



**HAL**  
open science

**Mesure et modélisation du comportement  
magnéto-mécanique dissipatif des matériaux  
ferromagnétiques à haute limite élastique sous  
chargement multiaxial: application aux génératrices à  
grandes vitesses pour l'aéronautique**

Mahmoud Rekik

► **To cite this version:**

Mahmoud Rekik. Mesure et modélisation du comportement magnéto-mécanique dissipatif des matériaux ferromagnétiques à haute limite élastique sous chargement multiaxial: application aux génératrices à grandes vitesses pour l'aéronautique. Matériaux et structures en mécanique [physics.class-ph]. École normale supérieure de Cachan - ENS Cachan, 2014. Français. NNT: . tel-01022105v1

**HAL Id: tel-01022105**

**<https://theses.hal.science/tel-01022105v1>**

Submitted on 16 Jul 2014 (v1), last revised 25 Jul 2014 (v2)

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



ENSC-2012/2013



1912-2012  
100 ANS AU SERVICE  
DES SCIENCES,  
DES TECHNOLOGIES  
ET DE LA SOCIÉTÉ

**THÈSE DE DOCTORAT  
DE L'ÉCOLE NORMALE SUPÉRIEURE DE CACHAN**

Présentée par

**Mahmoud REKIK**

pour obtenir le grade de

**DOCTEUR DE L'ÉCOLE NORMALE SUPÉRIEURE DE CACHAN**

Domaine

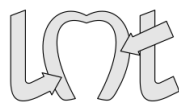
**MÉCANIQUE - GÉNIE MÉCANIQUE - GÉNIE CIVIL**

Sujet de la thèse

**Mesure et modélisation du comportement magnéto-mécanique  
dissipatif des matériaux ferromagnétiques à haute limite élastique  
sous chargement multiaxial : application aux génératrices à grandes  
vitesses pour l'aéronautique**

Soutenue à Cachan le 3 juin 2014 devant le jury composé de :

Afef Kedous-Lebouc	Directeur de recherche CNRS, INPG	Membre du jury
Anouar Belahcen	Professeur, Université Aalto, Finland	Rapporteur
Marc Tunzini	Responsable de service Electromécanique, Thales AES	Membre du jury
Sylvain Calloch	Professeur, ENSTA Bretagne	Membre du jury
Thierry Waeckerlé	Ingénieur de recherche, Aperam Imphy Alloys	Membre du jury
Vincent Maurel	Chargé de recherche, Ecole des Mines de Paris	Rapporteur
Laurent Daniel	Maitre de conférences, Univ Paris-sud et Univ de Manchester	Co-Directeur de thèse
Olivier Hubert	Professeur, ENS Cachan	Directeur de thèse



**CACHAN**

**LMT-Cachan**

ENS Cachan / CNRS / PRES UniverSud Paris  
61 avenue du président Wilson, 94235 Cachan, France



# Remerciements

Après trois ans, j'ai un grand plaisir d'écrire cette dernière partie de ma thèse. Ces remerciements sont indispensables de ma part parce qu'en arrivant à la soutenance, j'ai passé un long trajet scientifique et ce dernier est impossible à terminer sans les aides des genres alentours.

Pour le commencement, je voudrais aborder mes directeurs de thèse Olivier et Laurent qui avec leur grande compétence scientifique m'ont aidé beaucoup en donnant la bonne direction de recherche, des conseils très nécessaires pour que je puisse surmonter les obstacles qui sont toujours apparus dans toutes les étapes de mes travaux. Cette thèse ne peut pas être finie sans les aides de leur part. Je leur donne ainsi tous mes remerciements et mes admirations. Je laisse également leurs futurs doctorants à découvrir leurs caractères et leurs compétences bien sûr avec toutes mes recommandations.

Je souhaite remercier toutes les personnes qui composent le secteur Mécanique et Matériaux du LMT Cachan. Il s'agit d'un cadre de formation formidable notamment grâce à Catherine Génin. Je remercie également tous les personnels et doctorants du LMT qui contribuent à la convivialité si nécessaire à notre épanouissement scientifique. Un grand merci aux thésards ou stagiaires qui ont partagé mon quotidien au LMT. Une pensée toute particulière aux piliers de « l'Équipe Magnétique » pour leur joie de vivre débordante et leur grand cœur. Un grand merci à toute l'équipe du CdC et du CdE dont la disponibilité et la gentillesse créent un lieu unique d'échanges et de convivialité.

Enfin, je tiens à remercier chaleureusement ma famille : mes parents surtout pour leur présence touchante le jour de ma soutenance et leur soutien inconditionnel durant toutes ces années. Je ne saurais finir sans une douce pensée à ma chérie, qui est toujours à côté de moi lors des périodes les plus stressées.

Il y a beaucoup de personnes que je me suis croisé pendant trois derniers ans, qui m'encouragent sur le premier trajet scientifique. Pour ceux qui ne sont pas abordés ici, je veux envoyer les remerciements et de bonnes souhaits au fond de mon cœur.





# Résumé

**Titre :** Mesure et modélisation du comportement magnéto-mécanique dissipatif des matériaux ferromagnétiques à haute limite élastique sous chargement multiaxial : application aux génératrices à grandes vitesses pour l'aéronautique

**Résumé :** Les travaux de recherche discutés dans ce manuscrit concernent la conception des générateurs de puissance électrique pour l'aéronautique. L'augmentation de la puissance massique de ces équipements passe par une augmentation des vitesses de rotation, donc une augmentation des contraintes. Un premier point est de s'assurer de la bonne tenue mécanique des matériaux. Un deuxième point est de pouvoir prendre en compte les modifications du comportement magnétique (et donc *in fine* du couple) lorsqu'ils sont soumis à un état de contraintes multiaxial. L'étude présentée vise en particulier à illustrer l'influence d'états de contraintes biaxiaux sur le comportement magnétique des matériaux constitutifs du rotor. Le défi repose sur la mise en place de méthodes de caractérisation du comportement magnéto-mécanique dissipatif uniaxial et multiaxial des nuances développées par Aperam et utilisées par Thales Avionics pour leurs applications aéronautiques (en FeCo-2V et Fe-3%Si à grains non orientés). Des essais non conventionnels seront effectués sur des échantillons en forme de croix de manière à s'approcher des contraintes réellement subies par le rotor. Les essais sont effectués sur la machine d'essai triaxiale ASTRÉE du LMT-Cachan. L'état de contraintes est estimé par corrélation d'images et par diffraction des rayons X. Des mesures magnétiques anhystérétiques, du champ coercitif et des pertes d'énergie sous contraintes sont reportées.

D'autre part, un modèle multi-échelle multiaxial, décrivant le comportement d'un VER (volume élémentaire représentatif) à partir de l'équilibre énergétique à l'échelle microscopique est présenté. L'approche est fondée sur la comparaison des énergies libres de chaque domaine. Une comparaison probabiliste est faite pour déterminer les variables internes que sont les fractions volumiques des domaines. Différentes stratégies envisageables pour modéliser la dissipation statique sont discutées. Puis nous présentons l'approche magnéto-élastique que nous avons retenue visant à une meilleure considération de l'effet de la contrainte sur le comportement des matériaux ferromagnétiques.

**Mots clefs :** Contrainte biaxiale, corrélation d'images numériques, diffraction des rayons X, magnéto-élasticité, susceptibilité magnétique, pertes, magnétisme, hystérésis, dissipation, fréquence, fer-silicium à grains non orientés, fer-cobalt, haute limite d'élasticité



# Abstract

**Title** : Measurement and modeling of magneto-mechanical dissipative behavior of high yield stress ferromagnetic materials under multiaxial loading : application for high speed generator

**Abstract** : The research presented in this thesis is motivated by the design of rotors for high speed rotating machines. The increased power density of these devices requires a higher rotation speed, leading to higher levels of centrifugal forces and stress in the rotor. A first point is to ensure good mechanical strength of the materials. A second point is to take into account changes in the magnetic behavior (and ultimately torque) when they are subjected to a multiaxial stress state. The present study aims at exploring the influence of biaxial stress states on the magnetic behavior of the materials of the rotor. The challenge lies in the development of methods for the characterization of the magneto-mechanical dissipative uniaxial and multiaxial behavior of metal sheets developed by Aperam Alloy and used by Thales Avionics for their aeronautical applications (in FeCo-2V and non-oriented Fe-3%Si).

Non conventional experiments are performed on cross-shaped samples in order to apply biaxial stress representative of the loadings experienced by rotors of rotating machines. These experiments are performed on a multiaxial testing machine, ASTRÉE. Stress level is estimated thanks to digital image correlation and X-ray diffraction

Both anhysteretic and dissipative magnetic responses to magneto-mechanical loadings have been recorded.

On the other hand, a multi-scale multiaxial model describing the behavior of a RVE from the energy balance at the microscopic scale is presented. The approach is based on a comparison of the free energy of each domain. A probabilistic comparison is made to determine the volume fraction of domains used as internal variables. Different strategies for modeling the static dissipation are discussed. Then we present the chosen magneto-elastic approach, improving the description of the effect of stress on ferromagnetic materials behavior.

**Key words** : Biaxial stress, digital image correlation, X ray diffraction, magneto-elasticity, magnetic susceptibility, iron losses, non-oriented iron silicon steel, magnetism, hysteresis, dissipation, frequency, iron-cobalt, high strength material



# Table des matières

<b>Table des matières</b>	<b>i</b>
<b>Table des figures</b>	<b>v</b>
<b>Liste des tableaux</b>	<b>xiii</b>
1 De la génération électrique à fréquence fixe à la génération électrique à fréquence variable . . . . .	3
2 Pertes magnétiques en aéronautique . . . . .	5
3 Grandes tendances de ces dernières décennies concernant les alliages FeCo-2V . . . . .	5
4 Exporter la technologie française à l'international (aspect concurrentiel du projet 3MT) . . . . .	6
5 Multiaxialité des états de contrainte dans les machines tournantes . . . . .	7
6 Organisation du mémoire . . . . .	9
<b>1 Couplage magnéto-élastique : état de l'art</b>	<b>11</b>
1 Manifestations du couplage magnéto-élastique . . . . .	12
1.1 Observations . . . . .	12
1.2 Influence d'un chargement élastique uniaxial . . . . .	12
1.3 Influence d'un chargement élastique multiaxial . . . . .	13
1.4 Effet d'anisotropie . . . . .	15
2 Configuration en domaines et évolutions typiques . . . . .	16
2.1 Mise en évidence des domaines magnétiques . . . . .	16
2.2 Évolution de l'aimantation . . . . .	17
2.3 L'hystérésis magnétique . . . . .	17
2.4 Processus magnétostrictif . . . . .	18
3 Énergie libre et modélisation . . . . .	19
3.1 Bilan énergétique . . . . .	19
3.2 Modélisation du couplage magnéto-mécanique . . . . .	21
4 Modèle multiéchelle et applications . . . . .	26
4.1 Énergie libre et équilibre d'un domaine magnétique . . . . .	27
4.2 Principe du modèle . . . . .	27
4.3 Comportement du monocristal . . . . .	28
4.4 Passage au polycristal . . . . .	28
4.5 Applications du modèle multiéchelle . . . . .	29
4.6 Problèmes liés au modèle multiéchelle . . . . .	30
5 Conclusion . . . . .	31

<b>2</b>	<b>Caractérisation expérimentale du comportement magnéto-mécanique</b>	<b>33</b>
1	Introduction . . . . .	34
2	Protocole expérimental . . . . .	34
2.1	Protocole expérimental pour les mesures de référence . . . . .	34
2.2	Banc de mesure magnéto-mécanique sous contrainte uniaxiale . . . . .	36
2.3	Banc de mesure magnéto-mécanique sous contrainte biaxiale . . . . .	41
3	Caractérisation magnétique sans chargement mécanique . . . . .	50
3.1	Fer silicium à grains non orientés . . . . .	50
3.2	Fer cobalt . . . . .	51
4	Comportement magnéto-élastique uniaxial . . . . .	56
4.1	Comportement magnéto-élastique uniaxial du fer silicium . . . . .	56
4.2	Comportement magnéto-élastique uniaxial du fer cobalt . . . . .	59
5	Comportement magnéto-élastique biaxial . . . . .	65
5.1	Comportement magnéto-élastique biaxial du fer silicium . . . . .	65
5.2	Comportement magnéto-élastique biaxial du fer cobalt . . . . .	73
6	Influence de la vitesse angulaire sur les pertes rotoriques : application industrielle	79
7	Conclusion . . . . .	82
<b>3</b>	<b>Modélisation magnéto-mécanique et confrontation aux expériences</b>	<b>83</b>
1	Introduction . . . . .	84
2	Evolutions antérieures du modèle multiéchelle . . . . .	84
2.1	Effet de surface . . . . .	84
2.2	Effet de configuration . . . . .	86
2.3	Modélisation de l'hystérésis statique . . . . .	88
3	Contributions à l'amélioration du modèle multiéchelle . . . . .	89
3.1	Champ "démagnétisant" de configuration . . . . .	89
3.2	Modélisation du cycle d'hystérésis, influence des contraintes sur le champ coercitif . . . . .	94
3.3	Algorithme et résumé de la modélisation . . . . .	98
4	Confrontation des résultats du modèle avec les résultats expérimentaux . . . . .	100
4.1	Comparaisons essais/modèle sans chargement mécanique . . . . .	101
4.2	Comparaisons essais/modèle sous chargement mécanique uniaxial . . . . .	107
4.3	Comparaisons essais/modèle sous chargement mécanique biaxial . . . . .	116
5	Contrainte équivalente magnéto-mécanique . . . . .	128
5.1	Contrainte équivalente anhystérétique . . . . .	128
5.2	Contrainte équivalente hystérétique . . . . .	134
6	Conclusion . . . . .	141
<b>A</b>	<b>Matériaux d'études</b>	<b>147</b>
1	Fer silicium à grains non orientés . . . . .	147
2	Fer cobalt . . . . .	149
<b>B</b>	<b>Protocole d'assemblage des éprouvettes biaxiales</b>	<b>155</b>

---

<b>C</b>	<b>Validation du chargement mécanique multiaxial</b>	<b>159</b>
1	Vérification des champs de déplacements . . . . .	159
2	Vérification des champs de déformation . . . . .	161
<b>D</b>	<b>Cartographies 2D (<math>H_c</math>, <math>P</math>) complémentaires obtenues pour le Fe-3%Si NO</b>	<b>163</b>
<b>E</b>	<b>Mesures <math>M(H)</math> obtenues pour le FeCo-2V R et le FeCo-2V FP</b>	<b>169</b>
<b>F</b>	<b>Cartographies 2D (<math>H_c</math>, <math>P</math>) complémentaires obtenues pour le FeCo-2V R</b>	<b>179</b>
<b>G</b>	<b>Cartographies 2D (<math>H_c</math>, <math>P</math>) complémentaires obtenues pour le FeCo-2V FP</b>	<b>185</b>
<b>H</b>	<b>Généralisation de l'énergie de configuration</b>	<b>191</b>
<b>I</b>	<b>Définition de la contrainte équivalente</b>	<b>193</b>
1	Formulation générale . . . . .	193
2	Application du modèle multidomaines à la définition de la contrainte équivalente	194
	<b>Bibliographie</b>	<b>199</b>





# Table des figures

1	<i>Évolution de l'énergie électrique disponible au cours des cinquante dernières années [Bafleur, 2013]. . . . .</i>	1
2	<i>Quelques technologies électromécaniques intégrées à bord de la nouvelle génération d'avions. . . . .</i>	2
3	<i>Schéma de principe d'un IDG (à gauche) et d'un VFG (à droite) - PMG (Permanent Magnet Generator), Exciter et Main (alternateur principal). . . . .</i>	4
4	<i>Évolution du réseau de génération d'énergie en aéronautique. . . . .</i>	4
5	<i>Exemple d'un rotor de machine à grande vitesse. . . . .</i>	7
6	<i>Distribution des contraintes radiale (<math>\sigma_{rr}</math>) et tangentielle (<math>\sigma_{\theta\theta}</math>) dans le rotor. . . . .</i>	8
7	<i>Distribution de la contrainte de cisaillement (<math>\tau_{r\theta}</math>) dans le rotor. . . . .</i>	8
1.1	<i>Acier bas carbone (0,18 wt%C) : Effet des contraintes sur l'aimantation [Lolloz et al., 2006] . . . . .</i>	13
1.2	<i>Fer cobalt : Illustration de l'effet <math>\Delta E</math> [Hubert et al., 2009]. . . . .</i>	14
1.3	<i>FeCo-2V R : Evolution du comportement anhystérétique <math>M_{an}(H_{an})</math> lors des essais biaxiaux [Hubert, 2007]. . . . .</i>	14
1.4	<i>Fe-3%Si NO : Evolution du comportement magnétique (a) et du comportement magnétostrictif (b) en fonction de l'orientation de mesure [Hubert et al., 2003] . . . . .</i>	15
1.5	<i>Fer silicium : Influence d'une contrainte mécanique d'amplitude croissante ; mesure par effet Kerr [Alves et Barrué, 2004]. . . . .</i>	16
1.6	<i>Schématisation du processus d'aimantation. . . . .</i>	17
1.7	<i>Cycle d'hystérésis et points caractéristiques. . . . .</i>	18
1.8	<i>Fe-3%Si : Distribution spatiale de l'énergie d'anisotropie magnétocristalline. . . . .</i>	20
1.9	<i>Cycle d'un hystéron. . . . .</i>	23
1.10	<i>Ferrite Nickel Zinc : Confrontations essais (points)/modèle multiéchelle (lignes) [Vieille, 2007]. . . . .</i>	30
1.11	<i>Fer pur : Modélisation des cycles quasi-statiques d'un polycristal soumis à différents chargements élastiques [Rizzo, 2012]. . . . .</i>	31
1.12	<i>Problématique liée à l'évolution de la susceptibilité en fonction de la contrainte. . . . .</i>	31
2.1	<i>Principe de la mesure anhystérétique. . . . .</i>	35
2.2	<i>Forme des signaux du champ magnétique et de l'induction en fonction du temps à 5 Hz. . . . .</i>	35
2.3	<i>Définition des axes de prélèvement des éprouvettes sur une tôle quelconque. . . . .</i>	36
2.4	<i>Schéma équivalent et aperçu général du banc de mesures magnétiques adapté à une machine de traction. . . . .</i>	37

2.5	<i>Principe de recalage des courbes de magnétostriction et évolution de la structure en domaines - (a) sans contrainte, (b) sous contrainte, (c) translation de la courbe sous contrainte pour avoir la même magnétostriction à saturation [Daniel et Hubert, 2009a].</i>	38
2.6	<i>Méthode de recalage des cycles d'hystérésis.</i>	39
2.7	<i>Éprouvette sandwich en Fe-3%Si NO (en gris) avec une âme centrale en Bakélite (en marron).</i>	40
2.8	<i>Machine triaxiale ASTRÉE.</i>	42
2.9	<i>(a) Éprouvette biaxiale Fe-3%Si NO ; (b) Âme biaxiale en bakélite mouchetée.</i>	43
2.10	<i>Montage expérimental avec appareils de mesures.</i>	44
2.11	<i>Appareil de diffraction des rayons X monté sur ASTRÉE.</i>	45
2.12	<i>Tracé en ellipse de la fonction <math>\frac{\Delta d}{d_0}(\sin^2 \Psi)</math> pour différents angles <math>\phi</math>.</i>	46
2.13	<i>Conception du capteur B-pointes - A : zone de mesure, B : Densité du flux magnétique, <math>\Delta U(t)</math> : différence de potentiel entre pointes</i>	47
2.14	<i>Vue de l'éprouvette montée et appareillage de mesure magnétique.</i>	48
2.15	<i>Points de mesure dans le plan de contraintes (<math>\sigma_1; \sigma_2</math>) et définition des quatre quadrants.</i>	49
2.16	<i>Fe-3%Si NO : Comportement magnétique et magnétostrictif suivant DL, DT et 45°.</i>	50
2.17	<i>Fe-3%Si NO : Comportement cyclique à basse fréquence (f= 1 Hz) suivant DL, DT et 45°.</i>	51
2.18	<i>Fe-3%Si NO : Comportement cyclique (<math>H_{max}^{imposé} \approx 400</math> A/m).</i>	52
2.19	<i>FeCo-2V R : Comportement magnétique et magnétostrictif suivant DL, DT et 45°.</i>	52
2.20	<i>FeCo-2V FP : Comportement magnétique et magnétostrictif suivant DL, DT et 45°.</i>	53
2.21	<i>FeCo-2V R : Comportement cyclique à basse fréquence (f= 1 Hz).</i>	54
2.22	<i>FeCo-2V FP : Comportement cyclique à basse fréquence (f= 1 Hz).</i>	54
2.23	<i>FeCo-2V R : Comportement cyclique.</i>	55
2.24	<i>FeCo-2V FP : Comportement cyclique.</i>	55
2.25	<i>Fe-3%Si NO : Comportement anhystérétique suivant la direction de laminage.</i>	56
2.26	<i>Fe-3%Si NO : Comportement magnétostrictif parallèle et orthogonal au champ.</i>	57
2.27	<i>Fe-3%Si NO : Effet <math>\Delta E</math>.</i>	57
2.28	<i>Fe-3%Si NO : Comportement cyclique en traction/compression à 5 Hz.</i>	58
2.29	<i>Fe-3%Si NO : Comportement cyclique à basse fréquence {f}={0,1; 1; 5; 10} Hz à champ maximal imposé.</i>	59
2.30	<i>Fe-3%Si NO : Comportement cyclique à haute fréquence {f}={50; 100; 200; 400; 800} Hz à champ maximal imposé.</i>	59
2.31	<i>FeCo-2V R : Comportement magnétique et magnétostrictif suivant la direction de laminage en traction/compression.</i>	60
2.32	<i>FeCo-2V FP : Comportement magnétique et magnétostrictif suivant la direction de laminage en traction/compression.</i>	61
2.33	<i>FeCo-2V : Effet <math>\Delta E</math>.</i>	62
2.34	<i>FeCo-2V : Comportement cyclique à 50 Hz.</i>	63
2.35	<i>FeCo-2V R et FP : Comportement cyclique à basse fréquence {f}={0,1; 1; 5; 10} Hz à champ maximal imposé.</i>	64
2.36	<i>FeCo-2V R et FP : Comportement cyclique à haute fréquence {f}={50; 100; 200; 400; 800} Hz à champ maximal imposé.</i>	65

2.37	<i>Fe-3%Si NO : Courbes d'aimantation sous chargement mécanique biaxial, dans une configuration de traction uniaxiale. . . . .</i>	66
2.38	<i>Fe-3%Si NO : Courbes d'aimantation sous chargement biaxial. . . . .</i>	67
2.39	<i>Fe-3%Si NO : Variation relative de la susceptibilité anhystérétique sécante sous chargement mécanique biaxial quand <math>\vec{H}/DL</math> (a, b et c) et <math>\vec{H}/45^\circ</math> (d, e et f). . .</i>	68
2.40	<i>Fe-3%Si NO : Variations relatives du champ coercitif <math>\Delta^r H_c</math> en fonction de l'état de contraintes à 5 Hz. . . . .</i>	69
2.41	<i>Fe-3%Si NO : Variations <math>\Delta^r P</math> des pertes magnétiques en fonction de l'état de contraintes à 5 Hz. . . . .</i>	70
2.42	<i>Fe-3%Si NO : Pertes magnétiques en fonction de l'état de contraintes (<math>\vec{H}/DL</math>) à 50 Hz. . . . .</i>	71
2.43	<i>Variations <math>\Delta^r H_c</math> du champ coercitif en fonction de l'état de contraintes pour <math>f = 50</math> Hz. . . . .</i>	72
2.44	<i>Fe-3%Si NO : Champ coercitif et pertes sous cisaillement pur en fonction de l'amplitude de contrainte <math>\tau = \frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_2)</math> avec une fréquence croissante. . . . .</i>	72
2.45	<i>FeCo-2V R : Variation relative de la susceptibilité anhystérétique sécante sous chargement mécanique biaxial <math>\vec{H}/DL</math>. . . . .</i>	73
2.46	<i>FeCo-2V FP : Variation relative de la susceptibilité anhystérétique sécante sous chargement mécanique biaxial <math>\vec{H}/DL</math>. . . . .</i>	74
2.47	<i>FeCo-2V R : Variation relative de la susceptibilité anhystérétique sécante sous chargement mécanique biaxial <math>\vec{H}/45^\circ</math>. . . . .</i>	74
2.48	<i>FeCo-2V FP : Variation relative de la susceptibilité anhystérétique sécante sous chargement mécanique biaxial <math>\vec{H}/45^\circ</math>. . . . .</i>	75
2.49	<i>FeCo-2V R : Variations relatives du champ coercitif <math>\Delta^r H_c</math> en fonction de l'état de contraintes à 5 Hz. . . . .</i>	75
2.50	<i>FeCo-2V FP : Variations relatives du champ coercitif <math>\Delta^r H_c</math> en fonction de l'état de contraintes à 5 Hz. . . . .</i>	76
2.51	<i>FeCo-2V R : Variations relatives des pertes magnétiques <math>\Delta^r P</math> en fonction de l'état de contraintes à 5 Hz. . . . .</i>	76
2.52	<i>FeCo-2V FP : Variations relatives des pertes magnétiques <math>\Delta^r P</math> en fonction de l'état de contraintes à 5 Hz. . . . .</i>	77
2.53	<i>FeCo-2V R : Pertes magnétiques en fonction de l'état de contraintes (<math>\vec{H}/DL</math>) à 50Hz. . . . .</i>	77
2.54	<i>FeCo-2V FP : Pertes magnétiques en fonction de l'état de contraintes (<math>\vec{H}/DL</math>) à 50Hz. . . . .</i>	78
2.55	<i>FeCo-2V R : Variation de la susceptibilité anhystérétique sécante sous chargement mécanique biaxial. . . . .</i>	79
2.56	<i>Distribution de l'induction magnétique dans le rotor à 12000 tr/mn. . . . .</i>	80
2.57	<i>Correlation entre l'application industrielle d'un rotor et les mesures expérimentales. 81</i>	81
3.1	<i>Fe-3%Si GO : Mesure de déformation de magnétostriction - champ appliqué suivant DL, DT et à <math>54,7^\circ</math> de DL [Hubert et Daniel, 2008, Rizzo et al., 2010]. . . . .</i>	85
3.2	<i>Fe-3%Si GO : Mise en évidence de l'effet de surface sur les résultats du modèle multiéchelle. Simulation des déformations longitudinales et transversales. . . . .</i>	86

3.3	<i>Fe-3%Si NO : Comparaison modèle/expérience du comportement magnétostrictif longitudinal, (a) expérience; (b) sans et (c) avec énergie de configuration [Hubert et Daniel, 2006]. . . . .</i>	87
3.4	<i>Fe-3%Si GO : Comportement magnétique anhystérétique d'un monocristal orienté <math>\langle 001 \rangle \{110\}</math> sous traction. . . . .</i>	90
3.5	<i>Schématisation de la distribution des domaines magnétiques pour une contrainte uniaxiale (<math>\sigma_{xx}</math>). . . . .</i>	90
3.6	<i>Schématisation de la distribution des domaines magnétiques pour une contrainte biaxiale (<math>\sigma_{xx}</math>; <math>\sigma_{yy}</math>). . . . .</i>	91
3.7	<i>Schématisation de la distribution des domaines magnétiques pour une contrainte uniaxiale orientée à <math>45^\circ</math> (<math>\sigma_{45}</math>). . . . .</i>	91
3.8	<i>Fe-3%Si GO : Comportement magnétique anhystérétique modélisé d'un monocristal orienté <math>\langle 001 \rangle \{110\}</math> sous traction : a) sans et b) avec champ démagnétisant de configuration. . . . .</i>	95
3.9	<i>Fe-3%Si GO : Susceptibilité magnétique anhystérétique sécante relevée à différents niveaux de champ <math>H = \{50; 100; 150; 300\}</math> A/m - d'un monocristal orienté <math>\langle 001 \rangle \{110\}</math> sous traction : a) sans et; b) avec champ démagnétisant de configuration. . . . .</i>	95
3.10	<i>Fe-3%Si GO : Comportement magnétique cyclique d'un monocristal : a) mesures obtenues pour différentes directions de chargement magnétique b) modélisations associées. . . . .</i>	97
3.11	<i>Fe-3%Si GO : Evolution du champ coercitif (mesure à <math>0^\circ</math> correspondant à une direction <math>\langle 001 \rangle \{110\}</math> - <math>f=0,1</math>Hz; <math>H_{max} = 2000</math>A/m) en fonction de la contrainte uniaxiale appliquée dans la direction de mesure magnétique - comparaisons : expérience, modèle précédent et modèle actuel. . . . .</i>	99
3.12	<i>Algorithme de calcul actuel du modèle multiéchelle. . . . .</i>	99
3.13	<i>Fe-3%Si NO : Modélisation du comportement magnétique et magnétostrictif sans chargement mécanique. . . . .</i>	102
3.14	<i>FeCo-2V R : Modélisation du comportement magnétique et magnétostrictif sans chargement mécanique. . . . .</i>	102
3.15	<i>FeCo-2V FP : Modélisation du comportement magnétique et magnétostrictif sans chargement mécanique. . . . .</i>	103
3.16	<i>Fe-3%Si NO : Modélisation du comportement magnétique et magnétostrictif sans chargement mécanique (<math>H_{max} = 500</math> A/m). . . . .</i>	104
3.17	<i>FeCo-2V R : Modélisation du comportement magnétique et magnétostrictif sans chargement mécanique (<math>H_{max} = 500</math> A/m). . . . .</i>	105
3.18	<i>FeCo-2V FP : Modélisation du comportement magnétique et magnétostrictif sans chargement mécanique (<math>H_{max} = 10</math> kA/m). . . . .</i>	106
3.19	<i>Fe-3%Si NO : Comparaison modèle/essais du comportement magnéto-mécanique sous chargement mécanique uniaxial. . . . .</i>	107
3.20	<i>FeCo-2V R : Comparaison modèle/essais du comportement magnéto-mécanique sous chargement mécanique uniaxial. . . . .</i>	109
3.21	<i>FeCo-2V FP : Comparaison modèle/essais du comportement magnéto-mécanique sous chargement mécanique uniaxial. . . . .</i>	110
3.22	<i>Fe-3%Si NO : Comparaison modèle/essais du comportement magnéto-mécanique cyclique sous contrainte (<math>H_{max} = 500</math> A/m). . . . .</i>	111

3.23	<i>Fe-3%Si NO : Comparaison modèle/essais du champ coercitif et des pertes sous contrainte (<math>H_{max} = 500</math> A/m).</i>	112
3.24	<i>FeCo-2V R : Comparaison modèle/essais du comportement magnéto-mécanique cyclique sous contrainte (<math>H_{max} = 2</math> kA/m).</i>	113
3.25	<i>FeCo-2V FP : Comparaison modèle/essais du comportement magnéto-mécanique cyclique sous contrainte (<math>H_{max} = 12</math> kA/m).</i>	114
3.26	<i>FeCo-2V R : Comparaison modèle/essais du champ coercitif et des pertes sous contrainte (<math>H_{max} = 500</math> A/m).</i>	114
3.27	<i>FeCo-2V FP : Comparaison modèle/essais du champ coercitif et des pertes sous contrainte (<math>H_{max} = 10</math> kA/m).</i>	115
3.28	<i>Fe-3%Si NO : Variation de la susceptibilité anhystérétique (<math>\vec{H}/DL</math>) expérimentale (figs. a, b et c) et modélisée (figs. d, e et f) sous chargement mécanique biaxial.</i>	116
3.29	<i>Fe-3%Si NO : Variation de la susceptibilité anhystérétique (<math>\vec{H}/45^\circ</math>) expérimentale (figs. a, b et c) et modélisée (figs. d, e et f) sous chargement mécanique biaxial.</i>	117
3.30	<i>FeCo-2V R : Variation de la susceptibilité anhystérétique (<math>\vec{H}/DL</math>) expérimentale (figs. a, b et c) et modélisée (figs. d, e et f) sous chargement mécanique biaxial.</i>	118
3.31	<i>FeCo-2V R : Variation de la susceptibilité anhystérétique (<math>\vec{H}/45^\circ</math>) expérimentale (figs. a, b et c) et modélisée (figs. d, e et f) sous chargement mécanique biaxial.</i>	119
3.32	<i>FeCo-2V FP : Variation de la susceptibilité anhystérétique (<math>\vec{H}/DL</math>) expérimentale (figs. a, b et c) et modélisée (figs. d, e et f) sous chargement mécanique biaxial.</i>	120
3.33	<i>FeCo-2V FP : Variation de la susceptibilité anhystérétique (<math>\vec{H}/45^\circ</math>) expérimentale (figs. a, b et c) et modélisée (figs. d, e et f) sous chargement mécanique biaxial.</i>	121
3.34	<i>Fe-3%Si NO : Variations relatives du champ coercitif <math>\Delta^r H_c</math> expérimentales (figs. a et b) et modélisées (figs. c et d) sous chargement mécanique biaxial (<math>H_{max} = 500</math> A/m).</i>	122
3.35	<i>Fe-3%Si NO : Variations relatives des pertes <math>\Delta^r P</math> expérimentales (figs. a et b) et modélisées (figs. c et d) sous chargement mécanique biaxial (<math>H_{max} = 500</math> A/m).</i>	123
3.36	<i>FeCo-2V R : Variations relatives du champ coercitif <math>\Delta^r H_c</math> expérimentales (figs. a et b) et modélisées (figs. c et d) sous chargement mécanique biaxial (<math>H_{max} = 500</math> A/m).</i>	124
3.37	<i>FeCo-2V R : Variations relatives des pertes <math>\Delta^r P</math> expérimentales (figs. a et b) et modélisées (figs. c et d) sous chargement mécanique biaxial (<math>H_{max} = 500</math> A/m).</i>	125
3.38	<i>FeCo-2V FP : Variations relatives du champ coercitif <math>\Delta^r H_c</math> expérimentales (figs. a et b) et modélisées (figs. c et d) sous chargement mécanique biaxial (<math>H_{max} = 10</math> kA/m).</i>	126
3.39	<i>FeCo-2V FP : Variations relatives des pertes <math>\Delta^r P</math> expérimentales (figs. a et b) et modélisées (figs. c et d) sous chargement mécanique biaxial (<math>H_{max} = 10</math> kA/m).</i>	127
3.40	<i>Fe-3%Si NO : Contrainte équivalente <math>\sigma_{eq}</math> dans le plan des contraintes pour (<math>\vec{H}/DL</math>) et (<math>\vec{H}/45^\circ</math>).</i>	130
3.41	<i>FeCo-2V R et FeCo-2V FP : Contrainte équivalente <math>\sigma_{eq}</math> dans le plan des contraintes pour (<math>\vec{H}/DL</math>) et (<math>\vec{H}/45^\circ</math>).</i>	130

3.42	<i>Fe-3%Si NO : Prédiction de la variation relative de la susceptibilité dans le plan des contraintes pour <math>\vec{H}/DL</math> (a, b et d) et <math>\vec{H}/45^\circ</math> (e, g et h).</i>	131
3.43	<i>FeCo-2V R : Prédiction de la variation relative de la susceptibilité dans le plan des contraintes pour <math>\vec{H}/DL</math> (a, b et c) et <math>\vec{H}/45^\circ</math> (d, e et f).</i>	132
3.44	<i>FeCo-2V FP : Prédiction de la variation relative de la susceptibilité dans le plan des contraintes pour <math>\vec{H}/DL</math> (a, b et c) et <math>\vec{H}/45^\circ</math> (d, e et f).</i>	133
3.45	<i>Fe-3%Si NO : Variations relatives du champ coercitif <math>\Delta^r H_c</math> en fonction de l'état de contraintes pour <math>\vec{H}/DL</math> (a, b et c) et <math>\vec{H}/45^\circ</math> (d, e et f).</i>	135
3.46	<i>FeCo-2V R : Variations relatives du champ coercitif <math>\Delta^r H_c</math> en fonction de l'état de contraintes pour <math>\vec{H}/DL</math> (a, b et c) et <math>\vec{H}/45^\circ</math> (d, e et f).</i>	136
3.47	<i>FeCo-2V FP : Variations relatives du champ coercitif <math>\Delta^r H_c</math> en fonction de l'état de contraintes pour <math>\vec{H}/DL</math> (a, b et c) et <math>\vec{H}/45^\circ</math> (d, e et f).</i>	137
3.48	<i>Fe-3%Si NO : Prédiction de la variation relative des pertes <math>\Delta^r P</math> dans le plan des contraintes pour <math>\vec{H}/DL</math> (a, c et d) et <math>\vec{H}/45^\circ</math> (e, g et h).</i>	138
3.49	<i>FeCo-2V R : Variations relatives des pertes <math>\Delta^r P</math> en fonction de l'état de contraintes pour <math>\vec{H}/DL</math> (a, b et c) et <math>\vec{H}/45^\circ</math> (d, e et f).</i>	139
3.50	<i>FeCo-2V FP : Variations relatives des pertes <math>\Delta^r P</math> en fonction de l'état de contraintes pour <math>\vec{H}/DL</math> (a, b et c) et <math>\vec{H}/45^\circ</math> (d, e et f).</i>	140
3.51	<i>Répartition de la contrainte équivalente dans le rotor.</i>	142
A.1	<i>Fe-3%Si NO : Micrographie.</i>	148
A.2	<i>Fe-3%Si NO : Figures de pôles : (a)-direction <math>\langle 100 \rangle</math>, (b)-direction <math>\langle 110 \rangle</math>, (c)-direction <math>\langle 111 \rangle</math>.</i>	149
A.3	<i>FeCo-2V : Diagramme de phases [Sourmail, 2005].</i>	150
A.4	<i>FeCo-2V R : Micrographie.</i>	151
A.5	<i>FeCo-2V FP : Micrographies.</i>	151
A.6	<i>FeCo-2V R : Figures de pôles : (a)-direction <math>\langle 001 \rangle</math>, (b)-direction <math>\langle 011 \rangle</math>, (c)-direction <math>\langle 111 \rangle</math>.</i>	152
A.7	<i>FeCo-2V FP : Figures de pôles : (a)-direction <math>\langle 001 \rangle</math>, (b)-direction <math>\langle 011 \rangle</math>, (c)-direction <math>\langle 111 \rangle</math>.</i>	152
A.8	<i>FeCo-2V FP : Figures de pôles inverse <math>//DL</math> [Nabi et al., 2013].</i>	153
B.1	<i>Dessin d'ensemble de l'éprouvette biaxiale.</i>	156
B.2	<i>Pistolet doseur et mélangeur de colle.</i>	157
B.3	<i>Montage de collage des éprouvettes sandwich.</i>	157
C.1	<i>Fe-3%Si NO : Champ de déplacement (après soustraction des mouvements de corps solide) calculés par CORRELI-Q4<sup>©</sup> : (a) déplacement horizontal et (b) vertical ; (c) Vecteurs déplacement associés.</i>	159
C.2	<i>Fe-3%Si NO : Champs de déformations calculés par CORRELI-Q4<sup>©</sup> : (a) <math>\epsilon_{11}</math> ; (b) <math>\epsilon_{22}</math> et (c) <math>\epsilon_{12}</math>.</i>	160
C.3	<i>(a) Points de mesure par rayons X dans le plan des contraintes ; (b) Vue d'ensemble du dispositif de diffraction par rayons X et ASTRÉE.</i>	161
C.4	<i>Fe-3%Si NO : Résultats mesurés par DRX.</i>	162
D.1	<i>Fe-3%Si NO : Variations relatives du champ coercitif <math>\Delta^r H_c</math> en fonction de l'état de contraintes et de la fréquence pour <math>\vec{H}/DL</math>.</i>	164

D.2	<i>Fe-3%Si NO : Variations relatives des pertes magnétiques <math>\Delta^r P</math> en fonction de l'état de contraintes et de la fréquence pour <math>\vec{H}/DL</math>.</i>	165
D.3	<i>Fe-3%Si NO : Variations relatives du champ coercitif <math>\Delta^r H_c</math> en fonction de l'état de contraintes et de la fréquence pour <math>\vec{H}/45^\circ</math>.</i>	166
D.4	<i>Fe-3%Si NO : Variations relatives des pertes magnétiques <math>\Delta^r P</math> en fonction de l'état de contraintes et de la fréquence pour <math>\vec{H}/45^\circ</math>.</i>	167
E.1	<i>FeCo-2V R : Courbes d'aimantation sous chargement mécanique biaxial, configuration de traction uniaxiale.</i>	170
E.2	<i>FeCo-2V FP : Courbes d'aimantation sous chargement mécanique biaxial, configuration de traction uniaxiale.</i>	172
E.3	<i>FeCo-2V R : Courbes d'aimantation sous chargement biaxial.</i>	174
E.4	<i>FeCo-2V FP : Courbes d'aimantation sous chargement biaxial.</i>	176
F.1	<i>FeCo-2V R : Variations relatives du champ coercitif <math>\Delta^r H_c</math> en fonction de l'état de contraintes et de la fréquence pour <math>\vec{H}/DL</math>.</i>	180
F.2	<i>FeCo-2V R : Variations relatives des pertes magnétiques <math>\Delta^r P</math> en fonction de l'état de contraintes et de la fréquence pour <math>\vec{H}/DL</math>.</i>	181
F.3	<i>FeCo-2V R : Variations relatives du champ coercitif <math>\Delta^r H_c</math> en fonction de l'état de contraintes et de la fréquence pour <math>\vec{H}/45^\circ</math>.</i>	182
F.4	<i>FeCo-2V R : Variations relatives des pertes magnétiques <math>\Delta^r P</math> en fonction de l'état de contraintes et de la fréquence pour <math>\vec{H}/45^\circ</math>.</i>	183
G.1	<i>FeCo-2V FP : Variations relatives du champ coercitif <math>\Delta^r H_c</math> en fonction de l'état de contraintes et de la fréquence pour <math>\vec{H}/DL</math>.</i>	186
G.2	<i>FeCo-2V FP : Variations relatives des pertes magnétiques <math>\Delta^r P</math> en fonction de l'état de contraintes et de la fréquence pour <math>\vec{H}/DL</math>.</i>	187
G.3	<i>FeCo-2V FP : Variations relatives du champ coercitif <math>\Delta^r H_c</math> en fonction de l'état de contraintes et de la fréquence pour <math>\vec{H}/45^\circ</math>.</i>	188
G.4	<i>FeCo-2V FP : Variations relatives des pertes magnétiques <math>\Delta^r P</math> en fonction de l'état de contraintes et de la fréquence pour <math>\vec{H}/45^\circ</math>.</i>	189
I.1	<i>Assemblage de domaines représentatif du matériau soumis à un champ magnétique et à un état de contrainte.</i>	194





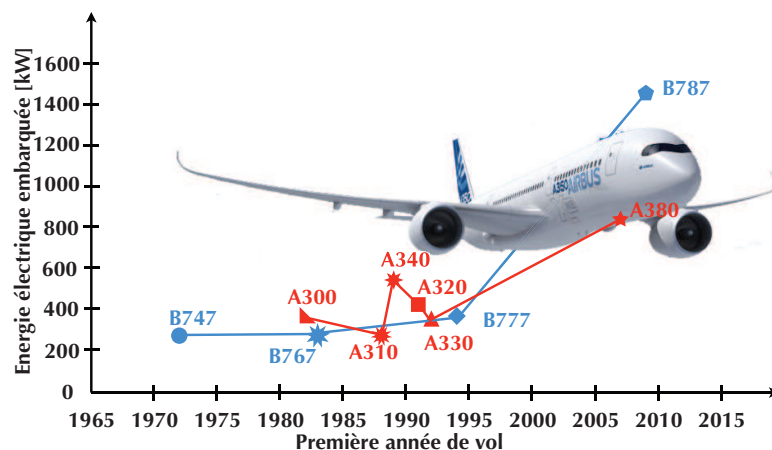
# Liste des tableaux

2.1	<i>Caractéristiques géométriques de l'âme.</i>	40
2.2	<i>Caractéristiques géométriques et mécaniques des éprouvettes caractérisées.</i>	40
3.1	<i>Paramètres matériaux issus de la bibliographie [Bozorth, 1951, Cullity, 1972].</i>	101
3.2	<i>Paramètres anhystériques identifiés à partir des essais.</i>	101
3.3	<i>Paramètres de dissipation identifiés à partir des essais.</i>	101
A.1	<i>Fe-3%Si NO : Composition chimique.</i>	147
A.2	<i>Fe-3%Si NO : Caractéristiques mécaniques.</i>	148
A.3	<i>FeCo-2V : Éléments d'addition de l'alliage commercial [Thornburg, 1969].</i>	150
A.4	<i>FeCo-2V : Caractéristiques mécaniques.</i>	150
C.1	<i>Valeurs expérimentales des déformations obtenues par CIN.</i>	160
C.2	<i>Valeurs moyennes et recalées des contraintes obtenues par DRX (MPa).</i>	162



# Introduction générale

La tendance actuelle dans le secteur aéronautique est au remplacement des flux hydrauliques et pneumatiques par l'énergie électrique dans les prochaines générations d'avions moyen-courrier (fig. 1).



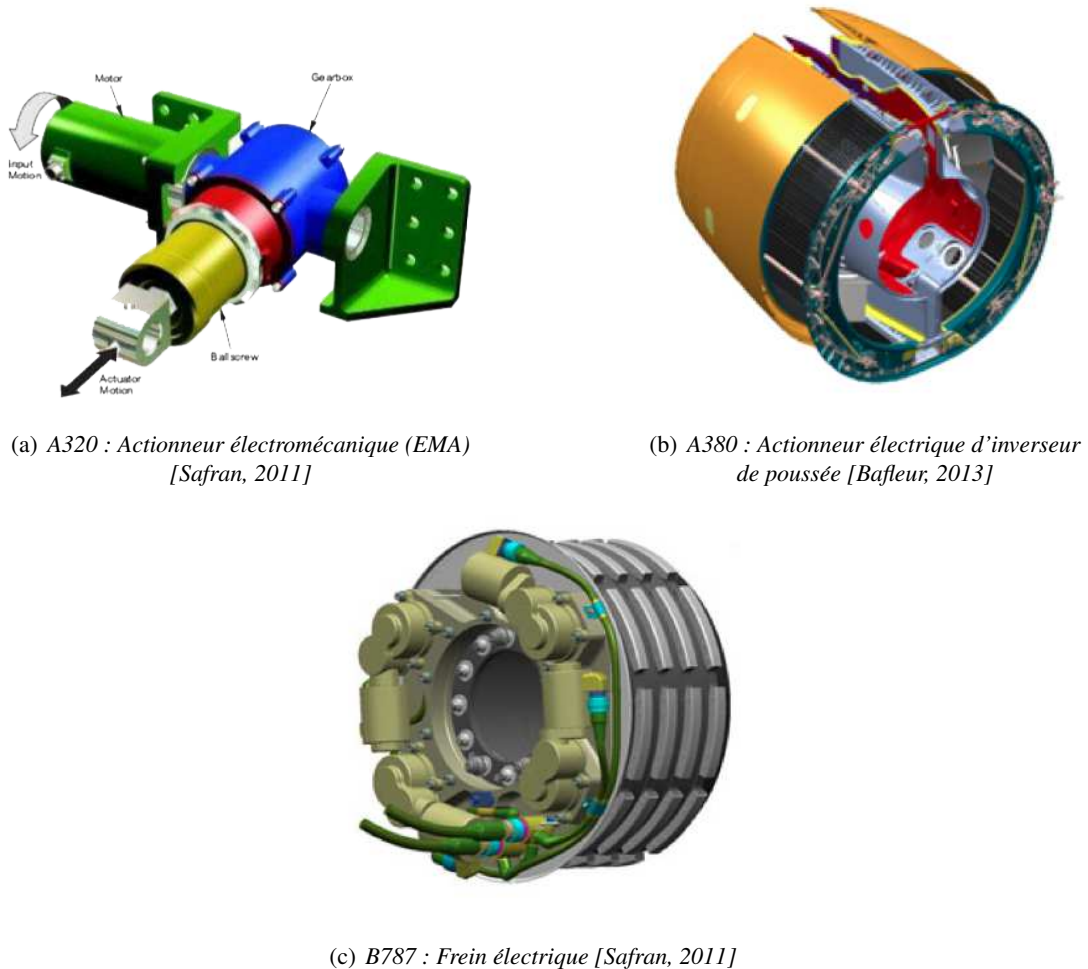
**FIGURE 1:** *Évolution de l'énergie électrique disponible au cours des cinquante dernières années [Bafleur, 2013].*

Les avantages de l'avion plus électrique sont nombreux : gain de masse, obtenu par la suppression de tuyaux pesants, permettant une baisse de la consommation de carburant et des émissions de CO<sub>2</sub> ; maintenance facilitée grâce à des composants *plug and play* ; disparition des problèmes de fuite.

Le développement des solutions en faveur de l'énergie électrique obéit à un besoin accru de performance opérationnelle et de compétitivité. À moyen comme à long terme, le potentiel d'optimisation de l'utilisation de cette énergie électrique pour les applications aéronautiques est largement plus important que celui des systèmes demandant une distribution d'énergie hydraulique ou pneumatique. Pour réussir cette mutation énergétique, il faut naturellement une parfaite maîtrise des technologies clés des systèmes électriques.

Les innovations actuelles sont nombreuses. À titre d'exemple on citera : l'introduction d'actionneurs électromécaniques d'aileron (EMA) effectuée par Sagem sur l'Airbus A320 (fig. 2(a)) ;

les inverseurs de poussée de l'A380 (fig. 2(b)) ; les freins du Boeing 787 (fig. 2(c)). Ces nouveaux types d'actionneurs permettront à terme de remplacer tout ou partie de l'activation hydraulique des commandes de vol par un système électrique doté de la fiabilité requise.



**FIGURE 2:** Quelques technologies électromécaniques intégrées à bord de la nouvelle génération d'avions.

”Vers 2025-2030, on peut imaginer que tout ce qui bouge sur un avion sera mu par des moteurs électriques et non plus par des réseaux hydrauliques et pneumatiques, plus lourds et plus complexes à entretenir” explique ainsi Jean-Pierre Cojan, directeur de la stratégie de Safran [Trévidic, 2012].

À l'heure actuelle les parties électrotechniques d'un avion représentent environ 35% de la masse des équipements de la chaîne de puissance électrique (génératrices de courant), et les technologies utilisées ont atteint leur seuil d'optimisation. Par ailleurs, la puissance électrique que doit délivrer un aéronef de nouvelle génération est multipliée par 4 par rapport à un aéronef conventionnel. Cela induit un accroissement exponentiel du nombre d'équipements électriques, de leur masse globale et de leur encombrement. Pour réduire les masses embarquées, il est impératif de trouver un ensemble de solutions cohérentes permettant l'augmentation de la densité de puissance

des systèmes électriques.

Dans le cadre de la joint-venture AEROLEC (Thales & Safran), l'entreprise Thales a été retenue pour fournir la génération électrique du nouvel avion de transport militaire AIRBUS A400M [Navarra, 2005]. Les générateurs électriques de l'Airbus A400M répondent à un besoin de fourniture de puissance électrique totale de 400 kVA, puissance significative pour un avion militaire. La tendance est que les réseaux AC soient remplacés par des réseaux HVDC (High Voltage Direct Current) typiquement du 540 Vdc. C'est-à-dire qu'il n'y a plus de contrainte de fréquence puisque la tension alternative de la machine est redressée afin d'alimenter le réseau avion en 540 Vdc. Dans cette configuration, on cherche à monter la vitesse à 28000 tr/min. La finalité de cette thèse est la réalisation d'un prototype de génératrice à grande vitesse (typiquement 28000 tr/min) pouvant répondre à ce type de besoin. Le saut technologique envisagé est le passage à l'utilisation d'alliages fer cobalt dits à "Haute Limite d'Élasticité (HLE)", permettant une augmentation significative de la puissance massique. Cela suppose, à masse égale, une augmentation des vitesses de rotation et donc une augmentation des contraintes. La capacité mécanique à résister aux forces centrifuges est un des leviers de l'augmentation de la densité de puissance des génératrices (au même titre que la tenue mécanique des conducteurs). Un deuxième point est de pouvoir prendre en compte les modifications du comportement magnétique des matériaux constitutifs des rotors lorsqu'ils sont soumis à un état de contraintes, cette modification pouvant jouer *in fine* sur le couple.

On sait d'autre part que l'état de contraintes des matériaux magnétiques au sein d'une machine tournant à grande vitesse est multiaxial et que les modifications du comportement magnétique (susceptibilité, champ coercitif et pertes) d'un matériau soumis à un état mécanique multiaxial diffère de celui d'un matériau soumis à un chargement uniaxial. L'optimisation des rotors passe donc par le développement de modèles de comportement magnéto-mécanique multiaxiaux.

C'est dans ce contexte "d'optimisation de machines tournantes à grande vitesse" qu'a été construit le projet 3MT (Matériaux Magnétiques pour Machines et Transformateurs) dans lequel s'inscrivent les travaux de cette thèse. Ce projet est le fruit d'une collaboration entre le Laboratoire de Mécanique et Technologie (LMT-Cachan) via l'équipe Couplages multiphysiques, le Laboratoire de Génie Electrique de Paris (LGEP) à travers l'équipe MUPHY et les acteurs industriels qui interviennent dans la chaîne de puissance électrique embarquée sur les avions. Cette collaboration associe les entreprises du groupe Thales Avionics System (TAES) et Aperam Alloys.

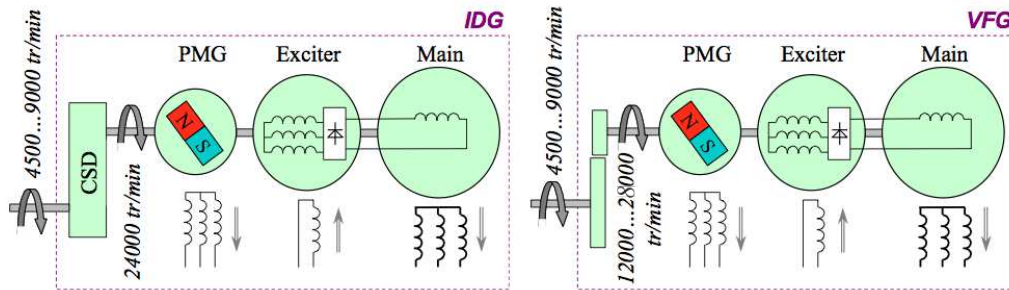
Les défis à relever à travers ce travail consistent à mettre en évidence les phénomènes de couplage magnéto-mécanique, proposer une modélisation des lois de comportement des nouveaux alliages fer cobalt à "Haute Limite Elastique" produits par Aperam, ainsi que mettre en place une modélisation (type éléments finis) d'une géométrie optimisée de rotor.

## 1 De la génération électrique à fréquence fixe à la génération électrique à fréquence variable

Dans la nouvelle génération d'avion Airbus, le réseau alternatif est maintenant à fréquence variable [Langlois *et al.*, 2005]. La génération normale est assurée par quatre VFG (Variable Frequency Generator) et non plus par des IDG (Integrated Drive Generator). La puissance totale installée à bord de l'A380 passe par exemple à 600 kVA avec quatre générateurs à fréquence variable de 150 kVA chacun.

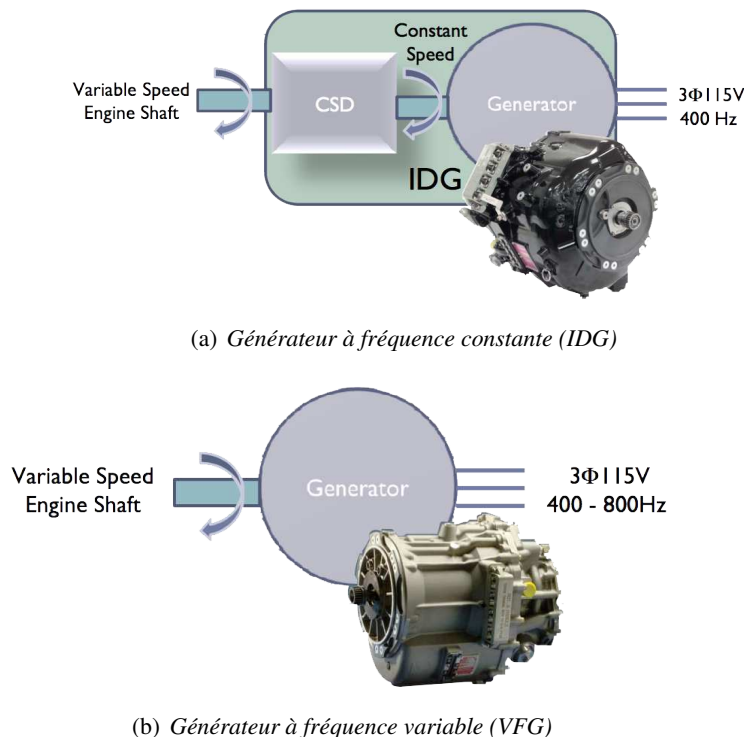
La génératrice est directement accouplée à l'arbre principal de la turbine par l'intermédiaire

d'un réducteur à rapport fixe, ce qui présente l'avantage de réduire considérablement les dimensions et la masse des générateurs, car le système de régulation mécanique de vitesse CSD (Constant Speed Drive) est supprimé (fig. 3).



**FIGURE 3:** Schéma de principe d'un IDG (à gauche) et d'un VFG (à droite) - PMG (Permanent Magnet Generator), Exciter et Main (alternateur principal).

La vitesse à l'entrée est variable dans un rapport d'environ 2. Dans l'IDG, le CSD régule la vitesse de manière à entraîner le générateur à une vitesse constante. La machine étant bipolaire, la fréquence électrique de sortie vaut 400 Hz. Dans le VFG, la régulation de vitesse est supprimée, la machine tétrapolaire produit des tensions ayant des fréquences comprises entre 360 et 800 Hz environ.



**FIGURE 4:** Évolution du réseau de génération d'énergie en aéronautique.

Si cette modification paraît minime, elle a tout de même pour conséquence d'obliger les

équipementiers à revoir l'ensemble des charges électriques car la fréquence peut désormais varier entre 360 Hz et 800 Hz.

## 2 Pertes magnétiques en aéronautique

Trois facteurs principaux entrent en considération dans la conception des nouvelles génératrices (VFGs) : les pertes, la réduction du bruit et la fiabilité. Le premier point est en lien direct avec cette thèse. Les contraintes mécaniques et les variations de température sont les principaux facteurs qui influent sur les propriétés magnétiques des matériaux ferromagnétiques. Les déformations plastiques locales et les contraintes résiduelles modifient les propriétés magnétiques et les pertes. Cette modification vient s'ajouter à d'autres contraintes telles que celles héritées des procédés d'élaboration de la tôle (poinçonnage, soudage, pressage et découpe) et/ou de la phase d'assemblage. Schoppa [Schoppa *et al.*, 2000b] montre que la découpe est une phase critique du procédé de mise en forme. Elle augmente les pertes jusqu'à 35% dans certains cas pour des alliages de fer silicium à forte concentration de silicium [Schoppa *et al.*, 2000a].

La problématique ainsi posée est celle du développement de nouveaux alliages donnant la possibilité de minimiser ou de contrôler ces pertes, tout en assurant la tenue en service souhaitée.

## 3 Grandes tendances de ces dernières décennies concernant les alliages FeCo-2V

Comme indiqué plus haut, on constate une montée significative de la puissance électrique embarquée des avions, du fait de la multiplication des équipements électriques et électroniques, et en particulier le basculement progressif des actionneurs hydrauliques vers des actionneurs hybrides, hydrauliques et électriques (EHA) puis dans un 2<sup>ème</sup> temps vers des actionneurs complètement électromagnétiques (EMA).

Pour accroître de 50 ou 100% la puissance électrique embarquée (Puissance = couple  $\times$  volume  $\times$  vitesse), trois pistes peuvent être empruntées :

- accroître le couple (en particulier par la modification de la structure électrotechnique et du niveau de saturation du matériau magnétique). Malheureusement les structures de ces machines synchrones sont déjà optimisées et l'utilisation du FeCo-2V (qui présente la saturation la plus élevée des alliages magnétiques connus) représente un optimum technique,
- accroître le volume de la machine (en particulier sa longueur et son diamètre) : cela ne peut se faire qu'au prix d'un accroissement significatif des masses embarquées, ce qui est à éviter en avionique,
- accroître la vitesse de rotation (typiquement d'un facteur 2 en passant de 14000 tr/min à 28000 tr/min) : c'est la seule voie qui semble permettre un fort gain de puissance électrique sans accroître la masse embarquée. Cependant cela implique des forces centrifuges (proportionnelles au carré de la vitesse) beaucoup plus élevées. Les contraintes doivent rester en deçà de la limite élastique des matériaux. Pour les nouvelles générations de générateurs envisagés, les acteurs industriels de ce secteur considèrent habituellement que les nouvelles nuances de FeCo-2V HLE doivent disposer d'une limite élastique d'au moins 600 MPa.

Cependant il est à noter qu'un accroissement de 20% seulement de la vitesse permet déjà en théorie un gain en puissance de 20%. Dans cette perspective et au cours de ces trois dernières



décennies, Aperam Imphy Alloys et ses concurrents ont développé et breveté des nuances FeCo-2V spécifiques de type HLE :

- nuance Hiperco<sup>®</sup> 50HS de l'américain CARPENTER (années 70) : avec l'ajout de Niobium inhibiteur (le but de ce constituant est d'inhiber la croissance des grains lors du traitement thermique final, ce qui maintient une taille de grain relativement petite, aboutissant à une limite élastique plus élevée, d'après la relation de Hall-Petch [Marcinkowski et Fisher, 1965]). Nuance spécifique rendant très difficile l'accès à de basses pertes magnétiques par traitement thermique pour le stator. Limite d'élasticité de 700 à 800MPa.
- nuance Vacodur<sup>®</sup> de l'allemand VACUUMSCHMELZE GmbH & Co (années 90) : Nuance spécifique à précipitation de carbures empêchant toute minimisation par traitement thermique des pertes magnétiques. Limite d'élasticité de 700 à 800MPa.
- nuance AFK502HLE<sup>®</sup> du français APERAM (années 90). Addition conjointe de Niobium, Bore et de Soufre. Nuance spécifique. Difficile d'obtenir ultérieurement de basses pertes magnétiques statoriques. Limite d'élasticité de 600 à 700MPa.

Pour les matériaux précités la limite élastique n'excède pas 700 MPa, cette limite peut paraître faible au regard de 600 MPa minimum recherchée en particulier lorsqu'une contrainte d'endurance est ajoutée au cours du chargement.

Augmenter la limite élastique par diminution de la taille des grains ce qui conclut à une augmentation des pertes.

Aperam Imphy Alloys a mis au point ces dernières années un procédé de recuit final permettant de produire un alliage FeCo-2V équi-atomique de limite élastique comprise entre 700 et 1200MPa, facilement découppable après isolation électrique, et présentant de bas niveaux de pertes magnétiques :

- nuance AFK502FullyProcess<sup>®</sup> d'APERAM (années 2000) développée actuellement à l'échelle industrielle et objet de cette thèse (désigné FeCo-2V FP dans la suite).

Le procédé de recuit au défilé génère une recristallisation partielle ou complète. La structure à grains fins permet une découpe aisée de la bande après recuit, et par conséquent une conservation des cotes de pièces. Un recuit ultérieur d'optimisation des performances magnétiques permet en outre de disposer de façon reproductible d'un matériau à limite élastique allant de 500 à 1200MPa.

## 4 Exporter la technologie française à l'international (aspect concurrentiel du projet 3MT)

Le marché des génératrices embarquées de forte puissance, correspondant aux avions d'au moins 100 places, a longtemps été un monopole de l'Américain SUNSTRAND par le biais de brevets et de l'acquis industriel que celui-ci possède sur la technologie de génératrice à régulation hydraulique en vitesse fixe. Les autres équipementiers, tels que TAES ou SAFRAN, ne pouvaient alors alimenter le marché qu'avec des génératrices de faible puissance (génératrices auxiliaires et génératrices civiles ou militaires des avions de moins de 100 places).

Mais l'arrivée de génératrices à vitesse variable, en concurrence avec la technologie SUNSTRAND, a ouvert la voie aux autres équipementiers. Face au monopole SUNSTRAND dans les moyen et long courriers, les avionneurs Boeing et Airbus ont poussé depuis 20 ans à basculer vers la vitesse variable. Les génératrices embarquées utilisent principalement du Fe-50%Co voire du

Fe-27%Co comme culasses magnétiques du rotor et du stator.

Les concurrents d'APERAM (nuances AFK<sup>®</sup>) sont CARTECH (Carpenter Technology Corp.) étroitement associé historiquement à SUNSTRAND (nuance Hiperco<sup>®</sup> 50HS), et l'allemand VACUUMSCMELZE (Vacoflux<sup>®</sup> 50), tandis que l'anglais TELCON (nuances Rotalloy<sup>®</sup>) était racheté en 1999 par CARTECH.

## 5 Multiaxialité des états de contrainte dans les machines tournantes

Nous proposons dans cette partie d'identifier les états de contraintes typiques au sein d'un rotor. Une machine synchrone à aimants permanents de TAES a été retenue pour effectuer cette simulation. La machine étudiée (fig. 5) est à rotor bobinée de type turbo à 4 pôles. Une modélisation par éléments finis de cette géométrie est effectuée en utilisant le code de calcul par éléments finis ABAQUS<sup>®</sup>. La vitesse angulaire  $\vec{\omega} = \omega \cdot \vec{z}_z$  constitue le chargement du problème.

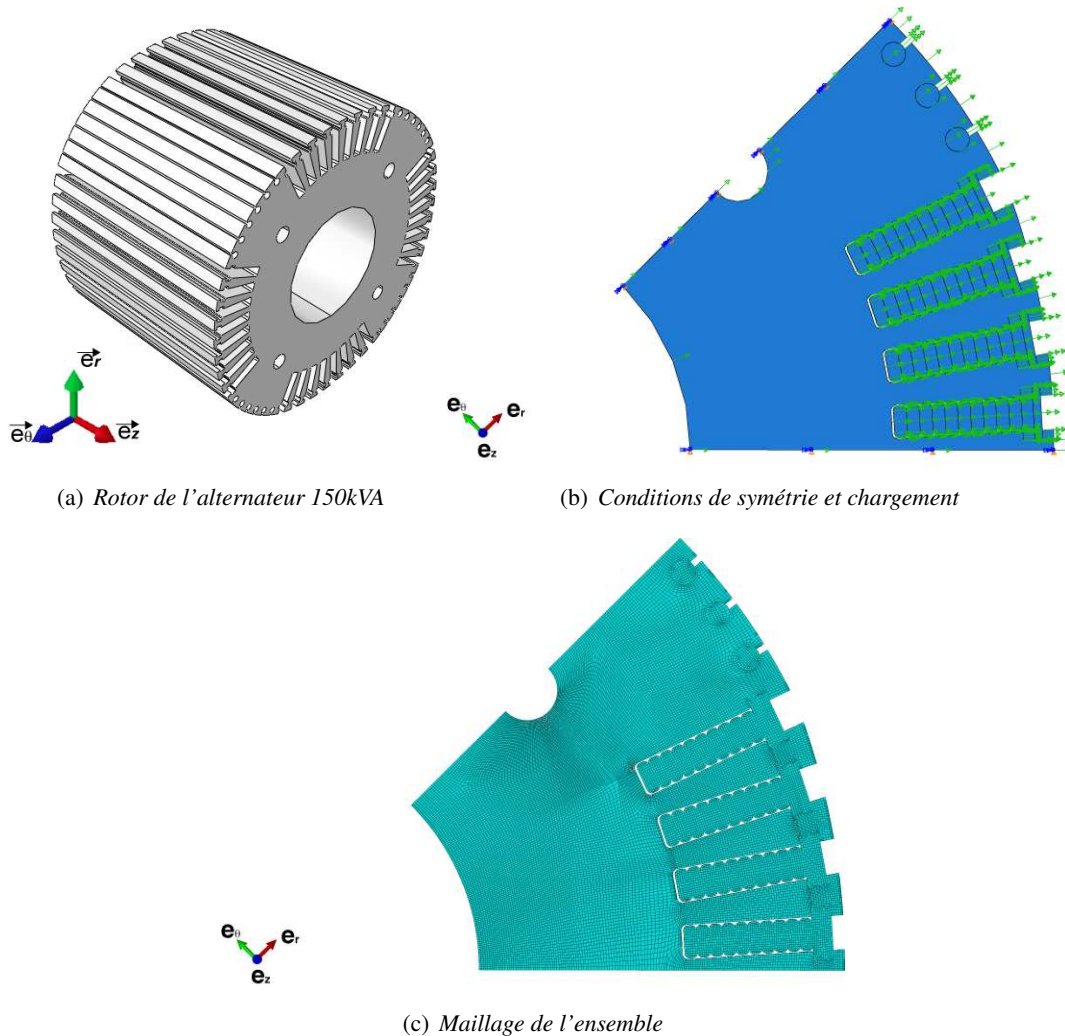


FIGURE 5: Exemple d'un rotor de machine à grande vitesse.

Les forces de volume sont radiales (1),  $\rho$  est la masse volumique et  $r$  la position radiale.

$$\vec{f}_v = \rho r \omega^2 \vec{e}_r \quad (1)$$

$\frac{1}{8}$  du rotor est modélisé compte tenu de la symétrie du problème. La figure 5(b) montre les conditions aux limites utilisées et la figure 5(c) montre le maillage de la pièce. Compte-tenu de la faible épaisseur de la tôle ( $e = 0,2$  mm) le calcul est réalisé en contraintes planes. Les contraintes locales sont calculées à chaque nœud du maillage. À l'issue des simulations, on obtient un tenseur des contraintes sous la forme suivante (2) en coordonnées cylindriques :

$$\sigma = \begin{pmatrix} \sigma_{rr} & \tau_{r\theta} \\ \tau_{r\theta} & \sigma_{\theta\theta} \end{pmatrix} \quad (2)$$

Les composantes du tenseur des contraintes dans le rotor sont tracées sur les figures 6 et 7 pour une vitesse angulaire  $\omega = 3000$  rad/s (soit 28000 tr/min) et en utilisant les constantes du FeCo-2V, à savoir : un module de Young  $E = 235$  GPa, un coefficient de poisson  $\nu = 0,27$  et une masse volumique  $\rho = 8120$  kg/m<sup>3</sup>. Les conducteurs, les isolants et les cales qui occupent les encoches sont prises en compte dans la modélisation.

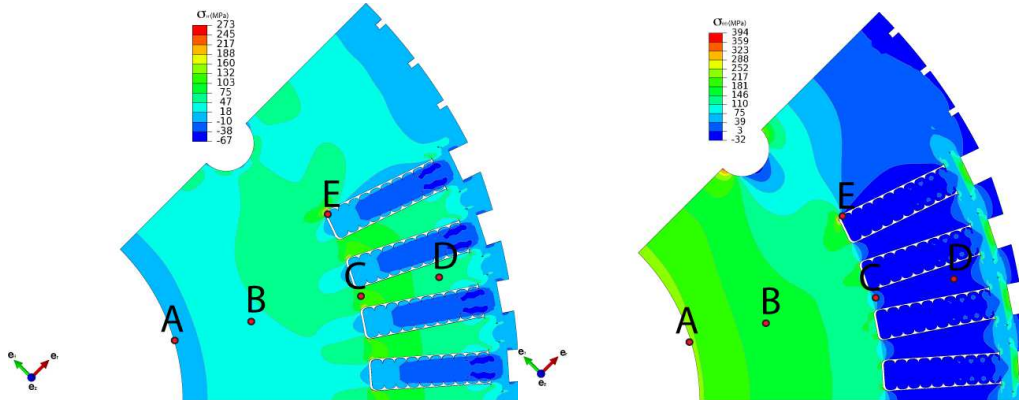


FIGURE 6: Distribution des contraintes radiale ( $\sigma_{rr}$ ) et tangentielle ( $\sigma_{\theta\theta}$ ) dans le rotor.

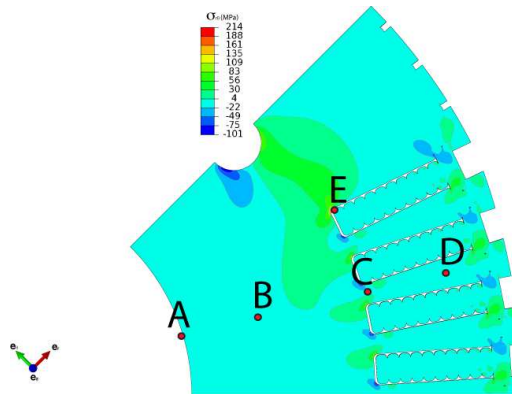


FIGURE 7: Distribution de la contrainte de cisaillement ( $\tau_{r\theta}$ ) dans le rotor.

Le tenseur des contraintes a été extrait et rapporté (3) pour quelques points particuliers A, B, C, D et E placés sur les figures précédentes. Le niveau des contraintes atteintes est proportionnel à la vitesse angulaire.

$$\begin{aligned} \sigma_A &= \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 220 \end{pmatrix} & \sigma_B &= \begin{pmatrix} 47 & 2 \\ 2 & 151 \end{pmatrix} & \sigma_C &= \begin{pmatrix} 95 & 0 \\ 0 & 73 \end{pmatrix} \\ \sigma_D &= \begin{pmatrix} 57 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} & \sigma_E &= \begin{pmatrix} 186 & 215 \\ 215 & 306 \end{pmatrix} & & \text{(MPa)} \end{aligned} \quad (3)$$

$\sigma_{rr}$  et  $\sigma_{\theta\theta}$  sont positifs sur toute la structure.  $\tau_{r\theta}$  est négligeable sur la quasi-totalité du rotor sauf dans la partie basse des dents où se situe l'emplacement des accidents géométriques tels que les congés de raccords (*e.g* point E). La bi-traction ( $\sigma_{rr} > 0$ ,  $\sigma_{\theta\theta} > 0$ ,  $\tau_{r\theta} = 0$ ) est la configuration la plus rencontrée dans la structure (*e.g* points B et C). La contrainte orthoradiale  $\sigma_{\theta\theta}$  est souvent la composante prédominante du tenseur des contraintes. Dans les dents du rotor,  $\sigma_{rr}$  devient la composante dominante du tenseur des contraintes (*e.g* point D). La zone proche de l'axe du rotor subit une contrainte de traction d'intensité élevée dans la direction orthoradiale (*e.g* point A), et les bords externes des dents ne sont presque pas sollicités. L'amplitude des contraintes est significative (de l'ordre de quelques dizaines de MPa) mais reste inférieure à la limite d'élasticité du matériau (approximativement 320 MPa). Cette analyse par éléments finis illustre la multiaxialité et la non-uniformité des états de contrainte dans le rotor d'une machine tournante.

Cependant, certains phénomènes mécaniques sont très locaux, et nécessiteraient une observation plus minutieuse, comme par exemple la présence des congés qui implique une zone de concentration de contraintes caractérisée par un facteur de "concentration de contrainte théorique"  $K_t$  pouvant atteindre 2 à 3. Enfin, les sollicitations mécaniques rencontrées s'apparentent plus à la fatigue à grand nombre de cycles qu'à une sollicitation statique, à cause des variations de vitesse et des cycles d'arrêt/démarrage du réacteur. On peut alors comprendre qu'une limite élastique de 320 MPa soit insuffisante au regard des niveaux de sollicitations identifiés dans ce cas très simplifié.

## 6 Organisation du mémoire

Les contributions originales apportées par ce travail de thèse et développées dans ce document portent sur la mise en place de méthodes de caractérisation du comportement magnéto-mécanique dissipatif uniaxial et multiaxial des nuances développées par Aperam et utilisées par Thales Avionics pour leurs applications aéronautiques. Pour ce faire, la machine triaxiale ASTRÉE du LMT-Cachan est utilisée en combinaison avec d'autres moyens expérimentaux, tel qu'un système de mesure magnéto-mécanique et des approches basées sur l'imagerie numérique pour le calcul des champs de déplacement par corrélation d'images numériques.

Par souci de comparaison avec des études antérieures et de comparaison avec le FeCo-2V, nous avons fait le choix de réaliser les mêmes essais avec un alliage Fe-3%Si à grains non orientés.

Le présent document s'articule autour de trois chapitres :

- Le premier chapitre traite du comportement des matériaux ferromagnétiques en général. Dans un premier temps on présentera le couplage magnéto-mécanique sous ses différents aspects. Les mécanismes d'aimantation et de magnétostriction aux différents échelles sont

présentés succinctement. Enfin un modèle multi-échelle multi-axial, décrivant le comportement d'un VER à partir de l'équilibre énergétique à l'échelle microscopique sera présenté. L'approche est fondée sur la comparaison des énergies libres de chaque domaine. Une comparaison probabiliste est faite pour déterminer les variables internes que sont les fractions volumiques des domaines. Ensuite, différentes stratégies envisageables pour modéliser la dissipation statique seront discutées.

- Le second chapitre est dédié à la campagne expérimentale menée pour la caractérisation du comportement des alliages Fe-3%Si à grains non orientés, du FeCo-2V de référence et du FeCo-2V FP sans chargement mécanique, sous sollicitation magnéto-mécanique uniaxiale et finalement sous chargement multi-axial. Dans ce chapitre on présentera également les principaux éléments expérimentaux qui ont été consacrés à l'observation des phénomènes magnétiques et mécaniques ;
- Nous présentons enfin l'approche magnéto-élastique que nous avons retenue visant à une meilleure considération de l'effet de la contrainte sur le comportement des matériaux ferromagnétiques. Les comparaisons modèle/essais sont présentées dans ce chapitre.

# Chapitre 1

## Couplage magnéto-élastique : état de l'art

### Sommaire

---

<b>1</b>	<b>Manifestations du couplage magnéto-élastique</b>	<b>12</b>
1.1	Observations	12
1.2	Influence d'un chargement élastique uniaxial	12
1.3	Influence d'un chargement élastique multiaxial	13
1.4	Effet d'anisotropie	15
<b>2</b>	<b>Configuration en domaines et évolutions typiques</b>	<b>16</b>
2.1	Mise en évidence des domaines magnétiques	16
2.2	Évolution de l'aimantation	17
2.3	L'hystérésis magnétique	17
2.4	Processus magnétostrictif	18
<b>3</b>	<b>Énergie libre et modélisation</b>	<b>19</b>
3.1	Bilan énergétique	19
3.2	Modélisation du couplage magnéto-mécanique	21
<b>4</b>	<b>Modèle multiéchelle et applications</b>	<b>26</b>
4.1	Énergie libre et équilibre d'un domaine magnétique	27
4.2	Principe du modèle	27
4.3	Comportement du monocristal	28
4.4	Passage au polycristal	28
4.5	Applications du modèle multiéchelle	29
4.6	Problèmes liés au modèle multiéchelle	30
<b>5</b>	<b>Conclusion</b>	<b>31</b>

---

## 1 Manifestations du couplage magnéto-élastique

L'effet d'une contrainte sur les propriétés magnétiques des matériaux a été mise en évidence au 19<sup>ème</sup> siècle par Villari. Cet effet est jugé physiquement important puisqu'on considère la contrainte comme un des trois facteurs majeurs pouvant affecter l'aimantation avec le champ magnétique et la température [Bozorth, 1951]. Depuis lors, de nombreux travaux ont été menés en vue de comprendre, maîtriser et utiliser cet effet de couplage. Le comportement magnétique est ainsi sensible à tout chargement mécanique. L'évolution observée sera différente en fonction du niveau de chargement, de sa direction et de sa nature (statique ou dynamique, uniaxial ou multiaxial).

### 1.1 Observations

Le couplage magnéto-mécanique implique l'existence d'interactions entre les états magnétique et mécanique du matériau. La manifestation de ces interactions dépend de la nature du chargement magnétique et/ou mécanique et des conditions de bord du matériau.

Le champ magnétique modifie l'équilibre magnétique ce qui se traduit par la modification de l'aimantation du matériau. Cette aimantation s'accompagne d'une déformation de magnétostriction qui agit sur l'équilibre mécanique : c'est la première manifestation du couplage entre les deux états. Quand on superpose à ce chargement magnétique une contrainte mécanique, le comportement magnétique du matériau change : c'est la deuxième manifestation du couplage magnéto-mécanique. La contrainte est également à l'origine d'une déformation de magnétostriction en absence du champ : c'est l'effet  $\Delta E$ .

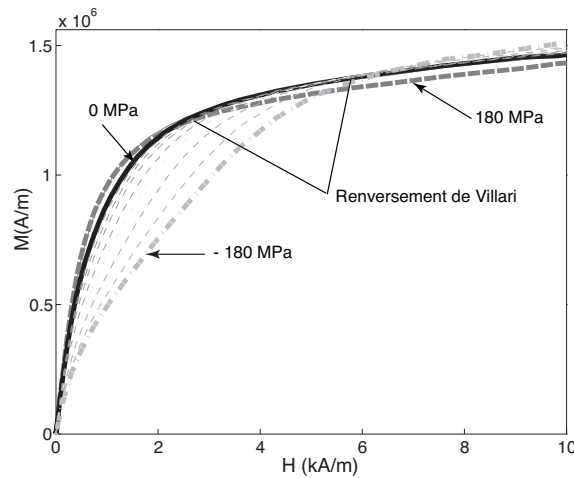
### 1.2 Influence d'un chargement élastique uniaxial

L'influence d'un chargement élastique sur des matériaux ferromagnétiques a été observé et discuté par de nombreux auteurs. Les évolutions de la courbe d'aimantation et du cycle d'hystérésis ont été reportées par Bozorth [Bozorth, 1951] et Cullity [Cullity, 1972]. D'autres auteurs ont étudié l'effet d'un chargement élastique uniaxial sur le bruit magnétique [Hug *et al.*, 2004], la perméabilité ou la magnétostriction [Makar et Tanner, 1998a]. Dans le cas d'un chargement magnéto-mécanique composé d'un champ magnétique  $\vec{H}$  et d'un champ de contrainte  $\sigma$ , l'évolution de l'aimantation  $\vec{M}$  du matériau est traduite par :

$$\vec{M} = \vec{M}(\vec{H}, \sigma) \quad (1.1)$$

A niveau de champ modéré, une contrainte uniaxiale de traction (appliquée dans la direction du champ) augmente la perméabilité du fer, une contrainte uniaxiale de compression la dégrade. Cet effet s'inverse dans d'autres matériaux (nickel). En outre, l'effet n'est généralement pas symétrique : dans le cas du nickel, une contrainte de compression de -70 MPa multiplie par deux la perméabilité initiale ; une traction de même amplitude la divise par dix.

D'autre part, l'effet peut dépendre du niveau de champ : pour le fer, une contrainte de traction améliore la perméabilité à faible champ mais la dégrade à niveau de champ plus élevé (fig. 1.1). Ce phénomène s'appelle "*l'effet Villari*" ou "*renversement de Villari (villari reversal)*". La déformation de magnétostriction est également sensible à la contrainte. Certains auteurs ont étudié l'évolution de la magnétostriction en fonction du champ magnétique en présence d'un chargement mécanique [Billardon et Hirsinger, 1995, Makar et Tanner, 1998b]. L'amplitude et la direction de



**FIGURE 1.1:** Acier bas carbone (0,18 wt%C) : Effet des contraintes sur l'aimantation [Lolloz et al., 2006]

la contrainte jouent un rôle. Dans le cas d'un chargement élastique, une contrainte uniaxiale de traction crée un allongement en supplément de la déformation élastique (une contraction dans le cas d'une compression), quel que soit le signe de la magnétostriction. La magnétostriction peut être exprimée selon :

$$\varepsilon^{\mu} = \varepsilon^{\mu}(\vec{H}, \sigma) \quad (1.2)$$

Cette écriture intègre notamment l'effet  $\Delta E$  : la magnétostriction conduit à une apparente perte de linéarité du comportement élastique des échantillons magnétiques désaimantés [Bozorth, 1951, Carr, 1969]. Il s'agit en réalité de la superposition de la déformation de magnétostriction (qui dépend non linéairement de la contrainte) à la déformation élastique lors de l'acquisition des déformations au cours d'un essai mécanique comme illustré sur la figure 1.2(a).

La figure 1.2(b) illustre l'effet  $\Delta E$ . Cette évolution peut être déduite de l'essai de traction ou mesuré directement lors de mesures magnétiques sous contrainte variable [Daniel et Hubert, 2009a]. Quand la contrainte appliquée devient suffisamment élevée, la déformation de magnétostriction tend à saturer.

### 1.3 Influence d'un chargement élastique multiaxial

Les essais mécaniques biaxiaux peuvent consister en des essais de traction/torsion, de pression interne, de traction/traction (le long de deux axes orthogonaux). On trouve à ce sujet dans la littérature un certain nombre de travaux de différents auteurs [Schneider et Richardson, 1982, Kashiwaya, 1991, Sablik *et al.*, 1994, Pearson *et al.*, 2000, Bulte et Langman, 2002, Maurel, 2002, Hubert *et al.*, 2005a].

Une procédure expérimentale a été mise en place pour pouvoir réaliser des mesures magnétiques sur des éprouvettes cruciformes de fer cobalt [Hubert, 2007]. Les échantillons sont soumis à différentes configurations de chargement biaxial.

Dans la configuration uniaxiale ( $\sigma_1 \neq 0$ ;  $\sigma_2 = 0$  – champ appliqué le long de la direction 1), on retrouve les résultats de l'essai uniaxial standard. La figure 1.3(a) illustre l'évolution du



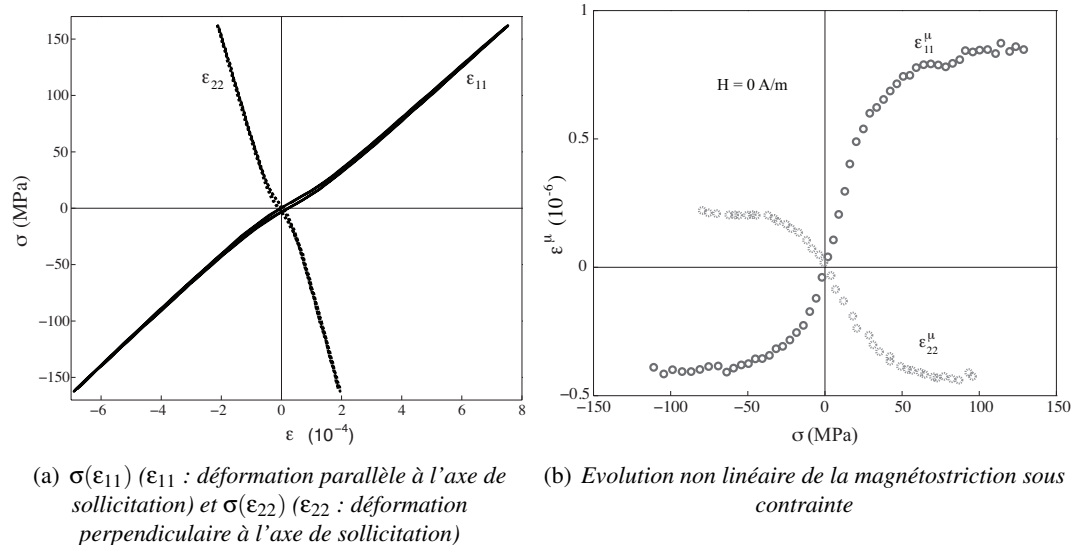


FIGURE 1.2: Fer cobalt : Illustration de l'effet  $\Delta E$  [Hubert et al., 2009].

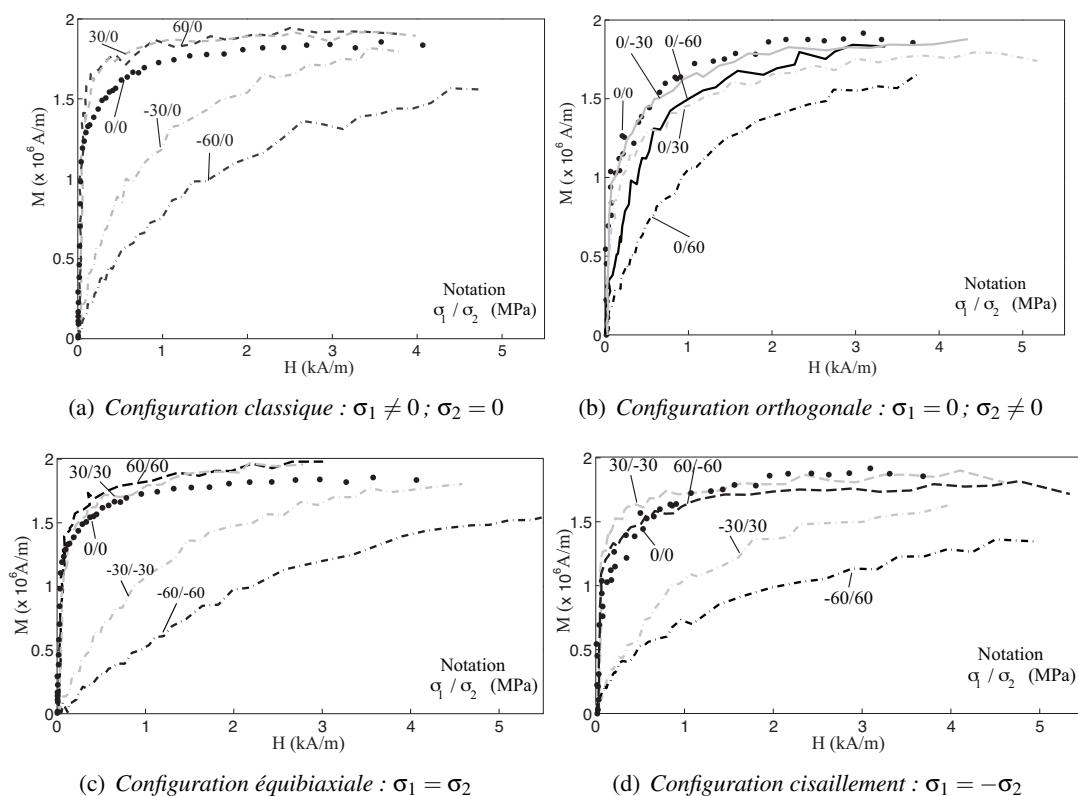


FIGURE 1.3: FeCo-2V R : Evolution du comportement anhystérétique  $M_{an}(H_{an})$  lors des essais biaxiaux [Hubert, 2007].

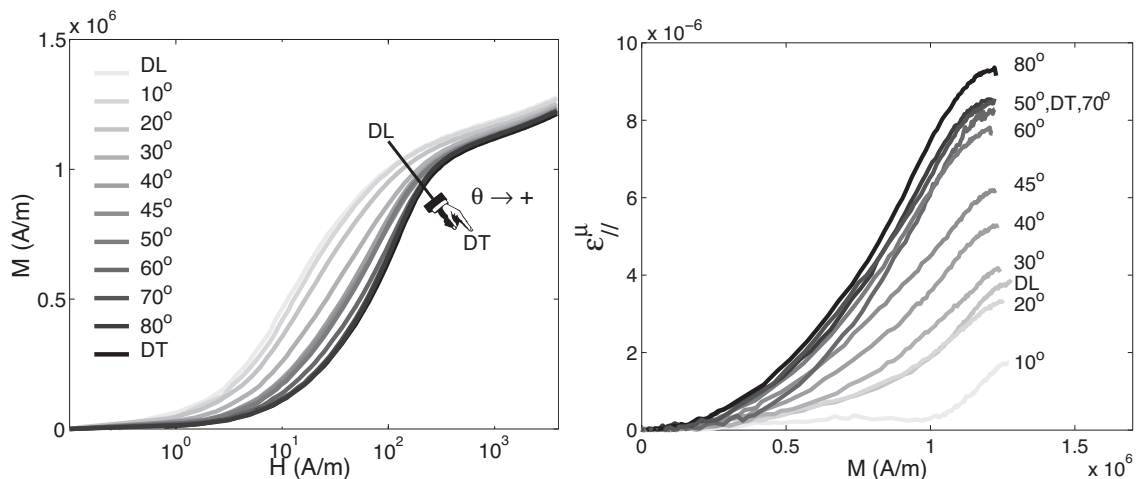
comportement magnétique qui connaît une faible amélioration sous contrainte de traction et une forte dégradation sous contrainte de compression.

