



HAL
open science

Focalisation par retournement temporel dans les plaques minces : Application à la stimulation tactile

Charles Hudin

► **To cite this version:**

Charles Hudin. Focalisation par retournement temporel dans les plaques minces : Application à la stimulation tactile. Autre [cond-mat.other]. Université Pierre et Marie Curie - Paris VI, 2014. Français. NNT : 2014PA066067 . tel-01020813

HAL Id: tel-01020813

<https://theses.hal.science/tel-01020813>

Submitted on 8 Jul 2014

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

THÈSE DE DOCTORAT
UNIVERSITÉ PIERRE ET MARIE CURIE

Spécialité : Mécanique, Acoustique, Électronique et Robotique

**Focalisation par retournement temporel dans les plaques minces :
Application à la stimulation tactile**

Charles HUDIN

Laboratoire des interfaces sensorielles et ambiantes (CEA, LIST)

et

Institut des Systèmes Intelligents et de Robotique (UPMC/CNRS)

soutenue le 24 mars 2014 devant le jury composé de :

Mme. Betty LEMAIRE-SEMAIL	Professeur, Université Lille 1	Rapporteur
M. Septimiu E. SALCUDEAN	Professeur, University of British Columbia	Rapporteur
M. Xavier BOUTILLON	Directeur de recherche, CNRS	Examineur
M. Jean-Dominique POLACK	Professeur, Université Paris 6	Examineur
M. José LOZADA	Expert Sénior, CEA LIST	Co-Encadrant
M. Vincent HAYWARD	Professeur, Université Paris 6	Directeur de thèse

Résumé

La richesse de l'information accessible par l'exploration tactile d'une surface pousse à la prise en compte du sens du toucher dans les dispositifs d'interaction homme machine. Contrairement à la capture tactile multi digitale déjà largement répandue, il n'existe pas de solution superposable à un écran permettant l'affichage localisé d'informations perceptibles au toucher. On propose dans ce travail de thèse une nouvelle approche basée sur la focalisation d'ondes de flexion se propageant dans une plaque mince. Cette focalisation, obtenue suivant le procédé de retournement temporel, permet de produire une stimulation tactile localisée en un ou plusieurs points d'une plaque transparente à partir d'un ensemble d'actionneurs situés sur son contour. Le dimensionnement de l'interface s'appuie en premier lieu sur l'étude du contraste de focalisation et sa sensibilité à la température. D'autres critères de dimensionnement sont étudiés tels que les résolutions spatiale et temporelle, la fréquence de répétition de la focalisation, le bilan énergétique ou le bruit audible généré. Le retournement temporel synthétique, permettant la focalisation en tout point de la surface à partir d'un apprentissage en un ensemble fini de points du contour est adapté au cas des plaques minces. Un démonstrateur est assemblé et caractérisé. On obtient sur une plaque d'épaisseur 0.5 mm un déplacement au point de focalisation jusqu'à $7 \mu\text{m}$, pour une tache de focalisation d'un diamètre de 5 mm. La focalisation simultanée en plusieurs points est également obtenue expérimentalement. On propose finalement un modèle pour la prise en compte de la perturbation de la focalisation par le contact avec un ou plusieurs doigts. Une étude de perception montrant la possibilité de détecter et de discriminer le stimulus tactile produit et la mise en évidence d'un phénomène de décollement de la pulpe du doigt au point de focalisation concluent ce travail.

Abstract

The sense of touch is an effective and yet underused interaction modality for human computer communication. As opposed to multitouch tactile screens already available, there is no solution able to provide a localized tactile stimulation on a transparent surface. This work introduces a novel approach for tactile feedback based on the focusing of flexural waves produced by a set of transducers located on sides of a thin plate. This focusing, allowed by the time reversal technique, produces a tactile stimulation localised in one or several points of a transparent surface. Design of the tactile interface relies on the study of focusing contrast and its thermal drift as well as temporal and spatial resolution, focusing refresh rate, energy balance and audible noise production. Synthetic time reversal, allowing the focusing at any point of the plate from the acquisition of impulse responses at a set of contour points is also introduced. A mock up device has been built and characterised. A displacement up to $7\ \mu\text{m}$ and a focal spot size about 5 mm on a 0.5 mm thick glass plate. Simultaneous focusing in multiple points is also achieved. A model describing the perturbation induced by the contact of one or many fingers with the plate is developed. A perceptual study finally demonstrates the possibility to detect and discriminate the stimulation produced by the focusing. The measured uncoupling of finger pulp and surface displacements at the focusing point could explain this detection.

Remerciements

Ces trois années de thèse ont été accompagnées de nombreux soutiens scientifiques et amicaux que j'aimerais ici remercier.

Tout d'abord mes encadrants, José Lozada et Vincent Hayward. Leurs conseils et leurs encouragements ont été le moteur de ce travail. Je leur suis en sincèrement reconnaissant. C'est leur disponibilité et leur enthousiasme qui m'ont appris le métier de chercheur et m'ont donné le goût de poursuivre dans cette voie.

Je souhaite également remercier Moustapha Hafez, qui a rendu ce travail possible, par la confiance qu'il m'a maintes fois témoignée, et par l'attribution du financement de cette thèse. Mes remerciements vont également à l'ensemble des membres du LISA pour la bonne humeur et la bienveillance qui règnent dans ce laboratoire. Je leur sais gré d'avoir partagé avec moi leur science et leur expérience. Leurs bonnes idées et leurs précieux conseils en électronique et mécanique sont partout présents dans ce manuscrit. Jean-Pierre Nikolovski et Sylvain Bouchigny ont été les premiers au sein du laboratoire à proposer la focalisation d'ondes dans une plaque comme moyen de stimulation tactile. Leur idée est le point de départ des travaux présentés ici. La décision de me lancer dans cette thèse doit également beaucoup aux premières discussions avec Michael Wiertlewski. Je le remercie d'avoir partagé avec moi ses réflexions sur ce sujet et de m'avoir fait découvrir le domaine de l'haptique. J'ai eu le plaisir d'encadrer Valentin Le Guelvouit pendant son stage de fin d'étude. Son enthousiasme et la qualité de son travail sur l'électronique de commande méritent d'être ici salués.

J'ai également assisté et participé à de nombreux séminaires du jeudi organisé par l'équipe Haptique de l'ISIR. Je les remercie pour l'accueil qu'ils m'ont réservé et les échanges intéressants que nous avons eus.

Je voudrais enfin remercier l'ensemble des membres du jury pour leur lecture attentive de mon manuscrit et les corrections qu'ils m'ont suggérées. L'intérêt qu'ils ont porté à mon travail et les encouragements qu'ils m'ont adressés sont la récompense de ces années de travail.

Et puis un très grand merci à ma famille pour son soutien moral tout au long de ces trois années ; aux collègues, devenus des amis ; aux amis, indéfectibles.

Table des matières

1	Introduction générale	1
2	Perception et interaction tactile	5
2.1	Introduction	6
2.2	De la déformation cutanée à l'impulsion nerveuse	6
2.2.1	Anatomie de la pulpe du doigt	6
2.2.2	Mécanorécepteurs	7
2.3	Stimulation tactile	8
2.3.1	Utilisation des vibrations	8
2.3.2	Mouvements et vibrations	9
2.4	Stimulation vibrotactile et audition	10
2.4.1	Couplage entre les modalités sensorielles	11
2.4.2	Stimulation tactile ultrasonore	14
2.5	Conclusion	18
3	Focalisation par retournement temporel	19
3.1	Introduction	20
3.2	Interférences et focalisation	20
3.2.1	Sources monochromatiques	20
3.2.2	Sources large bande	22
3.2.3	Exploitation des réflexions aux bords	24
3.2.4	Discussion	25
3.3	Retournement temporel	26
3.3.1	Retournement temporel et symétrie	26
3.3.2	Description temporelle	28
3.3.3	Description fréquentielle	30
3.3.4	Cavité réverbérante	34

3.4	Conclusion	38
4	Contraste de focalisation	39
4.1	Introduction	40
4.2	Contraste	40
4.2.1	Propagation des ondes de flexion dans les plaques minces	41
4.2.2	Opérateur de retournement temporel dans une cavité	43
4.2.3	Définition probabiliste du contraste	44
4.2.4	Décomposition en composantes spatiales et temporelles	45
4.2.5	Analyse de la contribution spatiale, S	45
4.2.6	Analyse de la contribution temporelle, T	47
4.2.7	Expression complète du contraste	50
4.2.8	Discussion	51
4.3	Sensibilité aux variations de température	53
4.3.1	Effets d'une variation de température	53
4.3.2	Conséquences sur le contraste	54
4.4	Vérification expérimentale	56
4.4.1	Matériels et méthodes	57
4.4.2	Résultats et discussion	59
4.5	Conclusion	62
5	Résolution spatio-temporelle, interpolation et répétition de la focalisation	65
5.1	Introduction	66
5.2	Interpolation et résolution spatiale	66
5.2.1	Résolution spatiale	66
5.2.2	Interpolation spatiale des réponses impulsionnelles	67
5.3	Répétition et résolution temporelle	72
5.3.1	Résolution temporelle	72
5.3.2	Répétition de la focalisation	73
5.4	Validation expérimentale	76
5.4.1	Résolutions	77
5.4.2	Répétition de la focalisation	77
5.4.3	Retournement temporel synthétique	77
5.5	Conclusion	79
6	Sélection et pilotage des actionneurs	83
6.1	Introduction	84

6.2	Dimensionnement des actionneurs piézoélectriques	84
6.2.1	Épaisseur et propriétés électromécaniques de la céramique	84
6.2.2	Longueur de la céramique	85
6.3	Pilotage des actionneurs	87
6.3.1	Quantification sur 1 bit	87
6.3.2	Mise en forme du bruit de quantification	92
6.4	Bilan énergétique de la focalisation	95
6.5	Conclusion	96
7	Conception et caractérisation d'un démonstrateur	97
7.1	Introduction	98
7.2	Synthèse des critères de dimensionnement	98
7.3	Conception	100
7.3.1	Dimensionnement	100
7.3.2	Pilotage	101
7.4	Caractérisation	103
7.4.1	Constante d'amortissement	103
7.4.2	Spectre d'excitation	104
7.4.3	Corrélation des réponses impulsionnelles	106
7.4.4	Focalisation en un point	106
7.4.5	Bilan énergétique	107
7.4.6	Focalisation multipoints	109
7.5	Conclusion	110
8	Interaction tactile	113
8.1	Introduction	114
8.2	Diffraction des ondes par le contact des doigts	114
8.2.1	Théorie de la diffraction multiple	114
8.2.2	Constantes de temps d'absorption et de diffraction du doigt	117
8.3	Amplitude au point de focalisation chargé	119
8.3.1	Modèle de charge ponctuelle	119
8.3.2	Impédance du doigt	121
8.3.3	Validation expérimentale	122
8.4	Validation perceptuelle	126
8.4.1	Matériel et méthodes	126
8.4.2	Détection	128
8.4.3	Discrimination	130

8.5	Décollement du doigt au point de focalisation	131
8.6	Conclusion	134
	Conclusion générale	135
	Bibliographie	139

Chapitre 1

Introduction générale

La richesse de l'information pouvant être transmise par le toucher justifie l'intérêt porté à ce sens comme modalité de communication homme machine. On peut en effet percevoir par le toucher à la fois les variations spatiales d'un contour ou d'un motif et l'évolution temporelle ou les vibrations de celui-ci. Dix doigts, aux mouvements indépendants, nous permettent de réaliser l'exploration tactile d'une surface et sont autant de canaux de communications parallèles.

Le toucher trouve ainsi une première utilisation en complément ou remplacement d'autres modalités sensorielles dans des applications telles que les afficheurs Braille. La stimulation tactile peut également être porteuse d'un sens écologique, c'est-à-dire restituer les propriétés physiques de notre environnement. C'est le cas de la restitution de texture, ou de forme, développée pour la réalité virtuelle. Enfin la perception tactile fait partie intégrante d'une boucle sensorimotrice permettant la manipulation tactile. L'utilisation de technologies permettant la saisie de texte, la sélection et la commande tactile a ainsi révélé l'importance d'un retour complétant la boucle d'interaction tactile. Ce dernier enjeu est d'autant plus important qu'un nombre croissant d'appareils électroniques grand public incluent la saisie tactile multidigitale directement superposée à un écran.

Pour tirer pleinement parti des possibilités offertes par le sens du toucher et le combiner à d'autres modalités sensorielles, il est donc nécessaire de présenter à chaque doigt en contact une stimulation dédiée pouvant évoluer dans l'espace et le temps, tout en préservant la transparence de l'interface.

Deux approches existent jusqu'à présent et ne répondent que partiellement à ce besoin. D'une part les afficheurs matriciels utilisent une grande quantité d'actionneurs dédiés chacun à la stimulation en un point. Ces actionneurs sont encombrants et ne peuvent pas être superposés à un écran. La seconde approche consiste à produire une vibration identique pour toute la surface d'affichage, modulée dans le temps en fonction de la position d'un doigt. On peut ainsi obtenir

la transparence de l'interface, au prix du renoncement à l'exploration multidigitale.

L'approche explorée dans cette thèse consiste à focaliser en un ou plusieurs points d'une plaque les vibrations produites par un ensemble de sources situées en sa périphérie. On souhaite ainsi obtenir au point de focalisation un déplacement hors du plan de la plaque suffisant pour être perçu par le toucher. On exploite ainsi la durée et l'étendue spatiale finie de la focalisation pour produire une stimulation tactile localisée dans l'espace et dans le temps. Le placement des sources en périphérie de la plaque rend alors possible la réalisation d'une interface transparente.

Plusieurs types d'ondes peuvent se propager dans les solides. Les ondes de flexion se propageant dans les plaques présentent, à énergie constante, le plus grand déplacement hors plan et sont donc les plus susceptibles d'être perçues au toucher. Pour cette même raison, on considère la propagation dans les plaques minces décrites par la théorie de Love-Kirchhoff.

Une plaque mince et de dimensions finies, constitue d'un point de vue acoustique une cavité réverbérante et dispersive pour les ondes de flexions. Le retournement temporel, contrairement à d'autres techniques de focalisation, permet de prendre en compte ces deux propriétés du milieu de propagation. Les études sur les propriétés de ce procédé sont nombreuses et son application dans les plaques a déjà été faite à des fins de contrôle de santé ou d'imagerie. La pertinence de cette approche pour la stimulation tactile ne peut toutefois être démontrée qu'en répondant à un ensemble de contraintes telles que l'amplitude atteinte au point de focalisation, la résolution et la fréquence de rafraîchissement de l'affichage, la complexité de mise en œuvre, la stabilité dans le temps ou encore la consommation énergétique. Il est pour cela nécessaire de mener un travail théorique afin de déterminer l'influence de l'ensemble des paramètres de mise en œuvre sur ces performances.

L'objectif poursuivi pendant cette thèse est donc double.

- D'une part contribuer à l'étude du procédé de retournement temporel dans les cavités et d'obtenir des résultats généraux qui complètent la compréhension du phénomène et s'étendent à d'autres applications telles que le contrôle de santé, le contrôle non destructif ou la localisation.
- D'autre part introduire une nouvelle technique répondant au besoin de retour tactile multi-digital sur surface transparente, d'en évaluer les performances et d'en identifier les limites.

Le manuscrit s'organise en sept chapitres. Le premier est une introduction à la perception tactile. Dans les chapitres 2 à 5 on étudie le retournement temporel dans les plaques minces, sa mise en œuvre et ses caractéristiques. Les chapitres 6 et 7 concernent l'application à la stimulation tactile.

On étudie dans le premier chapitre la contribution de la perception des vibrations dans le sens du toucher. Les valeurs de seuil de détection tactile sont également présentées et comparées au seuil de détection auditive. On montre ainsi le recoupement des gammes fréquentielles de

sensibilité ainsi que l'importance de la surface vibrante dans la prédominance d'un sens ou de l'autre. Plusieurs mécanismes permettant la détection de vibrations de fréquences supérieures à la gamme de détection tactile sont finalement introduits.

Le second chapitre décrit les mécanismes permettant la focalisation d'un champ acoustique. Ces mécanismes sont exploités par le retournement temporel dont on décrit le principe et différentes mises en œuvre. On met ainsi en avant les avantages du retournement temporel par rapport aux techniques par contrôle en phase dans le cas des plaques minces.

L'analyse approfondie du procédé de retournement temporel permet dans un troisième chapitre d'identifier les paramètres intervenant dans la qualité de focalisation, que l'on quantifie par le rapport de contraste. De l'étude des effets de variations de température sur le contraste on tire plusieurs enseignements menant à une plus grande stabilité du procédé.

Le quatrième chapitre est dédié à l'étude des résolutions spatiales et temporelles de la focalisation. On y introduit une technique d'interpolation autorisant la focalisation en tout point de la surface à partir des réponses enregistrées sur son contour.

L'étude du couplage entre la plaque et les actionneurs, menée dans un cinquième chapitre, permet d'établir le lien entre les dimensions de l'actionneur, la résolution spatiale et l'amplitude au point de focalisation. On réalise également le bilan énergétique de la focalisation et fournit une estimation de la puissance consommée lors de la focalisation.

Les résultats des chapitres précédents sont exploités pour concevoir une interface tactile dont on détaille la conception et les performances dans un sixième chapitre. Trente-deux actionneurs sont utilisés pour focaliser une onde de flexion dans une plaque de verre au format A5 et d'épaisseur 0.5 mm. La tache de focalisation atteint une amplitude de $7 \mu\text{m}$ pour un diamètre de 5 mm. La puissance injectée par l'ensemble des actionneurs est d'environ 45 mW. On fait également la démonstration d'une focalisation simultanée en plusieurs points.

Le dernier chapitre de ce manuscrit est consacré en premier lieu à l'étude de la perturbation de la focalisation par les doigts en contact et la surface et la focalisation. On montre ensuite par une étude perceptuelle que la focalisation produit un stimulus perceptible que l'on distingue du bruit de focalisation.

Chapitre 2

Perception et interaction tactile

Sommaire

2.1	Introduction	6
2.2	De la déformation cutanée à l'impulsion nerveuse	6
2.2.1	Anatomie de la pulpe du doigt	6
2.2.2	Mécanorécepteurs	7
2.3	Stimulation tactile	8
2.3.1	Utilisation des vibrations	8
2.3.2	Mouvements et vibrations	9
2.4	Stimulation vibrotactile et audition	10
2.4.1	Couplage entre les modalités sensorielles	11
2.4.2	Stimulation tactile ultrasonore	14
2.5	Conclusion	18

2.1 Introduction

Le toucher désigne la perception cutanée d'une stimulation mécanique ou thermique. Il fait partie du système somatosensoriel, qui comprend également la perception de la douleur, ou nociception, et la perception des mouvements et de la posture de notre corps, ou proprioception.

Comme les autres sens, le toucher implique un certain nombre de récepteurs, qui transforment une stimulation en un signal électrique traité par le système nerveux. Bien que l'ensemble de la surface de notre corps soit sensible au toucher, les mains et bouts des doigts en ont la perception la plus fine. Le fait que le même organe soit l'instrument privilégié pour à la fois manipuler notre environnement et en percevoir les propriétés révèle l'interdépendance de ces deux fonctions de la main.

La perception tactile est en effet liée à l'interaction puisque pour être perçu un objet doit être en contact physique avec la main. Le mouvement relatif entre la main et l'objet joue alors un rôle prépondérant dans l'identification des propriétés de celui-ci. Ce lien étroit, qui lie toucher et mouvement, justifie souvent la désignation commune de la perception tactile et de la proprioception sous le terme d'haptique.

Le toucher partage avec l'audition la capacité à percevoir une stimulation mécanique. L'audition repose en effet sur la perception d'ondes de pressions acoustiques généralement produites ou transmises à des solides en vibration que l'on peut toucher. Toucher et audition sont donc liés comme les autres sens à un niveau cognitif mais également par un stimulus en partie commun.

Ce chapitre aborde tout d'abord les aspects anatomiques et physiologiques du sens du toucher. La richesse de l'information tactile ainsi que le rôle prépondérant du mouvement et des vibrations est ensuite mis en avant. Une dernière section illustre le couplage existant entre stimulus vibrotactile et auditif et présente différentes approches pour s'en affranchir.

2.2 De la déformation cutanée à l'impulsion nerveuse

2.2.1 Anatomie de la pulpe du doigt

La peau constitue l'interface entre notre corps et son environnement. L'épiderme en est la couche la plus superficielle. Son épaisseur, qui varie selon les doigts et leurs sollicitations mécaniques, est d'environ 500 μm [1]. Il est composé de couches de kératinocytes renouvelées en permanence, qui confèrent à la peau son rôle de protection contre les pathogènes et les rayonnements, ainsi que sa résistance à l'usure. À sa surface débouchent les canaux sudoripares qui permettent la régulation thermique du corps par évaporation. La sueur, principalement constituée d'eau, joue également un rôle mécanique en lubrifiant le contact entre le doigt et un objet [2]

et en modifiant les propriétés mécaniques des kératinocytes. L'épiderme de la paume de la main et des doigts se caractérise également par la présence de crêtes papillaires ou empreintes digitales. Leur rôle est encore discuté mais semble important dans la friction de contact et la perception tactile [3, 4]. Sous l'épiderme se trouve le derme. D'une épaisseur d'environ un millimètre, il est constitué de fibres élastiques et de collagène, qui donnent à la peau son hyperélasticité et sa tension, ainsi que de fluides physiologiques et vaisseaux sanguins. Le derme abrite les glandes sudoripares ainsi que plusieurs mécanorécepteurs impliqués dans le sens du toucher. Les tissus sous-cutanés, ou hypoderme, représentent la majeure partie de la pulpe du doigt, en volume et en masse. Épais de plusieurs millimètres, ils innervent et contiennent les vaisseaux sanguins irriguant le derme. Ces tissus contiennent une grande quantité d'adipocytes spécialisés dans le stockage de la graisse, ainsi qu'un réseau de fibres de collagène reliant le derme à la phalange distale.

Cette phalange est l'os terminal du doigt. Elle est le tissu le plus raide de l'extrémité du doigt et sert d'ancrage aux autres tissus. Elle est reliée à la phalange intermédiaire, ou à la phalange proximale pour le pouce, par les tendons fléchisseurs et extenseurs et par l'articulation interphalangienne distale.

Surmontant le doigt, l'ongle, fait de kératine, est connecté rigidement à la phalange distale par l'intermédiaire de tissus sous cutanés et d'un faisceau de fibres de collagène.

2.2.2 Mécanorécepteurs

La perception tactile est liée à quatre types de mécanorécepteurs situés dans la peau et les tissus sous cutanés qui réalisent la transduction de la déformation mécanique des tissus en impulsions électriques interprétées par le système nerveux. La connaissance du rôle et des propriétés de chaque type de récepteur procède de deux approches. D'une part, l'étude anatomique permet d'identifier différentes fibres nerveuses munies de terminaisons spécifiques. La connexion d'électrodes permet ensuite d'en extraire la réponse à une stimulation donnée [5]. D'autre part les méthodes psychophysiques permettent, par la mesure de seuils de détection de différents stimuli, d'isoler la contribution de chaque canal dans la perception d'un stimulus [6].

Les corpuscules de Meisner sont situés à la jonction du derme et de l'épiderme. Ce sont les plus nombreux, avec une densité de plus de 100 unités par cm^2 au niveau des doigts. La décharge nerveuse de ces mécanorécepteurs s'estompe rapidement après l'application d'une stimulation maintenue. Ils sont dits à adaptation rapide. Cette réponse se produit lorsque la stimulation est appliquée dans un rayon de 3 à 5 mm autour du mécanorécepteur. Les corpuscules de Meisner ont donc un faible champ réceptif et sont dits de type I. Ils fournissent ainsi une information précise sur la position d'une stimulation. Leur adaptation rapide rend ces récepteurs insensibles

aux vibrations de très basses fréquences inférieures à quelques Hertz. L'information fournie par ces récepteurs permet un ajustement fin de la force de saisie d'un objet en détectant les vibrations produites par le glissement de l'objet contre la peau [7].

À la même profondeur sous la surface de la peau se trouvent les disques de Merkel. Leur densité est moitié moindre que celle des corpuscules de Meisner. Comme ces derniers, les disques de Merkel sont de type I et possèdent un champ réceptif restreint. Leur réponse dure tant que la stimulation est maintenue, d'où la qualification de récepteur à adaptation lente. Les fréquences allant de 0 à 3 Hz peuvent ainsi être perçues par ces disques, que l'on associe à la perception de la pression, ainsi que des textures grossières et courbures importantes produisant une variation spatiale de la pression de contact [8].

Les terminaisons de Ruffini se trouvent dans les couches profondes du derme et sont les moins nombreuses, avec environ 10 unités par cm^2 . Ils sont à adaptation lente et possèdent un grand champ réceptif (type II). Leur rôle dans la détection du glissement du doigt sur une surface semble déterminant. On leur attribue notamment la détection du cisaillement de la peau se produisant lors de la saisie d'un objet ou du glissement sur une surface.

Enfin les corpuscules de Pacini, constituant le canal Pacinien, sont situés dans le derme profond et les tissus sous cutanés avec une densité de 30 unités par cm^2 . Leur champ réceptif est grand et leur réponse à adaptation rapide (type RAI). Leur réponse sur une gamme de fréquence allant de quelques dizaines de Hertz à 500 Hz et plus en fait le principal mécanorécepteur impliqué dans la perception des vibrations. Du fait de son très grand champ réceptif, la sensation qu'il produit est diffuse et non localisée. Ce type de récepteurs présente la capacité de sommation temporelle et spatiale [9]. L'intensité perçue d'une vibration croît ainsi avec la durée ou l'étendue spatiale de la stimulation.

2.3 Stimulation tactile

2.3.1 Utilisation des vibrations

Les propriétés des objets tangibles sont couramment divisées en deux catégories. La rugosité, la dureté et l'adhérence, que l'on englobe sous le terme de texture [10], constituent les propriétés matérielles d'un objet tandis que les propriétés géométriques comprennent la forme et les dimensions d'une surface ou d'un objet. Il existe pour chacune de ces propriétés une procédure d'exploration tactile qui lui est propre, permettant d'optimiser la perception des grandeurs mécaniques associées [11]. On met ainsi en évidence la prédominance de la distribution de la pression de contact dans l'identification des propriétés géométriques, alors que les propriétés matérielles

sont préférentiellement extraites à partir des vibrations générées par le mouvement des doigts sur la surface.

Le lien entre perception de la rugosité et vibration est largement établi et une vaste littérature est consacrée à ce sujet [12, 13]. On peut ainsi évaluer la rugosité à partir des seules vibrations perçues en explorant une surface au travers d'une sonde rigide tenue en main [14]. Dès lors, la reproduction de la rugosité d'une surface, nécessite non plus de reproduire son profil ou son coefficient de friction mais uniquement sa variation temporelle [15]. La raideur d'un matériau peut également être simulée de façon réaliste à partir d'une surface rigide mise en vibration. On reproduit alors uniquement la variation temporelle de l'indentation. Le dispositif Kooboh [16] utilise par exemple ce principe pour simuler l'enfoncement de boutons. La raideur perçue dépend alors de l'algorithme de synthèse utilisé pour relier force normale et vibration. On peut également utiliser cette approche pour simuler la marche sur différents matériaux [17].

Au delà de la reproduction des propriétés d'une surface, les vibrations peuvent être utilisées pour apporter une information en complément ou à la place d'informations visuelles ou auditives. Cette information peut s'appuyer à la fois sur la fréquence, la durée, l'amplitude et la localisation du stimulus dans l'espace. L'approche la plus répandue repose sur l'utilisation d'une matrice d'actionneurs dédiés chacun à la stimulation en un point de la surface. Une indentation continue destinée à l'affichage de caractères Braille peut être obtenue au moyen de polymères électroactifs [18] ou d'alliages à mémoire de forme [19]. Une indentation dynamique est parfois préférée pour améliorer la détection de la stimulation. L'Optacon [20], dispositif commercial à destination des personnes malvoyantes, utilise ainsi des vibrations générées par des céramiques piézoélectriques. Des actionneurs électromagnétiques sont également couramment utilisés, comme dans le dispositif VITAL [21]. Malgré les efforts consacrés à la réduction de la taille et de la complexité ces afficheurs, le besoin d'actionneurs dédiés à chaque point mène à des dispositifs encombrants et chers. Enfin la résolution de ces systèmes, c'est-à-dire la distance entre chaque point de l'affichage, est limitée par la taille des actionneurs employés ou du mécanisme de transmission du mouvement.

2.3.2 Mouvements et vibrations

La plupart des afficheurs tactiles ont des dimensions supérieures à celle du contact entre le doigt et la surface. Le mouvement d'un ou plusieurs doigts est alors nécessaire pour extraire l'ensemble de l'information affichée. La dimension finie du contact d'un doigt et le mouvement exploratoire à la surface de l'afficheur peuvent être mis à profit pour donner l'illusion d'une variation spatiale d'une grandeur perceptible au toucher. La relation entre variation temporelle d'une stimulation et mouvement peut s'exprimer sous la forme de l'équation (2.1). Dans cette

équation, $e = e(x, y, t)$ représente une grandeur perceptible au toucher, telle que la température, la rugosité, la friction ou le profil de la surface, variant dans l'espace (x, y) et dans le temps t . Si l'on considère le doigt comme une sonde ponctuelle se déplaçant à la vitesse \vec{v} , alors la variation temporelle qu'elle enregistre, exprimée par De/Dt , est une combinaison des variations spatiales $\vec{\nabla}e$ et temporelles $\partial e/\partial t$ de la grandeur mesurée.

$$\frac{De}{Dt} = \frac{\partial e}{\partial t} + \vec{v} \cdot \vec{\nabla}e = \frac{\partial e}{\partial t} + v_x \frac{\partial e}{\partial x} + v_y \frac{\partial e}{\partial y} \quad (2.1)$$

La capacité à percevoir des variations temporelles permet ainsi de capturer non seulement des vibrations mais également des variations spatiales. La distinction entre variations spatiales et variations temporelles des propriétés d'une surface n'est permise que par la connaissance de la vitesse d'exploration tactile par des indices visuels, auditifs ou kinesthésiques. Les variations temporelles corrélées à notre vitesse d'exploration sont alors associées à des variations spatiales.

Cette association est exploitée dans plusieurs dispositifs de restitution tactile pour remplacer la variation spatiale du motif affiché sur une surface par une variation temporelle plus aisément réalisable. On peut ainsi reproduire une surface texturée en produisant une vibration tangentielle ou normale corrélée à la position du doigt. L'adhésion peut également être modulée en appliquant une vibration hors plan à une fréquence ultrasonore. On crée alors un film d'air entre le doigt et la surface, diminuant ainsi le coefficient de friction apparent [22, 23, 24]. Une autre approche repose sur l'application d'un potentiel électrique à une électrode située sous la surface [25, 26]. La différence de potentiel ainsi imposée entre le doigt et l'électrode génère une force d'attraction électrostatique donnant l'illusion d'une plus grande friction de la surface. À nouveau la modulation de cet effet en fonction de la position du doigt donne l'illusion d'une surface texturée.

Ces approches sont toutefois limitées par le caractère uniforme de la vibration ou du potentiel électrique appliqué. En effet, plusieurs doigts explorant la surface perçoivent une même stimulation, corrélée au mouvement d'un seul, brisant ainsi l'illusion d'une surface texturée ou d'un motif affiché. Dans le cas d'une exploration multi digitale, seul l'affichage par une matrice d'actionneurs permet donc, à ce jour, de restituer une texture, un motif ou des caractères.

2.4 Stimulation vibrotactile et audition

Nous avons montré dans la section précédente la richesse de l'information transmise par les vibrations ainsi que leur importance dans l'identification par le toucher des propriétés d'une surface. Le toucher n'est toutefois pas le seul sens capable de percevoir ces vibrations. Celles-ci produisent en effet des ondes acoustiques que nous entendons.

Cette section traite dans un premier temps de la difficulté de dissocier stimulations vibrotactile et audition en comparant les seuils de détection de ces deux modalités. Différentes approches de stimulation tactile reposant sur l'utilisation de fréquences ultrasonores sont ensuite détaillées.

2.4.1 Couplage entre les modalités sensorielles

La perception de notre environnement repose sur plusieurs modalités sensorielles. Ces différentes perceptions sont intégrées par notre système nerveux pour fournir une représentation unique et porteuse de sens d'un événement ou d'un objet. Pendant ce processus d'intégration multisensorielle, les différentes perceptions interagissent et s'altèrent [27]. En particulier, on a montré que l'exposition à des vibrations tactiles influe sur notre perception du niveau sonore [28]. L'interaction entre stimuli tactiles et auditifs ne se produit pourtant pas uniquement au niveau cognitif et ce qui est perçu par le toucher peut aussi l'être par l'audition. Sous certaines hypothèses, les seuils de détection tactile et auditive peuvent en effet être exprimés dans une même unité.

Le seuil de détection auditive correspond, pour un son pur, à la plus faible pression acoustique détectable. Ce seuil, qui dépend de la fréquence, est couramment exprimé en fonction du niveau sonore SPL. Ce niveau se calcule à partir de la pression efficace P_e par la relation (2.2), où $P_{\text{ref}} = 2.10^{-5}$ Pa est une pression de référence et P_e est liée à l'amplitude de la pression acoustique p par $P_e = p/\sqrt{2}$. Cette valeur de seuil, ainsi que les niveaux isosoniques, sont donnés par la norme ISO 226 [29].

$$SPL = 20 \log_{10} \left[\frac{P_e}{P_{\text{ref}}} \right] \quad (2.2)$$

Pour une onde plane, la pression acoustique p est liée à la vitesse particulaire v par la relation $p = Zv$ où Z est l'impédance acoustique du milieu de propagation [30]. Dans l'air, à température et pression ambiantes, cette impédance vaut $Z = 413 \text{ N.s.m}^{-3}$. La vitesse particulaire est à son tour liée au déplacement particulaire u par une opération de dérivation, soit $v = j\omega u$ pour un son pur de pulsation ω . Lorsque la propagation de l'onde peut effectivement être décrite par une onde plane, le seuil de détection auditive peut donc s'exprimer en fonction, non plus de la pression acoustique, mais du déplacement particulaire.

Le seuil de détection tactile est, pour une vibration monochromatique, le déplacement minimum de la peau pouvant être perçu. Ce seuil, contrairement au seuil de perception auditive, dépend de nombreux paramètres, parmi lesquels la surface de contact et le lieu de stimulation.

La figure 2.1 superpose le seuil de détection auditive avec le seuil de détection tactile mesuré par Verillo au niveau de l'éminence thénar[31], tous deux exprimés dans une même échelle.

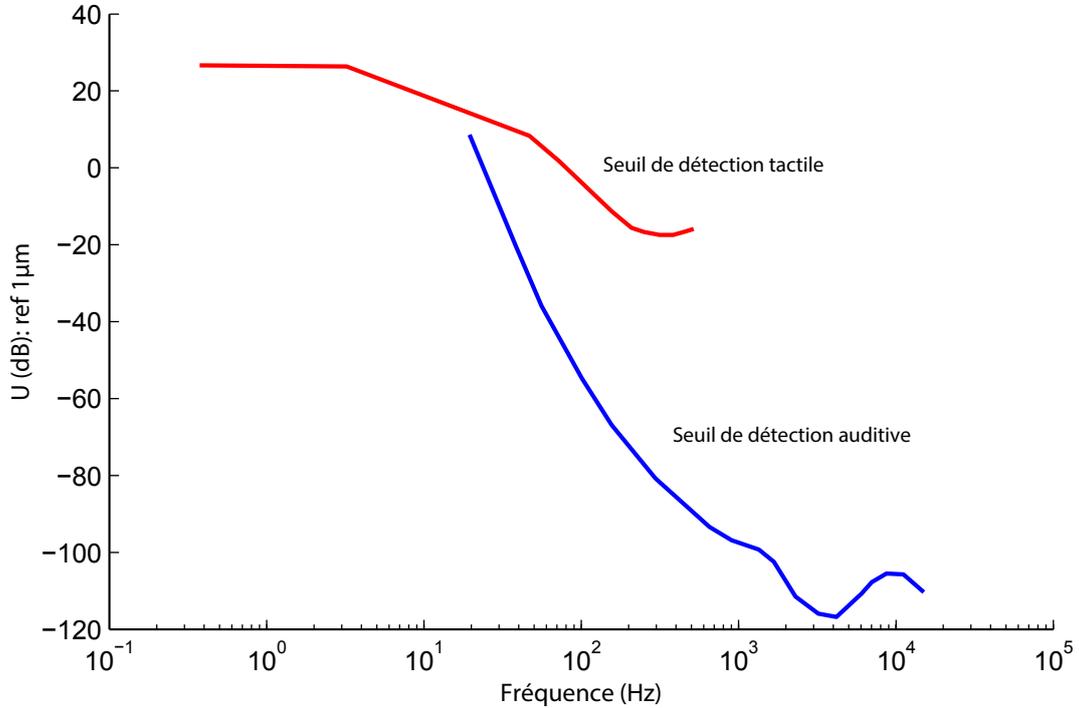


FIGURE 2.1: Seuil de détection tactile (rouge), d'après [31], mesuré à l'éminence thénar et seuil de détection auditive, d'après [29], exprimé en fonction du déplacement particulaire (bleu).

À partir de cette figure, on constate tout d'abord que la bande de sensibilité de l'oreille s'étend de 20 Hz à 20 kHz tandis que l'on peut percevoir par le toucher un déplacement continu et des vibrations jusqu'à environ 500 Hz. La quasi totalité de la bande fréquentielle perceptible au toucher l'est donc également à l'ouïe. Le second enseignement est que le seuil de perception auditive est plus faible que celui du toucher. Une vibration d'amplitude croissante de la surface sera donc entendue avant d'être perceptible au toucher, quelle que soit sa fréquence.

Cette conclusion peut toutefois être nuancée. Le seuil de vibration tactile se réfère en effet à la vibration hors plan d'une surface alors que le seuil de détection audible renvoie au déplacement moyen de particules fluides. L'étude du rayonnement acoustique des structures indique que ces deux déplacements sont identiques à l'interface entre l'air et le solide. Pour une source de dimensions finies, les ondes générées par cette vibration interfèrent et s'atténuent. L'amplitude de la pression acoustique ne peut alors pas être déduite simplement de la vitesse normale de la surface par la relation $p = Zv$. Pour que cela reste vrai, la surface rayonnante doit être infinie. L'onde rayonnée est alors une onde plane pour laquelle la relation $p = Zv$ s'applique en tout

point. On a donc comparé sur la figure 2.1 la perception d'une vibration à travers une surface de contact finie avec la perception auditive de l'onde acoustique rayonnée par une plaque infinie.

Ces seuils peuvent être comparés différemment en calculant le niveau sonore de l'onde rayonnée par un piston plan. En effet, un montage répandu pour l'évaluation des seuils de détection tactile consiste à imposer un déplacement à la peau par l'intermédiaire d'une plateforme vibrante de dimension finie, fixant ainsi la dimension de la zone de contact. Bien que la présence du doigt modifie le champ acoustique rayonné, il est intéressant de calculer l'intensité acoustique à laquelle est exposé un sujet lorsque la surface, assimilable à un piston plan bafflé, vibre avec une amplitude correspondant au seuil de détection tactile. Le modèle de piston plan, couramment utilisé pour calculer le champ acoustique émis par un haut-parleur, donne une expression du champ acoustique rayonné en champ lointain par un disque de dimension finie en tenant compte de la position d'écoute et de la dimension de la source. Pour un sujet placé dans l'axe de ce piston à une distance r du piston, l'amplitude de la pression acoustique est donnée par l'équation (2.3), où a est le rayon du piston, $\omega = 2\pi f$ sa pulsation, U son amplitude de vibration et $\rho = 1.204 \text{ kg.m}^{-3}$ la masse volumique de l'air.

$$P = \frac{1}{2}\rho c V \frac{a}{r} k a = \frac{1}{2}\rho U \frac{a^2}{r} \omega^2 \quad (2.3)$$

Des seuils de détection tactile ont été mesurés par Verillo au niveaux de la pulpe du majeur [32] et de l'éminence thénar [31] pour des surfaces de contact respectives $S = 0.005 \text{ cm}^2$ et $S = 2.9 \text{ cm}^2$. À partir de ces amplitudes seuils et des surfaces correspondantes, on calcule donc le niveau sonore rayonné à une distance $r = 50 \text{ cm}$, considérée comme représentative de la distance entre l'oreille et la main en situation d'exploration tactile. Ces niveaux sont reportés sur la figure 2.2 ainsi que le niveau correspondant au seuil de détection audible.

L'audition n'apparaît cette fois plus comme prédominante dans la bande de fréquence commune avec le toucher. Lorsque la surface rayonnante coïncide avec la surface de contact, la vibration est ainsi détectée plus facilement par le toucher que par l'audition. Cet effet s'estompe toutefois à mesure que la surface de contact croît. Pour une surface $S = 2.9 \text{ cm}^2$, sensibilité tactile et auditive sont équivalentes autour de 200 Hz à 300 Hz. Ces valeurs sont toutefois soumises aux variations du seuil de détection tactile selon la zone de contact, la force d'appui ou la personne évaluée.

D'autres mesures faites par Verillo [32] permettent d'approfondir cette analyse. Ces mesures fournissent en effet les valeurs de seuils mesurées à la pulpe du doigt à une fréquence de 250 Hz pour différentes surfaces de contact. Ce seuil décroît comme l'inverse de la racine de la surface de contact. L'évolution du niveau sonore ainsi rayonné à 250 Hz en fonction de l'aire de contact est donnée en figure 2.3. La ligne horizontale indique la valeur de seuil de détection audio à une fréquence de 250 Hz. Pour une surface de contact et rayonnante inférieure à $S = 0.01 \text{ cm}^2$, soit

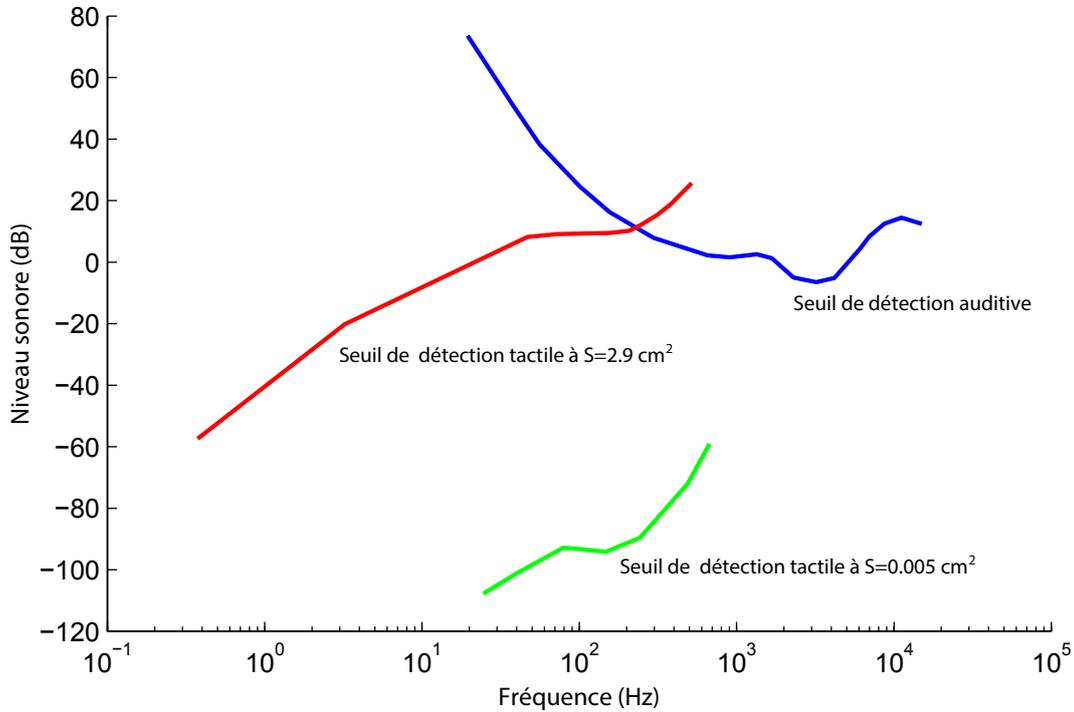


FIGURE 2.2: Seuil de perception auditive (bleu) et niveau sonore rayonné à une distance $r = 50$ cm dans l'axe d'un piston vibrant à une amplitude correspondant au seuil de détection tactile pour une surface de contact $S = 0.005$ cm² (vert) et $S = 2.9$ cm² (rouge).

un rayon $a \simeq 0.6$ mm la vibration est perçue par le toucher avant d'être entendue. Au delà, la stimulation tactile génère également un bruit audible.

Ces résultats illustrent la difficulté de découpler stimulation vibrotactile et auditive. Une piste pour y parvenir semble ainsi de limiter la vibration à une zone d'un diamètre de l'ordre du millimètre. Une vibration peut alors être perceptible au toucher tout en rayonnant un champ acoustique imperceptible à l'audition. Une autre solution consiste à employer des vibrations tangentielles, c'est-à-dire dans le plan de la surface, plutôt que hors plan. Il a en effet été montré que l'on peut ainsi restituer fidèlement la texture d'une surface [15], tandis que le champ acoustique rayonné est alors théoriquement nul.

2.4.2 Stimulation tactile ultrasonore

Une autre approche pour s'affranchir du bruit audible consiste à travailler dans le domaine ultrasonore. Bien que le toucher soit a priori également insensible à cette gamme de fréquences,

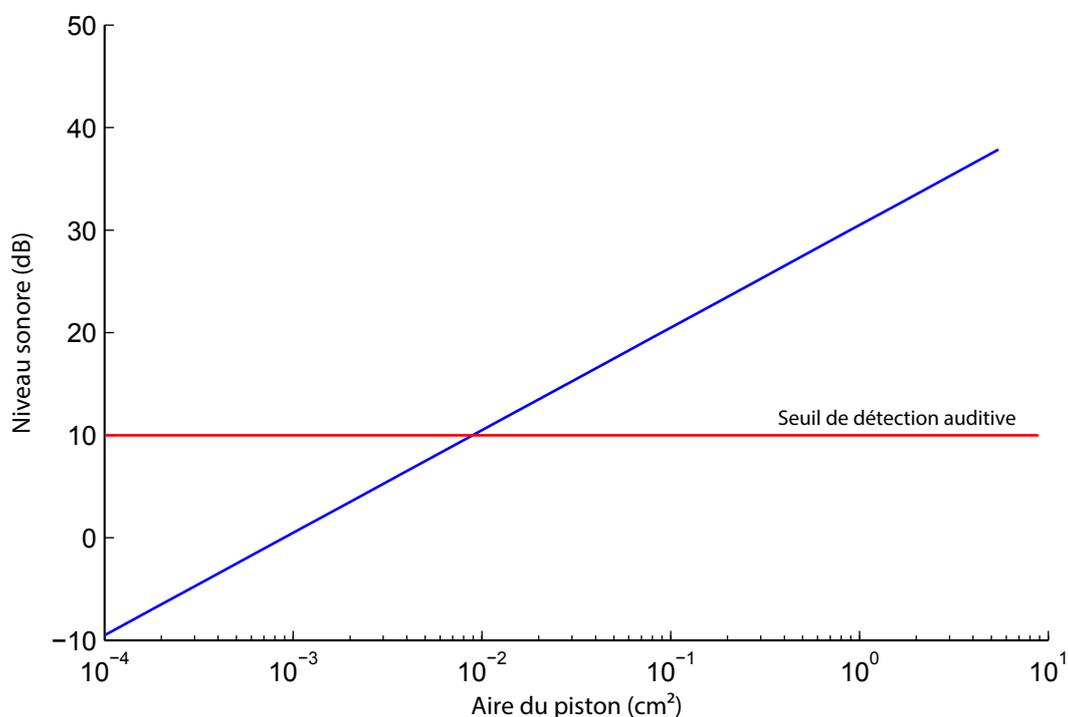


FIGURE 2.3: Niveau sonore rayonné (bleu) à une distance $r = 50$ cm dans l'axe d'un piston vibrant à une fréquence $f = 250$ Hz avec une amplitude correspondant au seuil de perception tactile en fonction de la surface du piston. Pour une surface vibrante inférieure à 0.01 cm², le seuil de détection tactile est atteint sans que le son rayonné ne dépasse le seuil de détection auditive (rouge).

plusieurs mécanismes peuvent être mis en jeu pour produire une stimulation tactile à partir de fréquences ultrasonores.

Effet "Squeeze film"

La première approche, déjà évoquée dans la section 2.3, repose sur l'effet "squeeze film", c'est-à-dire sur l'apparition d'un film d'air entre la pulpe du doigt et la surface explorée. Cette technique, introduite dans le domaine de la stimulation tactile par Watanabe [22], permet de diminuer le coefficient de friction apparent d'une surface. Moduler cet effet selon la position du doigt donne ainsi l'illusion d'une surface de rugosité variable. Watanabe remarque que la rugosité apparente de la surface diminue lorsque l'amplitude de vibration augmente. Afin d'augmenter cette amplitude, la surface est mise en vibration à l'une de ses fréquences de résonance. Dans sa démonstration initiale, Watanabe obtient ainsi un effet perceptible avec une surface en acier

vibrant avec une amplitude de $2 \mu\text{m}$ à une fréquence de 75 kHz. La fréquence de l'excitation semble avoir peu d'influence sur la rugosité apparente au delà de 20 kHz mais diminue en deçà jusqu'à devenir nulle à 10 kHz. La mise en évidence d'une variation du coefficient de friction a été réalisée par Winfield [24] sur un dispositif constitué d'un élément piézoélectrique surmonté d'un disque de verre. Le coefficient de friction d'un doigt glissant sur la surface de verre décroît ainsi de 0.9 en l'absence de vibration à 0.1 lorsqu'une vibration à 33 kHz est appliquée. Le même principe a été mis en œuvre sur une plaque de dimensions $83 \times 49 \times 3 \text{ mm}$ excitée à une fréquence de 30 kHz par un ensemble d'actionneurs piézoélectriques [23]. Une réduction perceptible de la rugosité a ainsi été observée lorsque l'amplitude de vibration dépasse $1 \mu\text{m}$. Cette technique, par la relative simplicité de sa mise en œuvre et la qualité de l'effet qu'elle induit, constitue à ce jour l'une des approches privilégiées pour la restitution tactile de textures.

Stimulation modulée en amplitude

La superposition de deux vibrations de fréquences distinctes f_1 et f_2 fait apparaître un phénomène de battement qui se traduit par la modulation à une fréquence $(f_1 - f_2)/2$ de l'amplitude d'une vibration de fréquence $(f_1 + f_2)/2$. L'addition de deux sinusoïdes dont les fréquences sont situées hors du domaine de sensibilité peut ainsi faire apparaître un signal modulant de fréquence comprise dans la bande perceptible au toucher. Les récepteurs Pacinien, responsables de la perception des vibrations, sont capables de détecter cette enveloppe. Lamoré [33] l'a en effet démontré en exposant la pulpe du doigt à une vibration de 1 à 2 kHz modulée à des fréquences variant de 5 Hz à 500 Hz. Le seuil de détection ainsi mesuré en fonction de la fréquence de modulation fait apparaître un maximum de sensibilité à 300 Hz et une forme en U caractéristique de la réponse du canal Paciniens. La disparition dans ce seuil de la contribution à basse fréquence des autres canaux indique que la détection d'enveloppe est propre aux récepteurs Pacinien. Le collage de la peau au vibreur exclut par ailleurs la possibilité d'un redressement mécanique par la peau. Une expérience similaire a été menée par Makino [34] en plaçant le doigt sur deux vibreurs indépendants et distants de 1 mm. La sommation des vibrations est alors réalisée dans la pulpe du doigt. Le spectre du déplacement de la peau, mesuré à travers cet espace, ne laisse apparaître aucune composante à la fréquence modulante, confirmant ainsi l'absence de rôle joué par la peau dans la démodulation. Dans son article, Lamoré montre également que la fréquence de la porteuse n'affecte pas le seuil de détection pour les fréquences de 1 kHz à 2 kHz qu'il explore. Ce principe a depuis été appliqué à des vibrations ultrasonores de l'ordre de 130 kHz [35].

Stimulation par ultrasons focalisés

Les ultrasons peuvent avoir plusieurs effets sur les tissus biologiques selon leur intensité et le temps d'exposition. L'absorption des vibrations par les tissus induit un échauffement qui peut mener à une nécrose. Cet effet, obtenu par une exposition pendant 1 à 30 secondes à une puissance de 10^3 à 10^4 W.cm^{-2} [36], est mis à profit dans le traitement des cellules cancéreuses par hyperthermie [37]. La focalisation du faisceau ultrasonore permet ainsi d'en concentrer la puissance et de ne traiter qu'une zone limitée. À une puissance moindre, ces ultrasons localisés exercent une force de radiation et induisent un déplacement local des tissus. Des méthodes d'imagerie permettent ensuite d'en évaluer les propriétés mécaniques [38]. Les mécanorécepteurs sont également sensibles à cette force de radiation. Gavrilov [39] a ainsi focalisé une onde ultrasonore en différents points de la main grâce à un élément piézoélectrique concave ayant une fréquence de résonance de 2.67 MHz. Dans cette expérience, le transducteur est immergé dans l'eau afin de transmettre efficacement l'énergie acoustique aux tissus. La tache de focalisation obtenue atteint 1.1 mm à une distance de 70 mm. Une sensation tactile est rapportée pour des puissances de l'ordre de 200 W.cm^{-2} délivrées pendant 1 ms. Une stimulation de 100 ms produit quant à elle deux stimuli distincts au début et à la fin de la phase d'émission. Cela s'explique par la nature de la réponse des récepteurs Paciniens dont la vitesse d'adaptation ne les rend réceptifs qu'aux événements transitoires. La perception de la stimulation est donc liée à un phénomène mécanique et non thermique, ce que confirme une seconde étude [40]. La valeur mesurée du seuil de détection est corrélée à la densité de mécanorécepteurs [41]. De plus fortes puissances (9000 W.cm^{-2}), induisent en revanche des sensations douloureuses.

