



**HAL**  
open science

# Propagation des ondes acoustiques dans les milieux granulaires confinés

Yougu Yang

► **To cite this version:**

Yougu Yang. Propagation des ondes acoustiques dans les milieux granulaires confinés. Autre [cond-mat.other]. Université Paris-Est, 2013. Français. NNT : 2013PEST1147 . tel-01037954

**HAL Id: tel-01037954**

**<https://theses.hal.science/tel-01037954>**

Submitted on 23 Jul 2014

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



## **THESE**

*Pour obtenir le titre de*

**Docteur de l'Université Paris-Est Marne-la-Vallée**

*Spécialité : Physique*

*Présentée et soutenue publiquement le 3 décembre 2013 par :*

**Yougu YANG**

---

# **Propagation des ondes acoustiques dans les milieux granulaires confinés**

---

Devant le jury composé de :

Arnaud TOURIN	Prof. à ESPCI, Institut Langevin	Président de Jury
Bernard BONELLO	DR CNRS, INSP, Paris 6	Rapporteur
Anne MANGENEY	Prof. à Paris 7, IPGP	Rapporteur
Jean-Marc CONOIR	DR CNRS, Institut d'Alembert, Paris 6	Examineur
Charles VOIVRET	Ingénieur de recherche, SNCF	Examineur
Xiaoping JIA	Prof. à Paris-Est, Institut Langevin	Directeur de thèse



## Remerciements

Je tiens, en premier lieu, à exprimer mes plus sincères remerciements à Xiaoping Jia. Je ne saurais tarir d'éloges à son sujet tant j'ai apprécié ses grandes qualités scientifiques et humaines en tant que directeur de thèse. Un enthousiasme inoxydable pour discuter de « la science en marche » associé à une démarche scientifique rigoureuse, une honnêteté intellectuelle indiscutable, et enfin une disponibilité de chaque instant... autant d'attributs qui ont permis la mise en place de ce cadre de travail idéal, à la fois motivant et exigeant. De plus, j'ai particulièrement été touché par la confiance qu'il m'a accordée ; je lui suis infiniment reconnaissant. Merci Xiaoping pour ces quatre belles années.

La dernière partie de cette thèse, portant sur le retournement temporel acoustique dans les milieux granulaires, a bénéficié des conseils éclairés d'Arnaud Tourin. Son encadrement de cette partie a motivé bon nombre de discussions passionnantes et fécondes. Avec un regard critique, il a toujours su relancer les discussions en proposant de nouvelles pistes de recherche jusque-là insoupçonnées. Un grand merci à Arnaud Tourin pour ce suivi agréable et enrichissant, la relecture de mon manuscrit de thèse et pour avoir présidé le jury.

Je remercie chaleureusement Anne Mangeney et Bernard Bonello d'avoir accepté d'être les rapporteurs de cette thèse, ainsi que pour leur examen attentif et pertinent de ce manuscrit. Je remercie également Jean-Marc Conoir et Charles Voivret de m'avoir fait l'honneur de participer à mon jury de thèse.

Ce travail de thèse a été effectué au sein du Laboratoire de Physique des Milieux Divisés et Interfaces (LPMDI) dirigé par Yamin Leprince et de l'Institut Langevin dirigé par Mathias Fink. Je les remercie vivement de m'y avoir accueilli et prodigué de bons conseils.

Je remercie Hubert Sizun, responsable du service mécanique du LPMDI. Durant ce travail expérimental, il s'est toujours montré d'excellent conseil pour modifier ou améliorer les différents éléments du montage qu'il a conçus.

Je remercie Jérôme Laurent, Siet van den Wildenberg, Pierre-Albert Colomb et Erwin Taviot avec qui j'ai travaillé sur la mesure de la vitesse d'ondes, l'étude de l'évolution des paramètres de transport diffusif et le retournement temporel. Je tiens à remercier également Romain Pierrat, Kevin Vynck et Rémi Carminati pour les discussions sur la modélisation du transport diffusif. Merci à Vincent Langlois et Julien Léopoldès pour tous les bons moments partagés. Mes remerciements s'adressent également à tous les membres de LPMDI et de l'Institut Langevin dont la compagnie a été particulièrement agréable.

Merci à mes parents pour leur appui inconditionnel depuis ces vingt-neuf dernières années. Merci à mes amis qui m'ont soutenu au long de la thèse.



# Table des matières

---

<b>INTRODUCTION GENERALE .....</b>	<b>1</b>
<b>1 PROPAGATION DES ONDES ACOUSTIQUES COHERENTES DANS LES MILIEUX GRANULAIRES DENSES .....</b>	<b>3</b>
1.1 INTRODUCTION .....	3
1.1.1 Réseaux des contacts dans les milieux granulaires denses .....	3
1.1.2 Acoustique dans les milieux granulaires denses .....	4
1.2 MECANIQUE DES CONTACTS ET THEORIES DES MILIEUX EFFECTIFS .....	7
1.2.1 Contact de Hertz-Mindlin entre deux sphères élastiques .....	7
1.2.2 Propagation d'onde élastique dans une chaîne de bille 1D .....	12
1.2.3 Ondes élastiques dans les milieux granulaires 3D : théories des milieux effectifs .....	14
1.3 MESURES DES VITESSES D'ONDES DANS LES EMPILEMENTS DES BILLES DE VERRE ET DES SABLES.....	17
1.3.1 Dispositif expérimental et protocole de préparation d'échantillon .....	17
1.3.2 Méthodes de mesure des vitesses d'onde .....	19
1.3.2.1 Mesure relative des vitesses .....	20
1.3.2.2 Mesure absolue des vitesses .....	21
1.3.3 Comparaison théorie-expérience.....	25
1.4 PROPAGATION ACOUSTIQUE NON LINEAIRE DANS LES MILIEUX GRANULAIRES DENSES: DU REGIME REVERSIBLE AU REGIME IRREVERSIBLE.....	27
1.4.1 Génération des harmoniques et softening des vitesses d'onde .....	27
1.4.2 Réponses non linéaires dans les milieux granulaires faiblement contraints.....	30
1.5 CONCLUSION.....	34
<b>2 DIFFUSION MULTIPLE DES ONDES ELASTIQUES DANS LES MILIEUX GRANULAIRES CONFINES.....</b>	<b>35</b>
2.1 TRANSPORT DIFFUSIF DES ONDES EN MILIEU COMPLEXE .....	35
2.1.1 Diffusion multiple en optique .....	35
2.1.2 Diffusion multiple en acoustique et sismologie .....	36
2.1.3 Modélisation du transport diffusif à travers un slab réfléchissant.....	38
2.2 DIFFUSION MULTIPLE DES ONDES ELASTIQUES DANS LES MILIEUX GRANULAIRES CONFINES .....	43
2.2.1 Montage expérimental .....	43
2.2.2 Application du modèle de diffusion .....	46
2.2.3 Mesures quantitatives des coefficients de diffusion et des dissipations.....	47
2.2.3.1 Obtention du profil d'intensité et estimation de l'erreur de fit .....	47
2.2.3.2 Variation de D et Q en fonction de pression de confinement et de fréquence d'onde.....	49
2.2.3.3 Discussion .....	52
2.3 AU-DELA DU TRANSPORT DIFFUSIF DES ONDES ACOUSTIQUES DANS LES MILIEUX GRANULAIRES : UNE INVESTIGATION EXPLORATOIRE.....	56
2.3.1 Localisation d'Anderson en milieu complexe .....	56
2.3.1.1 Observations expérimentales en optique et acoustique.....	56
2.3.1.2 Simulation numériques : réseaux élastiques et milieux granulaires.....	57
2.3.2 Diffusion multiple acoustique à haute fréquence dans les milieux granulaires .....	59
2.3.2.1 Observation des profils d'intensité non exponentielles.....	59
2.3.2.2 Etudes paramétriques et comparaison avec expériences.....	60
2.4 CONCLUSION.....	63

<b>3</b>	<b>RETOURNEMENT TEMPOREL ACOUSTIQUE DANS LES MILIEUX GRANULAIRES.....</b>	<b>65</b>
3.1	INTRODUCTION .....	65
3.1.1	<i>Principe du retournement temporel en milieu complexe.....</i>	<i>65</i>
3.1.2	<i>Recompression temporelle et refocalisation spatiale des ondes.....</i>	<i>67</i>
3.2	MONTAGES EXPERIMENTAUX.....	70
3.3	RETOURNEMENT TEMPOREL ACOUSTIQUE DANS LES GRANULAIRES : REGIME LINEAIRE.....	73
3.3.1	<i>Recompression temporelle via un détecteur.....</i>	<i>73</i>
3.3.1.1	Diffusion multiple acoustique : effet de la taille de grains.....	76
3.3.1.2	Comparaison expérience-simulation .....	78
3.3.1.3	Moyennage par différentes configurations .....	79
3.3.1.4	Contribution respectives des ondes cohérentes et des ondes diffusées.....	82
3.3.1.5	Contribution de parcours différents.....	85
3.3.1.6	Influence de la bande passante $\Delta\omega$ .....	88
3.3.2	<i>Refocalisation spatiale via un réseau de détecteur (MRT).....</i>	<i>90</i>
3.3.2.1	Recompression temporelle.....	90
3.3.2.2	Refocalisation spatiale.....	91
3.4	RETOURNEMENT TEMPOREL ACOUSTIQUE EN REGIME NON LINEAIRE .....	95
3.4.1	<i>RT à forte amplitude d'excitation d'étape 1 .....</i>	<i>95</i>
3.4.2	<i>Interaction irréversible onde-matière.....</i>	<i>96</i>
3.5	CONCLUSION.....	98
	<b>CONCLUSION GENERALE.....</b>	<b>99</b>
	<b>BIBLIOGRAPHIE.....</b>	<b>102</b>
	<b>ANNEXE.....</b>	<b>108</b>

## Introduction Générale

Les milieux granulaires sont des ensembles de grains macroscopiques mis en contact par une contrainte de confinement ou la gravité. Ils sont omniprésents dans notre environnement (poudres, sable, ballasts) et interviennent dans de nombreuses applications, en particulier dans les industries pharmaceutique et alimentaire et le génie civil. La taille des grains s'étend de la centaine de micromètres jusqu'à quelques millimètres. Pour les grains de taille supérieure à  $100\ \mu\text{m}$ , les forces adhésives entre les grains, telles que les forces de van der Waals et les forces capillaires dues à l'humidité, sont négligeables devant la force de gravité ( $\sim mg$ ). De plus, les milieux granulaires sont athermiques : le mouvement brownien est absent car l'énergie thermique  $kT$  est insignifiante devant  $mgd$  où  $d$  est la taille typique d'un grain. Dans le cas de milieux granulaires mouillés par l'ajout de liquides (e.g., eau, huile), les ménisques capillaires formés aux contacts entre grains peuvent affecter significativement les propriétés mécaniques du milieu telles que l'angle au repos, la lubrification de contact et la dissipation visqueuse [1–3].

Ces milieux dissipatifs peuvent se retrouver dans les différents états physiques selon les conditions aux limites et sollicitations extérieures. Un tas de sable au repos sous gravité est à l'état solide (Fig. 0.1a). Mais dès que l'on incline les milieux granulaires au-delà d'un angle critique, ils commencent à s'écouler, se comportant comme un liquide. Quand ces milieux subissent une forte vibration, ils peuvent aussi se comporter comme un gaz (Fig. 0.1c). Dans le cadre de cette thèse, nous nous focalisons sur les milieux granulaires modèles (empilement de billes de verre) à l'état solide ainsi que sur la transition vers l'état liquide induite par des sollicitations de forte amplitude.

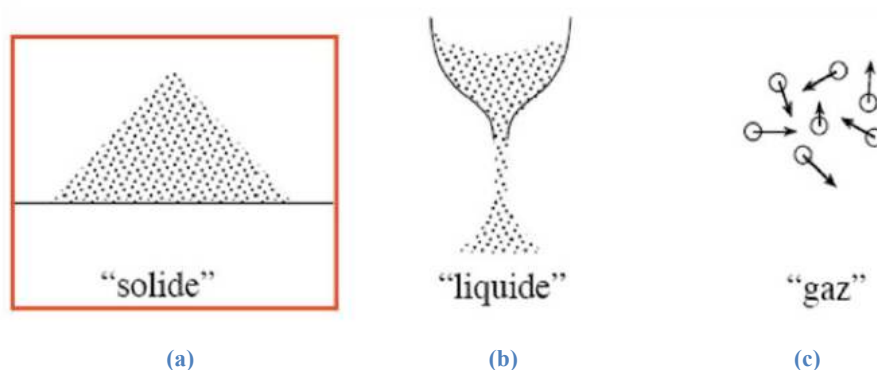


Figure 0.1 : Différents états d'un milieu granulaire : solide, liquide, gaz.

Les solides granulaires font partie des systèmes amorphes hors d'équilibre et métastables. Deux types de désordres y sont présents : l'un est géométrique lié à l'arrangement des grains (2D et 3D) plus ou moins désordonné ; l'autre est du aux contacts. En effet, même dans un empilement ordonné de sphères monodisperses, l'imperfection du contact ou/et de la taille, inhérent à tout empilement granulaire réel, peut induire une



distribution hétérogène des contacts à une échelle *mésoscopique*, amplifiée par la friction. Ces caractéristiques sont à l'origine des comportements inhabituels, quasi-statiques ou/et dynamiques, des milieux granulaires, lorsqu'ils sont soumis à une sollicitation mécanique extérieure.

L'objet de cette thèse est d'étudier expérimentalement la propagation d'ondes acoustiques dans des milieux granulaires secs et confinés. D'une part, nous nous intéressons aux aspects fondamentaux de la propagation acoustique tels que les ondes effectives, la diffusion multiple d'ondes, l'acoustique non linéaire et le retournement temporel dans ces milieux désordonnés et fragiles. D'autre part, nous cherchons à établir le lien entre les réponses acoustiques et les propriétés viscoélastiques et l'hétérogénéité structurale des réseaux de contacts.

Cette thèse est composée de trois chapitres. Le chapitre 1 consiste à étudier la propagation des ondes acoustiques cohérentes d'une part dans des empilements de billes de verre et d'autre part dans des ensembles de grains irréguliers (sable). Après une brève description de l'état de l'art sur l'acoustique des milieux granulaires, nous discutons la mécanique de contact entre deux sphères élastiques et les raideurs de contact. Ensuite, nous présentons la théorie des milieux effectifs 3D qui établit le lien entre les vitesses d'ondes cohérentes et les raideurs de contact entre grains via le nombre de coordinance. Dans la partie expérimentale, nous détaillons les différentes méthodes de mesure des vitesses de phase et de groupe de l'onde de compression en fonction de la contrainte appliquée. Les résultats expérimentaux sont comparés à la théorie des milieux effectifs. Enfin, nous effectuons la mesure acoustique non linéaire dans un milieu granulaire faiblement contraint (sous gravité).

Le chapitre 2 est consacré à la diffusion multiple des ondes élastiques lorsque la longueur d'onde est comparable à la taille de grains. Après quelques brefs rappels relatifs à la diffusion d'ondes électromagnétiques et élastiques, nous décrivons les solutions de l'équation de diffusion correspondant aux différentes conditions aux limites. Ensuite, nous vérifions l'application de l'approximation de la diffusion dans les milieux granulaires, et extrayons le coefficient de diffusion et l'absorption inélastique, en fonction de la contrainte appliquée et la fréquence de l'onde incidente. Nous examinons aussi la relation entre le libre parcours moyen du transport et la longueur d'onde. Enfin, nous observons l'évolution du transport diffusif lorsque la fréquence de l'onde incidente devient très importante.

Le chapitre 3 a pour objet de tester le retournement temporel (RT) acoustique dans un milieu granulaire. Après une introduction relative au principe de la focalisation par RT et la motivation de son application dans un milieu granulaire, nous présentons le miroir à retournement temporel (MRT) que nous avons conçu au laboratoire. Ensuite, nous décrivons les propriétés de l'onde refocalisée par RT en fonction de l'amplitude de l'onde incidente et des ondes « réémises » lors de la phase de retournement. Deux aspects du RT sont à vérifier : la recompression temporelle et la refocalisation spatiale. Nous sommes aussi intéressés par des contributions respectives des ondes cohérentes et ondes diffusées. En régime non linéaire, nous étudions la possible brisure du retournement temporel par le réarrangement du milieu du à l'interaction irréversible onde-matière.

# 1 Propagation des ondes acoustiques cohérentes dans les milieux granulaires denses

## 1.1 Introduction

### 1.1.1 Réseaux des contacts dans les milieux granulaires denses

La méthode photoélastique[4,5] et la simulation numérique[6,7] montrent que la distribution des forces de contact dans un milieu granulaire est fortement hétérogène. Comme illustré par la figure 1.1, l'intensité lumineuse transmise à travers un empilement de disques sous compression, placés entre deux polariseurs croisés, est proportionnelle au carré du champ de contrainte locale,  $I \propto \sigma^2$ . Les forces se transmettent dans ce milieu via les contacts entre grains, le long de chemins privilégiés appelés "chaînes de forces" qui supportent la plus grande partie de la charge appliquée. Cette forte hétérogénéité de la répartition des forces au sein du milieu, conséquence directe du désordre inhérent au réseau des contacts dans les milieux granulaires, est aussi confirmée par des simulations numériques. La redirection des forces dans des directions perpendiculaires à la contrainte initiale conduit à des effets importants et spectaculaires connus comme l'effet de voûte.

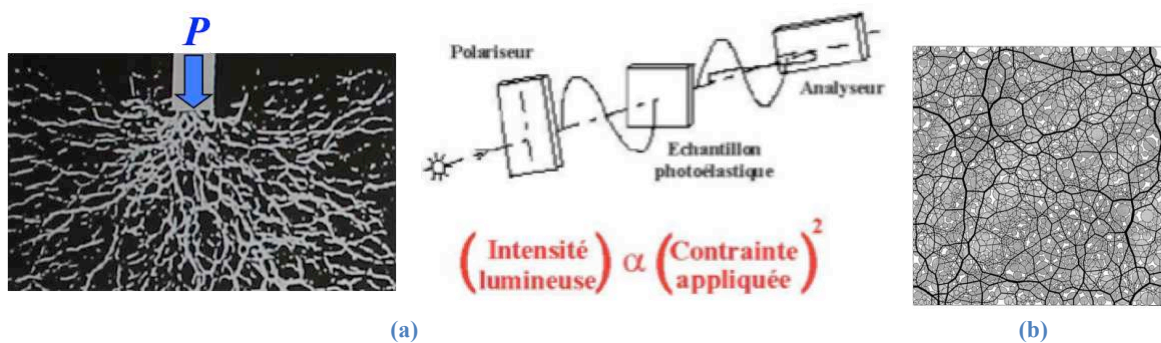


Figure 1.1 : (a) Visualisation photoélastique des chaînes de forces dans un empilement bidimensionnel de disques sous compression, extrait de[4]. L'intensité lumineuse transmise est proportionnelle à la contrainte locale au carré. (b) Simulation des réseaux des forces, extrait de[6].

Par ailleurs, le comportement dynamique des milieux granulaires dépend également de ces réseaux de contact qui se font et se défont sous cisaillement ou écoulement (Fig. 1.2). Une meilleure compréhension de ces réseaux de contact ainsi que le développement de méthodes appropriées pour les sonder sont importants non seulement pour des applications industrielles, mais aussi pour la prévention des catastrophes naturelles telles que les avalanches et les glissements de terrain.

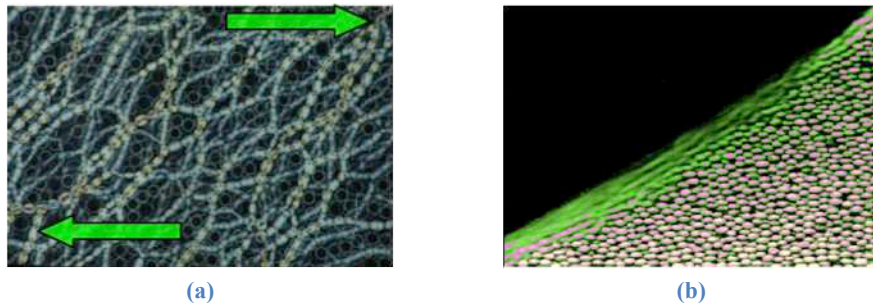


Figure 1.2 : (a) Visualisation photoélastique d'un milieu granulaire 2D sous cisaillement. (b) Ecoulement d'un tas de grains lors d'une avalanche, extraite de [1].

### 1.1.2 Acoustique dans les milieux granulaires denses

Les ondes acoustiques se propagent dans les milieux granulaires à travers les réseaux de contacts. Ces ondes peuvent fournir une sonde adéquate, voire unique, pour caractériser les réseaux de contacts dans un empilement 3D où la méthode photoélastique devient difficilement praticable. Par ailleurs, au delà d'une certaine amplitude, les ondes acoustiques peuvent aussi être utilisées comme "perturbation contrôlée" pour explorer les réponses non linéaires d'une manière similaire à la secousse par un pot vibrant ou le cisaillement qui peut conduire à la transition solide-liquide.

Pour cela, on doit bien comprendre les deux aspects complexes, souvent associés aux milieux amorphes : le désordre et la non linéarité.

#### Expérience du groupe de Chicago

Liu et Nagel ont étudié la propagation acoustique dans un empilement de billes de verre sous gravité, générée par un haut-parleur et détecté par une petite sonde [8]. Ils ont constaté que l'amplitude d'une onde *sinusoïdale* transmise est fortement fluctuante (Fig. 1.3) lorsque l'amplitude d'excitation est grande (mais constante). Cet effet non linéaire hystérétique a été attribué à l'établissement ou à la rupture de contacts par la vibration acoustique.

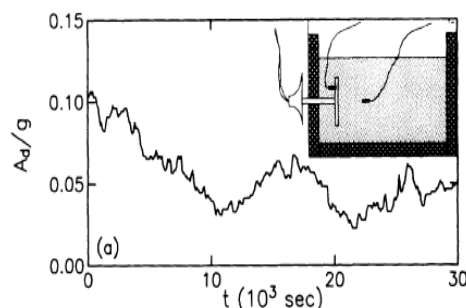


Figure 1.3 : Fluctuation en amplitude de la transmission d'une onde sonore continue se propageant dans un empilement de billes de verre sous gravité. Elle est générée par un haut-parleur à forte amplitude mais constante [8].

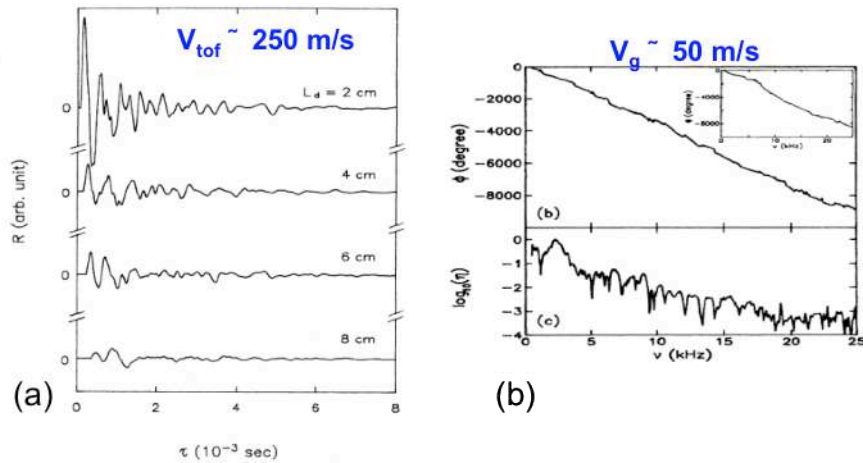


Figure 1.4 : (a) Transmission d'une onde impulsionnelle à faible amplitude dans le milieu granulaire sous gravité. Elle est détectée par un microphone à différentes distances de la source. (b) Module et phase de l'onde transmise[9].

Ils ont aussi observé qu'à faible amplitude d'excitation la vitesse d'une onde impulsionnelle présente des valeurs très différentes, suivant qu'elle est déterminée par la mesure du temps de vol du *front de la transmission*,  $V_{tof} \approx 250$  m/s, ou à partir de la phase spectrale  $\phi(\nu)$  de la *transmission totale*,  $V_g \approx 50$  m/s, respectivement (Fig. 1.4). Cet écart de vitesses soulève la question suivante : les milieux granulaires peuvent-ils être décrits par une approche des milieux continus ? En effet, la fluctuation des spectres en amplitude suggère que les ondes se propagent le long des chemins très différents à travers des réseaux de contacts fortement hétérogènes.

### Coexistence des ondes cohérentes et ondes diffusées

Cependant, la vitesse mesurée par le temps de vol correspond assez bien à la prédiction de la théorie des milieux continus (EMT) largement appliquée en mécanique des sols et génie civil [10]. Jia et al. ont réussi à réconcilier ces deux approches distinctes à l'aide d'une expérience ultrasonore dans des milieux granulaires sous contrainte.

La figure 1.5 montre une transmission ultrasonore typique dans un empilement de billes de verre  $d = 0.4 - 0.8$  mm, confinées dans une cellule oedométrique de 30 mm en diamètre et 18 mm en épaisseur, par une contrainte axiale  $P = 0.75$  MPa. Une impulsion brève ( $\Delta t \approx 2 \mu s$ ) est envoyée par un transducteur ultrasonore source (T) dans le milieu et le signal transmis à travers l'échantillon est détecté par un autre transducteur (D) placé au fond de la cellule (Fig. 1.6). Selon le rapport de la longueur d'onde  $\lambda$  ( $= V/f$ ,  $V$  est la vitesse d'onde cohérente de compression) sur la taille des grains  $d$ , le signal comprend deux composantes : une onde cohérente  $E$  de basse fréquence, suivie d'un signal de *Coda* fluctuant  $S$  de haute fréquence (Fig. 1.5a).

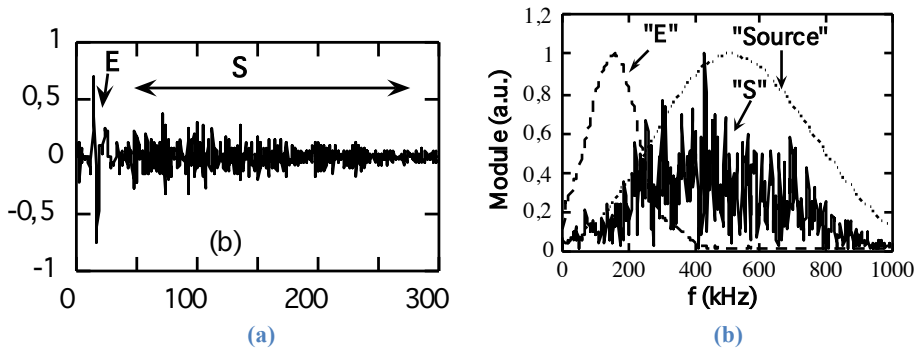


Figure 1.5 : (a) Signal ultrasonore transmis à travers un empilement de billes de verre  $d = 0.4 - 0.8$  mm confiné par  $P = 0.75$  MPa dans une cellule de diamètre 30 mm et d'épaisseur de 18 mm. (b) Spectres de la source ultrasonore centré à  $f_0 = 1/\Delta t \approx 0.5$  MHz, de l'onde cohérente  $E$  et du signal coda  $S$ , respectivement.

Pour  $\lambda > 10d$ , le signal  $E$  correspond à une onde « cohérente balistique », auto moyennée, tandis que pour  $\lambda \sim d$ , le signal  $S$  correspond aux ondes multiples diffusées (Fig. 1.5a). La différence fondamentale entre  $E$  et  $S$  est la suivante : le signal cohérent  $E$  est reproductible lors d'un changement de configuration, tandis que le signal  $S$  - *signature* d'une configuration spécifique du système - est non reproductible. Le signal  $S$  fournit donc une sonde très sensible aux réarrangements locaux à l'échelle de contact.

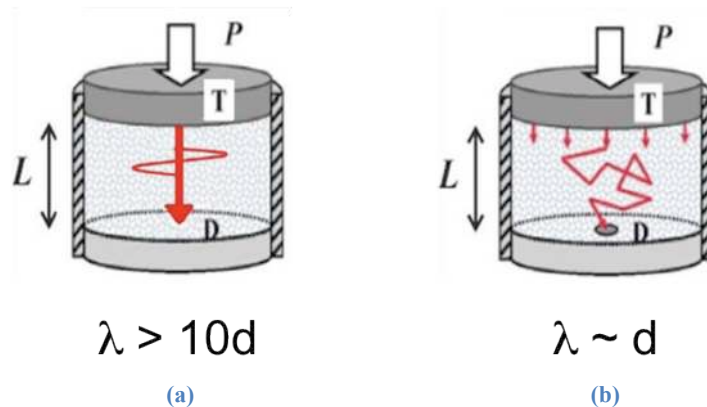


Figure 1.6 : Deux types des ondes propageant dans un milieu granulaire: (a) onde cohérente de grande longueur d'onde  $\lambda > 10 d$  ; (b) ondes diffusées de petite longueur d'onde  $\lambda \sim d$ .

