N° d'ordre: 2013PA112277

# SYNTHÈSE EN FRANÇAIS DE LA THÈSE

Présentée pour obtenir

LE GRADE DE DOCTEUR PHYSIQUE EN
SCIENCES DE L'UNIVERSITÉ PARIS-SUD XI

**Spécialité**: Traitement du Signal et l'Image

**École doctorale**: Sciences et Technologies de l'Information des Télécommunications et des Systèmes (STITS).

**Lieu de soutenance**: Laboratoire des Signaux et Systèmes (L2S) CNRS-SUPELEC-UNIV PARIS SUD, plateau de moulon, 3 rue de Joliot Curie, Gif-sur-yvette, 91192, France.

par

*Ning CHU*

# Approche bayésienne pour la localisation de sources en imagerie acoustique

# Bayesian approach in acoustic source localization and imaging

Soutenue le 22 novembre 2013 devant la commission d'examen :

| | | |
|---|---|---|
| Mr. | Jérôme ANTONI | (Rapporteur, Prof. INSA Lyon, France) |
| Mr. | Alain BERRY | (Rapporteur, Prof. Univ. Sherbrooke, Canada) |
| Mr. | Andrea MASSA | (Rapporteur, Prof. Univ. Trento, Italie) |
| Mr. | Alfred HERO | (Président, Prof. Univ. Michigan, USA) |
| Mr. | Ali MOHAMMAD-DJAFARI | (Directeur de thèse, DR. CNRS, France ) |
| Mr. | José PICHERAL | (Co-encadrant, MCF. SUPELEC, France) |
| Mr. | Nicolas GAC | (Co-encadrant, MCF. Univ. Paris Sud, France) |
| Mr. | Daniel BLACODON | (Examinateur Invité, ONERA, France) |

.

- Il faut avoir la qualité morale noble;
- Il faut s'entendre franchement avec les autres;
- Il faut avoir des comportements courtois.

Charles-Louis de Secondat (**Montesquieu**)

STITS ECOLE DOCTORALE

Thèse préparée au
**Laboratoire des signaux et systémes (L2S)**
UMR 8506 CNRS-SUPELEC-UNIV PARIS-SUD
SUPELEC, plateau de Moulon, 3 rue Joliot-Curie
91,192 GIF-SUR-YVETTE Cedex (France)

# Approche bayésienne pour la localisation de sources en imagerie acoustique

**Résumé**

L'imagerie acoustique est une technique performante pour la localisation et la reconstruction de puissance des sources acoustiques en utilisant des mesures limitées au réseau des microphones. Cette technique peut fournir des indications significatives sur les performances, les propriétés et les mécanismes des sources acoustiques. Elle est largement utilisée pour évaluer l'influence acoustique dans l'industrie automobile et aéronautique. Les méthodes d'imagerie acoustique impliquent souvent deux aspects : un modèle direct de propagation du signal (la puissance) acoustique et l'inversion de ce modèle direct. Cependant, cette inversion provoque généralement un problème inverse mal-posé, dont la solution n'est pas unique, et sensible aux erreurs de mesures. Par conséquent, les méthodes classiques ne permettent d'obtenir de manière satisfaisante ni une haute résolution spatiale entre deux sources proches, ni une dynamique large de la puissance acoustique.

Dans cette thèse, nous avons tout d'abord construit un modèle direct discret de la propagation du signal des sources vers les capteurs. Ce modèle est un système d'équations, linéaire mais sous-déterminé, qui permet de relier les données mesurées aux signaux sources inconnus. Basé sur ce modèle du signal, nous avons créé un modèle direct discret de la puissance acoustique qui devient alors à la fois linéaire et déterminé pour les puissances acoustiques. A ce modèle direct de la puissance, nous ajoutons les erreurs de mesures que nous décomposons en trois parties : le bruit de fond du réseau de capteurs, l'incertitude du modèle causée par les propagations à multi-trajets (réflection et réfraction) et les erreurs d'approximation de la modélisation.

Pour la résolution du problème inverse, nous avons tout d'abord proposé une approche d'hyper-résolution en utilisant une contrainte de parcimonie, de sorte que nous pouvons obtenir une plus haute résolution spatiale robuste à aux erreurs de mesures à condition que le paramètre de parcimonie soit estimé attentivement. Ensuite, afin d'obtenir une dynamique large du signal et une plus forte robustesse aux bruits tout en s'affranchissant du réglage des hyper-paramètres, nous avons proposé une approche basée sur une inférence bayésienne avec un a priori parcimonieux, la loi double exponentielle. Toutes les variables et paramètres inconnus peuvent être estimées par l'estimation du maximum a posteriori conjoint (JMAP). Toutefois, le JMAP souffrant d'une optimisation non-quadratique synonyme d'importants coûts de calcul, nous avons cherché des solutions d'accélération. Grâce à une accélération algorithmique tout d'abord, nous avons étudié une approximation du modèle direct de puissance en utilisant une convolution 2D avec un noyau invariant. Grâce à ce modèle, nos approches peuvent être parallélisées sur des processeurs *many cores* comme les Graphics Processing Unit (GPU) offrant ainsi une accélération matérielle supplémentaire. Par ailleurs, nous avons affiné notre modèle statistique sur 2 aspects : prise en compte de la non stationarité spatiale des erreurs de mesures et la définition d'une loi a priori pour les puissances renforçant la parcimonie. Les distributions des erreurs de mesure et de la puissance acoustique sont ainsi modélisés par deux lois de Students-t faisant apparaître les variances des erreurs de mesures et des pixels/puissances jouant pleinement le rôle de paramètres cachés. Ces distributions parcimonieuses en loi de Students-t peuvent être décomposée par une loi normale multidimensionnelle pour les erreurs de mesures et les puissances, et la loi de gamma pour les paramètres cachés. La complexité accrue de ce JMAP dûe à l'estimation des larges dimensions des hyperparamètres, nous ont poussé à mettre en place une Approximation Variationnelle Bayésienne (VBA). Cette approche permet non seulement d'obtenir toutes les estimations des inconnues, mais aussi de fournir des intervalles de confiance grâce aux paramètres cachés utilisés par les lois de Students-t.

Pour conclure, nos approches ont été comparées avec des méthodes de l'état-de-l'art sur des données simulées, réelles (provenant d'essais en soufflerie chez Renault S2A) et hybrides. Les principaux avantages des approches proposées sont la robustesse au bruit de fond, une large dynamique, une hyper-résolution spatiale et une efficacité en terme de temps de calcul, tout cela

sans besoin de connaissances préalables telles que le nombre de sources ou le Rapport Signal sur Bruit (RSB).
**Mots-clefs** : Localisation de sources acoustiques, approche bayésienne, hyper-résolution, parcimonie, Students-t, imagerie acoustique, déconvolution, soufflerie, JMAP, VBA, GPU.

.

- Ce qui est le plus pitoyable pour l'homme, c'est de ne pas avoir la connaissance et de ne pas pouvoir se contraindre.

**Michel Eyquem de Montaigne**

# Chaptre 1. Introduction

L'imagerie acoustique est une technique performante pour cartographier les positions et les puissances des sources acoustiques avec des mesures limitées aux réseaux de microphones. Cette technique permet de mieux comprendre les mécanismes et les propriétés des sources acoustiques, en particulier d'évaluer l'influence acoustique dans l'industrie automobile et aéronautique. Aujourd'hui, l'imagerie acoustique à haute résolution a été largement étudiée et appliquée dans la reconstruction de sources acoustiques sur des objets en vibration, en déplacement et en rotation. Malheureusement, nous avons à notre connaissance uniquement la configuration des microphones et le nombre limité de mesures associées. Ainsi, l'imagerie acoustique implique souvent un problème inverse très mal-conditionné, auquel la solution n'est pas unique. La reconstruction précise de la puissance et de la localisation des sources devient ainsi un défi à relever.

