



**HAL**  
open science

# Dimensionnement optimal de machines synchrones pour des applications de véhicules hybrides

Sullivan Küttler

► **To cite this version:**

Sullivan Küttler. Dimensionnement optimal de machines synchrones pour des applications de véhicules hybrides. Energie électrique. Université de Technologie de Compiègne, 2013. Français. NNT : . tel-01023815

**HAL Id: tel-01023815**

**<https://theses.hal.science/tel-01023815>**

Submitted on 17 Jul 2014

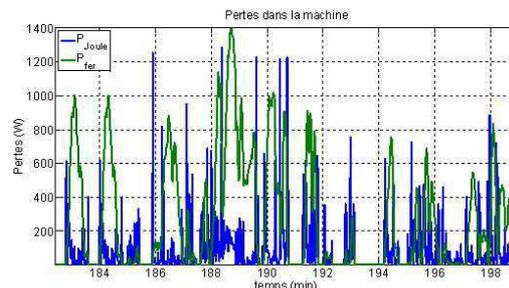
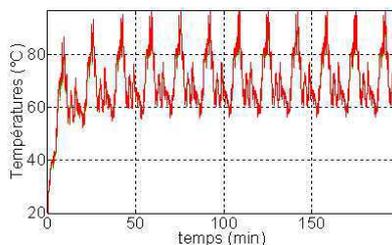
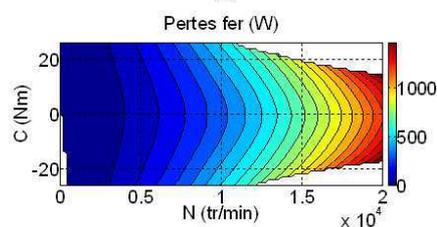
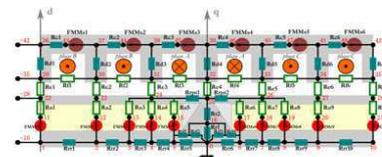
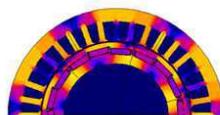
**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# Dimensionnement optimal de machines synchrones pour des applications de véhicules hybrides

Par Sullivan KÜTTLER

Thèse pour obtenir le grade de **Docteur de l'Université de Technologie de Compiègne** préparée au Laboratoire d'Électromécanique de Compiègne en partenariat avec IFP Énergies nouvelles dans le cadre de l'école doctorale Technologie de l'Information et des Systèmes



**Soutenue le 24 mai 2013 devant un jury composé de :**

**Yacine AMARA**

**Frédéric GILLON**

**Mohamed El Hadi ZAÏM**

**Stéphane VIVIER**

**Christophe FORGEZ**

**Franck VANGRAÈFSCHÈPE**

**Khadija EL KADRI BENKARA**

**Guy Friedrich**

**Université du Havre**

**Université de Lille**

**Université de Nantes**

**UTC**

**UTC**

**IFPEN**

**UTC**

**UTC**

**Rapporteur**

**Rapporteur**

**Président du jury**

**Examineur**

**Examineur**

**Examineur**

**Co-directrice**

**Directeur de thèse**

---

---

### **Résumé:**

Les travaux de recherche présentés dans ce document portent sur le dimensionnement de machines synchrones pour des applications de véhicules hybrides. L'utilisation de la machine électrique au sein du véhicule hybride est caractérisée par des appels de puissance de courtes durées. Cette thèse propose donc une stratégie de dimensionnement permettant de minimiser considérablement le volume de l'actionneur par la prise en compte des limites thermiques réelles lors du cycle de conduite. La stratégie de dimensionnement est composée de deux étapes. La première étape est l'optimisation du dimensionnement de l'actionneur à partir des points de fonctionnement du cycle. Nous autorisons des niveaux d'induction dans le fer élevés et des niveaux de densité de courant dans les conducteurs dépassant les niveaux habituellement autorisés pour un fonctionnement en régime permanent thermique. Ces deux points ont un impact réel sur le volume de la machine. Cela-dit, à ce stade, la thermique de la machine n'est prise en compte qu'indirectement en fixant une densité de courant dans les conducteurs. La seconde étape permet alors de vérifier la thermique par une simulation sur cycle pour ensuite réajuster si besoin la densité de courant et reprendre la première étape d'optimisation de la machine. Des modèles adaptés au processus d'optimisation ont alors été mis en place et offrent un bon compromis entre le temps de calcul et la précision requise. Par conséquent, un modèle magnétique prenant en compte la saturation croisée dans la machine utilisant la méthode nodale a été développé ; un modèle permettant une meilleure prise en compte des pertes fer notamment dans la zone de défluxage a également été développé ainsi qu'un modèle thermique en transitoire utilisant également la méthode nodale. Le modèle thermique étant la clé de la stratégie de dimensionnement, une grande attention y a été portée. Ce modèle permet de prendre en compte la direction des flux dans les trois dimensions et fournit de bonnes estimations des températures dans la machine notamment aux endroits les plus chauds comme les encoches et les têtes de bobines. Ces résultats ont été corroborés par des essais expérimentaux réalisés dans les bancs IFPEN sur une machine spécialement instrumentée en thermocouples. Cela a permis de valider le comportement thermique en régime permanent thermique et en régime transitoire thermique. Ces modèles ont ensuite été implantés dans une modélisation multi-physique pour l'outil d'optimisation et pour l'outil de simulation. Une étude de cas a été présentée pour un véhicule hybride Kangoo où la machine doit pouvoir assurer son fonctionnement pour un cycle Artémis urbain. Les résultats de la stratégie de dimensionnement permettent alors de conclure que sur cycle, le volume extérieur des parties actives de la machine électrique peut-être réduit de 40 % par rapport à un dimensionnement établi par les règles de l'art en régime permanent. De plus, la réduction du volume de fer dans la machine induit également une réduction des pertes fer ce qui nous permet de conclure que, toujours sur cycle, son rendement moyen reste élevé.

**Mots clés:** machine synchrone à aimants internes, modélisation multi-physique, modèle magnétique, modèle de pertes fer, modèle thermique, réseau nodal, saturation croisée, défluxage, optimisation, simulation, essais expérimentaux, véhicule hybride, cycle Artémis.

Université de Technologie de Compiègne  
Laboratoire Électromécanique  
BP 20 529  
60 205 Compiègne Cedex

---

## **"Optimal design of Synchronous Machines for hybrid vehicles applications"**

### **Abstract:**

This work deals with the sizing of synchronous machines for hybrid vehicle applications. The use of the machine in the hybrid vehicle is characterized by high power consumption during a short time. This work proposes a strategy for minimizing the volume of the actuator by taking into account the real limits of temperature during the operating cycle. The sizing strategy is composed of two steps. The first step is the sizing optimization of the actuator with the operating point of the cycle. In this step we allow high level of flux density and the level of current density in the conductors exceeds the usual level for the continuous operating of the machine. These two parameters can reduce significantly the volume of the machine. However in this step, the temperatures are not checked. The second step checks the temperatures in the machine by simulating the entire cycle. So suitable models for optimization tools are carried out and are a compromise between the time computing and the required accuracy. Consequently, a magnetic model taking account of the cross saturation in the machine by using the nodal network method has been carried out ; efficient iron losses model in the flux weakening operation has been carried out and thermal model using too the nodal network method has been carried out. The thermal model is the main point for the sizing strategy so, a particular attention is needed. This model takes account of the flux directions in 3d and provides a good estimation of the temperatures in the actuator particularly in the heat zones as the slots and the end-windings. These results are checked by experimental tests realized in IFPE on a special machine where thermocouples are implanted inside. We validated the thermal behavior in temperatures stabilized operation and in transitory temperatures operation. Next, these models have been implemented in multi-physics modeling for the optimization tool and for simulation tool. A study case has been introduced for a Kangoo hybrid vehicle where the electrical machine has to operate on each operating points of the Artemis cycle. With the results of the sizing strategy, we can conclude that for a working on cycle, the external volume of the magnetic parts of the machine can be reduced of 40 % compared with a sizing established by the usual rules in stabilized temperature operation. Furthermore, the volume reduction of the iron in the machine induces a reduction of the iron losses and we can conclude that the mean efficiency during the cycle stays good.

**Key words:** Internal Permanent Magnets Synchronous Machine, multi-physics modeling, magnetic model, iron losses model, thermal model, nodal network, cross saturation, flux weakening, optimization, simulation, experimental test, hybrid vehicle, Artemis cycle.

---

---

## Remerciements

Les travaux de la thèse ont été réalisés suite à un partenariat entre le Laboratoire d'Électromécanique de Compiègne et IFP Énergies nouvelles.

Je tiens à remercier tout particulièrement mon directeur de thèse le professeur Guy Friedrich et mon chef de projet Monsieur Franck Vangraëfschève chez IFPEN de m'avoir choisi et très bien accueilli au sein de leurs équipes respectives. Je dois dire qu'ils m'ont tous deux fourni de très bonnes conditions de travail d'un point de vue humain et matériel. D'un point de vu plus personnel, je tiens à les remercier pour leur implication active tout au long de ces trois années, monsieur Friedrich pour ses conseils avisés et ses remarques pertinentes notamment lors de la rédaction du mémoire mais aussi parce qu'il a été en quelque sorte le « gouvernail » de la thèse et Monsieur Vangraëfschève pour sa forte implication dans le développement des outils DIMOTEL et SIMOTEL, pour sa disponibilité et les discussions constructives que nous avons eu.

Je remercie ensuite mes encadrants de thèse, Madame Khadija El Kadri Benkara, ingénieur de recherche au LEC, qui a formé avec monsieur Friedrich un efficace duo et qui a également suivi avec beaucoup d'attention l'évolution de mes travaux ainsi que la rédaction du mémoire et Monsieur Abdenour Abdelli pour m'avoir fait gagner des temps précieux durant la thèse comme par exemple sur l'utilisation du logiciel Flux 2d.

Je remercie aussi l'équipe du banc chez IFPEN, Monsieur Emmanuel Godefroy et Monsieur Sébastien Macé qui ont contribué à la réalisation des essais.

Je remercie bien sûr Monsieur Yacine Amara et Monsieur Frédéric Gillon d'avoir accepté avec enthousiasme de rapporter ma thèse. Je remercie également les autres membres de mon jury : Monsieur Mohamed El Hadi Zaïm qui en tant qu'enseignant à Polytech'Nantes m'a donné l'envie de poursuivre sur une thèse. J'avoue que ce fut une excellente et enrichissante expérience. Je remercie aussi Monsieur Stéphane Vivier et Monsieur Christophe Forgez à la fois pour leur participation au jury et pour les nombreuses discussions scientifiques et constructives que nous avons eu.

Tous mes remerciements également à Monsieur Paul Maier, gérant d'EREM dont l'entreprise a fabriqué une partie de la machine des essais. Il a été disponible pour répondre à toutes mes questions notamment sur les propriétés et la géométrie de certains matériaux utilisés. Ces données ont été essentielles dans la mise en place du modèle thermique.

Je remercie également l'équipe de GSU, Madame Manuella Sechilariu et Monsieur Fabrice Locment ainsi que Monsieur Christophe Forgez avec qui j'ai eu ma première approche avec l'UTC qui a ensuite conduit à la thèse au LEC.

Évidemment je remercie aussi tous ceux avec qui j'ai travaillé de près ou de loin ou avec qui j'ai eu des discussions intéressantes et partagé des moments sympathiques. La liste est longue mais je vais essayer de la faire exhaustive alors si j'ai oublié quelqu'un, je m'engage à lui offrir l'apéro comme lot de consolation. Je remercie donc tout le troisième étage du bâtiment Claude Bonnier en particulier les personnes avec qui j'ai partagé le bureau, Jean-Baptiste Gaulléon avec ses grands débats « made in wikipedia », Hubert Baya-Toda et son rire communicatif, Haifa la plus sage d'entre nous, Emre et Edwin. Bien sûr, je n'oublie de citer tout l'étage, c'est-à-dire les rugbymans Anthony, Carlo et Stéphane, les bureaux d'à côté Stavros, Betty, Oguz, le Belge de Paris, Damien WOW, Bejoy et ceux qui nous ont quitté plus tôt comme Nikola, Sabre à Cannes et bien sûr les stagiaires Christophe, David, ÉdUart, Éddy, Raouf et Viken. Je n'oublie pas non plus les thésards très vieux thésards comme l'homme à la cigarette Mathieu, Maximus, Anne-Lise, Emmanuelle.

---

Je remercie également l'équipe du LEC car j'ai pris toujours plaisir à venir au laboratoire durant la thèse et j'aurai toujours plaisir à y revenir, c'est-à-dire, Vincent, Nicopathe, Didier L., Christophe dont je n'ai point oublié de m'acquitter d'un pari ;-), Alejandro, Jean-Paul, Anne, Loïc ainsi que les thésards nouveaux et anciens Pierrot la révolte, Laurent Winner, Romain, Clément le Breton, Radhouane, Caroline, Anthony et Dung sans oublier les ATER nouveaux et anciens comme Majid et Olivier.

Pour finir, je remercie bien évidemment mes collègues et colocataires Stéphane, Souad et Antoine et je souhaite bonne chance à Souad pour la rédaction de son mémoire.

---

*À ma famille,  
À mes amis,  
Sans oublier un éternel curieux, Momo*

"La connaissance s'acquiert par l'expérience, tout le reste n'est que de l'information.",  
Albert Einstein

"Quel beau métier professeur !",  
Didier L.

---

## Sommaire général

<b>CHAPITRE 1 : INTRODUCTION</b>	<b>13</b>
1 PRESENTATION	15
2 BIBLIOGRAPHIE	19
<b>CHAPITRE 2 : DIMENSIONNEMENT DE LA MACHINE SYNCHRONE</b>	<b>20</b>
1 INTRODUCTION	22
1.1 PROBLEMATIQUE LIEE AUX APPLICATIONS DE VEHICULES HYBRIDES	22
1.2 ÉTAT DE L'ART	23
2 STRATEGIE DE DIMENSIONNEMENT	24
3 DEMARCHE DE DIMENSIONNEMENT	26
3.1 INTRODUCTION	26
3.2 DESCRIPTION DE LA DEMARCHE	28
4 CONCLUSION	36
5 BIBLIOGRAPHIE	38
<b>CHAPITRE 3 : SPECIFICITES DE MODELISATION DE LA MAPI POUR DES APPLICATIONS DE VEHICULES HYBRIDES</b>	<b>39</b>
1 INTRODUCTION	42
2 MODELISATION DE LA MACHINE SYNCHRONE AUTOPILOTEE	42
3 MODELISATION DU PHENOMENE DE SATURATION CROISEE	44
3.1 INTRODUCTION	44
3.2 ÉTAT DE L'ART	44
3.3 MODELISATION DE LA MAPI	55
3.4 RESULTATS	68
4 MODELE DE PERTES FER	69
4.1 INTRODUCTION	69
4.2 ÉTAT DE L'ART	69
4.3 MODELISATION	73
4.4 RESULTATS	80
5 MODELISATION THERMIQUE EN TRANSITOIRE PAR UNE METHODE NODALE	83
5.1 INTRODUCTION	83
5.2 ÉTAT DE L'ART	84
5.3 MODELISATION	114
5.4 RESULTATS	130
5.5 VALIDATIONS EXPERIMENTALES	137
5.6 CONCLUSION SUR LA MODELISATION THERMIQUE	142
6 CONCLUSION GENERALE	143
7 BIBLIOGRAPHIE	143
<b>CHAPITRE 4 : COUPLAGES ET APPLICATIONS</b>	<b>148</b>
1 INTRODUCTION	150
2 CHOIX DES COUPLAGES	150

---

2.1	POUR L'OPTIMISATION	150
2.2	POUR LA SIMULATION SUR CYCLE	151
<b>3</b>	<b>CAS D'APPLICATION</b>	<b>153</b>
3.1	DEFINITION DU CAHIER DES CHARGES ET DES DIFFERENTS PARAMETRES D'ENTREE	154
3.2	RESULTATS DE LA METHODE DE DIMENSIONNEMENT	155
3.3	SIMULATION SUR CYCLE DE LA MACHINE M4 ET CARACTERISATION THERMIQUE	157
<b>4</b>	<b>CONCLUSION</b>	<b>162</b>
 <b>CHAPITRE 5 : CONCLUSION GENERALE ET PERSPECTIVES</b>		 <b>163</b>
<hr/>		
<b>1</b>	<b>CONCLUSION GENERALE</b>	<b>165</b>
<b>2</b>	<b>PERSPECTIVES</b>	<b>168</b>
 <b>ANNEXES</b>		 <b>170</b>
<hr/>		
<b>1</b>	<b>PRINCIPALES GRANDEURS DE LA MACHINE HW820CG</b>	<b>172</b>
<b>2</b>	<b>CARACTERISTIQUES DES MATERIAUX</b>	<b>174</b>
<b>3</b>	<b>CIRCUIT DE REFROIDISSEMENT</b>	<b>176</b>
<b>4</b>	<b>INSTRUMENTATION</b>	<b>176</b>
4.1	DESCRIPTION DES SYSTEMES DE MESURES ELECTRIQUES	176
4.2	CENTRALE D'ACQUISITION YOKOGAWA SL1000	176
4.3	WATTMETRE DE PRECISION TEMPS REEL YOKOGAWA WT1800	183
<b>5</b>	<b>PRINCIPE DE RESOLUTION DES RESEAUX NODAUX [GILLI06], [SOMMET96]</b>	<b>189</b>
5.1	EXEMPLE DE FORMALISATION D'UN PROBLEME NODAL ET RESOLUTION LINEAIRE PAR LA METHODE MNA	189
5.2	APPLICATION D'UNE METHODE DE NEWTON-RAPHSON D'ORDRE 1 AU RESEAU NON-LINEAIRE	190
<b>6</b>	<b>ESSAI EN DECELERATION POUR LE CALCUL DES COEFFICIENTS DANS LES ROUEMENTS</b>	<b>193</b>

## Nomenclature

B	Induction magnétique	[T]
$C_p$	Chaleur massique (ou spécifique)	[J.kg <sup>-1</sup> .K <sup>-1</sup> ]
G	Conductance thermique	[W.K <sup>-1</sup> ]
h	Coefficient de convection	[W.m <sup>-2</sup> .K <sup>-1</sup> ]
H	Champ magnétique	[A.m <sup>-1</sup> ]
J	Densité de courant surfacique	[A.m <sup>-2</sup> ]
N	Vitesse de rotation	[tr.min <sup>-1</sup> ]
P	Pertes	[J]
P	Puissance	[W]
$\mathcal{P}$	Perméance magnétique	[H]
R	Réductance magnétique	[H <sup>-1</sup> ]
T	Température	[°C]
$T_{crit}$	Températures au point le plus chaud dans la MEL	[°C]
$T_{lim}$	Températures limites de destruction du matériau	[°C]
u	Vitesse linéique	[m.s <sup>-1</sup> ]

### Nombres adimensionnels

Gr	Nombre de Grashoff
Nu	Nombre de Nusselt
Pr	Nombre de Prandtl
Ra	Nombre de Raleigh
Re	Nombre de Reynolds
Ta	Nombre de Taylor

### Caractères grecs

$\alpha$	Angle	[rad]
$\Gamma$	Couple	[N.m]
$\varepsilon$	Émissivité	
$\lambda$	Conductivité thermique	[W.m <sup>-1</sup> .K <sup>-1</sup> ]
$\mu_0$	Perméabilité magnétique du vide	[H.m <sup>-1</sup> ]
$\mu$	Viscosité dynamique	[kg.m <sup>-1</sup> .s <sup>-1</sup> ]
$\nu$	Viscosité cinématique	[m <sup>2</sup> .s <sup>-1</sup> ]
$\rho$	Masse volumique	[kg.m <sup>3</sup> ]
$\tau$	Constante de temps	[s]
u	Potentiel magnétique	[A]
$\phi$	Densité de flux de chaleur	[W.m <sup>-2</sup> ]
$\Phi$	Flux de chaleur	[W]
$\psi$	Flux magnétique	[Wb]
$\Psi$	Flux magnétique totalisé	[Wb]
$\omega$	Vitesse angulaire	[rad.s <sup>-1</sup> ]

---

## Glossaire

MAPI : machine à aimants permanents internes

MEL : machine électrique

Modèle semi-analytique (ou modèle semi-numérique) : modèle analytique couplé avec une méthode de résolution non linéaire

# Chapitre 1

Introduction

---

## Sommaire

<b>1</b>	<b>PRESENTATION.....</b>	<b>15</b>
<b>2</b>	<b>BIBLIOGRAPHIE .....</b>	<b>19</b>

## 1 Présentation

Le secteur des transports représente 32 % de la consommation nationale d'énergie en 2011 et est le second secteur consommateur après celui du bâtiment d'après le ministère de l'écologie. Ce secteur représente 70 % de la consommation en produits pétroliers ce qui en fait le premier consommateur. Le domaine des transports nous rend alors fortement dépendant du pétrole d'où la volonté des pouvoirs publics de réduire cette consommation pour ainsi améliorer la balance commerciale et réduire l'effet des à-coups sur les prix. Toujours en 2011, les émissions de gaz à effet de serre de ce secteur atteignent 27 % des émissions nationales dont 85 % sont dues au transport routier ce qui en fait également le premier émetteur de CO<sub>2</sub>. Les véhicules hybrides apparaissent alors comme une solution d'amélioration du rendement du véhicule, permettant alors de réduire la consommation en pétrole et les émissions de CO<sub>2</sub>. Cela a conduit depuis deux décennies les industriels à proposer de plus en plus de véhicules dits « bas carbone ». Ce phénomène a été grandement amplifié depuis quelques années par les pouvoirs publics par le biais de taxes à l'achat du véhicule ou à l'usage (bonus, malus) et par la mise en place de normes au niveau européen sur les émissions de polluants à commencer par le gaz carbonique. Par exemple, en France, le plan « Véhicule décarboné », lancé par le gouvernement prévoit une offre de véhicules électriques et hybrides.

Si l'on observe les différentes énergies mises en jeu au cours de différents profils de conduite, qui sont dues principalement aux pertes aérodynamiques, aux frottements dans les roulements et aux inerties dans le véhicule, nous pouvons constater que plus de 50 % de l'énergie totale en ville et sur route est consommée pour vaincre l'inertie du véhicule lors des accélérations. Par conséquent, cette énergie inertielle, dissipée habituellement lors des freinages peut être récupérée et stockée sous une autre forme.

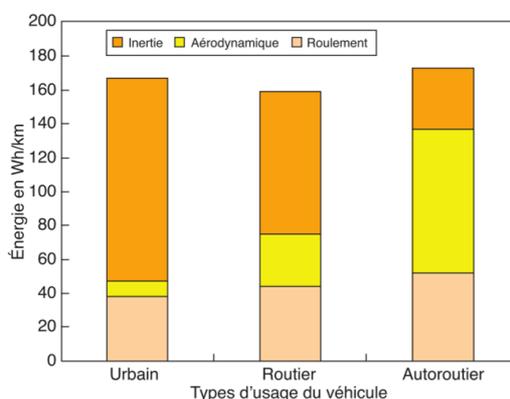


Figure 1 – Bilan énergétique d'un véhicule pour des profils de conduite en zone urbaine, sur route et autoroute.

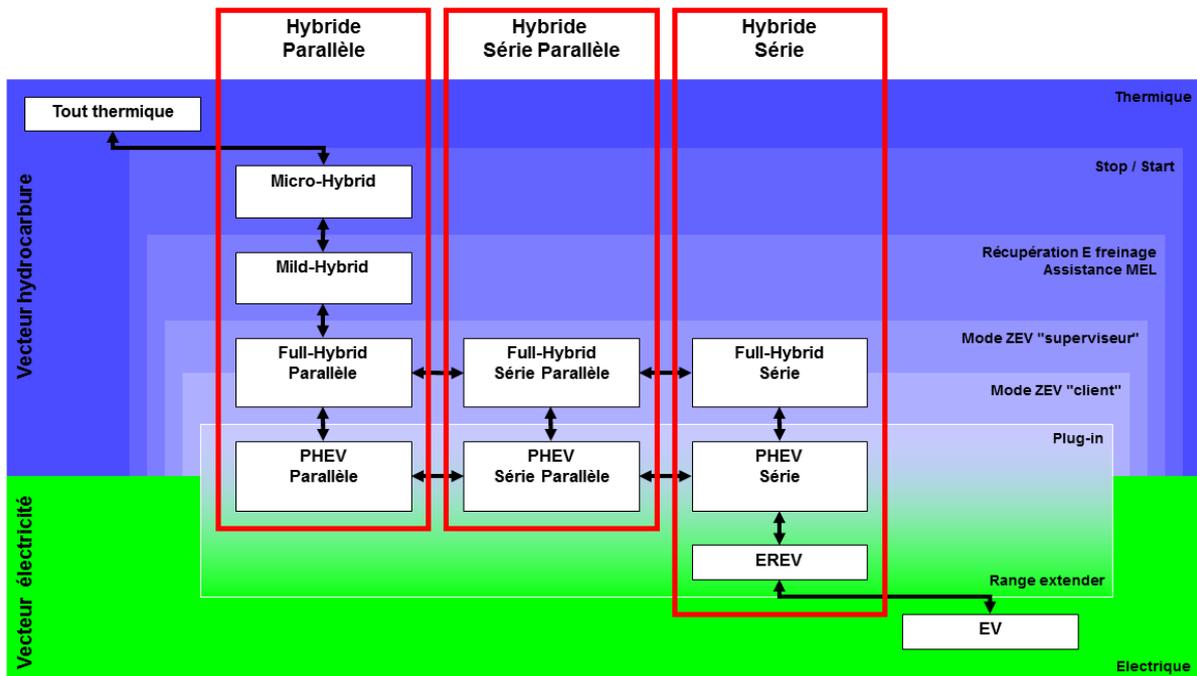
Nous savons également que la traction thermique a un rendement particulièrement faible pour de faible charge et plus encore dans les minutes qui suivent le démarrage. Ce cas se produit très souvent car selon l'ADEME, 50 % de nos trajets se font sur de courtes distances, c'est-à-dire inférieurs à 3 km. De plus dans un environnement urbain, les arrêts, les démarrages, les changements de régime tendent à considérablement augmenter la consommation en carburant et les émissions de polluants.

Par conséquent, nous pouvons réduire la consommation du véhicule en stockant l'énergie récupérée lors des freinages et en réduisant les sollicitations du moteur thermique lorsqu'il travaille à mauvais rendement comme par exemple en supprimant le ralenti et les arrêts-démarrages. De plus, l'ajout de système de stockage offre des degrés de liberté supplémentaires pour l'optimisation des flux d'énergie au sein du véhicule en vue d'améliorer son rendement.

L'énergie électrique semble la plus adaptée pour assurer les fonctions de stockage avec les batteries et de récupération au freinage, d'assistance au moteur thermique dans les arrêts-démarrage avec le système Stop&Start et lors des accélérations avec la machine électrique. En effet, depuis trois décennies, le nombre des éléments de confort, de sécurité et des communications dans le véhicule tel les clignotants, la climatisation, la direction assistée, a particulièrement augmenté. Par conséquent, la consommation des équipements électriques est passée d'une centaine de Watt en moyenne en 1980 et tend vers 2 kW actuellement en moyenne. La puissance de traction nécessaire en milieu urbain sur du plat étant de l'ordre de 10 kW pour un véhicule léger, la consommation des équipements électriques représente alors une part non négligeable de la consommation en ville. L'électrification du système de traction ouvre alors la voie à une meilleure gestion de l'énergie globale au sein du véhicule comprenant la fourniture de courant des auxiliaires électriques.

Pour finir, suivant la puissance du système d'hybridation, il est alors possible de sous-dimensionner le moteur thermique. En tirant profit de la complémentarité moteur thermique/machine électrique et des lois de gestion de l'énergie, il est alors possible de dimensionner au mieux le moteur thermique et la machine électrique suivant le cahier des charges du véhicule et des sollicitations demandées lors du cycle.

L'architecture des véhicules hybrides est liée au degré d'électrification souhaité qui est un compromis entre le gain apporté en consommation et émissions de polluants et le surcout engendré par l'ajout des équipements électriques (augmentation de la capacité de la batterie, ajout d'une ou deux machines électriques). Les figures suivantes présentent respectivement la classification synoptique des architectures de véhicules hybrides en fonction des fonctionnalités demandées et des architectures associées.



- ZEV : Zero Emission Vehicle
- Mode ZEV "superviseur" : mode ZEV géré uniquement par contrôle GMP pour optimisation de la consommation
- Mode ZEV "client" : mode ZEV activable par conducteur
- Plug-in : Recharge batteries sur réseau
- PHEV : Plug-in Hybrid Electric Vehicle
- EREV : Extended Range Electric Vehicle
- EV : Electric Vehicle

Figure 2 – Classification synoptique des architectures des véhicules hybrides [IFPEN10].

Dans [BADIN09] et [IFPEN09], il a pu être établi de façon chiffrée les gains en consommation et les surcoûts suivant les différentes architectures de véhicules hybrides dont le bilan est donné ci-dessous :

Fonctions	Machine électrique	Équipements électriques	Gain sur cycle urbain	Gain en usage urbain dense	Surcoût	Véhicules
Micro-hybrid - Stop&Start	Alternodémarrreur 2-4 kW	Batterie au plomb classique 12 V	5-10 %	10-15 %	Environ 100 €	Citroën C2&C3 Smart Fortwo MHD (Daimler-Benz)
Mico-hybrid - Stop&Start - récupération au freinage	4-6 kW	Supercondensateurs 42 V	10-12 %	>12 %	500-900 €	StARS 14+X (Gruau&Valéo) microbus (Prédit3&Micro-Carré)
Mild-hybrid - Stop&Start - récupération au freinage - assistance au moteur thermique	10-20 kW	Batterie Li-ion ou NiMH 100-150 V	10-20 %	30 %	1000-2200 €	Honda Insight&Civic
Full-hybrid - Stop&Start - récupération au freinage - assistance au moteur thermique - mode ZEV	2 machines électriques 20-50 kW	Batterie Li-ion ou NiMH 200-300 V	15-25 %	40 %	2500-5000 €	Toyota PRIUS&LEXUS Ford ESCAPE

Tableau 1 – Récapitulatif des différents types de véhicules hybrides.

De par sa longue expérience en technologies moteurs, en modélisation et en simulation, IFP énergies nouvelles s’est engagé en partenariat avec des industriels dans le développement et la mise sur le marché de nouveaux véhicules hybrides.

IFP Énergies nouvelles s’intéresse au fonctionnement du véhicule hybride pour des profils de conduite types et pour des applications données. Cela nous a amenés à nous orienter sur trois principaux axes de recherche offrant la possibilité de mieux optimiser l’ensemble de la chaîne de traction du véhicule hybride. Le premier de ces axes de recherche est d’optimiser la gestion des flux d’énergie en fonction des composants utilisés et selon le profil de conduite pour des architectures de véhicule données. Cela nous conduit au second axe de recherche qui est l’optimisation de l’architecture du véhicule pour des applications données (transports en commun, voiture citadine, routière, etc.), l’optimisation des flux d’énergie y est intégrée notamment pour la gestion de la batterie, principale source de stockage. Ces deux premières étapes nous permettent alors de mieux connaître les sollicitations demandées à chacun des éléments de la chaîne de traction et permet ainsi d’optimiser de façon plus précise le moteur thermique, la batterie et la machine électrique. L’optimisation des éléments du véhicule est le troisième axe de recherche.

La thèse se positionne sur le troisième axe de recherche en proposant un dimensionnement de la machine électrique sur cycle de conduite et pour un véhicule de type « full hybrid ». Le savoir-faire

du Laboratoire Électromécanique de Compiègne (LEC) dans le domaine des machines électriques acquis à travers de nombreux projets en co-développement avec l'équipementier VALEO a conduit vers un partenariat entre le LEC et IFP Énergies nouvelles pour la réalisation de ces travaux de recherche. IFPEN quant à lui a mis en place des moyens d'essais importants afin d'étudier finement la machine électrique et dispose de simulateur de véhicules hybrides et d'un démonstrateur véhicule.

Le chapitre suivant détaillera dans un premier temps les problématiques spécifiquement liées à l'utilisation d'une machine électrique dans un véhicule hybride (usage intermittent de la machine électrique, contraintes d'implantation). Dans un second temps, nous proposerons une stratégie de dimensionnement tirant avantage de l'utilisation réelle de la machine en intégrant le cycle de conduite dans le processus de dimensionnement afin de minimiser son volume. Un des points clés dans le dimensionnement de la machine électrique d'un véhicule hybride est de connaître ses températures internes au cours du profil de conduite afin de vérifier si ses températures limites sont atteintes. Nous pouvons dès lors la dimensionner au plus juste. Pour ce faire, la stratégie fait appel à deux outils développés lors de la thèse, un premier outil d'optimisation permettant de dimensionner du point de vue électromagnétique la machine pour fournir le couple et la puissance demandés lors du cycle et un outil de simulation permettant de vérifier si les températures extrêmes vues au cours du cycle sont inférieures aux températures de destruction des isolants de bobinages et de démagnétisation des aimants. Ce second outil permet de recalibrer les paramètres d'entrée de l'outil d'optimisation, et ainsi de prendre en compte les aspects thermiques lors du dimensionnement. Ce deuxième chapitre détaillera également les interactions entre les deux outils.

Un dimensionnement de la machine électrique nécessite de développer des modèles spécialement adaptés pour une intégration dans un processus d'optimisation. Ils doivent par conséquent être le fruit d'un compromis entre le temps de calcul et la précision. Donc dans le troisième chapitre, nous détaillerons les modèles utilisés pour le dimensionnement, c'est-à-dire le modèle magnétique et celui de pertes fer ainsi que le modèle utilisé pour la simulation, c'est-à-dire le modèle thermique. Nous nous baserons pour la validation des modèles sur la géométrie de la machine HW820CG installée au banc.

Le modèle magnétique permet de prendre en compte les phénomènes de saturation croisée par l'utilisation d'un réseau de réductances variables pour le calcul du flux direct  $\Psi_d$  et du flux en quadrature  $\Psi_q$ . Ce réseau est résolu pour différents couples de courants  $(i_d, i_q)$  et fournit alors les tables de flux en fonction des lois de commande. Les résultats en termes de temps de calcul et de précision seront alors comparés à ceux obtenus par les éléments finis avec Flux 2d à partir de la géométrie de la machine HW820CG.

Le modèle de pertes fer permet quant à lui de mieux prendre en compte ces pertes en régime de défluxage. Les pertes dans la culasse et les dents sont calculées à partir de leur forme d'induction pour une commande  $(i_d, i_q)$  donnée fournie par le modèle magnétique. Nous montrerons qu'il est possible de formuler ces pertes sous forme d'un polynôme composé de trois coefficients dépendant des lois de commande  $(i_d, i_q)$  et de la fréquence. Le modèle fournit alors les tables de coefficients de pertes en fonction des lois de commande. Nous comparerons également ces résultats à ceux obtenus par éléments finis en magnéto-dynamique sous Flux 2d à partir de la géométrie de la machine HW820CG.

Enfin le modèle thermique permet de prendre en compte les directions de flux de chaleur dans les trois dimensions à partir d'un modèle à constantes localisées, c'est-à-dire un réseau nodal. Ce modèle sera appliqué pour la simulation en transitoire des machines optimisées sur leur profil de fonctionnement. L'accent sera mis sur la modélisation des sources de chaleur, c'est-à-dire les pertes Joule dans les encoches et les têtes de bobines, les pertes fer dans la culasse et les dents ainsi que les pertes dans les roulements. La validation de ce modèle notamment pour les températures d'encoche et de têtes de bobine sera faite à partir de deux essais expérimentaux réalisés sur banc avec la machine HW820CG. Un premier essai sur un point de fonctionnement en régime permanent thermique, c'est-à-dire sur un point de fonctionnement où les températures sont établies, et un

point de fonctionnement en régime transitoire thermique. La machine HW820CG a été spécialement instrumentée en thermocouples pour la validation de ce modèle et des essais spécifiques ont été faits au banc d'essai. La description du banc et de la machine sera détaillée dans cette partie.

Enfin le dernier chapitre présentera dans un premier temps les couplages réalisés pour modéliser au mieux la machine électrique dans l'outil d'optimisation et de simulation. Dans un second temps, un cas d'application sera traité et un dimensionnement sur cycle sera présenté. Le cahier des charges est celui du démonstrateur IFPEN qui est un véhicule « full hybrid » parallèle. Un bilan sur le gain en masse sera donné entre une machine dimensionnée sur des points en régime permanent et une machine dimensionnée sur cycle.

Pour finir une conclusion générale sera présentée sur les différents travaux de la thèse.

## **2 Bibliographie**

- [BADIN09] F. Badin, « Panorama 2009, point sur l'électrification du transport routier », IFP Énergies nouvelles, janvier 2009.
- [IFPEN09] « L'électrification des véhicules – Les travaux de l'IFP », rapport interne, Juin 2009.
- [IFPEN10] « Classification synoptique VEH », document interne IFPEN, novembre 2010.

# Chapitre 2

Dimensionnement de la  
machine synchrone

---

## Sommaire

<b>1</b>	<b>INTRODUCTION.....</b>	<b>22</b>
1.1	PROBLEMATIQUE LIEE AUX APPLICATIONS DE VEHICULES HYBRIDES.....	22
1.2	ÉTAT DE L'ART.....	23
<b>2</b>	<b>STRATEGIE DE DIMENSIONNEMENT .....</b>	<b>24</b>
<b>3</b>	<b>DEMARCHE DE DIMENSIONNEMENT .....</b>	<b>26</b>
3.1	INTRODUCTION .....	26
3.2	DESCRIPTION DE LA DEMARCHE.....	28
3.2.1	Introduction.....	28
3.2.2	Processus de dimensionnement de la machine électrique (DIMOTEL).....	28
3.2.2.1	Introduction.....	28
3.2.2.2	Optimisation de la machine électrique .....	29
3.2.2.2.1	Choix de la méthode d'optimisation .....	29
3.2.2.2.2	Stratégie dans l'optimiseur.....	31
3.2.2.3	Données de sortie.....	35
3.2.3	Simulation thermique sur cycle de la machine électrique (SIMOTEL).....	35
3.2.3.1	Introduction.....	35
3.2.3.2	Données d'entrée .....	35
3.2.3.3	Simulation.....	35
3.2.3.4	Données de sorties.....	36
<b>4</b>	<b>CONCLUSION.....</b>	<b>36</b>
<b>5</b>	<b>BIBLIOGRAPHIE.....</b>	<b>38</b>

# 1 Introduction

## 1.1 Problématique liée aux applications de véhicules hybrides

L'utilisation du véhicule est caractérisée par des appels de puissance de courtes durées tels que nous pouvons l'observer à travers des profils de conduite types comme les cycles Artémis. Ceux-ci ont été définis pour être le plus représentatif des trajets et des conditions de circulation en environnement urbain, sur route et sur autoroute comme décrit sur la figure suivante.

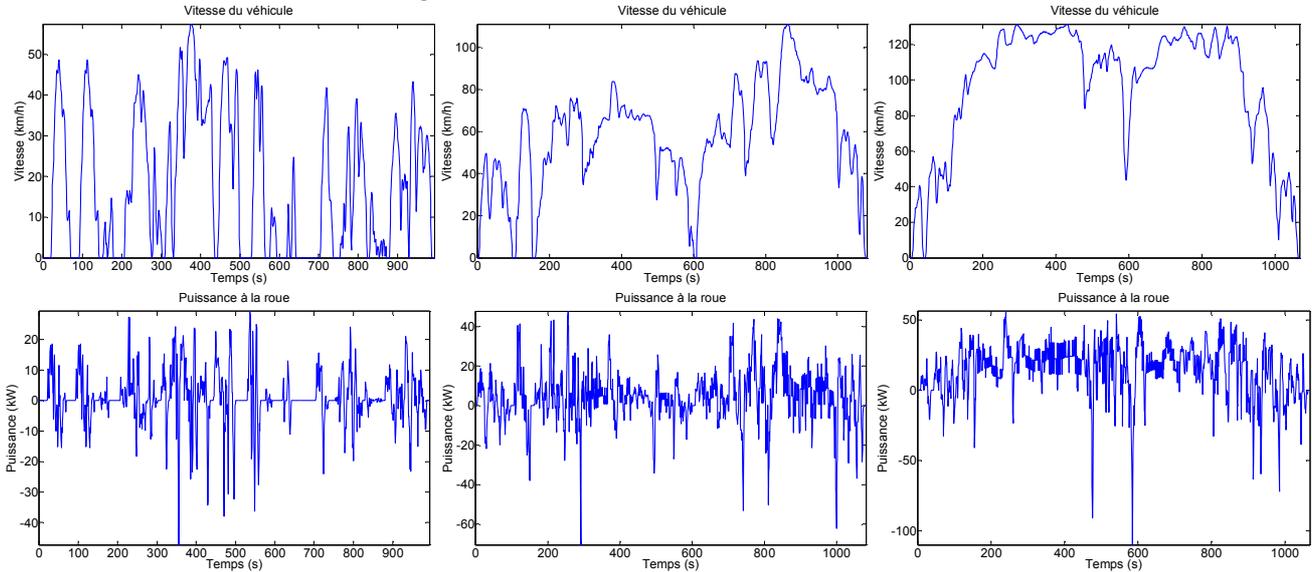


Figure 3 – Cycles Artémis en zone urbaine (gauche), sur route (milieu) et sur autoroute (droite).

Dans le cas de notre application, qui est un véhicule hybride parallèle comprenant un mode "tout électrique" et permettant la récupération au freinage. Il n'y aura pas de contrainte particulière pour le fonctionnement en mode générateur de la machine électrique car les freins mécaniques assureront en partie le freinage. Quant aux cycles sur route et autoroute, les contraintes sur la machine électrique seront moindres car le moteur thermique pourra répondre à la demande du conducteur en même temps que la machine électrique. Ce couplage sera issu d'une optimisation des flux d'énergie qui n'est pas à l'étude dans cette thèse. Par conséquent, nous nous intéresserons au mode "tout électrique" pour la traction où la machine sera particulièrement sollicitée et nous pouvons noter qu'il s'agit de sollicitations spécifiquement transitoires.

De ce fait, nous utiliserons le cycle Artémis en zone urbaine comme référence afin de dimensionner au mieux l'actionneur électrique du véhicule.

L'architecture d'un véhicule hybride parallèle est donnée sur la figure suivante :

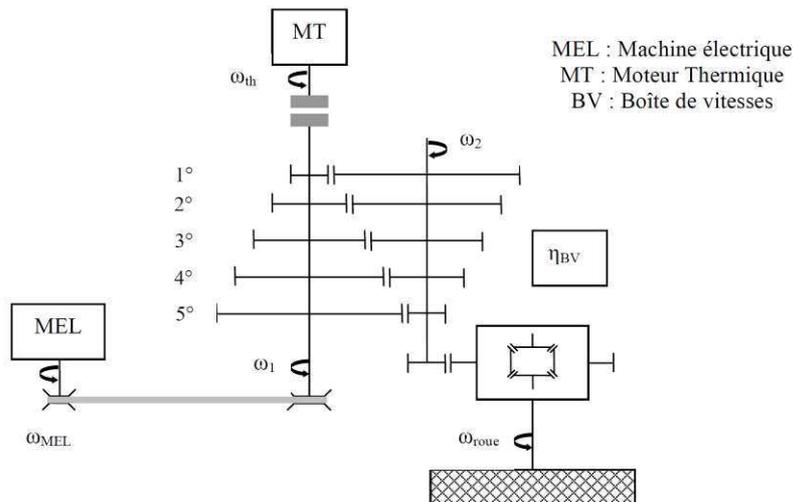


Figure 4 – Architecture du prototype Flex Hybrid.

La place dans le véhicule est une des contraintes principales pour le dimensionnement de la machine électrique. La stratégie générale de dimensionnement visera alors à réduire sa taille en profitant notamment de son fonctionnement en transitoire thermique par une utilisation au-delà de son fonctionnement nominale lors d'un cycle urbain (cf. Figure 5).

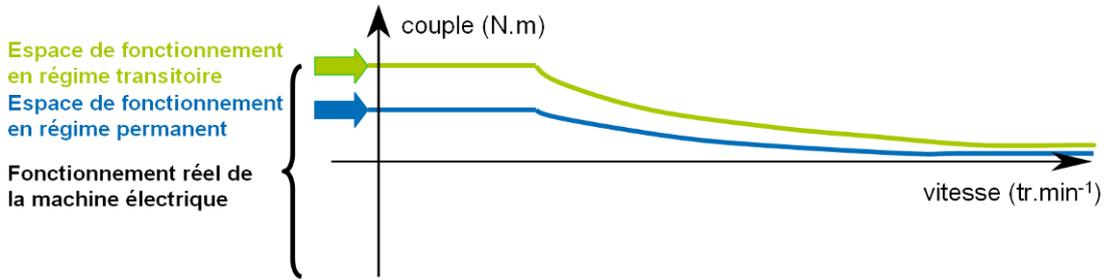


Figure 5 – Espace de fonctionnement de la machine électrique dans un véhicule hybride.

### 1.2 État de l'art

Nous pouvons citer plusieurs travaux de thèse où les aspects de transitoire thermique ont été pris en compte comme la thèse de [LEGRANGER09]. Un des aspects de cette thèse était de dimensionner un alternodémarrreur en tenant compte des transitoires thermiques lors de son fonctionnement en mode démarreur et du fonctionnement nominal lors du freinage récupératif.

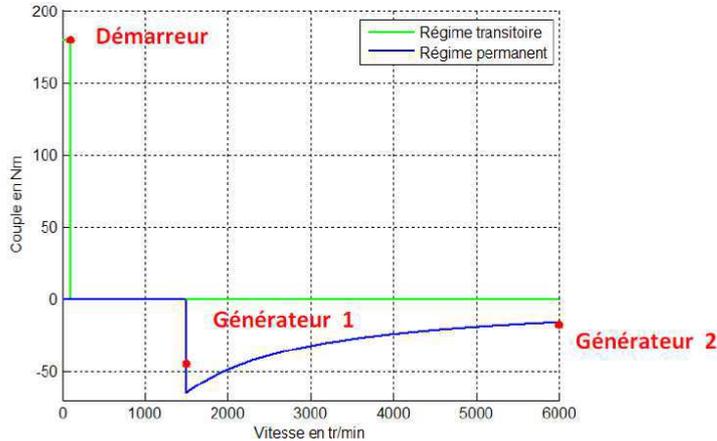


Figure 6 – Espace couple-vitesse d'un ADI [LEGRANGER09].

Le modèle thermique est fortement couplé au modèle électrique de par la réactualisation de la valeur de résistance électrique dans les bobinages à chaque pas de temps. Il est également couplé au modèle magnétique car les flux  $\Psi_d$  et  $\Psi_q$  nécessaires à l'obtention des points de fonctionnement sont liés au courant par la non-linéarité des matériaux magnétiques due à la saturation. Une commande optimale permet de calculer les courants  $i_d$  et  $i_q$  nécessaires. La prise en compte des aspects de transitoire thermique dans la machine se fait sur un seul point de fonctionnement (Démarreur) où la machine est fortement sollicitée. Cette optimisation est alors intéressante lorsque l'on veut minimiser le volume de la machine électrique.

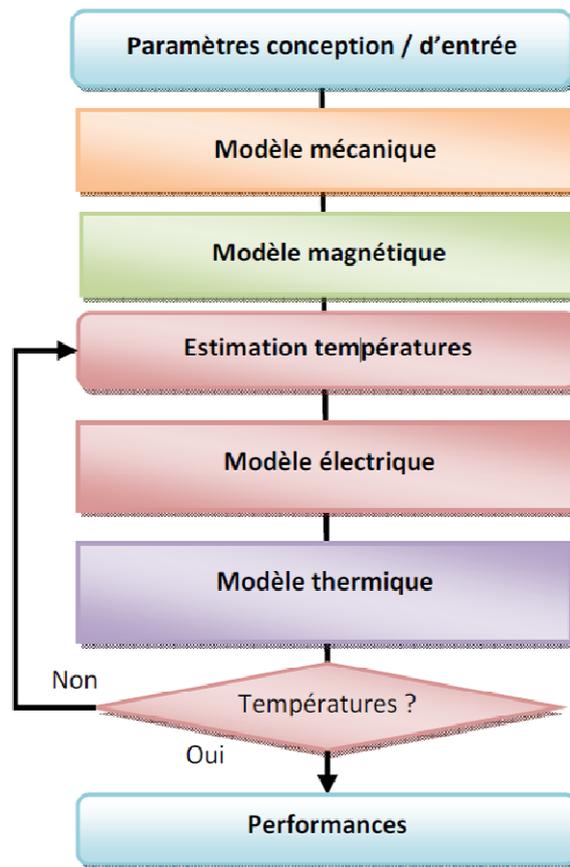


Figure 7 – Couplage des modèles [LEGRANGER09].

Dans [NGUYEN11], il est introduit la notion de cycle dans le processus d'optimisation du dimensionnement de la machine électrique pour des applications de véhicules électriques dont le but est de minimiser les pertes lors de ce cycle et de minimiser le courant efficace dans les phases de la machine au point de base. La simulation de la machine en fonctionnement peut être intégrée au processus d'optimisation car la modélisation de la machine est relativement rapide. En effet, le couple est calculé à partir d'une commande non optimisée, c'est-à-dire  $i_q$  pour le couple et  $i_d$  pour le défluxage ; la saillance de la machine ne participe alors pas à la création de couple. Les pertes sont calculées tout au long du cycle afin d'obtenir le couple utile et la thermique est vérifiée en fixant une densité de courant dans les bobinages. La machine est alors dimensionnée pour un régime permanent.

## 2 Stratégie de dimensionnement

Dans le but de minimiser au mieux le volume de la machine dans le véhicule, nous proposons de travailler sur trois principaux aspects ayant un impact significatif sur le volume de la machine. Cette machine devra répondre aux sollicitations en transitoires demandées lors d'un cycle Artémis urbain. Ces aspects pousseront le fonctionnement de la machine dans ses limites de vitesse, de saturation magnétique et ses limites thermiques.

Le premier de ces aspects est l'augmentation de la puissance massique de la machine. Nous savons que le couple électromagnétique est proportionnel au volume du rotor par la relation (1) donnée par [LIWSCHITZ67]. Cette relation découle de l'application du tenseur de Maxwell sur le rotor. Cette force appelée stress tangentiel  $\sigma_{Ftan}$  est le produit vectoriel du champ fourni par l'induit au stator avec l'induction au niveau de l'entrefer fournie par l'inducteur. Elle est alors fonction du courant linéique  $A_l$  et de l'induction dans l'entrefer  $B_{ent}$ . Cette force à l'extrémité du rotor crée un moment  $\sigma_{Ftan} \times R_{er}$  et produit un couple dont la formule est donnée ci-dessous :

$$\Gamma_{em} = \sigma_{Ftan} \cdot R_{er} \cdot S_r = 2 \cdot \sigma_{Ftan} \cdot V_r \quad (1)$$

Avec  $\sigma_{Ftan}$  le stress tangentiel appliqué à la surface du rotor.  
 $R_{er}$  le rayon extérieur du rotor.

$S_{er}$  la surface extérieure du rotor.

Le stress tangentiel est donné dans [PYRHÖNEN08] :

$$\sigma_{tan} = \frac{\hat{A}_l \cdot \hat{B}_{ent} \cdot \cos(\varphi)}{2} = \frac{A_l \cdot \hat{B}_{ent} \cdot \cos(\varphi)}{\sqrt{2}}$$

Par conséquent, la puissance étant le produit du couple et de la vitesse, nous nous orienterons vers des machines hautes vitesses réduisant ainsi le volume du rotor et donc le volume de la machine.

Cela-dit l'augmentation de la vitesse de rotation induira inévitablement une augmentation des pertes fer ayant alors un impact sur les performances de la machine et sur son dimensionnement. Il sera alors nécessaire de développer un modèle pouvant estimer les pertes fer sur l'ensemble de l'espace de fonctionnement.

Le second de ces aspects est l'augmentation des niveaux d'induction dans la machine, en particulier au niveau de l'entrefer, de la culasse et des dents. En effet, au niveau de l'entrefer l'impact sur le couple électromagnétique est évident comme décrit par l'équation (1). Au niveau de la culasse, cela aura un impact direct sur l'épaisseur de la culasse et donc sur le rayon extérieur du stator  $R_{es}$ . Au niveau des dents, cela aura un impact indirect sur  $R_{es}$  car la réduction de la largeur de dent permettra alors d'avoir des encoches plus larges et donc moins hautes. Cela-dit, de forts niveaux d'induction impliquent d'importantes saturation magnétique dans certaines parties de la machine se traduisant par une relation non-linéaire entre le couple et les courants statoriques [BOLDEA88],[SHIMA03],[STUMBERGER03],[KANO05]. Par conséquent, il sera nécessaire de développer un modèle magnétique prenant en compte ce phénomène pour tout l'espace de fonctionnement [CHÉDOT04], [RAMINOSOA06].

Cela-dit, pour une machine autopilotée lorsque celle-ci est fortement saturée, une augmentation du couple induira une plus forte augmentation du courant. Nous en venons donc au dernier de ces aspects qui est l'augmentation de la densité de courant dans les conducteurs de phase. Elle a une influence directe sur la section des conducteurs donc sur la surface d'encoche et par conséquent sur sa hauteur. Le rayon extérieur du stator est alors réduit. Nous choisirons une densité de courant dépassant largement les limites de fonctionnement en régime permanent de la machine électrique puisque l'utilisation faite de la machine est transitoire. Cela implique de développer un modèle thermique en transitoire permettant de vérifier que les températures les plus critiques dans la machine n'ont pas atteint leur limite lors du cycle de fonctionnement.

Pour finir, les performances de la machine devront être estimées sur tout son espace de fonctionnement. Il sera alors nécessaire d'implanter des lois de contrôle optimal tenant compte des pertes dans la machine et des non-linéarités de certains phénomènes électriques, magnétiques et thermiques ainsi que des limites de fonctionnement (limite en tension, courant et puissance) imposées par les équipements électriques que sont la batterie et l'onduleur [CHÉDOT04]. Bien entendu, afin d'estimer au mieux les performances de la machine, les modèles développés devront être couplés étant donné que de nombreuses caractéristiques sont dépendantes de la thermique et réciproquement. [JANNOT10] résume le couplage thermique-magnétique-électrique à partir de trois caractéristiques physiques non linéaires dans la machine qui sont la résistivité du cuivre, l'induction rémanente et le champ coercitif des aimants :

$$\begin{aligned} \rho(T) &= \rho_0 \cdot [1 + \alpha_{Cu} \cdot (T - T_0)] \\ B_r(T) &= B_{r0} \cdot [1 + \alpha_{Br} \cdot (T - T_0)] \\ H_{cj}(T) &= H_{cj0} \cdot [1 + \alpha_{Hcj} \cdot (T - T_0)] \end{aligned}$$

Pour entrer plus dans les détails, il existe un fort couplage entre le modèle thermique et électrique car les sources de chaleur dues aux pertes Joule sont dépendantes de la température par l'intermédiaire de la résistance non-linéaire de bobinage. Le changement de cette résistance implique également un changement des lois de contrôle. Il existe également un fort couplage entre le modèle thermique et magnétique car les flux  $\Psi_d$  et  $\Psi_q$  sont dépendants de la température des aimants. Cela implique également un changement des lois de contrôle. De plus, les pertes fer, source de chaleur dans le modèle thermique, dépendent également des lois de contrôle et créent un lien entre le modèle thermique, magnétique et électrique. Elles sont également dépendantes de la température. Des travaux sur le développement de modélisation multi-physique tenant compte de la thermique peuvent être cités comme [JANNOT10] pour régime permanent et [LAMGHARI06],

[FASQUELLE07] et [LEGRANGER09] pour le régime transitoire. Les travaux de [FASQUELLE07] ont permis la simulation thermique de la machine sur un cycle de fonctionnement.

## **3 Démarche de dimensionnement**

### **3.1 Introduction**

L'intégration de cycles de conduite dans un processus d'optimisation pose un réel problème en termes de temps de calcul par itération de l'optimiseur. Il est alors nécessaire de faire des choix visant à réduire le temps de résolution des modèles, limiter certains couplages ou négliger certains phénomènes conduisant ainsi à réduire la qualité des résultats. Or dans le cadre d'une minimisation du volume de la machine électrique, il est nécessaire de prendre en compte les transitoires thermiques ainsi que des phénomènes complexes tels que la saturation et bien sûr les sources de chaleur (pertes Joule, pertes fer et pertes mécaniques). Cela conduit inévitablement à augmenter le temps de calcul.

Il n'est pas non plus possible de dimensionner la machine sur un seul point de fonctionnement en régime transitoire car ses limitations thermiques doivent tenir compte de l'historique des températures lors du cycle.

Nous proposons alors de procéder en deux étapes. Dans la première étape, un dimensionnement optimal de la machine électrique est réalisé minimisant son volume et en vérifiant que les points de fonctionnement demandés lors du cycle urbain soient réalisables. Les transitoires thermiques ne sont pas pris en compte à ce stade mais une densité de courant dans les conducteurs est fixée à un niveau bien au-delà des niveaux choisis pour un fonctionnement de la machine en régime permanent. Les niveaux de saturation sont également choisis à des niveaux élevés. Nous aurons alors minimisé le volume de la machine de par le processus d'optimisation et les choix faits sur les paramètres d'entrée (niveaux de saturation, densité de courant). Son fonctionnement sur cycle est alors validé par une modélisation multi-physique électrique-magnétique-mécanique couplée à une optimisation des lois de contrôle minimisant les pertes et tenant compte des limites de fonctionnement imposée par l'onduleur et la batterie.

Cela-dit cette machine optimisée sera soumise à d'importants échauffements au cours du cycle de fonctionnement ; il est alors nécessaire de valider thermiquement son fonctionnement sur cycle. Donc dans la deuxième étape de ce processus, une simulation du fonctionnement de la machine sur cycle est réalisée comprenant cette fois une modélisation multi-physique thermique-électrique-magnétique-mécanique en transitoire et également couplée à une optimisation des lois de contrôle. Ce second processus nous fournit alors l'évolution des températures dans la machine au cours du cycle. La marge en température aux points les plus sensibles dans la machine (bobinages, aimants) au moment le plus critique du cycle permet alors de recalibrer certains paramètres d'entrée ayant un impact majeur sur le volume et les limites thermiques de la machine. Dans le cas où la température la plus critique dans la machine (bobinages ou aimants) n'a pas atteint les tolérances de températures fixées (autour de 15% en dessous de la température de destruction du matériau en question), la valeur de densité de courant est réajustée et la première étape d'optimisation est réitérée. Les températures de fonctionnement dans les aimants et les bobinages pour lesquelles la machine a été optimisée peuvent également être recalibrées en prenant par exemple leur valeur moyenne au cours du cycle.

Deux outils seront alors développés : un premier outil de dimensionnement que l'on appellera DIMOTEL et un second outil de simulation que l'on appellera SIMOTEL.

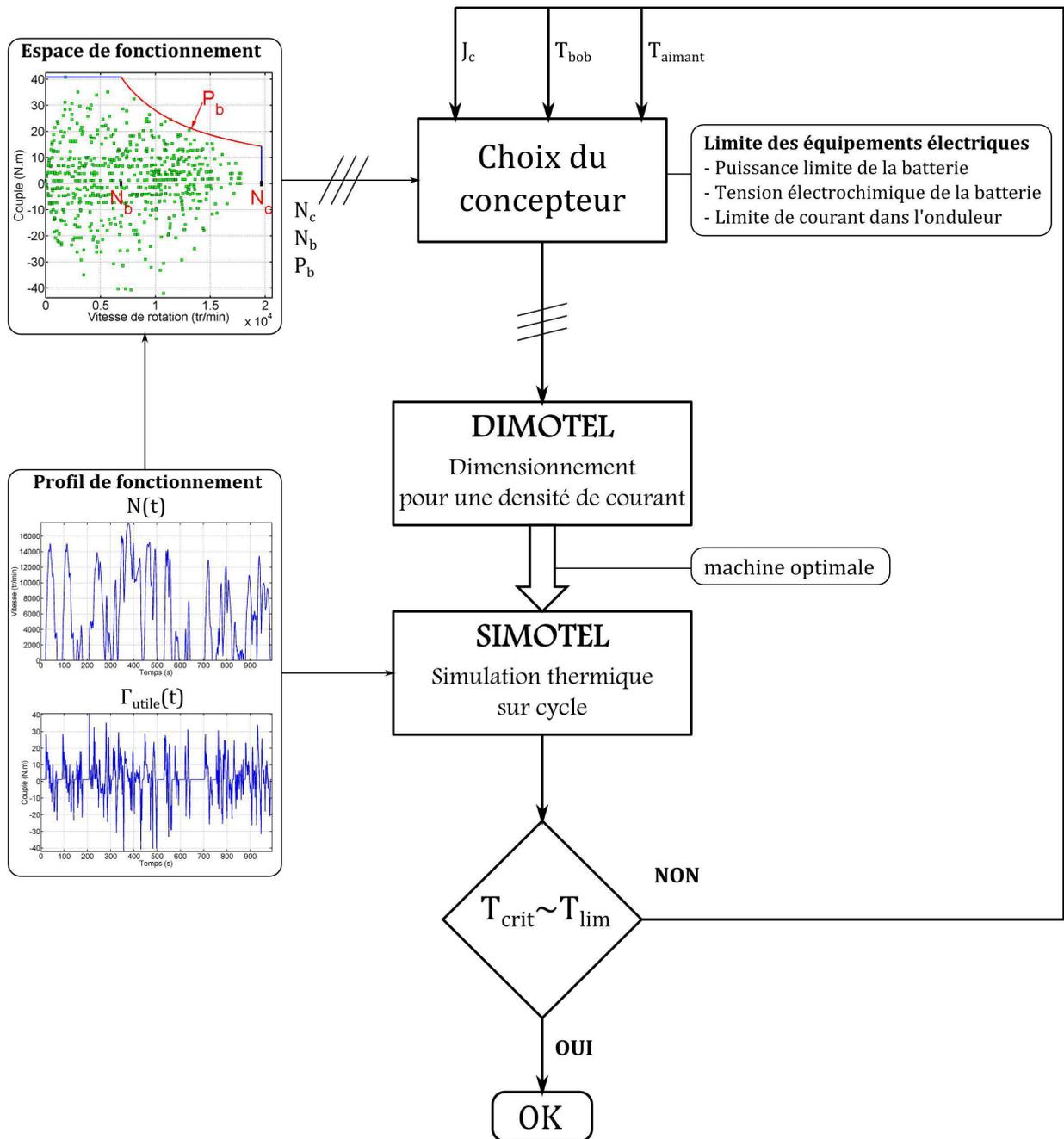


Figure 8 – Présentation de la méthode de dimensionnement.

Pour résumer, l'idée est alors de traiter le problème de dimensionnement général en le divisant en deux sous-problèmes. Le premier étant un problème inverse permettant d'obtenir une machine sous-dimensionnée, c'est-à-dire une machine dimensionnée pour un fonctionnement au-delà de son régime permanent. Nous vérifierons dans le processus d'optimisation de la machine qu'elle pourra répondre magnétiquement aux points de fonctionnement transitoires. Cela-dit, la thermique lors du cycle ne sera pas prise en compte mais les phénomènes complexes tels que la saturation et les pertes fer dans la machine seront pris en compte de manière précise. Le second étant un problème direct permettant cette fois-ci de tenir compte de l'évolution des températures dans la machine pour un cycle type. La stratégie globale vise à recalibrer le seul paramètre thermique n'étant pas optimisé dans la phase d'optimisation afin de minimiser au mieux le volume de la machine.

## 3.2 Description de la démarche

### 3.2.1 Introduction

L'outil DIMOTEL dimensionne une machine respectant un espace de fonctionnement donné dans le cahier des charges pour une densité de courant et des températures d'aimant et de bobinage données. L'espace de fonctionnement englobe tous les points de fonctionnement du cycle. Une modélisation de la machine couplant les modèles électrique-magnétique et mécanique ainsi que l'intégration de lois de contrôle permet de bien estimer les performances de la machine pour les températures données en entrée du logiciel.

À la suite de ce processus d'optimisation, les grandeurs magnétiques, c'est-à-dire les flux magnétiques ainsi que les pertes fer totales et localisées dans les dents et dans la culasse sont caractérisées en fonction de la température d'aimant et sont exportées vers SIMOTEL avec les autres données nécessaires à la résolution thermique comme la géométrie de la machine et les caractéristiques électriques (résistance à 20°C, type de conducteur) et mécaniques (coefficients de frottement).

À partir de ces données, SIMOTEL reconstitue la géométrie de la machine optimisée pour une résolution thermique comprenant le calcul des pertes (pertes Joule, pertes fer localisées et pertes mécaniques dans les roulements) et des températures tout au long du cycle. Une fois la résolution terminée, le rendement moyen au cours du cycle est calculé. La modélisation de la machine comprend plus de couplages entre les modèles car la thermique a une influence sur la plupart des phénomènes physiques qu'ils soient électriques ou magnétiques.

### 3.2.2 Processus de dimensionnement de la machine électrique (DIMOTEL)

#### 3.2.2.1 Introduction

Un dimensionnement optimal de la machine électrique est réalisée minimisant son volume et en vérifiant que les points de fonctionnement demandés lors du cycle urbain soient réalisables sans tenir compte des transitoires thermiques. La thermique est indirectement prise en compte en se fixant une densité de courant dans les conducteurs des bobinages et par recalibration après l'étape de simulation.

Les points de fonctionnement du cycle définissent l'espace de fonctionnement de la machine comme décrit sur la Figure 9.

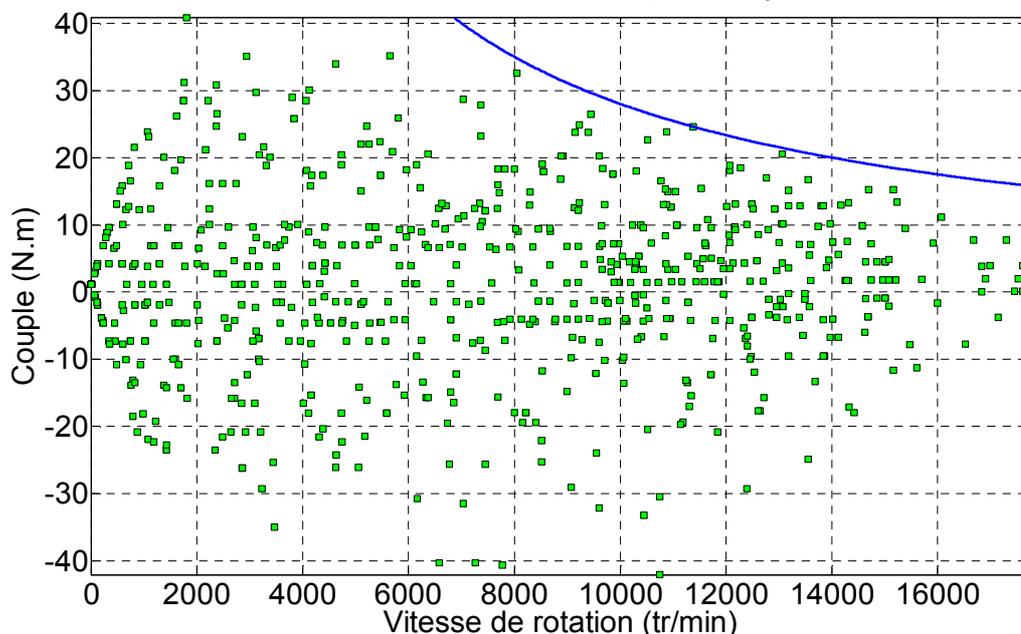


Figure 9 – Définition de l'espace de fonctionnement à partir des points couple-vitesse sur cycle Artémis urbain.

L'espace de fonctionnement intégrant tous les points couple-vitesse du cycle peut être défini par trois grandeurs qui seront définies dans le cahier des charges. Il s'agit de dire la vitesse de base, la vitesse maximale et l'isopuissance dans la zone de défluxage. Cet espace est donné sur la Figure 10.

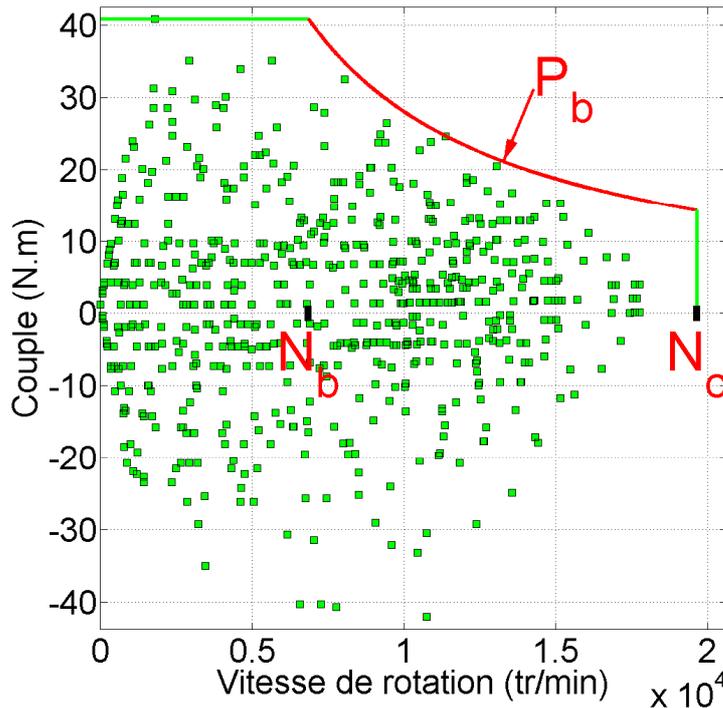


Figure 10 – Définition du cahier des charges.

Au final, l'espace de fonctionnement est vérifié lors du processus d'optimisation en calculant les performances sur deux points de fonctionnement : le couple à la vitesse de base  $N_b$  et l'isopuissance à la vitesse maximal  $N_c$ . Le premier point nécessitera une bonne prise en compte de la saturation et le second point nécessitera une bonne prise en compte du défluxage et des pertes fer.

L'augmentation des niveaux d'induction dans la machine sera inhérente au processus d'optimisation dont l'objectif est de minimiser le volume de la machine. Par conséquent, les limites sur ces niveaux d'induction seront supérieures à 2 T.

D'autres paramètres entrent en compte dans le dimensionnement de l'actionneur. Il s'agit des températures de fonctionnement dans les bobinages et les aimants. Elles seront dans un premier temps fixées cohérentes avec les températures d'utilisation de la machine électrique (130°C pour les bobinages et 60°C pour les aimants) puis recalibrées si besoin à leur température moyenne de fonctionnement après l'étape de simulation. Pour finir, la densité de courant sera fixée dans un premier temps à 20 A.mm<sup>-2</sup> puis recalibrée si besoin. Cette densité de courant initiale est issue des règles de l'art pour un fonctionnement de la machine en régime permanent thermique et pour un refroidissement par liquide.

En effet si nous observons lors de l'étape de simulation thermique que la température des bobinages ou des aimants dépassent à un moment du cycle leur température de destruction, la densité de courant sera alors réduite à la prochaine étape de dimensionnement. Et inversement si la température dans ces zones est largement en dessous de leur température de destruction.

Au final, la machine optimisée comportera une part importante de ses points de fonctionnement sur cycle situés dans la zone de fonctionnement transitoire.

### 3.2.2.2 Optimisation de la machine électrique

#### 3.2.2.2.1 Choix de la méthode d'optimisation

##### 3.2.2.2.1.1 État de l'art

Il existe deux principaux groupes de méthodes d'optimisation : les méthodes dites "stochastiques" et les méthodes dites "déterministes". Les méthodes d'optimisation déterministes calculent l'optimum de manière exact par des lois mathématiques bien définies comme le calcul de la direction de descente vers un minimum, le minimum étant l'optimum recherché. Nous pouvons également y définir deux sous-catégories, les méthodes d'ordre 0 (ex : simplexe, DIRECT), c'est-à-dire sans dérivation de la fonction objectif et/ou des contraintes et les méthodes d'ordre supérieur (ex : SQP). Ces méthodes d'optimisation sont en parfaite opposition avec les méthodes dites "stochastiques" faisant elles appel aux statistiques, aux probabilités et à des calculs de valeurs aléatoires. Les méthodes stochastiques explorent une grande partie de l'espace d'optimisation contrairement aux méthodes déterministes, ciblant leur recherche vers un optimum local. Les méthodes déterministes sont par conséquent plus rapides mais elles sont à contrario très sensibles à l'initialisation des variables d'optimisation et ne permettent pas de trouver un optimum global. Ces méthodes sont détaillées dans [RAGOT08] pour les méthodes stochastiques et dans [BELFKIRA09] pour les méthodes déterministes. Dans [BRISSET07], une classification de ces méthodes est donnée :

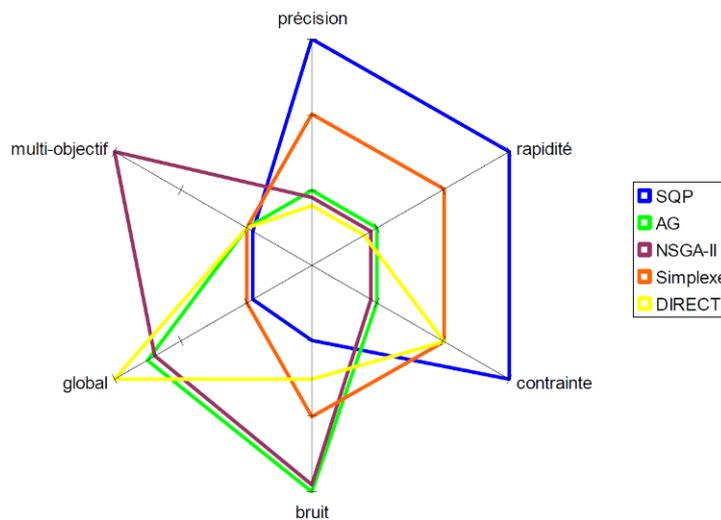


Figure 11 – Comparatif de quelques méthodes d'optimisation [BRISSET07].

Le choix de la méthode d'optimisation dépendra du niveau de modélisation choisi, lequel dépendra de la finesse des méthodes de résolution (numérique, semi-analytique ou analytique) et des phénomènes physique pris en compte, en particulier les phénomènes exigeant des temps de résolution relativement importants comme les phénomènes dits "non-linéaires" et les phénomènes couplés entre eux.

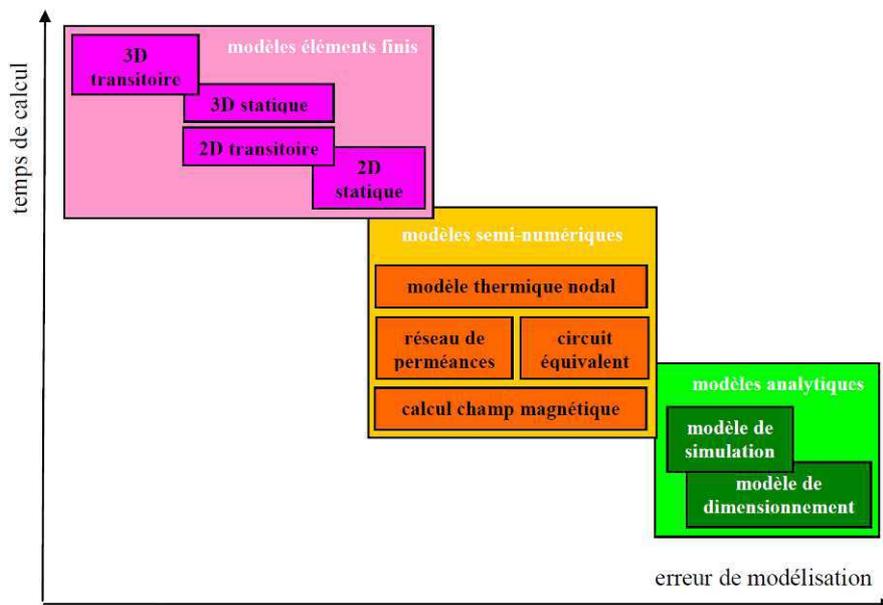


Figure 12 – Niveau de modélisation vs temps de calcul [BRISSET07].

### 3.2.2.1.2 Conclusion

Dans le cadre de notre application, pour correspondre au mieux aux performances réelles de la machine, certains phénomènes physiques complexes et non linéaires doivent être pris en compte tels que la saturation dans la machine, les pertes fer et le fait d'intégrer des lois de contrôle optimal. Ceux-ci augmenteront le temps de résolution du système. Par conséquent, nous préférons des méthodes d'optimisation rapides privilégiant ainsi le niveau de modélisation. En se référant à la Figure 11, la méthode SQP est le meilleur candidat étant donné le niveau de modélisation choisi et le nombre de contraintes donné à l'optimiseur (d'autres contraintes que le respect du cahier des charges sont présentes tels que des contraintes de conception, de résistances des matériaux et d'encombrement).

### 3.2.2.2 Stratégie dans l'optimiseur

Dans un problème d'optimisation, trois notions doivent être définies. En premier, il s'agit des données d'entrée comprenant les différents paramètres d'entrée  $x_e$  ne variant pas durant le processus d'optimisation et des variables d'optimisation qui ont été choisies en fonction de leur influence sur l'objectif et les contraintes d'optimisation. Des valeurs initiales  $x_0$  des variables d'optimisation sont fournies à l'optimiseur lorsqu'un algorithme d'optimisation déterministe est utilisé. Une première étape de pré-dimensionnement est alors nécessaire. Ensuite nous avons la fonction objectif et les contraintes que l'optimisation doit respecter.

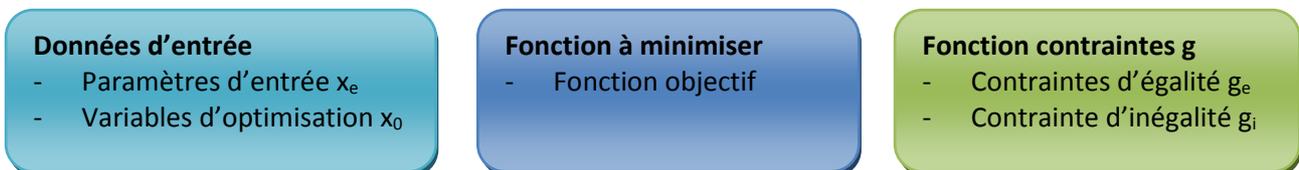


Figure 13 – Définitions élémentaires d'un processus d'optimisation.

La liste des paramètres d'entrée est donnée sur la Figure 14 :

Paramètres d'entrée	
$N_b$	Vitesse au point de base
$N_c$	Vitesse maximale
$P_b$	Isopuissance en défluxage
$\cos\phi_b$	Facteur de puissance au point de base
$\eta_b$	Rendement au point de base
$P_{bat\_max}$	Puissance maximale délivrable par la batterie
$E_b$	Tension électrochimique de la batterie
$I_{ond\_eff}$	Courant efficace maximal fourni par l'onduleur
$p$	Nombre de paires de pôles
$q_s$	Nombre d'encoche par pôle et par phase
$L_{a\_CdC}$	Longueur active maximale
$R_{es\_CdC}$	Rayon extérieur maximal du stator
$T_{aim}$	Température des aimants
$T_{Cu}$	Température du cuivre

Figure 14 – Paramètres d'entrée de l'outil d'optimisation.

Les paramètres  $N_b$ ,  $N_c$  et  $P_b$  permettent comme décrit sur la Figure 10 de définir l'espace de fonctionnement englobant tous les points de fonctionnement du cycle d'utilisation du véhicule.

D'autres paramètres tels que le facteur de puissance et le rendement au point de base permettent de se fixer des performances minimales à ce point de fonctionnement.

Les paramètres  $P_{bat\_max}$ ,  $E_b$ ,  $I_{ond\_eff}$  définissent les limites de fonctionnement imposées par les équipements électriques à la machine synchrones, c'est-à-dire l'onduleur et la batterie. Ces limites de fonctionnement sont prises en compte dans l'optimisation des lois de contrôle de la machine synchrone lors du calcul de ses performances dans le calcul des contraintes de l'optimiseur. La tension fournie en entrée d'onduleur est

particulièrement dépendante de la puissance demandée par la machine [KHUN03], [CHÉDOT04]. Cette non linéarité dépend du choix de la puissance limite de la batterie et est donc prise en compte dans le calcul des lois de contrôle [CHÉDOT04]. Les lois de contrôle sont détaillées dans la partie 2 du chapitre 3.

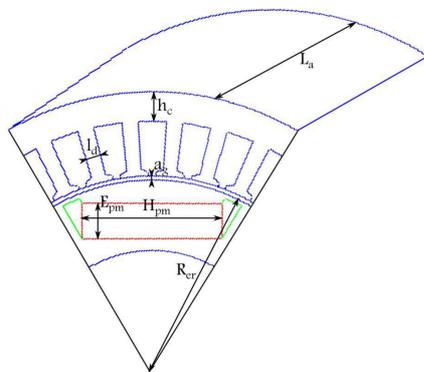
Le choix d'une optimisation par une méthode SQP nécessite le calcul d'une machine initiale calculée à partir des règles de l'art [PYRHÖNEN08].

Certains paramètres discrets, ne pouvant pas être pris en compte dans l'optimisation, seront choisis à ce stade du dimensionnement. C'est le cas du nombre d'encoches par pôle et par phase  $q_s$ . Nous avons choisi la stratégie proposée par [KANT86] maximisant  $q_s$  afin de rendre l'induction dans la machine la plus sinusoïdale possible. Les contraintes à ce stade de dimensionnement sont principalement des contraintes géométriques sur la forme des encoches. Le nombre de pôles reste également fixé lors de l'étape d'optimisation et figure alors aussi dans les paramètres d'entrée.

Ensuite l'espace dans le véhicule peut être très contraint, il est alors possible de fixer une contrainte supplémentaire sur la longueur active de la machine ou son diamètre extérieur au stator.

Enfin les températures d'aimant et de cuivre ont un impact sur les performances de la machine et sont fixés pour l'étape d'optimisation.