L'écart entre la vitesse de groupe et la vitesse de front observé par Liu et Nagel tient donc au fait que ces vitesses sont en fait associés à deux modes de transport différents : l'onde cohérente d'une part, et les ondes multiples diffusées d'autre part. Ces dernières se propagent sur des chemins beaucoup plus long que le trajet balistique.

Nous allons montrer par la suite que la mesure de la vitesse des ondes cohérentes de compression et de cisaillement nous permet d'accéder aux modules élastiques du matériau à l'échelle macroscopique via l'approche des milieux effectifs (§1.2 et §1.3). Nous étudierons également les différentes réponses acoustiques non linéaires, *softening* et *hardening* de la vitesse d'onde (§1.4) Concernant les ondes diffusées, nous pouvons aussi accéder à la dissipation frictionnelle et visqueuse au niveau du contact entre les grains, via une étude statistique du transport diffusif (Chap. 2).

## 1.2 Mécanique des contacts et théories des milieux effectifs

Comme évoqué précédemment, les milieux granulaires peuvent être décrits comme des milieux continus si l'échelle d'observation, ou la longueur d'onde, est supérieure à une taille critique du REV (Representative Elementary Volume). Pour de petites déformations où l'approximation de la déformation affine est vérifiée, la théorie de l'élasticité permet de trouver une relation linéaire entre les composantes du tenseur de déformation et celles du tenseur des contraintes. La déformation du corps est alors proportionnelle aux forces appliquées. Cette loi, valable pour les petites déformations est connue sous le nom de loi de Hooke. Si ces déformations sont de plus isotropes, cette loi fait intervenir deux coefficients de proportionnalité : le module d'Young  $E$  et le coefficient de Poisson  $\nu$  du matériau constitutif.

Dans le cas des milieux granulaires, composé de grains macroscopiques, la mécanique de contact entre les grains doit jouer un rôle essentiel sur les propriétés élastiques de l'empilement.

### 1.2.1 Contact de Hertz-Mindlin entre deux sphères élastiques

#### Modèle de Hertz

Considérons maintenant deux billes sphériques de même matériau et de même rayon  $R$ . Lorsque ces sphères sont simplement en contact, sans force extérieure appliquée, le contact est ponctuel. En revanche, lorsque les sphères sont comprimées l'une contre l'autre, une déformation locale apparaît dans une petite région de forme circulaire autour du point de contact initial. En supposant  $R$  très grand devant le rayon  $a$  de cette zone de contact, cette dernière peut être considérée comme une surface plane circulaire. On suppose que ce plan tangent de contact reste stationnaire au cours de la compression et l'on note  $\delta_0$  la distance d'interpénétration des centres des sphères sous la force normale  $F_n$  (Fig. 1.7).

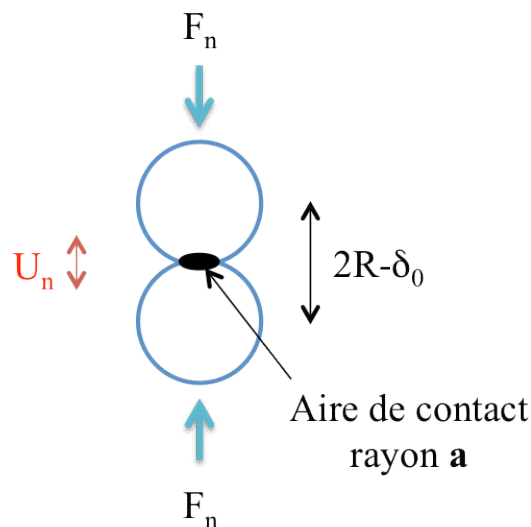


Figure 1.7 : Contact entre deux sphères identiques de rayon  $R$  soumises à une force normale  $F_n$ .

La théorie de Hertz [11] établit la théorie du contact statique entre deux corps solides en résolvant les équations de l'élasticité linéaire. Précisons ici les hypothèses nécessaires :

- Les surfaces de chaque corps sont supposées sans frottement pour que seule une force normale puisse se transmettre au cours de la compression.
- La rugosité des sphères est négligée ; le contact est supposé continu.
- La déformation doit être suffisamment faible pour que les dimensions caractéristiques de la zone de contact soient très petites devant la taille des deux corps en contact.
- Pour calculer des déformations locales, chaque corps est considéré comme un milieu semi-infini.

Partant de l'équation de la surface de chaque corps au voisinage de leur point de contact, Hertz écrit ensuite deux relations entre la distribution de la pression de contact et chaque composante normale des déplacements des deux surfaces sous l'effet de cette pression. En combinant ces deux relations, Hertz remarque que la relation intégrale ainsi obtenue est analogue à celle donnant l'expression du potentiel créé par une distribution de charges uniforme à l'intérieur d'un ellipsoïde fortement aplati. Cette analogie avec le problème d'électrostatique permet alors de déterminer la distribution de la pression à l'intérieur de la surface de contact et de conclure que le domaine de contact est délimité par une ellipse quelle que soit la géométrie initiale des corps. Le rapprochement  $\delta_0$  entre les deux corps ainsi que les demi-axes de l'ellipse de contact sont alors déterminés en fonction d'intégrales elliptiques et de la force  $F_n$  qui comprime les deux corps.

Le principal résultat est que le rapprochement  $\delta_0$  est proportionnel à  $F_n^{2/3}$  quel que soit la forme des corps en contact. Pour le cas du contact sphère-sphère, relatif à notre étude [11]:

$$a = \left( \frac{3F_n R}{4E^*} \right)^{1/3} \quad (1.1)$$

$$\delta_0 = \frac{a^2}{R} = \left( \frac{9F_n^2}{16R(E^*)^2} \right)^{1/3} \quad (1.2)$$

avec  $E^* = \frac{E}{2(1-\nu^2)}$ . Grâce aux données standards relatives au matériau « verre » :  $E \approx 70$  GPa et  $\nu \approx 0.25$ , on a  $E^* \approx 37$  GPa. La figure 1.8 présente la relation non linéaire entre la force normale et le déplacement normale  $F_n - \delta_0$ .

Enfin, on peut déduire la raideur normale incrémentale ou linéaire  $D_n$  par :

$$D_n \equiv \left( \frac{\partial \delta_0}{\partial F_n} \right)^{-1} = \{3R(E^*)^2 F_n\}^{1/3} = \{3\pi(E^*)^2 R^3 P\}^{1/3} \quad (1.3)$$

où  $P = F_n/(\pi R^2)$  est la contrainte apparente ou effective. La figure 1.9 nous montre que  $D_n$  augmente avec  $F_n$ , ce qui est l'origine de l'effet acousto-élastique dans les milieux granulaires.

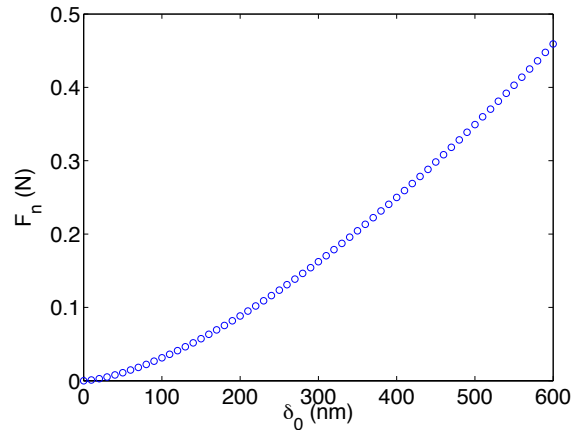


Figure 1.8 : Force normale appliquée  $F_n$  en fonction de la distance d'interpénétration  $\delta_0$ , pour  $R = 0.7$  mm.

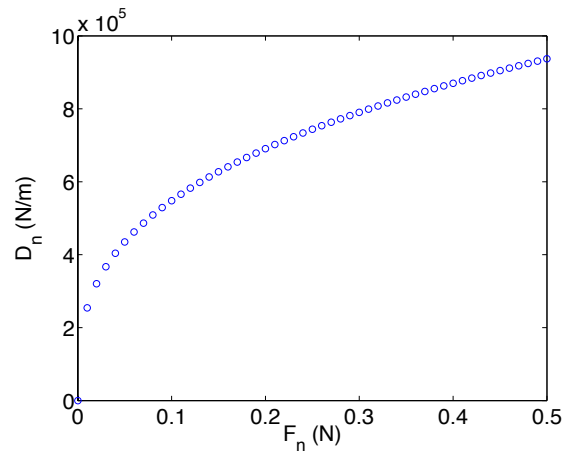


Figure 1.9 : Raideur normale  $D_n$  versus force normale  $F_n$  avec  $R = 0.7$  mm.

### Modèle de Mindlin

Une force tangentielle appliquée sur les sphères en contact cause une déformation élastique à l'interface. La relation entre la force et le déplacement tangentiel a été établie par Mindlin [12,13].

Nous considérons deux billes sphériques identiques en contact sous une force normale  $F_n$  et une force tangentielle oscillante  $F_t(t)$  dont l'amplitude  $F_t^*$  est inférieure à la force seuil  $\mu F_n$  pour séparer les deux billes en les faisant glisser l'une sur l'autre. Comme nous l'avons vu précédemment, selon la théorie du contact de Hertz, la force normale  $F_n$  appliquée sur les billes crée une aire de contact de rayon  $a$ . L'application de la force  $F_t$  dans la direction tangentielle entraîne un micro-glissement au niveau de l'anneau  $c \leq r \leq a$ . Le disque de rayon  $c$  correspondant à la partie collée du contact (Fig. 1.10) [11].



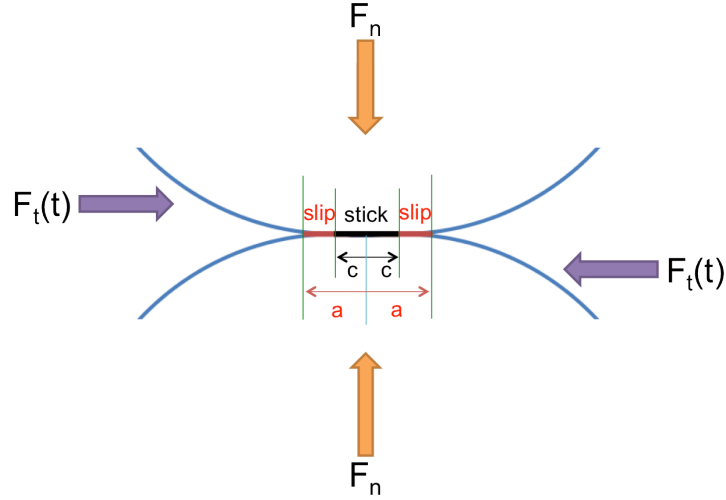


Figure 1.10 Schéma d'un contact entre deux billes sphériques identiques.

Le déplacement tangentiel d'une bille par rapport à l'autre, lors d'un chargement est donné par l'équation suivante

$$U_{load} = \frac{3(2-\nu)\mu F_n}{8Ga} \left[ 1 - \left( 1 - \frac{F_t}{\mu F_n} \right)^{2/3} \right] \quad (1.4)$$

et correspond au chemin OA de la figure 1.11. La raideur tangentielle locale associée à ce contact est donnée par  $dF_t/dU_t = \frac{4Ga}{2-\nu} [1 - F_t/\mu F_n]^{1/3}$ . Elle est alors plus faible que la raideur incrémentale  $D_t = 4Ga/(2-\nu)$  obtenue par Hertz-Mindlin dans le cas de non-glissement. Notons que lorsque  $F_t$  tends vers la force seuil  $\mu F_n$ , le rayon intérieur  $c$  de l'anneau de glissement tend vers 0 ainsi que la raideur  $dF_t/dU$ . Le cas où  $F_t^* > \mu F_n$  traduit le glissement des deux sphères l'une par rapport à l'autre.

Revenons au cas où  $F_t^* < \mu F_n$ . A partir du point A ( $F_t = F_t^*$ ), la force tangentielle commence à décroître ce qui est équivalent à l'application d'un incrément négatif dans  $F_t$ . Le déplacement tangentiel pendant cette phase de déchargement est donné par:

$$U_{unload} = \frac{3(2-\nu)\mu F_n}{8Ga} \left\{ 2 \left( 1 - \frac{F_t^* - F_t}{2\mu F_n} \right)^{2/3} - \left( 1 - \frac{F_t^*}{\mu F_n} \right)^{2/3} - 1 \right\} \quad (1.5)$$

Et correspond au chemin ABC de la figure 1.11a. Au point C, quand la force tangentielle est complètement opposée, en substituant  $F_t$  par  $-F_t^*$  dans l'équation précédente, il vient:  $U = -U^*$ . Les conditions en ce point sont exactement au chemin CDA, est alors décrit par:

$$U_{reload} = \frac{3(2-\nu)\mu F_n}{8Ga} \left\{ 2 \left( 1 - \frac{F_t^* + F_t}{2\mu F_n} \right)^{2/3} - \left( 1 - \frac{F_t^*}{\mu F_n} \right)^{2/3} - 1 \right\} \quad (1.6)$$

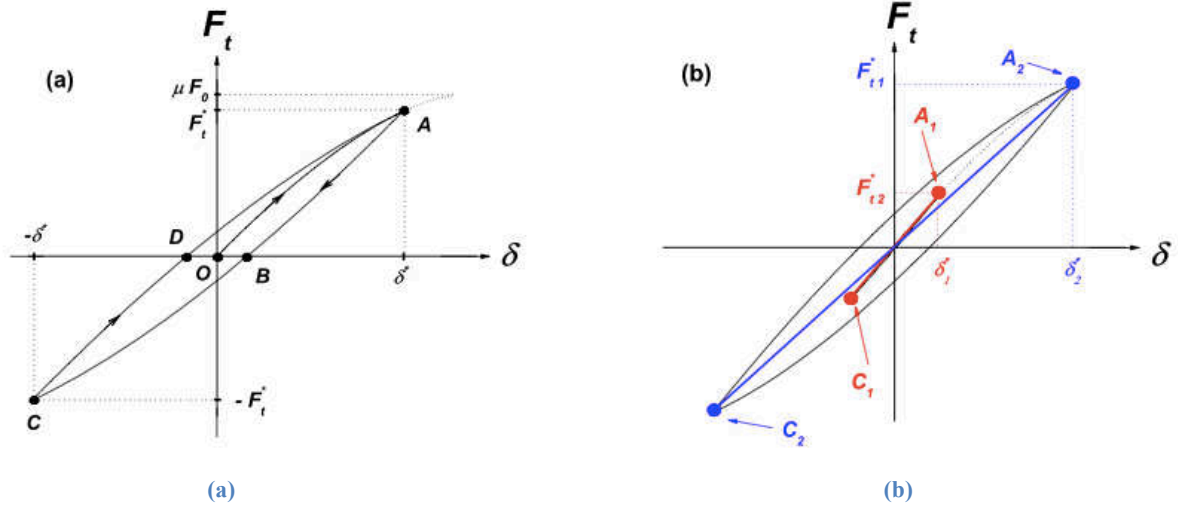


Figure 1.11 : (a) Relation force et déplacement tangentiel : boucle hystérétique associée à la dissipation frictionnelle lors d'un cycle de chargement-déchargement acoustique. (b) Deux boucles hystérétiques pour deux amplitudes d'excitation différentes.

La surface couverte par la boucle hystérétique représente l'énergie frictionnelle dissipée au cours d'un cycle ABCDA du chargement et déchargement. Quant à la raideur moyenne tangentielle associée à cette boucle hystérétique, elle est définie par

$$\langle \frac{dF_t}{dU} \rangle = \frac{1}{2U^*} \int_{-U^*}^{U^*} \frac{dF_t}{dU} dU = \frac{F_t(U^*) - F_t(-U^*)}{2U^*} \quad (1.7)$$

ce qui correspond aux pentes des deux droites  $C_1A_1$  et  $C_2A_2$  dans la figure 1.11b. Cette analyse montre bien la diminution de la raideur moyenne lorsque l'amplitude de l'oscillation tangentielle  $F_t^*$  augmente. Nous verrons dans la section 1.4.2 le *softening* de la vitesse de l'onde acoustique causé par cet effet dans les milieux granulaires quand l'amplitude d'onde est forte. Plus précisément, on peut exprimer approximativement le déplacement tangentiel par une réponse élastique  $U_t^E$  et celle dissipative  $U_t^H$  [14]

$$U_t^E(F_t) \approx (2U_0/3)(1 + F_t^*/6\mu F_0)(F_t/\mu F_0) \quad (1.8)$$

$$U_t^H(F_t) \approx (U_0/18)[(F_t/\mu F_0)^2 - (F_t^*/\mu F_0)^2] \quad (1.9)$$

De l'équation 1.8, on peut déduire la raideur tangentielle,

$$D_t^{NL} \approx D_t(1 - F_t^*/6\mu F_0) \quad (1.10)$$

qui décroît lorsque l'amplitude d'oscillation  $F_t^*$  croît.

Pour de faibles amplitudes d'oscillation  $F_t^* \ll \mu F_n$ , la boucle hystérétique se réduit à une droite  $C_1A_1$  (Fig. 1.11b) et le déplacement tangentiel est proportionnel à la force tangentielle:  $U_t = 4Ga/(2-\nu)F_t$  [11], où  $G$  est le module de cisaillement du matériau constituant les sphères. Alors, la raideur tangentielle est donnée par

$$D_t = \frac{4Ga}{2 - \nu} \quad (1.11)$$

ce qui est cohérent avec l'équation 1.10.

### 1.2.2 Propagation d'onde élastique dans une chaîne de bille 1D

La propagation d'ondes le long une chaîne de billes est largement documentée dans la littérature à la fois théorique et expérimentale [15,16]. Nesterenko et al ont montré que ce système modèle est particulièrement intéressant pour étudier la non linéarité de contact du type hertzien. Cependant, certains aspects importants tels que la friction et le désordre dans les milieux granulaires réels ne sont pas pris en compte.

En régime faiblement non linéaire où l'amplitude d'ondes  $U_n$  est petite devant l'écrasement statique de grains  $\delta_0$  (Fig. 1.7), les réponses réversibles (sans réarrangement du milieu) telles que la génération des harmoniques sont observées. En régime fortement non linéaire où l'amplitude d'ondes est plus grande que l'écrasement statique de grain  $U_n (> \delta_0)$ , les ondes solitaires ou de choc peuvent être générée[15,16].

Ici, nous analysons la propagation acoustique de petite amplitude en régime linéaire ( $U_n \ll \delta_0$ ). Considérons alors une chaîne unidimensionnelle constituée de billes identiques de rayon  $R$  (Fig.1.12). La loi de Hertz, solution quasi-statique, reste valable en régime dynamique si plusieurs conditions sont respectées : la force normale  $F_n$  et la distance d'interpénétration  $\delta_0$  doivent être des fonctions lentement variables du temps, les pressions  $P$  appliquées ne doivent pas dépasser le seuil de plasticité du matériau, ... (cf. [17]). Si ces hypothèses sont satisfaites, il est alors légitime de modéliser une chaîne de billes identiques par une chaîne de masse ponctuelles de masse  $m$ , chacune interagissant avec ses plus proches voisins par la loi de Hertz.

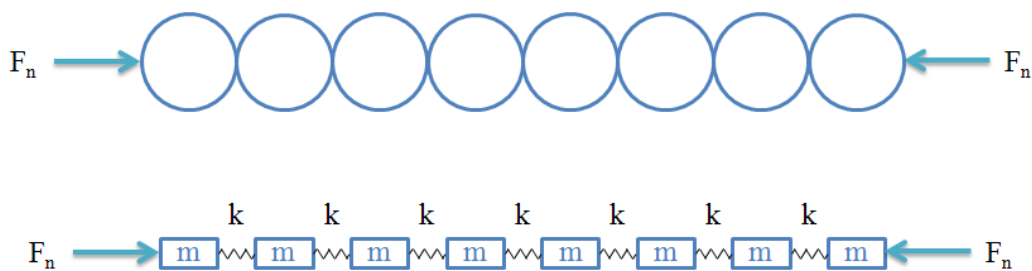


Figure 1.12: En haut, schéma d'une chaîne de billes identiques soumise à une force  $F_n$ . En bas, schéma équivalent de masses-ressorts.

En ne tenant seulement compte de la force d'interaction du contact de Hertz (effets dissipatifs négligés), la dynamique de la chaîne est décrite par le système d'équations différentielles non linéaires couplées, pour des longueurs d'ondes grandes devant le pas du réseau [16] :

$$\frac{d^2 U_n}{dt^2} = \frac{2\sqrt{2RE^*}}{3m} \left[ (\delta_0 - (U_n - U_{n-1}))^{3/2} - (\delta_0 - (U_{n+1} - U_n))^{3/2} \right], \quad (1.12)$$

$$\forall n \in [2, N-1]$$

Dans l'approximation des très faibles déformations acoustiques, le déplacement relatif dynamique est supposé très inférieur au déplacement statique :  $|U_i - U_{i-1}| \ll \delta_0$ . Les contacts entre billes peuvent être alors assimilés à des ressorts dont la raideur  $D_n$  est donnée par l'équation 1.3. Puis l'équation du mouvement peut être linéarisée comme suit :

$$\frac{d^2 U_n}{dt^2} = \frac{D_n}{m} (U_{n+1} - 2U_n + U_{n-1}) \quad \forall n \in [2, N-1] \quad (1.13)$$

La relation de dispersion entre le nombre d'onde  $k$  et la pulsation  $\omega$  dans cette approximation s'obtient en substituant un déplacement de la forme  $U_n = Ae^{i(\omega t - k2Rn)}$  dans l'équation précédente :

$$\omega = 2 \sqrt{\frac{D_n}{m}} |\sin(kR)| \quad (1.14)$$

La pulsation de coupure de la chaîne, pulsation maximum au-delà de laquelle les modes acoustiques longitudinaux considérés deviennent évanescents, vaut alors  $\omega_c = 2\sqrt{D_n/m}$ .

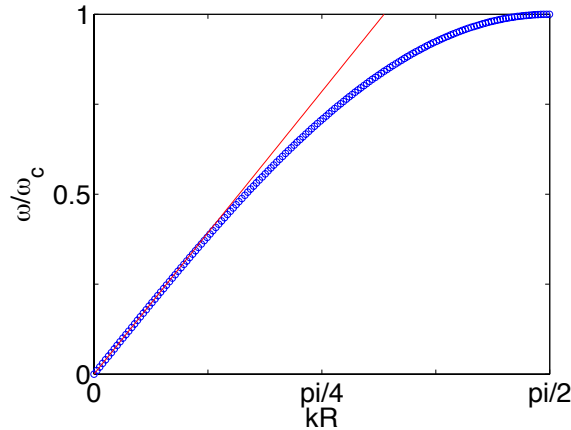


Figure 1.13 : Dispersion de la vitesse d'onde le long une chaîne de billes identiques.

Pour des grandes longueurs d'ondes (milieu non-dispersif), les vitesses de phase et de groupe sont confondues et s'expriment de la manière suivante :

$$c_{1D} = \lim_{k \rightarrow 0} \left( \frac{\omega}{k} \right) = 2R \sqrt{\frac{D_n}{m}} = \frac{1}{\sqrt{\pi\rho}} \left( \frac{9E^*}{R} \right)^{1/3} F_n^{1/6} = \sqrt{\frac{M}{\rho}} \quad (1.15)$$

avec  $M$  le module élastique effectif à 1D. Ainsi, la vitesse de propagation du son dans les systèmes unidimensionnels évolue alors comme  $F_n^{1/6}$ . Cette dépendance a été vérifiée expérimentalement par la mesure des vitesses d'ondes le long de différentes chaînes de billes identiques [16]. Notons aussi qu'à plus haute fréquence, les modes internes dans une bille tels que les ondes de Rayleigh peuvent se transmettre le long une chaîne des billes bien alignées [18].

### 1.2.3 Ondes élastiques dans les milieux granulaires 3D : théories des milieux effectifs

Dans un milieu élastique isotrope, les vitesses de phase de l'onde de compression  $V_p$  et de cisaillement  $V_s$  sont reliées aux modules de compression  $K$  et de cisaillement  $G$ ,

$$\begin{cases} V_p = \sqrt{K + (4/3)G/\rho} \\ V_s = \sqrt{G/\rho} \end{cases} \quad (1.16)$$

où  $\rho$  est la densité de masse du milieu.

Pour les milieux granulaires, la théorie des milieux effectifs est applicable pour décrire la propagation acoustique de grande longueur d'onde si l'approximation affine est vérifiée. Dans un empilement des sphères identiques de rayon  $R$  sous un chargement isotrope  $P$ , les modules élastiques effectifs sont donnés par [19–22]:

$$K_{eff} = \frac{Z\phi}{12\pi R} D_n \quad (1.17)$$

$$G_{eff} = \frac{Z\phi}{20\pi R} \left( D_n + \frac{3}{2} D_t \right) \quad (1.18)$$

où  $Z$  est le nombre de coordinance moyen (Fig. 1.14),  $\phi$  est la fraction volumique de sphères,  $D_n$  et  $D_t$  sont les raideurs normale et tangentielle de contact, respectivement.

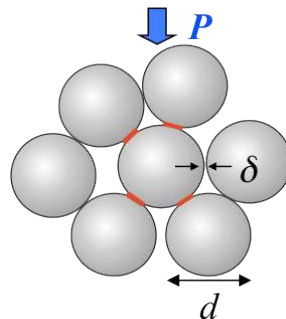


Figure 1.14 : Illustration schématique des contacts dans un empilement des billes sous contrainte.

En reportant 1.17 et 1.18 dans l'équation 1.16, on obtient [20]:

$$V_p = (3Z/20\pi R\rho)^{1/2}(D_n + \frac{2}{3}D_t)^{1/2} \quad (1.19)$$

$$V_s = (Z/20\pi R\rho)^{1/2}(D_n + \frac{3}{2}D_t)^{1/2} \quad (1.20)$$

Pour établir la dépendance explicite des vitesses d'ondes en fonction de la contrainte appliquée  $P$ , on exprime  $D_n$  et  $D_t$  à l'aide des équations 1.3 et 1.11, ce qui donne les expressions des modules élastiques effectifs [23].

$$K_{eff}(P) = \frac{k_n}{12\pi} (\phi Z)^{2/3} \left( \frac{6\pi p}{k_n} \right)^{1/3} \quad (1.21)$$

$$G_{eff}(P) = \frac{k_n + (\frac{3}{2}k_t)}{20\pi} (\phi Z)^{2/3} \left( \frac{6\pi p}{k_n} \right)^{1/3} \quad (1.22)$$

où  $k_n = 4\mu_g/(1-\nu_g)$  et  $k_t = 8\mu_g/(2-\nu_g)$  sont les constantes élastiques du matériau constituant les grains (pour le verre :  $\mu_g = 28$  GPa et  $\nu_g = 0.25$ ). Par l'équation 1.16, nous allons comparer quantitativement les vitesses d'ondes prédites avec nos résultats expérimentaux. La loi d'échelle pour les vitesses

$$V_{p,s} \propto Z^{1/3} \phi^{-1/6} P^{1/6} \quad (1.23)$$

illustre les dépendances en contrainte appliquée  $P$  et en nombre de coordinance  $Z$ . De récentes études numériques montrent qu'il existe des relations plus ou moins complexes entre le nombre de coordinance  $Z$  et la compacité  $\phi$  (ou fraction volumique des sphères), qui dépendent eux-mêmes de la contrainte de confinement  $P$  [23,24].

### Approximation des milieux effectifs

Dans le domaine de validité des milieux effectifs, les mesures acoustiques peuvent fournir une sonde très utile via les modèles des milieux effectifs ci-dessus, pour étudier les propriétés élastiques ( $D_n$  et  $D_t$ ) et structurales (comme  $Z$ ) des matériaux granulaires.

De nombreuses études expérimentales [25,26] et numériques [27] ont été effectuées sur les vitesses des ondes acoustiques linéaires en fonction de la contrainte appliquée. La comparaison entre théories et expériences/simulations est généralement bonne du moins qualitativement, mais des déviations sont observées dans certains cas par rapport à la prédiction  $V \propto P^{1/6}$ . Dans les empilements 3D ordonnés de sphères identiques (réseau cubique à faces centrées) [28] ou des grains de sable [10,29], la loi d'échelle ci-dessus prédite par la théorie de Hertz est confirmée à forte contrainte. En revanche, une dépendance  $V \propto P^{1/4}$  est parfois observée à faible contrainte. La figure 1.15 montre un tel comportement de la

vitesse de l'onde de compression mesurée en fonction de la contrainte appliquée dans un empilement des billes de verre  $d = 400-800 \mu\text{m}$ <sup>1</sup>.

Plusieurs mécanismes ont été suggérés pour expliquer cet écart entre modèle et expériences/simulations. Nous en mentionnons deux ici pour mettre en avant quelques ingrédients physiques.

L'un consiste à corriger le modèle micromécanique de contacts entre sphères en lui substituant celui des contacts coniques (grains de sables ou aspérités). La relation force-déplacement est alors modifiée en  $F_n \propto \delta_n^2$ ; d'où une dépendance possible de la vitesse en fonction de la contrainte appliquée  $V \propto P^{1/4}$ .

