



**HAL**  
open science

# Modèles multi-niveaux de prévision des durées de vie en fatigue des structures composites à matrice céramique pour usage en turbomachines aéronautiques.

E. Hémon

## ► To cite this version:

E. Hémon. Modèles multi-niveaux de prévision des durées de vie en fatigue des structures composites à matrice céramique pour usage en turbomachines aéronautiques.. Sciences de l'ingénieur [physics]. Université Bordeaux 1, 2013. Français. NNT: . tel-01020093v1

**HAL Id: tel-01020093**

**<https://theses.hal.science/tel-01020093v1>**

Submitted on 7 Jul 2014 (v1), last revised 24 Nov 2014 (v3)

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



# THÈSE

PRÉSENTÉE A

**L'UNIVERSITÉ BORDEAUX 1**

ÉCOLE DOCTORALE DES SCIENCES PHYSIQUES ET DE L'INGENIEUR

Par Elen HEMON

POUR OBTENIR LE GRADE DE

DOCTEUR

SPÉCIALITÉ : Mécanique

## **MODELES MULTI-NIVEAUX DE PREVISION DES DUREES DE VIE EN FATIGUE DES STRUCTURES COMPOSITES A MATRICE CERAMIQUE POUR USAGE EN TURBOMACHINES AERONAUTIQUES**

Soutenue le 15 Novembre 2013

Devant la commission d'examen formée de :

M. GRANDIDIER, J-C.	Professeur, E.N.S.M.A.	Président
M. DESMORAT, R.	Professeur, E.N.S. Cachan	Rapporteur
M. REYNAUD, P.	Chargé de Recherche EPST - CNRS	Rapporteur
M. REBILLAT, F.	Professeur, Institut Polytechnique de Bordeaux	Examineur
M. MARTIN, É.	Professeur, Institut Polytechnique de Bordeaux	Directeur de thèse
M. BARREAU, F.	Ingénieur, Snecma	Encadrant
M. BOUILLON, F.	Ingénieur, Herakles	Encadrant
M. MAIRE, J-F.	Ingénieur de Recherche, Onera	Encadrant
Mme. KAMINSKI, M.	Ingénieur de Recherche, Onera	Invité



*« Il faut être rameur avant de tenir le gouvernail, avoir gardé la proue  
et observé les vents avant de gouverner soi-même le navire »*

**Aristophane**



---

## REMERCIEMENTS

---

On pourrait comparer une thèse à une course au large. Avec ses moments de mer calme mais également de mer déchainée. Toutefois, pour pouvoir franchir la ligne d'arrivée, une telle aventure ne peut être faite seul, il y a toujours des équipes techniques aux ports. Dans mon cas, cinq ports d'attaches : Snecma, Herakles, le LCTS, l'Onera et Lorient.

Je tiens tout d'abord à remercier les membres de mon jury pour avoir évalué mon travail. Plus particulièrement, je remercie M. Grandidier pour avoir présidé ce jury, M. Desmorat et M. Reynaud pour avoir rapporté mon travail. Je remercie M. Rebillat d'une part pour avoir examiné mon travail mais surtout pour m'avoir aidé durant ma thèse dans la compréhension des phénomènes physico-chimiques qui règne dans ces matériaux céramiques. Je remercie Eric Martin pour avoir accepté d'être mon directeur de thèse et pour toutes les discussions professionnelles et non que l'on a pu avoir.

Merci à Snecma et Heraklès pour m'avoir permis de réaliser cette thèse et de travailler sur des matériaux passionnants. Plus particulièrement, je remercie Hacène Cherouali et Anne Mourret qui m'ont accompagné au départ de cette aventure. Merci également à Raul de Moura Pinho, Francis Barreau et Florent Bouillon qui ont été présent pour moi à la fin de ma thèse et un grand merci pour vos relectures et corrections de mon mémoire. Je tiens également à remercier Vincent du LCTS puis Herakles pour toutes les discussions que l'on a pu avoir sur les composites à matrice céramique. Par la même occasion, je remercie et souhaite bon courage à Elie Racle et Nicolas Tableau pour leur fin de thèse sur les CMCs.

La grande partie de ma thèse s'est déroulée à l'Onera dans le département des matériaux composites. Tout d'abord merci à Nicolas qui a été mon encadrant au début de ma thèse et qui a toujours pris de mes nouvelles (même en vivant dans la plus belle région de France). Un grand merci à toi Myriam pour m'avoir encadré, aidé pendant ma thèse et pour tes nombreuses relectures de mon mémoire. Merci également à toi Fred, homme de l'ombre, pour toute ton aide précieuse dans la compréhension d'ODM et dans son implémentation. Enfin, je tiens à te remercier Jean-François. J'ai apprécié travailler avec toi, souvent dans la bonne humeur. Merci d'avoir toujours trouvé du temps dans ton emploi du temps de directeur de département pour m'aider et discuter avec moi.

Je tiens à remercier Anne Mavel, Françoise Passilly et Philippe Nunez pour les essais de tractions cyclés que vous avez réalisé pour ma thèse et surtout pour les bons moments passés avec vous. Tant que je suis dans les essais, je tiens à remercier Pascal Paulmier et Martine pour m'avoir montré les essais et les pièces que vous faisiez quand je me promenais dans le laboratoire.

Un énorme merci à toutes les personnes du département des matériaux composites pour leur bonne humeur. C'est important dans une thèse de pouvoir décompresser, donc merci à vous pour ça. Un merci particulier à l'unité Modélisation et Caractérisation des Matériaux Composites où j'ai passé de bons moments avec vous dans la salle café à discuter de tout et de rien. Merci également au second breton Johann pour son aide sur Abaqus et ZéBuLoN.

Dans cette traversée de la thèse, d'autre personne était sur le même bateau que moi, il s'agit de mes trois co-bureau : Emilie, Carole et notre chef de bureau Gaël. Un grand merci à vous trois pour les très bons moments, les blagues qu'on a pu faire ensemble (hein Gaël !!). Merci plus particulièrement à mon binôme Carole pour toutes nos discussions souvent très professionnelles sur le passage de ODM à la fatigue. J'en profite pour souhaiter bon courage pour la dernière ligne droite avant l'arrivée à Azalia, Camélia, Antoine, Adrien et Alexis.

Enfin, je remercie Jean-Michel éternel doctorant pour tous les bons moments et les discussions passés ensemble.

Mon dernier port d'attache Lorient est uniquement sentimental, malheureusement pendant ma thèse je n'ai pas pu y aller aussi souvent que je l'aurais souhaité. J'y est laissé famille et amis. Donc merci à vous de m'avoir toujours soutenu même de loin dans ma thèse. Toutefois au quotidien je n'ai jamais été seule, Anto tu as toujours été là pour moi, tu m'as toujours soutenu et aidé dans cette période de notre vie, sans toi je n'aurais pas franchi cette ligne d'arrivée, merci.

---

## TABLE DES MATIÈRES

---

<b>LISTE DES NOTATIONS.....</b>	<b>1</b>
<b>INTRODUCTION GÉNÉRALE .....</b>	<b>9</b>
<b>CHAPITRE I : PHÉNOMÈNES D’OXYDATION DES CMCs SiC/SiBC.....</b>	<b>17</b>
I. Généralités sur la thermo-oxydation .....	18
I.1 La thermogravimétrie.....	19
I.2 Modèle d’oxydation .....	19
II. Oxydation et lois cinétiques des constituants des CMCs SiC/SiBC.....	22
II.1 Oxydation du carbone et du pyrocarbone.....	23
II.2 Oxydation des fibres de carbure de silicium .....	24
II.3 Couche de carbure de bore .....	26
III. Effet de l’oxydation sur le comportement mécanique des CMCs.....	30
III.1 Comportement mécanique à température ambiante .....	30
III.2 Comportement mécanique des CMCs SiC/SiC en température.....	33
Bilan .....	35
<b>CHAPITRE II : MODÈLE MÉCANIQUE DE LA DURÉE DE VIE POUR LES CMCs .....</b>	<b>37</b>
I. Modèle d’endommagement statique : Onera Damage Model.....	38
I.1 Loi d’état.....	39
I.2 Loi d’évolution de l’endommagement matriciel.....	44
I.3 Loi d’évolution de la rupture progressive des torons.....	49
II. Évolution du modèle vers la fatigue .....	51
II.1 Adaptation du modèle ODM .....	51
II.2 Différentes approches de modélisation de la fatigue.....	54
II.3 Proposition d’une loi d’accroissement de l’endommagement matriciel .....	61
II.4 Critère de rupture en fatigue.....	63
Bilan .....	64
<b>CHAPITRE III : MODÉLISATION DE LA CICATRISATION DES CMCs.....</b>	<b>67</b>
I. Prise en compte des effets physico-chimiques sur le comportement macroscopique des CMCs .....	68
I.1 Fissuration sous critique : Effet de l’oxydation sur les fibres.....	68
I.2 Rôle de l’interphase de pyrocarbone sur la durée de vie des fibres.....	71
II. Rôle de la cicatrization sur la concentration d’oxygène au sein du matériau.....	81
II.1 Détermination de la quantité d’oxygène arrivant au toron (sans cicatrization).....	81
II.2 Rôle de la cicatrization sur la quantité d’oxygène arrivant sur le toron .....	83
II.3 Concentration d’oxygène au niveau des torons .....	87
Bilan .....	91

<b>CHAPITRE IV : PROPOSITION D'UN MODÈLE SIMPLIFIÉ POUR FACILITER LA MISE EN ŒUVRE ET L'IDENTIFICATION .....</b>	<b>93</b>
I. Partie statique du modèle simplifié de durée de vie.....	94
I.1 Équations du modèle simplifié.....	94
I.2 Algorithmes.....	96
I.3 Influence des coefficients .....	102
I.4 Identification.....	104
II. Partie « Fatigue » du modèle de durée de vie .....	112
II.1 Équations du modèle simplifié .....	112
II.2 Algorithmes du modèle statique .....	113
II.3 Sensibilité des coefficients .....	118
II.4 Identification.....	120
III. Partie « Physico-chimique » du modèle de durée de vie.....	128
III.1 Mise en œuvre du modèle de durée de vie .....	128
III.2 Équations et algorithmes du modèle simplifié .....	131
III.3 Identification des cinétiques d'oxydation .....	138
III.4 Identification des deux nuances .....	143
Bilan .....	149
<b>CHAPITRE V : MODÈLE DE DURÉE DE VIE MULTIAXIAL.....</b>	<b>151</b>
I. Passage du modèle uniaxial au modèle multiaxial.....	152
I.1 Rappel du modèle complet et de la stratégie de mise en œuvre .....	152
I.2 Optimisation des algorithmes .....	161
II. Protocole d'identification .....	168
II.1 Définition des essais pour l'identification dans le plan.....	168
II.2 Identification des paramètres de la loi de fatigue et du module physico-chimique.....	173
Bilan .....	175
<b>CHAPITRE VI : VERS LA PRÉVISION DE LA DURÉE DE VIE DE STRUCTURES RÉELLES .....</b>	<b>179</b>
I. Comportement statique des structures.....	180
I.1 Implantation du modèle statique dans un code éléments finis.....	180
I.2 Résultats sur éprouvette homogène (plaque lisse).....	181
I.3 Résultat sur éprouvette technologique (plaque trouée).....	183
I.4 Résultats sur démonstrateur industriel (pied d'aube de turbine).....	188
II. Vers la tenue en fatigue des structures.....	191
II.1 Implantation du modèle de durée de vie mécanique .....	191
II.2 La prévision de la durée de vie.....	193
III. Limitations actuelles du modèle .....	193
III.1 Rôle des sollicitations hors plan sur l'oxydation .....	193
III.2 Prise en compte des chargements complexes.....	195
Bilan .....	199

---

<b>CONCLUSION GÉNÉRALE .....</b>	<b>201</b>
<b>RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES.....</b>	<b>207</b>
<b>ANNEXE A : CONFIDENFIELLE .....</b>	<b>217</b>
<b>ANNEXE B : CALCUL DE LA MATRICE TANGENTE DU MODÈLE D'ENDOMMAGEMENT MULTIAXIAL .....</b>	<b>237</b>
I. Calcul de la dérivée du tenseur des rigidités matriciel.....	238
I.1 Calcul de la dérivée du tenseur des souplesses .....	238
I.2 Index de désactivation matriciel .....	239
I.3 Les endommagements matriciels et des torons.....	240
II. Calcul de la dérivée des déformations résiduelles .....	244
III. Calcul de la dérivée des déformations stockées .....	245



---

## LISTE DES NOTATIONS

---

### LISTE DES ABBRÉVIATIONS

CMC	Composite à Matrice Céramique.
CMO	Composite à Matrice Organique.
ATG	Analyse ThermoGravimétrie.
CVI	Infiltration chimique en phase vapeur.
ODM	Onera Damage Model.

### LISTE DES OPÉRATEURS

$x$	Scalaire.
$\underline{x}$	Tenseur d'ordre 2.
$\underline{\underline{x}}$	Tenseur d'ordre 4.
${}^t \underline{x}$	Transposée d'un tenseur d'ordre 2.
$ x $	Valeur absolue d'un scalaire.
$\langle x \rangle_+$	$\langle x \rangle_+ = x$ si $x \geq 0$ et $\langle x \rangle_+ = 0$ sinon.
$\langle x \rangle_-$	$\langle x \rangle_- = x$ si $x \leq 0$ et $\langle x \rangle_- = 0$ sinon.
$\vec{x}$	Vecteur.
$\frac{\partial x}{\partial y}$	Dérivée par rapport à $y$ .
$\otimes$	Produit tensoriel $\underline{A}_{ij} \otimes \underline{B}_{kl} = \underline{\underline{C}}_{ijkl}$ .
$h(x)$	Fonction d'Heaviside $h(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x < 0 \\ 1 & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$ .

### LISTE DES NOTATIONS POUR ODM STATIQUE

#### L'élasticité

$E$	Module d'Young.
$\nu$	Coefficient de Poisson.
$G$	Module de cisaillement.

#### Les Potentiels

$\psi$	Energie libre de Helmholtz.
$\psi^0$	Partie du potentiel lié à la déformation au moment de fermeture.

$\psi^r$	Partie du potentiel lié à la déformation résiduelle.
$\psi^s$	Partie du potentiel lié à la déformation stockée.

### Contraintes et Déformations

$\underline{\sigma}$	Contrainte totale.
$\underline{\varepsilon}$	Déformation totale.
$\underline{\varepsilon}^*$	Déformation sans les déformations thermiques, et au moment de la fermeture.
$\underline{\varepsilon}^{th}$	Déformation thermique.
$\underline{\varepsilon}^0$	Déformation correspondant au moment de fermeture.
$\underline{\varepsilon}^+$	Déformation positive.
$\underline{\varepsilon}^{d_k^+}$ $k = \{1,2,3\}$	Déformation positive liée à l'endommagement $d_k^m$ .

#### Les déformations résiduelles et stockées

$\underline{\varepsilon}^r$	Déformation résiduelle.
$\chi_i$ $i = \{1,2,3,4,5\}$	Paramètres à identifier réglant le niveau de déformation résiduelle.
$\underline{\varepsilon}^s$	Déformation stockée.

### Les tenseurs des rigidités

$\underline{\underline{C}}^0$	Tenseur des rigidités élastiques initiales.
$\underline{\underline{C}}^{eff}$	Tenseur des rigidités effectives prenant en compte l'endommagement matriciel et la rupture progressive des torons.
$\underline{\underline{C}}_{toron}^{eff}$	Tenseur des rigidités effectives ne prenant en compte que la rupture progressive des torons.

### Les tenseurs des souplesses

$\underline{\underline{S}}^0$	Tenseur des souplesses élastiques initiales.
$\underline{\underline{S}}^{eff}$	Tenseur des souplesses effectives prenant en compte l'endommagement matriciel et la rupture progressive des torons.
$\underline{\underline{\Delta S}}_m^{eff}$	Évolution du tenseur des souplesses effectives prenant en compte l'endommagement matriciel.
$\underline{\underline{\Delta S}}_{toron}^{eff}$	Évolution du tenseur des souplesses effectives ne prenant en compte que la rupture progressive des torons.

## L'endommagement matriciel

### Les forces motrices

$z_i^m$ $i = \{1,2,3,6\}$	Force motrice pour le plan et pour le hors plan.
$z_{3t}^m$	Force motrice pour le couplage plan/hors plan en traction.
$z_{3c}^m$	Force motrice pour le couplage plan/hors plan en compression.
$b_1^6, b_1^5, b_2^6, b_2^4$	Paramètres du modèle dans le plan : traduit le couplage entre traction et cisaillement inter et intra-laminaire.
$b_3^4, b_3^5, c_1^+, c_2^+, c_6^+, c_1^-, c_2^-, c_6^-$	Paramètres du modèle traduisant le couplage hors plan (endommagement hors plan généré par une sollicitation plane).

### Les forces thermodynamiques

$y_i^m$ $i = \{1,2,3,4,5\}$	Force thermodynamique liée aux endommagements $d_i^m$ .
-----------------------------	---

### Les tenseurs d'effet du dommage

$\underline{\underline{H}}_i^{m+}$ $i = \{1,2,3,4,5\}$	Tenseur d'effet du dommage pour des fissures ouvertes.
$\underline{\underline{H}}_i^{m-}$ $i = \{1,2,3,4,5\}$	Tenseur d'effet du dommage pour des fissures fermées.
$h_{iit}^m$ $i = \{1,2,3,4,5,6\}$	Composantes des tenseurs $\underline{\underline{H}}_i^{m+}$ et $\underline{\underline{H}}_i^{m-}$ $\left[ \left( \underline{\underline{H}}_i^m \right)_{ii} = h_{iit}^m S_{ii}^0 \right]$

### Les cinétiques d'endommagement

$F_i^m$ $i = \{1,2,3,4,5\}$	Fonction indicatrice liée à $d_i^m$ .
$g_i^m$ $i = \{1,2,3,4,5\}$	Fonction décrivant la cinétique liée à $d_i^m$ .
$d_i^m$ $i = \{1,2,3,4,5\}$	Variable d'endommagement liée aux directions $i$ .
$y_{0i}^m$ $i = \{1,2,3,4,5\}$	Seuil d'endommagement matriciel lié à $d_i^m$ .
$y_{ci}^m$ $i = \{1,2,3,4,5\}$	Paramètre réglant la vitesse d'évolution de l'endommagement lié à $d_i^m$ .
$d_{ci}^m$ $i = \{1,2,3,4,5\}$	Valeur de saturation de l'endommagement matriciel liée à $d_i^m$ .
$p_i^m$ $i = \{1,2,3,4,5\}$	Paramètre de forme de la fonction $g_i^m$ .

### La fermeture progressive des fissures matricielles

$\eta_i^m$ $i = \{1,2,3,4,5\}$	Index de désactivation lié à $d_i^m$ .
$\Delta \underline{\underline{\varepsilon}}_i$	Amplitude de déformation entre la fermeture complète des fissures et leur ouverture.

$a_i$  et  $\Delta\varepsilon_i^0$  Paramètres matériau décrivant la fermeture progressive en fonction du niveau d'endommagement.

### La rupture progressive des torons

#### Les forces thermodynamiques (torons)

$y_{jt}^{toron}, y_{jc}^{toron} \quad j = \{1,2,3\}$  Force thermodynamique motrice de la rupture progressive des torons respectivement en traction et en compression.

$\begin{cases} f_{1t}^5, f_{1t}^6, f_{1c}^5, f_{1c}^6 \\ f_{2t}^4, f_{2t}^6, f_{2c}^4, f_{2c}^6 \\ f_{3t}^4, f_{3t}^5, f_{3c}^4, f_{3c}^5 \end{cases}$  Paramètres "matériau" qui traduisent les couplages entre traction et cisaillement pour la rupture progressive des torons.

#### Les tenseurs d'effet du dommage (torons)

$\underline{\underline{H}}_{jt}^{toron^+} \quad j = \{1,2,3\}$  Tenseur d'effet de rupture des torons en traction quand l'endommagement est actif.

$\underline{\underline{H}}_{jt}^{toron^-} \quad j = \{1,2,3\}$  Tenseur d'effet de rupture des torons en traction quand l'endommagement est passif.

$\underline{\underline{H}}_{jc}^{toron^+} \quad j = \{1,2,3\}$  Tenseur d'effet de rupture des torons en compression quand l'endommagement est actif.

$\underline{\underline{H}}_{jc}^{toron^-} \quad j = \{1,2,3\}$  Tenseur d'effet de rupture des torons en compression quand l'endommagement est passif.

#### Les cinétiques d'endommagement (torons)

$F_{jt}^{toron}, F_{jc}^{toron} \quad j = \{1,2,3\}$  Fonction indicatrice respectivement en traction et en compression liée à  $d_{jt}^{toron}$  et à  $d_{jc}^{toron}$ .

$g_{jt}^{toron}, g_{jc}^{toron} \quad j = \{1,2,3\}$  Fonction décrivant la cinétique respectivement en traction et en compression liée à  $d_{jt}^{toron}$  et à  $d_{jc}^{toron}$ .

$d_{jt}^{toron}, d_{jc}^{toron} \quad j = \{1,2,3\}$  Variable d'endommagement respectivement en traction et en compression.

$y_{0jt}^{toron}, y_{0jc}^{toron} \quad j = \{1,2,3\}$  Seuil de la rupture progressive des torons respectivement en traction et en compression lié à  $d_{jt}^{toron}$  et à  $d_{jc}^{toron}$ .

$y_{cjt}^{toron}, y_{cjc}^{toron} \quad j = \{1,2,3\}$  Paramètre réglant la vitesse de la rupture progressive des torons respectivement en traction et en compression lié à  $d_{jt}^{toron}$  et à  $d_{jc}^{toron}$ .

$d_{cjt}^{toron}, d_{cjc}^{toron} \quad j = \{1,2,3\}$  Valeur à saturation de la rupture des torons respectivement en traction et en compression liée à  $d_{jt}^{toron}$  et à  $d_{jc}^{toron}$ .

$p_{jt}^{toron}, p_{jc}^{toron} \quad j = \{1,2,3\}$  Paramètre de forme respectivement en traction de la fonction  $g_{jt}^{toron}$  et en compression de la fonction  $g_{jc}^{toron}$ .

**L'effet retard**

$\dot{d}_{jt}^{toron}, \dot{d}_{jc}^{toron}$ $j = \{1,2,3\}$	Effet retard respectivement en traction et en compression.
$\dot{d}_{jnr}^{toron}, \dot{d}_{jcnr}^{toron}$ $j = \{1,2,3\}$	Variables d'endommagement des torons non retardées respectivement en traction et en compression.
$\tau_{jt}, \tau_{jc}$ $j = \{1,2,3\}$	Paramètres matériau : temps caractéristique respectivement en traction et en compression

**Autres**

$\rho$	Masse volumique.
$T$	Température en Kelvin.
$T^0$	Température de référence en Kelvin.
$\Delta\alpha$	Différence de dilatation entre les fibres et la matrice.
$\underline{\alpha}$	Tenseur des dilatations.

**LISTE DES NOTATIONS POUR LA LOI D'ACCROISSEMENT DE L'ENDOMMAGEMENT EN FATIGUE**

$N$	Nombre cycle.
$R_{y_i}$ $i = \{1,2,3,4,5\}$	Rapport "de charge" sur les forces thermodynamiques.
$y_i^{max}, y_i^{min}$ $i = \{1,2,3,4,5\}$	Respectivement maximum et minimum des forces thermodynamiques.
$d_{c_i}^{mf}$ $i = \{1,2,3,4,5\}$	Saturation de l'endommagement en fatigue.
$y_{0_i}^f$ $i = \{1,2,3,4,5\}$	Seuil d'endommagement matriciel en fatigue.
$y_{c_i}^f$ $i = \{1,2,3,4,5\}$	Paramètres d'évolution de la vitesse d'endommagement en fatigue.
$\gamma_i, \beta_i, \delta_i$ $i = \{1,2,3,4,5\}$	Paramètres matériau intervenant dans l'accroissement d'endommagement en fatigue.
$\mathcal{E}_{fatigue}^r$	Déformation résiduelle en fatigue.
$\chi^{fat}$	Paramètre matériau pour la déformation résiduelle en fatigue.
$\alpha_{Rt}, n_{Rt}$	Paramètres matériau intervenant dans le critère de rupture en traction.
$\alpha_{Rc}, n_{Rc}$	Paramètres matériau intervenant dans le critère de rupture en compression.

**LISTE DES NOTATIONS POUR LE MODÈLE PHYSICO-CHIMIQUE****Pressions et Concentrations**

$P_{O_2}^{ext}$	Pression en oxygène à l'extérieur du matériau.
$P_{O_2}^{int}$	Pression en oxygène au cœur du matériau.
$\alpha^{ouv}$	Paramètre matériau intervenant dans le calcul de $P_{O_2}^{int}$ .
$P_{H_2O}$	Pression en vapeur d'eau.
$C_{O_2}$	Concentration en oxygène.
$C_{O_2}^{int}$	Concentration en oxygène au sein du matériau.
R	Constante universelle des gaz parfaits.

**Oxydation des fibres : Fissuration sous critique**

$\sigma_r^{toron}$	Contrainte à rupture des torons.
$E_{11}^{toron}$	Module d'Young d'un toron constitué de fibres Nicalon.
$E_a^{Nicalon}$	Énergie d'activation de la réaction d'oxydation des fibres Nicalon.
$\theta$	Historique de l'environnement (température, concentration en oxygène) qui a atteint les torons.
$n^{toron}, B^{toron}, p^{toron}, A^0$	Paramètres "matériau" intervenant dans l'oxydation des fibres.

**Cinétique d'oxydation du pyrocarbone**

Épaisseur de pyrocarbone

$e_{PyC}^{vol}$	Épaisseur de pyrocarbone volatilisée.
$e_{PyC}^{restant}$	Épaisseur de pyrocarbone protégeant la fibre.
$e_{PyC}^{init}$	Épaisseur de pyrocarbone initiale.
$\alpha_{ePyC}$	Paramètre "matériau" intervenant dans la structure lamellaire du pyrocarbone.
$k_0^{PyC}$	Constante de réaction.
$E_a^{PyC}$	Énergie d'activation.
$C_{O_2}^{PyC}$	Concentration d'oxygène au niveau du pyrocarbone.
$n^{PyC}$	Ordre de la réaction d'oxydation du pyrocarbone.

### Longueur de décohesion

$l_{PyC}^{vol}$	Longueur de pyrocarbone volatilisée.
$\alpha_{IPyC}$	Paramètre "matériau" intervenant dans la structure lamellaire du pyrocarbone.
$\chi^{decoh}$	Paramètre "matériau" à identifier décrivant l'effet de la décohesion sur les déformations résiduelles.
$\zeta^{decoh}$	Paramètre "matériau" à identifier décrivant l'effet de la décohesion sur le tenseur des souplesses.
$\gamma^{decoh}$	Paramètre "matériau" à identifier décrivant l'effet de la décohesion sur le critère de rupture.
$\beta^{decoh}$	Taux de décohesion macroscopique intra toron.
$\bar{l}_{toron}$	Largeur moyenne d'un toron.
$n_{fissure}$	Nombre de fissures dans les torons.
$n_{fibre}$	Nombre de fibres dans les torons.

### Hauteurs

$h^m$	Ouverture de fissure matricielle intra toron.
$h_0^m$	Coefficient "matériau" intervenant dans le calcul de $h^m$ .
$d_{seuil}$	Seuil d'endommagement à partir duquel les fissures atteignent les torons.
$\varepsilon_n$	Déformation normale au réseau de fissures.
$h^{ouv}$	Ouverture effective.
$h_{B_2O_3}$	Hauteur de cicatrisation.
$\xi_{B_2O_3}$	Coefficient correspondant à l'efficacité totale du bouchon de $B_2O_{3(l)}$ .

### La formation de l'oxyde de bore $B_2O_{3(l)}$

$h_{B_2O_3}^{forme}$	Hauteur de $B_2O_{3(l)}$ formé par l'oxygène.
$k_0^{forme}$	Constante d'oxydation du $B_2O_{3(l)}$ formé par l'oxygène.
$E_a^{forme}$	Énergie d'activation du $B_2O_{3(l)}$ formé par l'oxygène.
$n_{B_2O_3}^{forme}$	Ordre de réaction de l'oxydation du carbure de bore.

### La volatilisation du $B_2O_{3(l)}$ par la vapeur d'eau

$h_{B_2O_3}^{volH_2O}$	Hauteur de $B_2O_{3(l)}$ volatilisé par la vapeur d'eau.
------------------------	--

$k_0^{volH2O}$	Constante de volatilisation du $B_2O_{3(l)}$ par la vapeur d'eau.
$E_a^{volH2O}$	Énergie de volatilisation du $B_2O_{3(l)}$ par la vapeur d'eau.
$m_{B_2O_3}^{volH2O}$	Ordre de réaction de la volatilisation du $B_2O_{3(l)}$ par la vapeur d'eau.

### La volatilisation du $B_2O_{3(l)}$ par la température

$h_{B_2O_3}^{volT}$	Hauteur de $B_2O_{3(l)}$ volatilisé par la température.
$k_0^{volT}$	Constante de volatilisation du $B_2O_{3(l)}$ par la température.
$E_a^{volT}$	Énergie de volatilisation du $B_2O_{3(l)}$ par la température.
$T_{B_2O_3}^{volT}$	Température du début de volatilisation du $B_2O_{3(l)}$ .

---

## **Introduction Générale**

---

L'enjeu actuel des industriels de l'aéronautique est de diminuer la consommation en carburant des avions et/ou d'augmenter le rendement de celui-ci. Pour cela deux solutions sont possibles ; soit augmenter la température des moteurs ; soit alléger les pièces. Même si les limites d'utilisation en température des superalliages métalliques, actuellement utilisés dans les moteurs civils, ne cessent d'être repoussées, ces superalliages possèdent une densité trop élevée, qui pénalise le couple poids / puissance. Depuis quelques années Snecma travaille sur la diminution du poids des aubes de turbines situées dans la turbine basse pression. A terme, Snecma souhaite remplacer les aubes de turbine actuellement en superalliage par des aubes de turbine en matériau composite. Les moteurs d'avion sont constitués de différentes parties (Figure 1) :

- la soufflante qui est entraînée en rotation par la turbine,
- le compresseur (haute et basse pression),
- la chambre de combustion permettant de chauffer l'air,
- la turbine,
- la tuyère.

Notons que la turbine peut être dissociée en deux parties, la turbine haute pression et la turbine basse pression. Chaque turbine est actuellement constituée d'aubes de turbine en superalliage.

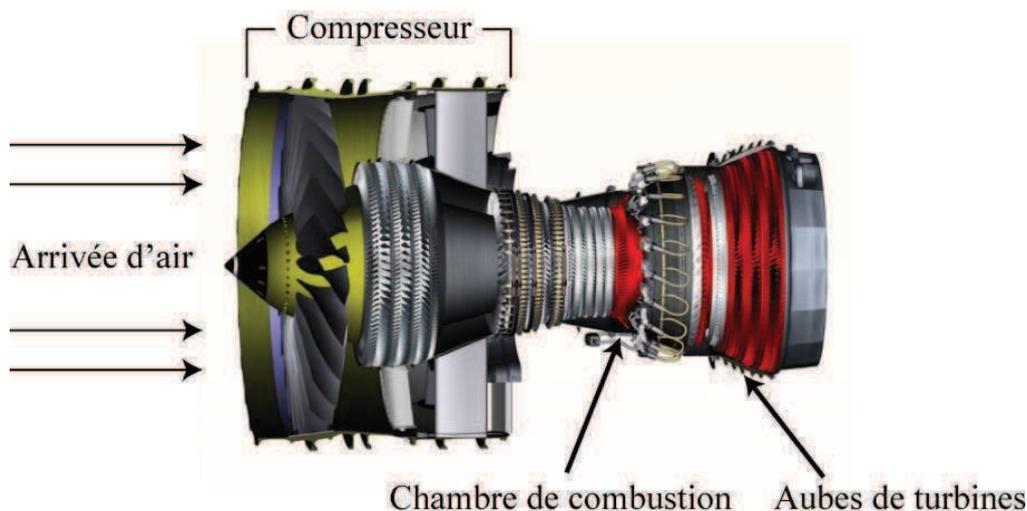


Figure 1: Image de moteur CFM56 [source : Safran].

Dès les années 70, l'utilisation de matériaux composites thermostrostructuraux, en particulier les composites à matrice céramique (CMC), a été envisagée pour fabriquer les aubes de turbine. En effet, ces matériaux composites possèdent d'une part une faible densité et d'autre part de bonnes propriétés thermomécaniques permettant leur utilisation dans les structures à hautes températures. Cependant, les aubes de turbine qui sont en contact avec les gaz chauds issus de la chambre de combustion et refroidies intérieurement par un flux d'air, sont soumises à des sollicitations thermiques favorisant l'oxydation. Dès lors, elles doivent avoir une stabilité vis-à-vis de l'environnement en particulier une bonne tenue à l'oxydation. Or, les premiers matériaux composites céramiques développés dans les années 70 sont des composites C/C constitués de fibres et d'une matrice en carbone. Cependant, le carbone est un matériau qui s'oxyde dès les faibles températures (400°C). Un revêtement protecteur externe contre l'oxydation doit alors être ajouté, ce qui génère une étape supplémentaire durant la

fabrication et des coûts additionnels dans le processus de production. La famille de composites à renfort de carbone et matrice de carbure de silicium ( $C_f/SiC_m$ ) a alors été proposée. Ces fibres de carbone ont un coefficient de dilatation thermique anisotrope et différent de celui de la matrice céramique favorisant une microfissuration après élaboration. De plus, les aubes de turbines subissent des sollicitations mécaniques résultant des forces aérodynamiques et centrifuges dues à la rotation de la turbine à forte vitesse (28000 tr/min sur certains moteurs militaires) à l'origine d'un effort de traction très important (accélération centrifuge 80 000 g) [Lautridou J.C, 2000]. Pour finir, les aubes de turbine subissent des phénomènes vibratoires qui génèrent de l'endommagement dans le matériau. Une des particularités des CMCs est que sous chargement mécanique la matrice se fissure avant la fibre. Ces fissurations matricielles deviennent alors des chemins privilégiés pour l'oxygène qui va pouvoir oxyder les fibres de carbone et entraîner une ruine prématurée du composite.

Une solution pour empêcher la multifissuration de la matrice a été d'utiliser des fibres dont le coefficient de dilatation est très proche de celui de la matrice. Des fibres en carbure de silicium SiC ont alors été développées par la société Nippon Carbon dès les années 80. Les premières générations de fibre en carbure de silicium créées sont nommées Nicalon. La faible taille de la fibre Nicalon (environ 15  $\mu\text{m}$  de diamètre) lui confère une bonne aptitude au tissage pour une utilisation dans les structures composites. Néanmoins, la présence en excès d'oxygène et de carbone libre dans la microstructure de la fibre la rend thermodynamiquement instable. En effet, le comportement thermomécanique des fibres Nicalon est sensible aux températures et aux atmosphères agressives. Les défauts à la surface de la fibre vont faciliter son oxydation dès les basses températures (environ 400°C) et modifier sa microstructure (Figure 2). Ces modifications microstructurales vont entraîner une diminution de la contrainte à rupture des fibres.

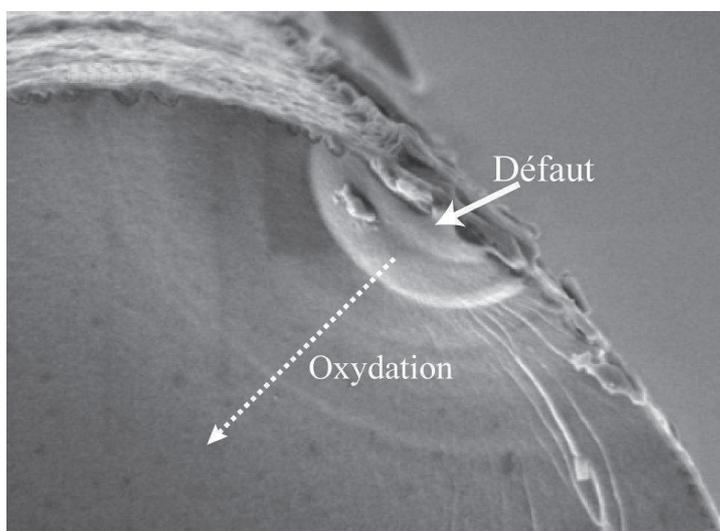


Figure 2: Micrographie MEB d'une fibre Nicalon après un essai de fluage à 700°C [Forio P et al, 2004].

Pourtant, par irradiation électronique sous courant d'hélium lors du procédé de réticulation des fibres, il est possible de réduire le taux d'oxygène dans la fibre [Karlin S et al, 1997]. La fibre ainsi obtenue est dite de deuxième génération (Hi-Nicalon). Elle est constituée de nanocristaux de SiC (diamètre 5 nm) et d'un taux de carbone libre plus important que dans la fibre Nicalon. La microstructure des fibres Hi-Nicalon ne se décompose pas à hautes températures mais les fibres fluent vers 1200°C. Enfin, une troisième génération de fibres SiC existe. Ces fibres (Hi-Nicalon S, Tyranno SA3, Sylramic) possèdent une stabilité thermique excellente. Cette stabilité est due à une taille de grain relativement importante (20 – 200 nm) et à un faible taux d'oxygène [Sorensen B.F et al, 1995]. Mais les structures de ces fibres les

rendent très rigides et leur capacité à être tissées plus difficile. Enfin, leur faible déformation à rupture limite le comportement mécanique non linéaire des CMCs.

De plus, les fibres de deuxième (type HIN) et de troisième génération (type HINS) sont plus onéreuses que les fibres de première génération (type Nicalon). Ainsi, dans le cadre de ce travail de thèse, le composite à matrice céramique étudié est un composite  $\text{SiC}_f/\text{SiC}_m$  développé par Herakles (Groupe Safran) avec des fibres Nicalon. Il est constitué de fibres Nicalon enrobées d'une interphase de pyrocarbone. Cette interphase joue un rôle important dans les composites à matrice céramique en déviant les fissures matricielles parallèlement aux fibres. L'interphase constitue également une barrière à l'oxygène, retardant son arrivée sur les fibres SiC. Cependant, le carbone présent dans l'interphase s'oxyde en dégageant du dioxyde de carbone dès  $400^\circ\text{C}$ . Pour ralentir, voire arrêter l'oxydation de l'interphase, la matrice du composite utilisée dans cette thèse est une matrice multiséquencée dite autocicatrisante (Figure 3). Ce composite est dit autocicatrisant car en fonction de l'environnement et de la température, la matrice s'oxyde et forme du verre qui vient combler les fissures et cicatriser le CMC.

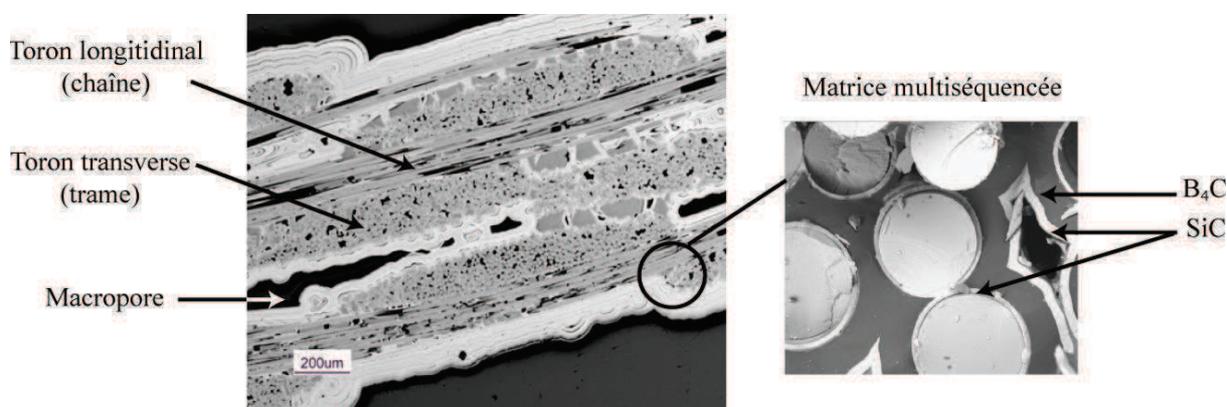


Figure 3 : Coupe morphologique d'un composite à matrice céramique [source : Herakles] et illustration de la matrice multiséquencée [De Melo-Loseille O, 2010].

Cette matrice est constituée d'une superposition de trois couches différentes dont l'une au moins est constituée par un système ternaire Si-B-C. Les proportions relatives de silicium (Si), de bore (B) et de carbone (C) sont choisies pour permettre lors de l'oxydation, la formation d'un verre ayant les caractéristiques de viscosité requises pour cicatriser des fissures. L'utilisation de cette matrice multicouche dans les composites à matrice céramique de type  $\text{SiC}/\text{SiC}$  permet alors d'utiliser ces composites pour les aubes de turbine dans les moteurs.

Néanmoins, pour pouvoir introduire ces matériaux au sein d'un moteur, il est important de prévoir leurs durées de vie. Comme mentionné précédemment, les aubes de turbines subissent diverses sollicitations mécaniques, thermique et chimique. Les niveaux de contraintes sont d'autant plus sévères pour l'aube de turbine qu'ils sont variables dans le temps. En effet, au cours d'une mission, le moteur passe par différents régimes critiques : le régime stationnaire (croisière) et le régime transitoire (décollage, atterrissage). Les pièces subissent à la fois un phénomène de fluage (temps de maintien) et de fatigue. La combinaison de ces deux phénomènes est délicate à prendre en compte pour déterminer la durée de vie. En plus de dépendre de ces deux phénomènes, la durée de vie des composites  $\text{SiC}_f/\text{SiC}_m$  autocicatrisants dépend de la température et de l'environnement oxydant du moteur. La modélisation de la durée de vie est alors complexe et fait l'objet de ce travail de thèse.

Ce travail de thèse intitulé « Modèles multi-niveaux de prévision des durées de vie en fatigue des structures composites à matrice céramique pour usage en turbomachines

aéronautiques » a été mené en collaboration avec l'Onera, Snecma Villaroche, Herakles et le Laboratoire des Composites ThermoStructuraux (LCTS) de Bordeaux. Ces travaux ont été réalisés en étroite relation avec le Projet de Recherche Concertée, PRC-Composite, d'une durée de quatre ans (2010 – 2014) et financé par la DGAC. Il implique le Groupe Safran, l'Onera et le CNRS. L'objectif de ce projet est d'établir une base de connaissances sur les composites tissés à matrice organique et à matrice céramique et de mettre en place des modèles associés en vue de l'industrialisation et de la certification de pièces composites. En particulier, une tâche du PRC Composite consiste à évaluer l'utilisation de matériaux innovants et ce travail de thèse entre dans le développement de modèles de prévision de durée de vie pour des composites à matrice céramique pour des aubes de turbines. Au cours de mes travaux, j'ai pu bénéficier du cadre favorable du PRC-Composite pour instaurer des interactions fortes avec des laboratoires participant au projet, d'une part avec le laboratoire Mateis à Lyon où une thèse expérimentale sur la durée de vie à 450°C des CMCs a débuté en 2011 [Racle E, 2014] et d'autre part avec le LCTS où des essais de fatigue sont réalisés à température ambiante.

Actuellement, plusieurs modélisations, qui combinent des processus d'oxydation et l'endommagement mécanique, sont capables de prévoir la durée de vie des CMCs.

[Casas L et al, 2003] a modélisé les effets de l'oxydation des interphases de carbone et de la matrice autocicatrisante en fluage sur des fibres Hi-Nicalon pour un composite 1D idéal. Le modèle prend en compte le fluage et la dégradation des propriétés mécaniques des fibres au cours du temps à des températures de 1000°C et de 1100°C. Le phénomène de cicatrisation et l'oxydation de l'interphase sont également pris en compte dans ce modèle. Cependant, ce modèle n'est pas suffisant pour une étude sur les aubes de turbine car il a été développé pour un composite 1D idéal alors que les aubes de turbine sont des composites 2.5D. De plus, il a été développé uniquement pour des sollicitations de fluage et non de fatigue, alors que les aubes de turbines subissent, lors d'une mission moteur, ces deux types de sollicitation. Par ailleurs, le modèle développé par Casas est utilisable pour les hautes températures, or l'aube subit un gradient de température longitudinal du pied (600°C) vers l'extrémité de l'aube (1100°C) et les zones de sollicitations les plus importantes pour l'aube se situent au niveau du pied. Enfin, ce modèle à l'échelle microscopique est prédictif uniquement dans le domaine d'essais.

Le groupe Safran et plus précisément Snecma et Herakles ont développé un modèle de durée de vie incrémental phénoménologique [Cherouali H et al, 2010]. Ce modèle permet de reproduire l'effet global des dégradations pour des composites à matrice céramique. Via un calcul par éléments finis, utilisant un modèle thermomécanique et un critère en contrainte limite, les zones et éléments critiques de la structure sont déterminés. Sur chaque élément critique est alors appliqué l'historique en contrainte et en température d'un cycle moteur. L'histoire du chargement est décomposée en fonction des directions chaîne et trame du matériau. Le temps à rupture des éléments critiques est alors évalué par une loi puissance. Cette loi est fonction de la contrainte appliquée et de deux paramètres déterminés à partir d'essais expérimentaux, et dépendant de la température, du ratio chaîne/trame et de la fraction volumique de fibres. Ce modèle permet alors de déterminer rapidement la durée de vie en fluage et en fatigue d'une structure. Cependant, la détermination des deux paramètres de la loi puissance par les essais expérimentaux rend le modèle prédictif uniquement dans le domaine d'essais.

Un dernier modèle de durée de vie, plus complexe, a été développé au LMT Cachan [Letombe S, 2005], [Cluzel C et al, 2009]. Il modélise le comportement mécanique et la dégradation des composites SiC/SiC avec des fibres Hi-Nicalon et une matrice

autocicatrisante. Ce modèle est fondé sur des descriptions fines des mécanismes mécaniques, physiques et chimiques des dégradations et de leurs couplages. Tout d'abord, un modèle mécanique macroscopique fondé sur la mécanique de l'endommagement anisotrope permet de déterminer d'un point de vue mécanique la rupture du composite. Dans ce modèle un indicateur d'ouverture des fissures transverses intra-fils est défini en fonction de la densité de fissures. Cet indicateur permet de réaliser un couplage entre le modèle mécanique et un modèle physico-chimique. Ce dernier est fondé sur la physico-chimie du matériau et décrit l'oxydation de la fibre et de la matrice autocicatrisante. Toutefois, les effets mécaniques résultant de l'oxydation de l'interphase ne sont pas pris en compte. Or, cette oxydation a des conséquences sur le comportement mécanique du composite, comme la diminution du module, l'augmentation des déformations résiduelles et le report de charge de la matrice sur les fibres. De plus, une limitation forte de ce modèle est qu'il ne prend pas en compte les problématiques de fatigue mécanique.

En raison d'un domaine de validité restreint au domaine expérimental pour le modèle développé par le groupe Safran et de la complexité du modèle du LMT Cachan, l'objectif de ce travail est de développer un nouveau modèle de durée de vie. Ce modèle doit être un compromis entre des temps de calcul réduits malgré la prise en compte de phénomènes physico-chimiques complexes et une prévision de la durée de vie suffisamment précise. Pour cela, l'approche retenue est le couplage entre un modèle d'endommagement mécanique et un modèle physico-chimique. De plus, la modélisation doit permettre de réaliser des calculs sur structure industrielle.

L'ensemble de la démarche mise en place pour développer ce modèle de durée de vie est présenté dans ce manuscrit découpé en six chapitres.

La particularité des composites à matrice céramique autocicatrisant est l'oxydation de chaque constituant du matériau. Le premier chapitre décrit les différents phénomènes d'oxydation qui apparaissent au sein des composites à matrice céramique. Plus précisément les réactions d'oxydation de l'interphase en pyrocarbone, des fibres Nicalon et des couches matricielles de carbure de silicium, de carbure de bore et de Si-B-C ainsi que les lois cinétiques associées sont énoncées. Enfin, ce chapitre expose les effets de ces différentes réactions d'oxydation sur le comportement en statique, en fluage et en fatigue, sous atmosphère oxydante, des composites à matrice céramique. Ce premier chapitre montre qu'il est indispensable de mettre en place un couplage entre un modèle de durée de vie purement mécanique et un modèle physico-chimique prenant en compte le phénomène de cicatrisation.

Le second chapitre présente le modèle mécanique de durée de vie pour les CMCs. Ce modèle est fondé sur le modèle statique d'endommagement développé depuis la fin des années 90 à l'Onera [Maire J.F et al, 1997], [Marcin L et al, 2011]. Ce modèle macroscopique (Onera Damage Model) a été initialement conçu pour prévoir l'endommagement et la rupture de composites à matrice céramique lors de sollicitations statiques. Ce second chapitre mettra essentiellement en avant les améliorations et modifications apportées au modèle au cours de ce travail. La modification majeure réalisée dans ce travail a été l'extension du modèle à la fatigue.

Par ailleurs, pour prendre en compte les effets de l'environnement sur le comportement mécanique des CMCs et surtout le phénomène d'autocicatrisation, un modèle physico-chimique a été développé. Ce modèle, détaillé dans le chapitre III, prend en compte l'oxydation de la matrice, de l'interphase et de la fibre, mais surtout les effets de la cicatrisation, quand elle a lieu, sur le comportement mécanique.

Afin de mieux comprendre et d'expliquer le fonctionnement du modèle de durée de vie 3D complet, un modèle de durée de vie 1D simplifié a été développé. Le but de ce modèle

1D est également de justifier les différents couplages nécessaires entre la partie mécanique et la partie physico-chimique. Sa mise en œuvre, ainsi qu'un protocole d'identification pour des sollicitations 1D de ce modèle sont expliqués dans le quatrième chapitre. Ce chapitre présente également les capacités de ce modèle simplifié ainsi que tout le travail réalisé pour optimiser les algorithmes de résolution.

Le passage du modèle de durée de vie simplifié 1D au modèle complet est défini dans le chapitre V. Plus particulièrement, un protocole d'essais expérimentaux a été proposé pour identifier complètement le modèle.

Enfin, un sixième chapitre traite du passage de l'élément de volume à la structure. Dans ce chapitre, des premiers résultats sur plaque trouée et sur pied d'aube y sont présentés.



---

## CHAPITRE I : PHÉNOMÈNES D'OXYDATION DES CMCs SiC<sub>f</sub>/SiBC<sub>m</sub>

---

---

I. Généralités sur la thermo-oxydation .....	18
I.1 La thermogravimétrie .....	19
I.2 Modèle d'oxydation .....	19
II. Oxydation et lois cinétiques des constituants des CMCs SiC <sub>f</sub> /SiBC <sub>m</sub> .....	22
II.1 Oxydation du carbone et du pyrocarbone .....	23
II.2 Oxydation des fibres de carbure de silicium .....	24
II.3 Couche de carbure de bore .....	26
III. Effet de l'oxydation sur le comportement mécanique des CMCs .....	30
III.1 Comportement mécanique à température ambiante .....	30
III.2 Comportement mécanique des CMCs SiC <sub>f</sub> /SiC <sub>m</sub> en température .....	33
Bilan .....	35

---

Le matériau étudié dans cette thèse est un composite à matrice céramique de type  $\text{SiC}_f/\text{SiBC}_m$  (Figure I.1). Pour ce type de matériau, chaque fil du composite est en réalité constitué d'un toron, lui-même contenant environ 500 fibres Nicalon, chacune enrobée de pyrocarbone. La matrice de ce composite est une matrice multiséquencée dite autocicatrisante. Elle résulte du dépôt par infiltration en phase vapeur (CVI) de différentes couches successives de carbure de silicium ( $\text{SiC}_{(s)}$ ), de carbure de bore ( $\text{B}_4\text{C}_{(s)}$ ) et d'une couche dite ternaire de Si-B-C<sub>(s)</sub>.

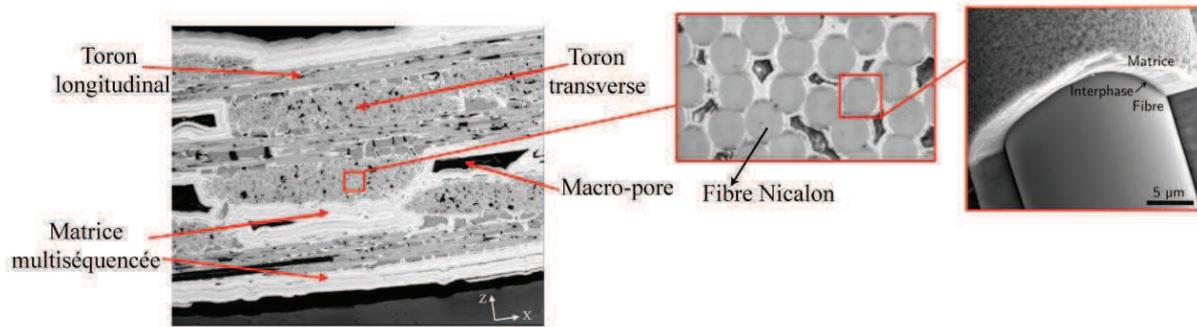


Figure I.1 : Structure d'un composite  $\text{SiC}_f/\text{SiBC}_m$  [Herakles],[Couegnat G, 2008], [Château C, 2011].

Ce premier chapitre a pour objectif de montrer que la durée de vie de ce type de composite à matrice céramique dépend du chargement mécanique mais également de l'environnement, soit la température et/ou du type d'atmosphère. Trois types d'atmosphères peuvent être différenciés :

- **atmosphère neutre** ou non oxydante c'est-à-dire sans oxygène et sans vapeur d'eau,
- **atmosphère sèche** qui est constituée d'azote et d'oxygène mais sans vapeur d'eau,
- **atmosphère humide** qui est constituée d'azote, d'oxygène et de vapeur d'eau.

La particularité de ces composites à matrice céramique est que sous atmosphère neutre ou à température ambiante leur durée de vie est grande. Alors que sous atmosphère sèche ou humide et en température, la durée de vie des CMCs est plus faible que sous environnement neutre. Ce phénomène s'explique par l'oxydation des différents constituants du CMC.

Dans ce chapitre, après quelques généralités sur la thermo-oxydation, il a semblé important d'expliquer les phénomènes d'oxydation des constituants du composite. Plus particulièrement, les réactions d'oxydation et les lois cinétiques de la fibre Nicalon, du pyrocarbone et de la matrice de carbure de bore sont détaillées. Ces réactions d'oxydation dépendent de la température et de la composition de l'atmosphère. Elles sont différentes pour chaque constituant du composite et ont des conséquences sur le comportement mécanique du composite à matrice céramique. La dernière partie de ce chapitre est quant à elle consacrée aux effets de ces oxydations sur le comportement mécanique du matériau et plus particulièrement sur la durée de vie.

## I. GÉNÉRALITÉS SUR LA THERMO-OXYDATION

L'oxygène au sein du composite oxyde les différents constituants du composite à matrice céramique. Cependant, les vitesses d'oxydation vont évoluer avec la température, on parle alors de thermo-oxydation. La vitesse d'oxydation globale d'un matériau s'exprime de manière générale par la loi suivante :

$$v = k_{(T,E_a)} \prod_i P_i^{n_i} \quad \text{Eq I.1}$$

où  $v$  : vitesse d'oxydation du matériau étudié,

$k$  : constante cinétique de réaction, fonction de la température  $T$  en Kelvin et de l'énergie d'activation  $E_a$  de la réaction d'oxydation en  $\text{J.mol}^{-1}$ ,

$P_i$  : pression partielle du gaz réactif ou du gaz produit  $i$  en Pa,

$n_i$  : ordre partiel du gaz  $i$ .

Les réactions d'oxydation dans les composites à matrice céramique sont thermoactives c'est-à-dire l'oxydation dépend de la température, et classiquement les vitesses d'oxydation sont décrites par une loi de type Arrhenius (Eq I.2).

$$k = k_0 \cdot \exp\left(-\frac{E_a}{R.T}\right) \quad \text{Eq I.2}$$

où  $k_0$  : coefficient de la loi cinétique,

$R$  : constante universelle des gaz parfaits [ $\text{J.mol}^{-1}.\text{K}^{-1}$ ],

$E_a$  : l'énergie d'activation de la réaction d'oxydation en  $\text{J.mol}^{-1}$ .

En considérant que le dépôt de matériau qui s'oxyde possède une surface constante, la vitesse d'oxydation est alors déterminée comme la variation de l'épaisseur de l'oxyde ( $x$ ) formée par rapport au temps ou par la variation de masse  $m$  de l'échantillon par rapport au temps. Cette mesure de variation de masse du dépôt au cours de l'oxydation est déterminée au moyen d'une analyse thermogravimétrique (ATG).

## I.1 La thermogravimétrie

L'appareil de thermogravimétrie est équipé d'une balance qui permet de mesurer avec précision les variations de masse de l'échantillon en fonction de la température [Garitte E, 2007]. L'ATG fonctionne sous atmosphère contrôlée à pression totale égale à la pression atmosphérique. Ainsi, pour l'étude de l'oxydation des constituants du composite, deux configurations sont utilisées : d'une part les configurations dites à « air sec » avec uniquement une atmosphère constituée d'azote et d'oxygène et d'autre part les configurations dites à « air humide » avec l'ajout de vapeur d'eau dans l'atmosphère. Ces deux configurations permettent alors de montrer le rôle oxydant de l'oxygène ou de la vapeur d'eau sur le dépôt.

L'analyse thermogravimétrique permet de déterminer pour une configuration donnée (température, pression et débit des gaz oxydants constants), la variation de masse de l'échantillon au cours du temps. Ainsi l'épaisseur  $x$  de la couche d'oxyde peut être déterminée en fonction de la variation de masse  $\Delta m$  avec :

$$x = \frac{M_{AO(s)ou(l)}}{(zM_{O_2} - yM_c) \rho_{AO(s)ou(l)}} \cdot (\Delta m / S), \quad \text{Eq I.3}$$

avec :  $M_x$  : la masse molaire de l'espèce  $x$  en  $\text{g.mol}^{-1}$ ,

$z, y$  : les coefficients stœchiométriques de la réaction d'oxydation,

$\rho$  : la masse volumique en  $\text{g.cm}^3$ ,

$S$  : surface oxydée en  $\text{cm}^2$ .

## I.2 Modèle d'oxydation

Afin de déterminer les constantes des cinétiques d'oxydation des constituants à partir des variations de masses mesurées, plusieurs modèles sont couramment utilisés pour traduire les phénomènes d'oxydation.

### I.2.1 Modèle linéaire

Ce modèle d'oxydation est utilisé quand la variation de masse ou l'épaisseur du dépôt est linéaire au cours du temps (Figure I.2). Cette croissance linéaire de la couche d'oxyde est associée aux réactions interfaciales entre le dépôt non oxydé ou l'oxyde et l'atmosphère gazeuse.

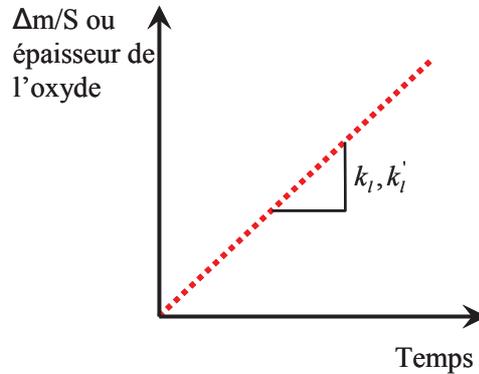


Figure I.2 : Schématisation de l'évolution de la variation de masse ou de l'épaisseur de l'oxyde au cours du temps pour un modèle linéaire d'oxydation.

La pente de la droite  $\Delta m/S$  en fonction du temps correspond à la constante de vitesse d'oxydation du matériau. Cette constante cinétique s'exprime soit en variation de masse de l'échantillon ( $k_l$  [ $\text{mg}\cdot\text{cm}^{-2}\cdot\text{h}^{-1}$ ]) soit en épaisseur d'oxyde ( $k'_l$  [ $\mu\text{m}\cdot\text{h}^{-1}$ ]). Ces deux constantes sont liées par la masse volumique du matériau  $\rho$  :

$$k'_l = \frac{k_l}{\rho(\text{oxyde})}. \quad \text{Eq I.4}$$

### I.2.2 Modèle parabolique

La croissance d'une couche d'oxyde, limitée par les phénomènes de diffusion des espèces gazeuses oxydantes ou produites à travers celle-ci, suit une loi parabolique. Les constantes paraboliques en variation de masse globale  $k_p$  [ $\text{mg}^2\cdot\text{cm}^{-4}\cdot\text{h}^{-1}$ ] ou en épaisseur de l'oxyde  $k'_p$  [ $\mu\text{m}^2\cdot\text{h}^{-1}$ ] sont alors déterminées à partir des pentes de la droite obtenue en portant  $(\Delta m/S)^2$  ou  $x^2$  en fonction du temps (Figure I.3).

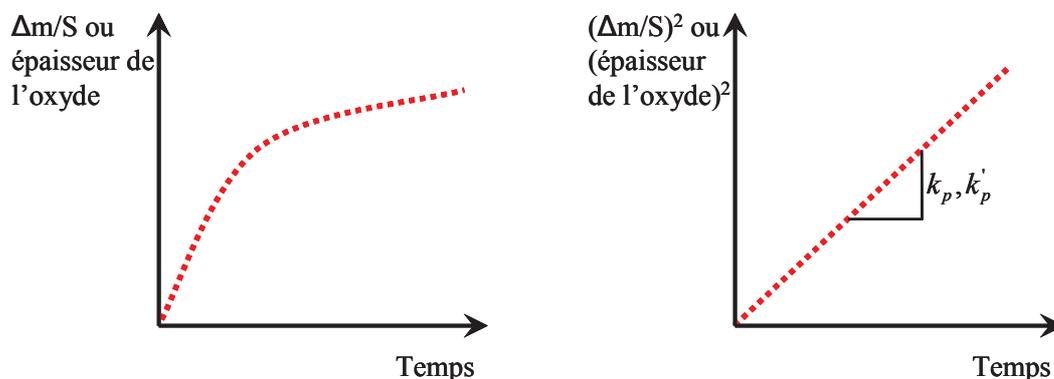
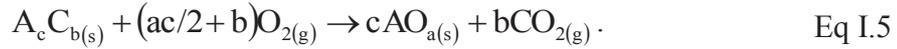


Figure I.3 : Schématisation de l'évolution de la variation de masse ou de l'épaisseur de l'oxyde au cours du temps pour un modèle parabolique.

De la même manière que pour le modèle linéaire, il existe une relation entre les deux constantes de vitesse parabolique  $k_p$  et  $k'_p$ . Soit la réaction d'oxydation suivante :



Les constantes de vitesse parabolique du carbure  $AC_{(s)}$  consommé et de l'oxyde  $AO_{(s)}$  créé sont déterminées respectivement par les relations suivantes :

$$k'_p(A_c C_{b(s)}) = \frac{k_p}{(\rho(A_c C_{b(s)})\alpha(A_c C_{b(s)}))^2}, \quad \text{Eq I.6}$$

$$k'_p(AO_{a(s)}) = \frac{k_p}{(\rho(AO_{a(s)})\alpha(AO_{a(s)}))^2}, \quad \text{Eq I.7}$$

avec :

$$\begin{cases} \alpha(AO_{a(s)}) = \frac{a.M(O_2) - b.M(C)}{c.M(AO)} \\ \alpha(A_c C_{b(s)}) = \frac{a.M(O_2) - b.M(C)}{M(AC)} \end{cases} \quad \text{Eq I.8}$$

et  $\rho(A_c C_{b(s)})$  et  $\rho(AO_{a(s)})$  respectivement les masses volumiques de  $A_c C_{b(s)}$  et  $AO_{a(s)}$ .

### I.2.3 Modèle paralinéaire

Le modèle paralinéaire met en compétition deux processus élémentaires, le comportement linéaire d'une part et le comportement parabolique d'autre part. Ce type de modèle est utilisé lorsqu'un oxyde formé peut se volatiliser, la croissance de la couche d'oxyde est alors limitée. L'évolution de cette couche d'oxyde au cours du temps est alors définie comme la somme des deux contributions. Dans le cas où la formation de l'oxyde est de forme parabolique et que sa volatilisation est linéaire au cours du temps, l'évolution de la couche d'oxyde est donnée par :

$$\frac{dx}{dt} = \frac{k'_p}{2x} - k'_l. \quad \text{Eq I.9}$$

La vitesse de croissance de la couche d'oxyde diminue au fur et à mesure que la couche d'oxyde croît (Figure I.4).

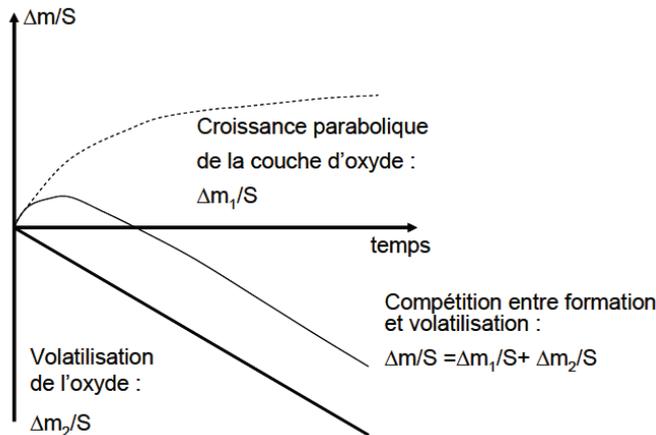


Figure I.4 : Variation de masse pour le modèle paralinéaire [Garitte E, 2007].

## II. OXYDATION ET LOIS CINÉTIQUES DES CONSTITUANTS DES CMCs SiC<sub>f</sub>/SiBC<sub>m</sub>

Comme présenté dans l'introduction de ce chapitre, le matériau de cette étude est constitué de fibres de carbure de silicium (Nicalon), d'une interphase de pyrocarbone et d'une matrice multiséquentée. Cette matrice autocicatrisante est composée de couches de carbure de silicium (SiC<sub>(s)</sub>), de carbure de bore (B<sub>4</sub>C<sub>(s)</sub>) et d'une couche ternaire Si-B-C<sub>(s)</sub>. En fonction de l'atmosphère et de la température, chacun des constituants du composite peut s'oxyder d'une manière différente. Leurs cinétiques d'oxydation peuvent être soit linéaires, paraboliques ou paralinéaires.

La Figure I.5 fait la synthèse des réactions d'oxydation qui règnent au sein des composites à matrice céramique autocicatrisante en fonction de la température et de l'environnement.

Cependant, ce travail de thèse s'intéresse uniquement à la durée de vie des composites à matrice céramique en dessous de 900°C, domaine en deçà de la ligne verticale en pointillés rouges sur la Figure I.5. Dans ces conditions de température, la figure montre que tous les constituants des composites à matrice céramique peuvent s'oxyder.

Or, l'oxydation du carbure de silicium n'a été observée qu'à partir d'une température de 600°C [Vidal L, 1995]. Néanmoins, à cette température la couche de silice formée est de faible épaisseur. La formation de silice à l'état solide ne devient réellement importante qu'entre 1000 et 1200°C sous air en l'absence d'humidité [Filipuzzi L, 1991]. En présence de vapeur d'eau, l'oxydation du carbure de silicium s'effectue beaucoup plus rapidement que sous air sec [Opila E.J et al, 1997], [Vidal L, 1995]. Cependant la silice formée va se volatiliser en présence de vapeur d'eau. De plus, la faible viscosité de la silice pour des températures inférieures à 1000°C ne permet pas une cicatrisation du composite.

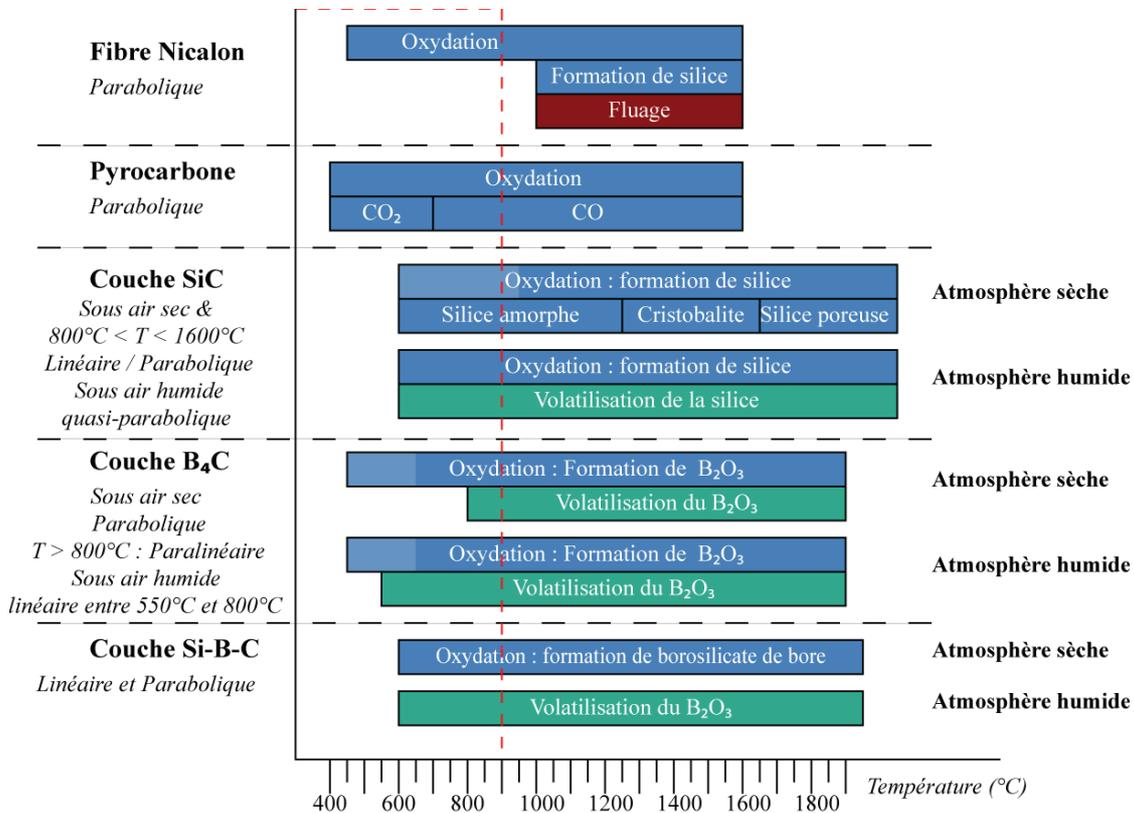


Figure I.5 : Synthèse des différentes oxydations dans les CMCs et leur type de cinétique.

Contrairement à la couche de carbure de silicium, la présence de carbure de bore dans la couche Si-B-C va entraîner son oxydation dès 600°C sous atmosphère sèche [Martin X, 2003]. Cependant, l'oxydation de la couche ternaire peut être considérée comme négligeable par rapport à l'oxydation de la couche de carbure de bore dans le domaine de température considéré dans cette étude.

Finalement, pour ce travail, l'oxydation des couches de carbure de silicium et de la couche ternaire Si-B-C<sub>(s)</sub> ne sont pas prises en compte. Il est alors considéré que pour ce domaine de température inférieure à 900°C, le rôle de la cicatrisation des CMCs est principalement dû à l'oxydation de la couche de carbure de bore.

Ainsi, la partie suivante sur l'oxydation des constituants des composites à matrice céramique est volontairement limitée à l'étude de l'oxydation des fibres Nicalon, du pyrocarbone et de la couche de carbure de bore.

## II.1 Oxydation du carbone et du pyrocarbone

Dès 400°C, en présence d'oxygène, le carbone s'oxyde suivant plusieurs réactions. D'après le diagramme d'Ellingham du carbone et de ses oxydes (Figure I.6), trois réactions d'oxydations sont possibles.

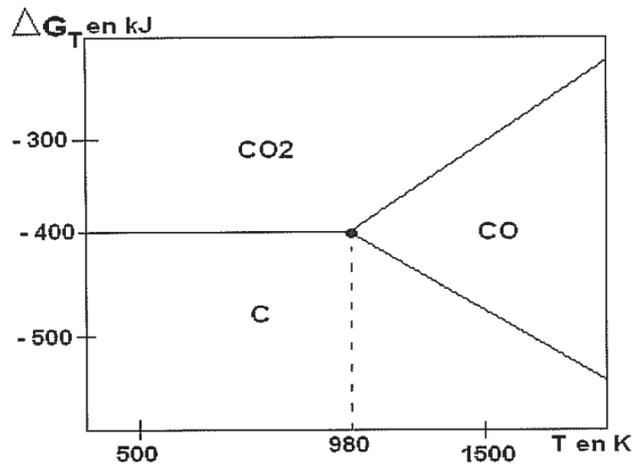


Figure I.6 : Diagramme d'Ellingham du carbone et de ses oxydes CO et CO<sub>2</sub> [Mesplède J et al, 1996].

Au vu de ce diagramme qui représente l'évolution des enthalpies libres d'oxydation pour une mole d'oxygène en fonction de la température, deux domaines de température sont envisageables.

En-dessous de 980K (environ 700°C), la réaction d'oxydation du carbone produit majoritairement du dioxyde de carbone



Puis au-dessus de cette température, l'oxydation du carbone produit du monoxyde de carbone



Cependant, selon la pression partielle d'oxygène, le monoxyde de carbone et l'oxygène peuvent réagir et ainsi former du dioxyde de carbone



En plus de dépendre de la température et de la pression en oxygène, la réactivité du carbone dépend de sa structure et des impuretés présentes dans la couche de carbone [Vix-Gurterl C, 1991].

Cependant, l'interphase utilisée dans le matériau de cette étude est du pyrocarbone. Cette interphase de carbone est déposée sur les fibres par dépôt chimique en phase vapeur réalisé par décomposition thermique d'un hydrocarbure léger, le méthane, qui se décompose à partir de 1000°C - 1200°C pour former le pyrocarbone. Le carbone ainsi obtenu par infiltration en vapeur présente une structure lamellaire :



En présence d'oxygène, les réactions d'oxydation du pyrocarbone sont identiques à celle du carbone [Filipuzzi L et al, 1994].

Peu d'études ont été réalisées sur les cinétiques d'oxydation du pyrocarbone. Tout d'abord, Bernstein et Koger [Bernstein J et al, 1988] ont modélisé les cinétiques d'oxydation d'une couche mince de pyrocarbone insérée entre deux plaques de silicium ou de nitrure de silicium. Leur étude a montré que la longueur de carbone consommé est proportionnelle à la racine carrée du temps. [Filipuzzi L, 1991] et [Filipuzzi L et al, 1994] ont également étudié et modélisé le comportement oxydant d'un composite 1D SiC/PyC/SiC. La loi cinétique d'oxydation du carbone utilisée par cet auteur est définie de deux manières :

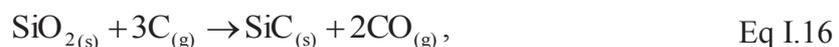
$$V_i = k C_A^{p_c} M_c b, \quad \text{Eq I.14}$$

$$V_i = k_0 \exp\left(-\frac{E_a}{RT}\right), \quad \text{Eq I.15}$$

avec :  $k$  : la constante de réaction en  $\text{m}^{-2} \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{mol}^{1-p_c} \cdot \text{L}^{p_c}$ ,  
 $C_A$  : la concentration en oxygène en  $\text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$ ,  
 $p_c$  : l'ordre de la réaction,  
 $M_c$  : la masse molaire du carbone  $\text{kg} \cdot \text{mol}^{-1}$ ,  
 $b$  : le nombre de mole de carbone oxydé par une mole de A,  
 $k_0$  : une constante,  
 $E_a$  : l'énergie d'activation,  
 $R$  : la constante universelle des gaz parfaits,  
 $T$  : la température en Kelvin.

## II.2 Oxydation des fibres de carbure de silicium

Les fibres Nicalon sont fabriquées par filage du polycarbosilane (PCS) fondu à 300°C sous atmosphère inerte [De Melo-Loseille O, 2010]. Pour la rendre fusible, la fibre est ensuite réticulée et pyrolysée vers 1100°C – 1300°C sous atmosphère neutre. La faible taille de la fibre Nicalon (environ 15  $\mu\text{m}$  de diamètre), lui confère une bonne aptitude au tissage pour une utilisation dans les structures composites. Ces fibres de type Si-C-O sont constituées de nanocristaux de carbure de silicium, dont le diamètre varie de 1 à 3 nm [Magnant J, 2010], d'agrégats de carbone entourés d'hydrogène et d'une phase oxycarbure SiO<sub>x</sub>C<sub>y</sub> [Cutard T, 1993]. La présence en excès d'oxygène et de carbone libre dans la microstructure de la fibre la rend thermodynamiquement instable. Le comportement thermomécanique des fibres Nicalon dépend de la température et de l'atmosphère [Frey N, 1991]. Tout d'abord, à hautes températures les différents constituants de la fibre (SiC, SiO<sub>2</sub>, C) vont réagir et provoquer un accroissement rapide de la taille des défauts de surface :





De plus, les tétraèdres SiO<sub>x</sub>C<sub>y</sub> présents dans la fibre limitent la croissance des cristaux de SiC β [Lecoustumer P et al, 1993]. En température, ces tétraèdres se décomposent et entraînent une augmentation de la taille des grains de SiC β [Cutard T, 1993].

Par ailleurs, des analyses thermogravimétriques réalisées sous air montrent que la variation de masse des fibres est de type parabolique en fonction du temps (Figure I.7) ([Huger M et al, 1993] et [Naslain R et al, 2004]).

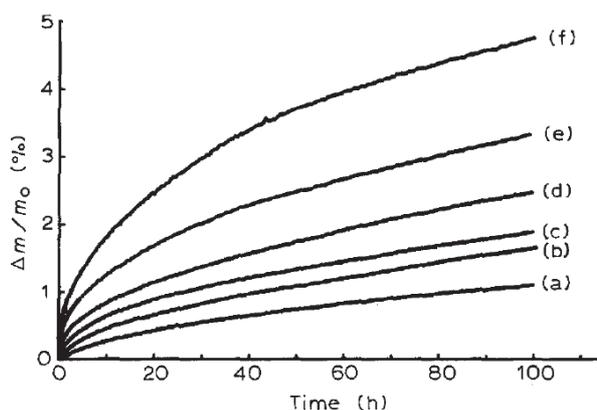
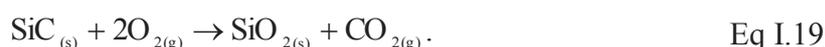
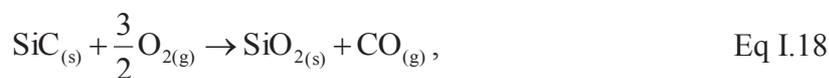


Figure I.7 : Variation de masse de fibres Nicalon NLM 202 sous air : (a) 700°C, (b) 800°C, (c) 900°C, (d) 1000°C, (e) 1100°C et (f) 1200°C [Huger M et al, 1993].

La cinétique parabolique d'oxydation des fibres Nicalon provient de la formation de silice (SiO<sub>2(s)</sub>) à la surface des fibres. En présence d'oxygène les fibres Nicalon s'oxydent selon les réactions suivantes [Filipuzzi L, 1991],[Huger M et al, 1993] :



L'épaisseur  $x$  de la couche de silice formée en mm est définie en fonction du temps  $t$  en seconde et la constante parabolique en mm.s<sup>-1</sup> par l'équation :

$$x^2 = k_p t \quad \text{Eq I.20}$$

dont la forme de  $k_p$  est définie par :

$$k_p = k_0 \exp\left(-\frac{E_a}{RT}\right). \quad \text{Eq I.21}$$

La couche de silice formée limite alors l'oxydation des fibres.

Mais pour des températures plus faibles, la couche de silice n'est pas ou peu présente. Dans ce cas, les défauts à la surface de la fibre vont permettre l'oxydation des fibres entraînant une propagation lente des défauts (Figure I.8). Cette propagation lente accroît la taille du défaut jusqu'à atteindre une taille critique provoquant la rupture différée de la fibre [Gauthier W, 2006]. Cette fissuration sous critique se produit dès les basses températures (450°C) et est mise en évidence par l'observation d'un faciès de rupture de type miroir dans le matériau [Gauthier W, 2006].

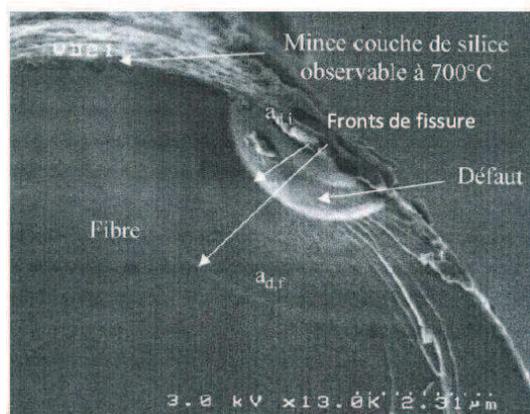


Figure I.8 : Mise en évidence par micrographie MEB de la propagation lente d'un défaut présent sur une fibre Nicalon NLM 202 par oxydation [Lavaire F, 1999].

### II.3 Couche de carbure de bore

L'oxydation du carbure de bore est très complexe. Tout d'abord sous atmosphère sèche, il y a formation d'un oxyde de bore. A partir d'une certaine température à pression donnée, cet oxyde se volatilise (il devient gazeux), et ce d'autant plus que la température augmente, on peut alors parler de catalyseur. Cette volatilisation est en outre encore plus importante dès qu'il y a de la vapeur d'eau.

#### II.3.1 Oxydation sous air sec

Sous air sec, des analyses thermogravimétriques sur l'oxydation du carbure de bore montrent un gain de masse [Viricelle J.P, 1996]. Entre 600°C et 800°C, le gain de masse est régi par une loi parabolique, alors que pour des températures plus importantes le gain de masse évolue de manière paralinéaire (Figure I.7).

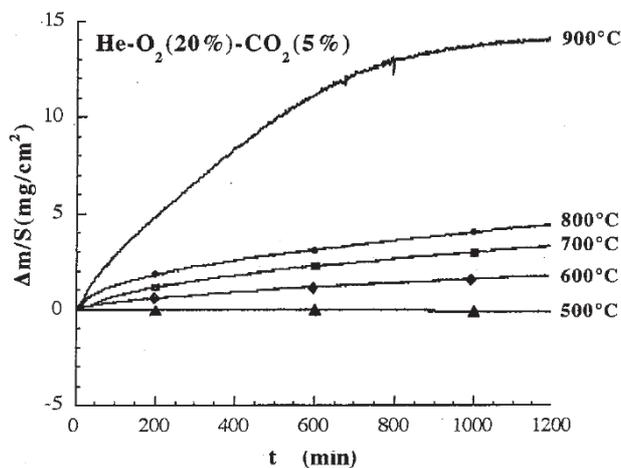
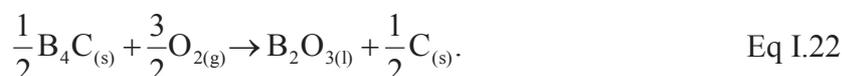


Figure I.9 : Variation de masse d'une couche de carbure de bore sous air sec [Viricelle J.P et al, 1996].

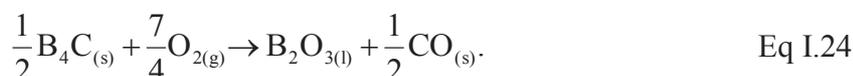
Le comportement parabolique observé entre 600°C et 800°C, provient de la formation d'un oxyde de bore liquide B<sub>2</sub>O<sub>3(l)</sub> lors de l'oxydation du B<sub>4</sub>C<sub>(s)</sub>. En plus de la formation de l'oxyde de bore, la formation de carbone solide est constatée pour de faibles pressions en oxygène inférieures à 20kPa d'oxygène [Martin X, 2003]



Pour des pressions en oxygène plus importantes, la réaction d'oxydation du B<sub>4</sub>C<sub>(s)</sub> va entraîner en plus de la formation du B<sub>2</sub>O<sub>3(l)</sub> un dégagement gazeux de dioxyde de carbone (CO<sub>2(g)</sub>)



ou d'oxyde de carbone (CO<sub>(g)</sub>)



La formation de cet oxyde de bore a été observée à 460°C au bout de 70 heures d'essais, alors qu'il n'apparaît pas d'oxyde de bore à 430°C pour des durées d'essais supérieures à 700 heures. Cependant, des mesures par thermogravimétrie de couches de carbure de bore sous air sec montrent qu'à 500°C le gain de masse est faible et négligeable. Ainsi pour les températures comprises entre 460°C et 600°C et des pressions en oxygène entre 10 et 80 kPa, une loi cinétique parabolique est définie en oxyde de bore formé :

$$k_p(B_2O_3)[\mu\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}] = k_0^{B_2O_3} \exp\left(-\frac{Ea}{RT}\right) P_{O_2}^n, \quad \text{Eq I.25}$$

avec  $k_0^{B_2O_3}$  la constante cinétique associée à la réaction en  $\mu\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{Pa}^{-n}$ ,  $P_{O_2}$  la pression en oxygène en Pa et  $n$  l'ordre de réaction associé à la réaction.

Cependant, pour des températures supérieures à 800°C, des analyses thermogravimétriques réalisées sur du B<sub>2</sub>O<sub>3(l)</sub> montrent une diminution linéaire de sa masse (Figure I.10).

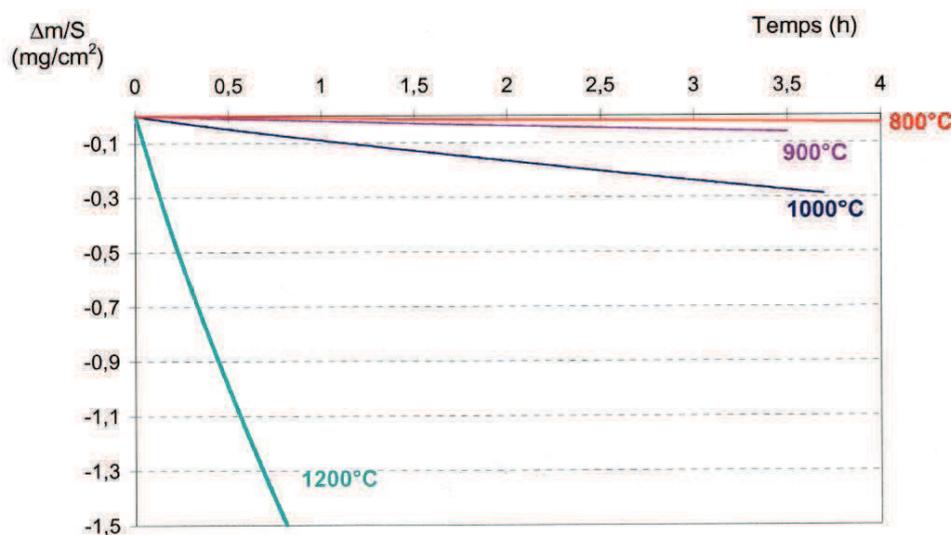


Figure I.10 : Variation de masse lors de la volatilisation de B<sub>2</sub>O<sub>3(l)</sub> sous air sec à différentes températures [Martin X, 2003].

Cette modification de la variation de masse, avec la température, provient de la volatilisation linéaire de l'oxyde de bore liquide



Des essais de volatilisation de l'oxyde de bore montrent que la pression partielle en oxygène ne joue pas sur la volatilisation qui est uniquement influencée par la température et la vitesse des gaz utilisés [Martin X, 2003]. Cette volatilisation a été constatée dès 800°C,

néanmoins elle est significative à partir de 1000°C. La loi de cinétique associée à la volatilisation de l'oxyde de bore est linéaire et peut être définie de la manière suivante :

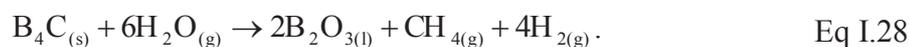
$$k_l(\text{B}_2\text{O}_3)[\mu\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}] = k_0^{\text{vol-B}_2\text{O}_3} \exp\left(-\frac{Ea}{RT}\right), \quad \text{Eq I.27}$$

avec  $k_0^{\text{vol-B}_2\text{O}_3}$  la constante cinétique de volatilisation par élévation de température de l'oxyde de bore en  $\mu\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ .

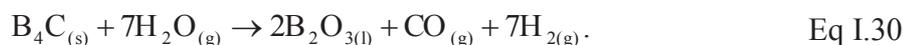
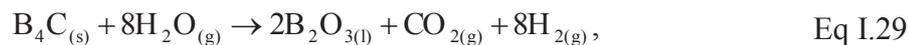
En résumé, sous atmosphère sèche, le carbure de bore s'oxyde et forme un oxyde de bore liquide. Mais cet oxyde pour des températures importantes ( $> 800^\circ\text{C}$ ) se volatilise. Ainsi, le gain de masse de l'oxydation du carbure de bore pour ces hautes températures ne suit plus une loi parabolique, mais plutôt une loi paralinéaire (Figure I.7).

### II.3.2 Oxydation sous air humide

Tout d'abord, en présence de vapeur d'eau et pour des températures inférieures à 900°C, le carbure de bore réagit et forme de l'oxyde de bore liquide et un dégagement de méthane ( $\text{CH}_{4(\text{g})}$ ) et de dihydrogène ( $\text{H}_{2(\text{g})}$ )



Aux températures plus importantes, supérieures à 900°C, le carbure de bore va réagir avec la vapeur d'eau contenue dans l'air pour former également de l'oxyde de bore liquide et des espèces gazeuses :



La loi cinétique de la volatilisation de l'oxyde de bore par la vapeur d'eau est alors de type linéaire et peut être écrite de la manière suivante :

$$k_l(\text{B}_2\text{O}_3)[\mu\text{m} \cdot \text{s}^{-1}] = k_0^{\text{volH}_2\text{O-B}_2\text{O}_3} \exp\left(-\frac{Ea}{RT}\right) P_{\text{H}_2\text{O}}^m, \quad \text{Eq I.31}$$

avec  $k_0^{\text{volH}_2\text{O-B}_2\text{O}_3}$  la constante de cinétique en  $\mu\text{m} \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{Pa}^{-m}$ ,  $P_{\text{H}_2\text{O}}$  la pression en eau en Pa et  $m$  l'ordre de réaction.

Notons que ces réactions entre le carbure de bore et la vapeur d'eau sont moins intenses que celles entre l'oxygène et le carbure de bore (II.3.1). La vapeur d'eau contenue dans l'atmosphère ne confère pas son pouvoir cicatrisant à la couche de carbure de bore. Au contraire, des mesures de thermogravimétrie sous atmosphère humide de carbure de bore [Viricelle J.P, 1996] montrent une perte de masse plus importante par rapport à l'oxydation sous air sec du carbure de bore. Cette différence de masse est observée dès 600°C (Figure I.11).

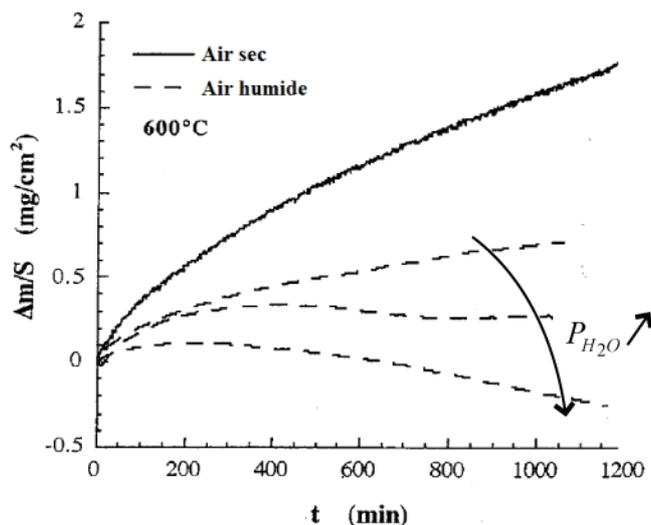


Figure I.11 : Variation de masse du carbure de bore à 600°C sous atmosphère sèche et humide [Viricelle J.P et al, 1996].

De plus, des analyses thermogravimétriques en présence de vapeur d'eau ont été réalisées sur des couches d'oxyde de bore pur entre 550°C et 800°C (Figure I.12). Une évolution linéaire de la variation de masse du B<sub>2</sub>O<sub>3(l)</sub> au cours du temps est observée.

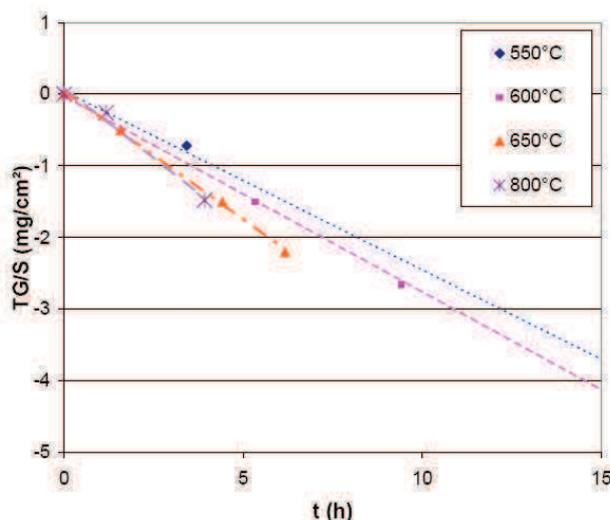
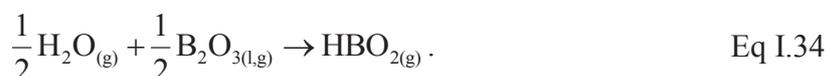
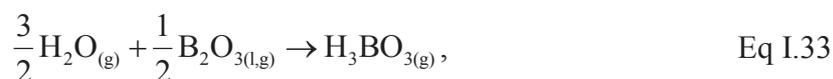
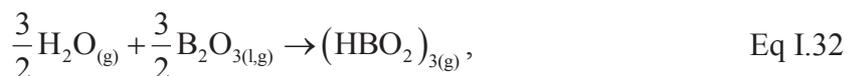


Figure I.12 : Variation de masse lors de la volatilisation du B<sub>2</sub>O<sub>3(l)</sub> sous vapeur d'eau [Garitte E, 2007].