Dans cette thèse, nous nous concentrons sur les problèmes inverses appliqués à l'imagerie acoustique que nous pouvons scinder en 2 problèmes :

- Le problème direct avec le choix du modèle de propagation acoustique. Celui-ci prendra en compte le modèle de la source, les chemins de propagation, ainsi que l'interférence du bruit de fond ;
- Le problème inverse associé à ce modèle. La solution à ce problème dépend souvent des données acoustiques mesurées, de la distribution spatiale de la source, de la topologie du réseau de capteurs, ainsi que des types de propagation acoustique.

Dans cette synthèse en français du manuscrit de thèse, nous exposerons les grandes lignes de ce travail centré sur la description de nos méthodes de localisation de sources. A noter que les résultats détaillés associés aux reconstructions sur données simulées, réelles et hybrides sont détaillés dans le manuscrit original en anglais. Les références aux équations sont celles du manuscript.

# Chapitre 2.
# Motivations

Dans ce travail, nous nous intéresserons à l'imagerie acoustique vue comme la résolution d'un problème inverse mal posé sensible aux erreurs de mesures. Motivé par ce défi, nous allons développer plusieurs approches efficaces pour l'imagerie acoustique aliant robustesse aux bruits et haute résolution spatiale. Nous nous intéresserons plus spécifiquement à l'étude de la surface de voitures placées en soufflerie. La soufflerie permet de générer l'écoulement d'un vent simulant ainsi une voiture en marche rapide bien que cette dernière soit statique. L'objectif est de localiser les sources acoustiques bruyantes et faibles sur la surface du véhicule afin de concevoir une voiture plus confortable et plus silencieuse pour les passagers.

Cette thèse est organisée en 9 chapitres. Après un chapitre 1 d'introduction et un chapitre 2 présentant les motivations du sujet, le chapitre 3 présente brièvement le modèle direct de propagation du signal acoustique. Dans le chapitre 4, nous présentons quelques méthodes de l'état de l'art pour l'imagerie acoustique utilisant divers filtres spatiaux, décompositions en sous-espace, déconvolutions ou régularisations. Dans le chapitre 5, nous proposons une approche efficace pour améliorer la résolution spatiale utilisant une contrainte de parcimonie. Ensuite, dans le chapitre 6 nous présentons une approche d'inférence bayésienne (JMAP) utilisant un a priori de parcimonie. Dans le chapitre 7, nous proposons un modèle de convolution 2D invariant afin d'accélérer le JMAP. Puis, afin de traiter les bruits non-stationnaires, nous présentons une méthode variationnelle bayésienne (VBA) basés sur le modèle de convolution 2D du chapitre 8. Pour chaque chapitre, nous comparons toutes les localisations de sources obtenues par les diverses méthodes étudiées sur des données simulées, réelles et hybrides (dans lesquels aux sources synthétiques sont ajoutés des données réelles). Enfin, les conclusions et les perspectives de cette thèse sont résumées dans le chapitre 9.

# Chapitre 3.
# Modèles directs de la propagation acoustique

Afin de modéliser l'acquisition, voici les hypothèses que nous avons adoptées sur les sources acoustiques, les capteurs de microphone, les réverbérations dans la soufflerie et les bruits de fond :

- les sources acoustiques correspondent à des monopôles et sont spatialement non-corrélées ;
- la propagation acoustique se fait selon une onde sphérique dans le champ proche, et selon une onde plane dans le champ lointain ;
- les capteurs de microphone sont omnidirectionnels avec un gain unitaire, et se situent sur le même plan ;
- les réverbérations complexes sont négligeables dans la souferie, et nous ne considerons que la réflexion du premier ordre sur le sol et la réfraction sur l'inferface entre la soufflerie et l'air statique ;
- les bruits sont indépendants des sources acoustiques. Nous utiliserons tout d'abord dans les chapitres 3-7 un modèle de bruit gaussien, blanc et additif, mutuellement indépendants et identiquement distribuées (iid). Puis dans le chapitre 8, nous utiliserons u n modèle de bruits non-stationnaires spatialement.

Grâce à ces hypothèses nécessaires, nous pouvons simplifier la procédure physique, et mettre en place des modèles mathématiques et profiter des techniques de traitement du signal.

Nous construisons tout d'abord un modèle direct dans le domaine fréquenciel pour la propagation du signal acoustique provenant du plan de sources vers le réseau de microphones :

$$\mathbf{z}(f_l) = \mathbf{A}(\mathbf{P}^*, f_l)\, \mathbf{s}^*(f_l) + \mathbf{e}(f_l)\,, \tag{3.9}$$

où

- $f_l$ représente la fréquence choisie qui sera omise dans la suite ;
- $\mathbf{z}(f_l) \in \mathbb{C}^M$ représente le vecteur complexe des signaux mesurés sur le réseau de microphones ;

- $M$ représente le nombre de microphones ;
- $\mathbf{s}^*(f_l) \in \mathbb{C}^K$ représente le vecteur complexe des signaux sources ;
- $K$ représente le nombre de sources ;
- $\mathbf{A}(\mathbf{P}^*, f_l) \in \mathbb{C}^{M\times K}$ représente la matrice complexe de propagation du signal ;
- $\mathbf{P}^* \in \mathbb{R}^{K\times 3}$ représentent les coordonnées 3D des sources ;
- $\mathbf{e}(f_l) \in \mathbb{C}^M$ représente le vecteur complexe du bruit sur le réseau de microphones.

Dans cette modélisation, notre principale contribution porte sur la matrice de propagation $\mathbf{A}(\mathbf{P}^*, f_l)$ qui tient compte des chemins multiples de propagation tels que la réflection sur le sol et la réfraction à l'inferface entre la soufflerie et l'air statique. Cependant, ce modèle (cf Eq. 3.9) est un système non linéaire d'équations ayant pour inconnues : les signaux $\mathbf{s}^*$ et les positions $\mathbf{P}^*$ des sources. Pour la linéarisation du modèle, nous faisons la discrétisation dans le plan des sources afin d'obtenir le modèle direct discret suivant :

$$\mathbf{z} = \mathbf{A}(\mathbf{P})\,\mathbf{s} + \mathbf{e}\,, \tag{3.15}$$

où

- $\mathbf{P} \in \mathbb{R}^{N\times 3}$ représentent les coordonnées 3D des sources discrètes ;
- $N$ représente le nombre de sources discrètes ;
- $\mathbf{s} \in \mathbb{C}^N$ représente le vecteur complexe des signaux discrets ;
- $\mathbf{A}(\mathbf{P}) \in \mathbb{C}^{M\times N}$ représente la matrice complexe de propagation des signaux discrets ;

Dans ce modèle discret, les positions $\mathbf{P}$ deviennent connues. En raison de la grande taille de la grille discrétisant le plan des sources ($N > M > K$), $\mathbf{P}^*$ et $\mathbf{s}^*$ sont supposés contenues respectivement dans $\mathbf{P}$ et $\mathbf{s}$.

Ainsi, le modèle discret (cf Eq. 3.15) est désormais devenu un système linéaire d'équation pour les signaux discrets $\mathbf{s}$. Cependant puisque notre ambition est la localisation de sources à haute résolution, il reste encore sous-determiné avec un nombre de sources discrètes $N$ supérieur au nombre de capteurs $M$. Cela aboutit ainsi à un problème inverse mal-posé.

Dans le chapitre 4, nous allons transformer le modèle discret (cf Eq. 3.15) en un modeèle linéaire et déterminé.