L'autre mécanisme mentionne le rôle important du nombre de coordinance  $Z$  qui détermine les propriétés mécaniques des granulaires. Comme illustré sur la figure 1.14, les grains au voisinage d'un grain donné ne sont pas tous mis en contact et supportent les forces normales et tangentielles, ce qui est l'origine des chaînes de force aussi bien en statique qu'en écoulement dense (Fig. 1.1 et Fig. 1.2). Goddard [10] propose donc un mécanisme dit « du recrutement des contacts » par le flambage des chaînes de force sous contrainte :  $Z$  n'est plus une constante, comme supposée dans les EMTs, mais dépend de la contrainte appliquée  $Z(P)$ . Ceci peut aussi expliquer le scaling  $V \propto P^{1/4}$  observé à faible contrainte. Notons qu'un mécanisme de recrutement par la déformation élastique des grains sous  $P$  est aussi possible, mais conduit à une loi d'échelle un peu différente  $V \propto P^{1/3.3}$  [36, 37].

Enfin, certaines relations empiriques peuvent être obtenues pour  $Z(P)$  et  $\phi(P)$  par simulation numérique en fonction de la nature des contacts entre grains (frottant ou non), du protocole de préparation des échantillons et du chargement mécanique (isotrope, oedométrique, triaxiale) [23,27].

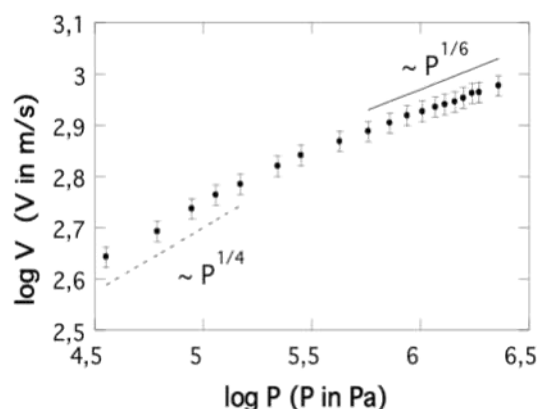


Figure 1.15 : Vitesse de l'onde de compression en fonction de la contrainte appliquée dans les milieux granulaires [30].

<sup>1</sup> Cet échantillon n'a pas été soumis à un pré-chargement comme la plupart des échantillons étudiés dans cette thèse.

### 1.3 Mesures des vitesses d'ondes dans les empilements des billes de verre et des sables

Dans cette section, nous mesurons les vitesses de l'onde cohérente de compression par différentes méthodes dans les empilements des billes de verre sphériques ainsi que dans des sables concassés. Nos résultats expérimentaux seront comparés à la prédiction de la théorie des milieux effectifs.

#### 1.3.1 Dispositif expérimental et protocole de préparation d'échantillon

Les milieux granulaires étudiés ici sont constitués de billes de verre polydisperses ou de grains de sable concassés. Ces grains sont confinés dans des cellules cylindriques rigides en Dural de rayon  $R_{cellule} = 30$  mm et de hauteurs  $L = 10 - 40$  mm. Ces échantillons confinés sont alors soumis à une contrainte axiale  $P$  (« test oedométrique ») grâce à une presse automatique MTS QTest dont la contrainte  $P$  varie entre 100 kPa et 1MPa. Deux transducteurs piézoélectriques large bande, centrés à 500kHz, sont installés au niveau des pistons fermant la cellule (Fig. 1.16). Des impulsions brèves ( $\Delta t = 2\mu s$ ) ou trains d'ondes sinusoïdales sont appliquées sur le transducteur source (émetteur) et les ondes transmises sont détectées par l'autre transducteur. Le signal transmis est préamplifié et moyenné entre 2 et 256 tirs par un oscilloscope pour un meilleur rapport signal sur bruit avant être enregistré dans un ordinateur (Fig. 1.16).

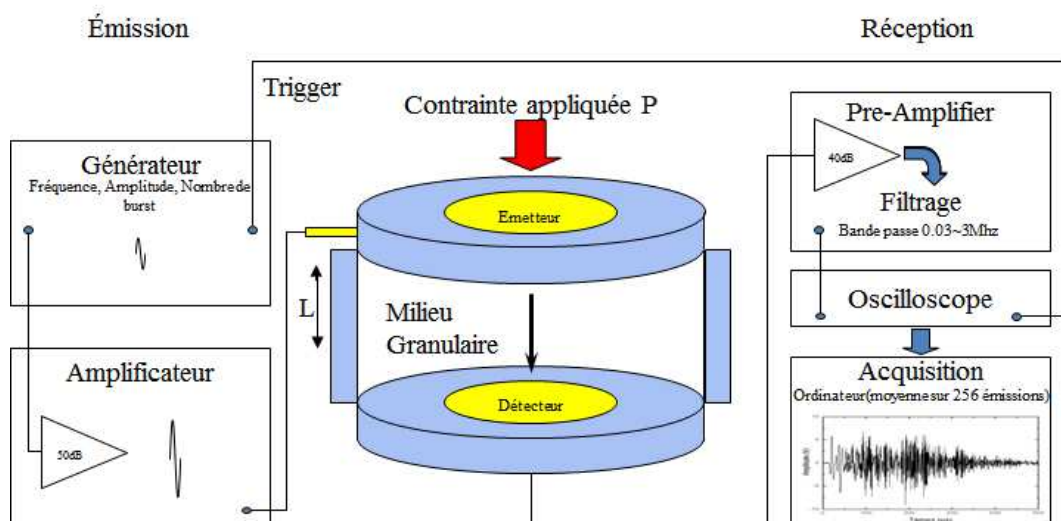


Figure 1.16 : Le schéma du dispositif expérimental.

#### Protocole de préparation des échantillons

Une caractéristique essentielle d'un empilement granulaire est la compacité ou fraction volumique du solide  $\phi_{sol}$ ,



$$\phi_{sol} = \frac{V_{billes}}{V_{cellule}} = \frac{M_{billes}}{\rho_{verre}\pi R_{cellule}^2 L} \quad (1.24)$$

Dans un empilement granulaire solide désordonné, la compacité peut varier de 0.55 pour un empilement lâche (RLP : Random Loose Packing) à 0.64 pour un empilement dense de sphères monodisperses (RCP : Random Close Packing) [31]. La compacité peut être encore plus élevée ( $\phi > 0.64$ ) s'il y a un effet de cristallisation ou si les billes sont polydisperses [32]. La structure d'un empilement granulaire est extrêmement sensible au protocole de préparation [33,34].

Parmi les différents protocoles expérimentaux illustrés sur la figure 1.17, nous avons opté pour la méthode de la pluviation. Cette technique, fréquemment utilisée en mécanique des sols et dans l'industrie, nous permet de produire des échantillons reproductibles et de densité contrôlable en choisissant la distance entre l'entonnoir et le tamis. Plus précisément, nous saupoudrons les billes à travers plusieurs tamis rigides (toiles métalliques dont la maille a été choisie légèrement supérieur au diamètre des billes). Plus le débit est fort, plus la densité est basse. Inversement, à faible débit, répartis sur toute la surface de l'échantillon, les grains tombent presque indépendamment (sous forme de pluie fine) et ont le temps d'explorer toute la surface de la cellule. En travaillant à bas débit et avec une hauteur de chute raisonnable, nous avons ainsi pu obtenir un empilement granulaire suffisamment dense, proche du RCP. La mesure de hauteur de nos échantillons secs sous contrainte donne une compacité  $\phi = 0.623 \pm 0.006$ . Avant les mesures acoustiques, 10 préchargements à  $P = 650$  kPa sont appliqués à l'échantillon pour minimiser les effets hystérétiques.

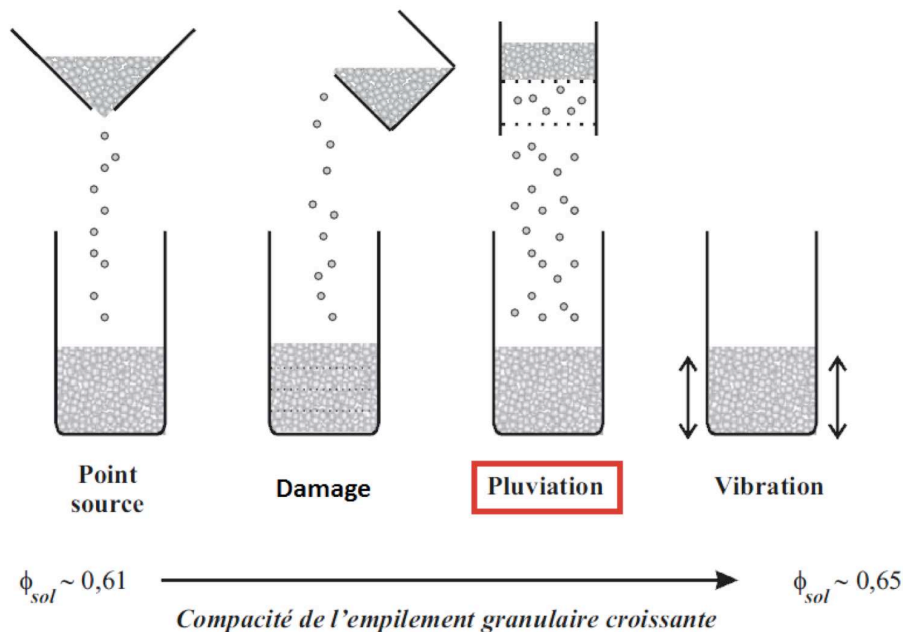


Figure 1.17: Quelques protocoles couramment utilisés pour préparer un échantillon granulaire sec.

### 1.3.2 Méthodes de mesure des vitesses d'onde

Déterminer des vitesses d'ondes acoustiques dans les milieux granulaires n'est pas sans ambiguïté, comme mentionné dans l'introduction. Nous allons donc, dans un premier temps, décrire les méthodes utilisées pour les mesures relatives ou absolues des vitesses d'ondes dans les granulaires, en fonction de la contrainte appliquée.

La génération des ondes cohérentes ou ondes diffusées dépend du rapport de la longueur d'onde  $\lambda$  à la taille de bille  $d$ . D'une manière générale, une excitation à basse fréquence privilégie la génération des ondes cohérentes alors que celle à haute fréquence favorise les ondes diffusées. Par ailleurs, plus la taille du détecteur piézoélectrique est grande (relative à la taille de grains), meilleur est la sensibilité de détection des ondes cohérentes grâce à leur cohérence spatiale (Fig. 1.18). En revanche, pour détecter les speckles acoustiques, i.e. l'onde incohérente, il faut employer un détecteur de petite taille [35].

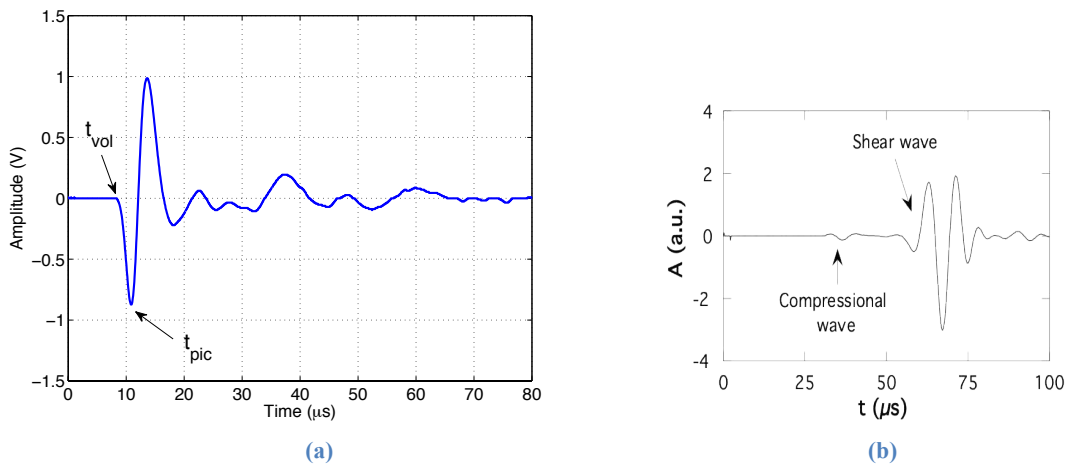


Figure 1.18 : Signaux typiques des ondes cohérentes de compression (a) et de cisaillement (b), générées et détectées par les transducteurs longitudinaux et transverses respectivement; extrait de [30].

Dans ce chapitre, nous étudions la vitesse du temps de vol, la vitesse de phase et la vitesse de group d'onde cohérente de compression. Deux transducteurs longitudinaux de diamètre 30 mm sont utilisés ainsi que des billes de verre 300 - 400 μm. Les transducteurs sont environ 100 fois plus grands que les billes de verre. Par conséquent, comme on le constate sur la figure 1.18a, l'onde cohérente de compression est bien définie.

Pour apprécier la reproductibilité de la mesure des vitesses d'ondes, nous montrons sur la figure 1.19 les ondes cohérentes de compression enregistrées à travers dix empilements de bille de verre  $d = 600 - 800 \mu\text{m}$  sous contrainte  $P = 500 \text{ kPa}$ , détectées par un transducteur piézoélectrique de 30 mm. Les échantillons ont été préparés selon le même protocole. Une bonne reproductibilité des signaux acoustiques est observée. L'erreur relative sur l'amplitude est inférieure à 5%, celle sur le temps de vol du premier minimum est inférieure à 3%.

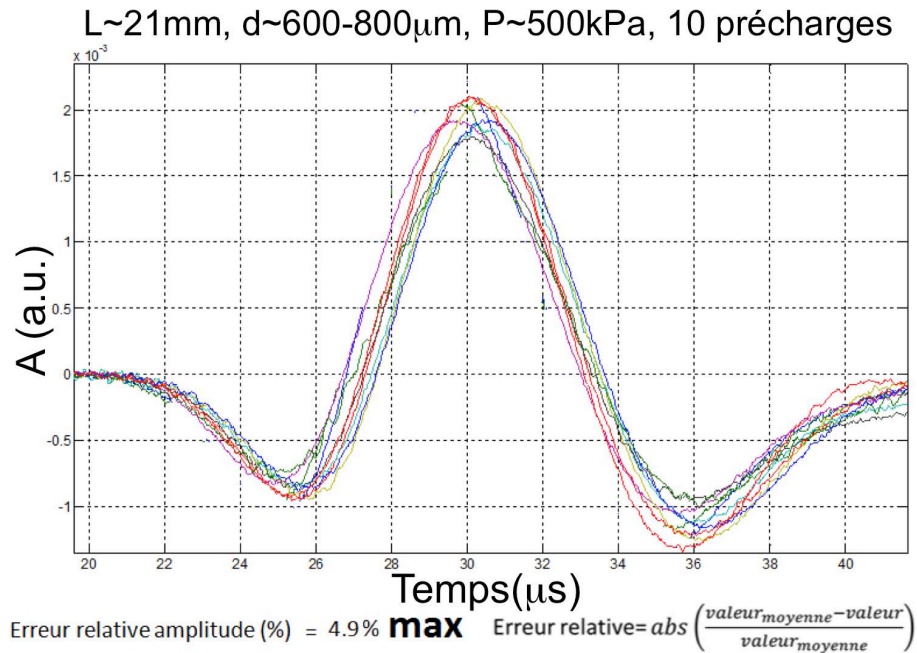


Figure 1.19 : Ondes cohérentes de compression enregistrées à travers dix empilements granulaires préparés selon le même protocole. L'erreur relative sur l'amplitude est inférieure à 5% et l'erreur relative sur le temps du premier pic maximum est inférieure à 3%.

### 1.3.2.1 Mesure relative des vitesses

La figure 1.18a correspond à un signal typique de l'onde de compression se propageant dans un empilement contraint de billes  $d = 300 - 400 \mu\text{m}$  d'épaisseur  $L = 9 \text{ mm}$ . Nous pouvons estimer approximativement la vitesse de l'onde de compression,  $V_{tof} = L/t_{vol}$ , à l'aide du temps de vol  $t_{vol}$  lié au front d'arrivée. A cause de la faible amplitude et l'existence du bruit, une détermination précise de  $t_{vol}$  est difficile. En revanche, le temps d'arrivée d'un maximum ou pic  $t_{pic} (> t_{vol})$  est plus aisé à mesurer. Si on ne s'intéresse qu'à la variation relative de la vitesse d'onde, par exemple, en fonction de la contrainte appliquée  $P$ ,  $V_{pic} = L/t_{pic}$  fournit une méthode de mesure relative, qui sous-estime clairement la vitesse mais utile pour la rapidité.

La figure 1.20 présente les vitesses  $V_{tof}$  et  $V_{pic}$  mesurées en fonction de la contrainte  $P$ . Les résultats montrent un comportement décrit par une loi de puissance  $V \propto P^\alpha$  avec  $\alpha \approx 1/6$ , mais nous constatons  $\alpha < 1/6$  à forte contrainte. Cette anomalie pourrait être liée au fait que la forme de l'onde cohérente ainsi que son spectre changent en fonction de la contrainte appliquée (Fig. 1.25). La mesure via le temps  $t_{vol}$  ou  $t_{pic}$  peut être affectée par le changement de la forme de l'onde (voir ci-dessous).

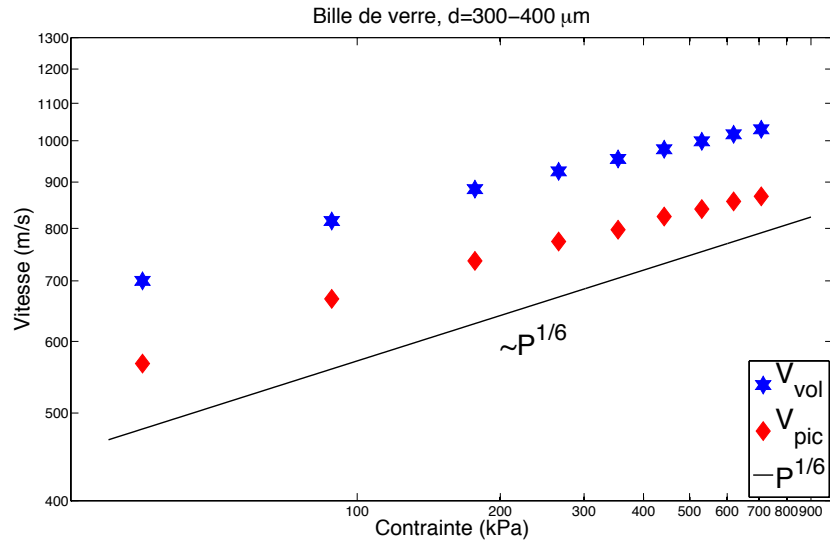


Figure 1.20 : Vitesses relatives en fonction de la contrainte.

### 1.3.2.2 Mesure absolue des vitesses

Afin d'affranchir la difficulté de définir la référence de  $t = 0$ , nous cherchons à déterminer la vitesse d'onde par des méthodes absolues. Nous pouvons mesurer directement la différence du temps de propagation entre deux signaux parcourant deux distances différentes. A cause d'une forte atténuation de l'onde par la diffusion, l'écho apparaissant sur la figure 1.18 à  $t \sim 3t_{pic}$  est trop faible pour une mesure précise. Pour remédier à cela, nous avons effectué des mesures à travers deux empilements similaires de billes  $d = 300 - 400 \mu\text{m}$  et d'épaisseurs respectives  $L_1 = 9 \text{ mm}$  et  $L_2 = 18 \text{ mm}$  (Fig. 1.21). Puis nous déterminons précisément la vitesse d'onde par  $V = \Delta L / \Delta t$  à l'aide du retard entre ces deux signaux  $\Delta t$ , calculé ci-dessous.

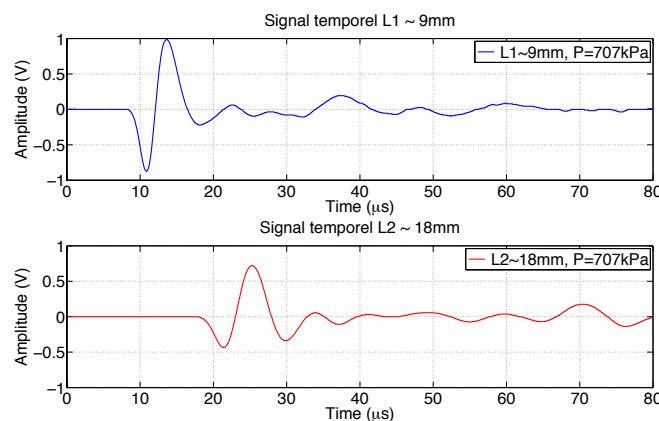


Figure 1.21 : Signaux acoustiques transmis à travers deux échantillons granulaires d'épaisseur  $L_1 = 9 \text{ mm}$  et  $L_2 = 18 \text{ mm}$ , respectivement.

### Méthode de corrélation

Cette méthode consiste à déterminer le retard du groupe  $\Delta t_g$  entre deux ondes. Ce retard peut être estimé par une simple différence entre le temps de vol du premier pic  $\Delta t_g \approx$

$t_{pic}^{L2} - t_{pic}^{L1}$  ou encore plus précisément par la fonction d'inter-corrélation entre les signaux fenêtrés correspondant aux ondes cohérentes de compression,

$$C_{L_1, L_2}(\tau) = \int S_{L_1}(t) S_{L_2}(t + \tau) dt \quad (1.25)$$

La figure 1.22 présente la fonction d'inter-corrélation  $C_{L_1, L_2}(\tau)$  entre  $S_1(t)$  et  $S_2(t)$  pour différentes contraintes de confinement  $P$ . Le retard  $\tau_{max}$  correspond à la position du maximum de l'intercorrélacion  $C_{L_1, L_2}$ ; il fournit le temps de groupe  $\Delta t_g = \tau_{max}$  et la vitesse de groupe de l'onde  $V_g = \Delta L / \Delta t_g$ . Les vitesses déterminées par les deux calculs de  $\Delta t_g$  sont présentées dans la figure 1.23 et comparées avec la prédiction de la théorie des milieux effectifs (Eqs. 1.16, 1.21-1.23).

Nous constatons que l'accord entre la théorie et l'expérience est quantitativement bon pour un nombre de coordinance  $Z = 6$ . Par ailleurs, l'anomalie sur le scaling  $V \propto P^{1/6}$  à forte contrainte est disparue, probablement grâce à la méthode de mesure améliorée.

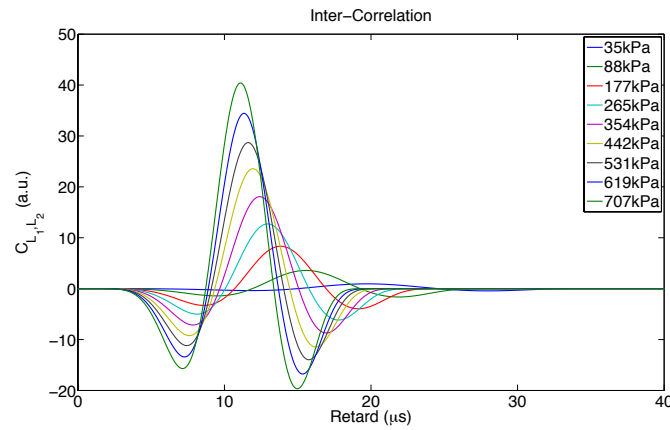


Figure 1.22 : Fonction d'inter-corrélation entre deux signaux mesurés à travers les échantillons d'épaisseurs différentes  $L_1$  et  $L_2$ .

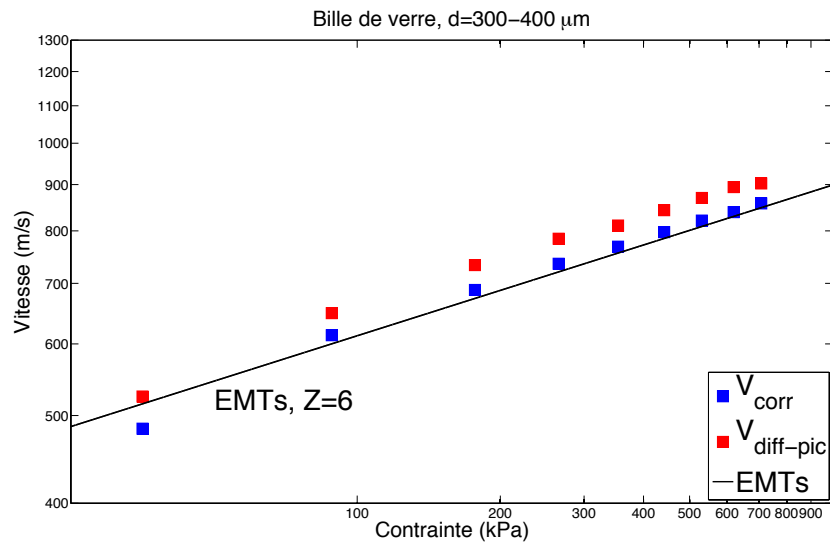


Figure 1.23 : Vitesse d'onde mesurée par la méthode de corrélation en fonction de la contrainte.

## Méthode de la phase spectrale

L'autre méthode pour mesurer quantitativement la vitesse d'onde se repose sur l'analyse spectrale de la phase. On considère une onde plane d'amplitude  $A$ , de pulsation  $\omega$  et de longueur d'onde  $\lambda$  se propageant dans un système unidimensionnel sur une distance  $L$  de la forme

$$u(x, t) = Ae^{-\alpha x} e^{i(\omega t \pm kx - \omega \xi)} \quad (1.26)$$

Pour les ondes mesurées à deux distances  $x = L_1$  et  $L_2 (>L_1)$ , la différence de phase entre les deux signaux est  $\Delta\phi = k(L_2 - L_1) = \omega(L_2 - L_1)/V_\phi$ , d'où la vitesse de phase est donnée par

$$V_\phi = \omega \frac{\Delta L}{\Delta\phi} = \omega \frac{L_2 - L_1}{\phi_{L_2} - \phi_{L_1}} \quad (1.27)$$

La figure 1.24 montre les signaux acoustiques mesurés à travers deux échantillons d'épaisseur différentes,  $L_1 = 9$  mm et  $L_2 = 18$  mm, sous différentes contraintes  $P = 35 - 700$  kPa. Nous observons que l'amplitude du signal et la vitesse d'onde augmentent toutes deux avec la contrainte. Pour une contrainte donnée, l'amplitude du signal détectée à  $L_1$  est plus grande que celle à  $L_2$  due à l'atténuation de l'onde. Pour séparer l'onde cohérente de compression de l'onde de cisaillement, de l'écho, nous appliquons un fenêtrage sur le premier cycle du signal avant d'effectuer la transformé de Fourier (FFT).

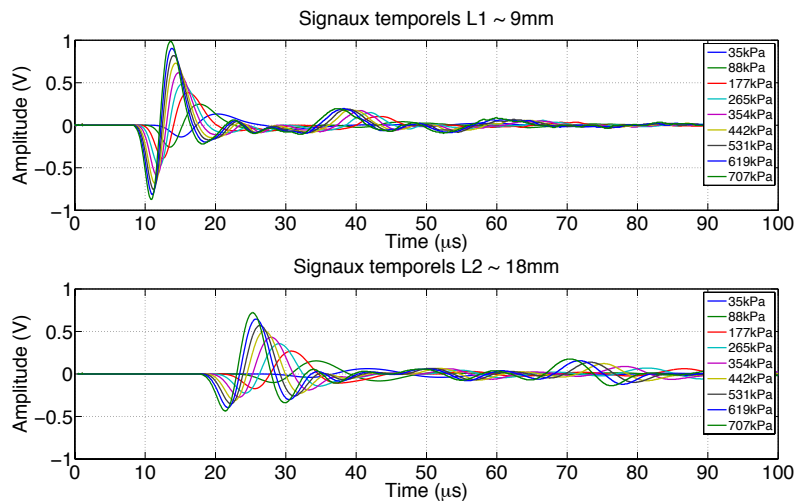


Figure 1.24 : Signaux acoustiques transmis dans un empilement des billes  $d = 300 - 400 \mu\text{m}$  sous contrainte d'épaisseur  $L_1 = 9$  mm (a) et  $L_2 = 18$  mm (b).

La figure 1.25 présente les modules spectraux. Nous constatons que la fréquence centrale du signal transmis augmente avec la contrainte. Ainsi la fréquence centrale du signal mesuré dans une faible épaisseur d'échantillon (9 cm) est plus haute que celle du signal mesuré dans un échantillon plus épais (18 cm). Par ailleurs, plus la contrainte est grande, plus la bande passante est large. Les modules spectraux à basse fréquence sont très comparables

dans les échantillons de deux épaisseurs différentes. Cela montre que les milieux granulaires réagissent comme un filtre passe-bas.