Quand le chargement mécanique est orthogonal à la direction d'application du champ magnétique ( $\sigma_1 = 0$ ;  $\sigma_2 \neq 0$ ), nous observons que l'effet de la contrainte (que ce soit en traction ou en compression) est globalement plus faible. La susceptibilité magnétique est détériorée quelle que soit la situation (fig. 1.3(b)). On constate qu'une équi-bitraction ( $\sigma_1 = \sigma_2$ ) ou une équi-bicompresseion influencent le comportement magnétique de manière similaire à une traction et une compression uniaxiale (fig. 1.3(c)). Dans la configuration en cisaillement ( $\sigma_1 = -\sigma_2$ ), le chargement conduit également à une détérioration très élevée de la susceptibilité magnétique (fig. 1.3(d)).

Le principal enseignement de ces résultats expérimentaux est qu'il existe un effet majeur du niveau de contrainte le long de l'axe d'excitation et de mesure magnétique ; cet effet est particulièrement mis en évidence lorsque la contrainte le long de l'axe orthogonal est négative.

#### 1.4 Effet d'anisotropie

Dans un cristal, toutes les directions ne sont pas équivalentes. Les énergies mises en jeu vont faire apparaître, pour les moments magnétiques, des directions privilégiées. A faible champ magnétique, les moments adoptent des directions caractéristiques. Elles correspondent aux arêtes des mailles du cristal pour le fer et ses alliages. Le comportement magnétique est aussi sensible à la texture cristallographique qui caractérise certains matériaux magnétiques (tôles laminées). La texture conduit à une anisotropie du comportement magnétique (fig. 1.4(a)) et magnétostrictif (fig. 1.4(b)).



**FIGURE 1.4:** *Fe-3%Si NO : Evolution du comportement magnétique (a) et du comportement magnétostrictif (b) en fonction de l'orientation de mesure [Hubert et al., 2003]*

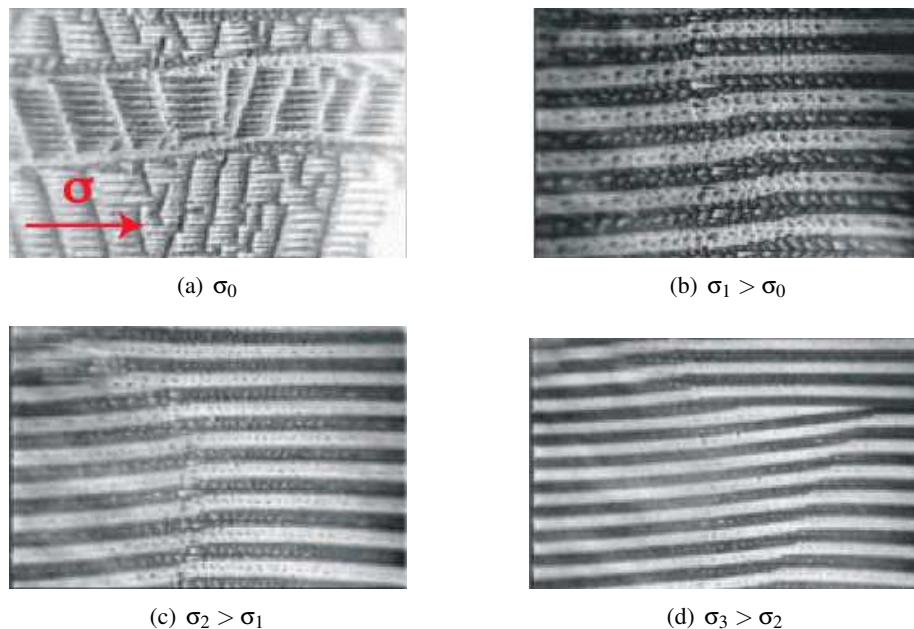
## 2 Configuration en domaines et évolutions typiques

### 2.1 Mise en évidence des domaines magnétiques

Tous les matériaux magnétiques sont des matériaux hétérogènes du point de vue de la structure magnétique. L'observation microscopique d'un matériau magnétique permet de mettre en évidence l'existence de "domaines magnétiques" [Bitter, 1932, Landau et Lifshitz, 1935] au sein desquels l'aimantation est uniforme et dirigée (en règle générale) selon un des axes du cristal considéré.

L'idée des domaines n'est pas récente, Pierre Weiss l'a mise en conjecture en 1907. Il a montré qu'un échantillon de taille macroscopique, afin de diminuer son énergie globale, se subdivise en de nombreuses régions aimantées à saturation (domaines) séparées par des frontières (parois de Bloch ou parois de Néel). En tout point du matériau, le vecteur aimantation microscopique, dont la direction peut changer, a le même module valant l'aimantation à saturation  $M_s$ . L'aimantation est orientée selon des orientations privilégiées appelées axes de "facile aimantation".

Pour visualiser les structures en domaines magnétiques, diverses méthodes existent. Les premières ont été développées à partir de poudres très fines par Bitter en 1931. En 1935, Landau et Lifshitz ont relié l'existence des domaines de Weiss aux figures de Bitter. Ils ont montré que ce n'était là qu'une conséquence naturelle de la minimisation des diverses énergies mises en jeu dans les corps ferromagnétiques. La figure 1.5 met en évidence cette configuration en domaines pour un Fe-3%Si à grains orientés. On peut voir sur cette figure que les domaines s'orientent et s'affinent parallèlement à la sollicitation appliquée. La fraction volumique des domaines de différentes orientations dépend du champ et de la contrainte.



**FIGURE 1.5:** *Fer silicium : Influence d'une contrainte mécanique d'amplitude croissante ; mesure par effet Kerr [Alves et Barrué, 2004].*

## 2.2 Évolution de l'aimantation

En absence de champ magnétique, le principe du minimum d'énergie se traduit par l'alignement de l'aimantation selon les axes de facile aimantation. On forme ainsi une structure en domaines. En appliquant un champ magnétique, l'équilibre initial est modifié. Le nouvel état d'équilibre est le résultat de deux mécanismes : le changement de la taille des domaines par déplacement des parois magnétiques et la rotation de l'aimantation dans les domaines. Ces deux mécanismes peuvent co-exister ou se dominer l'un l'autre en fonction des constantes d'anisotropie et du niveau de champ. Ainsi, dans les matériaux à forte anisotropie, le mouvement des parois est prédominant pour les champs faibles et la rotation apparaît pour des champs intenses. La fi-

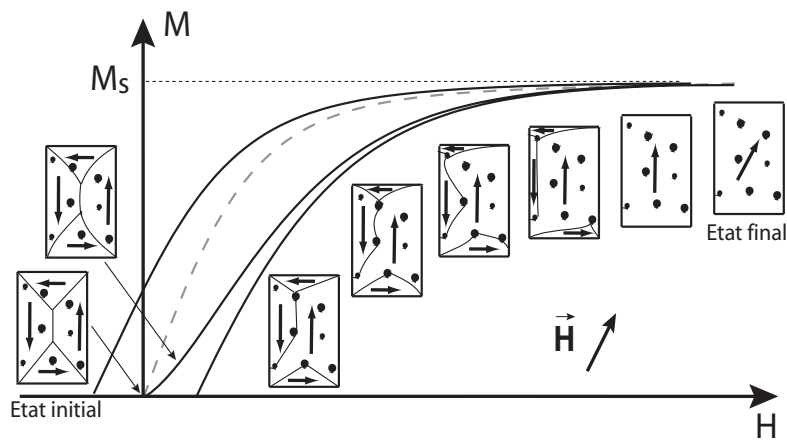


FIGURE 1.6: Schématisation du processus d'aimantation.

gure 1.6 illustre schématiquement l'évolution de l'aimantation macroscopique et de la structure en domaines magnétiques d'un tel matériau. Le début de la courbe d'aimantation, approximativement linéaire, est principalement dominé par des mécanismes de mouvement quasi-réversible des parois, on la note zone de Rayleigh. Il apparaît ensuite le déplacement irréversible des parois de domaines. Le volume des domaines dont les vecteurs  $\vec{M}$  forment le plus petit angle avec la direction du champ magnétique  $\vec{H}$  augmente au détriment des domaines adjacents d'orientation moins favorable. Lors du mouvement des parois, les domaines changent de taille. Le déplacement des parois et la variation d'aimantation associée sont généralement interrompues lorsque les parois se heurtent à des défauts de structure du matériau (impuretés, amas de dislocations, microfissures [Vonsovskii et Hardin, 1974]).

Le "coude" de la courbe d'aimantation annonce le début de la rotation de l'aimantation dans les domaines en direction du champ appliqué. La valeur de l'aimantation tend vers la limite théorique représentée par l'aimantation à saturation  $M_s$ .

## 2.3 L'hystérésis magnétique

La variation de l'induction et du champ dans les matériaux s'accompagne d'une évolution des énergies internes au cristal. Cette évolution n'est généralement pas un phénomène réversible. Le matériau est donc le siège de pertes. On appelle hystérésis les phénomènes ou les mécanismes irréversibles qui ont lieu lors de l'évolution de l'état du matériau.

Ce qui fait la complexité des phénomènes est leur dépendance à l'histoire thermomécanique et magnétique du matériau. Il ne suffit en effet pas de connaître les variables d'état extérieures au matériau pour établir un lien entre le champ et l'aimantation. Pour une valeur donnée du champ magnétique  $\vec{H}$ , plusieurs états stables de la matière sont possibles et par conséquent, plusieurs valeurs d'aimantation. La forme des courbes  $M(H)$  dépend également des formes d'onde du champ exciteur.

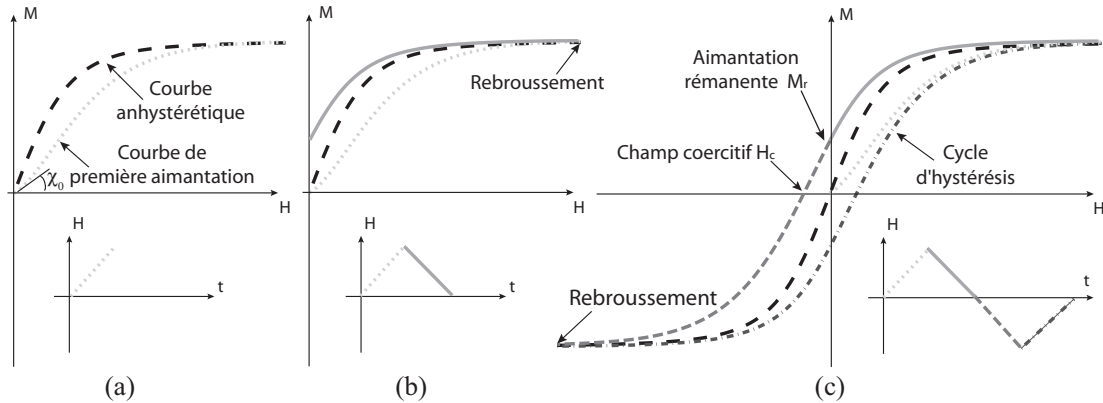


FIGURE 1.7: Cycle d'hystérésis et points caractéristiques.

La figure 1.7 montre un comportement cyclique représentatif d'un matériau magnétique doux. Au début du chargement périodique, la zone transitoire qui mène au cycle stabilisé est appelée courbe de première aimantation (courbe en pointillé sur la figure 1.7(a)). Lors de la diminution du champ appliqué, l'aimantation du matériau diminue, c'est le rebroussement du cycle. A la fin de la sollicitation cyclique, lorsque le niveau de champ appliqué est nul, il persiste une aimantation non nulle au sein du matériau. On parle d'aimantation rémanente  $M_r$ . Le matériau garde en mémoire son chargement magnétique. Le surplus de champ à appliquer dans le sens opposé pour atteindre l'état désaimanté est appelé champ coercitif  $H_c$ .

## 2.4 Processus magnétostrictif

Le processus magnétostrictif peut être décrit de manière analogue au processus d'aimantation.

Localement, la déformation  $\varepsilon^{tot} = \varepsilon^\mu + \varepsilon^{el}$  est la somme de deux déformations : la déformation élastique  $\varepsilon^{el}$  d'origine mécanique et la déformation de magnétostriction  $\varepsilon^\mu$ . La contrainte est associée linéairement à la déformation élastique via la loi de Hooke.  $\varepsilon^\mu$  désigne la déformation de magnétostriction "libre", c'est-à-dire la déformation d'origine magnétique qu'on observerait si le matériau pouvait se déformer librement. En réalité, des incompatibilités de déformation apparaissent en raison de l'hétérogénéité du matériau et du caractère généralement non compatible de  $\varepsilon^\mu$ .

### 3 Énergie libre et modélisation

#### 3.1 Bilan énergétique

A l'échelle de groupement d'atomes, l'état d'équilibre magnétique peut s'expliquer par la compétition de différents termes énergétiques [Hubert et Schäfer, 1998]. L'énergie libre s'écrit :

$$W = W_E + W_K + W_H + W_\sigma \quad (1.3)$$

- $W_E$  désigne l'énergie d'échange.
- $W_K$  désigne l'énergie d'anisotropie magnétocristalline.
- $W_H$  désigne l'énergie magnétostatique.
- $W_\sigma$  désigne l'énergie élastique.

Chaque domaine magnétique est caractérisé par son vecteur aimantation donné par :

$$\vec{M} = M_s \vec{\gamma} = M_s [\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3], \quad \text{avec } \gamma_1^2 + \gamma_2^2 + \gamma_3^2 = 1 \quad (1.4)$$

$\vec{\gamma}$  est un vecteur unitaire dont la direction est définie par ses trois cosinus directeurs  $\gamma_1, \gamma_2$  et  $\gamma_3$ .

#### Énergie d'échange :

L'énergie d'échange correspond à l'effet de couplage ferromagnétique entre atomes voisins qui tend à rendre uniforme l'aimantation. Elle s'écrit :

$$W_E = A (\overline{\text{grad} \vec{\gamma}})^2 \quad (1.5)$$

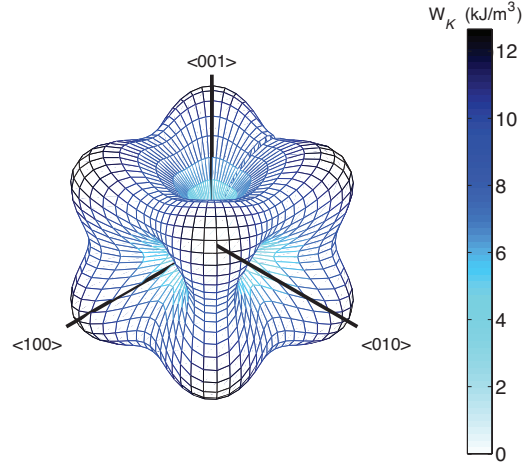
$A$  est la constante d'échange caractéristique du matériau considéré. L'énergie d'échange est nulle quand les variations spatiales de la direction de l'aimantation sont nulles.

#### Énergie d'anisotropie magnétocristalline :

Cette énergie est liée à l'existence des axes de facile aimantation dans le réseau cristallin. La rotation des moments magnétiques hors des axes de facile aimantation nécessite un surcoût en énergie. Pour les structures cubiques, l'énergie d'anisotropie s'écrit :

$$W_K = K_1 (\gamma_1^2 \gamma_2^2 + \gamma_2^2 \gamma_3^2 + \gamma_3^2 \gamma_1^2) + K_2 (\gamma_1^2 \gamma_2^2 \gamma_3^2) \quad (1.6)$$

Où  $K_1$  et  $K_2$  désignent les constantes d'anisotropie magnétocristalline, caractéristiques du matériau. Dans la plupart des cas  $K_1 > K_2$ , et par conséquent si  $K_1 > 0$  ("anisotropie positive", cas du fer), l'équilibre stable ( $W_K$  minimum) est obtenu pour la direction  $\langle 100 \rangle$ . En revanche si  $K_1 < 0$  "anisotropie négative" (cas du nickel) alors l'équilibre stable est obtenu pour la direction  $\langle 111 \rangle$ . La figure 1.8 illustre les variations spatiales de cette énergie pour un monocristal de Fe-3%Si ( $K_1 = 38 \text{ kJ.m}^{-3}$ ;  $K_2 = 0 \text{ kJ.m}^{-3}$ ).



**FIGURE 1.8:** *Fe-3%Si* : Distribution spatiale de l'énergie d'anisotropie magnétocristalline.

### Énergie magnétostatique :

L'énergie magnétostatique se divise habituellement en deux contributions [Gersdorf, 1960]. D'une part on considère l'énergie associée au champ magnétique appliqué  $\vec{H}$  ou énergie de Zeeman  $W_Z$ , celle-ci s'écrit :

$$W_Z = -\mu_0 \vec{H} \cdot \vec{M} \quad (1.7)$$

Ce terme énergétique tend à aligner la direction de l'aimantation avec celle du champ extérieur. Il est minimum quand l'aimantation est parallèle à  $\vec{H}$  et de même sens.

D'autre part, les variations spatiales d'aimantation créent un champ démagnétisant  $\vec{H}_d$  généralement opposé à l'aimantation. On associe à ce champ l'énergie démagnétisante  $W_D$  :

$$W_D = -\mu_0 \vec{H}_d \cdot \vec{M} \quad (1.8)$$

L'énergie magnétostatique s'écrit donc :

$$W_H = W_Z + W_D = -\mu_0 \vec{H} \cdot \vec{M} - \mu_0 \vec{H}_d \cdot \vec{M} = -\mu_0 \vec{H}_{\text{eff}} \cdot \vec{M} \quad (1.9)$$

On décompose ainsi essentiellement le champ en deux contributions : le champ extérieur appliqué  $\vec{H}$  et le champ démagnétisant  $\vec{H}_d$  provoqué par les variations spatiales d'aimantation.

$$\vec{H}_{\text{eff}} = \vec{H} + \vec{H}_d \quad (1.10)$$

$\vec{H}_{\text{eff}}$  est le champ effectif. Il représente le champ local. L'hétérogénéité de distribution d'orientation des grains peut conduire à ce que le champ vu par un grain diffère du champ appliqué macroscopique. En revanche la moyenne des champs locaux est égale au champ appliqué :  $\langle \vec{H}_{\text{eff}} \rangle = \vec{H}$ .

Notre protocole expérimental d'application du champ utilise des culasses de refermeture de flux qui limitent les effets démagnétisants macroscopiques (à l'échelle de l'éprouvette)

[Vieille, 2007]. Le champ démagnétisant global tend alors vers zéro. On peut donc admettre que le champ appliqué correspond au champ effectif.

Néanmoins, les variations locales d'aimantation créées par les mouvements de parois entre domaines magnétiques peuvent être à la source de champs démagnétisants locaux.

### Énergie élastique :

L'énergie élastique s'exprime en fonction du tenseur des contraintes  $\sigma$  et du tenseur d'élasticité local  $\mathbb{C}$  selon :

$$W_\sigma = \frac{1}{2} \sigma : \mathbb{C}^{-1} : \sigma \quad (1.11)$$

Cette expression ne fait pas apparaître explicitement le couplage mais la contrainte locale est la somme de la contrainte appliquée et des contraintes internes associées au caractère incompatible de la déformation de magnétostriction.

$$\sigma = \sigma_{ext} + \sigma_{inc} \quad (1.12)$$

Dans le cas d'un matériau à symétrie cubique, trois paramètres suffisent à décrire la déformation de magnétostriction. En admettant l'hypothèse de déformation isochoire [Hubert et Schäfer, 1998], ces paramètres se réduisent à deux.

Dans le repère cristallographique  $\mathcal{R}_c$  ([100]; [010]; [001]), la déformation de magnétostriction s'écrit :

$$\varepsilon^\mu = \frac{3}{2} \begin{bmatrix} \lambda_{100}((\gamma_1)^2 - \frac{1}{3}) & \lambda_{111}(\gamma_1\gamma_2) & \lambda_{111}(\gamma_1\gamma_3) \\ \lambda_{111}(\gamma_1\gamma_2) & \lambda_{100}((\gamma_2)^2 - \frac{1}{3}) & \lambda_{111}(\gamma_2\gamma_3) \\ \lambda_{111}(\gamma_1\gamma_3) & \lambda_{111}(\gamma_2\gamma_3) & \lambda_{100}((\gamma_3)^2 - \frac{1}{3}) \end{bmatrix}_{\mathcal{R}_c} \quad (1.13)$$

$\lambda_{100}$  et  $\lambda_{111}$  désignent les deux constantes magnétostrictives,  $\lambda_{100}$  (resp.  $\lambda_{111}$ ) étant égal à la déformation de magnétostriction mesurée dans la direction  $\langle 100 \rangle$  (resp.  $\langle 111 \rangle$ ) d'un monocristal lorsqu'il est aimanté à saturation suivant cette direction.

### Énergie totale :

L'énergie totale locale en présence d'un champ magnétique  $\vec{H}$  local et d'une contrainte  $\sigma$  locale s'écrit :

$$W_{tot} = A(\overline{\text{grad}}\vec{\gamma})^2 + K_1(\gamma_1^2\gamma_2^2 + \gamma_2^2\gamma_3^2 + \gamma_3^2\gamma_1^2) + K_2(\gamma_1^2\gamma_2^2\gamma_3^2) - \mu_0\vec{H} \cdot \vec{M} + \frac{1}{2} \sigma : \mathbb{C}^{-1} : \sigma \quad (1.14)$$

La microstructure magnétique adopte une configuration minimisant cette énergie.

## 3.2 Modélisation du couplage magnéto-mécanique

### 3.2.1 Approche micromagnétique

Le micromagnétisme est une approche théorique permettant de décrire le processus d'aimantation à une échelle suffisamment large pour remplacer les moments magnétiques atomiques par des fonctions continues, et suffisamment fine pour rendre compte des zones de transition entre



domaines magnétiques [Brown, 1963, Hubert et Schäfer, 1998]. Cette approche continue de la théorie du ferromagnétisme fait le lien entre la description quantique de la structure des spins et la théorie de l'électromagnétisme de Maxwell où les propriétés magnétiques du matériau sont décrites par des constantes volumiques homogènes (susceptibilité  $\chi$  et perméabilité  $\mu$ ).

### Micromagnétisme :

Il s'agit d'une approximation basée sur la minimisation d'une fonctionnelle énergétique. Cette minimisation par rapport à l'aimantation donne lieu à un état d'équilibre métastable associé à une configuration particulière de la structure magnétique. La contribution apportée par Brown [Brown, 1963] fut de définir une expression de l'énergie libre  $W_{tot}(\vec{m})$  ( $\vec{m}$  étant le vecteur aimantation microscopique) comme somme des contributions internes et externes :

$$W_{tot}(\vec{m}) = \int_{\Omega} W_H + W_E + W_A + W_D d\Omega \quad (1.15)$$

- $W_H$  traduit l'influence du champ appliqué sur les moments magnétiques. Il s'agit de l'énergie de Zeeman ;
- $W_E$  traduit l'interaction d'échange : la tendance des moments magnétiques voisins à s'aligner dans la même direction ;
- $W_A$  traduit la préférence des moments magnétiques à s'orienter dans certaines directions énergétiquement favorables (direction de symétrie du cristal) ;
- $W_D$  traduit l'interaction dipolaire. Celle-ci est liée à l'interaction mutuelle des moments magnétiques et à la géométrie du milieu (effets démagnétisants).

### Couplage magnéto-élastique :

La déformation totale  $\varepsilon^{tot} = \varepsilon^m + \varepsilon^e$ , dérivant d'un champ de déplacement  $\vec{u}$ , et la contrainte  $\sigma$  obéissant au principe fondamental de la dynamique, les champs mécaniques vérifient les équations suivantes :

$$\varepsilon = \frac{1}{2} (\nabla \vec{u} + \nabla^t \vec{u}) \quad \text{sur } \Omega : \text{ le domaine d'étude} \quad (1.16)$$

$$\vec{\nabla} \cdot \sigma = \vec{0} \quad \text{sur } \Omega \quad \text{en statique avec } \sigma = \mathbb{C} : \varepsilon^e \quad \text{sur } \Omega \quad (1.17)$$

Dans le cadre d'une approche couplée, les contributions liées à l'équilibre d'un milieu magnétique, mais aussi les contributions liées à l'équilibre d'un milieu déformable et les différentes interactions entre ces deux phénomènes participent à l'équilibre énergétique. L'énergie libre décrivant un milieu magnétique déformable prend alors la forme suivante :

$$W_{tot}(\vec{m}, \vec{u}) = \int_{\Omega} W_H + W_E + W_A + W_D + W_{\sigma} d\Omega \quad (1.18)$$

Le micromagnétisme est une approche qui permet de prédire avec précision l'évolution de la structure en domaines magnétiques lors d'un chargement magnéto-mécanique [Mballa Mballa, 2013]. Elle est basée sur une description physique des mécanismes d'interaction entre spins et champ extérieur. Elle donne accès à la résolution des problèmes couplés. C'est un outil essentiel pour la modélisation et la compréhension des interactions entre parois magnétiques et défauts ou de la modification de structure en domaines sous contrainte.

En raison de la complexité des problèmes physiques mis en équation, cette approche est cependant très coûteuse en ressource de calcul. Les problèmes sont à la fois difficiles à mettre en place numériquement et extrêmement longs à résoudre. Il est également nécessaire de définir de nombreuses conditions limites et de travailler sur un volume suffisamment étendu pour être représentatif d'un matériau réel. Ce dernier point rend à l'heure actuelle toute modélisation d'un comportement macroscopique hors d'accès de ces moyens de calculs. En raison de la difficulté liée au temps de calcul, la plupart des codes de calcul micromagnétique sont en 2D, ce qui constitue également une limite.

### 3.2.2 Modèle de Preisach couplé avec l'élasticité

D'autres modèles sont basés sur des approches phénoménologiques et statistiques tels que celui de Preisach [Preisach, 1935]. Ce modèle permet d'obtenir une bonne représentation des cycles d'hystérésis magnétique sous sollicitation uniaxiale.

#### Principe :

Il consiste à considérer que l'état magnétique du matériau peut être décrit par un ensemble d'entités magnétiques baptisées hystérons  $\gamma_{\alpha\beta}$ . Un hystéron passe d'une valeur négative  $-1$  à une valeur positive  $+1$  pour un champ magnétique  $\alpha$  et revient à la valeur négative pour un champ magnétique différent  $\beta$ . Chaque opérateur décrit un cycle dont la largeur est déterminée par la différence entre les deux valeurs  $\alpha$  et  $\beta$ . Pour modéliser le comportement d'un matériau particulier, il faut alors déterminer la distribution  $\mu(\alpha, \beta)$  des opérateurs (fig. 1.9).

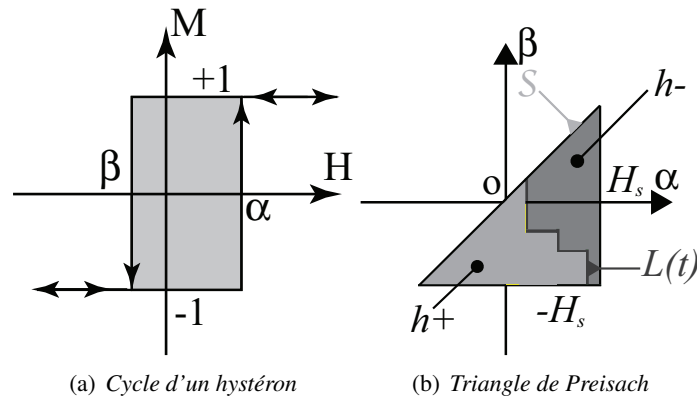


FIGURE 1.9: Cycle d'un hystéron.

L'aimantation vaut alors la moyenne des  $\gamma_{\alpha\beta}$  pondérés par la distribution  $\mu(\alpha, \beta)$ , l'évolution des  $\gamma_{\alpha\beta}$  étant fonction de toute l'histoire du matériau.

$$M(t) = \iint \gamma_{\alpha\beta} \mu(\alpha, \beta) [H(t)] d\alpha d\beta \quad (1.19)$$

Ce modèle scalaire fournit une bonne modélisation des cycles mineurs et a fait l'objet de différentes extensions : par exemple il est possible de considérer que la distribution de Preisach  $\mu(\alpha, \beta)$  dépend de l'aimantation ; il est également possible d'intégrer des effets dynamiques (courants de Foucault) [Bertotti, 1992].

### Couplage du modèle avec l'élasticité :

On trouve dans la littérature quelques tentatives de couplage du modèle de Preisach avec un chargement mécanique [Sipeky et Ivanyi, 2008], par exemple en considérant une influence de la contrainte sur la distribution des opérateurs  $\mu(\alpha, \beta, \sigma)$  [Bertotti, 1992], ou sur les valeurs de l'opérateur  $\gamma_{\alpha\beta}$  [Bergqvist et Engdahl, 1991]. Cependant, ces adaptations deviennent très complexes et nécessitent un grand nombre de données expérimentales. L'identification des paramètres de la distribution à partir des cycles d'hystérésis macroscopiques sous contraintes semble difficile [Rouve, 1996]. Introduire le couplage entre magnétisme et mécanique avec ce type de modèle suppose qu'il est possible de modéliser l'effet de l'état de contrainte sur chacun des opérateurs élémentaires. Le peu de sens physique donné à ces opérateurs et a fortiori à leur couplage avec l'état mécanique rend très difficiles ces tentatives de modélisation.

### 3.2.3 Approche thermodynamique des couplages magnéto-mécaniques

Plusieurs auteurs ont proposé de décrire macroscopiquement les phénomènes de couplage magnéto-mécanique [Gourdin, 1998, Besbes *et al.*, 2001, Azoum *et al.*, 2004, Azoum *et al.*, 2006, Fonteyn *et al.*, 2010], en s'inspirant notamment des travaux menés pour décrire le comportement ferroélectrique [Bassiouny *et al.*, 1988].

Pour une transformation réversible, la connaissance des différents termes énergétiques permet d'écrire la variation d'enthalpie libre volumique  $\Psi^*$  d'un matériau ferromagnétique sous contrainte comme la somme d'un terme d'origine magnétostatique, d'un terme de couplage magnéto-élastique et d'un terme entropique :

$$\rho \partial\Psi^* = \mu_0 M \partial H + \varepsilon^{tot} : \partial\sigma + \rho S \partial T \quad (1.20)$$

Où  $\rho$  désigne la masse volumique,  $\varepsilon^{tot}$  la déformation totale,  $\sigma$  la contrainte,  $S$  l'entropie et  $T$  la température. La déformation peut être répartie de la manière suivante :

$$\varepsilon^{tot} = \varepsilon^\mu + \varepsilon^{el} + \varepsilon^{th} \quad (1.21)$$

Où  $\varepsilon^\mu$ ,  $\varepsilon^{el}$  et  $\varepsilon^{th}$  désignent respectivement la déformation de magnétostriction, la déformation élastique et la déformation thermique. La relation traduisant le fait qu'une transformation réversible entre deux états est indépendante de l'ordre d'application du chargement s'écrit :

$$\frac{\partial^2\Psi}{\partial\sigma\partial H} = \frac{\partial^2\Psi}{\partial H\partial\sigma} \quad (1.22)$$

ce qui permet d'obtenir la relation [Bozorth, 1951] :

$$\mu_0 \frac{\partial M(H, \sigma)}{\partial\sigma} = \frac{\partial \varepsilon^\mu(H, \sigma)}{\partial H} \quad (1.23)$$

Par linéarisation autour d'un état de contrainte nul, on peut écrire [Gourdin, 1998] :

$$\mu_0 \frac{M(H, \sigma) - M(H, \sigma = 0)}{\sigma} = \frac{\partial \varepsilon^\mu(H, \sigma = 0)}{\partial H} \quad (1.24)$$

Cette relation permet d'interpréter simplement l'influence des contraintes mécaniques sur l'aimantation à partir des courbes de magnétostriction, et inversement. Cependant, ces relations ne sont rigoureuses que dans le cadre des transformations réversibles. Ces transformations correspondent :

- Au phénomène de gonflement de parois accrochées sur les défauts, au début de la courbe d'aimantation ;
- Aux rotations des moments magnétiques en dehors des directions de facile aimantation, pour des valeurs élevées du champ magnétique appliqué ;
- Au comportement anhystérétique, qui est le comportement réversible d'un matériau idéal associé au matériau étudié.

Si la transformation est irréversible, on ajoute l'inégalité de Clausius-Duhem :

$$-\rho \partial \Psi^* - \mu_0 \vec{H} \cdot \partial \vec{M} - \sigma : \varepsilon - \rho T \partial S \geq 0 \quad (1.25)$$

L'effet des contraintes sur les propriétés magnétiques est alors plus difficile à estimer. Il convient de définir un certain nombre de variables internes représentatives des phénomènes dissipatifs. Ensuite, il est possible de postuler l'existence d'un pseudo-potential de dissipation, et d'une surface seuil délimitant le début des transformations irréversibles induites par les contraintes ou le champ magnétique. En suivant cette démarche, on peut alors mettre en évidence un effet de l'ordre d'application de la contrainte et du champ magnétique.

### 3.2.4 Modèle de Jiles-Atherton

Le modèle de Jiles-Atherton [Jiles et Atherton, 1984, Jiles *et al.*, 1992, Jiles, 1993] utilise des considérations énergétiques pour formuler une loi de comportement hystérétique globale d'un matériau ferromagnétique. Il utilise une loi de Langevin pour modéliser la courbe d'aimantation anhystérétique. La principale source d'hystérésis considérée est l'interaction des parois de domaines magnétiques avec des défauts (dislocations, inclusions, inhomogénéités). Si la densité de défauts est constante, la quantité de défauts traversés par une paroi sera proportionnelle au volume balayé par celle-ci, et donc à la variation d'aimantation. On peut alors considérer que l'énergie dissipée par accrochage des parois sur les défauts est proportionnelle à la variation d'aimantation, d'où :

$$\partial E_{def} = \mu_0 k \partial M \quad (1.26)$$

Où  $k$  est un coefficient caractérisant l'ancrage (densité de défauts, énergie dissipée par défaut). La variation d'énergie magnétique s'écrit sous la forme :

$$\partial E_{mag} = \mu_0 M \partial H \quad (1.27)$$

L'énergie  $E_f$  fournie au matériau se divise en une énergie stockée de façon réversible et une énergie dissipée. Dans le cas où le comportement du matériau est anhystérétique, cette même énergie est entièrement stockée de façon réversible.

$$\partial E_f = \mu_0 M(H) \partial H + \partial E_{def} = \mu_0 M_{an}(H) \partial H \quad (1.28)$$

On obtient :

$$\frac{\partial M}{\partial H} = \frac{M_{an}(H) - M(H)}{k} \quad (1.29)$$

Où  $M_{an}(H)$  représente l'aimantation anhystérétique. On peut obtenir une expression plus fine en tenant compte d'un champ magnétique local (effectif)  $H_e$  :

$$H_e = H + \alpha M \quad (1.30)$$

Le champ appliqué  $H$  est corrigé d'une quantité  $\alpha M$  représentant les interactions entre domaines. En introduisant de plus un terme d'aimantation réversible qui permet de tenir compte de la déformation réversible des parois accrochées sur les défauts, l'aimantation  $M$  est décomposée en partie irréversible et réversible tel que [Jiles et Atherton, 1986]

$$M = M_{irr} + M_{rev} \quad (1.31)$$

Avec

$$M_{rev} = c(M_{an} - M_{irr}) \quad (1.32)$$

La loi d'évolution de l'aimantation devient alors :

$$\frac{\partial M}{\partial H} = \frac{M_{an} - M_{irr}}{k - \alpha(M_{an} - M_{irr})} + c \left( \frac{\partial M_{an} - \partial M_{irr}}{\partial H} \right) \quad (1.33)$$

Les constantes  $c$  et  $\alpha$  représentent respectivement à l'échelle macroscopique l'élasticité des parois magnétiques et un terme caractéristique de la microstructure magnétique.

#### Couplage du modèle avec l'élasticité :

L'effet d'une contrainte uniaxiale est obtenu par l'intermédiaire de la relation de Gibbs [Sablík et Jiles, 1993] :

$$G = U - TS + \frac{3}{2}\lambda\sigma \quad (1.34)$$

Où  $G$  est l'enthalpie libre,  $U$  l'énergie interne,  $\sigma$  la contrainte, et  $\lambda$  la déformation de magnétostriction. L'énergie interne  $U$  est considérée comme étant l'énergie d'interaction des domaines magnétiques :

$$U = \frac{1}{2} \mu_0 \alpha M^2 \quad (1.35)$$

On définit alors un champ équivalent  $H_\sigma$  produisant le même effet sur l'aimantation que la contrainte appliquée.

$$H = \frac{\partial \sigma}{\mu_0 M} = H_D + H_\sigma = \alpha M + \frac{\sigma}{\mu_0} \left( \frac{\partial \lambda}{\partial M} \right)_T \quad (1.36)$$

On obtient :

$$H_\sigma = \frac{3}{2} \frac{\sigma}{\mu_0} \left( \frac{\partial \lambda}{\partial M} \right)_T \quad (1.37)$$

Cet effet est appliqué uniquement sur l'expression de la courbe anhystérique.

## 4 Modèle multiéchelle et applications

La modélisation retenue dans le cadre de cette thèse provient d'une description microscopique réversible du comportement magnéto-élastique [Buiron *et al.*, 1999, Daniel et Galopin, 2008, Daniel *et al.*, 2008]. Cette description est basée sur l'écriture à l'échelle du domaine magnétique de l'énergie libre définie au paragraphe 3.1. On a recours à des règles de transition d'échelle pour définir le comportement d'un volume élémentaire représentatif (VER). Nous allons décrire dans un premier temps les variables internes et la formulation du modèle à l'échelle locale.

#### 4.1 Énergie libre et équilibre d'un domaine magnétique

Un domaine magnétique noté  $\alpha$  est une sous-structure d'un monocristal noté  $g$ . Il est défini par une aimantation  $\vec{M}_\alpha$  dont la norme est l'aimantation à saturation  $M_s$  (1.38) et par un tenseur de magnétostriction  $\varepsilon_\alpha^\mu$  (1.39), rappelés ici :

$$\vec{M}_\alpha = M_s \begin{bmatrix} \gamma_{\alpha 1} \\ \gamma_{\alpha 2} \\ \gamma_{\alpha 3} \end{bmatrix} \quad (1.38)$$

$$\varepsilon_\alpha^\mu = \frac{3}{2} \begin{bmatrix} \lambda_{100}((\gamma_{\alpha 1})^2 - \frac{1}{3}) & \lambda_{111}(\gamma_{\alpha 1}\gamma_{\alpha 2}) & \lambda_{111}(\gamma_{\alpha 1}\gamma_{\alpha 3}) \\ \lambda_{111}(\gamma_{\alpha 1}\gamma_{\alpha 2}) & \lambda_{100}((\gamma_{\alpha 2})^2 - \frac{1}{3}) & \lambda_{111}(\gamma_{\alpha 2}\gamma_{\alpha 3}) \\ \lambda_{111}(\gamma_{\alpha 1}\gamma_{\alpha 3}) & \lambda_{111}(\gamma_{\alpha 2}\gamma_{\alpha 3}) & \lambda_{100}((\gamma_{\alpha 3})^2 - \frac{1}{3}) \end{bmatrix} \quad (1.39)$$

$\gamma_{\alpha i}$  figurent les cosinus directeurs de l'aimantation,  $\lambda_{100}$  et  $\lambda_{111}$  sont les déformations de magnétostriction à saturation le long des directions  $\langle 100 \rangle$  et  $\langle 111 \rangle$ . L'aimantation et la déformation dans un domaine magnétique sont supposées uniformes. L'uniformité de l'aimantation implique que l'énergie d'échange est nulle. La topologie des domaines étant inconnue, on fait l'hypothèse que le champ par domaine est égal au champ appliqué au monocristal ( $\vec{H}_\alpha = \vec{H}_g$ ). On aboutit à une écriture simplifiée de l'énergie de champ :

$$W_H = -\mu_0 \vec{M}_\alpha \vec{H}_g \quad (1.40)$$

L'état de contrainte par domaine ( $\sigma_\alpha$ ) est une fonction complexe de la contrainte appliquée au grain ( $\sigma_g$ ) et du tenseur de magnétostriction ( $\varepsilon_\alpha^\mu$ ). On montre [Daniel *et al.*, 2008], en utilisant une hypothèse de déformation homogène par monocristal, que l'énergie élastique par domaine se réduit, à une constante près, à :

$$W_\sigma^\alpha = -\sigma_g : \varepsilon_\alpha^\mu \quad (1.41)$$

L'énergie totale d'un domaine  $\alpha$  vaut alors :

$$W_{tot}^\alpha = -\mu_0 \vec{M}_\alpha \vec{H}_g - \sigma_g : \varepsilon_\alpha^\mu + K_1((\gamma_{\alpha 1}\gamma_{\alpha 2})^2 + (\gamma_{\alpha 1}\gamma_{\alpha 3})^2 + (\gamma_{\alpha 2}\gamma_{\alpha 3})^2) + K_2(\gamma_{\alpha 1}\gamma_{\alpha 2}\gamma_{\alpha 3})^2 \quad (1.42)$$

Pour décrire l'état magnétique d'un domaine, il suffit de connaître la direction  $\vec{\gamma}^\alpha$  de son aimantation  $\vec{M}_\alpha$ .

#### 4.2 Principe du modèle

Chaque monocristal est divisé en familles de domaines. Chaque famille  $\alpha$  est associée à une orientation particulière de l'aimantation  $\vec{M}_\alpha$ . Dans les premières versions du modèle [Buiron *et al.*, 1999, Buiron, 2000, Daniel, 2003, Daniel *et al.*, 2008] on considérait un nombre de familles égal au nombre de directions de facile aimantation (6 ou 8). L'orientation de l'aimantation dans ces familles était déterminée par minimisation de l'énergie libre (1.42) afin de pouvoir intégrer le processus de rotation de l'aimantation. Ce processus de minimisation étant cependant coûteux en temps de calcul, il a été contourné en choisissant de considérer un très grand nombre de familles de domaines couvrant l'ensemble des directions de l'espace [Daniel et Galopin, 2008].

On utilise pour cela un pavage de la sphère unité comptant 10 242 orientations. On introduit ensuite la variable interne  $f_\alpha$  correspondant à la fraction volumique de la famille de domaines  $\alpha$ .

Le calcul de la fraction volumique est basé sur une formulation explicite qui repose sur une fonction de Boltzmann à un seul paramètre [Buiron *et al.*, 1999] :

$$f_\alpha = \frac{\exp(-A_s \cdot W_{tot}^\alpha)}{\sum_\alpha \exp(-A_s \cdot W_{tot}^\alpha)} \quad (1.43)$$

On vérifie naturellement que :

$$\sum_\alpha f_\alpha = 1 \quad (1.44)$$

$A_s$  est un paramètre d'ajustement qui permet d'introduire phénoménologiquement les effets ignorés par la modélisation : la non homogénéité du champ magnétique et du champ de contraintes dans le monocristal ainsi que l'énergie associée aux parois. Il peut être identifié à partir des courbes d'aimantation à champ faible. On montre que [Daniel, 2003] :

$$A_s = \frac{3\chi_0}{\mu_0 M_s^2} \quad (1.45)$$

$\chi_0$  représente la susceptibilité initiale du matériau.

L'utilisation d'un seul paramètre régulateur implique que la contrainte et le champ ont une influence identique sur le comportement du monocristal. [Vieille, 2007] a montré qu'il était possible de séparer les effets de la contrainte de ceux du champ magnétique pour une modélisation plus fine [Daniel *et al.*, 2007].

### 4.3 Comportement du monocristal

Le comportement élastique étant homogène à l'intérieur d'un monocristal, la déformation de magnétostriction moyenne (1.46) est égale à la moyenne des déformations de magnétostriction de chacun des domaines. La même règle d'homogénéisation s'applique pour le calcul de l'aimantation moyenne (1.47). Ainsi, à chaque point de chargement mécanique et/ou magnétique ( $\vec{H}_g, \sigma_g$ ) correspond une aimantation moyenne et un tenseur de déformation moyen.

$$\varepsilon_g^\mu = \langle \varepsilon_\alpha^\mu \rangle = \sum_\alpha f_\alpha \varepsilon_\alpha^\mu \quad (1.46)$$

$$\vec{M}_g = \langle \vec{M}_\alpha \rangle = \sum_\alpha f_\alpha \vec{M}_\alpha \quad (1.47)$$

### 4.4 Passage au polycristal

Les interactions entre grains d'un polycristal sont prises en compte par l'usage des techniques d'homogénéisation. Afin de définir le comportement d'un VER, le monocristal est incorporé dans un modèle polycristallin auto-cohérent. Cette approche auto-cohérente a été détaillée précédemment [Daniel *et al.*, 2008, Daniel *et al.*, 2014]. Elle est brièvement rappelée ci-après. Le chargement magnéto-mécanique local ( $\sigma_g$  pour les contraintes locales et  $\vec{H}_g$  pour le champ magnétique) est dérivé du chargement magnéto-mécanique macroscopique ( $\sigma_m$  la contrainte macroscopique et  $\vec{H}_m$  le champ magnétique) en utilisant les équations de localisation (1.48) et (1.49) :

$$\sigma_g = \mathbb{B}_g^\sigma : \sigma_m + \mathbb{L}_g^\sigma : (\varepsilon_m^\mu - \varepsilon_g^\mu) \quad (1.48)$$

$$\vec{H}_g = \mathbb{A}_g^H : H_m + \mathbb{M}_g^H : (\vec{M}_m - \vec{M}_g) \quad (1.49)$$

$\mathbb{B}_g^\sigma$  et  $\mathbb{A}_g^H$  sont les opérateurs de localisation élastiques et magnétiques.  $\mathbb{L}_g^\sigma$  et  $\mathbb{M}_g^H$  sont les tenseurs d'incompatibilité élastiques et magnétiques définissant l'effet des incompatibilités consécutives à la différence de comportement entre un grain isolé et le milieu environnant. Ces tenseurs (d'ordre quatre pour  $\mathbb{B}$  et  $\mathbb{L}$  et d'ordre deux pour  $\mathbb{A}$  et  $\mathbb{M}$ ) dépendent de l'orientation cristallographique du grain considéré. Les différents opérateurs dépendent notamment de la raideur du tenseur d'élasticité  $C_{ij}$  du monocristal. Les équations (1.48) et (1.49) font usage de la déformation de magnétostriction macroscopique  $\varepsilon_m^\mu$  et de l'aimantation macroscopique  $\vec{M}_m$  de sorte que le système est auto-cohérent. Une fois le chargement magnéto-mécanique local  $(\sigma_g, \vec{H}_g)$  déterminé, le modèle monocristallin est appliqué pour obtenir la déformation de magnétostriction  $\varepsilon_g^\mu$  et l'aimantation  $\vec{M}_g$  à l'échelle du monocristal. Des opérations de moyenne volumique permettent ensuite de définir ces grandeurs à l'échelle macroscopique :

$$\vec{M}_m = \langle {}^t \mathbb{A}_g^H \cdot \vec{M}_g \rangle_m \quad (1.50)$$

$$\varepsilon_m^\mu = \langle {}^t \mathbb{B}_g^\sigma : \varepsilon_g^\mu \rangle_m \quad (1.51)$$

Le déformation macroscopique élastique  $\varepsilon_m^{el}$  (obtenue en utilisant la loi de Hooke macroscopique) peut être ajoutée à la déformation de magnétostriction pour obtenir la déformation macroscopique totale  $\varepsilon_m$ .

#### 4.5 Applications du modèle multiéchelle

Le modèle multiéchelle magnéto-mécanique est un outil puissant ; il permet de simuler le comportement magnéto-mécanique quasi-statique d'une multitude de matériaux. Sa structuration peut également être utilisée pour simuler d'autres aspects du comportement magnétique.

La figure 1.10 montre une comparaison entre essai et simulation multiéchelle du comportement magnétique d'un ferrite NiZn présentant une magnétostriction négative et soumise à une contrainte uniaxiale [Vieille, 2007, Daniel *et al.*, 2007]. Essais et simulations sont en bon accord. On constate que le modèle respecte les tendances liées à l'effet d'une contrainte (fig. 1.10(a)). En ce qui concerne le comportement magnétostrictif (figs. 1.10(b) et 1.10(c)), l'effet d'une contrainte est bien restitué, y compris l'effet  $\Delta E$  (fig. 1.10(d)).

Il est actuellement envisageable d'utiliser le modèle multiéchelle pour obtenir le comportement hystérétique d'un matériau magnétique. Quelques tentatives ont été effectuées pour étendre le modèle multiéchelle au comportement hystérétique [Rizzo, 2012]. Cette formulation inspirée du modèle original de Hauser [Hauser, 1994] permet de rendre compte de la partie quasistatique de la dissipation à partir des fractions volumiques de domaines issues du modèle multiéchelle réversible et de deux paramètres d'ajustement  $k_r$  et  $k_a$ . Nous reviendrons sur ce modèle dans le chapitre 3. On présente sur la figure 1.11(a) les cycles d'hystérésis mesurées sur des échantillons parallélépipédique de fer pur (2 mm d'épaisseur, 15 mm de largeur et 150 mm de long) en fonction du champ appliqué sous différents niveaux de contrainte suivant le sens longitudinal des éprouvettes. La figure 1.11(b) présente la modélisation correspondante. On peut souligner la capacité du modèle à prendre en compte l'effet du champ et de la contrainte. L'influence de la compression sur la forme des cycles est bien représentée par le modèle. D'un point de vue qualitatif la prédiction des cycles d'hystérésis par le modèle multiéchelle semble donc satisfaisante.



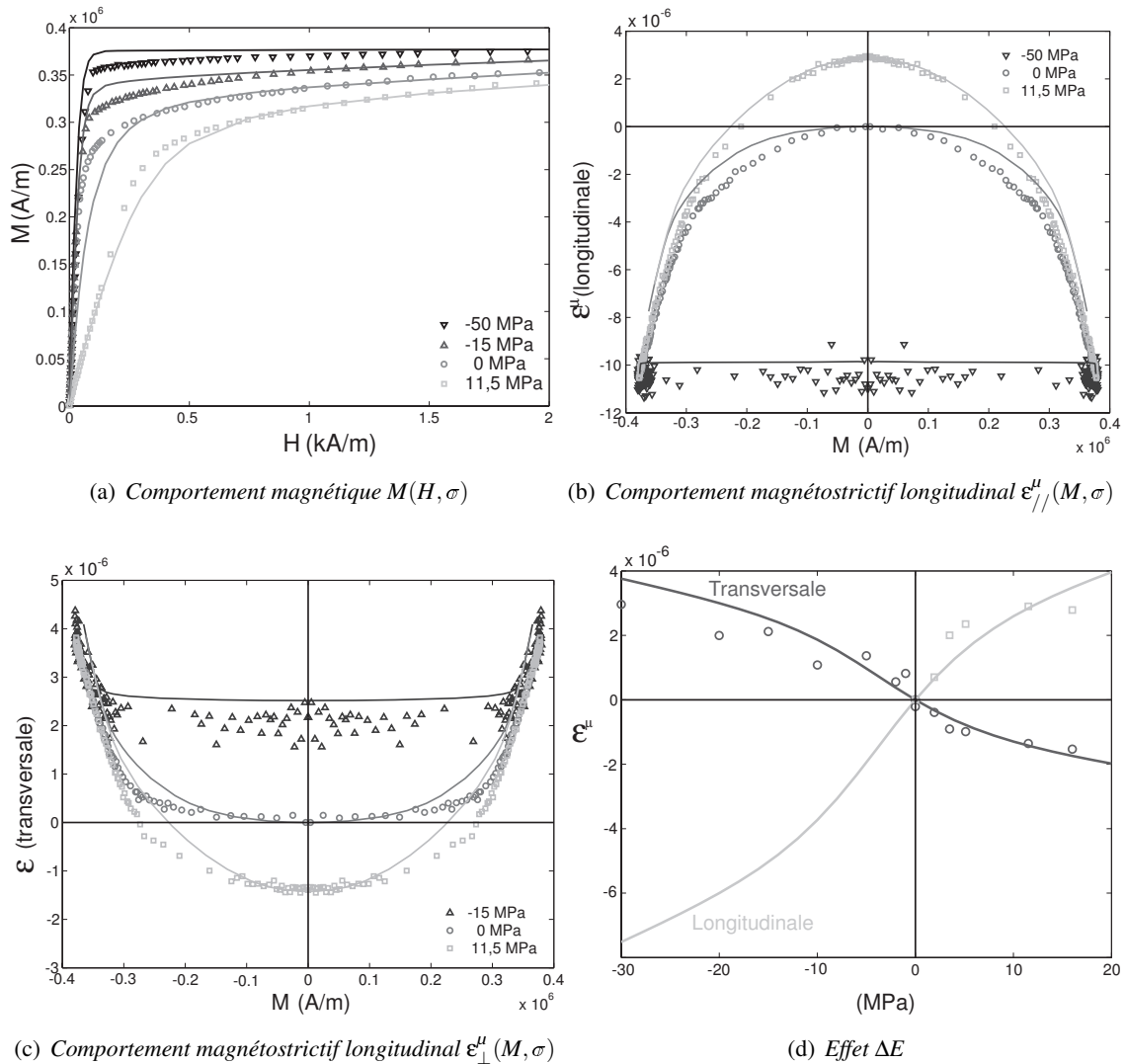
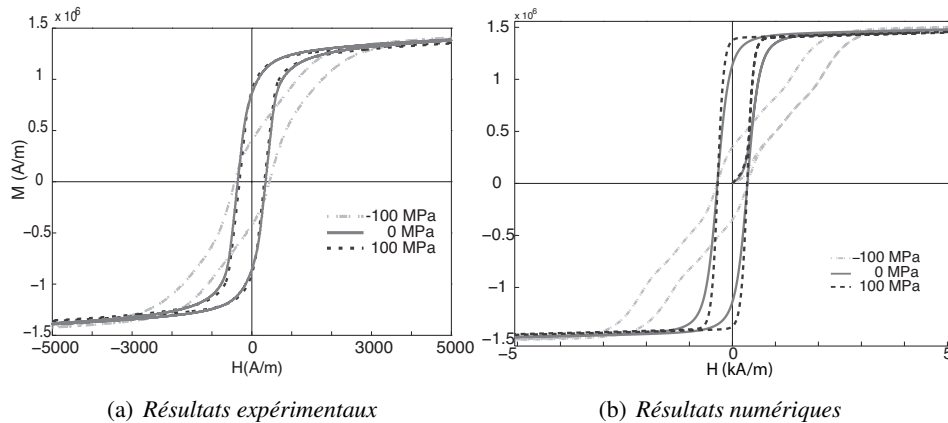


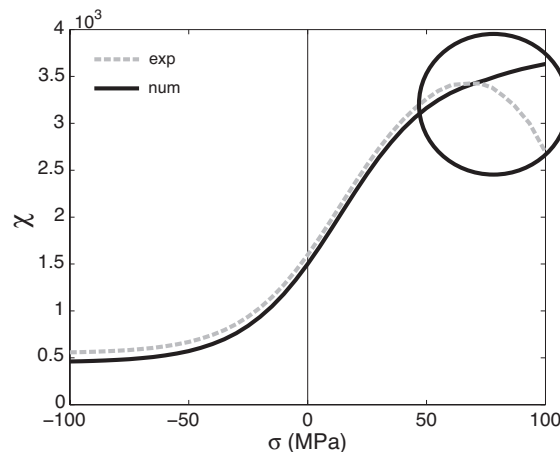
FIGURE 1.10: Ferrite Nickel Zinc : Confrontations essais (points)/modèle multiéchelle (lignes) [Vieille, 2007].

#### 4.6 Problèmes liés au modèle multiéchelle

- Le modèle multiéchelle a été extensivement appliqué à des tôles en alliages de Fe-3%Si NO [Buiron, 2000, Daniel, 2003, Billardon *et al.*, 2003, Daniel *et al.*, 2004, Hubert *et al.*, 2005b, Hubert et Daniel, 2006]. Alors que l'effet des contraintes sur la magnétostriction et l'effet d'une contrainte de compression sur l'aimantation sont correctement modélisés, l'effet d'une contrainte de traction sur l'aimantation ne l'est pas. Contrairement aux observations expérimentales, l'évolution de la susceptibilité magnétique modélisée est en effet monotone en fonction de la contrainte de traction (fig. 1.12). Il est nécessaire de revoir certains aspects du modèle pour prendre en compte la chute de susceptibilité à contrainte de traction élevée. La faiblesse de la modélisation semble liée à une description insuffisante des évolutions de microstructure en domaines sous contraintes.



**FIGURE 1.11:** Fer pur : Modélisation des cycles quasi-statiques d'un polycristal soumis à différents chargements élastiques [Rizzo, 2012].



**FIGURE 1.12:** Problématique liée à l'évolution de la susceptibilité en fonction de la contrainte.

- La dépendance du champ coercitif à la contrainte appliquée est aussi une caractéristique à intégrer dans la modélisation. Cet aspect était jusqu'à présent ignoré [Rizzo, 2012]. Des solutions de modélisation seront présentées dans le chapitre 3.

## 5 Conclusion

Nous avons vu dans cette première partie les nombreux aspects de la manifestation du couplage magnéto-mécanique. De nombreux auteurs ont tenté, et tentent toujours de définir les facteurs aggravants ou bénéfiques entrant en jeu dans les phénomènes de couplage magnéto-mécanique. Ce sujet reste un domaine largement ouvert.

On trouve dans la littérature de nombreux essais réalisés sur éprouvettes uniaxiales pour tenter de mieux comprendre le phénomène de couplage magnéto-mécanique. Les sollicitations appliquées sur ce genre d'éprouvettes sont rarement représentatives des sollicitations en service appliquées aux structures réelles. Les essais multiaxiaux sont en revanche peu courants.

Le chapitre qui suit présente une campagne expérimentale menée sur éprouvettes 1D et 2D soumises à des sollicitations magnéto-mécaniques et vise ainsi à caractériser l'influence de la multiaxialité sur le comportement magnéto-mécanique.

## Chapitre 2

# Caractérisation expérimentale du comportement magnéto-mécanique

### Sommaire

---

<b>1</b>	<b>Introduction</b> . . . . .	<b>34</b>
<b>2</b>	<b>Protocole expérimental</b> . . . . .	<b>34</b>
2.1	Protocole expérimental pour les mesures de référence . . . . .	34
2.2	Banc de mesure magnéto-mécanique sous contrainte uniaxiale . . . . .	36
2.3	Banc de mesure magnéto-mécanique sous contrainte biaxiale . . . . .	41
<b>3</b>	<b>Caractérisation magnétique sans chargement mécanique</b> . . . . .	<b>50</b>
3.1	Fer silicium à grains non orientés . . . . .	50
3.2	Fer cobalt . . . . .	51
<b>4</b>	<b>Comportement magnéto-élastique uniaxial</b> . . . . .	<b>56</b>
4.1	Comportement magnéto-élastique uniaxial du fer silicium . . . . .	56
4.2	Comportement magnéto-élastique uniaxial du fer cobalt . . . . .	59
<b>5</b>	<b>Comportement magnéto-élastique biaxial</b> . . . . .	<b>65</b>
5.1	Comportement magnéto-élastique biaxial du fer silicium . . . . .	65
5.2	Comportement magnéto-élastique biaxial du fer cobalt . . . . .	73
<b>6</b>	<b>Influence de la vitesse angulaire sur les pertes rotoriques : application industrielle</b>	<b>79</b>
<b>7</b>	<b>Conclusion</b> . . . . .	<b>82</b>

---

## 1 Introduction

On souhaite, dans ce chapitre, caractériser le comportement couplé de différents matériaux ferromagnétiques. Des mesures magnétiques ont été réalisées sans chargement mécanique, sous chargement mécanique uniaxial, et sous chargement mécanique multiaxial. Un montage de mesures magnétiques spécifique a dû être mis en œuvre pour s'adapter à la géométrie des éprouvettes et notamment pour éviter le risque de flambement. Nous nous focaliserons sur un couplage particulier, qui est l'influence de l'état mécanique sur le comportement magnétique de tôles en alliage fer silicium à grains non orientés et en fer cobalt. Nous analyserons en particulier les conséquences de ce couplage sur les performances d'une machine industrielle via le champ coercitif et les pertes magnétiques. Les caractérisations microstructurale et métallurgique des matériaux ont été regroupées en annexe A. Dans un premier temps, les techniques usuelles de mesures magnéto-mécaniques sont évoquées. L'accent est mis sur les mesures du comportement anhystérique, leur pertinence et les difficultés de mise en œuvre pour l'étude des couplages magnéto-mécaniques. Par la suite l'étude du comportement cyclique est présentée dans un cadre général. Le but principal de cet ensemble d'essais est de construire une base de donnée étendue des comportements magnétiques (anhystérique et cyclique) qui seront utiles pour l'identification et la validation du modèle multiéchelle.

## 2 Protocole expérimental

### 2.1 Protocole expérimental pour les mesures de référence

Le banc magnétique utilisé fonctionne sur le principe d'un perméamètre. L'échantillon est placé entre deux culasses en "U" permettant de refermer le flux magnétique. Le champ d'excitation est obtenu à l'aide d'une bobine d'excitation (ou bobinage primaire) formée de  $N$  spires et parcourue par un courant d'intensité  $I$ . On montre que le champ est en première approximation proportionnel au courant selon le théorème d'Ampère :

$$H \approx \frac{N.I}{L_{equi}} \quad (2.1)$$

$L_{equi}$  est la longueur équivalente approximativement égale à la longueur d'échantillon entre culasses. Cette longueur est calibrée grâce à une mesure préalable du champ à l'aide d'une H-coil. La mesure du flux magnétique dans l'éprouvette se fait à l'aide d'une bobine de mesure de flux ou B-Coil. Le flux est estimé par intégration de la tension induite  $V_{mes}$  aux bornes de la bobine, formée de  $n$  spires. La connaissance du flux magnétique permet de déterminer l'induction  $\vec{B}$ , puis l'aimantation  $\vec{M}$  :

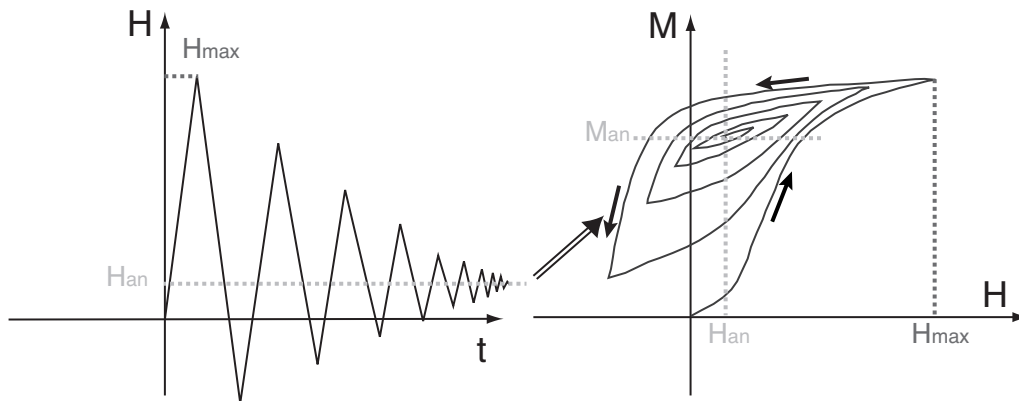
$$\|\vec{B}\| = \left| \frac{-1}{nS} \int V_{mes}.dt \right| \quad (2.2)$$

La section de la bobine  $S_{bob}$  étant légèrement supérieure à la section d'échantillon  $S$ , l'induction est corrigée de l'influence du champ traversant la surface d'air. On détermine alors l'induction exacte de l'échantillon puis l'aimantation  $\vec{M}$  selon :

$$\|\vec{M}\| = \left| \frac{-1}{\mu_0 n S} \int V_{mes} dt \right| - \frac{S_{bob}}{S} |\vec{H}| \quad (2.3)$$

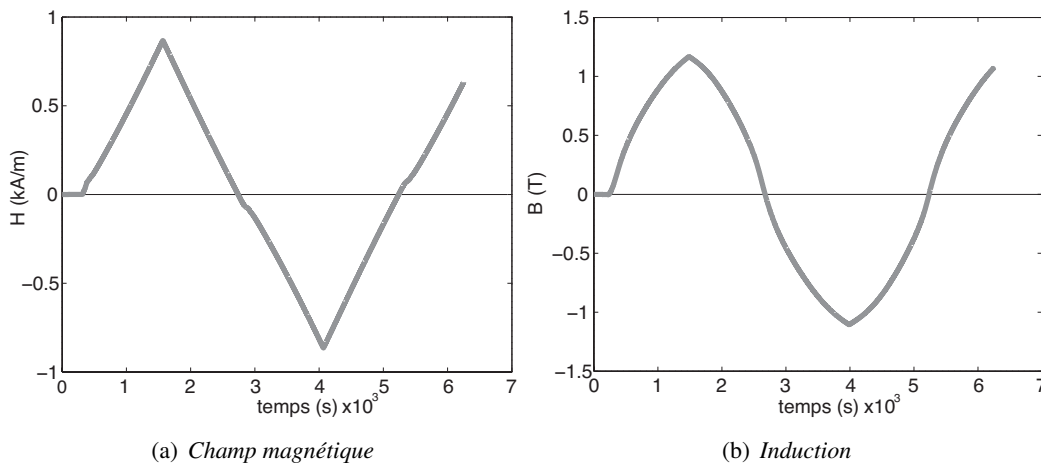
La mesure magnétique inclut des courbes anhystériques et des cycles d'hystérésis. Les courbes anhystériques sont construites point par point en appliquant au matériau un champ

magnétique alternatif d'amplitude décroissante superposé à un champ magnétique continu  $H_{an}$ . La courbe anhystérétique  $M_{an}(H_{an})$  se construit point par point après cyclage autour des valeurs de champ désirées. Le fait de cycler permet de décrocher les parois magnétiques des défauts et d'amener l'ensemble de la microstructure magnétique vers un état d'équilibre stable à énergie minimale. Le matériau subit une désaimantation entre deux points de mesure afin d'éliminer toute influence de l'histoire de chargement dans la mesure.



**FIGURE 2.1:** Principe de la mesure anhystérétique.

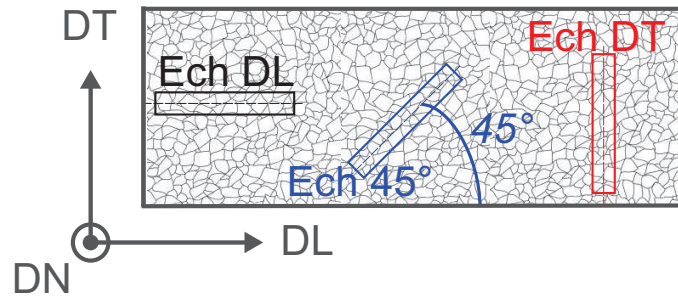
La mesure des cycles d'hystérésis a été effectuée à différentes fréquences  $\{f\}=\{0,1 ; 1 ; 5 ; 10 ; 50 ; 100 ; 200 ; 400 ; 800\}$  Hz. Une forme triangulaire du courant  $i(t)$  a été utilisée. L'évolution correspondante du champ magnétique mesuré par la H-coil,  $H(t)$ , est tracée sur la figure 2.2(a) et l'induction magnétique  $B(t)$  sur la figure 2.2(b). Le champ magnétique est légèrement déformé mais reste approximativement triangulaire tandis que l'induction magnétique est fortement déformée en raison de la non linéarité du comportement magnétique.



**FIGURE 2.2:** Forme des signaux du champ magnétique et de l'induction en fonction du temps à 5 Hz.

Dans le but d'étudier l'anisotropie du comportement de ce matériau en absence de chargement mécanique, les éprouvettes ont été prélevées suivant  $DL$ ,  $DT$  et  $45^\circ$  par rapport à la direction du

laminage (fig. 2.3).



**FIGURE 2.3:** Définition des axes de prélèvement des éprouvettes sur une tôle quelconque.

La liste des essais réalisés est la suivante :

- Mesures magnétiques anhystérétiques  $M_{an}(H_{an})$  suivant les trois directions du plan de la tôle :  $DL$ ,  $DT$  et  $45^\circ$ .
- Mesures de magnétostriction anhystérétique parallèle au champ  $\epsilon_{//}^{\mu an}(M_{an})$  avec champ appliqué suivant les trois directions du plan :  $DL$ ,  $DT$  et  $45^\circ$  (mesures moyennes sur 2 faces).
- Mesures de magnétostriction anhystérétique perpendiculaire au champ  $\epsilon_{\perp}^{\mu an}(M_{an})$  avec champ appliqué suivant les trois directions du plan :  $DL$ ,  $DT$  et  $45^\circ$  (mesures moyennes sur 2 faces).

Les déformations longitudinales et transversales correspondent à deux des trois termes du tenseur des déformations.

Ces mesures requièrent le collage de quatre jauges (deux jauges par face) et le positionnement d'un bobinage secondaire. Le matériau étant très fin ( $e = 0,5$  et  $0,2$  mm), il peut facilement être mis en flexion. L'utilisation de deux paires de jauges thermo-compensées de part et d'autre de l'échantillon permet de contrôler l'absence de contrainte de flexion. Les deux mesures doivent rester proches et cohérentes (c'est également un moyen de vérifier l'alignement du système lors de l'application du chargement). Dans le cas général, on considérera que la déformation moyenne du matériau est la moyenne des deux mesures en surface.

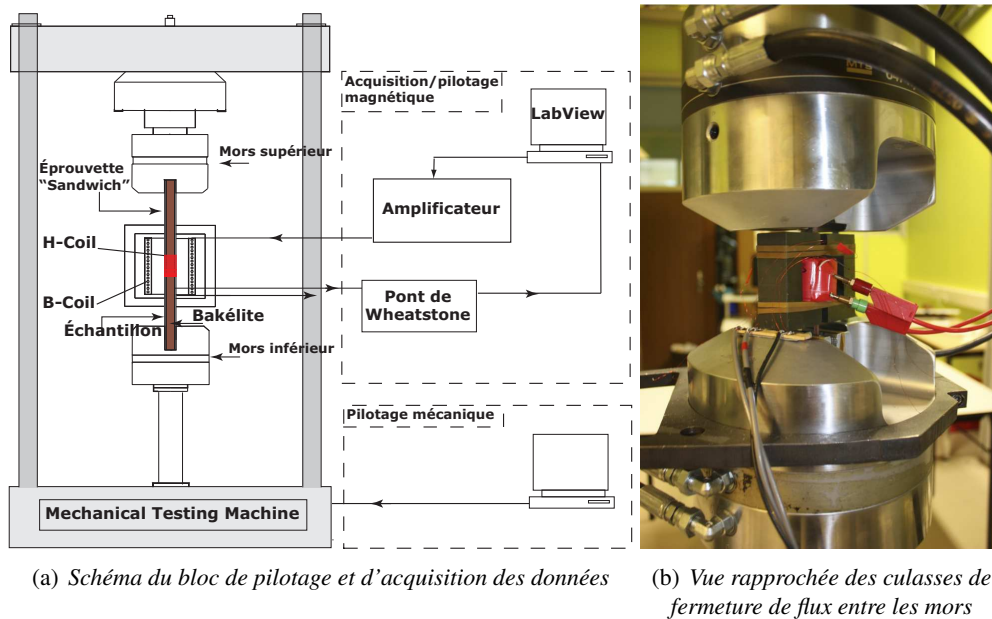
## 2.2 Banc de mesure magnéto-mécanique sous contrainte uniaxiale

Une mesure magnéto-mécanique exige un dispositif expérimental permettant d'appliquer à la fois un champ magnétique et une contrainte mécanique. Un banc de mesure magnétique amovible a été mis en place par [Gourdin, 1998]. Il a l'avantage de pouvoir être amarré au bâti d'une machine de traction électro-hydraulique MTS. Ce banc magnétique illustré par la figure 2.4 peut accueillir des échantillons de forme parallélépipédique ou cylindrique et permet de mesurer le comportement magnétique et magnétostrictif du matériau.

### 2.2.1 Mesure du comportement magnétostrictif

**Principe de mesure :**

La mesure du comportement magnétostrictif sous contrainte est délicate pour diverses raisons. L'ordre de grandeur des déformations de magnétostriction exige de prêter une attention particulière aux conditions d'essai. Lors du chargement mécanique, il est nécessaire d'appliquer un effort



**FIGURE 2.4:** Schéma équivalent et aperçu général du banc de mesures magnétiques adapté à une machine de traction.

stable et d'éviter au maximum les variations de température. En effet, les déformations élastiques issues des vibrations et celles d'origine thermique sont parfois de même ordre de grandeur que la magnétostriction. Afin de minimiser ces effets, on procède à un moyennage et un filtrage des signaux recueillis [Hubert, 2008].

La procédure expérimentale consiste tout d'abord à imposer le chargement mécanique. Le matériau est ensuite désaimanté. A l'issue de ces deux étapes, apparaît une déformation initiale majoritairement élastique qu'on initialise à zéro avant de commencer la mesure, l'objectif étant de conserver une sensibilité élevée de mesure des déformations. Ceci conduit à ce que, quel que soit le niveau de contrainte imposé, la déformation mesurée est "artificiellement" nulle à aimantation nulle.

Ainsi, comme le résume l'équation (2.4) ni la composante élastique ni la déformation associée à l'effet  $\Delta E$  ne sont mesurées.

$$\epsilon_{(H=0, \sigma \neq 0)}^{tot} = \epsilon^e(\sigma) + \epsilon^\mu(\sigma) = 0 \quad (2.4)$$

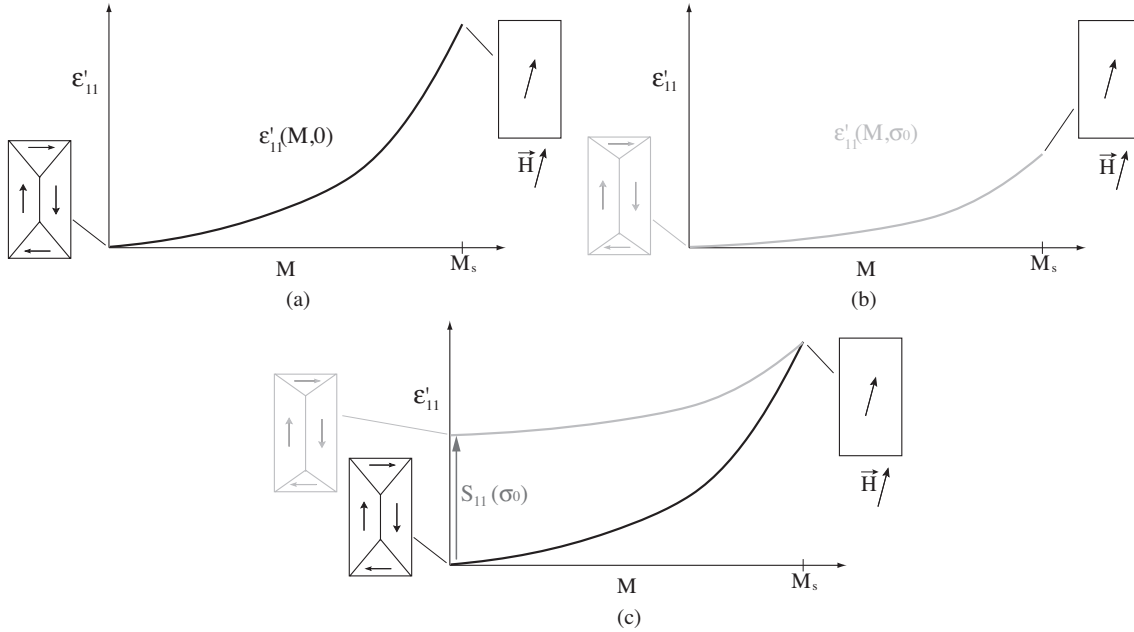
Seules les variations de magnétostriction sont mesurées.

$$\Delta \epsilon_{(H \neq 0, \sigma = cte)}^{tot} = \epsilon_{\sigma = cte}^\mu(H) \quad (2.5)$$

**Recalage des mesures à la saturation :**

Considérons une mesure de magnétostriction sous contrainte appliquée  $\sigma_0$ . La structure en domaines en 2D est différente avec et sans contrainte (figs. 2.5(a) et 2.5(b)). Sous fort champ magnétique appliqué ( $M = M_s$ ), la déformation de magnétostriction atteint sa valeur de saturation quelle que soit la contrainte appliquée ; la valeur à saturation devient valeur de référence vers laquelle doivent nécessairement tendre toutes les courbes (structure en domaines identique). Un





**FIGURE 2.5:** Principe de recalage des courbes de magnétostriction et évolution de la structure en domaines - (a) sans contrainte, (b) sous contrainte, (c) translation de la courbe sous contrainte pour avoir la même magnétostriction à saturation [Daniel et Hubert, 2009a].

recalage  $S(\sigma_0)$  courbe par courbe est donc nécessaire. Ceci nous permet d'accéder à la réponse magnétostrictive "vraie". Le recalage pratiqué a une conséquence intéressante : il correspond intrinsèquement à la déformation de magnétostriction à champ nul, c'est-à-dire la déformation de magnétostriction induite uniquement par le chargement mécanique. L'évolution de cette valeur de recalage en fonction de la contrainte  $S(\sigma_0)$  est ainsi représentative de l'effet  $\Delta E$  ( $\mathcal{E}''(\sigma_0)$ ) pour un matériau donné [Daniel et Hubert, 2009a].

## 2.2.2 Mesure du comportement magnétique irréversible

En raison de la désynchronisation entre la phase de pilotage et l'acquisition, les mesures de cycles d'hystérésis sont soumises à une faible dérive lors de l'acquisition.

Par défaut, on fait l'hypothèse que la dérive est constante au cours de temps car elle vient de l'intégration d'une erreur a priori constante [Rizzo, 2012]. On corrige artificiellement ce travers expérimental lors du post-traitement en refermant les cycles. Comme nous maîtrisons les paramètres d'échantillonnage lors de l'acquisition du signal, on peut redresser linéairement la dérive mesurée au cours d'un cycle.

La même procédure est systématiquement appliquée pour toutes nos mesures pour quantifier cette dérive notée  $\delta$  sur la figure 2.6(a). On se base sur l'écart d'aimantation entre les deux niveaux maximum successifs de champ qui correspondent à la valeur en fin de première aimantation  $M(H_i)$  et la valeur correspondant au même niveau de champ en fin de cycle  $M(H_f)$ . En théorie, ces deux valeurs devraient être identiques. Connaissant la durée du chargement  $T$  entre les valeurs  $H_i$  et  $H_f$  on peut déterminer le coefficient de dérive  $\alpha$  avec la relation 2.6.

$$\alpha(t) = \frac{\delta t}{T} = \frac{M(H_f) - M(H_i)}{T} t \quad (2.6)$$

On effectue ensuite la correction linéaire en appliquant  $\alpha$  sur l'ensemble du cycle pour calculer l'aimantation corrigée  $M^*$  (fig. 2.6(b)).

$$M^*(t) = M(t) - \alpha(t) \quad (2.7)$$

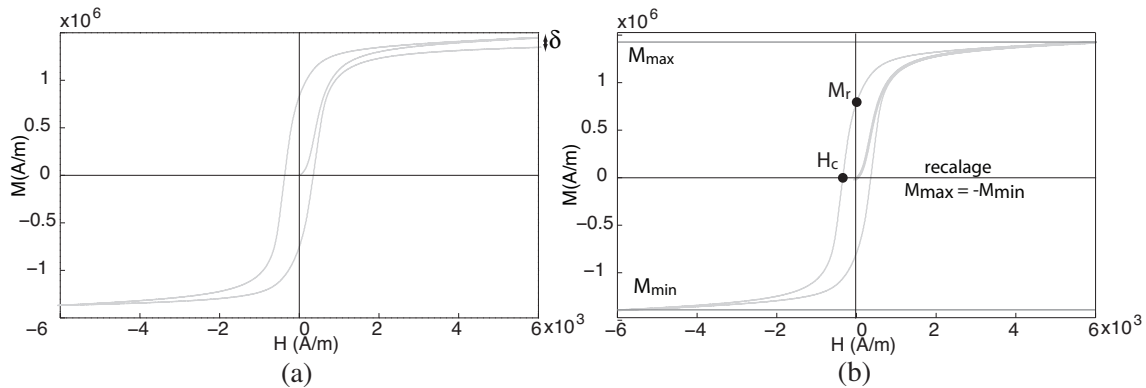


FIGURE 2.6: Méthode de recalage des cycles d'hystérésis.

Une fois le cycle corrigé, on peut mesurer les différents indicateurs de dissipation.

On s'intéresse particulièrement au champ coercitif  $H_c$  mesuré tel que l'aimantation  $M(H_c) = 0$  et repéré par un point rouge sur la figure 2.6(b).

Les pertes correspondent à la quantité d'énergie dissipée par le matériau lors du cycle d'hystérésis. En effet, l'aire des boucles d'hystérésis représente la quantité d'énergie transformée en chaleur de manière irréversible au cours d'un cycle d'aimantation. L'aire  $A$  du cycle est reliée à l'énergie dissipée lors du chargement  $W$  et aux pertes  $P$  par  $W = \mu_0 A$  et  $P = \frac{1}{\rho} \mu_0 A f$ .

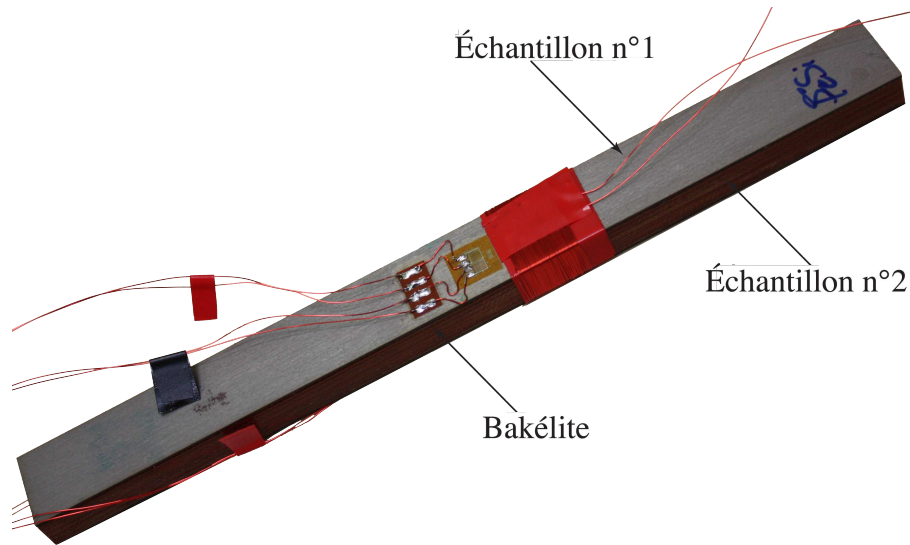
### 2.2.3 Modélisation de l'éprouvette "Sandwich"

#### Caractérisation des échantillons en structure sandwich :

Pour les essais sous chargement en compression sur des éprouvettes de faible épaisseur, l'utilisation d'une structure sandwich éprouvette/âme/éprouvette est nécessaire afin d'augmenter le moment quadratique de l'ensemble et écarter ainsi les risques de flambement. Pour le choix du matériau constitutif de l'âme, l'aptitude première est le caractère amagnétique du matériau, pour ne pas perturber les mesures. La montée en fréquence impose que le matériau ne soit pas conducteur non plus. Le choix retenu est une âme centrale en Bakélite fournie par PlastiService.

Des essais mécaniques élastiques cyclés (charge/décharge) ont été réalisés pour quantifier l'influence de l'âme centrale sur le comportement de la structure sandwich en terme de module d'Young et de coefficient de Poisson équivalents et pour comparer les données mécaniques de l'industriel avec les résultats expérimentaux.

Pour coller les différentes parties qui constituent le sandwich, il existe un montage de collage. Ce dernier se compose de deux pièces principales qui viennent se positionner l'une sur l'autre avec précision, pour que l'éprouvette une fois collée ait une géométrie parallélépipédique (fig. 2.7).



**FIGURE 2.7:** Éprouvette sandwich en Fe-3%Si NO (en gris) avec une âme centrale en Bakélite (en marron).

Les modules d'élasticité et coefficients de Poisson apparents déduits des essais sont présentés dans le tableau 2.1 pour l'âme centrale seule et dans le tableau 2.2 pour les trois structures en sandwich utilisées.

Paramètres	Bakélite
Épaisseur (mm)	6
Largeur (mm)	12,5
Section (mm <sup>2</sup> )	75
Coefficient de Poisson $\nu$	0,28
Module d'Young $E$ (GPa) $\pm$ 1GPa	8,8

**TABLE 2.1:** Caractéristiques géométriques de l'âme.

Paramètres	B/Fe-3%Si NO	B/FeCo-2V R	B/FeCo-2V FP
Épaisseur (mm)	7	6,4	6,4
Largeur (mm)	12,5	12,5	12,5
Section (mm <sup>2</sup> )	87,5	80	80
Coefficient de Poisson $\nu$	0,31	0,24	0,19
Module d'Young $E$ (GPa) $\pm$ 1GPa	36	20	24

**TABLE 2.2:** Caractéristiques géométriques et mécaniques des éprouvettes caractérisées.

### Dimensionnement des échantillons en structure sandwich :

Ces données ont été utiles pour déterminer la relation entre la force imposée par la machine de traction et la contrainte effective dans l'éprouvette. Par la suite, un calcul de dimensionnement de la première éprouvette composée de deux échantillons FeCo-2V R et d'une âme centrale est

détaillé. Pour les autres nuances la même démarche a été adoptée. Le bilan des forces sur une éprouvette s'écrit :

$$F_{tot} = 2 F_{FeCoV} + F_{Bak} = 2 \sigma_{FeCoV} S_{FeCoV} + \sigma_{Bak} S_{Bak} \quad (2.8)$$

En considérant que la déformation est uniforme (hypothèse de Voigt) on dresse le bilan suivant :

$$\varepsilon = \varepsilon_{FeCoV} = \varepsilon_{Bak} \quad (2.9)$$

$$\varepsilon = \frac{\sigma_{FeCoV}}{E_{FeCoV}} = \frac{\sigma_{Bak}}{E_{Bak}} \quad (2.10)$$

$$F_{tot} = \left[ 2 S_{FeCoV} + S_{Bak} \left( \frac{E_{Bak}}{E_{FeCoV}} \right) \right] \sigma_{FeCoV} = \left[ S_{Bak} + 2 S_{FeCoV} \left( \frac{E_{FeCoV}}{E_{Bak}} \right) \right] \sigma_{Bak} \quad (2.11)$$

Ce qui conduit à l'application numérique suivante :

$$F_{tot} \simeq 8 \sigma_{FeCoV} \text{ (avec } F \text{ en [N] et } \sigma_{FeCoV} \text{ en [MPa])} \quad (2.12)$$

A partir de (2.11), on trouve la relation qui permet de piloter les essais de traction/compression. On peut alors vérifier que la limite critique de flambement n'est pas dépassée :

$$F_{cr} \simeq 2560 \text{ N} \quad (2.13)$$

Une contrainte de  $\pm 100$  MPa dans le matériau correspond à une force  $F = 800$  N, soit 31% de la charge critique. Un réglage extrêmement précis entre les deux mors de traction a été effectué pour éviter la flexion.

Les essais de traction et de compression se sont correctement déroulés. Malgré la faible épaisseur des échantillons Fe-3%Si NO, FeCo-2V R et FeCo-2V FP, et la complexité de l'essai, les mesures magnéto-mécaniques donnent des résultats tout-à-fait satisfaisants. Ces mesures permettent de bien mettre en évidence le comportement du Fe-3%Si NO, FeCo-2V R et FeCo-2V FP sur une large gamme de contraintes.

15 états de chargements élastiques de traction/compression, pour des niveaux de sollicitations que l'on rencontre en pratique dans les machines électriques tournantes, ont été envisagés  $\{\sigma\} = \{0; \pm 5; \pm 10; \pm 15; \pm 30; \pm 50; \pm 75; \pm 100\}$  MPa. La contrainte et le champ magnétique sont appliqués suivant la direction de laminage de la tôle.

### 2.3 Banc de mesure magnéto-mécanique sous contrainte biaxiale

La caractérisation du comportement magnéto-mécanique est souvent limitée au cas de sollicitations uniaxiales [Bozorth, 1951, Cullity, 1972, Moses et Davies, 1980, Gourdin, 1998, LoBue *et al.*, 1998]. Les chargements magnéto-mécaniques biaxiaux peuvent fournir une meilleure compréhension des couplages magnéto-élastiques, mais peu sont rapportés dans la littérature [Schneider et Richardson, 1982, Kashiwaya, 1991, Kashiwaya, 1992, Langman, 1990, Sablik *et al.*, 1994, Sablik *et al.*, 1998, Sablik et Augustyniak, 1999, Pearson *et al.*, 2000, Maurel *et al.*, 2003, Hubert *et al.*, 2005a, Hubert, 2007].

Afin de se rapprocher des conditions de chargement magnéto-élastique réelles dans un rotor, des essais mécaniques biaxiaux ont été réalisés au LMT Cachan sur la machine triaxiale ASTRÉE.

Parmi les 3 essais qui ont été réalisés, 2 essais ont été menés sur éprouvettes en fer cobalt (FeCo-2V R et FeCo-2V FP) et 1 essai sur éprouvette fer silicium. La géométrie de l'éprouvette et la base du montage expérimental ont été conservés par rapport à une étude précédente [Hubert *et al.*, 2005a, Hubert, 2007]. L'essai a ensuite été adapté afin de permettre la mise en place de l'âme en Bakélite [Rekik *et al.*, 2014b].

### 2.3.1 Machine d'essai triaxiale ASTRÉE

Les essais biaxiaux magnéto-élastiques sont réalisés sur une machine triaxiale. C'est une machine électro-hydraulique, constituée d'un bâti fixe, de quatre colonnes verticales et d'une traverse mobile verticalement. L'espace utile est délimité par six vérins installés selon trois directions orthogonales deux à deux. Les deux vérins verticaux ont une capacité de  $\pm 250$  kN pour une course de 250 mm. Les quatre vérins horizontaux ont une capacité de  $\pm 100$  kN pour une course de 250 mm (fig. 2.8).

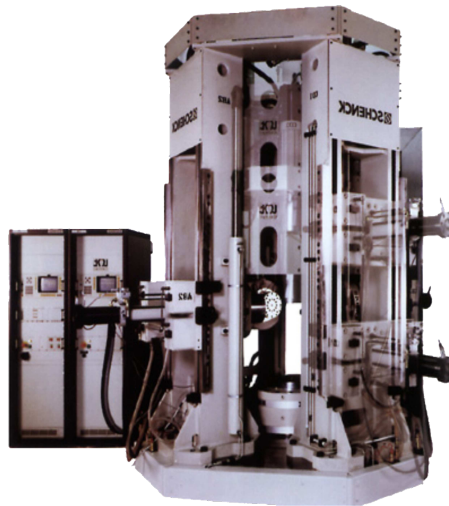


FIGURE 2.8: Machine triaxiale ASTRÉE.