Pression de radiation

La force de radiation apparaît lors de l'absorption de l'onde incidente par les tissus mais également lors de la réflexion de celle-ci [42]. Dans une expérience de Dalecki [43], des ultrasons non focalisés se propageant librement dans un bassin rempli d'eau sont réfléchis par un disque de coprène, générant à sa surface une force de radiation. Une vibration peut être perçue lorsque le signal, d'une fréquence de 2.2 MHz est modulé à des fréquences comprises dans la bande de perception tactile. Pour un disque de 1.8 cm^{-2} , le seuil de détection tactile à 250 Hz, mesuré à la pulpe de l'index, est atteint pour une intensité de 2.5 W.cm^{-2} , correspondant à une force de 0.5 mN. La différence d'impédance caractéristique entre les tissus de la main, essentiellement constitués d'eau, et l'air, permet la réflexion à la surface de la main d'une onde ultrasonore se propageant dans l'air. Il a ainsi été proposé d'utiliser des ultrasons focalisés dans l'air pour produire une force de radiation localisée et fournir ainsi un retour tactile sans contact [44]. Ce prototype utilise une matrice de 320 éléments piézoélectriques pilotés à leur fréquence de

résonance de 3 MHz. La focalisation de l'onde ultrasonore est obtenue par déphasage des signaux émis respectivement par chaque voie, selon le procédé dit de contrôle en phase, ou "phased array". D'autres versions utilisant 324 [45] puis plus de 1500 [46] transducteurs pilotés à 40 kHz ont ensuite été proposées. D'autres équipes ont depuis repris cette approche, en proposant la focalisation selon un contour [47] ou en plusieurs points à des fréquences distinctes [48]. Cette dernière proposition s'accompagne d'un écran constitué d'une feuille de papier micro perforée, interposé entre la matrice d'actionneurs et l'utilisateur de l'interface, permettant d'y projeter une image tout en autorisant le passage de l'onde acoustique.

2.5 Conclusion

La perception tactile est multidimensionnelle et opérée par une variété de mécanorécepteurs. Les vibrations permettent de communiquer une information et de restituer la texture d'une surface. La richesse de cette information et la capacité à restituer une texture dans le cas d'une exploration multidigitale repose toutefois sur la possibilité de localiser cette vibration, afin de s'adresser une information indépendante à chaque doigt. Le transport de l'énergie vibratoire par les ondes semble une solution intéressante pour s'affranchir de l'encombrement et de la complexité des matrices d'actionneurs habituellement utilisées. Ce transport permet ainsi de délocaliser les actionneurs, c'est-à-dire d'actionner en un point à partir d'actionneurs distants sans l'intermédiaire de pièces mécaniques mobiles, ouvrant ainsi la voie à la réalisation d'interfaces transparentes. La focalisation du champ acoustique, déjà appliquée à la stimulation tactile dans l'air ou l'eau, permet d'envisager une stimulation localisée à la surface d'une plaque et donc l'exploration multidigitale d'un écran. Enfin, l'existence de phénomènes non-linéaires dans le processus de détection tactile des vibrations semble autoriser l'utilisation de fréquences ultrasonores afin de découpler stimulation tactile et auditive.

Chapitre 3

Focalisation par retournement temporel

Sommaire

3.1	Introduction	20
3.2	Interférences et focalisation	20
3.2.1	Sources monochromatiques	20
3.2.2	Sources large bande	22
3.2.3	Exploitation des réflexions aux bords	24
3.2.4	Discussion	25
3.3	Retournement temporel	26
3.3.1	Retournement temporel et symétrie	26
3.3.2	Description temporelle	28
3.3.3	Description fréquentielle	30
3.3.4	Cavité réverbérante	34
3.4	Conclusion	38

3.1 Introduction

La focalisation d'un champ de vibration permet d'en concentrer l'énergie en un point. Cette concentration se produit lorsque des ondes interfèrent de façon constructive et additionnent localement leurs amplitudes. La première section de ce chapitre décrit comment contrôler cette interférence pour produire la focalisation en un point de l'espace. Le procédé de contrôle en phase utilisant un ensemble de sources monochromatiques ou large bande est étudié, ainsi que la focalisation par une seule source exploitant la réverbération aux bornes du domaine de propagation. On montre également la difficulté d'utilisation de ces approches dans le cas de milieux de propagation complexes. La focalisation par retournement temporel est ensuite introduite. On peut par cette technique focaliser en un point quelconque de l'espace, quel que soit la complexité du milieu de propagation, pourvu que l'on ait procédé à un apprentissage préalable de la réponse impulsionnelle entre ce point et l'ensemble des sources utilisées. La notion de cavité réverbérante et les possibilités offertes par la focalisation par retournement temporel dans ce type de milieu sont finalement présentées.

3.2 Interférences et focalisation

On détaille dans cette section les interférences obtenues selon trois procédés. Le premier consiste à faire interférer les ondes monochromatiques générées par un ensemble de sources ponctuelles. Ce principe est ensuite étendu au cas des signaux large bande. On montre enfin dans une troisième partie que la focalisation peut résulter d'une interférence entre l'onde produite par une source et sa réflexion sur un obstacle.

3.2.1 Sources monochromatiques

La propagation des ondes acoustiques en champ libre est décrite par l'équation d'onde :

$$\Delta u - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = s(\mathbf{x}, t) \quad (3.1)$$

où u désigne le champ acoustique, Δ l'opérateur Laplacien, c la vitesse de propagation et s un terme source. Pour une source ponctuelle monochromatique de pulsation ω , c'est-à-dire pour $s(\mathbf{x}, t) = \delta(\mathbf{x} - \mathbf{b})s(t)$, avec $s(t) = \exp(j\omega t)$, la solution de l'équation 3.1 dans un espace à trois dimensions est de la forme,

$$u(\mathbf{x}, t) \propto \frac{e^{j\omega(t-r/c)}}{r} \quad (3.2)$$

où $r = \|\mathbf{x} - \mathbf{b}\|$ est la distance entre le point de coordonnées \mathbf{x} et la source. Les contours d'égale amplitude, sont ainsi définis par $t - r/c$ constant. En un temps t , un contour, ou front d'onde, s'est ainsi propagé sur une distance $r = ct$ positive. La distance entre le front d'onde et la source a donc augmenté, indiquant une propagation centrifuge. Le terme r au dénominateur indique l'atténuation du front d'onde avec la distance parcourue, assurant ainsi la conservation de l'énergie durant la propagation. À part cette atténuation, l'amplitude du champ acoustique $|u(\mathbf{x}, t)|$ est constante. Le champ généré par une unique source monochromatique n'est donc pas localisé.

On considère désormais deux sources distinctes monochromatiques, c'est-à-dire $s_1(\mathbf{x}, t) = \delta(\mathbf{x} - \mathbf{b}_1) \exp(j(\omega t + \varphi_1))$ et $s_2(\mathbf{x}, t) = \delta(\mathbf{x} - \mathbf{b}_2) \exp(j(\omega t + \varphi_2))$, avec φ_1 et φ_2 leurs phases initiales respectives. Le champ total est alors donné par,

$$u(\mathbf{x}, t) \propto u_1(\mathbf{x}, t) + u_2(\mathbf{x}, t) \propto \frac{e^{j(\omega(t-r_1/c)+\varphi_1)}}{r_1} + \frac{e^{j(\omega(t-r_2/c)+\varphi_2)}}{r_2} \quad (3.3)$$

où r_1 et r_2 sont les distances du point de coordonnées \mathbf{x} par rapport aux sources s_1 et s_2 situées en \mathbf{b}_1 et \mathbf{b}_2 respectivement. En omettant le facteur $1/r$, il vient,

$$u(\mathbf{x}, t) = 2 \cos\left(\frac{(\varphi_1 - kr_1) - (\varphi_2 - kr_2)}{2}\right) e^{j(\omega t + \frac{1}{2}(\varphi_1 - kr_1 + \varphi_2 - kr_2))} \quad (3.4)$$

où $k = \omega/c$ est le nombre d'onde. L'amplitude du champ total $|u(\mathbf{x}, t)|$ dépend désormais des coordonnées \mathbf{x} du point. En particulier, pour les points vérifiant $kr_1 = \varphi_1$ et $kr_2 = \varphi_2$, les champs rayonnés par les deux sources interfèrent de façon constructive. On a alors $u(\mathbf{x}, t) = 2e^{j\omega t}$. En généralisant à Q sources, et en posant $\alpha_q = \varphi_q - kr_q$ on obtient :

$$u(\mathbf{x}, t) = \sum_{q=1}^Q e^{j\alpha_q} e^{j\omega t} \quad (3.5)$$

En un point vérifiant $\forall q, \alpha_q = 0$, l'interférence des champs générés par les Q sources donne une amplitude Q . En un point quelconque, α_q peut prendre indistinctement n'importe quelle valeur. Cette superposition d'ondes d'amplitude identique mais de phase aléatoire mène à une amplitude moyenne égale à \sqrt{Q} . Le rapport entre l'amplitude au point de focalisation et l'amplitude moyenne est donc \sqrt{Q} . La qualité de focalisation de l'onde s'améliore ainsi à mesure que le nombre de sources augmente.

Pour focaliser l'énergie acoustique en un point, il suffit donc de calculer la distance r_q entre ce point et chaque transducteur q . À partir de cette distance, de la pulsation ω du signal et de la vitesse de propagation de l'onde, on calcule pour chaque voie le déphasage à appliquer par $\varphi_q = kr_q = (1/c)\omega r_q$. Le signal à appliquer à chaque transducteur est alors $s_q(t) \propto \cos(\omega t + \varphi_q)$.

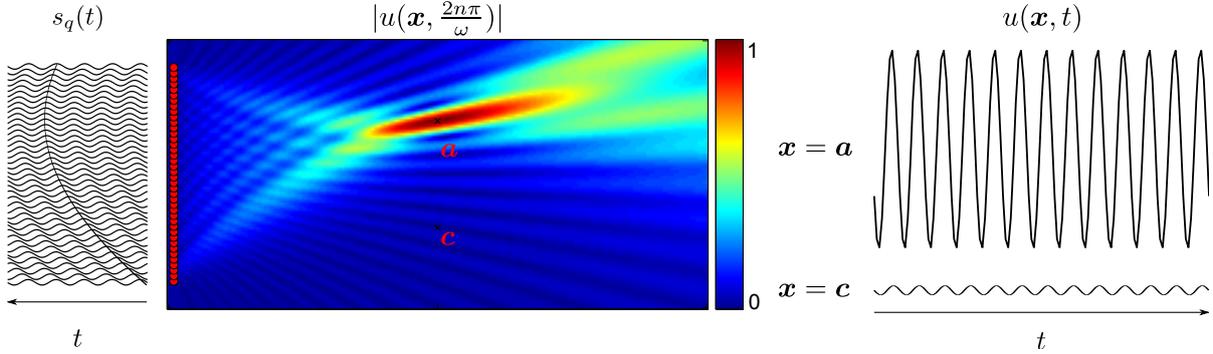


FIGURE 3.1: Focalisation par déphasage de signaux monochromatiques. Sur la figure de gauche, 40 sinusoides déphasées pilotent chaque source (points rouge). En figure centrale, l'amplitude complexe du champ acoustique obtenu. L'amplitude maximale est atteinte au point \mathbf{a} . L'amplitude en un point \mathbf{c} distant de \mathbf{a} est de l'ordre de $1/\sqrt{40} \simeq 0.15$. Le champ en ces deux points \mathbf{a} et \mathbf{c} est sinusoidal, de même période $\omega/(2\pi)$ que celui émis par les sources et d'amplitude $|u(\mathbf{a}, t)|$ et $|u(\mathbf{c}, t)|$ respectivement.

Cette focalisation d'un champ monochromatique possède ainsi plusieurs avantages. D'une part, le fait de n'utiliser qu'une seule fréquence permet d'obtenir une onde de grande intensité en travaillant à la fréquence de résonance des transducteurs. Par ailleurs, la différence entre les signaux pilotant chaque voie se résume à un simple déphasage qui peut être obtenu facilement de façon analogique ou numériquement. Enfin ce déphasage est proportionnel à la distance de chaque source au point de focalisation. Un tel contrôle en phase, ou "phased array", est couramment réalisé en plaçant l'ensemble des voies dans un même plan. La tache de focalisation possède alors une forme oblongue. La figure 3.1 illustre le champ acoustique obtenu par ce procédé.

3.2.2 Sources large bande

Le principe de la commande en phase peut s'étendre au cas de signaux large bande pour obtenir une interférence entre plusieurs sources et plusieurs composantes fréquentielles. En exprimant le signal source comme la superposition de signaux monochromatiques de phases initiales indépendantes, il vient,

$$s_q(t) = \delta(\mathbf{x} - \mathbf{b}_q) \int_{\omega} a(\omega) e^{j\varphi_q(\omega)} e^{j\omega t} d\omega = \delta(\mathbf{x} - \mathbf{b}_q) g_q(t) \quad (3.6)$$

Le champ résultant s'exprime alors comme la superposition des contributions de chaque source.

$$u(\mathbf{x}, t) = \sum_q \int_{\omega} a(\omega) e^{j(\omega t - kr_q + \varphi_q(\omega))} d\omega = \int_{\omega} a(\omega) \sum_q e^{j(\omega t - kr_q + \varphi_q(\omega))} d\omega \quad (3.7)$$

On peut obtenir une interférence constructive en un point \mathbf{a} à un instant T si pour toutes les sources et pour toutes les pulsations ω , la phase vérifie :

$$\varphi_q(\omega) = kr_q - \omega T \quad (3.8)$$

Avec r_q la distance respective de chaque source q avec le point de focalisation \mathbf{a} . On obtient alors au point \mathbf{a} une focalisation centrée autour du temps $t = T$. L'amplitude atteinte au point de focalisation à cet instant T est alors,

$$u(\mathbf{a}, T) = Q \int_{\omega} a(\omega) d\omega \quad (3.9)$$

Comme dans le cas des signaux monochromatiques, l'amplitude au point de focalisation est Q fois plus importante que celle atteinte par une source unique. Si l'on considère une densité spectrale constante sur une bande fréquentielle B finie, alors on a $u(\mathbf{a}, T) \propto BQ$. L'amplitude au point de focalisation croît à mesure que la bande passante B du signal utilisée augmente. En suivant le même raisonnement que pour les ondes monochromatiques, on peut considérer qu'en dehors du point \mathbf{a} , le champ acoustique est une superposition de BQ ondes monochromatiques de phases aléatoires et indépendantes. L'amplitude quadratique moyenne du champ vaut alors \sqrt{BQ} . Le rapport entre amplitude au point de focalisation et amplitude quadratique moyenne est alors \sqrt{BQ} . L'augmentation de la bande passante des signaux permet ainsi d'améliorer la qualité de focalisation. Si la vitesse de propagation de l'onde est indépendante de la fréquence, c'est-à-dire que le milieu est non dispersif, alors on peut exprimer la phase comme,

$$\varphi_q(\omega) = -\omega\left(T - \frac{r_q}{c}\right) = -\omega t_q \quad (3.10)$$

Le signal $g_q(t)$ émis par chaque source est alors identique à un retard t_q près, soit $g_q(t) = g(t - t_q)$, avec $g(t) = \int_{\omega} a(\omega) e^{j\omega t}$.

La focalisation est alors grandement simplifiée. Comme dans le cas monochromatique, la focalisation en un point nécessite uniquement d'appliquer un retard pour chaque voie proportionnel à la distance avec le point de focalisation. Cette simplification n'est toutefois permise que si le milieu est non dispersif. Dans le cas contraire, un déphasage différent doit être appliqué à chaque voie et à chaque fréquence de la bande passante. La figure 3.2 illustre ce principe dans le cas d'un milieu non dispersif en prenant pour g une gaussienne.

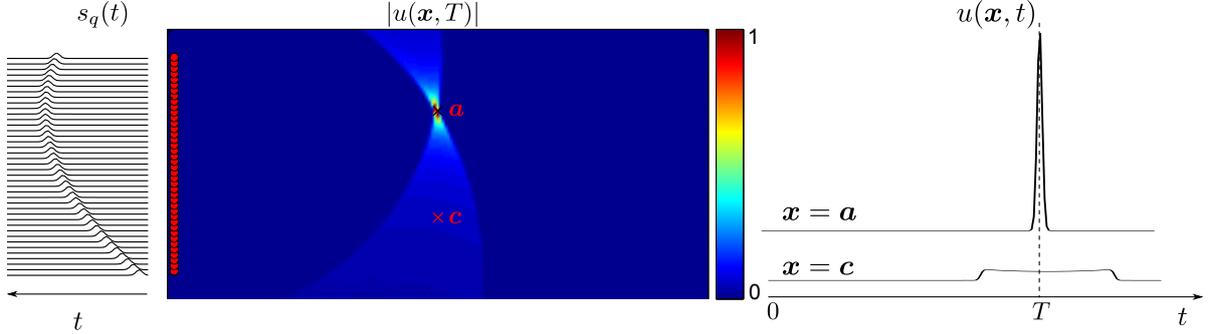


FIGURE 3.2: Focalisation dans le cas de signaux de durée finie dans un milieu non dispersif. Sur la figure de gauche, chaque voie émet un signal identique avec une avance relative proportionnelle à sa distance au point de focalisation. Au centre, l'amplitude maximale est atteinte au point \mathbf{a} . Sur la figure de droite, la focalisation se produit uniquement au point \mathbf{a} à l'instant T .

3.2.3 Exploitation des réflexions aux bords

On a considéré jusqu'ici le cas d'un milieu de propagation infini et homogène. Les bords du domaine ou ses variations d'impédance caractéristique induisent un déphasage et éventuellement une atténuation. Dans le cas d'une réflexion à la frontière du domaine de propagation, le champ résultant peut être calculé par la méthode des images. On considère ainsi une source s impulsionnelle située en \mathbf{b} telle que $s(\mathbf{x}, t) = \delta(t)\delta(\mathbf{x} - \mathbf{b})$. Si l'on considère une condition limite imposant $u(\Delta, t) = 0$, avec Δ une droite, alors le champ résultant peut s'écrire :

$$u(\mathbf{x}, t) = \delta\left(t - \frac{r_1}{c}\right) - \delta\left(t - \frac{r_2}{c}\right) \quad (3.11)$$

où r_1 est la distance à la source s et r_2 la distance à une source image située de sorte que pour tous les points appartenant à Δ , on a $r_2 = r_1$. Si la source s émet deux impulsions telles que $s(\mathbf{x}, t) = -\delta(t)\delta(\mathbf{x} - \mathbf{b}) + \delta(t_1)\delta(\mathbf{x} - \mathbf{b})$, le champ total est cette fois de la forme :

$$u(\mathbf{x}, t) = -\delta\left(t - \frac{r_1}{c}\right) + \delta\left(t - \frac{r_2}{c}\right) + \delta\left(t - t_1 + \frac{r_1}{c}\right) - \delta\left(t - t_1 + \frac{r_2}{c}\right) \quad (3.12)$$

Pour un point \mathbf{a} situé à une distance r_1 et r_2 de la source et de son image respectivement, en posant $t_1 = \frac{r_2 - r_1}{c}$, on obtient,

$$u(\mathbf{a}, t) = -\delta\left(t - \frac{r_1}{c}\right) + 2\delta\left(t - \frac{r_2}{c}\right) - \delta\left(t - \frac{2r_2 - r_1}{c}\right) \quad (3.13)$$

À partir de la distance du point \mathbf{a} par rapport à la source et à son image, on a construit ainsi une interférence telle qu'en ce point à l'instant $T = r_2/c$ on a $u(\mathbf{a}, T) = 2$. À partir d'une

source émettant deux impulsions d'amplitude unitaire à deux instants distincts, on a obtenu une amplitude double à un instant T et en un point \mathbf{a} . En généralisant au cas de M réflexions, si la source réelle émet I impulsions d'amplitude a_i retardées de t_i , alors on observe en \mathbf{x} ,

$$u(\mathbf{x}, t) = \sum_{i=1}^I \sum_{m=1}^M a_i \delta(t - t_i - r_m/c) \quad (3.14)$$

En posant $I = M$ avec $a_i = (-1)^i$, $t_i = (r_M - r_i)/c$, r_M étant la distance entre le point \mathbf{a} et la source la plus éloignée, on obtient,

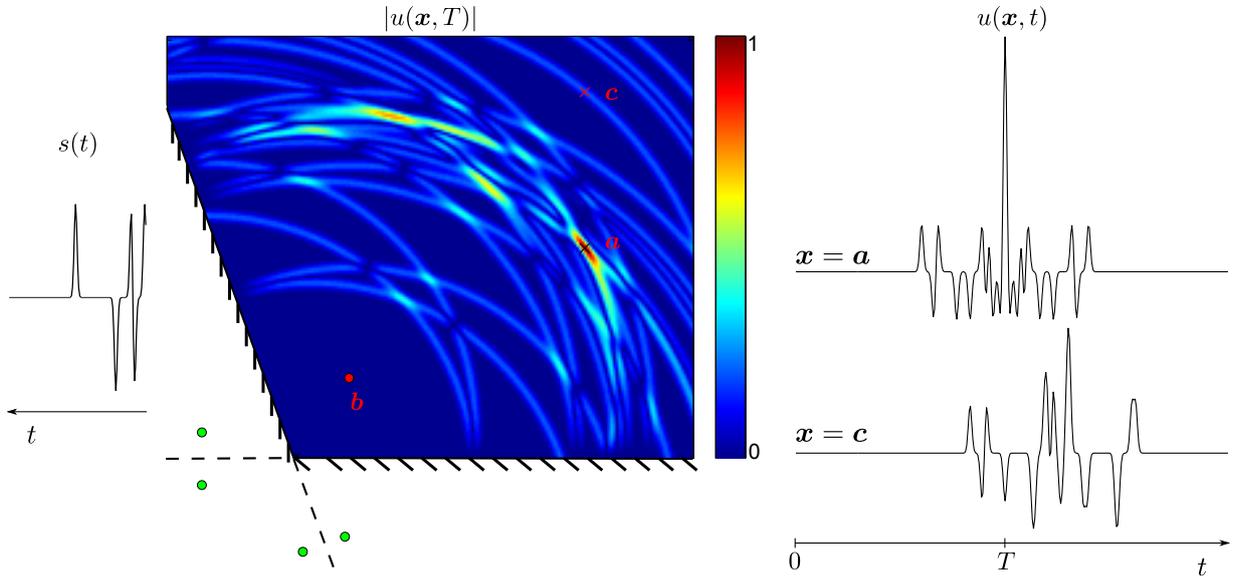
$$u(\mathbf{a}, t) = \sum_{i=1}^M \sum_{m \neq i}^M (-1)^{i+m} \delta(t - \frac{r_M}{c} + \frac{r_i}{c} - \frac{r_m}{c}) + M \delta(t - \frac{r_M}{c}) \quad (3.15)$$

L'évolution temporelle du champ en \mathbf{a} fait ainsi apparaître une impulsion d'amplitude M à l'instant T et M impulsions d'amplitude unitaire en d'autres instants t . La figure 3.3 illustre ainsi la focalisation au point \mathbf{a} à partir d'une source unique émettant cinq impulsions distinctes. On peut donc obtenir la focalisation à partir d'un nombre restreint de sources réelles en tirant parti des réflexions. Une source virtuelle située à une distance r_m du point de focalisation ne peut toutefois contribuer que si le temps de propagation est suffisamment long, c'est-à-dire si $t > r_m/c$.

Le calcul des retards et coefficients de réflexions nécessite toutefois une connaissance précise du milieu de propagation et des conditions aux limites. Les erreurs se cumulant à chaque réflexion, la précision de la modélisation est d'autant plus critique que le temps de propagation et le nombre de réflexions est grand.

3.2.4 Discussion

La focalisation en un point peut donc s'obtenir de plusieurs façons. La première, exploitée dans les dispositifs par commande en phase, consiste à déphaser les signaux monochromatiques émis par un ensemble de Q sources ponctuelles. Lorsque le milieu est non dispersif, ce principe peut s'étendre facilement au cas de signaux complexes en appliquant un retard approprié à chaque voie et ainsi obtenir une focalisation dans l'espace et dans le temps. L'application à un milieu dispersif est cependant plus difficile et requiert l'application d'une loi de retard propre à chaque fréquence. Le nombre de sources, et donc la qualité de la focalisation, peut également être améliorée en tirant parti des réflexions aux bords du milieu de propagation. Cette amélioration est toutefois limitée par la précision de la modélisation du milieu de propagation.



3.3 Retournement temporel

3.3.1 Retournement temporel et symétrie

Certaines grandeurs physiques présentent une symétrie par retournement temporel. L'inversion de la direction du temps permet alors de reconstituer l'état initial d'un système, décrit par une telle grandeur, à partir de la seule connaissance de son état final. On peut décrire mathématiquement cette inversion par la transformation RT suivante :

$$\text{RT} : t \rightarrow \tilde{t} = -t \quad (3.16)$$

La variable temporelle t est alors remplacée par son opposé $-t$. Les variations infinitésimales du temps sont alors affectées de façon identique selon $d\tilde{t} = -dt$. L'inversion temporelle laisse donc inchangées les dérivées d'ordre pair vis à vis du temps mais inverse les dérivées d'ordre

impair. Pour la dérivée première on a ainsi,

$$\text{RT} : \frac{\partial}{\partial t} \rightarrow \frac{\partial}{\partial \tilde{t}} = -\frac{\partial}{\partial t} \quad (3.17)$$

Le retournement temporel laisse ainsi inchangé les positions ou les accélérations d'un système mécanique mais inverse les vitesses. Si l'on ne peut pas réaliser physiquement l'inversion du temps, on peut obtenir un résultat identique en reproduisant son effet sur les dérivées temporelles. Ainsi, en reprenant l'équation d'onde donnée précédemment sur laquelle on opère une transformée de Fourier spatiale, on obtient l'équation 3.18 avec $U = u(\mathbf{k}, t)$ la solution dans le domaine des fréquences spatiales.

$$\frac{\partial^2 U}{\partial t^2} + \omega^2 U = 0 \quad (3.18)$$

Cette équation est d'ordre deux en temps, indiquant que sa solution est entièrement déterminée par la position et la vitesse initiale de U . En posant comme conditions initiales $U(0) = U(t=0)$, $V(0) = \frac{\partial U}{\partial t}(t=0)$, on obtient comme solution,

$$U(t) = U(0) \cos(\omega t) + \frac{1}{\omega} V(0) \sin(\omega t) \quad (3.19)$$

Si on impose à un champ $u_{\text{RT}}(t)$ comme conditions initiales les valeurs du champ $U(T)$ et de sa dérivée $V(T)$, prises à un instant T et retournées temporellement, c'est-à-dire $U_{\text{RT}}(0) = U(T)$ et $V_{\text{RT}}(0) = -V(T)$, alors on observe,

$$\begin{aligned} U_{\text{RT}}(t) &= U_{\text{RT}}(0) \cos(\omega t) + \frac{1}{\omega} V_{\text{RT}}(0) \sin(\omega t) \\ &= U(0) \cos(\omega(t-T)) - \frac{1}{\omega} V(0) \sin(\omega(t-T)) \end{aligned} \quad (3.20)$$

Après un même instant T , on a $U_{\text{RT}}(T) = U(0)$ et $V_{\text{RT}}(T) = -V(0)$. On a ainsi pu reconstituer le champ initial $U(0)$. La vitesse obtenue est en revanche l'inverse de la vitesse initiale, conformément à l'effet attendu du retournement temporel sur les dérivées d'ordre impair. La possibilité de retrouver un état initial par retournement temporel existe ainsi pour les variables dont l'évolution est décrite par l'équation de l'oscillateur harmonique, mais plus généralement à toutes les équations faisant intervenir uniquement des dérivées temporelles d'ordre pair, telle que les équations de la dynamique. Un contre exemple est l'oscillateur harmonique amorti. L'équation de celui-ci fait apparaître une dérivée première traduisant une perte d'énergie. De manière générale, toute dissipation d'énergie induit une rupture de l'invariance par retournement temporel.

Le retournement temporel ne peut toutefois pas être appliqué tel quel à un problème d'acoustique. En effet, le champ $U = u(\mathbf{k}, t)$ utilisé précédemment est obtenu par transformée de Fourier

spatiale du champ $u(\mathbf{x}, t)$ sur l'ensemble du domaine Ω . Réaliser le retournement temporel nécessiterait donc d'enregistrer puis d'imposer les valeurs de $u(\mathbf{x}, t)$ et $v(\mathbf{x}, t)$ sur l'ensemble du domaine Ω .

Fink et ses collaborateurs ont fait la démonstration [49, 50] que le caractère propagatif des ondes permet de simplifier ce problème. L'équation d'onde fait en effet apparaître uniquement des dérivées paires en espace, contenues dans l'expression du Laplacien. En l'absence de source, un champ acoustique est donc entièrement défini par ses valeurs aux bornes du domaine de propagation. Le retournement temporel consiste ainsi à enregistrer pendant un temps T le champ et sa dérivée spatiale sur le contour Σ d'un domaine Ω , puis à imposer ces valeurs retournées temporellement au même milieu. On peut [51] alors revenir à l'état initial de u , c'est-à-dire $u_{\text{RT}}(\mathbf{x}, T) = u(\mathbf{x}, 0)$ et $\frac{\partial u_{\text{RT}}}{\partial t}(\mathbf{x}, T) = -\frac{\partial u}{\partial t}(\mathbf{x}, 0)$ en posant,

$$u_{\text{RT}}(\mathbf{y}, t) = u(\mathbf{y}, T - t) \text{ et } \frac{\partial u_{\text{RT}}}{\partial n}(\mathbf{y}, t) = \frac{\partial u}{\partial n}(\mathbf{y}, T - t) \text{ , } \forall \mathbf{y} \in \Sigma \quad (3.21)$$

Les équations décrivant d'autres types d'ondes telles que des ondes élastiques dans les volumes solides [52, p. 273] ou des ondes de flexion dans les plaques minces [53, p. 214] comportent des dérivées spatiales d'ordre supérieur à 2 qui donnent à la propagation de ces ondes un caractère dispersif. Ces dérivées sont toutefois d'ordre pair. Le même principe peut donc s'y appliquer.

3.3.2 Description temporelle

Le retournement temporel permet donc de reconstruire n'importe quel champ de vibration pourvu que celui-ci ait déjà été produit, se soit propagé et ait été enregistré sur le contour du domaine de propagation. Plusieurs simplifications s'imposent néanmoins pour mettre en œuvre ce procédé. Dans le cas d'une plaque, il est difficile de produire un déplacement initial $u(\mathbf{a}, 0)$ localisé en un point \mathbf{a} . on peut en revanche produire une vitesse initiale $v(\mathbf{a}, 0)$ localisée en appliquant une force impulsionnelle et localisée $s_i(\mathbf{x}, t) = \delta(\mathbf{x} - \mathbf{a})\delta(t)$ à la surface de la plaque. Un champ de vitesse initial peut donc être reconstruit à partir des réponses impulsionnelles reliant l'ensemble des points du domaine à ceux du contour. Ce contour, sur lequel est mesuré puis réémis le champ de vibration, n'est par ailleurs pas continu. Il est en pratique constitué d'un nombre fini de Q transducteurs discrets situés sur une portion du contour. Ces transducteurs enfin n'imposent pas les valeurs de u et de ses dérivées spatiales mais introduisent un terme source $s_q(t)$ dans l'équation de propagation. On étudie dans cette section le procédé de retournement temporel en tenant compte de ces simplifications de mise en œuvre et on montre comment celui-ci permet d'obtenir une vitesse ou un déplacement localisé à l'instant de focalisation $t = T$.

On définit la réponse impulsionnelle en déplacement $h_{ab}(t)$ comme le déplacement à la surface de la plaque à l'instant t en un point \mathbf{b} produit par un impact, ou force impulsionnelle, en $t = 0$ au

point \mathbf{a} . La réponse impulsionnelle en vitesse $\dot{h}_{ab}(t)$ est la vitesse produite par ce même impact.

Durant la première étape du retournement temporel, un impact est appliqué au point \mathbf{a} et un ensemble de transducteurs situés aux coordonnées \mathbf{b}_q , $q = 1, \dots, Q$ enregistre le déplacement produit pour $t \in [0, T]$. Ces réponses impulsionnelles sont ensuite retournées temporellement puis rejouées par les mêmes transducteurs, utilisés cette fois comme actionneurs. Durant cette seconde phase, le terme source correspondant à chacun des Q transducteurs est respectivement,

$$s_q(t) \propto \begin{cases} h_{aq}(T-t), & \forall t \in [0, T]; \\ 0, & \text{autrement.} \end{cases}$$

Pendant l'étape de focalisation, le déplacement $u_{\text{RT}}(\mathbf{x}, t)$ en un point \mathbf{x} est ainsi,

$$u_{\text{RT}}(\mathbf{x}, t) = \sum_{q=1}^Q s_q(t) \otimes_t h_{xa}(t) = \sum_{q=1}^Q \int_0^t h_{aq}(T-\eta) h_{qx}(t-\eta) d\eta \simeq 0, \quad (3.22)$$

où \otimes_t est l'opérateur de convolution dans le domaine temporel. Pour un point $\mathbf{x} \neq \mathbf{a}$, les deux réponses $h_{aq}(t)$ and $h_{qx}(t)$ sont décorrélées et l'intégration temporelle de leur produit donne un résultat nul en moyenne. Les ondes en ce point interfèrent de façon non constructive et donnent naissance au bruit de focalisation. En revanche, le déplacement observé au point \mathbf{a} à l'instant T est,

$$u_{\text{RT}}(\mathbf{a}, T) = \sum_{q=1}^Q \int_0^T h_{aq}^2(T-\eta) d\eta \neq 0. \quad (3.23)$$

La quantité intégrée est cette fois strictement positive, d'où une vitesse $u_{\text{RT}}(\mathbf{a}, T)$ non nulle. On a donc produit par retournement temporel un déplacement localisé dans l'espace et dans le temps, au point \mathbf{a} et à l'instant T . On peut suivre le même développement en considérant que les transducteurs ont enregistré puis rejoué la réponse impulsionnelle en vitesse \dot{h} à ce même impact initial. On obtient alors en un point et instant quelconque la vitesse,

$$v_{\text{RT}}(\mathbf{x}, t) = \sum_{q=1}^Q \int_0^t \dot{h}_{aq}(T-\eta) \dot{h}_{qx}(t-\eta) d\eta \simeq 0. \quad (3.24)$$

Au point et à l'instant de focalisation T , on trouve comme pour le retournement temporel du déplacement,

$$v_{\text{RT}}(\mathbf{a}, T) = \sum_{q=1}^Q \int_0^T \dot{h}_{aq}^2(T-\eta) d\eta \neq 0. \quad (3.25)$$

On peut donc, à partir d'un impact initial reproduire à l'instant T un déplacement ou une vitesse localisée en un point \mathbf{a} de la plaque, selon que les transducteurs ont enregistré puis rejoué le déplacement ou la vitesse produite par l'impact initial en ce point. On voit également que la production d'une interférence au point et à l'instant de focalisation est indépendante de l'allure de la réponse impulsionnelle. On comprend ainsi la capacité du procédé de retournement temporel à focaliser le champ de vibration quelle que soit la complexité du milieu de propagation, en compensant parfaitement l'effet de la diffraction, de la dispersion ou des réflexions des ondes lors de leur propagation.

La figure 3.4 illustre cette focalisation par retournement temporel. Dans une première phase, le champ initial est produit par une source impulsionnelle, donnant $u(\mathbf{x}, 0) = 0$ et $v(\mathbf{x}, 0) = \delta(\mathbf{x} - \mathbf{a})$. Le milieu est ici semi-infini avec une paroi plane sur laquelle $u = 0$. Le signal enregistré par chaque transducteur fait ainsi apparaître deux impulsions correspondant au trajet direct de l'onde et à celui réfléchi par la paroi. Ces signaux sont ensuite retournés temporellement et réémis simultanément par l'ensemble des 20 sources. On observe alors une focalisation au temps T au point d'impact initial. La comparaison des champs u_{RT} et u obtenus au cours du temps au point de focalisation fait apparaître plusieurs caractéristiques importantes du miroir à retournement temporel. Tout d'abord on retrouve la symétrie temporelle, c'est-à-dire $u_{\text{RT}}(T - t) = u(t)$ et notamment au point de focalisation $u_{\text{RT}}(T) = 0$ et $v_{\text{RT}}(T) = 1$. Cette symétrie est toutefois vérifiée uniquement pour $t > 0$. En effet, le champ initial $u(0)$ est obtenu par une source impulsionnelle absente lors de la phase de retournement. Le champ reconstruit $u(t)$ ne disparaît donc pas pour $t > T$ mais continue à évoluer en divergeant à partir du point \mathbf{a} . La suppression de cette onde divergente peut être obtenue en maintenant en \mathbf{a} une source active dont le signal est lui aussi retourné temporellement. Ce principe est celui du puits à retournement temporel [54]. Il permet de supprimer l'onde divergente et de retrouver une symétrie temporelle parfaite.

3.3.3 Description fréquentielle

Retournement temporel de la réponse impulsionnelle ou de sa dérivée

On note $H_{aq}(\omega)$ la réponse impulsionnelle dans le domaine fréquentiel entre le point \mathbf{a} et le transducteur q . Dans le domaine fréquentiel, l'opération de retournement temporel correspond à la conjugaison complexe et le décalage temporel T se traduit par un déphasage. Le signal émis par le transducteur q lors de la phase de retournement s'écrit ainsi,

$$S_q(\omega) = H_{aq}^*(\omega)e^{j\omega T}, \quad (3.26)$$

avec $*$ l'opération de conjugaison complexe. Le retournement temporel produit alors un déplacement au point \mathbf{a} donné par,

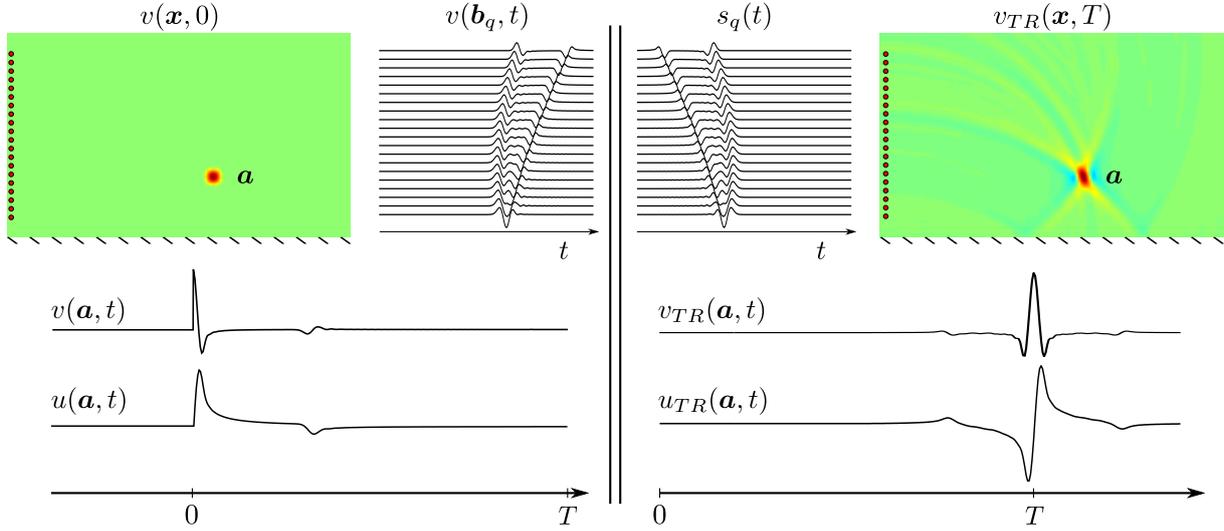


FIGURE 3.4: Mise en œuvre du miroir à retournement temporel. Une impulsion initiale est produite en un point \mathbf{a} . Une onde se propage, est réfléchiée sur une paroi et est enregistrée par un ensemble de transducteurs. Ces signaux sont retournés temporellement et réémis par ces même transducteurs pour obtenir la reconstruction de l'impulsion initiale. Le champ u_{RT} enregistré au point de focalisation présente alors une symétrie temporelle par rapport au champ initial u en ce même point.

$$U_{\text{RT}}(\mathbf{a}, \omega) = \sum_{q=1}^Q S_q(\omega) H_{aq}(\omega) = H_{aq}^*(\omega) H_{aq}(\omega) e^{j\omega T} = \|H_{aq}(\omega)\|^2 e^{j\omega T} \quad (3.27)$$

En revenant dans le domaine temporel on a,

$$u_{\text{RT}}(\mathbf{a}, t) = \sum_{q=1}^Q \int_{\omega} \|H_{aq}(\omega)\|^2 e^{j\omega T} e^{-j\omega t} d\omega. \quad (3.28)$$

D'où à l'instant $t = T$ de focalisation,

$$u_{\text{RT}}(\mathbf{a}, T) = \sum_{q=1}^Q \int_{\omega} \|H_{aq}(\omega)\|^2 d\omega. \quad (3.29)$$

L'interférence constructive entre l'ensemble des fréquences composant le signal émis par un transducteur q se traduit par l'addition de leurs amplitudes respectives, et donc par l'intégration d'une quantité $\|H_{aq}(\omega)\|^2$ réelle et strictement positive. L'addition de cette quantité positive pour l'ensemble des transducteurs q traduit l'interférence constructive entre les ondes produites

par ces différentes sources. Le contraste élevé obtenu par retournement temporel provient donc de cette double interférence entre l'ensemble des composantes fréquentielles des ondes émises par l'ensemble des transducteurs. En réalisant le retournement temporel à partir des réponses impulsionnelles en vitesse \dot{h} on obtient,

$$v_{\text{RT}}(\mathbf{a}, T) = \sum_{q=1}^Q \int_{\omega} \|\dot{H}_{aq}(\omega)\|^2 d\omega = \sum_{q=1}^Q \int_{\omega} \omega^2 \|H_{aq}(\omega)\|^2 d\omega. \quad (3.30)$$

L'intégration porte à nouveau sur une quantité strictement positive $\omega^2 \|H_{aq}(\omega)\|^2$. Le terme ω^2 entraîne une répartition de l'énergie dans le spectre et donc une allure temporelle de la vitesse v_{RT} observée différente de celle du déplacement u_{RT} obtenue par retournement temporel de la réponse en déplacement. Lorsque la pulsation ω peut être assimilée à sa valeur moyenne $\langle \omega \rangle$, et donc sortie de l'intégrale dans l'équation (3.30), alors la vitesse v_{RT} produite par le retournement temporel de \dot{h} est similaire, à un facteur près, au déplacement u_{RT} produit par le retournement temporel de h . Les calculs des chapitres suivants sont développés pour l'une ou l'autre de ces mises en œuvre. Les résultats obtenus s'appliquent toutefois aux deux tant que la relation (3.31) reste vérifiée.

$$\frac{\omega_{\max} - \langle \omega \rangle}{\langle \omega \rangle} = \frac{\omega_{\max} - \omega_{\min}}{\omega_{\max} + \omega_{\min}} \ll 1 \quad (3.31)$$

Fonction de transfert de la chaîne d'acquisition et d'amplification

Le retournement temporel a jusqu'ici été étudié en considérant une réponse parfaite de l'ensemble des composants de la chaîne d'acquisition, d'émission et de traitement des signaux. On prend ici en compte la réponse de ces composants en les intégrant à la description fréquentielle du retournement temporel. Si l'on tient compte du spectre d'excitation de l'impact initial $I(\omega)$ et de la fonction de transfert du transducteur et de la chaîne d'instrumentation en réception $R(\omega)$, alors la réponse impulsionnelle enregistrée est donnée par $U_q(\omega) = I(\omega)H_{aq}(\omega)R(\omega)$. En notant $E(\omega)$ la fonction de transfert de l'instrumentation dans la phase d'émission, on obtient finalement lors du retournement,

$$U_{\text{RT}}(\mathbf{a}, \omega) = \sum_{q=1}^Q I^*(\omega)R^*(\omega)E(\omega)\|H_{aq}(\omega)\|^2 e^{j\omega T} \quad (3.32)$$

On réalise donc à chaque étape de l'acquisition et de l'émission un filtrage de la réponse impulsionnelle. Le gain de chacun de ces filtres affecte l'amplitude des composantes fréquentielles et peut être la source d'une limitation de la bande passante, en particulier, pour que le spectre d'excitation de l'impact initial couvre l'ensemble de la bande passante considérée. En dehors de

l'attention à porter à la bande passante, une légère variation du gain sur cette bande ne remet pas en question l'existence d'une interférence constructive pendant l'étape de retournement. L'introduction d'un déphasage en revanche dégrade la qualité de focalisation. Il est donc important de le limiter tout au long du processus d'apprentissage et de focalisation. De plus, si les transducteurs utilisés sont réversibles et peuvent servir de capteur pendant la phase d'apprentissage et d'actionneur pendant la phase de retournement, l'électronique associée à ces deux étapes est distincte. À la contrainte de disposer d'une électronique en émission et en réception, s'ajoute la nécessité de compenser les éventuels déphasages introduits lors de ces deux étapes. Enfin la génération de l'impact initial impose l'usage d'une source générant un impact mécanique très bref avec une amplitude suffisante pour limiter le bruit de mesure.

Procédure alternative d'apprentissage

La procédure d'apprentissage peut être grandement simplifiée en exploitant le principe d'équivalence. Ce principe, sur lequel repose déjà le retournement temporel, indique que $H_{aq}(\omega) = H_{qa}(\omega)$. On peut donc dans l'étape d'apprentissage des réponses impulsionnelles appliquer une tension de commande impulsionnelle à un transducteur et enregistrer le déplacement, ou la vitesse, au point où l'on souhaite focaliser. Par conséquent, l'apprentissage peut se faire de façon équivalente en utilisant les transducteurs comme actionneurs pendant les deux phases et en remplaçant la génération d'un impact en \mathbf{a} par la mesure de déplacement en ce point par un vibromètre. Pendant la phase d'apprentissage, on enregistre donc au point \mathbf{a} le signal,

$$U(\mathbf{a}, \omega) = E(\omega)H_{aq}(\omega)L(\omega) \quad (3.33)$$

avec $L(\omega)$ la fonction de transfert du vibromètre. La vitesse observée en ce même point pendant la phase de retournement est alors :

$$U_{\text{RT}}\mathbf{a}, \omega) = \sum_{q=1}^Q \|H_{aq}(\omega)\|^2 \|E(\omega)\|^2 L^*(\omega) e^{j\omega T}. \quad (3.34)$$

Cette procédure apporte ainsi un avantage supplémentaire. L'électronique associée à chaque transducteur étant identique pendant les phases d'apprentissage et de retournement, les éventuels déphasages ou retards qu'elle induit sont naturellement compensés. Le gain étant moins critique que la phase dans le procédé de retournement, on diminue ainsi grandement les contraintes de conception de l'électronique de commande. La seule source de déphasage restante est alors liée à la mesure de déplacement. Le déphasage introduit par une mesure par un vibromètre laser à effet doppler est cependant négligeable.

On peut enfin diminuer le bruit de mesure de la réponse impulsionnelle pendant la phase d'apprentissage en émettant non pas une impulsion mais un signal plus long de même bande passante. $S(\omega)$ est en effet la fonction de transfert liant la tension aux bornes d'un actionneur au déplacement en un point de la plaque. Cette fonction de transfert peut se calculer à partir d'une tension d'excitation $V_q(\omega)$ quelconque par

$$S(\omega) = \frac{U(\mathbf{a}, \omega)}{V_q(\omega)}, \quad (3.35)$$

avec $U(\mathbf{a}, \omega)$ le déplacement enregistré au point \mathbf{a} pendant la phase d'apprentissage. On peut ainsi utiliser une tension d'excitation quelconque telle qu'un bruit blanc, pourvu que sa bande passante soit suffisante. En allongeant la durée d'émission, on augmente, à amplitude égale l'énergie du signal émis, et donc le déplacement atteint au point \mathbf{a} , diminuant ainsi le poids du bruit de mesure. En contrepartie, l'apprentissage ne peut plus se faire simultanément sur l'ensemble des transducteurs. Chaque fonction de transfert doit être acquise alternativement entre chaque point de la surface et chaque transducteur. La figure 3.5 résume cette procédure d'apprentissage et de focalisation.

3.3.4 Cavité réverbérante

Une cavité réverbérante désigne un domaine de propagation fini sur les bords duquel les ondes sont réfléchies. En l'absence d'atténuation, le nombre de réflexions sur les bords du domaine, et donc le nombre de sources virtuelles, est uniquement limité par la durée T de l'enregistrement. La figure 3.6 illustre ainsi la position des sources virtuelles créées par les réflexions. Une source participe à la focalisation en un point lorsqu'elle est située à une distance $r = cT$ de ce point. Draeger [55, 56] a ainsi montré que l'on peut atteindre une reconstruction quasi parfaite à partir d'un seul transducteur dans une cavité très peu amortie. Pour obtenir cette reconstruction parfaite, l'ensemble des sources virtuelles doit cependant définir un contour englobant le milieu de propagation, et ainsi capter les rayons acoustiques émis par la source impulsionnelle dans toutes les directions. Une telle distribution des sources virtuelles dans toutes les directions est caractéristique des surfaces ergodiques, ou chaotiques. Autrement dit, dans une telle surface, tous les rayons émis à partir d'un point quelconque passent à un moment ou un autre par l'ensemble des points de la surface. On voit ainsi sur la figure 3.6 que certains rayons, notamment ceux partant dans les directions verticales ou horizontales ne croiseront jamais de source, réelle ou virtuelle. Une telle cavité est dite régulière. On peut toutefois, en y plaçant judicieusement les sources intercepter une part importante des rayons. Les cavités chaotiques typiquement utilisées [57, 58] présentent un contour associant des formes rectilignes et circulaires telles que ceux étudiés par Bunimovich [59].

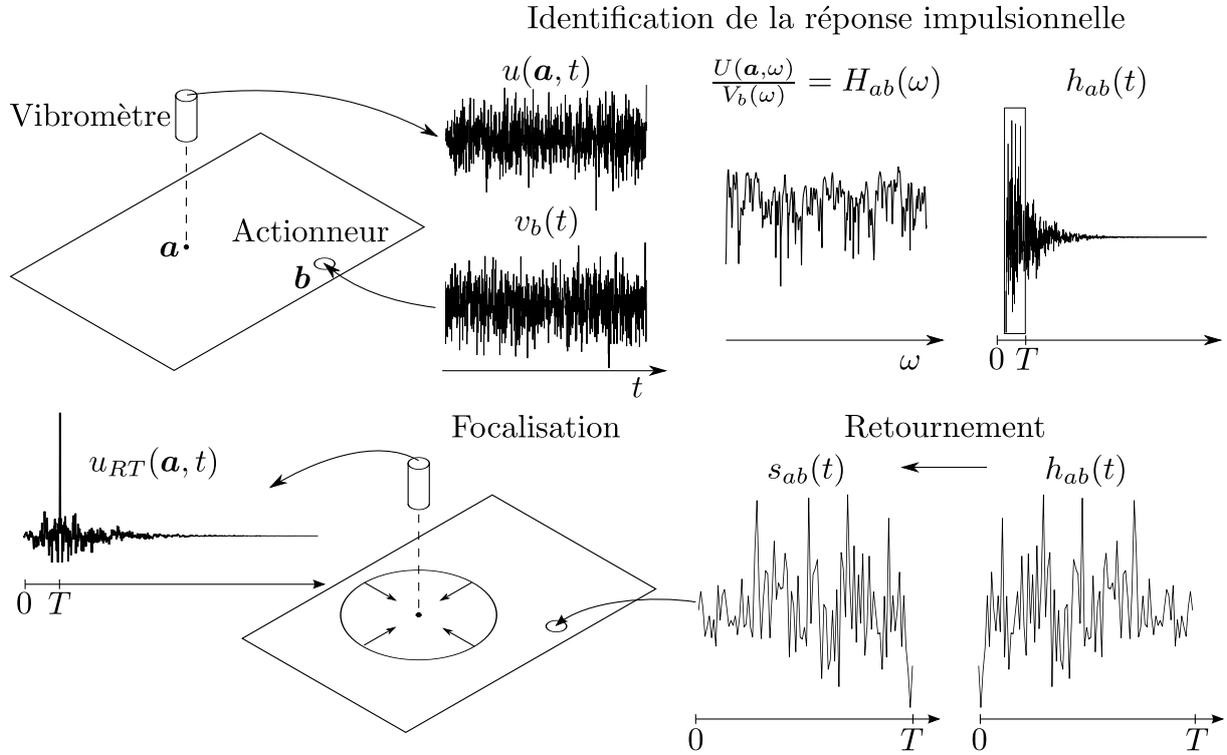


FIGURE 3.5: Procédure d'apprentissage et d'émission pour la focalisation en un point. Une tension $v_q(t)$ est imposée aux bornes d'un transducteur situé en \mathbf{b} et le déplacement $u(\mathbf{a}, t)$ enregistré en un point \mathbf{a} de la plaque. Le ratio de leurs transformées de Fourier donne la fonction de transfert $H_{aq}(\omega)$ d'où l'on tire la réponse impulsionnelle $h_{aq}(t)$. Les T premiers instants de cette réponse sont sélectionnés, retournés temporellement et imposés comme tension de commande du transducteur pour obtenir la focalisation au point \mathbf{a} .

Dans un milieu complexe et lorsque le temps de propagation est suffisamment long, on peut alors à partir d'une seule source focaliser en un point ne pouvant être atteint par aucun rayon direct. Cet exemple est illustré en figure 3.7, où l'on voit que l'énergie acoustique envahit l'ensemble de la cavité pour finalement se focaliser en un point à l'instant T . Alors qu'en tous les autres points de la cavité le champ enregistré est incohérent, le point focal enregistre à un instant précis une impulsion se détachant nettement du bruit de fond. Cette impulsion peut ensuite être répétée pour véhiculer une information et ainsi créer un canal de communication compréhensible en ce seul point à condition d'avoir au préalable enregistré la réponse impulsionnelle entre le point source et le point de focalisation. Ce principe a ainsi été appliqué à la communication sous marine entre un ensemble de sources et un récepteur distant de plusieurs kilomètres [60, 61].