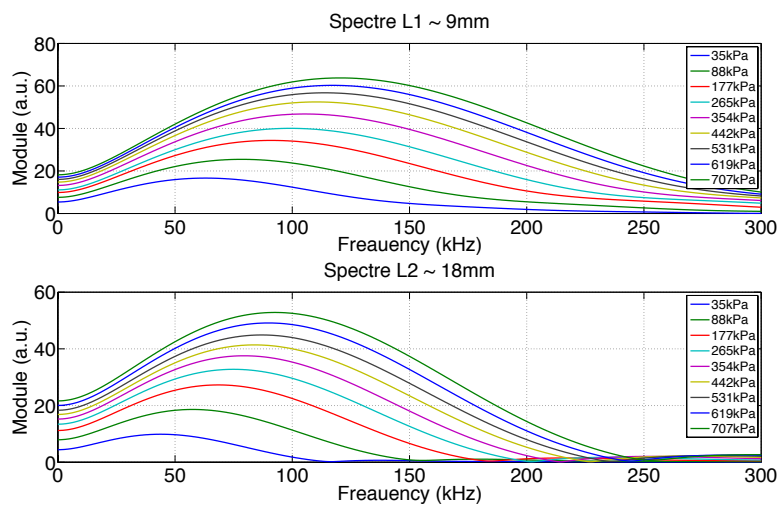


Figure 1.25 : Spectres calculés à partir du premier cycle des signaux dans la figure 1.24

La figure 1.26 nous montre que les vitesses de phase mesurées en fonction de la fréquence à différente contrainte de confinement. Comme illustré dans la figure 1.25, plus la contrainte est grande, plus le spectre est large. Néanmoins, dans les gammes de bande passante obtenues pour de différentes contraintes, les vitesses de phase sont clairement indépendantes de la fréquence, montrant un aspect non dispersif de la vitesse d'onde cohérente.

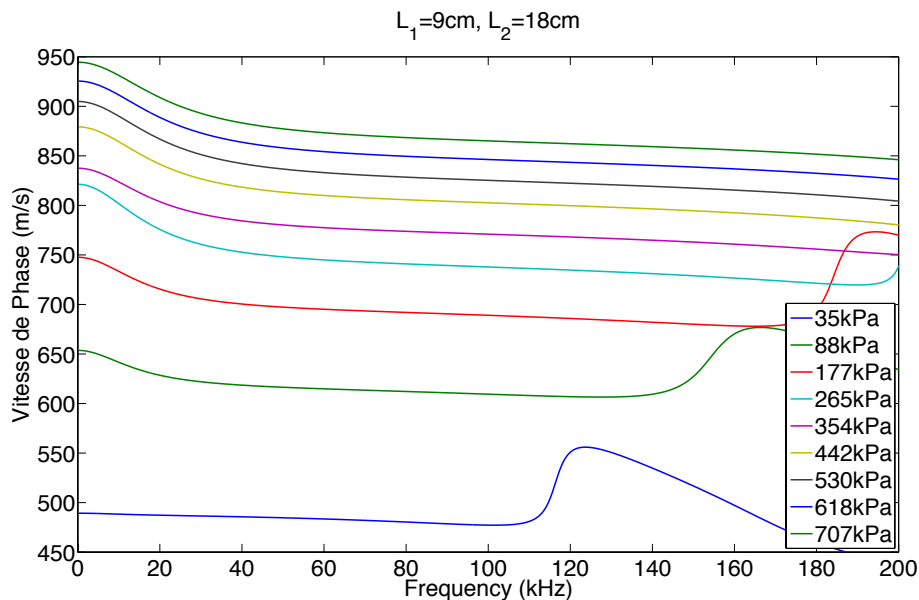


Figure 1.26 : Les vitesses de phase d'onde cohérente de compression en fonction de la fréquence.

### 1.3.3 Comparaison théorie-expérience

Nous montrons sur la figure 1.27 les vitesses de phase en fonction de la contrainte appliquée ainsi que les vitesses de groupe mesurées par la méthode de corrélation, dans les empilements de billes  $d = 300 - 400 \mu\text{m}$ . Les deux vitesses absolues mesurées sont très proches, confirmant l'aspect non dispersif de la vitesse d'onde dans les gammes de fréquence observées ici. Comme mentionné précédemment, ces résultats sont en excellent accord avec la prédiction par l'EMT basée sur la micro-mécanique de contact Hertz-Mindlin. Le fait que le scaling  $V \propto P^{1/6}$  s'étende sur toute la gamme de contrainte utilisée est vraisemblablement lié au préchargement appliqué aux empilements ; le mécanisme du recrutement de contact par la contrainte appliquée devient négligeable (§1.2.3).

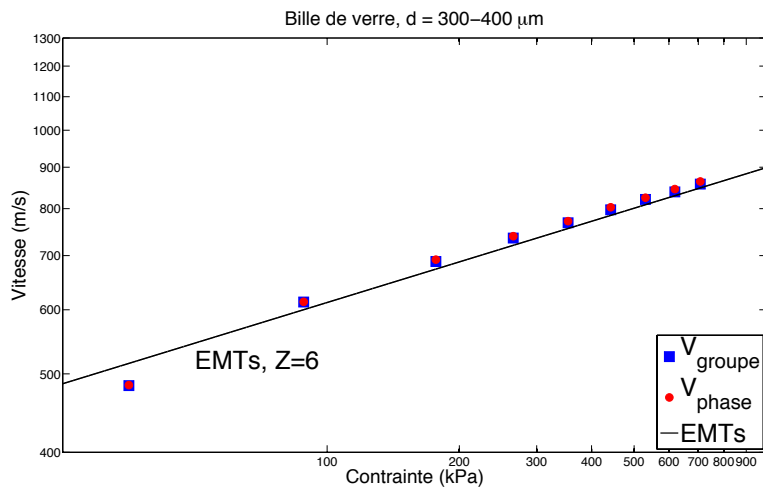


Figure 1.27 : Vitesses de l'onde de compression mesurées par des différentes méthodes en fonction de contrainte, dans les empilements de billes de verre  $d = 300-400 \mu\text{m}$ . La ligne solide correspond à la prédiction par l'EMT.

#### Effet de la taille des grains

Nous avons également mesuré les vitesses de phase dans les empilements des billes de verre  $d = 600 - 800 \mu\text{m}$  (Fig. 1.28). Elles sont très proches de celles mesurées dans les empilements de billes  $d = 300 - 400 \mu\text{m}$ . Ces résultats montrent que l'effet de la taille de billes n'est pas significatif sur la vitesse d'ondes, dans les gammes observées.

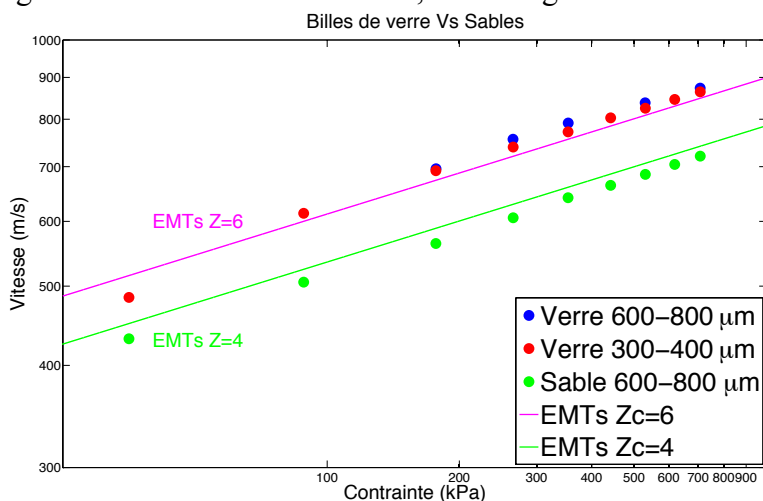


Figure 1.28 : Vitesses de phase en fonction de la contrainte. Comparaison entre des empilements de billes de verre  $d = 300-400 \mu\text{m}$  et  $d = 600-800 \mu\text{m}$ , et des sables concassés ( $d = 600-800 \mu\text{m}$ ).



## Effet de l'angularité des grains

Nous avons aussi examiné la propagation des ondes acoustiques dans des empilements de grains de sable concassés dont la taille moyenne est  $d = 600 - 800 \mu\text{m}$ . Les grains de sable concassés sont bien tamisés pour que leur taille soit comparable à celle des billes de verre que nous avons utilisées précédemment, c'est-à-dire comprise entre  $600 \mu\text{m}$  et  $800 \mu\text{m}$ . Leurs formes respectives sont illustrées sur la figure 1.29. Les billes de verre sont bien sphériques, tandis que les grains de sable sont irréguliers et anguleux.



Figure 1.29 : (a) Les sables concassés irréguliers. (b) Les billes de verre sphérique. La taille de grain des sables et les billes de verre compris entre  $600$  et  $800 \mu\text{m}$ .

La figure 1.28 montre la comparaison entre la vitesse de phase mesurée avec les sables concassés et les billes de verre. Une différence importante de la vitesse d'onde apparaît entre les deux systèmes. Dans le cadre de la théorie des milieux effectifs (Eqs. 1.16 - 1.18), cette différence résulterait i) soit des raideurs de contact  $D_n$  et  $D_t$  à cause de l'angularité des sables, ii) soit du nombre de coordinance  $Z$ . En effet, les densités des matériaux composant le verre et le sable sont proches, et les compacités mesurées des empilements des billes de verre et ceux des sables concassés sont aussi les mêmes.

L'évaluation précise des raideurs de contact entre les grains angulaires n'est pas évidente, mais nous pensons qu'elles seraient comparables à celles de billes, voir légèrement supérieures. Dans cette hypothèse, la faible valeur de la vitesse d'onde dans les sables devrait être attribuée au faible nombre de coordinance  $Z$ . En ajustant les données avec l'EMT, nous obtiendrions  $Z = 6$  pour les empilements de billes de verre et  $Z < 4$  pour ceux des sables concassés. Ce dernier est inférieur à  $Z = 4$  pour l'empilement lâche (RLP) des billes de verre, mais les sables pourraient s'équilibrer à faible nombre de contact grâce à leur forme irrégulière (Fig. 1.30).

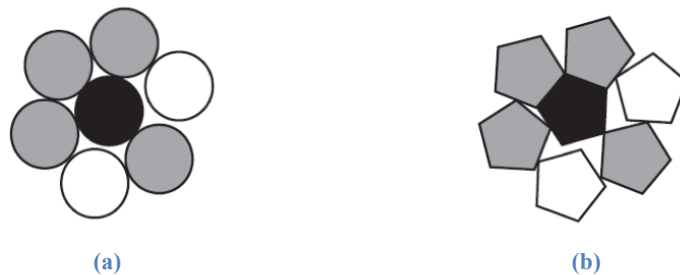


Figure 1.30: Illustration schématique d'un empilement des billes (a) et des sables concassés (b).

## 1.4 Propagation acoustique non linéaire dans les milieux granulaires denses: du régime réversible au régime irréversible

L'acoustique non linéaire décrit la propagation des ondes de forte amplitude. Dans les milieux granulaires, nous pouvons distinguer deux types de non-linéarité au niveau du contact entre les grains. Comme nous avons discuté dans la section 1.2, l'un provient de la charge normale (de Hertz) et l'autre de la friction tangentielle (de Mindlin).

Dans cette section, nous rappelons d'abord les conséquences de ces non linéarités à l'échelle macroscopique et en particulier sur la propagation acoustique non linéaire : la génération des harmoniques et le *softening* de la vitesse d'onde [14,36]. Ensuite, nous présentons quelques résultats nouveaux sur le softening et le hardening de la vitesse d'onde dans les milieux granulaires faiblement contraints, sous gravité. Nous discuterons la brisure de l'EMT pour interpréter quantitativement la propagation des ondes acoustiques en régime fortement non linéaire, i.e., irréversible.

### 1.4.1 Génération des harmoniques et softening des vitesses d'onde

#### Génération des harmoniques

Dans le cas de la propagation d'ondes à forte amplitude, l'approximation de l'élasticité linéaire n'est plus valable. Pour la relation contrainte-déformation, les termes non linéaires ne sont pas négligeables devant le terme linéaire. De nombreuses études ont été effectuées pour étudier la propagation non linéaire dans les milieux élastiques classiques [37,38]. Une des caractéristiques principales est la génération des harmoniques qui conduit à la distorsion d'un signal d'entrée sinusoïdale par effets non linéaires cumulatifs menant à la formation d'ondes de choc (Fig. 1.31).

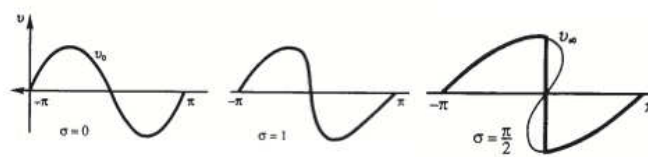


Figure 1.31 : Distorsion d'une onde sinusoïdale par effet non linéaire, menant à la formation d'un front choqué.

Dans les milieux granulaires, la relation entre la contrainte  $\sigma$  et la déformation  $\varepsilon$  peut s'écrire comme :  $\sigma = K_0 \varepsilon [1 + \beta \varepsilon + \dots] + \eta \frac{\partial \varepsilon}{\partial t}$ , où  $\eta$  dénote la dissipation interne des milieux granulaires dû à la viscosité et  $\beta$  est le coefficient de la non-linéarité déterminé par [36]

$$\beta = \frac{\rho_0}{2} \frac{dc_0^2}{dP_0} \quad (1.28)$$

où  $c_0$  est la vitesse d'onde sous la contrainte  $P_0$ . En tenant compte de la dissipation interne dans les milieux granulaires via la viscosité, on obtient l'équation de la propagation d'une onde plane

$$\rho_0 \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - \eta \frac{\partial^3 u}{\partial a^2 \partial t} - \rho_0 c_0^2 \frac{\partial^2 u}{\partial a^2} - 2\rho_0 c_0^2 \beta \left( \frac{\partial u}{\partial a} \right) \left( \frac{\partial^2 u}{\partial a^2} \right) = 0 \quad (1.29)$$

Les solutions peuvent être exprimées comme la superposition d'une composante fondamentale et des harmoniques supérieures. Comme dans un milieu élastique ordinaire, l'amplitude de la composante fondamentale est proportionnelle à l'amplitude d'excitation et celle de deuxième harmonique dépend du carré de l'amplitude d'excitation [36].

La figure 1.32 montre les amplitudes de la composante fondamentale et de la deuxième harmonique d'un train d'onde mesurées en fonction de l'amplitude d'excitation [36]. On distingue deux régimes différents : réversible et irréversible. Dans le régime réversible, à plus faible amplitude d'excitation, la composante fondamentale augmente linéairement avec l'amplitude d'excitation, alors que l'amplitude de la deuxième harmonique dépend du carré de l'amplitude d'excitation. L'épaisseur de l'échantillon reste inchangée. Au-delà d'une certaine amplitude d'excitation, l'interaction onde-matière entre les grains devient irréversible : elle s'accompagne d'une compaction de l'échantillon dû au réarrangement des contacts entre les grains (Fig. 1.32.c).

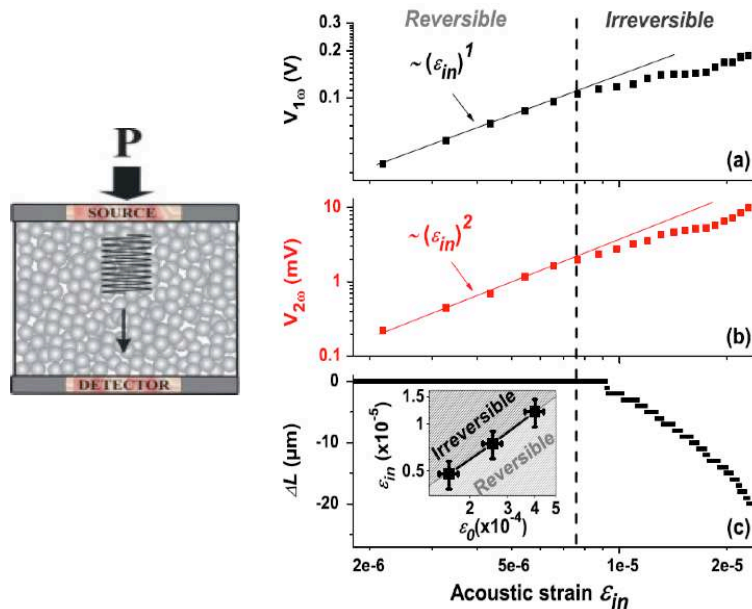


Figure 1.32 : A gauche : schéma de la manip. A droite : (a) la composante fondamentale (b) deuxième harmonique (c) variation de l'épaisseur d'échantillon. Extrait de [36].

### Softening des vitesses d'ondes

Un autre aspect important de la propagation acoustique non linéaire dans les milieux granulaires est le *softening* de la vitesse de l'onde lorsque l'on augmente l'amplitude

d'excitation, qui peut aller jusqu'à 10% voir 20% pour la vitesse de l'onde de cisaillement (Fig. 1.33 : gauche haute) [14].

Comme illustré précédemment, on identifie deux régimes en fonction de l'amplitude d'excitation. En régime 1, l'interaction onde-matière est réversible : il n'y a ni changement de la vitesse ni changement de la compacité après passage de la perturbation acoustique. Le réseau de contact reste inchangé, comme illustré par la fonction de ressemblance  $\Psi_{i, i+1} \approx 1$ , i.e., une fonction d'inter-corrélation *normalisée* (Eq. 1.25) calculée entre deux ondes multiples diffusées,  $S_i(t)$  et  $S_{i+1}(t)$ , avant et après une amplitude d'excitation. En régime 2, au-delà d'une certaine amplitude qui dépend de la pression  $P$ , l'interaction onde-matière devient irréversible. En effet, après une perturbation acoustique à forte amplitude, la vitesse d'onde, et par conséquent le module élastique sondé à faible amplitude d'onde, est ramollie, phénomène qui s'accompagne d'une faible compaction plastique. Par ailleurs, la fonction d'inter-corrélation illustre un changement très significatif du réseau de contacts.

Notons que dans le régime réversible, le modèle de Mindlin prédit un softening de vitesse  $\Delta V/V \sim \Delta D/D \sim F_t^*/6\mu F_n$  (Eq. 1.10), qui est en bon accord avec les données expérimentales. Cependant, en régime non linéaire irréversible, l'important softening de vitesse  $\Delta V/V > 10\%$  doit être aussi attribué au changement du nombre de coordinence  $Z$  (Eqs. 1.19 et 1.20), dû au réarrangement des réseaux de contact.

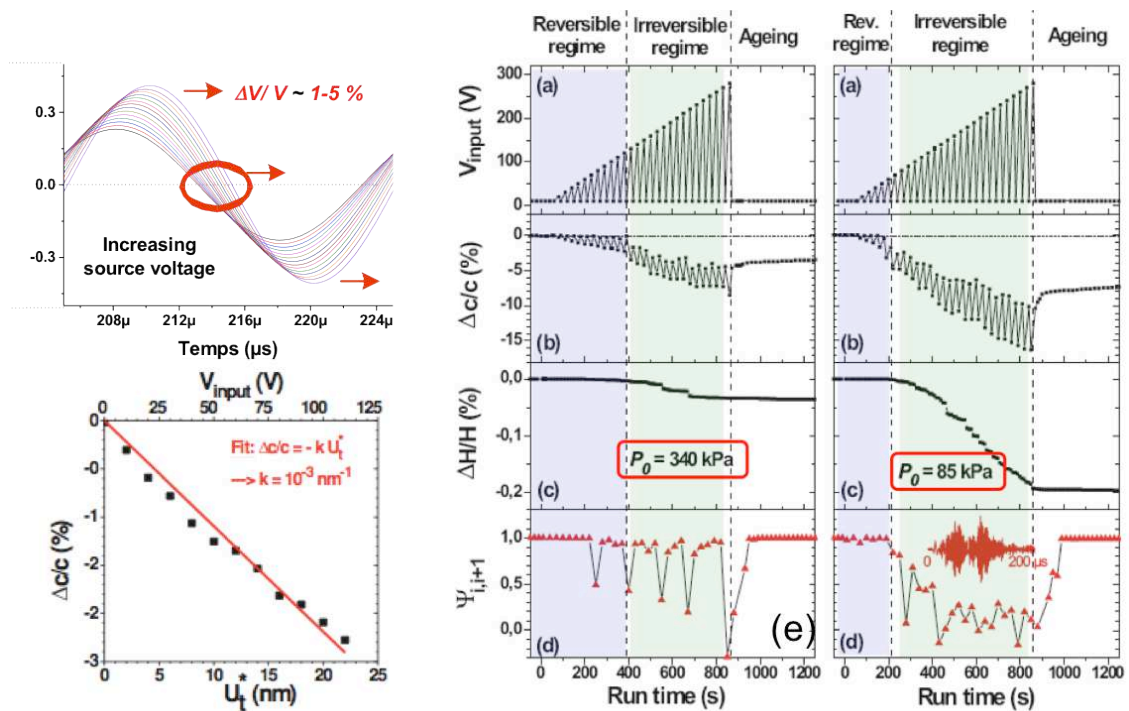


Figure 1.33 : Gauche, en haut : observation du *softening* de la vitesse d'onde. Gauche, en bas : comparaison de la mesure et la prédiction. Droite : Softening de la vitesse d'onde. (a) amplitude d'excitation (b) variation de la vitesse (c) variation de l'épaisseur d'échantillon (d) fonction de l'inter-corrélation des ondes diffusées. Figure extrait de [14].

### 1.4.2 Réponses non linéaires dans les milieux granulaires faiblement contraints

Nous étudions à présent la réponse non linéaire à faible contrainte, i.e. sous gravité. Les milieux granulaires sont composés soit de billes de verre  $d = 0.6 - 0.8$  mm, soit de grains de sable concassés  $d = 1 - 2.5$  mm. Ils sont versés dans un récipient en plexiglas dont la surface est libre. Deux transducteurs de compression de diamètre 30 mm, centrés à 500 kHz, sont immergés dans les empilements granulaires à une profondeur de 11 cm, ce qui correspond à une pression d'environ 2 kPa. La distance entre l'émetteur et le récepteur est de 9 cm environ. (Fig. 1.34) [39].

Les empilements granulaires sont secoués horizontalement avant chaque mesure pour une stabilisation des milieux. Les compacités ou fractions volumiques de solide sont estimées à  $\phi \approx 0.62$  environ pour les empilements des billes de verre et sables concassés. Un train d'onde de type gaussien composé de 10 sinus, centrés à 8 - 10 kHz est appliqué au transducteur source tous les 50 ms avec une amplitude d'excitation  $U_{in} = 1 - 20$  nm (Fig. 1.35 iii). Les signaux acoustiques transmis détectés sont moyennés sur 256 émissions avant d'être enregistrés dans l'ordinateur.

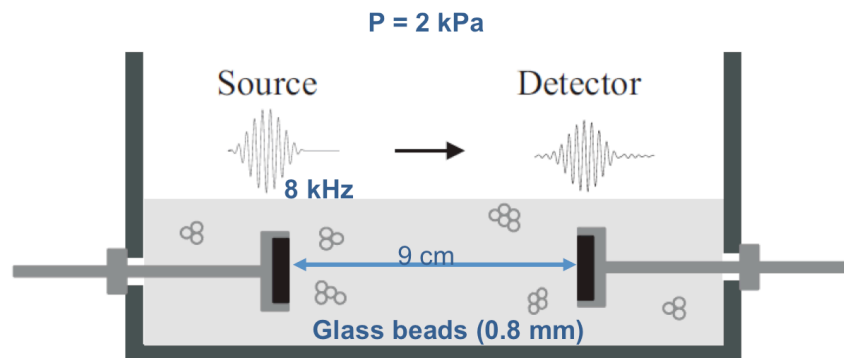


Figure 1.34 : Illustration schématique de l'expérience acoustique non linéaire dans les milieux granulaires sous gravité. La propagation d'une onde impulsionnelle de type gaussien centrée à 8 kHz est détectée à 9 cm plus loin de la source acoustique. Extrait de [39].

## Résultats

Nous examinons l'évolution de la vitesse ainsi que de l'amplitude d'onde transmise au cours du temps pendant une dizaine de minutes. La vitesse d'onde est déterminée en mesurant le temps du vol entre l'impulsion émise et celle transmise. La figure 1.35 montre 3 types de comportements sur la vitesse des ondes transmises  $V$ , suivies plus d'une heure et excitées selon les protocoles de rampe « up-down » : (a) hardening, (b) softening, et (c) oscillation entre les deux. Le rapport de l'amplitude des ondes transmises  $U_f$  à l'amplitude d'excitation  $U_i$  est aussi mesuré au cours du temps. Les évolutions temporelles de la vitesse d'ondes  $V$  et du rapport des amplitudes  $U_f / U_i$  sont très similaires l'une de l'autre. Cependant, celles-ci ne sont pas corrélées au protocole d'excitation.

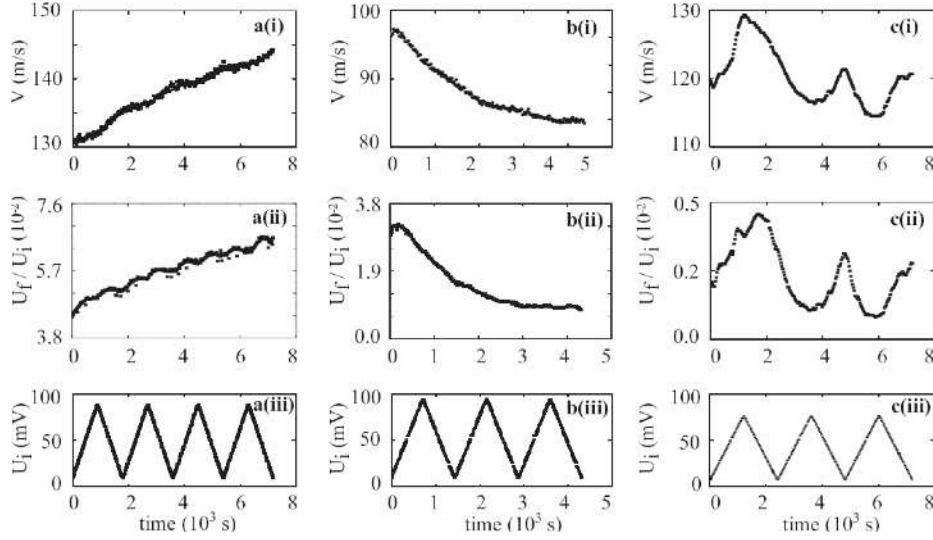


Figure 1.35 : Hardening, softening, ou oscillation de la vitesse et l'amplitude de l'onde acoustique. (i) la vitesse d'onde mesurée (ii) le rapport de l'amplitude mesurée sur l'amplitude d'excitation (iii) l'amplitude d'excitation. (a) hardening, (b) softening, (c) variation aléatoire.

## Discussions

D'abord, nous cherchons à comprendre la corrélation des mesures entre la vitesse des ondes et le rapport des amplitudes dans de différents régimes (Figs. 1.35 a-c), dans le cadre des milieux effectifs. Soient l'impédance acoustique du milieu granulaire  $Z_{GM} = \rho V$  où  $\rho$  est la compacité du milieu et  $V$  est la vitesse d'onde de compression, et celles de l'émetteur et récepteur piézoélectriques  $Z_T$ . Le coefficient de la transmission du système émetteur-granulaire-récepteur  $t \sim U_f/U_i$  s'écrit alors

$$t = \frac{4Z_T Z_{GM}}{(Z_T + Z_{GM})^2} \approx \frac{4Z_{GM}}{Z_T} \propto \rho v \quad (1.30)$$

Lorsque la compacité du milieu ne change pas significativement pendant la propagation acoustique, le coefficient de la transmission  $t$  est donc linéairement proportionnel à la vitesse d'onde  $V$ . Cependant, nous remarquons sur la figure 1.35 que le changement de la vitesse est de l'ordre de 15%, alors que le changement du rapport d'amplitude  $U_f/U_i$  peut être varié par un facteur 2 ! L'approche des milieux effectifs explique donc qualitativement les données, mais pas quantitativement.

En ce qui concerne la variation des vitesses d'onde observées, la théorie des milieux effectifs (Eqs. 1.19 et 1.20) suggère deux mécanismes possibles si le changement de la compacité  $\phi$  est négligeable. Le premier est le softening des raideurs de contact causées par la forte amplitude d'onde, en particulier de la raideur tangentielle  $D_t$  (Eq. 1.10). Mais ce phénomène n'explique pas à lui seul, ni quantitativement l'important softening  $> 10\%$ , ni qualitativement le phénomène du hardening. Dans ce dernier cas, la génération de la

deuxième harmonique est observée [39] qui est associée à la non linéarité hertzienne du contact entre  $F_n$  et  $\delta_n$  (Fig. 1.8 et Eq. 1.28).

Le second mécanisme pour expliquer la variation importante de la vitesse ( $> 10\%$ ) est le changement du nombre de coordinance  $Z$ , lié au réarrangement des réseaux de contact par la forte vibration acoustique. En effet, nous pourrions interpréter le softening et le hardening de la vitesse d'onde, soit par une fluidisation acoustique ( $\Delta Z < 0$ ), soit par un flambage acoustique ( $\Delta Z > 0$ ), illustré schématiquement sur la figure 1.36. D'une certaine manière, la vibration acoustique de forte amplitude joue le rôle d'une température effective qui permettrait d'explorer les différentes configurations dans un milieu granulaire dense à une compacité presque constante.