# Chapitre 4.
# Méthodes classiques de l'imagerie acoustique

L'imagerie acoustique s'intéresse à la fois à la localisation et à la reconstruction de la puissance acoustique. La méthode standard est le beamforming consistant à effectuer une propagation inverse (backprojection) de la puissance des signaux mesurés sur le réseau des capteurs vers le plan des sources (cf Eq 4.12 du manuscrit). En s'appuyant sur les modèles de propogation direct (cf Eq. 3.15) des sources acoustiques et de propagation inverse (cf Eq. 4.12) de la puissance mesurée, nous établissons le modèle direct de propagation de la puissance acoustique suivant :

$$\mathbf{y} = \mathbf{C}\,\mathbf{x} + \sigma_e^2\,\mathbf{1}_a\,, \tag{4.46}$$

où

- $\mathbf{y} = \mathbb{E}[|\tilde{\mathbf{A}}^\dagger\,\mathbf{z}|^2]$ avec $\mathbf{y} \in \mathbb{R}_+^N$ représente le vecteur puissance résultat du beamforming avec $N$, le nombre de sources discrètes ;
- $\tilde{\mathbf{A}} \in \mathbb{C}^{M\times N}$ représente la matrice de propagation du beamforming basée sur la matrice $\mathbf{A}$ de propagation des sources sur le plan de capteurs (cf Eq. 3.9) ;
- $\mathbf{C} = |\tilde{\mathbf{A}}^\dagger\,\mathbf{A}|.^2$ avec $\mathbf{C} \in \mathbb{R}_+^{N\times N}$ représente la matrice de propagation de la puissance acoustique;
- $\mathbf{x} = \mathrm{diag}\left[\mathbb{E}[\mathbf{s}\mathbf{s}^\dagger]\right]$ avec $\mathbf{x} \in \mathbb{R}_+^N$ représente le vecteur de puissance des sources ;
- $\sigma_e^2 = \mathbb{E}[\mathbf{e}^\dagger\mathbf{e}]$ avec $\sigma_e^2 \in \mathbb{R}^+$ représente la puissance du bruit $\mathbf{e} \sim \mathcal{N}(0, \sigma_e^2)$ qui est supposé additif gaussien et iid ;
- $\mathbf{1}_a = [\frac{1}{\|\mathbf{a}_1\|^2}, \cdots, \frac{1}{\|\mathbf{a}_N\|^2}]^T$ représente les facteurs de l'attenuation, avec $\mathbf{a}_n \in \mathbf{A}$ étant défini dans Eq.(3.16).

Le modèle de puissance dans l'équation Eq.(4.46) est devenu un système d'équations linéaire et déterminé pour la puissance $\mathbf{x}$. Ainsi l'équation de propagation de la puissance acoustique (cf. Eq. 4.46) devient plus facile à résoudre que celle de la propagation du signal acoustique (cf. Eq. 3.15). Ceci est dû au fait que cette dernière implique des variables complexes incluant amplitudes et phases augmentant ainsi le nombre d'inconnues.

Afin de résoudre le problème inverse pour l'imagerie acoustique, nous introduisons les méthodes de l'état de l'art pour la localisation de sources et la reconstruction de puissance. Les filtrages classiques tels que le beamforming (formation du voie), Capon et MUSIC peuvent directement résoudre le modèle direct du signal décrit par l'équation Eq.(3.15). En particulier, le beamforming permet d'obtenir une estimation de puissance, mais sa résolution spatiale n'est pas haute, alors que les méthodes Capon et MUSIC peuvent améliorer la résolution, cependant elles ne permettent pas d'atteindre directement l'estimation de la puissance.

Basées sur le beamforming, les méthodes de déconvolution quant à elles visent à résoudre le modèle de puissance décrit par l'équation Eq.(4.46). Elles permettent de déconvoluer itérativement le résultat flou du beamforming, et obtenir ainsi une résolution spatiale assez haute. Les méthodes de régularisation permettent d'améliorer la résolution et restent robustes aux bruits de fond grâce à diverses régularisations : Tikhonov, Variations Totales (TV) ou parcimonieuses ($\ell_0$, $\ell_1$ or $\ell_l$-norme avec $0 < l < 1$ ). Mais régler ces paramètres de regularisation peut s'avérer en pratique compliqué.

Les méthodes de Covariance Matrix Fitting (CMF) permettent aussi d'estimer directement la matrice cross-spectrale pour les sources décorrélés et corrélés grâce à une contrainte de parcimonie. Toutefois, cette méthode se confronte en pratique aux dimensions trop grandes des variables à être estimées. Par ailleurs, nous comparons dans le tableau 4.4 (cf. manuscrit) le coût de calcul pour traiter des données réelles pour toutes les méthodes mentionnées. Tous les résultats des données simulées, réelles et hybrides sont montrées respectivement dans les figures Fig.(4.9), Fig.(4.11) et Fig.(4.12).

En conclusion, il n'y a aucune méthode totalement satisfaisante. La plupart des méthodes mentionnées subissent l'une des limitations suivantes : une résolution spatiale basse, une sensibilité aux erreurs de mesures, une dynamique étroite ou un coût de calcul trop important. En outre, certaines de ces méthodes ont pour contrainte de fixer attentivement divers paramètres (nombre de sources, régularisation...) afin d'obtenir des performances efficaces.

Dans les chapitre 5, 6, 7 et 8, nous exposerons les approches que nous proposons afin de surmonter la plupart de ces limitations.

# Chapitre 5.

# Une approche d'hyper-résolution avec une contrainte de parcimonie

Afin d'améliorer la robustesse, nous proposons l'extension suivante du modèle de puissance (cf. Eq.4.46) :

$$\mathbf{y} = \mathbf{C}\,\mathbf{x} + \sigma_e^2\,\mathbf{1}_a + \boldsymbol{\xi}\,, \tag{5.4}$$

où $\boldsymbol{\xi} \in \mathbb{R}^N$ représente le vecteur de l'incertitude de la modélisation. Dans ce modèle amélioré, notre contribution est de considérer l'incertitude $\boldsymbol{\xi}$ qui résulte des propagations à chemins multiples dans la soufflerie tels que la réflection sur le sol et la réfraction sur l'interface entre le vent et l'air statique. Afin de résoudre le problème inverse de l'équation Eq.(5.4), nous proposons une approche d'hyper-résolution en utilisant une contrainte de parcimonie (méthode dénommée dans la suite du document SC-RDAMAS) :

$$\begin{cases} (\hat{\mathbf{x}}, \hat{\sigma^2}_e) = \arg\min\limits_{(\mathbf{x},\sigma_e^2)} \left\{ ||\mathbf{y} - \mathbf{C}\mathbf{x} - \sigma_e^2\,\mathbf{1}_a||_2^2 \right\} \\ \quad \text{s.t.}\mathbf{x} \succeq \mathbf{0}, \quad \|\mathbf{x}\|_1 = \beta, \quad \sigma_e^2 \geq 0\,, \end{cases} \tag{5.6}$$

où $\beta$ représente le paramètre de parcimonie. $\beta$ peut être interprété comme la puissance totale de toutes les sources. Cette connaissance de parcimonie s'appuie sur l'assertion que la puissance totale reste inchangée malgré la discrétisation du plan de sources. Ce paramètre $\beta$ est estimé de manière adaptative (cf. algorithme 1 proposé dans la section 5.2.2 du manuscrit).

Afin de valider notre approche, nous avons comparé sa performance avec les méthodes de l'état de l'art. Tout d'abord, les simulations pour une fréquence fixée à 2500Hz montrent que l'approche proposée a obtenu une résolution de $5cm$ nettement supérieure à celle du beamforming de $31cm$. Par ailleurs, le SC-RDAMAS permet d'atteindre une dynamique de $15dB$ pour les puissance estimées. Appliquée sur les données réelles provenant de la Soufferie de l'Aérodynamique et l'Aéroacoustique (S2A) chez Renault Automobile France, l'approche proposée permet effectivement de reconstruire les sources puissantes sur la roue avant et le rétroviseur, aussi bien que celles faibles sur la roue arrière. Par ailleurs appliquée sur des données hybrides composées de données simulées et réelles, notre approche est satisfaisante pour un coût de calcul modéré.

Cependant, la limitation principale de notre méthode SC-RDAMAS est l'effet de surestimation (*Over-weening*) comme illustrés dans la Fig.(5.12) (cf. manuscrit). En effet, une sur-estimation ou une sous-estimation du paramètre $\beta$ de parcimonie peut causer des reconstructions de sources monopoles, non-structurées ou déformées. Cette méthode n'arrive alors pas à reconstruire correctement la distribution physique des sources acoustiques. Dans le but de s'affranchir de cette difficulté de la méthode SC-RDAMAS, nous proposons dans le chapitre 6 une approche d'inférence bayésienne utilisant un a priori parcimonieux.