Enfin, lorsque la propagation peut être décrite par une équation linéaire, la focalisation

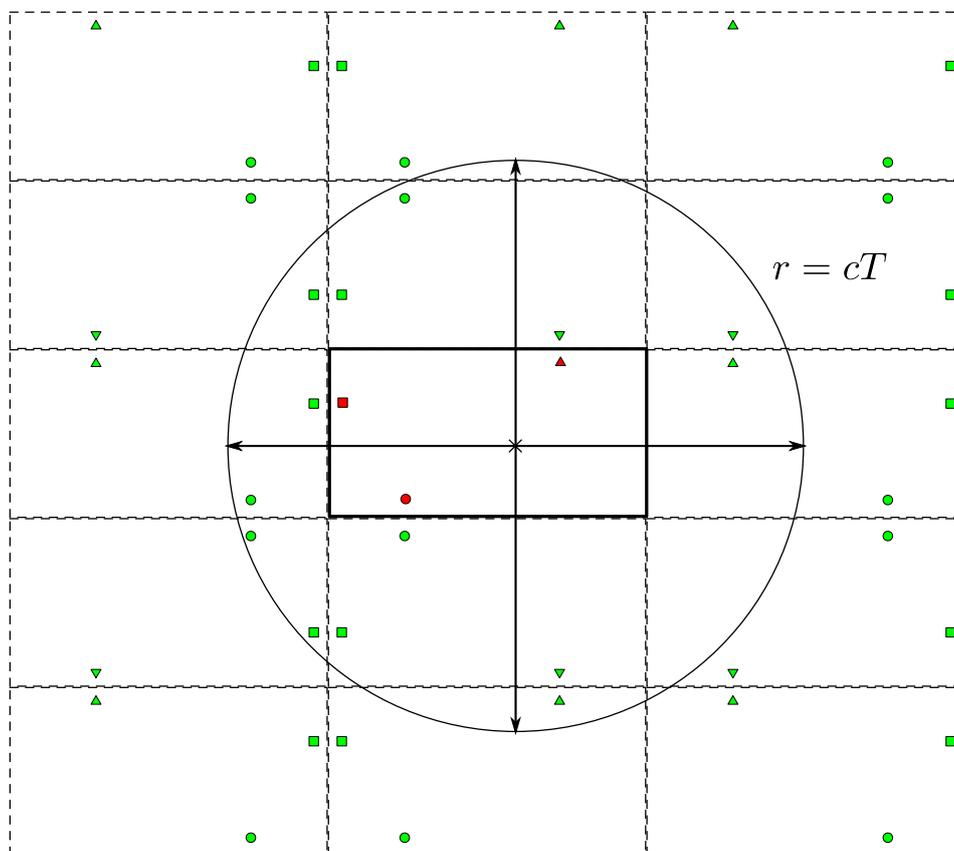


FIGURE 3.6: Sources virtuelles (vert) créées par les réflexions de l'onde aux bords du milieu de propagation (traits pleins). Les sources participant à la focalisation sont situées dans le cercle de rayon $r = cT$. Les rayons acoustiques (flèches) partant dans les directions horizontales et verticales ne passeront à proximité d'aucune source.

en deux points se fait par simple sommation des signaux servant à focaliser en chaque point séparément. La focalisation peut ainsi se faire selon une ligne ou un contour. Dans une cavité ergodique, ce contour peut s'obtenir avec un nombre limité de sources, pourvu que la durée de propagation soit suffisamment longue, comme l'illustre la figure 3.8.

La prise en compte des multiples réflexions et la compensation de la dispersion des paquets d'ondes permet également de localiser la source d'un impact avec une plus grande précision que par les mesures traditionnelles par temps de vol. À partir d'une base de données de réponses impulsionnelles on est alors capable de localiser un point d'impact sur une surface quelconque. On peut ainsi rendre tactile une surface [62, 63] ou détecter la position d'impacts à la surface d'une pièce de fuselage d'avion [64].

Lorsqu'une faible partie de l'énergie acoustique contenue dans la cavité peut être transmise

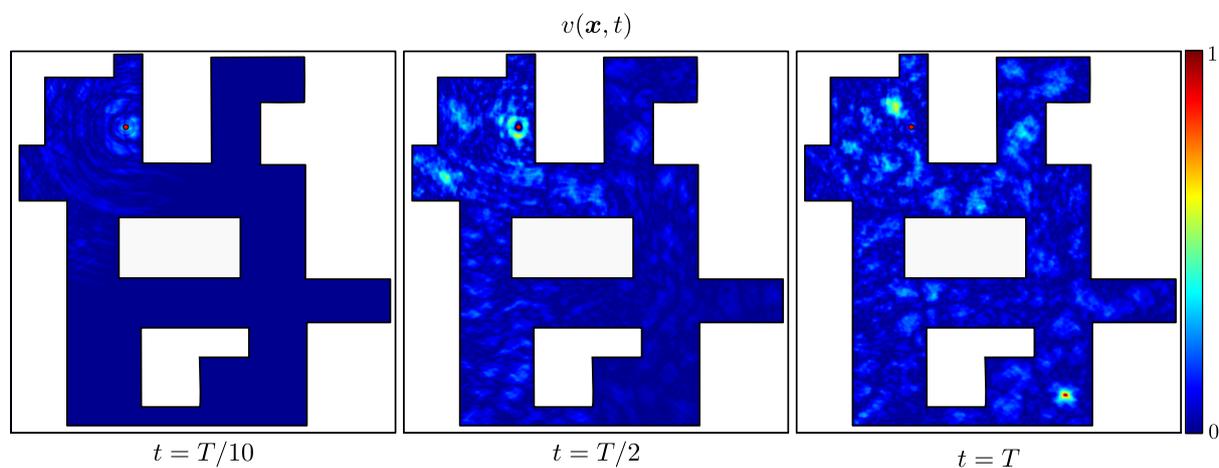


FIGURE 3.7: Focalisation par retournement temporel dans une cavité de forme complexe. L'onde est focalisée à l'instant $t = T$ en un point unique (en bas à droite) à partir d'une seule source (point rouge en haut à gauche), malgré l'absence de trajet direct entre ces deux points.

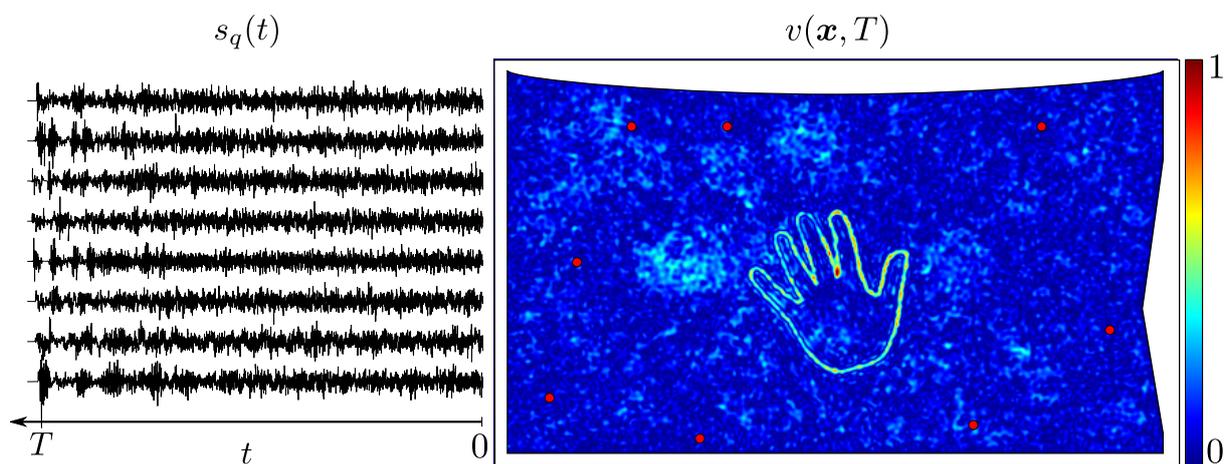


FIGURE 3.8: Obtention d'un contour par retournement temporel dans une cavité. Les ondes générées par huit sources (en rouge) pendant une durée T se focalisent à l'instant $t = T$ le long d'une ligne.

au milieu environnant, le retournement temporel dans une cavité peut être utilisé à des fins d'imagerie en focalisant non pas à l'intérieur de la cavité mais dans un volume extérieur. À partir du déplacement à la surface de la cavité, on calcule le champ acoustique rayonné dans le milieu environnant supposé homogène et infini par l'intégrale de Kirchhoff-Helmoltz. La surface de la cavité constitue alors au temps T une source étendue contrôlée par un unique transducteur et permet de focaliser dans le milieu environnant. On réalise alors à la surface de la cavité une source discrète en temps mais continue dans deux dimensions de l'espace, à l'inverse des sources habituelles. Ce principe a ainsi été utilisé en imagerie médicale [57, 58], contrôle non destructif [65] et pour imager un objet dans l'air [66]. La mise en œuvre de cette technique résulte alors d'un compromis dans le choix du couplage entre la cavité et le milieu, un bon couplage permettant de transmettre efficacement l'onde acoustique mais diminuant la réverbération dans la cavité et donc la qualité de focalisation.

3.4 Conclusion

Le retournement temporel permet de focaliser en un point et à un instant donnés l'énergie acoustique rayonnée par un ensemble de sources distantes. Ce procédé se distingue des dispositifs par contrôle de phase par sa capacité à compenser les réflexions des rayons acoustiques, leurs déviations dans un milieu diffusant ou encore leur dispersion. Le retournement temporel rend ainsi possible la focalisation dans des milieux complexes et tire profit de cette complexité pour améliorer la qualité de focalisation par rapport à la focalisation par commande en phase en milieu homogène.

Le retournement temporel semble ainsi pertinent à plusieurs titres pour la stimulation tactile. D'une part l'emploi de transducteurs distants du point de focalisation ouvre la voie à des interfaces à retour tactile dont la transparence ne dépend que du milieu de propagation. La focalisation de l'énergie permet ensuite de produire un stimulus tactile en un point donné de la surface et d'étendre facilement la stimulation simultanée en plusieurs points par simple sommation des signaux correspondants. Par ailleurs, le fait que toutes les sources contribuent à la focalisation en un point permet de cumuler l'énergie fournie par chacune. À ces avantages, que présentent également les dispositifs par commande en phase, le retournement temporel ajoute la possibilité de compenser la dispersion des ondes dans le milieu de propagation et ainsi d'améliorer la qualité de focalisation par l'utilisation de signaux large bande. Enfin la prise en compte des multiples réflexions aux bornes du domaine, c'est-à-dire aux bords de l'interface permet à la fois d'améliorer, à nombre de sources constant, la qualité de focalisation.

Chapitre 4

Contraste de focalisation

Sommaire

4.1	Introduction	40
4.2	Contraste	40
4.2.1	Propagation des ondes de flexion dans les plaques minces	41
4.2.2	Opérateur de retournement temporel dans une cavité	43
4.2.3	Définition probabiliste du contraste	44
4.2.4	Décomposition en composantes spatiales et temporelles	45
4.2.5	Analyse de la contribution spatiale, \mathbf{S}	45
4.2.6	Analyse de la contribution temporelle, \mathbf{T}	47
4.2.7	Expression complète du contraste	50
4.2.8	Discussion	51
4.3	Sensibilité aux variations de température	53
4.3.1	Effets d'une variation de température	53
4.3.2	Conséquences sur le contraste	54
4.4	Vérification expérimentale	56
4.4.1	Matériels et méthodes	57
4.4.2	Résultats et discussion	59
4.5	Conclusion	62

4.1 Introduction

Le contraste, ou rapport signal sur bruit, désigne le rapport de la vitesse atteinte au point et à l'instant de focalisation sur la vitesse quadratique moyenne en tout autre point. Cette quantité constitue donc une mesure de la qualité de focalisation. Pour étudier ce contraste, on introduit l'équation de propagation des ondes de flexion dans les plaques minces dont on déduit l'expression de la vitesse de propagation et une décomposition modale du champ de vibration de la plaque. De cette décomposition on tire une expression théorique du contraste (4.22). L'influence de paramètres de mise en œuvre tels que le nombre d'actionneurs Q employés, la durée de la fenêtre de retournement temporel T , la bande passante considérée B , l'atténuation des ondes dans la plaque ou les propriétés mécaniques et dimensions de la plaque, est étudiée. On retrouve à partir de cette expression des caractéristiques de la focalisation par retournement temporel tels que l'équivalence entre le nombre d'actionneurs et la durée de retournement, la limite de la focalisation à un seul actionneur ou l'existence d'un contraste maximum pour une cavité et une bande passante donnée. On étudie la sensibilité du contraste aux variations de température et on montre l'existence d'une variation de température critique, dépendant de la durée de focalisation, en dessous de laquelle le contraste est préservé.

4.2 Contraste

On considère ici une cavité acoustique à deux dimensions telle que celles utilisées en imagerie acoustique [67], contrôle non destructif [68, 69] ou interface homme-machine [62, 70]. Les résultats obtenus peuvent toutefois s'étendre à des cavités de dimension trois.

On étudie l'influence sur le contraste du nombre d'actionneurs employés Q , de la durée de la fenêtre de retournement temporel T , de la constante de temps d'amortissement des vibrations τ , de la bande passante des signaux employés B et des dimensions et propriétés mécaniques de la cavité. L'influence de certains de ces paramètres sur le contraste a déjà fait l'objet de plusieurs études. Il a ainsi été montré que le contraste C augmente avec la racine du produit de la bande passante et du nombre de voies [58], c'est-à-dire $C \propto \sqrt{BQ}$. On trouve également $C \propto \sqrt{Q}$ dans des cavités réverbérantes à deux dimensions [55, 62], ainsi que $C \propto \sqrt{T}$ tant que la durée de la fenêtre de retournement ne dépasse pas le temps d'Heisenberg, ou temps caractéristique de la cavité, T_c , et stagne au delà [56].

Ces expressions n'indiquent toutefois que des tendances et ne permettent pas d'obtenir la valeur du contraste pour une mise en œuvre donnée. La validité de ces tendances est de plus limitée à des durées de retournement T inférieures à la constante d'amortissement τ ou au temps

d'Heisenberg noté usuellement T_H . Enfin ces expressions ne permettent pas de rendre compte du cas limite du retournement temporel opéré à partir d'un unique transducteur.

On considère le cas d'ondes de flexion décrites par le modèle de Kirchhoff. Le même raisonnement pourrait toutefois s'appliquer à d'autres types d'onde. Seule l'expression de la densité modale et donc du temps caractéristique T_c serait alors différente.

4.2.1 Propagation des ondes de flexion dans les plaques minces

On considère dans cette partie et dans tous les développements suivant le cas de plaques minces homogènes et isotropes vérifiant les hypothèses associées au modèle de Kirchhoff. Ce modèle s'applique aux plaques planes élastiques dont l'épaisseur η est grande devant le déplacement hors plan u mais faible devant le rayon de courbure. Ainsi, en notant λ la longueur des ondes se propageant dans la plaque, le modèle de plaque mince est valide pour $\lambda \gg \eta \gg u$.

La propagation des ondes de flexion en l'absence d'amortissement est alors décrite par l'équation 4.1, où $u(\mathbf{x}, t)$ désigne le déplacement hors plan au cours du temps t du point de coordonnées \mathbf{x} dans la direction normale au plan de la plaque.

$$\rho_s \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + D \Delta^2 u = s(\mathbf{x}, t) \quad (4.1)$$

Le terme $s(\mathbf{x}, t)$, exprimé en N.m^{-2} , est un terme source correspondant à une pression appliquée perpendiculairement à la surface, éventuellement répartie dans l'espace et variable dans le temps. Les propriétés mécaniques du matériau de la plaque sont contenues dans les termes $\rho_s = \rho\eta$, en kg.m^{-2} et $D = Y\eta^3/(12(1 - \nu^2))$ en N.m qui désignent respectivement la masse par unité de surface et la rigidité en flexion, avec Y le module d'Young du matériau, ν son coefficient de Poisson et ρ sa masse volumique. Δ^2 désigne le Bi-Laplacien, donné en coordonnées cartésiennes par,

$$\Delta^2 u = \frac{\partial^4 u}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 u}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 u}{\partial y^4} \quad (4.2)$$

L'équation de propagation des ondes de flexion dans les plaques se distingue donc de l'équation d'onde par la présence de dérivées spatiales d'ordre 4. Les solutions harmoniques sont de la forme,

$$u(\mathbf{x}, t) = \left(C_1 e^{j\mathbf{k}\cdot\mathbf{x}} + C_2 e^{-j\mathbf{k}\cdot\mathbf{x}} + C_3 e^{\mathbf{k}\cdot\mathbf{x}} + C_4 e^{-\mathbf{k}\cdot\mathbf{x}} \right) e^{j\omega t} \quad (4.3)$$

où $\mathbf{k}\cdot\mathbf{x}$ désigne la projection du vecteur d'onde \mathbf{k} dans la direction \mathbf{x} et $\omega = 2\pi f$ la pulsation. En injectant cette solution dans l'équation de propagation, on obtient la relation de dispersion (4.4).

$$-\rho_s \omega^2 + Dk^4 = 0 \quad (4.4)$$

avec $k = \|\mathbf{k}\|$ la norme du vecteur d'onde, ou nombre d'onde. Ce nombre d'onde est lié à la longueur d'onde λ par la relation $k = 2\pi/\lambda$. La vitesse de propagation des ondes de flexions c , ou vitesse de phase, est alors donnée par la relation (4.5). La vitesse de phase dépend donc de la fréquence. La propagation est dite dispersive.

$$c = \frac{\omega}{k} = \sqrt{\frac{D}{\rho_s}} k = \sqrt[4]{\frac{D}{\rho_s}} \sqrt{\omega} \quad (4.5)$$

Les conditions limites de la plaque imposent les valeurs de $u(\mathbf{x}, t)$ et de ses dérivées aux bords. Les solutions harmoniques vérifiant ces conditions limites constituent l'ensemble des modes propres de la plaque. Chacun de ces modes est associé à une forme modale $\Phi_n(\mathbf{x})$, un vecteur d'onde \mathbf{k}_n et une pulsation ω_n . On peut également modéliser un faible amortissement de la plaque par une constante d'atténuation modale τ_n . La solution à l'équation de propagation (4.1) est alors donnée par,

$$u(\mathbf{x}, t) = \sum_n \Phi_n(\mathbf{x}) A_n(t) \quad (4.6)$$

Dans tout les développements suivants, les déformées modales sont normalisées tel que $\iint \Phi_n(\mathbf{x}) d\mathbf{x} = S$, avec S la surface de la plaque. Lorsque la plaque est initialement au repos, c'est-à-dire $u(\mathbf{x}, 0) = 0$ et $v(\mathbf{x}, 0) = 0$, la réponse à une impulsion émise à un temps $t = 0$ par une source ponctuelle située en $\mathbf{x} = \mathbf{a}$, soit pour $s(\mathbf{x}, t) = s_0 \delta(\mathbf{x} - \mathbf{a}) \delta(t)$ est,

$$A_n(t) = \frac{s_0}{\rho_s} \Phi_n(\mathbf{a}) \frac{1}{\omega_n} \sin(\omega_n t) e^{-t/\tau_n} \quad (4.7)$$

En considérant une impulsion unitaire, soit $s_0 = 1$ N.s, le déplacement enregistré en un point \mathbf{x} est alors la réponse impulsionnelle en déplacement,

$$u(\mathbf{x}, t) = h_{ab}(t) = \frac{1}{\rho_s} \sum_n \Phi_n(\mathbf{a}) \Phi_n(\mathbf{x}) \frac{1}{\omega_n} \sin(\omega_n t) e^{-t/\tau_n} \quad (4.8)$$

La vitesse enregistrée en ce point, correspond à la réponse impulsionnelle en vitesse entre les points \mathbf{a} et \mathbf{x} . En considérant $\omega_n \gg 1/\tau_n$, celle ci est alors,

$$v(\mathbf{x}, t) = \dot{h}_{\mathbf{x}\mathbf{a}}(t) = \frac{\partial u_{\mathbf{x}\mathbf{a}}}{\partial t}(t) = \frac{1}{\rho_s} \sum_{n=1}^N \Phi_n(\mathbf{a}) \Phi_n(\mathbf{x}) \cos(\omega_n t) e^{-t/\tau_n} \quad (4.9)$$

4.2.2 Opérateur de retournement temporel dans une cavité

On considère dans ce chapitre le retournement temporel de la réponse impulsionnelle en vitesse $\dot{h}_{aq}(t)$ entre un point \mathbf{a} de la plaque et un ensemble d'actionneurs $q = 1, \dots, Q$ situés en \mathbf{b}_q . En intégrant la décomposition modale de l'équation (4.9) dans l'équation (3.24) obtenue au chapitre précédent, la vitesse v_{RT} obtenue en un point \mathbf{x} à l'instant de focalisation T devient,

$$v_{\text{RT}}(\mathbf{x}, T) \propto \sum_{n=1}^N \Phi_n(\mathbf{x}) \sum_{m=1}^N \Phi_m(\mathbf{a}) \mathbf{M}_{nm},$$

où,

$$\mathbf{M}_{nm} = \left(\sum_{q=1}^Q \Phi_n(\mathbf{b}_q) \Phi_m(\mathbf{b}_q) \right) \int_0^T \cos(\omega_n(T - \eta)) e^{-(T-\eta)/\tau_n} \cos(\omega_m(T - \eta)) e^{-(T-\eta)/\tau_m} d\eta.$$

En posant $t = 0$ dans (4.9), on retrouve le champ d'origine, $v(\mathbf{x}, 0)$, que l'on cherche à reconstruire par retournement temporel,

$$v(\mathbf{x}, 0) \propto \sum_{n=1}^N \Phi_n(\mathbf{x}) \Phi_n(\mathbf{a}).$$

La différence entre le champ original $v(\mathbf{x}, 0)$ et le champ reconstruit $v_{\text{RT}}(\mathbf{x}, T)$ est donc contenue dans la matrice \mathbf{M} . En particulier, ces deux champs sont identiques lorsque \mathbf{M} est égal à la matrice identité. On peut exprimer, grâce à ce formalisme matriciel, la transformation liant le champ reconstruit v_{RT} et le champ original v_0 en un nombre fini N_{ddl} de points de contrôles. On a ainsi,

$$v_{\text{RT}} = \Phi^T \mathbf{M} \Phi v_0 = \mathbf{H} v_0,$$

où Φ est une matrice de dimensions $N \times N_{\text{ddl}}$ contenant les déformées modales de la cavité, \mathbf{M} est de dimensions $N \times N$ et v_0 et v_{RT} sont deux vecteurs de longueur N_{ddl} contenant respectivement les états originaux et reconstruits. La reconstruction parfaite est alors obtenue pour \mathbf{H} égale à la matrice identité. L'état d'origine et l'état reconstruit sont alors identiques.

Lorsque le nombre de modes considérés, N , est supérieur ou égal au nombre de points de contrôle, N_{ddl} , alors la matrice \mathbf{H} est correctement conditionnée et peut être inversée. En posant $\tilde{v}_0 = \mathbf{H}^{-1} v_0$, on trouve un champ reconstruit $\tilde{v}_{\text{RT}} = \mathbf{H} \tilde{v}_0 = \mathbf{H} \mathbf{H}^{-1} v_0 = v_0$ et donc une reconstruction parfaite. Ce développement correspond à l'idée de filtre spatial inverse décrit par Tanter [71].

4.2.3 Définition probabiliste du contraste

Le rapport de contraste C est défini à l'instant T de focalisation comme le ratio de la vitesse obtenue au point \mathbf{a} sur la valeur efficace de la vitesse en un ensemble de points quelconques de la cavité. On considère ici le contraste comme une valeur moyenne obtenue pour la focalisation en un point quelconque de la plaque. On l'exprime donc non pas en fonction des vitesses mais de leurs espérances mathématiques en considérant les coordonnées \mathbf{x} des points de la cavité comme des variables aléatoires suivant une distribution uniforme sur l'ensemble de la surface de la cavité. On a ainsi,

$$C = \frac{\mathbb{E}[v_{\text{RT}}(\mathbf{a}, T)]}{\sqrt{\mathbb{E}[v_{\text{RT}}(\mathbf{x} \neq \mathbf{a}, T)^2]}}. \quad (4.10)$$

On suppose, et l'on vérifiera pour un cas analytique dans la section 4.2.5, que les déformées modales sont de moyennes nulles et de moyennes quadratiques constantes. Pour une cavité de surface S , l'espérance du $n^{\text{ième}}$ mode est alors $\mathbb{E}[\Phi_n] = 1/S \iint \Phi_n \, ds = 0$ et on normalise les déformées modales de sorte que $\mathbb{E}[\Phi_n^2] = 1/S \iint \Phi_n^2 \, ds = 1$. En un point $\mathbf{x} \neq \mathbf{a}$, les premiers et seconds moments statistiques de la vitesse sont donc,

$$\begin{aligned} \mathbb{E}[v_{\text{RT}}(\mathbf{x} \neq \mathbf{a}, T)] &= \sum_n \sum_m \mathbf{M}_{nm} \frac{1}{S} \iint \Phi_n(\mathbf{x}) \, ds \frac{1}{S} \iint \Phi_m(\mathbf{a}) \, ds \\ &= 0, \\ \mathbb{E}[v_{\text{RT}}(\mathbf{x} \neq \mathbf{a}, T)^2] &= \frac{1}{S^2} \sum_n \sum_m \mathbf{M}_{nm}^2 \iint \Phi_n^2(\mathbf{x}) \, ds \iint \Phi_m^2(\mathbf{a}) \, ds \\ &= \sum_n \sum_m \mathbf{M}_{nm}^2. \end{aligned}$$

L'espérance de la vitesse en un point autre que le point de focalisation est donc nulle, ce qui correspond à la discussion menée dans la section précédente 3.3.2. En faisant appel à la propriété d'orthogonalité des modes propres, on a au point de focalisation,

$$\begin{aligned} \mathbb{E}[v_{\text{RT}}(\mathbf{a}, T)] &= \sum_n \sum_m \mathbf{M}_{nm} \frac{1}{S^2} \iint \Phi_n(\mathbf{a}) \Phi_m(\mathbf{a}) \, dS = \sum_n \mathbf{M}_{nn} \frac{1}{S^2} \iint \Phi_n^2(\mathbf{a}) \, ds \\ &= \sum_n \mathbf{M}_{nn} = \text{Tr}(\mathbf{M}). \end{aligned}$$

Le rapport de contraste s'écrit donc,

$$C = \frac{\sum_n \mathbf{M}_{nn}}{\sqrt{\sum_n \sum_m \mathbf{M}_{nm}^2}} = \frac{\text{Tr}(\mathbf{M})}{\sqrt{\text{Tr}(\mathbf{M}\mathbf{M}^T)}} = \frac{\text{Tr}(\mathbf{M})}{\|\mathbf{M}\|},$$

où $Tr(\cdot)$ désigne la trace de la matrice, $\|\cdot\|$ sa norme Euclidienne et \cdot^T la transposition matricielle. On retrouve à partir de cette expression que le contraste augmente lorsque \mathbf{M} tend vers une matrice diagonale. La valeur de contraste limite correspond au cas où \mathbf{M} est proportionnelle à la matrice identité, soit $\mathbf{M} \propto \mathbf{I}_N$. On trouve ainsi que le contraste maximum est égal à la racine du nombre de modes propres sollicités lors du processus de retournement temporel, soit $C_{\max} = \sqrt{N}$.

4.2.4 Décomposition en composantes spatiales et temporelles

Pour étudier l'influence des différents paramètres sur le rapport de contraste, on décompose la matrice \mathbf{M} en un produit matriciel d'Hadamard, ou produit terme à terme de deux matrices \mathbf{S} et \mathbf{T} pour obtenir $\mathbf{M} = \mathbf{S} \circ \mathbf{T}$ avec,

$$\mathbf{T}_{nm} = \int_0^T \cos(\omega_n(T - \eta)) \exp\left(-\frac{(T - \eta)}{\tau_n}\right) \cos(\omega_m(T - \eta)) \exp\left(-\frac{(T - \eta)}{\tau_m}\right) d\eta \quad (4.11)$$

$$\text{et } \mathbf{S}_{mn} = \sum_{q=1}^Q \Phi_n(\mathbf{b}_q) \Phi_m(\mathbf{b}_q) \quad (4.12)$$

On distingue ainsi les variables temporelles telles que la durée de la fenêtre de retournement T ou les fréquences modales ω_n contenues dans la matrice \mathbf{T} , et les variables spatiales telles que le nombre Q et les positions \mathbf{b}_q des actionneurs contenues dans la matrice \mathbf{S} . Les caractéristiques spatiales et temporelles de l'opération de retournement temporel sont ainsi dissociées et peuvent être étudiées indépendamment. On fait également apparaître la possibilité de rendre \mathbf{M} diagonale si l'une ou l'autre seulement des matrices \mathbf{S} et \mathbf{T} est diagonale. La focalisation spatio-temporelle peut donc s'obtenir en contrôlant uniquement les grandeurs spatiales ou temporelles ou en les combinant. On retrouve ainsi l'équivalence entre nombre d'actionneurs et durée de la fenêtre de retournement T déjà mise en avant par Quieffin [72].

4.2.5 Analyse de la contribution spatiale, \mathbf{S}

On analyse maintenant l'influence du nombre Q et de la position \mathbf{b}_q des actionneurs sur le contraste en étudiant la matrice \mathbf{S} définie par (4.12). En considérant un ensemble de Q actionneurs distribués aléatoirement et de façon uniforme sur l'ensemble de la cavité de surface S , l'espérance mathématique des éléments de \mathbf{S} est,

$$\begin{aligned}\mathbb{E}[\mathbf{S}_{nm}] &= Q\mathbb{E}[\Phi_n(\mathbf{x})\Phi_m(\mathbf{x})] \\ &= \frac{Q}{S} \iint \Phi_n(\mathbf{x})\Phi_m(\mathbf{x}) \, ds = \begin{cases} 0, & \text{si } n \neq m, \\ Q, & \text{si } n = m. \end{cases}\end{aligned}$$

En prenant l'hypothèse d'une distribution Gaussienne centrée des déformées modales Φ_n on trouve $\mathbb{E}[\Phi_n^4] = 3$ et finalement,

$$\begin{aligned}\mathbb{E}[\mathbf{S}_{nm}^2] &= \mathbb{E}\left[\left(\sum_{q=1}^Q \Phi_n(\mathbf{b}_q)\Phi_m(\mathbf{b}_q)\right)^2\right] \\ &= \mathbb{E}\left[\sum_{q=1}^Q \Phi_n(\mathbf{b}_q)^2\Phi_m(\mathbf{b}_q)^2 + \sum_{q=1}^Q \sum_{p \neq q \in \{1, \dots, Q\}} \Phi_n(\mathbf{b}_q)\Phi_m(\mathbf{b}_q)\Phi_n(\mathbf{b}_p)\Phi_m(\mathbf{b}_p)\right] \\ &= Q\mathbb{E}[\Phi_n^2\Phi_m^2] + Q(Q-1)\mathbb{E}[\Phi_n\Phi_m]^2 \\ &= \begin{cases} Q, & \text{if } n \neq m, \\ 2Q + Q^2, & \text{if } n = m. \end{cases}\end{aligned}$$

L'écart type des éléments de \mathbf{S} est ainsi,

$$\sigma(\mathbf{S}_{mn}) = \sqrt{\mathbb{E}[\mathbf{S}_{mn}^2] - \mathbb{E}[\mathbf{S}_{mn}]^2} = \begin{cases} \sqrt{Q}, & \text{if } n \neq m, \\ \sqrt{2Q}, & \text{if } n = m. \end{cases}$$

En moyenne, les termes diagonaux de \mathbf{S} augmentent donc proportionnellement au nombre d'actionneurs tandis que les termes hors diagonale sont de moyenne nulle. L'écart type de tous les termes de \mathbf{S} est proportionnel à \sqrt{Q} . On a donc,

$$\lim_{Q \rightarrow +\infty} \mathbf{S} = Q \mathbf{I}_N,$$

avec \mathbf{I}_N la matrice identité de dimension N . On peut quantifier la ressemblance de \mathbf{S} avec la matrice identité en introduisant la métrique $R(\mathbf{S}) = (1/\sqrt{N}) \text{Tr}(\mathbf{S})/\|\mathbf{S}\|$. $R = 1$ correspond alors à une matrice proportionnelle à l'identité.

Le modèle de distribution Gaussienne découle de la description des déformées modales comme superposition d'ondes planes se propageant dans toutes les directions de l'espace. Bien que la validité de ce modèle ne soit vérifiée que dans le cas d'une cavité chaotique [73], on peut en évaluer la pertinence dans le cas d'une cavité régulière en considérant le cas d'une plaque mince rectangulaire simplement supportée sur tous ses bords. Après normalisation, les déformées modales de cette cavité sont données analytiquement par $[\Phi_n(\mathbf{x}) = \Phi_{p,q}(x, y) = 2 \sin(p\pi x/L_x) \sin(q\pi y/L_y)]$.

On trouve ainsi $[\mathbb{E}[\Phi_{p,q}] = 2(1 - (-1)^p)(1 - (-1)^q)/(pq\pi^2)]$. L'hypothèse centrée n'est donc pas exacte lorsque les indices p et q sont impairs. La décroissance rapide en $1/pq$ indique que cette approximation reste convenable au delà des quelques premiers modes. Les moments statistiques d'ordres supérieurs donnent $\mathbb{E}[\Phi_{p,q}^2] = 1$ et $\mathbb{E}[\Phi_{p,q}^4] = 2.25$ au lieu de $\mathbb{E}[\Phi_{p,q}^4] = 3$ pour une distribution Gaussienne. Il existe donc un écart relatif de l'ordre de 25% pour le moment d'ordre 4 entre une cavité rectangulaire et une cavité chaotique. La figure 4.1 montre l'évolution de la matrice \mathbf{S} pour un nombre croissant d'actionneurs et une cavité rectangulaire.

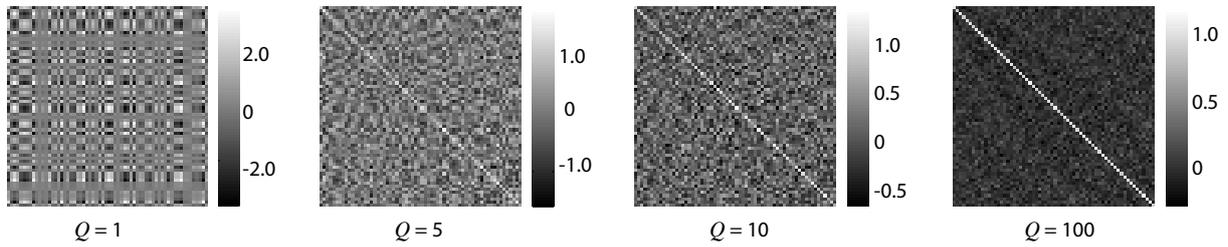


FIGURE 4.1: Allure de la matrice \mathbf{S}/Q pour $N = 64$ modes et un nombre croissant d'actionneurs Q . Le facteur de ressemblance vaut respectivement 0.16, 0.30, 0.39 et 0.84 indiquant ainsi que \mathbf{S}/Q tends vers la matrice identité ($R=1$)

4.2.6 Analyse de la contribution temporelle, \mathbf{T}

L'influence des paramètres temporels sur le contraste est comprise dans la matrice \mathbf{T} . On s'intéresse en particulier à l'effet de la durée de la fenêtre de retournement T sur ce contraste. En développant l'équation (4.11) on obtient,

$$\mathbf{T}_{nm} = \int_0^T \cos(\omega_n(T - \eta)) \exp\left(-\frac{(T - \eta)}{\tau_n}\right) \cos(\omega_m(T - \eta)) \exp\left(-\frac{(T - \eta)}{\tau_m}\right) d\eta \quad (4.13)$$

$$= -\frac{1}{4} \left[\frac{2\omega_* + (-2\omega_* \cos(\omega_+ T) - 2\omega_+ \sin(\omega_+ T))e^{-\omega_* T}}{\omega_+^2 + \omega_*^2} + \right. \quad (4.14)$$

$$\left. \frac{2\omega_* + (-2\omega_* \cos(\omega_- T) - 2\omega_- \sin(\omega_- T))e^{-\omega_* T}}{\omega_-^2 + \omega_*^2} \right] \quad (4.15)$$

avec $\omega_+ = (\omega_m + \omega_n)$, $\omega_- = (\omega_m - \omega_n)$ et $\omega_* = (1/\tau_n + 1/\tau_m)$. La somme de deux pulsations modales étant grandement supérieure à leur différence, on a $\omega_- \ll \omega_+$. La matrice \mathbf{T}_{nm} se simplifie donc en,

$$\mathbf{T}_{nm} = \frac{1}{2} \left[\frac{\omega_*}{\omega_-^2 + \omega_*^2} + \left(\frac{-\omega_* \cos(\omega_- T)}{\omega_-^2 + \omega_*^2} + \frac{\omega_- \sin(\omega_- T)}{\omega_-^2 + \omega_*^2} \right) e^{-\omega_* T} \right] \quad (4.16)$$

On peut encore simplifier cette expression en développant l'expression des pulsations modale ω_n . Dans une cavité à deux dimensions, le nombre de modes propres de fréquences inférieures à f , est donné [74] par

$$N = \pi S \left(\frac{f}{c(f)} \right)^2, \quad (4.17)$$

avec S l'aire de la cavité et c la vitesse de phase des ondes de flexions. En utilisant l'expression (4.5) de cette vitesse, on obtient un nombre de modes donné par,

$$N = \frac{S}{2} \sqrt{\frac{\rho_s}{D}} f. \quad (4.18)$$

La moyenne de la différence entre les fréquences de deux modes d'indices consécutifs est donc sur l'ensemble du spectre,

$$\Delta f = \frac{2}{S} \sqrt{\frac{D}{\rho_s}}. \quad (4.19)$$

En posant $T_c = 1/\Delta f$ la constante de temps de la cavité, ou temps d'Heisenberg, on trouve,

$$\omega_- = \omega_n - \omega_m = (n - m)\Delta\omega = (n - m)\frac{2\pi}{T_c}. \quad (4.20)$$

Si de plus on suppose une atténuation identique pour tous les modes, soit $\forall\{n, m\}, \tau_n = \tau_m = \tau$ alors les termes de \mathbf{T}_{nm} dans l'équation (4.16) peuvent s'exprimer en fonction d'un unique indice $r = m - n$. On a ainsi $\omega_- = (m - n)\Delta\omega = r\Delta\omega = 2\pi r/T_c$ et $\omega_* = 2/\tau$. La diagonale de la matrice \mathbf{T} s'écrit alors,

$$\mathbf{T}_{nn} = \mathbf{T}_{r=0} = \mathbf{T}_0 = \frac{\tau}{4} \left(1 - e^{-2T/\tau} \right).$$

Les termes hors diagonale décroissent rapidement en $1/r^2$. Pour simplifier les calculs suivants, on propose l'approximation de \mathbf{T}_r par une fenêtre rectangulaire $\tilde{\mathbf{T}}_r$ centrée en $r = 0$, telle que $\tilde{\mathbf{T}}_0 = \mathbf{T}_0$, et $\int_{-\infty}^{\infty} \tilde{\mathbf{T}}_r dr = \int_{-\infty}^{\infty} \mathbf{T}_r dr = T_c/4$. La fonction approximée $\tilde{\mathbf{T}}_r$, est ainsi donnée par,

$$\tilde{\mathbf{T}}_r = \begin{cases} \mathbf{T}_0 = \frac{\tau}{4} \left(1 - e^{-2T/\tau} \right), & \text{pour } |r| < \frac{T_c}{4\mathbf{T}_0} = \frac{T_c}{2\tau(1 - \exp(-2T/\tau))}, \\ 0, & \text{sinon.} \end{cases}$$

La fonction \mathbf{T}_r et son approximation $\tilde{\mathbf{T}}_r$ sont représentées en figure 4.2. La figure 4.3 montre l'évolution de la matrice \mathbf{T} pour T croissant jusqu'à T_c , pour deux valeurs distinctes de constantes d'amortissement τ .

Accroître la durée de la fenêtre de retournement temporel, T , augmente donc l'amplitude des termes diagonaux de la matrice \mathbf{T}_{nm} et réduit la largeur de la bande diagonale. Physiquement, en augmentant T on augmente l'amplitude atteinte au point de focalisation ainsi que la résolution

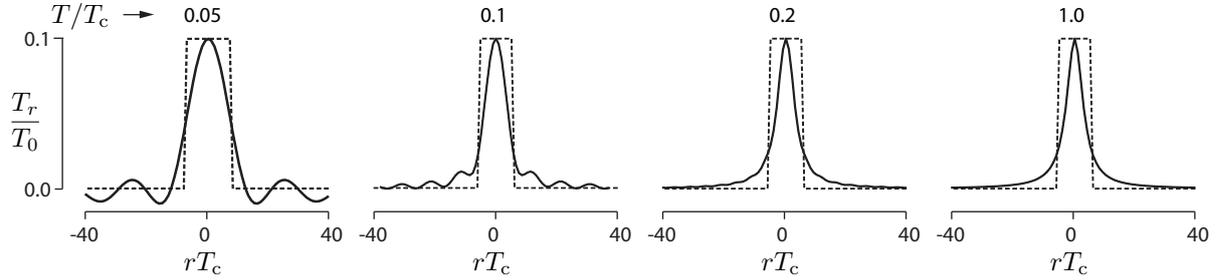


FIGURE 4.2: Fonction \mathbf{T}_r (trait continu) et son approximation, $\tilde{\mathbf{T}}_r$, (trait pointillé) pour différents ratios T/T_c et pour $\tau = 0.1T_c$.

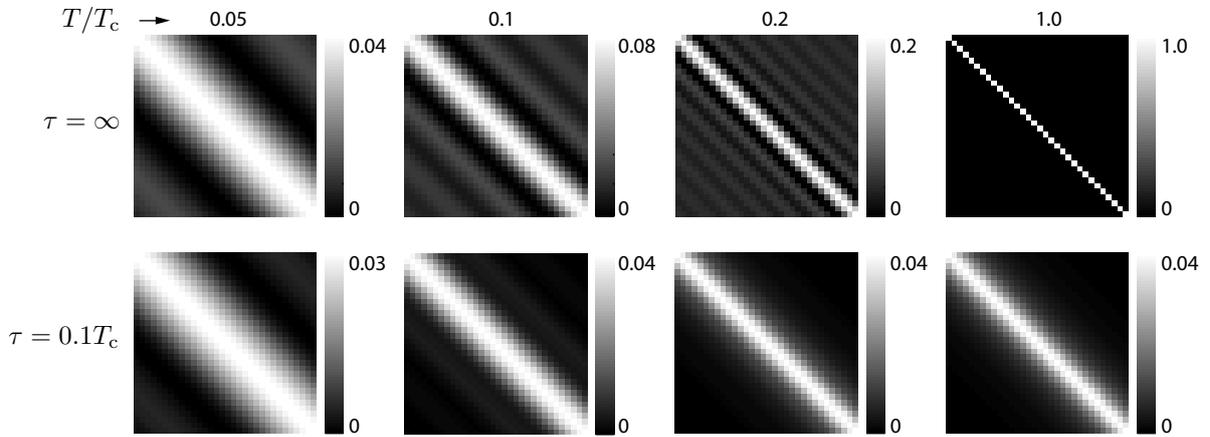


FIGURE 4.3: Matrice \mathbf{T} pour différents ratios T/T_c , et pour $\tau \gg T_c$ ou $\tau = 0.1T_c$. Lorsque l'amortissement est négligeable, soit pour $\tau = \infty$, \mathbf{T} tends vers une matrice diagonale lorsque la durée de la fenêtre de retournement temporel T augmente. Dans une cavité amortie, la bande diagonale a une amplitude et une largeur limitée.

fréquentielle. Des modes de pulsation proches peuvent alors être distingués et leurs phases et amplitudes contrôlées individuellement pour réaliser la focalisation. Lorsque $T \gg T_c$, la résolution fréquentielle est plus fine que l'écart moyen entre deux modes successifs. Tous les modes sont alors correctement résolus et le contraste maximal peut être atteint.

L'atténuation a deux effets sur la focalisation. D'une part, les termes diagonaux de \mathbf{T}_{nm} sont bornés par $\tau/2$. En conséquence, la vitesse au point de focalisation atteint un plateau pour $T > \tau/2$. Les ondes sont atténuées avant d'atteindre le point de focalisation. Par ailleurs, la largeur de la bande diagonale de \mathbf{T}_{nm} , et donc la résolution fréquentielle est également bornée par $\pi/(\tau\Delta\omega)$. L'atténuation entraîne un recouvrement des modes dans le domaine spectral, empêchant de les distinguer et de les contrôler individuellement. Comme pour \mathbf{S} , \mathbf{T} tend vers

une matrice proportionnelle à la matrice identité lorsque T croît, tant que $T \ll \tau$.

$$\lim_{T \rightarrow +\infty} \mathbf{T} = \frac{1}{2} T \mathbf{I}_N.$$

Dans le domaine fréquentiel, la distinction entre cavité régulière ou chaotique porte sur les fluctuations de la distance $d\omega_n = \omega_{n+1} - \omega_n$ entre deux modes consécutifs autour de la valeur moyenne $\Delta\omega$ [75]. Poser l'égalité (4.20) conduit à ignorer ces variations en considérant constante la distance entre deux modes, c'est-à-dire $d\omega_n = \Delta\omega$ et ne permet donc pas de distinguer l'évolution du contraste dans une cavité régulière de celle obtenue dans une cavité chaotique de même aire. La densité de probabilité de $d\omega$ suit la distribution de l'ensemble Gaussien orthogonal (GOE) dans une cavité chaotique, donnant un écart type $\sigma_c(d\omega) = \sqrt{(4-\pi)/\pi} \Delta\omega \simeq 0.5\Delta\omega$ mais une loi de Poisson, avec un écart type $\sigma_r(d\omega) = \Delta\omega$ dans une cavité régulière. À densité modale moyenne $\Delta\omega$ identique, la distance entre deux modes consécutifs présente donc de plus grandes variations dans une cavité régulière. En posant $d\omega_n = \Delta\omega$, on trouve donc un résultat plus proche du cas de la cavité chaotique. Les cavités chaotiques ou régulières sont toutefois deux modèles illustrant des cas limites. Les asymétries de la cavité et de ses conditions aux limites ou la perturbation des déformées modales par la présence des actionneurs permettent se tendre vers un comportement chaotique. Enfin, la répulsion des fréquences modales responsable de du moindre écart type dans la distribution de la distance entre les modes $\sigma_c(d\omega)$ dans une cavité chaotique diminue lorsque la dissipation est prise en compte [76].

4.2.7 Expression complète du contraste

La vitesse au point de focalisation est évaluée en remplaçant \mathbf{S} par son espérance calculée dans la section 4.2.5,

$$\mathbb{E}[v_{\text{RT}}(\mathbf{a}, T)] \propto \sum_{n=1}^N \mathbf{T}_{nn} \mathbf{S}_{nn} = NQ \mathbf{T}_0, \quad (4.21)$$

avec $\mathbf{T}_0 = \tau/2 [1 - \exp(-2T/\tau)]$ comme défini dans la section précédente. Le dénominateur est décomposé en somme de termes diagonaux et non diagonaux pour donner,

$$\begin{aligned} \mathbb{E}[v_{\text{RT}}(\mathbf{x} \neq \mathbf{a}, T)^2] &\propto \sum_n \sum_m (\mathbf{S}_{mn} \mathbf{T}_{nm})^2 = \sum_n \left(\sum_{m=n} (\mathbf{S}_{mn} \mathbf{T}_{nm})^2 + \sum_{m \neq n} (\mathbf{S}_{mn} \mathbf{T}_{nm})^2 \right) \\ &= N \left[Q(Q+2) \mathbf{T}_0^2 + Q \mathbf{T}_0^2 \left(\frac{T_c}{2\mathbf{T}_0} - 1 \right) \right] \\ &= N \left(Q(Q+1) \mathbf{T}_0^2 + Q \mathbf{T}_0 \frac{T_c}{2} \right). \end{aligned}$$

Finalement, on a d'après l'équation (4.10),

$$C = \sqrt{N} \sqrt{\frac{2QT_0}{2(Q+1)T_0 + T_c}}.$$

Le nombre de modes N à considérer peut s'exprimer comme le ratio de la bande passante B et de l'écart fréquentiel moyen Δf entre deux modes successifs, soit $N = B/\Delta f = BT_c$. Le contraste dans le cas général d'une cavité atténuée est alors,

$$C = \sqrt{BT_c} \sqrt{\frac{Q\tau [1 - \exp(-2T/\tau)]}{(Q+1)\tau [1 - \exp(-2T/\tau)] + T_c}}, \quad (4.22)$$

Lorsque l'atténuation peut être négligée, c'est-à-dire quand $\tau \gg T$, l'expression du contraste se simplifie en,

$$C = \sqrt{BT_c} \sqrt{\frac{2QT}{2(Q+1)T + T_c}}. \quad (4.23)$$

La figure 4.4 illustre l'évolution du contraste pour un nombre d'actionneurs et une durée de retournement variable, dans le cas d'un amortissement négligeable ou non.

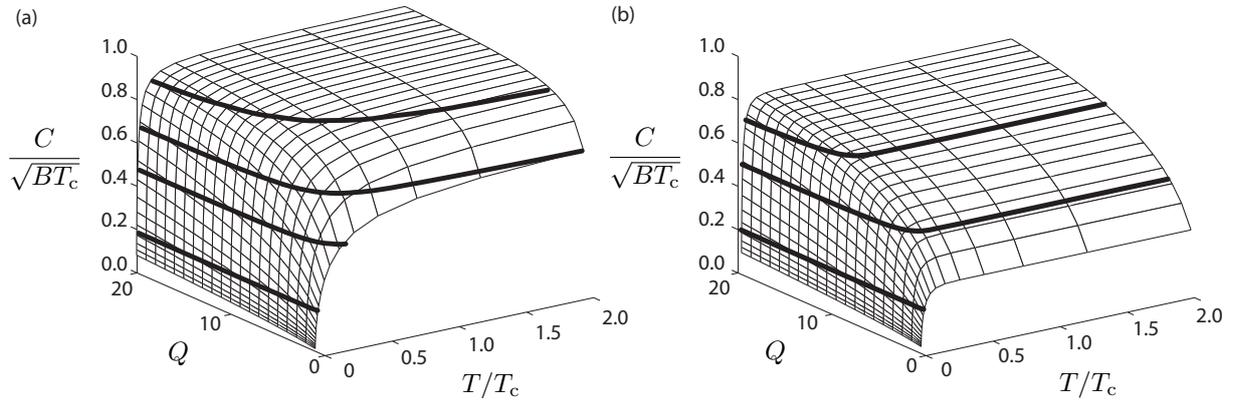


FIGURE 4.4: Évolution du contraste en fonction du nombre d'actionneurs Q employés et de la durée de la fenêtre de retournement temporel T et contours Iso-contraste (gras) pour $C/\sqrt{BT_c}=0.1, 0.5, 0.7$ et 0.9 pour $\tau = \infty$ (a) et $\tau = 0.1T_c$ (b). Un contraste identique peut être obtenu en augmentant le nombre d'actionneurs Q ou la durée T tant que $T < \tau/2$. La valeur maximale du contraste est donnée par $\sqrt{BT_c}$.

4.2.8 Discussion

Les équations (4.22) et (4.23) permettent d'expliquer plusieurs caractéristiques de la focalisation par retournement temporel dans une cavité. Lorsque l'atténuation est négligeable et

puisque T et T_c sont des quantités positives, on a dans l'équation (4.23), $2(Q+1)T + T_c < 2QT$. Le contraste est donc borné par $C_{\max} = \sqrt{BT_c}$ qui est atteint asymptotiquement lorsque $QT \gg T + T_c/2$.

Le contraste maximal ne peut toutefois pas être atteint en augmentant uniquement la durée de la fenêtre temporelle T . En l'absence d'amortissement, le contraste tend vers $\sqrt{BT_c}\sqrt{Q/(Q+1)}$ lorsque $T \gg T_c$. Le contraste reste donc inférieur au contraste maximal C_{\max} , même pour T infiniment grand. Cela traduit la perte d'information présente même en l'absence d'atténuation significative. Cette perte d'information provient de l'observation de l'amplitude modale par les actionneurs en un nombre fini de positions. L'amplitude observée par chaque transducteur est plus faible que l'amplitude réelle et peut même être nulle si un transducteur est situé sur une ligne nodale $\Phi_n(\mathbf{b}_q) = 0$. Cette perte d'information est responsable de la limite du retournement temporel à une seule voie exprimée dans [55]. L'estimation de l'amplitude de chaque mode augmente en précision à mesure que le nombre d'actionneurs augmente. Le contraste peut alors tendre vers C_{\max} . Lorsque le nombre d'actionneurs est important, $Q \gg 1$, la perte d'information devient négligeable et le contraste devient une fonction du produit QT . On retrouve alors le principe d'équivalence entre nombre d'actionneurs et durée de la fenêtre de retournement temporel mis en avant dans [72]. Lorsque QT est faible devant T_c , l'expression du contraste se simplifie pour donner $C \simeq \sqrt{2BQT}$, qui correspond aux expressions trouvées dans la littérature.

Lorsque l'atténuation τ n'est pas négligeable, la symétrie par retournement temporel est brisée, entraînant une perte de contraste. Pour $T \gg \tau/2$, le contraste tend alors vers $\sqrt{BT_c}\sqrt{(Q\tau)/[(Q+1)\tau + T_c]}$. Les ondes produites par les actionneurs sont atténuées avant d'atteindre le point de focalisation et la précision de l'estimation des amplitudes et phases modales diminue. Pour une cavité et une bande passante données le nombre d'actionneurs et la fenêtre de retournement temporel doivent donc être choisis tels que $Q \gg (T_c + \tau)/\tau$ et $T \simeq \tau$ pour obtenir le contraste maximum.

Augmenter le contraste C_{\max} nécessite d'augmenter la bande passante utilisée B ou la constante de temps de la cavité T_c . En développant l'équation (4.19) pour une plaque mince homogène, on trouve,

$$T_c = \frac{\sqrt{3}S}{\eta} \sqrt{\frac{\rho(1-\nu^2)}{Y}}, \quad (4.24)$$

avec Y , ρ et ν le module d'Young du matériau, sa masse volumique et son coefficient de Poisson et η et S l'épaisseur et la surface de la plaque. Le contraste maximum dépend donc des propriétés mécaniques et des dimensions de la cavité. En particulier, augmenter la surface de la cavité permet d'augmenter le contraste maximum. L'énergie non contenue dans le point de focalisation est alors distribuée sur une surface plus grande, permettant ainsi une diminution de la densité surfacique et donc la valeur quadratique du bruit de focalisation en un point. La contrepartie pour

une surface plus grande est la nécessité d'augmenter le produit QT pour le maintenir supérieur à T_c .

4.3 Sensibilité aux variations de température

La stabilité du processus de retournement temporel vis à vis des variations de température est fondamentale pour permettre sa mise en œuvre. Un changement de température affecte en effet la vitesse de propagation des ondes, introduisant ainsi une rupture de symétrie temporel entre les phases d'apprentissage et de focalisation [77]. Cette variation contredit l'hypothèse d'invariance par retournement temporel [78, 79] et mène à une réduction de la qualité de focalisation. Ce problème se pose également en contrôle de santé [80] où la détection des défauts est altérée par la dérive thermique des réponses impulsionnelles. Il a ainsi été proposé de compenser les effets des variations de température en opérant une dilatation temporel des signaux émis par les actionneurs [63]. On exprime dans cette section l'évolution du contraste en présence de variations de température pour en déduire la plage acceptable pour une cavité donnée et identifier l'influence des différents paramètres sur la sensibilité à la température.