Cependant, nous remarquons que selon les théories des milieux effectifs, une variation de vitesse  $\Delta V/V \sim 10\%$  correspond à un changement du nombre de coordinance  $\Delta Z/Z \sim 30\%$ . Cette valeur est proche de celle obtenue d'un changement relatif entre un RCP avec  $Z_{RCP} \sim 6$  et un RLP avec  $Z_{RLP} \sim 4$ . Une telle situation serait improbable sans un changement de la compacité, absente dans nos expériences. Par ailleurs, nous avons mentionné plus haut que les EMTs n'expliquent pas quantitativement (Eq. 1.30) les changements de la vitesse d'onde et du rapport des amplitudes. Ces deux points indiquent que les théories des milieux effectifs peuvent expliquer qualitativement nos résultats expérimentaux mais échouent à les comparer quantitativement. Ceci est probablement lié au réarrangement des réseaux de contacts plus probable par les ondes acoustiques non linéaires dans les granulaires faiblement contraints, sous gravité, brisant l'approximation affine des théories des milieux effectifs.

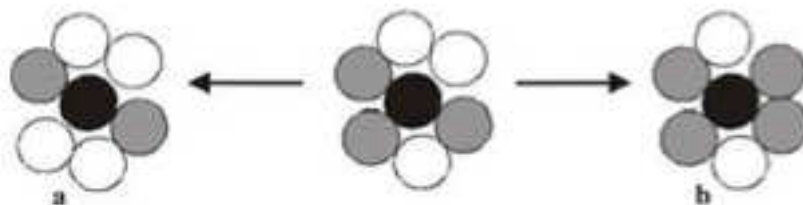


Figure 1.36 : Schéma de la casse et de la formation des contacts entre les billes. (a) casse du contact via la fluidisation acoustique (b) formation du contact par boucle des grains.

## Mesure dans l'empilement des sables

Enfin, nous étudions l'effet de la forme des grains sur la propagation acoustique non linéaire à l'aide des sables concassés. La figure 1.37 présente la vitesse des ondes  $V$  et le rapport des amplitudes  $U_f/U_i$  mesurés au cours du temps, pour une même protocole d'excitation précise. A nouveau, une forte corrélation entre  $V$  et  $U_f/U_i$  est observée. Par contre, le *hardening* ou le *softening* de la vitesse d'onde dans les sables est beaucoup plus faible que dans les empilements des billes de verre (Fig. 1.37). La raison pourrait être l'effet d'inter-blocage entre les grains anguleux qui rend les réarrangements de contacts plus difficiles à réaliser.

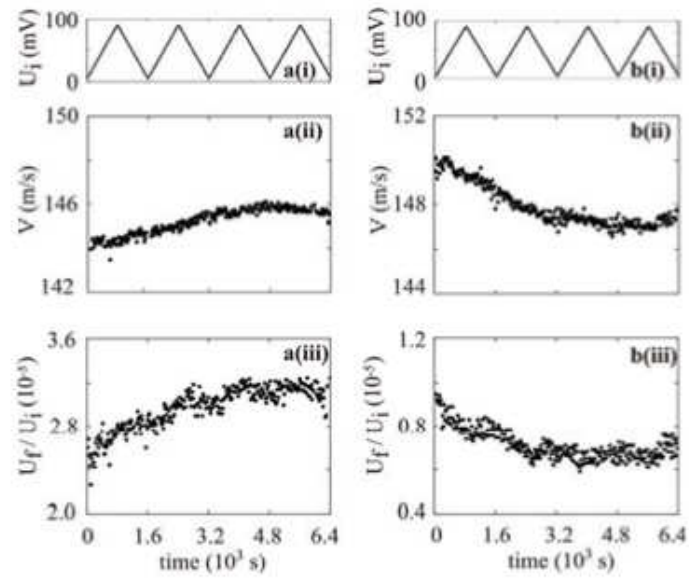


Figure 1.37 : Résultats expérimentaux dans un échantillon composé de grains de sable. (i) le protocole d'excitation (ii) la vitesse d'onde (iii) le rapport de l'amplitude du signal mesuré sur l'amplitude d'excitation.



## 1.5 Conclusion

Les ondes ultrasonores de faible amplitude constituent une sonde non invasive, pour caractériser la structure et les propriétés viscoélastiques des milieux granulaires. Lorsque la longueur d'onde est très grande devant la taille des billes, la propagation des ondes élastiques est balistique. Le milieu est alors perçu comme un milieu effectif homogène continu au regard de la propagation de ces ondes cohérentes dont la détermination des vitesses permet d'accéder aux modules effectifs de compression et de cisaillement.

En effet, les modèles micro-mécaniques de contacts basés sur la théorie de Hertz-Mindlin, semblent être relativement bien adaptés pour décrire le comportement macroscopique du réseau de contacts. Une approche de milieux effectifs permet d'assurer le passage micro/macro, via le nombre de coordinance  $Z$ , grâce à plusieurs hypothèses dont le mouvement affine entre grains voisins. Cependant, ce nombre moyen de contacts par grain n'est pas une constante, comme supposé dans les EMTs. Il peut dépendre de nombreux phénomènes intervenant simultanément à l'échelle microscopique de la rugosité (frottement, glissement) et à une échelle mésoscopique (effets collectifs de réarrangements).

Expérimentalement, nous avons mesuré les vitesses de l'onde cohérente de compression  $V$  en fonction de la contrainte appliquée  $P$  dans des empilements de billes de verre  $d = 300 - 400 \mu\text{m}$  et  $d = 600 - 800 \mu\text{m}$ , ainsi que dans des sables concassés  $d = 600 - 800 \mu\text{m}$ . Plusieurs méthodes de mesure de la vitesse d'onde sont utilisées : mesure relative pour une épaisseur de l'échantillon et mesure absolue avec deux épaisseurs d'échantillon. La mesure du temps de propagation est déterminée par le temps du vol, la fonction de corrélation ou la différence de phase spectrale.

Les résultats obtenus dans tous nos échantillons préchargés montrent une loi de puissance  $V \propto P^{1/6}$  dans la gamme de contrainte appliquée et sont quantitativement en accord avec la prédiction des milieux effectifs. La différence significative de la vitesse d'onde ( $\sim 30\%$ ) observée entre l'empilement de billes de verre et celui des grains de sable concassés suggère un nombre de coordinance différent entre les deux systèmes : la forme irrégulière des grains de sables permet d'avoir un empilement stable à plus faible nombre de contact que celui des billes, grâce à l'effet de l'inter-blocage.

En régime non linéaire, la propagation des ondes acoustiques dans les milieux granulaires contraints peut provoquer la génération harmonique ainsi que le *softening* des vitesses d'ondes. Dans un milieu faiblement contraint, sous gravité, nous avons observé à la fois le *softening* et le *hardening* de la vitesse de l'onde. Ces phénomènes sont associés à l'interaction onde-matière irréversible. Dans le cadre des théories de milieux effectifs, ils peuvent s'expliquer qualitativement par la variation du nombre de coordinance  $Z$ , à une compacité  $\phi$  presque constante, soit via une fluidisation acoustique ( $\Delta Z < 0$ ) soit via un flambage acoustique ( $\Delta Z > 0$ ). Par contre, les EMTs échouent à rendre compte quantitativement des résultats expérimentaux, vraisemblablement à cause de la brisure de l'approximation affine pour le réarrangement des réseaux de contacts.

## 2 Diffusion multiple des ondes élastiques dans les milieux granulaires confinés

### 2.1 Transport diffusif des ondes en milieu complexe

La propagation d'ondes classiques dans un milieu fortement diffusant est un problème d'une importance considérable dans bon nombre de domaines en physique [40–45]. Sa compréhension est loin d'être complète malgré des efforts de recherche remarquables, particulièrement à travers l'étude de la propagation des ondes électromagnétiques (optiques) dans des milieux turbides (*speckles optiques*) et celle d'électrons dans un potentiel aléatoire ou d'ondes élastiques dans des milieux complexes. Des modèles théoriques de la diffusion multiple ont été développés et, en particulier, l'approximation de diffusion qui permet de décrire la propagation de l'intensité moyenne dans un milieu fortement diffusant. Dans cette approche, le transport des ondes est traité comme la marche au hasard d'une particule (photons, phonons et électrons).

#### 2.1.1 Diffusion multiple en optique

La diffusion multiple est un phénomène bien connu qui se produit dans les matériaux optiques qui apparaissent opaques. De nombreuses expériences ont été réalisées et plusieurs théories ont été développées pour mieux comprendre les propriétés d'une onde se propageant en régime de diffusion multiple [46–48]. Les expériences effectuées en lumière cohérente (laser) permettent de valider la description de la propagation fondée sur un transport diffusif des photons (approximation de Boltzmann). Cependant, des effets cohérents de phase peuvent survivre au désordre ; ils expliquent certains comportements non prédits dans le cadre de l'approximation de Boltzmann, tels que le phénomène de localisation d'Anderson.

Maret et ses collègues ont étudié le transport des photons dans un milieu fortement diffusant à travers les poudres de  $\text{TiO}_2$  (Fig. 2.1a). Le profil temporel de l'intensité moyenne transmise a été mesuré par la méthode de comptage de photon ; il peut être décrit par le modèle de diffusion (Fig. 2.1b). Une transition entre la diffusion classique et la localisation est observée lorsque la longueur d'onde devient comparable à la taille des diffuseurs. En comparant le profil de transmission avec celui prédit par une théorie de diffusion modifiée, il semble que cette transition puisse être expliquée par la décroissance du coefficient de diffusion  $D$  en fonction du temps (voir la discussion dans §2.3.1) [41,46].

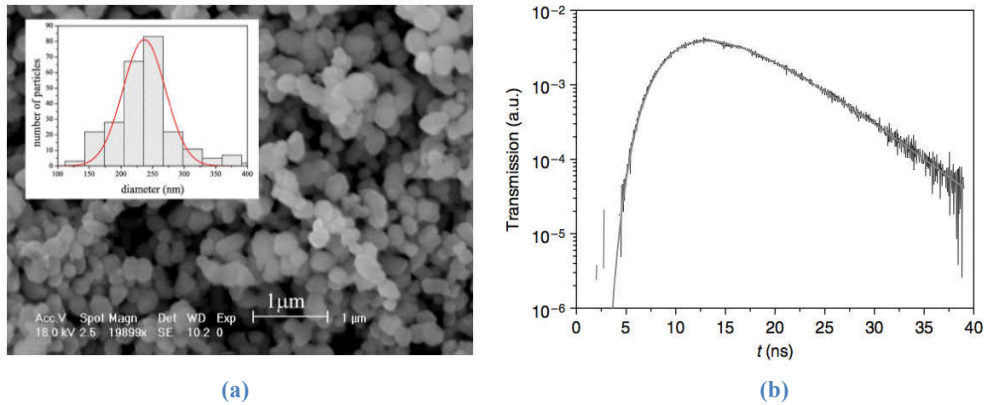


Figure 2.1 : (a) Micrographie électronique d'un échantillon de poudre de TiO<sub>2</sub>. (b) Profil d'intensité temporelle ajusté par le modèle de diffusion. Figure extrait de [49].

Genack et ses collègues ont étudié la propagation des micro-ondes à travers des milieux désordonnés quasi 1D composés de billes d'alumine et de polystyrène (Fig. 2.2a) [42]. Ils ont mesuré le speckle à l'aide d'une antenne et calculé l'intensité de transmission à partir de la réponse temporelle du champ. Là encore, les profils d'intensité mesurée peuvent être décrits par le modèle de diffusion (Fig. 2.2b).

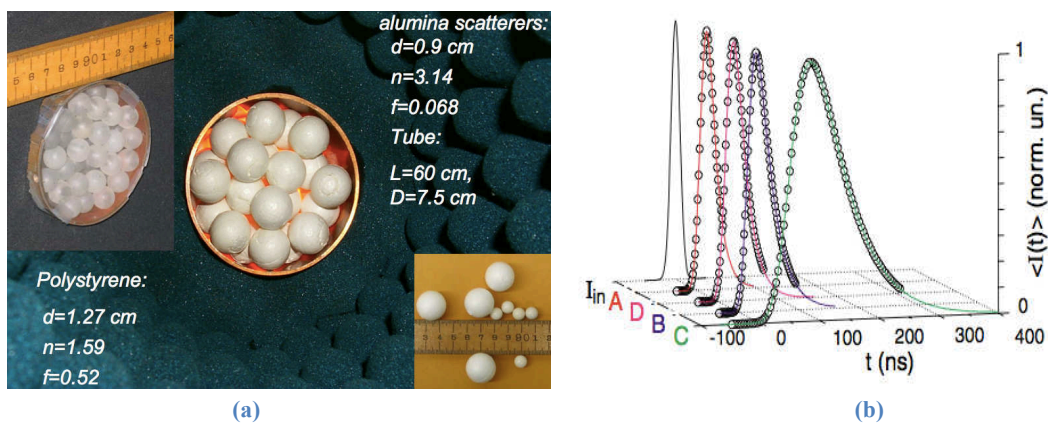


Figure 2.2 : (a) Echantillon désordonné quasi 1D composé de billes d'alumine et de billes de polystyrène. (b) Profil de l'intensité en fonction du temps (lignes pleines) ajusté par le modèle de diffusion (cercles). Figure extrait de [42].

### 2.1.2 Diffusion multiple en acoustique et sismologie

Pour les ondes élastiques, l'étude de la diffusion multiple a aussi suscité ces dernières années des intérêts considérables, dans les matériaux hétérogènes tels que les polycristaux [50], des suspensions [43], des milieux granulaires [35] et des milieux poreux [51].

Dans le cas d'ondes acoustiques se propageant dans une matrice hôte fluide, Page et al. [43] et Weaver et al. [52] ont testé la validité de l'approximation de diffusion pour des ondes ultrasonores se propageant en régime de diffusion multiple dans des suspensions concentrées (Fig.2.3a). La propagation d'impulsions brèves dans ce milieu a révélé de très forts effets diffusifs pour des billes dont la taille est comparable à la longueur d'onde du son

dans l'eau. Ces effets se caractérisent par une forte fluctuation temporelle de l'amplitude de l'impulsion transmise (Fig.2.3b). Les profils d'intensité en fonction du temps, pour 3 épaisseurs d'échantillons différentes, sont en bon accord avec les solutions de l'équation de la diffusion (Fig.2.3c). Ainsi, les auteurs ont pu déterminer le temps d'absorption  $\tau_a$  et le coefficient de diffusion  $D$ .

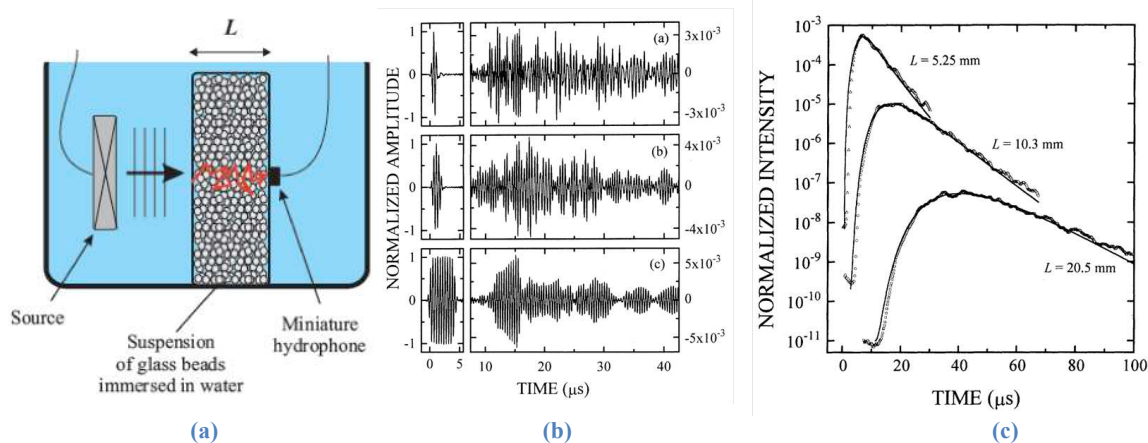


Figure 2.3 : (a) Représentation schématique de l'expérience de Page *et al.* [5] réalisée dans une suspension concentrée de billes de verre immergées. (b) Evolution temporelle du signal ultrasonore transmis à travers une suspension d'épaisseur  $L = 10\text{mm}$  montrant les fluctuations temporelles du champ acoustique diffusé. (c) Profil temporel de l'intensité moyennée pour trois épaisseurs d'échantillon différentes ajusté par le modèle de diffusion, extrait de [43].

Un autre exemple concerne la diffusion des ondes ultrasonores dans un système 2D consistant en une forêt aléatoire de tiges immergées dans l'eau (Fig. 2.4a). Tourin, Derode et Fink ont montré que la propagation d'ondes acoustiques dans tel milieu désordonné se manifeste par l'apparition d'un mode cohérent suivi d'ondes diffusées (speckle acoustique) [44,53,54]. Lorsque l'épaisseur de l'échantillon devient très grande devant le libre parcours moyen, l'amplitude du mode cohérent devient négligeable par rapport à celle des ondes diffusées (Fig 2.4 b et c). Ces dernières peuvent être décrites par un transport diffusif. Les auteurs ont par ailleurs montré que la diffusion multiple peut être exploitée, dans une expérience de retournement temporel, pour focaliser avec une précision bien meilleure que celle obtenue en milieu homogène.

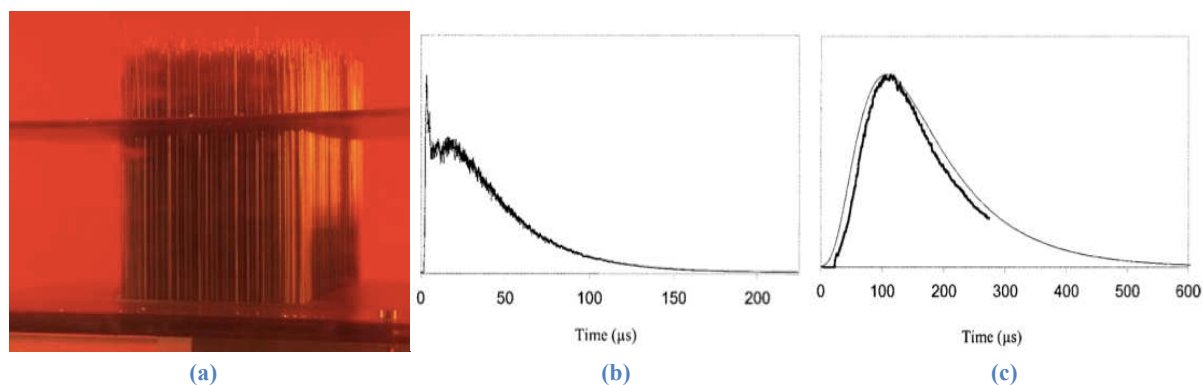


Figure 2.4 (a) Echantillon 2D consistant en une forêt aléatoire de tiges métalliques (b) Profil temporel de l'intensité moyenne transmise à travers un échantillon d'épaisseur  $L = 35 \text{ mm}$  ; la partie cohérente et la partie diffuse coexistent. (c) Profil temporel de l'intensité moyenne transmise à travers un échantillon d'épaisseur  $L = 70 \text{ mm}$  ; le transport est purement diffusif. Figure extrait de [44].

Dans un solide hétérogène, la diffusion des ondes élastiques est plus compliquée à analyser à cause du couplage entre modes longitudinaux et transversaux. La figure 2.5a montre une onde diffusée à basse fréquence ( $\sim$  Hz), obtenue en géophysique (“coda”). Ces ondes sismiques peuvent aussi être décrites par un transport diffusif (Fig. 2.5b) [45,55].

Weaver [52] et Ryzhik [56] ont étudié les équations du transport radiatif (RTE) où la conversion de mode entre les modes longitudinaux et transversaux a été pris en compte. Pour des distances de propagation grandes devant le libre parcours moyen, le processus de conversion de modes conduit au régime diffusif dans lequel l’énergie vibrationnelle est dominée par les modes transversaux complètement dépolarisés selon un théorème d’équipartition [50,56,57] :  $K = U_S(t, \mathbf{r}) / U_P(t, \mathbf{r}) = 2(V_P/V_S)^3$ . Ici  $U_P$  et  $U_S$  sont les densités d’énergie, respectivement relatives aux modes longitudinal et transverse ; on a  $K \geq 10$  pour des valeurs typiques des vitesses. Le coefficient de diffusion  $D$  est pondéré des coefficients individuels de diffusion des ondes de compression  $D_P$  et des ondes de cisaillement  $D_S$ ,  $D = (D_P + KD_S)/(1+K) \approx D_S = 1/3V_S l^*$ . Ce résultat confirme ainsi l’applicabilité de l’équation de diffusion “scalaire” (Eq. 2.1) pour décrire les ondes élastiques multiples diffusées dominées par des ondes de cisaillement.

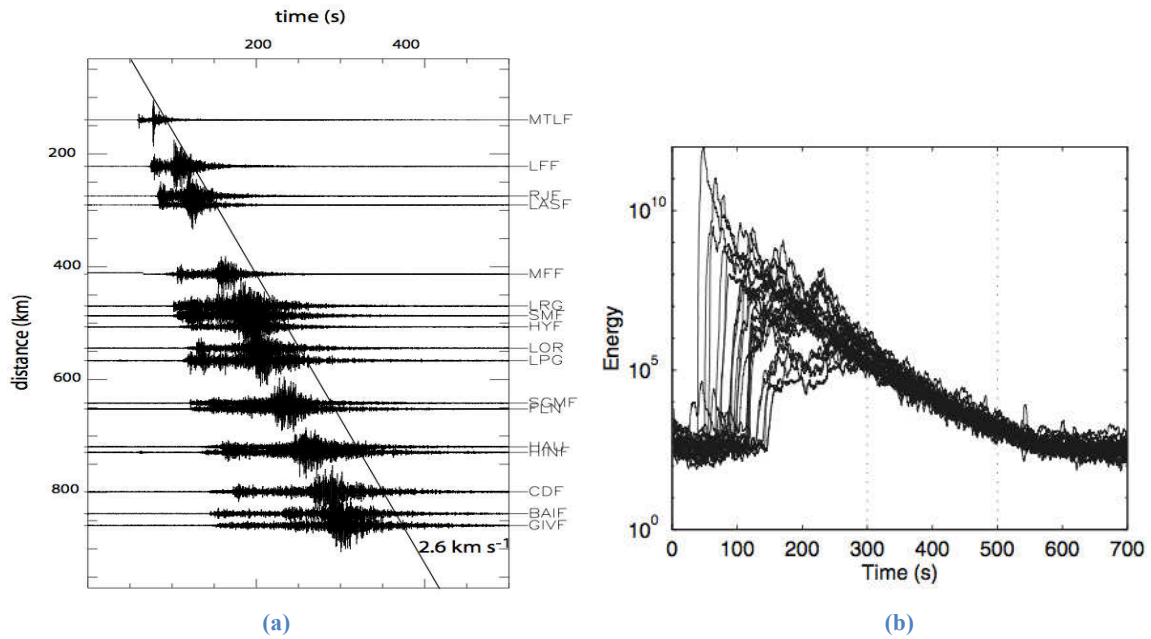


Figure 2.5 : (a) Signaux sismiques et (b) Enveloppes enregistrés par des sismogrammes aux distances épicentrales différentes pendant le tremblement de terre Saint-Gaudens. Figure extrait de [45].

### 2.1.3 Modélisation du transport diffusif à travers un *slab* réfléchissant

L’équation de diffusion pour décrire le profil de l’intensité transmise s’écrit :

$$\partial_t U - D \nabla^2 U + \frac{U}{\tau_a} = f(r, \theta, z, t) \quad (2.1)$$

où  $U$  est la densité d’énergie acoustique,  $D$  est le coefficient de diffusion,  $\tau_a^{-1}$  est le taux de dissipation d’énergie et  $f(r, \theta, z, t)$  correspond à la puissance injectée par la source. Dans ce

travail, nous ne nous intéressons qu'à une géométrie de type *slab* (Fig. 2.6) illuminé par une onde plane. Pour une onde impulsionnelle qui se met à diffuser à la profondeur  $z_0 \sim l^*$  à l'instant  $t = 0$  on peut exprimer les conditions initiales par  $f(r, \theta, z, t) = f(r, \theta)\delta(t)\delta(z - z_0)$ .

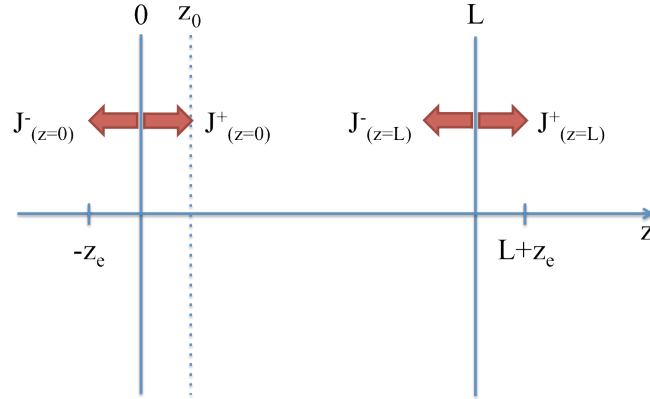


Figure 2.6 : Représentation du problème étudié : un *slab* semi-infinie réfléchissant d'épaisseur  $L$ .

### Solution approximative

Lagendijk et ses collègues ont étudié le transport diffusif à travers d'un *slab* en tenant compte des réflexions internes. Pour un faible coefficient de réflexion [58], ils ont montré que les conditions aux limites pouvaient être extrapolées sous la forme [47,59]

$$U = 0 \quad \text{pour } z = -z_e \tag{2.2}$$

$$U = 0 \quad \text{pour } z = L + z_e$$

avec la longueur d'extrapolation  $z_e = (2l^*/3) (1+R)/(1-R)$  où  $R = \langle R(\theta) \rangle$  est la réflectivité des parois moyennée sur toutes les incidences possibles  $\theta$ ,

$$U(z, t) = \frac{2U_0}{L + 2z_e} \sum_{n=1}^{\infty} \sin\left(\frac{z_0 + z_e}{L + 2z_e} n\pi\right) \sin\left(\frac{z + z_e}{L + 2z_e} n\pi\right) \exp\left(-\frac{n^2\pi^2 Dt}{(L + 2z_e)^2}\right) \tag{2.3}$$

### Solution générale

Zhu, Pine et Weitz ont résolu l'équation de diffusion dans le cas plus général où le coefficient  $R$  peut être grand [48]. Soient les flux d'énergie dans la direction des  $z$  positifs et dans la direction des  $z$  négatifs,

$$J_+ = \frac{Uv}{4} - \frac{D}{2} \frac{\partial U}{\partial z} \tag{2.4}$$

$$J_- = \frac{Uv}{4} + \frac{D}{2} \frac{\partial U}{\partial z}$$

Les conditions aux limites aux interfaces sont exprimées par,

$$\begin{aligned}
J_+ &= RJ_- \quad \text{pour } z = 0 \\
J_- &= RJ_+ \quad \text{pour } z = L
\end{aligned}
\tag{2.5}$$

En reportant Eq. 2.4 dans Eq. 2.5 et tenant compte

$$D = \frac{1}{3} v_e l^* \tag{2.6}$$

nous pouvons réécrire les conditions aux limites par,

$$\begin{aligned}
U - C \frac{\partial U}{\partial z} &= 0 \quad \text{pour } z = 0 \\
U + C \frac{\partial U}{\partial z} &= 0 \quad \text{pour } z = L
\end{aligned}
\tag{2.7}$$

où

$$C = \frac{2l^*}{3} \frac{1+R}{1-R} \tag{2.8}$$

L'équation 2.7 est identique à l'équation 2.2 en extrapolant  $U$  à 0 sur une distance  $C \sim z_e$  en dehors l'échantillon.

Les solutions de l'équation de diffusion correspondant aux trois différent coefficients de réflexion  $R = 0$ ,  $0 < R < 1$ , et  $R = 1$ , sont données respectivement par [60].

-  $R=1$  :

$$U(z, t) = \frac{e^{-t/\tau_a}}{L} \left[ 1 + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \cos\left(\frac{n\pi z}{L}\right) \cos\left(\frac{n\pi z_0}{L}\right) e^{-Dn^2\pi^2 t/L^2} \right] \tag{2.9}$$

-  $0 < R < 1$  :

$$U(z, t) = e^{-t/\tau_a} \sum_{n=1}^{\infty} A_n(z) A_n(z_0) e^{-D\alpha_n^2 t} \tag{2.10}$$

où

$$A_n(z) = \frac{\sqrt{2}[C\alpha_n \cos(\alpha_n z) + \sin(\alpha_n z)]}{[L(C^2\alpha_n^2 + 1) + 2C]^{\frac{1}{2}}} \tag{2.11}$$

dont  $\alpha_n$ ,  $n = 1, 2, \dots$  sont les racines d'équation

$$\tan(L\alpha) = \frac{2C\alpha}{C^2\alpha^2 - 1} \quad (2.12)$$

$-R=0$

dans ce cas-là, il revient à l'expression 2.3 avec une longueur d'extrapolation  $z_e = 2/3l^*$ .