Ainsi, la diminution de la variation de masse du B<sub>4</sub>C<sub>(s)</sub> observée sous air humide (Figure I.11), provient de la volatilisation de l'oxyde de bore en présence de vapeur d'eau. L'augmentation de la pression en vapeur d'eau va alors favoriser et accélérer la volatilisation de l'oxyde de bore. En fonction de cette teneur en vapeur d'eau dans l'atmosphère, les espèces gazeuses de la volatilisation diffèrent :



L'oxyde de bore est un bon cicatrisant et peut ainsi contribuer à augmenter la durée de vie des matériaux composites. Cependant, les phénomènes de volatilisation à haute température et leur trop grande sensibilité à l'humidité limitent la cicatrisation du composite à matrice céramique. Néanmoins, dans le domaine de température de cette étude ( $< 900^\circ\text{C}$ ), le carbure de bore reste principalement la seule couche de la matrice multiséquentielle qui permet la cicatrisation du composite.

### III. EFFET DE L'OXYDATION SUR LE COMPORTEMENT MÉCANIQUE DES CMCs

La partie précédente montre qu'en fonction de la température et de l'environnement (air sec ou humide), les constituants des composites à matrice céramique s'oxydent. Ces oxydations vont avoir des conséquences sur le comportement mécanique de ces matériaux. Afin de mieux comprendre l'effet de l'oxydation des composites à matrice céramique, une première partie traite du comportement mécanique de ces matériaux à température ambiante et une seconde partie s'intéressera au comportement en température d'abord sous atmosphère neutre puis sous atmosphère oxydante.

#### III.1 Comportement mécanique à température ambiante

##### III.1.1 Chargements monotones

Les composites à matrice céramique sont composés de constituants fragiles mais ont néanmoins un comportement non fragile et une certaine tolérance à l'endommagement liés à l'hétérogénéité du matériau et en particulier au rôle des interfaces.

Lors d'une sollicitation en traction, le comportement mécanique des CMCs peut être décomposé en trois parties : un domaine élastique linéaire, un domaine non linéaire pendant lequel la matrice se fissure progressivement, et dans certains cas un domaine linéaire avant la rupture, correspondant à un état de saturation de la fissuration matricielle. La Figure I.13 représente une courbe contrainte / déformation typique des composites à matrice céramique  $\text{SiC}_f/\text{SiC}_m$  en traction incrémentale.

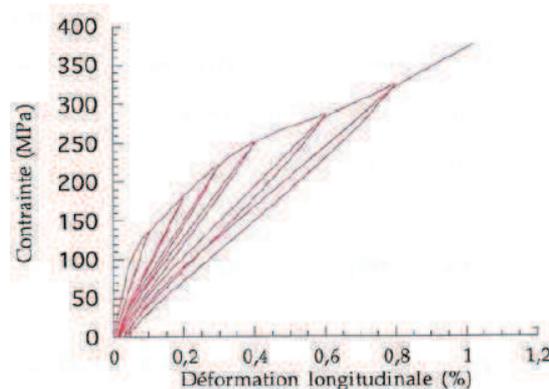


Figure I.13 : Courbe de comportement d'un composite  $\text{SiC}_f/\text{SiC}_m$  à fibre Hi-Nicalon en traction incrémentale à température ambiante [Pasquier S, 1997].

Dans le domaine non linéaire, la matrice se fissure progressivement, entraînant une diminution progressive du module du matériau. Des travaux précédents [Aubard X, 1992], [Guillaumat L, 1994], [Carrere P, 1996], [Forio P, 2000], [Lamon J, 2001] ont permis de déterminer les séquences d'endommagement de ces composites sous sollicitation de traction (Figure I.14). La présence de défauts (macropores) présents à l'état initial va engendrer tout d'abord une fissuration de la matrice puis une propagation des fissures au cœur des torons transverses. Par la suite, les fissures vont se propager dans les torons longitudinaux. Ces

fissures vont alors être déviées parallèlement aux fibres des torons longitudinaux par l'interphase. Ces déviations de fissure créent des zones de décohésion fibre / matrice. Ces décohésions vont alors augmenter le report de charge de la matrice sur les fibres, engendrant des ruptures progressives de fibres dans les torons longitudinaux. La multiplication de la rupture de ces fibres dans les torons longitudinaux va conduire à la ruine de ces derniers. Finalement, la rupture des torons longitudinaux conduit à la ruine du composite. Ce scénario d'endommagement est identique pour des composites 2D et 3D.

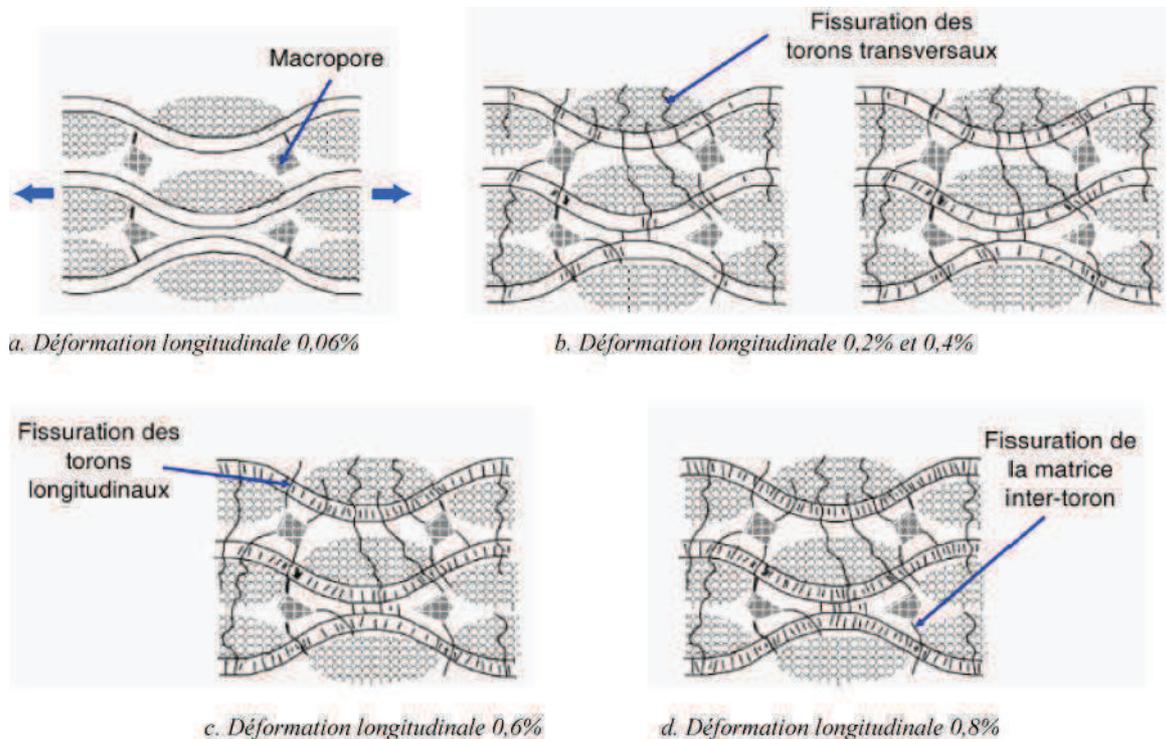


Figure I.14 : Scénario d'endommagement d'un composite SiC/SiC 2D [Lamon J, 2001].

Lors de sollicitations de charge – décharge, des boucles d'hystérésis apparaissent (Figure I.13). Ces boucles d'hystérésis évoluent en fonction de la contrainte. En effet, à basses contraintes, les boucles d'hystérésis sont fermées (comportement élastique), et la déformation permanente après décharge est quasiment nulle. En augmentant la contrainte, les boucles d'hystérésis s'ouvrent et la déformation permanente n'est plus nulle. Ce comportement hystérétique peut être attribué à des glissements/frottements internes au niveau des fissures et des décohésions fibre/matrice. Au début de la décharge le comportement est élastique avec un module élastique de décharge. Puis les interfaces glissent les unes par rapport aux autres permettant une fermeture progressive des fissures matricielles. Le comportement s'écarte alors de la linéarité présente au début de la décharge. Une fois les fissures matricielles totalement fermées, le comportement mécanique du composite redevient linéaire (Figure I.15).

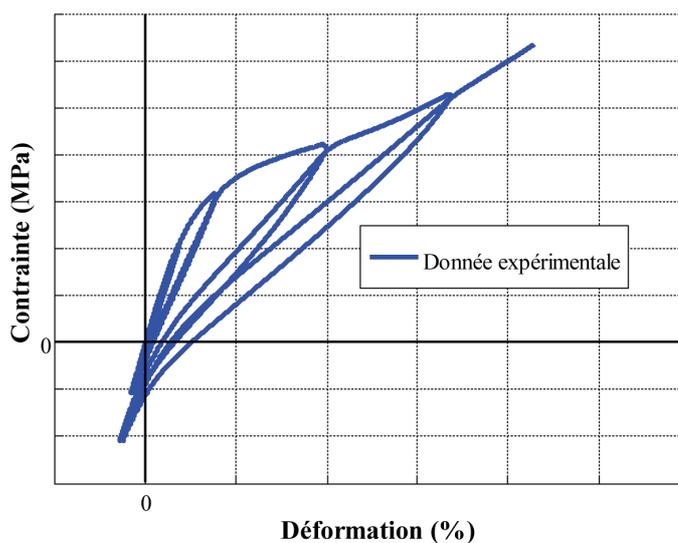


Figure I.15: Courbe caractéristique du comportement du CMC de cette étude lors d'une traction incrémentale[Gasser A et al, 1996].

Par ailleurs, le comportement mécanique des CMCs en compression est élastique linéaire et le module initial de compression est proche de celui d'un composite non endommagé.

### III.1.2 Chargements de fluage et de fatigue

Contrairement aux essais monotones, où le critère de rupture est atteint par une augmentation continue de la contrainte appliquée, lors d'essais de fluage ou de fatigue l'augmentation de l'endommagement provient de l'évolution de paramètres microstructuraux comme la contrainte de cisaillement interfacial ( $\tau$ ).

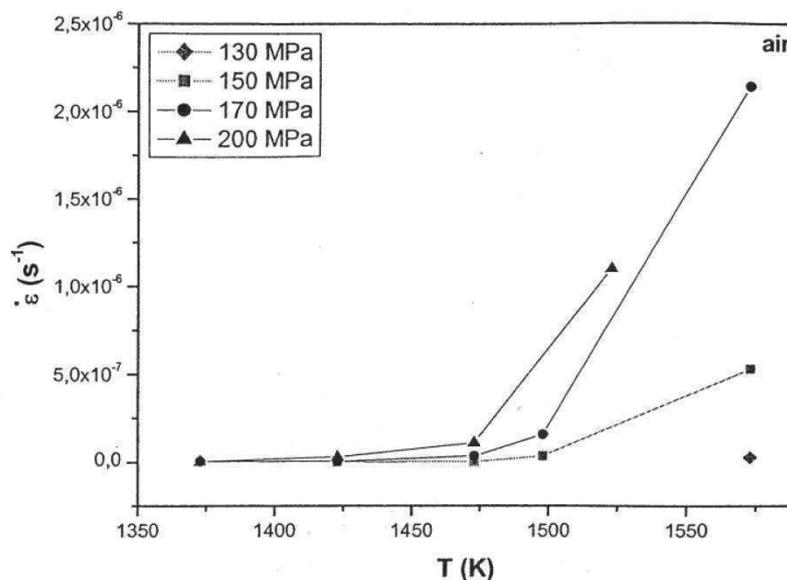
Lors d'essais de fatigue, [Reynaud P, 1996] a montré que pour des contraintes inférieures à la limite élastique, le comportement du composite est pseudo-linéaire et reste dans le domaine élastique. Dans ces cas de chargement, aucun endommagement n'est créé et les boucles d'hystérésis entre la contrainte et la déformation sont fermées et superposées.

Pour des chargements de fatigue entre 35% et 85% de la contrainte à rupture en statique, le comportement mécanique du matériau évolue en fonction du nombre de cycles, et ce d'autant plus que la contrainte maximale est élevée. Tout d'abord, le développement de la fissuration matricielle va entraîner une diminution des modules élastiques, tandis que l'aire des boucles d'hystérésis et la déformation permanente augmentent. Pour des chargements inférieurs à 85 % de la contrainte à rupture, aucune rupture n'est observée en dessous de  $10^5$  ou  $10^6$  cycles.

Pour des chargements de fatigue supérieurs à 85% de la charge à rupture statique, une diminution du module d'Young et une augmentation de la déformation permanente sont observées. Ces évolutions sont dues à une augmentation de la fissuration matricielle, des glissements et des décohésions. De plus, lors de l'essai de fatigue la contrainte interfaciale diminue et la longueur sur laquelle le glissement opère augmente, engendrant un changement de forme des boucles d'hystérésis.

### III.2 Comportement mécanique des CMCs $\text{SiC}_f/\text{SiC}_m$ en température

Lorsqu'un composite CMC est sollicité mécaniquement à une température élevée (supérieure à  $1200^\circ\text{C}$ ), un ou plusieurs de ses constituants peuvent se comporter de façon élastoviscoplastique entraînant un comportement élastoviscoplastique global du composite. Cette viscosité est caractérisée le plus souvent grâce à des essais de fluage qui permettent de mesurer l'évolution de la déformation sous chargement constant. Toutefois, dans ce travail de thèse on s'intéresse uniquement à des températures inférieures à  $900^\circ\text{C}$  et la Figure I.16 montre que pour des températures inférieures à  $1425\text{ K}$  ( $\approx 1150^\circ\text{C}$ ) la vitesse de déformation lors d'essai de fluage est nulle.



autocicatrisante permettent d'expliquer l'effet de la température et donc de l'oxydation sur le comportement ([Farizy G, 2002], [Moevus M, 2007], [Laforet A, 2009] et [De Melo-Loseille O, 2010]). Trois domaines de températures peuvent être distingués.

Pour les températures inférieures à 600°C, la volatilisation de l'interphase de pyrocarbone a été observée dès 400°C. Comme montré dans les paragraphes précédents, la disparition de l'interphase va avoir plusieurs conséquences sur le comportement. Tout d'abord cette volatilisation va augmenter la souplesse du matériau et surtout entraîner un report de charge de la matrice sur les fibres. De plus, l'interphase qui a un rôle de fusible mécanique en déviant les fissures parallèlement aux fibres, limite également l'accès à l'oxygène aux fibres. Or la volatilisation de l'interphase permet alors à l'oxygène d'atteindre les fibres. En plus de l'oxydation de l'interphase, des faciès de rupture de type miroir ont été observés dès 450°C sur les fibres Nicalon. Ce type de faciès de rupture est typique d'une propagation lente de fissure. Même si ce type de rupture peut être visible sous vide, il est favorisé sous atmosphère oxydante et plus précisément sous vapeur d'eau. Enfin, dans ce domaine de température, même si la présence de verre (B<sub>2</sub>O<sub>3(l)</sub>) a été observée à 500°C [Moevus M, 2007], qui prouve l'oxydation de la couche de carbure de bore, le composite ne cicatrise pas puisque la quantité d'oxyde de bore observée est insuffisante pour combler la fissure et empêcher l'oxydation des fibres.

Pour des températures plus importantes (600°C – 900°C), de l'oxyde de bore est observé en quantité suffisante pour permettre une cicatrisation du composite sous air sec. Dans un premier temps, même si la formation de l'oxyde de bore ne bouche pas entièrement la fissure, l'oxydation du carbure de bore va utiliser l'oxygène présent dans le matériau. De ce fait, la teneur en oxygène dans le composite diminue et ainsi l'oxydation de l'interphase et des fibres vont ralentir. Puis quand l'oxyde de bore formé comble entièrement les fissures, l'oxygène n'arrive plus à l'interphase de pyrocarbone et à la fibre. La durée de vie des composites à matrice céramique sera alors allongée dans ce domaine de température par rapport aux températures plus basses. Néanmoins, en présence de vapeur d'eau la cicatrisation sera ralentie voire inexistante avec la volatilisation de l'oxyde de bore, diminuant la durée de vie par rapport à une atmosphère sèche.

Enfin, pour les très hautes températures ( $T > 900^\circ\text{C}$ ), la cicatrisation du matériau est ralentie par la volatilisation de l'oxyde de bore. De plus, à ces températures, l'oxyde de bore créé peut lui-même dégrader la fibre et l'interphase en formant de la silice. Cette couche de silice autour de la fibre permet de ralentir la propagation sous critique des fibres.

---

**BILAN**

---

Ce chapitre qui synthétise les travaux menés sur les composites à matrice céramique montre que chaque constituant des composites  $\text{SiC}_f/\text{SiBC}_m$  s'oxyde de manière différente. Ces oxydations dépendent des conditions atmosphériques (neutre, sèche ou humide) et bien sûr de la température. Les réactions d'oxydation étant thermodynamiquement activées, trois domaines de températures ont été proposés (basses températures, températures intermédiaires, hautes températures). Ces dégradations de nature physico-chimique ont des conséquences sur le comportement mécanique du matériau et plus particulièrement sur la durée de vie. Les effets des oxydations sur la durée de vie de ce type de composite ne sont pas les mêmes selon les domaines de températures :

Pour les **basses températures**, c'est-à-dire inférieures à  $400^\circ\text{C}$ , les constituants du composite ne subissent pas d'oxydation significative. La durée de vie du composite est uniquement due au chargement mécanique. Lors d'une sollicitation mécanique dans le sens longitudinal, des microfissures sont créées dans les torons transverses. Ces fissures se propagent jusqu'aux torons longitudinaux. La présence d'une interphase de pyrocarbone autour des fibres va dévier les fissures du toron longitudinal parallèlement aux fibres. Des zones de décohésion sont alors créées entre les fibres et la matrice du toron. Le cyclage lors d'un essai de fatigue va engendrer une augmentation par érouissage de la longueur des décohésions. Dans les zones non endommagées, la charge est répartie uniformément sur les fibres et la matrice. Mais la présence de décohésions entraîne un report de la charge sur la fibre, créant des ruptures progressives des fibres les plus faibles. La rupture de ces fibres va alors provoquer une surcharge sur les fibres saines restantes dans le toron. La multiplication de ces ruptures de fibre conduit à la rupture du toron et du composite. Ainsi, dans le domaine des basses températures, pour modéliser et déterminer la durée de vie, les effets physico-chimiques du modèle de durée de vie sont négligeables sur le comportement global du composite.

Entre  $400^\circ\text{C}$  et  $600^\circ\text{C}$ , nommé domaine des **températures intermédiaires**, plusieurs constituants du matériau s'oxydent. Tout d'abord, la couche de carbure de bore s'oxyde et forme un oxyde de bore liquide. Cependant, dans ce domaine de température la quantité d'oxyde de bore formée est faible et ne permet pas une cicatrization du composite. La durée de vie du composite dépend alors uniquement de l'oxydation de l'interphase de pyrocarbone puis des fibres Nicalon. La fissuration des torons transverses puis des torons longitudinaux va permettre à l'oxygène extérieur ou présent dans les macro-pores d'atteindre dans un premier temps les interphases de pyrocarbone. Or, dans ce domaine de température, le pyrocarbone se volatilise en présence d'oxygène. Sa volatilisation va engendrer une augmentation de la longueur des zones décohésionnées entre les fibres et la matrice. Comme les longueurs décohésionnées sont plus importantes, les reports de charge sur les fibres augmentent, diminuant leur durée de vie. De plus, aux températures intermédiaires, les fibres Nicalon subissent également une oxydation. A ces températures, la formation de silice par les fibres est très faible et n'empêche pas la propagation sous critique dans les fibres. Finalement, dans ce domaine de températures, la durée de vie des composites à matrice céramique dépend de plusieurs paramètres. Notons que pour la température de  $450^\circ\text{C}$  la durée de vie de ces matériaux est la plus faible. Dans un premier temps, l'état d'endommagement du matériau doit être connu afin d'estimer la quantité d'oxygène dans le matériau qui pourra oxyder le pyrocarbone et les fibres. Ainsi, l'oxydation du pyrocarbone doit être considérée et plus précisément les longueurs des zones décohésionnées. Enfin, comme la durée de vie des CMCs est conditionnée par la durabilité des fibres, l'oxydation des fibres doit être prise en compte.

Enfin, dans le domaine des **hautes températures**, supérieures à 600°C et inférieures à 900°C, en plus de l'oxydation des fibres Nicalon et de l'interphase, le phénomène de cicatrisation apparaît. En effet, dans ce domaine de température la couche de carbure de bore s'oxyde et forme assez d'oxyde de bore liquide pour boucher les fissures. La cicatrisation est optimale dès 650°C. Néanmoins, aux alentours de 800°C, la volatilisation de cet oxyde de bore va diminuer le pouvoir cicatrisant du carbure de bore. De plus, la présence de vapeur d'eau dans l'environnement va également volatiliser l'oxyde de bore. Ainsi, dans le composite, il y a compétition entre la formation de l'oxyde de bore et sa volatilisation. La cicatrisation du matériau va alors ralentir voire empêcher l'oxygène d'atteindre l'interphase de pyrocarbone et surtout les fibres. De ce fait, la durée de vie du composite entre 600°C et 900°C est plus importante que pour les températures intermédiaires. De la même manière que pour les températures intermédiaires, il est important de connaître dans un premier temps l'état d'endommagement du composite afin de modéliser la durée de vie du composite. Par ailleurs, dans ce domaine de température, la quantité d'oxygène qui oxyde le pyrocarbone et les fibres ne dépend pas uniquement de l'état d'endommagement mais également de l'état de cicatrisation du matériau.

Finalement, pour modéliser et déterminer la durée de vie des composites à matrice céramique en fonction de la température et de l'environnement, deux modèles couplés doivent être développés. Tout d'abord, un modèle purement mécanique permettant de connaître l'état d'endommagement du composite. Puis un second modèle physico-chimique qui détermine l'état de cicatrisation du composite, mais également les longueurs des zones décohésionnées et la durée de vie des fibres Nicalon. Une fois ces deux modèles disponibles, il sera nécessaire de modéliser les interactions entre les endommagements mécaniques et les dégradations physico-chimiques.

---

## CHAPITRE II : MODÈLE MÉCANIQUE DE LA DURÉE DE VIE POUR LES CMCs

---

---

I. Modèle d'endommagement statique : Onera Damage Model.....	38
I.1 Loi d'état.....	39
I.2 Loi d'évolution de l'endommagement matriciel.....	44
I.3 Loi d'évolution de la rupture progressive des torons.....	49
II. Évolution du modèle vers la fatigue .....	51
II.1 Adaptation du modèle ODM .....	51
II.2 Différentes approches de modélisation de la fatigue.....	54
II.3 Proposition d'une loi d'accroissement de l'endommagement matriciel .....	61
II.4 Critère de rupture en fatigue .....	63
Bilan .....	64

---

L'étude bibliographique réalisée dans le chapitre I sur le comportement des composites à matrice céramique montre que la durée de vie de ces matériaux dépend principalement de l'environnement oxydant. En effet, les constituants des CMCs s'oxydent, modifiant la durée de vie du composite en fatigue et en fluage. Cependant, sans un endommagement préalable du composite les différentes oxydations ne peuvent avoir lieu. Effectivement, si le matériau ne contient pas de fissures ou peu (c'est-à-dire un endommagement nul ou faible), l'oxygène extérieur ou présent dans le matériau ne pourra atteindre les constituants au cœur du composite et les oxyder. Les fissures sont alors des chemins privilégiés pour amener l'oxygène dans le composite. Ainsi, avant de prendre en compte les différents types d'oxydations des CMCs  $\text{SiC}_f/\text{SiBC}_m$ , il est nécessaire de modéliser le comportement mécanique endommageable sous sollicitation de fatigue ou de fluage des composites à matrice céramique.

Ce chapitre a donc pour but de présenter le modèle mécanique de durée de vie mis en œuvre dans ce travail de thèse. Ce modèle est basé sur le modèle d'endommagement statique ODM (Onera Damage Model). Ce modèle, développé depuis la fin des années 90, permet de modéliser le comportement endommageable des composites à matrice céramique lors de sollicitations statiques. La première partie de ce chapitre présente en détails le principe et les équations du modèle ODM. Avant d'étendre ce modèle statique à des sollicitations de fatigue et de fluage, quelques améliorations lui ont été apportées et font l'objet de la seconde partie de ce chapitre. Enfin, le passage du modèle statique au modèle de durée de vie est mis en œuvre grâce à une nouvelle loi d'accroissement de l'endommagement matriciel. L'endommagement matriciel devient alors fonction du nombre de cycles et du rapport des contraintes, c'est-à-dire des paramètres caractéristiques des chargements en fatigue et en fluage.

## I. MODÈLE D'ENDOMMAGEMENT STATIQUE : ONERA DAMAGE MODEL

L'Onera développe depuis 1998 des modèles d'endommagement (Onera Damage Model), en particulier pour les composites à matrice céramique (Figure II.1). Les premiers modèles étaient réalisés pour déterminer le comportement de composite à matrice céramique 2D et écrits dans un premier temps en termes de contrainte puis plus tard en termes de déformation. Dans les années 2000, le modèle en déformation a été enrichi pour les composites à matrice céramique 3D, puis étendu aux composites à matrice organique [Marcin L, 2010].

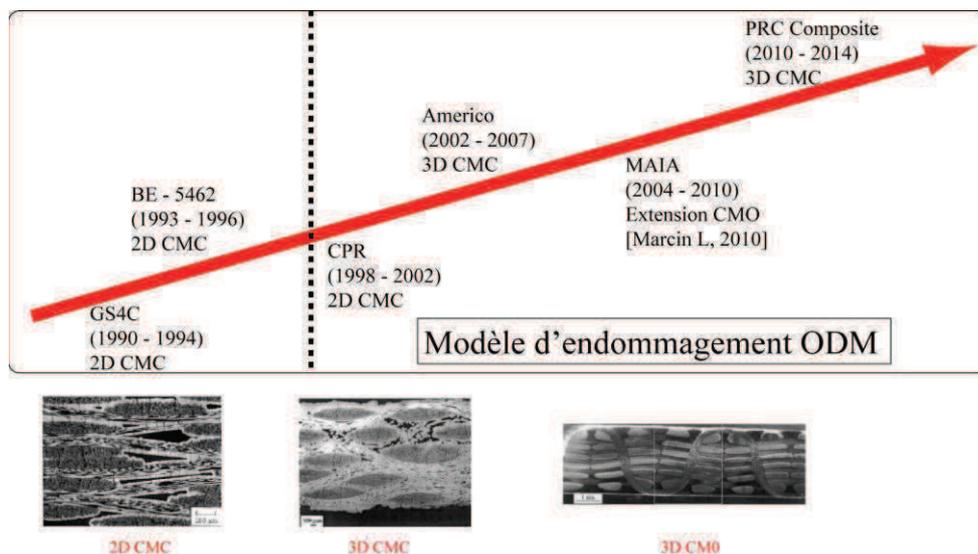


Figure II.1 : Historique des modèles d'endommagement ODM développés ces dernières années.

Le modèle d'endommagement pour les composites à matrice céramique fournit des réponses très semblables à un modèle à variables d'endommagement tensorielles [Maire J.F et al, 1997] permettant de décrire les endommagements qui sont orientés par le chargement.

Ce modèle comporte quatre variables d'endommagement dans le plan. Il est strictement identique pour les directions de chargement à  $0^\circ$ ,  $90^\circ$ ,  $-45^\circ$  et  $+45^\circ$  au modèle tensoriel développé par Maire et Chaboche.

Pour des chargements inférieurs au seuil d'endommagement matriciel ( $y_{0_i}^m, i = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ ), le comportement est élastique. Au-delà le matériau s'endommage et son comportement se caractérise par une perte de linéarité et de raideur. Enfin, au-delà du seuil ( $y_{0_j}^{toron}, y_{0_j}^{toron}, j = \{1, 2, 3\}$ ), il y a rupture des torons. Cette rupture est catastrophique pour une éprouvette dans laquelle le champ de contrainte est homogène et devient progressive dans des structures présentant des gradients de contraintes. Cette rupture progressive des torons est caractérisée par un comportement adoucissant (Figure II.2).

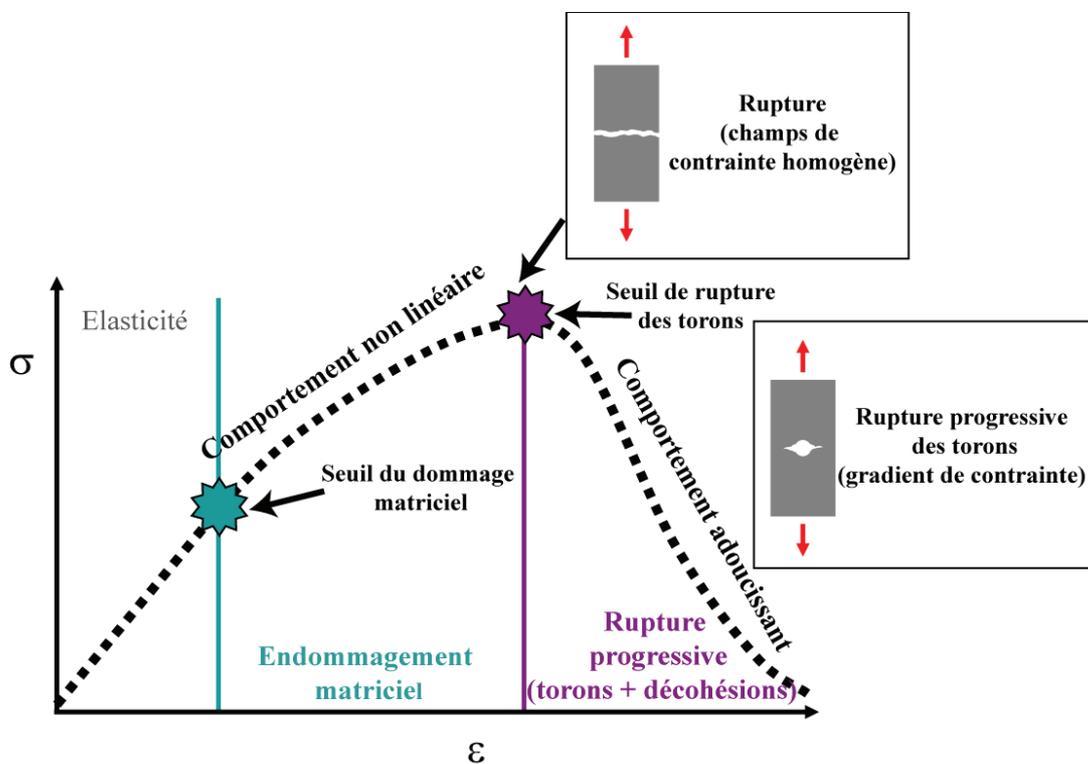


Figure II.2 : Schéma du comportement de matériaux tissés jusqu'à la rupture en statique.

### I.1 Loi d'état

Le modèle ODM est exprimé en termes de déformation pour permettre une utilisation plus facile dans les codes de calculs. Il est écrit dans le cadre de la Mécanique Continue de l'Endommagement. Ce cadre considère l'endommagement au travers d'un concept d'homogénéisation pour décrire son évolution de façon macroscopique. Les concepts de base de la Mécanique Continue de l'Endommagement sont énoncés dans le cadre d'un formalisme thermodynamique. Le modèle repose donc sur la définition du potentiel d'énergie libre de Helmholtz :

$$\psi = \frac{1}{2\rho} (\underline{\underline{\varepsilon}}^* : \underline{\underline{C}}^{eff} : \underline{\underline{\varepsilon}}^*) + \psi^0 + \psi^r + \psi^s, \quad \text{Eq II.1}$$

avec :

$$\underline{\varepsilon}^* = \underline{\varepsilon} - \underline{\varepsilon}^{th} - \underline{\varepsilon}^0, \quad \text{Eq II.2}$$

$$\psi^0 = \frac{1}{2\rho} \left( \underline{\varepsilon}^* : \underline{C}^0 : \underline{\varepsilon}^0 + \underline{\varepsilon}^0 : \underline{C}^0 : \underline{\varepsilon}^* \right), \quad \text{Eq II.3}$$

$$\psi^r = \frac{1}{2\rho} \left( \underline{\varepsilon}^* : \underline{C}^0 : \underline{\varepsilon}^r + \underline{\varepsilon}^r : \underline{C}^0 : \underline{\varepsilon}^* \right), \quad \text{Eq II.4}$$

$$\psi^s = \frac{1}{2\rho} \left( \underline{\varepsilon}^* : \underline{C}^0 : \underline{\varepsilon}^s + \underline{\varepsilon}^s : \underline{C}^0 : \underline{\varepsilon}^* \right), \quad \text{Eq II.5}$$

où la déformation  $\underline{\varepsilon}^*$  (Eq II.2) est définie à partir de la déformation totale  $\underline{\varepsilon}$ , de la déformation thermique  $\underline{\varepsilon}^{th}$

$$\underline{\varepsilon}^{th} = \underline{\alpha}(T - T^0), \quad \text{Eq II.6}$$

et de  $\underline{\varepsilon}^0$  la déformation correspondant au moment de fermeture des fissures matricielles lors des décharges et dépendant des contraintes internes dans le matériau :

$$\underline{\varepsilon}^0 = \Delta\underline{\alpha}(T - T^0) \quad \text{Eq II.7}$$

avec  $\underline{\alpha}$  le tenseur des dilatations et  $\Delta\underline{\alpha}$  le tenseur de même nature que  $\underline{\alpha}$  mais traduisant l'éventuelle différence de dilatation entre les constituants (fibres et matrice).

Les potentiels  $\psi^r$  et  $\psi^s$  sont respectivement définis à partir des déformations résiduelles ( $\underline{\varepsilon}^r$ ) et de stockage ( $\underline{\varepsilon}^s$ ).

A partir du potentiel de Helmholtz la contrainte

$$\underline{\sigma} = \rho \frac{\partial \psi}{\partial \underline{\varepsilon}} = \underline{C}^{eff}(\underline{d}_i^m, \underline{d}_{jt}^{toron}, \underline{d}_{jc}^{toron}) : (\underline{\varepsilon} - \underline{\varepsilon}^0 - \underline{\varepsilon}^{th}) - \underline{C}^0 : (\underline{\varepsilon}^r + \underline{\varepsilon}^s - \underline{\varepsilon}^0), \quad \text{Eq II.8}$$

et les forces thermodynamiques associées aux endommagements matriciels ( $\underline{d}_i^m$ ) et aux endommagements des torons en traction ( $\underline{d}_{jt}^{toron}$ ) et en compression ( $\underline{d}_{jc}^{toron}$ ) peuvent être définies :

$$y_i^m = \rho \frac{\partial \psi}{\partial \underline{d}_i^m}, y_{jt}^{toron} = \rho \frac{\partial \psi}{\partial \underline{d}_{jt}^{toron}} \text{ et } y_{cj}^{toron} = \rho \frac{\partial \psi}{\partial \underline{d}_{jc}^{toron}}. \quad \text{Eq II.9}$$

### I.1.1 Tenseurs des rigidités et des souplesses

La loi d'état du modèle (Eq II.8) est définie à partir du tenseur des rigidités ( $\underline{C}^{eff}$ ) et des souplesses effectives ( $\underline{S}^{eff}$ ) :

$$\underline{C}^{eff} = \left( \underline{S}^{eff} \right)^{-1} \text{ et } \underline{S}^{eff} = \underline{S}^0 + \Delta \underline{S}_m^{eff} + \Delta \underline{S}_{toron}^{eff}, \quad \text{Eq II.10}$$

$\underline{C}^0$ ,  $\underline{S}^0$  représentent respectivement le tenseur des rigidités et des souplesses élastiques initiales.

Comme le comportement des composites à matrice céramique est orthotrope, le tenseur des souplesses élastiques utilisé dans ODM s'écrit dans les axes d'orthotropie :

$$\underline{\underline{S}}^0 = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_{11}} & -\frac{\nu_{12}}{E_{11}} & -\frac{\nu_{13}}{E_{11}} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_{12}}{E_{11}} & \frac{1}{E_{22}} & -\frac{\nu_{23}}{E_{22}} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_{13}}{E_{11}} & -\frac{\nu_{23}}{E_{22}} & \frac{1}{E_{33}} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{23}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{13}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{12}} \end{bmatrix}. \quad \text{Eq II.11}$$

$\Delta \underline{\underline{S}}_{=m}^{eff}$  et  $\Delta \underline{\underline{S}}_{=toron}^{eff}$ , définis par les équations

$$\Delta \underline{\underline{S}}_{=m}^{eff} = \sum_{i=1}^5 d_i^m \left( \eta_i^m \underline{\underline{H}}_i^{m+} + (1 - \eta_i^m) \underline{\underline{H}}_i^{m-} \right), \quad \text{Eq II.12}$$

et

$$\Delta \underline{\underline{S}}_{=toron}^{eff} = \sum_{j=1}^3 d_{jt}^{toron} \left( \eta_{jt}^{toron} \underline{\underline{H}}_{jt}^{toron+} + (1 - \eta_{jt}^{toron}) \underline{\underline{H}}_{jt}^{toron-} \right) + \sum_{j=1}^3 d_{jc}^{toron} \left( \eta_{jc}^{toron} \underline{\underline{H}}_{jc}^{toron+} + (1 - \eta_{jc}^{toron}) \underline{\underline{H}}_{jc}^{toron-} \right). \quad \text{Eq II.13}$$

Ces tenseurs représentent respectivement la variation du tenseur de souplesse due à l'endommagement de la matrice et celle due à la rupture progressive des torons. Comme cela sera expliqué dans les paragraphes suivants, l'endommagement matriciel est représenté par cinq variables (quatre dans le plan et une pour le hors plan) et la rupture progressive des torons par six variables (comportement dans les directions 1, 2 et 3 avec une différenciation entre la traction et la compression).

Notons que les indices  $i$  et  $j$  varient respectivement de 1 à 5 et de 1 à 3. Les exposants  $m$  et  $toron$  sont là pour différencier la matrice ( $m$ ) des torons. De plus, les indices  $t$  et  $c$  signifient respectivement traction et compression.

Ces deux variations du tenseur des souplesses sont définies sous une forme générale, avec  $d_i^m$ ,  $d_{jt}^{toron}$  et  $d_{jc}^{toron}$  qui représentent respectivement les variables d'endommagement liées à la matrice et à la rupture progressive des torons en traction et en compression.  $\eta_i^m$  est l'index de fermeture progressive des fissures pour la matrice.  $\underline{\underline{H}}_i^{m+}$  est le tenseur d'effet de l'endommagement matriciel quand l'endommagement est actif, alors que  $\underline{\underline{H}}_i^{m-}$  est le tenseur d'effet de l'endommagement quand l'endommagement est passif.

$\Delta \underline{\underline{S}}_{=toron}^{eff}$  est, quant à lui, divisé en deux parties : la rupture en traction ( $d_{jt}^{toron}$ ) et la rupture en compression ( $d_{jc}^{toron}$ ). En effet, lorsque les torons rompent en traction, l'effet de ces ruptures sur le comportement lors d'un chargement post-rupture de traction ou de compression peut être différent. Ceci est traduit par les variables  $\eta_{jt}^{toron}$  (égales à 1 pour des chargements de traction et 0 pour des chargements de compression) et les tenseurs des effets  $\underline{\underline{H}}_{jt}^{toron+}$  et  $\underline{\underline{H}}_{jt}^{toron-}$ . Les mêmes effets sont observés en compression par les variables  $\eta_{jc}^{toron}$  et

les tenseurs  $\underline{H}_{jc}^{toron+}$  et  $\underline{H}_{jc}^{toron-}$ . L'Eq II.13 représente la forme générale, dans la pratique  $\eta_{jt}^{toron}$  et  $\eta_{jc}^{toron}$  sont toujours pris égaux à 1, ce qui conduit à :

$$\Delta S_{\underline{toron}}^{eff} = \sum_{j=1}^3 \left( d_{jt}^{toron} \underline{H}_{jt}^{toron+} + d_{jc}^{toron} \underline{H}_{jc}^{toron+} \right). \quad \text{Eq II.14}$$

La particularité des composites à matrice céramique est que leurs endommagements sont orientés préférentiellement par le chargement et non par la microstructure (en tous cas pour les premiers stades d'endommagement). Comme le montre la Figure II.3, lors de chargements plans, si la contrainte est appliquée dans la direction  $0^\circ$ , il n'y a qu'un endommagement suivant 1 ( $d_1^m$ ). De la même manière si la contrainte est appliquée dans les directions  $90^\circ$ ,  $+45^\circ$  ou  $-45^\circ$ , alors on a respectivement les endommagements  $d_2^m$ ,  $d_4^m$  ou  $d_5^m$ .

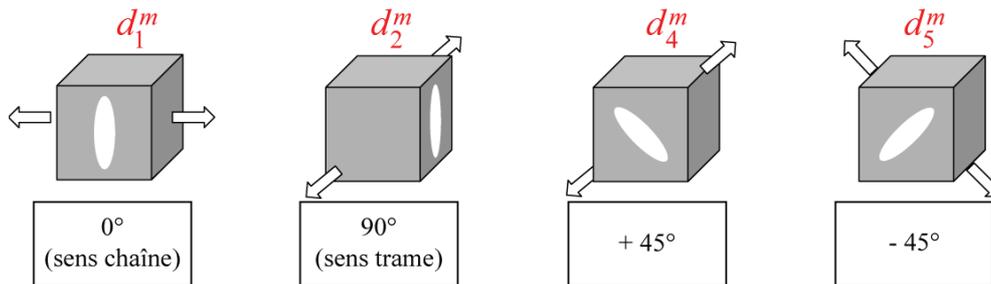


Figure II.3 : Schématisation des modes d'endommagement activés par des chargements plans.

Lors d'un chargement hors plan (Figure II.4.a), l'endommagement est associé à la direction 3. Toutefois, à cause de la microstructure tissée des matériaux étudiés, des fissures hors plan peuvent apparaître pour des chargements plans (Figure II.4.b). Ce couplage entre le plan et le hors plan va être défini au travers de la variable d'endommagement  $d_3^m$ .

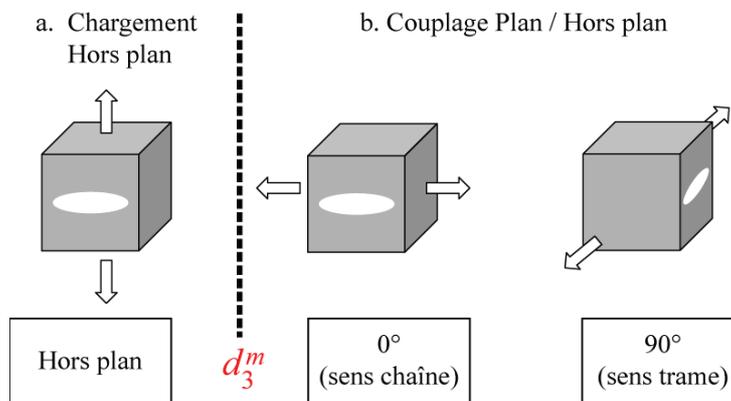


Figure II.4 : Schématisation des modes d'endommagement activés par un chargement hors plan et du couplage plan/hors plan.

Afin de déterminer ces variables d'endommagement  $d_i^m$ , les forces thermodynamiques associées à chaque endommagement sont préalablement déterminées.

## I.1.2 Forces thermodynamiques

## a. Dans le plan

Afin d'obtenir un comportement endommagé pour des chargements élémentaires comparables à ceux que prévoit un modèle tensoriel, la force thermodynamique est définie à partir du tenseur des déformations par :

$$\begin{aligned} z_1^m &= \frac{1}{2} \left( C_{11}^0 \cdot \varepsilon_1^{d_1^+} \cdot \varepsilon_1^{d_1^+} + b_1^6 \cdot C_{66}^0 \cdot \varepsilon_6^{d_1^+} \cdot \varepsilon_6^{d_1^+} + b_1^5 \cdot C_{55}^0 \cdot \varepsilon_5^{d_1^+} \cdot \varepsilon_5^{d_1^+} \right), \\ z_2^m &= \frac{1}{2} \left( C_{22}^0 \cdot \varepsilon_2^{d_2^+} \cdot \varepsilon_2^{d_2^+} + b_2^6 \cdot C_{66}^0 \cdot \varepsilon_6^{d_2^+} \cdot \varepsilon_6^{d_2^+} + b_2^4 \cdot C_{44}^0 \cdot \varepsilon_4^{d_2^+} \cdot \varepsilon_4^{d_2^+} \right), \\ z_6^m &= \frac{1}{4} \left( C_{11}^0 \cdot \varepsilon_1^{d_1^+} \cdot \varepsilon_6^{d_1^+} + C_{22}^0 \cdot \varepsilon_2^{d_2^+} \cdot \varepsilon_6^{d_2^+} \right) + \frac{1}{4} b_1^6 \cdot C_{66}^0 \cdot \left( \varepsilon_1^{d_1^+} \cdot \varepsilon_6^{d_1^+} + \varepsilon_2^{d_2^+} \cdot \varepsilon_6^{d_2^+} \right), \end{aligned} \quad \text{Eq II.15}$$

où  $b_1^6, b_1^5, b_2^6$  et  $b_2^4$  sont des paramètres du modèle introduits pour traduire le couplage entre traction et cisaillement inter et intra-laminaire. Ces coefficients peuvent être vus comme des pondérations entre les propagations en mode I, II et III. Dans le modèle [Marcin L, 2010], le tenseur des déformations positives  $\underline{\varepsilon}^{d_k^+}$   $k = \{1, 2, 3\}$ , utile au calcul des forces motrices, correspond à la partie positive de la décomposition spectrale du tenseur des déformations :

$$\underline{\varepsilon}^+ = \underline{P}^t \cdot \begin{pmatrix} \langle \varepsilon_I \rangle_+ & 0 & 0 \\ 0 & \langle \varepsilon_{II} \rangle_+ & 0 \\ 0 & 0 & \langle \varepsilon_{III} \rangle_+ \end{pmatrix} \cdot \underline{P}, \quad \text{Eq II.16}$$

où  $\varepsilon_I, \varepsilon_{II}, \varepsilon_{III}$  sont les valeurs propres de la déformation et  $P$  la matrice de passage entre le repère des déformations principales et l'espace de représentation initial. Nous verrons, plus loin au paragraphe 0, les modifications apportées depuis.

Les forces thermodynamiques associées aux variables d'endommagement sont définies dans le cadre non standard puisqu'elles ne sont pas obtenues par dérivation du potentiel thermodynamique ( $y \neq \rho \frac{\partial \psi}{\partial d}$ ). Elles ont été redéfinies afin de garder le caractère explicite de la formulation et la cohérence thermodynamique, l'avantage étant de simplifier l'identification et d'avoir une plus grande efficacité calculatoire.

---

**Remarque 1 : Cohérence thermodynamique**

*Lorsque les forces motrices de l'endommagement ne découlent pas du potentiel d'énergie, la cohérence thermodynamique n'est pas forcément assurée, il faut donc vérifier l'inégalité de Clausius-Duhem qui se résume dans ce modèle à :*

$$\sum_i Y_i \dot{d}_i \geq 0. \quad \text{Eq II.17}$$

*Le modèle impose un caractère irréversible de l'endommagement soit  $\dot{d}_i \geq 0$ . De plus si les tenseurs d'effet de l'endommagement  $\underline{H}_i^m$  sont définis positifs, alors les  $Y_i$ , dérivant du potentiel thermodynamique, de forme quadratique seront donc positifs. La cohérence thermodynamique sera donc respectée.*

Remarque2 :

Si la formulation traduit un caractère explicite [ $\underline{\varepsilon} \Rightarrow y(\underline{\varepsilon}) \Rightarrow d(y) \Rightarrow \underline{\sigma}(d, \underline{\varepsilon})$ ], alors il n'est pas nécessaire de résoudre le problème par itération.

On note respectivement  $y_1^m$ ,  $y_2^m$ ,  $y_4^m$  et  $y_5^m$  les forces thermodynamiques correspondant aux directions à  $0^\circ$ ,  $90^\circ$ ,  $+45^\circ$  et  $-45^\circ$  :

$$\begin{cases} y_1^m = z_1^m - \left| z_6^m \right|, \\ y_2^m = z_2^m - \left| z_6^m \right|, \\ y_4^m = \left\langle z_6^m \right\rangle_+, \\ y_5^m = -\left\langle z_6^m \right\rangle_-, \end{cases} \quad \text{Eq II.18}$$

$y_1^m$ ,  $y_2^m$ ,  $y_4^m$  et  $y_5^m$  sont respectivement les forces motrices des dommages matriciels  $d_1^m$ ,  $d_2^m$ ,  $d_4^m$  et  $d_5^m$ .

*b. Couplage hors-plan*

Pour représenter les fissures hors plan, c'est-à-dire la décohésion à l'interface entre les torons sens chaîne et sens trame ainsi que les fissures à l'interface matrice/torons, un couplage plan/hors plan a été introduit. Les forces motrices de l'endommagement hors plan sont définies par :

$$\begin{cases} z_3^m = \frac{1}{2} \left( C_{33}^0 \cdot \varepsilon_3^{d_{3+}} \cdot \varepsilon_3^{d_{3+}} + b_3^4 \cdot C_{44}^0 \cdot \varepsilon_4^{d_{3+}} \cdot \varepsilon_4^{d_{3+}} + b_3^5 \cdot C_{55}^0 \cdot \varepsilon_5^{d_{3+}} \cdot \varepsilon_5^{d_{3+}} \right), \\ z_{3t}^m = \frac{1}{2} \left( c_1^+ C_{11}^0 \langle \varepsilon_1 \rangle_+^2 + c_2^+ C_{22}^0 \langle \varepsilon_2 \rangle_+^2 + c_6^+ C_{66}^0 \varepsilon_6^2 \right), \\ z_{3c}^m = \frac{1}{2} \left( c_1^- C_{11}^0 \langle \varepsilon_1 \rangle_-^2 + c_2^- C_{22}^0 \langle \varepsilon_2 \rangle_-^2 + c_6^- C_{66}^0 \varepsilon_6^2 \right), \end{cases} \quad \text{Eq II.19}$$

avec  $b_3^4$ ,  $b_3^5$ ,  $c_1^+$ ,  $c_2^+$ ,  $c_6^+$ ,  $c_1^-$ ,  $c_2^-$  et  $c_6^-$  des paramètres du modèle à identifier. Finalement la force thermodynamique  $y_3^m$  pour le hors plan (Eq II.20) et le couplage plan/hors plan est définie comme la somme des forces motrices de l'endommagement hors plan.

$$y_3^m = z_3^m + z_{3t}^m + z_{3c}^m. \quad \text{Eq II.20}$$

## I.2 Loi d'évolution de l'endommagement matriciel

### I.2.1 Cinétique d'endommagement

La théorie générale de ce modèle repose sur le fait qu'il existe une cinétique pour chaque variable d'endommagement. Pour cela, des critères multiples et découplés sont associés à chaque variable d'endommagement. Ainsi, des fonctions indicatrices de chaque variable d'endommagement sont définies par :

$$F_i^m(y_i^m, d_i^m) = g_i^m(y_i^m) - d_i^m \quad \text{Eq II.21}$$

telles que :

- si  $F_i^m < 0$  il n'y a pas d'endommagement,
- si  $F_i^m = 0$  il y a de l'endommagement (et le cas  $F > 0$  est impossible).

La fonction  $g_i^m$  de l'équation précédente est définie par :

$$g_i^m = d_{c_i}^m \cdot \left( 1 - \exp \left( - \frac{\langle \sqrt{y_i^m} - \sqrt{y_{0_i}^m} \rangle_+}{\sqrt{y_{c_i}^m}} \right)^{p_i^m} \right), \quad \text{Eq II.22}$$

avec  $d_{c_i}^m$ ,  $y_{c_i}^m$ ,  $y_{0_i}^m$  et  $p_i^m$  des paramètres du modèle :  $d_{c_i}^m$  correspond à la valeur de saturation de l'endommagement,  $y_{c_i}^m$  influence la vitesse d'évolution de l'endommagement,  $y_{0_i}^m$  correspond au seuil d'activation de l'endommagement et  $p_i^m$  influence la forme de la cinétique d'endommagement. Les cinétiques d'évolution de l'endommagement sont alors fonction des forces thermodynamiques,  $y_i^m$  (Figure II.5).

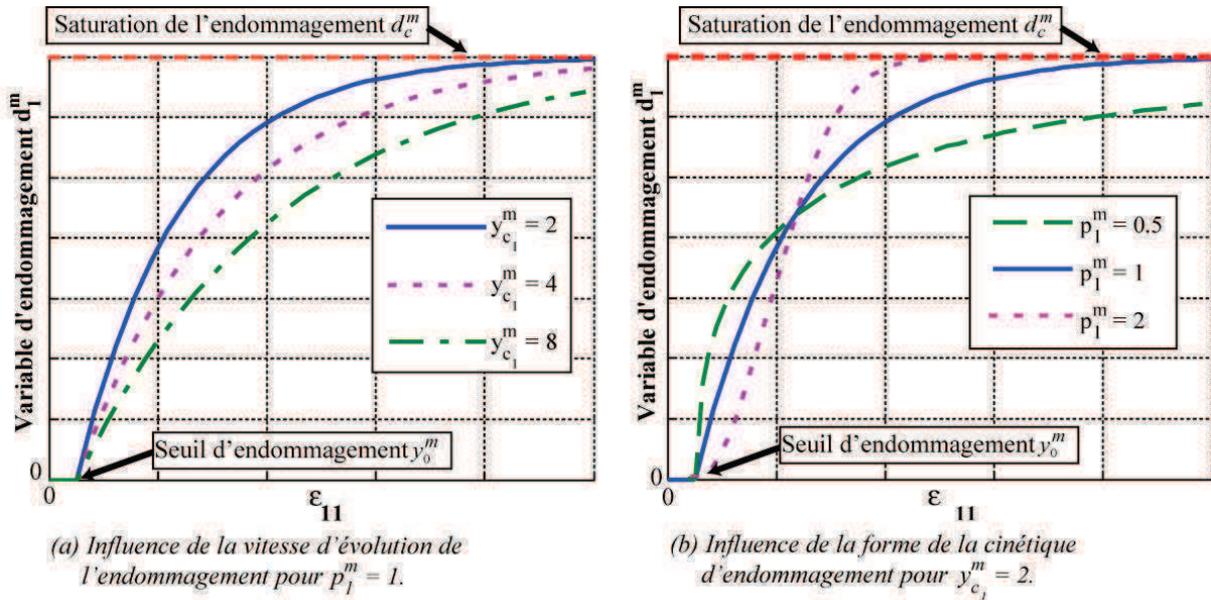


Figure II.5 : Cinétique d'endommagement matriciel.

Les fonctions  $g_i^m$  permettent de définir les cinq variables d'endommagement matriciel (Eq II.23) prenant en compte toute l'histoire du chargement jusqu'au temps actuel ( $t$ ).

$$d_i^m = \sup_{\tau < t} (g_i^m(y_i^m)). \quad \text{Eq II.23}$$

## I.2.2 Tenseurs d'effets de l'endommagement

Le tenseur d'effet de l'endommagement a pour rôle d'introduire l'effet des fissures sur le comportement. L'apparition de fissures dans le matériau va entraîner une augmentation de la souplesse.

Dans le cas d'une traction suivant les directions 1, 2 ou 3, où il y a fissuration de la matrice, les axes matériaux restent des axes d'orthotropie. La Figure II.6 représente les plans de symétrie pour une traction suivant le sens chaîne.



$$\forall \underline{\sigma}^t \underline{\sigma} : \underline{H}_i^m : \underline{\sigma} \geq 0. \quad \text{Eq II.25}$$

Pour que le tenseur d'effet de l'endommagement soit toujours défini positif quelle que soit la contrainte, il faut que :

$$\underline{H}_1^{m+} = \begin{bmatrix} h_{11t}^{1m} S_{11}^0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & h_{55t}^{1m} S_{55}^0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & h_{66t}^{1m} S_{66}^0 \end{bmatrix}, \quad \text{Eq II.26}$$

où  $h_{11t}^{1m}$ ,  $h_{55t}^{1m}$  et  $h_{66t}^{1m}$  traduisent respectivement l'effet d'une fissure sollicitée en mode I sur le comportement longitudinal, en mode III sur le comportement en cisaillement intralaminaire et en mode II sur le comportement en cisaillement interlaminaire. De la même manière, une simple permutation des indices fournira la forme des tenseurs  $\underline{H}_2^{m+}$  et  $\underline{H}_3^{m+}$ .

Lors d'essais à  $+45^\circ$  ou  $-45^\circ$ , il n'y a pas de plans de symétrie, on ne peut donc pas avoir les mêmes formes du tenseur d'effet de l'endommagement que précédemment. Les tenseurs d'effet de l'endommagement  $\underline{H}_4^{m+}$  et  $\underline{H}_5^{m+}$  ont alors une forme identique à ceux d'un modèle tensoriel :

$$\underline{H}_4^{m+} = \begin{bmatrix} h_{11t}^{4m} S_{11}^0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.5h_{66t}^{4m} S_{66}^0 \\ 0 & h_{11t}^{4m} S_{22}^0 & 0 & 0 & 0 & 0.5h_{66t}^{4m} S_{66}^0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.5h_{55t}^{4m} S_{55}^0 & 0.5h_{55t}^{4m} S_{55}^0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.5h_{55t}^{4m} S_{55}^0 & 0.5h_{55t}^{4m} S_{55}^0 & 0 \\ 0.5h_{66t}^{4m} S_{66}^0 & 0.5h_{66t}^{4m} S_{66}^0 & 0 & 0 & 0 & h_{66t}^{4m} S_{66}^0 \end{bmatrix}, \quad \text{Eq II.27}$$

$$\underline{H}_5^{m+} = \begin{bmatrix} h_{11t}^{5m} S_{11}^0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -0.5h_{66t}^{5m} S_{66}^0 \\ 0 & h_{11t}^{5m} S_{22}^0 & 0 & 0 & 0 & -0.5h_{66t}^{5m} S_{66}^0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.5h_{55t}^{5m} S_{55}^0 & -0.5h_{55t}^{5m} S_{55}^0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -0.5h_{55t}^{5m} S_{55}^0 & 0.5h_{55t}^{5m} S_{55}^0 & 0 \\ -0.5h_{66t}^{5m} S_{66}^0 & -0.5h_{66t}^{5m} S_{66}^0 & 0 & 0 & 0 & h_{66t}^{5m} S_{66}^0 \end{bmatrix}. \quad \text{Eq II.28}$$

On obtient alors, si  $d_4^m$  et  $d_5^m$  sont non nuls, une perte de l'orthotropie initiale du matériau.

---

Remarque :

Les tenseurs d'effet de l'endommagement quand l'endommagement est passif (en compression),  $\underline{H}_i^{m-}$ , ont des formes similaires aux tenseurs d'effet de l'endommagement quand l'endommagement est actif avec éventuellement des termes nuls (souvent les tenseurs  $\underline{H}_i^{m-}$  sont pris nuls).

---

### I.2.3 Index de désactivation de l'endommagement

Le comportement des CMCs en compression est du type linéaire élastique fragile. La courbe en traction/compression (Figure II.8) présente un point d'inflexion avec une reprise de la rigidité. Ce changement de module résulte de la fermeture forcée des fissures lors de la compression. Le module initial en compression est par conséquent proche de celui d'un composite non endommagé.

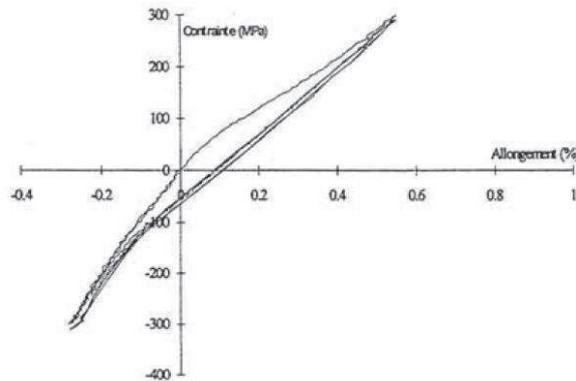


Figure II.8 : Courbe contrainte/déformation d'un composite 2D C/SiC en traction/compression [Lorrain B, 1994].

L'aspect de fermeture progressive des fissures et donc du caractère unilatéral de l'endommagement matriciel est introduit dans le modèle d'endommagement par un index de désactivation,  $\eta_i^m$ . Si  $\eta_i^m$  est nul toutes les fissures dans la direction 1 sont fermées et si  $\eta_i^m$  vaut 1 elles sont toutes ouvertes :

$$\eta_i = \begin{cases} 1 & \text{si } \Delta \underline{\varepsilon}_i < \bar{\varepsilon}_i \\ \frac{1}{2} \left( 1 - \cos \left( \frac{\pi}{2} \frac{\bar{\varepsilon}_i + \Delta \underline{\varepsilon}_i}{\Delta \underline{\varepsilon}_i} \right) \right) & \text{si } -\Delta \underline{\varepsilon}_i \leq \bar{\varepsilon}_i \leq \Delta \underline{\varepsilon}_i, \\ 0 & \text{si } \bar{\varepsilon}_i \leq -\Delta \underline{\varepsilon}_i \end{cases} \quad \text{Eq II.29}$$

où  $\Delta \underline{\varepsilon}_i$  est l'amplitude de variation correspondant à la fermeture complète des fissures, elle dépend de l'endommagement, ce qui permet de prendre en compte l'influence de celui-ci sur le domaine intermédiaire entre un état où les fissures sont toutes ouvertes et un état où elles sont toutes fermées.

$$\Delta \underline{\varepsilon}_i = (1 + a_i d_i^m) \Delta \varepsilon_i^0, \quad \text{Eq II.30}$$

où  $a_i$  et  $\Delta \varepsilon_i^0$  des paramètres matériaux à identifier.

### I.2.4 Tenseurs des déformations stockées et résiduelles

Le tenseur des déformations stockées,  $\underline{\varepsilon}^s$ , a été introduit dans le modèle afin d'assurer la continuité de la réponse contrainte/déformation. En effet, lors de la désactivation de l'endommagement, le tenseur d'élasticité endommagé  $\underline{\underline{S}}^{eff}$  va devenir instantanément le tenseur d'élasticité initial  $\underline{\underline{S}}^0$  et peut engendrer une discontinuité. Ce tenseur des déformations stockées va permettre au matériau de récupérer ses propriétés élastiques initiales au moment de la désactivation de l'endommagement sans discontinuité.

$$\underline{\underline{\varepsilon}}^s = -\underline{\underline{S}}^0 : \left[ \left( \sum_{i=1}^5 d_i^m \dot{\eta}_i^m \left( \underline{\underline{K}}_i^{m+} - \underline{\underline{K}}_i^{m-} \right) \right) : \underline{\underline{\varepsilon}}^* \right], \quad \text{Eq II.31}$$

avec :

$$\underline{\underline{K}}_i^{m+} = \underline{\underline{C}}^{eff} : \underline{\underline{H}}_i^{m+} : \underline{\underline{C}}^{eff} \quad \text{et} \quad \underline{\underline{K}}_i^{m-} = \underline{\underline{C}}^{eff} : \underline{\underline{H}}_i^{m-} : \underline{\underline{C}}^{eff}. \quad \text{Eq II.32}$$

Le tenseur des déformations résiduelles,  $\underline{\underline{\varepsilon}}^r$ , quant à lui, correspond à la déformation à contrainte nulle en l'absence de fermeture. De plus, il est lié linéairement à l'évolution de l'endommagement :

$$\underline{\underline{\varepsilon}}^r = \underline{\underline{S}}^o : \left[ \left( \sum_{i=1}^5 \chi_i d_i^m \left( \eta_i^m \underline{\underline{K}}_i^{m+} + (1 - \eta_i^m) \underline{\underline{K}}_i^{m-} \right) \right) : \underline{\underline{\varepsilon}}^* \right], \quad \text{Eq II.33}$$

où  $\chi_i$  est un paramètre à identifier qui permet de pondérer la relation entre l'endommagement et les déformations résiduelles. La Figure II.9 représente les déformations stockées et résiduelles.

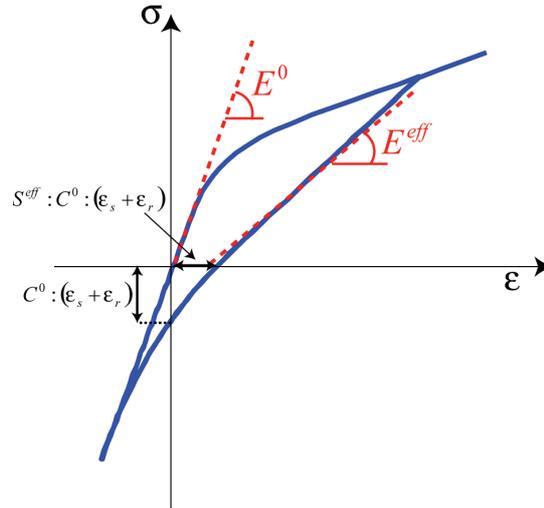


Figure II.9: Représentation des déformations stockée et résiduelle.

### I.3 Loi d'évolution de la rupture progressive des torons

#### I.3.1 Forces thermodynamiques

Afin de décrire le caractère adoucissant du comportement des composites à matrice céramique (Figure II.2), une rupture progressive des torons est introduite dans le modèle ODM. Pour cela, des variables scalaires d'endommagement des torons sont ajoutées au modèle, chacune pour une direction d'orthotropie (chaîne, trame et hors plan) et pour chaque mode de ruine des torons (traction et compression) :

$$\begin{array}{l}
 \text{Traction :} \\
 \left\{ \begin{array}{l}
 y_{1t}^{\text{toron}} = \frac{1}{2} C_{11}^0 \cdot \langle \varepsilon_1 \rangle_+^2 \\
 y_{2t}^{\text{toron}} = \frac{1}{2} C_{22}^0 \cdot \langle \varepsilon_2 \rangle_+^2 \\
 y_{3t}^{\text{toron}} = \frac{1}{2} C_{33}^0 \cdot \langle \varepsilon_3 \rangle_+^2
 \end{array} \right. , \\
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{l}
 \text{Compression :} \\
 \left\{ \begin{array}{l}
 y_{1c}^{\text{toron}} = \frac{1}{2} C_{11}^0 \cdot \langle \varepsilon_1 \rangle_-^2 \\
 y_{2c}^{\text{toron}} = \frac{1}{2} C_{22}^0 \cdot \langle \varepsilon_2 \rangle_-^2 \\
 y_{3c}^{\text{toron}} = \frac{1}{2} C_{33}^0 \cdot \langle \varepsilon_3 \rangle_-^2
 \end{array} \right. .
 \end{array}
 \qquad
 \text{Eq II.34}$$

Remarque :

$d_1^{\text{toron}}$  et  $d_2^{\text{toron}}$  correspondent respectivement à des ruptures progressives des torons chaîne et trame,  $d_3^{\text{toron}}$  correspond quant à lui à une « macro » fissure dans l'épaisseur du matériau.

### I.3.2 Cinétique d'endommagement

De la même manière que pour l'endommagement matriciel, des critères multiples et découplés ont été associés à chaque variable d'endommagement des torons. On définit alors les fonctions indicatrices de chaque variable d'endommagement en traction et en compression avec les fonctions  $g_i^{\text{toron}}$  :

$$F_{jt}^{\text{toron}}(y_{jt}^{\text{toron}}, d_{jt}^{\text{toron}}) = g_{jt}^{\text{toron}}(y_{jt}^{\text{toron}}) - d_{jt}^{\text{toron}}$$

et

Eq II.35

$$F_{ct}^{\text{toron}}(y_{ct}^{\text{toron}}, d_{ct}^{\text{toron}}) = g_{ct}^{\text{toron}}(y_{ct}^{\text{toron}}) - d_{ct}^{\text{toron}} ,$$

$$g_{jt}^{\text{toron}} = d_{cjt}^{\text{toron}} \cdot \left( 1 - \exp \left( - \frac{\langle \sqrt{y_{jt}^{\text{toron}}} - \sqrt{y_{0jt}^{\text{toron}}} \rangle_+}{\sqrt{y_{cjt}^{\text{toron}}}} \right)^{p_{jt}^{\text{toron}}} \right)$$

et

Eq II.36

$$g_{jc}^{\text{toron}} = d_{cjc}^{\text{toron}} \cdot \left( 1 - \exp \left( - \frac{\langle \sqrt{y_{jc}^{\text{toron}}} - \sqrt{y_{0jc}^{\text{toron}}} \rangle_+}{\sqrt{y_{cjc}^{\text{toron}}}} \right)^{p_{jc}^{\text{toron}}} \right) ,$$

avec  $d_{cjt}^{\text{toron}}$ ,  $d_{cjc}^{\text{toron}}$ ,  $y_{cjt}^{\text{toron}}$ ,  $y_{cjc}^{\text{toron}}$ ,  $y_{0jt}^{\text{toron}}$ ,  $y_{0jc}^{\text{toron}}$ ,  $p_{jt}^{\text{toron}}$  et  $p_{jc}^{\text{toron}}$  des paramètres du modèle.

De la même manière que, pour l'endommagement matriciel,  $d_{cjt}^{\text{toron}}$  et  $d_{cjc}^{\text{toron}}$  sont les valeurs de saturation de l'endommagement, respectivement en traction et en compression.  $y_{cjt}^{\text{toron}}$ ,  $y_{cjc}^{\text{toron}}$  influencent la vitesse d'évolution de l'endommagement.  $p_{jt}^{\text{toron}}$ ,  $p_{jc}^{\text{toron}}$  influencent la forme de la cinétique de la rupture progressive des torons en traction et en compression.  $y_{0jt}^{\text{toron}}$ ,  $y_{0jc}^{\text{toron}}$  correspondent au seuil d'activation de la rupture progressive des torons.

La rupture progressive des torons est introduite dans le modèle par six variables d'endommagement des torons

$$\begin{cases} d_{jt}^{toron} = \sup_{\tau < t} (g_{jt}^{toron}(y_{jt}^{toron})), \\ d_{jc}^{toron} = \sup_{\tau < t} (g_{jc}^{toron}(y_{jc}^{toron})). \end{cases} \quad \text{Eq II.37}$$

### I.3.3 Tenseurs d'effet de l'endommagement

Les tenseurs d'effet de l'endommagement pour la rupture progressive des torons ( $\underline{\underline{H}}_{jt}^{toron}$  et  $\underline{\underline{H}}_{jc}^{toron}$ ) ont des formes similaires aux tenseurs d'effet de l'endommagement matriciel ( $\underline{\underline{H}}_1^{m^+}$ ,  $\underline{\underline{H}}_2^{m^+}$ ,  $\underline{\underline{H}}_3^{m^+}$ ).

### I.3.4 Effet retard

L'ajout de la rupture progressive des torons, caractérisée par un adoucissement du comportement, peut entraîner des problèmes numériques (dépendance aux maillages, localisation, ...). Pour éviter cette localisation, un effet retard a été introduit pour régulariser le problème en limitant la vitesse de l'endommagement. Une équation différentielle de l'endommagement des torons est alors définie en fonction des paramètres caractéristiques en traction et en compression  $\tau_{jt}$  et  $\tau_{jc}$ .

$$\begin{cases} \dot{d}_{jt}^{toron} = \frac{1}{\tau_{jt}} (d_{jt_{nr}}^{toron} - d_{jt}^{toron}), \\ \dot{d}_{jc}^{toron} = \frac{1}{\tau_{jc}} (d_{jc_{nr}}^{toron} - d_{jc}^{toron}). \end{cases} \quad \text{Eq II.38}$$

où  $d_{jt_{nr}}^{toron}$ ,  $d_{jc_{nr}}^{toron}$  sont les variables d'endommagement des torons non retardées et  $d_{jt}^{toron}$ ,  $d_{jc}^{toron}$  celles au temps considéré.

## II. ÉVOLUTION DU MODÈLE VERS LA FATIGUE

Avant de faire évoluer le modèle statique ODM vers la fatigue, quelques modifications ont été dans un premier temps apportées à ce modèle statique.

### II.1 Adaptation du modèle ODM

#### II.1.1 Déformations positives

La formulation des déformations positives a été redéfinie. La formulation précédente, qui correspondait à la partie positive de la décomposition spectrale du tenseur des déformations (Eq II.16), posait des difficultés numériques pour le calcul de la matrice tangente puisqu'il était difficile de déterminer analytiquement la dérivée des déformations positives et donc la matrice tangente.

La nouvelle formulation des déformations positives est basée sur la détermination d'une déformation efficace pour chacune des directions de l'endommagement. Par exemple, si on considère un endommagement suivant  $d_1^m$ , les déformations  $\varepsilon_{22}$ ,  $\varepsilon_{33}$  et  $\varepsilon_{23}$  n'ont pas de rôle sur celui-ci. Ainsi, un tenseur des déformations efficaces au sens de  $d_1^m$  peut être défini par :

$$\underline{\varepsilon}^{efficace/d_1} = \begin{pmatrix} \varepsilon_{11} & \varepsilon_{12} & \varepsilon_{13} \\ \varepsilon_{12} & 0 & 0 \\ \varepsilon_{13} & 0 & 0 \end{pmatrix}. \quad \text{Eq II.39}$$

Le tenseur des déformations positives, calculé pour un endommagement suivant  $d_1^m$ , est donné par :

$$\lambda^{d_1^+} = \frac{1}{2} \left( \varepsilon_{11} + \sqrt{\varepsilon_{11}^2 + 4(\varepsilon_{12}^2 + \varepsilon_{13}^2)} \right) \text{ et } \Omega^{d_1} = \left( \lambda^{d_1^+} \right)^2 + (\varepsilon_{12}^2 + \varepsilon_{13}^2), \quad \text{Eq II.40}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \varepsilon_{11}^{d_1^+} = \frac{\left( \lambda^{d_1^+} \right)^3}{\Omega^{d_1}}, \\ \varepsilon_{12}^{d_1^+} = \frac{\varepsilon_{12} \left( \lambda^{d_1^+} \right)^2}{\Omega^{d_1}}, \\ \varepsilon_{13}^{d_1^+} = \frac{\varepsilon_{13} \left( \lambda^{d_1^+} \right)^2}{\Omega^{d_1}}. \end{array} \right. \quad \text{Eq II.41}$$

Les déformations positives suivant les directions 2 et 3 sont définies de la même manière avec permutation des indices.

Pour valider cette nouvelle formulation, une comparaison entre le modèle ODM avec l'ancienne et la nouvelle formulation des déformations résiduelles et des résultats obtenus dans la littérature [Maire J.F et al, 1996] a été réalisée pour des essais de cisaillement pur, de traction/cisaillement et compression/cisaillement et les résultats sont présentés sur la Figure II.10.

On constate qu'il y a bien concordance entre les essais et les simulations. Les principaux avantages de la nouvelle formulation sont une implémentation plus facile dans un code de calcul, une rapidité de calcul accrue, une différenciation claire des déformations positives pour chaque endommagement, mais surtout la possibilité de calculer analytiquement la dérivée et donc d'avoir la valeur exacte de la matrice tangente.

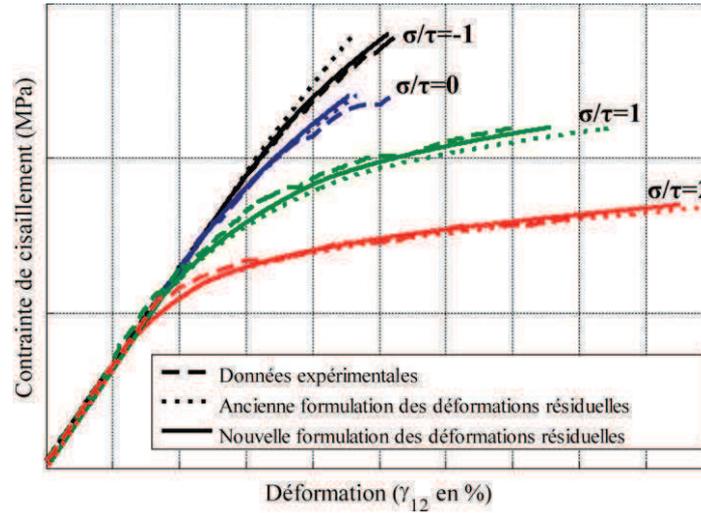


Figure II.10 : Comparaison entre des essais multiaxiaux de traction/compression/torsion [Maire J.F et al, 1996] et le modèle ODM pour une enveloppe de courbes contrainte/déformation de cisaillement.

### II.1.2 Forces thermodynamiques des torons

Les forces thermodynamiques des torons ont été modifiées pour prendre en compte l'effet du cisaillement sur les torons :

$$\begin{cases} y_{1t}^{toron} = \frac{1}{2} \left( C_{11}^0 \langle \varepsilon_1 \rangle_+^2 + f_{1t}^5 \cdot C_{55}^0 \cdot (\varepsilon_5)^2 + f_{1t}^6 \cdot C_{66}^0 \cdot (\varepsilon_6)^2 \right), \\ y_{1c}^{toron} = \frac{1}{2} \left( C_{11}^0 \langle \varepsilon_1 \rangle_-^2 + f_{1c}^5 \cdot C_{55}^0 \cdot (\varepsilon_5)^2 + f_{1c}^6 \cdot C_{66}^0 \cdot (\varepsilon_6)^2 \right), \\ y_{2t}^{toron} = \frac{1}{2} \left( C_{22}^0 \langle \varepsilon_2 \rangle_+^2 + f_{2t}^4 \cdot C_{44}^0 \cdot (\varepsilon_4)^2 + f_{2t}^6 \cdot C_{66}^0 \cdot (\varepsilon_6)^2 \right), \\ y_{2c}^{toron} = \frac{1}{2} \left( C_{22}^0 \langle \varepsilon_2 \rangle_-^2 + f_{2c}^4 \cdot C_{44}^0 \cdot (\varepsilon_4)^2 + f_{2c}^6 \cdot C_{66}^0 \cdot (\varepsilon_6)^2 \right), \\ y_{3t}^{toron} = \frac{1}{2} \left( C_{33}^0 \langle \varepsilon_3 \rangle_+^2 + f_{3t}^4 \cdot C_{44}^0 \cdot (\varepsilon_4)^2 + f_{3t}^5 \cdot C_{55}^0 \cdot (\varepsilon_5)^2 \right), \\ y_{3c}^{toron} = \frac{1}{2} \left( C_{33}^0 \langle \varepsilon_3 \rangle_-^2 + f_{3c}^4 \cdot C_{44}^0 \cdot (\varepsilon_4)^2 + f_{3c}^5 \cdot C_{55}^0 \cdot (\varepsilon_5)^2 \right), \end{cases} \quad \text{Eq II.42}$$

avec  $f_{1t}^5, f_{1t}^6, f_{1c}^5, f_{1c}^6, f_{2t}^4, f_{2t}^6, f_{2c}^4, f_{2c}^6, f_{3t}^4, f_{3t}^5, f_{3c}^4$  et  $f_{2c}^5$  des paramètres matériau à identifier qui représentent l'ensemble des couplages possibles entre traction et cisaillement. Les prendre tous nuls revient à la formulation précédente qui considère que les cisaillements n'ont pas d'effet sur la rupture des torons.

### II.1.3 Effet retard

L'ancienne formulation de l'effet retard (Eq II.38) pose un problème lors de la décharge. En effet, même sous un état de contrainte nul, l'endommagement retardé continue de croître jusqu'à atteindre l'endommagement non retardé, ce qui n'est pas caractéristique du comportement des composites tissés. Pour pallier ce problème, l'effet retard a été modifié et devient fonction de la variable d'endommagement et des forces thermodynamiques au temps considéré :

$$\begin{cases} \dot{d}_{jt}^{toron} = \frac{1}{\tau_{jt}} \left( g_{jt}^{toron} (y_{jt}^{toron}) - d_{jt}^{toron} \right), \\ \dot{d}_{jc}^{toron} = \frac{1}{\tau_{jc}} \left( g_{jc}^{toron} (y_{jc}^{toron}) - d_{jc}^{toron} \right). \end{cases} \quad \text{Eq II.43}$$

## II.2 Différentes approches de modélisation de la fatigue

À notre connaissance peu de modèles pour les CMC existent. Excepté un modèle empirique sur les CMC proposé dans la littérature par [Case S et al, 2009], il existe peu de modèles de fatigue dédiés aux CMC. On peut néanmoins citer le modèle du LMT Cachan pour lequel les lois utilisées pour la fatigue ont été développées à partir de modèles à l'échelle microscopique. [Letombe S, 2005] considère que la fatigue est uniquement due au mécanisme de frottement des fibres sur la matrice au voisinage des fissures orthogonales aux fils. L'évolution de la rigidité et des déformations inélastiques jusqu'à saturation en fatigue est alors associée à ces mécanismes d'usure. Ce modèle macroscopique est fondé sur le modèle unidirectionnel développé à l'échelle microscopique par [Reynaud P, 1996]. À partir de ce modèle, ils définissent en fonction du nombre de cycles,  $N$ , l'évolution de la souplesse longitudinale des fils :

$$\underline{\underline{\dot{H}}}_{fil\ longi\ fatigue} = \Delta \underline{\underline{\dot{H}}}_{fil\ longi\ statique} (1,1) \left( -\frac{\dot{\Phi}(N)}{\Phi^2(N)} \right) \frac{\Delta \underline{\underline{\sigma}}(1,1)}{\underline{\underline{\sigma}}_{max}(1,1)} \begin{bmatrix} f & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \text{Eq II.44}$$

et des déformations résiduelles :

$$\underline{\underline{\dot{\epsilon}}}_{p\ fil\ longi\ fatigue} = \Delta \underline{\underline{\dot{\epsilon}}}_{p\ fil\ longi\ statique} (1,1) \left( -\frac{\dot{\Phi}(N)}{\Phi^2(N)} \right) \frac{\Delta \underline{\underline{\sigma}}(1,1)}{\underline{\underline{\sigma}}_{max}(1,1)} \begin{bmatrix} h & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad \text{Eq II.45}$$

$\underline{\underline{\dot{H}}}_{fil\ longi\ fatigue}$  et  $\underline{\underline{\dot{H}}}_{fil\ longi\ statique}$  correspondent respectivement aux dérivées temporelles du tenseur de souplesse due à la fatigue et due au chargement quasi-statique. L'amplitude de la contrainte lors d'un cycle dans la direction longitudinale est définie par  $\Delta\sigma$ , alors que  $\sigma_{max}$  est la contrainte maximale du cycle dans la direction 1. Le passage micro/macro se fait grâce aux fonctions  $f$  et  $h$ . Le phénomène d'usure lié à la fatigue et surtout au nombre de cycles,  $N$ , est introduit dans l'Eq II.44 et l'Eq II.45 par la fonction  $\Phi$  :

$$\Phi(N) = \frac{\exp(\gamma_0 N) + \beta_0}{1 + \beta_0}, \quad \text{Eq II.46}$$

où  $\gamma_0$  et  $\beta_0$  sont des paramètres matériau.

Contrairement au modèle du LMT et comme nous le présenterons plus loin, nous supposons que le phénomène d'usure n'est pas le phénomène de premier ordre à prendre en compte pour décrire la fatigue. Dans le modèle de fatigue que nous construirons, nous décrirons plutôt la fatigue comme une accumulation de l'endommagement matriciel en fonction du nombre de cycles. Dans la littérature les principaux modèles de durée de vie en fatigue sont définis principalement pour les composites stratifiés à matrice organique et peuvent être classés en trois catégories ([Degrieck J et al, 2001]) :

- Les modèles visant à prévoir uniquement la durée de vie : ces modèles sont dépendants des données expérimentales et ne tiennent pas compte des mécanismes d'endommagement.

- Les modèles phénoménologiques qui permettent de déterminer la durée de vie des composites en modélisant l'évolution des performances résiduelles (rigidité / résistance) du matériau.
- Les modèles d'endommagement progressif qui utilisent une ou plusieurs variables d'endommagement liées à des phénomènes physiques.

Dans la partie qui suit, les notations des auteurs sont conservées.

### II.2.1 Modèles visant à prévoir la durée de vie

Une première catégorie de modèle vise à prévoir la durée de vie des composites en se basant sur les méthodes empiriques utilisées pour les matériaux métalliques. Ces modèles, simples à mettre en œuvre et rapides, ne tiennent pas compte des mécanismes d'endommagement du matériau. Cette catégorie peut être subdivisée en deux types d'approches. Tout d'abord, les approches dites macroscopiques ou globales, qui permettent de prévoir le nombre de cycles à rupture du matériau  $N_f$  sous sollicitation de fatigue à partir de courbes de Wöhler. Ces courbes permettent de déterminer la durée de vie en fonction de l'amplitude de la sollicitation cyclique uniaxiale, pour une fréquence  $f$  et un rapport de charge ( $\sigma_{min}/\sigma_{max}$ ) donnés. D'une manière générale, la réalisation des courbes de Wöhler demande un grand nombre d'essais. Ces types de modèle sont souvent linéaires soit en échelle semi-logarithmique

$$\sigma = \sigma_{ult} - B \cdot \log(N_f), \quad \text{Eq II.47}$$

soit en échelle bi-logarithmique, appelés également lois de type Basquin

$$\left( \frac{\sigma}{\sigma_{ult}} \right)^n = N_f \quad \text{Eq II.48}$$

et permettent de déterminer le nombre de cycles à rupture du matériau  $N_f$ .

Ces modèles basés sur un grand nombre d'essais ne permettent pas de déterminer la durée de vie de composites lors de chargements complexes et ne peuvent pas être appliqués dans le cas d'une structure.

Le second type de modèle est fondé sur l'utilisation d'un critère de rupture dont on recense de nombreuses références dans la littérature. Tout d'abord, [Hashin Z et al, 1973] furent parmi les premiers à proposer un critère de rupture qui distingue le mode de rupture des fibres de celui de la matrice :

$$\sigma_A = \sigma_A^u, \quad \text{Eq II.49}$$

$$\left( \frac{\sigma_T}{\sigma_T^u} \right)^2 + \left( \frac{\tau}{\tau^u} \right)^2 = 1, \quad \text{Eq II.50}$$

où  $\sigma_A$  et  $\sigma_T$  représentent respectivement les contraintes le long des fibres et perpendiculaires aux fibres,  $\tau$  la contrainte de cisaillement,  $\sigma_A^u$ ,  $\sigma_T^u$  et  $\tau^u$  sont les contraintes ultimes en traction axiale, traction dans le sens transverse et en cisaillement. Les contraintes ultimes sont fonction de la contrainte maximale du chargement de fatigue, du rapport de charge et du nombre de cycles. [Ellyin F et al, 1990] a utilisé un critère de rupture en fatigue fondé sur la densité d'énergie de déformation. La densité d'énergie de déformation est calculée en faisant l'hypothèse des contraintes planes :

$$\Delta W^t = \kappa N_f^\alpha, \quad \text{Eq II.51}$$

avec :  $N_f$  le nombre de cycles à rupture en fatigue,  
 $\Delta W^t$  l'amplitude d'énergie de déformation,  
 $\kappa$  et  $\alpha$  des fonctions de l'angle des fibres identifiées expérimentalement.

[Reifsnider K.L et al, 1991] a utilisé un critère de rupture en contrainte moyenne. Ce critère de rupture microscopique prend en compte les propriétés des constituants du composite et les interphases fibre/matrice. De la même manière que pour le critère développé par [Hashin Z et al, 1973], ce critère de rupture est fonction de deux mécanismes de rupture, l'un pour la fibre (Eq II.52) et l'autre pour la matrice :

$$\langle \sigma_{11}^f \rangle = X^f, \quad \text{Eq II.52}$$

$$\left( \frac{\langle \sigma_{22}^m \rangle}{X^m} \right)^2 + \left( \frac{\langle \sigma_{12}^m \rangle}{S^m} \right)^2 = 1, \quad \text{Eq II.53}$$

avec  $\langle \sigma_{ij}^f \rangle$  et  $\langle \sigma_{ij}^m \rangle$  respectivement la contrainte moyenne pour les fibres et la contrainte moyenne pour la matrice,  $X^f$  et  $X^m$  les contraintes à rupture des fibres et de la matrice et  $S^m$  la résistance de la matrice en cisaillement. Ces contraintes à rupture dépendent du rapport de charge  $R$ , du nombre de cycles  $N$ , de la fréquence  $f$  et sont déterminées à partir des courbes de Wöhler. Ce modèle micromécanique a été appliqué pour des chargements hors axes sur un stratifié unidirectionnel verre/époxy. Des relations semi logarithmiques entre la contrainte cyclique appliquée  $S$  et le nombre de cycles  $N$  sont également utilisées pour définir le critère de rupture [Fawaz Z et al, 1994] qui peut être généralisé par :

$$S(a_1, a_2, \theta, R, N) = f(a_1, a_2, \theta) [g(R) m_r \log(N) + b_r], \quad \text{Eq II.54}$$

où  $\theta$  correspond à l'angle d'empilement et  $R$  le rapport de charge.  $m_r$  et  $b_r$  sont des coefficients dépendant du matériau. Les variables  $a_1$  et  $a_2$  sont des rapports de contraintes :

$$a_1 = \frac{\sigma_y}{\sigma_x}, \quad \text{Eq II.55}$$

$$a_2 = \frac{\tau_{xy}}{\sigma_x}. \quad \text{Eq II.56}$$

Notons également qu'il existe un modèle de prévision de durée de vie avec un critère en rupture fondé sur des lois puissances [Harris B, 1985]. Ce modèle fait intervenir des variables normalisées avec une loi puissance permettant de décrire la dégradation de la résistance résiduelle lors d'un chargement de fatigue :

$$a = f \cdot (1 - m)^u \cdot (c + m)^v, \quad \text{Eq II.57}$$

avec :  $f$ ,  $u$  et  $v$  fonctions linéaires de «  $\log N_f$  »,  
 $\sigma_t$  la résistance de traction,

$$a = \frac{\sigma_{alt}}{\sigma_t} \text{ la contrainte alternée normalisée,}$$

$$m = \frac{\sigma_m}{\sigma_t} \text{ la contrainte moyenne normalisée,}$$

$$c = \frac{\sigma_c}{\sigma_t} \text{ la résistance à la compression normalisée.}$$

Ce modèle a été appliqué sur des stratifiés  $[0/90]_s$  à matrice époxy mais avec des fibres pouvant être en carbone, en verre ou en Kevlar.

Enfin, des critères en rupture macroscopiques fondés sur le critère de rupture de Tsai-Hill ou de Tsai-Wu sont aussi définis. Par exemple, [Lawrence Wu C.M, 1993] utilise un critère de rupture macroscopique, fondé sur le critère de rupture de Tsai-Hill qui s'exprime de la manière suivante :

$$\sigma^2 = \frac{3}{2(F+G+H)} \left[ F(\sigma_y - \sigma_z)^2 + G(\sigma_z - \sigma_x)^2 + H(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 2L\sigma_{yz}^2 + 2M\sigma_{zx}^2 + 2N\sigma_{xy}^2 \right] \quad \text{Eq II.58}$$

où,  $F$ ,  $G$ ,  $H$ ,  $L$ ,  $M$  et  $N$  sont fonctions des contraintes ultimes du pli  $X$ ,  $Y$  et  $Z$  de même direction.  $\sigma_{yz}$ ,  $\sigma_{xy}$  et  $\sigma_{zx}$  représentent les contraintes de cisaillement dans le pli.  $\sigma^2$  est la contrainte équivalente qui permet de prendre en compte les contraintes ultime  $X$ ,  $Y$  et  $Z$ . De plus ces contraintes ultimes sont toutes fonctions de la durée de vie  $N_f$ .

[Jen M.H.R et al, 1998] a également modifié le critère de rupture de Tsai-Hill pour un chargement de fatigue multiaxial en contrainte plane pour des stratifiés quasi-isotropes (Eq II.59).

$$M_{11}^2 \left( \frac{\sigma_{xx}}{\bar{\sigma}_{11}} \right)^2 + M_{22}^2 \left( \frac{\sigma_{xx}}{\bar{\sigma}_{22}} \right)^2 - M_{11}M_{22} \left( \frac{\sigma_{xx}}{\bar{\sigma}_{11}} \right)^2 + M_{12}^2 \left( \frac{\sigma_{xx}}{\bar{\sigma}_{12}} \right)^2 = 1. \quad \text{Eq II.59}$$

Les résistances à la fatigue  $\bar{\sigma}_{ij}$  sont fonctions du nombre de cycles  $N$  et de la fréquence  $f$ .

Enfin, [Philippidis T.P et al, 1999b] a proposé un critère de rupture en fatigue multiaxiale très similaire au critère de rupture quadratique de Tsai-Wu pour un chargement statique :

$$F_{ij}\sigma_i\sigma_j + F_i\sigma_i - 1 \leq 0 \quad \text{avec } i, j = 1, 2, 6, \quad \text{Eq II.60}$$

où  $F_{ij}$  et  $F_i$  sont fonction du nombre de cycles  $N$ , du rapport de charge  $R$  et de la fréquence de chargement  $f$ .

Le principal inconvénient de ces différents modèles de prévision de la durée de vie est qu'il faut une base expérimentale assez importante pour déterminer la durée de vie des composites. En effet, il faut disposer d'essais pour chaque matériau, empilement ou type de chargement. De plus, ces approches sont difficilement exploitables pour des chargements complexes comme des chargements multiaxiaux. Enfin, même si ces approches sont simples et rapides, elles ne prennent pas en compte les mécanismes d'endommagement au sein du matériau.

## II.2.2 Approches phénoménologiques

Le second type de modèle est plus phénoménologique et propose une loi d'évolution de la dégradation des propriétés à l'échelle macroscopique. Ces modèles peuvent être subdivisés en deux sous catégories, l'une fondée sur la perte de rigidité et l'autre sur la résistance résiduelle.