Le réglage de la position des vérins s'effectue hydrauliquement, des blocages mécaniques par goupilles assurent leur coplanéité. Concernant la traverse supérieure, le déplacement et le blocage sont hydrauliques. Les tiges des vérins sont guidées par des paliers hydrostatiques, dimensionnés pour supporter les efforts radiaux induits par les autres lignes de chargement en cours d'essai ou l'éventuelle rupture de l'éprouvette testée. Le pilotage des vérins peut s'effectuer de manière classique en régulation d'effort, position ou déformation mais peut également s'effectuer de manière couplée. Dans ce cas, chaque vérin est dépendant de son opposé. Une ligne de vérins a ainsi besoin de deux variables de contrôle : la demi différence des déplacements des deux vérins (qui gère la position du centre de l'axe considéré), et la demi somme des efforts appliqués sur un axe (qui gère la moyenne des efforts appliqués sur un axe). Ce mode de pilotage peut être transposé en un mode de pilotage en déplacement où les variables de contrôle sont donc la position centrale d'un axe de vérin, et l'écartement des vérins. L'alimentation hydraulique est assurée par deux centrales hydrauliques communicantes, assurant un débit de 660 l/min, permettant d'atteindre un déplacement de 0,2 m/s (resp. 0,28 m/s) pour les vérins verticaux (resp. horizontaux).

Mi 2009, les anciennes armoires électro-numériques multifonctions ont été remplacées par

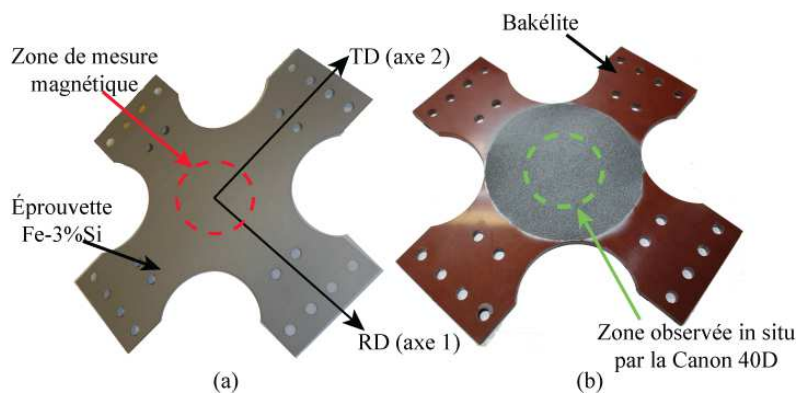
une électronique Instron. Le pilotage et l'acquisition sont dès lors effectués via le logiciel interne (Wavematrix version 1.3). Il est également possible de venir se brancher directement sur l'armoire de commande afin de récupérer des signaux externes (pour la commande de prise d'images par exemple).

Dans le cadre de notre étude, seuls les vérins du plan horizontal sont utilisés pour l'application des efforts. Les quatre vérins sont pilotés de manière à imposer une différence d'effort nulle entre les deux vérins d'une même direction et un déplacement nul du point central. Les deux vérins verticaux ont été utilisés pour le positionnement des systèmes de mesure des grandeurs mécaniques (champ de déplacement par corrélation d'images numériques et déformation par diffraction des rayons X).

### 2.3.2 Dimensionnement de l'éprouvette biaxiale

L'idée de base des essais biaxiaux est d'effectuer une mesure du comportement magnétique sur un échantillon chargé en traction/compression selon deux directions perpendiculaires. A cet effet, un échantillon en forme de croix a été conçu (fig. 2.9(a)).

Réaliser une compression homogène sur des éprouvettes de 0,2 et de 0,5 mm d'épaisseur est un exercice difficile. Ceci peut être réalisé grâce à une âme de plus forte épaisseur sur laquelle est collé l'échantillon (fig. 2.9(b)) à l'instar des essais de compression uniaxiale. Une âme en Bakélite a été choisie : ce matériau est amagnétique et non conducteur ce qui est indispensable pour éviter toute interférence avec les mesures magnétiques. Contrairement aux éprouvettes utilisées pour les essais uniaxiaux qui présentaient une structure à trois couches (matériau magnétique/Bakélite/matériau magnétique), les éprouvettes sont ici constituées de seulement deux couches (matériau magnétique/Bakélite) afin d'éviter toute interaction magnétique entre couches. Le protocole d'assemblage des structures sandwich est présenté dans l'annexe B.



**FIGURE 2.9:** (a) Éprouvette biaxiale Fe-3%Si NO ; (b) Âme biaxiale en bakélite mouchetée.

Le tenseur des contraintes  $\sigma$  est diagonal au centre de l'échantillon. Les composantes  $(\sigma_1, \sigma_2)$  sont calculées à partir des forces appliquées sur les deux axes de chargement  $(F_1, F_2)$  par l'intermédiaire d'une matrice de couplage (non-diagonale)  $\mathbb{K}$  ( $\sigma = \mathbb{K} \cdot \mathbf{F}$ ) donnée en (2.14). Les termes de la matrice ont été calculés grâce à une modélisation par éléments finis de l'échantillon. Dans ce calcul on suppose que l'éprouvette est parfaitement collée. Les coefficients de couplage  $k_{ij}$

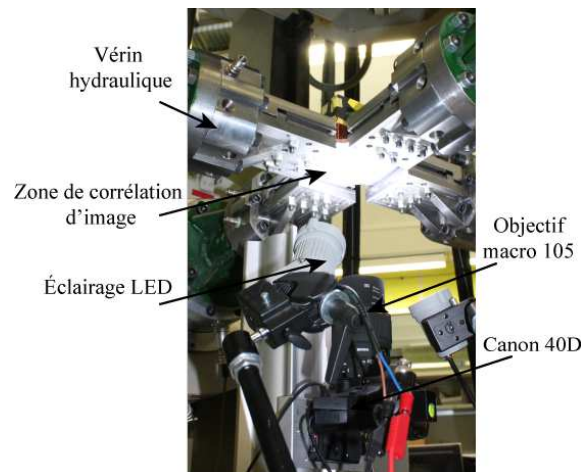
s'expriment en  $\text{mm}^{-2}$ .

$$\begin{pmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} k_{11} & k_{12} \\ k_{21} & k_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} F_1 \\ F_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5,1 \cdot 10^{-2} & -4,3 \cdot 10^{-4} \\ -4,3 \cdot 10^{-4} & 5,1 \cdot 10^{-2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} F_1 \\ F_2 \end{pmatrix} \quad (2.14)$$

La zone de mesure magnétique est un cercle de 30 mm de diamètre où à la fois la contrainte et le champ magnétique sont approximativement uniformes (niveau d'hétérogénéité inférieur à 15%). L'éprouvette comporte deux zones de mesures symétriques, dont les états de déformation et de contrainte sont supposés identiques. Une des faces est consacrée aux mesures magnétiques l'autre aux mesures mécaniques. La zone de mesure magnétique et la zone de mesure mécanique sont des surfaces libres (échantillon et Bakélite - fig. 2.9). La géométrie du montage permet d'effectuer des mesures simultanées sur chacune des faces de l'éprouvette sans interaction entre les mesures.

### 2.3.3 Mesure de champ de déplacement par corrélation d'images numériques

La technique de mesure des champs de déformation par corrélation d'images numériques (CIN) a été utilisée (fig. 2.10). Le principe de base de cette méthode est la reconnaissance des



**FIGURE 2.10:** Montage expérimental avec appareils de mesures.

niveaux de gris sur des images prises au cours d'un essai à l'aide d'une caméra numérique haute résolution. Un motif aléatoire fin (mouchetis) est utilisé. La technique de corrélation permet de suivre l'évolution de chaque point du motif d'une image à l'autre. Cette méthode est précise et polyvalente. Elle permet de déterminer les champs de déformation, tout en assurant un suivi continu des champs de déplacement sur de grandes plages de déformation.

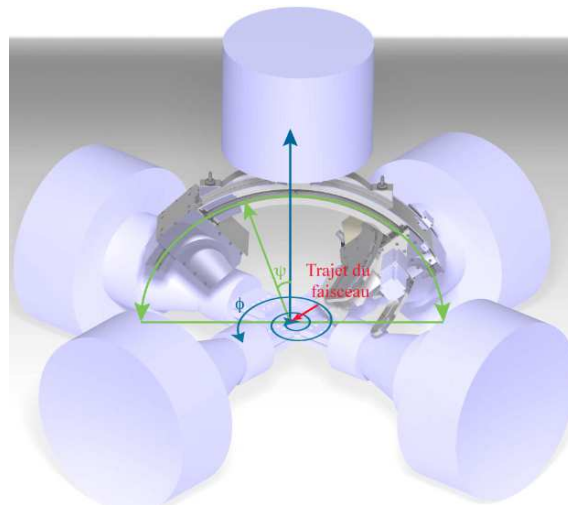
On souhaite caractériser le chargement appliqué à la zone centrale de l'éprouvette soumise aux chargements biaxiaux. Pour ce faire, il est nécessaire d'avoir une photo de référence à charge nulle (éprouvette vierge), prise lorsque l'éprouvette est en place, serrée, prête à être soumise aux sollicitations mécaniques. Les éventuels "jeux" de montage qui pourraient être compensés lors des premières charges ne posent pas de problème du fait que le logiciel de corrélation d'images CORRELI-Q4<sup>©</sup> [Hild *et al.*, 2002, Hild et Roux, 2006, Besnard *et al.*, 2006], décèle les mouvements de corps rigide et peut les éliminer.

D'un point de vue pratique, nous utilisons un appareil photo Canon EOS 40D ( $3888 \times 2592$  pixels<sup>2</sup>), avec un objectif SIGMA (105 mm F2,8 DG Macro EX) permettant d'observer une large



zone d'environ  $22,2 \times 14,8 \text{ cm}^2$ . La photo de référence est prise avant le premier chargement, et les photos sous charge sont prises typiquement au début de chaque pas de chargement. Un système de déclenchement automatique a été mis en place afin d'automatiser ces prises d'images. Le logiciel de pilotage permet d'envoyer un pic de tension (5 V) lorsqu'un état de chargement est débuté, afin de déclencher l'appareil photo. Un ordinateur est dédié au stockage des photos et à la gestion de cet appareil photo. La validation du chargement mécanique multiaxial par corrélation d'images numériques est présentée en annexe C.

### 2.3.4 Mesure de déformation par diffraction des rayons X (DRX)



**FIGURE 2.11:** Appareil de diffraction des rayons X monté sur ASTRÉE.

Une étude a été réalisée dans le cadre de notre travail pour examiner l'évolution du niveau des contraintes déterminé par DRX sur un échantillon de Fe-3%Si NO, sous l'effet du chargement biaxial imposé [Rekik *et al.*, 2013]. Nous disposons d'un appareil de diffraction des rayons X in-situ qui présente l'originalité de permettre une identification des phases et de mesurer simultanément la déformation élastique multiaxiale en un point de la surface. Ce système peut en outre être solidarisé au vérin supérieur de la machine ASTRÉE (fig. 2.11). Seul le mode mesure de déformation est employé pour ce qui nous concerne.

L'ensemble illustré figure 2.11 est composé d'un berceau goniométrique portant la source de rayons X (source Chrome) et un détecteur linéaire (mesure du pic {211} du fer). La position du vecteur diffraction (normale  $\vec{n}$  au plan de diffraction) est définie par deux angles macroscopiques : l'angle  $\psi$  défini par la position de l'ensemble source-capteur sur le berceau et l'angle  $\phi$  repérant la position du plan du berceau autour de l'axe vertical de la machine. La distance entre le plan du vérin supérieur et le plan de l'éprouvette est asservie de manière à maintenir la tache focale au centre du cercle goniométrique.

Le principe est le suivant : toute déformation du réseau conduit à une modification de la distance interréticulaire  $\Delta d$  et donc de l'angle de Bragg correspondant mesuré par le détecteur linéaire.

La mesure, réalisée point par point, permet la construction d'un champ de déformation élastique, à partir de certaines hypothèses :

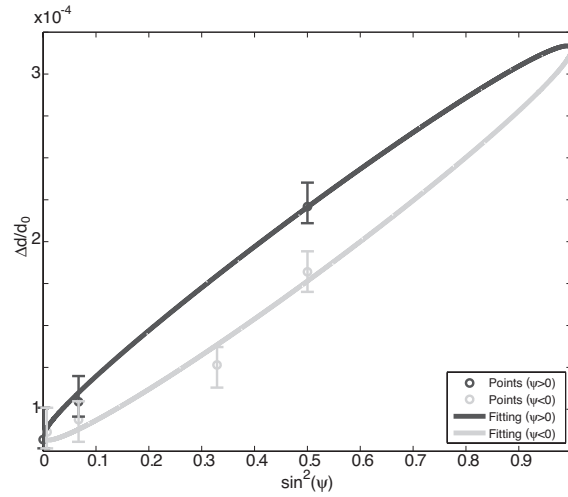


- comportement purement élastique (on néglige la magnétostriction) ;
- pas de contraintes résiduelles (contrainte uniforme dans la zone étudiée) ;
- condition de contrainte plane ( $\sigma_{13} = \sigma_{23} = \sigma_{33} = 0$ ).

La variation de distance relative peut être reliée au tenseur des contraintes par :

$$\frac{\Delta d}{d_0} = \frac{1+\nu}{E}(\sigma_\phi + \sigma_{12}.\sin 2\phi)\sin^2\psi - \frac{\nu}{E}(\sigma_{11} + \sigma_{22}) \quad \text{avec} \quad \sigma_\phi = \sigma_{11}\cos^2\phi + \sigma_{22}\cos^2\phi \quad (2.15)$$

$E$  et  $\nu$  représentent respectivement le module d'Young et le coefficient de Poisson radiocristallographiques.  $d_0$  est la distance interréticulaire en absence de déformation. Le tracé de la fonction  $\frac{\Delta d}{d_0}(\sin^2\psi)$  pour différents angles  $\phi$  donne une ellipse (fig. 2.12). Sa pente, sa largeur et sa valeur à l'origine permettent d'estimer les contraintes  $\sigma_{11}$ ,  $\sigma_{22}$  et  $\sigma_{12}$  [Baudin et Lodini, 2013] (ce dernier terme est normalement nul lors de nos essais).



**FIGURE 2.12:** Tracé en ellipse de la fonction  $\frac{\Delta d}{d_0}(\sin^2\psi)$  pour différents angles  $\phi$ .

La validation du chargement mécanique multiaxial par diffraction des rayons X est présentée en annexe C.

### 2.3.5 Dispositif de mesure des grandeurs magnétiques

Les mesures du comportement magnétique sous chargement mécanique biaxial doivent remplir ces conditions :

- Pour générer le champ magnétique, une bobine de cuivre entourant l'éprouvette est souvent utilisée. La géométrie adoptée dans notre cas ne nous permet pas d'utiliser cette solution sans usiner l'éprouvette. Ceci empêcherait d'avoir un état de contraintes homogène dans la zone de mesure. La solution choisie est de générer le champ magnétique en utilisant une culasse bobinée en U.

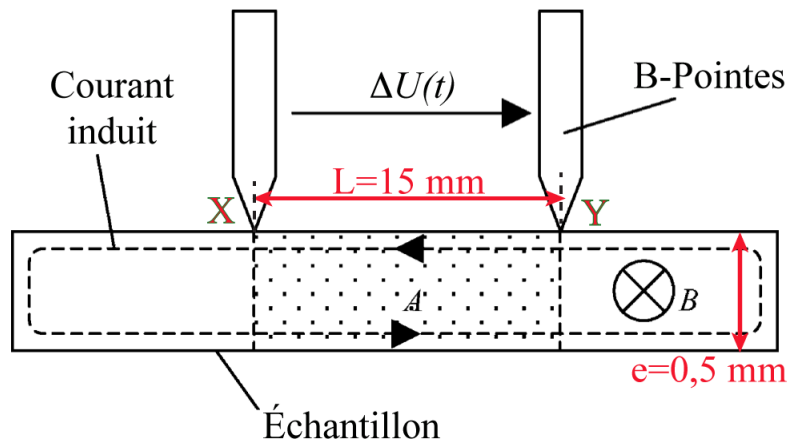
La culasse, une fois posée sur la tôle, permet d'obtenir un flux magnétique plan entre ses extrémités. Les niveaux de champ atteints avec ce dispositif ( $\approx 7$  kA/m) sont suffisants pour saturer nos matériaux.

- Pour la mesure du champ magnétique  $\vec{H}$  dans la tôle, la conservation de la composante tangentielle du champ à travers une discontinuité a été utilisée. Ainsi, en plaçant au plus près de la tôle une bobine (H-coil) calibrée, constituée de  $n$  spires, de section  $S$ . On peut obtenir la composante du champ dans l'axe de la bobine par intégration de la tension  $V_{mes}(t)$  à ses bornes :

$$H(t) = \frac{1}{\mu_0 n S} \int V_{mes}(t) \cdot dt \quad (2.16)$$

$$(2.17)$$

- Finalement pour mesurer l'induction  $\vec{B}$ , des capteurs B-pointes ont été utilisés. Le système utilisé a été mis au point par [Delage, 1997]. Il est constitué de deux pointes parallèles en contact avec la surface, perpendiculairement à la composante de l'induction que l'on veut mesurer. Deux ressorts qui répartissent le poids du dispositif (support des pointes + culasse U) assurent la pression des pointes sur le plan de la tôle. Le principe de ce système est schématisé figure 2.13.



**FIGURE 2.13:** Conception du capteur B-pointes - A : zone de mesure, B : Densité du flux magnétique,  $\Delta U(t)$  : différence de potentiel entre pointes

La différence de potentiel qui traverse la tôle permet de retrouver l'induction en intégrant l'équation de Maxwell :

$$\text{rot}(\vec{E}) = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (2.18)$$

Sa forme intégrale est donnée par :

$$\oint \vec{E} dl = - \int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} dS \quad (2.19)$$

Cette forme donne :

$$2(L+e)E = -Le \frac{\partial B}{\partial t} \quad (2.20)$$

La différence de potentiel  $\Delta U$  correspond au champ électrique intégré sur une demi spire :

$$\Delta U = E(L+e) \quad (2.21)$$

On obtient après simplification et intégration par rapport au temps :

$$B(t) = \frac{2}{Le} \int \Delta U(t) dt \quad (2.22)$$

Cette mesure s'avère très délicate, car la tension mesurée est très faible (quelques microvolts). Un bon contact des pointes sur la surface et leur perpendicularité au plan de la tôle sont nécessaires pour une bonne mesure. De plus la mesure est sensible au champ magnétique dans l'air, qui crée une inductance dans la demi-spire formée par les fils de mesure [Loisos et Moses, 2001]. Pour remédier à ce problème, un amplificateur de tension a été utilisé. Une procédure de recalage avec les mesures uniaxiales a été effectuée. Le montage final est présenté sur la figure 2.14.

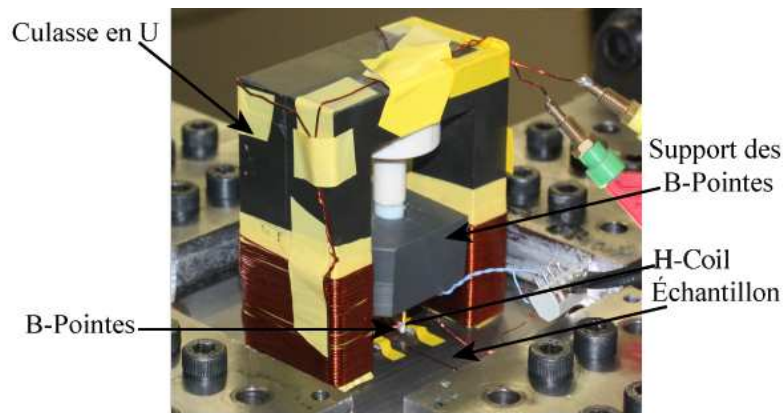


FIGURE 2.14: Vue de l'éprouvette montée et appareillage de mesure magnétique.

### 2.3.6 Récapitulatif des mesures

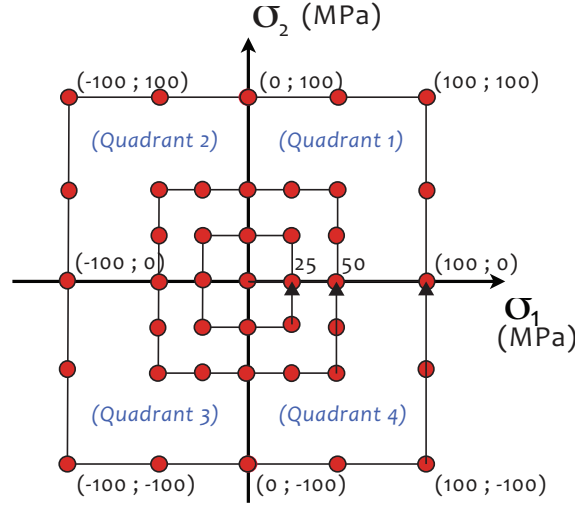
La procédure expérimentale consiste à appliquer d'abord le chargement mécanique ( $\sigma_1, \sigma_2$ ). Les mesures magnétiques sont alors effectuées après désaimantation : on mesure le comportement hystérétique basse et haute fréquence  $\{f\} = \{1; 5; 10; 50; 100; 200; 400; 800\}$  Hz et la courbe anhystérétique (les fluctuations de pression dans les vérins ne nous permettent pas de procéder à une mesure précise de la magnétostriction : le bruit élastique est du même ordre de grandeur que la déformation de magnétostriction). La procédure anhystérétique est en tout point identique à celle utilisée en 1D.

La liste des essais réalisés est la suivante :

- Mesures magnétiques anhystérétiques  $M(H)$  suivant deux directions du plan de la tôle :  $DL$  et  $45^\circ$ .
- Mesures des cycles d'hystérésis à différentes fréquences  $\{f\} = \{1; 5; 10; 50; 100; 200; 400; 800\}$  Hz, suivant  $DL$  et  $45^\circ$ .
- Mesures du champ de déplacement par CIN. On souhaite caractériser le chargement appliqué à la zone centrale de l'éprouvette soumise au chargement biaxial.
- Mesures du champ de déformation par DRX.

41 états de chargements biaxiaux ont été testés répartis en 4 quadrants (quadrant 1 :  $\sigma_1 \geq 0; \sigma_2 \geq 0$ , quadrant 2 :  $\sigma_1 \leq 0; \sigma_2 \geq 0$ , quadrant 3 :  $\sigma_1 \leq 0; \sigma_2 \leq 0$  et quadrant 4 :  $\sigma_1 \geq 0; \sigma_2 \leq 0$ ).

Les quadrants sont présentés sur la figure 2.15. La fréquence d'acquisition des photos est de 5 images par état de chargement.



**FIGURE 2.15:** Points de mesure dans le plan de contraintes  $(\sigma_1; \sigma_2)$  et définition des quatre quadrants.

La validation du chargement mécanique multiaxial est présentée en annexe C.

#### Intérêt des mesures à $45^\circ$

L'état de contrainte expérimental est biaxial et diagonal dans le repère de l'éprouvette ou de la machine (2.23). Considérons un champ appliqué à  $45^\circ$ , l'état de contrainte peut être projeté dans le repère associé au champ (direction  $\vec{h}$ ) et à la normale au plan de tôle (2.24). Des cisaillement apparaissent et les deux termes de la diagonale sont identiques.

$$\sigma = \begin{pmatrix} \sigma_1 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (2.23)$$

$$\sigma = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} \sigma_1 + \sigma_2 & \sigma_1 - \sigma_2 & 0 \\ \sigma_1 - \sigma_2 & \sigma_1 + \sigma_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}_{(\vec{h}, \vec{t}_1, \vec{t}_2)} = \begin{pmatrix} \sigma & \tau & 0 \\ \tau & \sigma & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}_{(\vec{h}, \vec{t}_1, \vec{t}_2)} \quad (2.24)$$

Le vecteur  $\vec{t}_1$  appartient au plan de tôle et est obtenu par produit vectoriel entre  $\vec{t}_2$  et  $\vec{h}$ . On remarque que l'ensemble des droites  $\sigma_1 + \sigma_2 = Cte$  correspond à des situations à iso-contrainte normale  $\sigma$  et de contrainte de cisaillement  $\tau$  variable. La configuration de mesure à  $45^\circ$  permet ainsi de tester l'influence d'un cisaillement sur le comportement magnétique anhystérétique et dissipatif. De tels tests n'avaient encore jamais été proposés dans la littérature.

### 3 Caractérisation magnétique sans chargement mécanique

#### 3.1 Fer silicium à grains non orientés

##### 3.1.1 Comportement magnétique et magnétostrictif anhystérétique

On observe expérimentalement qu'il est plus ou moins difficile d'aimanter le matériau en fonction des directions sollicitées (fig. 2.16). On note sur la figure 2.16(a) que l'écart relatif entre les

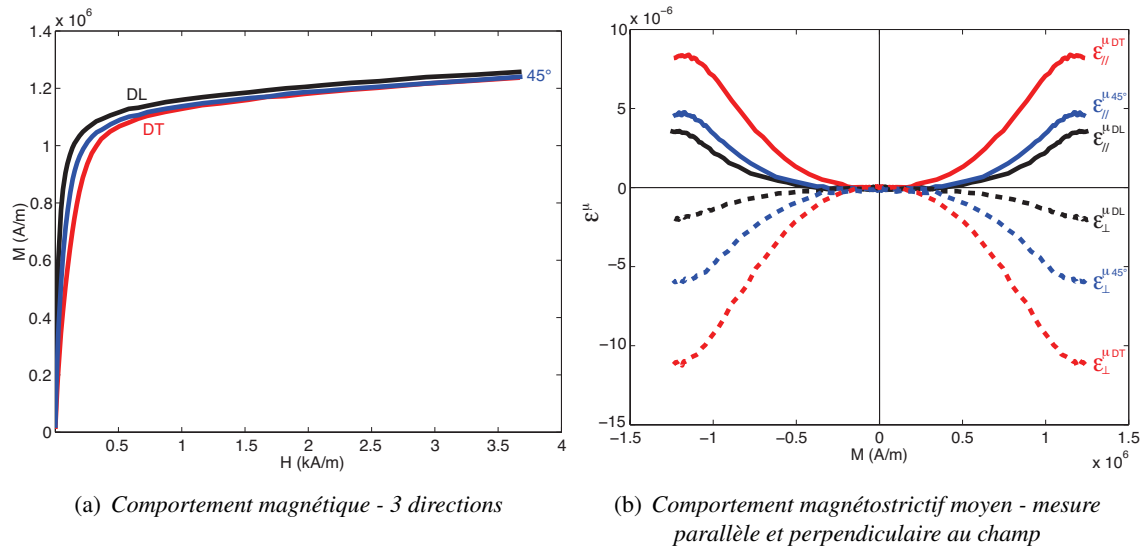


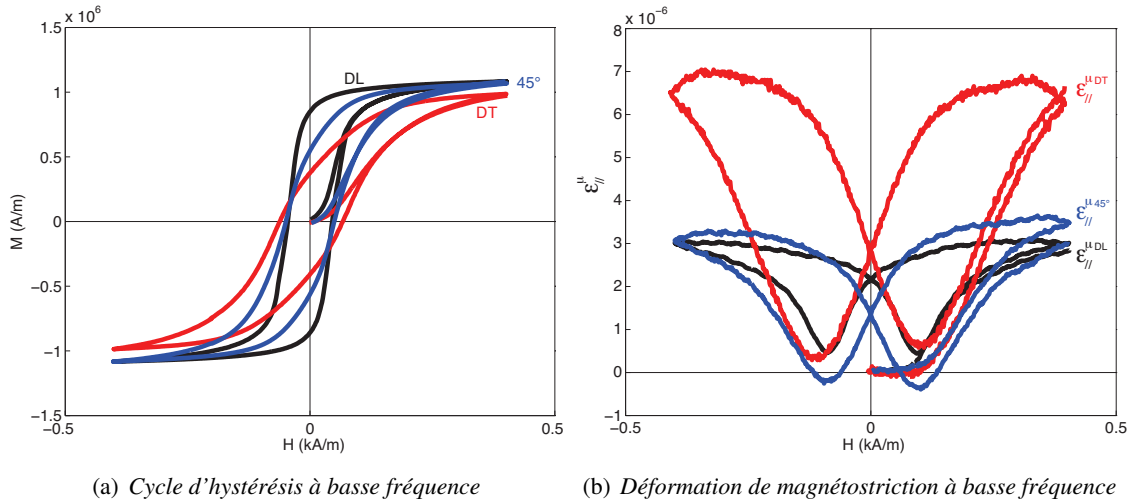
FIGURE 2.16: Fe-3%Si NO : Comportement magnétique et magnétostrictif suivant DL, DT et  $45^\circ$ .

valeurs de l'aimantation en fonction du champ pour les trois directions de la tôle ne dépasse cependant pas 5%. On constate que la susceptibilité magnétique initiale ( $\chi = \frac{M}{H}$ ) calculée à 200 A/m est la plus élevée suivant la direction de laminage ( $\chi_{200}^{\text{DL}} = 5200$ ). Pour les échantillons découpés à  $45^\circ$ , on mesure une valeur  $\chi_{200}^{45^\circ} = 4800$  qui reste supérieure à celle observée suivant DT ( $\chi_{200}^{\text{DT}} = 4300$ ). Quand  $H$  dépasse 1 kA/m, les courbes tendent toutes vers le même niveau de saturation.

On constate sur la figure 2.16(b) que le comportement magnétostrictif est beaucoup plus anisotrope que le comportement magnétique. Les déformations mesurées parallèlement au champ magnétique appliqué sont les plus élevées quand le champ magnétique est appliqué suivant DT. L'amplitude est beaucoup plus faible quand le champ appliqué est suivant DL. Les écarts relatifs, pour une valeur de champ magnétique fixée, peuvent atteindre plus de 60%. Le comportement magnétostrictif est par ailleurs non monotone. Pour DT, l'amplitude de déformation longitudinale atteint  $\epsilon_{//}^\mu \approx 8,5 \cdot 10^{-6}$  avant de diminuer pour un niveau d'aimantation correspondant au mécanisme de rotation des moments magnétiques. La texture cristallographique ne suffit pas à expliquer cette anisotropie macroscopique. Elle résulte également d'un déséquilibre probable de la configuration initiale en domaines, dont la distribution n'est pas aléatoire.

### 3.1.2 Comportement cyclique

Nous présentons ci-dessous le comportement cyclique du Fe-3%Si NO mesuré à une fréquence de 1 Hz, avec un champ maximal imposé de 400 A/m. La figure 2.17(a) présente le comporte-



**FIGURE 2.17:** Fe-3%Si NO : Comportement cyclique à basse fréquence ( $f=1$  Hz) suivant DL, DT et  $45^\circ$ .

ment magnétique cyclique suivant les trois directions sélectionnées. L'échantillon DT a le champ coercitif  $H_c$  le plus élevé. Il est le plus bas pour DL.

Le comportement magnétostrictif est illustré sur la figure 2.17(b). Il est non linéaire et hystérique. On peut définir une courbe de première magnétostriction et un cycle d'hystérésis. On note que la déformation la plus élevée  $\epsilon_{//}^{\mu DT} \approx 7.10^{-6}$  est obtenue pour la direction DT. Elle vaut plus du double de la déformation mesurée suivant DL ( $\epsilon_{//}^{\mu DL} \approx 3.10^{-6}$ ). Les déformations suivant DL et  $45^\circ$  sont très proches comme pour le comportement magnétostrictif anhystérique.

Les cycles de la figure 2.18(a) illustrent l'effet de la fréquence sur la courbe  $M(H)$  pour un échantillon prélevé suivant DL. L'aire du cycle évolue peu jusqu'à une fréquence de 10 Hz. Au delà de 10 Hz les cycles s'élargissent rapidement.

Les évolutions de l'énergie dissipée par cycle sont présentées figure 2.18(b). Ces évolutions sont non linéaires en fonction de la fréquence. La direction DL présente l'énergie dissipée par cycle la plus élevée. Il faut toutefois noter que, compte tenu du mode de pilotage en  $H_{max}$  imposé, la direction DL présente également les niveaux d'inductions les plus élevés. Un tracé des pertes à  $B_{max}$  imposé ne donnerait pas nécessairement le même ordonnancement des courbes.

## 3.2 Fer cobalt

### 3.2.1 Comportement magnétique et magnétostrictif anhystérique du FeCo-2V R et FP

La figure 2.19(a) permet d'apprécier l'influence de l'orientation des échantillons sur le comportement magnétique du FeCo-2V R. L'anisotropie du comportement magnétique est faible (variation relative d'aimantation à champ donné inférieure à 10%). La direction du laminage atteint

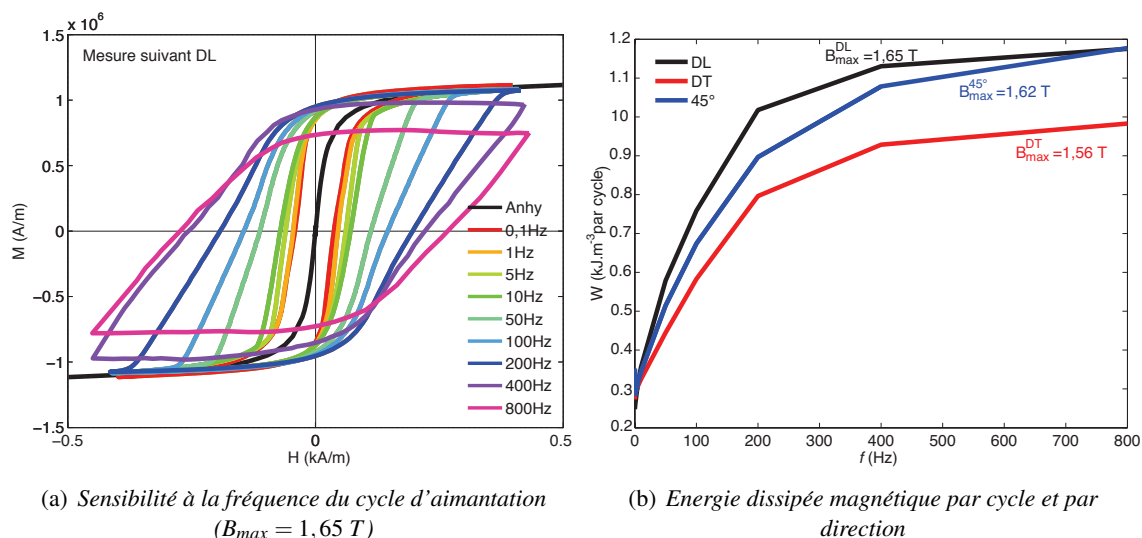


FIGURE 2.18: Fe-3%Si NO : Comportement cyclique ( $H_{max}^{imposé} \approx 400 \text{ A/m}$ ).

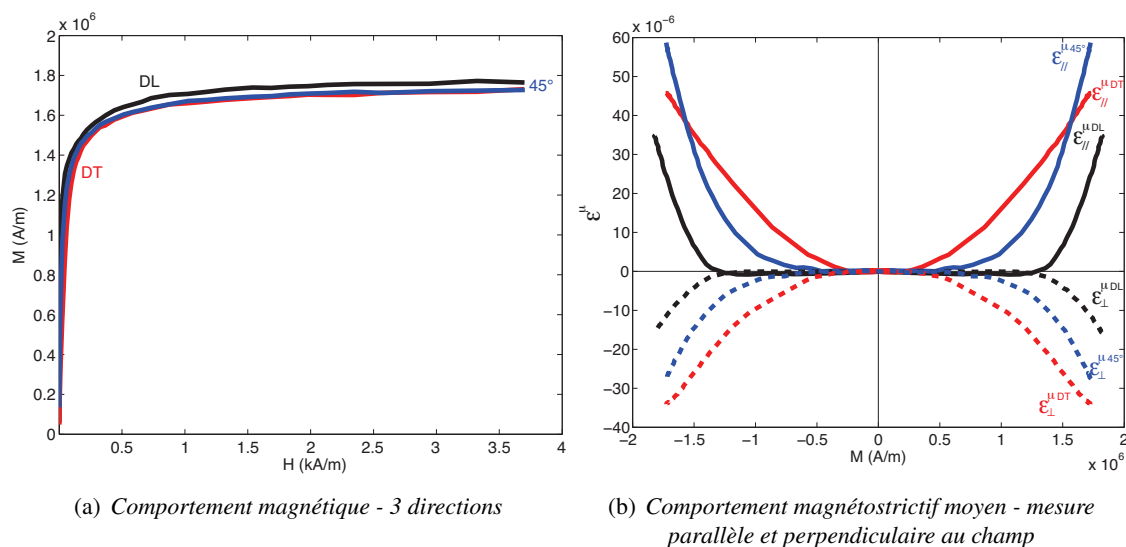
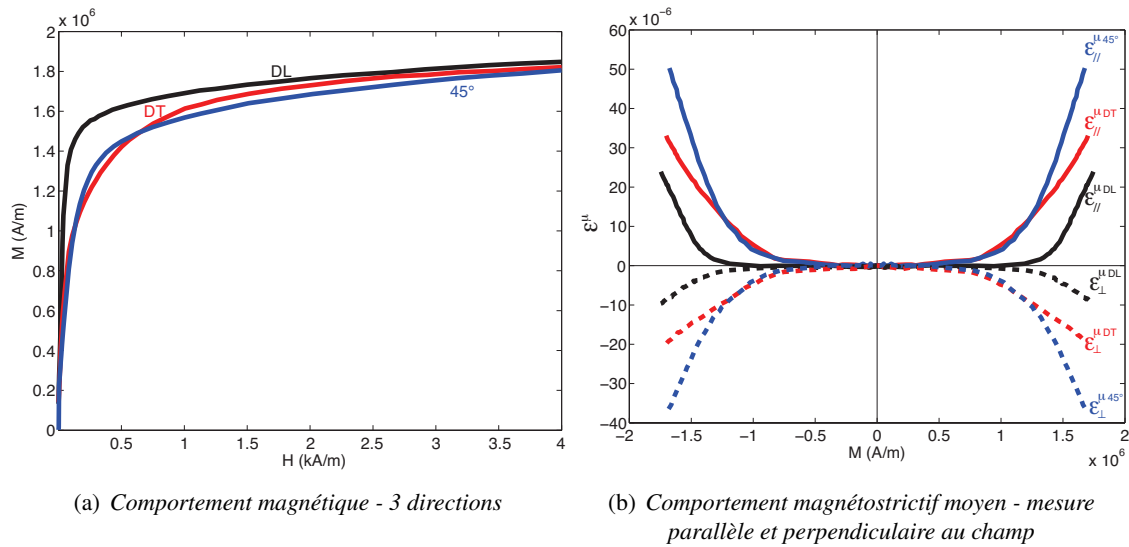


FIGURE 2.19: FeCo-2V R : Comportement magnétique et magnétostrictif suivant DL, DT et  $45^\circ$ .

l'aimantation la plus élevée sur la gamme de champ étudiée. Les comportements suivant *DT* et  $45^\circ$  sont proches pour des niveaux de champs supérieurs à  $500 \text{ A/m}$ .

La figure 2.19(b) présente le comportement magnétostrictif parallèle et perpendiculaire au champ pour les trois directions de prélèvement du FeCo-2V R. Le comportement magnétostrictif est anisotrope. Les niveaux de magnétostriction atteints sont de l'ordre de  $60 \cdot 10^{-6}$  dans le sens parallèle au champ et  $-40 \cdot 10^{-6}$  dans le sens perpendiculaire, ce qui est presque 10 fois supérieur aux amplitudes mesurées pour le fer silicium.

La figure 2.20(a) montre le comportement magnétique anhystérique du FeCo-2V FP. Ce comportement est très proche de celui du FeCo-2V R.



**FIGURE 2.20:** FeCo-2V FP : Comportement magnétique et magnétostrictif suivant DL, DT et  $45^\circ$ .

La figure 2.20(b) présente les mesures de magnétostriction parallèles au champ et perpendiculaires au champ pour les trois directions de prélèvement. Le comportement magnétostrictif est anisotrope à l'image du comportement magnétostrictif du FeCo-2V R. Le matériau possède les mêmes amplitudes de déformation ( $50 \cdot 10^{-6}$  dans le sens parallèle au champ et  $-40 \cdot 10^{-6}$  dans le sens perpendiculaire). L'allongement maximal du FeCo-2V FP est atteint sur les échantillons découpés à  $45^\circ$  par rapport à la direction du laminage. L'anisotropie macroscopique est liée à la texture cristallographique mais probablement également à une configuration initiale non aléatoire de la microstructure en domaines magnétiques. Pour les échantillons découpés suivant DL et  $45^\circ$ , on remarque que l'amplitude de la déformation longitudinale est le double de celle de la déformation transversale. On n'observe pas ce type de règle pour l'échantillon DT.

### 3.2.2 Comportement cyclique

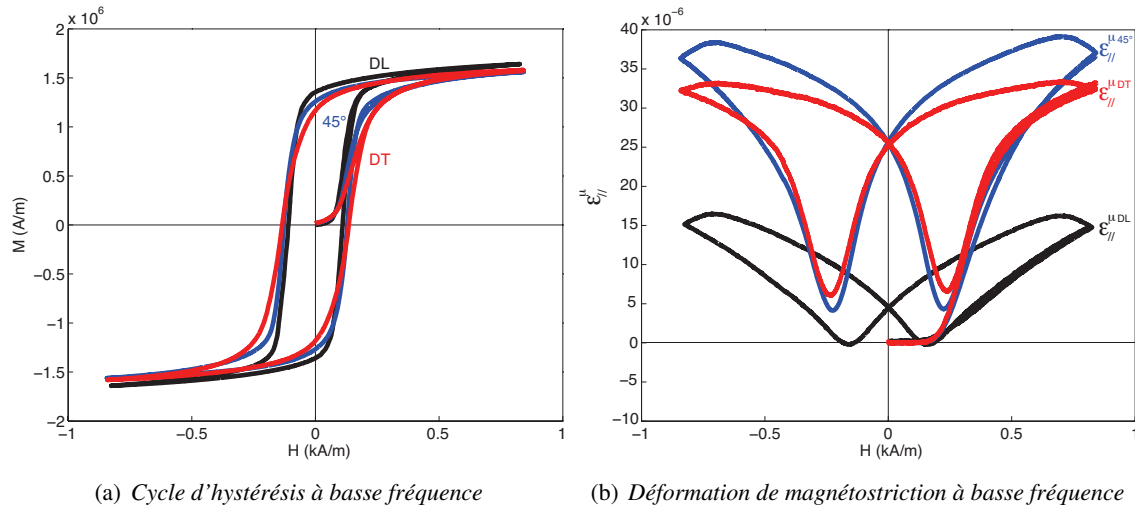
Les figures 2.21(a) et 2.22(a) mettent en évidence l'anisotropie du comportement magnétique mesuré à basse fréquence ( $f = 1$  Hz) pour le FeCo-2V R et FeCo-2V FP respectivement.

Le champ coercitif le plus élevé est mesuré pour l'échantillon découpé suivant DT pour le FeCo-2V R ( $H_c \approx 100$  A/m). L'échantillon découpé suivant DL présente le champ coercitif le plus élevé ( $H_c \approx 1040$  A/m) pour le FeCo-2V FP.

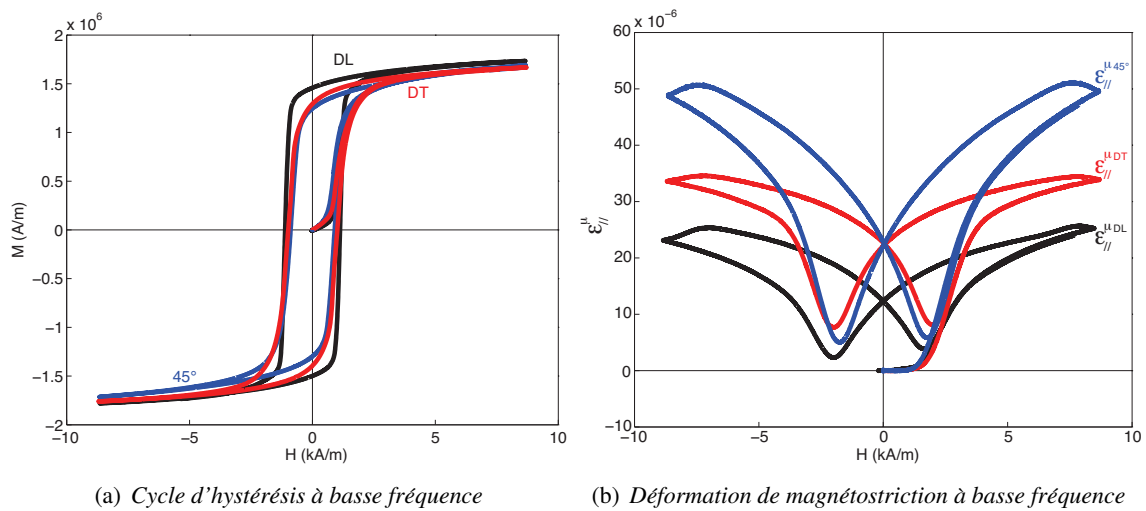
Les cycles sont en bon accord avec les courbes anhystérétiques en termes de niveau de champ (l'échantillon DL atteint l'aimantation la plus élevée sur la gamme de champ étudiée pour les deux matériaux). Le champ coercitif du FeCo-2V FP est beaucoup plus élevé que celui du FeCo-2V R ( $H_c^{FP} \approx 1070$  A/m et  $H_c^R \approx 90$  A/m). Ce résultat est en accord avec la différence de taille des grains évaluée pour les deux matériaux, et conforme à la règle d'évolution du champ coercitif en inverse de la taille de grains [Globus et Guyot, 1972, Degauque *et al.*, 1982].

Les figures 2.21(b) et 2.22(b) présentent les comportements magnétostrictifs cycliques des deux matériaux en fonction de la direction de mesure. On note que la déformation la plus élevée pour le FeCo-2V R est atteinte pour la direction  $45^\circ$  ( $\epsilon_{//}^{\mu 45^\circ} \approx 40 \cdot 10^{-6}$ ). On obtient une valeur





**FIGURE 2.21:** FeCo-2V R : Comportement cyclique à basse fréquence ( $f= 1$  Hz).



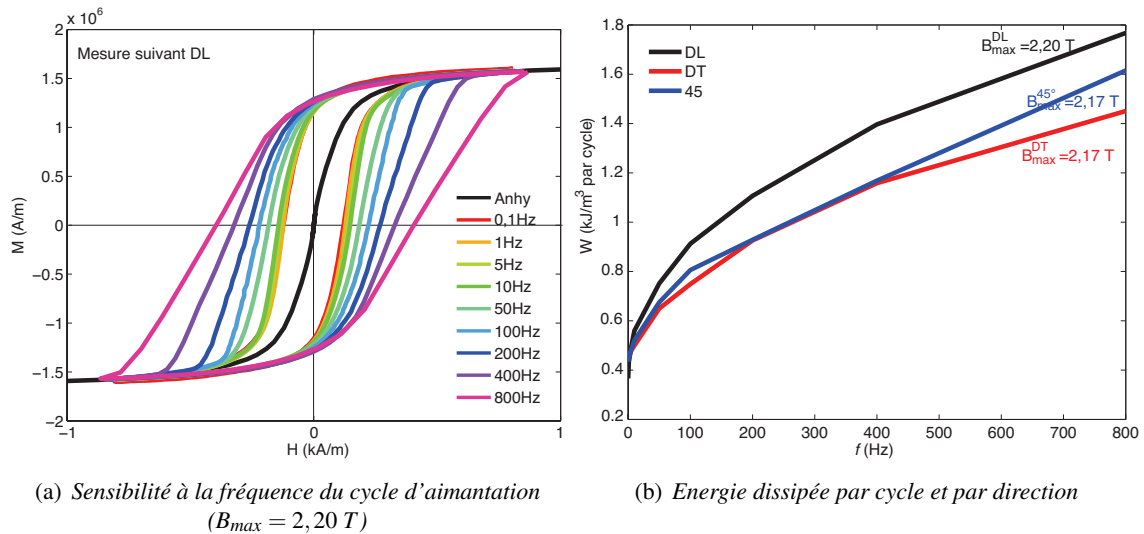
**FIGURE 2.22:** FeCo-2V FP : Comportement cyclique à basse fréquence ( $f= 1$  Hz).

proche de celle mesurée pour l'éprouvette à  $45^\circ$  du FeCo-2V FP ( $\epsilon_{//}^{\mu 45^\circ} \approx 50.10^{-6}$ ). Pour les deux matériaux, la déformation la plus faible est atteinte suivant DL :  $\epsilon_{//}^{\mu DL} \approx 15.10^{-6}$  pour FeCo-2V R et  $\epsilon_{//}^{\mu DL} \approx 25.10^{-6}$  pour le FeCo-2V FP.

L'évolution des cycles d'hystérésis avec la fréquence est présentée figure 2.23(a) pour un échantillon de FeCo-2V R prélevé suivant DL.

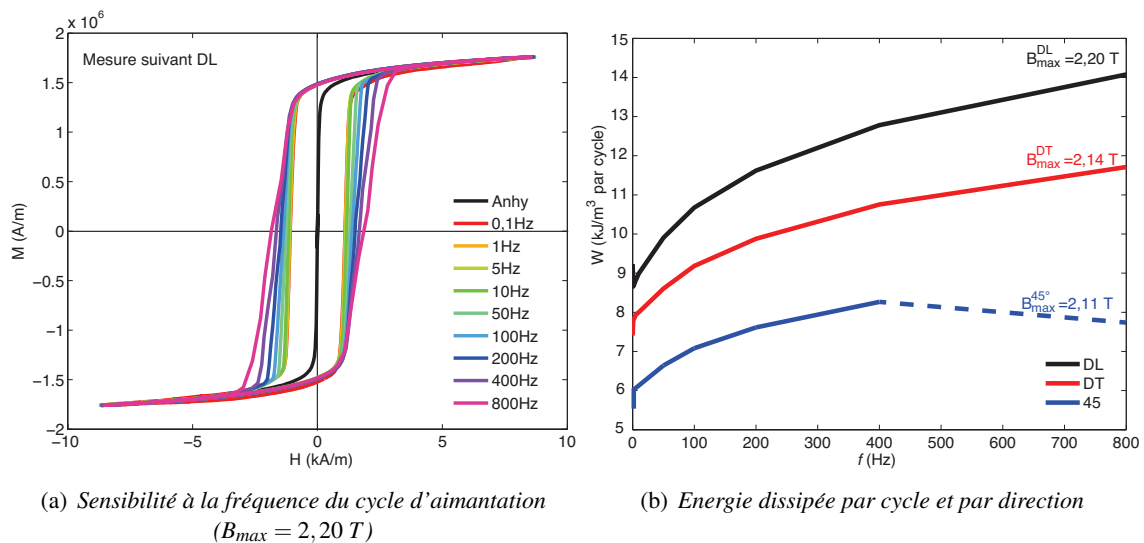
On obtient une augmentation attendue de l'aire des cycles avec la fréquence accompagnée d'une augmentation du champ coercitif. L'évolution non linéaire de l'énergie dissipée par cycle est tracée en fonction de la fréquence sur la figure 2.23(b). Le niveau d'anisotropie pour les pertes est inférieur à 25 %.

La figure 2.24(a) présente le comportement cyclique du FeCo-2V FP pour un échantillon prélevé suivant DL. Les cycles d'hystérésis sont anguleux et évoluent peu avec la fréquence (no-



**FIGURE 2.23:** FeCo-2V R : Comportement cyclique.

tons que le champ maximal imposé est 10 fois plus élevé afin d'illustrer correctement la saturation), conduisant à un faible écart entre les pertes à basse fréquence et les pertes à fréquence élevée (fig. 2.24(b)).



**FIGURE 2.24:** FeCo-2V FP : Comportement cyclique.

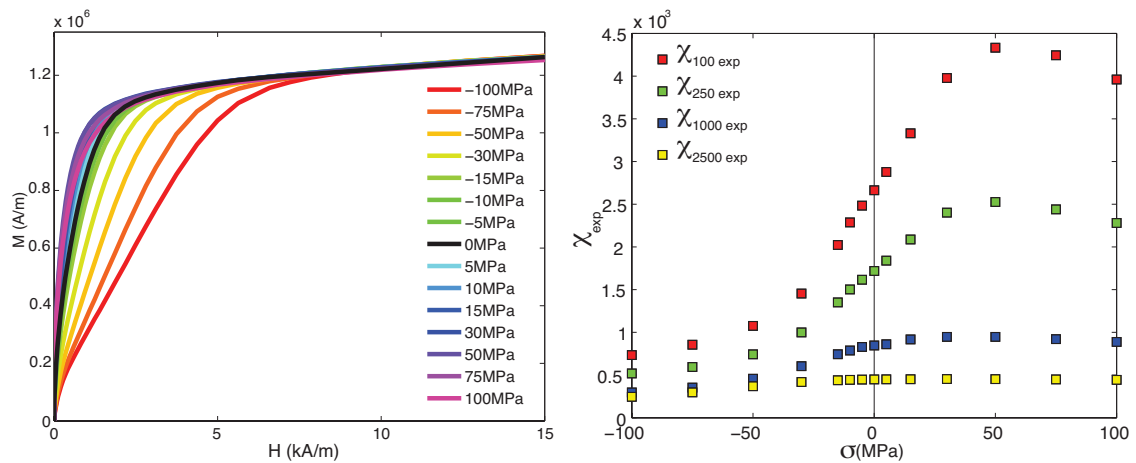
Le comportement mesuré est nettement plus anisotrope que celui du FeCo-2V R. Une variation non négligeable, supérieure à 50%, entre les directions *DL*, *DT* et  $45^\circ$  est clairement visible sur la figure 2.24(b). Cette variation est vraisemblablement liée à la texture cristallographique du matériau. Notons que l'épaisseur du matériau (0,2 mm) est suffisamment faible pour que le phénomène d'épaisseur de peau soit négligeable aux fréquences testées. La baisse des pertes observée à 800 Hz pour la courbe à  $45^\circ$  semble liée à un problème expérimental et n'est pas considérée comme significative.

## 4 Comportement magnéto-élastique uniaxial

### 4.1 Comportement magnéto-élastique uniaxial du fer silicium

#### 4.1.1 Comportement magnétique et magnétostrictif

La figure 2.25(a) présente le comportement magnétique anhystérétique suivant *DL* sous chargement mécanique (tel que défini dans la procédure 2.2).



(a) Comportement magnétique en traction/compression

(b) Évolution de la susceptibilité à champ fixe ( $\{H\}=\{0,1; 0,25; 1; 2,5\}$  kA/m)

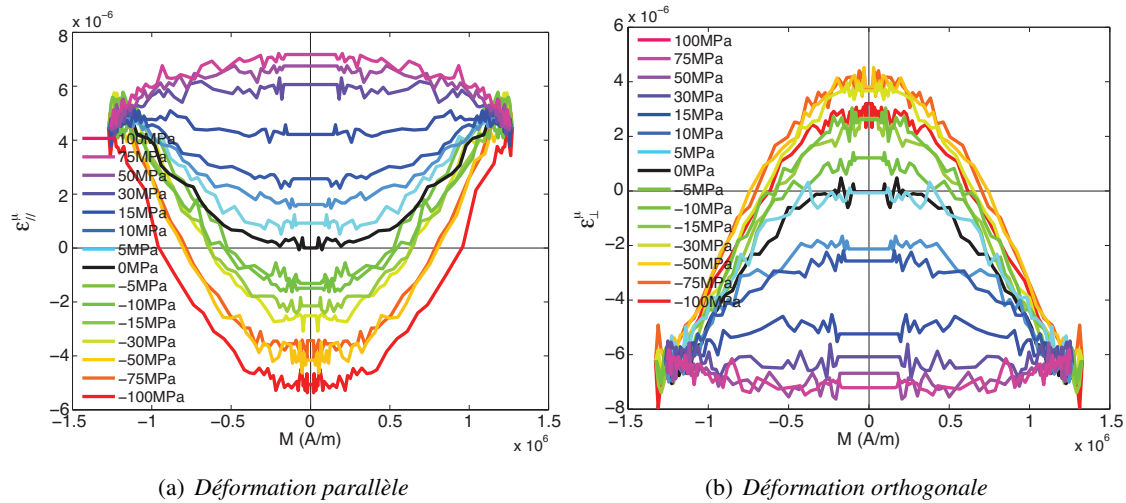
**FIGURE 2.25:** *Fe-3%Si NO* : Comportement anhystérétique suivant la direction de laminage.

Les courbes d'aimantation représentées montrent qu'une contrainte de traction augmente la susceptibilité. À contrainte élevée ( $\sigma > 50$  MPa) la susceptibilité diminue. À valeur de champ élevée ( $H > 8$  kA/m) toutes les courbes sont quasiment superposées. Seule la courbe de  $\sigma = -100$  MPa se distingue pour atteindre le niveau d'aimantation le plus élevé. Le croisement des courbes correspond à l'effet Villari.

La figure 2.25(b) présente l'évolution de la susceptibilité anhystérétique sécante ( $\chi_{exp} = \frac{M}{H}$ ) à différents niveaux de champ. L'effet des contraintes est non linéaire. Au delà de  $\sigma = 50$  MPa,  $\chi_{exp}$  diminue légèrement. Au fur et à mesure que le champ magnétique augmente, le matériau s'approche de l'état saturé, et l'effet de la contrainte est de moins en moins significatif. Ainsi pour un champ de 0,1 kA/m, le rapport entre les susceptibilités à 50 MPa et à -50 MPa est supérieur à 4, ce rapport devient proche de 1 à 2,5 kA/m.

Les figures 2.26(a) et 2.26(b) présentent respectivement la déformation parallèle et la déformation orthogonale au champ pour un échantillon découpé suivant *DL*. La déformation en fonction de l'aimantation à contrainte nulle est approximativement de forme parabolique.

On observe également la rotation déjà observée sur le matériau en absence d'un chargement mécanique. Une contrainte de traction tend à saturer la magnétostriction. On remarque même une inversion du sens de variation qui apparaît dès 50 MPa. Cette inversion de pente est à rapprocher du renversement de Villari (fig. 2.25(a)). En effet, on a vu au chapitre 1 qu'on peut relier l'évolution

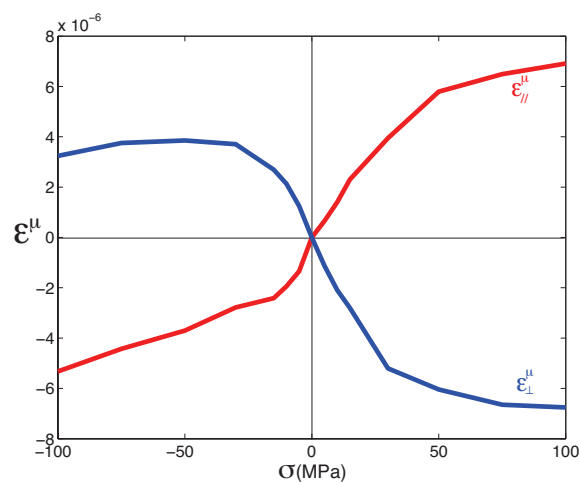


**FIGURE 2.26:** *Fe-3%Si NO* : Comportement magnétostrictif parallèle et orthogonal au champ.

de la déformation à l'évolution de l'aimantation sous contrainte selon :

$$\mu_0 \frac{\partial M}{\partial \sigma} = \frac{\partial \varepsilon^\mu}{\partial H} \quad (2.25)$$

Ceci explique le renversement de Villari à champ élevé quand la rotation est atteinte. Au delà de 50 MPa la modification du sens de variation de la magnétostriction est à l'origine du changement de sens de variation de la susceptibilité. Sous compression on n'observe pas d'inversion du sens de variation, aucun croisement des courbes d'aimantation n'apparaît. On observe quasiment les mêmes phénomènes pour la magnétostriction transversale (fig. 2.26(b)). On peut tracer à partir des deux figures 2.26(a) et 2.26(b) la courbe de l'effet  $\Delta E$  qui est l'évolution de la déformation de magnétostriction à aimantation nulle.



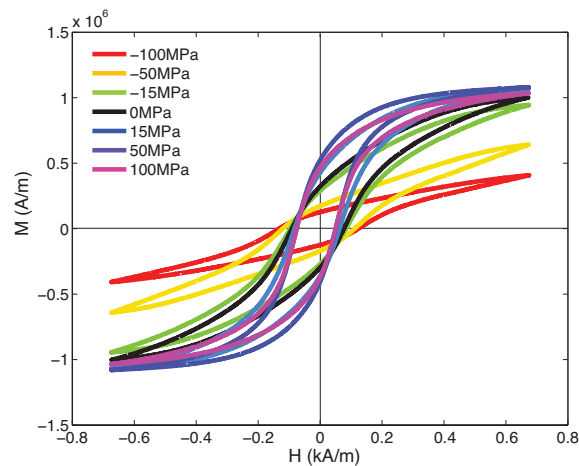
**FIGURE 2.27:** *Fe-3%Si NO* : Effet  $\Delta E$ .

La figure 2.27 présente l'effet  $\Delta E$  longitudinal et transversal. On observe une saturation de cet effet en traction et en compression. Comparés aux résultats présentés par

[Daniel et Hubert, 2009a], les tendances observées sont les mêmes, même si les amplitudes de déformation sont plus faibles. On constate également que  $\varepsilon_{//}^{\mu} \approx -\varepsilon_{\perp}^{\mu}$ .

#### 4.1.2 Comportement cyclique

La figure 2.28 présente le comportement cyclique du Fe-3%Si NO sous chargement mécanique à 5 Hz pour un échantillon découpé suivant *DL*. Nous travaillons à champ maximal imposé de  $H_{max} = 0,7$  kA/m.



**FIGURE 2.28:** Fe-3%Si NO : Comportement cyclique en traction/compression à 5 Hz.

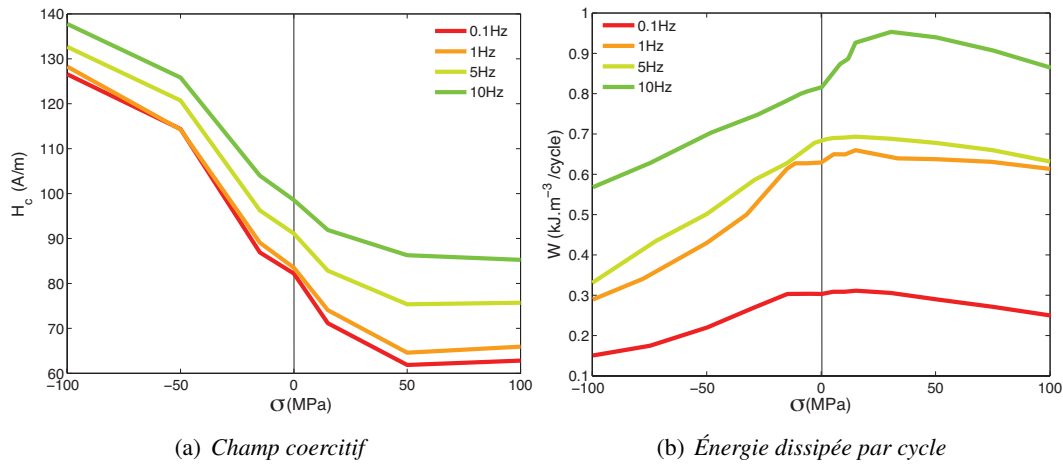
On remarque sur la figure 2.28, qu'une contrainte uniaxiale de compression tend à diminuer la susceptibilité à l'instar du comportement anhystrétique. La forme du cycle est également fortement dépendante de la contrainte. En appliquant une contrainte variable de 100 MPa à -100 MPa l'aire du cycle diminue.

On présente sur les figures 2.29 et 2.30 l'évolution du champ coercitif et de l'énergie dissipée par cycle en fonction de la contrainte appliquée pour différentes fréquences d'excitation (fig. 2.29 pour les basses fréquences, fig. 2.30 pour les hautes fréquences). On constate à partir de la figure 2.29(a) qu'une contrainte croissante de -100 MPa à 100 MPa diminue le champ coercitif du fer silicium d'un facteur  $\approx 2$ . La plus grande variation est obtenue entre  $[-50; 50]$  MPa. À partir de 50 MPa la valeur du champ coercitif ne varie quasiment plus.

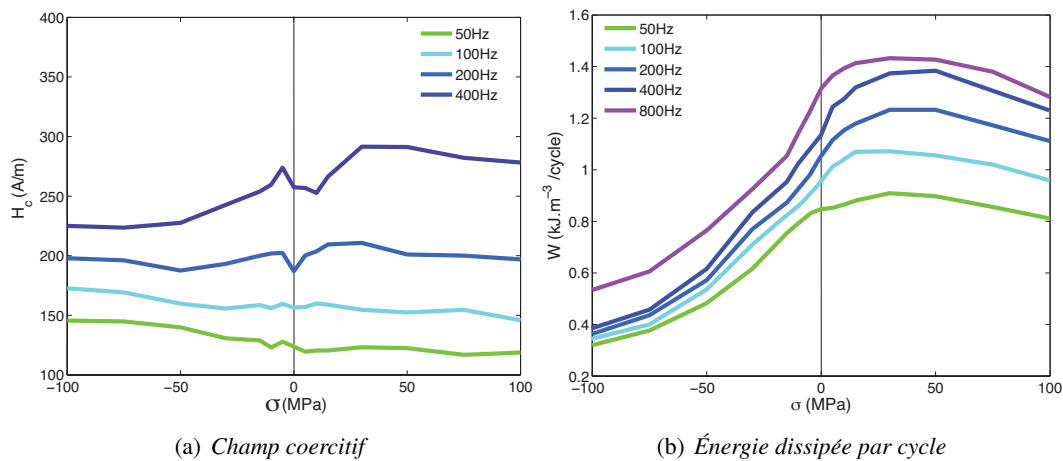
L'énergie dissipée évolue différemment du champ coercitif. La figure 2.29(b) montre qu'une contrainte de compression diminue l'énergie dissipée par cycle. L'effet d'une contrainte de traction est plus modéré. Par exemple, pour une fréquence d'excitation de 10 Hz, la valeur de l'énergie dissipée diminue de 50% à -100 MPa et de 10% à 100 MPa, par rapport à l'état sans contrainte ( $W = 850 \text{ J.m}^{-3}/\text{cycle}$ ). On rappelle que toutes les mesures sont effectuées à champ maximal imposé et non pas à induction imposée.

La figure 2.30(a) présente la variation du champ coercitif  $H_c$  à champ imposé. Malgré le bruit de mesure, on peut toutefois conclure que  $H_c$  varie peu sous contrainte à haute fréquence. La courbe obtenue pour une fréquence de 800 Hz, très bruitée, a été retirée. La variation relative enregistrée  $\frac{\Delta H_c}{H_c^0}$  est de l'ordre de  $\approx 10\%$  pour les fréquences  $\{f\} = \{50; 100; 200; 400\}$  Hz.

La figure 2.30(b) présente la variation de l'énergie dissipée par cycle à champ imposé. Le



**FIGURE 2.29:** Fe-3%Si NO : Comportement cyclique à basse fréquence  $\{f\}=\{0,1; 1; 5; 10\}$  Hz à champ maximal imposé.



**FIGURE 2.30:** Fe-3%Si NO : Comportement cyclique à haute fréquence  $\{f\}=\{50; 100; 200; 400; 800\}$  Hz à champ maximal imposé.

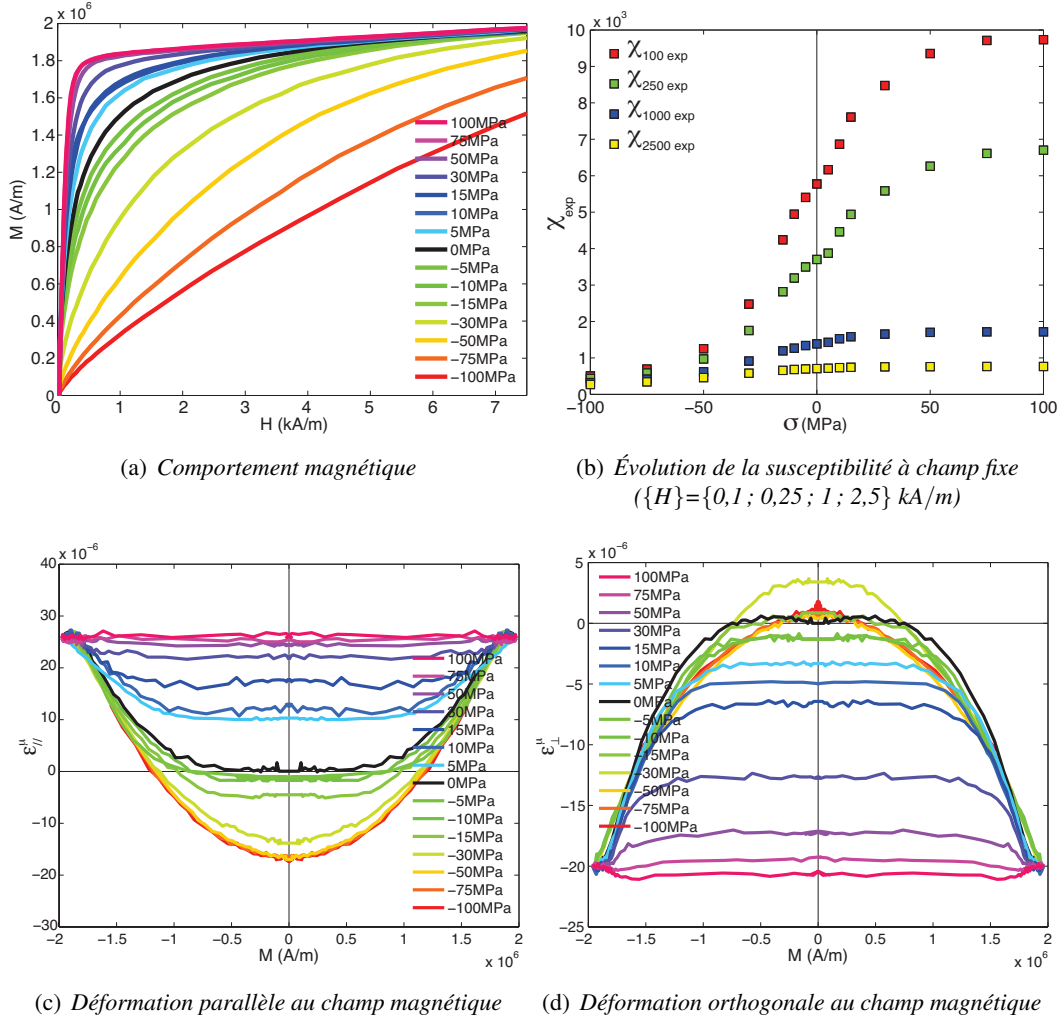
comportement observé est à l'image du comportement cyclique sous contrainte à basse fréquence. Pour une fréquence de 400 Hz, l'énergie dissipée à champ constant diminue de 60% à -100 MPa et de 10% à 100 MPa, par rapport à l'état sans chargement. L'effet de la contrainte sur le champ coercitif est plus fort à basse fréquence qu'à haute fréquence. Cela s'explique par la prépondérance progressive des courants de Foucault à fréquence croissante qui augmentent la largeur du cycle.

## 4.2 Comportement magnéto-élastique uniaxial du fer cobalt

### 4.2.1 Comportement magnétique et magnétostrictif

Les figures 2.31(a) et 2.32(a) présentent le comportement magnétique anhystérétique suivant  $DL$  sous chargement mécanique pour le FeCo-2V R et FeCo-2V FP (tel que défini dans

la procédure 2.2).



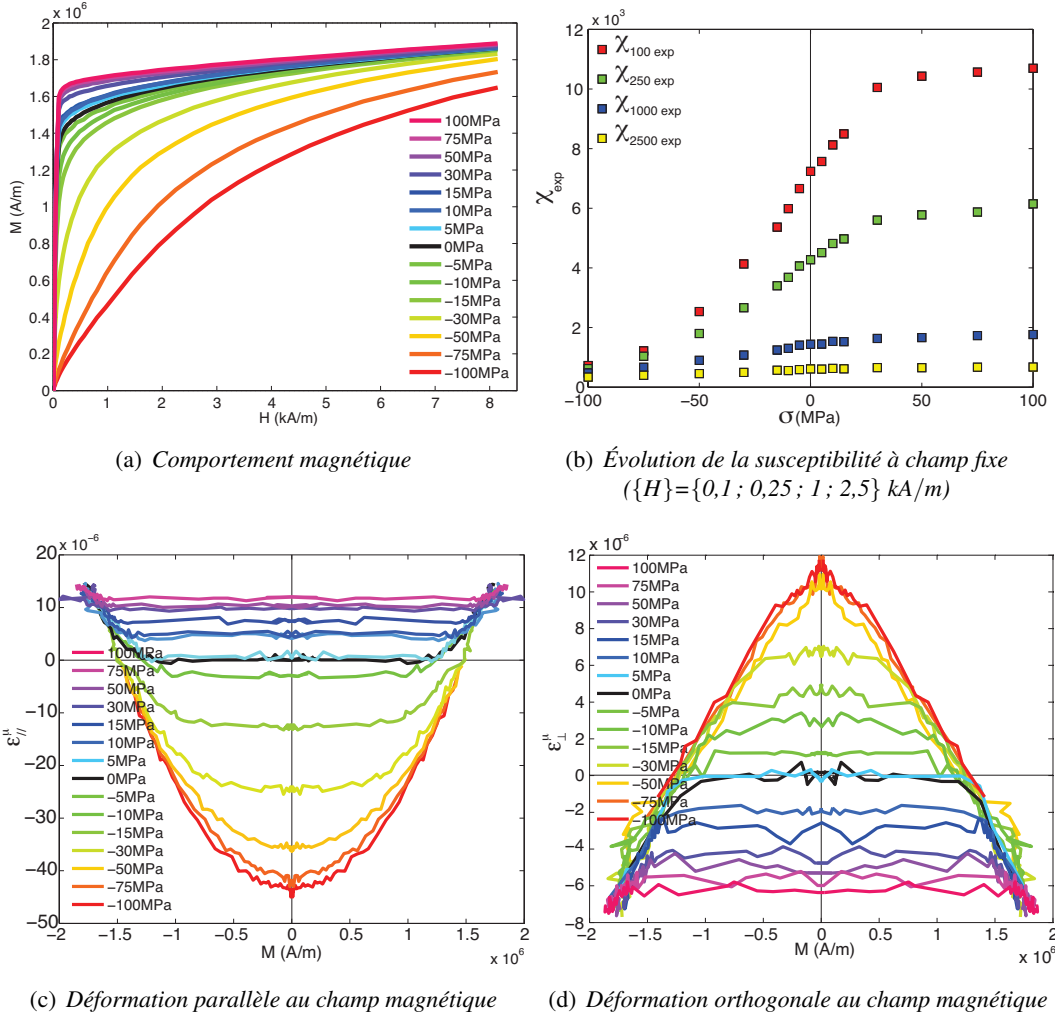
**FIGURE 2.31:** FeCo-2V R : Comportement magnétique et magnétostrictif suivant la direction de laminage en traction/compression.

Les deux nuances se caractérisent par une forte susceptibilité magnétique, plus du double de celle observée pour le Fe-3%Si NO pour les mêmes valeurs de champ. Les courbes d'aimantation représentées montrent qu'une contrainte de traction augmente la susceptibilité. À contrainte élevée ( $\sigma > 50$  MPa) la susceptibilité devient indépendante de la contrainte. À valeur de champ élevée ( $H > 8$  kA/m), toutes les courbes sont quasiment superposées, sauf pour les courbes correspondants à  $\sigma = \{-50; -75; -100\}$  MPa qui atteignent un niveau d'aimantation moins élevé.

La figure 2.32(a) présente le comportement du FeCo-2V FP. On observe quasiment les mêmes phénomènes pour le comportement magnétique. On remarque dans ce cas que la susceptibilité magnétique est plus élevée  $\chi_{\text{FeCo-2V FP}} > \chi_{\text{FeCo-2V R}}$ .

Les figures 2.31(b) et 2.32(b) présentent l'évolution de la susceptibilité ( $\chi_{\text{exp}} = \frac{M}{H}$ ) à différents niveaux de champ. L'effet des contraintes est non linéaire. Au delà de  $\sigma = 50$  MPa,  $\chi_{\text{exp}}$  est





**FIGURE 2.32:** FeCo-2V FP : Comportement magnétique et magnétostrictif suivant la direction de laminage en traction/compression.

quasiment saturée. Remarquons qu'à niveau de champ élevé ( $\{H\} = \{1; 2,5\}$  kA/m), l'effet des contraintes est beaucoup plus modéré qu'à bas champ, en raison de la saturation de la microstructure en domaines. L'influence d'une contrainte de traction sur le comportement magnétique est très différent par rapport à une contrainte de compression. À  $H = 0,1$  kA/m on trouve un rapport  $\frac{\chi_{\sigma=50}}{\chi_{\sigma=-50}} \approx 9$  pour le FeCo-2V R. À champ plus élevé ( $H = 2,5$  kA/m) et pour la même gamme de contraintes le rapport devient  $\frac{\chi_{\sigma=50}}{\chi_{\sigma=-50}} \approx 1.5$ .

Pour le FeCo-2V FP, à  $H = 100$  A/m, on trouve un rapport  $\frac{\chi_{\sigma=50}}{\chi_{\sigma=-50}} \approx 5$ . À un niveau de champ de  $H = 2,5$  kA/m et pour la même gamme de contraintes le rapport devient  $\frac{\chi_{\sigma=50}}{\chi_{\sigma=-50}} \approx 1$ .

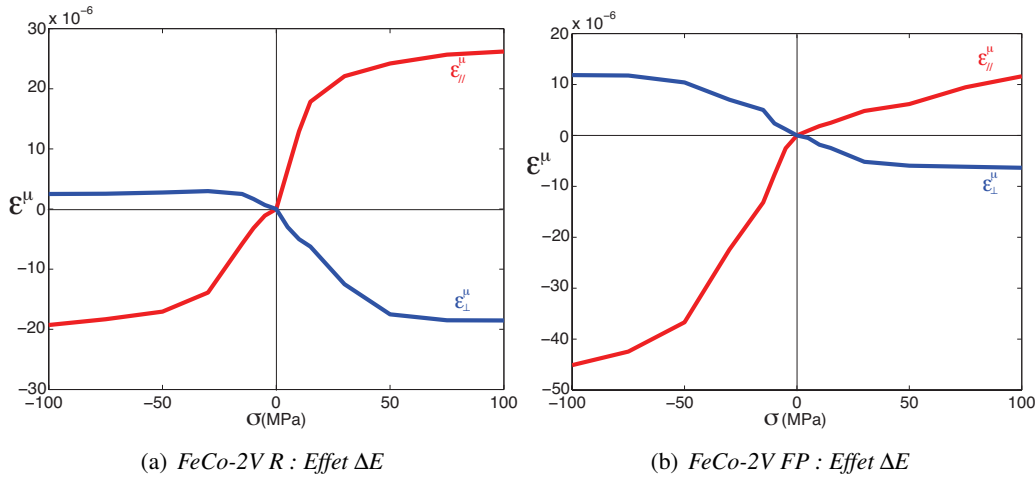
Les figures 2.31(c), 2.31(d), 2.32(c) et 2.32(d) présentent l'influence d'une contrainte sur l'évolution des déformations longitudinales et transversales en fonction de l'aimantation pour le



FeCo-2V R et FeCo-2V FP respectivement. Sur les figures 2.31(c) et 2.32(c), on remarque que l'évolution de la déformation avec l'aimantation est non-linéaire, mais monotone (à la différence du Fe-3%Si NO). La forme de la fonction obtenue est approximativement parabolique. Les courbes tendent à se rapprocher les unes des autres au fur et à mesure de l'augmentation de la contrainte. Ceci traduit un effet de saturation du mécanisme de magnétostriction à contrainte élevée pour les deux matériaux. La saturation apparaît dès 50 MPa. Compte tenu de la relation qui lie les déformations à l'aimantation, la monotonie de l'évolution de la susceptibilité en fonction de la contrainte et sa saturation sous contrainte sont bien en accord avec l'évolution de la magnétostriction en fonction du champ. Quand la magnétostriction ne varie plus avec l'aimantation, la variation de la susceptibilité sous contrainte est faible ( $\frac{\partial \varepsilon^\mu}{\partial H} = \frac{\partial \varepsilon^\mu}{\partial M} \frac{\partial M}{\partial H} = \frac{\partial M}{\partial \sigma} = 0$ ).

Sous compression, l'amplitude de la magnétostriction mesurée dans le sens transversal est peu modifiée pour le FeCo-2V R (fig. 2.31(d)). Elle augmente significativement pour le FeCo-2V FP. Le comportement magnétostrictif transversal du FeCo-2V FP (fig. 2.32(d)) présente par ailleurs une forme triangulaire inattendue. On remarque que  $\varepsilon_{//}^\mu(100 \text{ MPa}) \approx 26.10^{-6}$  et  $\varepsilon_{//}^\mu(-100 \text{ MPa}) \approx -20.10^{-6}$  pour le FeCo-2V R à aimantation nulle. Le FeCo-2V FP se déforme plus que le FeCo-2V R (sur les gammes de contraintes étudiées), on trouve  $\varepsilon_{//}^\mu(100 \text{ MPa}) \approx 10.10^{-6}$  et  $\varepsilon_{//}^\mu(-100 \text{ MPa}) \approx -45.10^{-6}$  à aimantation nulle. On note également un rapport  $\varepsilon_{//}^\mu \approx -2.\varepsilon_{\perp}^\mu$  pour le FeCo-2V R, contrairement au cas du FeCo-2VFP. La déformation de magnétostriction, normalement associée au mouvement de parois des domaines à  $90^\circ$ , est réduite sur FeCo-2V FP. Cet effet peut être attribué au recuit subi lors de l'hypertrempe (multiplication du nombre de joints de grain qui freinent le mouvement des parois).

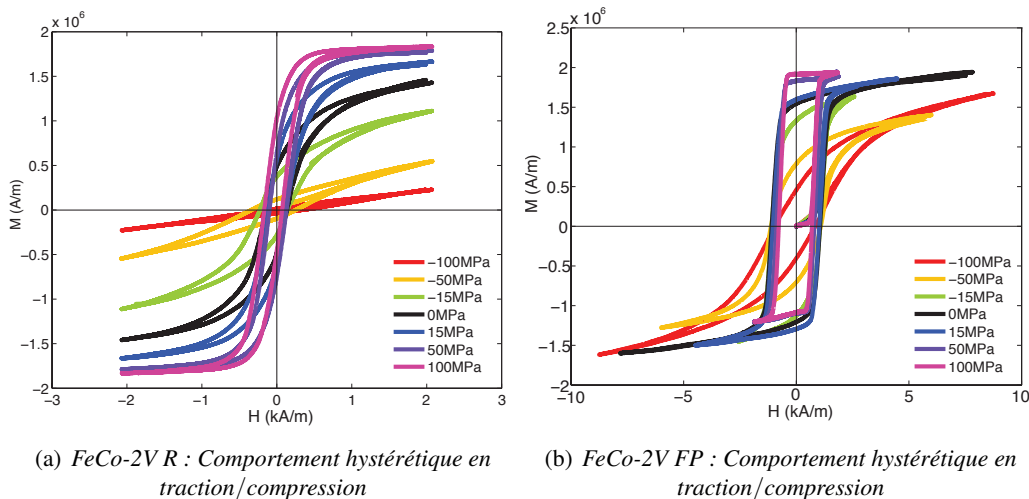
Les figures 2.33(a) et 2.33(b) présentent l'effet  $\Delta E$  longitudinal pour les deux matériaux, tracé à partir des figures de magnétostriction. On retrouve les grandes tendances déjà discutées.



**FIGURE 2.33:** FeCo-2V : Effet  $\Delta E$ .

#### 4.2.2 Comportement cyclique

Les figures 2.34(a) et 2.34(b) présentent le comportement cyclique à 5 Hz du FeCo-2V R et du FeCo-2V FP sous chargement mécanique statique. Nous travaillons à champ maximal imposé  $H_{max} = 850$  A/m pour le FeCo-2V R. Dans le cas du FeCo-2V FP, nous avons tenté, mais sans réel succès, de mener les essais en imposant la valeur maximale de l'aimantation. Une contrainte



**FIGURE 2.34:** FeCo-2V : Comportement cyclique à 50 Hz.

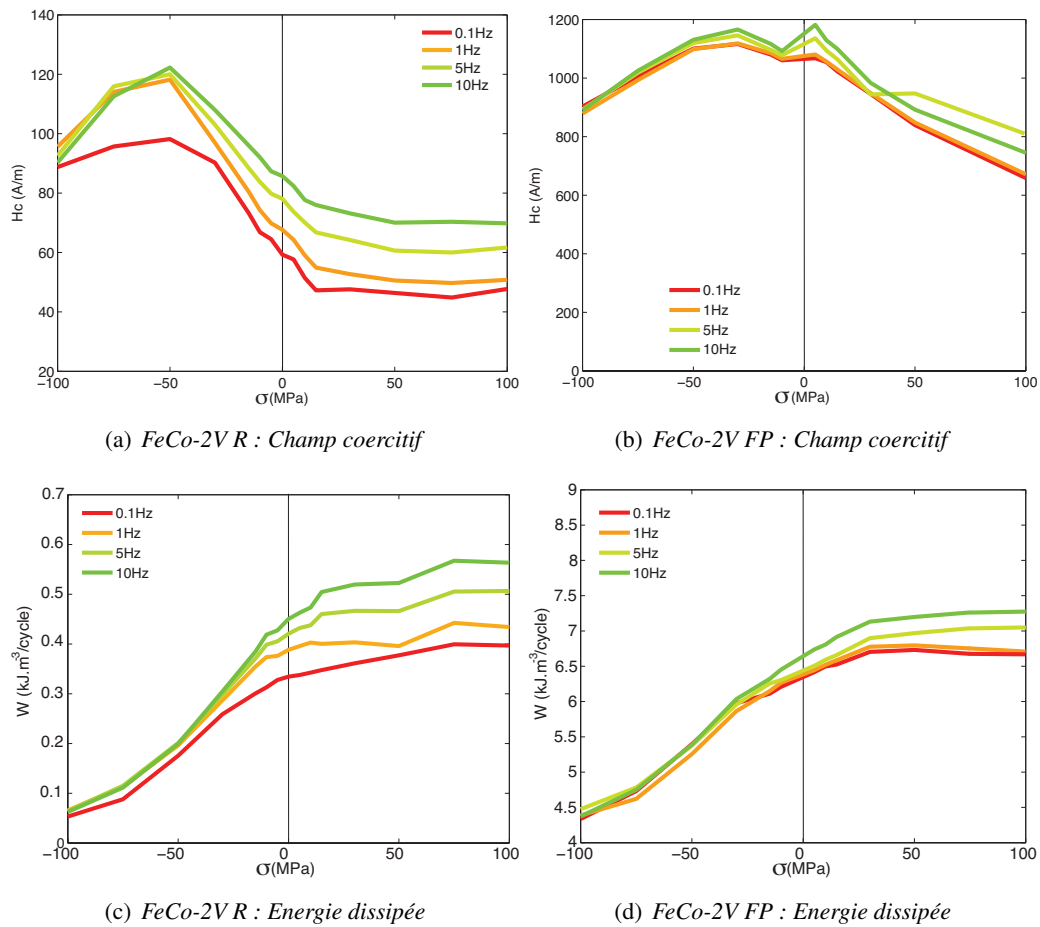
de traction a pour effet d'augmenter la susceptibilité initiale, et l'aimantation rémanente. Une contrainte de compression contribue à la chute de ces caractéristiques. Ceci est cohérent avec le fait que le fer cobalt présente une magnétostriction positive. Une contrainte de traction permet d'augmenter son aimantation, tandis qu'une contrainte de compression va entraver le processus d'aimantation.

On présente sur les figures 2.35 et 2.36 l'évolution du champ coercitif et de l'énergie dissipée par cycle en fonction de la contrainte appliquée pour différentes fréquences d'excitation pour les deux matériaux à champ imposé.

On constate figure 2.35(a) une fluctuation de l'évolution du champ coercitif pour FeCo-2V R. À  $f = 0,1$  Hz, le champ coercitif est égal à 60 A/m. La variation relative enregistrée  $\frac{\Delta H_c}{H_c^0}$  est de l'ordre de  $\approx 15\%$  à basses fréquences. L'évolution est non linéaire et non monotone en fonction de la contrainte. La figure 2.35(c) montre que l'énergie dissipée croît en fonction de la fréquence. Pour 10 Hz par exemple, l'énergie passe de  $W(-100 \text{ MPa}) = 60 \text{ J.m}^{-3}/\text{cycle}$  à  $W(100 \text{ MPa}) = 560 \text{ J.m}^{-3}/\text{cycle}$ .

Le champ coercitif pour le FeCo-2V FP est présenté sur la figure 2.35(b). Comme pour le FeCo-2V R, l'évolution du champ coercitif est non linéaire et non monotone avec la contrainte. L'évolution de l'énergie dissipée présentée sur la figure 2.35(d) est non linéaire, mais monotone en fonction de la contrainte. L'énergie dissipée par cycle sature après 20 MPa.

La figure 2.36(a) présente la variation de  $H_c$  du FeCo-2V R à des fréquences plus élevées. Là aussi,  $H_c$  varie également fortement en fonction de la contrainte, mais l'allure des courbes se modifie au fur et à mesure de l'augmentation de la fréquence. La figure 2.36(c) montre qu'une contrainte de traction augmente l'énergie dissipée à haute fréquence. À contrainte élevée ( $\sigma > 50$

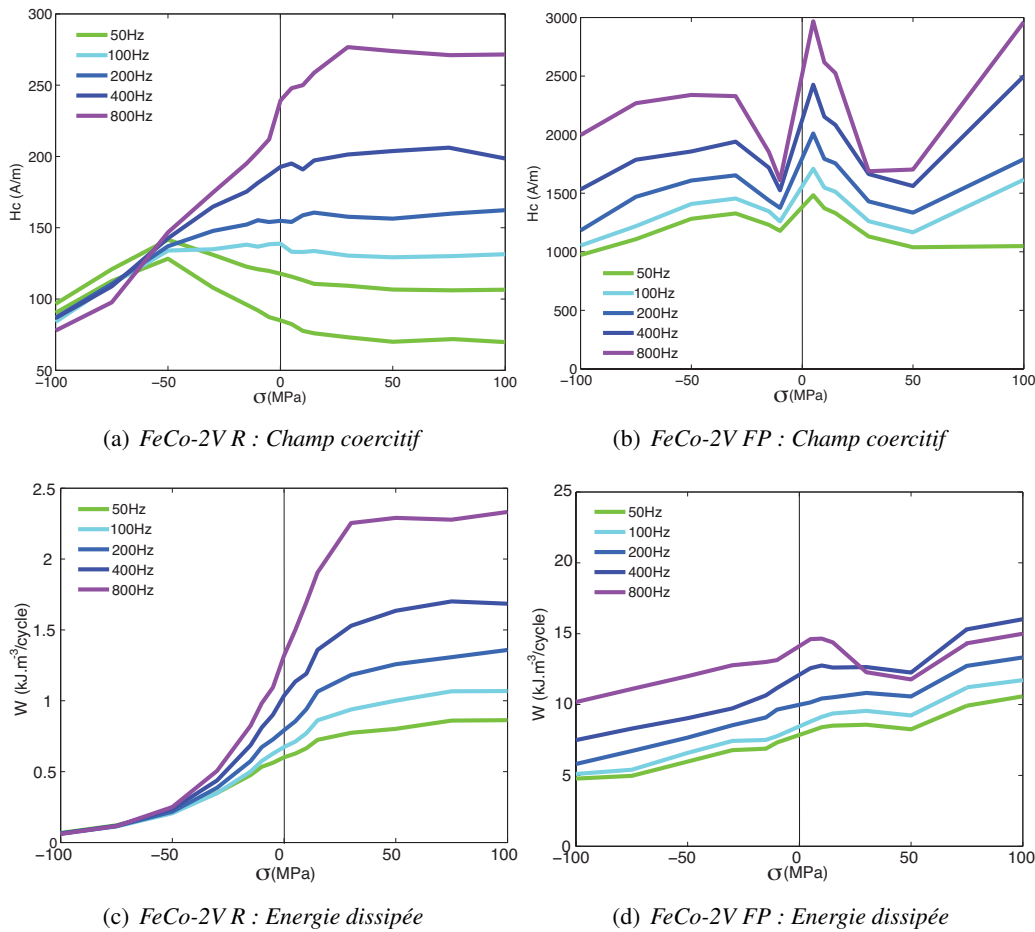


**FIGURE 2.35:** *FeCo-2V R* et *FP* : Comportement cyclique à basse fréquence  $\{f\}=\{0,1; 1; 5; 10\}$  Hz à champ maximal imposé.

