



**HAL**  
open science

# Gestion des Ressources en Eau dans les Régions Arides: Analyse Expérimentale d'un Sol Type du Burkina Faso et Modélisation Numérique des Transferts d'Eau

Marcel Bawindsom Kébré

► **To cite this version:**

Marcel Bawindsom Kébré. Gestion des Ressources en Eau dans les Régions Arides: Analyse Expérimentale d'un Sol Type du Burkina Faso et Modélisation Numérique des Transferts d'Eau. Génie civil. Université Montpellier II - Sciences et Techniques du Languedoc, 2013. Français. NNT : . tel-01012040

**HAL Id: tel-01012040**

**<https://theses.hal.science/tel-01012040>**

Submitted on 25 Jun 2014

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# THÈSE

Pour obtenir le grade de  
Docteur

Délivré par l'Université Montpellier 2  
Co-tutelle avec l'Université de Ouagadougou (Burkina Faso)

Préparée au sein de l'école doctorale **Information, Structures et Systèmes**  
Et de l'unité de recherche **Mécanique - Génie Civil**

Spécialité: **Mécanique - Génie Civil**

Présentée par **Marcel Bawindsom KÉBRÉ**  
mkebre@hotmail.com

**Gestion des Ressources en Eau  
dans les Régions Arides: Analyse  
Expérimentale d'un Sol Type du  
Burkina Faso et Modélisation  
Numérique des Transferts d'Eau**



Soutenue le 19 Décembre 2013 devant le jury composé de

M. D. Joseph BATHIÉBO	Professeur Titulaire	Université de Ouagadougou	Président
M. Donatien NJOMO	Professeur Titulaire	Université de Yaoundé 1	Rapporteur
M. Évariste OUÉDRAOGO	MCF - HDR	INPG - Grenoble	Rapporteur
M. Zacharie KOALAGA	Professeur Titulaire	Université de Ouagadougou	Examineur
M. Bétaboalé NAON	Maître de Conférences	Université de Bobo-Dioulasso	Examineur
M. Fabien CHERBLANC	Professeur Titulaire	Université de Montpellier 2	Directeur
M. François ZOUGMORÉ	Professeur Titulaire	Université de Ouagadougou	Co-directeur



# REMERCIEMENTS

Cette thèse a été conduite en co-tutelle entre les universités Montpellier 2 (France) et de Ouagadougou (Burkina Faso) sur financement du Service de la Coopération et de l'Action Culturelle (SCAC) de l'Ambassade de la France au Burkina Faso ; c'est l'occasion ici de remercier leurs plus hautes autorités.

Monsieur Dieudonné Joseph BATHIÉBO, Professeur à l'Université de Ouagadougou, me fait un honneur auquel je suis très sensible en acceptant de présider le jury de soutenance. Je suis très reconnaissant des enseignements reçus et au soutien sans faille manifesté à mon égard tout au long de ma formation universitaire.

Que Monsieur Donatien NJOMO, Professeur à l'Université de Yaoundé 1 (Cameroun) et Monsieur Evariste OUÉDRAOGO, Maître de Conférences - HDR à l'Institut National Polytechnique de Grenoble (INPG), trouvent ici l'expression de ma profonde gratitude pour avoir accepté, avec enthousiasme, malgré leurs nombreuses occupations, de faire un rapport sur ce travail et de participer au jury.

Je remercie très sincèrement Monsieur Zacharie KOALAGA, Professeur à l'Université de Ouagadougou qui a bien voulu participer avec enthousiasme à ce jury en qualité d'examineur. Aussi, vos encouragements tout au long de ce travail.

Monsieur Bétaboalé NAON, Maître de Conférences à l'Université de Bobo-Dioulasso, a été à l'initiative de ce projet de recherche et a participé activement à son déroulement. Qu'il trouve ici l'expression de ma profonde gratitude.

Travailler à Montpellier, sous la direction de Monsieur Fabien CHERBLANC, Professeur à l'Université Montpellier 2, et à côté de Jean-Claude BÉNET, Professeur Émérite à l'Université Montpellier 2, a été un très grand plaisir pour moi et une contribution déterminante pour l'aboutissement de ce travail de recherche. Votre passion pour la mécanique et la thermodynamique sur les plans théoriques, numériques et expérimentaux ainsi que le recul nécessaire sur l'analyse des résultats obtenus ont nourri et continueront de nourrir ma construction scientifique. Les grandes qualités humaines de ces deux personnages m'ont en outre permis de

travailler quotidiennement de manière stable et agréable. Je garde de merveilleux souvenirs des moments passés ensemble au Laboratoire et en dehors.

J'exprime une profonde gratitude à Monsieur François ZOUGMORÉ, Professeur à l'Université de Ouagadougou, pour m'avoir accepté dans son laboratoire (LAME), m'avoir initié à la recherche en dirigeant mon mémoire de DEA, co-dirigé ce travail de thèse et pour sa participation au jury. Les mots me manquent pour exprimer ma reconnaissance pour tous ce qu'il a fait pour moi.

Le travail expérimental de cette thèse a été réalisé au LMGC, au Laboratoire d'Eco-Matériaux de Construction (LEMC) de l'Institut d'Ingénierie de l'Eau et de l'Environnement (2iE) et dans les locaux du GERME & TI à l'IUT de l'Université de Bobo-Dioulasso. Je tiens à remercier plus particulièrement Messieurs Alain CLARY et Gilles CAMP (Halle de Mécatronique - LMGC), Koffi KOKOLÉ et Salif KABORÉ (LEMC), Mamadou KABRÉ, Fidèle SANOU et Tira SAWADOGO (IUT).

Je tiens à remercier Dr François OUÉDRAOGO qui a été à l'initiative de ce projet. Je reste très sensible aux nombreuses discussions scientifiques ou non que nous avons eues. Sa contribution a été déterminante pour l'aboutissement de cette thèse.

Dr Frédéric JAMIN et Dr-HDR Bruno COUSIN ont été d'un grand apport pour la réalisation des expériences. Les discussions scientifiques que nous avons eues m'ont été très enrichissantes. Qu'ils trouvent ici l'expression de ma profonde gratitude.

Mes remerciements vont à tous le personnel du LMGC (plus particulièrement les membres de l'équipe CGB, Mesdames Reine BONNET-CAUSSE & Corinne BEZANCON), à tous les collègues doctorants du LMGC (Adrien BALDIT, Patrick MUTABARUKA, Lhassan AMARSID, ...), à tous les membres du LAME, du LPCE et du LETRE de l'Université de Ouagadougou : Pr I. ZERBO, Pr A.O. DISSA, Pr T. DAHO, Pr S. KAM, Dr M. ZOUNGRANA, Dr R. SAM, Dr B. ZOUMA, Dr S. OUOBA, Dr A.K. KAGONÉ, Sosthène TASSEMBEDO, Bruno KORGGO et à tous les amis doctorants

Ma profonde gratitude à ma compagne Kéta Kalizéta SAWADOGO et nos jumeaux (Laura et Lauren); je vous ai certainement manqué pendant ces longues périodes d'absence. Merci pour votre soutien. A ma grande famille qui a toujours su m'accompagner depuis tout petit, merci! A Boureima OUÉDRAOGO et sa famille, merci! Je dédie ce travail à toute grande la famille.

Merci à tous ceux dont les noms ne figurent pas ici mais qui ont contribué de près ou de loin à la réalisation de ce travail.

**Puisse Dieu Tout Puissant vous bénisse et rende à chacun au centuple ses bienfaits.**

# RÉSUMÉ

L'étude présentée dans cette thèse porte sur une analyse expérimentale et/ou une modélisation numérique des propriétés physiques (densités, porosité, granulométrie) et hydrodynamiques (isotherme de désorption, courbe caractéristique sol-eau, perméabilité à saturation, perméabilité non-saturée) d'un sol type aride du Burkina Faso et une simulation numérique des transferts d'eau. La modélisation des transferts est abordée par une approche thermodynamique qui constitue un cadre général pour décrire à la fois l'état de l'eau dans le sol et les mécanismes de transferts mis en jeu : la filtration de la phase liquide, la diffusion de la vapeur d'eau, le changement de phase liquide-vapeur. Des essais expérimentaux de transferts d'eau dans des colonnes de sol hermétiquement fermées et placées dans une enceinte régulée en température, ont permis d'établir l'évolution des profils de teneur en eau au cours du temps. La configuration expérimentale est choisie de sorte que seule la filtration de la phase liquide de l'eau dans le sol soit présente. Les profils expérimentaux ont servi à l'estimation par approche inverse de la perméabilité non-saturée dans les faibles teneurs en eau. Il ressort de cette étude que la prise en compte des écoulements par films dans la modélisation du coefficient de perméabilité relative permet de modéliser correctement, i.e. aussi bien qualitativement que quantitativement, la filtration de la phase liquide dans les sols à faible teneur en eau. Les coefficients de changement de phase proche et loin de l'équilibre modélisés à partir de résultats expérimentaux ont permis de mettre en évidence le non-équilibre liquide/gaz dans les transferts aux faibles teneurs en eau. Le non-équilibre dans les transferts aux faibles teneurs en eau est plus marqué avec un modèle capillaire avec un front de séchage plus franc à la surface. La prise en compte des écoulements par films prolonge la filtration de la phase liquide de l'eau jusqu'à l'état hygroscopique du sol avec un flux d'eau liquide maintenu à la surface du sol jusqu'à des temps plus longs.

---

**MOTS-CLES** : *potentiel chimique – faible teneur en eau – courbe caractéristique sol-eau – perméabilité non-saturée – analyse inverse – modélisation théorique et numérique*

---



# ABSTRACT

The study presented in this thesis focuses on an experimental/numerical analysis of physical properties (densities, porosity, particle size distribution) and hydrodynamic properties (desorption isotherm, soil-water characteristic curve, saturated and unsaturated permeabilities) of an arid soil from Burkina Faso and numerical simulation of water flow. The flow model is addressed through thermodynamic approach which provides a general framework to describe both the water state in the soil and the transport mechanisms : filtration of liquid, water vapor diffusion, liquid/vapor phase change. Experimental attempts of water flow in soil columns, sealed and placed into a controlled temperature chamber, have established the evolution of water content profiles over time. The experimental configuration is chosen so that only the water liquid phase filtration is taken into account. These experimental profiles were used to estimate, by inverse approach, the unsaturated permeability of soils at low water contents. Consideration of film flows in the relative permeability modelling corrects the shortcomings of capillary bundle models used to describe water flow from saturation to oven-dryness. The coefficients of phase change near and far from equilibrium modeled from experimental results prove non-equilibrium liquid/gas existence. It appears that the liquid/gas non-equilibrium at low water content is more pronounced with the capillary model with a frank drying front at the soil surface. Consideration of film flows extends liquid phase filtration into the soil until the hygroscopic state with a liquid water flux maintained at the soil surface for longer times.

---

**KEY WORDS** : *chemical potential – low water content – soil-water characteristic curve – unsaturated permeability – inverse analysis – theoretical and numerical modelling*

---



# Table des matières

<b>1</b>	<b>Analyse théorique et modélisation</b>	<b>7</b>
1.1	Cadre théorique de la modélisation . . . . .	8
1.1.1	Modélisation d'un sol non saturé . . . . .	8
1.1.2	Phénomènes physiques élémentaires dans un sol non saturé . . . . .	11
1.1.3	Variables de modélisation . . . . .	12
1.1.4	Pressions à l'échelle des pores . . . . .	16
1.2	Eau dans le sol . . . . .	16
1.2.1	État hydrique d'un sol non saturé . . . . .	16
1.2.2	Description thermodynamique de l'état de l'eau . . . . .	17
1.3	Modélisation des transferts dans le sol non saturé . . . . .	23
1.3.1	Équations de conservation . . . . .	23
1.3.2	Transport dans un milieu poreux hétérogène . . . . .	25
1.3.3	Changement de phase . . . . .	30
1.4	Modèle numérique de transfert isotherme d'eau liquide et de sa vapeur . . . . .	33
1.4.1	Synthèse d'un modèle théorique . . . . .	33
1.4.2	Discretisation numérique . . . . .	35
<b>2</b>	<b>Caractérisation des matériaux</b>	<b>41</b>
2.1	Localisation du site et prélèvement . . . . .	42
2.2	Caractéristiques physiques . . . . .	44
2.3	Caractéristiques morphologiques . . . . .	45
2.3.1	Granulométrie . . . . .	45
2.3.2	Modélisation de la courbe granulométrique . . . . .	47
2.4	Isothermes de sorption/désorption . . . . .	49
2.4.1	Activité de l'eau . . . . .	49
2.4.2	Détermination expérimentale des isothermes . . . . .	50
2.4.3	Modélisation des isothermes . . . . .	51
2.5	Courbe de rétention d'eau . . . . .	52
2.5.1	Généralités sur la courbe de rétention d'eau . . . . .	52

2.5.2	Hystérésis . . . . .	53
2.5.3	Détermination expérimentale de la courbe caractéristique . . . . .	54
2.5.4	Modélisation de la courbe caractéristique . . . . .	58
2.5.5	Résultats de modélisation . . . . .	66
2.6	Diffusion dans la phase gazeuse . . . . .	71
2.7	La perméabilité à saturation . . . . .	73
2.7.1	Méthodes directes : expériences . . . . .	73
2.7.2	Méthodes indirectes d'estimation de $K_{sat}$ . . . . .	75
2.7.3	La perméabilité saturée des matériaux en étude . . . . .	77
<b>3</b>	<b>Caractérisation de la perméabilité non-saturée d'un sol aux faibles te- neurs en eau</b>	<b>79</b>
3.1	Estimation de la perméabilité relative . . . . .	80
3.1.1	Méthodes expérimentales . . . . .	81
3.1.2	Modélisation de la perméabilité relative . . . . .	81
3.1.3	Méthodes numériques d'estimation de la perméabilité relative . . . . .	86
3.1.4	Estimation des perméabilités relatives par intégration . . . . .	86
3.2	Caractérisation expérimentale de la perméabilité non-saturée : dispositif et mode opératoire . . . . .	87
3.2.1	Principe et mise au point . . . . .	89
3.2.2	Protocole expérimental . . . . .	89
3.2.3	Profils de teneur en eau . . . . .	93
3.3	Validité des modèles capillaires de la perméabilité relative . . . . .	96
3.3.1	Approche directe : calcul des profils numériques . . . . .	96
3.3.2	Approche inverse : identification des paramètres du modèle van Genuchten-Mualem . . . . .	99
3.4	Prise en compte des transferts par films . . . . .	105
3.4.1	Insuffisances des modèles capillaires dans les transferts en faibles teneurs en eau . . . . .	105
3.4.2	Prise en compte des transferts par films dans la modélisation de la perméabilité non-saturée . . . . .	105
3.4.3	Proposition d'un modèle de la perméabilité non-saturée et estima- tion des paramètres par approche inverse . . . . .	107
<b>4</b>	<b>Prise en compte du non-équilibre dans les transferts aux faibles teneurs en eau du sol</b>	<b>117</b>
4.1	Étude expérimentale du changement de phase . . . . .	118
4.1.1	Éléments de bibliographie . . . . .	118
4.1.2	Principe de la mesure du coefficient de changement de phase . . . . .	119
4.1.3	Dispositif expérimental . . . . .	122

---

4.1.4	Protocole expérimental . . . . .	123
4.1.5	Modélisation du coefficient de changement de phase . . . . .	124
4.1.6	Résultats et analyses . . . . .	125
4.2	Étude du non-équilibre liquide/gaz dans les transferts aux faibles teneurs en eau . . . . .	127
4.2.1	Conditions initiales . . . . .	128
4.2.2	Conditions aux limites . . . . .	129
4.2.3	Synthèse des fonctions et paramètres hydrodynamiques du modèle .	130
4.3	Résultats et discussions . . . . .	131
4.3.1	Cinétiques de séchage et flux de vapeur d'eau à la surface . . . . .	131
4.3.2	Profils de teneur en eau et flux d'eau liquide . . . . .	132
4.3.3	Profils de pression et flux de la vapeur d'eau . . . . .	134
4.3.4	Flux de changement de phase de non-équilibre . . . . .	136
	<b>Conclusion Générale et Perspectives</b>	<b>141</b>
	<b>Bibliographie</b>	<b>145</b>



# Table des figures

1.1	Représentation d'un milieu poreux non saturé . . . . .	9
1.2	Du milieu poreux au milieu homogène correspondant (Chammari, 2002) . . . . .	11
1.3	Phénomènes élémentaires pris en compte . . . . .	12
1.4	Répartition de l'eau dans la zone non saturée . . . . .	17
1.5	Mesure du potentiel chimique massique de l'eau (Chammari, 2002) . . . . .	22
1.6	Activimètre : schéma du dispositif expérimental (Ouoba, 2009) . . . . .	23
1.7	Discrétisation du problème . . . . .	36
2.1	Profil vertical du sol de Nasso et définition des couches NH1, NH2 et NH3. . . . .	43
2.2	Courbes granulométriques expérimentales et modélisées. . . . .	49
2.3	Schéma de principe du banc de sorption/désorption. . . . .	50
2.4	Isothermes de désorption : courbes expérimentales et par ajustement par la relation (Eq. 2.6) pour les trois horizons de sols. . . . .	52
2.5	Mécanismes invoqués pour l'hystérésis des courbes caractéristiques. . . . .	54
2.6	Forme générale des courbes caractéristiques – Illustration de l'hystérésis. . . . .	55
2.7	Mesure du potentiel chimique à la plaque de pression (Salager, 2007). . . . .	57
2.8	Courbes caractéristiques expérimentales des trois sols en étude. . . . .	57
2.9	Courbes caractéristiques expérimentales et modélisées pour les sols NH1 et NH2 : (a) van Genuchten (1980), (b) Fayer et Simmons (1995), (c) Fredlund et Xing (1994). . . . .	69
2.10	Courbes caractéristiques expérimentale et modélisée (modèle proposé) pour les sols NH1 et NH2 : mise en évidence de la contribution des termes d'adsorption $S_a$ et de capillarité $S_c$ . . . . .	70
2.11	Zoom des courbes caractéristiques dans les faibles teneurs en eau pour les sols NH1 (a) et NH2 (b). . . . .	70
2.12	Courbes caractéristiques expérimentale et modélisée (Durner (1994)) pour le sol NH3 . . . . .	71

2.13	Modèle Kovács Modifié (MK) (Aubertin <i>et al.</i> , 2003) appliqué (a) au sol NH1 sans ajustement de $a_c$ et $m$ (b) au sol NH1 avec ajustement et (c) au sol NH2 avec ajustement. . . . .	72
2.14	Perméamètre à charge variable. . . . .	74
3.1	Schématisation du modèle capillaire appliqué à la modélisation de la courbe caractéristique sol-eau et la conductivité hydraulique : les pores cylindriques	82
3.2	Perméabilités relatives estimées statistiquement pour les sols NH1 (a-b) et NH2 (c-d) . . . . .	88
3.3	Perméabilité relative estimée pour le sol NH3 d'après Priesack et Durner (2006) : (a) en fonction du potentiel chimique massique (b) en fonction de la teneur en eau massique . . . . .	89
3.4	Schéma de principe des transferts dans les colonnes de sol et les conditions initiales . . . . .	90
3.5	Schématisation des principaux matériels utilisés pour l'expérience . . . . .	91
3.6	Enceinte régulée en température contenant les colonnes de sol : (a) enceinte fermée (b) enceinte ouverte . . . . .	93
3.7	Dispositif mécanique d'extraction du sol . . . . .	93
3.8	Profils expérimentaux instantanés de teneur en eau massique pour le sol NH1	95
3.9	Profils expérimentaux instantanés de teneur en eau massique pour le sol NH2	96
3.10	Profils expérimentaux instantanés de teneur en eau massique pour le sol NH2 dans la configuration 2% – 6% . . . . .	97
3.11	NH1 : Profils expérimentaux et simulés de teneur en eau massique pour les différentes courbes de la perméabilité estimée par intégration numérique du modèle de Mualem (1976) avec les courbes caractéristiques (a) Fredlund et Xing (1994); Fayer et Simmons (1995) (b) van Genuchten (1980) . . . . .	98
3.12	NH1 : profils expérimentaux et simulés de teneur en eau massique pour les différents scénarios d'optimisation S1, S2, S3 et ROS aux dates (1, 3, 5 et 13 jours). . . . .	103
3.13	NH1 : conductivité hydraulique non-saturée estimée par approche inverse et pour les trois scénarios S1, S2 et S3. . . . .	104
3.14	Représentation schématique 3-D des régimes d'écoulement par films sur les grains d'un VER non-saturé (extrait dans Tuller et Or (2001)) . . . . .	106
3.15	Sol NH1 : profils expérimentaux et simulés de teneur en eau massique pour les différents scénarios d'optimisation F1, F2, et F3 aux dates (1, 3, 5 et 13 jours) . . . . .	109
3.16	Sol NH2 : profils expérimentaux et simulés de teneur en eau massique pour les différents scénarios d'optimisation F1, F2, et F3 aux dates (1, 3, 5 et 7 jours). . . . .	111

3.17	Évolution temporelle des profils expérimentaux et simulés de teneur en eau massique pour le meilleur scénario d'optimisation (a) NH1 (b) NH2. . . . .	112
3.18	Sol NH1 : Corrélacion graphique entre les teneurs en eau mesurées et prédites.	112
3.19	Sol NH2 : Corrélacion graphique entre les teneurs en eau mesurées et prédites.	113
3.20	Conductivité hydraulique non-saturée estimée pour les scénarios (F1, F2 et F3) appliqués à (Eq. 3.22) et comparaison avec celle obtenue à partir de la fonction (Eq. 3.10) : $K = f(w)$ . . . . .	113
3.21	Conductivité hydraulique non-saturée estimée pour les scénarios (F1, F2 et F3) appliqués à (Eq. 3.22) et comparaison avec celle obtenue à partir de la fonction (Eq. 3.10) : $K = f(\mu)$ . . . . .	114
4.1	Principe de l'expérience à l'échelle de l'espace poral. . . . .	121
4.2	Schématization de la réponse du capteur (Lozano, 2007). . . . .	121
4.3	Schéma de l'expérience de volatilisation. . . . .	122
4.4	Modélisation du coefficient phénoménologique de changement de phase. . . . .	124
4.5	Évolution du coefficient de changement de phase d'équilibre $L_{eq}$ et sa modélisation en fonction de la teneur en eau. . . . .	126
4.6	Variation du rapport $r$ en fonction de la teneur en eau. . . . .	127
4.7	Variation de la pente $k$ en fonction de la teneur en eau. . . . .	128
4.8	Schématization du modèle physique . . . . .	129
4.9	Comparaison des cinétiques simulés avec le modèle de van Genuchten (1980) – Mualem (1976) et le modèle de la présente étude prenant en compte les écoulements par films pour la perméabilité relative. . . . .	131
4.10	Comparaison de la variation temporelle des flux de vapeur d'eau simulés à la surface du sol avec le modèle de van Genuchten (1980) – Mualem (1976) et le modèle de la présente étude prenant en compte les écoulements par films. . . . .	132
4.11	Profils de teneur en eau simulés avec : (a) le modèle de van Genuchten (1980) – Mualem (1976) et (b) le modèle de la présente étude prenant en compte les écoulements par films. . . . .	133
4.12	Flux d'eau liquide simulés avec : (a) le modèle de van Genuchten (1980) – Mualem (1976) et (b) le modèle de la présente étude prenant en compte les écoulements par films. . . . .	133
4.13	Profils de vapeur d'eau simulés avec : (a) le modèle de van Genuchten (1980) – Mualem (1976) et (b) le modèle de la présente étude prenant en compte les écoulements par films. . . . .	135
4.14	Flux de vapeur simulés avec : (a) le modèle de van Genuchten (1980) – Mualem (1976) et (b) le modèle de la présente étude prenant en compte les écoulements par films. . . . .	135

---

4.15	Profils de flux de changement de phase avec : (a) le modèle de van Genuchten (1980) – Mualem (1976) et (b) le modèle de la présente étude prenant en compte les écoulements par films pour la perméabilité relative. . . . .	137
4.16	Profils de non-équilibre (Eq. 4.19) avec : (a) le modèle de van Genuchten (1980) – Mualem (1976) et (b) le modèle de la présente étude prenant en compte les écoulements par films pour la perméabilité relative. . . . .	137
4.17	Comparaison des évolutions du non-équilibre moyenne et maximale pour les deux modèles de la perméabilité relative considéré. . . . .	138

## Liste des tableaux

2.1	Propriétés physiques des sols . . . . .	45
2.2	Caractéristiques morphologiques des sols . . . . .	46
2.3	Modélisation de la courbe granulométrique : Modèle Fredlund <i>et al.</i> (2000)	48
2.4	Modélisation des isothermes : valeurs des paramètres . . . . .	51
2.5	Modèles de la courbe caractéristique et valeurs des paramètres pour les sols NH1 et NH2 . . . . .	68
2.6	Modèle de la courbe caractéristique et valeurs des paramètres pour le sol NH3 . . . . .	68
2.7	Différentes relations empiriques de la tortuosité, extraites dans (Ouoba, 2009)	73
2.8	Perméabilité saturée $K_{sat}$ [m.s <sup>-1</sup> ] mesurée et estimée pour les sols NH1, NH2 et NH3 . . . . .	78
3.1	Relations empiriques pour la perméabilité relative . . . . .	83
3.2	Scénarios et condition d'optimisation : identification des paramètres du modèle van Genuchten (1980) – Mualem (1976) . . . . .	101
3.3	Valeurs optimisées des paramètres du modèle van Genuchten (1980) – Mua- lem (1976) . . . . .	102
3.4	Scénarios et conditions d'optimisation : prise en compte des écoulements par films dans le modèle de la perméabilité relative . . . . .	108
3.5	Valeurs identifiées des paramètres du modèle (Eq. 3.22) prenant en compte l'écoulement par films. . . . .	110



# Nomenclature

## Indices, exposants et symboles de sommation

$k, m, n$	exposants relatifs aux composantes de l'espace
$, k$	indice de dérivation spatiale
$\alpha$	indice relatif à une phase du milieu
$i$	indice relatif à un constituant de la phase
$\sum$	sommation sur toutes les phases
$\sum_{\alpha}$	sommation sur toutes les phases
$\sum_i$	sommation sur tous les constituants d'une phase

## Symboles latins

$D$	Dissipation associée aux phénomènes irréversibles	$[\text{J.m}^{-3}.\text{s}^{-1}]$
$D_D$	Dissipation associée à la diffusion des constituants	$[\text{J.m}^{-3}.\text{s}^{-1}]$
$D_F$	Dissipation associée à la filtration	$[\text{J.m}^{-3}.\text{s}^{-1}]$
$D_{MI}$	Dissipation mécanique associée aux phénomènes d'interfaces	$[\text{J.m}^{-3}.\text{s}^{-1}]$
$D_R$	Dissipation associée aux réactions chimiques	$[\text{J.m}^{-3}.\text{s}^{-1}]$
$f^k$	Composantes de la densité massique de force agissant sur le milieu	$[\text{N.kg}^{-1}]$
$f_{\alpha}^k$	Composantes de la densité massique de force agissant sur une phase	$[\text{N.kg}^{-1}]$
$f_{\alpha i}^k$	Composantes de la densité massique de force agissant sur un constituant	$[\text{N.kg}^{-1}]$
$g^k$	Composantes de l'accélération de la pesanteur	$[\text{m.s}^{-2}]$
$h$	Hauteur de l'échantillon de sol	$[\text{m}]$
$h_{\alpha i}$	Densité massique d'enthalpie d'un constituant	$[\text{J.kg}^{-1}]$

$J_{\alpha i}^k$	Composantes du flux de diffusion d'un constituant par rapport à sa phase	$[\text{kg.m}^{-2}.\text{s}^{-1}]$
$K$	conductivité hydraulique	$[\text{m.s}^{-1}]$
$L$	Coefficient phénoménologique associé à la filtration de la phase liquide	[SI]
$M_i$	Masse molaire d'un constituant	$[\text{kg.mol}^{-1}]$
$m_i$	Masse d'un constituant $i$	[kg]
$n_{\alpha i}$	Nombre de moles de soluté	[mol]
$\mathcal{P}$	Puissance des efforts extérieurs	$[\text{J.s}^{-1}]$
$p_l$	Pression de la phase liquide à l'échelle des pores	[Pa]
$R$	Constante des gaz parfaits	$[\text{J.K}^{-1}.\text{mol}^{-1}]$
$S$	Entropie du milieu	$[\text{J.K}^{-1}]$
$s$	Densité massique d'entropie du milieu	$[\text{J.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}]$
$s_{\alpha}$	Densité massique d'entropie d'une phase	$[\text{J.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}]$
$s_{\alpha i}$	Densité massique d'entropie d'un constituant	$[\text{J.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}]$
$t$	Temps	[s]
$T$	Température absolue	[K]
$T_{\alpha}$	Température d'une phase	[K]
$T_{\alpha i}$	Température d'un constituant	[K]
$u_{\alpha}$	Densité massique d'énergie interne d'une phase	$[\text{J.kg}^{-1}]$
$u_{\alpha i}$	Densité massique d'énergie interne du constituant	$[\text{J.kg}^{-1}]$
$U$	Energie interne du milieu	[J]
$v_l$	Vitesse du liquide	$[\text{m.s}^{-1}]$
$v_{\alpha}^k$	Composantes de la vitesse d'une phase	$[\text{m.s}^{-1}]$
$v_{\alpha i}^k$	Composantes de la vitesse d'un constituant	$[\text{m.s}^{-1}]$
$V$	Volume élémentaire représentatif	$[\text{m}^3]$
$V_{\alpha}$	Volume occupé par une phase dans le VER	$[\text{m}^3]$
$V_{\alpha i}$	Volume occupé par un constituant dans le VER	$[\text{m}^3]$
$w$	Teneur en eau	[.]
$x_i$	Fraction molaire d'un constituant	[.]
$Y_{\alpha i}$	Fraction massique d'un constituant	[.]
$z$	Composante verticale de l'espace	[m]

## Symboles grecs

$\gamma_{\alpha i}^k$	Composantes de l'accélération d'un constituant	$[\text{m.s}^{-2}]$
$\Delta_v$	Coefficient phénoménologique associé à la diffusion	

	de la phase vapeur	[SI]
$\mu$	Viscosité dynamique de la phase liquide	[N.s.m <sup>-2</sup> ]
$\mu_{\alpha i}$	Potentiel chimique d'un constituant	[J.kg <sup>-1</sup> ]
$\mu_{\alpha i}^+$	Potentiel chimique de référence d'un constituant	[J.kg <sup>-1</sup> ]
$\rho$	Masse volumique du milieu	[kg.m <sup>-3</sup> ]
$\rho_{\alpha}$	Masse volumique apparente d'une phase	[kg.m <sup>-3</sup> ]
$\rho_{\alpha i}$	Masse volumique apparente d'un constituant	[kg.m <sup>-3</sup> ]
$\rho_{\alpha}^*$	Masse volumique réelle d'une phase	[kg.m <sup>-3</sup> ]
$\hat{\rho}_{\alpha}$	Densité d'apport de masse à une phase en provenance des autres phases	[kg.m <sup>-3</sup> .s <sup>-1</sup> ]
$\hat{\rho}_{\alpha i}$	Densité d'apport de masse à un constituant en provenance des autres constituants	[kg.m <sup>-3</sup> .s <sup>-1</sup> ]
$\phi_{\alpha}$	Fraction volumique occupée par une phase	[.]
$\Phi_{\alpha i}$	Flux de matière d'un constituant	[kg.m <sup>-2</sup> .s <sup>-1</sup> ]
$\Phi_{\alpha}$	Flux de matière d'une phase	[kg.m <sup>-2</sup> .s <sup>-1</sup> ]
$\chi$	Densité volumique d'entropie	[J.K <sup>-1</sup> .m <sup>-3</sup> .s <sup>-1</sup> ]
$\psi$	Densité massique d'énergie libre du milieu	[J.kg <sup>-1</sup> ]
$\psi_{\alpha}$	Densité massique d'énergie libre d'une phase	[J.kg <sup>-1</sup> ]
$\psi_{\alpha i}$	Densité massique d'énergie libre d'un constituant	[J.kg <sup>-1</sup> ]
$\Psi$	Energie libre	[J]



# Introduction générale

Depuis plusieurs décennies et notamment en lien avec les perspectives du changement climatique, l'eau est considérée comme une ressource rare dans de nombreuses régions du monde, l'Afrique sub-saharienne en particulier, du fait de la concurrence entre ses différents usages (agriculture, industrie, utilisation domestique et loisirs). Dans les régions arides du monde, la gestion des ressources en eau devient une priorité dans l'atteinte des objectifs du millénaire pour le développement (OMD) en matière d'eau potable, d'assainissement et d'auto-suffisance alimentaire.

L'agriculture représente environ 70% des prélèvements d'eau douce, chiffre pouvant atteindre 95% dans certains pays en voie de développement où l'économie est basée majoritairement sur les activités agropastorales (Mubarak, 2009). De ce fait, l'optimisation de l'utilisation de l'eau en agriculture est devenue une préoccupation majeure. Il convient à la fois de tirer le meilleur parti de l'eau disponible pour des raisons économiques et de préserver l'environnement en adoptant des pratiques qui sauvegardent la qualité de la ressource en eau, en limitant les transferts des eaux souvent chargées de fertilisants et de pesticides vers les nappes, surtout dans les zones climatiques arides et semi-arides.

## Zones arides, changements climatiques et ressources en eau

Les zones arides et semi-arides sont caractérisées par une forte variabilité des paramètres climatiques. Des phénomènes tels que la sécheresse due à une baisse importante des précipitations, une augmentation de la température, la désertification, la dégradation des terres par suite des phénomènes d'érosions (hydrique et éolienne) et les activités humaines concernent un plus grand nombre de pays dans le monde situés au voisinage des zones désertiques dont le Burkina Faso fait parti. Dans ces pays, en particulier ceux du tiers-monde, un cercle vicieux s'est installé : la pauvreté incite les populations à surexploiter la terre pour se nourrir et cette surexploitation engendre une perte progressive de la productivité. La surexploitation n'est pas la seule en cause, les changements climatiques auxquelles sont soumises les régions semi-arides et arides ne font qu'aggraver la situation.

Un rapport technique du GIEC<sup>a</sup> sur les changements climatiques et les ressources en

---

<sup>a</sup>Groupe d'Experts Intergouvernemental sur l'Evolution du Climat

eau, édité par [Bates et al. \(2008\)](#), prévoit dans les décennies à venir, une diminution des précipitations dans certaines régions subtropicales (probable). Une conséquence de cette variabilité est l'augmentation des risques de sécheresse. Le débit moyen annuel des cours d'eau et la disponibilité en eau devraient diminuer dans des régions sèches et tropicales. De nombreuses régions semi-arides et arides (par exemple, le bassin méditerranéen, l'ouest des États-Unis d'Amérique, le sud de l'Afrique et le nord-est du Brésil) sont particulièrement exposées aux incidences du changement climatique et devraient voir leurs ressources en eau diminuer en conséquence (degré de confiance élevé).

Dans les zones arides et semi-arides, la disponibilité de l'eau dans la rhizosphère est très importante pour soutenir les efforts de développement durable y compris la sécurité alimentaire. Pour cela il faut réduire au maximum les pertes d'eau par ruissellement excessif (pluies diluviennes sur une courte période) et par évaporation sous l'action des facteurs climatiques. La compréhension de la dynamique de l'eau dans le sol et la modélisation des transferts en vue d'une optimisation des pratiques de gestion des ressources en eau s'avèrent donc cruciales.

## Modélisation numérique des transferts

La modélisation numérique des transferts d'eau permet de représenter le plus fidèlement possible les phénomènes se produisant dans le sol. Elle est un outil efficace pour identifier les pratiques optimales dans les stratégies de gestion des ressources en eau et de conservation des sols ([Mubarak, 2009](#)). Outre l'intérêt d'approfondir les connaissances du domaine scientifique concerné, la modélisation est utilisée pour simuler des scénarios, évitant la mise en œuvre d'expériences complexes et coûteuses à réaliser. Pour des phénomènes physiques se produisant dans des conditions extrêmes, nécessitant la destruction du matériel testé lors de l'expérience ou qui requièrent une période d'essai très longue, la modélisation est essentielle pour estimer l'évolution du phénomène physique considéré.

D'une manière générale, la modélisation numérique consiste à désigner les phénomènes physiques prépondérants, à les représenter mathématiquement, soit à partir de bases mécanistes, ou d'observations et de fixer les limites de validité de la représentation. Une modélisation ne peut cependant s'affranchir de mesures expérimentales. Celles-ci doivent être réalisées en amont de la modélisation, afin de dégager les processus essentiels du phénomène physique, et en aval, afin de valider la modélisation et les limites entre lesquelles elle peut être appliquée ([Bear et Cheng, 2010](#)).

Dans un sol, eau et air évoluent entre les constituants solides du sol et les éléments chimiques se retrouvent sous les trois phases de la matière (en solution dans l'eau du sol, adsorbés par les particules solides du sol et sous forme gazeuse). On devine alors la difficulté d'une modélisation dans un milieu aussi complexe. Les phénomènes physiques qui participent à l'évolution du milieu sont très nombreux et interagissent entre eux. Une

modélisation efficace doit donc définir très précisément les phénomènes dont elle tient compte et surtout les limites de validité qu'elle se donne lorsqu'on envisage de négliger certains de ces phénomènes. Le sol étant un milieu souvent très hétérogène et parfois localement discontinu (effets macropores), il sera très important de trouver le compromis adéquat entre les simplifications rendant possible la modélisation et un domaine de validité le plus large possible (Crevoisier, 2005).

Dans un sol aride, les transferts de matière à l'interface sol-atmosphère sont concentrés dans la couche superficielle et contrôlent la plupart des processus biologiques nécessaires pour la croissance des plantes. Une description précise de ces couches est d'une importance capitale lors de l'élaboration des conditions aux limites réalistes pour être mis en œuvre dans les modèles environnementaux à grande échelle. Des recherches intensives ont permis de développer des modèles numériques efficaces de transferts d'eau dans la zone non-saturée. En particulier, la quantification du taux d'évaporation totale de l'eau du sol est une question cruciale car elle régit la dynamique de l'eau de surface (Gowing *et al.*, 2006).

A la suite des travaux des pionniers Philip et de Vries (1957), la plupart des modèles développés ont associé l'équation de Richard pour la phase liquide de l'eau avec une équation de diffusion classique pour la phase gazeuse, toutes couplées avec l'équation de la chaleur (Bittelli *et al.*, 2008; Sakai *et al.*, 2009; Xiang *et al.*, 2012). Bien que les gradients thermiques affectent la redistribution de l'eau liquide dans les sols, le processus de couplage le plus important est le transport de chaleur latente par le flux de vapeur. Ces modèles ont été utilisés avec succès pour décrire la dynamique de l'eau à l'interface sol-atmosphère et le bilan énergétique de différents sols sur un terrain naturel et pour une grande période (Saito *et al.*, 2006; Bittelli *et al.*, 2008; Garcia-Gonzalez *et al.*, 2012).

## **Problématique de la modélisation des transferts d'eau dans les sols arides**

Les modèles développés sont validés dans les régions tempérées où le sol se trouve dans un état de forte saturation en eau et les transferts en phase liquide prédominants. Ces modèles supposent un équilibre local dans les mécanismes de transferts dans la phase gazeuse du sol (Saito *et al.*, 2006; Bittelli *et al.*, 2008; Garcia-Gonzalez *et al.*, 2012; Xiang *et al.*, 2012). Cette hypothèse régit les échanges de masse liquide/gaz, en supposant que la pression partielle de la vapeur reste égale à sa valeur d'équilibre. A partir d'une relation explicite entre l'humidité relative et la charge hydraulique, les bilans de masse d'eau liquide et vapeur, à l'équilibre, sont combinés dans une seule équation décrivant le mouvement global de l'eau dans le sol. Implicitement, cela revient à considérer que le processus d'évaporation est instantané par rapport aux autres phénomènes de transport. Cette hypothèse devrait être assez satisfaisante lorsque les forces capillaires sont prédominantes. Cependant, dans des conditions particulières de faibles teneurs en eau du sol,

un retard est observé dans le processus de volatilisation de l'eau, plus particulièrement dans la couche superficielle des sols des régions arides et semi-arides ([Armstrong \*et al.\*, 1994](#); [Chammari \*et al.\*, 2008](#)). Dans la couche superficielle de ces types de sol, le flux de vapeur d'eau peut représenter une part importante dans l'écoulement de l'eau. Il est donc important de prendre en compte ce flux dans les modèles de transferts d'eau surtout lors de l'évaluation des flux hydrologiques ([Sakai \*et al.\*, 2009](#); [Garcia-Gonzalez \*et al.\*, 2012](#)).

La majorité des modèles proposés ne prend en compte les situations où la teneur en eau dans le sol est faible qu'en extrapolant simplement les paramétrisations jusqu'au cas sec. Hors, certains phénomènes physico-chimiques, telle que l'adsorption surfacique, jouent un rôle prédominant dans les sols arides à faible teneur en eau. Ces phénomènes, représentés par le caractère hygroscopique du sol, modifient significativement l'état thermodynamique de l'eau et les mécanismes de transfert. Ainsi, la modélisation des transferts d'eau dans les sols agricoles des régions arides requiert des approches spécifiques.

Lorsque les effets hygroscopiques deviennent prépondérants, l'hypothèse d'équilibre local, classiquement admise dans les modèles, doit être reconsidérée. Ceci implique une modélisation dissociée, d'une part, des transferts en phases liquide et gazeuse, les deux étant couplés par le terme de changement de phase de non-équilibre. Relativement peu étudié dans la littérature, c'est bien souvent ce phénomène de changement de phase liquide/vapeur qui gouverne la cinétique globale des transferts d'eau dans les faibles teneurs en eau du sol. D'autre part, les lois de transfert d'eau et le concept de perméabilité relative ont été développés lorsque l'eau se trouve sous forme capillaire. Une extension au cas de l'eau hygroscopique est nécessaire pour aborder les sols arides.

## Objectifs et plan de l'étude

Le principal objectif de la présente étude est de contribuer à une meilleure connaissance des mécanismes de transferts de matière qui ont lieu dans un sol aux faibles teneurs en eau et de participer à l'optimisation et à la gestion des ressources en eau dans les régions arides. La spécificité de l'approche abordée en rapport avec les questions géo-environnementales d'actualité (gestion des ressources en eau, changement climatique) est de prendre en compte la nature hygroscopique des sols naturels et de s'intéresser aux couplages entre les phénomènes physicochimiques liés à l'adsorption surfacique et les mécanismes de transfert d'eau (filtration, diffusion, changement de phase).

Elle s'inscrit dans la dynamique du partenariat Nord-Sud entre l'université de Montpellier II (France) avec le Laboratoire de Mécanique et Génie Civil (LMGC - UMR CNRS 5508) et l'université de Ouagadougou (Burkina Faso) avec le Laboratoire de Matériaux et Environnement (LAME) et son entité, le GERME & TI à l'université de Bobo-Dioulasso.

Des études antérieures réalisées au LMGC, entre autres ([Bénet, 1981](#); [Fras, 1989](#); [Ruiz, 1998](#); [Chammari, 2002](#); [Jamin, 2003](#); [Boscus, 2005](#); [Lozano, 2007](#); [Ouédraogo, 2008](#);

Ouoba, 2009), ont jeté les bases d'une modélisation numérique des transferts incluant tous les phénomènes physico-chimiques de transfert et ont permis de mettre au point plusieurs dispositifs expérimentaux de caractérisation. Les résultats obtenus font partie des étapes d'élaboration et de validation d'un outil de prévision et de gestion des ressources naturelles (Bear et Cheng, 2010). Cette étude est un complément à une meilleure caractérisation des propriétés hydrodynamiques d'un sol aride, surtout la perméabilité relative et la modélisation numérique des transferts d'eau dans les conditions de faibles teneurs en eau du sol. Elle vise donc l'élaboration de méthodes spécifiques de caractérisation permettant d'évaluer de façon plus robuste l'évolution des propriétés hydriques d'un sol dans un contexte d'optimisation et de gestion des ressources en eau dans les zones arides.

Ce manuscrit est structuré en quatre chapitres suivant les objectifs spécifiques de l'étude :

- le premier aborde les différents aspects théoriques et la modélisation des transferts dans toute la gamme de teneurs en eau du sol. Une approche thermodynamique de l'eau dans les sols est utilisée. Aux faibles teneurs en eau, le concept de pression perd son sens physique, il est en effet impossible de mesurer cette grandeur ; on le remplacera par le concept de potentiel chimique de l'eau. Ce chapitre s'appuie sur les compétences de l'équipe d'accueil en modélisation des milieux complexes. Nous rassemblons donc les éléments utiles pour notre étude et à les compléter lorsque cela est nécessaire. Un modèle théorique et numérique des transferts d'eau est retenu pour la suite de l'étude.
- le second chapitre concerne l'analyse expérimentale du sol utilisé pour l'étude. Il provient de Nasso (Burkina Faso). Trois couches du sol, sur un mètre en profondeur, sont identifiées. Nous réaliserons d'une part, les caractérisations des propriétés physiques, morphologiques et hydriques de chacune des couches. D'autre part, nous nous attacherons à l'analyse et à la modélisation des paramètres caractérisés expérimentalement et intervenant dans le modèle théorique de transferts retenu au Chapitre 1.
- dans le troisième chapitre, nous procédons à une caractérisation expérimentale et à une modélisation numérique de la perméabilité non-saturée du sol. Les travaux antérieurs ont mis en évidence l'importance du choix de la loi de perméabilité relative dans la modélisation des transferts d'eau. Ce coefficient, particulièrement difficile à mesurer directement, fera l'objet d'une identification par approche inverse. La plupart des modèles proposés dans la littérature s'appuient sur les mécanismes de transferts d'eau liquide par capillarité dans le sol dont l'espace poral est assimilé à un assemblage de pores cylindriques interconnectés. Dans ces modèles, il existerait un état de saturation résiduelle du sol au dessous duquel le transfert d'eau en phase liquide est censé être inexistant. Nous rejetons cette limite et prenons en compte des

écoulements liquides par films autour des particules solides du sol dans le domaine des très faibles teneurs en eau.

- le quatrième chapitre est consacré à la prise en compte du non-équilibre local dans les transferts aux faibles teneurs en eau. Une analyse expérimentale et une modélisation du coefficient de changement de phase liquide/vapeur complètent les résultats des chapitres précédents pour la simulation des transferts dans un cas type. Les discussions s'articuleront autour de la prise en compte des écoulements par films dans la modélisation du coefficient de perméabilité relative.

# Analyse théorique et modélisation

## Sommaire

---

<b>1.1 Cadre théorique de la modélisation</b> . . . . .	<b>8</b>
1.1.1 Modélisation d'un sol non saturé . . . . .	8
1.1.2 Phénomènes physiques élémentaires dans un sol non saturé . . . . .	11
1.1.3 Variables de modélisation . . . . .	12
1.1.4 Pressions à l'échelle des pores . . . . .	16
<b>1.2 Eau dans le sol</b> . . . . .	<b>16</b>
1.2.1 État hydrique d'un sol non saturé . . . . .	16
1.2.2 Description thermodynamique de l'état de l'eau . . . . .	17
<b>1.3 Modélisation des transferts dans le sol non saturé</b> . . . . .	<b>23</b>
1.3.1 Équations de conservation . . . . .	23
1.3.2 Transport dans un milieu poreux hétérogène . . . . .	25
1.3.3 Changement de phase . . . . .	30
<b>1.4 Modèle numérique de transfert isotherme d'eau liquide et de sa vapeur</b> . . . . .	<b>33</b>
1.4.1 Synthèse d'un modèle théorique . . . . .	33
1.4.2 Discrétisation numérique . . . . .	35

---

## Introduction

Le but du modèle théorique exposé dans ce chapitre est la description des transferts de matière et d'énergie dans un milieu aussi hétérogène que peut l'être un sol. Les phénomènes pris en compte sont : la filtration de la phase liquide, la filtration de la phase gazeuse, la diffusion des constituants, le changement de phase liquide-gaz, le transfert de chaleur entre les constituants d'une part et entre les phases, d'autre part. Une attention particulière

est portée à l'écriture des relations qui régissent les phénomènes en terme, accessible, à la mesure.

Une modélisation thermodynamique des transferts est abordée dans cette étude sous deux approches : la thermodynamique de l'équilibre et la thermodynamique de non-équilibre.

### **La thermodynamique de l'équilibre**

Cette approche concerne la modélisation des milieux complexes en l'absence de variation des paramètres qui décrivent les milieux et en l'absence de tous flux de chaleur et de matière. Une description thermomécanique complète de tels systèmes doit prendre en compte la composition des phases par l'intermédiaire de variables pondérales telles que les teneurs des espèces chimiques. Cependant, ces variables de description sont insuffisantes ; il convient de leur associer des grandeurs thermodynamiques qui rendent compte en partie de l'organisation de la matière et de l'influence du reste du milieu sur une espèce chimique donnée.

### **La thermodynamique de non-équilibre**

L'application d'un flux de chaleur et/ou de matière aux limites d'un milieu complexe se traduit par une rupture de l'équilibre et le développement de phénomènes dissipatifs, soit sous forme de flux de chaleur et/ou de matière, soit sous forme de transformations ou d'échange de matière entre phases : réactions chimiques, changement de phase. Un modèle mathématique de non-équilibre est présenté par la suite.

Des relations phénoménologiques pour les différents phénomènes physiques de transferts dans un sol non saturé sont établies à partir de la thermodynamique des processus irréversibles proche de l'équilibre (TPI linéaire). Néanmoins, et bien qu'un souci de clarté accompagne toutes les sections qui suivent, si certains résultats nécessitent de plus amples explications, les lecteurs peuvent se référer à plusieurs travaux comportant des développements théoriques de modélisation au LMGC (Bénet, 1981; Fras, 1989; Ruiz, 1998; Chammari, 2002; Jamin, 2003; Boscus, 2005; Ouédraogo, 2008).

## **1.1 Cadre théorique de la modélisation**

### **1.1.1 Modélisation d'un sol non saturé**

#### **1.1.1.1 Sol non saturé**

Du point de vue de ses propriétés physiques et mécaniques, le sol peut être considéré comme un milieu granulaire. En effet, la spécificité de ce type de milieu vient du fait qu'il est constitué, principalement, de deux structures imbriquées et complémentaires,

ayant chacune ses caractéristiques propres : la première formée par les grains solides et la seconde par l'espace laissé libre, les pores, d'où l'appellation de milieu poreux.

Les pores forment des vides qui sont entièrement ou partiellement remplis de liquide, mais aussi d'un gaz composé d'air et de vapeur. Le milieu ainsi décrit contient trois phases : solide, liquide, gazeuse.

- **La phase solide** : cette phase est constituée par un empilement de grains dit squelette poreux.
- **La phase liquide** : la phase liquide peut être, par exemple, de l'eau ou un contaminant sous sa forme liquide. Elle occupe partiellement les vides du squelette solide.
- **La phase gazeuse** : cette phase occupe l'espace laissé libre par les phases liquide et solide. Elle est constituée par un mélange d'air et de vapeur d'eau ou de polluant dans certains cas.

La figure (Fig. 1.1) est une illustration d'un sol non saturé.

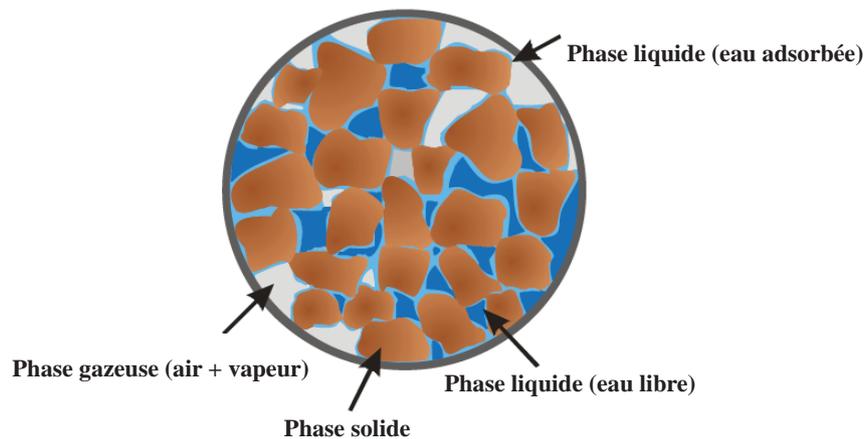


Fig. 1.1 – Représentation d'un milieu poreux non saturé

### 1.1.1.2 Échelles de description

Deux échelles sont couramment utilisées pour modéliser un milieu poreux : l'échelle *microscopique* et l'échelle *macroscopique*.

#### L'échelle microscopique

L'approche microscopique est une description du milieu à l'échelle des pores. Dans cette approche, on considère que la longueur caractéristique des phénomènes considérés est faible par rapport aux dimensions des pores. Elle permet la mise en évidence des

mécanismes élémentaires qui s'y déroulent et permet également de distinguer les fractions dissoute et particulaire, adsorbée et non-adsorbée, c'est-à-dire la fraction considérée comme mobile ou immobile des solutions. Généralement trop fine pour décrire l'infiltration à travers un milieu poreux, c'est pourtant l'échelle de représentation privilégiée de la mécanique des fluides à savoir les écoulements représentés par les équations de Navier Stokes. Cependant, cette approche est difficilement applicable compte tenu de la grande diversité de la distribution géométrique des phases dans les milieux poreux naturels. De plus les méthodes mathématiques s'avèrent impuissantes quand il s'agit de décrire en détail les phénomènes.

Bien que les phénomènes soient entièrement déterminés par la physique à l'échelle microscopique, les chercheurs s'intéressent le plus souvent à leurs manifestations à une échelle beaucoup plus grande : l'échelle macroscopique.

### L'échelle macroscopique

L'approche macroscopique considère le milieu poreux tel un milieu hétérogène pouvant être défini, à l'échelle de l'observation, comme la superposition de milieux continus distincts en équilibre localement et en interaction mutuelle globalement au sein d'un Volume Élémentaire Représentatif (VER).

Dans cette approche, on peut distinguer deux démarches :

1. **Approche par macroscopisation** : le problème de la modélisation est posé en terme de valeurs moyennes définies à partir de paramètres *microscopiques* par des processus de macroscopisation. Cette prise de moyenne se fait sur un volume élémentaire représentatif (VER) qui se déplace sur l'ensemble du milieu. On parle très souvent de changement d'échelle ou d'*homogénéisation*. L'approche par changement d'échelle va consister à construire des équations mathématiques qui régissent les phénomènes à l'échelle macroscopique à partir des équations qui décrivent ces phénomènes à une échelle plus fine (Fras, 1989; Fras et Bénét, 1994; Quintard et Whitaker, 1994; Cherblanc, 1999).

La figure (Fig. 1.2) illustre le processus d'homogénéisation d'un milieu poreux.

2. **Approche phénoménologique** : proposée en particulier par Truesdell et Toupin (1960), cette approche consiste à ignorer la structure intime de la matière et à considérer que le milieu hétérogène peut être modélisé par une superposition de champs continus : masses volumiques, vitesses, températures, énergies internes, entropies auxquels on applique les principes de la Mécanique des Milieux Continus (MMC) et de la Thermodynamique des Processus Irréversibles (TPI) (Lozano, 2007). La validité d'un modèle phénoménologique réside ainsi dans la conformité de ses conséquences avec les faits expérimentaux. Cette approche est aussi appelée théorie des mélanges et/ou théorie des milieux polyphasiques.

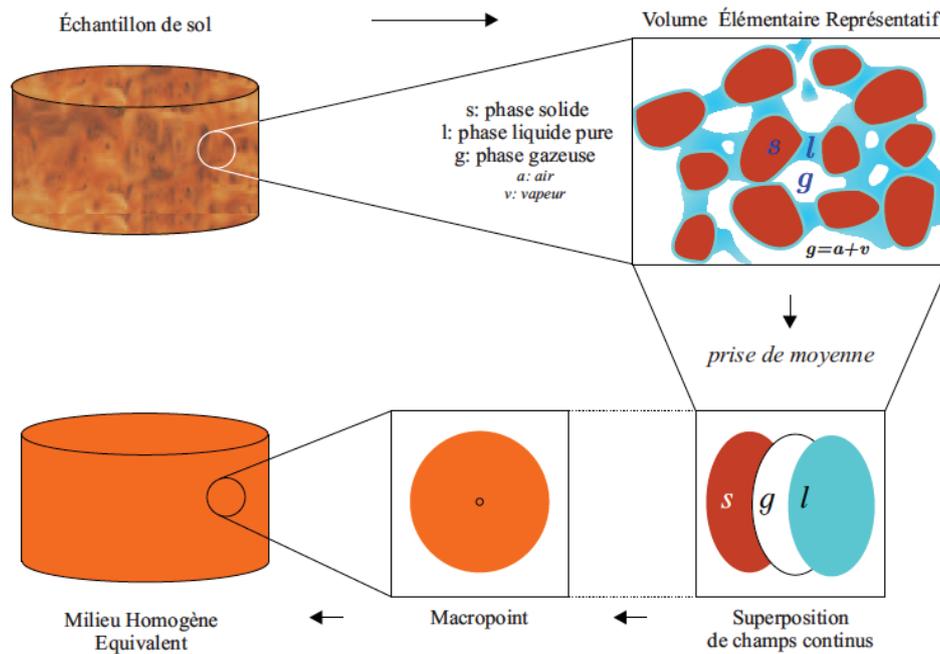


Fig. 1.2 – Du milieu poreux au milieu homogène correspondant (Chammari, 2002)

En effet, la théorie des milieux polyphasiques est une extension de la théorie des mélanges à des milieux constitués de plusieurs phases. Cette approche, plus adaptée à des cas comme celui que nous abordons dans cette étude est issue d'une idée originale de Prigogine et Mazur (1951) développée pour décrire l'hélium liquide comme un mélange de deux fluides, chacun étant composé d'un isotope différent de l'hélium (Ouoba, 2009). Elle a ensuite été étendue aux milieux poreux (Bénet, 1981) et a fait l'objet de plusieurs investigations dont les plus récentes comptent les travaux de Sullivan (2013) à travers une formulation dite de théories des mélanges hydrides (Hybrid Mixture Theory, HMT). Cette approche, similaire à celle que nous appliquons dans ce présent travail, consiste à réécrire, confirmer ou étendre les lois de Darcy et Fick à partir du second principe de la thermodynamique. L'objectif est de donner une consistance thermodynamique aux équations de transport dans les milieux poreux en général et le sol non saturé en particulier.

### 1.1.2 Phénomènes physiques élémentaires dans un sol non saturé

De multiples phénomènes physiques peuvent se produire dans un milieu poreux non saturé. Pour la modélisation des transferts d'eau dans un sol aride, nous nous intéressons aux interactions décrites ci-dessous, représentées à la (Fig 1.3) pouvant agir au sein du VER (Fig. 1.2) :

- **Filtration des phases liquide et gazeuse** à travers le squelette solide : le phé-

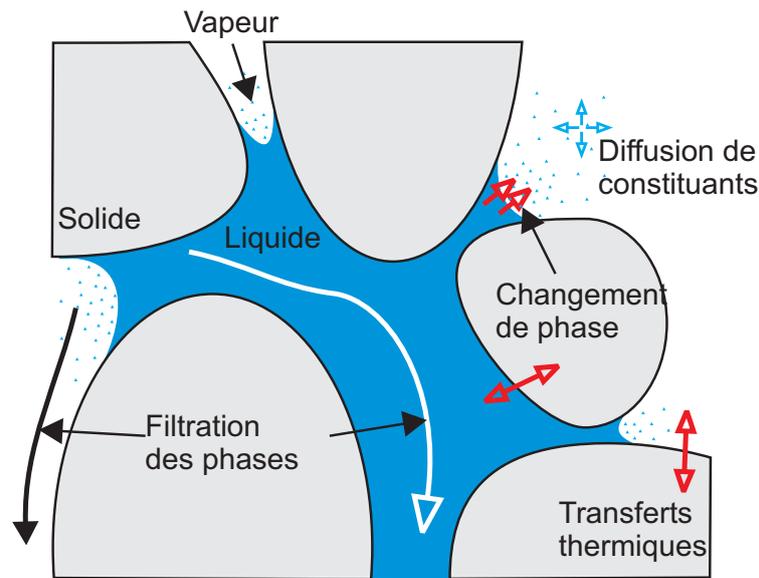


Fig. 1.3 – Phénomènes élémentaires pris en compte

nomène de filtration caractérise le mouvement de la phase à travers le squelette poreux.