4.3.1 Effets d'une variation de température

Un premier effet d'une variation de température est la dilatation thermique qui affecte les dimensions de la cavité. Pour une variation de température $d\theta$, la distance l séparant deux points de la surface subit un allongement dl exprimé par,

$$\frac{dl}{l} = \alpha d\theta.$$

avec α le coefficient de dilatation thermique du matériau. Une variation de température induit également une variation dY de son module d'Young Y telle que,

$$\frac{dY}{Y} = \beta d\theta,$$

avec β le coefficient de variation thermique du module d'Young. Si les variations des dimensions de la cavité sont faibles devant les longueurs d'ondes employées, alors on peut négliger l'influence de la température sur les déformées modales. Les fréquences modales en revanche dépendent de la vitesse de phase des ondes dans la plaque. En tenant compte de la dilatation thermique et de la variation du module d'Young et en utilisant l'équation (4.24), on trouve,

$$\frac{d\Delta\omega}{\Delta\omega} = \frac{dh}{h} - \frac{dS}{S} - \frac{1}{2} \frac{d\rho}{\rho} + \frac{1}{2} \frac{dY}{Y} = \left(\alpha - 2\alpha - \frac{1}{2}(-3\alpha) + \frac{1}{2}\beta \right) d\theta = \frac{1}{2} (\alpha + \beta) d\theta.$$

Une variation de température, $\Delta\theta$, entraîne donc une variation de la distance moyenne $\tilde{\omega}$ entre deux modes successifs,

$$\Delta\tilde{\omega} = \Delta\omega + \frac{d\Delta\omega}{d\theta}\Delta\theta = \Delta\omega(1 + \xi\Delta\theta),$$

avec,

$$\xi = \frac{1}{\Delta\omega} \frac{d\Delta\omega}{d\theta} = \frac{1}{2}(\alpha + \beta). \quad (4.25)$$

Pour chaque mode, d'indice n , la pulsation est alors $\tilde{\omega}_n = n\Delta\tilde{\omega} = n\Delta\omega(1 + \xi\Delta\theta)$. Une variation de température entraîne donc une dilatation des fréquences modales.

4.3.2 Conséquences sur le contraste

Le décalage des fréquences modales lors de la phase de retournement affecte la matrice \mathbf{T} . Ses termes diagonaux, \mathbf{T}_{nn} , font alors apparaître $\omega_- = \tilde{\omega}_n - \omega_n = n\xi\Delta\theta\Delta\omega$. On n'a donc plus sur la diagonale $\omega_- = 0$ mais un terme dépendant de l'indice n du mode. En utilisant l'approximation par une fenêtre rectangulaire utilisée dans la section 4.2.6 les termes diagonaux deviennent,

$$\tilde{\mathbf{T}}_{nn} = \begin{cases} \mathbf{T}_0, & \text{pour } n < T_c/(4|\xi\Delta\theta|\mathbf{T}_0) = N_{\Delta\theta}, \\ 0, & \text{sinon,} \end{cases} \quad (4.26)$$

avec, $\mathbf{T}_0 = \tau/2 [1 - \exp(-2T/\tau)]$ comme défini précédemment. Le terme $|\xi\Delta\theta|$ provient de la symétrie de \mathbf{T}_{nn} par rapport à ω_- . On trouve ainsi qu'une variation de température positive ou négative par rapport à la température de référence affecte le contraste de manière identique. Si $N_{\Delta\theta}$ est plus grand que l'indice du mode le plus élevé, N_{\max} , contenu dans la bande passante considérée alors l'effet de la variation de température sur la qualité de focalisation est nul. En écrivant $N_{\max} = f_{\max}/\Delta f = T_c f_{\max}$, le temps pour lequel $N_{\Delta\theta} = N_{\max}$ est,

$$T_{\Delta\theta} = \frac{\tau}{2} \ln \left(\frac{2|\xi\Delta\theta|f_{\max}\tau}{2|\xi\Delta\theta|f_{\max}\tau - 1} \right), \quad (4.27)$$

où f_{\max} est la limite haute de la bande passante. Le déphasage produit par la perturbation thermique à l'instant de focalisation T s'écrit pour le mode d'indice n , $\Delta\varphi = (\tilde{\omega}_n - \omega_n)T = n|\xi\Delta\theta|\Delta\omega T = n2\pi|\xi\Delta\theta|T/T_c$. Dans le cas d'un amortissement négligeable, $T_{\Delta\theta}$ se simplifie en $T_{\Delta\theta} = 1/4|\xi\Delta\theta|f_{\max}$. L'indice modal $N_{\Delta\theta}$ correspond alors à l'indice au delà duquel le déphasage est supérieur à $\pi/2$ à l'instant de focalisation T . Les modes d'indices supérieurs à $N_{\Delta\theta}$ ne participent alors plus à l'interférence constructive au point de focalisation. L'effet de la variation de température sur la matrice T est illustré en figure 4.5. L'approximation (4.26) donne

$$\mathbb{E}[v(\mathbf{a}, T)] \propto \sum_{n=1}^N \mathbf{T}_{nn} \mathbf{S}_{nn} = \min(N, N_{\Delta\theta}) Q \mathbf{T}_0 = N Q \frac{\tau}{2} [1 - \exp(-2 \min(T, T_{\Delta\theta})/\tau)]. \quad (4.28)$$

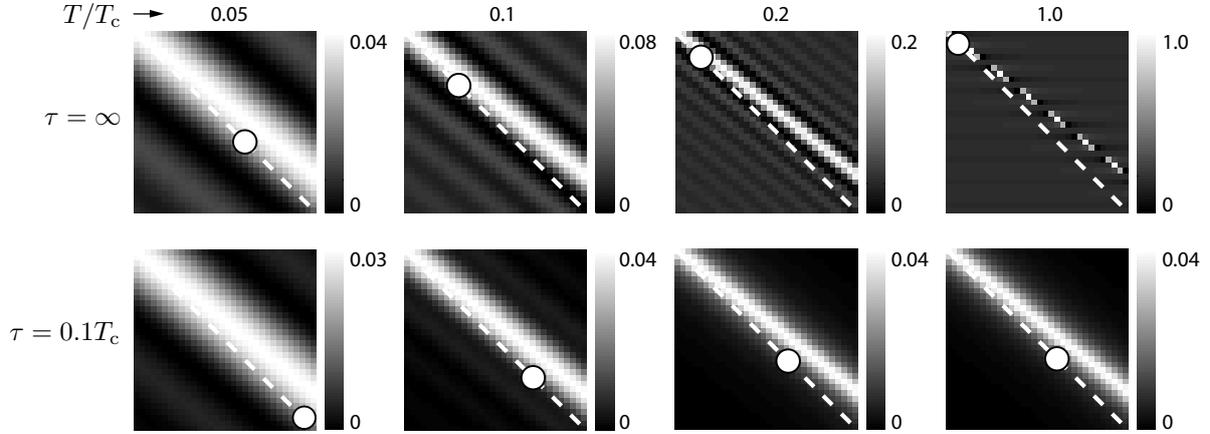


FIGURE 4.5: Allure de la matrice \mathbf{T} pour différents ratios T/T_c dans le cas d'une perturbation $|\xi\Delta\theta| = 8/(BT_c)$. Deux cas sont représentés pour $\tau \gg T_c$ et $\tau = 0.1T_c$. Les traits pointillés représentent les diagonales de \mathbf{T} . Les cercles blancs indiquent l'indice $n = N_{\Delta\theta}$ au delà duquel un mode ne participe plus à l'interférence au point de focalisation.

Pour $T < T_{\Delta\theta}$, la vitesse au point de focalisation n'est donc pas affectée par la variation de température. Au delà de $T = T_{\Delta\theta}$, cette vitesse atteint un seuil. La perturbation thermique affecte les termes diagonaux de \mathbf{T} mais ne changent pas la valeur de $\int_{-\infty}^{\infty} \mathbf{T}_r dr$. Le niveau de bruit de focalisation est donc,

$$\begin{aligned} \mathbb{E}[v_{\text{RT}}(\mathbf{x} \neq \mathbf{a}, T)^2] &\propto \sum_n \sum_m (\mathbf{S}_{mn} \mathbf{T} \mathbf{T}_{nm})^2 & (4.29) \\ &\propto N \left(Q(Q+1) \left(\frac{\tau}{2} (1 - \exp(-2\min(T, T_{\Delta\theta}))/\tau) \right)^2 + Q \frac{\tau}{2} (1 - \exp(-2T/\tau)) \frac{T_c}{2} \right). & (4.30) \end{aligned}$$

Le contraste n'est donc pas affecté pour $T < T_{\Delta\theta}$. Lorsque $T > T_{\Delta\theta}$, la vitesse au point de focalisation stagne alors que le niveau de bruit continu à progresser, d'où une détérioration du contraste qui s'exprime comme,

$$C(T > T_{\Delta\theta}) = \sqrt{BT_c} \sqrt{\frac{Q}{(Q+1) + 4f_{\text{max}}^2 |\xi\Delta\theta|^2 T_c \tau (1 - e^{-2T/\tau})}}. \quad (4.31)$$

Pour $T \gg \tau$, le niveau de bruit atteint à son tour un plateau et le contraste est constant. La figure 4.6 illustre l'effet d'une variation de température sur le contraste. Pour une durée de fenêtre de retournement T , la condition, $T < T_{\Delta\theta}$, permet d'exprimer la variation de température maximum admissible, $\Delta\theta_{\text{max}}$, afin de préserver le contraste,

$$|\Delta\theta| < \Delta\theta_{\text{max}} = \frac{1}{2\xi f_{\text{max}} \tau [1 - \exp(-2T/\tau)]}. \quad (4.32)$$

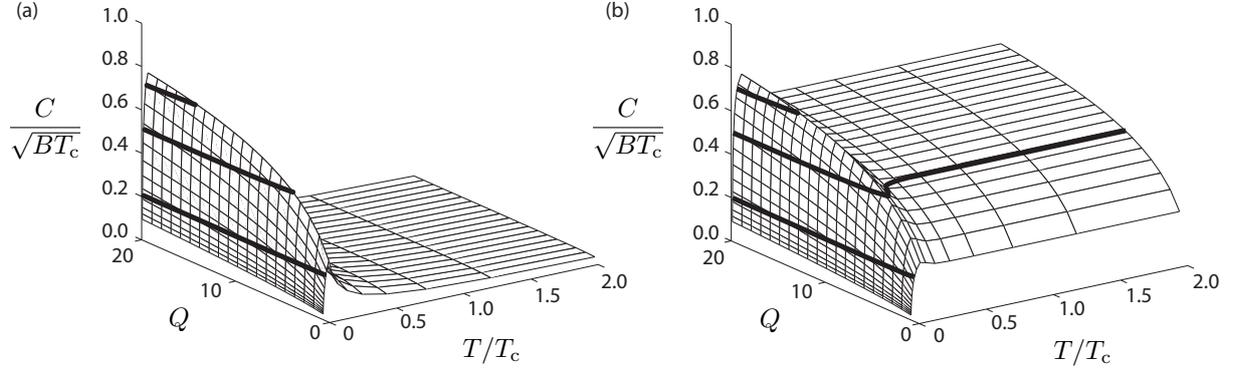


FIGURE 4.6: Evolution du contraste dans le cas d'une perturbation thermique et contours iso-contraste pour les valeurs 0.1, 0.5 et 0.7. La perturbation thermique vaut $T_{\Delta\theta} = 0.1T_c$. (a) Cas avec $\tau \gg T_c$. (b) Cas avec $\tau = 0.1T_c$. Le contraste croit tant que $T < T_{\Delta\theta}$, décroît pour $T_{\Delta\theta} < T < \tau$, et atteint un plateau pour $T > \tau$.

Au delà de cette limite, le contraste est donné par (4.31).

Il existe donc deux régimes de dérive thermique du contraste. Pour $|\Delta\theta| < \Delta\theta_{\max}$, celui ci reste inchangé. On peut noter que la limite $\Delta\theta_{\max}$, est indépendante du nombre d'actionneurs, Q , ou de la constante de temps de la cavité, T_c . Le contraste décroît en revanche pour une plus grande variation de température $|\Delta\theta|$. Le contraste relatif, que l'on définit comme le rapport du contraste en présence de variation thermique sur le contraste en l'absence de variation est donc égal à un pour $|\Delta\theta| < \Delta\theta_{\max}$. Pour $|\Delta\theta| > \Delta\theta_{\max}$, on a

$$\begin{aligned} \frac{C_{\Delta\theta < \Delta\theta_{\max}}}{C_0} &= 1 \\ \frac{C_{\Delta\theta > \Delta\theta_{\max}}}{C_0} &= \sqrt{\frac{\tau(Q+1)[1-\exp(-2T/\tau)]+Tc}{\tau(Q+1)[1-\exp(-2T/\tau)]+8f_{\max}^2\tau^2T_c|\xi\Delta\theta|^2[1-\exp(-2T/\tau)]^2}}. \end{aligned} \quad (4.33)$$

4.4 Vérification expérimentale

On vérifie expérimentalement dans cette section les expressions du contraste et de sa dérive thermique ainsi que la valeur du coefficient ξ trouvées dans les sections précédentes.

4.4.1 Matériels et méthodes

Cavité acoustique

Une plaque en acier inox (AISI-304) de dimensions, $L = 215$, $l = 135$, et $h = 0.25$ mm simplement supportée sur trois points a été utilisée, voir Fig. 4.7(a). Huit actionneurs piézoélectriques (Ferroperm, PZ26), $2.5 \times 2.5 \times 0.5$ mm, ont été collés à la plaque par une résine époxy électriquement conductrice à une distance $d \simeq 5$ mm des bords de la plaque. Les variations de température ont été obtenues en plaçant une ampoule à filament d'une puissance de 100 W à une hauteur ajustable au dessus de la plaque. Ces variations ont été enregistrées au moyen d'une sonde thermocouple placée au contact de la plaque sur la face non exposée au rayonnement de l'ampoule, comme décrit en Fig. 4.7(b). Un délai de 15 minutes, nécessaire à l'établissement de l'équilibre thermique de la plaque a été respecté entre chaque changement de la hauteur d'ampoule.

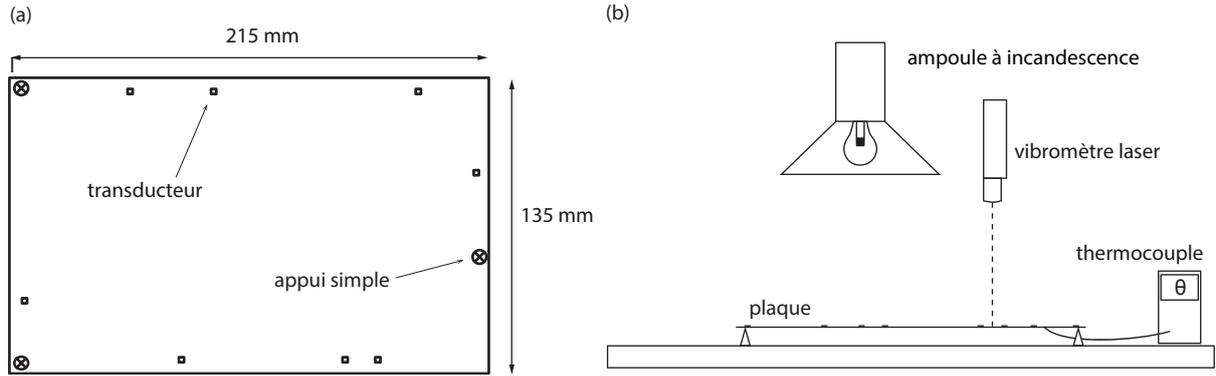


FIGURE 4.7: (a) Géométrie de la plaque, conditions aux limites et emplacement des actionneurs utilisés pour la validation expérimentale. (b) Montage expérimental. La variation de distance entre la lampe et la plaque permet de faire varier la température de la plaque, mesurée par un thermocouple. Un vibromètre laser sert à la mesure de vitesse au point de focalisation.

La constante d'atténuation τ a été trouvée en ajustant une exponentielle décroissante sur l'ensemble des réponses impulsionnelles. Le temps caractéristique de la plaque, $T_c = 1/\Delta f$, a été calculé à partir de l'équation (4.19). Les données tirées des références [81] ont permis de calculer $\beta = -5.10^{-4} \text{ K}^{-1}$. Les autres propriétés mécaniques proviennent de [82]. Le tableau 4.1 rassemble les différents paramètres de la cavité.

Pour les métaux tels que l'acier inoxydable utilisé ici, le coefficient de variation du module d'Young domine largement la dilatation. La variation de la distance entre modes provient donc essentiellement de la variation du module d'Young avec la température. Pour la fréquence maximale utilisée $f_{\max} = 25$ kHz, on trouve à partir de l'expression de la vitesse de phase (4.5) une

S (m ²)	h (mm)	Y (GPa)	ν	ρ (kg·m ⁻³)	α (K ⁻¹)	β (K ⁻¹)	T_c (ms)	τ (ms)
$2.90 \cdot 10^{-2}$	0.25	200	0.29	7800	$16 \cdot 10^{-6}$	$-5 \cdot 10^{-4}$	38	30

TABLE 4.1: Propriétés et temps caractéristiques de la plaque utilisée pour la validation expérimentale [81, 82].

longueur d'onde minimale dans la plaque $\lambda_{\min} = 10$ mm. Les actionneurs, quatre fois plus petits que cette longueur d'onde, sont donc considérés comme ponctuels. L'allongement de la plaque dans sa plus grande dimension $L = 215$ mm pour une variation de température maximale de $\Delta\theta = 14$ K vaut $\Delta L = \alpha L \Delta\theta = 5 \cdot 10^{-5}$ m $\ll \lambda$. Les variations de longueurs de la plaque dues à la dilatation thermique sont donc négligeables. On vérifie ainsi, conformément à l'hypothèse formulée dans la section précédente, que les déformées modales ne sont pas affectées par le changement de température.

Acquisition et traitement du signal

L'acquisition des réponses impulsionnelles est réalisée selon la méthode décrite dans la section 3.3.3. La vitesse de déplacement de la plaque au point où l'on souhaite focaliser est mesurée par un vibromètre laser (Polytec, OFV 534). Pendant cette étape d'apprentissage de la réponse impulsionnelle, la fréquence d'échantillonnage est $F_e = 50$ kHz pour une bande passante $B = 25$ kHz.

Le niveau de bruit de focalisation, défini dans la section 4.2 comme la vitesse efficace enregistrée sur l'ensemble de la surface à l'instant de focalisation T , nécessite de mesurer la vitesse en un grand nombre de points. En exploitant la propriété d'ergodicité de la cavité [56], le niveau de bruit de focalisation est égal à la vitesse efficace enregistrée au point de focalisation pour $t \neq T$, tant que $t \ll \tau$, c'est-à-dire :

$$\mathbb{E}[v_{\text{RT}}(\mathbf{x} \neq \mathbf{a}, t = T)^2] = \mathbb{E}[v_{\text{RT}}(\mathbf{x} = \mathbf{a}, t \neq T)^2].$$

Le niveau de bruit a ainsi été estimé au point de focalisation sur une fenêtre de 2 ms commençant 25 μ s après l'instant de focalisation T . La vitesse au point de focalisation pendant la phase de retournement a été échantillonnée à une fréquence $F_e = 200$ kHz pour obtenir un bon échantillonnage du pic de vitesse. La figure 4.8 montre un signal type enregistré au point de focalisation.

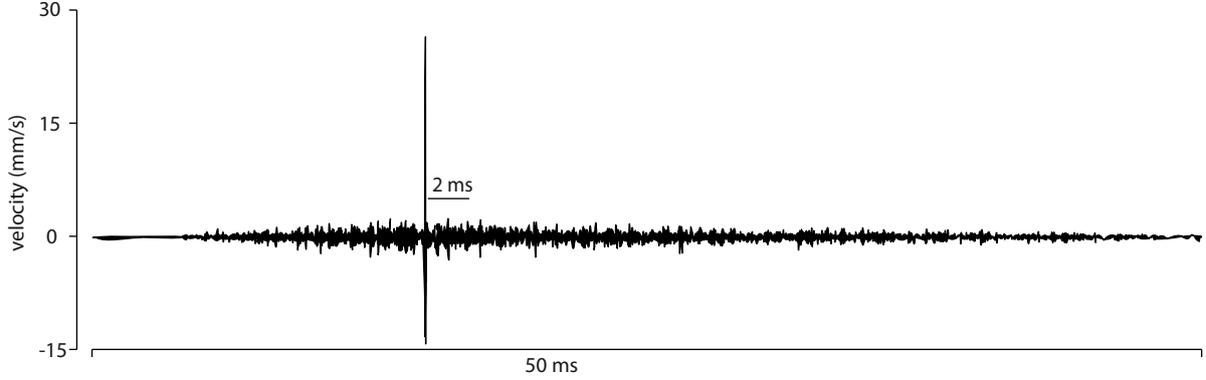


FIGURE 4.8: Signal type enregistré au point de focalisation. Le niveau du bruit de focalisation est estimé à partir d'une portion de 2 ms de ce signal.

4.4.2 Résultats et discussion

Dérive des fréquences modales

L'ensemble des fonctions de réponses en fréquences $H_{aq}(f)$ entre le point de focalisation et les actionneurs a été enregistré à des températures $\theta = \{22, 26, 30, 35\}^\circ\text{C}$. En prenant $\theta = 22^\circ\text{C}$ comme température de référence, on obtient des variations $\Delta\theta = \{0, 4, 8, 13\}\text{K}$. L'amplitude des fonctions de réponse en fréquence de chaque voie a ensuite été additionnée afin d'augmenter l'amplitude des raies correspondantes aux modes propres de la plaque. Vingt fréquences modales couvrant l'ensemble de la bande passante ont ensuite été identifiées. La variation de ces fréquences en fonction de la variation de température, mise en évidence en figure 4.9, a ensuite été reportée. On trouve ainsi que le rapport des fréquences modales sur leurs fréquences à la température de référence varie linéairement avec la température et est identique sur l'ensemble la bande passante. En posant, $f_n = n\Delta\omega$, on obtient à partir de l'équation (4.25), $\hat{\xi} \approx (f_n^{\Delta\theta} - f_n^0)/(f_n^0\Delta\theta)$ donnant $-2.65 \pm 0.35 \cdot 10^{-4}\text{K}^{-1}$. À titre de comparaison, les valeurs données dans le tableau 4.1 permettent de calculer $\xi = -2.4 \cdot 10^{-4}\text{K}^{-1}$. La variation des fréquences modales avec la température est donc correctement prédite par les valeurs données dans la littérature.

Dégradation du Contraste

On cherche ici à mesurer le rapport de contraste en présence ou non de variations de température afin de valider les expressions données par les équations (4.23) et (4.31), et représentées en figures 4.4 et 4.6. Les réponses impulsionnelles ont été acquises à une température de référence $\theta = 21^\circ\text{C}$ correspondant à la température de la pièce. La focalisation a ensuite été

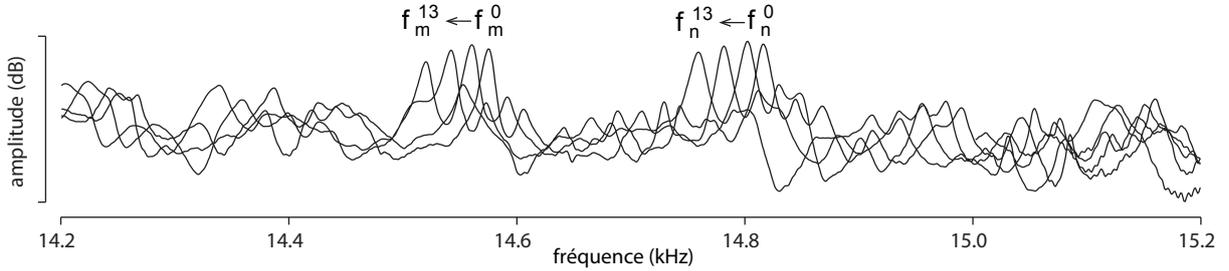


FIGURE 4.9: Décalage des fréquences modales dû à un changement de température. On observe pour chaque fréquence un décalage proportionnel à la variation de température.

réalisée à des températures $\theta = \{21, 27, 35\}^\circ \text{C}$, c'est-à-dire avec des variations de températures, $\Delta\theta = \{0, 6, 14\} \text{K}$.

En prenant $\xi = -2.4 \cdot 10^{-4}$, l'équation (4.27) donne $T_{6K} = 9 \text{ ms}$ et $T_{14K} = 3 \text{ ms}$. Un à 8 actionneurs ont été utilisés, avec dans chaque cas une durée de fenêtrage de retournement T variant de 0 à 50 ms par pas de 2 ms. Pour chaque couple $\{Q, T\}$, la focalisation a été répétée dix fois avec Q actionneurs pris aléatoirement parmi les 8 disponibles. Le contraste considéré est la moyenne du contraste obtenu pour chaque réalisation. La figure 4.10 montre les résultats ainsi obtenus, dont on peut comparer l'allure avec les valeurs tracées en figures. 4.4 et 4.6.

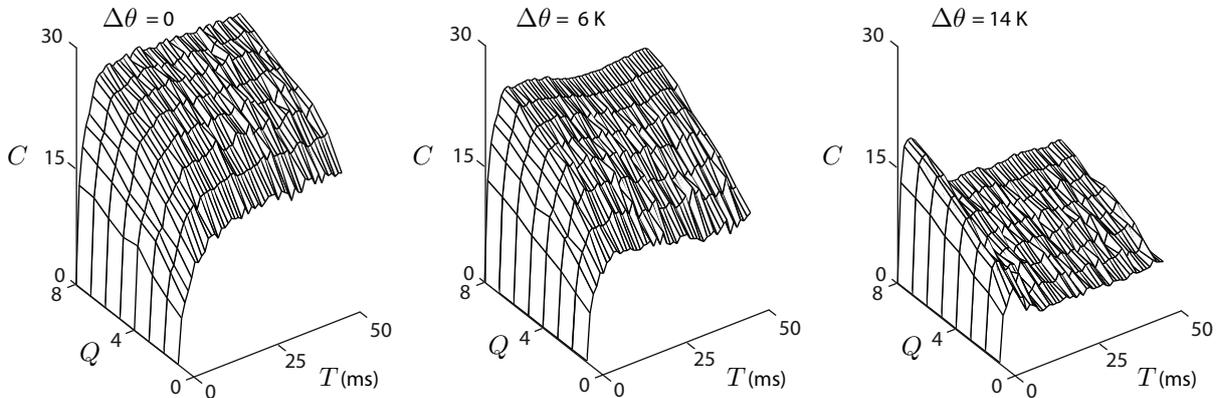


FIGURE 4.10: Évolution du contraste expérimental en fonction du nombre d'actionneurs Q et le durée de retournement T pour trois variations de température $\Delta\theta$.

Une comparaison plus précise est donnée en figure 4.11 où l'on montre une sélection des résultats expérimentaux superposés aux résultats théoriques dans les mêmes conditions de réalisation. Les prédictions du modèle théorique montrent ainsi un bon accord avec les résultats expérimentaux. A température constante, voir figure. 4.11(a), le régime de saturation est at-

teint en $T = T_c/(Q + 1)$ pour $Q = 8$ et $Q = 3$. Pour un unique actionneur, $Q = 1$, on a $T_c/(1 + 1) = 19 \text{ ms} < \tau/2 = 15 \text{ ms}$. La saturation du contraste dans ce cas est donc due à l'amortissement plutôt qu'à la corrélation des réponses impulsionnelles. Le temps, $T_{\Delta\theta}$, pour lequel le contraste est maximal est également prédit correctement, voir Fig. 4.11(c,d). Conformément à l'expression analytique ce temps au delà duquel le contraste commence à chuter ne dépend pas du nombre d'actionneurs employés, voir figure 4.11(b), et décroît lorsque la variation de température augmente.

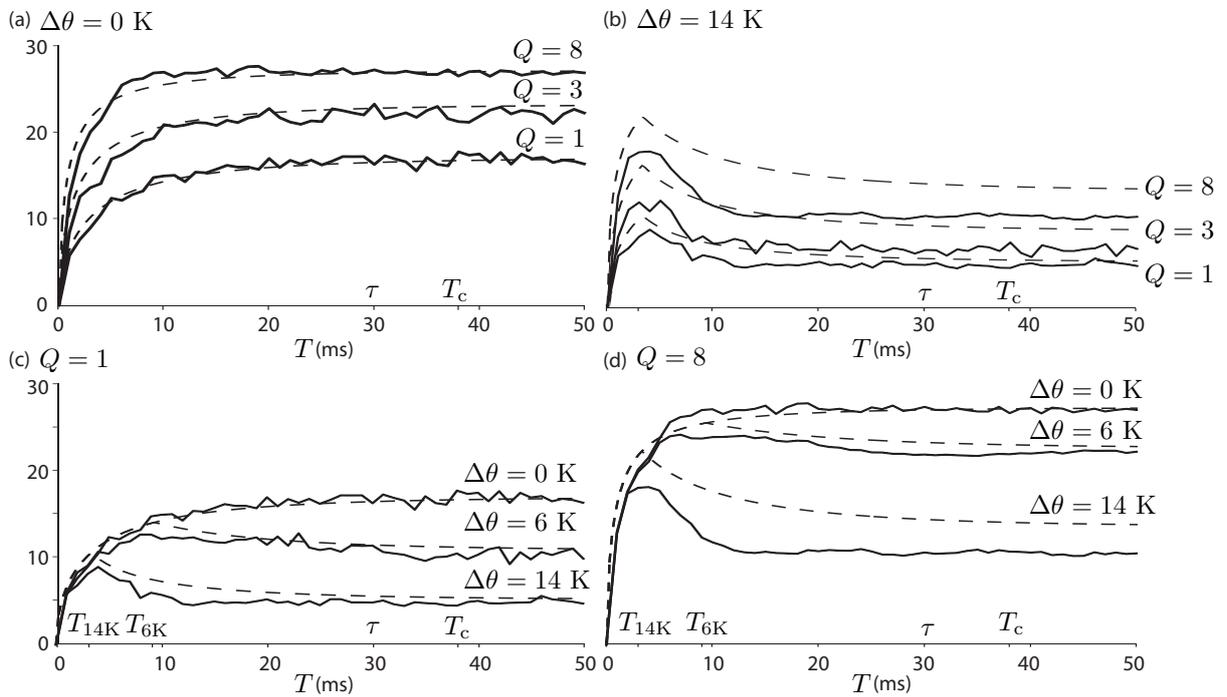


FIGURE 4.11: Contraste en fonction de la durée de la fenêtre de retournement temporel et du nombre d'actionneurs pour trois variations de température. Résultats théoriques (traits pointillés) et mesures expérimentales (traits continus).

Sensibilité du Contraste

La variation relative du contraste avec la température a également été mesurée et confrontée au résultat théorique donné par l'équation (4.33). La température de référence correspond à nouveau à la température ambiante soit, $\theta = 22^\circ\text{C}$. La focalisation a été réalisée avec $Q = 1$, $Q = 8$, $T = 4 \text{ ms}$, et $T = 44 \text{ ms}$ à des températures de plaque $\theta = \{22, 24, 25, 26, 27, 28, 30, 35\}^\circ\text{C}$. La figure. 4.12 montre les valeurs expérimentales du contraste $C_{\Delta\theta}$, normalisées par le contraste

obtenu dans les mêmes conditions à la température de référence C_0 . Comme discuté dans la section précédente, on observe deux régimes distincts.

Le contraste relatif n'est pas affecté par de faibles variations de température, comme le prévoit l'expression (4.33) mais décroît au delà d'une variation de température seuil. Les mesures expérimentales montrent l'indépendance de ce seuil vis à vis du nombre d'actionneurs employés, comme on peut l'observer en figure 4.12(a,b), mais une grande sensibilité à la durée de la fenêtre de retournement T , voir figure 4.12(c,d), comme prédit par l'équation (4.32). Au delà de ce seuil, la décroissance du contraste relatif dépend du nombre d'actionneurs et on note en figure 4.12(a,b) une décroissance plus rapide lorsque le nombre d'actionneurs est faible.

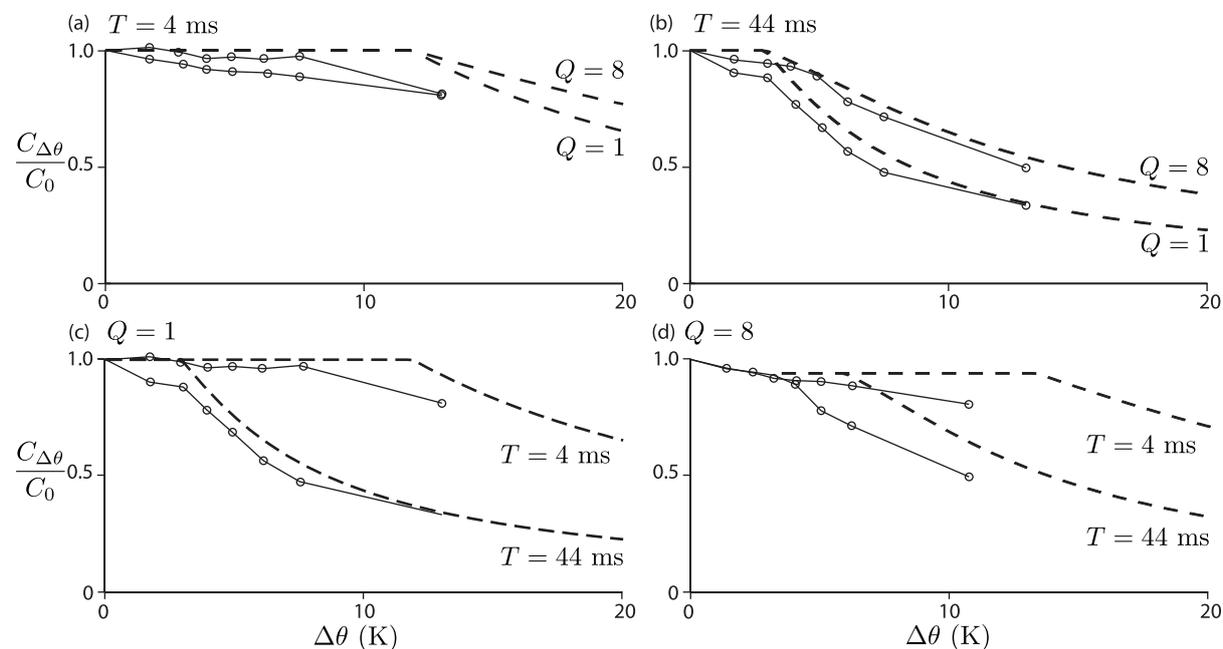


FIGURE 4.12: Valeurs théoriques (traits pointillés) et mesurées (cercles) du contraste relatif en fonction de la variation de température. (c,d) Pour un nombre donné d'actionneurs le contraste reste stable pour une plus grande plage de variation de température, $\Delta\theta$, lorsque T est plus faible. (a,b) A durée de retournement T constante, le contraste décroît moins lorsque plus d'actionneurs sont utilisés.

4.5 Conclusion

On a introduit dans ce chapitre la notion de contraste de focalisation, défini comme le rapport de la vitesse atteinte au point et à l'instant de focalisation sur la vitesse quadratique moyenne en

tout autre point de la surface. À partir d'une description modale du champ de vibration d'une plaque, on a fourni une expression analytique (4.22) permettant de relier ce contraste aux valeurs des différents paramètres de réalisation. On a ainsi mis en évidence le rôle joué par le nombre d'actionneurs Q , la durée de la fenêtre de retournement temporel T et la bande passante B considérée. Les propriétés importantes de la cavité sont l'atténuation, exprimée par la constante τ , et la constante de temps T_c , fonction (4.24) du module d'Young Y , de la masse volumique ρ , de l'épaisseur η et de l'aire S de la cavité. La forme de cette cavité, bien que mise en avant dans de nombreuses publications [55, 58], constitue un paramètre de moindre influence.

A partir de cette expression, on a montré que le contraste maximum atteignable est fonction uniquement du produit de la bande passante B par la constante de temps de la cavité T_c . On dispose, pour atteindre ce contraste maximal de deux variables qui sont le nombre d'actionneurs Q et la durée de la fenêtre de retournement T . On a montré que ces deux variables jouent un rôle quasi symétrique, c'est-à-dire que le contraste est fonction du produit QT lorsque $Q \gg 1$ et $T \ll \tau$. On obtient le contraste maximal pour $QT \gg T_c$. On peut donc compenser une diminution du nombre d'actionneurs par une durée de retournement plus longue.

L'allongement de cette durée a toutefois des conséquences sur la robustesse de la focalisation en cas de variations de température. La vitesse de propagation des ondes dans la plaque est en effet sensible à la température, principalement du fait de la variation du module d'Young. Un changement de température entre l'étape d'apprentissage des réponses impulsionnelles et l'étape de focalisation entraîne ainsi un déphasage des fronts d'ondes, d'autant plus important que la durée de focalisation est grande, et mène à une dégradation de la qualité de focalisation. On a ainsi fourni dans cette section une expression de la variation de température maximale admissible pour prévenir cette perte de contraste et montré qu'à contraste initial équivalent, augmenter le nombre d'actionneurs permet de limiter la sensibilité à la température.

Chapitre 5

Résolution spatio-temporelle, interpolation et répétition de la focalisation

Sommaire

5.1	Introduction	66
5.2	Interpolation et résolution spatiale	66
5.2.1	Résolution spatiale	66
5.2.2	Interpolation spatiale des réponses impulsionnelles	67
5.3	Répétition et résolution temporelle	72
5.3.1	Résolution temporelle	72
5.3.2	Répétition de la focalisation	73
5.4	Validation expérimentale	76
5.4.1	Résolutions	77
5.4.2	Répétition de la focalisation	77
5.4.3	Retournement temporel synthétique	77
5.5	Conclusion	79

5.1 Introduction

La résolution spatiale correspond au diamètre de la tache de focalisation. Celle-ci joue un rôle important dans les applications du retournement temporel en fixant la finesse de l'image produite, la précision de la localisation de l'énergie ou de l'information transmise. Pour la restitution tactile, la résolution spatiale détermine la surface sur laquelle une même stimulation peut être perçue. La dimension finie de la tache de focalisation, dont on donne l'expression dans ce chapitre, permet par ailleurs l'interpolation des points de focalisation. On montre ainsi que la focalisation en n'importe quel point de la plaque peut être obtenue à partir d'un apprentissage en un ensemble fini de points, dont le nombre est fonction de la résolution spatiale. On développe le retournement temporel synthétique dans le cas des plaques minces afin d'obtenir, sans perte de qualité, la focalisation en n'importe quel point de la cavité à partir d'un apprentissage sur son contour. On étudie ensuite la résolution temporelle, ou durée de la focalisation, et on montre que celle-ci est liée à la résolution spatiale par la vitesse de propagation des ondes dans la plaque. On ne peut ainsi pas augmenter la résolution temporelle sans dégrader la résolution spatiale. L'énergie apportée au point de focalisation ne peut alors être augmentée qu'en répétant le processus de focalisation. On montre que la période de cette répétition est toutefois limitée par la durée de la fenêtre de retournement temporel et par la constante de temps d'atténuation de la cavité.

5.2 Interpolation et résolution spatiale

5.2.1 Résolution spatiale

Pour obtenir la résolution spatiale, on décrit la vitesse obtenue à l'instant de la focalisation par une superposition d'ondes planes se propageant dans toutes les directions et de nombre d'onde k_n , soit :

$$v_{\text{RT}}(\mathbf{x}, T) = \sum_n \int_0^{2\pi} A_n(\theta) \cos(\mathbf{k}_n \mathbf{x}) + B_n(\theta) \sin(\mathbf{k}_n \mathbf{x}) d\theta \quad (5.1)$$

Avec $\mathbf{k}_n \cdot \mathbf{x}$ la projection du vecteur d'onde \mathbf{k}_n sur le vecteur \mathbf{x} . En situant \mathbf{x} dans un repère polaire $\{r, \varphi\}$, $\mathbf{k}_n \cdot \mathbf{x} = k_n r \cos(\theta - \varphi)$. En plaçant l'origine au point de focalisation, c'est-à-dire $\mathbf{a} = 0$ et en considérant que le point de focalisation présente une symétrie axiale, alors les constantes A_n et B_n deviennent indépendantes de θ et on a :

$$v_{\text{RT}}(r \simeq 0, \varphi, T) = 2\pi \sum_n A_n J_0(k_n r) \quad (5.2)$$

Avec $J_0(x)$ la fonction de Bessel de première espèce et d'ordre 0. La résolution spatiale R_s , correspond à la largeur à mi-hauteur de la tache de focalisation. On a ainsi $v_{\text{RT}}(R_s/2, T) = \frac{1}{2}v_{\text{RT}}(0, T)$. En remplaçant les termes A_n par leur valeur moyenne, indépendante de n , on cherche à résoudre :

$$\sum_n J_0(k_n r) = \frac{N}{2}. \quad (5.3)$$

En prenant le développement limité au deuxième ordre de la fonction de Bessel, $J_0(x) = 1 - (x/2)^2$, et l'équation de dispersion (4.4), on trouve finalement $R_s = \lambda_{\min}/(\sqrt{2}\pi)$ avec $\lambda_{\min} = c(f_{\max})/f_{\max}$, soit finalement :

$$R_s = \frac{\sqrt{2}\lambda_{\min}}{\pi} \simeq \frac{\lambda_{\min}}{2.2} \simeq \frac{\pi}{k_{\max}} \quad (5.4)$$

On retrouve alors que la taille de la tache focale est proche de la limite de diffraction donnée par $\lambda/2$ pour une onde monochromatique. La résolution spatiale ne dépend donc que de la plus courte longueur d'onde excitée lors de la focalisation.

5.2.2 Interpolation spatiale des réponses impulsionnelles

L'un des inconvénients de la focalisation par retournement temporel est le besoin de disposer au préalable de la réponse impulsionnelle liant chaque actionneur au point de focalisation. La complexité de la géométrie du milieu de propagation, de ses conditions aux limites et du couplage avec les actionneurs rendent difficile l'obtention par calcul ou simulation de réponses impulsionnelles précises sur une grande bande passante et sur de longues durées de propagation. Ces réponses impulsionnelles sont donc généralement mesurées expérimentalement [64, 83] et stockées dans une base de données.

Le théorème d'échantillonnage, exprimé dans le domaine spatial, indique que tout signal peut être reconstruit sans perte à partir d'un échantillonnage de pas $\Delta x \leq \lambda_{\min}/2$. Le déplacement, et donc la réponse impulsionnelle, en un point de la plaque à un instant t peut donc être interpolé à partir de celui de ses voisins si l'apprentissage est réalisé avec un pas $\Delta x = \lambda_{\min}/2 \simeq R_s$. On peut alors focaliser en n'importe quel point d'une plaque de longueur caractéristique L en réalisant une interpolation de Fourier à partir d'un apprentissage en P_F points répartis sur une grille de pas R_s . On a ainsi,

$$P_F = \left(\frac{L}{R_s} \right)^2 \quad (5.5)$$

Le nombre de points d'apprentissage à réaliser est donc proportionnel au carré du ratio de la longueur caractéristique du domaine et de la résolution spatiale. Pour pouvoir focaliser dans

l'ensemble d'une surface, la base de données ainsi constituée peut contenir plusieurs milliers de points dont l'apprentissage peut s'avérer coûteux en temps d'acquisition et volume de stockage des données.

Retournement temporel synthétique

L'interpolation de Fourier requiert comme seul pré-requis la connaissance de la longueur d'onde minimale, que l'on peut calculer à partir de la bande passante et de la relation de dispersion du milieu. On peut toutefois réduire le nombre de points d'apprentissage en prenant en compte la nature du milieu de propagation. Chardon et ses collaborateurs [84] proposent pour cela une méthode basée sur l'estimation des fréquences modales et de la projection dans l'espace des vecteurs d'ondes, permettant de réduire le nombre de points de mesure à $P_{CS} = \frac{5L}{R_s}$, que l'on situe aléatoirement sur la plaque. Le retournement temporel synthétique s'appuie sur une formulation intégrale de l'équation de propagation dans la plaque et permet de s'affranchir de l'étape d'identification modale tout en réduisant d'un même ordre de grandeur le nombre de points de mesure.

Le terme de retournement temporel synthétique désigne dans la littérature deux procédés différents. Dans le premier [68, 65], on emploie le terme de retournement temporel synthétique pour décrire l'utilisation de fonctions de Green en espace libre afin d'obtenir la focalisation sans apprentissage préalable. Dans ce cas on utilise les fonctions de Green en espace libre comme réponses impulsionnelles entre les actionneurs et les points de focalisation. Ces réponses impulsionnelles ne contiennent pas l'effet des réflexions sur les bords du domaine et ne permettent donc pas une focalisation à fort contraste.

Le retournement temporel synthétique, tel qu'il est envisagé ici, consiste à réaliser un apprentissage sur le contour de la zone de focalisation puis à interpoler les réponses impulsionnelles de ce contour pour focaliser à l'intérieur. Le retournement temporel dans une cavité repose en effet sur un ensemble de transducteurs situés sur le côté d'une cavité de géométrie et de conditions limites complexes. La zone dans laquelle sont focalisées les ondes est en revanche dépourvue de sources et généralement homogène et isotrope. La propagation des ondes dans cette zone peut donc être décrite par des fonctions de Green en espace libre. Cette méthode a été utilisée pour obtenir la focalisation dans un volume liquide ouvert à partir des ondes rayonnées par une cavité solide [58, 66]. L'apprentissage est alors réalisé sur la surface de la cavité et l'interpolation permet la focalisation dans le volume liquide ouvert. On étend ici cette méthode au cas de l'équation de propagation des ondes dans les plaques minces.

Formulation intégrale de l'équation de propagation

La propagation des ondes de flexion dans les plaques minces est décrite dans le domaine fréquentiel par les équations (5.6) et (5.7) respectivement en présence d'une source ponctuelle située en \mathbf{a} et en l'absence de sources.

$$\nabla^4 G(\mathbf{x}, \mathbf{a}, \omega) - k^4 G(\mathbf{x}, \mathbf{a}, \omega) = \delta(\mathbf{x} - \mathbf{a}) \quad (5.6)$$

$$\nabla^4 U(\mathbf{x}, \omega) - k^4 U(\mathbf{x}, \omega) = 0 \quad (5.7)$$

Avec ∇^4 l'opérateur bilaplacien ou biharmonique. Pour A et B deux champs scalaires on peut écrire [85],

$$\iint_{\Omega} A \nabla^4 B - B \nabla^4 A dS = \oint_{\mathcal{C}} \left[A \frac{\partial}{\partial n} \nabla^2 B - B \frac{\partial}{\partial n} \nabla^2 A - \frac{\partial A}{\partial n} \nabla^2 B + \frac{\partial B}{\partial n} \nabla^2 A \right] dl \quad (5.8)$$

Avec Ω la surface considérée, \mathcal{C} son contour et $\frac{\partial}{\partial n}$ la dérivée selon un vecteur \vec{n} normal au contour et pointant vers l'extérieur du domaine. En prenant comme champ A la solution homogène U de l'équation de propagation et B la fonction de Green G , on obtient à partir des équations (5.6), (5.7) et (5.8),

$$U(\mathbf{a}, \omega) = \oint_{\mathcal{C}} U(\mathbf{y}, \omega) \frac{\partial}{\partial n} \nabla^2 G(\mathbf{a}, \mathbf{y}, \omega) - G(\mathbf{a}, \mathbf{y}, \omega) \frac{\partial}{\partial n} \nabla^2 U(\mathbf{y}, \omega) - \frac{\partial U(\mathbf{y}, \omega)}{\partial n} \nabla^2 G(\mathbf{a}, \mathbf{y}, \omega) + \frac{\partial G(\mathbf{a}, \mathbf{y}, \omega)}{\partial n} \nabla^2 U(\mathbf{y}, \omega) dy \quad (5.9)$$

Le déplacement hors plan $U(\mathbf{a}, \omega)$ en un point situé à l'intérieur du domaine Ω peut donc être obtenu à partir du déplacement $U(\mathbf{y}, \omega)$ sur le contour du domaine \mathcal{C} et de la fonction de Green $G(\mathbf{a}, \mathbf{y}, \omega)$ en espace libre. Selon l'équation (5.9), il est nécessaire d'enregistrer sur le contour le déplacement U et ses dérivées spatiales jusqu'à l'ordre 3. On peut toutefois simplifier cette acquisition en négligeant la contribution des ondes évanescents dans les champs U et G . En factorisant l'équation de propagation, on montre [53, p.214] que ses solutions sont la somme des solutions des équations (5.10) et (5.11) correspondant aux composantes propagatives et évanescents respectivement.

$$\nabla^2 U_p + k^2 U_p = 0 \quad (5.10)$$

$$\nabla^2 U_e - k^2 U_e = 0 \quad (5.11)$$

$$(5.12)$$

Lorsque les solutions évanescentes sont négligées, U et G vérifient l'équation (5.10). On obtient alors,

$$G \frac{\partial}{\partial n} \nabla^2 U = \nabla^2 G \frac{\partial}{\partial n} U \quad (5.13)$$

$$U \frac{\partial}{\partial n} \nabla^2 G = \frac{\partial}{\partial n} G \nabla^2 U \quad (5.14)$$

$$(5.15)$$

L'équation (5.9) se simplifie alors pour donner,

$$U(\mathbf{a}, \omega) = 2 \oint_{\mathcal{C}} U(\mathbf{y}, \omega) \frac{\partial}{\partial n} \nabla^2 G(\mathbf{a}, \mathbf{y}, \omega) - \frac{\partial U(\mathbf{y}, \omega)}{\partial n} \nabla^2 G(\mathbf{a}, \mathbf{y}, \omega) dy \quad (5.16)$$

L'interpolation se fait alors à partir du déplacement et de sa première dérivée sur le contour Ω du domaine. La réponse impulsionnelle entre un actionneur q situé en \mathbf{b}_q et le point \mathbf{a} se calcule donc à partir des réponses impulsionnelles entre cet actionneur et les points du contour situés en $\mathbf{y} \in \mathcal{C}$. Dans le domaine temporel, on a ainsi,

$$h_{aq}(t) = 2 \oint_{\mathcal{C}} h_{yq}(t) \otimes \frac{\partial}{\partial n} \nabla^2 g(r, t) - \frac{\partial h_{yq}(t)}{\partial n} \otimes \nabla^2 g(r, t) dy \quad (5.17)$$

avec $r = \|\mathbf{x} - \mathbf{y}\|$ la distance entre les points \mathbf{x} et \mathbf{y} . La dérivée temporelle de la fonction de Green est [86, p. 276],

$$\dot{g}(r, t) = \frac{\partial g}{\partial t}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, t) = \frac{1}{4\pi\sqrt{D\rho_s}t} \sin\left(\frac{r^2}{4t}\sqrt{\frac{\rho_s}{D}}\right) \quad (5.18)$$

Après intégration temporelle et dérivation spatiale, les noyaux de convolution sont donnés par,

$$\nabla^2 g(r, t) = \frac{\partial^2 g}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial g}{\partial r} = -\frac{1}{4\pi Dt} \cos\left(\frac{r^2}{4t}\sqrt{\frac{\rho_s}{D}}\right) \quad (5.19)$$

$$\partial_n \nabla^2 g = \frac{\partial}{\partial n} \nabla^2 g(r, t) = \frac{\partial}{\partial r} \nabla^2 g(r, t) = \frac{r}{8\pi t^2} \sqrt{\frac{\rho_s}{D^3}} \sin\left(\frac{r^2}{4t}\sqrt{\frac{\rho_s}{D}}\right) \quad (5.20)$$

Cette expression des noyaux de convolution fait toutefois apparaître un phénomène de repliement de spectre lors de l'implémentation discrète. Il est donc nécessaire de filtrer les composantes fréquentielles supérieures à la limite de Shannon $f_{sh} = F_e/2$, avec F_e la fréquence d'échantillonnage, avant de les implémenter. La fréquence instantanée est définie par, $f(t) = (1/2\pi)\partial\phi/\partial t$, avec dans les expressions des noyaux $\phi(t) = r^2/(4\sqrt{D/\rho_s}t)$. Au signe près on a alors,

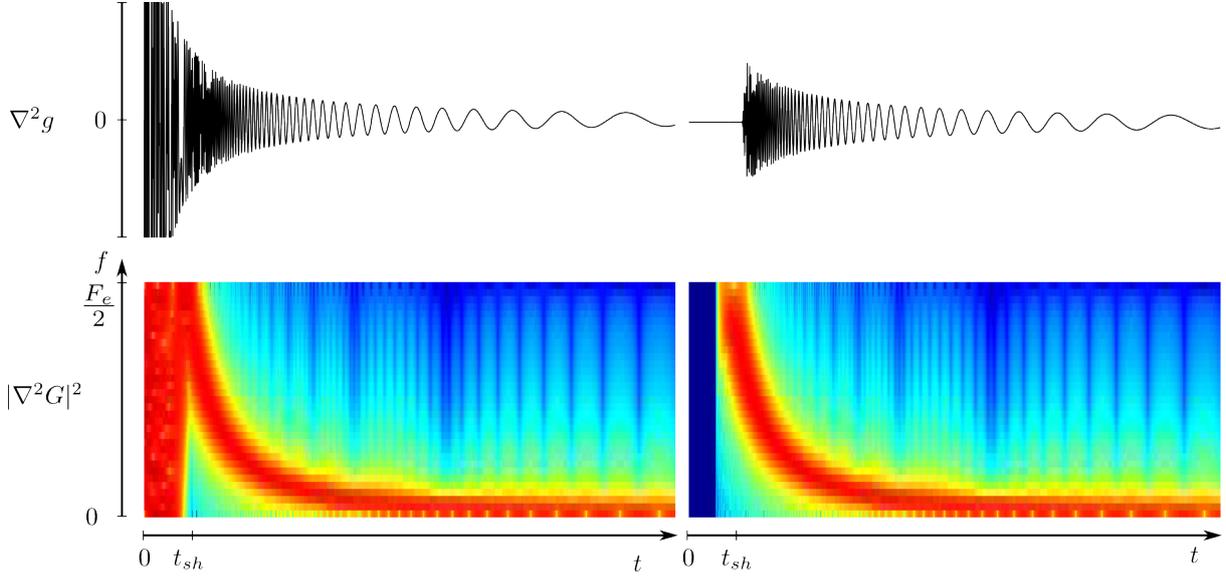


FIGURE 5.1: Noyau d'interpolation $\nabla^2 g$ (gauche) et tronqué (droite). Représentation temporelle (haut) et spectrogramme (bas). Le repliement de spectre avant t_{sh} se traduit dans le spectrogramme en bas à gauche par l'excitation de l'ensemble des fréquences (en rouge sur le spectrogramme).

$$f(t) = \frac{r^2}{8\pi t^2} \sqrt{\frac{\rho_s}{D}} \quad (5.21)$$

La fréquence instantanée respecte le critère de Shannon, $f(t) < F_e/2$ avec F_e la fréquence d'échantillonnage, pour $t < t_{sh}$, donné par :

$$t_{sh} = \frac{r}{2\sqrt{\pi F_e}} \sqrt[4]{\frac{\rho_s}{D}} \quad (5.22)$$

D'après l'expression de la vitesse de phase (4.5), ce temps correspond à celui que met une onde de fréquence $f = F_e/2$ à parcourir une distance r . Les noyaux de convolution sont donc composés avant le temps t_{sh} uniquement de fréquences supérieures à la fréquence de Shannon. Le filtrage des fréquences supérieures à la limite de Shannon est donc obtenu en supprimant la partie du signal située avant t_{sh} , c'est-à-dire en posant $\nabla^2 g(r, t < t_{sh}) = 0$ et $\partial_n \nabla^2 g(r, t < t_{sh}) = 0$. La figure 5.1 illustre l'effet de cette troncature sur l'allure temporelle et fréquentielle du noyau $\nabla^2 g(r, t)$.