## Etude paramétrique

Nous comparons les solutions de la densité d'énergie  $U$  calculée par la formule approximative (Eq. 2.3) et celle plus générale (Eq. 2.10) en fonction du  $R$  pour  $D = 0.1 \text{ mm}^2/\mu\text{s}$ ,  $L = 13 \text{ mm}$  et  $v_e = 0.5 \text{ mm}/\mu\text{s}$  (Fig. 2.7). Nous constatons que les deux expressions de  $U$  donnent les résultats similaires pour faible  $R$ . Une différence significative apparaît néanmoins lorsque  $R > 0.9$ .

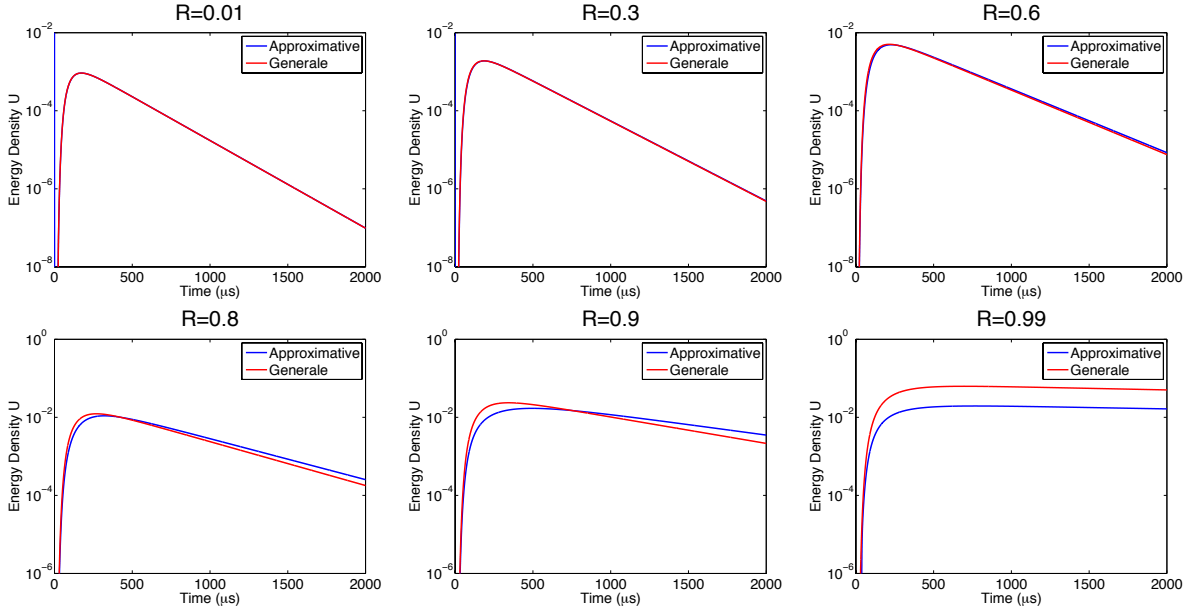


Figure 2.7 : Comparaison de la densité d'énergie calculée par la formule approximative (Eq. 2.3) en bleu et par la formule générale (Eq. 2.10) en rouge en fonction du coefficient de réflexion  $R$  variant entre 0.01 et 0.99.

Les flux d'énergie  $J(z, t)$  calculés à partir de la loi de Fick :

$$J(z, t) = -D \frac{\partial U}{\partial z} \quad (2.13)$$

sont représentés sur la Fig. 2.8. L'absorption inélastique est ici négligée. La décroissance des profils est uniquement liée au processus de diffusion (Eqs. 2.3 et 2.10). Nous trouvons que le flux calculé à partir de la solution approximative (Eq. 2.3) est non exponentielle à temps long pour  $R (= 0.96)$  important avec une valeur typique de  $D (= 0.1 \text{ mm}^2/\mu\text{s})$  dans le cas des milieux granulaires (Fig. 2.8). Nous remarquons qu'avec cette valeur de  $R$ , la longueur d'extrapolation,  $z_e = 19.6 \text{ mm}$ , est supérieure à l'épaisseur de l'échantillon  $L = 12 \text{ mm}$ . Dans la suite de notre étude, lorsque  $R$  est important, nous n'utiliserons que la solution générale (Eq. 2.10) pour ajuster nos résultats expérimentaux.



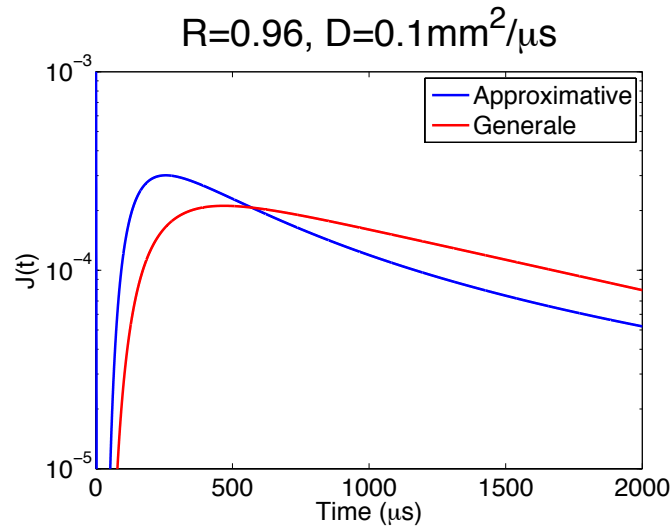


Figure 2.8 : Flux calculé à partir de la Eq. 2.3 (en bleu) et la Eq. 2.10 (en rouge) par la loi de Fick.

Par ailleurs, nous observons que les trois paramètres  $D$ ,  $R$  et  $\tau_a$  (ou le facteur de qualité  $Q = 2\pi f\tau_a$ ) sont importants pour déterminer le profil temporel du flux d'énergie. La figure 2.9 illustre les effets respectifs de chaque paramètre dans la simulation numérique. Nous observons que la montée de l'intensité diffusée à temps court est déterminée par  $D$  alors que la décroissance à temps long est fortement conditionnée par  $\tau_a$ . La largeur de l'intensité transmise est influencée par les réflexions internes sur les interfaces de l'échantillon. Lorsque  $Q = 2\pi f\tau_a$  augmente, la décroissance de l'intensité à temps long diminue. De même, quand  $R$  augmente, la décroissance de l'intensité à temps long diminue, ce qui correspond à moins de perte par transmission à l'extérieur de l'échantillon.

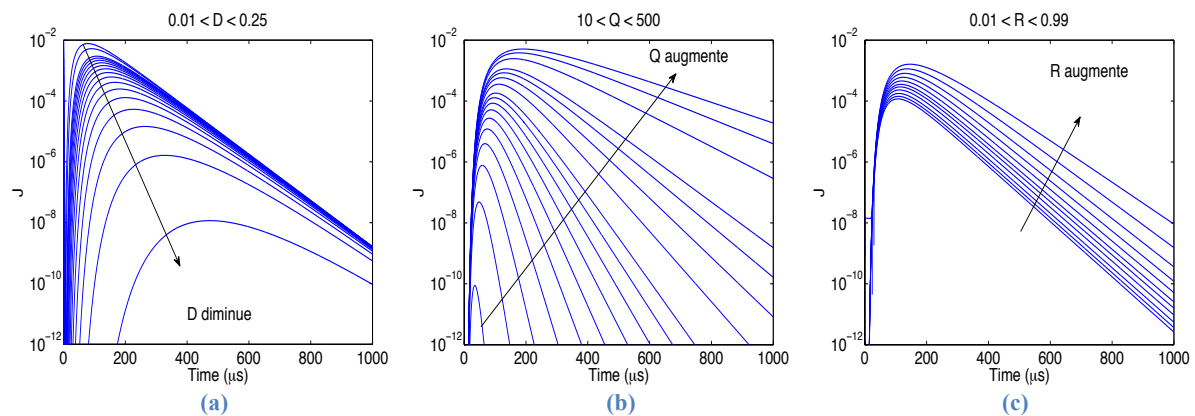


Figure 2.9 : Flux transmise calculé à partir de la solution générale (Eq. 2.10) de l'équation de la diffusion par la loi de Fick (Eq. 2.13). (a)  $Q$  et  $R$  fixés,  $D$  varie entre 0.01 et 0.25  $\text{mm}^2/\mu\text{s}$  ; (b)  $D$  et  $R$  fixés,  $Q$  varie entre 10 et 500 ; (c)  $D$  et  $Q$  fixés,  $R$  varie entre 0.01 et 0.99.

## 2.2 Diffusion multiple des ondes élastiques dans les milieux granulaires confinés

Dans le cas des milieux granulaires, lorsque la longueur d'onde diminue sensiblement et devient comparable à l'ordre de grandeur de la taille de grains, les effets de diffusion causés par les fluctuations spatiales des chaînes de forces deviennent considérables (Chap. 1). Dans ce régime, les ondes multiples diffusées se propagent selon des chemins spécifiques à chaque configuration de l'empilement granulaire.

La figure 2.10, montre un signal ultrasonore transmis à travers un échantillon de billes de verre d'épaisseur  $L \sim 11$  mm sous une contrainte axiale  $P = 750$  kPa. Ce signal temporel consiste en un signal cohérent "E" et un signal incohérent "S" spécifique à chaque configuration de l'empilement. La composante basse fréquence  $E_p$  ( $\sim 50$  kHz) correspond à l'onde de compression se propageant balistiquement à une vitesse proche de  $V_p \approx 1000$  m/s. Le signal incohérent suivant, haute fréquence  $S$  ( $\sim 500$  kHz), correspond aux ondes multiples diffusées par la distribution inhomogène des chaînes de forces. Contrairement aux ondes cohérentes, les ondes diffusées sont extrêmement sensibles aux changements de configuration de l'échantillon par une faible perturbation (cf. 2.10).

Dans cette section, nous rapporterons les principales conclusions tirées d'une récente étude par X. Jia [35], validant l'approximation de la diffusion pour le transport de ces ondes multiples diffusées de faible amplitude. Ces ondes permettront alors de caractériser les propriétés du matériau comme la longueur de corrélation des chaînes de forces et la dissipation interne, à des échelles de longueur inaccessibles par les ondes cohérentes de grandes longueurs d'ondes.

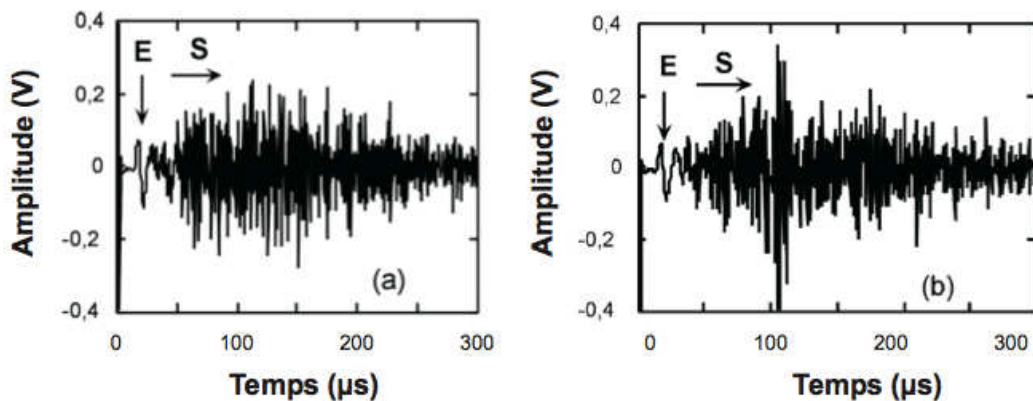


Figure 2.10 : Signaux ultrasonores, détectés par un petit pinducer, à travers un même échantillon de billes de verre  $d = 400 - 800 \mu\text{m}$ , sous une contrainte  $P = 750$  kPa (a) une première configuration. (b) une deuxième configuration. Figure extraite de [25].

### 2.2.1 Montage expérimental

Nous utiliserons le dispositif expérimental mis au point au laboratoire [35]. Les billes de verre utilisées dans nos expériences ont un diamètre  $d$  compris entre  $630$  et  $800 \mu\text{m}$  et sont déposées par pluviation dans une cellule cylindrique en duralumin de diamètre interne  $W = 30$  mm. La cellule est fermée par deux pistons de diamètres identiques à celui de la cellule. Un

transducteur émetteur ultrasonore de diamètre 30 mm et un petit pinducer de diamètre 2 mm sont respectivement placés sur l'axe en haut et en bas de la cellule en contact direct avec les billes de verre. Le milieu granulaire, ainsi confiné, est soumis à une force normale appliqué sur le transducteur ultrasonore supérieur correspondant à une contrainte  $P$  comprise entre 100 kPa et 2500 kPa. Avant d'effectuer les mesures acoustiques, 10 cycles de charge et de décharge mécanique sont appliqués sur l'ensemble dans le but de consolider au mieux l'échantillon et de minimiser les effets hystérétiques (Fig. 2.11).

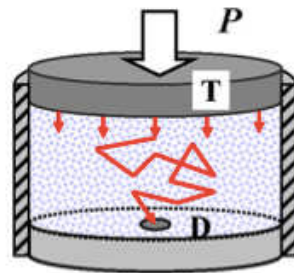


Figure 2.11 : Diffusion multiple d'ondes élastiques dans un milieu granulaire, d'épaisseur  $L$ , soumis à une contrainte  $P$ .  $T$  et  $D$  sont respectivement le transducteur source et le petit pinducer détecteur.

Le signal d'excitation est un train d'ondes de 10 oscillations de fréquence centrale  $f_0$  comprise entre 300 kHz et 800 kHz afin d'étudier la dépendance de  $D$  et  $Q$  en fonction de la fréquence d'excitation. Cette fréquence d'excitation proche à la fréquence centrale de la bande passante des transducteurs de compression que nous utilisons dans notre expérimentation. Ainsi, cette fréquence correspondant à une longueur d'onde  $\lambda = V_P / f_0 \sim 2 \text{ mm} \sim 3d$  avec  $V_P \approx 1000 \text{ m/s}$  la vitesse du son (cf. chapitre 1). A haute fréquence, la propagation des ondes acoustiques sera fortement marquée par les effets diffusants du milieu. Le signal transmis à travers le matériau est filtré analogiquement entre 30 kHz et 1 MHz pour éliminer les parasites de basse fréquence pour limiter le bruit. Ils sont numérisés puis moyennés afin d'améliorer le rapport signal sur bruit et permettre une analyse conséquente des données.

Pour étudier quantitativement les caractéristiques statistiques des ondes diffusées, nous comparons le profil d'intensité des ondes multiples diffusées obtenu par moyennage sur différentes configurations au flux d'énergie calculé à partir de la solution d'équation de diffusion. La figure 2.13 représente, en coordonnées semi-logarithmiques, les profils de l'intensité transmise moyennés sur 50 configurations indépendantes, pour trois échantillons d'épaisseur différentes [35]. On retrouve le même type de transport diffusif que dans les systèmes acoustiques précédents.

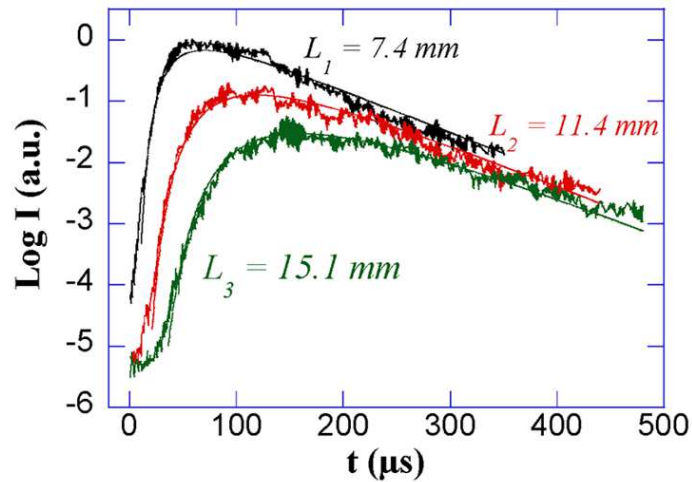


Figure 2.12 : Profils d'intensité, moyennée sur 50 configurations, des ondes diffusées se propageant à travers des échantillons granulaires de trois épaisseurs différentes:  $L_1 = 7.4$  mm,  $L_2 = 11.4$  mm et  $L_3 = 15.1$  mm sous une même contrainte  $P = 0.75$  MPa. Ces courbes expérimentales sont extraites des travaux [35]. Les courbes théoriques sont en trait plein. Un coefficient de diffusion  $D = 0.13 \pm 0.01$  mm<sup>2</sup>/μs et un même facteur de qualité  $Q = 200 \pm 10$  sont utilisés pour fit les résultats expérimentaux des trois épaisseurs différentes par le modèle de diffusion. Le libre parcours moyen de transport obtenue s'avère être de l'ordre de  $l^* \approx 870$  μm  $\sim d$  [35].

### Amélioration de la mesure de l'intensité ultrasonore

Nous observons un changement de la pente du profil de l'intensité (représentée en rouge sur la figure 2.13) vers 900 μs. Ce changement anomal est lié aux parasites, provenant de la réverbération des signaux se propageant dans les parois de la cellule [61]. Enfin, ces parasites peuvent être éliminés si nous insérons le pinducer à l'intérieur du milieu granulaire. La figure 2.13, compare les résultats expérimentaux obtenus avec le pinducer placé sur la paroi de la cellule (en rouge) et à l'intérieur d'échantillon (en bleu). Nous constatons que les signaux venant de la réverbération sont presque absents quand le détecteur est inséré dans l'échantillon. Pour le reste des expériences, les mesures sont systématiquement effectuées avec le pinducer inséré 10 mm dans l'échantillon.

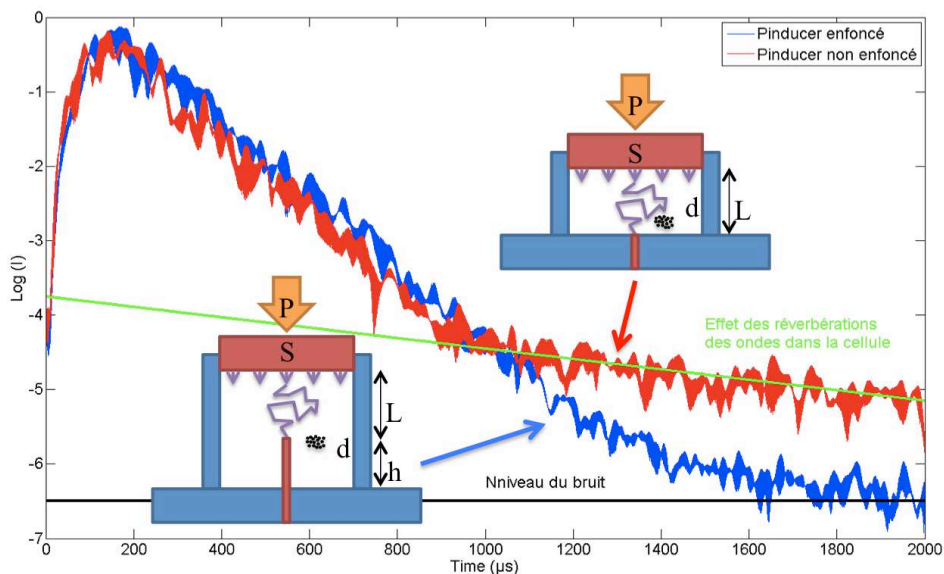


Figure 2.13 : Comparaison du profil temporel de l'intensité obtenu par moyennage sur 17 configurations, pour le montage avec le pinducer au bord de la cellule (en rouge) et avec le pinducer pénétré  $h = 10$  mm dans les milieux granulaires (en bleu). L'épaisseur effective de l'échantillon granulaire demeure constante, soit  $L = 14$  mm.

## 2.2.2 Application du modèle de diffusion

Pour estimer  $R$ , nous calculons la réflexion d'une onde longitudinale en provenance des milieux granulaires sur la paroi en duralumin. Soient  $\rho = 2.7 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$  et  $V_p = 6.4 \cdot 10^3 \text{ m/s}$  pour le duralumin, et  $\rho = 0.63 \cdot 2.5 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$ ,  $V_p = 10^3 \text{ m/s}$  pour les milieux granulaires, le coefficient de réflexion du flux d'énergie en incidence normale est 0.69. Dans le cas de diffusion multiple, la plupart des ondes ultrasonores dans l'échantillon arrivant sur les parois sont en incidence oblique, et avec de très grands angles d'incidences, ce qui provoque la réflexion interne totale. En moyennant sur toutes les incidences  $\theta$ , nous avons une réflectivité  $\langle R \rangle \approx 0.96$  proche de l'unité. Pour simplification, nous avons précédemment supposé que les parois de la cellule sont parfaitement réfléchissantes [35,62]. Dans ce cas de figure, le flux d'énergie peut être calculé avec l'équation 2.3,

$$J(z, t) = \frac{ve^{-t/\tau_a}}{4L} \left[ 1 + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \cos\left(\frac{n\pi z}{L}\right) \cos\left(\frac{n\pi z_0}{L}\right) e^{-Dn^2\pi^2 t/L^2} \right] \quad (2.14)$$

Cette expression indique qu'aux temps longs, la décroissance du profil temporel de l'intensité temporelle n'est déterminée que par l'absorption.  $Q^{-1}$  ainsi extrait par le fit serait sous-estimé à cause de la négligence de la fuite d'énergie à travers la parois de la cellule. Dans ce travail, nous optons pour une solution de fit plus exacte en considérant que la réflexion interne vaut  $R = 0.9$ . Dans ce cas-là, le flux transmis  $J$  s'écrit alors à l'aide de l'équation 2.10:

$$J(z, t) = -D \frac{\partial U}{\partial z} = e^{-t/\tau_a} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\partial A_n(z)}{\partial z} A_n(z_0) e^{-D\alpha_n^2 t} \quad (2.15)$$

Nous notons que cette solution d'équation de diffusion est pour une source impulsionnelle située à  $z_0$ . Physiquement, on comprend que la diffusion ne commence pas en  $z_0 = 0$  puisque l'onde se propage sans diffraction jusqu'à avoir parcouru une longueur égale au libre moyen  $l^*$ . Donc, on choisit comme point de départ  $z_0 \approx l^*$ . De plus, l'expression 2.15 doit être convoluée par la durée d'excitation  $T_0 = 10/f_0$ .

### Problème inverse : détermination de $D$ , $Q$ et $l^*$

Nous avons présenté sur la figure 2.12 le résultat de l'ajustement du modèle de diffusion aux données expérimentales pour les trois échantillons d'épaisseurs différentes, obtenu à partir de l'équation 2.14. On peut utiliser un même coefficient de diffusion  $D$ , de l'ordre de  $0.13 \pm 0.01 \text{ mm}^2/\mu\text{s}$  et un même facteur de qualité  $Q = 2\pi f\tau_a$ , de l'ordre de  $200 \pm 10$  ( $\tau_a = 63.6 \mu\text{s}$ ) pour ajuster ces 3 profils d'intensité. Il apparaît que ce modèle de diffusion est en bon accord avec les données expérimentales sauf aux temps très courts où l'intensité acoustique est légèrement plus grande que l'extrapolation résultant du fit théorique. Afin de déterminer le libre parcours moyen  $l^*$ , nous prenons la relation suivante:  $l^* = 3D/V_e$ . En supposant que la vitesse de transport de l'énergie est identifiable à la vitesse de cisaillement,

$V_e \approx V_s$ , ce qui constitue une approximation forte, on détermine le libre parcours moyen de transport  $l^*$  approximativement:

$$l^* = \frac{3D}{V_e} \approx \frac{3D}{V_s} \approx \frac{6D}{V_p} \quad (2.16)$$

## 2.2.3 Mesures quantitatives des coefficients de diffusion et des dissipations

### 2.2.3.1 Obtention du profil d'intensité et estimation de l'erreur de fit

Dans cette section, nous examinons la dépendance du coefficient de diffusion  $D$  et du facteur de qualité  $Q$  en fonction de la fréquence d'excitation  $f_0$ . La figure 2.14b (bleu) illustre un signal ultrasonore typique détecté (filtré analogiquement entre 0.1 MHz et 1 MHz afin de limiter au mieux le bruit) à travers un matériau granulaire soumis à une contrainte  $P = 625$  kPa. Afin d'obtenir les profils d'intensité moyens, nous réalisons les mesures pour plusieurs configurations en utilisant le même protocole ( $N = 17$ ). Plus le nombre de configurations est élevé, plus la fluctuation du signal mesuré est faible, selon  $\sim \pm 1/\sqrt{N}$ . Pour  $N = 16$  et  $N = 100$ , nous avons une fluctuation d'environ 25% et 10%, respectivement.

Un filtre passe-bande relativement étroit est appliqué aux signaux temporels pour que les composantes autour de la fréquence d'excitation soient sélectionnées. Il est à noter que le filtre passe-bande utilisé ne peut être choisi trop étroit, sous peine de générer des hautes fréquences se superposant au spectre initial et ayant pour effet de modifier les premiers et derniers instant de l'intensité. D'autre part, la bande passante ne doit pas être trop large, sinon le signal filtré a des composantes des autres fréquences. La bande passante  $[0.9*f_0, 1.1*f_0]$  a été choisie lorsque nous envoyons un train d'onde de 10 cycles. Pour une fréquence d'excitation  $f_0 = 500$  kHz, le signal est filtré entre 450 kHz et 550 kHz (figure 2.14). Dans ce cas-là, les valeurs obtenues par fit du coefficient  $D$  et du facteur de qualité  $Q$  sont moyennées sur la bande passante.

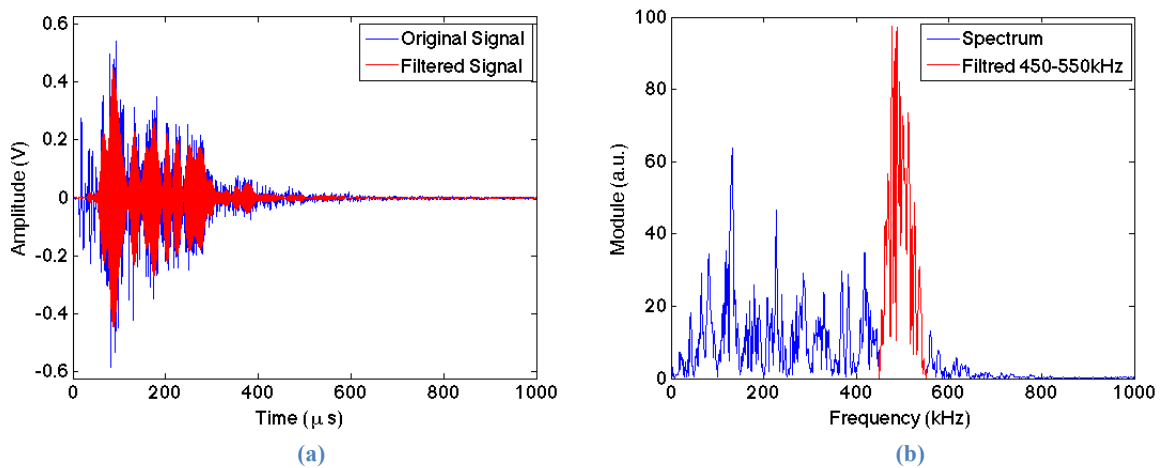


Figure 2.14 : (a) Signal original (en bleu) et signal filtré (en rouge). (b) Spectre du signal (en bleu) et le spectre filtré (en rouge). La fréquence d'excitation  $f_0 = 500$  kHz, le signal temporel est filtré entre 450 kHz et 550 kHz.

Ensuite, le profil d'intensité des ondes diffusées  $I(t) \propto s^2(t)$  est obtenu en calculant le carré l'amplitude des signaux filtrés avant d'être moyennée sur  $N$  configurations. Pour lisser encore le profil d'intensité, nous appliquons enfin un filtre passe bas (Fig. 2.15). Il est commode de présenter le profil d'intensité en échelle logarithmique, permettant d'apprécier la décroissance exponentielle de l'intensité du à l'absorption inélastique. Dans la Fig. 2.16b, nous observons que le profil d'intensité temporelle augmente rapidement aux temps courts, essentiellement déterminé par  $D$ , jusqu'à atteindre un maximum, puis décroît exponentiellement aux temps longs, la décroissance étant principalement contrôlée par  $\tau_a$ .

