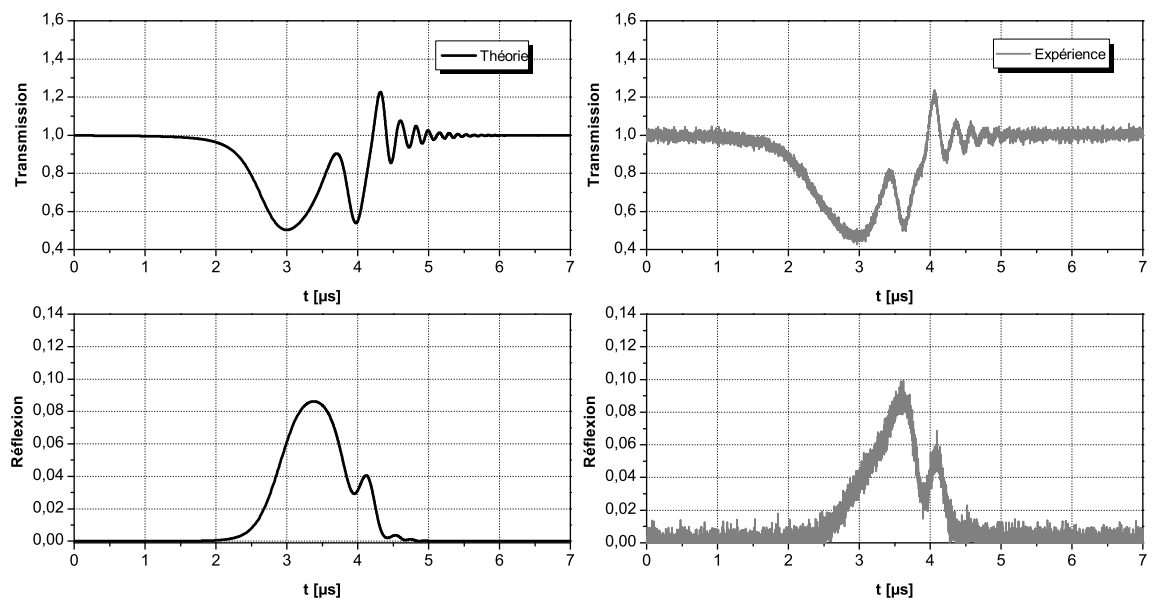
### 5.4.4 Régime non-linéaire à forte puissance $P_s > 1 \text{ mW}$

Pour une puissance  $P_s=1200 \mu\text{W}$  à l'entrée du taper, nous présentons sur les figures 5.14 et 5.15 les signaux expérimentaux et les simulations associées.

2. On fait l'hypothèse ici que les pertes sont localisées entre l'entrée du taper et le résonateur.



(a) Sonde et résonance de sens opposé.



(b) Sonde et résonance dans le même sens.

FIGURE 5.13 – Transmissions et réflexions théoriques et expérimentales pour une puissance  $P_s=420 \mu\text{W}$  à l'entrée du taper et une puissance théorique de  $P_{in} = 180 \mu\text{W}$ . a) La fréquence du laser se décale dans le sens contraire du décalage de la résonance. b) La dérive en fréquence de la résonance est dans le même sens que le sens de balayage du laser.

### Sonde et résonance de même sens. Figure 5.14

Pour une forte puissance du signal d'entrée, nous observons ici un très fort élargissement de la résonance et un comportement bistable du résonateur. L'ajustement

théorie/expérience opéré en faisant varier la puissance d'entrée conduit à  $P_{in} = 480 \mu\text{W}$  valeur inférieure mais assez proche de la puissance effectivement injectée dans le résonateur  $P_{eff} \approx 570 \mu\text{W}$ .

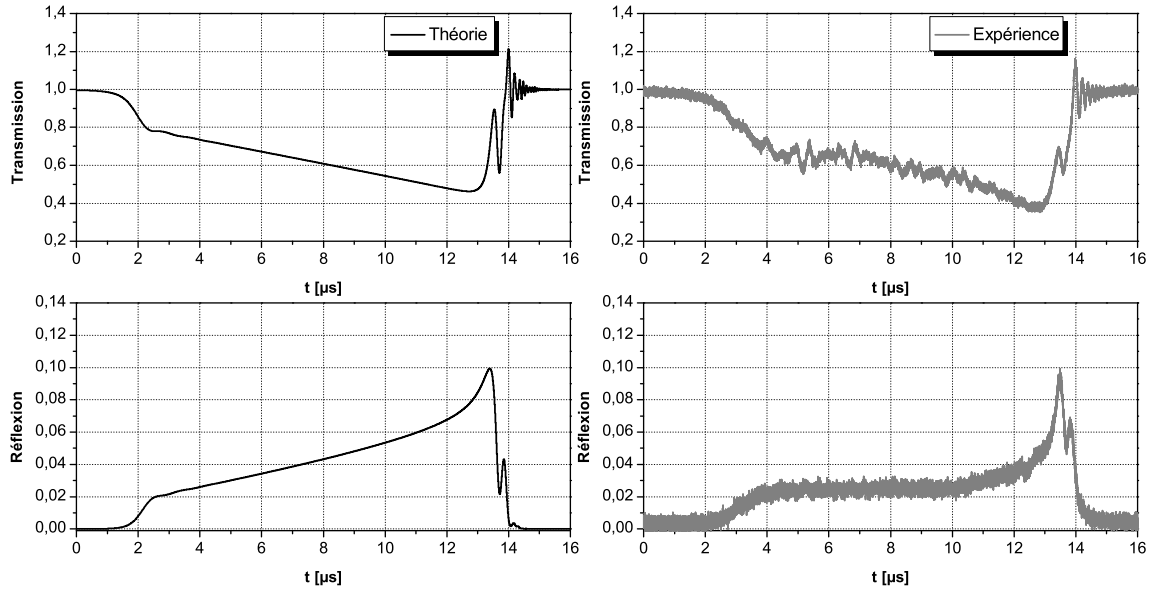


FIGURE 5.14 – Transmissions et réflexions expérimentales et théoriques du résonateur pour une puissance à l'entrée du taper de  $P_s = 1200 \mu\text{W}$ . La fréquence du laser de sonde est balayée dans le même sens que le décalage de la résonance. La puissance utilisée dans les simulations est de  $P_{in} = 480 \mu\text{W}$ .

### Sonde et résonance de sens opposés. Figure 5.15

Les signaux de transmission et de réflexion obtenus expérimentalement ressemblent à ceux obtenus pour une résonance balayée en fréquence avec une vitesse très élevée. Toutefois, ici la puissance obtenue par ajustement théorie/expérience est beaucoup trop importante  $P_{in} = 1200 \mu\text{W}$  en comparaison de  $P_{eff} = 570 \mu\text{W}$ . Ceci nous conduit à penser que des effets non-linéaires d'ordres élevés pourraient apparaître dans cette gamme de puissance, ou bien que des effets thermiques dans le taper modifient les conditions de couplage.