MPa) l'énergie dissipée devient constante pour le *FeCo-2V R*.

La figure 2.36(b) montre que le champ coercitif du *FeCo-2V FP* varie également en fonction de la fréquence et de la contrainte, sans qu'une tendance très nette puisse être dégagée. L'énergie dissipée du *FeCo-2V FP* est présentée sur la figure 2.36(d). À la fréquence de 50 Hz la variation relative d'énergie  $\frac{\Delta W}{W_0} \approx 10\%$ .

On constate donc que si la réduction drastique de la taille de grains entre le *FeCo-2V R* et le *FeCo-2V FP* a bien conduit à une augmentation significative de la limite élastique, les effets sur les propriétés magnétiques sont plutôt néfastes, avec une forte augmentation du champ coercitif et des pertes. On constate en revanche une sensibilité aux contraintes globalement moindre pour le *FeCo-2V FP*, ce qui est plutôt positif. Dans la gamme des basses fréquences, on constate également que les valeurs du champ coercitif et des pertes évoluent beaucoup moins rapidement avec la fréquence pour le *FeCo-2V FP*.



**FIGURE 2.36:** *FeCo-2V R et FP : Comportement cyclique à haute fréquence  $\{f\}=\{50; 100; 200; 400; 800\}$  Hz à champ maximal imposé.*

## 5 Comportement magnéto-élastique biaxial

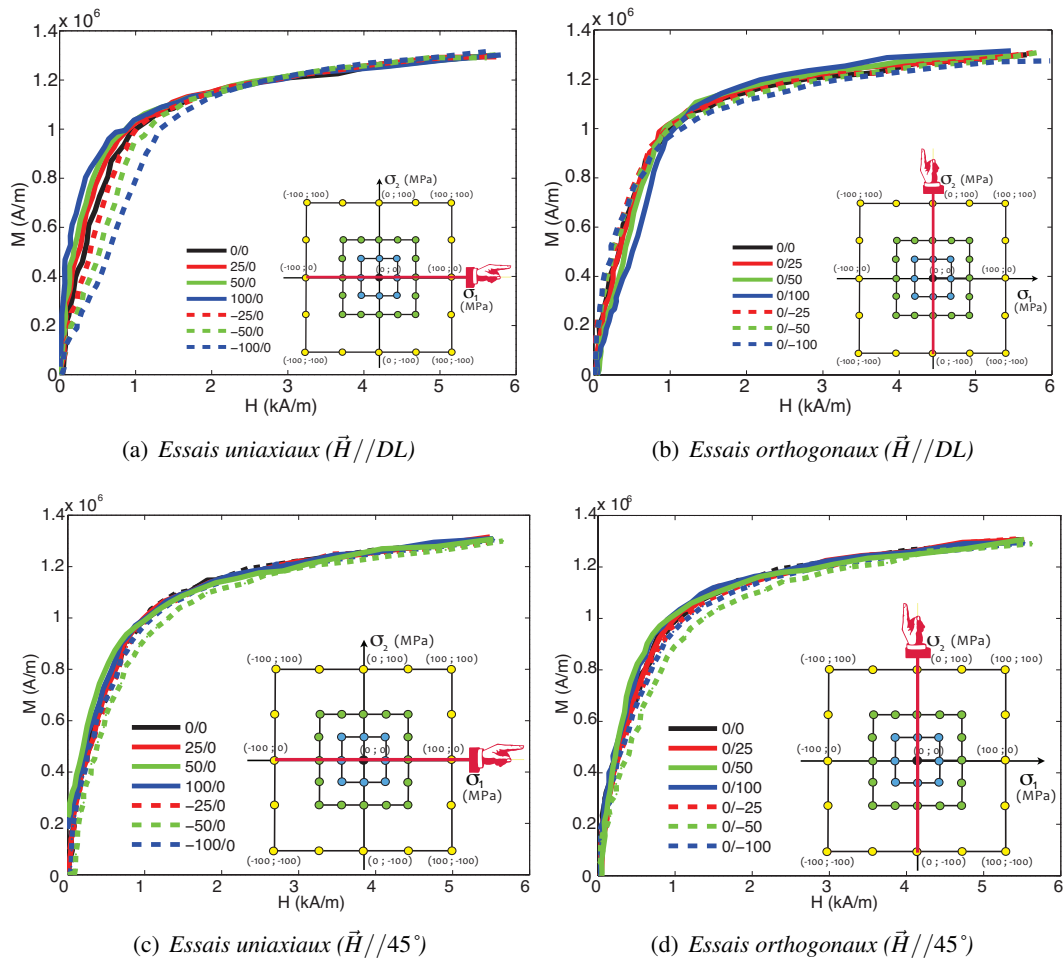
### 5.1 Comportement magnéto-élastique biaxial du fer silicium

#### 5.1.1 Comportement magnétique anhystérétique

On présente ici les mesures de comportement magnétique sous chargements mécaniques biaxiaux dans différentes directions de sollicitation magnétique par rotation de l'excitateur magnétique dans le plan de la tôle ( $\vec{H} // DL$  et  $\vec{H} // 45^\circ$ ).

On peut regrouper ces essais par nature d'essai : les essais uniaxiaux ( $\sigma_1 \neq 0, \sigma_2 = 0$ ), les essais orthogonaux ( $\sigma_1 = 0, \sigma_2 \neq 0$ ), les essais équilibriaux ( $\sigma_1 = \sigma_2$ ), et les essais de cisaillement ( $\sigma_1 = -\sigma_2$ ).

Les courbes d'aimantation sous contrainte sont données sur la figure 2.37. La figure 2.37(a) présente le cas d'une contrainte uniaxiale appliquée dans la direction du champ magnétique  $\vec{\sigma} // \vec{H}$ . L'état de contrainte est alors donné par  $(\sigma_1; 0)$ . Comme observé dans la partie consacrée aux essais 1D, la compression diminue progressivement la susceptibilité magnétique alors que la traction



**FIGURE 2.37:** Fe-3%Si NO : Courbes d'aimantation sous chargement mécanique biaxial, dans une configuration de traction uniaxiale.

l'augmente (pour les niveaux de contraintes rapportés ici).

Dans le cas d'une contrainte uniaxiale perpendiculaire (fig. 2.37(b)) (la contrainte uniaxiale est appliquée dans la direction orthogonale au champ magnétique) la configuration de contrainte est  $(0; \sigma_2)$ . L'effet de la contrainte est sensiblement réduit comparé à l'essai uniaxial "classique".

Quand le champ est orienté suivant  $45^\circ$ , l'impact d'une contrainte de traction ou de compression est fortement affaibli (figs. 2.37(c) et 2.37(d)). On ne peut alors plus parler d'essai "classique" ou "orthogonal" puisque l'axe de sollicitation est à  $45^\circ$  par rapport à l'axe du champ. Il paraît en revanche normal dans ces conditions que les deux types de sollicitations aboutissent aux mêmes effets.

Les courbes d'aimantation sous contrainte biaxiale sont données sur la figure 2.38. Sous contrainte équi-biaxiale (figs. 2.38(a) et 2.38(c)), caractérisée par la condition  $\sigma_1 = \sigma_2$ , une bi-compression diminue la susceptibilité magnétique tandis qu'une bi-traction l'améliore. Cet effet est similaire, mais plus faible en amplitude par rapport à une contrainte uniaxiale (fig. 2.37(a)) appliquée dans la direction du champ.

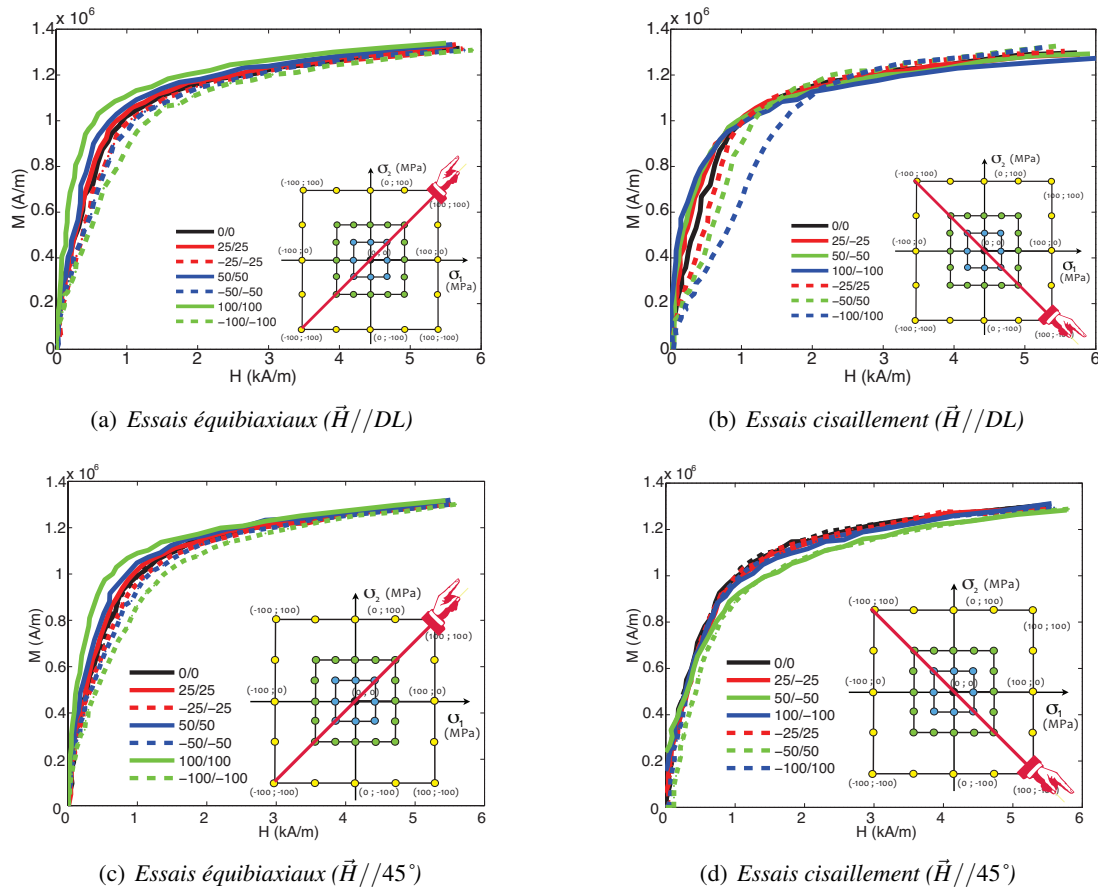


FIGURE 2.38: Fe-3%Si NO : Courbes d'aimantation sous chargement biaxial.

La contrainte de cisaillement pur peut également être appliquée ( $\sigma_1 = -\sigma_2$ ). L'effet de cisaillement pur est peu sensible quand la contrainte ( $\sigma_1$ ) parallèle au champ magnétique appliqué est positive (fig. 2.38(b)). Mais quand  $\sigma_1$  est négatif, la détérioration du comportement magnétique est significative. Ce résultat ne s'applique pas sur la figure 2.38(d) correspondant à une excitation orientée à  $45^\circ$ .

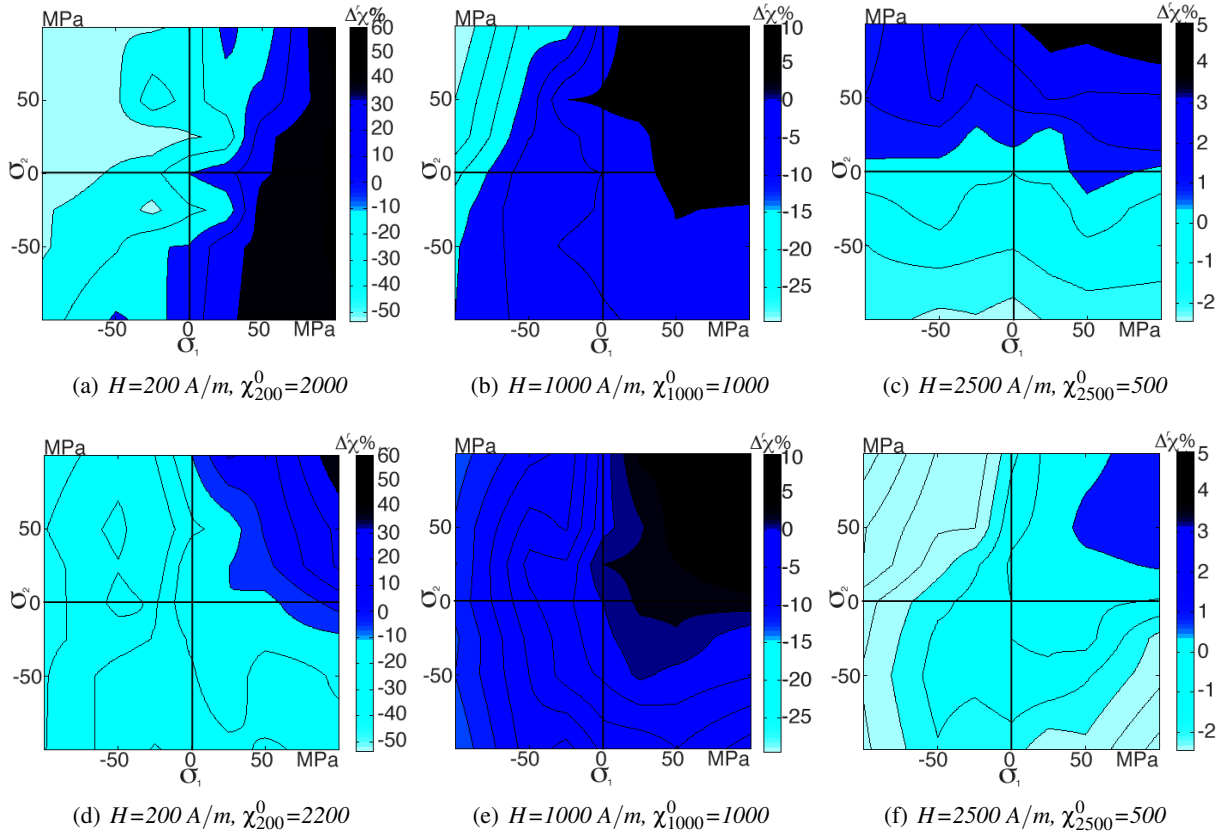
Les courbes d'aimantation obtenues pour un champ appliqué à  $45^\circ$  et en situation de cisaillement ( $\sigma_1 = -\sigma_2$ ) paraissent ainsi très proches les unes des autres comparativement aux autres situations (fig. 2.38(d)). Ce résultat semble indiquer une faible influence des contraintes de cisaillement (dans le repère du champ) sur le comportement magnétique. Cela se traduit par des cartes d'iso-susceptibilité, d'iso-champ coercitif ou d'iso-pertes dictées par les variations de long de l'axe de symétrie  $\sigma_1 = \sigma_2$ . Remarquons que les comportements magnétiques en situation équi-biaxiale pour  $\vec{H} // DL$  et  $\vec{H} // 45^\circ$  sont très proches. Ce résultat n'est pas surprenant puisque l'état de contrainte est alors indépendant du repère de plan. On ne visualise donc ici que les éventuels effets de texture.

Les phénomènes décrits ci-dessus peuvent être visualisés sous forme de variation relative de la susceptibilité sécante  $\Delta^r \chi$  dans le plan des contraintes ( $\sigma_1, \sigma_2$ ) (fig. 2.39). La définition de  $\Delta^r \chi [\%]$

est la suivante :

$$\Delta^r \chi = 100 \times \frac{\chi(\sigma_1, \sigma_2) - \chi(0, 0)}{\chi(0, 0)} = 100 \times \frac{\Delta \chi}{\chi^0} \quad (2.26)$$

Les figures 2.39(a), 2.39(b) et 2.39(c) montrent des iso-valeurs de la variation relative de  $\chi$  pour  $H = \{0, 2; 1; 2, 5\}$  kA/m respectivement.



**FIGURE 2.39:** *Fe-3%Si NO* : Variation relative de la susceptibilité anhystérique sèche sous chargement mécanique biaxial quand  $\vec{H} // DL$  (a, b et c) et  $\vec{H} // 45^\circ$  (d, e et f).

Intéressons nous d'abord à la situation où  $\vec{H} // DL$  (figs. 2.39(a), 2.39(b) et 2.39(c)). Comme déjà remarqué dans la partie précédente, une traction uniaxiale dans la direction du champ magnétique améliore la susceptibilité et une compression dans la même direction détériore le comportement magnétique surtout à bas champ. Lorsqu'une contrainte uniaxiale est appliquée dans la direction perpendiculaire au champ magnétique, l'effet est atténué. L'équi-bitraction augmente la susceptibilité ( $\Delta^r \chi_{200}^{100,100} = 60\%$ ), tandis qu'une équi-bicompression la diminue ( $\Delta^r \chi_{200}^{-100,-100} = -30\%$ ). Les valeurs les plus basses de  $\chi$  sont obtenues dans le deuxième quadrant de la carte des variations, correspondant à des configurations de cisaillement, ceci est vrai sauf pour la figure 2.39(c). Une compression le long de la direction du champ magnétique a toujours tendance à détériorer le comportement magnétique, quelle que soit la valeur de  $\sigma_2$ . Les effets des contraintes sont moins sensibles à des niveaux élevés de champ magnétique puisque le matériau est plus proche de la saturation.



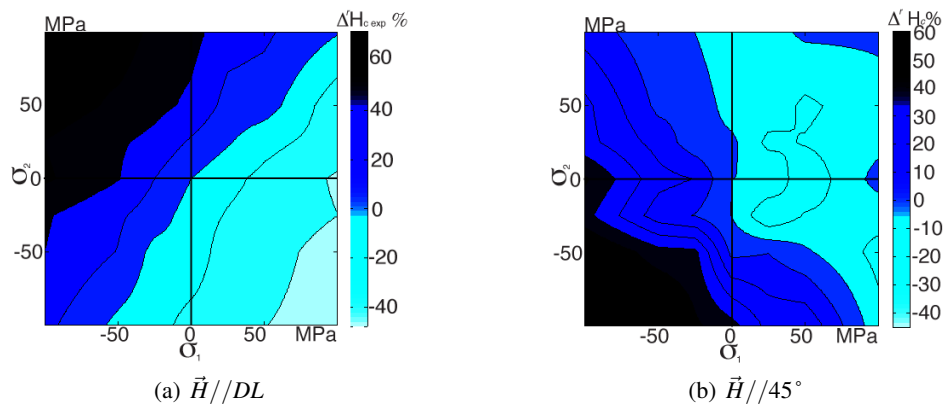
Quand le champ est orienté à  $45^\circ$  (figs. 2.39(d), 2.39(e) et 2.39(f)), on remarque que les valeurs de la susceptibilité les plus élevées sont concentrées dans le premier quadrant. Le passage de  $DL$  à  $45^\circ$  entraîne une rotation apparente de  $45^\circ$  des iso-susceptibilités. L'axe  $\sigma_1 = \sigma_2$  apparaît comme un axe de symétrie pour les trois niveaux de champ. Ce résultat était prévisible puisque les contraintes  $\sigma_1$  et  $\sigma_2$  ont un effet symétrique avec un champ dirigé entre les deux axes. Ce résultat est là encore attendu théoriquement puisque l'état de contrainte ne dépend pas du repère sur cet axe. Ceci démontre la relative isotropie plane du matériau.

### 5.1.2 Comportement magnétique dissipatif

#### Champ coercitif :

Dans ce qui suit on présente les résultats des essais pour  $f = 5$  Hz. Les résultats relatifs aux fréquences  $\{f\} = \{1; 10; 50; 100; 200; 400; 800\}$  Hz sont regroupés dans l'annexe D. Les variations relatives du champ coercitif  $\Delta'H_c[\%]$  sous chargement biaxial sont représentées figure 2.40. Ces variations sont calculées à l'aide de la relation suivante :

$$\Delta'H_c = 100 \times \frac{H_c(\sigma_1, \sigma_2) - H_c(0,0)}{H_c(0,0)} = 100 \times \frac{\Delta H_c}{H_c^0} \quad (2.27)$$



**FIGURE 2.40:** *Fe-3%Si NO : Variations relatives du champ coercitif  $\Delta'H_c$  en fonction de l'état de contraintes à 5 Hz.*

Quand  $\vec{H} // DL$  figure 2.40(a), on remarque que la variation  $\Delta'H_c$  est symétrique par rapport à l'axe  $\sigma_1 = -\sigma_2$ . La région où le champ coercitif atteint ses valeurs minimales correspond au quatrième quadrant ( $\sigma_1 > 0, \sigma_2 < 0$ ), correspondant à une contrainte de cisaillement avec une contrainte positive le long de la direction du champ magnétique. Le long de la ligne de contrainte de cisaillement pur ( $\sigma_1 = -\sigma_2$ ) dans le deuxième quadrant ( $\sigma_1 < 0, \sigma_2 > 0$ ), on trouve une nette augmentation de  $H_c$  lorsqu'on augmente la contrainte. La contrainte de cisaillement semble ainsi avoir un effet dominant sur le champ coercitif lorsque la composante de contrainte le long de la direction du champ magnétique est négative.

La figure 2.40(b) présente la variation relative du champ coercitif quand  $\vec{H} // 45^\circ$ . Conformément aux observations faites sur la susceptibilité magnétique, le changement de direction de chargement magnétique (passage de  $DL$  à  $45^\circ$ ) entraîne une rotation des iso-valeurs. On retrouve la symétrie attendue par rapport à l'axe  $\sigma_1 = \sigma_2$ . En revanche les valeurs pour  $\vec{H} // DL$  et



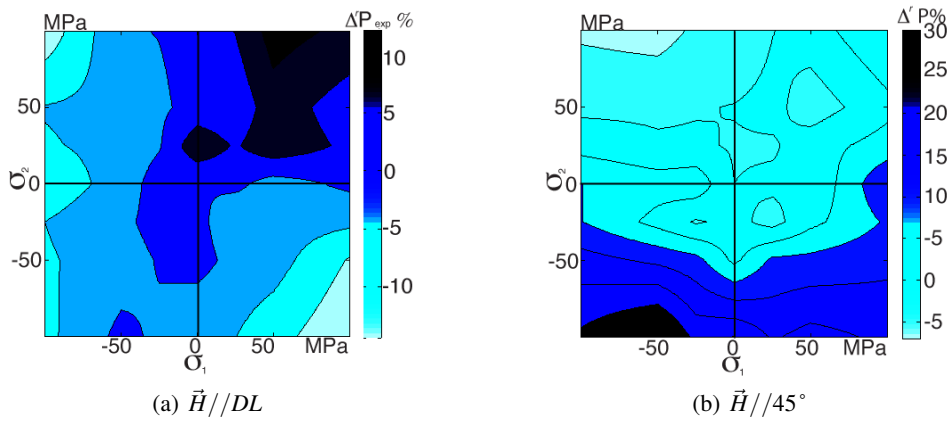
$\vec{H}/45^\circ$  ne sont plus cohérentes sur l'axe  $\sigma_1 = \sigma_2$ . A noter que c'est précisément sur cet axe que l'on commence à observer d'importants gradients pour  $\vec{H}/DL$ . Ce résultat va dans le sens d'une anisotropie de  $H_c$  dans le plan et d'une sensibilité variable en fonction de la contrainte.

### Pertes magnétiques :

On présente les résultats des mesures de pertes magnétiques pour  $f = 5$  Hz. Les résultats relatifs aux fréquences  $\{f\}=\{1; 10; 50; 100; 200; 400; 800\}$  Hz sont regroupés dans l'annexe D.

Les pertes magnétiques sont calculées à partir de la mesure de l'aire des cycles d'hystérésis. La variation relative des pertes magnétiques  $\Delta'P[\%]$  est calculée à l'aide de la relation suivante :

$$\Delta'P = 100 \times \frac{P(\sigma_1, \sigma_2) - P(0,0)}{P(0,0)} = 100 \times \frac{\Delta P}{P^0} \quad (2.28)$$



**FIGURE 2.41:** *Fe-3%Si NO* : Variations  $\Delta'P$  des pertes magnétiques en fonction de l'état de contraintes à 5 Hz.

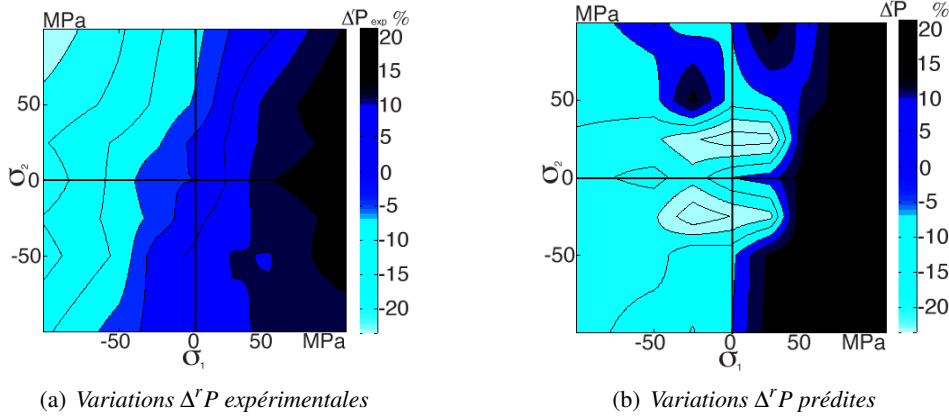
La figure 2.41(a) présente  $\Delta'P$  quand  $\vec{H}/DL$ . L'effet d'un chargement mécanique sur les pertes est faible par rapport à l'effet sur le champ coercitif ou sur la susceptibilité magnétique à faible fréquence. Une bi-traction a tendance à augmenter les pertes magnétiques (d'environ 5 % pour  $\sigma_1 = \sigma_2 = 100$  MPa). Les pertes les plus élevées sont obtenues le long de la ligne équilibriaxiale  $\sigma_1 = \sigma_2$ .

Quand  $\vec{H}/45^\circ$  (fig. 2.41(b)) les valeurs les plus élevées des pertes basculent dans le troisième quadrant. On note que la contrainte  $\sigma_2$  semble piloter le comportement dissipatif. Les iso-valeurs semblent ainsi horizontales alors qu'elles devraient être symétriques par rapport à l'axe  $\sigma_1 = \sigma_2$ . Ceci est en contradiction avec la symétrie du chargement, avec les résultats de la susceptibilité ou avec les résultats du champ coercitif. On note que l'incertitude de mesure est élevée pour cette valeur de fréquence, cela pourrait expliquer les tendances inattendues observées.

Il peut être intéressant d'adapter une approche simplifiée pour interpréter ces résultats [Rekik *et al.*, 2014a]. En supposant que des cycles ont une forme de parallélogramme, le champ coercitif définit la largeur des cycles magnétiques. La hauteur du cycle magnétique est proportionnelle à la susceptibilité magnétique (pour un champ magnétique maximum donné). La variation des pertes est le résultat des variations combinées du champ coercitif et de la susceptibilité.

Si les pertes de puissance  $P$  sont supposées être proportionnelles au produit du champ coercitif et de l'aimantation, la variation relative des pertes est liée à la somme des variations relatives du champ coercitif et de la susceptibilité (2.29).

$$P \propto H_c M = H_c \chi H, \quad \Delta^r P \propto \Delta^r H_c + \Delta^r \chi \quad (2.29)$$

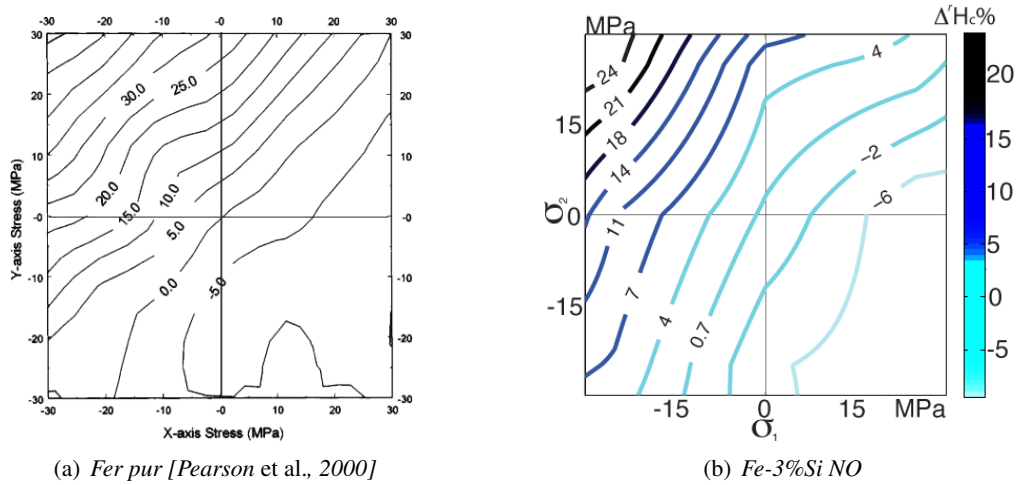


**FIGURE 2.42:** Fe-3%Si NO : Pertes magnétiques en fonction de l'état de contraintes ( $\vec{H} // DL$ ) à 50 Hz.

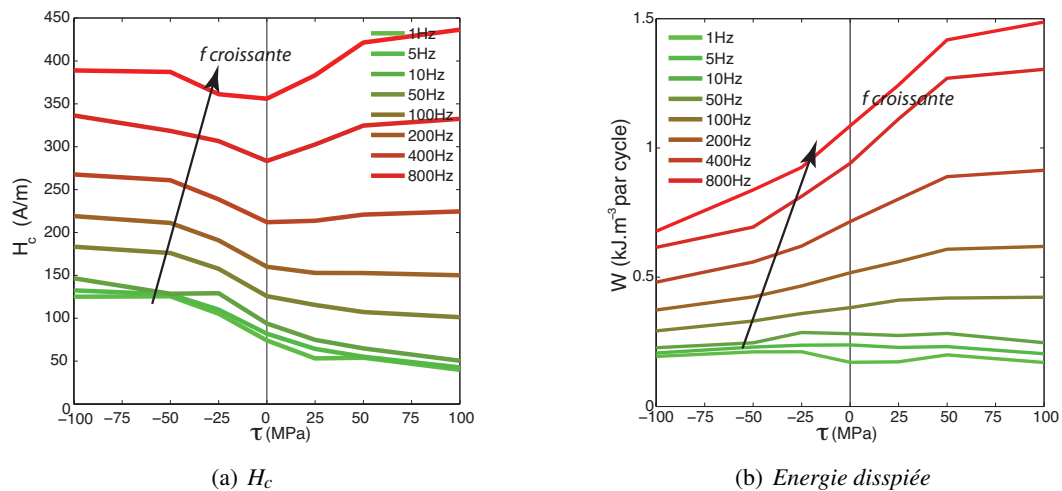
Nous représentons figure 2.42 les variations relatives expérimentales des pertes avec leur estimation obtenue grâce à la formule (2.29) en combinant les résultats expérimentaux obtenus pour le champ coercitif et pour la susceptibilité ( $\vec{H} // DL$ ). En première approximation, les variations obtenues sont proches : pour un état de contrainte donné ( $\sigma_1, \sigma_2$ ), une modification (augmentation ou diminution) de la susceptibilité semble correspondre à une variation inverse (diminution ou augmentation respectivement) du champ coercitif. Cela conduit à une insensibilité relative des pertes à la contrainte. Ces deux cartes mettent en évidence le rôle majeur du niveau de contrainte appliqué parallèlement au champ magnétique.

Les résultats obtenus pour le Fe-3%Si NO ont été comparés avec les résultats obtenus par [Pearson *et al.*, 2000] à moyenne fréquence (50 Hz) sur des échantillons en fer pur de 1 mm d'épaisseur. Les variations du champ coercitif sont mesurées sous un chargement en contrainte biaxiale avec des amplitudes maximales entre  $[-30; 30]$  MPa pour chacune des composantes  $\sigma_1$  et  $\sigma_2$ . Les résultats de Pearson sont reportés figure 2.43(a) et comparés avec nos propres résultats (fig. 2.43(b)) en se limitant au même intervalle de contrainte ( $[-30; 30]$  MPa). Les variations sont clairement similaires. On observe dans les deux cas une symétrie suivant l'axe de cisaillement ( $\sigma_1 = -\sigma_2$ ). Les ordres de grandeurs sont également très proches. Pour mettre en évidence l'interaction entre contrainte et fréquence, on trace le champ coercitif  $H_c$  du Fe-3%Si NO (fig. 2.44(a)) sous chargement de cisaillement pur en fonction de l'amplitude de la contrainte  $\tau$  ( $\tau = \frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_2)$ ). En effet, il a été observé sur les boucles d'hystérésis qu'un cisaillement a une forte incidence sur le champ coercitif, et que la ligne de cisaillement pur ( $\sigma_1 = -\sigma_2$ ) est un axe de symétrie de la figure 2.40.

Il est évident à partir de la figure 2.44(a) que l'effet de la contrainte et de la fréquence sont couplés. À basse fréquence un cisaillement a tendance à diminuer le champ coercitif, cet effet est



**FIGURE 2.43:** Variations  $\Delta^r H_c$  du champ coercitif en fonction de l'état de contraintes pour  $f = 50$  Hz.



**FIGURE 2.44:** *Fe-3%Si NO* : Champ coercitif et pertes sous cisaillement pur en fonction de l'amplitude de contrainte  $\tau = \frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_2)$  avec une fréquence croissante.

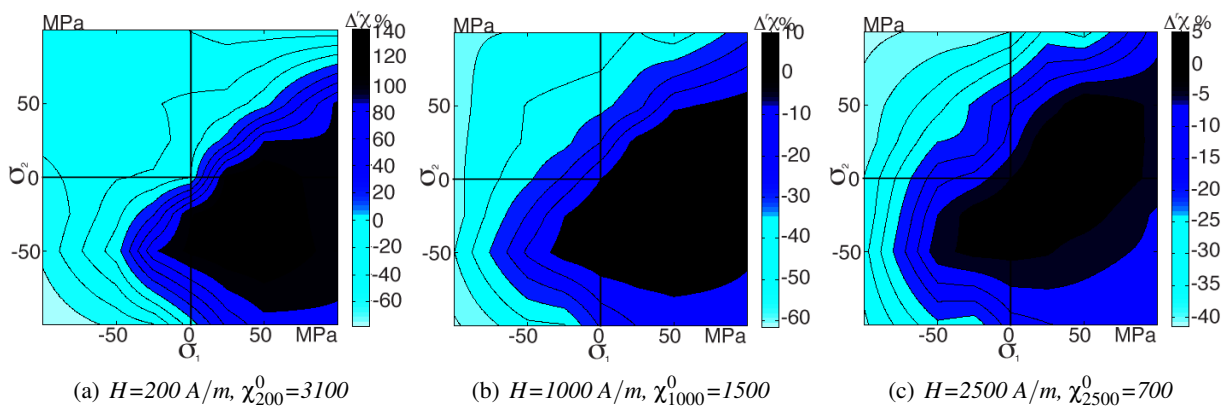
opposé à haute fréquence. Encore une fois, ce constat souligne la complexité des effets d'un chargement mécanique biaxial sur le comportement magnétique. Et plus généralement la complexité des phénomènes de couplage magnéto-élastique. La même analyse peut être faite sur les pertes magnétiques. La figure 2.44(b) montre les pertes mesurées par cycle en fonction de l'amplitude de la contrainte de cisaillement  $\tau$  à des fréquences différentes. Lorsqu'une tôle est exposée à un champ alternatif, des courants de Foucault sont générés pour s'opposer au déplacement du flux magnétique à l'intérieur de la tôle. Ces courants sont d'autant plus élevés que la susceptibilité et la fréquence sont élevées également. Les courants induits dans l'échantillon provoquent des pertes importantes. Au-delà de 100 Hz, le flux magnétique se concentre progressivement à la surface en

raison de l'effet de peau, ce qui entraîne une augmentation des pertes par courants de Foucault. D'autre part la variation de la susceptibilité due à la contrainte influe également sur la profondeur de peau. Un parallèle peut ainsi être fait entre pertes, susceptibilité, champ coercitif et contraintes à l'image de la relation (2.29). Il semble clair que l'évolution des pertes (surtout à haute fréquence) est en corrélation avec l'évolution de la susceptibilité (augmentation des micro et macro courants de Foucault avec la susceptibilité). Inversement, le champ coercitif diminue à faible fréquence en fonction de la contrainte appliquée, phénomène appelé "raffinement des domaines" observé habituellement dans le cas des tôles à grains orientés (GO) [Bozorth, 1951, Cullity, 1972]. A fréquence croissante, la contribution des pertes au champ coercitif augmente progressivement. Elle conduit à un changement progressif de la sensibilité du champ coercitif à la contrainte.

## 5.2 Comportement magnéto-élastique biaxial du fer cobalt

### 5.2.1 Comportement magnétique anhystérétique

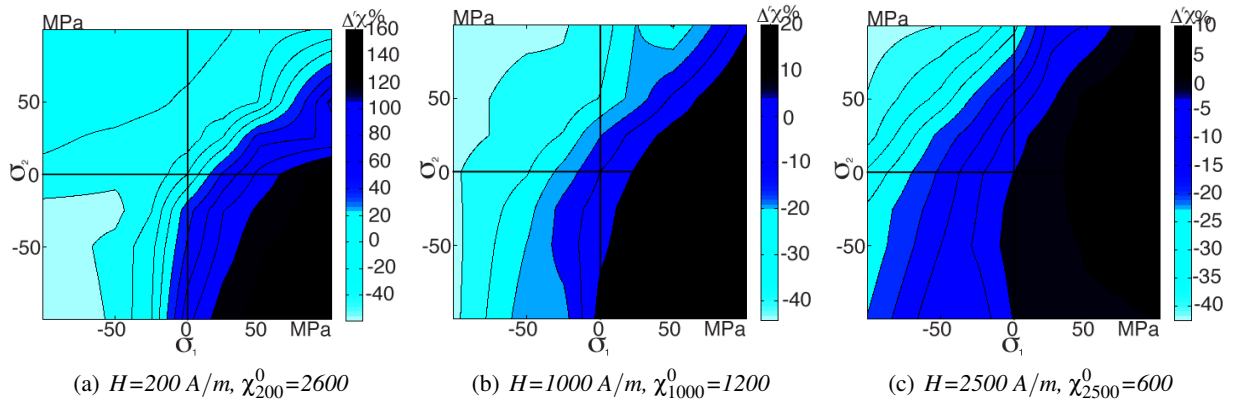
Les courbes d'aimantation anhystérétique sous contraintes biaxiales pour le FeCo-2V R et le FeCo-2V FP ont été mesurées. Elles sont regroupés dans l'annexe E. Les figures 2.45, 2.46 présentent les iso-valeurs de la variation relative de la susceptibilité  $\Delta'\chi$ , pour  $H = \{0, 2; 1; 2, 5\}$  kA/m respectivement pour les deux alliages fer cobalt suivant  $DL$ .



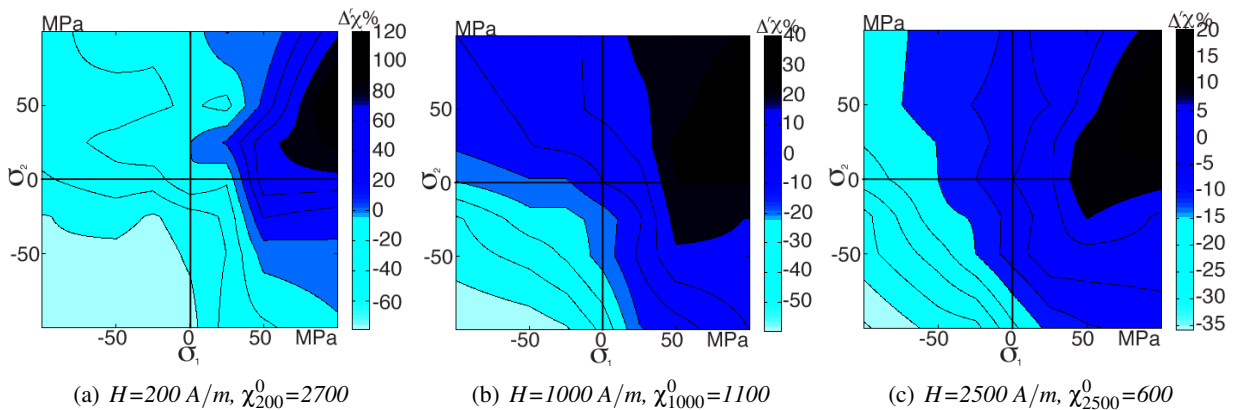
**FIGURE 2.45:** FeCo-2V R : Variation relative de la susceptibilité anhystérétique sécante sous chargement mécanique biaxial  $\vec{H} // DL$ .

Ces cartes de susceptibilité confirment l'effet important de la contrainte le long de l'axe d'application du champ  $\vec{H}$ , particulièrement lorsque la contrainte le long du deuxième axe est négative. À faible champ (figs. 2.45(a) et 2.46(a)), l'asymétrie entre la traction et compression est très visible. Les chiffres montrent qu'une équi-bitraction n'a presque pas d'effet sur la susceptibilité (entre 0 et 20% de variation), tandis qu'une bi-compression engendre une diminution notable de  $\chi$  (plus de 60% de baisse). À champ moyen (figs. 2.45(b) et 2.46(b)), l'augmentation de la susceptibilité est freinée. En effet, les variations maximales ne dépassent pas 20% pour les deux matériaux. Cette atténuation se poursuit à fort champ magnétique à mesure que les matériaux se rapprochent de la saturation.

Les figures 2.47 et 2.48 présentent la variation relative de susceptibilité pour les deux matériaux quand  $\vec{H} // 45^\circ$ . Les mesures mettent en évidence une dissymétrie de l'effet de contrainte

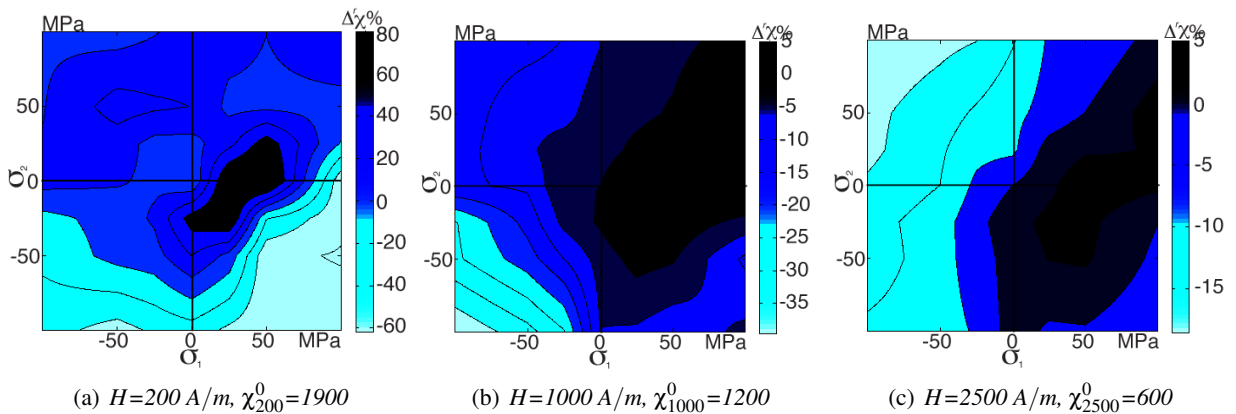


**FIGURE 2.46:** *FeCo-2V FP* : Variation relative de la susceptibilité anhystérique sécante sous chargement mécanique biaxial  $\vec{H}/DL$ .



**FIGURE 2.47:** *FeCo-2V R* : Variation relative de la susceptibilité anhystérique sécante sous chargement mécanique biaxial  $\vec{H}/45^\circ$ .

sur le comportement magnétique pour les faibles et moyennes valeurs de champ. En revanche à fort champ, cette anisotropie est moins sensible surtout pour le FeCo-2V FP (fig. 2.48(c)). On constate un écart relatif de 20% entre les valeurs de la susceptibilité suivant  $DL$  et  $45^\circ$ . Des variations de 80 % ou de 120 % sont obtenues à bas champ. Il est difficile de dire à ce stade si ces variations sont physiques ou associées à des erreurs de mesure. Le champ faible et la difficulté de mesure semblent militer en faveur de la deuxième hypothèse. La susceptibilité magnétique est plus élevée dans la direction du laminage qu'à  $45^\circ$ . Ce résultat est conforme à ce qu'on pouvait imaginer au regard de l'anisotropie du FeCo-2V. S'agissant d'un matériau supposé isotrope, on s'attend lorsque le champ est orienté à  $45^\circ$  par rapport à  $DL$  à ce que les figures obtenues soient symétrique par rapport à l'axe  $\sigma_1 = \sigma_2$  ( $DL, DT$ ) étant le repère principal des contraintes). Cette symétrie n'est que très imparfaitement vérifiée ici. Une certaine anisotropie dans le plan de tôle mais aussi les fortes incertitudes de mesure peuvent expliquer ce constat.

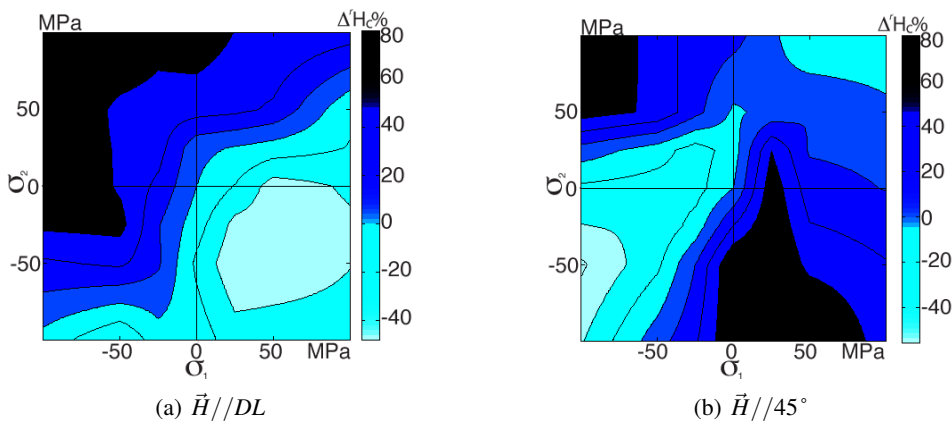


**FIGURE 2.48:** *FeCo-2V FP : Variation relative de la susceptibilité anhystérétique sécante sous chargement mécanique biaxial  $\vec{H}/45^\circ$ .*

## 5.2.2 Comportement magnétique dissipatif

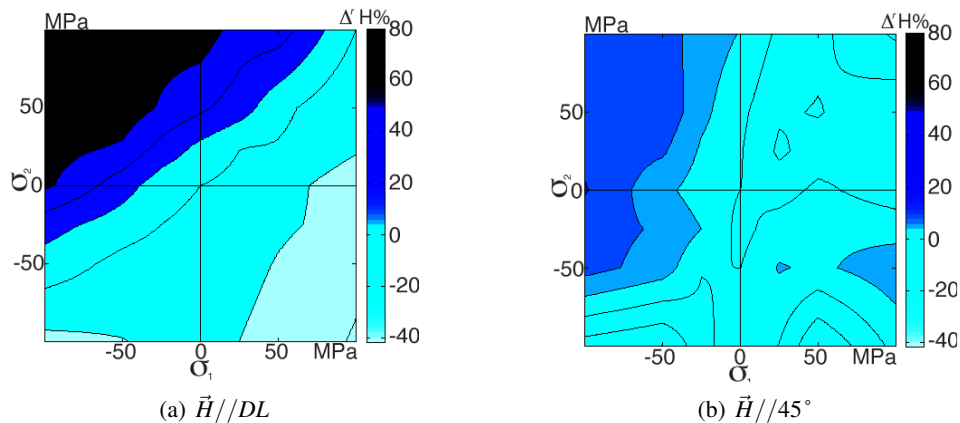
### Champ coercitif :

Les variations relatives du champ coercitif  $\Delta^r H_c$  sous chargement biaxial pour le FeCo-2V R et FeCo-2V FP sont représentées figures 2.49 et 2.50 quand  $f = 5$  Hz. Les résultats relatifs aux fréquences  $\{f\}=\{1; 10; 50; 100; 200; 400; 800\}$  Hz sont regroupés dans les annexes F et G.



**FIGURE 2.49:** *FeCo-2V R : Variations relatives du champ coercitif  $\Delta^r H_c$  en fonction de l'état de contraintes à 5 Hz.*

Quand  $\vec{H}/DL$  (fig. 2.49(a)), les valeurs les plus élevées du champ coercitif se concentrent dans le deuxième quadrant du graphe ( $\sigma_1 < 0, \sigma_2 > 0$ ). Pour les deux matériaux comme pour le Fe-3%Si NO, les gradients des iso-valeurs sont dirigés selon l'axe  $\sigma_1 = -\sigma_2$ . Les figures 2.49(b) et 2.50(b) présentent les variations du champ coercitif à  $45^\circ$ . Pour le FeCo-2V R des variations de 70% se regroupent dans le deuxième et quatrième quadrant ( $\sigma_1 < 0$  et  $\sigma_2 > 0$ ;  $\sigma_1 > 0$  et  $\sigma_2 < 0$ ) pour des configurations de cisaillement. Pour le FeCo-2V FP les variations ne dépassent pas 20% et elles se concentrent dans le deuxième quadrant. La symétrie attendue par rapport à l'axe  $\sigma_1 = \sigma_2$  lorsque le champ est appliqué à  $45^\circ$  n'est pas vérifiée pour le FeCo-2V R (fig. 2.49(b)). Elle est en

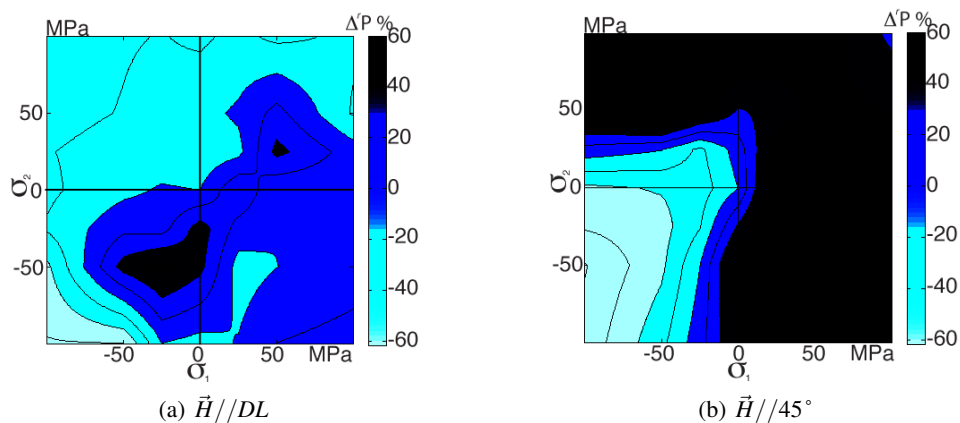


**FIGURE 2.50:** FeCo-2V FP : Variations relatives du champ coercitif  $\Delta^r H_c$  en fonction de l'état de contraintes à 5 Hz.

revanche relativement bien respectée pour le FeCo-2V FP (fig. 2.50(b)). Par ailleurs, le tenseur des contraintes equibiaxial étant indépendant du repère du plan, on s'attend pour un matériau isotrope à un résultat identique sur l'axe  $\sigma_1 = \sigma_2$  quelle que soit l'orientation du champ magnétique dans le plan de la tôle. Cette propriété est relativement bien vérifiée pour le FeCo-2V FP, mais pas pour le FeCo-2V R.

#### Pertes magnétiques :

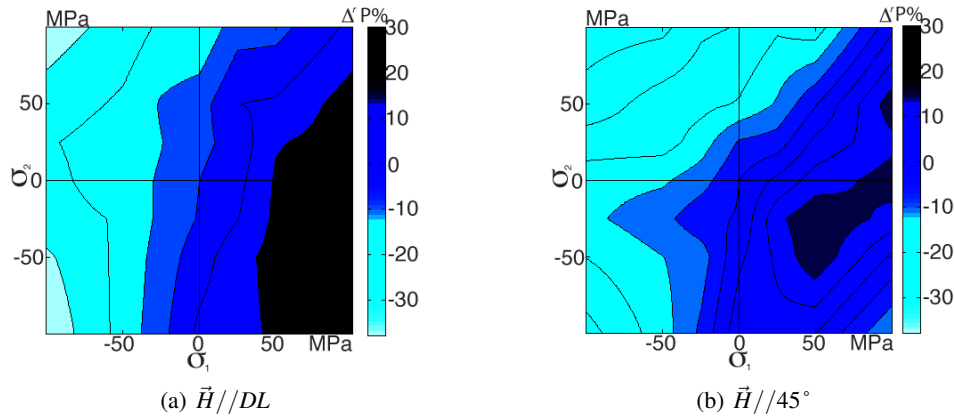
Les variations relatives des pertes magnétiques  $\Delta^r P$  pour le FeCo-2V R et FeCo-2V FP sont tracées figures 2.51 et 2.52 quand  $f = 5$  Hz. Les résultats relatifs aux fréquences  $\{f\} = \{1; 10; 50; 100; 200; 400; 800\}$  Hz sont regroupés dans les annexes F et G.



**FIGURE 2.51:** FeCo-2V R : Variations relatives des pertes magnétiques  $\Delta^r P$  en fonction de l'état de contraintes à 5 Hz.

D'après la carte de la figure 2.51(a), les valeurs maximales des pertes sont obtenues sur l'axe  $\sigma_1 = \sigma_2$  en bi-traction et bi-compression. Les résultats sont différents pour le FeCo-2V FP (fig. 2.52(a)) avec des variations plus faibles ne dépassant pas 30% et des iso-valeurs des pertes presque verticales semblables aux tendances observées sur les cartes des iso-susceptibilités. Les

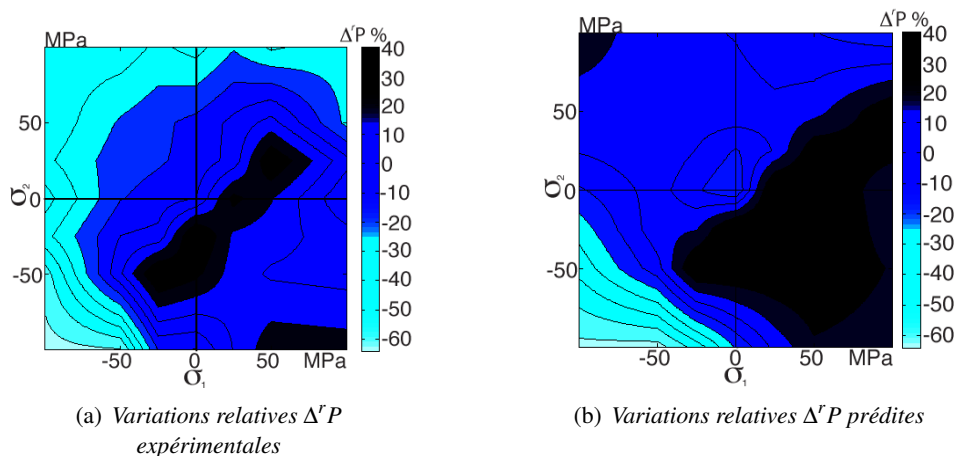




**FIGURE 2.52:** *FeCo-2V FP : Variations relatives des pertes magnétiques  $\Delta^r P$  en fonction de l'état de contraintes à 5 Hz.*

plus faibles pertes sont obtenues pour les états de cisaillement avec  $\sigma_1$  négatif (deuxième quadrant) et en configuration d'équi-bi-compression. À l'image du comportement dissipatif du Fe-3%Si NO dans le cas du FeCo-2V R et FP, la variation des pertes semble être le résultat des variations combinées du champ coercitif et la susceptibilité. Quand  $\vec{H} // DL$  on remarque que les variations relatives les plus élevées sont toujours situées dans le quatrième quadrant. Les figures 2.51(b) et 2.52(b) présentent le comportement pour un champ appliqué  $45^\circ$ . La symétrie par rapport à l'axe  $\sigma_1 = \sigma_2$  lorsque le champ est parallèle à  $45^\circ$  est bien respectée pour le FeCo-2V R (fig. 2.51(b)). En revanche les variations des pertes le long de cet axe ne sont pas cohérentes avec celles observées quand  $\vec{H} // DL$  (situation équi-biaxiale).

Pour le FeCo-2V FP, on remarque que  $\Delta^r P_{45^\circ} \approx \Delta^r P_{DL}$  quand  $\sigma_1 = \sigma_2$ .

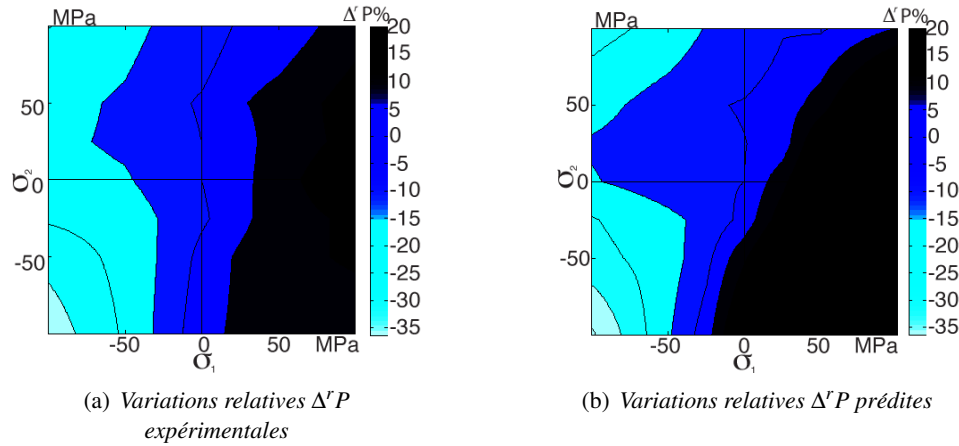


**FIGURE 2.53:** *FeCo-2V R : Pertes magnétiques en fonction de l'état de contraintes ( $\vec{H} // DL$ ) à 50Hz.*

Nous représentons figures 2.53 et 2.54 les variations relatives expérimentales des pertes avec leur estimation obtenue grâce à la formule (2.29) et en combinant les résultats expérimentaux



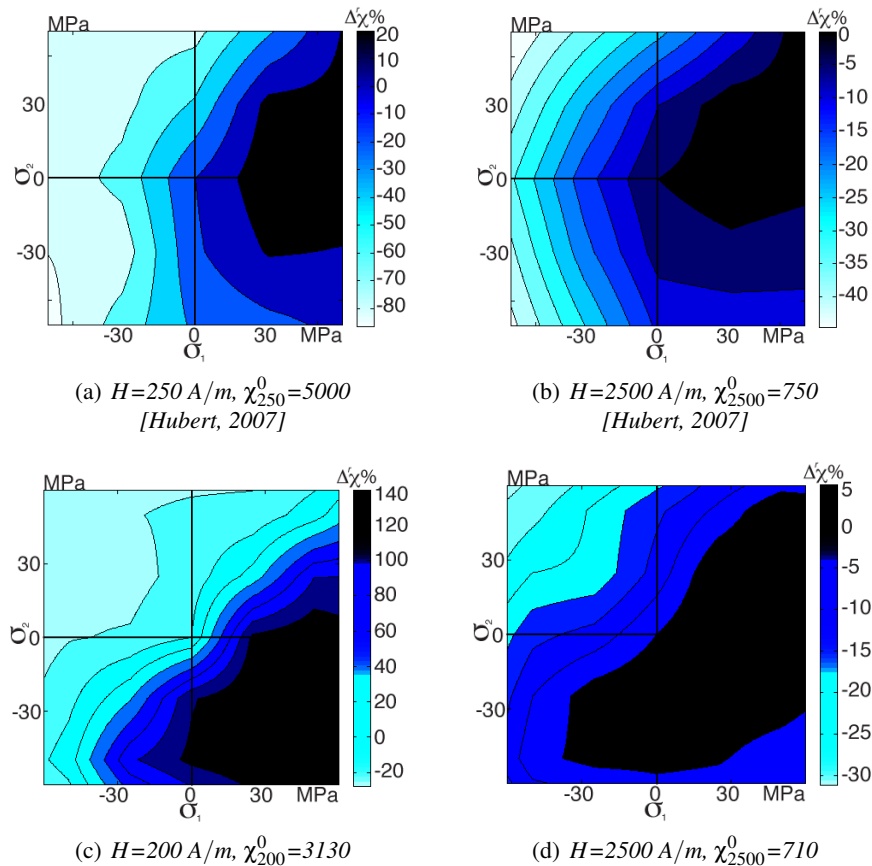
obtenus pour le champ coercitif et pour la susceptibilité ( $\vec{H}/DL$ ) et  $f = 50$  Hz pour le FeCo-2V R et FeCo-2V FP.



**FIGURE 2.54:** FeCo-2V FP : Pertes magnétiques en fonction de l'état de contraintes ( $\vec{H}/DL$ ) à 50Hz.

On remarque sur la figure 2.53 que les variations relatives ne sont pas bien restituées avec l'estimation (2.29). En revanche dans le cas du FeCo-2V FP (fig. 2.54), les ordres de grandeur sont satisfaisants et le rôle majeur du niveau de contrainte appliqué dans la direction du champ magnétique est bien mis en évidence.

Les résultats obtenus pour FeCo-2V R peuvent être comparés avec les résultats obtenus par [Hubert, 2007] utilisant un banc d'essai quasi-similaire au notre. L'alliage utilisé est un fer-cobalt rotor de 0,5 mm d'épaisseur et  $\vec{H}/\sigma_1$ . La susceptibilité a été mesurée pour  $H = 250$  A/m et  $H = 2500$  A/m sous chargement biaxial avec une valeur maximale de 60 MPa pour chacune des composantes  $\sigma_1$  et  $\sigma_2$ . Les résultats sont reportés figures 2.55(a) et 2.55(b), les résultats de la présente étude sont rappelés figure 2.55(c) et 2.55(d). L'asymétrie entre la traction et la compression est remarquable sur les quatre graphiques. Le rôle prédominant de la composante du tenseur de contrainte parallèle au champ magnétique est également une caractéristique commune entre ces cartes. Les iso-valeurs de la susceptibilité sont principalement orientées verticalement à faible champ quand  $\sigma_1 < 0$  pour les mesures réalisées par Hubert. Sur nos cartes, ces iso-valeurs sont obliques. Cette différence peut être expliquée par la nature de l'âme de la structure "sandwich" employée (une âme en acier a été utilisée dans l'ancienne étude). À bas champ les variations obtenues dans notre étude sont beaucoup plus fortes que celles observées par [Hubert, 2007]. Quand  $H = 2500$  A/m les écarts entre les variations de la susceptibilité sont moins marqués, mais ces variations sont beaucoup plus faibles. Malgré la différence entre les tendances à faible champ, cette comparaison met en évidence la complexité des effets d'une contrainte sur le comportement magnétique et notamment leur grande dépendance à la direction de chargement.



**FIGURE 2.55:** FeCo-2V R : Variation de la susceptibilité anhystérique sécante sous chargement mécanique biaxial.

## 6 Influence de la vitesse angulaire sur les pertes rotoriques : application industrielle

Les essais biaxiaux dans ASTRÉE ont été le moyen de reproduire expérimentalement des états de contraintes représentatifs des sollicitations complexes réelles vues par le rotor. Des calculs présentés en introduction de cette thèse indiquent en effet que le rotor est principalement soumis à des états de contrainte correspondant au premier quadrant ( $\sigma_1 \geq 0; \sigma_2 \geq 0$ ) : il s'agit, ramenés dans leur repère principal, d'états de traction uniaxiale, de bi-traction, ou de chargements intermédiaires. On doit cependant bien garder à l'esprit que l'effet sur le comportement magnétique ne peut être estimé qu'à partir du moment où l'orientation du champ magnétique est connue. Les essais ont bien montré que pour un même état de contrainte, un chargement dans le sens  $DL$  ou à  $45^\circ$  ne produit pas les mêmes effets (mis à part pour un état de bi-traction où la notion de repère n'a plus qu'un sens limité). Les vecteurs champs n'étant par ailleurs constants ni en norme, ni en direction, au cours de la rotation du rotor, il est très délicat de chercher un lien direct entre le résultat des essais biaxiaux (susceptibilité, champ coercitif, pertes) et les performances du rotor. On peut néanmoins s'essayer à quelques suppositions sur l'évolution du comportement de certains points particuliers de la structure.

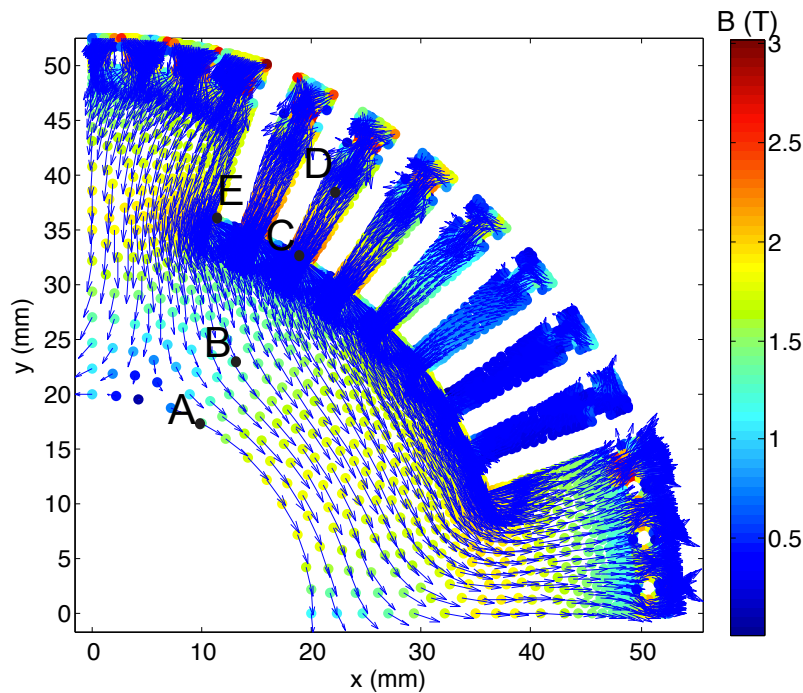
La figure 2.56 montre ainsi les résultats d'une simulation par éléments finis réalisée par Thales à l'aide du logiciel FLUX2D de la distribution de l'induction magnétique dans le rotor projetée sur les deux axes  $(\vec{x}; \vec{y})$ . Les vecteurs induction ont été extraits et rapportés (2.30) pour les points particuliers A, B, C, D et E identifiés en introduction et pour lesquels le tenseur des contraintes a été évalué (2.31). Les valeurs sont ici données pour une vitesse de rotation de 14000 tr/min de manière à ce que le niveau de contrainte maximal ne dépasse pas les 100MPa, qui correspond au niveau de contrainte maximal testé lors de la campagne expérimentale.

$$\vec{B}_A = \begin{pmatrix} 0,55 \\ -0,30 \end{pmatrix} \quad \vec{B}_B = \begin{pmatrix} 0,30 \\ -0,60 \end{pmatrix} \quad \vec{B}_C = \begin{pmatrix} -0,70 \\ -1,30 \end{pmatrix} \quad (2.30)$$

$$\vec{B}_D = \begin{pmatrix} -0,70 \\ -0,80 \end{pmatrix} \quad \vec{B}_E = \begin{pmatrix} -0,45 \\ -1,25 \end{pmatrix} \quad (\text{T})$$

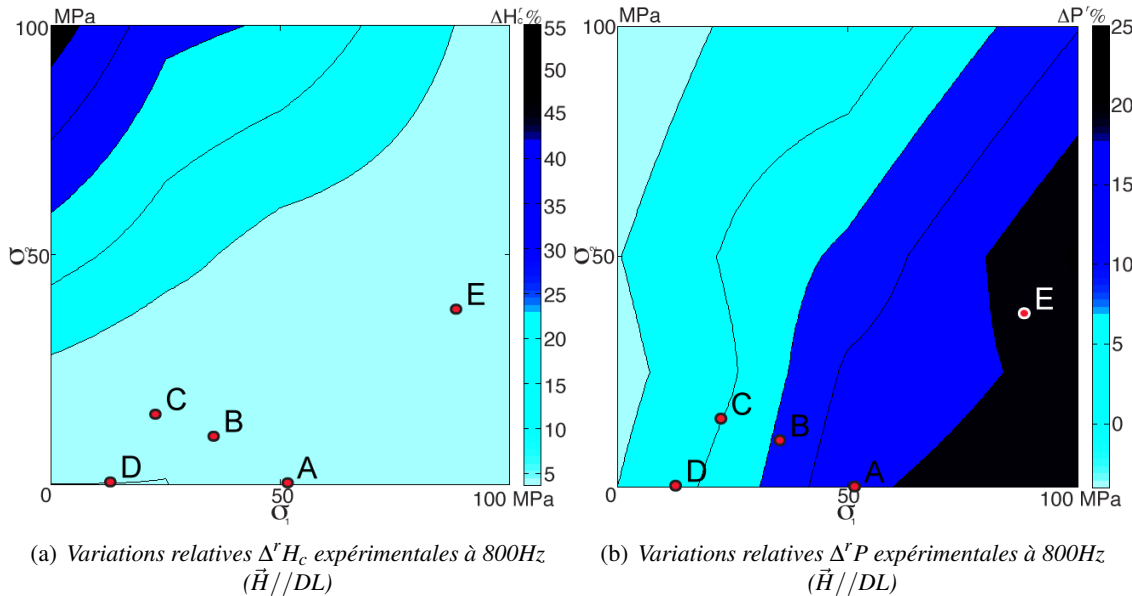
$$\sigma_A = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 51 \end{pmatrix} \quad \sigma_B = \begin{pmatrix} 11 & 0 \\ 0 & 35 \end{pmatrix} \quad \sigma_C = \begin{pmatrix} 17 & 0 \\ 0 & 22 \end{pmatrix} \quad (2.31)$$

$$\sigma_D = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 13 \end{pmatrix} \quad \sigma_E = \begin{pmatrix} 43 & 50 \\ 50 & 71 \end{pmatrix} \quad (\text{MPa})$$



**FIGURE 2.56:** Distribution de l'induction magnétique dans le rotor à 12000 tr/mn.

Les figures 2.57(a) et 2.57(b) montrent les cartographies 2D (en se limitant au premier quadrant) des variations relatives du champ coercitif et des pertes à 800 Hz pour le FeCo-2V FP et pour un champ appliqué suivant DL (800 Hz étant la fréquence maximale d'excitation fixée dans le cahier des charges de l'étude). Il est possible, moyennant quelques hypothèses, de faire figurer



**FIGURE 2.57:** Correlation entre l'application industrielle d'un rotor et les mesures expérimentales.

les points isolés sur la géométrie du rotor dans ces cartographies. Le point A est intéressant. L'état de contrainte est orthoradial. L'induction magnétique est modérée mais on constate que le champ est également majoritairement orthoradial. Vecteurs champ et contrainte sont donc colinéaires ce qui correspond à un état de traction uniaxial de forte intensité dans les figures 2.57(a) et 2.57(b). Le point D est également sans ambiguïté : le champ est de plus forte intensité aligné suivant le vecteur radial. L'état de contrainte est également majoritairement un état de traction dans la même direction. Si on néglige tout effet d'anisotropie cristalline, le point D peut être positionné sur le même axe que le point A sur les figures 2.57(a) et 2.57(b). Les points B et C se rapprochent d'état biaxiaux ; la prévision de l'orientation du champ au niveau de ces points est cependant une gageure puisqu'il peut varier fortement en fonction de la position angulaire relative du rotor et des pôles de la machine. En supposant que l'orientation a une tendance orthoradiale, les points B et C peuvent être placés sur les figures 2.57(a) et 2.57(b). L'état de contrainte au point E est caractérisé par un cisaillement important dans le repère cylindrique (2.32). En ce point, le champ peut être considéré comme tangentiel au congé de raccordement, ce qui le dispose le long d'une direction intermédiaire entre les vecteurs  $\vec{e}_r$  et  $\vec{e}_\theta$ . L'équation (2.33) donne alors l'état de contrainte associé dans le repère du champ  $(\vec{h}, \vec{t}_1)$ .

$$\sigma_E = \begin{pmatrix} 43 & 50 \\ 50 & 71 \end{pmatrix}_{(\vec{e}_r, \vec{e}_\theta)} \quad (2.32)$$

$$\sigma_E^* = \begin{pmatrix} 88 & 18 \\ 18 & 38 \end{pmatrix}_{(\vec{h}, \vec{t}_1)} \quad (2.33)$$

Dans ce nouveau repère, le cisaillement est toujours présent mais de plus faible intensité. On utilise le fait que les caractéristiques magnétiques ont globalement montré un relative insensibilité aux contraintes de cisaillement pour complètement négliger leurs effets. On peut alors dispo-

ser le point E (là encore en négligeant l'anisotropie naturelle de la tôle) dans les figures 2.57(a) et 2.57(b). L'effet de traction est à nouveau dominant. Les résultats obtenus pour ces différents points montrent que le champ coercitif reste quasiment inchangé dans toutes les configurations. Les pertes en revanche évoluent significativement d'un point à l'autre en raison des évolutions de susceptibilité magnétique sous contrainte. La situation de traction parallèle au champ magnétique (points A, D, E) augmente ainsi significativement les pertes. L'état de contrainte biaxial observé aux points B et C conduit à peu d'évolution de la susceptibilité et des pertes comparativement à un état déchargé. Au final, on peut supposer que l'effet du chargement mécanique sur les performances générales de la machine sera relativement modeste. Il s'agira probablement d'une augmentation des pertes inférieure à 10%.

L'analyse proposée ici est nécessairement réductrice puisque nous ne nous sommes intéressés qu'à quelques points. Une estimation fiable des variations de pertes sous l'effet des forces centrifuges nécessite un calcul numérique, éventuellement découplé, afin d'obtenir une cartographie des vecteurs champs par résolution du problème magnétique et des tenseurs des contraintes par résolution du problème mécanique. A partir de la connaissance de ces deux quantités au même point et d'un modèle adéquat qui permet de reproduire le plus fidèlement possible les mesures obtenues, il sera possible d'évaluer les pertes locales et globales.

## 7 Conclusion

Un dispositif expérimental dédié à l'observation de l'influence d'une sollicitation uniaxiale et biaxiale sur le comportement magnétique des matériaux magnétiques doux a été décrit. Outre un système d'excitation et de mesure magnétique, l'originalité apportée par nos essais consiste en l'intégration d'une instrumentation avec un système de corrélation d'images numériques et un système de diffraction des rayons X. Les résultats obtenus constituent une étude de validation du montage employé, sont regroupées en annexe C.

Les résultats obtenus sont cohérents avec les résultats publiés dans des travaux antérieurs concernant la susceptibilité et le champ coercitif pour le fer silicium. Les résultats expérimentaux des variations des pertes avec la contrainte biaxiale et la fréquence fournissent une nouvelle contribution à la recherche dans le domaine. Tous les résultats confirment le rôle prédominant de la composante de contrainte le long de l'axe du champ magnétique. Néanmoins, les variations des grandeurs magnétiques avec la contrainte ne suivent pas la même règle en fonction de la grandeur magnétique considérée. Par ailleurs le champ coercitif et les pertes présentent un couplage avec la fréquence et dépendent fortement de la contrainte. La conception précise des machines tournantes à grande vitesse nécessite par conséquent des modèles numériques qui tiennent compte de ces effets.

## Chapitre 3

# Modélisation magnéto-mécanique et confrontation aux expériences

### Sommaire

---

<b>1</b>	<b>Introduction</b> . . . . .	<b>84</b>
<b>2</b>	<b>Evolutions antérieures du modèle multiéchelle</b> . . . . .	<b>84</b>
2.1	Effet de surface . . . . .	84
2.2	Effet de configuration . . . . .	86
2.3	Modélisation de l’hystérésis statique . . . . .	88
<b>3</b>	<b>Contributions à l’amélioration du modèle multiéchelle</b> . . . . .	<b>89</b>
3.1	Champ “démagnétisant” de configuration . . . . .	89
3.2	Modélisation du cycle d’hystérésis, influence des contraintes sur le champ coercitif . . . . .	94
3.3	Algorithme et résumé de la modélisation . . . . .	98
<b>4</b>	<b>Confrontation des résultats du modèle avec les résultats expérimentaux</b> . . . . .	<b>100</b>
4.1	Comparaisons essais/modèle sans chargement mécanique . . . . .	101
4.2	Comparaisons essais/modèle sous chargement mécanique uniaxial . . . . .	107
4.3	Comparaisons essais/modèle sous chargement mécanique biaxial . . . . .	116
<b>5</b>	<b>Contrainte équivalente magnéto-mécanique</b> . . . . .	<b>128</b>
5.1	Contrainte équivalente anhystérétique . . . . .	128
5.2	Contrainte équivalente hystérétique . . . . .	134
<b>6</b>	<b>Conclusion</b> . . . . .	<b>141</b>

---

## 1 Introduction

Les approches multiéchelles ont depuis longtemps prouvé leur efficacité pour la modélisation des milieux hétérogènes quelle que soit la physique considérée. Les milieux magnétiques polarisés (ferromagnétiques, ferrimagnétiques) ne font pas exception. Le domaine magnétique constitue alors généralement la brique élémentaire de ce type de modèles, les “champs” y étant généralement considérés comme homogènes. On pourra citer à titre d'exemple les travaux de [Armstrong, 1997, Buiron *et al.*, 1999, Armstrong, 2002, Daniel et Galopin, 2008, Daniel *et al.*, 2008], inspirés des premiers travaux de Néel [Néel, 1944]. La volonté de mieux décrire les couplages multiphysiques par des lois de comportement adaptées explique en particulier un renouveau dans ce domaine d'étude.

Dans le premier chapitre, nous avons décrit en détail les fondements d'un modèle multiéchelle développé depuis une quinzaine d'années entre le LMT-Cachan et le LGEP. Certains défauts de ce modèle ont également été soulignés : la non restitution de l'effet non monotone de l'état de contrainte sur la susceptibilité magnétique, et l'absence d'influence notable de l'état de contrainte sur le champ coercitif. Ces deux phénomènes ont clairement pu être observés dans nos mesures (en particulier pour le fer-silicium). Un des attendus de la thèse est de remédier à ces défauts.

La première partie de ce chapitre est dédiée à une présentation des développements récents qu'a connus le modèle multiéchelle avant le début de cette thèse. Nous détaillerons ensuite la démarche que nous avons retenue pour rendre compte des effets non monotones de l'état de contrainte sur la susceptibilité anhystérétique, puis de l'effet d'un état de contrainte multiaxial sur le champ coercitif (et donc des pertes par hystérésis). La notion de contrainte équivalente anhystérétique [Hubert et Daniel, 2011] sera ensuite brièvement rappelée. La mise en place du couplage entre état de contrainte multiaxial et champ coercitif nous permet de définir une contrainte équivalente hystérétique. Les résultats de modélisation sont comparés aux résultats expérimentaux du chapitre précédent en terme de comportement anhystérétique, de cycles d'hystérésis, de magnétostriction, de pertes et de champ coercitif.

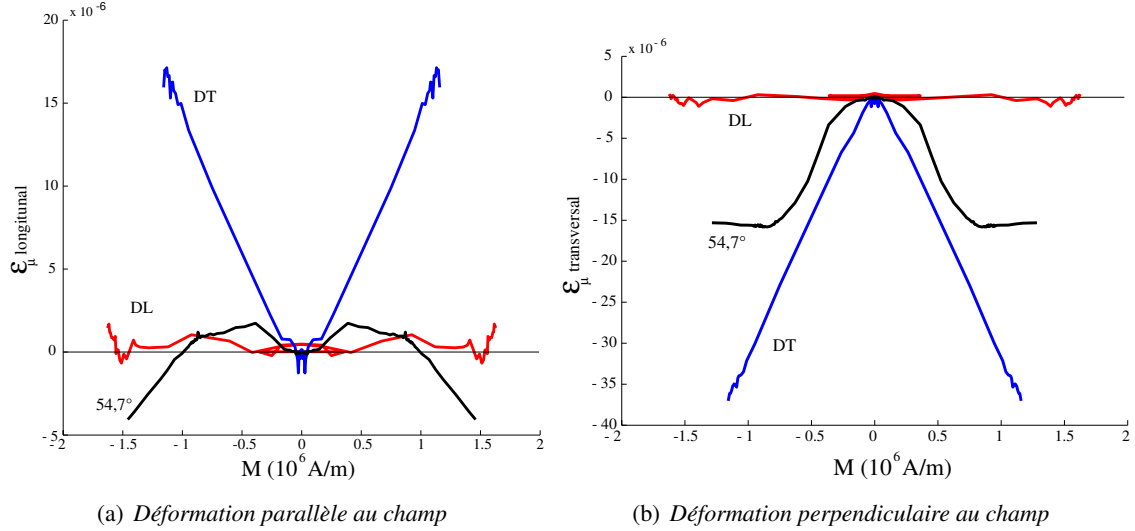
## 2 Evolutions antérieures du modèle multiéchelle

La version du modèle multiéchelle présentée au premier chapitre correspond à une version héritée des travaux de thèse de Laurent Daniel [Daniel, 2003]. Le modèle a depuis été enrichi par la prise en compte des surfaces libres, à l'origine de champs démagnétisants “de structure”, par l'introduction d'une énergie de configuration permettant de prendre en compte l'histoire thermomécanique du matériau et des anisotropies de distribution en domaines consécutives, puis par l'extension du modèle au comportement hystérétique basse fréquence. Nous revenons ci-après sur ces évolutions.

### 2.1 Effet de surface

L'effet de surface a été introduit à l'origine pour rendre compte de la distribution hétérogène des domaines magnétiques du fer-silicium à grains orientés et ainsi modéliser la magnétostriction de ce matériau [Hubert et Daniel, 2008]. On comprend en effet assez aisément que la présence de surfaces libres défavorise les domaines dont l'aimantation tend à émerger de l'échantillon (effet

magnétostatique classique). En revanche, elle favorise les domaines dont la direction appartient au plan [Hug, 1995, Hubert et Schäfer, 1998, Ushigami *et al.*, 2003].



**FIGURE 3.1:** *Fe-3%Si GO* : Mesure de déformation de magnétostriction - champ appliqué suivant DL, DT et à  $54,7^\circ$  de DL [Hubert et Daniel, 2008, Rizzo *et al.*, 2010].

Le Fe-3%Si GO est l'exemple du matériau type qui permet de mettre en évidence ce phénomène car il possède (dans les études citées) des grains de taille centimétrique, d'une dimension bien supérieure à l'épaisseur de la tôle. La figure 3.1 rapporte le comportement magnétostrictif de ce matériau mesuré selon trois directions du plan de tôle ( $0^\circ$ ,  $90^\circ$  et  $54,7^\circ$ ) sur des grains suffisamment gros pour être considérés comme des monocristaux. A ces trois directions on peut faire correspondre en théorie les trois directions cristallographiques  $\langle 100 \rangle$ ,  $\langle 110 \rangle$  et  $\langle 111 \rangle$  respectivement. On constate que les comportements obtenus sont très différents des comportements attendus pour ces directions si le matériau se comportait effectivement comme un monocristal. Cet écart est attribué à la présence des surfaces libres.

Il est possible de prendre en compte l'effet de surface en introduisant un terme supplémentaire dans l'expression de l'énergie libre des familles de domaines. Cette énergie de type magnétostatique agit comme un terme d'anisotropie macroscopique uniaxiale. Elle prend la forme suivante :

$$W_\alpha^{surf} = C M_s^2 (\vec{\gamma}_\alpha \mathbb{N}_s \vec{\gamma}_\alpha) \quad (3.1)$$

où  $\mathbb{N}_s$  est un tenseur diagonal démagnétisant.  $C$  est une constante d'ajustement.  $M_s$  est l'aimantation à saturation.  $\vec{\gamma}_\alpha$  est le vecteur unitaire associé à la direction de l'aimantation.

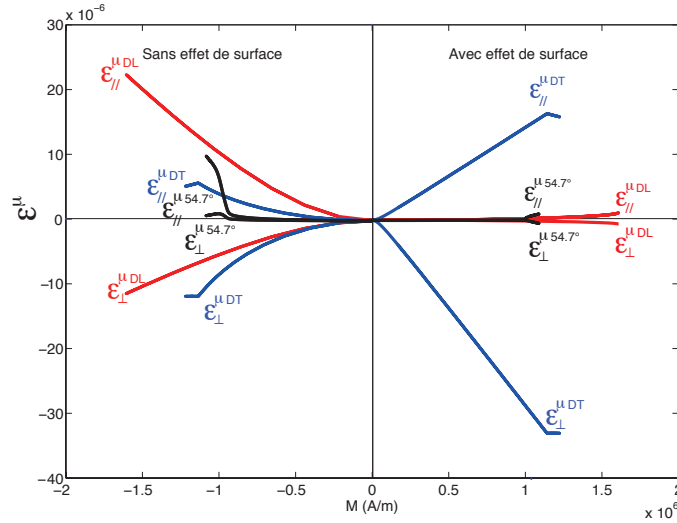
On retrouve des définitions proches d'un tel effet magnétostatique dans différents travaux [Bozorth, 1951, Gersdorf, 1960, Cullity, 1972, Chikazumi et Graham Jr, 2009]. Le calcul des composantes de  $\mathbb{N}_s$  utilise habituellement différentes hypothèses concernant le comportement local (supposé généralement linéaire), les interactions magnétiques locales (supposées généralement nulles) et la forme des domaines (supposée généralement elliptique). Hubert et Daniel [Hubert et Daniel, 2008] ont proposé une définition des termes diagonaux de  $\mathbb{N}_s$  dans le repère



cristallin selon :

$$\mathbb{N}_s = \begin{pmatrix} \frac{\phi_g}{L_1} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\phi_g}{L_2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\phi_g}{L_3} \end{pmatrix}_{RC} \quad (3.2)$$

où  $\phi_g$  correspond à la taille moyenne des grains et  $L_i$  est la dimension caractéristique de l'éprouvette dans la direction  $\vec{e}_i$ . Si  $e$  est l'épaisseur de la tôle considérée, le rapport  $\left(\frac{e}{\phi_g}\right)$  définit le nombre moyen de grains dans l'épaisseur de la tôle. Plus ce nombre est faible, plus la surface libre jouera un rôle significatif.



**FIGURE 3.2:** *Fe-3%Si GO : Mise en évidence de l'effet de surface sur les résultats du modèle multiéchelle. Simulation des déformations longitudinales et transversales.*

La figure 3.2 présente les conséquences de l'introduction de l'énergie de surface sur la modélisation du comportement magnétostrictif longitudinal  $\epsilon_{//}^{\mu}$  et perpendiculaire  $\epsilon_{\perp}^{\mu}$  du fer-silicium à grains orientés pour les trois directions de mesures considérées précédemment. Le modèle utilisant l'énergie de surface donne des résultats nettement plus satisfaisants que le modèle sans effet de surface (en comparaison avec les résultats expérimentaux reportés figure 3.1). Les conséquences en terme de comportement magnétique sont également fortes. L'effet de surface s'applique en théorie à toutes les tôles, quelle que soit la taille de grains. Son influence diminue quand la taille de grains devient négligeable devant l'épaisseur.

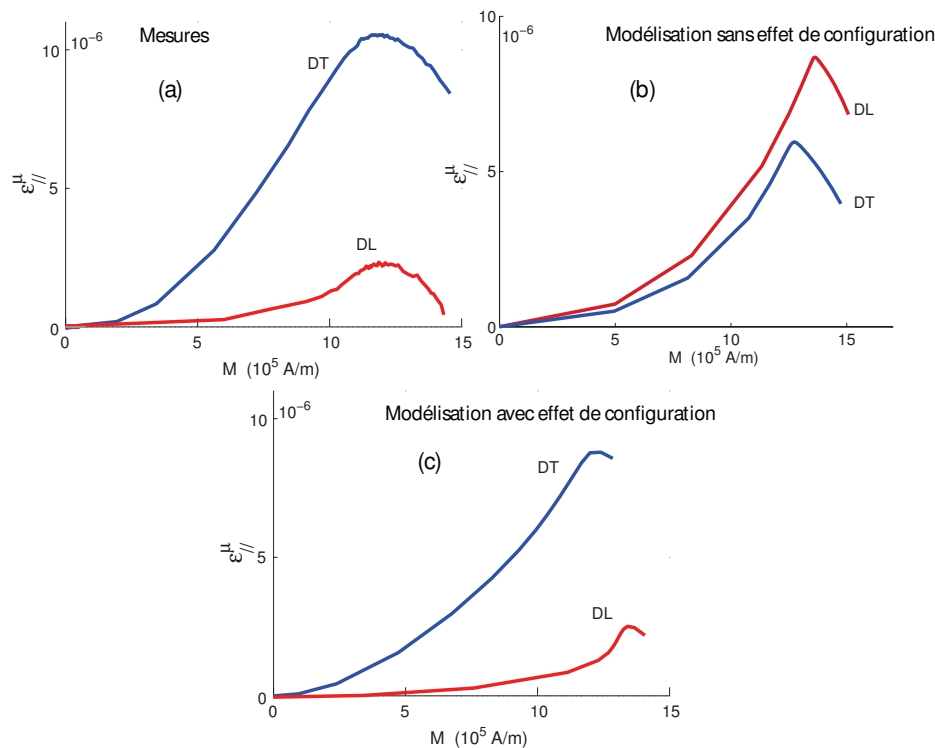
## 2.2 Effet de configuration

L'effet de configuration a été introduit initialement pour rendre compte des anisotropies du comportement magnétostrictif de tôles laminées, dans des situations où l'effet de surface ne s'appliquait pas, ceci malgré l'introduction de textures réalistes des matériaux considérés. Le modèle dans sa version initiale, lorsque l'effet de surface est négligeable, prédit qu'en absence de chargement externe (mécanique ou magnétique), la configuration initiale en domaines est nécessairement

équilibrée (fraction de  $1/6^{\text{ème}}$  de famille de domaines par grain pour le fer par exemple). Un phénomène tel que la différence entre la magnétostriction mesurée le long de la direction de laminage et le long de la direction transversale observée sur le Fe-3%Si ne peut, par exemple, pas être restitué.

Afin de tenir compte d'une possible configuration initiale non aléatoire des familles de domaines  $\alpha$ , une énergie de configuration  $W_{\alpha}^{\text{conf}}$  a été introduite. Ce terme ne doit pas produire de polarisation magnétique. La formulation retenue correspond à une forme magnéto-mécanique. Cela revient en quelque sorte à considérer l'effet d'une contrainte "fictive" résiduelle uniforme dans le matériau  $\sigma^c$ . On obtient :

$$W_{\alpha}^{\text{conf}} = -\sigma^c : \varepsilon_{\alpha}^{\mu} \quad (3.3)$$



**FIGURE 3.3:** Fe-3%Si NO : Comparaison modèle/expérience du comportement magnétostrictif longitudinal, (a) expérience; (b) sans et (c) avec énergie de configuration [Hubert et Daniel, 2006].