La mise en œuvre de l'interpolation nécessite deux approximations supplémentaires. La première est liée à la mesure de la dérivée spatiale du déplacement de la plaque aux points du contour. La mesure par vibromètre ne permet d'obtenir que le déplacement en un point. On approche donc

la dérivée spatiale selon la normale n au contour par différenciation. Pour cela, l'apprentissage est réalisé sur un second contour \mathcal{C}' , et on prend l'approximation $\partial u/\partial n = (u - u')/d_i$. La distance d_i doit alors vérifier $d_i \ll \lambda_{\min}$ pour obtenir une bonne approximation. La seconde approximation nécessaire est liée à la discrétisation du contour en un nombre fini de points. La distance p_i entre ces points doit alors vérifier elle aussi le théorème d'échantillonnage soit $p_i = \lambda/2$. Le nombre de points d'apprentissage nécessaires à la focalisation en n'importe quel point de la surface est donc avec cette méthode intégrale,

$$P_i = 8 \frac{L}{R_s}. \quad (5.23)$$

On réalise donc l'apprentissage à partir d'un nombre de points légèrement supérieur à celui requis par la méthode parcimonieuse de Chardon [84]. La méthode intégrale ne nécessite en revanche pas de décomposition modale et élimine ainsi une source possible d'approximations. Enfin, la disposition en périphérie des points de mesure pour l'apprentissage permet d'envisager la recalibration régulière des réponses impulsionnelles par un ensemble de capteurs disposés sur le pourtour de la cavité.

5.3 Répétition et résolution temporelle

5.3.1 Résolution temporelle

En partant de l'expression (3.24) de la vitesse v_{RT} obtenue au point de focalisation en un instant t quelconque et en suivant le même développement qu'au chapitre précédent, on obtient,

$$\mathbf{T}_{mn}(t) = \int_0^t \cos(\omega_n(T - \eta)) e^{-(T-\eta)/\tau} \cos(\omega_n(t - \eta)) e^{-(t-\eta)/\tau} d\eta \quad (5.24)$$

Autour de l'instant de focalisation $t \simeq T$ et avec l'hypothèse $\omega_n \gg 1/\tau$ on trouve,

$$\mathbf{T}_{mn}(t \sim T) \simeq \mathbf{T}_{mn}(t = T) \cos(\omega_n(t - T)) \quad (5.25)$$

A partir de l'équation (4.21), on obtient alors,

$$v_{\text{RT}}(\mathbf{a}, t \sim T) = v_{\text{RT}}(\mathbf{a}, t = T) \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \cos(\omega_n(t - T)) \quad (5.26)$$

En posant comme dans le chapitre précédent $\omega_n = n\Delta\omega = 2\pi n\Delta f$ et $f_{\max} = N\Delta f$, on obtient tant que $|t - T|\Delta\omega \ll 1$,

$$v_{\text{RT}}(\mathbf{a}, t \sim T) = v_{\text{RT}}(\mathbf{a}, t = T) \frac{\sin(2\pi f_{\text{max}}(t - T))}{2\pi f_{\text{max}}(t - T)} \quad (5.27)$$

Comme pour la résolution spatiale, la résolution temporelle correspond à la durée R_t pendant laquelle $v_{\text{RT}}(\mathbf{a}, t) > \frac{1}{2}v_{\text{RT}}(\mathbf{a}, T)$. On parle également de largeur à 3 dB de l'impulsion. On trouve alors,

$$R_t \simeq \frac{1}{2f_{\text{max}}} = \frac{\pi}{\omega_{\text{max}}} \quad (5.28)$$

Longueur d'onde et fréquence étant liées par la relation de dispersion (4.4), les résolutions spatiales et temporelles sont liées par,

$$\frac{R_s^2}{R_t} \simeq \pi \sqrt{\frac{D}{\rho_s}} = \frac{\pi}{\sqrt{12}} \eta \sqrt{\frac{Y}{\rho(1 - \nu^2)}} \quad (5.29)$$

Avec η l'épaisseur de la plaque et Y , ρ et ν le module de Young, la masse volumique et le coefficient de Poisson de son matériau. Pour une plaque donnée, on ne peut donc pas fixer indépendamment la dimension et la durée de la tache focale.

On peut par ailleurs comparer cette résolution temporelle avec la durée de la fenêtre de retournement temporelle T . D'après les résultats trouvés dans le chapitre précédent, le contraste maximal est obtenu pour $T > T_c/Q = 1/(Q\Delta f)$ avec Q le nombre d'actionneurs et Δf la différence moyenne entre les fréquences de deux modes successifs. Cette différence est beaucoup plus faible que la fréquence des modes sollicités. À moins d'utiliser un très grand nombre d'actionneurs, la durée de l'impulsion obtenue par retournement temporel est donc nettement plus faible que la durée de l'émission par les actionneurs. Pour la plaque d'acier considérée dans la vérification expérimentale du précédent chapitre, on a $T_c = 38$ ms et $Q = 8$, soit une focalisation optimale pour $T > 5$ ms. Avec une fréquence maximale $f_{\text{max}} = 25$ kHz, la durée de la focalisation est $R_t \simeq 20$ μ s, soit inférieure d'un facteur 250 à la durée T de l'émission.

5.3.2 Répétition de la focalisation

En imagerie médicale[58], la formation d'une image est obtenue par balayage du point de focalisation dans un plan. La vitesse de rafraichissement de l'image obtenue dépend ainsi de la fréquence de répétition du processus de focalisation. En communication [60] la fréquence de répétition de la focalisation fixe le débit d'échange des données. Pour le retour tactile enfin, la fréquence de répétition fixe le taux de rafraichissement du motif tactile et doit permettre d'en améliorer la perception. On montre dans cette section que la fréquence de répétition maximale dépend de la durée de la fenêtre de retournement T et de la constante d'atténuation de la cavité τ .

Convolution de la réponse impulsionnelle

Une évolution temporelle quelconque de la vitesse au point de focalisation peut être obtenue en convoluant le signal que l'on souhaite obtenir au point de focalisation avec la réponse impulsionnelle retournée temporellement. On le montre en utilisant une description fréquentielle du processus de retournement temporel.

La répétition de l'impulsion avec une période T_r s'obtient par convolution du signal émis avec un peigne de dirac $\mathfrak{m}(t) = \sum_p \delta(t - pT_r)$. Dans le domaine fréquentiel, ce peigne s'écrit $\mathfrak{M}(\omega) = \sum_p \delta(\omega - 2\pi p/T_r)$. En reprenant la description fréquentielle de la focalisation par retournement temporel de la section 3.3.3 on trouve finalement une vitesse au point de focalisation,

$$v_{\text{RT}}(\mathbf{a}, t) = \sum_p \left\| \dot{H}_{qa}\left(\frac{2\pi p}{T_r}\right) \right\|^2 e^{j2\pi \frac{p}{T_r}(T-t)} \quad (5.30)$$

On obtient bien une focalisation périodique de période T_r avec,

$$v_{\text{RT}}(\mathbf{a}, T + mT_r) = \sum_p \left\| \dot{H}_{qa}\left(\frac{2\pi p}{T_r}\right) \right\|^2 \quad (5.31)$$

où m est un entier. On retrouve également que la périodisation de la focalisation entraîne une discrétisation du spectre de la vitesse. Cette discrétisation n'affecte pas la qualité de focalisation tant que le pas de discrétisation $2\pi p/T_r$ reste plus petit que la résolution fréquentielle de la fonction de transfert $\|\dot{H}_{qa}\|$. Cette résolution fréquentielle est donnée par la durée de la fenêtre de retournement par $2\pi/T$. Pour préserver la qualité de focalisation, la période de répétition de l'impulsion doit donc être supérieure ou égale à la durée de la fenêtre de retournement, soit $T_r > T$. Autrement dit, on ne peut pas, sans dégrader la qualité de focalisation, générer simultanément les fronts d'onde servant à la focalisation en deux instants différents.

Plutôt qu'une répétition de l'impulsion, on peut obtenir au point de focalisation une vitesse quelconque. Pour obtenir une vitesse sinusoidale de période f_0 , on multiplie donc le spectre de la réponse impulsionnelle par un dirac à cette même fréquence. La vitesse au point de focalisation est alors,

$$v_{\text{RT}}(\mathbf{a}, t) = \|\dot{H}_{qa}(\omega_0)\|^2 e^{j\omega_0(T-t)} \quad (5.32)$$

On retrouve bien une vitesse sinusoidale au point de focalisation. La bande passante est en revanche réduite à une seule fréquence $f_0 = \omega_0/(2\pi)$. Il n'existe alors plus d'interférences entre les différentes composantes fréquentielles du signal $h_{qa}(t)$. La fréquence maximale, fixant la résolution temporelle est alors f_0 et la taille de la tache de focalisation correspond à une demie longueur d'onde à la fréquence f_0 . La figure 5.2 illustre l'effet de la convolution sur le spectre de la vitesse obtenue au point de focalisation.

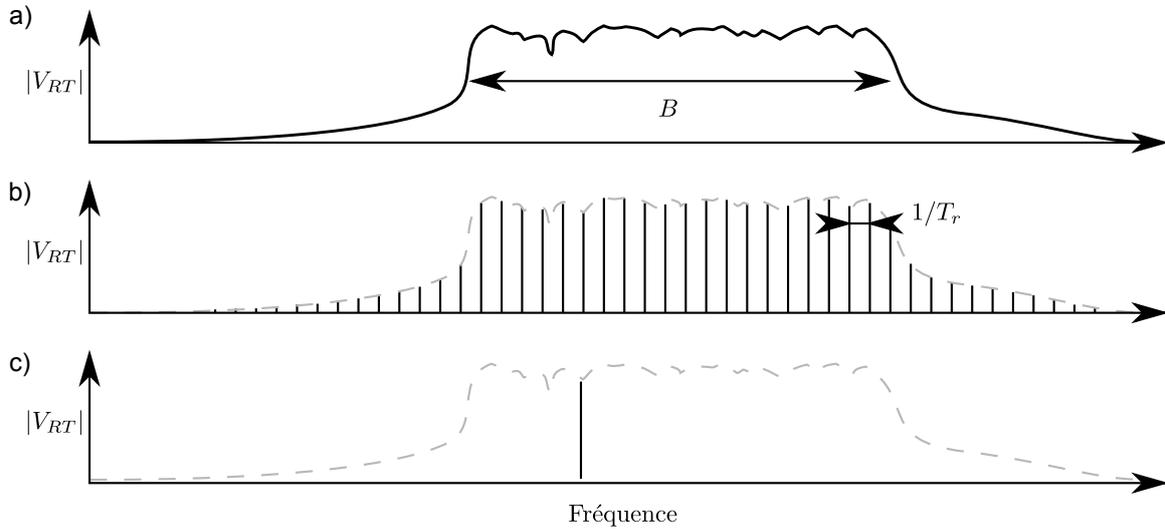


FIGURE 5.2: Représentation schématique du spectre de la vitesse enregistrée au point de focalisation dans le cas d'une focalisation unique (a), répétée avec une période T_r (b) ou convoluée à une sinusoïde de fréquence f_0 (c). La répétition limite la résolution fréquentielle à $1/T_r$ par discrétisation du spectre, mais préserve la bande passante et la fréquence maximale et donc la résolution. La convolution par une sinusoïde réduit le spectre à une seule composante.

On peut donc obtenir n'importe quelle forme d'onde au point de focalisation. La bande passante à considérer dans le calcul du contraste est alors la bande commune à cette forme d'onde et à la réponse impulsionnelle. De même, la résolution temporelle, et donc la résolution spatiale, est fixée par la fréquence maximum de cette bande commune.

Influence de l'amortissement

La période T_r de répétition de la focalisation doit également être choisie en fonction de la constante d'atténuation de la cavité τ . À moins d'utiliser un puits acoustique en plaçant une source au point de focalisation, le front d'onde convergent formant la tache de focalisation au temps T poursuit son évolution et forme un front d'onde divergent pour $t > T$. Cette onde se propage et se réverbère dans la cavité en s'atténuant avec une constante de temps τ . Lorsque le processus de focalisation est répété, les ondes issues des focalisations passées constituent un bruit de fond qui s'additionne au bruit de focalisation calculé dans le chapitre précédent, réduisant ainsi le contraste. Pour quantifier cet effet, on modélise le champ acoustique en un point quelconque de la plaque après focalisation, pour $t \geq T$, par une variable aléatoire α suivant une décroissance exponentielle de constante τ .

$$v_{\text{RT}}(\mathbf{x}, t) = \alpha(t - T)e^{-(t-T)/\tau}, \quad \forall t \geq T \quad (5.33)$$

En considérant que des valeurs $\alpha(t)$ sont décorrélées entre elles, on obtient $\mathbb{E}[\alpha(t)\alpha(t' \neq t)] = 0$. La vitesse moyenne étant nulle, on a également $\mathbb{E}[\alpha(t)] = 0$. La variance de la vitesse en ce point est alors $\mathbb{E}[v_{\text{RT}}^2(\mathbf{x}, t)] = \mathbb{E}[\alpha^2] e^{-2(t-T)/\tau}$. La vitesse v_{RT} obtenue après répétition du processus de focalisation avec une période T_r s'écrit alors,

$$\hat{v}_{\text{RT}}(\mathbf{x}, t) = \sum_{r=0}^{\infty} \alpha(t + rT_r - T)e^{-(t+rT_r-T)/\tau} \quad (5.34)$$

D'où il vient,

$$\begin{aligned} \mathbb{E}[\hat{v}_{\text{RT}}^2(\mathbf{x}, t)] &= \mathbb{E}\left[\sum_{r=0}^{\infty} \sum_{s=0}^{\infty} \alpha(t + rT_r - T)\alpha(t + sT_r - T)e^{-(t+rT_r-T)/\tau} e^{-(t+sT_r-T)/\tau}\right] \\ &= \mathbb{E}\left[\sum_{r=0}^{\infty} \alpha^2(t + rT_r - T)e^{-2(t+rT_r-T)/\tau}\right] \\ &= \mathbb{E}[\alpha^2] e^{-2(t-T)/\tau} \sum_{r=0}^{\infty} e^{-2rT_r/\tau} \\ &= \mathbb{E}[\alpha^2] e^{-2(t-T)/\tau} \frac{1}{1 - e^{-2T_r/\tau}} \end{aligned}$$

Le lien entre les vitesses quadratiques obtenues au temps $t = T$ lors d'une focalisation unique et lors d'une focalisation répétée s'écrit donc,

$$\mathbb{E}[\hat{v}_{\text{RT}}^2(\mathbf{x}, T)] = \frac{\mathbb{E}[v_{\text{RT}}^2(\mathbf{x}, T)]}{1 - e^{-2T_r/\tau}} \quad (5.35)$$

Le contraste \hat{C} exprimé en fonction du contraste initial C , est alors donné par

$$\frac{\hat{C}}{C} = \sqrt{1 - e^{-2T_r/\tau}} \quad (5.36)$$

Pour limiter la dégradation du contraste lors de la répétition, la période doit donc être plus grande que la constante de temps d'amortissement de la cavité. Pour $T_r > \tau$, on a alors un ratio \hat{C}/C supérieur à 93%.

5.4 Validation expérimentale

On utilise pour la vérification expérimentale le même dispositif 4.7 que celui utilisé dans le chapitre précédent, consistant en une plaque d'acier de dimensions $215 \times 135 \times 0.25$ mm munie

de 8 actionneurs piézoélectriques collés sur son contour. La bande passante considérée s'étend de 0 à $f_{\max} = 25$ kHz.

5.4.1 Résolutions

La mesure des résolutions spatiales et temporelles est réalisée à partir de l'enregistrement de la vitesse dans une zone de 40×40 mm² centrée autour du point de focalisation. On répète pour cela la focalisation en déplaçant le point de mesure du vibromètre par pas de 1 mm dans l'ensemble de la zone. La synchronisation de l'émission par les actionneurs avec l'acquisition du signal de vibromètre permet finalement de reconstituer l'évolution dans l'espace et dans le temps de la vitesse hors plan de la plaque. La durée de fenêtre de retournement est $T = 10$ ms et la fréquence d'échantillonnage est $F_e = 250$ kHz. Le résultat est présenté en figure 5.3. On retrouve à partir de la vitesse enregistrée au point de focalisation un résolution temporelle, $R_t = 0.02$ ms, conforme à l'expression théorique. La tache de focalisation obtenue à l'instant T présente comme attendu une symétrie circulaire. Sa largeur à mi-hauteur vaut $R_s = 5$ mm, ici encore conforme à la valeur obtenue par l'expression (5.29) prise avec les données du tableau 4.1.

5.4.2 Répétition de la focalisation

On mesure cette fois le contraste \hat{C} obtenu en un point de la plaque avec $T = 2$ ms. Ce contraste est mesuré pour une unique focalisation, donnant le contraste de référence C , et pour une focalisation répétée avec différentes périodes. Le contraste relatif, tracé en figure 5.4 montre un bon accord avec l'expression théorique.

5.4.3 Retournement temporel synthétique

Le contour \mathcal{C} choisi pour l'apprentissage est situé à une distance $D_i = 20$ mm des bords de la plaque. Le contour \mathcal{C}' est situé à une distance $d_i = 1$ mm de \mathcal{C} . L'intégration sur ces contours est approchée par une somme de valeurs discrètes régulièrement réparties par pas $p_i = 5$ mm. La figure 5.5 détaille le dispositif expérimental et la position des points de mesure. Les réponses impulsionnelles entre chaque actionneur et chaque point des contours sont obtenues selon la méthode décrite en figure 3.5 mais en mesurant cette fois le déplacement et non plus la vitesse au point de focalisation.

La distance entre chaque point du contour et le point de focalisation du contour est ensuite utilisée pour calculer les noyaux de convolution. On calcule ensuite par l'équation (5.17) la réponse impulsionnelle entre chaque actionneur et le point de focalisation. Cette réponse est fenêtrée puis retournée temporellement pour obtenir la focalisation en ce point. La figure 5.6 représente les

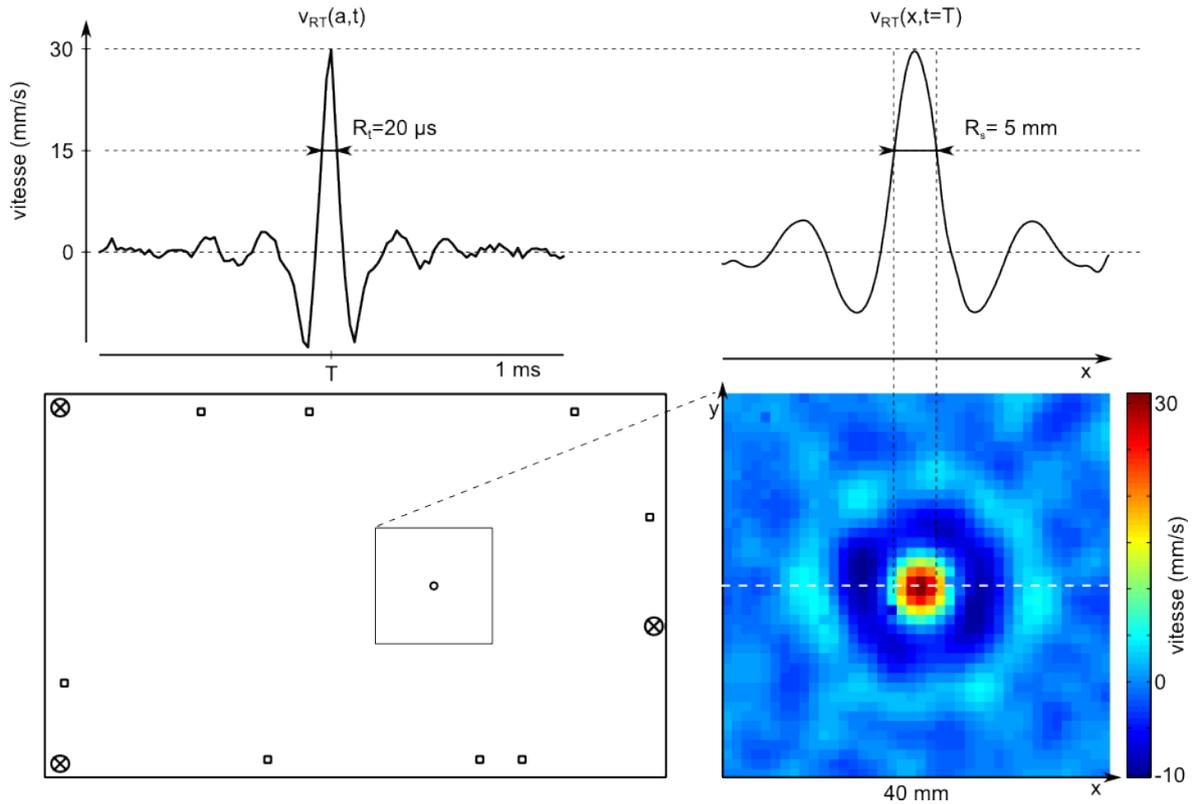


FIGURE 5.3: Résolutions spatiale et temporelle de la tache de focalisation. Le retournement temporel est réalisé au moyen de huit actionneurs dans une plaque d'acier simplement supportée sur trois points (en bas à gauche). La tache de focalisation (en bas à droite), obtenue à l'instant de focalisation $T = 10$ ms présente une symétrie circulaire et sa largeur à mi-hauteur (en haut à droite) est égale à la limite de diffraction, soit $R_s = 5$ mm. La durée à mi-hauteur de l'impulsion (en haut à gauche) mesurée au point de focalisation vaut $R_t = 20 \mu\text{s}$, conformément aux prédictions théoriques.

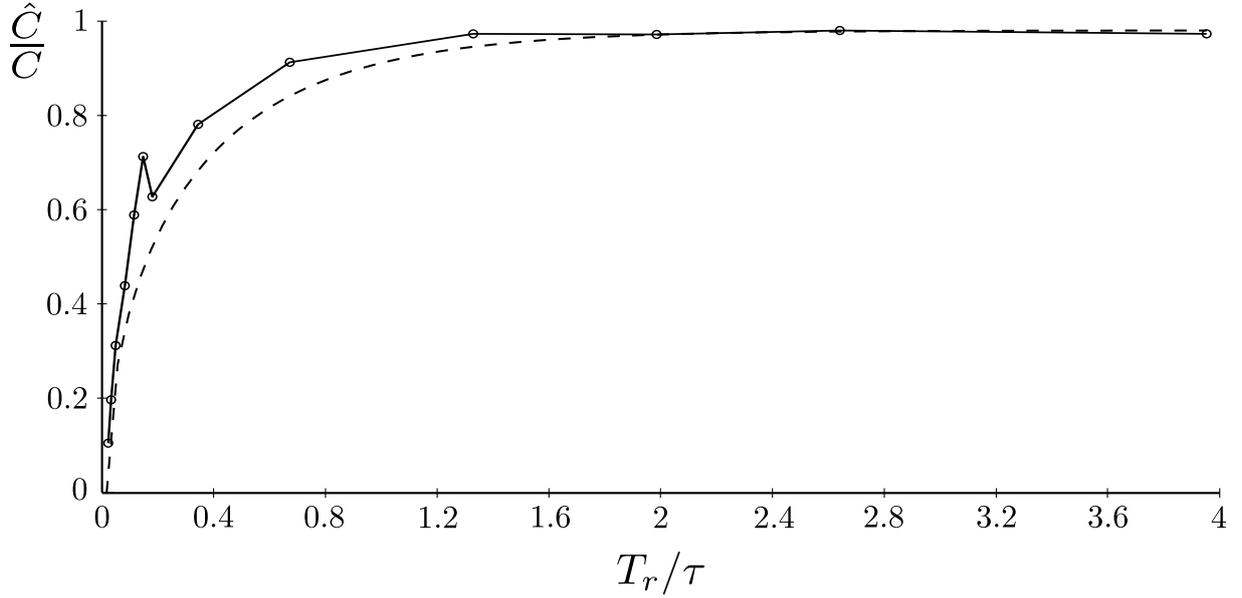


FIGURE 5.4: Contraste en fonction de la période de répétition. Valeurs théoriques (pointillés) et expérimentales (cercles). Pour préserver le contraste, la période de répétition T_r doit être supérieure à la constante de temps d’amortissement de la cavité τ .

déplacements au point de focalisation obtenus à partir de la réponse mesurée à ce point et à partir de la réponse interpolée. On retrouve dans les deux cas un déplacement impulsionnel au temps $t = 10$ ms correspondant à la durée de la fenêtre de retournement T .

La figure 5.7 illustre le détail des déplacements au point de focalisation sur une fenêtre de durée 1 ms centrée sur l’instant de focalisation $T = 10$ ms. L’amplitude des déplacements à d’autres instants est également identique. Le contraste est donc également conservé.

5.5 Conclusion

La durée de l’impulsion est quantifiée par la résolution temporelle, inversement proportionnelle à la limite haute de la bande passante utilisée. La résolution spatiale, donnant la dimension de la tache de focalisation, est égale à la limite de diffraction, c’est-à-dire à la moitié de la plus courte longueur d’onde focalisée. Ces deux quantités sont liées par la vitesse de propagation dans la plaque et on ne peut augmenter la durée de l’impulsion sans dégrader la résolution spatiale. La durée de la fenêtre de retournement et de la constante d’atténuation de la cavité fixent la limite basse de la période de répétition de l’impulsion en dessous de laquelle une dégradation du contraste intervient. Enfin, le retournement synthétique permet d’interpoler les réponses im-

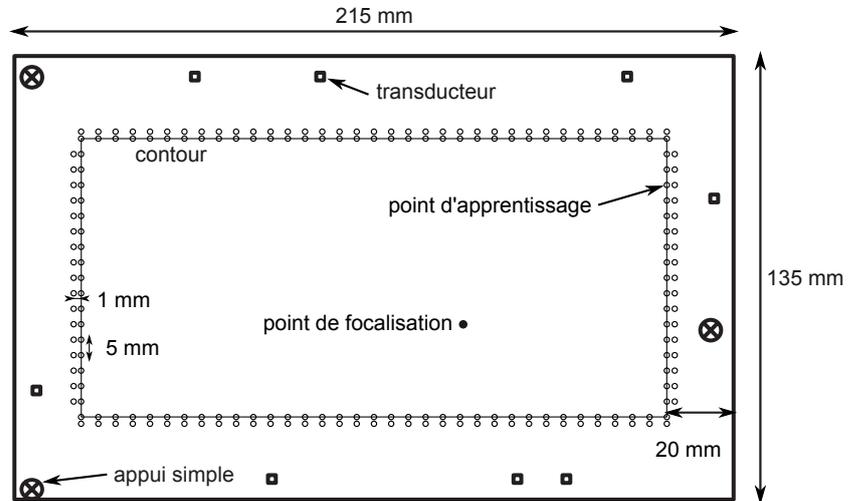


FIGURE 5.5: Cavité et contour utilisés pour l'interpolation.

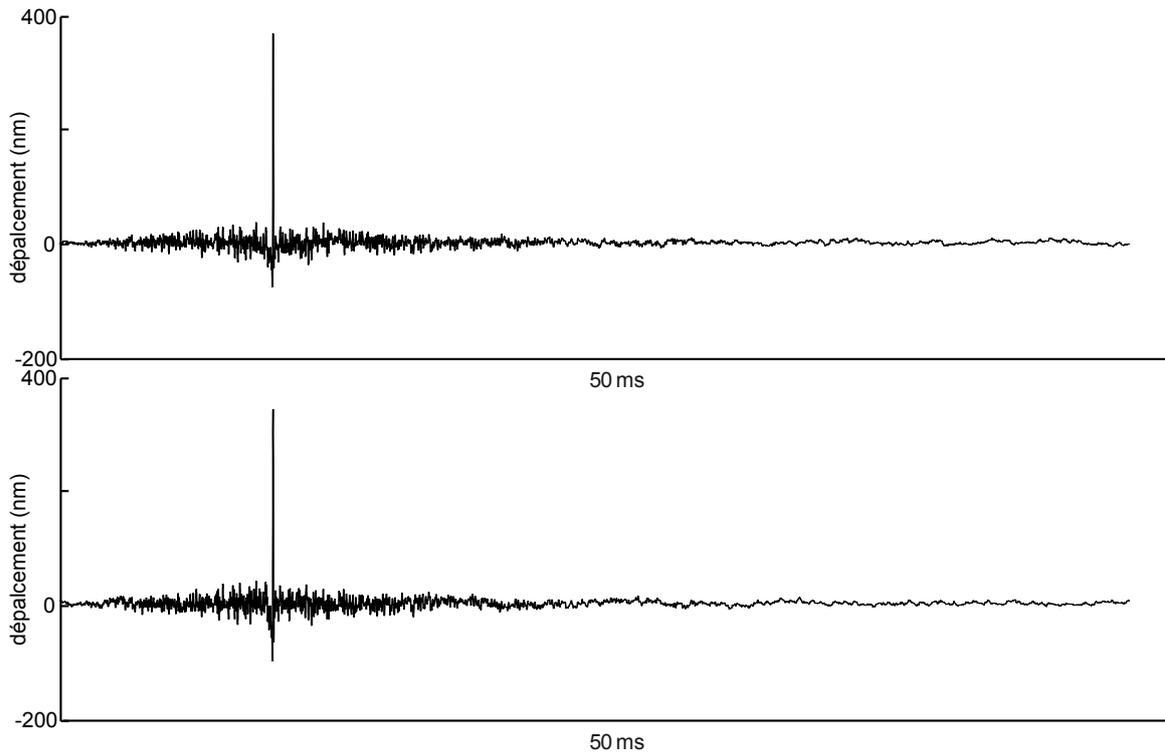


FIGURE 5.6: Déplacements enregistrés au point de focalisation après un apprentissage direct (haut) et après interpolation (bas).

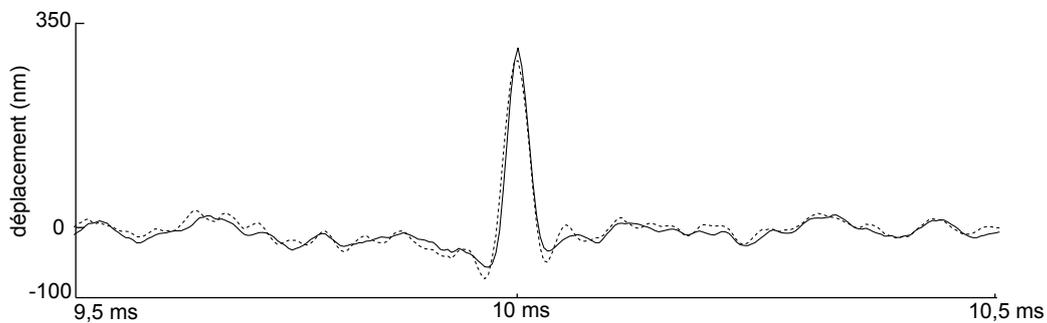


FIGURE 5.7: Détail des déplacements enregistrés au point de focalisation après un apprentissage direct (trait plein) et après interpolation (trait pointillé). L'amplitude atteinte à l'instant de focalisation $t = 10$ ms est identique dans les deux cas, et du même ordre de grandeur en d'autres instants.

pulsionnelles de l'ensemble de la surface de la cavité à partir d'un apprentissage des points du contour. Le nombre de points d'apprentissage à réaliser est ainsi proportionnel au périmètre de la cavité plutôt qu'à son aire.

Chapitre 6

Sélection et pilotage des actionneurs

Sommaire

6.1	Introduction	84
6.2	Dimensionnement des actionneurs piézoélectriques	84
6.2.1	Épaisseur et propriétés électromécaniques de la céramique	84
6.2.2	Longueur de la céramique	85
6.3	Pilotage des actionneurs	87
6.3.1	Quantification sur 1 bit	87
6.3.2	Mise en forme du bruit de quantification	92
6.4	Bilan énergétique de la focalisation	95
6.5	Conclusion	96

6.1 Introduction

On aborde dans ce chapitre le dimensionnement d'actionneurs piézoélectriques couplés à une plaque pour la production d'ondes de flexion. L'influence de leur taille y est étudiée et on identifie les propriétés électromécaniques à maximiser. On montre en particulier l'importance du choix de la longueur L_a des actionneurs pour l'obtention d'une résolution spatiale donnée. On étudie ensuite le pilotage de ces actionneurs par des signaux quantifiés sur un bit. La simplification de l'électronique de commande et d'amplification permise s'accompagne d'un gain en amplitude au point de focalisation que l'on quantifie. La mise en forme du bruit de quantification est ensuite proposée pour limiter le bruit audible généré par cette quantification. Un bilan énergétique permet enfin d'estimer la puissance délivrée par chaque actionneur au cours de la focalisation et de dimensionner l'électronique d'amplification.

6.2 Dimensionnement des actionneurs piézoélectriques

Le faible encombrement, la grande bande passante et l'amplitude des efforts qu'ils peuvent générer font des céramiques piézoélectriques le moyen d'actionnement privilégié en contrôle actif [87, 88] ou contrôle de santé des structures [89, 90, 91]. Plusieurs modèles du couplage entre un actionneur piézoélectrique et une structure ont été développés. Les modèles de Bailey [92] puis de Crawley [93] dans le cas des poutres ont par la suite été étendus par Dimitriadis [94] et Kim [95] au cas des plaques minces. On rappelle dans cette section l'expression obtenue par Kim que l'on utilise pour obtenir l'amplitude modale et étudier l'influence des dimensions de la céramique piézoélectrique.

6.2.1 Épaisseur et propriétés électromécaniques de la céramique

On considère une céramique piézoélectrique d'épaisseur η_a et de dimensions $L_a \times L_a$ avec $\eta_a \ll L_a$ dont les surfaces supérieures et inférieures sont couvertes de deux électrodes d'épaisseurs négligeables. L'effet piezoélectrique inverse se traduit par la déformation de la céramique lors de l'application d'une différence de potentiel V aux bornes des électrodes. En particulier, les déformations $\Lambda = \epsilon_{xx} = \epsilon_{yy}$ dans le plan de la céramique s'écrivent,

$$\Lambda = \frac{d_{31}V}{\eta_a} \quad (6.1)$$

La constante d_{31} , en m/V traduit l'effet piézoélectrique dans la direction transverse, c'est à dire la déformation dans le plan perpendiculaire à la direction du champ électrique $E = -V/\eta_a$ imposé. En imposant un même champ électrique aux bornes de deux céramiques de directions de

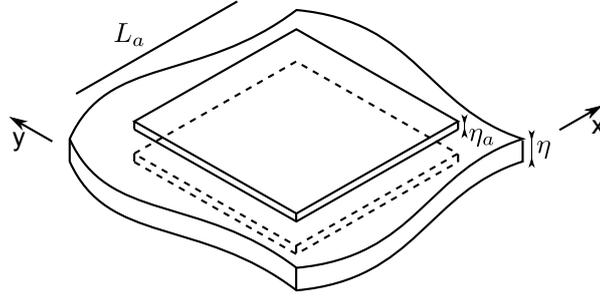


FIGURE 6.1: Modèle utilisé pour l'analyse du couplage entre deux céramiques piézoélectriques de dimensions $L_a \times L_a \times \eta_a$ collées de part et d'autre d'une plaque d'épaisseur η .

polarisation opposées et collées de part et d'autres d'une plaque mince, on génère une distribution uniforme de moments de flexions M_x et M_y sur l'ensemble de la surface de contact entre la plaque et les céramiques. Pour deux céramiques couvrant une zone $\{x, y\} \in [x_1, x_2] \times [y_1, y_2]$, on a :

$$M_x = M_y = M [H(x - x_1) - H(x - x_2)] [H(y - y_1) - H(y - y_2)] \quad (6.2)$$

avec $H(x)$ la fonction de Heaviside telle que $H(x \geq 0) = 1$ et $H(x < 0) = 0$. En développant l'expression du moment M , Kim et Dimitriadis montrent que celui-ci est proportionnel à la déformation Λ et donc à la tension V appliquée. Le choix de matériau pour ces actionneurs doit donc se porter sur ceux présentant un fort coefficient de couplage d_{31} . Selon ce modèle, les céramiques les plus adaptées pour l'actionnement sont les céramiques dites « dures » à module d'Young élevé. Les modules d'Young des céramiques en Titano-Zirconate de Plomb PZT couramment employées, sont de l'ordre de 80 à 160 GPa [96]. En considérant une céramique de module d'Young $Y_a = 160$ GPa collées à une plaque de verre de module $Y = 70$ GPa et d'épaisseur η , l'épaisseur optimale de cette céramique vaut, selon le modèle de Kim, $\eta_a \simeq \eta/2$. La vérification expérimentale de ce modèle par Cunningham [97] montre par ailleurs qu'une épaisseur de céramique légèrement supérieure à l'optimale est préférable à une épaisseur légèrement inférieure.

6.2.2 Longueur de la céramique

Pour étudier l'influence de la dimension L_a de la céramique, on exprime la réponse de la plaque à une tension V impulsionnelle appliquée aux borne d'une céramique, soit

$$V = V_0 \delta(t) \quad (6.3)$$

En négligeant la masse et la raideur apportée par la présence des céramiques, l'équation de propagation des ondes de flexions dans la plaque s'écrit alors :

$$D\nabla^4 u + \rho_s \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = F = \frac{\partial^2 M_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 M_y}{\partial y^2} \quad (6.4)$$

La décomposition du déplacement $u(\mathbf{x}, t)$ selon la base modale Φ_n permet d'écrire :

$$u(\mathbf{x}, t) = \sum_n A_n \Phi_n(\mathbf{x}) \sin(\omega_n t) \quad (6.5)$$

En considérant une plaque rectangulaire simplement supportée sur ses bords, on obtient :

$$\Phi_n(\mathbf{x}) = 2 \sin(k_x x) \sin(k_y y) \quad (6.6)$$

avec k_x et k_y les projections du vecteur d'onde \mathbf{k}_n selon les directions x et y respectivement. On a alors,

$$\begin{aligned} A_n &= \frac{1}{\omega_n \rho_s \iint \Phi_n^2(\mathbf{x}) d\mathbf{x}} \iint F(\mathbf{x}) \Phi_n(\mathbf{x}) d\mathbf{x} \\ &= -\frac{M}{S\sqrt{\rho_s D}} L_a^2 \operatorname{sinc}\left(k_x \frac{L_a}{2}\right) \operatorname{sinc}\left(k_y \frac{L_a}{2}\right) \Phi_n(x_a, y_a) \end{aligned} \quad (6.7)$$

avec $\operatorname{sinc}(x)$ la fonction sinus cardinal, S l'aire de la plaque et

$$x_a = \frac{x_1 + x_2}{2}, \quad y_a = \frac{y_1 + y_2}{2}, \quad L_a = x_2 - x_1 = y_2 - y_1. \quad (6.8)$$

On retrouve ainsi que l'amplitude modale A_n est proportionnelle au moment M et donc à la tension V appliquée aux bornes de la céramique. Le terme $\Phi_n(x_a, y_a)$ correspond à la valeur de la déformée modale au centre de l'actionneur. On peut donc modéliser l'action de la céramique piézo-électrique comme une force ponctuelle appliquée au centre de l'actionneur et proportionnelle à la tension d'excitation. La dimension finie L_a de l'actionneur fait toutefois apparaître une longueur d'onde de coupure autour de $\lambda_c = 2L_a$ au travers des termes en $\operatorname{sinc}(kL_a/2) = \operatorname{sinc}(\pi L_a/\lambda)$. La longueur L_a doit donc être choisie suffisamment faible pour pouvoir exciter efficacement toutes les longueurs d'ondes souhaitées, c'est à dire pour que $\lambda_c < \lambda_{\min}$. En utilisant l'expression de la résolution spatiale trouvée dans le chapitre précédent, on trouve que L_a doit vérifier $L_a < R_s$. L'amplitude modale A_n étant par ailleurs proportionnelle à la surface L_a^2 de l'actionneur, on choisira $L_a \simeq R_s$ afin de maximiser l'amplitude pour une fréquence de coupure donnée.

6.3 Pilotage des actionneurs

Le pilotage de transducteurs acoustiques est généralement réalisé par une chaîne comprenant la génération de signaux numériques par un contrôleur, suivi d'une conversion numérique-analogique puis de l'amplification linéaire de la tension de commande. Le pilotage d'un grand nombre de voies indépendantes est alors compliqué par la présence d'un convertisseur et d'une amplification linéaire de puissance pour chaque voie. Ces deux difficultés peuvent être contournées en utilisant la quantification des signaux de commande sur un bit. Montaldo a en effet montré [98] que ne garder que le signe du signal à émettre permet d'obtenir une focalisation de qualité similaire et une amplitude supérieure au point de focalisation. On peut alors s'affranchir du convertisseur numérique analogique et de l'amplification linéaire en utilisant directement le signal numérique en sortie du contrôleur pour piloter un étage d'amplification simplifié. On montre ici que cette quantification entraîne toutefois une consommation électrique accrue et introduit du bruit audible, même lorsque la fréquence des signaux avant quantification se situe hors de cette bande.

6.3.1 Quantification sur 1 bit

Le retournement temporel comme estimateur de l'autocovariance

On utilise désormais une description stochastique de la réponse impulsionnelle et du processus de retournement temporel. On considère ainsi la réponse impulsionnelle comme une série discrète de N valeurs aléatoires de moyenne nulle $\mathbb{E}[h] = 0$ et de puissance $\mathbb{E}[h^2] = \sigma_h^2$. En considérant le retournement temporel de la réponse impulsionnelle en déplacement, la contribution de chaque voie au déplacement du point de focalisation est donc,

$$u_{\text{RT}}(n) = h(n) \otimes_t h(N - n) = \sum_{m=1}^n h(m)h(N - (n - m)). \quad (6.9)$$

En posant $k = N - n$, on retrouve l'expression d'un estimateur $\hat{R}_{hh}(k)$ de l'autocovariance de la réponse impulsionnelle.

$$\hat{R}_{hh}(k) = \frac{1}{N} \sum_{m=1}^{N-k} h(m)h(k + m) \quad (6.10)$$

Lors de la phase de focalisation, le déplacement enregistré au point focal est donc l'autocovariance de la réponse impulsionnelle entre ce point et une voie. On a ainsi :

$$u_{\text{RT}}(k) = N\hat{R}_{hh}(k) \quad (6.11)$$

En particulier, le déplacement maximal obtenu à l'instant de focalisation, soit en $n = N$, vaut :

$$u_{\text{RT}}(n = N) = N\hat{R}_{hh}(0) = \sum_{m=1}^N h^2(m) = N\sigma_h^2 \quad (6.12)$$

Quantification

Le signal émis est désormais h^q , obtenu par quantification sur un bit de la réponse impulsionnelle, soit :

$$h^q(n) = \text{sign}[h(n)] = \frac{h(n)}{|h(n)|} \quad (6.13)$$

Avec $|\cdot|$ la valeur absolue. Le bruit de quantification est alors défini comme $\epsilon(n) = h^q(n) - h(n)$. Le retournement temporel de la réponse impulsionnelle quantifiée sur un bit produit alors un déplacement au point de focalisation :

$$\begin{aligned} u_{\text{RT}}^q(n) = h^q(n) \otimes h(N-n) &= h(n) \otimes h(N-n) + \epsilon(n) \otimes h(N-n) \\ &= N\hat{R}_{hh}(n) + N\hat{R}_{h\epsilon}(n) \end{aligned} \quad (6.14)$$

Avec $\hat{R}_{h\epsilon}(n)$ la covariance de la réponse impulsionnelle $h(n)$ avec le bruit de quantification $\epsilon(n)$. À l'instant de focalisation on a donc,

$$u_{\text{RT}}^q(N) = N \left[\hat{R}_{hh}(0) + \hat{R}_{h\epsilon}(0) \right]. \quad (6.15)$$

Le déplacement obtenu à la focalisation est donc la somme de l'autocovariance de la réponse impulsionnelle et de la covariance entre cette réponse impulsionnelle et le bruit de quantification. Lorsque $R_{h\epsilon}(0) > 0$, la réponse impulsionnelle est corrélée au bruit de quantification et l'amplitude au point de focalisation est supérieure à celui obtenu sans quantification. Le calcul de la covariance $R_{h\epsilon}(0)$ donne,

$$R_{h\epsilon}(0) = \mathbb{E}[h(n)\epsilon(n)] = \mathbb{E} \left[h(n) \left(\frac{h(n)}{|h(n)|} - h(n) \right) \right] = \mathbb{E}[|h|] - \mathbb{E}[h^2] \quad (6.16)$$

Si l'on considère $h(n)$ comme un bruit blanc Gaussien, alors la probabilité que h prenne une valeur x est donnée par la densité de probabilité $p_h(x)$ suivante :

$$p_h(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_h} \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{x}{\sigma_h} \right)^2 \right] \quad (6.17)$$

On a alors,

$$\mathbb{E}[|h|] = \int_{-\infty}^{+\infty} |x|p_h(x)dx = \int_0^{+\infty} xp_h(x)dx + \int_{-\infty}^0 -xp_h(x)dx = \frac{2\sigma_h}{\sqrt{2\pi}} \quad (6.18)$$

En combinant les équations (6.18), (6.16), (6.15), on obtient finalement,

$$u_{\text{RT}}^q(N) = \frac{2N}{\sqrt{2\pi}}\sigma_h \quad (6.19)$$

On peut alors exprimer le gain en déplacement au point et à l'instant de focalisation permis par la quantification du signal sur un bit.

$$G_u = \frac{u_{\text{RT}}^q(N)}{u_{\text{RT}}(N)} = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{1}{\sigma_h} \quad (6.20)$$

La quantification sur un bit permet ainsi d'obtenir un plus grand déplacement au point de focalisation lorsque $\sigma_x < \sqrt{\frac{2}{\pi}} \simeq 0.8$.

En faisant l'approximation que le maximum de $h(n)$ est égal à trois fois son écart type, $h(n)$ et $h^q(n)$ ont une amplitude identique lorsque $\sigma_h = 1/3$. On a alors $G_u = 2.4$. À amplitude crête à crête identique, la quantification permet donc de multiplier par 2.4 le déplacement obtenu au point de focalisation. Cependant, le rapport des puissances des signaux est lui donné par :

$$G_p = \frac{\sum_n (h^q(n))^2}{\sum_n h^2(n)} = \frac{1}{\sigma_h^2} \quad (6.21)$$

A amplitude identique, la puissance du signal est donc multipliée par 9 lors de la quantification sur un bit pour un gain de 2.4 en déplacement alors qu'augmenter le déplacement d'un même facteur en l'absence de quantification aurait nécessité une augmentation de la puissance d'un facteur $2.4^2 \simeq 5.8$. La quantification sur un bit s'accompagne donc d'une surconsommation énergétique de l'ordre de 50 %. Cette dégradation de l'efficacité énergétique est cependant compensée par la simplification de l'électronique que permet la quantification et le gain en déplacement à tension d'alimentation équivalente.

Bruit audible

D'après les résultats obtenus dans le chapitre 4, la qualité de focalisation repose uniquement sur la largeur B de la bande fréquentielle des signaux de chaque voie. On peut donc à priori s'affranchir du bruit audible, au prix d'une réduction du contraste, en filtrant la réponse impulsionnelle avant réémission et ainsi ne garder que les composantes de fréquences supérieures à 20 kHz. L'analyse du bruit de quantification dans le cas d'un signal non blanc est rendue difficile par la non linéarité de l'opération de quantification. Il est toutefois courant de considérer que la

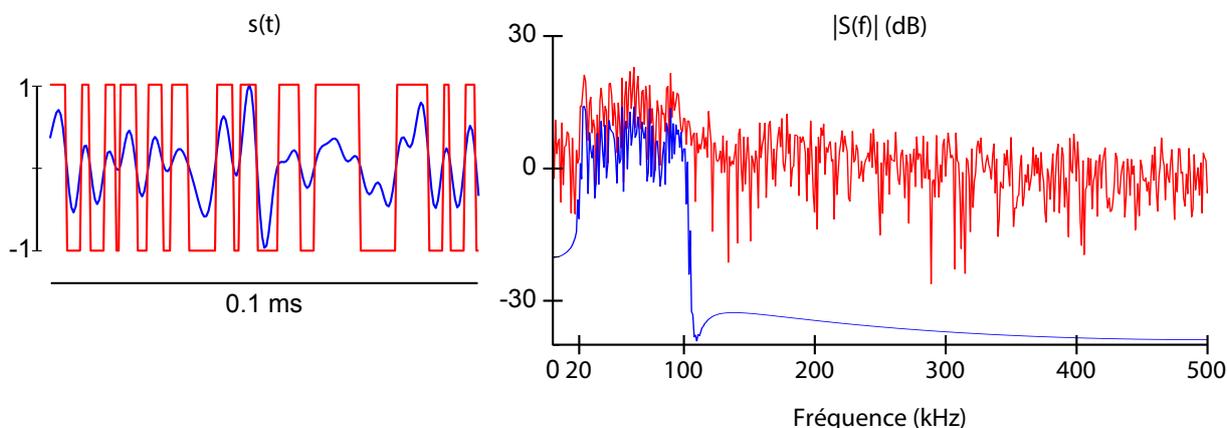


FIGURE 6.2: Signal analogique (bleu) et quantifié sur un bit (rouge) échantillonné à $F_e = 1$ MHz. Malgré la bande limitée à 20-100kHz du signal d'origine la quantification introduit un bruit réparti sur l'ensemble spectre et notamment dans la bande audible 0-20kHz.

répartition spectrale de la puissance de ce bruit est uniforme sur l'ensemble du spectre. La figure 6.2 illustre la présence du bruit de quantification sur l'ensemble du spectre, bien que le signal avant quantification soit limité à une bande de 20 kHz à 100 kHz. La densité de puissance du bruit de quantification $S_{\epsilon\epsilon}$ s'écrit :

$$S_{\epsilon\epsilon}(\nu) = |E(\nu)|^2 \quad (6.22)$$

avec $\nu = f/F_e$ la fréquence réduite, F_e la fréquence d'échantillonnage des signaux et E le spectre du bruit de quantification, donné par,

$$E(\nu) = \sum_{n=1}^N \epsilon(n) e^{-2j\pi\nu n} \quad (6.23)$$

La puissance du bruit est ainsi liée à sa densité spectrale par,

$$\sigma_\epsilon^2 = \int_{-1/2}^{1/2} S_{\epsilon\epsilon}(\nu) d\nu \quad (6.24)$$

L'hypothèse de répartition uniforme de la puissance du bruit de quantification conduit donc à $S_{\epsilon\epsilon} = \sigma_\epsilon^2$. La puissance du bruit dans la bande audible est alors,

$$P_q^a = \int_{-\nu_a}^{\nu_a} S_{\epsilon\epsilon}(\nu) d\nu = \int_{-\nu_a}^{\nu_a} \sigma_\epsilon^2 d\nu = 2\nu_a \sigma_\epsilon^2 \quad (6.25)$$

avec $\nu_a = 20 \times 10^3 / F_e$ la fréquence réduite de la limite haute du spectre audible. La puissance du bruit de quantification σ_ϵ^2 étant fixée par la puissance du signal σ_h^2 , on ne peut réduire le bruit

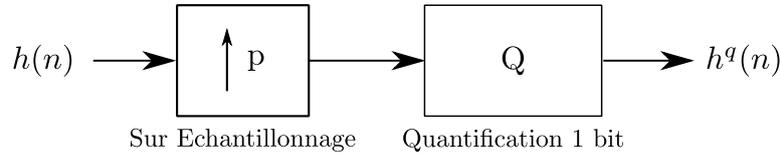


FIGURE 6.3: Chaîne de quantification du signal du 1 bit. Le sur-échantillonnage avant quantification permet de réduire la densité spectrale de puissance du bruit de quantification.

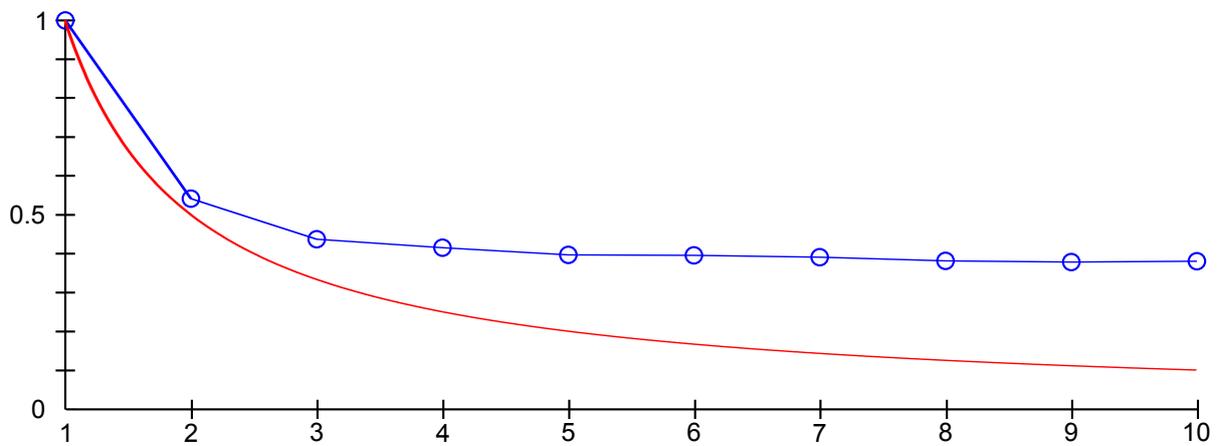


FIGURE 6.4: Puissance relative du bruit de quantification (bleu) dans la bande 0-20kHz pour un signal quantifié Gaussien de fréquence comprise entre 20 kHz et 100 kHz en fonction du facteur de sur-échantillonnage $p = F_e / 200$ kHz et puissance attendue ($1/p$ en rouge) selon l'hypothèse de répartition uniforme du bruit de quantification. Contrairement à ce que prévoit cette hypothèse, le sur-échantillonnage d'un facteur supérieur à deux ne permet pas de réduire le bruit de façon significative.

audible qu'en diminuant ν_a , c'est à dire en augmentant la fréquence d'échantillonnage du signal F_e . Doubler la fréquence d'échantillonnage permet alors théoriquement de diminuer la puissance du bruit de -3dB. On peut introduire le facteur de sur-échantillonnage p , égal au ratio entre la fréquence d'échantillonnage F_e et la fréquence de Nyquist correspondant au double de la fréquence la plus élevée contenue dans le signal $h(n)$. La procédure de quantification du signal peut alors se schématiser sous la forme de la figure 6.3.

L'hypothèse de répartition uniforme du bruit de quantification n'est toutefois valable que pour des facteurs de sur-échantillonnage modérés. En pratique, la puissance du bruit de quantification dans la bande audible ne diminue plus de façon significative au delà d'un sur-échantillonnage d'un facteur 2, comme le montre la figure 6.4.