La liste des variables d'optimisation est donnée sur la Figure 15 :



**Variables d'optimisation**

$E_{pm}$	Épaisseur des aimants
$H_{pm}$	Largeur des aimants
$a_g$	Épaisseur de l'entrefer
$L_a$	Longueur active de la machine
$R_{er}$	Rayon extérieur du rotor
$l_d$	Largeur des dents statorique
$h_c$	Épaisseur de la culasse
$N_s$	Nombre de spires par phase
$I_{max}$	Courant efficace maximal dans les phases

Figure 15 – Variables d'optimisation.

Nous avons choisi neuf variables d'optimisation ayant un impact sur l'objectif et sur les contraintes. Les dimensions des aimants (épaisseur et largeur) sont ainsi optimisées car elles ont un impact direct sur le couple électromagnétique de la machine et sur la zone de défluxage. La largeur des aimants a un impact sur la saturation de l'espace entre les aimants et donc sur le flux  $\Psi_q$ . Par conséquent, ce paramètre joue également sur la saillance lorsque la machine est saturée. L'épaisseur de l'entrefer, où est stockée l'essentielle de l'énergie électromagnétique, est également optimisée car elle permet de fournir sur la zone de défluxage nécessaire à son utilisation à des hautes vitesses. Son augmentation permet d'augmenter la zone de défluxage mais aussi le volume des aimants. La longueur active du rotor est une variable d'optimisation importante également car elle est directement liée au couple électromagnétique de la machine et au volume de la machine électrique. Le nombre de spires par phase est lui directement lié au volume des encoches pour une section de conducteur donnée, au couple électromagnétique et à la tension produite par la force électromotrice. Il s'agit d'un paramètre ayant une influence directe sur la position du point de base séparant la zone à couple constant et la zone de défluxage car il permet de définir le couple électromagnétique maximal pour un courant donné et la vitesse où la tension a atteint la limite imposée par les équipements électriques. Ce paramètre a également une influence sur l'épaisseur du stator et donc sur le volume de la machine. Bien qu'il s'agisse d'une variable discrète, elle est traitée comme une variable continue puis approchée à la valeur entière la plus proche après la phase d'optimisation. Les paramètres suivants ont un impact sur les niveaux de saturation dans la machine, il s'agit de la largeur des dents statoriques et l'épaisseur de la culasse. Évidemment leur influence sur les performances de la machine est réelle car elles limitent le flux dans la machine. De plus l'épaisseur de la culasse a un lien direct sur l'épaisseur du stator. La largeur de dent a aussi un lien sur l'épaisseur du stator mais indirecte car sa réduction permet de réduire la hauteur d'encoche pour un volume d'encoche donné. Enfin le courant efficace dans les phases est également optimisé laissant un degré de liberté supplémentaire dans le dimensionnement. Celui-ci dépend du rendement et du facteur de puissance dans la machine et aura un impact sur le volume des conducteurs et donc des encoches.

Lors du processus d'optimisation, des bornes ont été fixées en fonction des valeurs initiales déterminées lors de l'étape de pré-dimensionnement de la machine synchrone. La Figure 16 en donne les valeurs :

Bornes des variables d'optimisation		
$E_{pm}$	$\max(0,75 \cdot E_{pm0}, 3,5 \text{ mm})$	$5 \cdot E_{pm0}$
$H_{pm}$	$\max(0,75 \cdot H_{pm0}, 5 \text{ mm})$	$5 \cdot H_{pm0}$
$a_g$	0,5 mm	3 mm
$L_a$	$\max(0,75 \cdot L_{a0}, 3 \text{ cm})$	$\min(5 \cdot L_{a0}, L_{a\_CdC})$
$R_{er}$	$\max(0,75 \cdot R_{er0}, 1 \text{ cm})$	$\min(5 \cdot R_{er0}, R_{er\_max})$
$l_d$	$\max(0,75 \cdot l_{d0}, 1 \text{ mm})$	$5 \cdot l_{d0}$
$h_c$	$\max(0,75 \cdot h_{c0}, 5 \text{ mm})$	$5 \cdot h_{c0}$
$N_s$	$0,8 \cdot N_{s0}$	$1,2 \cdot N_{s0}$
$l_{max}$	$0,25 \cdot l_{max0}$	$2 \cdot l_{max0}$

Figure 16 – Bornes des variables d'optimisation.

La fonction objectif minimise le volume des parties actives de la machine comme décrit sur la Figure 17 :

$$f_{\text{objectif}} = L_a \cdot \pi \cdot R_{es}^2$$

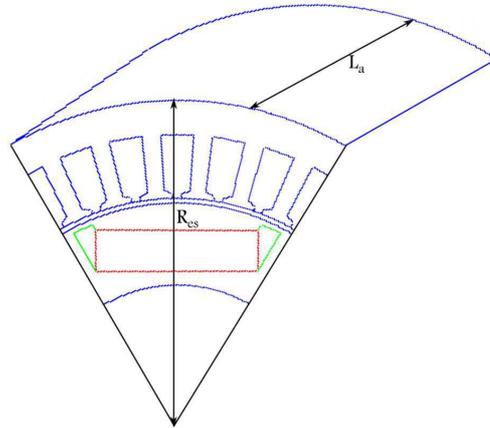


Figure 17 – Fonction objectif.

Enfin la Figure 18 donne la liste des contraintes d'optimisation :

**Contraintes d'inégalité**

$\Gamma_u^* > \Gamma_b$
$\cos \varphi^* > \cos \varphi_b$
$\eta^* > \eta_b$
$P_e^* > 0,96 \times P_{ref}^*$
$B_c^*$ pas de contrainte
$0,5 \cdot \tau_s^* < Esp_{pm}^* < \tau_s^*$
$L_a^* < \min(L_{a\_CdC}, L_{a\_max}^*)$
$R_{es}^* < R_{es\_CdC}$
$R_{er}^* < R_{er\_max}$
$E_{pm}^* < R_{er}^* / 4$
$R_{es}^* / 4 < 2,5$
$h_e^* / l_e^* < 5$

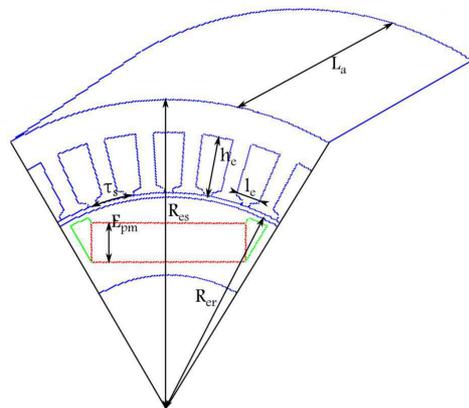
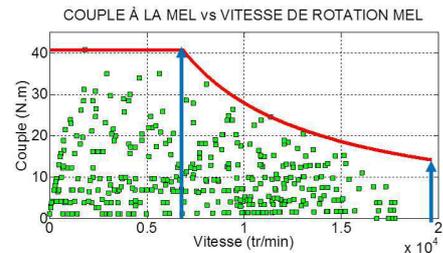


Figure 18 – Contraintes à respecter dans l'outil d'optimisation.

L'optimisation du dimensionnement de la machine électrique a pour objectif de minimiser son volume tout en vérifiant que ses performances sur deux points de fonctionnement définis par le cahier des charges soient respectées, c'est-à-dire :

- au point de base.
- à couple maximal à la vitesse maximale.

Les performances sont calculées à partir d'une modélisation de la machine électrique incluant une optimisation des lois de contrôle maximisant le couple utile à une vitesse donnée et tenant compte des limites de fonctionnement (courant, tension, puissance) imposées par les équipements électriques (batterie, onduleur). Ainsi nous obtenons ses performances dans ses limites de fonctionnement de la machine à la vitesse de base et à la vitesse maximale comme décrit sur la Figure 19.

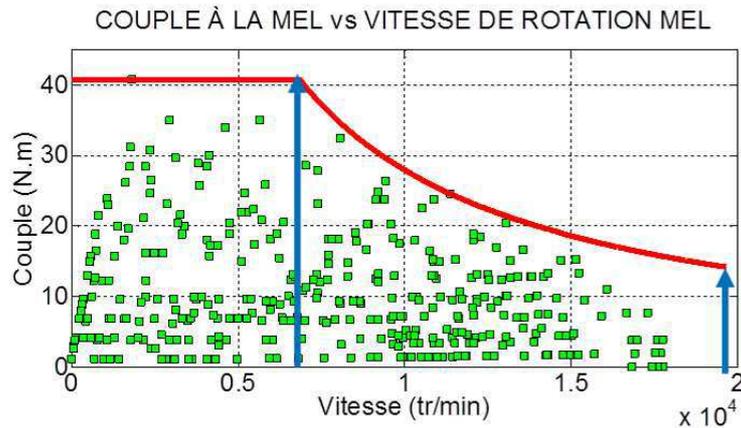


Figure 19 – Calcul des performances de la machine dans les limites de fonctionnement à la vitesse de base et à la vitesse maximale.

La modélisation de la machine calculant les différentes grandeurs physiques nécessaires au calcul des lois de contrôle comprend un ensemble de modèles dont le modèle de saturation croisée et de pertes fer. Le modèle général avec ses lois de contrôle est donné dans la partie 2 du chapitre 3.

Nous pouvons alors vérifier le point de base, c'est-à-dire si le couple utile maximal à la vitesse de base est supérieur au couple défini par le cahier des charges. Il est inutile d'imposer une contrainte d'égalité sur le couple de base car la minimisation du volume de l'actionneur tendra naturellement à diminuer ce couple (le couple est lié au volume de l'actionneur) ; celui-ci sera alors proche de la contrainte et donc du couple défini par le cahier des charges. Nous vérifions également si le facteur de puissance et le rendement à la vitesse de base sont bien respectés. Ces grandeurs et notamment le facteur de puissance ont un impact sur le courant efficace dans les phases nécessaire pour fournir la puissance au point de base. Donc un facteur de puissance faible conduira à un courant de phase élevé et à un surdimensionnement de l'onduleur.

Nous pouvons ensuite vérifier le second point de fonctionnement, c'est-à-dire si la puissance électrique maximale à la vitesse maximale est proche de la puissance électrique  $P_{ref}$  fournie au point de base. Nous vérifions alors le bon défluxage de la machine électrique.

Il est également possible qu'une limite soit fixée dans le cahier des charges sur le rayon extérieur du stator ou sur la longueur active de la machine.

Certaines grandeurs géométriques peuvent être limitées par des phénomènes mécaniques. Cela est le cas du diamètre extérieur du rotor et de sa longueur active qui sont respectivement limités par la déformation du matériau au niveau de sa surface extérieure et par les phénomènes de résonance mécanique. Dans le premier cas, une déformation du matériau de 0,02 % est autorisée à la vitesse de rotation maximale de la machine. Cela impose alors dans les contraintes de l'optimiseur une limitation du diamètre extérieur du rotor. Dans le second cas, aucune résonance mécanique n'est autorisée dans l'espace de fonctionnement défini pour la machine. Cela impose dans les contraintes une limite sur les dimensions du rotor de sorte que la première fréquence de résonance mécanique créant une torsion en U du rotor apparaît au-delà de la vitesse maximale de la machine. Cette fréquence de résonance est donc en relation avec le diamètre extérieur du rotor et sa longueur. La

contrainte d'optimisation peut être alors au choix imposée sur sa longueur ou son diamètre, nous avons fait le choix de l'imposer sur sa longueur.

Au stator, dans le cadre de notre problématique nous ne fixons aucune contrainte sur les niveaux de saturation dans les dents et la culasse laissant ainsi libre l'optimiseur de minimiser ces parties. Cela-dit, nous laissons la possibilité d'imposer des contraintes d'induction maximale dans la culasse permettant de contrôler si nous le souhaitons son niveau de saturation au point de base. Nous fixons alors indirectement une limite minimale de l'épaisseur de culasse.

Au rotor, un espace entre les aimants est compris entre un demi-pas et un pas d'encoche. Cela permet un passage de flux suffisant sur l'axe  $q$ . Celui-ci a un impact direct sur la saturation de  $\Psi_q$ .

Pour finir, des limites de forme des encoches et de forme du rotor sont imposées. Dans le premier cas, il s'agit d'un problème de fabrication des encoches et de bobinages. Dans le second cas, il s'agit d'une limite évitant d'avoir une machine trop plate, plus difficile à implanter dans un véhicule.

### **3.2.2.3 Données de sortie**

Une fois le processus d'optimisation terminé, une caractérisation magnétique de la machine en fonction de la température est effectuée. Le calcul des flux magnétiques dans la machine et des pertes fer localisées dans les dents et la culasse est réalisé pour différents couples de courants ( $i_d, i_q$ ) et pour différentes températures d'aimant. Ces données sont ensuite exportées vers le second outil développé pour une simulation thermique sur cycle avec la géométrie de la machine optimisée, les caractéristiques des roulements et les caractéristiques de bobinage (résistance de phase à 20°C et le type de matériau utilisé).

## **3.2.3 Simulation thermique sur cycle de la machine électrique (SIMOTEL)**

### **3.2.3.1 Introduction**

À la suite de l'étape d'optimisation et de caractérisation de la machine, une simulation sur cycle Artémis urbain est réalisée. Le second outil appelé SIMOTEL comprend l'ensemble des modèles développés et utilisés précédemment. Ces modèles sont couplés à une modélisation thermique en transitoire de la machine permettant d'effectuer une simulation du fonctionnement de l'actionneur gérée par des lois de contrôle optimal comme pour DIMOTEL.

### **3.2.3.2 Données d'entrée**

DIMOTEL envoie l'ensemble des données nécessaires à la simulation, c'est-à-dire :

- La géométrie des parties active de la machine optimisée.
- Les tables de flux  $\Psi_d$  et  $\Psi_q$  en fonction des couples de courants ( $i_d, i_q$ ) et de la température d'aimant  $T_{aim}$ .
- Les tables de pertes fer volumique dans les dents en fonction des couples de courants ( $i_d, i_q$ ) et de la température d'aimant  $T_{aim}$ .
- Les tables de pertes fer volumique dans la culasse en fonction des couples de courants ( $i_d, i_q$ ) et de la température d'aimant  $T_{aim}$ .
- Les caractéristiques des roulements, c'est-à-dire le couple de frottements secs et visqueux.
- Le nombre de spires par phase pour le calcul la résistance de bobinage et les pertes Joule localisées.
- Les caractéristiques des équipements électriques (courant efficace limite de l'onduleur, tension électrochimique de la batterie et sa puissance limite).
- Les types de matériaux utilisés (matériau de bobinage, de tôle, d'aimant, etc.)

Nous avons également en entrée le cycle d'utilisation couple-vitesse pour lequel la machine est simulée.

### **3.2.3.3 Simulation**

Les caractéristiques détaillées de la machine permettent alors le calcul de ses pertes localisées (Joule, fer et mécaniques) et leur intégration dans le modèle thermique.

Le modèle thermique comprend une modélisation du stator et de son circuit de refroidissement, une modélisation de l'entrefer, du rotor et de la carcasse de la machine. Ainsi l'évolution des températures aux différents endroits du bobinage et dans les aimants sont obtenues et permettent alors de calculer de manière

précise les pertes Joule, la variation de la résistance de bobinage, les flux magnétiques et les pertes fer. Toutes ces caractéristiques, ayant une influence sur les performances de la machine (pertes, tensions électriques, courants, etc.) sont alors réintégrées dans les différents modèles et dans l'optimisation des lois de contrôle à chaque pas de temps pour une simulation au plus juste.

#### **3.2.3.4 Données de sorties**

Nous obtenons alors l'évolution de l'ensemble des caractéristiques de la machine au cours de son fonctionnement dont :

- L'évolution de ses différentes températures et en particulier dans les bobinages et les aimants.
- L'évolution de ses pertes (Joule, fer et mécaniques).
- Le rendement global sur cycle.

## **4 Conclusion**

La problématique liée à l'électrification des véhicules est le manque de place sous le capot et une utilisation par intermittence de la machine électrique.

Au final, le fait de procéder en deux étapes permet de réduire considérablement le volume de la machine tout en profitant des aspects transitoires de son utilisation. En effet, dans la première étape, le dimensionnement optimal de la machine minimisant son volume tout en vérifiant qu'elle puisse répondre à l'ensemble des points de fonctionnement du cycle permet de répondre à ce problème d'encombrement. Les deux aspects qui sont des hauts niveaux d'induction au sein de la machine et une forte densité de courant dans les conducteurs permettent une minimisation significative de son volume. Cela-dit la machine ne pourra répondre thermiquement à l'ensemble des points du cycle qu'en transitoire. Donc dans la seconde étape, la simulation thermique de la machine au cours du cycle permet de vérifier ses températures internes et éventuellement de recalibrer certains paramètres pour une nouvelle optimisation plus juste.

Le processus général et les différentes interactions entre les deux étapes sont décrits sur la Figure 20:

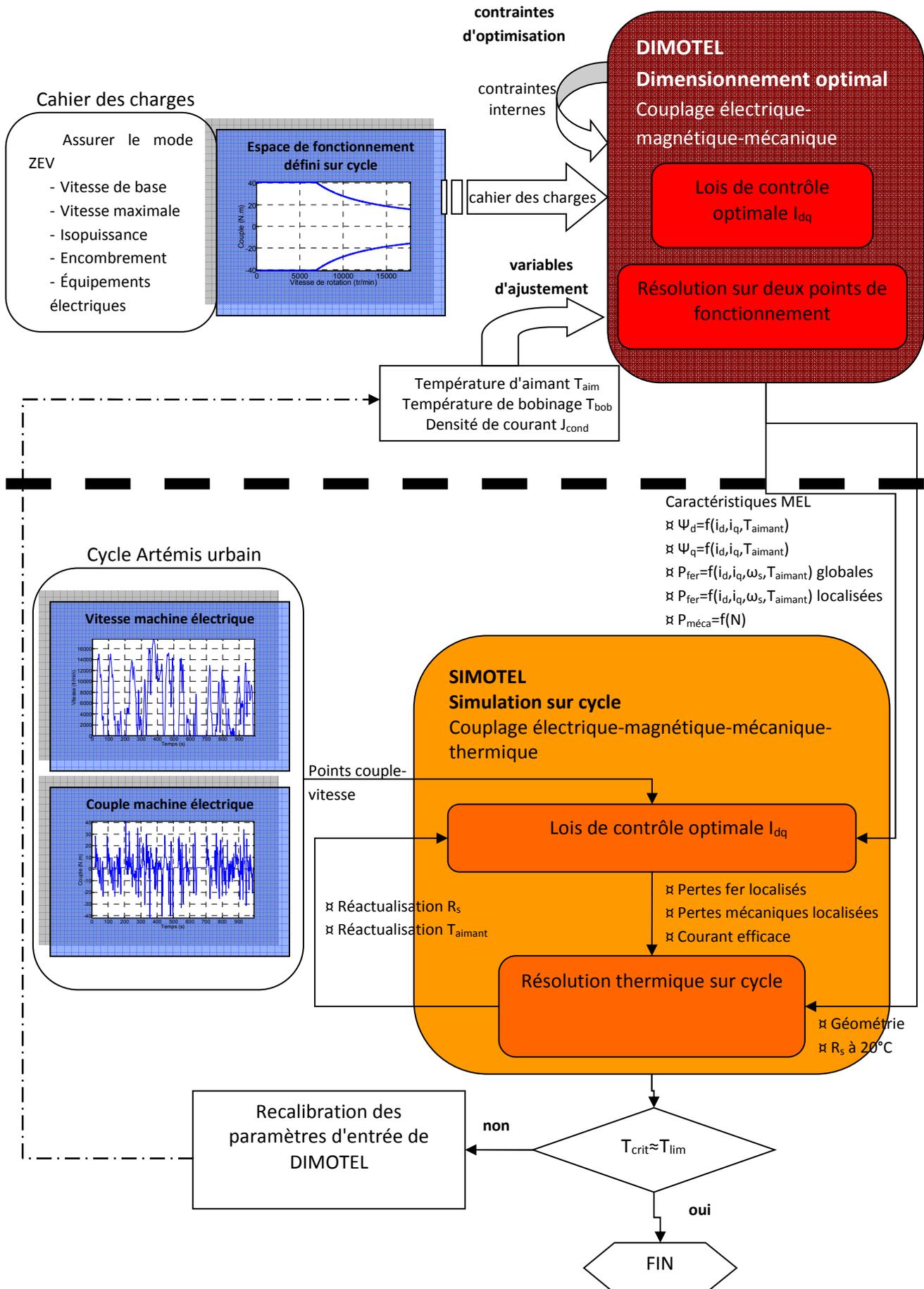


Figure 20 – Stratégie de dimensionnement de la machine synchrone sur un profil de conduite.

## 5 Bibliographie

- [BELFKIRA09] R. Belfkira, "Dimensionnement et optimisation de centrales hybrides de production d'énergie électrique à base d'énergies renouvelables : Application aux sites isolés", Groupe de recherche en électrotechnique et automatique du Havre, Université du Havre, 9 décembre 2009.
- [BOLDEA88] I. Boldea, S. A. Nasar, "A general equivalent circuit (GEC) of electrical machines including crosscoupling saturation and frequency effects", IEEE Trans. Energy Conv., vol. 3, pp 689-695, Sept. 1988.
- [BRISSET07] S. Brisset, "Démarches et Outils pour la Conception Optimale des Machines Électriques", thèse d'HDR, École centrale de Lille, 18 décembre 2007.
- [CHÉDOT04] L. Chédot "Contribution à l'étude des machines synchrones à aimants permanents internes à large espace de fonctionnement. Application à l'alternateur-démarrateur", PhD Thesis, Université de Technologie de Compiègne (UTC), Laboratoire d'Électromécanique de Compiègne (LEC), 2004.
- [FASQUELLE07] A. Fasquelle, "Contribution à la modélisation multi-physique : électro-vibro-acoustique et aérothermique de machines de traction", PhD Thesis, École centrale de Lille, 2007.
- [HONSINGER87] V. B. Honsinger, "Sizing equations for electrical machinery", IEEE Trans. on Energy Conversion, vol. EC-2, pp. 117-420, 1987.
- [JANNOT10] X. Jannot, "Modélisation et optimisation d'un ensemble convertisseur-machine : Application aux systèmes d'entraînement à haute vitesse", PhD thesis, ED STITS, Supélec, 2010.
- [KANO05] Y. Kano, T. Kosaka and N. Matsui, "Simple Nonlinear Magnetic Analysis for Permanent-Magnet Motors", IEEE Trans. on Ind. Appl., pp. 1205-1213, 2005.
- [KANT86] M. Kant, "Conception de machines électriques tournantes assistées par ordinateur", Rapport, Université de Technologie de Compiègne (UTC), 1986.
- [KHUN03] E. Khun, C. Forgez, G. Friedrich, "Modèle de batteries Ni-MH adaptée au Génie Électrique : description et validation expérimentale", EF 2003, Laboratoire d'électromécanique (LEC), Université de Technologie de Compiègne (UTC), 2003.
- [LAMGHARI06] M. I. Lamghari-Jamal, "Modélisation magnéto-thermique et optimisation de machines rapides : Application à la machine à réluctance variable", PhD Thesis, Laboratoire IRENA, Université de Nantes, 2006.
- [LEGRANGER09] J. Legranger, "Contribution à l'étude des machines brushless à haut rendement dans les applications de moteurs-générateurs embarqués", PhD Thesis, Laboratoire d'Électromécanique de Compiègne (LEC), Université de Technologie de Compiègne (UTC), 15 mai 2009.
- [LIWSCHITZ67] M. Liwschitz, "Calcul des machines électriques", Tomes 1 et 2, SPES Lausanne, 1967.
- [NGUYEN11] P-H. Nguyen, "Impact des modèles de pertes sur l'optimisation sur cycle d'un ensemble convertisseur – machine synchrone", thèse, Laboratoire SATIE, ENS Cachan, 30 novembre 2001.
- [PYRHÖNEN08] J. Pyrhönen, T. Jokinen, V. Hrabovcovà, "Design of electrical machines", book, John Wiley & Sons, 2008.
- [RAGOT08] P. Ragot, "Modélisation analytique multiphysique pour la conception optimale de moteurs synchrones à aimants permanents", thèse, Laboratoire d'actionneurs intégrés, École Polytechnique Fédérale de Lausanne (EPFL), 2008.
- [RAMINOSOA06] T. Raminosoa, "Optimisation des performances des machines synchro-réductantes par réseau de perméances", PhD thesis, Institut National Polytechnique de Lorraine (INPL), 2006.
- [SHIMA03] K. Shima, K. Ide, M. Takahashi and K. Oka, "Steady-State Magnetic Analysis of Salient-Pole Synchronous Machines Considering Cross-Magnetization", IEEE Trans. on Energy Conv., vol 18, no. 2, 2003.
- [STUMBERGER03] B. Stumberger, G. Stumberger, "Evaluation of saturation and Cross-Magnetization Effects in Interior Permanent-Magnet Synchronous Motor", IEEE Trans. Ind. Appl., May 27, 2003.

# Chapitre 3

Spécificités de  
modélisation de la MAPI  
pour des applications de  
véhicules hybrides

---

## Sommaire

<b>1</b>	<b>INTRODUCTION .....</b>	<b>42</b>
<b>2</b>	<b>MODELISATION DE LA MACHINE SYNCHRONNE AUTOPILOTEE .....</b>	<b>42</b>
<b>3</b>	<b>MODELISATION DU PHENOMENE DE SATURATION CROISEE .....</b>	<b>44</b>
3.1	INTRODUCTION .....	44
3.2	ÉTAT DE L'ART .....	44
3.2.1	Introduction.....	44
3.2.2	Prise en compte de la saturation dans la machine .....	45
3.2.2.1	Niveau de modélisation des phénomènes magnétiques .....	45
3.2.2.2	Méthodes de modélisation prenant en compte la saturation croisée.....	46
3.2.2.2.1	Méthodes de modélisation semi-analytiques .....	47
3.2.2.2.2	Méthodes de modélisation numériques .....	48
3.2.2.3	Méthodes de résolution non-linéaire .....	48
3.2.2.3.1	Mise en forme du problème .....	48
3.2.2.3.2	Résolution du problème.....	50
3.2.2.4	Calcul des grandeurs magnétiques.....	51
3.2.2.4.1	Calcul des flux $\Psi_d$ et $\Psi_q$ .....	51
3.2.2.4.2	Calcul du couple électromagnétique.....	52
3.2.3	Conclusion et choix de solutions adaptées .....	53
3.3	MODELISATION DE LA MAPI.....	55
3.3.1	Analyse et modélisation d'une structure classique de MAPI.....	56
3.3.1.1	Hypothèses.....	56
3.3.1.2	Réseau équivalent de réluctances.....	56
3.3.2	Analyse et modélisation de la machine HW820CG .....	60
3.3.2.1	Spécificités de la machine HW820CG.....	60
3.3.2.2	Réseau équivalent de réluctances.....	62
3.3.3	Calcul des réluctances .....	63
3.3.3.1	Calcul des réluctances linéaires.....	63
3.3.3.2	Calcul des réluctances non linéaires .....	65
3.3.4	Calcul des tables de flux .....	66
3.4	RESULTATS.....	68
<b>4</b>	<b>MODELE DE PERTES FER.....</b>	<b>69</b>
4.1	INTRODUCTION.....	69
4.2	ÉTAT DE L'ART .....	69
4.2.1	Introduction.....	69
4.2.2	Modèles locaux.....	69
4.2.3	Modèles globaux .....	71
4.2.4	Influence de la commande sur les pertes fer .....	72
4.2.5	Conclusion et choix de solutions adaptées .....	73
4.3	MODELISATION.....	73
4.3.1	Hypothèses.....	74
4.3.2	Relevé des formes d'induction dans la machine à partir du réseau de réluctances.....	74
4.3.3	Calcul des coefficients de pertes a, b et c de la formule de Bertotti généralisée .....	78
4.3.4	Calcul des tables de coefficients de pertes a, b et c.....	79
4.4	RESULTATS.....	80
<b>5</b>	<b>MODELISATION THERMIQUE EN TRANSITOIRE PAR UNE METHODE NODALE .....</b>	<b>83</b>
5.1	INTRODUCTION.....	83
5.2	ÉTAT DE L'ART .....	84
5.2.1	Mode de diffusion de la chaleur.....	84

5.2.1.1	Introduction.....	84
5.2.1.2	Représentation nodale de la machine électrique .....	85
5.2.1.3	Diffusion de la chaleur par conduction .....	87
5.2.1.3.1	Équation de Fourier.....	87
5.2.1.3.2	Homogénéisation des milieux hétérogènes.....	88
5.2.1.3.3	Modélisation des sources de chaleur.....	89
5.2.1.3.4	Modélisation des éléments passifs .....	94
5.2.1.3.5	Comportement thermique des matériaux utilisés .....	94
5.2.1.4	Transfert par convection .....	95
5.2.1.4.1	Introduction.....	95
5.2.1.4.2	Équation de Newton.....	96
5.2.1.4.3	Origines physiques des nombres adimensionnels .....	96
5.2.1.4.4	Types d'écoulement .....	101
5.2.1.4.5	Calcul du nombre de Nusselt .....	103
5.2.1.4.6	Types de transfert par convection thermique dans la machine .....	104
5.2.1.4.7	Propriétés thermiques.....	110
5.2.1.5	Transferts par rayonnement .....	112
5.2.1.5.1	Équation de Stephan-Boltzmann.....	112
5.2.1.5.2	Types de transfert par rayonnement dans la machine .....	112
5.2.1.5.3	Propriétés thermiques des surfaces.....	113
5.3	MODELISATION.....	114
5.3.1	Introduction.....	114
5.3.2	Modélisation des principaux transferts thermiques .....	117
5.3.2.1	Modélisation des roulements .....	117
5.3.2.2	Modélisation de l'entrefer.....	117
5.3.2.3	Modélisation des échanges avec le circuit de refroidissement .....	118
5.3.2.4	Modélisation des têtes de bobines .....	119
5.3.3	Modélisation des extrémités de la machine .....	125
5.3.4	Modélisation du stator .....	127
5.3.5	Modélisation du rotor .....	129
5.4	RESULTATS.....	130
5.4.1	Validation du régime permanent au point de base .....	131
5.4.2	Simulation thermique sur un point de fonctionnement en régime transitoire .....	133
5.4.3	Simulation thermique sur une série de créneaux de couple en régime transitoire .....	135
5.4.4	Conclusion .....	137
5.5	VALIDATIONS EXPERIMENTALES .....	137
5.5.1	Description du banc de test.....	137
5.5.2	Métrologie .....	139
5.5.2.1	Mesures électriques .....	139
5.5.2.2	Mesures thermiques .....	139
5.5.2.3	Mesures mécaniques.....	140
5.5.3	Essai en régime permanent thermique.....	140
5.5.4	Essai sur un point de fonctionnement de transitoire thermique.....	141
5.6	CONCLUSION SUR LA MODELISATION THERMIQUE .....	142
<b>6</b>	<b>CONCLUSION GENERALE .....</b>	<b>143</b>
<b>7</b>	<b>BIBLIOGRAPHIE .....</b>	<b>143</b>

## 1 Introduction

Comme cela a été détaillé dans le chapitre précédent, nous travaillerons sur trois aspects afin de minimiser le volume de la machine électrique. Ces aspects sont l'augmentation des niveaux d'induction au sein de la machine, l'augmentation de sa vitesse de rotation et l'utilisation de la machine dans sa zone de fonctionnement en transitoire thermique lors d'un cycle de fonctionnement type. Il en résulte alors l'apparition de zones saturées dans les matériaux magnétiques, une augmentation des pertes fer avec la vitesse et un échauffement de la machine. Cela implique le développement d'un modèle magnétique prenant en compte les phénomènes de saturation, le développement d'un modèle de pertes fer et le développement d'un modèle thermique en transitoire. Le modèle magnétique et le modèle de pertes fer étant intégré au processus d'optimisation, il est alors nécessaire qu'ils soient suffisamment rapides.

Par conséquent, ce chapitre comportera quatre principales parties. Une première partie introduira la modélisation de la machine à partir de la transformation de Park permettant ainsi de calculer ses principales grandeurs physiques où interviennent des grandeurs magnétiques telles que les flux direct et en quadrature  $\Psi_d$  et  $\Psi_q$  ainsi que les pertes fer.

La seconde partie présentera une modélisation magnétique de la MAPI permettant de tenir compte de la saturation croisée à travers le calcul des flux  $\Psi_d$  et  $\Psi_q$ .

La troisième partie présentera un modèle de pertes fer permettant de calculer les pertes localisées dans la culasse et les dents à partir des données fournies par le modèle magnétique.

Dans la dernière partie, une modélisation thermique de la machine représentant les flux dans les trois dimensions sera décrite. Ce modèle sera appliqué à la simulation en transitoire thermique de la machine sur un profil de fonctionnement.

## 2 Modélisation de la machine synchrone autopilotée

Les grandeurs physiques nécessaires au calcul des performances de la machine synchrone sont calculées à partir de la transformation de Park. L'application de ce modèle suppose certaines hypothèses telles que les forces magnétomotrices dans l'entrefer soient réparties sinusoidalement et que les phénomènes secondaires soient négligés (effet de température, effet de peau, etc.) [MILLER06]. Cela restreint ce modèle principalement à l'étude des machines à flux radial et à bobinage réparti comme pour notre application. Cela-dit, certains auteurs comme [LIBERT04] et [MEIER08] ont travaillé sur des machines à bobinages concentrés tout en appliquant Park et ont montré que l'estimation du couple et des tensions restent tout à fait correct pour les machines de charge (fort couple à faible vitesse).

Nous obtenons alors un modèle générale de la machine à aimant permanents basé sur des équations simplifiées donnant ses différentes grandeurs électromagnétiques et électromécaniques en régime sinusoïdale établi équilibré. Néanmoins nous verrons dans la suite de ce chapitre que certaines grandeurs magnétiques telles que les flux  $\Psi_d$  et  $\Psi_q$  ainsi que les pertes fer sont particulièrement non-linéaires et sensibles aux lois de contrôle  $i_d$  et  $i_q$  ce qui rend difficile leur calcul c'est-pourquoi la détermination de ces courants est réalisée par une optimisation des lois de contrôle visant à calculer les courant  $i_d$  et  $i_q$  optimaux :

- Maximisant le couple utile à une vitesse de rotation donnée pour l'outil d'optimisation en tenant compte de la limite de fonctionnement en tension (limitée par la batterie en prenant en compte sa chute de tension), en courant (limitée par la densité de courant dans les conducteurs) et en puissance (limité par la batterie). Cf. Figure 21.
- Minimisant les pertes dans la machine en tenant compte des limites de fonctionnement et du respect du point de fonctionnement sur cycle donné pour chaque pas de temps. Cf. Figure 22.

Optimisation des lois de contrôle ( $i_d^{opt}, i_q^{opt}$ )		
Équations de Park en régime sinusoïdal établi		Fonction objectif
Grandeurs électromagnétiques	$\begin{cases} v_d = R_s * i_d - \omega_e * \Psi_q \\ v_q = R_s * i_q + \omega_e * \Psi_d \\ C_{em} = p * (\Psi_d * i_q - \Psi_q * i_d) \\ P_e = v_d * i_d + v_q * i_q \end{cases}$	$f = \min(-C_u^*)$
Grandeurs électromécaniques	$\begin{cases} P_{méca} = C_{em} * \omega_m - P_{fer} - P_{roults} \\ C_{fer} = \frac{P_{fer}}{\omega_m} \\ C_{roults} = \frac{P_{roults}}{\omega_m} \\ C_{utile} = C_{em} - C_{P_{fer}} - C_{P_{roults}} \\ \eta = \frac{P_{méca}}{P_e} \end{cases}$	Contraintes $\begin{aligned} I_{eff}^* &< \max(I_{max}, I_{ond}) \\ V_{eff}^* &< V_{disp}(P_e^*) \\ P_e^* &< P_{bat_{max}} \end{aligned}$

DIMOTEL

Figure 21 – Modélisation de la machine synchrone autopilotée pour l'outil d'optimisation.

Avec  $R_s$  la résistance de phase.  
 $\omega_e$  la pulsation électrique.  
 $\omega_m$  la pulsation mécanique.

La résistance de bobinage est calculée à partir de la formule donnée dans [FODOREAN09]. La conductivité électrique du conducteur dépend du matériau utilisé et de la température de fonctionnement. L'effet de peau est négligé du fait du faible diamètre de fil pour ce type d'application où la tension est élevée et où le nombre de conducteur important.

Les pertes dans les roulements sont déterminées à partir des coefficients de frottements secs et visqueux.

Les pertes fer sont placées dans le calcul des pertes mécaniques étant donné qu'elles sont dépendantes en partie de la vitesse de la machine bien que nous verrons par la suite que les lois de contrôle ( $i_d, i_q$ ) ont également une influence sur leur niveau.

Optimisation des lois de contrôle ( $i_d^{opt}, i_q^{opt}$ )		
Équations de Park en régime sinusoïdal établi		Fonction objectif
Grandeurs électromagnétiques	$\begin{cases} v_d = R_s * i_d - \omega_e * \Psi_q \\ v_q = R_s * i_q + \omega_e * \Psi_d \\ C_{em} = p * (\Psi_d * i_q - \Psi_q * i_d) \\ P_e = v_d * i_d + v_q * i_q \end{cases}$	$f = \min(Pertes^*)$
Grandeurs électromécaniques	$\begin{cases} P_{méca} = C_{em} * \omega_m - P_{fer} - P_{roults} \\ C_{fer} = \frac{P_{fer}}{\omega_m} \\ C_{roults} = \frac{P_{roults}}{\omega_m} \\ C_{utile} = C_{em} - C_{P_{fer}} - C_{P_{roults}} \\ \eta = \frac{P_{méca}}{P_e} \end{cases}$	Contraintes $\begin{aligned} I_{eff}^* &< \max(I_{max}, I_{ond}) \\ V_{eff}^* &< V_{disp}(P_e^*) \\ P_e^* &< P_{bat_{max}} \\ C_u^* &= C_{consigne} \end{aligned}$

SIMOTEL

Figure 22 – Modélisation de la machine synchrone autopilotée pour l'outil de simulation.

Le calcul des lois de contrôle maximisant le couple est crucial pour vérifier dans les contraintes de l'optimiseur les bonnes performances de la machine à ses limites de fonctionnement. Celles-ci sont calculées à la vitesse de base (vérifiant que le couple utile dépasse bien le couple demandé, vérification

du facteur de puissance et du rendement minimal) et à la vitesse maximale afin de vérifier le bon défluxage de la machine (la puissance électrique maximale à la vitesse maximale doit être proche de celle au point de base).

Pour l'outil de simulation, la commande optimale est la même que celle développée dans [CHÉDOT04].

Ce modèle constitué finalement d'équations relativement simples rend ce modèle générique. Celui-ci pourrait aussi être appliqué aux machines à rotor bobinée, aux machines à réluctance et voir aux machines asynchrones.

### 3 Modélisation du phénomène de saturation croisée

#### 3.1 Introduction

La première partie présentera l'état de l'art sur la modélisation de la saturation dans la machine. Dans un premier temps, un bilan sera fait sur la prise en compte de la saturation à travers les flux direct  $\Psi_d$  et du flux en quadrature  $\Psi_q$ . L'obtention de ces flux s'effectue en deux étapes, une première étape de résolution du système magnétique où sont intégrés les non-linéarités des matériaux magnétiques et une étape dite de « post-traitement » traitant les données après la résolution pour calculer les flux  $\Psi_d$  et  $\Psi_q$ . Donc dans un second temps, un bilan des différentes méthodes de résolution de système magnétique (éléments finis, différences finies et réseau nodal) sera présenté ainsi que le bilan des méthodes de résolution non-linéaire (point fixe, Newton-Raphson et descente du gradient). Puis pour finir, un bilan des calculs post-traitement permettant de calculer les flux  $\Psi_d$  et  $\Psi_q$  à partir des méthodes de résolution présentées précédemment sera donné.

La deuxième partie exposera les choix de modélisation et de méthodes de résolution effectués pour le dimensionnement optimal de la MAPI.

Dans la troisième partie, un premier réseau nodal de MAPI sera présenté puis une généralisation de ce premier réseau prenant en compte certaines spécificités de la machine HW820CG (fuites magnétiques, saturation du rotor, entrefer variable) sera présenté.

Pour finir dans la dernière partie, le modèle présenté dans cette partie sera comparé en termes de précision et de rapidité par rapport à une approche par éléments finis (FLUX 2d).

#### 3.2 État de l'art

##### 3.2.1 Introduction

Nous chercherons à intégrer le comportement des matériaux ferromagnétiques afin d'établir les relations non linéaires reliant l'alimentation de la machine, c'est-à-dire les courants des trois phases statoriques et les grandeurs magnétiques de la machine qui sont les flux traversant ces trois phases et le couple électromagnétique. Pour cela, nous préférons utiliser la modélisation de Park supprimant la dépendance des flux statoriques au flux rotorique (flux de l'aimant  $\Psi_M$ ) et de la position du rotor. De plus, l'étude de la machine est simplifiée car nous réduisons le nombre de flux et de courant de 3 à 2.

Une fois les valeurs des flux de phase  $\Psi_A$ ,  $\Psi_B$  et  $\Psi_C$  connus pour des courants et une position du rotor  $\theta$  donnés, il est alors facile de calculer ces flux dans le repère de Park par la formule suivante :

$$\begin{pmatrix} \Psi_d \\ \Psi_q \end{pmatrix} = \sqrt{\frac{2}{3}} \cdot \begin{pmatrix} \cos(\theta) & \cos\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) & \cos\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) \\ -\sin(\theta) & -\sin\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) & -\sin\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \Psi_A \\ \Psi_B \\ \Psi_C \end{pmatrix}$$

À cela s'ajoute les flux de fuite notamment les fuites magnétiques au niveau des têtes de bobines. Étant donné que ces fuites traversent principalement des zones d'air et donc de nature linéaires, la somme de ces inductances est calculée analytiquement et ajoutée aux flux magnétisants  $\Psi_d$  et  $\Psi_q$  :

$$\begin{cases} \Psi_D = \Psi_d + L_f \cdot i_d \\ \Psi_Q = \Psi_q + L_f \cdot i_q \end{cases}$$

Dans le cas de notre étude, seules les fuites au niveau des têtes de bobines nécessitent d'être ajoutées [THURSTON04]. Les fuites au niveau des encoches seront déjà intégrées au modèle magnétique et seront intrinsèquement prises en compte dans le calcul de  $\Psi_d$  et  $\Psi_q$  avec d'autres types de fuite (fuites au rotor et dans les ponts magnétiques).

La détermination des flux  $\Psi_d$  et  $\Psi_q$  est un point crucial car à partir de ces grandeurs, il est possible de calculer le couple électromagnétique et le modèle pourra être couplé à d'autres modèles comme le modèle électrique pour ainsi déterminer les tensions de phase et la puissance électrique de la machine.

Quel que soit la méthode de modélisation choisie pour calculer  $\Psi_d$  et  $\Psi_q$ , nous pouvons décomposer le processus de résolution du système magnétique en trois étapes :

- Le préprocesseur : initialisation du réseau nodal ou maillage de la géométrie de la machine pour les éléments finis, conditions aux limites (Dirichlet et Neumann), symétrie et antisymétrie, définition des caractéristiques magnétiques des matériaux, etc.
- Le solveur : résolution linéaire ou non linéaire des potentiels magnétiques en chaque nœud du réseau nodal ou des éléments de maillage.
- Le post processeur : calcul à partir des potentiels magnétiques obtenus avec le solveur des autres grandeurs magnétiques (coénergie, flux, couple électromagnétique, etc.).

La partie suivante fera l'état de l'art des méthodes de modélisation, de leur résolution non linéaire et des moyens de post-traitement permettant de calculer les grandeurs magnétiques qui nous intéressent.

### 3.2.2 Prise en compte de la saturation dans la machine

#### 3.2.2.1 Niveau de modélisation des phénomènes magnétiques

Dans une machine électrique, les hypothèses de Park ne sont jamais respectées car il existe des variations de perméance lors du mouvement du rotor (principalement causées par les encoches, trous dans la culasse), des harmoniques de bobinage ainsi que des saturations locales notamment dans les dents rendant les flux dépendant à la fois de la position du rotor ainsi que des courant  $i_d$  et  $i_q$ .

Pour prendre en compte tous ces phénomènes, ce modèle devrait établir les relations de flux suivantes :

$$\begin{cases} \Psi_d = f(i_d, i_q, \theta, \Psi_M) \\ \Psi_q = f(i_d, i_q, \theta) \end{cases} \quad (\text{modèle 1})$$

Ce type de modèle a été utilisé dans [HAN07] pour des machines à aimants internes de type U mais découle des travaux de [SHIMA03] et [KANO05].

Cela dit, ce type de modèle nécessite de réaliser un grand nombre de calculs et peut complexifier significativement le réseau de réductances si ce type de modèle est utilisé. Ce modèle n'est pertinent que s'il est important de connaître les ondulations de couple ou de résoudre le modèle en magnétodynamique. Ce type de modèle est plus adapté pour la simulation de machine que pour les problèmes d'optimisation.

Dans le cas où la dépendance de la position du rotor est négligée, nous avons alors les relations de flux suivantes :

$$\begin{cases} \Psi_d = f(i_d, i_q, \Psi_M) \\ \Psi_q = f(i_d, i_q) \end{cases} \quad (\text{modèle 2})$$

Ce modèle prend en compte la saturation simple et croisée et a été développé dans [CHÉDOT04] et [RAMINOSOA06].

Dans de nombreux cas, la saturation croisée est négligée comme dans les modèles développés dans [LOVELACE00], [LOVELACE02] et par la suite dans [MUNTEAN07] et [HLIOUI08] donnant ainsi les relations de flux suivantes :

$$\begin{cases} \Psi_d = f(i_d, \Psi_M) \\ \Psi_q = f(i_q) \end{cases} \quad (\text{modèle 3})$$

La saturation croisée peut être modélisée par une approche comme celle développée dans la thèse de [CHÉDOT04] pour décrire le comportement d'une machine synchrone à aimants internes de type alerno-démarrreur. Les cartographies de flux de  $\Psi_d$  et de  $\Psi_q$  en fonction des courants  $i_d$  et  $i_q$  (cf. Figure 23) sont établies à partir du modèle magnétique.

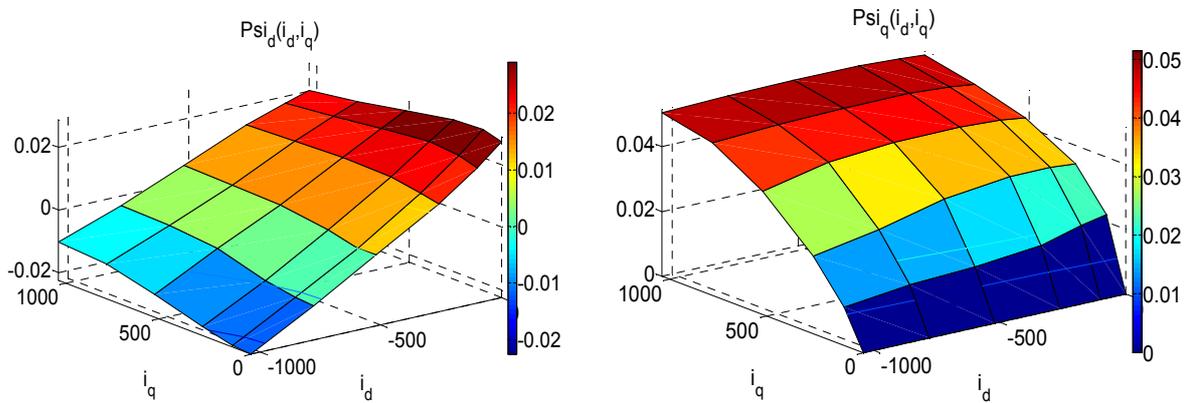


Figure 23 – Cartographies des flux  $\Psi_d$  et  $\Psi_q$  [CHÉDOT04]

Le calcul des performances lorsque la machine fonctionne en générateur est réalisé à partir des mêmes cartographies en utilisant les symétries et antisymétrie existantes :

$$\begin{cases} \Psi_d(i_d, i_q) = \Psi_d(i_d, -i_q) \\ \Psi_q(i_d, i_q) = -\Psi_q(i_d, -i_q) \end{cases}$$

Les flux  $\Psi_d$  et de  $\Psi_q$  peuvent ensuite être recalculés pour n'importe quel couple de courants par interpolation ce qui facilite les couplages avec les autres modèles tel que le modèle électrique (pour le calcul des tensions et de la puissance) et mécanique (pour le calcul du couple), permettant ainsi de calculer rapidement les performances de la machine. Le principe de cartographies de flux a été repris par la suite dans [RAMINOSOA06] et [LEGRANGER09]. Le flux rotorique  $\Psi_M$  est supposé constant pour une machine à aimants permanents, il n'est donc pas mis dans les variables de  $\Psi_d$ . Ce modèle permet d'obtenir le couple moyen et néglige les phénomènes dépendant de la position du rotor comme par exemple le couple de détente (ou réductant) présent pour les machines à aimants.

### 3.2.2.2 Méthodes de modélisation prenant en compte la saturation croisée

Les méthodes prenant en compte la saturation croisée peuvent se décomposer en deux catégories appelées « méthodes semi analytiques » ou « semi numériques » et les « méthodes numériques ».

Les méthodes semi analytiques sont des réseaux de type nodal couplés à une résolution numérique permettant de traiter les non linéarités de certains éléments de ce réseau. Ce réseau peut être résolu avec les mêmes méthodes développées dans les logiciels de type Spice pour traiter des problèmes électriques. Cette méthode permet d'allier la rapidité de calcul des modèles analytiques tout en intégrant des phénomènes complexes et non linéaires telle que la saturation.

Les modèles numériques intègrent la géométrie exacte de la machine et sont résolues dans la plupart des cas par une méthode de calcul par éléments finis mais aussi plus marginalement par

d'autres méthodes telles que les différences finies et les volumes finis. Les calculs sont plus lourds et le temps de résolution est de ce fait plus long. Néanmoins la précision de ce type de modèle est plus importante.

### 3.2.2.2.1 Méthodes de modélisation semi-analytiques

Les méthodes semi analytiques représentent la machine à partir d'un réseau nodal, c'est-à-dire un réseau de réductances saturables (non linéaires) et linéaires et de sources de flux et de potentiel magnétique. Dans le cas où des aimants non linéaires sont utilisés, la source de flux ou potentiel magnétique correspondante est également non linéaire.

À chaque réductance correspond un passage de flux. La difficulté de ce type de modèle est de faire les hypothèses les plus pertinentes sur les passages de flux les plus significatifs afin de discrétiser la machine en différentes zones représentant au mieux les différents passages de flux [RAMINOSOA06], [BELALAHY08] et [HAN07] pour ensuite établir le réseau de réductances.

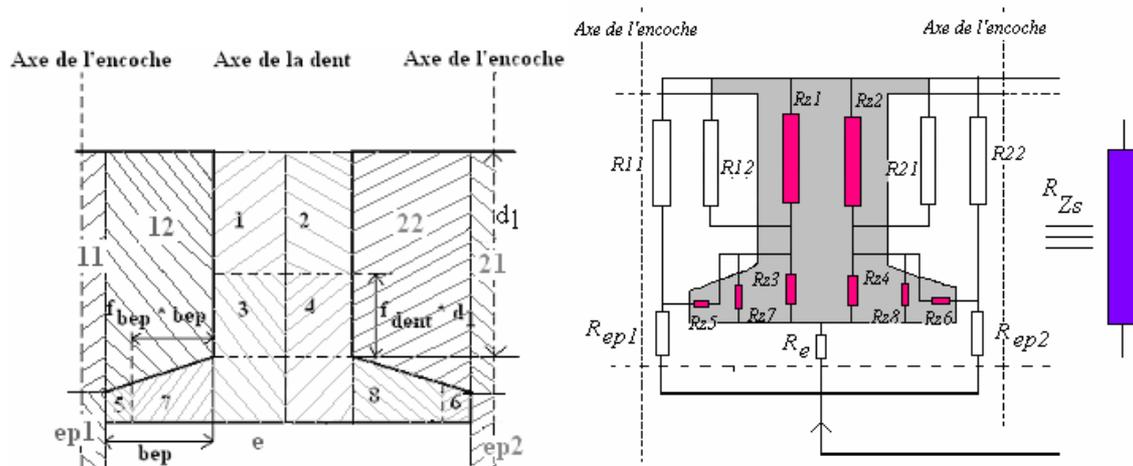


Figure 24 – Discretisation de la machine [BELALAHY08].

À chaque zone correspond une réductance. Néanmoins comme dans [BELALAHY08], ces zones peuvent de nouveau être discrétisées pour plus de précision. Au final, son réseau de réductances est le résultat d'un compromis entre un réseau adapté aux faibles courants et un réseau adapté aux forts courants qu'il a dénommé « réseau moyen ».

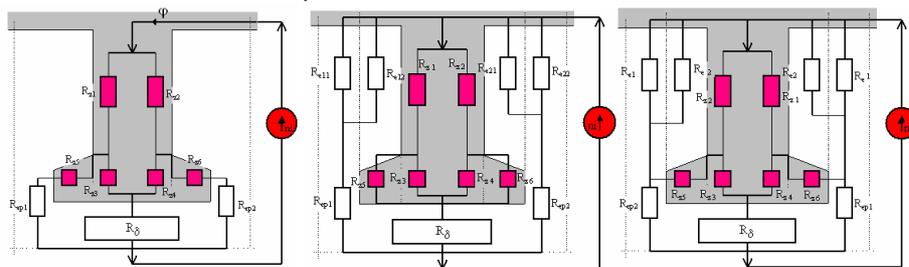


Figure 25 – Réseau en régime non saturé (gauche), réseau en régime saturé (milieu) et réseau moyen équivalent (droite) [BELALAHY08].

L'augmentation de la discrétisation de la machine permet de mieux prendre en compte les fuites magnétiques lorsque la machine est fortement saturée et ainsi de mieux estimer ses performances pour des régimes réclamant un couple important.

Néanmoins une forte discrétisation du réseau nécessite beaucoup de temps d'étude et de calibration des zones et des réductances. Il est souvent préféré des réseaux plus simples comme ceux développés dans [RAMINOSOA06] et [HAN07] mais qui prend en compte les principaux phénomènes comme sur la Figure 26.

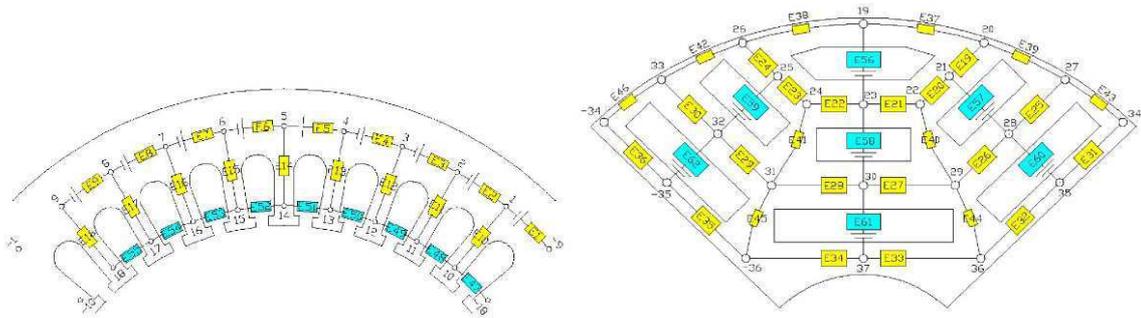


Figure 26 – Réseau de réluctances au stator (gauche) et au rotor (droite) [HAN07].

Les modèles semi analytiques présentent le grand avantage de pouvoir traiter les problèmes 2D et 3D sans que cela n'est de réels impacts sur le temps de calcul.

### 3.2.2.2 Méthodes de modélisation numériques

Les modèles numériques discrétisent la géométrie de la machine en éléments de surface ou de volume dont chacun de ces éléments comportent au minimum trois nœuds pour les éléments de surface ou quatre nœuds pour les éléments de volume. Ces modèles sont plus coûteux en temps de calcul mais sont génériques à toutes géométries et structures de machine puisque il n'est plus nécessaire de faire au préalable les hypothèses sur les passages de flux. Ce type de modèle a été utilisé par [CHÉDOT04] pour établir les cartographies de flux puis optimiser la commande de la machine puis par [LEGRANGER09] dans l'optimisation de machines (cf. Figure 27).

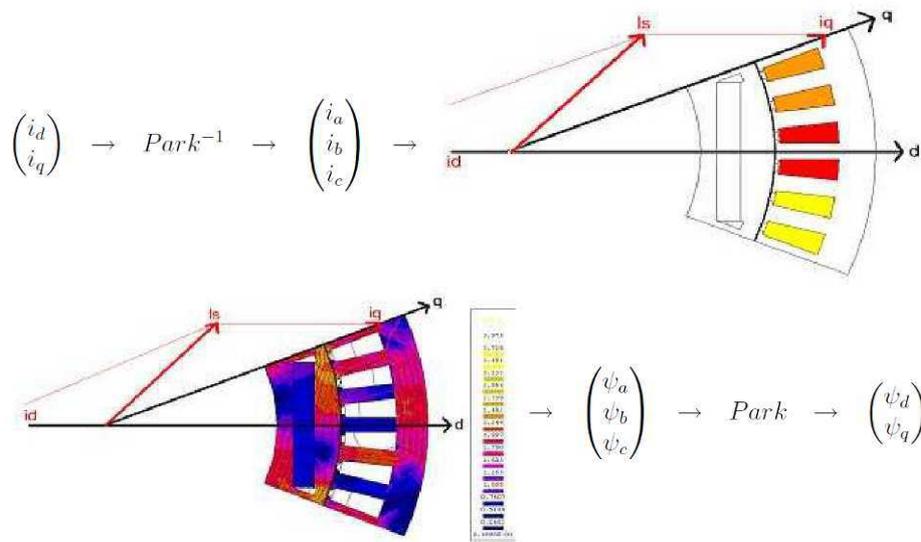


Figure 27 – Modèle numérique [CHÉDOT04].

### 3.2.2.3 Méthodes de résolution non-linéaire

#### 3.2.2.3.1 Mise en forme du problème

Quel que soit la méthode de résolution employée, le problème magnétique peut être formulé de la manière suivante :

$$[K([A])] \times [A] = [F]$$

Où [K] est la matrice de rigidité dépendant de A dépendant des lois du milieu.  
[A] est le vecteur contenant les potentiels magnétique, il s'agit du vecteur à solutionner.

[F] est le vecteur contenant les sources de flux magnétiques ainsi que les conditions aux limites.

La solution revient alors à trouver le zéro de la fonction résidue :

$$[r] = [K([A])] \times [A] - [F] = 0$$

Dans le cas où les matériaux ferromagnétiques sont saturés, la matrice de rigidité [K] dépend des potentiels magnétiques [A]. Cette dépendance est due à l'évolution non linéaire de l'induction magnétique en fonction du champ traversant ce matériau et est alors intégrée à la matrice [K]. Les matériaux ferromagnétiques, dit « doux » ont la caractéristique d'avoir un niveau d'induction rémanente  $B_r$  et de champ coercitif  $H_c$  très faible et possèdent donc une largeur d'hystérésis très faible. Nous pouvons donc faire l'hypothèse que les courbes d'aimantation et de désaimantation sont confondues en une seule courbe correspondant également à la courbe de première aimantation (en bleu sur la Figure 28). Ce comportement dépend à la fois du type de matériau et de sa fabrication (ex : lamination des tôles magnétiques).

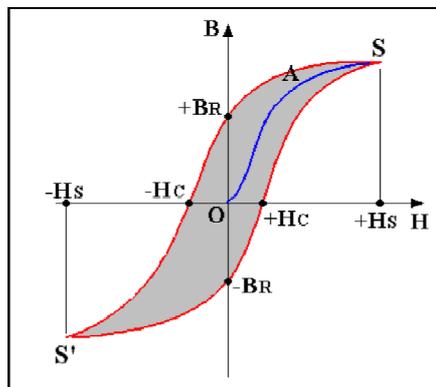


Figure 28 – Caractéristique d'un matériau magnétique.

Cette induction peut être approximé par la formule analytique suivante :

$$B(H) = \mu_0 \cdot H + \mu_0 \cdot M(H) \quad (2)$$

Avec  $M(H)$  l'aimantation du matériau magnétique.

L'aimantation du matériau ferromagnétique dépend de sa susceptibilité magnétique  $\chi$  :

$$M = \chi(H) \cdot H$$

Nous avons alors :

$$B(H) = \mu_0 \cdot H + \mu_0 \cdot \chi(H) \cdot H = \mu_0 \cdot (1 + \chi(H)) \cdot H$$

Donc :

$$B(H) = \mu_0 \cdot \mu_r(H) \cdot H$$

Avec  $\mu_r(H)$  la perméabilité relative du matériau.

Différentes relations proposent de caractériser la perméabilité relative ou l'aimantation du matériau.

La formule de Marroco [HECHT90] est également très souvent utilisée du fait qu'elle est facilement ajustable aux données obtenues expérimentalement sur le matériau par une méthode des moindres carrés [EL-AMRAOUI02]. Cette formule est la suivante :

$$H(B) = \frac{B \cdot \varepsilon \cdot \tau + c \cdot B^{2\alpha}}{\mu_0 + B^{2\alpha}}$$

Avec  $\varepsilon, c, \alpha$  et  $\tau$  les coefficients de Marroco.

La formule de Marroco peut aussi être formulée afin de relier directement l'induction B et la perméabilité  $\mu_r$  :

$$\frac{1}{\mu_r} = \frac{1}{\mu_0} \left[ \varepsilon + (c - \varepsilon) \cdot \frac{B^{2\alpha}}{B^{2\alpha} + \tau} \right].$$

Dans [FLUX], d'autres corrélations sont proposées pour caractériser l'aimantation du matériau et reprennent l'équation (2) faisant directement le lien B(H).

Une formulation de type arc-tangente permet d'approximer la courbe d'aimantation :

$$B(H) = \mu_0 \cdot H + J_s \times \frac{2}{\pi} \cdot \arctan \left( \frac{\pi}{2} \times \frac{(\mu_r - 1) \cdot \mu_0 \cdot H}{J_s} \right) \quad (3)$$

D'autres formulations permettent de mieux calibrer le coude de saturation comme la formule en racine carré donnée ci-dessous et par des fonctions d'interpolation de type spline.

$$B(H) = \mu_0 \cdot H + J_s \cdot f_{sat} \text{ avec } \begin{cases} f_{sat} = \frac{H_a + 1 - \sqrt{(H_a + 1)^2 - 4 \cdot H_a \cdot (1 - a)}}{2 \cdot (1 - a)} \\ H_a = \mu_0 \cdot \mu_r \cdot \frac{H}{J_s} - \mu_0 \cdot \frac{H}{J_s} \end{cases}$$

Par conséquent, une fois la matrice [K([A])] déterminée, il est possible de résoudre le problème à partir d'une méthode de résolution non linéaire.

### 3.2.2.3.2 Résolution du problème

De manière générale, la convergence de la solution peut être vérifiée en trouvant le minimum ou le zéro de la somme des résidus au carré :

$$E([A]) = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^M r_j^2$$

Où M est la longueur du vecteur [r].

Il existe de nombreuses méthodes itératives pour résoudre un système non-linéaire que nous pouvons classer en trois principales catégories.

Il y a les méthodes d'ordre 0 ne nécessitant aucun calcul de dérivée telles que la méthode par substitution consistant à réactualiser la matrice de rigidité [K(A)] à chaque itération jusqu'à que E([A]) soit suffisamment proche de zéros [BELALAHY08] ou d'autres plus perfectionnées telles que les méthodes basées sur le simplexe comme Nelder-Mead [NELDER65] permettant de trouver un minimum global. Cela-dit, ces méthodes sont particulièrement lentes à converger. De plus la méthode par substitution n'assure pas toujours la convergence vers la solution.

Les méthodes d'ordre 1 nécessitent le calcul soit du gradient comme la méthode de descente du gradient [RUMELHART86] soit du Jacobien pour la méthode de Newton-Raphson d'ordre 1 appelé aussi méthode de Jacobi [GILLI06]. La première de ces méthodes converge vers un minimum. Cela-dit, elle est particulièrement lente lorsque l'on s'approche du minimum car l'évolution entre chaque itération dépend du gradient mais assure une très bonne convergence. Pour améliorer ses performances, des méthodes dérivées de la méthode de descente du gradient ont été développées comme la méthode du gradient conjugué [LANCZOS50], [HESTENES52]. La seconde méthode converge vers un zéro et est particulièrement rapide. Cela-dit, il y a des risques de divergence lorsqu'elle est initialisée loin de la solution. De plus le calcul du Jacobien peut être long et son inversion peut créer des erreurs numériques. Cela-dit des améliorations ont été apportées en remplaçant le calcul du Jacobien par une mise à jour à chaque itération [BROYDEN65]. Cette méthode est appelée méthode de quasi-Newton d'ordre 1.

Les méthodes d'ordre 2 convergent toutes vers un minimum. La méthode de Newton-Raphson d'ordre 2 converge très rapidement mais nécessite le calcul du gradient et du Hessien [FLETCHER87]. De plus cette méthode peut aussi converger vers un maximum ou un point de selle. Des améliorations ont été apportées à cette méthode en remplaçant le calcul du Hessien par une mise à jour à chaque itération. Cela a plusieurs avantages, elle permet de simplifier les calculs car il n'y a plus de dérivée

seconde, la matrice hessienne est toujours définie positive ce qui assure la convergence vers un minimum. Cette méthode est appelée méthode de quasi-Newton d'ordre 2 [BROYDEN70], [FLETCHER70], [GOLDFARB70], [SHANNO70]. D'autres méthodes approximent la matrice hessienne à partir du Jacobien comme la méthode de Gauss-Newton [FLETCHER87]. Cette méthode est également robuste du fait de la simplification des calculs et converge également vers un minimum étant donné que le Hessien approximé est toujours une matrice définie positive mais peut diverger comme les autres méthodes d'ordre 2 si l'initialisation est loin de la solution. Pour combler la lacune de l'initialisation, [LEVENBERG44] et [MARQUARDT63] propose une méthode appelée méthode de Levenberg-Marquardt combinant la méthode de descente du gradient et de Gauss-Newton pour assurer une bonne convergence vers la solution lors des premières itérations avec la méthode du gradient puis une rapide convergence avec la méthode de Gauss-Newton.

Le tableau suivant classe les méthodes suivant leur robustesse au niveau des calculs, leur taux de convergence, leur rapidité, leur conditions pour trouver la solution et leur complexité.

Méthodes	Conditions	Taux de convergence	Rapidité	Robustesse	Complexité	Références
Substitution	$\text{Min}(E([A]))$	Très faible	Très faible	Excellent	Très faible	[BELALAHY08]
Nelder-Mead	$\text{Min}(E([A]))$	Excellent	Très faible	Excellent	Faible	[NELDER65]
Descente du gradient	$\text{Min}(E([A]))$	Bon	Faible	Très bonne	Moyenne (gradient)	[RUMELHART86]
Newton-Raphson d'ordre 1	$E([A])=0$	Moyen	Bonne	Moyenne	Moyenne (Jacobien)	[GILLI06]
Quasi-Newton d'ordre 1	$E([A])=0$	Moyen	Bonne	Très bonne	Faible	[BROYDEN65]
Newton-Raphson d'ordre 2	$\nabla.E([A])=0$	Faible	Excellente	Très faible	Très élevée (gradient et Hessien)	[FLETCHER87]
Quasi-Newton d'ordre 2	$\text{Min}(E([A]))$	Bon	Excellente	Très bonne	Moyenne (gradient et BFGS)	[BROYDEN70], [FLETCHER70], [GOLDFARB70], [SHANNO70]
Gauss-Newton	$\text{Min}(E([A]))$	Bon	Très bonne	Bonne	Moyenne (Jacobien)	[FLETCHER87]
Levenberg-Marquardt	$\text{Min}(E([A]))$	Très bon	Bonne	Très bonne	Moyenne (Jacobien)	[LEVENBERG44], [MARQUARDT63]

Tableau 2 – Comparaison des différentes méthodes de résolution non-linéaires.

### 3.2.2.4 Calcul des grandeurs magnétiques

Nous avons vu que le point essentiel du modèle magnétique était la précision dans le calcul des flux  $\Psi_d$  et  $\Psi_q$  permettant de calculer par la suite le couple électromagnétique, les tensions et la puissance électrique. Il sera détaillé dans cette partie les différentes méthodes existantes pour calculer ces flux ainsi que le couple électromagnétique.

#### 3.2.2.4.1 Calcul des flux $\Psi_d$ et $\Psi_q$

Une première méthode, utilisée dans [CHÉDOT04] et [LEGRANGER09], consiste à calculer le flux traversant les encoches du stator pour ensuite en déduire le flux par phase. Ces méthodes sont dédiées aux modèles numériques où les encoches sont discrétisées par un maillage et où ce type de calcul est possible.

Une seconde méthode, utilisée dans [RAMINOSOA06] pour une machine à réluctance variable, est de procéder dans un premier temps au calcul de coénergie de la machine pour chaque couple de courants  $(i_d, i_q)$  en faisant la somme des coénergies de chaque réluctance du réseau ou du maillage. Nous obtenons alors la cartographie suivante :

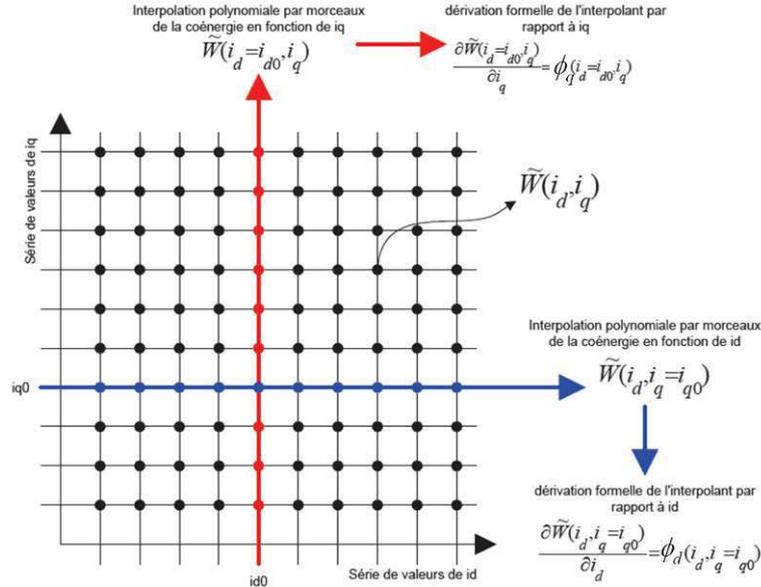


Figure 29 – Cartographie de la coénergie en fonction des courants  $i_d$  et  $i_q$  [RAMINOSOA06].

Dans un second temps, il est possible de calculer les flux  $\Psi_d$  et  $\Psi_q$  par dérivation de la table de coénergie en fonction des courants direct et quadratique :

$$\begin{cases} \Psi_d(i_d, i_q) = N_s \cdot p \cdot \frac{\partial}{\partial i_d} \tilde{W}(i_d, i_q) \\ \Psi_q(i_d, i_q) = N_s \cdot p \cdot \frac{\partial}{\partial i_q} \tilde{W}(i_d, i_q) \end{cases}$$

Avec  $N_s$  le nombre de spires par phase.  
 $p$  le nombre de paires de pôles.

Cette méthode est applicable à la fois aux réseaux de réluctances et aux modèles numériques.

La dernière méthode, utilisée dans [HAN07], consiste à calculer le flux entourant les bobines puis d'en déduire ensuite le flux par phase. Cette méthode est moins précise que les deux autres mais présente l'avantage d'être applicable au réseau de réluctances contrairement à la première méthode et d'être direct (donc rapide) contrairement à la seconde méthode.

#### 3.2.2.4.2 Calcul du couple électromagnétique

La première méthode consiste simplement à utiliser Park étant donné que nous avons déjà calculé les flux  $\Psi_d$  et  $\Psi_q$ .

$$C_{em}(i_d, i_q) = p \cdot (\Psi_d(i_d, i_q) \cdot i_q - \Psi_q(i_d, i_q) \cdot i_d)$$

La seconde méthode permet de calculer le couple électromagnétique par dérivation de la coénergie en fonction de l'angle de charge  $\delta$  pour un courant de phase efficace  $I_{ch}$  fixé (cf. Figure 30).

$$\Gamma_{em}(I_{ch}, \delta_0) = \left[ \frac{\partial}{\partial \delta} \tilde{W}(I_{ch}, \delta) \right]_{\delta=\delta_0}$$

Un changement de variable est opéré sur la cartographie de coénergie décrite sur la Figure 29 pour obtenir une cartographie de coénergie en fonction de  $I_{ch}$  et  $\delta$ .

Avec  $I_{ch} = \sqrt{\frac{i_d^2 + i_q^2}{3}}$  le courant efficace de phase.

$\delta_0 = \arctan\left(\frac{i_q}{i_d}\right)$  l'angle de charge.

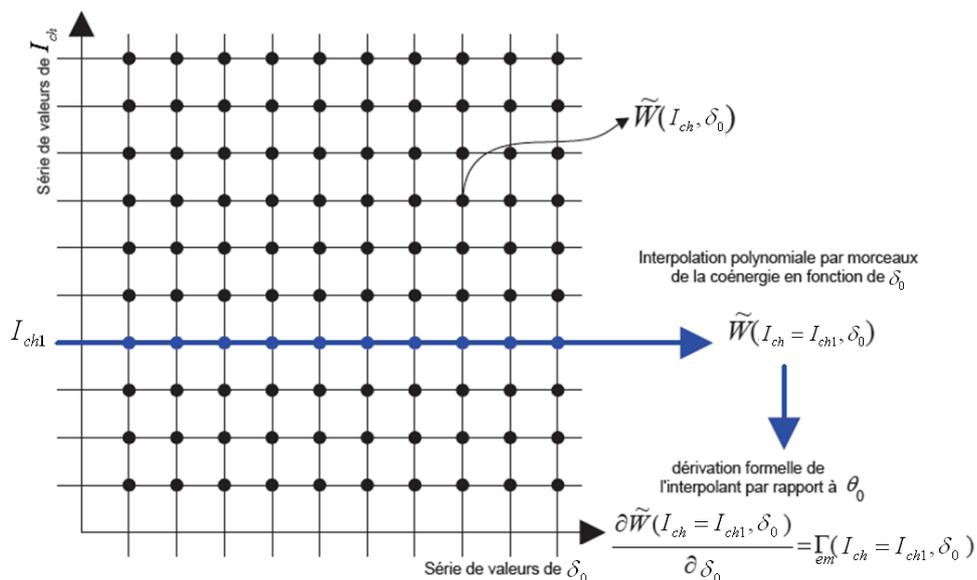


Figure 30 – Calcul du couple électromagnétique à partir de la coénergie [RAMINOSOA06].

### 3.2.3 Conclusion et choix de solutions adaptées

Le phénomène de saturation croisée devient important lorsque la machine est fortement saturée. En effet, physiquement lorsque la machine est fortement sollicitée en couple, l'ajout d'un courant  $i_d$  désature partiellement la machine facilitant ainsi la circulation du flux dans la machine et augmentant sa coénergie totale et de ce fait augmente le couple électromagnétique. Cela a pour conséquence de décaler l'angle de charge où le couple électromagnétique est maximal d'une trentaine de degrés comme décrit sur la Figure 31.

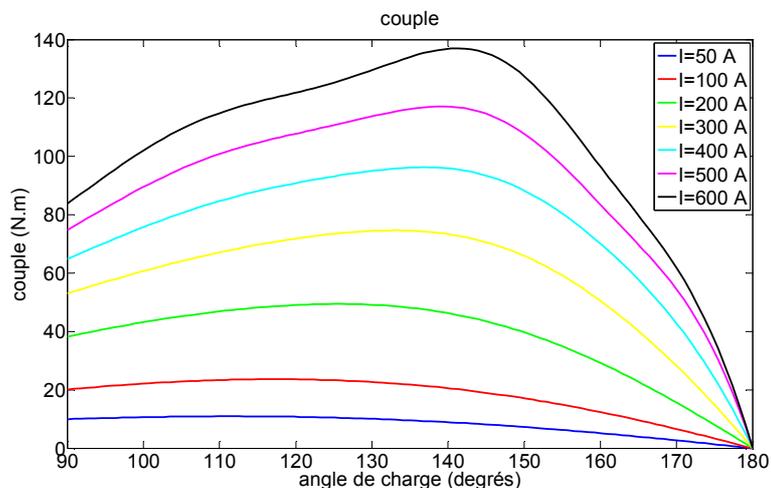


Figure 31 – Effet de la saturation croisée sur le couple maximal en régime de forte saturation sur une MAPI pour altes-démarréur.

Pour le même alerno-démarrreur de type MAPI que pour la Figure 31, des lois de contrôle optimal minimisant les pertes dans la machine ont été calculées sur un large espace de fonctionnement. Ces lois de contrôle ont été calculées à partir d'un modèle de saturation croisée de [CHÉDOT04] et d'un modèle de saturation simple établi à partir des tables de flux. Nous appellerons ces lois de contrôle respectivement C2 et C3. L'écart relatif de C3 par rapport à C2 sur tout l'espace de fonctionnement est décrit sur la Figure 32 :

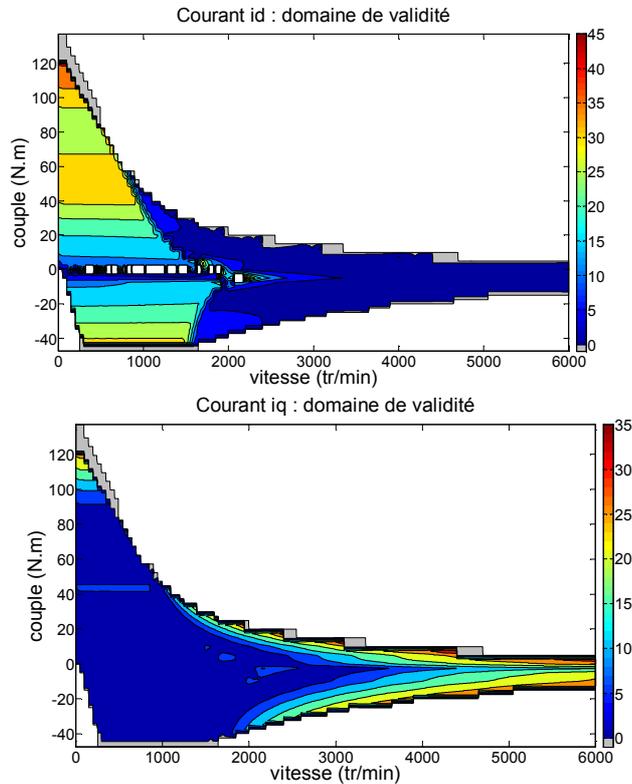


Figure 32 – Écart relatif sur les lois de contrôle optimal entre le modèle 2 et 3.

Le phénomène de saturation croisée est particulièrement présent lorsque la machine est fortement sollicitée. De ce fait, les performances de la machine peuvent être mal estimées lorsqu'elle est saturée comme décrit sur la Figure 33.

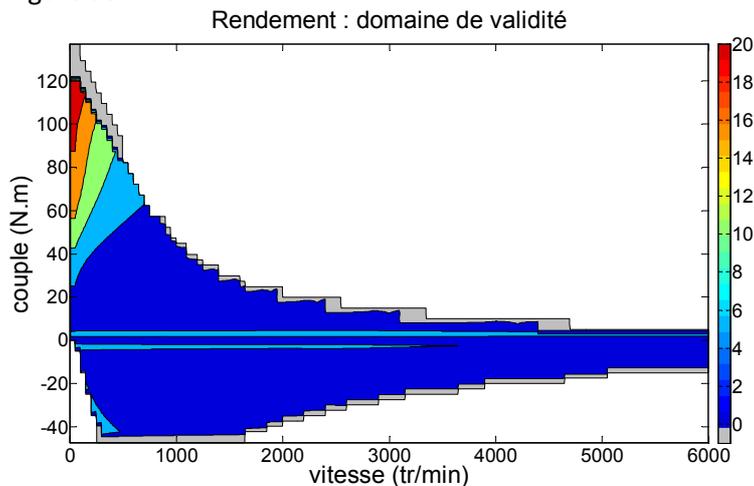


Figure 33 – Écart relatif sur le rendement calculé à partir de C3 par rapport à celui calculé par rapport à C2.

La Figure 34 compare les couples obtenus en fonction des angles de charge avec un modèle de saturation croisée (2) et avec un modèle de saturation simple (3).

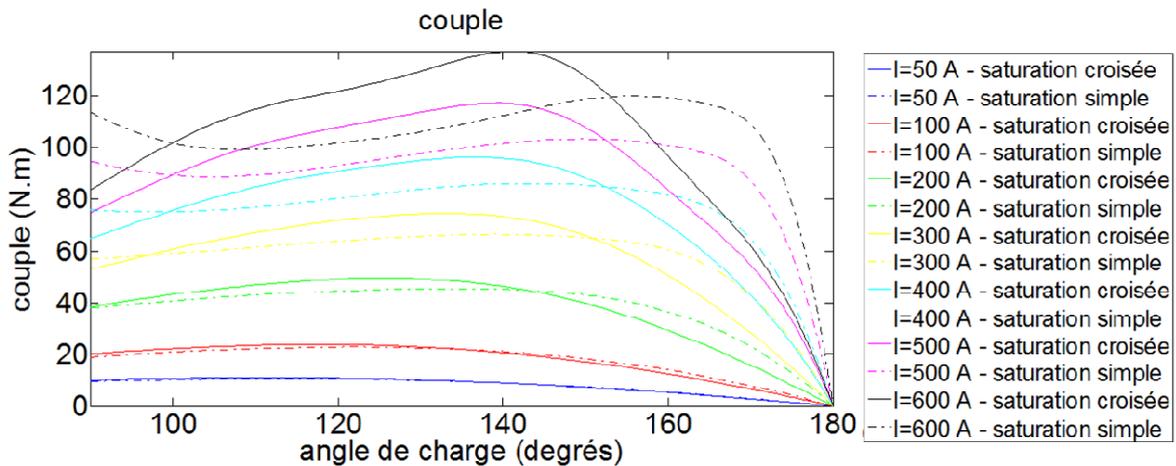


Figure 34 – Comparaison entre les modèles de saturation croisée et de saturation simple.