Les figures 3.3(a) et 3.3(b) permettent de comparer essais et modèle pour le comportement magnétostrictif du Fe-3%Si NO sans l'effet de configuration. On constate une inversion de l'amplitude des déformations  $DL$  et  $DT$  entre le modèle et les essais. La figure 3.3(c) présente le comportement magnétostrictif simulé du Fe-3%Si NO avec prise en compte de l'énergie de configuration [Hubert et Daniel, 2006]. On constate un meilleur accord entre simulations et mesures. Ce résultat a été obtenu grâce à l'application d'une traction simple fictive d'amplitude  $\sigma^c = 8$  MPa dans la direction du laminage.

### 2.3 Modélisation de l'hystérésis statique

Le modèle multiéchelle initialement anhystérétique a été étendu au comportement hystérétique basse fréquence (statique) au cours des travaux de thèse de K.J. Rizzo [Rizzo, 2012]. La formulation retenue est inspirée des travaux de Hauser [Hauser, 1994]. Celui-ci utilise en effet des transitions d'échelles du même type que celles que nous utilisons. Le comportement anhystérétique est également central dans sa description de l'hystérésis, ce qui autorise certains rapprochements avec notre démarche (le comportement anhystérétique définit le niveau d'aimantation). L'idée consiste ainsi à conserver notre propre description du comportement anhystérétique et de la coupler à l'approche de modélisation de l'hystérésis de Hauser. Dans la description originale, Hauser se base sur une partition du champ en une composante non linéaire réversible  $\vec{H}_{rev}$ , une composante linéaire démagnétisante  $\vec{H}_d$  et une composante irréversible  $\vec{H}_{irr}$  traduisant les effets hystérétiques à l'échelle du cristal. La somme de ces contributions constitue le champ total noté (3.4) :

$$\vec{H}_{tot} = \vec{H}_{irr} + \vec{H}_{rev} + \vec{H}_d \quad (3.4)$$

Cette décomposition a d'abord été appliquée à l'échelle d'un cristal ou d'un polycristal. Les formulations définissant le champ irréversible sont alors différentes. A l'expression du champ irréversible, sous-tendue par une approche statistique des interactions paroi-défaut, est également ajoutée une expression assurant une continuité de la pente du comportement magnétique au rebroussement.

Lors des travaux de thèse de K.J. Rizzo, il a été retenue une formulation où le champ  $\vec{H}_{irr}$  est fonction des variations de la fraction volumique  $\Delta f_\alpha$  de domaines selon :

$$\vec{H}_{irr} = \frac{k_r}{\mu_0 M_s} \frac{\sum_{k=1}^N \left| \frac{\partial f_k}{\partial f} \right| \left[ 1 - \kappa \exp\left(-\frac{k_a \Delta f_\alpha}{\kappa f_{\alpha 0}}\right) \right]}{\sum_{k=1}^N \gamma_k^H \frac{\partial f_k}{\partial f}} \quad (3.5)$$

Les paramètres  $k_r$  et  $k_a$  sont des paramètres d'ajustement identifiés respectivement sur le champ coercitif et la susceptibilité initiale.

La continuité des pentes au rebroussement est assurée grâce à une mise à jour instantanée de la "constante"  $\kappa$  :

$$\kappa = 2 - \kappa^{ini} \exp\left(-\frac{k_a \Delta f_\alpha}{\kappa_g^{ini} f_{\alpha 0}}\right) \quad (3.6)$$

K.J. Rizzo a introduit ce calcul pour un monocristal constitué d'un assemblage régulier de domaines dont la probabilité d'existence est évaluée par ailleurs dans la procédure anhystérétique. L'estimation du champ par grain utilise un moyennage des champs estimés par domaine. Le temps de calcul est par conséquent élevé pour un pavage de plus de 10000 orientations mais cette approche présente l'avantage de pouvoir modéliser l'anisotropie du champ coercitif à l'échelle du monocristal, ou encore les effets de texture ou de surface pour un polycristal. Les tentatives pour modéliser l'influence d'un état de contrainte sur le champ coercitif (et donc la dissipation) se sont relevées en revanche infructueuses. K.J. Rizzo a par exemple proposé de modifier l'expression de la constante  $k_r$  en fonction du "type" de domaine mobilisé durant le chargement. Deux formulations ((3.7), (3.8)) ont alors été proposées afin d'estimer les fractions de domaines à 180° ou de domaines à 90°. En considérant une interaction paroi-défaut différente en fonction du type de paroi, la valeur  $k_r$  est déduite d'une pondération entre deux valeurs extrêmes  $k_r^{180}$  et  $k_r^{90}$  (3.9). Cette

approche n'a pas permis de reproduire les variations de champ coercitif observées. Par ailleurs, les valeurs identifiées pour  $k_r^{180}$  et  $k_r^{90}$  n'étaient physiquement pas réalistes.

$$f_v^{180} = \sum_{\alpha=1}^N f_v^\alpha \left| \vec{\gamma} \frac{\vec{H}}{||\vec{H}||} \right| \quad (3.7)$$

$$f_v^{90} = 1 - f_v^{180} \quad (3.8)$$

$$k_r = f_v^{180} k_r^{180} + f_v^{90} k_r^{90} \quad (3.9)$$

### 3 Contributions à l'amélioration du modèle multiéchelle

Nous détaillons ci-après les principales modifications qui ont pu être apportées au modèle multiéchelle au cours de cette thèse.

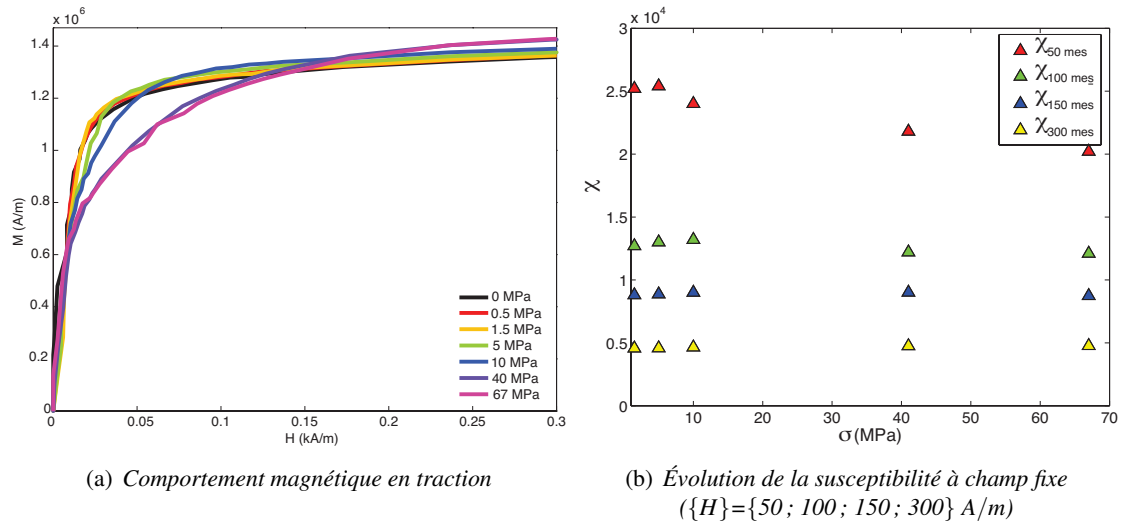
#### 3.1 Champ "démagnétisant" de configuration

Pour certains matériaux ferromagnétiques (par exemple le Fe-3%Si), l'effet d'une contrainte de traction sur la susceptibilité magnétique à bas champ est non monotone avec l'augmentation de l'intensité des contraintes : on observe généralement une croissance à faible amplitude de contrainte, suivie d'une décroissance à niveau plus élevé. Ce phénomène est à distinguer du renversement de Villari qui apparaît pour des niveaux de champ plus élevés compte tenu de la valeur élevée de la constante d'anisotropie magnétocristalline. Ce phénomène a clairement été mis en évidence lors des travaux de thèse de K.J. Rizzo sur des monocristaux de Fe-3%Si. La figure 3.4 montre le comportement anhystérétique sous contrainte d'un monocristal de fer-silicium orienté  $\langle 001 \rangle \{110\}$ . La susceptibilité magnétique chute clairement à partir de 5MPa ! Il ne s'agit en l'occurrence ni d'un phénomène de rotation, de surface ou de déséquilibre de la structure de domaines (prise en compte par ailleurs). Le seul terme couplé à l'état de contrainte du modèle étant l'énergie magnéto-élastique, le modèle multiéchelle prédit une *augmentation* ininterrompue de la susceptibilité à contrainte croissante.

Nous avons à ce stade émis l'hypothèse qu'il pouvait s'agir d'un effet démagnétisant induit de manière indirecte par l'état de contrainte. La structure en domaines d'un Fe-3%Si GO est en effet déjà fortement déséquilibrée avec de grands domaines principaux orientés dans le sens du laminage et des domaines de refermeture en proportion bien moindre. Une traction augmente en théorie à nouveau la fraction des domaines principaux. Il n'est alors pas exclu que, la proportion des domaines de fermeture diminuant encore, le flux ne puisse plus se refermer correctement. Ceci engendre alors des effets magnétostatiques importants conduisant à une diminution du champ effectif perçu et donc une diminution de la susceptibilité apparente. Ce mécanisme d'augmentation de la proportion des domaines principaux et le mécanisme de raffinement des domaines bien connu pour les fer-silicium GO sont concomitants.

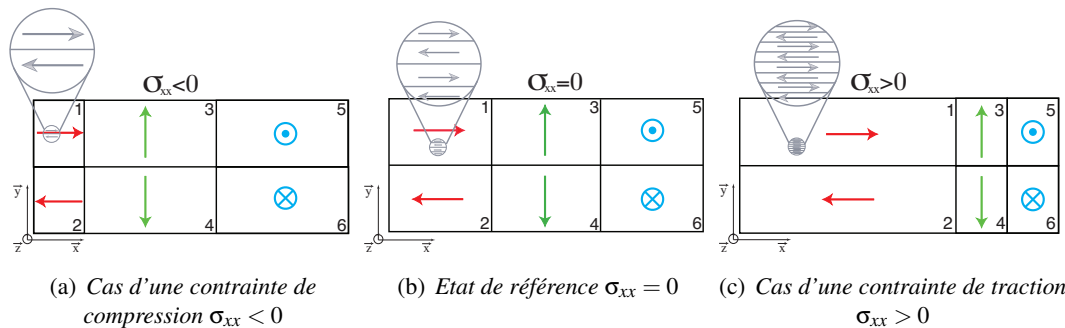
Nous proposons ci-dessous une démarche de modélisation traduisant cet effet.

Considérons un monocristal de matériau à magnétostriction positive  $\lambda_{100} > 0$  (les mécanismes de rotation de l'aimantation sont négligés). On suppose que seules 6 familles de domaines magnétiques peuvent coexister, associées chacune à une direction de facile aimantation du monocristal.



**FIGURE 3.4:** *Fe-3%Si GO* : Comportement magnétique anhystérétique d'un monocristal orienté  $\langle 001 \rangle \{110\}$  sous traction.

La figure 3.5(b) présente l'état d'équilibre du monocristal. On représente, de manière schématique, chacune des familles de domaines par des rectangles dont la surface est proportionnelle à la fraction volumique  $f_\alpha$  de la famille  $\alpha$  considérée.

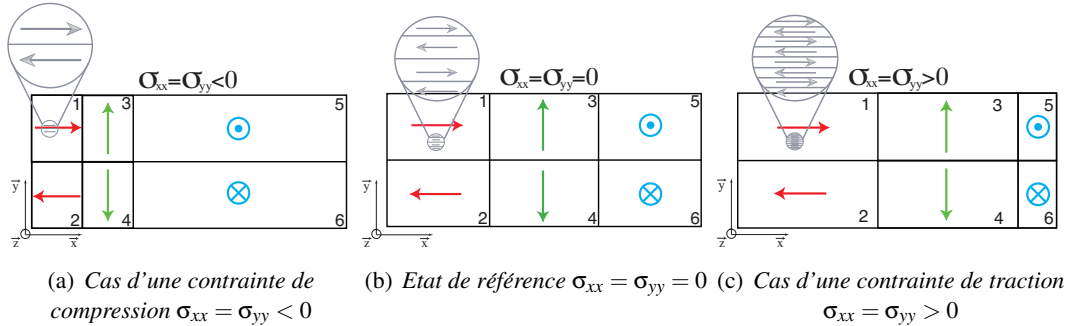


**FIGURE 3.5:** Schématisation de la distribution des domaines magnétiques pour une contrainte uniaxiale ( $\sigma_{xx}$ ).

En traction (fig. 3.5(c)), la fraction volumique des domaines orientés dans la direction de la contrainte augmente. Le surcroît de volume conduit à un effet démagnétisant plus élevé et par conséquent à un raffinement des domaines. A contrario, une compression (fig. 3.5(a)) diminue la fraction volumique des domaines orientés dans la direction de l'application de la contrainte [Perevertov et Schäfer, 2012]. Ceci conduit à une diminution de l'effet démagnétisant et donc à un élargissement de la distance interparois.

Ce raisonnement peut être appliqué pour un état de contrainte biaxial (fig. 3.6). Cette fois, l'élargissement et le raffinement des domaines se produisent pour une proportion plus élevée de familles de domaines. A contrainte donnée, le champ démagnétisant est nécessairement moins

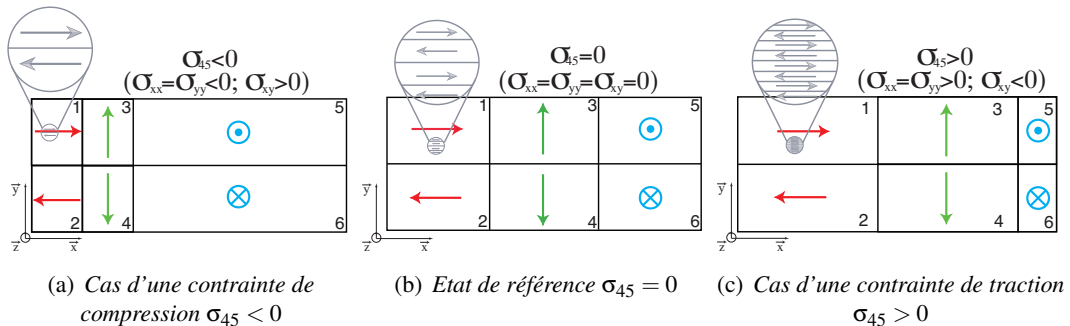
intense que dans la situation uniaxiale précédente suite à la présence en plus grand nombre de domaines de fermeture potentiels.



**FIGURE 3.6:** Schématisation de la distribution des domaines magnétiques pour une contrainte biaxiale ( $\sigma_{xx}$  ;  $\sigma_{yy}$ ).

Il est intéressant de remarquer qu'un chargement uniaxial le long d'une direction à  $45^\circ$  des axes principaux du plan (fig. 3.7) conduirait à un même type de distribution.

On retrouve dans cette approche le fait que la contrainte de cisaillement a un effet mineur sur la répartition des domaines et par conséquent sur la configuration du "champ démagnétisant" dont nous cherchons à exprimer la formulation.



**FIGURE 3.7:** Schématisation de la distribution des domaines magnétiques pour une contrainte uniaxiale orientée à  $45^\circ$  ( $\sigma_{45}$ ).

Ces schémas illustrent la corrélation qu'on peut imaginer entre les fractions des domaines et le champ démagnétisant. Par construction, notons que le champ démagnétisant est le même pour une famille de domaines et la famille de direction opposée. Pour le distinguer du champ démagnétisant classique de forme ou d'hystérésis, nous qualifions ce champ de "champ démagnétisant de configuration".

Quelques hypothèses supplémentaires nous permettent de développer le calcul de ce champ :

- La rotation de l'aimantation à l'échelle du grain due la contrainte  $\sigma_g$  est négligée ;
- Le champ démagnétisant de configuration est défini à l'échelle du grain et dépend de

manière linéaire du tenseur démagnétisant  $\mathbb{N}_\sigma^d$ . Il s'écrit :

$$\vec{H}_g^d = -\mathbb{N}_\sigma^d(\sigma_g) \cdot \vec{M}_g \quad (3.10)$$

$\mathbb{N}_\sigma$  est diagonal et dépend de la contrainte, ce qui permet d'obtenir un champ  $\vec{H}^d$  opposé à l'aimantation.

- Le champ démagnétisant de configuration est supposé aligné avec le champ magnétique local ( $\vec{H}_g^d // \vec{H}_g$ );
- Le tenseur démagnétisant vaut zéro quand la contrainte appliquée est nulle.

$$\mathbb{N}_\sigma^d(\sigma = \mathbb{O}) = \mathbb{O} \quad (3.11)$$

- En absence de champ et de rotation, la définition de la fraction volumique des familles de domaine  $\alpha$  n'est fonction que de l'énergie magnéto-élastique associé à la contrainte appliquée :

$$f'_\alpha = \frac{\exp(-A_s W_\sigma^\alpha)}{\int \exp(-A_s W_\sigma^\alpha) d\alpha} \quad (3.12)$$

Avec  $W_\sigma^\alpha = -\sigma_g : \varepsilon_\alpha^\mu$

Considérons la structure à 6 domaines précédente (figs. 3.5 et 3.7). En absence de rotation de l'aimantation, l'énergie magnéto-élastique s'exprime pour les six familles de domaine selon :

$$\begin{aligned} W_\sigma^1 = W_\sigma^2 &= -\lambda_{100} \sigma_{xx} + \frac{\lambda_{100}}{2} (\sigma_{yy} + \sigma_{zz}) \\ W_\sigma^3 = W_\sigma^4 &= -\lambda_{100} \sigma_{yy} + \frac{\lambda_{100}}{2} (\sigma_{xx} + \sigma_{zz}) \\ W_\sigma^5 = W_\sigma^6 &= -\lambda_{100} \sigma_{zz} + \frac{\lambda_{100}}{2} (\sigma_{xx} + \sigma_{yy}) \end{aligned} \quad (3.13)$$

En choisissant  $\mathbb{N}_\sigma$  tel que :

$$\mathbb{N}_\sigma^d = \begin{pmatrix} 2f'_1 - \frac{1}{3} & 0 & 0 \\ 0 & 2f'_3 - \frac{1}{3} & 0 \\ 0 & 0 & 2f'_5 - \frac{1}{3} \end{pmatrix}_{xyz}, \quad (3.14)$$

on vérifie bien que  $\mathbb{N}_\sigma^d$  est nul sans chargement mécanique appliqué. Les composantes du tenseur (3.14) valent :

$$\begin{aligned} N_{xx}^d &= \frac{\exp(K' \vec{x} \mathbb{S} \vec{x})}{\exp(K' \vec{x} \mathbb{S} \vec{x}) + \exp(K' \vec{y} \mathbb{S} \vec{y}) + \exp(K' \vec{z} \mathbb{S} \vec{z})} - \frac{1}{3} \\ N_{yy}^d &= \frac{\exp(K' \vec{y} \mathbb{S} \vec{y})}{\exp(K' \vec{x} \mathbb{S} \vec{x}) + \exp(K' \vec{y} \mathbb{S} \vec{y}) + \exp(K' \vec{z} \mathbb{S} \vec{z})} - \frac{1}{3} \\ N_{zz}^d &= \frac{\exp(K' \vec{z} \mathbb{S} \vec{z})}{\exp(K' \vec{x} \mathbb{S} \vec{x}) + \exp(K' \vec{y} \mathbb{S} \vec{y}) + \exp(K' \vec{z} \mathbb{S} \vec{z})} - \frac{1}{3} \end{aligned} \quad (3.15)$$

Comme le champ démagnétisant de configuration est dans la direction opposée à l'aimantation, seule la composante  $N_{xx}^d$  du tenseur  $\mathbb{N}_\sigma^d$  intervient dans la définition de  $\vec{H}_g^d$ . En utilisant la définition (3.12) de  $f'$  et après calcul, on obtient la définition suivante du facteur démagnétisant :

$$N_{xx}^d = \frac{\exp(K' \vec{x} \mathbb{S} \vec{x})}{\exp(K' \vec{x} \mathbb{S} \vec{x}) + \exp(K' \vec{y} \mathbb{S} \vec{y}) + \exp(K' \vec{z} \mathbb{S} \vec{z})} - \frac{1}{3} = N_g - \frac{1}{3} \quad (3.16)$$

où  $\mathbb{S} = \sigma - \frac{1}{3} \text{tr}(\sigma) \mathbb{I}$  est le déviateur des contraintes et  $K = \frac{3}{2} A_s \lambda_{100}$  (3.26) une constante.

Examinons de plus près le terme  $N_g = N_{xx}^d + \frac{1}{3}$  afin de simplifier son expression.

Dans le cas d'une contrainte uniaxiale  $\sigma$  appliquée dans la direction parallèle au champ magnétique  $\vec{H}_g$ ,  $N_g$  se réduit à :

$$N_g = \frac{1}{1 + 2 \exp(-K\sigma)} \quad (3.17)$$

Notons  $\sigma_g^{eq}$  la contrainte uniaxiale qui, appliquée dans la direction parallèle au champ magnétique, aboutira au même effet de configuration qu'un état multiaxial  $\sigma$ .  $\sigma_g^{eq}$  doit satisfaire le système suivant :

$$\frac{1}{1 + 2 \exp(-K\sigma_g^{eq})} = \frac{\exp(K^t \vec{x} \mathbb{S} \vec{x})}{\exp(K^t \vec{x} \mathbb{S} \vec{x}) + \exp(K^t \vec{y} \mathbb{S} \vec{y}) + \exp(K^t \vec{z} \mathbb{S} \vec{z})} \quad (3.18)$$

Après quelques développements on obtient :

$$\sigma_g^{eq} = \frac{2}{3A_s \lambda_{100}} \ln \left( \frac{2 \exp(K^t \vec{x} \mathbb{S} \vec{x})}{\exp(K^t \vec{y} \mathbb{S} \vec{y}) + \exp(K^t \vec{z} \mathbb{S} \vec{z})} \right) \quad (3.19)$$

En supposant que la quantité  $(K^t \vec{u} \mathbb{S} \vec{u})$  est négligeable devant 1 ( $\vec{u} = \{\vec{x}, \vec{y}, \vec{z}\}$ ), et en utilisant un développement en série de Taylor de la fonction exponentielle, on obtient :

$$\exp(K^t \vec{y} \mathbb{S} \vec{y}) + \exp(K^t \vec{z} \mathbb{S} \vec{z}) \approx 2 + K^t \vec{y} \mathbb{S} \vec{y} + K^t \vec{z} \mathbb{S} \vec{z} \quad (3.20)$$

$$\approx 2 - K^t \vec{x} \mathbb{S} \vec{x} \quad (\text{avec } \text{tr}(\mathbb{S}) = 0) \quad (3.21)$$

$$\approx 2 \exp\left(-\frac{1}{2} K^t \vec{x} \mathbb{S} \vec{x}\right) \quad (3.22)$$

$\sigma_g^{eq}$  se réduit alors à l'expression :

$$\sigma_g^{eq} = \frac{3}{2} K^t \vec{x} \mathbb{S} \vec{x} \quad (3.23)$$

Cette expression avait déjà été obtenue pour la contrainte équivalente magnéto-mécanique anhystérique en utilisant une approche basée sur l'équivalence en énergie magnéto-élastique [Daniel et Hubert, 2009b]. Cette forme correspond à un cas particulier de contrainte équivalente nommée "contrainte équivalente déviatorique" [Hubert et Daniel, 2011]. L'expression générale de  $N_g$  est alors la suivante :

$$N_g = \frac{1}{1 + 2 \exp(-K\sigma_g^{eq})} \quad (3.24)$$

Il a été montré [Daniel et Hubert, 2009a] que pour le passage au cas d'un polycristal isotrope,  $\lambda_{100}$  doit être remplacé par un scalaire  $\lambda_m$  qui représente, pour le polycristal, la déformation de magnétostriction maximale potentiellement atteinte lors d'une sollicitation mécanique en l'absence de rotation. Ce paramètre peut être identifié à partir des mesures expérimentales sur un échantillon sous chargement mécanique, mais il peut également être défini à partir de la valeur des coefficients de magnétostriction à saturation  $\lambda_{100}$  et  $\lambda_{111}$  (la définition de  $\lambda_m$  est discutée dans [Daniel et Hubert, 2009a]). En utilisant une hypothèse de contrainte uniforme (hypothèse de



Reuss), et pour un matériau à constante d'anisotropie positive (fer, fer-silicium, fer-cobalt...)  $\lambda_m$  vaut :

$$\lambda_m = \frac{2}{5}\lambda_{100} \quad (3.25)$$

Si maintenant on note :

$$K = \frac{3}{2}A_s\lambda_m = \frac{3}{5}A_s\lambda_{100} \quad (3.26)$$

la relation (3.10) devient :

$$\vec{H}_\sigma^d = \eta \left( \frac{1}{1 + 2 \exp(-\frac{3}{5}A_s\lambda_{100}\sigma_g^{eq})} - \frac{1}{3} \right) \vec{M}_g \quad (3.27)$$

Une fois l'expression du champ démagnétisant de configuration déterminée, l'énergie associée s'écrit :

$$W_D^\alpha = -\mu_0 \vec{M}_\alpha \vec{H}_\sigma^d \quad (3.28)$$

Celle-ci est introduite dans le bilan énergétique d'un domaine  $\alpha$  :

$$W_{tot}^\alpha = -\mu_0 \vec{M}_\alpha \vec{H}_g - \sigma_g : \varepsilon_\alpha^\mu + K_1((\gamma_{\alpha 1}\gamma_{\alpha 2})^2 + (\gamma_{\alpha 1}\gamma_{\alpha 3})^2 + (\gamma_{\alpha 2}\gamma_{\alpha 3})^2) + K_2(\gamma_{\alpha 1}\gamma_{\alpha 2}\gamma_{\alpha 3})^2 \quad (3.29)$$

pour obtenir :

$$W_{tot}^\alpha = -\mu_0 \vec{M}_\alpha (\vec{H}_g + \vec{H}_\sigma^d) - \sigma_g : \varepsilon_\alpha^\mu + K_1((\gamma_{\alpha 1}\gamma_{\alpha 2})^2 + (\gamma_{\alpha 1}\gamma_{\alpha 3})^2 + (\gamma_{\alpha 2}\gamma_{\alpha 3})^2) + K_2(\gamma_{\alpha 1}\gamma_{\alpha 2}\gamma_{\alpha 3})^2 \quad (3.30)$$

Ce nouveau terme énergétique modifie naturellement la distribution des fractions de domaines lorsque le matériau est soumis à une contrainte. L'expression des fractions est rappelée ci-dessous :

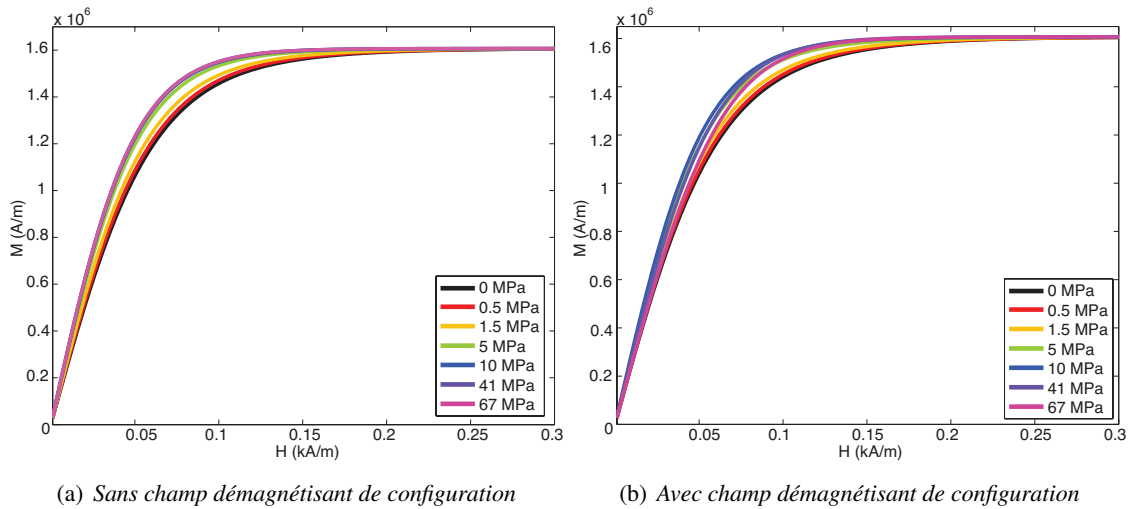
$$f_\alpha = \frac{\exp(-A_s \cdot W_{tot}^\alpha)}{\int_\alpha \exp(-A_s \cdot W_{tot}^\alpha) d\alpha} \quad (3.31)$$

L'intégrale (3.31) est définie sur toutes les directions possibles de l'espace pour le vecteur unitaire  $\vec{\gamma}_\alpha$ . D'un point de vue pratique, le calcul est réalisé en utilisant un pavage discret de la sphère unité suivant 10242 directions [Daniel et Galopin, 2008].

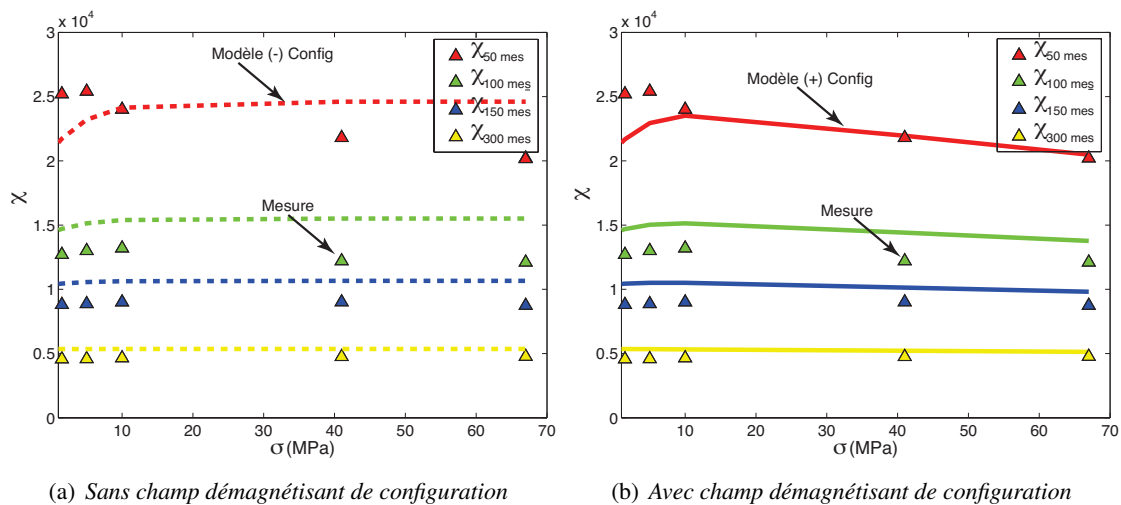
La figure 3.8 illustre le résultat obtenu pour les courbes d'aimantation du fer-silicium à grains orientés dont les données expérimentales sont reportées figure 3.4. Mis à part les imperfections inhérentes au modèle, le résultat après la prise en compte du champ démagnétisant de configuration (fig. 3.8(b)) est de meilleure qualité que le résultat avant cette prise en compte (fig. 3.8(a)). Le tracé des susceptibilités à niveau de champ fixé (fig. 3.9) confirme cette tendance, particulièrement à bas champ.

### 3.2 Modélisation du cycle d'hystérésis, influence des contraintes sur le champ coercitif

Nous disposons en début de thèse d'une version du modèle multiéchelle incluant la modélisation de l'hystérésis suite aux travaux de thèse de K.J. Rizzo. L'approche proposée souffrait de lenteurs de calcul compte tenu de l'évaluation du champ par domaine. Ceci rendait la modélisation d'un milieu polycristallin (plusieurs centaines de grains) difficile. D'autre part, l'approche proposée ne prenait en compte l'influence d'un état de contrainte qu'à travers les modifications du comportement anhystérique. Cette description était insuffisante et ne permettait pas



**FIGURE 3.8:** *Fe-3%Si GO* : Comportement magnétique anhystérétique modélisé d'un monocristal orienté  $\langle 001 \rangle \{110\}$  sous traction : a) sans et b) avec champ démagnétisant de configuration.



**FIGURE 3.9:** *Fe-3%Si GO* : Susceptibilité magnétique anhystérétique sécante relevée à différents niveaux de champ  $H = \{50; 100; 150; 300\}$  A/m - d'un monocristal orienté  $\langle 001 \rangle \{110\}$  sous traction : a) sans et ; b) avec champ démagnétisant de configuration.

de rendre compte par exemple de la modification du champ coercitif sous contrainte. Ces constats ont conduit à proposer une version modifiée du modèle d'hystérésis en réalisant une évaluation du champ irréversible par grain et non plus par domaine, et en définissant une dépendance d'un des paramètres du modèle d'hystérésis à la contrainte.

### 3.2.1 Evaluation du champ irréversible par grain

Hauser a proposé dans ses travaux une expression simplifiée du champ irréversible par grain [Hauser, 1994]. Même si cette approche ne permet pas de prendre en compte par exemple une anisotropie de distribution de domaines, elle a le mérite de considérablement accélérer le calcul et permet une définition sans ambiguïté de la notion de rebroussement. Dans la nouvelle version du modèle d'hystérésis adaptée à notre modélisation multiéchelle, la norme du champ irréversible par grain  $\vec{H}_g^{irr}$  est définie selon :

$$\|\vec{H}_g^{irr}\| = \left( \frac{k_r}{\mu_0 M_s} + c_r \|\vec{H}_g\| \right) \left[ 1 - \kappa_g \exp \left( -\frac{k_a}{\kappa_g} \|\vec{M}_g - \vec{M}_g^{reb}\| \right) \right] \quad (3.32)$$

Les paramètres  $k_r$ ,  $k_a$ ,  $c_r$  sont des paramètres d'ajustement macroscopiques. Le terme  $\kappa_g$  est un terme de rappel défini par grain et dont l'expression donnée par (3.34) évolue avec le chargement.  $\vec{H}_g$  correspond au champ anhystérétique par grain.  $\vec{M}_g$  et  $\vec{M}_g^{reb}$  désignent respectivement l'aimantation anhystérétique par grain et l'aimantation anhystérétique par grain *au dernier rebroussement*. Le vecteur  $\vec{H}_g^{irr}$  est par ailleurs considéré parallèle à  $\vec{H}_g$  de vecteur directeur  $\vec{h}$  mais de sens dépendant du sens de chargement. Le coefficient  $\delta$ , égal à  $\pm 1$  (signe  $(\Delta H)$ ), permet de distinguer les situations de "charge" ou de "décharge". On obtient ainsi :

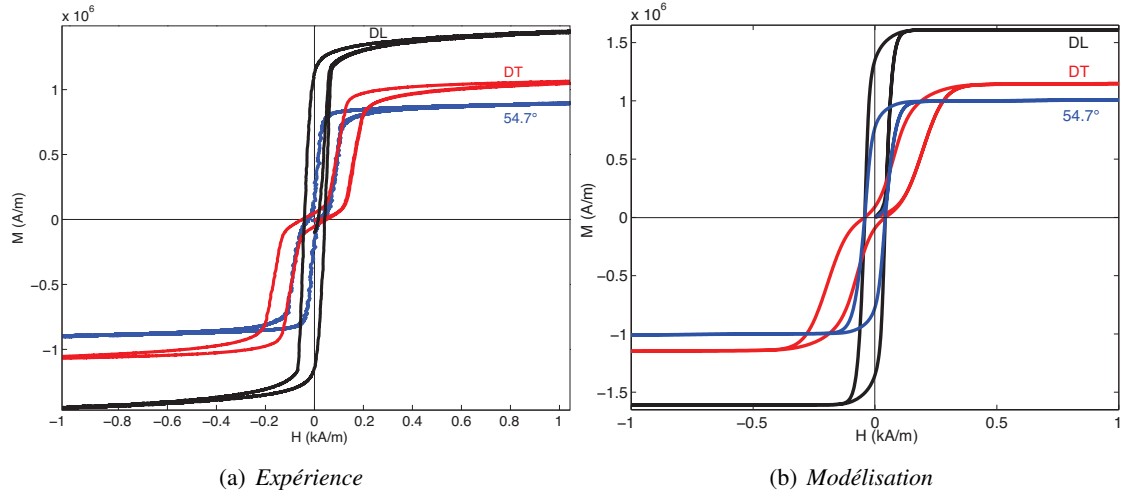
$$\vec{H}_g^{irr} = \delta \|\vec{H}_g^{irr}\| \vec{h} \quad (3.33)$$

Notons également que la valeur de  $\kappa_g$  change à chaque fois qu'il y a une inversion dans la direction de chargement magnétique. La valeur  $\kappa_g^{ini}$  correspond à la valeur de  $\kappa_g$  au dernier rebroussement.

$$\kappa_g = 2 - \kappa_g^{ini} \exp \left( -\frac{k_a}{\kappa_g^{ini}} \|\vec{M}_g - \vec{M}_g^{reb}\| \right) \quad (3.34)$$

L'ensemble de ces relations permet la simulation d'un cycle dont la courbe anhystérétique est le squelette. Le principal défaut de cette nouvelle formulation est qu'elle ne permet plus de rendre compte du caractère anisotrope du champ coercitif d'un monocristal : il est le même quelle que soit la direction de sollicitation. Ce défaut est à relativiser compte tenu des objectifs de modélisation de polycristaux que nous nous sommes fixés. La figure 3.10 permet de comparer trois cycles expérimentaux obtenu sur le fer-silicium GO selon 3 directions du plan de tôle ( $0^\circ$  correspondant à une direction  $\langle 001 \rangle \{110\}$ ;  $90^\circ$  correspondant à une direction  $\langle 1\bar{1}0 \rangle \{110\}$ ;  $54^\circ 7'$  correspondant à une direction  $\langle 1\bar{1}1 \rangle \{110\}$ ) avec les trois cycles correspondants modélisés en utilisant l'approche "par grain" (une fois les paramètres optimisés). On constate un bon accord entre le modèle et l'expérience, bien que les champs coercitifs modélisés soient identiques quelle que soit la direction de chargement.

La notion de rebroussement, employée à plusieurs reprises, mérite une définition plus précise. Dans le cas d'un chargement purement magnétique, une inversion de la direction de chargement est définie comme un changement de signe de la dérivée temporelle du champ magnétique appliqué. D'un point de vue pratique, cette inversion est détectée à l'instant  $t$  lorsque  $\Delta \vec{H}_m^t \cdot \Delta \vec{H}_m^{t-1} < 0$ , expression utilisant la définition des incréments  $\Delta \vec{H}_m^t = \vec{H}_m^t - \vec{H}_m^{t-1}$  et  $\Delta \vec{H}_m^{t-1} = \vec{H}_m^{t-1} - \vec{H}_m^{t-2}$ . Cette approche permet de traiter le cas du chargement magnétique. On



**FIGURE 3.10:** *Fe-3%Si GO : Comportement magnétique cyclique d'un monocristal : a) mesures obtenues pour différentes directions de chargement magnétique b) modélisations associées.*

renvoie le lecteur à la note de bas de page<sup>1</sup> si d'autres types de chargements sont considérés.

### 3.2.2 Sensibilité du champ coercitif à la contrainte

L'absence de relation entre le champ coercitif et l'état de contrainte constituait le principal défaut du modèle d'hystérésis précédent. Dans l'objectif de corriger ce défaut, un premier point est de remarquer que le paramètre  $k_r$  du modèle de Hauser est directement relié au champ coercitif  $H_c^\infty$  d'un cycle majeur. Il est donné par (voir (3.32)) :

$$k_r = \mu_0 H_c^\infty M_s \quad (3.37)$$

Le champ coercitif est par définition lié à la densité de défauts cristallins rencontrés par les parois magnétiques au cours de leur déplacement. Or la probabilité de rencontrer un point d'accrochage dépend de l'espace entre les parois des domaines. On peut ainsi supposer que des parois peu espacées ont, à densité de défauts donnée, moins de chance de rencontrer un défaut que des

1. Dans le cas d'un chargement purement mécanique, une inversion de la direction de chargement est définie comme un changement de signe de la dérivée temporelle de la contrainte appliquée. D'un point de vue pratique, cette inversion est détectée à l'instant  $t$  lorsque  $\Delta\sigma_m^t : \Delta\sigma_m^{t-1} < 0$ .

Où les incréments valent :  $\Delta\sigma_m^t = \sigma_m^t - \sigma_m^{t-1}$  et  $\Delta\sigma_m^{t-1} = \sigma_m^{t-1} - \sigma_m^{t-2}$ .

Plus généralement une inversion du sens de chargement magnéto-mécanique dans un grain  $g$  peut être définie à l'instant  $t$  en utilisant la moyenne  $W_g$  de l'énergie libre du grain  $g$  :

$$W_g = \langle W_\alpha \rangle_g \quad (3.35)$$

L'inversion du chargement magnéto-mécanique est détectée quand :

$$\Delta W_g^t \Delta W_g^{t-1} < 0 \quad (3.36)$$

Où  $\Delta W_g^t = W_g^t - W_g^{t-1}$  et  $\Delta W_g^{t-1} = W_g^{t-1} - W_g^{t-2}$ .

parois éloignées. Cette assertion n'a cependant de sens qu'à partir du moment où la densité de défauts est faible, plus faible en l'occurrence que la densité de parois. Pour les matériaux qui nous intéressent, les défauts significatifs dont on parle sont principalement les joints de grains, ce qui valide a priori notre hypothèse de travail. Il reste ensuite à quantifier l'espace interparoi et à trouver un lien avec l'état de contrainte.

Nous avons introduit au paragraphe 3.1 le champ démagnétisant de configuration à partir de constats sur l'évolution de la structure en domaines sous contrainte. Il a été par exemple remarqué un raffinement de la structure en domaines sous contrainte de traction. Le raffinement conduisant à une diminution de l'espace interparoi, on peut s'attendre à une diminution du champ coercitif. Le résultat sera inversé sous compression. De manière générale, l'espace interparoi peut être finalement directement lié à la fraction volumique des domaines comme illustré (figs. 3.5, 3.6 et 3.7).

Nous proposons alors de relier le paramètre  $k_r$  à la contrainte par l'intermédiaire du tenseur démagnétisant  $\mathbb{N}_\sigma$  selon :

$$k_r = k_r^0 \left( 1 - \eta^t \vec{h} (\mathbb{N}_\sigma - \frac{1}{3} \mathbb{I}) \vec{h} \right) \quad (3.38)$$

$k_r^0$  et  $\eta$  sont deux nouveaux paramètres matériau à identifier.

Si on introduit l'expression de la composante du tenseur  $\mathbb{N}_\sigma$  parallèle au champ (3.39) dans (3.38), on obtient également :

$$N_{xx}^d = \frac{\exp(K^t \vec{x} \mathbb{S} \vec{x})}{\exp(K^t \vec{x} \mathbb{S} \vec{x}) + \exp(K^t \vec{y} \mathbb{S} \vec{y}) + \exp(K^t \vec{z} \mathbb{S} \vec{z})} - \frac{1}{3} = N_g - \frac{1}{3} \quad (3.39)$$

soit une expression de  $k_r$  fonction du paramètre scalaire  $N_g$  selon :

$$k_r = k_r^0 \left( 1 - \eta (N_g - \frac{1}{3}) \right) \quad (3.40)$$

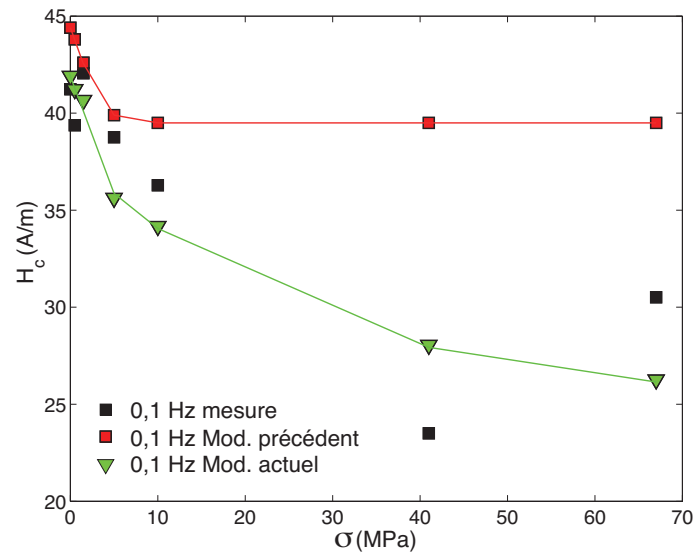
La figure 3.11 montre l'évolution du champ coercitif du fer-silicium GO ( $0^\circ$  correspondant à une direction  $\langle 001 \rangle \{110\}$ ) en fonction de la contrainte uniaxiale appliquée dans la direction de mesure magnétique. Les trois courbes correspondent respectivement aux points expérimentaux (en noir), au modèle d'hystérésis précédent et modèle d'hystérésis actuel avec dépendance de  $k_r$  avec la contrainte. Là encore les paramètres ont été optimisés pour répondre au besoin. On observe un bon accord entre l'expérience et le modèle d'hystérésis revisité.

A l'aide de ce nouvel outil, nous sommes en mesure de pouvoir prédire avec plus de pertinence l'évolution des grandeurs dissipatives magnétiques sous contrainte.

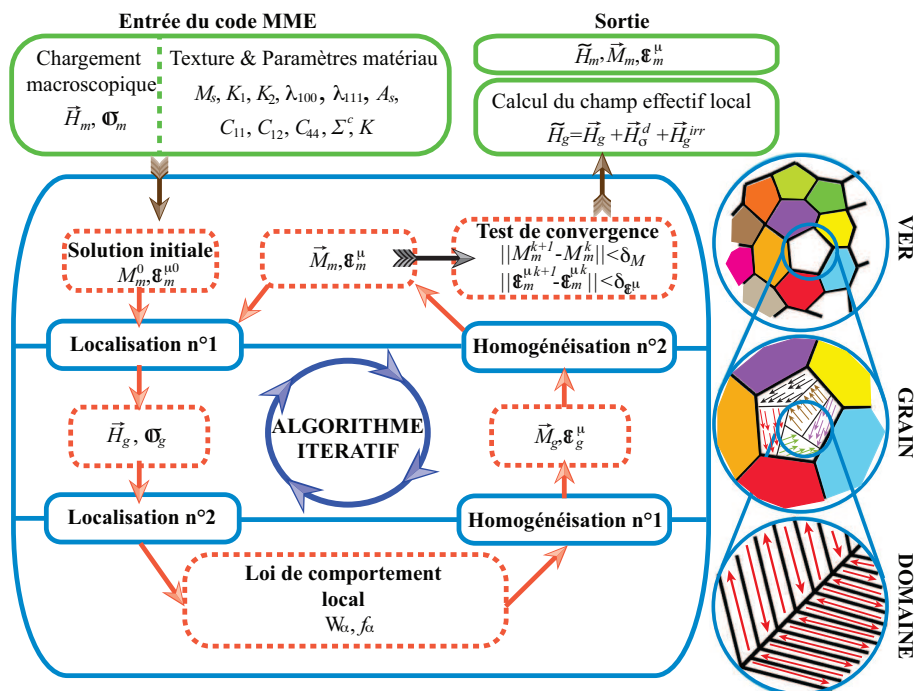
### 3.3 Algorithme et résumé de la modélisation

Le processus de modélisation est résumé figure 3.12. Les données d'entrée sont les paramètres matériau (y compris la texture cristallographique le cas échéant) et le chargement macroscopique appliqué (contrainte  $\sigma_m$  et champ magnétique  $\vec{H}_m$ ). Une estimation initiale de la solution (aimantation macroscopique  $\vec{M}_m$  et la déformation de magnétostriction  $\varepsilon_m^\mu$ ) est également nécessaire pour démarrer le processus.

S'agissant d'un schéma itératif, il est nécessaire de définir un point de départ pour l'algorithme. Ce point de départ est défini par la connaissance complète de l'état magnétique et mécanique pour



**FIGURE 3.11:** Fe-3%Si GO : Evolution du champ coercitif (mesure à  $0^\circ$  correspondant à une direction  $\langle 001 \rangle \{110\}$  -  $f=0,1\text{Hz}$ ;  $H_{max}= 2000\text{A/m}$ ) en fonction de la contrainte uniaxiale appliquée dans la direction de mesure magnétique - comparaisons : expérience, modèle précédent et modèle actuel.



**FIGURE 3.12:** Algorithme de calcul actuel du modèle multiéchelle.

chaque grain du VER. Le choix de cette solution est déterminant pour la suite du calcul. Un mauvais choix conduit à des temps de calcul élevés, voire à la divergence de l'algorithme. Les conditions de départ choisies sont les suivantes :

- La contrainte d’incompatibilité associée à la déformation de magnétostriction dans un grain est négligée. La contrainte locale est donc définie par la solution d’un problème purement élastique  $\sigma_g^0 = \mathbb{B}_g^\sigma : \sigma_m$
- Le champ magnétique est supposé homogène dans le matériau. On définit donc  $\vec{H}_g^0 = \vec{H}_{\text{ext}}$
- La déformation de magnétostriction est négligée dans un premier temps, la déformation locale est donc définie par  $\varepsilon_g^0 = \mathbb{C}_g^{-1} : \sigma_g^0$

A chaque élément de la fonction de distribution des orientations du fichier de texture, les règles de localisation sont appliquées pour définir la contrainte locale  $\sigma_g$  et le champ magnétique local  $\vec{H}_g$ . La loi de comportement anhystérétique locale est ensuite appliquée pour obtenir l’aimantation  $\vec{M}_g$  et la déformation de magnétostriction  $\varepsilon_g^\mu$  par grain. Une fois  $\vec{M}_g$  et  $\varepsilon_g^\mu$  déterminés, ces quantités sont moyennées sur toutes les orientations cristallographiques pour obtenir une aimantation  $\vec{M}_m$  et une déformation de magnétostriction  $\varepsilon_m^\mu$  macroscopiques. Cette solution remplace l’estimation initiale, et le processus est itéré jusqu’à la convergence. Quand la convergence est atteinte pour chaque orientation cristallographique, le champ magnétique local  $\vec{H}_g$  est corrigé du champ magnétique démagnétisant de configuration  $\vec{H}_g^d$  (3.27) et du champ magnétique irréversible  $\vec{H}_g^{\text{irr}}$  (3.32) afin d’obtenir le champ magnétique effectif local  $\tilde{H}_g$  :

$$\tilde{H}_g = \vec{H}_g + \vec{H}_g^d + \vec{H}_g^{\text{irr}} \quad (3.41)$$

L’aimantation macroscopique  $\vec{M}_m$ , la déformation de magnétostriction macroscopique  $\varepsilon_m^\mu$  et le champ magnétique  $\tilde{H}_m$  vérifiant l’équation (3.42) sont les solutions du problème.

$$\tilde{H}_m = \langle \tilde{H}_g \rangle_m \quad (3.42)$$

## 4 Confrontation des résultats du modèle avec les résultats expérimentaux

On a regroupé dans ce paragraphe les résultats des simulations numériques et les résultats expérimentaux significatifs obtenus pour les trois matériaux d’étude de cette thèse. Les polycristaux simulés sont constitués de plusieurs centaines d’orientations cristallographiques différentes. La fonction de distribution des orientations (FDO) utilisée pour définir le VER est présentée sous forme de figures de pôles dans l’annexe A. Le nombre d’orientations varie d’un matériau à un autre en fonction de l’anisotropie cristalline et de “l’intensité” de la texture cristallographique<sup>2</sup>. La qualité pratique de la mesure (ratio taille de grains / taille de la zone mesurée) entre aussi en ligne de compte. En pratique on a eu recours à :

- 396 orientations pour le Fe-3%Si NO ;
- 400 orientations pour le FeCo-2V R ;
- 650 orientations pour le FeCo-2V FP.

Les paramètres matériaux issus de la bibliographie [Bozorth, 1951, Cullity, 1972] sont regroupés dans le tableau 3.1. Les paramètres anhystérétiques identifiés à partir des essais présentés dans ce mémoire sont regroupés dans le tableau 3.2. Les paramètres matériaux utilisés pour la modélisation du comportement dissipatif sont regroupés dans le tableau 3.3.

2. On utilise pour ces calculs des fichiers d’orientations correspondant aux mesures EBSD de l’annexe A et les constantes mécaniques et magnétiques du fer à 3% de silicium et du fer cobalt.

Paramètre	Fe-3%Si NO	FeCo-2V R	FeCo-2VFP	Unité
$M_s$	$1,61.10^6$	$1,91.10^6$	$1,91.10^6$	A/m
$(K_1; K_2)$	(38; 0)	(2; 0)	(2; 0)	$\text{kJ.m}^{-3}$
$(\lambda_{100}; \lambda_{111})$	$(23; -4,5).10^{-6}$	$(101; 27).10^{-6}$	$(101; 27).10^{-6}$	-
$(C_{11}; C_{12}; C_{44})$	(202; 122; 229)	(296; 153; 192)	(296; 153; 192)	GPa

**TABLE 3.1:** Paramètres matériaux issus de la bibliographie [Bozorth, 1951, Cullity, 1972].

Paramètre	Fe-3%Si NO	FeCo-2V R	FeCo-2VFP	Unité
$A_s$	$3.10^{-3}$	$3.10^{-3}$	$3,5.10^{-3}$	$\text{m}^3/\text{J}$
$\sigma^c$	$\sigma_{xx}^c = 20$	$\sigma_{xx}^c = 1$	$\sigma_{xx}^c = 10; \sigma_{yy}^c = 8$	MPa
$K$	$4.10^{-8}$	$4.10^{-11}$	$4.10^{-10}$	$\text{m}^3/\text{J}$

**TABLE 3.2:** Paramètres anhystériques identifiés à partir des essais.

Paramètre	Fe-3%Si NO	FeCo-2V R	FeCo-2VFP	Unité
$k_r^0$	150	320	3600	$\text{J.m}^{-3}$
$c_r$	0,1	0,1	0,1	-
$k_a$	$15.10^6$	$15.10^6$	$15.10^6$	m/A
$\kappa_g^{ini}$	1	1	1	-
$\eta$	$2.10^{-4}$	$1.10^{-3}$	$1.10^{-3}$	-

**TABLE 3.3:** Paramètres de dissipation identifiés à partir des essais.

Il faut préciser ici qu'aucune procédure rigoureuse d'optimisation n'a été mise en œuvre pour l'identification des paramètres des tableaux 3.1, 3.2, 3.3. Les paramètres ont simplement été choisis de manière à reproduire de façon satisfaisante les résultats expérimentaux unidirectionnels obtenus sous contrainte sur les éprouvettes sandwich (hors essais multiaxiaux donc). Une procédure d'identification a été proposée par ailleurs [Daniel *et al.*, 2014]. Certaines des imperfections constatées par la suite lors des comparaisons modèle-essais laissent penser que ce processus d'identification est largement perfectible. Notons également que les paramètres du Fe-3%Si NO sont différents des paramètres identifiés pour le Fe-3%Si GO dont la modélisation a été présentée dans la section précédente (mis à part les constantes physiques intrinsèques à la chimie du matériau). L'effet de surface, les effets démagnétisants, la configuration initiale n'ont en effet aucune raison d'être identiques.

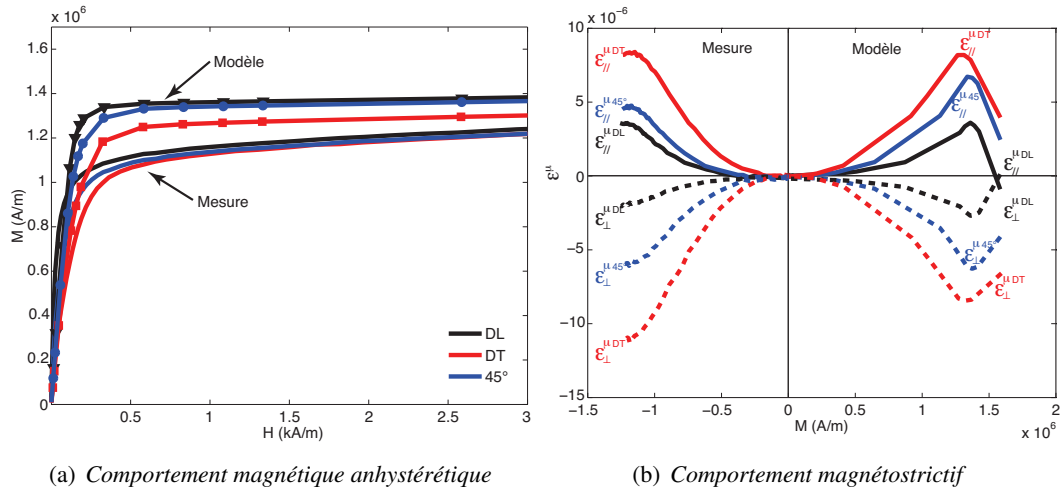
## 4.1 Comparaisons essais/modèle sans chargement mécanique

### 4.1.1 Comportement anhystérique

Les figures 3.13(a), 3.14(a) et 3.15(a) permettent de comparer les simulations aux mesures expérimentales anhystériques du comportement magnétique des trois matériaux sans chargement mécanique. Les figures 3.13(b), 3.14(b) et 3.15(b) reportent les comportements magnétostrictifs associés. Les résultats expérimentaux sont tracés sur le côté gauche des figures, les simulations sur le côté droit.

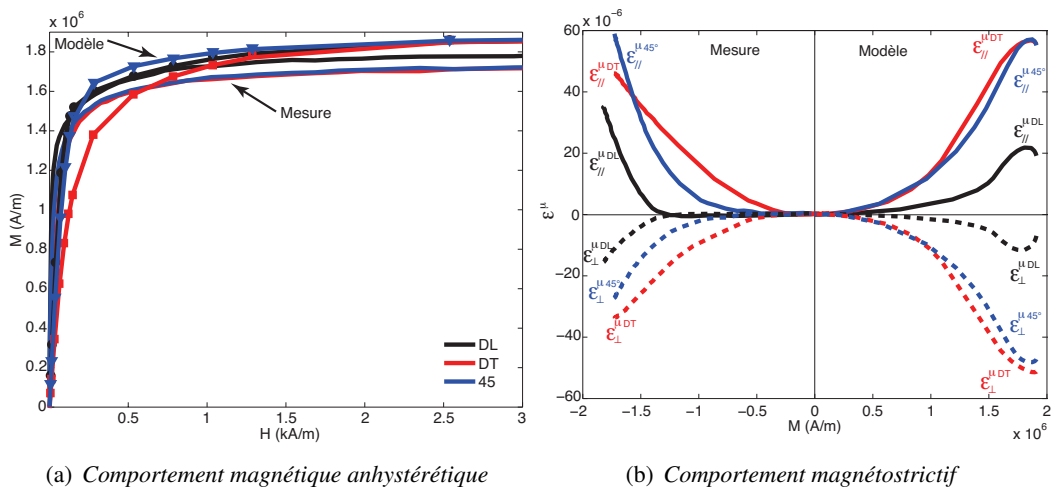
En ce qui concerne le comportement magnétique, l'écart entre le modèle et l'expérience est relativement important pour le Fe-3%Si NO (fig. 3.13(a)) quelle que soit l'orientation de



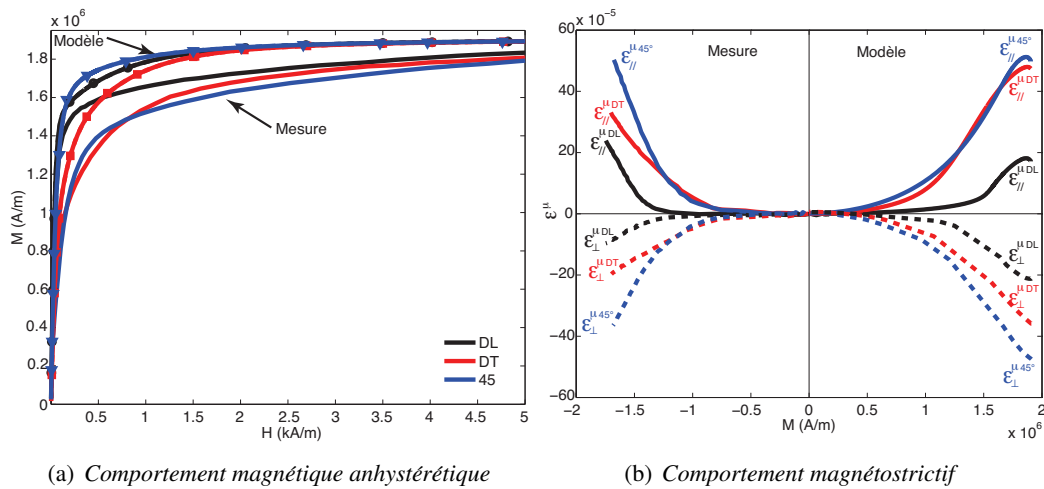


**FIGURE 3.13:** *Fe-3%Si NO* : Modélisation du comportement magnétique et magnétostrictif sans chargement mécanique.

l'éprouvette, en particulier à l'approche de la saturation. Ce défaut avait déjà été constaté lors d'études précédentes, et attribué à des effets démagnétisants locaux difficiles à appréhender. Le nouveau modèle ne permet pas un meilleur rendu. En revanche, les prédictions de l'anisotropie globale et de la susceptibilité initiale sont de bonne qualité. Le comportement magnétostrictif du *Fe-3%Si NO* est présenté sur la figure 3.13(b). La non-monotonie du comportement est correctement restituée quelle que soit la direction. L'amplitude de déformation longitudinale la plus importante est obtenue pour l'éprouvette *DT* où elle atteint  $\epsilon_{//}^{\mu} \approx 8 \cdot 10^{-6}$  avant de diminuer pour un niveau d'aimantation correspondant au mécanisme de rotation des moments magnétiques. La modélisation du comportement magnétostrictif dans les directions *DL* et à  $45^{\circ}$  donne des résultats proches des valeurs expérimentales.



**FIGURE 3.14:** *FeCo-2V R* : Modélisation du comportement magnétique et magnétostrictif sans chargement mécanique.



**FIGURE 3.15:** *FeCo-2V FP : Modélisation du comportement magnétique et magnétostrictif sans chargement mécanique.*

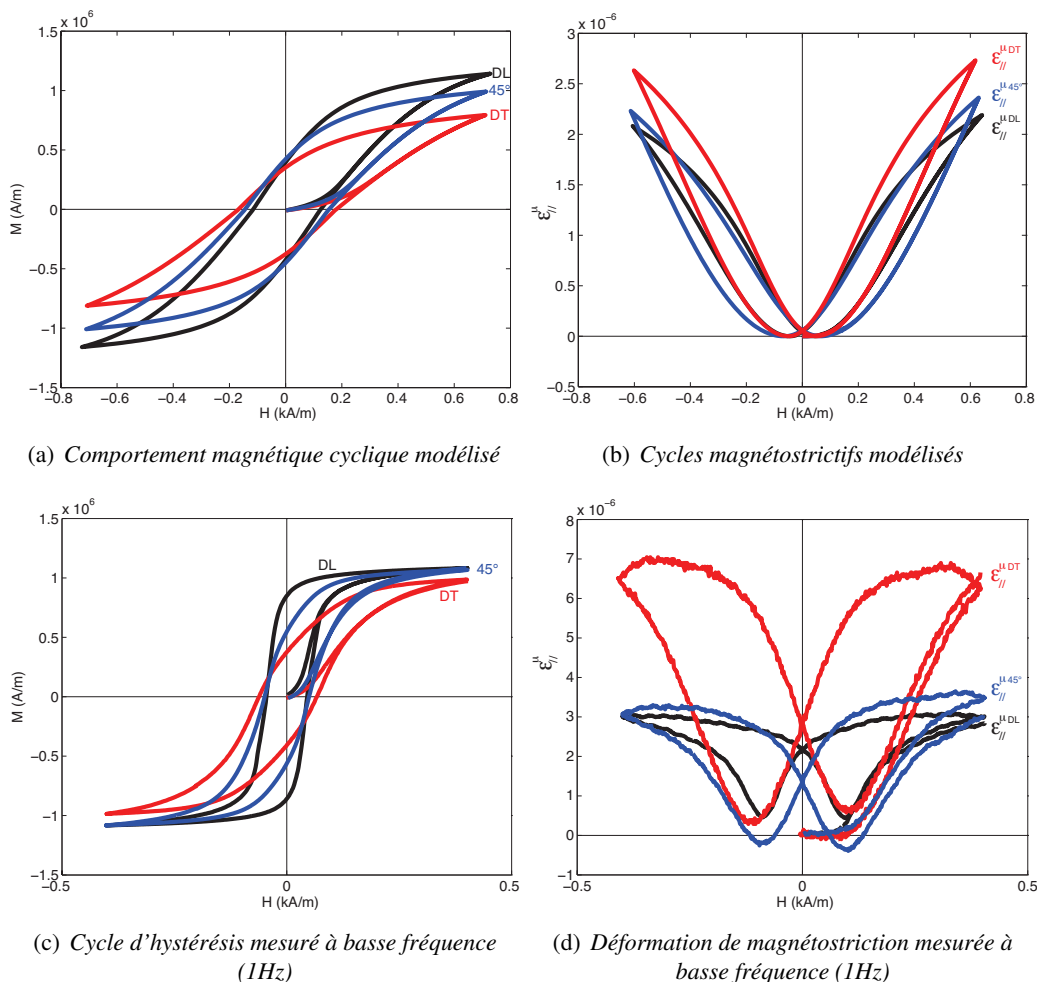
Les figures 3.14 et 3.15 présentent les résultats des simulations pour le FeCo-2V R et FeCo-2V FP. L'écart entre la modélisation et les courbes d'aimantation expérimentales des deux matériaux (figs. 3.14(a) et 3.15(a)) est fortement réduit comparativement au Fe-3%Si NO. A l'image des résultats expérimentaux, le modèle prédit bien une aimantation plus élevée pour l'éprouvette prélevée dans la direction du laminage sur la gamme de champ étudiée. Les comportements magnétiques simulés suivant les trois directions se confondent pour des niveaux de champs supérieurs à 1,5 kA/m. Ceci contredit l'expérience où on constate que la direction *DL* présente une aimantation plus élevée que les deux autres directions. La figure 3.14(b) présente le comportement magnétostrictif parallèle et perpendiculaire au champ pour les trois directions de prélèvement des éprouvettes de FeCo-2V R. L'anisotropie du comportement et la forme quadratique de la magnétostriction en fonction de l'aimantation correspondent aux résultats expérimentaux. Le même constat peut être fait pour le FeCo-2V FP (fig. 3.15(b)).

Ces résultats confirment la capacité du modèle à restituer correctement le comportement des trois matériaux suivant les trois directions en absence de chargement mécanique (mis à part l'approche à la saturation du Fe-3%Si NO). L'évolution non linéaire et les sens de variation sont en bon accord avec l'expérience. D'une manière générale, les tendances et les effets d'anisotropie sont correctement prédits par le modèle. La description de la magnétostriction est également satisfaisante (figs. 3.13(b), 3.14(b) et 3.15(b)).

#### 4.1.2 Comportement cyclique

Nous confrontons à présent le modèle aux mesures cycliques présentées au chapitre précédent pour les directions de chargement *DL*, *DT* et  $45^\circ$ . Les conditions de chargement sont celles utilisées lors des expériences. Les résultats des expériences sont rappelés au fur et à mesure de la présentation des résultats de modélisation quand ils sont disponibles. Il faut noter que l'emploi de filtres pour la mesure de déformation peut conduire à une distorsion des cycles de magnétostriction. Toute comparaison avec le modèle doit donc être faite avec précaution.

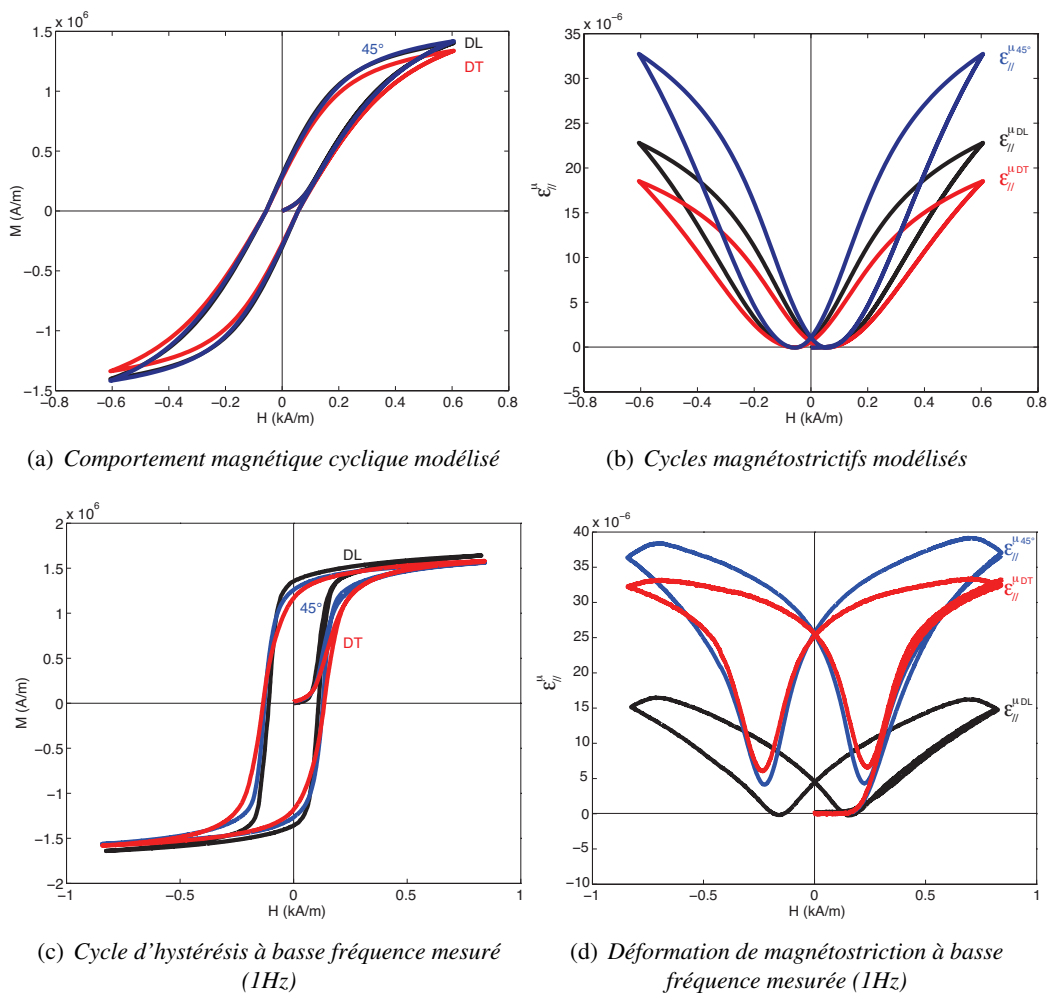
La figure 3.16 montre les comportements cycliques magnétique et magnétostrictif mesurés et simulés du Fe-3%Si NO pour un champ maximal de 500 A/m. Même si l'anisotropie magnétique prédite est en accord avec l'expérience, la forme et l'allure générale des cycles magnétiques et magnétostrictifs obtenus sont assez différents. La pente globale des cycles modélisés est plus faible que la pente des cycles expérimentaux. Le champ coercitif est également trop élevé conduisant à des cycles simulés plus larges. On constate en revanche qu'à l'image des résultats expérimentaux, la susceptibilité magnétique initiale calculée à champ fixe est la plus élevée suivant la direction de laminage ( $\chi^{DL} > \chi^{45^\circ} > \chi^{DT}$ ). Les cycles magnétostrictifs sont également assez différents, la déformation simulée la plus élevée est obtenue pour la direction DT (fig.3.16(b) -  $\epsilon_{//}^{\mu DT} \approx 2,6 \cdot 10^{-6}$ ). Elle vaut approximativement la moitié de la déformation mesurée. Les déformations maximales obtenues suivant DL et à 45° sont proches des valeurs des déformations mesurées ( $\epsilon_{//}^{\mu 45^\circ} \approx \epsilon_{//}^{\mu DL} \approx 2 \cdot 10^{-6}$ ).



**FIGURE 3.16:** Fe-3%Si NO : Modélisation du comportement magnétique et magnétostrictif sans chargement mécanique ( $H_{max} = 500$  A/m).

La figure 3.17 montre les comportements cycliques magnétique et magnétostrictif simulés du

FeCo-2V R pour un champ maximal de 500 A/m. Comme pour le fer-silicium, les cycles obtenus par le modèle sont assez différents des cycles mesurés. La saturation est beaucoup plus rapide pour les cycles expérimentaux et le champ coercitif plus large. Les paramètres  $A_s$  et  $k_r$  identifiés sur les éprouvettes sandwich ne semblent pas optimaux pour les tôles considérées ici. Il semble que la pente trop basse des cycles modélisés soit à l'origine des différences constatées. L'anisotropie est en revanche bien reproduite pour l'aimantation. On ne peut pas en dire autant pour les cycles magnétostrictifs. Les figures 3.17(b) et 3.17(d) montrent que la déformation prévue dans le sens  $DT$  vaut la moitié de la déformation mesurée ( $\epsilon_{//}^{H,DT} \approx 1,8 \cdot 10^{-5}$ ), ce qui conduit à une déformation simulée plus faible selon  $DT$  alors que les valeurs expérimentales dans cette direction sont plutôt de forte amplitude. Les déformations prédites suivant  $DL$  et à  $45^\circ$  sont en revanche proches de celles mesurées. L'allure des cycles magnétostrictifs est assez mal rendue.

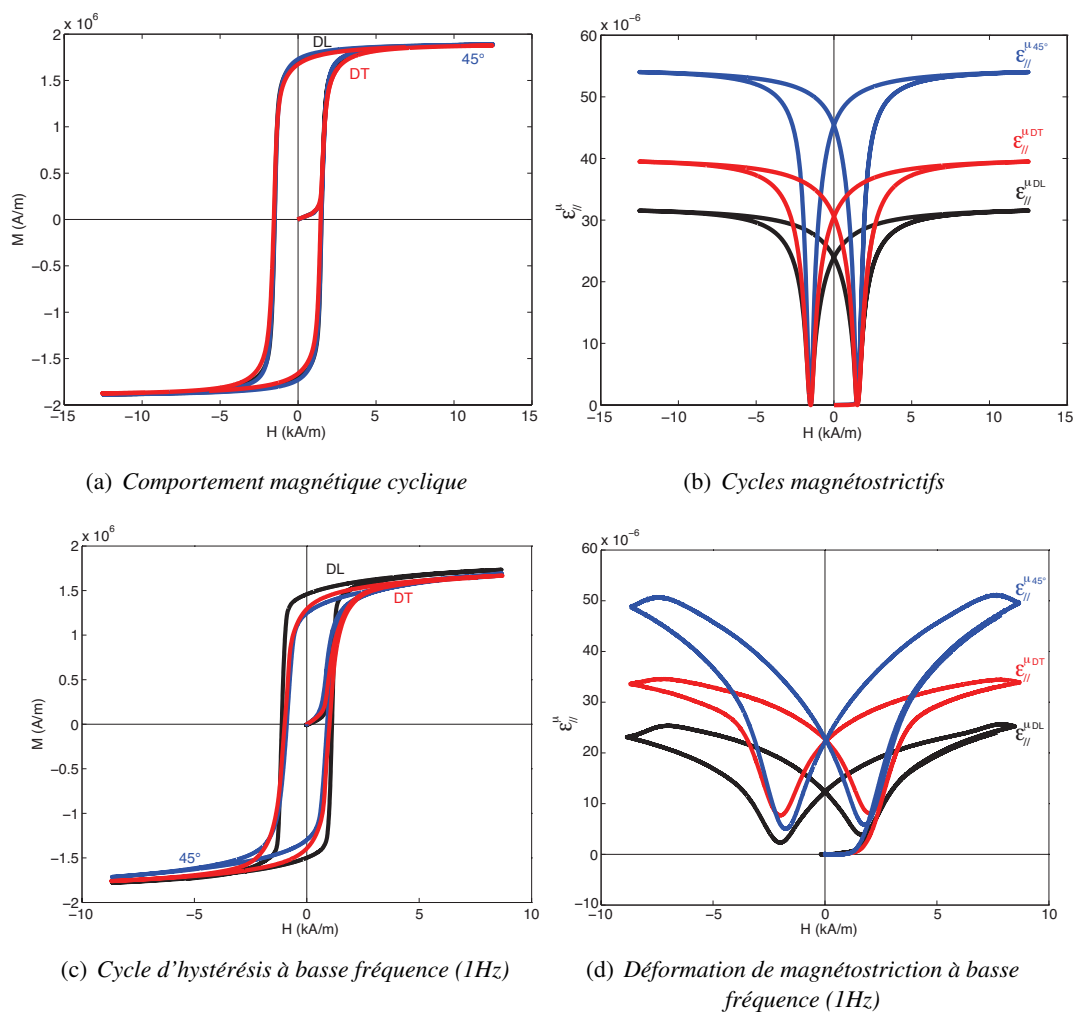


**FIGURE 3.17:** FeCo-2V R : Modélisation du comportement magnétique et magnétostrictif sans chargement mécanique ( $H_{max} = 500$  A/m).

On présente sur la figure 3.18 les comportements cycliques magnétique et magnétostrictif simulés du FeCo-2V FP pour un champ maximal de 10 kA/m. Il est à noter que l'amplitude du champ est beaucoup plus élevée que pour les deux autres matériaux, ce qui peut avoir des

conséquences pour les comparaisons entre modèle et expérience. Les résultats de la modélisation présentés montrent une concordance tout à fait acceptable avec la mesure pour le comportement magnétique, aussi bien en ce qui concerne les niveaux d'aimantation, la forme générale des cycles et le champ coercitif. La déformation de magnétostriction hystérétique simulée suivant les trois directions atteint des valeurs à saturation comparables aux valeurs expérimentales. La forme du cycle magnétostrictif en "ailes de papillon" est relativement bien restituée.

Le modèle paraît ainsi relativement précis à forte amplitude de champ. Les excitations à bas champ révèlent des imperfections, souvent associées à une simulation médiocre du comportement ahystérétique (en particulier pour le fer-silicium).



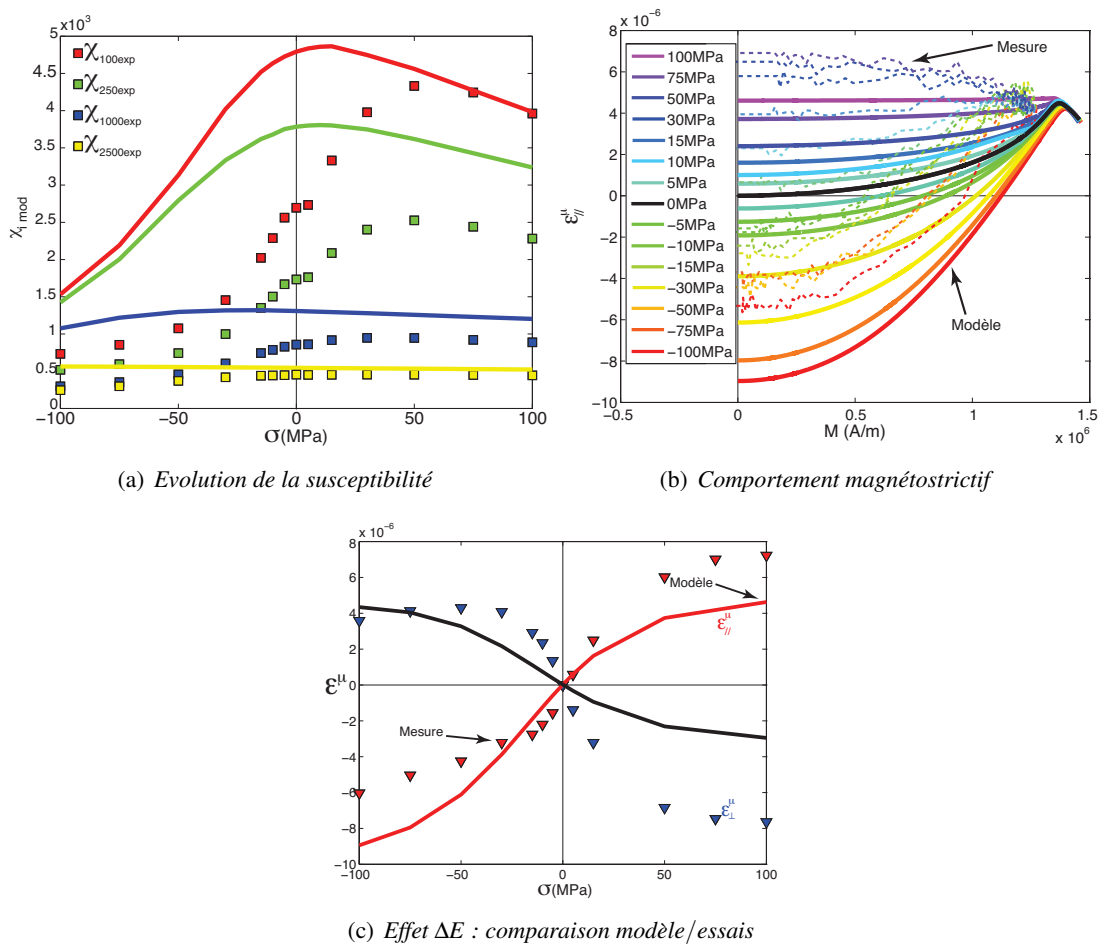
**FIGURE 3.18:** FeCo-2V FP : Modélisation du comportement magnétique et magnétostrictif sans chargement mécanique ( $H_{max} = 10$  kA/m).

## 4.2 Comparaisons essais/modèle sous chargement mécanique uniaxial

Le chargement mécanique uniaxial va de la compression à la traction. La direction d'application de la contrainte et de mesure magnétique est la direction du laminage pour les trois matériaux.

### 4.2.1 Comportement anhystérétique

Les figures 3.19(a), 3.20(a) et 3.21(a) montrent l'évolution comparée de la susceptibilité magnétique sécante expérimentale et modélisée à champ fixe ( $\{H\} = \{0, 1; 0, 25; 1, 2, 5\}$  kA/m), pour le Fe-3%Si NO, le FeCo-2V R et le FeCo-2V FP respectivement. Les traits continus correspondent aux simulations, les carrés aux points expérimentaux. Pour chaque matériau, on trace également l'évolution de la déformation de magnétostriction longitudinale sous contrainte (figs. 3.19(b), 3.20(b) et 3.21(b)), ainsi que l'effet  $\Delta E$  associé (figs. 3.19(c), 3.20(c) et 3.21(c)).



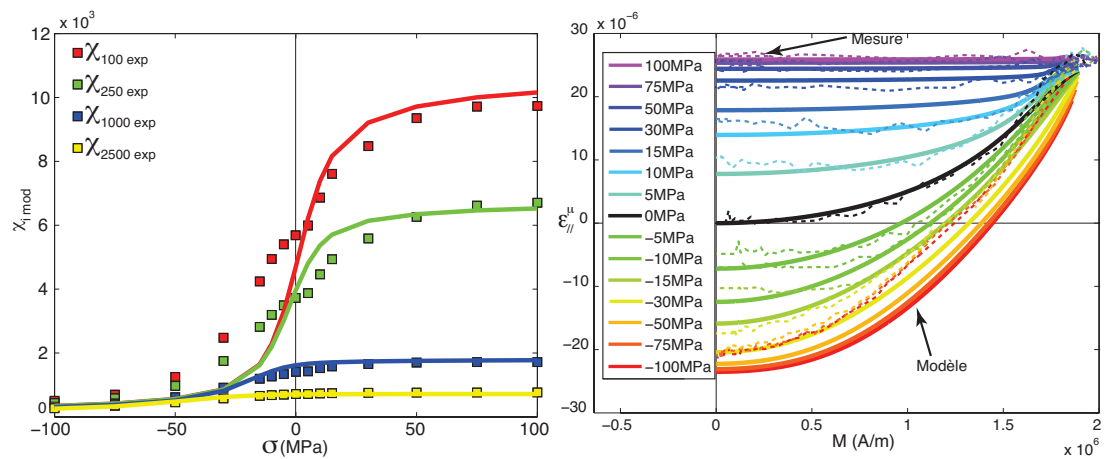
**FIGURE 3.19:** Fe-3%Si NO : Comparaison modèle/essais du comportement magnéto-mécanique sous chargement mécanique uniaxial.

La figure 3.19(a) montre l'évolution de la susceptibilité sous contrainte du fer-silicium. Les résultats expérimentaux montrent qu'une traction augmente d'abord la susceptibilité magnétique

avant de la diminuer après 50 MPa. Cette variation non-monotone de la susceptibilité magnétique en fonction de la contrainte appliquée est décrite par le modèle multiéchelle à l'aide de l'effet de configuration (3.27). A bas champ ( $\{H\} = \{0, 1; 0, 25\}$  kA/m), on constate que la susceptibilité est globalement surestimée et que sa diminution avec une contrainte de traction apparaît bien avant 50 MPa. En ce qui concerne la déformation de magnétostriction du Fe-3%Si NO, la forme parabolique en fonction de l'aimantation à contrainte nulle est bien restituée. On observe également la diminution de la magnétostriction au delà de  $M = 1,3 \cdot 10^6$  A/m, associée au phénomène de rotation. Le modèle représente bien la saturation de la magnétostriction sous contrainte de traction ainsi qu'une augmentation de l'amplitude sous compression. On observe en revanche assez peu l'inversion progressive du sens de variation de la magnétostriction qui devrait apparaître au delà de 50 MPa (fig. 2.26(a)). Cette inversion est habituellement corrélée à la progressive rotation de l'aimantation sous contrainte et à la part croissante de la constante de magnétostriction  $\lambda_{111}$  (négative) dans l'expression de la déformation à saturation. Les constantes d'anisotropie utilisées ne permettent pas d'obtenir une rotation aussi rapide. On peut alors s'interroger sur l'interprétation à donner à cette inversion du sens de variation  $\frac{d\varepsilon_\mu}{dM}$  (effet de forme?). L'effet  $\Delta E$  est tracé figure 3.19(c). Modèle et expérience sont en bon accord. On peut noter que la déformation perpendiculaire est légèrement sous estimée en traction.

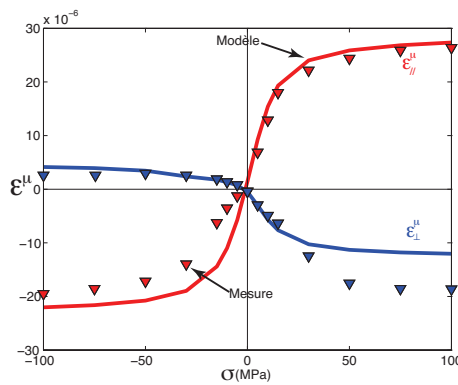
Les figures 3.20(a) et 3.21(a) montrent l'évolution de la susceptibilité magnétique pour le FeCo-2V R et le FeCo-2V FP. Pour les deux matériaux on remarque que l'effet de la contrainte est bien restitué : une compression conduit à une baisse très significative de la susceptibilité magnétique alors que la traction l'améliore, cette amélioration sature après 50 MPa. Le modèle nous permet de bien estimer cette évolution : on relève une erreur sur la susceptibilité inférieure à 3% en traction et inférieure à 50% en compression sur les deux matériaux à bas champ ( $\{H\} = \{100; 250\}$  A/m). À haut champ les points de mesure et la modélisation sont superposés. Les figures 3.20(b) et 3.21(b) présentent la déformation parallèle au champ du FeCo-2V R et du FeCo-2V FP respectivement. Nous observons que le modèle multiéchelle est capable de simuler correctement le comportement magnétostrictif des matériaux pour différents niveaux de contrainte en traction et en compression. Les résultats obtenus sont de très bonne qualité aussi bien en ce qui concerne les saturations que les évolutions générales (figs. 2.31(c) et 2.32(c)). L'effet  $\Delta E$  est également bien restitué pour les deux matériaux (figs. 3.20(c) et 3.21(c)).

Ces quelques comparaisons entre simulations et expériences permettent de conclure que le modèle permet de restituer correctement les effets de couplage magnéto-mécanique anhystérique pour les différents matériaux étudiés. On peut en revanche critiquer la mauvaise restitution du changement de sens de variation de la magnétostriction avec l'aimantation pour des contraintes au delà de 50 MPa dans le cas du fer-silicium.



(a) Evolution de la susceptibilité

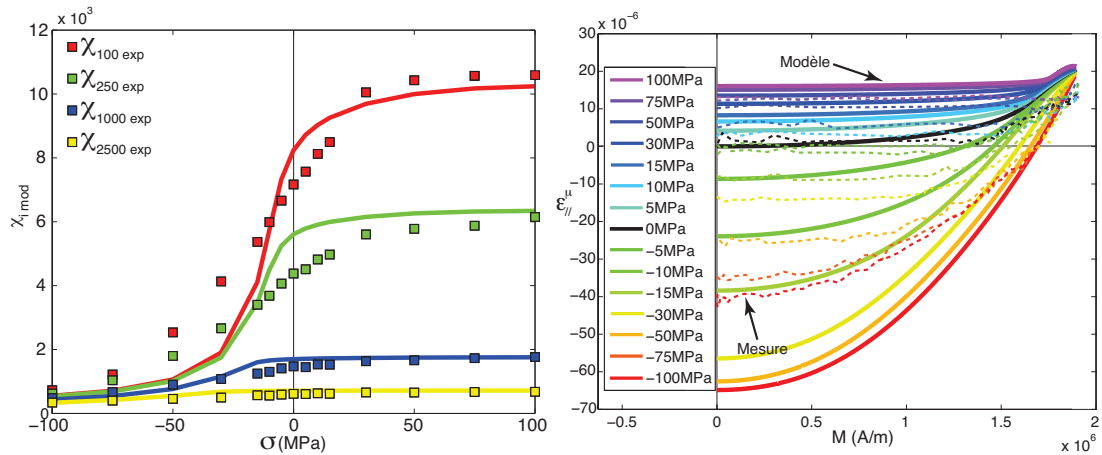
(b) Comportement magnétostrictif modélisé



(c) Effet  $\Delta E$  : comparaison modèle/essais

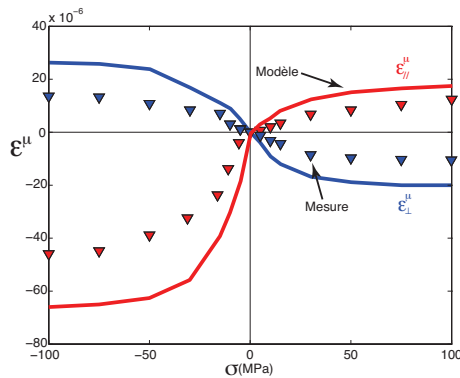
**FIGURE 3.20:** *FeCo-2V R* : Comparaison modèle/essais du comportement magnéto-mécanique sous chargement mécanique uniaxial.