### a. Rigidité résiduelle

Les modèles fondés sur la rigidité résiduelle décrivent la dégradation des propriétés élastiques durant un chargement de fatigue (Figure II.11).

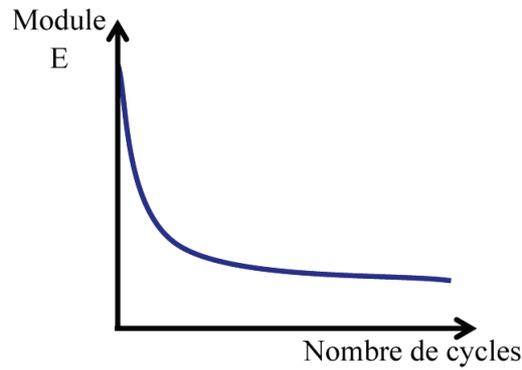


Figure II.11 : Schématisation de la perte de module en fonction du nombre de cycles.

Classiquement, pour décrire cette perte de rigidité, une variable d'endommagement  $D$  est souvent utilisée. Cette variable prend en compte l'évolution des propriétés observables à l'échelle macroscopique, avec  $E_0$  le module d'Young initial et  $E$  le module endommagé :

$$D = 1 - \frac{E}{E_0}, \quad \text{Eq II.61}$$

[Hwang W et al, 1986] propose un modèle qui définit que la vitesse de dégradation du module en fatigue ( $F$ ) suit une loi puissance en nombre de cycles  $n$

$$\frac{dF}{dn} = -Acn^{c-1}, \quad \text{Eq II.62}$$

où  $A$  et  $c$  sont des constantes matériaux. De plus il suppose que la contrainte appliquée  $\sigma_a$  varie linéairement avec la déformation résultante lors d'un chargement cyclique.

$$\sigma_a = F(n_i) \cdot \varepsilon(n_i), \quad \text{Eq II.63}$$

où  $F(n_i)$  et  $\varepsilon(n_i)$  sont respectivement les modules de fatigue et la déformation lors du cycle  $n_i$ . Après intégration et introduction du critère de rupture en déformation, la durée de vie en fatigue,  $N$ , peut être déterminée par :

$$N = [B(1-r)]^{1/c}, \quad \text{Eq II.64}$$

avec  $r = \frac{\sigma_a}{\sigma_u}$  le rapport de la contrainte cyclique appliqué sur la contrainte statique ultime,  $B$

et  $c$  sont des constantes matériau. Par la suite [Hwang W et al, 1986] a proposé un autre modèle d'endommagement  $D$  basé sur le module de fatigue  $F(n)$  et la déformation résultante

$$D = \frac{r}{1-r} \cdot \left[ \frac{F_0}{F(n)} - 1 \right]. \quad \text{Eq II.65}$$

L'apparition de fissure est déterminée par

$$D = \sum_{i=1}^m \Delta D_i = 1 \quad \text{Eq II.66}$$

où  $\Delta D_i$  correspond à l'accumulation de l'endommagement durant un essai de fatigue à  $m$  cycles pour un niveau de contrainte  $r_i$ .

Un modèle uniaxial pour des composites unidirectionnels a été développé par [Sidoroff F et al, 1987]. Ce modèle, écrit en déformation, introduit une variable d'endommagement  $D$  et différencie la traction de la compression lors de la sollicitation en

fatigue. Dans ce modèle l'évolution de l'endommagement est définie en fonction de l'amplitude de la déformation appliquée  $\Delta\varepsilon$  :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dD}{dN} = \frac{A.(\Delta\varepsilon)^c}{(1-D)^b} \quad \text{en traction} \\ \frac{dD}{dN} = 0 \quad \text{en compression} \end{array} \right. , \quad \text{Eq II.67}$$

où  $A$ ,  $b$  et  $c$  sont trois constantes matériau pouvant être identifiées expérimentalement.

Cette approche est reprise par [Vieilleigne S et al, 1997] qui définit l'évolution de l'endommagement  $D$  en fonction de la contrainte locale appliquée  $\sigma$

$$\frac{dD}{dN} = K_d \frac{\sigma^m}{(1-D)^n} , \quad \text{Eq II.68}$$

avec  $m$  et  $n$  des paramètres pour des valeurs de  $R$  et  $f$  fixés et  $K_d$  un paramètre qui prend en compte la dispersion expérimentale.

Par la suite, [Kawai M, 1999] a modifié le modèle et l'a étendu pour des composites unidirectionnels à fibres de carbone lors de sollicitations hors axe. Ces travaux ont permis de montrer que l'endommagement en fatigue peut être décrit par une simple variable scalaire  $\omega$  et que son accroissement peut être défini par :

$$\frac{d\omega}{dN} = \frac{K(\sigma_{\max}^*)^n}{(1-\omega)^k} , \quad \text{Eq II.69}$$

où  $K$ ,  $n$  et  $k$  sont des constantes matériau et  $\sigma_{\max}^*$  une contrainte effective sans dimension correspondant à une contrainte de fatigue maximale déterminée par une contrainte de type Tsai-Hill :

$$\sigma_{\max}^* = \text{Max} \left\{ \sqrt{\left(\frac{\sigma_{11}}{X}\right)^2 - \frac{\sigma_{11}\sigma_{22}}{X^2} + \left(\frac{\sigma_{22}}{Y}\right)^2 + \left(\frac{\tau_{12}}{S}\right)^2} \right\} , \quad \text{Eq II.70}$$

où  $X$ ,  $Y$  et  $S$  sont respectivement les résistances à la rupture longitudinale, transverse et en cisaillement.

Enfin, [Philippidis T.P et al, 1999a] propose une loi normalisée de la chute de rigidité en fonction de l'amplitude de la contrainte appliquée  $\Delta\sigma_{11}$  :

$$\frac{E_N}{E_1} = 1 - K \left( \frac{\Delta\sigma_{11}}{E_0} \right)^c \frac{N}{N_f} , \quad \text{Eq II.71}$$

où  $E_0$ ,  $E_1$  et  $E_N$  représentent respectivement les rigidités du matériau sain, après 1 cycle et après  $N$  cycles.  $c$  et  $K$  sont des constantes à identifier.

Ces modèles phénoménologiques ne déterminent que l'évolution de la dégradation de la rigidité et non l'évolution de l'endommagement durant un essai de fatigue. Pour conclure, ce type d'approche ne permet pas de considérer l'état d'endommagement du matériau mais uniquement la dégradation de ces propriétés mécaniques.

### *b. Résistance résiduelle*

Le concept de résistance résiduelle a été utilisé dans de nombreux travaux. La résistance résiduelle est la résistance du matériau après un certain nombre de cycles (Figure II.12).

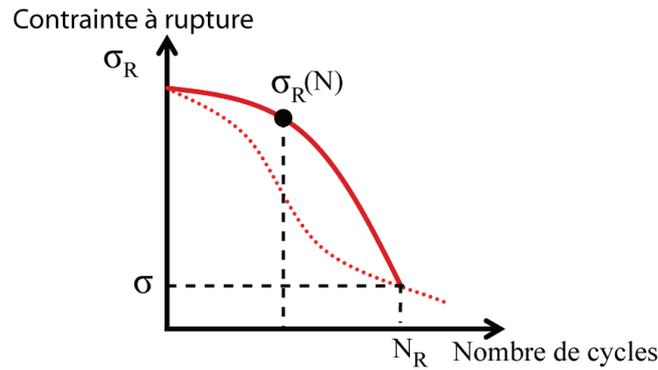


Figure II.12 : Schématisation de la résistance résiduelle d'un matériau.

[Halpin J.C et al, 1973] et [Shokrieh M et al, 1997] partent du principe que la force résiduelle  $R(n)$  est une fonction décroissante monotone du nombre de cycles  $n$  et que le changement de la force résiduelle peut être approximé par une loi puissance

$$\frac{dR(n)}{dn} = \frac{-A(\sigma^{\max})}{m[R(n)]^{m-1}}, \quad \text{Eq II.72}$$

avec  $A(\sigma^{\max})$  une fonction de la contrainte cyclique maximale  $\sigma$  et  $m$  une constante.

Les modèles phénoménologiques fondés sur la résistance résiduelle ont été uniquement développés pour des sollicitations uniaxiales et ne permettent pas de prendre en compte les sollicitations complexes sur une structure. De plus, la résistance résiduelle d'un matériau est déterminée lorsque le matériau a rompu, contrairement aux approches de rigidité résiduelle qui reposent sur l'évolution des propriétés mécaniques durant la fatigue.

### II.2.3 Approches d'endommagement progressif

La dernière catégorie des approches de modélisation en fatigue concerne les modèles d'endommagement progressif. Ces modèles utilisent une ou plusieurs variables d'endommagement qui sont liées à des phénomènes physiques d'endommagement (fissures transverses dans la matrice, délaminage, ...) afin de décrire la dégradation des composites. Ces modèles permettent de prévoir à la fois la durée de vie des composites et leurs performances résiduelles. Notons qu'il existe dans la littérature plusieurs modèles d'endommagement progressifs fondés sur des modèles statiques pour les stratifiés ([Thionnet A et al, 2002], [Abdelal G.F et al, 2002], [Gornet L et al, 2011], [Revest N, 2011], [Payan J et al, 2002], [Hochard C et al, 2006], [Hochard C et al, 2010]).

[Thionnet A et al, 2002] et [Revest N, 2011] ont développé un modèle capable de prendre en compte les différents modes de chargement. La fissuration intralaminare est considérée comme l'endommagement principal à l'échelle du pli. Ces fissures sont modélisées par un vecteur  $\underline{V}$  fonction de trois variables d'état :

$$\underline{V} = \underline{V}(\alpha, m, r) = f(\alpha) \cdot \underline{U}(m, r). \quad \text{Eq II.73}$$

La variable d'état  $m$  caractérise le mode d'ouverture des fissures. La variable d'état  $r$  est introduite pour tenir compte du rayon d'ouverture de la fissure. Enfin, la variable  $\alpha$  est définie comme une densité de fissures normalisée de la densité de fissure  $d$  par l'épaisseur du pli fissuré  $e$

$$\alpha = e \times d. \quad \text{Eq II.74}$$

En statique, la loi d'évolution de la variable  $\alpha$  est décrite à l'aide d'une loi seuil d'endommagement. Ce seuil  $A^C$  est lui-même une fonction de  $\alpha$  et de trois paramètres ( $a$ ,  $b$  et  $c$ ) fonction de  $m$

$$A^c(\alpha, m) = -b(m) \exp \left( \frac{\ln \left( -\ln \left( 1 - \frac{\alpha}{c(m)} \right) \right)}{a(m)} \right). \quad \text{Eq II.75}$$

Pour le passage de ce modèle à la fatigue, les paramètres  $a$ ,  $b$  et  $c$  du seuil d'endommagement dépendent du nombre de cycles et des paramètres qui décrivent le chargement local de fatigue ( $R$  et  $f$ ). La loi du seuil d'endommagement devient :

$$A^c(\alpha, m, N, R, f) = -b(m, N, R, f) \cdot \exp \left( \frac{\ln \left( -\ln \left( 1 - \frac{\alpha}{c(m, N, R, f)} \right) \right)}{a(m, N, R, f)} \right). \quad \text{Eq II.76}$$

[Hochard C et al, 2010] définit une loi cumulative de l'endommagement pour tout type de stratifié, où la variable d'endommagement en fatigue est définie en additionnant l'endommagement issu du chargement statique ( $d_s$ ) avec l'endommagement gouverné par la fatigue ( $d_f$ ) :

$$d_2^{ud} = d_s + d_f. \quad \text{Eq II.77}$$

L'endommagement issu du chargement statique dépend d'un seuil de chargement  $Y_0$  et d'une force thermodynamique équivalente  $Y_{eq}$  dépendant de l'histoire du chargement maximal dans chaque pli UD.

$$d_s = \left\langle 1 - e^{-(Y_{eq} - Y_0)} \right\rangle_+. \quad \text{Eq II.78}$$

L'évolution de l'endommagement en fatigue est définie en fonction du chargement maximal  $Yd_i^{UD*}$  et de l'amplitude du chargement pendant un cycle  $\Delta Yd_i^{UD*}$  :

$$\frac{\partial d_f}{\partial N} = \left\langle a_f \cdot (Yd_2^{UD*})^o \cdot (\Delta Yd_2^{UD*})^p + b_f \cdot (Yd_{12}^{UD*})^q \cdot (\Delta Yd_{12}^{UD*})^r - Y_0^f \right\rangle_+, \quad \text{Eq II.79}$$

$$\Delta Yd_i^{UD*} = \frac{\left( \max_{\tau \in \text{cycl}(t)} (\sigma_i^{UD*}) - \min_{\tau \in \text{cycl}(t)} (\sigma_i^{UD*}) \right)^2}{2E_i^{ud} (1 - d_i^{ud})^2}, \quad \text{Eq II.80}$$

où le paramètre  $Y_0^f$  correspond au seuil d'endurance du matériau.

### II.3 Proposition d'une loi d'accroissement de l'endommagement matriciel

L'extension du modèle statique ODM à la fatigue sans prise en compte de la physico-chimie est un travail réalisé en collaboration avec Carole Rakotoarisoa [Rakotoarisoa C, 2013] qui a travaillé pendant sa thèse sur la prévision de la durée de vie en fatigue de composites tissés à matrice organique. En se basant sur la bibliographie, nous avons décidé d'utiliser une loi d'accroissement de l'endommagement en fonction du nombre de cycles  $N$

permettant ainsi de prévoir à la fois la durée de vie des composites et leurs performances résiduelles.

Sans contre-indication claire d'un point de vue expérimental, les mécanismes d'endommagement en fatigue sont considérés identiques aux mécanismes d'endommagement sous chargement statique. Le chargement de fatigue va conduire à un accroissement de l'endommagement matriciel,  $d_i^m$  :

$$\frac{\partial d_i^m}{\partial N} = \left( d_{c_i}^{m^f} - d_i^m \right)^{\gamma_i} \left( \frac{\langle (1 - R_{y_i})^{\beta_i} y_i^{\max} - y_{0_i}^f \rangle_+}{y_{c_i}^f} \right)^{\delta_i} \quad \text{avec } i = \{1, 2, 3, 4, 5\} \quad \text{Eq II.81}$$

avec  $\gamma_i$ ,  $\beta_i$  et  $\delta_i$  des paramètres matériau à identifier.

Lors de sollicitations de fatigue ou de fluage,  $d_i^m$  évolue en fonction du nombre de cycles  $N$ , des paramètres caractéristiques du cycle de chargement (chargement minimum et rapport de charge) et de l'endommagement formé lors des cycles précédents. Il décrit un endommagement créé par une sollicitation de fatigue. Il décrit également le fait qu'en fluage l'endommagement mécanique des CMCs n'évolue pas ( $R_{y_i} = 1$ ).

Les paramètres caractéristiques de la fatigue qui sont moteurs de l'endommagement sont habituellement déterminés à partir des contraintes maximale et minimale du cycle (Eq II.79). Or lors de chargements multiaxiaux, la contrainte est un tenseur d'ordre 2 et donc la notion même de contrainte maximale ou minimale n'est pas simple. Pour pallier ce problème, il convient de définir une variable scalaire permettant la caractérisation des cycles. L'accroissement de l'endommagement dû à la fatigue est donc défini à partir du rapport des forces thermodynamiques (les mêmes que le modèle statique), celles-ci étant des variables scalaires. Le rapport des forces thermodynamiques  $R_{y_i}$  est défini comme le rapport entre la force thermodynamique maximale et minimale lors d'un cycle :

$$R_{y_i} = \frac{y_i^{\min}}{y_i^{\max}} \quad \text{avec} \quad \begin{cases} y_i^{\max} = \max_{\text{sur le cycle}} (y_i(\varepsilon)) \\ y_i^{\min} = \min_{\text{sur le cycle}} (y_i(\varepsilon)) \end{cases}, \quad i = \{1, 2, 3, 4, 5\}. \quad \text{Eq II.82}$$

De plus, lors d'un même chargement, la vitesse d'accroissement de l'endommagement peut varier entre les premiers stades d'endommagement et les stades ultimes (saturation de la fissuration). Pour cela, une dépendance de la vitesse d'accroissement a été introduite dans la formulation du cumul de l'endommagement par le terme  $\left( d_{c_i}^{m^f} - d_i^m \right)^{\gamma_i}$ , avec  $d_{c_i}^{m^f}$  correspondant à une saturation de l'endommagement en fatigue. Jusqu'à obtenir des résultats expérimentaux qui contrediront cette hypothèse, nous supposons qu'elle est identique à celle en statique (Eq II.22) :

$$d_{c_i}^{m^f} = d_{c_i}^m. \quad \text{Eq II.83}$$

Nous avons aussi choisi d'introduire dans l'expression du cumul de l'endommagement un seuil de fatigue  $(y_{0_i}^f)$ . Ce seuil permet de prendre en compte la notion de limite d'endurance. Cette notion, souvent discutée, signifie que sous une certaine valeur de contrainte appliquée (souvent basse) la durée de vie du matériau est infinie ou peut être considérée comme infinie. En imposant une valeur nulle à ce seuil, on peut considérer que le composite n'a pas de limite d'endurance et cassera même à très faible contrainte (mais au

bout d'un nombre de cycles extrêmement grand). Il nous paraît légitime de poser l'hypothèse que le seuil d'endommagement de fatigue est toujours inférieur ou égal à celui de la statique :

$$y_{0_i}^f \leq y_{0_i}^m. \quad \text{Eq II.84}$$

Enfin, nous avons introduit un coefficient matériau,  $y_{c_i}^f$ , qui permet de régler la vitesse d'évolution de l'endommagement de fatigue.

#### II.4 Critère de rupture en fatigue

Dans le cas d'éprouvettes sans singularité, la première rupture de toron est considérée comme catastrophique. Dans les anciennes versions du modèle d'endommagement statique ODM, le critère de rupture apparaît lorsqu'une des forces motrices des torons en traction ou en compression ( $y_{jt}^{toron}, y_{jc}^{toron}$ ) atteint le seuil de rupture des torons en traction  $y_{0_{jt}}^{toron}$  ou en compression  $y_{0_{jc}}^{toron}$ . Néanmoins, l'augmentation de l'endommagement matriciel au cours d'un essai statique ou de fatigue va entraîner progressivement des reports de charge sur les torons. Ces reports de charge vont alors accélérer l'évolution des forces motrices des torons. Pour cela, le critère de rupture a été modifié dans ce travail. Les critères de rupture en traction et en compression sont alors définis en fonction des variables d'endommagement. Les valeurs de saturation de l'endommagement sont introduites dans le critère de rupture afin de normer entre 0 et 1 le terme élevé à la puissance :

$$\left( 1 + \alpha_{Rt} \left( \frac{d_i^m}{d_{c_i}^{mf}} \right)^{n_{Rt}} \right) \cdot y_{jt}^{toron} \geq y_{0_{jt}}^{toron} \text{ en traction}$$

$$\left( 1 + \alpha_{Rc} \left( \frac{d_i^m}{d_{c_i}^{mf}} \right)^{n_{Rc}} \right) \cdot y_{jc}^{toron} \geq y_{0_{jc}}^{toron} \text{ en compression}$$

Eq II.85

où,  $\alpha_{Rt}$ ,  $\alpha_{Rc}$ ,  $n_{Rt}$  et  $n_{Rc}$  sont des coefficients à identifier.

## BILAN

---

Le modèle statique ODM, présenté en détails dans ce chapitre, permet de prendre en compte le comportement non linéaire des composites à matrice céramique. La perte de linéarité observée pour les CMCs provient de l'endommagement de celui-ci. Or la particularité des composites à matrice céramique est l'orientation des premiers endommagements par le chargement. Ainsi, le modèle d'endommagement macroscopique ODM utilise cinq variables d'endommagement qui traduisent les effets de l'endommagement sur le comportement mécanique. De plus, lors d'un chargement traction/compression, un point d'inflexion est observé avec une reprise de la rigidité initiale sur le comportement mécanique des CMCs. Ce changement de module provient de la fermeture des fissures lors de la compression. Ce comportement caractéristique des CMCs est également pris en compte dans le modèle ODM par un index de fermeture des fissures. Celui-ci varie de zéro à un, où lorsqu'il vaut un, les fissures sont ouvertes et lorsqu'il vaut zéro elles sont fermées. Enfin, dans le cas de pièces présentant une singularité (trou, congé, etc.), un comportement adoucissant est observé. Ces constatations proviennent de la rupture progressive des torons dans la pièce. Par l'ajout d'une loi d'évolution de la rupture progressive des torons dans le modèle statique ODM, le caractère adoucissant des pièces est modélisé.

Néanmoins, quelques modifications ont été apportées à ce modèle statique avant d'y introduire la fatigue. Tout d'abord, une reformulation des déformations positives a été proposée, elle permet dorénavant de calculer analytiquement la matrice tangente du modèle et de diminuer le temps de calcul du modèle. Ce point sera expliqué plus en détails dans le chapitre VI. L'effet du cisaillement sur les torons a également été ajouté dans le calcul des forces thermodynamiques utilisées pour décrire la rupture des torons. Enfin, l'effet retard, nécessaire pour pallier les problèmes numériques lors d'un adoucissement du comportement, a été réécrit en fonction des variables d'endommagement et des forces thermodynamiques des torons.

Enfin, afin d'identifier le modèle d'endommagement statique des essais de traction incrémental avec passage en compression ont été réalisés dans le cadre de cette thèse. Ces différents résultats expérimentaux seront présentés dans le Chapitre IV et dans l'Annexe A confidentielle.

Pour la modélisation du comportement en fatigue et en fluage des composites à matrice céramique, les mécanismes d'endommagement en fatigue sont considérés identiques aux mécanismes d'endommagement statique. Ainsi, dans le modèle de durée de vie les cinq variables d'endommagement matriciel du modèle statique vont, lors d'une sollicitation de fatigue, évoluer en fonction du nombre de cycles et du rapport des contraintes du cycle caractéristique de fatigue. L'évolution de ces endommagements est calculée dans le modèle de durée de vie à partir des forces thermodynamiques statiques par une loi d'accroissement progressif de l'endommagement. Ce choix de loi permet alors de déterminer l'endommagement matriciel créé lors d'un bloc de  $N$  cycles et non de manière incrémentale qui impliquerait de modéliser tous les cycles. Ce type d'approche est possible pour ces matériaux car lors de sollicitations de fatigue l'endommagement matriciel pour les composites croît dès les premiers cycles, puis devient quasiment constant jusqu'à la rupture (Figure II.13). Ce comportement est différent de celui observé pour les matériaux métalliques pour lesquels l'endommagement est quasiment nul au début de l'essai puis, à partir d'un certain nombre de cycles, l'amorçage de l'endommagement se produit conduisant rapidement à la rupture.

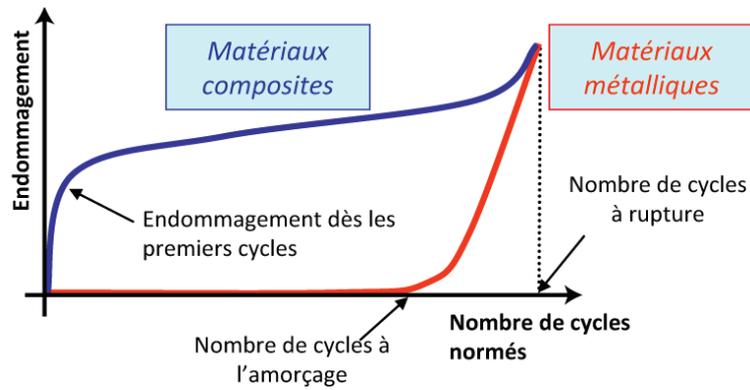


Figure II.13 : Schématisation de l'endommagement en fonction du nombre de cycles normalisés pour les matériaux métalliques et les composites.

Ainsi, le modèle de durée de vie développé dans ce chapitre prend en compte l'évolution de l'endommagement avec le nombre de cycles ce qui permet de prévoir la durée de vie mais également l'évolution des propriétés élastiques et de la tenue résiduelle. Cependant, la durée de vie des composites à matrice céramique dépend principalement de l'oxydation de ces constituants. Donc le modèle de durée de vie présenté dans ce chapitre permet de déterminer la durée de vie des CMCs pour des sollicitations sous atmosphère neutre ou pour des températures non oxydantes. Néanmoins, ce modèle permet de connaître l'état d'endommagement du composite, paramètre important pour pouvoir prendre en compte l'oxydation du composite.



---

## CHAPITRE III : MODÉLISATION DE LA CICATRISATION DES CMCs

---

---

I. Prise en compte des effets physico-chimiques sur le comportement macroscopique des CMCs .....	68
I.1 Fissuration sous critique : Effet de l'oxydation sur les fibres .....	68
I.2 Rôle de l'interphase de pyrocarbone sur la durée de vie des fibres .....	71
II. Rôle de la cicatrisation sur la concentration d'oxygène au sein du matériau .....	81
II.1 Détermination de la quantité d'oxygène arrivant au toron (sans cicatrisation).....	81
II.2 Rôle de la cicatrisation sur la quantité d'oxygène arrivant sur le toron .....	83
II.3 Concentration d'oxygène au niveau des torons.....	87
Bilan .....	91

---

Le chapitre I a mis en évidence que la durée de vie des composites à matrice céramique  $\text{SiC}_f/\text{SiBC}_m$  dépend des conditions environnementales (température, atmosphère neutre, sèche ou humide). Dans le cadre de ce travail, trois domaines de températures peuvent être définis.

Tout d'abord, les basses températures situées entre 20°C et 400°C, où aucune oxydation significative du composite n'est observée, se caractérise par le fait qu'une vision purement mécanicienne suffit à traiter le problème entièrement. Pour ce domaine de température, le modèle de durée de vie mécanique présenté dans le chapitre II suffit pour déterminer la durée de vie des composites à matrice céramique.

Aux températures intermédiaires, entre 400°C et 600°C, les fibres Nicalon et le pyrocarbone s'oxydent diminuant la durée de vie du composite. A partir de 400°C, le modèle de durée de vie purement mécanique doit être couplé à un modèle physico-chimique pour modéliser l'effet de l'oxydation des fibres et de l'interphase sur la durée de vie des CMCs.

Cependant à partir de 600°C et jusqu'à 900°C l'oxydation de la matrice multiséquencée, et plus précisément l'oxyde de bore ( $\text{B}_4\text{C}_{(s)}$ ), va cicatrifier le matériau pour les hautes températures. C'est pourquoi l'oxydation du  $\text{B}_4\text{C}_{(s)}$  et surtout son rôle cicatrisant doivent être pris en compte dans le modèle de durée de vie.

Dans le but de mieux comprendre et d'identifier les effets physico-chimiques dans le composite à matrice céramique de cette étude sur le comportement mécanique, une campagne expérimentale a été réalisée par Herakles entre 20°C et 650°C. La littérature et les résultats d'essai de traction, de fluage et de fatigue ont permis de mettre en évidence que l'oxydation des fibres et de l'interphase est la principale responsable de la variation de la durée de vie du composite. En effet, l'oxydation des fibres Nicalon va entraîner une propagation lente de défauts en son sein et diminuer sa tenue à long terme. L'oxydation de l'interphase de pyrocarbone va quant à elle augmenter les déformations résiduelles, le transfert de charge de la matrice sur les torons et va diminuer la rigidité du matériau. Ces différentes modifications du comportement par l'oxydation du composite sont alors prises en compte dans le modèle de durée de vie développé dans ce chapitre. Cependant, dans un but pédagogique et afin de simplifier la description du modèle physico-chimique et de son couplage avec le modèle de durée de vie mécanique, les équations et les explications de ce chapitre III sont écrites pour une sollicitation uniaxiale sens chaîne. Pour cette sollicitation, c'est la rupture des torons longitudinaux qui conduit à la rupture du composite. Enfin, le rôle de la cicatrification du matériau est également pris en compte dans le modèle de durée de vie par une modification de la quantité d'oxygène responsable de l'oxydation de l'interphase et des fibres des torons au cœur du matériau.

## **I. PRISE EN COMPTE DES EFFETS PHYSICO-CHIMIQUES SUR LE COMPORTEMENT MACROSCOPIQUE DES CMCs**

### **I.1 Fissuration sous critique : Effet de l'oxydation sur les fibres**

Sous sollicitation mécanique, si la contrainte appliquée est inférieure à la contrainte à rupture du composite, le matériau peut subir un endommagement qui n'entraîne pas sa ruine comme l'attestent des essais de fluage (ou temps de maintien) et de fatigue réalisés à température ambiante. Ces observations sont également constatées lorsque la contrainte maximale de sollicitation est d'environ 80% de la contrainte à rupture statique. Ainsi, la durée de vie des composites à matrice céramique aut cicatrisante est considérée comme importante

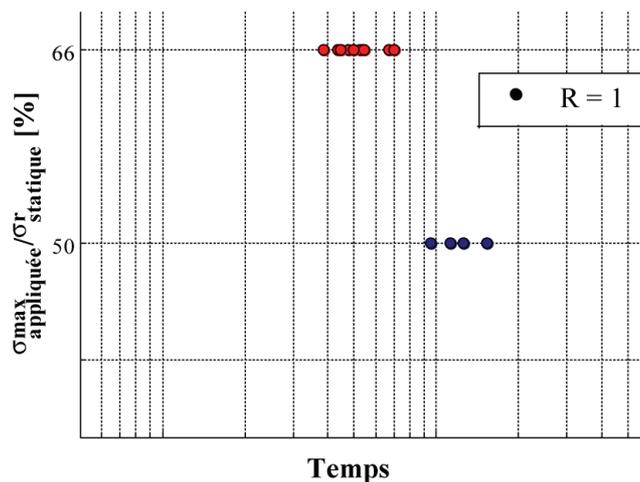
à température ambiante dès que la contrainte appliquée est inférieure à 80% de la contrainte à rupture statique.

En revanche, des éprouvettes sollicitées à 450°C ont rompu en fluage et en fatigue. Ces observations sont en accord avec la littérature ([Farizy G, 2002], [Moëvus M, 2007], [Laforet A, 2009], [De Melo-Loseille O, 2010]) où il a été montré qu'à partir de 450°C un faciès de rupture des fibres de carbure de silicium de type miroir est observé. Ce type de faciès de rupture est typique d'une propagation lente de fissure dans la fibre due à l'oxydation des fibres. De plus, des essais de durée de vie en fluage sur torons réalisés sous atmosphère à différentes températures montrent que la durée de vie des fibres Nicalon diminue avec l'élévation de la température ([Mallet B, 2005], [Delcamp A, 2008], [Mazerat S, 2012]). D'autres essais de fluage, mais sur fibres Hi-Nicalon, montrent que la durée de vie de ces fibres évolue en fonction du pourcentage d'oxygène dans l'atmosphère ([Gauthier W, 2006]). En supposant que la pression en oxygène a un effet similaire sur les torons Nicalon et sur les torons Hi-Nicalon, on peut conclure que la durée de vie des CMCs dépend non seulement de la température mais aussi de la pression en oxygène. Cette pression en oxygène au cœur du composite est d'autant plus importante que celui-ci est endommagé. En effet, l'augmentation de l'endommagement du matériau va se traduire par une augmentation de la taille des fissures et/ou de leur nombre. Or, les fissures sont des chemins privilégiés pour le transport de l'oxygène aux torons. Ainsi, plus le matériau est endommagé, plus sa rupture sera prématurée.

Cette hypothèse est vérifiée par des essais de fluage  $\left( R = \frac{\sigma_{\min}}{\sigma_{\max}} = 1 \right)$  à 450°C, réalisés à 50% et 66% du chargement à rupture en statique du composite (Figure III.1).

Au vu de ces constatations, le modèle de durée de vie développé dans ce travail doit tenir compte de l'oxydation des fibres.

Si on se limite au comportement uniaxial en traction, la rupture du composite, dans le modèle purement mécanique présenté dans le chapitre II, intervient quand la force thermodynamique en traction  $y_{O_{II}}^{toron}$  est égale au seuil à rupture des torons longitudinaux  $y_{O_{II}}^{toron}$ .



Ce seuil doit diminuer en fonction de la température ( $T$ ) et de la concentration en oxygène au sein du matériau ( $C_{O_2}^{int}$ ) :

$$y_{0_{lt}}^{toron} = f(T, C_{O_2}^{int}) \quad \text{Eq III.1}$$

avec  $C_{O_2}^{int}$  la quantité d'oxygène ou la concentration en oxygène qui est arrivé sur les torons longitudinaux.

En considérant que le comportement mécanique des torons est linéaire, la force thermodynamique et donc le seuil à rupture des torons longitudinaux s'écrivent en fonction de la contrainte à rupture des torons au moment de la rupture :

$$y_{lt}^{toron} = y_{0_{lt}}^{toron} = \frac{I}{2} (E_{11}^{toron} \cdot \langle \varepsilon_1 \rangle_+^2) = \frac{I}{2} \left( \frac{\langle \sigma_r^{toron} \rangle_+^2}{E_{11}^{toron}} \right) \quad \text{Eq III.2}$$

avec  $E_{11}^{toron}$  le module d'Young du toron constitué de fibres Nicalon et  $\sigma_r^{toron}$  sa contrainte à rupture.

En dérivant par rapport au temps, l'évolution du seuil à rupture des torons est déterminée en fonction de l'évolution de la contrainte à rupture des torons (en considérant que le module du toron n'évolue pas avec la propagation sous critique) :

$$\frac{dy_{0_{lt}}^{toron}(t)}{dt} = \frac{2}{\sqrt{2E_{11}^{toron}}} y_{0_{lt}}^{toron} \frac{d\sigma_r^{toron}(t)}{dt} \quad \text{Eq III.3}$$

[Cluzel C et al, 2007], à partir des travaux expérimentaux de [Gauthier W, 2006] a proposé une loi d'évolution de la contrainte à rupture des torons de Hi-Nicalon en fonction de l'environnement de la forme :

$$\frac{d\sigma_r^{toron}(t)}{dt} = -\frac{1}{n^{toron}} \frac{1}{B^{toron}} \frac{d\theta}{dt} (\sigma_r^{toron}(t))^{n^{toron}+1}, \quad \text{Eq III.4}$$

où  $n^{toron}$  et  $B^{toron}$  sont des coefficients matériau à identifier et  $\theta$  représente l'historique de l'environnement i.e. la température et la concentration en oxygène arrivant aux torons :

$$\theta = \int_0^t C_{O_2}(\tau) \exp\left(-\frac{E_a^{Nicalon}}{RT(\tau)}\right) d\tau \quad \text{Eq III.5}$$

En se basant sur ces travaux et en posant  $\bar{B} = \frac{n^{toron} B^{toron}}{2} (2E_{11}^{toron})^{-\frac{n^{toron}}{2}}$ , l'évolution du seuil à rupture des torons longitudinaux peut être définie par :

$$\frac{dy_{0_{lt}}^{toron}(t)}{dt} = -\frac{1}{\bar{B}} \cdot C_{O_2}^{int}(t) \exp\left(-\frac{E_a^{Nicalon}}{RT(t)}\right) (y_{0_{lt}}^{toron}(t))^{\frac{n^{toron}}{2}+1} \quad \text{Eq III.6}$$

avec  $R$  la constante universelle des gaz parfaits,  $E_a^{Nicalon}$  l'énergie d'activation en  $\text{J.mol}^{-1}$ ,  $T$  la température en Kelvin,  $C_{O_2}^{int}$  est la concentration molaire en oxygène au niveau des torons longitudinaux. La loi des gaz parfaits permet de relier cette concentration molaire [ $\text{mol.L}^{-1}$ ] à la pression en oxygène au cœur du matériau ( $P_{O_2}^{int}$ ) grâce à la relation suivante :

$$C_{O_2}^{int}(t) = \frac{P_{O_2}^{int}(t)}{RT(t)} \quad \text{Eq III.7}$$

Le seuil à rupture des torons ainsi défini diminue d'autant plus rapidement que la température ou la pression en oxygène augmente (Figure III.2a et Figure III.2b).

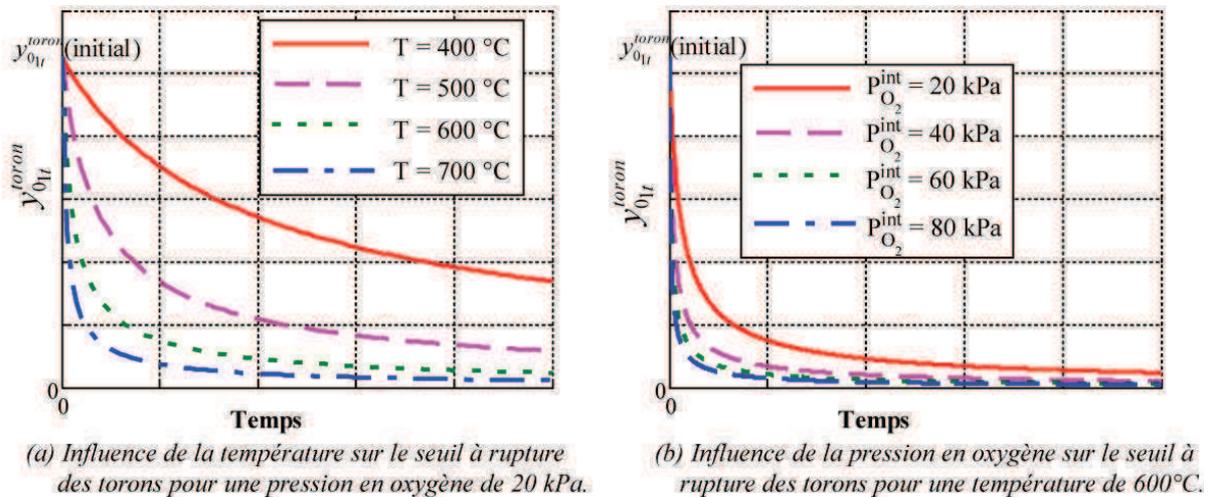


Figure III.2 : Évolution du seuil à rupture des torons en fonction de l'environnement (température et pression en oxygène).

Cependant, si la fissuration matricielle du composite n'est pas assez importante pour permettre à l'oxygène d'atteindre les torons, la fissuration sous critique des torons n'aura pas lieu. Il est donc important de connaître l'état d'endommagement du composite, ce point sera détaillé dans le paragraphe II.1.1. De plus, dans le composite, les fibres Nicalon et les torons sont enrobés d'une interphase en pyrocarbone, sujette également à l'oxydation. Il est donc nécessaire d'étudier préalablement le rôle de l'interphase dans le composite à matrice céramique.

## I.2 Rôle de l'interphase de pyrocarbone sur la durée de vie des fibres

L'interphase de pyrocarbone qui enrobe les fibres joue un rôle très important dans les composites à matrice céramique. Elle permet d'une part de dévier les fissures parallèlement aux fibres et d'autre part de ralentir l'oxydation des fibres. En effet, sous l'effet d'une sollicitation mécanique le matériau se fissure et les fissures facilitent le déplacement de l'oxygène contenu dans les macropores ou venant de l'extérieur vers les fibres. Dans ces matériaux, une couche de pyrocarbone d'environ  $1\mu\text{m}$  d'épaisseur enrobe les fibres de carbure de silicium.

Dans ce modèle on a besoin d'une certaine schématisation. Pour cela, on se place au niveau des torons et on considère que le pyrocarbone enrobe chaque toron. Pour des questions de clarté, dans la suite de ce chapitre, sur les figures permettant de mieux visualiser les différents aspects physico-chimiques dans le composite, le toron, l'interphase de pyrocarbone et la matrice autocicatrisante (MAC) nous utiliserons la représentation schématique de la Figure III.3.

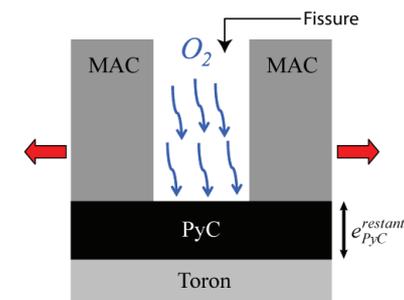


Figure III.3 : Représentation simplifiée d'une fissure arrivant à l'interphase.

L'oxygène atteint le pyrocarbone avant le toron. Néanmoins, en présence d'oxygène et sous une température suffisante, le pyrocarbone s'oxyde (chapitre I). La réaction d'oxydation entre l'oxygène et le pyrocarbone va former du dioxyde de carbone ( $\text{CO}_{2(g)}$ ) ou du monoxyde de carbone ( $\text{CO}_{(g)}$ ), sous forme gazeuse. Ainsi au bout d'un certain temps, sous atmosphère oxydante, l'épaisseur de pyrocarbone  $e_{PyC}^{vol}$  se volatilise (Figure III.4a). L'épaisseur d'interphase restante  $e_{PyC}^{restant}$  qui protège le toron va alors diminuer. Une fois toute l'épaisseur enrobant le toron volatilisée, l'oxygène présent va attaquer le toron (Figure III.4b) et contribuer à la rupture prématurée du composite.

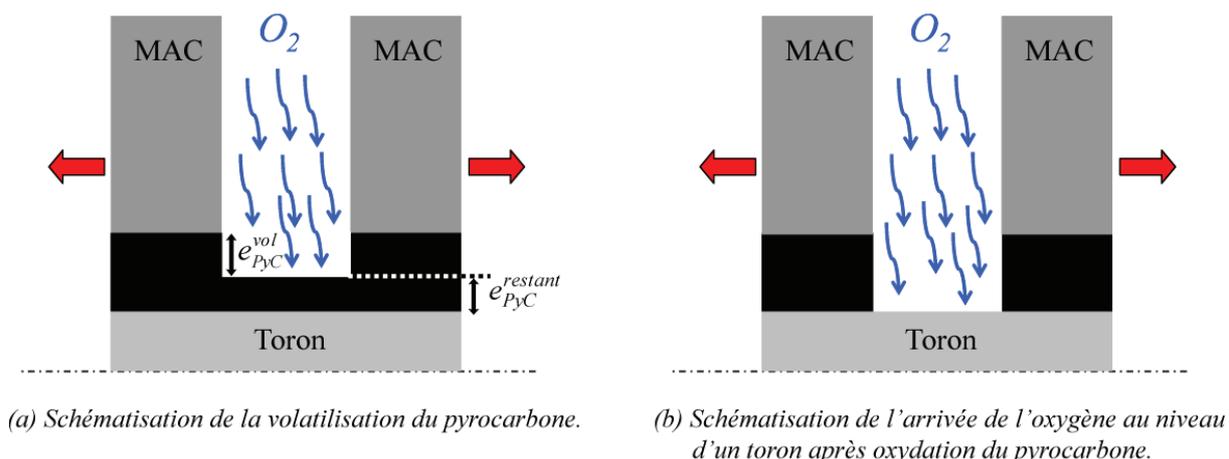


Figure III.4 : Schématisation de l'évolution de l'oxygène au niveau de l'interphase et d'un toron.

[Bernstein J, 1988] a montré que l'oxydation du pyrocarbone suit une loi parabolique. Ce caractère parabolique est dû à la formation du monoxyde de carbone ou du dioxyde de carbone dans un endroit confiné. La formation de ces gaz va alors rendre plus difficile la diffusion de l'oxygène jusqu'au pyrocarbone (Figure III.5).

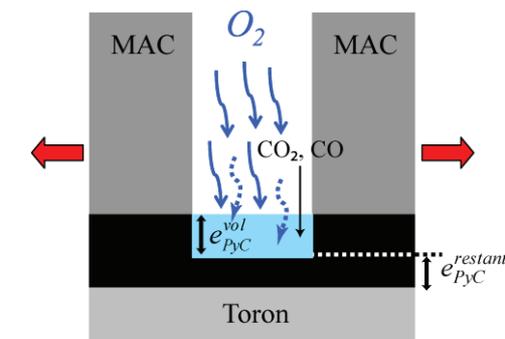


Figure III.5 : Schématisation de l'effet de l'oxydation du pyrocarbone sur la diffusion de l'oxygène.

Ainsi, l'évolution de l'épaisseur de pyrocarbone au cours du temps va dépendre de la concentration en oxygène, non pas dans le matériau ( $C_{O_2}^{int}$ ) mais au niveau de l'interphase de pyrocarbone ( $C_{O_2}^{PyC}$ ) (Figure III.6).

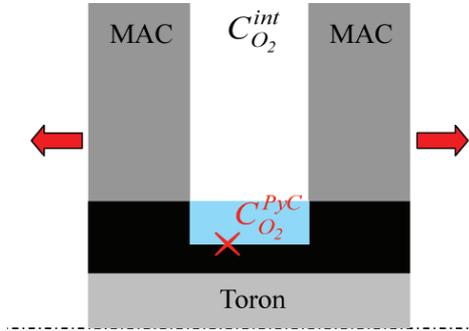


Figure III.6 : Représentation des concentrations en oxygène interne et au niveau de l'interphase.

Comme l'oxydation du pyrocarbone est thermoactive, sa vitesse d'oxydation peut s'écrire sous la forme d'une loi d'Arrhenius :

$$\frac{\partial e_{PyC}^{vol}}{\partial t} [m.s^{-1}] = \alpha_{e_{PyC}} k_0^{PyC} \cdot \exp\left(-\frac{E_a^{PyC}}{RT(t)}\right) (C_{O_2}^{PyC}(t))^{n^{PyC}} \quad \text{Eq III.8}$$

avec  $\alpha_{e_{PyC}}$  une constante matériau,  $k_0^{PyC}$  la constante de réaction en  $m^{3n+1}.mol^{-n}.s^{-1}$ ,  $E_a^{PyC}$  l'énergie d'activation en  $J.mol^{-1}$ ,  $R$  la constante universelle des gaz parfaits,  $T$  la température en Kelvin,  $C_{O_2}^{PyC}$  la concentration molaire en oxygène au niveau de l'interphase en  $mol.L^{-1}$  des torons longitudinaux et  $n^{PyC}$  l'ordre de la réaction.

Les travaux de [Hun N et al, 2010] permettent de déterminer en fonction de la longueur de la fissure à travers le toron, d'une part, la longueur de pyrocarbone oxydé autour de chaque fibre et d'autre part l'épaisseur de  $SiO_{2(s)}$  formé par l'oxydation des fibres dans le toron. Pour cela, il détermine la concentration en oxygène qui atteint le pyrocarbone et les fibres.

En se basant sur ces travaux, afin de déterminer la concentration d'oxygène au niveau du pyrocarbone, des hypothèses simplificatrices sont posées dans le modèle :

*i)* dans le modèle de durée de vie proposé, l'oxydation des fibres se traduit uniquement par la diminution du seuil à rupture des torons, ainsi la formation de silice par oxydation des fibres n'est pas prise en compte,

*ii)* le modèle de durée de vie est macroscopique et on suppose qu'une fissure qui arrive au niveau d'un toron le traverse instantanément,

*iii)* l'épaisseur de pyrocarbone volatilisé représente une épaisseur moyenne caractéristique du matériau.

Soit  $C_{O_2}^{int}$  la concentration en oxygène à l'intérieur du matériau et  $C_{O_2}^{PyC}$  la concentration au niveau de l'interphase, les flux surfaciques  $F_1$  et  $F_2$  peuvent être déterminés (Figure III.7).

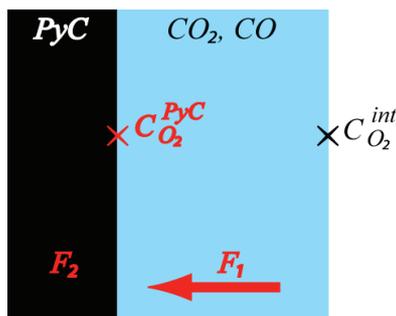


Figure III.7 : Modèle de base pour l'oxydation thermique.

Le flux  $F_1$  de l'élément oxydant dans l'oxyde pour une surface de fissure  $S_{Diff}$  en  $m^2$  obéit à la loi de Fick :

$$F_1 [mol.s^{-1}] = -D \frac{\partial C}{\partial e} = -\frac{D(C_{O_2}^{PyC} - C_{O_2}^{int})}{e_{PyC}^{vol}} S_{Diff} \cdot \quad \text{Eq III.9}$$

avec  $e$  l'épaisseur de la couche d'oxyde et  $D$  le coefficient de diffusion effectif de l'oxygène dans le monoxyde de carbone en  $m^2.s^{-1}$ .

Le flux  $F_2$  correspond au flux de réaction chimique à l'interphase carbone / monoxyde de carbone pour une surface  $S_{PyC}$  en  $m^2$ . Ce flux (Eq III.10) est proportionnel à la concentration de l'espèce oxydante au niveau de l'interface :

$$F_2 [mol.s^{-1}] = k_0^{PyC} \exp\left(-\frac{E_a^{PyC}}{RT}\right) C_{O_2}^{PyC} S_{PyC} \cdot \quad \text{Eq III.10}$$

En supposant qu'il y a conservation de la masse au cours de la réaction d'oxydation, les flux  $F_1$  et  $F_2$  sont égaux. La concentration en oxygène au niveau du pyrocarbone des torons longitudinaux est alors déterminée par :

$$C_{O_2}^{PyC}(t) = \frac{C_{O_2}^{int}(t)}{1 + \frac{e_{PyC}^{vol}(t) S_{PyC}}{D S_{Diff}} k_0^{PyC} \exp\left(-\frac{E_a^{PyC}}{RT(t)}\right)} \cdot \quad \text{Eq III.11}$$

Finalement, par résolution de l'Eq III.8, l'épaisseur de pyrocarbone restant autour d'un toron peut ainsi être calculée à partir de l'épaisseur de pyrocarbone initiale  $e_{PyC}^{init}$  :

$$e_{PyC}^{restant} = e_{PyC}^{init} - \int_0^t de_{PyC}^{vol} \cdot \quad \text{Eq III.12}$$

Connaissant l'épaisseur de pyrocarbone restant entre le toron et la fissure, le temps de début d'oxydation du toron peut être déterminé. Le temps durant lequel le toron sera protégé par le pyrocarbone sera d'autant plus court que la température ou la pression en oxygène sera importante (Figure III.8a et Figure III.8b).

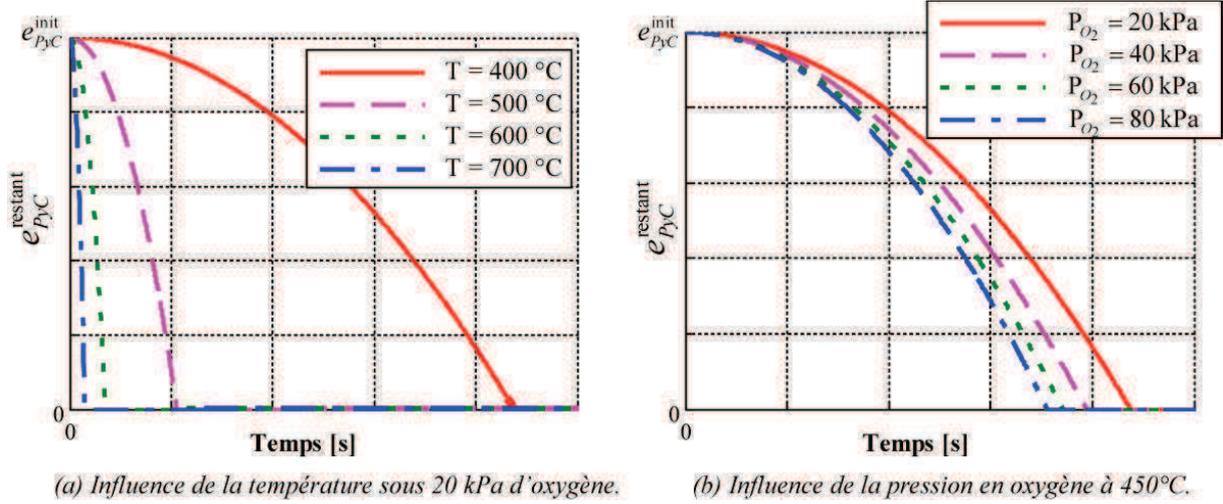


Figure III.8 : Influence de l'environnement sur la protection d'un toron par l'oxydation de l'interphase.

De plus, une fois que l'épaisseur de pyrocarbone au droit de la fissure est entièrement consommée, l'oxygène au sein du composite va attaquer d'une part les fibres des torons mais également oxyder le pyrocarbone restant le long du toron (Figure III.9a) en créant une longueur de décohesion  $l_{PyC}^{vol}$  comme schématisé sur la Figure III.9b.

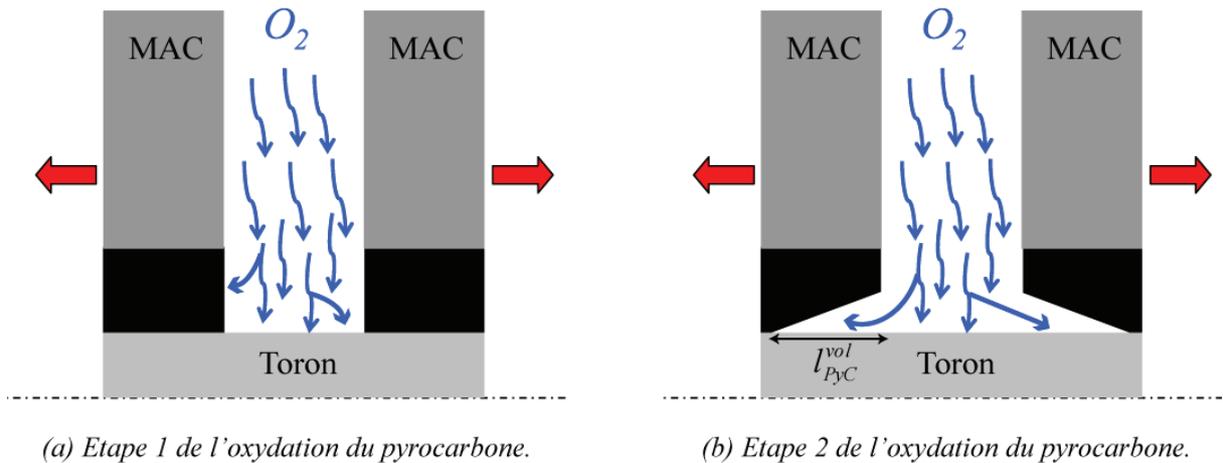


Figure III.9 : Scénario d'oxydation de l'interphase de pyrocarbone.

De la même manière que pour l'oxydation de l'épaisseur de pyrocarbone  $e_{PyC}^{vol}$  entre la fissure et le toron (Figure III.5), la longueur de pyrocarbone  $l_{PyC}^{vol}$  va évoluer en fonction de l'environnement par une loi similaire à l'équation III.8 :

$$\frac{\partial l_{PyC}^{vol}}{\partial t} [m.s^{-1}] = \alpha_{l_{PyC}} k_0^{PyC} \cdot \exp\left(-\frac{E_a^{PyC}}{RT(t)}\right) (C_{O_2}^{PyC}(t))^{n^{PyC}} \quad \text{Eq III.13}$$

et qui fait intervenir les mêmes coefficients à l'exception de  $\alpha_{l_{PyC}}$ .

Remarques : structure lamellaire du pyrocarbone

La structure du pyrocarbone est lamellaire et possède des liaisons covalentes pendantes, c'est-à-dire qu'elles demeurent ouvertes dans la structure permettant à l'oxygène de s'y fixer.

Les liaisons pendantes du pyrocarbone se trouvent majoritairement dans les plans parallèles à la structure. Donc, on peut penser que l'oxydation du pyrocarbone est plus rapide lorsque l'oxygène arrive parallèlement au plan du pyrocarbone. Ainsi, la vitesse d'oxydation de la longueur  $l_{PyC}^{vol}$  sera sûrement plus élevée que celle de l'épaisseur de pyrocarbone protégeant le toron  $e_{PyC}^{vol}$ . Pour cela, des coefficients  $\alpha_{e_{PyC}}$  et  $\alpha_{l_{PyC}}$  ont été introduits dans les équations Eq III.8 et Eq III.13. Toutefois, aucune étude sur l'effet de l'oxydation du pyrocarbone en fonction de sa structure n'a été trouvée dans la littérature pour confirmer ou non cette hypothèse, la valeur des deux coefficients est fixée à l'unité.

On considère qu'une fois le pyrocarbone volatilisé, la pression en oxygène au niveau du toron correspond à la pression interne en oxygène. La concentration en oxygène au niveau du pyrocarbone est alors fonction de la longueur de pyrocarbone oxydée  $l_{PyC}^{vol}$  :

$$C_{O_2}^{PyC}(t) = \frac{C_{O_2}^{int}(t)}{1 + \frac{l_{PyC}^{vol}(t) S_{PyC}}{D S_{Diff}} k_0^{PyC} \exp\left(-\frac{E_a^{PyC}}{RT(t)}\right)}. \quad \text{Eq III.14}$$

Alors que le pyrocarbone entourant le toron retarde l'oxydation de ce dernier, les longueurs de pyrocarbone oxydé vont avoir plusieurs conséquences sur le comportement mécanique des CMCs. D'une part, une augmentation de la souplesse du matériau accompagnée d'une augmentation des déformations résiduelles et enfin un transfert de charge toron/matrice sont observés expérimentalement.

### I.2.1 Diminution de la souplesse matricielle du matériau

Sous sollicitation mécanique et sans oxydation, la structure lamellaire du pyrocarbone permet de dévier les fissures créant des micro-décohésions dans le toron (Figure III.10). L'oxydation de ce pyrocarbone va augmenter ces zones de décohésion. Il y a toujours le même nombre de fissures, mais l'effet de l'endommagement sur le comportement va augmenter, rendant le matériau plus souple.

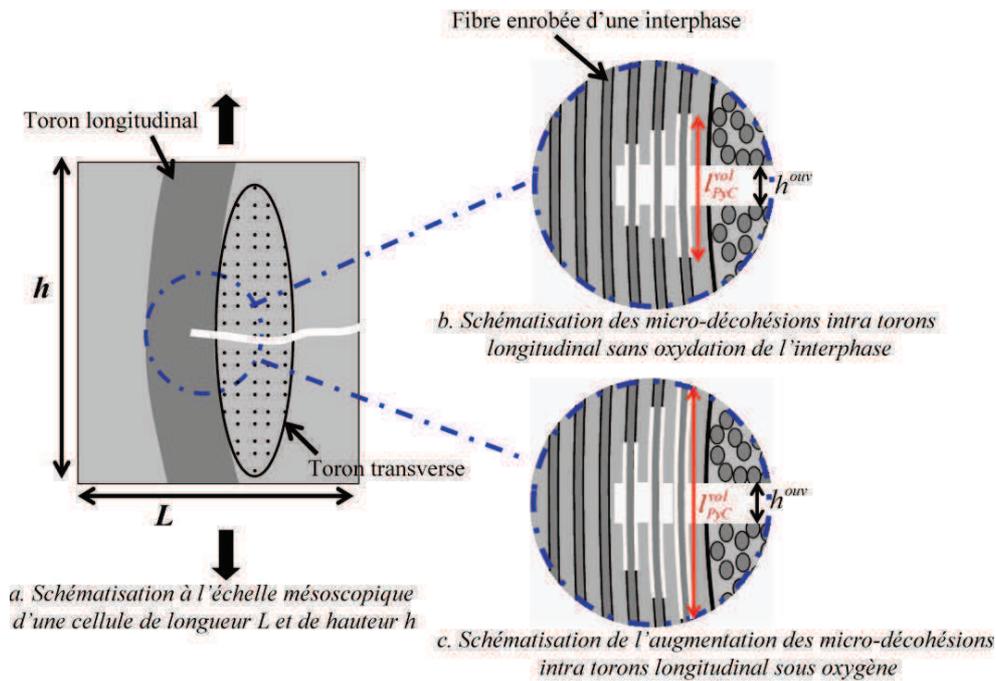


Figure III.10 : Schématisation de l'effet de l'oxydation de l'interphase sur les micro-décohésions intra toron longitudinal.

En effet, des essais de fatigue à 66% de la charge à rupture statique réalisés à Herakles à température ambiante, à 450°C et à 650°C, montrent une évolution du module apparent au cours de l'essai (Figure III.11). Afin de mieux comprendre l'effet de l'oxydation du pyrocarbone sur le comportement mécanique du composite, rappelons qu'en fonction du domaine de température les effets de l'oxydation sont différents dans le matériau :

- A température ambiante, aucun effet physico-chimique n'est constaté dans le matériau. La perte de module de cet essai est due uniquement à la sollicitation mécanique.
- Pour l'essai réalisé à 450°C, la cicatrization du matériau n'a pas lieu, seules les fibres des torons et surtout le pyrocarbone s'oxydent. A cette température, la perte de module observée est uniquement due à l'oxydation du pyrocarbone.
- A 650°C une perte de module est constatée, mais plus faible qu'à 450°C. Cette différence est liée à la cicatrization du matériau. Cette cicatrization n'étant pas instantanée, le pyrocarbone s'oxyde au début de l'essai, d'où une chute du module apparent. Mais très vite le matériau cicatrize, limitant, voire stoppant, l'oxydation du pyrocarbone. Ainsi, la perte de module à 650°C est moins importante qu'à 450°C.

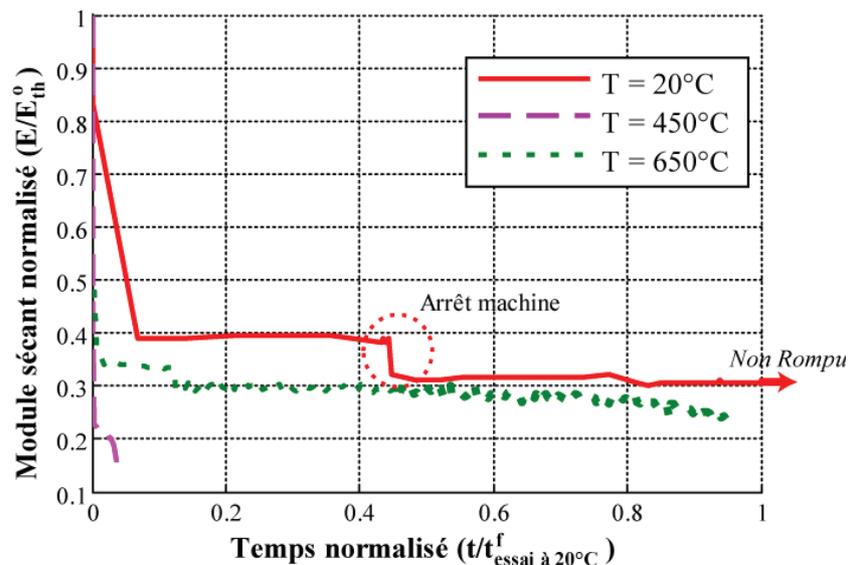


Figure III.11 : Perte de module en fonction du temps pour des essais de fatigue à 20°C, 450°C et à 650°C (66% de la contrainte à rupture,  $R=0.2$ ,  $f=20\text{Hz}$ ) [source : Herakles].

Ces essais montrent que l'oxydation du pyrocarbone diminue la rigidité du matériau. Pour prendre en compte cet effet, deux taux de décohésion macroscopique intra toron ( $\beta^{decoh}$ ) l'un pour les torons longitudinaux et l'autre pour les transverses sont introduits dans le calcul du tenseur des souplesses effectives matricielles dans le modèle mécanique. Dans le cas d'une sollicitation uniaxiale sens chaîne, le tenseur des souplesses est défini de la manière suivante :

$$\underline{\underline{\Delta S}} = d_1^m (1 + \chi^{decoh} \cdot \beta^{decoh}) (\eta_1^m \underline{\underline{H}}_1^{m+} + (1 - \eta_1^m) \underline{\underline{H}}_1^{m-}) \quad \text{Eq III.15}$$

avec  $\chi^{decoh}$  un coefficient matériau qui permet de prendre en compte l'effet de l'oxydation de l'interphase sur le tenseur des souplesses.

Finalement, la multiplication des micro-décohésions dans les torons longitudinaux, par oxydation de l'interphase, va augmenter l'effet de l'endommagement dans le sens chaîne.

### I.2.2 Augmentation des déformations résiduelles

L'oxydation du pyrocarbone va également entraîner une augmentation des déformations résiduelles. Comme le montre la Figure III.12, à une température de 450°C, les déformations résiduelles quantifiées lors d'essais de fatigue à 66% de la charge à rupture statique réalisés à 20°C, 450°C et à 650°C ( $R=0,6$  et  $f=20\text{Hz}$ ) croissent rapidement, alors qu'elles sont quasiment constantes à température ambiante.

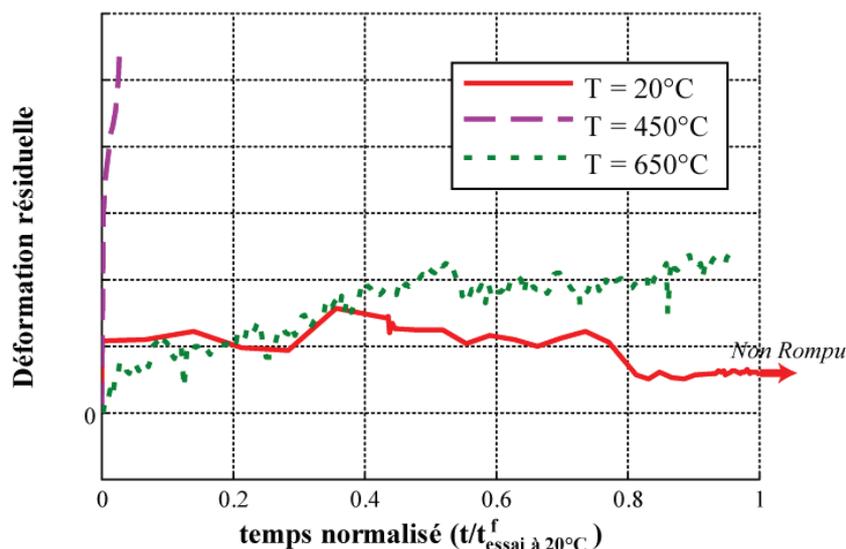


Figure III.12 : Évolution des déformations résiduelles d'essais de fatigue à 66% de la charge à rupture statique réalisés à 20°C, 450°C et à 650°C ( $R=0,6$  et  $f=20\text{Hz}$ ) [source : Herakles].

De la même manière que pour le tenseur des souplesses, les déformations résiduelles dans le modèle mécanique sont définies en fonction d'un des deux taux de décohesion  $\beta^{decoh}$ . L'un est défini pour les torons longitudinaux et l'autre pour les transverses. Si l'endommagement matriciel n'évolue pas au cours du temps, les déformations résiduelles, définies préalablement dans le chapitre II, n'évoluent pas non plus. Par contre, en présence d'oxydation du pyrocarbone, même si l'endommagement matriciel n'augmente pas, les déformations résiduelles augmentent. C'est pourquoi, les décohésions dans les torons sont considérées comme proportionnelles à l'endommagement et les déformations résiduelles dans le cas d'une sollicitation uniaxiale sens chaîne sont déterminées par

$$\underline{\dot{\varepsilon}}^r = \underline{S}^o : \left[ \chi_1 \left( \dot{d}_1^m + d_1^m \zeta^{decoh} \dot{\beta}^{decoh} \right) \left( \eta_1^m \underline{K}_1^{m+} + (I - \eta_1^m) \underline{K}_1^{m-} \right) \right] \quad \text{Eq III.16}$$

avec  $\zeta^{decoh}$  un coefficient matériau à identifier (par exemple sur les résultats de la Figure III.12).

### I.2.3 Transfert de charge toron / matrice

Sous sollicitation mécanique, la matrice d'un composite à matrice céramique fissure jusqu'au toron et la structure de l'interphase de pyrocarbone dévie ces fissures parallèlement au toron. Le champ de contrainte sur le toron et dans la matrice entre deux fissures va alors évoluer [Curtin W.A, 1991]. En effet, au niveau de la fissure, la contrainte est entièrement supportée par le toron (Figure III.13). Le long de la décohesion, le champ de contrainte va diminuer au niveau du toron et celui de la matrice va augmenter. Puis les champs de contrainte pour la matrice et le toron deviennent identiques aux champs obtenus pour le matériau sain.

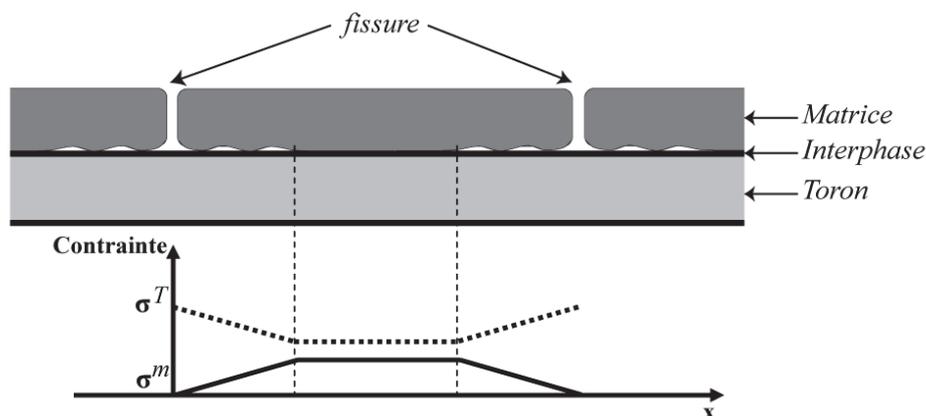


Figure III.13 : Profils des champs de contrainte dans le toron ( $\sigma^T$ ) et dans la matrice ( $\sigma^m$ ) entre deux fissures.

L'augmentation des zones de décohésion par l'oxydation du pyrocarbone va augmenter le transfert de charge sur les torons. Or, plus les torons supportent le chargement plus la rupture de ces derniers interviendra de manière prématurée.

Pour prendre en compte cet effet de l'oxydation du pyrocarbone sur le comportement mécanique du composite, le critère de rupture a été modifié. Dans le modèle purement mécanique (Chapitre II), la rupture de l'élément de volume intervient quand la force thermodynamique des torons dans la direction 1 devient supérieure ou égale au seuil de rupture des torons (Eq II.85).

Par conséquent, un taux de décohésion est introduit dans le critère de rupture de telle sorte que, s'il n'y a pas d'oxydation, le critère précédent est toujours valable. En présence d'oxydation des interphases, la force thermodynamique augmente avec le taux de décohésion entraînant une rupture plus rapide

$$\left( 1 + \alpha_{Rt} \left( \frac{d_1^m}{d_{c1}^{m^f}} + \gamma^{decoh} \beta^{decoh} \right)^{n_{Rt}} \right) y_{1t}^{toron} - y_{0t}^{toron} \geq 0 \quad \text{Eq III.17}$$

avec  $\gamma^{decoh}$  un coefficient matériau à identifier sur les essais macroscopiques.

#### I.2.4 Le taux de décohésion

Le taux de décohésion,  $\beta^{decoh}$ , a été introduit dans le calcul du tenseur des souplesses matricielles, dans l'expression des déformations résiduelles et dans celle du critère de rupture. Ce taux de décohésion traduit les effets de l'oxydation du pyrocarbone sur le comportement macroscopique du matériau. Cette variable sans dimension représente la longueur moyenne de fibre décohesionnée  $\bar{l}_{PyC}^{vol}$  dans un toron de largeur moyenne  $\bar{l}_{toron}$  que l'on peut définir de la manière suivante :

$$\beta^{decoh} = \frac{n_{fissure}}{n_{fibre}} \frac{\bar{l}_{PyC}^{vol}}{\bar{l}_{toron}} \quad \text{Eq III.18}$$

avec  $\frac{n_{fissure}}{n_{fibre}}$  le rapport du nombre de fibres décohesionnées sur le nombre de fibres dans le toron. Cependant, pour simplifier le problème, nous considérons qu'une fissure matricielle se

propage instantanément dans le toron (hypothèse forte). Le rapport  $\frac{n_{fissure}}{n_{fibre}}$  est alors égal à 1.

Ainsi, plus les longueurs décohesionnées sont importantes, ce qui traduit une oxydation importante de l'interphase, plus le taux de décohesion va avoir une influence sur le comportement global du composite.

Cependant, l'oxydation des fibres des torons et du pyrocarbone ne sont possibles que si la pression en oxygène au sein du composite est non nulle. Or, si la température est supérieure à 600°C la couche de carbure de bore s'oxyde cicatrisant le composite. Cette cicatrisation va avoir un rôle sur la concentration en oxygène dans le matériau et donc sur l'oxydation des fibres et du pyrocarbone.

## II. RÔLE DE LA CICATRISATION SUR LA CONCENTRATION D'OXYGÈNE AU SEIN DU MATÉRIAU

La couche de carbure de bore ( $B_4C_{(s)}$ ) s'oxyde dès 600°C en formant un oxyde de bore liquide. Cet oxyde comble alors les fissures du matériau. Cette cicatrisation empêche l'oxygène de pénétrer au sein du composite et modifie la concentration en oxygène  $C_{O_2}^{int}$  arrivant aux torons. Ainsi, la concentration  $C_{O_2}^{int}$  est fonction de l'état d'endommagement du matériau mais surtout de la cicatrisation du composite quand elle a lieu.

### II.1 Détermination de la quantité d'oxygène arrivant au toron (sans cicatrisation)

La pression en oxygène à l'extérieur,  $P_{O_2}^{ext}$ , est définie dans les données d'entrées du chargement et peut évoluer au cours du temps. De plus, les matériaux à matrice céramique présentent à l'état initial des macroporosités (Figure III.14a). On peut penser que de l'oxygène est présent dans ces défauts.

Sous sollicitation mécanique, des fissures vont se former à partir des macroporosités et vont s'étendre jusqu'aux interphases (Figure III.14b). Ces fissures vont alors transporter l'oxygène contenu dans les macropores jusqu'au pyrocarbone et aux torons. Cependant, les différentes réactions d'oxydation dans le composite vont consommer l'oxygène, ainsi la concentration en oxygène au sein du matériau va diminuer. Pour simplifier, dans le modèle de durée de vie, l'oxygène contenu dans les macropores est négligé par rapport à l'oxygène extérieur ( $P_{O_2}^{ext}$ ). De plus, la consommation de l'oxygène par les différentes réactions d'oxydation dans le composite est également négligée dans le modèle de durée de vie.

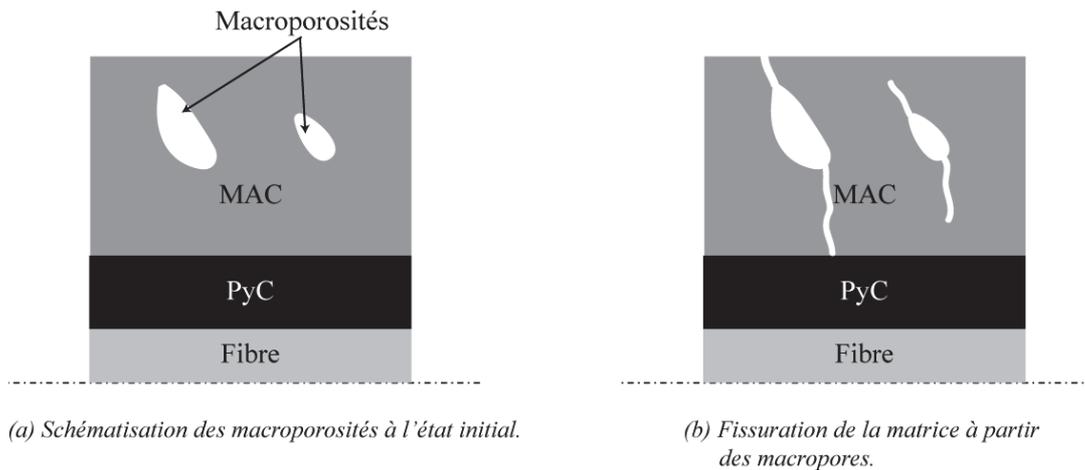


Figure III.14 : Schématisation de l'effet des macropores.

On postule une relation entre la pression en oxygène à l'extérieur et la pression au sein du composite :

$$P_{O_2}^{int} = \frac{\alpha^{ouv} \cdot h^m}{1 + \alpha^{ouv} \cdot h^m} P_{O_2}^{ext} \quad \text{Eq III.19}$$

Cette pression interne d'oxygène qui va oxyder l'interphase et les torons, dépend directement de l'ouverture de fissure matricielle perpendiculaire aux torons longitudinaux  $h^m$ . Ainsi, si l'ouverture de fissure est très importante la pression en oxygène dans le matériau tend vers la pression extérieure. Dans le cas contraire, si les fissures sont fermées alors la pression en oxygène au sein du composite est nulle. Un coefficient  $\alpha^{ouv}$  inversement proportionnel à une hauteur est à identifier dans le calcul de la pression interne en oxygène. Il est possible de relier ce coefficient à la tortuosité de la fissuration ( $\alpha^{ouv}$  petit correspondant à une fissure très tortueuse).

Ainsi, la loi des gaz parfaits permet d'obtenir facilement la concentration molaire en oxygène (Eq III.7).

### II.1.1 Introduction d'une ouverture de fissure matricielle

Pour une sollicitation uniaxiale sens chaîne, il est donc nécessaire de déterminer l'ouverture de fissure matricielle intra-toron longitudinal,  $h^m$  (Figure III.15). Le calcul de cette ouverture de fissure matricielle est nécessaire pour estimer la pression en oxygène qui peut atteindre l'interphase et les torons.

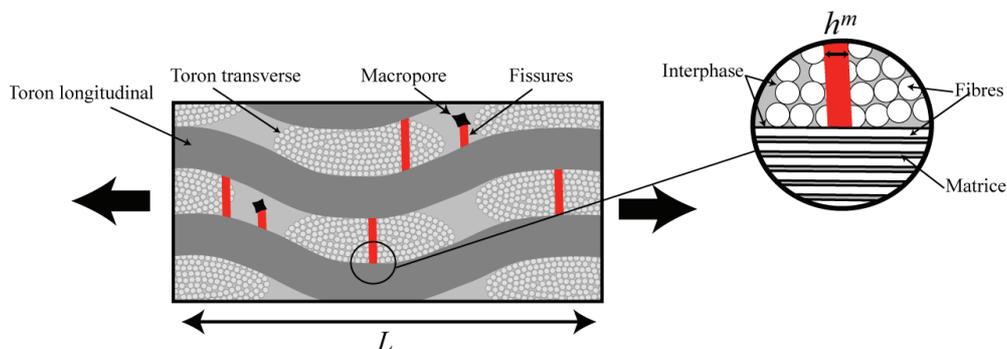


Figure III.15 : Schématisation de la fissuration matricielle intra-toron longitudinal dans une cellule de longueur  $L$ .

L'ouverture de fissures matricielles  $h^m$  va évoluer en fonction du chargement. En effet, lors des décharges des cycles de fatigue, ces ouvertures de fissures matricielles vont diminuer jusqu'à une refermeture complète si le cycle comprend des passages en compression. Pour prendre en compte ce cyclage, l'ouverture des fissures matricielles dans le modèle mécanique est fonction de l'index de désactivation ( $\eta_i^m$ ) déjà présenté dans le chapitre II (Eq II.29).

Par ailleurs, l'ouverture des fissures matricielles dépend de l'état d'endommagement du composite :

$$h^m = h_0^m \langle d^m - d_{seuil} \rangle_+ \eta_i^m \varepsilon_n. \quad \text{Eq III.20}$$

Toutefois, même si le matériau est endommagé, les longueurs de fissures ne sont pas assez importantes pour atteindre les torons et le pyrocarbone. Un seuil d'endommagement matriciel  $d_{seuil}$  a donc été introduit dans le calcul de l'ouverture de fissure. Ainsi, en dessous de ce seuil d'endommagement, les fissures sont considérées comme trop petites pour permettre une oxydation des torons et des interphases (l'ouverture de fissure est alors nulle). Enfin, un coefficient  $h_0^m$  homogène à une longueur est à identifier dans le calcul de l'ouverture de fissure matriciel. L'ouverture des fissures est donc proportionnelle à l'endommagement et à la déformation normale au réseau de fissures ( $\varepsilon_n$ ) pondérée par l'index de désactivation.

Pour résumer, connaissant l'ouverture des fissures matricielles  $h^m$ , la concentration d'oxygène qui oxyde les interphases de pyrocarbone et les torons peut être déterminée (Eq III.19). Cependant, la particularité de ces composites à matrice céramique est que leur matrice est constituée d'une succession de différentes couches qui, en fonction de l'environnement et de la température s'oxydent. Les oxydes formés vont combler les fissures et empêcher l'oxydation des interphases et des torons. C'est le phénomène de cicatrison qu'il faut absolument prendre en compte pour estimer convenablement la durée de vie des ces composites.

## II.2 Rôle de la cicatrison sur la quantité d'oxygène arrivant sur le toron

Dans le domaine des hautes températures ( $600^\circ\text{C} \leq T < 900^\circ\text{C}$ ), les couches de carbure de bore ( $\text{B}_4\text{C}_{(s)}$ ) et les couches ternaires de  $\text{SiBC}$  de la matrice s'oxydent.

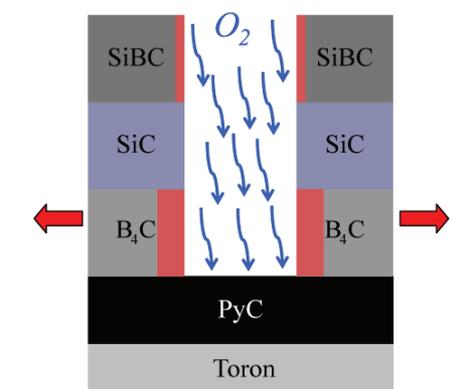


Figure III.16 : Schématisation de l'oxydation des couches de carbure de bore et de  $\text{SiBC}$  dans la matrice autocicatrisante.

Cependant, l'oxydation de la couche ternaire est supposée négligeable par rapport à celle du carbure de bore. Ainsi, dans ce travail nous allons considérer que seule l'oxydation

de la couche de carbure de bore va cicatrifier le composite. Les couches de carbure de bore présentes dans la matrice vont s'oxyder et former un oxyde de bore. Ce verre va combler les fissures et diminuer la pression en oxygène au cœur du matériau. Les oxydations du pyrocarbone et des torons de carbure de silicium seront ralenties voire stoppées. Il est donc indispensable de déterminer la hauteur de d'oxyde de bore formée lors de l'essai.

### II.2.1 Détermination d'une hauteur cicatrisée

En fonction de la température et surtout en présence d'oxygène, le carbure de bore forme un oxyde de bore liquide  $B_2O_{3(l)}$ . Cependant sous atmosphère humide, l'oxyde de bore créé avec l'oxygène se volatilise en présence de vapeur d'eau. De plus, sa volatilisation est aussi constatée sous atmosphères sèches pour des températures supérieures à  $800^\circ C$  (Chapitre I).

La vitesse d'oxydation lors de la cicatrification (Eq III.21) est la somme des vitesses d'oxydation des hauteurs de  $B_2O_{3(l)}$  formé par l'oxygène  $\left(\frac{\partial h_{B_2O_3}^{forme}}{\partial t}\right)$ , volatilisé par la vapeur d'eau  $\left(\frac{\partial h_{B_2O_3}^{volH_2O}}{\partial t}\right)$  et volatilisé au-dessus de  $800^\circ C$   $\left(\frac{\partial h_{B_2O_3}^{volT}}{\partial t}\right)$ .

$$\frac{\partial h_{B_2O_3}}{\partial t} [m.s^{-1}] = \frac{\partial h_{B_2O_3}^{forme}}{\partial t} - \frac{\partial h_{B_2O_3}^{volT}}{\partial t} - \frac{\partial h_{B_2O_3}^{volH_2O}}{\partial t}. \quad \text{Eq III.21}$$

Les trois vitesses d'oxydation évoluent de manière différente.

#### a. Vitesse d'oxydation du carbure de bore

Différentes études de la variation de masse du carbure de bore ( $B_4C_{(s)}$ ) par ATG montrent un comportement parabolique. Ce comportement est dû à la formation d'une couche d'oxyde de bore ( $B_2O_{3(l)}$ ). En effet, plus la couche d'oxyde de bore formé va être importante, plus l'oxygène à travers le bouchon de  $B_2O_{3(l)}$  aura des difficultés à atteindre le carbure de bore. De plus, comme l'oxydation du carbure de bore est thermoactive, une loi d'Arrhenius est utilisée pour déterminer la vitesse de formation de l'oxyde de bore (Eq III.22). Pour des raisons de simplification, la pression en oxygène qui oxyde la couche de carbure de bore est supposée la même que celle définie par le chargement, soit  $P_{O_2}^{ext}$ .

La vitesse de formation de l'oxyde de bore est alors fonction de cette pression en oxygène :

$$\frac{\partial h_{B_2O_3}^{forme}}{\partial t} [m.s^{-1}] = \frac{1}{2h_{B_2O_3}^{forme}(t)} k_0^{forme} \exp\left(-\frac{E_a^{forme}}{RT(t)}\right) (P_{O_2}^{ext}(t))^{n_{B_2O_3}^{forme}} \quad \text{Eq III.22}$$

avec  $k_0^{forme}$  la constante d'oxydation en  $m^2.Pa^{-n}.s^{-1}$ ,  $E_a^f$  l'énergie d'activation en  $J.mol^{-1}$  correspondant à l'énergie nécessaire pour que la réaction d'oxydation débute.  $R$  est la constante universelle des gaz parfaits en  $J.mol^{-1}.K^{-1}$ ,  $T$  la température en K à l'instant  $t$  et  $n$  l'ordre de la réaction.

Finalement, si la température ou la pression en oxygène augmente, la formation d'oxyde de bore sera plus importante et rapide (Figure III.17).

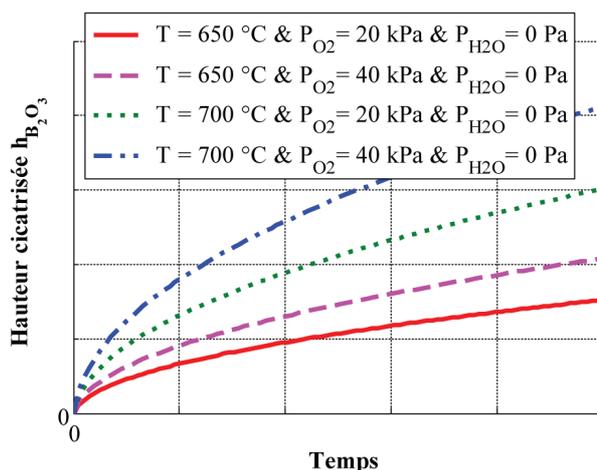


Figure III.17 : Évolution de la hauteur d'oxyde de bore sans volatilisation.

*b. Vitesse de volatilisation de l'oxyde de bore par la vapeur d'eau*

Cependant, en présence de vapeur d'eau, l'oxyde de bore  $B_2O_{3(l)}$  formé par oxydation du carbure de bore se volatilise. Les analyses par ATG montrent que la cinétique de volatilisation de l'oxyde de bore en présence d'eau est linéaire. Ainsi, la vitesse de volatilisation du  $B_2O_{3(l)}$  est définie dans le modèle en fonction de la pression en vapeur d'eau ( $P_{H_2O}$ ) déterminée lors du chargement :

$$\frac{\partial h_{B_2O_3}^{volH_2O}}{\partial t} [m.s^{-1}] = k_0^{volH_2O} \exp\left(-\frac{E_a^{volH_2O}}{R.T(t)}\right) \cdot (P_{H_2O}(t))^m^{volH_2O} \quad \text{Eq III.23}$$

où  $k_0^{volH_2O}$  est la constante positive de volatilisation du  $B_2O_{3(l)}$  sous vapeur d'eau en  $m.Pa^{-n}.s^{-1}$ ,  $E_a^{volH_2O}$  l'énergie d'activation en  $J.mol^{-1}$ ,  $R$  est la constante universelle des gaz parfaits en  $J.mol^{-1}.K^{-1}$ ,  $T$  la température en K,  $P_{H_2O}$  la pression en eau donnée par le chargement en Pa et  $m$  l'ordre de la réaction.

Quand la pression en vapeur d'eau augmente, la quantité d'oxyde de bore volatilisé augmente également et donc la hauteur d'oxyde de bore formé se crée moins rapidement (Figure III.18).

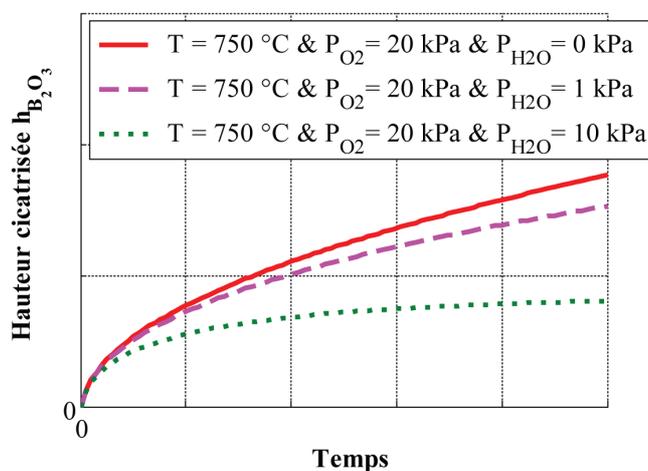


Figure III.18 : Influence de la pression en vapeur d'eau sur la hauteur de cicatrison.

## c. Vitesse de volatilisation de l'oxyde de bore par la température

Enfin, les études d'oxydation du carbure de bore montrent qu'à partir d'une température  $T_{volT}^{B_2O_3}$ , l'oxyde de bore se volatilise en présence d'oxygène [Garitte E, 2007], [Martin X, 2003] et que sa cinétique de volatilisation est linéaire. Contrairement à la volatilisation du  $B_2O_{3(l)}$  par la vapeur d'eau, la vitesse de volatilisation de l'oxyde de bore est définie uniquement en fonction de la température par une loi d'Arrhenius,

$$\frac{d\delta h_{B_2O_3}^{volT}}{dt} [m.s^{-1}] = h_v (T(t) - T_{volT}^{B_2O_3}) k_0^{volT} \exp\left(-\frac{E_a^{volT}}{R.T(t)}\right) \quad \text{Eq III.24}$$

avec  $k_0^{volT}$  la constante de volatilisation du  $B_2O_{3(l)}$  en température en  $m.s^{-1}$ ,  $E_a^{volT}$  l'énergie d'activation de la réaction en  $J.mol^{-1}$ ,  $R$  la constante universelle des gaz parfaits en  $J.mol^{-1}.K^{-1}$ ,  $T$  la température en K.

Enfin, comme la volatilisation de l'oxyde de bore est active à partir d'une température  $T_{volT}^{B_2O_3}$ , une fonction d'Heaviside est utilisée dans le calcul de la vitesse de volatilisation en température du  $B_2O_{3(l)}$  :

$$h_v (T(t) - T_{volT}^{B_2O_3}) = \begin{cases} 0 & \text{si } T(t) < T_{volT}^{B_2O_3} \\ 1 & \text{si } T(t) \geq T_{volT}^{B_2O_3} \end{cases}, \quad \text{Eq III.25}$$

De cette manière, en dessous de cette température la vitesse de volatilisation de l'oxyde de bore en température est nulle.

Ainsi, la prise en compte de la volatilisation de l'oxyde de bore à haute température conduit à un ralentissement de la hauteur cicatrisée dans le matériau avec l'élévation de la température (Figure III.19).

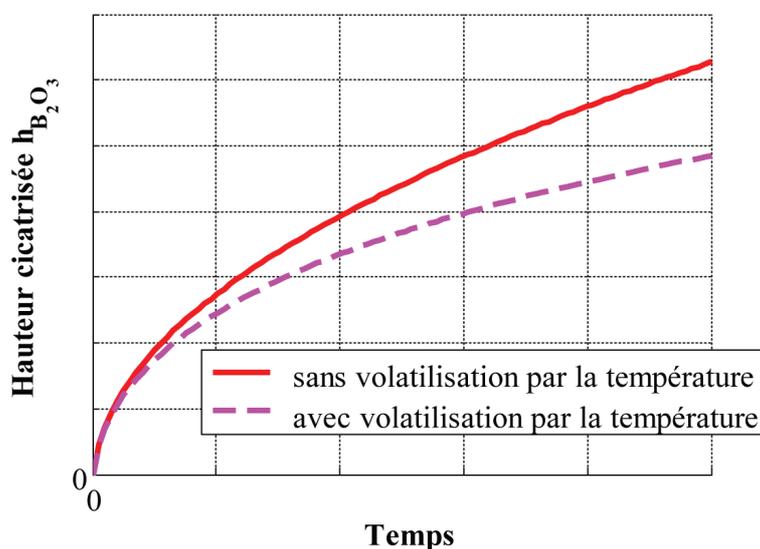


Figure III.19 : Influence de la volatilisation de l'oxyde de bore avec la température  
( $T = 900^\circ C$  et  $P_{O_2}^{ext} = 20 \text{ kPa}$ ).

On a donc deux phénomènes différents : à température modérée ( $T < T_{volT}^{B_2O_3}$ ), la cicatrisation augmente avec la température et pour les hautes températures ( $T > T_{volT}^{B_2O_3}$ ), l'augmentation de la température limite la cicatrisation par volatilisation de l'oxyde de bore.

Finalement, en fonction de la température et des pressions en oxygène et vapeur d'eau données par le chargement la hauteur de cicatrisation  $h_{B_2O_3}$  peut être connue.

### II.3 Concentration d'oxygène au niveau des torons

La formation de cet oxyde de bore liquide va venir combler la fissure. Soit  $h^{ouv}$  l'ouverture effective (Figure III.20).