- **Diffusion de constituants** au sein de la phase gazeuse : le phénomène de diffusion se rapporte au mouvement de l'air et de la vapeur au sein de la phase gazeuse.
- **Changement de phase liquide-vapeur** : ce phénomène correspond au passage de l'état liquide à l'état vapeur (réciproquement de l'état vapeur à l'état liquide) du constituant liquide (réciproquement vapeur) au sein du milieu poreux.

### 1.1.3 Variables de modélisation

#### 1.1.3.1 Conventions d'écriture

Une variable se présente sous la forme :  $A_{\alpha i}$ , l'indice  $\alpha$  se rapportant à la phase et l'indice  $i$  au constituant de la phase. Les indices se rapportant à la phase prennent les valeurs  $s, l, g$ , respectivement pour les phases solide, liquide et gazeuse. Le symbole  $\sum_{\alpha}$  indique que la sommation doit porter sur toutes les phases du milieu ; le symbole  $\sum_i$  sur tous les constituants d'une phase déterminée.

On utilise la convention de sommation de l'indice muet répété (ou convention d'Einstein), sauf pour les indices  $\alpha$  et  $i$ , et la représentation indicelle de la dérivation spatiale. Ainsi, on définit les notations suivantes :

- $A_{\alpha i, k}$  est la  $k^{\text{ième}}$  composante du gradient de la variable scalaire  $A_{\alpha i}$  ;
- $B_{\alpha i}^k$  est la  $k^{\text{ième}}$  composante de la variable vectorielle  $B_{\alpha i}$  ;
- $B_{\alpha i, m}^k$  est la  $km^{\text{ième}}$  composante du gradient de la variable vectorielle  $B_{\alpha i}$  ;
- $B_{\alpha i, k}^k$  est la divergence de la variable vectorielle  $B_{\alpha i}$  ;
- $C_{\alpha i}^{km}$  est la  $km^{\text{ième}}$  composante de la variable tensorielle  $C_{\alpha i}$  ;
- $C_{\alpha i, m}^{km}$  est la  $k^{\text{ième}}$  composante de la divergence de la variable tensorielle  $C_{\alpha i}$  ;

### 1.1.3.2 Masses volumiques

On distingue deux définitions de masses volumiques pour un milieu poreux :

- La masse volumique apparente du constituant  $i$  de la phase  $\alpha$  (notée  $\rho_{\alpha i}$ ) qui représente la masse de matière associée à chaque constituant  $i$  de la phase  $\alpha$  par unité de volume. Ce volume correspond au VER  $V$  :

$$\rho_{\alpha i} = \frac{m_{\alpha i}}{V} \quad (1.1)$$

où  $m_{\alpha i}$  est la masse du constituant  $i$  de la phase  $\alpha$ .

- La masse volumique réelle du constituant  $i$  de la phase  $\alpha$  qui représente la masse de matière associée à chaque constituant  $i$  de la phase  $\alpha$  par unité de volume  $V_{\alpha}$ . Ce volume correspond à la fraction de volume  $V$  occupée par la phase  $\alpha$  :

$$\rho_{\alpha i}^* = \frac{m_{\alpha i}}{V_{\alpha}} \quad (1.2)$$

Les relations suivantes nommées respectivement masse volumique apparente de la phase  $\alpha$  et celle de l'ensemble du milieu sont vérifiées :

$$\rho_{\alpha} = \sum_i \rho_{\alpha i} \quad (1.3)$$

$$\rho = \sum_{\alpha} \rho_{\alpha} = \sum_{\alpha} \sum_i \rho_{\alpha i} \quad (1.4)$$

### 1.1.3.3 Variables liées à la texture du sol

- L'indice des vides : il décrit l'état de compaction du milieu granulaire.

$$e = \frac{V_g + V_l}{V_s} = \frac{\rho_s^* - \rho_s}{\rho_s} \quad (1.5)$$

- La porosité  $n$  :

$$n = \frac{V_g + V_l}{V} = \frac{e}{1 + e} \quad (1.6)$$

- La compacité  $c$  :

$$c = \frac{V_s}{V} = 1 - n = \frac{1}{1 + e} \quad (1.7)$$

#### 1.1.3.4 Teneurs en liquide

La proportion d'un liquide présent dans un sol peut être quantifiée par plusieurs paramètres :

- La teneur en liquide massique :

$$w = \frac{m_l}{m_s} = \frac{\rho_l}{\rho_s} \quad (1.8)$$

- La teneur en liquide volumique qui se définit comme étant le rapport du volume de liquide au volume total :

$$\theta_l = \frac{V_l}{V} = w \frac{\rho_s}{\rho_l^*} \quad (1.9)$$

- Le degré de saturation  $S_r$  : c'est la fraction volumique du liquide par rapport au volume des vides (volume des pores). Il s'exprime généralement en pourcentage et est donné par la relation suivante :

$$S_r = \frac{V_l}{V_g + V_l} = \frac{w \rho_s^*}{e \rho_l^*} = \frac{w \rho_s}{n \rho_l^*} \quad (1.10)$$

#### 1.1.3.5 Volumes et fractions volumiques

Dans un volume  $V$  d'un milieu poreux non saturé, la phase  $\alpha$  occupe un volume  $V_\alpha$ . La fraction volumique de cette phase est définie comme étant :

$$\phi_\alpha = \frac{V_\alpha}{V} = \frac{\rho_\alpha}{\rho_\alpha^*} \quad (1.11)$$

avec

$$\sum_{\alpha} \phi_\alpha = 1 \quad (1.12)$$

Ce qui donne dans le cas de la phase gazeuse :

$$\phi_g = \frac{V_g}{V} = 1 - \left( \frac{V_s}{V} + \frac{V_l}{V} \right) \quad (1.13)$$

D'après les relations (Eqs. 1.1, 1.2, 1.8 et 1.11), cette fraction volumique gazeuse dans le sol prend la forme :

$$\phi_g = 1 - \rho_s \left( \frac{1}{\rho_s^*} + \frac{w}{\rho_i^*} \right) \quad (1.14)$$

Dans cette expression, la variable d'état est  $w$ , les autres paramètres sont propres aux matériaux de l'étude et donc supposés connus.

### 1.1.3.6 Variables cinématiques

On note  $v_{\alpha i}^k$  la vitesse du constituant  $\alpha i$ . La densité du flux de masse pour ce constituant par rapport à un référentiel galiléen est par définition :  $\rho_{\alpha i} v_{\alpha i}^k$ . La vitesse de la phase  $\alpha$ ,  $v_{\alpha}^k$ , correspond à la vitesse barycentrique massique de ses constituants :

$$\rho_{\alpha} v_{\alpha}^k = \sum_i \rho_{\alpha i} v_{\alpha i}^k \quad (1.15)$$

Le flux de diffusion du constituant  $i$  par rapport à la phase  $\alpha$ ,  $J_{\alpha i}^k$ , est défini par :

$$J_{\alpha i}^k = \rho_{\alpha i} (v_{\alpha i}^k - v_{\alpha}^k) \quad (1.16)$$

Des relations (Eq. 1.3), (Eq. 1.15) et (Eq. 1.16) découle la condition de fermeture :

$$\sum_i J_{\alpha i}^k = 0 \quad (1.17)$$

### 1.1.3.7 Paramètres thermodynamiques

#### Température

On suppose que l'équilibre thermique macro-local est réalisé à chaque instant et le champ de température  $T$  est supposé unique et commun à tous les constituants et à toutes les phases :

$$T_{\alpha i} = T_{\alpha} = T \quad (1.18)$$

#### Énergie interne

Nous noterons  $u_i$  l'énergie interne par unité de masse du constituant  $i$ . L'énergie interne par unité de masse de l'ensemble est définie par :

$$u = \frac{1}{\rho} \sum_{\alpha} (\rho_{\alpha} u_{\alpha}) \quad (1.19)$$

## Entropie

A partir de l'entropie par unité de masse  $s_i$  de chaque constituant, nous définissons de la même façon l'entropie par unité de masse de l'ensemble :

$$s = \frac{1}{\rho} \sum_{\alpha} (\rho_{\alpha} s_{\alpha}) \quad (1.20)$$

### 1.1.4 Pressions à l'échelle des pores

Dans l'hypothèse où la phase gazeuse est un mélange de gaz supposés parfaits il est possible d'exprimer la pression à l'échelle des pores d'un constituant  $i$ , du système étudié, par :

$$p_i^* = \frac{1}{V} \frac{m_i R_g T}{M_i} \quad (1.21)$$

Cette relation appliquée aux constituants air et vapeur de la phase gazeuse, donne :

$$p_v^* = \rho_v^* \phi_g \frac{R_g T}{M_l} \quad (1.22)$$

$$p_a^* = \rho_a^* \phi_g \frac{R_g T}{M_a} \quad (1.23)$$

où  $M_l$  est la masse molaire du liquide et  $M_a$  est la masse molaire du constituant air de la phase gazeuse.  $R_g$  étant la constante des gaz parfaits.

La pression à l'échelle des pores de la phase gazeuse est :

$$p_g^* = p_v^* + p_a^* \quad (1.24)$$

## 1.2 Eau dans le sol

### 1.2.1 État hydrique d'un sol non saturé

La caractérisation hydrique d'un sol se fait généralement suivant le domaine d'intérêt qui peut relever de l'agronomie, du génie civil, de l'environnement,  $\dots$ , mais aussi suivant le point de vue scientifique adopté (mécanique, transfert de matière, fonctionnement physicochimique  $\dots$ ). Habituellement, l'on a coutume de présenter l'état hydrique dans le cadre de la relation sol-plante mais dans le cas présent, nous le présenterons d'un point de vue thermodynamique suivant la nature des échanges entre l'eau et le sol. Dans la présente thèse, nous nous intéresserons à la zone non saturée du sol où les trois phases (solide, liquide et gazeuse) coexistent (Fig. 1.1) et plus précisément à l'eau liquide pouvant se trouver dans différents états.

Lorsqu'on se réfère à la géométrie des amas d'eau dans le sol, on distingue essentiellement trois états classiques définis ci-dessous et représentés à la (Fig. 1.4).

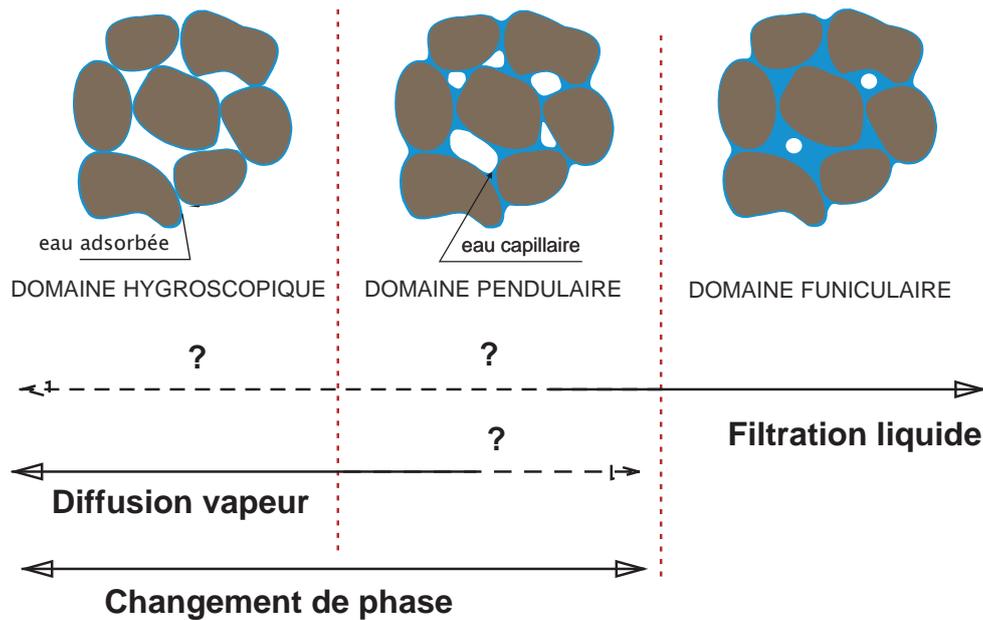


Fig. 1.4 – Répartition de l'eau dans la zone non saturée

- **Le domaine funiculaire** : la phase liquide est continue tandis que la phase gazeuse se présente essentiellement sous forme de bulles occluses. Dans ce domaine, les transferts d'eau s'effectuent en phase liquide sous l'action de la pesanteur et d'un gradient de pression. C'est aussi le domaine proche de la saturation.
- **Le domaine pendulaire** : les phases liquide et gazeuse sont continues. L'eau qui s'y trouve est libre et se présente sous forme de couches superficielles et de ponts liquides entre les grains. Dans ce domaine, les transferts de matière s'effectuent à la fois en phase liquide et en phase gazeuse. Jusqu'à ce jour, on ne peut délimiter les frontières de ce domaine c'est à dire qu'on arrive pas à dire si c'est la filtration de la phase liquide ou la diffusion de la phase gazeuse qui prédomine.
- **Le domaine hygroscopique** : La phase gazeuse est continue tandis que la phase liquide est discontinue. L'eau y est présente sous forme de fines couches qui enveloppent les grains. Elle est formée d'une fine pellicule d'eau de quelques molécules d'épaisseur. Il s'agit de l'eau adsorbée ou eau liée. Dans ce domaine, les transferts de matière s'effectuent en phase gazeuse essentiellement par diffusion moléculaire, changement de phase et écoulements par films.

### 1.2.2 Description thermodynamique de l'état de l'eau dans le sol : notion de potentiel chimique

Un milieu poreux, en l'occurrence un sol, peut être considéré comme un ensemble de phases ouvertes. La spécificité de ces phases étant que les propriétés de la matière

sont modifiées par la présence des interfaces. Pour décrire les modifications des propriétés du constituant eau et ensuite, introduire les changements de phase, nous utiliserons les potentiels chimiques.

En 1875, Gibbs a introduit le concept de potentiel chimique pour décrire les systèmes à composition variable (Guggenheim, 1965). On se propose dans ce chapitre, de rassembler les éléments théoriques concernant le concept de potentiel chimique. On s'attardera sur sa définition, ses propriétés et sa mesure, plus particulièrement, dans les sols.

On privilégie par la suite les phases fluides, car la phase solide sera considérée indéformable. La présentation adoptée est en majorité tirée de l'ouvrage de Guggenheim (1965).

### 1.2.2.1 Relation de Gibbs

Considérons un système ouvert quelconque. La différentielle de l'énergie interne s'écrit, en utilisant les variables extensives  $S$ ,  $V$  et  $m_i$  :

$$dU = \left( \frac{\partial U}{\partial S} \right)_{V, m_i} dS + \left( \frac{\partial U}{\partial V} \right)_{S, m_i} dV + \sum_i \left( \frac{\partial U}{\partial m_i} \right)_{S, V, m_j} dm_i, i \neq j \quad (1.25)$$

On identifie :

$$\left( \frac{\partial U}{\partial S} \right)_{V, m_i} = T \quad (1.26)$$

la température du système ;

$$- \left( \frac{\partial U}{\partial V} \right)_{S, m_i} = p \quad (1.27)$$

la pression à l'intérieur de la phase ;

$$\left( \frac{\partial U}{\partial m_i} \right)_{S, V, m_j} = \mu_i \quad (1.28)$$

le potentiel chimique massique du constituant  $i$ . Il en découle la relation :

$$dU = TdS - pdV + \sum_i \mu_i dm_i \quad (1.29)$$

Cette relation (Eq. 1.29) traduit la relation de Gibbs pour une phase ouverte. Le symbole  $\sum_i$  montre que la somme doit être étendue à toutes les espèces chimiques.

### 1.2.2.2 Définition du potentiel chimique

Le potentiel chimique traduit, d'après la relation (Eq. 1.28), l'énergie qu'il faut fournir, pour enlever ou ajouter une unité de masse d'un constituant  $i$  du système ; l'entropie, le volume et la masse des autres constituants étant maintenus constants.

**Remarque** : Si on utilise le nombre de mole  $n_i$  de l'espèce  $i$ , comme variable d'état, la relation de Gibbs (Eq. 1.29) s'écrit alors :

$$dU = TdS - pdV + \sum_i \mu_i^m dn_i \quad (1.30)$$

Dans ce cas, le potentiel chimique molaire est défini par :

$$\left( \frac{\partial U}{\partial n_i} \right)_{S,V,n_j} = \mu_i^m, \quad i \neq j$$

Notons que l'on établit aisément la relation entre le potentiel chimique massique et celui molaire :

$$\mu_i(\text{massique}) = \frac{1}{M_i} \mu_i^m(\text{molaire}) \quad (1.31)$$

### 1.2.2.3 Relation intégrale - relation de Gibbs-Duhem

#### Relation intégrale

Elle découle de la relation de Gibbs (Eq. 1.29) et du caractère intensif de  $U$ ,  $S$ ,  $V$ ,  $m_i$ . L'énergie interne est une fonction homogène de degré 1 par rapport à ses variables extensives associées  $S$ ,  $V$  et  $m_i$  :

$$U(\lambda S, \lambda V, \lambda m_i) = \lambda U(S, V, m_i) \quad (1.32)$$

D'après le théorème d'Euler, on peut écrire :

$$U = S \left( \frac{\partial U}{\partial S} \right)_{V,m_i} + V \left( \frac{\partial U}{\partial V} \right)_{S,m_i} + m_i \left( \frac{\partial U}{\partial m_i} \right)_{S,V,m_j}, \quad i \neq j \quad (1.33)$$

En utilisant la relation (Eq. 1.33) et les relations (Eqs. 1.26, 1.27 et 1.28), on obtient la relation intégrale :

$$U = TS - pV + \sum_i \mu_i m_i \quad (1.34)$$

#### Relation de Gibbs-Duhem

En différentiant la relation intégrale (Eq. 1.34), puis en la soustrayant de la relation de Gibbs (Eq. 1.29) on obtient la relation ci-après qui est la relation de Gibbs-Duhem :

$$SdT - Vdp + \sum_i m_i d\mu_i = 0 \quad (1.35)$$

Cette relation, valable pour une phase fluide, relie l'incrément de pression de la phase à l'incrément de température et les incréments de potentiel chimique des constituants.

### 1.2.2.4 Propriété fondamentale des potentiels chimiques

Considérons le système thermodynamique fermé constitué de deux phases fluides  $\alpha$  et  $\beta$ , occupant des volumes  $V_\alpha$  et  $V_\beta$ , séparées par une membrane semi-perméable à l'espèce  $i$ . Les pressions des phases, notées  $p_\alpha$  et  $p_\beta$  ne sont pas forcément identiques, ce qui laisse la possibilité d'une interface courbe entre  $\alpha$  et  $\beta$ . On envisage le passage isotherme d'une quantité infinitésimale de l'espèce  $dm_i$  de  $\alpha$  vers  $\beta$ . L'irréversibilité de la transformation est localisée sur l'interface entre  $\alpha$  et  $\beta$ , les transformations à l'intérieur des phases sont, elles, supposées réversibles. Pour le système étudié, le second principe de la thermodynamique conduit à la relation (Guggenheim, 1965, p.34) :

$$(\mu_{\alpha i} - \mu_{\beta i}) dm_i \geq 0 \quad (1.36)$$

Cela signifie que  $dm_i$  et  $\mu_{\alpha i} - \mu_{\beta i}$  sont du même signe dans le cas d'une transformation irréversible. Ainsi le constituant  $i$  va de la phase où son potentiel chimique est le plus fort vers la phase où son potentiel chimique est le plus faible à travers une membrane semi perméable à  $i$  lors d'une transformation isotherme et irréversible. C'est le cas d'un transport passif en l'absence de champ extérieur.

Lors d'un passage réversible et isotherme :

$$\mu_{\beta i} = \mu_{\alpha i} \quad (1.37)$$

dans le cas  $dm_j = 0$  pour  $j \neq i$ . Le potentiel chimique de l'espèce  $i$  est le même dans les deux phases le long d'une transformation isotherme et réversible.

Le potentiel chimique régit le transfert de matière des constituants. On notera l'analogie avec le transfert de chaleur (variable associée : la température) et le transfert d'une phase (variable associée : la pression). On voit que la relation (Eq. 1.37) n'est applicable que pour une évolution isotherme sans changement de phase autre que le constituant considéré, en absence de réactions chimiques entre phases.

### 1.2.2.5 Expression des potentiels chimiques

Le potentiel chimique peut être calculé pour des systèmes thermodynamiques idéaux : gaz parfait, liquide pur, solution idéale. Ces potentiels serviront de référence pour évaluer le potentiel chimique dans les milieux complexes. Les expressions suivantes sont utilisées pour le potentiel chimique en fonction du système thermodynamique :

- **Phase liquide pure peu compressible (Guggenheim, 1965) :**

$$\mu_l = \mu^0(T) + \frac{p_l}{\rho_l^*} \quad (1.38)$$

où  $\mu^0(T)$  est le potentiel chimique de référence à la température  $T$  ;  $p_l$  est la pression réelle du liquide et  $\rho_l^*$  la masse volumique réelle du liquide.

- **Gaz parfait** (Guggenheim, 1965) :

$$\mu_g(T, p) = \mu_g^0(T, p^+) + \frac{RT}{M_g} \ln \left( \frac{p_g}{p^+} \right) \quad (1.39)$$

où  $\mu_g^0(T, p^+)$  est le potentiel chimique de référence à la température  $T$  et à la pression  $p^+$  ;  $R$ , la constante des gaz parfaits,  $M_g$ , la masse molaire de la phase gazeuse et  $p_g$  la pression réelle du gaz.

- **Constituant d'un mélange idéal de gaz parfaits** (Callen, 1985) :

$$\mu_{gi}(T, p) = \mu_{gi}^0(T, p) + \frac{RT}{M_i} \ln \left( \frac{p_i}{p} \right) \quad (1.40)$$

où  $\mu_{gi}^0(T, p)$  est le potentiel chimique de référence à la température  $T$  et à la pression totale  $p$  pour le constituant pur  $i$  ;  $M_i$ , la masse molaire de  $i$  et  $p_i$  la pression partielle du constituant  $i$ .

- **Constituant d'une solution liquide idéale** (Callen, 1985) :

$$\mu_{li}(T, p) = \mu_{li}^0(T, p) + \frac{RT}{M_i} \ln(x_i) \quad (1.41)$$

$\mu_{li}^0(T, p)$  est le potentiel chimique de référence à la température  $T$  et à la pression totale  $P$  pour le constituant pur  $i$  ;  $x_i$ , la fraction molaire de  $i$ .

- **Solution réelle** (Guggenheim, 1965) :

$$\mu_{li}(T, p) = \mu_i^0(T, p) + \frac{RT}{M_i} \ln(a_i) \quad (1.42)$$

$\mu_i^0(T, p)$  est le potentiel chimique de la vapeur du constituant  $i$  en équilibre avec le constituant pur à  $T$  et  $p$  ;  $a_i = \frac{p_i}{p_i^0}$ , l'activité du constituant  $i$  où  $p_i$  et  $p_i^0$  représentent les pressions partielles d'équilibre de la vapeur de  $i$  avec la solution réelle et avec le constituant  $i$  pur.

### 1.2.2.6 Mesure du potentiel chimique

La mesure s'appuie sur la restriction de la propriété fondamentale aux transformations réversibles. Dans ce cas, le long d'une transformation isotherme, le potentiel chimique d'une espèce a la même valeur, partout où elle est présente, si les différentes parties du systèmes la contenant sont séparées par des frontières qui lui sont perméables. L'évaluation du potentiel chimique dans une partie du système donne alors sa valeur dans les autres parties et la partie du système utilisée acquiert alors le statut d'appareil de mesure.

Il a été montré, en associant différentes méthodes de mesure (tensiomètre, méthodes des solutions salines, méthode mécanique) pour des matériaux très divers (sols, produits alimentaires, bois, gel), que le potentiel chimique de l'eau peut être mesuré sur toute la gamme de teneur en eau (Bénet *et al.*, 2012).

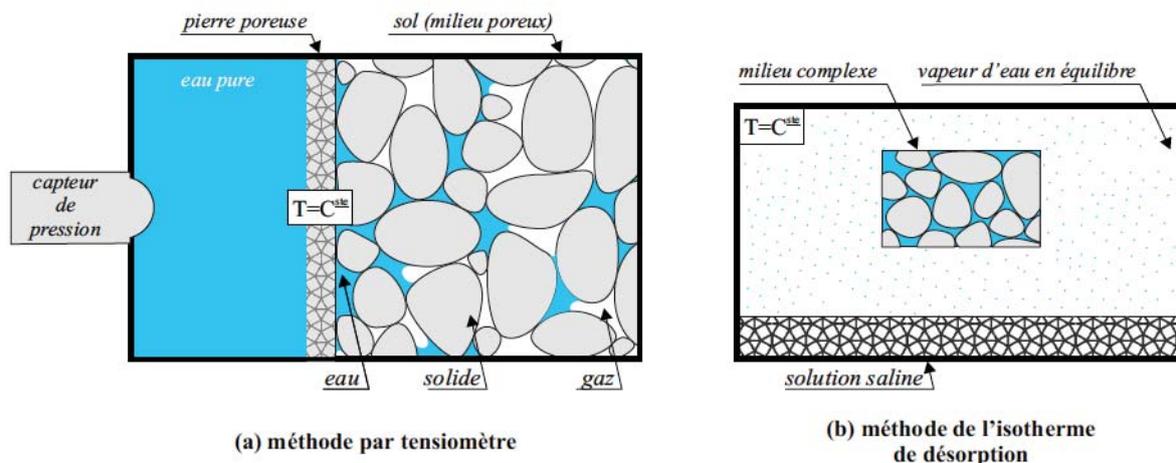


Fig. 1.5 – Mesure du potentiel chimique massique de l'eau (Chammari, 2002)

1. **La tensiométrie** (Fig. 1.5 –a) permet de déterminer le potentiel chimique de l'eau pure, dans un sol. La pierre poreuse joue le rôle d'une membrane semi-perméable à l'eau. Le potentiel chimique de l'eau dans le sol, affecté par les interfaces courbes liquide-gaz, est donné par la pression réelle  $p_e$  de l'eau dans le réservoir du tensiomètre. L'expression (Eq. 1.38) est utilisée pour évaluer le potentiel chimique de l'eau.
2. Les techniques basées sur les solutions salines saturées (Fig. 1.5 –b) consistent à établir l'équilibre thermodynamique entre l'eau pure contenue dans un milieu poreux et sa vapeur maintenue à une pression partielle précise, imposée par la solution saline saturée. La surface du milieu joue le rôle de membrane semi-perméable au constituant eau. Si, à température constante, l'on adopte comme pression de référence la pression de vapeur saturante à la température considérée  $p_{vs}(T)$ , la déviation du potentiel chimique massique de l'eau dans le milieu par rapport à celui de l'eau libre  $\mu_e^0(T)$  à la même température est calculée à partir de l'expression (Eq. 1.39), la vapeur d'eau étant supposée être un gaz parfait.
3. La méthode mécanique utilise un appareil dénommé *activimètre* (Ouoba, 2009) pour mesurer la pression partielle d'équilibre de la vapeur  $p_{veq}$  d'un constituant et d'en déduire l'activité et le potentiel chimique du constituant dans le sol à partir de la relation (Eq. 1.42). Le dispositif est schématisé à la (Fig. 1.6). Pour de plus amples détails sur ce dispositif mécanique, sous brevet, le lecteur est invité à consulter Ouoba (2009); Ouoba *et al.* (2010).

Chaque technique a un domaine d'application spécifique. La méthode tensiométrique est limitée par la possibilité de mettre en contact le fluide à travers la pierre poreuse. La

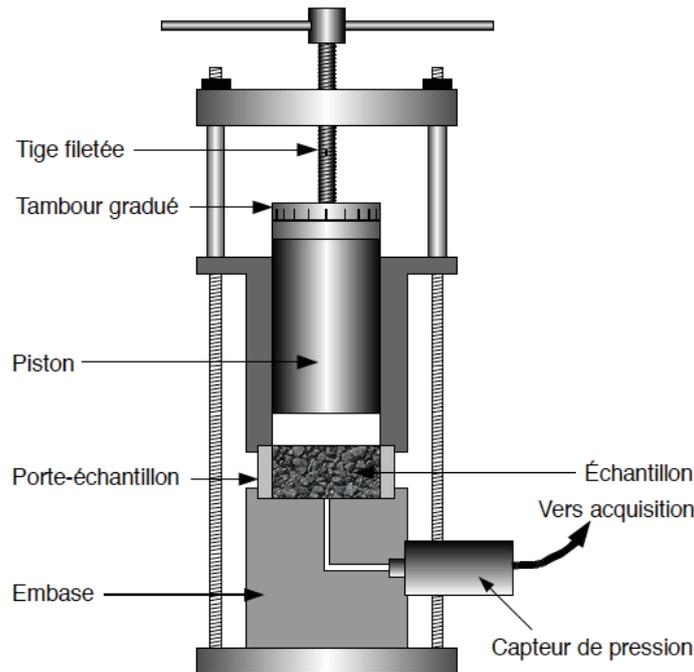


Fig. 1.6 – Activimètre : schéma du dispositif expérimental (Ouoba, 2009)

seconde ne s'applique que si la déviation de la pression partielle de la vapeur d'eau par rapport à la pression de vapeur saturante est significative c'est-à-dire dans le domaine hygroscopique. Le dispositif mécanique permet de déterminer des valeurs dans le domaine intermédiaire entre le funiculaire et l'hygroscopique.

Dans le cas où la déviation du potentiel chimique par rapport au constituant à l'état pur est la conséquence de la superposition de phénomènes tels la capillarité, l'hygroscopicité, la présence de solutés, le champ de contraintes, la variation de température, le champ électrique ..., il faut alors imaginer des procédures permettant d'atteindre sa valeur.

## 1.3 Modélisation des transferts dans le sol non saturé

### 1.3.1 Équations de conservation

Les équations qui composent le modèle sont issues des bilans de masse, d'énergie interne, de quantité de mouvement et d'entropie. Ce dernier est utilisé ici pour établir la forme des lois qui régissent les phénomènes mis en jeu. L'établissement de certaines relations font appel à de longs développements. Nous nous limitons ici aux équations essentielles dans un domaine  $\Omega_t$  représentatif du VER : les bilans de masse et les dissipations à partir de la production d'entropie.

### 1.3.1.1 Bilans de masse

#### Bilan de masse pour un constituant

Le bilan de masse du constituant  $i$  d'une phase  $\alpha$  s'écrit :

$$\frac{\partial \rho_{\alpha i}}{\partial t} = - \left( \rho_{\alpha i} v_{\alpha i}^k \right)_{,k} + \hat{\rho}_{\alpha i} \quad (1.43)$$

où  $\hat{\rho}_{\alpha i}$  est la production du constituant  $\alpha i$  par unité de temps et par unité de volume qui peut provenir de changement de phase ou de réactions chimiques.

En combinant les relations (Eqs. 1.16 et 1.43), la dernière relation peut se mettre sous la forme :

$$\frac{\partial \rho_{\alpha i}}{\partial t} = - \left( \rho_{\alpha i} v_{\alpha}^k \right)_{,k} - J_{\alpha i, k}^k + \hat{\rho}_{\alpha i} \quad (1.44)$$

#### Bilan pour une phase

En sommant (Eq. 1.43) sur les constituants de la phase  $\alpha$  et en vertu de (Eq. 1.3) et (Eq. 1.15), le bilan de masse de la phase  $\alpha$  s'écrit :

$$\frac{\partial \rho_{\alpha}}{\partial t} = - \left( \rho_{\alpha} v_{\alpha}^k \right)_{,k} + \hat{\rho}_{\alpha} \quad (1.45)$$

avec  $\hat{\rho}_{\alpha}$  l'apport de masse à la phase  $\alpha$  en provenance des autres phases défini par :

$$\hat{\rho}_{\alpha} = \sum_i \hat{\rho}_{\alpha i} \quad (1.46)$$

La conservation de la masse totale impose la relation de fermeture suivante :

$$\sum_{\alpha} \hat{\rho}_{\alpha} = \sum_{\alpha} \sum_i \hat{\rho}_{\alpha i} = 0 \quad (1.47)$$

### 1.3.1.2 Bilan d'entropie : les dissipations

Dans les équations de bilan apparaissent un certain nombre de variables et de grandeurs relatives aux phénomènes pris en compte dans la présente étude : la filtration de phase, la diffusion de constituants, les échanges de chaleur et de matière entre phases (le changement de phase). Deux possibilités existent pour expliciter ces relations : l'investigation expérimentale et la théorie de la Thermodynamique des Processus Irréversibles (TPI). Dans cette partie, la source d'entropie est écrite en terme de dissipations. Les expressions des dissipations serviront à écrire les relations phénoménologiques dans le milieu poreux dans une approche de la TPI linéaire.

#### Expressions des dissipations

Le second principe de la thermodynamique exprime le fait que le taux de variation de l'entropie d'un système matériel, ne peut être inférieur au taux d'apports externes

d'entropie. Dans le cas des vitesses et accélérations faibles, on déduit les expressions des différentes dissipations associées aux différents phénomènes irréversibles (Boscus, 2005; Ouédraogo, 2008) :

- dissipation mécanique associée aux phénomènes d'interfaces :

$$D_{MI} = \sum_{\alpha} v_{\alpha}^k \lambda_{\alpha}^k \quad (1.48)$$

- dissipation associée à la diffusion des constituants :

$$D_D = - \sum_{\alpha} \sum_i J_{\alpha i}^k \left( [\mu_{\alpha i}]_{T,k} + \gamma_{\alpha i}^k \right) \quad (1.49)$$

- dissipation associée aux réactions chimiques homogènes et hétérogènes :

$$D_R = - \sum_{\alpha \neq s} \sum_i \hat{\rho}_{\alpha i} \mu_{\alpha i} + \sum_{\alpha} \sum_i \hat{\rho}_{\alpha i} v_{\alpha i}^k \left( v_{\alpha}^k - \frac{1}{2} v_{\alpha i}^k \right) + \sum_{\alpha \neq s} \hat{\rho}_{\alpha} \frac{P_{\alpha}}{\rho_{\alpha}} - \hat{\rho}_s \psi_s \quad (1.50)$$

- Dissipation relative à la filtration  $D_F$  :

$$D_F = - \sum_{\alpha \neq s} \left( v_{\alpha}^k - v_s^k \right) \left( \sum_i \rho_{\alpha i} \mu_{\alpha i,k} - \rho_{\alpha} f_{\alpha}^k + \sum_i \rho_{\alpha i} \gamma_{\alpha i}^k \right) \quad (1.51)$$

La production volumique d'entropie  $\chi$  relative aux phénomènes irréversibles est reliée à la dissipation par :

$$\chi T = D \quad (1.52)$$

## 1.3.2 Transport dans un milieu poreux hétérogène : Application de la TPI linéaire

### 1.3.2.1 TPI linéaire

L'étude des relations phénoménologiques qui décrivent les phénomènes irréversibles dissipatifs, peut être abordée soit de façon expérimentale, soit en utilisant l'hypothèse de linéarité entre flux et forces thermodynamiques : les dissipations apparaissent comme la somme de produits d'une force par un flux ; les lois les plus simples consistent à relier les forces aux flux par des relations linéaires (de Groot, 1969). Cette hypothèse est applicable dans un voisinage de l'équilibre, appelé domaine de linéarité, dont l'existence et l'étendue dépendent généralement du phénomène considéré.

La méthode, appelée TPI linéaire, consistant à utiliser l'hypothèse de linéarité, donne de bons résultats dans le cas des processus de filtration des phases et de diffusion des constituants. La linéarité entre flux et forces qui interviennent dans les relations (Eqs. 1.48 à 1.49) est bien vérifiée même loin de l'équilibre et les lois obtenues correspondent bien aux lois de Darcy et Fick. Cependant, ces lois correspondent à des milieux simples et il convient de les étendre à des cas plus complexes.

Malgré ces limitations, la TPI linéaire constitue un cadre pertinent pour proposer des lois régissant les phénomènes irréversibles. Il ne faut pas perdre de vue, dans cette approche, que la confrontation à l'expérience est une nécessité pour valider les relations obtenues et permettre la mesure des coefficients phénoménologiques.

La source d'entropie se présente sous la forme :

$$\chi = \sum_i F_i X_i \quad (1.53)$$

où  $F_i$  est le flux généralisé et  $X_i$  la force thermodynamique qui lui est associée. La TPI linéaire conduit à l'écriture des relations phénoménologiques sous la forme (de Groot, 1969) :

$$[F_i] = [L_{ij}] [X_j] \quad (1.54)$$

où  $L_{ij}$  est la matrice symétrique des coefficients phénoménologiques. Dans ces relations, apparaissent des coefficients de couplage. Les couplages sont limités par le principe de Curie, qui dans le cas d'une matrice isotrope, stipule qu'il ne peut y avoir de couplages entre flux et forces d'ordre de tensorialité différent.

### 1.3.2.2 Hypothèses simplificatrices

On considère un milieu constitué d'une phase liquide supposée pure et d'une phase gazeuse composée d'air et de vapeur du liquide considéré. On suppose que :

- les vitesses et les accélérations sont faibles,
- la matrice solide est immobile et indéformable. La vitesse de la phase solide est nulle ( $v_s^k = 0$ ) ; la densité sèche du sol  $\rho_s$  est constante au cours des transferts.
- la température est uniforme et constante,
- les couplages engendrés par les chocs moléculaires à l'interface sont négligés devant les chocs au sein des phases,
- la phase liquide est pure ; elle est constituée d'un seul constituant. Aucune réaction chimique n'est considérée. On assimile en plus les constituants liquide, vapeur et air comme des fluides parfaits.
- le milieu poreux est isotrope.

Les variables d'état sont  $\rho_l$ ,  $\rho_v$  et  $\rho_a$ .

### 1.3.2.3 Filtration des phases pures

La dissipation relative à la filtration (Eq. 1.51), positive d'après le second principe de la thermodynamique, se réduit à l'équation (Eq. 1.55) sachant que les accélérations sont faibles et que la force massique appliquée aux phases est due au champ gravitationnel ( $f_\alpha^k = g^k$ ) :

$$D_F = - \sum_{\alpha \neq s} (v_\alpha^k - v_s^k) \left( \sum_i \rho_{\alpha i} (\mu_{\alpha i, k} - g^k) \right) \geq 0 \quad (1.55)$$

On suppose que seule la phase  $\alpha$  est en mouvement. La relation entre  $A = (v_\alpha^k - v_s^k)$  et  $B = \left( \sum_i \rho_{\alpha i} (\mu_{\alpha i, k} - g^k) + \rho_\alpha s_\alpha T_{,k} \right)$  doit satisfaire la positivité de la dissipation  $D_F$ , de plus, ces termes doivent s'annuler simultanément lorsque le système tend vers l'équilibre. L'hypothèse de linéarité, qui consiste à linéariser la relation entre A et B au voisinage de l'équilibre (TPI linéaire), satisfaisant à ces deux conditions se traduit par :

$$(v_\alpha^k - v_s^k) = -L(\zeta_n) \left( \sum_i \rho_{\alpha i} (\mu_{\alpha i, k} - g^k) \right) \geq 0 \quad (1.56)$$

$L(\zeta_n)$  [ $L^3TM^{-1}$ ] est un coefficient phénoménologique de transport positif dépendant d'une série de paramètres  $\zeta_n$  relatifs aux phases.

- Pour la phase liquide, constituée d'un seul constituant pur, la vitesse de filtration dans la phase solide immobile, s'exprime par :

$$v_l^k = -k_{Ll} (\mu_{l, k} - g^k) \quad (1.57)$$

avec

$$k_{Ll} = \rho_l L(\zeta_n) \quad (1.58)$$

On voit apparaître la loi de Darcy modifiée par Philip et de Vries (1957) pour représenter la densité de flux d'eau liquide dans le cas d'un transport isotherme dans le milieu poreux. L'expression est représentée ici en terme de gradient de potentiel chimique massique.

L'application de la relation (Eq. 1.38) pour le potentiel chimique d'un liquide pur conduit à l'expression la plus utilisée en sciences des sols (Saito *et al.*, 2006) :

$$q_L = -K_{Ll} \left( \frac{p_l}{\rho_l^* g} + z \right)_{,k} \quad (1.59)$$

où

$$K_{Ll} = g k_{Ll} = \rho_l g L(\zeta_n) \quad (1.60)$$

représente la conductivité hydraulique du milieu.

- **Pour une phase gazeuse monoconstituant :**

La loi des gaz parfaits permet d'écrire :

$$\rho_g = \phi_g \rho_g^* = \frac{\phi_g M_g}{RT} p_g \quad (1.61)$$

où  $\phi_g$  et  $\rho_g^*$  désignent respectivement la fraction volumique de la phase gazeuse et la masse volumique réelle du gaz.

Avec cette relation et (Eq. 1.39), la relation (Eq. 1.56) devient :

$$v_g^k = -\phi_g L_g(\zeta_n) (p_{g,k} - \rho_g^* g) \quad (1.62)$$

Ce qui constitue la loi de Darcy pour un gaz monoconstituant.

- **Phase gazeuse polyconstituant**

En supposant que le mélange gazeux se comporte comme un mélange de gaz parfaits :

$$\rho_{gi} = \frac{\phi_g M_i}{RT} p_{gi} \quad (1.63)$$

En reportant (Eq. 1.63) et (Eq. 1.40) dans (Eq. 1.56), il vient que :

$$v_g^k = -\phi_g \overline{L}_g(\zeta_n) (p_{g,k} - \rho_g^* g) \quad (1.64)$$

On constate que la présence de plusieurs constituants en phase gazeuse ne modifie pas la loi de filtration de cette phase. Ceci traduit le fait que le mouvement de la phase est régi par les chocs des particules de la phase gazeuse avec les particules des autres phases ; les chocs à l'intérieur de la phase étant sans incidence sur le mouvement global de la phase. Le coefficient  $\overline{L}_g$  de (Eq. 1.64) est positif et différent du coefficient  $L_g$  de (Eq. 1.62).

### 1.3.2.4 Diffusion des constituants

On se limite à deux constituants air et vapeur d'eau, notés respectivement  $a$  et  $v$ , de la phase gazeuse avec :

$$J_a^k = -J_v^k \quad (1.65)$$

Les accélérations étant négligeables, cette relation permet de réécrire la dissipation associée à la diffusion des constituants (Eq. 1.49) sous la forme :

$$D_D = -\sum_i J_v^k ([\mu_v]_{T,k} - [\mu_a]_{T,k}) \geq 0 \quad (1.66)$$

La TPI linéaire permet alors d'avoir :

$$J_v^k = -\Delta_v(\xi_n) \left( [\mu_v]_{T,k} - [\mu_a]_{T,k} \right) \geq 0 \quad (1.67)$$

où  $\Delta_v(\xi_n)$  [MTL<sup>-3</sup>] est un coefficient phénoménologique de transport positif dépendant d'une série de paramètres  $\xi_n$  relatifs à la phase gazeuse.

Sachant que

$$\mu_{\alpha i,k} + s_{\alpha i} T_{,k} = [\mu_{\alpha i}]_{T,k} \quad (1.68)$$

on peut mettre (Eq. 1.67) sous la forme :

$$J_v^k = -k_{vv}(\mu_v - \mu_a)_{,k} \quad (1.69)$$

en posant

$$k_{vv} = \Delta_v(\xi_n) \quad (1.70)$$

On retrouve ici la formulation proposée par Philip et de Vries (1957) pour le flux de la vapeur d'eau dans le sol, écrit en terme de potentiel chimique massique ;  $k_{vv}$  représente la conductivité hydraulique de la phase vapeur.

Supposons que :

- la pression totale de la phase gazeuse est uniforme et constante c'est-à-dire

$$p_v + p_a = p_g = C^{te} \quad (1.71)$$

et donc par dérivation :

$$p_{a,k} = -p_{v,k} \quad (1.72)$$

- les gaz sont parfaits avec pour potentiel chimique par constituant du mélange l'expression (Eq. 1.40).

On peut réécrire (Eq. 1.67) :

$$J_v^k = -D_v p_{v,k} \quad (1.73)$$

avec

$$D_v = RT \left( \frac{1}{M_v p_v} - \frac{1}{M_a p_a} \right) \Delta_\alpha(\xi_n) \quad (1.74)$$

On voit ici apparaître la loi de Fick (Bénet, 1981),  $D_v$  est le coefficient phénoménologique de diffusion et  $p_v$ , la pression partielle de la vapeur.

Toujours dans le cas où la pression de la phase gazeuse  $p_g$  est uniforme, il est possible d'exprimer, en fonction de cette dernière, la relation phénoménologique de diffusion. On écrira l'équation (Eq. 1.74) en posant :

$$D_v = \frac{RT M_g}{M_a M_v p_v} \Delta_\alpha(\xi_n) \quad (1.75)$$

ce qui ramène (Eq. 1.73) à :

$$J_v^k = -D_v \frac{p_g}{p_g - p_v} p_{v,k} \quad (1.76)$$

où  $M_g$  est la masse molaire fictive de la phase gazeuse que l'on définit comme étant (Chammari, 2002)

$$M_g = M_a \left(1 - \frac{p_v}{p_g}\right) + M_v \frac{p_v}{p_g} \quad (1.77)$$

### 1.3.3 Changement de phase

#### 1.3.3.1 Généralités

Le modèle de transfert utilisé s'appuie entre autres sur l'existence d'un changement de phase liquide-vapeur aux faibles teneurs en eau. Pour les systèmes finis, quelle que soit leurs tailles, les équations d'état sont des fonctions continues et analytiques avec pour conséquences, qu'en général, les propriétés des substances (variables extensives) varient continûment lorsque varient les variables de contrôles (variables intensives). Dérogent à cette règle les transitions de phase (changements d'état, changement de comportement magnétique...). En physique, une transition de phase est une transformation du système étudié, provoquée par la variation d'un paramètre extérieur particulier (température, pression, champ magnétique...). Cette transition a lieu lorsque le paramètre atteint une valeur seuil (plancher ou plafond selon le sens de variation). La transformation est un changement des propriétés du système ; cela peut être par exemple, la transformation d'un système thermodynamique d'une phase à une autre : fusion, vaporisation, solidification...

Le changement de phase est un phénomène que l'on rencontre dans plusieurs cas : restauration des sols pollués par des composés organiques volatiles (VOCs), atténuation forcée et naturelle, aération des galeries dans le cas du stockage des déchets radioactifs, transferts dans les sols, séchage dans l'agro-alimentaire...

Nous nous intéresserons dans ce travail à la transition de phase : les changements d'état, plus précisément pour les sols des zones arides, le changement de phase liquide-vapeur. Au sens thermodynamique, lors d'un changement d'état, le système se présente comme la réunion de deux sous-systèmes possédant des propriétés différentes. A l'échelle microscopique le changement de phase liquide-vapeur provient d'une différence de potentiel chimique entre le liquide et la vapeur (Philip et de Vries, 1957).

Il existe deux types de changement de phase liquide-vapeur : le changement de phase dit d'*équilibre* et le changement de phase de *non-équilibre* (Gasparoux, 2003)

- **Le changement de phase d'équilibre** correspond à un déplacement de l'état d'équilibre principalement par un apport thermique. A tout instant, il y a égalité des potentiels chimiques de l'eau et de la vapeur ; la pression de vapeur est donc en permanence égale à la pression de vapeur d'équilibre.

- **Le changement de phase de non-équilibre** n'est pas provoqué par une commande thermique mais par une différence de potentiels chimiques entre l'eau et sa vapeur. Ce déséquilibre est obtenu par une pression de vapeur inférieure à la pression de vapeur d'équilibre ; le changement de phase du liquide en vapeur permet le retour à l'équilibre du système.

### 1.3.3.2 Relation de changement de phase

En négligeant l'énergie liée au changement de volume, les sauts d'énergie cinétique et en considérant la phase solide comme étant inerte, on obtient l'expression de la dissipation liée aux **réactions chimiques hétérogènes** d'après (1.50).

$$D_R = - \sum_{\alpha} \sum_i \hat{\rho}_{\alpha i} \mu_{\alpha i} \quad (1.78)$$

On remplace dans la suite le terme de source  $\hat{\rho}_{\alpha i}$  par  $J$  : c'est la vitesse de changement de phase liquide-vapeur de l'eau. En appliquant la TPI linéaire, la vitesse de changement de phase s'écrit :

$$J = L \frac{\mu_l - \mu_v}{T} \quad (1.79)$$

où  $L$  est le coefficient de changement de phase liquide-vapeur,  $\mu_l$  le potentiel chimique du liquide et  $\mu_v$  le potentiel chimique de la vapeur d'eau. Le coefficient  $L$  dépend des variables : teneur en liquide, température, pression de l'air, porosité et surface d'échange.

Le potentiel chimique de la vapeur est donné par l'équation :

$$\mu_v = \mu_v^+(T) + \frac{RT}{M_l} \ln \left( \frac{p_v}{p^+} \right) \quad (1.80)$$

où  $p^+$  est une pression de référence.

### 1.3.3.3 Loi de changement de phase d'équilibre thermodynamique

Si le changement de phase est lent ou si la chaleur latente de changement de phase est faible, comme dans le cas de la dissolution d'un constituant (Mignard et Bénet, 1986), on peut admettre que la température reste constante. Dans ce cas, la propriété fondamentale des potentiels chimiques (Eq. 1.37) peut être appliquée : le potentiel chimique d'un constituant est le même dans toutes les phases où ce constituant est présent (Guggenheim, 1965). Le potentiel chimique de l'eau liquide est égal au potentiel chimique de la vapeur d'eau en équilibre :

$$\mu_l = \mu_v(p_v = p_{veq}) = \mu_v^+(T) + \frac{RT}{M_l} \ln \left( \frac{p_{veq}}{p^+} \right) \quad (1.81)$$

Cela permet d'exprimer, en combinant les relations (Eqs. 1.79, 1.80 et 1.81), la vitesse de changement de phase liquide vapeur de l'eau sous la forme :

$$J = -L \frac{R}{M_l} \ln \left( \frac{p_v}{p_{veq}} \right) \quad (1.82)$$

Le changement de phase de l'état liquide à celui de vapeur est un phénomène endothermique (absorbant de la chaleur). Il s'accompagne d'une chute de température localisée à l'interface liquide-vapeur et ne peut donc pas être considéré comme isotherme (Lozano, 2007); les relations ci-dessus ne peuvent être appliquées.

Dans le cas étudié, le potentiel chimique macroscopique du liquide pur dans le milieu est supposé ne dépendre que des variables internes (température, teneur en liquide, pression à l'échelle des pores,...) notées  $\chi_l \in \{T, w_l, P_l^*, \dots\}$ . Il ne dépend pas en particulier de la pression partielle de la vapeur d'eau :

$$\mu_l = \mu_l(\chi_l) \quad (1.83)$$

#### 1.3.3.4 Loi de changement de phase de non équilibre thermodynamique

En reportant les relations (Eqs. 1.80 et 1.83) dans (Eq. 1.79), il vient :

$$J = -L \left[ \tilde{A}_v + \frac{R}{M_l} \ln(p_v) - \frac{R}{M_l} \ln P^+ \right] \quad (1.84)$$

avec

$$\tilde{A}_v = \frac{1}{T} \left[ \mu_v^+(T) - \mu_l(\chi_l) \right] \quad (1.85)$$

Pour déterminer la quantité  $\tilde{A}_v$ , on associe à chaque état réel un état qui ne diffère de cet état que par la pression partielle de la vapeur d'eau qui est maintenue égale à la pression d'équilibre  $p_{veq}(T)$  donnée par l'isotherme de désorption. La succession de ces états d'accompagnement constitue une transformation virtuelle. Le terme  $\tilde{A}_v$  étant indépendant de  $P_v^*$ , il est le même pour l'état réel et l'état qui lui correspond dans la transformation virtuelle d'accompagnement. Il est évalué le long de cette transformation pour laquelle le bilan de vapeur s'écrit (Bénet, 1981) :

$$\frac{\partial \rho_{veq}}{\partial t} = - \left( \rho_{veq} v_{veq}^k \right)_{,k} - L \left[ \tilde{A}_v + \frac{R}{M_l} \ln p_{veq} - \frac{R}{M_l} \ln P^+ \right] \quad (1.86)$$

En combinant les relations (Eqs. 1.86 et 1.84), la loi de changement de phase de non équilibre s'écrit :

$$J = \frac{\partial \rho_{veq}}{\partial t} + \left( \rho_{veq} v_{veq}^k \right)_{,k} - L \frac{R}{M_l} \ln \frac{p_v}{p_{veq}} \quad (1.87)$$

Cette relation fait apparaître une décomposition entre une partie réversible  $\bar{J}$  et une autre irréversible  $\hat{J}$  (Lozano, 2007).

$$J = \bar{J} + \hat{J} \quad (1.88)$$

avec :

$$\bar{J} = \frac{\partial \rho_{veq}}{\partial t} + (\rho_{veq} v_{veq}^k)_{,k} \quad (1.89)$$

et

$$\hat{J} = -L \frac{R}{M_l} \ln \frac{p_v}{p_{veq}} \quad (1.90)$$

La partie réversible  $\bar{J}$  intègre le changement de phase d'équilibre dû par exemple à :

- l'augmentation de température qui s'accompagne de l'augmentation de la pression de vapeur d'équilibre  $p_{veq}$ ,
- une réaction chimique interne à la phase liquide qui provoquerait une variation de potentiel chimique de l'eau.

Le coefficient de changement de phase  $L$  peut dépendre de plusieurs variables : la teneur en eau  $w$ , la température  $T$ , la pression de vapeur  $p_v$ . Si le coefficient  $L$  est indépendant de  $p_v$ , alors on est dans le domaine proche de l'équilibre où la TPI linéaire s'applique. S'il dépend de la pression de vapeur  $p_v$ , alors on se situe dans le domaine dit loin de l'équilibre.

## 1.4 Modèle numérique de transfert isotherme d'eau liquide et de sa vapeur

### 1.4.1 Synthèse d'un modèle théorique

Les bases théoriques de la modélisation des transferts d'eau sont exposées à la section précédente. Des hypothèses complètent celles émises à la sous-section (Sec. 1.3.2.2) pour la simulation numérique de transfert isothermale d'eau liquide et de sa vapeur. Ce sont :

- La température est constante et uniforme pour toutes les phases du sol.
- Le transport convectif de la phase gazeuse est immédiat, la pression totale de la phase gazeuse est donc uniforme et constante. Cela signifie en d'autres termes que la perméabilité de la phase gazeuse est très élevée pour que le gradient de pression s'équilibre rapidement devant les autres phénomènes de transport.

#### 1.4.1.1 Équations de conservation

Trois phénomènes élémentaires sont à prendre en compte dans la simulation des transferts d'eau liquide et sa vapeur avec les hypothèses émises précédemment : la filtration de la phase liquide induite par les forces capillaires et gravitaires ; la diffusion de la vapeur dans la phase gazeuse (Eq. 1.73) et le changement de phase liquide-vapeur de l'eau. Les équations de bilan de masse pour chaque phase du constituant eau dérivent de la relation (Eq. 1.45) :

- eau liquide :

$$\frac{\partial \rho_e}{\partial t} + (\rho_e v_e^k)_{,k} = -\hat{\rho}_e \quad (1.91)$$

- eau vapeur :

$$\frac{\partial \rho_v}{\partial t} + (J_v^k)_{,k} = +\hat{\rho}_e \quad (1.92)$$

Dans les relations (Eqs. 1.91-1.92),  $\rho_e$  et  $\rho_v$  [kg.m<sup>-3</sup>] désignent respectivement les densités apparentes d'eau liquide et d'eau vapeur ;  $v_e^k$  [m.s<sup>-1</sup>] est la vitesse intrinsèque de l'eau liquide et  $J_v^k$  [kg.m<sup>-2</sup>.s<sup>-1</sup>], le flux de diffusion de la vapeur. Le taux de changement de phase liquide-vapeur  $\hat{\rho}_e$  [kg.m<sup>-3</sup>.s<sup>-1</sup>] est ainsi un flux scalaire volumique, représentant la masse d'eau passant de l'état liquide à l'état vapeur par unité de volume et unité de temps.

Les variables d'état du modèle, définies d'un point de vue expérimental, sont :

- La teneur en eau massique,  $w$  [-], rapport entre les densités apparentes de l'eau liquide et les particules solides :

$$w = \frac{\rho_e}{\rho_s} \quad (1.93)$$

- la pression partielle de vapeur d'eau dans la phase gazeuse,  $p_v$  [Pa], liée à la densité apparente de la vapeur d'eau  $\rho_v$  par la loi des gaz parfaits (Eq. 1.61) :

$$\phi_g p_v = \frac{RT}{M_e} \rho_v \quad (1.94)$$

### 1.4.1.2 Expression des flux

#### Flux de filtration d'eau liquide

Le flux de filtration de l'eau liquide,  $\rho_e v_e^k$  se déduit de (Eq. 1.57) dans un cas isothermal par :

$$\rho_e v_e^k = -K (\mu_{e,k} - g^k) \quad (1.95)$$

Le coefficient de filtration  $K$  [kg.s.m<sup>-3</sup>] est la conductivité hydraulique effective du sol qui dépend de plusieurs paramètres du sol et de l'eau. Par comparaison avec la loi de Darcy standard, on peut écrire (Ouedraogo *et al.*, 2013)

$$K = K_{sat} K_r \frac{\rho_e^*}{g} \quad (1.96)$$

où  $K_{sat}$  [m.s<sup>-1</sup>] correspond à la conductivité hydraulique du milieu lorsque tous les pores sont remplis d'eau liquide, c'est-à-dire en condition de saturation. Cette conductivité hydraulique à saturation ou tout simplement perméabilité à saturation prend en compte la nature du fluide et les propriétés physiques du milieu poreux.

$K_r [-]$ ,  $0 < K_r \leq 1$  est un coefficient de perméabilité relative, fonction du degré de saturation du milieu.

Pour le sol non-saturé, la conductivité hydraulique est donc une fonction du degré de saturation  $S_e$  ou de la teneur en eau  $w$ . Une étude plus détaillée de cette propriété du sol est présentée au Chap. 3.

### Flux de diffusion de la vapeur d'eau dans le sol

Le flux  $J_v^k$  de diffusion de la vapeur est classiquement décrit par la loi de Fick de 1er ordre (Eq. 1.73) sous la forme :

$$J_v^k = -D_{vs}\rho_{v,k} \quad (1.97)$$

$D_{vs}$  [s] est le coefficient de diffusion effective de la vapeur d'eau dans le sol.

### Changement de phase liquide-vapeur

Dans le cas isotherme, le taux de changement de phase de non-équilibre est exprimé en fonction de la pression partielle de vapeur (Eq. 1.82) :

$$\hat{\rho}_e = -L \frac{R}{M_e} \ln \left( \frac{p_v}{p_{veq}} \right) \quad (1.98)$$

La pression d'équilibre de la vapeur est un produit de l'activité de l'eau  $a_w$  dans le sol et la pression de la vapeur saturante  $p_{vs}$  :

$$p_{veq} = a_w(w) p_{vs}(T) \quad (1.99)$$

#### 1.4.2 Discrétisation numérique

Dans le cas d'un transfert unidirectionnel 1D, les équations de bilan de masse d'eau liquide et de vapeur d'eau, en fonction des variables d'états choisies, se résument respectivement à :

$$\frac{\partial w}{\partial t} - K_{sat} \frac{\rho_e^*}{\rho_s g} \left( K_r \frac{\partial \mu_e}{\partial w} w_{,k} - K_r \mathbf{g} \right)_{,k} - L \frac{R}{\rho_s M_e} \ln \left( \frac{p_v}{p_{veq}} \right) = 0 \quad (1.100)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (\phi_g p_v) - (D_{vs} p_{v,k}^*)_{,k} + L \frac{R^2 T}{M_e^2} \ln \left( \frac{p_v}{p_{veq}} \right) = 0 \quad (1.101)$$

Ces équations à dérivées partielles (EDP) sont non-linéaires et fortement couplées d'une part, par le terme de changement de phase  $\hat{\rho}_e$ , et d'autre part, les caractéristiques physiques du sol qui dépendent de la teneur en eau :  $K_r(w)$ ,  $\phi_g(w)$ ,  $D_{vs}(w)$ ,  $L(w)$ .