### 5.4.5 Conclusion

Dans ce paragraphe, nous avons développé un modèle théorique qui prend en compte le couplage modal combiné aux effets non-linéaires en régime dynamique. En suivant un protocole expérimental précis, l'analyse des signaux de transmission par

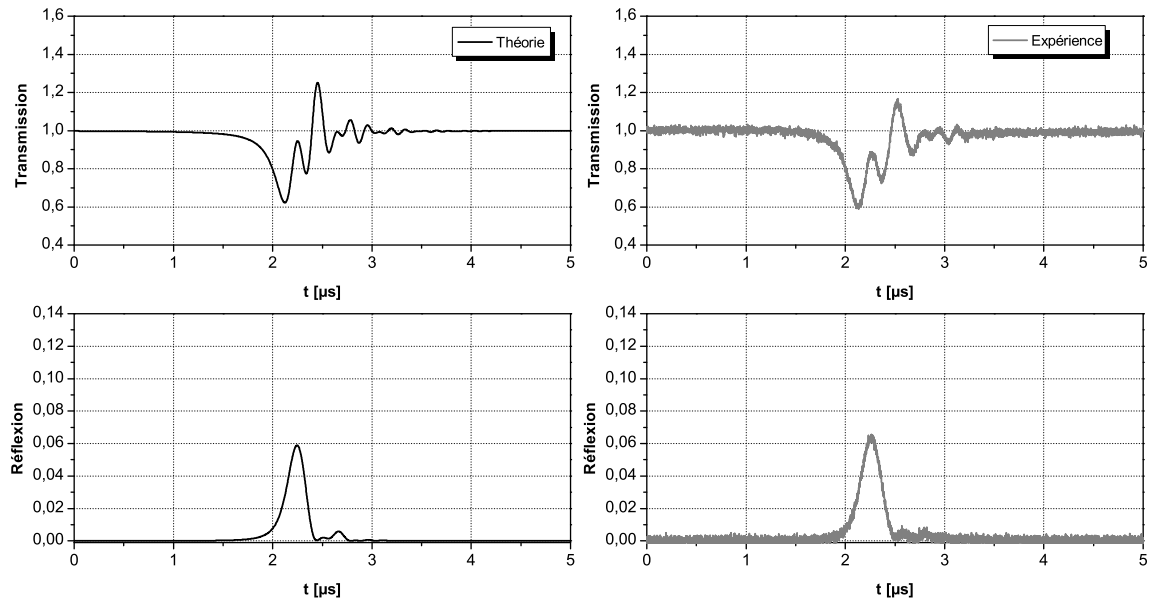


FIGURE 5.15 – Transmissions et réflexions expérimentales et théoriques du résonateur pour une puissance à l’entrée du taper de  $P_s = 1200 \mu\text{W}$ . La fréquence du laser de sonde est balayée dans le sens opposé au décalage de la résonance. La puissance simulée est de  $P_{in} = 1200 \mu\text{W}$ .

comparaison théorie/expérimentale nous permet d’avoir une estimation du volume de mode considéré, chose qui est très difficile en une seule mesure en régime linéaire. Nous constatons que à mesure que la puissance  $P_{in}$  augmente :

- Lorsque le balayage du laser de sonde s’effectue dans le sens opposé à la dérive en fréquence de la résonance, la vitesse relative de balayage “semble” de plus en plus élevée sur le profil de transmission. Cela se traduit par un affinement progressif du doublet de résonance. Pour de fortes puissances, nous observons une modulation du signal de transmission résultant du battement entre les résonances du doublet typique d’un balayage rapide de la résonance.
- Dans le cas où le balayage de la fréquence du laser de sonde et la dérive en fréquence se font dans le même sens, la résonance s’élargit de plus en plus jusqu’à l’observation d’un comportement bistable du résonateur.

Ces comportements sont en accord avec les discussions décrites dans la littérature [69]. Dans nos expériences, la valeur de  $\ell - |m| = 10$  peut sembler élevée. Notons que, l’estimation du volume de mode est réalisée pour la valeur de  $n = 1$ . Pour une valeur donnée du volume de mode  $V$ , une valeur plus élevée de  $n$  diminuerait la valeur de  $\ell - |m|$ . Néanmoins ces résultats permettent d’évaluer le volume de mode ( $V = 24600 \mu\text{m}^3$ ).

---

Pour des puissances injectées modérées dans le résonateur, nous avons démontré que le modèle théorique développé décrit bien les phénomènes non-linéaires mis en jeu dans les microsphères en silice. Pour de fortes puissances, les résultats expérimentaux obtenus s'écartent du modèle théorique. Cela nous laisse penser que des effets non-linéaires d'ordres élevés peuvent apparaître ou encore que des effets thermiques sur le système de couplage (taper) se manifestent modifiant ainsi les conditions de couplage lors des expériences.





# Conclusion générale

Au cours de cette thèse, nous avons fabriqué et caractérisé expérimentalement des microsphères à modes de galerie en verre fluoré de type ZBLALiP dopé Erbium ainsi que des verres en silice pure. Le but de ce travail de thèse a été d'étudier le potentiel de ces microrésonateurs en montée en facteur de qualité et de connaître leurs propriétés dispersives d'une part et d'étudier les effets non-linéaires afin d'en faire une ligne à retard optique et amplificatrice pour des applications de type opto-hyperfréquence.

Le manuscrit de thèse a été découpé en trois parties, une première partie plus générale où on a introduit les notions nécessaires à la compréhension des microrésonateurs ainsi que les différentes techniques utilisées et développées au sein du laboratoire pour réaliser des résonateurs de très hauts facteurs de qualité pour nos besoins. Dans cette même partie, comme nous utilisons des microrésonateurs à très hauts facteurs de qualité, une étape d'introduction d'une méthode de caractérisation adéquate a été nécessaire. Cette méthode appelée CRDM nous a permis d'avoir accès aux différents temps de vies du résonateur de manière univoque et par conséquent d'obtenir le régime de couplage du résonateur. Nous avons pu la tester sur différents types de résonateur que ce soit dans un microrésonateur en silice fondue ou un disque millimétrique en  $\text{CaF}_2$ .

Dans la seconde partie du manuscrit, après avoir acquis les connaissances nécessaires à la compréhension et à la caractérisation des microrésonateurs à modes de galerie nous sommes rentrés dans le vif du sujet à savoir l'étude et la caractérisation de résonateurs actifs en vue d'en faire une ligne à retard optique et amplificatrice pour des applications de type opto-hyperfréquence.