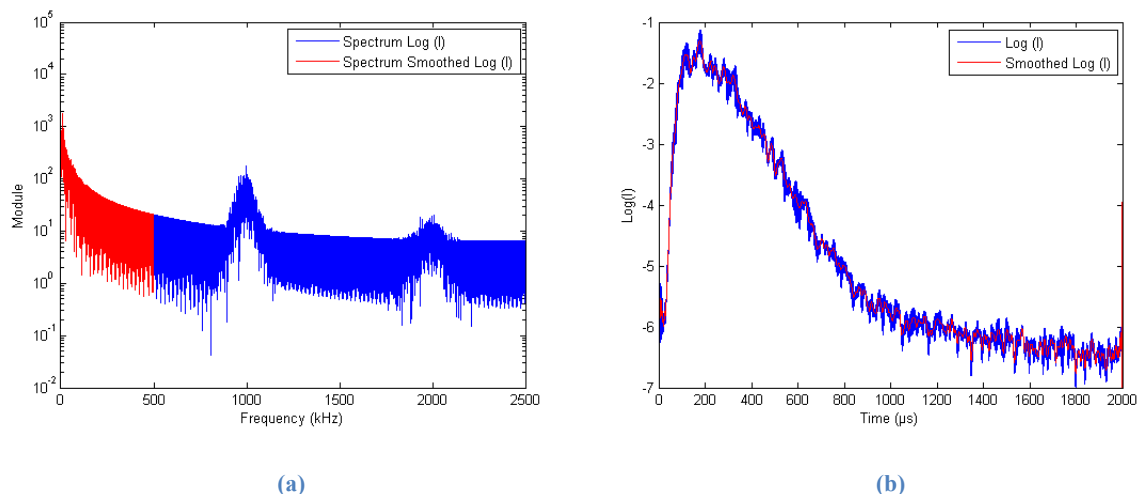


Figure 2.15 : Lissage du profil de l'intensité temporelle en appliquant un filtre passe bas avec la fréquence de coupure  $f_{coup} = 500$  kHz. (a) Spectre du profil d'intensité, pour lisser le profil, un filtre de passe bas est appliqué pour enlever les composantes supérieures à 500kHz ; (b) Profils d'intensité sans lissage (en bleu) et avec lissage (en rouge).

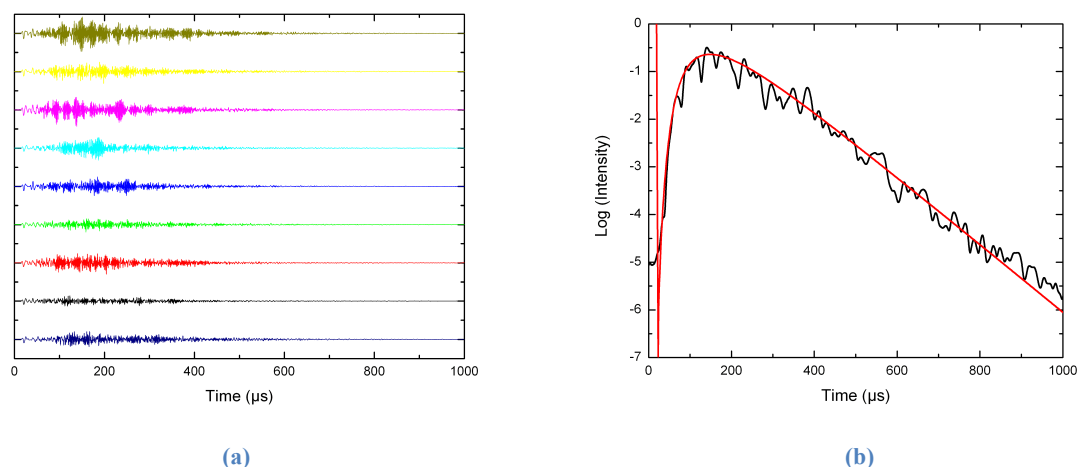


Figure 2.16 : (a) Signaux ultrasonores détectés à travers un échantillon d'épaisseur 15 mm et soumis à une contrainte 625 kPa. (b) Intensité moyennée sur 9 configurations des ondes diffusées. La courbe théorique, correspondant à l'équation (2.15), est représentée en trait plein (rouge).

## Estimation de l'erreur de mesure

L'évolution temporelle de l'intensité est ajustée à partir de l'équation 2.15, afin d'extraire les deux paramètres clefs du modèle de diffusion,  $D$  et  $Q$ . De plus, la courbe théorique peut être ajustée via un troisième paramètre de contrôle, qui joue le rôle d'offset vertical  $U_0$ , mais qui n'engendre aucune modification des valeurs de  $D$  ou  $Q$ . La procédure n'est pour l'instant pas informatisée, et l'optimisation, afin de coller au mieux à la courbe expérimentale, est réalisée manuellement via un programme développé sous Matlab. Bien que moins précise, par rapport à un algorithme de fit plus élaboré, cette méthode permet néanmoins d'estimer les paramètres  $D \pm 0.01 \text{ mm}^2/\mu\text{s}$  et  $Q \pm 10$  avec une bonne précision et une barre d'erreur raisonnable, comme on le présente sur la figure 2.17.

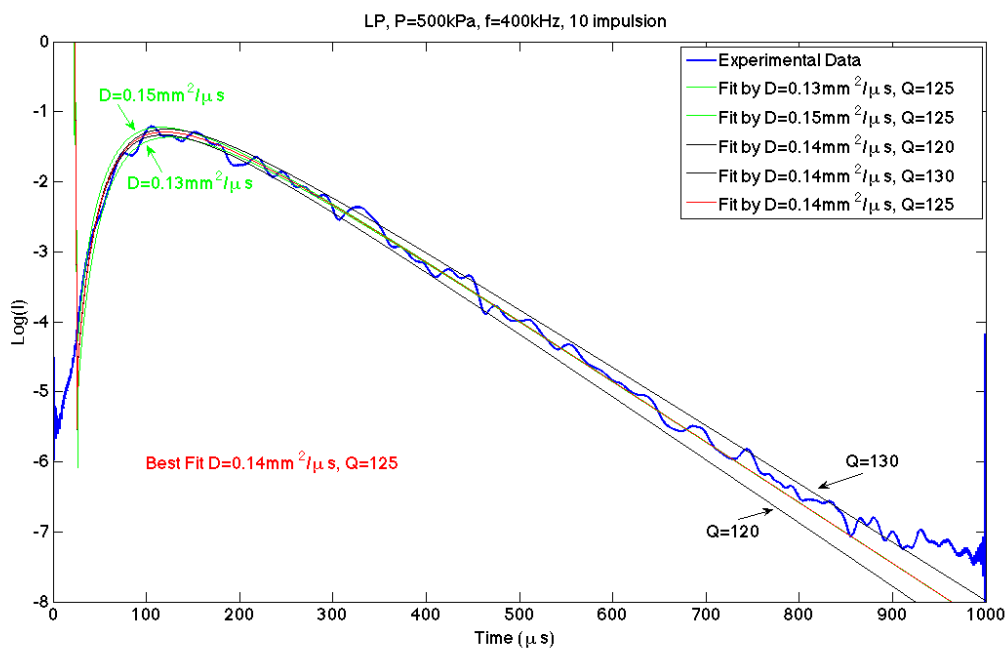


Figure 2.17 : Tracé en semi-logarithme de l'intensité moyenne lissée pour  $P = 0.5 \text{ MPa}$ ,  $f_0 = 400 \text{ kHz}$ . Paramètres de fit:  $L = 13 \text{ mm}$ ,  $V_s = 500 \text{ m/s}$ ,  $Q = 125$ ,  $D = 0.14 \text{ mm}^2/\mu\text{s}$ . On estime l'erreur de mesure obtenue, en prenant un encadrement large par ajustement manuel de l'équation (2.15), on trouve une précision sur  $D$  à  $\pm 0.01 \text{ mm}^2/\mu\text{s}$  et sur  $Q$  à  $\pm 5$ .

### 2.2.3.2 Variation de $D$ et $Q$ en fonction de pression de confinement et de fréquence d'onde

Afin d'étudier l'influence de la contrainte de confinement  $P$  et de la fréquence d'excitation  $f_0$  sur le coefficient de diffusion  $D$  et le facteur de qualité  $Q$ , nous avons fait varier  $f_0$  pour une  $P$  donnée, puis répété l'expérience sous différentes contraintes  $P$ . Tous les signaux ont été traités de façon systématique comme expliquée dans la section 2.2.3.1 pour obtenir les profils d'intensité. La fréquence d'excitation  $f_0$  a été variée sur une gamme de fréquence comprise entre 300 kHz et 800 kHz par pas de 100 kHz. Il s'avère très difficile pour ce matériau, de réaliser une étude sur une gamme de fréquence plus large à plusieurs décades. En effet, deux limites physiques imposées par ce système ne peuvent être franchies.



La première limitation, basse fréquence, est imposée par le fait que le contenu spectral de l'onde cohérente se situe principalement dans la gamme 1 kHz à 250 kHz (cf. Chap. 1). C'est impossible d'enlever l'onde cohérente par un filtre fréquentiel sans toucher les ondes diffusées. Une méthode possible pour retrancher l'onde cohérente est plutôt de soustraire chaque signal par l'onde cohérente elle-même. Mais en pratique, il nous faut reproduire la mesure pour un grand nombre de configurations puis les moyenner pour annuler les ondes diffusées et obtenir uniquement l'onde cohérente. Cette méthode de soustraction dans le domaine temporel est difficile à réaliser à cause d'un nombre de configurations insuffisant.

La seconde limitation, à haute fréquence, provient du fait qu'il n'est pas possible d'abaisser la longueur d'onde  $\lambda$  en dessous du diamètre moyen des grains ( $d = 0.7 \pm 0.1$  mm). En effet, lorsque la longueur d'onde  $\lambda$  est inférieure à la taille de bille  $d$ , les modes internes aux grains seraient excités. Ces derniers se transmettent difficilement d'un grain à l'autre à cause de la faible zone de contact entre grains (cf. Chap. 1). Dans la figure 2.18, nous présentons le signal temporel et son spectre avant et après filtrage, respectivement. La fréquence d'excitation  $f_0 = 900$  kHz. Nous observons que l'énergie autour de 900 kHz est très faible. On peut imaginer que l'intensité temporelle calculée à partir de ce type des signaux est trop faible pour aboutir à un fit pertinent. On ne présente pas le profil d'intensité ici. Donc nous limitons la fréquence d'excitation haute à 800 kHz.

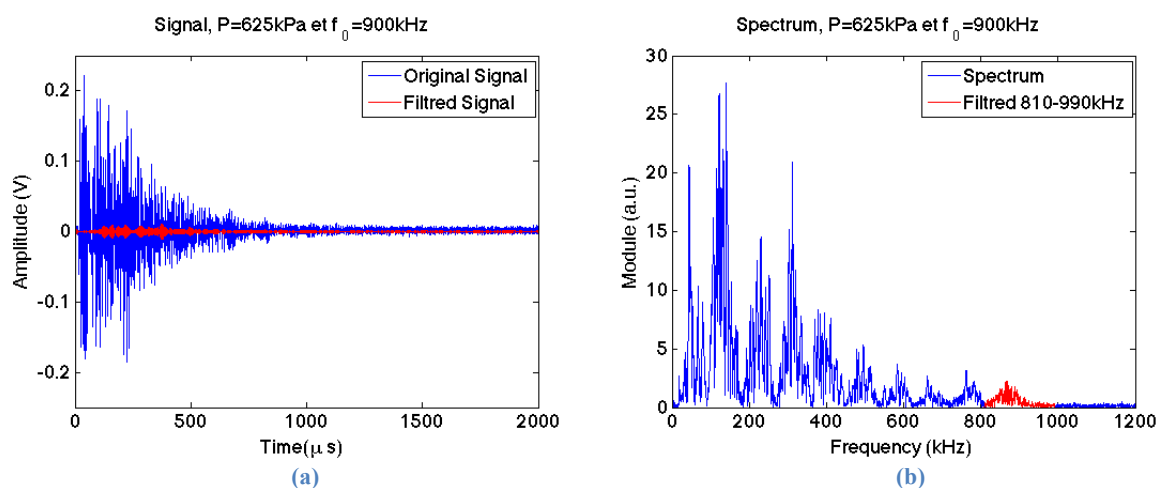


Figure 2.18 : Signal temporel obtenu avec la fréquence d'excitation  $f_0 = 900$  kHz, (a) le signal original (en bleu) et le signal filtré (en rouge). (b) Spectres du signal original (en bleu) et celui du signal filtré entre 810 et 990 kHz (en rouge).

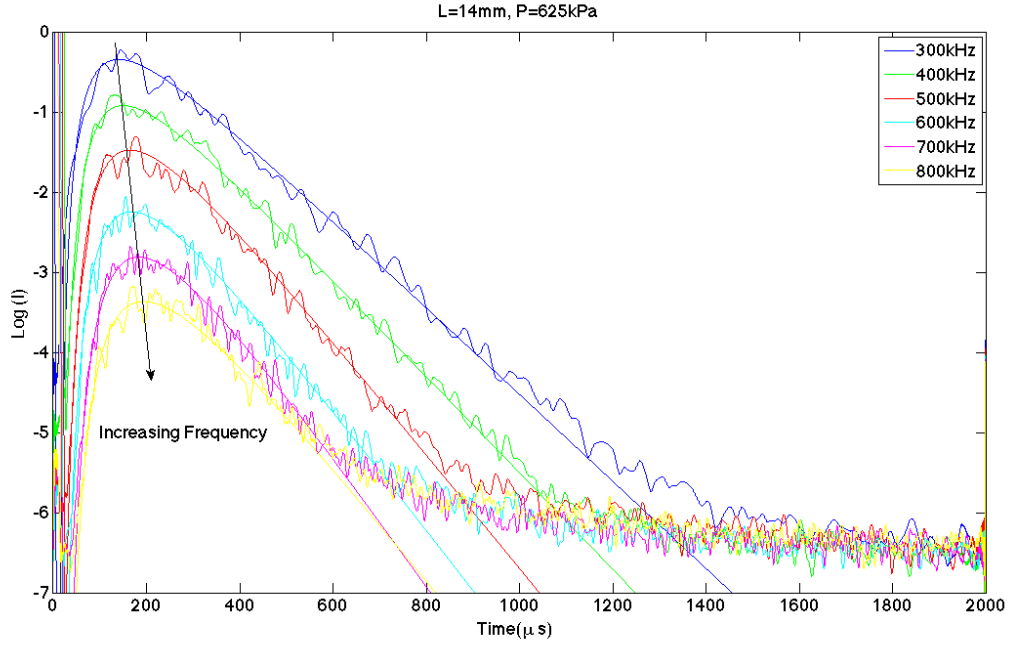


Figure 2.19 : Intensités moyennes ( $N = 17$ ) obtenues pour différentes fréquences d'excitation ( $f_0 \sim 300 - 800$  kHz) sous une contrainte  $P = 625$  kPa. Les résultats du fit théorique sont représentés en trait plein.

La figure 2.19 montre les profils d'intensité mesurés sous  $P = 625$  kPa. Six courbes correspondent à la fréquence d'excitation  $f_0$  variant de 300 kHz à 800 kHz. Les profils des intensités expérimentales sont en bon accord avec les solutions de l'équation de diffusion. Cependant, nous constatons que la décroissance de l'intensité n'est plus exponentielle quand la fréquence d'excitation est supérieure à 600 kHz. Nous reviendrons sur ce résultat important plus tard dans la section 2.3.2.

Les figures 2.20 et 2.21 illustrent respectivement le coefficient de diffusion  $D$  et le facteur de qualité  $Q$ , mesurés en fonction de la contrainte  $P$  et de la fréquence d'excitation  $f_0$ . Nous trouvons que les scalings de  $D$  en fonction de  $f_0$  et de  $P$  peuvent s'exprimer approximativement par,

$$D \sim f_0^{-0.9} \quad \text{et} \quad D \sim P^{0.25} \quad (2.17)$$

où  $D$  augmente avec  $P$  et diminue lorsque  $f_0$  augmente. Les mesures du facteur de qualité  $Q$  en fonction de  $P$  et  $f_0$  montrent également une dépendance en loi de puissance, malgré un étalement des points expérimentaux de  $Q$  en fonction de  $P$ ,

$$Q \sim f_0^{0.6-0.9} \quad \text{et} \quad Q \sim P^{0.05-0.2} \quad (2.18)$$

Par rapport aux fits précédents à l'aide de l'équation 2.14 où la paroi est considérée parfaitement réfléchissante [36, 62], nous obtenons ici pour  $R = 0.9$  les valeurs de  $Q$  environ 15% supérieure.

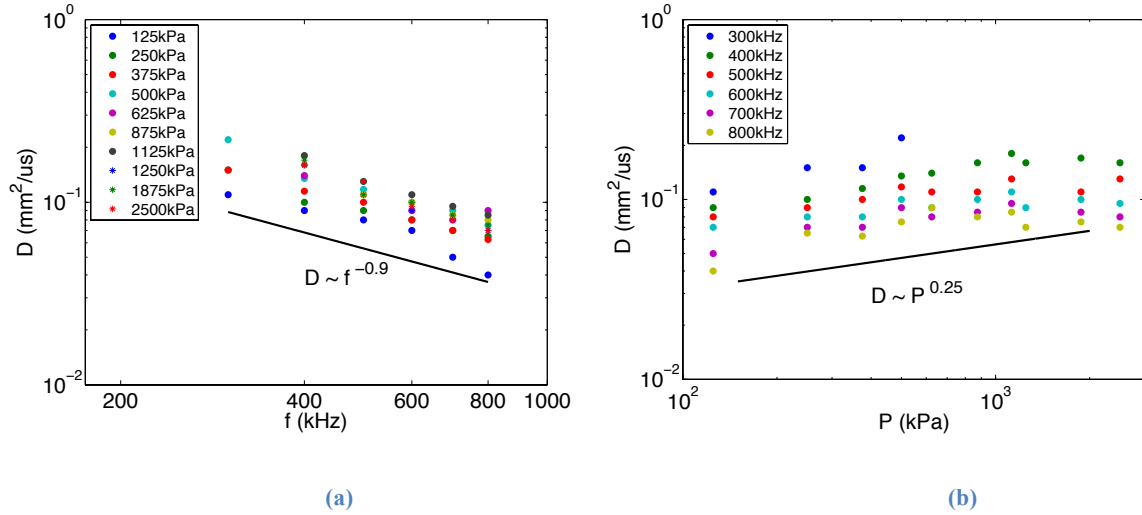


Figure 2.20: Evolution du coefficient de diffusion  $D$  (a) en fonction de la fréquence d'excitation  $f_0$  et (b) en fonction de la contrainte  $P$ . Les courbes ont été ajustées (en trait plein) par une loi en puissance.

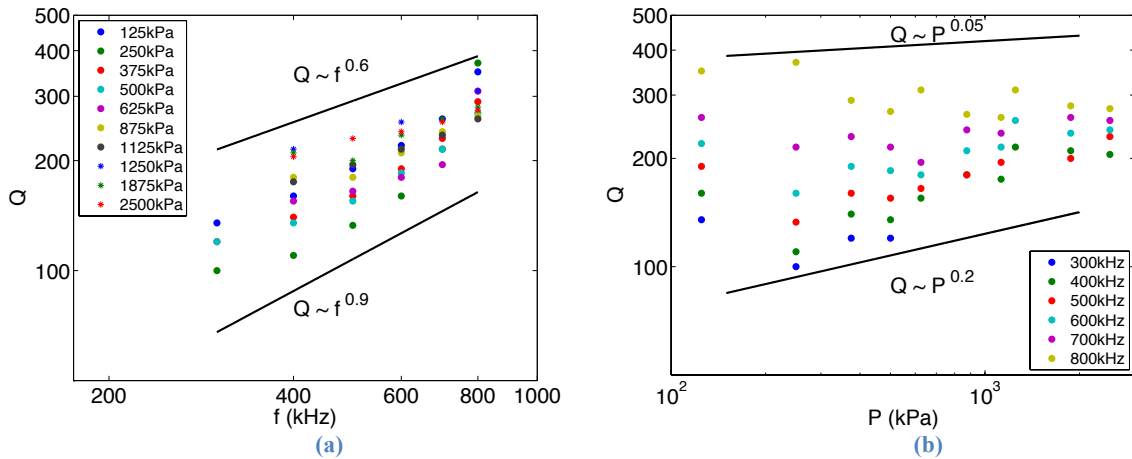


Figure 2.21: Evolution du facteur de qualité  $Q$  (a) en fonction de la fréquence d'excitation  $f_0$  et (b) en fonction de la contrainte  $P$ . Les courbes ont été ajustées (en trait plein) par une loi en Puissance.

### 2.2.3.3 Discussion

A l'heure actuelle, aucun modèle analytique n'est disponible pour rendre compte qualitativement de la diffusion multiple des ondes élastiques dans les milieux granulaires. Nous cherchons donc à interpréter qualitativement nos résultats expérimentaux.

### Evolution de $D$ et de $l^*$

Lorsque la contrainte  $P$  augmente, les vitesses d'ondes cohérentes ( $V_P$  et  $V_S$ ) augmentent et la distribution des chaînes de forces devient plus homogène (Fig. 2.22). Dans ce cas de figure, la diffusion d'onde devient moins importante, ce qui conduit à une augmentation du libre parcours moyen  $l^*$ . Par ailleurs, on s'attend aussi à une augmentation

de la vitesse de transport  $V_e$  ( $\sim V_s$ ) et par conséquent à une augmentation du coefficient de diffusion  $D = (V_e/3l^*)$  avec la contrainte. Quant à l'influence de la fréquence d'excitation  $f_0$ , l'augmentation de  $f_0$  fait diminuer la longueur d'onde  $\lambda$ , ce qui provoque une plus forte diffusion d'onde, probablement accompagné par une diminution du libre parcours moyen  $l^*$  et par conséquent une diminution du coefficient de diffusion  $D$ .

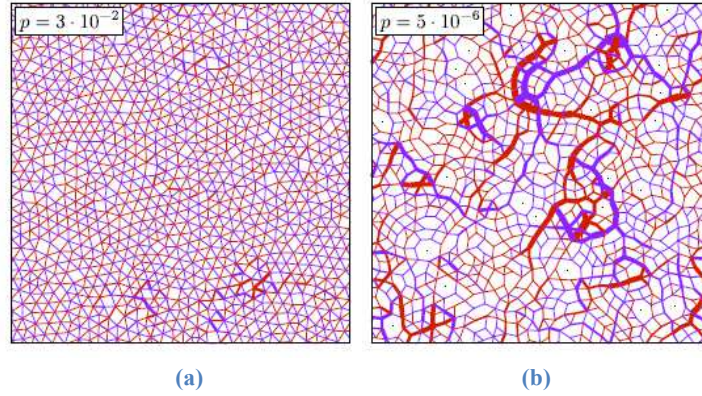


Figure 2.22 : Simulation des réseaux des forces sous un cisaillement macroscopique (a) à forte contrainte et (b) à faible contrainte. Figure extrait de [63].

Nous sommes aussi intéressés par l'évolution du libre parcours moyen  $l^*$  ( $= 3D/V_s$ ) en fonction de la longueur  $\lambda$  ( $= V_s/f_0$ ) d'onde associé à la diffusion multiple. La figure 2.23 illustre  $l^*$  versus  $\lambda$ , normalisé par la taille de grain  $d$ . Ce plot résulte d'un collapse des coefficients de diffusion  $D$  dans la figure 2.20 (a et b), sachant que la vitesse de transport assimilée à la vitesse de l'onde de cisaillement  $V_s(P)$  dépend de la contrainte de confinement  $P$  (cf. Chap. 1). Notons que pour observer un transport diffusif, l'épaisseur de l'échantillon  $L$  devra être bien supérieure au libre parcours moyen de transport  $l^*$ , ce qui est vérifié correctement dans nos expériences :  $4.5 < L/l^* < 15$ .

Nous remarquons ici que pour une contrainte  $P = 0.5$  MPa,  $l^*$  varie entre 3.8 mm et 0.7 mm pour la fréquence  $f_0$  entre 0.25 MHz et 0.5 MHz, ce qui est supérieur à la taille moyenne de grain  $l^* > d$ . En revanche, pour la fréquence la plus élevée 0.8 MHz,  $l^*$  devient inférieur au diamètre moyen  $d$  ( $> l^*$ ). Comme mentionné précédemment, ce dernier cas est *a priori* non pertinent dans notre système granulaire à cause du *cut-off* de la transmission d'ondes d'un grain à l'autre via le contact entre eux, quand  $\lambda < d$ . Deux régimes distincts sont néanmoins observés. Pour les basses fréquences avec  $\lambda > 3d$ , une dépendance de  $l^*$  en  $\lambda$  suggère un transport diffusif de type Rayleigh ( $l^* \sim \lambda^4$ ). Pour de plus hautes fréquences avec  $\lambda \sim d$ , nous observons plutôt  $l^* \sim \lambda$ . Pour les fréquences les plus hautes avec  $\lambda < d$  ( $f_0 > 0.8$  MHz) nous attendrions que  $l^*$  dépende peu de la fréquence –un régime impossible à atteindre expérimentalement dans les milieux granulaires secs. Notons cependant que certaines simulations numériques ont mis en évidence l'existence d'un plateau du coefficient de diffusion à haute fréquence des modes de vibration avant d'être localisés [64]. Nous reviendrons plus tard sur ce point.

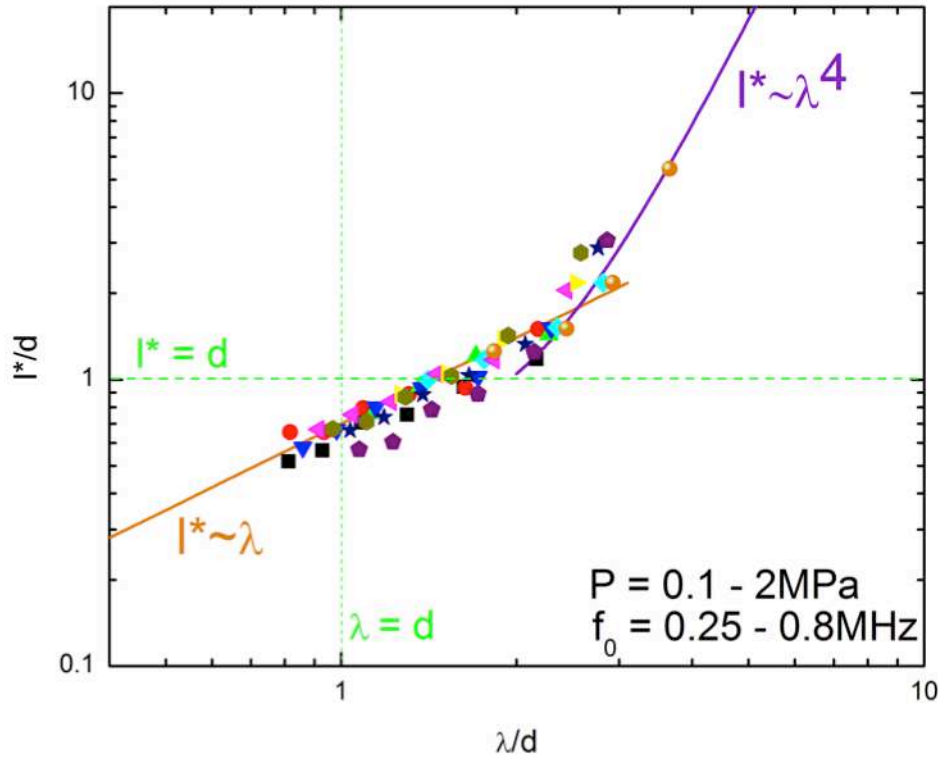


Figure 2.23 : Evolution du libre parcours moyen de transport  $l^*$  en fonction de la longueur d'onde  $\lambda$ .  $l^*$  et  $\lambda$  sont normalisée par le diamètre moyen des grains  $d$ , respectivement.

### Evolution de $Q$

En ce qui concerne le facteur de qualité  $Q$ , il peut être déterminé par le rapport de l'énergie emmagasinée  $E_s$  sur l'énergie dissipée  $E_d$  par cycle. Brunet, Jia et Mills ont étudié la dissipation  $Q^{-1}$  dans les milieux granulaires secs et mouillés [65,66]:

$$Q^{-1} = Q_{fric}^{-1} + Q_{vis}^{-1} \quad (2.19)$$

résultant de la dissipation frictionnelle  $Q_{fric}^{-1}$  et de celle visqueuse  $Q_{vis}^{-1}$ . Ils ont montré que,

$$Q_{fric} = \frac{9\pi^2\mu R(2-\nu)}{8G} \left(\frac{4E^*}{3\pi}\right)^{1/3} \frac{P^{2/3}}{U_t} \quad (2.20)$$

qui dépend alors de deux paramètres de contrôle : l'amplitude de la vibration  $U_t$  et la contrainte de confinement  $P$ , mais indépendant de la fréquence d'excitation  $f_0$  :

$$Q_{fric} \propto P^{2/3} U_t^{-1} \quad (2.21)$$

En prenant  $\nu = 0.25$ ,  $G = 28$  GPa,  $E^* = 37$  GPa, on peut estimer que sous une contrainte de  $P = 625$  kPa, la qualité de facteur d'origine frictionnelle  $Q_{fric} \sim 500$ . Ce mécanisme de

dissipation domine dans les milieux granulaires secs, ce qui explique qualitativement l'augmentation de  $Q_{fric}$  avec la contrainte  $P$  (Fig. 2.21b). Dans le cas d'un milieu granulaire mouillé [65], la dissipation visqueuse peut devenir dominante:

$$Q_{vis} = \frac{2G\delta_{film}}{\alpha\pi\omega R(2-\nu)} \left(\frac{4E^*}{3\pi}\right)^{1/3} \eta^{-1}P^{-1/3} \quad (2.22)$$

où  $\eta$  est la viscosité dynamique du liquide piégée dans la zone de contact entre les billes.  $\delta_{film}$  est l'épaisseur du film liquide coincé entre deux billes en contact. Le facteur de qualité  $Q_{vis}$  dépend alors de la contrainte appliquée  $P$ , la fréquence  $\omega$  et la viscosité dynamique  $\eta$ .