# Chapitre 6.

# Une approche robuste d'inférence bayésienne avec un a priori parcimonieux

Pour surmonter les limitations de l'approche SC-RDAMAS, nous proposons d'utiliser une approche d'inférence bayésienne avec un a priori parcimonieux. Par rapport à la contrainte de parcimonie, l'a priori parcimonieux peut mieux modéliser la distribution éparse de la puissance acoustique sur le plan de sources. Par ailleurs, l'un des avantages de l'approche bayésienne est qu'il permet d'estimer automatiquement les variables inconnues et les paramètres de modélisation. Tout d'abord, nous considérons chaque inconnue comme une variable aléatoire avec sa propre loi de distribution (fonction de densité de probabilité). Selon le théorème de Bayes, on peut exprimer la loi a posteriori via la vraisemblance et la loi a priori :

$$\begin{cases} p(\mathbf{x},\boldsymbol{\theta}|\mathbf{y}) \propto p(\mathbf{y}|\mathbf{x},\boldsymbol{\theta})\, p(\mathbf{x},\boldsymbol{\theta}) \\ \qquad\qquad\quad = p(\mathbf{y}|\mathbf{x},\boldsymbol{\theta}_1)\, p(\mathbf{x}|\boldsymbol{\theta}_2)\, p(\boldsymbol{\theta}_2)\, p(\boldsymbol{\theta}_1) \end{cases},$$

- $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^N$ représente les variables à estimer;
- $\boldsymbol{\theta} = [\boldsymbol{\theta}_1, \boldsymbol{\theta}_2]^T$ représente les paramètres de modélisation qui sont aussi inconnus ; $\boldsymbol{\theta}_1$ représente le paramètre de la vraisemblance, alors que $\boldsymbol{\theta}_2$ représente le paramètre de la densité de probabilité de l'a priori $\mathbf{x}$.
- $\mathbf{y} \in \mathbb{R}^N$ représente les mesures qui sont connues ;
- $p(\mathbf{x},\boldsymbol{\theta}|\mathbf{y})$ représente l'a posteriori de $\mathbf{x}$ et $\boldsymbol{\theta}$ sachant $\mathbf{y}$ ;
- $p(\mathbf{y}|\mathbf{x},\boldsymbol{\theta}_1)$ représente la vraisemblance qui permet de relier les mesures $\mathbf{y}$ avec les inconnues $\mathbf{x}$ et $\boldsymbol{\theta}_1$ ;
- $p(\mathbf{x},\boldsymbol{\theta})$ représente l'a priori des inconnues permettant de régulariser le problème inverse. Supposant $\mathbf{x}$ et $\boldsymbol{\theta}$ indépendants, on a $p(\mathbf{x},\boldsymbol{\theta}) = p(\mathbf{x}|\boldsymbol{\theta}_2)\, p(\boldsymbol{\theta}_2)\, p(\boldsymbol{\theta}_1)$ avec $\boldsymbol{\theta} = [\boldsymbol{\theta}_1, \boldsymbol{\theta}_2]^T$ ;
- $p(\boldsymbol{\theta}_1)$ et $p(\boldsymbol{\theta}_2)$ représentent deux a priori des paramètres communement appellés hyper a priori. De la même manière, $\boldsymbol{\theta}_1$ et $\boldsymbol{\theta}_2$ s'appellent les hyper-paramètres.

A partir du modèle amélioré de la puissance (cf. Eq. 5.4), nous modélisons l'incertitude du modèle direct par une loi normale de variance $\sigma_\xi^2$, à savoir que $\boldsymbol{\xi} \sim \mathcal{N}(\boldsymbol{\xi}|\mathbf{0}, \sigma_\xi^2)$. Ainsi la vraisemblance peut être exprimée de la manière suivante :

$$p(\mathbf{y}|\mathbf{x}, \boldsymbol{\theta}_1) = \mathcal{N}(\mathbf{y}|\mathbf{C}\,\mathbf{x} + \sigma_e^2\,\mathbf{1}_a, \sigma_\xi^2)\,, \tag{6.1}$$

où $\boldsymbol{\theta}_1 = [\sigma_e^2, \sigma_\xi^2]^T$ avec $\boldsymbol{\theta}_1 \in \mathbb{R}_+^2$ représente le vecteur des hyper-paramètres attachés à la vraisemblance.

Nous modélisons la distribution parcimonieuse de puissance des sources par une loi double exponentielle :

$$p(\mathbf{x}|\boldsymbol{\theta}_2) = \left(\frac{\gamma}{2}\right)^N \exp\left[-\gamma\|\mathbf{x}\|_\beta^\beta\right]\,, \tag{6.6}$$

où

- $\boldsymbol{\theta}_2 = [\gamma, \beta]$ avec $\boldsymbol{\theta}_2 \in \mathbb{R}_+^2$ représente le vecteur d'hyper-paramètres attaché à l'a priori de $\mathbf{x}$ ;

- $\beta$ représente le degré de parcimonie et contrôle la concentration sur l'axe de symétrie (à savoir que la valeur moyen $\mathbb{E}(x) = 0$) pour la densité de probabilité $p(\mathbf{x}|\boldsymbol{\theta}_2)$. Plus $\beta$ est petit, plus la parcimonie est forte pour $p(\mathbf{x}|\boldsymbol{\theta}_2)$. Dans le cas où $\beta = 1$, cela renforce non seulement la parcimonie mais aussi permet de rendre l'optimisation convexe. A l'inverse, $\beta < 1$ aboutira à une optimisation non-convexe. Dans la suite, nous fixons $\beta$ à 1;

- $\gamma$ représente la précision de la variable $x$, et $\gamma$ contrôle la queue dans la densité de probabilité $p(\mathbf{x}|\boldsymbol{\theta}_2)$. En effet, plus la valeur de $\gamma$ est faible, plus longue sera la queue de la densité de probabilité, et donc plus large sera la dynamique de valeur pour $\mathbf{x}$ ;

A partir de ce modèle, nous effectuons l'estimation du Maximum A Posteriori conjoint (JMAP) afin d'estimer conjointement les puissances des sources $\mathbf{x}$, l'hyper-paramétre $\gamma$ attaché à $\mathbf{x}$, la variance du bruit $\sigma_e^2$ et la variance de l'incertitude du modèle $\sigma_\xi^2$ :

$$\begin{cases} \mathbf{y} = \mathbf{C}\,\mathbf{x} + \sigma_e^2\,\mathbf{1}_a + \boldsymbol{\xi} \\ (\hat{\mathbf{x}}, \hat{\boldsymbol{\theta}}) = \arg\min_{(\mathbf{x},\boldsymbol{\theta})} \{\mathcal{J}(\mathbf{x},\boldsymbol{\theta})\}\ , \quad \mathcal{J}(\mathbf{x},\boldsymbol{\theta}) = -\ln\, p(\mathbf{x},\boldsymbol{\theta}|\mathbf{y}) \\ p(\mathbf{x},\boldsymbol{\theta}|\mathbf{y}) \propto p(\mathbf{y}|\mathbf{x},\boldsymbol{\theta}_1)\, p(\mathbf{x}|\boldsymbol{\theta}_2)\, p(\boldsymbol{\theta}_2)\, p(\boldsymbol{\theta}_1) \\ \mathcal{J}(\mathbf{x},\boldsymbol{\theta}) = \underbrace{\frac{1}{2\sigma_\xi^2}\|\mathbf{y} - \mathbf{C}\mathbf{x} - \sigma_e^2\,\mathbf{1}_a\|^2}_{Vraisemblance} + \underbrace{\gamma\,\|\mathbf{x}\|_1}_{a\,priori} + \underbrace{\frac{N}{2}\,\ln\sigma_\xi^2 - N\,\ln\gamma}_{Hyper\,a\,priori} \\ \text{s.t.}\quad \mathbf{x} \succeq \mathbf{0},\ \sigma_e^2 \succeq 0,\ \sigma_\xi^2 \succeq 0,\ \gamma \succeq 0 \\ \boldsymbol{\theta}_1 = [\sigma_e^2, \sigma_\xi^2]^T, \quad \boldsymbol{\theta}_2 = \gamma, \quad \boldsymbol{\theta} = [\boldsymbol{\theta}_1, \boldsymbol{\theta}_2]^T \end{cases} \tag{6.8}$$

Dans la fonction de coût $\mathcal{J}(\mathbf{x},\boldsymbol{\theta})$, le terme $\gamma\,\|\mathbf{x}\|_1$ vient de l'a priori double exponentielle. Par rapport au régularisateur $\lambda\,\mathcal{F}(\mathbf{x})$ dans Eq.(4.58), $\gamma\,\|\mathbf{x}\|_1$ peut non seulement jouer un rôle de régularisation, mais aussi être automatiquement estimé alors que $\lambda$ doit être réglé empiriquement. Par ailleurs, toutes les variables et les (hyper)paramètres inconnus peuvent être conjointement estimées alternativement (cf. Eq. 6.9).