La discrétisation est basée sur la méthode des Volumes Finis. En effet, cette méthode est reconnue comme étant une méthode adaptée pour la résolution des équations de bilan de masse car elle est localement conservative. La discrétisation est faite suivant un axe

unidimensionnel, orienté du bas vers le haut, en choisissant la teneur en eau massique  $w$  et la pression de la vapeur d'eau  $p_v$ , variables inconnues du problème, au centre des mailles comme l'indique la (Fig. 1.7). Les fonctions inconnues, les flux de filtration et de diffusion, sont évaluées à l'interface d'une maille (e.g. en  $i + \frac{1}{2}$  et  $i - \frac{1}{2}$ ).

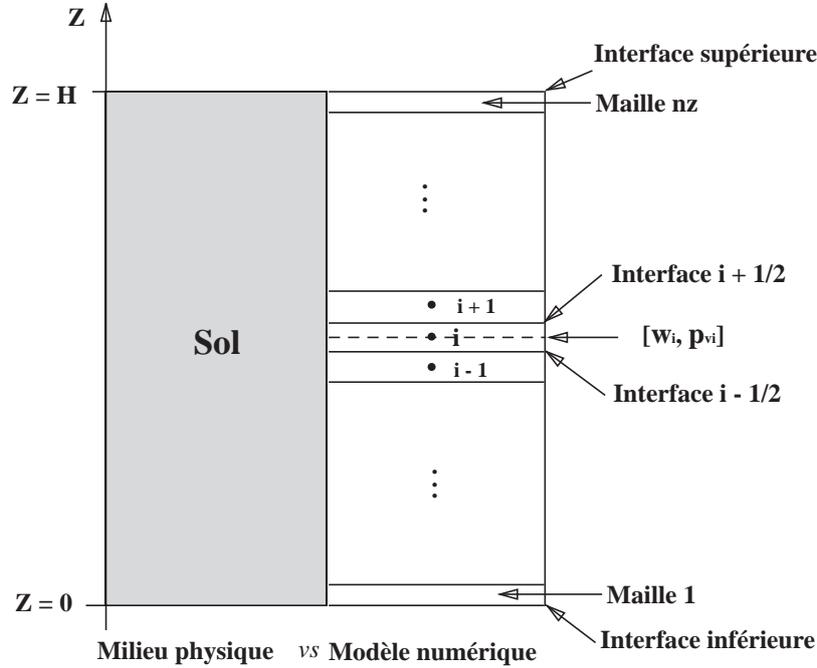


Fig. 1.7 – Discrétisation du problème

Dans la suite de ce travail, nous allons adopter :

- un schéma implicite en temps pour la discrétisation ;
- un schéma amont décentré pour le flux de convection ;
- compte tenu de la non linéarité des équations de transport, nous choisissons la méthode de Newton-Raphson pour la résolution numérique du problème. C'est une méthode coûteuse en calcul certes, en ce sens qu'elle demande la connaissance des fonctions et leurs dérivées, mais qui reste une méthode de choix pour ce type de problème.

#### 1.4.2.1 Discrétisation de l'équation de transfert d'eau liquide

A partir de l'équation de transfert d'eau liquide donnée par la relation (Eq. 1.91), nous appliquons la condition de continuité du flux de filtration d'eau au nœud  $i + \frac{1}{2}$  d'après la méthode des volumes finis ; ce qui permet d'écrire :

$$\rho_e \mathbf{V}_e \Big|_{i+\frac{1}{2}-\varepsilon} = \rho_e \mathbf{V}_e \Big|_{i+\frac{1}{2}+\varepsilon} = \rho_e \mathbf{V}_e \Big|_{i+\frac{1}{2}} \quad (1.102)$$

L'expression du flux (Eq. 1.95) se met sous la forme :

$$\rho_e \mathbf{v}_e = K_{sat} \frac{\rho_e^*}{g} \left( K_r \frac{\partial \mu_e}{\partial w} \nabla w - K_r \mathbf{g} \right) = K_{sat} \frac{\rho_e^*}{g} (F_w \nabla w - K_r \mathbf{g}) \quad (1.103)$$

avec

$$F_w(w) = K_r \frac{\partial \mu_e}{\partial w} \quad (1.104)$$

Il vient donc, dans la configuration de (Fig. 1.7) que :

$$\rho_e v_e \Big|_{i+\frac{1}{2}} = K_{sat} \frac{\rho_e^*}{g} \left[ F_w(w) \Big|_{i+\frac{1}{2}} \left( \frac{w_{i+1} - w_i}{dz} \right) + K_r(w) g \Big|_{i+\frac{1}{2}} \right] \quad (1.105)$$

La relation (Eq. 1.105) représente la force associée au transfert de la phase liquide dans le sol et résulte d'une superposition des forces gravitaires  $\mathbf{F}_g = K_r \mathbf{g}$  dirigées vers le bas et des forces capillaires  $\mathbf{F}_c = F_w \frac{dw}{dz} \mathbf{e}_z$  dirigées vers le haut. Le sens du flux dépend donc de l'état hydrique du sol. Lorsque les effets de gravitation  $\mathbf{F}_g$  prédominent dans le milieu, la filtration s'effectue vers les horizons profonds. En revanche, si ce sont les forces de capillarité,  $\mathbf{F}_c$ , qui prédominent ; l'eau remonte par capillarité. On peut donc affirmer que la force qui provoque le transfert de l'eau liquide dans le sol se situe en amont de l'écoulement c'est-à-dire du côté d'où vient le mouvement ; c'est le principe du schéma convectif amont décentré (Ouoba, 2009).

Cela revient à dire que suivant l'axe (OZ) orienté positivement du bas vers le haut, en posant

$$J_{im} = F_w(w_{i-1}) \frac{w_i - w_{i-1}}{dz} + K_r(w_{i-1}) g \quad (1.106)$$

$$J_{ip} = F_w(w_i) \frac{w_i - w_{i-1}}{dz} + K_r(w_i) g \quad (1.107)$$

$$\chi(i) = J_{im} + J_{ip} \quad (1.108)$$

la relation (Eq. 1.105) en chacun des points  $i + \frac{1}{2}$ , est définie de la façon suivante :

- Si  $\chi(i) > 0$ , l'écoulement a lieu vers le bas :

$$F_w(w) \Big|_{i+\frac{1}{2}} = F_w(w_i) \text{ et } K_r(w) \Big|_{i+\frac{1}{2}} = K_r(w_i)$$

d'où

$$\rho_e v_e \Big|_{i+\frac{1}{2}} = K_{sat} \frac{\rho_e^*}{g} \left[ F_w(w_i) \left( \frac{w_{i+1} - w_i}{dz} \right) + K_r(w_i) g \right] \quad (1.109)$$

et

$$\rho_e v_e \Big|_{i-\frac{1}{2}} = K_{sat} \frac{\rho_e^*}{g} \left[ F_w(w_{i-1}) \left( \frac{w_i - w_{i-1}}{dz} \right) + K_r(w_{i-1}) g \right] \quad (1.110)$$

Ainsi, le bilan de masse d'eau liquide (Eq. 1.100) prend la forme discrétisée suivante :

$$\begin{aligned} \frac{w_i^{n+1} - w_i^n}{dt} - K_{sat} \frac{\rho_e^*}{\rho_s g} \frac{1}{dz} \left\{ \begin{aligned} & \left[ F_w(w_i^{n+1}) \left( \frac{w_{i+1}^{n+1} - w_i^{n+1}}{dz} \right) + K_r(w_i^{n+1}) g \right] \\ & - \left[ F_w(w_{i-1}^{n+1}) \left( \frac{w_i^{n+1} - w_{i-1}^{n+1}}{dz} \right) + K_r(w_{i-1}^{n+1}) g \right] \end{aligned} \right\} \\ - L(w_i^{n+1}) \frac{R}{\rho_s M_e} \ln \left( \frac{p_{vi}^{n+1}}{p_{veq}(w_i^{n+1})} \right) = 0 \end{aligned} \quad (1.111)$$

- Si  $\chi(i) < 0$ , l'écoulement a lieu vers le haut :  $F_w(w)|_{i+\frac{1}{2}} = F_w(w_{i+1})$  et  $K_r(w)|_{i+\frac{1}{2}} = K_r(w_{i+1})$ .

On a alors par analogie avec le cas précédent, l'équation de bilan discrétisée suivante :

$$\begin{aligned} \frac{w_i^{n+1} - w_i^n}{dt} - K_{sat} \frac{\rho_e^*}{\rho_s g} \frac{1}{dz} \left\{ \begin{aligned} & \left[ F_w(w_{i+1}^{n+1}) \left( \frac{w_{i+1}^{n+1} - w_i^{n+1}}{dz} \right) + K_r(w_{i+1}^{n+1}) g \right] \\ & - \left[ F_w(w_i^{n+1}) \left( \frac{w_i^{n+1} - w_{i-1}^{n+1}}{dz} \right) + K_r(w_i^{n+1}) g \right] \end{aligned} \right\} \\ - L(w_i^{n+1}) \frac{R}{\rho_s M_e} \ln \left( \frac{p_{vi}^{n+1}}{p_{veq}(w_i^{n+1})} \right) = 0 \end{aligned} \quad (1.112)$$

#### 1.4.2.2 Discrétisation de l'équation de transfert de la vapeur d'eau

A partir de la forme tronquée dérivée de la formule de Taylor on montre facilement que :

$$p_v \Big|_{i+\frac{1}{2}} = p_{vi} + \frac{dz}{2} \frac{\partial p_v}{\partial z} \Big|_{i+\frac{1}{2}-\varepsilon} \quad (1.113)$$

$$p_v \Big|_{i+\frac{1}{2}} = p_{vi+1} - \frac{dz}{2} \frac{\partial p_v}{\partial z} \Big|_{i+\frac{1}{2}+\varepsilon} \quad (1.114)$$

La continuité du flux de diffusion dans la relation (Eq. 1.101) implique que :

$$D_{vs}(w_i) \frac{\partial p_v}{\partial z} \Big|_{i+\frac{1}{2}-\varepsilon} = D_{vs}(w_{i+1}) \frac{\partial p_v}{\partial z} \Big|_{i+\frac{1}{2}+\varepsilon} \quad (1.115)$$

d'où :

$$\frac{p_{vi+1} - p_{vi}}{dz} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial p_v}{\partial z} \Big|_{i+\frac{1}{2}+\varepsilon} + \frac{D_{vs}(w_{i+1})}{D_{vs}(w_i)} \frac{\partial p_v}{\partial z} \Big|_{i+\frac{1}{2}+\varepsilon} \right) \quad (1.116)$$

ce qui donne :

$$D_{vs}(w_i) \frac{\partial p_v}{\partial z} \Big|_{i+\frac{1}{2}} = 2 \frac{D_{vs}(w_i) D_{vs}(w_{i+1})}{D_{vs}(w_i) + D_{vs}(w_{i+1})} \left( \frac{p_{vi+1} - p_{vi}}{dz} \right) \quad (1.117)$$

et

$$D_{vs}(w_i) \frac{\partial p_v}{\partial z} \Big|_{i-\frac{1}{2}} = 2 \frac{D_{vs}(w_i) D_{vs}(w_{i-1})}{D_{vs}(w_i) + D_{vs}(w_{i-1})} \left( \frac{p_{vi} - p_{vi-1}}{dz} \right) \quad (1.118)$$

Finalement l'équation de transfert de la vapeur d'eau (Eq. 1.101) discrétisée, en négligeant le gradient  $\frac{\partial \phi_g}{\partial t}$ , s'écrit donc :

$$\phi_g \frac{p_{vi}^{n+1} - p_{vi}^n}{dt} - \frac{1}{dz} \left\{ \begin{array}{l} \left[ 2 \frac{D_{vs}(w_i) D_{vs}(w_{i+1})}{D_{vs}(w_i) + D_{vs}(w_{i+1})} \left( \frac{p_{vi+1}^{n+1} - p_{vi}^{n+1}}{dz} \right) \right] \\ - \left[ 2 \frac{D_{vs}(w_i) D_{vs}(w_{i-1})}{D_{vs}(w_i) + D_{vs}(w_{i-1})} \left( \frac{p_{vi}^{n+1} - p_{vi-1}^{n+1}}{dz} \right) \right] \end{array} \right\} + L(w_i^{n+1}) \frac{R^2 T}{M_e^2} \ln \left( \frac{p_{vi}^{n+1}}{p_{veq}(w_i^{n+1})} \right) = 0 \quad (1.119)$$

## Conclusion

Nous avons rassemblé, dans ce chapitre, les éléments de modélisation des milieux poreux et des sols en particulier. Le sol, dans son état non-saturé, est un milieu triphasique : solide, liquide et gaz. Les phénomènes physiques élémentaires pris en compte sont la filtration des phases, la diffusion des constituants et le changement de phase liquide-vapeur. Ces phénomènes peuvent coexister dans le milieu en état d'équilibre ou non-équilibre thermodynamiques.

L'approche de modélisation des transferts proposée adopte un point de vue thermodynamique, que ce soit pour étudier l'équilibre ou le non équilibre. Ce choix se traduit par l'utilisation du potentiel chimique pour décrire l'état d'un constituant et plus particulièrement de l'eau dans le milieu. Cette grandeur rend compte, à l'équilibre, de l'action du reste du milieu sur le constituant considéré. Hors équilibre, sa propriété fondamentale, issue du second principe permet de décrire l'ensemble des phénomènes irréversibles : transfert de matière par diffusion et filtration, changement de phase et réactions chimiques en application de la thermodynamique des processus irréversibles proche de l'équilibre (TPI linéaire).

Les relations phénoménologiques relatives aux phénomènes physiques de transport établies dans ce chapitre complètent les équations aux bilans et forment une série d'équations aux dérivées partielles (EDP). Une méthode numérique de discrétisation appliquée à un cas de transfert isothermale et unidirectionnel d'eau liquide et de sa vapeur est présentée. La résolution du système d'équations non-linéaires qui en résultent, nécessitent des conditions initiales et aux limites et la connaissance des relations entre les variables ou fonctions d'état et les propriétés du sol.

La suite de l'étude va consister à se fixer un sol, à déterminer les paramètres des caractéristiques physiques et hydrodynamiques intervenant dans les lois décrivant les phénomènes retenus.



# Caractérisation des matériaux

## Sommaire

---

<b>2.1 Localisation du site et prélèvement</b>	<b>42</b>
<b>2.2 Caractéristiques physiques</b>	<b>44</b>
<b>2.3 Caractéristiques morphologiques</b>	<b>45</b>
2.3.1 Granulométrie	45
2.3.2 Modélisation de la courbe granulométrique	47
<b>2.4 Isothermes de sorption/désorption</b>	<b>49</b>
2.4.1 Activité de l'eau	49
2.4.2 Détermination expérimentale des isothermes	50
2.4.3 Modélisation des isothermes	51
<b>2.5 Courbe de rétention d'eau</b>	<b>52</b>
2.5.1 Généralités sur la courbe de rétention d'eau	52
2.5.2 Hystérésis	53
2.5.3 Détermination expérimentale de la courbe caractéristique	54
2.5.4 Modélisation de la courbe caractéristique	58
2.5.5 Résultats de modélisation	66
<b>2.6 Diffusion dans la phase gazeuse</b>	<b>71</b>
<b>2.7 La perméabilité à saturation</b>	<b>73</b>
2.7.1 Méthodes directes : expériences	73
2.7.2 Méthodes indirectes d'estimation de $K_{sat}$	75
2.7.3 La perméabilité saturée des matériaux en étude	77

---

## Introduction

Le comportement hydrique d'un sol dépend de sa structure, de sa texture (répartition des minéraux par catégorie de taille : diamètre des particules supposées sphériques), de sa composition minéralogique et de sa composition en matière organique. En effet, ces différents éléments vont jouer sur la taille des pores du sol ainsi que sur la faculté du sol à retenir plus ou moins l'eau.

De plus, la modélisation mathématique du transfert d'eau, dans le cas des sols arides nécessite la connaissance des paramètres hydrologiques et physiques du sol. Les fonctions décrivant ces propriétés du sol doivent être bien établies sur toute la gamme de saturation et plus particulièrement dans les faibles teneurs en eau, situation très fréquente dans les régions arides et semi-arides. Ce chapitre a ainsi pour objectif la caractérisation d'un profil d'un sol de *Nasso* constitué de trois horizons dénommés NH1, NH2 et NH3.

La caractérisation d'un sol se fait en pratique par des mesures de terrain qui reposent sur la détermination in situ des paramètres et par des mesures de laboratoire consistant en des analyses d'échantillons de sol prélevés sur le terrain. Les mesures in situ et de laboratoire ne s'excluent pas mutuellement mais se complètent utilement. Nous avons réalisé les mesures dans leur quasi totalité au laboratoire. En général, les méthodes de laboratoire sont plus précises, comparées aux mesures de terrain mais leur représentativité est plus réduite. Cela est dû essentiellement au faible volume de sol prélevé et aux imperfections dans les prélèvements et dans les manipulations.

Nous présentons d'abord les caractéristiques morphologiques, ensuite les caractéristiques physiques et enfin les caractéristiques hydriques à savoir les isothermes de désorption, la courbe de rétention d'eau, la diffusion de la vapeur d'eau et la perméabilité à saturation.

## 2.1 Localisation du site et prélèvement

Le sol choisi pour notre étude est un sol de l'ouest du Burkina Faso; dans la zone de Bobo Dioulasso<sup>b</sup>, à une quinzaine de kilomètres à l'ouest de la ville (Nasso). C'est une zone située sur le site de l'université de la dite ville. Ce choix peut paraître peu judicieux, au regard de sa situation géographique. En effet, elle est située dans la partie tropicale humide. Cependant le sol de Nasso présente des caractéristiques communes avec de nombreux sols du Burkina Faso, surtout dans la partie sahélienne (Pallo et Thiombiano, 1989; Dembélé et Somé, 1991). Le site présente l'avantage de se situer au voisinage de l'Université et pourra permettre par la suite de développer des programmes de recherches in situ.

---

<sup>b</sup>Deuxième ville du Burkina Faso; elle est située à l'ouest du pays précisément à 365 km de la capitale Ouagadougou.

Nous avons réalisé sur le site une excavation d'une profondeur d'un mètre sur une superficie de 2,5 m x 2 m (Fig. 2.1). A la vue de la stratification verticale, nous distinguons trois couches (ou horizons) distinctes. En utilisant les initiales, *N* pour Nasso, *H* pour horizon, nous leur attribuons les noms de :

- *NH1*, la couche superficielle, de 0–30 cm ;
- *NH2*, la couche intermédiaire, de 30–70 cm et
- *NH3*, la dernière couche de 70–100 cm.

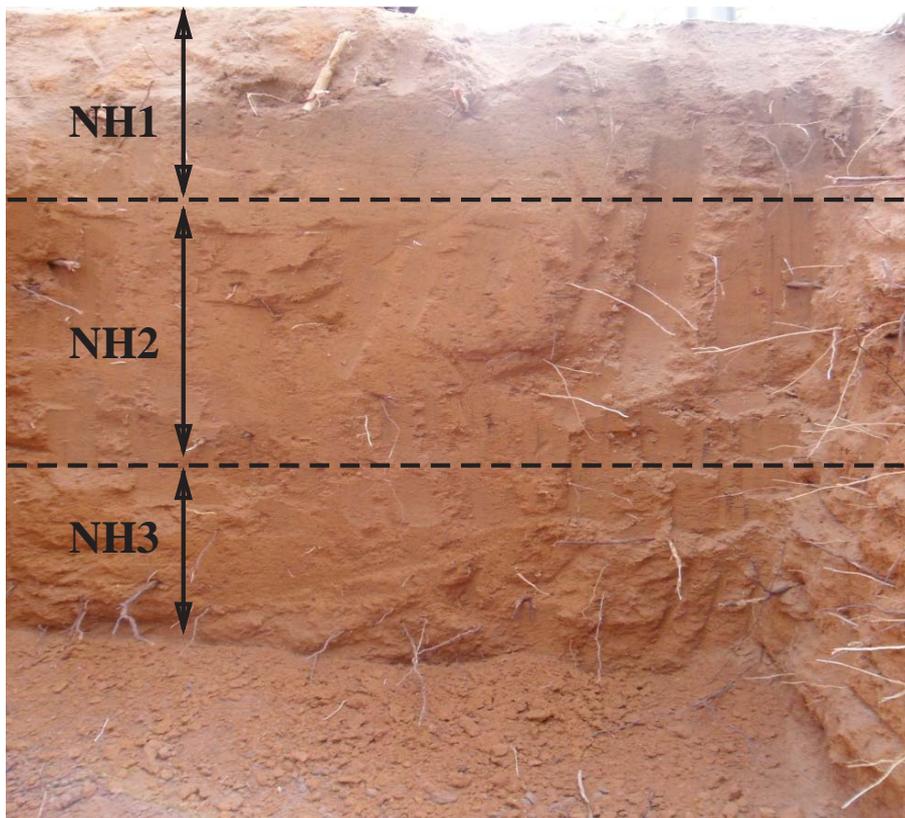


Fig. 2.1 – Profil vertical du sol de Nasso et définition des couches NH1, NH2 et NH3.

L'activité racinaire est très importante dans la couche NH2 plus compacte que la couche NH1 qui est très meuble. La couche NH3 plus pâteuse à l'état humide est de couleur rougeâtre.

Des prélèvements ont été effectués dans chaque couche du sol de Nasso. Chaque échantillon a été malaxé afin de constituer un stock de sol homogène et isotrope, débarrassé des racines et des grosses particules. Ces stocks de sol remanié serviront aux expériences de caractérisation au laboratoire.

Chaque couche du sol est représentative d'un type de sol. C'est pourquoi, nous utiliserons dans les parties qui suivent, abusivement l'expression *sol NHx* pour désigner la *couche NHx* du site de Nasso.

## 2.2 Caractéristiques physiques

Un sol naturel peut être représenté du point de vue physique en deux grandes parties : la matrice solide comprenant les particules sable, limon, argile et les vides pouvant contenir un ou des mélanges de fluides. Des grandeurs telles que la densité, la masse volumique, la porosité, l'indice des vides, la teneur en eau et la densité à l'optimum Proctor permettent de définir les propriétés physiques d'un sol.

Deux types de densité sont à déterminer expérimentalement pour un sol. Il s'agit pour la phase solide, de la densité réelle ou la densité des particules solides  $\rho_s^*$  et la densité apparente ou densité sèche  $\rho_s$ . Ces densités permettent de déterminer la porosité notée  $n$  et l'indice des vides  $e$  à partir de la relation ci-dessous :

$$n = 1 - \frac{\rho_s}{\rho_s^*} = \frac{e}{1 + e} \quad (2.1)$$

Lorsque l'espace poral (les vides) est complètement rempli par de l'eau liquide, l'on détermine commodément la teneur en eau de saturation  $w_{sat}$  à partir des densités (Eq. 2.2) :

$$w_{sat} = \rho_e^* \left( \frac{1}{\rho_s} - \frac{1}{\rho_s^*} \right) \quad (2.2)$$

Pour les trois échantillons de sol, objet de la présente étude, nous considérons la valeur de référence en physique de sol pour la densité réelle de la phase solide  $\rho_s^*$  de 2650 kg.m<sup>-3</sup>. Les densités apparentes ont été mesurées sur le site suivant la méthode du cylindre (norme NF X31 - 501).

A l'aide d'un anneau en acier inox à bord tranchant, des prélèvements d'échantillons dans chaque couche identifiée du sol de Nasso sont réalisés. Connaissant le volume du cylindre, la masse de sol humide de chaque échantillon prélevé, la masse sèche (après séchage à l'étuve à 105°C) d'une partie de l'échantillon, nous déterminons la teneur en eau du sol et la masse sèche de tout l'échantillon. Nous pouvons alors déduire la densité sèche correspondante pour chaque échantillon.

Le tableau (Tab. 2.1) résume les caractéristiques physiques des sols en étude issues de ces essais. Il est complété par la teneur en eau à l'optimum Proctor  $w_{OPN}$  et la densité correspondante  $\rho_{OPN}$  mesurées au laboratoire suivant la norme NF P 94 - 093. L'essai Proctor a pour but de déterminer, pour une intensité de compactage donnée, la teneur en eau optimum Proctor. Il permet de mieux maîtriser la mise en place et le compactage des échantillons surtout pour les expériences de perméabilité saturée au laboratoire pour un échantillon remanié et les expériences sur colonne de sol.

Tab. 2.1 – Propriétés physiques des sols

	$\rho_s$	n	e	$w_{OPN}$	$\rho_{OPN}$	$w_{sat}$
	kg.m <sup>-3</sup>	–	–	kg.kg <sup>-1</sup>	kg.m <sup>-3</sup>	kg.kg <sup>-1</sup>
<b>NH1</b>	1688	0,36	0,56	10,7	1860	0,215
<b>NH2</b>	1652	0,37	0,60	9,2	1960	0,227
<b>NH3</b>	1605	0,39	0,65	14,6	1790	0,245

L'espace poral, considéré comme un réseau de pores et de conduits de faibles dimensions communiquant entre eux, peut être décomposé en plusieurs classes de porosité. Les deux plus importantes sont :

- **Macroporosité** : la partie des pores dans laquelle se déroulent la majorité des transferts d'eau et d'air. Les phénomènes de mouvement de l'eau se font principalement sous l'action des forces de la gravité dans les macropores. Ce sont ces pores qui libèrent, en premier lieu, leur eau suite au drainage ou une désaturation.
- **Microporosité** : la partie des pores de faibles diamètres qui retiennent l'eau suite au drainage. Ils réagissent peu aux forces de la gravité mais sont le siège des forces capillaires, d'adhésion et osmotiques.

Les diamètres apparents de 30 – 60  $\mu\text{m}$  sont généralement considérés comme la limite entre la macroporosité et la microporosité.

## 2.3 Caractéristiques morphologiques

Les sols naturels sont constitués par un mélange de particules élémentaires de différentes dimensions et par suite de propriétés différentes. D'une manière générale, les propriétés d'un sol dépendront de la proportion de fines particules par rapport à la quantité des plus grosses. Pour étudier les propriétés mécaniques des sols, il est donc nécessaire de connaître leur nature et de les classer. Pour ce faire on se référera aux classifications mises au point et qui se reposent sur l'analyse granulométrique.

### 2.3.1 Granulométrie

L'analyse granulométrique permet de déterminer la grosseur et les pourcentages pondéraux respectifs des différentes familles des grains qui constituent les échantillons. La courbe granulométrique qui en résulte permet d'identifier la nature du sol car elle donne une vision claire sur la répartition des dimensions des grains qui le composent.

Deux types d'essais de laboratoire ont permis de déterminer complètement la courbe granulométrique à partir de 1 kg de sol préalablement séché à l'étuve (105°C) pendant au moins 48 h et passé au tamis de 2 mm :

- le tamisage à sec après lavage (norme NF P94 – 056) pour les fractions de diamètre supérieur à  $80 \mu m$ ,
- la sédimentométrie (norme NF P94 – 057) pour les fractions très fines.

Des paramètres déduits de la courbe granulométrique permettent de déterminer :

- la texture dans la classification USDA ou ISSS à partir des fractions massiques en sable, limon et argile du matériau ;
- la classe granulométrique de la courbe à partir des coefficients d'uniformité  $C_u$  et de courbure  $C_c$ .

Le tableau (Tab. 2.2) résume ces paramètres (définitions et valeurs) et la texture dans la classification USDA des trois sols.

Tab. 2.2 – Caractéristiques morphologiques des sols

	Proportions des classes de particules			Classe texturale USDA <sup>a</sup>	Paramètres de la courbe	
	% Sable	% Limon	% Argile		$C_u$	$C_c$
Définition <sup>b</sup>	$d \geq 5$	$2 \leq d < 5$	$d < 2$	–	$\frac{d_{60}}{d_{10}}$	$\frac{(d_{30})^2}{d_{10} \times d_{60}}$
NH1	89,4	07,3	03,3	Sable	6,88	2,31
NH2	84,5	08,7	06,8	Sable Limoneux	28,51	7,33
NH3	64,4	08,5	23,1	Limon Sablo-Argileux	1625,96	24,50

<sup>a</sup>[ftp://ftp.fao.org/fi/cdrom/fao\\_training/FAO\\_Training/General/x6706f/x6706f06.htm](ftp://ftp.fao.org/fi/cdrom/fao_training/FAO_Training/General/x6706f/x6706f06.htm)

<sup>b</sup>d en  $\mu m$

La connaissance de la texture permet d'indiquer les tendances du sol quant à ses qualités physiques et chimiques. En effet, la texture a une influence primordiale sur le régime hydrique du sol : sa capacité de rétention d'eau, la circulation de l'eau dans le sol (la perméabilité). Ainsi, les couches sableuses NH1 et NH2 auront une faible capacité de rétention d'eau et une grande perméabilité tandis que la couche argileuse NH3 pourra former un obstacle à l'infiltration verticale de l'eau. En outre, la texture joue un rôle dans l'aération du sol et sa porosité : une texture sableuse est le signe d'un sol bien aéré tandis qu'une texture trop argileuse sera le signe d'un milieu imperméable et mal aéré, formant alors un obstacle à la pénétration des racines des végétaux. Enfin, la richesse du sol (éléments nutritifs pour les végétaux et micro-organismes), la stabilité structurale, la résistance à l'érosion, etc..., dépendent énormément de la texture du sol surtout de la proportion en limon. Les trois couches de sol présentent une faible proportion de limon et sont très peu favorables aux activités agricoles à moins d'un amendement en matière organique. Il en résulte un lessivage important qui ramène les éléments minéraux dans les couches plus profondes du sol. Du compost sur la couche NH1 permettrait de renforcer sa structure et améliorer ses capacités de rétention d'eau et d'éléments nutritifs pour les végétaux.

Dans les définitions des coefficients de la courbe ( $C_u$ ,  $C_c$ ),  $d_x$  représente le diamètre des grains correspondant à  $x$  % de tamisats cumulés (passants). Le coefficient d'uniformité dit aussi de Hagen,  $C_u$  donne une indication quant à l'homogénéité granulométrique. Lorsque  $C_u > 2$ , la granulométrie est dite étalée et lorsque  $C_u < 2$ , elle est dite uniforme. La granulométrie est dite bien graduée lorsque  $1 < C_c < 3$ . Ainsi, au regard des valeurs du (Tab. 2.2), NH1 a une granulométrie étalée et bien graduée; NH2 et NH3 ont une granulométrie étalée et mal graduée.

Les densités sèches des sols du (Tab. 2.1) sont cohérentes avec les proportions des paramètres texturaux du (Tab. 2.2). En effet, le sol NH1 a une fraction totale en sable supérieure aux autres sols, d'où une densité sèche plus grande. L'augmentation de la proportion en particules fines (limon et argile) entraînent donc une diminution de la densité sèche.

### 2.3.2 Modélisation de la courbe granulométrique : la distribution granulométrique

La distribution granulométrique est utilisée couramment pour la classification des sols ; cependant, il est possible d'utiliser également la distribution granulométrique comme base d'évaluation du comportement hydrique et mécanique du sol. Diverses méthodes sont proposées dans la littérature pour estimer la courbe caractéristique sol-eau, c'est à dire la relation entre le sol et l'eau dans son espace poral, à partir de la distribution des tailles des grains (Fredlund *et al.*, 2000; Skaggs *et al.*, 2001; Mohammadi et Meskini-Vishkaee, 2013). Une représentation mathématique de la distribution de la taille des grains est alors indispensable. La représentation mathématique, en plus d'être un point de base d'estimation des propriétés hydrodynamiques du sol, permet une meilleure classification des sols par une meilleure détermination des diamètres au pourcentage des passants ( $d_{10}$ ,  $d_{30}$ ,  $d_{50}$ , ...) et les comparaisons dans une base de données. Elle est aussi un outil efficace dans une démarche géostatistique d'étude des disparités des sols d'une région donnée.

Plusieurs modèles mathématiques ont été proposés dans la littérature. Ils se distinguent par le nombre de paramètres de fit, l'utilisation des données physiques expérimentales (les fractions massiques en sable, argile, limon ; les diamètres effective, moyenne, ...) et aussi de la fonction mathématique utilisée. Les premiers modèles proposés s'appuient sur une distribution log-normale, une fonction symétrique, pour représenter la courbe caractéristique. D'autres auteurs comme Fredlund *et al.* (2000) critiquèrent ce point de vue en supportant l'asymétrie de la courbe. Les modèles les plus utilisés dans la littérature sont évalués par Hwang *et al.* (2002); Hwang (2004). Il ressort de leurs investigations que le modèle de Fredlund *et al.* (2000) (Eq. 2.3) est le mieux adapté pour représenter la courbe granulométrique dans toute la gamme de la taille des grains et pour des sols de

différentes textures dans la classification USDA.

$$F(d) = \left\{ 1 - \left[ \frac{\ln \left( 1 + \frac{d_r}{d} \right)}{\ln \left( 1 + \frac{d_r}{d_m} \right)} \right]^7 \right\} \left\{ \ln \left[ e + \left( \frac{\alpha}{d} \right)^n \right] \right\}^{-m} \quad (2.3)$$

Dans cette équation,  $F(d)$  est la distribution granulométrique du sol, le pourcentage massique des particules passant à travers le tamis de diamètre  $d$ ;

$\alpha$  [mm] est un paramètre relatif au point d'inflexion de la courbe,

$n$  [-], un paramètre d'uniformité de la distribution de la taille des particules et

$m$  [-], un paramètre relatif à la forme de la courbe à l'approche de la zone des particules fines.

$d_r$  [mm] est le diamètre résiduel des particules et

$d_m$  [mm], le diamètre de la particule de taille minimale admissible.

Les résultats de l'analyse granulométrique et la modélisation, pour les trois sols NH1, NH2 et NH3 en étude, sont représentés à la (Fig. 2.2) et les valeurs des paramètres du modèle de Fredlund *et al.* (2000)(Eq. 2.3) sont consignées dans le (Tab. 2.3). Un paramètre statistique, l'écart-type ou RMSE (Root Mean Square Error) est calculé et noté dans le tableau. RMSE, donné par la relation (Eq. 2.4) est utilisé par plusieurs auteurs pour comparer les paramètres prédits et mesurés. Ce paramètre statistique a l'avantage d'exprimer l'erreur dans la même unité que la variable, ce qui conduit à plus d'information sur la performance du modèle numérique. Plus le RMSE est proche de zéro, plus la simulation est précise. Ainsi, les valeurs du RMSE trouvées (Tab. 2.3) prouvent que le modèle de Fredlund *et al.* (2000)(Eq. 2.3) permet de bien modéliser la distribution de la taille des grains de chacune des couches de sol.

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (S_i - M_i)^2} \quad (2.4)$$

où  $n$  est le nombre de mesures,  $S_i$  et  $M_i$  les valeurs simulées et mesurées respectivement.

Tab. 2.3 – Modélisation de la courbe granulométrique : Modèle Fredlund *et al.* (2000)

	Paramètres du modèle					Statistique
	$\alpha$	n	m	$d_r$	$d_m$	RMSE
	mm	-	-	mm	mm	mm
<b>NH1</b>	0,3897	3,7184	1,1064	0,0138	0,001	0,00429
<b>NH2</b>	0,3912	3,9851	0,8870	0,0164	0,0001	0,02792
<b>NH3</b>	0,5523	4,2143	0,4985	0,0154	0,0001	0,02169

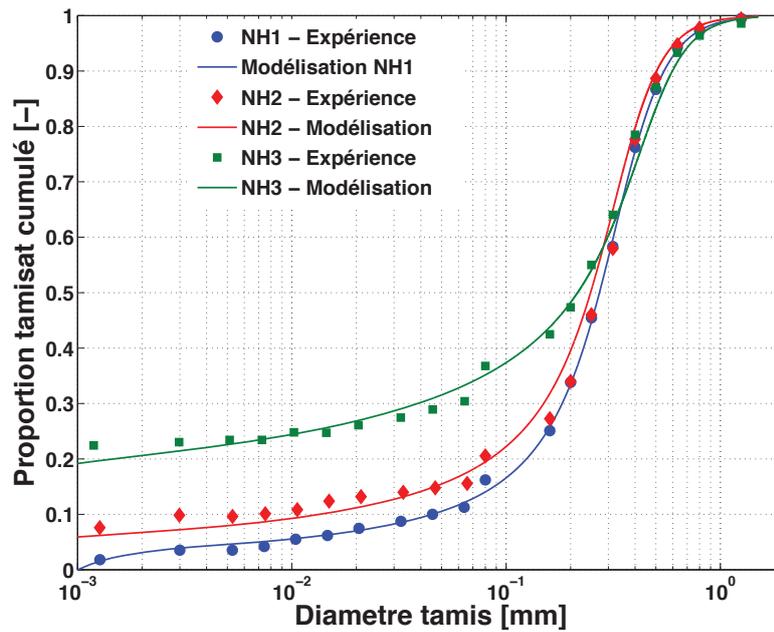


Fig. 2.2 – Courbes granulométriques expérimentales et modélisées.

## 2.4 Caractéristiques hydriques : les isothermes de sorption/désorption

### 2.4.1 Activité de l'eau

L'activité  $a_w$  de l'eau dans un milieu hétérogène, et particulièrement dans un sol, dépend principalement de sa teneur en eau  $w$  et de sa température  $T$ . L'activité de l'eau dans un milieu hétérogène peut être déterminé par le rapport entre la pression de vapeur  $P_{veq}$  dans le milieu hétérogène à l'équilibre et la pression de vapeur saturante de l'eau pure  $P_{vs}(T)$  à la température  $T$  du produit. Lorsqu'un échantillon de sol est en équilibre avec sa vapeur, la pression de vapeur d'eau est confondue avec la pression de vapeur d'équilibre,  $P_{veq}$ . Dans ce cas l'activité de l'eau coïncide avec l'humidité relative d'équilibre de l'air. On peut alors écrire à l'équilibre :

$$a_w = HR = \frac{P_{veq}(T, w)}{P_{vs}(T)} \quad (2.5)$$

Si un produit humide est placé dans une atmosphère plus sèche, il échange de l'humidité avec le milieu extérieur jusqu'à l'établissement d'un état d'équilibre ; ce phénomène est connu sous le nom de désorption. Si par contre, un produit sec de nature hygroscopique est placé dans une atmosphère contenant de la vapeur d'eau, il fixe cette dernière jusqu'à l'atteinte d'un état d'équilibre : c'est la sorption. La courbe représentant, pour

une température  $T$  donnée, la teneur en eau  $w$  d'un produit en fonction de la valeur de l'activité de l'eau  $a_w$  est appelée :

- isotherme de sorption (on dit aussi d'adsorption) si elle a été déterminée expérimentalement en partant d'un produit sec.
- isotherme de désorption si elle a été déterminée expérimentalement en partant d'un produit saturé en eau.

Les deux courbes sont, en général, différentes car le séchage d'un produit (passage de  $a_w = 1$  à une activité inférieure à 0,6 par exemple) entraîne des modifications de structure et de porosité irréversibles. On observe ainsi un phénomène d'hystérésis.

Nous avons déterminé expérimentalement les isothermes de désorption, à partir d'échantillons préalablement saturés en eau, de chacune des couches du sol de Nasso.

### 2.4.2 Détermination expérimentale des isothermes

La réalisation pratique des isothermes de sorption/désorption consiste à placer, dans une enceinte régulée en température, des récipients fermés hermétiquement et contenant des solutions salines saturées (Fig. 2.3). La température de consigne ici est de 30°C. Dans l'espace qui surmonte les solutions salines saturées, on place les produits dont on

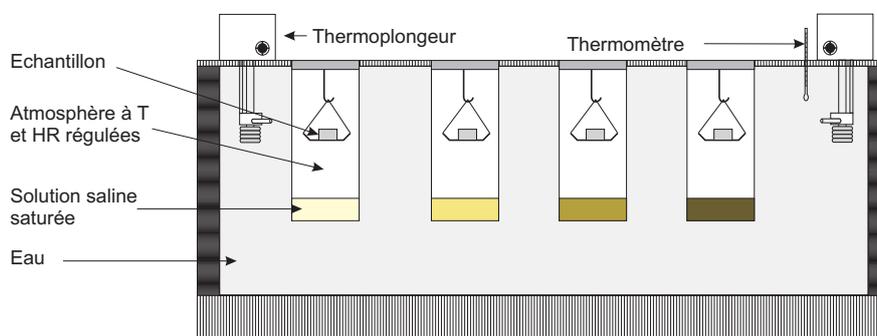


Fig. 2.3 – Schéma de principe du banc de sorption/désorption.

désire déterminer les «isothermes». Chacune des solutions salines saturées maintient une humidité relative caractéristique du sel utilisé. On laisse ensuite l'ensemble évoluer jusqu'à l'équilibre où l'on détermine la teneur en eau d'équilibre en évaluant la différence entre la masse humide et la masse sèche.

L'intérêt de cette technique de détermination des isothermes de sorption/désorption est que les valeurs varient faiblement avec les fluctuations des températures. D'ailleurs, les sels que nous utilisons pour notre étude ont une humidité relative pratiquement invariable pour des températures de 25°C à 35°C.

### 2.4.3 Modélisation des isothermes

Plusieurs modèles ont été proposés dans la littérature pour la modélisation des isothermes des matériaux hétérogènes (Ouedraogo, 2008). Cependant, la plupart des modèles sont établies à partir des essais sur les produits agroalimentaires. Pour le cas d'un sol non saturé, nous nous sommes inspirés du modèle de représentation de la relation entre le potentiel chimique massique et la teneur en eau proposé par Fredlund et Xing (1994) pour modéliser les isothermes :

$$a_w = 1 - \left[ \ln \left( e + \left( \frac{w}{A} \right)^B \right) \right]^C \quad (2.6)$$

$A$ ,  $B$  et  $C$  sont des paramètres empiriques.

L'utilisation d'un algorithme d'optimisation permet d'obtenir, pour ces paramètres, les valeurs suivantes consignées dans le tableau (Tab. 2.4) pour chacun des sols en étude. Sur la figure (Fig. 2.4), nous représentons les points expérimentaux et les courbes données par le modèle (Eq. 2.6). Une bonne corrélation des mesures expérimentales et théoriques est obtenue d'après les écarts types (RMSE) présentés dans le tableau (Tab. 2.4).

Tab. 2.4 – Modélisation des isothermes : valeurs des paramètres

	Paramètres du modèle			Statistique	
	A	B	C	R <sup>2</sup>	RMSE
	kg.kg <sup>-1</sup>	–	–	%	kg.kg <sup>-1</sup>
<b>NH1</b>	0,001935	5,144	-1,061	99,01	0,03677
<b>NH2</b>	0,003462	3,822	-1,628	98,7	0,04313
<b>NH3</b>	0,007203	4,581	-1,137	99,22	0,03104

L'isotherme de désorption des sols NH1 et NH2 est très plate. En effet, pour une activité de l'eau voisine de 100%, la teneur en eau d'équilibre est inférieure à 2% pour NH1 et 3% pour NH2. Ces résultats traduisent le caractère sableux de ces sols, leur faible proportion en matière organique et en éléments limoneux donc, une faible capacité de rétention d'eau. Une utilisation de ces types de sol en agronomie nécessite des efforts en amendements en matière organique (compost) ou en engrais chimiques, et aussi des techniques d'aménagements spécifiques du sol pour augmenter la capacité de rétention en eau.

A l'opposé des sols NH1 et NH2, le type NH3 a une teneur en eau relativement importante pour une activité de l'eau de 100%, autour de 6%. Ceci est dû à la proportion importante de particules fines argileuses dans ce sol. Le sol NH3 possède alors une bonne capacité de rétention en eau. Comme couche superficielle, il est convenable pour les techniques de gestion rationnelle des eaux de pluie à savoir les demi-lunes et les zai.

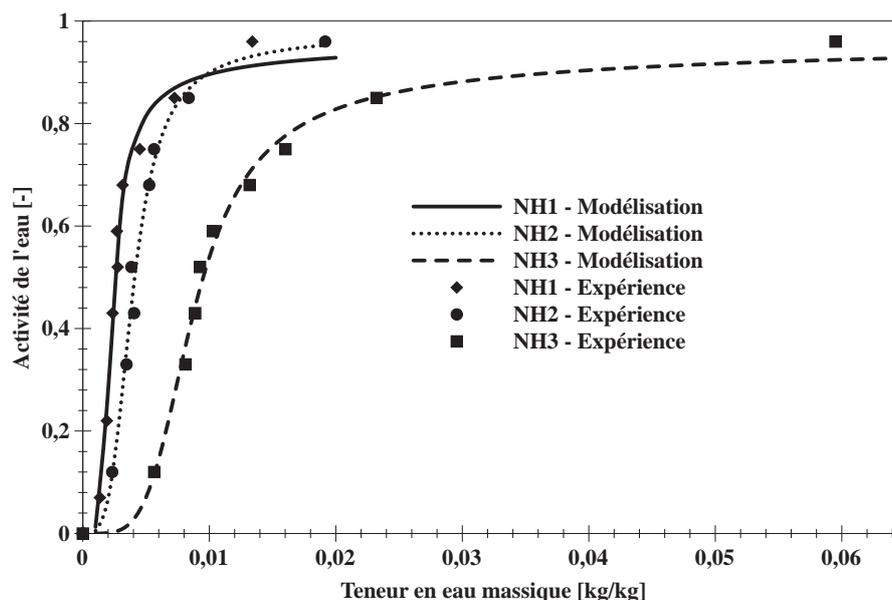


Fig. 2.4 – Isothermes de désorption : courbes expérimentales et par ajustement par la relation (Eq. 2.6) pour les trois horizons de sols.

## 2.5 Caractéristiques hydriques : la courbe de rétention d'eau

### 2.5.1 Généralités sur la courbe de rétention d'eau

La courbe de rétention d'eau, représentant la variation du potentiel de l'eau dans le sol en fonction de la teneur en eau, traduit l'influence de la structure et de la porosité du sol à travers l'état de l'eau. C'est une grandeur macroscopique qui exprime la capacité du sol à retenir et/ou attirer l'eau en fonction des forces exercées (capillarité, adsorption). La courbe de rétention est aussi appelée courbe caractéristique sol-eau dans certains milieux professionnels. Tandis que dans les disciplines de génie civil, le concept de courbe caractéristique de la relation sol - eau est privilégié, en sciences agronomiques, on préfère le concept de rétention d'eau ou d'humidité du sol pour relater directement la quantité disponible pour les plantes (Ng et Menzies, 2007). Par la suite, nous emploierons l'expression simple «*courbe caractéristique*» pour désigner la courbe de rétention d'eau dans le sol.

La formulation mathématique de la courbe caractéristique dépend du domaine professionnel. En sciences agronomiques, elle est représentée par la teneur en eau volumique  $\theta$  en fonction de la pression négative d'eau  $h$  ( $\theta = f(h)$ ) tandis qu'en géomécanique, c'est la succion  $s$  du sol en fonction de la teneur en eau massique ou gravimétrique  $w$  ( $s = f(w)$ ) qui est privilégiée.

Cependant, l'on se pose des questions sur la validité de la relation  $h - \theta$  sur toute la gamme de teneur en eau du sol, c'est à dire de l'état de saturation à l'état quasi-sec.

En effet, dans la plage des faibles teneurs en eau comprenant le domaine pendulaire où les phases liquide et vapeur sont discontinues et le domaine hygroscopique où l'eau est fortement liée à la phase solide du sol, il est difficile de définir en terme de volume la teneur en eau et en terme de hauteur d'eau, la potentiel d'énergie de l'eau. La validité de la teneur en eau volumique et de la hauteur d'eau est dans la plage de validité du tensiomètre, la plage des fortes saturations du sol. D'ailleurs, comme indiqué dans [Bénet \*et al.\* \(2012\)](#), plusieurs mécanismes régissent l'interaction sol-eau à l'échelle microscopique. Décrire leur manifestation à l'échelle macroscopique au moyen de la hauteur d'eau ou de la succion est vide de sens dans la gamme de faibles teneurs en eau. La théorie classique fondée sur les effets capillaires conduit à des interprétations erronées et ne peut être prolongée sans une étude minutieuse. Par conséquent, le potentiel chimique est plus approprié. Après ce point de vue, la courbe caractéristique sol-eau est présentée avec le potentiel chimique massique de l'eau et la teneur en eau massique dans une relation  $\mu_e = f(w)$ . Toutefois, la relation (Eq. 2.7) permet de passer d'une grandeur à l'autre :

$$\mu_e = \frac{s}{\rho_e} = g \times h \quad (2.7)$$

où  $\rho_e$  est la densité de l'eau pure, prise à  $1000 \text{ kg.m}^{-3}$ , et  $g$  l'intensité de la pesanteur ( $\text{m.s}^{-2}$ ).

Dans toute la suite, nous noterons  $\mu$ , la valeur absolue du potentiel chimique massique de l'eau s'il n'y a pas d'ambiguïté. La courbe caractéristique est représentée sous la forme  $\mu(w)$  ou  $w(\mu)$ .

### 2.5.2 Hystérésis

Dans la nature, les sols non-saturés sont soumis à des cycles de drainage et d'imbibition en fonction des conditions climatiques. Les phénomènes physiques mis en jeu sont la désorption, encore appelé drainage ou dessiccation, dans le cas où l'on sèche progressivement un sol préalablement saturé et l'adsorption ou l'humidification ou encore l'imbibition si le sol passe de l'état sec à l'état saturé. Dans ces deux cas, l'établissement de la relation sol- eau donne deux courbes qui ne sont jamais confondues. La courbe de désorption se trouve au dessus de la courbe d'adsorption ([Jamin, 2003](#)). Ce fait traduit le phénomène d'hystérésis.

Le phénomène d'hystérésis peut s'expliquer en partie par les variations de l'angle de contact formé par les interfaces eau/air et eau/solide lors des cycles de séchage et de remouillage. Les mécanismes auxquels on attribue ce phénomène d'hystérésis sont représentés à la (Fig. 2.5) ([Delage et Cui, 2000](#)) :

1. les différences de diamètre des pores connectés en parallèle qui font que pour le même chargement hydrique, lors du drainage, le pore de faible diamètre va rester saturé alors qu'il est vide à l'imbibition (schéma (a) de la Fig. 2.5) ;

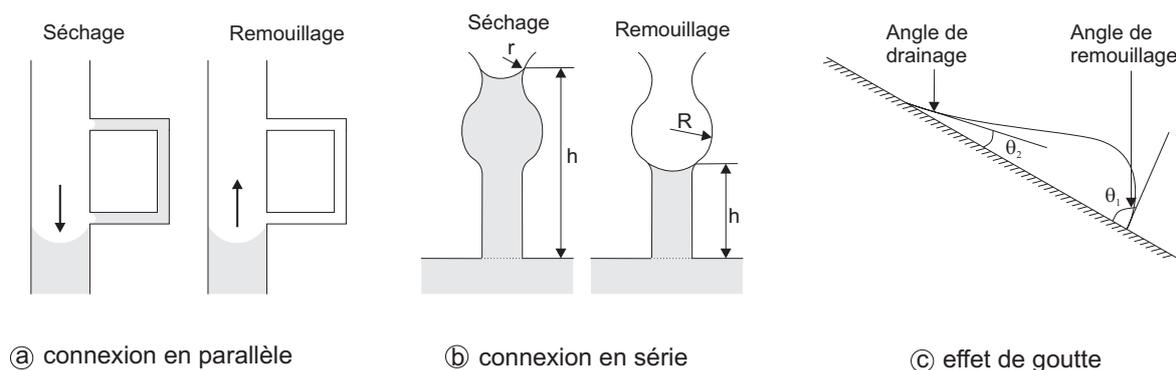


Fig. 2.5 – Mécanismes invoqués pour l'hystérésis des courbes caractéristiques.

2. les pores de diamètres variables connectés en série qui vont, pour le même niveau d'énergie potentielle de l'eau, nécessairement avoir une hauteur  $h$  plus importante en drainage (schéma (b) de la Fig. 2.5) ;
3. enfin, l'angle de contact en imbibition qui est plus important qu'en drainage (schéma (c) de la Fig. 2.5).

Des investigations plus détaillées sur le phénomène d'hystérésis pour différentes textures de sol et leur modélisation sont publiées par [Pham \*et al.\* \(2005\)](#). La figure (Fig. 2.6) présente la forme générale des courbes caractéristiques, généralement tracées en semilogarithme pour le potentiel chimique et une illustration de l'effet d'hystérésis.

### 2.5.3 Détermination expérimentale de la courbe caractéristique

Conventionnellement, en géotechnique, la courbe caractéristique est déterminée en désorption en utilisant diverses techniques, chacune étant limitée à une plage de potentiel chimique donné. Parmi ces techniques, on peut citer les plus classiques ([Dane \*et al.\*, 2011](#); [Schindler \*et al.\*, 2010](#); [Lu \*et al.\*, 2008](#); [Ng et Menzies, 2007](#); [Chapuis \*et al.\*, 2006](#); [Delage et Cui, 2000](#); [Romero, 1999](#)) :

- la méthode tensiométrique avec pour contrainte, le phénomène de cavitation d'eau dans le sol. Ce phénomène se traduit par la formation de bulles de gaz dans la masse liquide du sol lorsque la pression d'eau devient inférieure à la pression atmosphérique ([Ng et Menzies, 2007](#)). La cavitation d'eau limite alors la précision des tensiomètres classiques à un potentiel chimique massique  $\mu \leq 80 \text{ J.kg}^{-1}$ . Néanmoins, de nouveaux types de tensiomètres ([Mantho, 2005](#)) permettent de s'affranchir du phénomène de cavitation d'eau, prolongeant ainsi la plage de la méthode à  $1500 \text{ J.kg}^{-1}$ .
- la méthode de translation d'axe utilisant des pierres poreuses témoins. Le dispositif le plus utilisé, la plaque de pression appelée aussi boîte de Richards, permet de

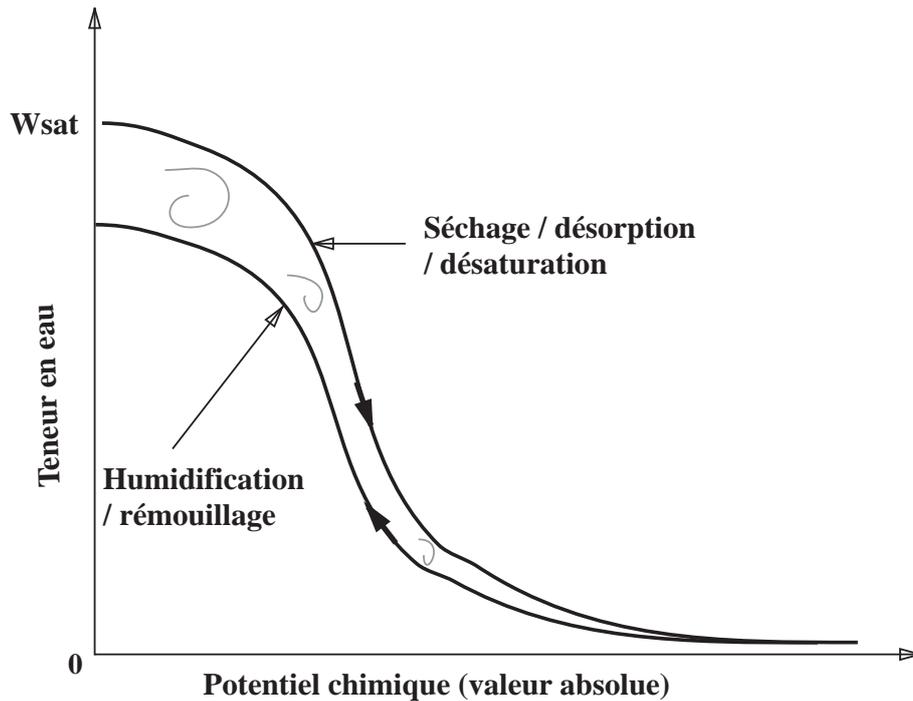


Fig. 2.6 – Forme générale des courbes caractéristiques – Illustration de l’hystérésis.

déterminer des points précis de la courbe caractéristique de  $10$  à  $1500 \text{ J.kg}^{-1}$  selon la pression maximale supportée par la pierre poreuse.

- la méthode des solutions salines saturées pour  $5000 \text{ J.kg}^{-1} \leq \mu \leq 350 \text{ kJ.kg}^{-1}$  ;
- la méthode des papiers filtres pour  $10 \text{ J.kg}^{-1} \leq \mu \leq 10 \text{ kJ.kg}^{-1}$  ;
- la méthode psychrométrique pour  $100 \text{ J.kg}^{-1} \leq \mu \leq 15 \text{ kJ.kg}^{-1}$  ;
- la méthode WP4 -T (Dewpoint PotentiaMeter) ou de condensation au «point de rosée» pour  $5000 \text{ J.kg}^{-1} \leq \mu \leq 300 \text{ kJ.kg}^{-1}$  ;

Pour une description plus détaillée des différentes méthodes de mesure de la teneur en eau et du potentiel de l’eau dans la zone non saturée du sol, leurs forces, faiblesses et domaine d’application, l’on pourra consulter la revue bibliographique publiée par (Or et Tuller, 2005).

Pour les trois types de sol en étude, nous utilisons les méthodes de la plaque de pression et des solutions salines saturées pour déterminer expérimentalement la courbe caractéristique à la température de  $30^\circ\text{C}$ .

La méthode des solutions salines est celle utilisée pour la détermination des isothermes de désorption (Sec. 2.4.2). Le potentiel chimique massique de l’eau dans le sol est déduit

de l'activité de l'eau à partir de la loi de Kelvin :

$$\mu = \frac{RT}{M_e} \ln a_w \quad (2.8)$$

où  $R$  ( $\text{J.K}^{-1}.\text{mol}^{-1}$ ),  $T$  (K) et  $M_e$  ( $\text{kg.mol}^{-1}$ ) désignent respectivement la constante des gaz parfaits, la température absolue et la masse molaire de l'eau.

### 2.5.3.1 La plaque de pression

Lorsque la phase liquide d'un milieu est continue (comme c'est le cas dans le domaine capillaire), on utilise la plaque de pression comme dispositif de mesure du potentiel de l'eau dans le sol. Le principe, dans le domaine capillaire, est basé sur le fait que, lorsque la température et l'indice des vides sont constants dans le milieu poreux, le potentiel chimique ne dépend que de la teneur en eau sur un chemin de chargement hydrique donné (Ouédraogo, 2008).

La figure (Fig. 2.7) présente le schéma de principe de la plaque de pression. Elle permet d'imposer à l'échantillon de sol une pression d'air  $p_g$  donnée et à mesurer à l'équilibre, la pression d'eau  $p_e$  sur la burette millimétrique. Dans les conditions sus citées, le potentiel chimique est calculé à partir de la relation suivante ( $\rho_e^* = 1000 \text{ kg.m}^{-3}$ ) :

$$\mu = \frac{p_g - p_e}{\rho_e^*} \quad (2.9)$$

### 2.5.3.2 Résultats expérimentaux

La plaque de pression en température nous a permis d'obtenir des points des courbes caractéristiques des sols jusqu'au potentiel de  $500 \text{ J.kg}^{-1}$ . Les courbes sont complétées dans le domaine hygroscopique par les points des isothermes de désorption (méthode des solutions salines saturées).

La figure (Fig. 2.8) présente les courbes expérimentales obtenues pour les trois types de sols en étude. De même que la courbe granulométrique (Fig. 2.2), la position et la forme des courbes caractéristiques dépendent de la proportion d'argile dans le sol. Le cas du sol NH3 est particulier. Sa courbe caractéristique présente deux paliers (aux faibles potentiels chimiques, en valeur absolue). Ce type de courbe est caractéristique des milieux à double porosité encore appelés milieux poreux bimodaux (Durner, 1994; Cherblanc, 1999). Il s'agit des milieux présentant des hétérogénéités structurales causées, entre autres, par la présence de pores de tailles significativement différentes (i.e macropores vs micropores). Cette situation est fréquente dans des sols agricoles, les roches fracturées, les terres diatomées, les sols agrégés et d'autres matériaux (Peregoedova, 2012).