(a) Evolution de la susceptibilité modélisée et expérimentale

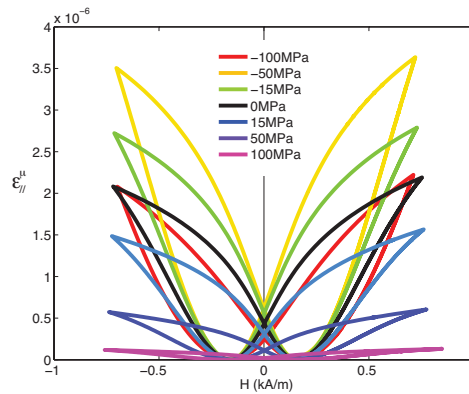
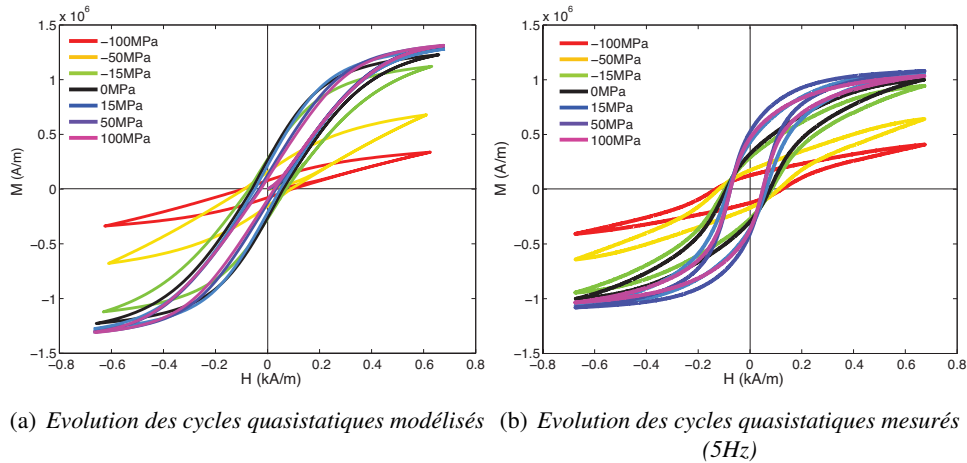
(b) Comportement magnétostrictif modélisé

(c) Effet  $\Delta E$  : comparaison modèle/essais

**FIGURE 3.21:** FeCo-2V FP : Comparaison modèle/essais du comportement magnéto-mécanique sous chargement mécanique uniaxial.

### 4.2.2 Comportement cyclique

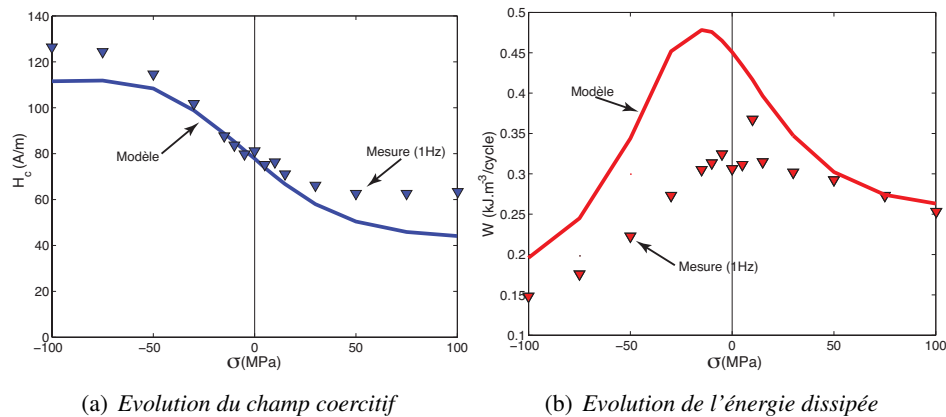
Nous comparons à présent l'évolution expérimentale des cycles sous contrainte avec la modélisation. Nous avons considéré pour les simulations des conditions de chargement proches de celles imposées lors de la campagne expérimentale. La qualité des modélisations est estimée à partir des observations de la forme générale des cycles simulés (magnétiques et hystériques) et de l'évolution du champ coercitif et des pertes magnétiques en fonction de la contrainte.



**FIGURE 3.22:** Fe-3%Si NO : Comparaison modèle/essais du comportement magnéto-mécanique cyclique sous contrainte ( $H_{max} = 500$  A/m).

La figure 3.22(a) présente la modélisation du comportement magnétique hystérétique du fer-silicium sous contrainte uniaxiale. Les résultats expérimentaux sont rappelés en parallèle. Les résultats numériques décrivent relativement bien les effets de la contrainte appliquée sur le cycle magnétique. On constate que l'évolution des cycles d'hystérésis modélisés est fortement corrélée à l'évolution du comportement anhystérétique et qu'elle hérite donc de ses insuffisances (fig. 3.22(a)). La figure 3.22(c) montre les cycles magnétostrictifs sous contrainte (les données expérimentales correspondantes ne sont pas accessibles). On observe que pour une valeur de champ magnétique fixe, l'évolution de la déformation de magnétostriction cyclique sous contrainte est considérable. Par ailleurs, la figure 3.23(a) montre que le champ coercitif diminue progressi-

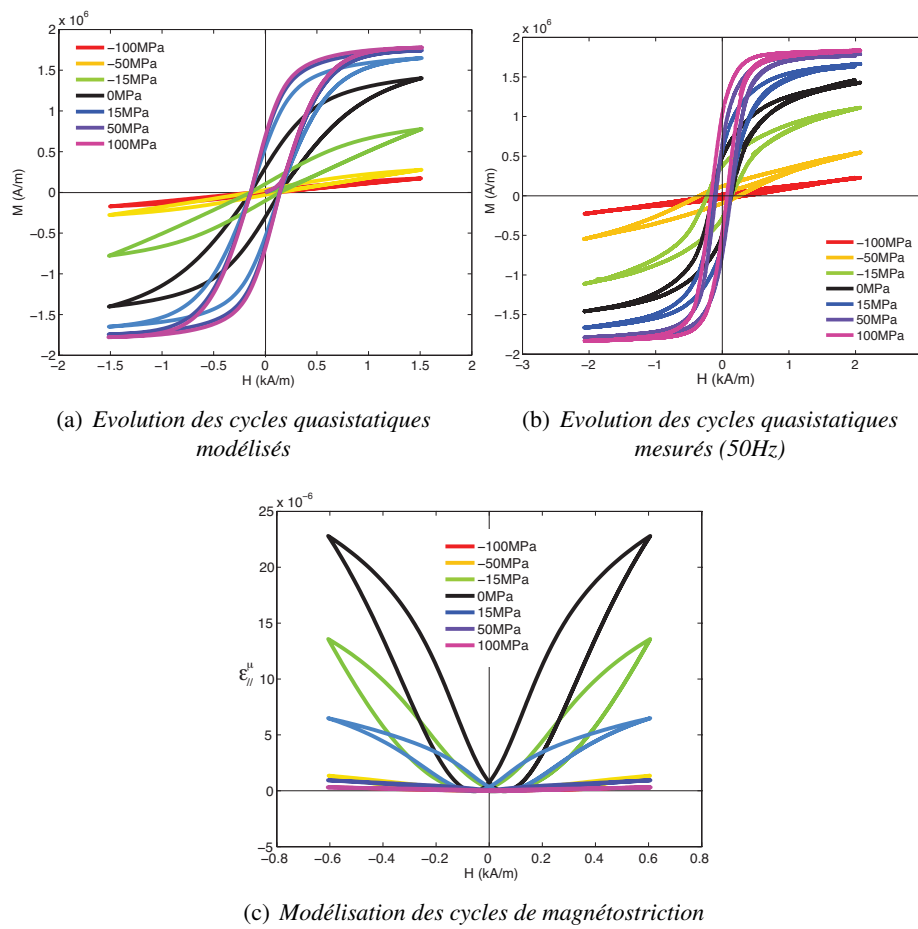
vement à contrainte croissante (de la compression à la traction). La dissymétrie entre traction et compression est bien restituée. L'énergie dissipée par cycle à champ maximal constant (fig. 3.23(b)) atteint une valeur maximale sous légère compression. Elle diminue quand la compression augmente ou sous traction à l'image des résultats expérimentaux. Ce résultat était attendu compte tenu de l'évolution de la forme des cycles d'hystérésis modélisés (fig. 3.22(a)).



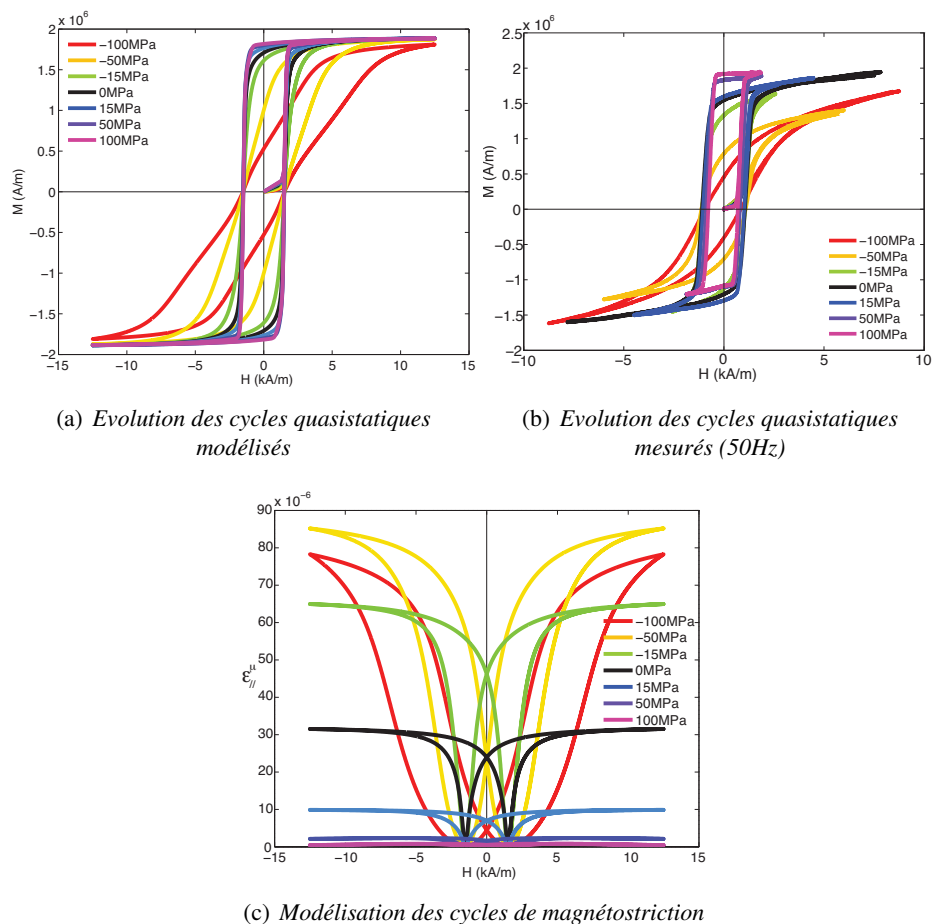
**FIGURE 3.23:** *Fe-3%Si NO : Comparaison modèle/essais du champ coercitif et des pertes sous contrainte ( $H_{max} = 500$  A/m).*

Les figures 3.24(a) et 3.25(a) illustrent les résultats de la simulation multiéchelle du comportement magnétique cyclique du FeCo-2V R ( $H_{max} = 500$  A/m) et FeCo-2V FP ( $H_{max} = 10$  kA/m) soumis à une contrainte uniaxiale. Essais et simulations sont globalement en bon accord. Une contrainte de traction a pour effet d'augmenter la susceptibilité initiale, et l'aimantation rémanente. L'effet des contraintes de compression est correctement restitué. Les figures 3.24(c) et 3.25(c) montrent les cycles magnétostrictifs sous contrainte pour les deux nuances de fer cobalt. Les résultats numériques mettent en évidence le caractère fortement non-linéaire du comportement magnétostrictif en fonction du champ magnétique. La comparaison modèle/essais du champ coercitif et des pertes magnétiques sont reportées sur les figures 3.26(a) et 3.26(b) pour le FeCo-2V R et sur les figures 3.27(a) et 3.27(b) pour le FeCo-2V FP. On constate un écart important (fig. 3.26(a)) entre le champ coercitif mesuré et celui obtenu par le modèle. En traction pour le FeCo-2V R, l'ordre de grandeur est toutefois correct. Pour le FeCo-2V FP (fig. 3.27(a)), on observe une évolution linéaire décroissante du champ coercitif avec la contrainte dont la pente est très nettement inférieure aux variations observées. Nous constatons une adéquation qualitative correcte entre l'évolution de l'énergie dissipée simulée et expérimentale (fig. 3.26(b)) pour le FeCo-2V R. Ce n'est pas le cas pour le FeCo-2V FP.

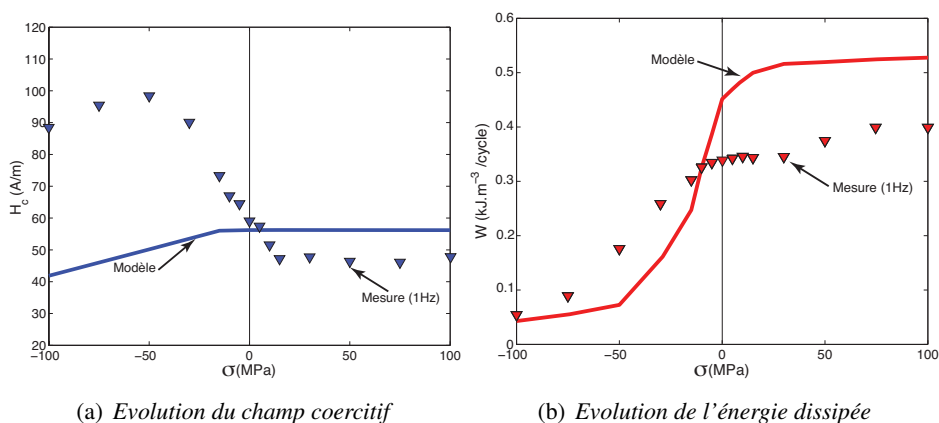
A l'issue de ces comparaisons, le constat est mitigé. La dépendance à la contrainte des paramètres des cycles est globalement bien restituée pour le fer silicium, mais à l'évidence beaucoup moins bien pour le fer cobalt. La forme de dépendance proposée du champ coercitif à la contrainte n'est donc pas totalement satisfaisante. La modélisation devra être améliorée par la suite si on veut proposer un outil prédictif pour les quantités annoncées.



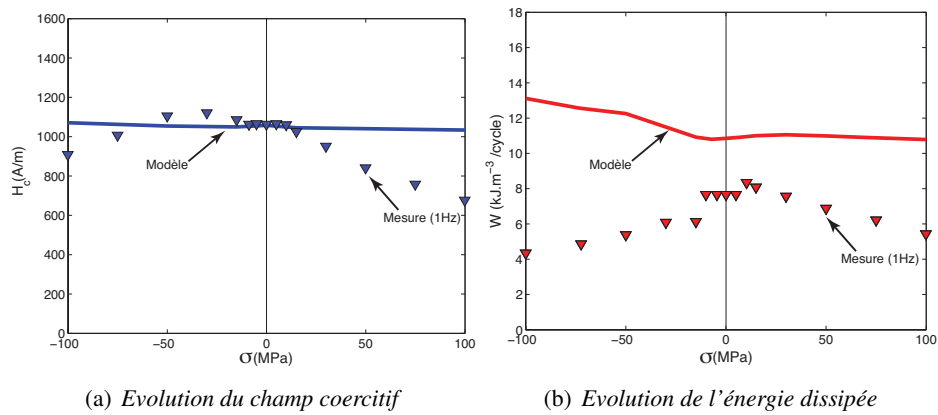
**FIGURE 3.24:** *FeCo-2V R* : Comparaison modèle/essais du comportement magnéto-mécanique cyclique sous contrainte ( $H_{max} = 2 \text{ kA/m}$ ).



**FIGURE 3.25:** FeCo-2V FP : Comparaison modèle/essais du comportement magnéto-mécanique cyclique sous contrainte ( $H_{max} = 12$  kA/m).



**FIGURE 3.26:** FeCo-2V R : Comparaison modèle/essais du champ coercitif et des pertes sous contrainte ( $H_{max} = 500$  A/m).



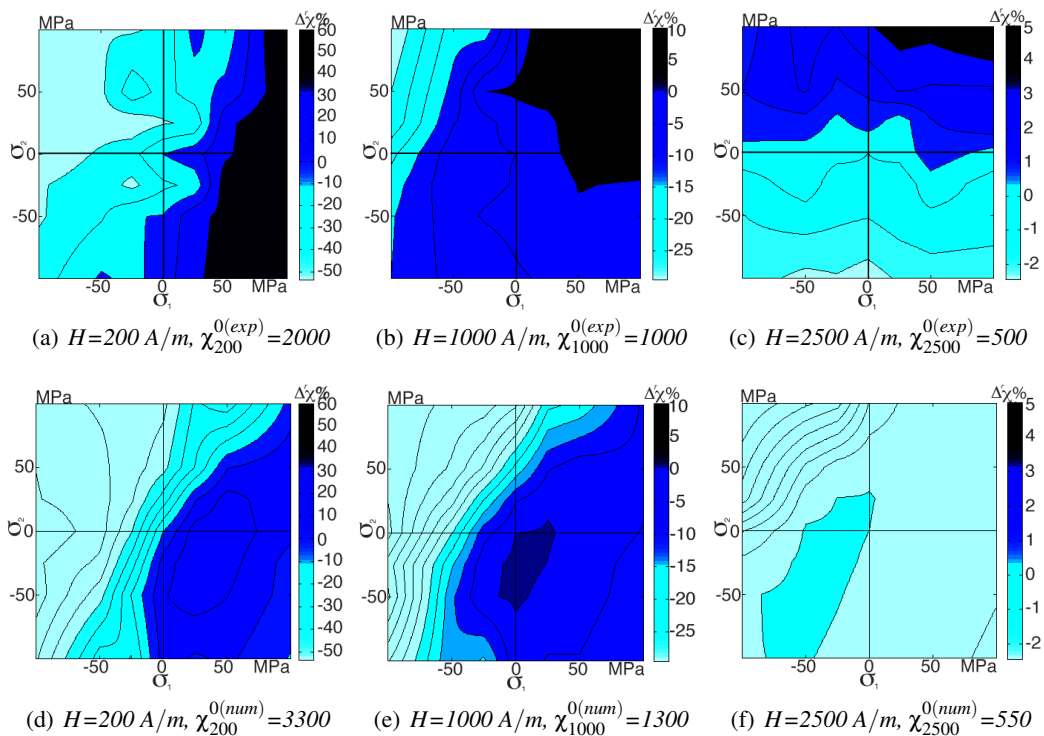
**FIGURE 3.27:** *FeCo-2V FP : Comparaison modèle/essais du champ coercitif et des pertes sous contrainte ( $H_{max} = 10$  kA/m).*

### 4.3 Comparaisons essais/modèle sous chargement mécanique biaxial

La problématique du couplage magnéto-mécanique dans un cadre multiaxial est plus complexe : il faut à la fois tenir compte de la multiaxialité du champ mécanique dont les directions principales ne correspondent pas nécessairement à la direction d'application du champ magnétique, qui elle-même ne correspond pas nécessairement à une direction d'anisotropie naturelle de la tôle testée. Les interprétations analytiques des résultats sont ainsi rendus plus délicates. Le modèle multiéchelle tient cependant bien compte de cette conjugaison de phénomènes.

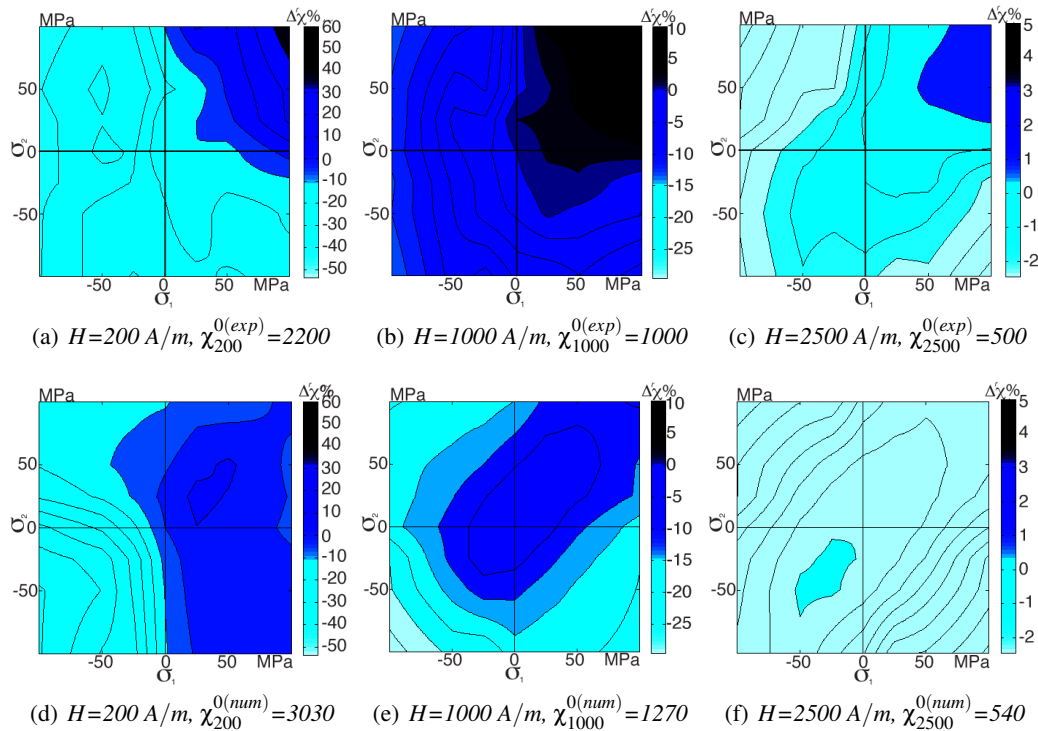
#### 4.3.1 Comportement anhystérique

Les figures 3.28 et 3.29 montrent les résultats de la simulation multiéchelle du comportement du fer silicium soumis à un état de contrainte biaxial. Il s'agit d'une représentation de la variation relative de la susceptibilité  $\Delta\chi'$  [%], comparable avec les mesures (mêmes amplitudes de contraintes, mêmes champs). Les résultats expérimentaux sont rappelés (figs. 3.28(a), (b) et (c)) quand  $\vec{H} // DL$  et (figs. 3.29(a), (b) et (c)) quand  $\vec{H} // 45^\circ$ .



**FIGURE 3.28:** Fe-3%Si NO : Variation de la susceptibilité anhystérique ( $\vec{H} // DL$ ) expérimentale (figs. a, b et c) et modélisée (figs. d, e et f) sous chargement mécanique biaxial.

Intéressons nous d'abord à la situation  $\vec{H} // DL$  (fig. 3.28). Données expérimentales et modèle sont relativement en bon accord. L'influence de la contrainte perpendiculaire à l'aimantation est néanmoins sous-estimée par le modèle à des champs magnétiques élevés, le calcul à des champs plus faibles conduit à de meilleurs résultats. Quand le champ est orienté à  $45^\circ$  (fig. 3.29), les



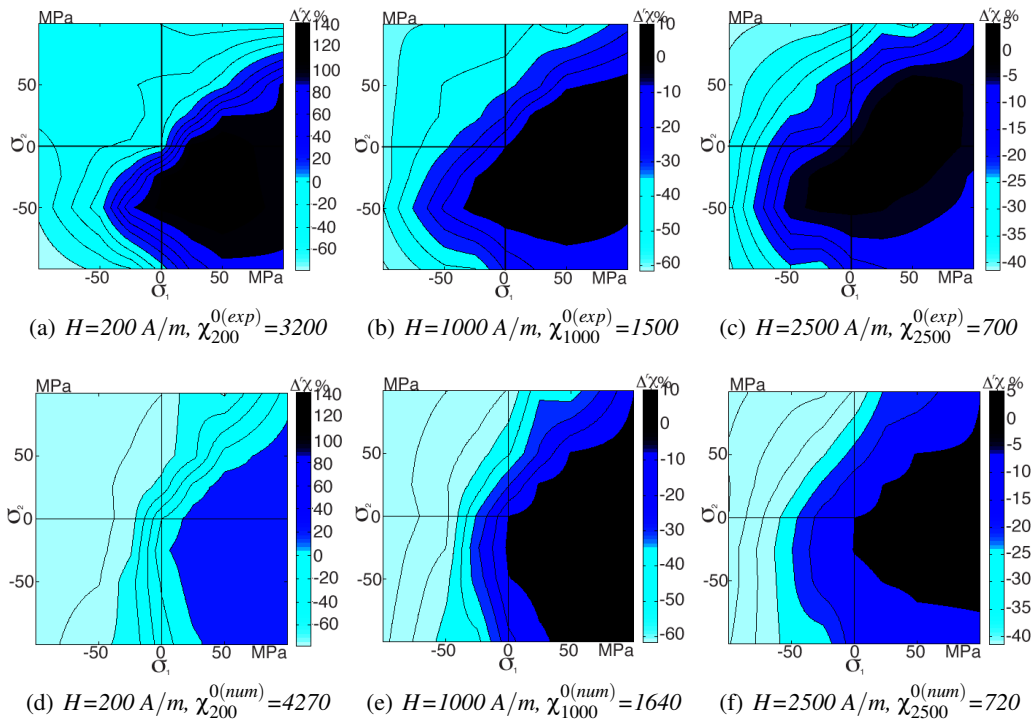
**FIGURE 3.29:** Fe-3%Si NO : Variation de la susceptibilité anhystérique ( $\vec{H}/45^\circ$ ) expérimentale (figs. a, b et c) et modélisée (figs. d, e et f) sous chargement mécanique biaxial.

iso-susceptibilités produites par le modèle s'orientent suivant  $45^\circ$  également. On observe qu'à faible valeur de champ (fig. 3.29(d)), essais et simulations ne sont pas en accord. En revanche, pour  $H = 1000$  A/m (fig. 3.29(e)) et  $H = 2500$  A/m (fig. 3.29(f)) l'accord est meilleur. Comme pour l'expérience, les valeurs le long de l'axe  $\sigma_1 = \sigma_2$  des simulations à  $\vec{H}/DL$  et  $\vec{H}/45^\circ$  correspondent entre elles. Un état de contrainte equibiaxial est en effet indépendant du repère (dans le plan). Ce résultat confirme donc la faible anisotropie macroscopique de la tôle (dans le plan).

Les figures 3.30, 3.31, 3.32 et 3.33 présentent les iso-valeurs de la variation relative de la susceptibilité modélisée  $\Delta\chi'$  [%] pour ( $\{H\} = \{0, 2; 1; 2, 5\}$  kA/m) respectivement, pour les deux alliages de fer-cobalt et suivant la direction  $DL$  et une direction à  $45^\circ$  par rapport à  $DL$ . On rappelle également les résultats expérimentaux pour le FeCo-2V R et le FeCo-2V FP suivant la direction  $DL$  (figs. 3.30 (a, b et c) et figs. 3.32 (a, b et c)) et quand  $\vec{H}/45^\circ$  (figs. 3.31 (a, b et c) et figs. 3.33 (a, b et c)).

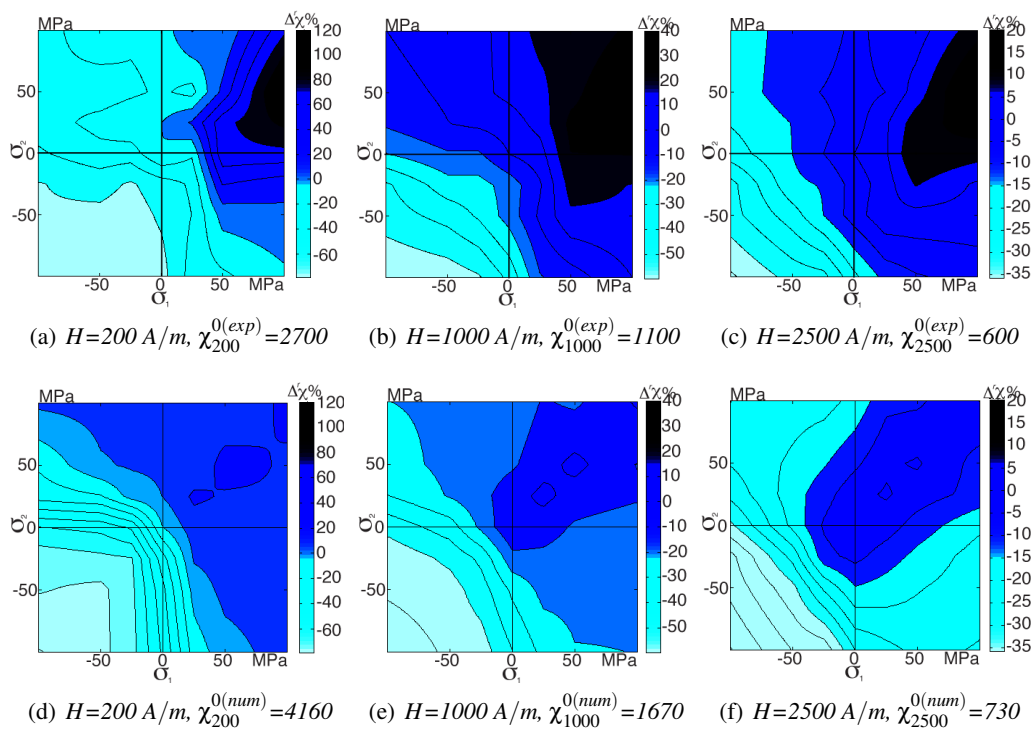
Les cartes de susceptibilité modélisée quand  $\vec{H}/DL$  confirment l'effet important de la contrainte le long de l'axe d'application du champ  $\vec{H}$ , particulièrement lorsque la contrainte le long du deuxième axe est négative (figs. 3.30(d), 3.30(e), 3.30(f), 3.32(d), 3.32(e) et 3.32(f)). Les iso-susceptibilités sont presque verticales quand  $\sigma_1 < 0$ . Dans la situation où le champ est orienté à  $45^\circ$  de  $DL$ , le modèle restitue très bien les résultats expérimentaux (figs. 3.31(a), 3.31(b) et 3.31(c)), aussi bien en ce qui concerne les saturations que les évolutions. Les résultats de modélisations 2D sont donc globalement très satisfaisantes pour le FeCo-2V R. Ils le sont moins pour le FeCo-2V FP



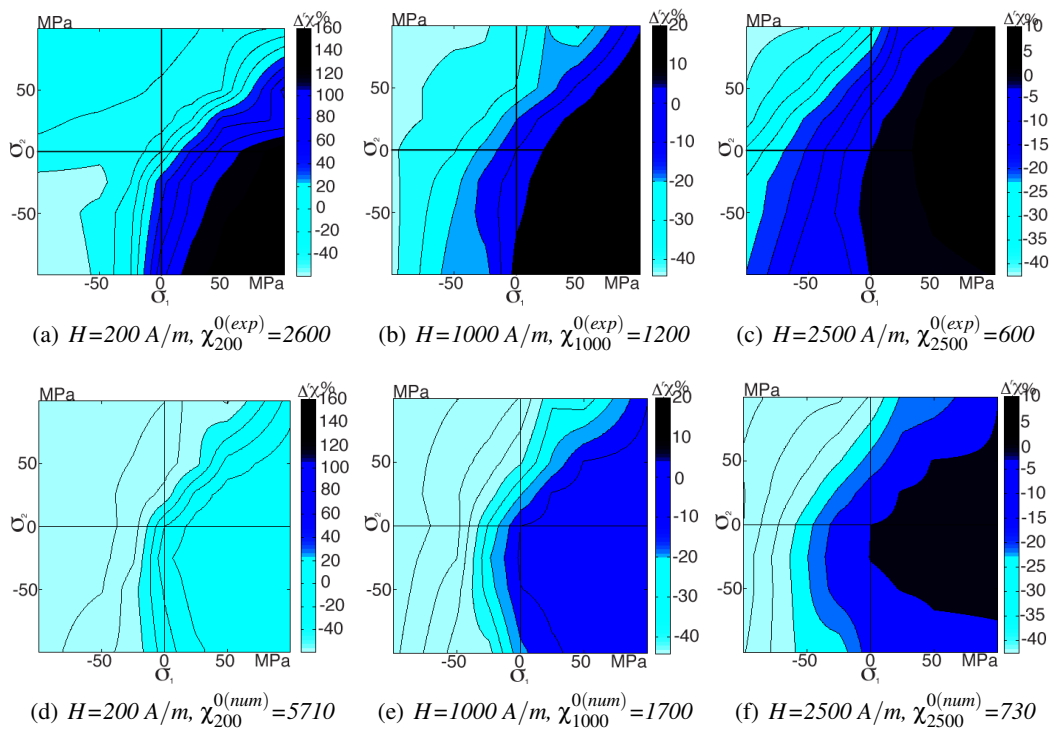


**FIGURE 3.30:** *FeCo-2V R* : Variation de la susceptibilité anhystérétique ( $\vec{H} // DL$ ) expérimentale (figs. a, b et c) et modélisée (figs. d, e et f) sous chargement mécanique biaxial.

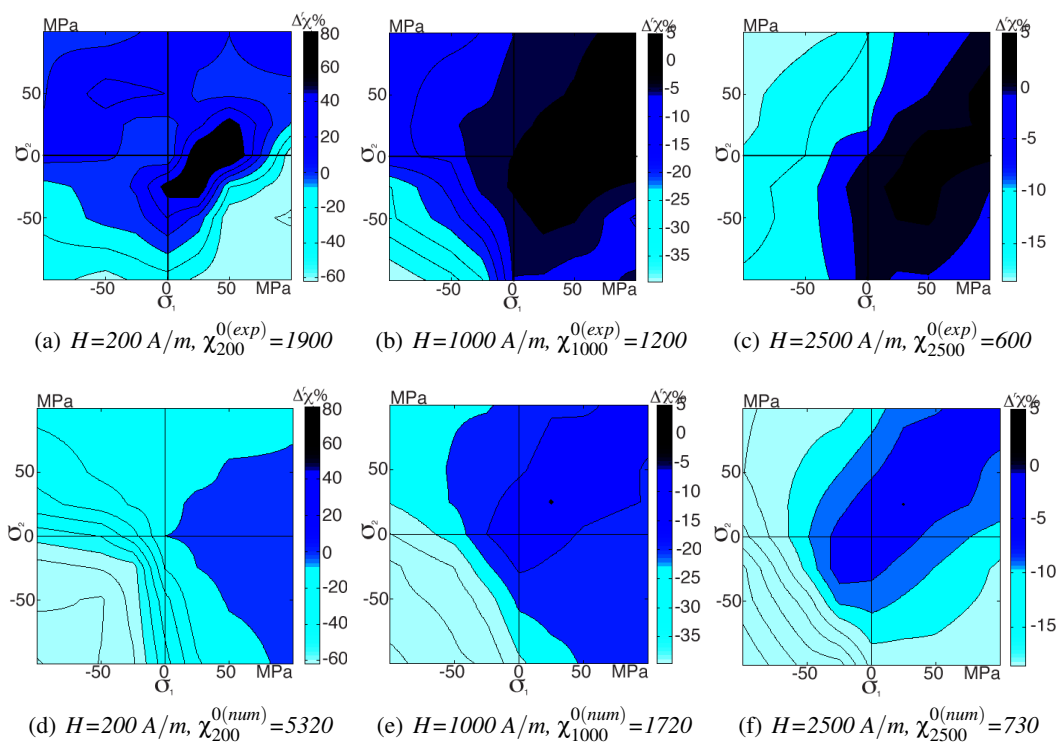
sauf en ce qui concerne les iso-susceptibilités tracées à  $H = 1000 \text{ A/m}$ . Pour les deux alliages fer cobalt et comme attendu (compte tenu de la faible anisotropie magnétique de ce matériau), l'axe  $\sigma_1 = \sigma_2$  conduit à des comportements magnétiques modélisés très proches pour des excitations magnétiques appliquées le long de  $DL$  et à  $45^\circ$ .



**FIGURE 3.31:** FeCo-2V R : Variation de la susceptibilité anhystérique ( $\vec{H}/45^\circ$ ) expérimentale (figs. a, b et c) et modélisée (figs. d, e et f) sous chargement mécanique biaxial.



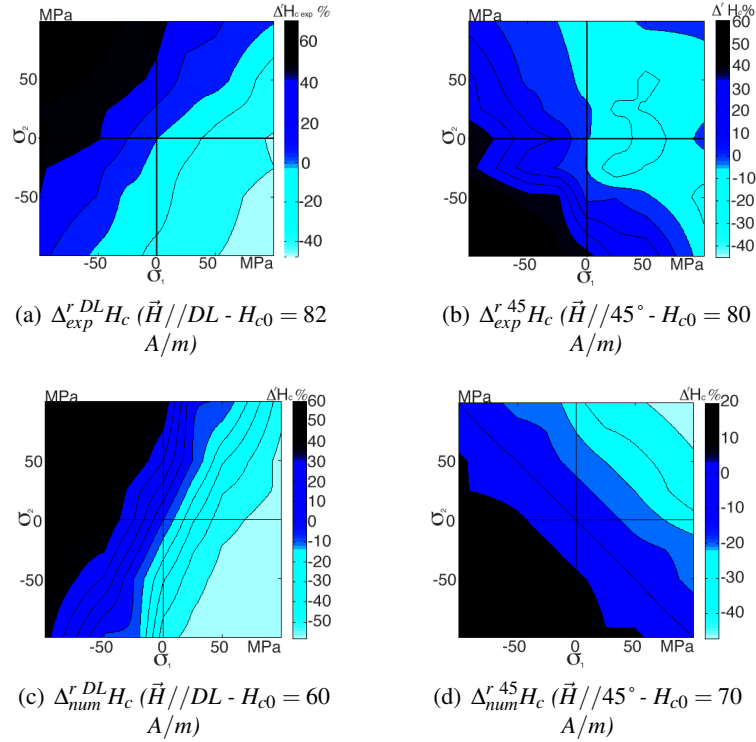
**FIGURE 3.32:** FeCo-2V FP : Variation de la susceptibilité anhystérétique ( $\vec{H}/DL$ ) expérimentale (figs. a, b et c) et modélisée (figs. d, e et f) sous chargement mécanique biaxial.



**FIGURE 3.33:** FeCo-2V FP : Variation de la susceptibilité anhystérétique ( $\vec{H} // 45^\circ$ ) expérimentale (figs. a, b et c) et modélisée (figs. d, e et f) sous chargement mécanique biaxial.

### 4.3.2 Comportement magnétique dissipatif

Dans ce qui suit nous avons regroupé les résultats de la modélisation du comportement cyclique sous chargement biaxial. Les résultats sont représentés en terme d'évolution relative du champ coercitif et des pertes d'énergie dans le plan des contraintes. Les résultats expérimentaux correspondants ont été rappelés.



**FIGURE 3.34:** *Fe-3%Si NO* : Variations relatives du champ coercitif  $\Delta^r H_c$  expérimentales (figs. a et b) et modélisées (figs. c et d) sous chargement mécanique biaxial ( $H_{max} = 500 \text{ A/m}$ ).

La figure 3.34(c) montre les résultats du modèle obtenus pour  $\vec{H} // DL$  dans le cas du Fe-3%Si NO. Les résultats expérimentaux sont rappelés (fig. 3.34(a)). Les iso-valeurs de  $\Delta_{num}^{r DL} H_c$  forment des droites comme pour les mesures. La pente de ces droites est en revanche différente comparativement aux mesures : pente de 1 pour les résultats expérimentaux (fig. 3.34(a)) et pente de 2 pour les résultats numériques (fig. 3.34(c)). La pente de 2 est en accord avec la théorie compte tenu du modèle choisi (nous revenons sur ce point dans le paragraphe suivant). La différence entre le modèle et les essais tient donc au choix de modélisation. Néanmoins, on peut noter que les tendances et niveaux sont globalement bien restitués. La figure 3.34(d) présente la variation relative du champ coercitif quand  $\vec{H} // 45^\circ$ . Conformément aux observations expérimentales (fig. 3.34(b)), le changement de direction de chargement magnétique entraîne une rotation des iso-valeurs du champ coercitif. On retrouve la symétrie attendue par rapport à l'axe  $\sigma_1 = \sigma_2$ . Les valeurs pour  $\vec{H} // DL$  et  $\vec{H} // 45^\circ$  sont par ailleurs cohérentes sur cet axe, ce qui confirme là encore la relativement faible anisotropie initiale du matériau.

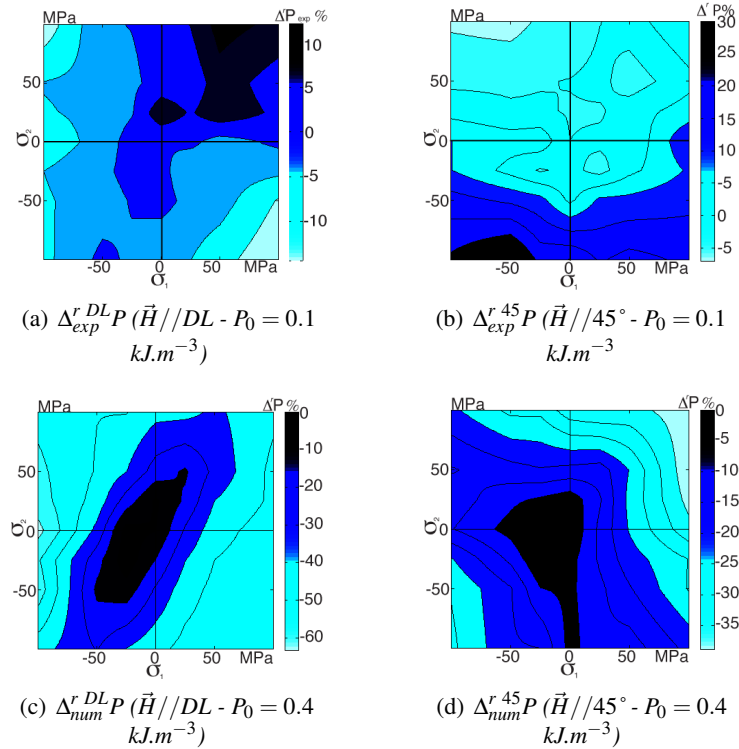
Une fois les cycles modélisés, les pertes d'énergie par cycle peuvent être facilement calculées à l'aide d'une intégrale sur une période. On obtient la dissipation d'énergie par cycle  $W (\text{J} \cdot \text{m}^{-3})$  ou

les pertes  $P$  (Watt.kg<sup>-1</sup>) selon :

$$W = \oint \vec{B}dH = \oint \mu_0(\vec{M} + \vec{H})dH = \oint \mu_0\vec{M}dH \quad \text{et} \quad P = \frac{f}{\rho}W \quad (3.43)$$

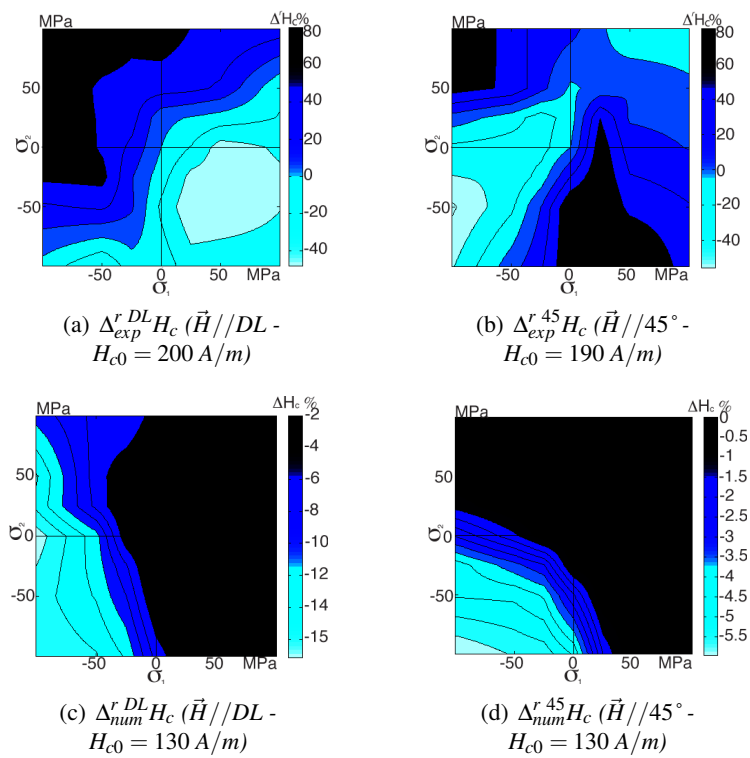
où  $\rho$  est la masse volumique du matériau et  $f$  la fréquence d'excitation (nombre de cycles par seconde). Les quantités aimantation et champ étant connues à chaque pas de champ, le calcul d'intégrale ne pose pas de problème particulier (on utilise une méthode des trapèzes).

La figure 3.35(c) présente la prédiction des pertes quand  $\vec{H} // DL$ . Le résultat expérimental est rappelé figure 3.35(a). Le modèle prédit une diminution des pertes quel que soit le chargement. Conformément aux mesures (fig. 3.35(a)), les pertes les plus élevées sont obtenues le long de l'axe d'équibiaxialité. Mais il s'agit de la seule tendance réellement en accord. Le modèle restitue globalement assez mal l'expérience. On aboutit au même type de conclusion pour  $\vec{H} // 45^\circ$ .

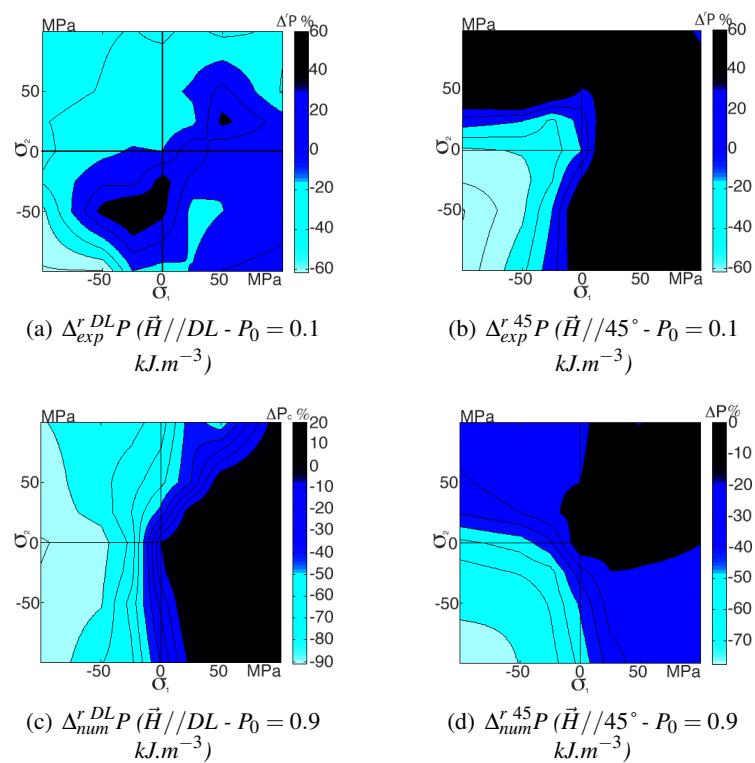


**FIGURE 3.35:** Fe-3%Si NO : Variations relatives des pertes  $\Delta^r P$  expérimentales (figs. a et b) et modélisées (figs. c et d) sous chargement mécanique biaxial ( $H_{max} = 500$  A/m).

Les variations relatives du champ coercitif  $\Delta_{num}^r H_c$  et des pertes  $\Delta_{num}^r P$  sous chargement biaxial pour le FeCo-2V R et FeCo-2V FP sont représentées figures 3.36 à 3.39. Pour le FeCo-2V R, on constate un mauvais accord entre expérience et modèle sauf peut être pour les expériences où  $\vec{H} // 45^\circ$ . Ce résultat n'est pas surprenant compte tenu des tendances déjà observées sous chargement uniaxial. Dans le cas du FeCo-2V FP, le constat est inversé : c'est lorsque  $\vec{H} // DL$  qu'on observe les accords les plus intéressants entre modèle et expérience.

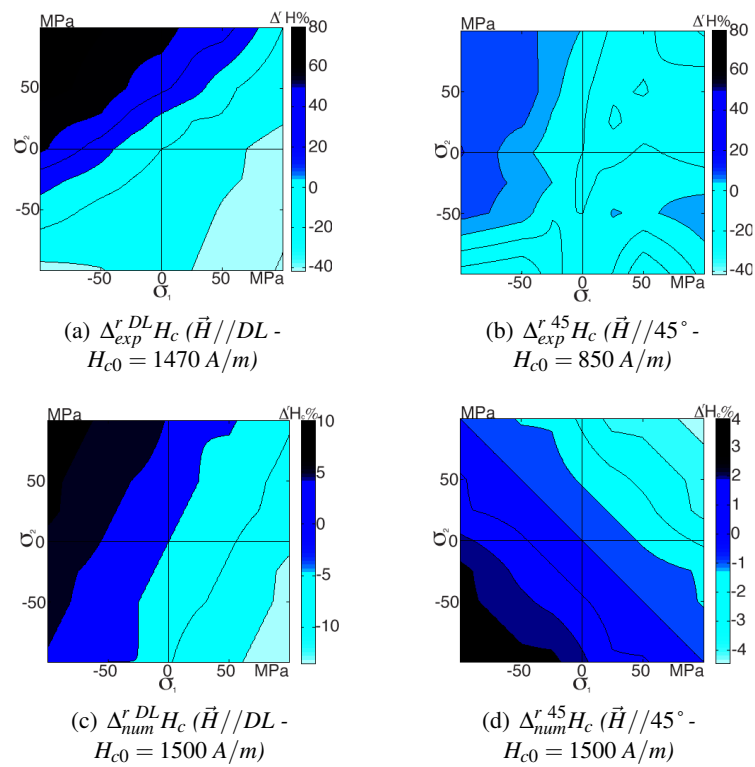


**FIGURE 3.36:** *FeCo-2V R* : Variations relatives du champ coercitif  $\Delta^r H_c$  expérimentales (figs. a et b) et modélisées (figs. c et d) sous chargement mécanique biaxial ( $H_{max} = 500 \text{ A/m}$ ).

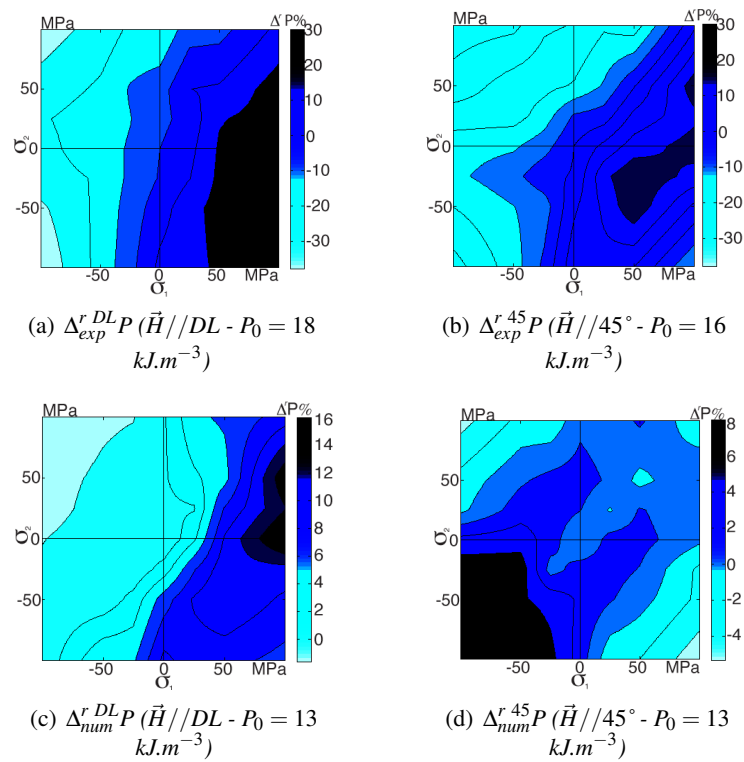


**FIGURE 3.37:** *FeCo-2V R* : Variations relatives des pertes  $\Delta^r P$  expérimentales (figs. a et b) et modélisées (figs. c et d) sous chargement mécanique biaxial ( $H_{max} = 500 \text{ A/m}$ ).





**FIGURE 3.38:** FeCo-2V FP : Variations relatives du champ coercitif  $\Delta^r H_c$  expérimentales (figs. a et b) et modélisées (figs. c et d) sous chargement mécanique biaxial ( $H_{max} = 10 \text{ kA/m}$ ).



**FIGURE 3.39:** FeCo-2V FP : Variations relatives des pertes  $\Delta^r P$  expérimentales (figs. a et b) et modélisées (figs. c et d) sous chargement mécanique biaxial ( $H_{max} = 10 \text{ kA/m}$ ).

## 5 Contrainte équivalente magnéto-mécanique

Il semble aujourd'hui difficile et prématuré d'introduire un modèle multiéchelle tel que celui présenté dans ce chapitre dans les codes de dimensionnement de machines électriques. Il est cependant nécessaire de tenir compte des phénomènes de couplage magnéto-mécanique si l'on souhaite une modélisation précise des machines grande vitesse. Or l'essentiel des lois de comportement couplé disponible dans la littérature est limité au cas de chargements uniaxiaux. Cela constitue une configuration très restrictive compte tenu du caractère essentiellement multiaxial de l'état de contrainte local dans le rotor d'une machine tournante. La prise en compte de la multiaxialité de l'état de contraintes a été proposée dans certaines lois de comportement implémentées dans des calculs par éléments finis [Fonteyn *et al.*, 2010, Bernard *et al.*, 2011, Zeze *et al.*, 2012]. Une autre stratégie consiste à définir, à partir d'essais multiaxiaux, une contrainte équivalente pour le comportement magnéto-élastique [Schneider et Richardson, 1982, Langman, 1990, Kashiwaya, 1991, Kashiwaya, 1992, Sablik *et al.*, 1994, Sablik *et al.*, 1998, Pearson *et al.*, 2000, Daniel et Hubert, 2009a, Hubert et Daniel, 2011], à l'image de la démarche désormais classique proposée par Von Mises ou Hill pour la plasticité des métaux. Cette contrainte équivalente peut ensuite être implantée dans les outils numériques standard pour la modélisation des dispositifs électromagnétiques [Krebs et Daniel, 2012].

Dans le cas d'un comportement magnéto-élastique, la contrainte équivalente à un chargement multiaxial donné  $\sigma$  est définie comme étant la contrainte uniaxiale  $\sigma_{eq}$  appliquée parallèlement au champ magnétique qui modifie le comportement magnétique de manière similaire à la contrainte multiaxiale considérée. Nous souhaitons adopter la même stratégie pour la proposition d'une contrainte équivalente hystérétique.

### 5.1 Contrainte équivalente anhystérétique

La notion de contrainte équivalente magnéto-mécanique a fait l'objet d'un article récent [Hubert et Daniel, 2011]. Une approche, basée sur une définition de l'énergie à l'équilibre issue de l'approche multiéchelle [Daniel *et al.*, 2008], y a été proposée. La contrainte équivalente correspondante comprend des termes d'énergie à la fois magnéto-statique et magnéto-élastique. On rappelle ci-dessous les principes qui régissent sa définition. Les détails de l'approche sont disponibles en annexe I.

La définition de la contrainte équivalente est basée sur les hypothèses suivantes :

- Le matériau est supposé isotrope (à l'exception de l'anisotropie induite par la contrainte) ;
- Le champ magnétique et la contrainte sont supposés être uniformes à l'intérieur du matériau ;
- Les mécanismes de rotation de l'aimantation dans les domaines sont négligés.

Le système de coordonnées est défini à partir de la direction du champ appliqué de telle sorte que :  $(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z}) = (\vec{h}, \vec{r}_1, \vec{r}_2)$ . Avec  $\vec{h}$  associé à la direction du champ,  $\vec{r}_1$  et  $\vec{r}_2$  appartiennent au plan orthogonal à  $\vec{h}$  pour former le repère  $(\vec{h}, \vec{r}_1, \vec{r}_2)$ .  $\vec{r}_1$  et  $\vec{r}_2$  sont définis de manière à correspondre, pour l'un, à la direction normale au plan de tôle et pour l'autre le produit vectoriel de la direction du champ avec la normale au plan.

Le matériau est simultanément soumis à un champ magnétique  $\vec{H}$  et à un tenseur des contraintes multiaxial  $\sigma$ . Le tenseur des contraintes est général, de forme :

$$\sigma = \begin{pmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} & \sigma_{xz} \\ \sigma_{xy} & \sigma_{yy} & \sigma_{yz} \\ \sigma_{xz} & \sigma_{yz} & \sigma_{zz} \end{pmatrix}_{(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})} \quad (3.44)$$

Le champ magnétique est considéré appliqué suivant la direction  $\vec{x}$  selon :

$$\vec{H} = H\vec{x} \quad (3.45)$$

En se basant sur une équivalence en aimantation ( $\vec{M}(\sigma) = \vec{M}(\sigma_{eq})$ ), on obtient la définition suivante de la contrainte équivalente  $\sigma_{eq}$  [Hubert et Daniel, 2011] :

$$\sigma_{eq} = \frac{2}{3A_s\lambda_m} \ln \left( \frac{2 \exp(A_s\lambda_m(\sigma_{xx} - \frac{\sigma_{yy}}{2} - \frac{\sigma_{zz}}{2}))}{\exp(A_s\lambda_m(\sigma_{yy} - \frac{\sigma_{xx}}{2} - \frac{\sigma_{zz}}{2})) + \exp(A_s\lambda_m(\sigma_{zz} - \frac{\sigma_{xx}}{2} - \frac{\sigma_{yy}}{2}))} \right) \quad (3.46)$$

$\lambda_m$  est la déformation de magnétostriction maximale,  $A_s$  le paramètre d'ajustement utilisé dans la modélisation multiéchelle ( $A_s = \frac{3\chi_0}{\mu_0 M_s^2}$ ). La signification et le calcul de  $\lambda_m$  ont été discutés au paragraphe 3.1.

La contrainte équivalente peut également s'écrire de la manière suivante :

$$\sigma_{eq} = \frac{2}{3k} \ln \left( \frac{2 \exp(\frac{3k}{2} {}^t\vec{h}\vec{S}\vec{h})}{\exp(\frac{3k}{2} {}^t\vec{r}_1\vec{S}\vec{r}_1) + \exp(\frac{3k}{2} {}^t\vec{r}_2\vec{S}\vec{r}_2)} \right) \quad (3.47)$$

où  $k = \frac{3\chi_0\lambda_m}{\mu_0 M_s^2}$  est le seul paramètre matériau de l'expression et  $\mathbb{S} = \sigma - \frac{1}{3} \text{tr}(\sigma)\mathbb{I}$  est le déviateur des contraintes. Cette expression peut se simplifier quand  $(\frac{3k}{2} {}^t\vec{x}\mathbb{S}\vec{x} \ (\forall \vec{x}))$  est très petit devant 1. On obtient l'expression simplifiée suivante :

$$\sigma_{eq} = \frac{3}{2} {}^t\vec{h}\vec{S}\vec{h} \quad (3.48)$$

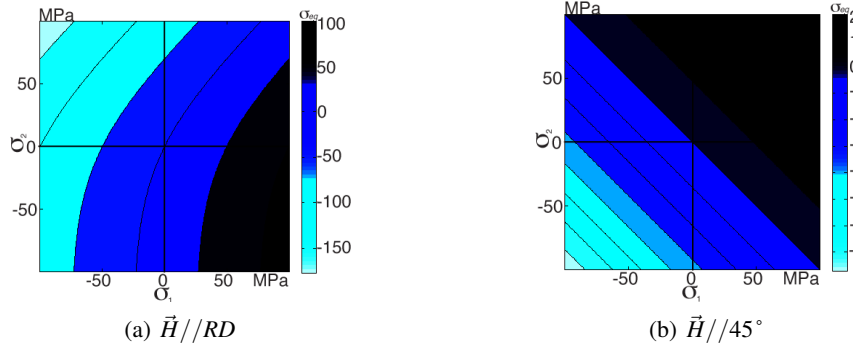
Dans le cas particulier d'un état de contrainte biaxial  $(\sigma_1, \sigma_2)$ , l'expression de la contrainte équivalente est définie par (3.49) et (3.50) lorsque le champ magnétique est appliqué parallèlement à  $DL$  et orienté à  $45^\circ$  respectivement :

$$\sigma_{eq}^{DL} = \frac{2}{3k} \ln \left( \frac{2 \exp(\frac{3}{2} k \sigma_1)}{1 + \exp(\frac{3}{2} k \sigma_2)} \right) \quad (3.49)$$

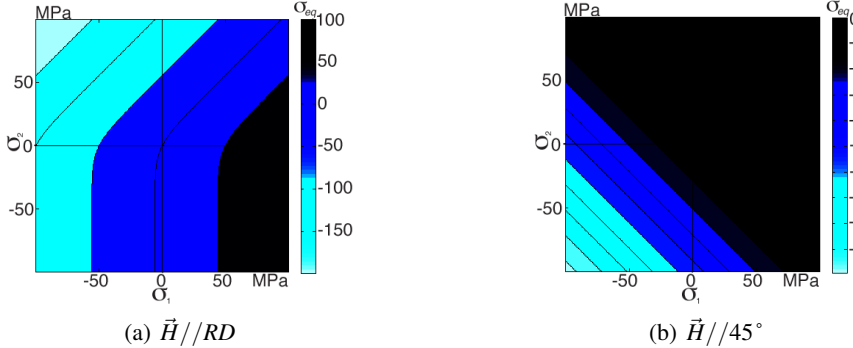
$$\sigma_{eq}^{45} = \frac{2}{3k} \ln \left( \frac{2 \exp(\frac{3}{4} k (\sigma_1 + \sigma_2))}{1 + \exp(\frac{3}{4} k (\sigma_1 + \sigma_2))} \right) \quad (3.50)$$

L'équation (3.50) met en évidence la symétrie attendue par rapport à l'axe  $\sigma_1 = \sigma_2$  pour les chargements magnétiques à  $45^\circ$ . On retrouve également le fait que quand  $\sigma_1 = \sigma_2$ , on a :  $\sigma_{eq}^{DL} = \sigma_{eq}^{45}$ .

Les figures 3.40 et 3.41 illustrent la valeur de la contrainte équivalente  $\sigma_{eq}$  pour chacune des deux configurations ( $\vec{H} // DL$  ou  $\vec{H} // 45^\circ$ ) pour les deux familles de matériau (Fe-3%Si NO et FeCo-2V). Seules les familles de matériau interviennent puisque la distinction entre les alliages FeCo-2V R et FeCo-2V FP ne peut pas être faite (La contrainte équivalente  $\sigma_{eq}$  est ainsi en théorie identique pour les deux alliages de fer cobalt). On utilise alors  $A_s = 3.10^{-3} \text{ m}^3/\text{J}$  et  $\lambda_m \approx 9.10^{-6}$  pour le Fe-3%Si NO soit  $k = 1, 1.10^{-8} \text{ m}^3/\text{J}$ . Pour le FeCo-2V (R ou FP), On utilise  $A_s = 3.10^{-3} \text{ m}^3/\text{J}$  et  $\lambda_m = 6, 5.10^{-5}$  soit  $k = 8.10^{-8} \text{ m}^3/\text{J}$ .



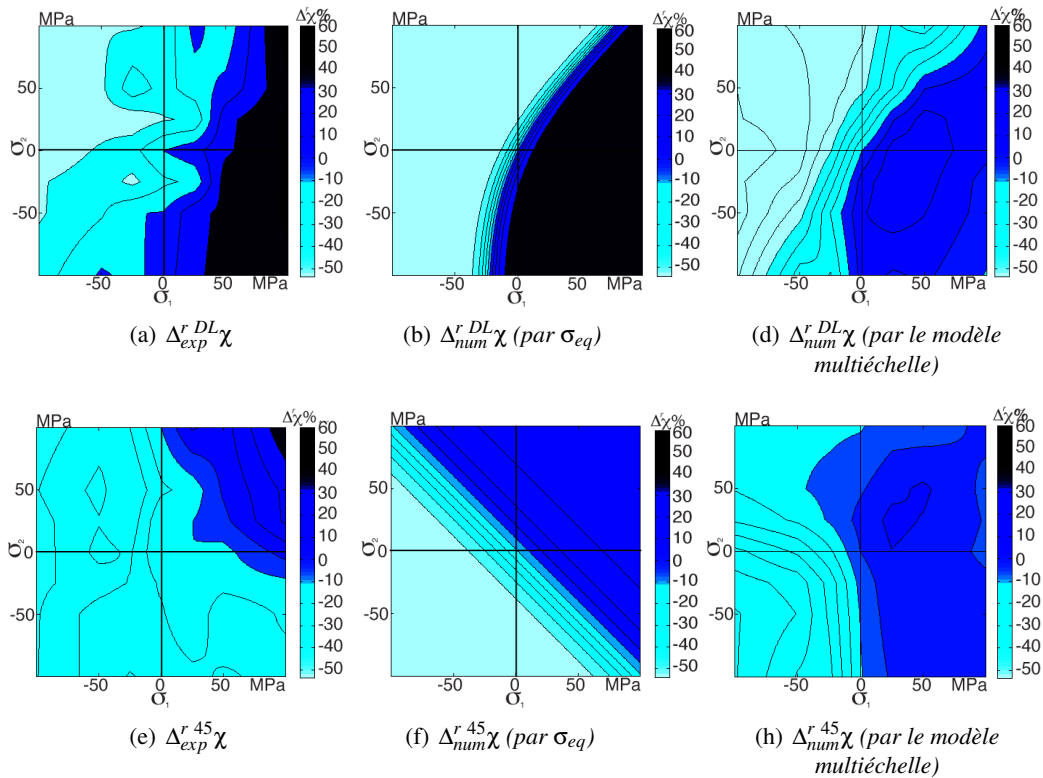
**FIGURE 3.40:** Fe-3%Si NO : Contrainte équivalente  $\sigma_{eq}$  dans le plan des contraintes pour ( $\vec{H} // DL$ ) et ( $\vec{H} // 45^\circ$ ).



**FIGURE 3.41:** FeCo-2V R et FeCo-2V FP : Contrainte équivalente  $\sigma_{eq}$  dans le plan des contraintes pour ( $\vec{H} // DL$ ) et ( $\vec{H} // 45^\circ$ ).

Les valeurs de la susceptibilité magnétique sous contrainte uniaxiale ( $\sigma_2 = 0$ ) appliquée parallèlement au champ magnétique sont utilisées comme données de référence pour calculer l'évolution de la susceptibilité dans le plan des contraintes. Cette liste de valeurs, combinée à la définition (3.49) de la contrainte équivalente, permet de prédire l'évolution de la susceptibilité dans le plan des contraintes comme tracée figure 3.42 pour le fer silicium et figures 3.43 et 3.44 pour le fer cobalt.

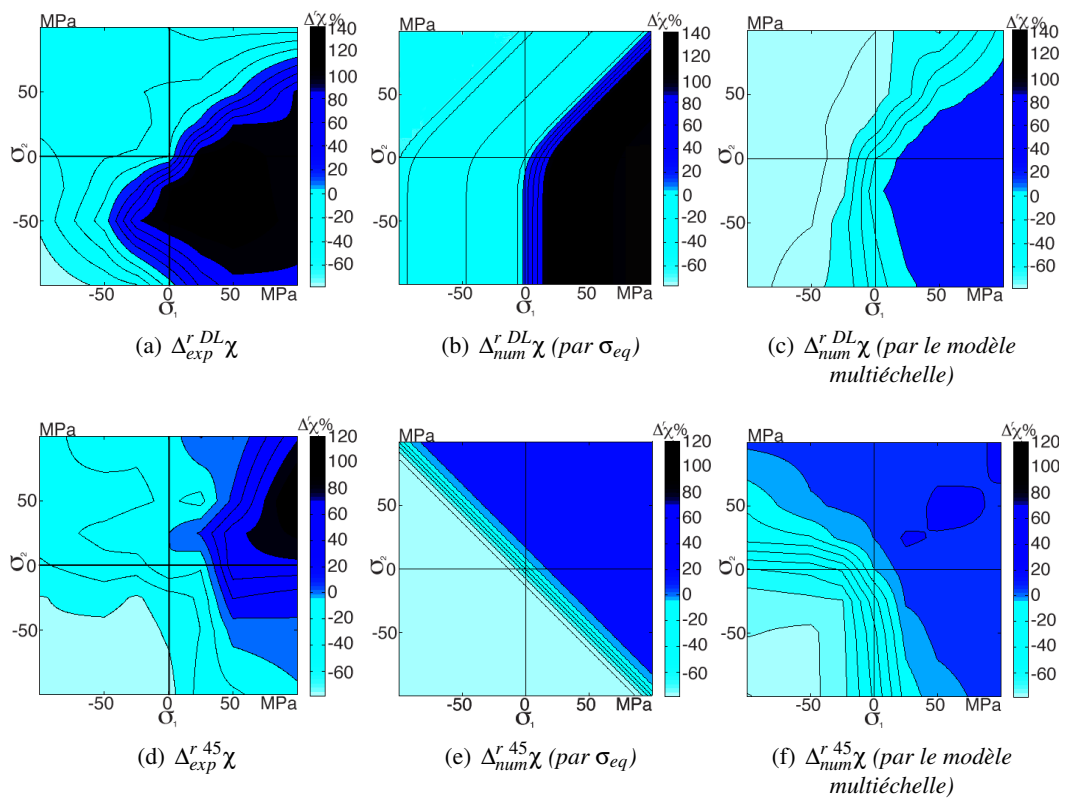
Pour le fer silicium, l'accord entre l'expérience (fig. 3.42(a)) et la modélisation (fig. 3.42(b)) est satisfaisant. Les cartes d'iso-susceptibilité issues de la méthode  $\sigma_{eq}$  sont en bon accord avec les résultats numériques issus du modèle multiéchelle (fig. 3.42(d)). La même procédure est appliquée pour les résultats à  $\vec{H} // 45^\circ$ . On obtient les lignes d'iso-susceptibilité présentées figure 3.42(f).



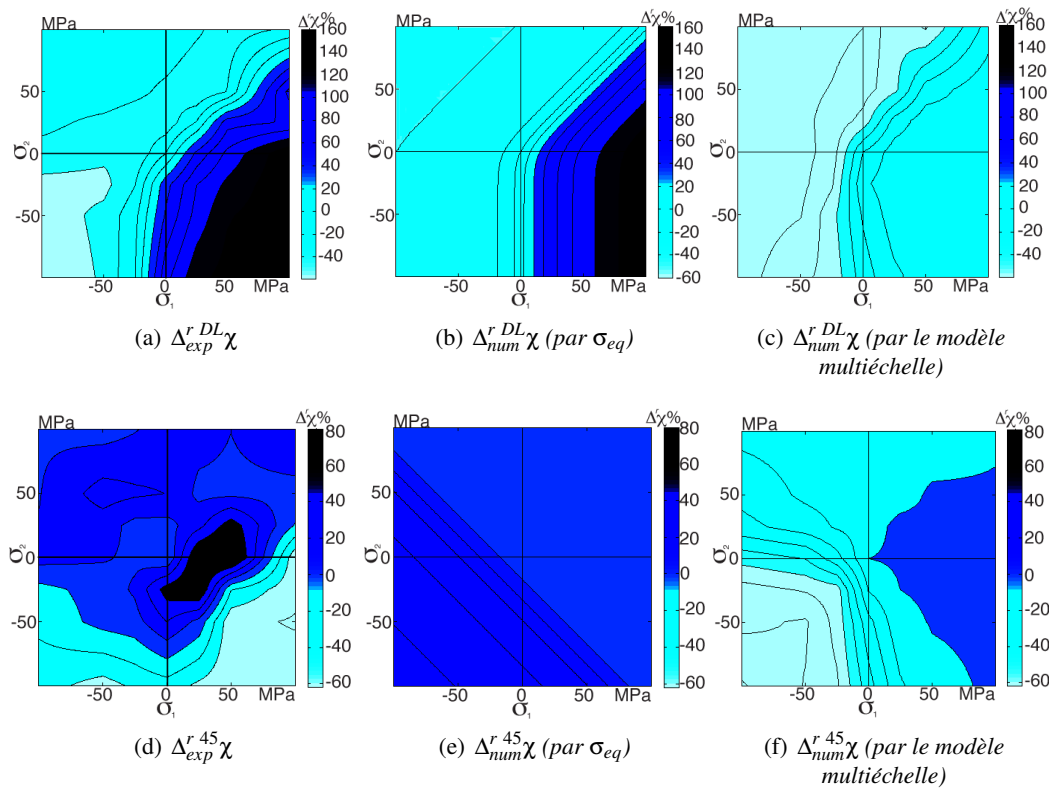
**FIGURE 3.42:** Fe-3%Si NO : Prédiction de la variation relative de la susceptibilité dans le plan des contraintes pour  $\vec{H} // DL$  (a, b et d) et  $\vec{H} // 45^\circ$  (e, g et h).

Là encore, l'accord avec le résultat expérimental (fig. 3.42(e)) est satisfaisant. La contrainte équivalente permet ainsi de rendre compte de l'évolution de la susceptibilité sous contrainte en intégrant l'orientation relative de la contrainte et du champ magnétique.

La figure 3.43 montre les lignes d'iso-susceptibilité prédites par la contrainte équivalente pour le FeCo-2V R ( $\vec{H} // DL$  et  $\vec{H} // 45^\circ$ ). Dans ce cas, modèle et expérience (fig. 3.43(b) et fig. 3.43(a)) ne sont pas en très bon accord. Ce résultat n'est pas surprenant puisque les résultats expérimentaux n'étaient à l'origine déjà pas en accord avec le modèle multiéchelle (fig. 3.43(c)). On peut noter que quand les résultats obtenues par la contrainte équivalente quand le champ est orienté suivant  $45^\circ$  (fig. 3.43(e)) sont en bonne concordance avec les résultats numériques obtenues par le modèle multiéchelle (fig. 3.43(f)) et à un degré moindre avec les mesures expérimentales (fig. 3.43(d)). La figure 3.44 présente les résultats de la modélisation pour le FeCo-2V FP. L'accord entre mesure (fig. 3.44(a)), modélisation multiéchelle (fig. 3.44(c)) et modélisation par contrainte équivalente (fig. 3.44(b)) est satisfaisant en terme de niveau de susceptibilité et d'orientation des isovaleurs. Quand le champ est orienté suivant  $45^\circ$  (fig. 3.44 (d), (e) et (f)) la prédiction de la susceptibilité est mal restituée.



**FIGURE 3.43:** *FeCo-2V R* : Prédiction de la variation relative de la susceptibilité dans le plan des contraintes pour  $\vec{H} // DL$  (a, b et c) et  $\vec{H} // 45^\circ$  (d, e et f).



**FIGURE 3.44:** FeCo-2V FP : Prédiction de la variation relative de la susceptibilité dans le plan des contraintes pour  $\vec{H} // DL$  (a, b et c) et  $\vec{H} // 45^\circ$  (d, e et f).



## 5.2 Contrainte équivalente hystérétique

Dans cette partie nous proposons une extension de la contrainte équivalente aux grandeurs dissipatives comme le champ coercitif ou les pertes. Nous avons en effet proposé au paragraphe 3.2.2 une expression de l'évolution du champ coercitif sous contrainte multiaxiale :

$$H_c = H_c^0 \left( 1 - \left( \frac{\exp(K^t \vec{h} \sigma \vec{h})}{\exp(K^t \vec{h} \sigma \vec{h}) + \exp(K^t \vec{t}_1 \sigma \vec{t}_1) + \exp(K^t \vec{t}_2 \sigma \vec{t}_2)} - \frac{1}{3} \right) \right) \quad (3.51)$$

où  $H_c^0$  correspond au champ coercitif en l'absence de contrainte. On construit en posant  $H_c(\sigma) = H_c(\sigma_{eq}^c)$  la contrainte équivalente "hystérétique"  $\sigma_{eq}^c$  qui vérifie :

$$\sigma_{eq}^c = \frac{1}{K} \ln \left( \frac{2 \exp(K^t \vec{h} \sigma \vec{h})}{\exp(K^t \vec{t}_1 \sigma \vec{t}_1) + \exp(K^t \vec{t}_2 \sigma \vec{t}_2)} \right) \quad (3.52)$$

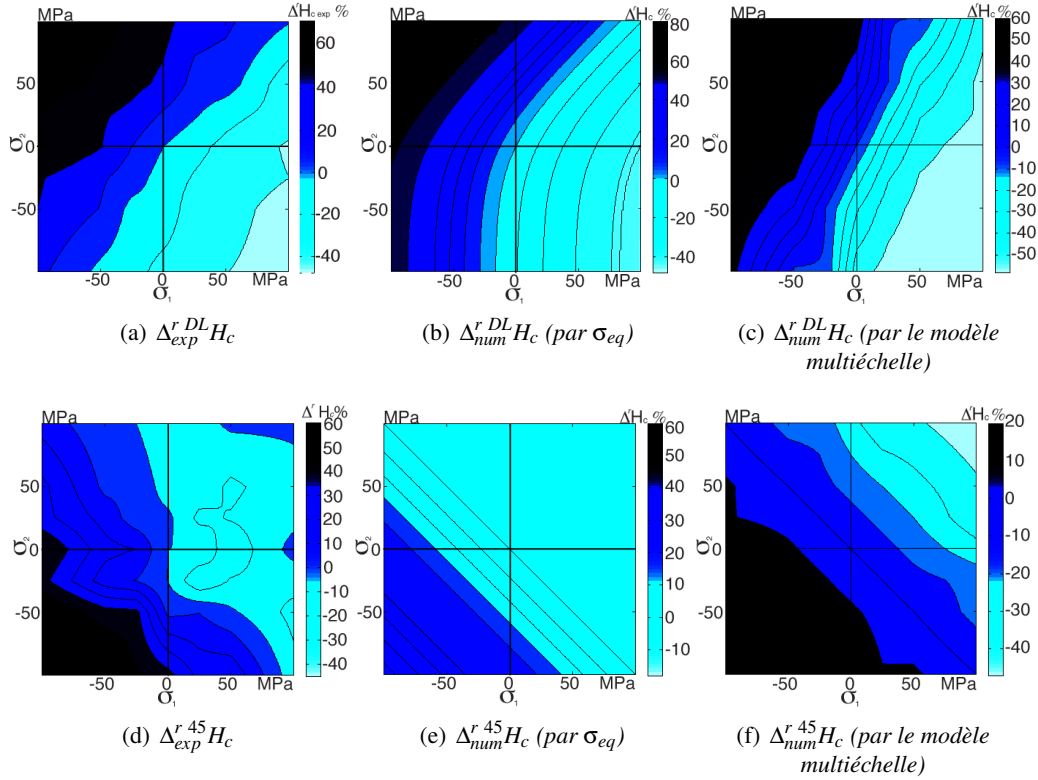
La contrainte équivalente pour un champ coercitif est par construction la même que la contrainte équivalente anhystérétique, à l'exception de la constante  $K$  utilisée en tant que paramètre d'ajustement. Après l'introduction du déviateur des contraintes et la simplification de la composante hydrostatique du tenseur,  $\sigma_{eq}^c$  peut également s'écrire :

$$\sigma_{eq}^c = \frac{1}{K} \ln \left( \frac{2 \exp(K^t \vec{h} \mathbb{S} \vec{h})}{\exp(K^t \vec{t}_1 \mathbb{S} \vec{t}_1) + \exp(K^t \vec{t}_2 \mathbb{S} \vec{t}_2)} \right) \quad (3.53)$$

Cette formulation a été appliquée pour décrire l'évolution du champ coercitif sous contrainte en utilisant comme données les résultats fournis par les essais uniaxiaux ( $\sigma_1 \neq 0$ ;  $\sigma_2 = 0$ ) pour chaque matériau. La figure 3.45 présente les résultats numériques issus de cette approche pour le Fe-3%Si NO ( $K = 4,14 \cdot 10^{-8} \text{ m}^3/\text{J}$ ). Les résultats sont satisfaisants mais révèlent certaines lacunes : lorsque le champ magnétique est appliqué suivant  $DL$  (fig. 3.45(b) vs fig. 3.45(a)), la symétrie par rapport à l'axe  $\sigma_1 = -\sigma_2$  n'est pas modélisée. Lorsque le champ magnétique est appliqué parallèlement à  $45^\circ$  (fig. 3.45(e) vs fig. 3.45(d)), la symétrie attendue est observée mais la forte diminution du champ coercitif en bi-traction n'est pas reproduite.

Les figures 3.46 et 3.47 présentent les résultats numériques pour le FeCo-2V R ( $K = 4,10^{-11} \text{ m}^3/\text{J}$ ) et pour le FeCo-2V FP ( $K = 4,10^{-10} \text{ m}^3/\text{J}$ ). Quand  $\vec{H} // DL$ , la comparaison est satisfaisante entre les figures 3.46(b) et 3.46(a) dans le cas du FeCo-2V R et les figures 3.47(b) et 3.47(a) dans le cas du FeCo-2V FP. Le sens de variation suivant l'axe de cisaillement est bien prédit. Les valeurs des saturations sont également identiques. Le résultat est beaucoup plus médiocre pour un champ appliqué à  $45^\circ$  : les variations du champ coercitif observées figures 3.46(e) (vs fig. 3.46(d)) et 3.47(e) (vs fig. 3.47(d)) ne sont pas en accord avec celles observées lors des expériences.

A ce stade, des expressions des contraintes équivalentes pour le comportement magnétique et le champ coercitif, même si elles sont imparfaites, sont disponibles. Nous n'avons cependant pas accès à une expression du même type pour les pertes par hystérésis. Il faudrait pour cela disposer d'une relation explicite entre les pertes, la susceptibilité et le champ coercitif et de tracer ces évolutions à état de contrainte donné. Nous avons introduit au chapitre 2 ce type de relation, provenant de l'hypothèse que les cycles d'hystérésis ont une forme de parallélogramme. La variation des pertes peut ainsi être vue comme le résultat de variations combinées du champ coercitif et la susceptibilité. Si on considère en effet que les pertes sont proportionnelles au produit du champ coercitif par l'aimantation (3.54), la variation relative de pertes est liée à la somme des variations relatives du champ coercitif et la susceptibilité (3.55).



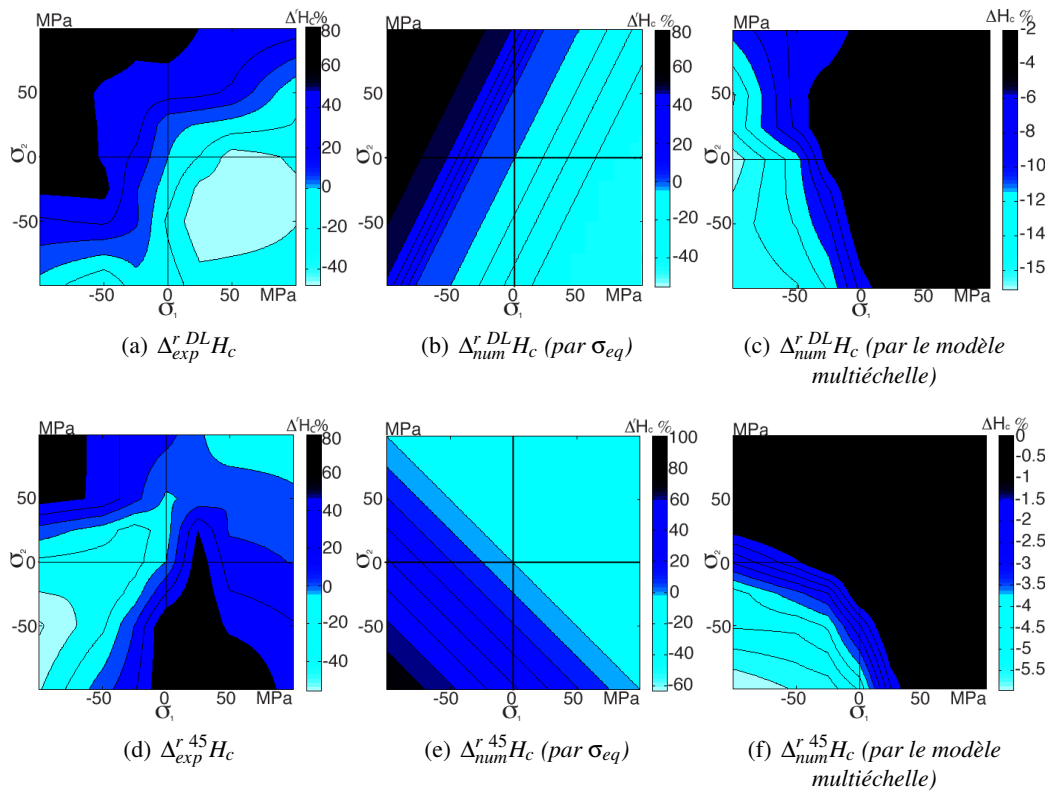
**FIGURE 3.45:** *Fe-3%Si NO* : Variations relatives du champ coercitif  $\Delta^r H_c$  en fonction de l'état de contraintes pour  $\vec{H} // DL$  (a, b et c) et  $\vec{H} // 45^\circ$  (d, e et f).

$$P \approx H_c M \approx H_c \chi H \quad (3.54)$$

$$\Delta^r P \propto \Delta^r H_c + \Delta^r \chi \quad (3.55)$$

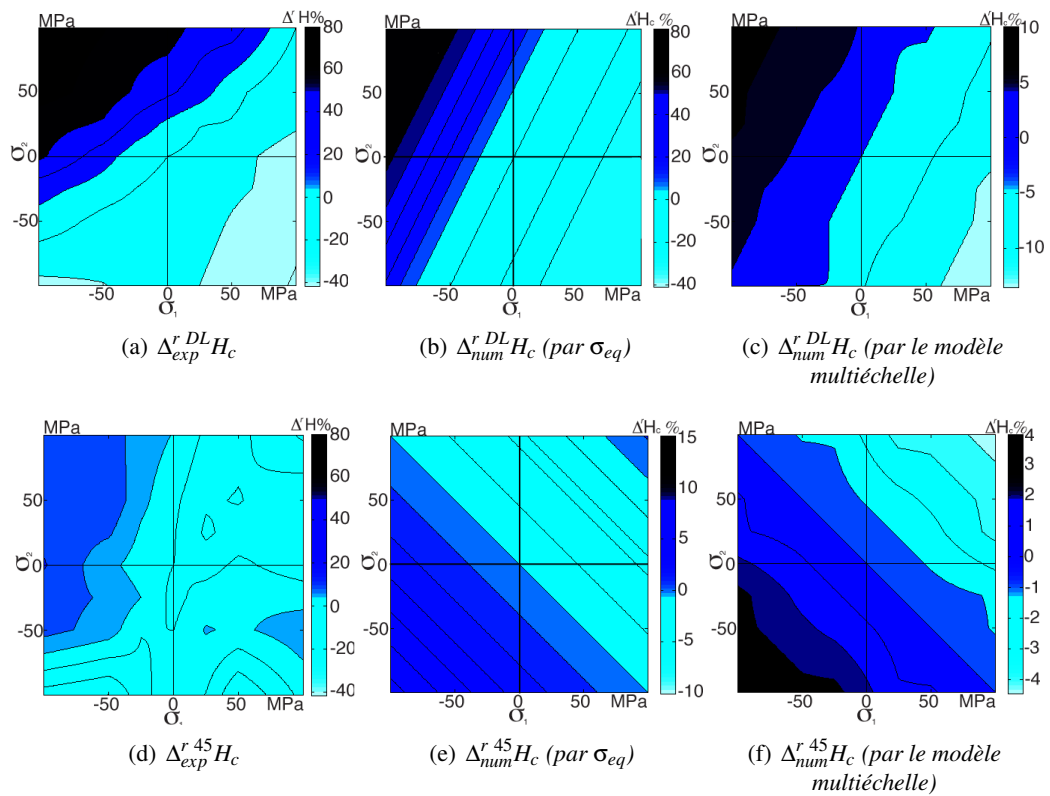
En première approximation et comme vu au chapitre 2, les résultats expérimentaux semblaient être en accord avec cette hypothèse : pour un état de contrainte donnée ( $\sigma_1, \sigma_2$ ), à un changement (augmentation ou diminution) de la susceptibilité semble correspondre à une variation inverse (diminution ou augmentation respectivement) du champ coercitif. Ceci conduit à une insensibilité relative des pertes à l'état de contrainte.

Une telle approche est fortement discutable compte-tenu de l'approximation forte sur la forme du cycle. Nous avons cependant tracé sur les figures 3.48, 3.49 et 3.50 les pertes obtenues (expérimentales, prévues par le modèle multiéchelle, prévues par l'approche en contrainte équivalente) pour le Fe-3%Si NO, le FeCo-2V R et le FeCo-2V FP. On constate d'une part que les prédictions de l'approche en contrainte équivalente ne sont pas éloignées des prédictions du modèle multiéchelle. La différence entre les prédictions de l'approche en contrainte équivalente et les expériences est à l'image de la différence déjà constatée entre le modèle multiéchelle et l'expérience pour ces grandeurs. On observe un relatif accord des niveaux globaux et donc une relative insensibilité aux contraintes. L'accord est parfois acceptable pour certaines configurations

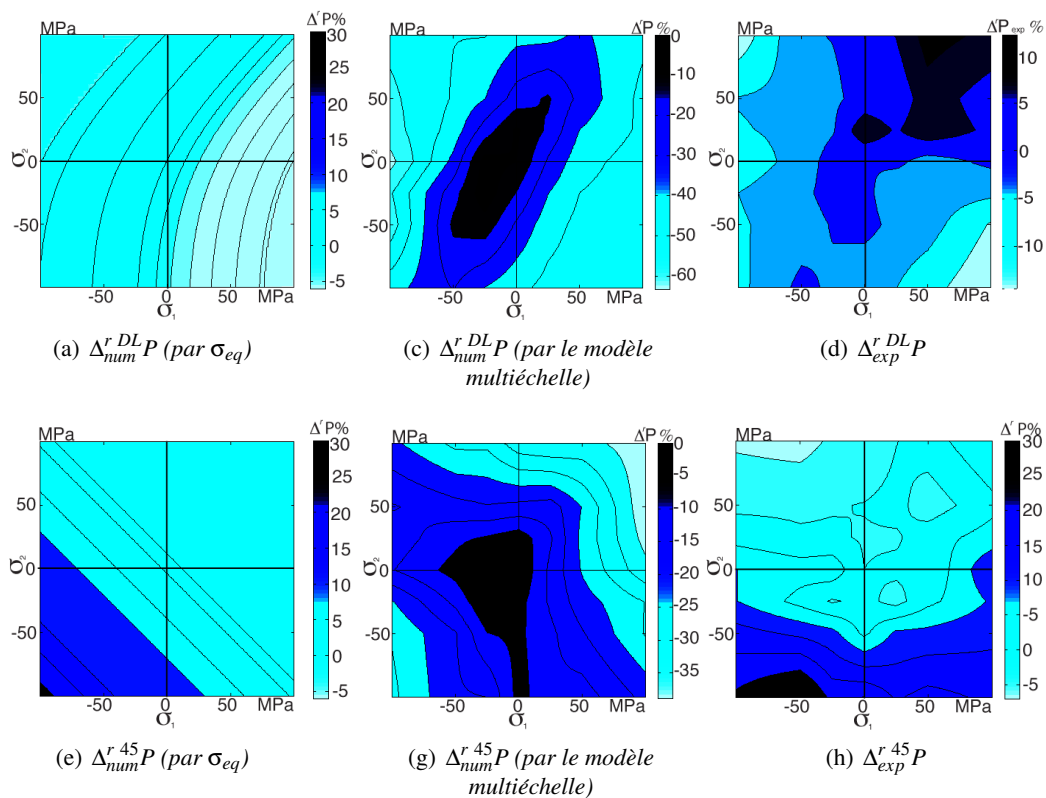


**FIGURE 3.46:** *FeCo-2V R* : Variations relatives du champ coercitif  $\Delta^r H_c$  en fonction de l'état de contraintes pour  $\vec{H} // DL$  (a, b et c) et  $\vec{H} // 45^\circ$  (d, e et f).