Dans un premier temps, nous avons mis en place un protocole de mesure de résonateurs actifs en régime d'amplification sélective et montré qu'il était possible d'appliquer la méthode CRDM dans ce cas. La mesure de ce régime n'est pas aisée car le caractère multimode de ce type de résonateur nous oblige à sélectionner un mode donné susceptible d'amplifier et à le filtrer. Avec des microsphères en verre fluoré

dopé Erbium de type  $\text{Er}^{3+}:\text{ZBLALiP}$ , nous avons pu obtenir un gain à résonance maximal de  $T(0) = 33,9$  dB associé à un retard de groupe à résonance de  $1 \mu\text{s}$  pour un facteur de qualité de  $Q = 5,7 \times 10^8$  dans un résonateur fortement dopé (0,3% molaire). Nous avons aussi montré la consistance du modèle théorique dans le cadre de l'amplification sélective où pour une variation de la vitesse de balayage ou une variation du couple retard/gain par simple variation de la puissance de pompe, nous avons obtenu un bon accord théorie/expérience. De plus, pour de faibles taux de dopage (0,1% et 0,08% molaire), nous avons obtenu de meilleurs facteurs de qualité ( $Q > 10^9$ ) associés à des gains à résonance autour de 20 dB. De telles fonctions à la fois amplificatrices et très sélectives peuvent être de bons candidats pour le but visé c'est à dire en faire une ligne à retard dans une boucle de contre-réaction d'un oscillateur opto-hyperfréquences. De plus le contrôle du gain offre un degré de liberté en plus pour les applications visées.

En outre, il a été démontré qu'en utilisant des résonateurs actifs, on peut contrôler les pertes internes liées à l'absorption du matériau qui sont inévitables dans le cas d'un résonateur passif, nous permettant de passer d'un facteur de qualité de quelques  $10^6$  à des facteurs de qualité intrinsèques dépassant les  $10^{10}$  pour certains. Cette technique présente l'avantage d'exalter le facteur de qualité du microrésonateur sans que ce dernier ne subisse des traitements spéciaux tels que le polissage, procédure de travail en salle blanche etc. De plus avec cette méthode, le contrôle du régime de couplage qui est assez délicat pour un système intégré peut être contourné en agissant directement sur le gain interne du résonateur. Ainsi, nous avons pu explorer tous les régimes de couplage du résonateur en allant du régime de sous-couplage, en passant par le régime de couplage critique et de sur-couplage jusqu'au régime d'amplification sélective. Dans cette thèse, nous avons aussi obtenu un régime particulier qui est le régime de transparence. Ce régime a pu être observé dans un microrésonateur en utilisant la méthode CRDM. Une telle fonction peut aussi être utilisée comme ligne à retard optique n'introduisant pas de perte. Les microrésonateurs utilisés dans cette partie présentaient tous des facteurs de qualité dépassant les  $10^9$  et associés à de très grandes finesses  $\mathcal{F} > 10^7$ .

Dans la troisième et dernière partie du manuscrit, en partant d'un constat que les microrésonateurs WGM de très grandes finesses peuvent présenter de la rétrodiffusion Rayleigh et que de par leur très haut facteur de surtension, ces types de résonateur sont susceptibles de présenter des effets non-linéaires. Dans un premier temps, nous avons utilisé la théorie des modes couplés prenant en compte le couplage modal et

en régime dynamique. Nous avons fait une confrontation théorie/expérience en transmission et en réflexion du signal pour différentes vitesses de balayages et différentes valeurs de l'écart spectral  $2\delta_C$  afin de valider le modèle. Ensuite, nous avons pris en compte les effets non-linéaires d'ordre trois qui se manifestent essentiellement par une dérive en fréquence de la résonance. Une modélisation en tenant compte des effets thermiques et de l'effet Kerr a été réalisée et confrontée expérimentalement dans le but d'estimer le volume de mode *via* la valeur de  $\ell - |m|$ . Pour de faibles puissances d'entrées, nous avons un bon accord théorie/expérimental. Pour de fortes puissances, les résultats expérimentaux obtenus s'écartent du modèle théorique. D'autres effets non-linéaires sont peut-être mis en jeu, de plus, le taper peut présenter des effets thermiques modifiant le couplage.

La méthode CRDM est bien adaptée à la caractérisation des microrésonateurs à très hauts facteurs de qualité, cependant elle permet juste de caractériser une résonance donnée sans donner d'information sur l'ordre radial  $n$  du mode par exemple. Or, nous avons vu dans le chapitre 1 que ce sont les modes les plus confinés spatialement qui présentent moins de pertes. Pour un accroissement du facteur de qualité, il serait alors judicieux d'associer à la méthode CRDM une autre méthode pour connaître l'ordre radial du mode qu'on caractérise. Par exemple récemment [41], une méthode dite *SBR* pour l'acronyme (*Shift over Broadening Ratio*) a été développée, c'est une méthode simple et locale basée sur le rapport entre l'élargissement et le déplacement d'une résonance lorsqu'on découple le résonateur sous test. Ce rapport donne une signature unique pour chaque ordre radial donné, de plus avec l'utilisation de la méthode CRDM, ce rapport ne sera que plus précis.

Un autre aspect intéressant serait de trouver le seuil de non-linéarité ainsi que les propriétés non-linéaires des nos micro-résonateurs en verre  $\text{Er}^{3+}:\text{ZBLALiP}$ . En effet, pour les microrésoanteurs en régime actifs, les puissances mises en jeu peuvent être élevées et il devient nécessaire de savoir le seuil d'apparition des effets non-linéaires qui sont responsables d'instabilités.



# Annexe A

## Publications et conférences relatives à ce travail de thèse

### Articles dans des revues internationales à comité de Lecture

**R.1** *“High gain wavelength selective amplification and cavity ring down spectroscopy in a fluoride glass erbium doped microsphere”*

**A. Rasoloniaina**, S. Trebaol, V. Huet, E. Le Cren, G. Nunzi-Conti, H. Serier-Brault, M. Mortier, Y. Dumeige, P. Féron,  
**Optics Letters** **37** (22), pp. 4735-4737 (2012)

**R.2** *“About the role of phase matching between a coated microsphere and a tapered fiber: experimental study”*

D. Ristić, **A. Rasoloniaina**, A. Chiappini, P. Féron, S. Pelli, G. Nunzi-Conti, M. Ivanda, G. C. Righini, G. Cibiel, M. Ferrari,  
**Optics Express** **21** (18), pp. 20954-20963 (2013)

**R.3** *“Controlling the coupling properties of active ultrahigh-Q WGM microcavities from undercoupling to selective amplification”*

**A. Rasoloniaina**, V. Huet, T. K. N. Nguyễn, E. Le Cren, M. Mortier, L. Michely, Y. Dumeige, P. Féron,  
**Scientific Reports** **4** (4023), (2014)

## Conférences scientifiques internationales

**C.1** “*Transient Effects in High-Q Whispering Gallery Mode Resonators: Modelling and Applications*”

**S. Trébaol**, **A. Rasoloniaina**, Y. Dumeige, P. Féron,  
ICTON (2011), Proceedings pp. 1-5

**C.2** “*Miniaturized optical microwave source based on simultaneous single-mode laser oscillations in Er :ZBLALiP whispering-gallery-mode resonator*”

**P. Féron**, E. Le Cren, **A. Rasoloniaina**, Y.G. Boucher, Y. Dumeige, M. Mortier,  
Conference 8236 : Laser Resonators, Microresonator, and Beam Control XIV - SPIE Photonics West (2012) **invited paper**