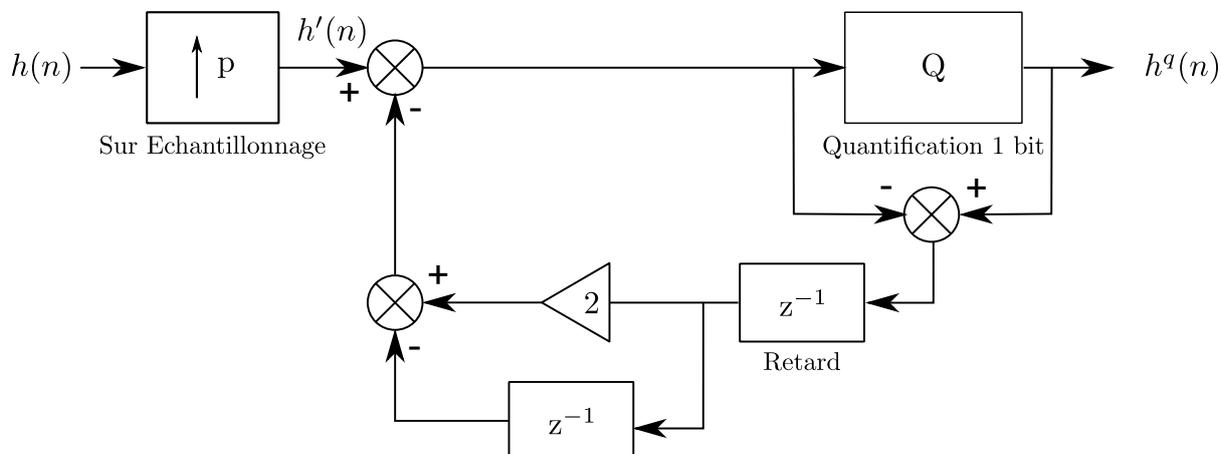


FIGURE 6.5: Boucle de mise en forme du bruit de quantification. Le bruit de quantification est réinjecté dans le signal à quantifier et subi un filtrage passe-haut réduisant sa densité de puissance dans le spectre audible.

6.3.2 Mise en forme du bruit de quantification

Le bruit audible peut être davantage réduit au moyen d'une boucle de mise en forme du bruit de quantification. Cette boucle s'apparente à une modulation sigma-delta [99] utilisée en conversion analogique numérique et réalise un codage du signal par modulation de la densité d'impulsions binaires. À énergie égale, le bruit de quantification présente alors une plus grande densité dans le haut du spectre, au détriment des fréquences les plus basses. Lorsque le signal est sur échantillonné avant quantification la plage de fréquence où se concentre le bruit de quantification est alors distincte de la plage utile contenant le signal. Le signal original peut ainsi être retrouvé en appliquant un simple filtrage passe bas. Il existe plusieurs implémentations de la modulation sigma-delta, faisant appel à un filtrage d'ordre plus élevé ou à une quantification sur un plus grand nombre de niveaux. Au delà de l'ordre deux, la modulation sigma delta peut cependant présenter des problèmes de stabilité. On cherche de plus à garder la simplification permise par la quantification sur un seul bit. On considère donc la boucle donnée en figure 6.5 utilisant un filtrage de second ordre et une quantification sur un bit. Les allures temporelle et fréquentielle du signal h^q obtenu en sortie de boucle sont illustrées en figure 6.6 pour un signal d'entrée à bande limitée.

En notant $h'(n)$ le signal $h(n)$ sur-échantillonné d'un facteur p , on a après quantification,

$$h^q(n) = h'(n) + \epsilon(n) - 2\epsilon(n-1) + \epsilon(n-2), \quad (6.26)$$

avec $\epsilon(n)$ la différence entre l'échantillon avant et après quantification. Sous forme fréquen-

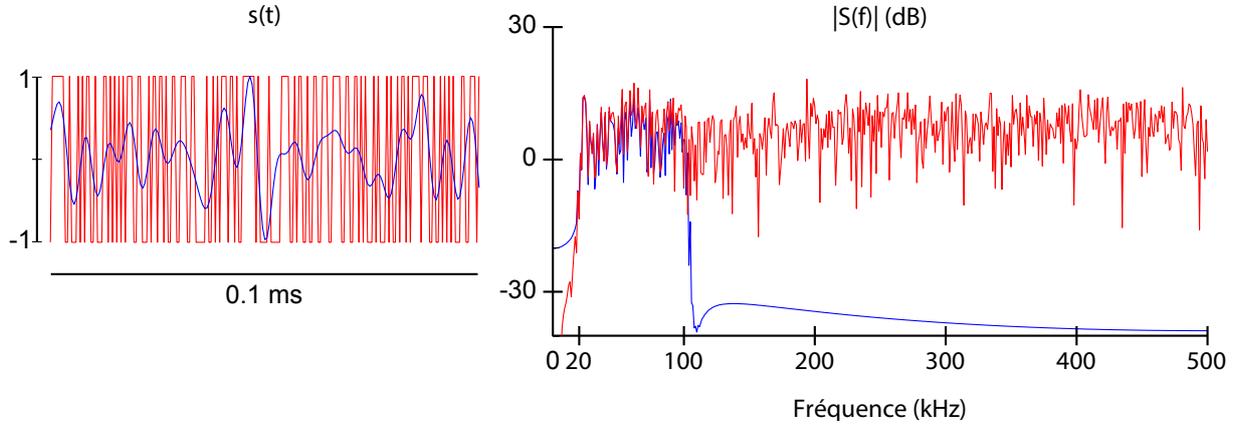


FIGURE 6.6: Allures temporelle et fréquentielle du signal obtenue par modulation (rouge) d'un signal à bande limitée entre 20 kHz et 100 kHz (bleu) échantillonné à $F_e = 1\text{MHz}$. L'amplitude du spectre du signal quantifié est diminué dans la bande audible 0-20 kHz de plus de 30 dB par rapport à la quantification directe du même signal obtenu en figure 6.2.

tielle, on a,

$$H^q(\nu) = H'(\nu) + E(\nu)G(\nu). \quad (6.27)$$

Le bruit de quantification est ainsi filtré par la fonction de transfert $G(\nu)$, correspondant à un filtre passe haut, et donnée par,

$$G(\nu) = 1 - 2e^{-2\pi j\nu} + e^{-4\pi j\nu}. \quad (6.28)$$

On obtient ainsi $|G(\nu)|^2 = 16 \sin^4(\pi\nu)$. La densité spectrale de puissance en sortie est alors,

$$S_{h^q h^q}(\nu) = S_{h' h'}(\nu) + S_{\epsilon\epsilon}(\nu)|G(\nu)|^2 \quad (6.29)$$

En considérant que le signal audible provient uniquement du bruit de quantification, on trouve :

$$\begin{aligned} P_{\text{NS}}^a &= 16 \int_{-\nu_a}^{\nu_a} S_{\epsilon\epsilon}(\nu) \sin^4(\pi\nu) d\nu \\ &= \sigma_\epsilon^2 \left[12\nu_a - \frac{8}{\pi} \sin(2\pi\nu_a) + \frac{1}{\pi} \sin(4\pi\nu_a) \right] \\ &\simeq \frac{32\pi^4}{5} \sigma_\epsilon^2 \nu_a^5 \end{aligned} \quad (6.30)$$

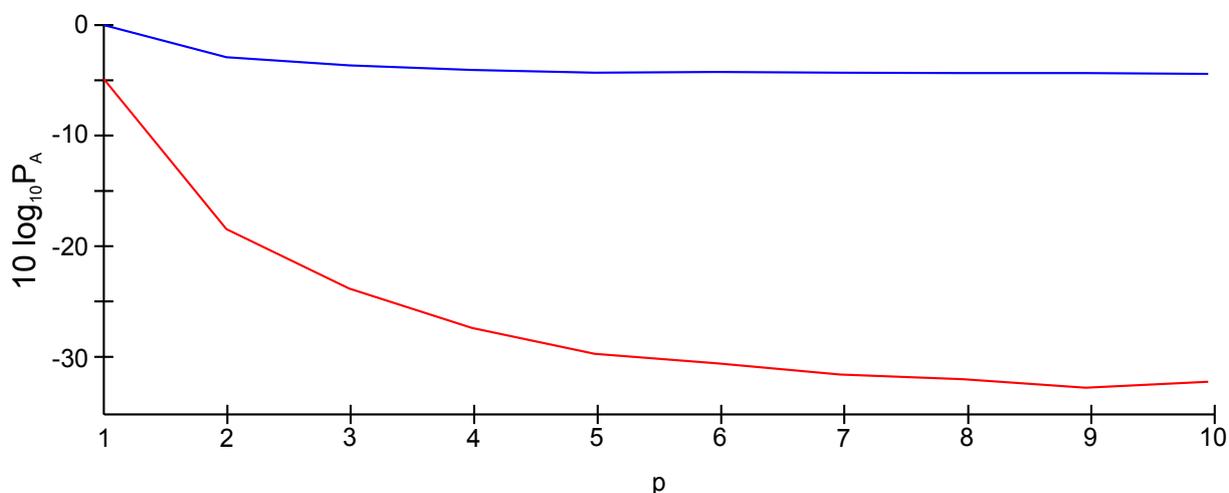


FIGURE 6.7: Puissance relative du bruit de quantification dans la bande audible avec (rouge) et sans (bleu) mise en forme du bruit de quantification en fonction du facteur de sur-échantillonnage $p = F_e / 200$ kHz.

La puissance du bruit audible décroît alors de -15dB par doublement de la fréquence d'échantillonnage. La figure 6.7 compare ainsi la puissance du bruit de quantification dans la bande audible en fonction du facteur p de sur échantillonnage. On atteint ainsi une réduction jusqu'à -30 dB avec mise en forme du bruit de quantification, là où une quantification simple marque un plateau autour de -3 dB.

La mise en forme du bruit de quantification permet donc de conserver la simplification du pilotage permise par une quantification sur un bit tout en réduisant significativement la puissance du bruit audible. Cette mise en forme présente toutefois l'inconvénient de filtrer l'ensemble du bruit de quantification, y compris dans la bande passante utilisée pour la focalisation. Le bruit de quantification n'est alors plus corrélé avec le signal original et on perd le gain en amplitude au point de focalisation permis par la quantification 1 bit. La puissance du signal est en revanche identique. La mise en forme du bruit de quantification s'accompagne donc d'une surconsommation énergétique d'un facteur 9 sans gain en amplitude au point de focalisation.

Si la quantification sur un bit suivie de la mise en forme du bruit de quantification permet de simplifier la synthèse des signaux des actionneurs en se passant d'un convertisseur numérique analogique, il peut donc être intéressant de maintenir une amplification linéaire pour pouvoir filtrer le signal avant amplification et ainsi limiter l'énergie consommée.

6.4 Bilan énergétique de la focalisation

On a jusqu'ici étudié les puissances relatives contenues dans différentes bandes du spectre de la commande des actionneurs. On étudie dans cette section la puissance absolue nécessaire à l'obtention d'une amplitude et d'une résolution donnée. Les densités d'énergies cinétique E_c et potentielle E_p sont données [100] dans le cas des plaques minces par :

$$\frac{dE_p}{dS}(\mathbf{x}, t) = \frac{1}{2}D \left[\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \right)^2 + \left(\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right)^2 + 2\nu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \right) \left(\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) + 2(1 - \nu) \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} \right)^2 \right] \quad (6.31)$$

$$\frac{dE_c}{dS}(\mathbf{x}, t) = \frac{1}{2}\rho_s \left(\frac{\partial u}{\partial t} \right)^2 \quad (6.32)$$

Un apprentissage en déplacement produit lors du retournement temporel un déplacement localisé au temps $t = T$. À cet instant les transducteurs ont terminé leur phase d'émission et l'énergie dans la cavité atteint un maximum avant de décroître par amortissement. Le déplacement étant à son maximum, la vitesse à cet instant est nulle en tout point de la plaque. L'énergie mécanique totale injectée correspond donc dans ce cas à l'énergie potentielle à l'instant $t = T$. En considérant la normalisation suivante des modes de la cavité,

$$\mathbb{E} [\Phi_n^2(\mathbf{x})] = \frac{1}{S} \iint_S \Phi_n^2(\mathbf{x}) d\mathbf{x} = 1, \quad \forall n \quad (6.33)$$

Le déplacement u à la surface de la plaque à l'instant T s'écrit alors,

$$u(\mathbf{x}, t = T) = \frac{u(\mathbf{a}, T)}{N} \sum_{n=1}^N \Phi_n(\mathbf{a}) \Phi_n(\mathbf{x}) \quad (6.34)$$

avec $u(\mathbf{a}, T)$ le déplacement au point et à l'instant de focalisation. En faisant appel à l'orthogonalité des modes, on montre que l'énergie est la somme de l'énergie E_n de chaque mode, soit,

$$E = \sum_{n=1}^N E_n. \quad (6.35)$$

En utilisant l'équation (6.31) et l'équation de dispersion (4.4) on trouve,

$$E_n = \frac{1}{2} D k_n^4 S \left(\frac{u(\mathbf{a}, T)}{N} \right)^2 = \frac{1}{2} \rho S \left(\frac{u(\mathbf{a}, T)}{N} \right)^2 \omega_n^2 \quad (6.36)$$

En utilisant les approximations $\omega_n = 2\pi n \Delta f$, $\sum_{n=1}^N n^2 \simeq N^3/3$ et $R_s = \lambda/2$, et en prenant $\nu = 0.3$, on obtient finalement,

$$E = \frac{\pi^3}{18(1-\nu^2)} \frac{Y\eta^3 u(\mathbf{a}, T)^2}{d^2} \simeq 3Y\eta^3 \left(\frac{u(\mathbf{a}, T)}{R_s} \right)^2. \quad (6.37)$$

Pour une amplitude $u(\mathbf{a}, T)$ et une résolution R_s données, le choix de l'épaisseur η est ainsi prépondérant dans la quantité d'énergie nécessaire. On remarque par ailleurs que la surface de la plaque est sans influence sur cette quantité d'énergie. La part d'énergie non contenue dans la tache de focalisation est donc indépendante de l'aire de la cavité. En considérant un apport d'énergie constant au cours du temps et égal pour tous les actionneurs, la puissance moyenne délivrée par chacun est alors,

$$P = \frac{E}{QT} \simeq \frac{3}{QT} Y\eta^3 \left(\frac{u(\mathbf{a}, T)}{R_s} \right)^2 \quad (6.38)$$

L'épaisseur de la plaque apparaît particulièrement critique du fait de son exposant 3. Conformément à la discussion menée dans les chapitres 4 et 3, l'augmentation de la durée de retournement ou du nombre de voies permet, à amplitude constante au point de focalisation, de diminuer la puissance délivrée par chacune. On dispose ainsi d'un ordre de grandeur pour le dimensionnement de l'électronique d'amplification des signaux de commande des actionneurs.

6.5 Conclusion

Les actionneurs piézoélectriques peuvent être optimisés pour leur seule fonction d'actionneur. On leur trouve ainsi une épaisseur optimale de l'ordre de la moitié de celle de la plaque et une longueur caractéristique égale à la résolution spatiale R_s de la tache de focalisation que l'on souhaite obtenir. L'électronique, dédiée uniquement à la synthèse et à l'amplification des signaux de commande de chaque voie, peut être simplifiée par la quantification sur un bit de ces signaux. Celle-ci permet également de multiplier l'amplitude au point de focalisation par facteur 2.4 mais s'accompagne de bruit dans la bande audible et d'une consommation énergétique multipliée par 9. La mise en forme du bruit de quantification permet de diminuer ce bruit jusqu'à -30 dB mais supprime le gain en amplitude, tout en maintenant la même surconsommation énergétique d'un facteur 9. Enfin on a montré que la puissance délivrée par chaque voie est proportionnelle au cube de l'épaisseur de la plaque et au carré du ratio de l'amplitude au point de focalisation et de la résolution spatiale, et inversement proportionnelle au nombre de voies et à la durée de retournement. On dispose ainsi d'un critère supplémentaire pour le dimensionnement de l'interface.

Chapitre 7

Conception et caractérisation d'un démonstrateur

Sommaire

7.1	Introduction	98
7.2	Synthèse des critères de dimensionnement	98
7.3	Conception	100
	7.3.1 Dimensionnement	100
	7.3.2 Pilotage	101
7.4	Caractérisation	103
	7.4.1 Constante d'amortissement	103
	7.4.2 Spectre d'excitation	104
	7.4.3 Corrélation des réponses impulsionnelles	106
	7.4.4 Focalisation en un point	106
	7.4.5 Bilan énergétique	107
	7.4.6 Focalisation multipoints	109
7.5	Conclusion	110

7.1 Introduction

On reprend dans ce chapitre l'ensemble des conclusions des chapitres précédents que l'on combine pour aboutir au dimensionnement et à la caractérisation d'une interface à retour tactile. On propose pour cela une méthode de conception incluant l'ensemble des paramètres de mise en œuvre ayant une influence sur les performances de l'interface telle que la consommation énergétique, le contraste de focalisation, l'amplitude au point de focalisation, la résolution ou la sensibilité à la température. L'interface, incluant la plaque, ses actionneurs et leur électronique de commande, est dimensionnée puis caractérisée. On obtient une résolution de l'ordre de 5 mm, un déplacement focal maximal de 7 μm et un contraste de 29 pour une puissance consommée de l'ordre de 45 mW.

7.2 Synthèse des critères de dimensionnement

Les développements des trois chapitres précédents fournissent l'expression de différentes caractéristiques de la focalisation obtenue par retournement temporel en fonction d'un ensemble de paramètres de mise en œuvre. On résume ici l'influence de chacun de ces paramètres.

Matériau de la plaque Y, ρ, α, β

Le choix d'un matériau pour la plaque influe sur la robustesse de la focalisation vis-à-vis des variations de température. Le matériau choisi doit idéalement présenter une faible dilatation thermique α et relaxation thermique β . Par ailleurs la masse volumique ρ du matériau n'intervient pas dans l'énergie (6.37) nécessaire à l'obtention d'une amplitude et d'une résolution donnée. Cette énergie est en revanche proportionnelle au module de Young Y .

Épaisseur de la plaque η

L'épaisseur η de la plaque qui apparaît avec un exposant 3 dans le bilan énergétique de la focalisation est le paramètre le plus influent. Une plaque mince permet ainsi d'obtenir, à énergie constante E une plus grande amplitude au point de focalisation ou une meilleure résolution.

Aire de la plaque S

L'aire S de la plaque n'intervient pas dans le bilan énergétique de la focalisation. La constante de temps T_c de la cavité lui est en revanche proportionnelle. Selon la discussion de la section 4.2.8,

augmenter l'aire de la plaque permet d'augmenter le contraste maximum accessible. La forme de la plaque ou ses conditions limites ont une influence négligeable sur la focalisation obtenue.

Bande passante B

Le contraste maximal C_{\max} accessible croît, selon la discussion de la section 4.2.8, comme la racine du produit de la constante de temps T_c et de la bande passante B . Celle-ci doit être donc être la plus grande possible. La limite inférieure de cette bande passante doit de plus vérifier $f_{\min} > 20$ kHz afin de limiter la production de bruit audible. La durée R_t de l'impulsion produite par la focalisation est inversement proportionnelle à la limite supérieure f_{\max} de cette bande passante. La résolution spatiale R_s est proportionnelle à la racine de la résolution temporelle.

Durée de la fenêtre de retournement temporel T

A partir des propriétés mécaniques du matériau, de la fréquence maximale f_{\max} et de la plage de variation thermique à laquelle est soumise l'interface, on calcule le temps $T_{\Delta\theta}$. La stabilité du processus de focalisation sur l'ensemble de la plage de variation thermique est assurée tant que $T < T_{\Delta\theta}$. La période de répétition de la focalisation doit également être prise en compte pour vérifier $T \leq T_r$ et ainsi maintenir la qualité de focalisation lors de la répétition.

Constante d'amortissement τ

La constante τ d'amortissement des vibrations la plaque doit vérifier $\tau \leq T_r$ pour éviter l'accumulation de bruit de focalisation et la perte de contraste. L'obtention du contraste de focalisation C souhaité impose par ailleurs $\tau \geq T$. On choisira donc idéalement $\tau \simeq T \simeq T_r$. La valeur de la constante d'atténuation est difficile à prédire théoriquement. Celle-ci dépend du matériau choisi, de la surface de la cavité et des conditions aux limites de la plaque.

Nombre d'actionneurs Q

Une fois fixées la durée de retournement, la bande passante et la constante de temps de la cavité, le nombre d'actionneurs constitue la dernière variable permettant d'atteindre le contraste souhaité 4.2.8. Pour atteindre le contraste maximum C_{\max} , le nombre d'actionneurs doit ainsi vérifier $Q > T_c/T$. L'amplitude atteinte au point de focalisation est également proportionnelle à Q . Bien que d'autres facteurs telles que la durée de retournement ou la surface des actionneurs aient une influence sur cette amplitude, seul le nombre d'actionneurs n'est pas soumis à d'autres compromis.

Dimensionnement des actionneurs L_a, η_a, Y_a

Les céramiques choisies comme actionneurs doivent présenter un coefficient de couplage piézoélectrique d_{31} et un module de Young Y_a élevés. Leur épaisseur η_a optimale est de l'ordre de la moitié de l'épaisseur de la plaque et leur longueur doit vérifier $L_a \simeq R_s$ afin de maximiser l'amplitude au point de focalisation tout en permettant d'atteindre la résolution spatiale souhaitée. La tension crête-crête V de commande de ces actionneurs doit être la plus élevée possible, sans toutefois que le champ électrique de la céramique ne dépasse son seuil admissible.

7.3 Conception

7.3.1 Dimensionnement

On choisit pour ce démonstrateur une surface rectangulaire de dimensions $L = 210$ mm, $l = 148$ mm, correspondant à un format papier A5, soit $S = 310.8$ cm². Le matériau sélectionné est un verre borosilicate (Schott D263) dont les propriétés mécaniques sont données dans le tableau 7.1. Son épaisseur vaut $\eta = 500$ μ m.

S (cm ²)	η (μ m)	Y (GPa)	ν	D (N·m)	ρ (kg·m ⁻³)	ρ_s (kg·m ⁻²)	T_c (ms)
310.8	500	72.9	0.208	0.79	2510	1.26	19.5

TABLE 7.1: Propriétés mécaniques et temps caractéristique de la plaque utilisée pour l'interface [101].

A partir des propriétés mécaniques et des dimensions de la plaque, le calcul du temps caractéristique de la cavité à l'aide de l'équation (4.24) donne $T_c = 19.5$ ms. Pour permettre la répétition de la focalisation jusqu'à une fréquence $f_r = 1/T_r = 1$ kHz correspondant à la limite haute du seuil de détection tactile, on considère une durée minimum de fenêtre de retournement temporel $T \leq T_r = 1$ ms. L'obtention d'une bonne qualité de focalisation impose de vérifier $QT \gg T_c$. On prend donc $Q = 32$ actionneurs.

La résolution souhaitée est de l'ordre de 5 mm. D'après les résultats obtenus dans les chapitres 6 et 5, la dimension des actionneurs doit être de l'ordre de grandeur de la la résolution spatiale. On réalise ces actionneurs à partir de la découpe dans l'électrode supérieure d'un diaphragme piézoélectrique (Murata 7BB-12-9) de diamètre $D_p = 12$ mm. L'enlèvement d'une couronne extérieure sur l'électrode de masse permet de réduire davantage la taille de l'actionneur. La figure 7.1 schématise la découpe des électrodes.

Les actionneurs sont collés sur le contour de la plaque à une distance $d \simeq 5$ mm et répartis sur les quatre bords en évitant les axes de symétries et les fractions simples des dimensions de la

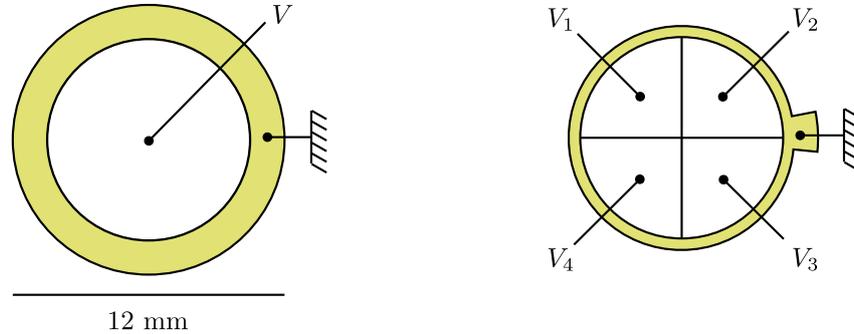


FIGURE 7.1: Schéma de découpe des électrodes de signal et de masse (droite) à partir d'un diaphragme piézoélectrique Murata 7BB-12-9 (gauche)

plaque. La plaque est collée à un cadre monobloc de Polyoxyméthylène (Delrin) par une bande de mousse polyuréthane adhésive d'épaisseur 0.8 mm et de largeur 9 mm. En plus du maintien de la plaque, cette bande permet d'en amortir les vibrations. On obtient ainsi une constante de temps d'atténuation τ plus faible autorisant une répétition plus rapide de la focalisation. La figure 7.2 présente une vue schématique de l'interface avec ses éléments caractéristiques.

7.3.2 Pilotage

Afin de maximiser l'amplitude obtenue au point de focalisation, les actionneurs sont pilotés par des signaux quantifiés sur 1 bit sans mise en forme du bruit de quantification. Les signaux numériques pilotant les 32 voies sont générés par un module d'entrée sortie numérique (National Instrument NI 9403) connecté à un ordinateur. La fréquence maximale d'échantillonnage $F_e = 140$ kHz de ce module fixe la limite haute $f_{\max} = 70$ kHz de la bande passante utilisée pour focaliser. La longueur d'onde à cette fréquence vaut $\lambda_{\min} = 8.4$ mm $< 2R_s = 10$ mm. La limite basse de la bande passante est prise à $f_{\min} = 20$ kHz afin de limiter le bruit audible généré. Les signaux de chaque voie sont pour cela filtrés passe-haut numériquement avant quantification. En l'absence de mise en forme du bruit de quantification et de sur-échantillonnage par rapport à la fréquence de Nyquist, le bruit de quantification présent dans la bande audible est toutefois significatif. Une commande alternative, utilisant un circuit logique programmable (Field Programmable Gate Array ou FPGA) et permettant le pilotage de 32 voies à une fréquence d'échantillonnage de 1 MHz a également été développée. La photographie 7.3 représente le dispositif expérimental comprenant l'interface, la carte de développement FPGA et le module d'amplification. Bien qu'indispensable pour l'intégration future et la réduction du bruit audible,

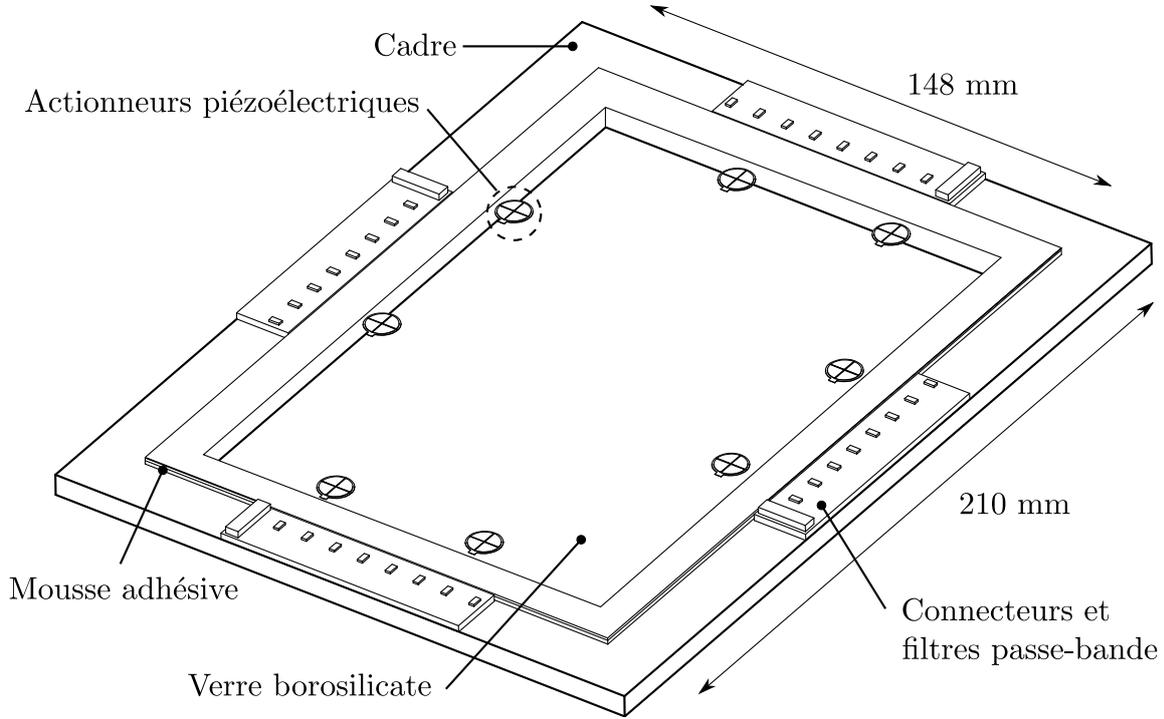


FIGURE 7.2: Schéma des principaux éléments constitutifs du démonstrateur

on a préféré à cette étape utiliser le module numérique NI, plus souple d'utilisation.

L'amplification des signaux numériques, schématisée en figure 7.4, a été réalisée par un montage constitué de deux transistors à effet de champ (MOSFET) de type N (DiodesZetex ZXMN10A08) pilotés par le signal de commande par l'intermédiaire d'un driver de MOSFET (Texas Instrument LM5104). On parvient avec ce montage, utilisé également en imagerie médicale [102], à basculer la tension de sortie de 0 à 60 V jusqu'à une fréquence de 1 MHz.

Un filtrage passif destiné à limiter le bruit audible généré est réalisé en sortie d'amplification. Celui-ci réalise un passe-bande centré sur la bande passante 20 – 70 kHz. Le filtre, représenté en figure 7.4 est constitué d'une inductance L_f placée en parallèle avec l'actionneur piézoélectrique, modélisé comme une capacité C_p , et en série avec une résistance R_f . En notant V la tension aux bornes de l'actionneur piézoélectrique et V_a la tension en sortie d'amplification, la fonction de transfert de ce filtre s'écrit,

$$\frac{V}{V_a}(\omega) = \frac{j\xi \frac{\omega}{\omega_f}}{1 + j\xi \frac{\omega}{\omega_f} - \left(\frac{\omega}{\omega_f}\right)^2} \quad (7.1)$$

avec $\omega_f = \sqrt{1/(L_f C_p)}$, $\xi = (1/R_f)\sqrt{L_f/C_p}$. On a ainsi une coupure à 10 dB par décade dans les basses ($\omega \ll \omega_f$) et hautes fréquences ($\omega \gg \omega_f$) et un gain unitaire autour de la fréquence

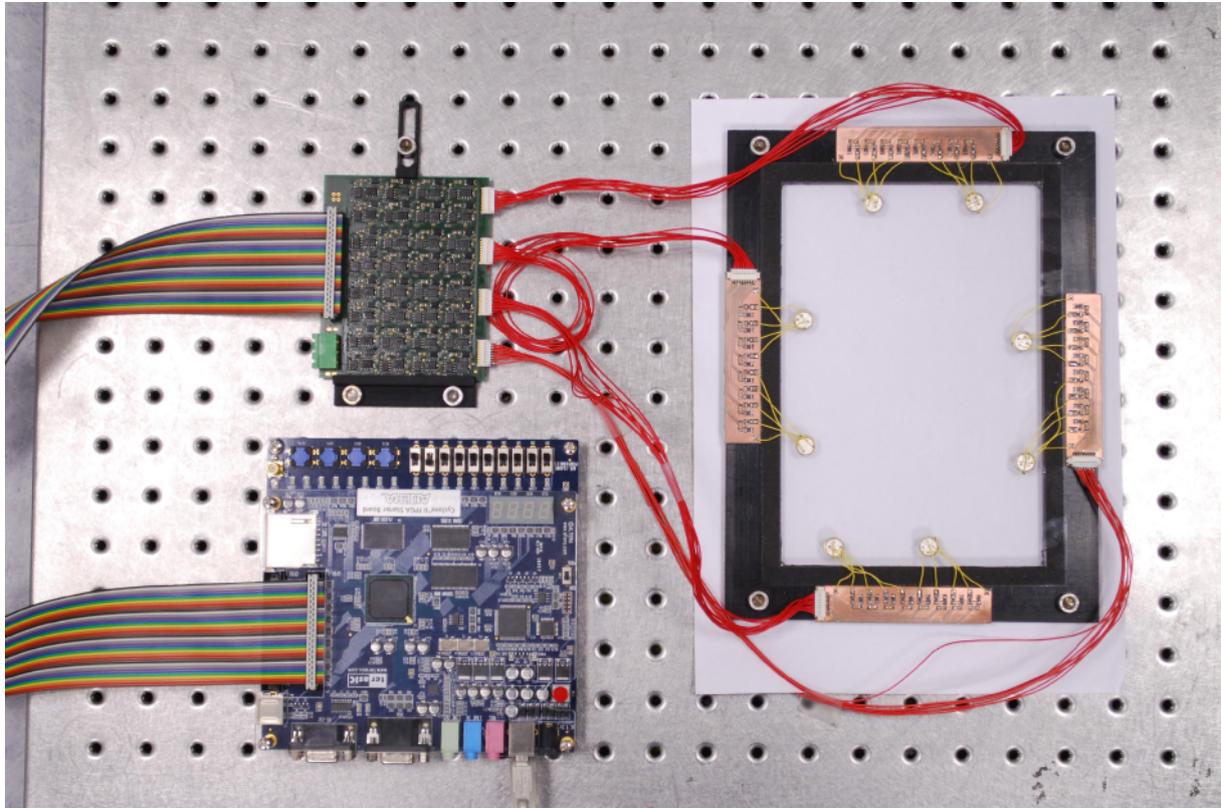


FIGURE 7.3: Photographie du démonstrateur (à droite) avec sa carte d'amplification (en haut à gauche) et la carte de développement FPGA pour la génération des signaux (en bas à gauche).

centrale ($\omega \simeq \omega_f$). La capacité statique mesurée des actionneurs vaut $C_p = 2$ nF et on choisit $L_f = 6.8$ mH et $R_f = 2$ k Ω .

7.4 Caractérisation

7.4.1 Constante d'amortissement

La constante d'amortissement de la cavité joue un rôle important dans le choix de la durée de la fenêtre de retournement T et influe sur le contraste, l'amplitude au point de focalisation et la cadence de répétition de l'impulsion. Cette constante est difficilement accessible théoriquement du fait de la complexité et de la variété des mécanismes intervenant dans l'atténuation [103]. On mesure donc expérimentalement cette grandeur. Toutes les réponses impulsionnelles enregistrées

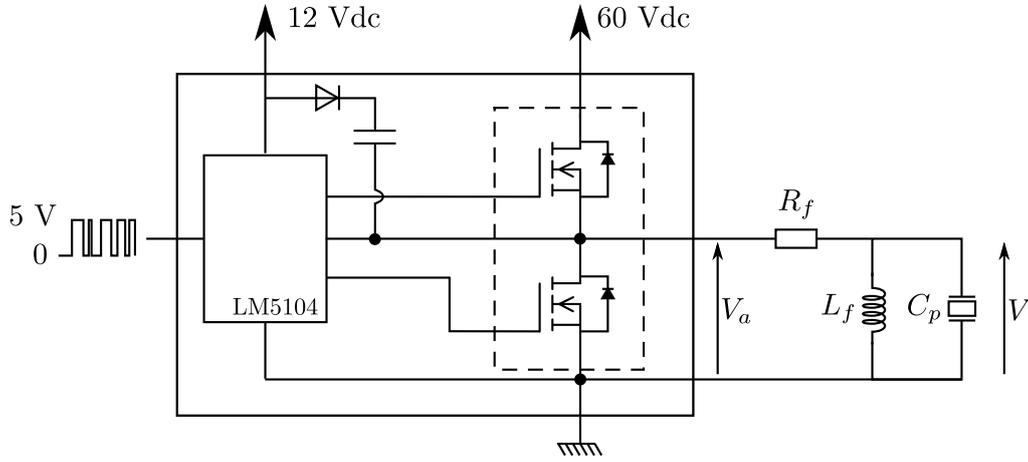


FIGURE 7.4: Schéma de principe de l'électronique d'amplification pour une voie. Le signal numérique de commande, compris entre 0 et 5 V, commande par l'intermédiaire d'un driver (LM5104) la commutation de deux transistors à effet de champ. Le signal en sortie V_a correspond au signal de commande amplifié d'un facteur 30 pour atteindre 0-60 V. La tension V imposée à l'actionneur piézoélectrique C_p est finalement filtrée par un passe bande $R_f - L_f - C_p$.

ayant la même constante d'atténuation, leur moyenne quadratique, définie dans l'équation 7.2, tend vers une exponentielle décroissante de constante τ .

$$\Lambda(t) = \sqrt{\frac{1}{Q} \sum_q h_q^2(t)} \propto e^{-t/\tau} \quad (7.2)$$

On utilise l'ensemble des réponses impulsionnelles entre un point de la plaque et les 32 actionneurs pour obtenir le tracé de la figure 7.5, à partir duquel on trouve par ajustement une constante d'atténuation $\tau = 1$ ms.

7.4.2 Spectre d'excitation

A partir de la mesure de la tension V aux bornes d'un actionneur pendant la focalisation, on obtient la densité de spectrale $\|H\|^2$ tracée en figure 7.6. On y distingue l'effet du filtre passe-bande appliqué avec notamment la coupure des fréquences audibles. On note une diminution de 10 à 30 dB dans la bande 0 – 20 kHz, insuffisante pour supprimer le bruit audible. Le décalage de la bande passante utilisée pour la focalisation vers des fréquences plus hautes, l'utilisation

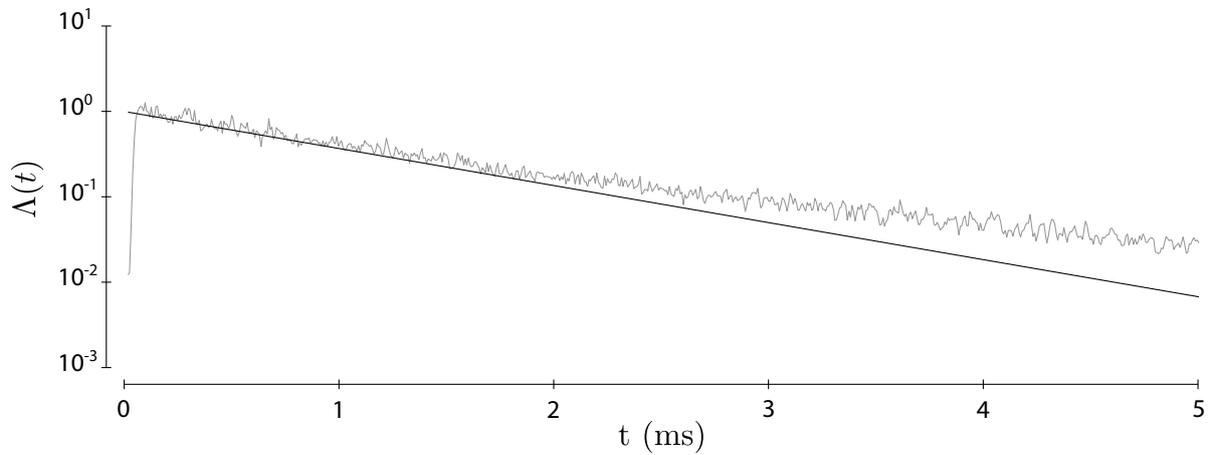


FIGURE 7.5: Ajustement d'une exponentielle décroissante de constante $\tau = 1$ ms sur l'évolution $\Lambda(t)$ de la moyenne quadratique des réponses impulsionnelles.

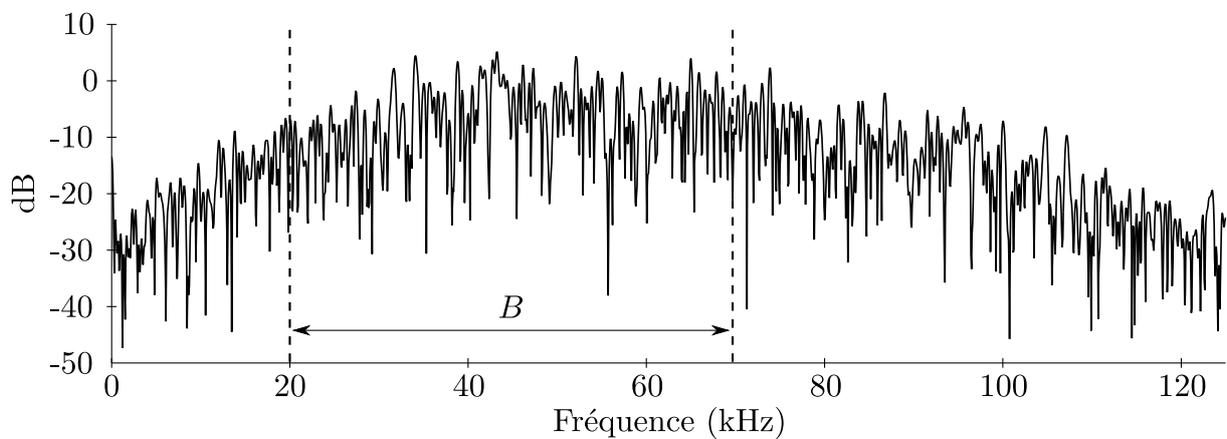


FIGURE 7.6: Densité spectrale de puissance de la tension mesurée aux bornes d'un actionneur pendant la focalisation. Le filtrage passe-bande de la tension de commande préserve la puissance du signal dans la bande passante B mais atténue celle de la bande audible $0 - 20\text{kHz}$ jusqu'à -30 dB.

d'un filtre d'ordre plus élevé et la mise en forme du bruit de quantification devrait à l'avenir permettre de réduire la puissance du signal de commande dans la bande audible.

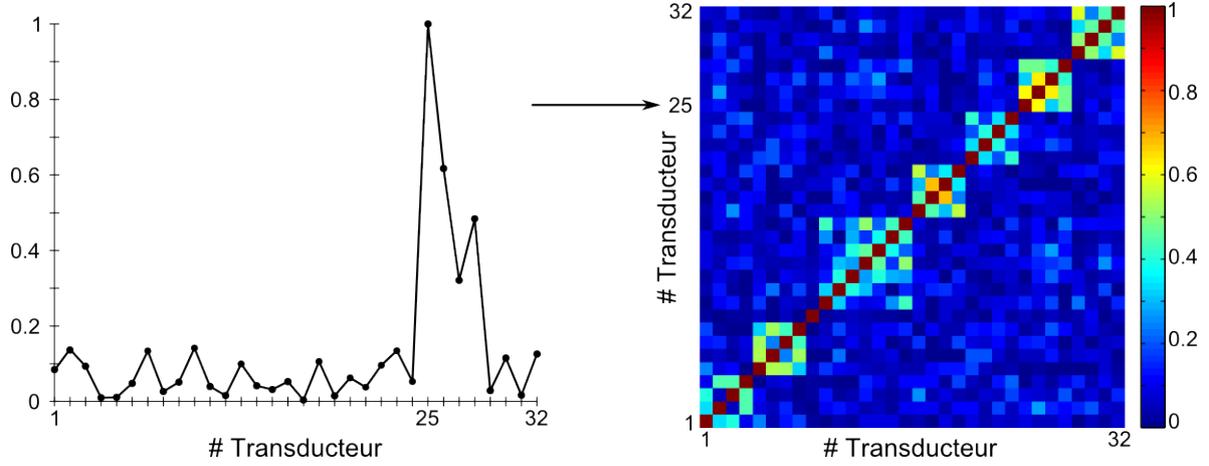


FIGURE 7.7: Corrélation des réponses impulsionnelles entre l'ensemble des actionneurs et un point de la plaque (droite). Corrélation de ces réponses impulsionnelles avec la réponse de l'actionneur numéro 25 (gauche). Des blocs de quatre apparaissent indiquant une corrélation partielle des actionneurs découpés dans une même diaphragme piézoélectrique.

7.4.3 Corrélation des réponses impulsionnelles

La proximité spatiale et le couplage électromécanique entre les actionneurs découpés dans l'électrode d'un même diaphragme, se traduit par la corrélation de leurs réponses impulsionnelles. Pour deux actionneurs d'indices p et q cette corrélation σ_{pq} s'écrit,

$$\sigma_{pq} = \frac{\sum_n h_p(n)h_q(n)}{\sqrt{\sum_n h_p^2(n)}\sqrt{\sum_n h_q^2(n)}} \quad (7.3)$$

avec $h_p(n)$ et $h_q(n)$ les réponses échantillonnées entre deux actionneurs et un même point de la surface. La figure 7.7 représente les valeurs de corrélation entre les réponses impulsionnelles enregistrées par l'ensemble des actionneurs. Cette figure fait apparaître des blocs de quatre, correspondant aux voies d'un même diaphragme, entre lesquels la valeur de corrélation est de l'ordre de 0.3 à 0.6 au lieu de 0.1 en moyenne pour des voies distinctes. Des voies corrélées ne vérifient plus l'hypothèse d'indépendance posée dans le calcul du contraste au chapitre 4. Le nombre de transducteurs $Q = 32$ étant nettement supérieur à $T_c/T = 19.5/2 = 9.75$, la corrélation partielle de certaines voies a peu d'influence sur le contraste.

7.4.4 Focalisation en un point

La focalisation en un point est obtenue selon la méthode décrite dans la section 3.3.3 avec $T = 2$ ms, avec un apprentissage du déplacement. On peut, en répétant cette focalisation, et

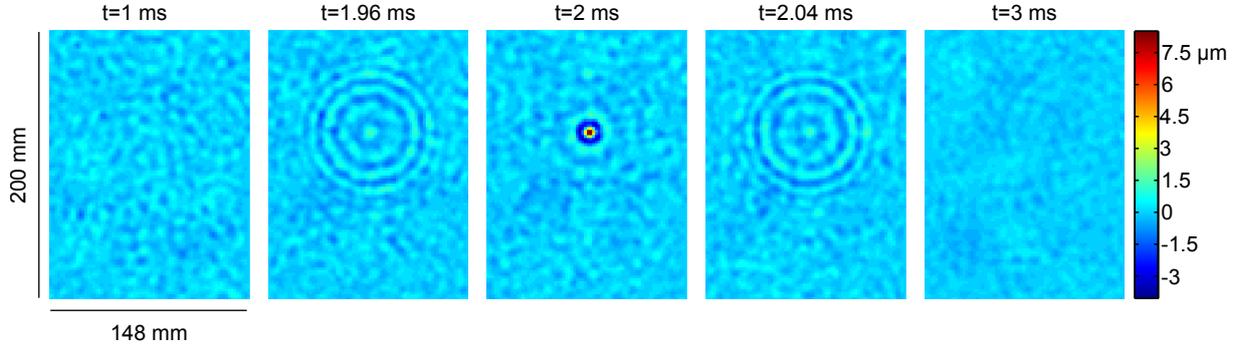


FIGURE 7.8: Déplacement expérimental mesuré de la plaque au cours de la focalisation. La durée de la fenêtre de retournement est $T = 2$ ms.

en synchronisant la mesure de déplacement ponctuel par vibromètre (Polytec OFV 534) avec l'émission par les actionneurs, reconstituer l'évolution temporelle de l'ensemble des points de la plaque. Le point de mesure est pour cela déplacé par pas de 2 mm à chaque répétition de l'impulsion pour couvrir une surface $148 \times 200 \text{ mm}^2$, soit 7400 points de mesure. Les déplacements aberrants correspondant à une diminution locale de la réflexion du faisceau ou au passage d'un fil d'actionneur, sont supprimés pour donner les déplacements tracés en figure 7.8 pour différents instants du processus de focalisation. On y distingue au temps $t = 2$ ms le point de focalisation d'amplitude $7.68 \mu\text{m}$ ainsi que le bruit de focalisation présent sur l'ensemble de la plaque. Aux temps $t = 1.96$ ms et $t = 2.04$ ms sont également visibles les fronts d'onde convergents et divergents centrés sur le point de focalisation. Le contraste, mesuré à l'instant de focalisation, comme le ratio de l'amplitude du pic de focalisation sur la moyenne quadratique du déplacement dans la partie inférieure de la plaque, vaut $C = 29$.

La figure 7.9 représente le déplacement à l'instant $t = 2$ ms selon un axe passant par le point de focalisation et orienté selon la longueur de la plaque. On mesure une résolution spatiale $R_s = 5.2$ mm, proche de la dimension des actionneurs. La figure 7.10 reprend le déplacement obtenu à l'instant de focalisation, superposé au schéma du démonstrateur.

7.4.5 Bilan énergétique

A partir de l'expression des énergies cinétiques et potentielles et du champ de déplacement, on peut calculer l'énergie mécanique présente dans l'ensemble de la cavité. On approxime pour cela les dérivées par des différences finies. On remplace ainsi l'intégration par une somme de valeurs discrètes sur l'ensemble de la cavité et on écrit,

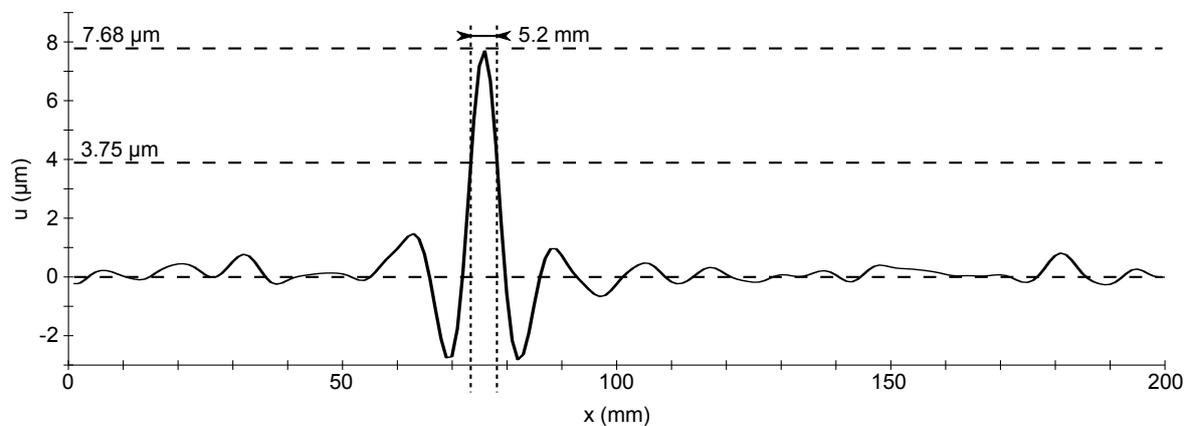


FIGURE 7.9: Déplacement expérimental de la plaque à l'instant de focalisation mesuré selon un axe passant par le point de focalisation. La résolution spatiale mesurée vaut $R_s = 5.2 \text{ mm}$ et l'amplitude au point de focalisation $u(\mathbf{a}, T) = 7.68 \mu\text{m}$.

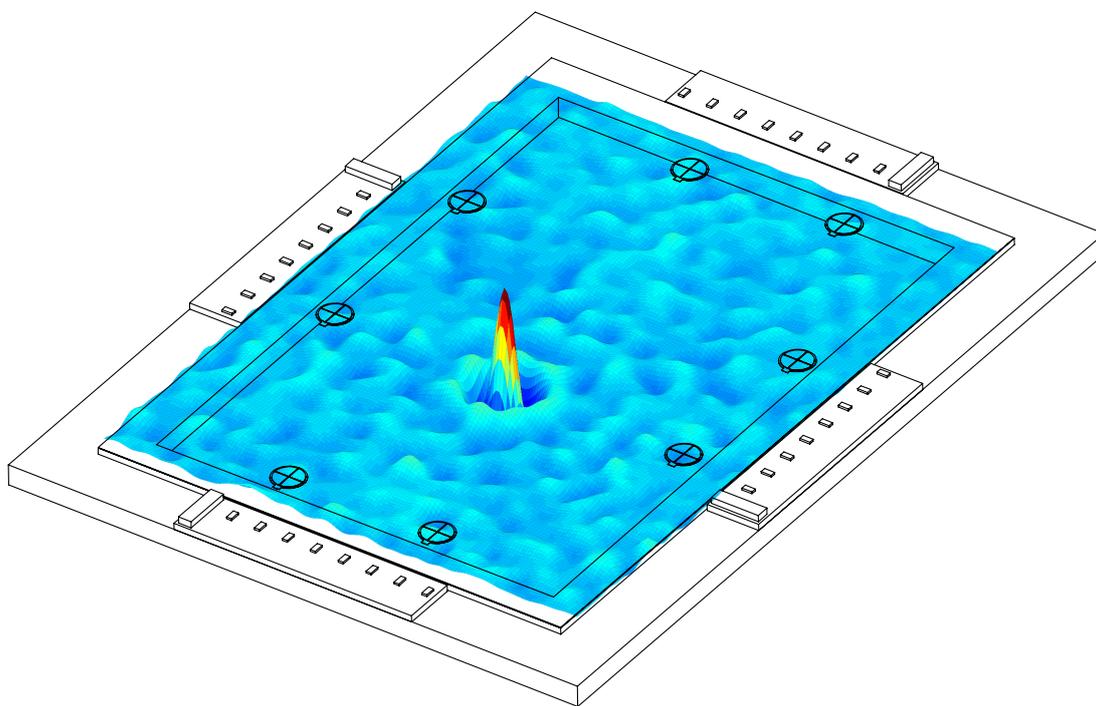


FIGURE 7.10: Superposition, avec une échelle verticale différente, du champ de déplacement de la plaque à l'instant de focalisation et du schéma du démonstrateur.

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \frac{u_{i+1,j}^n - 2u_{i,j}^n + u_{i-1,j}^n}{\Delta_x^2} \quad (7.4)$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = \frac{u_{i,j+1}^n - 2u_{i,j}^n + u_{i,j-1}^n}{\Delta_x^2} \quad (7.5)$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} = \frac{u_{i+1,j+1}^n - u_{i-1,j+1}^n + u_{i-1,j-1}^n - u_{i+1,j-1}^n}{4\Delta_x^2} \quad (7.6)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{u_{i,j}^{n+1} - u_{i,j}^n}{\Delta_t} \quad (7.7)$$

avec $u_{i,j}^n$ le déplacement au point de coordonnées $\{x = i\Delta x, y = j\Delta x\}$ à l'instant $t = n\Delta t$ où $\Delta x = 2 \text{ mm}$ $\Delta t = 5 \text{ } \mu\text{s}$ la période d'échantillonnage. En prenant pour D et ρ_s les valeurs théoriques données en section 7.3.1, on obtient l'évolution de l'énergie tracée en figure 7.11. L'énergie mécanique croît initialement linéairement avec le temps. À l'instant de la focalisation $t = 2 \text{ ms}$, l'énergie cinétique chute brutalement au profit de l'énergie potentielle, comme le montre le détail de la figure 7.11. Le déplacement au point de focalisation est alors à son maximum, ainsi que l'énergie totale dans la plaque qui atteint $E_{\text{xp}} = 90 \text{ } \mu\text{J}$. La puissance moyenne injectée par les actionneurs dans la plaque est donc de l'ordre de $P_t \simeq 45 \text{ mW}$. Au delà de l'instant de focalisation, énergies potentielle et cinétique s'égalisent à nouveau et suivent une exponentielle décroissante du fait de l'amortissement. En prenant les valeurs des constantes mécaniques de la plaque et une résolution $R_s = 5 \text{ mm}$, on obtient à partir de la formule 6.31 une énergie totale théorique $E_{\text{th}} = 64 \text{ } \mu\text{J}$. Cette expression théorique fournit donc un bon ordre de grandeur de l'énergie nécessaire.