Dans le cadre de notre problématique, la machine à dimensionner sera fortement sollicitée et par conséquent les modèles décrits dans la suite intégreront le phénomène de saturation croisée. Il s'agira alors de calculer les tables de flux  $\Psi_d$  et  $\Psi_q$  en fonction des couples de courants ( $i_d, i_q$ ). Ces tables de flux peuvent ensuite être facilement réutilisées pour le calcul des grandeurs électriques.

Pour ce faire et dans le cadre d'une optimisation de machine requérant, la méthode semi analytique semble la plus adaptée pour obtenir les tables de flux dans un temps relativement court.

Après résolution de la méthode semi-analytique, deux méthodes sont possibles. La méthode indirecte passant par le calcul de la coénergie et la méthode directe calculant le flux entourant les bobines. La méthode indirecte présente des inconvénients majeurs qui sont la multiplication des calculs et donc sa lenteur ainsi que le calcul de dérivées présentant des risques d'erreur numérique. Bien que moins précise, le choix s'est porté sur la méthode directe pour des raisons de robustesse et de rapidité. Pour la même raison que pour la méthode calculant les flux à partir de la coénergie, la méthode utilisant Park a été choisie.

### 3.3 Modélisation de la MAPI

Le modèle développé pour notre application est de type semi analytique, c'est-à-dire un réseau nodal composé de réluctances linéaires et non linéaires ainsi que des potentiels magnétiques pour l'alimentation au stator et pour les aimants. Les flux  $\Psi_A$ ,  $\Psi_B$  et  $\Psi_C$  sont déterminés par une méthode directe calculant dans un premier temps les flux entourant les bobines à partir des éléments de culasse. Ces choix ont été justifiés dans la partie précédente.

Bien que le réseau de réluctances puisse être adapté pour différents types de machine et de cahier des charges, nous nous sommes basés dans un premier temps sur l'étude d'une machine à aimant interne de 25 kW, d'une vitesse de base de 10 000 tr.min<sup>-1</sup> tournant jusqu'à 20 000 tr.min<sup>-1</sup>. Le même type de machine pour un cahier des charges différent a été étudié dans [KÜTTLER11],[KÜTTLER12]. L'étude des chemins de flux à partir d'un logiciel par éléments finis nous amènera à proposer un premier réseau nodal.

Dans un second temps, nous nous baserons sur une machine réelle la HW820CG qui est également une machine à aimants internes mais comportant certaines spécificités particulières comme la segmentation des aimants, des fuites magnétiques au niveau des aimants, un entrefer variable et un pas de raccourcissement dans les encoches. Cette nouvelle configuration nous amènera à proposer une adaptation du réseau nodal précédent.

### 3.3.1 Analyse et modélisation d'une structure classique de MAPI

#### 3.3.1.1 Hypothèses

Différentes hypothèses ont été faites pour l'élaboration du réseau de ré reluctances :

- L'induction des aimants dans l'entrefer est supposée rectangulaire.
- L'induction des aimants est supposée linéaire.
- La courbe magnétique des matériaux magnétiques doux  $B(H)$  suit une forme de type arc tangente.
- Il existe des fuites magnétiques dans les encoches.

#### 3.3.1.2 Réseau équivalent de ré reluctances

Une étude préliminaire des lignes de champ dans la MAPI présentée sur la Figure 35 a permis d'établir les principaux passages de flux dans la machine. Ces lignes de champ calculées à partir d'un logiciel de résolution par éléments finis (FLUX 2d) sont représentées sur la Figure 36 pour différents angles de charge.

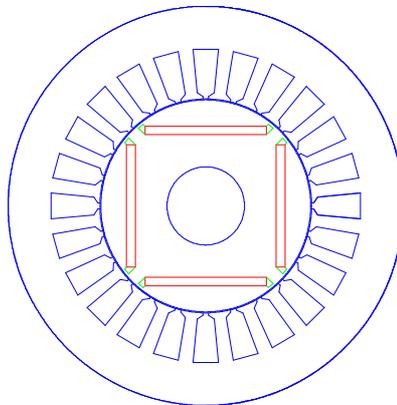


Figure 35 – Coupe d'une MAPI classique.

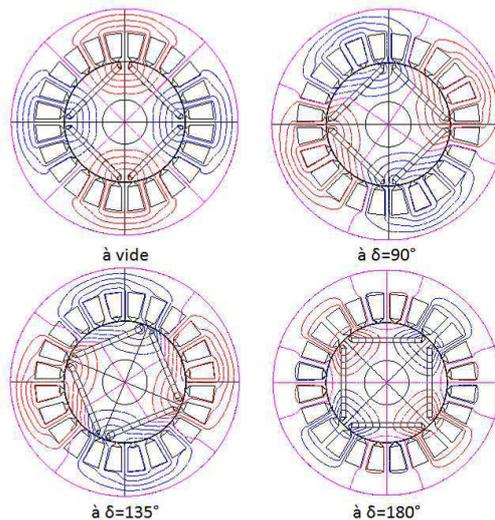


Figure 36 – Lignes de champ dans la MAPI.

Nous pouvons alors discrétiser la géométrie de la MAPI en différentes zones représentatives de ces passages de flux comme décrit sur la Figure 37. Chaque zone représente les passages de flux suivants :

- À travers la culasse (en cyan et vert).
- À travers les dents (en bleu).
- À travers le fer rotorique (en gris).
- À travers l'entrefer (en violet).
- Les fuites magnétiques à travers les encoches (orange).

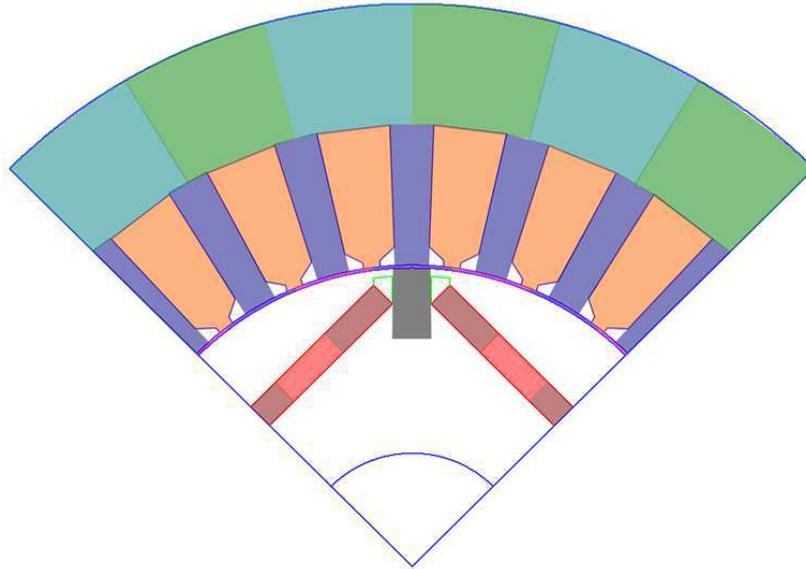


Figure 37 – Discretisation par zone de la MAPI.

Le rotor n'a pas besoin d'être plus discrétisé car les aimants forment une barrière de flux limitant l'induction dans le fer et empêchant sa saturation magnétique. Seule la zone entre les aimants peut subir des niveaux de saturation élevés, c'est pourquoi elle a besoin d'être discrétisée. Nous supposons alors que dans les zones non discrétisées du fer rotorique, la perméabilité est infinie. Le stator peut quant à lui être particulièrement saturé au niveau des dents et de la culasse, c'est pourquoi il est entièrement discrétisé.

Nous pouvons alors définir le réseau équivalent de ré reluctances suivant :

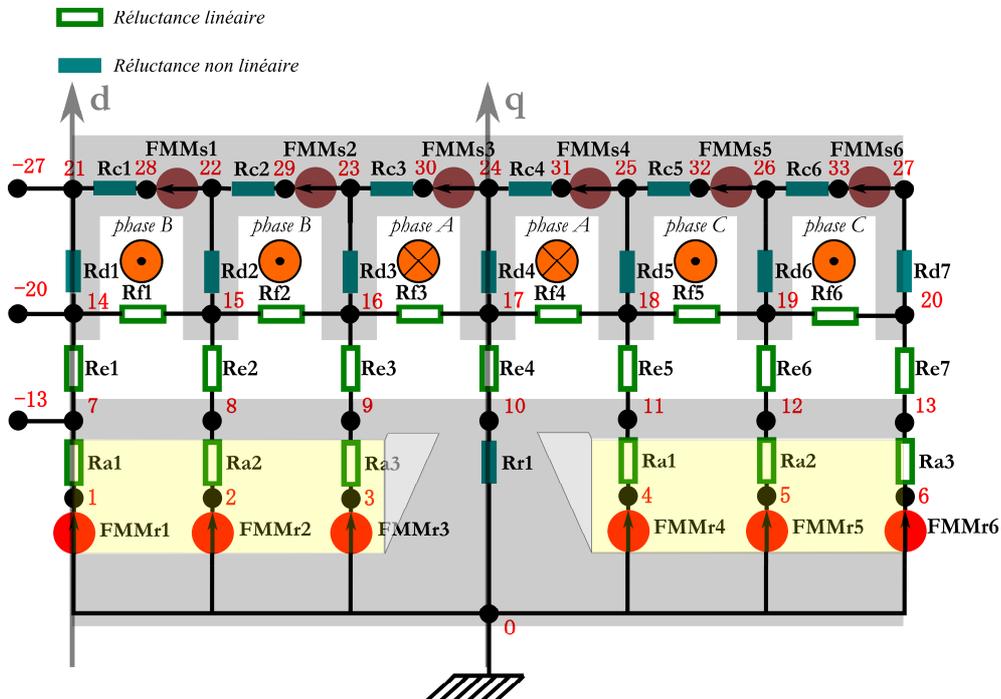


Figure 38 – Réseau équivalent de ré reluctances de la MAPI.

Le réseau équivalent de ré reluctances est dit "moyen" car il permet de décrire avec suffisamment de précision les principaux passages de flux à la fois lorsque la machine est peu saturée que lorsqu'elle est fortement saturée. Il est donc un compromis entre des deux régimes de fonctionnement.

Le réseau est composé de réluctances linéaires (entrefer, aimant et fuite dans les encoches) et de réluctances non linéaires pour les zones pouvant être saturées (culasse, dents, fer entre les aimants) ainsi que de sources de potentiels magnétiques (forces magnétomotrices de chaque encoche, force magnétomotrice des aimants).

Les potentiels magnétiques induits des bobinages statoriques sont représentés sur la Figure 38 par les forces magnétomotrices  $FMM_{S_i}$  et sont calculée pour chaque courant de phase de la manière suivante :

$$\begin{pmatrix} FMM_{S1} \\ FMM_{S2} \\ FMM_{S3} \\ FMM_{S4} \\ FMM_{S5} \\ FMM_{S6} \end{pmatrix} = N_{spe} \cdot \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \end{pmatrix}$$

Avec  $N_{spe}$  le nombre de spires par encoche.

Les potentiels des aimants sont quant à eux calculés de la manière suivante :

$$\begin{pmatrix} FMM_{R1} \\ FMM_{R2} \\ FMM_{R3} \\ FMM_{R4} \\ FMM_{R5} \\ FMM_{R6} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} FMM_{aim} \\ -FMM_{aim} \end{pmatrix}$$

$$\text{Où : } FMM_{aim} = E_{aim} \cdot B_{r20} \cdot \frac{(1 - \alpha_{aim})^{T_{aim} - 20}}{\mu_0 \cdot \mu_{ra}}$$

Avec  $E_{aim}$  l'épaisseur de l'aimant.  
 $B_{r20}$  l'induction de l'aimant à 20°C.  
 $\alpha_{aim}$  le coefficient de chute de l'induction en fonction de la température (-%/°C).  
 $T_{aim}$  la température de l'aimant fixé dans notre cas à 20°C.  
 $\mu_{ra}$  la perméabilité relative de l'aimant.

Les potentiels magnétiques par nœud sont calculés à partir de la méthode MNA<sup>1</sup> qui est une formalisation matricielle pour un réseau nodal des lois de Kirchhoff, c'est-à-dire des lois des nœuds et des mailles [BROWN01]. D'autres méthodes sont parfois employées telles que la méthode STA<sup>2</sup>, plus facile à implémenter et calculant directement les potentiels par branches mais présentant l'inconvénient d'utiliser des matrices bien plus volumineuses.

La machine présente une symétrie périodique impaire définissant la condition aux limites dite de Neumann suivante :

$$A(\theta) = -A\left(\theta + \frac{\pi}{p}\right)$$

<sup>1</sup> MNA : Modified Nodal Analysis

<sup>2</sup> STA : Sparse Table Analysis

Cette condition peut être facilement implantée dans la méthode MNA en chaque point du réseau où cette antisymétrie est présente et est représentée sur la Figure 38 par les points négatifs [HAN07] :

$$\begin{cases} A_7 = -A_{13} \\ A_{14} = -A_{20} \\ A_{21} = -A_{27} \end{cases}$$

Le calcul de l'état magnétique de la machine, c'est-à-dire les différentes inductions inhérentes à chaque réluctance, est réalisé à partir d'une méthode de Newton.

Une fois les inductions et les flux dans la machine calculés, il est alors possible de déterminer les flux  $\Psi_A$ ,  $\Psi_B$  et  $\Psi_C$  à partir du calcul des flux traversant les parties de la culasse statorique entourant chaque phase (cf. Figure 39).

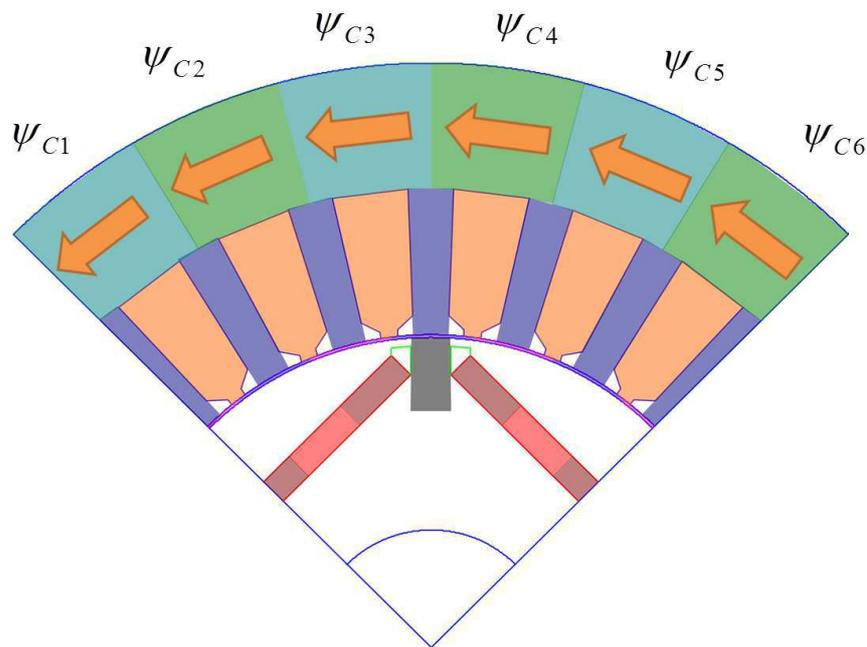


Figure 39 – Méthode de calcul direct des flux par phase

La relation entre les flux traversant les différentes parties de la culasse et les flux par phase est établie à partir de la matrice de transition suivante :

$$\begin{pmatrix} \Psi_A \\ \Psi_B \\ \Psi_C \end{pmatrix} = p \cdot N_{spe} \cdot \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \psi_{C1} \\ \psi_{C2} \\ \psi_{C3} \\ \psi_{C4} \\ \psi_{C5} \\ \psi_{C6} \end{pmatrix}$$

Avec  $p$  le nombre de paires de pôles.  
 $N_{spe}$  le nombre de spires par phase.

Les flux  $\Psi_d$  et  $\Psi_q$  sont ensuite calculés par transformation de Park :

$$\begin{pmatrix} \Psi_d \\ \Psi_q \end{pmatrix} = (P) \cdot \begin{pmatrix} \Psi_A \\ \Psi_B \\ \Psi_C \end{pmatrix}$$

Avec (P) la matrice de Park.

Les résultats en termes de précision et de rapidité de calcul en comparaison avec une méthode par éléments finis sont donnés dans [KÜTTLER12].

### 3.3.2 Analyse et modélisation de la machine HW820CG

#### 3.3.2.1 Spécificités de la machine HW820CG

La coupe sur un pôle de la machine HW820CG est donnée sur la Figure 40.

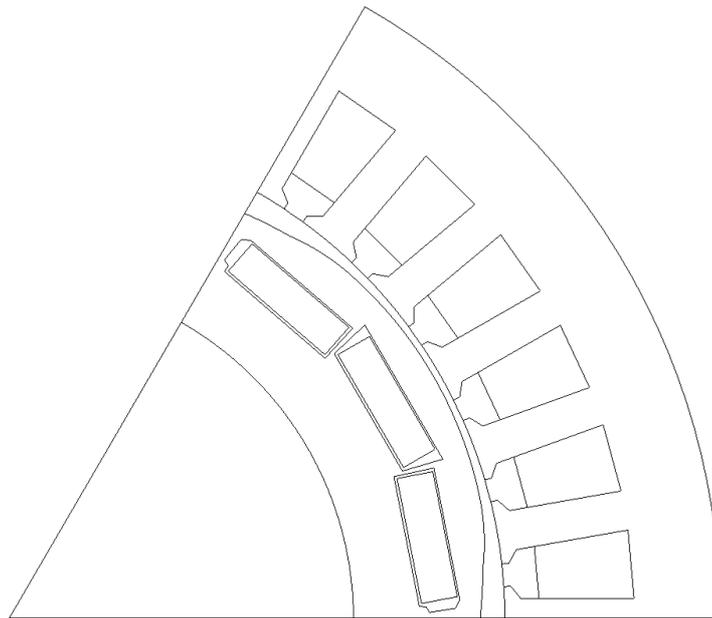


Figure 40 – Coupe de la machine HW820CG.

Cette machine présente plusieurs spécificités :

- Trois aimants par pôle.
- Une longueur d'entrefer non constante.
- Une large épaisseur de fer au-dessus des ponts magnétiques.
- Une épaisseur de fer sous les aimants relativement faible.
- Un pas de raccourcissement  $\beta$  de 5/6.

Comme pour la machine précédente, celle-ci a été implantée dans le logiciel FLUX 2d afin d'étudier ses lignes de champ. Nous supposons à cette étape que la machine ne comporte pas de raccourcissement. Celui-ci sera pris en compte par la suite à travers le calcul du coefficient de bobinage.

Les lignes de champ ainsi que les niveaux d'induction dans la machine sont représentés sur la Figure 41.

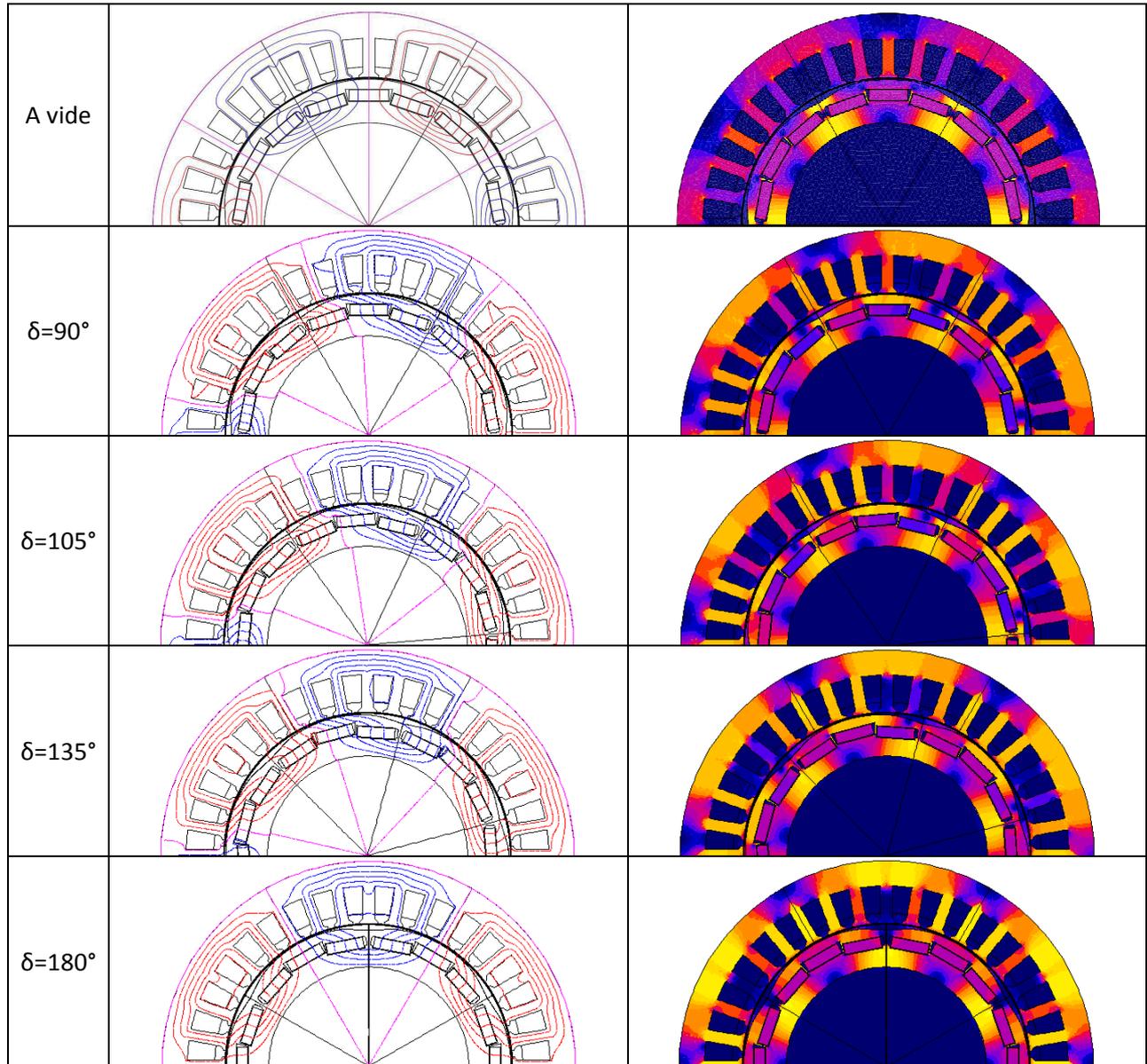


Figure 41 – Étude des lignes de champ et des niveaux d'induction dans la machine HW820CG.

Nous pouvons observer deux particularités. La première est le niveau élevé de saturation dans le fer sous les aimants au niveau de l'axe q et ce quel que soit l'angle de charge choisi. Cette saturation apparaît également lorsque la machine est à vide et est due à la faible épaisseur de fer dans cette zone. La seconde est la présence de fuites magnétiques des aimants au niveau des extrémités des pôles (axe q) comme nous pouvons l'observer sur la Figure 42. Elle est due à la géométrie des ponts magnétiques laissant une importante largeur de fer au-dessus des aimants.

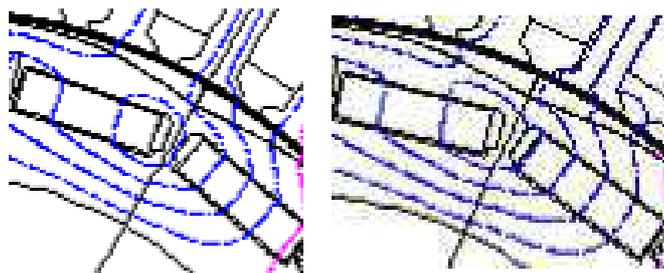


Figure 42 – Fuites magnétiques des aimants au niveau des extrémités des pôles (axe q) à  $\delta=90^\circ$  (gauche) et  $\delta=105^\circ$  (droite).

### 3.3.2.2 Réseau équivalent de réluctances

Aux vues des remarques précédentes, le rotor est discrétisé pour les zones présentant des saturations significatives comme entre les aimants autour de l'axe q, au niveau des ponts magnétiques ainsi que le fer sous les aimants. Le flux sous les aimants autour de l'axe q est particulièrement important ce qui nécessite une discrétisation plus importante dans cette zone. La discrétisation du stator reste inchangée.

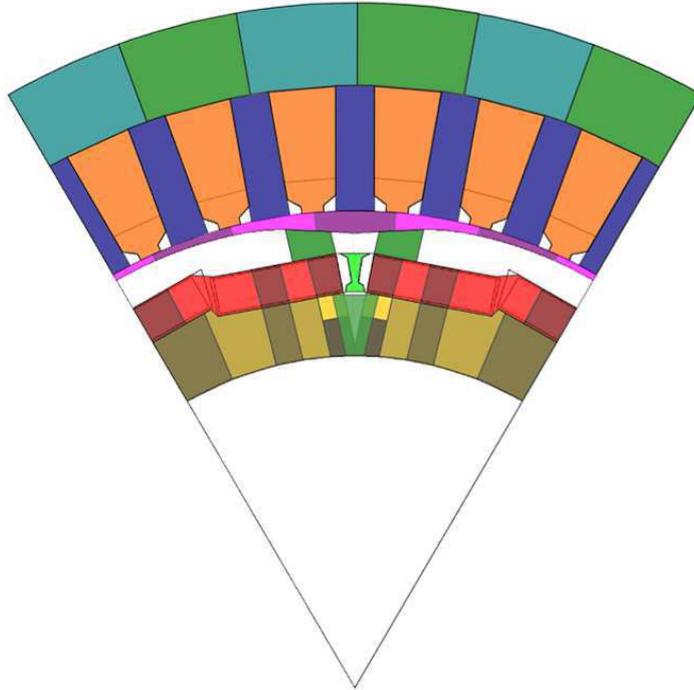


Figure 43 – Discretisation par zone de la HW820CG.

Le réseau de réluctances équivalent est donné sur la Figure 44 :

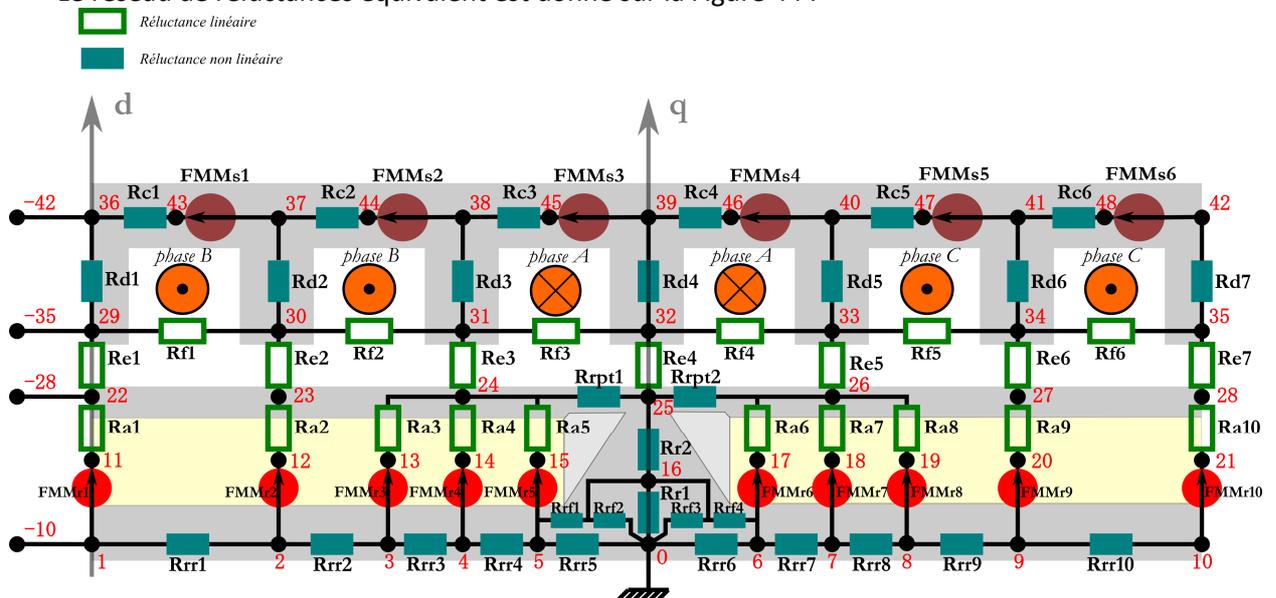


Figure 44 – Réseau équivalent de réluctances de la MAPI.

### 3.3.3 Calcul des réluctances

#### 3.3.3.1 Calcul des réluctances linéaires

##### Calcul des réluctances d'entrefer

L'entrefer étant variable, le calcul de ses réluctances applique la formule de [ROTTERS41] :

$$\mathfrak{R} = \frac{l_{eq}^2}{\mu_0 \cdot V}$$

Une intégration est réalisée pour calculer le volume d'entrefer  $V$ . Quant à la longueur équivalente  $l_{eq}$ , nous prenons la valeur médiane, c'est-à-dire la longueur d'entrefer où les volumes à gauche et à droite sont identiques (cf. Figure 45).

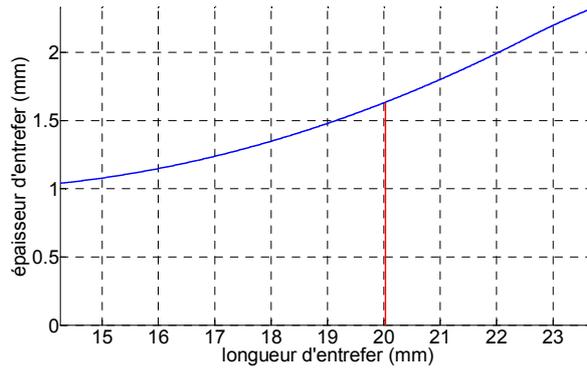


Figure 45 – Calcul des longueurs équivalentes d'un entrefer variable.

##### Calcul des réluctances d'aimant

Les réluctances d'aimant sont calculées de la manière suivante :

$$\begin{pmatrix} \mathfrak{R}_{a1} \\ \mathfrak{R}_{a2} \\ \mathfrak{R}_{a3} \\ \mathfrak{R}_{a4} \\ \mathfrak{R}_{a5} \\ \mathfrak{R}_{a6} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (q_s \cdot N_{ph} - 1) \cdot 2 \\ q_s \cdot N_{ph} - 1 \\ (q_s \cdot N_{ph} - 1) \cdot 2 \end{pmatrix} \cdot (\mathfrak{R}_a)$$

$$\text{Où : } \mathfrak{R}_a = \frac{E_{pm} + E_{colle}}{\mu_0 \cdot \mu_{ra} \cdot 1.2 \cdot H_{pm} \cdot L_a}$$

- Avec
- $E_{pm}$  l'épaisseur de l'aimant.
  - $H_{pm}$  la hauteur de l'aimant.
  - $E_{colle}$  l'épaisseur de la colle entourant les aimants.
  - $q_s$  le nombre d'encoche par pôle et par phase.
  - $N_{ph}$  le nombre de phase.

Les aimants étant segmentés, un facteur de 20% est appliqué à la largeur des aimant  $H_{pm}$  et correspond aux espaces saturés entre les aimants.

##### Calcul des réluctances de fuite dans les encoches

La perméance de fuite dans les encoches est la somme de trois perméances représentant le flux à travers l'isthme de la dent, à travers la partie haute de cet isthme et le flux principal à travers le reste de

l'encoche. Les calculs de ces perméances sont proposés dans [FOGIA99] pour différents type d'encoche mais nous pouvons retrouver des formules similaires dans [LIPO97].

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathcal{P}_{isthme} = \mu_0 \cdot L_a \cdot \left( \frac{2 \cdot h_{eso}}{b_{eso}} - k_{rac} \cdot \frac{h_{eso}}{b_{eso}} \right) \\ \mathcal{P}_{haut\_isthme} = \mu_0 \cdot L_a \cdot \left( \begin{array}{l} 2 \cdot (h_{eso} - b_{eso}) \cdot \log\left(\frac{b_{moy}}{b_{eso}}\right) \cdot \frac{1}{b_{moy} - b_{eso}} - \\ k_{rac} \cdot \left( (h_{eso} - b_{eso}) \cdot \log\left(\frac{b_{moy}}{b_{eso}}\right) \cdot \frac{1}{b_{moy} - b_{eso}} \right) \end{array} \right) \\ \mathcal{P}_{principale} = \mu_0 \cdot L_a \cdot \left( \frac{5 \cdot h_{er}}{6 \cdot b_{moy}} - k_{rac} \cdot \left( \frac{h_{er}}{b_{moy}} \right) \right) \end{array} \right.$$

Avec  $b_{moy}$  la largeur moyenne de l'encoche  $b_{moy} = \frac{b_{esb} + b_{esh}}{2}$ .

Les autres dimensions sont données sur la Figure 46.

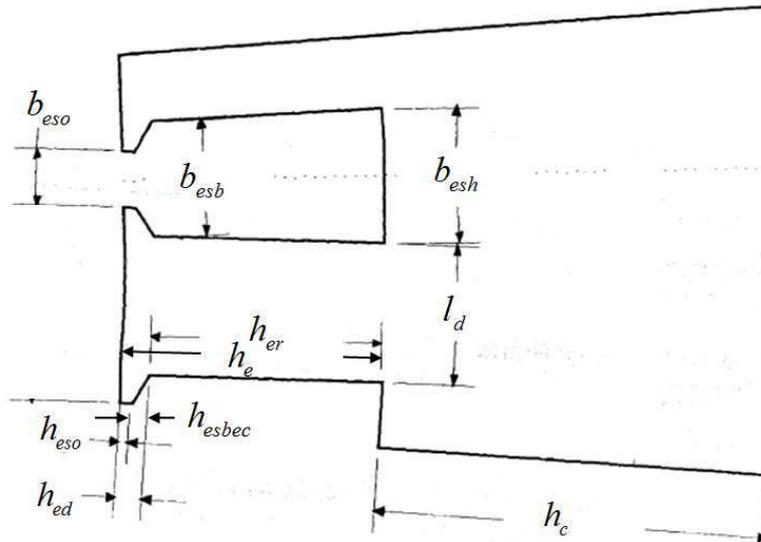


Figure 46 – Dimensions au stator

Cela-dit, il est également judicieux d'y ajouter le flux de fuite passant par l'entrefer lorsque son épaisseur est importante. Dans [RICHTER67], une formulation est proposée :

$$\mathcal{P}_{isthme\_entrefer} = \mu_0 \cdot L_a \cdot \left( \frac{5 \cdot ag / b_{eso}}{5 + 4 \cdot ag / b_{eso}} \right)$$

Avec  $ag$  l'épaisseur de l'entrefer.

Ce qui donne les réductances de fuites dans les encoches suivantes :

$$\mathcal{R}_{fi} = \frac{1}{\mathcal{P}_{isthme} + \mathcal{P}_{haut\_isthme} + \mathcal{P}_{principale} + \mathcal{P}_{isthme\_entrefer}} \quad \text{avec } i = 1 \dots 6$$

### 3.3.3.2 Calcul des réductances non linéaires

Les dimensions de la machine modélisée sont données dans les annexes.

#### Calcul des réductances de culasse

Les réductances de culasse sont toutes identiques et sont calculées de la manière suivante :

$$\mathfrak{R}_{ci} = \frac{\frac{2\pi}{Z_s} \cdot \left( R_{es} - \frac{h_c}{2} \right)}{\mu_0 \cdot \tilde{\mu}_r \cdot h_c \cdot L_a} \text{ avec } i = 1 \dots 6$$

Avec  $Z_s$  le nombre d'encoche.

#### Calcul des réductances de dents

Les réductances de dents sont calculées en négligeant les épanouissements dentaires de la manière suivante :

$$\begin{pmatrix} \mathfrak{R}_{d1} \\ \mathfrak{R}_{d2} \\ \mathfrak{R}_{d3} \\ \mathfrak{R}_{d4} \\ \mathfrak{R}_{d5} \\ \mathfrak{R}_{d6} \\ \mathfrak{R}_{d7} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} \cdot (\mathfrak{R}_d)$$

$$\text{Où : } \mathfrak{R}_d = \frac{h_e}{\mu_0 \cdot \tilde{\mu}_r \cdot l_d \cdot L_a}$$

#### Calcul des réductances rotoriques au niveau de l'axe q (transfert magnétique radial)

La réductance sous les aimants est calculée sur un pas dentaire :

$$\mathfrak{R}_{r1} = \frac{\ln \left( \frac{R_{ir} + h_{yr2}}{R_{ir}} \right)}{\mu_0 \cdot \tilde{\mu}_r \cdot \left( \frac{2 \cdot \pi}{Z_s} \right) \cdot L_a}$$

La réductance entre les aimants comprend une zone raisonnable où le fer peut être saturé et est calculée de la manière suivante :

$$\mathfrak{R}_{r2} = \frac{E_{pm}}{\mu_0 \cdot \tilde{\mu}_r \cdot l_{IntAim} \cdot L_a}$$

Avec  $l_{IntAim}$  la largeur moyenne de passe du flux entre les aimants.

#### Calcul des réductances de fuite magnétique des aimants

Cette machine comporte d'importantes fuites magnétiques qui sont représentées par les réductances  $\mathfrak{R}_{rpt1\&2}$  au-dessus des aimants et  $\mathfrak{R}_{rf1\&2}$  :

$$\mathfrak{R}_{rpt1\&2} = \frac{l_{pt}}{\mu_0 \cdot \tilde{\mu}_r \cdot t_b \cdot L_a}$$

Avec  $t_b$  la hauteur équivalente de passage de flux (valeur médiane).

$l_{pt}$  la longueur équivalente prise pour un rayon moyen au-dessus des aimants.

$$\mathfrak{R}_{rf1\&2} = \frac{\frac{1}{3} \cdot \left( R_{ir} + \frac{h_{yr2}}{2} \right) \cdot 2\pi \cdot Z_s}{\mu_0 \cdot \tilde{\mu}_r \cdot 0.75 \cdot E_{pm} \cdot L_a}$$

**Calcul des réluctances rotoriques sous les aimants (transfert magnétique transversal)**

Les réluctances sous les aimants sont calculées de la manière suivante :

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathfrak{R}_{rr1\&10} = \frac{\left( R_{ir} + \frac{h_{yr1}}{2} \right) \cdot 2\pi \cdot Z_s}{\mu_0 \cdot \tilde{\mu}_r \cdot h_{yr1} \cdot L_a} \\ \mathfrak{R}_{rr2\&9} = \frac{\left( R_{ir} + \frac{h_{yr2}}{2} \right) \cdot 2\pi \cdot Z_s}{\mu_0 \cdot \tilde{\mu}_r \cdot h_{yr2} \cdot L_a} \\ \mathfrak{R}_{rr3\&4\&7\&8} = \frac{\frac{1}{3} \cdot \left( R_{ir} + \frac{h_{yr2}}{2} \right) \cdot 2\pi \cdot Z_s}{\mu_0 \cdot \tilde{\mu}_r \cdot h_{yr2} \cdot L_a} \\ \mathfrak{R}_{rr5\&6} = \frac{\frac{1}{3} \cdot \left( R_{ir} + \frac{h_{yr2}}{2} \right) \cdot 2\pi \cdot Z_s}{\mu_0 \cdot \tilde{\mu}_r \cdot \left( h_{yr2} - 0.75 \cdot E_{pm} \right) \cdot L_a} \end{array} \right.$$

**3.3.4 Calcul des tables de flux**

Pour différents couples de courants ( $i_d, i_q$ ), les courants  $i_a, i_b, i_c$  sont calculés à partir de la transformation de Park et injectés dans les phases du stator.

La démarche globale est présentée sur la Figure 47.

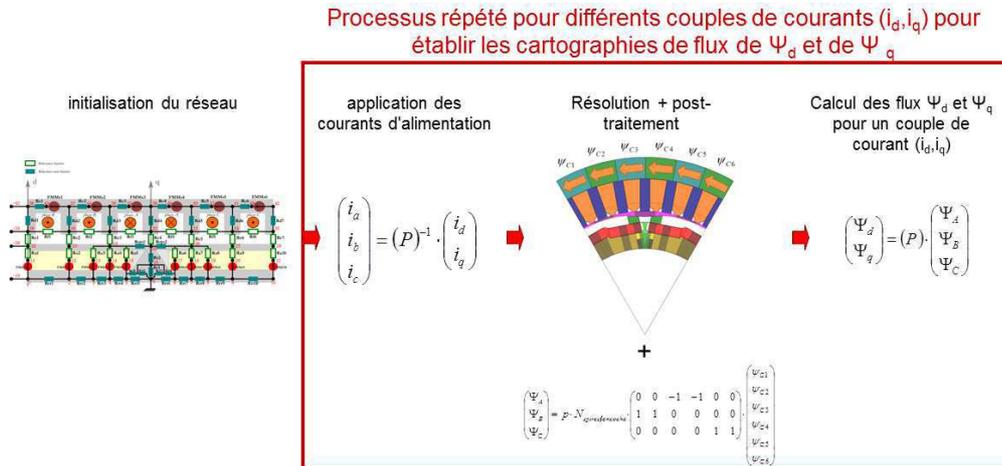


Figure 47 – Démarche globale du calcul des tables de flux.

Après résolution du modèle et post-traitement, les flux  $\Psi_d$  et  $\Psi_q$  sont déterminées pour différents couples de courants ( $i_d, i_q$ ) permettant ainsi de réaliser les cartographies de flux présentées sur la Figure 48 pour la machine d'essai.

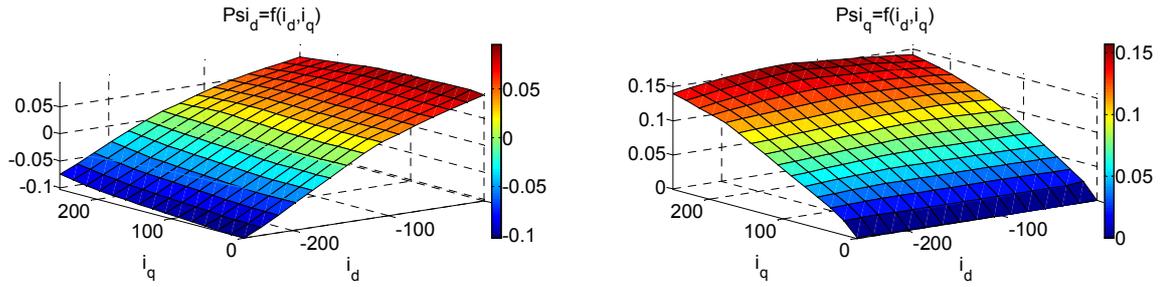


Figure 48 – Cartographies de flux de la machine HW820CG.

Pour finir, les flux peuvent être calculés pour n'importe quels couples de courants  $(i_d, i_q)$  par interpolation. Cela étant, ces flux sont calculés en tenant compte du facteur de bobinage  $k_b$  et il est ajouté le flux de fuite dans les têtes de bobines  $L_{tb}$ .

Le facteur de bobinage est calculé pour un pas de raccourcissement  $\beta$  de 5/6 :

$$k_b = k_d \cdot k_\beta \cdot k_i$$

$$\text{Avec : } \begin{cases} k_i = 1 \\ k_d = \frac{\sin\left(\frac{\pi}{2 \cdot N_{ph}}\right)}{q_s \cdot \sin\left(\frac{p \cdot \pi}{Z_s}\right)} \\ k_\beta = \sin\left(\beta \cdot \frac{\pi}{2}\right) \end{cases}$$

Avec  $k_i$  le facteur d'inclinaison.  
 $k_d$  le facteur de distribution.  
 $k_\beta$  le facteur de raccourcissement.

La structure de la machine est déjà prise en compte par le réseau nodal. Par conséquent, le facteur de distribution  $k_d$  vaut 1.

Les flux  $\Psi_d$  et  $\Psi_q$  ainsi que les courants  $i_d$  et  $i_q$  injectés sont ainsi multipliés par  $k_b$  donnant des potentiels magnétiques au stator égale à :

$$\begin{pmatrix} FMM_{S1} \\ FMM_{S2} \\ FMM_{S3} \\ FMM_{S4} \\ FMM_{S5} \\ FMM_{S6} \end{pmatrix} = k_b \cdot N_{spe} \cdot \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \end{pmatrix}$$

Les flux totaux sont alors égale à :

$$\begin{cases} \Psi_D = \Psi_d(k_b \cdot i_d, k_b \cdot i_q) + L_{tb} \cdot i_d \\ \Psi_Q = \Psi_q(k_b \cdot i_d, k_b \cdot i_q) + L_{tb} \cdot i_q \end{cases}$$

Les courbes de flux équivalentes sont décrites sur la figure ci-dessous :

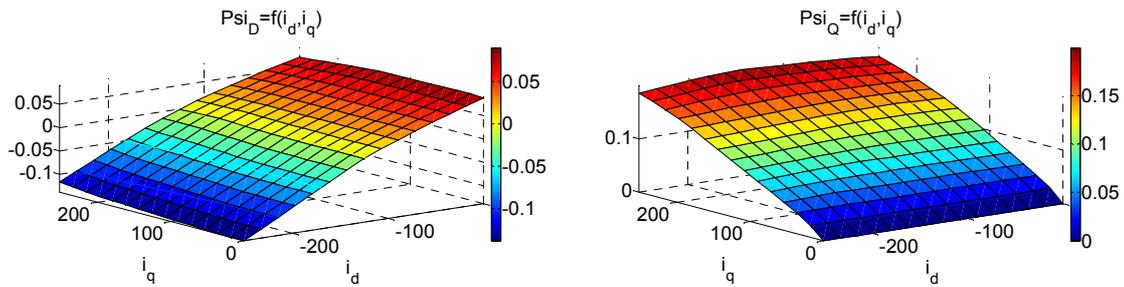


Figure 49 – Calcul des tables de flux totalisées de la machine HW820CG.

### 3.4 Résultats

La machine d'essai a été implantée dans le logiciel de résolution par éléments finis FLUX 2d. La même approche de cartographies de flux a été utilisée pour les mêmes couples de courants ( $i_d, i_q$ ). La Figure 50 compare les résultats sur le couple obtenu à partir du modèle semi analytique et à partir du modèle numérique. L'erreur par rapport au modèle numérique est particulièrement faible jusqu'à un courant deux fois supérieurs au courant nominal, elle est de l'ordre de 2% au courant nominal et 13% à deux fois le courant nominal.

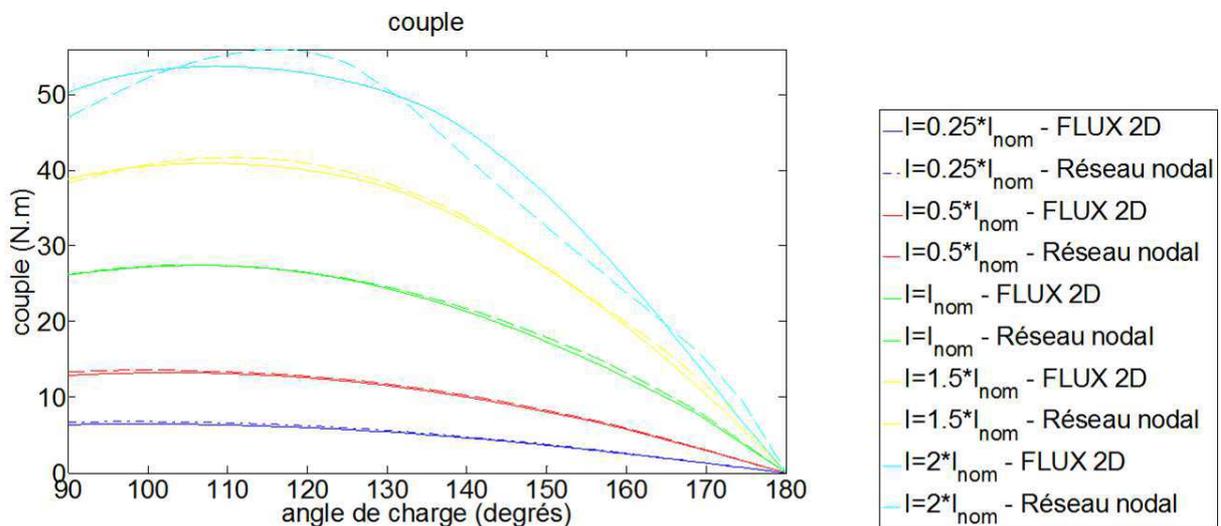


Figure 50 – Comparaison entre le modèle semi analytique et le modèle numérique pour la machine HW820CG.

Le tableau suivant donne les écarts moyens sur le calcul des tables de flux et sur le calcul du couple correspondant.

	Écart moyen sur $\Psi_d$	Écart moyen sur $\Psi_q$	Écart moyen sur le couple (vert)	Écart moyen sur le couple (cyan)
Machine d'essai	5,8 %	4,4 %	2,1 %	13,5 %

Tableau 3 – Écart relatif moyen entre la méthode numérique (FLUX 2d) et la méthode semi-analytique.

Le tableau suivant résume les temps de calcul du modèle numérique et du modèle semi-analytique pour différents points de fonctionnement où la machine est fortement saturée. Seul le temps lié à la résolution non-linéaire du système est pris en compte; le maillage et le chargement des paramètres ne sont pas comptabilisés. Les calculs sont réalisés sur la même machine de calcul.

$I=2.I_{nom}$	pour $\delta=90^\circ$		pour $\delta=135^\circ$	
FLUX 2d	9,32 sec.		9,51 sec.	
Modèle semi-analytique	0,135 sec.		0,121 sec.	

Tableau 4 – Comparaison des temps de calcul entre la méthode numérique et la méthode semi-analytique.

Dans le cas où la machine est fortement saturée, par exemple pour  $\delta=90^\circ$  le calcul des flux  $\Psi_d$  et  $\Psi_q$  est 69 fois plus rapide. Les résultats obtenus à partir du modèle semi-analytique restent très proches de ceux provenant du modèle numérique. L'écart relatif est de 8,1 % pour le calcul de  $\Psi_d$  et de 1,8 % pour le calcul de  $\Psi_q$ . Pour  $\delta=130^\circ$ , le modèle semi-numérique est 79 fois plus rapide tandis que les écarts relatifs entre les modèles restent autour 10 %, c'est-à-dire 6,9 % sur  $\Psi_d$  et 5,8 % sur  $\Psi_q$ . La prise en compte des effets de la saturation est relativement bonne.

## 4 Modèle de pertes fer

### 4.1 Introduction

Dans un premier temps, ce chapitre présentera les différents modèles de calcul des pertes fer. De l'état de l'art, nous pouvons structurer les modèles de calcul des pertes fer en deux catégories. Une première catégorie calculant ces pertes à partir de modèles dits "locaux" où les relations entre le champ magnétique, son induction et la dérivée de son induction sont déterminées afin de calculer le plus précisément possible les pertes dans le matériau à partir d'équations fondamentales. La seconde catégorie calcule les pertes à partir de modèles dits "globaux" et utilise une approche fréquentielle. Dans le second cas, certaines hypothèses peuvent être faites sur la forme de l'induction dans le matériau. Les modèles présentés dans cette partie mettront l'accent sur les modèles dits "globaux" car ils fournissent des résultats suffisamment précis et sont facilement implantables dans le modèle magnétique développé précédemment. Pour finir, au niveau de la machine électrique nous montrerons l'influence de la commande sur les pertes fer.

Dans un second temps, un modèle de pertes fer prenant en compte les harmoniques liées à la commande sera présenté. Ce modèle étant intégré au calcul des lois de commande, lui-même intégré dans l'outil de dimensionnement DIMOTEL et de simulation SIMOTEL, il devra alors être suffisamment rapide et précis et également faciliter les couplages avec les autres modèles.

### 4.2 État de l'art

#### 4.2.1 Introduction

Nous pouvons distinguer deux grandes catégories de modèle de pertes fer, c'est-à-dire les modèles dits "locaux" et les modèles dits "globaux". Les modèles locaux utilisent souvent des représentations de la courbe d'hystérésis pour ensuite établir des cartographies du champ magnétique du matériau en fonction de son induction et de la dérivée de son induction. Les pertes fer sont ensuite calculées en local en intégrant  $H \cdot dB$ . Ces calculs représentent au mieux le comportement réel du matériau et de nombreux travaux récents ont fait évoluer ces modèles les rendant très performants. Quant aux modèles dits "globaux", ceux-ci utilisent une approche fréquentielle. Les pertes sont calculées séparément, il y a les pertes "statiques" correspondant aux pertes dites "par hystérésis" et les pertes "dynamiques" dépendant dans le cas du modèle de Bertotti de la dérivée de l'induction au carré pour les pertes dites "par courants de Foucault" et dépendant de la dérivée de l'induction à la puissance 3/2 pour les pertes dites "par excès". Plusieurs variantes existent également pour les modèles globaux mais le modèle de Bertotti est le plus répandu et le plus performant de sa catégorie. Dans ces modèles, il est souvent supposé que l'évolution temporelle de l'induction dans les parties ferromagnétiques est sinusoïdale mais nous verrons que cette hypothèse cause d'importantes erreurs en régime de défluxage ce qui nous obligera à utiliser une forme générale du modèle de Bertotti.

#### 4.2.2 Modèles locaux

Il existe plusieurs approches calculant les pertes fer par l'étude du comportement magnétique du matériau d'un point de vue microscopique tels que les modèles de Preisach [PREISACH35] mais ceux-ci ne seront pas traités. Dans cette partie, nous décrivons les travaux initiés par Cester [CESTER96] qui ont

donné naissance au modèle LS<sup>3</sup> implanté dans le logiciel FLUX de Cedrat. À l'inverse du modèle de Preisach, la tôle magnétique est considérée à l'échelle macroscopique permettant ainsi une plus grande généralisation du modèle et une simplification des calculs.

Le calcul des pertes fer reprend l'équation de base de la densité de puissance locale dissipée dans le matériau :

$$P_{fer} = \iiint_{\tau} \left( \frac{1}{T} \times \int_0^T \left( \oint_{cycle} H \cdot dB \right) dt \right) d\tau \quad (4)$$

Où  $d\tau$  est un volume élémentaire.

Ce calcul nécessite de connaître le cycle d'hystérésis du matériau, [BOTTAUSCIO02] a démontré que cette approche est plus précise que l'approche fréquentielle présentée dans la partie suivante.

Pour connaître le cycle d'hystérésis, ce modèle nécessite au préalable de faire de nombreuses mesures sur la tôle afin de mesurer le champ H en fonction de l'induction B et de sa dérivée  $\frac{dB}{dt}$ . Une batterie de mesures du champ dans les tôles doit être réalisée avec une évolution temporelle triangulaire de l'induction à différentes fréquences fixant ainsi la dérivée  $\frac{dB}{dt}$ . Il est alors possible de caractériser la surface  $H\left(B, \frac{dB}{dt}\right)$  comme décrit sur la Figure 51.

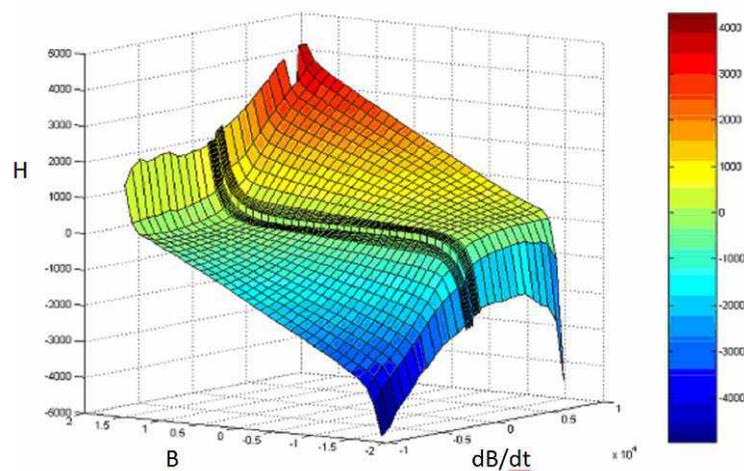


Figure 51 – Surface  $H(B, dB/dt)$  mesurée à 1,75 T [GAUTREAU05]

Ces tests doivent être répétés pour différentes inductions crêtes créant ainsi une multitude de surfaces  $H\left(B, B_{crête}, \frac{dB}{dt}\right)$ .

Une fois cette étape réalisée, il est possible de reconstruire le cycle d'hystérésis à partir de l'induction  $B(t)$  fournie par le modèle magnétique en chacun de ses éléments (maillage ou réluctance). Les pertes fer sont alors calculées à partir de (4). La résistivité dans les tôles doit être nulle pour ne pas fausser les calculs. Ces pertes sont ensuite ajoutées aux autres pertes.

<sup>3</sup> LS : Loss Surface

Néanmoins ce modèle présente d'importantes erreurs lorsque  $\frac{dB}{dt}$  tend vers 0. Il a donc été amélioré par [CHEVALIER99] en décomposant la surface  $H\left(B, \frac{dB}{dt}\right)$  en une composante "quasi-statique"  $H_{stat}(B)$  et une composante "dynamique"  $H_{dyn}\left(B, \frac{dB}{dt}\right)$  donnant lieu à l'équation suivante :

$$H\left(B, \frac{dB}{dt}\right) = H_{stat}(B) + H_{dyn}\left(B, \frac{dB}{dt}\right)$$

$H_{stat}(B)$  correspond au cas où la dérivée  $\frac{dB}{dt}$  est nulle et peut être déterminé analytiquement ; quant à la composante dynamique  $H_{dyn}\left(B, \frac{dB}{dt}\right)$ , elle est calculée à partir des mesures expérimentales en soustrayant le champ quasi-statique  $H_{stat}(B)$ .

Des améliorations de ce modèle ont été effectuées dans [GAUTREAU05]. Il a été montré sur un exemple d'application que l'erreur entre les mesures et l'estimation des pertes fer avec un modèle LS était inférieure à 15% aussi pour un fonctionnement à vide qu'en charge.

Ces types de modèles de pertes fer sont souvent destinés à être couplés à un modèle magnétique numérique. Néanmoins, dans [DO10] une variante du modèle LS a été implantée dans un outil appelé "RelucTool" où le modèle magnétique est de type nodal.

### 4.2.3 Modèles globaux

Les premiers travaux sur les pertes fer ont été réalisés en 1892 par [STEINMETZ84] puis republié en 1984 et ont donné lieu à une formulation des pertes en fonction de la fréquence :

$$P_{fer} = C_{STEINMETZ} \cdot f^\alpha \cdot \hat{B}^\beta$$

Les coefficients  $C_{STEINMETZ}$ ,  $\alpha$  et  $\beta$  sont déterminés à partir des essais expérimentaux avec par exemple une méthode des moindres carrés.

Ce modèle suppose que l'induction dans le matériau magnétique soit sinusoïdale et rassemble dans une même formule de nombreux phénomènes physiques complexes et de natures différentes. C'est pourquoi [JORDAN24] améliora par la suite cette formule en séparant les pertes fer suivant leur nature donnant lieu à une nouvelle formule composée des pertes par hystérésis et des pertes par courants de Foucault :

$$P_{fer} = \underbrace{C_{hys} \cdot f \cdot \hat{B}^2}_{\text{pertes par hystérésis}} + \underbrace{C_{cf} \cdot f^2 \cdot \hat{B}^2}_{\text{pertes par courants de Foucault}}$$

Néanmoins, ce modèle néglige un certain nombre de pertes qui ont été ajoutées dans la formule de [BERTOTTI88] sous la forme de pertes par excès :

$$P_{fer} = \underbrace{K_h \cdot f \cdot \hat{B}^\alpha}_{\substack{\text{pertes par hystérésis} \\ \text{pertes statiques}}} + \underbrace{\frac{(\pi d)^2}{6 \cdot \rho_t \cdot m_v} \cdot (f \cdot \hat{B})^2}_{\text{pertes par courants de Foucault}} + \underbrace{K_{exc} \cdot (f \cdot \hat{B})^{3/2}}_{\text{pertes par excès}} \quad (5)$$

D'autres travaux comme ceux de [HOANG95] et [CHEN02] ont permis d'améliorer l'estimation des pertes par hystérésis. L'augmentation de la fréquence déforme et élargit les cycles d'hystérésis comme cela a été décrit dans [GAUTREAU05]. Or la formule de Bertotti ne dissocie pas les cycles d'hystérésis statiques et cycles d'hystérésis dynamiques. [HOANG95] propose donc une nouvelle formulation des pertes par hystérésis afin de représenter au mieux ces phénomènes :

$$P_{hys} = 2 \cdot K_{h1} \cdot f \cdot \hat{B} + 4 \cdot K_{h2} \cdot f \cdot \hat{B}^2$$

En ce qui concerne ce phénomène, la formule la plus employée est celle proposée par [CHEN02] :

$$P_{hys} = K_h \cdot f \cdot \hat{B}^{a+b} \cdot \hat{B}^c \cdot \hat{B}^2$$

[HOANG95] ajoute ensuite aux pertes par hystérésis celles dues aux cycles mineurs :

$$P_{cyclesMineurs} = \sum_{i=1}^n (K_{h1} \cdot \Delta B + 4 \cdot K_{h2} \cdot \Delta B^2) f$$

Avec  $\Delta B$  la variation d'induction du cycle mineur.  
 $n$  le nombre de cycles mineurs (souvent deux ou trois suffisent).

L'utilisation de ces différents modèles est finalement limitée par le fait qu'ils considèrent une évolution sinusoïdale de l'induction. Or les machines actuelles fonctionnent dans des régimes de défluxage où l'évolution de l'induction devient fortement non-sinusoïdale entraînant de fortes imprécisions dans le calcul des pertes avec ces types de modèle.

Une formulation plus générale applicable à tout type d'évolution d'induction est donnée dans [BERTOTTI91] et est de la forme suivante :

$$P_{fer} = \underbrace{K_h \cdot f \cdot \hat{B}^\alpha}_{\text{pertes par hystérésis}} + \underbrace{\frac{d^2}{12 \cdot \rho_t \cdot m_v} \cdot \frac{1}{T} \int_0^T \left( \frac{\partial B}{\partial t} \right)^2 dt}_{\text{pertes par courants de Foucault}} + \underbrace{K_{exc} \cdot \frac{1}{T} \int_0^T \left| \frac{\partial B}{\partial t} \right|^{3/2} dt}_{\text{pertes par excès}} \quad (6)$$

Les formules de Bertotti sont les plus largement employées lorsque des modèles globaux sont utilisés.

#### 4.2.4 Influence de la commande sur les pertes fer

L'application exige que le modèle de pertes fer soit suffisamment précis sur toute la plage de fonctionnement de la machine électrique. Cela implique de pouvoir estimer ces pertes quelle que soit la commande en courant  $i_d$  et  $i_q$ . Or outre le fait que les pertes fer dans la machine augmentent avec la fréquence électrique, l'utilisation de la machine dans sa plage de défluxage peut provoquer de fortes variations non-sinusoïdales de l'induction dans le fer au cours du temps et peut alors conduire à une augmentation importante des pertes par courants de Foucault et par excès. En effet celles-ci sont sensibles aux valeurs dérivées de l'induction dans le fer. Par conséquent les pertes fer en général augmentent comme le montre la Figure 52. Ce phénomène est particulièrement important au niveau des dents.

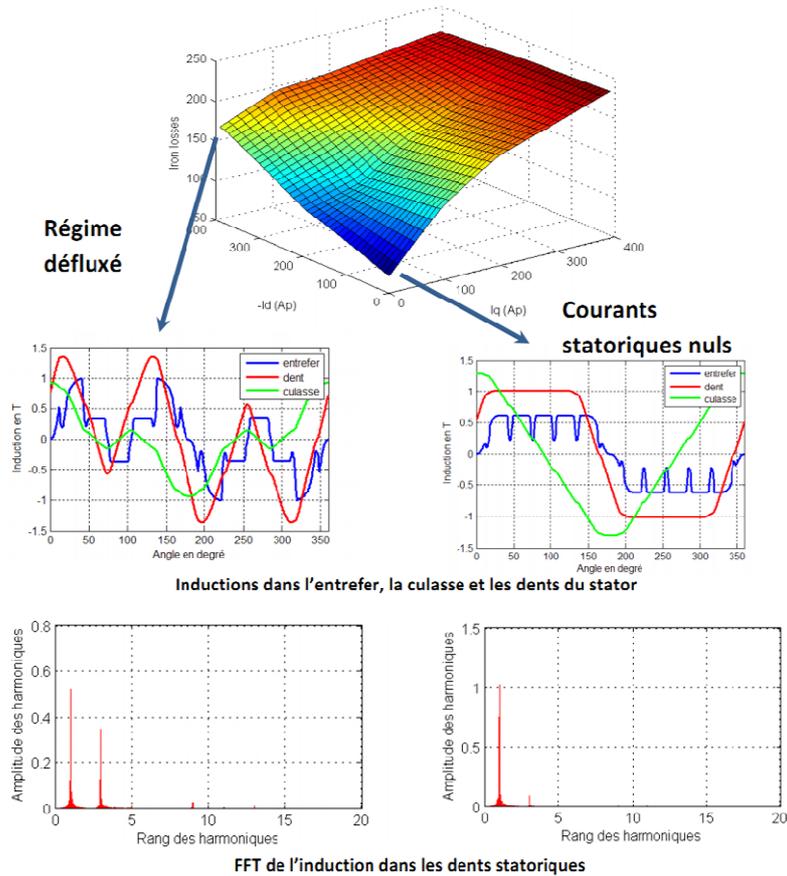


Figure 52 – Évolution de l'induction dans le fer du stator [LEGRANGER09].

Cette augmentation est néanmoins modérée par le fait que le défluxage de la machine conduit également à une baisse du fondamental de l'induction dans les dents et la culasse.

#### 4.2.5 Conclusion et choix de solutions adaptées

Les modèles locaux sont particulièrement précis par rapport aux modèles globaux du fait que les cycles d'hystérésis soient pris en compte de manière précise. Cela-dit ces modèles sont complexes et particulièrement lourds en calcul diminuant alors leur intérêt lors d'un processus d'optimisation. De plus ils nécessitent de faire une série de mesures en laboratoire pour chaque type de tôle utilisé ce qui est très contraignant.

Quant aux modèles globaux, ils utilisent très souvent une approche fréquentielle supposant une évolution sinusoïdale des inductions dans la machine comme le modèle de Steinmetz. Or nous savons que lorsque la machine est défluxée, l'hypothèse sur les formes d'induction ne peut être valide. Ces inductions, notamment dans les dents comportent un niveau élevé d'harmonique 3.

Par conséquent, le modèle de Bertotti généralisé semble être le plus adapté car plus rapide et plus simple à calibrer que les modèles locaux.

### 4.3 Modélisation

Le modèle de Bertotti sous sa forme généralisée nécessite le calcul des formes d'induction dans la machine (dans les dents et la culasse) pour le calcul des pertes dynamiques (par courants de Foucault et par excès) et contrairement à sa première formulation, il ne s'agit pas d'une forme polynomiale mais d'un calcul d'intégrales des formes d'induction élevées à la puissance 2 et 3/2. Cela-dit, les formes des inductions dans la machine pour une commande  $(i_d, i_q)$  donnée sur une période ne changent pas quelle que soit la vitesse du rotor si l'on néglige les harmoniques liées à la commande de l'onduleur (MLI,

SVM<sup>4</sup>). Autrement dit, seule la fréquence du fondamental et des harmoniques associés sont liés à la vitesse mais le contenu harmonique reste inchangé. Il est alors possible dans une intégration numérique d'extraire la fréquence de la formule de Bertotti généralisée et de la mettre alors sous la forme d'un polynôme à trois coefficients a, b et c dépendant des lois de commande ( $i_d, i_q$ ). Nous avons alors des pertes pouvant être calculées à partir du polynôme suivant :

$$P_{fer}(i_d, i_q, f) = a(i_d, i_q) \cdot f + b(i_d, i_q) \cdot f^2 + c(i_d, i_q) \cdot f^{3/2}$$

Par conséquent, l'établissement du modèle de pertes fer passera par l'établissement de cartographies des coefficients de pertes fer a, b et c. Ainsi par interpolation, il sera possible de calculer les pertes fer pour n'importe quels couples de courants ( $i_d, i_q$ ) et pour n'importe quelle vitesse de rotation facilitant ainsi le couplage avec les autres modèles.

#### 4.3.1 Hypothèses

Le calcul des pertes fer doit prendre en compte la forme de l'induction. Or le modèle magnétique utilisé résout le système en magnétostatique et ne permet pas en toute rigueur de fournir l'évolution temporelle de l'induction dans les différentes parties ferromagnétiques de la machine. Cela dit, il est tout à fait possible de faire l'hypothèse que la forme d'induction temporelle dans les dents et la culasse suit son évolution spatiale sur une période électrique (sur une paire de pôles). Avec cette approche, seul l'effet des encoches statoriques est négligé. Le système étant résolu pour un pôle et comme pour le modèle magnétique, nous profitons de la symétrie impaire de la machine pour reproduire la forme d'induction sur une paire de pôle.

Quant à la variation de l'induction dans le fer rotorique, celle-ci n'est due qu'aux harmoniques liés principalement aux effets d'encoches et à la commande d'onduleur puisque lorsque la machine est en régime stationnaire, le rotor tourne à la vitesse de synchronisme. Par conséquent, les pertes au rotor seront négligées.

#### 4.3.2 Relevé des formes d'induction dans la machine à partir du réseau de réductances

Nous avons vu dans la partie précédente que la machine est discrétisée en différentes zones qui sont ensuite modélisées par des réductances composant un réseau nodal. En post-traitement de ce modèle, nous pouvons alors obtenir les inductions pour chacune de ces zones. Nous supposons que ces valeurs d'induction sont valables au centre de chacune de ces zones comme décrit sur la Figure 53.

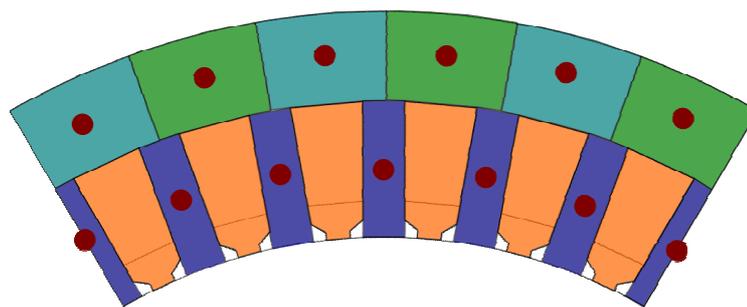


Figure 53 – discrétisation et calcul d'induction dans le fer.

Les points représentés sur la Figure 54 sont les différentes inductions calculées au centre de chaque zone discrétisant la machine en différentes réductances. Les inductions sont calculées en magnétostatique uniquement sur un pôle (à gauche de la Figure 54) et sont déduites par symétrie impaire pour l'autre pôle (à droite de la Figure 54). L'évolution temporelle est recalculée à partir de l'ensemble des points dans les dents et dans la culasse.

<sup>4</sup> SVM : Space Vector modulation

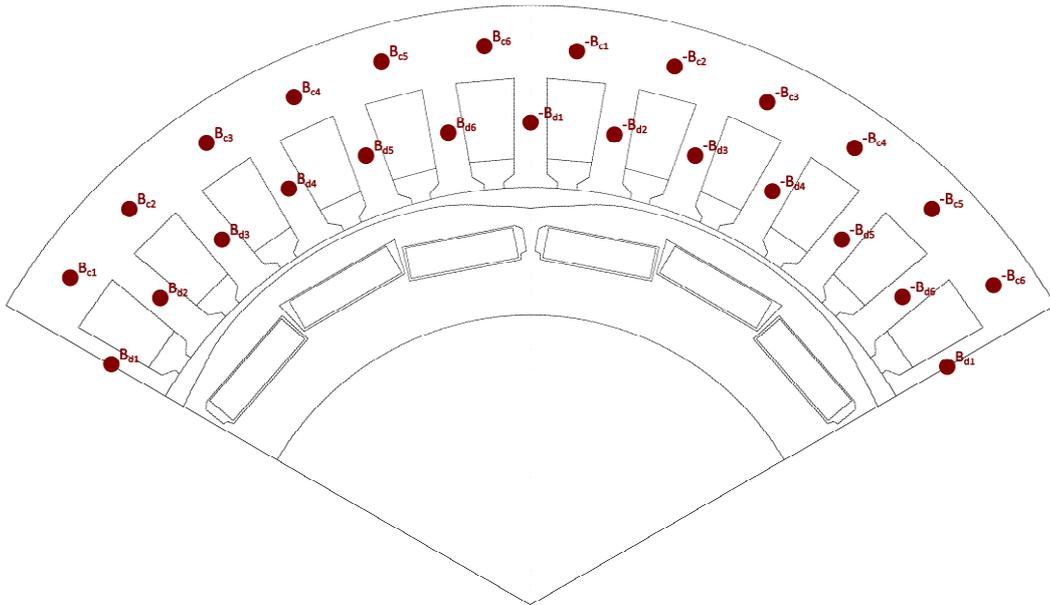


Figure 54 – Inductions calculées dans les différentes parties de la machine.

L'évolution spatiale correspondant à l'évolution temporelle, par conséquent, un pas spatial d'encoche correspond à une fraction de période temporelle dépendant de la fréquence :

$$pas_{spatial} = \frac{2 \cdot \pi}{Z_s} \Rightarrow pas_{temporel} = \frac{T_e}{Z_s} \cdot p$$

Avec  $T_e$  la période électrique.

Les évolutions de l'induction d'un point de vue temporel dans les dents et la culasse sont présentées sur la Figure 55 pour deux commandes ( $i_d, i_q$ ) données pour un même courant efficace. Les courbes de gauche présentent l'induction dans les dents et la culasse pour une commande en régime de défluxage, c'est-à-dire avec une forte composante  $i_d$  et la figure de droite présente ces formes d'induction sans aucun défluxage donc avec uniquement une composante  $i_q$ . Au vu de la faible discrétisation de ces formes d'induction, une interpolation cubique y a été appliquée.

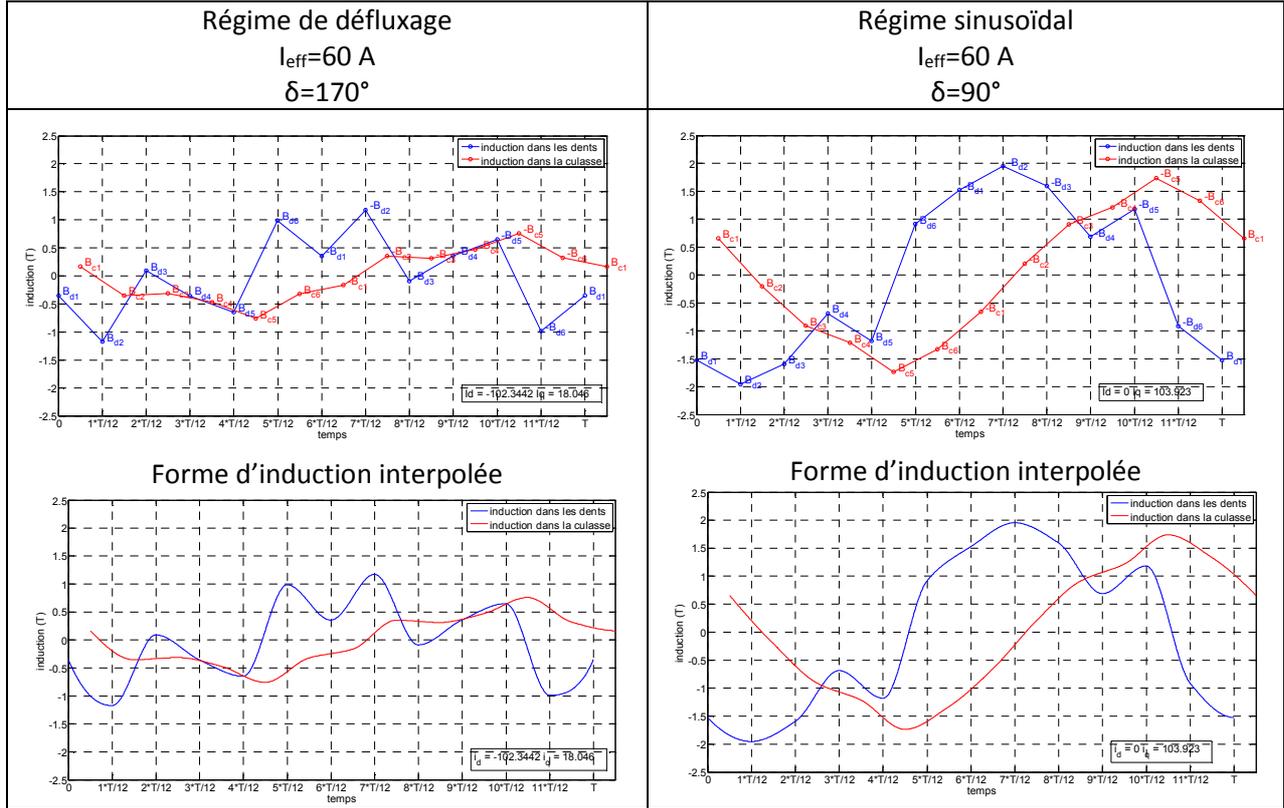


Figure 55 – Évolution de l'induction dans les dents en régime de défluxage et en régime sinusoïdal.

Nous pouvons constater comme pour la Figure 52 que la forme d'induction dans les dents en régime de défluxage n'est pas sinusoïdale.

Le calcul des pertes fer nécessite pour chaque commande  $(i_d, i_q)$  de calculer les intégrations numériques des dérivées d'induction dans la culasse et les dents sur une période électrique. Pour un signal comportant  $n$  échantillons par période, la période d'échantillonnage  $\Delta T$  vaut alors  $T/(n-1)$  et nous avons les relations suivantes :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{T} \int_0^T \left( \frac{\partial B(i_d, i_q, t)}{\partial t} \right)^2 dt \\ \frac{1}{T} \int_0^T \left| \frac{\partial B(i_d, i_q, t)}{\partial t} \right|^{3/2} dt \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{T} \times \sum_{i=2}^{n+1} \left( \frac{\Delta B}{\Delta T} \right)^2 \cdot \Delta T \\ \frac{1}{T} \times \sum_{i=2}^{n+1} \left| \frac{\Delta B}{\Delta T} \right|^{3/2} \cdot \Delta T \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{T} \times \sum_{i=2}^{n+1} \left( \frac{B_{(i)} - B_{(i-1)}}{T/n-1} \right)^2 \cdot \frac{T}{n-1} \\ \frac{1}{T} \times \sum_{i=2}^{n+1} \left| \frac{B_{(i)} - B_{(i-1)}}{T/n-1} \right|^{3/2} \cdot \frac{T}{n-1} \end{array} \right.$$

Donc de ces calculs, nous pouvons extraire la fréquence et identifier deux sommes dépendant des formes d'induction que nous appellerons  $S_1$  pour les pertes par courants de Foucault et  $S_2$  pour les pertes par excès. Ces sommes ont une interprétation précise ; elles correspondent respectivement aux moyennes intégrales des intégrations numériques des dérivées d'induction au carré et à la puissance 3/2 pour une fréquence de 1 Hz.

$$\left\{ \begin{array}{l} f^2 \times \underbrace{\sum_{i=2}^{n+1} \left( \frac{B_{(i)} - B_{(i-1)}}{1/n-1} \right)^2}_{S_1} \cdot \frac{1}{n-1} \\ f^{3/2} \times \underbrace{\sum_{i=2}^{n+1} \left| \frac{B_{(i)} - B_{(i-1)}}{1/n-1} \right|^{3/2}}_{S_2} \cdot \frac{1}{n-1} \end{array} \right. \quad (7)$$

En simplifiant nous avons alors :

$$\left\{ \begin{array}{l} S_1 = (n-1) \times \sum_{i=2}^{n+1} (B_{(i)} - B_{(i-1)})^2 \\ S_2 = \sqrt{n-1} \times \sum_{i=2}^{n+1} |B_{(i)} - B_{(i-1)}|^{3/2} \end{array} \right.$$

La figure suivante montre les dérivées des inductions au carré et à la puissance 3/2 pour un signal de fréquence de 1 Hz dans la culasse et dans les dents ainsi que les moyennes intégrales correspondant aux sommes  $S_1$  et  $S_2$  pour les courbes présentées sur la Figure 55.