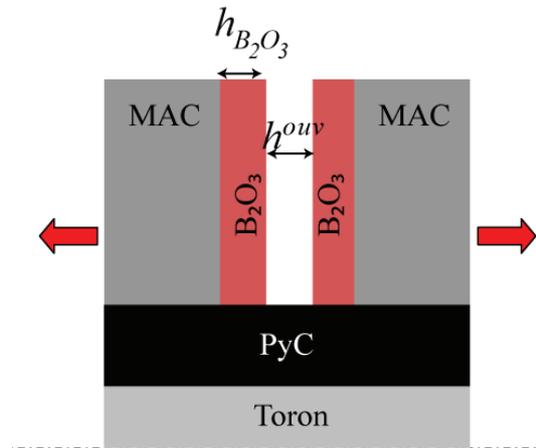


Figure III.20 : Schématisation de l'ouverture effective matricielle cicatrisée en fonction de la hauteur cicatrisée.

L'ouverture effective (Eq III.26) pour les torons longitudinaux va alors être la différence entre l'ouverture de fissure matricielle purement mécanique ( $h^m$ ) et la hauteur de cicatrisation  $h_{B_2O_3}$  :

$$h^{ouv}(t) = h^m(t) - h_{B_2O_3}(t). \quad \text{Eq III.26}$$

Néanmoins, sous sollicitation de fatigue et plus particulièrement lors des phases de décharge, la question de l'effet du chargement sur le bouchon se pose. Actuellement, aucune réponse concrète ne peut être donnée. Cependant, plusieurs scénarii peuvent être envisagés.

Le premier scénario envisagé est que lors de la phase de décharge ou lors du cycle caractéristique de fatigue, le bouchon formé préalablement est expulsé soit vers les macropores, soit vers l'extérieur du composite. Dans ce cas, lors de l'augmentation de la contrainte au cours du cyclage le bouchon d'oxyde de bore doit se reformer (Figure III.21).

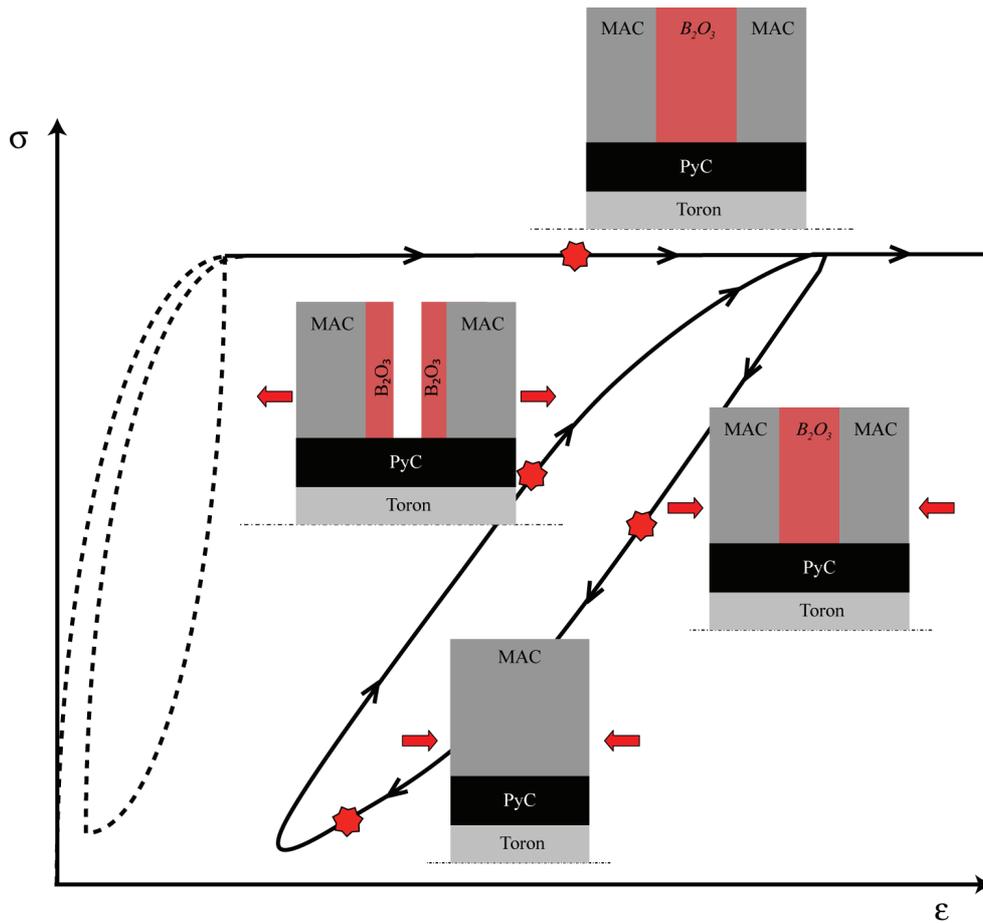


Figure III.21 : Effet du cyclage sur l'oxyde de bore avec l'hypothèse de l'éjection du bouchon.

Le second scénario envisagé est que, lors des phases de décharge, le bouchon d'oxyde de bore n'est pas expulsé, mais perd de son efficacité. En effet, lors du cyclage, l'ouverture/fermeture des fissures empêche la création d'un bouchon qui viendrait combler l'intégralité de la fissure lorsqu'elle est entièrement ouverte mais il y a toujours accès d'oxygène lorsque la fissure est à son maximum d'ouverture (Figure III.22). A l'opposé, lors d'un fluage, la fissure est toujours totalement ouverte et l'oxyde de bore a la possibilité de remplir complètement cette ouverture et donc de stopper efficacement la progression de l'oxygène. Avec cette hypothèse, on voit clairement apparaître un rôle à la fois de la fréquence et du rapport de charge.

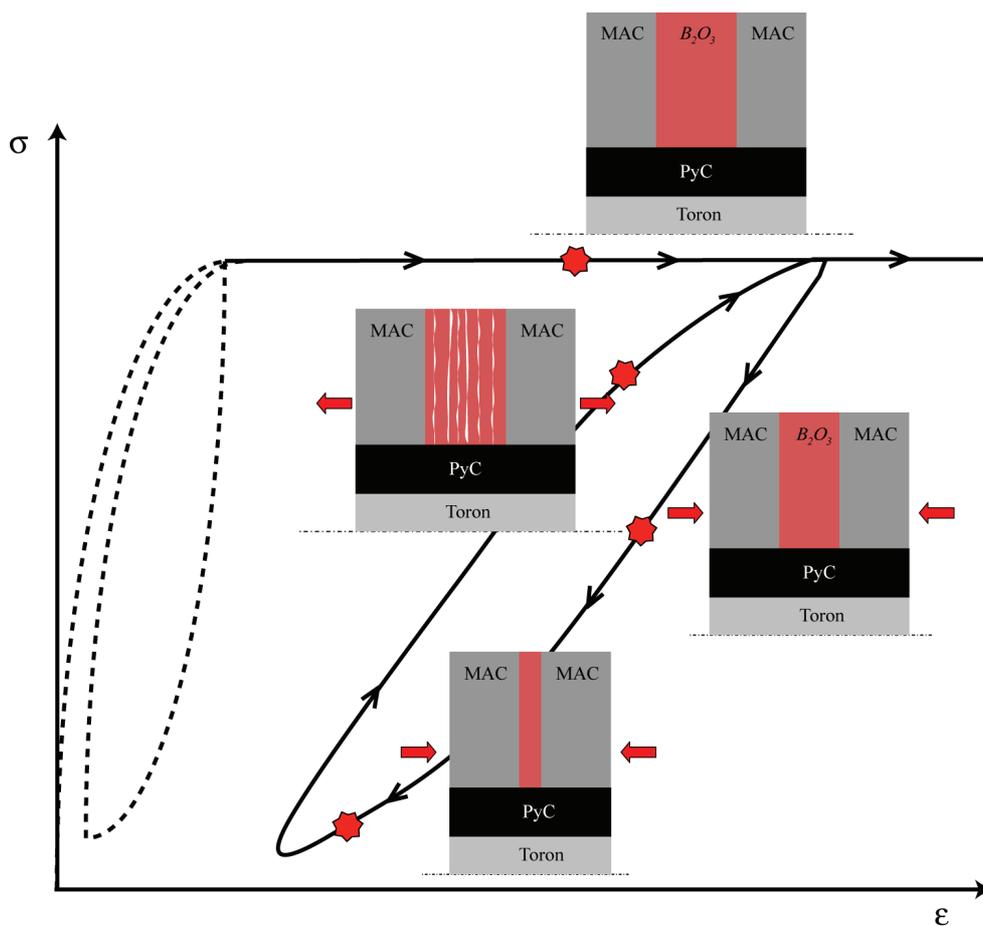


Figure III.22 : Effet du cyclage sur l'oxyde de bore : Perte d'efficacité.

Dans les deux scénarii, pendant la montée en charge du cycle, l'oxydation des interphases et des torons peut avoir lieu et diminuer la durée de vie du matériau. Cependant, le premier scénario semble moins réaliste que le second. Enfin, nous pouvons penser que la fréquence de sollicitation joue un rôle sur le comportement du bouchon. En effet, si la fréquence de sollicitation est trop importante, le bouchon n'a pas le temps de se reformer pour cicatriser le matériau. Ainsi, un paramètre  $\xi_{B_2O_3}$  fonction du rapport des forces thermodynamiques ( $\Delta y$ ) et de la fréquence  $f$  est introduit dans le calcul de l'ouverture effective :

$$h^{ouv}(t) = h^m(t) - \xi_{B_2O_3}(\Delta y, f) \cdot h_{B_2O_3}(t). \quad \text{Eq III.27}$$

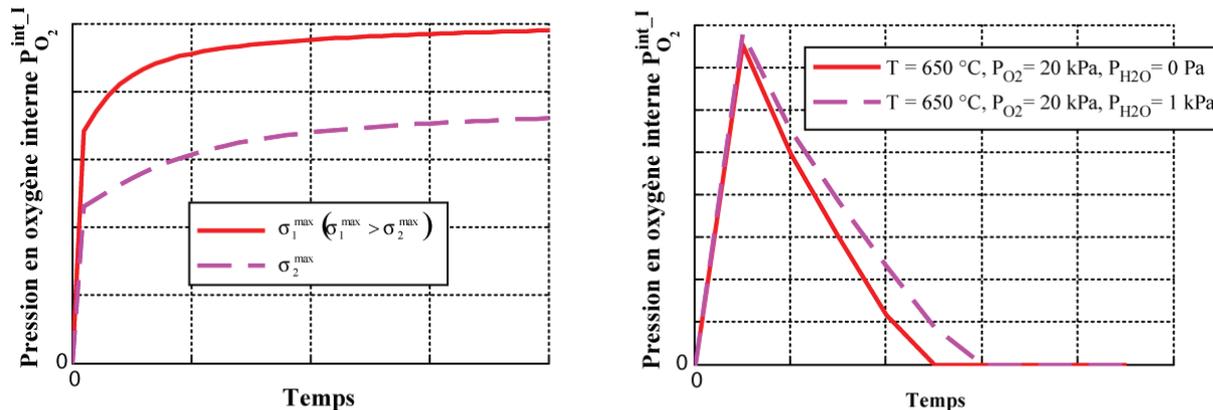
avec  $\xi_{B_2O_3} = 1$  correspondant à une efficacité totale du bouchon d'oxyde de bore et  $\xi_{B_2O_3} = 0$  annulant complètement l'effet bénéfique de la cicatrisation. Ainsi, la pression en oxygène qui va oxyder l'interphase et les fibres d'un toron sera alors fonction de cette ouverture effective de fissure matricielle cicatrisée.

Plus la cicatrisation dans le matériau sera importante, plus la pression et donc la concentration en oxygène  $C_{O_2}^{int}$  diminueront :

$$P_{O_2}^{int} = \frac{\alpha^{ouv} \cdot h^{ouv}}{1 + \alpha^{ouv} \cdot h^{ouv}} P_{O_2}^{ext}. \quad \text{Eq III.28}$$

La Figure III.23 montre l'évolution de la pression interne en oxygène en fonction du chargement et de l'environnement. Tout d'abord, la Figure III.23a représente l'évolution de

cette pression en oxygène en fonction du chargement (à 450°C c'est-à-dire sans cicatrisation). Les deux simulations sont réalisées avec le même rapport de charge, mais pas à la même contrainte maximale. Plus la contrainte maximale du cycle de fatigue est importante, plus les fissures seront ouvertes. Ainsi, la pression en oxygène au sein du composite augmente. En comparant la Figure III.23a et la Figure III.23b, représentant respectivement l'évolution de la pression interne en oxygène à 450°C (sans cicatrisation) et avec cicatrisation (T = 650°C), les simulations à 650°C montrent une diminution de la pression. Ce résultat provient du fait qu'à 650°C, la cicatrisation du matériau a lieu, ralentissant et stoppant l'oxygène au cœur du matériau. Par ailleurs, l'augmentation de la vapeur d'eau va retarder la cicatrisation du matériau, la pression en oxygène sera alors plus importante dans le matériau (Figure III.23b).



(a) Influence du chargement à 450°C (sans cicatrisation).

(b) Influence de l'environnement (température, pression en  $O_2$  et  $H_2O$ ).

Figure III.23 : Influence du chargement et de la cicatrisation sur la pression interne en oxygène dans le modèle.

---

**BILAN**

---

Pour prévoir la durée de vie des composites à matrice céramique autocicatrisante  $\text{SiC}_f/\text{SiBC}_m$  en fonction de l'environnement (sec et/ou humide) et de la température, un modèle physico-chimique a été introduit dans le modèle de durée de vie. Ce modèle physico-chimique permet de prendre en compte l'effet de l'environnement sur la durée de vie des fibres de carbure de silicium. L'environnement va entraîner, d'un point de vue macroscopique, une diminution du seuil à rupture des torons et conduire à la ruine du composite. De plus, la perte de rigidité du composite mais également l'augmentation des déformations résiduelles et du report de charge sur les torons dus à l'oxydation de l'interphase ont été prises en compte dans le modèle de durée de vie. Pour cela, un taux de décohésion, fonction des longueurs de pyrocarbone oxydé, est introduit dans le modèle de durée de vie purement mécanique. Enfin, dans le modèle, l'effet de la cicatrisation va modifier la quantité d'oxygène au sein du matériau. L'oxydation de l'interphase et des torons, qui dépend de cette concentration en oxygène, va alors être ralentie voire stoppée et de fait, va avoir une influence sur la durée de vie du matériau.

Dans ce chapitre, nous avons expliqué la modélisation de la cicatrisation dans les composites à matrice céramique lors d'une sollicitation uniaxiale sens chaîne. Dans le cas d'une sollicitation sens trame, les mêmes effets de l'oxydation sur les torons transverses sont introduits dans le modèle de durée de vie. Les fissures à  $\pm 45^\circ$ , créées lors d'un cisaillement, sont majoritairement localisées dans la matrice inter toron, mais elles peuvent quand même être des chemins pour l'oxygène. Ne possédant pas d'informations expérimentales sur l'effet des oxydations sur le comportement à  $\pm 45^\circ$ , nous supposons que ces fissures auront un effet moindre que les fissures dans les directions 1 ou 2.

Des coefficients ont été introduits dans le calcul du tenseur des souplesses matricielles et des déformations stockées pour réduire l'effet de l'oxydation du pyrocarbone sur le comportement. Lors d'un chargement plan ou hors plan, les fissures hors plan sont parallèles aux torons longitudinaux et transverses. On considère que l'oxygène présent dans ces fissures ne pourra pas oxyder les interphases des deux torons. Ainsi, dans le modèle de durée de vie aucun effet physico-chimique dans le cas de fissures hors plan ( $d_3^m$ ) n'est pris en compte. Le cas des sollicitations multiaxiales sera rediscuté dans le chapitre IV.

En associant les modélisations proposées dans le chapitre II (aspects mécaniques en statique, en fluage et en fatigue) et dans le chapitre III (aspects physico-chimiques et effets sur le comportement du matériau), il est possible de construire un modèle complet, tridimensionnel nécessaire à la prévision de la durée de vie de pièces en composites à matrice céramique.

Mais avant de parler de ce modèle complet, il nous est apparu intéressant d'examiner dans le chapitre suivant la mise en œuvre d'un modèle simplifié uniaxial. Le but de ce modèle 1D est à la fois de vérifier la pertinence des formulations proposées et d'étudier le rôle de chaque coefficient. Ainsi, il sera possible de proposer une démarche d'identification de ces coefficients mais également de regarder les algorithmes à utiliser pour optimiser les temps de calculs.



---

## CHAPITRE IV : PROPOSITION D'UN MODÈLE SIMPLIFIÉ POUR FACILITER LA MISE EN ŒUVRE ET L'IDENTIFICATION

---

---

I. Partie statique du modèle simplifié de durée de vie.....	94
I.1 Équations du modèle simplifié.....	94
I.2 Algorithmes.....	96
I.3 Influence des coefficients.....	102
I.4 Identification.....	104
II. Partie « Fatigue » du modèle de durée de vie.....	112
II.1 Équations du modèle simplifié.....	112
II.2 Algorithmes du modèle de fatigue.....	113
II.3 Sensibilité des coefficients.....	118
II.4 Identification.....	120
III. Partie « Physico-chimique » du modèle de durée de vie.....	128
III.1 Mise en œuvre du modèle de durée de vie.....	128
III.2 Équations et algorithmes du modèle simplifié.....	131
III.3 Identification des cinétiques d'oxydation.....	138
III.4 Identification des deux nuances.....	143
Bilan.....	149

---

Afin de prévoir la durée de vie des composites à matrice céramique de type  $\text{SiC}_f/\text{SiBC}_m$  un modèle de durée de vie multiaxial a été développé dans le Chapitre II et le Chapitre III. Ce modèle de durée de vie qui couple un modèle de durée de vie purement mécanique avec un modèle physico-chimique est composé d'un certain nombre de coefficients à identifier. Cependant, la base expérimentale actuellement disponible ne permet pas d'identifier tous les coefficients ont été réalisés, les essais de fluage et de fatigue sont uniquement sollicités dans le sens chaîne. Au vu des essais, il a été choisi dans ce travail de développer un second modèle de durée de vie légèrement modifié par rapport au premier pour en faciliter l'identification. Ce modèle est une version uniaxiale du modèle de durée de vie complet présenté dans le Chapitre II et le Chapitre III. Comme pour le modèle précédent, il comprend trois parties :

- Une partie statique uniaxiale qui est simplifiée par rapport au modèle d'endommagement ODM.
- Une partie purement mécanique qui au moyen d'une loi d'accroissement de l'endommagement permet de simuler des essais de fluage et de fatigue à température ambiante.
- Une partie physico-chimique qui permet de prendre en compte les effets des oxydations des fibres Nicalon dans les torons, des interphases de pyrocarbone et de la matrice multiséquencée avec son rôle autocicatrisant sur le comportement des CMCs.

Dans un premier temps, le but de ce chapitre est d'une part de vérifier la cohérence du modèle, en particulier les couplages entre les trois parties statique / fatigue / physico-chimie et d'autre part de faire une analyse du rôle et de la sensibilité des coefficients. De plus, l'identification des coefficients de ces trois parties du modèle de durée de vie est réalisée. Enfin, les simplifications apportées au modèle permettent de mieux expliquer le modèle de durée de vie complet mais surtout d'optimiser les algorithmes de résolution des équations afin d'optimiser la solution numérique du modèle.

Ainsi, nous allons présenter dans ce chapitre le modèle de durée de vie simplifié 1D en trois étapes :

- Le modèle statique,
- Le modèle de fatigue avec la loi d'accroissement de l'endommagement,
- Le modèle physico-chimique.

Pour chacune de ces trois étapes nous présenterons les équations du modèle, le rôle des coefficients et leur identification.

## I. PARTIE STATIQUE DU MODÈLE SIMPLIFIÉ DE DURÉE DE VIE

### I.1 Équations du modèle simplifié

Ce modèle statique uniaxial est une version uniaxiale un peu simplifiée du modèle d'endommagement ODM présenté dans le Chapitre II. La contrainte uniaxiale  $\sigma$  est calculée en fonction de la déformation  $\varepsilon$ , de la souplesse effective  $S^{eff}$ , du module élastique  $E_o$  et de la déformation résiduelle  $\varepsilon_r$  avec :

$$\sigma = E^{eff} . \varepsilon - E_o . \varepsilon^r \text{ avec } E^{eff} = \frac{1}{S^{eff}} . \quad \text{Eq IV.1}$$

La première simplification consiste à ne pas prendre en compte la rupture progressive des torons. Ainsi la souplesse effective est définie en fonction de la souplesse élastique initiale  $S^0$ , de l'endommagement matriciel  $d^m$  et de la fermeture de fissure  $\eta^m$ . La souplesse élastique initiale correspond bien au premier terme du tenseur des souplesses élastique  $\frac{I}{E_0}$ , conduisant à une expression simplifiée de la souplesse effective :

$$S^{eff} = S^0 + \eta^m d^m S^0 = \frac{1 + \eta^m d^m}{E_0}. \quad \text{Eq IV.2}$$

Seul l'endommagement matriciel  $d^m$  est introduit, mais la forme de sa cinétique est identique à celle déjà utilisée :

$$\begin{cases} g^m = d_c^m \cdot \left( 1 - \exp \left( - \frac{\langle \sqrt{y^m} - \sqrt{y_0^m} \rangle_+}{\sqrt{y_c^m}} \right)^{p^m} \right), \\ d^m = \sup_{\tau < t} (g^m(y^m)) \end{cases}, \quad \text{Eq IV.3}$$

avec  $(d_c^m, y_0^m, y_c^m, p^m)$  les coefficients matériau à identifier. Le passage du modèle multiaxial au modèle uniaxial permet de simplifier les forces thermodynamiques matricielles. En effet, les termes de couplage entre traction et cisaillement inter et intra-laminaire sont alors inutiles. Ainsi, la force thermodynamique s'exprime de la manière suivante :

$$y^m = \frac{I}{2} E^0 \cdot \varepsilon_+ \cdot \varepsilon_+ \quad \text{avec} \quad \varepsilon_+ = \langle \varepsilon \rangle_+. \quad \text{Eq IV.4}$$

L'index de désactivation,  $\eta^m$  permettant de prendre en compte l'ouverture des fissures a également été simplifié. Dans le modèle multiaxial, la formulation des index de désactivation permettait de prendre en compte une fermeture progressive des fissures. Dans le cas de ce modèle simplifié, le choix a été de considérer une fermeture instantanée des fissures à déformation nulle. Pour cela, l'index de désactivation est défini par une fonction d'Heaviside :

$$\eta^m = h(\varepsilon). \quad \text{Eq IV.5}$$

Ainsi pour une déformation positive, l'index de désactivation vaut 1 signifiant que les fissures sont ouvertes. Alors que pour une déformation négative ce dernier est nul indiquant que les fissures sont fermées. De plus, le choix de considérer que les fissures sont fermées à déformation nulle rend inutile l'utilisation des déformations stockées.

Enfin, la déformation résiduelle correspondant dans ce cas (pas de déformation stockée) à la déformation à contrainte nulle est identique à celle du modèle complet mais devient pour le modèle uniaxial :

$$\dot{\varepsilon}^r = \chi \cdot d^m \cdot K^{eff} \cdot \varepsilon \quad \text{Eq IV.6}$$

avec  $\chi$  un paramètre matériau et  $K^{eff}$  défini par :

$$K^{eff} = S^0 \cdot E^{eff} \cdot (\eta^m \cdot S^0) E^{eff} = \frac{\eta^m}{(1 + \eta^m \cdot d^m)^2}. \quad \text{Eq IV.7}$$

Enfin, la rupture produite par les torons n'est pas prise en compte dans la modèle 1D et la fermeture des fissures est instantanée et a lieu pour  $\varepsilon = 0$ .

Toutefois, un critère de rupture a été défini afin d'estimer la contrainte, ou la déformation lors de la rupture. Il a été choisi d'utiliser le même formalisme que pour la force thermodynamique matricielle, avec en traction :

$$y_t = \frac{I}{2} \cdot E_o \cdot \varepsilon_+ \cdot \varepsilon_+ \text{ avec } \varepsilon_+ = \langle \varepsilon \rangle_+ \quad \text{Eq IV.8}$$

et en compression pour prendre en compte le rôle de l'endommagement créé en traction

$$y_c = \frac{I}{2} \cdot E_o \cdot \varepsilon_- \cdot \varepsilon_- \text{ avec } \varepsilon_- = \langle \varepsilon \rangle_- . \quad \text{Eq IV.9}$$

On considère alors qu'il y a rupture en traction si

$$\left( 1 + \alpha_{Rt} \left( \frac{d_{total}^{(m)}}{d_c^m} \right)^{n_{Rt}} \right) \cdot y_t \geq y_{0_t}^{toron} \quad \text{Eq IV.10}$$

et en compression lorsque

$$\left( 1 + \alpha_{Rc} \left( \frac{d_{total}^{(m)}}{d_c^m} \right)^{n_{Rc}} \right) \cdot y_c \geq y_{0_c}^{toron} . \quad \text{Eq IV.11}$$

Des coefficients  $\alpha_{Rt}$ ,  $n_{Rt}$ ,  $\alpha_{Rc}$  et  $n_{Rc}$  ont été introduits dans les deux critères de rupture. Rappelons que  $d_c^m$  correspond à la valeur de saturation de l'endommagement matriciel. De la même manière que pour le modèle 3D, dans le cas du modèle uniaxial simplifié, les critères de rupture sont déterminés en fonction de la déformation à rupture statique  $\varepsilon^{Rt}$  en traction :

$$y_{0_t}^{toron} = \left( 1 + \alpha_{Rt} \left( \frac{d_{total}^{(m)}}{d_c^m} \right)^{n_{Rt}} \right) \cdot y_t(\varepsilon^{Rt}) \quad \text{Eq IV.12}$$

et  $\varepsilon^{Rc}$  en compression :

$$y_{0_c}^{toron} = \left( 1 + \alpha_{Rc} \left( \frac{d_{total}^{(m)}}{d_c^m} \right)^{n_{Rc}} \right) \cdot y_t(\varepsilon^{Rc}) . \quad \text{Eq IV.13}$$

Les déformations de rupture  $\varepsilon^{Rt}$  et  $\varepsilon^{Rc}$  en traction et en compression sont déterminées grâce à des essais uniaxiaux de traction et de compression jusqu'à rupture.

## 1.2 Algorithmes

Le modèle d'endommagement ODM présente un caractère « explicite ». En effet, connaissant la déformation  $\varepsilon$ , l'index de désactivation ( $\eta^m$ ) et la force thermodynamique matricielle ( $y^m$ ) sont directement déterminés. Cette dernière permet ainsi de définir la variable d'endommagement liée à la matrice ( $d^m$ ). Les calculs précédents permettent alors de déterminer la rigidité effective liée à l'endommagement matriciel ( $E^{eff}$ ) et la déformation résiduelle. Finalement, tous les éléments sont calculés pour déterminer la contrainte ( $\sigma$ ). Les détails de cet algorithme sont présentés dans le Tableau IV.1.

Tableau IV.1: Algorithme explicite du modèle uniaxial d'endommagement statique ODM.

<p>Étape 1 : Calcul de l'index de désactivation matriciel</p> $\varepsilon \Rightarrow \eta^m$
<p>Étape 2 : Calcul de la force thermodynamique matricielle</p> $\varepsilon \Rightarrow y^m$
<p>Étape 3 : Calcul de l'endommagement matriciel</p> $y^m \Rightarrow d^m$
<p>Étape 4 : Calcul du tenseur de la rigidité effective</p> $d^m, \eta^m \Rightarrow S^{eff} \Rightarrow E^{eff}$
<p>Étape 5 : Calcul de la déformation résiduelle</p> $E^{eff}, \eta^m, d^m \Rightarrow \varepsilon^r$
<p>Étape 6 : Calcul de la contrainte</p> $E^{eff}, \varepsilon, \varepsilon^r \Rightarrow \sigma$

Toutes ces étapes sont des fonctionnelles dont la résolution est triviale. Toutefois, le calcul de la déformation résiduelle  $\varepsilon^r$  nécessite la résolution d'une intégrale. Ce point sera détaillé dans la suite du chapitre.

### I.2.1 Chargement en contrainte

Ce modèle (1D ou 3D) est explicite en déformation, mais pas en contrainte. Pour effectuer des chargements en contrainte, une méthode itérative de Newton-Raphson est utilisée [Besson J et al, 2001].

On suppose donc que la contrainte est imposée par le chargement. La déformation  $\varepsilon_i$  à l'itération  $i$  a été déterminée lors de l'itération précédente. Ainsi, on recherche la déformation à l'itération  $i+1$  avec une méthode de Newton-Raphson :

$$\varepsilon_{i+1} = \varepsilon_i + [K_t(\varepsilon_i)]^{-1} \Delta\sigma, \quad \text{Eq IV.14}$$

où  $K_t$  est la matrice tangente au point  $\varepsilon_i$  (Figure IV.1) et  $\Delta\sigma = \sigma_{i+1} - \sigma_i$ .

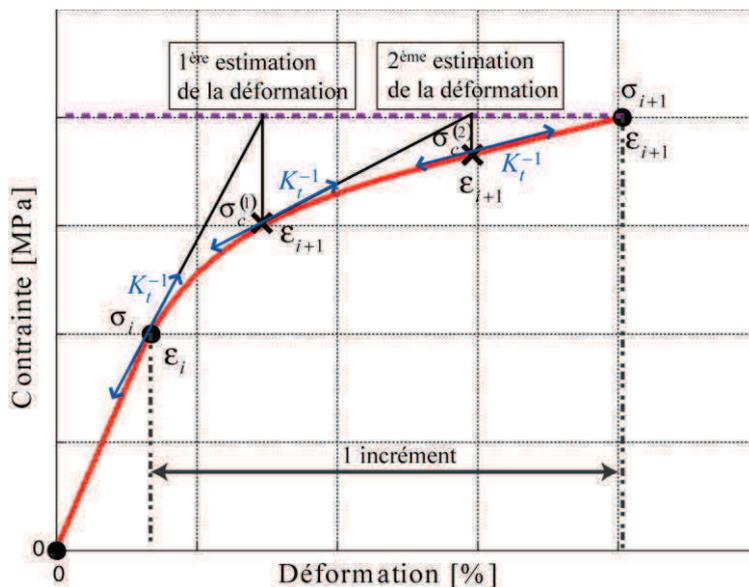


Figure IV.1: Principe de la méthode de Newton-Raphson.

La matrice tangente correspond alors à la dérivée de la contrainte par rapport à la déformation :

$$K_t = \frac{\partial \sigma}{\partial \varepsilon}. \quad \text{Eq IV.15}$$

Le modèle étant écrit en déformation, on peut calculer facilement la contrainte associée à la déformation  $\varepsilon_{i+1}$  déterminée par l'Eq IV.14. Notons  $\sigma_c^{(j)}$  la contrainte définie par la déformation  $\varepsilon_{i+1}$  à la  $j^{\text{ième}}$  itération :

$$\sigma_c^{(j)} = f(\varepsilon_{i+1}^j). \quad \text{Eq IV.16}$$

Le calcul de la déformation à l'itération  $i+1$  est réitéré jusqu'à avoir le résidu  $F_c$  inférieur à une certaine précision :

$$|F_c| = |\sigma_{i+1} - \sigma_c^{(j)}| \leq \text{Précision}. \quad \text{Eq IV.17}$$

Dans notre cas, nous considérons que la déformation déterminée par la méthode de Newton-Raphson est correcte quand le résidu en contrainte est inférieur à une précision de  $10^{-3}$  (MPa).

Pour utiliser la méthode de Newton-Raphson dans le modèle uniaxial, la matrice tangente du modèle doit être déterminée :

$$K_t = \frac{\partial \sigma}{\partial \varepsilon} = E^{\text{eff}} + \frac{\partial E^{\text{eff}}}{\partial \varepsilon} \cdot \varepsilon - E_0 \cdot \frac{\partial \varepsilon^r}{\partial \varepsilon}. \quad \text{Eq IV.18}$$

Tous les termes de la matrice tangente peuvent être calculés de manière analytique. Pour le premier terme, on obtient :

$$\frac{\partial E^{\text{eff}}}{\partial \varepsilon} = \frac{-E_0}{(1 + \eta^m \cdot d^m)^2} \left( \eta^m \cdot \frac{\partial d^m}{\partial \varepsilon} + d^m \cdot \frac{\partial \eta^m}{\partial \varepsilon} \right) = \frac{-\eta^m \cdot E_0}{(1 + \eta^m \cdot d^m)^2} \frac{\partial d^m}{\partial \varepsilon}. \quad \text{Eq IV.19}$$

La dérivée de l'index de désactivation par rapport à la déformation est un Dirac qui est considérée comme nulle en tout point. Le second terme est décomposé selon la relation suivante :

$$\frac{\partial \varepsilon^r}{\partial \varepsilon} = \frac{\partial \varepsilon^r}{\partial d^m} \cdot \frac{\partial d^m}{\partial \varepsilon} = \chi \cdot K^{eff} \cdot \varepsilon \cdot \frac{\partial d^m}{\partial \varepsilon} \quad \text{Eq IV.20}$$

avec :

$$\frac{\partial d^m}{\partial \varepsilon} = \frac{\partial d^m}{\partial g^m} \cdot \frac{\partial g^m}{\partial y^m} \cdot \frac{\partial y^m}{\partial \varepsilon} \quad \text{Eq IV.21}$$

et

$$\begin{cases} \frac{\partial d^m}{\partial g} = d_c^m \cdot p^m \cdot (g^m)^{p-1} \cdot \exp(-(g^m)^p) \\ \frac{\partial g}{\partial y} = \begin{cases} 0 & \text{si } y_{\max} \leq y_0^m \text{ ou } y^m < y_{\max} \\ 1 & \text{sinon} \end{cases} \\ \frac{\partial y}{\partial \varepsilon} = E_0 \cdot \varepsilon_+ \end{cases} \quad \text{Eq IV.22}$$

L'utilisation d'une méthode Newton-Raphson dans le modèle statique uniaxial permet alors de réaliser des simulations en imposant un chargement en contrainte. Lorsque l'on applique cette résolution, pour des chargements en déformation ou en contrainte, on constate une dépendance importante au nombre d'incrément (Figure IV.2). On a pu démontrer que l'influence du nombre d'incrément sur la simulation provient de la résolution de la déformation résiduelle. En effet en posant  $\chi = 0$ , il est possible de ne plus prendre en compte l'effet de la déformation résiduelle sur le comportement. Dans ce cas, la réponse contrainte / déformation converge très rapidement.

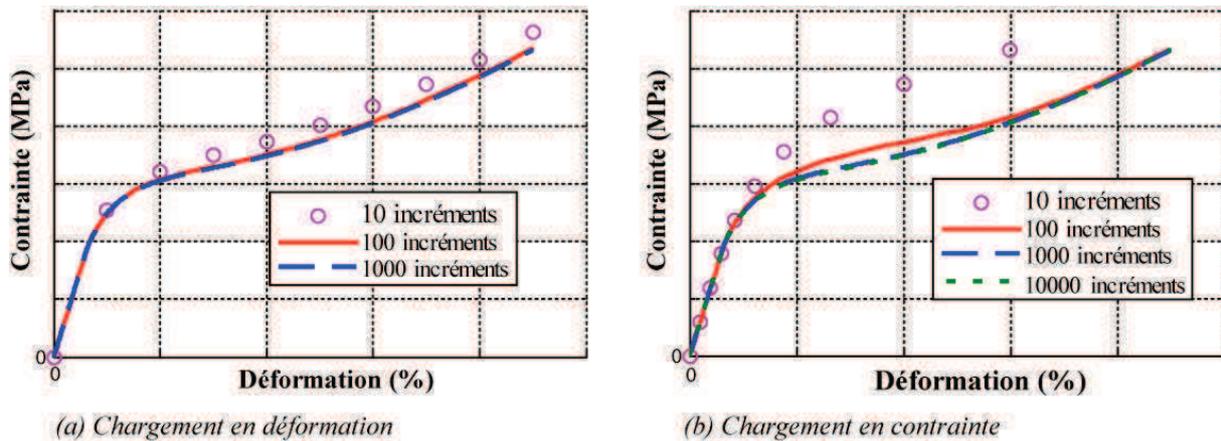


Figure IV.2 : Influence du nombre d'incrément sur la réponse contrainte / déformation.

### I.2.2 Évolution de la déformation résiduelle

Dans le paragraphe précédent sur la méthode de Newton-Raphson, la résolution de l'équation de la déformation résiduelle utilise une méthode d'Euler. Cette méthode explicite définit que la déformation résiduelle à l'incrément  $i+1$  comme la déformation résiduelle à l'incrément  $i$  plus une variation  $\Delta \varepsilon^r$  de la déformation résiduelle :

$$\varepsilon^r(i+1) = \varepsilon^r(i) + \Delta\varepsilon^r. \quad \text{Eq IV.23}$$

La variation de la déformation résiduelle est alors calculée par la méthode d'Euler

$$\Delta\varepsilon^r = \chi \cdot K^{eff} \cdot \Delta d^m \cdot \bar{\varepsilon}, \quad \text{Eq IV.24}$$

en fonction de la variation de l'endommagement

$$\Delta d^m = d^m(i+1) - d^m(i), \quad \text{Eq IV.25}$$

et de la déformation moyenne

$$\bar{\varepsilon} = \frac{1}{2}(\varepsilon(i+1) + \varepsilon(i)). \quad \text{Eq IV.26}$$

On constate une convergence correcte de la réponse contrainte / déformation résiduelle à partir de 1000 incréments lors d'un chargement simple de traction monotone (Figure IV.3).

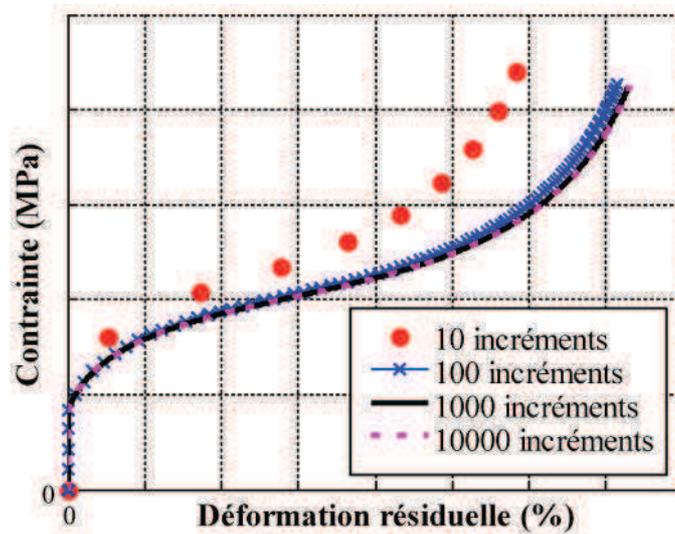


Figure IV.3 Influence du nombre d'incrément sur la réponse contrainte / déformation résiduelle par résolution de type Euler lors d'un chargement en déformation.

Il apparaît important de trouver une résolution plus efficace de cette intégrale en comparant d'une part une méthode des trapèzes et une méthode de quadrature de Gauss d'ordre 3. La méthode des trapèzes une fois l'intervalle discrétisé utilise les valeurs de la fonction à intégrer à chaque point de la discrétisation alors que la méthode de quadrature de Gauss d'ordre  $n$  nécessite le calcul en  $n$  points intermédiaires. Dans notre cas, la quadrature d'ordre 3 semble suffisante. Elle permet une bonne discrétisation des intervalles et demande un coût de calcul moindre que pour un ordre de quadrature de Gauss plus important. De plus, afin d'optimiser les temps de calcul, différents cas de résolution de la déformation résiduelle sont définis pour les deux méthodes. En effet, si l'endommagement est nul ou que les fissures sont fermées la déformation résiduelle est directement prise comme nulle. De la même manière, lors de phases de décharge l'endommagement matriciel n'évolue pas et les fissures restent ouvertes, la déformation résiduelle est directement définie comme étant égale à celle de l'incrément précédent.

La méthode des trapèzes s'appuie sur une interpolation linéaire par intervalle. Avec cette méthode la variation de la déformation résiduelle  $\Delta\varepsilon^r$  est alors définie par :

$$\Delta\varepsilon^r = \frac{1}{2} \cdot \chi \cdot [K^{eff}(\eta_{i+1}, d_{i+1}, \varepsilon_{i+1}) \cdot \varepsilon_{i+1} + K^{eff}(\eta_i, d_i, \varepsilon_i) \cdot \varepsilon_i] \Delta d^m. \quad \text{Eq IV.27}$$

En comparant la Figure IV.4 (méthode des trapèzes) et la Figure IV.3 (méthode d'Euler explicite), on constate que la méthode des trapèzes améliore significativement la convergence lors d'une sollicitation en déformation.

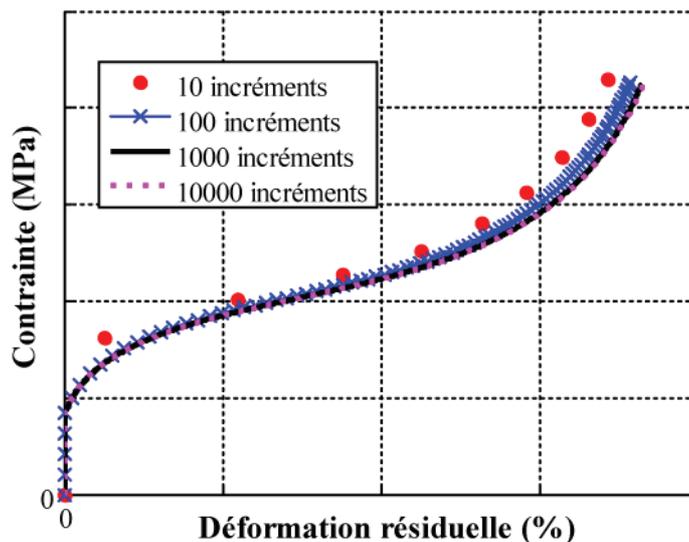


Figure IV.4 : Influence du nombre d'incrément sur la réponse contrainte / déformation résiduelle par une méthode des trapèzes lors d'un chargement en déformation.

Quant à l'utilisation d'une méthode de quadrature de Gauss d'ordre 3, la déformation résiduelle se calcule de la manière suivante :

$$\int_{t-dt}^t \varepsilon^r = \frac{dt}{2} \chi \cdot \left[ \sum_{i=1}^3 \omega_i K^{eff}(x_i) d^m(x_i) \cdot \varepsilon(x_i) \right] \quad \text{Eq IV.28}$$

où  $x_i$  et  $\omega_i$  correspondent respectivement aux points et aux poids associés à la méthode de quadrature de Gauss d'ordre 3. Les valeurs de ces points et poids sont définies dans le Tableau IV.2.

Tableau IV.2 : Les points  $x_i$  et les poids  $\omega_i$  associés à la méthode de quadrature de Gauss d'ordre 3.

<b>Points (<math>x_i</math>)</b>	$-\sqrt{\frac{3}{5}}$	0	$\sqrt{\frac{3}{5}}$
<b>Poids (<math>\omega_i</math>)</b>	$\frac{5}{9}$	$\frac{8}{9}$	$\frac{5}{9}$

L'utilisation d'une méthode de résolution par quadrature de Gauss permet une convergence des résultats avec peu d'incrément (Figure IV.5).

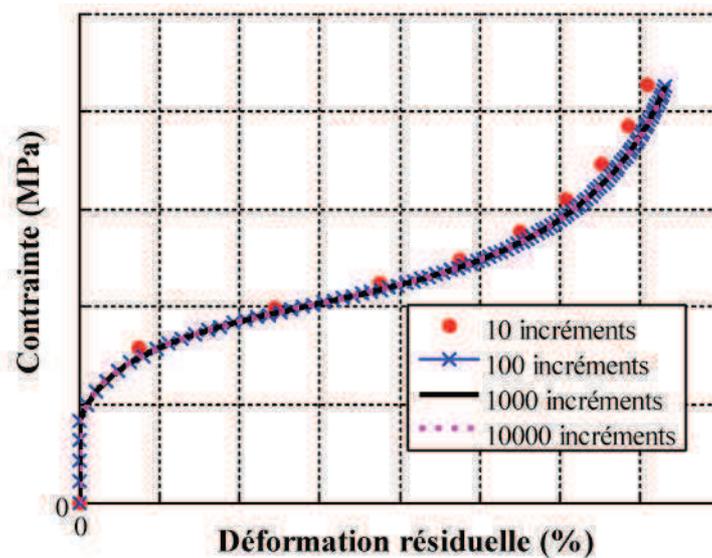


Figure IV.5 : Influence du nombre d'incrémentes sur la réponse contrainte / déformation résiduelle par une méthode de quadrature de Gauss d'ordre 3 lors d'un chargement en déformation.

Finalement, une méthode de résolution de la déformation résiduelle par une quadrature de Gauss semble plus appropriée en terme de convergence. Toutefois, cette méthode de résolution est plus coûteuse en temps de calcul que la méthode des trapèzes et encore plus que pour la résolution eulérienne. Cet inconvénient provient du fait que le modèle doit être recalculé en trois points. Pour des sollicitations assez simples, comme la traction monotone, il peut s'avérer plus efficace d'utiliser une résolution de type trapèze avec un peu plus d'incrémentes qu'une quadrature de Gauss.

Une fois, l'optimisation des algorithmes réalisée sept coefficients pour chaque sens de sollicitation sont à identifier pour le modèle uniaxial statique :

- le module élastique :  $E_0$ ,
- la cinétique d'endommagement matriciel
- le seuil d'endommagement matriciel :  $y_0^m$ ,
- la valeur de saturation de l'endommagement :  $d_c^m$ ,
- la vitesse d'évolution de l'endommagement :  $y_c^m$ ,
- la forme de la cinétique d'endommagement :  $p^m$ ,
- la déformation résiduelle :  $\chi$ ,
- la déformation à rupture  $\varepsilon^{Rt}$ .

### I.3 Influence des coefficients

La résolution numérique du modèle statique uniaxial a été optimisée. Toutefois, avant d'identifier les coefficients du modèle statique 1D, l'influence de ces coefficients doit être analysée.

Les paramètres de la loi d'évolution de l'endommagement matriciel (Eq IV.3) sont au nombre de quatre. Ces paramètres permettent de définir l'évolution de l'endommagement matriciel avec un seuil d'apparition  $y_0^m$ , une valeur de saturation de l'endommagement  $d_c^m$

(Figure IV.6) et de deux paramètres  $y_c^m$  et  $p^m$  pour régler la vitesse d'évolution. Notons que les coefficients du modèle ODM sont déterminés de manière aléatoires pour des raisons de confidentialité.

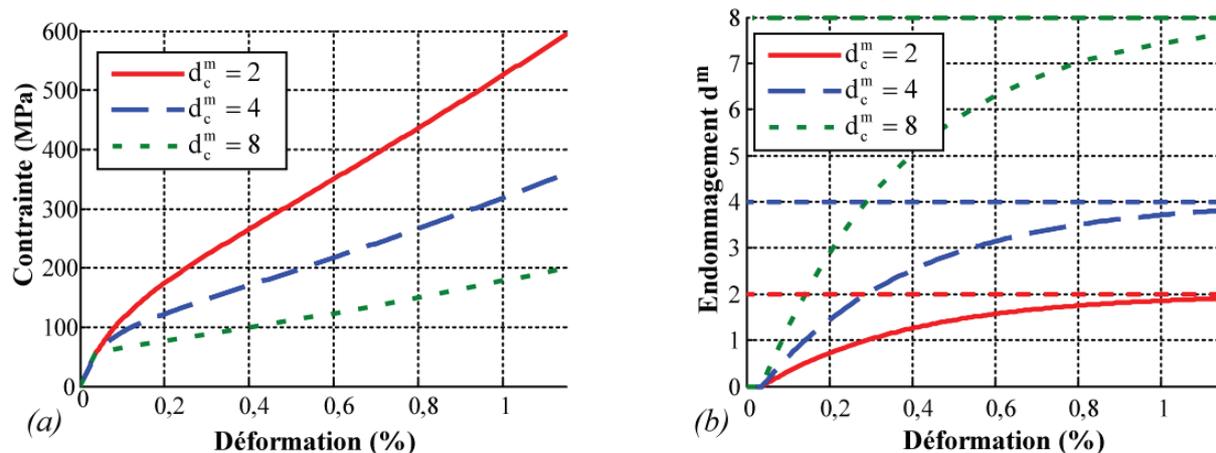


Figure IV.6 : Influence de la saturation de l'endommagement matriciel  $d_c^m$  (a) sur le comportement (b) sur l'endommagement ( $p^m = 1$ ,  $y_c^m = 1$  et  $y_0^m = 0,01$ ).

Plus précisément, le paramètre  $p^m$  permet de définir la pente (finie, infinie ou nulle) au début l'endommagement (Figure IV.7). Tandis que  $y_c^m$  influence la vitesse d'évolution de l'endommagement (plus  $y_c^m$  est grand, plus l'évolution de l'endommagement est ralentie).

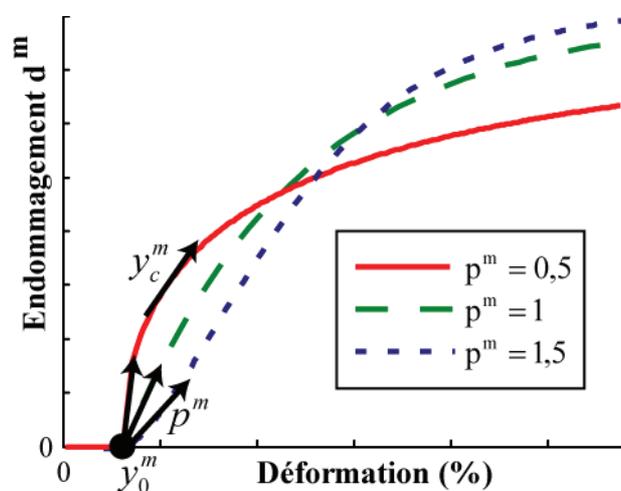


Figure IV.7 : Schématisation de l'influence des paramètres de la loi d'évolution de l'endommagement matriciel.

Le paramètre  $\chi$  permet de régler l'évolution de la déformation résiduelle (Eq IV.6). L'augmentation ou la diminution de ce dernier modifie d'une part la déformation à contrainte nulle (Figure IV.8), mais également la réponse contrainte/déformation, ce qui compliquera un peu le processus d'identification.

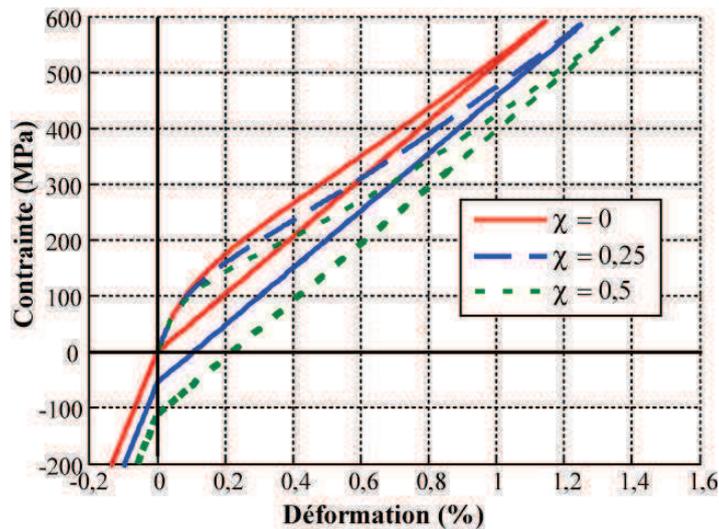


Figure IV.8 : Influence du paramètre  $\chi$  de la déformation résiduelle sur le comportement.

#### I.4 Identification

L'identification du modèle de durée de vie a été obtenue grâce aux résultats expérimentaux fournis par Snecma, Herakles, le LCTS, le MATEIS et l'Onera. Nous disposons de données expérimentales complémentaires pour deux nuances différentes de matériaux. Les conditions d'élaboration des deux nuances sont identiques, mais l'épaisseur des deux matériaux diffère (Annexe A Confidentielle). Dans la suite de ce chapitre, nous nommons le matériau de plus forte épaisseur A et B celui de plus faible épaisseur.

Le Tableau IV.3 répertorie le nombre et les types d'essais statiques disponibles pour identifier les deux nuances. Notons que tous ces essais ont été menés jusqu'à rupture.

Tableau IV.3 : Liste et caractéristiques des essais statiques disponibles pour les deux nuances.

Type de sollicitation	Sens de sollicitation	Température (°C)	Nombre d'essais
Traction incrémentale avec passage en compression	chaîne	TA	3 <sup>(1)</sup>
Traction incrémentale avec passage en compression	trame	TA	3 <sup>(1)</sup>
Traction incrémentale avec passage en compression	45°	TA	3 <sup>(1)</sup>

<sup>1</sup> Essais réalisés à l'Onera.

<b>Traction monotone</b>	chaîne	TA	8 <sup>(2)</sup>
	trame	TA	1 <sup>(2)</sup>
	45°	TA	1 <sup>(2)</sup>
	20°	TA	1 <sup>(2)</sup>
<b>Traction incrémentale</b>	chaîne	TA	15 <sup>(2)</sup>
	chaîne	450°C	1 <sup>(2)</sup>
	chaîne	650°C	1 <sup>(2)</sup>
	trame	TA	1 <sup>(2)</sup>
	trame	650°C	1 <sup>(2)</sup>
	45°	TA	2 <sup>(2)</sup>
	45°	650°C	1 <sup>(2)</sup>
	20°	TA	1 <sup>(2)</sup>

Dans le modèle uniaxial, chaque direction est considérée comme un matériau. Ainsi, pour les deux matériaux, chaque sens de sollicitation (chaîne, trame et à 45°) est identifié par un jeu de coefficients différent.

Le module élastique, la déformation à rupture, ainsi que le seuil et la valeur de saturation de l'endommagement peuvent être directement estimés par les résultats expérimentaux. Nous reviendrons plus en détails sur la déformation à rupture lors de l'identification du modèle de durée de vie.

#### I.4.1 Le module élastique

Le module élastique initial  $E_0$  est déterminé directement sur la réponse contrainte / déformation des essais. Ce module est une constante qui relie la contrainte de traction et la déformation pour un matériau élastique isotrope. Dans le cas du matériau endommageable, ce module est déterminé sur la partie linéaire du comportement (Figure IV.9).

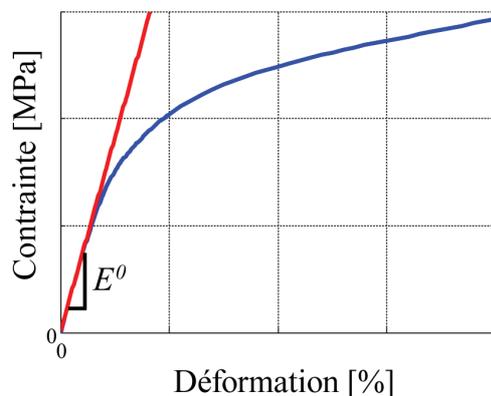


Figure IV.9 : Définition du module élastique initial.

<sup>2</sup> Essais réalisés par Herakles.

### I.4.2 La saturation de l'endommagement

La valeur à saturation de l'endommagement matriciel peut être estimée à l'aide des résultats expérimentaux. En effet, une des particularités des composites à matrice céramique est qu'un comportement linéaire apparaît avant la rupture. Cette linéarité correspond à la saturation de l'endommagement matriciel. La rupture prématurée de l'éprouvette ne permet pas toujours de détecter avec précision le début de cette partie linéaire. Toutefois, par interpolation de la courbe expérimentale contrainte / déformation et en tenant compte de la déformation résiduelle (Figure IV.10) il est possible d'estimer la pente de la partie linéaire à la saturation de l'endommagement  $E_{saturation}$ .

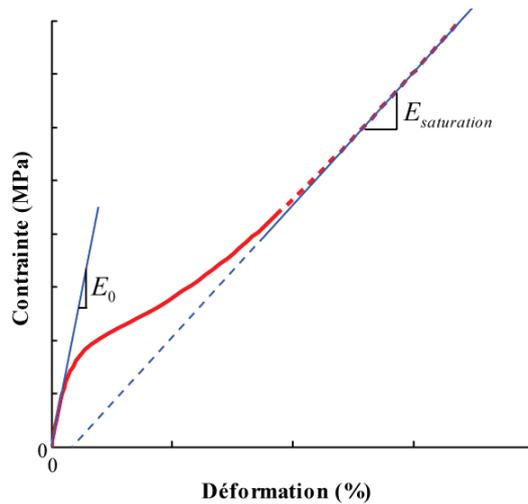


Figure IV.10 : Estimation de la pente lors de la saturation de l'endommagement matriciel.

L'endommagement matriciel  $d^m$  correspond alors à sa valeur de saturation  $d_c^m$  :

$$d_c^m = \frac{E_0}{E_{saturation}} - 1. \quad \text{Eq IV.29}$$

Néanmoins, ce résultat ne permet d'avoir qu'un ordre de grandeur de la valeur de saturation, car la détermination de la pente  $E_{saturation}$  de la saturation reste subjective.

### I.4.3 Le seuil d'endommagement matriciel

Le seuil d'endommagement matriciel peut être déterminé grâce aux données expérimentales d'émission acoustique. En effet, si le seuil de détection de l'émission acoustique est assez faible, on peut considérer que le début de l'émission acoustique correspond au début de l'endommagement matriciel (Figure IV.11).

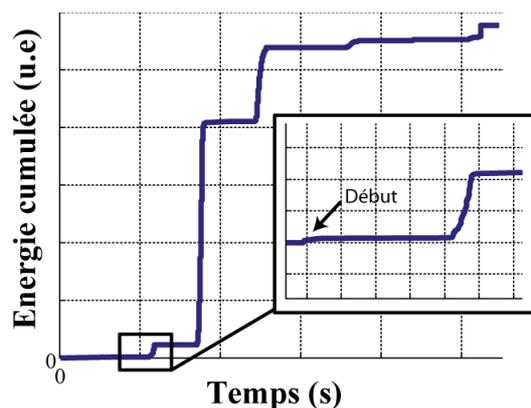


Figure IV.11 : Détection du seuil d'endommagement matriciel avec l'émission acoustique.

Il est aussi possible de valider voire d'identifier le début de l'endommagement en observant la perte de module. En traçant en fonction de la déformation le module sécant  $E$  de l'enveloppe des essais de traction incrémental, on constate que le module est assez constant au début de l'essai puis chute (Figure IV.12). Le début de la chute correspond au début de l'endommagement matriciel.

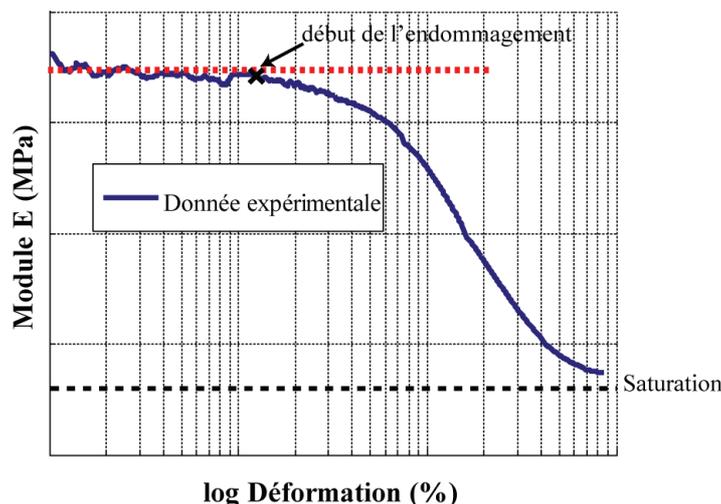


Figure IV.12 : Détection du seuil d'endommagement avec la perte de module.

Le module élastique, la valeur de saturation et le seuil d'endommagement peuvent donc être estimés grâce aux essais. Les trois autres coefficients, c'est-à-dire la vitesse d'évolution, la forme de la cinétique de l'endommagement et le coefficient de la déformation résiduelle, sont identifiés directement sur la courbe contrainte / déformation (ou sur la courbe de perte de module de la Figure IV.12). Notons qu'il a été choisi d'identifier le modèle par rapport à la contrainte dite efficace. Puisque le tissage des composites à matrice céramique rend difficile la mesure précise de l'épaisseur du matériau, deux épaisseurs peuvent être déterminées. La première correspond à l'épaisseur totale du composite mesurée à l'aide d'un pied à coulisse. Cette épaisseur est alors nommée épaisseur apparente et la contrainte dite apparente peut être calculée. La seconde épaisseur, dite épaisseur efficace correspond à "l'épaisseur de calage" théorique, soit l'épaisseur souhaitée après élaboration. C'est cette deuxième épaisseur qui a été choisie dans ce travail pour calculer la contrainte.

#### I.4.4 Résultats : La nuance A

Des essais de traction incrémentale avec passage en compression ont été réalisés à l'Onera (Tableau IV.3). Certains résultats de ces essais sont présentés dans l'Annexe A. Le

suivi de la déformation de ces essais est réalisé grâce à un extensomètre et par corrélation d'image. De plus, un capteur d'émission acoustique est placé sur les éprouvettes afin de suivre l'évolution de l'endommagement au cours de l'essai. Le seuil de détection du capteur de l'émission acoustique a été fixé à 20dB. Au total, neuf essais ont été réalisés :

- trois dans la direction chaîne,
- trois dans la direction trame,
- trois dans la direction 45°.

Dans le modèle uniaxial, chaque direction est considérée comme un "matériau" différent. Pour les trois directions, le module élastique et la valeur de saturation de l'endommagement ont été déterminés avec les méthodes présentées dans les paragraphes précédents. Les seuils d'endommagement matriciel pour les trois directions de sollicitation ont été identifiés grâce à l'émission acoustique et validés sur les courbes de perte de module (Figure IV.13, Figure IV.14 et Figure IV.15).

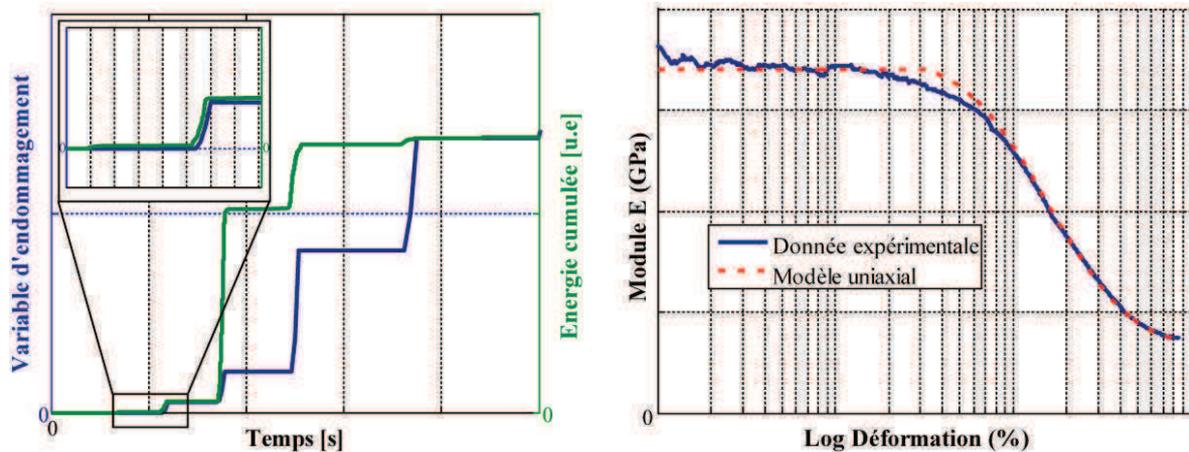


Figure IV.13 : Détermination du seuil d'endommagement matriciel par l'émission acoustique et la chute du module pour une sollicitation de traction incrémentale sens chaîne de la nuance A.

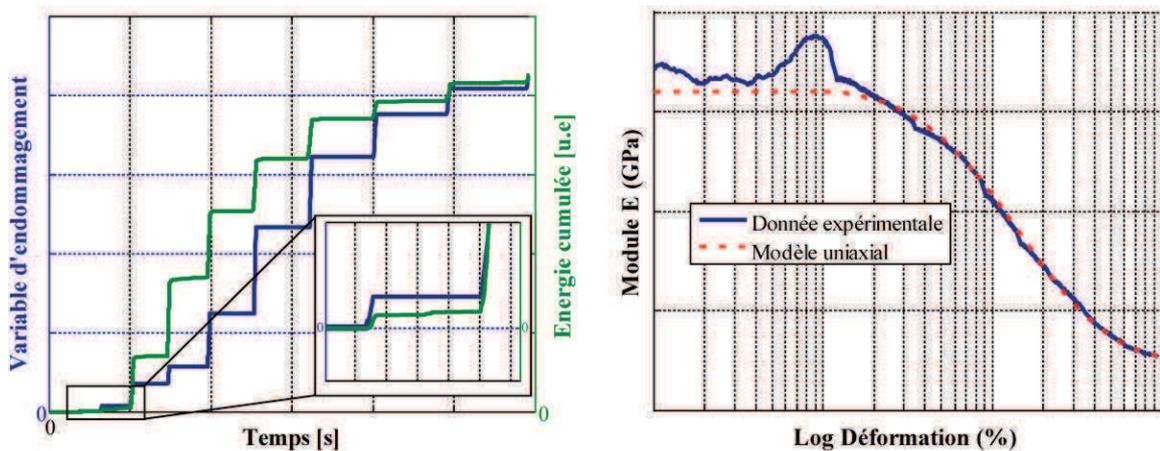


Figure IV.14 : Détermination du seuil d'endommagement matriciel par l'émission acoustique et la chute du module pour une sollicitation de traction incrémentale sens trame de la nuance A.

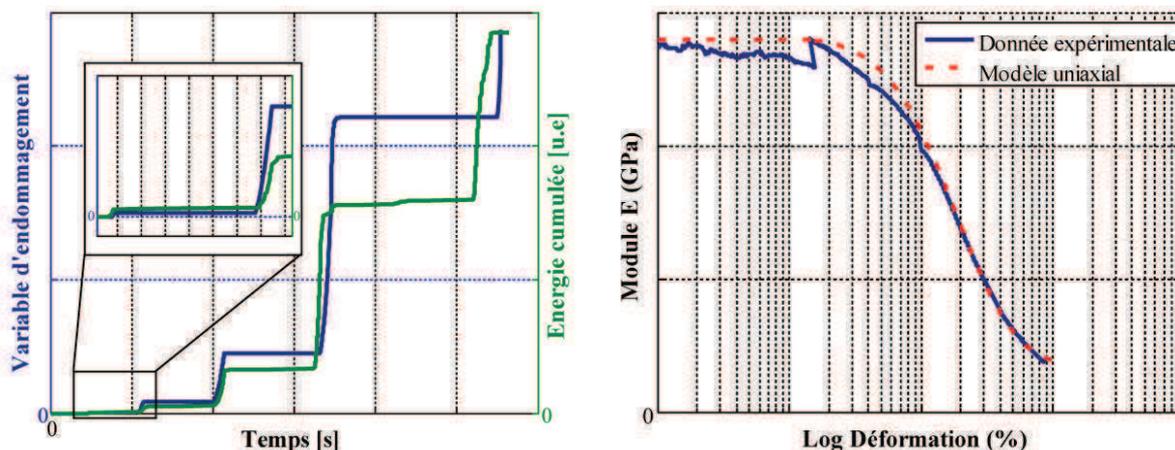


Figure IV.15 : Détermination du seuil d'endommagement matriciel par l'émission acoustique et la chute du module pour une sollicitation de traction incrémentale sens 45° de la nuance A.

Les autres coefficients ( $p^m$ ,  $y_c^m$ ,  $\chi$  et  $\varepsilon^{Rt}$ ) sont identifiés directement sur les courbes contrainte efficace / déformation. Les valeurs des coefficients du modèle ainsi que les courbes expérimentales non normées sont présentées dans l'Annexe A.

Les Figure IV.16 illustrent la bonne corrélation entre le modèle statique uniaxial et les essais de traction incrémentale avec passage en compression pour les trois sollicitations de la nuance A.

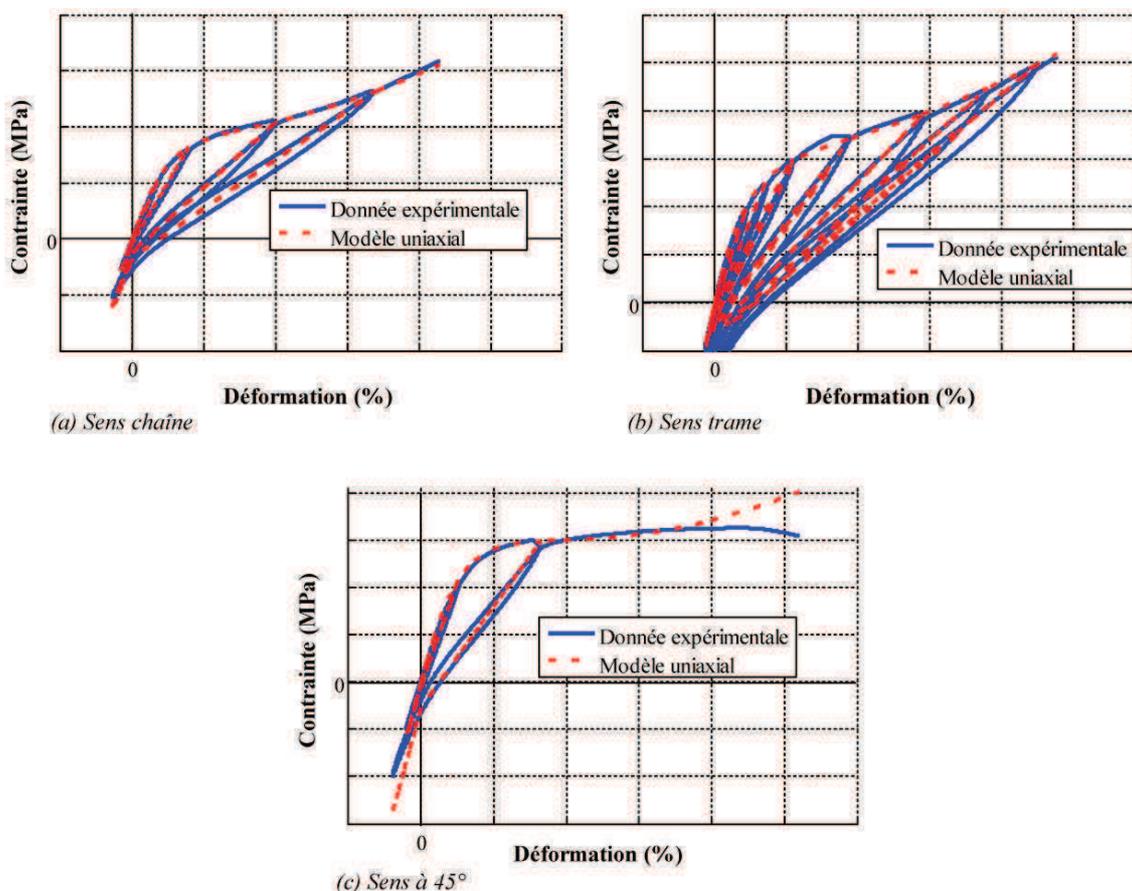


Figure IV.16 : Comparaison de la réponse contrainte efficace / déformation d'un essai de traction incrémentale avec passage en compression dont l'éprouvette est sollicitée dans trois directions avec le modèle ODM uniaxial pour la nuance A.

I.4.5 Résultats : La nuance B

Des essais de traction monotone et de traction incrémentale jusqu'à contrainte nulle ont été réalisés par Herakles. Le suivi de la déformation uniaxiale de ces différents essais a été réalisé par un extensomètre. De la même manière que pour les essais de la nuance A, des essais sur la nuance B ont été réalisés dans la direction chaîne, trame et à 45° du matériau. Ne disposant pas d'information d'émission acoustique, la détection du seuil d'endommagement est basée sur la perte de rigidité du composite (Figure IV.17a, Figure IV.18a et Figure IV.19a).

Les Figure IV.17b, Figure IV.18b et Figure IV.19b illustrent la bonne corrélation entre le modèle statique uniaxial et les essais de traction incrémentale avec passage en compression pour les trois sollicitations.

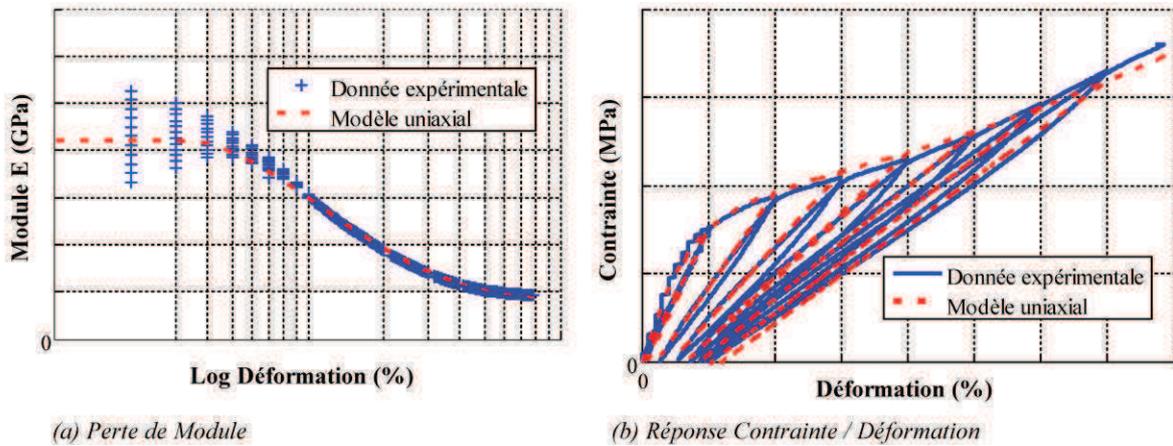


Figure IV.17 : Résultats de l'identification sens chaîne pour la nuance B.

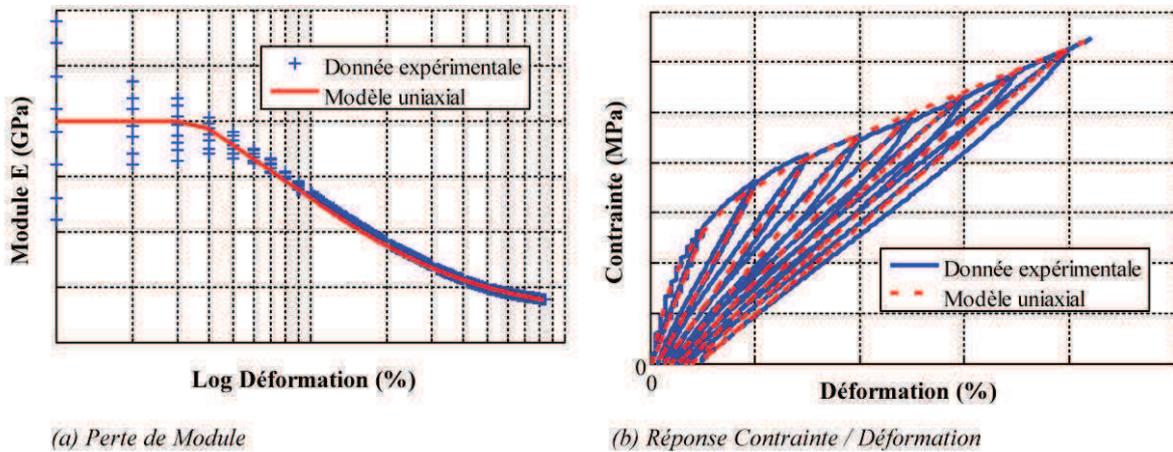


Figure IV.18 : Résultats de l'identification sens trame pour la nuance B.

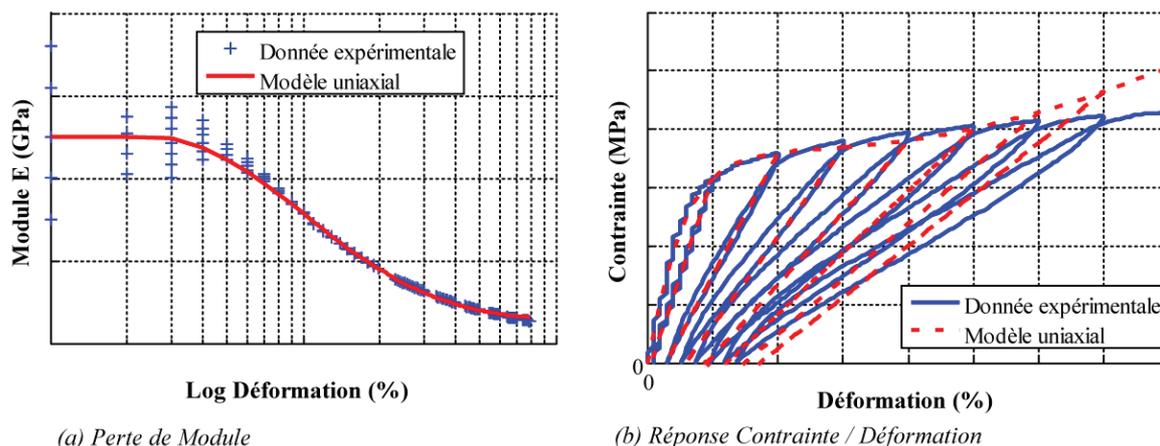


Figure IV.19 : Résultats de l'identification à 45° pour la nuance B.

De la même manière que pour la nuance A, les coefficients identifiés et les courbes non normées pour la nuance B sont présentées en Annexe A Confidentielle.

#### I.4.6 Prise en compte de la dispersion des résultats expérimentaux

L'élaboration des composites à matrice céramique est réalisée par consolidation par voie gazeuse et entraîne une dispersion des résultats de la réponse contrainte / déformation. En effet, en superposant une partie des essais de traction monotone réalisée sur la nuance B (Figure IV.20), une dispersion tant sur le module élastique initial que sur la forme de la partie non linéaire est constatée.

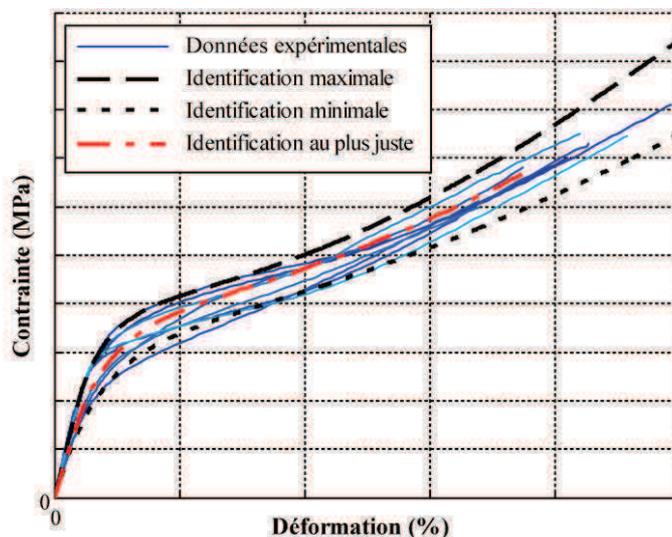


Figure IV.20 : Prise en compte de la dispersion des données expérimentales.

Au vu de ces résultats, plusieurs manières d'identifier le matériau sont envisageables. Tout d'abord, l'identification qu'on peut nommer "au plus juste" correspond à celle réalisée jusqu'à présent : elle consiste à choisir un essai "médian", ou la moyenne des essais afin d'identifier le modèle pour que la réponse contrainte / déformation issue du modèle soit la plus proche possible de celle issue de l'essai. Une seconde possibilité est d'utiliser l'enveloppe des résultats expérimentaux (Figure IV.20). Dans ce cas, deux types d'identification peuvent être réalisées. La première dite identification maximale considère la raideur et le seuil d'endommagement maximal de l'ensemble des essais. Cette identification est alors la plus optimiste pour le matériau. A l'inverse, l'identification dite minimale

considère la raideur et le seuil d'endommagement les plus faibles. Ce type d'identification permet alors de garantir une marge de sécurité sur les résultats obtenus.

## II. PARTIE « FATIGUE » DU MODÈLE DE DURÉE DE VIE

### II.1 Équations du modèle simplifié

Pour la prise en compte de l'accroissement de l'endommagement matriciel en fatigue, il n'y a pas de simplification majeure. Dans un premier temps, l'évolution de l'endommagement en fonction du nombre de cycles  $N$  est définie de la même manière que pour le modèle complet soit :

$$\frac{\partial d^m}{\partial N} = (d_c^{Fatigue} - d^m)^\gamma \left( \frac{\langle (1 - R_y)^\beta y_{\max}^{(m)} - y_0^{Fatigue} \rangle_+}{y_c^{Fatigue}} \right)^\delta, \quad \text{Eq IV.30}$$

avec  $\gamma, \beta$  et  $\delta$  des paramètres matériau à identifier.  $R_y$  correspond au rapport de charge appliqué sur les forces thermodynamiques :

$$R_y = \begin{cases} \frac{y_{\min}^{(m)}}{y_{\max}^{(m)}} & \text{si } y_{\max}^{(m)} > 0 \\ 0 & \text{si } y_{\max}^{(m)} = 0 \end{cases}, \quad \text{Eq IV.31}$$

permettant de prendre en compte l'effet caractéristique du rapport des contraintes d'un essai de fatigue. Le modèle est strictement identique au modèle complet avec les forces thermodynamiques matricielles définies de manière uniaxiale et similaire à l'Eq IV.4.

On rappelle que la déformation résiduelle est définie dans le modèle statique en fonction du temps :

$$\varepsilon_{sta}^r(t) = \chi_{sta} \cdot \int_0^{d^m(t)} K^{eff}(d) \varepsilon(t) \partial d. \quad \text{Eq IV.32}$$

Si l'on choisit un chargement piloté en déformation, il n'y a pas de problème car les déformations sont connues pendant le cycle, mais pour des chargements pilotés en contrainte la déformation va évoluer en fonction du nombre de cycles. Ainsi, la déformation résiduelle jusque là fonction du temps, doit dépendre du nombre de cycles  $N$ . Pour cela, dans le modèle uniaxial lors de chargements en fatigue, l'évolution de la déformation résiduelle est définie en fonction de la déformation  $\varepsilon^{\max}(N)$  calculée à contrainte maximale :

$$\varepsilon_{fat}^r(N) = \chi_{fat} \cdot \int_0^N K_{\max}^{eff}(n) \varepsilon^{\max}(n) \frac{\partial d^m(n)}{\partial n} \partial n, \quad \text{Eq IV.33}$$

avec  $\chi_{fat}$  un coefficient matériau à identifier (qui peut être éventuellement différent de  $\chi_{sta}$ ) et  $K_{\max}^{eff}(N)$  correspond à  $K^{eff}$  (Eq IV.7) pour la déformation maximale.

## II.2 Algorithmes du modèle de fatigue

### II.2.1 Mise en œuvre du modèle de fatigue mécanique

La mise en œuvre du modèle de durée de vie pour la partie purement mécanique est maintenant décrite. Tout d'abord en utilisant le modèle d'endommagement statique uniaxial une montée en charge jusqu'à  $\sigma_{max}$  est réalisée (Figure IV.21) suivi d'un cycle entier. Cette première étape permet alors de calculer d'une part l'endommagement ( $d^m$ ) à contrainte maximale mais également les forces thermodynamiques matricielles ( $y_{max}, y_{min}$ ) et les déformations à contraintes maximale et minimale. A l'aide de ces différentes données et de la loi d'accroissement de l'endommagement, l'endommagement matriciel à la fin d'un premier bloc de  $N_1$  cycles ( $d_{total}^m(N_1)$ ) ainsi que la déformation et la force thermodynamique matricielle ( $y_{max}$ ) sont calculés à contrainte maximale. Puis la force thermodynamique à contrainte minimale est déterminée. Ces différents calculs permettent alors de déterminer le rapport des forces thermodynamiques  $R_y$  utile au calcul du bloc de cycle suivant. Nous rappelons que lors d'essais pilotés en contrainte, les déformations et donc les forces thermodynamiques évoluent en fonction de l'endommagement et donc du nombre de cycle. Ainsi, connaissant le rapport des forces thermodynamiques et l'endommagement matriciel après le premier bloc de cycle, l'endommagement matriciel créé lors du second bloc de cycle ( $d_{total}^m(N_2)$ ) peut être calculé.

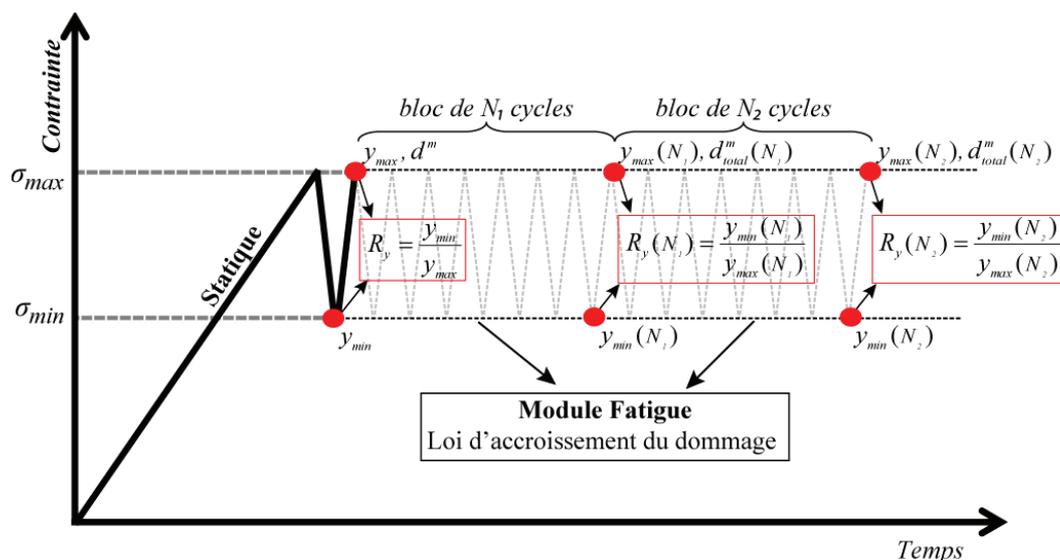


Figure IV.21 : Schématisation de la mise en œuvre du modèle de durée de vie purement mécanique.

Cette mise en œuvre est répétée jusqu'au nombre de cycles souhaité ou jusqu'à rupture. Elle permet également de réaliser des chargements plus complexes, comme par exemple des essais de fatigue avec différents rapports de charge (Figure IV.22).

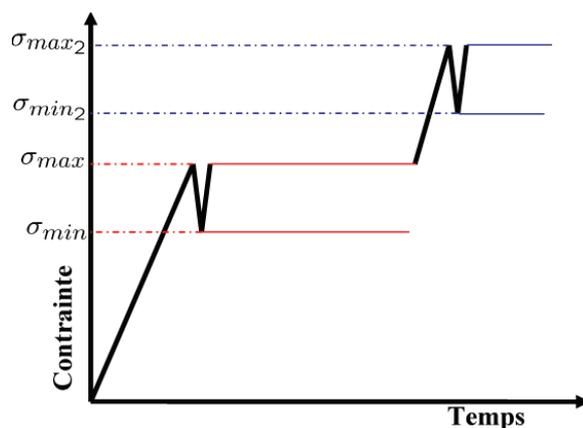


Figure IV.22 : Représentation d'un chargement avec plusieurs niveaux de chargement en fatigue.

Sur la Figure IV.22, deux blocs de cycles à des rapports de charge et amplitude différents se succèdent. Entre les deux blocs de cycles, une montée en charge est réalisée de  $\sigma_{max}$  jusqu'à  $\sigma_{max2}$  avec le modèle statique et la procédure est la même que présentée précédemment.

Il est également possible de déterminer les performances résiduelles en appliquant le modèle statique jusqu'à la rupture après plusieurs blocs de cycles.

Notons, que cette mise en œuvre du modèle est pour des cas de chargement en contrainte. Dans le cas de chargement en déformation, de par le caractère explicité du modèle, les forces thermodynamiques sont directement définies en fonction de la déformation. Ainsi les cycles de réactualisation ne sont pas nécessaires et la mise en œuvre est plus simple et rapide.

## II.2.2 Influence du nombre de cycles par bloc

Après avoir réalisé la montée en charge statique avec le modèle d'endommagement uniaxial jusqu'à la contrainte maximale  $\sigma^{max}$ , on résout la loi d'accroissement de l'endommagement :

$$\frac{\partial d^m}{\partial n} = (d_c - d^m)^\gamma \cdot g_f(y_{max}) \text{ avec } g_f(y_{max}) = \left( \frac{\langle (1 - R_y)^\beta y_{max} - y_0^{Fatigue} \rangle_+}{y_c^{Fatigue}} \right)^\delta. \quad \text{Eq IV.34}$$

En considérant la fonction  $g_f$  constante entre  $N_1$  et  $N_1 + dN$ , on trouve par intégration l'endommagement matriciel au bloc de cycles suivant :

$$d^m(N_1 + dN) = d_c - \left( (d_c - d^m(N_1))^{1-\gamma} + (\gamma - 1) \cdot g_f(N_1) \cdot dN \right)^{\frac{1}{1-\gamma}}. \quad \text{Eq IV.35}$$

Connaissant le nouvel endommagement, les déformations et les forces thermodynamiques à contrainte minimale et maximale sont réactualisées :

$$\begin{aligned} \varepsilon_{max}(N_1 + dN) &= f(\sigma_{max}, d^m(N_1 + dN)) \\ \varepsilon_{min}(N_1 + dN) &= f(\sigma_{min}, d^m(N_1 + dN)) \\ &\text{et} \\ y_{max}(N_1 + dN) &= f(\varepsilon_{max}(N_1 + dN)) \\ y_{min}(N_1 + dN) &= f(\varepsilon_{min}(N_1 + dN)) \end{aligned} \quad \text{Eq IV.36}$$

La fonction  $g_f$  peut alors être recalculée pour déterminer l'endommagement après le nouveau bloc de cycles  $dN_2$ .

Toutefois, considérer que la fonction  $g_f$  est constante pendant un bloc de cycles entraîne une dépendance du nombre de cycles par bloc sur la valeur de l'endommagement comme le montre la Figure IV.23.

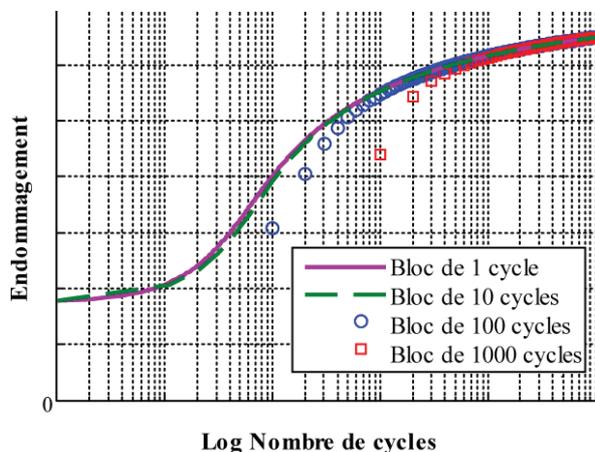


Figure IV.23 : Influence du nombre de cycles par bloc de cycles sur l'évolution de l'endommagement lorsque  $g_f$  est supposée constante.

Il ne faut donc pas considérer la fonction  $g_f$  comme constante sur le bloc de cycle. L'idée est alors de faire une estimation de  $g_f$  entre  $N_1$  et  $N_1+dN$ . A priori, deux approximations du premier ordre (linéaires) peuvent être utilisées, l'une en fonction de l'endommagement :

$$g_f(d^m) = g_f(N_1) + p_d \cdot d^m, \quad d^m \in [d^m(N_1) \quad d^m(N_1 + dN)]. \quad \text{Eq IV.37}$$

et l'autre plus simple à mettre en œuvre en fonction du nombre de cycles  $N$  :

$$g_f(n) = g_f(N_1) + p_n \cdot n \quad n \in [N_1 \quad N_1 + dN]. \quad \text{Eq IV.38}$$

Même si l'approximation de la fonction  $g_f$  en fonction de l'endommagement  $d^m$  paraît la plus pertinente, son intégration dans un modèle est plus complexe. Ainsi, l'approximation de la fonction  $g_f$  en fonction du nombre de cycles est choisie dans le modèle pour améliorer la convergence du nombre de cycles par bloc. En remplaçant la fonction  $g_f$  de l'Eq IV.38 dans l'Eq IV.35, l'intégration de l'endommagement matriciel au bloc de cycles suivant devient :

$$d^m(N_1 + dN) = d_c - \left( (d_c - d^m(N_1))^{1-\gamma} + (\gamma - 1) \cdot \left[ g_f(N_1) + \frac{1}{2} p_n \cdot dN \right] \cdot dN \right)^{\frac{1}{1-\gamma}}. \quad \text{Eq IV.39}$$

La fonction  $p_n$  peut se calculer par exemple en estimant la variation de  $g_f$  sur un cycle :

$$p_n = \frac{g_f(N_1 + 1) - g_f(N_1)}{(N_1 + 1) - N_1} = g_f(N_1 + 1) - g_f(N_1). \quad \text{Eq IV.40}$$

La Figure IV.24 montre que l'approximation de la fonction  $g_f$  permet une meilleure convergence du nombre de cycles par bloc de cycles.

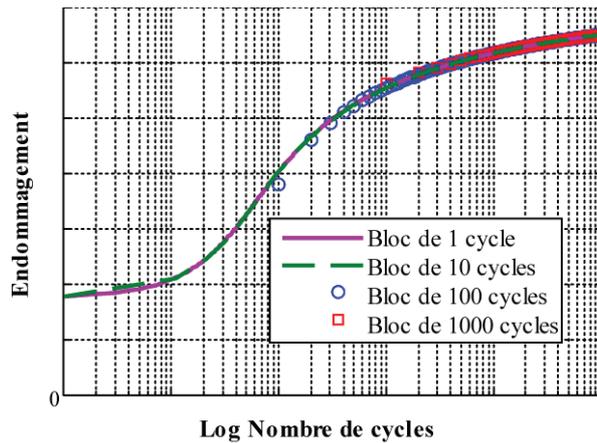


Figure IV.24 : Influence du nombre de cycles par bloc de cycles sur l'évolution de l'endommagement avec une approximation de la fonction  $g_f$ .