En conclusion, grâce à l'a priori parcimonieux et à l'estimation JMAP, l'inférence bayésienne proposée permet d'obtenir une meilleure résolution spatiale avec une dynamique de valeur plus large et plus robustesse aux erreurs des mesures que les méthodes décrites dans les chapitres précédants (classiques et SC-RDAMAS). Nous avons comparé ses perfomance via des simulations (cf. Fig. 6.2), des données réelles (cf. Fig. 6.6a et Fig. 6.7), et également des données hybrides (cf. Fig. 6.6b). Cependant, l'estimation JMAP intègre des optimisations non-quadratiques sources d'important coût de calcul.

Dans le chaptre 7, nous proposons un modèle de convolution 2D invariant afin d'accélérer l'estimation du JMAP. Dans le chapitre 8 , afin de surmonter la limitation du JMAP, nous allons étudier l'Approximation Variationnelle Bayésienne (VBA) basée sur une loi a priori de Students-t pour traiter des sources parcimonieuses et des erreurs de mesures non-stationnaires.

# Chapitre 7.

## Une modèlisation de la propagation de puissance acoustique par une convolution 2D invariante

Afin de réduire la consommation en temps de calcul dans l'estimation du JMAP, nous proposons d'utiliser un modèle de convolution 2D avec un noyau invariant pour la propagation de la puissance acoustique (cf. Eq. 5.4). En substituant la multiplication de matrice $\mathbf{C}\,\mathbf{x}$ par une convolution 2D, le modèle direct associé devient :

$$\mathbf{y} = \mathbf{H}\,\mathbf{x} + \boldsymbol{\epsilon}\,, \tag{7.9}$$

où

- $\boldsymbol{\epsilon} \in \mathbb{R}^N$ représente le bruit composé de la variance des erreurs des mesures $\sigma_e^2\,\mathbf{1}_a$, de l'incertitude de modèle $\boldsymbol{\xi} \in \mathbb{R}^N$, ainsi que des erreurs d'approximation $\boldsymbol{\eta} \in \mathbb{R}^N$ (cf. manuscrit Eq. 7.7).
- $\mathbf{H} \in \mathbb{R}^{N\times N}$ représente la matrice de convolution valide. $\mathbf{H}$ satisfait $\mathbf{H}\,\mathbf{x} = \mathbf{h} * \mathbf{x}$, où $*$ représente l'opération de convolution valide ;
- $\mathbf{h} \in \mathbb{R}^{N_h\times N_h}$ représente le noyau spatialement invariant ; $\mathbf{h}$ peut être dérivé de la matrice de propagation de puissance $\mathbf{C}$, car en champ lointain, $\mathbf{C}$ peut être approchée par une matrice $\tilde{\mathbf{C}} \in [\tilde{c}_{i,j}]_{N\times N}$ Symmetrique Toeplitz Block Toeplitz (STBT en anglais). $\mathbf{h}$ est alors exprimé de la manière suivante :

  $$\begin{cases} h_{k,l} = \tilde{c}_{i,j}\,, \\ i = \lfloor \frac{N+1}{2} \rfloor, \quad j = i + (\lfloor \frac{N_h+1}{2} \rfloor - k)\,N_r + \lfloor \frac{N_h+1}{2} \rfloor - l \end{cases} \tag{7.13}$$

  où l'image de puissance $\mathbf{x}$ est de dimension $N_r * N_c$; $N_h$ représente la taille du noyau $\mathbf{h}$ ; Par rapport au calcul en $O(N^2)$ de la multiplification matricielle $\mathbf{C}\,\mathbf{x}$, celui de la convolution 2D $\mathbf{H}\,\mathbf{x}$ peut être réduit en $O(N_h^2\,N)$ avec $N_h^2 << N = N_r * N_c$.

Nos résultats (cf. figures Fig. 7.10 et Fig.7.11 du manuscrit) montrent qu'une taille appropriée du noyau de convolution $N_h = N_r$ permet de soulager le coût de calcul tout en garantissant une bonne qualité de reconstuction de l'image. En outre, au prix d'approximations supplémentaires, le noyau invariant $\mathbf{h}$ peut être considéré comme séparable en deux noyaux 1D ($\mathbf{h} = \mathbf{h}_1 * \mathbf{h}_2^T$ avec $\mathbf{h}_1$, $\mathbf{h}_2 \in \mathbb{R}^{N_h}$) de sorte que le coût de calcul de la convolution peut être réduit en $O(2N_h\,N)$. Grâce à la convolution invariante et séparable, la parallélisation des calculs pour l'estimation de JMAP dans Eq.(6.8) peut être accélérée de manière efficace en utilisant des processeurs many cores de type GPUs (Graphics Processing Unit). Nous avons aussi comparé le JMAP via le modèle de convolution invariant avec les méthodes des chapitres précédants sur données simulées (cf. Fig. 7.13), réelles et hybrides (cf. Fig. 7.13). La convolution séparable $\mathbf{h}_1 * \mathbf{h}_2^T * \mathbf{x}$ implémentée sur GPU permet d'atteindre un gain de vitesse de 3 ordres de magnitude par rapport à un calcul matriciel $\mathbf{C}\,\mathbf{x}$ non optimisé sur un processeur standard (CPU) ; de 2 ordres de magnitude par rapport à la convolution non optimisée $\mathbf{h} * \mathbf{x}$ sur CPU ; un ordre de magnitude par rapport à la convolution non séparable sur GPU.

Dans le chapitre 8, nous allons utiliser une approximation variationnelle bayésienne (VBA) afin d'améliorer la robustesse aux bruits non-stationnaires.

# Chapitre 8.

# Une approximation variationnelle bayésienne avec un a priori de Students-t adaptée aux bruits non-stationnaires

Les approximations engendrées par l'utilisation d'un modèle de convolution invariant (cf. Eq. 7.9), nous amène à considér que le bruit $\boldsymbol{\epsilon}$ blanc et gaussien devient spatialement non-stationnaire (contrairement aux modèles présentés aux chapitres 4, 5 et 6). In fine, cela correspond à modéliser le bruit $\boldsymbol{\epsilon}$ par une loi de Students-t :

$$St(\boldsymbol{\epsilon}|\alpha_\epsilon) = \prod_{n=1}^{N} \frac{\Gamma(\frac{1+\alpha_\epsilon}{2})}{\sqrt{\alpha_\epsilon \pi}\,\Gamma(\frac{\alpha_\epsilon}{2})} (1 + \frac{\epsilon_n^2}{\alpha_\epsilon})^{-\frac{1+\alpha_\epsilon}{2}}\,, \tag{8.4}$$

où $\alpha_\epsilon \in \mathbb{R}^+$ représente le degré de liberté qui contrôle la forme de distribution. Lorsque $\alpha_\epsilon = 1$, le bruit se modélise par une loi de Laplace $St(\epsilon_n|\alpha_\epsilon) = \frac{1}{\pi}\,(1+\epsilon_n^2)^{-1}$ qui renforce effectivement la parcimonie ; alors que lorsque $\alpha_\epsilon = \infty$, le bruit se modélise par une loi normale $St(\epsilon_n|\alpha_\epsilon) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\, e^{-\epsilon_n^2/2}$.