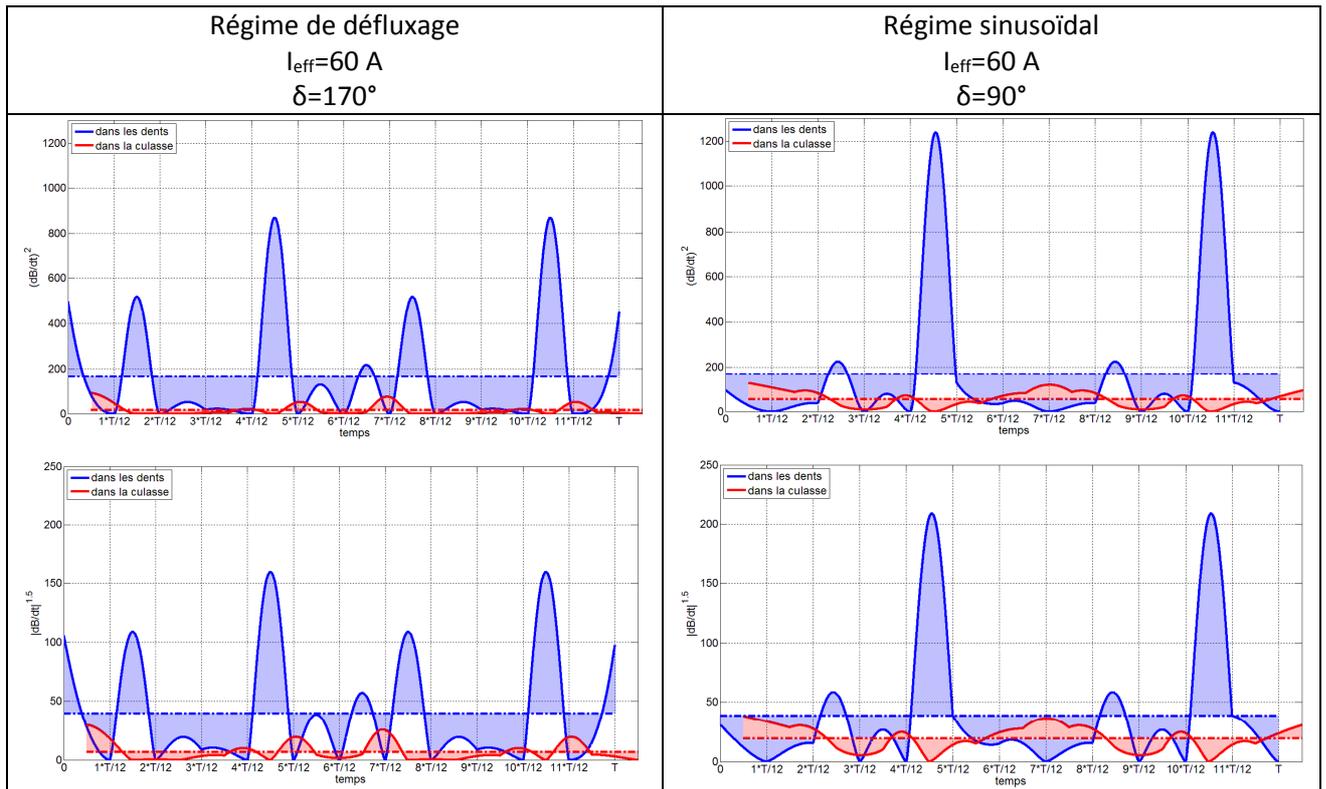


Figure 56 – Calcul des sommes S1 et S2 des dents et de la culasse en régime de défluxage et en régime sinusoïdal.

Le tableau suivant donne l'amplitude du fondamental de l'induction dans les dents et la culasse et des sommes  $S_1$  et  $S_2$  pour les deux points de fonctionnement présentés dans la Figure 55 :

		En régime de défluxage	En régime sinusoïdal
Amplitude du fondamental	Dans les dents	0,72	1,84
	Dans la culasse	0,59	1,58
Calcul de $S_1$	Dans les dents	166,3	168,7
	Dans la culasse	16,4	55,5
Calcul de $S_2$	Dans les dents	39,6	38,4
	Dans la culasse	7,0	19,4

Tableau 5 – Caractéristiques des formes d'induction pour les deux points de fonctionnement.

Nous pouvons constater que l'augmentation des pertes fer ne suit pas la même évolution dans la culasse que dans les dents en régime de défluxage. Ce régime intervient à des fréquences électriques élevées ce qui tend alors à augmenter les pertes fer. Cela-dit, le fondamental de l'induction diminue et cela a pour conséquence de compenser en partie l'augmentation des pertes fer avec l'augmentation de la fréquence électrique lorsque la forme d'onde reste sensiblement sinusoïdale. Cela est le cas dans la culasse. Par contre dans les dents, le défluxage produit des variations non-sinusoïdales de l'induction et finalement les sommes  $S_1$  et  $S_2$  sont proches de celles calculées en régime sinusoïdal. Par conséquent, la diminution du fondamental de l'induction dans les dents ne compense plus les pertes engendrées par l'augmentation de la fréquence d'où l'intérêt d'utiliser le modèle de Bertotti généralisé.

#### 4.3.3 Calcul des coefficients de pertes a, b et c de la formule de Bertotti généralisée

La formule de Bertotti est mise sous la forme d'une fonction polynomiale dépendant de la fréquence électrique :

$$P_{fer}(i_d, i_q, f) = a(i_d, i_q) \cdot f + b(i_d, i_q) \cdot f^2 + c(i_d, i_q) \cdot f^{3/2} \quad (8)$$

La forme d'induction est identique pour chaque dent, nous avons alors la relation suivante :

$$P_{fer_{dent}}(i_d, i_q, f) = \underbrace{m_{dents} \cdot K_h \cdot \sum_{p=0}^2 (2p+1) \cdot \hat{B}_{d(2p+1)}^\alpha(i_d, i_q)}_{a_{dents}(i_d, i_q)} \cdot f + m_{dents} \cdot \frac{d^2}{12 \cdot \rho_t \cdot m_v} \cdot \frac{1}{T} \int_0^T \left( \frac{\partial B_d(i_d, i_q, t)}{\partial t} \right)^2 dt + m_{dents} \cdot K_{exc} \cdot \frac{1}{T} \int_0^T \left| \frac{\partial B_d(i_d, i_q, t)}{\partial t} \right|^{3/2} dt$$

Les pertes par hystérésis sont sommées pour le fondamental de l'induction, le troisième et cinquième harmonique.

La fréquence électrique est alors extraite des intégrales numériques des dérivées d'induction comme dans l'équation (7). En tenant compte de la symétrie sur une demi-période électrique du signal, nous avons alors :

$$\begin{cases} \frac{2}{T} \int_0^{T/2} \left( \frac{\partial B_d(i_d, i_q, t)}{\partial t} \right)^2 dt \\ \frac{2}{T} \int_0^{T/2} \left| \frac{\partial B_d(i_d, i_q, t)}{\partial t} \right|^{3/2} dt \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} f^2 \times 2 \times (n-1) \times \sum_{i=2}^{n+1} (B_{d(i-1)}(i_d, i_q) - B_{d(i)}(i_d, i_q))^2 \\ f^{3/2} \times 2 \times \sqrt{n-1} \times \sum_{i=2}^{n+1} |B_{d(i-1)}(i_d, i_q) - B_{d(i)}(i_d, i_q)|^{3/2} \end{cases}$$

Il est alors possible d'identifier les coefficients  $a_{dent}$ ,  $b_{dent}$  et  $c_{dent}$  et de reformuler les pertes fer dans les dents sous une forme polynômiale dépendant de la fréquence comme dans l'équation (8) :

$$P_{fer_{dent}}(i_d, i_q, f) = \underbrace{m_{dent} \cdot K_h \cdot \hat{B}_d^\alpha(i_d, i_q)}_{a_{dent}(i_d, i_q)} \cdot f + \underbrace{m_{dent} \cdot \frac{d^2}{12 \cdot \rho_t \cdot m_v} \cdot S_{1dent}(i_d, i_q)}_{b_{dent}(i_d, i_q)} \cdot f^2 + \underbrace{m_{dent} \cdot K_{exc} \cdot S_{1dent}(i_d, i_q)}_{c_{dent}(i_d, i_q)} \cdot f^{3/2}$$

Avec

$$\begin{cases} S_{1dent} = (n-1) \times \sum_{i=2}^{n+1} (B_{d(i)} - B_{d(i-1)})^2 \\ S_{2dent} = \sqrt{n-1} \times \sum_{i=2}^{n+1} |B_{d(i)} - B_{d(i-1)}|^{3/2} \end{cases}$$

De manière analogue pour la culasse, nous avons :

$$\begin{cases} S_{1culasse} = (n-1) \times \sum_{i=2}^{n+1} (B_{c(i)} - B_{c(i-1)})^2 \\ S_{2culasse} = \sqrt{n-1} \times \sum_{i=2}^{n+1} |B_{c(i)} - B_{c(i-1)}|^{3/2} \end{cases}$$

Nous pouvons alors identifier les coefficients  $a_{culasse}$ ,  $b_{culasse}$  et  $c_{culasse}$  :

$$P_{fer_{culasse}}(i_d, i_q, f) = \underbrace{m_{culasse} \cdot K_h \cdot \hat{B}_c^\alpha(i_d, i_q)}_{a_{culasse}(i_d, i_q)} \cdot f + \underbrace{m_{culasse} \cdot \frac{d^2}{12 \cdot \rho_t \cdot m_v} \cdot S_{1culasse}(i_d, i_q)}_{b_{culasse}(i_d, i_q)} \cdot f^2 + \underbrace{m_{culasse} \cdot K_{exc} \cdot S_{2culasse}(i_d, i_q)}_{c_{culasse}(i_d, i_q)} \cdot f^{3/2}$$

Finalement, nous obtenons les pertes localisées dans les dents et la culasse en fonction des lois de commande de la machine. Les coefficients de pertes fer totalisés au stator sont alors :

$$\begin{cases} a(i_d, i_q) = a_{dent}(i_d, i_q) + a_{culasse}(i_d, i_q) \\ b(i_d, i_q) = b_{dent}(i_d, i_q) + b_{culasse}(i_d, i_q) \\ c(i_d, i_q) = c_{dent}(i_d, i_q) + c_{culasse}(i_d, i_q) \end{cases}$$

#### 4.3.4 Calcul des tables de coefficients de pertes a, b et c

Les trois coefficients a, b et c sont ensuite calculés pour différents couples de courants ( $i_d, i_q$ ) donnant les cartographies de coefficient de pertes fer comme décrit sur la Figure 57.

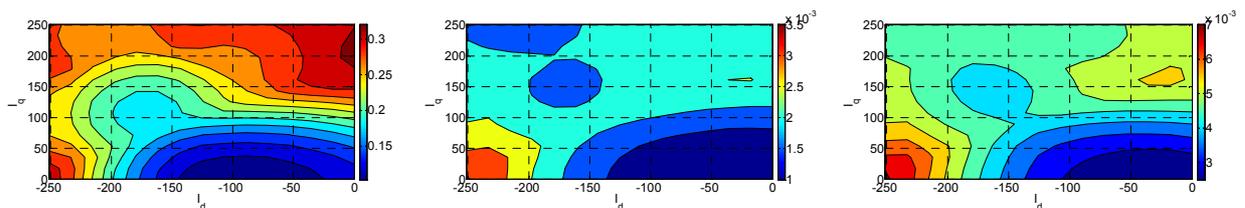


Figure 57 – tables de coefficients de pertes par hystérésis (à gauche), courants de Foucault (au centre) et excès (à droite).

La démarche globale est décrite sur la Figure 58 et suit les trois processus suivants :

- Initialisation : initialisation du réseau nodal (réalisée par l'optimiseur).
- Résolution : méthode MNA couplée à un algorithme de convergence de type Newton-Raphson d'ordre 1.
- Post-traitement : calcul des inductions dans la MAPI, reproduction des formes d'induction en temporelle dans les dents et la culasse et calcul des coefficients de pertes  $a(i_d, i_q)$ ,  $b(i_d, i_q)$  et  $c(i_d, i_q)$ .

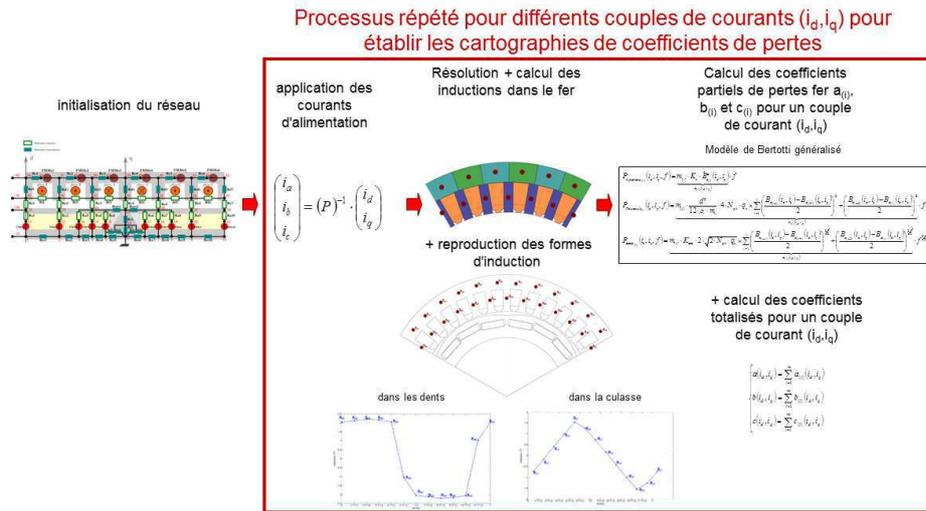


Figure 58 – Méthodologie utilisée pour le calcul des tables de coefficient de pertes fer.

Les deux premières étapes du processus sont déjà réalisées par le modèle magnétique calculant les tables de flux. Seul le post-traitement diffère. Le calcul des tables de coefficient de pertes fer est alors réalisé dans le même processus que pour l'établissement des tables de flux (cf. Figure 47).

#### 4.4 Résultats

Des calculs par éléments finis ont été réalisés en magnéto-dynamique sur une période électrique à 5 000 tr.min<sup>-1</sup> pour différents couples de courants  $(i_d, i_q)$ . Les pertes par hystérésis, courants de Foucault et par excès dans chaque élément du maillage au stator ont été calculées avec la formule généralisée de Bertotti. Les coefficients de pertes fer a, b et b ont pu être déduits en appliquant les mêmes hypothèses qu'avec le modèle présenté précédemment. Les figures suivantes présentent les différentes pertes calculées sur l'espace de fonctionnement de la machine en appliquant l'équation (8) avec les coefficients de pertes fer issus du réseau nodal et des calculs par éléments finis :

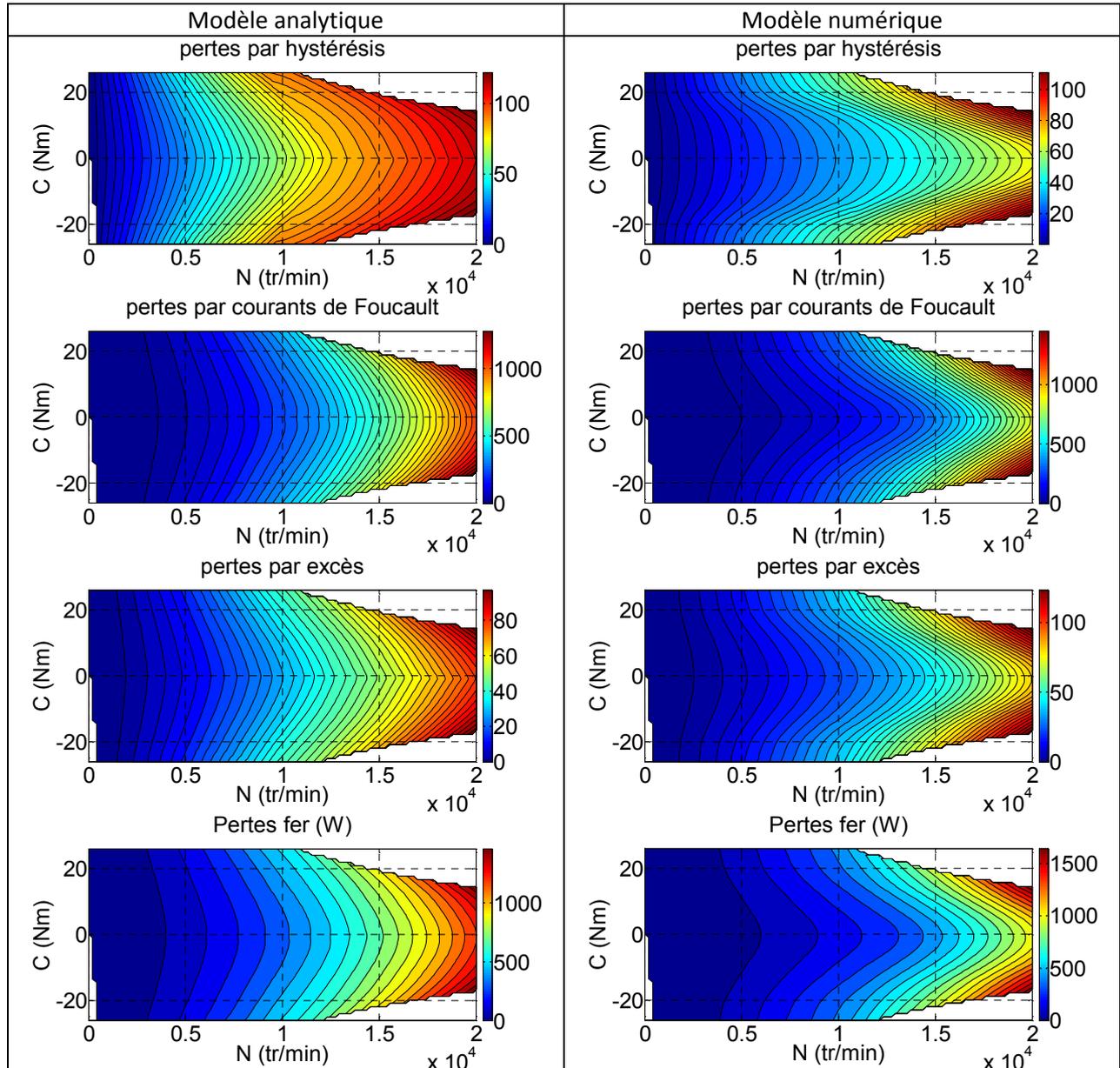


Figure 59 – Comparaisons des pertes fer séparées et totalisées sur l'espace couple-vitesse de la machine HW820CG.

Nous pouvons constater l'importance des pertes fer dans la zone de défluxage, en particulier les pertes par courants de Foucault. La commande en défluxage a finalement augmenté considérablement le contenu harmonique des inductions magnétiques notamment dans les dents. Ces pertes auront donc un impact important dans le dimensionnement de la machine électrique pour l'automobile où la vitesse de rotation et la zone de défluxage sont élevées.

Dans le cas des calculs numériques, l'effet des encoches est pris en compte. La Figure 60 montre les écarts en valeur absolue des pertes fer entre le calcul par élément finis et la méthode semi-analytique.

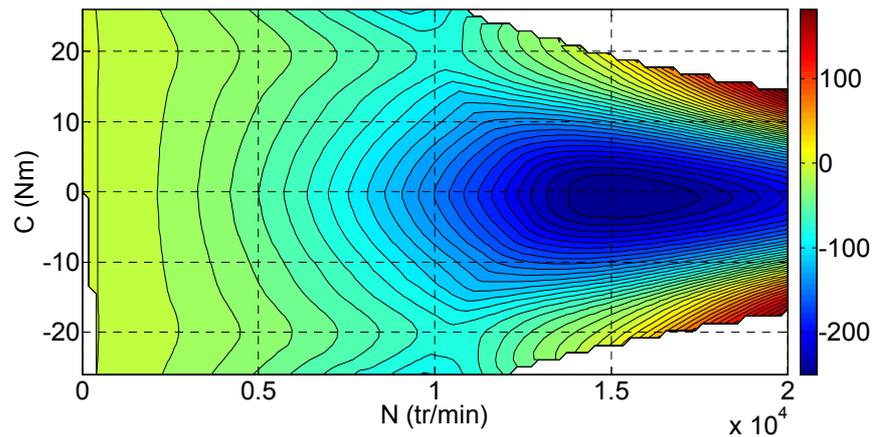


Figure 60 – Écart en valeur absolue des pertes fer entre l'approche par éléments finis et l'approche semi-analytique.

Au final, l'écart sur le calcul des pertes fer avec une approche semi-analytique est de l'ordre de 200 W dans les limites de fonctionnement en défluxage de la machine ce qui correspond à un écart relatif de 13 %, les pertes calculées numériquement étant plus élevées. La différence s'explique par le fait que les harmoniques dus aux effets d'encoches ne peuvent être pris en compte avec le réseau de perméances tel qu'il est discrétisé. Cet écart s'amplifie avec la vitesse.

En termes de rapidité de calcul, le calcul des pertes fer pour un couple de courants ( $i_d, i_q$ ) donné dure 0,205 seconde (comprenant le temps de résolution du réseau nodal et le temps de calcul des pertes fer) tandis que la résolution numérique sous FLUX2d dure 330 secondes (calcul effectué sur 38 pas de temps).

Par conséquent, bien que la précision soit diminuée du fait que les effets d'encoches soient négligés, cette approche fournit un résultat convenable dans un temps particulièrement court.

## 5 Modélisation thermique en transitoire par une méthode nodale

### 5.1 Introduction

Une machine électrique comporte de nombreuses sources de chaleur dans différentes parties de sa structure. Nous avons besoin d'estimer correctement ses différentes températures internes pour le dimensionnement notamment dans les zones les plus sensibles de la machine, c'est-à-dire au niveau des encoches, des têtes de bobines et des aimants. Pour cela il est alors nécessaire de modéliser ses sources ainsi que les différentes voies d'évacuation de la chaleur.

Ces sources de chaleur peuvent être produites par effet Joule dans les encoches, par réaction magnétique dans les tôles principalement au stator et par frottements dans les roulements.

Les trois modes de transfert, conduction, convection libre et forcée et rayonnement sont présents dans une machine électrique.

Une coupe axiale de machine électrique refroidie par un liquide est donnée sur la Figure 61. Celle-ci comporte alors un circuit de refroidissement représenté en kaki et bleu par un circuit hélicoïdal entourant ses parties actives. Les bobinages dans les encoches et les têtes de bobines représentés en orange sont noyés dans une résine isolante thermiquement.

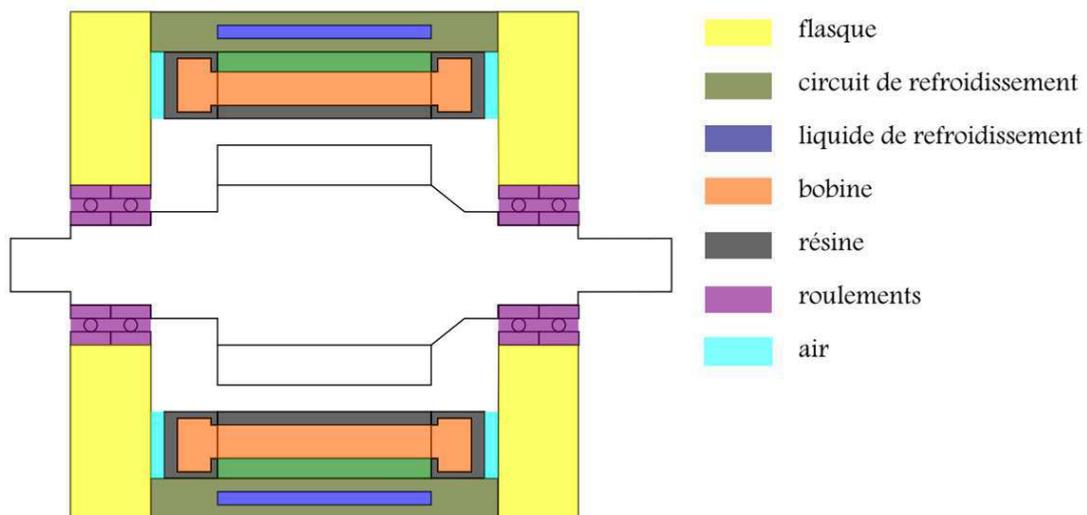


Figure 61 – Coupe axiale de machine à refroidissement par liquide.

La première partie présentera l'état de l'art sur la modélisation thermique de la machine et dans un premier temps, sur les différentes représentations nodales de la machine électrique.

Puis dans un second temps l'état de l'art sera donné sur ses différents modes de diffusion de la chaleur par conduction, par convection et par rayonnement.

Pour les transferts de chaleur par conduction, présents dans les parties solides de la machine, au stator, au rotor, dans la carcasse et dans l'arbre, nous reviendrons en particulier sur la modélisation des matériaux hétérogènes et sur la modélisation des sources de chaleur. En effet, certains milieux tels que les bobinages et les tôles magnétiques sont composés de plusieurs matériaux, respectivement cuivre-émail-résine et alliage-isolant, et de par leur structure constituent des matériaux hétérogènes qui peuvent être anisotropes. Dans une modélisation de type réseau nodal, il sera alors nécessaire de calculer des conductivités équivalentes suivant les directions de flux afin d'estimer les valeurs moyennes de température. De plus, ces mêmes milieux sont également sources de chaleur interne. Leur représentation sous forme de réseau nodal sera également un point qui sera traité.

Pour les transferts de chaleur par convection, présents dans les parties fluides de la machine, nous traiterons en particulier les échanges entre la culasse et le circuit de refroidissement ainsi que les

échanges à travers l'entrefer et entre la surface de résine au niveau des têtes de bobines et la surface intérieure du flasque (en cyan sur la Figure 61). Les échanges dans le circuit de refroidissement requerront une attention particulière car étant la principale source d'évacuation de la chaleur, l'ensemble des températures dans la machine en dépendra. Par conséquent, l'état de l'art sera donné sur le calcul du coefficient d'échange dans le circuit de refroidissement pour des régimes laminaires et turbulents. En effet, ce coefficient doit être estimé pour différents modes d'écoulement dont l'écoulement laminaire car le débit d'eau dans le circuit pourra varier lors de certains tests comme décrit dans la partie « perspectives » de ce document. Les échanges au niveau de l'entrefer sont également un point important. En effet, il s'agit de la seule interface d'échange entre le stator et le rotor or ces échanges peuvent être importants notamment du stator vers le rotor. Par conséquent, l'état de l'art sera également fourni sur le calcul du coefficient d'échange dans l'entrefer. Celui-ci est particulièrement sensible à la vitesse de rotation du rotor. Quant aux échanges entre la résine au niveau des têtes de bobines et l'intérieur du flasque, bien qu'ils soient secondaires au niveau quantitatif par rapport aux échanges entre la culasse et le circuit de refroidissement, ceux-ci ont un impact direct sur le point le plus chaud de la machine, c'est-à-dire les têtes de bobines. Donc un état de l'art sera donné sur le coefficient d'échange par convection libre entre la résine au niveau des têtes de bobines et le flasque en bout de machine.

Pour finir les échanges par rayonnement au niveau de l'entrefer et entre la résine et le flasque feront l'objet d'un état de l'art. Les transferts par rayonnement sont particulièrement présents entre deux surfaces où la différence de température est importante. Cela est le cas entre la surface externe du rotor et la surface interne du stator. Une importante différence de température est présente entre la surface en résine au niveau des têtes de bobines et la surface interne du flasque étant donné que la résine est chauffée par les têtes de bobines et que la carcasse est refroidie par l'enceinte climatique et le circuit de refroidissement. Un échange par rayonnement est alors présent de façon permanente lorsque la machine est en fonctionnement.

Dans un second temps, un modèle thermique de la machine sera proposé incluant les différents transferts décrits ci-dessus. Nous mettrons l'accent sur la modélisation des sources de chaleur et sur l'évacuation de la chaleur dans les différentes directions radiale, axiale et angulaire.

Pour finir, des résultats de simulation seront donnés pour un point couple-vitesse caractérisant son fonctionnement en régime permanent thermique et un point caractérisant son fonctionnement en transitoire thermique. Une simulation du fonctionnement de la machine pour un fonctionnement par intermittence permettra de valider son comportement au sein d'un véhicule.

## 5.2 État de l'art

### 5.2.1 Mode de diffusion de la chaleur

#### 5.2.1.1 Introduction

L'équation de la chaleur est composée de trois phénomènes.

Les échanges thermiques qui peuvent se produire par conduction, convection et/ou rayonnement. La relation entre le flux et la température est exprimée par la relation de Fourier pour la conduction, la relation de Newton pour la convection et la relation de Stefan-Boltzmann pour le rayonnement.

À cela s'ajoute les phénomènes de stockage d'énergie :

$$\phi_{stock} = \rho \cdot c_m \cdot \frac{\partial T}{\partial t} \cdot dt$$

Avec	$\rho$	la masse volumique du matériau [ $\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$ ].
	$dt$	un élément de volume infinitésimal.
	$c_m$	la capacité massique du matériau [ $\text{J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot ^\circ\text{C}^{-1}$ ].
	$\phi_{stock}$	l'énergie stockée dans l'unité de volume $dt$ [ $\text{W} \cdot \text{m}^{-3}$ ].

Dans certains cas une production de chaleur interne  $q$  doit être ajoutée,  $q$  étant la densité volumique de chaleur interne exprimée en  $[\text{W}\cdot\text{m}^{-3}]$ .

Nous avons alors l'équation de la chaleur suivante pour un volume infinitésimal :

$$\rho \cdot c_m \cdot \frac{\partial T}{\partial t} \cdot d\tau + \text{div}(\phi) \cdot d\tau = q \cdot d\tau$$

Avec  $\phi$  la densité de flux de chaleur.

### 5.2.1.2 Représentation nodale de la machine électrique

La représentation nodale, comme les autres méthodes numériques (différences finies, volumes finis, éléments finis), est basée sur la considération des nœuds à ceci près qu'elle découle des lois de Kirchhoff représentant les réseaux électriques. Un système thermique peut alors être représenté par analogie avec les systèmes électriques par des sources de chaleur équivalentes aux sources de courant, des résistances thermiques équivalentes aux résistances électriques, des capacités thermiques équivalentes aux capacités électriques et des conditions de températures aux limites équivalentes aux sources de tension. Ces réseaux sont équivalents à ceci près qu'un élément de volume en thermique peut à la fois produire et conduire la chaleur. D'un point de vue macroscopique, nous avons les grandeurs thermiques suivantes :

$$\begin{cases} \Phi_{stock} = \rho \cdot c_m \cdot V \cdot \frac{\partial T}{\partial t} \\ \Phi_{source} = q \cdot V \end{cases}$$

Les réseaux sont alors relativement simples et chaque élément est représenté par un circuit série  $\Phi$ -R-C.

Les transferts thermiques dans la machine sont souvent considérés comme unidirectionnel et principalement dans la direction radiale correspondant au flux principal [BERTIN99],[ABDELLI07].

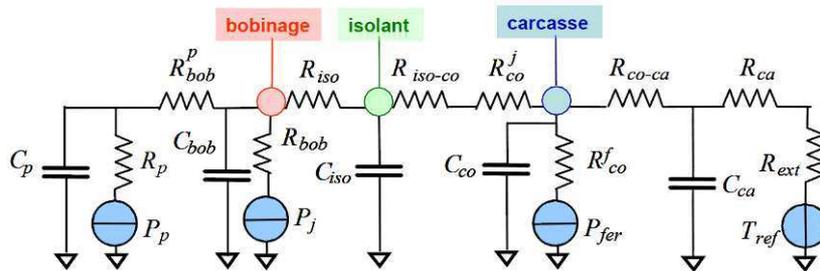


Figure 62 – Réseau thermique au stator représentant un flux unidirectionnel dans le sens radial [ABDELLI07].

Néanmoins des résistances thermiques dans le sens axial peuvent être ajoutées pour représenter au mieux les têtes de bobines ou d'autres sources de chaleur telles que les pertes dans les roulements [LINDSTRÖM99] ou les échanges dans le sens tangentiel [JANNOT10]. Ces transferts sont toujours considérés comme unidirectionnels.

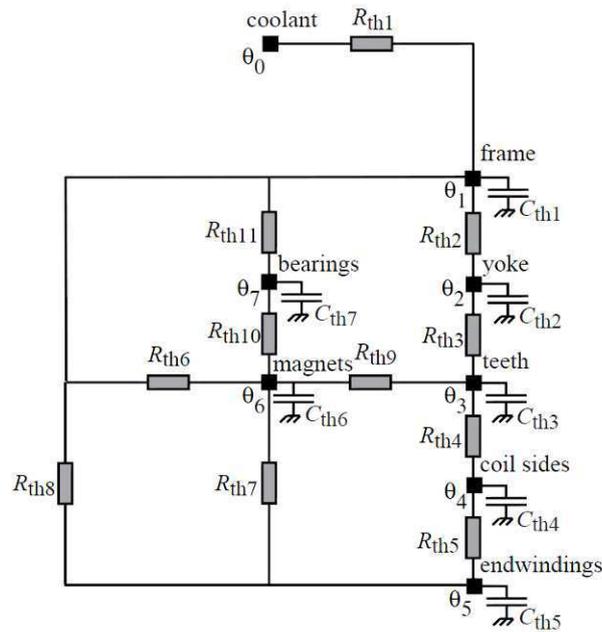


Figure 63 - Réseau thermique représentant un flux unidirectionnel dans le sens radial et tangential [LINDSTRÖM99].

Cela-dit, tout comme les autres méthodes numériques, la machine est discrétisée en éléments de volume qui peuvent être considérés comme isothermes si l'on considère la température moyenne de l'élément ou non isothermes si l'on considère l'évolution de ses propriétés thermiques en fonction de l'évolution de la température entre ses bornes. Dans le cas où ce volume est considéré comme isotherme, nous pouvons représenter les flux thermiques en trois dimensions en juxtaposant les trois réseaux unidirectionnels [ROYE85],[TOUNSI92],[HABRA07]. Cela suppose néanmoins que les transferts dans chacune des directions sont indépendants. La capacité est placée au point correspondant à la température moyenne du volume.

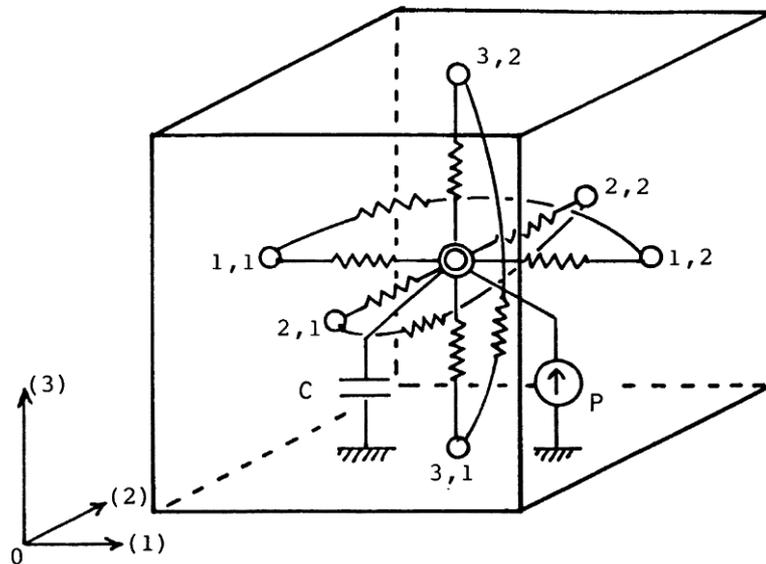


Figure 64 – Représentation 3D d'un élément de volume [ROYE85].

Néanmoins cette représentation est incomplète car cela revient à faire l'hypothèse que la chaleur interne dans le matériau n'est pas répartie en son sein mais que la totalité de la chaleur dans ce volume est produite en un point central infinitésimal. Or chaque unité de volume ne "voit" pas la même résistance thermique (cf. Figure 65).

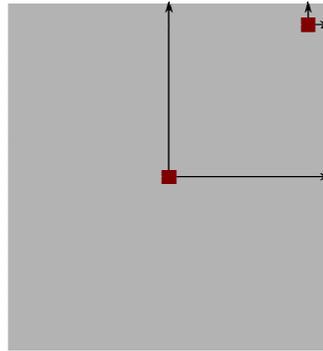


Figure 65 – Évacuation de la chaleur dans un élément conducteur.

Dans la pratique, cela revient à résoudre l'équation de Laplace puis à ajouter la source de chaleur ensuite. Cette hypothèse peut être lourde c'est pourquoi [BERTIN99] propose de modifier le calcul des résistances thermiques pour les circuits de type série ; ces résistances découlent alors de l'équation de Poisson. [MELLOR91] propose alors une solution permettant de représenter l'évacuation du flux de chaleur interne et le passage du flux extérieur pour la direction radiale et axiale par deux réseaux en T. Cette représentation est reprise dans [NERG08] et étendue aux problèmes cartésiens et/ou cylindriques multidimensionnels [YANG09],[CENTNER12].

### 5.2.1.3 Diffusion de la chaleur par conduction

#### 5.2.1.3.1 Équation de Fourier

Les échanges conductifs de chaleur prennent lieu dans un corps solide ou dans un liquide ne présentant pas d'agitation interne. La conduction de la chaleur repose sur l'équation de Fourier :

$$\vec{\phi}_{cond} = -\lambda_{cond} \cdot \vec{grad}(T)$$

Avec  $\phi_{cond}$  le flux de chaleur échangé par conduction [W].

$\lambda_{cond}$  la conductivité thermique du matériau [ $W \cdot m^{-1} \cdot ^\circ C^{-1}$ ].

Dans le cas tridimensionnel en coordonnées cartésiennes, nous avons à résoudre l'équation de la chaleur suivante :

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( \lambda_x \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \lambda_y \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \lambda_z \frac{\partial T}{\partial z} \right) = -q$$

Si la conductivité thermique du matériau dépend de la température, nous avons alors :

$$\lambda_x \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \lambda_y \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \lambda_z \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} + \frac{d\lambda_x}{dT} \left( \frac{\partial T}{\partial x} \right)^2 + \frac{d\lambda_y}{dT} \left( \frac{\partial T}{\partial y} \right)^2 + \frac{d\lambda_z}{dT} \left( \frac{\partial T}{\partial z} \right)^2 = -q$$

Dans le cas tridimensionnel, considérant la conductivité thermique indépendante de la température comme cela est le cas dans toutes résolutions à constantes localisées, l'équation de la chaleur est alors la suivante dans le repère cartésien et le repère cylindrique :

$$\begin{cases} \lambda_x \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \lambda_y \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \lambda_z \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} = -q + \rho \cdot C_m \cdot \frac{\partial T}{\partial t} \\ \lambda_r \left( \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \lambda_\theta \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 T}{\partial \theta^2} + \lambda_z \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} = -q + \rho \cdot C_m \cdot \frac{\partial T}{\partial t} \end{cases}$$

La non linéarité de la conductivité peut ensuite être prise en compte par une méthode itérative telle que la méthode de Newton-Raphson.

Pour des éléments ne comportant pas de source de chaleur et la capacité étant ajoutée au centre de ce volume, le calcul des résistances thermiques revient à résoudre l'équation de Laplace :

$$\nabla^2 T = 0$$

Pour les éléments comportant une source de chaleur interne, il est alors plus juste de résoudre l'équation de Poisson pour en déduire les résistances thermiques :

$$\nabla(\lambda \nabla T) = -q$$

### 5.2.1.3.2 Homogénéisation des milieux hétérogènes

#### 5.2.1.3.2.1 Propriétés équivalentes des paquets de tôles

Le paquet de tôles est composé d'un empilement de tôles séparées par un isolant. Son comportement thermique est particulièrement anisotrope et la conductivité thermique est bien plus faible dans la direction axiale. Nous pouvons homogénéiser ce comportement hétérogène en prenant la conductivité équivalente à la somme des résistances thermiques des isolants et des tôles dans la direction axiale et à la somme de ces résistances thermiques en parallèle dans la direction radiale et angulaire [RENARD03].

Direction axiale	Direction radiale	Direction angulaire
$\lambda_{eq} = \frac{l \cdot \lambda_{iso} \cdot \lambda_{fer}}{l_{iso} \cdot \lambda_{fer} + l_{fer} \cdot \lambda_{iso}}$	$\lambda_{eq} = \frac{l_{iso} \cdot \lambda_{iso} + l_{fer} \cdot \lambda_{fer}}{l}$	$\lambda_{eq} = \frac{l_{iso} \cdot \lambda_{iso} + l_{fer} \cdot \lambda_{fer}}{l}$

Tableau 6 – Calcul des conductivités thermiques équivalentes pour des matériaux hétérogènes [RENARD03].

Le rapport entre la masse de fer et d'isolant est donné par le coefficient de foisonnement  $k_f$  :

$$k_f = \frac{m_{fer}}{m_{totale}}$$

Ces conductivités équivalentes peuvent aussi être exprimées à partir de ce coefficient :

Direction axiale	Direction radiale	Direction angulaire
$\lambda_{eq} = \frac{\lambda_{iso} \cdot \lambda_{fer}}{(1 - k_f) \cdot \lambda_{fer} + k_f \cdot \lambda_{iso}}$	$\lambda_{eq} = (1 - k_f) \cdot \lambda_{iso} + k_f \cdot \lambda_{fer}$	$\lambda_{eq} = (1 - k_f) \cdot \lambda_{iso} + k_f \cdot \lambda_{fer}$

Tableau 7 – Calcul des conductivités thermiques équivalentes pour des matériaux hétérogènes en fonction de  $k_f$ .

Il en va de même pour homogénéiser la capacité massique de ce milieu :

$$C_{eq} = \rho_{fer} \cdot V_{total} \cdot k_f \cdot c_{fer} + \rho_{isotôles} \cdot V_{total} \cdot (1 - k_f) \cdot c_{iso} \quad (9)$$

#### 5.2.1.3.2.2 Propriétés équivalentes des bobinages

Les bobinages sont particulièrement hétérogènes de par les nombreux matériaux composant ce milieu. En effet, les bobinages sont constitués de conducteurs de cuivre (ou d'aluminium), de l'émail des fils de bobinage, de résine, de micro bulles d'air piégées, de la forme des conducteurs et de leur agencement.

Ce milieu est particulièrement hétérogène dans la direction radiale et angulaire. [PERRINS79] a proposé des formules analytiques pour des milieux à deux phases (cuivre et résine) calculant les conductivités thermiques équivalentes des bobinages répartis régulièrement pour des conducteurs disposés en quinconce ou en carré. Il montre que la conductivité thermique est principalement liée au remplissage de l'encoche et au ratio entre la conductivité thermique du cuivre et de la résine. Les phénomènes mineurs comme l'émail et les micro-bulles d'air sont négligés. Cela-dit, [RENARD03] montre que le nombre de conducteurs dans l'encoche, plus particulièrement lorsqu'il est faible et inférieur à 14 fils, intervient également dans l'évaluation de cette conductivité. Une formule analytique

valable jusqu'à 8 fils dans l'encoche est proposée prenant en compte la variation de la conductivité thermique en fonction du rayon.

Dans les encoches où les fils sont disposés aléatoirement dans un milieu toujours à deux phases, la conductivité équivalente peut être obtenue par la formule de Hashin et Shtrickman [HASHIN62],[DANIELO7] :

$$\lambda_{eq} = \lambda_{rés} \cdot \frac{(1+k_r) \cdot \lambda_{cu} + (1-k_r) \cdot \lambda_{rés}}{(1-k_r) \cdot \lambda_{cu} + (1+k_r) \cdot \lambda_{rés}} \quad (10)$$

Néanmoins [IDOUGH11] montre que pour ce type de milieu il est préférable d'utiliser la formule de [MILTON81] :

$$\lambda_{eq} = \lambda_{cu} \cdot \frac{(k_r \cdot \lambda_{cu} + (1-k_r) \cdot \lambda_{rés} + \lambda_{rés}) \cdot (\lambda_{cu} + \lambda_{rés}) - k_r \cdot \zeta \cdot (\lambda_{cu} - \lambda_{rés})^2}{((1-k_r) \cdot \lambda_{cu} + k_r \cdot \lambda_{rés} + \lambda_{cu}) \cdot (\lambda_{cu} + \lambda_{rés}) - k_r \cdot \zeta \cdot (\lambda_{cu} - \lambda_{rés})^2} \quad (11)$$

Le paramètre  $\zeta$  dépend principalement du coefficient de remplissage. [TORQUATO88] a évalué ce paramètre pour des valeurs de  $k_r$  comprises entre 10 et 65 %.

Dans le cas où nous voulons prendre en compte l'émail autour des conducteurs, l'expression de [MORI88] pour les milieux à trois phases peut être utilisée. Cela-dit, [IDOUGH11] montre que la prise en compte de l'émail n'a que peu d'influence sur la conductivité équivalente.

La conductivité équivalente dans la direction axiale peut se calculer de la même manière que pour le paquet de tôles dans la direction axiale ou angulaire en faisant la somme des résistances thermiques en parallèle [RENARD03] :

$$\lambda_{eq} = \frac{\lambda_{rés \sin e} \cdot \lambda_{fer}}{(1-k_r) \cdot \lambda_{rés \sin e} + k_r \cdot \lambda_{cu}} \quad (12)$$

La capacité thermique peut être calculée de la même manière que pour les bobinages (cf. équation (9)) :

$$C_{eq} = \rho_{Cu} \cdot V_{total} \cdot k_r \cdot c_{Cu} + \rho_{rés} \cdot V_{total} \cdot (1-k_r) \cdot c_{rés} \quad (13)$$

### 5.2.1.3.3 Modélisation des sources de chaleur

[MELLOR91] propose une représentation nodale composée de deux réseaux en T, l'un pour le flux radial et un pour le flux axial pour modéliser dans un premier temps la source de chaleur dans la culasse. En effet la culasse est un problème à deux dimensions car les pertes sont homogènes au sein de la culasse, il n'y a alors pas de flux dans la direction angulaire. Cette représentation de la culasse et des sources de chaleur plus généralement a été réutilisées dans de nombreux travaux récents et étendue à d'autres parties de la machine électrique [NERG08], [POPOVA10], [HONG10], [CENTNER12] ainsi qu'aux sources de chaleur relevant de problèmes cartésiens comme la modélisation des aimants au rotor [YANG09].

L'évacuation de la chaleur interne est mieux représentée que pour les réseaux à deux résistances thermiques [LI11] car la troisième résistance est issue de l'équation de Poisson incluant donc la notion de chaleur dans le calcul de  $R_{radiale3}$ . Le point central de ce réseau permet de fournir la température moyenne sur le volume considéré. Ainsi il est possible de mieux évaluer l'énergie qui a été apportée et stockée par effet capacitif. Celle-ci est calculée à partir de la température moyenne  $T_m$  :

$$\Phi_{stockée} = \rho \cdot V \cdot c_m \cdot \frac{\partial T_m}{\partial t}$$

Cette nouvelle prise en compte a un impact sur la constante de temps de l'élément évalué car celle-ci dépend alors de la capacité et des trois résistances du réseau équivalent. Par contre cette représentation n'est alors valable que si une source de chaleur est présente dans le volume et n'est pas valable pour les éléments passifs.

De plus, cette température moyenne peut servir de référence pour traiter les dépendances à la température de la source de chaleur et des propriétés thermiques du matériau (capacité massique, conductivité thermique).

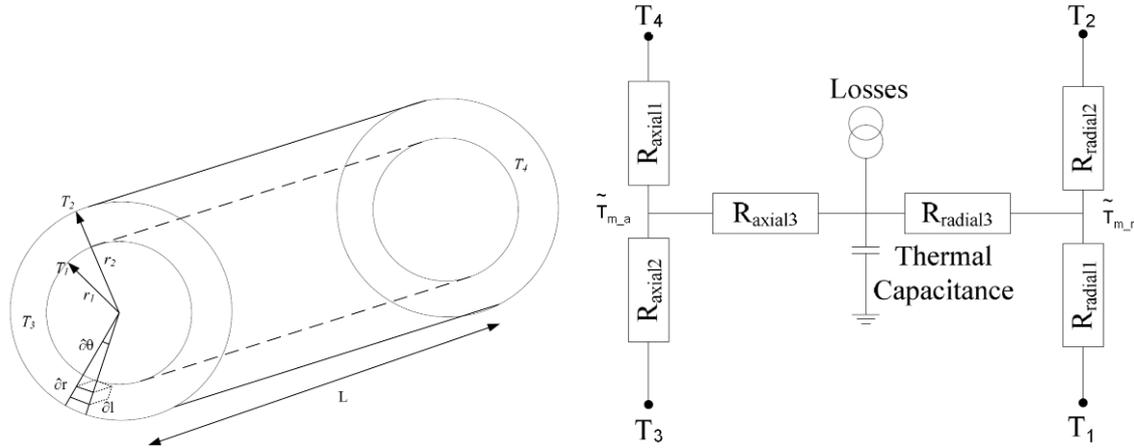


Figure 66 – Représentation nodale bidimensionnelle d'un élément de culasse avec pertes [NERG08].

Les calculs des résistances thermiques pour des problèmes cylindriques sont détaillés ci-dessous. Pour les problèmes cartésiens, les détails sont donnés en annexe.

**Calcul des résistances thermiques dans la direction radiale**

Les calculs des résistances de conduction dans la direction radiale sont issus de l'équation de Poisson :

$$\lambda_r \left( \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \left( \frac{\partial T}{\partial r} \right) \right) = -q$$

Avec les conditions aux limites suivantes :

$$\begin{cases} r = r_1 \Rightarrow T = T_1 \\ r = r_2 \Rightarrow T = T_2 \end{cases}$$

Nous avons :

$$T_r(r) = T_{r\phi}(r) + T_{rq}(r)$$

Avec

$$\begin{cases} T_{r\phi}(r) = \frac{\ln\left(\frac{r}{r_1}\right) \cdot T_2 + \ln\left(\frac{r_2}{r}\right) \cdot T_1}{\ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)} \\ T_{rq}(r) = -q \cdot \left( \frac{r^2}{4 \cdot \lambda_r} - \frac{r_1^2 \cdot \ln\left(\frac{r_2}{r}\right)}{4 \cdot \lambda_r \cdot \ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)} - \frac{r_2^2 \cdot \ln\left(\frac{r}{r_1}\right)}{4 \cdot \lambda_r \cdot \ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)} \right) \end{cases}$$

$T_{r\phi}(r)$  est l'évolution de la température en fonction de r due à un flux extérieur parcourant l'élément et  $T_{rq}(r)$  est son évolution cette fois-ci due à la production de chaleur interne.

Par intégration de la température sur le volume, nous avons alors la température moyenne suivante :

$$T_{m-r} = \frac{2}{\Delta\alpha \cdot (r_2^2 - r_1^2) \cdot \Delta z} \int_{z_1}^{z_1 + \Delta z} \int_{\alpha_1}^{\alpha_1 + \Delta\alpha} \int_{r_1}^{r_2} T(r) \cdot r \cdot dr \cdot d\alpha \cdot dz$$

$$T_{m-r} = \frac{2}{(r_2^2 - r_1^2)} \int_{r_1}^{r_2} T_r(r) \cdot r \cdot dr = T_{m-r\phi} + T_{m-rq} \quad (14)$$

Avec

$$\begin{cases} T_{m-r\phi} = \frac{r_2^2 \cdot T_2 - r_1^2 \cdot T_1}{r_2^2 - r_1^2} - \frac{T_2 - T_1}{2 \cdot \ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)} \\ T_{m-rq} = q \cdot \left( \frac{(r_2^2 + r_1^2)}{8 \cdot \lambda_r} - \frac{(r_2^2 - r_1^2)}{8 \cdot \lambda_r \cdot \ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)} \right) \end{cases}$$

La température  $T_{m-r\phi}$  peut être obtenue par les résistances  $R_{radiale1}$  et  $R_{radiale2}$  en prenant le rayon  $r_{mr}$  vérifiant l'équation suivante :

$$T_{r\phi}(r) - T_{m-r\phi} = 0 \Rightarrow r_{mr} = \exp\left(\frac{r_2^2 \cdot \ln(r_2) - r_1^2 \cdot \ln(r_1)}{r_2^2 - r_1^2} - \frac{1}{2}\right) \quad (15)$$

Par conséquent, les résistances équivalentes du réseau de la Figure 66 sont les suivantes :

$$\begin{cases} R_{radiale1} = \frac{\ln\left(\frac{r_m}{r_1}\right)}{\lambda_r \cdot \Delta\alpha \cdot \Delta z} \\ R_{radiale2} = \frac{\ln\left(\frac{r_2}{r_m}\right)}{\lambda_r \cdot \Delta\alpha \cdot \Delta z} \end{cases} \quad (16)$$

En réintégrant le calcul de  $r_m$  dans l'équation (16), nous obtenons :

$$\begin{cases} R_{radiale1} = \frac{1}{2 \cdot \lambda_r \cdot \Delta\alpha \cdot \Delta z} \cdot \left( \frac{2 \cdot r_2^2}{r_2^2 - r_1^2} \cdot \ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right) - 1 \right) \\ R_{radiale2} = \frac{1}{2 \cdot \lambda_r \cdot \Delta\alpha \cdot \Delta z} \cdot \left( 1 - \frac{2 \cdot r_1^2}{r_2^2 - r_1^2} \cdot \ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right) \right) \end{cases} \quad (17)$$

Ainsi en prenant ces valeurs de résistances, la température moyenne ne dépend plus que de la chaleur interne. Par conséquent l'ajout d'une troisième résistance entre la source et  $R_{radiale1}$  et  $R_{radiale2}$  permet d'obtenir directement la température moyenne au niveau de la source.

En effet la pseudo-température moyenne du réseau à deux résistances vaut :

$$\tilde{T}_{moy} = \frac{R_{radiale2} \cdot T_1 + R_{radiale1} \cdot T_2 + R_{radiale1} \cdot R_{radiale2} \cdot Q}{R_{radiale1} + R_{radiale2}} \quad (18)$$

Donnant l'équation suivante :

$$\tilde{T}_{m_r} = T_{m_r\phi} + Q \cdot \left( \frac{\frac{(r_2^2 + r_1^2)}{2 \cdot \lambda_r \cdot (r_2^2 - r_1^2)} \cdot \Delta\alpha \cdot \Delta z - \frac{r_1^2 \cdot r_2^2 \cdot \ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)}{\lambda_r \cdot (r_2^2 - r_1^2) \cdot (r_2^2 - r_1^2) \cdot \Delta\alpha \cdot \Delta z} - \frac{1}{4 \cdot \lambda_r \cdot \Delta\alpha \cdot \Delta z \cdot \ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)}}{\right)}$$

En intégrant dans l'expression (14) la relation de quantité de chaleur interne  $Q = q \cdot (r_2^2 - r_1^2) \cdot (\Delta\alpha/2) \cdot \Delta z$ , nous avons la relation suivante :

$$T_{m_r} = T_{m_r\phi} + Q \cdot \left( \frac{\frac{r_2^2 + r_1^2}{4 \cdot \lambda_r \cdot (r_2^2 - r_1^2)} \cdot \Delta\alpha \cdot \Delta z - \frac{1}{4 \cdot \lambda_r \cdot \ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right) \cdot \Delta\alpha \cdot \Delta z}}{\right)}$$

Ainsi l'écart  $T_{moy} - \tilde{T}_{moy}$  est égale à :

$$\varepsilon = T_{moy} - \tilde{T}_{moy} = -Q \cdot \frac{1}{4 \cdot \lambda_r \cdot \Delta\alpha \cdot (r_2^2 - r_1^2) \cdot \Delta z} \cdot \left( (r_2^2 + r_1^2) - \frac{4 \cdot r_1^2 \cdot r_2^2 \cdot \ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)}{(r_2^2 - r_1^2)} \right)$$

Et donc  $R_{radiale3}$  vaut alors :

$$R_{radiale3} = -\frac{1}{4 \cdot \lambda_r \cdot \Delta\alpha \cdot (r_2^2 - r_1^2) \cdot \Delta z} \cdot \left( (r_2^2 + r_1^2) - \frac{4 \cdot r_1^2 \cdot r_2^2 \cdot \ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)}{(r_2^2 - r_1^2)} \right)$$

Ainsi nous pouvons calculer la température moyenne dans le volume à partir du schéma de la Figure 66 en prenant les valeurs de résistances thermiques suivantes :

$$\left\{ \begin{array}{l} R_{radiale1} = \frac{1}{2 \cdot \lambda_r \cdot \Delta\alpha \cdot \Delta z} \cdot \left( \frac{2 \cdot r_2^2}{(r_2^2 - r_1^2)} \cdot \ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right) - 1 \right) \\ R_{radiale2} = \frac{1}{2 \cdot \lambda_r \cdot \Delta\alpha \cdot \Delta z} \cdot \left( 1 - \frac{2 \cdot r_1^2}{(r_2^2 - r_1^2)} \cdot \ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right) \right) \\ R_{radiale3} = -\frac{1}{4 \cdot \lambda_r \cdot \Delta\alpha \cdot (r_2^2 - r_1^2) \cdot \Delta z} \cdot \left( (r_2^2 + r_1^2) - \frac{4 \cdot r_1^2 \cdot r_2^2 \cdot \ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)}{(r_2^2 - r_1^2)} \right) \end{array} \right. \quad (19)$$

### Calcul des résistances thermiques dans la direction axiale

Dans la direction axiale, nous avons :

$$\lambda_a \cdot \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} = -q$$

Avec les conditions aux limites suivantes :

$$\begin{cases} z = z_1 \Rightarrow T = T_3 \\ z = z_1 + \Delta z \Rightarrow T = T_4 \end{cases}$$

Nous avons :

$$T_a(z) = T_{a\phi}(z) + T_{aq}(z)$$

$$\text{Avec } \begin{cases} T_{a\phi}(z) = T_1 + \frac{T_2 - T_1}{\Delta z} \cdot (z - z_1) \\ T_{aq}(z) = -q \cdot \frac{(z - z_1)^2}{2 \cdot \lambda_a} + q \cdot \frac{\Delta z \cdot (z - z_1)}{2 \cdot \lambda_a} \end{cases}$$

Par intégration de la température en fonction de r, nous avons :

$$T_{m_r} = \frac{1}{\Delta z} \int_{z_1}^{z_1 + \Delta z} T_a(r) dz = T_{m_{a\phi}} + T_{m_{aq}} \quad (20)$$

$$\text{Avec } \begin{cases} T_{m_{a\phi}} = \frac{T_3 + T_4}{2} \\ T_{m_{aq}} = q \cdot \frac{\Delta z}{12 \cdot \lambda_a} \end{cases}$$

La température  $T_{m_{a\phi}}$  est obtenue pour z égale à  $z_1 + \Delta z / 2$  et donne les résistances thermiques suivantes :

$$\begin{cases} R_{axiale1} = \frac{\Delta z}{\lambda_a \cdot \Delta \alpha \cdot (r_2^2 - r_1^2)} \\ R_{axiale2} = R_{axiale1} \end{cases} \quad (21)$$

La pseudo-température moyenne du réseau à deux résistances vaut alors :

$$\tilde{T}_{m_a} = T_{m_{a\phi}} + Q \cdot \frac{\Delta z}{2 \cdot \lambda_a \cdot \Delta \alpha \cdot (r_2^2 - r_1^2)}$$

En intégrant dans l'expression (20) la relation de quantité de chaleur interne  $Q = q \cdot (r_2^2 - r_1^2) \cdot (\Delta \alpha / 2) \cdot \Delta z$ , nous avons la relation suivante :

$$T_{m_a} = T_{m_{a\phi}} + Q \cdot \left( \frac{1}{6 \cdot \lambda_a \cdot (r_2^2 - r_1^2) \cdot \Delta \alpha} \right)$$

Ainsi l'écart  $T_{moy} - \tilde{T}_{moy}$  est égale à :

$$\varepsilon = T_{m_a} - \tilde{T}_{m_a} = -Q \cdot \frac{\Delta z}{3 \cdot \lambda_a \cdot \Delta \alpha \cdot (r_2^2 - r_1^2)}$$

Et donc  $R_{axiale3}$  vaut alors :

$$R_{axiale3} = -\frac{R_{axiale1}}{3}$$

Ainsi nous pouvons calculer la température moyenne dans le volume à partir du schéma de la Figure 66 en prenant les valeurs de résistances thermiques suivantes :

$$\begin{cases} R_{axiale1} = \frac{\Delta z}{\lambda_a \cdot \Delta \alpha \cdot (r_2^2 - r_1^2)} \\ R_{axiale2} = R_{axiale1} \\ R_{axiale3} = -\frac{R_{axiale1}}{3} \end{cases} \quad (22)$$

Le tableau suivant résume les différents calculs de résistances thermiques :

Dans la direction radiale	Dans la direction axiale
$R_{radiale1} = \frac{1}{2 \cdot \lambda_r \cdot \Delta \alpha \cdot \Delta z} \cdot \left( \frac{2 \cdot r_2^2 \cdot \ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)}{(r_2^2 - r_1^2)} - 1 \right)$	$R_{axiale1} = \frac{\Delta z}{\lambda_a \cdot \Delta \alpha \cdot (r_2^2 - r_1^2)}$
$R_{radiale2} = \frac{1}{2 \cdot \lambda_r \cdot \Delta \alpha \cdot \Delta z} \cdot \left( 1 - \frac{2 \cdot r_1^2 \cdot \ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)}{(r_2^2 - r_1^2)} \right)$	$R_{axiale2} = \frac{\Delta z}{\lambda_a \cdot \Delta \alpha \cdot (r_2^2 - r_1^2)}$
$R_{radiale3} = -\frac{\left( (r_2^2 + r_1^2) - \frac{4 \cdot r_1^2 \cdot r_2^2 \cdot \ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)}{(r_2^2 - r_1^2)} \right)}{4 \cdot \lambda_r \cdot \Delta \alpha \cdot (r_2^2 - r_1^2) \cdot \Delta z}$	$R_{axiale3} = -\frac{\Delta z}{3 \cdot \lambda_a \cdot \Delta \alpha \cdot (r_2^2 - r_1^2)}$

Tableau 8 – Calculs des résistances thermiques pour un réseau en T en coordonnées cylindrique [MELLOR91].

#### 5.2.1.3.4 Modélisation des éléments passifs

Comme pour la modélisation des sources de chaleur, il est possible de calculer les résistances thermiques comme précédemment pour placer la capacité thermique au point correspondant à la température moyenne. Dans ce cas, les propriétés thermiques (conductivité thermique, capacité massique) sont considérées comme uniformes sur ce volume et sont calculés pour la température moyenne.

Cela-dit, lorsque nous ne cherchons pas à obtenir de température moyenne, il est possible de considérer les propriétés de ce milieu comme non uniforme afin de mieux modéliser les échanges thermiques. Dans ce cas, il est préférable de calculer la moyenne intégrale de la conductivité en fonction des températures aux bornes de ce volume [THERMEAU04] :

$$\lambda_{eq} = \frac{1}{\Delta T} \int_{T_1}^{T_1 + \Delta T} \lambda(T) \cdot dT \quad (23)$$

#### 5.2.1.3.5 Comportement thermique des matériaux utilisés

Les propriétés thermophysiques du milieu peuvent être sensibles à la température comme par exemple la capacité massique et la conductivité thermique. [ROYE85] et [BERTIN99] ont résumé l'évolution de ces propriétés pour les principaux matériaux pouvant être utilisés dans une machine électrique. Ces propriétés sont en partie résumées dans le tableau ci-dessous.

Tableau 3 – Propriétés thermophysiques de matériaux									
Propriétés physiques	$\rho$ (kg/m <sup>3</sup> )	$c$ (J.kg <sup>-1</sup> .K <sup>-1</sup> )				$\lambda$ (W.m <sup>-1</sup> .K <sup>-1</sup> )			
		20 °C	0 °C	20 °C	100 °C	200 °C	0 °C	20 °C	100 °C
<b>Corps</b>									
<b>Acier :</b>									
0,5 % C.....	7 833	.....	465	.....	.....	55	54	52	48
1,0 % C.....	7 801	.....	473	.....	.....	43	43	43	42
1,5 % C.....	7 753	.....	486	.....	.....	36	36	36	36
1,0 % Cr.....	7 865	.....	460	.....	.....	62	61	55	52
2,0 % Cr.....	7 865	.....	460	.....	.....	54	52	48	45
0,35 % C, 0,75 % Mn, 0,35 % P, 0,22 % Si.....	.....	.....	.....	.....	.....	40	40	38,5	37
<b>Aluminium :</b>									
pur.....	2 707	886	896	936	980	202	204	206	215
3 à 5 % Cu.....	2 787	.....	883	.....	.....	159	164	182	194
13 % Si.....	2 659	.....	871	.....	.....	163	164	175	185
9 % Si, 3 % Cu.....	2 770	.....	960	.....	.....	.....	109	.....	.....
<b>Cuivre :</b>									
pur.....	8 954	381	383	392	403	386	386	379	374
30 % Zn (laiton).....	8 522	.....	125	.....	.....	.....	111	128	144
<b>Fer :</b>									
pur.....	7 897	441	452	489	536	73	73	67	62
0,25 % Si.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....	50	.....	.....
0,50 % Si.....	7 800	.....	.....	.....	.....	.....	45	.....	.....
1,00 % Si.....	7 769	.....	460	.....	.....	.....	42	.....	.....
1,25 % Si.....	7 750	.....	460	.....	.....	.....	37	.....	.....
2,00 % Si.....	7 673	.....	460	.....	.....	.....	31	.....	.....
2,75 % Si.....	7 665	.....	460	.....	.....	.....	25	.....	.....
3,75 % Si.....	7 600	.....	.....	.....	.....	.....	20	.....	.....
5,00 % Si.....	7 417	.....	480	.....	.....	.....	19	.....	.....
<b>Fonte :</b>									
≈ 4 % C.....	7 272	.....	420	.....	.....	.....	52	.....	.....
<b>Isolant :</b>									
Isolant de bobinage.....	1 200	.....	1 250	.....	.....	.....	0,15	.....	.....
Émail.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....	0,86	.....	.....
Plastiques.....	1 100 à 1 300	.....	1 250 à 1 700	.....	.....	.....	0,04 à 0,2	.....	.....
Isolant des tôles.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....	0,2	.....	.....
Carton.....	1 115	.....	1 760	.....	.....	.....	0,17	.....	.....
<b>Aimant :</b>									
Nd - Fe - B fritté.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....	6,5	.....	.....
Ferrites isotropes.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....	5,5	.....	.....

Tableau 9 – Évolution des propriétés du milieu en fonction de la température [BERTIN99].

### 5.2.1.4 Transfert par convection

#### 5.2.1.4.1 Introduction

La convection est le transfert de la chaleur entre un milieu solide et un milieu mobile. Il peut s'agir de l'air ou tout autre fluide (eau, huile, gaz, etc.). Les flux de chaleur augmentent l'énergie interne provoquant alors une agitation des particules qui dans le cas d'un fluide met en mouvement le fluide, nous parlons alors de convection naturelle. Dans le cas où le mouvement du fluide est provoqué par une force extérieure, nous parlons alors de convection forcée. Dans le cas où les deux types de convection sont présents, nous parlons de convection mixte.

L'étude de ce mode de transfert, de par le fait que le fluide soit en mouvement, n'est pas seulement circonscrit à l'étude du bilan énergétique comme dans le cas de la conduction thermique mais aussi du mouvement de ce fluide (mécanique des fluides).

La température est alors liée à la vitesse de mouvement du milieu, à sa viscosité (résistance au mouvement) et au type de mouvement.

#### 5.2.1.4.2 Équation de Newton

Les échanges de chaleur par convection sont régis par la loi de Newton :

$$\Phi_{conv} = -h_{conv} \cdot S \cdot \Delta T$$

Avec  $\Phi_{conv}$  le flux de chaleur échangé par convection [W].  
 $h_{conv}$  la conductivité thermique du matériau [ $W \cdot m^{-2} \cdot ^\circ C^{-1}$ ].  
 $S$  la section de passage du flux [ $m^2$ ].

Le coefficient de convection est un coefficient global dépendant de la nature du fluide, de sa température et du type d'écoulement (lié à la vitesse et à la rugosité des parois).

Le type d'écoulement est caractérisé par différents nombres adimensionnels suivant le type d'écoulement. Le calcul de ces nombres est détaillé dans la partie suivante.

#### 5.2.1.4.3 Origines physiques des nombres adimensionnels

##### 5.2.1.4.3.1 Équations fondamentales de la mécanique des fluides

Le milieu est caractérisé par différents coefficients que l'on appelle nombre de Reynolds, de Grashof, de Prandtl, de Nusselt et de Rayleigh. Ils interviennent directement dans les équations fondamentales de la mécanique des fluides et ont un sens physique précis. Le calcul et le sens physique de ces nombres sera détaillé ci-dessous [COUTANCEAU68],[BEN\_AMARA05].

L'étude d'un fluide se fait à partir des trois équations générales de bilan suivantes :

- équation de la conservation de la masse :

$$\frac{\partial}{\partial t} \rho_f + \vec{\nabla} \cdot \rho_f \vec{v}_f = 0$$

- équation de la conservation de la quantité de mouvement :

$$\frac{\partial}{\partial t} \rho_f \vec{v}_f + \vec{\nabla} \cdot \rho_f \vec{v}_f \vec{v}_f = -\vec{\nabla} \cdot p_f + \vec{\nabla} \cdot \bar{\bar{\tau}} + \rho_f \vec{g}$$

- équation de la conservation de l'énergie :

$$\frac{\partial}{\partial t} \rho_f U + \vec{\nabla} \cdot \rho_f U \vec{v}_f = -\vec{\nabla} \cdot \vec{\phi}_f + \bar{\bar{\tau}} : \vec{\nabla} \cdot \vec{v}_f + p_f \cdot \vec{\nabla} \cdot \vec{v}_f$$

Avec  $\rho_f$  la masse volumique du fluide.  
 $U$  l'énergie interne.  
 $\vec{v}_f$  la vitesse du fluide.  
 $p_f$  la pression du fluide.  
 $\bar{\bar{\tau}}$  le tenseur des contraintes visqueuses.  
 $\vec{\phi}_f$  la densité de flux de chaleur à travers le fluide.  
 $\vec{g}$  l'accélération de la gravitation.

Ces équations sont générales mis à part que les échanges par rayonnement thermique entre les parois sont négligés. Cela-dit, si ce facteur est important, il est possible de l'ajouter à l'équation du bilan d'énergie.

Certaines hypothèses simplificatrices sont très généralement faites :

- l'écoulement est développé et stationnaire ; la masse volumique en fonction du temps reste donc constante  $\rho_f = \rho_{f0}$ . Par conséquent :

$$\frac{\partial}{\partial t} \rho_f = 0.$$

- une exception est faite dans le calcul de la masse volumique liée à la gravitation ( $\rho_f \vec{g}$ ) car elle est liée à un mouvement supplémentaire s'exerçant dans le sens de la gravitation. Il s'agit de la 'force de flottement'. Par conséquent, nous utilisons une approximation linéaire de la masse volumique  $\rho_f$  :

$$\rho_f \vec{g} = \rho_{f0} \cdot (1 - \beta_f (T - T_0)) \cdot \vec{g}$$

- la dissipation de l'énergie le long de l'écoulement due à la viscosité du fluide est négligée devant le flux échangé :

$$\bar{\tau} : \vec{\nabla} \cdot \vec{v}_f \ll |\vec{\nabla} \cdot \vec{\phi}_f|$$

- le fluide est considéré comme étant Newtonien, c'est-à-dire que sa viscosité reste constante et qu'il est incompressible. Par conséquent, le tenseur des contraintes visqueuses est donné par :

$$\bar{\tau} = \rho_f \nu \cdot (\vec{\nabla} \cdot \vec{v}_f + (\vec{\nabla} \cdot \vec{v}_f)')$$

- la conductivité thermique est constante (ce qui n'aurait pas été le cas pour un fluide non-newtonien). Nous avons alors la relation de Fourier suivante :

$$\vec{\phi}_f = \lambda_c \cdot \vec{\nabla} \cdot T$$

Les équations générales de bilan peuvent maintenant être simplifiées :

$$\begin{cases} \vec{\nabla} \cdot \rho_f \vec{v}_f = 0 \\ \frac{\partial}{\partial t} \rho_{f0} \vec{v}_f + \vec{\nabla} \cdot \rho_{f0} \vec{v}_f \vec{v}_f = -\vec{\nabla} \cdot (p_f + \rho_{f0} g z) + \rho_{f0} \nu \cdot \nabla^2 \cdot \vec{v}_f - \rho_{f0} \beta_f (T - T_0) \vec{g} \\ \rho_{f0} C_p \left( \frac{\partial}{\partial t} T + \vec{\nabla} \cdot T \cdot \vec{v}_f \right) = \lambda_c \cdot \nabla^2 \cdot T \quad (a) \\ \frac{\partial}{\partial t} T + \vec{\nabla} \cdot T \cdot \vec{v}_f = \alpha \cdot \nabla^2 \cdot T \quad (b) \end{cases}$$

Les équations (a) et (b) expriment toutes deux le bilan d'énergie et sont équivalentes mais l'équation (b) utilise la notion non pas de conductivité thermique mais de diffusivité thermique. Nous verrons que cette deuxième forme est plus pratique à utiliser notamment lorsque nous voulons intégrer la notion de turbulence.

Nous avons alors les relations suivantes :

$$\begin{cases} \alpha = \frac{\lambda_c}{\rho_f C_p} \\ \nu = \frac{\mu_f}{\rho_f} \end{cases}$$

Avec  $\alpha$  la diffusivité thermique [ $m^2 \cdot s^{-1}$ ]  
 $\nu$  la viscosité cinématique [ $W \cdot s^{-2}$ ]  
 $\mu_f$  la viscosité dynamique [ $Pa \cdot s$ ]

À partir des équations générales soumises aux hypothèses décrites ci-dessus, nous pouvons décliner ces équations sous deux formes générales adimensionnelles<sup>5</sup>.

<sup>5</sup> Adimensionnelle : qualifie une grandeur, une formule ou un rapport sans dimension.

La première sera établie pour les milieux en convection mixte (naturelle et forcée) d'où nous identifierons les nombres de Reynolds, de Grashof, de Prandtl et de Nusselt ainsi que leurs implications physiques.

La deuxième formulation sera établie pour les milieux en convection entièrement naturelle. Nous identifierons ces mêmes nombres et introduirons le nombre de Rayleigh ainsi que son implication physique.

Dans la suite, nous appellerons la pression  $p_F = p_f + \rho_{f0}gz$  et la masse volumique  $\rho_F = \rho_{f0}$ .

#### 5.2.1.4.3.2 Nombres adimensionnels pour la convection mixte

Les équations de bilan sont mises sous forme adimensionnelle en réalisant les substitutions suivantes [BEN\_AMARA05] :

$$\left\{ \begin{array}{l} t = \tilde{t} \cdot \frac{v_{f0}}{L} \\ x = \tilde{x} \cdot L \\ v_f = \tilde{v}_f \cdot v_{f0} \\ T = T_0 + \tilde{T} \cdot \Delta T \\ p_F = \tilde{p}_F \cdot (\rho_F \cdot v_{f0}) \end{array} \right.$$

Avec  $L$  la longueur de déplacement du fluide.  
 $v_{f0}$  la vitesse de départ, c'est à dire, la vitesse par convection forcée.

Nous pouvons remarquer que nous avons introduit la vitesse de convection forcée  $v_{f0}$  dans la nouvelle variable  $\tilde{v}_f$ . Par conséquent, ce changement de variable n'est possible que si  $v_{f0}$  est différent de zéro. Dans le cas contraire, nous voyons que nous ne pouvons exprimer cette variable sous une forme adimensionnelle.

Tous les termes  $\tilde{t}$ ,  $\tilde{x}$ ,  $\tilde{v}_f$ ,  $\tilde{T}$  et  $\tilde{p}_F$  sont sans unité. Les équations de bilan sont alors données par

:

$$\left\{ \begin{array}{l} \vec{\nabla} \cdot \tilde{\vec{v}}_f = 0 \\ \frac{\partial}{\partial \tilde{t}} \tilde{\vec{v}}_f + \vec{\nabla} \cdot \tilde{\vec{v}}_f \tilde{\vec{v}}_f = -\vec{\nabla} \cdot \tilde{\vec{p}} + \frac{1}{R_E} \cdot \nabla^2 \cdot \tilde{\vec{v}}_f - \frac{G_R}{R_E^2} \tilde{y} \\ \frac{\partial}{\partial \tilde{t}} \tilde{T} + \vec{\nabla} \cdot \tilde{T} \cdot \tilde{\vec{v}}_f = \frac{1}{R_E \cdot P_R} \cdot \nabla^2 \cdot \tilde{T} \end{array} \right.$$

Où :

$$\left\{ \begin{array}{l} R_E = \frac{L \cdot v_{f0}}{\nu} \\ G_R = \frac{g \cdot \beta_f \cdot \Delta T \cdot L^3}{\nu^2} \\ P_R = \frac{\nu}{\alpha} \end{array} \right.$$

Avec	$\vec{y}$	le vecteur unitaire ascendant donc dans la direction opposé au vecteur $\vec{g}$ .
	$R_E$	le nombre sans dimension de Reynolds.
	$G_R$	le nombre sans dimension de Grashof.
	$P_R$	le nombre sans dimension de Prandtl.

Physiquement, le nombre de Reynolds représente le rapport entre les forces d'inertie mettant en mouvement le fluide et les forces visqueuses. Il permet de déterminer si l'écoulement du fluide est laminaire, transitoire ou turbulent. Il peut aussi représenter le rapport entre le transfert par convection et la quantité de mouvement.

Le nombre de Grashof intervient seulement dans les équations de mouvement ; il est lié à la force de gravitation et les forces visqueuses. Il représente le rapport entre la force de flottabilité ayant tendance à faire remonter le fluide dans le sens opposé à la gravitation et les forces visqueuses s'opposant à tout mouvement. Ce mouvement est responsable des mouvements de convection libre dans un fluide. Ce nombre est alors utilisé pour caractériser la convection libre (ou naturelle).

Le nombre de Prandtl compare la rapidité des phénomènes thermiques à la rapidité des phénomènes hydrodynamiques (déplacement du fluide) ; il indique si la diffusion de la chaleur (donc le profil de température) est sensible au profil des vitesses. Dans un métal par exemple, la diffusion thermique est importante devant le déplacement de matière ; le nombre de Prandtl est alors très faible. Dans un mélange de gaz non homogène par exemple, ce nombre est plus important.

À partir de là, en combinant les nombres de Reynolds et de Grashof, nous pouvons évaluer le type de convection mise en jeu dans le fluide par les relations suivantes :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{G_R}{R_E^2} \approx 1 \quad \text{convection mixte} \\ \frac{G_R}{R_E^2} \ll 1 \quad \text{convection forcée} \\ \frac{G_R}{R_E^2} \gg 1 \quad \text{convection libre} \end{array} \right.$$

Un autre nombre est introduit pour caractériser les transferts de chaleur par convection et par conduction dans un fluide, il s'agit du nombre de Nusselt. Ce nombre est en fait le rapport entre le transfert thermique total et le transfert thermique par conduction. Donc si le transfert thermique se fait entièrement par conduction, ce nombre vaut 1. Ce nombre nécessite donc de connaître l'importance des phénomènes de diffusion thermique par rapport à ceux de convection (nombre de Prandtl), le type de convection (nombre de Grashof) et le type d'écoulement (nombre de Reynold).

$$N_U = f(R_E, G_R, P_R)$$

#### 5.2.1.4.3.3 Nombres adimensionnels pour la convection naturelle

Les substitutions faites précédemment, bien que naturelles, ne sont pas valables lorsque la convection est entièrement naturelle car la nouvelle variable  $\tilde{v}_f$  dépendait du terme  $1/v_{f0}$  et la vitesse en convection forcée  $v_{f0}$  est dans notre cas nulle [BEN\_AMARA05].

Dans le cas de la convection naturelle, le temps de référence  $t_0$ , qui dépendait auparavant de la vitesse de convection forcée ( $t_0 = v_{f0}/L$ ), ne dépend maintenant que de la diffusivité thermique et est maintenant basé sur celle-ci.

Les substitutions sont alors les suivantes d'où nous déduisons la vitesse due à la convection naturelle :

$$\begin{cases} t_0 = \frac{L^2}{\alpha} \\ t = \tilde{t} \cdot t_0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} v_{f0} = \frac{\alpha}{L} \\ v_f = \tilde{v}_f \cdot v_{f0} \end{cases}$$

Les équations générales de bilan deviennent alors les suivantes :

$$\begin{cases} \vec{\nabla} \cdot \tilde{\mathbf{v}}_f = 0 \\ \frac{\partial}{\partial t} \tilde{\mathbf{v}}_f + \vec{\nabla} \cdot \tilde{\mathbf{v}}_f \tilde{\mathbf{v}}_f = -\vec{\nabla} \cdot \tilde{\mathbf{p}} + P_R \cdot \nabla^2 \cdot \tilde{\mathbf{v}}_f - G_R \cdot P_R^2 \cdot \tilde{\mathbf{y}} \\ \frac{\partial}{\partial t} \tilde{T} + \vec{\nabla} \cdot \tilde{T} \cdot \tilde{\mathbf{v}}_f = \nabla^2 \cdot \tilde{T} \end{cases}$$

Seuls les nombres de Grashof et de Prandtl interviennent dans cette formalisation pour caractériser le mouvement du fluide. Le nombre de Grashof pour caractériser l'importance du mouvement dû à la convection naturelle (force de flottement) et le nombre de Prandtl pour caractériser la sensibilité à un profil de vitesse sur la température du fluide.

Il est souvent utilisé le nombre de Rayleigh car il permet de caractériser en convection naturelle si les échanges thermiques au sein du fluide se font essentiellement par convection ou par conduction. S'il est inférieur à 2000, les échanges se font essentiellement par conduction. Ce nombre est calculé à partir de la manière suivante :

$$R_A = P_R \times G_R$$

Le nombre de Nusselt dépend maintenant des nombres cités précédemment :

$$N_U = f_1(R_A, P_R) = f_2(G_R, P_R)$$

De manière générale, ce nombre est donné pour la convection naturelle par :

$$N_U = \frac{\Phi_c}{A_f \cdot \Delta T} \frac{L}{\lambda_c}$$

$\underbrace{\hspace{10em}}_{h_c}$

Avec  $A_f$  la surface extérieure du fluide (surface d'échange).

$\Phi_c$  le flux total traversant cette surface.

#### 5.2.1.4.3.4 Nombre adimensionnel pour un écoulement de Taylor entre deux cylindres

Lorsqu'un mouvement est produit dans le fluide entre deux tubes concentriques par le mouvement d'un de ces tubes, nous pouvons caractériser la stabilité de l'écoulement à partir du nombre de Taylor [TAYLOR23] :

$$Ta = \frac{\Omega^2 \cdot r \cdot L^3}{\nu^2} = \frac{\text{Re}^2 \cdot L}{r}$$

Ce nombre correspond au rapport entre les forces centrifuges et les forces visqueuses. À partir de ce nombre, nous pouvons connaître le type d'écoulement : stable ou instable.

#### 5.2.1.4.3.5 Calcul du coefficient de convection

Le coefficient de convection est un coefficient de transfert thermique permettant de calculer la quantité de chaleur transférée par convection. Il s'exprime alors de la manière suivante :

$$N_U = \frac{\Phi_c}{A_f \cdot \Delta T} \frac{L}{\lambda_c} = \frac{h_c \cdot L}{\lambda_c}$$

Avec  $A_f$  la surface extérieure du fluide (surface d'échange).

$\Phi_c$  le flux total traversant cette surface.