Le sol NH3 comprend une proportion importante de sable (environ 64%), d'argile (environ 23%) et une infime proportion de limon. Ces proportions confèrent au sol NH3 une

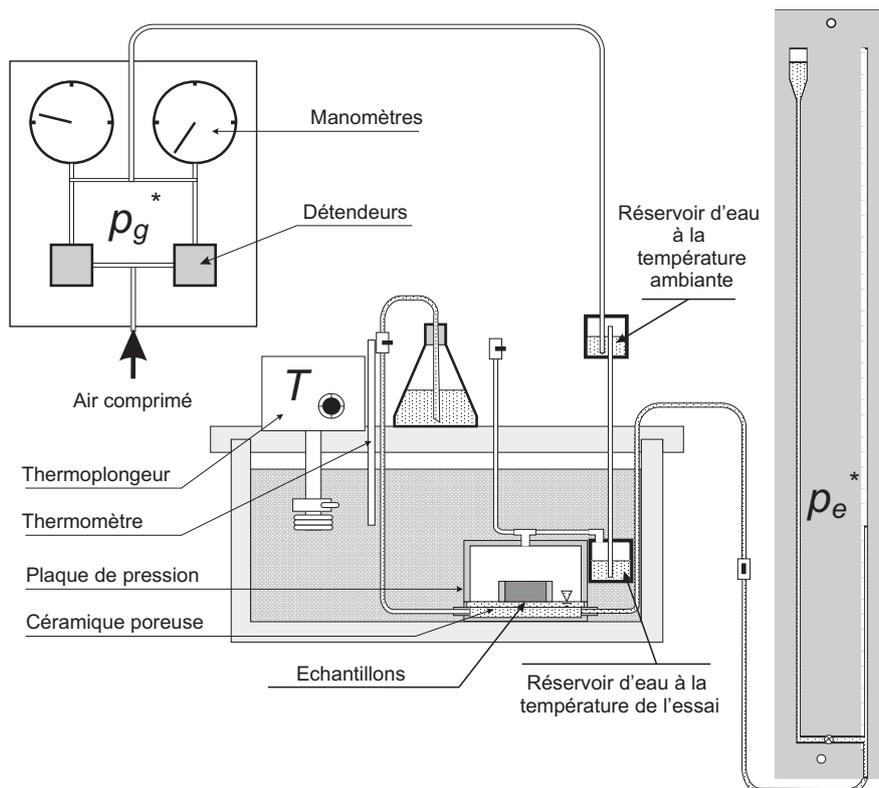


Fig. 2.7 – Mesure du potentiel chimique à la plaque de pression (Salager, 2007).

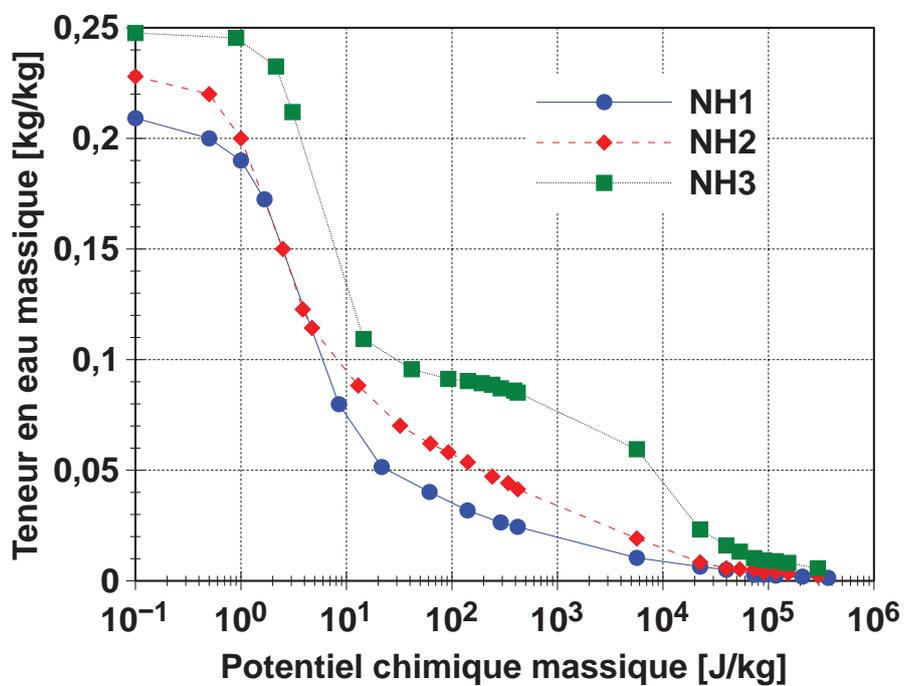


Fig. 2.8 – Courbes caractéristiques expérimentales des trois sols en étude.

agrégation de particules de grandes tailles (sable) et de très fines (argile) donc de particules de tailles intermédiaires non représentatives. En conséquence, le sol NH3 correspond à structure à double porosité ou bimodale tandis que les sols NH1 et NH2 sont de structure unimodale.

## 2.5.4 Modélisation de la courbe caractéristique

Il existe dans la littérature de nombreux modèles de représentation de la courbe caractéristique. Ils sont basés d'une manière générale sur l'hypothèse selon laquelle la forme de la courbe caractéristique dépend de la répartition de la taille des pores au sein du sol (Fredlund et Xing, 1994).

On peut classer la formulation des modèles en deux approches : une approche semi-empirique et une approche purement empirique.

### 2.5.4.1 L'approche semi-empirique

Elle consiste à trouver une expression analytique qui prend en compte les variables qui influencent l'écoulement de l'eau dans le sol. Les modèles qui y découlent sont basés sur la distribution de la taille des pores, de la distribution de la taille des particules ou de relations entre des caractéristiques du sol mesurables ou pouvant être déterminées par des méthodes numériques comme l'inversion numérique des données.

Plusieurs modèles sont disponibles dans la littérature (Jamin, 2003; Fredlund et Xing, 1994; Fayer et Simmons, 1995; Khlosi *et al.*, 2008). Nous notons ci-après les modèles les plus utilisés pour reproduire les points expérimentaux de la courbe caractéristique :

- Le modèle proposé par Brooks et Corey (1964) qui est un modèle à quatre (4) paramètres :  $w_r$ ,  $w_{sat}$ ,  $\mu_e$  et  $n$ .

$$S_e = \frac{w - w_r}{w_{sat} - w_r} = \begin{cases} \left(\frac{\mu_e}{\mu}\right)^n & \text{si } \mu \geq \mu_e \\ 1 & \text{si } \mu < \mu_e \end{cases} \quad (2.10)$$

où  $S_e$  est la teneur en eau réduite ou degré de saturation effective du sol ;

$w_{sat}$  et  $w_r$  désignent respectivement la teneur en eau massique de saturation et la teneur en eau massique résiduelle ;

$n$  est une constante empirique lié à la taille des pores et,

$\mu_e$ , le «potentiel chimique d'entrée d'air», potentiel au dessus duquel le sol est pratiquement saturé ( $w \approx w_{sat}$ ).

- Le modèle de [van Genuchten \(1980\)](#), modèle à cinq (5) paramètres :  $w_r$ ,  $w_{sat}$ ,  $\alpha$ ,  $n$  et  $m$  :

$$S_e = \frac{w - w_r}{w_{sat} - w_r} = [1 + (\alpha\mu)^n]^{-m} \quad (2.11)$$

$m$  [-],  $n$  [-] sont des paramètres de forme ;  $n(> 1)$  est relatif au taux de désaturation et  $m$  ( $0 < m < 1$ ) à la courbure aux potentiels chimiques élevés, proche de l'état quasi-sec ;

$\alpha$  [ $\text{kg}\cdot\text{J}^{-1}$ ] est relatif à l'inverse du potentiel chimique au point d'inflexion de la courbe proche de la saturation dans le même sens que le «potentiel chimique d'entrée d'air»  $\mu_e$  dans le modèle de [Brooks et Corey \(1964\)](#) (Eq. 2.10).

- Le modèle de ([Fredlund et Xing, 1994](#)), avec six (06) paramètres qui sont :  $\mu_r$ ,  $\mu_e$ ,  $w_{sat}$ ,  $n$ ,  $\alpha$ ,  $m$

$$w = C(\mu) \frac{w_{sat}}{\left[\ln\left(e + \left(\frac{\mu}{\mu_e}\right)^n\right)\right]^m} \quad (2.12)$$

$C(\mu)$  est une fonction de correction, qui permet à la teneur en eau,  $w$ , de s'annuler lorsque l'on a un potentiel chimique de  $10^6 \text{ J kg}^{-1}$ . Elle est donnée par la relation :

$$C(\mu) = 1 - \frac{\ln\left(1 + \frac{\mu}{\mu_r}\right)}{\ln\left(1 + \frac{10^6}{\mu_r}\right)} \quad (2.13)$$

- Une extension du modèle de [van Genuchten \(1980\)](#) proposée par ([Fayer et Simmons, 1995](#)) pour représenter les données dans les faibles teneurs en eau du sol en utilisant l'équation d'adsorption de [Campbell et Shiozawa \(1992\)](#). Ces derniers analysent des données de la courbe dans l'état sec et trouvent que la teneur en eau du sol sec varie linéairement en une représentation semi-log et proposent l'équation suivante :

$$w = w_a \left(1 - \frac{\ln \mu}{\ln \mu_0}\right) \quad (2.14)$$

où  $w_a$  [ $\text{kg}\cdot\text{kg}^{-1}$ ] est la teneur en eau due aux forces adsorptives à un potentiel chimique de  $10 \text{ J}\cdot\text{kg}^{-1}$  (correspondant à une hauteur d'eau de -1 m) et  $\mu_0$ , le potentiel chimique maximal à l'état extrêmement sec du sol.

Le modèle étendu de ([Fayer et Simmons, 1995](#)) prend la forme :

$$w = w_a \left(1 - \frac{\ln \mu}{\ln \mu_0}\right) + \left[w_{sat} - w_a \left(1 - \frac{\ln \mu}{\ln \mu_0}\right)\right] [1 + (\alpha\mu)^n]^{-m} \quad (2.15)$$

La définition et la détermination de la teneur en eau résiduelle  $w_r$  qui apparaît dans les modèles ci-dessus, correspondant à un état résiduel de l'eau dans le sol non-saturé, font l'objet de critiques fondamentales. Le point commun entre les différentes définitions est que dans l'état résiduel, la phase liquide est très discontinue et que l'eau se trouve adsorbée sous forme de films autour des particules solides (Vanapalli *et al.*, 1998). Cependant, il est très difficile de relier ce concept de teneur en eau résiduelle aux propriétés de rétention d'eau dans le sol et son mouvement. C'est pourquoi, dans plusieurs formulations de la courbe caractéristique, la teneur en eau résiduelle est considérée comme un paramètre empirique de fit ou tout simplement prend une valeur nulle.

#### 2.5.4.2 L'approche empirique

Les approches empiriques regroupent ce qu'on appelle les fonctions de pédotransfert ou PTF (pedotransfert functions). Elles établissent des corrélations entre les caractéristiques hydrodynamiques et les variables primaires du sol, telles que les fractions sableuse, limoneuse et argileuse, la densité apparente, la teneur en matière organique, la teneur en eau limite de liquidité. Elles servent souvent à générer les propriétés hydrodynamiques du sol dans des situations où les mesures sont trop onéreuses, trop lourdes ou trop difficiles à mener. Les différentes PTF existantes sont évaluées selon les critères suivants : l'applicabilité à une large gamme de sols différents, l'absence de déviation systématique par rapport aux valeurs mesurées et l'exactitude (Ugalde, 2003).

Plusieurs fonctions sont proposées dans la littérature. L'expression établie dépend des caractéristiques du sol utilisé (sol de référence). Avant d'évaluer toute PTF, il faut nécessairement disposer des données du sol de référence et vérifier si les caractéristiques primaires sont approximatives à celles du sol étudié.

Il y a trois types d'approches des PTF pour l'estimation des courbes de rétention en eau qui sont généralement considérées dans la littérature (Maqsoud *et al.*, 2007; Ugalde, 2003) :

- **Type 1** : Les PTF sont de régressions linéaires multiples ou réseaux de neurones permettant d'estimer la teneur volumique en eau,  $\theta$ , d'un sol à des pressions matricielles pré-choisies.
- **Type 2** : Les PTF expriment statistiquement la corrélation entre les paramètres d'une expression analytique de  $\mu - \theta$  (e.g. Brooks et Corey (1964); van Genuchten (1980); Fredlund et Xing (1994)) et les caractéristiques physiques du sol. Les paramètres sont calculés à l'aide de régressions linéaires multiples ou à l'aide de réseaux de neurones (Zapata, 1999; Schaap *et al.*, 2001; Maqsoud *et al.*, 2007)
- **Type 3** : Les PTF sont fondées sur une approche physique du phénomène de rétention d'eau et utilisent la géométrie fractale et la similarité de mise en échelle entre

les caractéristiques physiques du sol, par exemple la granulométrie, et la courbe caractéristique (Fredlund *et al.*, 1997, 2002; Aubertin *et al.*, 2003; Perera *et al.*, 2005; Mohammadi et Meskini-Vishkaee, 2013).

Nous avons choisi d'évaluer une méthode empirique de détermination de la courbe caractéristique à partir des propriétés géotechniques de base proposés par Aubertin *et al.* (2003); Mbonimpa *et al.* (2006) : le modèle de Kovács Modifié (MK). Ce modèle a été efficacement évalué par ces auteurs sur la base de plusieurs types de sols plastiques et non-plastiques.

Le modèle MK est représenté par une série d'équations qui ont été élaborées en considérant que l'eau est retenue dans les matériaux granulaires par des forces de capillarité, qui sont responsables de la saturation capillaire ( $S_c$ ), et des forces d'adhésion qui causent la saturation d'adhésion ( $S_a$ ) (Aubertin *et al.*, 2003). Ainsi, selon le modèle MK, le degré de saturation  $S_r$  des matériaux, défini à partir de la relation (Eq. 1.10) dépend de deux composantes,  $S_c$  et  $S_a$  :

$$S_r = \frac{\rho_s}{\rho_e^* n} w = 1 - (1 - S_c) \langle 1 - S_a \rangle \quad (2.16)$$

où  $w$  [kg.kg<sup>-1</sup>] est la teneur en eau massique,  $n$  [-], la porosité totale du milieu poreux.  $\rho_s$  et  $\rho_e^*$ , en kg.m<sup>-3</sup>, représentent, respectivement, la masse volumique apparente du sol et la masse volumique réelle pour l'eau.

$\langle \rangle$  représente les crochets de Macauley :  $\langle x \rangle = 0.5 (x + |x|)$

La saturation capillaire agit principalement à forte saturation. La saturation d'adhésion est usuellement prédominante dans les conditions de succion plus forte lorsque pratiquement toute l'eau capillaire est déjà drainée. Dans le modèle MK, les deux composantes,  $S_c$  et  $S_a$ , sont définies à partir de propriétés géotechniques de base des matériaux, incluant le diamètre effectif des grains  $D_{10}$ , le coefficient d'uniformité  $C_U$ , l'indice des vides  $e$  et la densité des grains solides  $\rho_s$ .

La saturation capillaire est une fonction de la distribution statistique de la dimension des pores :

$$S_c = 1 - \left[ \left( \frac{h_{co}}{h} \right)^2 + 1 \right]^m \exp \left[ -m \left( \frac{h_{co}}{h} \right)^2 \right] \quad (2.17)$$

où  $h_{co}$  [cm] est la remontée capillaire équivalente,  $h$  [cm] la pression matricielle et  $m$  [-], un coefficient de la distribution de taille des pores.

Dans le modèle MK, la remontée capillaire équivalente  $h_{co}$  est un paramètre clé. La définition de la remontée capillaire  $h_{co}$  a été développée en partant de la formulation utilisée pour calculer la hauteur de la remontée de l'eau dans un tube capillaire. Pour les matériaux granulaires non plastiques, (Aubertin *et al.*, 2003) ont proposé une corrélation

entre la remontée capillaire, l'indice des vides  $e$ , le diamètre effectif des grains  $D_{10}$  en cm, le coefficient d'uniformité  $C_U$  :

$$h_{co} = \frac{0,75}{eD_{10}(1 + 1,17 \log(C_U))} \quad (2.18)$$

La saturation d'adhésion ( $S_a$ ), utilisée dans le modèle MK, est surtout due aux forces d'attraction électrostatiques entre la surface des grains et les molécules bipolaires de l'eau. Dans les conditions non saturées, ces forces conduisent à la formation d'une pellicule d'eau « résiduelle » autour des particules solides (et à leurs points de contact). Selon le modèle MK, la diminution progressive du degré de saturation ( $S_e$ ) avec l'augmentation de la pression d'eau (en valeur absolue) conduit les matériaux vers un état complètement sec à  $h = 10^7$  cm. L'équation pour le calcul du degré de saturation d'adhésion prend la forme suivante :

$$S_a = a_c \left\{ 1 - \frac{\ln\left(1 + \frac{h}{h_r}\right)}{\ln\left(1 + \frac{h_0}{h_r}\right)} \right\} \frac{\left(\frac{h_{co}}{h_n}\right)^{2/3}}{e^{1/3} \left(\frac{h}{h_n}\right)^{1/6}} \quad (2.19)$$

où  $a_c$  [-] est un coefficient d'adhésion et  $h_n$  [cm] paramètre de normalisation ( $h_n = 1$  cm),  $h_r$  [-] est un paramètre empirique représentant la pression pour atteindre la teneur en eau résiduelle et pouvant être évaluée sur la base de paramètres géotechniques des matériaux, selon l'équation suivante :

$$h_r = 0,86h_{co}^{1,2} \quad (2.20)$$

L'utilisation des méthodes empiriques d'estimation de la courbe caractéristique est d'un grand apport au début d'un projet surtout si l'on manque assez de données de laboratoire et de terrain du sol pour caractériser ses propriétés de rétention d'eau.

### 2.5.4.3 Cas des milieux multimodaux

La particularité des milieux à structure hétérogène rend très complexe la modélisation des propriétés hydrodynamiques dans les transferts d'eau et de solutés en son sein. En effet, la capacité de rétention d'eau et la vitesse d'écoulement peuvent être assez différentes dans les macropores par rapport à celle dans la matrice plus fine (et plus serrée) des matériaux. L'écoulement accéléré de l'eau dans les macropores (surtout lorsqu'ils sont saturés) se traduit par l'apparition de voies d'écoulement préférentiel. La différence des propriétés hydrauliques des macropores (chemins préférentiels) et de la matrice poreuse (présentant une microporosité) est ainsi une propriété typique des milieux à multiporosité (Jarvis *et al.*, 1991).

Très peu d'études sont consacrées à la modélisation de la courbe caractéristique des milieux multimodaux (Zhang *et Chen*, 2005). Un pionnier, Durner (1994), proposa un modèle en divisant le milieu poreux en deux (ou plus) milieux imbriqués, chacun étant

décrit par le modèle de [van Genuchten \(1980\)](#). Son modèle est une superposition linéaire des fonctions décrivant chaque région du système à multipore et se présente comme suit :

$$Se(w) = \frac{w - w_r}{w_{sat} - w_r} = \sum_{i=1}^k \omega_i [1 + (\alpha_i \mu)^{n_i}]^{-m_i} \quad (2.21)$$

L'entier  $k$  désigne la modalité du modèle et  $\omega_i$  est un facteur de pondération pour les portions de courbes avec les conditions suivantes :  $0 < \omega_i < 1$  et  $\sum \omega_i = 1$ .

#### 2.5.4.4 Problématique de modélisation de la courbe caractéristique sur toute la gamme de teneur en eau

Diverses études ont souligné les insuffisances des modèles empiriques et semi-empiriques les plus utilisés pour représenter la courbe caractéristique sur toute la gamme de saturation ([Mohammadi et Meskini-Vishkaee, 2013](#); [Lu et al., 2008](#)). Les difficultés de modélisation sont attribuées aux insuffisances et limites des dispositifs expérimentaux de mesure du potentiel de l'eau du sol et du concept fondamental de modélisation. Or la connaissance de la courbe caractéristique sur toute la gamme de teneur en eau est très capitale dans la modélisation des transferts d'eau et la gestion des ressources en eau dans les régions arides et semi-arides où les conditions climatiques entraînent une forte variabilité des teneurs en eau du sol.

Les insuffisances dans la modélisation de la courbe caractéristique sur toute la gamme de teneur en eau proviennent :

#### Des méthodes expérimentales

Les différentes méthodes expérimentales décrites précédemment (Sec. 2.5.3) associent différents types d'instruments pour mesurer le potentiel et la teneur en eau du sol pour l'établissement de la courbe caractéristique. Chacune des méthodes avec les instruments de mesure a des limites conceptuelles et technologiques et permet de déterminer, avec précision, la courbe dans une plage donnée du domaine hydrique de l'eau du sol :

- Les méthodes tensiométriques et de translation d'axe (utilisant les pierres poreuses temoins) ([Baker et Frydman, 2009](#)) demeurent efficaces dans le domaine funiculaire, à fortes saturations, où la phase liquide du sol est continue. Les dispositifs les plus sophistiqués ([Mantho, 2005](#)) permettent d'atteindre le point au potentiel de  $1500 \text{ J.kg}^{-1}$ , appelé «point de flétrissement» par les agronomes.
- Les méthodes des solutions salines saturées et la condensation au point de rosée (DewPoint Potentiometer WP4) sont efficaces dans le domaine hygroscopique de l'eau du sol, état sec, où la phase vapeur est continue. En effet, ces deux méthodes sont basées sur la mesure de la teneur en eau à l'équilibre thermodynamique entre la vapeur d'eau du sol et l'atmosphère ambiante imposée.

Si la connaissance des deux états extrêmes du sol, saturé et sec, semble bien avancée, l'état intermédiaire (état pendulaire) en particulier aux faibles teneurs en eau, mérite encore des investigations. Cet état du sol est fréquent dans la couche superficielle, domaine d'interactions importantes entre le sol et les racines pour l'agronome, le sol et les fondations pour le géotechnicien. Dans cet état pendulaire, les phases liquide et vapeur sont toutes continues avec des mécanismes de transport toujours mal connus. Cependant, les dispositifs classiques de mesure du potentiel chimique exploitent la continuité d'une seule de ces phases. C'est pourquoi, il est très difficile d'accéder avec précision à des points de la courbe caractéristique dans ce domaine. Très souvent la courbe est complétée par extrapolation, ce qui peut engendrer d'énormes difficultés numériques dans les codes de simulations des transferts d'eau.

Les méthodes inverses, de plus en plus utilisées dans les disciplines des sciences du sol, utilisant les données de la pression d'eau ( $h$ ) et de la teneur volumique ( $\theta$ ) issues des expériences d'infiltration/drainage, évaporation/condensation (Durner *et al.*, 1999b; Fujimaki et Inoue, 2003; Fujimaki *et al.*, 2004; Peters et Durner, 2008b; Sakai *et al.*, 2009; Schindler *et al.*, 2010) souffrent aussi des limites des instruments de mesure. Elles demeurent robustes dans les fortes saturations du sol.

A ces insuffisances des instruments de mesure, s'ajoutent l'influence de certains paramètres tels la compaction des échantillons lors des expériences au laboratoire, le mode de chargement hydrique (humidification, désaturation), les procédures de mesure (imposition de la température, pression d'eau, humidité relative, etc. . .) font que très souvent les données sont moins représentatives (Shah *et al.*, 2006; Schneider et Goss, 2011; Malaya et Sreedeeep, 2012).

### Des modèles des courbes unimodales

Des récentes évaluations de modèles (Sillers et Fredlund, 2001; Lu *et al.*, 2008; Khlosi *et al.*, 2008) ont fait ressortir les forces et faiblesses de différentes expressions pour modéliser la courbe caractéristique sur toute la gamme de teneur en eau et pour différentes classes texturales de sols. La plupart d'entre eux, établie sur la base des résultats des mesures expérimentales discutées ci-dessus, permettent de représenter avec une bonne précision les points aux faibles potentiels chimiques (en valeur absolue) du domaine capillaire, jusqu'à  $1500 \text{ J.kg}^{-1}$  dans une moindre mesure. Dans l'état des très faibles teneurs en eau, des modèles spécifiques (e.g. Campbell et Shiozawa (1992); Rossi et Nimmo (1994); Tuller et Or (2005)) permettent de mieux représenter les données dans l'état quasi-sec du sol et précis pour les potentiels supérieurs à  $10 \text{ kJ.kg}^{-1}$ . Resurreccion *et al.* (2011) combinent les modèles de Campbell et Shiozawa (1992); Rossi et Nimmo (1994) et établissent un modèle linéaire entre la teneur en eau et le logarithme du potentiel chimique pour améliorer la représentation de la courbe caractéristique dans l'état sec. Le coefficient de proportionnalité dépend de la proportion d'argile dans le sol et la surface spécifique

d'après les travaux de [Tuller et Or \(2005\)](#).

La difficulté majeure de représentation se trouve dans l'état intermédiaire, l'état entre les fortes et très faibles teneurs en eau. Le principal challenge de nos jours est de trouver des méthodes expérimentales pour acquérir des données précises dans cette plage de teneur en eau et un modèle pour les associer aux données des fortes saturations et dans l'état très sec. Les tentatives d'utiliser des modèles en jonctions ([Rossi et Nimmo, 1994](#); [Webb, 2000](#); [Zhang, 2011](#)) sont attrayantes. Cependant ils souffrent des problèmes de continuité lorsqu'ils sont utilisés dans les codes de simulation de transferts d'eau. Une autre alternative est d'ajouter un terme correctif dans les modèles classiques (e.g. [Brooks et Corey \(1964\)](#); [van Genuchten \(1980\)](#)) pour relier la courbe de la saturation à l'état quasi-sec. Dans cette idée, [Fayer et Simmons \(1995\)](#); [Khlosi \*et al.\* \(2006\)](#) utilisèrent pour l'équation de [Campbell et Shiozawa \(1992\)](#) (Eq. 2.14) comme terme correctif tandis que [Fredlund et Xing \(1994\)](#) optèrent pour une fonction purement mathématique qui conduit à une teneur en eau nulle pour un potentiel chimique maximal de  $\mu_0 = 10^6 \text{ J.kg}^{-1}$ .

Dans les faibles teneurs en eau du sol, les isothermes de sorption/désorption sont équivalentes aux courbes caractéristiques. Dans cet état du sol, plusieurs études expérimentales montrent que la teneur en eau du sol peut être bien modélisée avec la théorie BET (Brunauer-Emmett-Teller) ([Lebeau et Konrad, 2010](#); [Coussy, 2010](#)). L'activité de l'eau  $a_w$ , utilisée dans l'équation de BET et généralisée par GAB (Guggenheim-Anderson-Boer) (Eq. 2.22) pour la courbe complète des isothermes ([Jamin, 2003](#)) peut être traduite en potentiel chimique par l'équation de Kelvin (Eq. 2.8).

$$w = w_{12} \frac{CK \times a_w}{(1 - K \times a_w)(1 + CK \times a_w - K \times a_w)} \quad (2.22)$$

où  $C$ ,  $K$  et  $w_{12}$  sont les paramètres du modèle.

En examinant ces modèles fondamentaux (Eqs. 2.22–2.8), l'on se pose des questions sur la plausibilité de l'hypothèse de linéarité du potentiel chimique en représentation semi-log dans les faibles teneurs en eau émise par [Campbell et Shiozawa \(1992\)](#). De plus, la valeur de  $\mu_0 = 10^6 \text{ J.kg}^{-1}$  est une valeur thermodynamique théorique, évaluée sur la base d'hypothèses et ne saurait être mesurée expérimentalement pour un sol ([Campbell et Shiozawa, 1992](#); [Khlosi \*et al.\*, 2008](#)). Ces auteurs soulignent que la valeur d'un potentiel chimique à l'état extrêmement sec du sol dépend des conditions d'études telles la température, l'humidité relative, la pression. Aussi, la teneur en eau massique ne peut s'annuler dans un sol naturel. C'est pourquoi, dans ce présent travail, nous excluons ces hypothèses et proposons un nouveau modèle pour la modélisation de la courbe caractéristique de la saturation à l'état quasi-sec.

### Proposition de modèle pour la courbe caractéristique

Le modèle que nous proposons distingue la contribution :

- des forces de capillarité dans les fortes teneurs en eau par un terme noté  $S_c$ ,
- des forces d'adhésion dans les faibles teneurs en eau par un terme noté  $S_a$ .

Chaque terme s'exprime en fonction du potentiel chimique.

Nous nous inspirons de la formulation mathématique de la courbe caractéristique par [Aubertin et al. \(2003\)](#) pour exprimer la teneur en eau réduite  $S_e$  avec les composantes  $S_c$  et  $S_a$  :

$$S_e = \frac{w}{w_{sat}} = 1 - \langle 1 - S_a \rangle (1 - S_c) \quad (2.23)$$

$$S_c = [1 + (\alpha\mu)^n]^{-m} \quad (2.24)$$

$$S_a = \left(\frac{A}{\mu}\right)^B \quad (2.25)$$

Les paramètres  $n$ ,  $m$  et  $\alpha$  sont ceux de [van Genuchten \(1980\)](#) (Eq. 2.11) et  $A$  [ $\text{J.kg}^{-1}$ ] et  $B$  [-] sont des paramètres de fits complémentaires pour le modèle.

Nous utilisons le modèle de [van Genuchten \(1980\)](#), qui décrit bien la courbe dans les fortes saturations, pour le terme  $S_c$ . Dans les faibles teneurs en eau, une fonction puissance du degré de saturation dépendant du potentiel chimique de l'eau comme dans les modèles de [Brooks et Corey \(1964\)](#); [Tuller et Or \(2005\)](#) est convenable pour décrire la saturation par adhésion. Nous posons donc, pour  $S_a$ , une fonction puissance du potentiel chimique sans faire référence à un potentiel chimique fini à l'état extrême sec correspondant à une teneur en eau nulle. La teneur en eau résiduelle, paramètre à controverse, n'est pas considéré ici.

Dans ce modèle, les composantes  $S_c$  et  $S_a$ , sont pris en compte simultanément, et donc sont inclus dans les méthodes de mesures du potentiel chimique et de la teneur en eau massique dans la relation  $w - \mu$ . Il ne s'agit ni d'un modèle d'extension ni d'un modèle de jonctions. Il s'applique aux sols granulaires unimodaux.

## 2.5.5 Résultats de modélisation de la courbe caractéristique du sol en étude

### 2.5.5.1 Approche semi-empirique

Le tableau (Tab. 2.5) résume les modèles évalués, les valeurs des paramètres descriptifs pour les types de sols unimodaux NH1 et NH2. Les références des modèles sont les suivants :

- VG80 pour le modèle de [van Genuchten \(1980\)](#),
- FX94 pour le modèle de ([Fredlund et Xing, 1994](#)),
- FS95 pour le modèle de ([Fayer et Simmons, 1995](#)).

Les valeurs des paramètres pour le modèle de [Durner \(1994\)](#) (Eq. 2.21) appliqué au sol bimodal NH3 sont regroupées dans le (Tab. 2.6). Les valeurs de paramètres statistiques déterminant la performance des modèles dans la représentation des valeurs expérimentales tels que le coefficient de détermination  $R^2$  et l'écart type RMSE (Root Mean Square Error) sont consignées dans ces tableaux. Les teneurs en eau massique de saturation  $w_{sat}$  pour les sols sont estimées à l'aide de l'équation (Eq. 2.2) utilisant les densités réelles et apparentes (voir Tab. 2.1) sauf pour le modèle proposé où ce paramètre est libre.

Les figures (Fig. 2.9) et (Fig. 2.10) représentent les courbes caractéristiques expérimentales et modélisées pour les sols NH1 et NH2. Dans la figure (Fig. 2.10), nous mettons en évidence la contribution de chacun des termes du modèle proposé à la teneur en eau réduite  $S_e$ .

D'une manière générale, une excellente corrélation est obtenue entre les modèles théoriques évalués et les valeurs expérimentales. Les très faibles écarts types (RMSE) et les valeurs très proche de 100% du coefficient de détermination  $R^2$  (Tab. 2.5) en sont illustratifs. D'après ces valeurs statistiques, le modèle proposé (Proposition) est le plus représentatif avec un  $R_{moy}^2 = 99,93\%$ , suivi du modèle de [Fredlund et Xing \(1994\)](#) ( $R_{moy}^2 = 99,84\%$ ), du modèle de [van Genuchten \(1980\)](#) étendu d'après [Fayer et Simmons \(1995\)](#) avec  $R_{moy}^2 = 99,74\%$  et enfin le modèle le plus utilisé, celui de [van Genuchten \(1980\)](#) non étendu où  $R_{moy}^2 = 99,41\%$ . Cependant, dans les faibles teneurs en eau, des écarts sont remarquables pour les différents modèles testés en témoignent les (Fig. 2.11(a)) et (Fig. 2.11(b)) où ce domaine de teneur en eau est mis en évidence. Pour le sol sableux NH1, le modèle de [Fredlund et Xing \(1994\)](#) est le plus performant tandis que pour le sol sablo-limoneux NH2, c'est le modèle proposé dans la présente étude qui reproduit mieux les données expérimentales. Le fait de forcer la teneur en eau à s'annuler à un potentiel chimique de  $10^6 \text{ J kg}^{-1}$  dans les modèles de [Fredlund et Xing \(1994\)](#); [Fayer et Simmons \(1995\)](#) pourrait en être la cause pour un sol avec plus de particules fines. C'est pourquoi nous avons rejeté cette hypothèse dans la formulation du nouveau modèle pour une large application aux sols à différents textures unimodaux. Le modèle bimodal de [Durner \(1994\)](#) reproduit très bien la courbe caractéristique expérimentale (Fig. 2.12) pour le sol NH3 avec un  $R^2$  est très proche de 100% et un RMSE très proche de 0 (Tab. 2.6).

Une autre préoccupation, au regard des modèles des courbes caractéristiques, est la facilité d'utilisation dans un problème numérique de transferts d'eau. Lorsque c'est la relation  $\mu = f(w)$  qui est utilisée, il est très difficile voire impossible d'en obtenir une expression analytique et les dérivées de la courbe caractéristique avec les modèles de [Fredlund et Xing \(1994\)](#); [Fayer et Simmons \(1995\)](#) ([Sakai et al., 2009](#)). Cette contrainte limite largement l'exploitation de ces modèles dans les codes de simulation des transferts d'eau, ce qui n'est pas le cas pour le modèle de [van Genuchten \(1980\)](#) et le modèle que nous proposons.



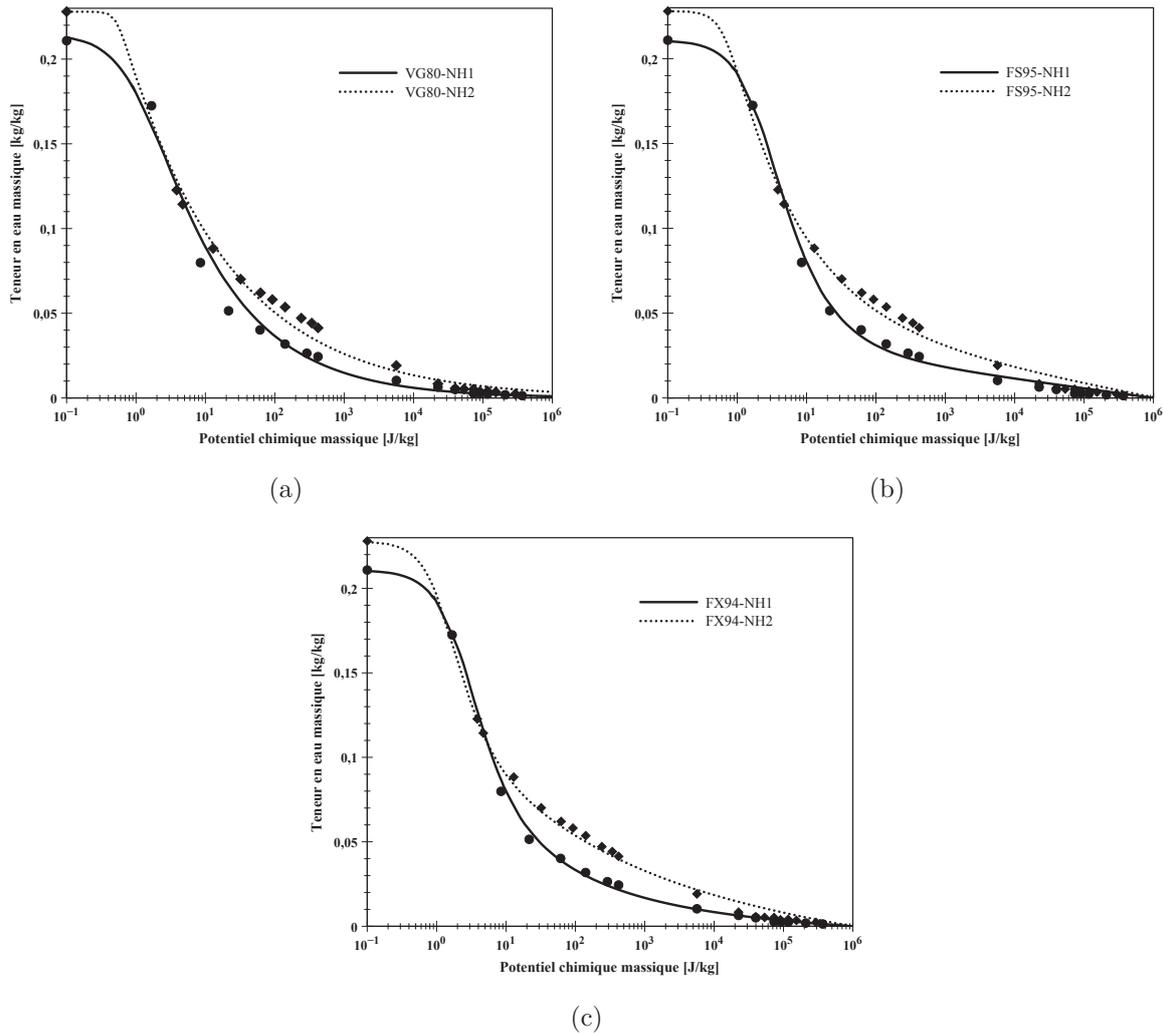


Fig. 2.9 – Courbes caractéristiques expérimentales et modélisées pour les sols NH1 et NH2 : (a) van Genuchten (1980), (b) Fayer et Simmons (1995), (c) Fredlund et Xing (1994).

### 2.5.5.2 Approche empirique : modèle Kovács Modifié

Le modèle Kovács Modifié (Aubertin *et al.*, 2003) a été testé pour les deux types de sols granulaires non-plastiques et unimodaux NH1 et NH2. Les valeurs des paramètres géotechniques de base ( $n$ ,  $e$ ,  $\rho_s$ ,  $D_{10}$ ,  $D_{60}$ ), déduites de la caractérisation des propriétés physiques (Tabs. 2.2 et 2.1), sont utilisées pour obtenir les courbes caractéristiques sol-eau d'après la série d'équations (Eq. 2.16) à (Eq. 2.20).

Les paramètres influents pour le modèle sont le coefficient d'adhésion  $a_c$  dans le domaine d'adsorption et  $m$ , le coefficient de la distribution de taille des pores dans le domaine capillaire. Aubertin *et al.* (2003) ont suggéré les valeurs  $a_c \approx 0,01$  et  $m = 1/C_u$  pour les

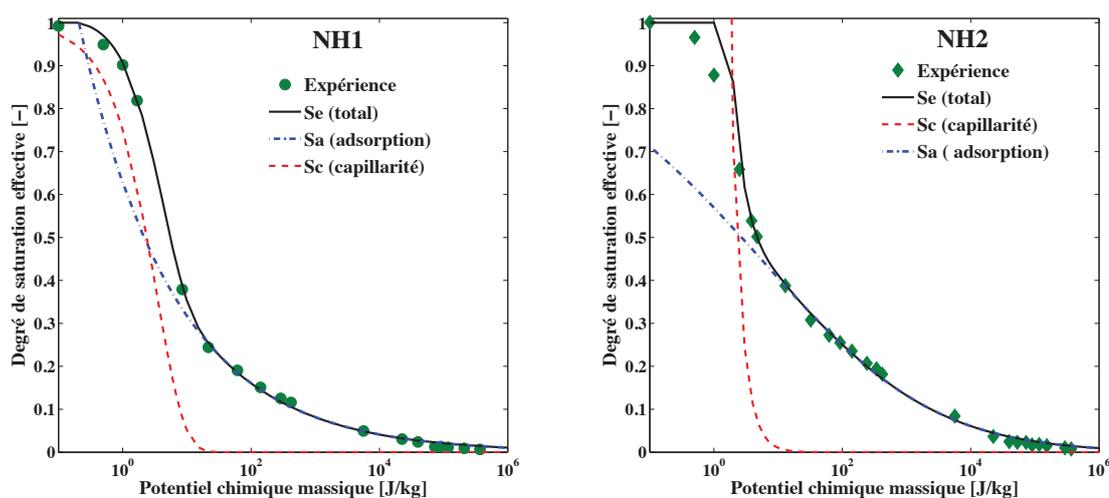


Fig. 2.10 – Courbes caractéristiques expérimentale et modélisée (modèle proposé) pour les sols NH1 et NH2 : mise en évidence de la contribution des termes d'adsorption  $S_a$  et de capillarité  $S_c$ .

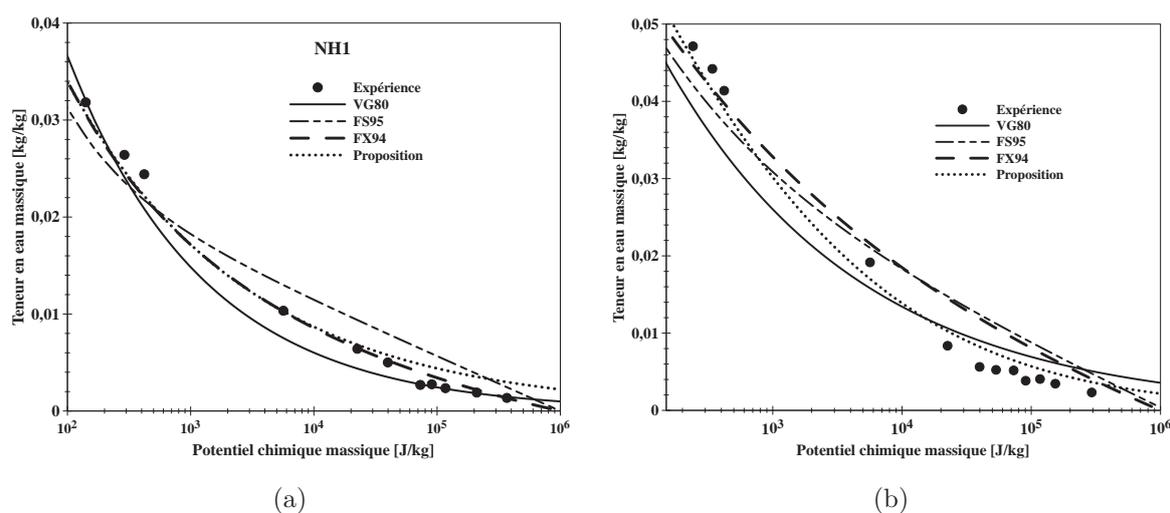


Fig. 2.11 – Zoom des courbes caractéristiques dans les faibles teneurs en eau pour les sols NH1 (a) et NH2 (b).

matériaux granulaires (peu plastiques, sans cohésion). L'utilisation de ces valeurs pour le sol NH1 a donné les résultats mitigés représentés à la (Fig. 2.13(a)).

En utilisant nos données expérimentales, il est possible d'ajuster les paramètres  $a_c$  et  $m$  pour chaque matériau testé afin de mieux représenter les points expérimentaux dans toute la partie de la courbe ; ceci est montré à la (Fig. 2.13(b)) pour NH1 et la (Fig. 2.13(c)) pour NH2. Trois points expérimentaux de la courbe, un par partie, en plus de la teneur

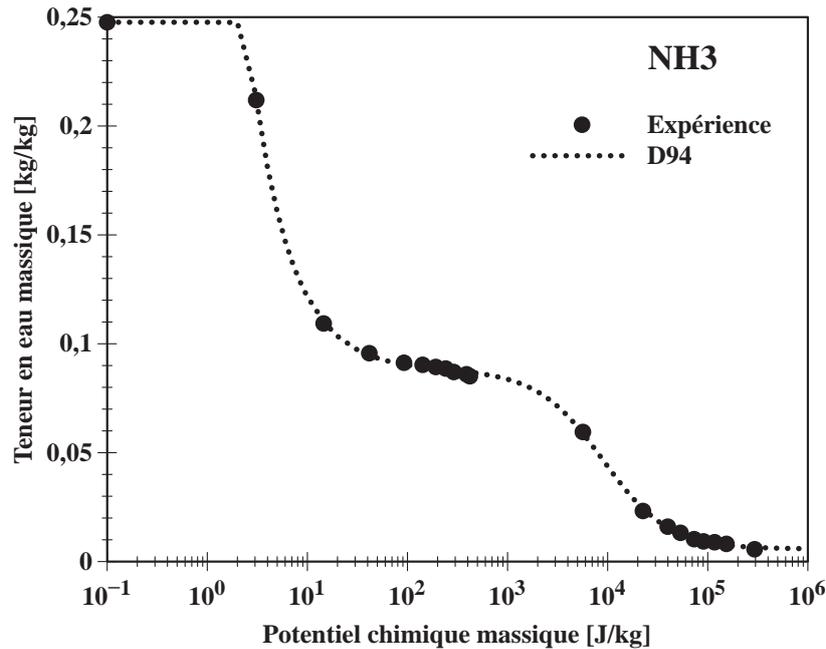


Fig. 2.12 – Courbes caractéristiques expérimentale et modélisée (Durner (1994)) pour le sol NH3

en eau de saturation estimée à partir des densités des solides permettent de mieux ajustés ces paramètres. Les valeurs ajustées sont :  $a_c = 0,018$  et  $m = 0,031$  pour le sol NH1 ;  $a_c = 0,0115$  et  $m = 0,002$  pour le sol NH2.

Le modèle décrit bien la courbe caractéristique dans les faibles teneurs en eau. Dans les fortes teneurs en eau, les résultats sont moins représentatifs. Toutefois, ce modèle est une bonne base de caractérisation de la courbe à partir des données pouvant être acquises en un temps et un coût limités.

## 2.6 Caractéristiques hydriques : la diffusion dans la phase gazeuse

Le coefficient de diffusion de la phase gazeuse dans le sol et sa dépendance avec les caractéristiques physiques du sol gouverne le transport diffusif des gaz (oxygène, polluants organiques volatils, gaz à effet de serre...) dans les sols agricoles, forêts, sols urbains (Moldrup *et al.*, 2000b). Dans un système insaturé, l'eau est la phase mouillante et le gaz est celle non mouillante. La phase liquide est en contact direct avec la phase solide ; la phase gazeuse est généralement séparée du solide par la phase liquide. L'eau liquide occupe les minuscules pores tandis que la vapeur d'eau se limite aux pores plus larges.

Dans un milieu poreux, plusieurs paramètres entrent en jeu dans la détermination du coefficient de diffusion du gaz dans le milieu  $D_{vs}$  : le coefficient de diffusion du gaz à l'air libre  $D_{va}$ , le trajet parcouru représenté par le facteur de tortuosité  $\tau$ , la fraction

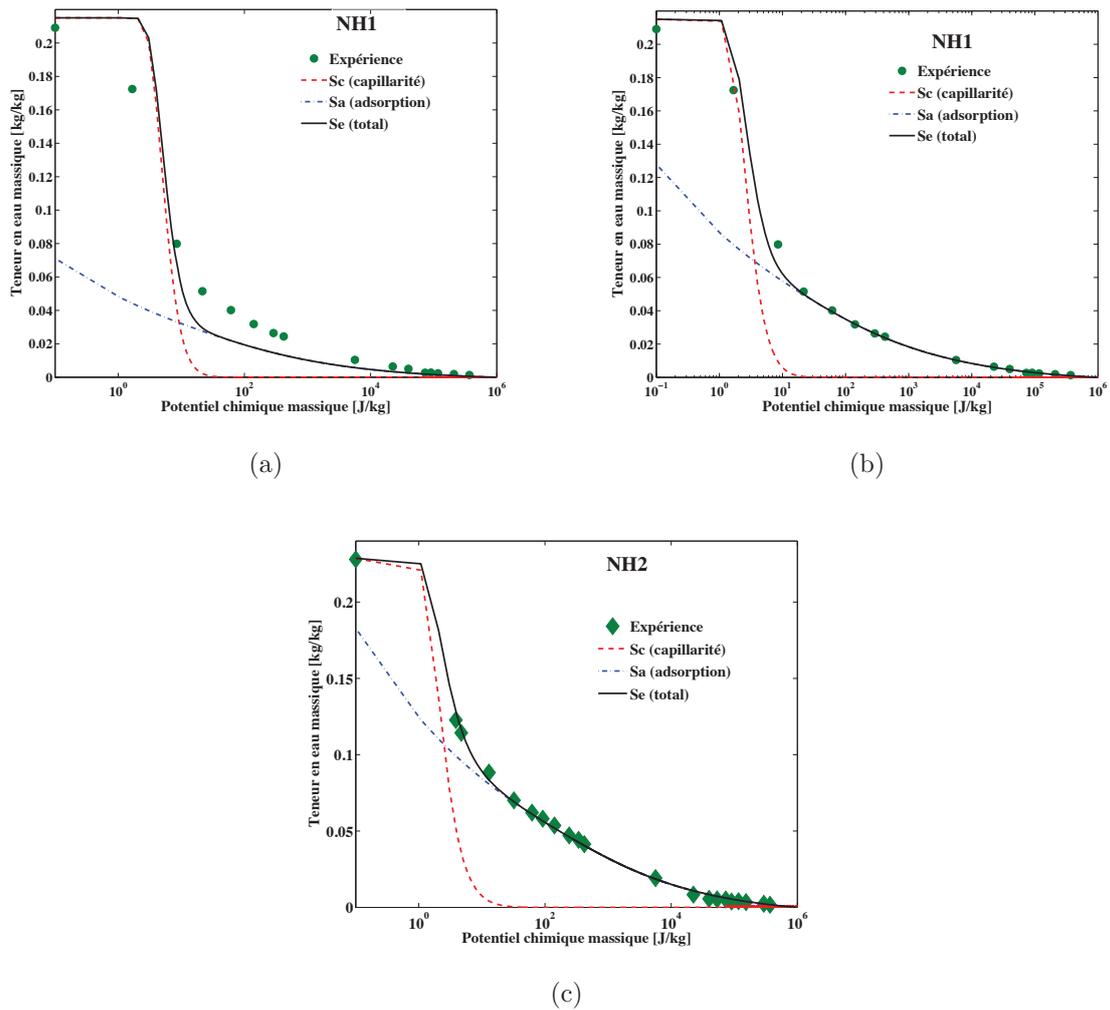


Fig. 2.13 – Modèle Kovács Modifié (MK) (Aubertin *et al.*, 2003) appliqué (a) au sol NH1 sans ajustement de  $a_c$  et  $m$  (b) au sol NH1 avec ajustement et (c) au sol NH2 avec ajustement.

volumique de la phase gazeuse  $\phi_g$  (Eq. 1.14). L'expression suivante est la plus utilisée (Moldrup *et al.*, 2000a) :

$$D_{vs} = D_{va} \phi_g \tau \quad (2.26)$$

Pour la vapeur d'eau, le coefficient de diffusion à l'air libre  $D_{va}$  et le facteur de tortuosité  $\tau$  sont difficiles à évaluer expérimentalement. Néanmoins des valeurs de corrélations permettent d'utiliser ces paramètres dans l'estimation du coefficient de diffusion de la vapeur d'eau dans le sol. A  $30^\circ\text{C}$ , la valeur  $D_{va} = 26,1 \times 10^{-6} \text{ ms}^{-2}$  (Campbell, 1985). Des modèles mathématiques pour la tortuosité sont présentés dans le (Tab. 2.7).

Tab. 2.7 – Différentes relations empiriques de la tortuosité, extraites dans (Ouoba, 2009)

Modèles	Expression pour $\tau$
Penmann (1940)	$0,66\phi_g$
Millington et Quirk (1960)	$\frac{\phi_g}{n^{2/3}}$
Millington et Quirk (1961)	$\frac{\phi_g^{7/3}}{n^2}$
Moldrup et al. (1997) <sup>a</sup>	$0,66\frac{\phi_g}{n}$

<sup>a</sup>Pour un sol tamisé compacté

## 2.7 La perméabilité à saturation

En condition saturée, le coefficient de perméabilité d'un liquide dans le sol,  $K_{sat}$  s'exprime d'une manière générale par :

$$K_{sat} = k \frac{g}{\nu_l} \quad (2.27)$$

où  $g$  [ $\text{m}\cdot\text{s}^{-2}$ ] est l'intensité de la pesanteur et  $\nu_l$  [ $\text{m}^2\cdot\text{s}^{-1}$ ] la viscosité cinématique du liquide.  $k$  [ $\text{m}^2$ ] est la perméabilité intrinsèque du milieu, qui dépend de la géométrie du milieu, la distribution et la taille des pores.

Plusieurs méthodes ont permis de déterminer la viscosité cinématique des liquides, en l'occurrence l'eau. Cependant, la détermination théorique et expérimentale de la perméabilité intrinsèque du sol est très complexe vu le caractère hétérogène de ce dernier. C'est pourquoi, l'on a l'habitude de déterminer d'une manière globale la perméabilité à saturation  $K_{sat}$ , expérimentalement, à partir d'essais in situ et au laboratoire par l'exploitation de la loi de Darcy. Des méthodes numériques ont aussi été développées pour estimer  $K_{sat}$ . Elles sont basées sur des relations de corrélation empiriques établies pour différents types de sol à partir de diverses expériences et observations. Une revue bibliographique des différentes méthodes de détermination de la perméabilité à saturation publiée récemment par (Chapuis, 2012) fait ressortir les forces, les faiblesses et le domaine de validité des méthodes expérimentales et numériques les plus utilisées en sciences des sols.

### 2.7.1 Méthodes directes : expériences

Les méthodes expérimentales exploitent exclusivement la loi d'écoulement de Darcy pour le calcul de la perméabilité à saturation. Cette loi stipule que la vitesse d'écoulement d'eau dans un milieu poreux saturé est proportionnelle au gradient de la charge hydraulique appliquée. Le coefficient de proportionnalité est la perméabilité à saturation. On distingue parmi les méthodes de laboratoire celles qui portent sur l'utilisation des perméamètres, les essais de percolation et les essais œdométriques.

### Utilisation des perméamètres

Cette méthode de laboratoire, très répandue, donne une estimation ponctuelle (l'écart est important par rapport aux mesures in situ) et unidirectionnelle. On distingue le perméamètre à charge constante et le perméamètre à charge variable. Le régime d'écoulement est en général supposé permanent. Ces méthodes peuvent être effectuées avec des sols remaniés ou non suivant le mode opératoire. Le principe est décrit ci-après.

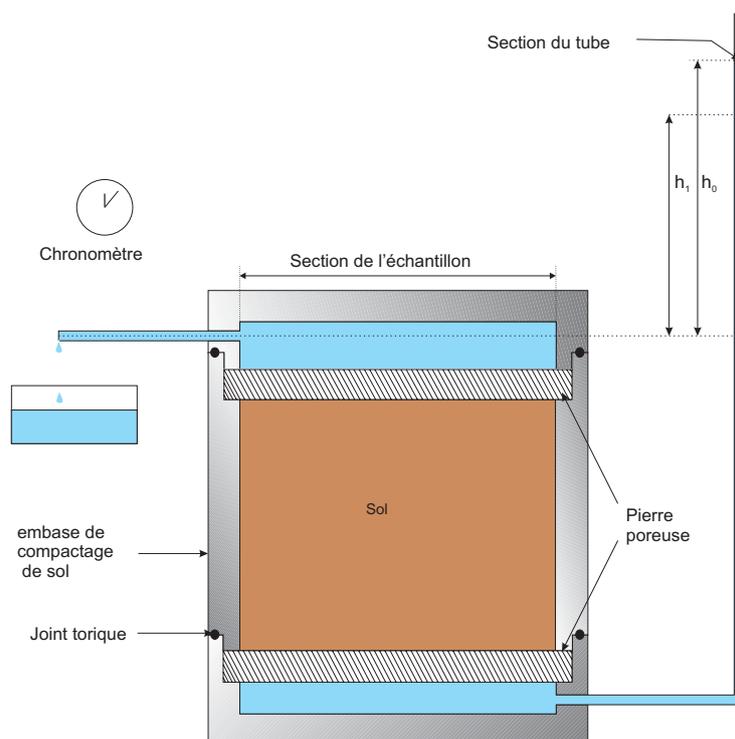


Fig. 2.14 – Perméamètre à charge variable.

Deux pierres poreuses emprisonnent l'échantillon de sol. Le dispositif peut être amélioré en ajoutant deux robinets pour commander les modes charge constante - charge variable. L'échantillon, à la teneur en eau souhaitée, est d'abord compacté dans le moule du perméamètre. On se sert de la courbe Proctor du sol (relation entre la teneur en eau et la masse volumique sèche du sol) pour compacter le sol à la densité souhaitée (Ouedraogo, 2008). Le moule est ensuite monté sur le perméamètre et l'on commence par saturer l'échantillon avec de l'eau distillée. Afin de vérifier la charge constante imposée, une ouverture est à prévoir et un récipient pour récupérer le trop plein.

- A charge constante, par application de loi de Darcy, on a :

$$K_{sat} = \frac{Q}{S} \frac{L}{\Delta H} \quad (2.28)$$

où  $Q$  [ $L^3.T^{-1}$ ] est le débit recueilli à la sortie de l'échantillon sachant qu'en écoulement stabilisé le débit entrant et le débit sortant sont identiques ;  $S$  [ $L^2$ ], la section de l'échantillon ;  $L$  [ $L$ ], la longueur de l'échantillon et  $\Delta H$  [ $L$ ] est la charge hydraulique constante appliquée.

- A charge variable, on suppose que la loi de Darcy est applicable à chaque intervalle de temps élémentaire d'écoulement. Par intégration du volume écoulé entre les positions  $h_0$  et  $h_1$  (voir Fig. 2.14) on tire :

$$K_{sat} = \frac{s}{S} \frac{L}{\Delta T} \ln \left( \frac{h_0}{h_1} \right) \quad (2.29)$$

$\Delta T$  [ $T$ ] est le temps mis par l'eau pour parcourir la distance  $h_0 - h_1$  [ $L$ ] ( $h_0$  et  $h_1$  sont respectivement les niveaux de l'eau initial et final dans le tube ou les charges hydrauliques initiales et finales) ;  $s$  et  $S$  en  $L^2$  sont respectivement la section du tube piézométrique et de l'échantillon.

La méthode à charge constante est convenable pour les sols grossiers dont  $K_{sat} > 10^{-5}$  m.s $^{-1}$  et celle à charge variable pour les sols fins.

## Méthodes in situ

Sur le terrain, on peut utiliser divers essais, les plus répandus sont les essais d'infiltration ou infiltrométrie (Ugalde, 2003; Mubarak, 2009). Lors d'un essai d'infiltration, lorsque tous les pores se remplissent d'eau, la capacité d'infiltration des matériaux diminue jusqu'à une valeur minimale constante qui est environ égale à la perméabilité à saturation (Hillel, 1998). On peut aussi citer parmi les méthodes in situ l'utilisation du perméamètre de Guelph dans les sites ne présentant pas de nappe ; les essais de pompage (NF P 94-130) ; Lefranc (ou essai ponctuel NF P 94-132) et Nasberg dans les sites à nappe phréatique (Weynants, 2005).

### 2.7.2 Méthodes indirectes d'estimation de $K_{sat}$

La connaissance de la perméabilité à saturation  $K_{sat}$  d'un sol est nécessaire pour la solution de plusieurs problèmes en génie civil et en sciences des sols. Les méthodes directes d'évaluation de ce paramètre, telles que les essais sur le terrain et en laboratoire, sont assez coûteuses et, souvent, difficiles à accomplir avec grande précision. Les résultats de tels essais ne sont valables que pour le matériau dans un état donné. Les méthodes de prédiction (estimation) de  $K_{sat}$  à partir de caractéristiques géotechniques de base des matériaux s'avèrent particulièrement utiles pour compléter les résultats d'essais. Les équations prédictives permettent d'évaluer l'effet d'une variation de l'état du matériau, afin d'estimer l'influence de divers facteurs (tels la granulométrie et la porosité).