**C.3** “*Coupling of high quality factor optical resonators*”

**P. Salzenstein**, M. Mortier, H. Serier-Brault, R. Henriët, Y.K. Chembo, **A. Rasoloniaina**, Y. Dumeige, P. Féron,  
Proc. of the 3rd International Conference on the Physics of Optical Materials and devices (ICOM) Belgrade, Serbia pp. 113 (2012). Publié dans **Physica Scripta 2013 (T157)**, pp. 014024-014026 (2013)

**C.4** “*High gain selective amplification in whispering gallery mode resonators: analysis by cavity ring down method*”

**P. Féron**, **A. Rasoloniaina**, V. Huet, E. Le Cren, S. Trebaol, G. Nunzi Conti, H. Serier-Brault, M. Mortier, Y. Dumeige,  
Proceeding of SPIE Vol. **8600**, 86000G (2013)

**C.5** “*Transient effects in high-Q whispering gallery mode resonators : Modelling and applications*”

**V. Huet**, **A. Rasoloniaina**, Y. Dumeige, P. Féron,  
7<sup>th</sup> Optoelectronics and Photonics Winter School : Physics and applications of optical resonators, ORES 2013, Trento (Italy), 2013

**C.6** “*Light Coupling Between the Whispering Gallery Modes of a Coated Microsphere and a Tapered Fiber*”

**D. Ristić**, M. Mazzola, A. Chiappini, P. Féron, **A. Rasoloniaina**, G. Cibiel, M.

Ivanda, G. Righini, M. Ferrari,  
 Proceedings of the 36th MIPRO 2013 International Convention, P. Biljanović (ed.),  
 Rijeka, MIPRO, pp. 40-43 (2013)

**C.7** “*High gain wavelength selective amplification and cavity ring down spectroscopy in a fluoride glass erbium doped microsphere*”

**V. Huet**, **A. Rasoloniaina**, Y. Dumeige, P. Féron,  
 Workshop on Optical Nanofiber Applications: From Quantum to Bio Technologies  
 ONNA 2013, 1-7 june 2013, OIST Okinawa, Japan. Book of abstracts p.56

**C.8** “*High quality factor optical resonators*”

**R. Henriët**, P. Salzenstein, D. Ristic, A. Coillet, M. Mortier, **A. Rasoloniaina**, K. Saleh, G. Cibiel, M. Ferrari, Y. K. Chembo, O. Llopis, P. Féron,  
 PHOTONICA'13 IV International School and Conference on Photonics. 26-30. August, 2013 - Belgrade, Serbia

## Conférences scientifiques nationales

**C.1** “*Effets transitoires dans des résonateurs à modes de galerie : Modèle et Applications*”

**A. Rasoloniaina**, S. Trebaol, Y. Dumeige, P. Féron,  
 COLOQ'12 (2011), Marseille, 4 au 7 juillet 2011, Recueil des communications pp. 155-156

**C.2** “*Sources hyperfréquences à haute pureté spectrale à base de micro-résonateurs*”

**P. Féron**, E. Le Cren, **A. Rasoloniaina**, Y.G. Boucher, Y. Dumeige, O. Llopis, K. Saleh, P.H. Merrer, A. Ali Slimane, Y.K. Chembo, R. Henriët, L. Furfaro, P. Salzenstein, L. Larger, M. Ferrari, A. Chiasera, A. Chiappini, C. Armellini, L. Morvan, G. Pillet, D. Dolfi,

Journée micro/nanorésonateurs pour applications spatiales CCT-CNES et GDR MNS  
 , Institut Aéronautique et Spatial, Toulouse 6 février 2012.

**C.3** “*Amplification sélective dans des microrésonateurs à modes de galerie en verre ZBLALiP dopés Erbium*”



**A. Rasoloniaina**, S. Trebaol, V. Huet, , E. Le Cren, M. Mortier, M. Thaul, Y. Dumeige, P. Féron,  
JONG (2012), JNOG 2012 Lyon, 10-12 juillet 2012, Livre des résumés pp.298-300

**C.4** “*Résonateurs Optiques à très fort  $Q$  et ses applications : Projets ANR-ORA et CNES-SHYRO*”

**K. Saleh**, A. Coillet, V. Huet, A. Ali Slimane, R. Henriët, D. Ristic, A. Desmoulin, V. Conedera, L. Furfaro, M. Jacquot, H. Serier-Brault, P. Gredin, A. Fernandez, P. Salzenstein, K. Phan Huy, M. Chauvet, Y. Chembo, L. Larger, **A. Rasoloniaina**, Y. Dumeige, P. Féron, M. Ferrari, M. Mortier, O. Llopis, G. Cibiel,  
Journée du Club Optique et Mico-ondes de la SFO, TRT Palaiseau, 20 juin 2013.

**C.5** “*Spectroscopie de micro-résonateurs à modes de galerie dopés Erbuim*”

**A. Rasoloniaina**, V. Huet, M. Mortier, Y. Dumeige, P. Féron,  
COLOQ'13 (2013), Optique Paris 2013, Villetaneuse 8 au 11 juillet 2013, Recueil des communications pp. 203-204

# Bibliographie

- [1] G. Mie. Beitrage zur Optik truber Medien. *Ann. Phys.*, 25:377–445, 1908.
- [2] P. Debye. Der lichtdruck auf kugeln von beliebigem material. *Ann.Phys.*, 30:57–136, 1909.
- [3] L. Rayleigh. The problem of the whispering gallery. *The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science*, 20(120):1001–1004, 1910.
- [4] L. Rayleigh. Further applications of Bessel’s functions of high order to the whispering gallery and allied problems. *Phil. Mag.*, 27:100–109, 1914.
- [5] R. D. Richtmyer. Dielectric resonators. *Journal of Applied Physics*, 10(6):391–398, 1939.
- [6] C. G. B. Garrett, W. Kaiser, and W. L. Bond. Stimulated emission into optical whispering modes of spheres. *Phys. Rev.*, 124:1807–1809, Dec 1961.
- [7] P.-H. Merrer, K. Saleh, O. Llopis, S. Berneschi, F. Cosi, and G. N. Conti. Characterization technique of optical whispering gallery mode resonators in the microwave frequency domain for optoelectronic oscillators. *Applied Optics*, 51(20):4742–4748, Jul 2012.
- [8] A. Coillet, R. Henriët, P. Salzenstein, K. P. Huy, L. Larger, and Y. Chembo. Time-domain dynamics and stability analysis of optoelectronic oscillators based on whispering-gallery mode resonators. *Selected Topics in Quantum Electronics, IEEE Journal of*, 19(5):6000112–6000112, Sept 2013.
- [9] X. Yao and L. Maleki. High frequency optical subcarrier generator. *Electronics Letters*, 30(18):1525 –1526, Sep 1994.
- [10] K. Saleh. *High spectral purity microwave sources based on optical resonators*. PhD thesis, Université de Toulouse 3 - Paul Sabatier, Nov 2012.
- [11] P. H. Merrer, H. Brahimi, and O. Llopis. Optical techniques for microwave frequency stabilization : Resonant versus delay line approaches and related modelling problems. In *Microwave photonics, 2008. jointly held with the 2008 asia-*