Le coefficient de convection  $h_c$  est alors calculé à partir du nombre de Nusselt, lui-même déduit des différents nombres caractérisant les mouvements dans le fluide.

#### 5.2.1.4.3.6 Bilan des calculs des nombres adimensionnels

Le calcul de ces différentes grandeurs adimensionnelles est résumé dans le tableau suivant :

Nombres sans dimension caractérisant les transferts thermiques	
$Re = \frac{\rho \cdot u \cdot D}{\mu} = \frac{u \cdot D}{\nu}$	Nombre de Reynolds
$Pr = \frac{C_p \cdot \mu}{\lambda}$	Nombre de Prandtl
$Gr = \frac{\beta \cdot g \cdot \Delta\theta \cdot \rho^2 \cdot L^3}{\mu^2} = \frac{\beta \cdot g \cdot \Delta\theta \cdot L^3}{\nu^2}$	Nombre de Grashof
$Ta = \frac{\Omega^2 \cdot r \cdot L^3}{\nu^2} = \frac{Re^2 \cdot L}{r}$	Nombre de Taylor
$Nu = \frac{h \cdot D}{\lambda}$	Nombre de Nusselt

Figure 67 – Calcul des nombres adimensionnels.

Avec  $\rho$  la masse volumique du fluide en  $\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$ .  
 $u$  la vitesse d'écoulement du fluide en  $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ .  
 $D$  la grandeur caractéristique normale à l'écoulement en m.  
 $\mu$  la viscosité dynamique du fluide en  $\text{kg} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$  ou en Pa.s.  
 $\nu$  la viscosité cinématique du fluide en  $\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$ .  
 $C_p$  la capacité calorifique massique du fluide ou chaleur spécifique en  $\text{J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ .  
 $\beta$  le coefficient de dilatation en  $\text{K}^{-1}$ . Pour un gaz parfait  $\beta = 1/T$ .  
 $g$  l'accélération de la pesanteur égale à  $9,80665 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ .  
 $L$  la longueur caractéristique de la surface d'échange en m.  
 $\lambda$  la conductivité thermique du matériau ou du fluide en  $\text{W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ .  
 $h$  le coefficient de convection en  $\text{W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-1}$ .  
 $\Omega$  la vitesse angulaire du fluide en  $\text{rad} \cdot \text{s}^{-1}$ .  
 $r$  est le rayon caractérisant la vitesse périphérique du fluide en m.

Pour résumer, le nombre de Reynolds caractérise le type d'écoulement en convection forcé et le nombre de Grashof est son homologue en convection naturelle. Quant au nombre de Taylor, il est le rapport entre les forces centrifuges et visqueuses tel que l'on peut les retrouver dans l'entrefer.

#### 5.2.1.4.4 Types d'écoulement

##### 5.2.1.4.4.1 À travers un tube

Il existe deux types d'écoulement :

- L'écoulement laminaire.
- L'écoulement turbulent.

Dans le cas de l'écoulement laminaire, les 'lignes d'écoulement' du fluide sont parallèles entre elles et les vecteurs vitesses sont distribués comme sur la Figure 68. Mathématiquement, le gradient de vitesse est différent de zéro seulement pour le vecteur normal au plan d'écoulement (condition de Neumann).

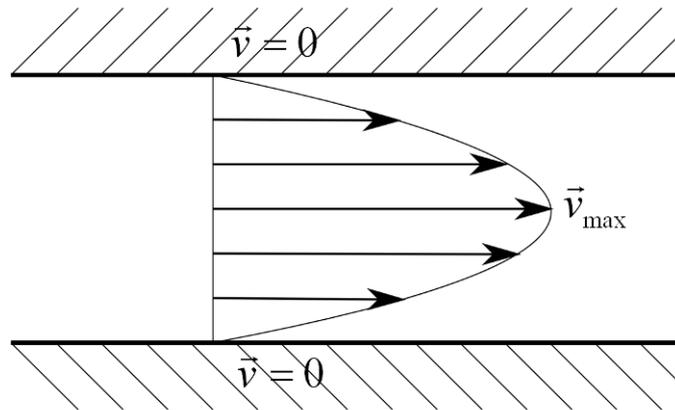


Figure 68 Écoulement laminaire.

Dans le cas de l'écoulement turbulent, un déséquilibre au niveau des parois qui peut être dû à leur rugosité a tendance à provoquer des tourbillons près des parois. Souvent les deux types d'écoulement sont présents (laminaire et turbulent). Les 'lignes d'écoulement' ne sont alors plus du tout parallèles dans la zone turbulente.

#### 5.2.1.4.4.2 Entre deux cylindres concentriques

Nous pouvons distinguer trois types d'écoulement entre deux cylindres où un des cylindres est en rotation. Un écoulement stable, un écoulement laminaire instable et un écoulement turbulent instable [TAYLOR23]. [FASQUELLE07] fournit une bonne description des mouvements intervenant pour ce type d'écoulement.

À faible vitesse, la rotation du cylindre n'a pas d'impact sur le calcul du nombre de Nusselt car les frottements visqueux dus à la viscosité du fluide arrivent à amortir les effets déstabilisant de la force centrifuge produite par la rotation du rotor. Nous avons alors un écoulement stationnaire, axisymétrique et invariant par translation verticale.

Pour des vitesses plus élevées, des instabilités prennent lieu car les effets de la force centrifuge sont trop importants pour être compensés par la viscosité du fluide. Cela crée une instabilité centrifuge et l'écoulement devient alors instable et nous avons l'apparition de rouleaux toriques contrarotatifs s'étendant tout autour du cylindre. L'écoulement est alors toujours axisymétrique et stationnaire mais il n'y a plus de symétrie de translation verticale. Cet écoulement est appelé « écoulement de Taylor-Couette ».

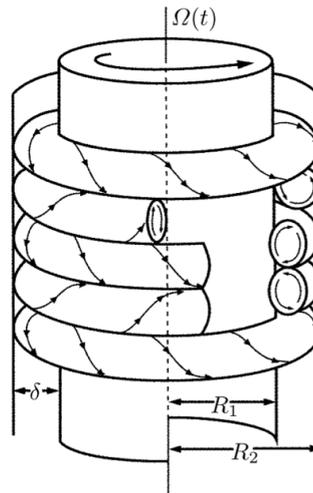


Figure 69 – Écoulement laminaire instable [YOU05].

Avec l'augmentation de la vitesse de rotation, une deuxième instabilité apparaît qui fait osciller les rouleaux brisant ainsi l'axisymétrie de l'écoulement. Les frontières entre les rouleaux oscillent à une certaine fréquence rendant l'écoulement non stationnaire. Nous pouvons considérer qu'il s'agit d'un écoulement turbulent.

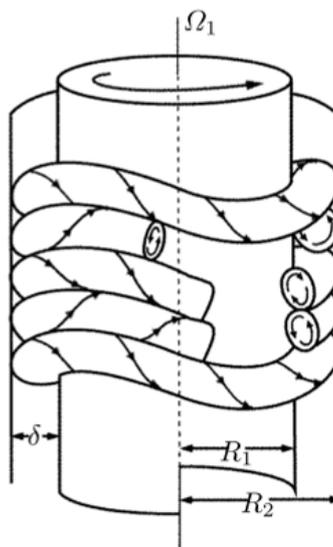


Figure 70 – Écoulement turbulent instable [YOU05].

#### 5.2.1.4.5 Calcul du nombre de Nusselt

Le coefficient de convection est calculé à partir du nombre de Nusselt. Ce dernier est lié aux quatre autres nombres suivant le type de convection :

Calcul du nombre de Nusselt		
$Nu = C \cdot (Gr \cdot Pr)^n$	(24)	Convection naturelle
$Nu = C \cdot Re^n \cdot Pr^m$	(25)	Convection forcée
$Nu = C \cdot Ta^n$	(26)	Convection forcée par des forces centrifuges

Tableau 10 – Calcul du nombre de Nusselt pour différents types de convection.

### 5.2.1.4.6 Types de transfert par convection thermique dans la machine

#### 5.2.1.4.6.1 Échange à travers le circuit de refroidissement

Le circuit de refroidissement est un tube de section rectangulaire d'où nous pouvons définir un diamètre dit "hydraulique"  $D_H$  :

$$D_H = \frac{4 \cdot S}{P}$$

Avec  $S$  la section de passage.  
 $P$  le périmètre du tube.

Le diamètre hydraulique est l'équivalent du diamètre d'un tube circulaire. Il s'applique dans les différentes corrélations proposées pour calculer le nombre de Nusselt. Nous pouvons remarquer qu'en appliquant le calcul de  $D_H$  à un tube circulaire, nous obtenons directement son diamètre.

Le nombre de Nusselt varie suivant  $x$ ,  $x$  étant un point sur la longueur du tube  $L_{tube}$ . Cela est dû en partie à la longueur d'entrée où l'écoulement est établi (cf. Figure 71).

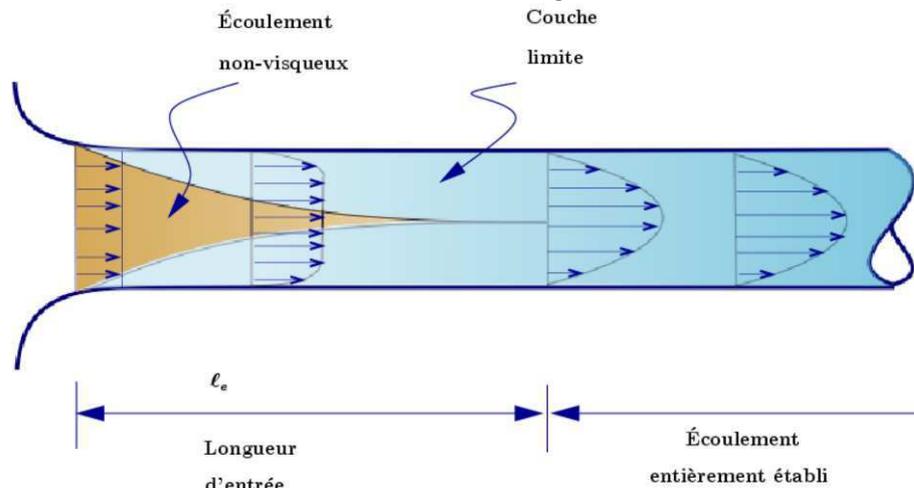


Figure 71 – Définition de la longueur d'entrée [RIDHA08].

La longueur d'entrée thermique peut être calculée à partir des formules suivantes [RIDHA08] :

Calcul des longueurs d'entrée	
$l_e = 0,05 \cdot D \cdot Re \cdot Pr$	pour un écoulement laminaire
$l_e = 10 \cdot D$	pour un écoulement turbulent

Tableau 11 – Calcul des longueurs d'entrée [RIDHA08].

Pour caractériser les échanges entre deux milieux, nous calculerons le nombre de Nusselt moyen. La longueur d'entrée peut être prise en compte par certaines corrélations que nous allons détailler.

Sieder et Tate proposent une corrélation du nombre de Nusselt pour une convection forcée à travers un tube rectangulaire ou cylindrique en régime laminaire et turbulent [SIEDER36]. Ces corrélations reprennent la forme classique donnée dans le Tableau 10, équation (25) ; la valeur des coefficients  $C$ ,  $n$  et  $m$  dépendent du régime d'écoulement, laminaire ou turbulent.

Le nombre de Reynolds permet dans un premier temps d'estimer ce régime et de choisir alors la bonne corrélation. Nous pouvons estimer que nous sommes en régime laminaire en dessous d'un nombre critique de Reynolds  $Re_{cr}$  estimé à 2300. Le régime turbulent apparaît lorsque  $Re_{cr}$  dépasse la valeur de 10 000. Entre deux, l'écoulement est mixte, c'est-à-dire en partie laminaire et turbulent et les deux corrélations proposées ne peuvent pas alors s'appliquer.

Les propriétés dynamiques du fluide peuvent fortement varier notamment si une forte variation de température entre la paroi du tube et le liquide existe, l'auteur propose alors d'y ajouter un correctif dépendant du rapport de viscosité du fluide au centre du tube et au niveau de la paroi. En régime laminaire, la longueur d'entrée peut être importante et un correctif est également proposé bien qu'il ne soit pas toujours utilisé. Les corrélations incluant tous les correctifs sont données ci-dessous :

$$\begin{cases} Nu = 1,86 \cdot \left( Re \cdot Pr \cdot \frac{D_H}{L} \right)^{1/3} \cdot \left( \frac{\mu}{\mu_p} \right)^{0,14} & \Rightarrow \text{écoulement laminaire} \\ Nu = 0,027 \cdot Re^{4/5} \cdot Pr^{1/3} \cdot \left( \frac{\mu}{\mu_p} \right)^{0,14} & \Rightarrow \text{écoulement turbulent} \end{cases}$$

Néanmoins, ces corrélations ne sont applicables que dans certaines conditions. [WHITAKER72] propose d'utiliser une valeur constante du nombre de Nusselt pour des régimes d'écoulement laminaire particulier.

En régime turbulent, la corrélation de Dittus-Boelter a été proposée en 1930 et revalidée récemment dans [WINTERTON98]. Cette formule reprend également la forme classique de l'équation (25) et permet de prendre mieux en compte les échanges à travers le fluide suivant que le fluide est chauffé ou refroidi.

Cela-dit, la forme classique n'est pas suffisante pour des régimes d'écoulement fortement turbulents. Petukhov, Kirillov et Popov proposent une corrélation différente de la forme classique permettant ainsi d'obtenir une plus grande précision pour ces régimes [PETUKHOV70]. La corrélation prend alors la forme suivante :

$$Nu = \frac{(\xi/8) \cdot Re \cdot Pr}{1 + 12,7 \cdot \sqrt{\xi/8} \cdot \left( Pr^{2/3} - 1 \right)}$$

Avec  $\xi$  le facteur de frottement égale à :  $\xi = (1,82 \cdot \log_{10}(Re) - 1,64)^{-2}$ .

Ensuite, Gnielinski améliora la corrélation précédente pour qu'elle soit applicable également aux régimes mixtes [GNIELINSKI76]. La corrélation prend maintenant la forme suivante :

$$Nu = \frac{(\xi/8) \cdot (Re - 1000) \cdot Pr}{1 + 12,7 \cdot \sqrt{\xi/8} \cdot \left( Pr^{2/3} - 1 \right)} \quad (27)$$

Cela-dit, ces corrélations ne prennent pas en compte le rayon de courbure présent pour les conduites spiralées. Or celui-ci a un impact sur les échanges en régime laminaire et turbulent. Gnielinski propose alors d'utiliser la notion de diamètre équivalent de courbure  $D_C$  pour le calcul du nombre de Nusselt en régime laminaire [GNIELINSKI76],[BERTIN99].

Le diamètre  $D_C$  est alors calculé de la manière suivante :

$$Nu = \left[ 3,66 + 0,08 \cdot \left[ 1 + 0,08 \cdot \left( \frac{d}{D_C} \right)^{0,9} \right] \cdot Re^m \cdot Pr^{1/3} \right] \quad (28)$$

Avec  $D_C$  le diamètre de courbure égal à :  $D_C = D \cdot \left[ 1 + \left( \frac{H}{\pi \cdot D} \right) \right]$ .

m l'exposant affecté au nombre de Reynolds égal à :  $m = 0,5 + 0,2903 \cdot \left( \frac{d}{D_C} \right)^{0,194}$ .

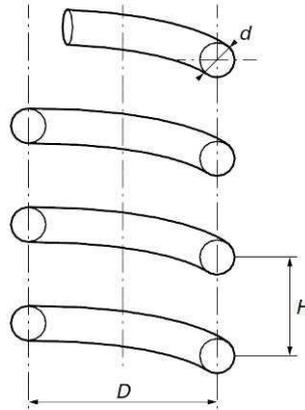


Figure 72 – Paramètres géométriques des conduites spiralées [BERTIN99].

Pour les conduites rectangulaires, le diamètre  $d$  est remplacé par le diamètre hydraulique  $D_H$ .

Le rayon de courbure intervient également sur le facteur de frottement. Un nouveau calcul de ce facteur est alors proposé pour le calcul du nombre de Nusselt en régime turbulent [BERTIN99] :

$$\xi = \frac{0,3164}{\text{Re}^{0,25}} + 0,03 \cdot \left( \frac{d}{D_C} \right)^{0,5} \quad (29)$$

Pour finir, cette courbure a tendance à augmenter la plage où le régime est laminaire. Ce phénomène est pris en compte en calculant un nouveau nombre de Reynolds critique qui était classiquement fixé à 2300 [BERTIN99] :

$$\text{Re}_{cr} = 2300 \cdot \left[ 1 + 8,6 \cdot \left( \frac{d}{D_C} \right)^{0,45} \right] \quad (30)$$

Ces corrélations ont été améliorées pour prendre en compte la longueur d'entrée en multipliant les corrélations de Petukhov, Kirillov et Popov et de Gnielinski d'un facteur  $[1+(D_H/L)^{2/3}]$  [BERTIN99],[SILVA01]. Cela-dit ce correctif n'est utile que pour des tubes assez courts.

Pour finir, tout comme dans la corrélation de Sieder et Tate qui incluent un correctif permettant de prendre en compte la variation des propriétés dynamiques entre la paroi et le centre du tube, un correctif peut être également ajouté. Ce correctif peut être de la même forme que Sieder et Tate, dans ce cas les corrélations précédentes sont multipliées par  $(\mu/\mu_p)^{0,14}$ . Dans [BERTIN99], un correctif plus général est choisi faisant intervenir la variation en fonction de température de la viscosité dynamique et la conductivité thermique par l'intermédiaire du nombre de Prandtl. Ce correctif devient alors  $(\text{Pr}/\text{Pr}_p)^{0,14}$ .

Les tableaux suivants résument les différentes corrélations applicables pour calculer le nombre de Nusselt dans le circuit de refroidissement en régime laminaire (cf. Tableau 12) et en régime turbulent (cf. Tableau 13).

Calcul du nombre de Nusselt dans le circuit de refroidissement en régime laminaire		
Formule	Conditions d'application	Références
Sieder et Tate : $Nu = 1,86 \cdot \left( \text{Re} \cdot \text{Pr} \cdot \frac{D_H}{L} \right)^{1/3} \cdot \left( \frac{\mu}{\mu_p} \right)^{0,14}$	$\left\{ \begin{array}{l} \text{Re} \cdot \text{Pr} \cdot \frac{D_H}{L} \geq 10 \\ 100 < \text{Re} < \text{Re}_{cr} \\ 0,48 < \text{Pr} < 1,67 \cdot 10^4 \end{array} \right.$	[SIEDER36]
Whitaker : $Nu = 3,66$	$\left( \text{Re} \cdot \text{Pr} \cdot \frac{D_H}{L} \right)^{1/3} \cdot \left( \frac{\mu}{\mu_p} \right)^{0,14} \geq 2$	[WHITAKER72]
Gnielinski : $Nu = \left[ 3,66 + 0,08 \cdot \left[ 1 + 0,08 \cdot \left( \frac{D_H}{D_C} \right)^{0,9} \right] \cdot \text{Re}^m \cdot \text{Pr}^{1/3} \right] \cdot \left( \frac{\text{Pr}}{\text{Pr}_p} \right)$	$\text{Re} < \text{Re}_{cr}$	[GNIELINSKI76]

Tableau 12 – Calcul du nombre de Nusselt en régime laminaire pour le circuit de refroidissement.

Calcul du nombre de Nusselt dans le circuit de refroidissement en régime turbulent		
Formule	Conditions d'application	Références
Dittus-Boelter ou Colburn : $Nu = 0,023 \cdot \text{Re}^{4/5} \cdot \text{Pr}^n$	$\left\{ \begin{array}{l} n = 0,4 \Rightarrow \text{fluide chauffé} \\ n = 0,3 \Rightarrow \text{fluide refroidi} \\ \frac{L}{D_H} \geq 10 \text{ ou } 60 \\ \text{Re} > 10^4 \text{ ou } 5000 \\ 0,48 < \text{Pr} < 160 \end{array} \right.$	[WINTERTON98]
Sieder et Tate : $Nu = 0,027 \cdot \text{Re}^{4/5} \cdot \text{Pr}^{1/3} \cdot \left( \frac{\mu}{\mu_s} \right)^{0,14}$	$\left\{ \begin{array}{l} \frac{L}{D_H} \geq 10 \text{ ou } 60 \\ \text{Re} > 10^4 \text{ ou } 5000 \\ 0,48 < \text{Pr} < 1,67 \cdot 10^4 \end{array} \right.$	[SIEDER36]
Petukhov, Kirillov et Popov : $Nu = \frac{(\xi/8) \cdot \text{Re} \cdot \text{Pr}}{1 + 12,7 \cdot \sqrt{\xi/8} \cdot (\text{Pr}^{2/3} - 1)} \cdot \left( \frac{\text{Pr}}{\text{Pr}_p} \right)^{0,14}$	$\left\{ \begin{array}{l} 10^4 < \text{Re} < 5 \cdot 10^6 \\ 0,5 < \text{Pr} < 2000 \end{array} \right.$	[PETUKHOV70], [BERTIN99]
Gnielinski : $Nu = \frac{(\xi/8) \cdot (\text{Re} - 1000) \cdot \text{Pr}}{1 + 12,7 \cdot \sqrt{\xi/8} \cdot (\text{Pr}^{2/3} - 1)} \cdot \left( \frac{\text{Pr}}{\text{Pr}_p} \right)^{0,14}$	$\left\{ \begin{array}{l} \text{Re}_{cr} < \text{Re} < 5 \cdot 10^6 \\ 0,5 < \text{Pr} < 2000 \end{array} \right.$	[GNIELINSKI76], [BERTIN99]

Tableau 13 – Calcul du nombre de Nusselt en régime turbulent dans le circuit de refroidissement.

Avec  $\mu_p$  la viscosité dynamique au niveau de la paroi d'échange en  $\text{kg}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{s}^{-1}$ .  
 $\text{Pr}_p$  le nombre de Prandtl au niveau de la paroi d'échange.

Dans notre cas, nous privilégierons la formule de Gnielinski en régime laminaire et turbulent lorsque les conditions d'application sont respectées. Cela-dit si cette formule n'entre pas dans ses conditions d'application, nous utiliserons la formule de Sieder et Tate et ainsi de suite.

#### 5.2.1.4.6.2 Échange à travers l'entrefer

L'écoulement dans l'entrefer est considéré comme étant une convection forcée produite par la rotation du rotor. Comme expliqué dans la section "5.2.1.4.4.2", il existe trois types d'écoulement suivant la valeur du nombre de Taylor. Cela conduit à trois corrélations pour le calcul du nombre de Nusselt.

Becker et Kaye ont proposé plusieurs corrélations pour le calcul du nombre de Nusselt utilisant la formulation classique de l'équation (26) pour les trois types d'écoulement existants [BECKER62]. Ces corrélations, réutilisées ensuite dans [RENARD03], [LEGRANGER09] et [JANNOT10] sont résumées dans le tableau suivant :

Nombre de Nusselt dans l'entrefer	
$Nu = 2$	si $Ta < Ta_c$
$Nu = 0,128 \cdot Ta^{0,367}$	si $Ta < Ta_c < 10^4$
$Nu = 0,409 \cdot Ta^{0,241}$	si $10^4 < Ta_c < 10^7$

Tableau 14 – Calcul du nombre de Nusselt dans l'entrefer.

Avec  $Ta_c=1697$ .

La longueur caractéristique  $D$  pour le coefficient de Nusselt est la longueur typique pour un écoulement entre deux plaques qui est définie à  $2e$  (cf. Figure 73) qui est une valeur approchée du diamètre hydraulique :

$$D_H = \frac{4 \cdot S}{P} = \frac{4 \cdot e \cdot L}{2 \cdot e + 2 \cdot L} = \frac{4 \cdot e}{2 \cdot \frac{e}{L} + 2}, \text{ si } e \ll L \text{ alors } D_H \approx 2 \cdot e.$$

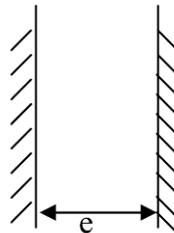


Figure 73 – Écoulement entre deux plaques.

Le nombre de Nusselt est alors :

$$Nu = \frac{h \cdot D}{\lambda} = \frac{h \cdot 2 \cdot e}{\lambda}.$$

Le nombre de Taylor se calcule de la manière suivante :

$$Ta = \frac{\Omega_{rotor}^2 \cdot r_m \cdot e^3}{v_{air}^2}$$

Cela dit, Aoki et Nohira ont étudié en détail les transferts convectifs entre deux cylindres concentriques dont le cylindre intérieur est en rotation pour plusieurs configurations géométriques [AOKI67]. Ils préconisent de calculer un nombre de Taylor modifié :

$$Ta_m = \frac{Ta}{F_g} \quad (31)$$

$F_g$  est un facteur géométrique prenant en compte l'épaisseur entre les deux cylindres et le rayon moyen de circulation du fluide. Il est calculé de la manière suivante :

$$F_g = \frac{\pi^4}{Ta_{cr}} \cdot \left[ 1 - \frac{b}{2 \cdot r_m} \right]^{-2} \cdot P^{-1}$$

$$\text{Où } P = 0,0571 \cdot \left[ 1 - 0,652 \cdot \left( \frac{e/r_m}{1 - (e/(2 \cdot r_m))} \right) \right] + 0,00056 \cdot \left[ 1 - 0,652 \cdot \left( \frac{e/r_m}{1 - (e/(2 \cdot r_m))} \right) \right]^{-1}$$

Glises propose alors d'appliquer ces corrélations pour l'entrefer [GLISES98]. Celles-ci ont ensuite été réutilisées dans [BERTIN99], [RENARD03], [FASQUELLE07], [LEGRANGER09] et [JANNOT10].

#### 5.2.1.4.6.3 Échange au niveau des cavités

Nous pouvons considérer le transfert thermique au niveau des cavités (cf. zone couleur cyan de la Figure 61) comme un échange en convection naturelle entre deux plaques verticales. Nous pouvons alors utiliser les corrélations proposée par Catton [CATTON78] et décrit dans [INCROPERA11]. Ces corrélations et leurs conditions d'application sont détaillées dans le tableau suivant :

Calcul du nombre de Nusselt au niveau des cavités	
Formule	Conditions d'application
$Nu = 0,22 \cdot \left( \frac{Pr}{0,2 + Pr} \cdot Ra \right)^{0,28} \cdot \left( \frac{H}{L} \right)^{-1/4}$	$\left\{ \begin{array}{l} 2 \leq \frac{H}{L} \leq 10 \\ Pr \leq 10^5 \\ 10^3 \leq Ra \leq 10^{10} \end{array} \right.$
$Nu = 0,18 \cdot \left( \frac{Pr}{0,2 + Pr} \cdot Ra \right)^{0,29}$	$\left\{ \begin{array}{l} 1 \leq \frac{H}{L} \leq 2 \\ 10^{-3} \leq Pr \leq 10^5 \\ 10^3 \leq \frac{Ra \cdot Pr}{0,2 + Pr} \end{array} \right.$
$Nu = 0,42 \cdot Ra^{1/4} \cdot Pr^{0,0012} \cdot \left( \frac{H}{L} \right)^{-0,3}$	$\left\{ \begin{array}{l} 10 \leq \frac{H}{L} \leq 40 \\ 1 \leq Pr \leq 2 \cdot 10^4 \\ 10^4 \leq Ra \leq 10^7 \end{array} \right.$
$Nu = 0,046 \cdot Ra^{1/3}$	$\left\{ \begin{array}{l} 1 \leq \frac{H}{L} \leq 40 \\ 1 \leq Pr \leq 20 \\ 10^6 \leq Ra \leq 10^9 \end{array} \right.$

Tableau 15 – Calcul du nombre de Nusselt entre deux plaques verticales en convection libre [INCROPERA11].

Avec  $H$  la hauteur de la surface d'échange.

L la distance entre les deux parois.

Bar-Cohen et Rohsenow proposent des corrélations ayant des conditions d'application plus larges [BAR-COHEN84]. Ils proposent plusieurs corrélations suivant les cas d'application (isotherme, isoflux, adiabatique). Dans le cas correspondant aux isoflux, c'est-à-dire que le flux entrant dans le fluide est égal au flux sortant, la corrélation proposée est la suivante :

$$Nu = \left[ \frac{48}{Ra \cdot (L/H)} + \frac{2,51}{(Ra \cdot (L/H))^{2/5}} \right]^{-1/2} \quad (32)$$

Cette corrélation est applicable pour :

$$10 \leq Ra \cdot \frac{L}{H} \leq 100$$

#### 5.2.1.4.7 Propriétés thermiques

##### 5.2.1.4.7.1 Propriétés de l'air

L'air est un fluide dont ses propriétés thermophysiques varient fortement en fonction de sa température. Il est alors nécessaire de trouver des corrélations pour le calcul de sa masse volumique, de sa viscosité dynamique, de sa conductivité thermique, de son coefficient de dilatation et de sa capacité thermique. Ces grandeurs physiques interviennent dans le calcul des nombres adimensionnels et donc dans le calcul du coefficient d'échange par convection. La masse volumique et la capacité massique interviennent également dans le calcul de la capacité thermique. La figure suivante donne l'évolution de ces différentes propriétés en fonction de la température.

$T$ (K)	$\rho$ (kg/m <sup>3</sup> )	$c_p$ (kJ/kg·K)	$\mu \cdot 10^7$ (N·s/m <sup>2</sup> )	$\nu \cdot 10^6$ (m <sup>2</sup> /s)	$k \cdot 10^3$ (W/m·K)	$\alpha \cdot 10^6$ (m <sup>2</sup> /s)	$Pr$
<b>Air, <math>M = 28.97</math> kg/kmol</b>							
100	3.5562	1.032	71.1	2.00	9.34	2.54	0.786
150	2.3364	1.012	103.4	4.426	13.8	5.84	0.758
200	1.7458	1.007	132.5	7.590	18.1	10.3	0.737
250	1.3947	1.006	159.6	11.44	22.3	15.9	0.720
300	1.1614	1.007	184.6	15.89	26.3	22.5	0.707
350	0.9950	1.009	208.2	20.92	30.0	29.9	0.700
400	0.8711	1.014	230.1	26.41	33.8	38.3	0.690
450	0.7740	1.021	250.7	32.39	37.3	47.2	0.686
500	0.6964	1.030	270.1	38.79	40.7	56.7	0.684
550	0.6329	1.040	288.4	45.57	43.9	66.7	0.683

Figure 74 – Évolution des propriétés thermophysiques de l'air en fonction de la température [INCROPERA11].

Pour commencer, nous pouvons considérer les volumes d'air dans la machine comme étant des gaz parfait à isopression. Nous pouvons alors calculer le coefficient de dilatation thermique et la masse volumique par les formules suivantes :

$$\begin{cases} \beta(T) = \frac{1}{T} \\ \rho(T) = \frac{p}{R \cdot T} \end{cases}$$

Avec  $p$  la pression de l'air égale à 101 325 Pa.

$R$  la constante des gaz parfaits égale à 287,05 J.kg<sup>-1</sup>.K<sup>-1</sup>.

$T$  la température du fluide en Kelvin.

Sutherland proposa une corrélation pour les gaz parfait permettant de calculer la viscosité dynamique de l'air [SUTHERLAND93] :

$$\mu(T) = \mu_{ref} \cdot \left( \frac{T}{T_{ref}} \right)^{3/2} \cdot \frac{T_{ref} + S}{T + S}$$

Avec  $S$  la température de Sutherland égale à 110,4 K.

$\mu_{ref}$  la viscosité dynamique en Pa.s (ou  $\text{kg}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{s}^{-1}$ ) à la température  $T_{ref}$  en Kelvin.

Nous pouvons choisir  $T_{ref}$  égale à 273,15 K, dans ce cas  $\mu_{ref}$  est égale à  $1,711\cdot 10^{-5}$  Pa.s.

L'évolution des autres propriétés thermophysiques sont détaillées dans [INCROPERA11]. Nous pouvons alors établir des corrélations polynomiales de ces différentes propriétés en fonction de la température en Kelvin :

$$\begin{cases} \lambda = -3,9333\cdot 10^{-4} + 1,0184\cdot 10^{-4} \times T - 4,857\cdot 10^{-8} \times T^2 + 1,5207\cdot 10^{-11} \times T^3 \\ c_m = 1,0575\cdot 10^3 - 4,4890\cdot 10^{-1} \times T + 1,1407\cdot 10^{-3} \times T^2 - 7,9999\cdot 10^{-7} \times T^3 + 1,9327\cdot 10^{-10} \times T^4 \end{cases}$$

#### 5.2.1.4.7.2 Propriétés de l'eau

Les propriétés thermophysiques de l'eau sont également fortement dépendantes de sa température mise à part sa masse volumique du fait de la quasi-incompressibilité de l'eau et sa capacité massique. [BERTIN99] fournit l'évolution de ces propriétés mais [PEZZANI92] et [INCROPERA11] offrent des valeurs plus complètes et plus répandues dans la littérature. Les figures suivantes montrent l'évolution de la viscosité dynamique de l'eau et de sa conductivité thermique en fonction de la température.

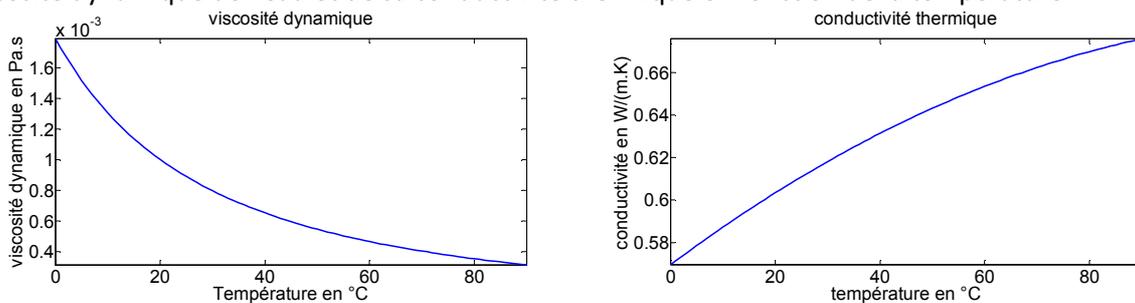


Figure 75 – Propriétés thermophysiques de l'eau en fonction de la température.

Bien que la température moyenne de l'eau restera autour de 20°C, le calcul du correctif permettant de prendre en compte les variations des propriétés dynamiques entre la paroi et le centre du circuit d'eau pour le calcul coefficient d'échange par convection nécessite de calculer ces propriétés au niveau de la paroi qui quant à elle peut atteindre des températures élevées (cf. Tableau 13).

Différentes corrélations ont été données pour établir la relation entre les différentes propriétés de l'eau en fonction de la température. La variation de la masse volumique a été prise en compte par la formule de Thiesen [THIESEN00]. Tanaka a repris cette formule en y ajoutant un correctif pour la pression [TANAKA90] :

$$\rho = Corr_p \cdot a_5 \cdot \left[ 1 - \frac{(\theta + a_1)^2 \cdot (\theta + a_2)}{a_3 \cdot (\theta + a_4)} \right]$$

Avec  $Corr_p$  le correcteur dû au changement de pression.

$\theta$  la température en °C.

Le correcteur  $Corr_p$  est égale à :

$$Corr_p = 1 + (c_1 + c_2 \cdot \theta + c_3 \cdot \theta^2) \cdot (p - 101325)$$

La viscosité dynamique peut être calculée par la corrélation suivante :

$$\mu = \frac{\exp(a_0 + a_1 \times \theta + a_2 \times \theta^2 + a_3 \times \theta^3 + a_4 \times \theta^4 + a_5 \times \theta^5 + a_6 \times \theta^6 + a_7 \times \theta^7 + a_8 \times \theta^8)}{10^6}$$

Le Neindre propose une formule pour le calcul de la conductivité en fonction de la température [LE NEINDRE98] :

$$\lambda = a \cdot (1 + b \cdot \tau^{1/3} + c \cdot \tau^{2/3} + d \cdot \tau)$$

Avec  $\tau$  le coefficient de Le Neindre égale à :  $\tau = 1 - T/T_C$   
 $T_C$  la température critique du liquide égale à 374,15 K pour l'eau.

Quant à la capacité massique de l'eau, celle-ci peut être considérée comme constante et égale à 4185 J.kg<sup>-1</sup>.K<sup>-1</sup>.

### 5.2.1.5 Transferts par rayonnement

#### 5.2.1.5.1 Équation de Stephan-Boltzmann

Le transfert par rayonnement est un échange d'énergie électromagnétique entre deux surfaces. Ces transferts sont régis par l'équation de Stephan-Boltzmann :

$$\Phi_{ray} = \varepsilon \cdot \sigma \cdot S_{ray} \cdot (T_2^4 - T_1^4)$$

Avec  $\Phi_{ray}$  la puissance échangée entre les deux surfaces [W].  
 $\varepsilon$  l'émissivité de la surface.  
 $\sigma$  la constante de Boltzmann [m<sup>2</sup>.kg.s<sup>-2</sup>.K<sup>-1</sup>].

La résistance pour le rayonnement est de la forme suivante :

$$R_{ray} = \frac{1}{h_r(T) \cdot S_{ray}}$$

Le coefficient d'échange par rayonnement prend alors la forme suivante :

$$h_r = \varepsilon \cdot \sigma \cdot (T_2^2 + T_1^2) \cdot (T_2 + T_1)$$

#### 5.2.1.5.2 Types de transfert par rayonnement dans la machine

Les échanges par rayonnement interviennent souvent dans les zones où les échanges par convection ont lieu. Dans le cas d'une machine électrique, ces échanges peuvent être particulièrement importants entre la surface interne du stator et la surface externe du rotor. Dans le cas où une surface grise transfère de la chaleur par rayonnement à une autre surface grise l'entourant totalement [BERTIN99], nous pouvons alors utiliser la relation suivante pour le flux transféré du rotor vers le stator [FASQUELLE07] :

$$\Phi_{r \rightarrow s} = \frac{S_r \cdot \sigma \cdot (T_r^4 - T_s^4)}{\frac{1 - \varepsilon_r}{\varepsilon_r} + \frac{1}{F_{rs}} + \frac{1 - \varepsilon_s}{\varepsilon_s} \cdot \frac{S_r}{S_s}}$$

Avec  $r$  l'indice représentatif du rotor.  
 $s$  indice représentatif du stator.

$F_{rs}$  est un facteur de forme caractérisant la quantité de flux atteignant l'autre surface. Dans le cas d'un échange entre le rotor et le stator, les deux surfaces sont suffisamment proches pour supposer que tout le flux émis par une surface atteint l'autre surface.  $F_{rs}$  est alors fixé à 1.

Le coefficient de rayonnement équivalent prend la forme suivante :

$$h_{r \rightarrow s} = \frac{\sigma \cdot (T_2^2 + T_1^2) \cdot (T_2 + T_1)}{\frac{1 - \varepsilon_r}{\varepsilon_r} + \frac{1}{F_{rs}} + \frac{1 - \varepsilon_s}{\varepsilon_s} \cdot \frac{S_r}{S_s}} \quad (33)$$

L'échange au niveau des cavités peut être calculé à partir des mêmes formules que pour l'entrefer étant donné que les deux surfaces d'échange sont très proches.

#### 5.2.1.5.3 Propriétés thermiques des surfaces

La seule propriété thermophysique pour les échanges par rayonnement est l'émissivité des surfaces d'échange. Celles-ci sont peu sensibles à la température. La figure suivante résume les niveaux d'émissivité pour différents matériaux et différents types de surface en fonction de la température :

Corps et état de surface	Émissivité	
	40 °C	250 °C
<b>Acier :</b>		
— surface polie .....	0,09	0,10
— surface légèrement oxydée .....	0,19	0,20
— surface très oxydée .....	0,80	
<b>Aluminium :</b>		
— surface polie .....	0,045	0,070
— surface rugueuse .....	0,066	
— surface oxydée .....	0,11	0,12
<b>Cuivre :</b>		
— surface polie .....	0,05	0,05
— surface oxydée .....	0,37	
<b>Fer :</b>		
— surface polie .....	0,06	0,08
— surface rugueuse .....	0,27	
— surface oxydée .....	0,66	0,76
<b>Revêtements :</b>		
— peinture à l'huile .....	0,92	
— laque (suivant épaisseur) .....	0,30 à 0,60	
— vernis .....	0,89	0,91

Figure 76 – Émissivité des surfaces d'échange [BERTIN99].

### 5.3 Modélisation

#### 5.3.1 Introduction

La machine étudiée comporte plusieurs particularités ayant un impact sur la thermique que nous allons détailler. Sa coupe axiale est donnée sur la Figure 77 et sa coupe radiale est donnée sur la Figure 78.

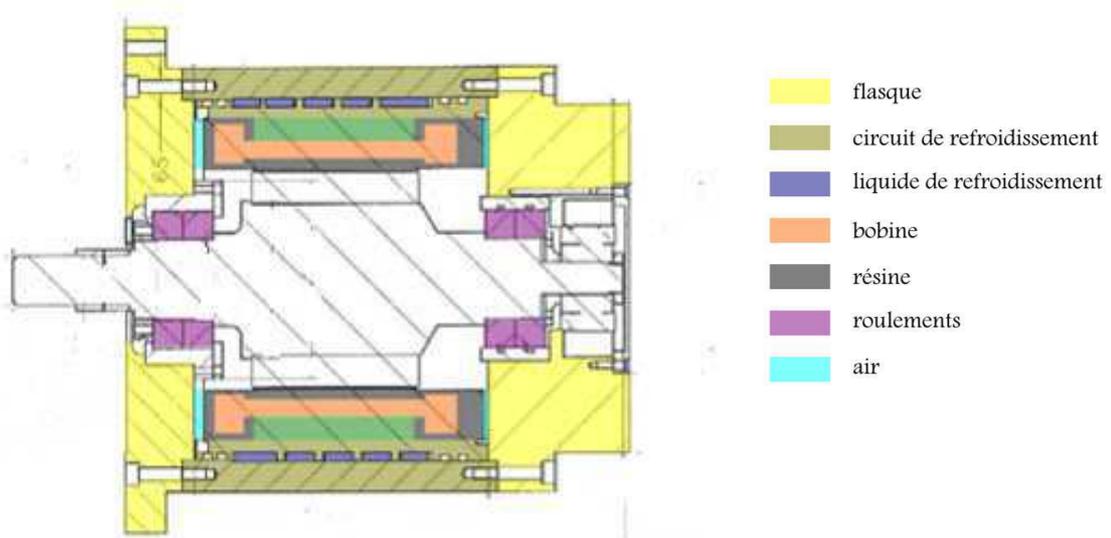


Figure 77 – Coupe axiale de la machine HW820CG.

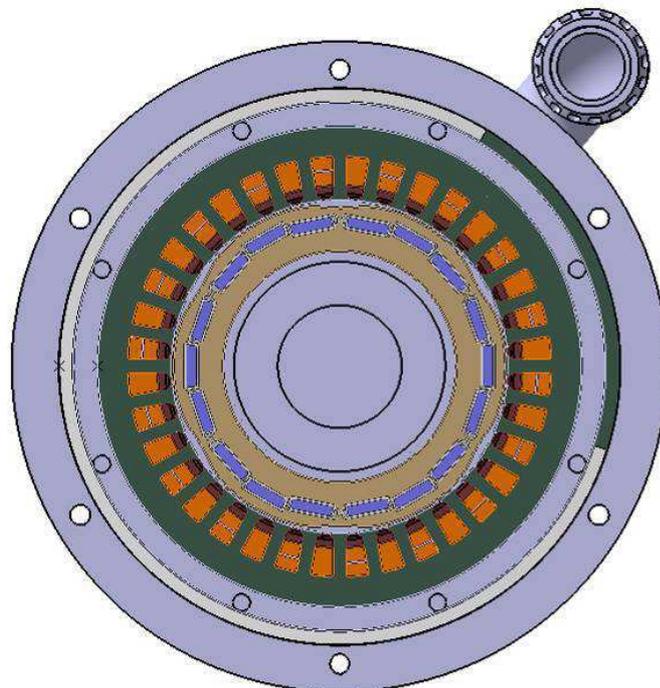


Figure 78 – Coupe radiale de la machine HW820CG.

Comme nous l'avons déjà évoqué, la partie active de la machine est entourée d'un circuit de refroidissement hélicoïdal. Les bobinages dans les encoches et les têtes de bobines sont noyés dans de la résine et celle-ci a été coulée jusqu'à 1,25 cm après la fin des têtes de bobines et présente une surface lisse face à la surface intérieure du flasque. Sur le plan radial, le bobinage comporte un pas de raccourcissement de 5/6.

Les transferts thermiques dans la machine sont tridimensionnels et de nature différente (conduction, convection et rayonnement).

Certaines parties de la machine méritent une attention particulière notamment le transfert s'effectuant entre la machine et le circuit de refroidissement (en bleu foncé sur la Figure 79), l'échange de chaleur entre le stator et le rotor (en bleu clair), l'apport de chaleur vers le rotor et le flasque au niveau des roulements (en rouge) et l'évacuation de la chaleur produite dans les têtes de bobines (en mauve). Ces différents transferts nécessiteront d'être estimés au mieux du fait de leur lien direct avec les températures les plus sensibles dans la machine. En effet, le transfert thermique entre le carter et le circuit d'eau aura un impact sur toutes les températures dans la machine. Il est fortement dépendant des conditions de circulation du liquide et des températures de paroi. L'échange de chaleur à travers l'entrefer s'effectue principalement du stator vers le rotor ; les pertes au stator viennent alors augmenter la température des aimants. Il s'agit là d'une autre température qui peut être critique de par la sensibilité de l'induction des aimants et la fragilité du matériau face à la température. Ensuite les têtes de bobines sont les zones les plus chaudes dans les bobinages du fait qu'elles sont moins bien refroidies et que les bobinages sont une importante source de chaleur. Elles sont très souvent la cause de destruction de la machine ou de son vieillissement accéléré. La conduction de la chaleur à travers le matériau et l'évacuation de ses pertes nécessitent d'être évaluées au mieux. Quant aux pertes dans les roulements, outre le fait qu'elles viennent les chauffer, elles peuvent également augmenter la température des aimants. Ces aspects seront alors traités dans un premier temps et un modèle pour chacune de ces zones sera présenté.

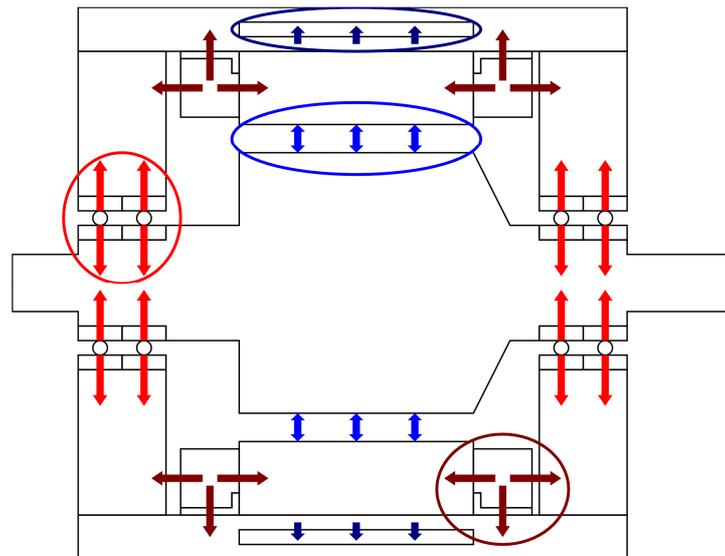


Figure 79 – Principaux transferts thermiques dans la machine.

Ensuite la modélisation de la partie active au stator sera présentée en particulier la modélisation des encoches comprenant un raccourcissement de 5/6, les dents et la culasse. Ce raccourcissement modifie la thermique dans les encoches du fait de la présence d'un isolant en son centre toutes les deux encoches. Nous avons alors une symétrie thermique paire en prenant deux demi-encoches comme décrit sur la Figure 80 où les bords sont adiabatiques et où une température est imposée au niveau du circuit de refroidissement. Les dents et la culasse sont des sources de chaleur et conduisent également la chaleur venant des encoches. Les principaux flux de chaleur dans la direction radiale et angulaire sont représentés sur la Figure 80. Ces flux comportent également une composante axiale non représentée.

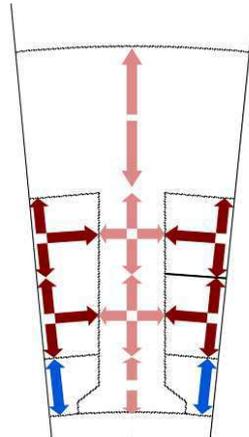


Figure 80 – Représentation des flux thermiques des parties active du stator dans la direction radiale et angulaire.

Pour finir, les flux de chaleur au rotor seront modélisés sur la partie comprenant les aimants et l'espace inter-aimant sur un pas d'encoche également décrit sur la Figure 81. Le rotor est supposé sans pertes dans les aimants et dans le fer. Les extrémités des parties actives du rotor sont en contact avec l'air ; il existe alors une isolation thermique forte dans la direction axiale justifiant de ne tenir compte que des flux dans la direction radiale et angulaire pour le fer et les aimants.

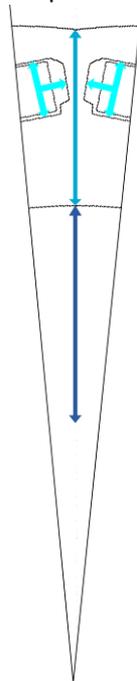


Figure 81 – Représentation des flux au rotor dans les directions radiale et angulaire

Par contre, un flux existe dans la direction axiale de l'arbre du rotor notamment entre le centre de l'arbre et les roulements. La coupe axiale de l'arbre est présentée sur la Figure 82. Les parties situées après les roulements peuvent être considérées comme adiabatiques. En effet, d'un côté l'arbre est particulièrement isolé thermiquement par un pont thermique en zircone et par un couplemètre connectant l'arbre de la machine HW820CG et l'arbre d'entraînement du banc d'essai. De l'autre côté de l'arbre, l'air ambiant fait office d'isolant thermique. Par conséquent, la modélisation des transferts thermiques n'a pas lieu d'être au-delà des lignes représentées en rouge sur la Figure 82, c'est-à-dire au-delà du centre des roulements.

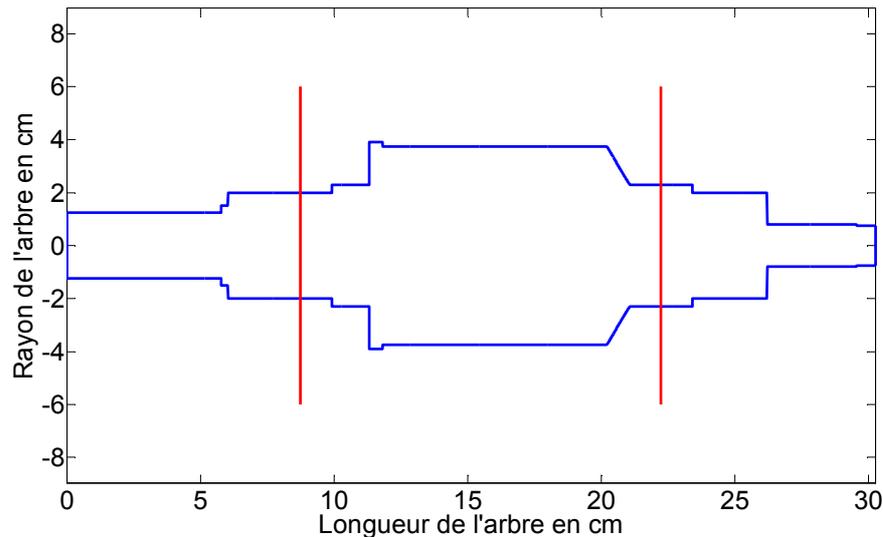


Figure 82 – Coupe axiale de l'arbre.

### 5.3.2 Modélisation des principaux transferts thermiques

#### 5.3.2.1 Modélisation des roulements

La machine HW820CG comporte deux roulements à bille à l'avant et à l'arrière de l'arbre. Ces roulements sont encastrés entre l'arbre et le carter de la machine. Nous considérons alors que deux contacts par roulements permettent d'évacuer les pertes par frottements secs et visqueux engendrés lors de la rotation de l'arbre. Ces pertes sont considérées comme dépendantes uniquement de la vitesse de rotation :

$$P_{roulements} = f_{sec} \cdot \Omega + f_{visq} \cdot \Omega^2$$

Celles-ci sont calculées sur un pas d'encoche et sur une demi-machine. Nous supposons que le comportement thermique de la machine comporte une symétrie axiale au centre de sa partie active et que l'évacuation des pertes dans les roulements s'effectue uniquement vers le carter et vers le centre du rotor.

#### 5.3.2.2 Modélisation de l'entrefer

Les échanges thermiques entre le stator et le rotor s'effectuent par convection et par rayonnement. Nous supposons que les températures sur la surface interne du stator et la surface externe du rotor sont homogènes. Par conséquent ces échanges peuvent être représentés par deux résistances thermiques, une première liée à la convection et une deuxième liée au rayonnement.

Les échanges par convection sont pris en compte à partir des corrélations sur le nombre de Nusselt données dans le Tableau 14. Le nombre de Taylor est calculé à partir de la formule d'Aoki donnée dans l'équation (31). Le comportement de l'air est fortement dépendant de la température, c'est pourquoi une moyenne intégrale des propriétés thermophysiques (conductivité thermique, viscosité, capacité massique, etc.) est calculée entre la température des deux surfaces.

Les échanges par rayonnement sont calculés à partir du coefficient de transfert équivalent donné par l'équation (33). La variation de l'émissivité des surfaces en fonction de la température est prise en compte.

Au final l'entrefer est modélisé à partir de deux résistances thermiques (convection et rayonnement) et deux capacités thermiques. Le réseau nodal équivalent est donné sur la figure suivante :

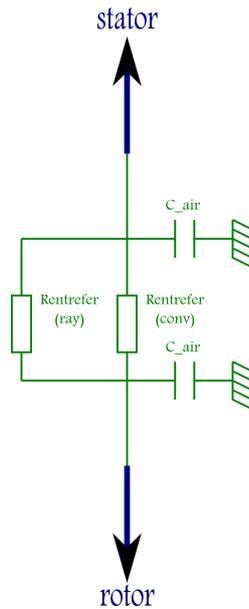


Figure 83 – Réseau nodal équivalent de l'entrefer.

### 5.3.2.3 Modélisation des échanges avec le circuit de refroidissement

Les échanges thermiques entre la machine et le circuit de refroidissement sont effectués par convection. Le nombre de Nusselt est calculé de préférence à partir des formules de Gnielinski pour un écoulement laminaire et turbulent (respectivement équation (27) et (28)). L'influence de la température sur le comportement de l'eau est prise en compte par le calcul des moyennes intégrales de ses propriétés thermophysiques mais aussi en multipliant la formule de Gnielinski par un correctif  $(Pr/Pr_p)^{0,14}$ . La forme cylindrique du circuit de refroidissement est prise en compte dans le calcul du nombre de Reynolds par la formule donnée dans l'équation (30) et dans le calcul du coefficient de frottement en régime d'écoulement turbulent par la formule donnée dans l'équation (29).

Néanmoins, ces deux formulations ont des limites d'application notamment sur le nombre de Prandtl. Par conséquent si dans certains cas le nombre de Prandtl dépasse les limites d'application de ces formules, nous préférons alors la formulation proposée par Sieder et Tate. Ces limites sont décrites dans le Tableau 12 pour des écoulements laminaires et le Tableau 13 pour des écoulements turbulents.

Au final le flux entre la culasse statorique et l'eau est représenté dans la direction radiale par deux résistances : La résistance thermique pour la convection à travers l'eau et la résistance de conduction du carter du circuit de refroidissement directement encastré dans la culasse. Néanmoins il existe un jeu que nous avons fixé à 0,025 mm entre le carter et la culasse et qui est représenté par une résistance de contact. Cette résistance de contact est calculée en considérant le milieu comme étant de l'air immobile ; les échanges se font alors uniquement par la conduction dans l'air. Cette résistance de contact a été calibrée par les essais expérimentaux. Nous avons alors une conductance surfacique de  $1830 \text{ W.K}^{-1}.\text{m}^{-2}$  ce qui est proche de la conductance de  $1500 \text{ W.K}^{-1}.\text{m}^{-2}$  proposée dans [RENARD03] et repris ensuite dans [JANNOT10]. En termes d'épaisseur d'air, celle équivaut à environ  $15 \mu\text{m}$ . Cette résistance est cruciale dans l'estimation des différentes températures au sein de la machine.

Le réseau nodal équivalent est donné ci-dessous :

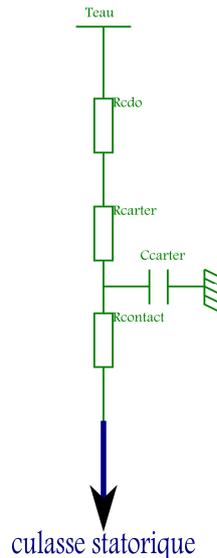


Figure 84 – Réseau nodal équivalent pour le circuit de refroidissement.

#### 5.3.2.4 Modélisation des têtes de bobines

Les bobinages dans les têtes de bobines ont une forme particulièrement complexe car elles sont enchevêtrées les unes aux autres. La Figure 85 représente une partie des têtes de bobines. Elles sont constituées de deux parties. Une première partie dans le prolongement des encoches où la forme du bobinage est conservée. Les encoches sont bien isolées entre elles car l'espace des dents statoriques est alors rempli de résine. La forme dans la seconde partie prend une forme différente. Les fils n'étant plus dans les encoches, ils sont alors plus éloignés les uns des autres, nous pouvons alors considérer que le volume du matériau diphasique (résine et cuivre) a augmenté et que le coefficient de bobinage local a diminué. De plus, la proximité des différentes phases fait que certaines directions peuvent être considérées comme adiabatiques. En effet nous avons deux sources de chaleur identiques et proches, ainsi nous pouvons supposer qu'il n'y a pas d'échange entre elles puisque le flux entrant est égal au flux sortant. Nous supposons alors que les échanges s'effectuent uniquement vers les extrémités de la chemise de refroidissement et vers le flasque.

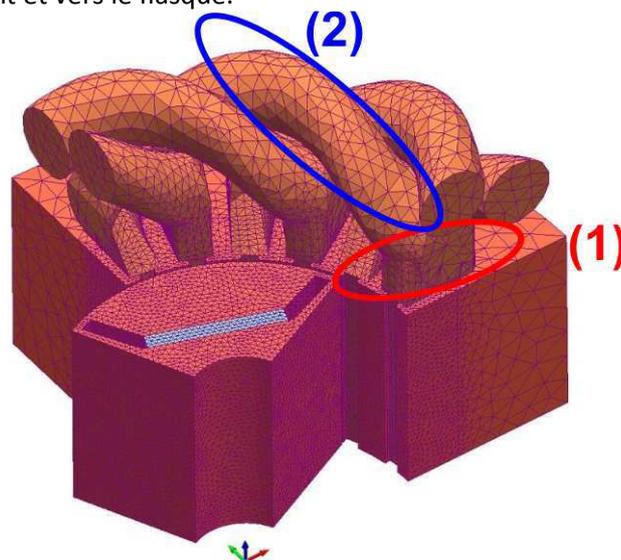


Figure 85 – Géométrie des têtes de bobines [INFOLYTICA].

Les têtes de bobines seront alors modélisées en deux parties. Une première partie (zone (1)) où la forme et le coefficient de bobinage resteront inchangés. La seconde partie, correspondant à la zone (2) où l'on considère que le volume du bobinage a augmenté du fait que les conducteurs sont plus éloignés entre eux. La section des bobinages sera considérée comme rectangulaire.

La coupe radiale pour deux demi-encoches de la zone (1) est donnée sur la Figure 86.

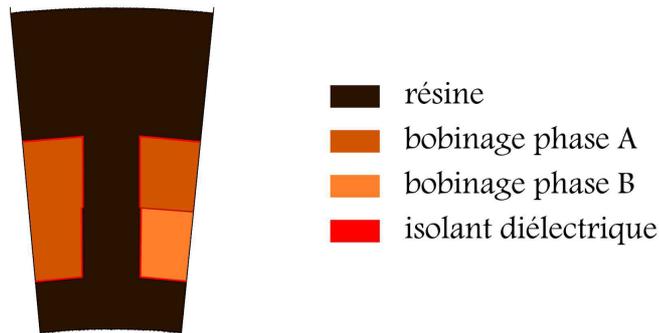


Figure 86 – Coupe radiale de la zone (1) des têtes de bobines.

Le réseau équivalent comprend alors la résine entourant le début des têtes de bobines, les isolants fins sur la partie supérieure des encoches, les isolants épais sur la partie basse des encoches et l'isolant central dans les encoches comportant deux phases. Les isolants diélectriques sont modélisés à partir d'un réseau classique R-C.

La conductivité équivalente dans les bobinages est calculée dans la direction radiale et angulaire à partir de la formule de Hashin et Strickman [HASHIN62] (cf. équation (10)) et dans la direction axiale à partir de [RENARD03] (cf. équation (12)). La capacité massique est calculée à partir de l'équation (13).

Les bobinages dans les têtes de bobines, source de chaleur interne par pertes Joule, sont modélisés à partir de trois réseaux en T représentant chacun une direction spatiale. Les résistances thermiques équivalentes sont calculées dans la direction radiale et axiale à partir des formules proposées par Mellor et données dans le Tableau 8. Les non-linéarités des éléments du réseau (conductivité et capacité thermique, résistance électrique du cuivre) dépendent de la température moyenne tout comme les pertes Joule de par la dépendance de la résistivité du cuivre à la température. Celles-ci sont calculées par rapport au volume de l'élément considéré :

$$P_{Joule} = R_{s20} \cdot (1 + \alpha_{cu} \cdot (T_{moy} - 20)) \cdot \frac{V_{élément}}{V_{cu}}$$

Au final, le réseau complet d'un élément de volume représentant les flux dans les trois dimensions en coordonnées cylindriques est donné sur la Figure 87.

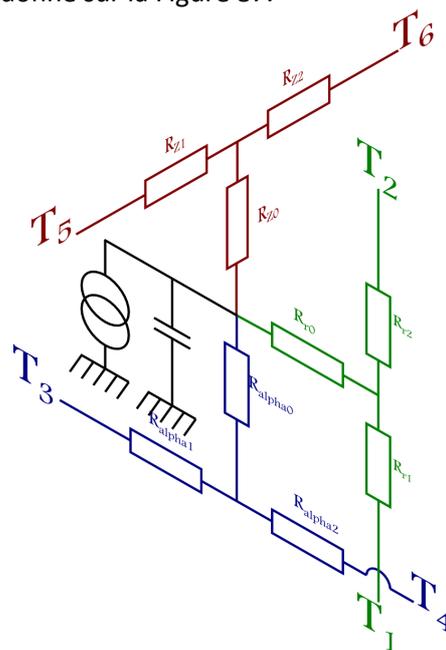


Figure 87 – Représentation 3d d'une source de chaleur en coordonnées cylindriques.

Les résistances thermiques représentant les flux dans la direction angulaire à travers bobinage sont calculées de la même manière que pour le calcul des résistances dans la direction radiale et axiale. Les détails pour le calcul des résistances dans la direction angulaire sont donnés ci-dessous.

Dans la direction angulaire, nous avons alors :

$$\lambda_\alpha \cdot \frac{1}{r^2} \cdot \frac{\partial^2 T}{\partial \alpha^2} = -q$$

Les conditions aux limites dépendent du rayon de ce volume. Nous prenons alors le rayon  $r_m$  calculé par l'équation (15) fournissant les conditions aux limites moyennes dans la direction radiale.

Les conditions aux limites sont alors les suivantes :

$$\begin{cases} \alpha = \alpha_1 \Rightarrow T(r = r_m) = T_5 \\ \alpha = \alpha_1 + \Delta\alpha \Rightarrow T(r = r_m) = T_2 \end{cases}$$

Nous avons :

$$T_\alpha(\alpha) = T_{\alpha\phi}(\alpha) + T_{\alpha q}(\alpha)$$

$$\text{Avec } \begin{cases} T_{\alpha\phi}(\alpha) = T_5 + \frac{T_6 - T_5}{\Delta\alpha} \cdot (\alpha - \alpha_1) \\ T_{\alpha q}(\alpha) = -q \cdot \frac{r_m^2 \cdot (\alpha - \alpha_1)^2}{2 \cdot \lambda_\alpha} + q \cdot \frac{r_m^2 \cdot \Delta\alpha \cdot (\alpha - \alpha_1)}{2 \cdot \lambda_\alpha} \end{cases}$$

Par intégration de la température en fonction de  $\alpha$ , nous avons :

$$T_{m_\alpha} = \frac{1}{\Delta\alpha} \int_{\alpha_1}^{\alpha_1 + \Delta\alpha} T_\alpha(\alpha) d\alpha = T_{m_\alpha\phi} + T_{m_\alpha q} \quad (34)$$

$$\text{Avec } \begin{cases} T_{m_\alpha\phi} = \frac{T_5 + T_6}{2} \\ T_{m_\alpha q} = q \cdot \frac{(\Delta\alpha)^2 \cdot r_m^2}{12 \cdot \lambda_\alpha} \end{cases}$$

$$\varepsilon = T_{moy} - \tilde{T}_{moy} = -Q \cdot \left( \frac{R_{\alpha_\phi}}{4} - \frac{R_{\alpha_q}}{6} \right)$$

La température  $T_{m_\alpha\phi}$  est obtenue pour  $\alpha$  égale à  $\alpha_1 + \Delta\alpha/2$  et donne les résistances thermiques suivantes :

$$\begin{cases} R_{angulaire1} = \frac{R_{\alpha_\phi}}{2} \\ R_{angulaire2} = R_{angulaire1} \end{cases} \quad (35)$$

$$\text{Avec } R_{\alpha_\phi} = \frac{\Delta\alpha \cdot r_m}{\lambda_\alpha \cdot (r_2 - r_1) \cdot L}$$

La pseudo-température moyenne du réseau à deux résistances vaut alors :

$$\tilde{T}_{m_a} = T_{m_\alpha\phi} + Q \cdot \frac{R_{\alpha_\phi}}{4}$$

En intégrant dans l'expression (34) la relation de quantité de chaleur interne  $Q = q \cdot (r_2^2 - r_1^2) \cdot (\Delta\alpha/2) \cdot \Delta z$ , nous avons la relation suivante :

$$T_{moy} = \frac{T_2 + T_1}{2} + Q \cdot \frac{\Delta\alpha \cdot r_m^2}{6 \cdot \lambda_\alpha \cdot (r_2^2 - r_1^2) \cdot L}$$

Ainsi l'erreur sur la température moyenne est égale à :

$$\varepsilon = T_{moy} - \tilde{T}_{moy} = -Q \cdot \left( \frac{R_{\alpha-\Phi}}{4} - \frac{R_{\alpha-Q}}{6} \right)$$

$$\text{Avec } R_{\alpha-Q} = \frac{\Delta\alpha \cdot r_m^2}{\lambda_\alpha \cdot (r_2^2 - r_1^2)} \cdot L$$

Et donc  $R_{\alpha 3}$  vaut alors :

$$R_{\alpha 3} = - \left( \frac{R_{\alpha-\Phi}}{4} - \frac{R_{\alpha-Q}}{6} \right)$$

Ainsi nous pouvons calculer la température moyenne dans le volume à partir du schéma de la Figure 66 en prenant les valeurs de résistances thermiques suivantes :

$$\begin{cases} R_{\alpha 1} = \frac{R_{\alpha-\Phi}}{2} \\ R_{\alpha 2} = \frac{R_{\alpha-\Phi}}{2} \\ R_{\alpha 3} = - \left( \frac{R_{\alpha-\Phi}}{4} - \frac{R_{\alpha-Q}}{6} \right) \end{cases} \quad (36)$$

Chaque bobinage d'encoche, qu'il contienne une ou deux phases est divisé en deux parties de volume identique. En effet, la température moyenne du bobinage complet n'est pas suffisante pour obtenir les températures critiques étant donné que les températures les plus chaudes se situent dans le bas des bobinages et plus sévèrement dans les encoches comprenant deux phases et un isolant central.

Par conséquent, le réseau nodal équivalent comprenant tous les éléments présentés sur la Figure 86 est décrit sur la figure suivante :

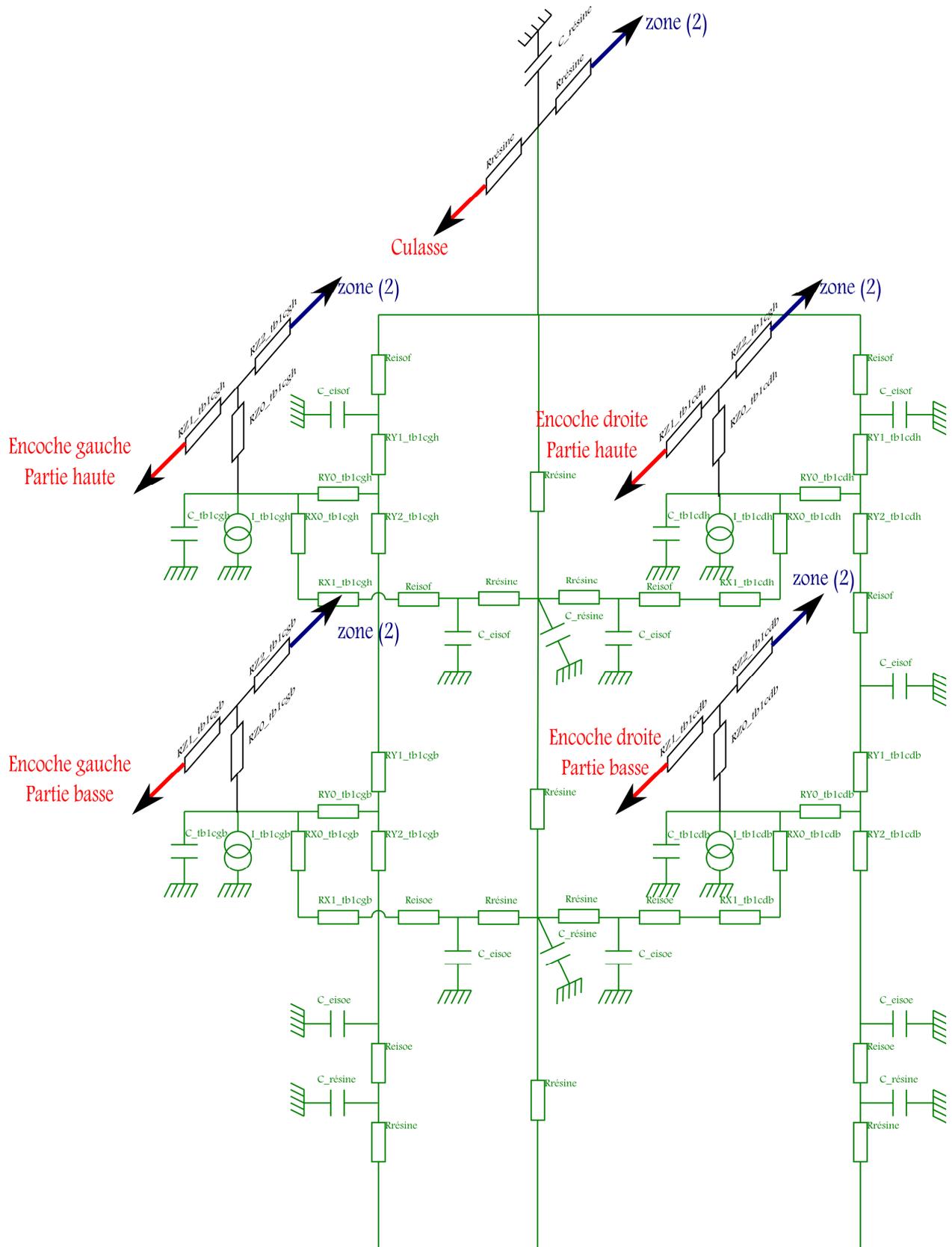


Figure 88 – Modélisation des têtes de bobines : zone (1).

Dans la zone (2), nous considérons que le volume de bobinage a augmenté de 30 % par rapport à son volume dans les encoches. Le coefficient de bobinage  $k_{r\_zone(2)}$  est alors corrigé :

$$k_{r\_zone(2)} = \frac{k_r \cdot V_{bob\_encoche}}{V_{bob\_zone(2)}} = \frac{k_r}{(1 + 0,3)}$$

L'orientation des bobinages est orthogonale au plan de la Figure 88 et leur forme est rectangulaire. Les pertes Joule sont également évacuées dans les trois dimensions et les résistances thermiques sont alors calculées en coordonnées cartésiennes. Nous considérons qu'aucun échange thermique n'est présent dans le bas du bobinage vu la présence de nombreux matériaux isolants dans cette direction (isolant diélectrique, résine et air entre la résine et l'arbre). Les échanges avec les autres bobinages sont également considérés comme nuls étant donné que chacun des bobinages produit des pertes.

Le bobinage est modélisé sur la moitié de la distance entre deux pôles du fait de la symétrie des pertes et des conditions aux limites.

Les réseaux équivalents pour les deux demi-encoches sont donnés sur la Figure 89 :

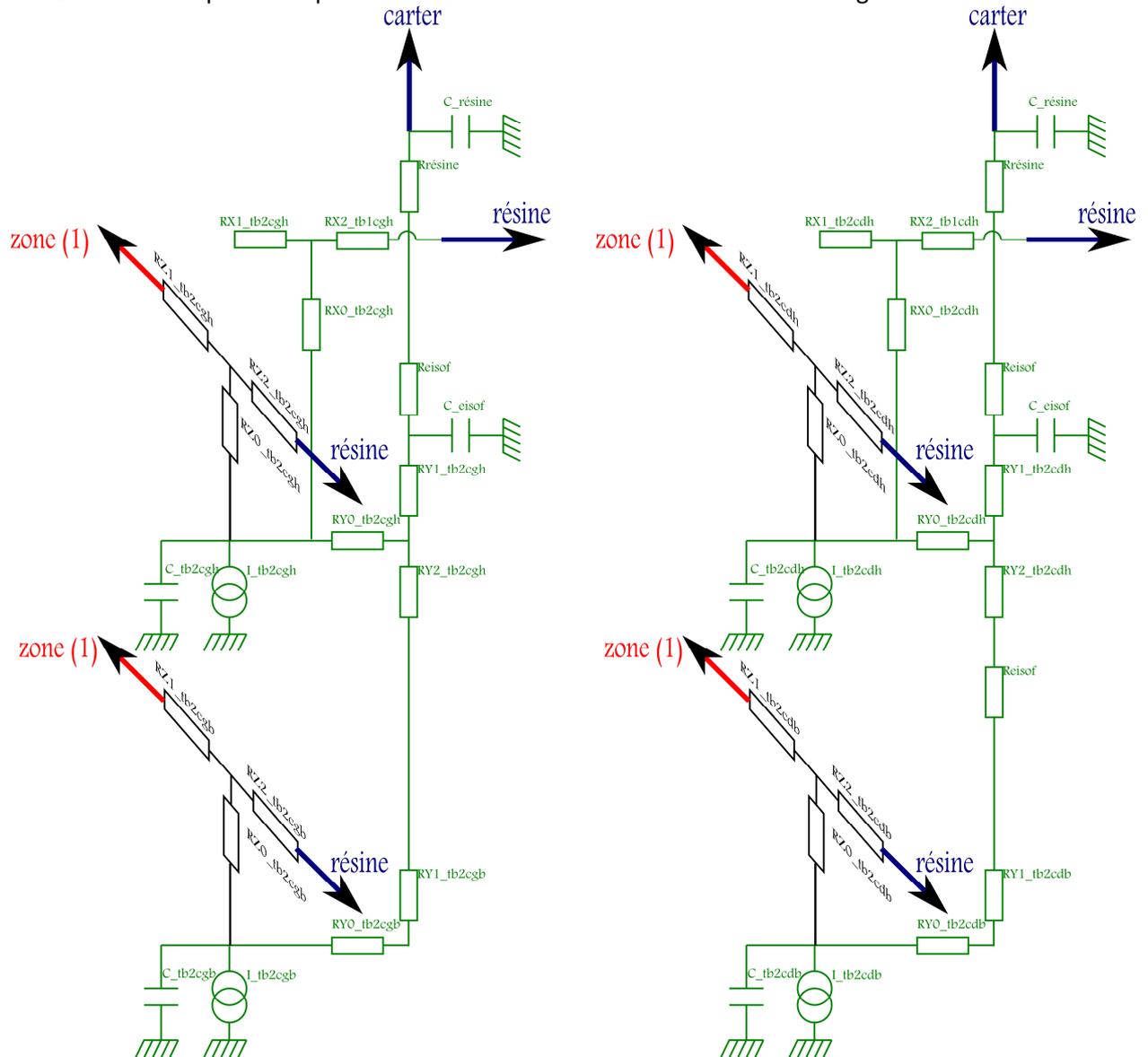


Figure 89 – Réseaux nodaux équivalents dans la zone (2) pour les bobinages à une phase (à gauche) et deux phases (à droite).

La chaleur évacuée vers la résine est ensuite transmise à l'air intérieur entre la fin des têtes de bobines et le flasque du carter (zone en cyan de la Figure 78).

Le réseau complet est donné sur la figure suivante :

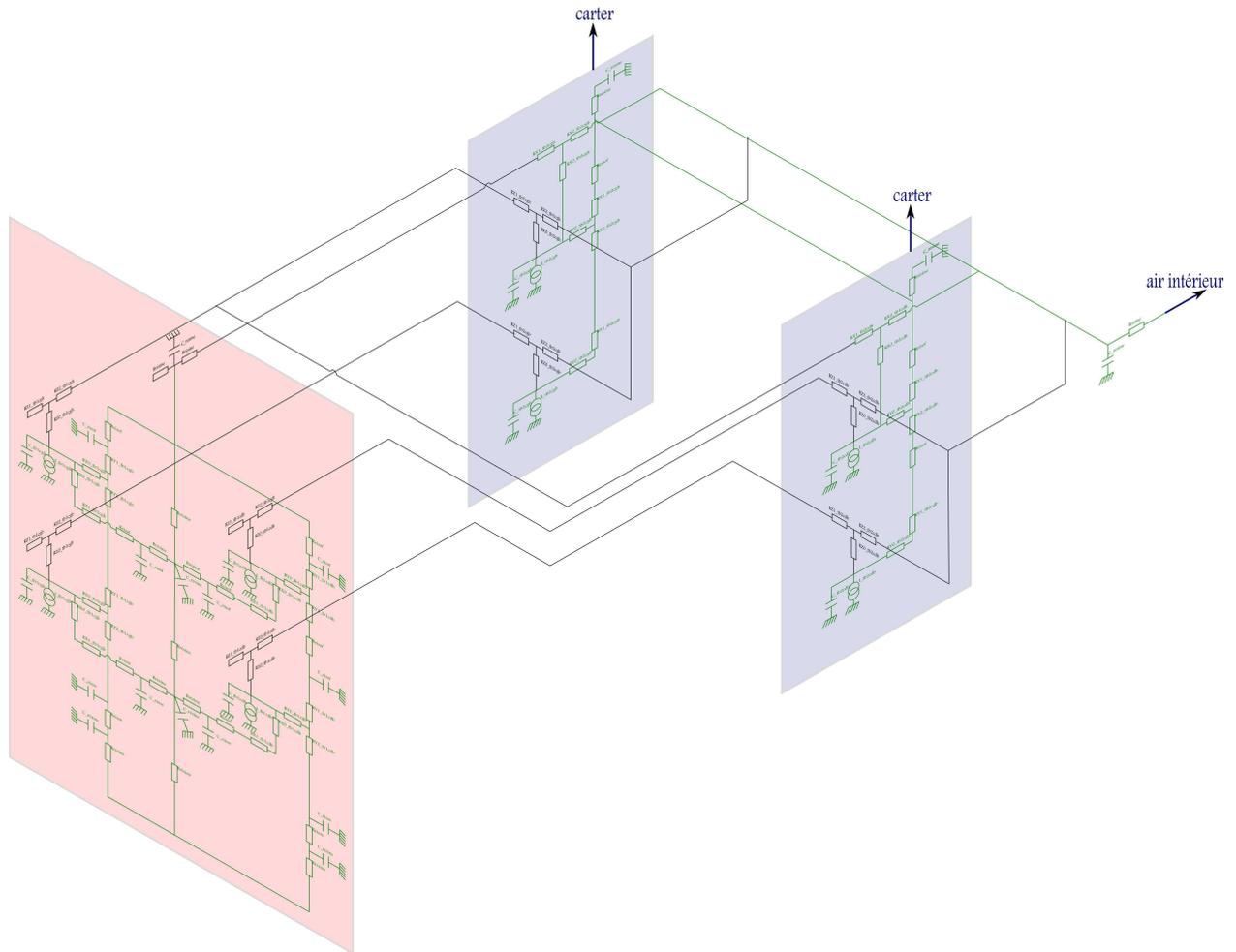


Figure 90 – Réseau nodal équivalent pour les têtes de bobines.

### 5.3.3 Modélisation des extrémités de la machine

La chaleur dans les têtes de bobines est principalement transmise le long des conducteurs mais aussi vers l'air extérieur par le carter (en kaki sur la Figure 61) et par l'air intérieur et le flasque (respectivement en cyan et jaune sur la Figure 61).

Le réseau nodal équivalent représentant les flux de chaleur entre les têtes de bobines (zone (2)) et l'air extérieur en passant par le carter dans la direction radiale (cf. Figure 90) est présenté ci-dessous :

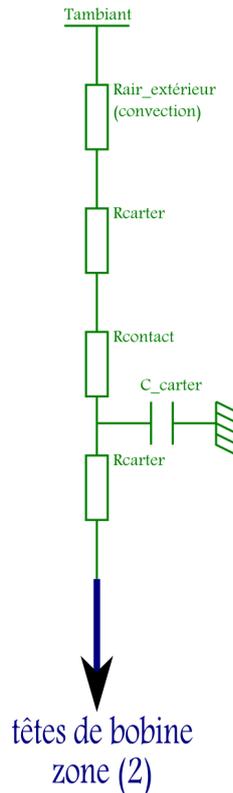


Figure 91 – Réseau nodal équivalent entre les têtes de bobines et l’air extérieur en passant dans la direction radiale.