7.4.6 Focalisation multipoints

La propagation des ondes dans la plaque étant décrite par des équations linéaires, la focalisation en plusieurs points peut être réalisée par simple sommation des signaux nécessaires à la focalisation en chacun d'eux. L'apprentissage entre chaque actionneur et quatre points de la plaque disposés aux sommets d'un carré de 1 cm de côté a été réalisé selon la même procédure que précédemment. L'étape de quantification sur 1 bit des signaux n'étant pas linéaire, les réponses impulsionnelles ont été additionnées avant quantification. Une fenêtre de retournement de durée $T = 3 \text{ ms}$ a été choisie, bien que le gain d'amplitude et de contraste ne soit plus significatif pour $T > \tau = 1 \text{ ms}$. La mesure du déplacement de la plaque par pas de 1 mm sur une surface de 40 mm^2 a permis d'obtenir au temps $t = 3 \text{ ms}$ le champ de déplacement de la figure 7.12. On distingue clairement sur cette figure les quatre points de focalisation d'amplitude $3 \text{ } \mu\text{m}$. Cette amplitude moindre que celle obtenue précédemment pour un unique point résulte de la répartition de l'énergie injectée en quatre points. Au centre de ces quatre points apparaît également

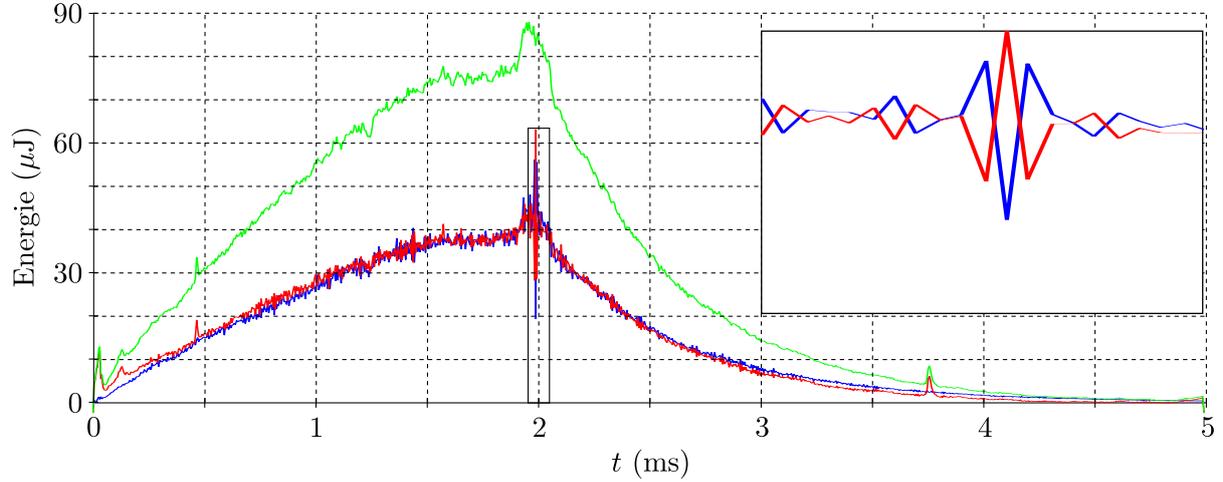


FIGURE 7.11: Energies potentielle (rouge), cinétique (bleu) et mécanique (vert) de l'ensemble de la plaque calculées à partir du champ de déplacement enregistré pendant la focalisation. À l'instant de focalisation, détaillé sur $100 \mu\text{s}$ en haut à droite, on observe un déséquilibre entre énergie potentielle et mécanique dû à la concentration de l'énergie dans la tache de focalisation qui atteint à cet instant son maximum d'amplitude.

un pic négatif, d'amplitude supérieure en valeur absolue, issue de l'interférence constructive des lobes secondaires de chacun des points. La résolution spatiale n'est pas affectée par la focalisation multiple, comme l'illustre la vue en coupe. La recherche d'une amplitude et d'un contraste maximal se justifie donc au delà du besoin de percevoir clairement un point de focalisation puisque ces grandeurs doivent être divisées par le nombre de points de focalisation simultanés.

7.5 Conclusion

En choisissant une plaque mince d'épaisseur $\eta = 0.5 \text{ mm}$, on a fait la démonstration de la possibilité de produire par retournement temporel un déplacement de plus de $7 \mu\text{m}$ localisé dans une région d'environ 5 mm de diamètre avec une puissance totale moyenne consommée de l'ordre de 45 mW . La simplification de l'électronique a permis de piloter et d'amplifier 32 voies et ainsi de diminuer la durée de la fenêtre de retournement temporel. Cette diminution, en plus d'améliorer la stabilité du procédé, permet la répétition de la focalisation à une fréquence plus élevée et la focalisation alternée de plusieurs points. La focalisation simultanée de quatre points obtenue dans ce chapitre se traduit comme attendu par une diminution du déplacement de chacun d'entre eux.

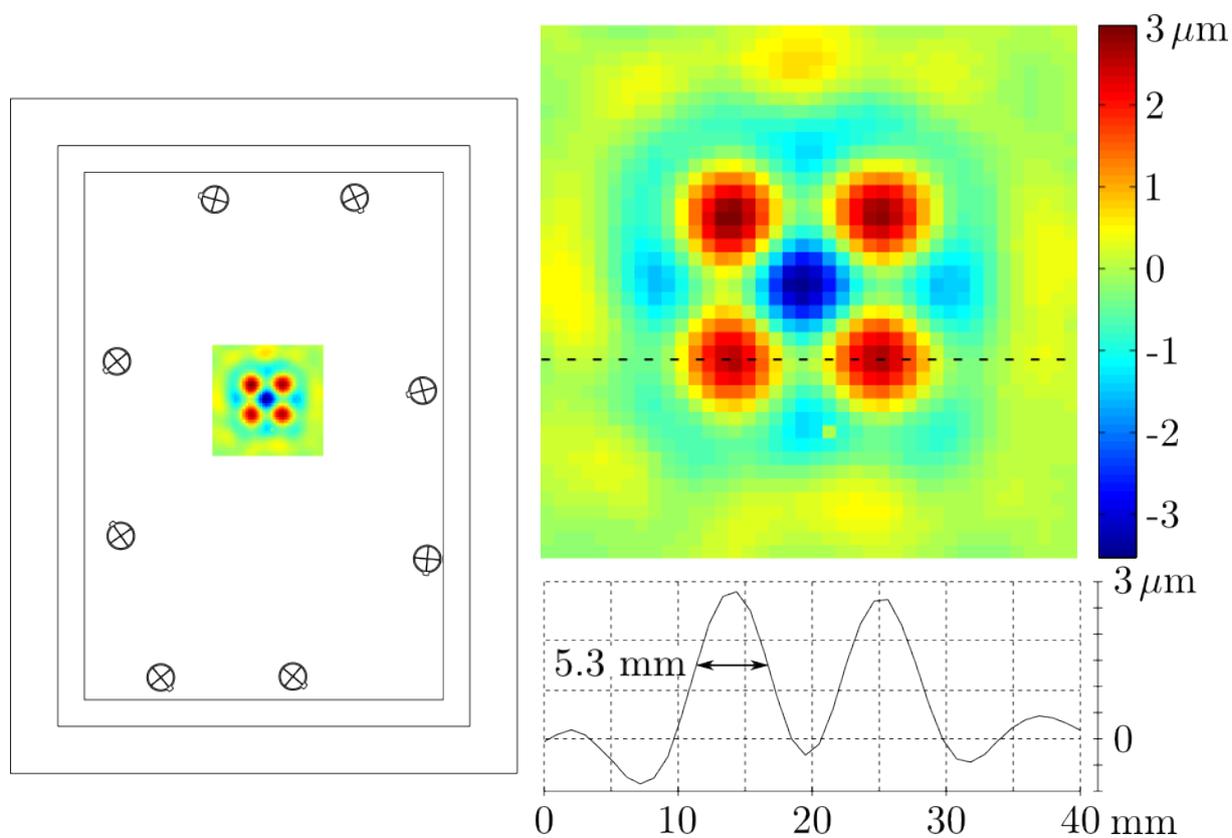


FIGURE 7.12: Champ de déplacement enregistré à l'instant de focalisation lors de la focalisation simultanée en quatre points distants de 10 mm. La résolution spatiale est préservée mais l'amplitude et donc le contraste sont diminués par rapport à la focalisation en un seul point.

Chapitre 8

Interaction tactile

Sommaire

8.1	Introduction	114
8.2	Diffraction des ondes par le contact des doigts	114
8.2.1	Théorie de la diffraction multiple	114
8.2.2	Constantes de temps d'absorption et de diffraction du doigt	117
8.3	Amplitude au point de focalisation chargé	119
8.3.1	Modèle de charge ponctuelle	119
8.3.2	Impédance du doigt	121
8.3.3	Validation expérimentale	122
8.4	Validation perceptuelle	126
8.4.1	Matériel et méthodes	126
8.4.2	Détection	128
8.4.3	Discrimination	130
8.5	Décollement du doigt au point de focalisation	131
8.6	Conclusion	134

8.1 Introduction

On a montré dans les chapitres précédents comment obtenir la focalisation des ondes de flexion en un ou plusieurs points avec une amplitude pertinente vis à vis des seuils de détection tactile et une résolution inférieure à la surface de contact entre le doigt et la plaque. L'utilisation de cette approche comme technique de stimulation tactile soulève toutefois plusieurs questions. D'une part l'interface tactile est, par définition, destinée à être touchée. Ce contact perturbe le milieu de propagation et introduit une rupture dans la symétrie par retournement dans la plaque. On étudie donc dans une première section de ce chapitre l'influence sur l'amplitude au point de focalisation de la perturbation induite par le contact entre un ou plusieurs doigt et la plaque. On montre ainsi que, comme dans le cas d'un changement de température, l'allongement de la durée de la fenêtre de retournement T entraîne une plus grande sensibilité. L'analyse du déplacement obtenu lorsqu'un doigt est situé sur le point de focalisation permet dans une seconde section de mettre en évidence l'influence de l'impédance mécanique de la surface et d'évaluer celle du doigt en fonction de l'effort normal exercé. La seconde difficulté est celle de la capacité à percevoir le déplacement au point de focalisation. Bien que l'amplitude atteinte soit supérieure aux valeurs de seuils de détection trouvés dans la littérature, la bande passante utilisée se situe bien au delà de la plage de sensibilité tactile. Une étude perceptuelle menée dans une troisième section montre toutefois que l'on peut percevoir et discriminer ces impulsions. Le décollement de la pulpe du doigt lors de la focalisation, mis en évidence dans une quatrième section, pourrait en être responsable.

8.2 Diffraction des ondes par le contact des doigts

8.2.1 Théorie de la diffraction multiple

Alors que le changement de température étudié dans le chapitre 4 affecte la vitesse de propagation de façon homogène sur l'ensemble de la plaque, le contact d'un doigt introduit une variation locale de l'impédance mécanique du milieu, entraînant la diffraction des ondes incidentes.

En écrivant $h_{aq}(t)$ la réponse impulsionnelle entre le point \mathbf{a} et l'actionneur q en l'absence de perturbation et $h_{aqd}(t)$ la même réponse lorsqu'un doigt est en contact au point \mathbf{d} , l'expression du déplacement au point de focalisation \mathbf{a} s'écrit alors,

$$\tilde{u}_{\text{RT}}(\mathbf{a}, T) = \sum_q \int_0^T h_{aq}(T-t)h_{aqd}(T-t)dt \neq \sum_q \int_0^T h_{aq}^2(T-t)dt \quad (8.1)$$

Le contact entre le doigt et la plaque peut avoir lieu en une infinité de positions. On ne cherche pas ici, comme on peut le faire en localisation tactile [62, 104, 105] ou contrôle de santé [106], à extraire la position du doigt ou d'un défaut sur la plaque. On traite donc cette position comme une variable aléatoire et on cherche à déterminer l'espérance de $\tilde{u}_{\text{RT}}(\mathbf{a}, T)$ pour l'ensemble des positions possibles. La plaque étant une cavité réverbérante, chaque front d'onde peut être diffracté plusieurs fois par l'obstacle constitué par le doigt. On s'appuie ici sur la théorie de la diffraction multiple [107] telle qu'utilisée par De Rosny [108] pour dénombrer la population de poissons présents dans un bocal, ou Conti [109] pour la mesure de la section diffraction des ondes acoustiques par le corps humain.

La réponse impulsionnelle dans le cas d'un obstacle situé en \mathbf{d} peut s'écrire comme la somme d'une composante cohérente $\tilde{h}_{aq}(t)$, indépendante de la position de l'obstacle, et d'une composante incohérente $r_{aqd}(t)$ contenant les rayons acoustiques l'ayant rencontré au moins une fois. On a donc,

$$h_{aqd}(t) = \tilde{h}_{aq}(t) + r_{aqd}(t). \quad (8.2)$$

La composante $r_{aqd}(t)$ étant incohérente, sa valeur moyenne pour un grand nombre de positions du doigt différentes est nulle. L'espérance de la réponse impulsionnelle est donc une fonction indépendante de la position du doigt. On a donc,

$$\mathbb{E}_d \{h_{aqd}(t)\} = \tilde{h}_{aq}(t). \quad (8.3)$$

La probabilité qu'un front d'onde soit diffracté par le doigt augmente avec la durée de propagation. L'énergie de la partie cohérente $\tilde{h}_{aq}(t)$ de la réponse décroît donc au cours du temps au profit de la partie incohérente $r_{aqd}(t)$. Cette décroissance est décrite par une exponentielle de constante τ_s et l'intensité cohérente de la réponse impulsionnelle s'écrit d'après [110],

$$\tilde{h}_{aq}^2(t) \simeq \mathbb{E}_d \{h_{aqd}^2(t)\} e^{-t/\tau_s}. \quad (8.4)$$

Les fronts d'ondes rencontrant le doigt subissent également une atténuation. Celle ci affecte la partie cohérente comme la partie incohérente de la réponse. L'intensité totale de la réponse en présence d'un doigt s'écrit donc,

$$\mathbb{E}_d \{h_{aqd}^2(t)\} \simeq h_{aq}^2(t) e^{-t/\tau_a}. \quad (8.5)$$

A partir de ces deux égalités, l'intensité cohérente est reliée à l'intensité de la réponse en l'absence de doigt par,

$$\tilde{h}_{aq}(t) \simeq h_{aq}(t) e^{-t/(2\tau_s)} e^{-t/(2\tau_a)} = h_{aq}(t) e^{-t/\tau_d}. \quad (8.6)$$

avec,

$$\tau_d = \frac{2\tau_a\tau_s}{\tau_a + \tau_s} \quad (8.7)$$

Le déplacement enregistré au point de focalisation est alors donné par,

$$\tilde{u}_{\text{RT}}(\mathbf{a}, T) \simeq \sum_q \int_0^T h_{aq}(T-t) \tilde{h}_{aq}(T-t) dt = \sum_q \int_0^T h_{aq}^2(T-t) e^{-t/\tau_d} dt \quad (8.8)$$

En développant comme dans le chapitre 4 l'expression de la réponse impulsionnelle, on trouve

$$\tilde{\mathbf{T}}_{nn}(T) = \frac{\tilde{\tau}}{2} (1 - e^{-2T/\tilde{\tau}}) \quad (8.9)$$

avec,

$$\tilde{\tau} = \frac{2\tau\tau_d}{2\tau_d + \tau} = \frac{4\tau\tau_a\tau_s}{4\tau_a\tau_s + \tau(\tau_a + \tau_s)} \quad (8.10)$$

d'où il vient,

$$\tilde{u}_{\text{RT}}(\mathbf{a}, T) \propto \frac{\tilde{\tau}}{2} (1 - e^{-2T/\tilde{\tau}}) \quad (8.11)$$

soit,

$$\tilde{u}_{\text{RT}}(\mathbf{a}, T) = u_{\text{RT}}(\mathbf{a}, T) \frac{\tilde{\tau}}{\tau} \frac{1 - e^{-2T/\tilde{\tau}}}{1 - e^{-2T/\tau}} \quad (8.12)$$

Le déplacement obtenu au point de focalisation est donc peu affecté par le contact tant que la durée de retournement T est faible devant la constante de diffraction $\tilde{\tau}$. On peut détailler les expressions des constantes τ_a et τ_s pour faire apparaître les longueurs efficaces de diffraction σ_a et σ_s . On a ainsi,

$$\tau_s = \frac{S}{cN_d\sigma_s} \quad (8.13)$$

$$\tau_a = \frac{S}{cN_d\sigma_a} \quad (8.14)$$

où c est la vitesse de propagation de l'onde, S l'aire du domaine de propagation et N_d le nombre d'éléments diffractants en contact avec la surface. La constante de temps de diffraction est ainsi inversement proportionnelle au nombre de doigts en contact avec la plaque. La diffraction des ondes de flexions par une inclusion cylindrique a été étudiée par Norris et Vemula[111]. Un cas simple est celui d'un point fixe pour lequel on impose $u(\mathbf{d}, t) = 0$. La longueur de diffraction d'un tel obstacle s'exprime en fonction du nombre d'onde par,

$$\sigma_s = \frac{4}{k} \quad (8.15)$$

On trouve ainsi, pour N_d points fixes simultanément en contact avec la plaque,

$$\tau_s = \frac{S}{2N_d} \sqrt{\frac{\rho}{D}} = \frac{T_c}{2N_d} \quad (8.16)$$

D'après les résultats obtenus au chapitre 4, le nombre de voies Q choisi doit vérifier $Q \gg T_c/T$ pour obtenir une bonne qualité de focalisation. En l'absence d'atténuation, on a d'après l'équation (8.10) $\tilde{\tau} = 4\tau_s$. Le contraste est alors peu affecté par la diffraction de N_d points fixes tant que $T \ll \tilde{\tau} = 2T_c/N_d$. Pour assurer la robustesse du retournement temporel malgré la présence de N_d points fixes sur la plaque, le nombre d'actionneur doit donc vérifier,

$$Q \gg \frac{N_d}{2} \quad (8.17)$$

On peut donc, lorsque l'on connaît la section efficace de diffraction d'un obstacle, anticiper la perturbation induite par le contact avec la plaque. Comme pour une variation de température, l'augmentation du nombre d'actionneurs permet d'améliorer la robustesse du procédé.

8.2.2 Constantes de temps d'absorption et de diffraction du doigt

A partir des équations (8.3) et (8.4), la constante de temps de diffraction par un doigt s'obtient par la relation,

$$e^{-t/\tau_s} = \frac{\mathbb{E}_d \{h_{aqd}^2(t)\}}{\mathbb{E}_d^2 \{h_{aqd}(t)\}} \quad (8.18)$$

La constante τ_s étant indépendante des points de mesure de la réponse impulsionnelle, on peut améliorer la précision de l'estimation de τ_s en effectuant une moyenne pour l'ensemble des actionneurs q . On définit finalement une fonction $S(t)$ par,

$$S(t) = \mathbb{E}_q \left\{ \frac{\mathbb{E}_d \{h_{aqd}^2(t)\}}{\mathbb{E}_d^2 \{h_{aqd}(t)\}} \right\} = \frac{1}{Q} \sum_{q=1}^Q \frac{\frac{1}{N_p} \sum_{p=1}^{N_p} h_{aqd}^2(t)}{\left(\frac{1}{N_p} \sum_{p=1}^{N_p} h_{aqd}(t) \right)^2} \simeq e^{-t/\tau_s}, \quad (8.19)$$

avec Q le nombre d'actionneurs et N_p le nombre de positions du doigt différentes. D'après l'équation (8.5), la constante de d'atténuation du doigt est donnée par,

$$e^{-t/\tau_a} = \frac{\mathbb{E}_d \left\{ h_{aqd}^2(t) \right\}}{h_{aq}^2(t)} \quad (8.20)$$

Lors de la mesure, les passages par 0 de $h_{aq}(t)$ font toutefois tendre ce ratio vers des valeurs infinies. Pour s'en affranchir, le numérateur et le dénominateur sont moyennés sur l'ensemble des actionneurs. On définit ainsi une fonction $A(t)$ par,

$$A(t) = \frac{\mathbb{E}_q \left\{ \mathbb{E}_d \left\{ h_{aqd}^2(t) \right\} \right\}}{\mathbb{E}_q \left\{ h_{aq}^2(t) \right\}} = \frac{\frac{1}{Q} \frac{1}{N_d} \sum_{q=1}^Q \sum_{d=1}^{N_d} h_{aqd}^2(t)}{\frac{1}{Q} \sum_{q=1}^Q h_{aq}^2(t)} = e^{-t/\tau_a} \quad (8.21)$$

On mesure ainsi les réponses impulsionnelles $h_{aq}(t)$ entre un point de la plaque et les $Q = 32$ actionneurs en l'absence de contact avec un doigt, puis la réponse $h_{aqd}(t)$ entre ce même point et les actionneurs pour un doigt en contact successivement en $N_p = 30$ positions différentes. À partir de ces données et des équations (8.21) et (8.19), on obtient finalement les courbes présentées en figure 8.1. L'ajustement d'exponentielles décroissantes sur ces courbes aboutissent à l'évaluation des constantes de diffraction et d'atténuation $\tau_s = 2.9$ ms et $\tau_a = 4.2$ ms respectivement. Ces constantes ont été ajustées sur la première milliseconde des fonctions et $S(t)$ et $A(t)$ afin de limiter l'influence du bruit de mesure, significatif dans les réponses impulsionnelles au delà de la constante de temps d'amortissement $\tau = 1$ ms de la cavité, et responsable du plateau observé. Une cavité plus réverbérante permettrait ainsi une détermination plus précise des constantes de temps de diffraction et d'atténuation du doigt. D'après les constantes mesurées, l'effet du contact du doigt avec la surface est dominé par la diffraction $\tau_s < \tau_a$, sans toutefois que l'atténuation soit négligeable. Bien que ces constantes ne soient valables que pour une plaque mince ayant les mêmes propriétés mécaniques et la même épaisseur que celle utilisée ici, l'influence relative de l'atténuation et de l'amortissement est probablement conservée dans le cas d'autres plaques, pourvu que la bande passante considérée reste identique.

À partir des valeurs mesurées de constantes de temps de diffraction et d'atténuation d'un doigt, on vérifie la validité de l'expression (8.12) en mesurant l'amplitude atteinte au point de focalisation en fonction du nombre N_d de doigts en contact et de la durée T de la fenêtre de retournement temporel. Pour chaque couple $\{N_d, T\}$, l'amplitude considérée est la moyenne de 30 réalisations avec N_d doigts simultanément en contact à différentes positions sur la plaque. Le signal retourné émis par les actionneurs correspond à la réponse impulsionnelle acquise en l'absence de doigt en contact. Les résultats présentés en figure (8.2) correspondent aux déplacements mesurés $\tilde{u}_{RT}(\mathbf{a}, T)$, normalisés par le déplacement $u_{RT}(\mathbf{a}, T)$ obtenu pour la même durée T sans toucher la plaque. Les traits continus désignent les résultats prédits par l'expression théorique (8.12). On retrouve ainsi des résultats conformes en ordre de grandeur et en variations à ceux

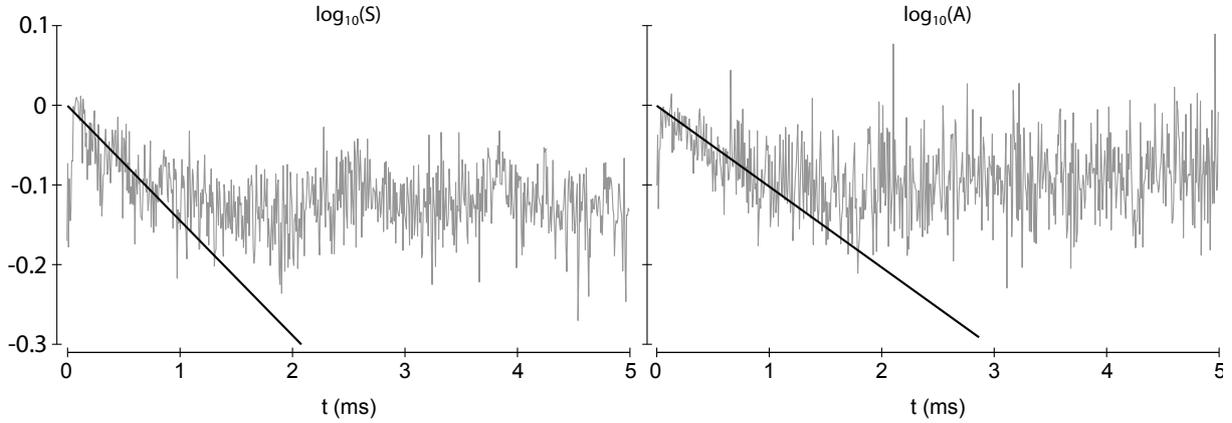


FIGURE 8.1: Identification des constantes de temps d'amortissement τ_a et de diffraction τ_s par un doigt en contact avec la plaque. Ajustement sur les fonctions $S(t)$ (gauche) et $A(t)$ (droite) d'exponentielle décroissante de constante $\tau_s = 2.9$ ms et $\tau_a = 4.2$ ms respectivement, ajustées sur la première milliseconde.

prédits théoriquement. Le contact avec la plaque pendant l'exploration tactile peut donc engendrer une diminution jusqu'à 30% de l'amplitude atteinte au point de focalisation pour $T = 3$ ms et même davantage en explorant la surface avec plus de trois doigts. Trois approches existent et peuvent être combinées pour diminuer l'influence du contact sur l'amplitude au point de focalisation. D'une part, la réduction de la durée de la fenêtre de retournement, et donc à qualité de focalisation égale l'augmentation du nombre d'actionneurs, permet selon l'équation (8.12) de diminuer l'influence du contact. Par ailleurs, l'augmentation de la surface permet, selon l'équation (8.13) de diminuer la constante de temps de diffraction, à longueur efficace de diffraction égale. Enfin, cette longueur efficace de diffraction peut être diminuée selon [111] en augmentant la constante D de rigidité en flexion de la plaque ou sa densité surfacique ρ_s . Cette dernière option implique cependant, selon l'équation (6.37), une consommation énergétique accrue à amplitude et résolution identique.

8.3 Amplitude au point de focalisation chargé

8.3.1 Modèle de charge ponctuelle

On cherche désormais à connaître l'amplitude atteinte lorsqu'une charge se situe au point de focalisation. On néglige cette fois la perturbation de la propagation de l'onde lors du processus de focalisation et on considère une reconstruction parfaite. Une force harmonique externe $F(\mathbf{a}, \omega)$

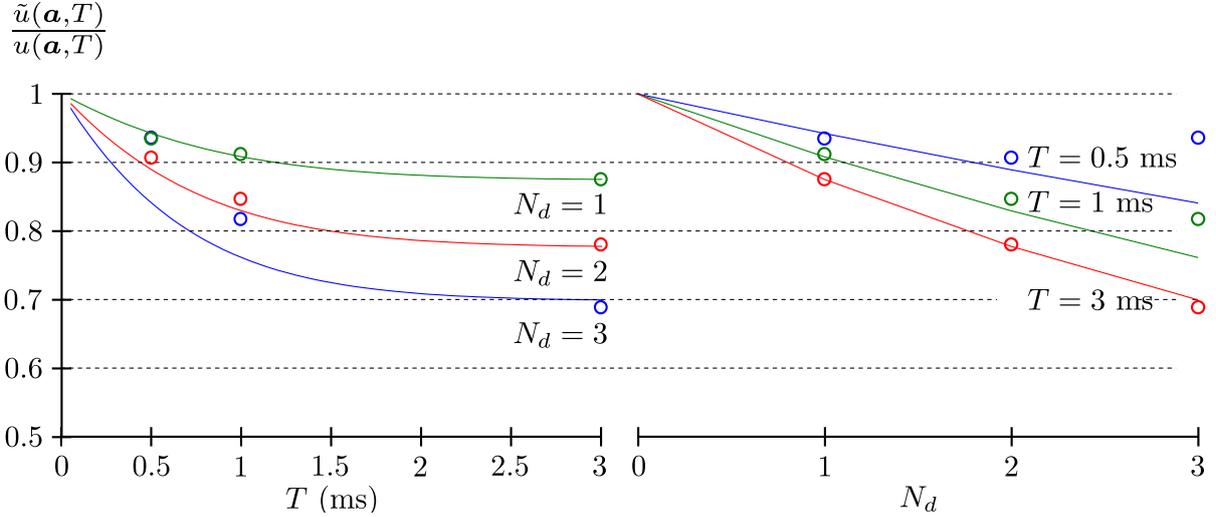


FIGURE 8.2: Amplitude relative au point de focalisation en fonction de la durée de la fenêtre de retournement T (gauche) et du nombre de doigts en contact N_d (droite). Valeurs théoriques (traits plein) et mesurée (cercle).

exercée en un point de la plaque produit en ce point un déplacement d'amplitude $U_F(\mathbf{a}, \omega)$ que l'on écrit :

$$j\omega U_F(\mathbf{a}, \omega) = \frac{F(\mathbf{a}, \omega)}{Z_s(\mathbf{a}, \omega)} \quad (8.22)$$

où $Z_s(\mathbf{a}, \omega)$ est l'impédance de la surface au point d'application de la force. Le déplacement atteint au point de focalisation, noté $\hat{U}(\mathbf{a}, \omega)$, est la somme du déplacement $U(\mathbf{a}, \omega)$ en l'absence de force extérieure exercée et du déplacement $U_F(\mathbf{a}, \omega)$ engendré par celle-ci. On a donc :

$$\hat{U}(\mathbf{a}, \omega) = U(\mathbf{a}, \omega) + U_F(\mathbf{a}, \omega) \quad (8.23)$$

On considère le cas où la force $F(\mathbf{a}, \omega)$ est exercée par une charge passive telle que le doigt et d'impédance $Z_d(\omega)$. Cette force est alors liée au déplacement au point de contact avec la plaque par $F(\mathbf{a}, \omega) = j\omega Z_d(\omega) \hat{U}(\mathbf{a}, \omega)$. Il vient ainsi :

$$\hat{U}(\mathbf{a}, \omega) = U(\mathbf{a}, \omega) \frac{Z_s}{Z_s + Z_d} \quad (8.24)$$

On a ainsi exprimé le déplacement $\hat{U}(\mathbf{a}, \omega)$ atteint au point de focalisation en fonction du déplacement en l'absence de charge $U(\mathbf{a}, \omega)$ et des impédances de la surface $Z_s(\omega)$ et du doigt $Z_d(\omega)$. On retrouve que ces deux déplacements ne sont identiques que lorsque l'impédance de

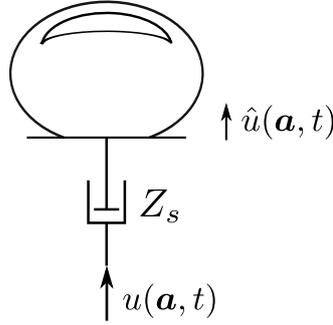


FIGURE 8.3: Modèle pour le calcul de l'amplitude sous le doigt au point de focalisation \hat{u} à partir du déplacement à vide u .

la surface est grande devant celle du doigt $Z_s \gg Z_d$. En considérant une plaque infinie, ce qui revient à négliger l'effet de la diffraction décrite dans la section précédente, l'impédance $Z_s(\omega)$ entre une force appliquée en un point et le déplacement au même point s'écrit [53] :

$$Z_s(\mathbf{a}, \omega) = Z_s = \frac{F(\mathbf{a}, \omega)}{j\omega U_F(\mathbf{a}, \omega)} = 8\sqrt{D\rho_s} = \frac{4}{\sqrt{3}}\eta^2 \sqrt{\frac{\rho Y}{1-\nu^2}} \quad (8.25)$$

L'impédance d'une plaque mince est donc purement dissipative et indépendante de la fréquence. Le couplage du doigt, considéré comme ponctuel, avec la plaque autour de l'instant de focalisation peut donc être schématisé sous la forme présentée en figure 8.3. On peut donc, connaissant l'impédance du doigt situé au point de focalisation déduire simplement l'amplitude atteinte en fonction des propriétés mécaniques de la plaque et du déplacement en l'absence de doigt.

8.3.2 Impédance du doigt

L'impédance de la pulpe du doigt est dans la littérature généralement mesurée [112, 113, 114, 115, 116] et modélisée [117] dans le cas quasistatique ou dans la gamme de fréquence 0 – 1 kHz pertinente pour le sens du toucher. Lors de l'impact, la pulpe du doigt est dans notre cas soumise à une impulsion d'une durée $R_t = 1/(2f_{\max}) \simeq 7 \mu\text{s}$, c'est-à-dire avec une dynamique bien supérieure à celle investiguée dans ces travaux. Dans son étude de l'impédance en cisaillement de la pulpe du doigt, Wiertlewski [118] propose une représentation de la pulpe du doigt par un modèle masse ressort amortisseur dont les paramètres dépendent de la force normale d'appui. Il montre entre autre qu'au delà de 300 Hz, l'impédance est dominée par le terme de masse. En représentant le doigt comme une masse M ponctuelle, son impédance s'écrit $Z_d(\omega) = j\omega M$.

La fonction de transfert permettant de calculer le déplacement obtenu sous le doigt à partir du déplacement à vide s'écrit donc,

$$\frac{\hat{U}(\mathbf{a}, \omega)}{U(\mathbf{a}, \omega)} = W(\omega) = \frac{Z_s}{Z_s + j\omega M} \quad (8.26)$$

soit dans le domaine temporel,

$$w(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{Z_s}{Z_s + j\omega M} e^{j\omega t} d\omega = \begin{cases} \omega_c e^{-\omega_c t}, & \text{si } t \geq 0, \\ 0, & \text{sinon .} \end{cases}$$

avec $\omega_c = Z_s/M = 8\sqrt{D\rho_s}/M$. Pour simplifier le calcul, on modélise le déplacement au point de focalisation en l'absence de doigt $u(\mathbf{a}, t)$ par une fonction porte, centrée sur l'instant $t = T$ et de durée égale à la résolution temporelle $R_t = 1/(2f_{\max})$. Le calcul déplacement sous le doigt est ainsi donné par,

$$\begin{aligned} \hat{u}(\mathbf{a}, t) &= \int_{-\infty}^{\infty} u(\mathbf{a}, \xi) w(t - \xi) d\xi & (8.27) \\ &= \begin{cases} u(\mathbf{a}, T) [e^{(-R_t/2-t+T)\omega_c}], & \text{si } t \geq T + R_t/2, \\ u(\mathbf{a}, T) [1 - e^{(-R_t/2-t+T)\omega_c}], & \text{si } T - R_t/2 \leq t \leq T + R_t/2, \\ 0, & \text{si } t \leq T - R_t/2, \end{cases} & (8.28) \end{aligned}$$

Le déplacement maximum sous le doigt est donc atteint à la fin de l'impulsion en $t = T + R_t/2$ et vaut,

$$\max \{\hat{u}(\mathbf{a}, t)\} = \hat{u}(\mathbf{a}, T + R_t/2) = u(\mathbf{a}, T) [1 - e^{-R_t\omega_c}] \quad (8.29)$$

Connaissant les propriétés mécaniques de la plaque, on peut à l'inverse déduire la masse mobile de la pulpe du doigt à partir des déplacements maximum obtenus à vide et en plaçant le doigt au point de focalisation. On a, en inversant l'équation (8.29) et en utilisant les notations simplifiées $\hat{u} = \max \{\hat{u}(\mathbf{a}, t)\}$ et $u = u(\mathbf{a}, T)$,

$$M = \frac{Z_s R_t}{\ln(u) - \ln(u - \hat{u})} \quad (8.30)$$

8.3.3 Validation expérimentale

Le démonstrateur présenté dans le chapitre précédent a été utilisé pour mener la validation expérimentale. Les 32 actionneurs ont été employés avec une durée $T = 2$ ms pour obtenir la focalisation en un point de la plaque. Cette focalisation a été répétée à une fréquence $f_r = 500$ Hz

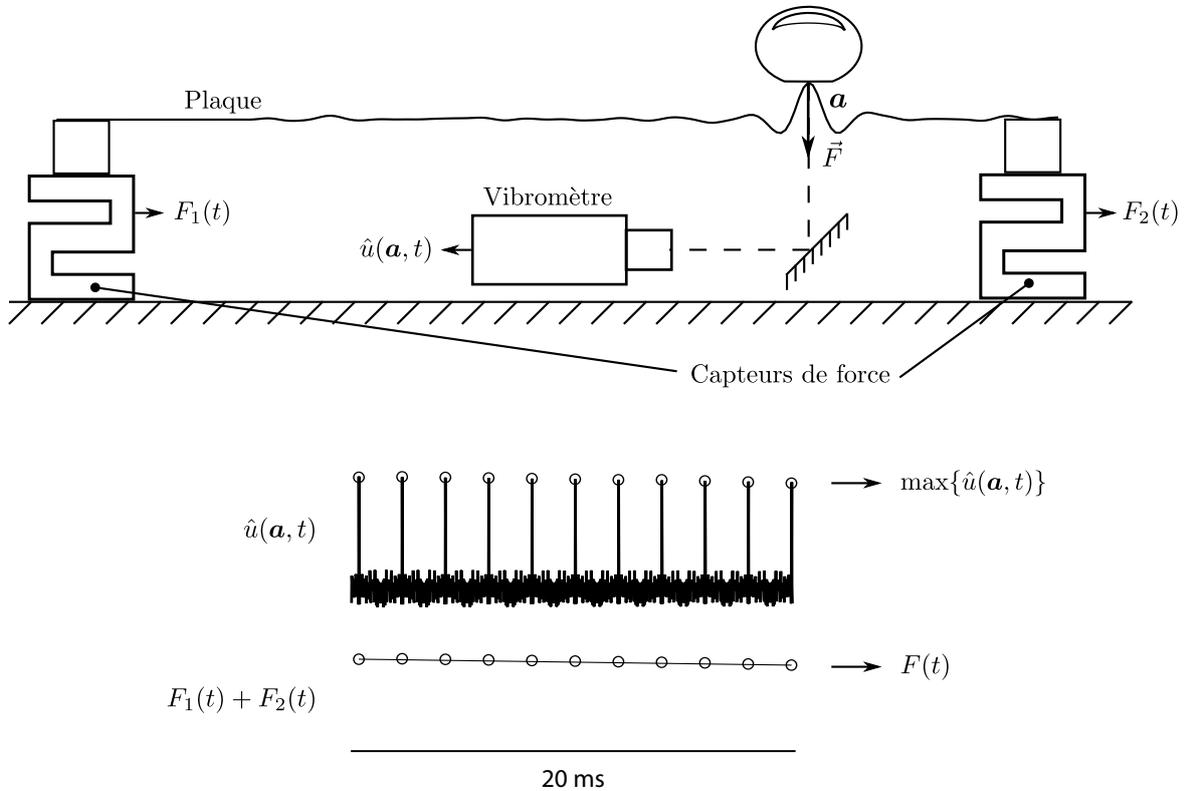


FIGURE 8.4: Dispositif pour la mesure du déplacement sous le doigt. Le démonstrateur est placé sur deux capteurs de forces qui mesurent l'effort normal exercé par le doigt pendant qu'un vibromètre mesure la déformation de la plaque sous celui-ci. Seul le déplacement maximum $\max\{u(\mathbf{a}, t)\}$ pour chaque répétition de la focalisation est conservé. La fréquence d'échantillonnage de la force correspond à la fréquence $f_r = 500$ Hz de répétition de la focalisation.

et on a retenu pour chaque période le maximum d'amplitude atteint au point de focalisation. Afin de retrouver la dépendance de l'impédance du doigt vis à vis de la force normale d'appui, le démonstrateur a été placé sur deux capteurs d'efforts à jauges (HBM S2M) mesurant la force exercée perpendiculairement au plan de l'interface, comme l'illustre la figure 8.4. Les tracés de l'amplitude au point de focalisation et de la force d'appui, enregistrés simultanément, sont donnés en fonction du temps en figure 8.5. Quatre cycles de charge et décharge ont ainsi été effectués. La gamme de force normale exercée couvre la gamme 0 à 1 N correspondant aux efforts mis en jeu lors de l'exploration tactile [119].

La perte d'amplitude au point de focalisation peut donc chuter, d'après la figure 8.5 de $7 \mu\text{m}$ à moins de $3 \mu\text{m}$ lorsque l'effort normal exercé atteint $F = 1$ N, soit près de 60 %. Le tracé de

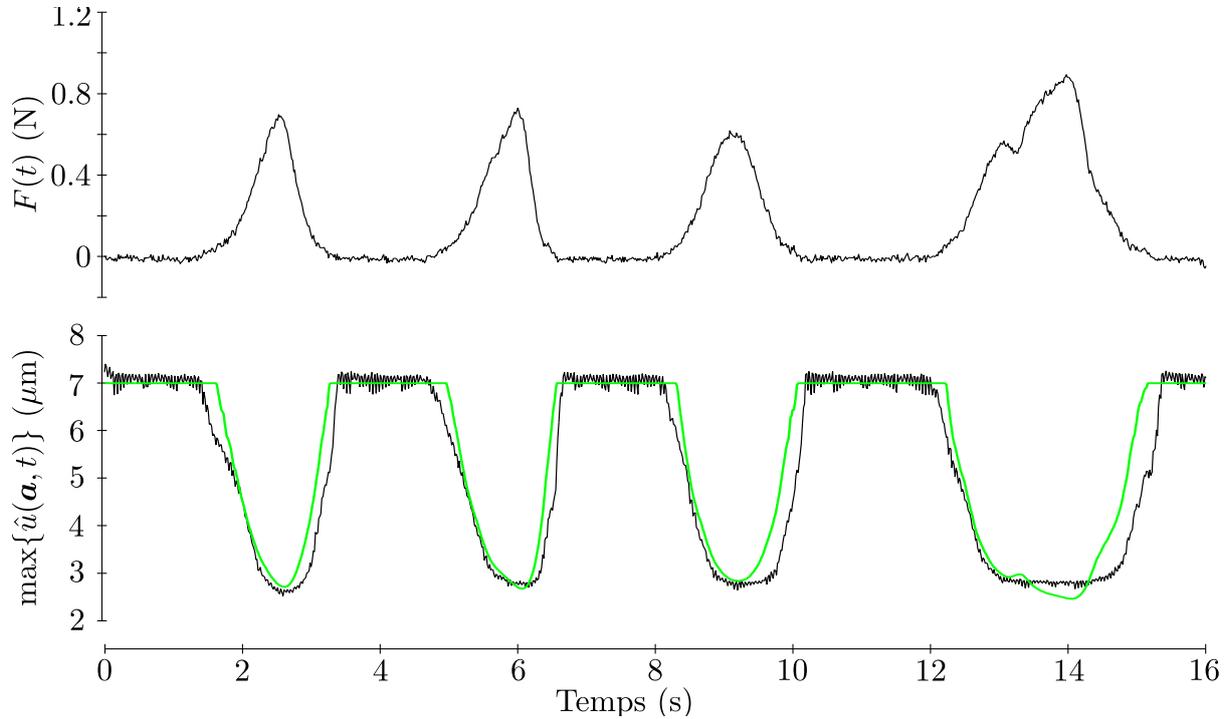


FIGURE 8.5: Force normale F exercée par le doigt situé au point de focalisation en fonction du temps (haut) et déplacement de la plaque maximum atteint à ce point pour chaque répétition de l'impulsion (bas). Valeurs mesurées (noir) et prédite par l'équation (8.29) (vert)

l'amplitude de déplacement de la plaque en fonction de l'effort normal exercé est présenté en figure 8.6. On retrouve comme attendu une variation de l'amplitude en fonction de l'effort exercé suggérant, d'après l'équation (8.24), une variation de l'impédance du doigt avec l'effort normal appliqué. Cette courbe présente une hystérésis. Ce type de comportement de la pulpe du doigt est connu et peut être observé en traçant l'écrasement du doigt en contact avec une surface plane en fonction de l'effort exercé [114].

La figure 8.6 droite représente la masse déplacée lors de la focalisation, calculée à partir de la courbe force déplacement de gauche et de l'équation (8.30). On trouve ainsi une masse maximum de $M_{\max} = 0.1$ g correspondant, malgré une direction de déplacement, une gamme de fréquence et une méthode d'identification différente, à l'ordre de grandeur de la masse trouvée par Wiertelwski ($M=0.16$ g pour $F=0.5$ N). Cette même publication propose une dépendance de la masse en fonction de l'effort normal F de la forme $M = \beta F^\alpha$ avec α et β deux coefficients déterminés expérimentalement. Bien que cette approximation ne permette pas de prendre en compte l'hystérésis, cette loi prise avec les limites basses des coefficients identifiés, soit $\beta =$

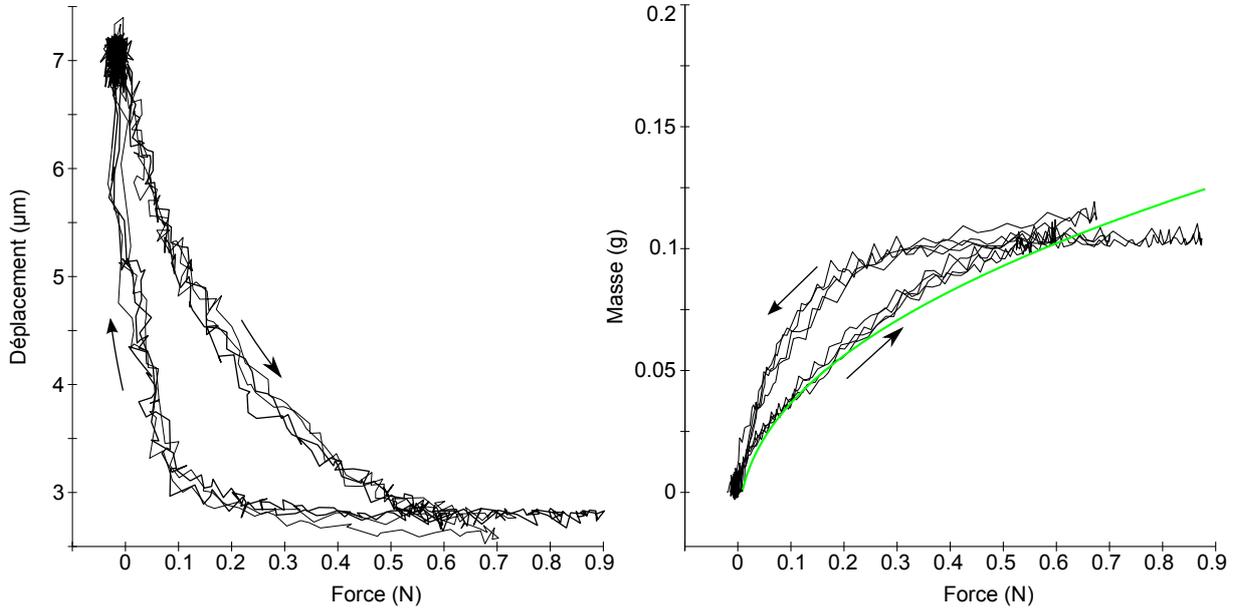


FIGURE 8.6: Courbe force-déplacement au point de focalisation obtenue à partir des données de la figure 8.5. De ce déplacement on calcule avec l'équation (8.30) la masse mobile (gauche) de la pulpe du doigt en fonction de l'effort normal exercé. Le modèle $M = 1.4 \times 10^{-4} F^{0.07}$ est superposé en vert.

1.4×10^{-4} et $\alpha = 0.07$, montre un bon accord avec l'évolution de la masse déduite de nos mesures. À partir de cette même loi, de l'équation (8.29) et de l'enregistrement de l'effort exercé, le tracé du déplacement théorique obtenu est superposé en vert au déplacement expérimentale en figure 8.6. La modélisation du doigt comme une masse ponctuelle, reliée à la force normale par une loi de puissance permet donc d'obtenir une bonne approximation de l'amplitude au point de focalisation au contact d'un doigt. Le son rayonné par la plaque en vibration étant proportionnel au déplacement à vide, il est intéressant de le rapprocher au plus près du déplacement effectif sous le doigt. On peut donc ajouter ce critère dans le dimensionnement d'une interface à retour tactile. En combinant les équations (8.29) et (5.29), on trouve,

$$\frac{\max \{\hat{u}(\mathbf{a}, t)\}}{u(\mathbf{a}, T)} = 1 - e^{-\frac{8R_s^2 \rho_s}{\pi M}} \quad (8.31)$$

En ajoutant à cette relation le modèle $M = 1.4 \times 10^{-4} F^{0.07}$ utilisé précédemment, on obtient que pour préserver 90% de l'amplitude à vide en touchant la plaque avec une force $F = 1N$ et avec une résolution $R_s = 5$ mm, la densité surfacique de la plaque doit être $\rho_s = 2.2$ kg.m⁻². L'équation (6.37) indique que l'énergie totale nécessaire à l'obtention d'une amplitude et d'une résolution donnée est indépendante de la masse volumique du matériau. Celle ci doit donc être

choisie la plus élevée possible. Pour le verre choisi pour ce démonstrateur, de masse volumique $\rho = 2510 \text{ kg.m}^{-3}$, l'épaisseur correspondante est $\eta = 0.88 \text{ mm}$. Un prochain démonstrateur sera donc idéalement réalisé à partir d'une plaque d'une telle épaisseur.

8.4 Validation perceptuelle

Les déplacements de plusieurs micro mètres enregistrés au point de focalisation dans les chapitres précédents sont pertinents vis à vis des valeurs de seuils trouvés dans la littérature. Ces seuils sont toutefois établis en régime harmonique et jusqu'à une fréquence de 1 kHz, correspondant à la limite haute de la plage de sensibilité tactile. La stimulation mécanique produite par la focalisation est impulsionnelle et constituée de fréquences de plusieurs dizaines de kilohertz, c'est-à-dire bien au delà de la gamme tactile. On étudie dans cette section la capacité de l'approche par retournement temporel à produire, malgré ces difficultés, un stimulus tactile perceptible et localisé.

Deux évaluations élémentaires ont pour cela été menées. Une tâche de détection a permis de déterminer l'existence d'une amplitude seuil au delà de laquelle le stimulus mécanique peut être perçu. Une seconde tâche de discrimination a montré la possibilité de distinguer deux points de focalisation dont la distance est supérieure à la résolution spatiale R_s .

8.4.1 Matériel et méthodes

L'étude perceptuelle a été menée sur une autre version du démonstrateur présenté au chapitre 7. Ce premier prototype, schématisé en figure 8.7 est constitué d'une plaque de verre de dimensions $63 \times 102 \text{ mm}^2$ et d'épaisseur $\eta = 0.2 \text{ mm}$ collée à un cadre rigide. Huit transducteurs piézoélectriques (Murata 7BB-12-9), identiques à ceux décrits en figure 7.1 avant découpe, ont été collés à une distance d'environ 5 mm des bords de la plaque. La constante d'atténuation, évaluée selon une méthode identique à celle décrite dans le chapitre 7, vaut $\tau = 3 \text{ ms}$. Le calcul du temps caractéristique par l'équation (4.24) donne $T_c = 10 \text{ ms}$. La bande passante utilisée s'étend de 0 à 25 kHz. Les actionneurs sont pilotés par des signaux quantifiés sur un bit, échantillonnés à $F_e = 50 \text{ kHz}$.

Après amplification, la tension de commande est comprise entre 0 et V_{pp} , où V_{pp} peut être ajustée pour varier l'amplitude au point de focalisation. La figure 8.8 illustre l'évolution mesurée de l'amplitude au point de focalisation pour une fenêtre de retournement de durée $T = 2 \text{ ms}$, en l'absence d'appui du doigt ($F = 0 \text{ N}$) et pour des forces normales $F = 50 \text{ mN}$ et $F = 200 \text{ mN}$ en fonction de la tension V_{pp} . Conformément à l'équation (6.7), on trouve une fonction linéaire

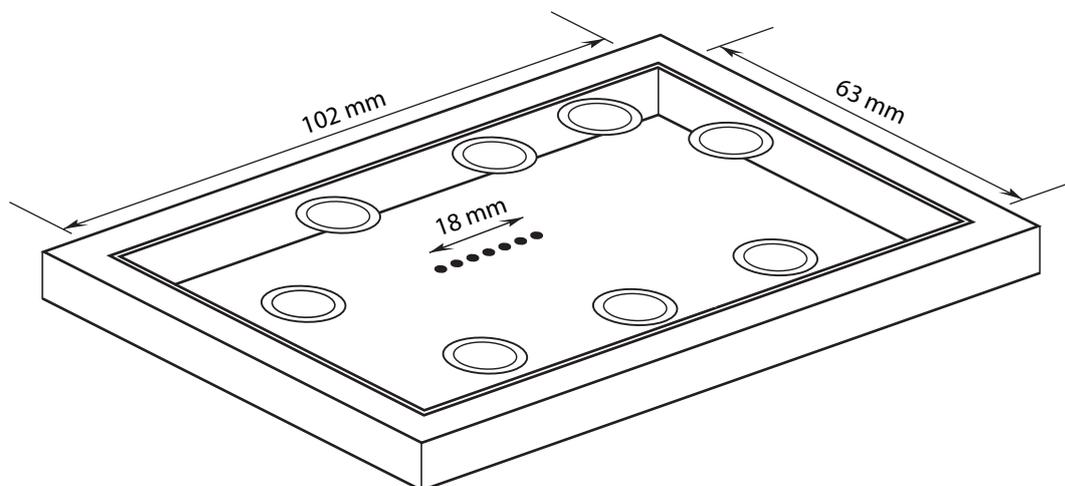


FIGURE 8.7: Schéma du dispositif utilisé pour la validation perceptuelle. Les points indiquent les positions de focalisation utilisés dans la tâche de discrimination 8.4.3.