Toutefois, on constate encore un écart au début de l'évolution de l'endommagement sur la Figure IV.24. Pour pallier ce problème, une méthode adaptative du choix du nombre de cycles est introduite dans le modèle de durée de vie. Au début de la modélisation, le nombre de cycles par bloc de cycles est petit et augmente au fur et à mesure du calcul. Pour cela, on considère que

*i)* si la variation d'endommagement  $\Delta d$  entre l'instant  $i$  et  $i-1$  est inférieure à une certaine valeur ( $\Delta d_{\max}$ )

*ii)* si le nombre de cycle par bloc reste inférieur à un nombre de cycles maximal ( $dN_{\max}$ ) alors le nombre de cycles pour le bloc de cycles suivant est multiplié par une valeur  $r$  ( $r > 1$ ).

Dans le cas inverse, le nombre de cycles est divisé par la valeur  $r$  :

$$\begin{cases} dN_i = r \cdot dN_{i-1} & \text{si } \Delta d^m = d_i^m - d_{i-1}^m < \Delta d_{\max} \text{ et } dN_{i-1} < dN_{\max} \\ dN_i = \frac{dN_{i-1}}{r} & \text{sinon} \end{cases} \quad \text{Eq IV.41}$$

Cette méthode de pas adaptatif pour le choix du nombre de cycles par bloc de cycles permet d'obtenir une convergence de l'endommagement plus rapide (Figure IV.25).

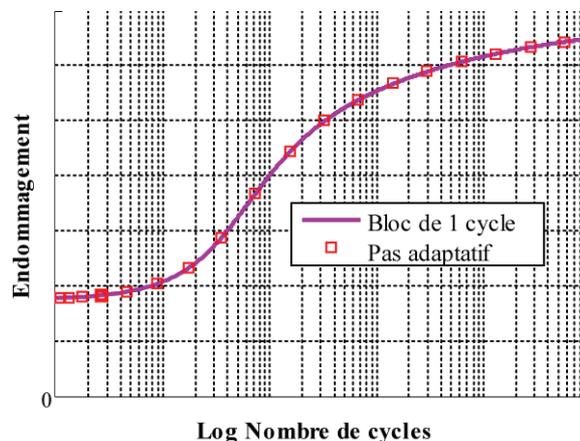


Figure IV.25 : Influence du nombre de cycles par bloc de cycles sur l'évolution de l'endommagement avec une approximation de la fonction  $g_f$  et l'utilisation d'une méthode de pas adaptatif.

Ainsi, l'évolution de la fonction  $g_f$  au cours du bloc de cycles et surtout l'adaptation du nombre de cycles par bloc en fonction de l'évolution de l'endommagement permet de s'affranchir de l'influence du nombre de cycles par bloc et assure une convergence en un nombre très limité d'incrément.

### II.2.3 Nombre de cycles à rupture

Cependant, l'utilisation de la méthode du pas adaptatif pour le nombre de cycles par bloc va avoir des conséquences sur l'estimation du nombre de cycles à rupture ( $N_R$ ). En fonction du coefficient multiplicateur  $r$  introduit pour le calcul du pas adaptatif, le nombre de cycles à rupture varie (Figure IV.26 a.).

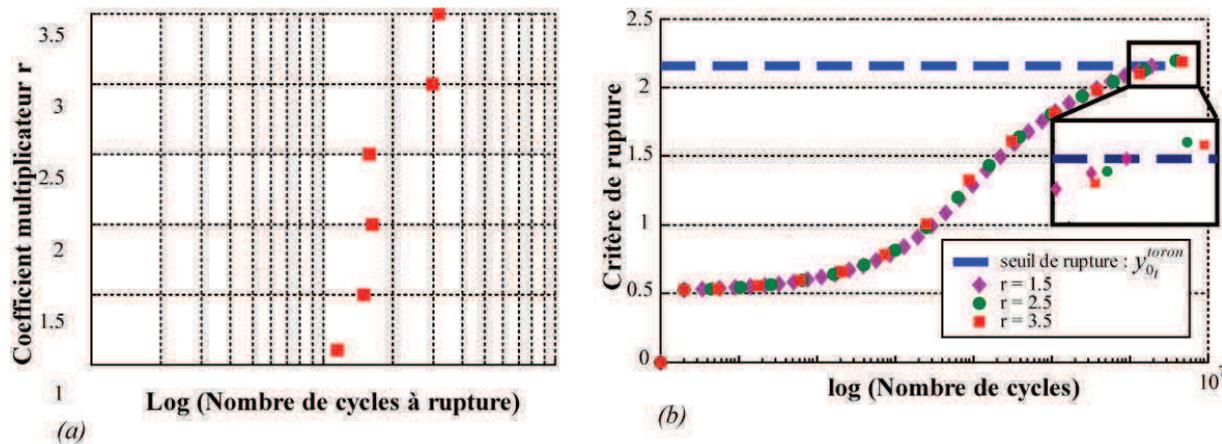


Figure IV.26 : Influence du coefficient multiplicateur  $r$  du pas adaptatif sur (a) le nombre de cycles à rupture et (b) le critère de rupture.

La différence observée sur le nombre de cycles à rupture en fonction du coefficient multiplicateur  $r$  provient de la méthode utilisée pour déterminer le nombre de cycles à rupture : on considère qu'il y a rupture en traction dès que le critère de rupture est supérieur au seuil de rupture  $y_{0_t}^{toron}$ . Or en fonction du coefficient multiplicateur, le critère peut dépasser le seuil (Figure IV.26 b.).

Pour pallier ce problème, deux solutions ont été proposées et sont utilisées une fois le critère de rupture dépassé. La première méthode consiste à utiliser une interpolation cubique entre le logarithme du nombre de cycles et le critère afin d'estimer au mieux le nombre de cycles à rupture. Cette première méthode a l'avantage d'être très rapide en termes de temps de calcul puisqu'elle ne nécessite pas d'incrément supplémentaires de calcul.

La seconde méthode proposée est une recherche par dichotomie pour raffiner le nombre d'incrément au niveau de la rupture. Cette méthode est un processus itératif où à chaque étape, selon que le critère de rupture est supérieur ou inférieur au seuil  $y_{0_t}^{toron}$  en traction, le modèle est recalculé en fonction du nouveau nombre de cycles. Ce schéma itératif est réitéré jusqu'à atteindre une variation du nombre de cycles égale à un seul cycle. La méthode par dichotomie pour déterminer le nombre de cycles à rupture permet d'avoir des résultats un peu plus précis que l'interpolation cubique (Figure IV.6).

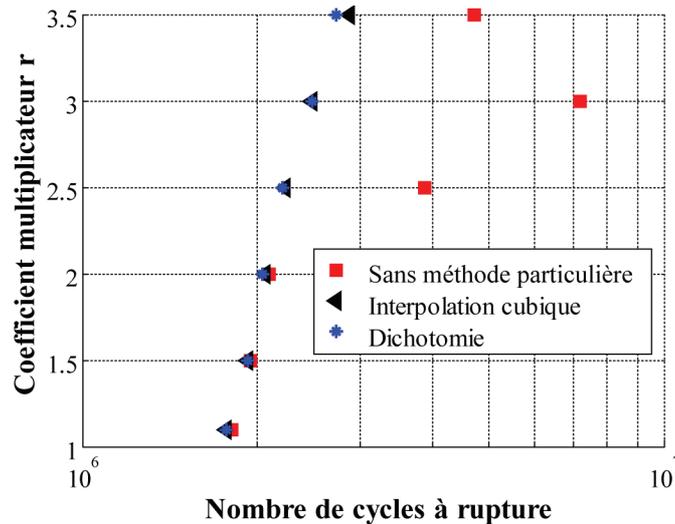


Figure IV.27 : Influence de la méthode de résolution du nombre de cycles à rupture.

Notons que la méthode par dichotomie entraîne un temps de calcul plus important. De plus, notons que le temps de calcul pour la méthode de dichotomie sera d'autant plus important qu'on est exigeant sur les paramètres de convergence i.e. le nombre d'itération ou la précision du nombre de cycles à rupture. Ainsi, il serait possible d'améliorer le résultat de la Figure IV.27 pour la méthode par dichotomie en considérant des paramètres de convergence plus exigeants.

Néanmoins, l'utilisation de la méthode par dichotomie est la plus pertinente. Nous reviendrons sur ce point dans la suite du chapitre avec l'introduction du modèle physico-chimique dans le modèle de durée de vie.

### II.3 Sensibilité des coefficients

La simulation des essais de fatigue et de fluage permet de tracer différents diagrammes :

- Le **diagramme de Haigh** qui représente l'amplitude de la contrainte en fonction de la contrainte moyenne à laquelle a été réalisé l'essai de fatigue,
- Le **diagramme de Goodman** où les contraintes maximale et minimale sont représentées en fonction de la contrainte moyenne,
- La **courbe de Wöhler** ou courbe SN qui représente l'évolution de la contrainte maximale en fonction du nombre de cycles à rupture.

Pour visualiser au mieux l'influence des coefficients de la loi d'accroissement de l'endommagement et du critère de rupture, il a été choisi d'utiliser les courbes SN. Au total, l'influence de quatre coefficients ( $y_c^{Fatigue}$ ,  $\delta$ ,  $\gamma$ ,  $\beta$ ) de la loi d'accroissement et du coefficient  $\alpha_{Rt}$  du critère de rupture est étudiée dans cette partie. Notons que les coefficients du modèle statique sont déterminés de manière aléatoire pour des raisons de confidentialité.

Le seuil d'endommagement matriciel en fatigue  $y_0^{Fatigue}$ , correspondant à la limite d'endurance, n'a pas d'effet sur la forme des courbes de Wöhler. La puissance  $\delta$  ne modifie pas la forme de la courbe de Wöhler, mais plus  $\delta$  est grand plus la durée de vie du matériau augmente (Figure IV.28 a.). Ce décalage horizontal de la courbe de Wöhler est logique car en échelle logarithmique une puissance devient un coefficient multiplicateur. Le

paramètre de la vitesse d'endommagement matriciel en fatigue  $y_c^{Fatigue}$  joue le même rôle que la puissance  $\delta$ . En effet, l'augmentation de la vitesse d'endommagement permet un décalage de la courbe vers la droite et ainsi avoir des durées de vie plus importantes (Figure IV.28 b.).

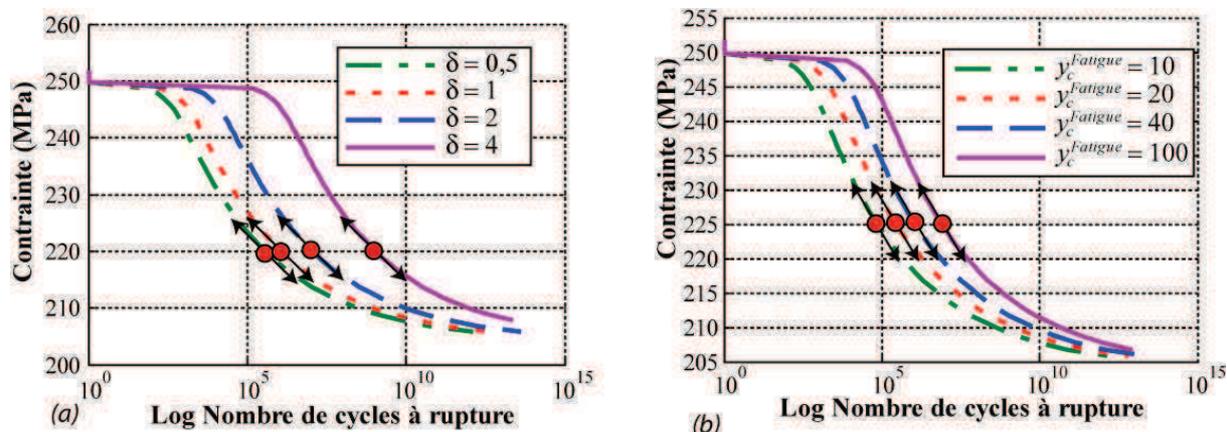


Figure IV.28 : Influence des paramètres (a)  $\delta$  et (b)  $y_c^{Fatigue}$  de la loi d'accroissement de l'endommagement sur les courbes de Wöhler.

A l'inverse, en échelle logarithmique, le paramètre  $\gamma$  modifie la pente des courbes (Figure IV.29). La Figure IV.29 montre que les écarts de durées de vie entre chaque courbe sont d'autant plus importants que les niveaux de chargement sont bas.

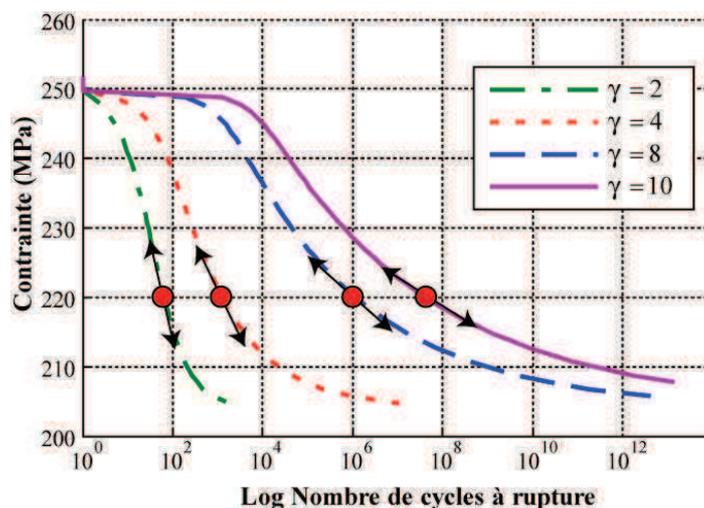


Figure IV.29 : Influence du paramètre  $\gamma$  de la loi d'accroissement de l'endommagement sur les courbes de Wöhler.

Le coefficient  $\beta$  modifie l'effet du rapport de charge. Sur la Figure IV.30, l'influence du paramètre  $\beta$  est étudiée pour cinq rapports de charge. On constate que l'augmentation de ce paramètre permet de mettre un poids plus important sur le rapport de charge et d'écarter les courbes de Wöhler.

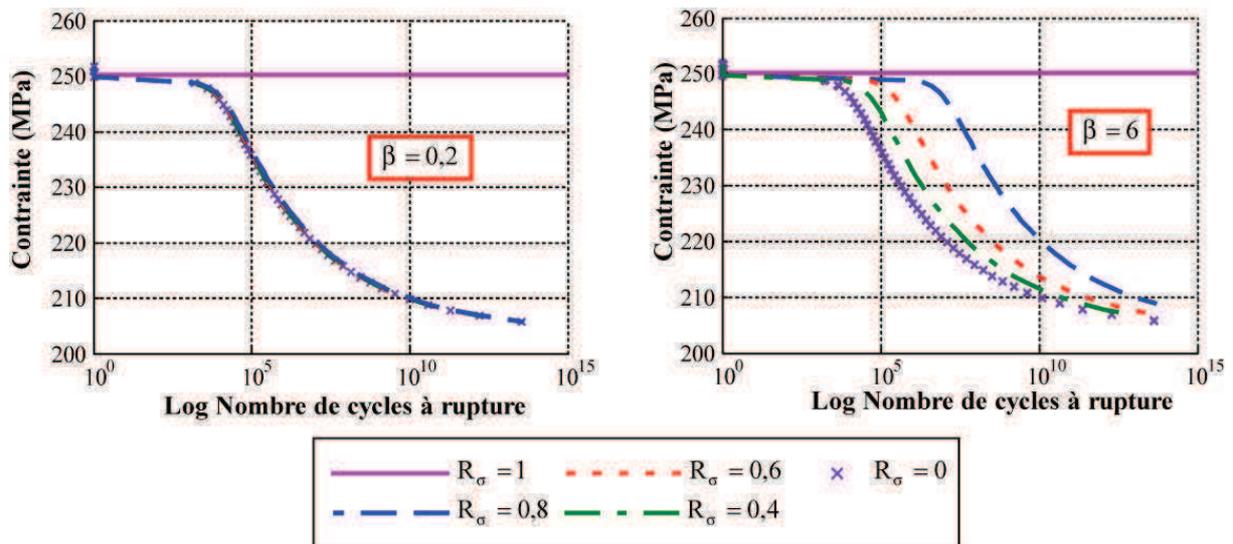


Figure IV.30 : Influence de coefficient  $\beta$  de la loi d'accroissement de l'endommagement sur les courbes de Wöhler.

Enfin, l'augmentation du coefficient  $\alpha_{Rt}$  dans le critère de rupture diminue la durée de vie du matériau (Figure IV.31). Toutefois, pour des niveaux de chargement élevés, l'augmentation du paramètre  $\alpha_{Rt}$  influence peu la durée de vie.

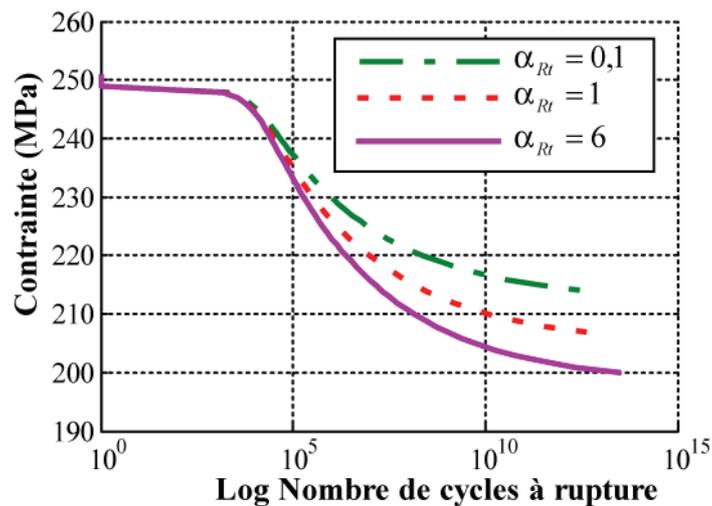


Figure IV.31 : Influence du coefficient  $\alpha_{Rt}$  du critère de rupture sur les courbes de Wöhler ( $n_{Rt} = 1$  et  $R = 0$ ).

## II.4 Identification

Les coefficients à identifier pour la fatigue "purement mécanique" sont suivants :

- valeur à saturation de l'endommagement en fatigue :  $d_c^{Fatigue}$ ,
- seuil d'endommagement matriciel en fatigue :  $y_0^{Fatigue}$ ,
- évolution de la vitesse d'endommagement :  $y_c^{Fatigue}$ ,
- le coefficient  $\gamma$  qui joue sur la vitesse d'accroissement,
- le coefficient  $\beta$  qui représente les effets du rapport de charge,

- le coefficient  $\delta$ ,
- le coefficient  $\chi_{fat}$  de la déformation résiduelle,
- les coefficients  $\alpha_{Rt}$  et  $n_{Rt}$  du critère de rupture.

Toutefois certaines hypothèses simplificatrices peuvent être faites. Tout d'abord, on suppose un réel état de saturation de l'endommagement matriciel en fatigue qui est atteint à faible niveau de contrainte. Ainsi la valeur de saturation de l'endommagement matriciel en fatigue  $d_c^{m^f}$  est choisie identique à la valeur en statique :

$$d_c^{Fatigue} = d_c^m. \quad \text{Eq IV.42}$$

De plus, le seuil d'endommagement matriciel en fatigue ne doit pas être supérieur à celui sous une sollicitation statique. Ce seuil en fatigue peut être éventuellement inférieur à celui en statique. En effet, on peut penser que si on réalise un essai de fatigue dans la partie élastique du comportement des CMCs, soit sans endommagement lors d'une sollicitation statique, l'action de cyclage pourrait créer des microfissures dans la matrice. La multiplication de ces microfissures engendrerait peut être une perte de la linéarité du comportement du matériau. Toutefois, aucune donnée expérimentale n'est disponible à très basse contrainte pour valider cette hypothèse. Ce type d'essai est très difficile à réaliser car le temps de sollicitation serait très important. Ainsi, on considère que le seuil d'endommagement matriciel en fatigue est identique à celui en statique :

$$y_0^{Fatigue} = y_0^m. \quad \text{Eq IV.43}$$

Cinq coefficients restent à identifier. Dans la majorité des études, la perte de rigidité est utilisée pour suivre l'évolution de l'endommagement lors d'essais de fatigue ou de fluage. Pour déterminer la perte de rigidité du composite, différents types de module peuvent être définis.

#### II.4.1 Définition des modules

D'un point de vue expérimental, il existe plusieurs manières de définir le module lors d'essais de fatigue. En plus du module élastique initial  $E_0$ , la Figure IV.32 représente les types de module qui peuvent être utilisés pour suivre l'évolution de l'endommagement.

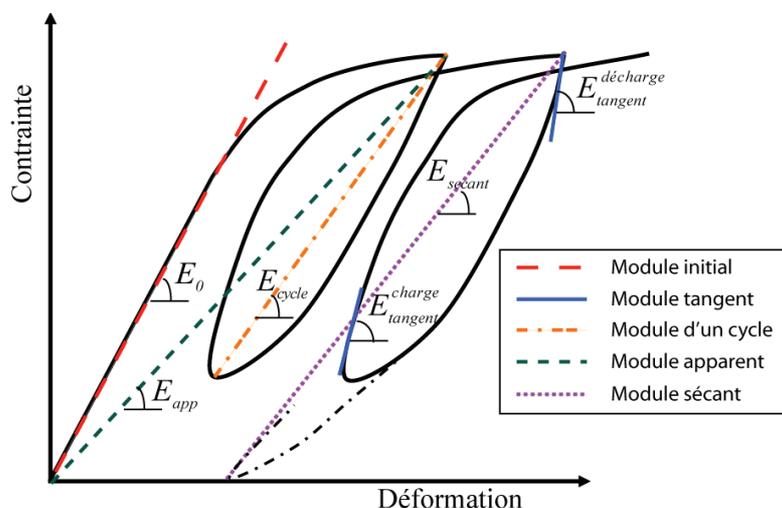


Figure IV.32 : Définition des différents modules calculés.

Les modules tangents,  $E_{tangent}$ , calculés lors des décharges et des charges du cycle de fatigue sont assez difficiles à évaluer expérimentalement et numériquement. Le module dit apparent,  $E_{app}$ , correspond à la pente de la droite qui passe entre l'origine et la contrainte maximale du cycle. Il est alors défini par le rapport de la contrainte et de la déformation maximale :

$$E_{app} = \frac{\sigma_{max}}{\varepsilon_{max}}. \quad \text{Eq IV.44}$$

Même si le module apparent semble le plus facile à suivre expérimentalement, il ne permet pas de traduire au mieux la variation du module élastique. Le module sécant  $E_{secant}$  nécessite, pour des essais de fatigue à des rapports de charge R différents de 0, d'introduire des cycles jusqu'à contrainte nulle. En effet, ce module correspond à la pente de la droite qui passe par la contrainte maximale du cycle et par la déformation à contrainte nulle :

$$E_{secant} = \frac{\sigma_{max}}{\varepsilon_{max} - \varepsilon(\sigma = 0)}. \quad \text{Eq IV.45}$$

Enfin un dernier module peut être calculé, il s'agit du module déterminé sur chaque cycle de fatigue  $E_{cycle}$ . Ce dernier module dépend des déformations minimale et maximale :

$$E_{cycle} = \frac{\sigma_{max} - \sigma_{min}}{\varepsilon_{max} - \varepsilon_{min}}. \quad \text{Eq IV.46}$$

Le modèle ODM uniaxial estime les modules élastique, apparent et sécant sur chaque cycle. Définir ces trois types de modules dans le modèle d'endommagement permet d'utiliser directement les données expérimentales de fatigue pour l'identification.

Puisque le module sécant est déterminé expérimentalement pour les deux nuances, nous avons décidé dans la suite de ce travail d'utiliser ce module pour déterminer la perte de rigidité du matériau.

## II.4.2 Les identifications

Pour identifier les coefficients de l'accroissement de l'endommagement en fatigue présentés précédemment, des essais de fatigue à température ambiante sont nécessaires. En effet, rappelons que pour des températures inférieures à 400°C, aucun phénomène d'oxydation significatif n'est observé. Dans ce domaine de température, la perte de rigidité et la déformation observée à contrainte nulle ne résultent que de l'endommagement matriciel.

Le Tableau IV.4 répertorie les essais de fatigue à température ambiante disponibles pour les deux nuances de matériaux.

Tableau IV.4 : Essais de fatigue à température ambiante disponibles pour l'identification du modèle "purement mécanique".

Type de sollicitation	Température (°C)	Nombre d'essais	R	$\sigma_{max}/\sigma^R$	Rupture
<b>Nuance A</b>					
<b>Fatigue</b>	TA	1 <sup>(3)</sup>	0	20 %	Non
	TA	1 <sup>(3)</sup>	0	31 %	Non
	TA	1 <sup>(3)</sup>	0	41 %	Non
<b>Fatigue incrémentale</b>	TA	1 <sup>(3)</sup>	0	20 %	Oui
				31 %	
				41 %	
				52 %	
				63 %	
<b>Nuance B</b>					
<b>Fatigue</b>	TA	1 <sup>(2)</sup>	0.6	66 %	Non

La loi d'accroissement de l'endommagement définie par l'Eq IV.30 a été développée par rapport à l'essai de fatigue de la nuance B. Or, les essais réalisés en fin de thèse à plus basse contrainte par le LCTS remettent en cause l'écriture de la loi d'accroissement de l'endommagement. La Figure IV.33 montre l'évolution du module sécant des quatre essais de fatigue monotone en fonction du logarithme du nombre de cycles. Avec ces nouveaux résultats pour la nuance A, on constate que le module sécant évolue quasi linéairement en fonction du logarithme du nombre de cycles.

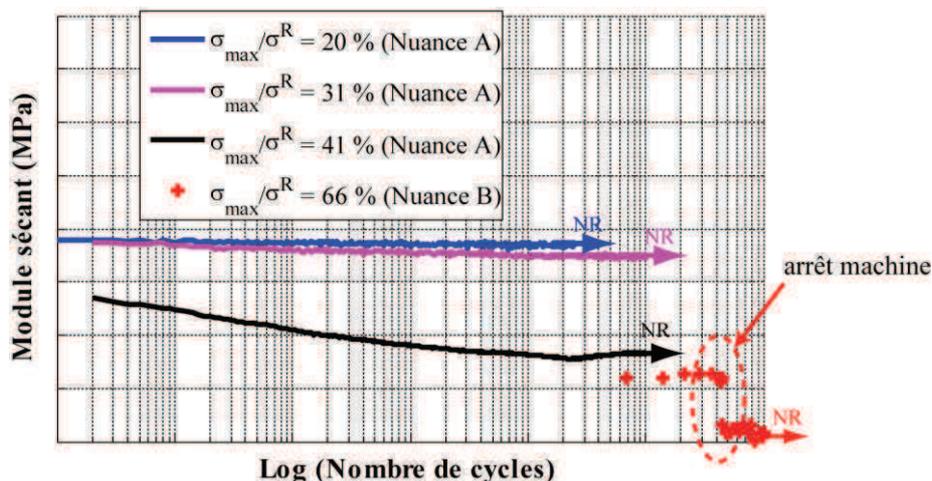


Figure IV.33 : Évolution du module sécant en fonction du logarithme du nombre de cycles (NR : non rompu)

Ces observations n'avaient pas pu être faites sur l'essai de fatigue de la nuance B.

<sup>2</sup> Essais réalisés par Herakles.

<sup>3</sup> Essais réalisés au LCTS.

L'évolution linéaire du module sécant en fonction du logarithme du nombre de cycles remet en question l'équation de l'accroissement de l'endommagement en fatigue (Eq IV.30). En effet, cette loi ne permet pas de faire évoluer l'endommagement de cette manière.

Au vu de cette observation et après un certain nombre de développement, une nouvelle loi d'accroissement de l'endommagement est proposée :

$$\frac{\partial d^m}{\partial N} = \frac{g_y}{\lambda \cdot d_c^{Fatigue}} (d_c^{Fatigue} - d^m)^{(1+\lambda)} (d^m)^{(1-\lambda)} \cdot \exp\left(-\frac{1}{g_y} \left(\frac{d^m}{d_c^{Fatigue} - d^m}\right)^\lambda\right) \quad \text{Eq IV.47}$$

avec  $\lambda = \frac{1}{\gamma}$  et  $g_y$  fonction du rapport des forces thermodynamiques matriciel  $R_y$ , de la force thermodynamique matricielle maximale  $y_{\max}^m$ , du seuil d'endommagement en fatigue  $y_0^{Fatigue}$  et de la cinétique d'endommagement  $y_c^{Fatigue}$ . Cette fonction est définie de la manière suivante :

$$g_y = (1 - R_y)^\beta \left( \frac{\langle y_{\max}^m - y_0^{Fatigue} \rangle_+}{y_c^{Fatigue}} \right)^\delta \quad \text{Eq IV.48}$$

Avec cette nouvelle formulation, la loi d'accroissement de l'endommagement ainsi que la déformation à contrainte nulle peuvent être identifiées pour les deux nuances de matériau. De plus, cette écriture ne remet pas en cause l'optimisation des algorithmes développés précédemment.

*a. Résultats : la nuance B*

Ne disposant que d'un seul essai de fatigue sur la nuance B à température ambiante, l'identification des coefficients de la loi d'accroissement et de la déformation à contrainte nulle est difficile. Toujours pour des raisons de confidentialité, les valeurs de l'identification sont présentées dans l'Annexe A. Les Figure IV.34 (a) et (b) montrent respectivement les résultats de l'identification sur la perte du module sécant et de la déformation à contrainte nulle.

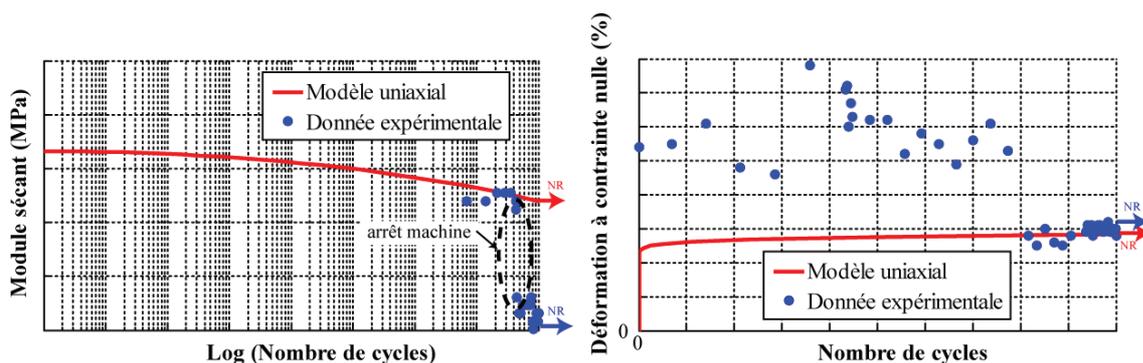


Figure IV.34 : Résultats de l'identification en fatigue de la nuance B à température ambiante sur (a) la perte du module sécant et (b) de la déformation à contrainte nulle (NR : non rompu).

L'identification de la loi d'accroissement de l'endommagement en fatigue dépend de l'identification réalisée en statique. Rappelons que le module élastique initial et que la cinétique statique d'endommagement matriciel sont utilisées pour identifier les effets de la fatigue sur le comportement du matériau. Or, une dispersion des résultats expérimentaux sur des essais de traction monotone a été montrée dans le paragraphe I.4.6. Cette dispersion est

constatée tant sur le module élastique initial que sur la cinétique d'endommagement statique. En plus de l'identification dite au plus juste, deux autres types d'identification ont alors été proposés. La première dite maximale correspond à l'identification la plus optimiste pour le matériau. Tandis que l'identification minimale considère la raideur et le seuil d'endommagement les plus faibles. Ainsi, les deux identifications réalisées sur les essais de traction monotone permettent d'une part d'encadrer les résultats des essais statiques mais également ceux en fatigue. En effet, la Figure IV.35 montre les résultats de la perte du module sécant obtenus par simulation si l'on considère les identifications statiques maximale ou minimale. Ces simulations d'essais de fatigue sont réalisées en considérant que les coefficients de la loi d'accroissement de l'endommagement sont identiques pour toutes les simulations.

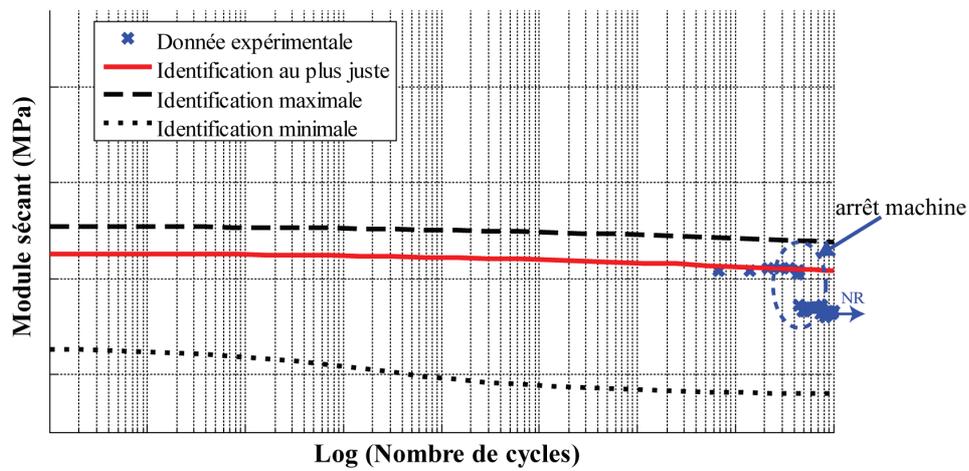


Figure IV.35 : Influence de l'identification statique sur la perte de module sécant en fatigue.

En utilisant les trois jeux de coefficients déterminés lors de la prise en compte de la dispersion dans le paragraphe I.4.6, on constate que l'utilisation de l'identification statique dite maximale lors de la simulation de l'essai de fatigue surestime les résultats.

En effet, la perte de module sécant est moins importante que celle obtenue lors des essais. De la même manière, l'identification minimale entraîne une diminution plus importante du module sécant et sous estime les résultats expérimentaux.

Pour résumer, l'identification statique conditionne l'identification en fatigue. Pour éviter cette dépendance, d'autres essais de fatigue et de fluage à température ambiante pourraient permettre de fixer certains coefficients. De plus, le coefficient  $\beta$  permettant de prendre en compte l'effet du rapport de charge ne peut être identifié avec un seul essai (plusieurs rapports de charge sont nécessaires), il est donc actuellement pris égal à 1. L'identification ainsi présentée doit donc être prise avec beaucoup de précaution.

#### *b Résultats : la nuance A*

L'essai réalisé à  $\sigma_{\max} / \sigma^R = 41\%$  ( $\sigma^R$  contrainte à rupture statique) pour la nuance A a été utilisé pour l'identification de la loi d'accroissement de l'endommagement et de la déformation à contrainte nulle. Les coefficients de l'identification sont également présentés dans l'Annexe A Confidentielle.

Les résultats de l'identification sur l'essai à  $\sigma_{\max} / \sigma^R = 41 \%$  sur la perte du module sécant et de la déformation à contrainte nulle sont représentés par la Figure IV.36.

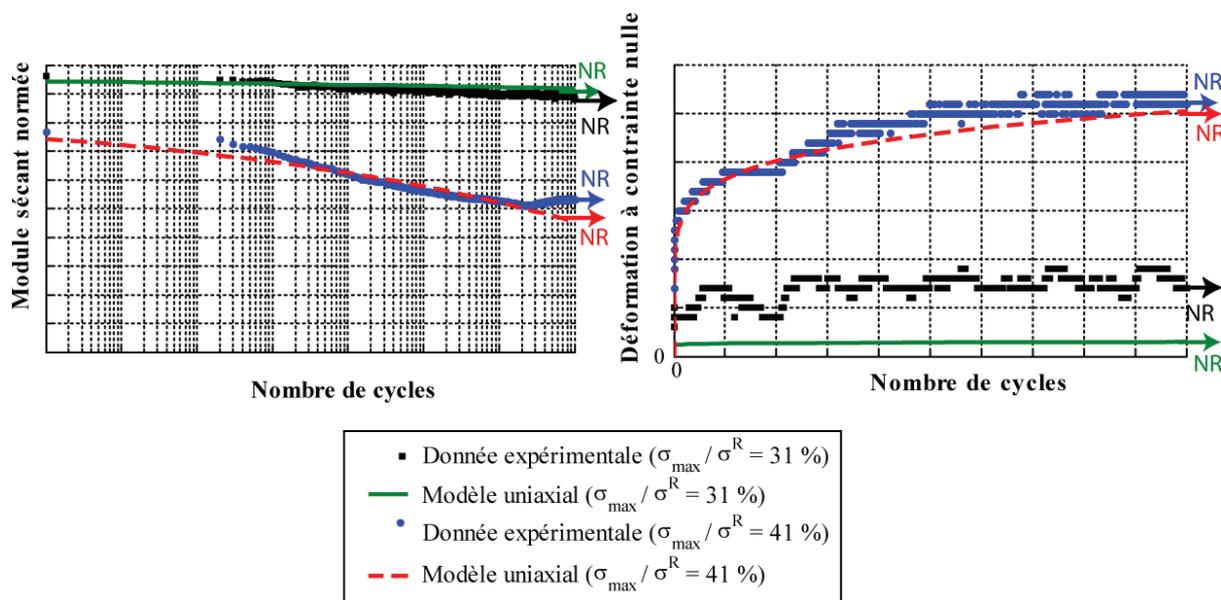


Figure IV.36 : Résultats de l'identification en fatigue de la nuance A à température ambiante sur (a) la perte du module sécant et (b) de la déformation à contrainte nulle (NR : non rompu).

Avec ce jeu de coefficients, on constate que le modèle de durée de vie uniaxial permet de simuler correctement d'une part la perte du module sécant (Figure IV.36 a) sur l'essai de fatigue à  $\sigma_{\max} / \sigma^R = 41 \%$  et d'autre part l'évolution de la déformation à contrainte nulle en fonction du nombre de cycles (Figure IV.36 b.)

Avec cette identification, l'essai à  $\sigma_{\max} / \sigma^R = 31 \%$  a ensuite été simulé avec le modèle de durée de vie. Sur la Figure IV.36 a. qui compare l'évolution du module sécant entre la simulation et l'essai, un léger écart est constaté. Le jeu de coefficients permet d'obtenir un résultat convenable sur la perte de module. Toutefois, on remarque que la déformation à contrainte nulle obtenue avec le modèle est plus faible que l'essai. Les écarts constatés sur les deux simulations peuvent provenir de la dispersion de ces matériaux. En effet, le module élastique initial  $E_0$  identifié à partir des essais statiques semble un peu plus faible que ceux des deux essais de fatigue.

L'essai à 20% de la contrainte à rupture a été simulé. Un écart entre l'essai et le modèle est constaté. Cet écart peut provenir de l'identification du module élastique mais également de l'identification du seuil d'endommagement statique.

Au vu de ces résultats, il semble indispensable de réaliser d'autres essais de fatigue à température ambiante afin de discriminer l'effet de la dispersion de ces matériaux.

Enfin, l'essai de fatigue incrémental de la nuance A a été mené jusqu'à rupture de l'éprouvette. Cet essai permet alors de déterminer les coefficients du critère de rupture. Deux coefficients  $\alpha_{Rt}$  et  $n_{Rt}$  sont introduits dans le critère de rupture et dépendent l'un de l'autre.

Dans un premier temps, en utilisant le modèle d'endommagement statique, une première simulation statique jusqu'à la déformation à rupture est réalisée afin de déterminer le critère de rupture en statique en traction :

$$\left[ 1 + \left( \alpha_{Rt} \frac{d^m(\varepsilon^{rupt})}{d_c} \right)^{n_{Rt}} \right] y^{\max}(\varepsilon^{rupt}) = y_{0t}^{toron} . \quad \text{Eq IV.49}$$

Dans un second temps, en simulant l'essai de fatigue incrémental avec le modèle de durée de vie jusqu'au nombre de cycles à rupture  $N_R$ , l'endommagement et la force thermodynamique matriciel sont déterminés. Ainsi, le critère de rupture en fatigue peut être calculé. Même si ce critère de rupture a fait ses preuves sur les composites à matrice organique [Rakotoarisoa C, 2013], lors de l'identification on constate que l'un des coefficients doit être négatif. Pour que ce critère de rupture fonctionne, l'endommagement à rupture en statique doit être plus faible que l'endommagement de fatigue obtenu pour des niveaux de déformation plus faible. Or, pour les composites à matrice céramique lors de sollicitations de traction au moment de la rupture l'endommagement matriciel statique est quasiment à saturation alors que lors de sollicitations de fatigue l'endommagement matriciel est plus faible. Le critère de rupture n'est donc pas adapté aux CMC et une nouvelle écriture de ce critère est alors proposée. Pour cela, on considère non plus l'endommagement matriciel total mais l'endommagement créé lors de la fatigue.

$$\left[ 1 + \left( \alpha_{Rt} \frac{d_{Fat}^{(m)}}{d_c} \right)^{n_{Rt}} \right] y^{\max} = y_{0t}^{toron} \quad \text{où} \quad d_{Fat}^{(m)} = d_{total}^{(m)} - d^m . \quad \text{Eq IV.50}$$

Dans ce cas, l'identification des coefficients  $\alpha_{Rt}$  et  $n_{Rt}$  est plus facile qu'avec l'ancien critère de rupture qui demandait de résoudre un système à deux équations. Ce nouveau critère permet également une simplification significative de l'identification car maintenant la déformation à rupture en statique permet de déterminer directement le coefficient  $y_{0t}^{toron}$  et deux essais de fatigue à rupture permettront d'obtenir les coefficients  $\alpha_{Rt}$  et  $n_{Rt}$ .

Avec ce nouveau critère plusieurs jeux de coefficients  $\alpha_{Rt}$  et  $n_{Rt}$  ont pu être identifiés. Plusieurs essais de fatigue ou de fluage jusqu'à rupture permettraient de choisir le couple de coefficient ( $\alpha_{Rt}$ ,  $n_{Rt}$ ) le plus adapté. Toutefois, l'essai de fatigue incrémental a pu être simulé avec le modèle de durée de vie jusqu'à rupture (Figure IV.37).

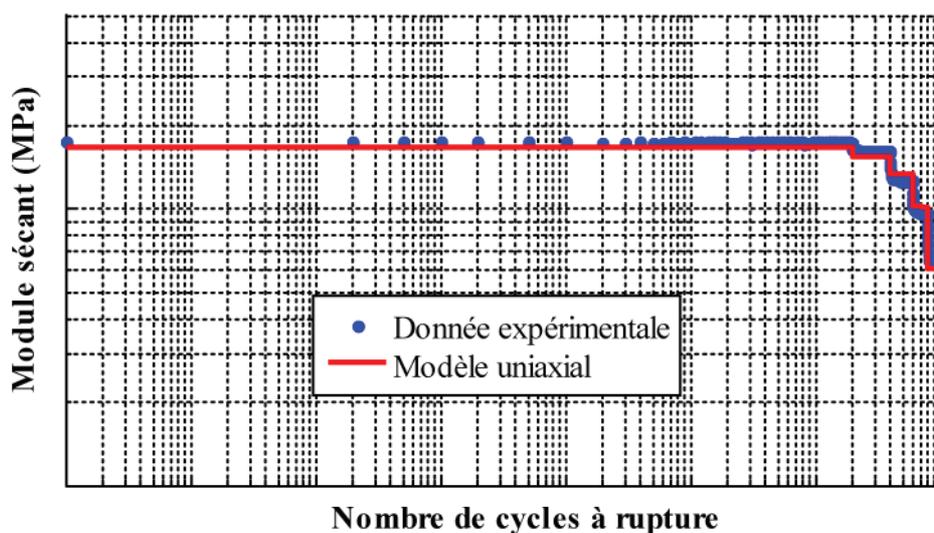


Figure IV.37 : Comparaison de la perte du module sécant entre le modèle d'endommagement de durée de vie uniaxial et l'essai de fatigue incrémental à température ambiante.

Cette seconde partie du Chapitre IV a permis d'identifier les coefficients de la loi d'accroissement de l'endommagement. Il est à noter que la prise en compte des résultats expérimentaux disponibles, en particulier les derniers résultats reçus, a nécessité des modifications à la fois de la loi d'accroissement de l'endommagement et du critère de rupture. Des essais de fluage et de fatigue peuvent être simulés avec le modèle de durée de vie ODM. Or, la durée de vie des composites à matrice céramique  $\text{SiC}_f/\text{SiBC}_m$  dépend principalement de l'oxydation de ces constituants. Ainsi, les différentes oxydations et leurs identifications doivent être intégrées dans le modèle.

### III. PARTIE « PHYSICO-CHIMIQUE » DU MODÈLE DE DURÉE DE VIE

Comme détaillé dans le Chapitre III, trois mécanismes d'oxydations sont pris en compte :

- L'oxydation des torons constitués de fibres Nicalon qui diminue la durée de vie du matériau.
- L'oxydation des interphases de pyrocarbone qui entraîne une augmentation de la souplesse du matériau, de la durée de vie et une augmentation de la déformation à contrainte nulle.
- Le phénomène de cicatrisation qui intervient grâce à l'oxydation de la couche de carbure de bore de la matrice.

#### III.1 Mise en œuvre du modèle de durée de vie

La mise en œuvre du modèle de durée de vie avec prise en compte des phénomènes physico-chimiques est quasiment identique à celle présentée dans le paragraphe II.2.1 pour la partie mécanique. Dans un premier temps, le premier cycle de l'essai de fatigue est simulé avec le modèle d'endommagement statique. Ensuite, l'accroissement de l'endommagement matriciel et les différentes oxydations du matériau sont simulés en fonction du nombre de cycles par bloc par le module Fatigue et en fonction du temps équivalent par le module Physico-chimique (Figure IV.38).

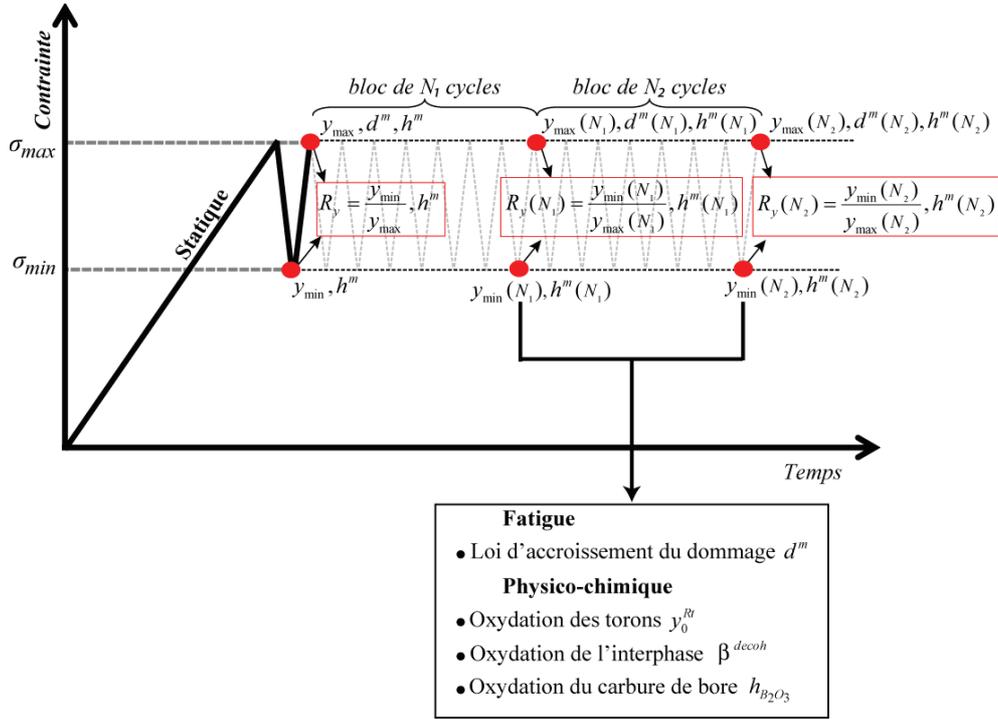


Figure IV.38 : Mise en œuvre du modèle de durée de vie uniaxial avec prise en compte de la physico-chimie des CMCs.

Plus particulièrement, lors de la simulation du premier cycle avec le modèle ODM statique, l'endommagement matriciel mais également l'ouverture des fissures matricielles  $h^m$  (Eq III.20) sont déterminés au cours de cette montée en charge. Ainsi, si l'endommagement matriciel et la pression en oxygène définie par le chargement sont nuls, le module Fatigue / Physico-chimique est désactivé (Figure IV.39). Dans le cas contraire, l'ouverture effective  $h^{ouv}$  qui prend en compte l'état d'endommagement du matériau par la fonction  $h^m$  et l'état de cicatrisation du matériau par la fonction  $h_{B_2O_3}$  est calculée

$$h^{ouv}(t) = h^m(t) - \xi_{B_2O_3}(\Delta y, f) h_{B_2O_3}(t) \quad \text{Eq IV.51}$$

avec  $\xi_{B_2O_3}$  un coefficient d'efficacité (Chapitre III) de la cicatrisation à identifier. Si cette hauteur de fissure est nulle, soit parce que l'endommagement matriciel n'est pas suffisant ou que le matériau a entièrement cicatrisé, alors aucune autre oxydation n'a lieu. Dans le cas où la hauteur de fissure est non nulle, l'oxygène présent dans le matériau va pouvoir oxyder le pyrocarbone qui enrobe les torons (Chapitre III) et, deux situations sont possibles :

*i)* l'épaisseur de pyrocarbone qui entoure les torons n'est pas volatilisée entièrement et protège toujours les torons. Comme les torons sont toujours protégés, l'oxydation de ces derniers n'a pas lieu et la durée de vie du matériau n'évolue pas par rapport au bloc de cycles précédent,

*ii)* tout le pyrocarbone enrobant les torons est volatilisée. Dans ce cas, l'oxygène présent dans le matériau va pouvoir oxyder les torons mais également le pyrocarbone se trouvant entre les torons et la matrice multiséquentée.

Parallèlement, les cinétiques d'oxydation des torons et du pyrocarbone sont calculées avec le modèle de durée de vie. D'une part, l'oxydation des torons va modifier le seuil à rupture des torons et diminuer la durée de vie. D'autre part, l'oxydation de l'interphase de pyrocarbone va créer des décohésions entre les torons et la matrice multicouche. Cette

oxydation va alors modifier la souplesse, la déformation résiduelle et le critère de rupture du modèle d'endommagement purement mécanique. Ce schéma est réitéré jusqu'à rupture du matériau comme indiqué sur la Figure IV.39.

La principale difficulté dans la résolution d'un tel modèle est la nécessité de mémoriser l'ensemble de l'histoire du chargement à travers un certain nombre de variables.

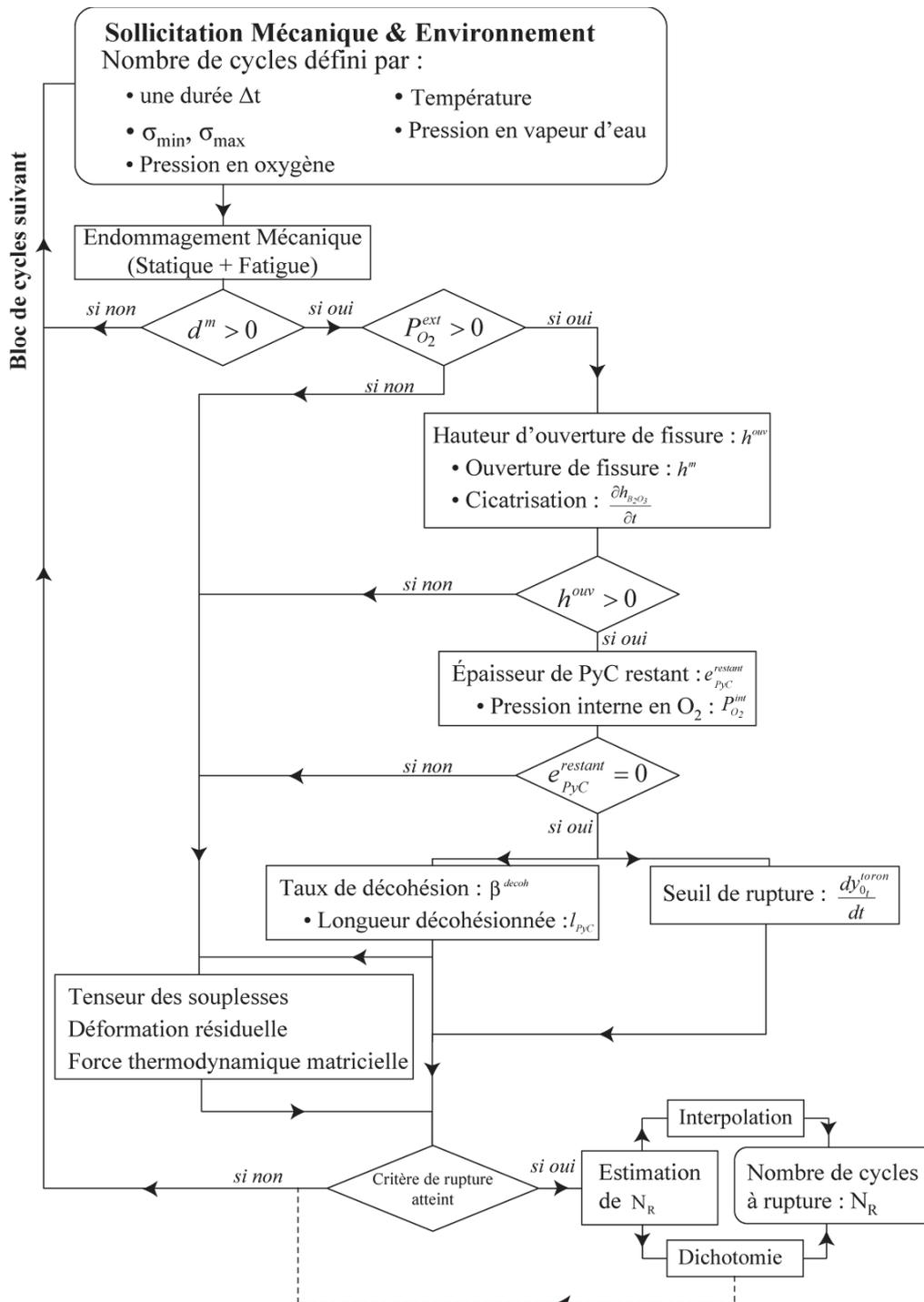


Figure IV.39 : Organigramme du modèle de durée de vie uniaxial avec prise en compte des effets physico-chimiques.

Cette organisation du modèle de durée de vie permet de diminuer le temps de calcul, car différentes parties du modèle peuvent être désactivées en fonction des situations rencontrées.

## III.2 Équations et algorithmes du modèle simplifié

Les différentes équations des réactions d'oxydation des constituants dans le modèle de durée de vie uniaxial sont identiques à celles du modèle de durée de vie multiaxial présenté dans le Chapitre III. La seule modification consiste à écrire les équations de couplage entre la mécanique et la physico-chimie de manière uniaxiale.

### III.2.1 L'ouverture de fissure

L'ouverture de fissure matricielle

$$h^m = h_0^m \left\langle d^m - d_{seuil} \right\rangle_+ \eta^m \varepsilon, \quad \text{Eq IV.52}$$

est définie en fonction de l'endommagement et de la déformation, permettant de réaliser un couplage entre la mécanique et les réactions physico-chimiques. L'index de désactivation  $\eta^m$  a également été introduit dans l'équation de l'ouverture de fissure afin de prendre en compte l'ouverture ou la fermeture des fissures.

Dans un premier temps, l'ouverture de fissure est calculée à chaque incrément lors de la montée en charge. A la fin de la montée en charge, une ouverture moyenne de fissure  $\bar{h}^m$  sur un cycle peut être déterminée en fonction de la durée du cycle caractéristique  $t_{cycle}$  :

$$\bar{h}^m = \frac{1}{t_{cycle}} \int h(\tau) d\tau. \quad \text{Eq IV.53}$$

Toutefois, le calcul de l'ouverture moyenne de fissure (Eq IV.53) est difficile et se calcule sur un cycle complet. Pour cela, deux approches sont proposées :

*i)* si les fissures sont toujours ouvertes, i.e l'ouverture de fissure à contrainte minimale lors du cycle de fatigue est positive ( $h^m(\sigma_{min}) > 0$ ), l'ouverture moyenne de fissure est :

$$\bar{h}^m = \frac{1}{2} (h^m(\sigma_{max}) + h^m(\sigma_{min})), \quad \text{Eq IV.54}$$

*ii)* à l'inverse si les fissures se ferment lors du cycle de fatigue, l'ouverture de fissure à contrainte minimale devient nulle, et :

$$\bar{h}^m = \frac{1}{2} \frac{t_{ouv}}{t_{cycle}} h^m(\sigma_{max}) \quad \text{Eq IV.55}$$

avec  $t_{ouv}$  qui correspond au temps d'ouverture de fissure lors du cycle de fatigue. En conséquence, pour une même contrainte maximale d'un cycle mais à des contraintes minimales différentes (même négatives), l'ouverture de fissure moyenne sera différente ce qui engendrera une oxydation plus ou moins conséquente.

Cette moyenne sur un cycle est alors utilisée dans le module Fatigue / Physico-chimie pour calculer l'ouverture de fissure.

Enfin, deux coefficients  $d_{seuil}$  et  $h_0^m$  ont été introduits dans l'Eq IV.52 de l'ouverture de fissure matricielle. Le premier coefficient  $d_{seuil}$  correspond au seuil d'endommagement à partir duquel l'endommagement matriciel est suffisamment grand pour que l'oxygène atteigne

les torons. Le second coefficient introduit dans le calcul de l'ouverture de fissure est  $h_0^m$ . Ce coefficient est homogène à une hauteur. Ces deux coefficients doivent être identifiés sur des données de durée de vie.

### III.2.2 Oxydation des torons Nicalon

La loi d'évolution du seuil à rupture des torons de fibres Nicalon  $y_{0_t}^{toron}$  dans le modèle de durée de vie uniaxial est définie de la même manière que pour le modèle multiaxial (Chapitre III) :

$$\frac{dy_{0_t}^{toron}(t)}{dt} = -\frac{1}{\bar{B}} \cdot C_{O_2}^{int}(t) \exp\left(-\frac{E_a^{Nicalon}}{RT(t)}\right) (y_{0_t}^{toron}(t))^{\frac{n^{toron}}{2}-1} \text{ avec} \quad \text{Eq IV.56}$$

$$\bar{B} = \frac{n^{toron} B^{toron}}{2} (2E_{11}^{toron})^{-\frac{n^{toron}}{2}}$$

avec  $C_{O_2}^{int}$  la concentration en oxygène au cœur du matériau,  $E_a^{Nicalon}$  l'énergie d'activation de la réaction d'oxydation des fibres,  $E_{11}^{toron}$  le module d'Young des fibres Nicalon,  $n^{toron}$  et  $B^{toron}$  sont des coefficients matériaux.

En intégrant l'Eq IV.56 entre l'instant  $t-dt$  et  $t$ , le seuil à rupture à l'instant  $t$  est donné par :

$$y_{0_t}^{toron}(t) = \left( y_{0_t}^{toron}(t-dt)^{\frac{n^{toron}}{2}} + \frac{n^{toron}}{2} \frac{1}{B^{toron}} \int_{t-dt}^t C_{O_2}(\tau) \exp\left(-\frac{E_a^{Nicalon}}{RT(\tau)}\right) d\tau \right)^{\frac{n^{toron}}{2}} \quad \text{Eq IV.57}$$

Pour estimer l'intégrale  $\int_{t-dt}^t C_{O_2}(\tau) \exp\left(-\frac{E_a^{Nicalon}}{RT(\tau)}\right) d\tau$  le choix a été fait d'utiliser une méthode de quadrature de Gauss d'ordre 3. Pour cela, les évolutions de la température et la concentration en oxygène entre l'instant  $t-dt$  et l'instant  $t$  sont considérées comme linéaires. La concentration en oxygène est déterminée par la loi des gaz parfaits à partir de la pression en oxygène interne  $P_{O_2}^{int}$  définie dans la suite du chapitre.

L'avantage d'utiliser une méthode de quadrature de Gauss d'ordre 3 est de pouvoir réduire considérablement le nombre d'incrément. En effet, si la température et la pression en oxygène sont constantes, on constate une convergence de l'évolution du seuil à rupture des torons dès un faible nombre d'incrément (Figure IV.40a.). Dans le cas où la température n'est plus constante au cours de l'essai, plus d'incrément sont nécessaires pour avoir convergence de l'évolution du seuil à rupture des torons (Figure IV.40b.). Toutefois, pour ce dernier cas, le nombre d'incrément reste assez faible car l'écart de résultats entre 10 incrément et 100 incrément demeure négligeable.

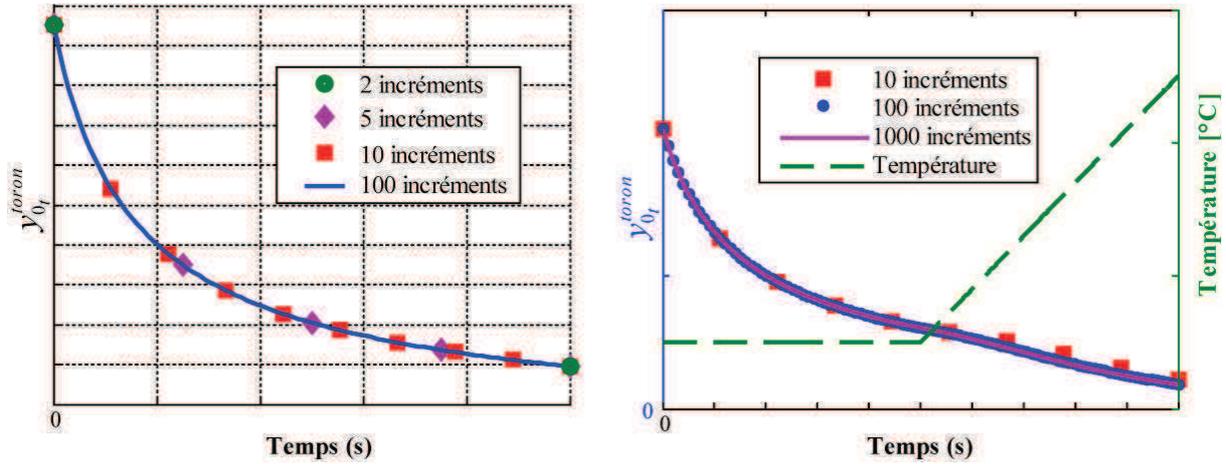


Figure IV.40 : Influence du nombre d'incrément sur l'évolution du seuil à rupture des torons.

### III.2.3 Oxydation du pyrocarbone

D'une part la volatilisation en présence d'oxygène de l'épaisseur de l'interphase de pyrocarbone enrobant les torons ( $e_{PyC}^{vol}$ ) et d'autre part la longueur de pyrocarbone oxydé ( $l_{PyC}^{vol}$ ) entre les torons et la matrice multiséquencée sont prises en compte dans le modèle de la même manière (Chapitre III). Pour ces deux cas la vitesse d'oxydation du pyrocarbone est définie par :

$$\frac{dl_{PyC}^{vol}(t)}{dt} = \frac{k_0^{PyC}}{\rho_c} \exp\left(-\frac{E_a^{PyC}}{RT(t)}\right) \left( \frac{C_{O_2}^{int}(t)}{C_r \left(1 + \frac{l_{PyC}^{vol}(t)}{D} k_0^{PyC} \exp\left(-\frac{E_a^{PyC}}{RT(t)}\right)\right)} \right)^{n^{PyC}} \quad \text{Eq IV.58}$$

avec  $k_0^{PyC}$  la constante de réaction,  $E_a^{PyC}$  l'énergie d'activation,  $\rho_c$  la masse volumique du carbone et  $n^{PyC}$  un paramètre matériau.  $C_r$  et  $C_{O_2}^{int}$  correspondent respectivement à la concentration de référence et à celle au cœur du composite.

La longueur de pyrocarbone volatilisée à l'instant  $t$  est déterminée en résolvant par une méthode d'Euler explicite l'Eq IV.58 :

$$l_{PyC}^{vol}(t) = l_{PyC}^{vol}(t-dt) + dl_{PyC}^{vol}(t), \quad \text{Eq IV.59}$$

avec la variation de la longueur  $dl_{PyC}^{vol}(t)$  :

$$dl_{PyC}^{vol}(t) = \frac{k_0^{PyC}}{\rho_c} \exp\left(-\frac{E_a^{PyC}}{RT(t)}\right) \left( \frac{C_{O_2}^{int}(t)}{C_r \left(1 + \frac{l_{PyC}^{vol}(t-dt)}{D} k_0^{PyC} \exp\left(-\frac{E_a^{PyC}}{RT(t)}\right)\right)} \right)^{n^{PyC}} dt. \quad \text{Eq IV.60}$$

Avec cette méthode on constate qu'il y a convergence avec peu d'incrément (Figure IV.41).

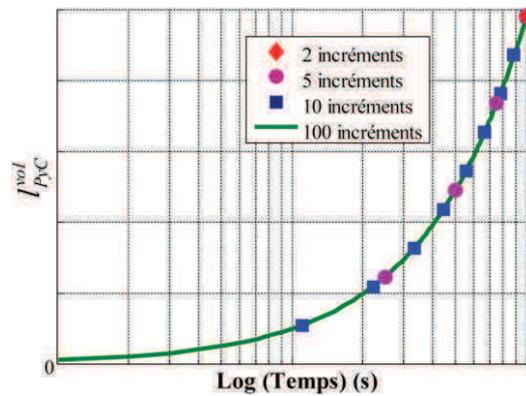


Figure IV.41 : Influence du nombre d'incrémentes sur l'évolution de la longueur de pyrocarbone oxydé.

Les longueurs de décohéation correspondant aux longueurs de pyrocarbone volatilisées entre les torons et la matrice vont avoir trois conséquences sur le comportement mécanique des composites à matrice céramique. On considère que l'oxydation du pyrocarbone va diminuer la rigidité et la durée de vie du matériau, mais également augmenter la déformation à contrainte nulle. Pour faire le lien entre l'oxydation du pyrocarbone et ses effets sur le comportement un taux de décohéation est calculé.

a. Le taux de décohéation

Le taux de décohéation (Chapitre III) est défini dans le modèle de durée de vie uniaxial en fonction de la largeur moyenne d'un toron  $\bar{l}_{toron}$  et de la longueur de décohéation moyenne  $\bar{l}_{PyC}^{vol}$  :

$$\beta^{decoh} = \frac{\bar{l}_{PyC}^{vol}}{\bar{l}_{toron}} . \tag{Eq IV.61}$$

Afin de déterminer la largeur moyenne des torons dans le matériau, des mesures au microscope ont été réalisées à l'Onera sur la nuance A (Figure IV.42).

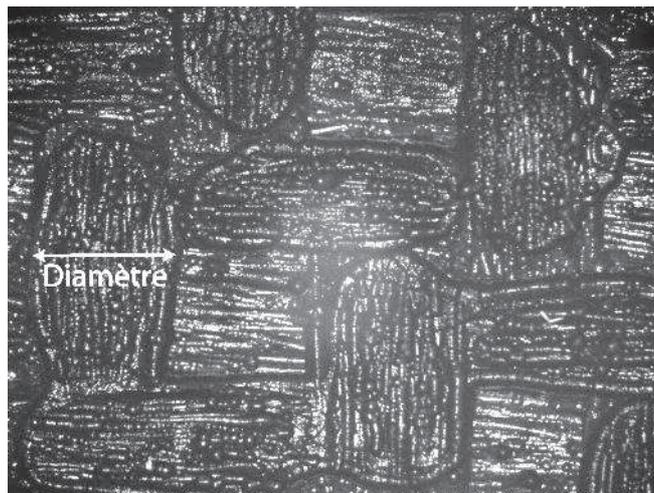


Figure IV.42 : Mesure de la largeur d'un toron pour la nuance A.

Une moyenne des résultats a été faite pour estimer la largeur des torons dans le composite. L'unique différence entre les deux nuances étant l'épaisseur totale du composite, la largeur du toron est alors prise identique pour les deux nuances et la valeur est indiquée dans l'Annexe A Confidentielle.

### b. Effet de l'oxydation du pyrocarbone sur le comportement mécanique

L'augmentation des longueurs de décohesion va dans un premier temps diminuer la rigidité du composite. Pour cela, la souplesse effective  $S^{eff}$  dans le modèle de durée de vie uniaxial est fonction du taux de décohesion :

$$S^{eff} = \frac{1 + \eta^m d^m (1 + \zeta^{decoh} \beta^{decoh})}{E_0}, \quad \text{Eq IV.62}$$

avec  $\zeta^{decoh}$  un coefficient qui sera identifié à partir d'essais macroscopiques de fatigue ou de fluage en présence d'oxydation. L'augmentation de l'oxydation de l'interphase de pyrocarbone va également augmenter la déformation résiduelle qui est définie en fonction du taux de décohesion de la manière suivante :

$$\dot{\varepsilon}^r = \frac{\chi_{fat} \eta^m}{E_0} (\dot{d}^m + d^m \chi^{decoh} \dot{\beta}^{decoh}) \quad \text{Eq IV.63}$$

où  $\chi^{decoh}$  est un coefficient à identifier. Enfin, l'augmentation des décohésions va entraîner un report de charge sur les torons. De la même manière que pour le modèle de durée de vie multiaxial, pour prendre en compte ce report de charge, le critère de rupture devient fonction du taux de décohesion avec :

$$\left( 1 + \alpha_{Rt} \frac{d^m}{d_c} + \gamma^{decoh} \beta^{decoh} \right)^{nRt} y^{\max} - y_{0t}^{toron} \geq 0. \quad \text{Eq IV.64}$$

#### III.2.4 Hauteur de cicatrisation

Afin de prendre en compte le phénomène d'autocicatrisation des composites à matrice céramique de type  $\text{SiC}_f/\text{SiBC}_m$ , la vitesse d'oxydation du carbure de bore est déterminée. Rappelons qu'en fonction de la température et surtout en présence d'oxygène, le carbure de bore forme un oxyde de bore liquide  $\text{B}_2\text{O}_3(l)$ . Mais sous atmosphère humide, l'oxyde de bore créé avec l'oxygène se volatilise en présence de vapeur d'eau. De plus, sa volatilisation est aussi constatée pour des températures supérieures à  $800^\circ\text{C}$  (Chapitre I). De la même manière que pour le modèle complet (Chapitre III), la vitesse de formation de l'oxyde de bore ( $\text{B}_2\text{O}_3(l)$ ) dépend de la vitesse d'oxyde de bore formé en présence d'oxygène  $\left( \frac{\partial h_{\text{B}_2\text{O}_3}^{forme}}{\partial t} \right)$ , de celle

volatilisée par la vapeur d'eau  $\left( \frac{\partial h_{\text{B}_2\text{O}_3}^{volH_2O}}{\partial t} \right)$  et volatilisée au-dessus d'une certaine température  $\left( \frac{\partial h_{\text{B}_2\text{O}_3}^{volT}}{\partial t} \right)$  par :

$$\frac{\partial h_{\text{B}_2\text{O}_3}}{\partial t} [m.s^{-1}] = \frac{\partial h_{\text{B}_2\text{O}_3}^{forme}}{\partial t} + \frac{\partial h_{\text{B}_2\text{O}_3}^{volT}}{\partial t} + \frac{\partial h_{\text{B}_2\text{O}_3}^{volH_2O}}{\partial t}. \quad \text{Eq IV.65}$$

Les différentes vitesses sont notées de la manière suivante :

$$\frac{\partial h_{\text{B}_2\text{O}_3}^{forme}}{\partial t} = \frac{1}{2h_{\text{B}_2\text{O}_3}^{forme}(t)} k_{\text{B}_2\text{O}_3}^{forme}(T, P_{O_2}^{int}), \quad \frac{\partial h_{\text{B}_2\text{O}_3}^{volT}}{\partial t} = k_{\text{B}_2\text{O}_3}^{volT}(T) \quad \text{Eq IV.66}$$

et

$$\frac{\partial h_{B_2O_3}^{volH_2O}}{\partial t} = k_{B_2O_3}^{volH_2O}(T, P_{H_2O}).$$

Les expressions complètes de  $k_{B_2O_3}^{forme}(T, P_{O_2}^{int})$ ,  $k_{B_2O_3}^{volT}(T)$  et  $k_{B_2O_3}^{volH_2O}(T, P_{H_2O})$  sont respectivement données par l'Eq III.22, l'Eq III.23 et l'Eq III.24 dans le Chapitre III.

On considère que la variation de la hauteur d'oxyde de bore  $h_{B_2O_3}^{forme}$  à l'instant  $t$  correspond à celle de l'instant précédent ( $t-dt$ ) :

$$h_{B_2O_3}^{forme}(t) = h_{B_2O_3}^{forme}(t-dt) + dh_{B_2O_3}^{forme}. \quad \text{Eq IV.67}$$

En remplaçant la hauteur  $h_{B_2O_3}^{forme}(t)$  par l'Eq IV.67 dans le calcul de la vitesse de formation de l'oxyde de bore (Eq III.21), la hauteur de cicatrissage à l'instant  $t$  peut être estimée :

$$h_{B_2O_3}^{forme}(t) = \frac{1}{2} \left[ \frac{h_{B_2O_3}^{forme}(t-dt) - k_{B_2O_3}^{volT}(t).dt - k_{B_2O_3}^{volH_2O}(t).dt}{\sqrt{(h_{B_2O_3}^{forme}(t-dt) - k_{B_2O_3}^{volT}(t).dt - k_{B_2O_3}^{volH_2O}(t).dt)^2 + 2k_{B_2O_3}^{forme}(t).dt}} \right]. \quad \text{Eq IV.68}$$

Cette méthode de résolution de type Eulérienne est assez gourmande en incréments car elle nécessite environ 1000 incréments pour avoir une bonne convergence des résultats comme le montre la Figure IV.43.

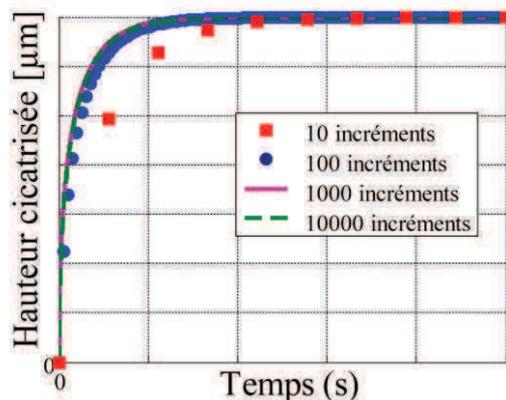


Figure IV.43 : Influence du nombre d'incrément sur la hauteur de cicatrissage.

Finalement, la hauteur de cicatrissage  $h_{B_2O_3}$  va diminuer la hauteur d'ouverture effective (Eq IV.51). Cette hauteur de fissure  $h^{ouv}$  permet alors de faire le lien entre le modèle mécanique et la physico-chimie qui règne dans le matériau. En effet, à partir de la hauteur d'ouverture effective, la pression en oxygène au sein du matériau va pouvoir être calculée par l'équation suivante :

$$P_{O_2}^{int} = \frac{h^{ouv}}{1 + h^{ouv}} P_{O_2}^{ext}. \quad \text{Eq IV.69}$$

Connaissant la pression en oxygène au cœur du composite, les vitesses d'oxydation des torons et de l'interphase sont estimées.

### III.2.5 Nombre de cycles à rupture

Deux méthodes, l'interpolation cubique et la dichotomie, ont été proposées dans le paragraphe II.2.3 pour déterminer au mieux le nombre de cycles à rupture. Le seuil à rupture  $y_{0_t}^{toron}$  était constant or l'oxydation des torons fait évoluer ce seuil (Figure IV.44).

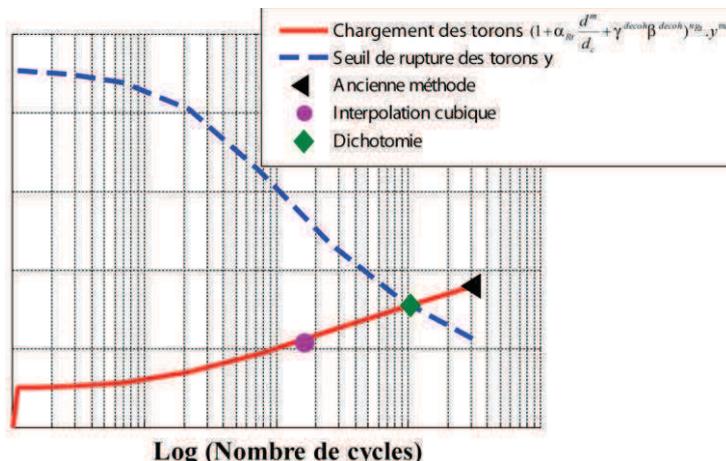


Figure IV.44 : Évolution du critère de rupture et du seuil de rupture des torons en fonction du nombre de cycles.

Sur la Figure IV.45, les résultats des deux méthodes pour déterminer le nombre de cycles à rupture sont représentés. On constate que la méthode par dichotomie est clairement mieux adaptée. Toutefois, il est à noter que pour la méthode par interpolation cubique cette dernière a été réalisée uniquement sur le chargement des torons et non sur le seuil à rupture des torons. Il serait intéressant de réaliser une double interpolation pour améliorer les résultats de la Figure IV.45.

De plus, l'utilisation de cette méthode permet de limiter l'influence du coefficient multiplicateur  $r$  par rapport à la méthode par interpolation (Figure IV.45). Rappelons que ce coefficient  $r$  a été introduit afin d'adapter le nombre de cycles par bloc en fonction de l'endommagement (paragraphe II.2.2) et limite le nombre d'incrément nécessaires (plus  $r$  est grand plus le temps de résolution du problème de durée de vie est réduit).

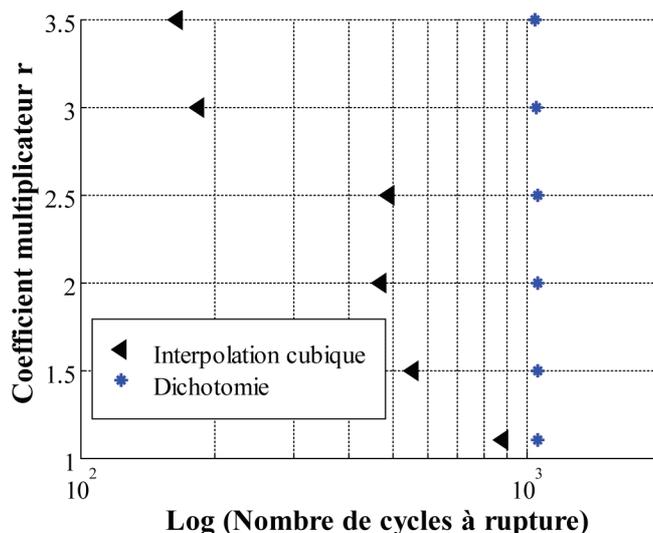


Figure IV.45 : Influence de la méthode de résolution du nombre de cycles à rupture en fonction du coefficient multiplicateur  $r$  lors de l'oxydation des torons.

### III.3 Identification des cinétiques d'oxydation

Les valeurs des différents coefficients sont présentées dans l'Annexe A Confidentielle.

#### III.3.1 Coefficients d'évolution du seuil à rupture des torons Nicalon

L'énergie d'activation de la réaction d'oxydation des torons Nicalon  $E_a^{Nicalon}$ , le module élastique de ces derniers  $E_{11}^{toron}$ , ainsi que les coefficients  $n^{toron}$  et  $B^{toron}$  sont à déterminer pour identifier le seuil à rupture des torons.

Tout d'abord, des essais de traction sur des mèches constitués de 500 fibres Nicalon NLM-202 [Delcamp A, 2008] permettent de déterminer le module élastique. De plus, dans ses travaux [Mazerat S, 2012] a déterminé l'énergie d'activation de la réaction d'oxydation des mèches Nicalon. Dans ce travail nous considérons que la durée de vie des torons est la même que celle des mèches de fibres.

Les travaux de [Gauthier W, 2006] sur la durée de vie à différentes températures de torons constitués de fibres Hi-Nicalon montrent qu'une loi de la forme

$$t_R \cdot (\sigma_r^{fil})^{n^{toron}} = A_0 \exp\left(\frac{E_a^{Nicalon}}{RT}\right) \quad \text{Eq IV.70}$$

approxime correctement les résultats expérimentaux pour une pression en oxygène constante. En remplaçant la contrainte à rupture des fibres  $\sigma_r^{fil}$  par  $\sqrt{2 \cdot y_{0_t}^{toron}(t) \cdot E_{11}^{toron}}$ , l'Eq IV.70 devient :

$$\left(y_{0_t}^{toron}(t)\right)^{\frac{n^{toron}}{2}} = \frac{(2E_{11}^{toron})^{\frac{n^{toron}}{2}}}{A_0} \exp\left(-\frac{E_a^{Nicalon}}{RT}\right) t_R \quad \text{Eq IV.71}$$

En dérivant l'Eq IV.71 et en la comparant à l'équation du seuil de rupture des torons (Eq IV.56), le coefficient  $B^{toron}$  est alors le produit de la concentration par la constante  $A_0$  :

$$B^{toron} = A_0 C_{O_2}(t) \quad \text{Eq IV.72}$$

Toutefois en remplaçant le coefficient  $B^{toron}$  dans l'Eq IV.56, le seuil à rupture des torons devient indépendant de la pression en oxygène. Or, des essais de fluage à 1000 MPa et 500°C réalisés par [Gauthier W, 2006] où le pourcentage en oxygène varie, montrent une diminution de la durée de vie des fibres Hi-Nicalon en fonction de la teneur en oxygène (Figure IV.46).

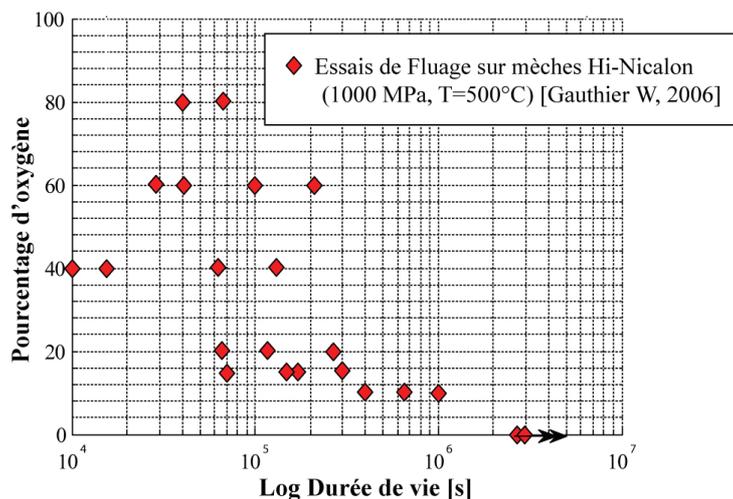


Figure IV.46 : Influence de la pression en oxygène sur la durée de vie de mèches Hi-Nicalon pour des essais de fluage à 1000 MPa et 500°C [Gauthier W, 2006].

Au vu de ces résultats expérimentaux, la concentration en oxygène doit influencer la durée de vie des torons. Pour cela, l'Eq IV.70 issue des travaux de [Gauthier W, 2006] est modifiée pour prendre en compte l'effet de la concentration sur la durée de vie des fibres. Pour cela, l'équation suivante est proposée :

$$t_R (\sigma_r^{fil})^{n^{toron}} = A_0 \exp\left(\frac{E_a^{Nicalon}}{RT}\right) \left(\frac{P_{O_2}^{int}}{P_{O_2}^{ref}}\right)^{p^{toron}} \quad \text{Eq IV.73}$$

$P_{O_2}^{ref}$  correspond à la pression en oxygène expérimentale de référence. Les essais de durée de vie réalisés par [Gauthier W, 2006] à plusieurs températures ont été faits sous atmosphère contrôlée avec 20% d'oxygène, soit pour une pression en oxygène expérimentale de référence de 20 000 Pa.

Finalement, le paramètre  $\bar{B}$  de la loi d'évolution du seuil à rupture des torons est défini de la manière suivante :

$$\bar{B} = \frac{n^{toron} B^{toron}}{2} (2E_{11}^{toron})^{\frac{n^{toron}}{2}} \quad \text{avec } B^{toron} = A_0 \left(\frac{P_{O_2}^{int}}{P_{O_2}^{ref}}\right)^{p^{toron}} C_{O_2}(t), \quad \text{Eq IV.74}$$

avec  $A_0$ ,  $p^{toron}$  et  $n^{toron}$  des coefficients à identifier.

Ne disposant pas d'essais de durée de vie sur des torons de fibres Nicalon à différentes pressions en oxygène, le coefficient  $p^{toron}$  est identifié à partir des essais de [Gauthier W, 2006] sur les mèches Hi-Nicalon (Figure IV.47).

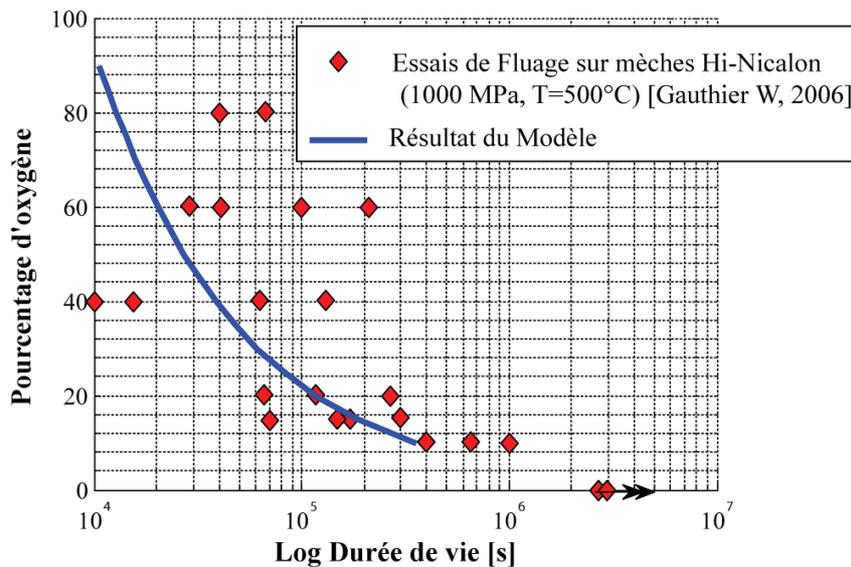


Figure IV.47 : Comparaison entre la durée de vie expérimentale de mèches Hi-Nicalon avec le modèle en fonction du pourcentage d'oxygène lors d'essais de fluage à 1000MPa à  $T = 500^{\circ}\text{C}$  [Gauthier W, 2006].

Ainsi, nous considérons (hypothèse forte et certainement critiquable) que la dépendance à la pression en oxygène de la durée de vie des torons Nicalon est similaire à celle obtenue avec les fibres Hi-Nicalon.

Les coefficients  $n^{\text{toron}}$  et  $A_0$  de la loi d'évolution du seuil à rupture des torons sont quant à eux identifiés à partir d'essais de fluage de mèche Nicalon NLM207 réalisés à différentes températures [Mazerat S, 2012]. La Figure IV.48 représente le résultat de l'identification pour une température de  $500^{\circ}\text{C}$  et  $750^{\circ}\text{C}$ .

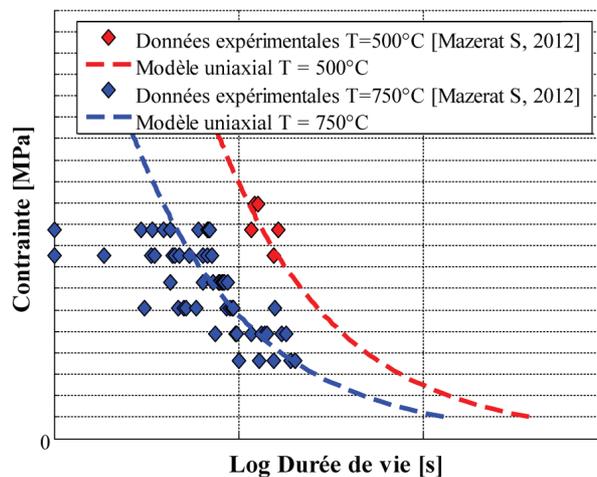


Figure IV.48 : Comparaison entre la durée de vie expérimentale de mèches Nicalon avec le modèle en fonction de la contrainte pour une température de  $500^{\circ}\text{C}$  et  $750^{\circ}\text{C}$  ( $P_{\text{O}_2} = 20\text{kPa}$ ).

### III.3.2 Coefficients d'oxydation du pyrocarbone

L'équation d'oxydation du pyrocarbone compte cinq coefficients à identifier :

- $E_a^{\text{PyC}}$  l'énergie d'activation,
- $\rho_c$  la masse volumique du carbone,

- $k_0^{PyC}$  la constante de la réaction d'oxydation,
- $n^{PyC}$  l'ordre de la réaction,
- $C_r$  la concentration en oxygène de référence.

Pour une question de simplification et d'après la littérature [Smith I.W, 1978], l'ordre de réaction est pris égal à 1. De plus, [Smith I.W, 1978] répertorie les taux d'oxydation de différents carbones pour une pression en oxygène de 101 kPa (Figure IV.49).

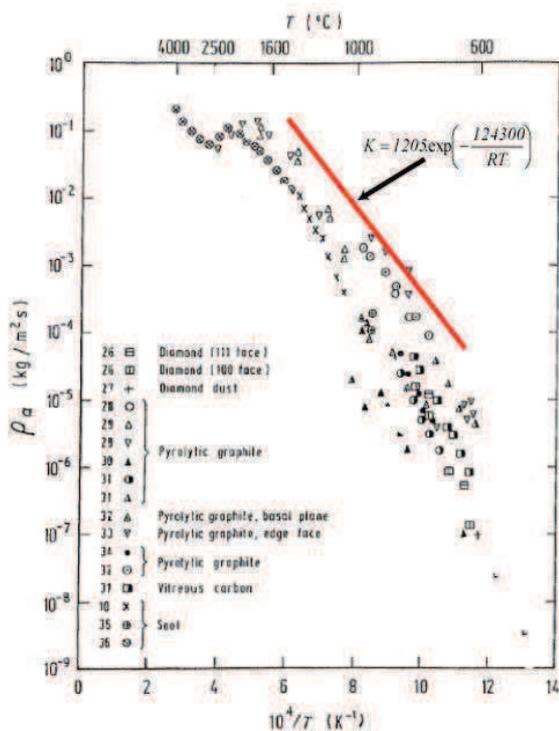


Figure IV.49 : Taux d'oxydation de différents carbones sous une pression en oxygène de 101 kPa [Smith I.W, 1978].

A partir des données expérimentales sur l'oxydation du pyrocarbone [Horton W.S, 1970] (données 33 sur la Figure IV.49), le LCTS a déterminé l'énergie d'activation et la constante de réaction d'oxydation du pyrocarbone. De plus, comme la pression en oxygène,  $P_{O_2}^r$ , vaut 1 atm soit 101 kPa pour les résultats expérimentaux présentés par la Figure IV.49, par la concentration en oxygène de référence  $C_r$  peut être déterminée grâce à la relation des gaz parfaits.

### III.3.3 Coefficients d'oxydation du carbure de bore

Pour prendre en compte le phénomène de cicatrisation un certain nombre de coefficients doivent être identifiés. L'identification des coefficients des cinétiques d'oxydation est définie grâce aux valeurs trouvées dans la littérature.

Pour la vitesse de formation de l'oxyde de bore, la constante  $k_0^{forme}$ , l'ordre de réaction  $n^{forme}$  et l'énergie d'activation de la réaction d'oxydation du carbure de bore ont été estimés lors de travaux menés au LCTS [Garitte E, 2007], [Martin X, 2003], [Douminge L, 2012]. Ces auteurs ont montré que ces trois coefficients dépendent de la température. En effet, [Garitte E, 2007], qui a déterminé l'énergie d'activation de cette réaction à partir d'un diagramme d'Arrhénius, a observé une transition aux alentours de 600°C (Figure IV.50).

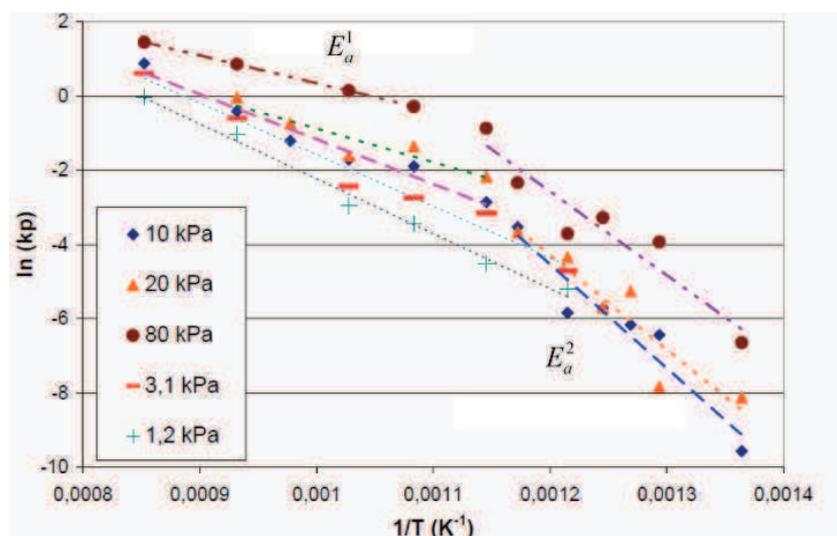


Figure IV.50 : Détermination de l'énergie d'activation associée à l'oxydation du  $B_4C_{(s)}$  pour plusieurs pressions en oxygène [Garitte E, 2007].