Le flux de chaleur traverse donc deux éléments d’aluminium du carter du circuit de refroidissement (en kaki sur la Figure 61). Tout comme entre le carter du circuit de refroidissement et la culasse statorique, il existe un jeu que nous avons également fixé à 0,025 mm. Cette résistance de contact est également calculée en considérant des échanges par conduction à travers l’air.

Les échanges de chaleur avec le milieu extérieur sont réalisés par convection naturelle entre la paroi extérieure et l’air environnant. Nous avons utilisé la corrélation donnée dans [INCROPERA11] permettant de calculer le nombre de Nusselt entre une plaque chaude et le milieu extérieur en convection naturelle :

$$Nu = 0,54 \cdot Ra^{1/4} \quad \text{avec les conditions d'application suivantes :} \quad \begin{cases} 10^4 \leq Ra \leq 10^7 \\ Pr \geq 0,7 \end{cases}$$

Nous estimons que pour le calcul du coefficient de convection que la distance à laquelle nous avons la température ambiante est de 4 cm.

Le réseau nodal représentant le flux de chaleur vers le milieu extérieur via l’air intérieur et le flasque dans la direction axiale est présenté ci-dessous :

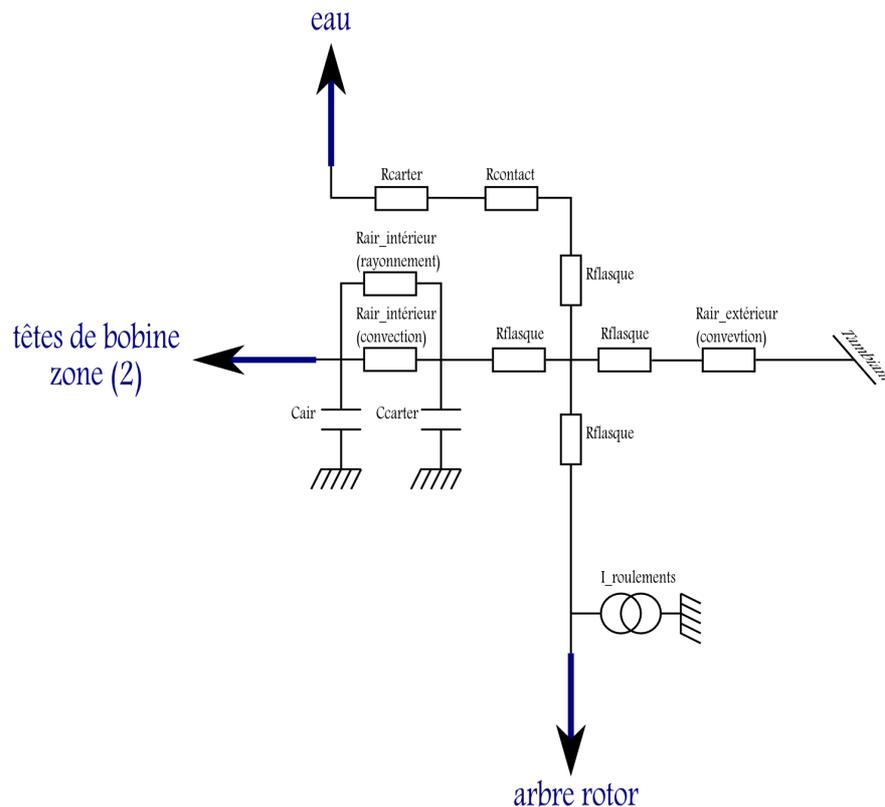


Figure 92 – Réseau nodal équivalent entre les têtes de bobines et l'air extérieur dans la direction axiale.

Les échanges entre la résine enrobant les têtes de bobines et le flasque (carter) s'effectuent par convection naturelle et par rayonnement.

L'échange par convection peut être approximé en supposant qu'il s'effectue entre deux plaques verticales étant donné que la machine est placée horizontalement. Le nombre de Nusselt équivalent est calculé à partir des formules du Tableau 15 et la formule donnée dans l'équation (32) suivant les conditions d'application pour ces corrélations.

L'échange par rayonnement entre les deux surfaces peut être important étant donné le haut niveau d'émissivité du vernis enrobant la résine (cf. Figure 76) et le fort écart de température entre les deux surfaces.

Les roulements étant maintenus entre le flasque et l'arbre du rotor, les pertes dans les roulements sont alors placées entre les deux.

### 5.3.4 Modélisation du stator

La modélisation du stator comprend la modélisation des dents, de la culasse, des encoches, de ses isolants internes et de la résine en bas des encoches comme décrit sur la Figure 93.

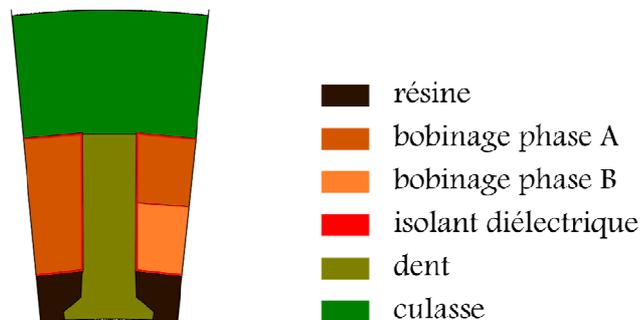


Figure 93 – Composition du stator.

Le réseau nodal équivalent représentant les flux comme décrit sur la Figure 80 est présenté sur la figure suivante :

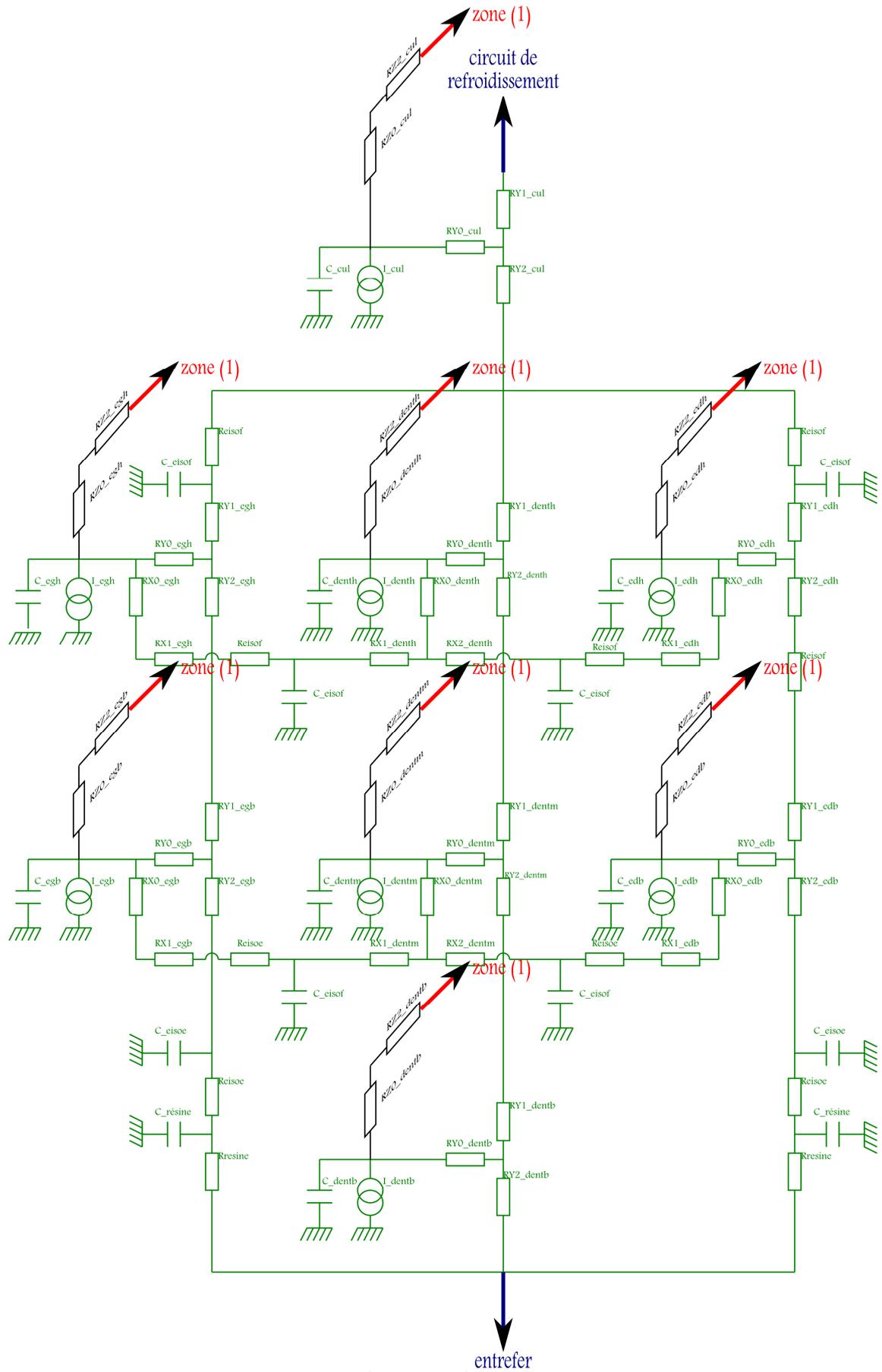


Figure 94 – Réseau nodal équivalent au stator.

Tout comme pour les têtes de bobines, le bobinage dans les encoches est divisé en deux parties de volume identique afin de mieux prendre en compte les températures critiques, les pertes Joule et la résistance globale de bobinage.

Les différents éléments produisant de la chaleur interne comme les bobinages et les parties fer (dent et culasse) sont modélisés à partir de la représentation décrite dans la Figure 87.

### 5.3.5 Modélisation du rotor

Le rotor est considéré sans perte, c'est-à-dire que les courants de Foucault dans les aimants et les pertes fer dans les parties actives au rotor sont négligés.

Le rotor est modélisé suivant la coupe et les flux indiqué sur la Figure 81, c'est-à-dire sur un pas d'encoche et entre deux aimants. Les aimants ont été fixés dans le fer au rotor par une colle isolante thermiquement. La modélisation comprend alors les échanges au niveau du fer (au-dessus et en dessous des aimants ainsi qu'entre les aimants), au niveau de la colle isolante, au niveau des aimants et à travers l'arbre jusqu'aux roulements.

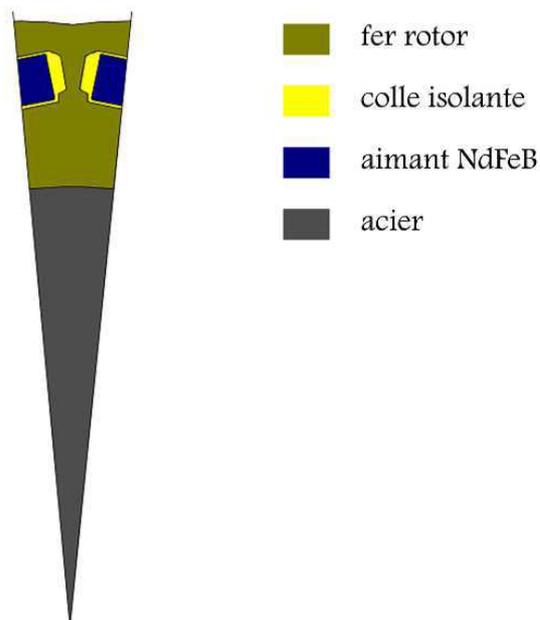


Figure 95 – Composition du rotor.

Les aimants étant symétriques de part et d'autre du fer entre les aimants, les surfaces et les volumes sont multipliés par deux pour ne modéliser qu'un des deux côtés des aimants et pour ainsi réduire le nombre de résistances au rotor.

Le réseau équivalent est donné sur la figure ci-dessous :



à 50 % de la vitesse de base pour simuler le point de fonctionnement en régime transitoire. Nous fixons le courant pour se mettre dans les mêmes conditions que les essais expérimentaux où le courant de phase et non le couple est régulé. Le point de base et le point en transitoire correspondent respectivement à 27 N.m pour 10 000 tr.min<sup>-1</sup> et 45 N.m pour 5 000 tr.min<sup>-1</sup>. Cela-dit, à courant de phase fixé, ces couples varient en fonction de la température d'aimant. Ces deux points sont représentés sur la Figure 97.

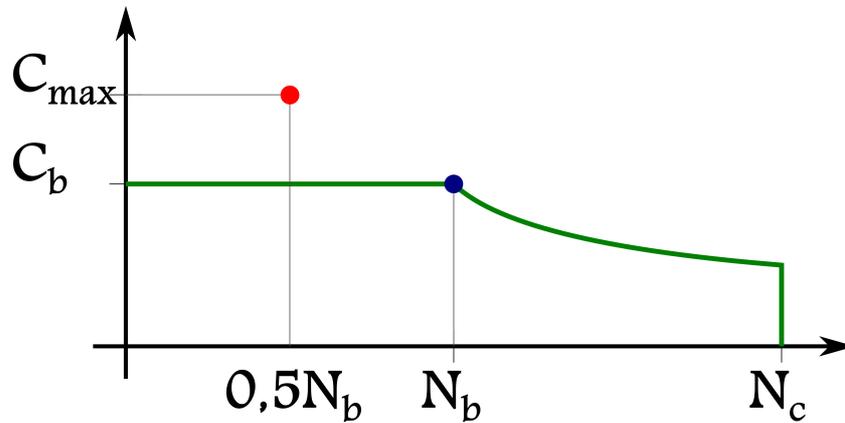


Figure 97 – Positionnement des points validés lors de la simulation.

Pour finir, nous simulerons l'évolution thermique de la machine pour un profil de fonctionnement composé d'une série de phases de repos et de sollicitations sur des points de fonctionnement en régime transitoire (à 100 A) et ce sur une période relativement longue. Cela nous permettra de valider le fonctionnement de la machine par intermittence dans sa zone de transitoire thermique. Ce profil décrit sur une minute sur la Figure 98 est répété sur une durée de trois heures de fonctionnement.

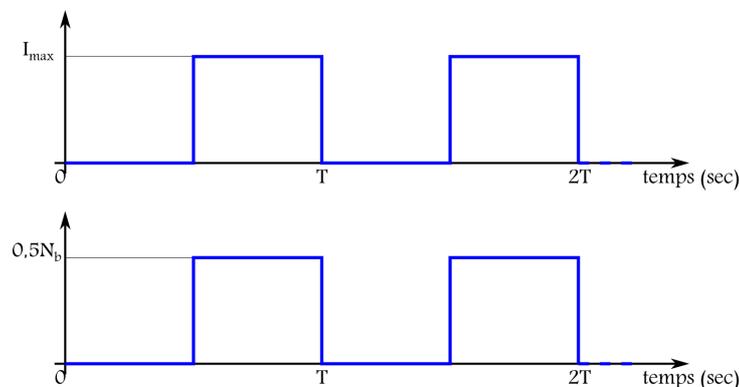


Figure 98 – Profil de fonctionnement type d'une utilisation transitoire de la machine électrique.

#### 5.4.1 Validation du régime permanent au point de base

Avec une limite en courant de 65 A, le point de fonctionnement en régime permanent correspond à un couple de 27 N.m et 10 000 tr.min<sup>-1</sup>. Nous avons les conditions extérieures et les pertes suivantes :

- $T_{\text{eau}} = 22.7^{\circ}\text{C}$ .
- $T_{\text{ambient}} = 20^{\circ}\text{C}$ .
- $P_{\text{Joule}} = 836,0 \text{ W}$ .
- $P_{\text{fer\_culasse}} = 285.8 \text{ W}$ .
- $P_{\text{fer\_dents}} = 179,2 \text{ W}$ .
- $P_{\text{roulements}} = 160.4 \text{ W}$ .

Pour ce point de fonctionnement, les températures établies au sein de la machine sont les suivantes :

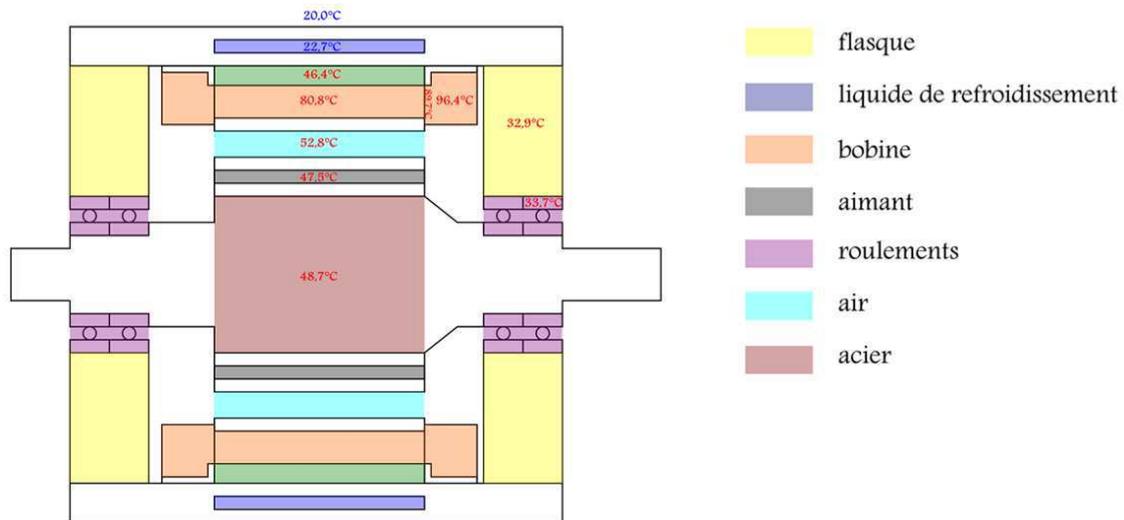


Figure 99 – cartographie des principales températures moyennes dans la machine.

Nous pouvons constater que le rotor est relativement froid et homogène en température par rapport au stator et que les températures critiques dans la machine sont situées dans les bobinages et plus particulièrement au niveau des têtes de bobines.

Au niveau du stator sur la Figure 100, nous pouvons observer que les températures dans les encoches sont relativement homogènes. La température la plus élevée se situe dans la zone la plus isolée thermiquement, c'est-à-dire la partie inférieure de l'encoche contenant l'isolant central et l'écart de températures entre la partie supérieure et inférieure de l'encoche est de l'ordre de 2 à 3 °C.

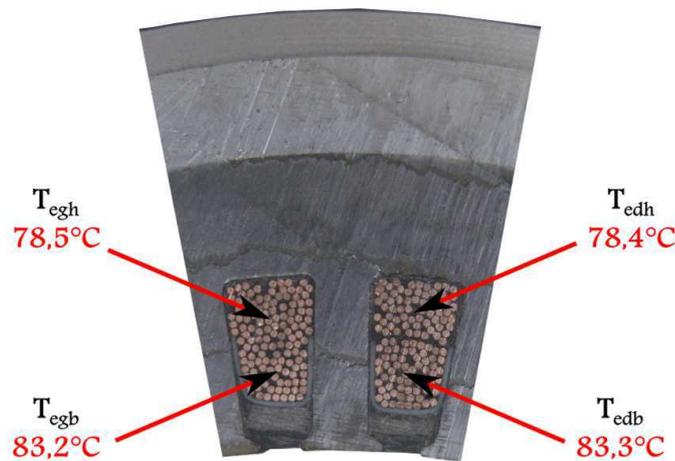


Figure 100 – Températures dans les encoches au point de base.

L'homogénéité des températures est dû au fait que les isolants diélectriques dans l'encoche sont particulièrement fins (cf. Figure 137 en annexes). Les pertes dans le bas des encoches sont alors évacuées vers les dents. Cela-dit, certains fabricants mettent un isolant relativement épais sur la moitié inférieure de l'encoche ce qui peut provoquer une différence importante de températures entre les parties supérieures et inférieures des encoches et notamment lorsqu'il y a un isolant central. Cela était le cas de cette machine avant qu'elle ne soit rebobinée. Un isolant de 0,5 mm était placé sur la moitié inférieure des encoches comme nous pouvons encore le voir sur la Figure 100. Nous avons alors observé avec le modèle thermique un écart de températures de 15 °C entre la partie inférieure et supérieure de l'encoche segmentée et de 12,5 °C dans l'encoche pleine. Dans les têtes de bobines, ces écarts tendaient à diminuer au début des têtes de bobines (zone (1)) pour atteindre 8,5 et 7 °C et les températures étaient quasiment homogènes dans la zone (2) des têtes de bobines (2,5 °C d'écart) du fait que la chaleur est confinée et s'évacue essentiellement le long des conducteurs. Dans notre cas, l'écart au niveau de la zone (1) des têtes de bobine n'est que de 3 °C comme nous pouvons le voir sur la

Figure 101, nous pouvons donc les considérer comme homogènes en température et au niveau de la zone (2), c'est écart n'est plus que de 1 °C.

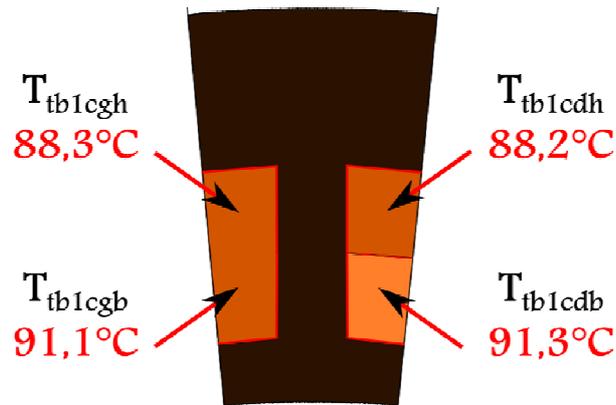


Figure 101 – Température dans la zone (1) des têtes de bobines au point de base.

Cela nous confirme deux choses :

- Les températures dans les encoches peuvent ne pas être homogènes, cela dépend beaucoup des épaisseurs d'isolant choisies. La discrétisation des encoches en deux parties permet alors de mieux estimer les pertes Joule en fonction de la température et par conséquent les températures de bobinage dans certains cas particuliers.
- La zone (2) des têtes de bobines pourrait éventuellement être considérée comme une zone homogène en température ainsi que la zone (1) suivant la configuration des isolants.

Quant aux temps de réponse à 97 % pour l'établissement des températures, ceux-ci sont de l'ordre de 30 à 40 minutes pour les différentes parties de la machine au stator et au rotor.

#### 5.4.2 Simulation thermique sur un point de fonctionnement en régime transitoire

Avec une limite de courant efficace imposée par le courant limite délivrable par l'onduleur, c'est-à-dire à 100 A, le point de fonctionnement en régime transitoire correspond donc à un couple de 45 N.m à 5 000 tr.min<sup>-1</sup>. Les conditions de températures d'eau et extérieures sont de 19,5 °C.

Les points les plus sensibles se situent également au niveau des bobinages. La Figure 102 présente l'évolution des quatre températures relevées au niveau des encoches, la Figure 103 présente celles relevées dans la zone (1) des têtes de bobines et la Figure 104 celle dans la zone (2) des têtes de bobines. Les indices de températures sont les mêmes que pour la Figure 100 et la Figure 101. Les indices de la Figure 101 sont repris pour la zone (2) des têtes de bobines.

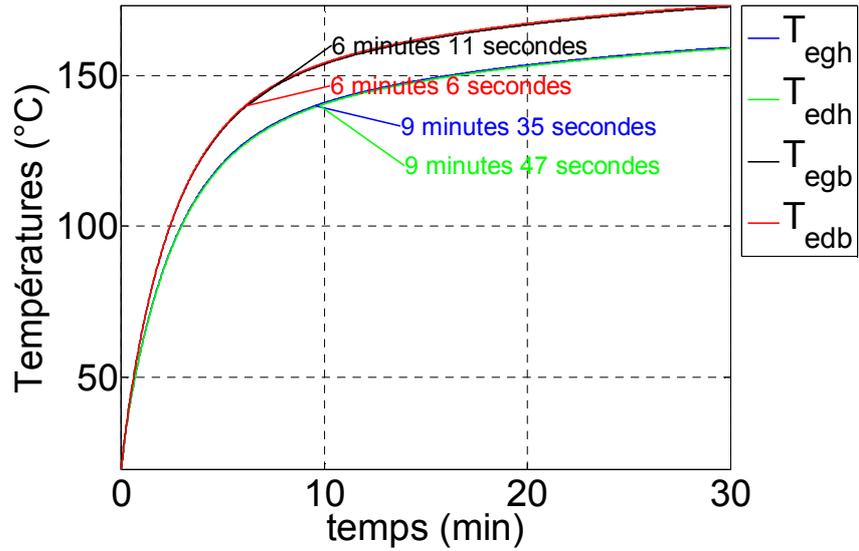


Figure 102 – Évolution des températures dans les encoches.

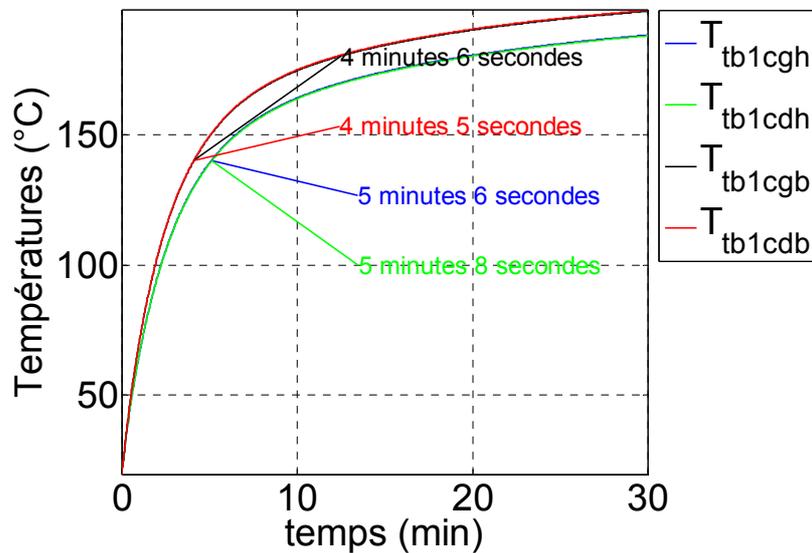


Figure 103 – Évolution des températures des têtes de bobines dans la zone (1).

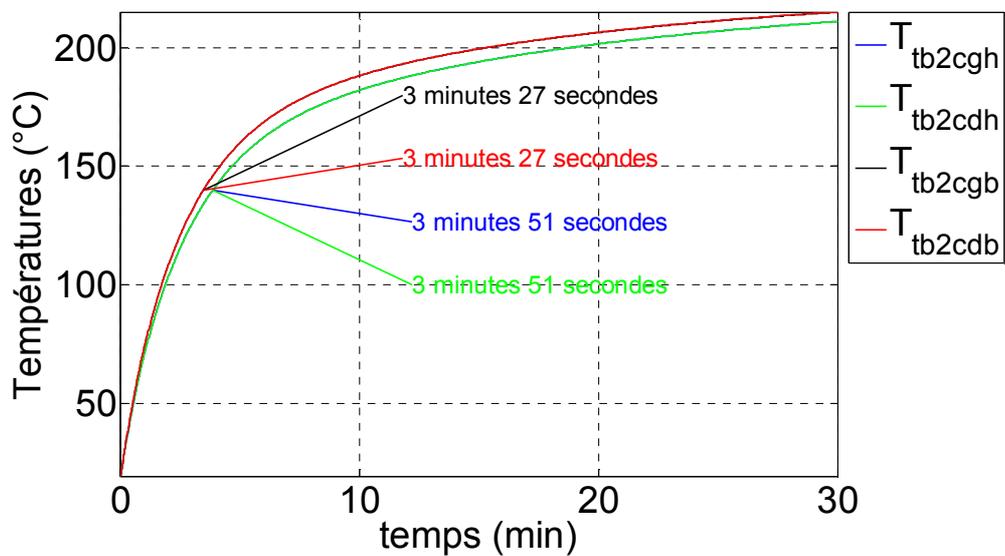


Figure 104 – Évolution des températures des têtes de bobines dans la zone (2).

Les temps donnés sur les figures correspondent aux temps d'utilisation de la machine à ce point de fonctionnement, c'est-à-dire le laps de temps mis entre la température initiale de 19,5°C et la température de destruction du matériau (140°C pour les bobinages).

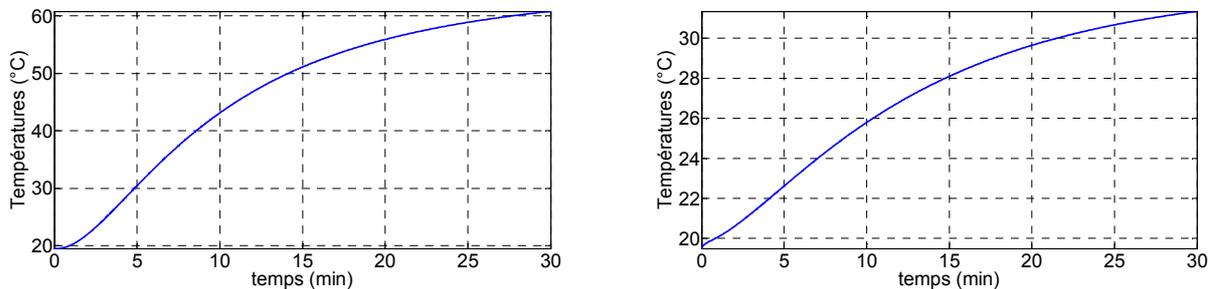


Figure 105 – Évolution de la température dans les aimants (gauche) et dans les roulements (droite).

Le temps d'utilisation de la machine est alors limité par la température dans les bobinages. Pour un courant dans les phases augmenté de 35 % par rapport au cas précédent, le temps d'utilisation de la machine partant d'une température de 19,5°C est de l'ordre de 3 minutes.

Le rotor est quant à lui resté à une température inférieure à 65°C.

#### 5.4.3 Simulation thermique sur une série de créneaux de couple en régime transitoire

La machine est alors sollicitée par intermittence sur un profil de fonctionnement répétitif comme décrit sur la Figure 98. Il lui est imposé dans les phases un courant efficace de 100 A correspondant à un couple de 45 N.m à 5 000 tr.min<sup>-1</sup> pendant une durée de 30 secondes suivi d'une période de repos de 30 secondes également. Les conditions extérieures sont les mêmes que pour l'exemple précédent.

Comme pour les exemples précédents, les points les plus sensibles dans la machine se situent au niveau des têtes de bobines. Les figures suivantes présentent l'évolution des températures au niveau des encoches (cf. Figure 106), au niveau de la zone (1) des têtes de bobines (cf. Figure 107) et au niveau de la zone (2) des têtes de bobines (cf. Figure 108).

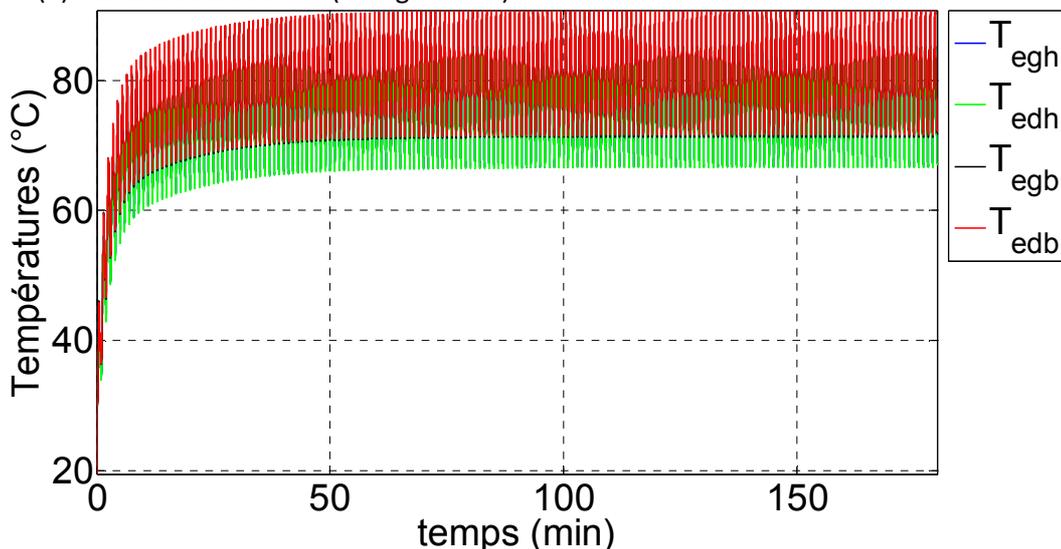


Figure 106 – Évolution des températures dans les encoches.

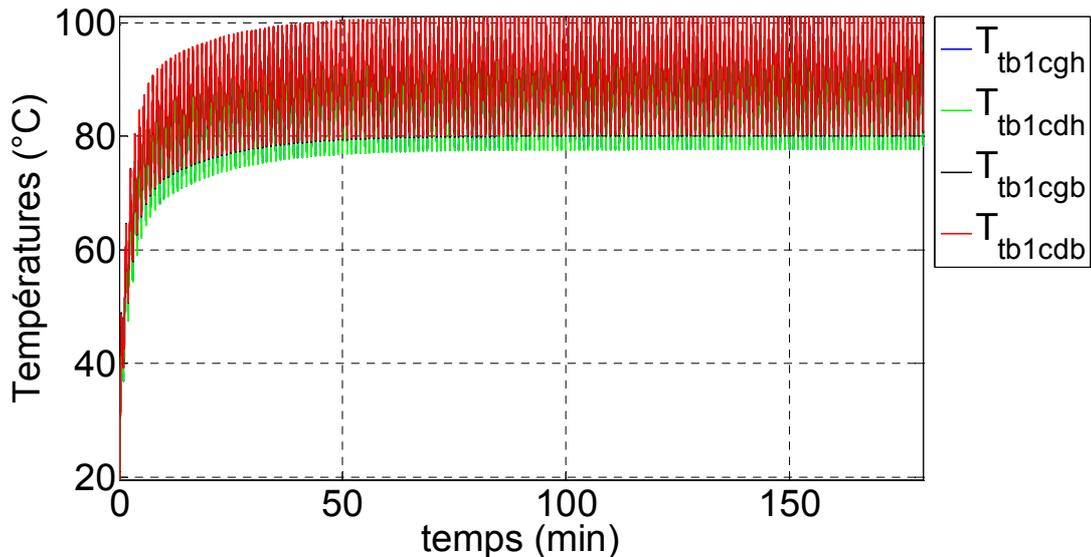


Figure 107 – Évolution des températures des têtes de bobines dans la zone (1).

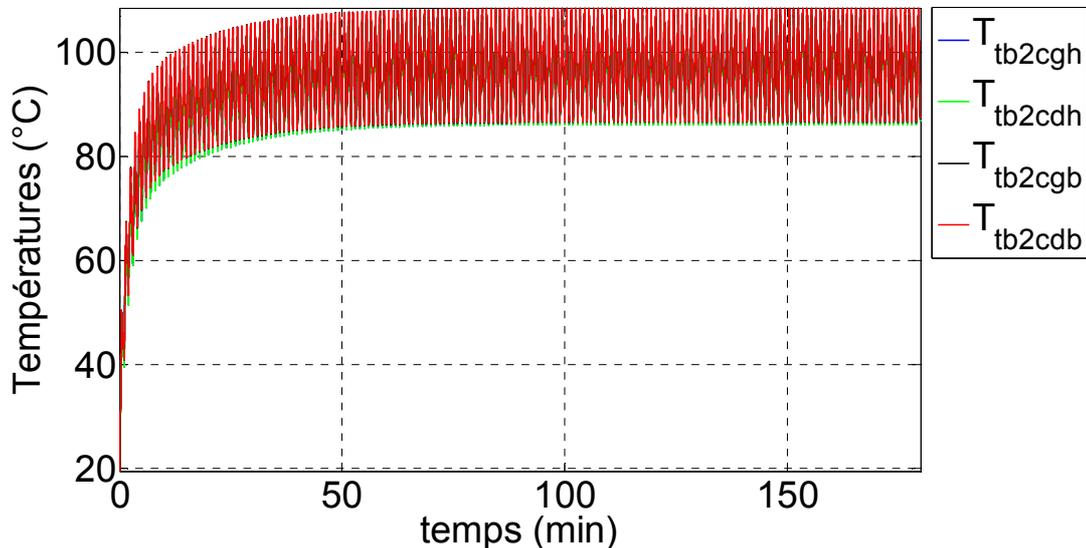


Figure 108 – Évolution des températures des têtes de bobines dans la zone (2).

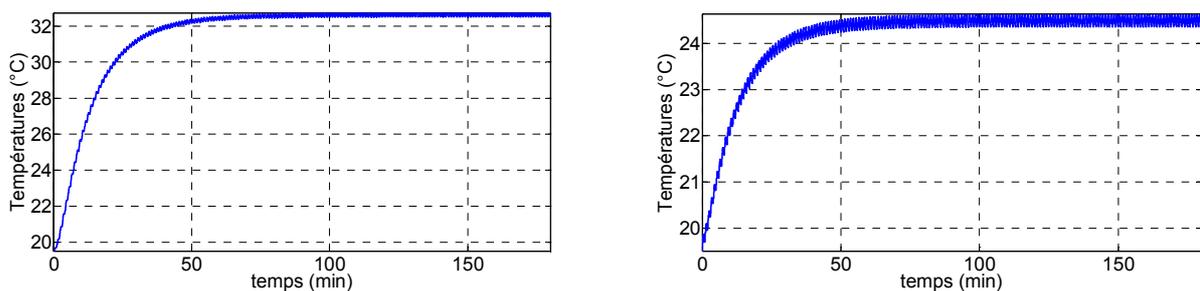


Figure 109 – Évolution de la température dans les aimants (à gauche) et dans les roulements (à droite).

Nous pouvons constater deux phénomènes. Premièrement, nous pouvons constater que les périodes de fonctionnement de la machine provoquent une importante élévation de température dans les bobinages étant donné qu'ils sont la principale source de pertes et notamment dans les têtes de bobines où cette élévation peut atteindre 22 °C et que ces variations n'ont que peu d'impact sur les températures au rotor. Deuxièmement, nous pouvons constater que ces variations s'établissent sur un temps relativement long qui correspond sensiblement aux temps d'établissement des températures en régime permanent (autour de 35 minutes dans les bobinages et de 45 minutes dans les aimants et les roulements). La valeur moyenne des températures dans la machine est alors sensible à la chaleur

moyenne produite dans la machine. Par conséquent le rotor reste relativement froid par rapport au stator, c'est-à-dire inférieur à 35 °C.

#### 5.4.4 Conclusion

Bien que les temps de réponse en régime permanent thermique soient de l'ordre de 30 à 40 minutes au stator, l'utilisation de la machine en régime transitoire thermique est particulièrement limitée et est de l'ordre de 3 minutes. Cela-dit, cet ordre de grandeur est supérieur au temps de sollicitation à ces points de fonctionnement sur cycle Artémis urbain qui est de l'ordre d'une trentaine de secondes. Néanmoins, la machine était initialement froide et seule une simulation sur cycle suffisamment longue peut permettre de vérifier la validité du fonctionnement de la machine en tenant alors compte de l'historique de ses températures.

### 5.5 Validations expérimentales

#### 5.5.1 Description du banc de test

Le banc de test est composé d'un marbre où sont installées deux machines électriques permettant d'entraîner ou de freiner la machine de test. Les caractéristiques sont données sur la Figure 110.

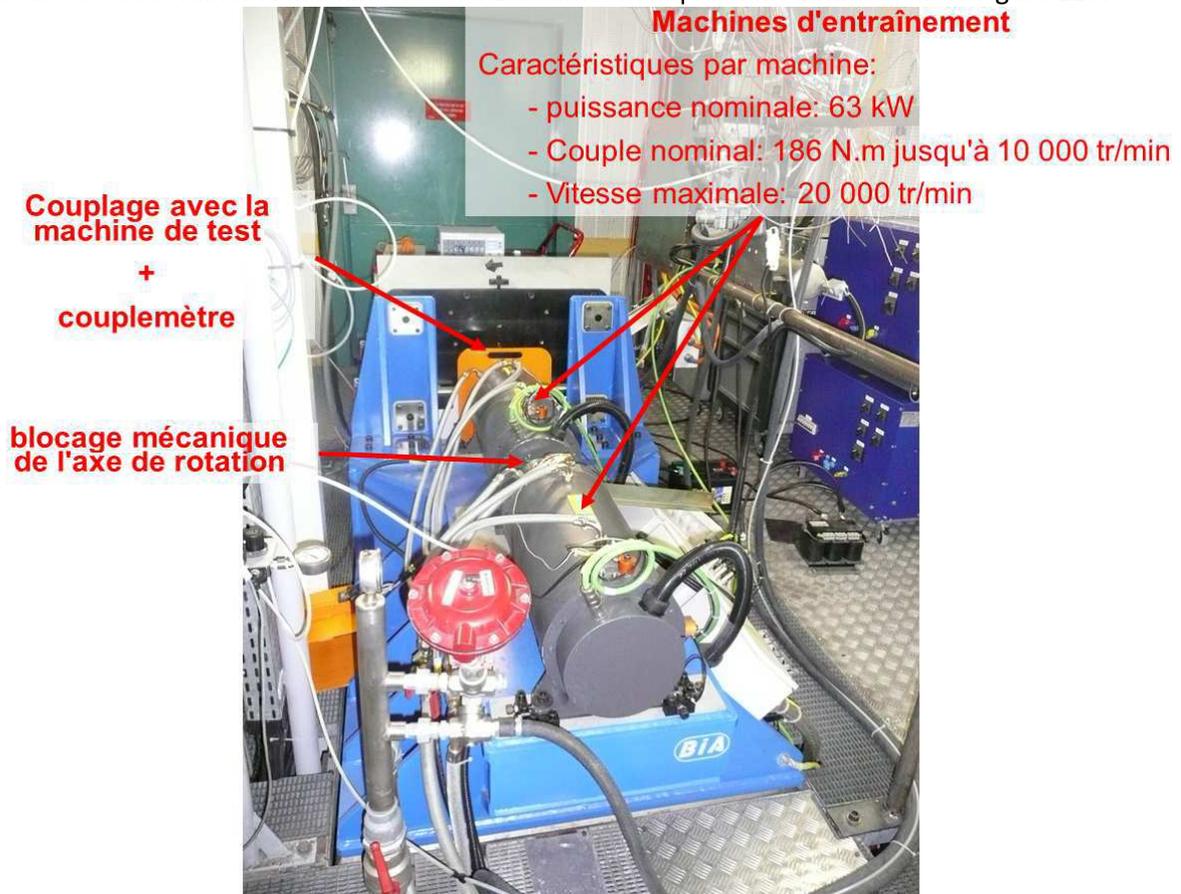


Figure 110 – Description des parties mécaniques du banc de test.

Un échangeur thermique permet de contrôler la température de l'eau du circuit de refroidissement et une pompe permet de contrôler son débit. Les caractéristiques sont données sur la Figure 111.

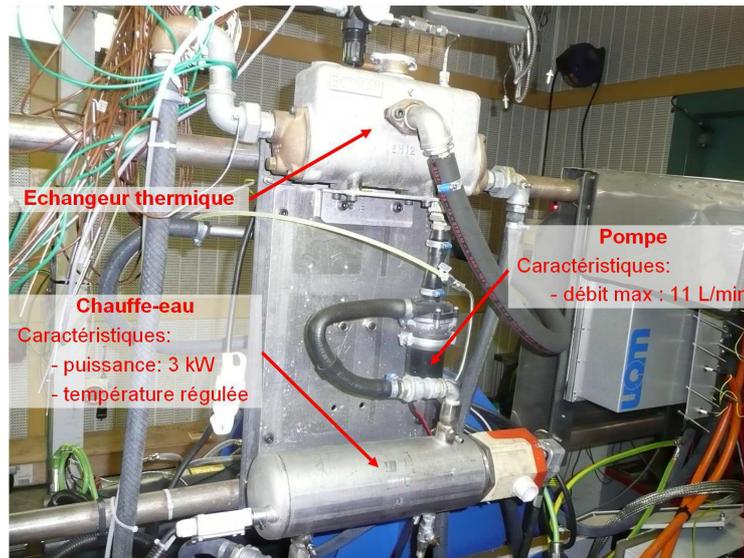


Figure 111 – Contrôle du circuit de refroidissement.

L'environnement extérieur de la machine de test avec son circuit de refroidissement est conditionné dans un caisson climatique asservi en température. Ainsi si la température de surface de la machine est relativement homogène (la température le long du circuit de refroidissement évolue peu), celle-ci peut avoir un comportement thermique proche de l'adiabatique si la température interne du caisson est proche de la température du circuit de refroidissement. Les échanges entre le circuit de refroidissement et l'environnement extérieur étant minimisés, nous pouvons mesurer plus précisément les pertes injectées dans le circuit de refroidissement en relevant le delta de température en entrée et sortie du circuit de refroidissement. La machine est isolée thermiquement de l'extérieur par la structure du caisson et au niveau de l'arbre par un pont thermique en zircone. La photo du caisson climatique est donnée sur la Figure 112.

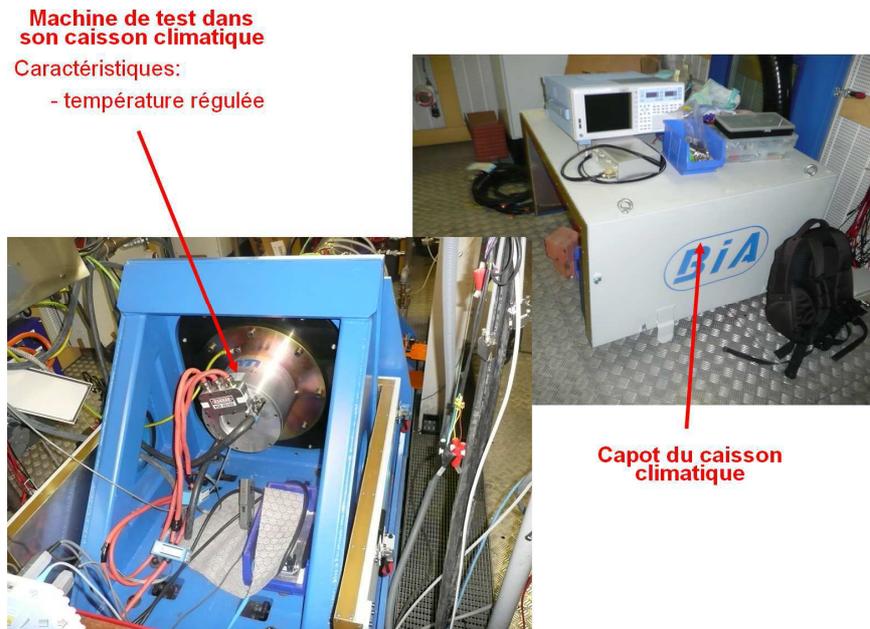


Figure 112 – Caractéristiques du caisson climatique.

Pour finir, l'onduleur est alimenté par une alimentation Kratzer. Cet ensemble permet de réguler le courant dans les phases de la machine.

## 5.5.2 Métrologie

### 5.5.2.1 Mesures électriques

Les mesures disponibles sont les tensions efficaces entre phase, les courants efficaces de phase, la tension et le courant DC du bus continu. Les mesures de valeurs DC et efficaces sont réalisées avec le Yokogawa 1800.

Ces mêmes grandeurs peuvent être mesurées en temporelle avec la SL 1000.

Les caractéristiques de ces appareils de mesures sont données en annexes.

### 5.5.2.2 Mesures thermiques

La machine d'essai a été instrumentée de 12 thermocouples (cf. Figure 113 et Figure 114) dont 10 au stator : 5 dans le bobinage de la phase A, 1 au milieu de la culasse au niveau de la phase A (pt. 8), 1 au milieu du carter en aluminium du circuit de refroidissement au niveau de la phase A (pt. 9), 1 au pied d'une dent de la phase A (pt. 6), 1 au pied d'une encoche de la phase A (pt. 7) et deux au niveau des roulements avant et arrière. Le rotor est également instrumenté d'un thermocouple pouvant être placé manuellement à l'arrêt du rotor pour mesurer la température de l'arbre (pt 10).

Les thermocouples dans la phase A sont répartis de manière à bien estimer les différentes températures pour les encoches pleines (pt. 1) et les encoches fractionnées (pt. 2 et pt. 3). Deux thermocouples sont également placés dans les têtes de bobines, une sur la tête de bobine avant (pt. 4) et une sur la tête de bobine arrière (pt.5) car la machine ne présente pas de symétrie axiale.

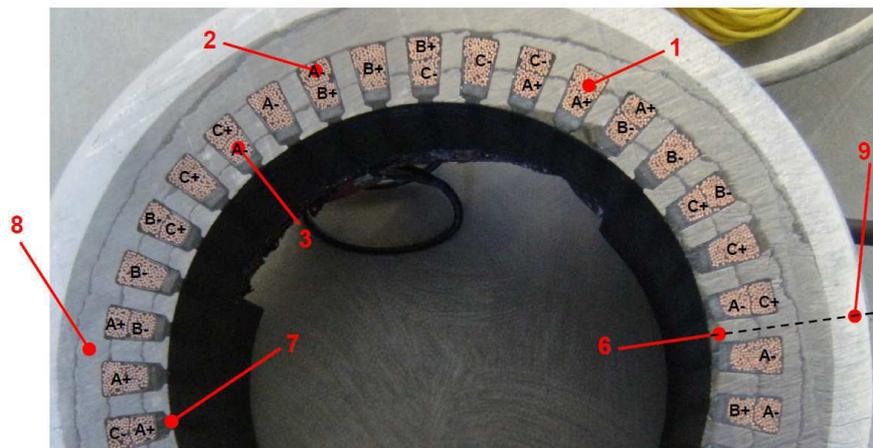
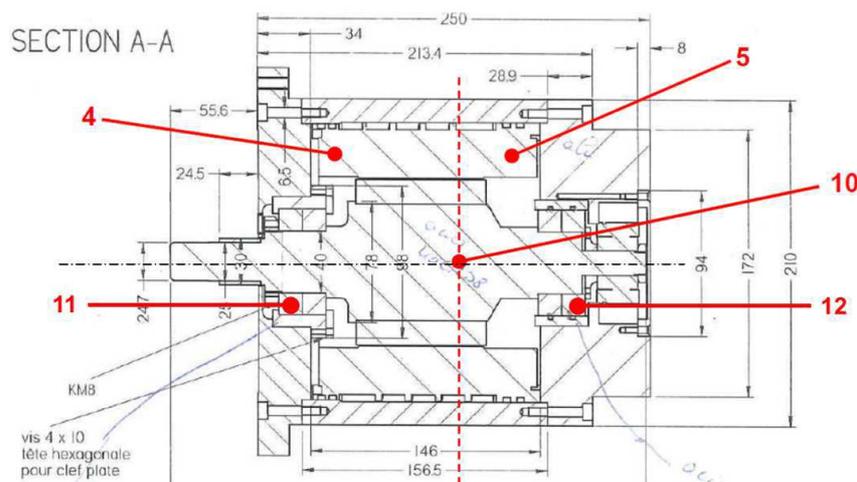


Figure 113 – Placements des thermocouples sur la partie active du stator.



Plan des sondes 1 à 3 et 6 à 9 : ~ ¼ arrière de la partie active

Figure 114 – Implantation des thermocouples dans les têtes de bobines de la phase A et au rotor.

### 5.5.2.3 Mesures mécaniques

La vitesse de rotation est mesurée à partir des signaux ABZ envoyés du résolveur vers le Yokogawa qui comprend une entrée pour la mesure de vitesse.

Un couplemètre est de type T10FS sert d'accouplement entre la machine de test et les machines d'entraînement. Sa précision est de l'ordre de 1 N.m.

### 5.5.3 Essai en régime permanent thermique

L'exemple décrit en partie 5.4.1 a été reproduit sur le banc de test. Le courant efficace dans les phases est alors réglé à 65 A et la machine tourne à 10 000 tr.min<sup>-1</sup>. Les conditions de fonctionnement et de températures initiales dans la machine sont les mêmes que dans la partie 5.4.1. Les figures suivantes présentent les températures dans la machine relevées par les thermocouples et les températures calculées à partir du modèle thermique.

La Figure 115 compare les températures mesurées dans l'encoche segmentée aux températures calculées par le modèle thermique.

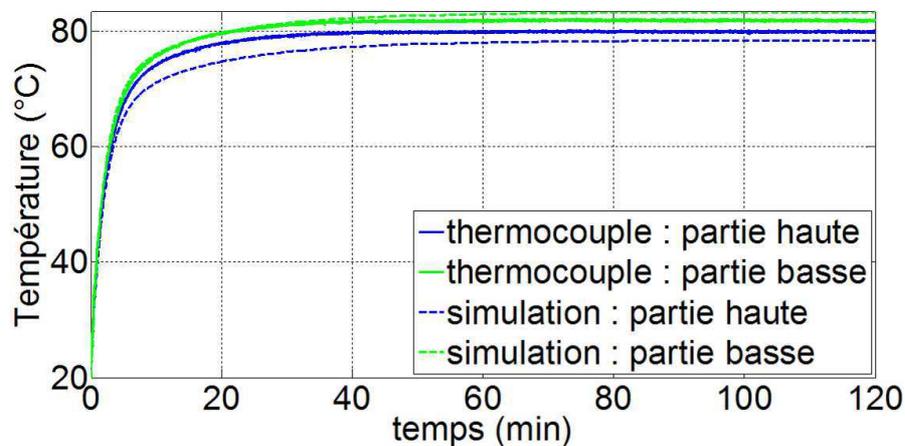


Figure 115 – Comparaison des températures dans l'encoche segmentée entre les mesures et le modèle thermique.

La Figure 116 compare les températures dans la zone (2) des têtes de bobines. La tête de bobine arrière correspond à la tête de bobine où sont présents les câbles d'alimentation de la machine et l'équilibrage des fils. Par conséquent des courants de circulation augmentent les pertes Joule et ainsi la température de cette tête de bobine. Le modèle calcul la température au niveau de la tête de bobine avant.

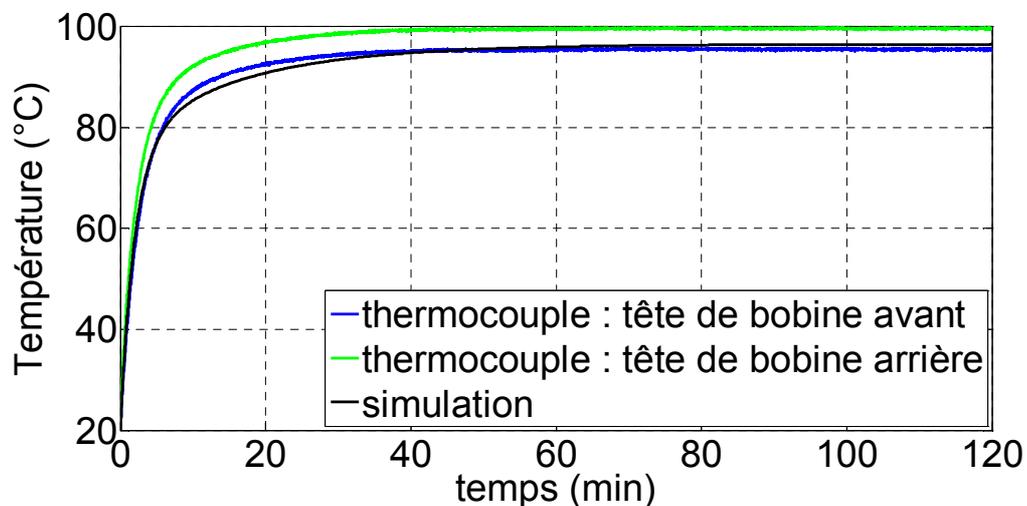


Figure 116 – Comparaison des températures dans les têtes de bobines entre les mesures et le modèle thermique.

,Pour finir la Figure 117 compare les températures au niveau de la culasse et des roulements.

Pour finir la Figure 117 compare les températures au niveau de la culasse et des roulements.

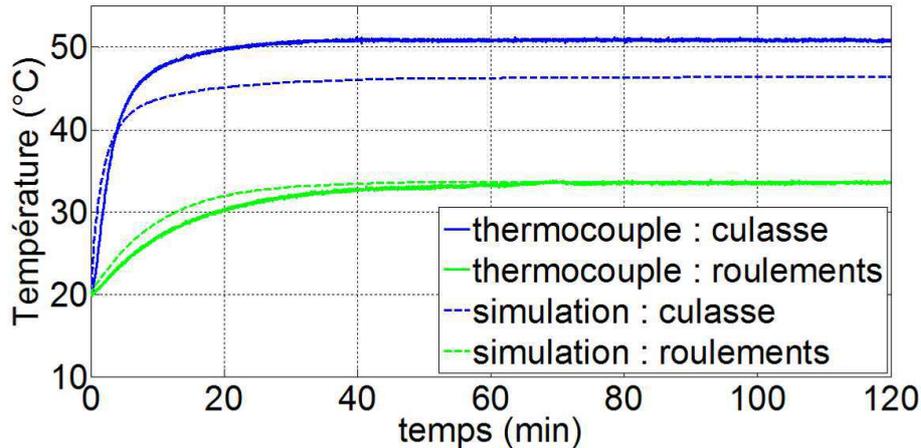


Figure 117 – Comparaison des températures dans la culasse et les roulements entre les mesures et le modèle thermique.

Nous pouvons constater que les températures calculées à partir du modèle thermique sont très proches des températures mesurées lors de l'essai en termes de températures finales ainsi qu'en termes de temps de réponse. Les écarts sont de l'ordre de 1 °C.

Un écart est cependant observé sur la température finale au niveau de la culasse. Cet écart peut-être dû à un problème de calibration du thermocouple en question.

Cet essai valide donc les valeurs des résistances thermiques calculées dans le modèle.

#### 5.5.4 Essai sur un point de fonctionnement de transitoire thermique

L'exemple décrit en partie 5.4.2 a été reproduit sur le banc de test. Le courant efficace dans les phases est alors limité à 100 A et la machine tourne à 5 000 tr.min<sup>-1</sup>. Les conditions de fonctionnement et de températures initiales dans la machine sont les mêmes que dans la partie 5.4.2. Les figures suivantes présentent les températures dans la machine relevées par les thermocouples et les températures calculées à partir du modèle thermique sur une durée de 126 secondes.

La Figure 118 compare les températures mesurées dans l'encoche segmentée aux températures calculées par le modèle thermique.

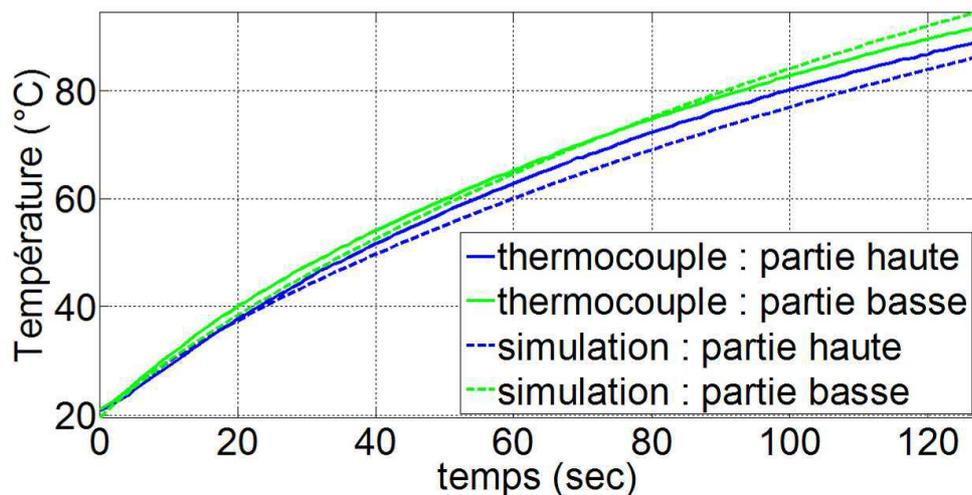


Figure 118 – Comparaison des températures dans l'encoche segmentée entre les mesures et le modèle thermique.

La Figure 119 compare les températures dans la zone (2) des têtes de bobines.

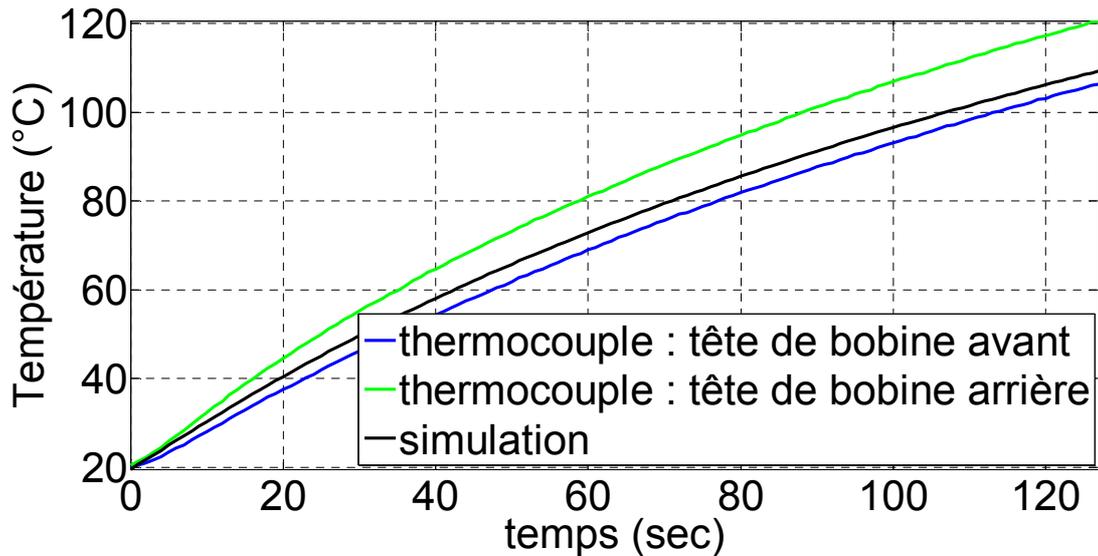


Figure 119 – Comparaison des températures dans les têtes de bobines entre les mesures et le modèle thermique.

Pour finir la Figure 120 compare les températures au niveau de la culasse et des roulements.

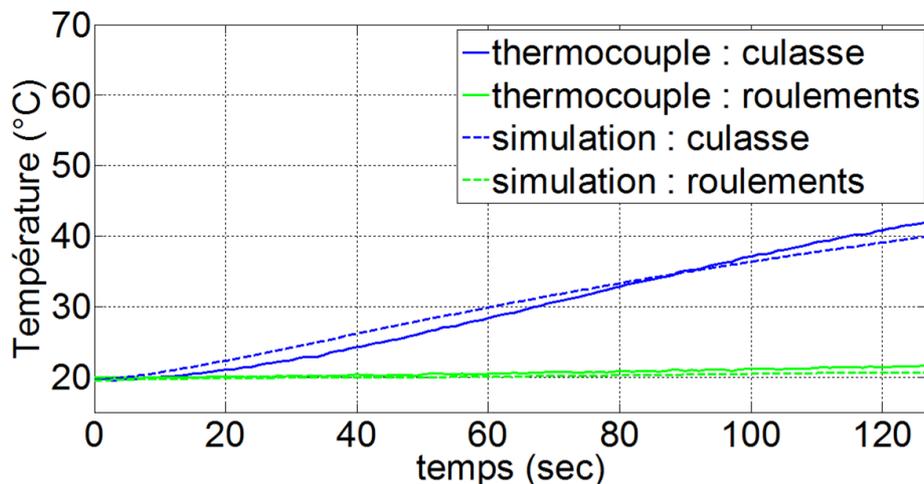


Figure 120 – Comparaison des températures dans la culasse et les roulements entre les mesures et le modèle thermique.

Nous pouvons constater que les évolutions des températures calculées par le modèle thermique sont très proches de celles mesurées. Par conséquent cet essai valide les constantes thermiques du modèle.

## 5.6 Conclusion sur la modélisation thermique

Un modèle thermique de type nodal de la machine a été réalisé et fourni des valeurs très proches de celles mesurées lors des essais sur banc. Ce modèle permet de mieux prendre en compte les variations de températures au niveau des encoches et permet alors de mieux estimer les températures ainsi que les pertes Joule notamment dans les cas particuliers où l'épaisseur des isolants diélectriques peut être importante. Il permet également de mieux prendre en compte la thermique des machines comprenant un raccourcissement de par la structure de ce réseau nodal.

Il comprend différentes sources de chaleur telle que les pertes Joule, les pertes fer et les pertes par frottements dans les roulements.

## 6 Conclusion générale

Un ensemble de modèles a été développé afin de modéliser au mieux les différents phénomènes physiques présents dans la machine. Il s'agit en premier lieu du modèle magnétique permettant de calculer les tables de flux et les tables de coefficients de pertes fer en fonction des lois de commande ( $i_d, i_q$ ). Ces modèles, associés à des lois de commande permettent alors de mieux estimer pour un point de fonctionnement donné le courant efficace de phase et les pertes fer localisées dans la culasse et les dents. En second lieu un modèle thermique en transitoire a été développé et prend en compte les différentes sources de pertes, c'est-à-dire les pertes Joule dans chaque partie de la machine en fonction de leur température et du courant de phase, les pertes fer localisées en fonction des lois de commande et les pertes dans les roulements. L'ensemble des modèles associés permet alors de calculer l'évolution des températures au cours d'un profil de fonctionnement ainsi que les différentes grandeurs électriques, magnétiques et mécaniques.

Le couplage de ces modèles a donné lieu à deux outils que nous décrivons dans les détails dans la partie suivante, un outil d'optimisation du dimensionnement de la machine et un outil de simulation thermique sur cycle.

## 7 Bibliographie

- [ABDELLI07] A. Abdelli, "Optimisation multicritère d'une chaîne éolienne passive", PhD Thesis, Institut nationale polytechnique de Toulouse, 2007.
- [AOKI67] H. Aoki, H. Nohira, H. Arai, "Convective heat transfer in an annulus with a inner rotating cylinder", bulletin of JSME, vol. 10, no. 39, 1967.
- [EL-AMRAOUI02] L. El Amraoui, "Conception Électromécanique d'une gamme d'actionneurs Linéaires Tubulaires à Réductance Variable", PhD Thesis, École Centrale de Lille, Université des Sciences et Techniques de Lille et École National d'Ingénieurs de Tunis, 2002.
- [BAR-COHEN84] A. Bar-Cohen, W. M. Rohsenow, "Thermally optimum spacing of vertical, natural convection cooled, parallel plates", Journal of Heat Transfer, vol. 106, no. 1, pp. 116-122, 1984.
- [BECKER62] K. M. Becker, J. Kaye, "The influence of a radial temperature gradient on the instability of fluid flow in an annulus with an inner rotating cylinder", ASME J. Heat Transfer, pp. 106-110, 1962.
- [BELALAHY08] C. Belalahy, "Dimensionnement d'une machine synchro-réductante à excitation homopolaire par réseaux de perméances", PhD Thesis, Institut National Polytechnique de Lorraine (INPL), Nov. 2008.
- [BEN\_AMARA05] S. Ben Amara, "Écoulement et transferts thermiques en convection naturelle dans les milieux macro-poreux alimentaires : Application aux réfrigérateurs ménagers", PhD Thesis, Institut nationale agronomique Paris-Grignon, 2005.
- [BERTIN99] Y. Bertin, "Refroidissement des machines électriques tournantes", Réf. D3460, Techniques de l'ingénieur, 1999.
- [BERTOTTI88] G. Bertotti, "General Properties of Power Losses in Soft Ferromagnetic Materials", IEEE Trans. on Mag., vol. 24, no. 1, Jan. 1988.
- [BERTOTTI91] G. Bertotti, A. Boglietti, D. Chiampi, D. Chiarabaglio, F. Fiorillo, M. Lazzari, "An improved estimation of iron losses in rotating electrical machines", IEEE Trans. Mag., vol. 27, no. 6, pages 5007-5009, nov. 1991.
- [BOTTAUSCIO02] O. Bottauscio, A. Canova, M. Chiampi and M. Repetto, "Iron losses in electrical machines : influence of different material models", IEEE Trans. Mag., vol. 38, no. 2, pp. 805-808, March 2002.
- [BROWN01] A. D. Brown, J. N. Ross and K. G. Nichols, "Time-Domain Simulation of Mixed Nonlinear Magnetic and Electronic Systems", IEEE Trans. on Magnetic, vol. 37, No. 1, 2001.

- [BROYDEN65] C. G. Broyden, "A Class of Methods for Solving Nonlinear Simultaneous Equations", *Mathematics of Computation*, American Mathematical Society, vol. 19, pp. 577-593, 1965.
- [BROYDEN70] C. G. Broyden, "The convergence of a class of double-rank minimization algorithms 2 : the new algorithm", *Journal of the Institute of Mathematics and its Applications*, vol. 6, pp. 222-231, 1970.
- [CATTON78] I. Catton, "Natural Convection in Enclosures", *Proc. 6<sup>th</sup> Int. Heat Transfer Conf.*, Canada, vol. 6, pp. 13-31.
- [CENTNER12] M. Centner, I. Sabelfeld, "Coupled fluid-thermal network modeling approach of electrical machines", *ICEM'12 Conference*, 2012.
- [CESTER96] C. Cester, "Étude des pertes magnétiques supplémentaires dans les machines asynchrones alimentées par onduleur à modulation de largeur d'impulsion", PhD thesis, INPG, 1996.
- [CHÉDOT04] L. Chédot "Contribution à l'étude des machines synchrones à aimants permanents internes à large espace de fonctionnement. Application à l'alternateur-démarrateur", PhD Thesis, Université de Technologie de Compiègne (UTC), Laboratoire d'Électromécanique de Compiègne (LEC), 2004.
- [CHEN02] Y. Chen and P. Pillay, "An improved formula for lamination core loss calculations in machines operating with high frequency and high flux density excitation." *Ind. Appl. Conf., IAS Ann. Meeting*, vol. 2, pp. 759-766, 2002.
- [CHEVALIER99] T. Chevalier, "Modélisation et mesure des pertes fer dans les machines électriques, application à la machine asynchrone", PhD thesis, INPG, 1999.
- [COUTANCEAU68] J. Couanceau, "Convection naturelle turbulente sur une plaque verticale isotherme, transition, échange de chaleur et frottement pariétal, lois de répartition de vitesse et de température", *Laboratoire d'Études Thermiques de l'École Nationale Supérieure de Mécanique et d'Aérothermie, Int. J. Heat Mass Transfer*, vol. 12, pp. 753-769. 1968.
- [DANIEL07] L. Daniel, R. Corcolle, "A note on the effective magnetic permeability of polycrystals", *IEEE Trans. on Mag.*, Vol. 43, No. 7, pp. 3153-3158, 2007.
- [DO10] T. P. Do, "Simulation dynamique des actionneurs et capteurs électromagnétiques par réseaux de réductances : modèles, méthodes et outils", PhD Thesis, Institut Polytechnique de Grenoble, laboratoire G2ELAB, 2010.
- [FLETCHER70] R. Fletcher, "A new approach to variable metric algorithm", *Computer Journal*, vol. 13, pp. 317-322, 1970.
- [FLETCHER87] Fletcher, Roger, "Practical methods of optimization", 2<sup>nd</sup> edition, New-York, John Wiley & Sons, 1987.
- [FODOREAN09] D. Fodorean, A. Miraoui, "Dimensionnement rapide des machines synchrones à aimants permanents (MSAP)", *Techniques de l'ingénieur*, issn 0992-5449, vol. D6, no. D3554, 2009.
- [FOGIA99] A. Fogia, "Méthodes de calcul des inductances de fuites", *Techniques de l'ingénieur*, ISSN 0992-5449, vol. D6, pp D3440.1-D3440.20, 1999.
- [GAUTREAU05] T. Gautreau, "Estimation des pertes fer dans les machines électriques. Modèle d'hystérésis loss surface et application aux machines synchrones à aimants", PhD thesis, INPG, dec. 2005.
- [GILLI06] M. Gilli, "Méthodes numériques", Département d'économétrie, Université de Genève, 2006.
- [GLISES98] R. Glises, "Machines électriques tournantes, simulation du comportement thermique", *FEMTO-ST, UTMB, Les Techniques de l'Ingénieur*, D 3 760, pp. 1-8, 1998.
- [GNIELINSKI76] V. Gnielinski, "New Equations for Heat and Mass transfer in Turbulent Pipe and Channel Flow", *International Chemical Engineering*, vol. 16, pp. 359-368.
- [GOLDFARB70] D. Goldfarb, "A family of variable metric updates derived by variational means", *Mathematics of Computation*, vol. 24, pp. 23-26, 1970

- [HABRA07] W. Habra, "Développement de Modèles Thermiques Compacts en Vue de la Modélisation Électrothermique des Composants de Puissance", PhD Thesis, Laboratoire d'analyse et d'achetière des systèmes, 2007.
- [HAN07] S.-H. Han, T. M. Jahns and W. L. Soong, "A Magnetic Circuit Model for an IPM Synchronous Machine Incorporating Moving Airgap and Cross-Coupled Saturation Effects", IEEE Trans., June 2007.
- [HASHIN62] Z. Hashin, S. Shtrickman, "A variational approach to the theory of the effective magnetic permeability of multiphase materials", J. Appl. Phys., 33(10), pp. 3125, 1962.
- [HECHT90] F. Hecht and A. Marrocco, "A finite element simulation of an alternator connected to a non linear external circuit", IEEE Trans. Mag. Society, pp. 964-967, vol. 2, March 1990.
- [HESTENES52] M. R. Hestenes, E. Stiefel, "Methods of conjugate gradients for solving linear systems", J. Res. Natl. Bur. Stand., vol. 49, pp. 409-436, 1952.
- [HLIOUI08] S. HLIOUI "Étude d'une machine à double excitation", PhD thesis, Université de Technologie de Belfort-Montbéliard (UTBM), 2008.
- [HOANG95] E. Hoang, "Études, modélisation et mesures des pertes magnétiques dans les moteurs à réluctance variable à double saillance." PhD thesis, SATIE Lab., 1995.
- [HONG10] L. C. Hong, "Thermal Modelling of the Ventilation and Cooling inside Axial Flux Permanent Magnet Generators", PhD Thesis, Durham University, England, 2010.
- [IDOUGHI11] M. L. Idouhi, "Extraction de modèles thermiques simplifiés des machines électriques à partir d'un calcul du champ de températures", PhD Tesis, Université Paris-Sud, STITS, 2011.
- [INFOLYTICA] Infolytica Corporation, Software, Application Motors and Generators, "Calculating the steady-state ohmic and core losses in a BLDC Motor with temperature effects".
- [INCROPERA11] F. P. Incropera, D. P. Dewitt, T. L. Bergman, A. S. Lavine, "Introduction to heat transfer : sixth edition", John Wiley & Sons, Inc, 2011.
- [JANNOT02] Y. Jannot, "Transferts thermiques", Laboratoire LEMTA, 2002.
- [JANNOT10] X. Jannot, "Modélisation et optimisation d'un ensemble convertisseur-machine : Application aux systèmes d'entraînement à haute vitesse", PhD thesis, ED STITS, Supélec, 2010.
- [JORDAN24] H. Jordan, "Die ferromagnetischen Konstanten für schwache Wechselfelder", Elektr. Nach. Techn., vol. 1, pp. 8, 1924.
- [KANO05] Y. Kano, T. Kosaka and N. Matsui, "Simple Nonlinear Magnetic Analysis for Permanent-Magnet Motors", IEEE Trans. on Ind. Appl., pp. 1205-1213, Sept. 2005.
- [KÜTTLER11] S. Küttler, K. El Kadri-Benkara, G. Friedrich, F. Vangraefschèpe, A. Abdelli, "Modèle analytique prenant en compte la saturation croisée pour le dimensionnement optimal des machines à aimants internes", Conf. EF 2011, Belfort, 2011.
- [KÜTTLER12] S. Küttler, K. El Kadri-Benkara, G. Friedrich, F. Vangraefschèpe, A. Abdelli, "Analytical Model taking into account the Cross Saturation for the Optimal Sizing of IPMSM", Conf. ICEM 2012, Marseille, 2012.
- [LANCZOS50] C. Lanczos, "An iterative method for the solution of the eigenvalue problem of linear differential and integral operators", J. Res. Natl. Bur. Stand., vol. 45, pp. 225-280, 1950.
- [LEGRANGER09] J. Legranger, "Contribution à l'étude des machines brushless à haut rendement dans les applications de moteurs-générateurs embarqués", PhD thesis, Université de Technologie de Compiègne (UTC), Laboratoire d'Électromécanique de Compiègne (LEC), 2009.
- [LE NEINDRE98] B. Le Neindre, "Conductivité thermique des liquides et des gaz", Réf. K427, Les Techniques de l'Ingénieur, 1998.
- [LEVENBERG44] K. Levenberg, "A method for the solution of certain non-linear problems in least squares", Quarterly Journal of Applied Mathematics, vol. 2, pp. 164-168, 1944.

- [LI11] G.J. Li, J. Ojeda, E. Hoang, M. Lécrivain, M. Gabsi, "Comparative Studies Between Classical and Mutually Coupled Switched Reluctance Motors Thermal-electromagnetic Analysis fir Driving Cycles", IEEE Trans. on Mag., vol. 4, pp. 839-847, 2011.
- [LIBERT04] F. Libert, "Design, Optimization and Comparison of Permanent Magnet Motors for a Low-Speed Direct-Driven Mixer", PhD thesis, Royal Institute of Technology, School of electrical Engineering, 2004.
- [LINDSTRÖM99] J. Lindström, "Thermal Model of a Permanent-Magnet Motor for a Hybrid Electric Vehicle", Department of Electric Power engineering, Chalmers University of Technology, Göteborg, Sweden, 1999.
- [LIPO97] T. A. Lipo, "Introduction to AC Machine Design", book, University of Wisconsin, 1997.
- [LOVELACE00] E. C. F. Lovelace, "Optimization of Magnetically Saturable Interior Permanent-Magnet Synchronous Machine Drive", PhD Thesis, Massachusetts Institute of Technology (MIT), 2000.
- [LOVELACE02] E. C. F. Lovelace, T. M. Jahns, J. H. Lang, "A saturating lumped parameter model for an interior PM synchronous machine", in Ind. Appl., IEEE Trans., May/Jun. 2002.
- [MEIER08] F. Meier, "Permanent-Magnet Synchronous Machines with Non-Overlapping Concentrated Windings for Low-Speed Direct-Drive Applications.", PhD thesis, Royal Institute of Technology, School of electrical Engineering, 2008.
- [MILLER06] Miller, T. J. E., et al., "Performance estimation of interior permanent magnet brushless motors using the voltage driven flux MMF diagram.", IEEE Trans. on Magnetics , pp. 1867-1872, vol. 42, 7, June 2006.
- [MILTON81] G. W. Milton, "Bound on the transport and optical properties of a two component composite material", J. Appl. Phys., 52, pp. 5294-5304, 1981.
- [MARQUARDT63] D. W. Marquardt, "An Algorithm for least squares estimation of non-linear parameters", Journal of the Society of Industrial and Applied Mathematics, vol. 11, pp. 431-441, 1963.
- [MELLOR91] P.H. Mellor, D. Roberts, D.R. Turner, "Lumped parameter thermal model for electrical machines of TEFC design", IEE Proc.-B, vol. 138, No. 5, 1991.
- [MORI88] T. Mori, K. Tanaka, "Average stress in matrix and average elastic energy of materials with misfitting inclusions", Pro. R. Soc. Lond A 417, pp. 59-80, 1988.
- [MUNTEAN07] A. M. Muntean, "Analyse et contrôle du couple des moteurs synchrones à aimants permanents pour la propulsion des véhicules électriques", PhD Thesis, Université de Belfort-Montbéliard, Université de Besançon, 2007.
- [NELDER65] J.A. Nelder, R. Mead, "A simplex method for function minimization", computer Journal, vol. 7, pp. 308-313, 1965.
- [NERG08] J. Nerg, M. Rilla, J. Pyrhönen, "Thermal Analysis of Radial-Flux Electrical Machines With a High Power Density", IEEE Trans. on Ind. Elec., vol. 55, no. 10, 2008.
- [PATILO9] M. B. Patil, "Techniques for Circuit Simulation", course, IIT Bombay, March 2009.
- [PETUKHOV70] B. S. Petukhov, T. F. Irvine, J. P. Hartnett, "Advances in Heat Transfer", Academic Press, vol. 6, 1970.
- [PERRINS79] W. T. Perrins, D. R. McKenzie, R. C. McPhedran, "Transport properties of regular arrays of cylinders", Pr. R. Soc. Lond A 369, pp. 207-225, 1979.
- [PEZZANI92] P. Pezzani, "Propriétés thermodynamiques de l'eau", Les Techniques de l'Ingénieur, 1992.
- [POPOVA10] L. Popova, "Combined electromagnetic and thermal design platform for totally enclosed induction machines", PhD Thesis, Lappeenranta University of Technology, Dpt of electrical engineering, 2010.
- [PREISACH35] F. Preisach, "Über die magnetische nachwirkung", Z. Physik, Vol. 94, pp. 277-302, 1935.
- [RAMINOSOA06] T. Raminosoa, "Optimisation des performances des machines synchro-réductantes par réseau de perméances", PhD thesis, Institut National Polytechnique de Lorraine (INPL), 2006.