Par une intégration marginale sur la variable cachée $\boldsymbol{\nu} \in \mathbb{R}_+^N$ correspondant à la variable du bruit $\boldsymbol{\epsilon}$, nous obtenons :

$$St(\boldsymbol{\epsilon}|\alpha_\epsilon) = \int p(\boldsymbol{\epsilon}|\boldsymbol{\nu})\, p(\boldsymbol{\nu}|\alpha_\epsilon)\, d\boldsymbol{\nu}\,, \tag{8.5}$$

où

- $p(\boldsymbol{\epsilon}|\boldsymbol{\nu}) = \mathcal{N}(\boldsymbol{\epsilon}|\mathbf{0}, \boldsymbol{\Sigma}_\nu^{-1})$ avec $\boldsymbol{\Sigma}_\nu = Diag[\nu_n]$ représente la loi normale multidimensionnelle ; $\nu_n \in \boldsymbol{\nu}$, $n = 1, \cdots, N$ représente la variance du bruit non stationnaire (et donc spatialement variant) ; $\boldsymbol{\nu}$ peut être ainsi considérer comme la précision ou l'intervalle de confiance sur $\boldsymbol{\epsilon}$ ;
- $p(\boldsymbol{\nu}|\alpha_\epsilon) = \prod_{n=1}^{N} \mathcal{G}(\nu_n|a_\nu, b_\nu)$ avec $a_\nu = b_\nu = \frac{\alpha_\epsilon}{2}$ représente la loi de Gamma, loi non informative sur la variance.

Ainsi puisque $p(\boldsymbol{\epsilon}|\boldsymbol{\nu}) = \mathcal{N}(\boldsymbol{\epsilon}|\mathbf{0}, \boldsymbol{\Sigma}_\nu^{-1})$, la vraisemblance devient $p(\mathbf{y}|\mathbf{x}, \boldsymbol{\theta}) = \mathcal{N}(\mathbf{y} - \mathbf{H}\,\mathbf{x}|\mathbf{0}, \boldsymbol{\Sigma}_\nu^{-1})$.

A propos de la distribution parcimonieuse de la puissance acoustique de la source, nous appliquons une loi plus appropriée que la loi double exponentielle du chapitre 6. Nous choissisons également une loi de Student-t $St(\mathbf{x}|\alpha_x)$. Cette dernière a l'avantage d'avoir une queue longue et un sommet étroit.

Selon $St(\mathbf{x}|\alpha_x) = \int p(\mathbf{x}|\boldsymbol{\gamma})\, p(\boldsymbol{\gamma}|\alpha_x)\, d\boldsymbol{\gamma}$, on a alors que $p(\mathbf{x}|\boldsymbol{\gamma}) = \mathcal{N}(\mathbf{x}|\mathbf{0}, \boldsymbol{\Sigma}_\gamma^{-1})$ avec $\boldsymbol{\Sigma}_\gamma = Diag[\gamma_n]$ et $p(\boldsymbol{\gamma}|\alpha_x) = \prod_{n=1}^{N} \mathcal{G}(\gamma_n|a_\gamma, b_\gamma)$, avec $a_\gamma = b_\gamma = \frac{\alpha_x}{2}$. Ici, $\boldsymbol{\gamma} = [\gamma_1, \cdots, \gamma_N]^T$ représente les variables cachées, correspondant à la précision ou à l'intervalle de confiance pour les variables $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^N$. Il s'agit de la variance spatialement variante de la puissance acoustique de la source.

Afin de conjointement estimer les variables ($\mathbf{x} \in \mathbb{R}^N$) et les hyper-paramètres ($\boldsymbol{\gamma}$, $\boldsymbol{\nu} \in \mathbb{R}^N$ ), le JMAP du chapitre 6 (pour $N+3$ variables) risque de ne trouver aucune solution pour $3N$ dimensions inconnues, la loi a posteriori étant devenue trop complexe à exprimer ; C'est pourquoi nous appliquons l'Approximation Bayésienne Variationnelle (VBA). Dans VBA, la loi a posteriori peut être approchée par une famille de densité de probabilité séparables. En minimisant la divergence de Kullback-Leibler (KL) entre la loi a posteriori et son approximation, nous proposons l'approche de VBA via la loi de Students-t basée sur le modèle de convolution 2D invariant. Voici son expression :

$$\left\{\begin{aligned}
\mathbf{y} &= \mathbf{H}\,\mathbf{x} + \boldsymbol{\epsilon} \\
\hat{q}(\mathbf{x},\boldsymbol{\theta}) &= \arg\min_{q(\mathbf{x},\boldsymbol{\theta})} \left\{ KL(q:p) = \int q(\mathbf{x},\boldsymbol{\theta})\, \frac{q(\mathbf{x},\boldsymbol{\theta})}{p(\mathbf{x},\boldsymbol{\theta}|\mathbf{y})}\, d(\mathbf{x},\boldsymbol{\theta}) \right\} \\
St(\mathbf{x}) &= \int p(\mathbf{x}|\boldsymbol{\gamma})\, p(\boldsymbol{\gamma})\, d\boldsymbol{\gamma} = \int \mathcal{N}(\mathbf{x}|\mathbf{0}, \boldsymbol{\Sigma}_\gamma^{-1})\, \mathcal{G}(\boldsymbol{\gamma}|a_\gamma, b_\gamma)\, d\boldsymbol{\gamma} \\
St(\boldsymbol{\epsilon}) &= \int p(\boldsymbol{\epsilon}|\boldsymbol{\nu})\, p(\boldsymbol{\nu})\, d\boldsymbol{\nu} = \int \mathcal{N}(\boldsymbol{\epsilon}|\mathbf{0},\, \boldsymbol{\Sigma}_\nu^{-1})\, \mathcal{G}(\boldsymbol{\nu}|a_\nu, b_\nu)\, d\boldsymbol{\nu} \\
\boldsymbol{\theta} &= [\boldsymbol{\gamma}, \boldsymbol{\nu}]^T \\
p(\mathbf{x},\boldsymbol{\theta}|\mathbf{y}) &\propto p(\mathbf{y}|\mathbf{x},\boldsymbol{\theta})\, p(\mathbf{x}|\boldsymbol{\gamma})\, p(\boldsymbol{\gamma})\, p(\boldsymbol{\nu}) \\
&\propto \mathcal{N}(\mathbf{y}|\mathbf{H}\,\mathbf{x},\, \boldsymbol{\Sigma}_\nu^{-1})\, \mathcal{G}(\boldsymbol{\nu}|a_\nu, b_\nu)\, \mathcal{N}(\mathbf{x}|\mathbf{0}, \boldsymbol{\Sigma}_\gamma^{-1})\, \mathcal{G}(\boldsymbol{\gamma}|a_\gamma, b_\gamma) \\
q(\mathbf{x},\boldsymbol{\theta}) &\propto\; q_1(\mathbf{x})\, q_2(\boldsymbol{\gamma})\, q_3(\boldsymbol{\nu})
\end{aligned}\right. \tag{8.19}$$

En utilisant l'a priori conjuguée, $\hat{q}_1(\mathbf{x})$ vient de la même famille que $p(\mathbf{x}|\boldsymbol{\gamma})$. $\hat{q}_2(\boldsymbol{\gamma})$ et $\hat{q}_3(\boldsymbol{\nu})$ suivent une loi de Gamma (loi non informative). En supposant que $\mathbf{x}$, $\boldsymbol{\gamma}$ et $\boldsymbol{\nu}$ soient mutuellement indépendents, l'estimation de VBA peut être alors résolue en suivant les équations Eq.(8.19). Sur les simulations (cf. Fig. 8.3) et les données réelles et hybrides (cf. Fig. 8.4), l'estimation du VBA permet d'obtenir de meilleurs résultats que le JMAP. Par ailleurs, la méthode VBA permet d'obtenir des intervalles de confiance pour la puissance des sources et pour le bruit grâce aux variances estimées $\boldsymbol{\gamma}$ et $\boldsymbol{\nu}$ (cf. Fig. 8.5 du mansucrit). Grâce au modèle de convolution 2D invariant, la méthode VBA peut être efficacement réalisée et son coût de calcul ainsi allégé.