- pacific microwave photonics conference. mwp/apmp 2008. international topical meeting on*, pages 146–149, Oct 2008.
- [12] C. Nelson, A. Hati, D. Howe, and W. Zhou. Microwave Optoelectronic Oscillator with Optical Gain. In *Frequency Control Symposium, 2007 Joint with the 21st European Frequency and Time Forum. IEEE International*, pages 1014–1019, May 2007.
- [13] P. Merrer. *Elaboration de sources hyperfréquences à haute pureté spectrale à base de résonateurs optiques*. PhD thesis, Université de Toulouse 3 - Paul Sabatier, 2009.
- [14] F. Lissillour. *L'effet laser dans des microsphères de verre fluore dopées Neodyme et Erbium: Etude expérimentale de différents couplages et de largeurs de raie*. PhD thesis, Université de Rennes 1, 2000.
- [15] C. Arnaud. *Étude de fonctions actives et/ou passives à base de micro-résonateurs à modes de galerie*. PhD thesis, Université de Rennes 1, 2004.
- [16] L. Ghişa. *Couplage de micro-résonateurs: Applications aux fonctions optiques de traitement du signal*. PhD thesis, Université de Rennes 1, 2008.
- [17] S. Trebaol. *Etudes expérimentales des propriétés dispersives de structures photoniques à base de micro-résonateurs pour la réalisation de fonctions optiques*. PhD thesis, Université de Rennes 1, Oct 2010.
- [18] L. Rayleigh. *The theory of sound*, volume 2. Macmillan, 1877.
- [19] H. C. van de Hulst. Optics of spherical particles. *Recherches Astronomiques de l'Observatoire d'Utrecht*, 11:1, 1946.
- [20] M. Born and E. Wolf. *Principles of optics*, volume 6. Pergamon Press, 1980.
- [21] M. Kerker. *The scattering of light, and other electromagnetic radiation*. Academic press, 1969.
- [22] C. Lam, P. Leung, and K. Young. Explicit asymptotic formulas for the positions, widths, and strengths of resonances in mie scattering. *Journal of the Optical Society of America B*, 9:1585, Feb 1992.
- [23] A. Ashkin and J. M. Dziedzic. Observation of optical resonances of dielectric spheres by light scattering. 20:1803–1814, 1981.
- [24] J. Stratton. *Théorie de l'électromagnétisme*. Dunod, Paris, 1961.
- [25] J. D. Jackson. *Classical Electrodynamics*. John Wiley & sons, INC, 3rd edition, 1998.

- [26] M. Abramowitz and I. A. Stegun. *Handbook of Mathematical Functions: With Formulas, Graphs, and Mathematical Tables*, volume 55. Dover Publications, 1964.
- [27] H. M. Nussenzveig. *Diffraction effects in semiclassical scattering*. Cambridge University Press, 1992.
- [28] A. Chiasera, Y. Dumeige, P. Feron, M. Ferrari, Y. Jestin, G. Nunzi Conti, S. Pelli, S. Soria, and G. C. Righini. Spherical whispering-gallery-mode microresonators. *Laser Photonics Reviews*, 4(3):457–482, 2010.
- [29] S. Schiller and R. L. Byer. High-resolution spectroscopy of whispering gallery modes in large dielectric spheres. *Optics Letters*, 16(15):1138–1140, Aug 1991.
- [30] F. Treussart. *Étude expérimentale de l'effet laser dans des microsphères de silice dopées avec des ions néodyme*. PhD thesis, Université Pierre et Marie Curie, 1997.
- [31] M. L. Gorodetsky and A. E. Fomin. Geometrical theory of whispering-gallery modes. 12:33, Feb 2006.
- [32] P. Féron. Whispering gallery mode lasers in erbium doped fluoride glasses. *Annales de la Fondation Louis de Broglie*, 29:297–309, 2004.
- [33] M. L. Gorodetsky, A. A. Savchenkov, and V. S. Ilchenko. Ultimate  $Q$  of optical microsphere resonators. *Optics Letters*, 21(7):453, Apr 1996.
- [34] I. S. Grudinin, V. S. Ilchenko, and L. Maleki. Ultrahigh optical  $Q$  factors of crystalline resonators in the linear regime. *Physical Review A*, 74:063806, Dec 2006.
- [35] V. Braginsky, M. Gorodetsky, and V. Ilchenko. Quality-factor and nonlinear properties of optical whispering-gallery modes. *Physics Letters A*, 137(7-8):393–397, Mar 1989.
- [36] P. Tien. Light waves in thin film and integrated optics. *Applied Optics*, 10:2395, 1970.
- [37] D. Vernooy, V. Ilchenko, H. Mabuchi, E. Streed, and H. Kimble. High- $Q$  measurements of fused-silica microspheres in the near infrared. 23(3):247, Feb 1998.
- [38] M. Gorodetsky, A. Pryamikov, and V. Ilchenko. Rayleigh scattering in high- $Q$  microspheres. *Journal of the Optical Society of America B*, 17(6):1051–1057, 2000.
- [39] A. N. Oraevsky. Whispering-gallery waves. *Quantum Electronics*, 32(5):377, Jan 2002.

- [40] M. Mortier, P. Goldner, P. Féron, G. M. Stephan, H. Xu, and Z. Cai. New fluoride glasses for laser applications. *Journal of Non-Crystalline Solids*, 326-327:505–509, Oct 2003.
- [41] Y. Candéla. *Microcavités de silice : Excitation par fibre des modes de galerie et fonctionnalisation par des nanocristaux de silicium*. PhD thesis, Université Pierre et Marie Curie - Paris VI, Nov 2011.
- [42] A. Matsko and V. Ilchenko. Optical resonators with whispering-gallery modes—part I: basics. *IEEE Journal of Selected Topics in Quantum Electronics*, 12(1):3–14, jan.-feb. 2006.
- [43] P. K. Tien, R. Ulrich, and R. J. Martin. Modes of propagating light waves in thin deposited semiconductor films. *Applied Physics Letters*, 14(9):291–294, May 1969.
- [44] P. K. Tien and R. Ulrich. Theory of Prism-Film Coupler and Thin-Film Light Guides. *Journal of the Optical Society of America*, 60(10):1325–1337, Oct 1970.
- [45] R. Ulrich. Theory of the prism-film coupler by plane-wave analysis. *Journal of the Optical Society of America*, 60(10):1337–1350, Oct 1970.
- [46] M. Mohageg and L. Maleki. Reconfigurable optical spectra from perturbations on elliptical whispering gallery resonances. *Optics Express*, 16(3):2037–2047, Feb 2008.
- [47] F. Treussart, V. Ilchenko, J.-F. Roch, J. Hare, V. Lefèvre-Seguin, J.-M. Raimond, and S. Haroche. Evidence for intrinsic Kerr bistability of high-Q microsphere resonators in superfluid helium. *The European Physical Journal D - Atomic, Molecular, Optical and Plasma Physics*, 1(3):235–238, Apr 1998.
- [48] M. Gorodetsky and V. Ilchenko. Optical microsphere resonators: optimal coupling to high-Q whispering-gallery modes. *Journal of the Optical Society of America B*, 16(1):147–154, Jan 1999.
- [49] V. S. Ilchenko, X. S. Yao, and L. Maleki. Pigtailed high-Q microsphere cavity: a simple fiber coupler for optical whispering-gallery modes. *Optics Letters*, 24(11):723–725, Jun 1999.
- [50] N. Dubreuil, J. C. Knight, D. K. Leventhal, V. Sandoghdar, J. Hare, and V. Lefèvre. Eroded monomode optical fiber for whispering-gallery mode excitation in fused-silica microspheres. *Optics Letters*, 20(8):813–815, Apr 1995.
- [51] G. Griffel, S. Arnold, D. Taskent, A. Serpengüzel, J. Connolly, and N. Morris. Morphology-dependent resonances of a microsphere-optical fiber system. *Optics Letters*, 21(10):695–697, May 1996.