De nombreuses équations empiriques ont été développées depuis les premières tentatives de Hazen (1892) d'estimer la valeur de  $K_{sat}$  des sols en se basant sur la distribution granulométrique des particules. Les modèles développés viennent pour la plupart de l'industrie des grains et poudres. Certains ont été réadaptés au sol en tant que milieu poreux granulaire. Toutefois ces formules ont des restrictions quant à l'applicabilité à différents types de sols (Chapuis, 2012). En règle générale, les variables qui contrôlent la valeur de la conductivité hydraulique saturée dans ces équations peuvent être subdivisées en trois groupes (Peregoedova, 2012) :

- Les paramètres qui reflètent les caractéristiques du fluide ;
- Les paramètres qui représentent les propriétés des particules qui composent le milieu poreux, y compris la distribution granulométrique et la forme des grains solides ;
- Les paramètres qui représentent l'effet de la porosité.

Parmi les équations existantes, celle de Kozeny-Carman est la plus utilisée. Cette équation a été développée en considérant le milieu poreux comme un ensemble de tubes capillaires pour lesquels l'équation de Navier Stokes peut être utilisée.  $K_{sat}$  est une fonction de la porosité  $n$  (ou de l'indice des vides  $e$ ), de la surface spécifique  $S_s$  et d'un facteur  $C$  qui tient compte de la forme et de la tortuosité du milieu poreux. La formulation communément employée est la suivante (Chapuis, 2012) :

$$K_{sat} = C \frac{g}{\mu_e \rho_e^*} \frac{e^3}{S_s^2 G_S^2 (1 + e)} \quad (2.30)$$

où  $g$  est l'intensité de la pesanteur,  $\mu_e$  la viscosité dynamique de l'eau,  $G_S = \rho_s^*/\rho_e^*$  la densité du solide.

L'équation de Kozeny-Carman est valable pour les sols sablonneux et non-argileux dans la littérature mécanique (Chapuis, 2012). Les hydrogéologues ont abouti au même constat même si ces derniers remplacent la surface spécifique  $S_s$  par un diamètre  $d_{eff}$  du sol (non clairement défini) pour estimer la conductivité hydraulique saturée. C'est dans ce sens que Chapuis et Aubertin (2003) apportèrent une modification de l'équation de Kozeny-Carman sur la base de plusieurs résultats de différentes textures de sols plastiques et non-plastiques pour mieux estimer  $K_{sat}$ . Cette équation se présente sous la forme :

$$\log(K_{sat}) = \frac{1}{2} + \log\left(\frac{e^3}{G_S^2 S_s^2 (1 + e)}\right) \quad (2.31)$$

Dans tous les cas, l'on peut noter la difficulté de l'application de cette équation en ce sens qu'elle contient un paramètre, la surface spécifique  $S_s$  ou le diamètre  $d_{eff}$ , très complexe à mesurer pour un milieu hétérogène tel qu'un sol naturel. Néanmoins, des auteurs ont proposé plusieurs modèles pour évaluer la surface spécifique des matériaux granulaires à partir de données géotechniques de base. Parmi ces modèles, on peut citer :

- Le modèle de [Mbonimpa et al. \(2002\)](#) où les paramètres utilisés sont : la densité des particules solides  $\rho_s$  [ $\text{kg.m}^{-3}$ ]; le coefficient d'uniformité  $C_U$  [-], le diamètre des grains correspondant à 10% de passant sur la courbe granulométrique  $D_{10}$  [m] :

$$S_s \left( m^2.kg^{-1} \right) = \frac{1}{\rho_s C_U^{1/6} D_{10} C_d^{1/2}} \quad (2.32)$$

$C_d$  est une constante ( $C_d = 0,01$ )

- Le modèle de [Aubertin et al. \(2003\)](#) utilise le diamètre équivalent  $D_H$  [m] des grains inclus dans le modèle Kovács Modifié (MK, présenté à la Sec. 2.5.4.2) pour prédire la courbe de rétention d'eau :

$$S_s \left( m^2.kg^{-1} \right) = \frac{\alpha}{\rho_s D_H} \quad (2.33)$$

$\alpha$  est un paramètre de forme (sans dimension) :  $\alpha \approx 10$  et

$$D_H = [1 + 1,17 \log(C_U)] D_{10} \quad (2.34)$$

### 2.7.3 La perméabilité saturée des matériaux en étude

La perméabilité en condition de saturation est déterminée :

- expérimentalement pour les sols unimodaux NH1 et NH2. L'expérience réalisée est celle décrite à la sous-section (Sec. 2.7.1) suivant la norme NF X30-441 du perméamètre à charge variable ;
- numériquement pour les trois sols NH1, NH2 et NH3 à partir des approches empiriques exposées à la sous-section (Sec. 2.7.2). L'équation de Kozeny - Carman (Eq. 2.30), notée KC, et sa modification par [Aubertin et al. \(2003\)](#) (Eq. 2.31), KCM sont utilisées. En fonction des équations empiriques pour la surface spécifique (Eq. 2.32 par [Mbonimpa et al. \(2002\)](#) - M02 et Eq. 2.33 par [Aubertin et al. \(2003\)](#) - A03), nous distinguons les combinaisons suivantes pour l'estimation de la perméabilité saturée  $K_{sat}$  : KC-M02, KC-A03, KCM-M02 et KCM-A03.

Les résultats sont consignés dans le (Tab. 2.8).

A l'analyse des résultats du (Tab. 2.8), on note, par rapport aux résultats expérimentaux que l'équation de Kozeny - Carman Modifiée (KCM) associée au modèle de ([Aubertin et al., 2003](#)) pour la surface spécifique est celle qui se rapproche le plus des résultats expérimentaux de la perméabilité saturée. Le modèle proposé par [Mbonimpa et al. \(2002\)](#) surestime alors la surface spécifique.

Tab. 2.8 – Perméabilité saturée  $K_{sat}$  [ $\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ ] mesurée et estimée pour les sols NH1, NH2 et NH3

Modèle	NH1	NH2	NH3
<b>Expérience</b>	$3,69 \times 10^{-5}$	$9,78 \times 10^{-6}$	–
<b>KC-M02</b>	$9,374 \times 10^{-6}$	$8,492 \times 10^{-7}$	$1,313 \times 10^{-9}$
<b>KC-A03</b>	$1,931 \times 10^{-5}$	$2,030 \times 10^{-6}$	$2,531 \times 10^{-9}$
<b>KCM-M02</b>	$1,510 \times 10^{-5}$	$1,368 \times 10^{-6}$	$2,117 \times 10^{-9}$
<b>KCM-A03</b>	$3,113 \times 10^{-5}$	$3,272 \times 10^{-6}$	$4,080 \times 10^{-9}$

## Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté les caractéristiques géomorphologiques et hydriques des matériaux en étude : un profil d'un sol de Nasso constitué de trois horizons dénommés NH1, NH2 et NH3. Les méthodes expérimentales de caractérisation de laboratoire réalisées nous ont permis d'obtenir la courbe granulométrique complète, la densité apparente, les données de l'essai Proctor, les isothermes de désorption, la courbe caractéristique sol-eau et la perméabilité à saturation. On s'est ensuite attaché à la modélisation des courbes décrivant les propriétés texturales (courbe granulométrique) et hydriques (isothermes et rétention d'eau). Cette modélisation est rendue nécessaire par la volonté de construire un modèle numérique prédictif de l'évolution de l'eau dans le profil du sol en étude.

Le coefficient de perméabilité relative à l'eau, autre caractéristique hydrique d'un sol fera l'objet d'un chapitre à part vu la complexité de sa caractérisation expérimentale et son influence dans la simulation numérique des transferts dans les faibles teneurs en eau (Ouédraogo, 2008).

# Caractérisation de la perméabilité non-saturée d'un sol aux faibles teneurs en eau

## Sommaire

<b>3.1 Estimation de la perméabilité relative</b> . . . . .	<b>80</b>
3.1.1 Méthodes expérimentales . . . . .	81
3.1.2 Modélisation de la perméabilité relative . . . . .	81
3.1.3 Méthodes numériques d'estimation de la perméabilité relative . . . . .	86
3.1.4 Estimation des perméabilités relatives par intégration . . . . .	86
<b>3.2 Caractérisation expérimentale de la perméabilité non-saturée : dispositif et mode opératoire</b> . . . . .	<b>87</b>
3.2.1 Principe et mise au point . . . . .	89
3.2.2 Protocole expérimental . . . . .	89
3.2.3 Profils de teneur en eau . . . . .	93
<b>3.3 Validité des modèles capillaires de la perméabilité relative</b> . . . . .	<b>96</b>
3.3.1 Approche directe : calcul des profils numériques . . . . .	96
3.3.2 Approche inverse : identification des paramètres du modèle van Genuchten-Mualem . . . . .	99
<b>3.4 Prise en compte des transferts par films</b> . . . . .	<b>105</b>
3.4.1 Insuffisances des modèles capillaires dans les transferts en faibles teneurs en eau . . . . .	105
3.4.2 Prise en compte des transferts par films dans la modélisation de la perméabilité non-saturée . . . . .	105
3.4.3 Proposition d'un modèle de la perméabilité non-saturée et estimation des paramètres par approche inverse . . . . .	107

## Introduction

La conductivité hydraulique est un paramètre clé dans la modélisation des propriétés thermo-hydro-mécaniques d'un milieu poreux, en l'occurrence le sol. C'est une des propriétés hydrodynamiques du milieu poreux qui traduit son aptitude à laisser circuler un fluide (liquide ou gaz) au sein de son espace poral. Elle dépend du volume des pores (densité et degré de saturation), de sa structure interne et particulièrement de la connectivité des différents pores mais aussi de la nature du fluide qui s'écoule. Le phénomène physique en question est la filtration des phases.

La conductivité hydraulique est très souvent désignée par le terme générique «*perméabilité*». Une bonne connaissance de la perméabilité est l'une des tâches principales dans le développement d'un outil de gestion des ressources en eau. Dans les régions arides et semi-arides, c'est surtout sa représentation dans les faibles teneurs en eau qui est problématique.

Dans ce chapitre, nous nous intéressons à la filtration de la phase liquide et plus précisément l'eau liquide dans un sol non-saturé. L'application de la TPI linéaire (Sec. 1.3.2) a permis d'établir la relation phénoménologique de filtration d'un liquide pur dans un milieu poreux. Le coefficient de proportionnalité qui en découle décrit la conductivité hydraulique du milieu poreux par l'expression (Eq. 1.96) par comparaison avec la loi de Darcy standard. Nous utilisons par la suite, l'expression classique de la conductivité hydraulique non-saturée notée  $K$  [ $\text{m.s}^{-1}$ ] et donnée par :

$$K(w) = K_{sat} K_r(w) \quad (3.1)$$

La perméabilité en condition de saturation  $K_{sat}$  est présentée à la section (Sec. 2.7). Le développement qui suit s'intéresse à la détermination la perméabilité relative  $K_r$ . Nous passons en revue différentes méthodes de détermination proposées dans la littérature et leurs applications aux matériaux en étude. Nous considérons toujours le sol comme un milieu poreux isotrope. La perméabilité non-saturée aux les faibles teneurs en eau est traitée à travers une nouvelle approche expérimentale et numérique de caractérisation.

### 3.1 Estimation de la perméabilité relative

Le coefficient de perméabilité relative qui apparait dans l'équation (Eq. 1.96) dépend des propriétés texturales du milieu (indice des vides) et de plusieurs paramètres thermodynamiques tels la température et le degré de saturation. Romero (1999) utilise une

relation générale où les effets de température  $T$ , indice des vides  $e$  et teneur en eau  $w$  sont découplés.

$$K_r(e, T, w) = k_e(e) k_T(T) k_w(w) \quad (3.2)$$

où  $k_e(e)$ ,  $k_T(T)$  et  $k_w(w)$  représentent les dépendances relatives à la température, à l'indice des vides et à l'état de saturation.

Dans la présente étude nous nous plaçons à température constante et nous faisons l'hypothèse d'une phase solide indéformable, c'est-à-dire une masse volumique apparente de la phase solide  $\rho_s$ , constante (cette dernière hypothèse étant synonyme de l'indice des vides constant). La perméabilité relative à l'eau ne dépend donc que de l'état de saturation du sol.

### 3.1.1 Méthodes expérimentales

Dans les conditions non saturées, il n'existe pratiquement pas de méthodes simples de détermination de la conductivité hydraulique du sol. Les rares tentatives sont très onéreuses et gourmandes en temps. C'est pourquoi beaucoup de chercheurs s'orientent vers les méthodes numériques et l'inversion des données. Ces méthodes nécessitent la connaissance des caractéristiques hydriques du sol comme la courbe de rétention ou la courbe caractéristique sol-eau.

Les méthodes les plus répandues sont :

- les méthodes d'infiltration et/ou de drainage (continues, par paliers ou en une seule étape)(Durner *et al.*, 1999b; Fujimaki *et al.*, 2004; Weynants, 2005) ;
- les méthodes d'évaporation (Peters et Durner, 2008b; Schindler *et al.*, 2010) ou de condensation (Sakai *et al.*, 2009).

Ces méthodes permettent d'estimer avec une relative précision les caractéristiques hydrodynamiques dans le domaine des fortes saturations. Dans le domaine des faibles teneurs en eau, les insuffisances des instruments de mesure affectent négativement la précision des résultats.

Nous présentons dans les paragraphes suivants quelques formulations de la conductivité hydraulique en condition non saturée. Nous adoptons le concept de modélisation de la perméabilité relative dans le cas où des méthodes très satisfaisantes permettent d'estimer la perméabilité en condition de saturation qui est constante.

### 3.1.2 Modélisation de la perméabilité relative

Diverses formulations exprimant la perméabilité relative à l'eau d'un sol non-saturé existent dans la littérature. Elles s'expriment soit en fonction :

- de la teneur en eau volumétrique  $\theta$  [ $\text{m}^3 \cdot \text{m}^{-3}$ ] ou massique  $w$  [ $\text{kg} \cdot \text{kg}^{-1}$ ];
- de la teneur en eau réduite ou saturation effective de l'eau  $S_e = \frac{w-w_r}{w_{sat}-w_r}$ ;
- du potentiel de l'eau : la succion ( $s$  [Pa]), la charge hydraulique ( $h$  [m]) ou le potentiel chimique ( $\mu$  [ $\text{J} \cdot \text{kg}^{-1}$ ]).

Toutefois, on retient que lorsque la perméabilité est exprimée comme une fonction de  $h$ , elle traduira le phénomène d'hystérésis comme pour la courbe de rétention d'eau  $\theta(h)$ . Ce n'est pas le cas lorsqu'elle est exprimée en fonction de la teneur en eau (Ugalde, 2003).

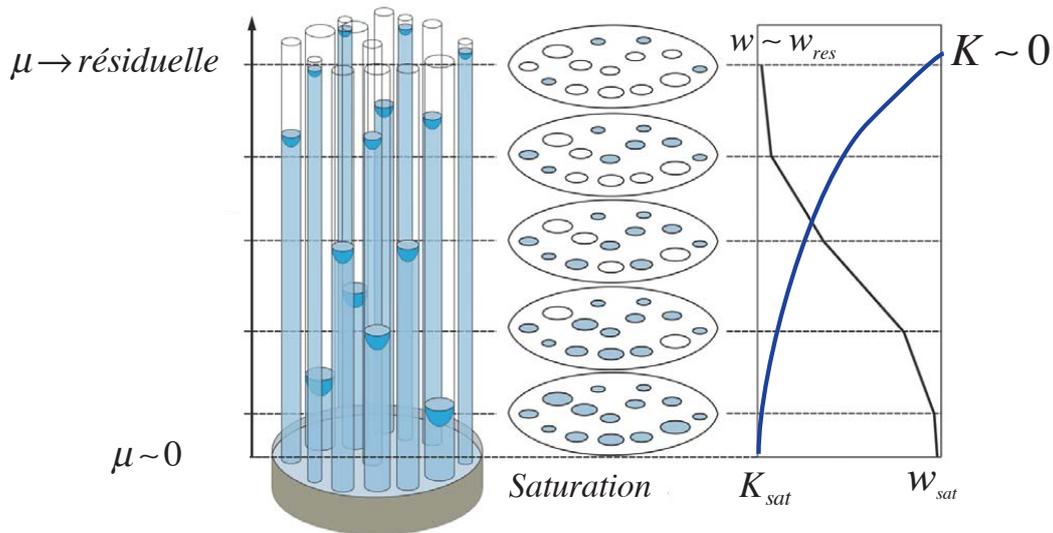


Fig. 3.1 – Schématisation du modèle capillaire appliqué à la modélisation de la courbe caractéristique sol-eau et la conductivité hydraulique : les pores cylindriques

La plupart des modèles de la perméabilité relative utilisent une description simplifiée de la structure porale du sol en tant qu'un empilement de pores cylindriques interconnectés ou non (Fig. 3.1). On parle de concept capillaire dans la modélisation de la perméabilité relative. Les approches de formulations sont les mêmes que celles de la courbe caractéristique. On peut dégager trois types de modèles distincts : les modèles empiriques ; les modèles statistiques et les modèles fractals.

### 3.1.2.1 Modèles empiriques

Développés depuis lors, les modèles empiriques sont des expressions analytiques ponctuées de constantes empiriques à déterminer par des fits des données expérimentales. Le tableau (Tab. 3.1), extrait de (Huang *et al.*, 1998) résume les différents types de formulations empiriques pour la perméabilité relative.

Parmi ces modèles, on peut noter les plus utilisés :

Tab. 3.1 – Relations empiriques pour la perméabilité relative

Forme mathématique	Références
<b>Perméabilité relative dépendant du potentiel de l'eau</b>	
Fonction linéaire	Richards (1931).
Fonction puissance simple	Wind (1955), Weeks and Richards (1967).
Fonction puissance double	Ahuja et al. (1980, 1988).
Fonction puissance et une constante	Gardner and Fireman (1958), Barden (1965), Arbhabhrama and Kridakorn (1968).
Fonction exponentielle	Christensen (1943), Gardner (1958), Philip (1986).
<b>Perméabilité relative dépendant de la teneur en eau</b>	
Fonction puissance	Gardner (1956), Campbell (1974), Ahuja (1973;1974), Gillham et al. (1976), Zachumann et al. (1981), Hillel (1982).
Fonction exponentielle	Davidson et al. (1969) and Dane and Klute (1977).

- le modèle de Gardner (1958)

$$k_r = \frac{1}{1 + A \left[ \frac{\mu}{g} \right]^B} \quad (3.3)$$

- le modèle de Campbell (1974) :

$$k_r = \left( \frac{w}{w_{sat}} \right)^\eta \quad (3.4)$$

Dans ces modèles,  $A$ ,  $B$  et  $\eta$  sont les constantes empiriques.

### 3.1.2.2 Modèles statistiques

Les méthodes statistiques de modélisation sont basées sur une probable contribution de la distribution de la taille des pores à la perméabilité relative. Au départ, les modèles sont développés dans l'industrie pétrolière et étendus progressivement aux milieux poreux, en général, et le sol non-saturé en particulier. D'une manière générale, les hypothèses de développement sont les suivantes (Huang *et al.*, 1998) :

- Les pores sont interconnectés et aléatoirement distribués ;
- L'équation de Hagen-Poiseuille pour l'écoulement d'un fluide dans le milieu est valable au niveau des pores singuliers ;
- La courbe caractéristique sol-eau est une représentation de la distribution de la taille des pores, une fonction basée sur le modèle capillaire d'après la loi de Jurin-Laplace.

Childs et Collis-George (1950) furent les pionniers à écrire une formulation intégrale permettant de calculer la perméabilité relative d'un liquide dans un milieu poreux. Leur équation fut corrigée, étendue ou adaptée à différentes configurations de milieux poreux,

surtout la prise en compte de l'interconnexion des pores. En génie civil et dans les domaines des sciences du sol, les formulations les plus utilisées de nos jours sont les suivantes :

- Le modèle de [Burdine \(1953\)](#) :

$$K_r(w) = \left( \frac{w - w_r}{w_{sat} - w_r} \right)^2 \frac{\int_{w_r}^w \frac{dw}{\mu^2(w)}}{\int_{w_r}^{w_{sat}} \frac{dw}{\mu^2(w)}} \quad (3.5)$$

- Le modèle de [Mualem \(1976\)](#) :

$$K_r(w) = \left( \frac{w - w_r}{w_{sat} - w_r} \right)^L \left( \frac{\int_{w_r}^w \frac{dw}{\mu(w)}}{\int_{w_r}^{w_{sat}} \frac{dw}{\mu(w)}} \right)^2 \quad (3.6)$$

Le paramètre  $L$  est appelé paramètre de tortuosité. [Mualem \(1976\)](#) suggère la valeur  $L = 0,5$  mais d'autres valeurs positives ou négatives, n'ayant pas très souvent un sens physique sont utilisées ([Schaap et van Genuchten, 2006](#); [Sakai et al., 2009](#); [Peters et al., 2011](#)) pour mieux représenter la perméabilité relative à l'eau dans le sol.

- Le modèle de [Fredlund et al. \(1994\)](#), une reformulation de l'expression intégrale de [Childs et Collis-George \(1950\)](#) :

$$K_r(\mu) = \left( \frac{w(\mu) - w_r}{w_{sat} - w_r} \right)^q \frac{\int_{\ln(\mu)}^{\ln(\mu_0)} \left( \frac{w(e^y) - w(\mu)}{e^y} w'(e^y) \right) dy}{\int_{\ln(\mu_e)}^{\ln(\mu_0)} \left( \frac{w(e^y) - w_{sat}}{e^y} w'(e^y) \right) dy} \quad (3.7)$$

où  $q \approx 1$  une constante,  $\mu_e$  le «potentiel chimique d'entrée d'air» ([2.5.4.1](#)),  $\mu_0$  le potentiel chimique maximal auquel la perméabilité est calculée,  $y$  la variable d'intégration représentant le logarithme du potentiel chimique et  $w'$  la dérivée de la teneur en eau par rapport au potentiel chimique. Les intégrales ci-dessus sont effectuées sur une échelle logarithmique des potentiels chimiques. Pour une évaluation de la perméabilité sur toute la gamme de teneur en eau, la valeur suggérée pour  $\mu_0$  est de  $10^6 \text{ J.kg}^{-1}$ .

Les modèles statistiques sont largement utilisés puisque les données nécessaires pour représenter les propriétés hydrauliques et leur variation spatio-temporelle dans un site quelconque sont nombreuses et il est difficile voire impossible de les acquérir toutes expérimentalement.

Lorsqu'il existe une relation simple  $\mu(w)$ , il est possible de dériver une expression analytique (*closed-form equation*) pour la perméabilité relative à partir des formulations dans les relations (Eq. [3.5](#)) et (Eq. [3.6](#)). On peut retenir :

- Le modèle de Brooks et Corey (1964) – Burdine (1953) :

$$k_r(S_e) = S_e^{3+\frac{2}{n}} = S_e^\delta \quad (3.8)$$

$n$  est le paramètre de forme déduit du modèle de la courbe caractéristique (Eq. 2.10).

On pose  $\delta = 3 + \frac{2}{n}$

- Le modèle de van Genuchten (1980) – Burdine (1953) :

$$k_r(S_e) = S_e^2 \left[ 1 - \left( 1 - S_e^{\frac{1}{m}} \right)^m \right] \quad (3.9)$$

$m = 1 - 2/n$ ;  $0 < m < 1$  et  $n > 2$

- Le modèle de van Genuchten (1980) – Mualem (1976) :

$$k_r(S_e) = S_e^L \left[ 1 - \left( 1 - S_e^{\frac{1}{m}} \right)^m \right]^2 \quad (3.10)$$

$m = 1 - 1/n$ ;  $0 < m < 1$

- Le modèle de Durner (1994) – Mualem (1976) à partir de l'équation de la courbe caractéristique d'un milieu multimodal (Eq. ??) pour  $m_i = 1 - 1/n_i$  :

$$K_r(S_e) = \frac{\left( \sum_{i=1}^k \omega_i [1 + (\alpha_i \mu)^{n_i}]^{-m_i} \right)^L \left( \sum_{i=1}^k \omega_i \alpha_i \left[ 1 - \left( 1 - S_{ei}^{1/m_i} \right)^{m_i} \right] \right)^2}{\left( \sum_{i=1}^k \omega_i \alpha_i \right)^2} \quad (3.11)$$

### 3.1.2.3 Modèles fractals

Ces modèles sont assez récents. On considère dans ce cas la structure et la texture (granulométrie, porosité,...) du sol dans la théorie fractale. Entre les diversités de modèles, on peut citer parmi les moins complexes :

- Le modèle de Toledo *et al.* (1990) qui s'appuie sur les théories de la géométrie fractale des couches minces et dans les conditions de très faibles teneurs en eau.

$$K_{sat} K_r(w) = w^{\frac{3}{m(3-D_s)}} \quad (3.12)$$

où  $m$  est un paramètre représentant l'interaction superficielle entre le sol et le liquide mouillant, ici l'eau ( $1 < m < 3$ ) et  $D_s$  prend en compte la dimension fractale des pores surfaciques du sol.

- le modèle proposé par [Xu et Ping \(2004\)](#) est semblable à celui de Campbell mais a l'avantage de rendre compte de la caractéristique fractale des pores surfaciques.

$$K_r(S_e) = S_e^{\frac{3D-11}{D-3}} \quad (3.13)$$

avec  $D$ , la dimension fractale.

Dans les modèles fractals, la valeur de la dimension fractale peut être déterminée soit par des expériences sur des couches minces, soit des fits sur la courbe caractéristique sol-eau.

### 3.1.3 Méthodes numériques d'estimation de la perméabilité relative

Il convient de distinguer d'emblée, la technique traditionnelle de calibration des modèles ou méthode de sensibilité (la méthode par essais-et-erreurs, «trial and error procedure») qui est une méthode manuelle et des méthodes numériques qui sont automatiques. La première consiste à faire varier manuellement les paramètres d'un modèle et avoir une vue des courbes expérimentales et simulées pour conclure. Cette méthode manuelle est longue, fastidieuse, subjective et dépend largement de l'expérience (nombre de données). Elle est en phase d'être abandonnée ([Ritter et al., 2003, 2004](#)). Les méthodes numériques sont des méthodes itératives, utilisant un algorithme d'optimisation et ne nécessitent souvent que quelques points expérimentaux.

Plusieurs méthodes numériques existent dans la littérature pour estimer la conductivité hydraulique d'un sol non-saturé. On peut citer :

- la minimisation de l'erreur quadratique lorsque l'on dispose des données expérimentales et d'un modèle pour la conductivité hydraulique et/ou la courbe caractéristique sol-eau ([Belfort et Lehmann, 2005](#); [Leij et al., 1997](#));
- l'intégration numérique des formes intégrales de la conductivité hydraulique (Eqs. [3.5-3.6-3.7](#)) et une interpolation pour la simulation des transferts d'eau;
- les méthodes inverses à partir de données expérimentales sur les paramètres hydriques du sol.

### 3.1.4 Estimation des perméabilités relatives par intégration

La fonction caractéristique identifiée pour la courbe caractéristique et la formulation intégrale de la perméabilité relative (Eqs. [3.5-3.6-3.7](#)) sont utilisées pour estimer les perméabilités relatives par intégration numérique. En effet, les formulations intégrales utilise une fonction  $\mu(w)$  pour estimer la perméabilité. Malheureusement, la plupart des modèles de la courbe caractéristique sur toute la gamme de teneur en eau sont sous la forme  $w(\mu)$  et sont généralement non inversibles analytiquement pour être mis sous la

forme  $\mu(w)$ . Dans ce cas, il est préférable de procéder par une intégration numérique pour déterminer la conductivité numérique.

Les étapes pour l'estimation par intégration numérique de la perméabilité relative sont les suivantes :

- calcul des points  $\mu = f(w)$  à partir des expressions  $w = f(\mu)$  ;
- inversion par des splines des courbes  $\mu = f(w)$  ;
- intégration numérique du modèle intégral de  $K_r$  pour avoir son évolution ;

Les différents modèles appliqués à la courbe caractéristique (Eqs. 2.11 - 2.12 - 2.15 - 2.23 - 2.21 de la Sec. 2.5.5.1) ont servi à l'estimation statistique par intégration numérique de la perméabilité relative pour les sols unimodaux NH1 et NH2. Le modèle statistique de Mualem (1976) (Eq. 3.6), la formulation la plus utilisée, a servi aux calculs.

Les figures (Figs. 3.2(a) - 3.2(c)) montrent les courbes de la perméabilité relative en fonction du potentiel chimique massique  $K_r = f(\mu)$  pour les sols unimodaux NH1 et NH2 ; les figures (Figs. 3.2(b) - 3.2(d)) en fonction de la teneur en eau massique  $K_r = f(w)$ . Les annotations FX94, FS95 et VGM80 désignent les courbes estimées à partir des courbes caractéristiques respectivement des modèles de Fredlund et Xing (1994); Fayer et Simmons (1995); van Genuchten (1980).

D'une manière générale, l'utilisation des modèles étendus de Fredlund et Xing (1994); Fayer et Simmons (1995) dans l'estimation de la perméabilité relative conduit à une sur-estimation par rapport au modèle de référence, l'expression analytique de van Genuchten (1980) – Mualem (1976). Ce constat est aussi relaté dans Sakai *et al.* (2009). L'expression  $K_r = f(\mu)$ , tracée en échelles log-log permet de comparer les courbes obtenus à partir des différents modèles de la courbe caractéristique. On note que les deux courbes FX94 et FS95 sont presque confondues dans les faibles valeurs absolues du potentiel chimique (forte teneur en eau). Tout comme les courbes caractéristiques présentées à la section (Sec. 2.5.5), les écarts sont exprimés dans les faibles teneurs en eau.

La perméabilité relative pour le sol bimodal NH3 est estimée à partir de l'expression analytique (Eq. 3.11) avec les valeurs des paramètres D94-3 du tableau (Tab. 2.6) qui répondent à la condition  $m = 1 - 1/n$  dans l'équation intégrale (Eq. 3.6) (Priesack et Durner, 2006). Les figures (Figs. 3.3(a) - 3.3(b)) présentent les courbes estimées.

### 3.2 Caractérisation expérimentale de la perméabilité non-saturée : dispositif et mode opératoire

Un des objectifs spécifiques de cette présente thèse est la détermination du coefficient de perméabilité relative dans le domaine des faibles teneurs en eau du sol. Des études précédentes de transfert d'eau aux faibles teneurs en eau (Ouédraogo, 2008; Ouoba, 2009)

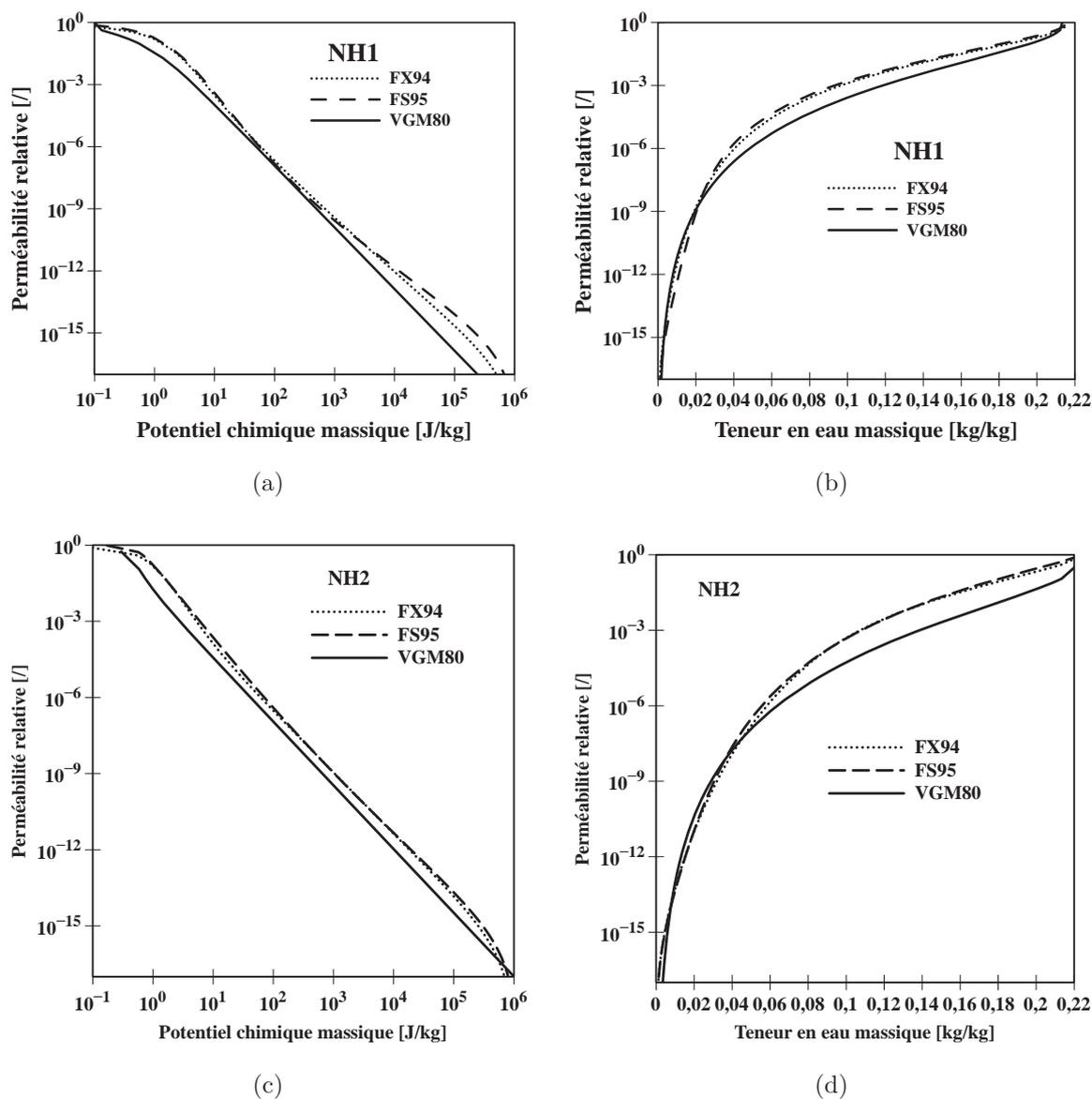


Fig. 3.2 – Perméabilités relatives estimées statistiquement pour les sols NH1 (a-b) et NH2 (c-d)

ont souligné la forte influence de ce paramètre hydrique dans la simulation des transferts. Pour ce faire, une nouvelle approche expérimentale est mise en place et une approche numérique d'identification par approche inverse est appliquée pour estimer la perméabilité dans ce domaine hydrique de l'eau dans le sol, situation récurrente dans les régions arides et semi-arides.

Le but de l'expérience que nous mettons en place est de mesurer des profils instantanés de teneurs en eau dans une colonne de sol homogène remanié, de teneurs en eau initiales différentes et, d'identifier par approche inverse la perméabilité non-saturée à partir d'une

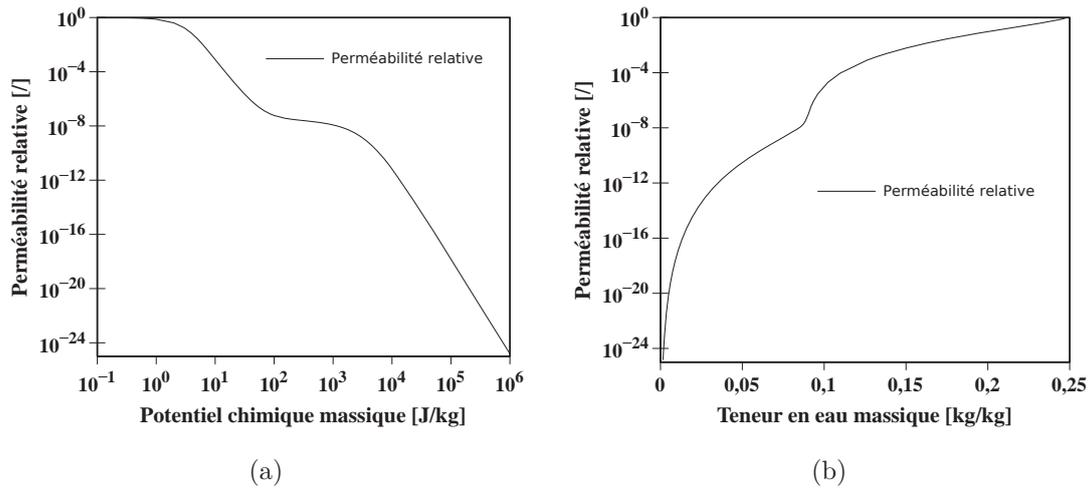


Fig. 3.3 – Perméabilité relative estimée pour le sol NH3 d’après Priesack et Durner (2006) : (a) en fonction du potentiel chimique massique (b) en fonction de la teneur en eau massique

expression analytique. Ainsi, la configuration sera choisie afin que seule la filtration de la phase liquide du sol soit prise en compte et que les phénomènes de diffusion et de changement de phase soient bloqués.

Les profils expérimentaux serviront aussi à discuter de la validité des différentes méthodes d’estimation de la perméabilité relative.

### 3.2.1 Principe et mise au point

La figure (Fig. 3.4) illustre le principe de l’approche expérimentale mise au point. Nous concevons des colonnes de sols dans des tubes PVC cylindriques où on empêche les transferts aux extrémités et sur la surface latérale afin de se ramener à un cas 1D. Ne sont donc significatifs que les transferts suivant la verticale. La hauteur des colonnes de sol est de 20 cm. Une moitié de la colonne contient du sol à la teneur en eau initiale de 6% et l’autre moitié le même sol à la teneur en eau massique initiale de 2%. La valeur minimale  $w = 2\%$  située juste au dessus du domaine hygroscopique est choisie afin de n’observer que la filtration en bloquant les autres phénomènes (diffusion et changement de phase).

Une description détaillée du protocole est présentée dans les sections suivantes.

### 3.2.2 Protocole expérimental

#### Conditionnement de l’enceinte climatique

Pour idéaliser les conditions, dans le but d’une exploitation numérique, la température de l’enceinte climatique, lors d’un essai, est maintenue fixe. La température de consigne

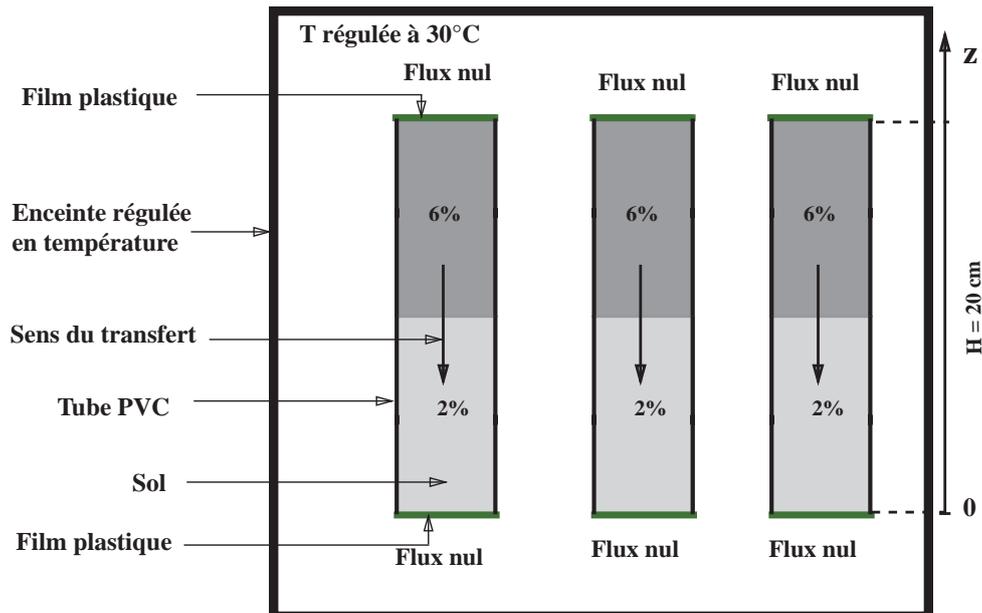


Fig. 3.4 – Schéma de principe des transferts dans les colonnes de sol et les conditions initiales

dans notre cas est  $T = 30^\circ \text{C}$ . Un régulateur Eliwell IC 912-PT100-TCJ-TCK permet de maintenir la température constante dans l'enceinte. Un ventilateur assure l'homogénéité de l'air dans l'enceinte.

L'enceinte est mise en marche 24 heures, au moins, avant le début de l'essai pour son conditionnement. Cela nous permet de vérifier la stabilité du dispositif.

### Préparation du sol

L'objectif est de préparer des échantillons de sol à une teneur en eau massique,  $w$ , donnée. Le matériel nécessaire est le suivant : 15 kg de sol environ pour un maximum de 10 colonnes, deux litres d'eau distillée, une spatule, une balance, des récipients étanches et une étuve. On procède comme suit :

1. placer le sol dans l'étuve à  $105^\circ\text{C}$  pendant environ 48 h avant la manipulation,
2. refroidir le sol pendant une trentaine de minutes ; cette durée est variable selon la quantité de sol nécessaire pour l'opération mais il faut que la durée soit assez courte pour limiter une réhydratation par adsorption de l'humidité ambiante,
3. ajouter la quantité d'eau distillée nécessaire dans le sol contenu dans un récipient étanche pour atteindre la teneur en eau souhaitée,
4. refermer hermétiquement le plus rapidement possible afin d'éviter les échanges avec l'atmosphère,

- laisser reposer pendant 2 à 3 heures en agitant de temps en temps pour avoir un mélange le plus homogène possible.

Cette étape terminée, on peut maintenant confectionner les échantillons à placer dans l'enceinte.

### Confection des colonnes de sol et démarrage

**Matériel** : Les principaux matériaux utilisés, schématisés à la figure (Fig. 3.5), sont :

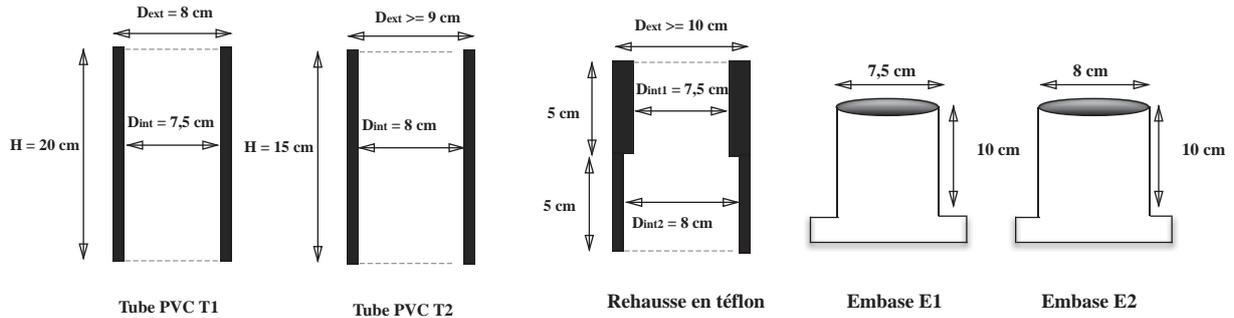


Fig. 3.5 – Schématisation des principaux matériels utilisés pour l'expérience

- des tubes PVC : plusieurs tubes  $T1$  (hauteur  $h = 20$  cm, diamètre extérieur  $D_{ext} = 8$  cm, diamètre intérieur  $D_{int} = 7,5$  cm) et un tube  $T2$  (cylindre extérieur :  $h > 15$  cm ;  $D_{int} = 8$  cm ;  $D_{ext} > 8$  cm) pouvant emboîter les tubes PVC  $T1$  ;
- une rehausse cylindrique en téflon avec une hauteur  $h > 10$  cm et deux diamètres intérieurs :  $D_{int1} = 7,5$  cm sur une hauteur minimale de 5 cm et  $D_{int2} = 8$  cm pouvant s'emboîter sur les tubes PVC  $T1$  et augmenter la hauteur ;
- deux embases métalliques : une embase  $E1$  de diamètre égale au diamètre intérieur de la colonne  $d = D_{int} \approx 7,5$  cm, de hauteur 10 cm exacte et une autre embase  $E2$  de diamètre égal au diamètre extérieur  $D = D_{ext} = 8$  cm et de hauteur d'environ 10 cm ;
- des accessoires de compactage : une dame Proctor Normal, une tige métallique, une règle métallique et un entonnoir.

La confection des colonnes de sol comporte deux étapes principales de plusieurs phases :

#### 1. Compactage du sol humide à la teneur en eau initiale de 6%

- enfoncez un tube PVC  $T1$ , qui contiendra le sol, sur l'embase métallique  $E1$  et emboîtez la rehausse. Le principe étant de compacter 10 cm de sol dans le tube puis à couper avec une règle le trop plein de sorte à avoir une surface de sol assez régulière,

- dans cette phase, on compacte le sol à la teneur en eau initiale de 6% en appliquant l'énergie de compactage qui correspond à la densité sèche mesurée. Diviser pour ce faire, la quantité de sol en trois parties approximativement égales. Mettre un tiers du sol humide dans le tube PVC et donner trois coups de dame Proctor normalisé. Scarifier la surface supérieure, avec une tige métallique, avant l'ajout d'un autre tiers du sol dans l'espoir d'une bonne homogénéité du compactage. Répéter jusqu'au dernier tiers. Pour la dernière partie donner un quatrième coup de dame Proctor au centre,
- désolidariser la rehausse du tube PVC *T1*, découper à la règle le trop plein de sol jusqu'à ras bord.
- désolidariser le tube PVC *T1* de l'embase *E1*.

Nous avons ainsi une colonne de sol compacté sur 10 cm (ou sur une moitié). La suite du compactage sera de compléter avec 10 cm (ou l'autre moitié) avec du sol à 2%.

## 2. Compactage du sol humide à la teneur en eau initiale de 2%

- emboîter le tube PVC *T2* dans l'embase *E2* et enfoncer le tube contenant le sol déjà compacté, scarifier la surface supérieure, avec la tige métallique,
- monter la rehausse et procéder de la même manière pour le compactage et la découpe avec la règle,
- isoler le tube plein et recouvrir les deux bases avec un film de matière plastique afin d'empêcher les transferts d'eau aux extrémités. Les phénomènes évaporatifs sont donc négligeables. La masse de la colonne est supposée constante. L'expérience est ainsi une redistribution de l'eau de part et d'autre de la colonne grâce au gradient de teneur en eau au milieu de la colonne.

## 3. Démarrage de l'expérience

- Numéroté les colonnes confectionnées et déterminer leurs masses initiales,
- Noter la date et placer les colonnes de sol, à peu près en même temps, dans l'enceinte déjà préparée.

A la fin de la confection, prélever une petite quantité de sol restant pour en déterminer la teneur en eau. Pour cela on mesurera la masse de sol humide et la masse sèche après étuvage à 105°C.

Les photographies de la (Fig. 3.6) donnent une vue de l'enceinte (fermée et ouverte) contenant les échantillons de sol.



Fig. 3.6 – Enceinte régulée en température contenant les colonnes de sol : (a) enceinte fermée (b) enceinte ouverte

### 3.2.3 Profils de teneur en eau

On se propose dans ce paragraphe d'étudier la distribution de la teneur en eau dans une colonne de sol à un instant donné.

Une méthode destructive est utilisée pour la mesure des teneurs en eau massique après au moins 48 h de séchage à l'étuve (105°C). Les colonnes de sol sont détruites au fur et à mesure pour déterminer le profil de teneur en eau en fonction de la position à des intervalles de temps donnés. Un dispositif mécanique, présenté dans la photographie (Fig. 3.7), permet d'extraire avec précision des tranches de sol de 5 mm à passer à l'étuve.



Fig. 3.7 – Dispositif mécanique d'extraction du sol

Cette technique est préférée à des colonnes prédécoupées et assemblées (Chammari, 2002) pour plusieurs raisons. En effet, dans cette dernière option, la fente laissée était rebouchée avec du papier aluminium adhésif. Des transferts, fussent-ils faibles, pouvaient se faire le long de cette fente. De plus, au moment de la découpe, toute la surface de l'échantillon était en contact avec l'atmosphère environnante pendant la durée totale de découpe et pouvait perturber les mesures. Enfin, les sols en étude contiennent beaucoup de sable au regard de la granulométrie et sont donc peu cohésifs. Cela risquait d'entraîner des éboulements au moment des coupes ; toutes choses qui accroîtraient les échanges avec l'air ambiant et rendraient les mesures de l'humidité du sol et des côtes correspondantes imprécises.

Dans le présent dispositif mécanique d'extraction ; des roulements présents sur le piston (Fig. 3.7) évitent la rotation du piston lors de l'extraction de l'échantillon et donc suppriment les efforts de cisaillement. La taille de la tranche à découper est déterminée par le nombre de rotation du piston solidaire de la tige filetée normalisée.

### 3.2.3.1 Extraction et découpe du sol

**Matériel** : balance, spatule, des coupelles, piston d'extraction de sol, dispositif de solidarisation avec la table d'essai (serre-joint ou étau).

Nous avons les étapes suivantes :

1. prendre une quarantaine de coupelles numérotées. Mesurer leur masse correspondante et les ranger dans un ordre donné ;
2. monter le dispositif d'extraction sur la table sans la partie supérieure fixée aux trois tiges filetées ;
3. sortir la colonne de sol de l'enceinte et ôter les films plastiques des extrémités ;
4. placer la colonne verticalement sur le dispositif d'extraction tel qu'indiqué sur la (Fig. 3.7) et, monter la partie supérieure avec les tiges filetées ; fermer la partie supérieure pour éviter les échanges évaporatives.
5. à l'aide des trois vis papillons, solidariser le tube PVC contenant le sol avec la table ;
6. taper légèrement sur toute la surface du cylindre de PVC avec un marteau en vue de décoller légèrement le sol du tube afin que l'extraction se fasse par la suite sans trop de frottements ;
7. tourner pour enfoncer, progressivement le piston de l'extracteur afin de sortir le sol ; découper environ 5 mm de sol. Mesurer la masse humide du sol nouvellement découpé et placé dans une coupelle avant de faire une autre découpe afin de minimiser les échanges d'eau avec l'air environnant ; placer la coupelle à l'étuve ;

8. répéter l'étape précédente jusqu'à l'extraction totale du sol.

Après 48 h au moins de séchage à l'étuve des échantillons de sol placés dans les coupelles, on détermine les masses sèche,  $m_s$  et humide,  $m_h$  du sol, on évalue la teneur en eau par la relation :

$$w = \frac{m_h - m_s}{m_s} \times 100 \quad (\%) \quad (3.14)$$

### 3.2.3.2 Résultats expérimentaux

La méthode expérimentale décrite est appliquée aux deux types de sol unimodaux NH1 et NH2. A partir des séries d'essais réalisés, nous retenons les profils expérimentaux de teneur en eau présentés à la (Fig. 3.8) pour NH1, la (Fig. 3.9) pour NH2 et pour quatre instants distincts.

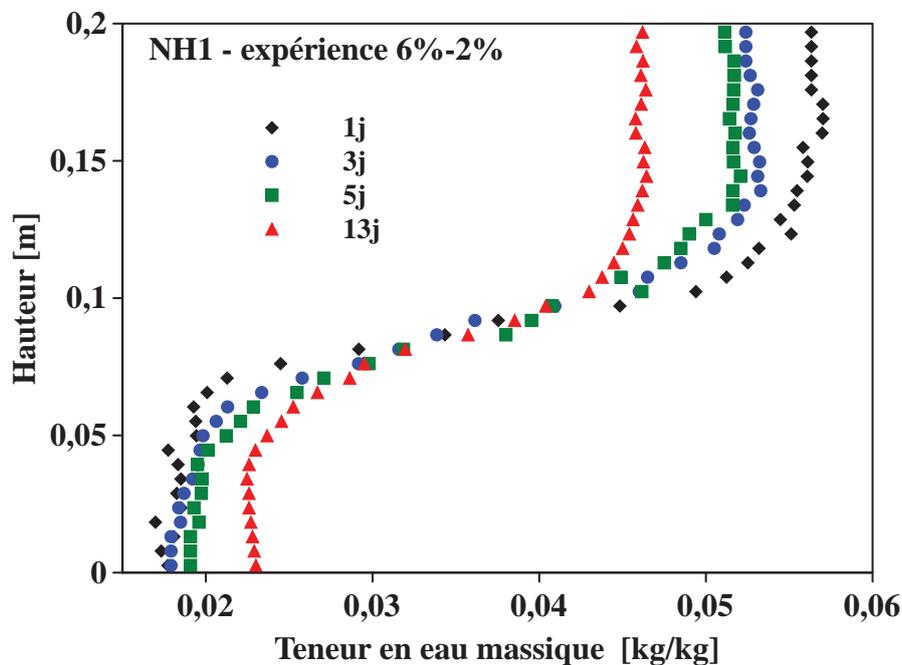


Fig. 3.8 – Profils expérimentaux instantanés de teneur en eau massique pour le sol NH1

Les résultats attendus ont été confirmés : le front d'humidité se déplace vers la zone de faible teneur en eau. Des transferts d'eau liquide ont lieu verticalement de la zone de teneur en eau élevée vers la zone sèche grâce au gradient de potentiel chimique (ou de teneur en eau) imposé au milieu de la colonne. Des perturbations sont enregistrées aux extrémités des colonnes. Il peut s'agir d'un front d'évaporation à la surface supérieure dû à un défaut de scellage et une accumulation d'eau à l'extrémité inférieure pour un long temps d'expérimentation. Ces perturbations font que la teneur en eau moyenne de la colonne peut varier légèrement par rapport aux conditions initiales. Toutefois, elles

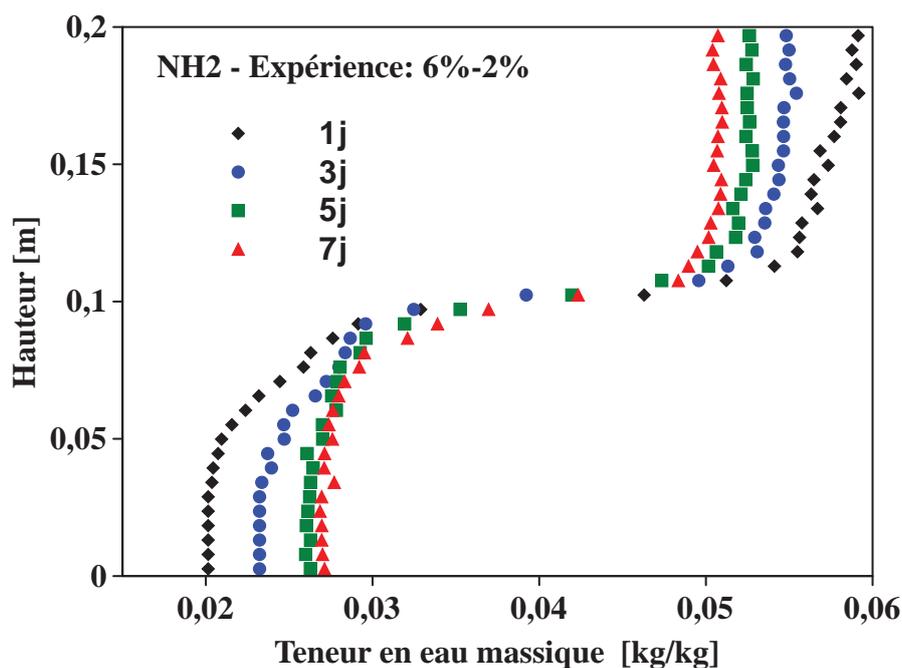


Fig. 3.9 – Profils expérimentaux instantanés de teneur en eau massique pour le sol NH2

n'affectent pas significativement la qualité des données mesurées et son exploitation dans un programme numérique d'estimation des paramètres hydrodynamiques. Les résultats présentés dans les (Figs. 3.8 et 3.9) sont les plus représentatifs.

Des séries d'expériences ont aussi été réalisées dans les mêmes conditions en inversant les teneurs en eau initiales dans les colonnes : 2% en haut et 6% en bas. Le but de cette série est d'étudier l'influence des effets gravitaires lors des transferts. Des résultats de profils de teneurs en eau pour le sol NH2, dans ce cas, sont présentés à la (Fig. 3.10). Comme le cas précédent, le front d'humidification se déplace de la zone de forte teneur en eau vers la zone de faible teneur en eau. Comparativement aux résultats de la (Fig. 3.9), la vitesse de transfert est réduite dans la configuration 2% – 6%. Les profils de la figure (Fig. 3.10) ne sont pas symétriques à ceux de la figure (Figs. 3.9), on ne peut donc négliger les effets gravitaires dans la modélisation des transferts d'eau. On retient que la force thermodynamique responsable du transfert d'eau résulte des forces gravitaires et des forces capillaires dues au gradient de teneur en eau (ou du potentiel chimique).

### 3.3 Validité des modèles capillaires de la perméabilité relative

#### 3.3.1 Approche directe : calcul des profils numériques

Les courbes de la perméabilité relative, obtenues par intégration numérique à partir des modèles de la courbe caractéristique de [van Genuchten \(1980\)](#); [Fredlund et Xing \(1994\)](#); [Fayer et Simmons \(1995\)](#), ont été modélisées numériquement pour alimenter le

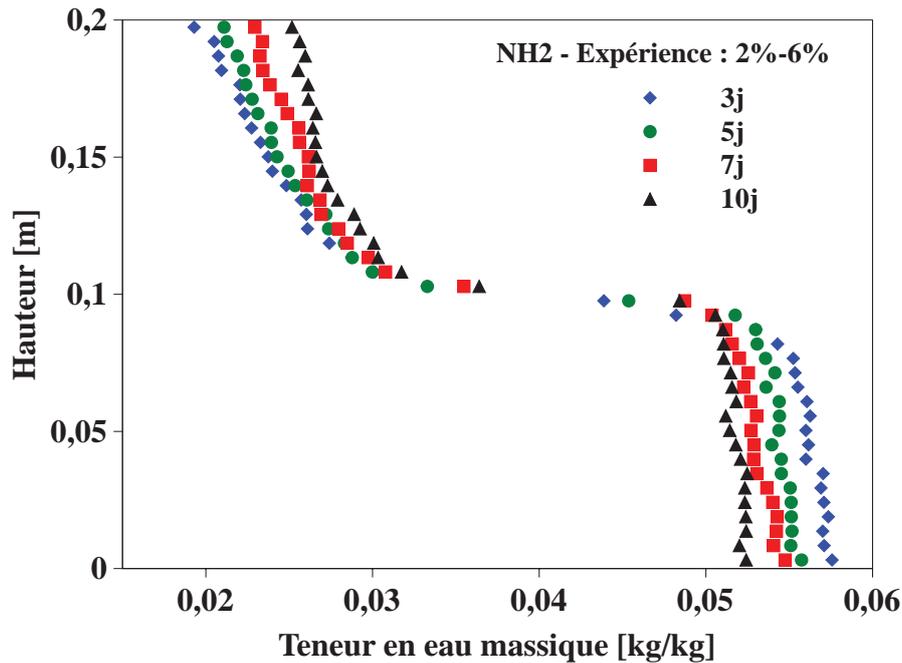


Fig. 3.10 – Profils expérimentaux instantanés de teneur en eau massique pour le sol NH2 dans la configuration 2% – 6%

modèle théorique et numérique exposé au (Chap. 1) pour calculer les profils numériques instantanés. L'objectif est de pouvoir situer le domaine de validité des modèles de perméabilité relative à l'eau formulés dans le concept de capillarité en comparant les profils instantanés numériques et expérimentaux de teneur en eau.

En rapport avec le principe et la configuration de l'approche expérimentale de caractérisation, une hypothèse supplémentaire s'ajoute à celles émises dans la section (Sec. 1.4) : les phénomènes de diffusion dans la phase gazeuse et le changement de phase liquide - vapeur sont négligeables. Rappelons que les extrémités des colonnes sont étanchement scellées et les colonnes rangées dans une enceinte régulée en température. Ainsi, l'air dans la colonne est présumé saturé et les phénomènes évaporatifs négligeables. D'ailleurs, des simulations de pré-validation n'ont pas noté une contribution significative de la diffusion de la vapeur dans la phase gazeuse du sol.

Ainsi, le phénomène physique de transport pris en compte est la filtration de l'eau liquide pure dans la matrice poreuse du sol. Les équations de bilan de masse théoriques et discrétisées sont, respectivement données par les expressions (Eq. 1.100) et (Eq. 1.111) ou (Eq. 1.112) suivant le sens du flux en application du schéma amont décentré.

Les conditions initiales et aux limites associées au problème sont consignées dans la figure (Fig. 3.4) :

- un flux nul aux deux extrémités de la colonne

$$\rho_e v_e |_{z=0} = \rho_e v_e |_{z=H} = 0 \quad (3.15)$$

- $w(t = 0, z) = \{w_{01} (0 \leq z \leq 0,1 m), w_{02} (0,1 < z \leq 0,2 m)\}$ .