- [RENARD03] B. Renard, "Étude expérimentale et modélisation du comportement thermique d'une machine électrique multi-fonctions. Application à un alterno-démarrreur intégré", PhD Thesis, ENSMA de Poitiers, 2003.
- [RIDHA08] A. Ridha, "Transferts de Chaleur et de Masse", Cours, Université de Caen, 2008.
- [RICHTER67] R. Richter, "Electrical machines. (Elektrische Maschinen.)", vol. I, 3<sup>ème</sup> édition, 1967.
- [ROTTERS41] H. C. Roters, "Electromagnetic Devices", ed. John Wiley & Sons, First edition, 1941.
- [ROYE85] D. Roye, R. Perret, "Définitions des règles de modélisation thermique des machines électriques tournantes", LEG, INPG, Phys. Appl. 20, pp. 191-202, 1985.
- [RUMELHART86] D. E. Rumelhart, G. E. Hinton, R. J. Williams, "Learning representations by back-propagating errors", Nature, vol. 323, pp. 533-536, 1986.
- [SHANNO70] D. F. Shanno, "Conditioning of quasi-newton methods for function minimization", Mathematics of Computation, vol. 24, pp. 647-656, 1970.
- [SHIMA03] K. Shima, K. Ide, M. Takahashi and K. Oka, "Steady-State Magnetic Analysis of Salient-Pole Synchronous Machines Considering Cross-Magnetization", IEEE Trans. on Energy Conv., vol 18, no. 2, June 2003.
- [SIEDER36] E. N. Sieder, G. E. Tate, "Heat Transfer and Pressure Drop of Liquids in Tubes", Industrial and Engineering Chemistry, vol. 28, pp. 1429-1435, 1936.
- [SILVA01] L. F. Silva, L. D. F. Marczak, S. V. Möller, "Determination of the local heat transfer coefficient in pipes with helical turbulence promoters through the naphthalene sublimation technique", Latin American Applied Research, vol. 31, pp. 495-500, 2001.
- [SOMMET96] R. Sommet, "Intégration d'un modèle physique de transitoire bipolaire ) hétérojonction dans l'environnement de la C.A.O non linéaire des circuits monolithiques micro-ondes", PhD Thesis, Université de Limoges, 1996.
- [STEINMETZ84] C. Steinmetz, "On the law of hysteresis", Proc. of the IEEE, vol. 72, no. 2, pp. 197-221, 1984 (originally published in 1892).
- [SUTHERLAND93] W. Sutherland, "The viscosity of gases and molecular force", Philosophical Magazine, S. 5, 36, pp. 507-531, 1893.
- [TANAKA90] M. Tanaka, R. Masui, "Measurement of the Thermal Expansion of Pure Water in the Temperature range 0°C – 85°C", Metrologia, vol. 27, pp. 165-171, 1990.
- [TAYLOR23] G. I. Taylor, "Stability of visous fluid between two rotating cylinders", Philosophical Transactions of the royal Society, Series A, no 223, pp. 289-343, 1923.
- [THERMEAU04] J.-P. Thermeau, "Propriétés des matériaux à basse température", 5<sup>ème</sup> rencontre nationale des mécaniciens du CNRS, Institut de Physique Nucléaire d'Orsay, Université Paris-Sud, 2004.
- [THIESEN00] M. Thiesen, K. Scheel, H. Diesselhorst, Abh, P. T. R., vol. 3, pp. 1, 1900.
- [THURSTON04] M. O. Thurston, "Handbook of Electric Motors", second edition, Ohio State University, 2004.
- [TORQUATO88] S. Torquato, F. Lado, "Bounds on the conductivity of a random array of cylinders", Pro. R. Soc. Lond A 417, 59-80, 1988.
- [TOUNSI92] P. Tounsi, "Méthodologie de la conception thermique des circuits électroniques hybride et problème connexes", PhD thesis, Institut national des sciences appliquées de Toulouse, 1992.
- [WINTERTON98] R. H. S. Winterton, "Heat Mass transfer", Int. Journal, vol. 41, pp. 809, 1998.
- [WHITAKER72] S. Whitaker, "Forced Convection Heat Transfer Correlations for Flow in Pipes Past Plates, Single Cylinders, Single Spheres , and for Flow in Packed Beds and Tube Bundles", AIChE J., vol. 18, pp. 361-371.
- [YANG09] B. Yang, "Development of Thermal Models for Permanent-Magnet Traction Motors"; PhD Thesis, Royal Institute of Technology, Sweden, 2009.
- [YOUD05] A. J. Youd, "Bifurcations in Forced Taylor-Couette Flow", PhD Thesis, University of Newcastle, 2005.

# Chapitre 4

Couplages  
applications

et

---

## Sommaire

<b>1</b>	<b>INTRODUCTION .....</b>	<b>150</b>
<b>2</b>	<b>CHOIX DES COUPLAGES.....</b>	<b>150</b>
2.1	POUR L'OPTIMISATION .....	150
2.2	POUR LA SIMULATION SUR CYCLE .....	151
<b>3</b>	<b>CAS D'APPLICATION.....</b>	<b>153</b>
3.1	DEFINITION DU CAHIER DES CHARGES ET DES DIFFERENTS PARAMETRES D'ENTREE .....	154
3.2	RESULTATS DE LA METHODE DE DIMENSIONNEMENT .....	155
3.3	SIMULATION SUR CYCLE DE LA MACHINE M4 ET CARACTERISATION THERMIQUE.....	157
<b>4</b>	<b>CONCLUSION .....</b>	<b>162</b>

## 1 Introduction

Les différents phénomènes physiques d'origine électrique, magnétique et thermique permettant de décrire le comportement de la MAPI sont particulièrement couplés entre eux. Par conséquent il est nécessaire de les définir et de proposer une modélisation multiphysique de la machine. Donc dans la première partie, nous définirons les choix effectués dans la modélisation multiphysique pour l'optimisation de la MAPI et les choix effectués pour sa simulation sur cycle. Ces deux modélisations sont différentes du fait que les attentes en termes de précision-temps de calcul dans ces deux outils.

Dans la seconde partie, nous traiterons le cas d'application de véhicule hybride présenté dans le chapitre 2 de la thèse. Nous définirons alors le cahier des charges lui correspondant pour ensuite présenter les résultats issus de la stratégie de dimensionnement comprenant les étapes d'optimisation et de simulation.

Pour finir une conclusion sera donnée sur le gain en termes de volume de l'actionneur que peut apporter un dimensionnement sur un profil d'utilisation par intermittence tel que l'on peut retrouver dans un véhicule hybride.

## 2 Choix des couplages

### 2.1 Pour l'optimisation

Dans l'optimisation, nous devons vérifier que la MAPI puisse répondre d'un point de vue électromécanique aux sollicitations demandées lors d'un cycle de fonctionnement donné et pour des températures d'aimant et de bobinage données. Les performances de la MAPI sont vérifiées sur deux points de fonctionnement, c'est-à-dire le point de base et le point de couple maximal à la vitesse maximale. Ces performances sont calculées à partir d'une modélisation comprenant les couplages entre les modèles électrique, magnétique et mécanique. Les tables de flux et les tables de coefficients de pertes fer sont calculées pour une température d'aimant donnée et la résistance de bobinage pour une température de cuivre donnée.

Les couplages sont néanmoins nombreux entre le modèle électrique et magnétique car il existe une forte dépendance entre les courants électriques  $i_d$  et  $i_q$  et les flux  $\Psi_d$  et  $\Psi_q$ . Le modèle mécanique est également fortement couplé au modèle électrique et magnétique. En effet le calcul du couple utile nécessite le calcul des pertes dont les pertes fer et du couple électromagnétique dépendant tous deux également des courants électriques  $i_d$  et  $i_q$ .

Des lois de contrôle optimal maximisant le couple utile à une vitesse donnée réalisent ces couplages et permettent de s'assurer du calcul de ses performances en intégrant les limites de fonctionnement imposées par la tension de la batterie qui est dépendante de la puissance demandée et les limites en courants imposées par l'onduleur et la machine elle-même comme décrit dans la partie 2 du chapitre 3.

Cette modélisation est un compromis en termes de précision-temps de calcul permettant son intégration dans le processus d'optimisation.

La Figure 121 présente les couplages pris en compte pour l'optimisation de la MAPI :

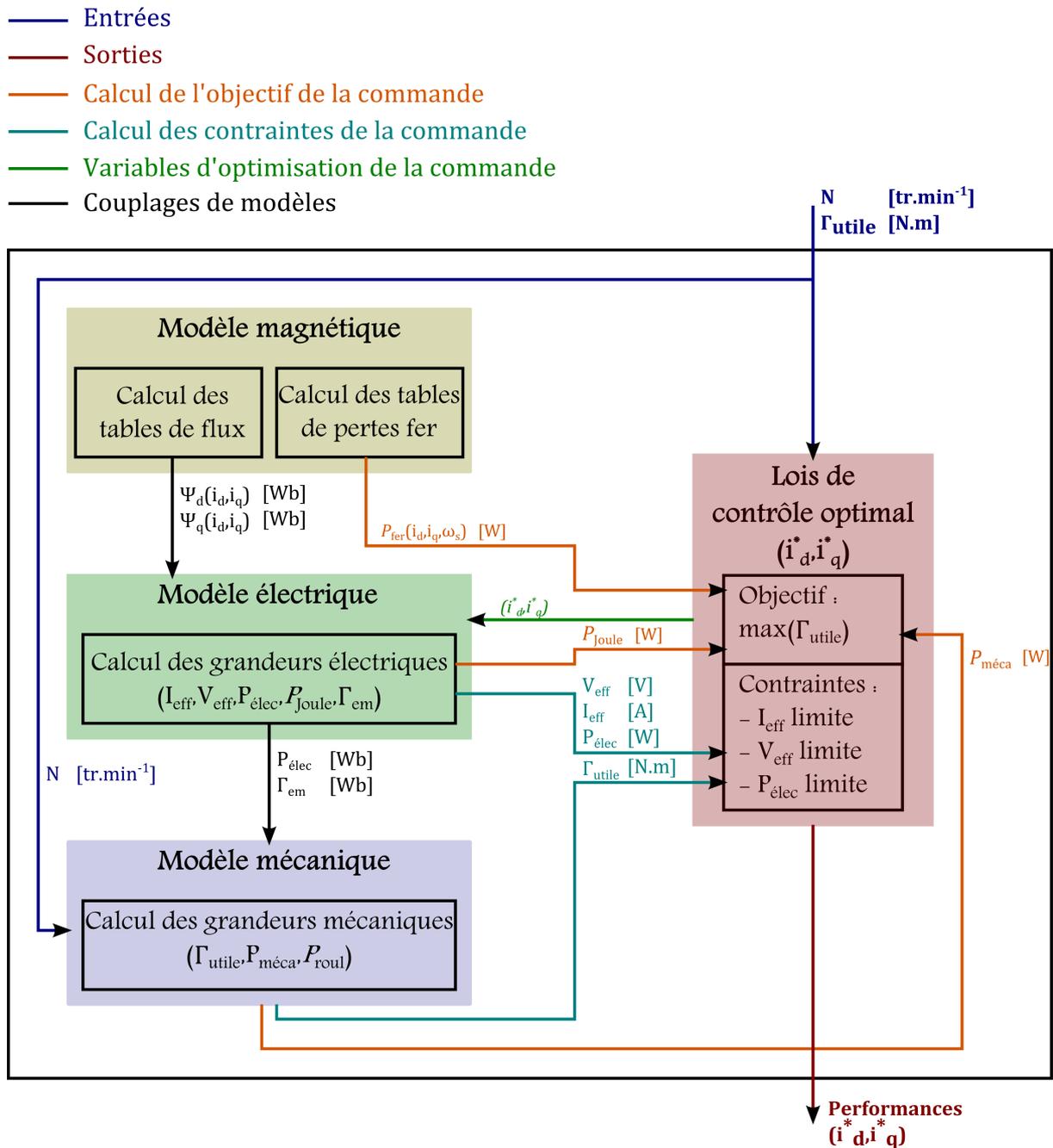


Figure 121 – Couplages des modèles dans l'outil d'optimisation.

## 2.2 Pour la simulation sur cycle

Contrairement à l'optimisation, la modélisation de la MAPI pour la simulation sur cycle est moins sujette à la réduction du temps de calcul. Par conséquent les couplages pris en compte sont beaucoup plus nombreux. Les différentes grandeurs physiques de la machine sont calculées tout au long du cycle de fonctionnement et la modélisation comprend cette fois-ci des couplages entre les modèles électrique, magnétique, mécanique et thermique. Les tables de flux et les tables de coefficients de pertes fer sont cette fois-ci calculées en fonction de trois variables qui sont les courants électriques  $i_d$  et  $i_q$  et la température d'aimant  $T_{\text{aim}}$ . Ces tables sont caractérisées après le processus d'optimisation du dimensionnement. La résistance de bobinage et la température des aimants sont réactualisées à chaque pas de temps du cycle de fonctionnement.

Le but de la modélisation est de calculer les différentes températures dans la MAPI. Cela nécessite de correctement calculer ses différentes sources de chaleur. Or les pertes Joule et les

pertes fer dépendent des courants  $i_d$  et  $i_q$  et de la température d'aimant, par conséquent il est nécessaire de calculer les lois de commande de la MAPI pour la température actuelle des aimants.

Nous optimisons alors les lois de commande. Elle a pour but de calculer les courants adéquats minimisant les pertes dans la MAPI tout en vérifiant que le couple utile à la vitesse demandée est bien respecté ainsi que les contraintes classiques de fonctionnement (limite de courant de l'onduleur, limite de tension de la batterie) au cours du profil de fonctionnement choisi (cycle Artémis en zone urbaine). Ainsi les pertes fer et les courants nécessaires sont calculés pour ensuite être intégrés au modèle thermique. Nous supposons que ces valeurs sont constantes entre deux pas de temps.

Une fois les calculs des courants nécessaires et des pertes dans les différentes parties dans la machine effectués, la résolution du modèle thermique en transitoire est effectuée et calcule les températures dans la MAPI et les pertes Joule pour l'instant suivant  $t_{n+1}$ . Les pertes Joule sont directement calculées dans la résolution du modèle thermique en fonction des différentes températures des bobinages. Elles sont considérées comme des sources de chaleur non-linéaires. La résistance de bobinage et la température des aimants sont alors réactualisées pour le calcul des lois de commande à l'instant suivant  $t_{n+1}$ .

Les pertes fer sont dépendantes de la température d'aimant car la diminution de l'induction de l'aimant avec sa température change les niveaux d'induction dans les différentes parties de la machine. Au niveau local, l'évolution de la résistivité des tôles magnétiques est négligée bien qu'elle augmente avec leur température. Cela-dit en prenant une résistivité à 25°C, nous prenons le cas le plus défavorable.

Nous avons alors une modélisation multi-physique où le modèle thermique est directement couplé au modèle électrique (résistance de bobinage dépendante des températures dans les encoches et les têtes de bobines), indirectement couplé au modèle magnétique (courants  $i_d$  et  $i_q$  calculés à partir des flux  $\Psi_d$  et  $\Psi_q$  et des pertes fer, eux-mêmes dépendant de la température d'aimant). Les pertes mécaniques dépendent uniquement de la vitesse et sont alors indépendantes des autres phénomènes.

La Figure 122 présente les couples pris en compte pour la simulation sur cycle de la MAPI :

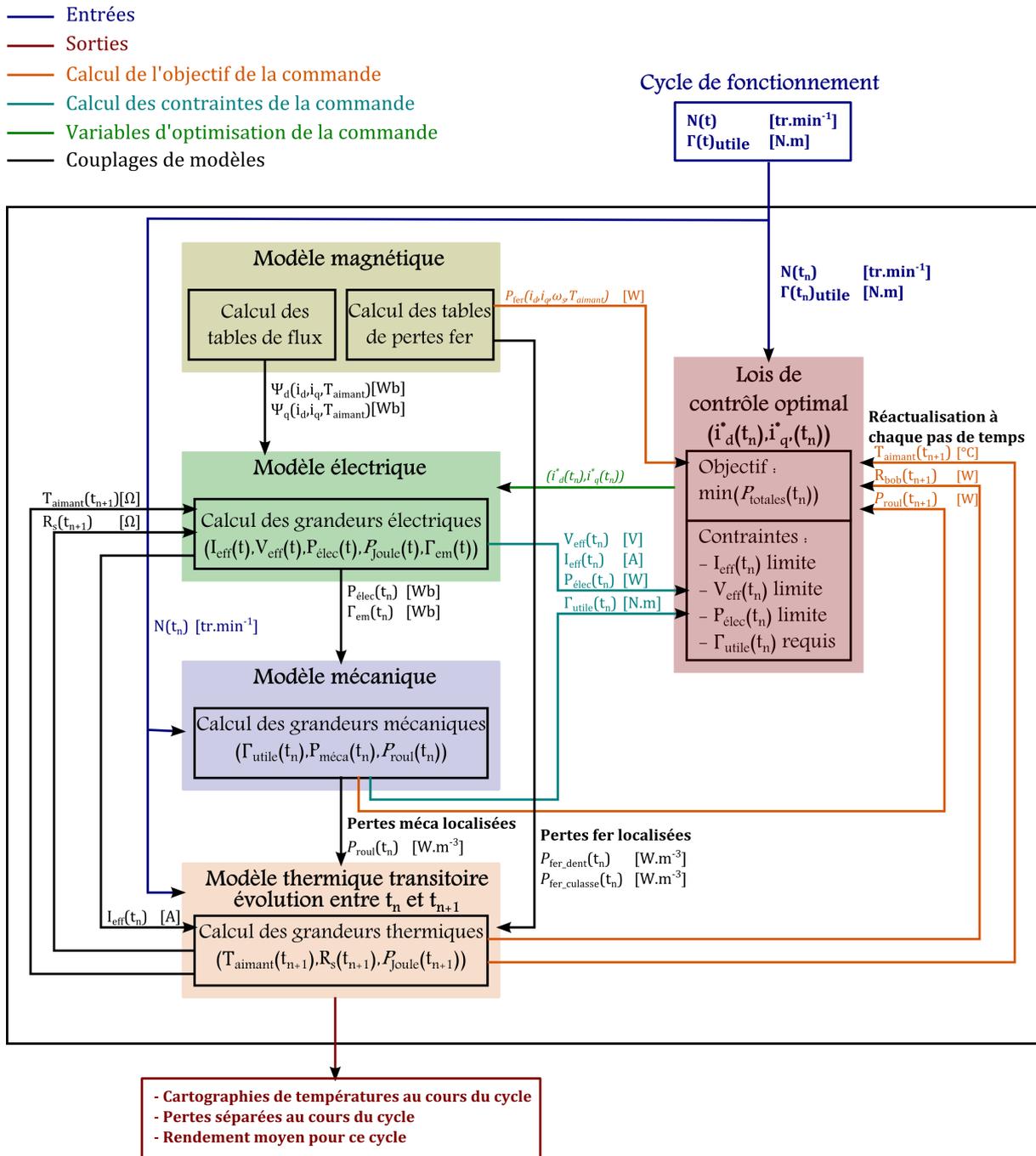


Figure 122 – Couplages des modèles dans l’outil de simulation sur cycle.

### 3 Cas d’application

Comme décrit dans le chapitre 2 de cette thèse, nous cherchons à optimiser le volume de la machine électrique d’un véhicule hybride parallèle sur son mode tout électrique en zone urbaine en prenant comme référence le cycle Artémis urbain. Le véhicule est de type Kangoo et a les caractéristiques suivantes :

- Masse : 1572 kg.
- Rapport de pont : 0,2203.
- Rapport de boîte : 0,2927 – 0,5526 – 0,7805 – 1,0256 – 1,3030.
- Rapport machine électrique – arbre primaire : 4,5.

Les efforts à la roue ont été calculés au cours de ce cycle et le choix a été fait d’assurer le mode tout électrique en deuxième vitesse.

La machine dimensionnée est une machine synchrone à aimants permanents avec un circuit de refroidissement par eau tout comme la HW820CG utilisée comme validation des modèles. Nous prendrons les mêmes épaisseurs d'isolant dans l'encoche mais cette machine ne comportera pas de raccourcissement et donc pas d'isolant central toutes les deux encoches. Nous fixons le nombre de paires de pôles 3 et le nombre d'encoche par pôle et par phase à 2 pour ainsi comparer le dimensionnement de plusieurs dimensionnement de machine ayant la même structure.

Nous pouvons alors définir le cahier des charges à partir des points de fonctionnement du cycle vus par la machine électrique que nous rappelons sur la Figure 123 :

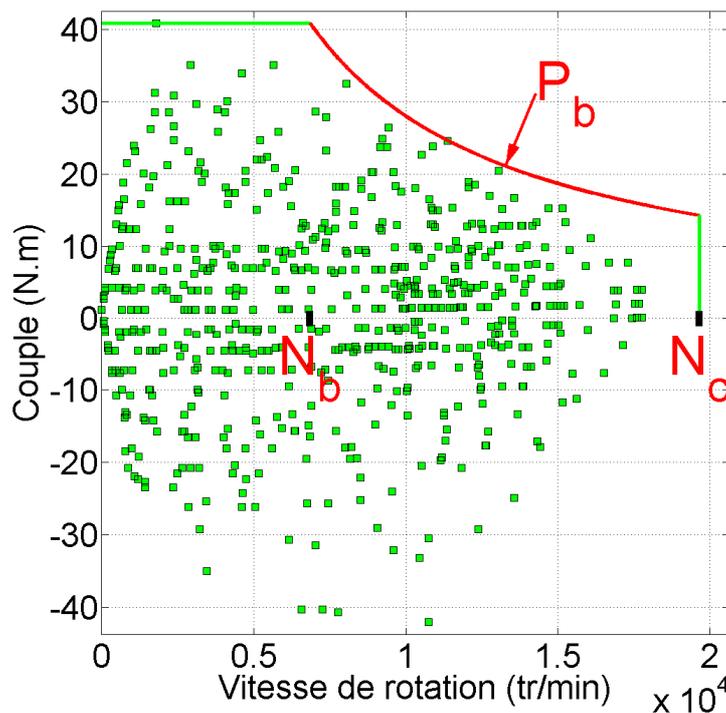


Figure 123 – Points de fonctionnement vus par la machine électrique.

### 3.1 Définition du cahier des charges et des différents paramètres d'entrée

Le cahier des charges est donc le suivant :

- Puissance au point de base  $P_b$  : 29,328 kW.
- Vitesse de base : 6 865  $\text{tr}\cdot\text{min}^{-1}$ .
- Vitesse maximale : 19 661  $\text{tr}\cdot\text{min}^{-1}$ .

La vitesse maximale est fixée afin de continuer à assurer le fonctionnement de la machine à 150  $\text{km}\cdot\text{h}^{-1}$  en 5<sup>ème</sup> vitesse.

Nous fixons les autres paramètres d'entrée aux valeurs suivantes :

- Nombre de paires de pôle  $p$  : 3.
- Nombre d'encoche par pôle et par phase  $q_s$  : 2.
- Température moyenne du cuivre  $T_{\text{cu}}$  : 130°C.
- Température des aimant  $T_{\text{aim}}$  : 60°C.
- Courant efficace limité par l'onduleur  $I_{\text{ond}}$  : pas de limite.
- Tension électrochimique de la batterie : 300 V.
- Puissance limite de la batterie : 70 kW.
- Induction maximale dans la culasse  $B_{\text{cul}}$  : pas de limite particulière.
- Facteur de puissance minimal au point de base : 0,9.

Aucune contrainte n'est imposée sur la longueur de la machine ou sur son diamètre extérieur.

La densité de courant dans les conducteurs est initialement fixée à  $20 \text{ A}\cdot\text{mm}^{-2}$  ce qui est en deçà de la machine HW820CG où cette densité de courant atteint presque  $29,3 \text{ A}\cdot\text{mm}^{-2}$  pour un courant de 65 A correspondant à l'essai en régime permanent étudié dans la partie 5.5.3 du chapitre précédent.

Pour donner un ordre de grandeur, la masse des parties actives de la machine HW820CG est de 8,8 kg pour un volume extérieur des parties actives de  $1,58 \text{ dm}^3$ .

### 3.2 Résultats de la méthode de dimensionnement

Nous avons optimisé plusieurs machines pour des densités de courant maximales de 20, 40, 50 et  $60 \text{ A}\cdot\text{mm}^{-2}$ . Les caractéristiques des isolants, des tôles et des aimants et des différents matériaux composant la machine sont restés inchangés, de même que la longueur de la zone (1) des têtes de bobines. Les variations de températures lors des cycles de fonctionnement s'établissent dans un temps de l'ordre de 40 minutes pour le stator et de 50 minutes pour le rotor c'est pourquoi nous avons enchaîné douze cycles Artémis en zone urbaine représentant au total 191 minutes. Le cycle répété est représenté sur la figure suivante :

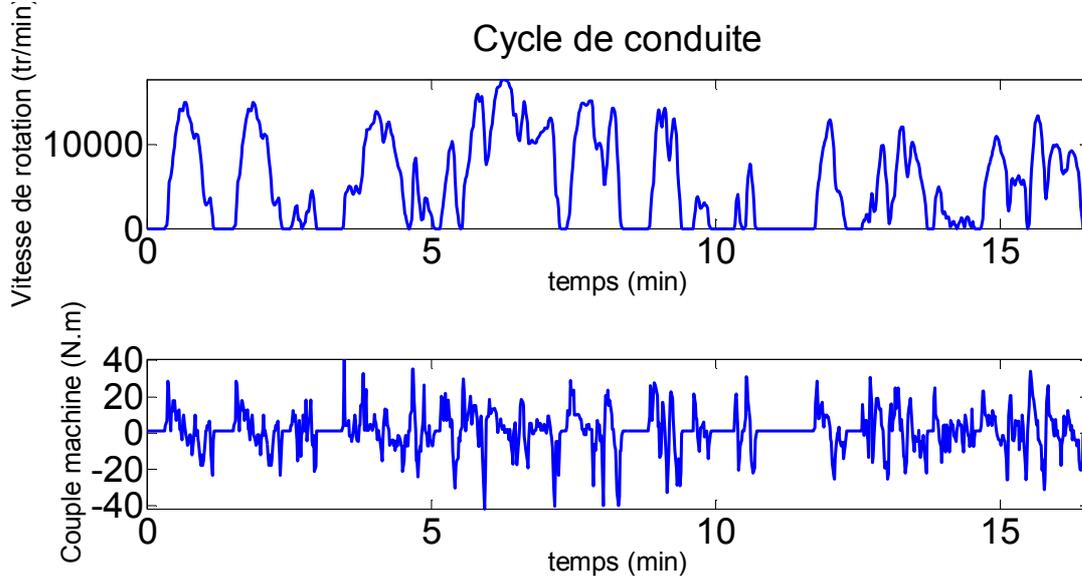


Figure 124 – Cycle Artémis en zone urbain de 15 minutes.

Le tableau donne leurs caractéristiques des MAPI optimisées en termes de volume extérieur des parties actives (volume pris au niveau du diamètre extérieur du stator) de masse des parties actives, de rendement global sur cycle et de température maximale dans les bobinages ainsi que celles de la machine HW820CG. Nous considérerons la limite en température dans les têtes de bobines à  $100 \text{ }^\circ\text{C}$  laissant ainsi une marge pour une utilisation plus étendue de la machine électrique.

Densité de courant [ $\text{A}\cdot\text{mm}^{-2}$ ]	Volume extérieur des parties actives de la MAPI [ $\text{dm}^3$ ]	Masse des parties actives de la MAPI [kg]	Rendement moyen sur cycle [%]	Température maximale dans les bobinages [ $^\circ\text{C}$ ]
HW820CG : 45	1,58	8,83	93,7	40,30
M1 : 20	1,39	10,38	91,7	46,33
M2 : 40	0,96	6,70	90,9	75,59
M3 : 50	0,92	6,25	91,0	81,07
M4 : 60	0,85	5,63	90,4	96,81

Tableau 16 – Bilan sur le dimensionnement sur cycle de MAPI de différentes densités de courant.

Le rendement global sur cycle pour chaque machine a été calculé à partir du bilan des pertes  $P_{\text{totales}}$  et le bilan de la puissance utile  $P_{\text{utile}}$  (mécanique pour la traction et électrique pour le freinage récupératif) :

$$\eta_{\text{cycle}} = 1 - \frac{\int_{t_{\text{début}}}^{t_{\text{fin}}} P_{\text{totales}} \cdot dt}{\int_{t_{\text{début}}}^{t_{\text{fin}}} P_{\text{utile}} \cdot dt}$$

Nous pouvons constater que nous avons réduit le volume des parties actives de la machine de 39 % comme le montre la figure donnant la géométrie des deux machines extremum, c'est-à-dire la machine optimisée pour une densité de courant de 20 A.mm<sup>-2</sup> et de 60 A.mm<sup>-2</sup>.

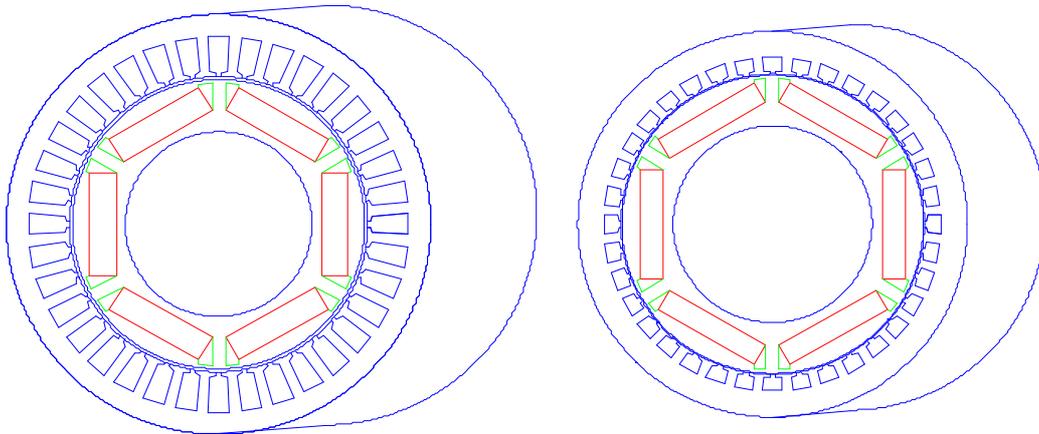


Figure 125 – Dimensions des machines M1 (à gauche) et M4 (à droite).

Cette réduction est principalement due à la réduction de la hauteur des encoches et par conséquent du diamètre extérieur du stator. Une réduction de masse d'environ 3,5 kg est à noter entre la machine M1 et M2, cela est dû principalement à la réduction de la masse du cuivre qui passe de 4 kg à 2 kg. La figure suivante montre l'évolution de la masse des différentes parties actives des 4 machines optimisées :

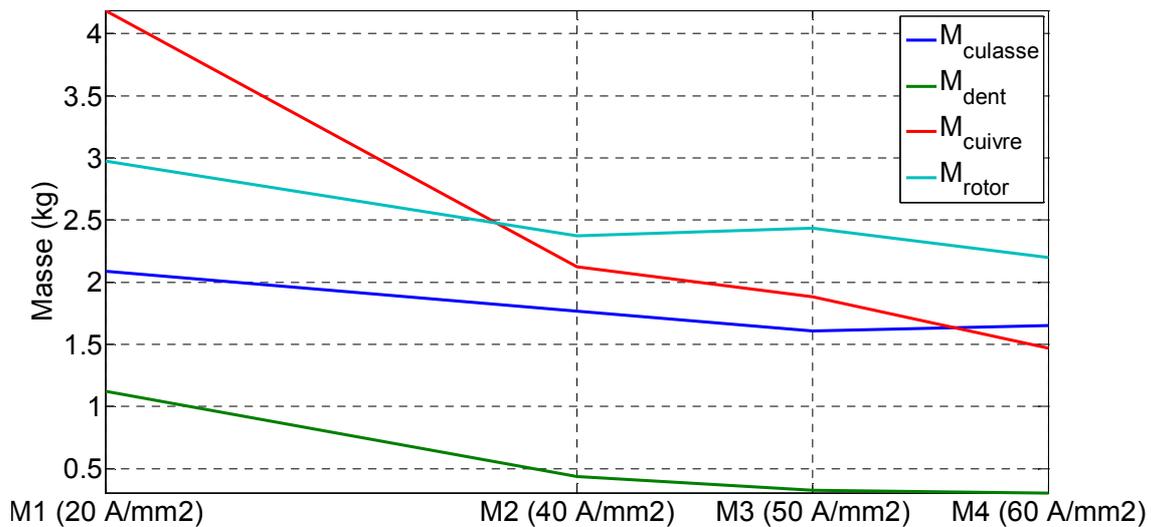


Figure 126 – Évolution de la masse des différentes parties actives des 4 machines optimisées.

### 3.3 Simulation sur cycle de la machine M4 et caractérisation thermique

Nous avons relevé les températures au cours des cycles de fonctionnement dans les encoches (cf. Figure 127), la zone (1) des têtes de bobines (cf. Figure 128), la zone (2) des têtes de bobines (cf. Figure 129), dans les aimants (cf. Figure 130) et dans les roulements (cf. Figure 131).

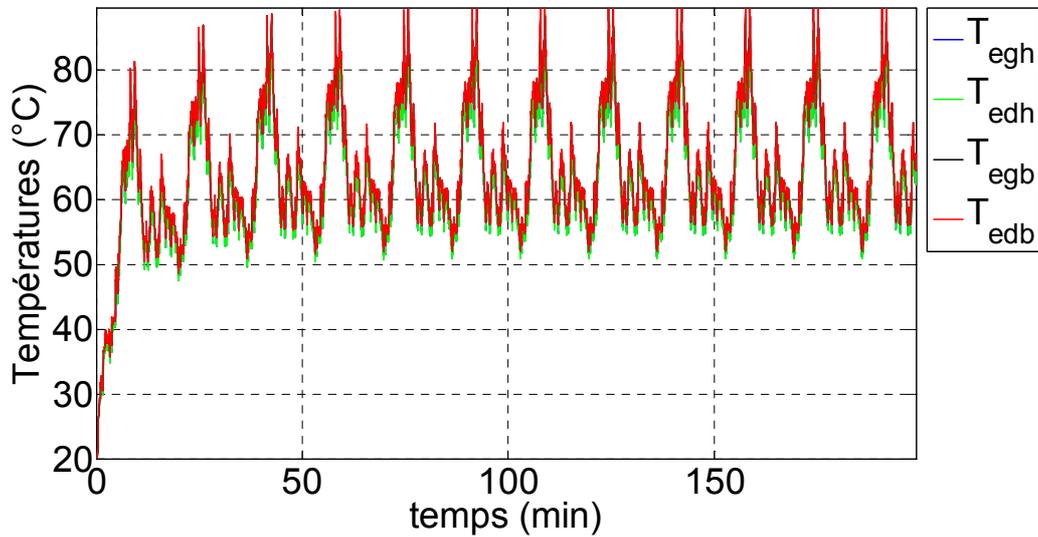


Figure 127 – Évolution des températures dans les encoches sur 12 cycles Artémis en zone urbaine.

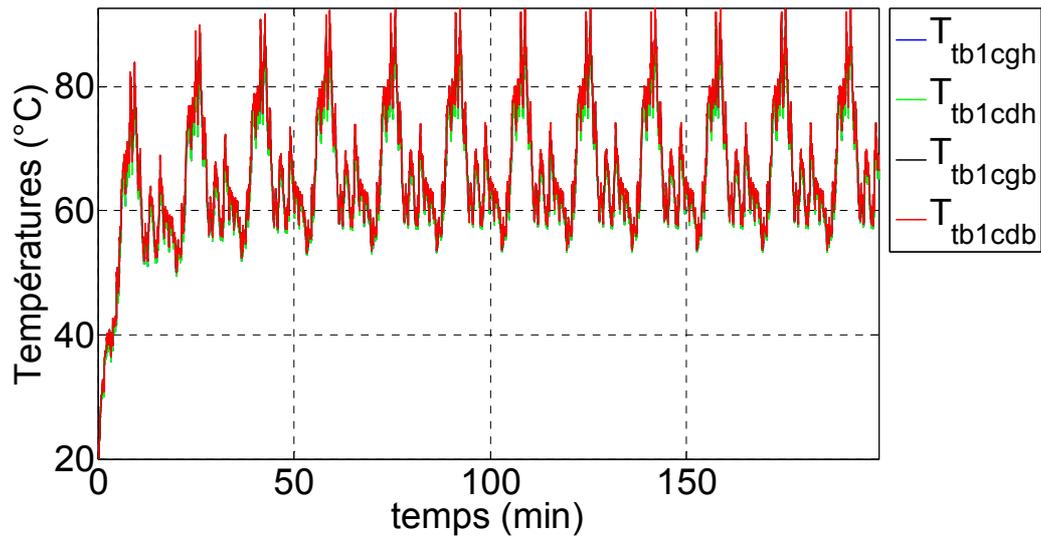


Figure 128 – Évolution des températures dans la zone (1) des têtes de bobines sur 12 cycles Artémis en zone urbaine.

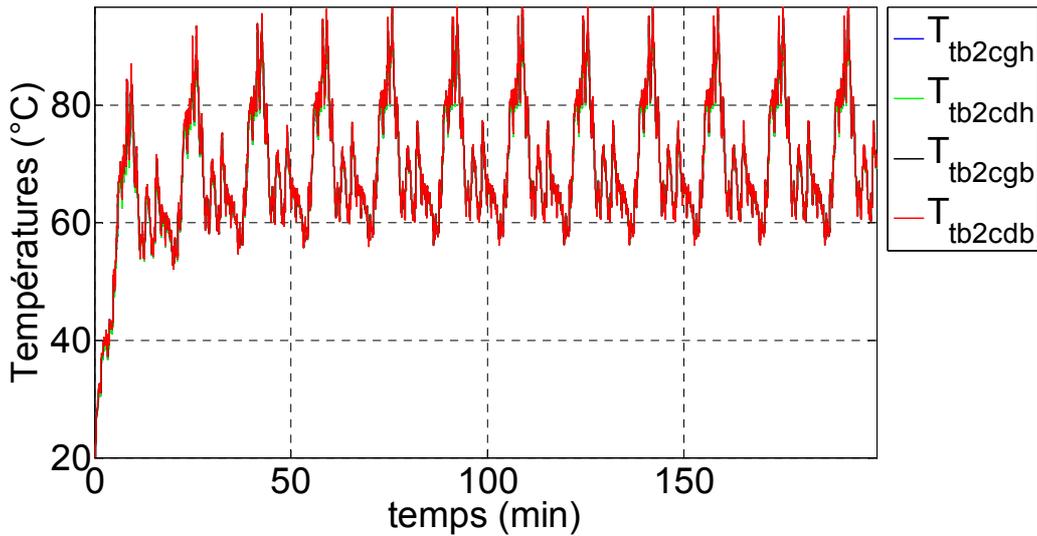


Figure 129 – Évolution des températures dans la zone (2) des têtes de bobines sur 12 cycles Artémis en zone urbaine.

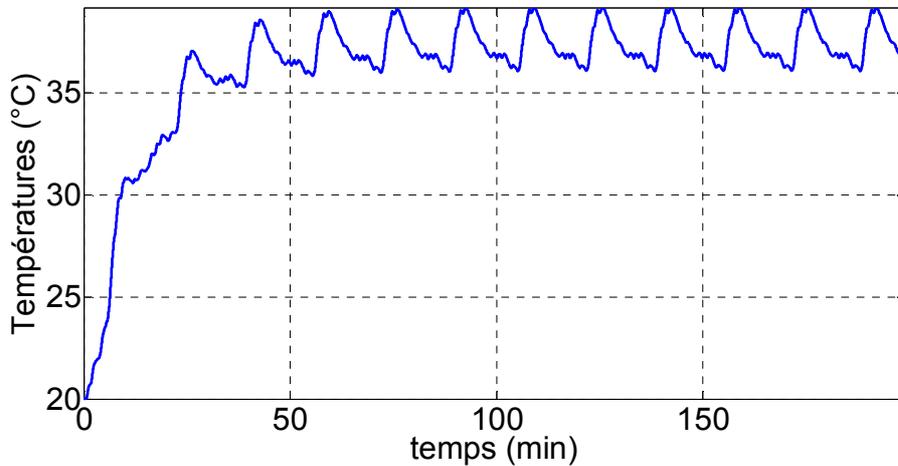


Figure 130 – Évolution de la température dans les aimants sur 12 cycles Artémis en zone urbaine.

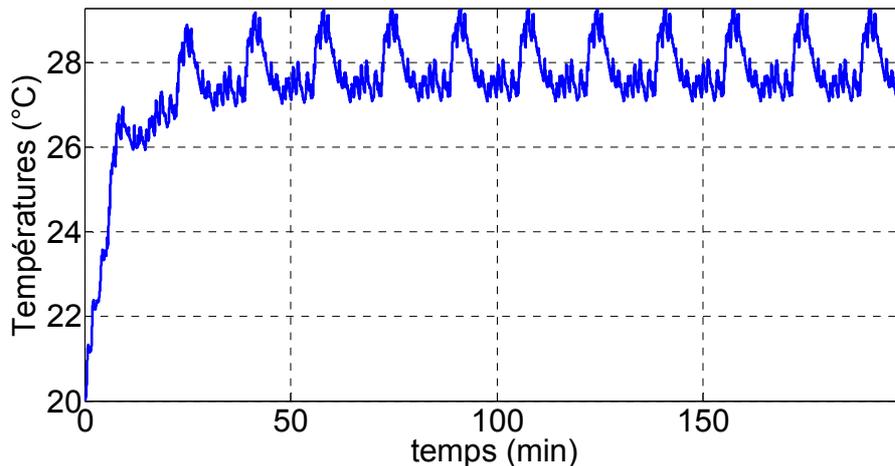


Figure 131 – Évolution de la température dans les roulements sur 12 cycles Artémis en zone urbaine.

Comme nous l'avons constaté dans la partie 5.4.3 du chapitre précédent, les pertes au cours des cycles créent des variations de températures qui s'établissent de façon périodique après les temps d'établissement des températures dans la machine. Ces températures d'établissement sont de l'ordre d'une quarantaine de minutes pour le stator et d'une cinquantaine de minutes pour le rotor.

La Figure 132 montre les températures au niveau des têtes de bobines, le bilan des pertes dans la machine ainsi que les énergies consommées par ces pertes sur le dernier cycle de fonctionnement de la simulation. Les températures et les pertes sont alors établies périodiquement.

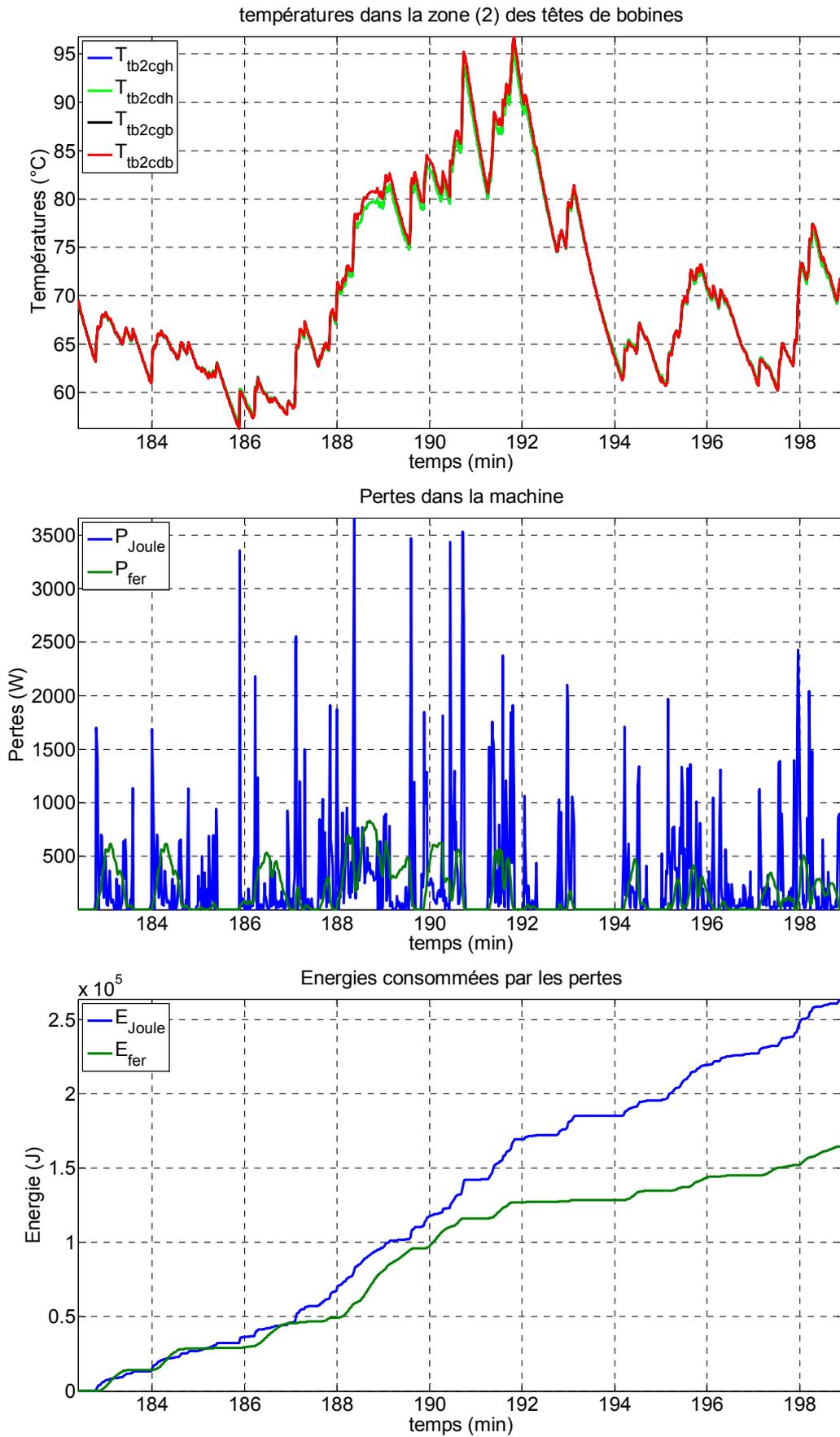


Figure 132 – Corrélation entre les pertes et la température des têtes de bobines de la machine M4.

Les sollicitations et les phases de repos lors du cycle de fonctionnement provoquent un écart de température d'une quarantaine de degrés. Les élévations de températures dans la machine sont principalement dues aux pertes Joule et donc aux accélérations du véhicule. Quant aux pertes fer, elles s'élèvent au maximum à 836 W et sont beaucoup plus faibles que les pertes Joule. Cela-dit, la puissance consommée par les pertes fer et dans les roulements durent beaucoup plus longtemps que les temps d'accélération créant d'importantes pertes Joule mais sur un cours laps de temps. Par conséquent, sur la durée du cycle, le bilan énergétique reste bon par rapport aux machine M1, M2 et M3 car deux facteurs se compensent. D'un côté, les pertes Joule ont augmentées du fait de la diminution de la section de cuivre et de l'augmentation de la résistance des bobinages. De l'autre côté, les pertes fer ont beaucoup diminuées principalement par le fait que le volume des dents a fortement diminué et nous savons que les pertes dans les dents sont bien plus importantes que dans la culasse. La Figure 133 montre les évolutions de la Figure 132 mais pour la machine M1. Nous pouvons alors constater que d'une part les pertes Joule sont plus faibles et que les pertes fer dépassent les pertes Joule en termes de puissance instantanée et d'énergie consommée sur le cycle.

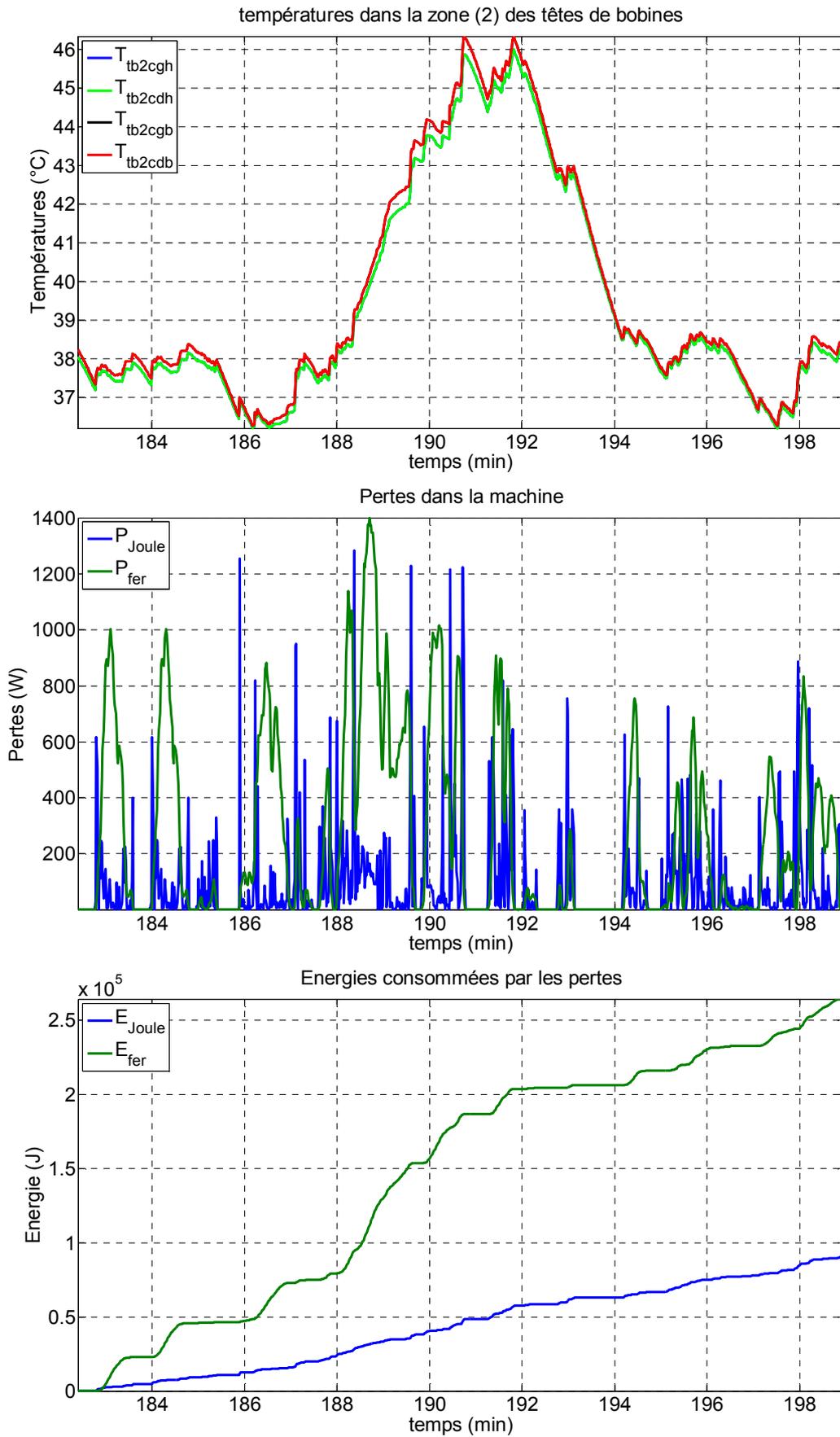


Figure 133 – Corrélation entre les pertes et la température des têtes de bobines de la machine M1.

En termes de référence classique définissant la thermique de la machine et qui est souvent pris comme référence lors de son dimensionnement, nous avons le régime permanent (ou nominal) où les températures dans la machine peuvent s'établir sans détruire les matériaux sensibles qui dans notre cas sont les isolants des bobinages. Nous fixons la température limite dans les têtes de bobines à 100 °C. Nous pouvons alors déterminer en simulation le courant correspondant à cette température limite que nous appellerons courant nominal. Avec une limite en courant de 63,5 A à 6 000 tr.min<sup>-1</sup>, la machine fournit un couple d'environ 14 N.m et la température au niveau des têtes de bobines est de 99,45 °C. Nous pouvons alors définir le courant nominal à 63,5 A.

Le courant maximal dans la machine est de 190 A, nous pouvons déjà constater le courant nominal est largement inférieur au courant maximal. Cela est dû à la spécificité du cycle qui est particulièrement transitoire. En effet, cette spécificité permet d'utiliser la machine pour des courants dépassant trois fois le courant nominal tout en respectant sur cycle les températures limites de fonctionnement dans les têtes de bobines. Ainsi l'outil d'optimisation a dimensionné des machines électriques sans notion de régime permanent et cela a permis de largement la sous-dimensionner. Cela-dit, si une procédure identique avait été utilisée pour une application de véhicule électrique, la machine optimisée aurait été bien plus volumineuse puisque le régime de fonctionnement aurait été calculé pour des températures établies dans la machine. La Figure 134 montre la cartographie de rendement de la machine M6 ainsi que la zone de fonctionnement du régime permanent représenté en vert.

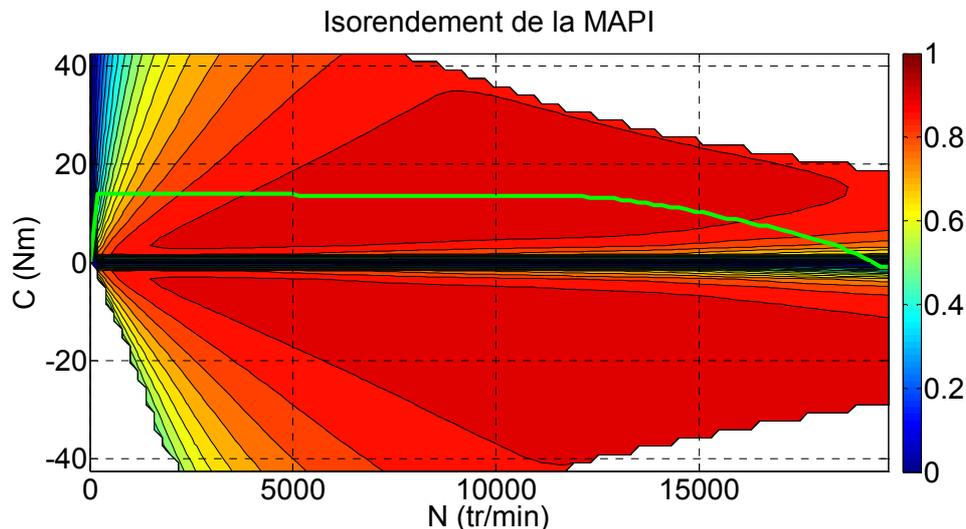


Figure 134 – Cartographie de rendement de la machine M4 avec définition de la zone de fonctionnement en régime permanent.

## 4 Conclusion

Bien que certains points de fonctionnement du cycle puissent solliciter fortement la machine électrique et la conduire à la destruction en quelques minutes suite à une élévation de ses températures dans les bobinages, ces sollicitations ne sont finalement que de courtes durées.

Ainsi la MAPI a pu être largement sous-dimensionnée en augmentant les niveaux de saturation magnétique dans le fer et la densité de courant dans les conducteurs. Il a alors été possible d'augmenter la densité de courant dans les conducteurs jusqu'à 60 A.mm<sup>-2</sup> tout en étant en dessous des températures de fonctionnement au cours du cycle de fonctionnement. Ainsi nous avons obtenu un gain d'environ 39 % sur le volume des parties actives et de presque 46 % sur ses masses actives par rapport à la machine M1 dimensionnée pour une densité de courant de 20 A.mm<sup>-2</sup>.

De plus, nous pouvons constater que son rendement global sur cycle n'est que peu diminué par rapport à la machine M1. Nous avons alors des performances assez similaires si nous les comparons sur cycle. En effet, bien que le niveau de pertes Joule ait augmenté avec l'augmentation de la densité de courant, le volume de fer a diminué réduisant ainsi les pertes fer et notamment les pertes dans les dents.

# Chapitre 5

Conclusion générale et  
perspectives

---

## Sommaire

<b>1</b>	<b>CONCLUSION GENERALE .....</b>	<b>165</b>
<b>2</b>	<b>PERSPECTIVES .....</b>	<b>168</b>

## 1 Conclusion générale

IFPEN s'est engagé dans le développement de véhicules dits « bas carbone » avec différents partenaires privés et publics. Dans le cadre de ce développement, trois principaux axes de recherche se sont dégagés. Le premier axe concerne l'amélioration de la gestion de l'énergie au sein du véhicule hybride, le second axe concerne l'adaptation de l'architecture des véhicules hybrides suivant le type d'application (voiture citadine, routière, transport en commun, véhicules non routiers) et le troisième axe concerne l'optimisation de chacun des équipements composant le véhicule.

La thèse s'inscrit dans le troisième axe de recherche et porte donc sur l'optimisation de la machine électrique pour un profil de conduite. Le dimensionnement de la machine est particulièrement contraint par le manque de place sous le capot imposant alors une minimisation de son volume ; à cela s'ajoute une volonté de réduire les coûts en minimisant la quantité nécessaire de matières premières. Nous avons pris comme référence le véhicule du projet Flex Hybrid qui est un démonstrateur de véhicule hybride de type parallèle. À partir du profil de fonctionnement sur cycle Artémis urbain, nous avons constaté que l'utilisation faite de la machine électrique est caractérisée par des appels de puissance de courtes durées de l'ordre d'une trentaine de secondes. Le comportement thermique de la machine électrique dans le véhicule est alors transitoire. Cela nous a amené à inclure le profil de fonctionnement dans la stratégie de dimensionnement de la machine électrique permettant ainsi de diminuer son volume.

Les principaux leviers conduisant à la minimisation du volume de l'actionneur électrique sont l'augmentation de sa vitesse de rotation, l'augmentation des niveaux de saturation et l'augmentation de la densité de courant dans les conducteurs. Par conséquent, cela nous a amenés à développer un modèle magnétique prenant en compte la saturation des matériaux magnétiques et un modèle de pertes fer à la fois suffisamment précis et rapide pour être intégré dans un outil d'optimisation du dimensionnement de la machine électrique ainsi qu'un modèle thermique en transitoire permettant de simuler le fonctionnement de la machine sur des profils de fonctionnement. L'intégration du profil de fonctionnement directement dans l'optimisation de la machine serait trop coûteuse en termes de temps de calcul, c'est pourquoi la stratégie choisie se décompose en deux étapes : une étape d'optimisation minimisant le volume de la machine tout en vérifiant que la machine puisse magnétiquement et mécaniquement fournir le couple et la puissance requise lors du cycle de fonctionnement. Il est pris en compte à cette étape les effets de la saturation magnétique et les différentes pertes pour des températures d'aimant et de bobinages données. Les notions de régime permanent ont disparu du dimensionnement de par les hauts niveaux de saturation et l'augmentation de la densité de courant. Nous savons alors que la machine électrique ne pourra fonctionner que sur des courts laps de temps sur une partie des points de fonctionnement de son espace couple-vitesse. La seconde étape simule thermiquement le fonctionnement de la machine sur un cycle de fonctionnement donné qui est dans notre cas le cycle Artémis en zone urbaine. Cette étape permet alors de valider thermiquement le fonctionnement sur cycle de la machine électrique et de réajuster niveau de densité de courant dans l'étape d'optimisation. Pour ce faire, deux outils ont été développés, un outil d'optimisation et un outil de simulation appelés respectivement DIMOTEL et SIMOTEL.

Trois modèles ont été développés dans la thèse, un modèle magnétique, un modèle de pertes fer et un modèle thermique. Étant donné les hauts niveaux de saturation dans la machine, nous avons choisi de prendre en compte le phénomène de saturation croisée et ce, à partir d'un réseau nodal résolu en magnéto-statique et composé de potentiels magnétiques pour les encoches et les aimants et de réluctances saturables pour le fer. Ce modèle permet de fournir les tables de flux de  $\Psi_d$  et de  $\Psi_q$  en fonction des lois de commande  $i_d$  et  $i_q$ . Nous avons montré en comparant avec les résultats

obtenus sous FLUX 2d qu'en termes de précision et de temps de calcul, le choix d'une méthode nodale convient parfaitement au processus d'optimisation requérant de nombreuses itérations, et donc une réduction des temps de calcul. En effet, la méthode nodale est environ 70 fois plus rapide que les calculs par éléments finis alors qu'en termes de précision, les écarts moyens et maximaux se situent respectivement autour de 5 % et 10 %.

Ensuite un modèle de calcul de pertes fer a été développé. Nous avons montré que l'évolution temporelle des inductions dans le fer n'est plus sinusoïdale lorsque la machine est défluxée. Les pertes par courant de Foucault et par excès étant calculées à partir de l'intégrale des dérivées dans le temps au carré et à la puissance  $3/2$ , la non-sinusoïdalité de ces inductions tend à augmenter les pertes fer en plus de l'augmentation de la fréquence à ces points de fonctionnement. Leurs niveaux dans la zone de défluxage est alors très important justifiant leur prise en compte dans le dimensionnement de la machine électrique. Ce modèle fait appel aux résultats fournis par le réseau nodal, c'est-à-dire les niveaux d'induction relevés dans les éléments de culasse et de dents en magnéto-statique. En supposant que l'évolution spatiale de l'induction dans la culasse et les dents équivaut à leurs évolutions temporelles, nous avons pu établir une formulation des pertes sous forme d'un polynôme composé de trois coefficients de pertes dépendant des lois de commande  $i_d$  et  $i_q$  et de la fréquence électrique. Le modèle de pertes fer fournit alors les tables de coefficients de pertes fer en fonction des lois de commande. Les formes d'induction dans le fer sont alors prises en compte à travers ces coefficients et permettent alors de correctement calculer ces pertes en défluxage. En termes de précision et de temps de calcul, nous avons comparé ces résultats à ceux obtenus sous FLUX 2d en magnéto-dynamique. Nous avons constaté que la méthode analytique est bien plus rapide et comporte une différence sur les niveaux de pertes fer acceptable. Les pertes fer calculées à partir de la méthode analytique sont dans le pire des cas sous-estimées de 13 % dans les limites de fonctionnement dans la zone de défluxage. Cet écart peut être dû à la non prise en compte des harmoniques causés par l'effet des encoches lors de la rotation du rotor.

Pour finir, un modèle thermique de type réseau nodal a été développé. Il est composé de résistances et capacités non linéaires et des différentes sources de chaleur, c'est-à-dire les pertes Joule, les pertes fer dans la culasse et les dents et les pertes mécaniques dans les roulements. Les sources de chaleur sont modélisées en trois dimensions et prennent en compte l'équation de Poisson pour mieux calculer leur température moyenne. Le modèle est composé de 258 éléments et de 145 nœuds. Toutes les parties de la machine sont prises en compte : les éléments du stator, du rotor, les têtes de bobines, le circuit de refroidissement, l'arbre et les flasques. La discrétisation des encoches et des têtes de bobines, principales sources de chaleur dans la machine, est plus fine et permet de traiter le cas particulier où un isolant épais est placé dans le bas de l'encoche ou dans le cas où les bobinages comportent un raccourcissement obligeant à ajouter un isolant au milieu de l'encoche segmentée. La meilleure prise en compte des températures locales dans les bobinages permet alors de mieux estimer les pertes Joule dont on sait qu'elles sont particulièrement dépendantes de la température. Deux essais ont été réalisés en mode moteur sur banc : un essai sur un point de fonctionnement en régime permanent thermique (courant réglé à 65 A et une vitesse à 10 000 tr.min<sup>-1</sup>) et un essai de courte durée sur un point de fonctionnement en transitoire thermique (courant réglé à 100 A et une vitesse à 5 000 tr.min<sup>-1</sup>). Ces essais ont pu valider les températures calculées à partir du modèle thermique. Une simulation sur des créneaux de courant réglé à 100 A et une vitesse à 5 000 tr.min<sup>-1</sup> pendant 30 secondes suivi de 30 secondes de repos a été réalisée et nous a permis de constater que la température suivait deux évolutions, une évolution rapide correspondant au créneaux de courant et une évolution lente où la température moyenne sur un créneau continuait à augmenter. Cette deuxième évolution correspond sensiblement aux temps de réponse observés lors des essais en régime permanent et sont de l'ordre de 40 à 50 minutes. La durée d'un cycle Artémis est de l'ordre de 15 minutes donc cela nous amène à constater que le temps de ces cycles sont trop courts pour valider les températures maximales dans les bobinages.

Le banc d'essai spécifique utilisé pour la validation du comportement thermique de la machine électrique est composé de deux machines d'entraînement et d'un caisson climatique pour mettre en

condition la machine de test. Quant à la machine de test, celle-ci a été spécialement instrumentée en thermocouples afin d'étudier et de valider son comportement thermique.

La dernière partie de la thèse a traité du cas d'application présenté initialement. Dans un premier temps, les couplages des modèles associés à l'outil d'optimisation et à l'outil de simulation ont été présentés. Les couplages présents dans l'outil d'optimisation sont essentiellement électrique-magnétique-mécanique et sont gérés par l'optimisation des lois de commande maximisant le couple. Cette modélisation de la machine est utilisée pour calculer les performances de la machine au point de base et au point de couple maximal à la vitesse maximale. Elle permet de vérifier dans DIMOTEL que l'espace de fonctionnement de la machine est bien respecté. Ensuite, les couplages dans l'outil de simulation sont présentés et sont beaucoup plus nombreux. Il y a là un couplage électrique-magnétique-mécanique-thermique également géré par l'optimisation des lois de commande qui cette fois-ci minimise les pertes dans la machine. Il existe alors un couplage supplémentaire électrique-thermique du fait de l'augmentation de la résistivité du cuivre qui a un impact sur les tensions et la puissance électrique et du fait de l'augmentation des pertes Joule. Il existe aussi un couplage magnétique-thermique du fait de la diminution de l'induction des aimants qui a un impact sur les flux magnétiques et les pertes fer.

Dans un second temps, un cas d'application est traité à partir du véhicule du projet de Flex Hybrid. Quatre machines ont été optimisées pour des densités de courant dans les conducteurs de 20, 40, 50 et 60 A.mm<sup>-2</sup>. Celles-ci ont été comparées en termes de volume extérieur et de masse des parties actives, en termes de rendement moyen sur cycle et de température maximale. La simulation sur cycle comprend en fait une série de 12 cycles Artémis en zone urbaine afin que les températures moyennes par cycle se soient stabilisées. Nous avons montré que nous pouvons dimensionner la machine pour une densité de courant maximale de 60 A.mm<sup>-2</sup> sans détruire les isolants des bobinages. Le gain en termes de volume extérieur entre la machine à 20 A.mm<sup>-2</sup> et à 60 A.mm<sup>-2</sup> est de 39 % et est essentiellement dû à la diminution de la hauteur des encoches. Nous observons également un gain en masse des parties actives d'environ 46 %. En plus de ces avantages du point de vue de l'encombrement, nous avons constaté que le rendement sur cycle n'avait que peu diminué du fait que deux phénomènes se compensent : si les pertes Joule augmentent avec la diminution de la section de cuivre, les pertes fer diminuent, notamment dans les dents du fait de la diminution du volume de fer.

## 2 Perspectives

Ces travaux ont démontré, s'il en était besoin, l'impact fondamental d'une modélisation thermique (pertes et modèles d'échanges thermiques) fine de la machine électrique pour son dimensionnement optimal. Les gains de masse, d'encombrement et de coûts peuvent devenir très importants dans le cas de fonctionnements fortement impulsionsnels comme ceux rencontrés dans la propulsion de véhicules hybrides.

Certains de ces phénomènes thermiques restent délicats à approcher par des modèles suffisamment rapides et précis pour une utilisation intensive dans le contexte d'un dimensionnement optimal.

Les travaux présentés ont proposé un certain nombre d'éléments de réponse, néanmoins certains points restent à approfondir :

- Envisager le coût d'un système de refroidissement et son intégration dans le véhicule de façon globale. Prendre en compte l'énergie nécessaire au refroidissement dans le bilan énergétique sur cycle.
- Etablissement de modèles permettant de caractériser les échanges par convection au niveau de l'entrefer ainsi que les pertes dans les aimants. Ces deux phénomènes ont un impact direct sur la température des aimants ce qui tend à diminuer son induction rémanente et à augmenter le courant de phase pour une machine autopilotée. Les températures dans les bobinages peuvent alors augmenter. Ces phénomènes peuvent être non négligeables pour des machines grandes vitesses et nous conduire à lancer des travaux de recherche axés sur l'étude thermo-fluide dans l'entrefer et une étude des harmoniques potentiellement présents dans les aimants et le fer rotorique.
- Cette modélisation des échanges thermiques dans l'entrefer sera également fondamentale dans le cas de machines fermées "à rotor chaud" (asynchrone, rotor bobiné,...) de différents types qui pourraient être envisagées dans la recherche de machines sans aimants. En effet dans ces cas, l'entrefer constitue un des rares chemins d'évacuation des calories générés au rotor.
- Pour les machines refroidies par liquide, les températures en son sein sont fortement dépendantes de la résistance de contact présente entre la culasse et la chemise de refroidissement. Cette résistance dépend d'un grand nombre de facteurs (matériaux, assemblage, qualité de surface....) présents entre ces deux éléments après montage du circuit de refroidissement. Une amélioration de la modélisation et des procédés de fabrication peuvent améliorer considérablement le refroidissement de la machine.
- Le placement d'un isolant épais entre la cale d'encoche et le bobinage est à proscrire du point de vue de la thermique. Les échanges entre les encoches et le fer est un point qui mériterait également une plus grande attention car un optimum d'échange thermique du cuivre vers le fer peut être trouvé suivant la forme des encoches par l'étude des surfaces d'échange encoche-dent et encoche-culasse. Cette géométrie optimale d'encoche pourrait être recherchée durant l'étape de dimensionnement et permettrait alors encore d'augmenter la densité de courant dans les conducteurs.
- La recherche d'une puissance massique encore plus importante passe inévitablement par des vitesses de rotations encore plus élevées (50 000 à 100 000 tr.min<sup>-1</sup> et/ou des vitesses

périphériques supérieures à  $200 \text{ m.s}^{-1}$ ) et se heurte à de nouveaux verrous scientifiques et technologiques. Nous pouvons citer de manière non exhaustive le développement de modèles rapides pour la détermination des efforts et donc des pertes aérodynamiques et de leur lien avec la forme du rotor, l'évolution des pertes fer en hautes fréquences fondamentales (envisager un dimensionnement pour de plus faibles niveaux d'induction, un nombre de paires de pôle proche de l'unité, minimiser l'épaisseur des tôles magnétique ou l'application de matériaux magnétiques peu sensible aux pertes par courants de Foucault tels que les ferrites), l'impact des harmoniques liés au phénomène de défluxage, une modélisation fine des systèmes de guidage mécanique dont les pertes peuvent avoir une influence non négligeable sur le dimensionnement thermique du système. Un couplage fort entre les différents modèles précités demeure également une difficulté supplémentaire. Sur un plan technologique, la réalisation de réducteurs permettant l'utilisation de ce type de machine pour la propulsion de véhicule reste un défi technique et économique.

L'ensemble de ces perspectives ne pourront être traitées que par une collaboration encore plus forte entre industriels, universitaires et instituts. L'IEED VEDECOM pourrait être le lieu de cette collaboration. D'ores et déjà les partenaires de cette thèse ont déposé un ensemble de nouveaux projets (ANR et FUI) contribuant à la levée de ces verrous pour une plus grande diffusion de la machine électrique dans la recherche de véhicules encore plus propres et performants.

# Annexes

---

## Sommaire

<b>1</b>	<b>PRINCIPALES GRANDEURS DE LA MACHINE HW820CG .....</b>	<b>172</b>
<b>2</b>	<b>CARACTERISTIQUES DES MATERIAUX.....</b>	<b>174</b>
<b>3</b>	<b>CIRCUIT DE REFROIDISSEMENT.....</b>	<b>176</b>
<b>4</b>	<b>INSTRUMENTATION .....</b>	<b>176</b>
4.1	DESCRIPTION DES SYSTEMES DE MESURES ELECTRIQUES .....	176
4.2	CENTRALE D'ACQUISITION YOKOGAWA SL1000 .....	176
4.3	WATTMETRE DE PRECISION TEMPS REEL YOKOGAWA WT1800 .....	183
<b>5</b>	<b>PRINCIPE DE RESOLUTION DES RESEAUX NODAUX [GILLI06], [SOMMET96].....</b>	<b>189</b>
5.1	EXEMPLE DE FORMALISATION D'UN PROBLEME NODAL ET RESOLUTION LINEAIRE PAR LA METHODE MNA	189
5.2	APPLICATION D'UNE METHODE DE NEWTON-RAPHSON D'ORDRE 1 AU RESEAU NON-LINEAIRE .....	190

## 1 Principales grandeurs de la machine HW820CG

Le tableau suivant résume les paramètres généraux de la machine HW820CG :

Paramètres	Valeurs
Nombre de paires de pôles	3
Nombre d'encoche par pôle et par phase	2
Nombre de fils par phase	84
Nombre de fils en parallèle	9
Diamètre de fil	0,56 [mm]
Raccourcissement	5/6

Figure 135 – Principales caractéristiques de la machine HW820CG.

La géométrie de la machine est donnée sur la figure ci-dessous :

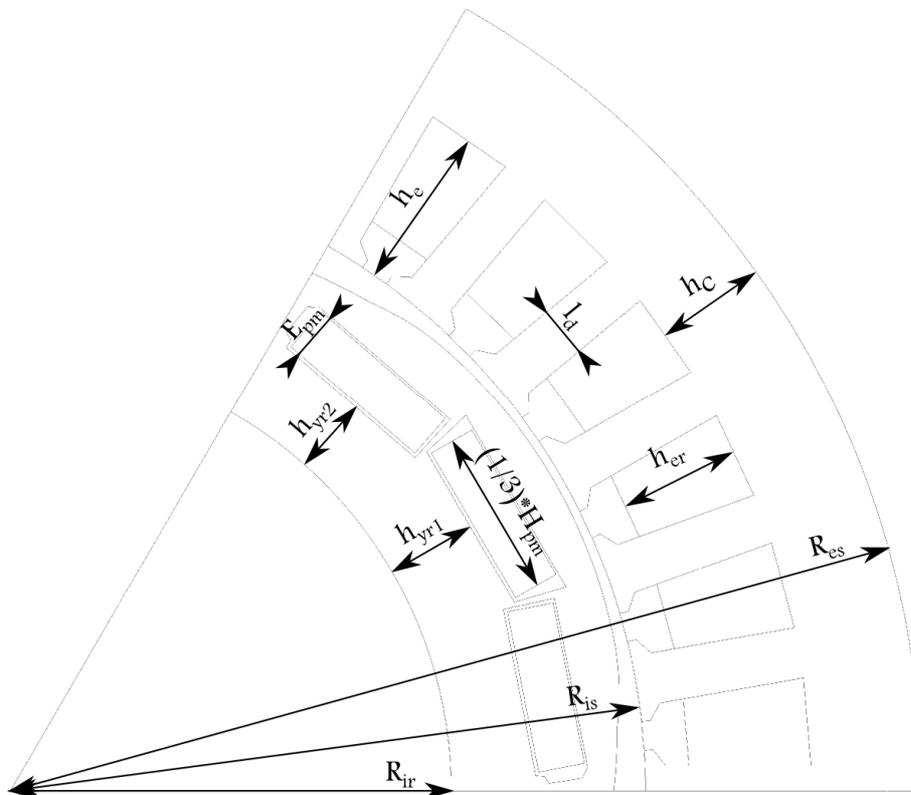


Figure 136 – Dimensions de la machine HW820CG.

Le tableau suivant donne les dimensions caractéristiques de la machine :

Paramètres	Dimensions [mm]
$R_{es}$	77,75
$R_{is}$	54
$R_{ir}$	37,5
$h_c$	9,5
$l_d$	4,2
$h_e$	13,8
$h_{er}$	11,25
$E_{pm}$	3,97
$H_{pm}$	41,91
$h_{yr1}$	7,75
$h_{yr2}$	6,75
$L_a$	83

Tableau 17 – Dimensions des parties actives de la HW820CG.

La géométrie des encoches avec ses isolants diélectriques est présentée ci-dessous :

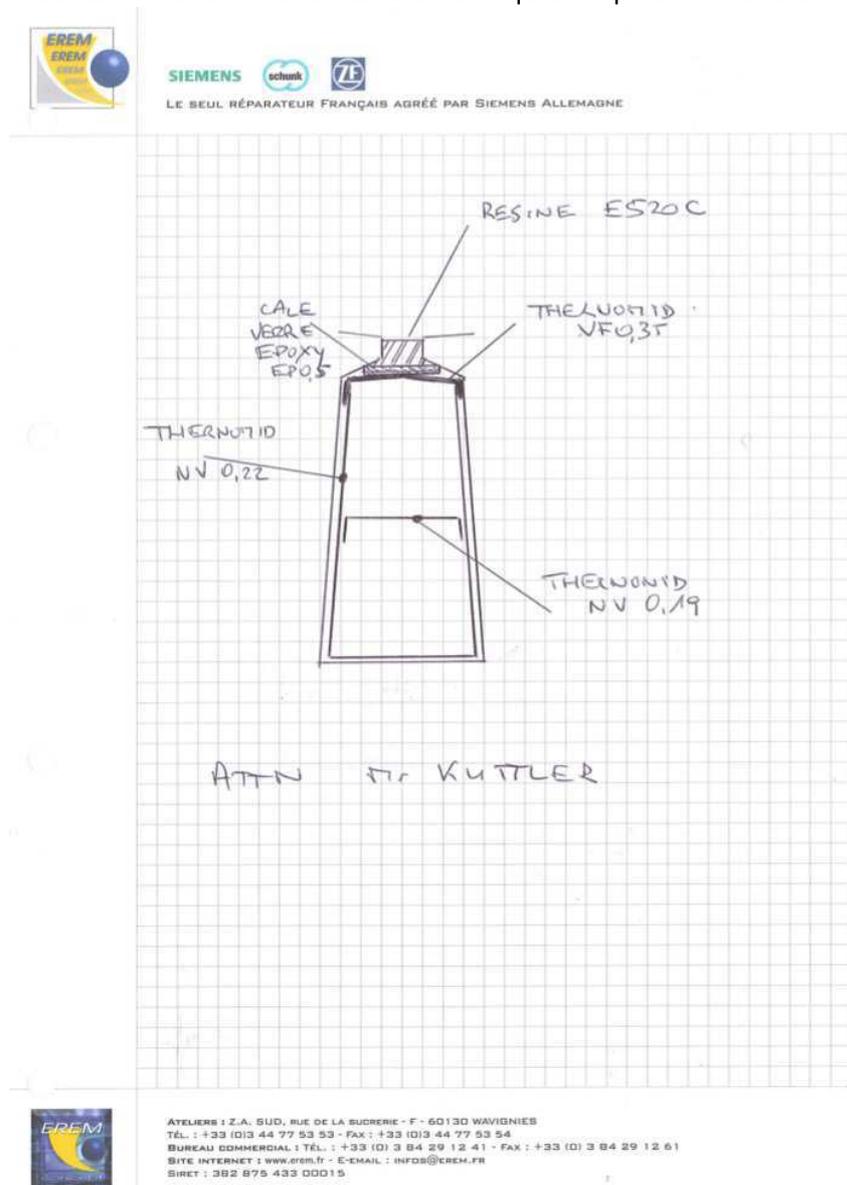


Figure 137 – Géométrie d'une encoche segmentée avec ses isolants diélectriques.

## 2 Caractéristiques des matériaux

La figure suivante donne les caractéristiques de la résine utilisée :



SPECIFICATION TECHNIQUE

### E 520 C + D 88

**RESINE EPOXY  
BI-COMPOSANTE CHARGEE  
POLYMERISATION A LA TEMPERATURE AMBIANTE**

#### UTILISATION RECOMMANDEE

Résine époxy semi rigide destinée à des applications de l'industrie électrique et électronique.  
- Isolation matériel électrique  
- Enrobage composants électroniques fragiles  
- Remplissage de capteurs dans le secteur automobile

#### CARACTERISTIQUES PRINCIPALES

Résine époxy bi-composante, contenant des charges lui conférant une bonne conductibilité thermique et compatible avec les systèmes d'isolation classe F.

CARACTERISTIQUES							
PREPOLYMERE PARTIE A				DURCISSEUR PARTIE B			
Viscosité à 23°C (Rhéomat)	NSEG 0013	<b>11 000</b> +/- <b>4 000</b>	mPas	Viscosité à 23°C (Rhéomat)	NSEG 0013	<b>10</b> +/- <b>2</b>	mPas
Masse volumique	ISO 2811	<b>1.74</b>	g/ml	Masse volumique	ISO 2811	<b>0.94</b>	g/ml
Couleur		<b>Rouge / Noire</b>		Couleur		<b>Incolore</b>	
MELANGE							
PHYSIQUE				MECANIQUE			
Rapport de mélange en poids		<b>100 / 13</b>	+/- 1	Retrait linéaire	ISO 3521	<b>&lt; 1.0</b>	%
Rapport de mélange en volume		<b>81 / 19</b>		Traction	ISO R 527	<b>250</b>	daN/cm <sup>2</sup>
Taux de charge		<b>53</b>	%	Allongement	ISO R 527	<b>&lt; 16</b>	%
Viscosité à 23°C (Rhéomat)	NSEG 0013	<b>1 300</b> +/- <b>500</b>	mPas	Dureté Shore à 23°C	ISO 868	<b>67</b>	<b>D</b>
Masse volumique	ISO 2811	<b>1.58</b>	g/ml	Coefficient dilatation 130 à 150°C		<b>148 10<sup>-6</sup></b>	/°K
Durée de vie 150 g à 23°C	NSEG 0005	<b>260</b>	min.	DIELECTRIQUE			
Temps de gel à 23°C sur 150 g	NSEG 0008	<b>300</b>	min.	Rigidité	CEI 243	<b>20</b>	KV/mm
Temps de gel à 121°C sur 2.5 g	NSEG 0012	<b>6' 30''</b> +/- <b>1' 30''</b>	min.	Constante à 23°C	CEI 250	<b>4.4</b>	(50 Hz)
Pic exothermique sur 50 g	NSEG 0007	<b>24</b>	°C	Tg δ à 23°C	CEI 250	<b>0.004</b>	(50 Hz)
Pic exothermique sur 100 g	NSEG 0007	<b>24</b>	°C	THERMIQUE			
Pic exothermique sur 200 g	NSEG 0007	<b>24</b>	°C	Température d'utilisation en service continu		<b>- 30 +145</b>	°C
POLYMERISATION				Conductivité thermique		<b>0.51+/-0.1</b>	W/m.°C
à 20°C	NSEG 0010	<b>48 H 00 mn</b>		Transition vitreuse		<b>33</b>	°C
à 100°C	NSEG 0010	<b>1 H 50 mn</b>		Autoextinguibilité	UL 94	<b>NON</b>	

#### CONDITIONS DE STOCKAGE

Afin de conserver l'optimum des performances de la résine E 520 C + D 88, nous recommandons pour :  
- STOCKAGE : A l'abri de la lumière, de la chaleur, du gel, dans son emballage d'origine hermétiquement fermé. Produits très sensibles à l'humidité.  
Ainsi la durée de conservation de la résine; quatre mois à une température comprise entre 5°C et 30°C et du durcisseur ; douze mois à une température comprise entre 5°C et 30°C.  
- UTILISATION : Ramener à la température ambiante 48 heures avant utilisation, éviter les variations rapides de température supérieure à 10°C et protéger résine et durcisseur de l'humidité.