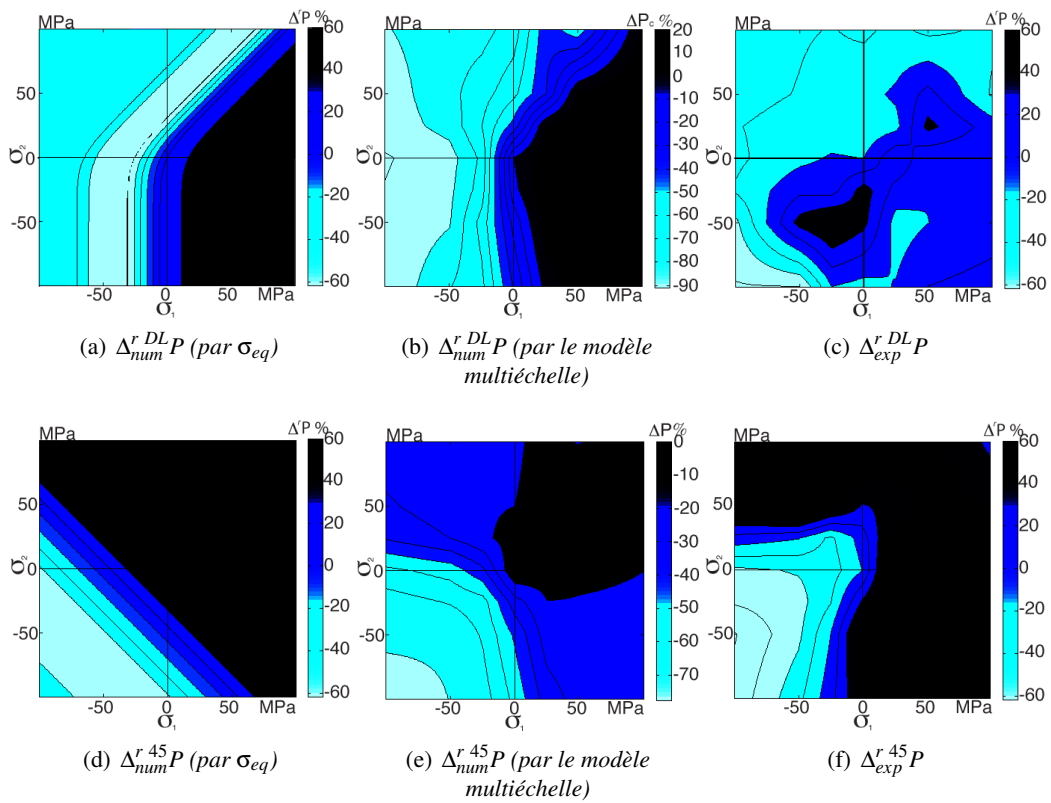
(fer silicium aimanté à  $45^\circ$ , fer-cobalt R et FP aimantés selon  $DL$ ). Les écarts observés sont probablement dus à la conjugaison de niveaux d'incertitudes élevés lors des mesures de pertes de puissance et des hypothèses fortes dans la modélisation.



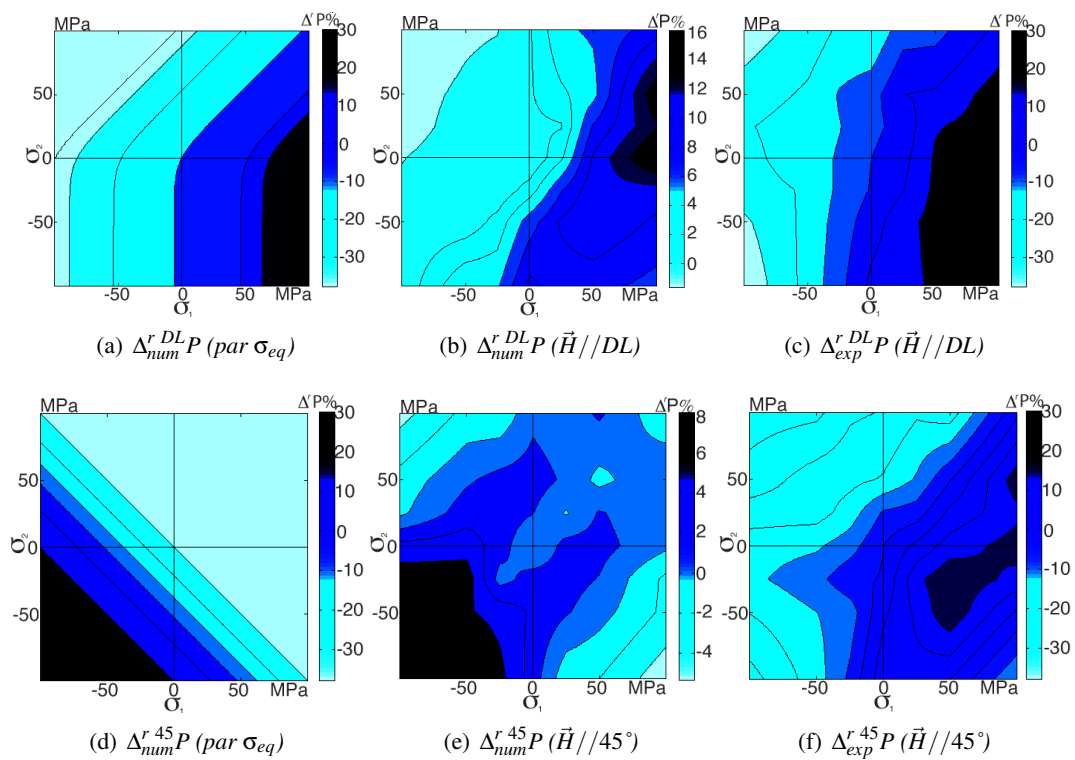
**FIGURE 3.47:** FeCo-2V FP : Variations relatives du champ coercitif  $\Delta^r H_c$  en fonction de l'état de contraintes pour  $\vec{H} // DL$  (a, b et c) et  $\vec{H} // 45^\circ$  (d, e et f).



**FIGURE 3.48:** *Fe-3%Si NO* : Prédiction de la variation relative des pertes  $\Delta^r P$  dans le plan des contraintes pour  $\vec{H} // DL$  (a, c et d) et  $\vec{H} // 45^\circ$  (e, g et h).



**FIGURE 3.49:** FeCo-2V R : Variations relatives des pertes  $\Delta^r P$  en fonction de l'état de contraintes pour  $\vec{H} // DL$  (a, b et c) et  $\vec{H} // 45^\circ$  (d, e et f).



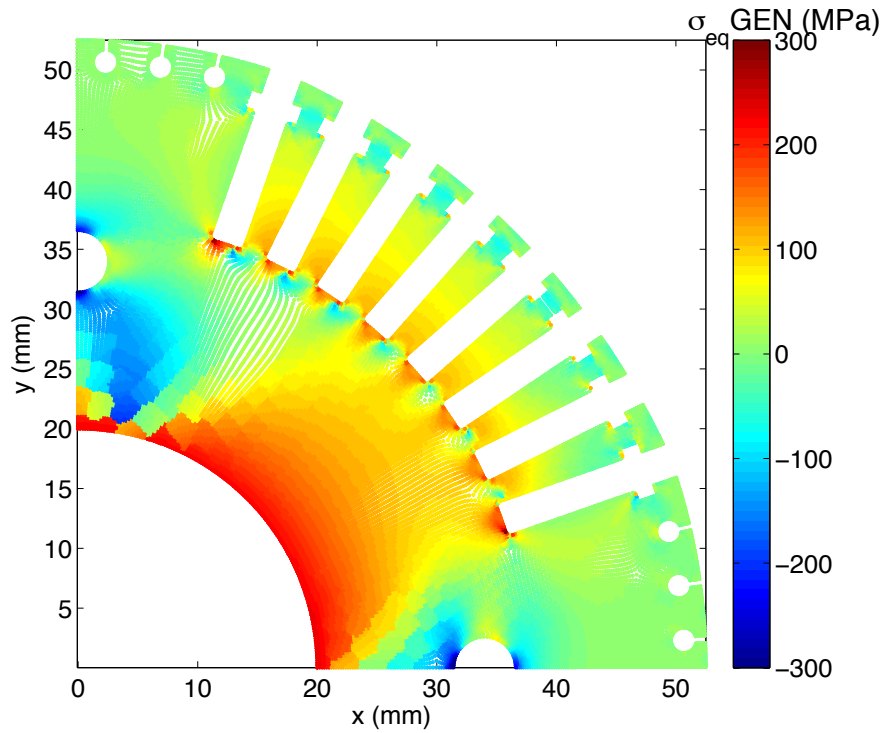
**FIGURE 3.50:** FeCo-2V FP : Variations relatives des pertes  $\Delta^r P$  en fonction de l'état de contraintes pour  $\vec{H} // DL$  (a, b et c) et  $\vec{H} // 45^\circ$  (d, e et f).

## 6 Conclusion

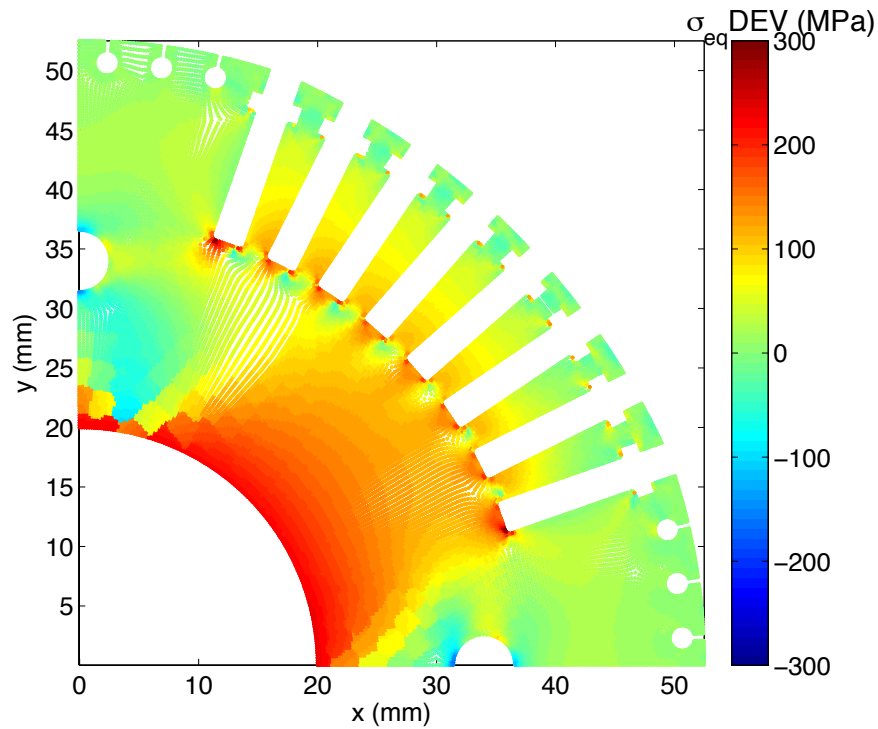
Ce chapitre a permis de présenter les développements récents qui ont permis l'amélioration du modèle multiéchelle. Ces améliorations concernent notamment la prise en compte des effets non monotones de la contrainte sur la susceptibilité magnétique, et la description de l'hystérésis magnétique. Outre les paramètres matériaux classiques issus de la littérature, le modèle compte trois paramètres pour la modélisation du comportement anhystérique et cinq paramètres supplémentaires pour la modélisation des effets de dissipation. Le modèle permet ensuite la modélisation de cycles d'hystérésis sous chargement magnéto-mécaniques quelconques. Les résultats du modèle ont été comparés aux résultats expérimentaux collectés au chapitre 2. Les avancées par rapport aux anciennes versions du modèle sont certaines, mais la modélisation reste imparfaite. La procédure d'identification des paramètres est sans aucun doute perfectible, mais certaines hypothèses de modélisation devront aussi être reconsidérées. En particulier l'évolution du champ coercitif sous chargement biaxial semble remettre en cause la formulation choisie (champ de configuration) pour décrire l'effet des contraintes sur le champ coercitif. Une proposition de contrainte équivalente pour le comportement dissipatif a également été faite. Ici également, les résultats sont imparfaits, mais la démarche semble prometteuse car elle permet de capturer certains effets liés à la multiaxialité des contraintes, et offre une facilité d'implémentation difficile à concurrencer.

En guise de conclusion de ce travail, nous pouvons nous pencher une dernière fois sur la problématique industrielle posée en début de thèse. A partir de la connaissance de l'état de contrainte dans le rotor pour une vitesse angulaire donnée (calculs ABAQUS présentés en introduction) et de la connaissance de la direction des lignes de champs pour une disposition donnée des pôles de la machine (calculs FLUX2D présentés en fin de chapitre 2), il est maintenant possible de calculer sur la même géométrie la valeur de la contrainte équivalente (généralisée ou déviatorique) par simple application des formules (3.47) ou (3.48). Après avoir bien entendu pris les précautions nécessaires pour faire correspondre les maillages des deux calculs, nous avons tracé les cartes d'iso-contraintes équivalentes (figure 3.51). Une telle évaluation couplée, même de manière faible, à un modèle de comportement peut permettre d'évaluer l'impact de la vitesse angulaire sur les performances générales de l'alternateur (couple, pertes...). L'étape suivante consisterait à considérer un couplage fort, c'est à dire réaliser le calcul magnétique avec une prise en compte de l'état de contrainte. L'optimisation des systèmes électriques du futur nécessitera peut-être l'emploi de ce type d'outil.





(a) Contrainte équivalente généralisée  $\sigma_{eq}^{gen}$  dans le plan des contraintes



(b) Contrainte équivalente déviatorique  $\sigma_{eq}^{dev}$  dans le plan des contraintes

**FIGURE 3.51:** Répartition de la contrainte équivalente dans le rotor.

# Conclusions et perspectives

Aujourd'hui, les matériaux magnétiques sont utilisés pour leur capacité à guider le flux magnétique ou à mémoriser de l'information. Pour les exploiter au mieux, il est nécessaire de comprendre leur structure interne puis de modéliser leur comportement. La prise en compte des couplages est un levier d'innovation. Cette thèse a été l'occasion d'une étude approfondie et de la modélisation des couplages magnéto-élastiques appliquée à des matériaux destinés à la fabrication de machines électriques à grande vitesse. Un modèle anhystérétique existant a été enrichi par une modélisation d'hystérésis statique couplée.

Dans le premier chapitre, nous nous sommes attachés à décrire en détail l'influence d'une contrainte appliquée sur l'état magnétique et les autres effets de couplage magnéto-mécanique. Nous avons ainsi balayé un large éventail d'états mécaniques (uniaxiaux/biaxiaux) en mettant l'accent sur la sensibilité de l'état magnétique à l'état de contrainte. On constate que les effets magnéto-mécaniques sont très présents à l'échelle macroscopique même si ce couplage trouve son origine à l'échelle de la microstructure.

Le deuxième chapitre est un chapitre essentiellement expérimental : les procédures associées aux mesures sous chargement mécanique uniaxial et biaxial y sont décrites en détail. Les matériaux testés possédant tous une magnétostriction « positive », les essais uniaxiaux ont mis en évidence une « dégradation » du comportement magnétique sous compression. La traction provoque un effet inverse même si ce constat reste à nuancer sous forte charge mécanique : une baisse de la susceptibilité apparaît ainsi pour le fer-silicium, attribuée à l'apparition de champs démagnétisants associés à un déséquilibre de la structure en domaines. Les cycles d'hystérésis mesurés pour des fréquences allant de 0,1 Hz à 800 Hz ont permis d'illustrer l'effet couplé de la fréquence et des contraintes sur les grandeurs caractéristiques de la dissipation que sont le champ coercitif et les pertes d'énergie par cycle. Ces mesures ont permis de constater l'existence d'un couplage entre évolution de la courbe anhystérétique sous contrainte et le comportement cyclique sous contrainte, donnant des pistes à suivre pour la modélisation.

Les mesures magnétiques sous chargement mécanique biaxial ont été réalisées grâce à la machine multiaxiale ASTRÉE. La réussite de ces essais a été une gageure compte tenu de la faible épaisseur des tôles testées (en particulier pour les alliages fer cobalt). L'éprouvette a été dimensionnée de manière à :

- Assurer des champs mécaniques et magnétiques homogènes dans la zone de mesure ;
- Développer des contraintes mécaniques d'intensité suffisante pour être représentative des états mécaniques attendus dans les rotors de machine tournante à grande vitesse ;

- Eviter le flambement des structures sous compression.

Un premier point a consisté à vérifier la cohérence des résultats obtenus avec ceux issus des précédentes mesures sous chargement uniaxial. Ensuite, il s'agissait d'observer les spécificités associées à un chargement multiaxial. On constate ainsi un effet dominant de la composante des contraintes le long de l'axe du champ magnétique sur le comportement magnétique des matériaux testés. Ceci se vérifie quelle que soit la grandeur considérée (anhystérique ou hystérique).

A l'occasion de ces essais, nous avons constitué une base expérimentale fournie permettant une confrontation approfondie avec la modélisation. Notons qu'un des objectifs était de reproduire expérimentalement une situation proche des conditions réelles de chargement du rotor des machines tournantes. C'est chose faite à l'issue de ces travaux puisque les effets de chargement dans le  $\frac{1}{4}$  de plan traction/traction ont été qualifiés. Les difficultés rencontrées dans la mise en place du dispositif expérimental ne nous ont en revanche pas permis de réaliser des essais à induction constante, et donc de traiter de manière complète le sujet des pertes fer sous contrainte à haute fréquence. Une poursuite des travaux en ce sens doit être envisagée pour la suite, l'enjeu industriel d'un tel sujet étant certain.

Le troisième et dernier chapitre a eu pour ambition de proposer un certain nombre d'améliorations au modèle de comportement de VER existant. Le modèle dans sa version initiale est capable de restituer la réponse anisotrope du matériau sous sollicitation magnéto-mécanique multiaxiale. Ce modèle s'appuie sur une description de l'énergie libre à l'échelle du domaine magnétique. Le comportement magnéto-mécanique du monocristal est obtenu grâce à une approche statistique sur la population de domaines. Le comportement du polycristal est obtenu par moyennage des comportements de chacun des cristaux. Le recours à une Fonction de Distribution des Orientations (FDO) est nécessaire pour réaliser le deuxième changement d'échelle. Les hétérogénéités élastiques et magnétiques du VER conduisent à rechercher une expression locale du chargement (mécanique et magnétique), solution d'une approche auto-cohérente dans les deux cas. Il faut noter que l'utilisation d'hypothèses de déformation et de champ uniformes pour le changement d'échelle grain/domaine est certainement très restrictives.

Le modèle à l'origine purement réversible avait été étendu au comportement irréversible lors des travaux de thèse de K.J. Rizzo [Rizzo, 2012], grâce à une approche de type Hauser qui impliquait une reformulation du champ par domaine. Les principales améliorations apportées ont consisté d'une part en la mise en place d'un effet démagnétisant supplémentaire induit par la réorganisation de la structure en domaines sous contraintes (introduction d'un tenseur de configuration), et d'autre part à reformuler les aspects irréversibles en considérant un champ uniforme par grain (ce qui clarifie la notion de rebroussement et simplifie considérablement les calculs) et en considérant un couplage entre le champ coercitif et l'état de contrainte. La formulation a l'avantage d'utiliser le même tenseur de configuration que pour le calcul de l'effet démagnétisant.

La nouvelle approche a été validée dans le cas du chargement le plus simple : une contrainte uniaxiale appliquée dans la direction de mesure magnétique. Nous avons eu recours à une base de résultats expérimentaux riche et diversifiée pour pouvoir valider le modèle. Le modèle présente une bonne adaptabilité aux différents matériaux ferromagnétiques et états mécaniques testés. Des simulations du comportement du polycristal ont été menées sur des cas de chargement biaxial pour comparer les résultats numériques aux expériences puisque tout le modèle est écrit de manière multiaxiale. L'anisotropie, la dissymétrie traction/compression, les allures des courbes macroscopiques sont bien restituées. Les principaux points faibles de cette modélisation multiéchelle restent la restitution toujours médiocre du niveau d'aimantation au coude de saturation (en particulier

pour le fer-silicium) et le temps de calcul nécessaire au traitement d'un essai complet sur VER. Il semble nécessaire de se pencher à terme sur l'optimisation de l'algorithme et notamment sur les procédures de changement d'échelles afin de rendre le calcul plus rapide. Il faut également noter que la dépendance du champ coercitif à l'état de contrainte mériterait d'être revisitée : la prévision de l'évolution du champ coercitif sous contrainte biaxiale a clairement montré ses limites.

Le recours à une contrainte équivalente constitue une voie alternative intéressante de modélisation, évitant la lourdeur du calcul multiéchelle. Cette voie reste cependant tributaire des équivalences proposées et de la formulation de couplage entre champ coercitif et contraintes. La contrainte équivalente pour les pertes d'énergie utilise ainsi l'hypothèse fortement réductrice d'un cycle d'hystérésis parallélépipédique. Notons également que cette approche n'est pour le moment disponible que pour les milieux isotropes.

La principale perspective de ces travaux est l'implémentation des modèles dans un code de calcul par éléments finis (type Flux 3D), incluant un préprocesseur mécanique pour accéder aux champs de contraintes. Ceci permettrait de réaliser une simulation d'un ensemble rotor-stator de machine tournante à grande vitesse. Pour ce type d'application industrielle, l'utilisation du modèle de VER anisotrope est évidemment le plus pertinent. Un préalable indispensable est la réduction des temps de calcul. L'emploi d'une formulation en contrainte équivalente conduirait sans nul doute à des temps de calcul beaucoup plus raisonnables mais au détriment de la qualité du résultat.

Des efforts sont encore à fournir en terme de caractérisation (on a parlé en particulier de la nécessité de travailler à induction constante). C'est un des objectifs du projet européen "Fe-CoProGen" (Fe-Co based magnetic alloy with high strength and minimized iron losses for new high speed aerospace generator) débutant cette année. Ce projet a pour objectif plus général de développer un procédé de fabrication des matériaux fer cobalt innovant de manière à accroître le ratio limite d'élasticité/pertes d'énergie. Le procédé HSP (high strength process) permet déjà d'accéder à des nuances HLE (Haute Limite Elastique) dont les limites d'élasticité peuvent être contrôlées assez précisément à l'aide de traitements thermomécaniques éprouvés. Ce procédé est susceptible d'être optimisé de manière à diminuer les pertes tout en conservant des performances mécaniques élevées.

Au terme de cette thèse, on peut dire que si le concept d'avion "plus" électrique est aujourd'hui arrivé à un stade avancé en recherche et développement, de nombreux verrous technologiques doivent encore être levés avant de pouvoir intégrer cette nouvelle chaîne énergétique à bord d'un appareil commercial. L'évolution des performances des matériaux magnétiques sous chargement mécanique en est un. Ce n'est pas le seul : on peut citer les problèmes de mise à disposition de la puissance électrique, de gestion des équipements consommateurs de l'énergie électrique, ou bien encore de l'intégration de l'ensemble des équipements au sein d'un réseau électrique unifié sans créer des interférences inter-systèmes ; on peut également citer la problématique des conditions de travail très sévères des systèmes électriques, notamment les variations de pression, de température ou encore du taux d'humidité relative. A titre d'exemple, la température d'un générateur situé à proximité du propulseur, peut varier énormément selon que l'avion soit sur le tarmac moteur éteint en plein hiver à Moscou ou moteur allumé en plein été à Bamako. Il peut s'agir pourtant du même avion à quelques heures d'intervalle.



# Annexe A

## Matériaux d'études

### 1 Fer silicium à grains non orientés

Le fer silicium à grains non orientés est de nos jours devenu un matériau incontournable pour de nombreuses applications électriques (transformateurs, moteurs et générateurs).

L'addition de silicium augmente la résistivité électrique et diminue l'anisotropie magnéto-cristalline relativement au fer pur. Elle diminue cependant l'induction à saturation et la conductivité thermique du matériau. Les conséquences de l'ajout de silicium et la plupart des données physiques du fer silicium sont disponibles dans la littérature [Bozorth, 1951, Chikazumi et Graham Jr, 2009, du Trémolet de Lacheisserie, 2000] et dans les travaux antérieurs de l'équipe [Gourdin, 1998, Hubert, 1998, Buiron, 2000, Daniel, 2003].

Le matériau objet de notre étude contient environ 3% de silicium en masse. Les autres éléments comme le carbone, le manganèse, le soufre et le phosphore, sont en quantité négligeable (tableau A.1). À cette teneur en silicium la phase  $\alpha$  ferritique est stabilisée à haute température, autorisant ainsi des traitements thermo-mécaniques et métallurgiques variés sans transformation de phase : laminages, affinages, recristallisations.

D'autre part, l'addition de 3% silicium a des effets sur les caractéristiques électromagnétiques suivantes :

- La constante  $K_1$  d'anisotropie magnétocristalline à la température ambiante passe de  $4,8 \cdot 10^4 \text{ J.m}^{-3}$  pour le fer pur à environ  $3,4 \cdot 10^4 \text{ J.m}^{-3}$  ;
- Simultanément, la constante de magnetostriction  $\lambda_{111}$  passe de  $-21 \cdot 10^{-6}$  à  $-5 \cdot 10^{-6}$  environ,  $\lambda_{100}$  restant voisin de  $21 \cdot 10^{-6}$  ( $\approx 23 \cdot 10^{-6}$ ) ;
- L'induction à saturation et la température de Curie ne sont pas trop dégradées, passant respectivement de 2,16 T à environ 2 T et de 771 °C à 760 °C.

Élément	Si	Mn	C	S	P
wt %	3	0,1	0,005	0,003	0,01

TABLE A.1: Fe-3%Si NO : Composition chimique.

Le tableau A.2 fournit les valeurs caractéristiques du matériau issues d'un essai de traction. Ces valeurs sont calculées en contrainte et déformation conventionnelles.

**Observation au MEB et Analyse par EBSD :**

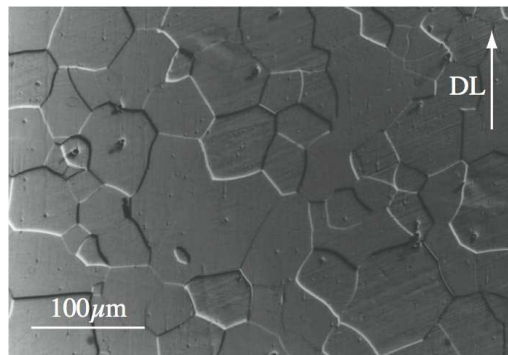
Paramètres	Fe-3%Si NO
Coefficient de Poisson $\nu$	0,27
Module d'Young $E$ (GPa)	194
Limite élastique $\sigma_y$ (MPa) $\pm 5$ MPa	360
Limite de rupture $\sigma_m$ (MPa) $\pm 5$ MPa	530
Allogement à la rupture (%)	18-20

**TABLE A.2:** *Fe-3%Si NO : Caractéristiques mécaniques.*

Le matériau étudié a été préparé suivant la procédure suivante :

- Un polissage mécanique puis un polissage miroir,
- Un électro-polissage (40 V, 10 s, 0 °C, solution Perchlorique) pour relaxer les écrouissages superficiels dus au polissage mécanique,
- Une attaque au Nital (à 4%) pour révéler la structure en grains.

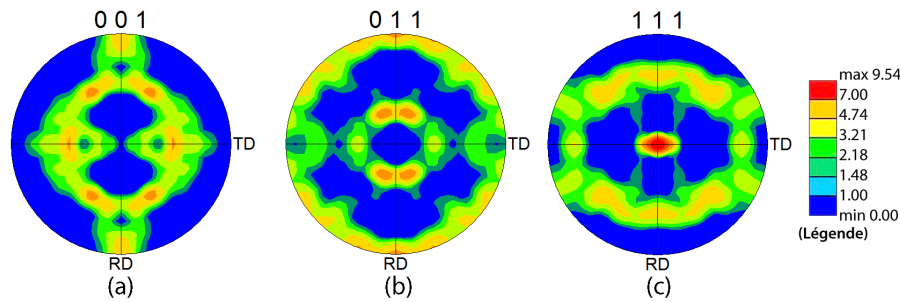
Différentes observations ont été réalisées au microscope optique A.1 et au microscope électronique à balayage (MEB). Les grains sont -en première approximation- équiaxes, et leur diamètre moyen vaut environ 70  $\mu\text{m}$ .



**FIGURE A.1:** *Fe-3%Si NO : Micrographie.*

Ces observations ont été complétées par des mesures d'orientations cristallines et de taille des grains par EBSD (Electron BackScattered Diffraction) installé dans le MEB et exploité grâce au logiciel OIM<sup>TM</sup>. La mesure de texture est réalisée sur une fenêtre de 500×500  $\mu\text{m}^2$ , cette fenêtre a été discrétisée avec un pavage carré de pas 1  $\mu\text{m}$ .

La texture reproduite A.2 est peu marquée, ce qui explique l'appellation NO, par opposition aux tôles GO (Grains Orientés), fortement texturées. Le matériau est généralement considéré comme isotrope transverse.



**FIGURE A.2:** *Fe-3%Si NO : Figures de pôles : (a)-direction  $\langle 100 \rangle$ , (b)-direction  $\langle 110 \rangle$ , (c)-direction  $\langle 111 \rangle$ .*

## 2 Fer cobalt

On a choisi le FeCo-2V R (Rotor) comme matériau de référence. Le FeCo-2V FP (Fully Process) ( $\sigma_y \approx 1000$  MPa) est un dérivé du FeCo-2V R qui a subi des traitements thermo-métallurgiques différents pour augmenter ses caractéristiques mécaniques sans trop dégrader le comportement magnétique.

### Revue de littérature sur les alliages FeCo-2V :

Les caractéristiques magnétiques du FeCo-2V R peuvent être résumées en quelques points [Thornburg, 1969, Fingers *et al.*, 1997, Waeckerlé *et al.*, 2000, Deevi *et al.*, 2004, Shokrollahi et Janghorban, 2007] :

- Forte induction à saturation, la plus élevée des alliages magnétiques connus.
- Perméabilité intéressante à des inductions de travail égales ou supérieures à 1,6 T comparée à celle des matériaux magnétiques couramment employés, comme le fer doux et le fer silicium.
- Résistivité assez forte (utilisé pour la fabrication des rotors) permettant une réduction des pertes en courant alternatif et à haute induction. Il faut noter, par ailleurs, que le FeCo-2V se découpe facilement avant traitement thermique final avec une usure des outils de découpe plus faible que celle provoquée par les tôles Fe-3%Si NO.

Le diagramme d'équilibre Fe-Co est reporté figure A.3. A composition équiatomique, la structure est austénitique  $\gamma$  et paramagnétique au dessus de  $900^\circ\text{C}$ . Entre  $700^\circ\text{C}$  et  $900^\circ\text{C}$ , la structure est ferritique  $\alpha$  désordonnée, donc ductile. Une transition ordre-désordre apparaît en dessous de  $700^\circ\text{C}$  (phase ordonnée  $\alpha_2$ ). Cette mise en ordre a pour conséquence de rendre le matériau très fragile. L'ajout de 2% de vanadium combiné à un traitement thermique d'hypertrempe<sup>1</sup> permet de ralentir considérablement ce mécanisme de mise en ordre. Le laminage à froid peut alors être exécuté sans problème jusqu'à l'épaisseur finale. La présence de 2 % de vanadium augmente la ductilité, facilite la transformation métallurgique (forgeage et laminage à froid) et d'autre part, augmente la résistivité électrique. D'autres éléments d'addition sont présents en plus faible proportion (tableau A.3).

Les caractéristiques mécaniques regroupées dans le tableau A.4 ont été déduites des résultats des essais expérimentaux menés lors de cette thèse.

1. La bande laminée à chaud passe en une fraction de seconde de plus de  $700^\circ\text{C}$  à  $20^\circ\text{C}$  sous l'effet de puissants jets d'eau.



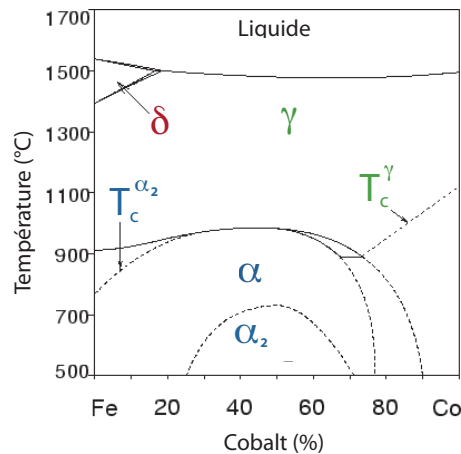


FIGURE A.3: FeCo-2V : Diagramme de phases [Sourmail, 2005].

Élément	Co	V	C	Si	Mn	Nb
wt %	49,4	1,98	0,02	0,2	0,1	0,04

TABLE A.3: FeCo-2V : Éléments d'addition de l'alliage commercial [Thornburg, 1969].

Paramètres	FeCo-2V R	FeCo-2V FP
Coefficient de Poisson $\nu$	0,27	0,19
Module d'Young $E$ (GPa)	237	241
Limite élastique $\sigma_y$ (MPa) $\pm$ 5MPa	320	1041
Limite de rupture $\sigma_m$ (MPa) $\pm$ 5MPa	800	1400
Allongement à la rupture (%)	8-10	4-6

TABLE A.4: FeCo-2V : Caractéristiques mécaniques.

Après usinage, ce matériau doit être traité thermiquement, afin d'éliminer les tensions dues à l'usinage et de lui conférer des propriétés magnétiques optimales. Deux traitements sont nécessaires :

- Traitement d'optimisation des caractéristiques magnétiques : 2h à 3h à 850 °C dans l'hydrogène pur et sec, ou sous vide, refroidissement à 250 °C/h dans la même atmosphère. Le refroidissement peut être écourté à partir de 300 °C : refroidissement à l'air.
- Traitement d'optimisation des caractéristiques mécaniques : 2h à 3h à 725°C dans l'hydrogène pur et sec, ou sous vide, refroidissement à 150 °C/h dans la même atmosphère. Le refroidissement peut être écourté à partir de 300 °C : refroidissement à l'air.

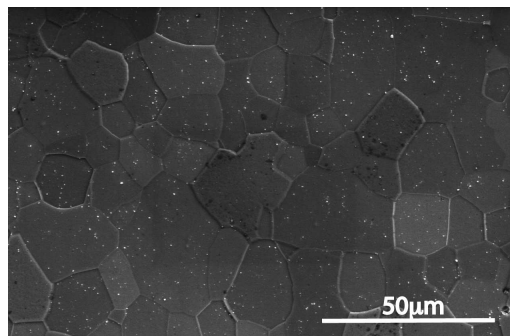
Des études montrent qu'un compromis entre les propriétés magnétiques et mécaniques est possible en faisant varier les paramètres microstructuraux (taille des grains, recristallisation).

En diminuant la température de recuit (2h à 695°C), on peut obtenir un alliage FeCo-2V R avec une limite d'élasticité élevée  $\sigma_y \approx 700$  MPa et un allongement à rupture  $A\% \approx 13\%$ . Les caractéristiques magnétiques après un tel recuit sont raisonnables pour un tel matériau avec une induction  $B \approx 2,25$  T à  $H = 8$  kA/m et un champ coercitif  $H_c \approx 500$  A/m.

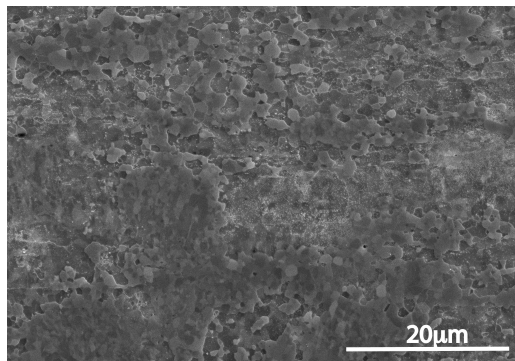
Inspirés par les études de Sourmail [Sourmail, 2005], les ingénieurs d'Aperam Imphy Alloys ont développé le deuxième matériau d'étude : le FeCo-2V Fully Process. De même composition que le premier matériau, ce matériau est laminé à chaud jusqu'à une épaisseur de 2 mm, puis laminé à froid pour une réduction d'épaisseur de 83%. Il subit ensuite un recuit sous hydrogène à  $T = 840\text{ }^{\circ}\text{C}$  pendant un temps de maintien de 15 s. Le recuit est suivi d'une trempe.

#### Observation au MEB et analyse de la texture par EBSD :

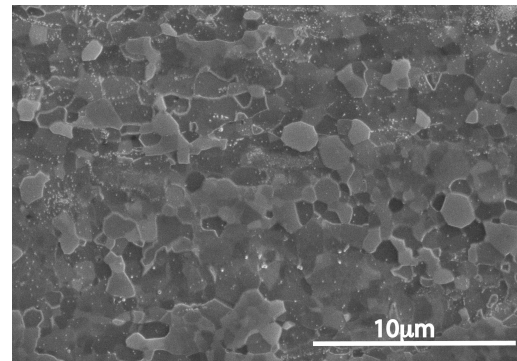
L'observation au microscope, après attaque chimique, permet de révéler la structure en grains (figs. A.4 et A.5) des deux matériaux.



**FIGURE A.4:** *FeCo-2V R : Micrographie.*



(a) *Grossissement  $\times 2000$*

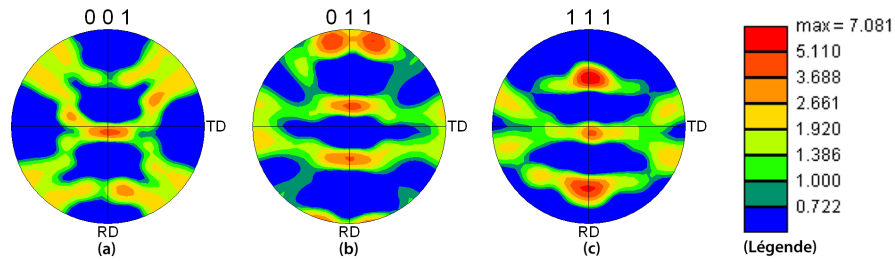


(b) *Grossissement  $\times 5000$*

**FIGURE A.5:** *FeCo-2V FP : Micrographies.*

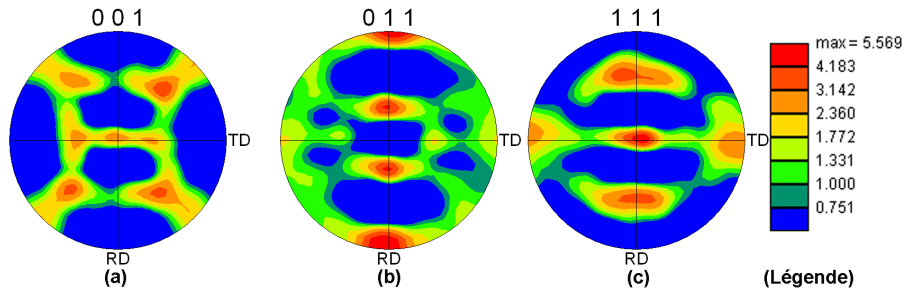
L'observation du cliché MEB laisse apparaître des grains équiaxes dont la taille moyenne est de  $20\text{ }\mu\text{m}$  pour le FeCo-2V R. La taille des grains du FeCo-2V FP est beaucoup plus fine que pour le FeCo-2V R. La figure A.5 montre deux observations au microscope électronique à balayage avec deux grossissements différents pour mieux discerner la morphologie de la structure granulaire. Le diamètre moyen des grains est légèrement inférieur à  $1\text{ }\mu\text{m}$ .

Une première mesure de texture a été réalisée pour le FeCo-2V R sur une fenêtre de  $500 \times 500\text{ }\mu\text{m}^2$  en utilisant un pavage carré de  $1\text{ }\mu\text{m}$ . On peut remarquer via les figures de pôles (fig. A.6) que le FeCo-2V R est fortement texturé (plans  $\{100\}$  et  $\{111\}$ , la direction de laminage est de type  $\langle 110 \rangle$ ).



**FIGURE A.6:** FeCo-2V R : Figures de pôles : (a)-direction  $\langle 001 \rangle$ , (b)-direction  $\langle 011 \rangle$ , (c)-direction  $\langle 111 \rangle$ .

Pour le FeCo-2V FP, la mesure de texture a été réalisée sur une fenêtre de  $1000 \times 1000 \mu\text{m}^2$ . Les figures de pôles obtenues sont données figure A.7.



**FIGURE A.7:** FeCo-2V FP : Figures de pôles : (a)-direction  $\langle 001 \rangle$ , (b)-direction  $\langle 011 \rangle$ , (c)-direction  $\langle 111 \rangle$ .

Le FeCo-2V FP présente une texture plus marquée que le FeCo-2V R. Les plans sont du type  $\{100\}$  et  $\{111\}$ , la direction de laminage parallèle à  $\langle 110 \rangle$ .

La figure A.8 représente la microstructure du FeCo-2V FP lors du processus d'élaboration [Nabi *et al.*, 2013]. Avant recuit, la microstructure est caractérisée principalement de grains allongés parallèlement à la direction de laminage et parsemés de bandes de cisaillement inclinées de  $45^\circ$  par rapport à  $DL$  (fig. A.8(a)). Ces bandes sont espacées d'approximativement  $1 \mu\text{m}$ .

Le FeCo-2V FP est obtenu après un recuit flash d'une durée  $t_1$  de 15s (fig. A.8(b)). La microstructure passe à un état restauré, caractérisé par des sous-grains (amas de grains très fins d'orientation proche), avec une taille moyenne de  $1 \mu\text{m}$  et par quelques grains recristallisés (5% de recristallisation). Des strates provenant de la fragmentation de la granulométrie de départ s'orientent parallèlement suivant  $DL$ . On remarque également la variation de couleur d'une strate à une autre indiquant la désorientation entre un groupement de grains voisins. L'espacement entre joints de grains est d'environ  $1 \mu\text{m}$ .

Pour des temps de traitement supérieurs ( $t_2 = 20\text{s}$ ,  $t_3 = 30\text{s}$  - figs. A.8(c) et (d)), la microstructure passe d'un état partiellement recristallisé à un état complètement recristallisé.

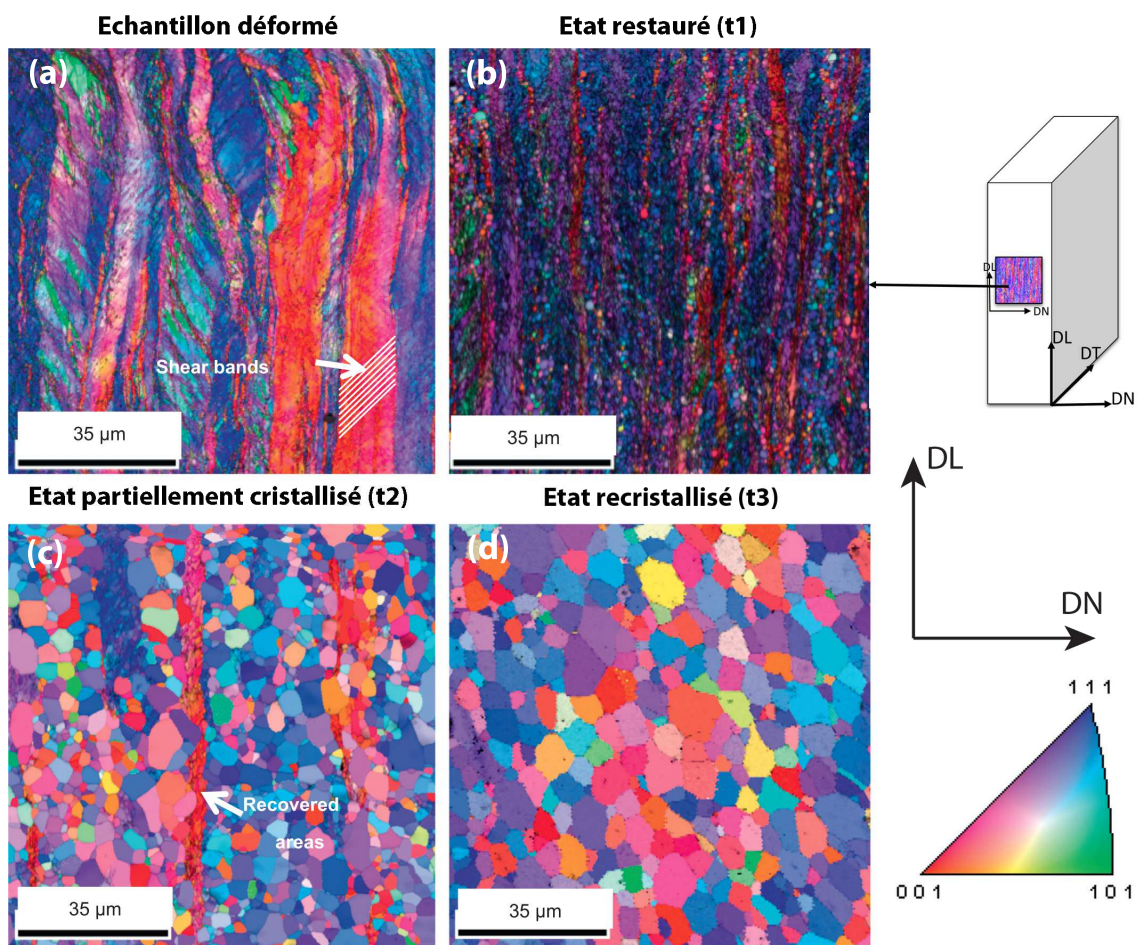


FIGURE A.8: *FeCo-2V FP* :Figures de pôles inverse //DL [Nabi et al., 2013].



## Annexe B

# Protocole d'assemblage des éprouvettes biaxiales

Les âmes en Bakélite ont été usinées par la société PlastiService. Les tôles de FeCo-2V (R et FP) ont été usinées chez le fabricant (Aperam Alloys). La géométrie des éprouvettes est présentée figure B.1. La fabrication des éprouvettes « sandwich » biaxiales suit un protocole préétabli présenté ci-dessous.

1. Préparation des surfaces des tôles de FeCo-2V avant collage par alcool, acétone, puis nettoyage dans un bain d'Ardrox 6376 (dilué à  $\frac{1}{3}$ ) pendant 30 minutes. Ce produit est préconisé pour éliminer les huiles, les graisses et autres pollutions sur les pièces en fer, aluminium, cuivre, titane et en magnésium.
2. Rinçage à l'eau distillée.
3. Préparation de la surface de la Bakélite de manière qu'elle adhère parfaitement avec la tôle de FeCo-2V après collage (abrasion de surface, rainurage).
4. Application de la colle époxy ARALDITE 420 A/B (HUNTSMAN) sur la Bakélite à l'aide d'un pistolet doseur/mélangeur (fig. B.2).
5. Mise en place de la Bakélite sur des pions de centrage disposés dans deux trous opposés de l'éprouvette (fig. B.3).
6. Serrage léger aux extrémités de l'éprouvette.
7. Nettoyage grossier de la colle superflue.
8. Application d'un effort réparti (serre-joint manuel) sur les doigts des tôles FeCo-2V pour assurer leur collage durable.
9. Nettoyage final précis pour débarrasser la tôle de FeCo-2V des résidus de colle.
10. Séchage (24h).
11. Application du mouchetis (sous-couche de peinture blanche à la bombe et mouchetis d'encre noire à l'aérographe).

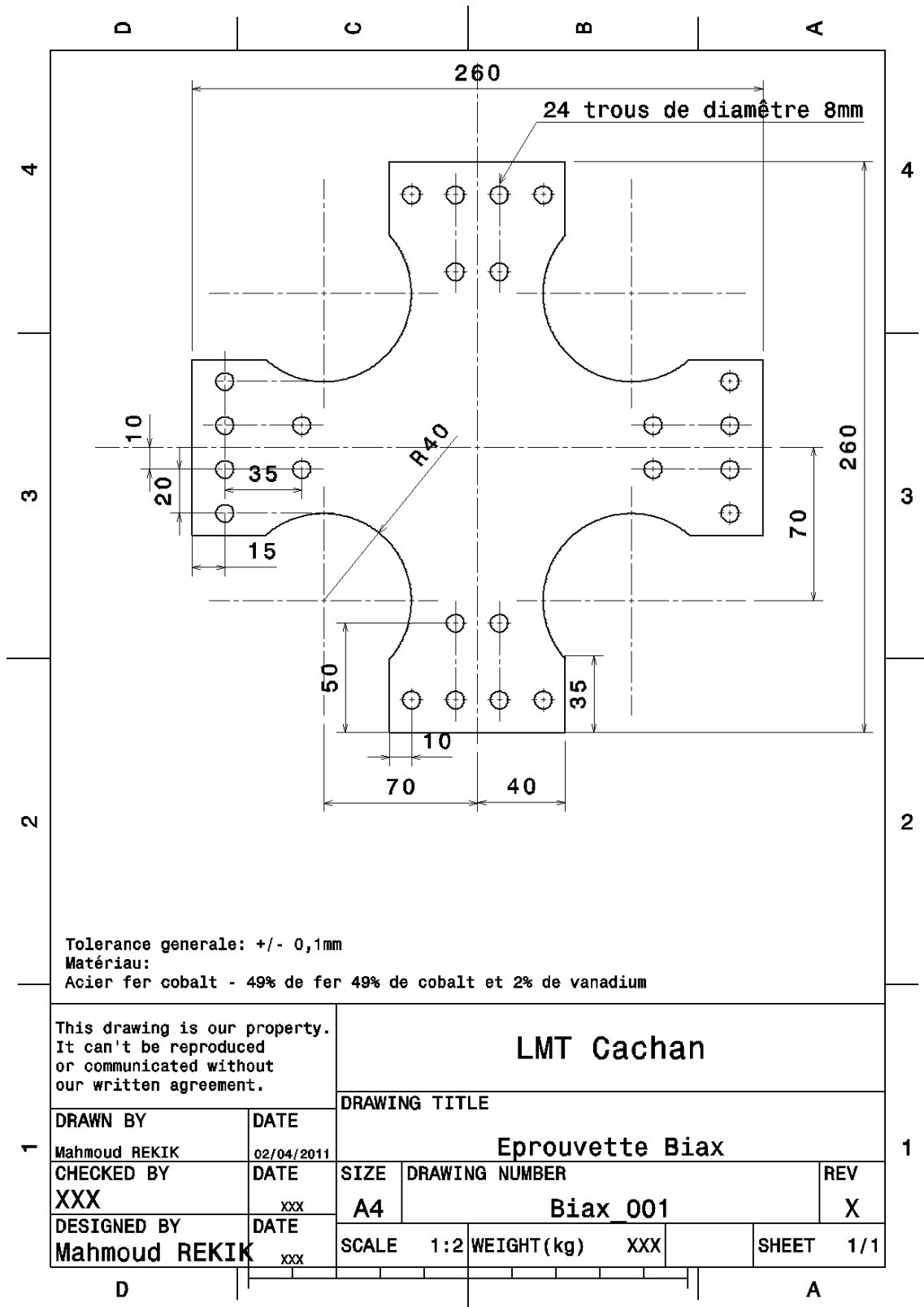


FIGURE B.1: Dessin d'ensemble de l'éprouvette biaxiale.



**FIGURE B.2:** *Pistolet doseur et mélangeur de colle.*



**FIGURE B.3:** *Montage de collage des éprouvettes sandwich.*





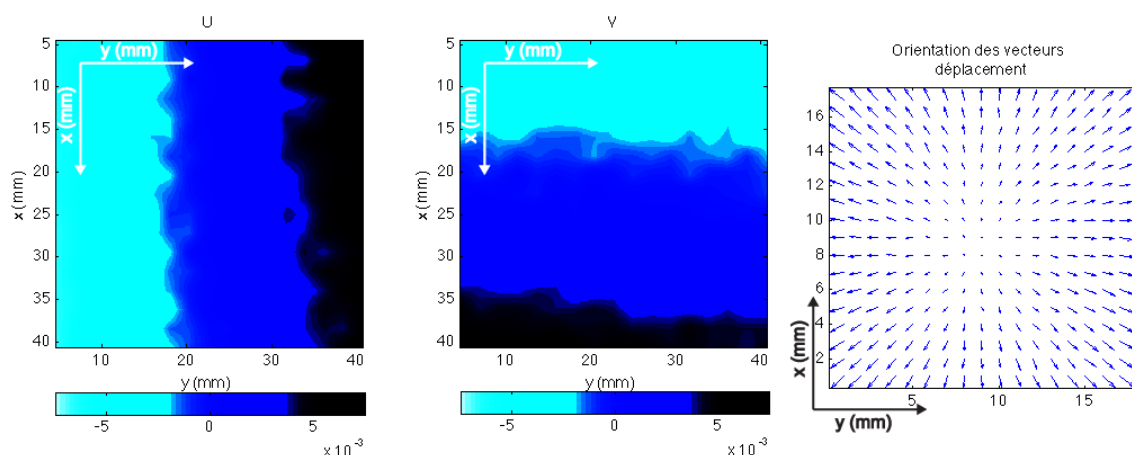
## Annexe C

# Validation du chargement mécanique multiaxial

### 1 Vérification des champs de déplacements

L'attention est portée sur la validation du montage, notamment sur le plan de l'homogénéité des champs de déplacement obtenus par corrélation d'images numériques (CIN). Les résultats présentés ici concernent le Fe-3%Si NO. Une procédure identique a été appliquée aux autres matériaux.

La région d'étude appelée classiquement ROI (Region Of Interest) a une dimension  $S$  fixée à  $1230 \times 1230$  pixels<sup>2</sup>, la résolution de l'image  $g$  est estimée à 0,0358 mm/px, ce qui donne une résolution spatiale  $S \times g$  de  $44 \times 44$  mm<sup>2</sup>. L'imagette ou "Zone Of Interest (ZOI)" a une taille de 64 pixels pour les cartes de déplacements et 128 pixels pour les cartes de déformations. En augmentant la taille des ZOI on réduit considérablement l'incertitude sur les mesures [Hild et Roux, 2006]. La figure C.1 illustre le champ de déplacement suivant les deux directions de chargement pour un cas d'équi-bitraction ( $\sigma_1 = \sigma_2 = 100$  MPa).



**FIGURE C.1:** Fe-3%Si NO : Champ de déplacement (après soustraction des mouvements de corps solide) calculés par CORRELI-Q4<sup>©</sup> : (a) déplacement horizontal et (b) vertical ; (c) Vecteurs déplacement associés.

On observe que le déplacement suivant les deux directions de chargement ne dépasse pas  $\pm 7,5 \mu\text{m}$ . Les champs de déformation correspondants sont présentés figure C.2. La déformation est raisonnablement uniforme sur la zone. Pour cet exemple les valeurs de déformation sont regroupées table C.1.

	$\epsilon_{ij}^{min}$	$\epsilon_{ij}^{max}$	Écart-type	$\epsilon_{ij}^{moy}$
$\epsilon_{11}$	$1,30 \cdot 10^{-4}$	$4,84 \cdot 10^{-4}$	$9,9 \cdot 10^{-5}$	$2,81 \cdot 10^{-4}$
$\epsilon_{22}$	$1,66 \cdot 10^{-4}$	$5,13 \cdot 10^{-4}$	$9,8 \cdot 10^{-5}$	$3,35 \cdot 10^{-4}$
$\epsilon_{12}$	$-1,86 \cdot 10^{-4}$	$1,52 \cdot 10^{-4}$	$9,4 \cdot 10^{-5}$	$-0,16 \cdot 10^{-4}$

TABLE C.1: Valeurs expérimentales des déformations obtenues par CIN.

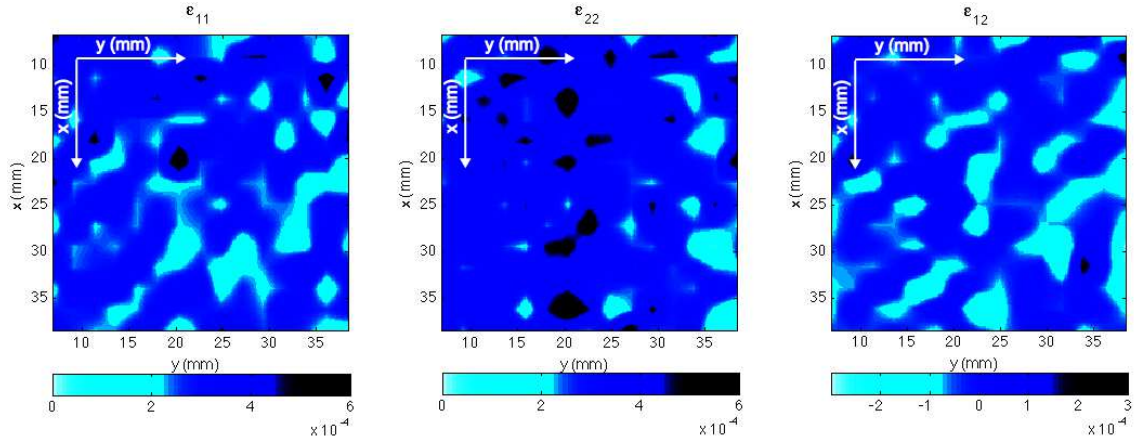


FIGURE C.2: Fe-3%Si NO : Champs de déformations calculés par CORRELI-Q4<sup>©</sup> : (a)  $\epsilon_{11}$  ; (b)  $\epsilon_{22}$  et (c)  $\epsilon_{12}$ .

Les contraintes  $\sigma_1$  et  $\sigma_2$  peuvent être déterminées à partir des déformations expérimentales en supposant que le matériau a un comportement élastique, homogène et isotrope (C.1). Cela revient à négliger notamment la contribution de la déformation de magnétostriction et l'anisotropie élastique du matériau.

$$\sigma_{ij} = 2\mu\epsilon_{ij} + \lambda\delta_{ij}\epsilon_{kk} \quad (\text{C.1})$$

$\lambda$  et  $\mu$  sont les coefficients de Lamé du matériau.  $\delta_{ij}$  est le symbole de Kronecker.

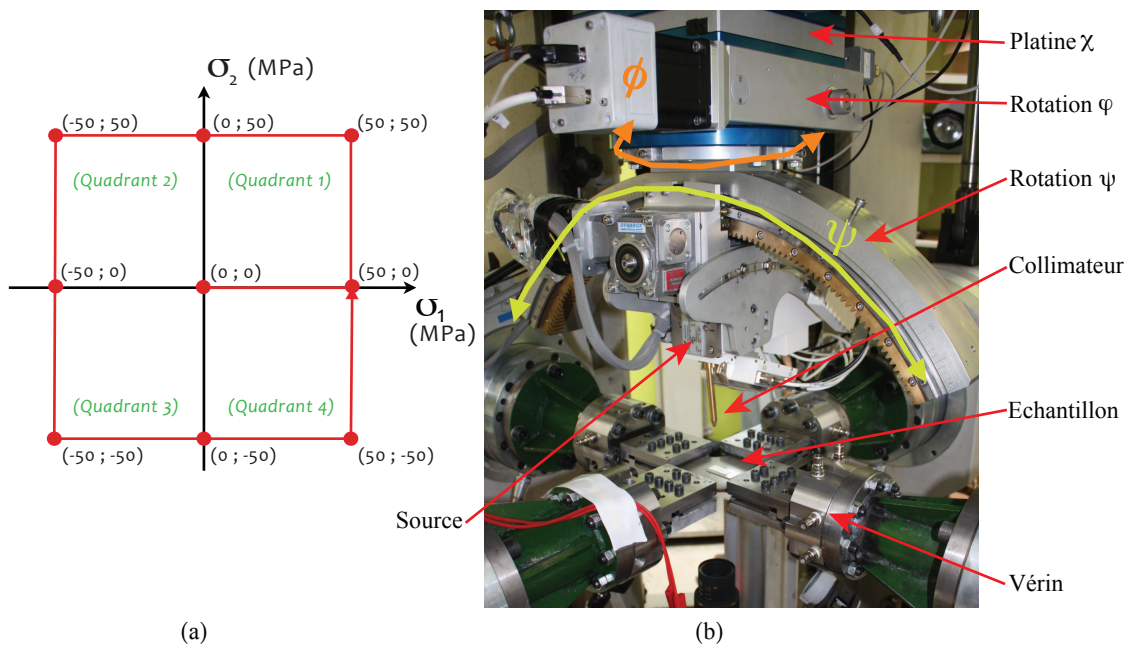
Les constantes élastiques moyennes de l'échantillon (module d'Young  $E = 193 \text{ GPa}$  ; coefficient de Poisson  $\nu = 0,27$ ), permettent d'accéder aux états de contrainte dans la direction longitudinale  $\sigma_1 = 98 \pm 3 \text{ MPa}$  et dans la direction transversale  $\sigma_2 = 106 \pm 3 \text{ MPa}$ . Cette comparaison quantitative semble être cohérente avec les hypothèses adoptées pour nos essais magnéto-mécaniques biaxiaux. Les résultats pour d'autres états de chargement sont en accord avec les contraintes estimées par calcul.

La différence entre contrainte calculée et contrainte mesurée peut être due aux conditions environnementales de l'essai, qui ne sont pas toujours maîtrisées. Parmi les points clés, on peut citer :

- Les vibrations : la présence des vibrations dues au système hydraulique peut générer des mouvements des caméras (solidarisées avec le bâti de la machine) qui se traduiront par un flou dans les images.
- La température : un équipement de corrélation est composé d'une caméra reliée à la machine à l'aide d'un support mécanique. Une élévation de température pendant un essai induira une dilatation du support qui conduira à une modification des paramètres extrinsèques calculés lors du calibrage.
- La lumière extérieure : dans l'algorithme de corrélation d'images, on fait l'hypothèse que la modification des images entre deux états de l'objet n'est liée qu'aux déplacements. Toute variation d'éclairage de la surface pendant l'essai peut être génératrice d'erreurs de mesure.

## 2 Vérification des champs de déformation

La figure C.3(b) montre le montage de contrôle avec le système DRX montée sur ASTRÉE. Les mesures de  $\sigma_{11}$  et  $\sigma_{22}$  (reportées table C.2) ont été réalisées pour les neuf états de chargement définis figure C.3(a). On aboutit au tracé de la figure C.4(b).



**FIGURE C.3:** (a) Points de mesure par rayons X dans le plan des contraintes ; (b) Vue d'ensemble du dispositif de diffraction par rayons X et ASTRÉE.

Rappelons tout d'abord qu'augmenter le nombre de points expérimentaux permet de gagner en précision sur le lissage de l'ellipse (fig. C.4(a)). Dans notre cas le nombre de points d'acquisition n'étant pas très élevé, on trouve une valeur d'incertitude de mesure très élevée. Notons que l'incertitude de mesure a été estimée en moyenne à  $\pm 50$  MPa. Les mesures sur l'échantillon ont été réalisées sous trois différents chargements  $\{\sigma_1\} = \{-50, 0, 50\}$  MPa et  $\{\sigma_2\} = \{-50, 0, 50\}$  MPa suivant les deux directions de sollicitation. Les résultats sont regroupés dans le tableau suivant :

$\sigma_1$ attendu	-50	0	50	$\sigma_2$ attendu	-50	0	50
$\sigma_1$ mesuré	-29	0	39	$\sigma_2$ mesuré	-44	0	44

TABLE C.2: Valeurs moyennes et recalées des contraintes obtenues par DRX (MPa).

Nous représentons sur figure C.4(b) les contraintes "mesurées et moyennées" (cf. Tab. C.2) à l'aide du système DRX en fonction des contraintes "imposées" et connues par l'intermédiaire du calcul de structure et des efforts vérins. Même si les tendances sont respectées nous n'obtenons

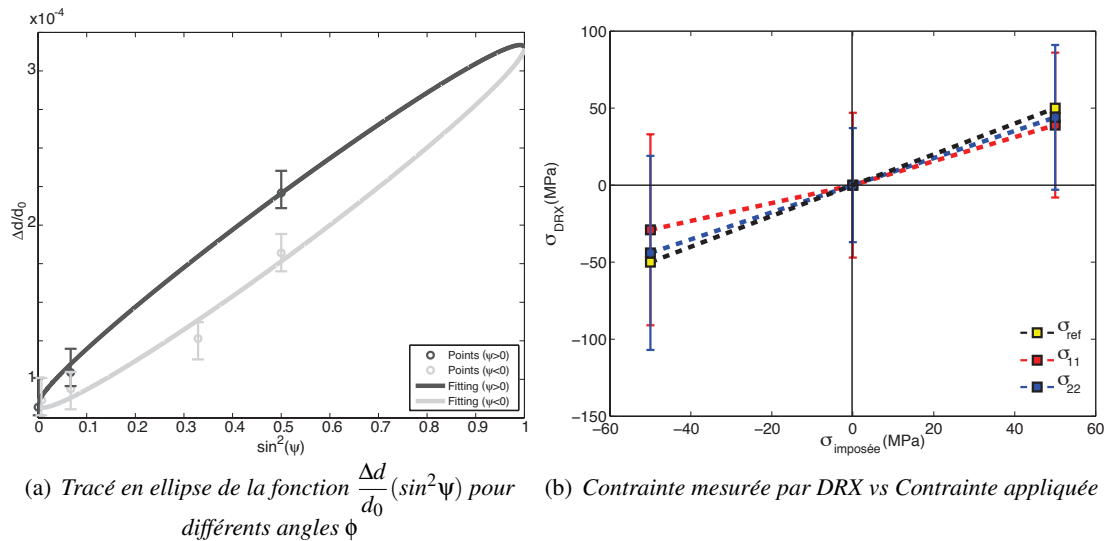


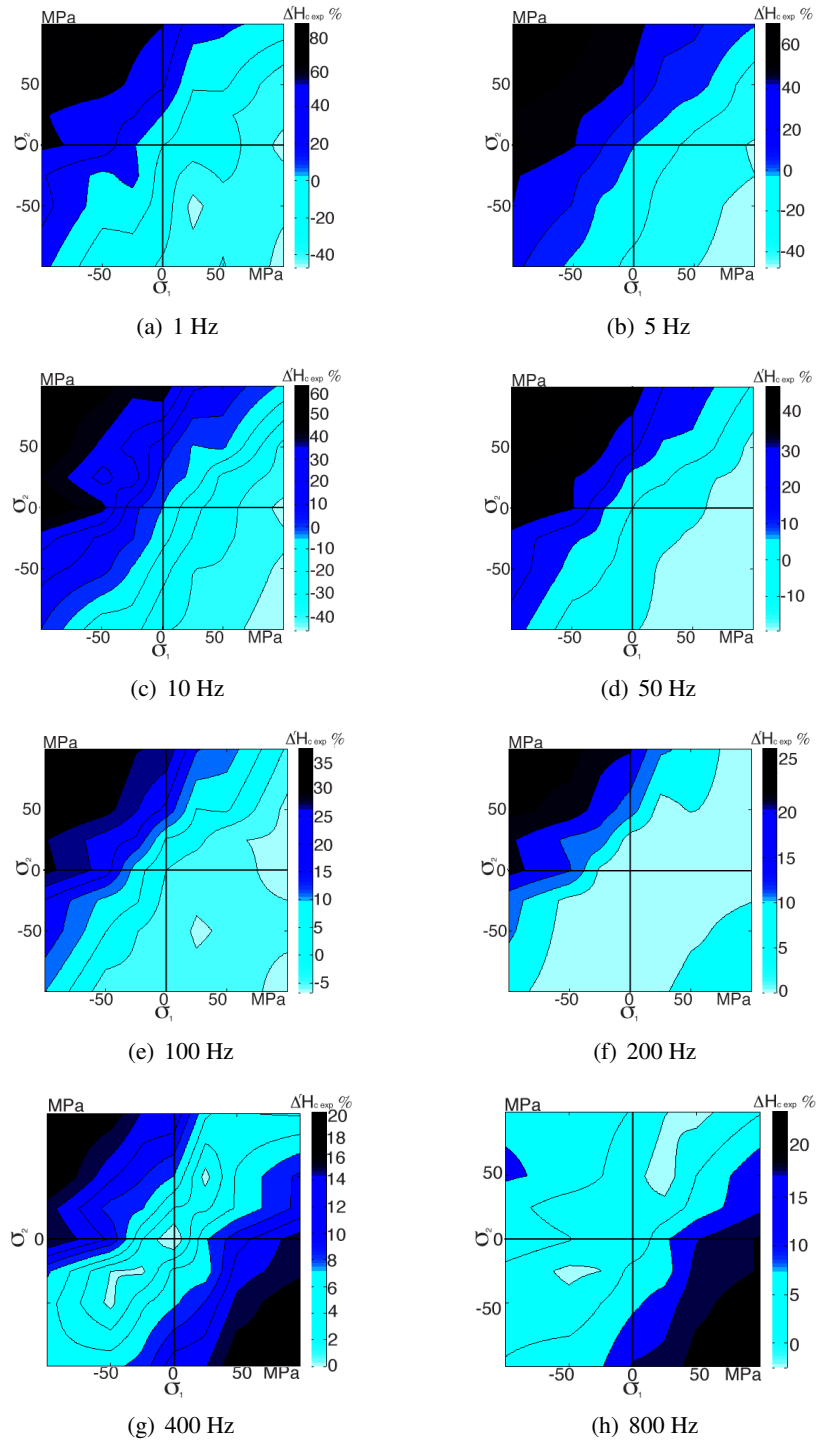
FIGURE C.4: Fe-3%Si NO : Résultats mesurés par DRX.

pas une pente de 1 : les contraintes mesurées sont sous-estimées. Nous ne disposons pas à l'heure actuelle d'une précision et d'une reproductibilité suffisantes pour les niveaux de chargement recherchés.

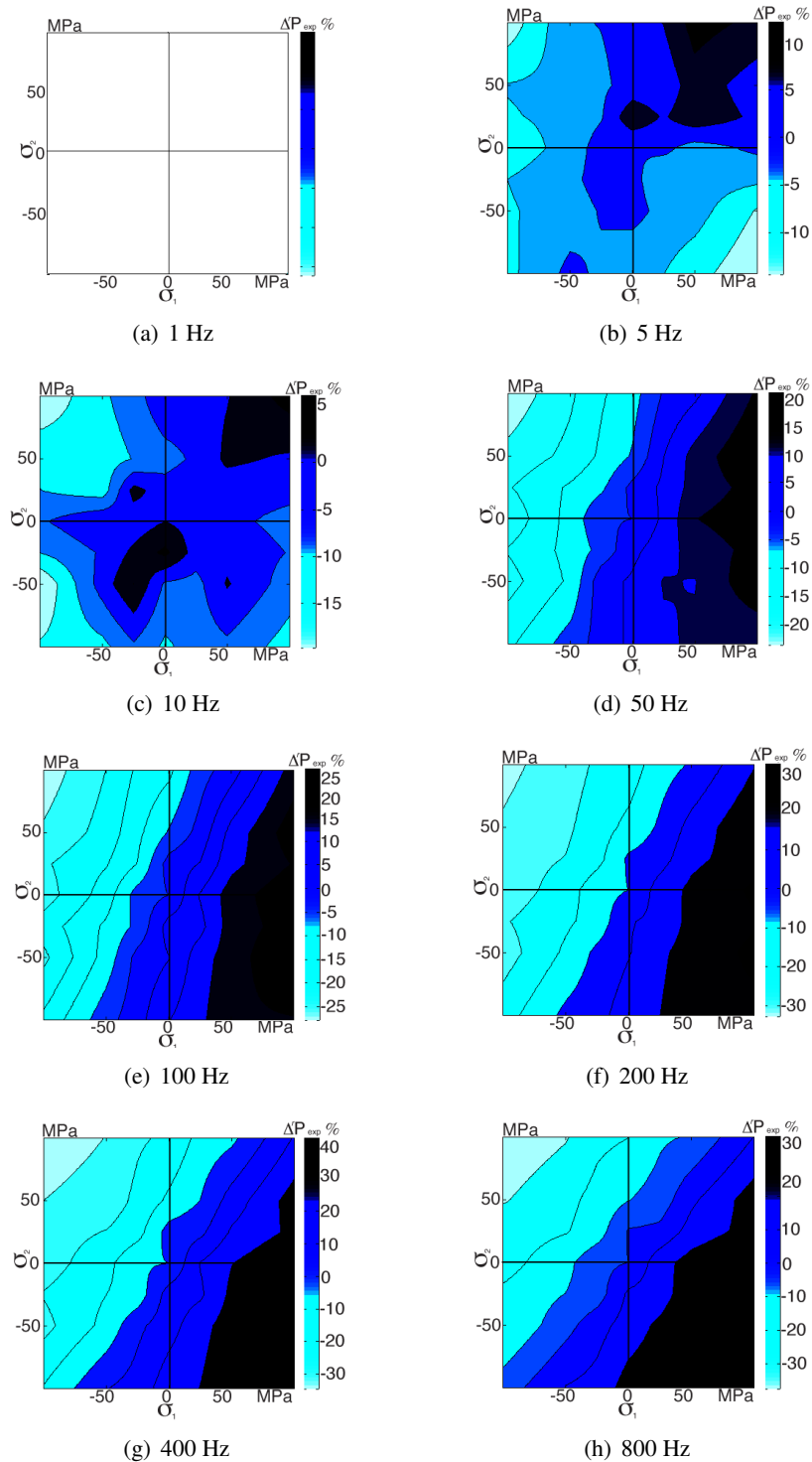
À l'heure actuelle, cette technique est en phase de développement au LMT-Cachan. La démocratisation de son utilisation comme outil de mesure requiert une meilleure maîtrise technique.

## **Annexe D**

# **Cartographies 2D ( $H_c$ , $P$ ) complémentaires obtenues pour le Fe-3%Si NO**

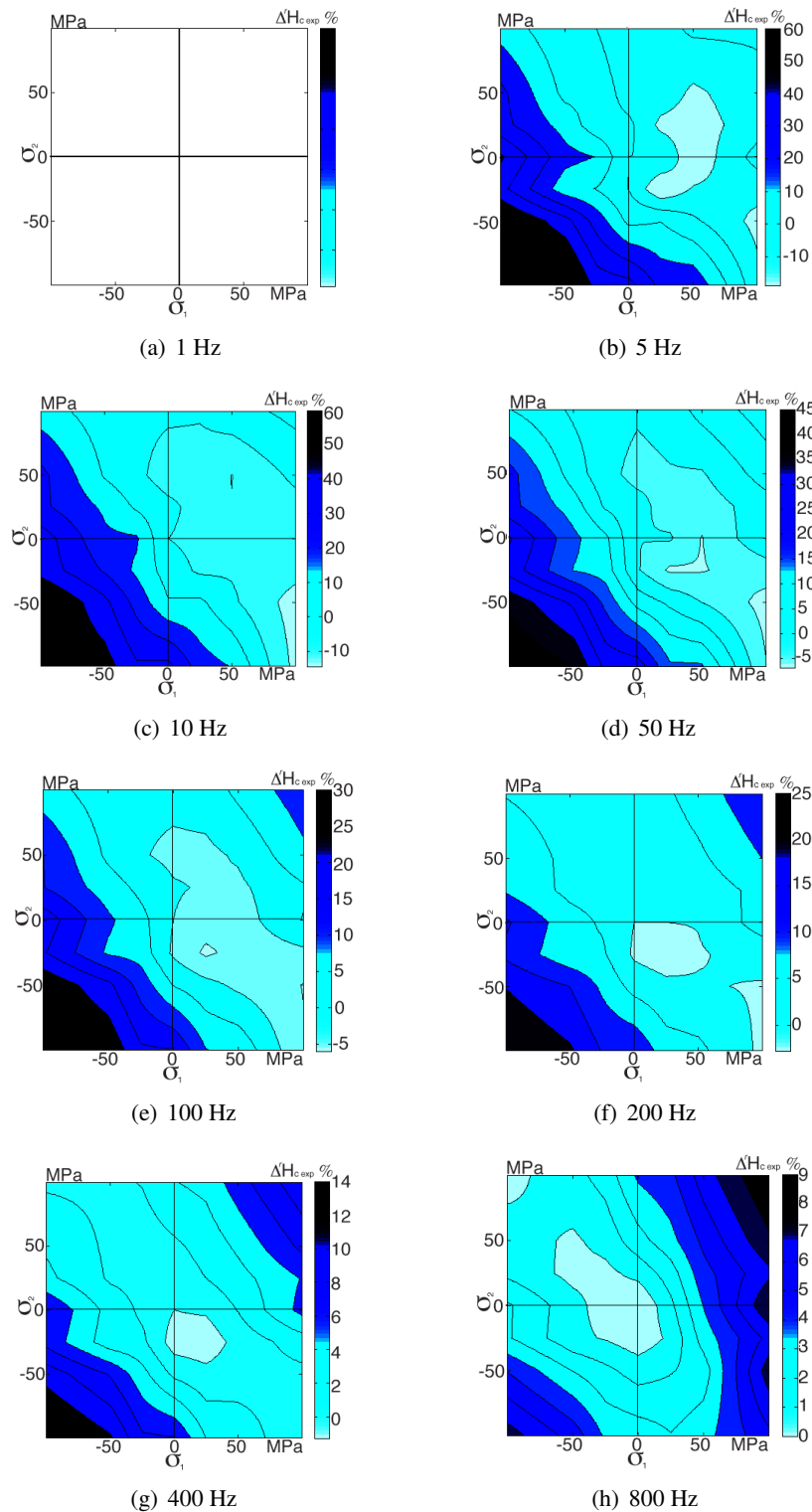


**FIGURE D.1:** Fe-3%Si NO : Variations relatives du champ coercitif  $\Delta^r H_c$  en fonction de l'état de contraintes et de la fréquence pour  $\vec{H} // DL$ .

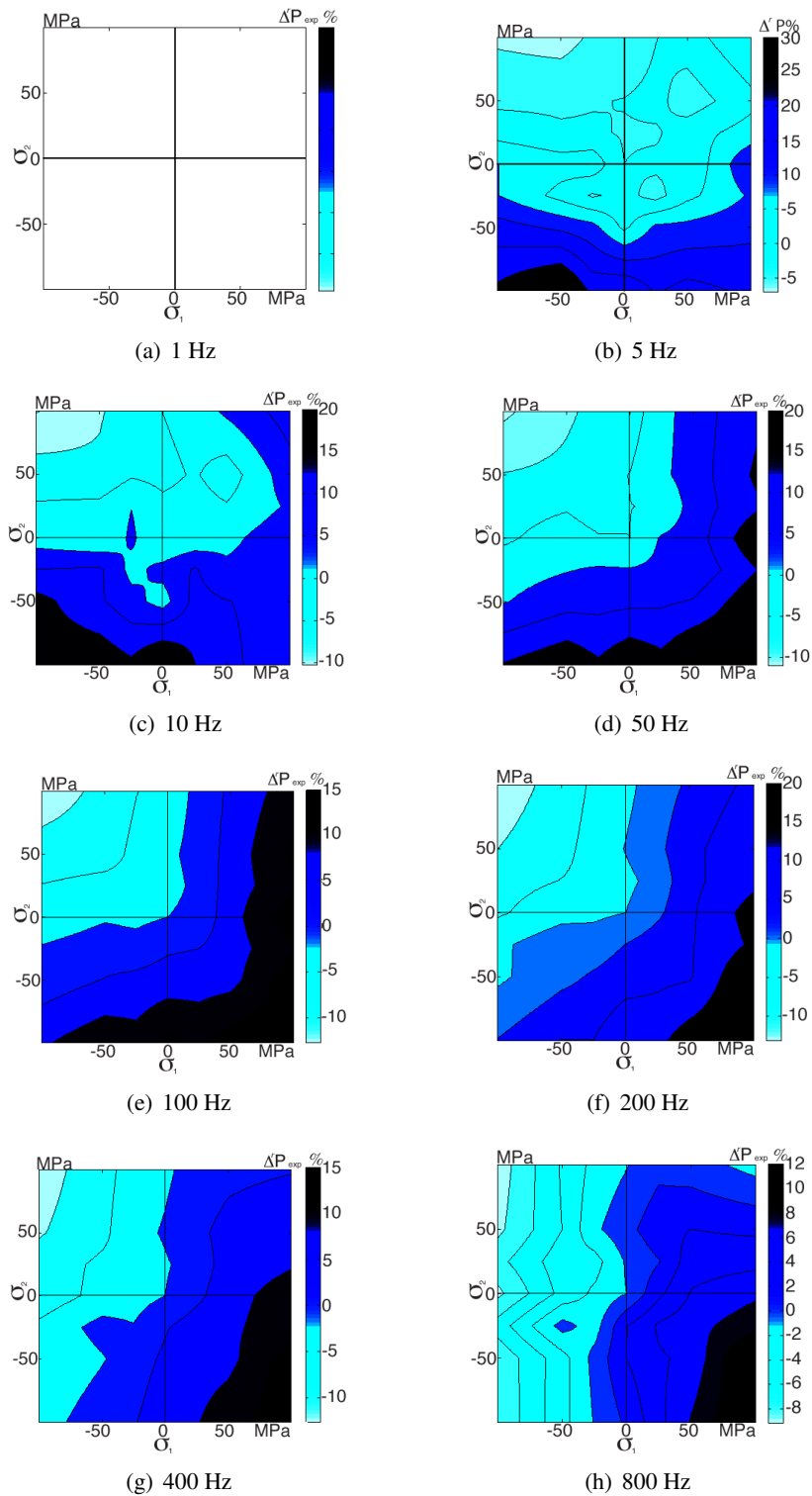


**FIGURE D.2:** *Fe-3%Si NO* : Variations relatives des pertes magnétiques  $\Delta^r P$  en fonction de l'état de contraintes et de la fréquence pour  $\vec{H} // DL$ .





**FIGURE D.3:** Fe-3%Si NO : Variations relatives du champ coercitif  $\Delta H_c$  en fonction de l'état de contraintes et de la fréquence pour  $\vec{H} // 45^\circ$ .



**FIGURE D.4:** *Fe-3%Si NO* : Variations relatives des pertes magnétiques  $\Delta P$  en fonction de l'état de contraintes et de la fréquence pour  $\vec{H} // 45^\circ$

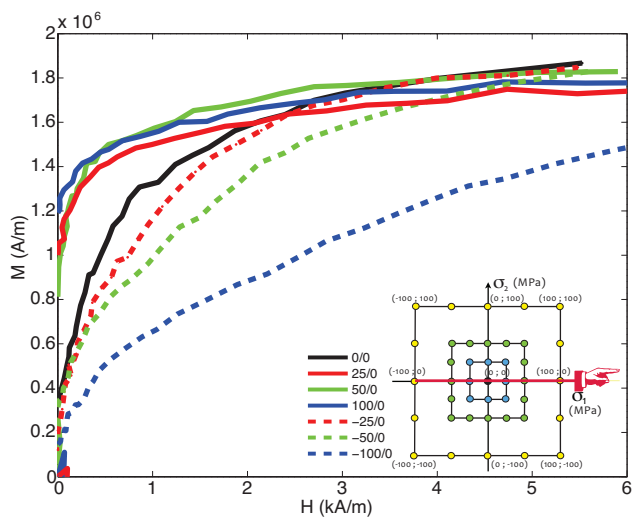


## Annexe E

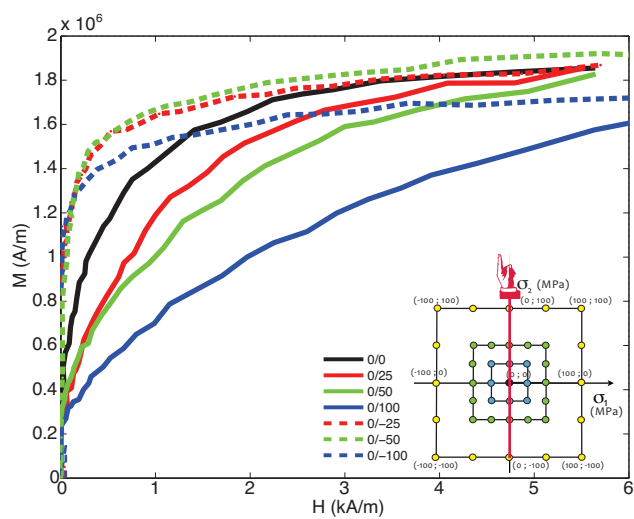
# Mesures $M(H)$ obtenues pour le FeCo-2V R et le FeCo-2V FP

Les courbes d'aimantation sous contrainte biaxiale dans une configuration d'un essai uniaxial et orthogonal sont données figures E.1 et E.2 pour le FeCo-2V R et le FeCo-2V FP. Le champ magnétique est appliqué suivant  $DL$  ou à  $45^\circ$

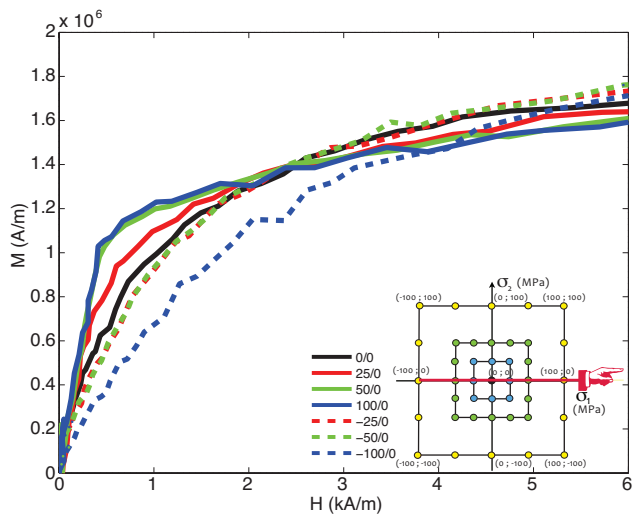
Les figures E.1(a), E.1(c), E.2(a) et E.2(c) présentent le cas d'une contrainte uniaxiale appliquée parallèlement au champ magnétique  $\vec{H} // DL$  et orienté à  $45^\circ$  par rapport à  $DL$  ( $\vec{H} // 45^\circ$ ).



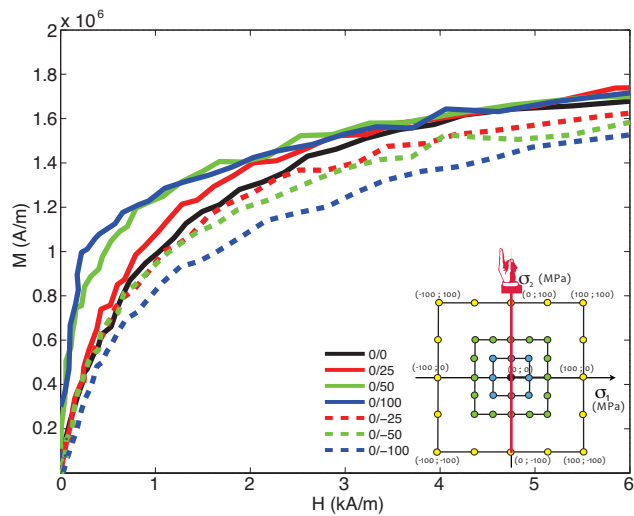
(a) Essais uniaxiaux ( $\vec{H} // DL$ )



(b) Essais orthogonaux ( $\vec{H} // DL$ )



(c) Essais uniaxiaux ( $\vec{H} // 45^\circ$ )

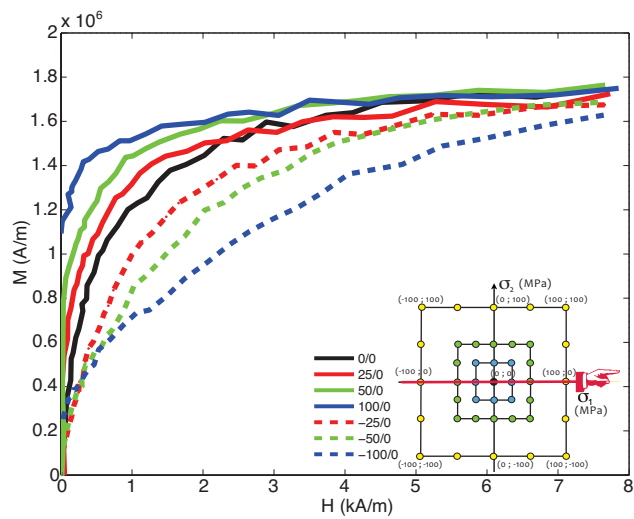


(d) Essais orthogonaux ( $\vec{H} // 45^\circ$ )

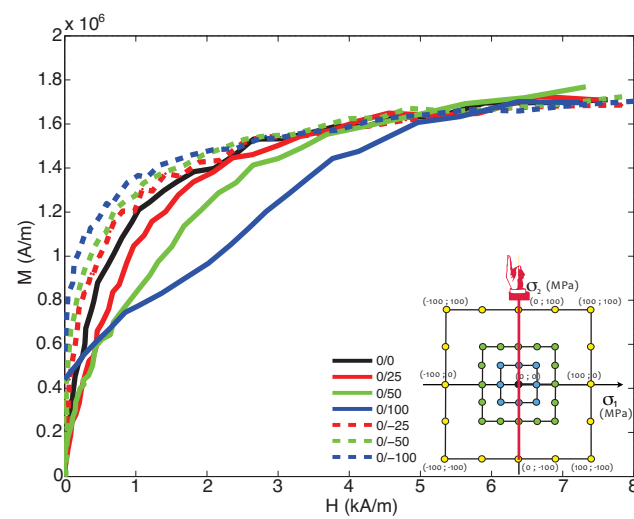
FIGURE E.1: FeCo-2V R : Courbes d'aimantation sous chargement mécanique biaxial, configuration de traction uniaxiale.

---

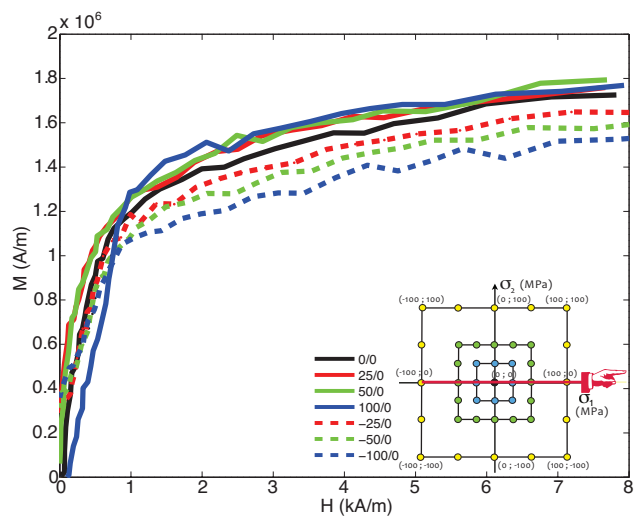
On remarque une augmentation de la susceptibilité avec une contrainte positive toutes directions confondues. Nous observons un effet inverse dû à la compression. Cette dégradation semble être atténuée sur les figures E.1(c) et E.2(c), correspondant à une configuration  $\vec{H} // 45^\circ$ . Les figures E.1(b), E.1(d), E.2(b) et E.2(d) montrent l'évolution de la courbe anhystérétique dans une situation orthogonale ( $\sigma_1 = 0$ ,  $\sigma_2 \neq 0$ ). Dans ce cas, la contrainte modifie considérablement la susceptibilité du FeCo-2V R. Cet effet est réduit pour le FeCo-2V FP (figs. E.2(b) et E.2(d)).