- [52] A. Serpenguzel, S. Arnold, and G. Griffel. Excitation of resonances of microspheres on an optical fiber. *Optics Letters*, 20(7):654–656, Apr 1995.
- [53] J. C. Knight, G. Cheung, F. Jacques, and T. A. Birks. Phase-matched excitation of whispering-gallery-mode resonances by a fiber taper. *Optics Letters*, 22(15):1129–1131, Aug 1997.
- [54] H. A. Haus. *Waves and fields in optoelectronics*. Prentice-Hall, 1984.
- [55] F. Gires and P. Tournois. Interféromètre utilisable pour la compression d’impulsions lumineuses modulées en fréquence. *C. R. Acad. Sci. Paris*, 258:6112–6115, 1964.
- [56] J. M. Choi, R. K. Lee, and A. Yariv. Control of critical coupling in a ring resonator-fiber configuration: application to wavelength-selective switching, modulation, amplification, and oscillation. *Optics Letters*, 26(16):1236–1238, Aug 2001.
- [57] K. Totsuka and M. Tomita. Optical microsphere amplification system. *Optics Letters*, 32(21):3197–3199, Nov 2007.
- [58] H. Schmitt and H. Zimmer. Fast sweep measurements of relaxation times in superconducting cavities. *Microwave Theory and Techniques, IEEE Transactions on*, 14(4):206–207, Apr 1966.
- [59] J. Poirson, F. Bretenaker, M. Vallet, and A. L. Floch. Analytical and experimental study of ringing effects in a Fabry–Perot cavity. Application to the measurement of high finesse. *Journal of the Optical Society of America B*, 14(11):2811–2817, Nov 1997.
- [60] Z. K. Ioannidis, P. M. Radmore, and I. P. Giles. Dynamic response of an all-fiber ring resonator. *Optics Letters*, 13(5):422–424, May 1988.
- [61] A. A. Savchenkov, A. B. Matsko, M. Mohageg, and L. Maleki. Ringdown spectroscopy of stimulated raman scattering in a whispering gallery mode resonator. *Optics Letters*, 32(5):497–499, Mar 2007.
- [62] A. A. Savchenkov, A. B. Matsko, V. S. Ilchenko, and L. Maleki. Optical resonators with ten million finesse. *Optics Express*, 15(11):6768–6773, May 2007.
- [63] L. Matone, M. Barsuglia, F. Bondu, F. Cavalier, H. Heitmann, and N. Man. Finesse and mirror speed measurement for a suspended Fabry-Perot cavity using the ringing effect. *Physics Letters A*, 271:314, Jul 2000.
- [64] J. Heebner, V. Wong, A. Schweinsberg, R. Boyd, and D. Jackson. Optical transmission characteristics of fiber ring resonators. *IEEE Journal of Quantum Electronics*, 40(6):726–730, Jun 2004.

- [65] B. J. J. Slagmolen, M. B. Gray, K. G. Baigent, and D. E. McClelland. Phase-Sensitive Reflection Technique for Characterization of a Fabry-Perot Interferometer. *Applied Optics*, 39(21):3638–3643, Jul 2000.
- [66] C. Schmidt, A. Chipouline, T. Pertsch, A. Tünnermann, O. Egorov, F. Lederer, and L. Deych. Nonlinear thermal effects in optical microspheres at different wavelength sweeping speeds. *Optics Express*, 16(9):6285–6301, Apr 2008.
- [67] A. A. Savchenkov, V. S. Ilchenko, A. B. Matsko, and L. Maleki. Kiloherz optical resonances in dielectric crystal cavities. *Physical Review A*, 70:051804, Nov 2004.
- [68] T. Carmon, L. Yang, and K. Vahala. Dynamical thermal behavior and thermal self-stability of microcavities. *Optics Express*, 12(20):4742–4750, Oct 2004.
- [69] A. A. Savchenkov, V. S. Ilchenko, A. B. Matsko, and L. Maleki. Kiloherz optical resonances in dielectric crystal cavities. *Physical Review A*, 70:051804, Nov 2004.
- [70] I. Grudinin, H. Lee, T. Chen, and K. Vahala. Compensation of thermal nonlinearity effect in optical resonators. *Optics Express*, 19(8):7365–7372, Apr 2011.
- [71] J. Morville, D. Romanini, M. Chenevier, and A. Kachanov. Effects of laser phase noise on the injection of a high-finesse cavity. *Applied Optics*, 41(33):6980–6990, Nov 2002.
- [72] E. D. Palik. *Handbook of optical constants of solids II*. Academic Press, 1991.
- [73] V. Ilchenko, P. Volikov, V. Velichansky, F. Treussart, V. Lefèvre-Seguin, J.-M. Raimond, and S. Haroche. Strain-tunable high-Q optical microsphere resonator. *Optics Communications*, 145(1-6):86–90, 1998.
- [74] W. von Klitzing, R. Long, V. S. Ilchenko, J. Hare, and V. Lefèvre-Seguin. Frequency tuning of the whispering-gallery modes of silica microspheres for cavity quantum electrodynamics and spectroscopy. *Optics Letters*, 26(3):166–168, Feb 2001.
- [75] J. Kringlebotn, P. Morkel, C. Pannell, D. Payne, and R. Laming. Amplified fibre delay line with 27000 recirculations. *Electronics Letters*, 28(2):201–202, Jan 1992.
- [76] Y. Chew, T.-T. Tjhung, and F. V. C. Mendis. An optical filter of adjustable finesse using an amplified fiber ring resonator. *Journal of Lightwave Technology*, 15(2):364–370, Feb 1997.
- [77] H. Okamura and K. Iwatsuki. A finesse-enhanced er-doped-fiber ring resonator. *Journal of Lightwave Technology*, 9(11):1554–1560, Nov 1991.