Au vu de ces résultats, l'énergie d'activation doit être différente au-dessus et en dessous de  $600^\circ\text{C}$ . De la même manière, [Garitte E, 2007] a montré que l'ordre réactionnel moyen associé à l'oxygène diffère selon que la température est inférieure ou supérieure à  $600^\circ\text{C}$ . Enfin, pour les températures comprises entre  $460^\circ\text{C}$  et  $600^\circ\text{C}$  et pour des pressions en oxygène entre 10 et 80 kPa, la constante de réaction  $k_0^{forme}$  n'est pas la même que pour des températures supérieures à  $600^\circ\text{C}$ .

Que ce soit pour l'énergie d'activation, pour l'ordre de réaction et la constante de réaction de l'oxydation du carbure de bore, le choix a été fait dans le modèle de considérer que ces trois coefficients sont indépendants de la température et ils sont pris égaux à ceux déterminés en dessous de  $600^\circ\text{C}$  (température d'intérêt pour cette thèse).

En ce qui concerne la vitesse de volatilisation de l'oxyde de bore, l'énergie d'activation et la constante de cette réaction ont été estimés par [Garitte E, 2007], [Martin X, 2003] et [Courtois C, 1992]. Ces auteurs ont mesuré la constante et l'énergie d'activation de vitesse de volatilisation du  $B_2O_{3(l)}$  sous air sec à  $800^\circ\text{C}$ ,  $900^\circ\text{C}$ ,  $1000^\circ\text{C}$  et  $1200^\circ\text{C}$ .

De la même manière que pour la réaction d'oxydation du carbure de bore, l'énergie d'activation et la constante de réaction de volatilisation du  $B_2O_{3(l)}$  en présence de vapeur d'eau varient en fonction de la température et de la pression en vapeur d'eau. Enfin, [Mackenzie J.D, 1956], [Martin X, 2003] et [Garitte E, 2007] ont chacun déterminé plusieurs valeurs d'ordre réactionnel associé à la vapeur d'eau (Figure IV.51).

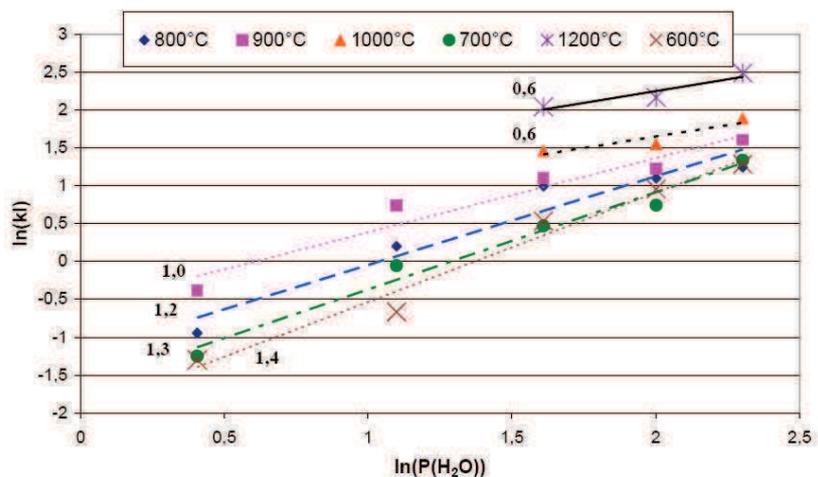


Figure IV.51 : Détermination de l'ordre réactionnel moyen associé à la vapeur d'eau pour la volatilisation de  $B_2O_{3(l)}$  sous air humide [Garitte E, 2007].

La littérature a permis de déterminer les coefficients des réactions d'oxydation des fibres Nicalon, du pyrocarbone et du carbure de bore. Le Tableau IV.5 récapitule ces coefficients ainsi que les coefficients de couplage mécanique / physico-chimique dont l'identification nécessite des essais macroscopiques.

Tableau IV.5 : Liste des coefficients des réactions d'oxydation issus de la littérature et des coefficients macroscopiques.

<b>Coefficients issus de la littérature (réaction d'oxydation)</b>	<p>Pour les fibres  <math>E_a^{toron}</math>, <math>E_{11}^{toron}</math>, <math>n^{toron}</math>, <math>B^{toron}</math>.</p> <p>Pour le pyrocarbone  <math>E_a^{PyC}</math>, <math>\rho_c</math>, <math>k_0^{PyC}</math>, <math>n^{PyC}</math>.</p> <p>Pour le carbure de bore  <math>k_0^{forme}</math>, <math>n^{forme}</math>, <math>E_a^{forme}</math>, <math>E_a^{volH2O}</math>,  <math>n^{volH2O}</math>, <math>E_a^{volT}</math>, <math>n^{volT}</math>, <math>k_0^{volH2O}</math>, <math>k_0^{volT}</math>.</p>
<b>Coefficients macroscopiques</b>	<p>Tenseur des souplesses <math>\zeta^{decoh}</math></p> <p>Déformation à contrainte nulle <math>\chi^{decoh}</math></p> <p>Critère de rupture <math>\gamma^{decoh}</math></p> <p>Effet de la cicatrisation <math>\xi_{B_2O_3}</math></p>

### III.4 Identification des deux nuances

Quatre coefficients macroscopiques restent à identifier pour les deux nuances de matériau :

- $\zeta^{decoh}$  qui représente l'effet des décohésions sur la souplesse
- $\chi^{decoh}$  qui indique l'effet des décohésions sur la déformation résiduelle,

- $\gamma^{decoh}$  pour l'effet des décohésions sur le critère de rupture,
- $\xi_{B_2O_3}$  l'efficacité de la cicatrisation sur la hauteur d'ouverture effective.

Pour les composites à matrice céramique de type SiC<sub>f</sub>/SiBC<sub>m</sub> de cette étude, l'oxydation du carbure de bore permettant la cicatrisation du matériau n'est efficace qu'à partir de 600°C. Ainsi, pour identifier le coefficient  $\xi_{B_2O_3}$ , des essais de fatigue et de fluage à une température supérieure à 600°C sont nécessaires. L'oxydation des interphases de pyrocarbone débute vers 450°C. Des essais de fatigue et de fluage à 450°C permettent alors d'identifier les coefficients  $\chi^{decoh}$ ,  $\zeta^{decoh}$  et  $\gamma^{decoh}$ . Toutefois, l'identification de ces coefficients n'est pas évidente car les différentes oxydations qui règnent dans le matériau dépendent de la quantité d'oxygène au cœur du composite. Or cette pression en oxygène est directement liée à l'ouverture de fissure matricielle  $h^m$  (Eq IV.69) qui doit donc être identifiée sur les essais de durée de vie.

### III.4.1 La nuance B

Les différents essais de fluage et de fatigue disponibles pour la nuance B sont répertoriés dans le Tableau IV.6.

Tableau IV.6 : Liste des essais de fluage et de fatigue disponibles en température pour la nuance B

Type de sollicitation	Température (°C)	Nombre d'essais	$\sigma_{max}/\sigma^R$	Rupture	R	Nom
Fluage	450	1 <sup>(2)</sup>	40 %	non	1	Fluage 1
	450	1 <sup>(2)</sup>	50 %	oui	1	Fluage 2
	450	4 <sup>(2)</sup>	66 %	oui	1	Fluage 3
Fatigue	450	1 <sup>(2)</sup>	40 %	oui	0.2	Fatigue 1
	450	1 <sup>(2)</sup>	40 %	oui	0.5	Fatigue 2
	450	1 <sup>(2)</sup>	50 %	oui	0.6	Fatigue 3
	450	2 <sup>(2)</sup>	66 %	oui	0.6	Fatigue 4
	650	1 <sup>(2)</sup>	66 %	oui	0.6	Fatigue 5

Dans un premier temps, les coefficients  $\zeta^{decoh}$  et  $\chi^{decoh}$  permettant de prendre en compte les effets de l'oxydation du pyrocarbone sur la souplesse et la déformation à contrainte nulle sur le comportement du matériau sont identifiés sur l'essai Fluage 2. Cet essai de fluage est réalisé à 50% de la contrainte à rupture à une température de 450°C. Avec cette identification, on constate que le modèle de durée de vie reproduit correctement la perte du module sécant (Figure IV.52) et l'évolution de la déformation à contrainte nulle (Figure IV.53).

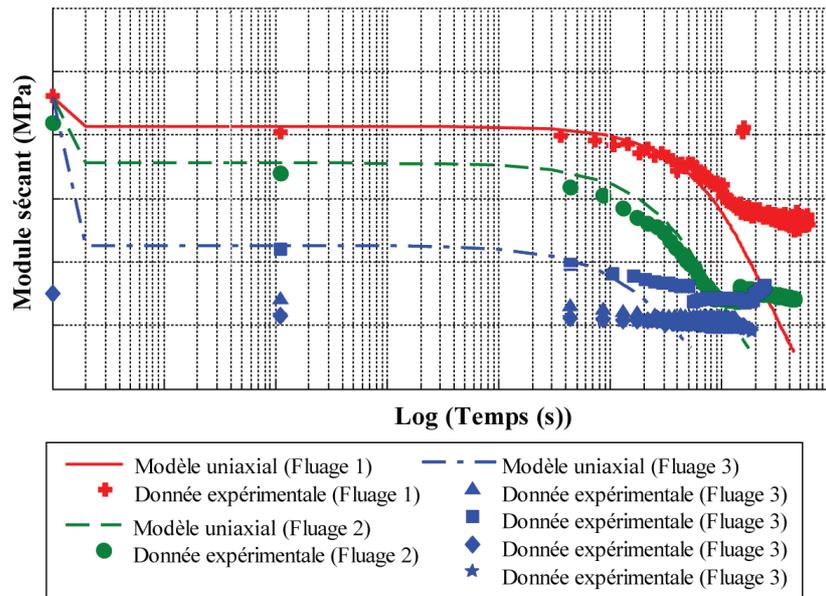


Figure IV.52 : Résultat de l'identification de la nuance B sur la perte du module sécant de l'essai Fluage 2 à 450°C et des simulations des essais de Fluage 1 et 3.

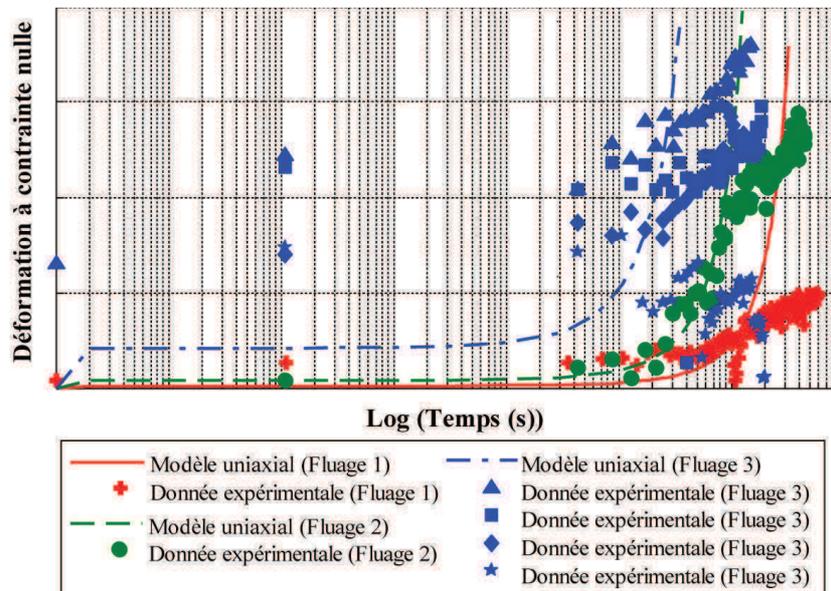


Figure IV.53 : Résultat de l'identification de la nuance B sur l'augmentation de la déformation à contrainte nulle de l'essai Fluage 2 à 450°C et des simulations des essais de Fluage 1 et 3.

De plus, sur la Figure IV.52 et la Figure IV.53, les résultats de la perte de module sécant et de la déformation à contrainte nulle pour les essais Fluage 1 et Fluage 3 sont présentés. L'identification des coefficients réalisée sur l'essai de Fluage 2 permet de bien simuler l'essai de Fluage 1. Toutefois, on constate un écart sur la perte de module sécant entre les résultats expérimentaux et la simulation de l'ensemble des essais de Fluage 3.

Le coefficient  $\gamma^{decoh}$  qui permet de prendre en compte l'effet de l'oxydation du pyrocarbone sur la rupture du composite n'a pas pu être défini sur cette nuance de matériau. Même si plusieurs essais de fatigue et de fluage montrent une rupture à 450°C, nous ne disposons d'aucun essai de fluage ou de fatigue à température ambiante jusqu'à rupture. Les coefficients du critère de rupture  $\alpha_{Rt}$  et  $n_{Rt}$  n'ont donc pu être identifiés pour la nuance B.

Enfin, l'essai de fatigue à 650°C (Fatigue 5) permet d'identifier le coefficient de cicatrissage  $\xi_{B_2O_3}$ . La prise en compte du phénomène de cicatrissage permet de bien décrire dans un premier temps la diminution du module sécant à 650°C comparé à l'essai de fatigue à température ambiante (Figure IV.54). En effet, au début de l'essai la cicatrissage n'est pas totale et n'empêche pas l'oxydation des fibres et des interphases. Au bout d'un certain temps, la cicatrissage devient efficace et la vitesse d'évolution du module sécant ralentit.

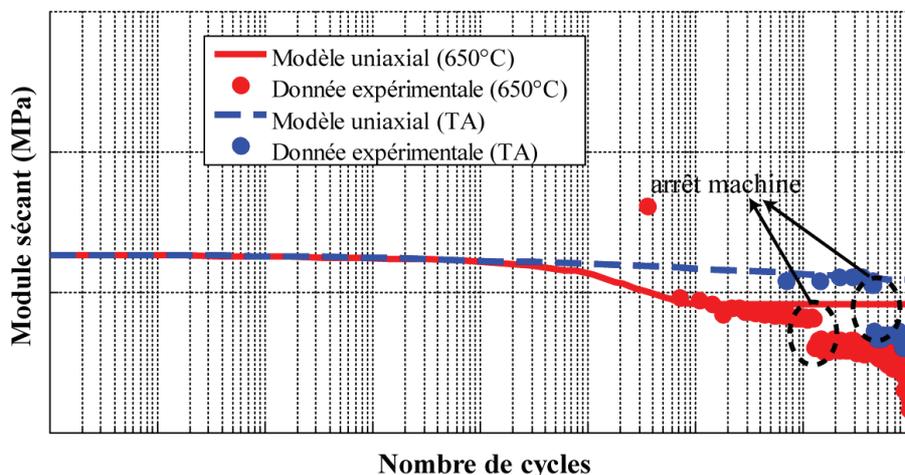


Figure IV.54 : Effet de la cicatrissage sur la perte de module sécant lors d'un essai de fatigue à 650°C.

### III.4.2 La nuance A

Pour l'identification de la nuance A un essai de fluage incrémental et un essai de fatigue incrémentale à 450°C sont disponibles (Tableau IV.7). Toutefois, ne disposant pas d'essai de fatigue à 650°C, le coefficient  $\xi_{B_2O_3}$  ne peut être défini pour cette nuance.

Tableau IV.7 : Liste des essais de fluage et de fatigue disponibles en température pour la nuance A

Type de sollicitation	Température (°C)	Nombre d'essais	$\sigma_{max}/\sigma^R$	Rupture
Fluage incrémental	450	1 <sup>(5)</sup>	18 %	Oui, lors du dernier palier
			25 %	
			30 %	
			37 %	
			43 %	
Fatigue incrémentale (R = 0)	450	1 <sup>(4)</sup>	18 %	Oui, lors du dernier palier
			25 %	
			30 %	
			37 %	
			50 %	

<sup>5</sup> Essais réalisés au Matéis Insa Lyon [Racle E, 2014]

L'identification des coefficients  $\chi^{decoh}$ ,  $\zeta^{decoh}$  et  $\gamma^{decoh}$  est réalisée à partir de l'essai de fluage incrémental. Les composites à matrice céramique ne fluent pas à température ambiante, c'est la raison pour laquelle la loi d'accroissement développée dans ce travail est écrite de manière à ce qu'il n'y ait pas d'évolution de l'endommagement matriciel lors d'une sollicitation de fluage. Ainsi, l'évolution des propriétés mécaniques (souplesse, déformation résiduelle et rupture du matériau) observée en température (Chapitre I) est uniquement due à l'oxydation des torons et des interphases de pyrocarbone. Toutefois, le module élastique de l'essai est inférieur à celui déterminé par le modèle. Afin d'identifier les coefficients macroscopiques  $\chi^{decoh}$ ,  $\zeta^{decoh}$  et  $\gamma^{decoh}$ , le module sécant est alors normé par rapport au module élastique. De cette manière, les coefficients physico-chimiques qui modifient le module sécant, les déformations à contrainte nulle et le critère de rupture à 450°C ont pu être définis. La Figure IV.55 et la Figure IV.56 représentent les résultats de l'identification sur l'essai de fluage incrémental. Cette dernière permet de bien simuler la durée de vie et la perte de module sécant de la nuance A à 450°C.

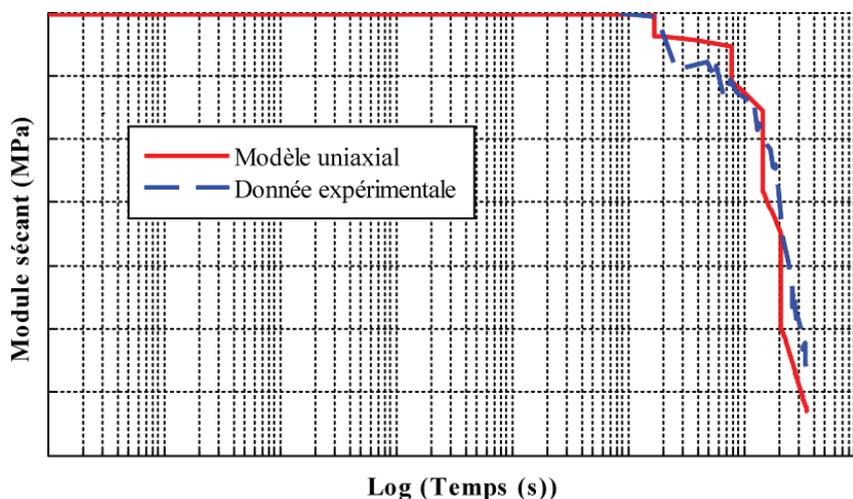


Figure IV.55 : Résultat de l'identification de la nuance A sur la perte du module sécant et de la rupture en fonction du temps pour l'essai de Fluage incrémental à 450°C.

On peut constater que l'évolution du module sécant est plus rapide lors des différentes montées en charge de l'essai de fluage incrémental que lors des phases de fluage donnant une allure en zigzag de la courbe du modèle (Figure IV.55).

En ce qui concerne l'augmentation de la déformation à contrainte nulle (Figure IV.56), on constate que le modèle permet de bien simuler la fin de l'essai, mais sous-estime un peu le début de l'essai.

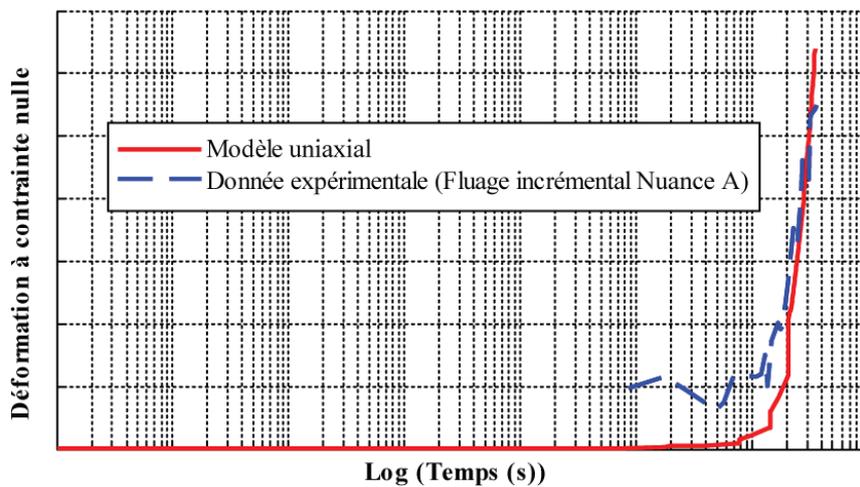


Figure IV.56 : Résultat de l'identification de la nuance A sur la déformation à contrainte nulle en fonction du temps pour l'essai de Fluage incrémental à 450°C.

Notons que l'identification des différents coefficients physico-chimiques est assez délicate à réaliser sur un essai incrémental. Pour améliorer cette identification, d'autres essais de fluage ou de fatigue monotones seraient nécessaires.

---

**BILAN**

---

Afin de prévoir la durée de vie de composites à matrice céramique de type  $\text{SiC}_f/\text{SiBC}_m$  lors de sollicitations uniaxiales, un modèle de durée de vie uniaxial simplifié a été développé dans ce chapitre. Ce modèle peut être décomposé en trois parties.

Un **modèle d'endommagement statique** permet de simuler la montée en charge d'essais de fluage ou de fatigue. Ce modèle uniaxial fondé sur le modèle Onera Damage Model est simplifié. Il ne prend pas en compte la rupture progressive des torons et la fermeture progressive des fissures. Cette modification permet alors de ne pas utiliser la notion de déformation stockée évitant ainsi une discontinuité de la réponse contrainte / déformation lorsque la fermeture de fissure a lieu pour une déformation non nulle (Chapitre II). De plus, l'utilisation d'une méthode de Newton-Raphson et la définition analytique de la matrice tangente permet de simuler efficacement aussi bien des chargements en contrainte qu'en déformation. Il a été également montré dans ce chapitre que la résolution de la déformation résiduelle par une méthode des trapèzes ou de quadrature de Gauss d'ordre 3 optimise les temps de calcul et surtout la robustesse du modèle d'endommagement. Enfin, des essais de traction incrémentale avec des passages en compression et un suivi par émission acoustique permettent d'identifier tous les coefficients du modèle d'endommagement statique dans chacune des directions ( $0^\circ$ ,  $90^\circ$  et  $45^\circ$ ). Toutefois, la dispersion des résultats expérimentaux ne doit pas être négligée. Ainsi, trois identifications ont été proposées dans ce travail pour prendre en compte la dispersion du matériau :

- l'identification dite "au plus juste" qui correspond à l'identification de l'essai,
- l'identification "maximale" qui est la plus optimiste considère la raideur la plus importante de l'ensemble des essais,
- l'identification "minimale" considère la raideur la plus faible des essais et introduit alors une notion de sécurité (ou de conservatisme) dans le choix des coefficients.

Un **modèle de fatigue purement mécanique** permet de simuler des essais de fatigue à température ambiante. Ce modèle dit "par cycle" (en opposition aux modèles de fatigue incrémentaux) utilise une loi d'accroissement de l'endommagement pour faire évoluer l'endommagement matriciel par blocs de cycles. Toutefois, lors de l'identification du modèle de durée de vie purement mécanique l'écriture de la loi d'accroissement de l'endommagement développée dans le Chapitre II a été reformulée au vu des derniers résultats expérimentaux. L'identification de la nouvelle loi d'accroissement de l'endommagement ainsi que de la déformation résiduelle a été réalisée sur des essais de fatigue à température ambiante car à cette température aucun phénomène d'oxydation n'a lieu. Actuellement, tous les coefficients n'ont pu être identifiés. Pour remédier à cela, d'une part des essais de fatigue à température ambiante avec des rapports de charge  $R$  différents permettraient d'identifier le coefficient  $\beta$  de la loi d'accroissement de l'endommagement. D'autre part des essais jusqu'à rupture sont également nécessaires pour identifier les deux coefficients introduits dans le critère de rupture. De plus, il serait intéressant de réaliser des essais de fatigue à très basse contrainte afin d'estimer la limite d'endurance de ces matériaux. Pour finir, afin d'améliorer la convergence et réduire les temps de calcul, une évaluation de l'évolution de la force thermodynamique matricielle et une méthode de pas adaptatifs en fonction de l'endommagement ont été proposées.

Enfin, les effets des différentes oxydations du matériau ont été pris en compte dans le modèle de durée de vie grâce à un **modèle physico-chimique**. De la même manière que pour le modèle de durée de vie complet (Chapitre III), les oxydations des torons, de l'interphase et

de la couche de carbure de bore sont introduites dans ce modèle. Les différents algorithmes de résolution de ces réactions d'oxydation ont été optimisés pour rendre le modèle plus robuste. De plus, une méthode par dichotomie est introduite dans le modèle de durée de vie afin de déterminer le nombre de cycles à rupture. Grâce à la littérature, les coefficients des réactions d'oxydations ont pu être définis alors que les coefficients permettant le couplage entre la mécanique et les oxydations ont été déterminés à partir d'essais de fluage et de fatigue à 450°C et 650°C. Toutefois, des essais de fatigue ou de fluage dans le domaine des hautes températures ( $600^{\circ}\text{C} \leq T \leq 900^{\circ}\text{C}$ ) sont nécessaires afin de définir réellement la cicatrisation du matériau. En effet, ne disposant actuellement que d'un seul et unique essai dans ce domaine de températures, la prise en compte de la cicatrisation sur l'ouverture effective de fissure matricielle ( $h^{ouv}$ ) est réalisée au moyen d'un coefficient d'efficacité  $\xi_{B_2O_3}$ . Or, dans le Chapitre III, il a été montré que ce coefficient doit a priori dépendre de l'amplitude des cycles de fatigue et de la fréquence de sollicitation. Des essais de fatigue sont alors nécessaires pour définir correctement cette fonction.

Grâce à l'introduction de ce modèle simplifié, il a été possible, d'une part, de montrer le rôle de chaque coefficient du modèle mais également de définir les algorithmes les mieux adaptés à la résolution de chaque partie du modèle.

Ce chapitre a permis d'identifier un grand nombre de coefficients dans le cas de sollicitations planes. Toutefois, nous avons pu remarquer qu'il manquait encore des résultats expérimentaux afin d'identifier tous les coefficients du modèle de durée de vie uniaxial. Au vu de cette conclusion se pose la question de la manière d'identifier le modèle de durée de vie complet (multiaxial) et plus particulièrement les termes de couplage.

---

## CHAPITRE V : MODÈLE DE DURÉE DE VIE MULTIAXIAL

---

---

I. Passage du modèle uniaxial au modèle multiaxial.....	152
I.1 Rappel du modèle complet et de la stratégie de mise en œuvre .....	152
I. 2 Optimisation des algorithmes .....	161
II. Protocole d'identification .....	168
II.1 Définition des essais pour l'identification dans le plan .....	168
II.2 Identification des paramètres de la loi de fatigue et du module physico-chimique	173
Bilan .....	175

---

Le modèle de durée de vie multiaxial pour les composites à matrice céramique autocicatrisante de type  $\text{SiC}_f/\text{SiBC}_m$  développé dans les Chapitres II et III a été implanté dans le logiciel Matlab®. Le développement d'un modèle de durée de vie simplifié et pour des sollicitations uniaxiales, présenté dans le chapitre IV a permis d'identifier certains coefficients et surtout d'optimiser les algorithmes de résolution afin de réduire les temps de calcul.

Toutefois, contrairement au modèle simplifié, le modèle complet multiaxial est enrichi de différents aspects :

- la rupture progressive des torons,
- la fermeture progressive des fissures et pour une déformation non nulle,
- mais le point essentiel est l'introduction d'un certain nombre de couplage entre les différents phénomènes physiques et les différentes directions du matériau ou de l'endommagement.

L'ajout de ces différents phénomènes par rapport au modèle simplifié nécessite de ré-identifier le modèle complet. La base expérimentale disponible pour cette étude est insuffisante pour identifier l'ensemble du modèle complet et plus particulièrement les termes de couplage. En effet, que ce soit pour la partie statique ou fatigue à température ambiante ou non, nous ne disposons que d'essais uniaxiaux sens chaîne (Chapitre IV). L'objectif de ce chapitre est alors de proposer un protocole d'identification du modèle complet qui puisse permettre de définir la matrice d'essais nécessaires. L'identification des propriétés hors plan autres que les propriétés élastiques fera l'étude d'un paragraphe dans le Chapitre VI et ne sera donc pas traitée dans ce chapitre.

Toutefois, avant d'exposer le protocole d'identification nécessaire au modèle complet, le modèle ainsi que sa mise en œuvre à la fois d'un point de vue physique et de modélisation sont rappelés dans une première partie. De plus, l'optimisation de certains algorithmes vus ou non dans le Chapitre IV est également détaillée dans cette première partie.

## **I. PASSAGE DU MODÈLE UNIAXIAL AU MODÈLE MULTIAXIAL**

### **I.1 Rappel du modèle complet et de la stratégie de mise en œuvre**

Cette partie est une synthèse de la partie physico-chimie et de la mise en œuvre du modèle de durée de vie multiaxial présenté dans les Chapitres II et III.

#### **I.1.1 Point de vue physico-chimique**

La sollicitation mécanique d'un composite à matrice céramique va engendrer des fissures. Dans le cas contraire, le composite ne s'endommage pas et la durée de vie sera alors infinie (cf. Tableau V.1). En présence de fissures, la durée de vie des CMCs va surtout dépendre des conditions environnementales (température, pression en oxygène et en vapeur d'eau).

En effet, si les conditions environnementales sont non oxydantes, c'est-à-dire une température inférieure à 400°C ou en l'absence d'oxygène et d'eau, la rupture du composite est uniquement due à la sollicitation mécanique et la durée de vie du matériau sous ces conditions est déterminée par la loi de fatigue mécanique.

Si la température augmente tout en restant inférieure à 600°C, la cicatrisation du matériau n'est pas suffisante. Sous ces conditions oxydantes sans cicatrisation, la durée de vie est limitée par les effets oxydants. L'oxydation de l'interphase de pyrocarbone va entraîner

une augmentation des micro-décohésions fibre / matrice et par conséquent l'augmentation de la déformation totale du composite. En même temps, les fibres de carbure de silicium subissent une oxydation qui diminue leurs résistances. Ces deux mécanismes vont alors diminuer la durée de vie des composites à matrice céramique SiC<sub>f</sub>/SiBC<sub>m</sub>.

Si la température est supérieure à 600°C, mais avec une cicatrisation partielle en raison de la volatilisation de l'oxyde de bore, les mêmes effets d'oxydation sont constatés et la durée de vie est limitée par les effets oxydants. Néanmoins, si la cicatrisation est complète et rapide, les fibres et l'interphase ne pourront s'oxyder. Dans ce cas, la durée de vie du composite ne dépend plus des conditions oxydantes : la rupture du composite est liée uniquement à la sollicitation mécanique. La cicatrisation complète et rapide ne peut se produire que dans un cadre idéalisé, dans des conditions environnementales particulières. Tout d'abord, l'environnement doit être sec, évitant ainsi la volatilisation de l'oxyde de bore par la vapeur d'eau. De plus, la température doit être élevée pour avoir la formation rapide de l'oxyde de bore. Mais si la température est trop élevée, l'oxyde de bore se volatilise et surtout la microstructure des fibres de carbure de silicium se dégrade ce qui entraîne une diminution de la contrainte à rupture des fibres (Chapitre I). Il est à noter également que les effets cycliques peuvent réduire l'efficacité de la cicatrisation (Chapitre III).

En revanche, si l'endommagement du matériau est faible, on peut imaginer une cicatrisation totale et instantanée du composite. Or, dans ce cas, l'oxygène pourra quand même diffuser à travers l'oxyde et même si sa concentration est faible, il pourra oxyder les fibres et le pyrocarbone. Rappelons néanmoins que par manque d'information sur la diffusion de l'oxygène à travers l'oxyde de bore, cette dernière n'a pas été considérée dans ce travail.

Tableau V.1 : Récapitulatif de la détermination de la durée de vie des CMCs.

		<b>Sollicitation Mécanique</b> $(\sigma^{max}, R, f)$	
		<b>Pas de fissuration du composite</b>	<b>Fissuration du composite</b>
<b>Environnement</b> <b>(T, P<sub>O2</sub>, P<sub>H2O</sub>)</b>	<b>Conditions non oxydantes</b> <b>(T &lt; 400°C ou P<sub>O2</sub> = 0 Pa).</b>	Durée de vie infinie.	Durée de vie donnée par la loi de fatigue mécanique.
	<b>Conditions oxydantes sans cicatrisation</b> <b>(400°C ≤ T &lt; 600°C) ou cicatrisation partielle.</b>	Durée de vie infinie.	Propagation sous critique : → Diminution des propriétés à rupture des torons. → Augmentation des micro-décohésions fibre / matrice. Augmentation de la déformation totale. Durée de vie limitée par les effets oxydants.
	<b>Conditions oxydantes</b> <b>(600°C ≤ T &lt; 900°C) avec cicatrisation complète et instantanée du composite</b>	Durée de vie infinie.	Durée de vie donnée par la loi de fatigue mécanique.

### I.1.2 Point de vue de la modélisation

#### a. Les équations du modèle de durée de vie

Les équations du modèle de durée de vie multiaxial sont présentées dans le détail dans les Chapitres II et III, cette partie du chapitre V a pour objectif de les rappeler succinctement.

En utilisant le modèle d'endommagement statique ODM, la montée en charge d'un essai de fatigue ou de fluage est simulée. Ce modèle d'endommagement permet de prendre en compte le comportement non linéaire des composites à matrice céramique. Comme l'endommagement matriciel est orienté par le chargement, cinq variables d'endommagement ( $d_i^m$  avec  $i = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ ) sont utilisées dans ce modèle statique :

$$d_i^m = d_{c_i}^m \cdot \left( 1 - \exp \left( - \frac{\langle \sqrt{y_i^m} - \sqrt{y_{0_i}^m} \rangle_+}{\sqrt{y_{c_i}^m}} \right)^{p_i^m} \right) \quad \text{Eq V.1}$$

En plus de quatre coefficients  $d_{c_i}^m$ ,  $y_{c_i}^m$ ,  $y_{0_i}^m$  et  $p_i^m$  chaque variable d'endommagement est définie en fonction des forces thermodynamiques matricielles ( $y_i^m$ ). Pour prendre en compte l'effet de ces endommagements sur le comportement mécanique des composites à matrice céramique, un tenseur d'effet de l'endommagement  $\underline{H}_i^{m+}$  est introduit pour chaque endommagement. Un index de désactivation pour chaque cinétique d'endommagement est également introduit dans le modèle d'endommagement statique. Ces index de désactivation,  $\eta_i^m$ , permettent de prendre en compte la fermeture progressive des fissures matricielles lors de chargement traction/compression. Ils permettent alors de simuler la reprise de la rigidité de ces matériaux observée expérimentalement lors des décharges. Toutefois, la fermeture des fissures et plus particulièrement la modification de la rigidité du comportement des CMCs à une déformation non nulle entraîne une discontinuité dans la réponse contrainte / déformation. Pour pallier ce problème, des déformations stockées sont implantées dans le modèle. Des déformations résiduelles sont également introduites dans le modèle statique. Enfin, pour prendre en compte d'éventuelles singularités ou concentration de contrainte (trou, congé, etc.) sur des pièces, l'ajout d'une loi d'évolution de la rupture progressive des torons permet de simuler l'adoucissement du comportement observé expérimentalement. Pour cela, six variables scalaires d'endommagement des torons ( $d_{jt}^{toron}$ ,  $d_{jc}^{toron}$ ) sont ajoutées au modèle, une pour chaque direction d'orthotropie (chaîne, trame et hors plan) et pour chaque mode de ruine des torons (traction et compression). De la même manière que pour l'endommagement matriciel, des critères multiples et découplés ont été associés à chaque variable d'endommagement des torons et sont définis en fonction des forces thermodynamiques associées aux torons :

$$\begin{cases} y_{1t}^{toron} = \frac{1}{2} \left( C_{11}^0 \langle \varepsilon_1 \rangle_+^2 + f_{1t}^5 \cdot C_{55}^0 \cdot (\varepsilon_5)^2 + f_{1t}^6 \cdot C_{66}^0 \cdot (\varepsilon_6)^2 \right), \\ y_{1c}^{toron} = \frac{1}{2} \left( C_{11}^0 \langle \varepsilon_1 \rangle_-^2 + f_{1c}^5 \cdot C_{55}^0 \cdot (\varepsilon_5)^2 + f_{1c}^6 \cdot C_{66}^0 \cdot (\varepsilon_6)^2 \right), \\ y_{2t}^{toron} = \frac{1}{2} \left( C_{22}^0 \langle \varepsilon_2 \rangle_+^2 + f_{2t}^4 \cdot C_{44}^0 \cdot (\varepsilon_4)^2 + f_{2t}^6 \cdot C_{66}^0 \cdot (\varepsilon_6)^2 \right), \\ y_{2c}^{toron} = \frac{1}{2} \left( C_{22}^0 \langle \varepsilon_2 \rangle_-^2 + f_{2c}^4 \cdot C_{44}^0 \cdot (\varepsilon_4)^2 + f_{2c}^6 \cdot C_{66}^0 \cdot (\varepsilon_6)^2 \right), \\ y_{3t}^{toron} = \frac{1}{2} \left( C_{33}^0 \langle \varepsilon_3 \rangle_+^2 + f_{3t}^4 \cdot C_{44}^0 \cdot (\varepsilon_4)^2 + f_{3t}^6 \cdot C_{55}^0 \cdot (\varepsilon_5)^2 \right), \\ y_{3c}^{toron} = \frac{1}{2} \left( C_{33}^0 \langle \varepsilon_3 \rangle_-^2 + f_{3c}^4 \cdot C_{44}^0 \cdot (\varepsilon_4)^2 + f_{3c}^6 \cdot C_{55}^0 \cdot (\varepsilon_5)^2 \right), \end{cases} \quad \text{Eq V.2}$$

avec  $f_{1t}^5$ ,  $f_{1c}^6$ ,  $f_{1c}^5$ ,  $f_{1c}^6$ ,  $f_{2t}^4$ ,  $f_{2c}^6$ ,  $f_{2c}^4$ ,  $f_{2c}^6$ ,  $f_{3t}^4$ ,  $f_{3c}^5$ ,  $f_{3c}^4$  et  $f_{2c}^5$  des paramètres matériau à identifier qui représentent l'ensemble des couplages possibles entre traction et cisaillement.

Finalement, la loi d'état du modèle d'endommagement statique multiaxial est définie en fonction des endommagements matriciels et des torons, mais également des déformations résiduelles, stockées et de fermeture :

$$\underline{\sigma} = \rho \frac{\partial \Psi}{\partial \underline{\varepsilon}} = \underline{\underline{C}}^{eff} (d_i^m, d_{jt}^{toron}, d_{jc}^{toron}) : (\underline{\varepsilon} - \underline{\varepsilon}^0 - \underline{\varepsilon}^{th}) - \underline{\underline{C}}^0 : (\underline{\varepsilon}^r + \underline{\varepsilon}^s - \underline{\varepsilon}^0). \quad \text{Eq V.3}$$

La modélisation du comportement en fatigue et en fluage des CMCs sous atmosphère oxydante est réalisée avec un modèle Fatigue / Physico-chimique. Tout d'abord les mécanismes d'endommagement en fatigue sont considérés identiques aux mécanismes d'endommagement statique. Ainsi, le modèle de durée de vie dit purement mécanique ou modèle de Fatigue se compose de cinq variables d'endommagement qui évoluent en fonction

du nombre de cycles présent dans un bloc de cycles et du rapport de charge du cycle caractéristique de fatigue. Pour cela, une loi d'accroissement pour chacune des cinq variables de l'endommagement matriciel a été proposée. Notons que les cinq lois d'accroissement sont définies de telle manière que lors d'essais de fluage sans oxydation l'endommagement matriciel n'évolue pas :

$$\frac{\partial d_i^m}{\partial N} = \left( d_{c_i}^{m_f} - d_i^m \right)^{\gamma_i} \left( \frac{\left\langle \left( (1 - R_{y_i})^{\beta_i} y_i^{\max} - y_{0_i}^f \right)_+ \right\rangle}{y_{c_i}^f} \right)^{\delta_i}, \quad \text{Eq V.4}$$

$$R_{y_i} = \frac{y_i^{\min}}{y_i^{\max}} \text{ avec } \begin{cases} y_i^{\max} = \max_{\text{sur le cycle}} (y_i(\varepsilon)) \\ y_i^{\min} = \min_{\text{sur le cycle}} (y_i(\varepsilon)) \end{cases}, i = \{1, 2, 3, 4, 5\}, \quad \text{Eq V.5}$$

Cette hypothèse est en accord avec les observations expérimentales. Ainsi, le modèle de durée de vie purement mécanique prend en compte l'évolution de l'endommagement avec le nombre de cycles, ce qui permet de prévoir la durée de vie mais également l'évolution des propriétés élastiques et de la tenue résiduelle.

Cependant sous atmosphère oxydante la durée de vie des CMCs dépend de l'oxydation des torons longitudinaux et transverses. Ainsi un modèle physico-chimique est couplé au modèle purement mécanique. Ce modèle physico-chimique permet de prendre en compte l'effet de l'environnement sur la durée de vie des fibres de carbure de silicium, sur l'oxydation de l'interphase de pyrocarbone et sur la cicatrisation.

Tout d'abord les endommagements matriciels introduits par le modèle purement mécanique permettent de définir deux ouvertures de fissures orthogonales, l'une aux torons longitudinaux  $h_{chaîne}^m$  et l'autre aux torons transverses  $h_{trame}^m$ . Toutefois, on considère que les fissures dites « hors-plan », c'est-à-dire créées soit par une sollicitation hors plan ou par une sollicitation plan, ne permettent pas à l'oxygène d'atteindre les torons. Ainsi, l'effet des différentes oxydations sur le comportement mécanique n'est pas pris en compte en présence de ce type de fissures. En revanche, les fissures engendrées par une sollicitation dans le sens trame ont le même effet sur l'ouverture de fissure matricielle  $h_{trame}^m$  que celles créées par une sollicitation dans le sens chaîne sur l'ouverture de fissure matricielle  $h_{chaîne}^m$ . Enfin, les fissures orientées à  $\pm 45^\circ$  ont chacune des effets sur la rupture des torons longitudinaux et transverses mais avec une influence moindre que les fissures dans le sens chaîne et trame. Des coefficients  $\zeta_i$  sont alors introduits dans le calcul des ouvertures de fissure pour pondérer l'effet des fissures à  $\pm 45^\circ$  :

$$\begin{cases} h_{chaîne}^m = h_0^m \sum_i \left\langle \zeta_i d_i^m - d_{seuil} \right\rangle_+ \eta^m \varepsilon_n & i = \{1, 4, 5\} \\ h_{trame}^m = h_0^m \sum_i \left\langle \zeta_i d_i^m - d_{seuil} \right\rangle_+ \eta^m \varepsilon_n & i = \{2, 4, 5\} \end{cases} \quad \text{Eq V.6}$$

Parallèlement au calcul des ouvertures de fissures, la hauteur de cicatrisation  $h_{B_2O_3}$  est calculée. La vitesse de cicatrisation du matériau dépend à la fois de l'oxyde de bore formé par oxydation, de l'oxyde de bore volatilisé par la vapeur d'eau et par la température.

Connaissant les ouvertures de fissures matricielles  $h_{chaîne}^m$  et  $h_{trame}^m$  ainsi que l'état de cicatrisation du matériau, la pression en oxygène au cœur du matériau pour les torons longitudinaux et transverses est alors déterminée. Ce sont ces quantités d'oxygène qui vont

oxyder les interphases de pyrocarbone et les torons. Ainsi, pour les torons longitudinaux et transverses, la hauteur de pyrocarbone oxydée est déterminée et permet de calculer un taux de décohésion pour le toron longitudinal  $\beta_{chaîne}^{decoh}$  et transverse  $\beta_{trame}^{decoh}$ . Ces deux fonctions adimensionnées représentent la longueur moyenne de décohésion sur les fibres  $\bar{l}_{chaîne}^{PyC}$  dans un toron longitudinal de largeur moyenne  $\bar{l}_{toron}$  :

$$\begin{cases} \beta_{chaîne}^{decoh} = \frac{n_{fissure}}{n_{fibre}} \frac{\bar{l}_{chaîne}^{PyC}}{\bar{l}_{toron}} \\ \beta_{trame}^{decoh} = \frac{n_{fissure}}{n_{fibre}} \frac{\bar{l}_{trame}^{PyC}}{\bar{l}_{toron}} \end{cases} \quad \text{Eq V.7}$$

avec  $\frac{n_{fissure}}{n_{fibre}}$  le rapport du nombre de fibres présentant des décohésions sur le nombre de

fibres dans le toron. Ces deux taux de décohésion traduisent les effets de l'oxydation du pyrocarbone sur le comportement du matériau. Rappelons que nous considérons que l'oxydation des interphases engendre d'une part une diminution de la rigidité du matériau et du seuil à rupture des torons et d'autre part une augmentation des déformations résiduelles. D'un point de vue macroscopique, ces trois paramètres vont alors être définis en fonction de ces deux taux de décohésion. Le tenseur des souplesses matricielles est alors défini dans le modèle de durée de vie multiaxial de la manière suivante :

$$\Delta \underline{\underline{S}} = \sum_{i=1}^5 d_i^m (1 + \zeta_i^{decoh}) (\eta_i^m \underline{\underline{H}}_i^{m+} + (1 - \eta_i^m) \underline{\underline{H}}_i^{m-}). \quad \text{Eq V.8}$$

De la même manière que pour les ouvertures de fissure  $h_{chaîne}^m$  et  $h_{trame}^m$ , on considère que les fissures hors plan n'influencent pas l'oxydation des torons, mais que les fissures orientées à  $\pm 45^\circ$  ont chacune des effets sur l'oxydation des torons longitudinaux et transverses mais avec une influence moindre que les fissures dans le sens chaîne et trame. Ainsi, avec ces différentes hypothèses, les coefficients  $\zeta_i^{decoh}$  introduits dans le tenseur des souplesses sont définis par :

$$\begin{cases} \zeta_1^{decoh} = \zeta_{chaîne}^{decoh} \beta_{chaîne}^{decoh} \\ \zeta_2^{decoh} = \zeta_{trame}^{decoh} \beta_{trame}^{decoh} \\ \zeta_3^{decoh} = 0 \\ \zeta_4^{decoh} = \alpha^{decoh} (\zeta_{chaîne}^{decoh} \beta_{chaîne}^{decoh} + \zeta_{trame}^{decoh} \beta_{trame}^{decoh}) \\ \zeta_5^{decoh} = \zeta_4^{decoh} \end{cases} \quad \text{Eq V.9}$$

avec  $\zeta_{chaîne}^{decoh}$  et  $\zeta_{trame}^{decoh}$  des coefficients matériau qui permettent de prendre en compte l'effet de l'oxydation de l'interphase sur le tenseur des souplesses et  $\alpha^{decoh}$  un coefficient pondérateur de l'effet des fissures à  $\pm 45^\circ$ .

De la même manière, les déformations résiduelles sont écrites en fonction des taux de décohésion :

$$\underline{\underline{\dot{\epsilon}}}^r = \underline{\underline{S}}^o : \sum_{i=1}^5 \chi_i (d_i^m + d_i^m \zeta_i^{decoh}) (\eta_i^m \underline{\underline{K}}_i^{m+} + (1 - \eta_i^m) \underline{\underline{K}}_i^{m-}) \quad \text{Eq V.10}$$

avec :

$$\begin{cases} \chi_1^{decoh} = \chi_{chaîne}^{decoh} \beta_{chaîne}^{decoh} \\ \chi_2^{decoh} = \chi_{trame}^{decoh} \beta_{trame}^{decoh} \\ \chi_3^{decoh} = 0 \\ \chi_4^{decoh} = \alpha^{decoh} (\chi_{chaîne}^{decoh} \beta_{chaîne}^{decoh} + \chi_{trame}^{decoh} \beta_{trame}^{decoh}) \\ \chi_5^{decoh} = \chi_4^{decoh} \end{cases} \quad \text{Eq V.11}$$

Pour finir, deux coefficients matériau  $\gamma_1^{decoh}$  et  $\gamma_2^{decoh}$  sont introduits dans le critère de rupture des torons longitudinaux et transverses pour prendre en compte le report de charge de la matrice sur les torons suite à l'oxydation du pyrocarbone :

$$\begin{cases} \left(1 + \alpha_{Rt}^{chaîne} \frac{d^m}{d_c} + \gamma_1^{decoh} \beta_{chaîne}^{decoh}\right)^{n_{Rt\_chaîne}} y_{1t}^{toron} - y_{01t}^{toron} \geq 0 \\ \left(1 + \alpha_{Rt}^{trame} \frac{d^m}{d_c} + \gamma_2^{decoh} \beta_{trame}^{decoh}\right)^{n_{Rt\_trame}} y_{2t}^{toron} - y_{02t}^{toron} \geq 0 \end{cases} \quad \text{Eq V.12}$$

De plus, les seuils de rupture des torons  $y_{01t}^{toron}$  et  $y_{02t}^{toron}$  présentés dans l'Eq V.12 évoluent en fonction de l'oxydation des torons et plus précisément de la température et de la concentration en oxygène au sein du matériau  $C_{O_2}^{int}$  :

$$\frac{dy_{01t}^{toron}(t)}{dt} = -\frac{1}{\bar{B}} \cdot C_{O_2}^{int}(t) \exp\left(-\frac{E_a^{Nicalon}}{RT(t)}\right) (y_{01t}^{toron}(t))^{\frac{n^{toron}}{2}+1} \quad \text{Eq V.13}$$

avec  $\bar{B} = \frac{n^{toron} B^{toron}}{2} (2E_{11}^{toron})^{\frac{n^{toron}}{2}}$  fonction de deux paramètres matériau  $n^{toron}$ ,  $B^{toron}$  et du module élastique des torons Nicalon  $E_{11}^{toron}$ .

En couplant le modèle purement mécanique et le modèle physico-chimique la durée de vie de composite à matrice céramique sous atmosphère oxydante en dessous de 900°C peut être déterminée.

### *b. La mise en œuvre du modèle de durée de vie*

La mise en œuvre du modèle complet de durée de vie mécanique et physico-chimique fonctionne de manière relativement similaire au modèle de durée de vie uniaxial (Chapitre IV).

Dans le Chapitre IV, les derniers résultats des essais expérimentaux ont montré que la loi d'accroissement de l'endommagement n'est pas entièrement satisfaisante et devait être modifiée. Pour des raisons de temps et parce que les travaux sur le modèle simplifié et sur le modèle complet ont été menés en parallèle, nous n'avons pas intégré cette nouvelle formulation dans notre modèle complet. Fondamentalement, cela ne change ni les problèmes d'implantation ni les difficultés d'identification. Ainsi, la loi utilisée pour faire évoluer l'endommagement en fonction du nombre de cycles dans le modèle multiaxial définie par l'Eq V.4 et par l'Eq V.5.

Pour pouvoir déterminer les endommagements matriciels,  $d_i^m$ , après  $N$  cycles de fatigue, les forces thermodynamiques minimale  $y_i^{min}$  et maximale  $y_i^{max}$  associées

respectivement à la contrainte minimale et maximale d'un cycle caractéristique de fatigue doivent être connues. Pour cela, la montée en charge de l'essai de fatigue est réalisée en utilisant le modèle d'endommagement statique ODM (Figure V.1). Cela permet d'obtenir d'une part ces forces thermodynamiques mais également l'endommagement matriciel avant la fatigue. Connaissant les forces thermodynamiques et l'endommagement matriciel, le module de fatigue permet alors de définir l'évolution de l'endommagement après  $N$  cycles avec la loi d'accroissement de l'endommagement. De plus, l'utilisation du modèle ODM statique permet de calculer les ouvertures de fissures qui seront utilisées pour la prise en compte de la physico-chimie.

A ce niveau, le modèle de fatigue complet revient finalement à identifier une loi d'accroissement de l'endommagement par direction, c'est-à-dire à partir d'essais de fatigue respectivement dans les directions  $0^\circ$ ,  $90^\circ$ ,  $+45^\circ$ ,  $-45^\circ$  (et d'essais hors plan). On peut ainsi s'inspirer des identifications proposées pour le modèle uniaxial dans chacune de ces directions si on considère les termes de couplage dans les forces thermodynamiques nuls (coefficients  $b_1^6, b_2^6, b_1^4, b_1^5$  de l'Eq II.15). L'identification de ces termes de couplage, qui expriment le fait que l'on endommagera plus le matériau en superposant du cisaillement à un essai de traction, nécessite évidemment des essais multiaxiaux.

Parallèlement à ce module de fatigue, un modèle physico-chimique est utilisé. A partir des conditions environnementales (température (T), pression en oxygène extérieure et en vapeur d'eau) et des ouvertures de fissures, le modèle physico-chimique permet de calculer dans un premier temps l'évolution de la cicatrisation du composite au bout de  $N$  cycles. Ainsi, connaissant l'état d'endommagement et de cicatrisation du composite, les pressions internes en oxygène au sein des torons longitudinaux et transverses sont déterminées. L'oxygène présent dans le composite va alors oxyder le pyrocarbone puis les fibres de carbure de silicium. Finalement, les taux de décohésion et les seuils à rupture des torons sont calculés.

Ainsi, le module Fatigue/Physico-chimie permet de déterminer l'endommagement matriciel, les taux de décohésion fibre/matrice et le seuil à rupture des torons après un essai de fatigue ou de fluage. Ces données en sortie du module vont alors permettre de simuler le comportement du composite en fonction du nombre de cycles et de l'environnement. Afin d'actualiser le modèle de durée de vie, en particulier les forces thermodynamiques et les ouvertures de fissures, un cycle caractéristique de fatigue est simulé à des temps définis par l'utilisateur avec le modèle d'endommagement ODM. Cette actualisation n'est pas réalisée dans le modèle de durée de vie uniaxial (Chapitre IV). Elle a été introduite dans le modèle de durée de vie multiaxial afin de pouvoir comparer par la suite les modèles implantés dans Matlab® et dans un code de calcul. Nous reviendrons sur ce point dans le Chapitre VI. Le temps du cycle de réactualisation est considéré comme négligeable par rapport à la durée d'un bloc de  $N$  cycles. Ainsi, l'oxydation du matériau n'est pas prise en compte lors de ce cycle de réactualisation qui permet d'ajuster les forces thermodynamiques utiles pour calculer le nouvel endommagement matriciel lors du bloc de cycles suivant.

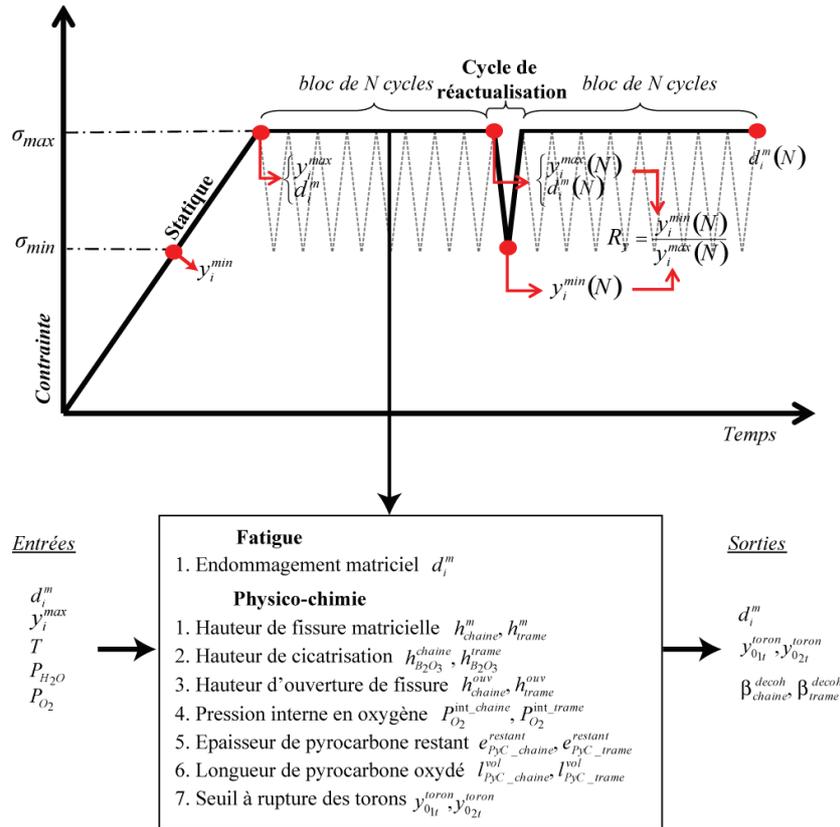


Figure V.1 : Mise en œuvre du modèle de durée de vie.

Cette mise en œuvre du modèle de durée de vie (Figure V.1) permet de réaliser des chargements plus complexes, en modifiant le cycle de réactualisation. Au moment de la modification du cycle de réactualisation, l'utilisateur a la possibilité de changer le rapport des contraintes et/ou la contrainte maximale du chargement suivant ainsi que le nombre de cycles des prochains blocs.

Dans ce cas, un essai de fatigue ou de fluage par palier peut être simulé (Figure V.2 a). Enfin, au lieu d'imposer un cycle caractéristique de fatigue après un certain nombre de bloc de cycles, une traction jusqu'à rupture peut être définie. Ce dernier cas de chargement permet alors de définir les performances résiduelles du matériau (Figure V.2 b).

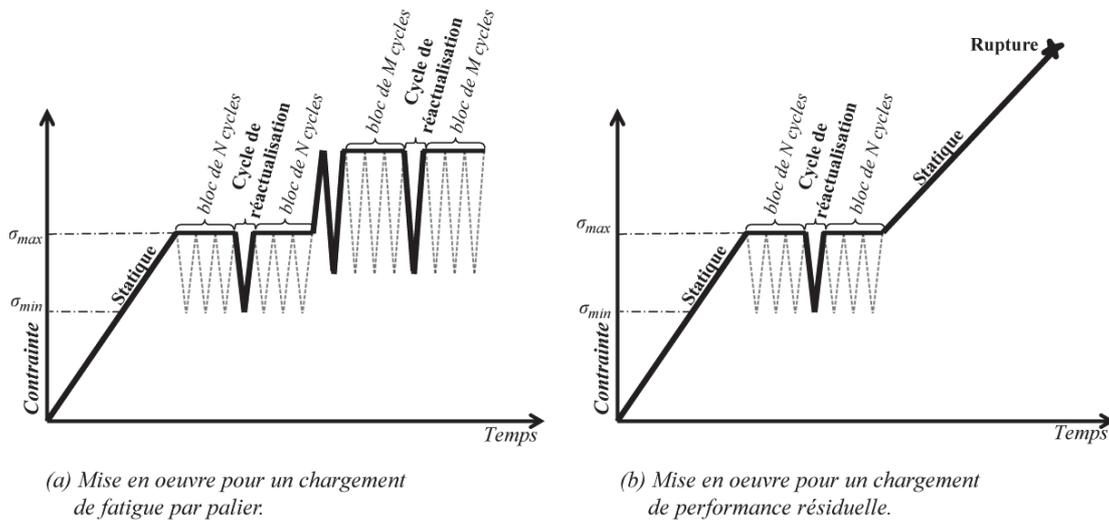


Figure V.2 : Exemple de mise en œuvre du modèle de durée de vie pour des chargements complexes.

Cependant, les essais expérimentaux de fatigue ou de fluage incluent régulièrement des cycles jusqu'à contrainte nulle afin d'enregistrer les déformations à contrainte nulle et de déterminer le module. Afin de comparer au mieux le modèle de durée de vie avec les essais expérimentaux, nous avons proposé une mise en œuvre du modèle qui permet, de manière similaire aux essais expérimentaux, d'introduire un cycle de réactualisation dans le modèle jusqu'à une contrainte nulle et non plus jusqu'à la contrainte minimale du cycle caractéristique de fatigue (Figure V.3).

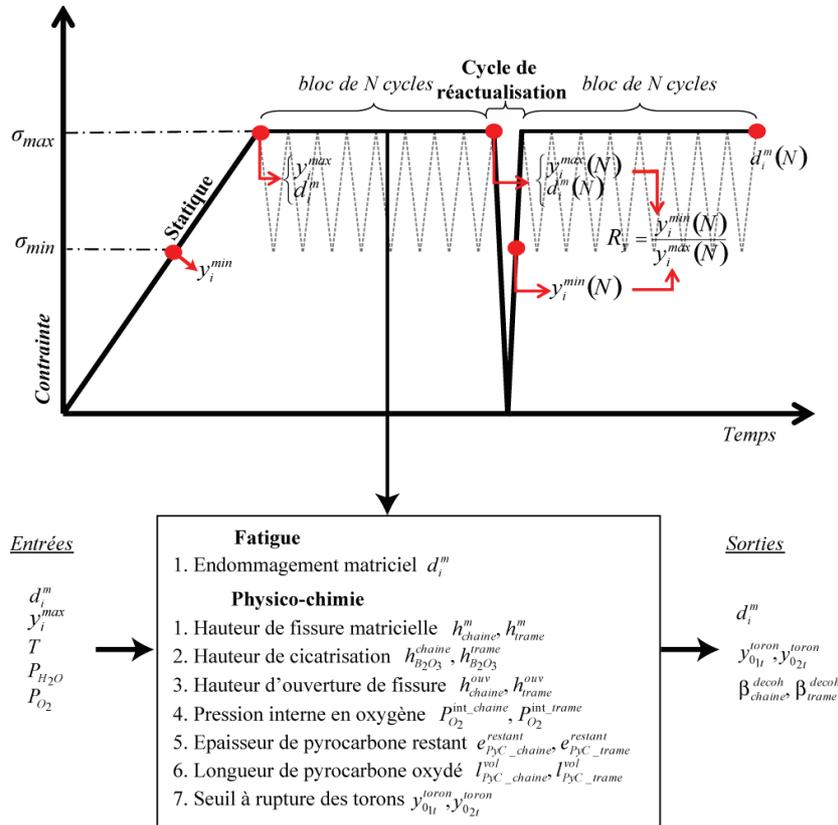


Figure V.3: Nouvelle mise en œuvre du modèle de durée de vie.

Cette nouvelle mise en œuvre du modèle ne change en rien le résultat. En effet, les forces thermodynamiques utiles pour le calcul des endommagements matriciels après  $N$  cycles sont toujours déterminées aux contraintes maximale et minimale du cycle caractéristique de fatigue. Enfin, comme l'endommagement matriciel dans le modèle ODM n'évolue pas pendant les phases de décharge, celui-ci est identique pour les deux mises en œuvre.

## I.2 Optimisation des algorithmes

En s'inspirant des travaux menés pour le modèle uniaxial, les algorithmes de résolution ont également été optimisés pour le modèle multiaxial. Toutefois, l'optimisation de la loi d'accroissement de l'endommagement, c'est-à-dire la convergence du nombre de cycles par bloc de cycles, n'a pas été abordée par manque de temps. Pour la même raison, l'utilisation d'une méthode par dichotomie pour déterminer le nombre de cycles à rupture et déjà introduite dans le modèle uniaxial n'a pas encore été implantée dans ce modèle complet.

## I.2.1 Chargement en contrainte

Les essais expérimentaux de fatigue ou de fluage sont essentiellement pilotés en force ou en contrainte. Il est alors nécessaire, afin de simuler ces essais, de pouvoir réaliser des chargements en contrainte dans le modèle de durée de vie. Or, le modèle d'endommagement ODM est un modèle « explicite » en déformation : connaissant le champ de déformation  $\underline{\varepsilon}$ , les déformations positives utiles au calcul des forces thermodynamiques matriciel et des torons ( $y_i^m, y_{jt}^{toron}, y_{jc}^{toron}$ ) sont directement déterminées. Ces dernières permettent ainsi de définir les variables d'endommagement liées à la matrice ( $d_i^m$ ) ainsi qu'à la rupture progressive des torons ( $d_{jt}^{toron}, d_{jc}^{toron}$ ). Préalablement au calcul des index de désactivation ( $\eta_i^m$ ), la déformation au moment de fermeture ( $\bar{\underline{\varepsilon}}$ ) est évaluée. Les calculs précédents permettent alors de déterminer le tenseur des rigidités effectives lié à l'endommagement matriciel et à la rupture progressive des torons ( $\underline{C}^{eff}$ ) mais aussi celui lié uniquement à la rupture des torons ( $\underline{C}_{toron}^{eff}$ ). Puis le calcul des déformations stockées et résiduelles se fait de manière incrémentale. Finalement tous les éléments sont disponibles pour déterminer le champ de contrainte ( $\underline{\sigma}$ ). Les détails de cet algorithme sont présentés dans le Tableau V.2. Le schéma de résolution est similaire au modèle simplifié (à l'exception des déformations stockées dont la résolution sera explicitée plus loin) mais nécessite la résolution des équations pour chacune des directions d'endommagement.

Tableau V.2: Algorithme explicite du modèle d'endommagement statique ODM.

<p><u>Étape 1</u> : Calcul de l'endommagement matriciel</p> <p>Calcul des tenseurs des déformations positives : <math>\underline{\varepsilon} \Rightarrow \underline{\varepsilon}^{d_1^+}, \underline{\varepsilon}^{d_2^+}, \underline{\varepsilon}^{d_3^+}</math></p> <p>Calcul des forces motrices matricielles : <math>\begin{cases} \underline{\varepsilon}^{d_k^+} \Rightarrow z_i^m &amp; k = \{1,2,3,4,5\} \text{ et } i = \{1,2,3,6\} \\ \underline{\varepsilon} \Rightarrow z_{3t}^m, z_{3c}^m \end{cases}</math></p> <p>Calcul des forces thermodynamiques matricielles : <math>z_i^m \Rightarrow y_i^m \quad i = \{1,2,3,4,5\}</math></p> $\boxed{y_i^m \Rightarrow d_i^m} \quad i = \{1,2,3,4,5\}$
<p><u>Étape 2</u> : Calcul de l'endommagement progressif des torons</p> <p>Calcul des forces thermodynamiques : <math>\underline{\varepsilon}^{d_k^+}, \underline{\varepsilon} \Rightarrow \begin{cases} y_{jt}^{toron} \\ y_{jc}^{toron} \end{cases} \quad k = j = \{1,2,3,4,5\}</math></p> $\boxed{\begin{cases} y_{jt}^{toron} \\ y_{jc}^{toron} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} d_{jt}^{toron} \\ d_{jc}^{toron} \end{cases}} \quad j = \{1,2,3,4,5\}$
<p><u>Étape 3</u> : Calcul des index de désactivation matriciels</p> <p>Calcul de la déformation de fermeture : <math>\underline{\varepsilon}^0 \Rightarrow \bar{\underline{\varepsilon}}</math></p> <p>Calcul de l'amplitude de variation : <math>d_i^m \Rightarrow \Delta \varepsilon_i^0 \quad i = \{1,2,3,4,5\}</math></p> $\boxed{\bar{\underline{\varepsilon}}, \Delta \varepsilon_i^0 \Rightarrow \eta_i^m} \quad i = \{1,2,3,4,5\}$

Étape 4 : Calcul du tenseur des rigidités effectives

Variation de la souplesse effective matricielle  $\eta_i^m, d_i^m \Rightarrow \Delta S_{=m}^{eff}$   $i = \{1,2,3,4,5\}$

Variation de la souplesse effective pour la rupture des torons  $d_{jt}^m, d_{jc}^m \Rightarrow \Delta S_{=toron}^{eff}$

$j = \{1,2,3,4,5\}$

$$\Delta S_{=m}^{eff}, \Delta S_{=toron}^{eff} \Rightarrow \begin{cases} C_{=}^{eff} \\ C_{=toron}^{eff} \end{cases}$$

Étape 5 : Calcul des déformations résiduelles et stockées

$$C_{=}^{eff}, \eta_i^m, d_i^m \Rightarrow \begin{cases} \underline{\varepsilon}^r \\ \underline{\varepsilon}^s \end{cases} \quad i = \{1,2,3,4,5\}$$

Étape 6 : Calcul du tenseur des contraintes

$$C_{=}^{eff}, C_{=toron}^{eff}, \underline{\varepsilon}, \underline{\varepsilon}^r, \underline{\varepsilon}^s \Rightarrow \underline{\sigma}$$

De la même manière que pour le modèle d'endommagement uniaxial, une méthode de Newton-Raphson est utilisée dans le modèle multiaxial pour effectuer des chargements en contrainte. L'utilisation de cette méthode itérative demande de connaître la matrice tangente du modèle.

Deux méthodes peuvent être utilisées pour déterminer la matrice tangente du modèle multiaxial :

*i)* une solution numérique par une méthode des perturbations. Cette approche fournit une estimation mais elle demande un temps de calcul important.

*ii)* un calcul analytique qui peut parfois être très complexe selon le modèle utilisé. Dans notre cas, les modifications apportées au modèle statique (Chapitre II), et plus particulièrement la réécriture des déformations positives permettent de déterminer analytiquement la matrice tangente du modèle d'endommagement statique ODM qui s'exprime de la manière suivante :

$$\frac{\partial \underline{\sigma}}{\partial \underline{\varepsilon}} = \frac{\partial C_{=}^{eff}}{\partial \underline{\varepsilon}} : (\underline{\varepsilon} - \underline{\varepsilon}^0 - \underline{\varepsilon}^h) + C_{=}^{eff} : \left( \frac{\partial \underline{\varepsilon}}{\partial \underline{\varepsilon}} - \frac{\partial \underline{\varepsilon}^0}{\partial \underline{\varepsilon}} - \frac{\partial \underline{\varepsilon}^h}{\partial \underline{\varepsilon}} \right) - C_{=}^0 : \left( \frac{\partial \underline{\varepsilon}^r}{\partial \underline{\varepsilon}} - \frac{\partial \underline{\varepsilon}^s}{\partial \underline{\varepsilon}} - \frac{\partial \underline{\varepsilon}^0}{\partial \underline{\varepsilon}} \right) \quad \text{Eq V.14}$$

Le détail du calcul de la matrice tangente du modèle multiaxial ainsi que son implémentation et sa vérification par comparaison à la matrice numérique sont présentés dans l'Annexe B.

Notons que des versions simplifiées de la matrice tangente sont souvent utilisées, par exemple en utilisant  $C_{=}^{eff}$ . Nous avons pu vérifier que ces choix conduisaient souvent à des écarts significatifs qui résultent d'une mauvaise approximation de la matrice tangente et qui peuvent dégrader significativement les performances de l'algorithme.

### I.2.2 Les déformations résiduelles et stockées

Dans le Chapitre IV, il a été montré que suivant la méthode de résolution adoptée, la réponse contrainte/déformation pouvait être différente. Pour pallier ce problème, une optimisation de la résolution des déformations résiduelles a été proposée. Ces algorithmes de résolution, i.e. la méthode de type Euler explicite, la méthode des trapèzes et la quadrature de Gauss d'ordre 3, sont également implantés dans le modèle de durée de vie multiaxial.

L'ajout de la fermeture progressive des fissures et plus particulièrement le fait que les fissures ne se ferment pas à déformation nulle engendre des discontinuités de la réponse contrainte / déformation. Les déformations stockées sont introduites dans le modèle complet afin d'éliminer cet inconvénient. L'évolution de la déformation stockée est définie de la manière suivante :

$$\dot{\underline{\varepsilon}}^s = -\underline{S}^0 : \left[ \left( \sum_{i=1}^5 d_i^m \dot{\eta}_i^m \left( \underline{K}_i^{m+} - \underline{K}_i^{m-} \right) \right) : \underline{\varepsilon}^* \right], \quad \text{Eq V.15}$$

Précédemment dans le modèle ODM [Marcin L, 2010], l'évolution de l'index de désactivation était définie en fonction du pas précédent à  $t-\Delta t$  et du pas actuel à l'instant  $t$  :

$$\dot{\eta}_i^m = \frac{\partial \Delta \eta_i^m}{\partial \Delta t} = \frac{\eta_i^m(t) - \eta_i^m(t - \Delta t)}{\Delta t}. \quad \text{Eq V.16}$$

De la même manière, les déformations stockées à l'instant  $t$  correspondent à celles au pas précédent auxquelles s'ajoute la variation des déformations résiduelles  $\dot{\varepsilon}^s$  :

$$\varepsilon^s(t + \Delta t) = \varepsilon^s(t) + \Delta t \cdot \dot{\varepsilon}^s. \quad \text{Eq V.17}$$

Ce type de méthode de résolution nécessite d'utiliser un certain nombre d'incrémentes pour obtenir la convergence des résultats. Avec la méthode utilisée précédemment, on constate une convergence de la déformation stockée à partir de 5000 incrémentes pour une sollicitation de traction compression sens chaîne (Figure V.4).

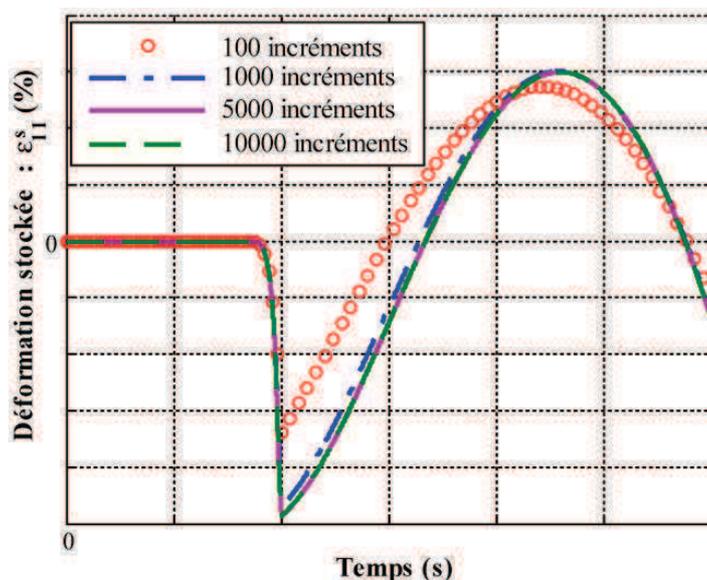


Figure V.4 : Influence du nombre d'incrémentes sur la déformation stockée par une résolution de type Euler.

De la même manière que pour les déformations résiduelles présentées dans le Chapitre IV, la résolution des déformations stockées est optimisée afin de rendre plus robuste le

modèle de durée de vie. Pour cela, une méthode de résolution par quadrature de Gauss d'ordre 3 a été comparée à l'ancienne méthode de résolution de type "Euler" explicite.

Pour cela, l'évolution de l'index de désactivation :

$$\eta_i^m = \begin{cases} 1 & \text{si } \Delta \underline{\varepsilon}_i^0 < \bar{\varepsilon}_i \\ \frac{1}{2} \left( 1 - \cos \left( \frac{\pi}{2} \frac{\bar{\varepsilon}_i + \Delta \underline{\varepsilon}_i}{\Delta \underline{\varepsilon}_i} \right) \right) & \text{si } -\Delta \underline{\varepsilon}_i^0 < \bar{\varepsilon}_i \leq \Delta \underline{\varepsilon}_i^0 \\ 0 & \text{si } \bar{\varepsilon}_i \leq -\Delta \underline{\varepsilon}_i^0 \end{cases}, \quad \text{Eq V.18}$$

est fournit par :

$$\frac{\partial \eta_i^m}{\partial \underline{\varepsilon}} = \begin{cases} 0 & \text{si } \Delta \underline{\varepsilon}_i^0 \leq \underline{\varepsilon}_i \\ \frac{\pi}{4 \Delta \underline{\varepsilon}_i^0} \cdot \sin \left( \frac{\pi}{2} \frac{(\underline{\varepsilon} - \underline{\varepsilon}^0) + \Delta \underline{\varepsilon}_i^0}{\Delta \underline{\varepsilon}_i^0} \right) & \text{si } -\Delta \underline{\varepsilon}_i^0 \leq \underline{\varepsilon}_i \leq \Delta \underline{\varepsilon}_i^0 \\ 0 & \text{si } \underline{\varepsilon}_i \leq -\Delta \underline{\varepsilon}_i^0 \end{cases}. \quad \text{Eq V.19}$$

De cette façon, l'évolution des déformations stockées peut directement s'écrire en fonction de la déformation :

$$\int_{\underline{\varepsilon}^s(t)}^{\underline{\varepsilon}^s(t+dt)} d\underline{\varepsilon}^s = \begin{cases} 0 & \text{si } \Delta \underline{\varepsilon}_1^0 \leq \underline{\varepsilon}_1 \\ - \int_{\underline{\varepsilon}(t)}^{\underline{\varepsilon}(t+dt)} \sum_{i=1}^5 d_i^m \frac{\partial \eta_i^m}{\partial \underline{\varepsilon}} : \underline{\underline{S}}^0 : (\underline{\underline{K}}_i^{m+} - \underline{\underline{K}}_i^{m-}) : \underline{\underline{\varepsilon}}. d\underline{\varepsilon} & \text{si } -\Delta \underline{\varepsilon}_1^0 \leq \underline{\varepsilon}_1 \leq \Delta \underline{\varepsilon}_1^0 \\ 0 & \text{si } \underline{\varepsilon}_1 \leq -\Delta \underline{\varepsilon}_1^0 \end{cases}, \quad \text{Eq V.20}$$

où les tenseurs  $\underline{\underline{K}}_i^{m+}$  et  $\underline{\underline{K}}_i^{m-}$  dépendent également de la déformation :

$$\begin{aligned} \underline{\underline{K}}_i^{m+} &= \underline{\underline{C}}^{eff}(\underline{\varepsilon}) : \underline{\underline{H}}_i^{m+} : \underline{\underline{C}}^{eff}(\underline{\varepsilon}) \\ \underline{\underline{K}}_i^{m-} &= \underline{\underline{C}}^{eff}(\underline{\varepsilon}) : \underline{\underline{H}}_i^{m-} : \underline{\underline{C}}^{eff}(\underline{\varepsilon}) \end{aligned} \quad \text{Eq V.21}$$

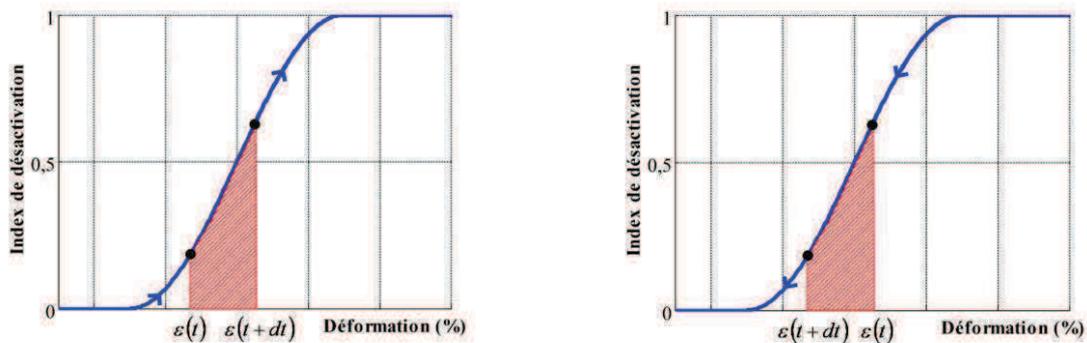
C'est la résolution par une méthode de quadrature de Gauss d'ordre 3 de l'intégrale de l'Eq V.20 qui a été étudiée. Cette méthode consiste à recalculer la fonction en trois points associés à un poids (Chapitre IV). Toutefois, deux solutions sont possibles.

Une première façon de faire consiste à recalculer entièrement le modèle aux points associés à la quadrature de Gauss. Cette solution permet alors une convergence du résultat avec peu d'incrémentes contrairement à la méthode d'Euler précédemment utilisée. Toutefois, elle est onéreuse en temps de calcul.

Une seconde solution consiste à utiliser une quadrature de Gauss d'ordre 3 sans recalculer entièrement le modèle aux points associés à la quadrature de Gauss. Le tenseur des rigidités  $\underline{\underline{C}}^{eff}$  et les endommagements matriciels sont supposés constants entre l'instant  $t$  et  $t+dt$ . Toutefois, cette seconde méthode sans réactualisation du modèle demande plus d'incrémentes que la méthode avec réactualisation pour obtenir une convergence comparable des résultats. Ainsi, toujours dans le but d'optimiser les temps de calculs et la précision du résultat en conservant un nombre d'incrémentes le plus faible possible, un découpage en différents cas, fonctions de l'index de désactivation, a été défini :

*i)* si les fissures restent ouvertes ou fermées, les déformations stockées n'évoluent pas et valent celles du pas de temps précédent.

ii) si durant l'incrément de pas de temps, les fissures se ferment ou s'ouvrent, i.e la valeur de  $\eta_i^m$  est comprise dans l'intervalle ]0:1[, des intervalles d'intégration sont directement délimités par les déformations à l'instant t et celles à l'instant t+dt (Figure V.5).



a. ouverture de fissure

b. fermeture de fissure

Figure V.5 : Schématisation du cas où les fissures s'ouvrent ou se ferment pour le calcul des déformations résiduelles.

iii) si durant l'incrément de pas de temps, les fissures passent directement d'un état ouvert à un état fermé ou inversement, i.e.  $\eta_i^m(t)=1$  et  $\eta_i^m(t=dt)=0$  ou  $\eta_i^m(t)=0$  et  $\eta_i^m(t=dt)=1$ , l'utilisation de la méthode des quadratures de Gauss peut engendrer une erreur par rapport à une solution exacte. La Figure V.6 schématise l'erreur d'intégration qu'il peut y avoir lorsqu'on passe de fissures fermées à des fissures ouvertes.

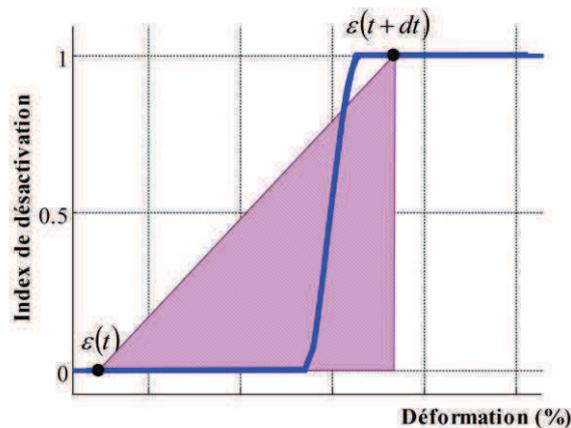
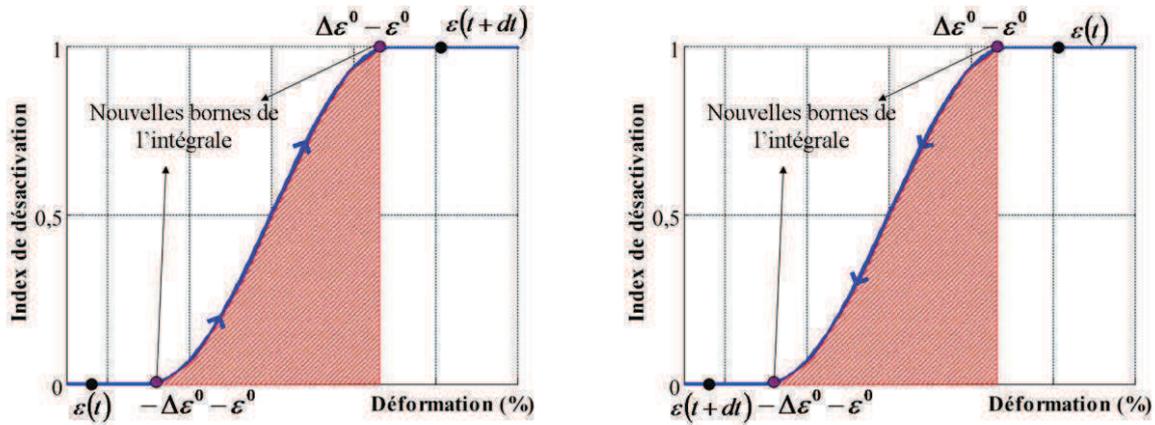


Figure V.6 : Schématisation du problème de résolution des déformations stockées lorsque que les fissures passent d'un état fermé à un état ouvert.

Or, le calcul de l'index de désactivation est défini de telle sorte que l'on connaît la déformation au moment où les fissures sont toutes fermées ou toutes ouvertes (Figure V.7). Les bornes de l'intégrale peuvent alors être redéfinies (Figure V.7).



a. fermeture des fissures

b. ouverture des fissures

Figure V.7 : Schématisation des nouvelles bornes de l'intégrale des déformations stockées lors d'une fermeture ou ouverture directe des fissures.

Avec l'ancienne méthode, on a constaté qu'il fallait 5000 incréments pour avoir une convergence lors d'une sollicitation de traction compression sens chaîne (Figure V.4). L'utilisation d'une quadrature de Gauss d'ordre 3 sans réactualisation, c'est-à-dire que le modèle n'est pas recalculé aux points de la quadrature mais que les bornes de l'intégrale de la déformation stockée sont définies par les différents cas présentés précédemment, permet une convergence à partir de 200 incréments (Figure V.8).

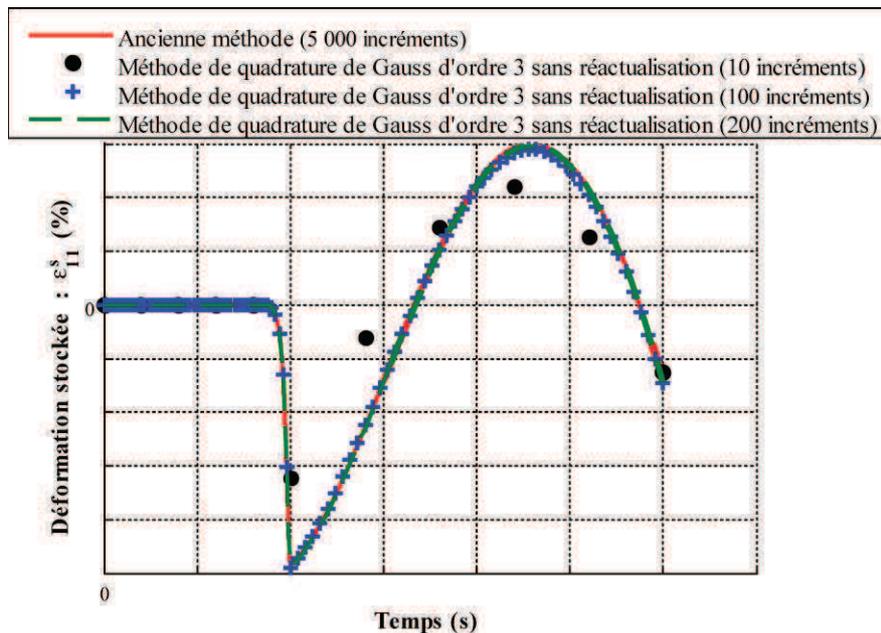


Figure V.8 : Influence du nombre d'incrément sur la déformation stockée par une résolution de quadrature de Gauss d'ordre 3 sans réactualisation.

Avec une méthode de résolution par quadrature de Gauss d'ordre 3 avec réactualisation du modèle, on il faut seulement 10 incréments pour obtenir la convergence de la réponse déformation stockée / temps (Figure V.9).

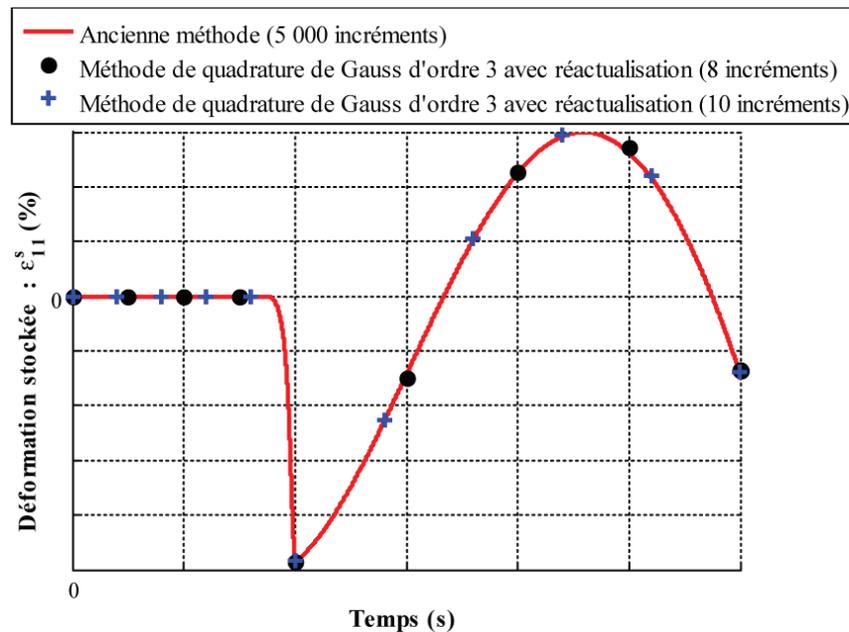


Figure V.9 : Influence du nombre d'incrément sur la déformation stockée par une résolution de quadrature de Gauss d'ordre 3 avec réactualisation.

Les deux méthodes de résolution demandent moins d'incrément pour avoir une convergence qu'avec la méthode d'Euler. Toutefois, même si l'utilisation de la quadrature de Gauss d'ordre 3 avec réactualisation du modèle complet permet d'utiliser peu d'incrément, de par les réactualisations du modèle, le temps de simulation pourra être important. Par contre, avec la méthode de quadrature de Gauss sans actualisation du modèle, le temps de calcul sera plus court. Dans certains cas de simulations, comme par exemple des tractions monotones, il peut s'avérer plus raisonnable en termes de temps de calcul d'utiliser la méthode de quadratures de Gauss d'ordre 3 sans réactualisation avec plus d'incrément que de recalculer le modèle complet en trois points.

## II. PROTOCOLE D'IDENTIFICATION

Le modèle de durée de vie multiaxial développé dans ce travail compte un certain nombre de coefficients. Ne disposant pas d'une base expérimentale suffisamment important pour identifier tous coefficients du modèle, l'objectif de cette partie est de proposer un protocole d'identification de tous les termes du module et plus particulièrement des termes de couplage. Le but est de définir l'ensemble des essais nécessaires à une identification complète du modèle. Toutefois, l'identification des termes hors plan fera l'objet d'un paragraphe dans le chapitre VI et ne sera pas traitée dans cette partie.

### II.1 Définition des essais pour l'identification dans le plan

#### II.1.1 Les propriétés élastiques

Le comportement des composites à matrice céramique est orthotrope. Ainsi, neuf rigidités doivent être identifiés pour définir leurs propriétés élastiques (dans certains cas si l'hypothèse de symétrie dans le sens chaîne et le sens trame est vérifiée, on peut se ramener à six coefficients). Tout d'abord, les modules élastiques  $E_{xx}$  et  $E_{yy}$  correspondent aux modules élastiques initiaux et peuvent être déterminés par des sollicitations de traction sens chaîne et sens trame (chapitre IV). En ce qui concerne le module élastique hors plan  $E_{zz}$ , l'essai de

traction sur éprouvette diabolo est classiquement utilisé pour le déterminer. Toutefois, la section circulaire des éprouvettes diabolos n'est pas adaptée aux composites tissés. [Schneider J et al, 2009] a alors proposé un essai de traction sur éprouvette en composite à matrice organique en forme de queue d'aronde. Un second type d'essai semble aussi intéressant pour déterminer le module élastique hors plan, il s'agit d'un essai de flexion 4 points sur cornière qui a été utilisé sur des composites à matrice organique [Charrier J.S, 2013]. Enfin, des travaux actuellement en cours à l'Onera sur des essais de compression sur cube de composites à matrice organique tissés semblent montrer que ce type d'essai est une solution simple et adaptée pour déterminer le module hors plan. Toutefois, la faible épaisseur des CMC peut rendre assez difficile de réaliser ces essais de compression. Actuellement, ne disposant d'aucun de ces essais sur composites à matrice céramique, le module élastique hors plan n'a pu être identifié.

Les coefficients de Poisson  $\nu_{xy}$ ,  $\nu_{xz}$ ,  $\nu_{yz}$  sont déterminés en calculant le rapport entre la déformation transverse et la déformation suivant la direction de la contrainte uniaxiale appliquée. La déformation transverse peut être obtenue par extensométrie résistive ou optique.

Pour les modules de cisaillement, le module  $G_{12}$  peut être défini classiquement à partir d'essais de traction à  $45^\circ$  par la relation suivante :

$$G_{12} = \frac{\sigma_{xx}}{2(\varepsilon_{xx} - \varepsilon_{yy})}. \quad \text{Eq V.22}$$

Enfin, des travaux sont menés à l'UTC pour déterminer les modules de cisaillement plan et hors plan de composites à matrice céramique [Tableau N et al, 2012b]. Afin, de déterminer simultanément sur un seul essai les modules  $G_{12}$  et  $G_{13}$  ou  $G_{23}$  des essais de torsion sur éprouvettes barreaux sont réalisés en faisant varier la section de l'éprouvette.

### II.1.2 Essais de traction incrémentale avec passage en compression

Les essais de traction incrémentale avec des passages en compression sens chaîne, sens trame et à  $45^\circ$  permettent d'identifier tout un ensemble de coefficients relatifs au comportement plan. En effet, le chapitre IV a montré qu'avec ce type d'essai les modules élastiques, les cinétiques d'endommagement matriciel et les déformations résiduelles peuvent être directement déterminés. De nouveaux coefficients doivent être identifiés compte tenu de la prise en compte de la fermeture progressive des fissures. Ces coefficients ( $\varepsilon^0$  moment de la fermeture ou  $\Delta\varepsilon_i^0$  correspondant à la demi-amplitude de la fermeture complète des fissures), peuvent également être identifiés grâce aux essais de traction incrémentale avec des passages en compression suffisamment importants pour que la fermeture complète des fissures puisse être observée. La distance (en déformation) entre le début de la fermeture de fissures et le moment où les fissures sont fermées correspond au double du coefficient  $\Delta\varepsilon_i^0$  (Figure V.10).