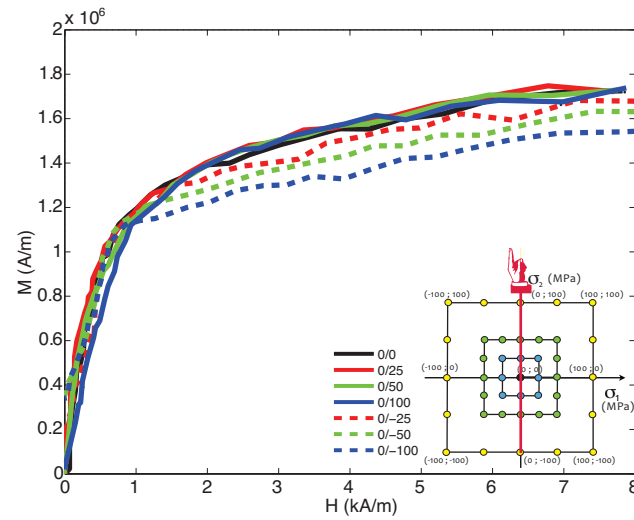
(a) Essais uniaxiaux ( $\vec{H} // DL$ )



(b) Essais orthogonaux ( $\vec{H} // DL$ )



(c) Essais uniaxiaux ( $\vec{H} // 45^\circ$ )



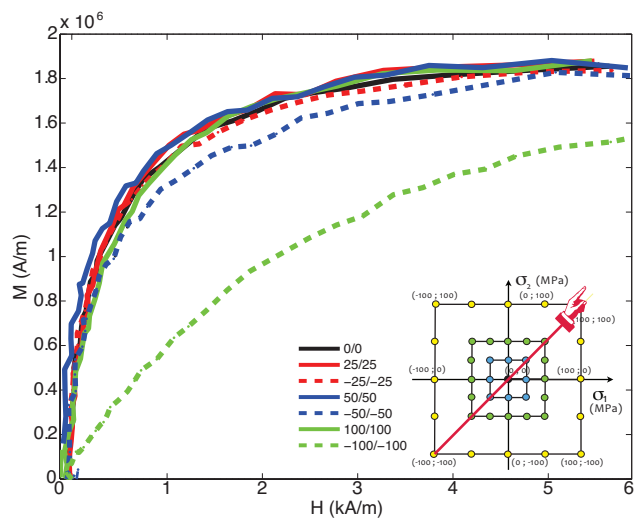
(d) Essais orthogonaux ( $\vec{H} // 45^\circ$ )

**FIGURE E.2:** *FeCo-2V FP* : Courbes d'aimantation sous chargement mécanique biaxial, configuration de traction uniaxiale.

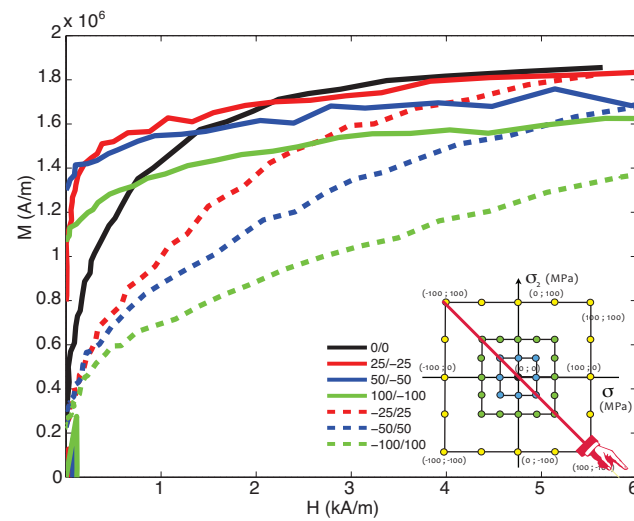
---

On ne retrouve pas la correspondance attendue entre les deux mesures avec  $\vec{H} // 45^\circ$ . Ce point est à analyser plus en détail. La situation équibiaxiale (fig. E.3(a)) est caractérisée par une insensibilité relative à la contrainte quand ( $\sigma_1 < 50$ ;  $\sigma_2 < 50$ ) MPa, une faible augmentation de la susceptibilité en équi-bitraction et une diminution en équi-bicompression. Cette évolution est plus régulière sur la figure E.3(c) quand le champ magnétique est appliqué à  $45^\circ$ .

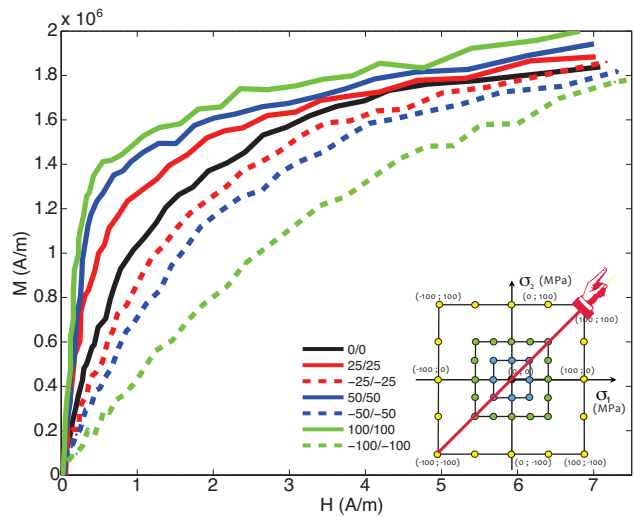




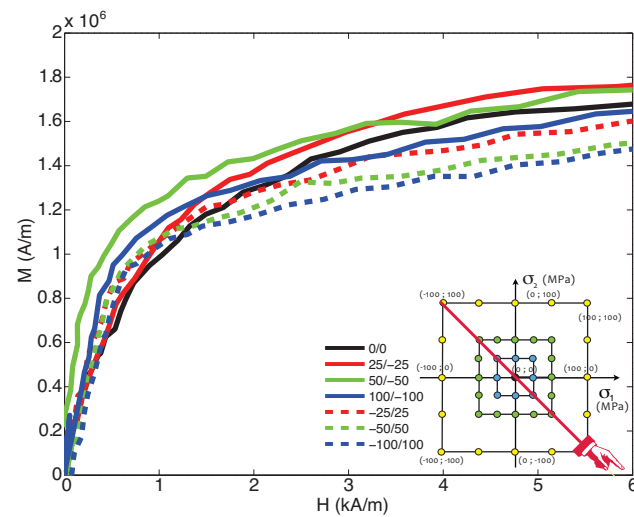
(a) Essais équilibriaux ( $\vec{H} // DL$ )



(b) Essais de cisaillement ( $\vec{H} // DL$ )



(c) Essais équilibriaux ( $\vec{H} // 45^\circ$ )

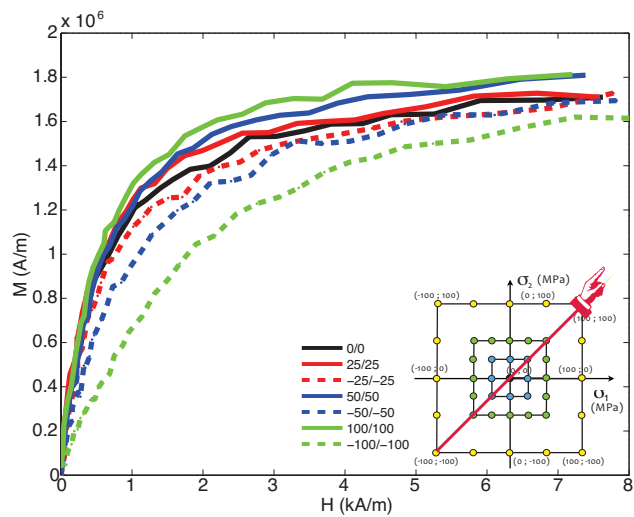


(d) Essais de cisaillement ( $\vec{H} // 45^\circ$ )

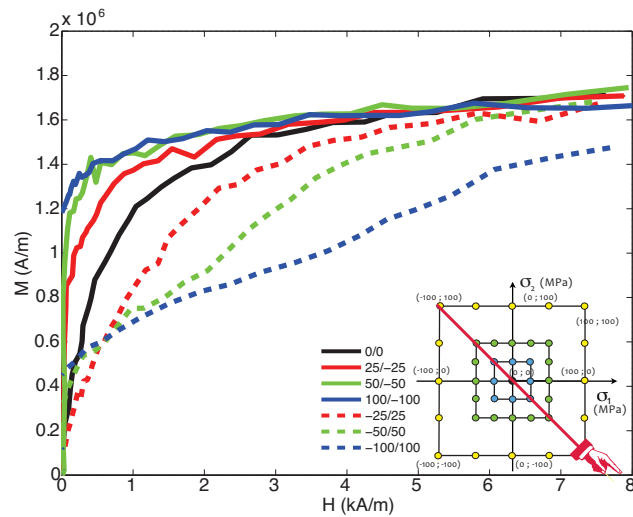
FIGURE E.3: FeCo-2V R : Courbes d'aimantation sous chargement biaxial.

---

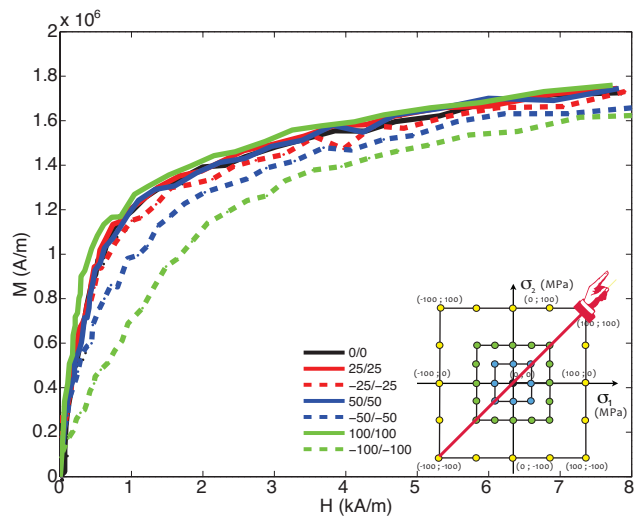
Pour le FeCo-2V FP (figs. E.4(a) et E.4(c)) on observe les mêmes tendances, même si, là encore, l'évolution semble plus régulière. La situation de cisaillement (figs. E.3(b), E.3(d), E.4(b) et E.4(d)) dégrade fortement la susceptibilité magnétique sauf quand  $\vec{H} // 45^\circ$ . Le comportement du FeCo-2V R sous chargement biaxial et  $\vec{H} // DL$  est singulier non seulement compte tenu des évolutions très irrégulières mais également parce qu'on ne retrouve pas de correspondance avec la mesure à  $45^\circ$ . L'équivalence des comportements pour les deux directions de mesure en situation équilibaxiale du FeCo-2V FP est en revanche bien mise en évidence.



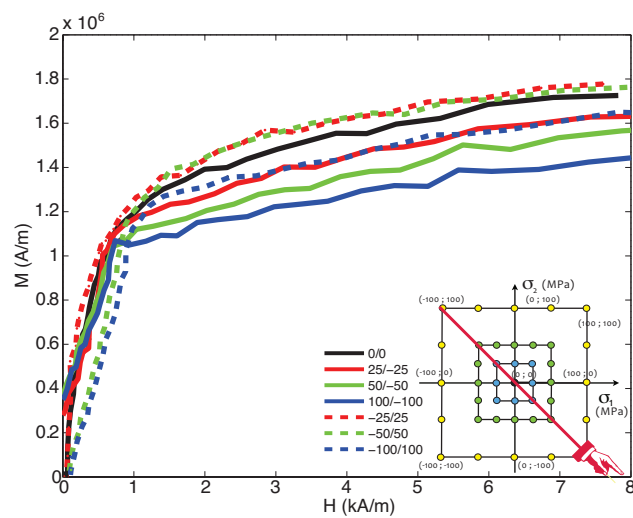
(a) Essais équilibriaux ( $\vec{H} // DL$ )



(b) Essais de cisaillement ( $\vec{H} // DL$ )



(c) Essais équilibriaux ( $\vec{H} // 45^\circ$ )



(d) Essais de cisaillement ( $\vec{H} // 45^\circ$ )

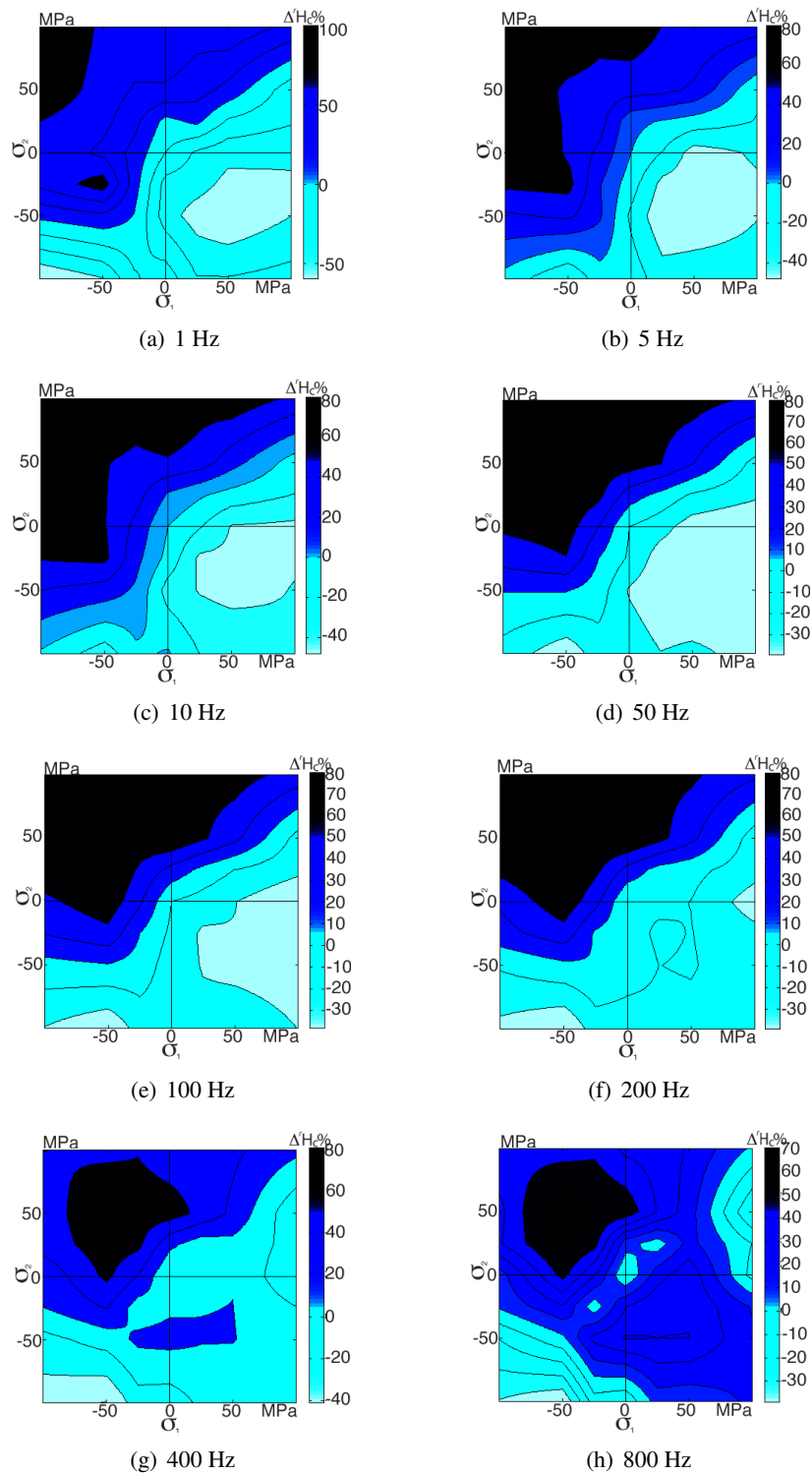
FIGURE E.4: FeCo-2V FP : Courbes d'aimantation sous chargement biaxial.

On observe sur les cartes E.1(a), E.1(c) et E.1(d) l'effet Villari pour le FeCo-2V R. Egalement pour le FeCo-2V FP, sur les cartes E.2(b) et E.2(d).

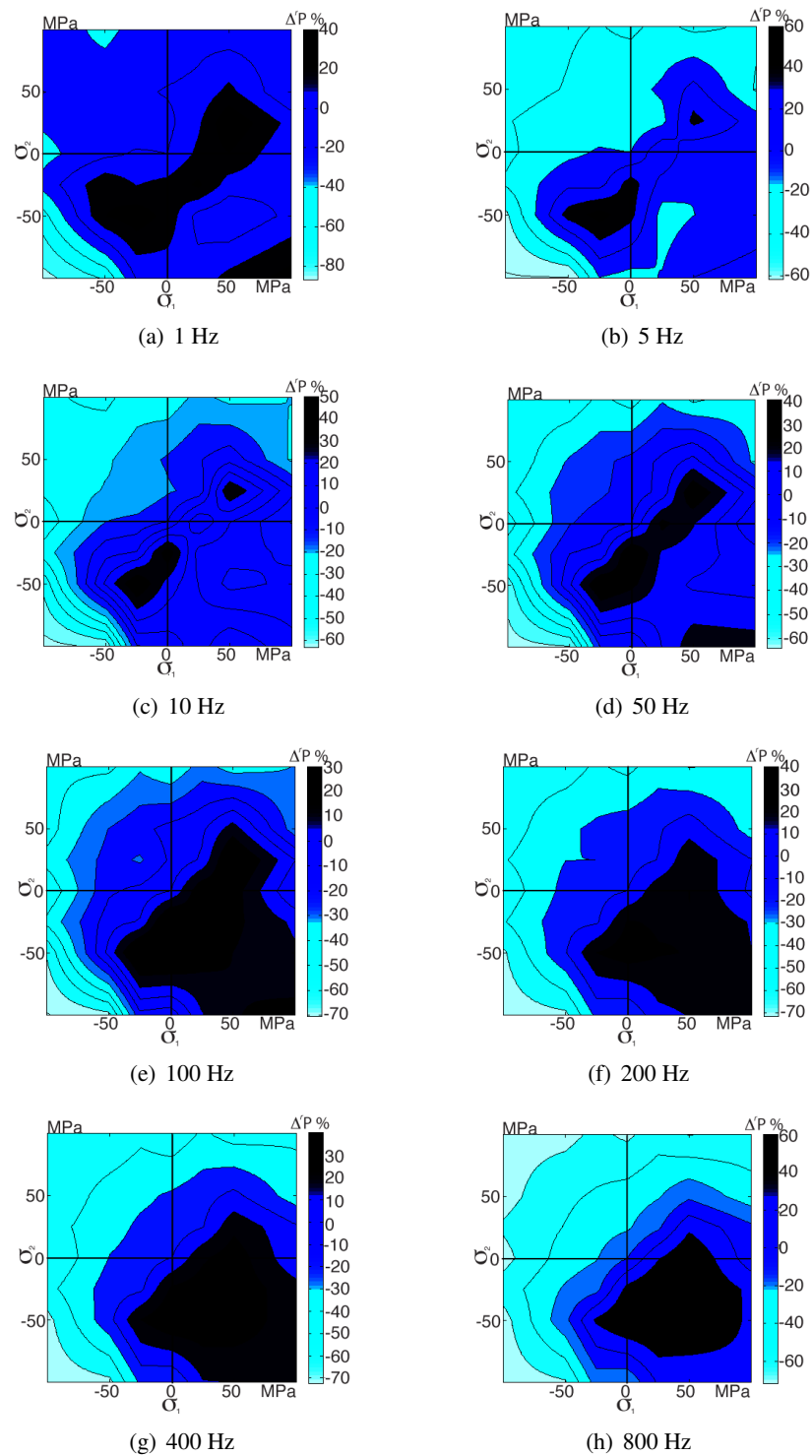


## **Annexe F**

# **Cartographies 2D ( $H_c$ , $P$ ) complémentaires obtenues pour le FeCo-2V R**

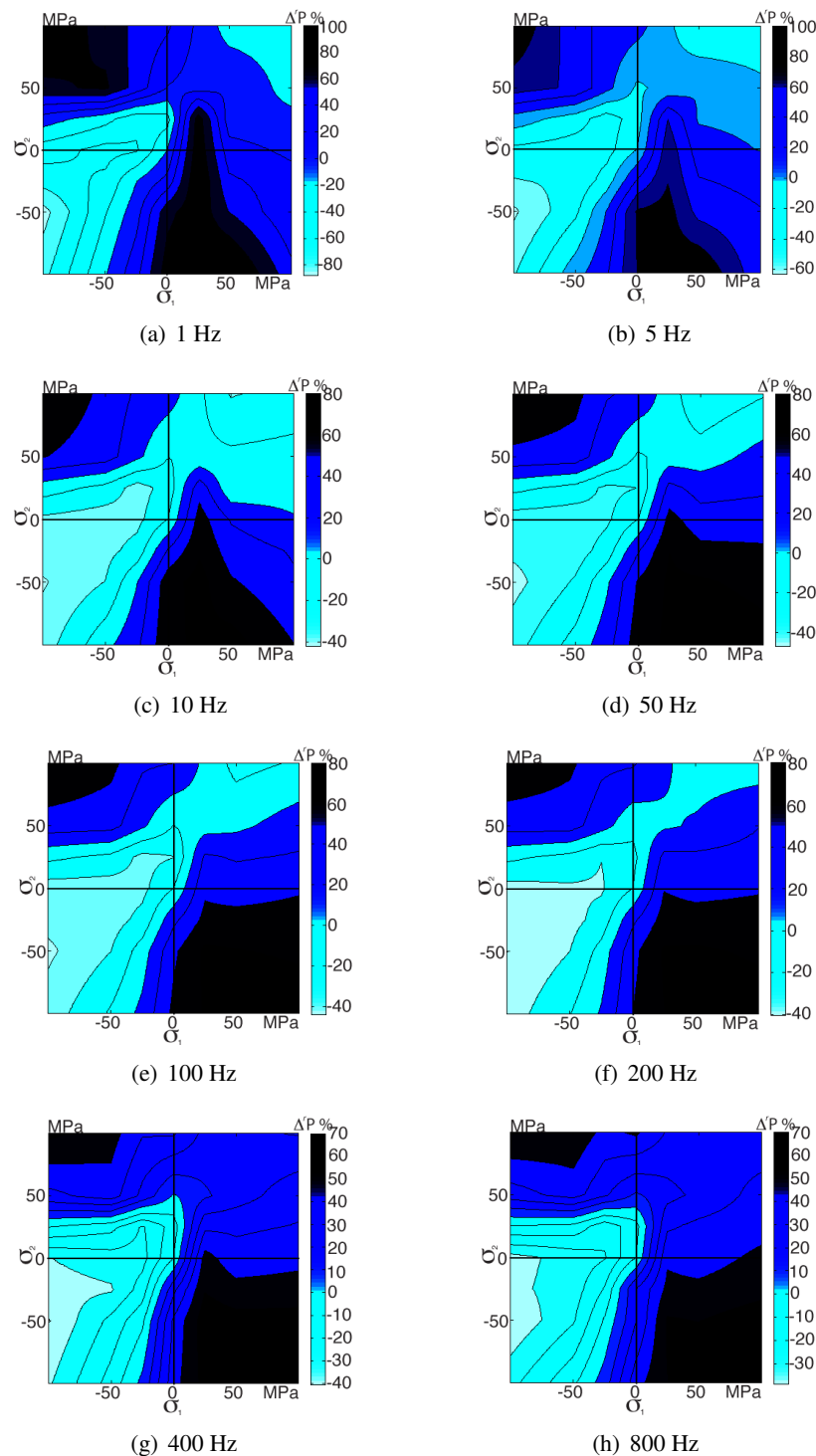


**FIGURE F.1:** FeCo-2V R : Variations relatives du champ coercitif  $\Delta'H_c$  en fonction de l'état de contraintes et de la fréquence pour  $\vec{H} // DL$ .

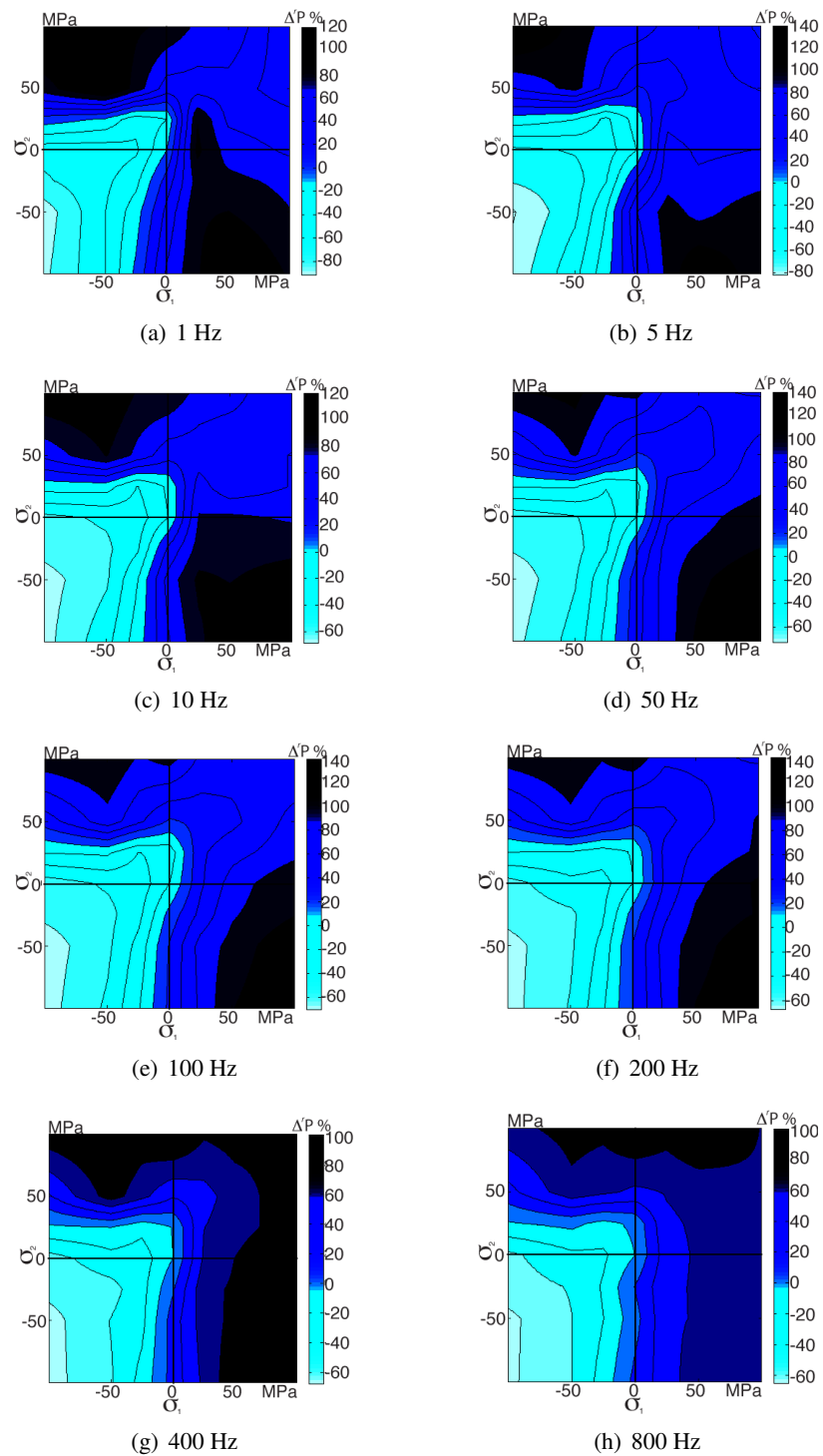


**FIGURE F.2:** *FeCo-2V R* : Variations relatives des pertes magnétiques  $\Delta^r P$  en fonction de l'état de contraintes et de la fréquence pour  $\vec{H}/|DL$ .





**FIGURE F.3:** FeCo-2V R : Variations relatives du champ coercitif  $\Delta'H_c$  en fonction de l'état de contraintes et de la fréquence pour  $\vec{H} // 45^\circ$ .

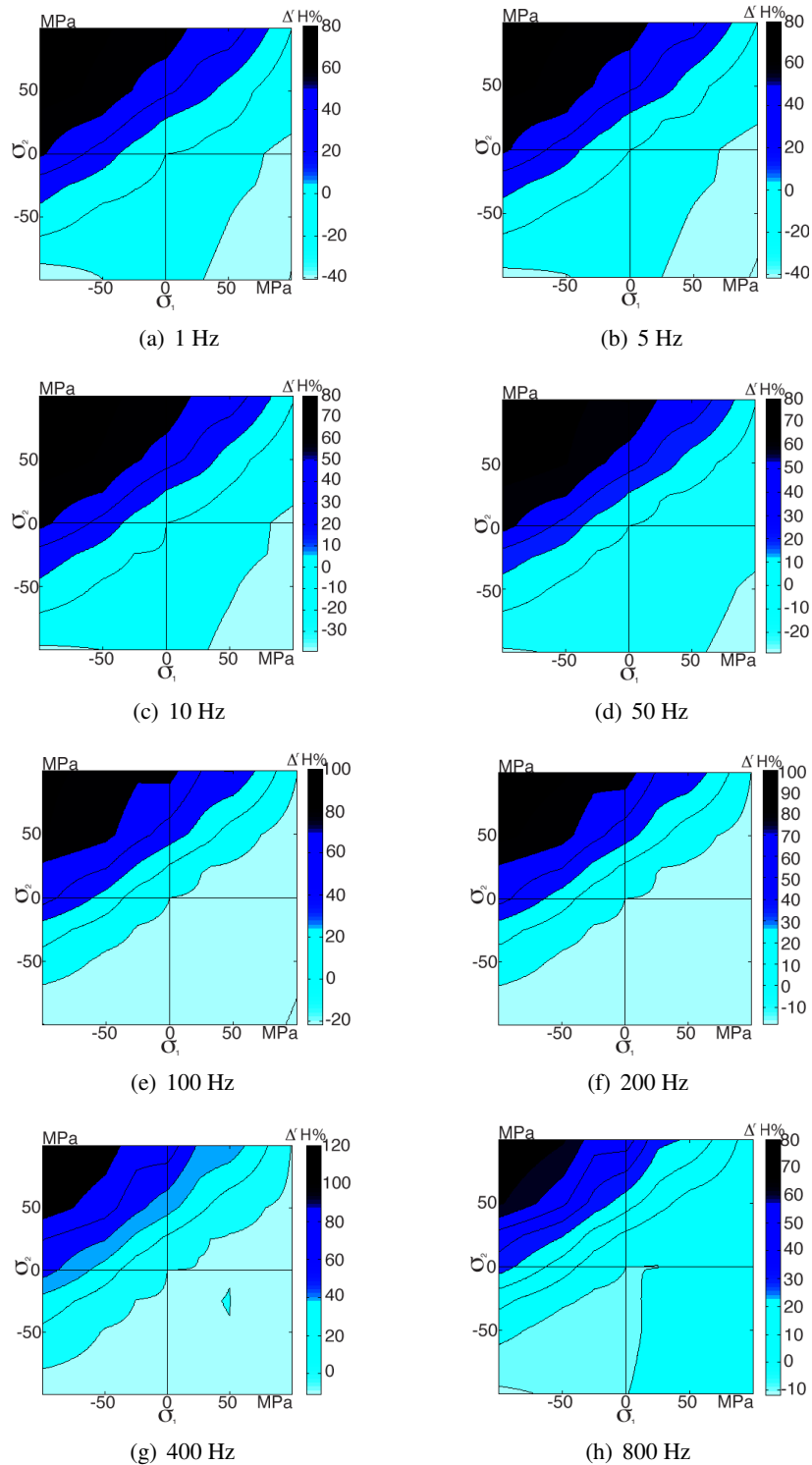


**FIGURE F.4:** *FeCo-2V R* : Variations relatives des pertes magnétiques  $\Delta^r P$  en fonction de l'état de contraintes et de la fréquence pour  $\vec{H} // 45^\circ$ .

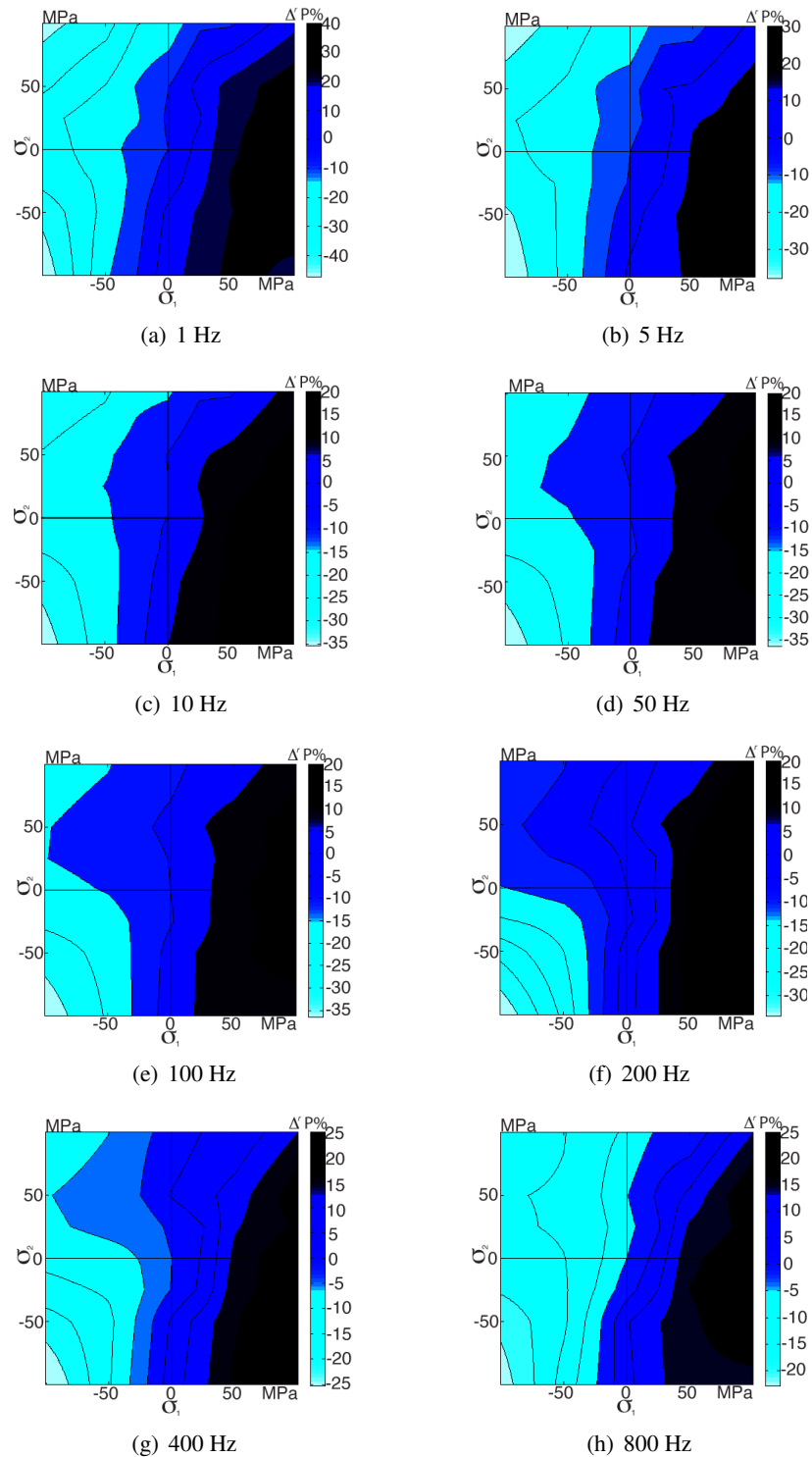


## **Annexe G**

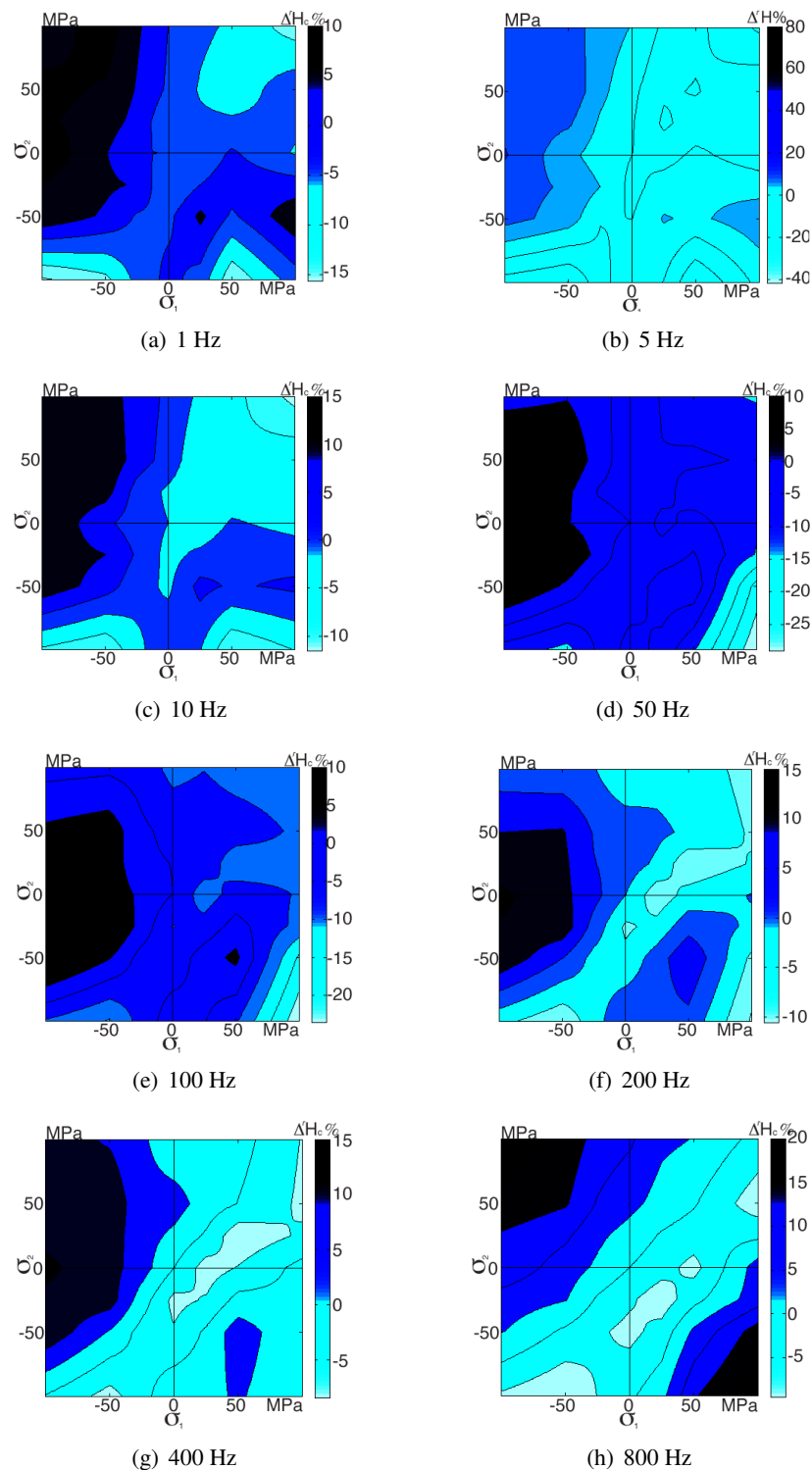
# **Cartographies 2D ( $H_c$ , $P$ ) complémentaires obtenues pour le FeCo-2V FP**



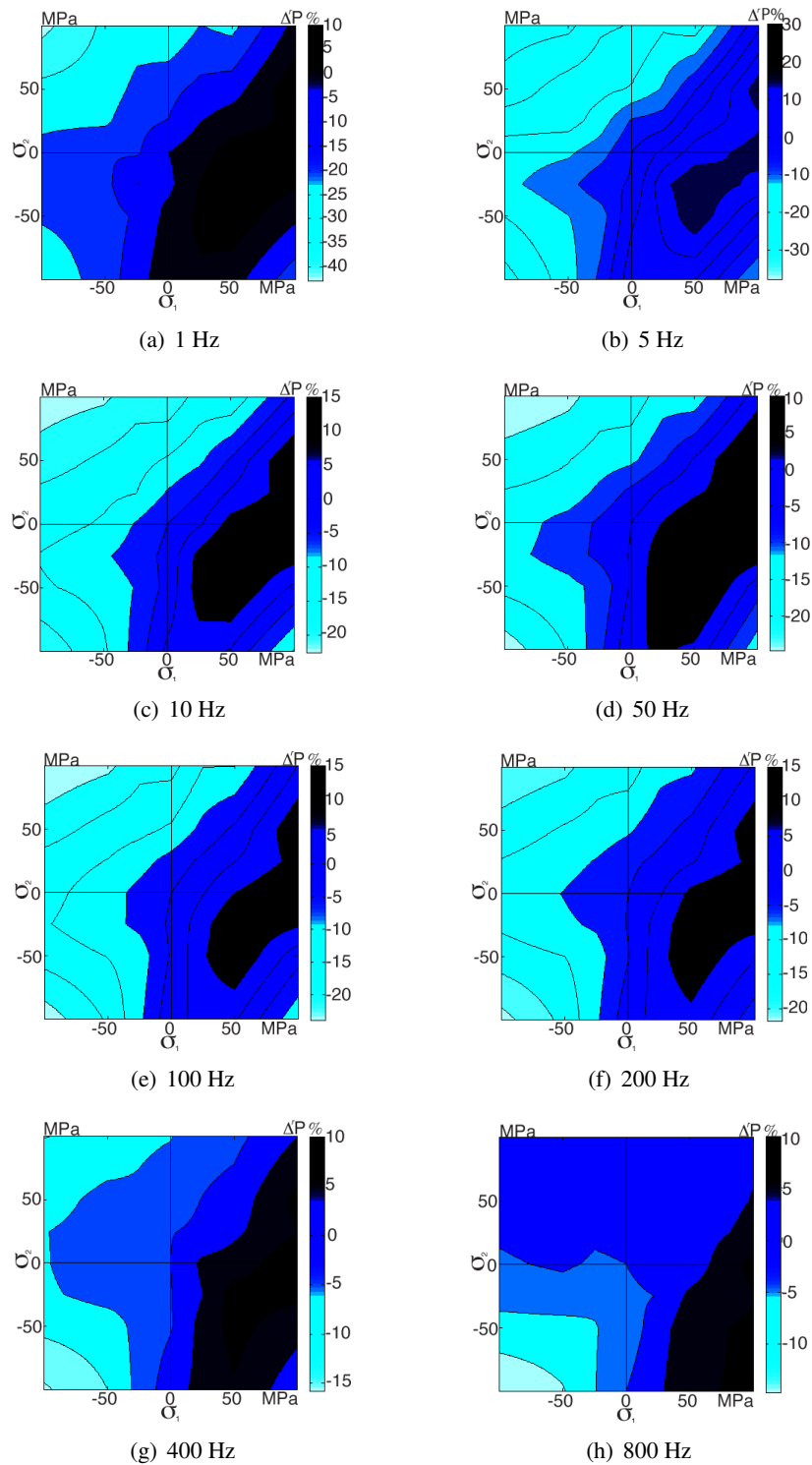
**FIGURE G.1:** FeCo-2V FP : Variations relatives du champ coercitif  $\Delta H_c$  en fonction de l'état de contraintes et de la fréquence pour  $\vec{H} // DL$ .



**FIGURE G.2:** *FeCo-2V FP : Variations relatives des pertes magnétiques  $\Delta'P$  en fonction de l'état de contraintes et de la fréquence pour  $\vec{H} // DL$ .*



**FIGURE G.3:** FeCo-2V FP : Variations relatives du champ coercitif  $\Delta' H_c$  en fonction de l'état de contraintes et de la fréquence pour  $\vec{H} // 45^\circ$ .



**FIGURE G.4:** *FeCo-2V FP : Variations relatives des pertes magnétiques  $\Delta'P$  en fonction de l'état de contraintes et de la fréquence pour  $\vec{H} // 45^\circ$ .*





## Annexe H

# Généralisation de l'énergie de configuration

Notre objectif à travers cet annexe est de généraliser l'expression de l'énergie de configuration pour d'autres matériaux. Ceci est possible en se basant sur une équivalence entre les deux expressions énergiques (H.1) et (H.2).

$$W_{\alpha}^{surf} = -\sigma^s : \varepsilon_{\alpha}^{\mu} \quad (\text{H.1})$$

$$W_{\alpha}^{surf} = C M_s^2 ({}^t\vec{\gamma}_{\alpha} \mathbb{N}_s \vec{\gamma}_{\alpha}) \quad (\text{H.2})$$

A travers les mesures magnéto-mécaniques réalisées on dispose d'informations concernant la forme "admissible" de la configuration initiale des domaines. On sait que l'état initial est constitué d'une fraction volumique plus importante de domaines orientés suivant la direction du laminage.

Peut-on trouver une contrainte macroscopique  $\sigma^s$  représentant l'effet de surface, à une constante près  $C_0$  ?

On pose alors :

$$-\sigma^s : \varepsilon_{\alpha}^{\mu} = C M_s^2 ({}^t\vec{\gamma}_{\alpha} \mathbb{N}_s \vec{\gamma}_{\alpha}) + C_0 \quad (\text{H.3})$$

Avec :

$$\sigma^s = \begin{pmatrix} \sigma_{\text{I}}^s & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{\text{II}}^s & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{\text{III}}^s \end{pmatrix} \quad (\text{H.4})$$

Tous les tenseurs doivent être exprimés dans le repère macroscopique. La définition du tenseur de magnétostriction à l'échelle du grain (*loc*) est rappelée :

$$\varepsilon_{\alpha}^{\mu}(\text{loc}) = \frac{3}{2} \begin{bmatrix} \lambda_{100}((\gamma^1)^2 - \frac{1}{3}) & \lambda_{111}(\gamma^1 \gamma^2) & \lambda_{111}(\gamma^1 \gamma^3) \\ \lambda_{111}(\gamma^1 \gamma^2) & \lambda_{100}((\gamma^2)^2 - \frac{1}{3}) & \lambda_{111}(\gamma^2 \gamma^3) \\ \lambda_{111}(\gamma^1 \gamma^3) & \lambda_{111}(\gamma^2 \gamma^3) & \lambda_{100}((\gamma^3)^2 - \frac{1}{3}) \end{bmatrix}_{\mathcal{R}_c} \quad (\text{H.5})$$

La matrice de passage du repère de domaine au repère macroscopique s'écrit :

$$\mathbb{P} = \begin{pmatrix} \cos\theta \sin\varphi & \sin\theta & \cos\theta \cos\varphi \\ \sin\theta \sin\varphi & -\cos\theta & \sin\theta \cos\varphi \\ \cos\varphi & 0 & -\sin\varphi \end{pmatrix} \quad (\text{H.6})$$

Le couple d'angles  $(\theta, \varphi)$  définit l'orientation du domaine dans le repère macroscopique. On obtient alors l'expression de la magnétostriction dans le repère macroscopique :

$$\varepsilon_{\alpha}^{\mu} = {}^t \mathbb{P} \varepsilon_{\mu}^{\alpha}(loc) \mathbb{P} \quad (\text{H.7})$$

On se base sur les hypothèses suivantes :

- Les mécanismes de rotation de l'aimantation dans les domaines à haut champ sont négligés ;
- La matrice  $\mathbb{N}_s$  est diagonale dans le repère macroscopique ;
- Le tenseur des contraintes "fictives"  $\sigma^s$  est également diagonal dans le repère macro.

La première hypothèse conduit à :

$$\varepsilon_{\alpha}^{\mu}(loc) = \begin{pmatrix} \lambda_{100} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{2}\lambda_{100} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{2}\lambda_{100} \end{pmatrix} \quad (\text{H.8})$$

L'équivalence (H.3) donne :

$$- \sigma^s : \varepsilon_{\alpha}^{\mu} = -\frac{\lambda_{100}}{2} [\sigma_{\text{I}}^s (3 \cos^2 \theta \sin^2 \varphi - 1) + \sigma_{\text{II}}^s (3 \sin^2 \theta \sin^2 \varphi - 1) + \sigma_{\text{III}}^s (3 \cos^2 \varphi - 1)] \quad (\text{H.9})$$

Par ailleurs  $\vec{\gamma}_{\alpha}$  s'écrit :

$$\vec{\gamma}_{\alpha} = \mathbb{P}^t \langle 100 \rangle \quad (\text{H.10})$$

En utilisant la deuxième hypothèse :

$$C M_s^2 {}^t \vec{\gamma}_{\alpha} \mathbb{N}_s \vec{\gamma}_{\alpha} = C M_s^2 (N_{\text{I}} \cos^2 \theta \sin^2 \varphi + N_{\text{II}} \sin^2 \theta \sin^2 \varphi + N_{\text{III}} \cos^2 \varphi) \quad (\text{H.11})$$

Considérant que le tenseur des contraintes "fictives"  $\sigma^s$  est diagonal (troisième hypothèse), l'identification terme à terme nous permet d'obtenir :

$$\begin{aligned} \sigma_{\text{I}}^s &= -\frac{2 C M_s^2}{3 \lambda_{100}} N_{\text{I}} = -\frac{2 C M_s^2}{3 \lambda_{100}} \frac{\phi_g}{L_1} \\ \sigma_{\text{II}}^s &= -\frac{2 C M_s^2}{3 \lambda_{100}} N_{\text{II}} = -\frac{2 C M_s^2}{3 \lambda_{100}} \frac{\phi_g}{L_2} \\ \sigma_{\text{III}}^s &= -\frac{2 C M_s^2}{3 \lambda_{100}} N_{\text{III}} = -\frac{2 C M_s^2}{3 \lambda_{100}} \frac{\phi_g}{L_3} \end{aligned} \quad (\text{H.12})$$

et

$$C_0 = \frac{\lambda_{100}}{2} (\sigma_{\text{I}}^s + \sigma_{\text{II}}^s + \sigma_{\text{III}}^s) \quad (\text{H.13})$$

## Annexe I

# Définition de la contrainte équivalente

### 1 Formulation générale

L'équation (I.1) donne la définition de l'aimantation macroscopique du polycristal en utilisant le modèle multi-échelle de substitution : un matériau isotrope est considéré comme un ensemble de domaines magnétiques répartis également dans le volume. La définition de la fraction volumique est donnée par la relation de Boltzmann (I.2).

$$\vec{M} = \int_{\alpha} f_{\alpha} \vec{M}_{\alpha} d\alpha \quad (\text{I.1})$$

$$f_{\alpha} = \frac{\exp(-A_s \cdot W_{\alpha})}{\int_{\alpha} \exp(-A_s \cdot W_{\alpha})} \quad (\text{I.2})$$

Nous supposons maintenant que seuls les termes énergétiques associés au chargement doivent être pris en compte. Cette hypothèse signifie de négliger le rôle de l'énergie d'anisotropie magnétocristalline dans le processus d'aimantation. En outre le champ magnétique et la contrainte sont sensés être uniformes dans le milieu. Nous obtenons la définition suivante de la fraction volumique d'un domaine  $\alpha$  :

$$f_{\alpha} = \frac{\exp(A_s \sigma : \varepsilon_{\alpha}^{\mu} + A_s \mu_0 \vec{H} \cdot \vec{M}_{\alpha})}{\int_{\alpha} \exp(A_s \sigma : \varepsilon_{\alpha}^{\mu} + A_s \mu_0 \vec{H} \cdot \vec{M}_{\alpha})} \quad (\text{I.3})$$

L'aimantation sous contrainte multiaxiale  $\sigma$  est donnée par :

$$\vec{M} = \int_{\alpha} \frac{\exp(A_s \sigma : \varepsilon_{\alpha}^{\mu} + A_s \mu_0 \vec{H} \cdot \vec{M}_{\alpha})}{\int_{\alpha} \exp(A_s \sigma : \varepsilon_{\alpha}^{\mu} + A_s \mu_0 \vec{H} \cdot \vec{M}_{\alpha})} \vec{M}_{\alpha} d\alpha \quad (\text{I.4})$$

Cette expression doit être comparée à l'aimantation obtenue lorsque le matériau est soumis à une contrainte uniaxiale  $\sigma_u$  appliquée dans la direction du champ :

$$\vec{M}_u = \int_{\alpha} \frac{\exp(A_s \sigma_u : \varepsilon_{\alpha}^{\mu} + A_s \mu_0 \vec{H} \cdot \vec{M}_{\alpha})}{\int_{\alpha} \exp(A_s \sigma_u : \varepsilon_{\alpha}^{\mu} + A_s \mu_0 \vec{H} \cdot \vec{M}_{\alpha})} \vec{M}_{\alpha} d\alpha \quad (\text{I.5})$$

La contrainte uniaxiale  $\sigma_u$  correspond finalement à la contrainte équivalente  $\sigma_{eq}$  si  $\vec{M} = \vec{M}_u \cdot \sigma_{eq}$  est alors la solution de l'équation suivante :

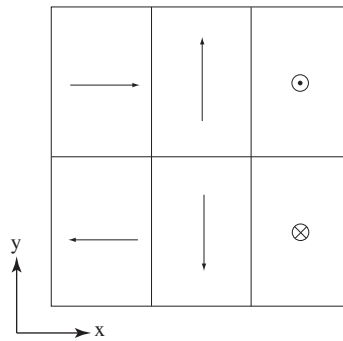
$$\int_{\alpha} \frac{\exp(A_s \sigma_{eq} : \varepsilon_{\alpha}^{\mu} + A_s \mu_0 \vec{H} \cdot \vec{M}_{\alpha})}{\int_{\alpha} \exp(A_s \sigma_{eq} : \varepsilon_{\alpha}^{\mu} + A_s \mu_0 \vec{H} \cdot \vec{M}_{\alpha}) d\alpha} \vec{M}^{\alpha} d\alpha = \int_{\alpha} \frac{\exp(A_s \sigma : \varepsilon_{\alpha}^{\mu} + A_s \mu_0 \vec{H} \cdot \vec{M}_{\alpha})}{\int_{\alpha} \exp(A_s \sigma : \varepsilon_{\alpha}^{\mu} + A_s \mu_0 \vec{H} \cdot \vec{M}_{\alpha}) d\alpha} \vec{M}^{\alpha} d\alpha \quad (I.6)$$

avec  $\sigma_{eq} = {}^t \vec{h} \sigma_{eq} \vec{h}$ .

L'identification analytique n'est pas immédiate. Certains travaux antérieurs ont montré que l'intégration analytique peut être obtenue en considérant, soit un champ magnétique nul, soit une contrainte nulle [Daniel *et al.*, 2008, Daniel et Hubert, 2009a]. Bien qu'une résolution numérique soit envisageable, l'objectif a été de proposer une expression analytique de la contrainte équivalente. Il s'agit en pratique de simplifier (I.6) de manière à identifier  $\sigma_{eq}$ .

## 2 Application du modèle multidomaines à la définition de la contrainte équivalente

L'idée générale est de remplacer l'intégrale de volume par une somme discrète sur un nombre limité de domaines [Hubert et Lazreg, 2012]. Les domaines doivent être répartis de manière isotrope. La première distribution admissible est une distribution cubique (premiers termes de la décomposition sphérique), où seulement six familles de domaines, dont l'axe d'aimantation, correspond aux six axes  $\langle 100 \rangle$  d'un cube élémentaire (fig. I.1) dans le repère  $(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$ . Le système de coordonnées est défini à partir de la direction du champ appliqué de telle sorte que :  $(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z}) = (\vec{h}, \vec{r}_1, \vec{r}_2)$ . Cette structure est simultanément soumise à un champ magnétique  $\vec{H}$  (I.7) et à un tenseur des contraintes multiaxial  $\sigma$  (I.8).



**FIGURE I.1:** Assemblage de domaines représentatif du matériau soumis à un champ magnétique et à un état de contrainte.

$$\vec{H} = H \vec{x} \quad (I.7)$$

$$\sigma = \begin{pmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} & \sigma_{xz} \\ \sigma_{xy} & \sigma_{yy} & \sigma_{yz} \\ \sigma_{xz} & \sigma_{yz} & \sigma_{zz} \end{pmatrix}_{xyz} \quad (\text{I.8})$$

La définition du tenseur de déformation de magnétostriction diffère de celle généralement utilisée pour un domaine, car le comportement moyen doit être en accord avec le comportement du matériau isotrope qu'il est sensé modéliser. En absence de rotation, la définition du tenseur de déformation de magnétostriction dans le repère du domaine (rd) est donnée par :

$$\varepsilon_{\alpha}^{\mu} = \begin{pmatrix} \lambda_m & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{2}\lambda_m & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{2}\lambda_m \end{pmatrix}_{rd} \quad (\text{I.9})$$

$\lambda_m$  est la magnétostriction maximale qui peut être atteinte pour un matériau isotrope. Ce paramètre peut être identifié à partir de mesures expérimentales, mais peut également être défini à partir de la valeur des coefficients de magnétostriction à saturation du monocristal  $\lambda_{100}$  ou  $\lambda_{111}$ .

Dans un travail antérieur [Daniel *et al.*, 2008], il a pu être montré que le paramètre  $\lambda_m$  dépend de l'anisotropie magnétocristalline du cristal :

$\lambda_m = \frac{2}{5}\lambda_{100}.k_a$  pour les matériaux à constante magnétocristalline  $K_1$  positive (comme le fer) et  $\lambda_m = \frac{3}{5}\lambda_{111}.k_b$  pour les matériaux à constante magnétocristalline  $K_1$  négative (tels que le nickel).  $k_a$  et  $k_b$  dépendent des constantes élastiques du monocristal [Daniel et Hubert, 2009a] et des hypothèses choisies pour la description du matériau. Par exemple, si nous utilisons l'hypothèse de contrainte homogène (Reuss), on obtient  $k_a = k_b = 1$  ; l'utilisation de l'hypothèse de déformation homogène (Voigt) conduit à  $k_a = 5\mu_a/(2\mu_a + 3\mu_b)$  et  $k_b = 5\mu_b/(2\mu_a + 3\mu_b)$ ,  $\mu_a$  et  $\mu_b$  étant les modules de cisaillement cubiques du monocristal. Par souci de simplicité, nous choisirons  $k_a = k_b = 1$  pour les applications numériques.

La contrainte équivalente doit maintenant vérifier une version discrète de (I.6) de sorte que :

$$\begin{aligned} \sum_{\alpha=1..6} \frac{\exp(A_s \sigma_{eq} : \varepsilon_{\alpha}^{\mu} + A_s \mu_0 \vec{H} \cdot \vec{M}_{\alpha})}{\sum_{\alpha=1..6} \exp(A_s \sigma_{eq} : \varepsilon_{\alpha}^{\mu} + A_s \mu_0 \vec{H} \cdot \vec{M}_{\alpha})} \vec{M}_{\alpha} \\ = \sum_{\alpha=1..6} \frac{\exp(A_s \sigma : \varepsilon_{\alpha}^{\mu} + A_s \mu_0 \vec{H} \cdot \vec{M}_{\alpha})}{\sum_{\alpha=1..6} \exp(A_s \sigma : \varepsilon_{\alpha}^{\mu} + A_s \mu_0 \vec{H} \cdot \vec{M}_{\alpha})} \vec{M}_{\alpha} \end{aligned} \quad (\text{I.10})$$

L'énergie potentielle d'une famille de domaines vaut maintenant :

$$W_{\alpha} = -\mu_0 \vec{H} \cdot \vec{M}_{\alpha} - \sigma : \varepsilon_{\alpha}^{\mu} \quad (\text{I.11})$$

Ce terme d'énergie peut être écrit pour chacune des six familles de domaines soumise à la contrainte multiaxiale et au champ magnétique :

$$\begin{aligned}
W_1 &= -\mu_0 H \cdot M_s - \sigma_{xx} \cdot \lambda_m + \sigma_{yy} \cdot \frac{\lambda_m}{2} + \sigma_{zz} \cdot \frac{\lambda_m}{2} \\
W_2 &= \mu_0 H \cdot M_s - \sigma_{xx} \cdot \lambda_m + \sigma_{yy} \cdot \frac{\lambda_m}{2} + \sigma_{zz} \cdot \frac{\lambda_m}{2} \\
W_3 &= W_4 = -\sigma_{yy} \cdot \lambda_m + (\sigma_{xx} + \sigma_{zz}) \cdot \frac{\lambda_m}{2} \\
W_5 &= W_6 = -\sigma_{zz} \cdot \lambda_m + (\sigma_{xx} + \sigma_{yy}) \cdot \frac{\lambda_m}{2}
\end{aligned}$$

On peut remarquer que les contraintes de cisaillement  $\sigma_{xy}$ ,  $\sigma_{xz}$  and  $\sigma_{yz}$  n'apparaissent pas dans le résultat. Après calcul, le terme de droite de (I.10) devient :

$$M_s \frac{\sinh(\mu_0 M_s A_s H) \exp(A_s \lambda_m (\sigma_{xx} - \frac{\sigma_{yy}}{2} - \frac{\sigma_{zz}}{2}))}{A + B + C} \vec{x} \quad (I.12)$$

avec

$$\begin{aligned}
A &= \cosh(\mu_0 M_s A_s H) \exp(A_s \lambda_m (\sigma_{xx} - \frac{\sigma_{yy}}{2} - \frac{\sigma_{zz}}{2})) \\
B &= \exp(A_s \lambda_m (\sigma_{yy} - \frac{\sigma_{xx}}{2} - \frac{\sigma_{zz}}{2})) \\
C &= \exp(A_s \lambda_m (\sigma_{zz} - \frac{\sigma_{xx}}{2} - \frac{\sigma_{yy}}{2}))
\end{aligned}$$

Si nous considérons maintenant un état de contrainte uniaxiale équivalent, l'énergie potentielle d'une famille de domaines est donnée par :

$$W_\alpha = -\mu_0 \vec{H} \cdot \vec{M}_\alpha - \sigma_{eq} : \varepsilon_\alpha^\mu \quad (I.13)$$

Nous obtenons les termes énergétiques suivants pour les six familles de domaine :

$$\begin{aligned}
W_1 &= -\mu_0 H \cdot M_s - \sigma_{eq} \cdot \lambda_m \\
W_2 &= \mu_0 H \cdot M_s - \sigma_{eq} \cdot \lambda_m \\
W_3 &= W_4 = \sigma_{eq} \cdot \frac{\lambda_m}{2} \\
W_5 &= W_6 = \sigma_{eq} \cdot \frac{\lambda_m}{2}
\end{aligned}$$

Après calcul, le terme de gauche de l'équation (I.10) devient :

$$M_s \frac{\sinh(\mu_0 M_s A_s H) \exp(A_s \lambda_m \sigma_{eq})}{\cosh(\mu_0 M_s A_s H) \exp(A_s \lambda_m \sigma_{eq}) + 2 \exp(-\frac{1}{2} A_s \lambda_m \sigma_{eq})} \vec{x} \quad (I.14)$$

Les expressions (I.12) et (I.14) peuvent être réécrites respectivement selon :

$$M_s \frac{\sinh(\mu_0 M_s A_s H)}{\cosh(\mu_0 M_s A_s H) + \frac{\exp(A_s \lambda_m (\sigma_{yy} - \frac{\sigma_{xx}}{2} - \frac{\sigma_{zz}}{2})) + \exp(A_s \lambda_m (\sigma_{zz} - \frac{\sigma_{xx}}{2} - \frac{\sigma_{yy}}{2}))}{\exp(A_s \lambda_m (\sigma_{xx} - \frac{\sigma_{yy}}{2} - \frac{\sigma_{zz}}{2}))}} \vec{x} \quad (I.15)$$

et

$$M_s \frac{\sinh(\mu_0 M_s A_s H)}{\cosh(\mu_0 M_s A_s H) + \frac{2 \exp(-\frac{1}{2} A_s \lambda_m \sigma_u)}{\exp(A_s \lambda_m \sigma_u)}} \vec{x} \quad (I.16)$$

$\sigma_{eq}$  étant la solution de (I.10), l'égalité des expressions (I.15) et (I.16) permet d'aboutir à :

$$\exp(\frac{3}{2} A_s \lambda_m \sigma_{eq}) = \frac{2 \exp(A_s \lambda_m (\sigma_{xx} - \frac{\sigma_{yy}}{2} - \frac{\sigma_{zz}}{2}))}{\exp(A_s \lambda_m (\sigma_{yy} - \frac{\sigma_{xx}}{2} - \frac{\sigma_{zz}}{2})) + \exp(A_s \lambda_m (\sigma_{zz} - \frac{\sigma_{xx}}{2} - \frac{\sigma_{yy}}{2}))} \quad (I.17)$$

et finalement :

$$\sigma_{eq} = \frac{2}{3A_s\lambda_m} \ln \left[ \frac{2 \exp(A_s\lambda_m(\sigma_{xx} - \frac{\sigma_{yy}}{2} - \frac{\sigma_{zz}}{2}))}{\exp(A_s\lambda_m(\sigma_{yy} - \frac{\sigma_{xx}}{2} - \frac{\sigma_{zz}}{2})) + \exp(A_s\lambda_m(\sigma_{zz} - \frac{\sigma_{xx}}{2} - \frac{\sigma_{yy}}{2}))} \right] \quad (I.18)$$

Cette définition peut être généralisée à n'importe quel repère  $(\vec{h}, \vec{t}_1, \vec{t}_2)$  associé à la direction du champ  $\vec{h}$  ( $\vec{t}_1$  et  $\vec{t}_2$  appartiennent au plan orthogonal). Nous notons  $k$  le produit  $A_s\lambda_m$ , seul paramètre matériau de l'expression :

$$\sigma_{eq} = \frac{2}{3k} \ln \left[ \frac{2 \exp(\frac{3k}{2}\vec{h}\mathbb{S}\vec{h})}{\exp(\frac{3k}{2}\vec{t}_1\mathbb{S}\vec{t}_1) + \exp(\frac{3k}{2}\vec{t}_2\mathbb{S}\vec{t}_2)} \right] \quad (I.19)$$

où  $\mathbb{S}$  est le déviateur des contraintes tel que

$$\mathbb{S} = \sigma - \frac{1}{3}\text{tr}(\sigma)\mathbb{I} \quad (I.20)$$

A partir des définitions de  $A_s$  et  $\lambda_m$ , et en utilisant une hypothèse de contrainte homogène ( $k_a=k_b=1$ ) on obtient :

$$k = \frac{6\chi_0\lambda_{100}}{5\mu_0M_s^2} \quad (I.21)$$

pour les matériaux à anisotropie magnétocristalline positive.

On obtient :

$$k = \frac{9\chi_0\lambda_{111}}{5\mu_0M_s^2} \quad (I.22)$$

pour les matériaux à anisotropie magnétocristalline négative.

$\chi_0$  représente la susceptibilité anhystérique initiale du matériau,  $\mu_0$  la perméabilité du vide et  $M_s$  l'aimantation à saturation du matériau. Cette définition de la contrainte équivalente nécessite d'utiliser des paramètres matériau habituellement accessibles.

Dans le cas particulier d'un état de contrainte biaxial  $(\sigma_1, \sigma_2)$  et d'un champ appliqué suivant la direction  $\vec{x} = \vec{h} = \vec{e}_1$ , on obtient :

$$\sigma_{eq} = \frac{2}{3k} \ln \left( \frac{2 \exp(\frac{3}{2}k\sigma_1)}{1 + \exp(\frac{3}{2}k\sigma_2)} \right) \quad (I.23)$$





# Bibliographie

- [Alves et Barrué, 2004] ALVES, F. et BARRUÉ, R. (2004). Magnétisme microscopique à l'échelle des domaines magnétiques dans les matériaux ferromagnétiques doux. *Journal sur l'enseignement des sciences et technologies de l'information et des systèmes*, 3:6.
- [Armstrong, 1997] ARMSTRONG, W. (1997). Magnetization and magnetostriction processes in  $\text{Tb}_{(0.27-0.30)}\text{Dy}_{(0.73-0.70)}\text{Fe}_{(1.9-2.0)}$ . *Journal of Applied Physics*, 81(5).
- [Armstrong, 2002] ARMSTRONG, W. D. (2002). A directional magnetization potential based model of magnetoelastic hysteresis. *Journal of applied physics*, 91(4):2202–2210.
- [Azoum *et al.*, 2004] AZOUM, K., BESBES, M. et BOUILLAULT, F. (2004). 3D FEM of magnetostriction phenomena using coupled constitutive laws. *International Journal of Applied Electromagnetics and Mechanics*, 19(1):367–371.
- [Azoum *et al.*, 2006] AZOUM, K., BESBES, M., BOUILLAULT, F. et UENO, T. (2006). Modeling of magnetostrictive phenomena. Application in magnetic force control. *The European Physical Journal- Applied Physics*, 36(1):43–47.
- [Baffleur, 2013] BAFLEUR, M. (2013). *Contribution à la conception de driver en technologie CMOS SOI pour la commande de transistors JFET SiC pour un environnement de haute température*. Thèse de doctorat, Institut national des sciences appliquées de Lyon.
- [Bassiouny *et al.*, 1988] BASSIOUNY, E., GHALEB, A. et MAUGIN, G. (1988). Thermodynamical formulation for coupled electromechanical hysteresis effects : I Basic equations. *International Journal of Engineering Science*, 26(12):1279–1295.
- [Baudin et Lodini, 2013] BAUDIN, T. et LODINI, A. (2013). *Rayonnement synchrotron, rayons X et neutrons au service des matériaux*. EDP Sciences.
- [Bergqvist et Engdahl, 1991] BERGQVIST, A. et ENGDahl, G. (1991). A stress-dependent magnetic Preisach hysteresis model. *IEEE Transactions on Magnetics*, 27(6):4796–4798.
- [Bernard *et al.*, 2011] BERNARD, L., MININGER, X., DANIEL, L., KREBS, G., BOUILLAULT, F. et GABSI, M. (2011). Effect of stress on switched reluctance motors : a magneto-elastic finite-element approach based on multiscale constitutive laws. *IEEE Transactions on Magnetics*, 47(9):2171–2178.
- [Bertotti, 1992] BERTOTTI, G. (1992). Dynamic generalization of the scalar Preisach model of hysteresis. *IEEE Transactions on Magnetics*, 28(5):2599–2601.
- [Besbes *et al.*, 2001] BESBES, M., REN, Z. et RAZEK, A. (2001). A generalized finite element model of magnetostriction phenomena. *IEEE Transactions on Magnetics*, 37(5):3324–3328.
- [Besnard *et al.*, 2006] BESNARD, G., HILD, F. et ROUX, S. (2006). Finite element displacement fields analysis from digital images : application to Portevin Le Châtelier bands. *Experimental Mechanics*, 46(6):789–803.

- [Billardon *et al.*, 2003] BILLARDON, R., DANIEL, L., HUBERT, O. et OSSART, F. (2003). Experimental analysis and multiscale modelling of the anisotropic mechanical and magnetostrictive behaviours of electrical steels. *J. Phys. IV*, 105:247–253.
- [Billardon et Hirsinger, 1995] BILLARDON, R. et HIRSINGER, L. (1995). Magnetostriction and so-called form effect. *Journal of magnetism and magnetic materials*, 140:2199–2200.
- [Bitter, 1932] BITTER, F. (1932). Experiments on the nature of ferromagnetism. *Physical Review*, 41(4):507–515.
- [Bozorth, 1951] BOZORTH, R. (1951). *Ferromagnetism*. Van Nostrand, New York.
- [Brown, 1963] BROWN, W. F. (1963). *Micromagnetics*. Interscience Publishers New York.
- [Buiro, 2000] BUIRON, N. (2000). *Modélisation multiéchelle du comportement magnéto-élastique couplé des matériaux ferromagnétiques doux*. Thèse de doctorat, Ecole Normale Supérieure de Cachan.
- [Buiro *et al.*, 1999] BUIRON, N., HIRSINGER, L. et BILLARDON, R. (1999). A multiscale model for magneto-elastic couplings. *Journal de Physique IV*, 9:187.
- [Bulte et Langman, 2002] BULTE, D. et LANGMAN, R. (2002). Origins of the magnetomechanical effect. *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, 251(2):229–243.
- [Carr, 1969] CARR, W. (1969). *Magnetism & Metallurgy*. Academic Press, New York & London.
- [Chikazumi et Graham Jr, 2009] CHIKAZUMI, S. et GRAHAM JR, C. (2009). *Physics of Ferromagnetism*, volume 94. Oxford University Press.
- [Cullity, 1972] CULLITY, B. (1972). *Introduction to magnetic Materials*. Addison-Wesley Publishing Company, London.
- [Daniel, 2003] DANIEL, L. (2003). *Modélisation multi-échelle du comportement magnéto-mécanique des matériaux ferromagnétiques texturés*. Thèse de doctorat, École normale supérieure de Cachan.
- [Daniel et Galopin, 2008] DANIEL, L. et GALOPIN, N. (2008). A constitutive law for magnetostrictive materials and its application to terfenol-D single and polycrystals. *European physical journal Applied physics*, 42(2):153.
- [Daniel et Hubert, 2009a] DANIEL, L. et HUBERT, O. (2009a). An analytical model for the  $\Delta E$  effect in magnetic materials. *The European Physical Journal Applied Physics*, 45(31101).
- [Daniel et Hubert, 2009b] DANIEL, L. et HUBERT, O. (2009b). An equivalent stress for the influence of multiaxial stress on the magnetic behavior. *Journal of Applied Physics*, 105(7):07A313.
- [Daniel *et al.*, 2004] DANIEL, L., HUBERT, O. et BILLARDON, R. (2004). Magnetic behaviour of electrical steels : demagnetising surface effect and texture gradient. *International Journal of Applied Electromagnetics and Mechanics*, 1-4(19):293–297.
- [Daniel *et al.*, 2008] DANIEL, L., HUBERT, O., BUIRON, N. et BILLARDON, R. (2008). Reversible magneto-elastic behavior : A multiscale approach. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 56(3):1018–1042.
- [Daniel *et al.*, 2007] DANIEL, L., HUBERT, O. et VIEILLE, B. (2007). Multiscale strategy for the determination of magneto-elastic behaviour : Discussion and application to Ni-Zn ferrites. *International Journal of Applied Electromagnetics and Mechanics*, 25(1):31–36.

- [Daniel *et al.*, 2014] DANIEL, L., REKIK, M. et HUBERT, O. (2014). A multiscale model for magneto-elastic behaviour including hysteresis effects. *Archive of Applied Mechanics*, (accepté).
- [Deevi *et al.*, 2004] DEEVI, S. C., SUNDAR, R. S. et SASTRY, D. H. (2004). Iron-Cobalt-Vanadium alloy. US Patent 6,685,882.
- [Degauque *et al.*, 1982] DEGAUQUE, J., ASTIE, B., PORTESEIL, J. et VERGNE, R. (1982). Influence of the grain size on the magnetic and magnetomechanical properties of high-purity iron. *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, 26(1):261–263.
- [Delage, 1997] DELAGE, M. (1997). *Contribution à l'étude du comportement magnétodynamique des tôles fer silicium à grains non orientés*. Thèse de doctorat, Université Pierre et Marie Curie.
- [du Trémolet de Lacheisserie, 2000] du Trémolet de LACHEISSERIE (2000). *Magnétisme : II - Matériaux et Applications*. Presses Universitaires de Grenoble.
- [Fingers *et al.*, 1997] FINGERS, R. T., COATE, J. E. et DOWLING, N. E. (1997). Mechanical properties of iron-cobalt alloys for power applications. *In Energy Conversion Engineering Conference, 1997. IECEC-97., Proceedings of the 32nd Intersociety*, volume 1, pages 563–568.
- [Fonteyn *et al.*, 2010] FONTEYN, K., BELAHCEN, A., KOUHIA, R., RASILO, P. et ARKKIO, A. (2010). FEM for directly coupled magneto-mechanical phenomena in electrical machines. *IEEE Transactions on Magnetics*, 46(8):2923–2926.
- [Gersdorf, 1960] GERSDORF, R. (1960). Uniform and non-uniform form effect in magnetostriction. *Physica*, 26(8):553–574.
- [Globus et Guyot, 1972] GLOBUS, A. et GUYOT, M. (1972). Wall displacement and bulging in magnetization mechanisms of the hysteresis loop. *Physica status solidi (b)*, 52(2):427–431.
- [Gourdin, 1998] GOURDIN, C. (1998). *Identification et Modélisation du Comportement Electro-magneto-élastique de Structures Ferromagnétiques*. Thèse de doctorat, Université Pierre et Marie Curie-Paris VI.
- [Hauser, 1994] HAUSER, H. (1994). Energetic model of ferromagnetic hysteresis. *Journal of Applied Physics*, 75(5):2584–2597.
- [Hild *et al.*, 2002] HILD, F., RAKA, B., BAUDEQUIN, M., ROUX, S. et CANTELAUBE, F. (2002). Multiscale displacement field measurements of compressed mineral-wool samples by digital image correlation. *Applied Optics*, 41(32):6815–6828.
- [Hild et Roux, 2006] HILD, F. et ROUX, S. (2006). Digital image correlation : from displacement measurement to identification of elastic properties—a review. *Strain*, 42(2):69–80.
- [Hubert et Schäfer, 1998] HUBERT, A. et SCHÄFER, R. (1998). *Magnetic domains*. Springer.
- [Hubert, 1998] HUBERT, O. (1998). *Influence des contraintes internes et de la structure des dislocations sur les couplages magnéto-mécaniques dans les alliages Fe-3%Si à grains non orientés*. Thèse de doctorat, Université Technologique de Compiègne, France.
- [Hubert, 2007] HUBERT, O. (2007). Influence of biaxial stresses on the magnetic behaviour of an iron-cobalt sheet – experiments and modelling. *Przedglad Elektrotechniczny*, 83:70.
- [Hubert, 2008] HUBERT, O. (2008). *Comportement magnéto-mécanique des matériaux magnétiques*. HDR, Université Pierre et Marie Curie.

- [Hubert *et al.*, 2005a] HUBERT, O., CHAABANE, M., JUMEL, J., MAUREL, V., ALVES, F., BENSALAH, A., BESBES, M., AZOUM, K., DANIEL, L. et BOUILLAUT, F. (2005a). A new experimental set-up for the characterisation of magneto-mechanical behaviour of materials submitted to biaxial stresses. application to fe-co alloys. *Przegląd Elektrotechniczny*, 81:19–23.
- [Hubert et Daniel, 2006] HUBERT, O. et DANIEL, L. (2006). Effect of plastic straining on magnetostriction of ferromagnetic polycrystals experiments and multiscale modeling. *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, 304(2):e489–e491.
- [Hubert et Daniel, 2008] HUBERT, O. et DANIEL, L. (2008). Multiscale modeling of the magneto-mechanical behavior of grain-oriented silicon steels. *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, 320(7):1412–1422.
- [Hubert et Daniel, 2011] HUBERT, O. et DANIEL, L. (2011). Energetical and multiscale approaches for the definition of an equivalent stress for magneto-elastic couplings. *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, 323(13):1766–1781.
- [Hubert *et al.*, 2003] HUBERT, O., DANIEL, L. et BILLARDON, R. (2003). Experimental analysis of the magnetoelastic anisotropy of a non-oriented silicon iron alloy. *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, 254:352–354.
- [Hubert *et al.*, 2005b] HUBERT, O., JENDLY, N. et DANIEL, L. (2005b). Modelling of the influence of micro-plasticity on the magnetic behaviour of ferromagnetic polycrystals through a multiscale approach. *Steel research international*, 76(6):440–447.
- [Hubert et Lazreg, 2012] HUBERT, O. et LAZREG, S. (2012). Multidomain modeling of the influence of plastic deformation on the magnetic behavior. *IEEE Transactions on Magnetics*, 48(4):1277–1280.
- [Hubert *et al.*, 2009] HUBERT, O., WABERI, R., LAZREG, S. et BILLARDON, R. (2009). Measurement and two-scales modeling of the  $\Delta E$  effect. In *ESMC2009-7th EUROMECH Solid Mechanics Conference*.
- [Hug, 1995] HUG, E. (1995). Evolution of the magnetic domain structure of oriented 3% SiFe sheets with plastic strain. *J. Materials Science*, 30:4417.
- [Hug *et al.*, 2004] HUG, E., IORDACHE, V.-E. et BUIRON, N. (2004). Caractérisation de l'état de contraintes des alliages ferromagnétiques doux par mesure de leurs propriétés magnétiques : bruit Barkhausen et hystérésis magnétique. *Matériaux & Techniques*, 92(3-4):35–40.
- [Jiles et Atherton, 1984] JILES, D. et ATHERTON, D. (1984). Theory of ferromagnetic hysteresis. *Journal of Applied Physics*, 55(6):2115–2120.
- [Jiles et Atherton, 1986] JILES, D. et ATHERTON, D. (1986). Theory of ferromagnetic hysteresis. *Journal of magnetism and magnetic materials*, 61(1):48–60.
- [Jiles *et al.*, 1992] JILES, D. C., THOELKE, J. et DEVINE, M. (1992). Numerical determination of hysteresis parameters for the modeling of magnetic properties using the theory of ferromagnetic hysteresis. *IEEE Transactions on Magnetics*, 28(1):27–35.
- [Jiles, 1993] JILES, M. S. (1993). Coupled magnetoelastic theory of magnetic and magnetostrictive hysteresis. *IEEE Transactions on Magnetics*, 29(3):2113–2123.
- [Kashiwaya, 1991] KASHIWAYA, K. (1991). Fundamentals of nondestructive measurement of biaxial stress in steel utilizing magnetoelastic effect under low magnetic field. *Japanese Journal of Applied Physics*, 11A:2932–2942.

- [Kashiwaya, 1992] KASHIWAYA, K. (1992). Magnetoelastic effect of 3.25%Si-Fe single crystal under low magnetic field. *Japanese Journal of Applied Physics*, 31:237–250.
- [Krebs et Daniel, 2012] KREBS, G. et DANIEL, L. (2012). Giant magnetostrictive materials for field weakening : A modeling approach. *IEEE Transactions on Magnetics*, 48(9):2488–2494.
- [Landau et Lifshitz, 1935] LANDAU, L. et LIFSHITZ, E. (1935). On the theory of the dispersion of magnetic permeability in ferromagnetic bodies. *Phys. Z. Sowjetunion*, 8(153):101–114.
- [Langlois *et al.*, 2005] LANGLOIS, O., FOCH, E., ROBOAM, X. et PIQUET, H. (2005). De l’avion plus électrique à l’avion tout électrique : état de l’art et prospective sur les réseaux de bord. *Journal sur l’enseignement des sciences et technologies de l’information et des systèmes*, 4:1.
- [Langman, 1990] LANGMAN, R. (1990). Magnetic properties of mild steel under conditions of biaxial stress. *IEEE Transactions on Magnetics*, 26(4):1246–1251.
- [LoBue *et al.*, 1998] LOBUE, M., FIORILLO, F., BASSO, V. et BERTOTTI, G. (1998). Effect of tensile and compressive stress on dynamic loop shapes and power losses of fe-si electrical steels. *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, 196:372–374.
- [Loisos et Moses, 2001] LOISOS, G. et MOSES, A. J. (2001). Critical evaluation and limitations of localized flux density measurements in electrical steels. *IEEE Transactions on Magnetics*, 37(4):2755–2757.
- [Lolloz *et al.*, 2006] LOLLIOZ, L., PATTOFATTO, S. et HUBERT, O. (2006). Application of piezo-magnetism for the measurement of stress during an impact. *Journal of electrical engineering*, 57(8):10–15.
- [Makar et Tanner, 1998a] MAKAR, J. et TANNER, B. (1998a). The effect of stresses approaching and exceeding the yield point on the magnetic properties of high strength pearlitic steels. *International NDT & E*, 31(2):117–127.
- [Makar et Tanner, 1998b] MAKAR, J. et TANNER, B. (1998b). The in situ measurement of the effect of plastic deformation on the magnetic properties of steel : Part II–Permeability curves. *Journal of magnetism and magnetic materials*, 187(3):353–365.
- [Marcinkowski et Fisher, 1965] MARCINKOWSKI, M. et FISHER, R. (1965). Atomic order and patch relation in an feco alloy. *Trans. Met. Soc. AIME*, 223:293–98.
- [Maurel, 2002] MAUREL, V. (2002). *Influence de l’état mécanique multiaxial induit par la découpe sur les propriétés d’usage des tôles magnétiques*. Thèse de doctorat, École normale supérieure de Cachan.
- [Maurel *et al.*, 2003] MAUREL, V., OSSART, F., MARCO, Y. et BILLARDON, R. (2003). Setup to test biaxial stress effect on magnetomechanic coupling. *Journal of Applied Physics*, 93(10): 7115–7117.
- [Mballa Mballa, 2013] MBALLA MBALLA, F. (2013). *Modélisation du comportement magnéto-mécanique d’un acier Dual Phase à partir de sa description microstructurale*. Thèse de doctorat, Ecole Normale Supérieure de Cachan.
- [Moses et Davies, 1980] MOSES, A. et DAVIES, D. (1980). Influence of compressive stress on magnetic properties of commercial. *IEEE Transactions on Magnetics*, 16(2):454–460.
- [Nabi *et al.*, 2013] NABI, B., HELBERT, A.-L., BRISSET, F., ANDRÉ, G., WAECKERLÉ, T. et BAUDIN, T. (2013). Effect of recrystallization and degree of order on the magnetic and mechanical properties of soft magnetic FeCo-2V alloy. *Materials Science and Engineering, A* 578:215–221.

- [Navarra, 2005] NAVARRA, M. (2005). Airbus a400m : un nouveau succès pour thales dans la génération électrique. News, Thales Avionics.
- [Néel, 1944] NÉEL, L. (1944). Les lois de l'aimantation et de la subdivision en domaines élémentaires d'un monocristal de fer. *J. Phys. Radiat.*, 5:241–251.
- [Pearson *et al.*, 2000] PEARSON, J., SQUIRE, P., MAYLIN, M. et GORE, J. (2000). Biaxial stress effects on the magnetic properties of pure iron. *IEEE Transactions on Magnetics*, 36(5):3251–3253.
- [Perevertov et Schäfer, 2012] PEREVERTOV, O. et SCHÄFER, R. (2012). Influence of applied compressive stress on the hysteresis curves and magnetic domain structure of grain-oriented transverse Fe-3%Si steel. *Journal of Physics D : Applied Physics*, 45(13):135001.
- [Preisach, 1935] PREISACH, F. (1935). On magnetic after effect. *Z. Phys*, 94:277–302.
- [Rekik *et al.*, 2014a] REKIK, M., DANIEL, L. et HUBERT, O. (2014a). Equivalent stress model for magnetic hysteresis losses under biaxial loading. *IEEE Transactions on Magnetics*, (DOI : 10.1109/TMAG.2013.2285241).
- [Rekik *et al.*, 2014b] REKIK, M., HUBERT, O. et DANIEL, L. (2014b). Influence of a multiaxial stress on the reversible and irreversible magnetic behavior of an iron-silicon alloy. *International Journal of Applied Electromagnetics and Mechanics*, (DOI : 10.3233/JAE-141793)(00):1–15.
- [Rekik *et al.*, 2013] REKIK, M., HUBERT, O., DANIEL, L., RAKA, B., MELLA, P. et AIME-DIEU, P. (2013). Dispositif de mesure du comportement magnéto–mécanique d'un alliage de fer–silicium sous chargement mécanique multiaxial. *Congrès Français de Mécanique Bordeaux 2013*.
- [Rizzo, 2012] RIZZO, K.-J. (2012). *Modélisation multi-échelle du comportement magnéto-mécanique dissipatif*. Thèse de doctorat, Université Pierre et Marie Curie.
- [Rizzo *et al.*, 2010] RIZZO, K. J., HUBERT, O. et DANIEL, L. (2010). Influence of uniaxial stress on the magnetic and magnetostrictive behavior of iron-silicon single crystals. *IEEE Transactions on Magnetics*, 46(2):270–273.
- [Rouve, 1996] ROUVE, L.-L. (1996). *Prise en compte du comportement magnétique fréquentiel des tôles FeSi en modélisation électrotechnique*. Thèse de doctorat, INPG.
- [Sablik et Augustyniak, 1999] SABLİK, M. et AUGUSTYNIK, B. (1999). Biaxial stress effects on barkhausen signals in a steel pipe for the case of magnetic field noncoaxial with stress axes. *In Review of Progress in Quantitative Nondestructive Evaluation*, pages 1887–1894. Springer.
- [Sablik et Jiles, 1993] SABLİK, M. et JILES, D. (1993). Coupled magnetoelastic theory of magnetic and magnetostrictive hysteresis. *IEEE Transactions on Magnetics*, 29(4):2113–2123.
- [Sablik *et al.*, 1994] SABLİK, M., RILEY, L. A., BURKHARDT, G., KWUN, H., CANNELL, P., WATTS, K. et LANGMAN, R. (1994). Micromagnetic model for the influence of biaxial stress on hysteretic magnetic properties. *Journal of Applied Physics*, 75(10):5673–5675.
- [Sablik *et al.*, 1998] SABLİK, M., SMITH, M. Q., WALDHART, C., MCKEE, D. et AUGUSTYNIK, B. (1998). The effects of biaxial stress on barkhausen noise signals when the magnetic field is noncoaxial with the stress axes. *Journal of Applied Physics*, 84(11):6239–6249.
- [Safran, 2011] SAFRAN (2011). Conférence de presse groupe safran au bourget 2011. Rapport technique, Safran.

- [Schneider et Richardson, 1982] SCHNEIDER, C. et RICHARDSON, J. (1982). Biaxial magnetoelasticity in steels. *Journal of Applied Physics*, 53(11):8136–8138.
- [Schoppa *et al.*, 2000a] SCHOPPA, A., SCHNEIDER, J. et ROTH, J.-O. (2000a). Influence of the cutting process on the magnetic properties of non-oriented electrical steels. *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, 215:100–102.
- [Schoppa *et al.*, 2000b] SCHOPPA, A., SCHNEIDER, J. et WUPPERMANN, C.-D. (2000b). Influence of the manufacturing process on the magnetic properties of non-oriented electrical steels. *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, 215:74–78.
- [Shokrollahi et Janghorban, 2007] SHOKROLLAHI, H. et JANGHORBAN, K. (2007). Soft magnetic composite materials (smcs). *Journal of Materials Processing Technology*, 189(1):1–12.
- [Sipeky et Ivanyi, 2008] SIPEKY, A. et IVANYI, A. (2008). Preisach-type stress-dependent magnetic vector hysteresis model. *Physica B : Condensed Matter*, 403(2):491–495.
- [Sourmail, 2005] SOURMAIL, T. (2005). Near equiatomic FeCo alloys : Constitution, mechanical and magnetic properties. *Progress in Materials Science*, 50(7):816 – 880.
- [Thornburg, 1969] THORNBURG, D. (1969). High-strength high-ductility cobalt-iron alloys. *Journal of Applied Physics*, 40:1579.
- [Trévidic, 2012] TRÉVIDIC, B. (2012). Safran franchit une étape décisive vers l’avion ”plus électrique”. *Les Echos*.
- [Ushigami *et al.*, 2003] USHIGAMI, Y., MIZOKAMI, M., FUJIKURA, M., KUBOTA, T., FUJII, H. et MURAKAMI, K. (2003). Recent development of low-loss grain-oriented silicon steel. *Journal of magnetism and magnetic materials*, 254:307–314.
- [Vieille, 2007] VIEILLE, B. (2007). *Modélisation de l’effet des contraintes sur le comportement magnétique des ferrites*. Thèse de doctorat, École normale supérieure de Cachan.
- [Vonsovskii et Hardin, 1974] VONSOVSKII, S. V. et HARDIN, R. (1974). *Magnetism*, volume 2. Wiley New York.
- [Waeckerlé *et al.*, 2000] WAECKERLÉ, T., FRAISSE, H., CHAPUT, L. et LEROY, M. (2000). Low cobalt content electrical sheets for optimized high power density rotating machines. *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, 215:207–209.
- [Zeze *et al.*, 2012] ZEZE, S., TODAKA, T. et ENOKIZONO, M. (2012). Vector magnetic characteristic analysis of a surface permanent magnet motor by means of complex E&S modeling. *IEEE Transactions on Magnetics*, 48(2):967–970.