- [78] L. He, S. Ozdemir, Y. Xiao, and L. Yang. Gain-Induced Evolution of Mode Splitting Spectra in a High- $Q$  Active Microresonator. *IEEE Journal of Quantum Electronics*, 46(11):1626–1633, Nov 2010.
- [79] A. Yariv. Universal relations for coupling of optical power between microresonators and dielectric waveguides. *Electronics Letters*, 36(4):321, Feb 2000.
- [80] A. Yariv. Coupled-mode theory for guided-wave optics. *IEEE Journal of Quantum Electronics*, 9(9):919 – 933, Sep 1973.
- [81] I. S. Grudinin, A. B. Matsko, A. A. Savchenkov, D. Strekalov, V. S. Ilchenko, and L. Maleki. Ultra high  $q$  crystalline microcavities. *Optics Communications*, 265(1):33 – 38, Mar 2006.
- [82] D. O’Shea, J. Ward, B. Shortt, M. Mortier, P. Féron, and S. N. Chormaic. Upconversion channels in  $Er^{3+}$ :ZBLALiP fluoride glass microspheres. *The European Physical Journal Applied Physics*, 40:181–188, Aug 2007.
- [83] B. E. A. Saleh and M. C. Teich. *Fundamentals of photonics*. John Wiley & Sons, Inc, 1991.
- [84] Z. Cai, H. Xu, G. Stéphan, P. Féron, and M. Mortier. Red-shift in Er:ZBLALiP Whispering Gallery Mode Laser. *Optics Communications*, 229(1-6):311–315, Jan 2004.
- [85] K. Djordjev, S.-J. Choi, S.-J. Choi, and P. D. Dapkus. Gain trimming of the resonant characteristics in vertically coupled InP microdisk switches. *Applied Physics Letters*, 80(19):3467–3469, May 2002.
- [86] W. Sohler, D. Dibyendu, R. Selim, H. SUCHE, and R. RICKEN. Erbium-doped lithium niobate waveguide lasers. *IEICE transactions on electronics*, 88(5):990–997, Dec 2005.
- [87] H. K. Hsiao and K. A. Winick. Planar glass waveguide ring resonators with gain. *Optics Express*, 15(26):17783–17797, Dec 2007.
- [88] C. Madsen and G. Lenz. Optical all-pass filters for phase response design with applications for dispersion compensation. *IEEE Photonics Technology Letters*, 10(7):994–996, Jul 1998.
- [89] G. Lenz and C. Madsen. General optical all-pass filter structures for dispersion control in wdm systems. *Journal of Lightwave Technology*, 17(7):1248–1254, Jul 1999.
- [90] J. E. Heebner and R. W. Boyd. Enhanced all-optical switching by use of a nonlinear fiber ring resonator. *Optics Letters*, 24(12):847–849, Jun 1999.



- [91] G. Lenz, B. Eggleton, C. Madsen, and R. Slusher. Optical delay lines based on optical filters. *IEEE Journal of Quantum Electronics*, 37(4):525–532, Apr 2001.
- [92] Y. Dumeige, S. Trebaol, L. Ghişa, T. K. N. Nguyễn, H. Tavernier, and P. Féron. Determination of coupling regime of high-q resonators and optical gain of highly selective amplifiers. *Journal of the Optical Society of America B*, 25(12):2073–2080, Dec 2008.
- [93] K. Totsuka and M. Tomita. Slow and fast light in a microsphere-optical fiber system. *Journal of the Optical Society of America B*, 23(10):2194–2199, Oct 2006.
- [94] A. A. Savchenkov, W. Liang, A. B. Matsko, V. S. Ilchenko, D. Seidel, and L. Maleki. Narrowband tunable photonic notch filter. *Optics Letters*, 34(9):1318–1320, May 2009.
- [95] P. Absil, J. Hryniewicz, B. Little, R. Wilson, L. Joneckis, and P.-T. Ho. Compact microring notch filters. *Photonics Technology Letters, IEEE*, 12(4):398–400, Apr 2000.
- [96] A. T. Rosenberger. Analysis of whispering-gallery microcavity-enhanced chemical absorption sensors. *Optics Express*, 15(20):12959–12964, Oct 2007.
- [97] D. S. Weiss, V. Sandoghdar, J. Hare, V. Lefèvre-Seguin, J.-M. Raimond, and S. Haroche. Splitting of high-Q Mie modes induced by light backscattering in silica microspheres. *Optics Letters*, 20(18):1835–1837, Sep 1995.
- [98] V. V. Vasilev, V. L. Velichansky, M. L. Gorodetskii, V. S. Il'chenko, L. Holberg, and A. V. Yarovitsky. High-coherence diode laser with optical feedback via a microcavity with 'whispering gallery' modes. *Quantum Electronics*, 26(8):657, 1996.
- [99] M. Borselli, K. Srinivasan, P. E. Barclay, and O. Painter. Rayleigh scattering, mode coupling, and optical loss in silicon microdisks. *Applied Physics Letters*, 85(17):3693–3695, Sep 2004.
- [100] A. Mazzei, S. Götzinger, L. de S. Menezes, G. Zumofen, O. Benson, and V. Sandoghdar. Controlled coupling of counterpropagating whispering-gallery modes by a single rayleigh scatterer: A classical problem in a quantum optical light. *Physical Review Letters*, 99:173603, Oct 2007.
- [101] T. J. Kippenberg, S. M. Spillane, and K. J. Vahala. Modal coupling in traveling-wave resonators. *Optics Letters*, 27(19):1669–1671, Oct 2002.

- 
- [102] S. Trebaol, Y. Dumeige, and P. Féron. Ringing phenomenon in coupled cavities: Application to modal coupling in whispering-gallery-mode resonators. *Physical Review A*, 81:043828, Apr 2010.
- [103] V. S. Ilchenko and M. L. Gorodetsky. Thermal nonlinear effects in optical whispering gallery microresonators. *Laser Physics*, 2(6):1004+, 1992.
- [104] Yi, X. and Xiao, Y.F. and Liu, Y.C. and Li, B.B. and Chen, Y.L. and Li, Y. and Gong, Q. Multiple-rayleigh-scatterer-induced mode splitting in a high-q whispering-gallery-mode microresonator. *Physical Review A*, 83(2):023803, Feb 2011.
- [105] M. Borselli, T. Johnson, and O. Painter. Beyond the Rayleigh scattering limit in high-Q silicon microdisks: theory and experiment. *Optics Express*, 13(5):1515–1530, Mar 2005.
- [106] T. J. Kippenberg, A. L. Tchebotareva, J. Kalkman, A. Polman, and K. J. Vahala. Purcell-Factor-Enhanced Scattering from Si Nanocrystals in an Optical Microcavity. *Physical Review Letters*, 103(2):027406, 2009.
- [107] B. E. Little, J.-P. Laine, and S. T. Chu. Surface-roughness-induced contradi-  
rectional coupling in ring and disk resonators. *Optics Letters*, 22(1):4–6, Jan 1997.
- [108] J. Knittel, T. G. McRae, K. Lee, and W. Bowen. Interferometric detection of mode splitting for whispering gallery mode biosensors. *Applied Physics Letters*, 97(12):123704–123704–3, Sept 2010.
- [109] S. Werquin, S. Verstuyft, and P. Bienstman. Integrated interferometric approach to solve microring resonance splitting in biosensor applications. *Optics Express*, 21(14):16955–16963, Jul 2013.
- [110] J. Zhu, Şahin Kaya Özdemir, L. He, and L. Yang. Controlled manipulation of mode splitting in an optical microcavity by two rayleigh scatterers. *Optics Express*, 18(23):23535–23543, Nov 2010.
- [111] J. Zhu, S. K. Ozdemir, Y.-F. Xiao, L. Li, L. He, D.-R. Chen, and L. Yang. On-chip single nanoparticle detection and sizing by mode splitting in an ultrahigh-Q microresonator. *Nature Photonics*, 4:46, 2010.
- [112] H. Rokhsari, S. Spillane, and K. Vahala. Loss characterization in microcavities using the thermal bistability effect. *Applied Physics Letters*, 85(15):3029–3031, Oct 2004.
- [113] M. L. Gorodetsky and I. S. Grudinin. Fundamental thermal fluctuations in microspheres. *Journal of the Optical Society of America B*, 21(4):697–705, Apr 2004.