# Chapitre 9.

# Bilan et perspectives

La table 1 fait le bilan du travail effectué en donnant une vision synthétique des différentes méthodes proposées dans les chapitres 5, 6, 7 et 8.

Nous exposons ci-dessous les perspectives à ces travaux de thèse que nous jugeons les plus intéressantes.

- Perspectives liées à des aspects pratiques :
  - *l'obtention d'une image acoustique 3D de la surface du véhicule.* Ce travail peut être effectué en utilisant les données mesurées sur les réseaux verticaux et horizontaux de microphones de la soufflerie S2A de Renault. Les résultats de l'imagerie 3D permettront d'offrir une distribution de sources acoustiques plus détaillée et complète que celle obtenue en 2D.
  - *l'obtention d'une imagerie acoustique haute résolution pour des fréquences plus basses.* Deux axes seront intéressants à développer : (1) utiliser des méthodes à haute résolution (Capon, Music, Beamforming amélioré) pour construire un modèle de propagation de puissance correspondant à l'équation Eq.(4.46), au lieu d'utiliser le Beamforming conventionnel qui a une faible résolution spatiale dans les basses fréquences ; (2) traiter directement le modèle de propagation du signal dans Eq.(3.15), plutôt que le modèle de puissance dans Eq.(4.46).
  - *la mise en œuvre de l'imagerie acoustique en temps réel en utilisant la parallélisation sur processeurs many cores (GPUs).* Il s'agit d'optimiser les algorithmes de déconvolution proposées de manière à s'adapter efficacement à la structure parallèle des processeurs GPUs. En outre, nous avons constaté que le calcul pour la convolution invariante 2D $\mathbf{h} * \mathbf{x}$ actuellement implémenté sur GPU (provenant de la toolbox *parallel computing* de Matlab) n'utilise que 14% de la puissance de calcul disponible. Cette efficacité de calcul est encore moindre pour la convolution séparable $\mathbf{h}_1 * \mathbf{h}_2^T * \mathbf{x}$ avec seulement 7% de la puissance pic utilisé. Il existe ainsi un potentiel d'accélération supplémentaire en développant nos propres implémentations des algorithmes sur GPU.

- Perspectives liées à l'amélioration du modèle de propagation acoustique (modèle direct) :
  - *la définition d'un modèle plus sophistiqué des sources acoustiques* intégrant des sources étendues, des sources distribuées et des sources corrélées avec leurs formes de directivité.
  - *la définition de modèles plus sophistiqués de la propagation acoustique.* La propagation des ondes pleines doit être examinée en tenant compte du champ lointain ou proche, de la condition de borne tels que la réflection, la réfraction et la dispersion, et également la réverbération complexe qui n'est plus indépendante des sources.
  - *la prise en compte de la non-stationnairité et de la non-gaussianité des erreurs de mesures dans le domaine spatio-temporel.*
- Perspectives liées aux méthodes de résolution du problème inverse :
  - *l'amélioration de la performance de la localisation de sources (hyper-résolution spatiale).*
  - *l'élaboration d'a priori plus appropriés sur la parcimonie de la puissance acoustique* tels que la loi de Laplace fractionnaire qui renforce bien la parcimonie, la loi du Chi-2 qui est non-négative pour les puissances, ou bien encore un a priori parcimonieux qui s'appuie sur la structure des sources.
  - *l'accélération de l'estimation VBA* basée sur le *Tree-structure compressed sensing* et l'*automatic relevance determination.*
  - *le développement de méthodes basées sur la séparation des sources* afin de prendre en compte les réverbérations complexes s'apparentant au problème de "la soirée cocktail" : analyse en composantes principales (PCA), analyse en composantes indépendantes (ICA) ou séparation de sources via l'inférence bayésienne.