### Résultats et analyses

La figure (Fig. 3.11(a)) présente les profils expérimentaux et simulés de teneur en eau massique pour les différentes courbes de la perméabilité estimée par intégration numérique du modèle de Mualem (1976) avec les courbes caractéristiques de Fredlund et Xing (1994); Fayer et Simmons (1995) tandis que la figure (Fig. 3.11(b)) regroupe les profils pour le modèle van Genuchten (1980) – Mualem (1976). Les résultats pour le sol NH1 ont servi pour cette investigation.

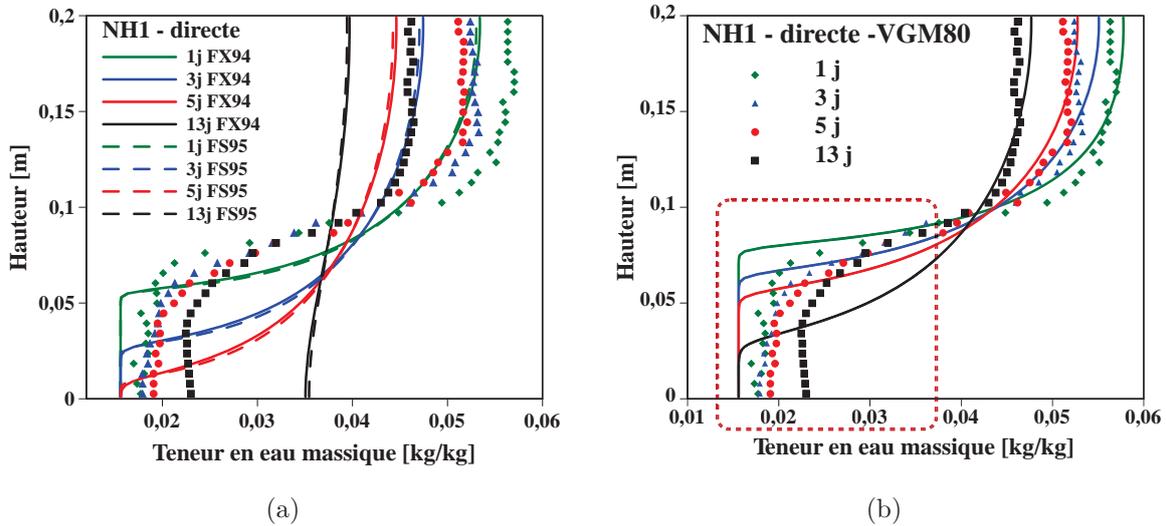


Fig. 3.11 – NH1 : Profils expérimentaux et simulés de teneur en eau massique pour les différentes courbes de la perméabilité estimée par intégration numérique du modèle de Mualem (1976) avec les courbes caractéristiques (a) Fredlund et Xing (1994); Fayer et Simmons (1995) (b) van Genuchten (1980)

Nous constatons que le modèle capillaire de Mualem (1976) appliqué aux courbes caractéristiques de Fredlund et Xing (1994); Fayer et Simmons (1995) surestime fortement les profils de teneur en eau et échouent donc à reproduire les profils expérimentaux. Ces résultats peuvent être corrélés avec la surestimation de la perméabilité relative par rapport au modèle de van Genuchten (1980) – Mualem (1976) (Fig. 3.2(a)). Ce dernier modèle, par contre, décrit assez bien le transfert pour les teneurs en eau supérieures à 0,04. En

dessous de cette teneur en eau, des écarts importants sont notés (partie encadrée dans Fig. 3.11(b)).

De ces résultats, il découle que les modèles de Fredlund et Xing (1994); Fayer et Simmons (1995) qui décrivent très bien la courbe caractéristique dans les faibles teneurs en eau, échouent à prédire le mouvement de l'eau liquide lorsqu'ils sont utilisés avec un modèle capillaire pour estimer la perméabilité relative.

Nous implémentons par la suite, une approche inverse qui va consister à optimiser les paramètres du modèle van Genuchten (1980)– Mualem (1976) (Eq. 3.10) pour la perméabilité relative à l'eau. Cette approche va nous permettre de confirmer, grâce à la flexibilité et la robustesse des méthodes inverses, le domaine de validité de la formulation intégrale dans la théorie d'assemblage de pores en tubes cylindriques de la perméabilité relative.

### 3.3.2 Approche inverse : identification des paramètres du modèle van Genuchten-Mualem

#### 3.3.2.1 Généralités sur les problèmes inverses

Ces dernières années, la modélisation inverse s'est beaucoup développée. Son objectif est d'estimer les paramètres d'un système à partir d'observations détaillées des variables de ce système et basées sur des expériences simples. Cela est possible si le modèle qui caractérise ce système est connu et si on utilise un modèle de transfert. La définition des problèmes inverses, en sciences des sols, date des années 1980. Zachmann et al. (1982), cité dans (Durner *et al.*, 1999b), fut l'un des premiers à inverser des données d'infiltration in situ pour déterminer les propriétés hydrodynamiques du milieu.

La modélisation directe diffère de la modélisation inverse en ce sens que dans la première, on suppose les paramètres connus et on utilise le modèle pour décrire les variables et dans la seconde, on suppose les variables connues et on utilise le modèle pour identifier les paramètres. Dans notre cas, le système est le sol, les variables sont les densités de flux d'eau, les teneurs en eau (ou le potentiel de l'eau) du sol.

Les méthodes basées sur la modélisation inverse estiment la valeur des paramètres de fonctions décrivant  $\mu(w)$ ,  $K(\mu)$  ou  $K(w)$  ou les deux, et nécessitent donc un choix a priori du type de fonction. C'est dans ce sens que les méthodes inverses demeurent une démarche très flexible en permettant davantage d'étudier les sensibilités des paramètres d'un modèle grâce à la puissance des machines et la robustesse des algorithmes numériques associés (Levenberg - Marquardt, Picard, Gauss-Newton, Nelder-Mead, algorithme génétique, Shuffled Complex Evolution -SCE,...). Dans le domaine des sciences des sols, l'approche généralement utilisée pour le problème inverse est la résolution de l'équation de Richards associée à des données d'infiltration/drainage ou d'évaporations/condensations d'où l'on mesure les variables clés du problème (Durner *et al.*, 1999a; Fujimaki *et al.*,

2004; Peters et Durner, 2008b; Sakai *et al.*, 2009; Schindler *et al.*, 2010).

D'une manière générale, l'estimation par méthode inverse est une procédure d'optimisation qui consiste à minimiser les écarts quadratiques entre les variables d'état mesurées et celles simulées en utilisant une fonction objective.

### 3.3.2.2 Formulation d'un problème inverse

L'analyse inverse est basée sur l'évolution numérique des profils de teneurs en eau. Nous notons ici que très peu d'investigations sont disponibles dans la littérature pour l'estimation des propriétés hydrodynamiques d'un milieu poreux à partir de profils instantanés de teneur en eau.

Deux algorithmes de minimisation, l'un basé sur la méthode de Levenberg-Marquardt (Marquardt, 1963) et l'autre sur la méthode Nelder-Mead Downhill Simplex (Nelder et Mead, 1965), sont utilisés successivement pour minimiser de façon robuste la fonction objective définie à partir des teneurs en eau simulées et mesurées (Eq. 3.16) et identifier les paramètres du modèle.

$$O(\mathbf{b}) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m [w^*(z_i, t_j) - w(\mathbf{b}, z_i, t_j)]^2 \quad (3.16)$$

où  $w^*$  et  $w$  désignent respectivement les teneurs en eau mesurées et calculées, à la position  $z_i$  et au temps  $t_j$ ,  $n$  est le nombre de points d'observation du profil,  $m = 4$  est le nombre de profils et  $\mathbf{b}$  est le vecteur des paramètres à identifier.

L'erreur RMSE est calculée à partir de l'équation (Eq. 3.17) pour juger de la précision et la robustesse du programme inverse.

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{nm} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m [w^*(z_i, t_j) - w(z_i, t_j)]^2} \quad (3.17)$$

### 3.3.2.3 Scénarios et conditions d'optimisation

Plusieurs scénarios, résumés dans le tableau (Tab. 3.2), ont été adoptés dans l'identification des paramètres du modèle van Genuchten (1980) – Mualem (1976) pour le sol NH1. Le paramètre  $K_{sat}$  est considéré comme paramètre à ajuster puisque les expériences de laboratoire pour la mesure de la perméabilité saturée sont sujettes à des erreurs (Chapuis, 2012). De plus, très souvent, la valeur optimale identifiée pour  $K_{sat}$  diffère considérablement de celle mesurée à cause des macroporosités et d'autres effets (Schaap et Leij, 2000; Schaap et van Genuchten, 2006).

Le scénario  $S_1$  n'est pas une optimisation inverse mais un calcul direct des profils de teneur en eau à partir des valeurs des paramètres du tableau (Tab. 2.5) pour la courbe caractéristique (Eq. 2.11) et  $K_{sat}$  du tableau (Tab. 2.8). Ce scénario, déjà présent dans la section (Sec. 3.3.1), sert de référence pour la comparaison des résultats issus du programme

Tab. 3.2 – Scénarios et condition d’optimisation : identification des paramètres du modèle van Genuchten (1980) – Mualem (1976)

Scénario	Paramètres libres	Paramètres fixés
S1	problème direct	
S2	$m, K_{sat}$	$w_r = 0, n, \alpha, L = 0, 5$
S3	$K_{sat}$	$w_r = 0, m = 1 - 1/n, L = -6, 5$
ROS	$n, \alpha, m = 1 - 1/n, K_{sat}$	$w_r = 0, L = 0, 5$

inverse, dans l’optique d’obtenir des meilleures représentations à partir du modèle capillaire pour la perméabilité relative.

Le scénario dénommée  $S_2$  correspond à une optimisation de la perméabilité saturée  $K_{sat}$  et du paramètre  $m$  de l’équation (Eq. 3.10) pris ici indépendant de  $n$  de l’équation (Eq. 2.11). Pour un troisième scénario  $S_3$ , suivant les travaux de Schaap et Leij (2000); Peters *et al.* (2011) nous fixons une valeur négative à  $L = -6.5$  (Eq. 3.10) selon la forme de la perméabilité relative dans les faibles teneurs en eau Peters et Durner (2008a); Zhang (2011) et l’optimisation porte sur  $K_{sat}$ . Les autres paramètres gardent les valeurs du tableau (Tab. 2.5) pour la courbe caractéristique (Eq. 2.11). Un quatrième scénario, noté ROS, a consisté à optimiser tous les paramètres des équations (Eq. 2.11) et (Eq. 3.10). Les valeurs initiales sont estimées à partir des propriétés texturales et des densités en utilisant le code PTF ROSETTA (Schaap *et al.*, 2001).

Des limites des paramètres sont introduites pour garantir la monotonie et le sens physique des paramètres du modèle de van Genuchten. En s’inspirant des travaux de van Genuchten et Nielsen (1985); Ippisch *et al.* (2006); Peters *et al.* (2011) nous fixons les contraintes suivantes :  $1 < n < 10$ ;  $0 < m < 1$ ;  $0 < \alpha < 15$  et les travaux de Schaap et van Genuchten (2006); Schaap et Leij (2000) nous imposons  $10^{-10} < K_{sat} < 10^{-4}$  pour le sol sablonneux NH1.

### 3.3.2.4 Résultats de l’optimisation

Le modèle inverse basé sur la méthode Levenberg - Marquart est robuste et, en cas de convergence selon les valeurs initiales, conduit à des solutions presque identiques. Le temps de calcul dépend du nombre de paramètres à optimiser et des valeurs initiales. Le programme basé sur la méthode Nelder-Mead est très gourmand en temps, 4 fois plus que la méthode Levenberg - Marquart. Ceci s’expliquerait par le fait que cette méthode n’utilise pas de matrice jacobienne pour la minimisation de fonction objective. La méthode Nelder-Mead est plus robuste lorsque les valeurs initiales des paramètres ne sont très loins des valeurs optimales. C’est pourquoi, nous combinons ces deux algorithmes (Levenberg - Marquart puis Nelder-Mead) pour mieux optimiser les paramètres du modèle choisi.

Le tableau (Tab. 3.3) résume les valeurs estimées pour les scénarios d'optimisation (S1, S2, S3, ROS), incluant les valeurs de l'erreur - RMSE entre les teneurs en eau simulées et mesurées. Les figures (Figs. 3.12(a) - 3.12(d)) montrent les profils expérimentaux et simulés pour tous les scénarios dans le tableau (Tab. 3.2) aux différentes dates mentionnées (1, 3, 5 et 13 jours).

Tab. 3.3 – Valeurs optimisées des paramètres du modèle [van Genuchten \(1980\)](#) – [Mualem \(1976\)](#)

	$\alpha$	$n$	$m$	$K_{sat}$	RMSE
	kg.J <sup>-1</sup>	-	-	m.s <sup>-1</sup>	kg.kg <sup>-1</sup>
<b>S1</b>	0,9127	1,3922	$1 - 1/n$	$3,6946 \times 10^{-5}$	0,002652
<b>S2</b>	0,9127	1,3922	0,6288	$2,3698 \times 10^{-7}$	0,002068
<b>S3</b>	0,9127	1,3922	$1 - 1/n$	$10^{-10}$ <sup>(a)</sup>	0,006482
<b>ROS</b>	13,1034	1,0 <sup>(b)</sup>	$1 - 1/n$	$4,3277 \times 10^{-5}$	0,002286

<sup>a</sup>limite minimale imposée

<sup>b</sup>limite minimale imposée,  $n_{opt} = 0.86735$

### 3.3.2.5 Analyse et discussions

Les résultats présentés dans le tableau (Tab. 3.3) et la figure (Fig. 3.12) montrent que le programme inverse associé au modèle théorique et numérique (Sec. 3.3.1) reproduit bien les résultats expérimentaux.

Dans tous les scénarios implémentés, sauf le cas S3, on note que le modèle de [van Genuchten \(1980\)](#) pour la courbe caractéristique associé au modèle de [van Genuchten \(1980\)](#) – [Mualem \(1976\)](#) pour la perméabilité non-saturée confirme les résultats de l'approche directe présentée à la section (Sec. 3.3.1), i.e. une bonne description des transferts pour les teneurs en eau supérieures à 0,04. Lorsque les paramètres  $\alpha$  et  $n$  de l'équation (Eq. 2.11) sont bien déterminés, l'optimisation des paramètres  $m$  (gardé indépendant de  $n$ ) et de  $K_{sat}$  (scénario S2) donne un meilleur résultat en témoigne la valeur minimale du RMSE obtenue. Cependant la valeur de  $K_{sat}$  optimisée, qui est de  $2,3698 \times 10^{-7}$  m.s<sup>-1</sup>, est très petite par rapport à la valeur optimale pour un sol sableux. Ce constat est aussi relaté dans les travaux [Schaap et Leij \(2000\)](#).

Lorsque l'on dispose des propriétés géotechniques de base du sol, l'optimisation de tous les paramètres ( $\alpha$ ,  $n$ ,  $m = 1 - 1/n$  et  $K_{sat}$ ) – scénario ROS, avec les valeurs initiales des paramètres fournies par ROSETTA ([Schaap et al., 2001](#)) conduit à de meilleurs résultats (RMSE = 0,002286). Il s'agit là d'un cas très attractif dans la caractérisation des propriétés hydrodynamiques d'un sol à partir des profils instantanés de teneur en eau et des propriétés géotechniques de base du sol. Le coût de l'approche est très réduite compte tenu de la simplicité de notre méthode expérimentale et des paramètres requis pour le

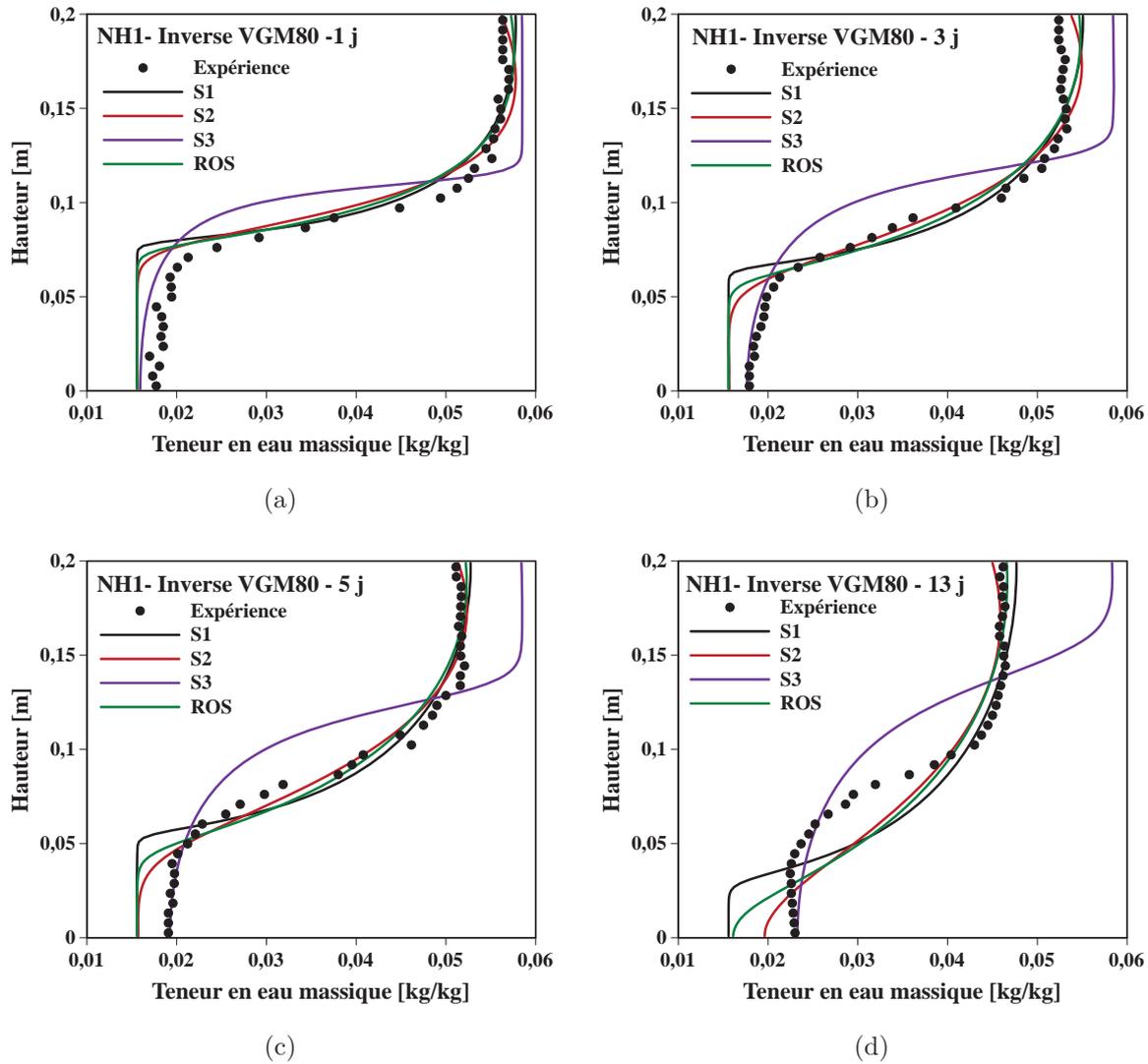


Fig. 3.12 – NH1 : profils expérimentaux et simulés de teneur en eau massique pour les différents scénarios d’optimisation S1, S2, S3 et ROS aux dates (1, 3, 5 et 13 jours).

code PTF, ROSETTA. Toutefois des investigations supplémentaires couvrant différentes textures du sol sont nécessaires pour valider cette assertion.

L’optimisation de  $K_{sat}$  selon le scénario S3 conduit à la valeur minimale imposée dans le programme inverse ( $K_{sat} = 10^{-10} \text{ m.s}^{-1}$ ). Néanmoins, un bon fit des données expérimentales est observé dans les très faibles teneurs en eau. Ce cas corrige les autres modèles dans les très faibles teneurs en eau mais échoue à reproduire le gradient de teneur en eau dans les teneurs en eau élevées. Ceci pourrait s’expliquer par le fait que la valeur de  $K_{sat}$  optimisée est très petite par rapport à la valeur optimale pour du sable. Ce cas de figure donne des indications pour la détermination de la perméabilité non-saturée dans les faibles teneurs en eau.

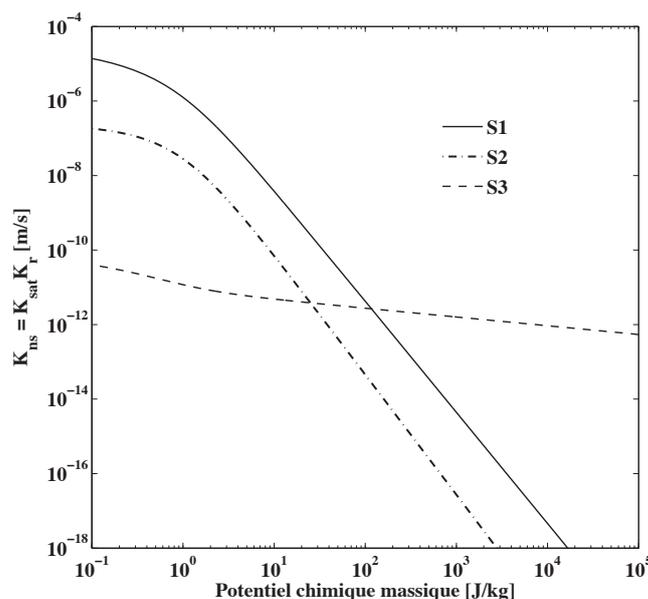


Fig. 3.13 – NH1 : conductivité hydraulique non-saturée estimée par approche inverse et pour les trois scénarios S1, S2 et S3.

La figure (Fig. 3.13) présente la conductivité hydraulique non-saturée  $K = K_{sat} \times K_r$  estimées pour les différents scénarios (S1, S2 et S3). Les courbes des scénarios S1 et S2 sont la représentation des résultats de l'optimisation des paramètres de l'expression analytique (Eq. 3.10), modèle capillaire avec  $L = 0,5$ . Le cas du scénario S3 est très différent : un facteur de tortuosité négatif ( $L = -6,5$ ) n'a pas de sens physique dans la théorie capillaire. Pourtant, ce scénario arrive à reproduire les données dans les très faibles teneurs en eau. Il y a lieu, ainsi, de souligner les insuffisances du concept de pores cylindriques assemblés pour représenter le milieu poreux et décrire les mécanismes physiques et phénoménologiques de transport d'eau en son sein. Nous pouvons citer Nitao et Bear (1996) qui considèrent que : « *the representation of the soil pore space as a bundle of cylindrical capillaries is the most important shortcoming of such conceptual models for describing water and solute transport in unsaturated soils.* » Alors, quel mécanisme gouverne le transfert dans les faibles teneurs en eau du sol ? Quel type de modèle est plus représentatif de la perméabilité non-saturée dans toute la gamme de teneur en eau ?

### 3.4 Prise en compte des transferts par films

#### 3.4.1 Insuffisances des modèles capillaires dans les transferts en faibles teneurs en eau

Les résultats présentés aux figures (Figs. 3.11(a)-3.11(b)-3.12) illustrent bien l'insuffisance des modèles statistiques basés sur la théorie des pores cylindriques dans la description de l'écoulement de l'eau dans les faibles teneurs. En effet, ces modèles supposent que l'état thermodynamique de l'eau liquide est identique dans toute la gamme de teneur en eau et qu'un seul concept peut être utilisé pour décrire le transport de l'eau de la saturation à l'état quasi-sec (Lebeau et Konrad, 2010). D'autres auteurs utilisent le concept de teneur en eau résiduelle  $w_r$ , valeur en dessous de laquelle, l'écoulement de l'eau en sa phase liquide peut être négligé. Or plusieurs études expérimentales et théoriques montrent que l'écoulement de l'eau peut avoir lieu en dessous de cette teneur en eau résiduelle et que les mécanismes de transport d'eau liquide dans les fortes teneurs en eau sont très différents de ceux qui interviennent dans les faibles teneurs (Or et Tuller, 1999; Tuller et Or, 2001, 2002; Peters et Durner, 2008a; Lebeau et Konrad, 2010; Tokunaga, 2011; Zhang, 2011).

Dans l'état quasi-sec du sol, la phase liquide est distribuée sous forme de films minces, de l'eau qui ne peut être considérée comme de l'eau de constitution mais de l'eau liée ou adsorbée ou hygroscopique (voir Sec. 1.2). Le fait de négliger cet état thermodynamique de l'eau et les mécanismes de transport par films dans l'espace poral (*film flow*) et à la surface des grains solides (*corner flow*) est la principale insuffisance des modèles pour les propriétés hydrodynamiques du sol (Peters et Durner, 2008a). La figure (Fig. 3.14) illustre ces mécanismes de transport dans les faibles teneurs en eau dans une représentation schématique 3-D (Tuller et Or, 2001). Le rayon du ménisque liquide  $r$  et l'épaisseur du film mince  $h$  dépendent du potentiel chimique  $\mu$ .

#### 3.4.2 Prise en compte des transferts par films dans la modélisation de la perméabilité non-saturée

Très peu de travaux sont consacrés à l'étude des phénomènes d'écoulement par films dans un milieu poreux triphasique comme le sol non-saturé. Il faut dire que ce concept est récent et ne concerne que les sols dans les zones arides et semi - arides. Des esquisses développées dans l'industrie du séchage (Prat, 2007) des produits agro-alimentaires et des poudres ont servi de base pour l'extension de ce concept dans les sols. Pour les milieux poreux, Tuller et Or furent les pionniers depuis les années 1999 à développer un modèle pour les propriétés hydrodynamiques portant sur toute la gamme de teneur en eau et en prenant en compte les mécanismes d'écoulement par films. Des séries d'équations sont établies à partir des considérations thermodynamique et hydrodynamique pour prendre en compte les contributions des mécanismes capillaires et par films dans l'écoulement de

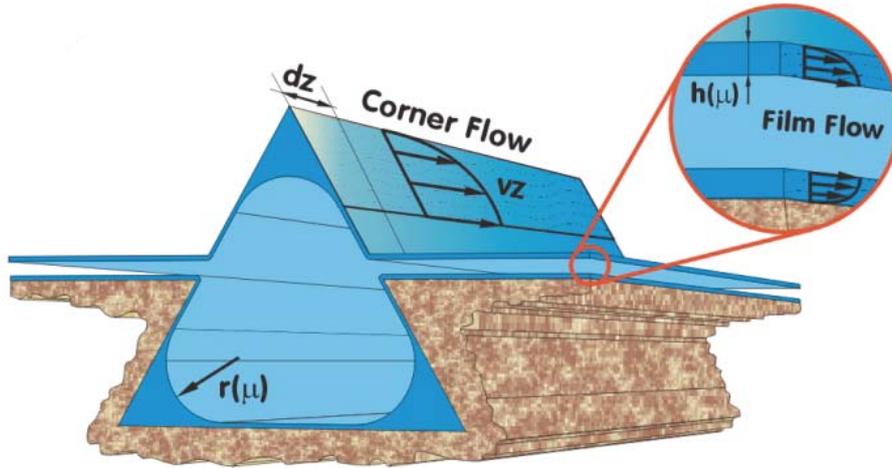


Fig. 3.14 – Représentation schématique 3-D des régimes d'écoulement par films sur les grains d'un VER non-saturé (extrait dans Tuller et Or (2001))

l'eau (Or et Tuller, 1999; Tuller et Or, 2001). Malheureusement, leur modèle mathématique pour les propriétés hydrodynamiques est très complexe et ne peut être facilement associé avec les modèles classiques de la courbe caractéristique. De plus, l'application du modèle de Tuller et Or (2001) requière de nombreux paramètres géométriques et structuraux du milieu poreux difficilement accessibles par la mesure.

Dans le même concept que Tuller et Or (2001), d'autres chercheurs tels que Peters et Durner (2008a); Lebeau et Konrad (2010); Zhang (2011) proposèrent des modèles simplifiés pour représenter la conductivité hydraulique non-saturée avec prise en compte des écoulements par films. Leurs modèles ont deux points communs en ce sens que :

- ils considèrent une superposition linéaire d'un terme d'écoulement par capillarité ( $K^{cap}$ ) et un autre terme pour les écoulements par films ( $K^{film}$ ).

$$K = K^{cap} + K^{film} \quad (3.18)$$

- $K^{cap}$  peut être modélisé dans la théorie capillaire. L'expression analytique de van Genuchten (1980) – Mualem (1976) (Eq. 3.10) est la plus utilisée.

Les approches diffèrent par la formulation mathématique de  $K^{film}$ . Zhang (2011) utilise la formule développée par Tokunaga (2009) (originellement pour un empilement de sphères monodisperses) avec un terme correctif  $f$  dépendant des propriétés physiques et texturales du sol :

$$K^{film}(\mu) = f \times K_s^{film} \times \left(1 + \frac{\rho_e g d_g \mu}{2\sigma}\right)^{-1.5} \quad (3.19)$$

où  $K_s^{film}$  est une constante de la théorie de Langmuir sur les films adsorbés (consulter Tokunaga (2009) pour son expression),  $\rho_e$  la densité de l'eau,  $d_g$  le diamètre des grains et  $\sigma$  la tension superficielle de l'eau.  $\mu$  est la valeur absolue du potentiel chimique massique de l'eau dans le sol.

Lebeau et Konrad (2010) résolvent les équations classiques de Navier-Stokes en régime d'écoulement permanent sur des surfaces planes. En exprimant l'épaisseur du film en fonction du potentiel de l'eau, ils obtinrent une relation de  $K^{film}$  en se basant sur la théorie de Langmuir pour compléter l'équation de Tokunaga aux films minces de moins de 10 nm d'épaisseur.

Peters et Durner (2008a) optent pour une fonction puissance dépendant du degré de saturation effective  $S_e$  dans les faibles teneurs en eau en suivant la même idée que d'autres travaux plus anciens (Brooks et Corey, 1964; Campbell, 1974; Toledo *et al.*, 1990). L'équation complète pour le coefficient de perméabilité relative, en utilisant l'équation (Eq. 3.10) s'écrit :

$$K_r(S_e) = (1 - \beta) K_r^{cap} + \beta K_r^{film} \quad (3.20)$$

$$K_r(S_e) = (1 - \beta) \left\{ S_e^{\tau_1} \left[ 1 - \left( 1 - S_e^{\frac{1}{m}} \right)^m \right]^2 \right\} + \beta S_e^{\tau_2} \quad (3.21)$$

$\beta$  est un coefficient de pondération ( $0 < \beta < 1$ ), les paramètres  $\tau_1$  et  $\tau_2$  peuvent être égaux ou différents suivant la texture du sol.

### 3.4.3 Proposition d'un modèle de la perméabilité non-saturée et estimation des paramètres par approche inverse

#### 3.4.3.1 Modèle proposé, scénarios et conditions d'optimisation

L'expression proposée par Peters et Durner (2008a) est la plus simple parmi toutes les autres modèles prenant en compte les écoulements par films dans les faibles teneurs en eau du sol. Pour les autres modèles (Lebeau et Konrad, 2010; Zhang, 2011),  $K^{film}$  requière des paramètres géométriques et texturaux difficilement accessibles avec précision. Dans la présente étude, nous proposons un nouveau modèle pour le coefficient de perméabilité relative en prenant en compte l'écoulement par films dans les faibles teneurs en eau du sol en s'inspirant du modèle de Peters et Durner (2008a). Le modèle proposé s'écrit :

$$K_r(S_e) = \sqrt{S_e} \left[ 1 - \left( 1 - S_e^{\frac{1}{m}} \right)^m \right]^2 + \omega S_e^\tau \quad (3.22)$$

Considérant les résultats des approches directe et inverse présentés précédemment (Secs. 3.3.1 - 3.3.2), nous optons pour l'expression analytique de van Genuchten (1980) – Mualem (1976) (Eq. 3.10) avec un facteur de tortuosité  $L = 0,5$  pour le terme  $K^{cap}$  décrivant les écoulements par capillarité dans les teneurs en eau élevées.  $K^{film}$ , terme

d'écoulement par films dans les faibles teneurs en eau, est modélisé par un expression empirique à deux paramètres :  $\omega$  et  $\tau$ .

Comparativement à la proposition de [Peters et Durner \(2008a\)](#), cette nouvelle expression compte deux termes indépendants pour décrire les écoulements capillaires et par films. Nous ne considérons pas un coefficient de pondération entre les deux termes de la perméabilité non-saturée puisque, d'après les résultats des travaux précédents ([Peters et Durner, 2008a](#); [Lebeau et Konrad, 2010](#); [Zhang, 2011](#)), le terme  $K^{cap}$  prend des valeurs minimales et négligeables dans les faibles teneurs en eau de même que  $K^{film}$  dans les fortes teneurs en eau. Globalement, le modèle compte trois paramètres indépendants :  $m$  dont la valeur est liée aux données de la courbe caractéristique sol-eau (modèle [van Genuchten \(1980\)](#));  $\omega$  et  $\tau$ . Ces deux derniers paramètres ne peuvent être identifiés qu'à partir des données de la perméabilité non-saturée ou par approche inverse avec des profils hydriques du sol.

À notre connaissance, tous les modèles prenant en compte l'écoulement par films dans le sol non-saturée sont appliqués à des données expérimentales de la conductivité hydraulique non-saturée provenant des mêmes sources ([Zhang, 2011](#)) : Mualem (1976b) pour des données  $K = f(S_e)$  et Pachepsky et al. (1984) pour  $K = f(\mu)$ . Dans la présente étude, nous optons pour une approche par inversion des profils instantanés de teneur en eau pour l'identification des paramètres du modèle proposé (Eq. 3.22).

Les scénarios implémentés avec les conditions d'optimisation, construits de la même façon que l'approche inverse dans (Sec. 3.3.2.3), sont résumés dans le tableau (Tab. 3.4). Les limites imposées pour les paramètres sont :  $0 < m < 1$ ,  $10^{-13} < \omega < 10^{-5}$ , et  $0,01 < \tau < 4$ . Pour les mêmes raisons notées à la section (Sec. 3.3.2.3), la perméabilité à saturation  $K_{sat}$  est optimisée dans les scénarios F2 et F3 avec pour contrainte  $10^{-10} < K_{sat} < 10^{-3}$  pour estimer complètement la fonction conductivité hydraulique non-saturée.

Tab. 3.4 – Scénarios et conditions d'optimisation : prise en compte des écoulements par films dans le modèle de la perméabilité relative

Scenario	Paramètres libres	Paramètres fixés
<b>F1</b>	$\omega, \tau$	$K_{sat}, m$
<b>F2</b>	$\omega, \tau, K_{sat}$	$m$
<b>F3</b>	$\omega, \tau, m, K_{sat}$	-

Dans la plage de teneur en eau étudiée, des essais préliminaires d'optimisation avec les différents modèles de la courbe caractéristique appliqués aux sols NH1 et NH2 (Sec. 2.5.5) conduisent aux mêmes résultats. C'est pourquoi, nous gardons le modèle de [van Genuchten \(1980\)](#) (Eq. 2.11) dans tous les scénarios afin d'extrapoler les courbes de conductivité hydraulique non-saturée au delà du domaine d'étude, c'est-à-dire, de la saturation à l'état quasi-sec.

### 3.4.3.2 Résultats de l'identification

Nous présentons d'abord les profils optimisés pour les différents scénarios implémentés à la figure (Fig. 3.15) pour le sol NH1 et à la figure (Fig. 3.16) pour le sol NH2. Le tableau (Tab. 3.5) résume les valeurs optimisées des paramètres du modèle (Eq. 3.22) et la figure (Fig. 3.17), les profils simulés et expérimentaux regroupés correspondant au meilleur scénario d'optimisation.

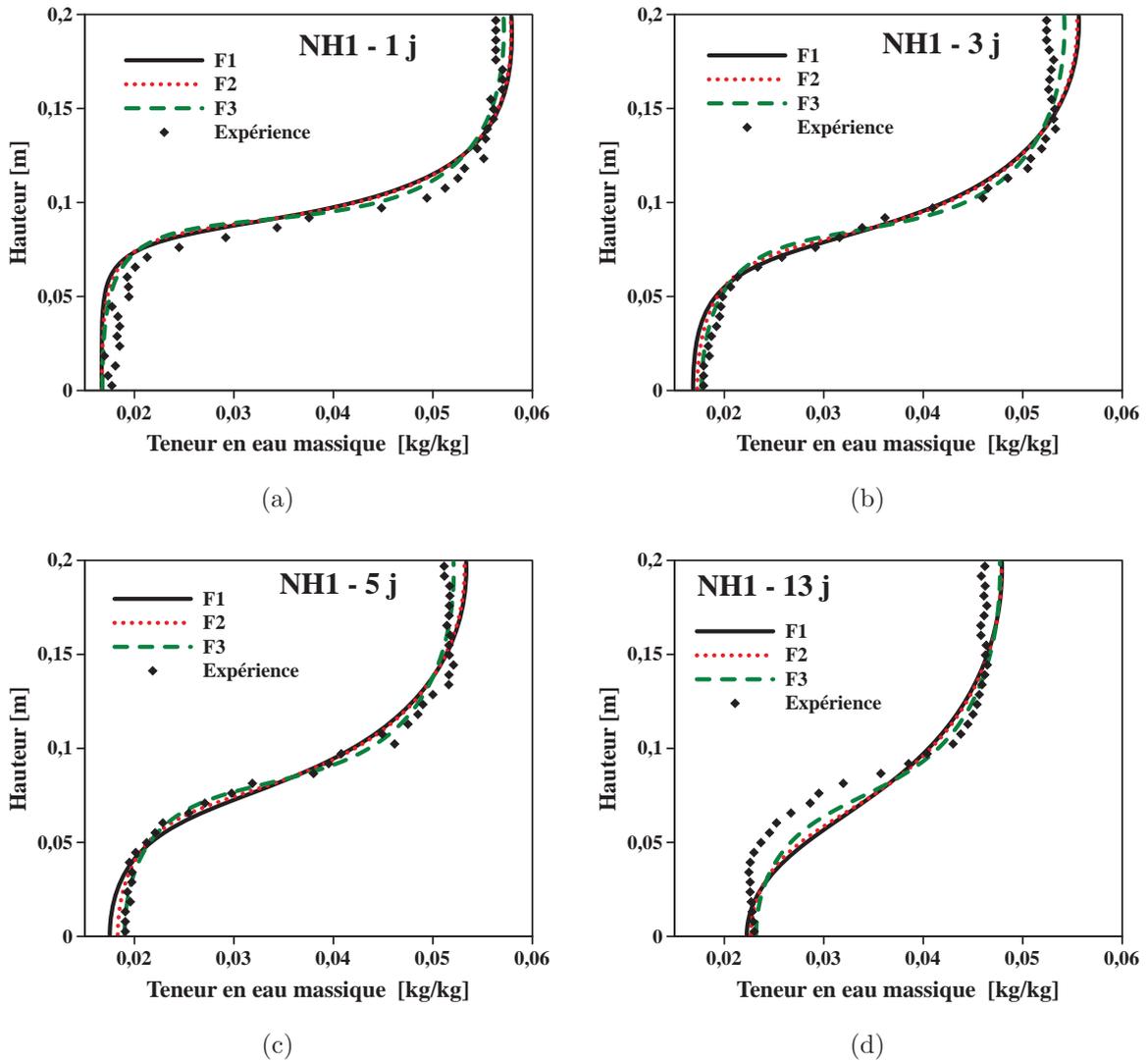


Fig. 3.15 – Sol NH1 : profils expérimentaux et simulés de teneur en eau massique pour les différents scénarios d'optimisation F1, F2, et F3 aux dates (1, 3, 5 et 13 jours)

Le tableau (Tab. 3.5) contient les résultats des paramètres statistiques : l'écart type  $RMSE$ , calculé à partir de l'expression (Eq. 3.17) et le coefficient de détermination  $R^2$  à partir de la figure (Fig. 3.18) pour le sol NH1 et la figure (Fig. 3.19) pour le sol NH2.

Tab. 3.5 – Valeurs identifiées des paramètres du modèle (Eq. 3.22) prenant en compte l'écoulement par films.

	Paramètres du modèle				Statistique	
	m	$\omega$	$\tau$	$K_{sat}$	$R^2$	$RMSE$
	-	-	-	m s <sup>-1</sup>	%	kg kg <sup>-1</sup>
				<b>NH1</b>		
<b>F1</b>	0,2817	$2,4053 \times 10^{-6}$	1,9809	$3,69 \times 10^{-5}$	97,84	0,002141
<b>F2</b>	0,2817	$4,7748 \times 10^{-8}$	0,18973	$4,1001 \times 10^{-5}$	98,03	0,002037
<b>F3</b>	0.1961	$2,5633 \times 10^{-10}$	0.1	$9,0 \times 10^{-3}$	98,58	0,001709
				<b>NH2</b>		
<b>F1</b>	0,2290	$1,1522 \times 10^{-5}$	2,70645	$9,76 \times 10^{-6}$	94,37	0,003384
<b>F2</b>	0,2290	$4,3142 \times 10^{-9}$	0,01	$1,0206 \times 10^{-4}$	97,47	0,002209
<b>F3</b>	0,2519	$1,7418 \times 10^{-8}$	0,01	$2,4468 \times 10^{-5}$	97,91	0,002014

Ces figures permettent de comparer les teneurs en eau mesurées et prédites pour les différents scénarios (F1, F2, F3). En ce moment, nous pouvons apprécier la conductivité hydraulique non-saturée estimée  $K = K_{sat} \times K_r$  pour mieux décrire l'écoulement de l'eau liquide dans les faibles teneurs en eau du sol. Les courbes estimées de  $K$  sont présentées à la (Fig. 3.20) pour la variation de la conductivité en fonction de la teneur en eau massique et la (Fig. 3.21) pour la variation avec la valeur absolue du potentiel chimique massique  $\mu$ .

### 3.4.3.3 Analyse et discussions

Comparativement aux résultats de l'approche inverse dans (Sec. 3.3.2.2), la prise en compte de l'écoulement par films dans la modélisation de la perméabilité non-saturée permet une description à la fois quantitative et qualitative du mouvement de l'eau liquide dans les faibles teneurs en eau du sol.

### A propos de l'approche expérimentale

Les figures (Fig. 3.15) à (Fig. 3.19) mettent en évidence les forces de l'approche expérimentale réalisée, associée aux approches théorique et numérique pour une identification par méthode inverse de la perméabilité non-saturée pour les sols à dominance sableuse NH1 et NH2. Les profils simulés et expérimentaux sont très proches et ont la même forme. L'approche théorique et numérique étant bien définie dans cette étude, les écarts observés entre les données mesurées et prédites sont à attribuer aux incertitudes des mesures et à la mise en œuvre du protocole expérimental. La précision chute avec la durée et aux extrémités des colonnes (Figs. 3.15 et 3.16). Ce constat est déjà exposé dans Lambot *et al.* (2004) qui utilisèrent aussi des profils de teneur en eau pour identifier par approche inverse des paramètres d'un modèle capillaire des propriétés hydrodynamiques. Une part importante des erreurs vient des conditions initiales de confection des colonnes de sol. En

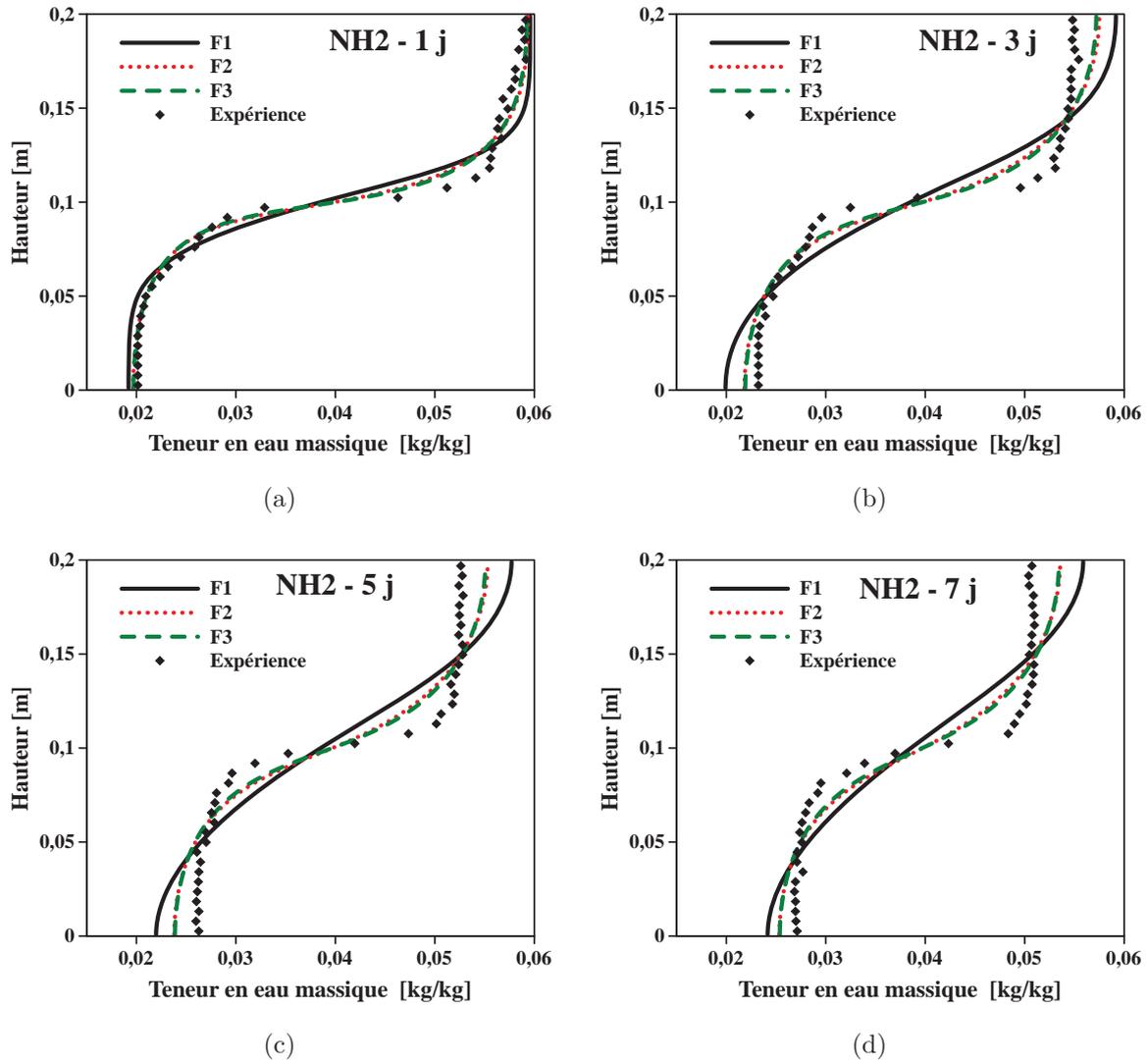


Fig. 3.16 – Sol NH2 : profils expérimentaux et simulés de teneur en eau massique pour les différents scénarios d'optimisation F1, F2, et F3 aux dates (1, 3, 5 et 7 jours).

effet, il est quasi impossible, dans une méthode destructive, de confectionner l'ensemble des colonnes de sol exactement dans les mêmes conditions (e.g; teneur en eau, taux de compaction, etc...). Néanmoins, la méthode destructive a l'avantage de fournir une quantité importante de données du profil, surtout avec le dispositif d'extracteur mécanique développé dans le cadre de ce travail.

La correction de la forme des profils observés en comparant les figures (Fig. 3.11(b)) à (Fig. 3.17) exprime l'écoulement par films dans la matrice poreuse du sol représenté par la modification de l'équation (Eq. 3.10) à (Eq. 3.22). Ce concept est soutenu dans cette étude puisque les conditions de l'approche expérimentale excluent les transferts d'humidité par diffusion de vapeur et par changement de phase liquide-vapeur. La nouvelle fonction de

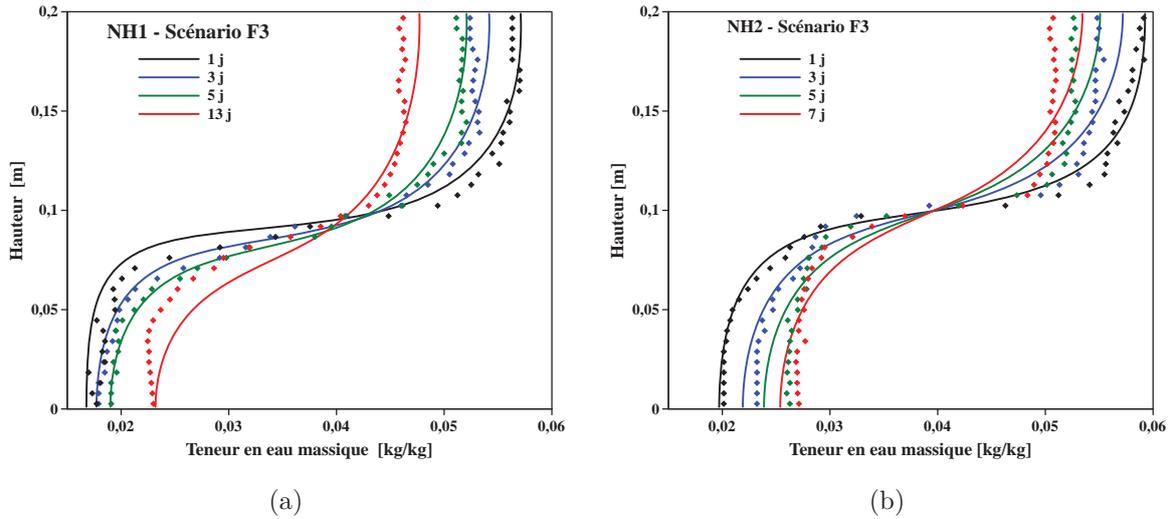


Fig. 3.17 – Évolution temporelle des profils expérimentaux et simulés de teneur en eau massique pour le meilleur scénario d'optimisation (a) NH1 (b) NH2.

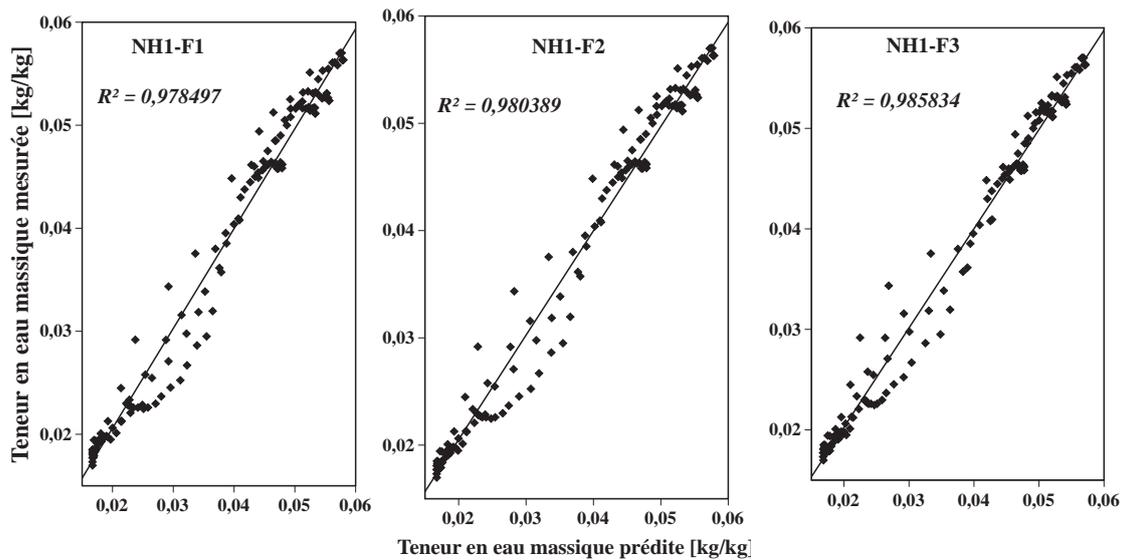


Fig. 3.18 – Sol NH1 : Corrélation graphique entre les teneurs en eau mesurées et prédites.

la perméabilité non-saturée conduit à une excellente prédiction des profils instantanés de teneur en eau. Par conséquent, cette nouvelle approche expérimentale est très attrayante en ce sens qu'elle permet de valider les modèles des mécanismes d'écoulements capillaires et par films dans le sol non-saturé.

#### De la perméabilité non-saturée estimée

Les valeurs des paramètres optimisés (Tab. 3.4 pour Eq. 3.22) demeurent dans leurs

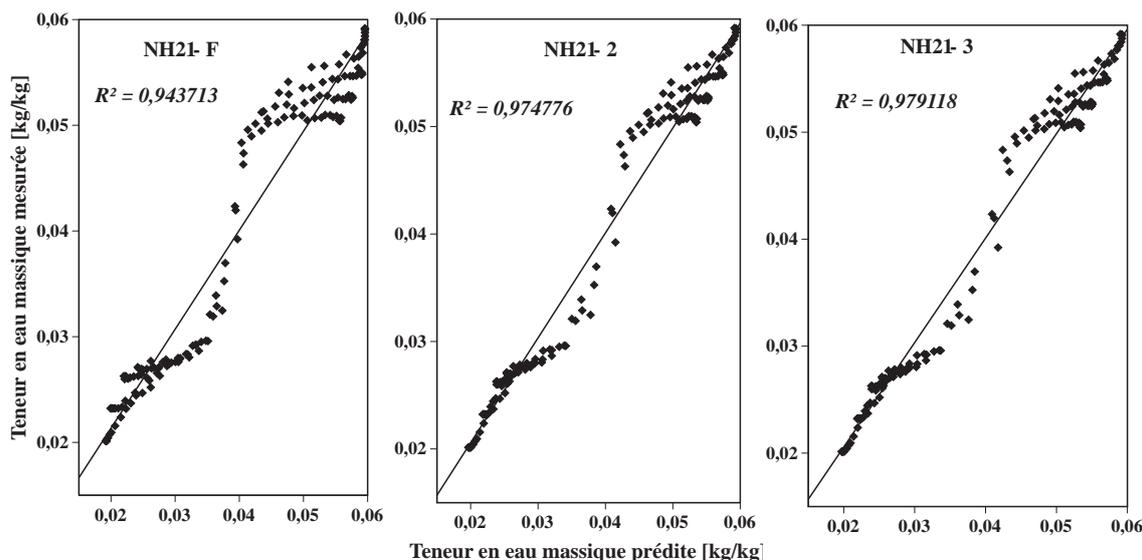


Fig. 3.19 – Sol NH2 : Corrélation graphique entre les teneurs en eau mesurées et prédites.

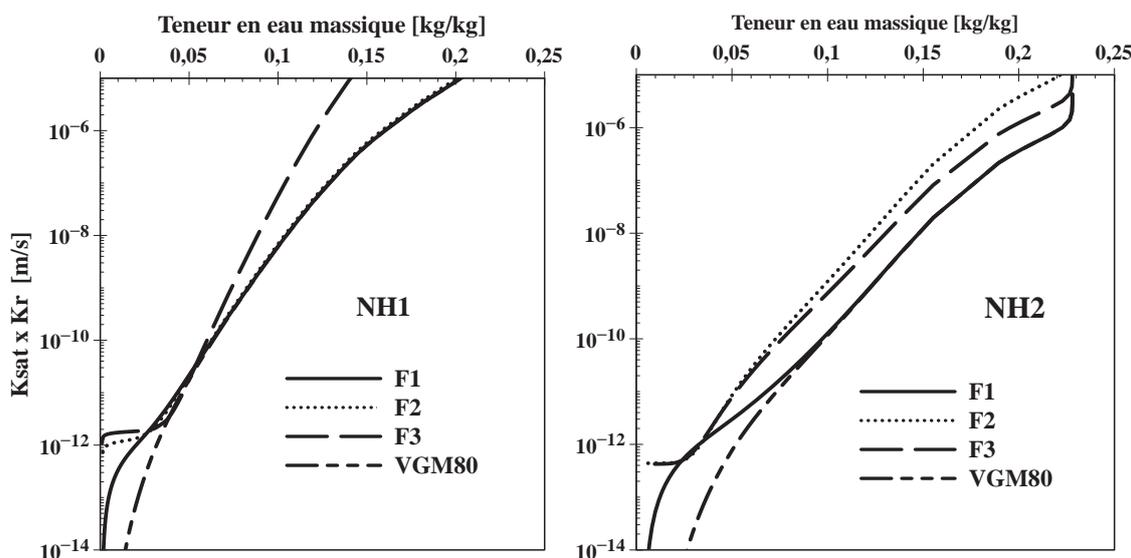


Fig. 3.20 – Conductivité hydraulique non-saturée estimée pour les scénarios (F1, F2 et F3) appliqués à (Eq. 3.22) et comparaison avec celle obtenue à partir de la fonction (Eq. 3.10) :  $K = f(w)$ .

limites physiques en accord avec les valeurs de la littérature. Elles permettent de décrire de très près les résultats expérimentaux en témoignent les valeurs relativement faibles de l'erreur RMSE et les très bonnes corrélations trouvées ( $R^2$ ) et représentées dans les figures (Fig. 3.18) pour le sol NH1 et (Fig. 3.19) pour le sol NH2.

Les courbes représentatives de la perméabilité non-saturée estimée pour tous les scénarios implémentés (Figs. 3.21–3.20) sont similaires à la forme type des courbes à travers

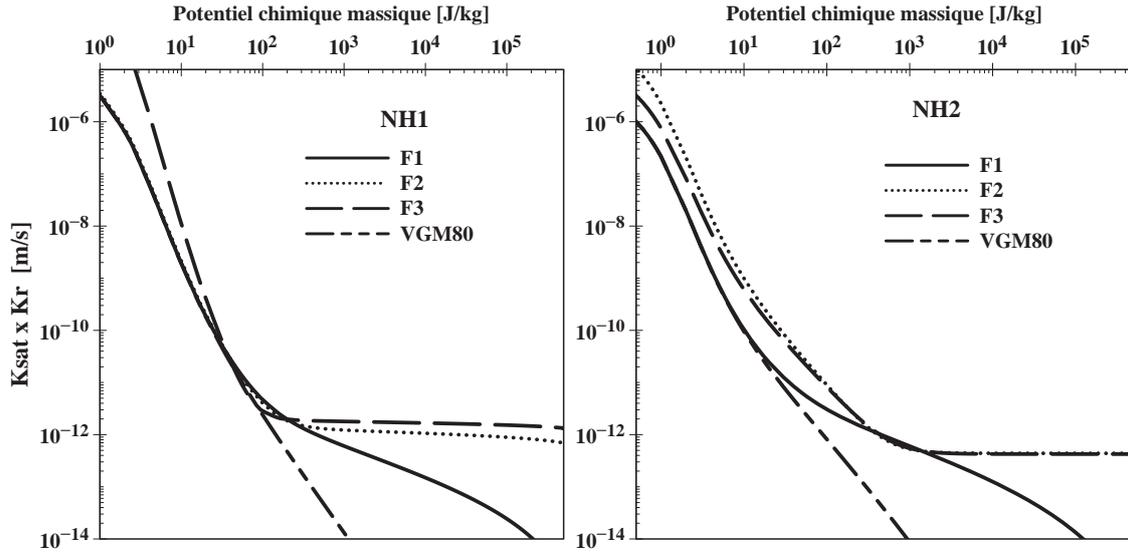


Fig. 3.21 – Conductivité hydraulique non-saturée estimée pour les scénarios (F1, F2 et F3) appliqués à (Eq. 3.22) et comparaison avec celle obtenue à partir de la fonction (Eq. 3.10) :  $K = f(\mu)$ .

toute la gamme de teneur en eau et prenant en compte les écoulements par films (Peters et Durner, 2008a; Lebeau et Konrad, 2010; Zhang, 2011) : une forme à deux pentes. Les pentes pour les scénarios F2 et F3 sont plus prononcées tandis que celle de F1 est régulière. Les valeurs des paramètres statistiques d'appréciation (RMSE et  $R^2$ ) pour le scénario F1, avec deux paramètres libres  $\omega$  et  $\tau$  de la contribution par films, sont en deçà des autres scénarios F2 et F3. Les résultats sont alors meilleurs en augmentant le nombre de paramètres à identifier par l'approche inverse.