- [114] A. E. Fomin, M. L. Gorodetsky, I. S. Grudinin, and V. S. Ilchenko. Nonstationary nonlinear effects in optical microspheres. *Journal of the Optical Society of America B*, 22(2):459–465, Feb 2005.
- [115] Y.-S. Park and H. Wang. Regenerative pulsation in silica microspheres. *Optics Letters*, 32(21):3104–3106, Nov 2007.
- [116] I. S. Grudinin and K. J. Vahala. Thermal instability of a compound resonator. *Optics Express*, 17(16):14088–14097, Aug 2009.
- [117] C. Dong, C. Zou, J. Cui, Y. Yang, Z. Han, and G. Guo. Ringing phenomenon in silica microspheres. *Chinese Optics Letters*, 7(4):299–301, Apr 2009.
- [118] P. Barclay, K. Srinivasan, and O. Painter. Nonlinear response of silicon photonic crystal microresonators excited via an integrated waveguide and fiber taper. *Optics Express*, 13(3):801–820, Feb 2005.
- [119] T. Uesugi, B.-S. Song, T. Asano, and S. Noda. Investigation of optical nonlinearities in an ultra-high-Q Si nanocavity in a two-dimensional photonic crystal slab. *Optics Express*, 14(1):377–386, Jan 2006.
- [120] D. A. Rossi, M. Lauritano, S. Combrié, Q. V. Tran, and C. Husko. Interplay of plasma-induced and fast thermal nonlinearities in a GaAs-based photonic crystal nanocavity. *Physical Review A*, 79:043818, Apr 2009.
- [121] A. E. Kaplan and P. Meystre. Enhancement of the sagnac effect due to nonlinearly induced nonreciprocity. *Optics Letters*, 6(12):590–592, Dec 1981.
- [122] M. F. Yanik, H. Altug, J. Vuckovic, and S. Fan. Submicrometer all-optical digital memory and integration of nanoscale photonic devices without isolators. *Journal Lightwave Technology*, 22(10):2316, Oct 2004.
- [123] Y. Dumeige and P. Féron. Dispersive tristability in microring resonators. *Physical Review E*, 72:066609, Dec 2005.
- [124] M. J. Weber. *Handbook of optical materials*. CRC press, 2010.

# Abstract

Glass-based whispering gallery mode (WGM) microresonators are easy to produce by melting techniques. However, they suffer from surface contamination which limits their long term quality factor to only about  $10^8$ . In this thesis, we show that an optical gain provided by erbium ions can compensate for residual losses. The optical characterization method is based on frequency-swept "Cavity-Ring-Down-Measurement". This method can fully describe the linear properties of microcavities such as coupling regime and group delay.

In compensation loss regime we demonstrate that it is possible to control the coupling regime of an ultrahigh Q-factor microresonator from undercoupling to spectral selective amplification. Under the selective amplification regime, we obtain an internal Q-factor exceeding  $10^{10}$ . In selective amplification, we experimentally show that it is possible to obtain high amplification up to 33 dB and a high group delay.

The microresonators with high Q-factor and high finesse could give rise to a modal coupling which exhibits a splitting of the resonance in the transmission. A characterization of this phenomenon with the cavity ring down method was realized. Moreover, these microresonators, are conducive to the non-linear effect observation. A model incorporating the thermal effect and the Kerr effect has been achieved. Confrontation between theory and experiment allowed us to estimate the real optical power injected into the mode as well as estimating the mode volume.

## Keywords

Microresonators, Whispering gallery modes, Selective amplification, High quality factor, High finesse, Non-linear, Modal coupling,

# Résumé

Les microrésonateurs à mode de galerie passifs à base de cristal ou de verre fabriqués par la méthode de fusion possèdent un facteur de qualité limité à quelques  $10^8$ . Ceci est généralement dû à la contamination de la surface du résonateur lors de sa fusion. Dans ces travaux, nous proposons de contourner cette limitation en utilisant des microrésonateurs actifs pour compenser les pertes. Afin de caractériser les microrésonateurs actifs de très haut facteur de qualité ainsi obtenu, nous nous appuyons sur la méthode CRDM (Cavity Ring Down Measurement). Cette méthode interférométrique est d'une part bien adaptée à la caractérisation de résonateurs de très haut facteur de qualité et d'autre part elle permet de remonter de manière univoque aux facteurs de qualité intrinsèque  $Q_0$  et extrinsèque  $Q_e$  du résonateur.

Dans un régime de compensation de pertes, nous avons pu atteindre tous les régimes de couplage et obtenus des facteurs de qualité intrinsèques excédant les  $10^{10}$ . En régime d'amplification sélective, nous avons démontré expérimentalement que l'on pouvait obtenir des gains élevés allant jusqu'à 33 dB et des retards de groupe excédant  $2,3 \mu\text{s}$  dans ces microrésonateurs actifs.

Ces microrésonateurs de très haut facteur de qualité et de très haute finesse peuvent présenter un couplage modal se manifestant par un doublet de résonances. Une confrontation théorie/expérience avec la méthode CRDM permet de mesurer un écart très faible entre les doublets. Par ailleurs, ces microrésonateurs présentant un fort confinement spatial et une forte surtension, sont propices à l'observation d'effets non-linéaires. Une modélisation intégrant l'effet thermique et l'effet Kerr a été réalisée. Une confrontation théorie/expérience nous a permis d'estimer la puissance réellement injectée dans le mode ainsi qu'à estimer le volume du mode.

## Mots clés

Microrésonateurs, Modes de galerie, Amplification sélective, Haut facteur de qualité, Haute finesse, Non-linéaire, Couplage modal