Table 1: Bref résumé des méthodes proposées pour l'imagerie acoustique

| Chapitre | Chapitre 5 | Chapitre 6 | Chapitre 7 | Chapitre 8 |
|---|---|---|---|---|
| Modèle direct | $\mathbf{y} = \mathbf{C}\,\mathbf{x} + \sigma_e^2\,\mathbf{1}_a + \boldsymbol{\xi}$ | $\mathbf{y} = \mathbf{C}\,\mathbf{x} + \sigma_e^2\,\mathbf{1}_a + \boldsymbol{\xi}$ | $\mathbf{y} = \mathbf{H}\,\mathbf{x} + \sigma_e^2\,\mathbf{1}_a + \boldsymbol{\xi} + \boldsymbol{\eta}$ | $\mathbf{y} = \mathbf{H}\,\mathbf{x} + \boldsymbol{\epsilon}$ |
| Opération | Multiplication Matricielle ($\mathbf{C}\,\mathbf{x}$) | Multiplication Matricielle ($\mathbf{C}\,\mathbf{x}$) | convolution 2D( $\mathbf{H}\,\mathbf{x} = \mathbf{h} * \mathbf{x}$) | convolution 2D ($\mathbf{H}\,\mathbf{x} = \mathbf{h} * \mathbf{x}$) |
| Erreur | $\sigma_e^2$: bruit de fond; $\boldsymbol{\xi}$: L'incertitude dûe à la multi-propagation | $\sigma_e^2$, $\boldsymbol{\xi}$ | $\boldsymbol{\eta}$: Erreur d'approximation ; $\sigma_e^2$, $\boldsymbol{\xi}$ | $\boldsymbol{\epsilon}$ comprend $\boldsymbol{\eta}$, $\sigma_e^2$, $\boldsymbol{\xi}$ |
| Critère | Minimiser $\boldsymbol{\xi}$ sous la contrainte de parcimonie | Maximum à Posteriori Conjoint (JMAP) $(\hat{\mathbf{x}}, \hat{\sigma^2}_e) = \arg\max\left\{p(\mathbf{x}, \boldsymbol{\theta}\vert\mathbf{y})\right\}$ | JMAP $(\hat{\mathbf{x}}, \hat{\sigma^2}_e) = \arg\max\left\{p(\mathbf{x}, \boldsymbol{\theta}\vert\mathbf{y})\right\}$ | Approximation Variationnelle Bayésienne (VBA) $\hat{q}(\mathbf{x}, \boldsymbol{\theta}) \approx p(\mathbf{x}, \boldsymbol{\theta}\vert\mathbf{y})$ |
| Fonction de coût | $\left\{\begin{array}{l} (\hat{\mathbf{x}}, \hat{\sigma^2}_e) = \arg\min\left\{\Vert\mathbf{y} - \mathbf{C}\,\mathbf{x} - \sigma_e^2\,\mathbf{1}_a\Vert_2^2\right\} \\ \text{s.t.} \quad \mathbf{x} \succeq \mathbf{0}, \quad \Vert\mathbf{x}\Vert_1 = \beta, \quad \sigma_e^2 \geq 0 \end{array}\right.$ | $\left\{\begin{array}{ll} (\hat{\mathbf{x}}, \hat{\boldsymbol{\theta}}) & = \arg\min\left\{-\ln\, p(\mathbf{x}, \boldsymbol{\theta}\vert\mathbf{y})\right\} \\ & = \frac{1}{2\sigma_\xi^2}\Vert\mathbf{y} - \mathbf{C}\,\mathbf{x} - \sigma_e^2\,\mathbf{1}_a\Vert^2 \\ & +\gamma\,\Vert\mathbf{x}\Vert_1 + \frac{N}{2}\,\ln\sigma_\xi^2 - N\,\ln\gamma \\ \boldsymbol{\theta} & = [\sigma_e^2, \sigma_\xi^2, \gamma]^T \end{array}\right.$ | $\left\{\begin{array}{ll} (\hat{\mathbf{x}}, \hat{\boldsymbol{\theta}}) & = \arg\min\left\{-\ln\, p(\mathbf{x}, \boldsymbol{\theta}\vert\mathbf{y})\right\} \\ & = \frac{1}{2\sigma_\xi^2}\Vert\mathbf{y} - \mathbf{H}\,\mathbf{x} - \sigma_e^2\,\mathbf{1}_a\Vert^2 \\ & +\gamma\,\Vert\mathbf{x}\Vert_1 + \frac{N}{2}\,\ln\sigma_\xi^2 - N\,\ln\gamma \\ \boldsymbol{\theta} & = [\sigma_e^2, \sigma_\xi^2, \gamma]^T, \quad \boldsymbol{\eta} = \mathbf{0} \end{array}\right.$ | $\left\{\begin{array}{ll} \hat{q}(\mathbf{x}, \boldsymbol{\theta}) & = \arg\min\left\{KL(q:p)\right\} \\ KL(q:p) & = \int q(\mathbf{x}, \boldsymbol{\theta})\,\frac{q(\mathbf{x}, \boldsymbol{\theta})}{p(\mathbf{x}, \boldsymbol{\theta}\vert\mathbf{y})}\,d(\mathbf{x}, \boldsymbol{\theta}) \\ p(\mathbf{x}, \boldsymbol{\theta}\vert\mathbf{y}) & \propto \mathcal{N}(\mathbf{y}\vert\mathbf{H}\,\mathbf{x},\, \boldsymbol{\Sigma}_\nu^{-1})\,\mathcal{G}(\boldsymbol{\nu}\vert a_\nu, b_\nu) \\ & \mathcal{N}(\mathbf{x}\vert\mathbf{0}, \boldsymbol{\Sigma}_\gamma^{-1})\,\mathcal{G}(\boldsymbol{\gamma}\vert a_\gamma, b_\gamma) \\ q(\mathbf{x}, \boldsymbol{\theta}) & \propto q_1(\mathbf{x})\,q_2(\boldsymbol{\gamma})\,q_3(\boldsymbol{\nu}) \\ \boldsymbol{\theta} & = [\boldsymbol{\gamma}, \nu]^T \end{array}\right.$ |
| A priori des erreurs | $\sigma_e^2 \geq 0$ | i.i.d gaussienne : $\mathcal{N}(\boldsymbol{\xi}\vert\mathbf{0}, \sigma_\xi^2\,\mathbf{I})$ | i.i.d gaussienne : $\mathcal{N}(\boldsymbol{\xi}\vert\mathbf{0}, \sigma_\xi^2\,\mathbf{I})$ | Students-t : $St(\boldsymbol{\epsilon}\vert\alpha_\epsilon) = \int \mathcal{N}(\boldsymbol{\epsilon}\vert\mathbf{0}, \boldsymbol{\Sigma}_\nu^{-1})\,\mathcal{G}(\boldsymbol{\nu}\vert\frac{\alpha_\epsilon}{2}, \frac{\alpha_\epsilon}{2})\,d\boldsymbol{\nu}$ |
| Vraisemblance | - | $\mathcal{N}(\mathbf{y}\vert\mathbf{C}\,\mathbf{x} + \sigma_e^2\,\mathbf{1}_a,\, \sigma_\xi^2\,\mathbf{I})$ | $\mathcal{N}(\mathbf{y}\vert\mathbf{H}\,\mathbf{x} + \sigma_e^2\,\mathbf{1}_a,\, \sigma_\xi^2\,\mathbf{I})$ | $\mathcal{N}(\mathbf{y}\vert\mathbf{H}\mathbf{x},\, \boldsymbol{\Sigma}_\nu^{-1})$ |
| A priori des puissances | $\mathbf{x} \succeq \mathbf{0}$ | Double Exponentielle : $p(\mathbf{x}\vert\gamma, \beta) = \left(\frac{\gamma}{2}\right)^N \exp\left[-\gamma\Vert\mathbf{x}\Vert_{\beta=1}\right]$ | Double Exponentielle : $p(\mathbf{x}\vert\gamma, \beta) = \left(\frac{\gamma}{2}\right)^N \exp\left[-\gamma\Vert\mathbf{x}\Vert_{\beta=1}\right]$ | Students-t : $St(\mathbf{x}\vert\alpha_x) = \int \mathcal{N}(\mathbf{x}\vert\mathbf{0}, \boldsymbol{\Sigma}_\gamma^{-1})\,\mathcal{G}(\boldsymbol{\gamma}\vert\frac{\alpha_x}{2}, \frac{\alpha_x}{2})\,d\boldsymbol{\gamma}$ |
| Variables cachées | - | - | - | $\boldsymbol{\gamma}$, $\boldsymbol{\nu}$ (vecteurs) |
| A priori des paramètres | Borne estimée sur $\hat{\beta}$ | $\sigma_e^2$, $\sigma_\xi^2$, $\gamma$ (scalaire) loi de Jeffreys | $\sigma_e^2$, $\sigma_\xi^2$, $\gamma$ (scalaire) loi de Jeffreys | $\boldsymbol{\gamma}$, $\boldsymbol{\nu}$ (vecteurs) loi Gamma |

# Publications de thèse

## Articles de revues :

- N. Chu, A. Mohammad-Djafari and J. Picheral, Robust Bayesian super-resolution approach via sparsity enforcing priors for near-field acoustic source imaging, **Journal of Sound and Vibration**, Vol. 332, No. 18, pp 4369-4389, Feb. 2013. DOI: 10.1016/j.jsv.2013.02.037.
- N. Chu, J. Picheral and A. Mohammad-Djafari, N. Gac, A robust super-resolution approach with sparsity constraint in acoustic imaging, **Applied Acoustics**, DOI: 10.1016/j.apacoust.2013.08.007, vol.76, pp.197-208, 2014.

## Articles d'actes de conférences internationales :

- N. Chu, A. Mohammad-Djafari, N. Gac, and J. Picheral, An efficient variational Bayesian inference approach via Student's-t priors for acoustic imaging in colored noises , **Journal of the Acoustical Society of America**, Vol. 133, No.5. Pt.2, POMA Vol 19, pp. 055031-40, 2013.
- N. Chu, A. Mohammad-Djafari and J. Picheral, A Bayesian sparse inference approach in near-field wideband aeroacoustic imaging, 2012 IEEE International Conference on Image Processing, Orlando (**ICIP2012**), USA, Sep. 30-Oct. 04, 2012. (EI)
- N. Chu, A. Mohammad-Djafari and J. Picheral, Bayesian sparse regularization in near-field wideband aeroacoustic imaging for wind tunnel test, 2012 IOA annual meeting and 11th Congrès Français d'Acoustique (**ACOUSTICS2012**), Nantes, France, Avril. 23-27, 2012, pp. 1391-1396.
- N. Chu, A. Mohammad-Djafari and J. Picheral, Two robust super-resolution approaches with sparsity constraint and sparse regularization

for near-field wideband extended aeroacoustic source imaging, Berlin Beamforming Conference 2012 (**BeBeC2012**), Berlin, Allemagne, Fév. 22-23, 2012, pp. 29.

- N. Chu, J. Picheral and A.Mohammad-Djafari, A robust super-resolution approach with sparsity constraint for near-field wideband acoustic imaging, IEEE International Symposium on Signal Processing and Information Technology (**ISSPIT2011**), Bilbao, Espagne, Dec. 14-17, 2011, pp. 310-315. (EI)

## Séminaires

- An efficient Bayesian inference approach using 2D invariant convolution approximation in acoustic imaging. Séminaire dans Information Signal Image viSion (**GdRISIS**), Télécom ParisTech, 46 Rue Barrault 75013 Paris France, Mai. 2013

- An Invariant Convolution Model And Bayesian Inversion In Acoustic Imaging, La Journée de l'Image Optique Non-Conventionnelle (**JIONC**) 2013, Mars 2013

- Bayesian super-resolution approach via sparsity enforcing a prior in aeroacoustic imaging. Séminaire dans **GdRISIS**, Télécom ParisTech, 46 Rue Barrault 75013 Paris France, Nov. 2012.

- Bayesian compressed sensing in near-field wideband aeroacoustic imaging, 1st International Workshop on Compressed Sensing applied to Radar (**CoSeRa2012**), Bonn, Allemagne, Mai 14-16, 2012.

- Robust super-resolution methods with sparsity constraint and sparse regularization in acoustic imaging. Colloque **GRESTI** école d'été, Peyresq 04170 France, Août. 2011

.

- Quand la Chine se réveillera, le monde tremblera.

**Napoléon Bonaparte**