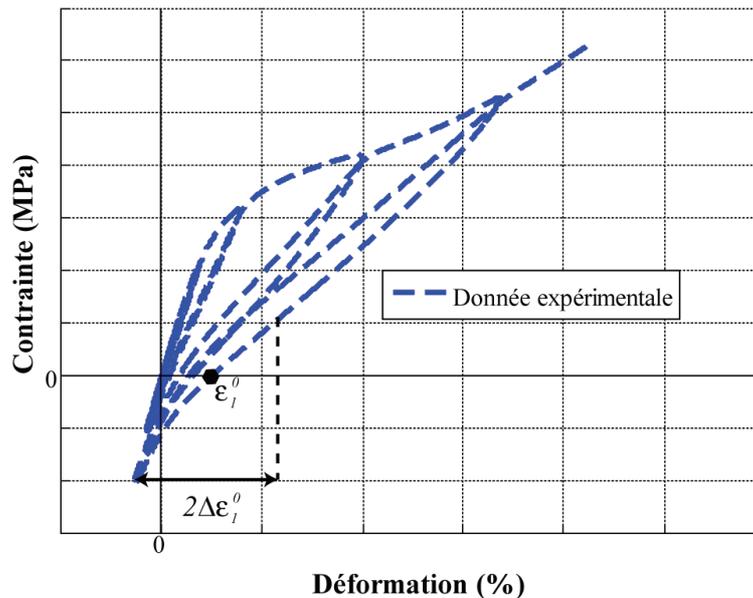


Figure V.10 : Détermination de l'amplitude de fermeture des fissures pour un essai de traction incrémentale avec compression sens chaîne.

L'identification des coefficients  $\chi_i$  réalisée pour le modèle uniaxial n'est plus valable pour le modèle complet compte tenu de l'introduction des déformations stockées. La ré-identification des coefficients des déformations résiduelles nécessite de redéfinir les coefficients des lois cinétiques d'endommagement matriciel. De même, les coefficients de cinétique d'endommagement matriciel lors d'une sollicitation à  $45^\circ$ , identifiés avec le modèle uniaxial, doivent être ré-estimés pour le modèle multiaxial puisque dans le modèle uniaxial la force thermodynamique matricielle utile pour le calcul de l'endommagement dépend uniquement de la déformation uniaxiale :

$$y^m = \frac{I}{2} E^0 \cdot \varepsilon_+ \cdot \varepsilon_+ \text{ avec } \varepsilon_+ = \langle \varepsilon \rangle_+ . \quad \text{Eq V.23}$$

Comme l'endommagement des composites à matrice céramique est orienté par le chargement, lors d'une sollicitation à  $45^\circ$ , l'endommagement  $d_4^m$  est activé dans le modèle complet. La force thermodynamique et plus particulièrement la force motrice  $z_6^m$  associée à l'endommagement  $d_4^m$  sont définies en fonction du tenseur des déformations :

$$z_6^m = \frac{I}{4} \left( C_{11}^0 \cdot \varepsilon_1^{d_1^+} \cdot \varepsilon_6^{d_1^+} + C_{22}^0 \cdot \varepsilon_2^{d_2^+} \cdot \varepsilon_6^{d_2^+} \right) + \frac{I}{4} b_1^6 \cdot C_{66}^0 \cdot \left( \varepsilon_6^{d_1^+} \cdot \varepsilon_6^{d_1^+} + \varepsilon_2^{d_2^+} \cdot \varepsilon_6^{d_2^+} \right) . \quad \text{Eq V.24}$$

Or dans le modèle multiaxial, lors d'une sollicitation à  $45^\circ$ , les composantes du tenseur des déformations 11, 22 et 12 ne sont pas nulles.

Toutefois, la valeur du seuil d'endommagement matriciel, ainsi que celle de la saturation restent identiques à celles déterminées pour le modèle uniaxial. L'identification des autres coefficients a été faite dans le modèle complet pour les deux nuances de matériaux (A et B). Les décharges des essais de traction incrémentale menés sur la nuance de plus petite épaisseur (nuance B) sont réalisées jusqu'à contrainte nulle et ne vont pas en compression. Les coefficients de la fermeture de fissure ont alors pu être identifiés mais sans certitude. Les coefficients pour la nuance B sont alors choisis similaires à ceux de la nuance A.

De plus, le coefficient  $f_{it}^6$  dans l'expression des forces thermodynamiques des torons pour prendre en compte l'effet du cisaillement sur la rupture est identifié grâce à l'essai à  $45^\circ$ . Afin de traduire le couplage entre traction et cisaillement inter et intra-laminaire, des coefficients  $b_1^6$ ,  $b_1^5$ ,  $b_2^6$ ,  $b_2^4$  ont été introduits dans les forces thermodynamiques matricielles (Eq II.15). La détermination de ces coefficients peut se faire au moyen d'essais sur structures. Comme pour les coefficients des tenseurs d'effet de l'endommagement, l'identification sur structure est difficile si les autres coefficients du modèle ne sont pas définis et une étude de sensibilité des coefficients est nécessaire. Actuellement ne disposant pas de ces essais, ces coefficients sont pris égaux à 1 dans le modèle.

La Figure V.11 et la Figure V.12 montrent respectivement les résultats obtenus après identification d'essais de traction incrémentale dans le modèle ODM complet pour les nuances A et B. Pour des raisons de confidentialité, les coefficients identifiés sont présentés dans l'Annexe A.

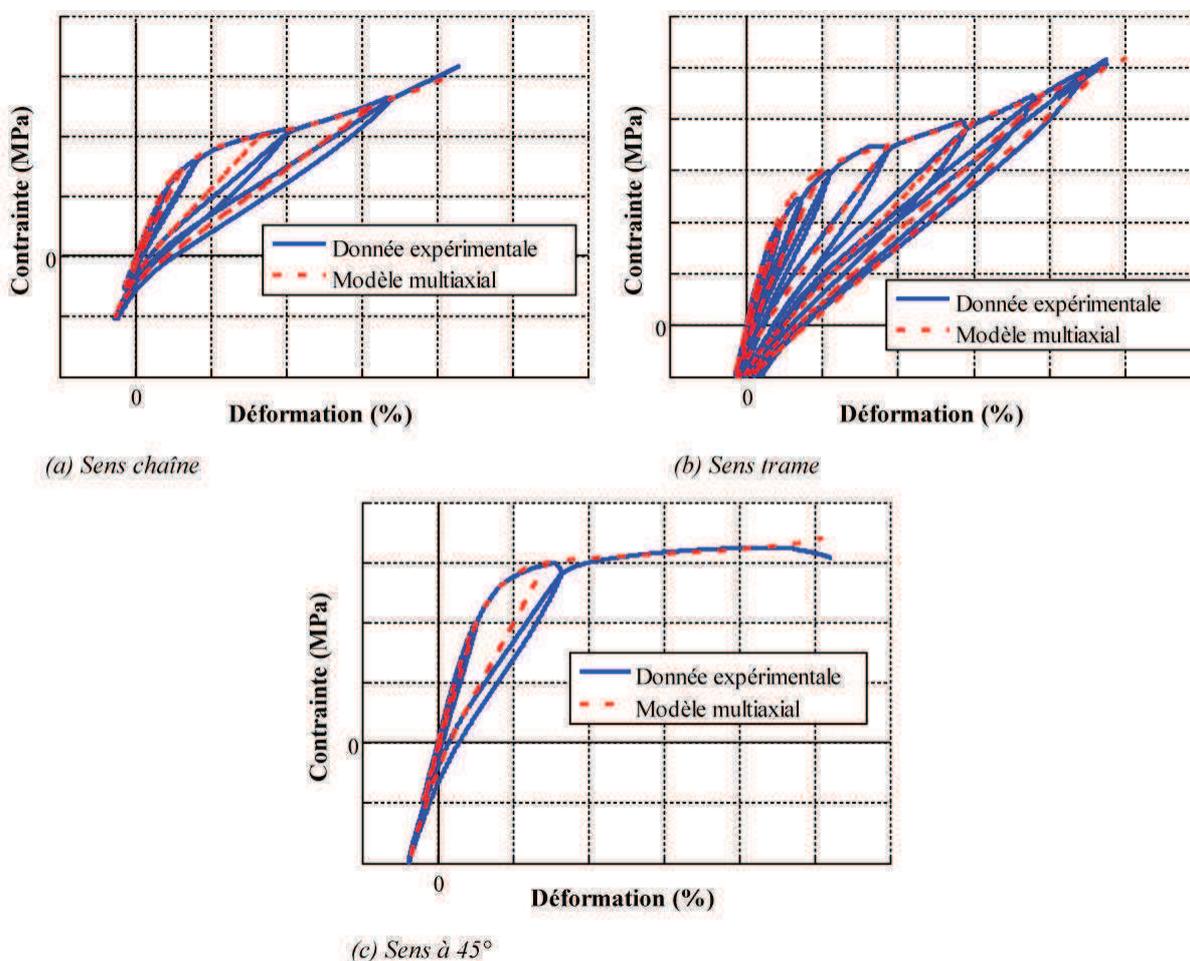


Figure V.11 : Résultats de l'identification du modèle d'endommagement statique ODM complet pour la nuance A.

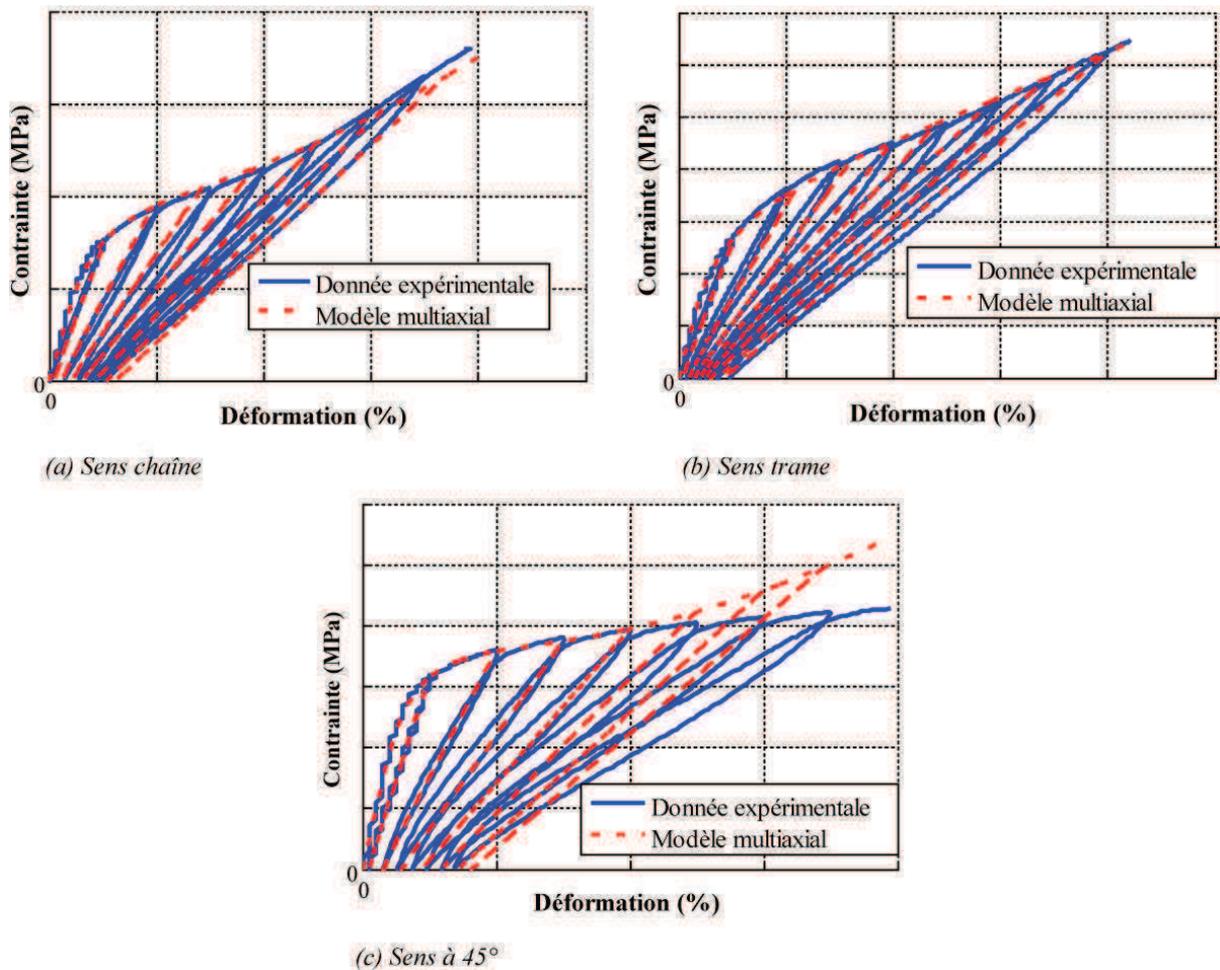


Figure V.12 : Résultats de l'identification du modèle d'endommagement statique ODM complet pour la nuance B.

### II.1.3 Les tenseurs d'effets de l'endommagement

Le paragraphe précédent a montré que les cinétiques d'endommagement matriciel peuvent être identifiées à partir d'essais de traction monotone ou incrémentale. Pour prendre en compte l'effet de ces endommagements sur le comportement mécanique des composites à matrice céramique, un tenseur d'effet de l'endommagement  $\underline{H}_i^{m+}$  est introduit. Différents coefficients pour ces tenseurs d'effet de l'endommagement doivent être déterminés. Lors d'une sollicitation uniaxiale sens chaîne par exemple, le coefficient  $h_{11}^{1m}$  et la variable d'endommagement  $d_1^m$  ont le même effet sur comportement du matériau. Il est donc choisi d'imposer  $h_{11}^{1m} = 1$ . De la même manière, lors de sollicitations sens trame, hors plan et de cisaillement pur, on impose la valeur 1 aux coefficients  $h_{22}^{2m}$ ,  $h_{33}^{3m}$ ,  $h_{66}^{4m}$  et  $h_{66}^{5m}$ .

Les autres coefficients des tenseurs d'effet de l'endommagement sont plus difficiles à déterminer. Plusieurs pistes sont envisageables pour leur identification. Une première alternative est d'utiliser à l'échelle mésoscopique une méthode de calculs par éléments finis. Cette méthode consiste à introduire des fissures dont la densité peut être différente dans un élément de volume représentatif du matériau afin de définir leurs effets sur le comportement du matériau. Des travaux sont actuellement en cours au sein de l'Onera pour mettre en place cette méthode [Grail G, 2013]. Toutefois, l'utilisation de cette méthode de calculs éléments

finis nécessite de construire un maillage représentatif de l'élément de volume représentatif (VER) du matériau. Or ce dernier point n'est pas évident dans le cas de nos composite à matrice céramique tissé qui présentent une architecture 3D.

Actuellement des travaux au sein du LMP / LCTS - Bordeaux [Grippon E et al, 2012] pour déterminer l'évolution des composantes du tenseur des rigidités d'un composite à matrice céramique sous sollicitation de traction semble plus pertinente. Par une méthode ultrasonore couplée à une machine de traction, un procédé interférométrique ultrasonore permet la caractérisation du composite sous endommagement. Finalement, en combinant cette technique avec un algorithme génétique le tenseur des rigidités des CMCs tissés peut être identifié ainsi que l'évolution de chacune de ces composants lors d'essais de traction. Ce type de mesures doit permettre de définir l'ensemble des coefficients des tenseurs d'effets de l'endommagement en répétant les essais sens chaîne, sens trame et à 45°.

Une identification des termes de couplage par méthode inverse sur des structures conçues de façon à exacerber les couplages peut également être envisagée.

Des essais directement sur pièces, comme le pied d'aube pourraient aussi permettre d'obtenir ces coefficients même si l'identification sur pièce paraît assez complexe. En effet, il faut choisir la structure et le type de sollicitation qui permettent de déterminer peu de coefficients en même temps. Car si ces choix sont mal faits, plusieurs coefficients peuvent avoir des effets sur le comportement global de la structure. Ce type de démarche requiert de réaliser au préalable une étude de l'influence des coefficients sur le comportement de la pièce.

#### II.1.4 Essai sur plaque trouée

Les cinétiques d'endommagement matriciel peuvent être déterminées à partir d'essais sur éprouvettes lisses. Des essais sur plaques trouées permettent quant à eux de définir les cinétiques d'endommagement des torons, soit les coefficients en traction et en compression :

- $y_{0_{jt}}^{toron}$ ,  $y_{0_{jc}}^{toron}$  qui correspondent aux seuils de la rupture progressive des torons et peuvent être déterminés par des essais sur éprouvettes lisses (car ils correspondent au moment de la rupture de ces éprouvettes),
- $y_{c_{jt}}^{toron}$ ,  $y_{c_{jc}}^{toron}$  qui permettent de régler la vitesse de la rupture progressive des torons,
- $d_{c_{jt}}^{toron}$ ,  $d_{c_{jc}}^{toron}$  qui correspondent aux valeurs à saturation de la rupture des torons (ces valeurs doivent être très grandes)
- $p_{jt}^{toron}$ ,  $p_{jc}^{toron}$  qui correspondent aux formes des cinétiques d'endommagement des torons.

Dans ses travaux sur les modèles d'endommagement ODM pour les composites à matrice organique et céramique, [Marcin L, 2010] a présenté l'influence de la cinétique associée à la rupture progressive des torons. Il a montré que les coefficients de la rupture progressive des torons en traction et en compression peuvent évoluer respectivement lors d'essais de traction ou de compression sur plaque trouée.

## II.2 Identification des paramètres de la loi de fatigue et du module physico-chimique

Le protocole d'identification des coefficients de la loi d'accroissement de l'endommagement est le même que celui proposé dans le chapitre IV pour le modèle de durée

de vie uniaxial. Afin d'identifier les coefficients de la loi d'accroissement de l'endommagement, des essais de fatigue à température ambiante sont nécessaires dans le sens chaîne, trame et à 45°. Pour identifier les cinq coefficients ( $\beta_i, y_{c_i}^f, d_{c_i}^{m^f}, y_{0_i}^f$  et  $\delta_i$ ) dans chacune des directions, des essais de fatigue à plusieurs rapports de charge sont nécessaires.

Les coefficients physico-chimiques des réactions d'oxydation des composites à matrice céramique sont identiques dans le modèle multiaxial et uniaxial. Ils sont déterminés grâce aux données fournies par la littérature.

Actuellement, peu d'essais permettent d'identifier les termes de couplages entre le modèle mécanique et physico-chimique. Plusieurs essais doivent être réalisés pour tous les déterminer :

- Des essais de fluage et de fatigue à une température comprise entre 400°C et 600°C à plusieurs rapports de charge dans le sens chaîne, trame et à 45° permettraient de déterminer l'effet de l'oxydation de l'interphase de pyrocarbone sur le comportement. Ainsi, les termes de couplage  $\zeta^{decoh}$ ,  $\chi^{decoh}$ ,  $\gamma^{decoh}$  pour prendre en compte respectivement l'effet de l'oxydation du PyC sur le tenseur des souplesses, sur les déformations résiduelles et sur la rupture du composite pourraient évoluer.
- Des essais réalisés à 45° permettraient d'obtenir des informations sur le rôle de l'oxydation du composite SiC<sub>f</sub>/SiBC<sub>m</sub> en présence de fissures à 45° et ainsi identifier les termes introduits dans le modèle lors de sollicitations à 45° (Eq V.9).
- Des essais de fluage ou de fatigue à différentes pressions en oxygène pour un même rapport de charge et de contrainte maximale seraient utiles afin de valider les effets de la pression en oxygène sur l'oxydation du pyrocarbone et des fibres.
- Des essais de fluage et de fatigue à plus hautes températures sont disponibles et permettent d'identifier les coefficients relatifs aux phénomènes de cicatrisation. Les essais de fluage à 650°C permettent d'identifier les effets de cicatrisation du composite. Parallèlement des essais de fluage dans les mêmes conditions mais à une température aux alentours de 900°C permettraient de valider l'effet de la volatilisation de l'oxyde de bore sur le comportement. De plus, il serait intéressant de réaliser ces essais en faisant varier d'une part la pression en oxygène et d'autre part celle en vapeur d'eau. Faire varier la pression en oxygène permettrait également d'identifier les coefficients  $\alpha^{ov}$  introduits dans le calcul de la pression en oxygène (Eq III.28) alors que la variation de la pression en vapeur d'eau jouerait sur la cicatrisation de matériau.
- Enfin, des essais de fatigue à différents rapports de charge et fréquences de sollicitation permettraient d'une part de définir et d'identifier la fonction  $\xi_{B_2O_3}$  introduite dans le calcul de l'ouverture effective (Eq III.27) et caractériser l'efficacité du bouchon lors d'essais cycliques. Actuellement, deux scénarii ont été proposés pour prendre en compte l'effet du cyclage sur l'oxyde de bore, l'éjection de l'oxyde de bore et la perte d'efficacité de l'oxyde de bore. Ce type d'essai permettrait de savoir si le cyclage et la fréquence de sollicitation ont un effet sur la durée de vie des composites à matrice céramique. La fonction  $\xi_{B_2O_3}$  pourrait alors être définie et identifiée.

## BILAN

Le modèle de durée de vie multiaxial a été implanté dans le logiciel Matlab®. Dans un premier temps, certains algorithmes de résolution du modèle de durée de vie ont été optimisés. La matrice tangente a été entièrement calculée analytiquement permettant ainsi de réaliser des chargements pilotés en contrainte. Afin de gagner en rapidité de calcul, l'évolution des déformations résiduelles durant un incrément de temps a été résolue par une méthode des trapèzes et de quadrature de Gauss d'ordre 3. De la même manière, deux méthodes de résolution de l'évolution des déformations stockées par quadrature de Gauss d'ordre 3 avec ou sans réactualisation du modèle ont été étudiées. Le choix de l'une ou l'autre méthode dépend alors du type de sollicitation retenu.

Toutefois, pour optimiser la convergence des résultats, il a été montré dans le chapitre IV qu'une méthode à pas adaptatifs du nombre de cycles par bloc est indispensable. Cette méthode permet alors d'éviter une influence du nombre de cycles par bloc sur les prévisions lors d'un chargement de fatigue. De plus, le fait de considérer que les forces thermodynamiques matricielles ne sont pas constantes lors d'un cycle de fatigue apporte de meilleurs résultats. Faute de temps, ces deux méthodes d'optimisation de convergence pour des sollicitations de fatigue n'ont pas été implantées dans le modèle multiaxial.

Les résolutions des équations d'oxydation introduites dans le modèle de durée de vie complet pour calculer l'évolution du seuil à rupture des torons, la hauteur de pyrocarbone oxydée ainsi que la hauteur de cicatrisation formée sont identiques à celles présentées dans le modèle uniaxial. Une méthode de quadrature de Gauss d'ordre 3 est utilisée pour le calcul de l'évolution du seuil à rupture des torons alors que des méthodes de type eulérienne explicite sont appliquées pour calculer les hauteurs de pyrocarbone volatilisées et de cicatrisation.

Ce cinquième chapitre a également permis de définir la base expérimentale nécessaire pour identifier les coefficients plans et les termes de couplage du modèle de durée de vie. Le Tableau V.3 récapitule les essais nécessaires pour identifier les coefficients du modèle statique d'endommagement ODM multiaxial.

Tableau V.3 : Type d'essais nécessaires pour l'identification des coefficients du modèle d'endommagement statique ODM.

Coefficients à identifier	Type d'essais nécessaires
Propriétés élastiques : $E_{11}$ Cinétique d'endommagement $d_1^m$ : $d_{c1}^m, y_1^m, y_{c1}^m, y_{01}^m, p_1^m$ Déformations résiduelles : $\chi_1$ Fermeture des fissures : $\varepsilon_{11}^0, \Delta\varepsilon_1^0$	Essai de traction incrémentale avec passage en compression sens $0^\circ$
Propriétés élastiques : $E_{22}, \gamma_{xy}$ Cinétique d'endommagement $d_2^m$ : $d_{c2}^m, y_2^m, y_{c2}^m, y_{02}^m, p_2^m$	Essai de traction incrémentale avec passage en compression sens $90^\circ$

Déformations résiduelles : $\chi_2$ Fermeture des fissures : $\varepsilon_{22}^0, \Delta\varepsilon_2^0$	Essai de traction incrémentale avec passage en compression sens $90^\circ$
Propriétés élastiques : $G_{12}$ Cinétiques d'endommagement $d_4^m$ et $d_5^m$ : $d_{c4}^m, d_{c5}^m, y_4^m, y_5^m, y_{c4}^m, y_{c5}^m, y_{04}^m, y_{05}^m, p_4^m, p_5^m$ Déformations résiduelles : $\chi_4, \chi_5$ Fermeture des fissures : $\varepsilon_{66}^0, \Delta\varepsilon_6^0$	Essai de traction incrémentale avec passage en compression à $45^\circ$ <sup>(5)</sup> .
Tenseur d'effet de l'endommagement $\underline{\underline{H}}_1^{m+}$ : $h_{55t}^{1m}, h_{66t}^{1m}$	Essai de traction sens $0^\circ$ + méthode ultrasonore [Grippon E et al, 2012]. Essai sur structure ou essais multiaxiaux sur tubes minces <sup>(6)</sup> .
Tenseur d'effet de l'endommagement $\underline{\underline{H}}_2^{m+}$ : $h_{44t}^{2m}, h_{66t}^{2m}$	Essai de traction sens $90^\circ$ + méthode ultrasonore [Grippon E et al, 2012]. Essai sur structure ou essais multiaxiaux sur tubes minces <sup>(6)</sup> .
Tenseurs d'effet de l'endommagement $\underline{\underline{H}}_4^{m+}$ et $\underline{\underline{H}}_5^{m+}$ : $h_{11t}^{4m}, h_{44t}^{4m}$ et $h_{11t}^{5m}, h_{55t}^{5m}$	Essai de traction à $45^\circ$ + méthode ultrasonore [Grippon E et al, 2012]. Essai sur structure ou essais multiaxiaux sur tubes minces <sup>(6)</sup> .
Couplage entre traction et cisaillement inter et intra-laminaire : $b_1^6, b_1^5, b_2^6, b_2^4$	Essai sur structure ou essais multiaxiaux sur tubes minces <sup>(6)</sup> .
Cinétiques d'endommagement des torons $d_{1t}^{toron}$ : $y_{01t}^{toron}, y_{c1t}^{toron}, d_{c1t}^{toron}, p_{1t}^{toron}$	Essais de traction sens $0^\circ$ sur plaque trouée

<sup>(5)</sup> Si le matériau est équilibré les variables d'endommagement  $d_4^m$  et  $d_5^m$  seront identiques. A l'inverse, si le matériau est déséquilibré il faut alors réaliser des essais à  $+45^\circ$  et  $-45^\circ$  pour identifier respectivement les cinétiques associées aux variables d'endommagement  $d_4^m$  et  $d_5^m$ .

<sup>(6)</sup> Par exemple, des essais multiaxiaux de type traction/pression interne/torsion sur tubes minces [Maire J.F et al, 1996]. Toutefois, il y a une vraie difficulté à obtenir des tubes en tissage 3D.

Cinétiques d'endommagement des torons $d_{1c}^{toron}$ : $y_{01c}^{toron}$ , $y_{c1c}^{toron}$ , $d_{c1c}^{toron}$ , $p_{1c}^{toron}$	Essais de compression sens 0° sur plaque trouée
Cinétiques d'endommagement des torons $d_{2t}^{toron}$ : $y_{02t}^{toron}$ , $y_{c2t}^{toron}$ , $d_{c2t}^{toron}$ , $p_{2t}^{toron}$	Essais de traction sens 90° sur plaque trouée
Cinétiques d'endommagement des torons $d_{2c}^{toron}$ : $y_{02c}^{toron}$ , $y_{c2c}^{toron}$ , $d_{c2c}^{toron}$ , $p_{2c}^{toron}$	Essais de compression sens 90° sur plaque trouée

La particularité des composites à matrice céramique de type  $SiC_f/SiBC_m$  est qu'en fonction de la température, la durée de vie du composite évolue de manière différente. Ainsi, à température ambiante, la durée de vie des CMCs est uniquement liée à la sollicitation mécanique. Par conséquent, l'identification des coefficients de la loi d'accroissement de l'endommagement peut être effectuée avec des essais de fatigue à température ambiante. Le Tableau V.4 récapitule les essais nécessaires pour identifier les coefficients de la loi d'accroissement de l'endommagement.

Tableau V.4 : Type d'essais nécessaires pour l'identification de coefficients de la loi d'accroissement de l'endommagement.

Coefficients à identifier	Type d'essais nécessaires
Cinétique d'endommagement $d_1^m$ : $\beta_1$ , $\gamma_1$ et $\delta_1$	Essais de fluage et de fatigue sens chaîne et à température ambiante
Cinétique d'endommagement $d_2^m$ : $\beta_2$ , $\gamma_2$ et $\delta_2$	Essais de fluage et de fatigue sens trame et à température ambiante
Cinétiques d'endommagement $d_4^m$ et $d_5^m$ : $\beta_4$ , $\beta_5$ , $\gamma_4$ , $\gamma_5$ et $\delta_4$ , $\delta_5$	Essais de fluage et de fatigue sens 45° et à température ambiante

De ce fait, pour identifier les termes de couplage entre le comportement mécanique et les effets d'oxydation dans le matériau, des essais en température et sous atmosphère oxydante sont indispensables (Tableau V.5).

Tableau V.5 : Type d'essais nécessaires pour l'identification des coefficients de couplage entre la physico-chimie et la mécanique.

Coefficients à identifier	Type d'essais nécessaires
Effet macroscopique de l'oxydation de l'interphase de pyrocarbone : $\chi_1^{decoh}$ , $\zeta_1^{decoh}$ , $\gamma_1^{decoh}$	Essais de fatigue sens chaîne à une température de 450°C.
Effet macroscopique de l'oxydation de l'interphase de pyrocarbone : $\chi_2^{decoh}$ , $\zeta_2^{decoh}$ , $\gamma_2^{decoh}$	Essais de fatigue sens trame à une température de 450°C.

Effet macroscopique de l'oxydation de l'interphase de pyrocarbone : $\alpha^{decoh}$	Essais de fatigue à 45° à une température de 450°C.
Oxydation des torons Nicalon : $n, B, p$	Essais de fatigue sur torons à différentes températures et pression en oxygène.
Effet macroscopique de l'oxydation de la matrice autocicatrisante : $\alpha_1^{ouv}, \xi_{B_2O_3}^1$	Essais de fluage et de fatigue à 650°C sens chaîne avec plusieurs rapports de charge et en faisant varier la pression en oxygène et en vapeur d'eau ainsi que la fréquence de sollicitation
Effet macroscopique de l'oxydation de la matrice autocicatrisante : $\alpha_2^{ouv}, \xi_{B_2O_3}^2$	Essais de fluage et de fatigue à 650°C sens trame avec plusieurs rapports de charge et en faisant varier la pression en oxygène et en vapeur d'eau ainsi que la fréquence de sollicitation

Enfin, afin de simuler des essais de fluage ou de fatigue sur des structures, le modèle de durée de vie multiaxial doit être implanté dans un code de calcul par éléments finis. L'utilisation par ailleurs du logiciel Matlab®, en plus de faciliter l'identification du modèle, va permettre de valider son implémentation dans le code de calcul.

---

## CHAPITRE VI : Vers la prévision de la durée de vie de structures réelles

---

---

I. Comportement statique des structures.....	180
I.1 Implantation du modèle statique dans un code éléments finis.....	180
I.2 Résultats sur éprouvette homogène (plaque lisse).....	181
I.3 Résultat sur éprouvette technologique (plaque trouée).....	183
I.4 Résultats sur démonstrateur industriel (pied d'aube de turbine).....	188
II. Vers la tenue en fatigue des structures.....	191
II.1 Implantation du modèle de durée de vie mécanique.....	191
II.2 La prévision de la durée de vie.....	193
III. Limitations actuelles du modèle.....	193
III.1 Rôle des sollicitations hors plan sur l'oxydation.....	193
III.2 Prise en compte des chargements complexes.....	195
Bilan.....	199

---

Les chapitres précédents décrivent le modèle développé pour prévoir la durée de vie de composites à matrice céramique, appliqué à un élément de volume. Pour cela, le modèle a été écrit dans Matlab®. Cependant, afin de prévoir la durée de vie de structures réelles, telles que des aubes de turbine, le modèle statique ODM a été implanté dans le code de calcul par Éléments Finis ZéBuLoN.

Afin de garantir une bonne implantation du modèle d'endommagement statique dans le code de calcul ZéBuLoN, une comparaison des résultats avec Matlab® a été réalisée sur un point de Gauss pour différentes sollicitations (traction, compression, cisaillement) uniaxiales et multiaxiales.

Dans un premier temps, des essais statiques sur éprouvette homogène, i.e. une plaque lisse, ont été simulés. Par la suite, un essai de traction sens chaîne a été réalisé sur une éprouvette présentant un gradient de contrainte, dans notre cas la présence d'un trou dans la plaque. Enfin, ces deux simulations faites, un essai sur pièce réelle (aube de turbine) a été effectué.

Une fois la programmation du modèle statique ODM validée par ces différents essais sur structure, la loi d'accroissement de l'endommagement pour des sollicitations de fatigue a alors été écrite dans le code de calcul ZéBuLoN. Une étude de convergence sur le nombre de cycles par bloc a été réalisée sur une plaque homogène.

Alors que l'implantation du modèle statique et du modèle de durée de vie purement mécanique a été réalisée dans un code de calcul par éléments finis, celle du couplage avec la physico-chimie reste à faire. Toutefois, une discussion sur sa future implantation est menée dans ce chapitre.

Deux autres points importants sont également discutés dans ce chapitre. Tout d'abord, le rôle des composantes hors plan dans les composites à matrice céramique et la méthode envisagée pour leur identification. La prise en compte du chargement réel subi par une aube de turbine lors d'une mission moteur sera discutée dans une dernière partie.

## **I. COMPORTEMENT STATIQUE DES STRUCTURES**

### **I.1 Implantation du modèle statique dans un code éléments finis**

L'implantation du modèle statique ODM a été faite dans le code de calcul par Éléments Finis ZéBuLoN. Ce code est développé par NWnumerics, l'École des Mines de Paris et l'Onera. Il est possible d'ajouter à ce code de nouvelles lois de comportement à sa librairie matériau en compilant des modules écrits en langage ZebFront. L'avantage de ce langage est qu'il intègre des algorithmes comme celui de Newton-Raphson, utile dans le cas de notre loi écrite en déformation.

Afin de garantir une bonne implantation du modèle d'endommagement statique dans le code de calcul ZéBuLoN, une comparaison des résultats avec Matlab® et surtout une vérification de la matrice tangente (qui reste l'étape la plus délicate) ont été réalisées sur un point de Gauss pour différentes sollicitations (traction, compression, cisaillement) uniaxiales et multiaxiales. Ces vérifications et validations de l'implantation du modèle d'endommagement dans ZéBuLoN ont été nécessaires. En effet, le tenseur des déformations et des contraintes ne sont pas définis en notations classiques comme dans Matlab® mais de la manière suivante :

$$\underline{\varepsilon} = \begin{pmatrix} \varepsilon_0 = \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_1 = \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_2 = \varepsilon_{33} \\ \varepsilon_3 = \sqrt{2}\varepsilon_{12} \\ \varepsilon_4 = \sqrt{2}\varepsilon_{23} \\ \varepsilon_5 = \sqrt{2}\varepsilon_{13} \end{pmatrix} \text{ et } \underline{\sigma} = \begin{pmatrix} \sigma_0 = \sigma_{11} \\ \sigma_1 = \sigma_{11} \\ \sigma_2 = \sigma_{11} \\ \sigma_3 = \sqrt{2}\sigma_{12} \\ \sigma_4 = \sqrt{2}\sigma_{23} \\ \sigma_5 = \sqrt{2}\sigma_{13} \end{pmatrix}. \quad \text{Eq VI.1}$$

Cette différence de notation a demandé alors des modifications au niveau de certains termes du modèle d'endommagement dans le code de calcul ZéBuLoN [Hémon E, 2010].

## I.2 Résultats sur éprouvette homogène (plaque lisse)

Dans un premier temps, des essais de traction sens chaîne, sens trame et à 45° ont été simulés sur une éprouvette homogène.

Ces trois essais de traction ont été réalisés sur une plaque lisse d'épaisseur 2 mm, de longueur 100 mm et de largeur de 25 mm. Pour les simulations, la plaque est maillée avec environ 1000 éléments volumiques quadratiques hexaédriques (c3d20) avec quatre éléments dans l'épaisseur. Un déplacement  $U_x$  est imposé sur la face de droite de la pièce et la face gauche est bloquée selon  $U_x$  (Figure VI.1). Pour éviter les mouvements de corps rigide selon les directions  $y$  et  $z$ , des conditions aux limites supplémentaires ont été introduites au niveau de deux nœuds selon  $y$  et sur une ligne suivant  $z$ .

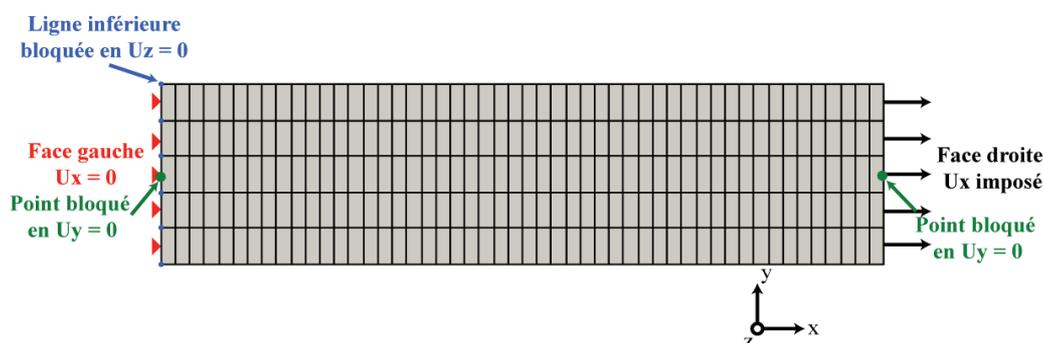


Figure VI.1 : Représentation du maillage et des conditions limites de la plaque lisse pour un essai de traction.

La Figure VI.2 présente les résultats de la résultante appliquée sur la plaque lisse en fonction de son déplacement pour des sollicitations dans le sens chaîne, dans le sens trame et à 45° pour des niveaux d'efforts inférieurs aux efforts à rupture (seul l'endommagement matriciel induit les non linéarités observées).

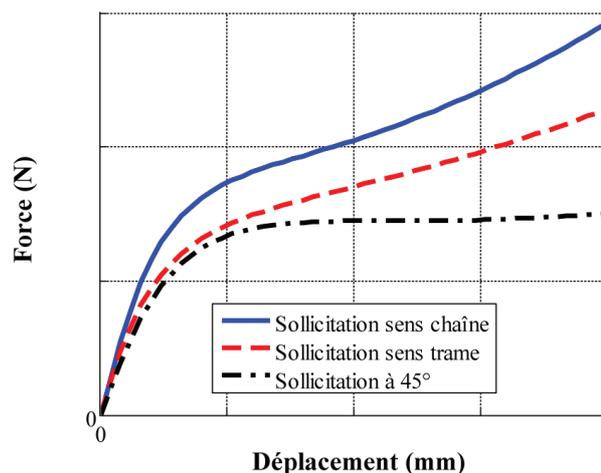


Figure VI.2 : Résultats force / déplacement pour des essais de traction sens chaîne, sens trame et à 45° sur pièce homogène.

Une sollicitation sens chaîne entraîne bien un champ de contrainte uniforme sur plaque lisse (Figure VI.3) de même que pour la déformation et l'endommagement.

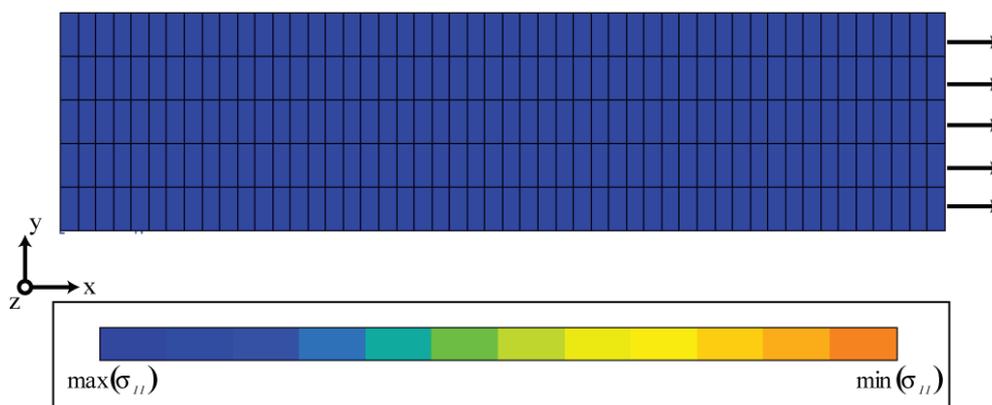


Figure VI.3 : Résultat du champ de contrainte  $\sigma_{11}$  sur la plaque lisse lors d'une sollicitation chaîne.

L'application du modèle d'endommagement statique sur une plaque homogène permet tout d'abord de garantir la bonne implantation du modèle dans le code de calcul ZéBuLoN. En effet, lors de la simulation dans les trois directions, seuls les endommagements liés à l'orientation du matériau sont observés. Un endommagement suivant la direction 1 est constaté lors de l'essai dans le sens chaîne, alors qu'un endommagement suivant la direction 2 est activé lors de la sollicitation sens trame. Enfin, lors de la sollicitation à 45° le comportement non linéaire du composite est uniquement dû à l'endommagement  $d_4^m$ . De plus, afin d'analyser les performances de l'implantation du modèle d'endommagement ODM, des simulations sens chaîne sur la plaque ont été réalisées avec une loi de comportement élastique et avec la loi de comportement ODM sans endommagement matriciel ( $d_c^m = 0$ ). Le Tableau VI.1 récapitule les temps de calcul des simulations avec la loi élastique en 1 incrément, la loi élastique avec le même nombre d'incréments que la loi d'endommagement ODM avec ou sans endommagement matriciel.

Tableau VI.1 : Comparaison des temps de calcul pour une simulation sens chaîne sur une plaque lisse avec une loi de comportement élastique, ODM sans endommagement et ODM.

Loi de comportement	Temps de calcul (s)
Élastique (1 incrément)	3
Élastique	412
ODM sans endommagement	653
ODM	903

On constate une augmentation de 55% du temps de calcul avec la loi ODM sans prise en compte de l'endommagement par rapport la loi de comportement élastique. La prise en compte de l'endommagement dans la loi de comportement ODM augmente le temps de calcul d'environ 38% à nombre égal d'incrément.

### I.3 Résultat sur éprouvette technologique (plaque trouée)

Dans le cas d'une structure homogène, la première rupture des torons est catastrophique et conduit à la ruine de l'éprouvette. Toutefois, dans les structures présentant une singularité (congé de raccordement, perforation, etc.) un gradient de contrainte apparaît au niveau des gradients de champs mécanique. Cette concentration de contrainte provoque des ruptures de torons localisées dans les zones les plus sollicitées. Ces ruptures ont pour conséquence de diminuer drastiquement la rigidité du matériau au bord de la singularité sans pour autant induire la ruine de la structure. Ainsi, pour décrire le comportement statique jusqu'à la rupture de structures présentant un champ de contrainte, plusieurs méthodes peuvent être utilisées.

Une des premières méthodes pour décrire la rupture de pièce présentant un gradient de contrainte est d'utiliser un comportement adoucissant. Pour cela, [Marcin L, 2010] a introduit dans le modèle d'endommagement ODM une rupture progressive des torons (Chapitre II). Cependant, l'ajout d'un comportement adoucissant dans le modèle entraîne une localisation de l'endommagement sur les éléments, engendrant une dépendance au maillage (type d'éléments, taille des éléments, orientation des éléments). Pour éviter ces problèmes numériques, plusieurs méthodes de régularisation peuvent être utilisées. Les modèles à effets retard, appelés également modèles à taux d'endommagement limité, régularisent le problème de localisation de l'endommagement en limitant la vitesse de l'endommagement [Suffis A et al, 2003]. Néanmoins, ce type de modèle provoque une dépendance de la vitesse locale du chargement et un adoucissement progressif de la réponse de la structure. Les modèles non locaux sont une autre manière de régulariser le problème en moyennant certaines variables sur une zone dont la taille est donnée par des justifications micromécaniques [Pijaudier-Cabot G et al, 1987]. Cependant, l'utilisation de ces approches montre la présence d'un snap-back (retour en arrière du déplacement) après la valeur maximale du chargement. La présence de ce snap-back est liée à un effet structural et nécessite l'utilisation d'un algorithme de pilotage à longueur d'arc (ou une résolution dynamique). Toutefois, ce solveur à longueur d'arc fait intervenir de nombreux paramètres numériques à régler. [Marcin L, 2010] a montré dans ses travaux sur l'implantation de ODM dans ZéBuLoN qu'un modèle à effet retard couplé à un modèle non local permet de réduire les problèmes numériques. La réponse après le pic de chargement maximal est alors brutale, correspondant aux observations expérimentales. De plus, ce couplage réduit considérablement l'effet de la dépendance à la vitesse locale du chargement et permet d'utiliser une méthode de résolution de Newton-Raphson et non plus celle de longueur d'arc. Cependant, l'utilisation d'un modèle non local requiert le

développement d'un élément fini spécifique qui prend en compte des degrés de libertés supplémentaires liés aux variables non locales, rendant son implantation difficile dans les codes commerciaux. De plus, ne disposant pas d'essais sur structure, la cinétique des ruptures des torons pour la rupture progressive des torons ne peut être correctement identifiée. Même si l'idée d'introduire un comportement adoucissant dans le modèle d'endommagement semble la plus appropriée, sa mise en œuvre la rend difficilement utilisable actuellement pour un industriel.

Dans l'immédiat, l'utilisation d'une méthode dite à distance critique semble plus cohérente en termes de temps de calcul et de facilité de transfert à l'industriel. Notons qu'il existe différentes méthodes à distance critique :

- Point stress [Nuismer R.J et al, 1975]
- Average stress [Nuismer R.J et al, 1975],
- Volume Caractéristique de Rupture.

La méthode de Volume Caractéristique de Rupture est plus générale, moins coûteuse à identifier et permet une plus grande capacité d'extrapolation que les deux autres méthodes ([Lahellec N et al, 2005], [Hochard C et al, 2009]).

Cette méthode consiste à utiliser un critère de rupture appliqué à chaque point de Gauss sur des quantités moyennées au voisinage de ce point de Gauss sur un volume caractéristique (Figure VI.4) défini par  $V = h.\Omega$  avec  $h$  l'épaisseur du pli et  $\Omega$  la surface d'un disque dont le rayon  $l_0$  est une valeur expérimentale à déterminer à partir d'un essai sur structure (plaque trouée).

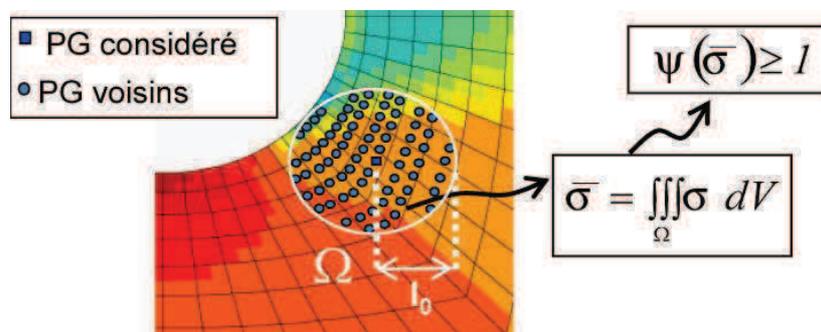


Figure VI.4 : Principe de la méthode du Volume Caractéristique de Rupture (PG : point de Gauss) [Laurin F, 2010].

Cependant, ne disposant pas d'essai sur structure, la longueur  $l_0$  pour utiliser la méthode du Volume Caractéristique de Rupture ne peut être identifiée. Ainsi, dans les résultats présentés par la suite dans ce travail, la rupture de la structure n'est pas prise en compte.

### I.3.1 Essai de traction sens chaîne sur plaque trouée

Une simulation d'essai de traction sens chaîne sur une plaque trouée a été effectuée. Cette plaque a les mêmes dimensions que la plaque lisse présentée précédemment, soit une longueur de 100 mm, une largeur de 25 mm et une épaisseur de 2 mm. Afin d'éviter les effets de bords, le rapport du diamètre du trou sur la largeur de l'éprouvette doit être supérieur ou égal à 5. Dans le cas contraire, les effets de bords sont importants et une divergence du calcul est observée. Le diamètre du trou de cette plaque est alors pris égal à 8 mm. De la même manière que la plaque lisse, la plaque trouée est maillée avec environ 5000 éléments

volumiques quadratiques hexaédriques (c3d20) avec quatre éléments dans l'épaisseur. Les concentrations de contraintes se trouvant principalement au bord du trou, le maillage est raffiné au niveau du champ de contrainte et de plus en plus grossier vers les bords de la plaque. Les conditions aux limites de traction de la plaque trouée sont les mêmes que pour la plaque lisse et sont décrites sur la Figure VI.5.

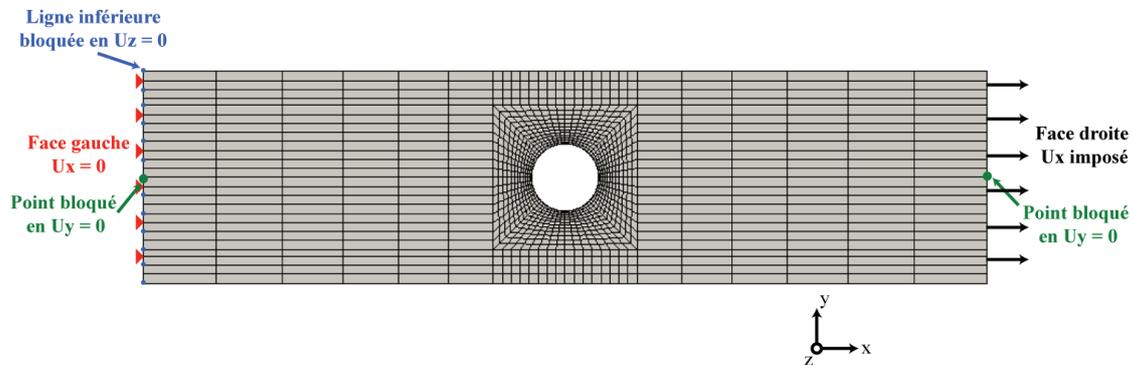


Figure VI.5 : Représentation du maillage et des conditions aux limites de la plaque trouée pour un essai de traction.

La Figure VI.6 représente l'évolution de la force globale de la structure en fonction de son déplacement. On constate bien une perte de linéarité de la force due à l'endommagement de la structure.

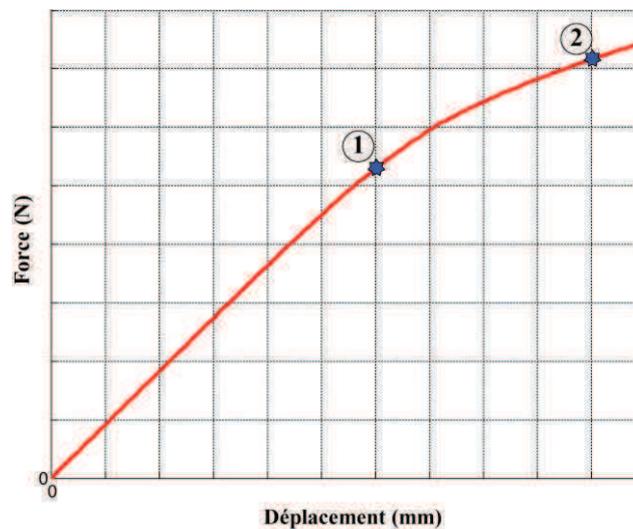


Figure VI.6 : Résultat force / déplacement d'un essai de traction sans chaîne sur une plaque trouée.

Dans un premier temps, intéressons-nous au début de la perte de linéarité de la structure, représenté par le symbole ① sur la Figure VI.6. Au bord de la concentration de contrainte, on constate bien une concentration des contraintes  $\sigma_{11}$  et  $\sigma_{12}$  (Figure VI.7), avec  $\max(\sigma_{11}) > \max(\sigma_{12})$  et  $\min(\sigma_{12}) < 0$ .

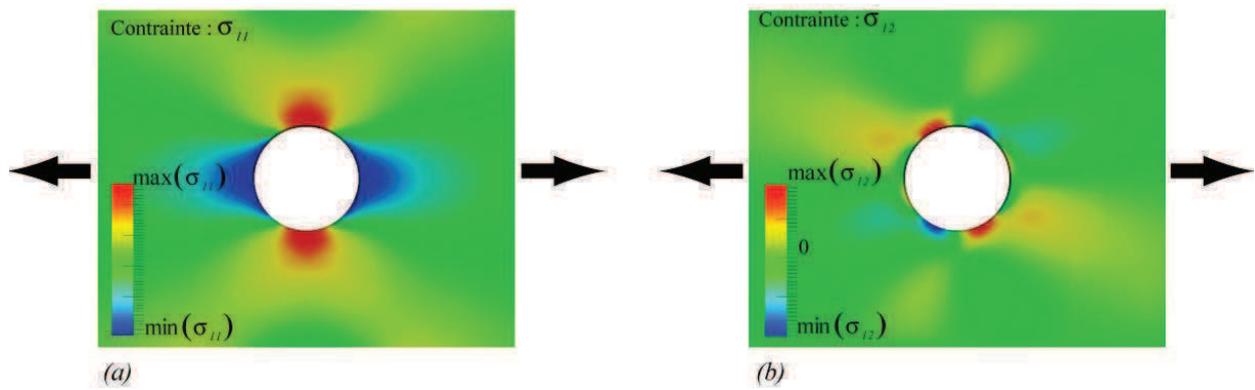


Figure VI.7 : Visualisation des contraintes  $\sigma_{11}$  (a) et  $\sigma_{12}$  (b) au bord de la singularité lors d'un essai de traction sens chaîne correspondant au point ①.

Nous confirmons que la distribution de l'endommagement  $d_1^m$  correspond bien à celle de la contrainte  $\sigma_{11}$  (Figure VI.8).

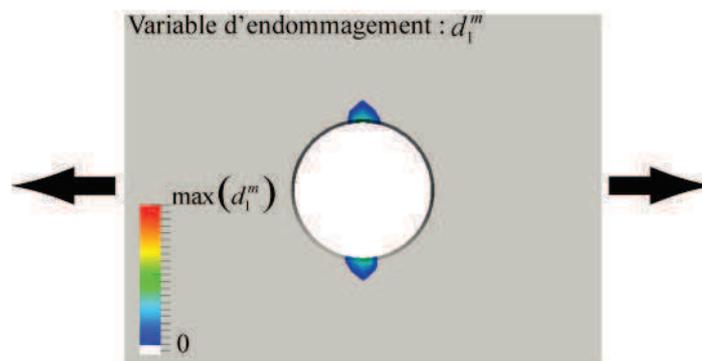


Figure VI.8 : Visualisation de la distribution de l'endommagement matriciel  $d_1^m$ .

En ce qui concerne la contrainte de cisaillement, on constate que celle-ci est bien positive ou négative au bord du trou. Ainsi, les distributions d'endommagement  $d_4^m$  et  $d_5^m$  correspondant respectivement à une fissuration du matériau à  $+45^\circ$  et  $-45^\circ$  coïncident avec le champ de contrainte de cisaillement observé précédemment (Figure VI.9).

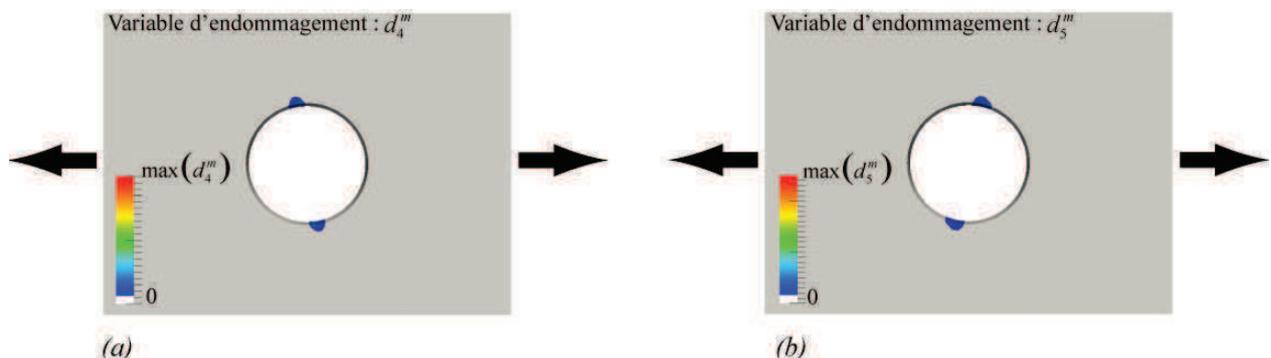


Figure VI.9 : Visualisation des distributions d'endommagement  $d_4^m$  (a.) et  $d_5^m$  (b.).

Enfin, la Figure VI.10 montre que l'étendue des champs de contrainte  $\sigma_{11}$  et  $\sigma_{12}$  augmentent au cours de la sollicitation provoquant une perte de la rigidité de la structure plus importante (représentée par le symbole ② sur la Figure VI.6).

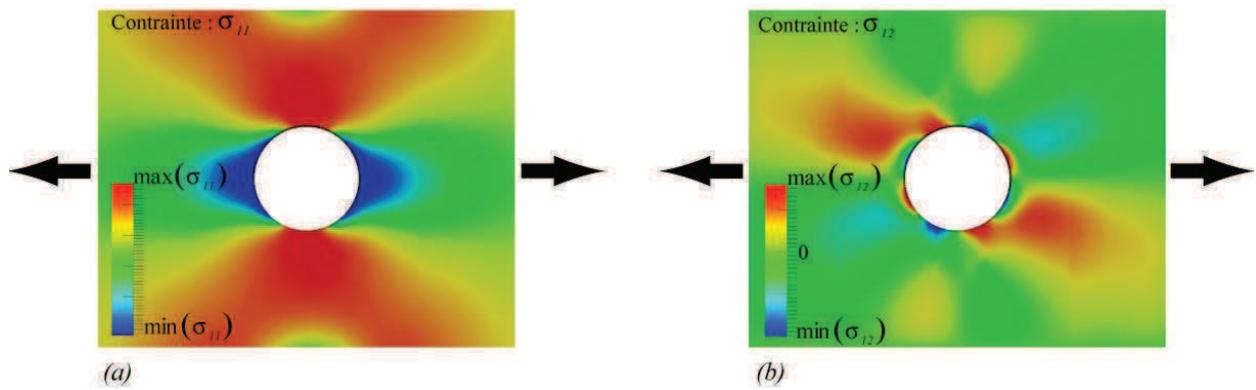


Figure VI.10 : Visualisation de la distribution des contraintes  $\sigma_{11}$  (a) et  $\sigma_{12}$  (b) au bord de la singularité lors d'un essai de traction sans chaîne correspondant au point (2)

De la même manière que précédemment, les endommagements  $d_1^m$ ,  $d_4^m$  et  $d_5^m$  ont la même allure que ceux des contraintes  $\sigma_{11}$  et  $\sigma_{12}$  (Figure VI.11). Les composites de cette étude sont des matériaux déséquilibrés. Ainsi, lors d'une sollicitation de traction, des effets hors axes interviennent, provoquant une dissymétrie de la répartition des endommagements  $d_4^m$  et  $d_5^m$ .

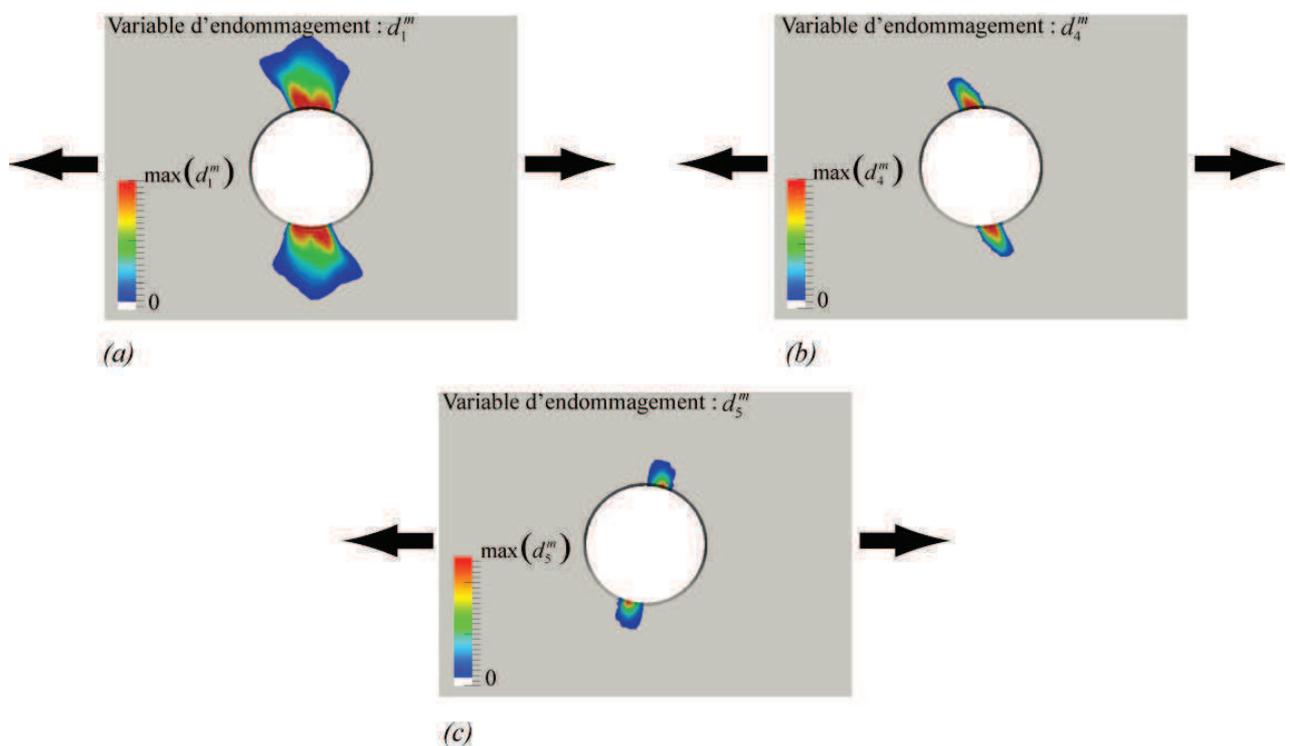


Figure VI.11 : Visualisation des endommagements  $d_1^m$  (a),  $d_4^m$  (b) et  $d_5^m$  (c).

L'objectif de cette partie consistait à montrer l'applicabilité du modèle ODM sur des structures présentant des concentrations de contrainte importantes telles que des plaques trouées. Ainsi, des simulations sur pièces plus complexes peuvent être à présent effectuées.

#### I.4 Résultats sur démonstrateur industriel (pied d'aube de turbine)

Des simulations ont été réalisées sur un pied d'aube de turbine dont le modèle numérique (maillage, conditions aux limites, orientations matériau) a été fourni par Herakles en utilisant le code de calcul commercial Abaqus Standard®. Un outil développé au sein de l'Onera (Z-aba) permet d'utiliser dans le code commercial Abaqus® des lois de comportement implantées dans le code ZéBuLoN. Ainsi, à titre de vérification, un essai de traction sur ce démonstrateur technologique a pu être simulé à l'aide d'Abaqus en utilisant le modèle d'endommagement statique ODM.

Les conditions aux limites de la simulation consistent en un blocage des portées au niveau des surfaces de contact dans la direction perpendiculaire au plan d'appui (Figure VI.12). Le chargement est un effort appliqué sur le haut de l'éprouvette dans la direction z du repère. Le modèle d'endommagement ODM n'est utilisé que dans la zone la plus sollicitée de l'aube, alors qu'un comportement élastique est choisi pour le reste de la structure. Le temps de calcul de cette simulation est de l'ordre de 97000s soit un peu plus d'une journée.

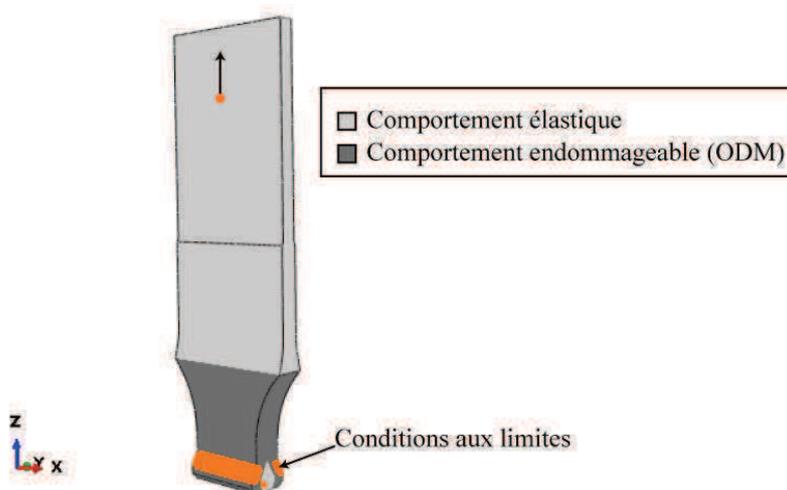


Figure VI.12 : Conditions aux limites et lois de comportement appliquées sur l'aube de turbine.

L'essai de traction sur l'aube montre que les champs de contraintes sont maximaux dans le pied de l'aube et plus particulièrement au niveau des conditions aux limites (Figure VI.13).

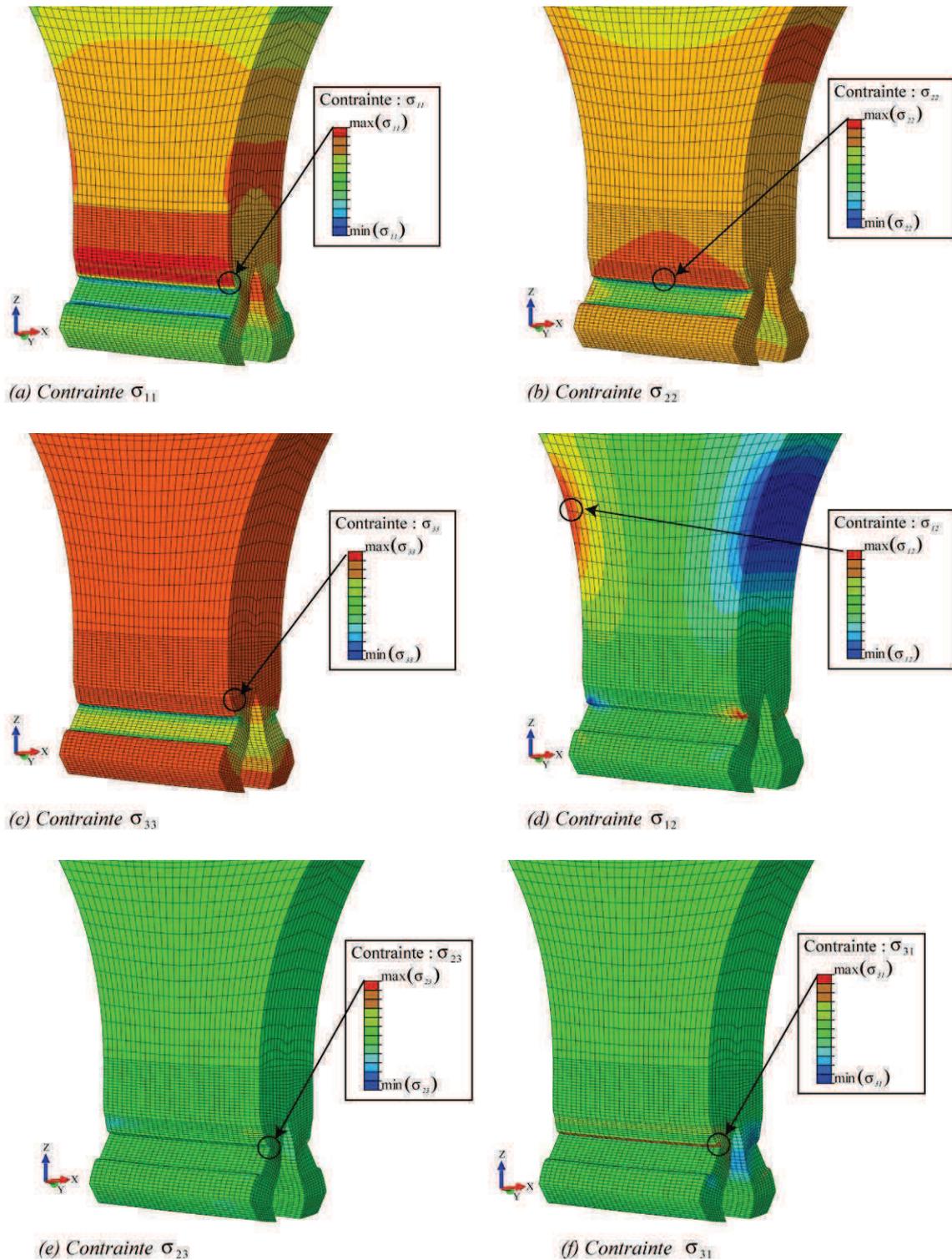


Figure VI.13 : Visualisation des champs de contrainte au niveau du pied d'aube.

La Figure VI.13 est reportée en Annexe A Confidentielle avec les valeurs des échelles iso-couleurs ainsi que la force appliquée.

Dans le plan, la contrainte  $\sigma_{11}$  est majoritaire par rapport aux contraintes  $\sigma_{22}$  et  $\sigma_{33}$  (Figure VI.14 a) alors que la contrainte de cisaillement  $\sigma_{31}$  correspondant à la force centrifuge est plus importante que les deux autres contraintes  $\sigma_{23}$  et  $\sigma_{12}$  (Figure VI.14 b).

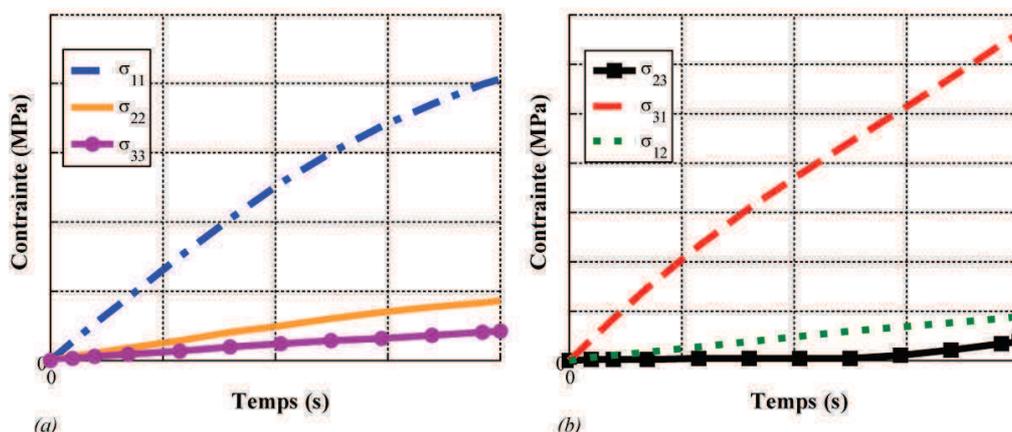


Figure VI.14 : Evolutions des contraintes dans le plan (a) et des contraintes de cisaillement (b) en fonction du temps pour une sollicitation statique de l'aube (ces contraintes ne sont pas toutes prises au même point de Gauss mais correspondent aux contraintes maximales pour chaque composante du tenseur des contraintes).

Les résultats présentés sur la Figure VI.14 sont à considérer avec précaution car les termes hors plan et de couplage ne sont pas identifiés dans le modèle d'endommagement ODM. Il est donc indispensable d'identifier ces coefficients avant de pouvoir conclure sur ces résultats.

Les contraintes  $\sigma_{11}$  et  $\sigma_{13}$  sont majoritairement concentrées dans le pied de l'aube. La Figure VI.15 montre l'évolution des variables d'endommagement matriciel associées aux contraintes  $\sigma_{11}$  et  $\sigma_{13}$  soit respectivement  $d_1^m$  et  $d_3^m$ .

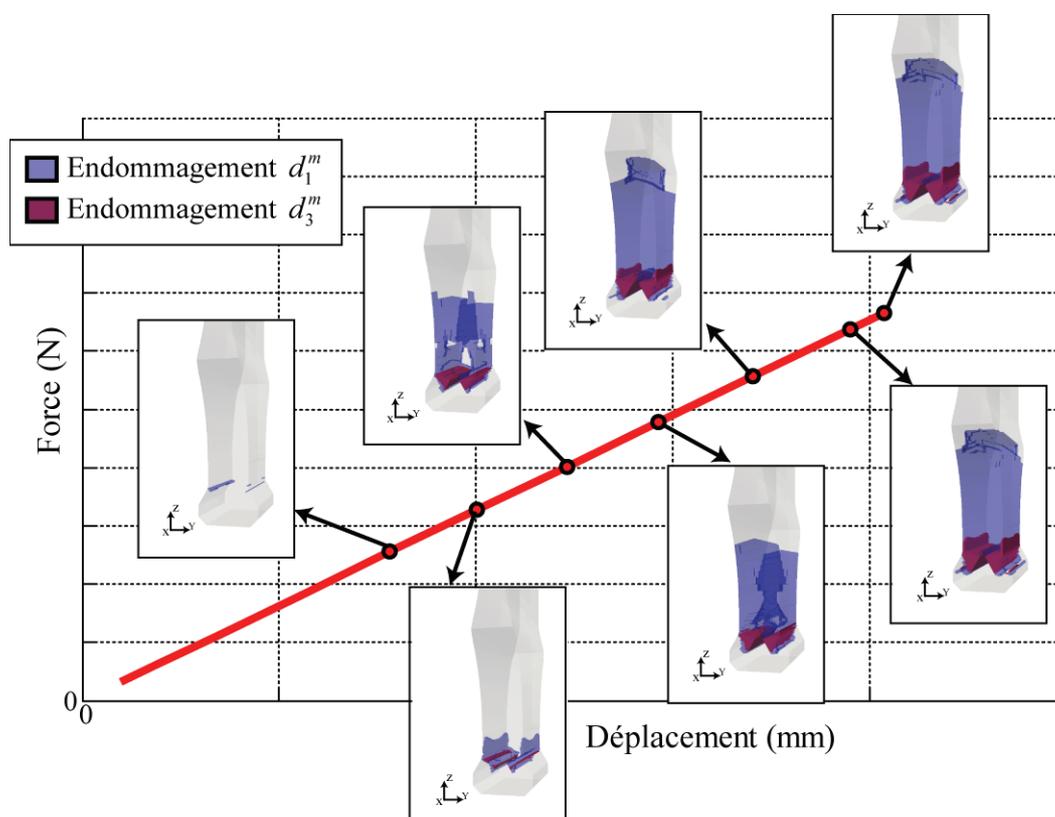


Figure VI.15 : Visualisation de l'évolution de l'endommagement  $d_1^m$  et  $d_3^m$  au cours de l'essai de traction sur le pied d'aube.

Au début de l'essai numérique de traction sur le pied d'aube, seul l'endommagement  $d_1^m$  est activé au niveau du congé du pied. Par la suite, l'endommagement matriciel augmente le long de l'axe  $z$ . Il est à noter que l'endommagement  $d_3^m$  reste localisé au niveau du congé de la pièce jusqu'à la fin de la simulation (dans le gradient de contrainte de cisaillement hors-plan  $\sigma_{13}$ ). Toutefois, on constate que la courbe force déplacement reste linéaire. Cette linéarité est due au fait que même si les endommagements sont étendus dans le pied d'aube, leurs valeurs restent assez faibles. En effet, la force appliquée au pied d'aube semble assez basse (Annexe A).

Cette simulation de traction sur l'aube de turbine avec la loi d'endommagement statique ODM a permis de montrer l'applicabilité de ce modèle pour des calculs sur pièces réelles. Cependant, on constate qu'une identification réaliste des paramètres hors plan est nécessaire, afin de confirmer ou non le rôle des décohésions inter-torons sur le comportement statique des composites à matrice céramique.

## II. VERS LA TENUE EN FATIGUE DES STRUCTURES

Afin de prévoir la durée de vie des aubes de turbines, il est nécessaire d'implanter le modèle de durée de vie. Ce modèle doit alors prendre en compte l'aspect mécanique et physico-chimique des composites à matrice céramique  $\text{SiC}_f/\text{SiBC}_m$ .

### II.1 Implantation du modèle de durée de vie mécanique

L'implantation du modèle de durée de vie purement mécanique est un travail mené en collaboration avec Carole Rakotoarisoa qui a dû, dans le cadre de sa thèse, développer un modèle similaire pour les composites tissés interlocks à matrice organique [Rakotoarisoa C, 2013]. Le modèle de fatigue et plus précisément la loi d'accroissement de l'endommagement a été écrite dans le code de calcul ZéBuLoN.

La loi d'accroissement de l'endommagement implantée est celle définie dans le chapitre II. En effet, dans le chapitre IV, il a été montré qu'une autre forme de la loi d'accroissement de l'endommagement semblait plus adéquate pour les matériaux CMC. Cependant, l'implantation de cette loi dans le code de calcul ZéBuLoN a été réalisée en parallèle du développement du modèle simplifié. Toutefois, la démarche adoptée pour le modèle de durée de vie purement mécanique est identique pour les deux lois d'accroissement de l'endommagement matriciel.

La particularité de la loi d'accroissement de l'endommagement développée dans ce travail est que pour prendre en compte l'effet du rapport de charge, on utilise les forces thermodynamiques matricielles associées aux contraintes maximales et minimales du chargement de fatigue. De la même manière que pour le modèle développé dans Matlab® (Chapitre V), la montée en charge jusqu'à la contrainte maximale du chargement de fatigue est simulée avec le modèle statique ODM. Pendant cette phase de mise en œuvre, un script python développé dans ce travail, permet d'enregistrer les forces thermodynamiques associées au chargement. Connaissant ainsi les forces thermodynamiques matricielles, l'accroissement de l'endommagement après  $N$  cycles peut être déterminé.

Des simulations de fatigue sens chaîne ont été effectuées sur une plaque lisse. La plaque lisse ainsi que le maillage sont identiques à ceux présentés dans le paragraphe I.2 à l'exception du nombre d'éléments dans l'épaisseur qui dans ce cas est au nombre de deux. Les conditions aux limites appliquées à la pièce sont les mêmes que présentées sur la Figure

VI.1. Toutefois, pour réaliser un essai de fatigue, une pression et non un déplacement est imposée sur la plaque lisse afin de se rapprocher d'un essai piloté en contrainte.

Une étude de convergence sur le nombre de cycles par bloc de cycles a été réalisée. Pour cela, quatre tests de fatigue à 50 % de la contrainte en rupture statique avec une fréquence de 20Hz et un rapport de contrainte  $R=0,6$  ont été simulés avec 1, 10, 100 et 1000 cycles par bloc. La Figure VI.16 montre l'évolution de la variable d'endommagement  $d_I^m$  en fonction du nombre de cycles.

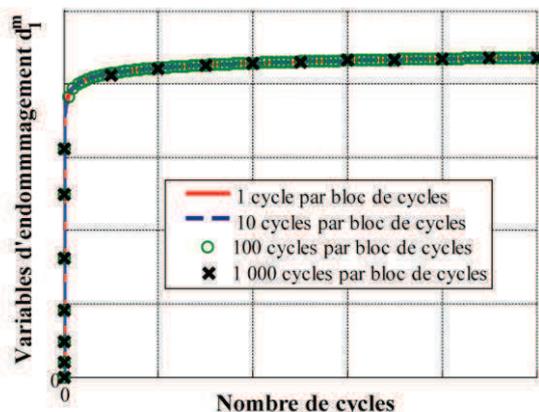


Figure VI.16 : Influence du nombre de cycles par bloc de cycles lors d'une simulation d'un essai de fatigue sur une plaque lisse.

On constate que lors de cette simulation le nombre de cycles par bloc de cycle a très peu d'influence sur l'évolution de l'endommagement au cours de l'essai de fatigue. Toutefois, dans le chapitre IV il a été montré que le nombre de cycles par bloc pouvait influencer grandement la réponse contrainte / déformation du composite avec une résolution classique. On a montré (Chapitre IV paragraphe II.2.2) qu'une méthode à pas adaptatif pouvait être très efficace. Avec la collaboration de la cellule numérique de l'Onera, un script python a été développé pour faire varier le nombre de cycles par bloc en fonction de l'évolution de l'endommagement au cours de la simulation. Cela permet d'utiliser un nombre de cycles par bloc très faible au début de l'essai pour contrôler l'évolution de l'endommagement (Figure VI.17). Puis quand l'endommagement matriciel évolue peu, le nombre de cycles augmente considérablement.

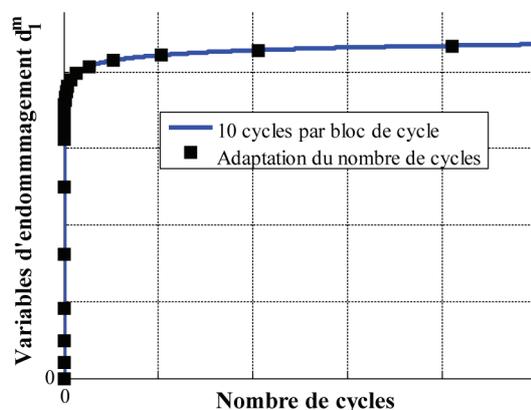


Figure VI.17 : Visualisation de la variable d'endommagement en fonction du nombre de cycles avec l'utilisation d'un nombre de cycles adapté.

L'adaptation du nombre de cycles par bloc de cycle en fonction de l'évolution de l'endommagement permet d'une part une convergence des résultats, mais également une diminution du temps de calcul. En effet, si on compare le calcul réalisé à l'aide d'une méthode à pas adaptatif du nombre de cycles avec la simulation réalisée avec 1 cycle par bloc (solution la plus juste) on constate une diminution de plus de 99% du temps de calcul (Tableau VI.2).

Tableau VI.2 : Comparaison des temps de calcul en fonction du nombre de cycles par bloc lors d'une simulation de fatigue.

Nombre de cycles par bloc	Temps de calcul (s)
1	201712
10	102961
100	9517
1000	1268
Pas adaptatif	1180

Actuellement, le script permettant l'adaptation du nombre de cycles par bloc est utilisable uniquement pour des sollicitations planes.

Par ailleurs, des simulations d'essais de fatigue réalisées sur plaques trouées par [Rakotoarisoa C, 2013] sur des composites à matrice organique avec une évolution du nombre de cycles en fonction de l'endommagement démontrent également que l'utilisation de ce modèle de fatigue purement mécanique peut être étendu sans difficulté aux calculs de structures plus complexes.

## II.2 La prévision de la durée de vie

Le modèle de durée de vie purement mécanique a été implanté dans un code de calcul par éléments finis. Cependant, afin de déterminer la durée de vie de structures en composite à matrice céramique de type  $\text{SiC}_f/\text{SiBC}_m$ , les différents phénomènes d'oxydations du composite et leurs effets sur le comportement doivent être pris en compte et programmés dans le code ZéBuLoN.

Par manque de temps, l'implantation de la physico-chimie et de son couplage dans le code de calcul par éléments finis ZéBuLoN n'a pas pu être effectuée dans le cadre de cette thèse.

## III. LIMITATIONS ACTUELLES DU MODÈLE

### III.1 Rôle des sollicitations hors plan sur l'oxydation

L'essai de traction, correspondant au cas réel de la sollicitation de l'aube, a permis de mettre en évidence la nécessité d'identifier les coefficients hors plan du modèle ODM (paragraphe I.4).

Dans le modèle statique, l'identification de l'endommagement hors plan n'a pu être effectuée. Toutefois, une collaboration entre l'Onera et l'UTC dans le cadre du PRC Composite (en particulier les travaux de thèse de Nicolas Tableau [Tableau N et al, 2012a]) a montré qu'il était envisageable d'identifier les termes de l'endommagement grâce aux éléments finis par une identification inverse à partir d'essais non uniformes.

Un essai ILSS (InterLaminar Shear Stress i.e. flexion entre appuis rapprochés) a été réalisé à l'UTC sur un composite à matrice céramique  $\text{SiC}_f/\text{SiBC}_m$ . Les résultats de corrélation d'images et les observations microscopiques montrent la présence d'un écaillage du composite sous le rouleau d'appui et sa fissuration sur la face opposée au rouleau [Tableau N, 2012]. En parallèle, cet essai ILSS a été modélisé au sein de l'Onera avec la loi d'endommagement statique ODM développée dans le cadre de cette thèse avec le code de calcul ZéBuLoN. Les trois rouleaux de diamètre 10 mm sont modélisés avec des éléments prismatiques à interpolation linéaire (c3d6). L'éprouvette de 30 mm de long sur 10,13 mm de largeur et d'épaisseur 3,8 mm est modélisée avec environ 54000 éléments hexaédriques à interpolation linéaire (c3d8) et est placée entre les rouleaux. Une pression est appliquée sur le rouleau d'appui tandis que les rouleaux inférieurs sont en appuis simples (Figure VI.18). Les contacts entre les rouleaux et l'éprouvette sont pris en compte mais sans frottement.

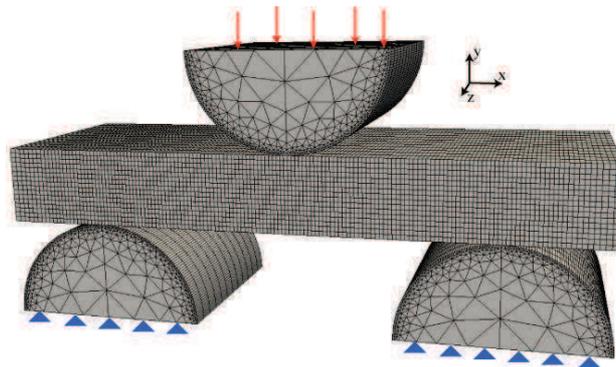


Figure VI.18 : Conditions limites de la simulation de l'essai d'ILSS [source : Onera].

Les faciès d'endommagement issus de la simulation correspondent bien aux résultats expérimentaux. De l'endommagement suivant la direction 3 ( $d_3^m$ ) apparaît sous le rouleau correspondant à la zone d'écaillage observée expérimentalement (Figure VI.19). De plus, sur la face opposée au rouleau d'appui, l'éprouvette est sollicitée en traction, créant une fissuration. Un faciès d'endommagement suivant la direction 2 ( $d_2^m$ ) est bien présent sur la phase opposée au rouleau (Figure VI.20), en analogie avec les observations microscopiques et en accord avec une sollicitation de traction.

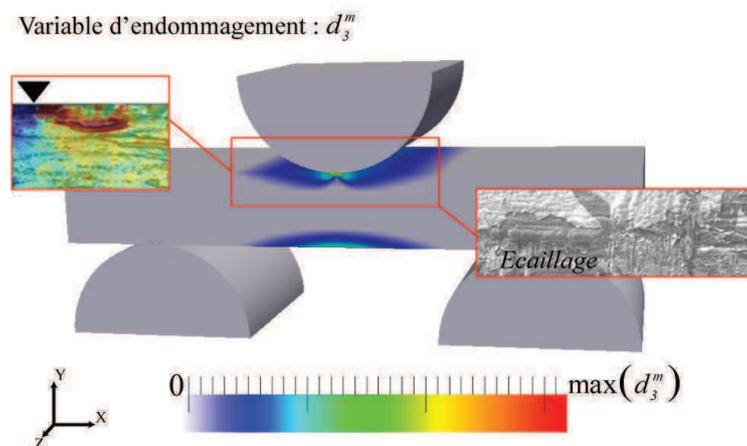


Figure VI.19 : Comparaison des résultats de la simulation sur la variable d'endommagement  $d_3^m$  d'un essai ILSS avec les résultats expérimentaux [Tableau N, 2012].

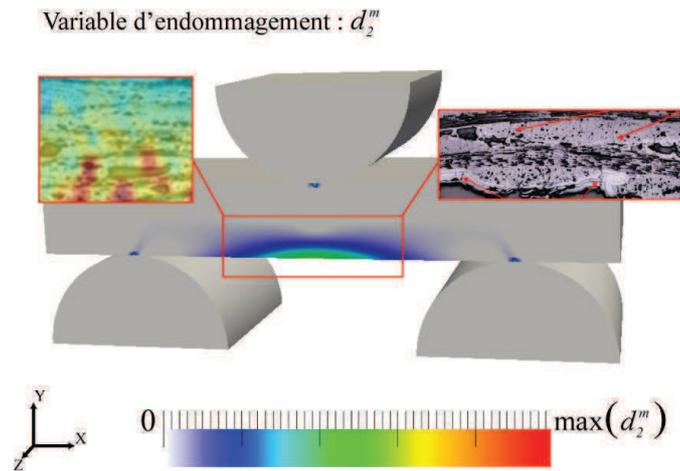


Figure VI.20 : Comparaison des résultats de la simulation sur la variable d'endommagement  $d_2^m$  d'un essai ILSS avec les résultats expérimentaux [Tableau N, 2012].

Ainsi, il semble possible en couplant la corrélation d'images, les observations microscopiques sur le champ de déplacement de l'éprouvette et la modélisation d'un essai ILSS de déterminer par méthode inverse les coefficients de l'endommagement hors-plan (les seuils, voire les cinétiques) mais également les modules élastiques hors-plan  $G_{13}$  (essai sens chaîne) ou  $G_{23}$  (essai sans trame).

De plus, le rôle de la décohésion inter-torons sur l'oxydation des composites à matrice céramique n'est pas clairement connu. Les fissures créées par un chargement hors-plan sont probablement différentes de celles engendrées par un chargement plan sens chaîne ou trame. Mais ces fissures permettent-elles ou non la diffusion de l'oxygène jusqu'aux fibres ? Pour répondre à cette question, il faudrait réaliser des essais de torsion sur barre ou des essais ILSS à contrainte constante mais en température et sous atmosphère oxydante. Ainsi, on pourrait réellement connaître le rôle des décohésions inter-torons sur l'oxydation du composite. Si son rôle est non négligeable, il faudrait alors introduire dans le modèle de durée de vie, le couplage entre la fissuration hors-plan et les oxydations, couplage qui n'est pas actuellement pris en compte dans le modèle.

### III.2 Prise en compte des chargements complexes

Dans ce travail de thèse, les chargements pouvant être pris en compte dans le modèle de durée de vie sont relativement simples avec peu d'évolution de la contrainte, de la température ou de l'environnement au cours du temps. Or une pièce dans un environnement moteur est soumise à des chargements thermomécaniques complexes. La Figure VI.21 montre l'évolution possible de la température et de la contrainte lors d'une mission moteur sur l'élément critique du pied d'aube.

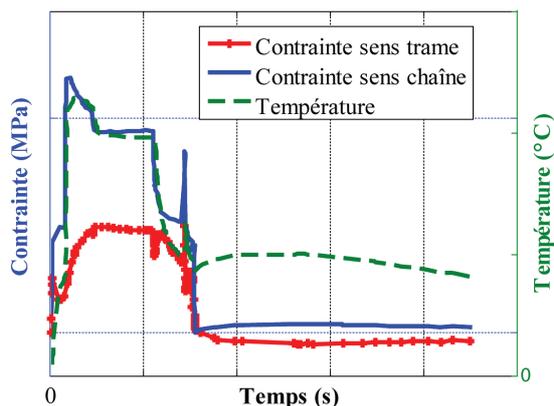


Figure VI.21 : Historique de contraintes (sens chaîne et trame) et de température au centre de l'élément critique pour un cycle moteur [Cherouali H et al, 2010].

Dans un premier temps, pour prendre en compte les chargements complexes, Snecma discrétise l'historique de chargement de l'élément. Pour cela, deux types de discrétisation peuvent être utilisés.

La première méthode est une discrétisation temporelle primaire (Figure VI.22). Cette méthode discrétise la contrainte en plusieurs segments linéaires, où les intervalles,  $\Delta t_p$ , correspondent au changement brusque de contrainte.

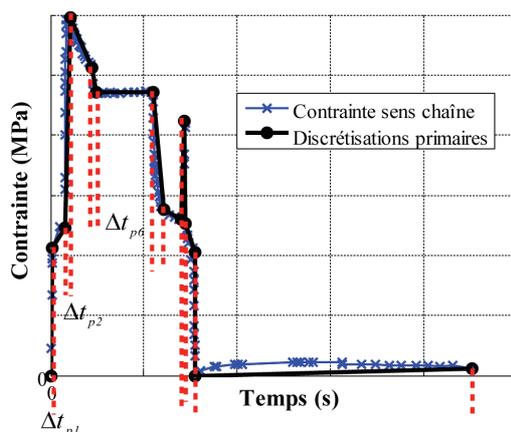


Figure VI.22 : Discrétisations temporelle primaires de la contrainte [Cherouali H et al, 2010].

La seconde méthode propose une discrétisation temporelle secondaire. L'intervalle  $\Delta t_p$  déterminé avec la méthode de discrétisation primaire est divisé en plusieurs intervalles  $\Delta t_s$ . Le nombre de ces sous intervalles est déterminé de manière à discrétiser le chargement en minimisant l'erreur par rapport au chargement réel. La contrainte et la température sont alors moyennées sur l'intervalle  $\Delta t_s$  (Figure VI.23).