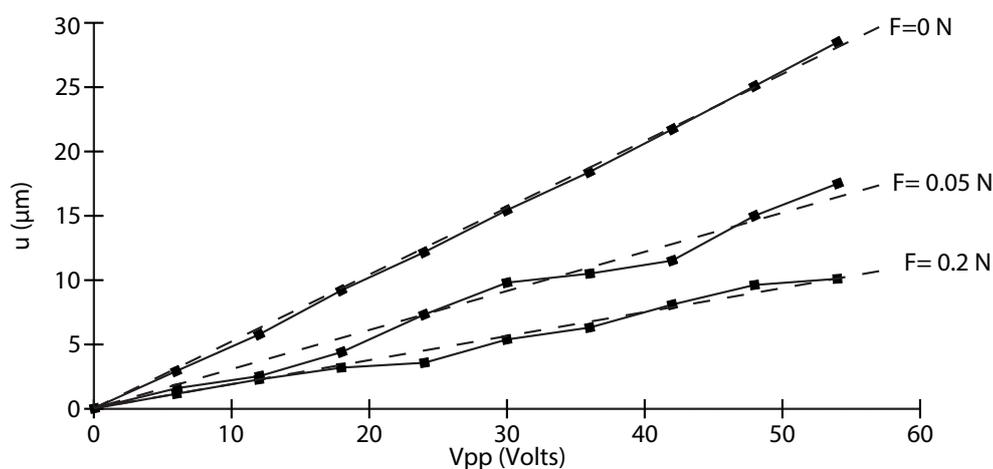


FIGURE 8.8: Évolution de l'amplitude au point de focalisation en fonction de la tension d'alimentation des actionneurs et pour différentes forces d'appui F .

entre l'amplitude au point de focalisation et la tension V_{pp} . Les coefficients directeurs mesurés sont respectivement $G_0 = 0.5 \mu\text{m}/\text{V}$, $G_{50} = 0.25 \mu\text{m}/\text{V}$ et $G_{200} = 0.15 \mu\text{m}/\text{V}$.

La focalisation en un point, avec $T = 2 \text{ ms}$ et $V_{pp} = 24 \text{ V}$, donne à l'instant $t = T$ le déplacement représenté en figure 8.9. On mesure à partir de cet enregistrement un contraste $C = 15$ et une résolution $R_s = 10 \text{ mm}$.

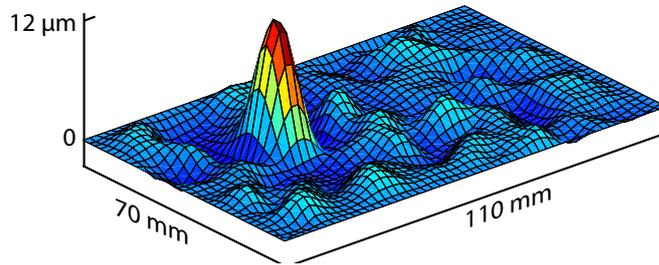


FIGURE 8.9: Déplacement mesuré de la plaque à l’instant de focalisation pour une tension d’alimentation $V_{pp} = 24$ V en l’absence de contact avec le doigt.

8.4.2 Détection

La détection du stimulus peut être influencée par un grand nombre de paramètres tels que sa durée, la fréquence de répétition ou sa modulation temporelle. On se restreint dans cette première étude au cas simple d’une amplitude variable. Le seul paramètre directement contrôlable est la tension V_{pp} d’alimentation des actionneurs et donc l’amplitude au point de focalisation en l’absence de contact. On cherche donc à déterminer le seuil de détection, c’est-à-dire l’amplitude au delà de laquelle le sujet déclare percevoir le stimulus plus d’une fois sur deux. On utilise la méthode des stimuli constants afin de déterminer la fonction psychométrique reliant la probabilité de détection du stimulus et la tension d’alimentation correspondante V_{pp} et ainsi déterminer la valeur de seuil.

Stimuli, participants et procédure

Les stimuli ont été produits en répétant à 150 Hz et pendant 5 secondes la focalisation en une position connue du sujet. Pour chaque essai, la tension V_{pp} a été sélectionnée aléatoirement parmi 6 valeurs uniformément réparties entre 5 V et 51 V. Sept volontaires, trois femmes et quatre hommes, âgés de 22 à 30 ans ont participé à cette étude. Cent stimuli ont ainsi été présentés à chaque participant et leurs réponses, stimulus perçu ou non, enregistrées pour chacun. Aucune instruction sur la stratégie d’exploration ou la force d’appui n’a été donnée. Les sujets étaient libres de déplacer leur doigt autour du point de focalisation. Un casque isolant jouant un bruit blanc devait être porté pendant toute la durée de la tâche.

Résultats et discussion

La probabilité de détection d’un stimulus a été calculée pour chaque participant et chaque amplitude V_{pp} . Les points et les barres verticales en figure 8.10 représentent la moyenne et

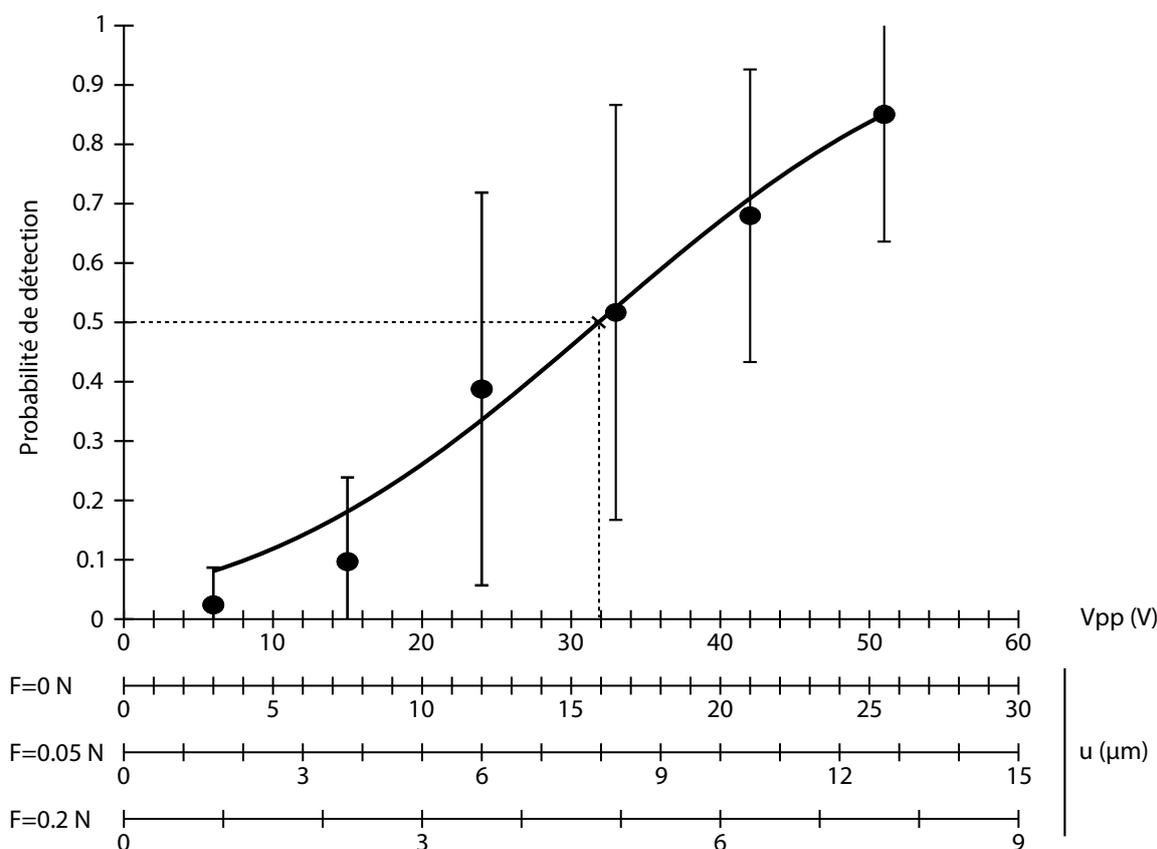


FIGURE 8.10: Probabilité de détection du déplacement au point de focalisation en fonction de la tension d'alimentation et déplacements correspondants, reportés de la figure 8.8.

l'écart type obtenus sur l'ensemble des participants. La courbe en trait plein correspond à la fonction psychométrique $f(x) = \frac{1}{2} [1 + \operatorname{erf}((x - m)s/\sqrt{\pi})]$ ajustée sur cette moyenne, où s est la pente à la valeur seuil m . Comme attendu, la probabilité de détection augmente avec la tension d'alimentation V_{pp} . La probabilité de détection maximum atteint 85%, indiquant une détection nette du stimulus à cette amplitude. La valeur de seuil de détection est estimée à $V_{pp}^{th} = 32$ V.

Le déplacement réel imposé à la pulpe du doigt par la plaque n'a pas été mesuré directement lors de cette expérience. Les données de la figure 8.8, reportées sur l'axe des abscisses de la figure 8.10 permettent toutefois d'estimer ce déplacement seuil entre 5 and 10 μm . On fait pour cela l'hypothèse que les participants ont cherché à faciliter la détection en exerçant une faible force normale, inférieure à 0.2 N. On observe également sur ces résultats un écart type très important. La cause en est probablement la faible impédance de la plaque. D'après les considérations développées dans la section précédente, et confirmées par les mesures de la figure

8.8, la finesse de la surface ($\eta = 0.2$ mm) utilisée ici donne une grande sensibilité à l'amplitude réelle sous le doigt vis-à-vis de la masse de la pulpe du doigt et de la force d'appui. Des différences anatomiques, conduisant à une plus grande masse de la pulpe du doigt, ou une force exercée plus grande peuvent ainsi se traduire, pour une tension V_{pp} identique, à une amplitude moindre sous le doigt d'un sujet. Ces incertitudes ne permettent pas donc pas de déterminer précisément la valeur du seuil de détection. Cette étude établit en revanche l'existence d'un seuil de détection pour un stimulus généré par retournement temporel.

8.4.3 Discrimination

Stimuli, Participants et Procédure

Sept points, représentés en figure 8.7, ont été réparti uniformément selon une ligne par pas de 3 mm. La focalisation sur le premier point a été systématiquement réalisée, en alternance avec lui même ou l'un des six autres points. La tension d'alimentation a été fixée dans cette étude à $V_{pp} = 51$ V. La méthode des stimuli constants a de nouveau été employée pour déterminer la distance seuil de discrimination entre deux stimuli. La focalisation alternée des points, plutôt que simultanée permet de conserver une amplitude maximale pour chacun. Les deux points ont donc été focalisés alternativement à une fréquence de 150 Hz chacun avec une durée de retournement $T = 2$ ms. Les même sept sujets ont participé à cette seconde étude. Cent paires de points ont été présentés pendant 5 secondes. La position des points les plus distants était connue des participants, qui étaient libre d'explorer la région avant d'indiquer s'ils avaient perçus deux points distincts ou non. Le même casque jouant un bruit blanc devait être porté pendant toute la durée de l'étude.

Résultats et Discussion

La probabilité de distinguer deux stimuli, calculée en fonction de leurs distances et moyennée sur l'ensemble des participants est présentée en figure 8.11. On trouve ainsi un seuil de discrimination $d^{th} = 10$ mm. La probabilité de discriminer deux points atteint au maximum 85 %, même pour les points les plus distants. Cela s'explique par la probabilité de détection établie dans la première étude. Cette probabilité n'atteint en effet pas l'unité pour l'amplitude maximale $V_{pp} = 51$ V utilisée ici. La probabilité de ne pas détecter l'un des deux points est donc non nulle, quelle que soit la distance entre ceux ci.

Comme attendu, la probabilité de discrimination augmente avec la distance entre les points. L'existence d'un seuil de discrimination montre la capacité à produire un stimulus localisé. La valeur de ce seuil correspond à la résolution spatiale de la tache de focalisation, observable en

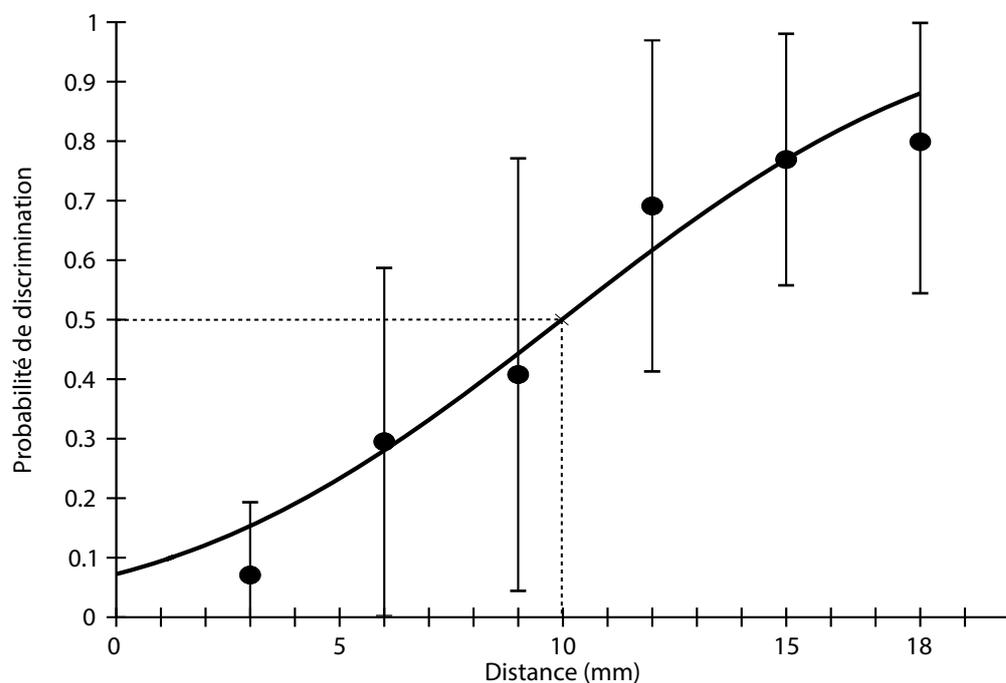


FIGURE 8.11: Probabilité de discrimination de deux points de focalisation en fonction de leur distance.

figure 8.9. Ce constat renforce ainsi la démonstration que le point de focalisation est effectivement distingué du bruit de focalisation.

8.5 Décollement du doigt au point de focalisation

Les fréquences utilisées pour obtenir la focalisation étant bien supérieure à la gamme de sensibilité tactile, la perception du déplacement du point de focalisation, montrée dans la section précédente, doit reposer sur un mécanisme non linéaire. Plusieurs de ces mécanismes ont été mis en avant dans la section 2.4.2. La fréquence de répétition $f_r = 150$ Hz de la focalisation utilisée pendant l'étude perceptive élimine la possibilité de créer un effet squeeze film, qui n'apparaît qu'à des fréquences supérieures à 10 kHz. Cet effet n'est par ailleurs perceptible que lors du mouvement du doigt, contrairement à ce qui a été observé dans notre cas. Les autres mécanismes trouvés dans la littérature reposent sur une modulation de l'amplitude d'une fréquence porteuse ultrasonore, suivie d'une démodulation, c'est-à-dire d'une extraction d'enveloppe par la pulpe du doigt ou par les mécanorécepteurs. Pour étudier la possibilité d'une démodulation par la surface du doigt, on mesure le déplacement de la pulpe du doigt en contact avec la surface pendant la

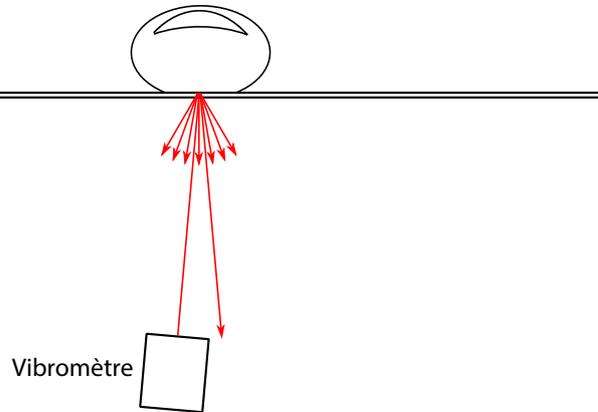


FIGURE 8.12: Configuration du vibromètre pour la mesure du déplacement de la pulpe du doigt. Le faisceau issu d'une réflexion spéculaire sur la plaque ne revient pas vers le vibromètre, contrairement à celui provenant d'une réflexion diffuse sur le doigt.

focalisation. On utilise pour cela le démonstrateur présenté dans le chapitre précédent 7.

La mesure de déplacement par vibromètre laser repose sur l'intégration temporelle de la vitesse mesurée par effet Doppler. On mesure pour cela le décalage fréquentiel du faisceau laser réfléchi par la surface. Dans les mesures précédentes le vibromètre était disposé perpendiculairement à la surface afin de capter le faisceau issu de la réflexion spéculaire sur celle-ci. Bien que la partie réfléchie soit suffisante pour effectuer une mesure, la majeure partie du faisceau est transmise à travers la surface vitrée. Ce faisceau transmis peut également servir à mesurer le déplacement de la pulpe du doigt au travers de la plaque. Le faisceau laser est réfléchi de façon diffuse sur le doigt lorsque celui-ci est recouvert d'une encre argentée. En inclinant l'axe du vibromètre 5° par rapport à la normale à la surface, comme schématisé en figure 8.12, le faisceau issu de la réflexion spéculaire sur la plaque ne revient pas vers le vibromètre, contrairement à une partie du faisceau issu de la réflexion diffuse sur le doigt. On réalise ainsi la mesure du déplacement réel de la pulpe du doigt au travers de la surface.

On mesure d'abord le déplacement de la plaque au point de focalisation pour $T = 3$ ms et en l'absence de doigt en contact. Le résultat est tracé en noir en figure 8.13. Le déplacement de la pulpe du doigt placée au point de focalisation est ensuite enregistré pour trois efforts normaux différents, mais non mesurés, superposés en rouge sur la même figure. On remarque dans les trois cas un décollement très net de la pulpe du doigt. L'indentation réelle est ainsi jusqu'à trois fois supérieure au déplacement de la surface. La durée de l'indentation est elle aussi nettement plus grande que la durée de l'impulsion. La durée de l'impulsion est en effet de $R_t = 7 \mu s$ alors que la durée totale de l'indentation de la pulpe du doigt atteint jusqu'à $300 \mu s$. Un tel phénomène

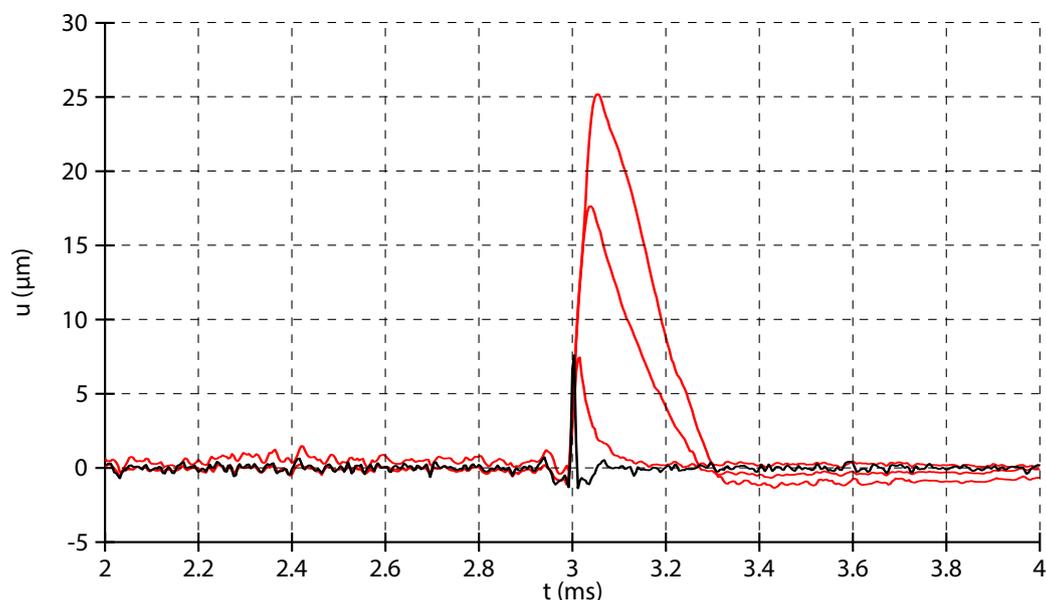


FIGURE 8.13: Déplacement de la surface au point de focalisation en l'absence de doigt (noir) et déplacements mesurés de la pulpe du doigt touchant la plaque avec trois différentes forces normales (rouge). Dans les trois cas la pulpe du doigt décolle de la surface.

de découplage entre le mouvement d'une sonde et le déplacement de la pulpe du doigt a déjà été observé à des fréquences beaucoup plus faibles de l'ordre de la centaine de Hertz et pour des déplacements de l'ordre du mm [120, 121]. La conséquence de ce décollement est l'apparition dans le spectre du déplacement subi par la pulpe du doigt (voir figure 8.14) de composantes basses fréquences inférieures à 1 kHz et donc perceptibles au toucher. Ces composantes n'apparaissent que lors du décollement et sont donc propres au déplacement du doigt en contact avec le point de focalisation. Ce phénomène pourrait ainsi être la cause de la perception du déplacement au point de focalisation obtenu par retournement temporel.

Le choix pour la surface de matériaux présentant une moindre adhérence au toucher pourrait permettre à l'avenir de faciliter ce décollement et donc la perception du stimulus à amplitude égale. Le verre lisse employé ici est à cet égard un mauvais choix. La mesure n'a porté ici que sur un point de la surface de contact entre le doigt et la surface. L'étude de l'ensemble de cette surface permettrait d'en déterminer la fraction décollée. La rupture de contact d'une partie significative de la surface de contact, synchronisée avec un mouvement de la plaque dans son plan pourrait ainsi permettre d'obtenir un déplacement dans le plan de la pulpe du doigt situé au point de focalisation.

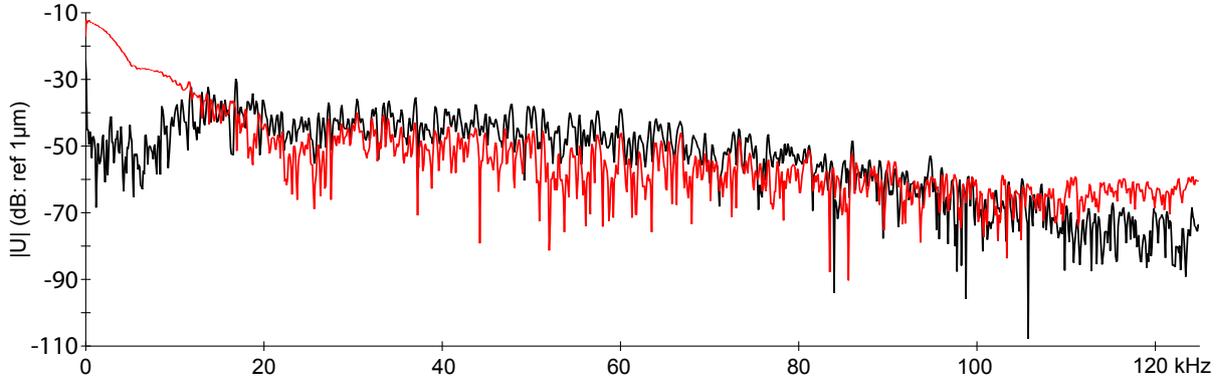


FIGURE 8.14: Spectre du déplacement de la surface au point de focalisation (noir) et du déplacement mesuré de la pulpe du doigt touchant la plaque (rouge). Le spectre du déplacement du doigt fait apparaître des composantes basses fréquences dues au décollement.

8.6 Conclusion

Les doigts en contact avec la plaque entraînent une diffraction et une atténuation des fronts d'onde menant à la diminution de l'amplitude au point de focalisation. Cet effet est caractérisé par une constante d'atténuation τ_d inversement proportionnelle à la densité surfacique de doigts en contact avec la plaque. La diminution de la durée de retournement T ainsi que l'augmentation de la surface ou de l'impédance de la plaque, permettent de limiter l'effet de cette diffraction. On peut modéliser le doigt placé au point de focalisation comme une masse de l'ordre de $M = 0.1$ g, proportionnelle à une puissance non entière de la force normale exercée. À partir de ce modèle, on prédit l'amplitude atteinte au point de focalisation surmontée du doigt. Pour une résolution spatiale donnée, la perte d'amplitude lors du contact est fonction uniquement de la densité surfacique de la plaque. On a montré enfin que le stimulus produit par la focalisation peut être perçu et que deux points de focalisation dont la distance est supérieure à la résolution spatiale peuvent être distingués. L'apparition de basses fréquences dans le spectre de déplacement de la pulpe du doigt, provoquée par son décollement lors de la focalisation, permet d'expliquer cette détection.

Conclusion générale

On a dans ce travail de recherche fait la démonstration de la pertinence de la focalisation par retournement temporel pour produire une stimulation tactile localisée à la surface d'une plaque mince transparente.

L'adaptation de la focalisation par retournement temporel dans une cavité au cas de la stimulation tactile a été rendue possible par l'étude de l'influence de l'ensemble des paramètres de mise en œuvre sur les performances de cette focalisation.

On a ainsi mis en avant les compromis devant guider le choix du nombre d'actionneurs, de la durée de la fenêtre de retournement temporel, l'atténuation des ondes de flexion dans une plaque, la bande passante considérée et les propriétés mécaniques et dimensions de la plaque. On a pour cela développé et validé expérimentalement les expressions du contraste de focalisation et de sa sensibilité à la température, des résolutions temporelles et spatiales, de la fréquence maximum de répétition de la focalisation, ainsi que l'énergie consommée lors de la focalisation. La première section du chapitre sept synthétise l'ensemble de ces considérations.

Bien que la focalisation puisse être obtenue à partir d'un seul actionneur, le choix de leur nombre apparaît comme le dernier paramètre à fixer afin d'atteindre le contraste et l'amplitude au point de focalisation souhaités, sans influencer sur les autres propriétés du champ de vibration focalisé.

La complexité de mise en œuvre liée à l'utilisation d'un grand nombre d'actionneurs a pu être réduite en recourant à la quantification un bit, c'est-à-dire au pilotage des actionneurs par un signal numérique. On a également montré que le retournement temporel synthétique pouvait être appliqué au cas des plaques pour obtenir la focalisation en tout point à partir de l'interpolation des réponses impulsionnelles liant chaque actionneur aux points du contour de la plaque. On peut ainsi diminuer l'espace de stockage et le temps d'apprentissage de la base de données des signaux servant à la focalisation.

Ces résultats ont été utilisés pour dimensionner un démonstrateur d'interface à retour tactile. On a ainsi obtenu, dans une plaque de verre de dimensions $210 \times 148 \times 0.5$ mm, une tache de focalisation d'un diamètre de 5 mm et d'amplitude 7 μ m. On a pour cela utilisé trente-deux

actionneurs piézoélectriques qui ont délivré une énergie de $90 \mu\text{J}$ pour une durée de focalisation 2 ms. La possibilité de focaliser simultanément en plusieurs points a été validée expérimentalement. La perte d'amplitude et de contraste par rapport à la focalisation en un seul point pousse néanmoins à considérer une focalisation alternée plutôt que simultanée.

Le contact des doigts avec la plaque doit être pris en compte dans le dimensionnement de l'interface. On a distingué et modélisé deux cas. Dans le premier, on touche la surface simultanément en un ou plusieurs points quelconques. La théorie de la diffraction multiple peut alors modéliser la diffraction et l'atténuation des ondes dans plaque et permettre d'estimer la perte d'amplitude au point de focalisation. Le second cas concerne le contact d'un doigt placé sur le point de focalisation. Un modèle de doigt comme masse ponctuelle de 100 mg permet de prédire l'amplitude effectivement atteinte sous celui ci. Dans ces deux cas, l'augmentation de l'épaisseur de la plaque permet de réduire la perturbation par le contact des doigts. Le choix d'une épaisseur de plaque résulte donc d'un compromis entre énergie nécessaire et atténuation et diffraction des ondes par le doigt. Un optimum pourrait être une plaque de verre de 0.9 mm d'épaisseur pour laquelle l'amplitude effective sous le doigt atteint 90 % de l'amplitude en l'absence de doigt.

La validation de cette approche a finalement été complétée par une étude perceptive dans laquelle on a montré que la stimulation produite par la focalisation en un point pouvait être perçue et que l'on pouvait discriminer deux points de stimulation séparés d'une distance supérieure à la résolution spatiale de la focalisation. Des premières mesures semblent indiquer que cette perception est permise par le décollement de la pulpe du doigt placé sur le point de focalisation.

Les travaux futurs devront permettre d'améliorer la détection de la stimulation produite. Le rôle du décollement local de la pulpe du doigt devra pour cela être confirmé. L'identification des facteurs permettant ce décollement pourrait mener à la définition des propriétés tribologiques de la plaque à utiliser ou à l'identification d'une durée d'impact optimale.

Un travail important reste à faire pour limiter le bruit audible généré lors de la focalisation. On a toutefois montré que ce bruit provient de l'électronique de commande et n'est pas lié aux fréquences utilisées pour obtenir la focalisation. La génération des signaux d'actionneurs et leur amplification constituent donc le principal levier. La mise en forme du bruit de quantification pourrait constituer une piste intéressante. Diminuer la transmission des fréquences audibles à la plaque pourrait également être possible en travaillant sur la forme des actionneurs. Réduire le rayonnement acoustique de la surface en choisissant des conditions aux limites adéquates pourrait constituer une troisième piste.

Les résultats et méthodes développées pour la stimulation tactile pourraient enfin être appliqués à d'autres problèmes. La technique d'interpolation pourrait ainsi être appliquée au contrôle de santé en permettant la reconstruction du champ de vibration à partir d'un réseau de capteurs situés sur le bord d'une plaque. Lorsque la vibration de la plaque est causée par des ondes acous-

tiques incidentes, cette interpolation, couplée à l'intégrale de Rayleigh, pourrait servir à localiser une source de bruit et ainsi remplacer les réseaux de microphone en holographie acoustique.

La focalisation pourrait également être utilisée dans les réseaux de capteurs pour communiquer sans fils entre des objets en contact avec la plaque. Enfin, obtenir le décollement d'un objet placé en un point donné de cette plaque constitue une première étape pour leur manipulation et leur déplacement par les vibrations.

Bibliographie

- [1] H. Fruhstorfer, U. Abel, C.D. Garthe, and A. Knüttel. Thickness of the stratum corneum of the volar fingertips. *Clinical Anatomy*, (13) :429–433, 2000. 6
- [2] T. Andre, V. Levesque, V. Hayward, P. Lefevre, and J.L. Thonnard. Effect of skin hydration on the dynamics of fingertip gripping contact. *Journal of The Royal Society Interface*, 8(64) :1574–1583, 2011. 6
- [3] J. Scheibert, S. Leurent, A. Prevost, and G. Debregeas. The role of fingerprints in the coding of tactile information probed with a biomimetic sensor. *Science*, 323(5920) :1503–1506, March 2009. 7
- [4] M.J. Adams, S.A. Johnson, P. Lefevre, V. Levesque, V. Hayward, T. Andre, and J.L. Thonnard. Finger pad friction and its role in grip and touch. *Journal of The Royal Society Interface*, 10(80) :20120467–20120467, 2012. 7
- [5] R.S. Johansson and A. B. Vallbo. Tactile sensory coding in the glabrous skin of the human hand. *Trends in Neurosciences*, 6 :27–32, 1983. 7
- [6] Jr. Bolanowski, J. Stanley, G.A. Gescheider, R.T. Verrillo, and C.M. Checkosky. Four channels mediate the mechanical aspects of touch. *The Journal of the Acoustical society of America*, 84 :1680, 1988. 7
- [7] Kenneth O Johnson, Takashi Yoshioka, and Francisco Vega-Bermudez. Tactile functions of mechanoreceptive afferents innervating the hand. *Journal of Clinical Neurophysiology*, 17(6) :539–558, 2000. 8
- [8] Kenneth O. Johnson. The roles and functions of cutaneous mechanoreceptors. *Current opinion in neurobiology*, 11(4) :455–461, 2001. 8
- [9] George A Gescheider, Stanley J Bolanowski, Jennifer V Pope, and Ronald T Verrillo. A four-channel analysis of the tactile sensitivity of the fingertip : frequency selectivity, spatial

- summation, and temporal summation. *Somatosensory & motor research*, 19(2) :114–124, 2002. 8
- [10] Mark Holliins, Richard Faldowski, Suman Rao, and Forrest Young. Perceptual dimensions of tactile surface texture : A multidimensional scaling analysis. *Perception & Psychophysics*, 54(6) :697–705, 1993. 8
- [11] S.J. Lederman and R.L. Klatzky. Hand movements : A window into haptic object recognition. *Cognitive psychology*, 19(3) :342–368, 1987. 8
- [12] M. Hollins, S.J. Bensmaia, and E.A. Roy. Vibrotaction and texture perception. *Behavioural brain research*, 135(1) :51–56, 2002. 9
- [13] S.J. Lederman, J.M. Loomis, and D.A. Williams. The role of vibration in the tactual perception of roughness. *Perception & Psychophysics*, 32(2) :109–116, 1982. 9
- [14] R.L. Klatzky and S.J. Lederman. Tactile roughness perception with a rigid link interposed between skin and surface. *Perception & psychophysics*, 61(4) :591–607, 1999. 9
- [15] M. Wiertlewski, J. Lozada, E. Pissaloux, and V. Hayward. *Causality Inversion in the Reproduction of Roughness*, volume 6192 of *Lecture Notes in Computer Science*. Springer Berlin Heidelberg, 2010. 9, 14
- [16] J. Kildal. Kooboh : Variable tangible properties in a handheld haptic-illusion box. In *Proceedings of Eurohaptics Conference*. Springer-Verlag, 2012. 9
- [17] Y. Visell, B.L. Giordano, G. Millet, G., and J.R. Cooperstock. Vibration influences haptic perception of surface compliance during walking. *PLoS ONE*, 6(3) :e17697, March 2011. 9
- [18] K. Ren, S. Liu, M. Lin, Y. Wang, and Q.M. Zhang. A compact electroactive polymer actuator suitable for refreshable braille display. *Sensors and Actuators A : Physical*, 143(2) :335–342, May 2008. 9
- [19] Yoichi Haga, Wataru Makishi, Kentaro Iwami, Kentaro Totsu, Kazuhiro Nakamura, and Masayoshi Esashi. Dynamic braille display using sma coil actuator and magnetic latch. *Sensors and Actuators A : Physical*, 119(2) :316–322, 2005. 9
- [20] Mary W Moore and James C Bliss. The optacon reading system. *Education of the Visually Handicapped*, 1975. 9

- [21] M. Benali-Khoudja, M. Hafez, J.M. Alexandre, A. Kheddar, and V. Moreau. VITAL : a new low-cost vibro-tactile display system. In *Proceedings of the International Conference on Robotics and Automation ICRA*, volume 1, pages 721–726. IEEE, 2004. 9
- [22] T. Watanabe and S. Fukui. A method for controlling tactile sensation of surface roughness using ultrasonic vibration. In *Robotics and Automation, 1995. Proceedings., 1995 IEEE International Conference on*, volume 1, pages 1134–1139, 1995. 10, 15
- [23] M. Biet, F. Giraud, and B. Lemaire-Semail. Squeeze film effect for the design of an ultrasonic tactile plate. *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control*, 54(12) :2678–2688, 2007. 10, 16
- [24] L. Winfield, J. Glassmire, J.E. Colgate, and M. Peshkin. T-pad : Tactile pattern display through variable friction reduction. In *Proceedings of the World Haptics Conference WHC*, pages 421–426. IEEE, 2007. 10, 16
- [25] O. Bau, I. Poupyrev, A. Israr, and C. Harrison. TeslaTouch : electrovibration for touch surfaces. In *Proceedings of the 23rd annual ACM symposium on User interface software and technology*, pages 283–292, 2010. 10
- [26] Kurt A Kaczmarek, Krishnakant Nammi, Abhishek K Agarwal, Mitchell E Tyler, Steven J Haase, and David J Beebe. Polarity effect in electrovibration for tactile display. *Biomedical Engineering, IEEE Transactions on*, 53(10) :2047–2054, 2006. 10
- [27] Steve Guest, Caroline Catmur, Donna Lloyd, and Charles Spence. Audiotactile interactions in roughness perception. *Experimental Brain Research*, 146(2) :161–171, 2002. 11
- [28] Ryuta Okazaki, Hiroyuki Kajimoto, and Vincent Hayward. Vibrotactile stimulation can affect auditory loudness : A pilot study. In *Haptics : Perception, Devices, Mobility, and Communication*, pages 103–108. Springer, 2012. 11
- [29] ISO 226 :2003. *Lignes isosoniques normales*, 2003. 11, 12
- [30] L.E. Kinsler, A.R. Frey, A.B. Coppens, and J.V. Sanders. *Fundamentals of acoustics*. Wiley, 4 edition, 2000. 11
- [31] R.T. Verrillo, A.J. Fraioli, and R.L. Smith. Sensation magnitude of vibrotactile stimuli. *Attention, Perception, & Psychophysics*, 6(6) :366–372, 1969. 11, 12, 13
- [32] R.T. Verrillo. Vibrotactile thresholds measured at the finger. *Perception & Psychophysics*, 9(4) :329–330, 1971. 13

- [33] P.J.J. Lamoré, H. Muijser, and C.J. Keemink. Envelope detection of amplitude modulated high frequency sinusoidal signals by skin mechanoreceptors. *Journal of the Acoustical Society of America*, 79(4) :1082–1085, 1986. 16
- [34] Y. Makino, T. Maeno, and H. Shinoda. Perceptual characteristic of multi-spectral vibrations beyond the human perceivable frequency range. In *Proceedings of the World Haptics Conference WHC*, pages 439–443. IEEE, 2011. 16
- [35] M. Konyo, Y. Motoki, H. Yamada, S. Tadokoro, and T. Maeno. Producing distributed vibration by a single piezoelectric ceramics for a small tactile stimulator. In *Proceedings of the International Conference on Intelligent Robots and Systems IROS*, pages 3698–3704. IEEE/RSJ, 2008. 16
- [36] G.T. Clement. Perspectives in clinical uses of high-intensity focused ultrasound. *Ultrasonics*, 42(10) :1087–1093, August 2004. 17
- [37] M. Tanter, J.L. Thomas, and M. Fink. Focusing through skull with time reversal mirrors. application to hyperthermia. In *Proceedings of the Ultrasonics Symposium*, volume 2, pages 1289–1293. IEEE, 1996. 17
- [38] K.R. Nightingale, M.L. Palmeri, R.W. Nightingale, and G.E. Trahey. On the feasibility of remote palpation using acoustic radiation force. *Journal of the Acoustical Society of America*, 110(1) :625, 2001. 17
- [39] L.R. Gavrilov, G.V. Gersuni, O.B. Ilyinsky, E.M. Tsurulnikov, and E.E. Shchekanov. A study of reception with the use of focused ultrasound. II. effects on the animal receptor structures. *Brain Research*, 135 :279–285, 1977. 17
- [40] L.R. Gavrilov, G.V. Gersuni, O.B. Ilyinsky, E.M. Tsurulnikov, and E.E. Shchekanov. A study of reception with the use of focused ultrasound. i. effects on the skin and deep receptor structures in man. *Brain Research*, 135 :265–277, 1977. 17
- [41] T.C. Dickey, R. Tych, M. Kliot, J.D. Loeser, K. Pederson, and P.D. Mourad. Intense focused ultrasound can reliably induce sensations in human test subjects in a manner correlated with the density of their mechanoreceptors. *Ultrasound in Medicine & Biology*, 38(1) :85–90, 2012. 17
- [42] P.J. Westervelt. The theory of steady forces caused by sound waves. *Journal of the Acoustical Society of America*, 23(4) :312–315, 1951. 17

- [43] D. Dalecki, S.Z. Child, C.H. Raeman, and E.L. Carstensen. Tactile perception of ultrasound. *Journal of the Acoustical Society of America*, 97(5) :3165–3170, 1995. 17
- [44] T. Iwamoto and H. Shinoda. Two-dimensional scanning tactile display using ultrasound radiation pressure. In *Haptic Interfaces for Virtual Environment and Teleoperator Systems, 2006 14th Symposium on*, pages 57–61, 2006. 17
- [45] T. Hoshi, M. Takahashi, T. Iwamoto, and H. Shinoda. Noncontact tactile display based on radiation pressure of airborne ultrasound. *Transactions on Haptics*, 3(3) :155–165, 2010. 18
- [46] K. Hasegawa and H. Shinoda. Aerial display of vibrotactile sensation with high spatial-temporal resolution using large-aperture airborne ultrasound phased array. In *Proceedings of the World Haptics Conference WHC*. 18
- [47] L.R. Gavrilov. The possibility of generating focal regions of complex configurations in application to the problems of stimulation of human receptor structures by focused ultrasound. *Acoustical Physics*, 54(2) :269–278, 2008. 18
- [48] T. Carter, S.A. Seah, B. Long, B. Drinkwater, and S. Subramanian. UltraHaptics : multi-point mid-air haptic feedback for touch surfaces. In *Proceedings of the 26th annual symposium on User Interface Software and Technology UIST*, pages 505–514. ACM, 2013. 18
- [49] M. Fink. Time reversal of ultrasonic fields. i. basic principles. *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control*, 39(5) :555–566, 1992. 28
- [50] D. Cassereau and M. Fink. Time reversal of ultrasonic fields. III. theory of the closed time-reversal cavity. *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control*, 39(5) :579–592, 1992. 28
- [51] D. Cassereau. Focusing with plane time-reversal mirrors : An efficient alternative to closed cavities. *Journal of the Acoustical Society of America*, 94 :2373, October 1993. 28
- [52] Karl F. Graff. *Wave Motion in Elastic Solids*. Courier Dover Publications, 1975. 28
- [53] P. Morse and K.U. Ingard. *Theoretical acoustics*. Princeton University Press, 1986. 28, 69, 121
- [54] J. de Rosny and M. Fink. Overcoming the diffraction limit in wave physics using a time-reversal mirror and a novel acoustic sink. *Physical Review Letters*, 89(12) :124301, 2002. 30

- [55] C. Draeger and M.Fink. One-channel time-reversal in chaotic cavities : Theoretical limits. *Journal of the Acoustical Society of America*, 105 :611, 1999. [34](#), [40](#), [52](#), [63](#)
- [56] C. Draeger, J.C. Aime, and M. Fink. One-channel time-reversal in chaotic cavities : Experimental results. *Journal of the Acoustical Society of America*, 105 :618, 1999. [34](#), [40](#), [58](#)
- [57] N. Queffin, S. Catheline, R.K. Ing, and M. Fink. Real-time focusing using an ultrasonic one channel time-reversal mirror coupled to a solid cavity. *Journal of the Acoustical Society of America*, 115(5) :1955, 2004. [34](#), [38](#)
- [58] G. Montaldo, D. Palacio, M. Tanter, and M. Fink. Building three-dimensional images using a time-reversal chaotic cavity. *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control*, 52(9) :1489–1497, 2005. [34](#), [38](#), [40](#), [63](#), [68](#), [73](#)
- [59] L. A. Bunimovich. On the ergodic properties of nowhere dispersing billiards. *Communications in Mathematical Physics*, 65(3) :295–312, 1979. [34](#)
- [60] G.F. Edelmann, W.S. Hodgkiss T. Akal, S. Kim, W.A. Kuperman, and H.C. Song. An initial demonstration of underwater acoustic communication using time reversal. *IEEE Journal of Oceanic Engineering*, 27(3) :602–609, 2002. [35](#), [73](#)
- [61] G.F. Edelmann, H.C. Song, S. Kim, W.S. Hodgkiss, W.A. Kuperman, and T. Akal. Underwater acoustic communications using time reversal. *IEEE Journal of Oceanic Engineering*, 30(4) :852–864, October 2005. [35](#)
- [62] R.K. Ing, N. Queffin, S. Catheline, and M.Fink. In solid localization of finger impacts using acoustic time-reversal process. *Applied Physics Letters*, 87(20) :204104, 2005. [36](#), [40](#), [115](#)
- [63] G. Ribay, S. Catheline, D. Clorennec, R.K. Ing, N. Queffin, and M. Fink. Acoustic impact localization in plates : properties and stability to temperature variation. *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control*, 54(2) :378–385, 2007. [36](#), [53](#)
- [64] F. Ciampa and M. Meo. Impact detection in anisotropic materials using a time reversal approach. *Structural Health Monitoring*, 11(1) :43–49, 2011. [36](#), [67](#)
- [65] C.H. Wang, J.T. Rose, and F.K. Chang. A synthetic time-reversal imaging method for structural health monitoring. *Smart Materials and Structures*, 13(2) :415, 2004. [38](#), [68](#)

- [66] N. Etaix, M. Fink, and R.K. Ing. Acoustic imaging device with one transducer. *Journal of the Acoustical Society of America*, 131(5) :EL395–EL399, 2012. 38, 68
- [67] B.T. Cox and P.C. Beard. Photoacoustic tomography with a single detector in a reverberant cavity. *Journal of the Acoustical Society of America*, 125(3) :1426, 2008. 40
- [68] H.W. Park, H. Sohn, K.H. Law, and C.R. Farrar. Time reversal active sensing for health monitoring of a composite plate. *Journal of Sound and Vibration*, 302(1) :50–66, 2007. 40, 68
- [69] C.H. Wang, J.T. Rose, and F.K. Chang. A synthetic time-reversal imaging method for structural health monitoring. *Smart materials and structures*, 13(2) :415, 2004. 40
- [70] C. Hudin, J. Lozada, M. Wiertelowski, and V. Hayward. Tradeoffs in the application of time-reversed acoustics to tactile stimulation. In *Proceedings of Eurohaptics Conference*. Springer-Verlag, 2012. 40
- [71] M. Tanter, J.L. Thomas, and M. Fink. Time reversal and the inverse filter. *Journal of the Acoustical Society of America*, 108 :223, 2000. 43
- [72] N. Quieffin. *Etude du rayonnement acoustique de structures solides : vers un système d'imagerie haute résolution*. PhD thesis, Université Pierre et Marie Curie-Paris VI, 2004. 45, 52
- [73] S.W. McDonald and A.N. Kaufman. Wave chaos in the stadium : statistical properties of short-wave solutions of the helmholtz equation. *Physical Review A*, 37(8) :3067, 1988. 46
- [74] R.D. Blevins. Modal density of rectangular volumes, areas, and lines. *Journal of the Acoustical Society of America*, 119(2) :788, 2006. 48
- [75] C. Ellegaard, T. Guhr, K. Lindemann, H.Q. Lorensen, J. Nygaard, and M. Oxborrow. Spectral statistics of acoustic resonances in aluminum blocks. *Physical review letters*, 75(8) :1546–1549, 1995. 50
- [76] J. Burkhardt and R. L. Weaver. Spectral statistics in damped systems. part II. spectral density fluctuations. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 100(1) :327–334, July 1996.
- [77] G. Konstantinidis, B.W. Drinkwater, and P.D. Wilcox. The temperature stability of guided wave structural health monitoring systems. *Smart Materials and Structures*, 15(4) :967–976, 2006. 53

- [78] A. Tourin, A. Derode, and M. Fink. Sensitivity to perturbations of a time-reversed acoustic wave in a multiple scattering medium. *Physical review letters*, 87(27) :274301, 2001. 53
- [79] V. Bertaix, J. Garson, N. Queffrin, S. Catheline, J. Derosny, and M. Fink. Time-reversal breaking of acoustic waves in a cavity. *American Journal of Physics*, 72(10) :1308, 2004. 53
- [80] G. Konstantinidis, P.D. Wilcox, and B.W. Drinkwater. An investigation into the temperature stability of a guided wave structural health monitoring system using permanently attached sensors. *IEEE Sensors Journal*, 7(5) :905–912, May 2007. 53
- [81] The Steel Construction Institute. *Design Manual For Structural Stainless Steel*. 2006. 57, 58
- [82] D.R. Lide. *CRC handbook of chemistry and physics*. CRC press, 2009. 57, 58
- [83] B. Park, H. Sohn, S.E. Olson, M.P. DeSimio, K.S. Brown, and M.M. Derriso. Impact localization in complex structures using laser-based time reversal. *Structural Health Monitoring*, 11(5) :577–588, July 2012. 67
- [84] G Chardon, A Leblanc, and L. Daudet. Plate impulse response spatial interpolation with sub-nyquist sampling. *Journal of Sound and Vibration*, 330(23) :5678–5689, November 2011. 68, 72
- [85] J.T. Katsikadelis. A boundary element solution to the vibration problem of plates. *Journal of Sound and Vibration*, 141(2) :313–322, 1990. 69
- [86] L. Cremer, M. Heckl, and Björn A. T. Petersson. *Structure-Borne Sound : Structural Vibrations and Sound Radiation at Audio Frequencies*. Springer, December 2005. 70
- [87] A. Baz and S. Poh. Performance of an active control system with piezoelectric actuators. *Journal of Sound and Vibration*, 126(2) :327–343, 1988. 84
- [88] C. Niezrecki, D. Brei, S. Balakrishnan, and A. Moskalik. Piezoelectric actuation : State of the art. *The Shock and Vibration Digest*, 33(4) :269–280, July 2001. 84
- [89] G. Park, C.R. Farrar, F. Lanza di Scalea, and S. Coccia. Performance assessment and validation of piezoelectric active-sensors in structural health monitoring. *Smart Materials and Structures*, 15(6) :1673, 2006. 84

- [90] V. Giurgiutiu, A. Zagrai, and J.J. Bao. Piezoelectric wafer embedded active sensors for aging aircraft structural health monitoring. *Structural Health Monitoring*, 1(1) :41–61, 2002. 84
- [91] V. Giurgiutiu. *Structural Health Monitoring : with Piezoelectric Wafer Active Sensors*. Academic Press, December 2007. 84
- [92] T. Bailey and J.E. Ubbard. Distributed piezoelectric-polymer active vibration control of a cantilever beam. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 8(5) :605–611, 1985. 84
- [93] E.F. Crawley and J. De Luis. Use of piezoelectric actuators as elements of intelligent structures. *AIAA journal*, 25(10) :1373–1385, 1987. 84
- [94] E.K. Dimitriadis, C.R. Fuller, and C.A. Rogers. Piezoelectric actuators for distributed vibration excitation of thin plates. *Journal of Vibration and Acoustics*, 113 :100–107, January 1991. 84
- [95] S.J. Kim and J.D. Jones. Optimal design of piezoactuators for active noise and vibration control. *AIAA journal*, 29(12) :2047–2053, 1991. 84
- [96] Data piezoceramic materials (PZT), 2014. 85
- [97] M.J. Cunningham, D.F. Jenkins, and M.M. Bakush. Experimental investigation of optimum thickness of a piezoelectric element for cantilever actuation. In *Science, Measurement and Technology, IEE Proceedings-*, volume 144, pages 45–48, 1997. 85
- [98] G. Montaldo, P. Roux, A. Derode, C. Negreira, and M. Fink. Generation of very high pressure pulses with 1-bit time reversal in a solid waveguide. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 110(6) :2849, 2001. 87
- [99] *Delta-Sigma Modulators : Modeling, Design and Applications*. Imperial College Press, January 2003. 92
- [100] A.W. Leissa. Vibration of plates. Technical report, DTIC Document, 1969. 95
- [101] D263 thin glass, d 263 t speciality glass. 100
- [102] S.C. Tang, G.T. Clement, and K. Hynynen. A computer-controlled ultrasound pulser-receiver system for transskull fluid detection using a shear wave transmission technique. *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control*,, 54(9) :1772–1783, 2007. 102

- [103] Antoine Chaigne and Christophe Lambourg. Time-domain simulation of damped impacted plates. i. theory and experiments. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 109(4) :1422, 2001. **103**
- [104] Y. Liu, J.P. Nikolovski, N. Mechbal, M. Hafez, and M. Vergé. Tactile objects based on an amplitude disturbed diffraction pattern method. *Applied Physics Letters*, 95(25) :251904, 2009. **115**
- [105] Y. Liu, N. Mechbal, J.P. Nikolovski, M. Hafez, and M. Vergé. Thin shell tactile sensing by acoustic wave diffraction patterns. In *International Conference on Robotics and Automation (ICRA)*, pages 5929–5934. IEEE, 2011. **115**
- [106] M. Lemistre and D. Balageas. Structural health monitoring system based on diffracted lamb wave analysis by multiresolution processing. *Smart Materials and Structures*, 10(3) :504, 2001. **115**
- [107] P. Sheng. *Introduction to wave scattering, localization and mesoscopic phenomena*. Academic Press, 1995. **115**
- [108] J. De Rosny and P. Roux. Multiple scattering in a reflecting cavity : Application to fish counting in a tank. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 109(6) :2587, 2001. **115**
- [109] Stéphane G. Conti, Philippe Roux, David A. Demer, and Julien de Rosny. Measurement of the scattering and absorption cross sections of the human body. *Applied Physics Letters*, 84(5) :819, 2004. **115**
- [110] A. Ishimaru. Theory and application of wave propagation and scattering in random media. *Proceedings of the IEEE*, 65(7) :1030–1061, 1977. **115**
- [111] A. N. Norris and C. Vemula. Scattering of flexural waves on thin plates. *Journal of sound and vibration*, 181(1) :115–125, 1995. **116, 119**
- [112] R.D. Howe and A.Z. Hajian. Identification of the mechanical impedance at the human finger tip. *Journal of biomechanical engineering*, 119 :109–114, 1997. **121**
- [113] H. Oka and T. Yamamoto. Dependence of biomechanical impedance upon living body structure. *Medical and Biological Engineering and Computing*, 25(6) :631–637, 1987. **121**
- [114] E.R. Serina, C.D. Mote, and D. Rempel. Force response of the fingertip pulp to repeated compression effects of loading rate, loading angle and anthropometry. *Journal of biomechanics*, 30(10) :1035–1040, 1997. **121, 124**

- [115] M.A. Srinivasan, R.J. Gulati, and K. Dandekar. In vivo compressibility of the human fingertip. *Advances in Bioengineering*, 1992. 121
- [116] J.Z. Wu, R.G. Dong, W.P. Smutz, and S. Rakheja. Dynamic interaction between a fingerpad and a flat surface : experiments and analysis. *Medical engineering & physics*, 25(5) :397–406, 2003. 121
- [117] R.R. Serina, E. Mockensturm, C.D. Mote, and D. Rempel. A structural model of the forced compression of the fingertip pulp. *Journal of biomechanics*, 31(7) :639–646, 1998. 121
- [118] M. Wiertlewski and V. Hayward. Mechanical behavior of the fingertip in the range of frequencies and displacements relevant to touch. *Journal of biomechanics*, 45(11) :1869–1874, 2012. 121
- [119] A. Smith, G. Gosselin, and B. Houde. Deployment of fingertip forces in tactile exploration. *Experimental Brain Research*, 147(2) :209–218, November 2002. 123
- [120] A.W. Goodwin, K.T. John, and I. Darian-Smith. Skin profiles during sinusoidal vibration of the fingerpad. *Experimental Brain Research*, 77(1) :79–86, 1989. 133
- [121] J.C. Cohen, J.C. Makous, and S.J. Bolanowski. Under which conditions do the skin and probe decouple during sinusoidal vibrations? *Experimental brain research*, 129(2) :211–217, 1999. 133