Dans cette présente étude, toute comme dans les précédentes (Tuller et Or, 2001; Peters et Durner, 2008a; Lebeau et Konrad, 2010; Zhang, 2011), on constate que la contribution du régime film est mise en valeur à partir d'un potentiel chimique de 100 à 1000  $\text{J.kg}^{-1}$  avec une valeur  $K = 10^{-12} \text{ m.s}^{-1}$ . On note, à travers les scénarios F2 et F3 où les résultats sont meilleurs, que cette valeur varie très peu avec l'augmentation du potentiel chimique. Nous pourrions affirmer, à partir de ce constat, que l'écoulement d'eau liquide continue dans le sol tant qu'il contient de l'eau adsorbée à la surface des grains.

Les résultats présentés dans les (Figs. 3.21–3.20) permettent de relever le point de changement de régime d'écoulement, c'est à dire, du régime par capillarité au régime par film :  $w = 0,035 \text{ kg.kg}^{-1}$  avec  $K = 2 \times 10^{-12} \text{ m.s}^{-1}$  pour le sable NH1 et  $w = 0,025 \text{ kg.kg}^{-1}$  avec  $K = 5 \times 10^{-13} \text{ m.s}^{-1}$  pour le sable limoneux NH2. Le point de changement de régime dépend donc de la texture du sol. Plus le sol possède de particules fines, plus les micropores sont denses. Dans ce cas, les forces capillaires continuent de provoquer l'écoulement de l'eau même à des valeurs très faibles de la teneur en eau.

Une part significative d'écoulement d'eau se produit même aux potentiels relativement élevés de sol. Une non-prise en compte des faibles valeurs  $K$  dans ce cas peut produire de graves instabilités dans la résolution numérique des problèmes d'écoulement d'eau. Existe-t-il une limite inférieure pour la conductivité hydraulique non-saturée ?

Ebrahimi-B *et al.* (2004), après une étude basée sur une comparaison de la conductivité hydraulique pour l'eau liquide et vapeur dans un sol non-saturé dans les faibles teneurs en eau, ont retenu une valeur minimale de  $1 \times 10^{-14}$  m.s<sup>-1</sup> pour  $K$ . Cette valeur est inférieure à celle calculée en exploitant le concept de teneur en eau résiduelle du sol. D'après ces auteurs, cette valeur peut être considérée comme valeur limite minimale de la perméabilité de l'eau liquide. Pour les sols à texture sableuse NH1 et NH2, les valeurs du tableau (Tab. 3.4) pour l'équation (Eq. 3.22) et les scénarios F2 et F3 nous permettent de noter la valeur de  $1 \times 10^{-13}$  m.s<sup>-1</sup> en extrapolation dans l'état quasi-sec du sol. Cette valeur, dix fois plus petite que celle donnée par Ebrahimi-B *et al.* (2004), pourrait s'expliquer par le fait que l'étude de ces derniers est basée sur l'écoulement d'eau par capillarité dans la matrice poreuse du sol, donc la contribution des écoulements par films n'a pas été prise en compte.

### De la texture du sol et la précision des résultats

Les courbes de corrélation des figures (Figs. 3.18 et 3.19) montrent que les résultats sont meilleurs et bien distribués pour le sable NH1 que pour le sable limoneux NH2. Les courbes granulométriques (Fig. 2.2) et les isothermes (Fig. 2.4) montrent que les deux sols diffèrent par le taux de particules très fines (argile) et donc de la valeur limite maximale de teneur en eau du domaine hygroscopique (noté  $w_{lim}$ ). La plage de teneur en eau de l'étude expérimentale ( $0,02 < w < 0,06$ ) place le sol NH1, avec  $w_{lim}^{NH1} = 0,016$ , hors du domaine hygroscopique tandis que cet intervalle contient  $w_{lim}^{NH2} = 0,028$  pour NH2. Plusieurs études ont montré que dans l'état hygroscopique du sol, le transport en phase vapeur (diffusion) est le phénomène prédominant (Saito *et al.*, 2006; Peters et Durner, 2008a). Ainsi, la précision de l'inversion des teneurs en eau pour le sol NH2 avec l'équation limitée au flux d'eau liquide (Eq. 1.95) pourrait être affectée par cette situation.

Une autre source d'erreur peut provenir de la mise en œuvre de l'approche expérimentale : la préparation des échantillons de sol et l'énergie de compactage selon la densité apparente mesurée, plus précisément lorsque la teneur en argile du sol augmente. D'autres investigations et améliorations de l'approche expérimentale s'avèrent nécessaires pour une application large aux différentes textures du sol. Toutefois, les écarts observés pour le sol NH2, ne peuvent entacher fortement les forces de ces approches expérimentale, théorique et numérique dans l'estimation de la perméabilité non-saturée dans les faibles teneurs en eau d'un sol.

## Conclusion

La conductivité hydraulique est l'un des paramètres clés dans la simulation du comportement thermo-hydro-mécanique d'un sol. Dans ce chapitre, après avoir défini le terme de conductivité hydraulique non-saturée dans la modélisation théorique des transferts d'eau, nous avons présenté un aperçu bibliographique des méthodes expérimentales et numériques utilisées pour déterminer cette propriété hydrique du sol. Des approches expérimentales permettent de mesurer avec une bonne précision la perméabilité à saturation, ce qui n'est pas le cas pour le coefficient de perméabilité relative. C'est pourquoi l'on a recours très souvent aux méthodes numériques pour estimer la perméabilité relative. Les méthodes numériques décrites sont utilisées pour estimer la perméabilité non-saturée des sols NH1, NH2 et NH3 en étude.

Une approche expérimentale spécifique mise en œuvre a permis d'estimer, par méthode inverse, la perméabilité non-saturée dans les faibles teneurs en eau à partir d'un modèle combinant les mécanismes de rétention d'eau dans le sol : la capillarité et l'adsorption par films autour des grains solides. Une comparaison des profils de teneur en eau expérimentaux et simulés met en évidence les insuffisances des modèles de la perméabilité relative basés sur la capillarité. Le modèle développé, qui prend en compte les écoulements par films dans la matrice poreuse, a permis de décrire, qualitativement et quantitativement, le mouvement de l'eau surtout dans les faibles teneurs, domaine d'intérêt de cette thèse.

Le modèle théorique utilisé dans ce chapitre pour estimer la perméabilité non-saturée dans les faibles teneurs en eau, ne prend pas en compte le changement de phase liquide-vapeur. Le chapitre suivant va consister, d'une part, à utiliser les modèles décrivant mieux les propriétés hydrodynamiques et d'autre part à caractériser le changement de phase afin de mettre en évidence le non-équilibre liquide/gaz dans les transferts dans les faibles teneurs en eau du sol.

# Prise en compte du non-équilibre dans les transferts aux faibles teneurs en eau du sol

## Sommaire

---

<b>4.1 Étude expérimentale du changement de phase . . . . .</b>	<b>118</b>
4.1.1 Éléments de bibliographie . . . . .	118
4.1.2 Principe de la mesure du coefficient de changement de phase .	119
4.1.3 Dispositif expérimental . . . . .	122
4.1.4 Protocole expérimental . . . . .	123
4.1.5 Modélisation du coefficient de changement de phase . . . . .	124
4.1.6 Résultats et analyses . . . . .	125
<b>4.2 Étude du non-équilibre liquide/gaz dans les transferts aux faibles teneurs en eau . . . . .</b>	<b>127</b>
4.2.1 Conditions initiales . . . . .	128
4.2.2 Conditions aux limites . . . . .	129
4.2.3 Synthèse des fonctions et paramètres hydrodynamiques du modèle	130
<b>4.3 Résultats et discussions . . . . .</b>	<b>131</b>
4.3.1 Cinétiques de séchage et flux de vapeur d'eau à la surface . . .	131
4.3.2 Profils de teneur en eau et flux d'eau liquide . . . . .	132
4.3.3 Profils de pression et flux de la vapeur d'eau . . . . .	134
4.3.4 Flux de changement de phase de non-équilibre . . . . .	136

---

## Introduction

Cette partie est consacrée à la mise en évidence du non-équilibre thermodynamique dans les transferts aux faibles teneur en eau et à l'évaluation de son rôle. On se propose d'étudier expérimentalement la loi de changement de phase de non-équilibre et de modéliser le coefficient de changement de phase  $L$  à température constante près et loin de l'équilibre.

Le changement de phase (évaporation et condensation) est le phénomène central qui gouverne les échanges à l'interface sol-atmosphère. L'eau présente majoritairement sous forme liquide dans le sol doit passer sous forme vapeur pour migrer vers l'atmosphère. Dans le régime funiculaire (fortes teneurs en eau), il est généralement admis que le processus de changement de phase prend place à la surface du sol. Par contre, lorsque la teneur en eau baisse et que le milieu rentre dans le domaine pendulaire puis hygroscopique, la localisation de l'évaporation reste un problème ouvert. Des résultats antérieurs (Chammari *et al.*, 2008; Ouédraogo *et al.*, 2013) localisent le processus de changement de phase dans les premiers centimètres du sol. C'est ainsi que, dans une perspective de simulation des transferts d'eau dans le profil hétérogène du sol de Nasso, nous nous intéressons aux phénomènes de changement de la phase dans la couche superficielle NH1.

Le taux de changement de phase modélisé est intégré dans le modèle théorique et numérique synthétisé dans la section (Sec. 1.4) pour une simulation des transferts couplés d'eau liquide et vapeur dans le sol non-saturé. L'analyse des résultats de simulation permettra de discuter du phénomène de non-équilibre liquide/gaz dans les transferts en faibles teneurs en eau en fonction de deux modèles de la fonction perméabilité relative : un modèle capillaire et un autre prenant en compte les écoulements par films.

### 4.1 Étude expérimentale du changement de phase

Une étude théorique du coefficient de changement de phase a été présentée au paragraphe (1.3.3). Il s'agit, dans ce paragraphe, de déterminer expérimentalement le coefficient de changement de phase de non-équilibre dans la couche superficielle NH1 du sol de Nasso. L'approche expérimentale a été validée par des études antérieures (Bénet, 1981; Ruiz, 1998; Chammari, 2002; Lozano, 2007; Ouédraogo, 2008). Nous rappelons le principe du protocole expérimental original développé au LMGC.

#### 4.1.1 Éléments de bibliographie

Le changement de phase en milieux poreux, dans le cas d'une vitesse de la phase gazeuse nulle, n'a pas fait l'objet, à notre connaissance, de nombreuses études. Les études qui utilisent une approche macroscopique se basent le plus souvent sur l'hypothèse de l'équilibre local à l'échelle macroscopique pour l'ensemble des phases (Chammari, 2002).

Ce postulat qui impose des échanges instantanées de matière entre les différentes phases revient à considérer le changement de phase de l'eau à cette échelle comme un phénomène très rapide devant les autres mécanismes de transport. Dans ces conditions, le changement de phase peut être assimilé à un phénomène d'équilibre.

Cependant, l'observation de ce phénomène montre l'existence d'une cinétique propre à l'évaporation qui laisse à penser qu'un non-équilibre liquide-vapeur peut exister (Bénet, 1981; Armstrong *et al.*, 1994). Ce non équilibre se traduit par un saut de potentiel chimique entre l'eau liquide et sa vapeur. On appellera, dans ce cas, changement de phase de non-équilibre le phénomène de volatilisation perçu à l'échelle macroscopique. C'est un phénomène macroscopique au même titre que les mécanismes de transport tels que la diffusion dans un sol (généralisation de la loi de Fick) et de la filtration (généralisation de la relation de Darcy). Le travail présenté ici, dans la suite des travaux de Lozano (2007); Ouédraogo (2008), consiste à caractériser expérimentalement le changement de phase de non-équilibre de la couche superficielle NH1 du sol de Nasso.

Le changement de phase permet de coupler les transferts en phase liquide aux transferts en phase gazeuse. Des applications incluant le changement de phase sont nombreuses. Entre autres, on peut citer : les transferts d'eau dans les sols arides, la dépollution des sols contaminés, la nutrition minérale des plantes, le stockage du dioxyde de carbone (Lozano, 2007).

#### 4.1.2 Principe de la mesure du coefficient de changement de phase

Le changement de phase de non-équilibre liquide-vapeur se produit lorsqu'il existe une différence de potentiels chimiques entre un composé présent sous forme liquide et vapeur. Le potentiel chimique de la vapeur dépend de la température et de la pression, alors que celui du liquide dépend de la température et de la teneur en liquide. A température et teneur en eau fixées, on va jouer sur la pression de vapeur dans les pores du milieu. Pour cela, on suppose que l'on provoque une chute homogène de la pression partielle de vapeur d'eau  $p_v$  dans un échantillon macroscopique. Le retour à l'équilibre thermodynamique se traduit par une augmentation de la pression  $p_v$  jusqu'à atteindre la pression d'équilibre  $p_{veq}$ . On peut ainsi analyser le retour à l'équilibre dû à l'évaporation de l'eau dans le sol lorsque l'échantillon est isolé. Cette analyse est réalisée à partir de l'évolution de deux grandeurs macroscopiques qui peuvent être mesurées en continu : la pression totale de la phase gazeuse  $p_g$  et la température moyenne du milieu  $T$ .

On cherche à créer des conditions expérimentales telles que le phénomène de changement de phase soit prépondérant (les gradients des autres grandeurs thermodynamiques seront minimisés). En somme, on limitera le plus possible les phénomènes de filtration et

de diffusion. Dans ce cas, le bilan de vapeur s'écrit :

$$\frac{\partial \rho_v}{\partial t} = \hat{\rho}_e = \hat{J} + \bar{J} \quad (4.1)$$

$\hat{J}$  est donnée par l'expression (1.90) et  $\bar{J}$  s'écrit d'après (1.89) :

$$\bar{J} = \frac{\partial \rho_{veq}}{\partial t} \quad (4.2)$$

En considérant que la phase gazeuse se comporte comme un mélange de gaz parfaits, on a :

$$\rho_v = \eta_g \frac{M_e p_v}{RT} \quad (4.3)$$

On obtient l'équation bilan :

$$\frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{p_v - p_{veq}}{T} \right) = -L \frac{R^2}{\eta_g M_e^2} \ln \left( \frac{p_v}{p_{veq}} \right) \quad (4.4)$$

Le principe de l'expérience est le suivant : l'équilibre initial est rompu par extraction de la phase gazeuse du sol dans un laps de temps très court (trois secondes). Il existe ensuite deux possibilités pour contrôler la pression totale. La première consiste à réinjecter de l'air sec à la pression atmosphérique juste après l'extraction de la vapeur (Lozano, 2007; Ouédraogo, 2008). La pression partielle de vapeur est abaissée en dessous de la pression de vapeur d'équilibre et il y a évaporation jusqu'au retour à l'équilibre liquide/vapeur. La seconde est réalisée sans réinjection d'air sec (Gasparoux, 2003; Lozano, 2007). Dans ce cas, on parlera d'essai « dans le vide ». C'est cette dernière méthode qui est utilisée dans la présente étude. La figure (Fig. 4.1) illustre le déroulement d'une expérience.

Au cours des différentes étapes schématisées à la figure (Fig. 4.1), un capteur permettra de suivre le retour à l'équilibre liquide/vapeur, en enregistrant l'évolution de la température moyenne de l'échantillon et de la pression totale de la phase gazeuse. Le dispositif doit donc permettre :

- d'extraire la vapeur d'eau contenue dans les pores de l'échantillon : tirage dans le vide à la pression de 500 mbar ;
- d'isoler l'échantillon et de mesurer l'évolution de la pression et de la température lors du retour à l'équilibre.

La réponse du capteur est schématisée sur la figure suivante (Fig. 4.2).

La phase 1 est une phase d'équilibrage au cours de laquelle la température et la pression atteignent leurs valeurs de consigne. Au temps  $t_0$ , on provoque l'aspiration de la phase gazeuse. Cette opération s'accompagne d'une chute de pression et d'un léger abaissement de la température consécutif au changement de phase (phase 2). La phase 3 correspond au retour à l'équilibre ; la pression totale augmente sous l'action du changement de phase et

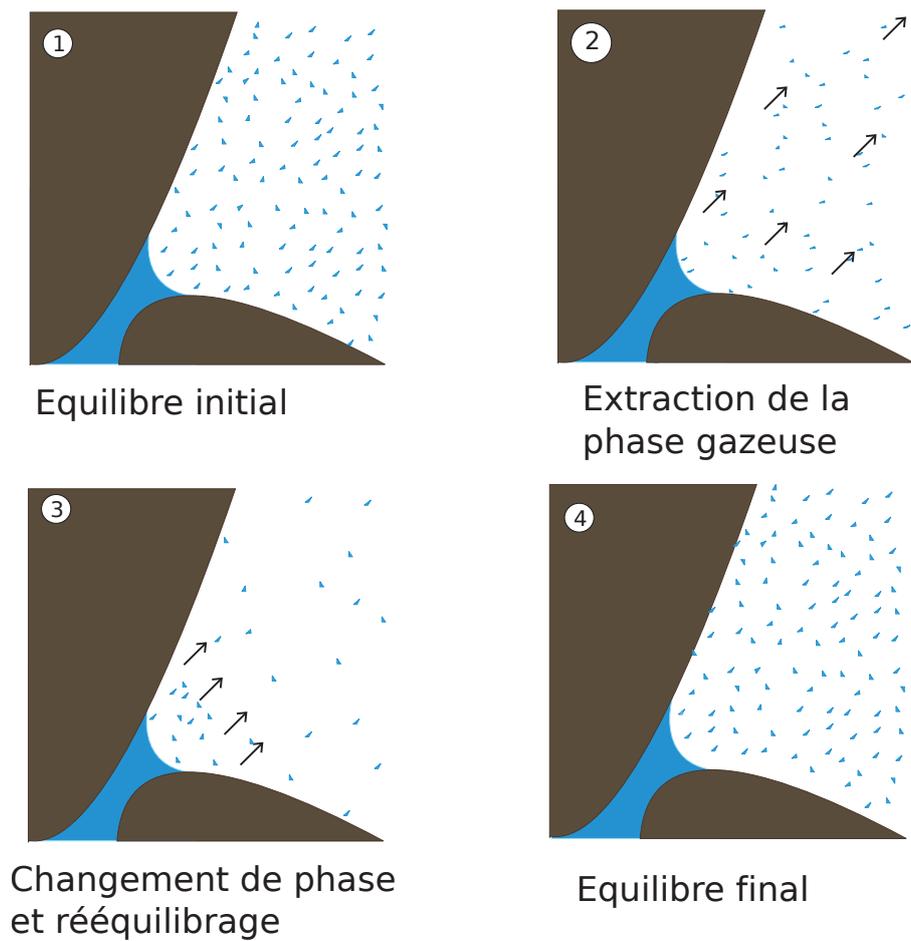


Fig. 4.1 – Principe de l'expérience à l'échelle de l'espace poral.

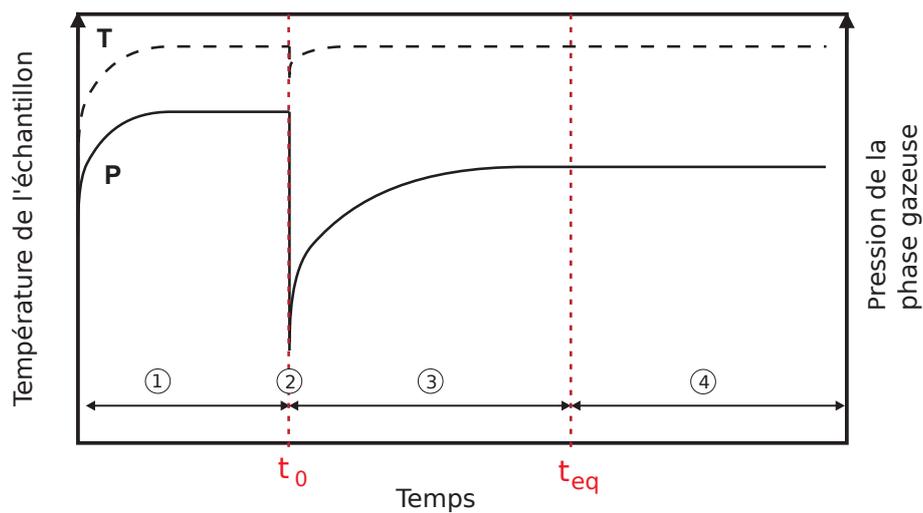


Fig. 4.2 – Schématisation de la réponse du capteur (Lozano, 2007).

la température tend vers sa valeur de consigne. Enfin la phase 4, au delà de  $t_{eq}$ , correspond au nouvel équilibre.

Pour étudier le phénomène à température constante et ne se focaliser que sur le changement de phase de non-équilibre, il faut que le retour à l'équilibre thermique soit bien plus rapide que le retour à l'équilibre de la pression. L'exploitation de l'évolution de la pression de la phase gazeuse ne pourra donc être fait que lorsque la température est revenue à sa valeur de consigne.

### 4.1.3 Dispositif expérimental

La schématisation du dispositif expérimental est représentée sur la figure (4.3). Ce

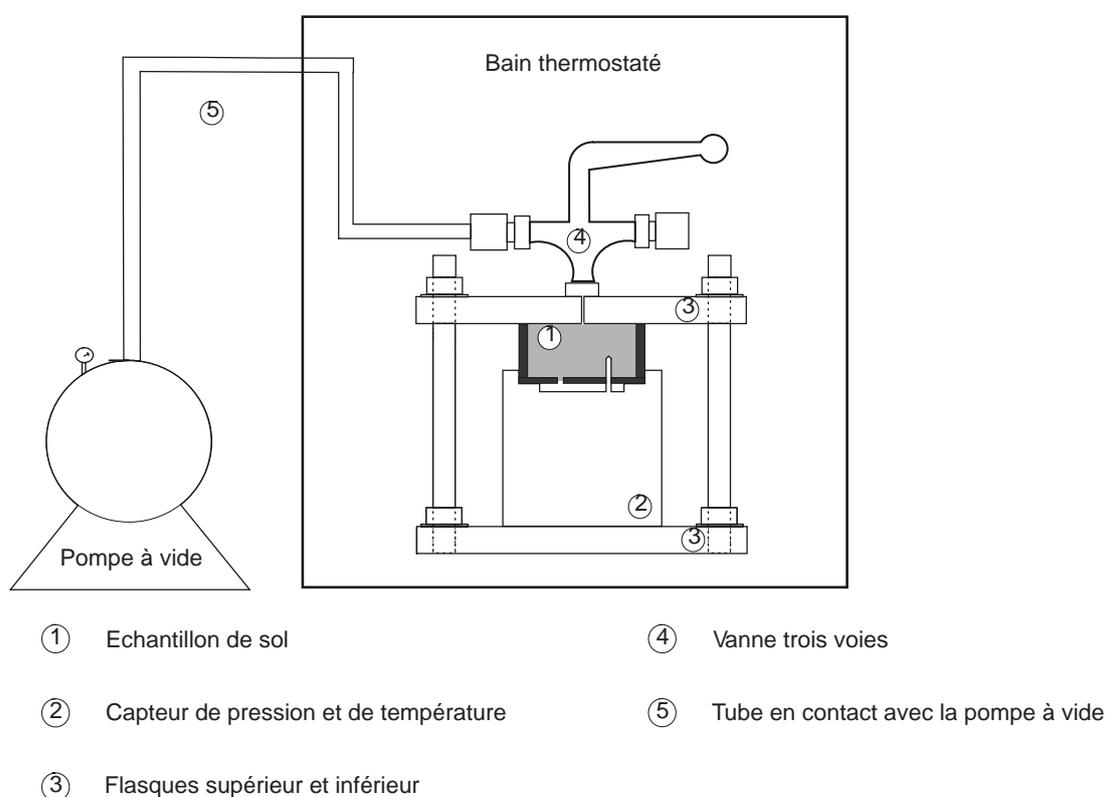


Fig. 4.3 – Schéma de l'expérience de volatilisation.

dispositif est formé :

- de la cellule de volatilisation, plongée dans le bain thermostaté, comprenant l'échantillon ① et le dispositif autonome d'acquisition de température et de pression ② ;
- de la pompe à vide reliée à la cellule par un tube ⑤, l'ensemble permettant de créer le vide dans la cellule ;

#### 4.1.4 Protocole expérimental

Le protocole expérimental comporte les étapes suivantes :

1. réglage de la température du bain-marie (30 ° C) et de la pression de la cuve de la pompe à vide (500 mbar) ;
2. programmation d'un capteur automatique d'enregistrement de la pression totale de la phase gazeuse  $p_g$  et de la température moyenne (capteur Orion) ; les différentes séquences de mesures sont introduites à travers le temps de retard, temps pendant lequel l'échantillon de sol pour la mesure est préparé, et des périodes et fréquences des interventions pendant les expériences ;
3. réalisation des échantillons : du sol, préalablement séché à l'étuve à 105 ° C pendant au moins 48 heures est préparé à la teneur en eau souhaitée puis compacté sur un porte échantillon ; la teneur en eau est évaluée à priori avec une partie du sol compacté, préparé en excès ;
4. placement de l'échantillon de sol dans le porte échantillon au dessus du capteur Orion, en prenant soin d'interposer une fine membrane en téflon soigneusement percé de minuscule trous à l'endroit où émergent les sondes de température et de pression pour ne pas endommager le capteur ;
5. placement de l'ensemble échantillon-capteur Orion entre les deux flasques que l'on serre ensuite ; un joint torique assure l'étanchéité ;
6. immersion de l'ensemble solidaire dans le bain thermostaté ; une attente de 10 mn pour la mise en température est observée ;
7. la partie mesure proprement dite comporte les étapes allant de l'extraction de la phase gazeuse jusqu'au rééquilibrage ; elle est illustrée par la schématisation de la figure (Fig. 4.1) ; la vanne trois voies ((3) sur la figure 4.3) sert à l'extraction de la phase gazeuse et l'isolement de la cellule de volatilisation jusqu'à la fin de la mesure ;
8. à la fin de la mesure, on évalue a posteriori la teneur en eau de l'échantillon, puis on récupère les données enregistrées par le capteur, c'est-à-dire la pression en fonction du temps ;
9. l'exploitation des variations de température et de pression de la phase gazeuse lors du rétablissement de l'équilibre.

#### 4.1.5 Modélisation du coefficient de changement de phase

Après avoir étudié différents sols dans différentes configurations, [Lozano \(2007\)](#) a pu montrer que le coefficient phénoménologique de changement de phase  $L$ , introduit dans l'équation (Eq. 1.79), peut être modélisé par la description simplifiée proposée dans la figure (Fig. 4.4).

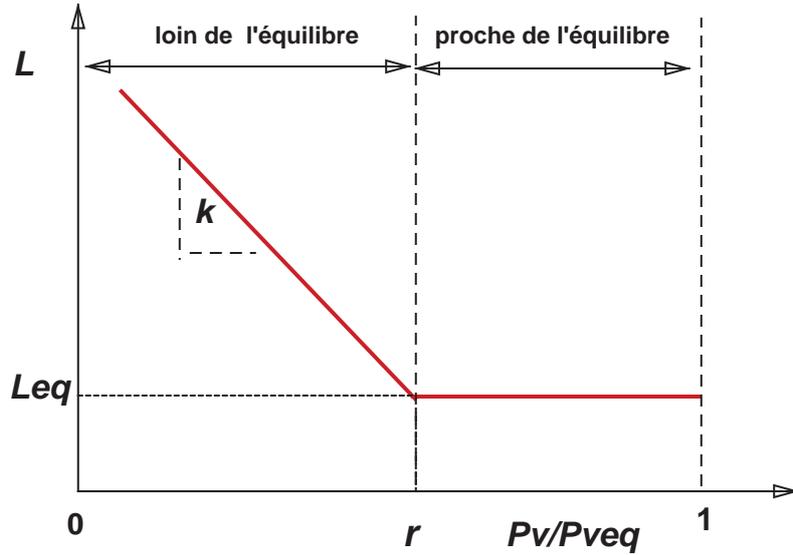


Fig. 4.4 – Modélisation du coefficient phénoménologique de changement de phase.

On distingue deux domaines dans cette modélisation :

- Un domaine où le coefficient  $L$  est constant et indépendant du rapport  $\frac{p_v}{p_{veq}}$ . C'est le domaine proche de l'équilibre qui correspond au domaine de validité de la TPI linéaire.
- Un domaine où le coefficient  $L$  dépend du rapport  $\frac{p_v}{p_{veq}}$ . Il s'agit du domaine loin de l'équilibre qui correspond à une extension des principes de la TPI linéaire. En première approximation, on suppose que le coefficient phénoménologique évolue linéairement dans ce domaine.

On note  $r$  le rapport  $\left(\frac{p_v}{p_{veq}}\right)_{limite}$  qui permet de distinguer le domaine proche de l'équilibre du domaine loin de l'équilibre. On adopte donc une modélisation sous forme de deux droites (Fig. 4.4) de telle sorte que :

- proche de l'équilibre, i.e.,  $r \leq \frac{p_v}{p_{veq}} \leq 1$  :

$$L = L_{eq} \quad (4.5)$$

- loin de l'équilibre, i.e.,  $0 \leq \frac{p_v}{p_{veq}} \leq r$  :

$$L = L_{eq} + k \left( r - \frac{p_v}{p_{veq}} \right) \quad (4.6)$$

Avec cette modélisation, trois grandeurs représentent la réponse du milieu à un déséquilibre thermodynamique provoquant le changement de phase :

- le coefficient de changement de phase proche de l'équilibre  $L_{eq}$ ,
- le rapport  $r$  du passage du domaine loin de l'équilibre au domaine proche de l'équilibre,
- la pente  $k$  dans le domaine loin de l'équilibre. La pente représente la vitesse de variation du coefficient  $L$  avec le rapport  $\frac{p_v}{p_{veq}}$ .

Le coefficient de changement de phase  $L$  est donc modélisé par le triplet  $r$ ,  $L_{eq}$  et  $k$ . Ces trois paramètres dépendent de la teneur en eau  $w$ .

#### 4.1.6 Résultats et analyses

##### 4.1.6.1 Exploitation d'une expérience type

Au cours de l'expérience, le capteur Orion mesure la température  $T$  de l'échantillon et la pression totale  $p_g$  de la phase gazeuse. Les essais sont exploités en utilisant la relation (4.4). La pression mesurée étant celle de la phase gazeuse, il est nécessaire d'en déduire celle de la vapeur. Cela est effectué en fin d'expérience. A la fermeture de la vanne trois voies, la cellule étant un système fermé à température constante et en supposant l'air chimiquement inerte, la quantité d'air représentée par le rapport de la pression d'air sur la température  $p_a/T$  peut être supposée constante au cours de l'essai. Elle peut être évaluée lorsque l'équilibre complet est atteint au temps  $t_{eq}$ . En ce moment :

$$\frac{p_v}{T} = \frac{p_{veq}}{T} \quad (4.7)$$

Au delà de  $t_{eq}$ , on a :

$$\frac{p_a}{T} = \left( \frac{p_g - p_{veq}}{T} \right)_{t \geq t_{eq}} \quad (4.8)$$

Ces deux relations permettent alors de déterminer la pression de vapeur à tout moment de l'expérience :

$$\frac{p_v}{T} = \frac{p_g - p_a}{T} \quad (4.9)$$

A partir des données enregistrées de la pression de la phase gazeuse et de la température au cours du temps, en utilisant l'équation (4.9), il est possible de déterminer l'évolution des rapports  $p_v/T$  et  $p_{veq}/T$  par la relation (Eq. 4.10).

$$p_{veq} = a_w(w)p_{vs}(T) \quad (4.10)$$

Le coefficient de changement de phase  $L$  est alors calculé à partir de la relation (4.4) (Lozano, 2007; Ouédraogo, 2008).

#### 4.1.6.2 Coefficient de changement de phase proche de l'équilibre

La variation du coefficient de changement de phase en fonction de la teneur en eau est consignée sur la figure (4.5).

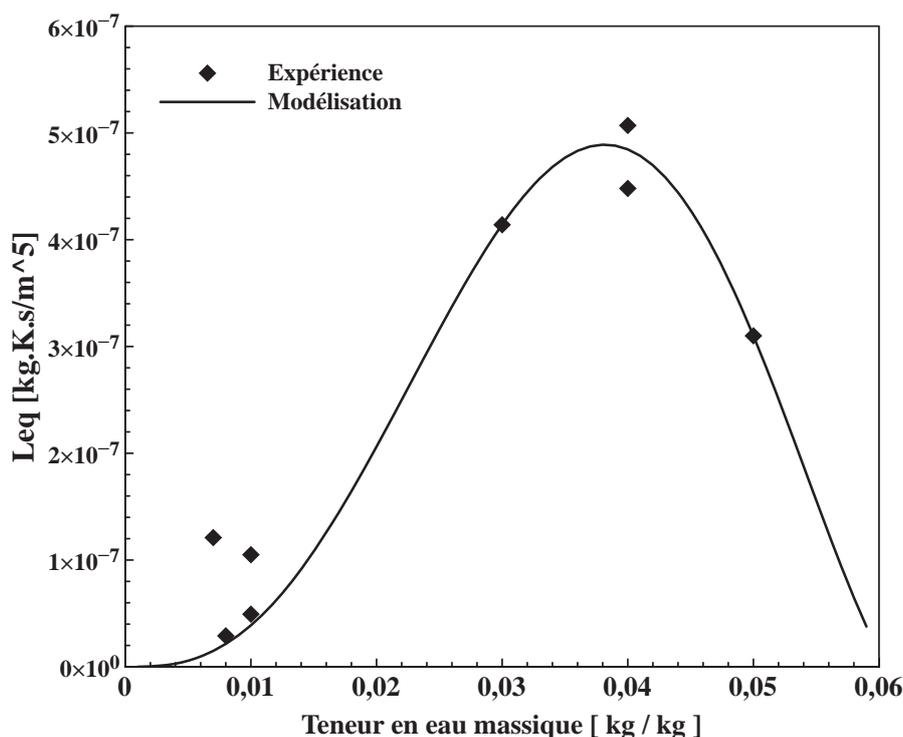


Fig. 4.5 – Évolution du coefficient de changement de phase d'équilibre  $L_{eq}$  et sa modélisation en fonction de la teneur en eau.

L'observation des résultats expérimentaux montre une variation semblable à celle obtenue pour d'autres sols lors des précédentes études (Chammari, 2002; Lozano, 2007; Ouédraogo, 2008) avec une forme en cloche. La valeur maximale obtenue pour le coefficient de changement de phase proche de l'équilibre,  $w = 3,5\%$ , correspond approximativement à la limite supérieure du domaine hygroscopique. Au-dessus de ce maximum, le taux de changement de phase diminue avec la réduction des interfaces liquide-gaz accessible au phénomène d'évaporation. Pour une teneur en eau supérieure à 6%, la phase gazeuse est occluse et le changement de phase ne peut pas être activé. En dessous du maximum,  $w = 3,5\%$ , lorsque les effets hygroscopiques deviennent prédominants, l'intensité des interactions solide-liquide augmente dans les couches adsorbées. L'énergie supplémentaire nécessaire pour la désorption de l'eau diminue la vitesse de changement de phase conduisant ainsi à une diminution des valeurs du coefficient.

L'expression de  $L_{eq}$ , en fonction de la teneur en eau, peut être décrite par la relation (4.11) :

$$L_{eq}(w) = (w - 0,0606) \left( -0,9019w^3 + 13,3688w^4 \right) \quad (4.11)$$

#### 4.1.6.3 Domaine loin de l'équilibre

Le rapport  $r = \left( \frac{p_v}{p_{veq}} \right)_{limite}$ , frontière de passage du domaine loin de l'équilibre au domaine proche de l'équilibre est représentée en fonction de la teneur en eau sur la figure (Fig. 4.6). Le paramètre  $r$  varie très peu avec la teneur en eau. Une valeur moyenne  $r = 0,98$  est considérée dans la suite de l'étude.

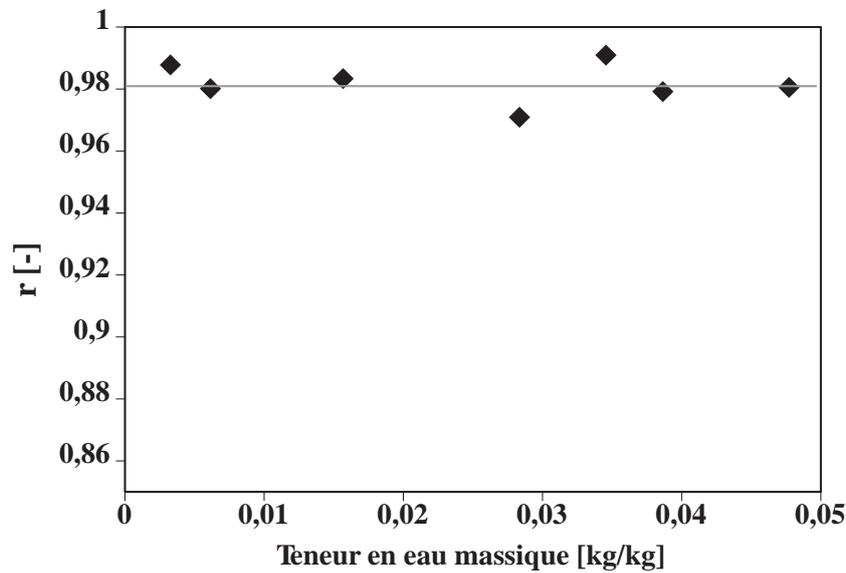


Fig. 4.6 – Variation du rapport  $r$  en fonction de la teneur en eau.

La figure (Fig. 4.7) représente la pente  $k$  en fonction de la teneur en eau. La modélisation de la pente  $k$  du coefficient de changement de phase, loin de l'équilibre est donnée par la fonction :

$$k(w) = (w - 0,0609) \left( -97,4801w^3 + 1599,7720w^4 \right) \quad (4.12)$$

## 4.2 Étude du non-équilibre liquide/gaz dans les transferts aux faibles teneurs en eau

Dans cette section, nous utilisons le modèle théorique et numérique des transferts unidirectionnels d'eau exposé dans la section (Sec. 1.4) pour simuler les transferts d'eau dans le sol aux faibles teneurs en eau afin d'étudier le non-équilibre liquide/gaz. Il s'agit

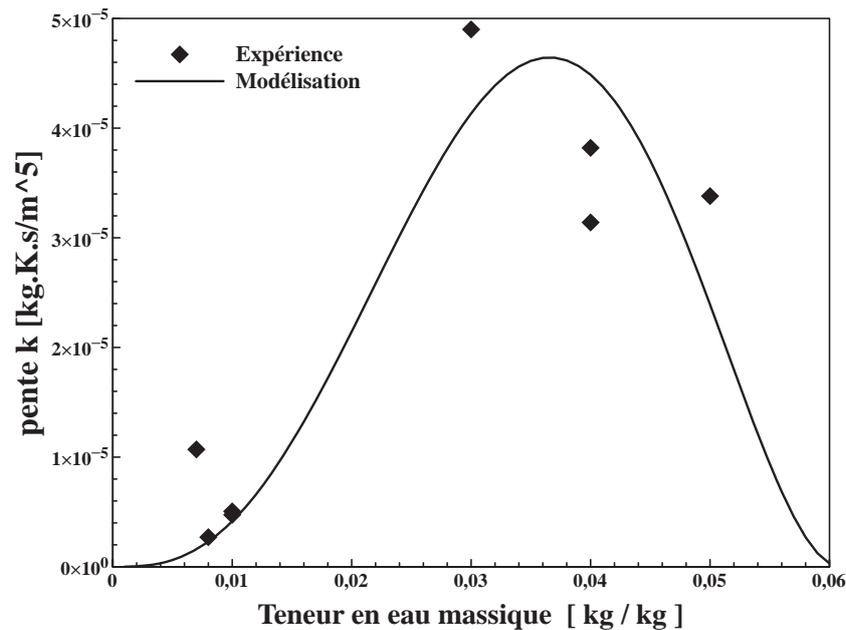


Fig. 4.7 – Variation de la pente  $k$  en fonction de la teneur en eau.

d'un cas d'étude numérique mais dans la même configuration que les études expérimentale et numérique menées par [Ouédraogo \*et al.\* \(2013\)](#) (Fig. 4.8) pour un sol de caractéristiques très proches de NH1. L'objectif est de comparer les résultats à obtenir avec deux modèles différents de la perméabilité non-saturée du flux de filtration de l'eau liquide : un modèle capillaire (le même dans les travaux de [Ouédraogo \*et al.\* \(2013\)](#)) et un autre modèle prenant en compte les écoulements par films dans les faibles teneurs en eau.

Nous considérons ainsi une colonne de sol compacté à une teneur en eau uniforme et soumise à des conditions de séchage par la face supérieure. La colonne de sol est fermée sur la base inférieure et sur les parties latérales de sorte à imposer un transfert unidirectionnel se rapprochant ainsi des conditions naturels de fonctionnement d'une couche superficielle d'un sol. La partie supérieure est soumise au séchage sous une température constante de 30 ° C et une atmosphère à humidité relative constante de 30%. Les phénomènes physiques pris en compte sont donc : la filtration de l'eau liquide, la diffusion de la vapeur d'eau et le changement de phase liquide-vapeur. Les variables d'état sont la teneur en eau massique  $w$  et la pression effective de la vapeur  $p_v$ .

#### 4.2.1 Conditions initiales

- Nous considérons un sol présentant une teneur en eau initiale uniforme. Pour les simulations, cette teneur en eau sera prise égale à 5,7%.
- Dans ces conditions, nous admettons que la pression de vapeur d'eau, à l'état initial, est égale à la pression de vapeur d'équilibre de l'eau à la température  $T$ . Cela signifie

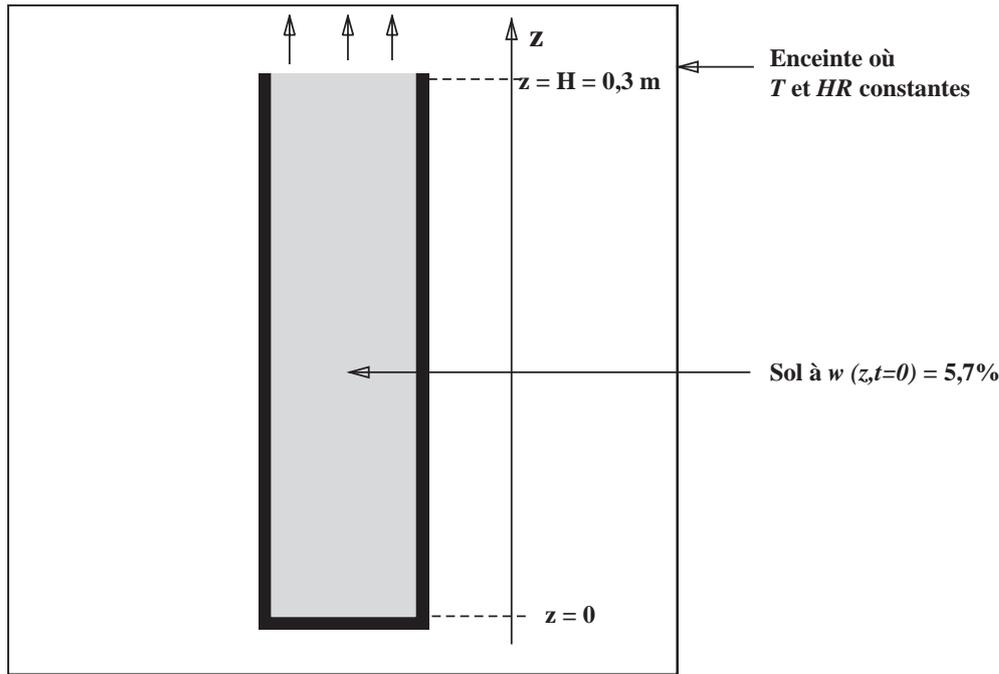


Fig. 4.8 – Schématisation du modèle physique

qu'au temps initial :

$$p_v = p_{veq} = a_w(w)p_{vs}(T) \quad (4.13)$$

sur toute la colonne de sol.

#### 4.2.2 Conditions aux limites

Les conditions aux limites utilisées pour la simulation numérique sont :

- à la côte  $z = 0$  :

À cette côte, c'est-à-dire à la base inférieure, on admettra que les flux d'eau liquide  $\Phi_e$  et de vapeur  $\Phi_v$  sont nuls :

$$\Phi_e|_{z=0} = \rho_e v_e^k = 0 \quad (4.14)$$

Cette condition (4.14) traduit l'imperméabilité à la phase liquide, à la côte  $z = 0$ , pour les colonnes de sol.

$$\Phi_v|_{z=0} = \rho_v v_v^k = 0 \quad (4.15)$$

Cette dernière condition signifie que le flux de diffusion de la vapeur d'eau  $J_v^k$  est nul à cette côte.

- Au dessus de la côte  $z = h$  :

La pression partielle de vapeur est fixée par l'humidité relative,  $HR$ , de l'air ambiant :

$$p_v = HR \times p_{vs}(T) \quad (4.16)$$

### 4.2.3 Synthèse des fonctions et paramètres hydrodynamiques du modèle

Les fonctions hydrodynamiques qui interviennent dans les équations de transferts d'eau (Eqs.1.100-1.101) sont issues des résultats des caractérisations expérimentales présentés dans les chapitres précédents.

#### La courbe caractéristique sol-eau

Dans la caractérisation expérimentale de la perméabilité relative (Chap.3), il est ressorti que l'utilisation des modèles de la courbe caractéristique sol-eau  $\mu(w)$  (Sec. 2.5) conduisent à des résultats similaires. C'est pourquoi nous retenons pour les simulations, le modèle classique de van Genuchten (1980) (Eq. 2.11). Les valeurs des paramètres du modèle sont celles du tableau (Tab. 2.5) pour le sol NH1.

#### La perméabilité relative

Deux modèles de la perméabilité relative sont utilisés pour la simulation : le modèle capillaire van Genuchten (1980) – Mualem (1976) (Eq. 3.10) et le modèle proposé dans la présente étude et qui prend en compte les écoulements par films (Eq. 3.22). Les valeurs des paramètres, pour le sol NH1, sont issues du tableau (Tab. 3.4). Nous considérons les résultats du scénario  $F1$  qui donne la forme générale de la courbe de perméabilité relative avec prise en compte des écoulements par films (Tuller et Or, 2001; Zhang, 2011).

#### Le coefficient de diffusion de la vapeur dans le sol

Il est donné par la relation (Eq. 2.26) avec la tortuosité  $\tau$  décrit par le modèle de Millington et Quirk (1961) (Ouédraogo *et al.*, 2013).

#### Le changement de phase de non-équilibre

Les relations (Eqs.4.11-4.12) pour le changement de phase sont utilisées dans la simulation. Elles sont complètement déterminées avec l'activité de l'eau dans le sol  $a_w$  (Eq. 2.6) et la pression de la vapeur saturante donnée  $p_{vs}$  par :

$$p_{vs}(T) = 98,1.10^{(5,978 - \frac{2225}{T})} \quad (4.17)$$

Dans cette relation la pression  $p_{vs}$  est exprimée en  $kPa$  et la température  $T$  est en kelvin ( $K$ ).

### 4.3 Résultats et discussions

Nous procédons dans cette section à une comparaison d'une part des profils simulés de teneur en eau et de la pression de la vapeur d'eau. D'autre part, une comparaison des flux d'eau liquide, de vapeur d'eau et de changement de phase obtenus avec les deux modèles considérés pour la perméabilité relative va permettre de discuter du non-équilibre liquide/gaz dans les transferts aux faibles teneurs en eau.

#### 4.3.1 Cinétiques de séchage et flux de vapeur d'eau à la surface

Nous présentons à la figure (Fig. 4.9), les cinétiques de séchage simulés, i.e. la teneur en eau moyenne dans l'échantillon en fonction du temps avec le modèle de [van Genuchten \(1980\) – Mualem \(1976\)](#) et le modèle dans la présente étude prenant en compte les écoulements par films pour la perméabilité relative.

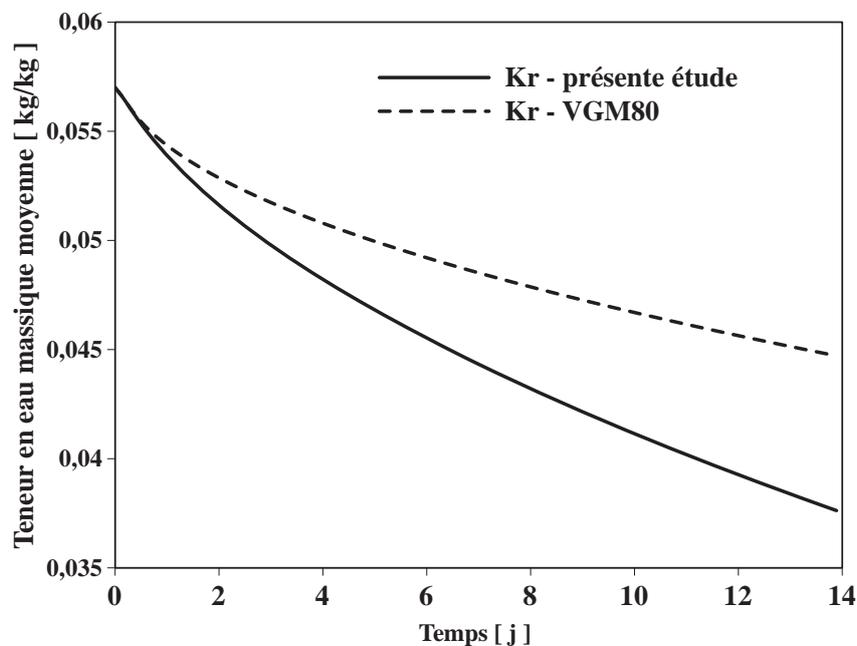


Fig. 4.9 – Comparaison des cinétiques simulés avec le modèle de [van Genuchten \(1980\) – Mualem \(1976\)](#) et le modèle de la présente étude prenant en compte les écoulements par films pour la perméabilité relative.

Les deux modèles de la perméabilité utilisés pour la simulation donnent des cinétiques de séchage très distincts. La teneur en eau moyenne diminue très rapidement avec le modèle prenant en compte l'écoulement par films. La courbe dans ce dernier cas est toujours en dessous de celle obtenue avec le modèle capillaire de [van Genuchten \(1980\) – Mualem \(1976\)](#).

Ouédraogo *et al.* (2013) comparèrent des cinétiques expérimentales et simulées en utilisant le modèle de van Genuchten (1980) – Mualem (1976) pour la perméabilité relative avec un sol sableux de caractéristiques très proches de NH1. Pour une durée de séchage de deux semaines, ils trouvèrent que le modèle numérique sous-estime le flux d'eau conduisant à une cinétique de séchage plus lente que celles observées expérimentalement. La prise en compte du mode d'écoulements par films pourrait alors conduire à une meilleure description des transferts à l'interface sol-atmosphère.

Les variations temporelles des flux de vapeur d'eau à l'interface sol-atmosphère sont présentées à la figure (Fig. 4.10). L'utilisation du modèle van Genuchten (1980) – Mualem (1976) conduit à une sous-estimation du taux d'échange qui a lieu à cette interface, donc une surestimation de la teneur en eau moyenne.

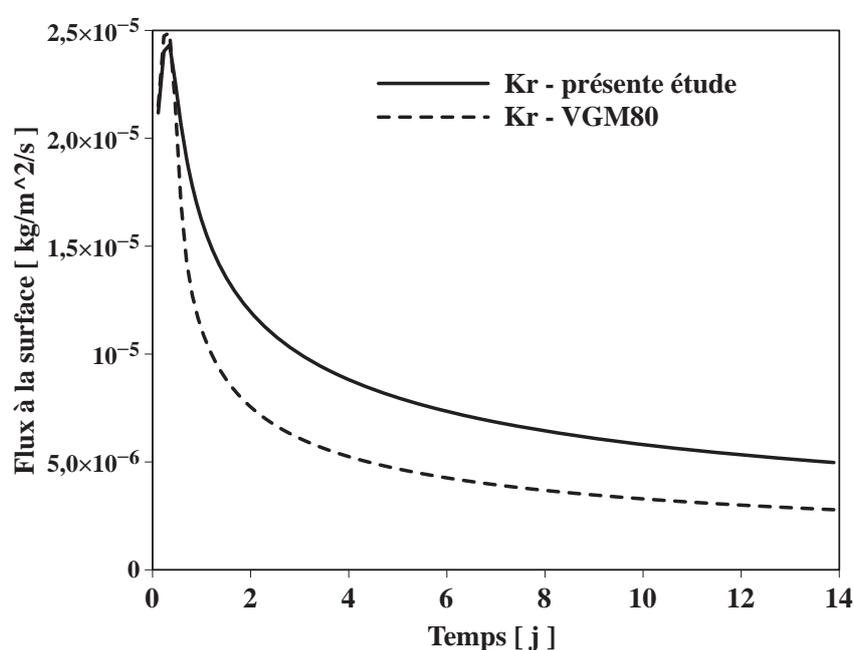


Fig. 4.10 – Comparaison de la variation temporelle des flux de vapeur d'eau simulés à la surface du sol avec le modèle de van Genuchten (1980) – Mualem (1976) et le modèle de la présente étude prenant en compte les écoulements par films.

#### 4.3.2 Profils de teneur en eau et flux d'eau liquide

Les profils de teneur en eau simulés avec les deux modèles pour la perméabilité relative sont consignés dans les figures (Figs. 4.11(a)-4.11(b)). De même que les cinétiques moyennes de séchage (Fig. 4.9), le modèle de van Genuchten (1980) – Mualem (1976) conduit à une surestimation de la teneur en eau suite à une sous-estimation du flux d'eau liquide par comparaison des profils de flux d'eau liquide représentés dans les figures (Figs. 4.12(a)-4.12(b)).

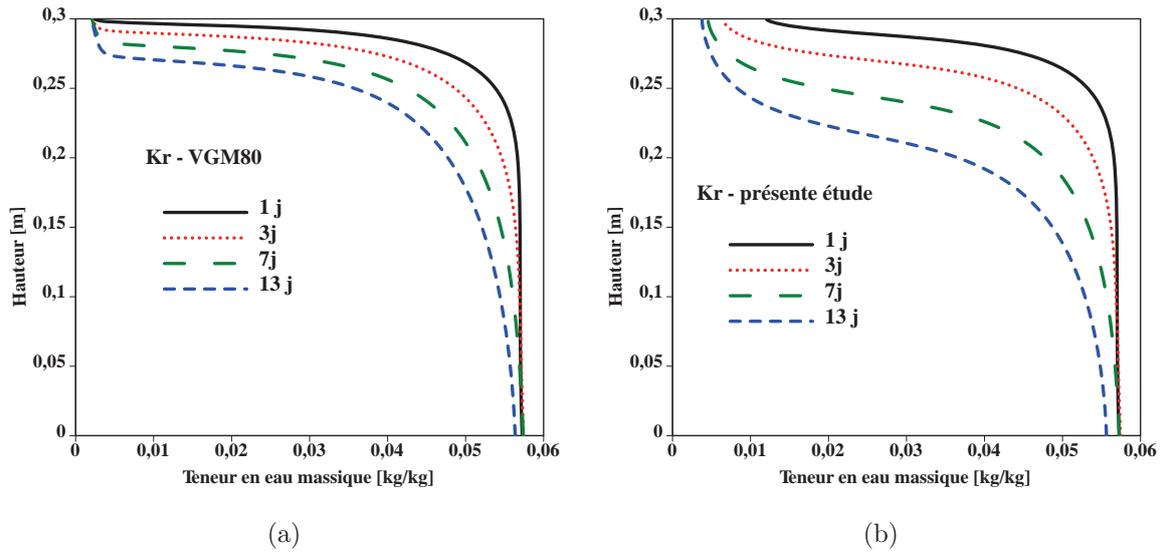


Fig. 4.11 – Profils de teneur en eau simulés avec : (a) le modèle de van Genuchten (1980) – Mualem (1976) et (b) le modèle de la présente étude prenant en compte les écoulements par films.

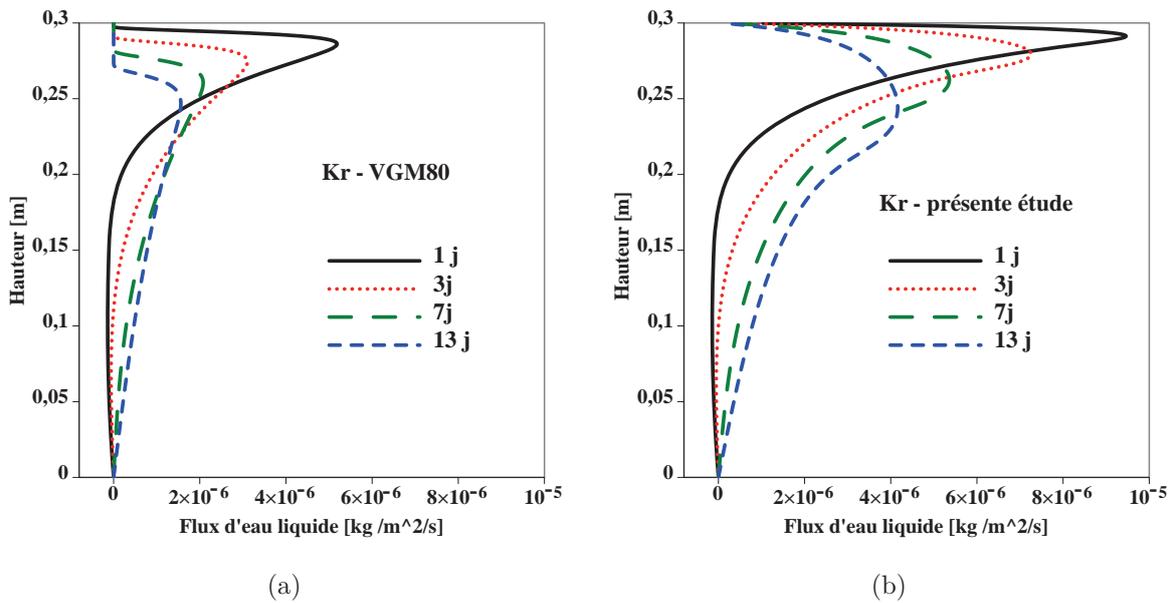


Fig. 4.12 – Flux d'eau liquide simulés avec : (a) le modèle de van Genuchten (1980) – Mualem (1976) et (b) le modèle de la présente étude prenant en compte les écoulements par films.

On note sur chacune des figures (Figs. 4.12(a)-4.12(b)), deux zones : une première zone, sur une altitude de 25 cm, où les transferts en phase liquide s'accroissent pour

atteindre un maximum et une seconde zone, jusqu'à une altitude comprise entre 25 et 30 cm où les transferts diminuent pour s'annuler à l'interface avec l'atmosphère. La non-prise en compte des écoulements par films ne sous-estime pas seulement le flux mais la profondeur de la zone où le flux est important : environ 10 cm de profondeur avec le modèle capillaire de [van Genuchten \(1980\) – Mualem \(1976\)](#) et 15 cm pour le modèle étendu aux transferts par films. En comparant les figures (Figs. [4.11\(b\)](#)-[4.12\(b\)](#)), on pourrait répondre à l'interrogation de la figure (Fig. [1.4](#)) en étendant la filtration de la phase liquide dans tous les états hydriques d'un sol non-saturé. Les écoulements par films prolongent la filtration par capillarité de l'eau libre de l'état funiculaire à l'eau adsorbée dans l'état hygroscopique en assurant une continuité phénoménologique sur toute la gamme de teneur en eau.

En somme, nous pouvons dire que :

- dans le modèle de [van Genuchten \(1980\) – Mualem \(1976\)](#), la perméabilité chute très rapidement pour les faibles teneurs en eau bloquant ainsi les transferts capillaires dans la zone supérieure de la colonne qui sèche rapidement. On retrouve ainsi un palier à flux nul dans les 5 premiers cm (Fig. [4.12\(a\)](#)). Cet aspect se traduit dans les profils de teneur en eau par un front de séchage (Fig. [4.11\(a\)](#)) qui progresse verticalement de bas en haut avec des variations spatiales de  $w$  très raides.
- la prise en compte des écoulements par films permet de conserver des flux de phase liquide même pour de faibles teneurs en eau. Les flux d'eau liquide restent importants jusqu'à la surface de l'échantillon. Ceci a tendance à lisser les profils de teneur en eau et faire apparaître des gradients de teneur en eau plus réguliers, ce qui semble plus proches des observations expérimentales dans [Ouédraogo et al. \(2013\)](#).