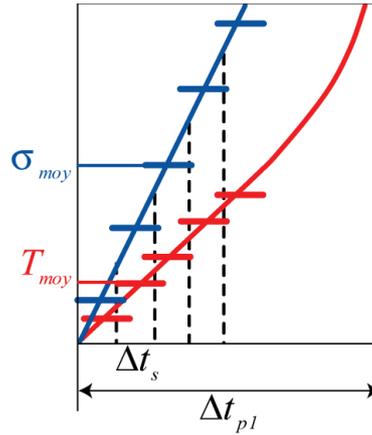


Figure VI.23 : Discretisation temporelle secondaire [Cherouali H et al, 2010].

La seconde méthode permet de simplifier le chargement d'une mission moteur en fonction du temps. Pour pouvoir modéliser un chargement complexe, il faut que la contrainte, la température, la pression en oxygène et la pression en vapeur d'eau soient discrétisées sur le même intervalle de temps. La Figure VI.22 montre qu'il est complexe de construire une équivalence entre le chargement simplifié en fonction du temps et un chargement équivalent exprimé en nombre de cycles. Or, le modèle de durée de vie développé dans ce travail repose sur une formulation de l'évolution de l'endommagement en fonction du nombre de cycles.

Toutefois, une autre voie est envisageable pour modéliser la durée de vie des composites à matrice céramique. Des travaux sont actuellement en cours au LMT Cachan dans le cadre du PRC Composites et consistent à étendre le modèle d'endommagement ODM pour les composites à matrice organique aux chargements complexes, éventuellement aléatoires et anisothermes de manière incrémentale [Angrand L et al, 2013]. Ce formalisme incrémental consiste à modifier la formulation  $\frac{\partial d}{\partial N}$  pour obtenir une formulation en  $\dot{d}$  fonction du temps. Le modèle de durée de vie est rendu incrémental en partitionnant chaque variable d'endommagement du modèle en une contribution monotone. De plus, une contribution incrémentale est introduite dans le modèle. Cette contribution incrémentale satisfait une loi d'évolution de type Lemaître généralisée selon l'équation [Angrand L et al, 2013] :

$$\dot{d}_k^{Inc} = (d_k^\infty - d_k)^{\gamma_k} \frac{s_k}{S_k} \left\langle \frac{y_k - y_{thk}}{S_k} \right\rangle_+^{s_k - 1} \langle \dot{y}_k \rangle_+ \quad \text{Eq VI.2}$$

où  $\langle \dot{y}_k \rangle_+ = \left\langle \frac{dy_k}{dt} \right\rangle_+$  est la partie positive de la dérivée temporelle de la force motrice de l'endommagement  $y_k$  afin que l'endommagement n'évolue pas lors des décharges. Les grandeurs  $s_k$  et  $S_k$  sont des paramètres d'endommagement caractéristiques du matériau. Ainsi, dans le cas d'un chargement périodique, l'incrément d'endommagement à chaque cycle s'exprime alors

$$\frac{\delta d_k^{Inc}}{\delta N} = (d_k^\infty - d_k)^{\gamma_k} [G_k(y_{kMax}) - G_k(y_{kmin})] \quad \text{Eq VI.3}$$

avec  $G_k(y_k) = \left\langle \frac{y_k - y_{thk}}{S_k} \right\rangle_+^{s_k}$ .

Toutefois, ce modèle de durée de vie incrémental est développé pour les composites à matrice organique. Le formalisme du modèle de durée de vie des composites à matrice organique est semblable à celui pour les composites à matrice céramique  $\text{SiC}_f/\text{SiBC}_m$ . Il devrait être possible d'étendre le modèle incrémental aux CMCs. La durée de vie des composites à matrice organique est principalement limitée par l'endommagement et par le caractère visqueux de la matrice, alors que la durée de vie des composites à matrice céramique dépend essentiellement des phénomènes d'oxydation. Le développement d'un modèle incrémental pour les CMCs devra bien sûr prendre en compte tous les aspects physico-chimiques propres à ces matériaux. Cela paraît d'autant plus pertinent d'essayer d'adapter les principes de fatigue incrémentale développés au LMT-Cachan par [Desmorat R et al, 2007] car ces approches permettent de rendre compatibles la partie en cycle (fatigue mécanique) et la partie en temps (oxydation).

---

**BILAN**

---

Afin de prévoir la durée de vie de structures en composite à matrice céramique SiC<sub>f</sub>/SiBC<sub>m</sub>, le modèle de durée de vie a été implanté dans le code de calcul par Éléments Finis ZéBuLoN à l'exception de la partie physico-chimique.

Dans un premier temps, le modèle d'endommagement statique ODM a été écrit dans le code de calcul ZéBuLoN et différents essais ont pu être simulés. Tout d'abord, des essais de traction sur plaque homogène dans les directions 0°, 90° et +45° ont permis de valider l'implantation du modèle. En effet, pour chacune des directions de sollicitation, seul l'endommagement associé au champ de contrainte homogène dans la pièce est activé. Par la suite, un essai de traction sens chaîne a été simulé sur une plaque présentant un champ de contrainte, à savoir une plaque trouée. Lors de cette simulation, la rupture de la structure n'a pas été prise en compte. Deux méthodes sont envisageables pour considérer cette rupture d'éprouvette présentant une concentration de contrainte, soit la méthode du Volume Caractéristique de Rupture, soit l'ajout d'un comportement adoucissant. L'utilisation de l'une ou l'autre des méthodes nécessite l'identification de certains paramètres à partir d'essais sur éprouvettes présentant des singularités or ces essais n'étaient pas disponibles dans le cadre de cette thèse.

Enfin, un essai sur pied d'aube de turbine a pu être simulé avec le modèle d'endommagement statique ODM. Toutefois, les résultats en termes de contrainte sont à considérer avec précaution. En effet, lors de cette simulation on constate que la contrainte  $\sigma_{31}$  est majoritaire. Or, ne disposant pas d'essais nécessaires à l'identification des termes de couplage hors plan, l'identification de ces derniers n'a pu être faite. Une identification des termes hors plan par méthode inverse sur un essai ILSS semble être une voie prometteuse.

Par ailleurs, la loi d'accroissement de l'endommagement matriciel permettant de simuler des chargements de fatigue à température ambiante a également été implantée dans le code de calcul ZéBuLoN. Ainsi, via le modèle d'endommagement statique ODM la montée en charge de l'essai de fatigue peut être simulée. Cette dernière permet, à l'aide un script python, de déterminer les forces thermodynamiques utiles à la loi de fatigue. De plus, un second script permet d'optimiser le nombre de cycles par bloc de cycles afin d'assurer la convergence des résultats et également un gain sur le temps de calcul (méthode des pas adaptatifs qui paraît tout à fait envisageable en bureau d'études).

Enfin deux méthodes ont été proposées afin de prendre en compte le chargement complet au sein des moteurs. La première consiste à discrétiser le chargement en plusieurs segments linéaires. Toutefois, cette méthode utilisée par Snecma semble adaptée au modèle uniquement si le chargement mécanique, la température et l'atmosphère évoluent simultanément. La seconde solution consiste à développer une version incrémentale du modèle de durée de vie développé dans ce travail. Pour cela, il sera certainement possible d'étendre les travaux en cours au LMT-Cachan ([Angrand L et al, 2013]) au cas des CMC. Les modèles formulés en cycle et de manière incrémental peuvent être complémentaires.



---

## CONCLUSION GÉNÉRALE

---

L'objectif de ce travail de thèse était de proposer une méthodologie de prévision de la durée de vie pour les pièces en composites à matrice céramique autocicatrisante de type  $\text{SiC}_f/\text{SiBC}_m$ . Ces matériaux sont constitués de fibres de carbure de silicium Nicalon enrobées d'une interphase de pyrocarbone. La matrice autocicatrisante est constituée d'un empilement successif de couches de carbure de bore ( $\text{B}_4\text{C}_{(s)}$ ), de carbure de silicium  $\text{SiC}_{(s)}$  et d'une couche ternaire de  $\text{SiBC}_{(s)}$ .

Dans un premier temps, une recherche bibliographique sur ces matériaux a permis de mettre en évidence que chaque constituant des composites  $\text{SiC}_f/\text{SiBC}_m$  s'oxyde de manière différente en fonction des conditions atmosphériques (température, pression en oxygène, pression en vapeur d'eau). Ainsi trois domaines de température ont pu être identifiés :

- les basses températures ( $T < 400^\circ\text{C}$ ) où aucun effet de l'oxydation significative du composite n'est observé,
- les températures intermédiaires ( $400^\circ\text{C} \leq T < 600^\circ\text{C}$ ) où les fibres Nicalon et le pyrocarbone s'oxydent et diminuent la durée de vie du composite,
- les hautes températures ( $600^\circ\text{C} \leq T \leq 900^\circ\text{C}$ ) où l'oxydation de la matrice multiséquentielle, et plus précisément l'oxyde de bore ( $\text{B}_4\text{C}_{(s)}$ ), va cicatriser le matériau et diminuer les effets de l'oxydation sur les fibres.

Chaque mécanisme d'oxydation a des conséquences différentes sur le comportement mécanique. En effet, l'oxydation des fibres Nicalon diminue la durée de vie des matériaux, tandis que l'oxydation des interphases de pyrocarbone entraîne une augmentation des longueurs de décohérence entre les fibres et la matrice. Par ailleurs, il a été considéré qu'au niveau de la matrice, seule la couche de carbure de bore présente s'oxyde. Son oxydation forme un verre liquide qui comble les fissures, cicatrisant ainsi le matériau.

Pour déterminer la durée de vie du composite, il est indispensable de prendre en compte les couplages entre endommagement mécanique et dégradation physico-chimique. Le modèle de durée de vie développé dans ce travail se décompose donc en deux parties couplées :

- un modèle de fatigue purement mécanique,
- un modèle physico-chimique.

### **Développement d'un modèle de durée de vie purement mécanique**

Un modèle de durée de vie "purement mécanique" a été obtenu par extension du modèle d'endommagement statique ODM. Ce modèle statique macroscopique utilise cinq variables d'endommagement pour traduire les effets de l'endommagement sur le comportement mécanique. Ce modèle prend également en compte la fermeture progressive des fissures lors de sollicitations de traction/compression. De plus, l'introduction de la rupture progressive des torons permet de simuler le comportement adoucissant observé sur des structures présentant des gradients de contrainte (trou, congé). Avant l'extension à la fatigue, nous avons enrichi ce modèle statique. Les déformations positives ont été reformulées permettant dorénavant de calculer analytiquement la matrice tangente du modèle. Cette modification a permis de diminuer significativement le temps de calcul du modèle par rapport à l'utilisation d'une matrice tangente numérique lors de chargements pilotés en contrainte. L'effet du cisaillement sur les torons a également été rajouté dans le modèle. De plus, l'effet retard, nécessaire pour pallier les problèmes numériques lors d'un adoucissement du comportement, a été réécrit en fonction des variables d'endommagement et des forces thermodynamiques des torons. Enfin, l'introduction de nouvelles méthodes de résolution des

déformations stockées et résiduelles plus performantes ont permis de rendre plus robuste ce modèle. Après ces modifications apportées dans le modèle statique, nous l'avons étendu à la fatigue. Pour cela, les cinq variables d'endommagement matriciel évoluent en fonction d'un nombre de cycles par bloc et du rapport des contraintes du cycle caractéristique de fatigue. L'évolution de ces endommagements est calculée à partir des mêmes forces thermodynamiques matricielles que le modèle statique par une loi d'accroissement progressif de l'endommagement. Cette loi a été choisie de manière à ce que l'endommagement matriciel évolue en fonction d'un bloc de  $N$  cycles et non de manière incrémentale qui impliquerait d'estimer l'évolution de l'endommagement au cours de chaque cycle. L'utilisation de ce type de loi d'accroissement de l'endommagement est possible pour les matériaux composites car lors de sollicitations de fatigue, l'endommagement matriciel croît rapidement dès les premiers cycles, puis évolue très progressivement jusqu'à la rupture.

### Couplage entre les modèles mécanique et physico-chimique

Pour prendre en compte les différentes oxydations des constituants en fonction de l'environnement (température, pression en oxygène et en vapeur d'eau), nous avons développé un modèle physico-chimique. Ce modèle physico-chimique permet de prendre en compte l'oxydation des fibres de carbure de silicium, du pyrocarbone et de la couche de carbure de bore de la matrice ainsi que leurs conséquences sur le comportement mécanique des CMCs  $\text{SiC}_f/\text{SiBC}_m$ . Ainsi, différents couplages ont été introduits.

Tout d'abord, l'endommagement matriciel déterminé grâce au modèle purement mécanique permet de calculer une ouverture de fissure matricielle. Parallèlement dans le modèle physico-chimique, grâce à des lois cinétiques d'oxydation, la vitesse de formation du carbure de bore est déterminée en fonction de l'environnement déterminant ainsi l'effet de cicatrisation. Sous oxygène, le carbure de bore forme un oxyde de bore mais ce dernier se volatilise en présence de vapeur d'eau ou à forte température. Connaissant l'ouverture de fissure et la hauteur cicatrisée, une hauteur d'ouverture effective est déterminée. Cette hauteur d'ouverture effective de fissure permet de réaliser un premier couplage entre les deux modèles (Figure 1). En effet, connaissant cette ouverture, la pression en oxygène au sein du matériau peut être déterminée. Ainsi, l'épaisseur et la hauteur de pyrocarbone volatilisées par cette pression en oxygène mais également l'évolution du seuil à rupture des torons diminué par leur oxydation sont calculées. À ce stade, un second couplage entre le modèle physico-chimique et le modèle de fatigue est réalisé. Pour cela, un taux de décohésion est déterminé grâce à la hauteur volatilisée de pyrocarbone. Ce taux,  $\beta^{decoh}$ , va alors modifier dans le modèle de durée de vie mécanique le tenseur des souplesses, les déformations résiduelles et le critère de rupture. Un couplage similaire est nécessaire pour prendre en compte la modification du critère de rupture par l'oxydation des torons.

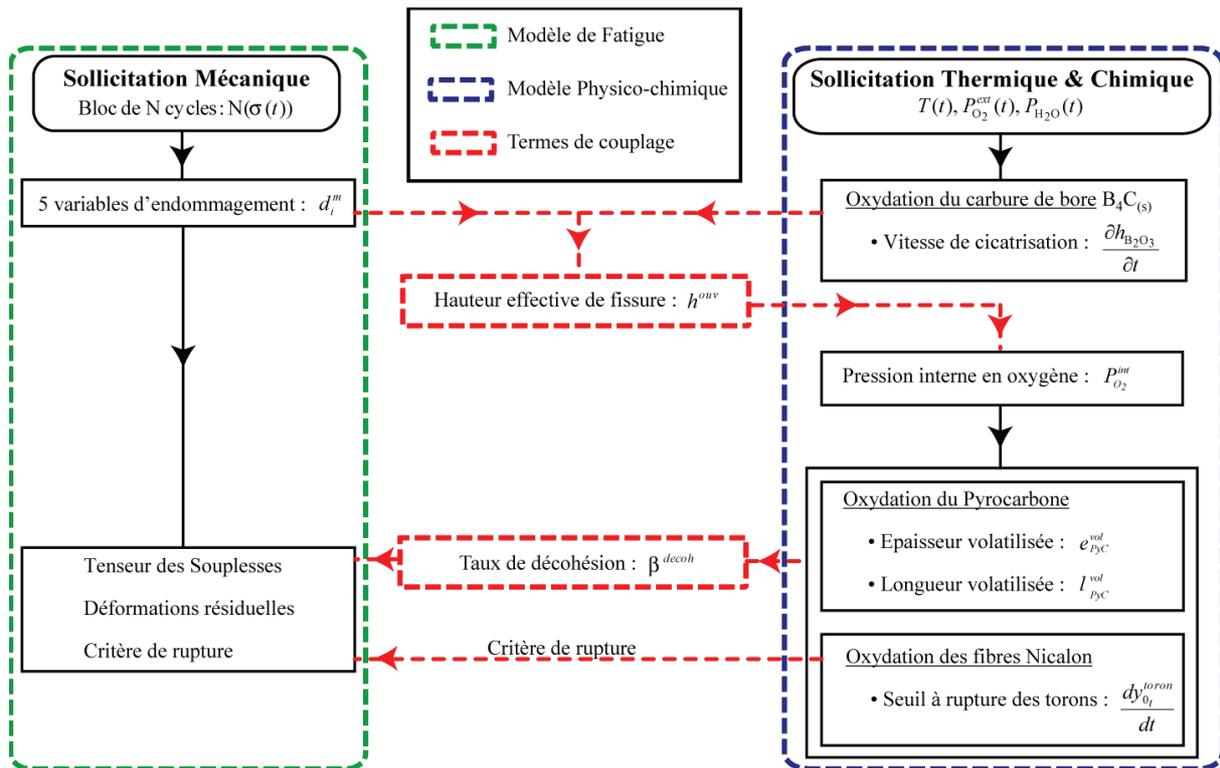


Figure 1 : Schématisation du modèle de fatigue couplé au modèle physico-chimique.

Ainsi, en associant les modélisations proposées dans le Chapitre II (aspects mécaniques en statique, en fluage et en fatigue) et dans le Chapitre III (aspects physico-chimiques et effets sur le comportement du matériau), nous avons pu construire un modèle complet, tridimensionnel, nécessaire à la prévision de la durée de vie de pièces en composites à matrice céramique.

### Le modèle de durée de vie complet

Deux modèles de durée de vie, l'un uniaxial et l'autre 3D ont été implantés dans le logiciel Matlab®. La version unidirectionnelle avait pour objectif de vérifier la cohérence du modèle et de comprendre le rôle de chaque coefficient introduit dans le modèle. De plus, le but de ce modèle simplifié était de comparer les algorithmes de résolution des équations afin d'optimiser la solution numérique du modèle :

- les déformations résiduelles sont résolues par méthode des trapèzes ou par quadrature de Gauss d'ordre 3,
- une méthode de pas adaptatifs sur le nombre de cycles par bloc paramétrée par la vitesse d'évolution de l'endommagement est utilisée,
- une méthode par dichotomie est appliquée pour déterminer la rupture,
- le seuil à rupture des torons est déterminé par une méthode de quadrature de Gauss d'ordre 3.

Nous disposions uniquement d'essais uniaxiaux en statique, en fluage et en fatigue à différentes températures pour deux nuances de matériau. Pour compléter ces essais et pour mieux identifier les coefficients du modèle de durée de vie, nous avons réalisé des essais de traction incrémentale sens chaîne, trame et à 45°. Ces différentes données expérimentales ont

permis une identification de la plupart des coefficients du modèle 1D pour les deux nuances de matériau.

Toutefois, le manque de données expérimentales ne permettait pas d'identifier le modèle de durée de vie multiaxial et plus particulièrement les termes de couplage. Nous avons donc proposé la matrice d'essais nécessaires à l'identification complète de tous les coefficients du modèle de durée de vie 3D.

### Calculs sur pièces

Afin de réaliser des calculs sur pièces réelles, le modèle de durée de vie multiaxial a été implanté dans le code de calcul par Éléments Finis ZéBuLoN. Avant de considérer des essais statiques sur une pièce réelle, le pied d'aube, nous avons simulé des essais de traction sens chaîne, trame et à 45° sur une pièce homogène (plaque lisse). Ainsi, nous avons pu garantir la bonne implantation de la partie statique du modèle ODM dans le code de calcul ZéBuLoN. Puis nous avons simulé un essai de traction sens chaîne sur une pièce présentant un gradient de contrainte (plaque trouée en traction). Cette simulation a montré alors qu'il est possible d'utiliser le modèle ODM sur des pièces réelles.

Par ailleurs, la loi d'accroissement de l'endommagement matriciel permettant de simuler des chargements de fatigue à température ambiante a également été implantée dans le code de calcul ZéBuLoN. La montée en charge de l'essai de fatigue peut être simulée avec le modèle d'endommagement statique ODM, puis à l'aide d'un script python il est possible de déterminer les forces thermodynamiques utiles à la loi de fatigue. Un second script permet alors de prévoir l'endommagement de fatigue en optimisant le nombre de cycles par bloc de cycles afin d'assurer la convergence des résultats et de diminuer les temps de calcul (méthode des pas adaptatifs qui paraît tout à fait envisageable en bureau d'études).

### Perspectives

Plusieurs points doivent être abordés pour compléter le modèle de durée de vie.

À court terme, toutes les optimisations d'algorithmes réalisés dans le modèle 1D doivent être implantées dans le modèle de durée de vie 3D. Plusieurs points restent ainsi à compléter dans le modèle 3D sous Matlab® :

- l'adaptation du nombre de cycles par bloc en fonction de l'évolution de l'endommagement,
- l'utilisation d'une méthode par dichotomie pour déterminer la rupture.

Même si la méthode d'adaptation du nombre de cycles par bloc de cycles est introduite dans le modèle de durée de vie développé dans le code de calcul ZeBuLoN, la détermination du nombre de cycles à rupture par dichotomie reste à faire. De plus, l'évolution du nombre de cycles par bloc est possible uniquement pour l'endommagement suivant la direction 1 grâce à un script python qui reste à développer pour prendre en compte l'évolution en fatigue des cinq endommagements matriciels. Dans ce travail, la rupture des torons n'a pas été implémentée pour décrire la rupture progressive lorsque les structures présentent des singularités. Actuellement, l'utilisation d'un modèle à effet retard couplé à un modèle non local semble la solution la plus pertinente. Toutefois, une méthode de Volume Caractéristique de Rupture paraît plus efficace en termes de temps de calcul et plus facile à transférer à l'industriel. Néanmoins se pose la question de l'identification de la longueur de ce volume caractéristique. Enfin et surtout, le modèle physico-chimique doit être implanté dans le code par Éléments Finis ZéBuLoN.

Par ailleurs, ce travail a montré la nécessité de mettre en place un protocole d'essais spécifiques qui impacte les essais matériaux réalisés jusqu'à présent. Il sera alors possible d'identifier tous les coefficients nécessaires à la description correcte de l'ensemble des phénomènes et de leurs couplages ayant un effet sur la durée de ces composites. Ainsi, cette base expérimentale doit être étoffée, d'une part pour identifier tous les coefficients du modèle et d'autre part pour affiner le modèle de durée de vie. Des essais multiaxiaux permettraient d'identifier les termes de couplage. Des essais de fatigue ou de fluage à  $T > 600^{\circ}\text{C}$  sont nécessaires pour déterminer l'effet du cyclage sur la cicatrisation du matériau. Ces essais devront être réalisés plusieurs fois afin de pouvoir évaluer la dispersion de ces matériaux. Enfin, pour valider ce modèle de durée de vie, des essais multiaxiaux sous plusieurs conditions d'atmosphère sont nécessaires (température, pression en oxygène, pression en vapeur d'eau).

Actuellement, le modèle de durée de vie prend en compte l'oxydation des fibres Nicalon, du pyrocarbone et de la couche de carbure de bore. À plus long terme, il serait intéressant de prendre en compte tous mécanismes d'oxydations qui règnent dans ce matériau, comme par exemple l'oxydation de la couche ternaire Si-B-C et celle de carbure de silicium. De plus, si l'on prend en compte le fluage des fibres à partir de  $900^{\circ}\text{C}$ , le modèle de durée de vie pourrait être étendu aux très hautes températures ( $T > 900^{\circ}$ ).

Les durées de vie expérimentales de ces matériaux sont particulièrement dispersées. . Nous avons proposé trois identifications (« au plus juste », « maximale », « minimale »). Toutefois, une approche probabiliste des lois de fatigue et/ou de leur identification nous semble nécessaire afin de prendre en compte les dispersions et la variabilité matériau, de proposer une identification « conservative » et d'aider au dimensionnement et à la certification des pièces composites tissées. Un travail important de réflexion sur l'analyse statistique à mettre en place et sur les outils à développer est actuellement mené à l'Onera.

Le modèle de durée de vie est développé pour des chargements constants pilotés en contrainte et en température pendant un bloc de cycles. Or, dans les moteurs les aubes de turbines subissent des sollicitations mécaniques et thermiques plus complexes. Pour prendre en compte le chargement réel des aubes de turbines, deux méthodes sont envisageables comme la discrétisation du chargement en plusieurs segments linéaires ou le développement d'un modèle de durée de vie incrémental. Nous sommes convaincus que le développement d'un modèle de durée de vie incrémental est la solution la plus pertinente.

Toutefois, le niveau de complexité du modèle de durée de vie développé dans ce travail n'est pas adapté à une utilisation en bureau d'études mais il pourrait être simplifié. En effet, il est envisageable de prendre en compte les effets de l'oxydation sur le comportement mécanique par des fonctions (de la température, du temps,...) et non par un modèle physico-chimique. On peut penser introduire des coefficients directement dans le modèle de durée de vie purement mécanique, comme par exemple dans le tenseur des souplesses pour prendre en compte l'oxydation du pyrocarbone. Puisque les phénomènes d'oxydation dépendent de l'environnement, la détermination de ces jeux de coefficients en fonction de la température, de la pression en oxygène et en vapeur d'eau ne serait pas facile mais pourrait s'appuyer sur le modèle développé dans cette thèse.

---

## RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES

---

**[Abdelal G.F et al, 2002]**

Abdelal G.F, Caceres A, et Barbero E.J, "*A micro-mechanics damage approach for fatigue of composite materials*", Composite Structures, vol. 56, pages 413-422, 2002.

**[Angrand L et al, 2013]**

Angrand L, Desmorat R, Kaminski M, et Olivier L, "*Lois d'endommagement incrémentales pour la prévision de la durée de vie en fatigue des composites tissés*", Journées Nationales des Composites 18, 2013.

**[Aubard X, 1992]**

Aubard X, "*Modélisation et identification du comportement mécanique des matériaux composites 2D SiC/SiC*", Thèse de doctorat, Université de Paris 6, 1992.

**[Bernstein J et al, 1988]**

Bernstein J et Koger T.B, "*Carbon film oxidation - undercut kinetics*", Journal of the Electrochemical Society, vol. 135, pages 2086-2090, 1988.

**[Besson J et al, 2001]**

Besson J, Cailleteaud G, Chaboche J.L, et Forest S, "*Mécanique non linéaire des matériaux*", Hermès, Paris, 2001.

**[Carrere P, 1996]**

Carrere P, "*Comportement thermomécanique d'un composite de type SiC/SiC*", Thèse de doctorat, Université de Bordeaux 1, 1996.

**[Casas L et al, 2003]**

Casas L et Martinez-Esnaola J.M, "*Modelling the effect of oxidation on the creep behaviour of fibre-reinforced ceramic matrix composites*", Acta Materialia, vol. 51, pages 3745-3757, 2003.

**[Case S et al, 2009]**

Case S, Iyengar N, et Reifsnider K, "*Life prediction tool for ceramic matrix composites at elevated temperatures*", 22nd Annual Conference on Composite, Advanced Ceramic, Materials, and Structures : B, 2009.

**[Charrier J.S, 2013]**

Charrier J.S, "*Développement de méthodologies dédiées à l'analyse robuste de la tenue de structures composites sous chargements complexes tridimensionnels*", Thèse de doctorat, Ecole Nationale Supérieure d'Arts et Métiers, 2013.

**[Château C, 2011]**

Château C, "*Analyse expérimentale et modélisation micromécaniques du comportement élastique et de l'endommagement de composites SiC/SiC unidirectionnels*", Thèse de doctorat, Ecole Polytechnique, 2011.

**[Cherouali H et al, 2010]**

Cherouali H, Lamarche F, et Barreau F, "*Utilisation manuelle des modules CRITICITE v1.3-1 et CMC\_ENDO v1.0-0*", Note Interne YHM n°00163, 2010.

**[Cluzel C et al, 2007]**

Cluzel C, Baranger E, Ladevèze P, et Mouret A, "*Prediction of the lifetime of self-healing ceramic-matrix composites : II - Analysis of cracking and oxydation mechanisms*", Proceeding of 15th National Conference on Composite Materials (JNC15), pages 885-894, 2007.

**[Cluzel C et al, 2009]**

Cluzel C, Baranger E, Ladeveze P, et Mouret A, "*Mechanical behaviour and lifetime modelling of self-healing ceramic-matrix composites subjected to thermomechanical loading in air*", Composites Part A-Applied Science and Manufacturing, vol. 40, pages 976-984, 2009.

**[Couegnat G, 2008]**

Couegnat G, "*Approche multiéchelle du comportement mécanique de matériaux composites à renfort tissé*", Thèse de doctorat, Université Bordeaux 1, 2008.

**[Courtois C, 1992]**

Courtois C, "*Protection contre l'oxydation de composite  $C_f/SiC_m$  par dépôt chimique en phase vapeur ( $TiB_2$ ,  $Si_3N_4$ )*", Thèse de doctorat, Université de Limoges, 1992.

**[Curtin W.A, 1991]**

Curtin W.A, "*Theory of mechanical properties of ceramic-matrix composites*", Journal of the American Ceramic Society, vol. 74, pages 2837-2845, 1991.

**[Cutard T, 1993]**

Cutard T, "*Caractérisation ultrasonore à haute température et sous contrainte de traction de composites céramique-céramique*", Thèse de doctorat, Université de Limoges, 1993.

**[De Melo-Loseille O, 2010]**

De Melo-Loseille O, "*Prévision de la durée de vie des composites à matrice céramique auto cicatrisante, en fatigue statique, à hautes température (<800°C)*", Thèse de doctorat, Université Bordeaux 1, 2010.

**[Degrieck J et al, 2001]**

Degrieck J et Van Paepegem W, "*Fatigue damage modelling of fibre - reinforced composite materials : Review*", Applied Mechanics Reviews, vol. 54, pages 279-300, 2001.

**[Delcamp A, 2008]**

Delcamp A, "*Protection de fibres base SiC pour composites à matrice céramique*", Thèse de doctorat, Université Bordeaux 1, 2008.

**[Desmorat R et al, 2007]**

Desmorat R, Ragueneau F, et Phan T.H, "*Continuum damage mechanics for hysteresis and fatigue of quasi-brittle materials and structures*", International Journal for Numerical & Analytical Methods in Geomechanics, vol. 31, pages 307-329, 2007.

**[Douminge L, 2012]**

Douminge L, "*Effet de l'environnement sur la DDv des CMC*", 2nd Séminaire PRC Composite - Session Poster, 2012.

**[Ellyin F et al, 1990]**

Ellyin F et El-Kadi H, "*A fatigue failure criterion for fiber reinforced composite laminae*", Composite Structures, vol. 15, pages 61-74, 1990.

**[Farizy G, 2002]**

Farizy G, "*Mécanisme de fluage sous air de composites SiCf-SiBC, à matrice autocicatrisante*", Thèse de doctorat, Université de Caen, 2002.

**[Fawaz Z et al, 1994]**

Fawaz Z et Ellyin F, "*Fatigue failure model for fiber-reinforced materials under general loading conditions*", Journal of Composite Materials, vol. 28, pages 1432-1451, 1994.

**[Filipuzzi L, 1991]**

Filipuzzi L, "*Oxydation des composites SiC/SiC et de leurs constituants : approche expérimentale, modélisation et influence sur le comportement mécanique*", Thèse de doctorat, Université de Bordeaux 1, 1991.

**[Filipuzzi L et al, 1994]**

Filipuzzi L, Camus C, et Naslain R, "*Oxidation Mechanisms and kinetics of 1D-SiC/C/SiC composite Materials : I, An experimental approach*", Journal of the American Ceramic Society, vol. 77, pages 459-466, 1994.

**[Forio P, 2000]**

Forio P, "*Comportement thermomécanique et durée de vie d'un composite SiC/SiC à matrice séquencée et autocicatrisante*", Thèse de doctorat, Université de Bordeaux 1, 2000.

**[Forio P et al, 2004]**

Forio P, Lavaire F, et Lamon J, "*Delayed failure at intermediate temperatures (600°-700°C) in air in silicon carbide multifilament tows*", Journal of the American Ceramic Society, vol. 87, pages 888-893, 2004.

**[Frey N, 1991]**

Frey N, "*Comportement et endommagement mécaniques de torons densifiés et de matériaux 1D et 2D SiC/SiC non protégés-influence de vieillissement sous air à haute température*", Thèse de doctorat, Ecole Nationale Supérieure des Mines de Paris, 1991.

**[Garitte E, 2007]**

Garitte E, "*Etude de l'oxydation/corrosion des composites céramiques*", Thèse de doctorat, Université de Bordeaux 1, 2007.

**[Gasser A et al, 1996]**

Gasser A, Ladeveze P, et Poss M, "*Damage mechanisms of a woven SiC/SiC composite: Modelling and identification*", Composites Science and Technology, vol. 56, pages 779-784, 1996.

**[Gauthier W, 2006]**

Gauthier G, "*Rupture différée en fatigue statique, aux températures intermédiaires (<800°C), de fils et de fibres à base de carbure de silicium*", Thèse de doctorat, Université de Bordeaux 1, 2006.

**[Gornet L et al, 2011]**

Gornet L et Ijaz H, "*High cycle fatigue damage model for delamination crack growth in Cf/Epoxy composite laminates*", International Journal of Damage Mechanics, vol. 20, pages 783-807, 2011.

**[Grail G, 2013]**

Grail G, "*Approche multi-modèles pour la conception de structures composites à renfort tissé*", Thèse de doctorat, Université d'Orléans, 2013.

**[Grippon E et al, 2012]**

Grippon E, Baste S, Martin E, Aristégui C, et Couegnat G, "*Damage characterisation of ceramic matrix composites*", 15th European conference on composite materials, 2012.

**[Guillaumat L, 1994]**

Guillaumat L, "*Microfissuration des CMC : relation avec la microstructure et le comportement mécanique*", Thèse de doctorat, Université Bordeaux 1, 1994.

**[Halpin J.C et al, 1973]**

Halpin J.C, Jerina K.L, et Johnson T.A, "*Characterization of composites for the purpose of reliability evaluation*", Test Methods for High Modulus Fibers and Composites, ASTM STP 521, pages 5-64, 1973.

**[Harris B, 1985]**

Harris B, "*Fatigue behaviour of polymer-based composites and life prediction methods*", Durability Analysis of Structural Composite Systems, édité par Albert H.Cardon, 1985.

**[Hashin Z et al, 1973]**

Hashin Z et Rotem A, "*A fatigue criterion for fibre reinforced composite materials*", Journal of Composite Materials, vol. 7, pages 448-464, 1973.

**[Hémon E, 2010]**

Hémon E, "*Modèles multi-niveaux de prévision des durées de vie en fatigue des structures en composites à matrice céramique*", Rapport interne Onera / Snecma RA 1/17532 DMSC, 2010.

**[Hochard C et al, 2009]**

Hochard C, Miot S, Lahellec N, Mazerolle F, Herman M, et Charles J.P, "*Behaviour up to rupture of woven ply laminate structures under static loading conditions*", Composites Part A : applied science and manufacturing, vol. 40, pages 1017-1023, 2009.

**[Hochard C et al, 2006]**

Hochard C, Payan J, et Bordreuil C, "*A progressive first ply failure model for woven ply CFRP laminates under static and fatigue loads*", International Journal of Fatigue, vol. 28, pages 1270-1276, 2006.

**[Hochard C et al, 2010]**

Hochard C et Thollon Y, "*A generalized damage model for woven ply laminates under static and fatigue loading conditions*", International Journal of Fatigue, vol. 32, pages 158-165, 2010.

**[Horton W.S, 1970]**

Horton W.S, "*Anisotropic reaction kinetics of oxygen with pyrolytic graphite (Temperature dependence of anisotropic reaction kinetics of oxygen with pyrolytic graphite)*", Journal of Research, vol. 74, pages 325-330, 1970.

**[Huger M et al, 1993]**

Huger M, Souchard S, et Gault C, "*Oxidation of nicalon SiC fibres*", Journal of Materials Sciences letters, vol. 12, pages 414-416, 1993.

**[Hun N et al, 2010]**

Hun N, Rebillat F, et Brissonneau L, "*Oxidation of SiC/SiC composites in gas fast reactors in operating conditions : thermodynamique and experimental approaches*", High temperature ceramic materials and composites, édité par W.Krenkel et J.Lamon, pages 203-212, 2010.

**[Hwang W et al, 1986]**

Hwang W et Han K.S, "*Fatigue of composites - Fatigue modulus concept and life prediction*", Journal of Composite Materials, vol. 20, pages 154-165, 1986.

**[Jen M.H.R et al, 1998]**

Jen M.H.R et Lee C.H, "*Strength and life in thermoplastic composite laminates under static and fatigue loads. Part II : Formulation*", Int J Fatigue, pages 617-629, 1998.

**[Karlin S et al, 1997]**

Karlin S et Colomban P, "*Raman study of the chemical and thermal degradation of as-received and sol-gel embedded Nicalon and Hi-Nicalon SiC fibres used in ceramic matrix composites*", Journal of Raman Spectroscopy, vol. 28, pages 219-228, 1997.

**[Kawai M, 1999]**

Kawai M, "*Damage mechanics model for off-axis fatigue behavior of unidirectional carbon fiber-reinforced composites at room and high temperatures*", Proceeding of the Twelfth International Conference on Composite Materials (IIC-12), pages 322, 1999.

**[Laforet A, 2009]**

Laforet A, "*Températures (800°C-1300°C) des fils Hi-Nicalon, des Composites Hi-Nicalon/type PyC/SiC et des composite Hi-Nicalon/type PyC/B<sub>4</sub>C*", Thèse de doctorat, Université de Bordeaux 1, 2009.

**[Lahellec N et al, 2005]**

Lahellec N, Bordreuil C, et Hochard C, "*Etude de la rupture fragile d'un stratifié quasi-isotrope à plis tissés : mise en évidence d'une longueur interne*", Comptes rendus mécanique, vol. 333, pages 293-298, 2005.

**[Lamon J, 2001]**

Lamon J, "*A micromechanics-based approach to the mechanical behavior of brittle-matrix composites*", Composites Science and Technology, vol. 61, pages 2259-2272, 2001.

**[Laurin F, 2010]**

Laurin F, "*Implantation de loi de comportement dans ZebFront*", Communication interne Onera, 2010.

**[Lautridou J.C, 2000]**

Lautridou J.C, "*Les matériaux dans les turbomachines aéronautiques : problèmes et perspectives*", J.Phys IV, vol. 10, pages 3-8, 2000.

**[Lavaire F, 1999]**

Lavaire F, "*Etude de la durée de vie des minicomposites SiC/PyC/SiC à hautes température*", Rapport de stage de DEA, ISMRA Caen, LCTS, 1999.

**[Lawrence Wu C.M, 1993]**

Lawrence Wu C.M, "*Thermal and mechanical fatigue analysis of CFRP laminates*", Composite Structures, vol. 44, pages 339-344, 1993.

**[Lecoustumer P et al, 1993]**

Lecoustumer P, Monthieux M, et Oberlin A, "*Understanding Nicalon fibre*", Journal of the European Ceramic Society, vol. 11, pages 95-103, 1993.

**[Letombe S, 2005]**

Letombe S, "*Modélisation du couplage oxydation/endommagement des composites à matrice céramique autocicatrisante*", Thèse de doctorat, ENS-Cachan, 2005.

**[Lorrain B, 1994]**

Lorrain B, "*Etude des phénomènes de fatigue sous sollicitation uniaxiale d'un composite à matrice céramique*", Thèse de doctorat, Université Paul Sabatier, Toulouse, 1994.

**[Mackenzie J.D, 1956]**

Mackenzie J.D, "*Gaseous molecules of geochemical significance*", The Journal of Physical Chemistry, 1956.

**[Magnant J, 2010]**

Magnant J, "*Composites fibreux denses à matrice céramique autocicatrisante élaborés par des procédés hybrides*", Thèse de doctorat, Université de Bordeaux 1, 2010.

**[Maire J.F et al, 1996]**

Maire J.F et Pacou D, "*Essais de traction - compression - torsion sur tubes composites céramique - céramique*", Journées Nationales des Composites 10, 1996.

**[Maire J.F et al, 1997]**

Maire J.F et Chaboche J.L, "*A new formulation of Continuum Damage Mechanics (CDM) for Composite Materials*", Aerospace Science and Technology, vol. 4, pages 247-257, 1997.

**[Mallet B, 2005]**

Mallet B, "*Amélioration de la tenue à l'oxydation sous charge de fibres de carbure de silicium*", Thèse de doctorat, Rapport de stage LCTS, 2005.

**[Marcin L, 2010]**

Marcin L, "*Modélisation du comportement, de l'endommagement et de la rupture de matériaux composites à renforts tissés pour le dimensionnement robuste de structure*", Thèse de doctorat, Université Bordeaux 1, 2010.

**[Marcin L et al, 2011]**

Marcin L, Maire J.F, Carrere N, et Martin E, "*Development of a macroscopic damage model for woven ceramic*", International Journal of Damage Mechanics, vol. 20, pages 939-957, 2011.

**[Martin X, 2003]**

Martin X, "*Oxydation/Corrosion de matériaux composites (SiCf/SiBCm) à matrice autocicatrisante*", Thèse de doctorat, Université de Bordeaux 1, 2003.

**[Mazerat S, 2012]**

Mazerat S, "*Fibres de renfort pour composites SiC/SiC : amélioration et corrélation de la durée de vie sous air à  $T < 900^{\circ}\text{C}$  avec la réactivité chimique*", Thèse de doctorat, Université de Bordeaux 1, 2012.

**[Mesplède J et al, 1996]**

Mesplède J et Queyrel J.L, "*Précis de chimie*", Classe prépa-1er cycle universitaire, Editions Bréal, 1996.

**[Moevus M, 2007]**

Moevus M, "*Mécanismes d'endommagement, émission acoustique et durée de vie en fatigue statique du composite SiCf/[Si-B-C] aux températures intermédiaires ( $< 800^{\circ}\text{C}$ )*", Thèse de doctorat, Institut National des Sciences Appliquées de Lyon, 2007.

**[Naslain R et al, 2004]**

Naslain R, Guette A, Rebillat F, Le Gallet S, Lamouroux F, Filipuzzi L, et Louchet C, "*Oxidation mechanisms and kinetics of SiC-matrix composites and their constituents*", Journal of Materials Sciences, vol. 39, pages 7303-7316, 2004.

**[Nuismer R.J et al, 1975]**

Nuismer R.J et Whitney J.M, "*Uniaxial failure of composite failure laminates containing stress concentrations*", Fracture mechanics of composites, ASTM STP 593, pages 117-142, 1975.

**[Opila E.J et al, 1997]**

Opila E.J et Hann R.E.Jr, "*Paralinear oxidation of CVD SiC in water vapor*", Journal of the American Ceramic Society, vol. 80, pages 197-205, 1997.

**[Pasquier S, 1997]**

Pasquier S, "*Comportement thermomécanique d'un composite de type SiC/SiC à interphase séquencée, effet de l'environnement*", Thèse de doctorat, Université de Bordeaux 1, 1997.

**[Payan J et al, 2002]**

Payan J et Hochard C, "*Damage modelling of laminated carbon / epoxy composites under static and fatigue loadings*", International Journal of Fatigue, vol. 24, pages 299-306, 2002.

**[Philippidis T.P et al, 1999a]**

Philippidis T.P et Vassilopoulos A.P, "*Fatigue of composite laminates under off-axis loading*", International Journal of Fatigue, vol. 21, pages 253-362, 1999a

**[Philippidis T.P et al, 1999b]**

Philippidis T.P et Vassilopoulos A.P, "*Fatigue strength prediction under multiaxial stress*", Journal of Composite Materials, vol. 33, pages 1578-1599, 1999.

**[Pijaudier-Cabot G et al, 1987]**

Pijaudier-Cabot G et Bazant Z.P, "*Nonlocal damage theory*", Journal of Engineering Mechanics, vol. 113, pages 1512-1533, 1987.

**[Pluinage P et al, 1993]**

Pluinage P, Parvizi-Majidi A, et Chou T.W, "*High temperature behavior of 2D-woven and 3D braided SiC/SiC composites*", Proc.of High temperature ceramic\_matrix composites I, pages 675-682, 1993.

**[Racle E, 2014]**

Racle E, "*Mécanismes de ruine et cinétique d'endommagement sous sollicitations thermomécaniques de composite à matrice céramique*", Thèse de doctorat, Institut National des Sciences Appliquées de Lyon, thèse en cours, 2014.

**[Rakotoarisoa C, 2013]**

Rakotoarisoa C, "*Modélisation de la durée de vie des composites à matrice organique tissés interlock*", Thèse de doctorat, Université de Technologie de Compiègne, 2013.

**[Reifsnider K.L et al, 1991]**

Reifsnider K.L et Gao Z, "*A micromechanics model for composites under fatigue loading*", International Journal of Fatigue, vol. 13, pages 149-156, 1991.

**[Revest N, 2011]**

Revest N, "*Comportement en fatigue de pièces épaisses en matériaux composites*", Thèse de doctorat, Ecole Nationale Supérieure des Mines de Paris - Centre des Matériaux, 2011.

**[Reynaud P, 1996]**

Reynaud P, "*Cycle fatigue of ceramic-matrix composites at ambient and elevated temperatures*", Composites Science and Technology, vol. 56, pages 809-814, 1996.

**[Schneider J et al, 2009]**

Schneider J, Aboura Z, Khellil K, Benzeggagh M, et Marsal D, "*Caractérisation du comportement hors plan d'un tissé interlock*", 16ème Journées Nationales sur les Composites, 2009.

**[Shokrieh M et al, 1997]**

Shokrieh M et Lessard L, "*Multiaxial fatigue behaviour of unidirectional plies based on uniaxial fatigue experiments - I. modelling*", International Journal of Fatigue, vol. 19, pages 201-207, 1997.

**[Sidoroff F et al, 1987]**

Sidoroff F et Subiago B, "*Fatigue damage modelling of composite materials from bending test*", Proceeding of 6th International Conference on Composite Materials and 2nd European Conference on Composite Materials, vol. 4, pages 4.32-4.39, 1987.

**[Smith I.W, 1978]**

Smith I.W, "*The intrinsic reactivity of carbons to oxygen*", Fuel, vol. 57, pages 409-414, 1978.

**[Sorensen B.F et al, 1995]**

Sorensen B.F et Talreja R, "*Toughness of damage tolerant continuous fibre reinforced ceramic matrix composite*", Journal of the European Ceramic Society, vol. 15, pages 1047-1059, 1995.

**[Suffis A et al, 2003]**

Suffis A, Lubrecht A.A, et Combescure A, "*Damage model with delay effect : Analytical and numerical studies of the evolution of the characteristic damage length*", International Journal of Solids and Structures, vol. 40, pages 3463-3476, 2003.

**[Tableau N, 2012]**

Tableau N, "*Caractérisation inter-laminaire d'un composite CMC*", Présentation aux 2nde Journées doctorantes du PRC Composite, 2012.

**[Tableau N et al, 2012a]**

Tableau N, Khellil K, et Aboura Z, "*Contribution to the accurate experimental measurement of in plane and out of plane shear properties on composite materials*", ECCM 15, pages 24-28, 2012.

**[Tableau N et al, 2012b]**

Tableau N, Khellil K, et Aboura Z, "*Maîtrise des endommagements sur CMC*", Rapport interne PRC Composite, 2012.

**[Thionnet A et al, 2002]**

Thionnet A, Chambon L, et Renard J, "*A theoretical and experimental study to point out the notion of loading mode in damage mechanics: Application to the identification and validation of a fatigue damage modeling for laminates composites*", International Journal of Fatigue, vol. 24, pages 147-154, 2002.

**[Vidal L, 1995]**

Vidal L, "*Oxydation du carbure de silicium en présence de vapeur d'eau*", Thèse de doctorat, Université de Haute Alsace, 1995.

**[Vieillevigine S et al, 1997]**

Vieillevigine S, Jeulin D, Renard J, et Sicot N, "*Modelling of the fatigue behaviour of a unidirectional glass epoxy composite submitted to fatigue loadings*", International Conference on fatigue of composites.Proceeding, pages 424-430, 1997.

**[Viricelle J.P et al, 1996]**

Viricelle J.P, Goursat D, et Bahloul D, "*A behavioural model for the design of components in woven fabric reinforced ceramic matrix composites*", Annual progress report - BRITE-EURAM 5462, 1996.

**[Vix-Gurterl C, 1991]**

Vix-Gurterl C, "*Comportement en atmosphère oxydante de composites thermostructuraux SiC/C/SiC*", Thèse de doctorat, Université de Haute Alsace, 1991.

---

**ANNEXE A : CONFIDENTIELLE**

---

NON DISPONIBLE

CONFIDENTIEL SNECMA



---

**ANNEXE B : CALCUL DE LA MATRICE TANGENTE DU MODÈLE  
D'ENDOMMAGEMENT MULTIAXIAL**

---

---

I.	Calcul de la dérivée du tenseur des rigidités matriciel.....	238
I.1	Calcul de la dérivée du tenseur des souplesses.....	238
I.2	Index de désactivation matriciel.....	239
I.3	Les endommagements matriciels et des torons.....	240
II.	Calcul de la dérivée des déformations résiduelles.....	244
III.	Calcul de la dérivée des déformations stockées.....	245

---

Le modèle d'endommagement ODM est un modèle « explicite » en déformation. Pour simuler des essais sur structure et pour imposer des chargements en contrainte, la matrice tangente du modèle multiaxial doit être déterminée afin de réaliser une résolution de type Newton-Raphson. Le détail du calcul analytique en notation de Voigt de la matrice tangente du modèle est exposé dans cette annexe<sup>1</sup>.

Dans le modèle d'endommagement statique ODM, la contrainte est définie de la manière suivante :

$$\underline{\underline{\sigma}} = \rho \frac{\partial \Psi}{\partial \underline{\underline{\varepsilon}}} = \underline{\underline{C}}^{eff} : (\underline{\underline{\varepsilon}} - \underline{\underline{\varepsilon}}^0 - \underline{\underline{\varepsilon}}^{th}) - \underline{\underline{C}}^0 (\underline{\underline{\varepsilon}}^r + \underline{\underline{\varepsilon}}^s - \underline{\underline{\varepsilon}}^0). \quad \text{Eq B.1}$$

La matrice tangente associée à la loi de comportement est un tenseur d'ordre 4 défini par :

$$\frac{\partial \underline{\underline{\sigma}}}{\partial \underline{\underline{\varepsilon}}} = \frac{\partial \underline{\underline{C}}^{eff}}{\partial \underline{\underline{\varepsilon}}} : (\underline{\underline{\varepsilon}} - \underline{\underline{\varepsilon}}^0 - \underline{\underline{\varepsilon}}^{th}) + \underline{\underline{C}}^{eff} : \left( \frac{\partial \underline{\underline{\varepsilon}}}{\partial \underline{\underline{\varepsilon}}} - \frac{\partial \underline{\underline{\varepsilon}}^0}{\partial \underline{\underline{\varepsilon}}} - \frac{\partial \underline{\underline{\varepsilon}}^{th}}{\partial \underline{\underline{\varepsilon}}} \right) - \frac{\partial \underline{\underline{C}}^0}{\partial \underline{\underline{\varepsilon}}} : (\underline{\underline{\varepsilon}}^r + \underline{\underline{\varepsilon}}^s - \underline{\underline{\varepsilon}}^0) - \underline{\underline{C}}^0 : \left( \frac{\partial \underline{\underline{\varepsilon}}^r}{\partial \underline{\underline{\varepsilon}}} + \frac{\partial \underline{\underline{\varepsilon}}^s}{\partial \underline{\underline{\varepsilon}}} - \frac{\partial \underline{\underline{\varepsilon}}^0}{\partial \underline{\underline{\varepsilon}}} \right). \quad \text{Eq B.2}$$

Cette matrice tangente est donc une fonction de différentes dérivées pouvant toutes être calculées analytiquement. Puisque  $\underline{\underline{C}}^0$ ,  $\underline{\underline{\varepsilon}}^0$  et  $\underline{\underline{\varepsilon}}^{th}$  sont indépendants de la déformation, l'Eq B.2 peut être simplifiée de la manière suivante :

$$\frac{\partial \underline{\underline{\sigma}}}{\partial \underline{\underline{\varepsilon}}} = \frac{\partial \underline{\underline{C}}^{eff}}{\partial \underline{\underline{\varepsilon}}} : (\underline{\underline{\varepsilon}} - \underline{\underline{\varepsilon}}^0 - \underline{\underline{\varepsilon}}^{th}) + \underline{\underline{C}}^{eff} - \underline{\underline{C}}^0 : \left( \frac{\partial \underline{\underline{\varepsilon}}^r}{\partial \underline{\underline{\varepsilon}}} + \frac{\partial \underline{\underline{\varepsilon}}^s}{\partial \underline{\underline{\varepsilon}}} \right). \quad \text{Eq B.3}$$

## I. CALCUL DE LA DÉRIVÉE DU TENSEUR DES RIGIDITÉS MATRICIEL

Comme le tenseur des rigidités effectives correspond à l'inverse du tenseur des souplesses effectives, le produit tensoriel de ces deux tenseurs est l'identité (il est à noter que tous les tenseurs sont symétriques et donc nous ne noterons pas les transposées). Ainsi, la dérivée par rapport aux déformations du tenseur des rigidités est déterminée par :

$$\frac{\partial \underline{\underline{C}}^{eff}}{\partial \underline{\underline{\varepsilon}}} : (\underline{\underline{\varepsilon}} - \underline{\underline{\varepsilon}}^0 - \underline{\underline{\varepsilon}}^{th}) = -\underline{\underline{C}}^{eff} : \frac{\partial \underline{\underline{S}}^{eff}}{\partial \underline{\underline{\varepsilon}}} : \underline{\underline{C}}^{eff} : (\underline{\underline{\varepsilon}} - \underline{\underline{\varepsilon}}^0 - \underline{\underline{\varepsilon}}^{th}). \quad \text{Eq B.4}$$

Pour alléger les écritures, le produit tensoriel  $\underline{\underline{C}}^{eff} : (\underline{\underline{\varepsilon}} - \underline{\underline{\varepsilon}}^0 - \underline{\underline{\varepsilon}}^{th})$  est noté dans les équations suivantes  $\underline{\underline{\sigma}}^*$ .

### I.1 Calcul de la dérivée du tenseur des souplesses

Revenons, tout d'abord à l'expression du tenseur des souplesses effectives. Dans le modèle d'endommagement le tenseur est défini comme la somme du tenseur des souplesses élastiques initiales, d'un tenseur prenant en compte les effets de l'endommagement matriciel et d'un tenseur prenant en compte les effets de la rupture progressive des torons :

$$\underline{\underline{S}}^{eff} = \underline{\underline{S}}^0 + \Delta \underline{\underline{S}}_m^{eff} + \Delta \underline{\underline{S}}_{toron}^{eff}. \quad \text{Eq B.5}$$

La dérivée tenseur des souplesses effectives matriciel par rapport à la déformation peut donc s'écrire ( $\underline{\underline{S}}^0$  est indépendant de la déformation) :

<sup>1</sup> Il est à noter que nous n'avons pas utilisé la notation de sommation associée à la répétition des indices

$$\frac{\partial \underline{\underline{S}}^{eff}}{\partial \underline{\underline{\varepsilon}}} : \underline{\underline{\sigma}}^* = \frac{\partial \Delta \underline{\underline{S}}^{eff}}{\partial \underline{\underline{\varepsilon}}} : \underline{\underline{\sigma}}^* + \frac{\partial \underline{\underline{S}}^{eff}}{\partial \underline{\underline{\varepsilon}}} : \underline{\underline{\sigma}}^* . \quad \text{Eq B.6}$$

Le tenseur des souplesses effectives qui prend en compte l'endommagement matriciel et celui qui prend en compte la rupture progressive des torons sont définis respectivement dans le modèle d'endommagement par l'Eq B.7 et l'Eq B.8.

$$\Delta \underline{\underline{S}}^{eff} = \sum_{i=1}^5 d_i^m \left( \eta_i^m \underline{\underline{H}}_i^{m+} + (1 - \eta_i^m) \underline{\underline{H}}_i^{m-} \right). \quad \text{Eq B.7}$$

$$\Delta \underline{\underline{S}}^{eff}_{toron} = \sum_{j=1}^3 d_{jt}^{toron} \left( \eta_{jt}^{toron} \underline{\underline{H}}_{jt}^{toron+} + (1 - \eta_{jt}^{toron}) \underline{\underline{H}}_{jt}^{toron-} \right) + \sum_{j=1}^3 d_{jc}^{toron} \left( \eta_{jc}^{toron} \underline{\underline{H}}_{jc}^{toron+} + (1 - \eta_{jc}^{toron}) \underline{\underline{H}}_{jc}^{toron-} \right). \quad \text{Eq B.8}$$

Les endommagements de la matrice  $d_i^m$  et des torons  $d_{jt}^{toron}$ ,  $d_{jc}^{toron}$  ainsi que les index de désactivation matriciel  $\eta_i^m$  sont fonction de la déformation.

En posant,  $\underline{\underline{H}}_i^m = \eta_i^m \underline{\underline{H}}_i^{m+} + (1 - \eta_i^m) \underline{\underline{H}}_i^{m-}$ , la dérivée du tenseur des souplesses effectives matricielle devient :

$$\frac{\partial \Delta \underline{\underline{S}}^{eff}}{\partial \underline{\underline{\varepsilon}}} : \underline{\underline{\sigma}}^* = \sum_{i=1}^5 \left( \underline{\underline{H}}_i^m : \underline{\underline{\sigma}}^* \right) \otimes \frac{\partial d_i^m}{\partial \underline{\underline{\varepsilon}}} + \sum_{i=1}^5 d_i^m \left( \left( \underline{\underline{H}}_i^{m+} - \underline{\underline{H}}_i^{m-} \right) : \underline{\underline{\sigma}}^* \right) \otimes \frac{\partial \eta_i^m}{\partial \underline{\underline{\varepsilon}}} \quad \text{Eq B.9}$$

et celle du tenseur des souplesses effectives des torons :

$$\frac{\partial \Delta \underline{\underline{S}}^{eff}_{toron}}{\partial \underline{\underline{\varepsilon}}} : \underline{\underline{\sigma}}^* = \sum_{j=1}^3 \left( \eta_{jt}^{toron} \underline{\underline{H}}_{jt}^{toron+} : \underline{\underline{\sigma}}^* + (1 - \eta_{jt}^{toron}) \underline{\underline{H}}_{jt}^{toron-} : \underline{\underline{\sigma}}^* \right) \otimes \frac{\partial d_{jt}^{toron}}{\partial \underline{\underline{\varepsilon}}} + \sum_{j=1}^3 \left( \eta_{jc}^{toron} \underline{\underline{H}}_{jc}^{toron+} : \underline{\underline{\sigma}}^* + (1 - \eta_{jc}^{toron}) \underline{\underline{H}}_{jc}^{toron-} : \underline{\underline{\sigma}}^* \right) \otimes \frac{\partial d_{jc}^{toron}}{\partial \underline{\underline{\varepsilon}}} . \quad \text{Eq B.10}$$

Finalement pour calculer analytiquement la dérivée du tenseur des souplesses effectives matricielle, les dérivées des endommagements ainsi que celle de l'index de désactivation matriciel doivent être déterminées. En ce qui concerne la dérivée du tenseur des souplesses effectives des torons, seule la dérivée de l'endommagement des torons doit être définie<sup>2</sup>.

## I.2 Index de désactivation matriciel

Dans le modèle d'endommagement multiaxial, l'index de désactivation permet de prendre en compte la fermeture progressive des fissures. En fonction des déformations, les index de désactivation évoluent entre 0 et 1 :

<sup>2</sup> En effet nous considérons que l'index de désactivation du dommage est constant (en général égal à 1) pour la partie toron (si le toron est cassé en traction, il le reste en compression). Pour le moment, cet index a été conservé dans l'écriture à la fois pour avoir une similitude avec la partie endommagement matriciel et surtout car cet index pourrait avoir un sens pour le hors-plan (fissure macroscopique de décohéation entre toron), possibilité qui n'a pas encore été exploitée...en attente de résultats expérimentaux pour confirmer ou non l'intérêt de cet index.

$$\eta_i^m = \begin{cases} 1 & \text{si } \Delta \underline{\varepsilon}_i < \bar{\varepsilon}_i \\ \frac{1}{2} \left( 1 - \cos \left( \frac{\pi}{2} \frac{\bar{\varepsilon}_i + \Delta \underline{\varepsilon}_i}{\Delta \underline{\varepsilon}_i} \right) \right) & \text{si } -\Delta \underline{\varepsilon}_i \leq \bar{\varepsilon}_i \leq \Delta \underline{\varepsilon}_i \\ 0 & \text{si } \bar{\varepsilon}_i \leq -\Delta \underline{\varepsilon}_i \end{cases} \quad \text{Eq B.11}$$

Leur dérivée par rapport à la déformation totale est décrite par l'Eq B.12.

$$\begin{cases} \frac{\partial \eta_i^m}{\partial \underline{\varepsilon}} = 0 & \text{si } \underline{\varepsilon}_i \geq \Delta \underline{\varepsilon}_i \\ \frac{\partial \eta_i^m}{\partial \underline{\varepsilon}} = \frac{\pi}{4} \sin \left( \frac{\pi}{2} \frac{\bar{\varepsilon}_i + \Delta \underline{\varepsilon}_i}{\Delta \underline{\varepsilon}_i} \right) \cdot \frac{\partial}{\partial \underline{\varepsilon}} \left( \frac{\bar{\varepsilon}_i}{\Delta \underline{\varepsilon}_i} + 1 \right) & \text{si } -\Delta \underline{\varepsilon}_i < \underline{\varepsilon}_i < +\Delta \underline{\varepsilon}_i \\ \frac{\partial \eta_i^m}{\partial \underline{\varepsilon}} = 0 & \text{si } \underline{\varepsilon}_i \leq -\Delta \underline{\varepsilon}_i \end{cases} \quad \text{Eq B.12}$$

Dans le modèle, l'amplitude de déformation entre la fermeture complète des fissures et leur ouverture est définie en fonction de l'endommagement :

$$\Delta \underline{\varepsilon}_i = (1 + a_i d_i^m) \Delta \varepsilon_i^0 \quad \text{Eq B.13}$$

et la déformation  $\bar{\varepsilon}_i$  en fonction des déformations totales et au moment de fermeture :

$$\bar{\varepsilon}_i = l_c \cdot \bar{\varepsilon} = \underline{\varepsilon} - \underline{\varepsilon}^0 \quad \text{Eq B.14}$$

Après calcul, la dérivée  $\frac{\partial}{\partial \underline{\varepsilon}} \left( \frac{\bar{\varepsilon}_i}{\Delta \underline{\varepsilon}_i} + 1 \right)$  utile dans le calcul de la dérivée de l'index de désactivation est de la forme :

$$\frac{\partial}{\partial \underline{\varepsilon}} \left( \frac{\bar{\varepsilon}_i}{\Delta \underline{\varepsilon}_i} + 1 \right) = \frac{l_c \cdot \Delta \underline{\varepsilon}_i - \bar{\varepsilon}_i a_i \frac{\partial d_i^m}{\partial \underline{\varepsilon}} \Delta \varepsilon_i^0}{\Delta \underline{\varepsilon}_i^2} \quad \text{Eq B.15}$$

### I.3 Les endommagements matriciels et des torons

Les dérivées des endommagements matriciels et des torons correspondent à la dérivée par rapport à la déformation des lois cinétiques d'endommagement. Ainsi en fonction des critères d'endommagement  $F$ ,  $F_{jt}^{\text{toron}}$  et  $F_{jc}^{\text{toron}}$ , la dérivée des endommagements matriciels est :

$$\begin{cases} \frac{\partial d_i^m}{\partial \underline{\varepsilon}} = 0 & \text{si } F \leq 0 \\ \frac{\partial d_i^m}{\partial \underline{\varepsilon}} = \frac{\partial g_i^m}{\partial \underline{\varepsilon}} & \text{si } F > 0 \end{cases} \quad \text{Eq B.16}$$

et celles des torons :

$$\begin{cases} \frac{\partial d_{jt}^f}{\partial \underline{\varepsilon}} = 0 & \text{si } F_{jt}^f \leq 0 \\ \frac{\partial d_{jt}^f}{\partial \underline{\varepsilon}} = \frac{\partial g_{jt}^f}{\partial \underline{\varepsilon}} & \text{sinon} \end{cases} \quad \text{et} \quad \begin{cases} \frac{\partial d_{jc}^f}{\partial \underline{\varepsilon}} = 0 & \text{si } F_{jc}^f \leq 0 \\ \frac{\partial d_{jc}^f}{\partial \underline{\varepsilon}} = \frac{\partial g_{jc}^f}{\partial \underline{\varepsilon}} & \text{sinon} \end{cases} \quad \text{Eq B.17}$$

L'écriture des cinétiques des endommagements matriciels  $g_i^m$  et des torons  $g_{jt}^f$ ,  $g_{jc}^f$  sont identiques. En effet, la cinétique d'endommagement matriciel est définie par l'Eq B.18 alors que l'Eq B.19 définit celle des torons.

$$g_i^m = d_{c_i}^m \cdot \left( 1 - \exp \left( - \frac{\langle \sqrt{y_i^m} - \sqrt{y_{0_i}^m} \rangle_+}{\sqrt{y_{c_i}^m}} \right)^{p_i^m} \right) \quad \text{Eq B.18}$$

$$g_{jt}^{\text{toron}} = d_{c_{jt}}^{\text{toron}} \cdot \left( 1 - \exp \left( - \frac{\langle \sqrt{y_{jt}^{\text{toron}}} - \sqrt{y_{0_{jt}}^{\text{toron}}} \rangle_+}{\sqrt{y_{c_{jt}}^{\text{toron}}}} \right)^{p_{jt}^{\text{toron}}} \right) \quad \text{et} \quad \text{Eq B.19}$$

$$g_{jc}^{\text{toron}} = d_{c_{jc}}^{\text{toron}} \cdot \left( 1 - \exp \left( - \frac{\langle \sqrt{y_{jc}^{\text{toron}}} - \sqrt{y_{0_{jc}}^{\text{toron}}} \rangle_+}{\sqrt{y_{c_{jc}}^{\text{toron}}}} \right)^{p_{jc}^{\text{toron}}} \right)$$

Les dérivées des lois cinétiques d'endommagement pour la matrice et les torons ont alors la même forme :

$$\frac{\partial g}{\partial \underline{\varepsilon}} = \frac{\partial g}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial \underline{\varepsilon}} = p \cdot d_c \cdot \left( \frac{\langle \sqrt{y} - \sqrt{y_0} \rangle_+}{\sqrt{y_c}} \right)^{p-1} \cdot \frac{1}{2\sqrt{y_c} \sqrt{y}} \exp \left( - \frac{\langle \sqrt{y} - \sqrt{y_0} \rangle_+}{\sqrt{y_c}} \right)^p \cdot \frac{\partial y}{\partial \underline{\varepsilon}} \quad \text{Eq B.20}$$

Pour la matrice et les torons, il est nécessaire de déterminer, dans les deux cas, la dérivée des forces thermodynamiques en fonction de la déformation.

Tout d'abord, pour la rupture progressive des torons, les forces thermodynamiques sont uniquement fonction de la déformation totale :

$$\begin{cases} y_{jt}^{\text{toron}} = \frac{1}{2} C_{jj}^0 \cdot \langle \varepsilon_j \rangle_+^2 \\ y_{jc}^{\text{toron}} = \frac{1}{2} C_{jj}^0 \cdot \langle \varepsilon_j \rangle_-^2 \end{cases} \quad \text{Eq B.21}$$

Soit, les dérivées des forces thermodynamiques des torons :

$$\begin{cases} \frac{\partial y_{jt}^{\text{toron}}}{\partial \underline{\varepsilon}} = \frac{1}{2} \left( \underline{\varepsilon}_j \cdot \underline{C}_{jj}^0 + \underline{C}_{jj}^0 \cdot \underline{\varepsilon}_j \right) \text{ si } \underline{\varepsilon}_j > 0 \quad (0 \text{ sinon}) \\ \frac{\partial y_{jc}^{\text{toron}}}{\partial \underline{\varepsilon}} = \frac{1}{2} \left( \underline{\varepsilon}_j \cdot \underline{C}_{jj}^0 + \underline{C}_{jj}^0 \cdot \underline{\varepsilon}_j \right) \text{ si } \underline{\varepsilon}_j < 0 \quad (0 \text{ sinon}) \end{cases} \quad \text{Eq B.22}$$

Pour l'endommagement matriciel, les forces thermodynamiques sont définies en fonction des forces motrices  $z_i^m$

$$\begin{cases} y_1^m = z_1^m - \left| \frac{z_6^m}{\underline{\varepsilon}} \right| \\ y_2^m = z_2^m - \left| \frac{z_6^m}{\underline{\varepsilon}} \right| \\ y_3^m = z_3^m + z_{3t}^m + z_{3c}^m, \\ y_4^m = z_6^m \\ y_5^m = -z_6^m \end{cases} \quad \text{Eq B.23}$$

leurs dérivées sont alors les dérivées des forces motrices :

$$\begin{cases} \frac{\partial y_1^m}{\partial \underline{\varepsilon}} = \frac{\partial z_1^m}{\partial \underline{\varepsilon}} - \frac{\partial}{\partial \underline{\varepsilon}} \left| \frac{z_6^m}{\underline{\varepsilon}} \right| \\ \frac{\partial y_2^m}{\partial \underline{\varepsilon}} = \frac{\partial z_2^m}{\partial \underline{\varepsilon}} - \frac{\partial}{\partial \underline{\varepsilon}} \left| \frac{z_6^m}{\underline{\varepsilon}} \right| \\ \frac{\partial y_3^m}{\partial \underline{\varepsilon}} = \frac{\partial z_3^m}{\partial \underline{\varepsilon}} + \frac{\partial z_{3t}^m}{\partial \underline{\varepsilon}} + \frac{\partial z_{3c}^m}{\partial \underline{\varepsilon}}. \\ \frac{\partial y_4^m}{\partial \underline{\varepsilon}} = \frac{\partial z_6^m}{\partial \underline{\varepsilon}} \\ \frac{\partial y_5^m}{\partial \underline{\varepsilon}} = -\frac{\partial z_6^m}{\partial \underline{\varepsilon}} \end{cases} \quad \text{Eq B.24}$$

Or les forces motrices sont fonction des déformations positives, elles-mêmes fonction de la déformation. Ainsi, pour déterminer les dérivées des forces motrices, les dérivées des déformations positives doivent être préalablement calculées. La réécriture de ces déformations positives sous forme tensorielle :

$$\underline{\varepsilon}^{d_i^+} = l_{c_i} \psi_i \lambda^{d_i^+} + \psi_i (\underline{S}_i : \underline{\varepsilon}) \quad i = \{1, 2, 3\} \quad \text{Eq B.25}$$

avec

$$\lambda^{d_i^+} = \frac{1}{2} \left( {}^t l_{c_i} : \underline{\varepsilon} + \sqrt{{}^t \underline{\varepsilon} : \underline{S}_D : \underline{\varepsilon}} \right), \quad \psi_i = \frac{\left( \lambda^{d_i^+} \right)^2}{\Omega_{d_i}} \quad \text{et} \quad \Omega^{d_1} = \left( \lambda^{d_1^+} \right)^2 + \frac{1}{4} \left( {}^t \underline{\varepsilon} : \underline{S}_i : \underline{\varepsilon} \right) \quad \text{Eq B.26}$$

permet de calculer analytiquement sa dérivée :

$$\frac{\partial \underline{\varepsilon}^{d_i^+}}{\partial \underline{\varepsilon}} = l_{c_i} \otimes \left( \frac{\partial \lambda^{d_i^+}}{\partial \underline{\varepsilon}} \psi_i + \lambda^{d_i^+} \frac{\partial \psi_i}{\partial \underline{\varepsilon}} \right) + \psi_i \underline{S}_i + (\underline{S}_i : \underline{\varepsilon}) \otimes \frac{\partial \psi_i}{\partial \underline{\varepsilon}}. \quad \text{Eq B.27}$$

Les équations suivantes représentent les différentes dérivées à calculer pour déterminer la dérivée des déformations positives.

$$\frac{\partial \psi_i}{\partial \underline{\varepsilon}} = \frac{1}{2} \left( {}^t l_{c_i} + \frac{\underline{S}_D : \underline{\varepsilon}}{\sqrt{{}^t \underline{\varepsilon} : \underline{S}_D : \underline{\varepsilon}}} \right), \quad \text{Eq B.28}$$

$$\frac{\partial \lambda^{d_i^+}}{\partial \underline{\varepsilon}} = \frac{1}{2} \left( {}^t l_{c_i} + \frac{\underline{S}_D : \underline{\varepsilon}}{\sqrt{{}^t \underline{\varepsilon} : \underline{S}_D : \underline{\varepsilon}}} \right). \quad \text{Eq B.29}$$

Finalemnt connaissant analytiquement les dérivées des déformations positives, les dérivées des forces motrices matricielles peuvent être calculées.

Tout d'abord rappelons l'expression de ces forces motrices sous forme tensorielle :

$$\left\{ \begin{array}{l} z_1^m = \frac{1}{2} \cdot {}^t \underline{\underline{\varepsilon}}^{d_1^+} : \underline{\underline{C}}_{z_1} : \underline{\underline{\varepsilon}}^{d_1^+} \\ z_2^m = \frac{1}{2} \cdot {}^t \underline{\underline{\varepsilon}}^{d_2^+} : \underline{\underline{C}}_{z_2} : \underline{\underline{\varepsilon}}^{d_2^+} \\ z_3^m = \frac{1}{2} \cdot {}^t \underline{\underline{\varepsilon}}^{d_3^+} : \underline{\underline{C}}_{z_{3\_1}} : \underline{\underline{\varepsilon}}^{d_3^+} \\ z_{3t}^m = \frac{1}{2} \cdot {}^t \underline{\underline{\varepsilon}} : \underline{\underline{C}}_{z_{3\_2t}} : \underline{\underline{\varepsilon}} \\ z_{3c}^m = \frac{1}{2} \cdot {}^t \underline{\underline{\varepsilon}} : \underline{\underline{C}}_{z_{3\_2c}} : \underline{\underline{\varepsilon}} \\ z_6^m = \frac{1}{4} \cdot {}^t \underline{\underline{\varepsilon}}^{d_1^+} : \underline{\underline{C}}_{z_{6\_1}} : \underline{\underline{\varepsilon}}^{d_1^+} + \frac{1}{4} \cdot {}^t \underline{\underline{\varepsilon}}^{d_2^+} : \underline{\underline{C}}_{z_{6\_2}} : \underline{\underline{\varepsilon}}^{d_2^+} \end{array} \right. \quad \text{Eq B.30}$$

Les dérivées des forces motrices matricielles, utilisées pour déterminer les dérivées des endommagements matriciels, sont définies par :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial z_1^m}{\partial \underline{\underline{\varepsilon}}} = {}^t \underline{\underline{\varepsilon}}^{d_1^+} : \underline{\underline{C}}_{z_1} : \frac{\partial \underline{\underline{\varepsilon}}^{d_1^+}}{\partial \underline{\underline{\varepsilon}}} \\ \frac{\partial z_2^m}{\partial \underline{\underline{\varepsilon}}} = {}^t \underline{\underline{\varepsilon}}^{d_2^+} : \underline{\underline{C}}_{z_2} : \frac{\partial \underline{\underline{\varepsilon}}^{d_2^+}}{\partial \underline{\underline{\varepsilon}}} \\ \frac{\partial z_3^m}{\partial \underline{\underline{\varepsilon}}} = {}^t \underline{\underline{\varepsilon}}^{d_3^+} : \underline{\underline{C}}_{z_{3\_1}} : \frac{\partial \underline{\underline{\varepsilon}}^{d_3^+}}{\partial \underline{\underline{\varepsilon}}} \\ \frac{\partial z_{3t}^m}{\partial \underline{\underline{\varepsilon}}} = {}^t \underline{\underline{\varepsilon}} : \underline{\underline{C}}_{z_{3\_2t}} \\ \frac{\partial z_{3c}^m}{\partial \underline{\underline{\varepsilon}}} = {}^t \underline{\underline{\varepsilon}} : \underline{\underline{C}}_{z_{3\_2c}} \\ \frac{\partial z_6^m}{\partial \underline{\underline{\varepsilon}}} = \frac{1}{2} \cdot {}^t \underline{\underline{\varepsilon}}^{d_1^+} : \underline{\underline{C}}_{z_{6\_1}} : \frac{\partial \underline{\underline{\varepsilon}}^{d_1^+}}{\partial \underline{\underline{\varepsilon}}} + \frac{1}{2} \cdot {}^t \underline{\underline{\varepsilon}}^{d_2^+} : \underline{\underline{C}}_{z_{6\_2}} : \frac{\partial \underline{\underline{\varepsilon}}^{d_2^+}}{\partial \underline{\underline{\varepsilon}}} \end{array} \right. \quad \text{Eq B.31}$$

Pour récapituler, la nouvelle écriture des déformations positives permet de calculer sa dérivée de manière analytique. Connaissant la dérivée des déformations positives, la dérivée des forces motrices matricielles est alors déterminée (Eq B.32). Cette dernière permet alors d'obtenir les dérivées des forces thermodynamiques matricielles puis celles des lois cinétiques d'endommagement. Ainsi, les dérivées des endommagements matriciels sont connues permettant d'une part de déterminer les dérivées de l'index de désactivation du dommage matriciel; et d'autre part les dérivées du tenseur des souplesses effectives prenant en compte l'endommagement matriciel.

$$\frac{\partial \underline{\underline{\varepsilon}}^{d_i^+}}{\partial \underline{\underline{\varepsilon}}} \Rightarrow \frac{\partial z_i^m}{\partial \underline{\underline{\varepsilon}}} \Rightarrow \frac{\partial y_i^m}{\partial \underline{\underline{\varepsilon}}} \Rightarrow \frac{\partial g_i^m}{\partial \underline{\underline{\varepsilon}}} \Rightarrow \frac{\partial d_i^m}{\partial \underline{\underline{\varepsilon}}} \Rightarrow \frac{\partial \eta_i^m}{\partial \underline{\underline{\varepsilon}}} \Rightarrow \frac{\partial \Delta S_{\underline{\underline{m}}}^{eff}}{\partial \underline{\underline{\varepsilon}}} : \underline{\underline{\sigma}}^* \quad \text{Eq B.32}$$

Parallèlement, les dérivées des forces thermodynamiques pour la rupture progressive des torons en traction et en compression permettent de calculer les dérivées des lois cinétiques d'endommagement et ainsi les dérivées des variables d'endommagements. Enfin, les dérivées des endommagements des torons en traction et en compression rendent possible le calcul de la dérivée du tenseur des souplesses effectives prenant en compte la rupture des torons (Eq B.33).

$$\frac{\partial y_{jt}^{toron}}{\partial \underline{\varepsilon}}, \frac{\partial y_{jc}^{toron}}{\partial \underline{\varepsilon}} \Rightarrow \frac{\partial g_{jt}^{toron}}{\partial \underline{\varepsilon}}, \frac{\partial g_{jc}^{toron}}{\partial \underline{\varepsilon}} \Rightarrow \frac{\partial d_{jt}^{toron}}{\partial \underline{\varepsilon}}, \frac{\partial d_{jc}^{toron}}{\partial \underline{\varepsilon}} \Rightarrow \frac{\partial \Delta S_{\equiv toron}^{eff}}{\partial \underline{\varepsilon}} : \underline{\sigma}^* . \quad \text{Eq B.33}$$

Finalement, le calcul des dérivées de deux tenseurs des souplesses effectives matricielles et des torons permettent de calculer la dérivée du tenseur des souplesses effectives. Cette dernière est utile au calcul de la dérivée du tenseur des rigidités effectives (Eq B.34).

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial \Delta S_{\equiv m}^{eff}}{\partial \underline{\varepsilon}} : \underline{\sigma}^* \\ \frac{\partial \Delta S_{\equiv toron}^{eff}}{\partial \underline{\varepsilon}} : \underline{\sigma}^* \end{array} \right. \Rightarrow \frac{\partial S_{\equiv}^{eff}}{\partial \underline{\varepsilon}} : \underline{\sigma}^* \Rightarrow \frac{\partial C_{\equiv}^{eff}}{\partial \underline{\varepsilon}} : \underline{\sigma}^* \text{ avec } \underline{\sigma}^* = \underline{C}^{eff} : (\underline{\varepsilon} - \underline{\varepsilon}^0 - \underline{\varepsilon}^{th}) . \quad \text{Eq B.34}$$

Enfin, pour calculer analytiquement la matrice tangente du modèle d'endommagement matriciel les dérivées des déformations résiduelles et stockées restent à déterminer.

## II. CALCUL DE LA DÉRIVÉE DES DÉFORMATIONS RÉSIDUELLES

Les déformations résiduelles sont définies dans le modèle ODM en fonction de l'endommagement matriciel, de l'index de désactivation et du tenseur des rigidités effectives :

$$\underline{\dot{\varepsilon}}^r = \underline{S}^o : \left[ \left( \sum_{i=1}^5 \chi_i \dot{d}_i^m \left( \eta_i^m \underline{K}_i^{m+} + (1 - \eta_i^m) \underline{K}_i^{m-} \right) \right) : \underline{\varepsilon}^* \right], \quad \text{Eq B.35}$$

avec

$$\underline{K}_i^{m+} = \underline{C}^{eff} : \underline{H}_i^{m+} : \underline{C}^{eff} \text{ et } \underline{K}_i^{m-} = \underline{C}^{eff} : \underline{H}_i^{m-} : \underline{C}^{eff} . \quad \text{Eq B.36}$$

Ayant déterminé précédemment les dérivées de l'endommagement matriciel, de l'index de désactivation matriciel et du tenseur des rigidités effectives, la dérivée des déformations résiduelles est calculée analytiquement :

$$\begin{aligned} \frac{\partial \underline{\dot{\varepsilon}}^r}{\partial \underline{\varepsilon}} &= \underline{S}^o : \left[ \sum_{i=1}^5 \chi_i \dot{d}_i^m \left( \eta_i^m \underline{K}_i^{m+} + (1 - \eta_i^m) \underline{K}_i^{m-} \right) \right] \\ &+ \underline{S}^o : \left[ \sum_{i=1}^5 \left( \chi_i \left( \eta_i^m \underline{K}_i^{m+} + (1 - \eta_i^m) \underline{K}_i^{m-} \right) : \underline{\varepsilon}^* \right) \otimes \frac{\partial \dot{d}_i^m}{\partial \underline{\varepsilon}} \right] \\ &+ \underline{S}^o : \left[ \sum_{i=1}^5 \left( \chi_i \dot{d}_i^m \left( \underline{K}_i^{m+} + \underline{K}_i^{m-} \right) : \underline{\varepsilon}^* \right) \otimes \frac{\partial \eta_i^m}{\partial \underline{\varepsilon}} \right] \\ &+ 2 \underline{S}^o : \left[ \sum_{i=1}^5 \left( \chi_i \dot{d}_i^m \eta_i^m \underline{C}^{eff} : \underline{H}_i^{m+} : \frac{\partial \underline{C}^{eff}}{\partial \underline{\varepsilon}} : \underline{\varepsilon}^* + \chi_i \dot{d}_i^m (1 - \eta_i^m) \underline{C}^{eff} : \underline{H}_i^{m-} : \frac{\partial \underline{C}^{eff}}{\partial \underline{\varepsilon}} : \underline{\varepsilon}^* \right) \right] \end{aligned} \quad \text{Eq B.37}$$

### III. CALCUL DE LA DÉRIVÉE DES DÉFORMATIONS STOCKÉES

De la même manière que pour les déformations résiduelles, les déformations stockées sont définies dans le modèle ODM en fonction de l'endommagement matriciel, de l'index de désactivation et du tenseur des rigidités effectives :

$$\underline{\dot{\underline{\varepsilon}}}^s = -\underline{S}^o : \left[ \left( \sum_{i=1}^5 d_i^m \dot{\eta}_i^m \left( \underline{K}_i^{m^+} - \underline{K}_i^{m^-} \right) \right) : \underline{\varepsilon}^* \right], \quad \text{Eq B.38}$$

avec

$$\underline{K}_i^{m^+} = \underline{C}^{eff} : \underline{H}_i^{m^+} : \underline{C}^{eff} \quad \text{et} \quad \underline{K}_i^{m^-} = \underline{C}^{eff} : \underline{H}_i^{m^-} : \underline{C}^{eff}. \quad \text{Eq B.39}$$

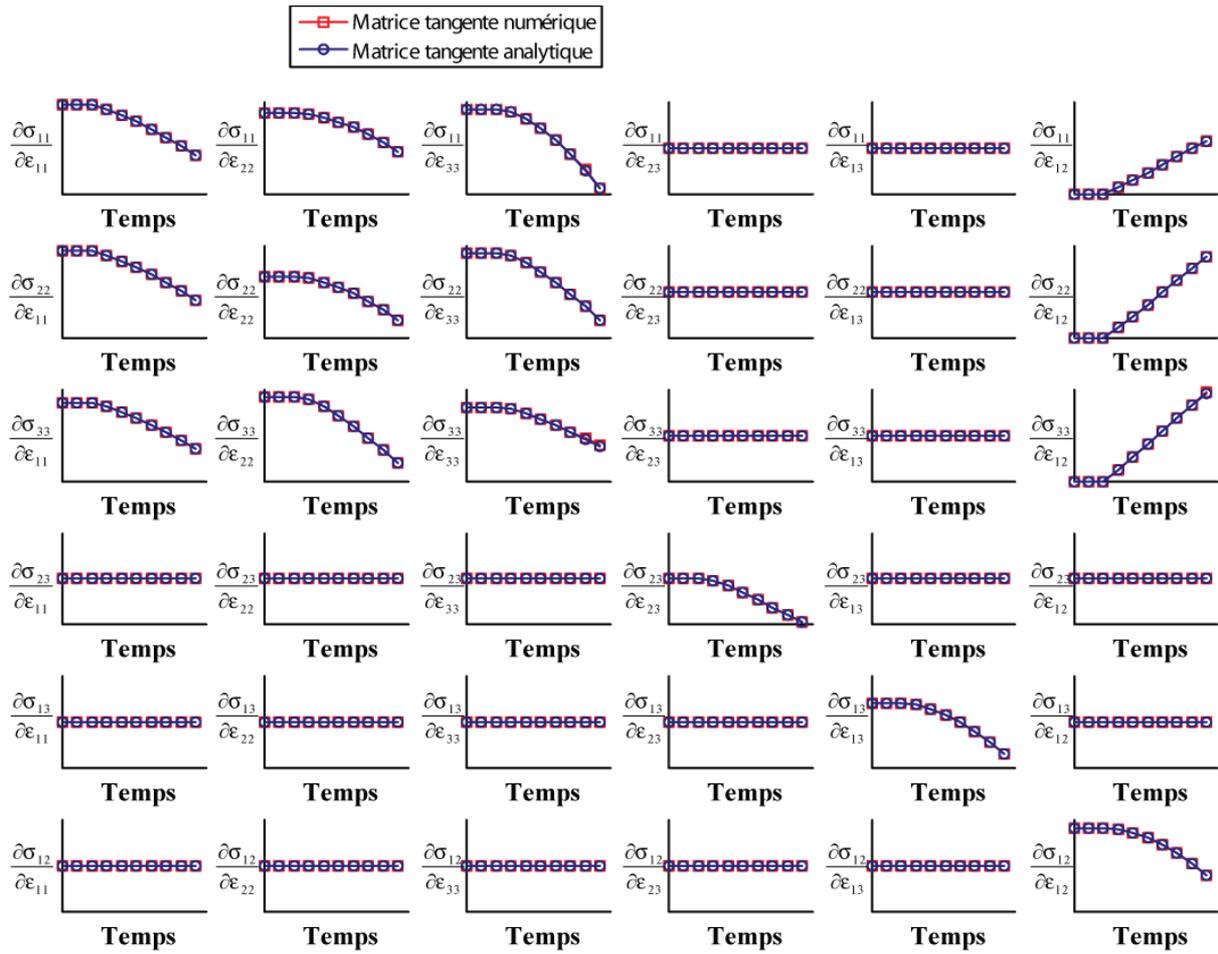
La dérivée des déformations résiduelles est alors calculée par :

$$\begin{aligned} \frac{\partial \underline{\dot{\underline{\varepsilon}}}^s}{\partial \underline{\varepsilon}} &= \underline{S}^o : \left[ \sum_{i=1}^5 d_i^m \dot{\eta}_i^m \left( \underline{K}_i^{m^+} - \underline{K}_i^{m^-} \right) \right] \\ &+ \underline{S}^o : \left[ \sum_{i=1}^5 \left( \dot{\eta}_i^m \left( \underline{K}_i^{m^+} - \underline{K}_i^{m^-} \right) : \underline{\varepsilon}^* \right) \otimes \frac{\partial d_i^m}{\partial \underline{\varepsilon}} \right] \\ &+ \underline{S}^o : \left[ \sum_{i=1}^5 \left( d_i^m \left( \underline{K}_i^{m^+} - \underline{K}_i^{m^-} \right) : \underline{\varepsilon}^* \right) \otimes \frac{\partial \dot{\eta}_i^m}{\partial \underline{\varepsilon}} \right] \\ &+ 2\underline{S}^o : \left[ \sum_{i=1}^5 \left( d_i^m \dot{\eta}_i^m \underline{C}^{eff} : \underline{H}_i^{m^+} : \frac{\partial \underline{C}^{eff}}{\partial \underline{\varepsilon}} : \underline{\varepsilon}^* - d_i^m \dot{\eta}_i^m \underline{C}^{eff} : \underline{H}_i^{m^-} : \frac{\partial \underline{C}^{eff}}{\partial \underline{\varepsilon}} : \underline{\varepsilon}^* \right) \right] \end{aligned} \quad \text{Eq B.40}$$

Ainsi, connaissant les dérivées par rapport à la déformation du tenseur des déformations résiduelles, stockées et du tenseur des rigidités effectives prenant en compte ou non de rupture progressive des torons, la matrice tangente globale du modèle d'endommagement est entièrement calculée analytiquement.

Comme le montre la synthèse des équations du calcul de la matrice tangente, la détermination et surtout son implémentation de cette matrice tangente reste une étape délicate source de multiples erreurs. C'est pourquoi nous avons mis en place une méthode de vérification. Le calcul de la matrice tangente analytique a été ainsi comparé à celle déterminée par une méthode numérique de perturbations. La Figure B.1 montre pour une traction sens chaîne que les deux calculs de la matrice tangente coïncident. Enfin, afin de valider le calcul analytique de la matrice tangente d'autres comparaisons avec la matrice tangente par perturbation ont été réalisées pour différentes sollicitations (traction, compression, cisaillement) uniaxiales et multiaxiales.

Ce travail de vérification est essentiel et permet également, puisque chaque terme utilisé dans la matrice tangente est vérifié, de faciliter grandement la recherche des éventuelles erreurs.





## **Modèles multi-niveaux de prévision des durées de vie en fatigue des structures composites à matrice céramique pour usage en turbomachines aéronautiques**

L'enjeu actuel pour les industriels de l'aéronautique est de diminuer la consommation en carburant et/ou d'augmenter le rendement des avions. A terme, Safran souhaite remplacer les aubes de turbine, actuellement en superalliage, par des aubes en matériau composite tissé de type SiC/SiBC. Il est alors important de prévoir leurs durées de vie. Ce travail a donc consisté à développer un modèle de durée de vie pour ces composites autocicatrisants. Ces matériaux tissés sont constitués de fibres Nicalon, d'une interphase de pyrocarbone et d'une matrice autocicatrisante multicouche (B4C, SiC et SiBC). La particularité de ces composites est l'oxydation de chaque constituant du matériau en fonction de l'environnement (température, atmosphère sèche ou humide). Le modèle de durée de vie développé offre un compromis entre des temps de calcul réduits, malgré la prise en compte de phénomènes physico-chimiques complexes, et une prévision de la durée de vie suffisamment précise. L'approche retenue est un couplage entre un modèle d'endommagement mécanique et un modèle physico-chimique. Un modèle de durée de vie uniaxial a été proposé afin de justifier les différents couplages nécessaires entre les parties mécanique et physico-chimique mais également pour optimiser les algorithmes de résolution. Ce modèle a permis d'identifier les coefficients pour deux nuances de matériaux. Afin de réaliser des essais de structures, un modèle de durée de vie multiaxial a été proposé et implanté dans le code de calcul ZéBuLoN. Un protocole d'identification a également été proposé dans ce travail même si les essais de caractérisation jusqu'ici réalisés ne sont pas suffisants pour identifier complètement le modèle 3D sur ces matériaux.

**Mots-clés :** COMPOSITE A MATRICE CERAMIQUE ; DUREE DE VIE ; OXYDATION ; MODELE D'ENDOMMAGEMENT ; AUTOCICATRISATION

## **Multi-level models for fatigue life prediction of ceramic matrix composite structures used in aircraft turbo-engines.**

The current challenge for the aerospace industry is to decrease the fuel consumption and/or to increase the performance of planes. In the future, Safran Group wishes to replace the turbine blades, currently in superalloy, with woven composite SiC/SiBC material blades. Therefore, it is important to predict their life time. This work involved developing a life time model of these self-healing composites. These woven materials are made up of Nicalon fibers, and an interphase of pyrocarbone and a self-healing matrix (B4C, SiC and SiBC). The particularity of these composites is the oxidation of every constituent of the material depending on the environment (temperature, dry or wet atmosphere). The developed life time model offers a compromise between reduced calculating time, in spite considering complex physico-chemical phenomena, and an accurate enough prediction of the life time. The approach chosen is a coupling between a mechanical damage model and a physico-chemical model. A uniaxial life time model was proposed to explain the different necessary couplings between the mechanical and physico-chemical parts but also to optimize the resolution algorithms. This model enabled to identify the coefficients for two grades of materials. In order to carry out tests of structures, a multiaxial life time model was proposed and implemented in the ZéBuLoN Finite Element code. A protocol of identification was also proposed in this work even if the characterization tests so far realized are not sufficient to identify the 3D-Model for these materials.

**Keywords :** CERAMIC MATRIX COMPOSITE ; LIFE TIME ; DAMAGE MODEL ; OXIDATION ; SELF-HEALING