#### HYGIENE ET SECURITE

Les composants de la résine ne sont pas corrosifs. Prendre les précautions d'usage quant à l'utilisation des résines industrielles. Dans tous les cas, éviter le contact avec la peau et les muqueuses ainsi que toute inhalation. L'usage des gants, lunettes et masque est conseillé. Se reporter aux fiches de données de sécurité.

#### EMBALLAGE

En bidons de 1-5 -12 et 20 litres ou en fûts de 220 litres. La partie B sera livrée dans un conditionnement en relation avec celui de la partie A et les proportions de mélange.

*Ces informations sont fondées sur nos connaissances actuelles et les résultats obtenus, en toute objectivité, dans notre laboratoire. Elles sont données au mieux de nos connaissances, et doivent être adaptées à chaque cas particulier, mais n'impliquent aucun engagement de notre part quant à l'utilisation du produit.*

Indice : I

Date : 08 Juillet 2010

**DIFFUSION NON CONTROLEE**

Code : MD 04.16

Figure 138 – Caractéristiques de la résine.

La figure suivante donne les caractéristiques des isolants utilisés :



# THERNOMID NV

## ISOLANT CLASSE "F" 155°C

L'isolant souple "THERNOMID NV" est un complexe constitué d'un film Polytéraphalate d'Éthylène Glycol protégé sur les deux faces par un feutre polyester non tissé.

### CARACTERISTIQUES (Épaisseur : 0,24 mm)

* Rigidité diélectrique .....	NFC 26225	en KV/mm ...	nc
* Constante diélectrique à 50 Hz à 25 °C .....	ASTM D 150-65	à 20°C .....	2,46
* Facteur de perte à 50 Hz à 25 °C .....	NFC 26230	à 20°C .....	0,005
* Résistivité spécifique à 25 °C .....	NFC 26230 et NFC 26143	.....	nc
* Permittivité spécifique à 50 Hz à 25 °C .....	NFC 26230 et NFC 26143	.....	nc
* Tension de claquage .....	NFC 26230	en KV .....	voir courbe
* Point de fusion .....	Fisher jones	en °C .....	> 250
* Point de ramollissement .....	ASTM D 876-65	en °C .....	> 245
* Température d'utilisation continue .....	NFC 26205	en °C .....	155
* Température d'utilisation discontinue .....	NFC 26205	en °C .....	190
* Température minimale d'utilisation .....	NFC 26205	en °C .....	-180 dans azote liquide
* Chaleur spécifique .....	NF PRG 62011 et ASTM C 518	en cal/g °C...	0,3
* Conductibilité thermique .....	NF PRG 62011 et ASTM C 518	en W/m °C ..	0,085
* Coefficient de dilatation linéaire.(30 à 50°C)	ASTM D 696-44	en mm/°C....	3 10 <sup>-5</sup>
* Résistance à la traction, sens longitudinal ...	NF 26143	en DaN/cm <sup>2</sup>	180
* Résistance à la traction, sens transversal .....	NF 26143	en DaN/cm <sup>2</sup>	nc
* Allongement à la traction sens longitudinal ...	NF 26143	en % .....	120
* Allongement à la traction sens transversal ...	NF 26143	en % .....	nc
* Retrait .....	160°C pendant 30 min	en % .....	2
* Absorption d'eau .....	(méthode interne)	en % .....	< 0,6
* Résistance à la déchirure amorcée .....	(méthode interne)	.....	nc

Nous fabriquons le THERNOMID NV en 10 épaisseurs

EPAISSEURS (mm) TOLERANCES	EPAISSEUR DU P.E.T. MICRONS	GRAMMAGE G/M <sup>2</sup>	BOBINES STANDARD DE
0,09 +/- 10 %	23	69 +/- 5 %	400 ML X 1000 mm
0,11 +/- 10 %	36	87 +/- 5 %	350 ML X 1000 mm
0,15 +/- 10 %	50	142 +/- 5 %	250 ML X 1000 mm
0,18 +/- 10 %	75	177 +/- 5 %	220 ML X 1000 mm
0,20 +/- 10 %	100	212 +/- 5 %	200 ML X 1000 mm
0,23 +/- 10 %	75	215 +/- 5 %	160 ML X 1000 mm
0,24 +/- 10 %	125	247 +/- 5 %	160 ML X 1000 mm
0,30 +/- 10 %	190	338 +/- 5 %	140 ML X 1000 mm
0,35 +/- 10 %	250	422 +/- 5 %	110 ML X 1000 mm
0,45 +/- 10 %	350	562 +/- 5 %	100 ML X 1000 mm

*Ces informations sont le résultat de nos essais de laboratoire.*

*Elles sont données au mieux de nos connaissances, mais n'impliquent aucun engagement de notre part*

Indice : C  
Date : 24 Février 1992

Edition du : 03.11.92

Feuille : 21

Figure 139 – Caractéristiques des isolants.

Le tableau suivant donne les caractéristiques des tôles magnétiques :

Paramètres	Valeurs
Épaisseur des tôles	0,5 [mm]
Conductivité des tôles	1923077 [S/m]
Coefficient de pertes par hystérésis	0.01699 [W.s/(T <sup>2</sup> .kg)]
Coefficient de pertes par excès	4,67.10 <sup>-5</sup> [W/(kg.(T/s) <sup>1,5</sup> )]
Coefficient de foisonnement	0,97

Tableau 18 – Caractéristiques des tôles magnétiques.

### 3 Circuit de refroidissement

La culasse est entourée d'une chemise de refroidissement constituée d'un canal à section rectangulaire d'une hauteur de 5 mm et de 1,5 cm de largeur. La distance entre deux canaux est de 1,8 cm. La figure suivante représente le circuit de refroidissement :

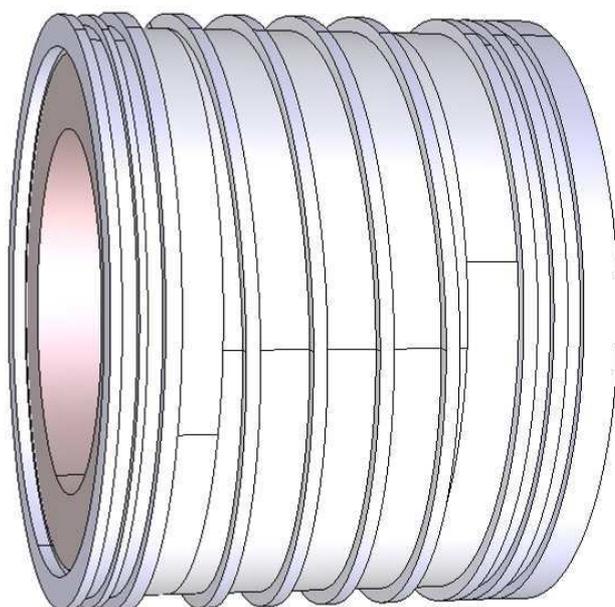


Figure 140 – Circuit de refroidissement.

## 4 Instrumentation

### 4.1 Description des systèmes de mesures électriques

Nous disposons de deux équipements de mesure pour la machine:

- Une centrale d'acquisition yokogawa SL 1000 pouvant enregistrer l'évolution des tensions, courants, couple, vitesse de rotation et des températures dans la machine.
- Un wattmètre de précision yokogawa WT 1800 ne pouvant enregistrer que les calculs temps réel de la puissance.

### 4.2 Centrale d'acquisition yokogawa SL1000

La centrale d'acquisition comporte deux types de module d'acquisition:

- 6 modules 701250 dédiés à la mesure des courants et tensions comprenant chacun 2 voies.
- 2 modules 701261 dédiés à la mesure des températures, du couple et de la vitesse comprenant chacun 2 voies.

Les caractéristiques de ces modules sont données dans le tableau suivant:

## Module Selection

Input	Model No.	Description	Sample Rate	Resolution	Bandwidth	Number of Channels	Isolation	Maximum Input Voltage (DC+ACpeak)	DC Accuracy	Note
Analog Voltage	720210	High-speed 100 MS/s 12-Bit Isolation Module (2 ch)	100 MS/s	12-Bit	30 MHz	2	Isolated	1000 V <sup>1</sup> 200 V <sup>2</sup>	±0.5%	SL1000 exclusive use <b>NEW</b>
	701250 <sup>4</sup>	High-speed 10 MS/s 12-Bit Isolation Module (2 ch)	10 MS/s	12-Bit	3 MHz	2	Isolated	600 V <sup>1</sup> 250 V <sup>2</sup>	±0.5%	high noise immunity
	701251	High-speed 1 MS/s 16-Bit Isolation Module (2 ch)	1 MS/s	16-Bit	300 kHz	2	Isolated	600 V <sup>1</sup> 140 V <sup>2</sup>	±0.25%	High sensitivity range (10 mV), low noise (±100 µVtyp), and high noise immunity
	701255 <sup>4</sup>	High-speed 10 MS/s 12-Bit non-Isolation Module (2 ch)	10 MS/s	12-Bit	3 MHz	2	Non-isolated	600 V <sup>3</sup> 250 V <sup>2</sup>	±0.5%	non-isolation version of model 701250
	701260	High-voltage 100 kS/s 16-Bit Isolation Module (with RMS, 2 ch)	100 kS/s	16-Bit	40 kHz	2	Isolated	1000 V <sup>1</sup> 300 V <sup>2</sup>	±0.25%	with RMS, and high noise immunity
Temperature	701261	Universal Module (2 ch)	100 kS/s (Voltage), 500 S/s (Temperature)	16-Bit (Voltage), 0.1°C (Temperature)	40 kHz (Voltage), 100 Hz (Temperature)	2	Isolated	42 V	±0.25% (Voltage)	thermocouple (K, E, J, T, L, U, N, R, S, B, W, iron-doped gold/chromel)
	701262	Universal module (with Anti-Aliasing Filter, 2 ch)	500 S/s (Temperature)	0.1°C (Temperature)	100 Hz (Temperature)	2	Isolated	42 V (Voltage)	±0.25% (Voltage)	thermocouple (K, E, J, T, L, U, N, R, S, B, W, iron-doped gold/chromel), with AAF
	701265	Temperature/high-precision voltage Module (2 ch)	500 S/s (Voltage), 500 S/s (Temperature)	16-Bit (Voltage), 0.1°C (Temperature)	100 Hz	2	Isolated	42 V	±0.08% (Voltage)	thermocouple (K, E, J, T, L, U, N, R, S, B, W, iron-doped gold/chromel), high sensitivity range (1 mV), and low noise (±4 µVtyp)
Acceleration	701275	Acceleration / Voltage Module (with Anti-Aliasing Filter, 2 ch)	100 kS/s	16-Bit	40 kHz	2	Isolated	42 V	±0.25% (Voltage) ±0.5% (Acceleration)	built-in anti-aliasing filter, Supports built-in amp type acceleration sensors (4 mA/22 V)
Strain	701270	Strain module (NDIS, 2 ch)	100 kS/s	16-Bit	20 kHz	2	Isolated	10 V	±0.5% (Strain)	Supports strain NDIS, 2.5, 10 V built-in bridge power supply
	701271	Strain module (DSUB, Shunt-CAL, 2 ch)	100 kS/s	16-Bit	20 kHz	2	Isolated	10 V	±0.5% (Strain)	Supports strain DSUB, 2.5, 10 V built-in bridge power supply, and shunt CAL
Frequency	701280	Frequency Module (2 ch)	25 kS/s	16-Bit	resolution 50 ns	2	Isolated	420 V <sup>1</sup> 42 V <sup>2</sup>	±0.1% (Frequency)	Measurement frequency of 0.01 Hz to 200 kHz. Measured parameters (frequency, rpm, period, duty, power supply frequency, distance, speed)

\* Probes are not included with any modules.  
<sup>1</sup>: In combination with 10:1 probe (for isolated BNC input) model 700929  
<sup>2</sup>: Direct input  
<sup>3</sup>: In combination with 10:1 probe (for isolated BNC input) model 701940  
<sup>4</sup>: Some of the models 701250/701255 shipped on or before July, 2007 may require factory rework.

Figure 141 – Extrait de la documentation technique de la centrale d'acquisition yokogawa SL1000.

Le module 701250 a une capacité d'enregistrement de 10 méga-échantillons avec un temps d'échantillonnage minimal de 100 ns.

Le tableau suivant résume les différents modes d'enregistrement de la centrale:

Nombre d'échantillon par seconde	Temps d'enregistrement pour un module (2 voies par module)	période d'échantillonnage
10 ME/s	5 sec	100 ns
1 ME/s	50 sec	1 µs
100 kE/s	8 min 20 sec	10 µs
10 kE/s	1 h 23 min 20 sec	100 µs
1 kE/s	13 h 53 min 20 sec	1 ms
500 E/s	1 j 3 h 46 min 40 sec	2 ms

Tableau 19 – Mode d'enregistrement.

Pour la mesure des courants, sachant que pour des raisons de repliement la période d'échantillonnage doit être supérieure à la moitié de la période du signal à mesurer. Nous prendrons au moins 100 échantillons par période étant donné la capacité d'échantillonnage du module. Pour une mesure des valeurs électriques, la période du signal atteint 1 ms au minimum à 20 000 tr/min imposant un taux d'échantillonnage minimal de 100 kE/s. Le temps d'enregistrement est à calculer suivant le nombre de modules utilisés mais nous sommes en surcapacité de mémoire.

Au cas où nous voulions faire l'acquisition de la tension afin de voir par exemple le rapport cyclique, la période de commutation est de 100 µs ; dans ce cas le taux d'échantillonnage devrait être de 1 ME/s. Nous sommes toujours en surcapacité de mémoire donc il est possible de faire l'acquisition de toutes les voies de tous les modules. En effet en enregistrant à 1 ME/s les données des 6 modules comprenant chacun 2 voies, le temps d'enregistrement est d'environ 4 secondes ce qui fait plus de 4000 périodes électriques de la machine enregistrées. Néanmoins les données peuvent aussi être transférées via une liaison Ethernet vers un PC.

Les détails techniques du module 701250 sont donnés ci-dessous:

Item	Specifications
Standard operating conditions	Temperature: 23° C±5° C Humidity: 55%±10% RH After a 30-minute warm-up and after calibration
Effective measurement range	Twice of setting range
Number of input channels	2
Input coupling	AC, DC, and GND
Maximum sample rate	10 MS/s
Input format	Isolated unbalanced
Frequency characteristics <sup>1</sup>	(-3 dB point when sine wave of amplitude 60 % of range is input) DC to 3 MHz
Voltage-axis range setting	50 mV to 200 V range (1-2-5 steps)
Maximum input voltage (at a frequency of 1 kHz or less)	Combined with the 700929(10:1) <sup>2</sup> 600 V (DC+ACpeak) Combined with the 701901+701954 (1:1) <sup>4</sup> 250 V (DC+ACpeak) Direct input or cable not complying with the safety standard <sup>5</sup> 250 V (DC+ACpeak)
Maximum allowable common mode voltage (at a frequency of 1 kHz or less)	Working voltage of safety standard Combined with the 700929 (10:1) <sup>3</sup> or combined with the 701901+701954 (1:1) <sup>5</sup> 400 Vrms (CAT I) 300 Vrms (CAT II) Direct input or cable not complying with the safety standard <sup>7</sup> 42 V (DC+ACpeak) (CAT I and CAT II, 30 Vrms)
Vertical (voltage) axis accuracy DC accuracy <sup>1</sup>	50 mV to 200 V range: ±(0.5% of range)
Input connector	BNC connector (isolated type)
Input impedance	1 MΩ ± 1%, approx. 35 pF
-3 dB point when AC coupled low frequency attenuation point	10 Hz or less (1 Hz or less when using the 700929)
Common mode rejection ratio	80 dB (50/60 Hz) or more (typical <sup>6</sup> )
Residual noise level (Input section shorted)	±400 μV or ±0.6% of range whichever is greater (Typical <sup>6</sup> )
Withstand voltage	1500 Vrms for 1 minute (across each terminal and earth) (60 Hz)
Allowable transient surge voltage (instantaneous)	±2100 Vpeak (across each input terminal and earth)
Insulation resistance	500 VDC, 10 MΩ or more (across each input terminal and earth)
A/D conversion resolution	12 bit (1500 LSB/range)
Temperature coefficient	Zero point: 50 mV to 200 V range: ±(0.05% of range)/°C (Typical <sup>6</sup> ) Gain: ±(0.02% of range)/°C (Typical <sup>6</sup> )
Bandwidth limit	Select from OFF, 500 kHz, 50 kHz, 5 kHz, and 500 Hz Cut-off characteristics: -18 dB/OCT (Typical <sup>6</sup> )
Probe attenuation setting	Voltage probe: 1:1, 10:1, 100:1, 1000:1 Current probe: 10 A:1 V (for the 700937/701933), 100 A: 1 V (for the 701930/701931)

Figure 142 – Documentation technique du module d'acquisition 701250.

Les précisions des entrées tension du module 701050 sont de l'ordre de 0,5 % sur une gamme de 600 V crête avec la sonde 1:10 et sur une gamme de 250 V crête en direct. Dans notre cas, les tensions maximales entre phase atteindront à 360 V en valeur crête. Une sonde de tension de type 700929 est alors nécessaire. Sa documentation est donnée ci-dessous:

## Probe Data Sheet

**Model 700929**  
**30 MHz 10:1 Passive Probe for Isolated BNC inputs**

**Overview**

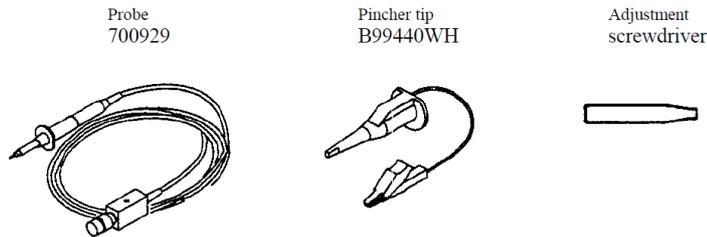
The 700929 is an isolated passive probe with an attenuation ratio of 10:1. It designed to be used with isolated input connectors.  
 The 700929 is the only probe to be used with the 700926 isolator. The 700929 is recommended for use with the 701855 High Speed Isolation Module of the DL700 series.

**Specifications**

Item	Specification
Bandwidth	DC to 250 MHz
Attenuation ratio	10:1 +/- 1.5%
Input impedance/capacitance	10 MΩ +/- 1%, approx. 15 pF
Rise time	1 ns or less
Maximum input voltage (probe only)	1000 Vrms, 1 MHz or lower
Maximum input voltage (with 700926)	600 Vrms, 160 kHz or less
Connector type	Isolated BNC
Total length	1.5 m

**Probe Items**

Contents of the package consists of the probe 700929, a pincher tip and an adjustment screwdriver.



**Figure 143 – Documentation technique de la sonde de tension yokogawa 700929.**

La formulation l'erreur de la mesure de tension sur la SL1000 est donnée ci-dessous en %:

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathcal{E}_{tensionDC\_SL1000\_direct} = \mathcal{E}_{tensionAC\_SL1000\_direct} = \frac{5 \cdot 10^{-3} \cdot V_{calibre\_SL1000}}{V_{mesurée}} \times 100 \\ \mathcal{E}_{tensionDC\_SL1000+700929} = \mathcal{E}_{tensionAC\_SL1000+700929} = 1,5 + \frac{5 \cdot 10^{-3} \cdot V_{calibre\_SL1000}}{V_{mesurée}} \times 100 \end{array} \right.$$

Le tableau suivant résume quelques erreurs sur des mesures de tension significatives:

Tension	Liaison	Calibre	Erreur totale
9 V DC	direct	10 V	0,56 %
12 V DC	direct	20 V	0,83 %
360 V AC	sonde 10:1	50 V	2,19 %
540 V DC	sonde 10:1	100 V	2,42 %

**Tableau 20 – Erreur relative de la mesure de tension à travers le module 701250.**

Les mesures de courant sont réalisées à partir des capteurs HITEC de forte précision. La documentation est donnée sur la figure suivante:

## HITEC CURRENT SENSORS AS USED WITH YOKOGAWA POWER METERS

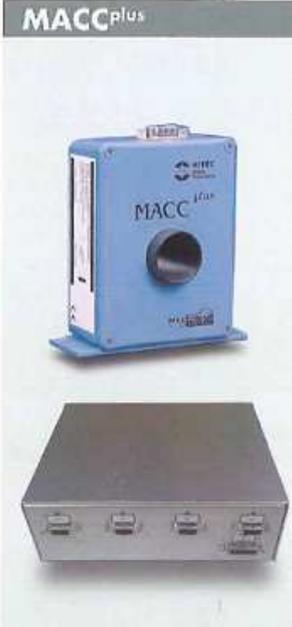
MACC <sup>plus</sup>	Characteristic	Specification
	<b>Current output type</b>	
	Input range DC	±600A (±850Apk)
	Input range AC	±850Apk (600Arms)
	Transfer ratio	1000:1
	External burden	0... 1Ω (at max. current)
	Accuracy DC	0.005% of reading + 0.002% of range
	Accuracy AC	0.010% of reading + 0.002% of range
	<b>Voltage output type</b>	
	Input range DC	±100, 200 or 500A
	Input range AC	±100, 200 or 500Apk (70, 140 or 350Arms)
Transfer ratio	10, 20 or 50A/V	
Output voltage	12Vmax with ≥2kΩ load	
Accuracy DC	0.020% of reading + 0.005% of range	
Accuracy AC	0.025% of reading + 0.005% of range	
<b>General</b>		
Bandwidth	DC ... 100kHz (-3dB)	
Overload	120% (DC / AC)	
Supply voltage	±15Vdc (max. 1Apk)	
Dimensions	112x82x45mm	
Hole diameter	25mm	

Figure 144 – documentation technique des capteurs de courant HITEC.

Nous utilisons actuellement une sortie tension dont la plage est de 0-10 V pour une conversion courant-tension égale à 0,02 V/A.

La formulation l'erreur totale (capteur + SL1000) est donnée ci-dessous en %:

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathcal{E}_{courantDC\_SL1000} = \left( \frac{2.10^{-4} \times I_{mesureDC} + 5.10^{-5} \times I_{calibreDC} + \frac{5.10^{-3} \cdot V_{calibre\_SL1000}}{I_{mesureDC} \times 0,02}}{I_{mesureDC}} \right) \times 100 \\ \mathcal{E}_{courantAC\_SL1000} = \left( \frac{2,5.10^{-4} \times I_{mesureAC} + 5.10^{-5} \times I_{calibreAC} + \frac{5.10^{-3} \cdot V_{calibre\_SL1000}}{I_{mesureAC} \times 0,02}}{I_{mesureAC}} \right) \times 100 \end{array} \right.$$

Le tableau suivant résume les erreurs pour 3 courants DC et AC:

Courant	Conversion AV	Calibre SL1000	Erreur DC	Erreur AC
10 A	0,2 V	0,5 V	1,52 %	1,53 %
50 A	1 V	2 V	1,07 %	1,08 %
100 A	2 V	5 V	1,30 %	1,30 %

Tableau 21 – Erreur relative de la mesure du courant à travers le module 701250.

Attention en dessous de 50 mV la précision de mesure n'est plus garantie ; cela correspond à un courant de 2,5 A.

Pour la mesure du couple, le couplemètre dispose de deux choix de sortie:

- Une sortie fréquence.
- Une sortie tension.

Nous utilisons la sortie en fréquence du couplemètre dont les caractéristiques sont données sur la figure suivante:

## Caractéristiques techniques

Type	T10FS									
Classe de précision	0,05									
Système de mesure de couple										
Couple nominal $M_{nom}$	N.m	100	200	500	1 k	2 k	3 k	5 k	10 k	
Sensibilité nominale (plage de signal nominal entre couple = zéro et couple nominal)	Sortie fréquence	5								
	Sortie tension	10								
Tolérance de sensibilité (variation de la grandeur de sortie effective pour $M_{nom}$ de la plage de signal nominal)	Sortie fréquence	± 0,1								
	Sortie tension	± 0,2								
Signal de sortie à couple = zéro	Sortie fréquence	10								
	Sortie tension	0								
Signal nominal de sortie	Sortie fréquence	15 (5 V symétrique <sup>1)</sup> / 12 V asymétrique <sup>2)</sup>								
	Sortie tension	5 (5 V symétrique <sup>1)</sup> / 12 V asymétrique <sup>2)</sup>								
Résistance de charge	Sortie fréquence	≥ 2								
	Sortie tension	≥ 5								
Dérive longue durée sur 48 h	Sortie fréquence	≤ ± 3								
	Sortie tension	≤ ± 3								
Bande passante	Sortie fréquence	0 ... 1000 (-3 dB)								
	Sortie tension	0 ... 1000 (-3 dB)								
Temps de propagation de goupes	Sortie fréquence	0,15								
	Sortie tension	0,9								
Ondulation résiduelle	Sortie fréquence	40 (crête/crête)								
	Sortie tension	40 (crête/crête)								
Influence de la température par 10 K dans la plage nominale de température	Sortie fréquence	< ± 0,05								
	Sortie tension	< ± 0,15								
sur le zéro, relative à la sensibilité nominale	Sortie fréquence	< ± 0,05 (< ± 0,03 option)								
	Sortie tension	< ± 0,15 (< ± 0,13 option)								
Gamme dynamique <sup>3)</sup>	Sortie fréquence	4 ... 16								
	Sortie tension	-10,5 ... +10,5 (type ± 11)								
Alimentation (version KF1)	Tension d'alimentation du pont (tension carrée)	54 ± 5 % (crête/crête)								
	Déclenchement du signal de calibrage	80 ± 5 %								
Tension d'alimentation du pré-amplificateur	Fréquence	env. 14								
	Courant maxi absorbé	1 (crête/crête)								
Pré-amplificateur, courant maxi absorbé	Tension d'alimentation du pré-amplificateur	0/0/+15								
	Pré-amplificateur, courant maxi absorbé	0/0/+25								
Alimentation (version SF1/SU2)	Tension d'alimentation nominale (basse tension de protection)	18 ... 30; asymétrique								
	Courant absorbé en mode mesure	< 0,9								
Puissance absorbée nominale	Courant absorbé en mode de démarrage	< 2								
	Puissance absorbée nominale	< 12								

<sup>1)</sup> Signaux complémentaires RS-422 ; Réglage d'usine version SF1/SU2

<sup>2)</sup> Réglage d'usine version KF1 (commutation n'est pas possible)

<sup>3)</sup> Plage de signal de sortie avec un rapport répétable entre couple et signal de sortie.

Figure 145 – Documentation technique du couplemètre HBM T10FS.

Actuellement cette donnée passe par l'intermédiaire d'une carte BIA dédiée à la régulation de la machine.

Le couple +/- 500 N.m est converti une première fois en un signal de fréquence compris entre 5 et 15 kHz. Celui-ci est de nouveau converti par la carte BIA CU200 en un signal +/-10 V dont la précision est de 0,1 % sur le calibre.

Au final, la plage de la sortie tension est de +/-10 V pour une conversion couple-tension de 0,02 V/(N.m) à la sortie de la carte BIA-CU210.

Cette tension est renvoyée au module 701261 dont les caractéristiques sont données sur la figure ci-dessous:

Item	Specifications																																							
Standard operating conditions	Temperature: 23° C±5° C Humidity: 55%±10% RH After a 30-minute warm-up and after calibration																																							
Function	Temperature (thermocouple) or voltage measurement (switchable)																																							
Effective measurement range	Voltage measurement: Twice of setting range																																							
Number of input channels	2																																							
Input coupling	TC, DC, AC, and GND TC: Temperature (thermocouple) measurement DC: Voltage measurement (DC coupling) AC: Voltage measurement (AC coupling)																																							
Voltage measurement maximum sample rate	100 kS/s																																							
Temperature measurement data update rate	500Hz																																							
input format	Isolated unbalanced																																							
Measurement range/accuracy <sup>3</sup>	[Voltage measurement] Voltage sensitivity: 50 mV to 200 V range (1-2-5 steps) Voltage accuracy: ±(0.25% of range) [Temperature measurement] <sup>4</sup> <table border="1" style="margin-left: 20px;"> <thead> <tr> <th>Type</th> <th>Measurement Range</th> <th>Accuracy</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>K</td> <td>-200 to 1300° C</td> <td>±(0.1% of reading + 1.5° C)</td> </tr> <tr> <td>E</td> <td>-200 to 800° C</td> <td>Except ±(0.2% of reading + 1.5° C) for -200° C to 0° C</td> </tr> <tr> <td>J</td> <td>-200 to 1100° C</td> <td></td> </tr> <tr> <td>T</td> <td>-200 to 400° C</td> <td></td> </tr> <tr> <td>L</td> <td>-200 to 900° C</td> <td></td> </tr> <tr> <td>U</td> <td>-200 to 400° C</td> <td></td> </tr> <tr> <td>N</td> <td>0 to 1300° C</td> <td></td> </tr> <tr> <td>R</td> <td>0 to 1700° C</td> <td>±(0.1% of reading + 3° C)</td> </tr> <tr> <td>S</td> <td>0 to 1700° C</td> <td>Except, 0 to 200° C: ±8° C 200 to 800° C: ±5° C</td> </tr> <tr> <td>B</td> <td>0 to 1800° C</td> <td>±(0.1% of reading + 2° C) Except, 400 to 700° C: ±8° C Effective range is 400 to 1800° C</td> </tr> <tr> <td>W</td> <td>0 to 2300° C</td> <td>±(0.1% of reading + 3° C)</td> </tr> <tr> <td>Au7Fe<sup>3</sup></td> <td>0 to 300K</td> <td>0 to 50K: ±4K 50 to 300K: ±2.5K</td> </tr> </tbody> </table>	Type	Measurement Range	Accuracy	K	-200 to 1300° C	±(0.1% of reading + 1.5° C)	E	-200 to 800° C	Except ±(0.2% of reading + 1.5° C) for -200° C to 0° C	J	-200 to 1100° C		T	-200 to 400° C		L	-200 to 900° C		U	-200 to 400° C		N	0 to 1300° C		R	0 to 1700° C	±(0.1% of reading + 3° C)	S	0 to 1700° C	Except, 0 to 200° C: ±8° C 200 to 800° C: ±5° C	B	0 to 1800° C	±(0.1% of reading + 2° C) Except, 400 to 700° C: ±8° C Effective range is 400 to 1800° C	W	0 to 2300° C	±(0.1% of reading + 3° C)	Au7Fe <sup>3</sup>	0 to 300K	0 to 50K: ±4K 50 to 300K: ±2.5K
Type	Measurement Range	Accuracy																																						
K	-200 to 1300° C	±(0.1% of reading + 1.5° C)																																						
E	-200 to 800° C	Except ±(0.2% of reading + 1.5° C) for -200° C to 0° C																																						
J	-200 to 1100° C																																							
T	-200 to 400° C																																							
L	-200 to 900° C																																							
U	-200 to 400° C																																							
N	0 to 1300° C																																							
R	0 to 1700° C	±(0.1% of reading + 3° C)																																						
S	0 to 1700° C	Except, 0 to 200° C: ±8° C 200 to 800° C: ±5° C																																						
B	0 to 1800° C	±(0.1% of reading + 2° C) Except, 400 to 700° C: ±8° C Effective range is 400 to 1800° C																																						
W	0 to 2300° C	±(0.1% of reading + 3° C)																																						
Au7Fe <sup>3</sup>	0 to 300K	0 to 50K: ±4K 50 to 300K: ±2.5K																																						
Frequency characteristics <sup>4</sup> (-3 dB point when a sine wave of amplitude 60 % of range is input)	[Voltage measurement] DC to 40 kHz [Temperature measurement] DC to 100 Hz																																							
Maximum input voltage <sup>4</sup> (at a frequency of 1 kHz or less)	Both temperature and voltage input: 42 V (DC + ACpeak) (as a value that meets the safety standard) 150 V (DC + ACpeak) (maximum allowable voltage, as a value that does not damage the instrument when applied)																																							
Maximum allowable common mode voltage <sup>4</sup> (at a frequency of 1 kHz or less)	Both temperature and voltage input: 42 V (DC+ACpeak) (CAT I and CAT II, 30 Vrms)																																							
Vertical resolution	[Voltage measurement] During voltage input: 24000 LSB/range [Temperature measurement] When measuring temperature: 0.1° C																																							
-3 dB point when AC coupled low frequency attenuation point	[Voltage measurement] 0.5 Hz or less																																							
Input connector	Binding post																																							
Input impedance	Approx. 1 MΩ																																							

Figure 146 – Documentation technique du module 701261.

La formulation l'erreur totale (couplemètre + BIA-CU200 + SL1000) est donnée ci-dessous en %:

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathcal{E}_{coupleDC\_SL1000} = \left( \frac{1.10^{-3} \times C_{calibre\_nom}}{C_{mesureDC}} + \frac{1.10^{-3} \cdot V_{calibre\_BU200}}{C_{mesureDC} \times 0,02} + \frac{2,5.10^{-3} \cdot V_{calibre\_SL1000}}{C_{mesureDC} \times 0,02} \right) \times 100 \\ \mathcal{E}_{coupleAC\_SL1000} = \mathcal{E}_{coupleDC\_SL1000} \end{array} \right.$$

Le tableau suivant résume les erreurs pour différents couples:

Couple	Calibre CU200	Conversion f=>V CU200	Calibre SL1000	Erreur DC et AC
5 N.m	10 V	0,1 V	0,2 V	20,50 %
10 N.m	10 V	0,2 V	0,5 V	10,62 %
15 N.m	10 V	0,3 V	0,5 V	7,08 %
20 N.m	10 V	0,4 V	0,5 V	5,31 %
25 N.m	10 V	0,5 V	1 V	4,50 %
30 N.m	10 V	0,6 V	1 V	3,75 %
40 N.m	10 V	0,8 V	1 V	2,81 %

Tableau 22 – Erreur relative de la mesure du couple en fréquence + carte BIA à travers le module 701261.

Attention en dessous de 50 mV la précision de mesure n'est plus garantie ; cela correspond à un couple de 2,5 N.m.

Finalement nous obtiendrions la même précision en prenant la mesure de tension du couplemètre pour la connecter directement à la centrale d'acquisition.

La carte BIA-CU200 renvoie les valeurs de couple en numérique directement après l'acquisition de la sortie fréquence, le tableau suivant résume la précision de cette mesure en considérant l'erreur sur le fréquencemètre de la carte comme nulle.

Couple	Erreur DC et AC
5 N.m	10,00 %
10 N.m	5,00 %
15 N.m	3,33 %
20 N.m	2,50 %
25 N.m	2,00 %
30 N.m	1,67 %
40 N.m	1,25 %

Tableau 23 – Erreur relative de la mesure du couple en fréquence + carte BIA.

Pour la mesure de la vitesse, celle-ci ne peut se faire à travers la centrale d'acquisition car nous ne disposons pas d'entrée fréquence.

#### 4.3 Wattmètre de précision temps réel yokogawa WT1800

Le wattmètre dispose des entrées/sorties suivantes (cf. Figure 147):

- 6 entrées tension.
- 6 entrées directes courant 50 A.
- 6 entrées externes courant 500 A<sup>6</sup>.
- entrées couple-vitesse ABZ.
- 1 sortie DA.
- 1 sortie Ethernet.
- 1 sortie USB.
- 1 sortie GP-IB.

<sup>6</sup> Le capteur peut mesurer un courant jusqu'à 600 A donnant 12 V en sortie. Néanmoins le wattmètre ne peut accepter que 10 V sur l'entrée externe courant.

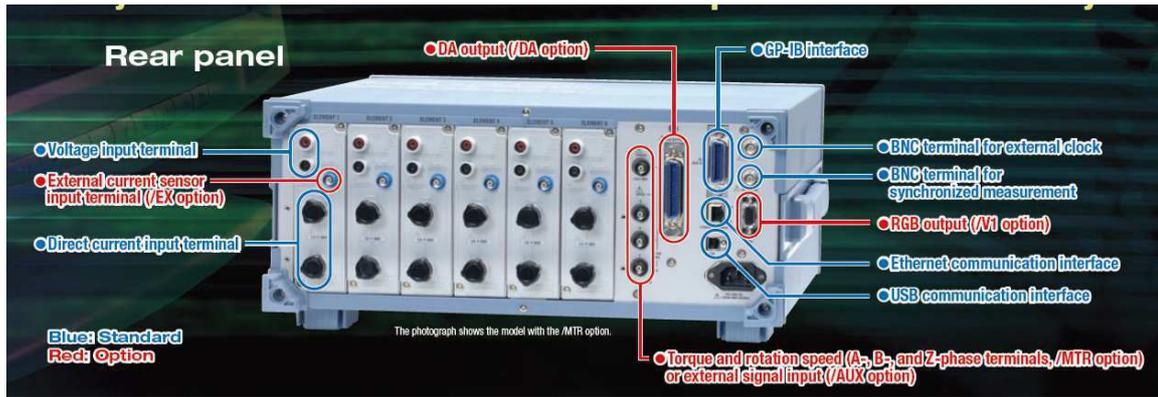


Figure 147 – Documentation technique du WT1800: définition des entrées.

Le wattmètre calcule la puissance mécanique et électrique en temps réel. Il dispose d'une capacité d'enregistrement pour les calculs de puissance et de connexions GP-IB, Ethernet et USB pour la communication avec un PC. Seuls les calculs de puissance peuvent transiter ou être enregistrés.

Le taux d'échantillonnage est de 2 ME/s donnant ainsi une période d'échantillonnage de 500 ns. Dans la partie précédente, nous avons vu qu'un taux d'échantillonnage était déjà largement suffisant pour nos mesures.

### Power

Item	Specification
Accuracy (six-month)	Conditions Same as the accuracy of the voltage and current
Frequency	Accuracy $\pm(\text{Reading error} + \text{Measurement range error})$
DC	$\pm(0.05\% \text{ of reading} + 0.1\% \text{ of range})$
$0.1 \text{ Hz} \leq f < 10 \text{ Hz}$	$\pm(0.3\% \text{ of reading} + 0.2\% \text{ of range})$
$10 \text{ Hz} \leq f < 45 \text{ Hz}$	$\pm(0.1\% \text{ of reading} + 0.2\% \text{ of range})$
$45 \text{ Hz} \leq f \leq 66 \text{ Hz}$	$\pm(0.1\% \text{ of reading} + 0.05\% \text{ of range})$
$66 \text{ Hz} < f \leq 1 \text{ kHz}$	$\pm(0.2\% \text{ of reading} + 0.1\% \text{ of range})$
$1 \text{ kHz} < f \leq 50 \text{ kHz}$	$\pm(0.3\% \text{ of reading} + 0.2\% \text{ of range})$ 50 mV, 100 mV, 200 mV range of the external current sensor input $\pm(0.5\% \text{ of reading} + 0.2\% \text{ of range})$ Direct input of the 50 A input element $\pm\{(0.1 \times f + 0.2)\% \text{ of reading} + 0.2\% \text{ of range}\}$
$50 \text{ kHz} < f \leq 100 \text{ kHz}$	$\pm(0.7\% \text{ of reading} + 0.3\% \text{ of range})$ Direct input of the 50 A input element $\pm\{(0.3 \times f - 9.5)\% \text{ of reading} + 0.3\% \text{ of range}\}$
$100 \text{ kHz} < f \leq 200 \text{ kHz}$	$\pm\{(0.0105 \times f - 0.25)\% \text{ of reading} + 1\% \text{ of range}\}$ Direct input of the 50 A input element $\pm\{(0.09 \times f + 11)\% \text{ of reading} + 1\% \text{ of range}\}$
$200 \text{ kHz} < f \leq 500 \text{ kHz}$	$\pm\{(0.0105 \times f - 0.25)\% \text{ of reading} + 1\% \text{ of range}\}$ Direct input of the 50A input element: It does not define accuracy.
$500 \text{ kHz} < f \leq 1 \text{ MHz}$	$\pm\{(0.048 \times f - 20)\% \text{ of reading} + 2\% \text{ of range}\}$ Direct input of the 50A input element: It does not define accuracy.

		WT1800
Input	Basic power accuracy (50/60 Hz)	0.1% of reading + 0.05% of range
	DC power accuracy	0.05% of reading + 0.1% of range
	Power frequency range	DC, 0.1 Hz to 1 MHz
	Voltage/Current frequency range	5 MHz (typical)
	Input elements	1, 2, 3, 4, 5, 6
	Voltage range	1.5, 3, 6, 10, 15, 30, 60, 100, 150, 300, 600, 1000 [V]
	Current range (direct input)	10 m, 20 m, 50 m, 100 m, 200 m, 500 m, 1, 2, 5 [A] or, 1, 2, 5, 10, 20, 50 [A]
Current range (external sensor input)	50 m, 100 m, 250 m, 500 m, 1, 2.5, 5, 10 [V] (opt.)	
Guaranteed accuracy range for voltage and current	1% to 110%	

Figure 148 – Documentation technique du WT1800: précision du calcul de la puissance + calibres.

## Accuracy

### Voltage and Current

Item	Specification																																																
Accuracy (six-month)	<p>Conditions            Temperature: 23±5°C, Humidity: 30 to 75%RH, Input waveform: Sine wave.            Power factor (A): 1, Common mode voltage: 0 V, Crest factor: 3, Line filter: OFF.            Frequency filter: 1 kHz or less when ON, after warm-up.            After zero level compensation or range value changed while wired. The unit of f within the accuracy equation is kHz.</p>																																																
	<p>Voltage</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th>Frequency</th> <th>Accuracy</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>DC</td> <td>±(Measurement reading error + Setting range error)</td> </tr> <tr> <td>DC</td> <td>±(0.05% of reading + 0.1% of range)</td> </tr> <tr> <td>0.1 Hz &lt; f &lt; 10 Hz</td> <td>±(0.1% of reading + 0.2% of range)</td> </tr> <tr> <td>10 Hz ≤ f &lt; 45 Hz</td> <td>±(0.1% of reading + 0.1% of range)</td> </tr> <tr> <td>45 Hz ≤ f ≤ 95 Hz</td> <td>±(0.1% of reading + 0.05% of range)</td> </tr> <tr> <td>95 Hz &lt; f ≤ 1 kHz</td> <td>±(0.1% of reading + 0.1% of range)</td> </tr> <tr> <td>1 kHz &lt; f ≤ 50 kHz</td> <td>±(0.3% of reading + 0.1% of range)</td> </tr> <tr> <td>50 kHz &lt; f ≤ 100 kHz</td> <td>±(0.6% of reading + 0.2% of range)</td> </tr> <tr> <td>100 kHz &lt; f ≤ 500 kHz</td> <td>±((0.006 × f)% of reading + 0.5% of range)</td> </tr> <tr> <td>500 kHz &lt; f ≤ 1 MHz</td> <td>±((0.022 × f - 8)% of reading + 1% of range)</td> </tr> <tr> <td>Frequency bandwidth</td> <td>5 MHz (-3 dB, typical)</td> </tr> </tbody> </table>	Frequency	Accuracy	DC	±(Measurement reading error + Setting range error)	DC	±(0.05% of reading + 0.1% of range)	0.1 Hz < f < 10 Hz	±(0.1% of reading + 0.2% of range)	10 Hz ≤ f < 45 Hz	±(0.1% of reading + 0.1% of range)	45 Hz ≤ f ≤ 95 Hz	±(0.1% of reading + 0.05% of range)	95 Hz < f ≤ 1 kHz	±(0.1% of reading + 0.1% of range)	1 kHz < f ≤ 50 kHz	±(0.3% of reading + 0.1% of range)	50 kHz < f ≤ 100 kHz	±(0.6% of reading + 0.2% of range)	100 kHz < f ≤ 500 kHz	±((0.006 × f)% of reading + 0.5% of range)	500 kHz < f ≤ 1 MHz	±((0.022 × f - 8)% of reading + 1% of range)	Frequency bandwidth	5 MHz (-3 dB, typical)																								
Frequency	Accuracy																																																
DC	±(Measurement reading error + Setting range error)																																																
DC	±(0.05% of reading + 0.1% of range)																																																
0.1 Hz < f < 10 Hz	±(0.1% of reading + 0.2% of range)																																																
10 Hz ≤ f < 45 Hz	±(0.1% of reading + 0.1% of range)																																																
45 Hz ≤ f ≤ 95 Hz	±(0.1% of reading + 0.05% of range)																																																
95 Hz < f ≤ 1 kHz	±(0.1% of reading + 0.1% of range)																																																
1 kHz < f ≤ 50 kHz	±(0.3% of reading + 0.1% of range)																																																
50 kHz < f ≤ 100 kHz	±(0.6% of reading + 0.2% of range)																																																
100 kHz < f ≤ 500 kHz	±((0.006 × f)% of reading + 0.5% of range)																																																
500 kHz < f ≤ 1 MHz	±((0.022 × f - 8)% of reading + 1% of range)																																																
Frequency bandwidth	5 MHz (-3 dB, typical)																																																
	<p>Current</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th>Frequency</th> <th>Accuracy</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>DC</td> <td>±(Measurement reading error + Setting range error)</td> </tr> <tr> <td>DC</td> <td>±(0.05% of reading + 0.1% of range)</td> </tr> <tr> <td>0.1 Hz ≤ f &lt; 10 Hz</td> <td>±(0.1% of reading + 0.2% of range)</td> </tr> <tr> <td>10 Hz ≤ f &lt; 45 Hz</td> <td>±(0.1% of reading + 0.1% of range)</td> </tr> <tr> <td>45 Hz ≤ f ≤ 95 Hz</td> <td>±(0.1% of reading + 0.05% of range)</td> </tr> <tr> <td>95 Hz &lt; f ≤ 1 kHz</td> <td>±(0.1% of reading + 0.1% of range)</td> </tr> <tr> <td>1 kHz &lt; f ≤ 50 kHz</td> <td>±(0.3% of reading + 0.1% of range)</td> </tr> <tr> <td></td> <td>Direct input of the 50 A input element</td> </tr> <tr> <td></td> <td>±(0.5% of reading + 0.1% of range)</td> </tr> <tr> <td></td> <td>Direct input of the 50 A input element</td> </tr> <tr> <td></td> <td>±(0.1 × f + 0.2)% of reading + 0.1% of range)</td> </tr> <tr> <td>50 kHz &lt; f &lt; 100 kHz</td> <td>±(0.6% of reading + 0.2% of range)</td> </tr> <tr> <td></td> <td>Direct input of the 50 A input element</td> </tr> <tr> <td></td> <td>±(0.1 × f + 0.2)% of reading + 0.1% of range)</td> </tr> <tr> <td>100 kHz ≤ f &lt; 200 kHz</td> <td>±((0.00725 × f - 0.125)% of reading - 0.5% of range)</td> </tr> <tr> <td></td> <td>Direct input of the 50 A input element</td> </tr> <tr> <td></td> <td>±((0.05 × f + 5)% of reading - 0.5% of range)</td> </tr> <tr> <td>200 kHz &lt; f ≤ 500 kHz</td> <td>±((0.00725 × f - 0.125)% of reading - 0.5% of range)</td> </tr> <tr> <td></td> <td>Direct input of the 50 A input element: It does not define accuracy.</td> </tr> <tr> <td>500 kHz &lt; f ≤ 1 MHz</td> <td>±((0.022 × f - 8)% of reading + 1% of range)</td> </tr> <tr> <td></td> <td>Direct input of the 50 A input element: It does not define accuracy.</td> </tr> <tr> <td>Frequency bandwidth</td> <td>5 MHz (-3 dB, typical) 5 A input element</td> </tr> <tr> <td></td> <td>External current sensor input of the 50 A input element</td> </tr> </tbody> </table>	Frequency	Accuracy	DC	±(Measurement reading error + Setting range error)	DC	±(0.05% of reading + 0.1% of range)	0.1 Hz ≤ f < 10 Hz	±(0.1% of reading + 0.2% of range)	10 Hz ≤ f < 45 Hz	±(0.1% of reading + 0.1% of range)	45 Hz ≤ f ≤ 95 Hz	±(0.1% of reading + 0.05% of range)	95 Hz < f ≤ 1 kHz	±(0.1% of reading + 0.1% of range)	1 kHz < f ≤ 50 kHz	±(0.3% of reading + 0.1% of range)		Direct input of the 50 A input element		±(0.5% of reading + 0.1% of range)		Direct input of the 50 A input element		±(0.1 × f + 0.2)% of reading + 0.1% of range)	50 kHz < f < 100 kHz	±(0.6% of reading + 0.2% of range)		Direct input of the 50 A input element		±(0.1 × f + 0.2)% of reading + 0.1% of range)	100 kHz ≤ f < 200 kHz	±((0.00725 × f - 0.125)% of reading - 0.5% of range)		Direct input of the 50 A input element		±((0.05 × f + 5)% of reading - 0.5% of range)	200 kHz < f ≤ 500 kHz	±((0.00725 × f - 0.125)% of reading - 0.5% of range)		Direct input of the 50 A input element: It does not define accuracy.	500 kHz < f ≤ 1 MHz	±((0.022 × f - 8)% of reading + 1% of range)		Direct input of the 50 A input element: It does not define accuracy.	Frequency bandwidth	5 MHz (-3 dB, typical) 5 A input element		External current sensor input of the 50 A input element
Frequency	Accuracy																																																
DC	±(Measurement reading error + Setting range error)																																																
DC	±(0.05% of reading + 0.1% of range)																																																
0.1 Hz ≤ f < 10 Hz	±(0.1% of reading + 0.2% of range)																																																
10 Hz ≤ f < 45 Hz	±(0.1% of reading + 0.1% of range)																																																
45 Hz ≤ f ≤ 95 Hz	±(0.1% of reading + 0.05% of range)																																																
95 Hz < f ≤ 1 kHz	±(0.1% of reading + 0.1% of range)																																																
1 kHz < f ≤ 50 kHz	±(0.3% of reading + 0.1% of range)																																																
	Direct input of the 50 A input element																																																
	±(0.5% of reading + 0.1% of range)																																																
	Direct input of the 50 A input element																																																
	±(0.1 × f + 0.2)% of reading + 0.1% of range)																																																
50 kHz < f < 100 kHz	±(0.6% of reading + 0.2% of range)																																																
	Direct input of the 50 A input element																																																
	±(0.1 × f + 0.2)% of reading + 0.1% of range)																																																
100 kHz ≤ f < 200 kHz	±((0.00725 × f - 0.125)% of reading - 0.5% of range)																																																
	Direct input of the 50 A input element																																																
	±((0.05 × f + 5)% of reading - 0.5% of range)																																																
200 kHz < f ≤ 500 kHz	±((0.00725 × f - 0.125)% of reading - 0.5% of range)																																																
	Direct input of the 50 A input element: It does not define accuracy.																																																
500 kHz < f ≤ 1 MHz	±((0.022 × f - 8)% of reading + 1% of range)																																																
	Direct input of the 50 A input element: It does not define accuracy.																																																
Frequency bandwidth	5 MHz (-3 dB, typical) 5 A input element																																																
	External current sensor input of the 50 A input element																																																
Measurement range	<p>Voltage            1.5 V, 3 V, 6 V, 10 V, 15 V, 30 V, 60 V, 100 V, 150 V, 300 V, 600 V, 1000 V (for crest factor 3)            0.75 V, 1.5 V, 3 V, 5 V, 7.5 V, 15 V, 30 V, 50 V, 75 V, 150 V, 300 V, 500 V (for crest factor 6)</p> <p>Current</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Direct input:           <ul style="list-style-type: none"> <li>50 A input element               <ul style="list-style-type: none"> <li>1 A, 2 A, 5 A, 10 A, 20 A, 50 A (for crest factor 3)</li> <li>500 mA, 1 A, 2.5 A, 5 A, 10 A, 25 A (for crest factor 6)</li> </ul> </li> <li>5 A input element               <ul style="list-style-type: none"> <li>10 mA, 20 mA, 50 mA, 100 mA, 200 mA, 500 mA, 1 A, 2 A, 5 A (for crest factor 3)</li> <li>5 mA, 10 mA, 25 mA, 50 mA, 100 mA, 250 mA, 500 mA, 1 A, 2.5 A (for crest factor 6)</li> </ul> </li> </ul> </li> <li>External current sensor input:           <ul style="list-style-type: none"> <li>50 mV, 100 mV, 200 mV, 500 mV, 1 V, 2 V, 5 V, 10 V (for crest factor 3)</li> <li>25 mV, 50 mV, 100 mV, 250 mV, 500 mV, 1 V, 2.5 V, 5 V (for crest factor 6)</li> </ul> </li> </ul>																																																

Figure 149 – Documentation technique du WT1800: précision des mesures de courant et tension + calibres.

### Frequency Measurement

Item	Specification
Number of measurement	Select up to three frequencies of the voltage or current input to the input elements for measurement. If the frequency option is installed, the frequencies of the voltages and currents being input to all input elements can be measured.
Measurement method	Reciprocal method
Measurement range	Data update rate      Measuring range
	50 ms      45 Hz ≤ f ≤ 1 MHz
	100 ms      25 Hz ≤ f ≤ 1 MHz
	200 ms      12.5 Hz ≤ f ≤ 500 kHz
	500 ms      5 Hz ≤ f ≤ 200 kHz
	1 s      2.5 Hz ≤ f ≤ 100 kHz
	2 s      1.25 Hz ≤ f ≤ 50 kHz
	5 s      0.5 Hz ≤ f ≤ 20 kHz
	10 s      0.25 Hz ≤ f ≤ 10 kHz
	20 s      0.15 Hz ≤ f ≤ 5 kHz
Accuracy	±0.06% of reading ±0.1 mHz When the input signal level is 30% or more of the measurement range (60% or more for crest factor 6). However: The input signal is 50% or more of the range. • The frequency is smaller or equal to 2 times of above lower frequency • 10 mA range setting of 5 A input element • 1 A range setting of 50 A input element The 100 Hz frequency filter is ON at 0.15 Hz to 100 Hz, and the 1 kHz frequency filter is ON at 100 Hz to 1 kHz.
Display resolution	99999
Min. frequency resolution	0.0001 Hz
Frequency measurement filter	Select OFF, 100 Hz or 1 kHz



Figure 150 – Documentation technique du WT1800: précision de la mesure de fréquence + calibres.

### Motor Evaluation Function (Option)

Item	Specification
Input terminal	Torque, speed (A, B, Z)
Input resistance	Approximately 1 M
Input connector type	Insulated BNC

### Analog Input (Speed is input to the A terminal)

Item	Specification
Range	1 V, 2 V, 5 V, 10 V, 20 V
Input range	±110%
Line filter	OFF, 100, 1 kHz
Continuous maximum allowable input	±22 V
Maximum common mode voltage	±42 Vpeak
Sampling rate	Approximately 200 kS/s
Resolution	16-bit
Accuracy	±(0.05% of reading + 0.05% of range)
Temperature coefficient	±0.03% of range/°C

### Pulse Input

Speed is input to the A terminal if the direction is not detected. If the direction is detected, the A and B phases of the rotary encoder are input to the A and B terminals. The Z phase is input to the Z terminal of the rotary encoder for electric angle measurement.

Item	Specification
Input range	±12 Vpeak
Frequency measurement range	2 Hz to 1 MHz
Maximum common mode voltage	±42 Vpeak
Accuracy	±(0.05 + 1/500)% of reading ±1 mHz
Rise of the Z terminal input and electric angle measurement start time	Within 500 ns
Detection level	H level: Approximately 2 V or more L level: Approximately 0.8 V or less
Pulse width	500 ns or more

Harmonic measurement option (/G5 or /G6) is required for electric angle measurement.

### Auxiliary Input (Option)

Item	Specification
Input terminal	AUX1/AUX2
Input type	Analog
Input resistance	Approximately 1 M
Input connector type	Insulated BNC
Range	50 m, 100 m, 200 m, 500 m, 1 V, 2 V, 5 V, 10 V, 20 V
Input range	±110%
Line filter	OFF/100 Hz/1 kHz
Continuous maximum allowable input	±22 V
Common mode voltage	±42 V
Sampling rate	Approximately 200 kS/s
Resolution	16-bit
Accuracy	±(0.05% of reading + 0.05% of range) • Add 20 µV/°C to the change in temperature after zero level compensation or range change.
Temperature coefficient	±0.03% of range/°C

Figure 151 – Documentation technique du WT1800: mesure du couple et de la vitesse.

Les précisions des entrées tension du WT1800 sont données sur la Figure 149 pour différentes gammes de tension.

La formulation l'erreur de la mesure de tension sur le WT1800 est donnée ci-dessous en %:

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathcal{E}_{tensionDC\_WT1800} = \left( \frac{5 \cdot 10^{-4} \times V_{mesureDC} + 1 \cdot 10^{-3} \times V_{calibreDC}}{V_{mesureDC}} \right) \times 100 \\ \mathcal{E}_{tensionAC\_WT1800} = \left( \frac{1 \cdot 10^{-3} \times V_{mesureAC} + 1 \cdot 10^{-3} \times V_{calibreAC}}{V_{mesureAC}} \right) \times 100 \text{ pour } 66 \text{ Hz} < f < 1 \text{ kHz} \end{array} \right.$$

Le tableau suivant résume quelques erreurs sur des mesures de tension significatives:

Tension	Calibre	Erreur totale
9 V DC	10 V	0,16 %
12 V DC	15 V	0,17 %
360 V AC	600 V	0,26 %
540 V DC	600 V	0,16 %

Tableau 24 – Erreur relative de la mesure de tension à travers la SL1000.

Les mesures de courant sont réalisées à partir des capteurs HITEC. Le module offre deux types de sortie à l'image du courant: une sortie courant et une sortie tension (cf. Figure 144). Nous utilisons les sorties externes en tension pour les connecter sur les entrées externes courant (cf. Figure 147 et Figure 149). La plage de variation de cette entrée est limitée à 10 V, le courant maximal mesurable est alors de 500 A.

La formulation l'erreur totale (capteur + WT1800) est donnée ci-dessous en %:

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathcal{E}_{courantDC\_WT1800} = \left( \frac{2 \cdot 10^{-4} \times I_{mesureDC} + 5 \cdot 10^{-5} \times I_{calibreDC}}{I_{mesureDC}} + \frac{5 \cdot 10^{-4} \times I_{mesureDC} \times 0,02 + 1 \cdot 10^{-3} \times V_{calibreDC}}{I_{mesureDC} \times 0,02} \right) \times 100 \\ \mathcal{E}_{courantAC\_WT1800} = \left( \frac{2,5 \cdot 10^{-4} \times I_{mesureAC} + 5 \cdot 10^{-5} \times I_{calibreAC}}{I_{mesureAC}} + \frac{1 \cdot 10^{-3} \times I_{mesureAC} \times 0,02 + 1 \cdot 10^{-3} \times V_{calibreAC}}{I_{mesureAC} \times 0,02} \right) \times 100 \end{array} \right.$$

Le tableau suivant résume les erreurs pour 3 courants DC et AC mesurés:

Courant	Conversion AV	Calibre WT1800	Erreur DC	Erreur AC
10 A	0,2 V	0,5 V	0,57 %	0,63 %
50 A	1 V	2 V	0,32 %	0,38 %
100 A	2 V	5 V	0,34 %	0,40 %

Tableau 25 – Erreur relative de la mesure du courant à travers le WT1800.

La mesure du couple est prise actuellement à la sortie de la carte BIA-CU200 vers l'entrée ABZ spécifiquement prévue pour la mesure du couple et le calcul de la puissance mécanique.

La formulation l'erreur totale (couplemètre + BIA-CU200 + Wattmètre) est donnée ci-dessous en %:

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathcal{E}_{\text{coupleDC\_BIA\_WT1800}} = \left( \frac{1.10^{-3} \times C_{\text{calibre\_nom}}}{C_{\text{mesureDC}}} + \frac{1.10^{-3} \cdot V_{\text{calibre\_BU200}}}{C_{\text{mesureDC}} \times 0,02} + \frac{5.10^{-4} \times C_{\text{mesureDC}} \times 0,02 + 1.10^{-3} \times V_{\text{calibreDC}}}{C_{\text{mesureDC}} \times 0,02} \right) \times 100 \\ \mathcal{E}_{\text{coupleAC\_BIA\_WT1800}} = \left( \frac{1.10^{-3} \times C_{\text{calibre\_nom}}}{C_{\text{mesureAC}}} + \frac{1.10^{-3} \cdot V_{\text{calibre\_BU200}}}{C_{\text{mesureAC}} \times 0,02} + \frac{1.10^{-3} \times C_{\text{mesureAC}} \times 0,02 + 1.10^{-3} \times V_{\text{calibreAC}}}{C_{\text{mesureAC}} \times 0,02} \right) \times 100 \end{array} \right.$$

Le tableau suivant résume les erreurs pour différents couples:

Couple	Calibre CU200	Conversion n f=>V CU200	Calibre SL1000	Erreur DC	Erreur AC
5 N.m	10 V	0,1 V	0,2 V	20,25 %	20,30 %
10 N.m	10 V	0,2 V	0,5 V	10,30 %	10,35 %
15 N.m	10 V	0,3 V	0,5 V	6,88 %	6,93 %
20 N.m	10 V	0,4 V	0,5 V	5,17 %	5,23 %
25 N.m	10 V	0,5 V	1 V	4,25 %	4,30 %
30 N.m	10 V	0,6 V	1 V	3,55 %	3,60 %
40 N.m	10 V	0,8 V	1 V	2,68 %	2,72 %

Tableau 26 – Erreur relative de la mesure du couple en fréquence + carte BIA à travers le WT1800.

Cela-dit l'entrée ABZ est prévue pour faire la mesure du couple en fréquence. Ainsi il est possible de brancher la sortie fréquence directement sur le WT1800.

La conversion couple-fréquence est établie par la formule suivante:

$$f = 10 \times C_{\text{mesureDC}} + 10 \cdot 10^3 \text{ en Hz.}$$

La formulation l'erreur totale (couplemètre + Wattmètre) est donnée ci-dessous en %:

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathcal{E}_{\text{coupleDC\_WT1800}} = \left( \frac{1.10^{-3} \times C_{\text{calibre\_nom}}}{C_{\text{mesureDC}}} + \frac{\left( 5.10^{-4} + \frac{(10 \times C_{\text{mesureDC}} + 10 \cdot 10^3)}{500 \cdot 10^3} \right) \cdot 10^{-2}}{10 \times C_{\text{mesureDC}} + 10 \cdot 10^3} \right) \times (10 \times C_{\text{mesureDC}} + 10 \cdot 10^3) + 1 \cdot 10^{-3} \right) \times 100 \\ \mathcal{E}_{\text{coupleAC\_WT1800}} = \mathcal{E}_{\text{coupleDC\_WT1800}} \end{array} \right.$$

## 5 Principe de résolution des réseaux nodaux [GILLI06], [SOMMET96]

### 5.1 Exemple de formalisation d'un problème nodal et résolution linéaire par la méthode MNA

Nous traiterons à titre d'exemple le réseau présenté sur la Figure 152. Il comprend tous les phénomènes traités en magnétique et thermique :

- $R_i \Rightarrow$  Perméances / Résistances thermiques
- $E \Rightarrow$  Température aux parois / Source de potentiel magnétique
- $C \Rightarrow$  Capacité thermique
- $I \Rightarrow$  Source de flux magnétique / thermique
- Point négatif  $\Rightarrow$  condition d'antisymétrie appliquée au problème magnétique

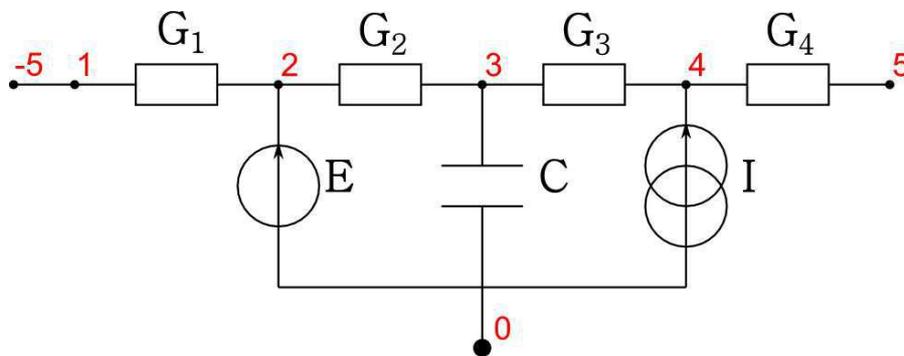


Figure 152 – Exemple de réseau nodal.

La méthode MNA revient à résoudre les lois de Kirchhoff pour chaque point du réseau nodal. Pour l'exemple présenté sur la Figure 152, cela revient à écrire les équations suivantes :

- Pour la loi des nœuds (courants / flux magnétiques / flux thermiques) :

$$\begin{cases} f_1 = G_1 \cdot V_1 - G_1 \cdot V_2 + I_{antisym} = 0 \\ f_2 = G_1 \cdot V_2 - G_1 \cdot V_1 + G_2 \cdot V_2 - G_2 \cdot V_3 + I_E = 0 \\ f_3 = G_2 \cdot V_3 - G_2 \cdot V_2 + G_3 \cdot V_3 - G_3 \cdot V_4 + I_C = 0 \\ f_4 = G_3 \cdot V_4 - G_3 \cdot V_3 + G_4 \cdot V_4 - G_4 \cdot V_5 + I = 0 \\ f_5 = G_4 \cdot V_5 - G_4 \cdot V_4 - (-I_{antisym}) = 0 \end{cases}$$

- Pour la loi des mailles (tensions / potentiels magnétiques / températures) :

$$\begin{cases} V_2 = E \\ V_1 = -V_5 \end{cases}$$

Bien entendu, la source de potentiel  $E$  et la source de flux  $I$  peuvent varier. Dans ce cas à l'instant  $t$ , nous les appellerons  $E^n$  et  $I^n$ .

La capacité est souvent traitée par la méthode d'Euler ou la méthode des trapèzes. Nous présenterons dans les exemples ces deux méthodes, cela-dit il est aisé d'établir les équations avec les développements de Taylor d'ordre supérieur afin d'améliorer le calcul de la dérivée.

Aux bornes de la capacité, le courant est donné par :

$$I_C = C \cdot \frac{\partial V_3}{\partial t}$$

Avec la méthode d'Euler, nous avons alors :

$$V_3^n = V_3^{n-1} + h \cdot \dot{V}_3^n \quad \text{où} \quad \dot{V}_3^n = \frac{I_C^n}{C}$$

Avec  $h$  le pas temporel.

Par conséquent, le courant  $I_C$  à l'instant  $n$  se calcule par la formule suivante :

$$I_C^n = \frac{C}{h} \cdot V_3^n - \frac{C}{h} \cdot V_3^{n-1} \quad (37)$$

Nous pouvons alors formaliser le problème sous forme matricielle :

$$\begin{bmatrix} G_1 & -G_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ -G_1 & G_1+G_2 & -G_2 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -G_2 & G_2+G_3+\frac{C}{h} & -G_3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -G_3 & G_3+G_4 & -G_4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -G_4 & G_4 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} V_1^n \\ V_2^n \\ V_3^n \\ V_4^n \\ V_5^n \\ I_E^n \\ I_{antisym}^n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ I^n \\ 0 \\ E^n \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{C}{h} \cdot V_3^{n-1} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Avec la méthode trapézoïdale, nous avons alors :

$$V_3^n = V_3^{n-1} + \frac{h}{2} \cdot (\dot{V}_3^n + \dot{V}_3^{n-1}) = V_3^{n-1} + \frac{h}{2} \cdot \left( \frac{I_C^n}{C} + \frac{I_C^{n-1}}{C} \right)$$

Le courant  $I_C$  à l'instant  $n$  devient alors :

$$I_C^n = \frac{2 \cdot C}{h} \cdot V_3^n - \left( \frac{2 \cdot C}{h} \cdot V_3^{n-1} + I_C^{n-1} \right) \quad (38)$$

Et la formalisation matricielle devient alors :

$$\begin{bmatrix} G_1 & -G_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ -G_1 & G_1+G_2 & -G_2 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -G_2 & G_2+G_3+\frac{2 \cdot C}{h} & -G_3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -G_3 & G_3+G_4 & -G_4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -G_4 & G_4 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} V_1^n \\ V_2^n \\ V_3^n \\ V_4^n \\ V_5^n \\ I_E^n \\ I_{antisym}^n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ I^n \\ 0 \\ E^n \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{2 \cdot C}{h} \cdot V_3^{n-1} + I_C^{n-1} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

La partie de la matrice  $A^n$  contenant les lois de mailles (matrice 5x5) est appelée la matrice conductance et est nommée  $G^n$ . Dans la résolution d'un problème non-linéaire, la matrice  $G^n$  est non-linéaire.

Vous retrouverez plus de détails à l'adresse internet suivante :

[http://www.swarthmore.edu/NatSci/echeeve1/Ref/mna/MNA\\_All.html](http://www.swarthmore.edu/NatSci/echeeve1/Ref/mna/MNA_All.html)

## 5.2 Application d'une méthode de Newton-Raphson d'ordre 1 au réseau non-linéaire

La résolution d'un problème non-linéaire formalisé par la méthode nodale (MNA) revient à trouver le zéro des différentes fonctions non-linéaires  $f_i$  correspondantes aux lois des nœuds. Toujours en prenant l'exemple de la Figure 152 mais cette fois-ci avec des éléments non-linéaires (résistances, capacité, source de courants), nous avons alors à résoudre les équations multi-variables suivantes :



que les perméances / résistances thermiques étant donné que nous calculons les dérivées de  $f_i$  et donc les dérivées des flux. Lorsqu'il y a des dépendances des flux par rapport à une différence de potentiel comme cela est le cas pour les problèmes magnétiques, nous pouvons remarquer la relation suivante prise sur l'exemple de  $f_1$  :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial f_1(V_1, V_2)}{\partial V_1} = \frac{\partial g_1(u_{12})}{\partial V_1} = \frac{\partial g_1(u_{12})}{\partial u_{12}} \times \frac{\partial u_{12}}{\partial V_1} = \frac{\partial g_1(u_{12})}{\partial u_{12}} \\ \frac{\partial f_1(V_1, V_2)}{\partial V_2} = \frac{\partial g_1(u_{12})}{\partial V_2} = \frac{\partial g_1(u_{12})}{\partial u_{12}} \times \frac{\partial u_{12}}{\partial V_2} = -\frac{\partial g_1(u_{12})}{\partial u_{12}} \\ \frac{\partial f_2(V_1, V_2, V_3)}{\partial V_1} = \frac{\partial g_1(u_{21})}{\partial V_1} = \frac{\partial g_1(u_{21})}{\partial u_{12}} \times \frac{\partial u_{12}}{\partial V_1} = -\frac{\partial g_1(u_{12})}{\partial u_{12}} \end{array} \right.$$

La matrice est donc symétrique.

Maintenant n'oublions pas qu'il s'agit d'un problème transitoire avec la présence de la capacité non-linéaire au nœud 3. Je présenterai les deux principales méthodes de traiter le problème des capacités, c'est-à-dire la méthode d'Euler et la méthode des trapèzes.

En reprenant l'équation (37) en identifiant la charge  $q=C \cdot V_3$ , nous obtenons l'équation suivante de  $I_C$  à l'instant  $n$  :

$$I_C^n = \frac{q(V_3^n)}{h} - \frac{q(V_3^{n-1})}{h}$$

Et avec la méthode des trapèzes de l'équation (38), nous avons alors :

$$I_C^n = \frac{2 \cdot q(V_3^n)}{h} - \left( \frac{2 \cdot q(V_3^{n-1})}{h} + I_C^{n-1} \right)$$

Le premier terme non-linéaire  $q(V_3^n)$  entre donc dans le calcul du Jacobien.

Au final nous avons le système d'équations linéaires suivant à résoudre à chaque instant  $n$  avec la méthode d'Euler :

$$J^n \times \Delta V^n = -(f^n)$$

$\frac{\partial g_1}{\partial u_{12}}$	$-\frac{\partial g_1}{\partial u_{12}}$	0	0	0	0	1	×	$\Delta V^n$	=	$-(f^n)$																								
$-\frac{\partial g_1}{\partial u_{12}}$	$\frac{\partial g_1}{\partial u_{12}} + \frac{\partial g_2}{\partial u_{23}}$	$-\frac{\partial g_2}{\partial u_{23}}$	0	0	0	1					×	$\Delta V^n$	=	$-(f^n)$																				
0	$-\frac{\partial g_2}{\partial u_{23}}$	$\frac{\partial g_2}{\partial u_{23}} + \frac{\partial g_3}{\partial u_{34}} + \frac{1}{h} \frac{q(V_3^n)}{\partial V_3^n}$	$-\frac{\partial g_3}{\partial u_{34}}$	0	0	0									×	$\Delta V^n$	=	$-(f^n)$																
0	0	$-\frac{\partial g_3}{\partial u_{34}}$	$\frac{\partial g_3}{\partial u_{34}} + \frac{\partial g_4}{\partial u_{45}} + \frac{\partial g_1}{\partial V_4}$	$-\frac{\partial g_4}{\partial u_{45}}$	0	0													×	$\Delta V^n$	=	$-(f^n)$												
0	0	0	$-\frac{\partial g_4}{\partial u_{45}}$	$\frac{\partial g_4}{\partial u_{45}}$	0	1																	×	$\Delta V^n$	=	$-(f^n)$								
0	1	0	0	0	0	0																					×	$\Delta V^n$	=	$-(f^n)$				
1	0	0	0	0	1	0																									×	$\Delta V^n$	=	$-(f^n)$
							×	$\Delta I_{antisym}$	=	$-(f^n)$																								

## 6 Essai en décélération pour le calcul des coefficients dans les roulements

Un essai en décélération a été réalisé sur le banc IFPE. Nous avons mesuré la tension aux bornes de la machine afin d'en relever à posteriori sa fréquence en fonction du temps pour ensuite identifier les coefficients de frottements secs et visqueux des roulements. La courbe de décélération est donnée sur la figure suivante (courbe filtrée en noir) :

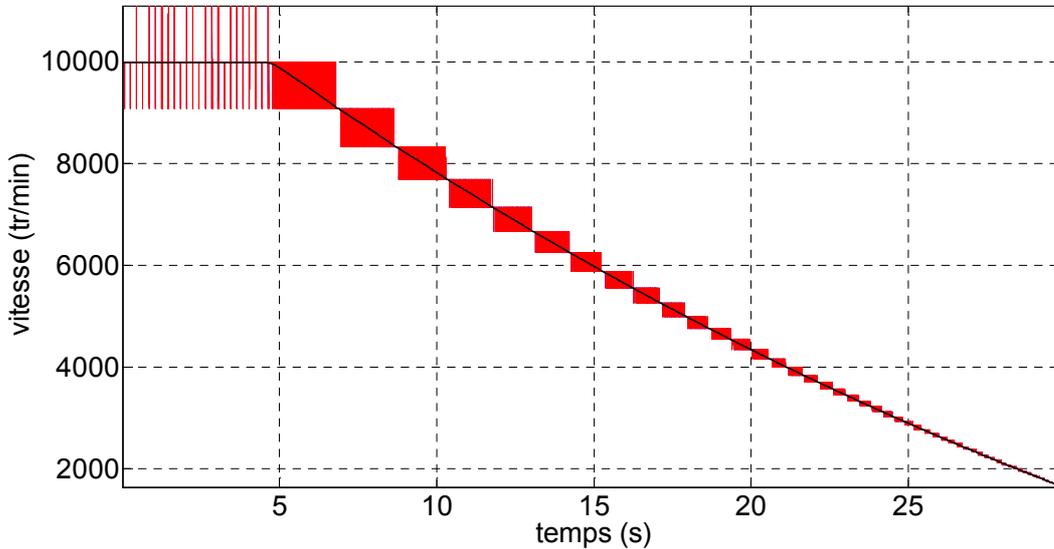


Figure 153 – Courbe de décélération pour l'identification des coefficients de roulements.

D'après le principe fondamental de la dynamique, cette décélération est régie par l'équation suivante :

$$\sum \Gamma = J_{\Delta} \cdot \frac{d\Omega}{dt}$$

Avec  $\sum \Gamma$  la somme des couples résistants en N.m.  
 $J_{\Delta}$  le moment d'inertie calculé à partir de la géométrie du rotor et égal à 0,00803 kg.m<sup>2</sup>  
 $\frac{d\Omega}{dt}$  la dérivée de la vitesse angulaire en rad.s<sup>-2</sup>.

Par conséquent, mesurer les pertes fer et mécaniques dans la machine revient à identifier les différents couples résistants sur une décélération.

$$\sum \Gamma = -\frac{P_{fer}(\Omega)}{\Omega} - \frac{P_{roulements}(\Omega)}{\Omega} = -\frac{P_{fer}(\Omega)}{\Omega} - f_{sec} - f_{visq} \cdot \Omega - f_{aéro} \cdot \Omega^2$$

Les pertes fer et par cisaillement dans l'entrefer ont été prises en compte dans l'identification des paramètres.

Les coefficients de pertes fer a, b et c ont été appliqués à l'équation (8) pour le calcul des pertes fer à vide aux différentes vitesses (cf. partie 4 du chapitre 3). Pour une précision optimale, ces coefficients ont été déterminés sous Flux 2d.

Les pertes par cisaillement dans l'entrefer ont été calculées par la formule proposée par [JANNOT10] :

$$P_{aéro} = C_f \cdot \rho_{fluide} \cdot \frac{V_p^3}{2} \cdot S_{rot} = C_f \cdot \rho_{fluide} \cdot \frac{R_r^3}{2} \cdot S_{rot} \cdot \Omega^3 = f_{aéro} \cdot \Omega^3$$

Avec  $C_f$  le coefficient de frottement dépendant du nombre de Reynolds<sup>7</sup>.  
 $\rho_{\text{fluide}}$  la masse volumique du fluide dans l'entrefer en  $\text{kg.m}^{-3}$ .  
 $V_p$  la vitesse périphérique du rotor en  $\text{m.s}^{-1}$ .  
 $S_{\text{rot}}$  la surface du rotor étant en contact avec l'entrefer.

En régime laminaire, c'est-à-dire pour  $\text{Re} < 2000$  :  $C_f = \frac{2}{\text{Re}}$

En régime turbulent, c'est-à-dire pour  $\text{Re} > 2000$  :  $\frac{1}{\sqrt{C_f}} = 2.04 + 1.768 \cdot \ln(\text{Re} \cdot \sqrt{C_f})$

Pour le calcul du nombre de Reynolds, nous avons pris l'épaisseur d'entrefer moyenne, c'est-à-dire, 1.1 mm. Le rotor de la machine HW820CG n'est en fait pas lisse, les pertes par cisaillement seront alors sous-estimées. De ce fait, l'identification des pertes dans les roulements nous fournira des coefficients surestimés.

Au final, nous avons à identifier les coefficients de roulements de l'équation suivante :

$$\Omega^n = \frac{2 \cdot T_e}{J} \cdot \left( -f_{\text{sec}} - f_{\text{visq}} \cdot \Omega^{n-1} - \frac{P_{\text{fer}}^{n-1}}{\Omega^{n-1}} - \frac{P_{\text{cis}}^{n-1}}{\Omega^{n-1}} \right) + \Omega^{n-2}$$

Une méthode par les moindres carrés a été appliquée et a fourni les résultats suivants :

- $f_{\text{sec}} = 0,1337 \text{ N.m}$
- $f_{\text{visq}} = 28,22 \mu\text{N.m.s.rad}^{-1}$

Les différentes pertes dans la machine peuvent alors être calculées comme sur la figure suivante :

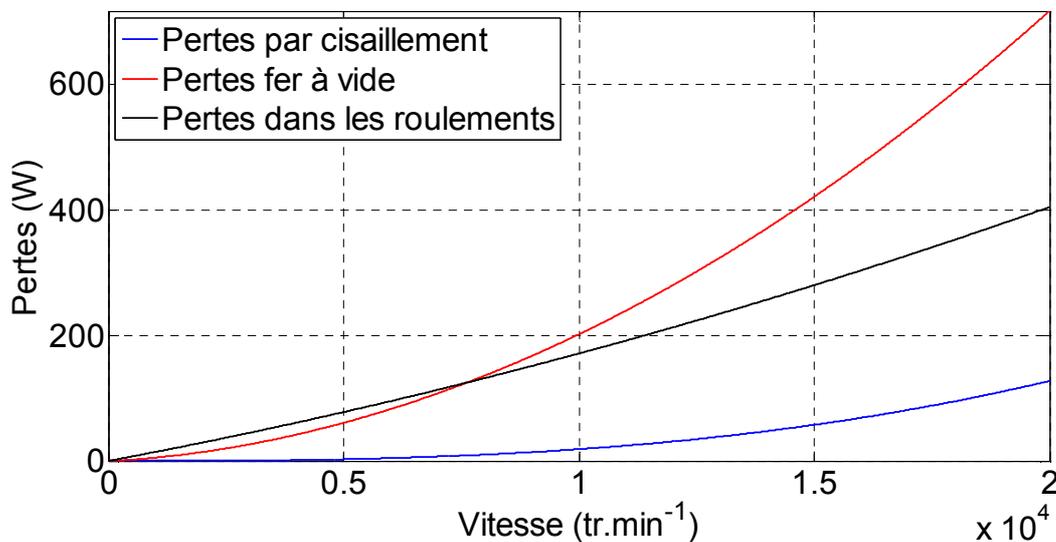


Figure 154 – Pertes dans les roulements en fonction de la vitesse de rotation.

Les pertes fer à vide sont données à titre indicatif car au-delà de  $10\,000 \text{ tr.min}^{-1}$  un défluxage est nécessaire et un courant  $i_d$  doit être injecté.

<sup>7</sup> Le nombre de Reynolds caractérise le régime d'écoulement et est sensible à la vitesse périphérique du rotor.