### 4.3.3 Profils de pression et flux de la vapeur d'eau

Les figures (Figs. [4.13\(a\)](#)-[4.13\(b\)](#)) montrent des profils de pression de vapeur simulés, lors du séchage d'une couche de sol assimilée à une colonne. D'une manière générale, on constate une forte variation de la pression effective de vapeur depuis la base où elle reste voisine de la pression de vapeur saturante à 30 °C ( 4200 Pa) et ce, jusqu'à la surface du sol où elle se stabilise à la pression de vapeur imposée par l'air extérieur à HR = 30%. Ces courbes montrent que le changement de phase se développe dans une couche d'environ 10 cm à la surface du sol. La non-prise en compte des écoulements par films entraîne une sous-estimation de la pression effective de la vapeur d'eau.

Les figures (Figs. [4.14\(a\)](#)-[4.14\(b\)](#)) donnent les profils simulés du flux de vapeur d'eau à différents instants. Les résultats de la figure (Fig. [4.14\(a\)](#)) avec le modèle de [van Genuchten \(1980\) – Mualem \(1976\)](#) pour la perméabilité relative sont similaires à ceux obtenus par [Ouédraogo \(2008\)](#) où trois zones sont identifiées :

- une première zone à partir de la surface où le flux de vapeur est constant ;

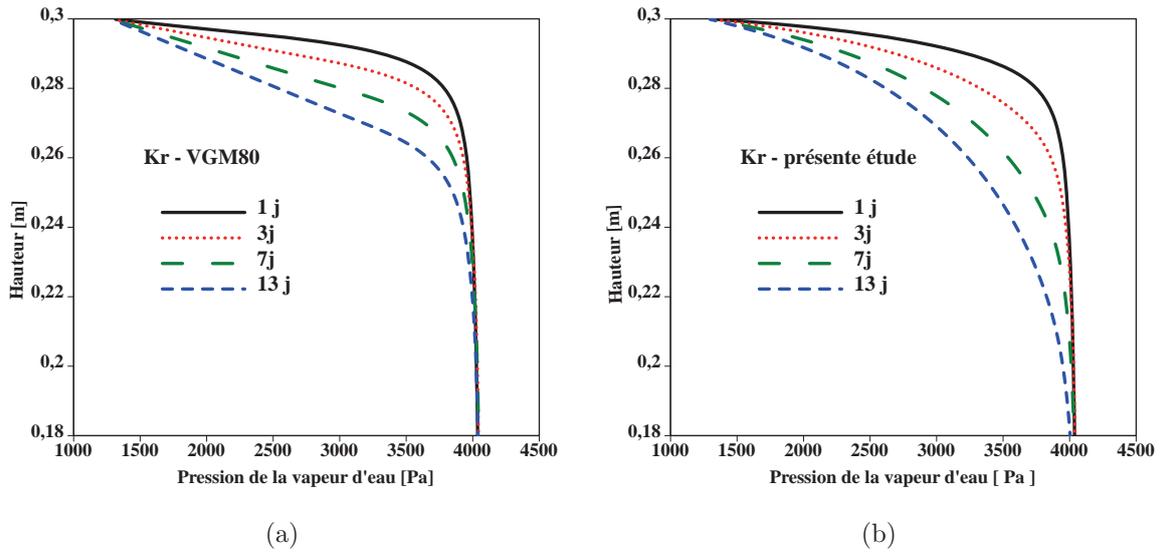


Fig. 4.13 – Profils de vapeur d’eau simulés avec : (a) le modèle de van Genuchten (1980) – Mualem (1976) et (b) le modèle de la présente étude prenant en compte les écoulements par films.

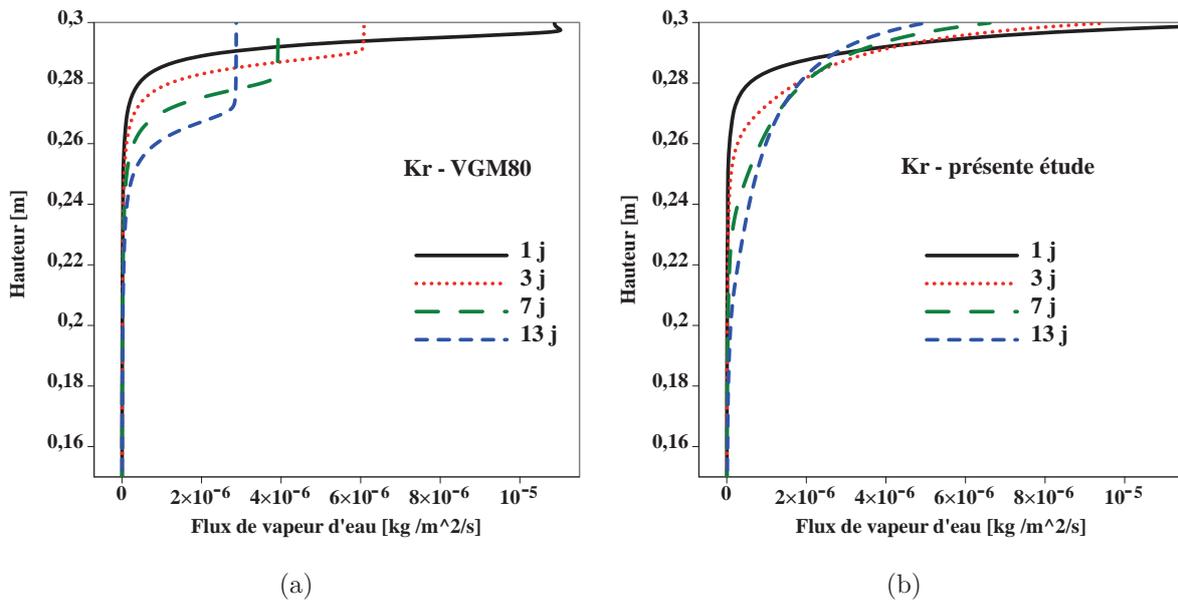


Fig. 4.14 – Flux de vapeur simulés avec : (a) le modèle de van Genuchten (1980) – Mualem (1976) et (b) le modèle de la présente étude prenant en compte les écoulements par films.

- une zone intermédiaire où le flux varie fortement avec l’altitude : ceci correspond à la forte variation de la pression de vapeur, constatée sur la figure (Fig. 4.13(a)), qui active la diffusion ;

- En partant vers le bas, on trouve une dernière zone où le flux de vapeur est faible, ceci correspond à la zone où les transferts en phase liquide sont prédominants.

Les résultats de la figure (Fig. 4.14(b)) du modèle de la perméabilité avec prise en compte des écoulements par films ne montrent que deux zones : une zone de forte variation du flux de la vapeur plus étendue que celle observée sur la figure (Fig. 4.14(a)) et une zone de faible flux plus en profondeur. Ces résultats couplés avec ceux du flux d'eau liquide (Fig. 4.12(b)) expliquent l'évolution plus rapide de la teneur en eau moyenne (cinétique de séchage) de l'ensemble de la colonne de sol.

#### 4.3.4 Flux de changement de phase de non-équilibre

Le phénomène de changement de phase n'est pas réellement quantifié par un terme de flux [ $\text{kg.m}^{-2}.\text{s}^{-1}$ ] mais par un taux volumétrique [ $\text{kg.m}^{-3}.\text{s}^{-1}$ ]. Ainsi, nous procéderons à une comparaison qualitative. Nous considérons la relation (Eq. 4.18) pour représenter le flux de changement de phase de non-équilibre en terme de flux surfacique en multipliant le taux  $\hat{\rho}_e$  par une longueur (Ouédraogo *et al.*, 2013). Nous choisissons  $dz$  qui représente le pas d'espace de discrétisation utilisé dans la simulation numérique.

$$\hat{J}_v = \hat{\rho}_e dz \quad (4.18)$$

Les profils simulés, à des instants différents, sont consignés sur la figure (Fig. 4.15(a)) avec le modèle de van Genuchten (1980) – Mualem (1976) et la figure (Fig. 4.15(b)) avec le modèle prenant en compte les écoulements par films.

Le flux de changement de phase de non-équilibre est remarquable sur la figure (Fig. 4.15(a)) avec une brusque variation de sa valeur dans une zone d'épaisseur d'environ 5 cm à partir de l'interface sol-atmosphère. Cette variation n'est pas observée sur la figure (Fig. 4.15(b)). Ainsi, on peut noter que la prise en compte du mode d'écoulements par films modifie profondément l'évolution du flux de changement de phase et ramène la zone soumise aux fortes variations du flux très proche de la surface exposée à l'atmosphère.

Cette observation remet-elle en cause le rejet, formulé dans Ouédraogo *et al.* (2013), de l'hypothèse de l'équilibre local émise pour la plupart des modèles de transferts d'eau (liquide et vapeur)? Cette hypothèse précise que, sur chaque point du profil du sol, les phases liquide et gaz sont en équilibre. Dans notre cas, elle sous-entend qu'à tout instant, la pression effective de la vapeur d'eau  $p_v$  est égale à pression de la vapeur d'équilibre  $p_{veq}$ . En d'autres termes, la pression de vapeur est maintenue à sa valeur d'équilibre. Physiquement, cela revient à dire que, par rapport à la diffusion, le processus de changement de phase est suffisamment rapide pour être qualifié de phénomène instantané.

Pour évaluer le non-équilibre liquide/gaz, le rapport de la pression effective de la vapeur divisée par sa valeur d'équilibre est proposé :

$$\theta = \frac{p_v}{p_{veq}} \quad (4.19)$$

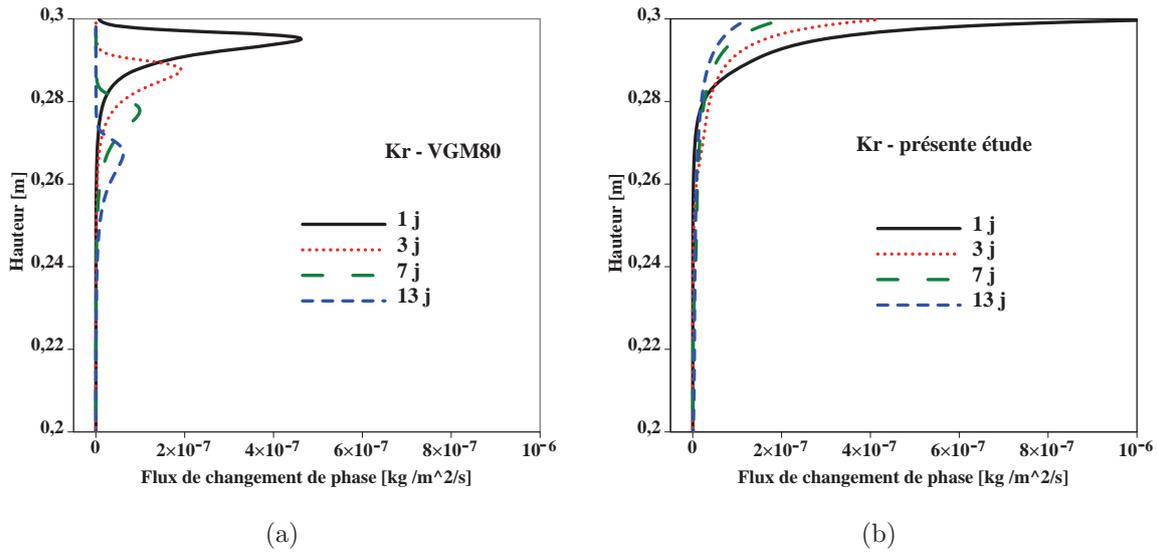


Fig. 4.15 – Profils de flux de changement de phase avec : (a) le modèle de van Genuchten (1980) – Mualem (1976) et (b) le modèle de la présente étude prenant en compte les écoulements par films pour la perméabilité relative.

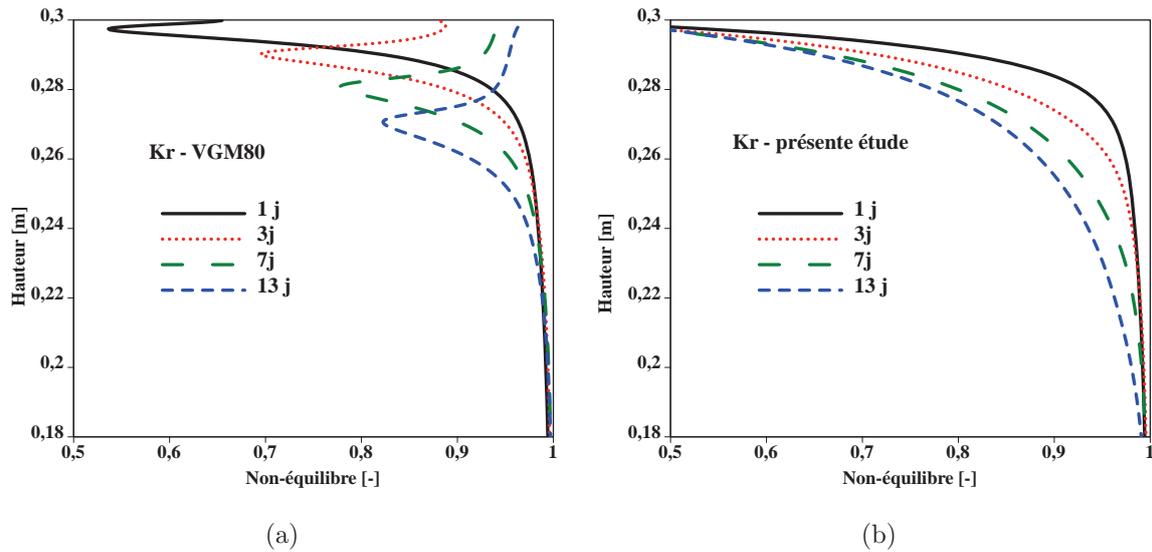


Fig. 4.16 – Profils de non-équilibre (Eq. 4.19) avec : (a) le modèle de van Genuchten (1980) – Mualem (1976) et (b) le modèle de la présente étude prenant en compte les écoulements par films pour la perméabilité relative.

Ce critère d'évaluation est représenté le long de la colonne de sol : la figure (Fig. 4.16(a)) avec le modèle de van Genuchten (1980) – Mualem (1976) pour la fonction perméabilité relative et la figure (Fig. 4.16(b)) avec le modèle prenant en compte les

écoulements par films. Les profils de la figure (Fig. 4.16(a)) présentent la même forme que ceux de [Ouédraogo \*et al.\* \(2013\)](#). On note que la pression de vapeur peut fortement différer de sa valeur d'équilibre dans ce cas et modérément avec les profils de non-équilibre liquide/gaz avec le modèle de la perméabilité relative proposé (Fig. 4.16(b)). Nous représentons aussi sur la figure (Fig. 4.17) les évolutions temporelles du non-équilibre moyen et maximal pour les deux modèles de la perméabilité relative.

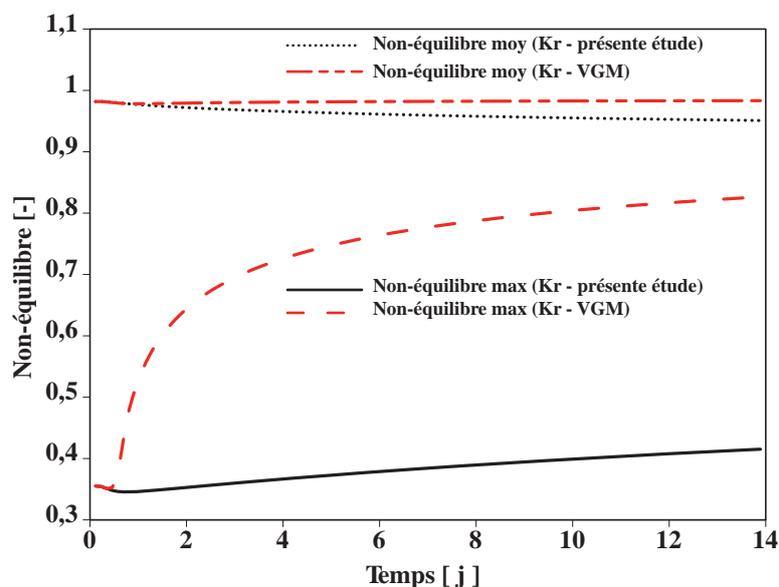


Fig. 4.17 – Comparaison des évolutions du non-équilibre moyenne et maximale pour les deux modèles de la perméabilité relative considéré.

Avec le modèle capillaire de [van Genuchten \(1980\)](#) – [Mualem \(1976\)](#), la brusque croissance du non-équilibre maximale, pour un court temps ( $t < 4$  jours) correspond à l'établissement du profil de vapeur dû aux phénomènes de diffusion. Ce comportement transitoire, qui n'est pas observé avec le modèle prenant en compte les écoulements capillaires et par films, n'est pas d'un intérêt particulier en ce qui concerne les applications pratiques de gestion des ressources en eau et de séchage. Pour un temps plus long ( $t > 10$  jours), les phénomènes régissant le transport d'eau sont entièrement établis, le non-équilibre moyen est proche de 1. Cependant, dans des zones confinées (sous la surface du sol par exemple), le non-équilibre peut rester localement très important. Même s'il reste globalement faible, ce sont les zones de fort non-équilibre qui gouverne la cinétique globale des échanges d'eau entre le sol et l'atmosphère.

## Conclusion

Nous avons présenté dans ce chapitre, une étude expérimentale de caractérisation du changement de phase de non-équilibre pour la couche superficielle NH1 du sol de Nasso.

Les coefficients de changement de phase proche et loin de l'équilibre modélisés à partir des données expérimentales, complétés avec les fonctions hydrodynamiques décrites dans les chapitres précédents ont servi à alimenter le code numérique de simulation de transferts d'eau liquide et vapeur.

Le milieu physique est assimilé à une colonne de sol dont l'extrémité supérieure est exposée à une atmosphère régulée en température et en humidité relative et donc soumise aux phénomènes évaporatifs. D'une manière générale, on peut remarquer un front d'évaporation qui pénètre à l'intérieur de la colonne de sol à partir du haut. Il correspond à la propagation de la condition limite supérieure dans le sol due à la diffusion et les processus de changement de phase. Par conséquent, un atout majeur est que la réaction des colonnes de sol à l'humidité relative imposée est suffisamment représentée par notre modèle numérique. Sans paramètre d'ajustement dans le modèle numérique, on note que la prise en compte des trois phénomènes de transport (filtration, diffusion et changement de phase) est une description appropriée du transport de l'eau dans les sols non-saturés aux faibles degrés de saturation.

Les profils de flux d'eau liquide et vapeur, de changement de phase et de non-équilibre liquide/gaz simulés en utilisant le modèle capillaire de [van Genuchten \(1980\)](#) – [Mualem \(1976\)](#) pour la perméabilité relative sont très différents de ceux obtenus avec le modèle prenant en compte les écoulements par films. Dans ce dernier cas, le non-équilibre liquide/gaz dans les transferts en faibles teneur en eau n'est pas perceptible comme dans le cas du modèle capillaire.



# Conclusion générale et perspectives

Dans ce manuscrit, nous proposons un cadre théorique de modélisation des transferts dans un sol non-saturé. La thermodynamique des processus irréversibles (TPI) est utilisée pour décrire les mécanismes qui régissent l'évolution d'un liquide dans un sol et établir les relations phénoménologiques dans les conditions applicatives qui nous intéressent : transferts de l'eau liquide et de sa vapeur dans un sol aride. Les phénomènes pris en compte sont la filtration de la phase liquide, la diffusion des constituants dans la phase gazeuse et le changement de phase de non-équilibre liquide/vapeur. L'approche de la TPI présente l'avantage de constituer un cadre homogène pour décrire les phénomènes élémentaires à partir de l'exploitation de la source d'entropie. Dans cette démarche, le potentiel chimique des constituants joue un rôle central. Il a été montré que l'on peut passer de cette variable thermodynamique à des variables accessibles à la mesure telles que la pression des phases à l'échelle des pores, les pressions partielles en phase gazeuse et retrouver ainsi les lois fondamentales de la science des sols. Un modèle théorique et numérique est retenu pour :

- la simulation dans transferts de l'eau liquide par filtration dans une colonne de sol hermétiquement fermée de telle sorte que les phénomènes de diffusion et de changement de phase soient bloqués pour l'identification par approche inverse de la perméabilité non-saturée (Chapitre 3) ;
- l'étude du non-équilibre liquide/gaz dans un cas type de transferts prenant en compte les phénomènes de filtration, de diffusion et de changement de phase (Chapitre 4).

Rappelons l'objectif de l'étude : élaborer des méthodes spécifiques de caractérisation des propriétés hydrodynamiques (la courbe caractéristique sol-eau, le coefficient de perméabilité relative) dans les faibles teneurs en eau d'un sol en vue de participer à l'optimisation et à la gestion des ressources en eau dans les zones arides par la modélisation et la simulation numérique des transferts. Pour ce faire, un sol type aride du Burkina Faso a servi de matériau d'étude. Une excavation d'un mètre sur le site a permis d'identifier trois couches ou horizons de sol distincts de première vue par la texture. Chacune des

couches a fait l'objet d'une caractérisation de ses propriétés physiques (les densités, la porosité), granulométriques, hydriques (isothermes de désorption, courbe caractéristique sol-eau, perméabilité à saturation) au second chapitre. Du haut vers le bas, les couches de sol identifiées sont : du sable, dénommée NH1, jusqu'à 30 cm de profondeur ; du sable limoneux, NH2, de 30 à 70 cm et du limon sablo-argileux jusqu'à un mètre (profondeur utile pour les cultures vivrières et de rentes des zones arides).

### La courbe caractéristique sol-eau

La courbe caractéristique sol-eau de chacun des horizons de sol identifiés a été déterminée expérimentalement en combinant des mesures avec la plaque de pression et les solutions salines saturées à la température de 30°C. Les résultats expérimentaux révèlent que les sols sableux NH1 et NH2 ont une structure porale unimodale tandis le sol limoneux sablo-argileux NH3 est un milieu à double porosité ou bimodal. Deux approches de modélisation ont été utilisées pour les courbes caractéristiques sol-eau des sols unimodaux NH1 et NH2 :

- une approche semi-empirique qui a consisté à évaluer les modèles proposés par [van Genuchten \(1980\)](#), [Fayer et Simmons \(1995\)](#) et ([Fredlund et Xing, 1994](#)). En rejetant l'hypothèse de linéarité du potentiel chimique en représentation semi-log dans les faibles teneurs en eau émise par [Campbell et Shiozawa \(1992\)](#), reprise par plusieurs auteurs dans la littérature (e.g. [Fayer et Simmons \(1995\)](#)) et le fait d'imposer dans le modèle une valeur nulle de la teneur en eau à un potentiel chimique fini  $\mu_0 = 10^6 \text{ J.kg}^{-1}$ , nous proposons un nouveau modèle pour représenter la courbe caractéristique dans toute la gamme de teneurs en eau. Le modèle proposé superpose deux termes, un pour décrire les propriétés de rétention d'eau par capillarité et l'autre, l'adsorption de l'eau dans l'état hygroscopique.

Il ressort de l'identification des paramètres des modèles que celui proposé est le plus représentatif avec un coefficient de détermination  $R_{moy}^2 = 99,93\%$ , suivi du modèle de [Fredlund et Xing \(1994\)](#) ( $R_{moy}^2 = 99,84\%$ ), du modèle de [Fayer et Simmons \(1995\)](#) avec  $R_{moy}^2 = 99,74\%$  et enfin le modèle le plus utilisé, celui de [van Genuchten \(1980\)](#) où  $R_{moy}^2 = 99,41\%$ . Cependant, dans les faibles teneurs en eau, des écarts sont remarquables pour les différents modèles testés. Pour le sol sableux NH1, le modèle de [Fredlund et Xing \(1994\)](#) est le plus performant tandis que pour le sol sablo-limoneux NH2, c'est le modèle proposé qui reproduit mieux les données expérimentales.

- une approche empirique qui a consisté à utiliser le modèle Kovács Modifié ([Aubertin et al., 2003](#)). Ce modèle détermine la courbe caractéristique à partir des données géotechniques de base et en prenant en compte les deux modes de rétention de l'eau

dans le sol (capillarité, adsorption). Le modèle décrit bien la courbe caractéristique dans les faibles teneurs en eau. Dans les fortes teneurs en eau, les résultats sont moins représentatifs. Toutefois, ce modèle est une bonne base de caractérisation de la courbe caractéristique sol-eau à partir des données pouvant être acquises en un temps et un coût limités.

Le modèle bimodal proposé par [Durner \(1994\)](#) est appliqué au sol NH3. Ce modèle reproduit très bien la courbe caractéristique expérimentale avec un coefficient de détermination  $R^2$  très proche de 100% et un écart type RMSE très faible.

### La perméabilité non-saturée

Une approche expérimentale de caractérisation a été mise en œuvre au troisième chapitre, pour estimer par approche inverse, la perméabilité dans les faibles teneurs en eau pour les sols unimodaux NH1 et NH2. La méthode statistique d'estimation de la perméabilité relative selon le modèle d'assemblage des pores cylindriques (modèle capillaire) de [Mualem \(1976\)](#) a été appliquée aux modèles de la courbe caractéristique de [van Genuchten \(1980\)](#); [Fayer et Simmons \(1995\)](#); [Fredlund et Xing \(1994\)](#). Une comparaison des profils de teneur en eau expérimentaux et simulés a mis évidence les insuffisances des modèles capillaires pour l'estimation de la perméabilité relative. L'approche capillaire de modélisation prédit les profils expérimentaux de teneurs en eau  $w > 0,04$ . Elle surestime les teneurs en eau dans les très faibles teneurs en eau.

La prise en compte des écoulements par films dans la matrice poreuse dans la modélisation de la perméabilité relative a permis de décrire le mouvement de l'eau à la fois qualitative et quantitative surtout dans les faibles teneurs, domaine d'intérêt de cette thèse. Le modèle que nous avons proposé est une modification du modèle de [Peters et Durner \(2008a\)](#). La nouvelle expression compte deux termes indépendants pour décrire les écoulements capillaires et par films. Sans coefficient de pondération ni de relation entre les paramètres du modèle, l'identification des propriétés des sols par approche inverse à partir des profils de teneur en eau expérimentaux est plus robuste.

### Le non-équilibre liquide/gaz dans les transferts aux faibles teneurs en eau

Une étude expérimentale de caractérisation du changement de phase de non-équilibre pour la couche superficielle NH1 du sol de Nasso a été réalisée. Les coefficients de changement de phase proche et loin de l'équilibre modélisés complètent les fonctions hydrodynamiques modélisés pour la simulation numérique de transferts d'eau liquide et vapeur et de mise en évidence du non-équilibre liquide/gaz. En particulier, le modèle capillaire de [van Genuchten \(1980\)](#) – [Mualem \(1976\)](#) pour la fonction perméabilité relative et le modèle proposé prenant en compte les écoulements par films sont utilisés.

La prise en compte des écoulements par films prolonge la filtration de la phase liquide de l'eau jusqu'à l'état hygroscopique du sol. En comparant les deux approches de modélisation des phénomènes de filtration liquide, la prise en compte des écoulements par films a pour conséquence de maintenir un flux important de phase liquide jusqu'à la surface du sol pendant des temps plus longs. Le front de séchage très franc qui se développe avec le modèle de [van Genuchten \(1980\)](#) – [Mualem \(1976\)](#) est plus diffus dans le cas du modèle prenant en compte les écoulements par films. Ainsi, les trois zones très clairement établies dans [Ouédraogo \*et al.\* \(2013\)](#), sont dans notre cas plus difficilement identifiable. Les trois phénomènes de transport rentrent en compétition sur des zones plus larges. Il faut attendre des temps beaucoup plus longs pour voir se développer une zone complètement sèche à la surface du sol (dry surface layer (DSL) identifiée par [Yamanaka \*et al.\* \(1998\)](#); [Yamanaka et Yonetani \(1999\)](#)).

## Perspectives

Cette étude est une étape importante dans l'implémentation d'un outil d'aide à la prise de décision, d'optimisation et à la gestion des ressources en eau dans les régions arides. D'autres investigations sont nécessaires pour finaliser la procédure, à savoir :

- **Étude in-situ des profils de caractéristique géotechniques** : les modèles proposés, développés dans le contexte d'une validation en laboratoire, considèrent une couche de sol homogène. Cependant, les hétérogénéités verticales observées sur un site naturel modifient l'évolution des profils de teneur en eau par rapport au cas homogène idéal. En particulier, les couches superficielles moins compactes qu'en profondeur limitent les transferts capillaires d'eau jusqu'à la surface, ce qui diminue ainsi l'évaporation. Des essais de transferts sur site permettront une meilleure caractérisation des propriétés hydrodynamiques d'un sol naturel.
- **Modèle numérique 3D des mécanismes de transfert dans un sol aride** : les travaux présents et précédents sur le sujet ont conduit à la validation d'une modélisation numérique des transferts d'eau dans une colonne 1D homogène. Une extension dans le cas d'une structure hétérogène 3D est nécessaire. Un modèle numérique 3D prenant en compte les paramètres climatiques et leurs variabilités est indispensable dans le contexte de changement climatique pour la gestion des ressources en eau.
- **Optimisation des stratégies et pratiques agricoles** : cette optimisation peut s'appuyer sur le modèle numérique 3D des transferts. Cet outil doit être capable d'analyser différentes situations hydriques et utilisations agronomiques. Il serait possible de revisiter sous un angle scientifique les techniques agricoles utilisées dans les régions arides pour retenir l'eau dans l'environnement du système racinaire des cultures : le zaï, le cordon pierreux, la demi-lune, etc...

## Bibliographie

- ARMSTRONG, J. E., FRIND, E. O. et MCLELLAN, R. D. (1994). Non equilibrium mass transfer between the vapor, aqueous, and solid phases in unsaturated soils during vapor extraction. *Water Resources Research*, 30(2):355–368.
- AUBERTIN, M., MBONIMPA, M., BUSSIÈRE, B. et CHAPUIS, R. P. (2003). A model to predict the water retention curve from basic geotechnical properties. *Can. Geotech. J.*, 40:1104–1122.
- BAKER, R. et FRYDMAN, S. (2009). Unsaturated soil mechanics critical review of physical foundations. *Engineering Geology*, 106:26–33.
- BATES, B., KUNDZEWICZ, Z. W., WU, S. et PALUTIKOF, J. (2008). Le changement climatique et l'eau. Rapport technique, OMM - PNUE - GIEC.
- BEAR, J. et CHENG, A. H.-D. (2010). *Theory and Applications of Transport in Porous Media : Modeling Groundwater Flow and Contaminant Transport*, volume 23. Springer.
- BELFORT, B. et LEHMANN, F. (2005). Comparison of equivalent conductivities for numerical simulation of one-dimensional unsaturated flow. *Vadose Zone Journal*, 4:1191–1200.
- BÉNET, J.-C. (1981). *Contribution à l'étude thermodynamique des milieux poreux non saturés avec changement de phase*. Thèse de doctorat, Université de Montpellier 2 – Faculté des Sciences et Techniques du Languedoc.
- BÉNET, J.-C., RAMIREZ-MARTINEZ, A., OUEDRAOGO, F. et CHERBLANC, F. (2012). Measurement of the chemical potential of a liquid in porous media. *Journal of Porous Media*, 15:1019–1029.
- BITTELLI, M., VENTURA, F., CAMPBELL, G., SNYDER, R., GALLEGATI, F. et PISA, P. (2008). Coupling of heat, water vapor, and liquid water fluxes to compute evaporation in bare soils. *Journal of Hydrology*, 362(3-4):191–205.
- BOSCUS, J. (2005). *Transfert électro-osmotique en milieu poreux déformable - Application au gel d'agar-agar*. Thèse de doctorat, Université Montpellier 2.

- BROOKS, R. et COREY, A. (1964). Hydraulic properties of porous media. *Hydrology Papers*, 3.
- BURDINE, N. (1953). Relative permeability calculation size distribution data. *Trans. Am. Inst. Min. Metall. Pet. Eng.*, 198:71–78.
- CALLEN, H. B. (1985). *Thermodynamics and an Introduction to Thermostatistics*. John Wiley & Sons.
- CAMPBELL, G. (1985). *Soil Physics with BASIC*. Elsevier, New-York.
- CAMPBELL, G. S. (1974). A simple method for determining unsaturated conductivity from moisture retention data. *Soil Science*, 117(6):311–314.
- CAMPBELL, G. S. et SHIOZAWA, S. (1992). Prediction of hydraulic properties of soils using particle-size distribution and bulk density data. In *Indirect Methods for Estimating Hydraulic Properties of Unsaturated Soils*, pages 317–328. M.Th. van Genuchten et al. (eds.), University of California, Riverside.
- CHAMMARI, A. (2002). *Transfert gazeux dans les sols avec changement de phase. Application à quelques aspects de géotechnique environnementale*. Thèse de doctorat, Université Montpellier II.
- CHAMMARI, A., NAON, B., CHERBLANC, F., COUSIN, B. et BÉNET, J.-C. (2008). Interpreting the drying kinetics of a soil using a macroscopic thermodynamic non-equilibrium of water between the liquid and vapour phase. *Drying Technology*, 26:836–843.
- CHAPUIS, R. P. (2012). Predicting the saturated hydraulic conductivity of soils : a review. *Bull Eng. Geol. Environ.*, 71:401–434.
- CHAPUIS, R. P. et AUBERTIN, M. (2003). On the use of kozeny-carman equation to predict the hydraulic conductivity of soils. *Can. Geotech. J.*, 40:616–628.
- CHAPUIS, R. P., MASSE, I., MADINIER, B. et AUBERTIN, M. (2006). Essai de drainage en colonne pour obtenir les propriétés non saturées de matériaux grossiers. *Sea to Sky Geotechnique*.
- CHERBLANC, F. (1999). *Etude du transport miscible en milieux poreux hétérogènes : prise en compte du non-équilibre*. Thèse de doctorat, Université Bordeaux I.
- CHILDS, E. et COLLIS-GEORGE, G. (1950). The permeability of porous materials. *Proceedings of the Royal Society*, 210A:392–405.
- COUSSY, O. (2010). *Mechanics and Physics of Porous Solids*. Wiley.

- CREVOISIER, D. (2005). *Modélisation analytique des transferts bi- et tridirectionnels eau-soluté : Application à l'irrigation à la raie et à la microirrigation*. Thèse de doctorat, Ecole Nationale du Génie Rural, des Eaux et Forêts, Centre de Paris.
- DANE, J. H., VRUGT, J. A. et UNSAL, E. (2011). Soil hydraulic functions determined from measurements of air permeability, capillary modeling, and high-dimensional parameter estimation. *Vadose Zone Journal*, 10(1):459.
- de GROOT, S. (1969). *Non equilibrium thermodynamics*. North Holland, Amsterdam.
- DELAGE, P. et CUI, Y.-J. (2000). L'eau dans les sols non saturés. *Techniques de l'Ingénieur*, C301-20.
- DEMBÉLÉ, Y. et SOMÉ, L. (1991). Propriétés hydrodynamiques des principaux types de sol du burkina faso. In *Soil Water Balance in Vie Sudano-Sahdian Zone (Proceedings of the Niamey Workshop, February 1991)*. IAHS Publ. no. 199.
- DURNER, W. (1994). Hydraulic conductivity estimation for soils with heterogeneous pore structure. *Water Resour. Res.*, 30:211–223.
- DURNER, W., PRIESACK, E., VOGEL, H.-J. et ZURMUHL, T. (1999a). Determination of parameters for flexible hydraulic functions by inverse modeling. In van GENUCHTEN, T., LEIJ, F. et WU, L., éditeurs : *Workshop on Characterization and Measurement of the Hydraulic Properties of Unsaturated Porous Media*, pages 817–829, Riverside, CA.
- DURNER, W., SCHULTZE, B. et ZURMUHL, T. (1999b). State-of-the-art inflow/outflow experiments. In van GENUCHTEN, T., LEIJ, F. et WU, L., éditeurs : *Workshop on Characterization and Measurement of the Hydraulic Properties of Unsaturated Porous Media*, pages 661–681, Riverside, CA.
- EBRAHIMI-B, N., G.F.N, G. J., FREDLUND, D., FREDLUND, M. et SAMARASEKERA, L. (2004). A lower limit for the water permeability coefficient. In *57th Canadian Geotechnical Conference and 5th Joint IAH-CGS Conference*, pages 12–19, Quebec, QC, Canada.
- FAYER, M. J. et SIMMONS, S. C. (1995). Modified soil water retention functions for all matric suctions. *Water Resour. Res.*, 31(5):1233–1238.
- FRAS, G. (1989). *Macroscopisation des transferts en milieux dispersés polyphasiques - Application à l'étude de l'interface entre un milieu poreux et une atmosphère séchante*. Thèse de doctorat, Université Montpellier 2.
- FRAS, G. et BÉNET, J.-C. (1994). Physical approach to averaging theorems on phase interfaces in a dispersed multiphase medium. *Transport in Porus Media*, 15:209–227.

- FREDLUND, D. et XING, A. (1994). Equation for the soil-water characteristic curve. *Canadian Geotechnical Journal*, 31:521–532.
- FREDLUND, D., XING, A. et HUANG, S. (1994). Predicting the permeability function for unsaturated soils using the soil-water characteristic curve. *Canadian Geotechnical Journal*, 31(4):533–546.
- FREDLUND, M. D., FREDLUND, D. et WILSON, G. W. (2000). An equation to represent grain-size distribution. *Canadian Geotechnical Journal*, 37(4):817–827.
- FREDLUND, M. D., FREDLUND, D. G. et WILSON, G. (1997). Prediction of the soil-water characteristic curve from grain-size distribution and volume-mass properties. *In Proc., 3rd Brazilian Symp. on Unsaturated Soils*, volume 1, pages 13–23. Rio de Janeiro.
- FREDLUND, M. D., WILSON, G. W. et FREDLUND, D. G. (2002). Use of the grain-size distribution for estimation of the soil-water characteristic curve. *Can. Geotech. J.*, 39:1103–1117.
- FUJIMAKI, H. et INOUE, M. (2003). A transient evaporation method for determining soil hydraulic properties at low pressure. *Vadose Zone J.*, 2:400–408.
- FUJIMAKI, H., INOUE, M. et KONISHI, K. (2004). A multi-step inflow method for estimating hydraulic conductivity at low pressure under the wetting process. *Geoderma*, 120:177–185.
- GARCIA-GONZALEZ, R., VERHOEF, A., VIDALE, P. et BRAUD, I. . (2012). Incorporation of water transport in the Jules land surface model : implications for key soil variables and land surface fluxes. *Water Resources Research*, 48:W05538.
- GARDNER, W. (1958). Some steady state solutions of the unsaturated moisture flow equation with application to evaporation from a water table. *Soil Science*, 85:228–232.
- GASPAROUX, J. (2003). Changement de phase liquide-vapeur de l'eau dans un sol : étude expérimentale loin de l'équilibre. Mémoire de D.E.A., Université Montpellier 2.
- GOWING, J., KONUKCU, F. et ROSE, D. (2006). Evaporative flux from a shallow water-table : the influence of a vapour-liquid phase transition. *Journal of Hydrology*, 321:77–89.
- GUGGENHEIM, E. A. (1965). *Thermodynamique*. Dunod, Paris.
- HILLEL, D. (1998). *Environmental soil physics*. Academic Press, NewYork.

- HUANG, S., BARBOUR, S. et FREDLUND, D. (1998). Development and verification of a coefficient of permeability function for a deformable unsaturated soil. *Can. Geotech. J.*, 35:411–425.
- HWANG, S. I. (2004). Effect of texture on the performance of soil particle-size distribution models. *Geoderma*, 123(3-4):363–371.
- HWANG, S. I., LEE, K. P., LEE, D. S. et POWERS, S. E. (2002). Models for estimating soil particle-size distributions. *Soil Sci. Soc. Am. J.*, 66:1143–1150.
- IPPISCH, O., VOGEL, H.-J. et BASTIAN, P. (2006). Validity limits for the van genuchten–muallem model and implications for parameter estimation and numerical simulation. *Adv. Water Resour.*, 29:1780–1789.
- JAMIN, F. (2003). *Contribution à l'étude du transport de matière et de la rhéologie dans les sols non saturés à différentes températures*. Thèse de doctorat, Université Montpellier II.
- JARVIS, N. J., JANSSON, P.-E., DIK, P. E. et MESSING, I. (1991). Modelling water and solute transport in macroporous soil. i. model description and sensitivity analysis. *Journal of Soil Science*, 42:59–70.
- KHLOSI, M., CORNELIS, W., GABRIELS, D. et SIN, G. (2006). Simple modification to describe the soil water retention curve between saturation and oven dryness. *Water Resour. Res.*, 42:W11501.
- KHLOSI, M., CORNELIS, W. M., DOUAÏK, A., van GENUCHTEN, M. T. et GABRIELS, D. (2008). Performance evaluation of models that describe the soil water retention curve between saturation and oven dryness. *Vadose Zone J*, 7:87–96.
- LAMBOT, S., HUPET, F., JAVAUX, M. et VANCLOOSTER, M. (2004). Laboratory evaluation of a hydrodynamic inverse modeling method based on water content data. *Water Resour. Res.*, 40:W03506.
- LEBEAU, M. et KONRAD, J. M. (2010). A new capillary and thin film flow model for predicting the hydraulic conductivity of unsaturated porous media. *Water Resour. Res.*, 46:W12554.
- LEIJ, F. J., WALTER, B. R. et SCOTT, M. L. (1997). Closed-form expressions for water retention and conductivity data. *Ground Water*, 35(5).
- LOZANO, A.-L. (2007). *Etude expérimentale du changement de phase liquide/gaz dans un sol hygroscopique. Evaporation et condensation de l'eau. Dissolution du CO<sub>2</sub>*. Thèse de doctorat, Université Montpellier 2.

- LU, S., GONG, T. et HORTON, R. (2008). Evaluation of three models that describe soil water retention curves from saturation to oven dryness. *Soil Sci. Soc. Am. J.*, 72(6):1542–1546.
- MALAYA, C. et SREEDEEP, S. (2012). Critical review on the parameters influencing soil-water characteristic curve. *J. Irrig. Drain Eng.*, 138(1):55–62.
- MANTHO, A. T. (2005). *Echanges sol-atmosphère : Application à la secheresse*. Thèse de doctorat, Centre d'Enseignement et de Recherche en Mécanique des Sols (CERMES) – ENPC– LCPC– Institut NAVIER.
- MAQSOU, A., BUSSIÈRE, B. et MBONIMPA, M. (2007). Conversion of the modified kovacs model parameters to the brooks & corey and van genuchten model parameters for granular soils. In *OttawaGeo2007/OttawaGéo2007*.
- MARQUARDT, D. (1963). An algorithm for least-squares estimation of nonlinear parameters. *Journal of the Society for Industrial and Applied Mathematics*, 11(2):431–441.
- MBONIMPA, M., AUBERTIN, M. et BUSSIÈRE, B. (2006). Predicting the unsaturated hydraulic conductivity of granular soils from basic geotechnical properties using the modified kovacs (mk) model and statistical models. *Canadian Geotechnical Journal*, 43(8):773–787.
- MBONIMPA, M., AUBERTIN, M., CHAPUIS, R. P. et BUSSIÈRE, B. (2002). Practical pedotransfer functions for estimating the saturated hydraulic conductivity. *Geotechnical and Geological Engineering*, 20:235–259.
- MIGNARD, E. et BÉNET, J.-C. (1986). Vérification expérimentale de la relation phénoménologique de dissolution d'un gaz dans l'eau d'un milieu poreux non saturé - modèle de relation entre la phase gazeuse et la solution dans un sol non saturé. *C. R. Acad. Sci. Paris, Série II b*.
- MOHAMMADI, M. H. et MESKINI-VISHKAEI, F. (2013). Predicting soil moisture characteristic curves from continuous particle-size distribution data. *Pedosphere*, 23(1):70–80.
- MOLDRUP, P., OLESEN, T., GAMST, J., SCHJØNNING, P., YAMAGUCHI, T. et ROLSTON, D. (2000a). Predicting the gas diffusion coefficient in repacked soil : Water-induced linear reduction model. *Soil Sci. Soc. Am. J.*, 64:1588–1594.
- MOLDRUP, P., OLESEN, T., SCHJØNNING, P., YAMAGUCHI, T. et ROLSTON, D. (2000b). Predicting the gas diffusion coefficient in undisturbed soil from soil water characteristics. *Soil Sci. Soc. Am. J.*, 64:94–100.

- MUALEM, Y. (1976). A new model for predicting the hydraulic conductivity of unsaturated porous media. *Water Resour. Res.*, 12(3):513–521.
- MUBARAK, I. (2009). *Caractérisation des paramètres hydrodynamiques du sol sous irrigation localisée. Analyse de leur évolution spatio-temporelle : Application à la modélisation*. Thèse de doctorat, Institut National Polytechnique de Grenoble.
- NELDER, J. A. et MEAD, R. (1965). A simplex method for function minimization. *The Computer J.*, 7:308–313.
- NG, C. W. W. et MENZIES, B. (2007). *Advanced Unsaturated Soil Mechanics and Engineering*. Taylor & Francis Group.
- NITAO, J. et BEAR, J. (1996). Potentials and their role in transport in porous media. *Water Resour. Res.*, 32:225–250.
- OR, D. et TULLER, M. (1999). Liquid retention and interfacial area in variably saturated porous media : upscaling from single pore to sample scale model. *Water Resour. Res.*, 35(12):3591–3606.
- OR, D. et TULLER, M. (2005). Review of vadose zone measurement and monitoring tools for yucca mountain performance confirmation plan. Rapport technique, Center for Nuclear Waste Regulatory Analysis Southwest Research Institute, 6220 Culebra Road P.O. Drawer 28510 San Antonio, Texas, 78228-0510.
- OUÉDRAOGO, F. (2008). *Etude des transferts d'eau à l'interface sol-atmosphère : Cas d'un sol du Burkina Faso à faible teneur en eau*. Thèse de doctorat, Université Montpellier 2.
- OUÉDRAOGO, F., CHERBLANC, F., NAON, B. et BÉNET, J.-C. (2013). Water transfer in soil at low water content. is the local equilibrium assumption still appropriate? *Journal of Hydrology*, 492:117–127.
- OUOBA, S. (2009). *Adsorption et transport d'un Composé Organique Volatil (COV) dans un sol hygroscopique. Application aux pesticides dans un sol aride*. Thèse de doctorat, Université Montpellier II - Université de Ouagadougou.
- OUOBA, S., CHERBLANC, F., COUSIN, B. et BÉNET, J.-C. (2010). A new experimental method to determine the sorption isotherm of a liquid in porous medium. *Environ. Sci. Technol.*, 44:5914–5919.
- PALLO, F. et THIOMBIANO, L. (1989). Les sols ferrugineux tropicaux lessives à concrétions du burkina faso : Caractéristiques et contraintes pour l'utilisation agricole. *SOLTROP 89*, pages 307–327.

- PEREGOEDOVA, A. (2012). Etude expérimentale des propriétés hydrogéologiques des roches stériles à une échelle intermédiaire de laboratoire. Mémoire de D.E.A., Ecole Polytechnique de Montreal.
- PERERA, Y., ZAPATA, C., HOUSTON, W. et HOUSTON, S. (2005). Prediction of the soil-water characteristic curve based on grain-size-distribution and index properties. *Advances in pavement engineering (ed. EM Rathje), Geotechnical Special Publication*, 130:49–60.
- PETERS, A. et DURNER, W. (2008a). A simple model for describing hydraulic conductivity in unsaturated porous media accounting for film and capillary flow. *Water Resour. Res.*, 44:W11417.
- PETERS, A. et DURNER, W. (2008b). Simplified evaporation method for determining soil hydraulic properties. *J. Hydrol.*, 356(1–2):147–162.
- PETERS, A., DURNER, W. et WESSOLEK, G. (2011). Consistent parameter constraints for soil hydraulic functions. *Adv. Water Resour.*, 3:1352–1365.
- PHAM, H. Q., FREDLUND, D. G. et BARBOUR, S. L. (2005). A study of hysteresis models for soil-water characteristic curves. *Can. Geotech. J.*, 42:1548–1568.
- PHILIP, J. et de VRIES, D. (1957). Moisture movement in porous materials under temperature gradient. *Trans. Am. Geophys. Union*, 38:222–232.
- PRAT, M. (2007). On the influence of pore shape, contact angle and film flows on drying of capillary porous media. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 50(7–8):1455 – 1468.
- PRIESACK, E. et DURNER, W. (2006). Closed-form expression for the multi-modal unsaturated conductivity function. *Vadose Zone Journal*, 5:121–124.
- QUINTARD, M. et WHITAKER, S. (1994). Transport in ordered and disordered porous media II : Generalized volume averaging. *Transport in porous media*, 14(2):179–206.
- RESURRECCION, A. C., MOLDRUP, P., TULLER, M., FERRÉ, T. P. A., KAWAMOTO, K., KOMATSU, T. et de JONGE, L. W. (2011). Relationship between specific surface area and the dry end of the water retention curve for soils with varying clay and organic carbon contents. *Water Resour. Res.*, 47:W06522.
- RITTER, A., HUPET, F., MUNOZ CARPENA, R., LAMBOT, S. et VANCLOOSTER, M. (2003). Using inverse methods for estimating soil hydraulic properties from field data as an alternative to direct methods. *Agricultural Water Management*, 59(2):77–96.

- RITTER, A., MUNOZCARPENA, R., REGALADO, C., VANCLOOSTER, M. et LAMBOT, S. (2004). Analysis of alternative measurement strategies for the inverse optimization of the hydraulic properties of a volcanic soil. *Journal of Hydrology*, 295(1-4):124–139.
- ROMERO, E. (1999). *Characterisation and thermo-hydro-mechanical behaviour of unsaturated boom clay : experimental study*. Thèse de doctorat, Universitat Politecnica de catalunya.
- ROSSI, C. et NIMMO, J. R. (1994). Modeling of soil water retention from saturation to oven dryness. *Water Resour. Res.*, 30:701–708.
- RUIZ, T. (1998). *Eléments de modélisation et contribution expérimentale à l'étude du transport réactif dans un sol non saturé*. Thèse de doctorat, Université Montpellier 2.
- SAITO, H., SIMUNEK, J. et MOHANTY, B. (2006). Numerical analysis of coupled water, vapor and heat transport in the vadose zone. *Vadose Zone Journal*, 5:784–800.
- SAKAI, M., TORIDE, N. et ŠIMUNEK, J. (2009). Water and vapor movement with condensation and evaporation in a sandy column. *Soil Sci. Soc. Am. J.*, 73:707–717.
- SALAGER, S. (2007). *Etude de la rétention d'eau et de la consolidation de sols dans un cadre thermo-hydro-mécanique*. Thèse de doctorat, Université Montpellier 2.
- SCHAAP, M. G. et LEIJ, F. (2000). Improved prediction of unsaturated hydraulic conductivity with the mualem – van genuchten model. *Soil Sci. Soc. Am. J.*, 64:843–851.
- SCHAAP, M. G., LEIJ, F. et van GENUCHTEN, M. (2001). Rosetta : A computer program for estimating soil hydraulic parameters with hierarchical pedotransfer functions. *J. Hydrol.*, 251:163–176.
- SCHAAP, M. G. et van GENUCHTEN, M. (2006). A modified mualem-van genuchten formulation for improved description of the hydraulic conductivity near saturation. *Vadose Zone J.*, 5:27–34.
- SCHINDLER, U., DURNER, W., von UNOLD, G. et MULLER, L. (2010). Evaporation method for measuring unsaturated hydraulic properties of soils : Extending the measurement range. *Soil Sci. Soc. Am. J.*, 74(4):1071.
- SCHNEIDER, M. et GOSS, K.-U. (2011). Temperature dependence of the water retention curve for dry soils. *Water Resour. Res.*, 47:W03506.
- SHAH, P. H., SREEDEEP, S. et SINGH, D. N. (2006). Evaluation of methodologies used for establishing soil-water characteristic curve. *Journal of ASTM International*, 3(6):1–11.

- SILLERS, S. et FREDLUND, D. G. (2001). Statistical assessment of soil-water characteristic curve models for geotechnical engineering. *Can. Geotechn. J.*, 38(6):1297–1313.
- SKAGGS, T. H., ARYA, L. M., SHOUSE, P. J. et MOHANTY, B. P. (2001). Estimating Particle-Size Distribution from Limited Soil Texture Data. *Soil Science Society of America Journal*, 65(4):1038–1044.
- SULLIVAN, E. R. (2013). *Heat and moisture transport in unsaturated porous media : a coupled model in terms of chemical potential*. Thèse de doctorat, University of Colorado.
- TOKUNAGA, T. K. (2009). Hydraulic properties of adsorbed water films in unsaturated porous media. *Water Resour. Res.*, 45:W06415.
- TOKUNAGA, T. K. (2011). Physicochemical controls on adsorbed water film thickness in unsaturated geological media. *Water Resour. Res.*, 47:W08514.
- TOLEDO, P. G., NOVY, R., DAVIS, H. T. et SCRIVEN, L. (1990). Hydraulic conductivity of porous media at low water content. *Soil Science Society of America Journal*, 54(3):673–679.
- TULLER, M. et OR, D. (2001). Hydraulic conductivity of variably saturated porous media - film and corner flow in angular pore space. *Water Resour. Res.*, 37:1257–1276.
- TULLER, M. et OR, D. (2002). Unsaturated hydraulic conductivity of structured porous media : A review of liquid configuration based models. *Vadose Zone Journal*, 1:14–37.
- TULLER, M. et OR, D. (2005). Water films and scaling of soil characteristic curves at low water contents. *Water Resour. Res.*, 41(9):W09403.
- UGALDE, J. M. S. (2003). *Identification des paramètres hydrodynamiques du sol par modélisation inverse des flux d'infiltration : Application aux échelles locales et hydrologique*. Thèse de doctorat, Institut National Polytechnique de Grenoble.
- van GENUCHTEN, M. (1980). A closed-form equation for predicting the hydraulic conductivity of unsaturated soils. *Soil Sci. Soc. Am. J.*, 44:892–898.
- van GENUCHTEN, M. et NIELSEN, D. (1985). On describing and predicting the hydraulic properties of unsaturated soils. *Annales Geophysicae*, 3:615–628.
- VANAPALLI, S. K., SILLERS, W. S. et FREDLUND, M. D. (1998). The meaning and relevance of residual state to unsaturated soils. *In 51st Canadian Geotechnical Conference, Edmonton, Alberta*.
- WEBB, S. W. (2000). A simple extension of two-phase characteristic curves to include the dry region. *Water Resour. Res.*, 36:1425–1430.

- WEYNANTS, M. (2005). *Caractérisation des propriétés hydrodynamiques et étude de la possibilité d'agrégation de trois types de sols au Fakara, Niger*. Thèse de doctorat, UNIVERSITE CATHOLIQUE DE LOUVAIN.
- XIANG, L., YU, Z., CHEN, L., MON, J. et LU, H. (2012). Evaluating coupled water, vapor and heat flows and their influence on moisture dynamics in arid regions. *Journal of Hydrologic Engineering*, 17:565–577.
- XU, Y. et PING, D. (2004). Fractal approach to hydraulic properties in unsaturated porous media. *Chaos, Solitons and Fractals*, 19:327–337.
- YAMANAKA, T., TAKEDA, A. et SHIMADA, J. (1998). Evaporation beneath the soil surface : some observational evidences and numerical experiments. *Hydrological Processes*, 12:2193–2203.
- YAMANAKA, T. et YONETANI, T. (1999). Dynamics of the evaporation zone in dry sandy soils. *Journal of Hydrology*, 217:135–148.
- ZAPATA, C. E. (1999). *Uncertainty in Soil-Water Characteristic Curve and Impacts on Unsaturated Shear Strength Predictions*. Thèse de doctorat, Arizona State University, Tempe, United States.
- ZHANG, L. et CHEN, Q. (2005). Predicting bimodal soil–water characteristic curves. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, 131(5):666–670.
- ZHANG, Z. F. (2011). Soil water retention and relative permeability for conditions from oven-dry to full saturation. *Vadose Zone J.*, 10(4):1299–1308.

---

**TITLE****Gestion des Ressources en Eau dans les Régions Arides : Analyse Expérimentale d'un Sol Type du Burkina Faso et Modélisation Numérique des Transferts d'Eau**

---

**RESUME**

L'étude présentée dans cette thèse porte sur une analyse expérimentale et/ou une modélisation numérique des propriétés physiques (densités, porosité, granulométrie) et hydrodynamiques (isotherme de désorption, courbe caractéristique sol-eau, perméabilité à saturation, perméabilité non-saturée) d'un sol type aride du Burkina Faso et une simulation numérique des transferts d'eau. La modélisation des transferts est abordée par une approche thermodynamique qui constitue un cadre général pour décrire à la fois l'état de l'eau dans le sol et les mécanismes de transferts mis en jeu : la filtration de la phase liquide, la diffusion de la vapeur d'eau, le changement de phase liquide-vapeur. Des essais expérimentaux de transferts d'eau dans des colonnes de sol hermétiquement fermées et placées dans une enceinte régulée en température, ont permis d'établir l'évolution des profils de teneur en eau au cours du temps. La configuration expérimentale est choisie de sorte que seule la filtration de la phase liquide de l'eau dans le sol soit présente. Les profils expérimentaux ont servi à l'estimation par approche inverse de la perméabilité non-saturée dans les faibles teneurs en eau. Il ressort de cette étude que la prise en compte des écoulements par films dans la modélisation du coefficient de perméabilité relative permet de modéliser correctement, i.e. aussi bien qualitativement que quantitativement, la filtration de la phase liquide dans les sols à faible teneur en eau. Les coefficients de changement de phase proche et loin de l'équilibre modélisés à partir de résultats expérimentaux ont permis de mettre en évidence le non-équilibre liquide/gaz dans les transferts aux faibles teneurs en eau. Le non-équilibre dans les transferts aux faibles teneurs en eau est plus marqué avec un modèle capillaire avec un front de séchage plus franc à la surface. La prise en compte des écoulements par films prolonge la filtration de la phase liquide de l'eau jusqu'à l'état hygroscopique du sol avec un flux d'eau liquide maintenu à la surface du sol jusqu'à des temps plus longs.

---

***MOTS-CLES** : potentiel chimique – faible teneur en eau – courbe caractéristique sol-eau – perméabilité non-saturée – analyse inverse – modélisation théorique et numérique*

---

**TITLE****Water Resources Management in Arid Regions : Experimental Analysis and Numerical Modelling of Water Transfer in a Typical Soil from Burkina Faso**

---

**ABSTRACT**

The study presented in this thesis focuses on an experimental/numerical analysis of physical properties (densities, porosity, particle size distribution) and hydrodynamic properties (desorption isotherm, soil-water characteristic curve, saturated and unsaturated permeabilities) of an arid soil from Burkina Faso and numerical simulation of water flow. The flow model is addressed through thermodynamic approach which provides a general framework to describe both the water state in the soil and the transport mechanisms : filtration of liquid, water vapor diffusion, liquid/vapor phase change. Experimental attempts of water flow in soil columns, sealed and placed into a controlled temperature chamber, have established the evolution of water content profiles over time. The experimental configuration is chosen so that only the water liquid phase filtration is taken into account. These experimental profiles were used to estimate, by inverse approach, the unsaturated permeability of soils at low water contents. Consideration of film flows in the relative permeability modelling corrects the shortcomings of capillary bundle models used to describe water flow from saturation to oven-dryness. The coefficients of phase change near and far from equilibrium modeled from experimental results prove non-equilibrium liquid/gas existence. It appears that the liquid/gas non-equilibrium at low water content is more pronounced with the capillary model with a frank drying front at the soil surface. Consideration of film flows extends liquid phase filtration into the soil until the hygroscopic state with a liquid water flux maintained at the soil surface for longer times.

---

***KEY WORDS** : chemical potential – low water content – soil-water characteristic curve – unsaturated permeability – inverse analysis – theoretical and numerical modelling*

---

**DISCIPLINE**

Mécanique - Génie Civil

**INTITULES ET ADRESSES DES LABORATOIRES**

---

Laboratoire de Mécanique et Génie Civil (LMGC), UMR UM2-CNRS 5508  
cc048 Place Eugène Bataillon, 34095 Montpellier Cedex 5 – France

Laboratoire de Matériaux et Environnement (LAME),  
UFR/SEA – 03 BP 7021 Ouagadougou – Burkina Faso