Notons cependant que l'augmentation de  $Q$  avec la fréquence d'onde  $f_0$  semble surprenante, par comparaison avec un matériau viscoélastique classique dans lequel la dissipation augmente généralement avec la fréquence d'onde. Deux explications sont éventuellement possibles. La première concernerait l'évaluation du facteur de qualité  $Q_{vis}$  (Eq. 2.22). Ici, l'énergie emmagasinée  $E_s$  est stockée dans le corps ou *bulk* de la bille de verre, mais l'énergie dissipée  $E_d$  l'est plutôt au niveau de l'interface entre les billes en contact. Cette définition du facteur de qualité  $Q = 2\pi E_s/E_d$  est en effet différente de celle souvent donnée dans un milieu viscoélastique où l'énergie emmagasinée et l'énergie dissipée se trouvent dans le même *bulk* du milieu.

La seconde serait peut-être liée au fit des données par le modèle de diffusion. En effet, comme remarqué précédemment dans la figure 2.19, la décroissance du profil d'intensité des ondes diffusées n'est plus exponentielle comme prédite par le transport diffusif, pour une fréquence d'onde au-delà de  $f_0 > 600$  kHz. Quand nous ajustons les courbes à haute fréquence  $f_0 = 800$  kHz, nous ne calons que la première partie du profil d'intensité, par exemple, entre 200 et 500  $\mu$ s. Par conséquent, la valeur de  $Q$  extraite du modèle de diffusion ne serait plus totalement pertinente pour décrire les résultats de la diffusion multiple des ondes élastiques dans les milieux granulaires dans le régime de haute fréquence (voir §2.3 ci-dessous).

## 2.3 Au-delà du transport diffusif des ondes acoustiques dans les milieux granulaires : une investigation exploratoire

### 2.3.1 Localisation d'Anderson en milieu complexe

#### 2.3.1.1 Observations expérimentales en optique et acoustique

De nombreuses études ont été menées ces vingt dernières années pour mettre en évidence la localisation d'Anderson des ondes classiques (électromagnétiques et élastiques) [41,51,67,68]. En optique, comme mentionné dans §2.1.1, Maret et ses collègues ont observé expérimentalement une décroissance non exponentielle du transport d'une courte impulsion lumineuse à temps long dans un échantillon de poudres de  $\text{TiO}_2$ . Pour une plus forte diffusion d'onde correspondant à une plus faible valeur de  $k\ell^*$ , la figure 2.24 montre que l'on passe d'un transport bien décrit par le modèle de diffusion (a) vers un régime qui s'écarte d'un transport diffusif classique (b). Dans ce dernier cas, la décroissance de l'intensité des ondes diffusées n'est plus exponentielle comme prédit par l'approximation de la diffusion. Une renormalisation du coefficient de diffusion en fonction du temps de transport serait nécessaire pour décrire les expériences (voir la discussion ci-dessous).

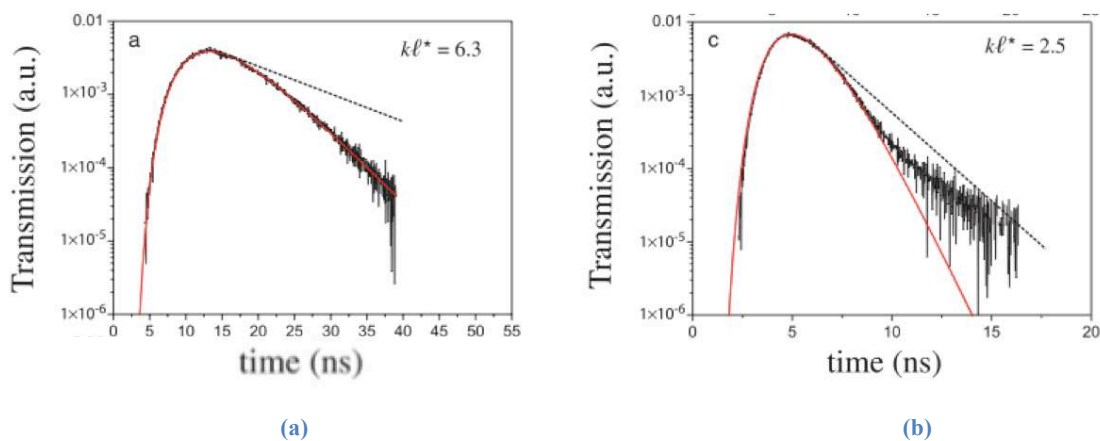


Figure 2.24 : (a) Profil d'intensité en régime de diffusion, décroissance exponentielle. (b) Profil d'intensité temporelle en régime de localisation, décroissance non exponentielle. Figure extrait de [41].

En acoustique, Page et ses collègues ont montré une évolution similaire du profil d'intensité du régime diffusif vers le régime de localisation (Fig. 2.25) [51]. L'échantillon utilisé est un milieu composé de billes d'aluminium frittées. En régime de diffusion à basse fréquence, la théorie de diffusion prédit parfaitement le profil d'intensité (Fig. 2.25a). En revanche, en régime de localisation à haute fréquence, le profil temporel d'intensité dévie significativement d'une décroissance exponentielle (Fig. 2.25b). Une théorie auto-consistante a permis aussi d'expliquer la décroissance non exponentielle par la diminution du coefficient de diffusion  $D$  en fonction du temps [69–71].

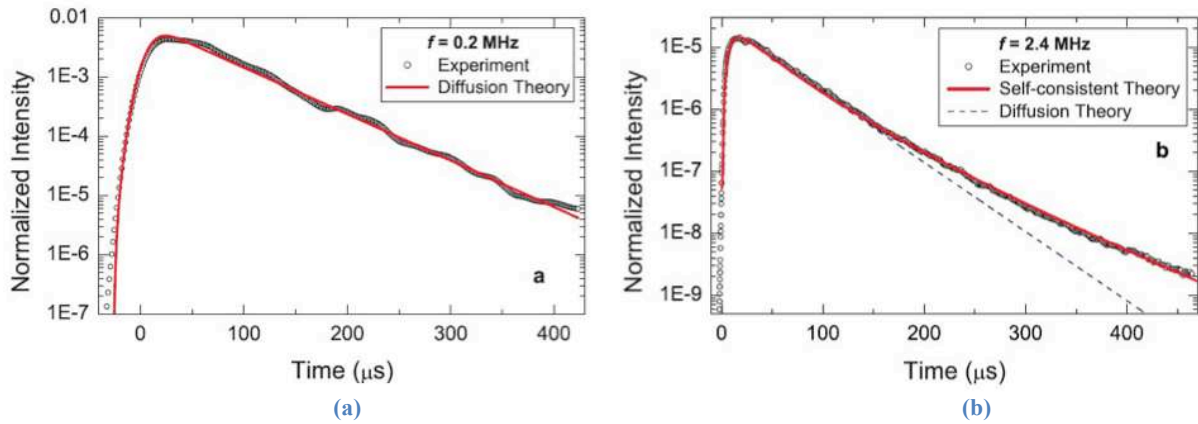


Figure 2.25 : (a) Profil d'intensité en régime de diffusion, décroissance exponentielle. (b) Profil d'intensité en régime de localisation, décroissance non exponentielle. Figure extrait de [51].

### 2.3.1.2 Simulation numériques : réseaux élastiques et milieux granulaires

Dans une simulation numérique récente par dynamique moléculaire (MD) [64], Vitelli *et al.* ont examiné la variation du coefficient de diffusion  $D(\omega)$  en fonction de la fréquence  $\omega$  des modes de vibration dans les empilements 3D des sphères élastiques *non frottant*, soumis à de différentes contraintes de confinement  $P$  (Fig. 2.26). Pour ce faire, ils ont calculé la densité d'état vibratoire de l'empilement granulaire plus ou moins proche à la transition de blocage (*jamming*) caractérisée par la valeur critique  $\phi_c$  de la fraction volumique de solide critique ou celle du nombre de coordinance  $Z_c$  (cf. Chap. 1). Dans un empilement des billes sans friction, la distance relative au point de la transition est contrôlée par la contrainte de confinement  $P$ .

La figure 2.26 illustre trois régimes distincts du transport diffusif où  $D$  et  $\omega$  sont respectivement normalisés par  $2R(\varepsilon/M)^{1/2}$  et  $(\varepsilon/4R^2M)^{1/2}$ . Ici,  $M$  et  $R$  sont la masse et le rayon de la sphère et  $\varepsilon$  est une constante d'énergie [64]. Le premier correspond à une variation  $D$  à basse fréquence de type Rayleigh  $D(\omega) \sim \omega^{-4}$ . Pour de fréquence plus élevée, il apparaît un deuxième régime où  $D$  reste quasi-constant formant un plateau. Le troisième régime est associé à une chute brutale du  $D$  au-delà de certaine plus haute fréquence  $D(\omega) \sim \omega^{-a}$  ( $a \sim 15$ ), indiquant la localisation des modes de vibrations. Ces résultats numériques ressemblent de certaine manière à nos observations expérimentales.



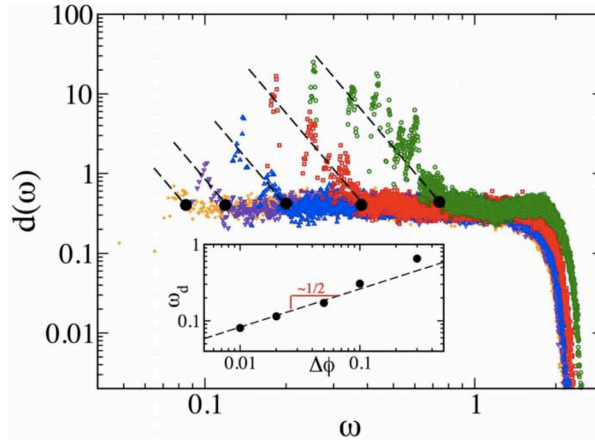


Figure 2.26 : Simulation numérique de la diffusivité  $D$  en fonction de la fréquence  $\omega$  des modes de vibration dans les empilements 3D des sphères élastiques sans friction. Différentes couleurs correspondent à différentes contraintes de confinement  $P$ . Plus  $P$  est grande, plus le plateau est court. Figure extraite [64].

Dans une autre simulation, sur un réseau élastique percolé à 2D [72], Sheng et Zhou ont aussi calculé le coefficient de diffusion  $D$  en fonction de la fréquence  $\omega$  (Fig. 2.27 a).  $D$  et  $\omega$  sont normalisées à l'aide de la fréquence propre  $\omega_0 = (\beta/m)^{1/2}$  et la distance inter-particule  $a_0$  avec  $m$  la masse de la particule et  $\beta$  la raideur. Pour comparaison, nous présentons à nouveau nos mesures de  $D$  (Fig. 2.23) en fonction de la fréquence  $\omega$  dans Fig. 2.27b. Nous constatons que à basse fréquence, une loi de puissance apparaît, correspondant bien à la diffusion de Rayleigh. Quand la fréquence augmente, un « plateau » semble se former. Cette ressemblance entre nos données expérimentales et les simulations soulève la question concernant la possibilité d'observation de la localisation dans un milieu granulaire.

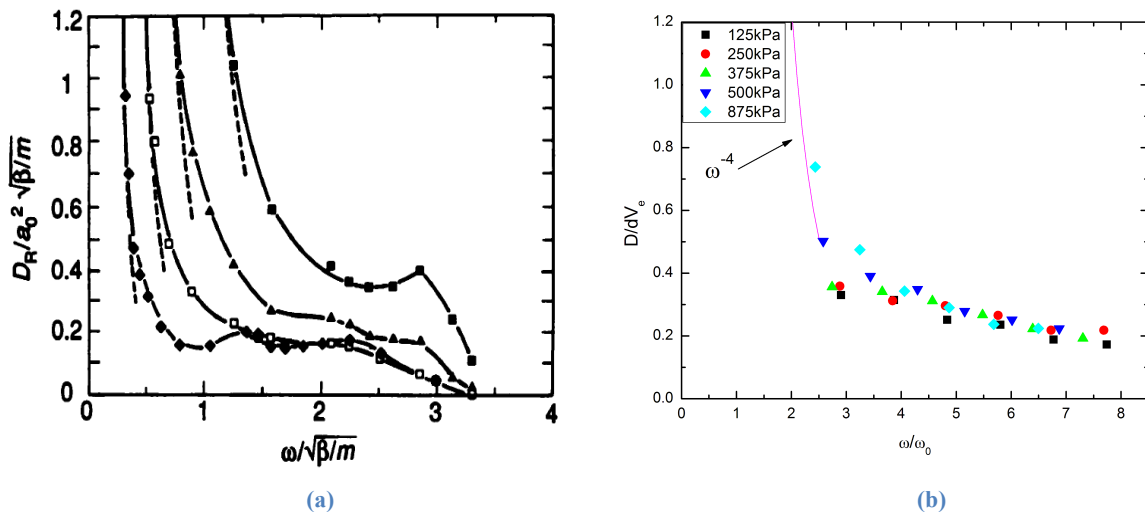


Figure 2.27 : (a) Simulation numérique de  $D$  normalisé en fonction de  $\omega$  normalisé sur un réseau élastique percolé à 2D, extrait de l'article de P. Sheng et M. Zhou [72]. (b) Tracer la figure de la même manière à partir de nos résultats expérimentaux.

## 2.3.2 Diffusion multiple acoustique à haute fréquence dans les milieux granulaires

### 2.3.2.1 Observation des profils d'intensité non exponentielles

Dans le paragraphe 2.2.3.2., nous avons observé une décroissance non exponentielle du profil d'intensité dans les milieux granulaires lorsque la fréquence d'excitation  $f_0$  devient très élevée. La figure 2.28 montre les profils des intensités mesurées pour des fréquences d'excitation  $f_0$  de 250 kHz à 900 kHz. Nous observons que la décroissance de l'intensité ne suit plus la même pente de décroissance pour une fréquence d'excitation au-delà de 600 kHz, mais le profil d'intensité décroît plus lentement avec le temps. Avec le pinducer placé à 10 mm dans l'échantillon, ce phénomène ne peut être attribué à la réverbération des signaux dans la paroi de la cellule (cf. Fig. 2.13). Ce type de décroissance non exponentielle a été aussi observé pour d'autres contraintes de confinement ou/et d'autres épaisseurs d'échantillon (Fig. 2.29).

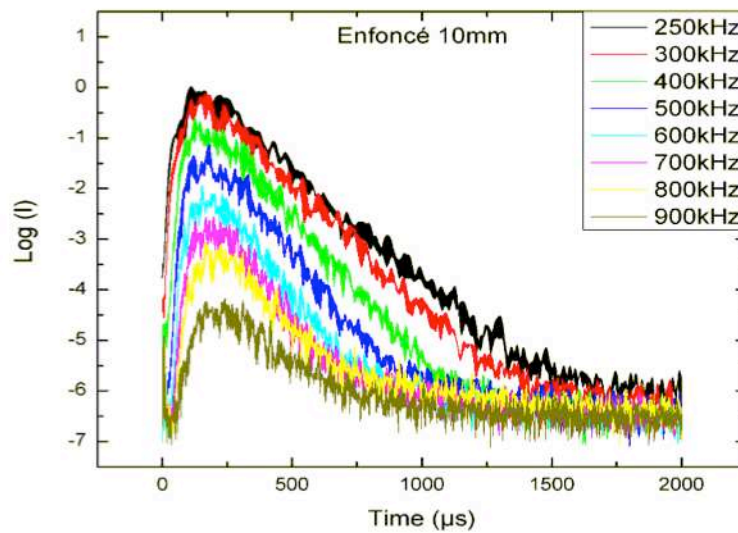


Figure 2.28 : Observation d'une décroissance non exponentielle lorsque la fréquence d'excitation  $f_0$  augmente. La fréquence d'excitation varie entre 250 kHz et 900 kHz. La contrainte  $P = 625$  kPa.

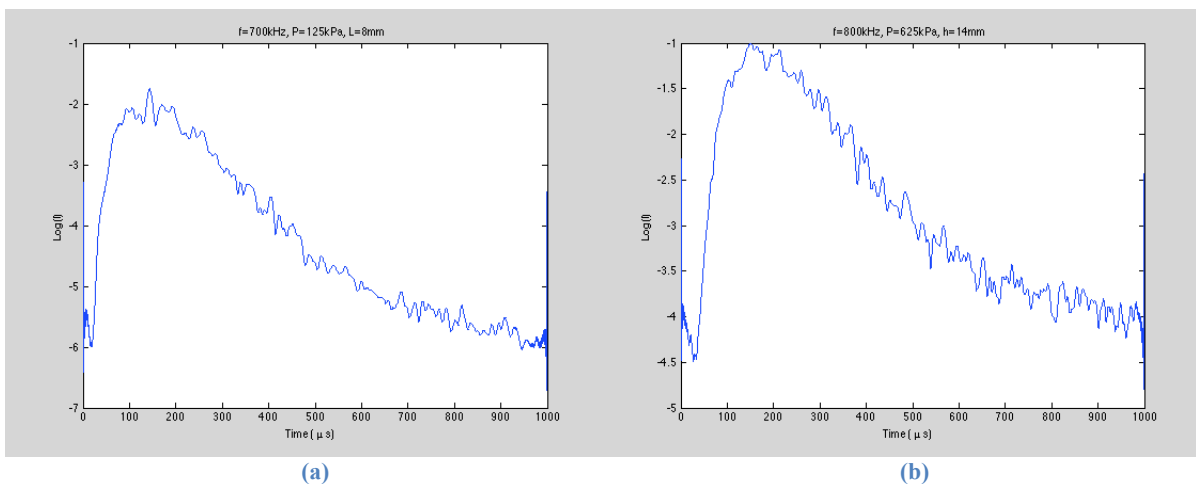


Figure 2.29 : Décroissance non exponentielle observé sous des différentes contraintes ainsi des différentes épaisseurs d'échantillon. (a)  $P = 125$  kPa et  $L = 8$  mm. (b)  $P = 625$  kPa et  $L = 14$  mm.

### 2.3.2.2 Etudes paramétriques et comparaison avec expériences

La similitude entre les décroissances non exponentielles des profils d'intensité observées en optique (cf. Fig. 2.24) et en acoustique (cf. Fig. 2.25) d'un côté et en milieu granulaire ci-dessus (Fig. 2.28), nous incite à examiner une éventuelle signature de la localisation d'Anderson dans les milieux granulaires. Pour ce faire, nous avons effectué une étude paramétrique en utilisant la solution de l'équation de diffusion pour comprendre comment la variation du coefficient de diffusion  $D$  pourrait décrire la décroissance non exponentielle du profil d'intensité en fonction du temps.

#### Variation de $D$ en fonction du temps

D'abord, nous calculons le profil d'intensité à partir de la solution de l'équation de diffusion en utilisant un coefficient de diffusion décroissant proposé en optique [46],

$$D(t) = D_0 \tau_{loc}^a / (\tau_{loc}^m + t^m)^{a/m} \quad (2.23)$$

Les figures 2.30 et 2.31 montrent qu'il est possible d'obtenir une décroissance non exponentielle si l'absorption inélastique est négligée et si le coefficient de réflexion  $R$  est faible. Par contre, si l'absorption est prise en compte, la décroissance devient exponentielle pour  $R = 0.9$ , valeur proche du coefficient de réflexion de notre système. Nous remarquons aussi que la valeur du facteur de qualité  $Q$  utilisée ici pour la simulation est déjà plus importante que celle obtenue par fitting dans la section 2.2.3.2. Avec une valeur plus faible de  $Q$  fitté précédemment, il est encore moins probable de reproduire la décroissance non exponentielle observée dans nos expériences (Figs. 2.28 et 2.29).

Par ailleurs, nous essayons également d'ajuster à l'aide de l'équation 2.23 la décroissance non exponentielle observé avec les ondes acoustiques dans les « mésoverres » (cf. Fig. 2.25) [17], mais sans succès non plus. A ce stade, nous n'avons pas d'explication au fait que le coefficient renormalisé (Eq. 2.23) ne permet pas d'ajuster quantitativement les décroissances non exponentielles des profils d'intensité observés avec les ondes acoustiques diffusées.

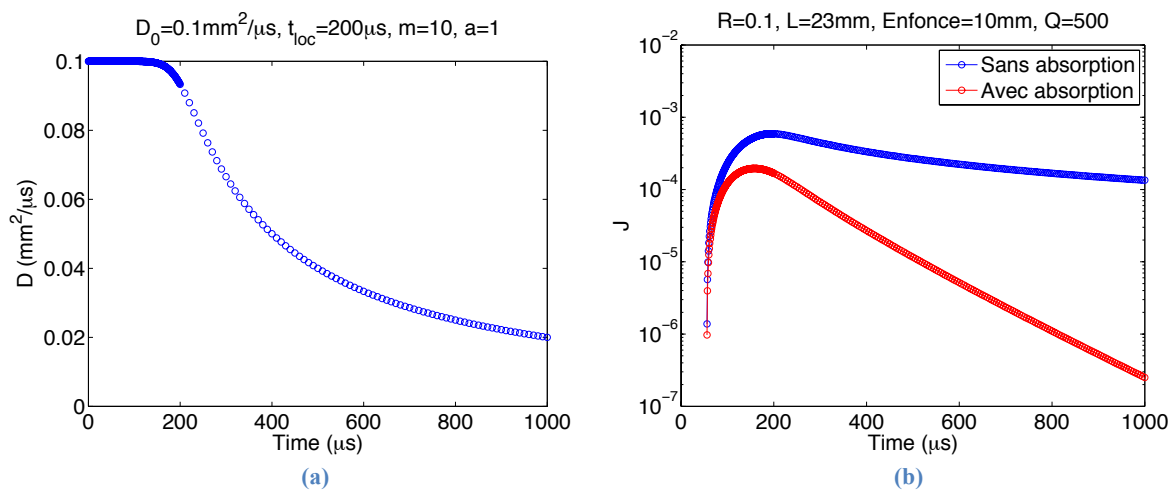


Figure 2.30 : (a)  $D$  en fonction du temps calculé à partir de Eq. 2.23 en prenant  $D_0 = 0.1 \text{ mm}^2/\mu\text{s}$ ,  $\tau_{loc} = 200 \text{ ms}$ ,  $m = 10$  et  $a = 1$ . (b) Profil d'intensité en utilisant le  $D(t)$ ,  $R = 0.1$ .

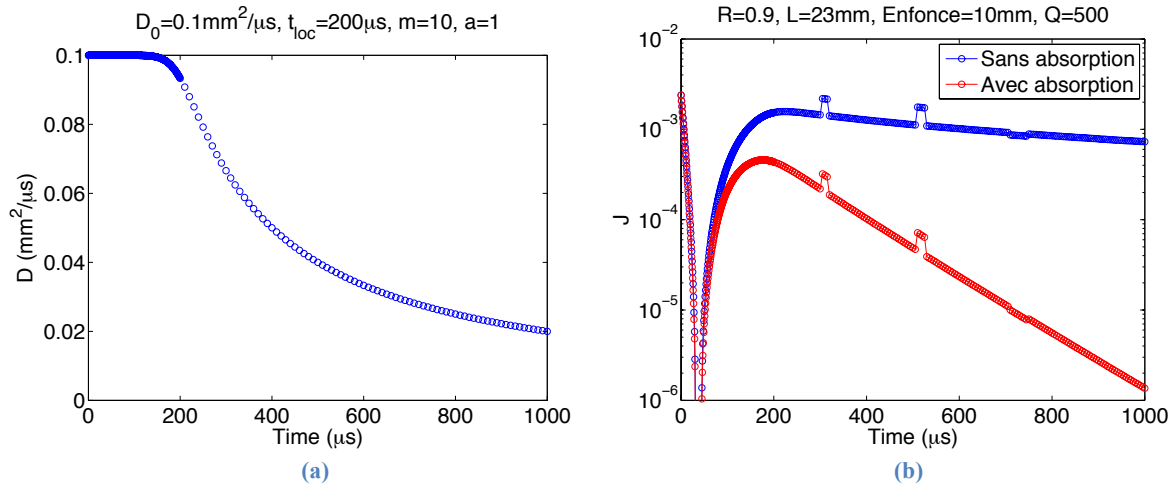


Figure 2.31 : (a)  $D$  en fonction du temps calculé à partir de Eq. 2.23 en prenant  $D_0 = 0.1 \text{ mm}^2/\mu\text{s}$ ,  $t_{loc} = 200 \text{ ms}$ ,  $m = 10$  et  $a = 1$ . (b) Profil d'intensité en utilisant le  $D(t)$ ,  $R = 0.9$ .

### Variation de $D$ en fonction de la fréquence

Nous avons mentionné précédemment que le coefficient de diffusion  $D$  mesuré dans nos expériences pourrait être une valeur moyennée sur une bande passante fréquentielle (cf. §2.2.3.1). Ceci suggère un possible fit des mesures par la somme de solution d'équation de diffusion avec plusieurs valeurs du  $D(f)$ , pour la diffusion des ondes incohérentes de différente fréquence  $f$ . Cette observation est consistante avec la simulation numérique illustrée par la figure 2.26 où le coefficient de diffusion  $D$  présente la pente de décroissance au-delà de certaine fréquence. Nous testons l'influence de la variation du  $D$  dans cette gamme de fréquence relative à la décroissance non exponentielle observée à partir de la formule,

$$J = \sum_{f_{min}}^{f_{max}} J(D(f), t) \quad (2.24)$$

Dans ce cas-là, une somme de deux courbes pourrait former une décroissance non exponentielle (Fig. 2.32), plus le coefficient de réflexion  $R$  est faible, plus la possibilité d'observer cet effet est grande.

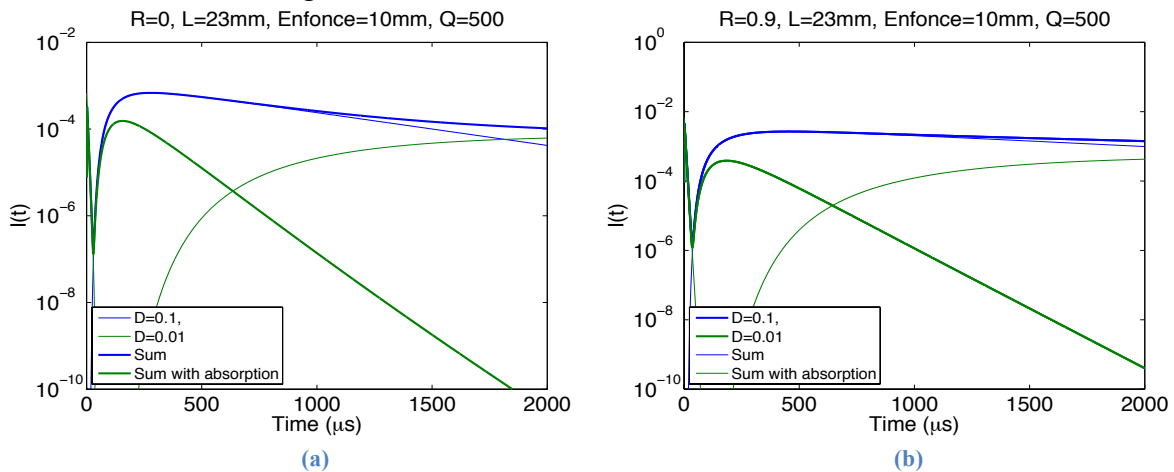


Figure 2.32 : Somme des deux courbes avec  $D = 0.1$  et  $0.01 \text{ mm}^2/\mu\text{s}$ , le coefficient de réflexion est (a)  $R = 0$  (b)  $R = 0.9$ .

La figure 2.33a illustre une variation qualitative du coefficient de diffusion  $D$  que nous avons tiré de la simulation numérique (cf. Fig. 2.26) pour une bande de fréquence de 700 kHz à 900 kHz dans laquelle une décroissance non exponentielle a été observée dans notre expérience. Puis, nous cherchons à calculer le profil d'intensité temporelle  $J(D(f),t)$ , correspondant à chaque valeur de  $D$ . La somme de l'intensité temporelle est montrée dans la figure 2.33b. Elle montre qu'il est difficile d'avoir une décroissance non exponentielle du profil d'intensité, pour cette gamme de  $D$ , comparable à celle observé expérimentalement. Les effets de l'absorption inélastique ou/et la réflexion interne ( $R < 1$ ) sont dominants sur la décroissance du profil à temps long sur celui du coefficient de diffusion.

En résumé, nos études paramétriques montrent qu'il est difficile de prédire une décroissance non exponentielle comparable à celle observée dans nos expériences, à partir des modèles analytiques ou/et numériques existants sur la renormalisation de  $D$ , pour la gamme des coefficients de diffusion  $D$ , des facteurs de qualité  $Q$  et du coefficient de réflexion  $R$  mesurés dans les milieux granulaires.

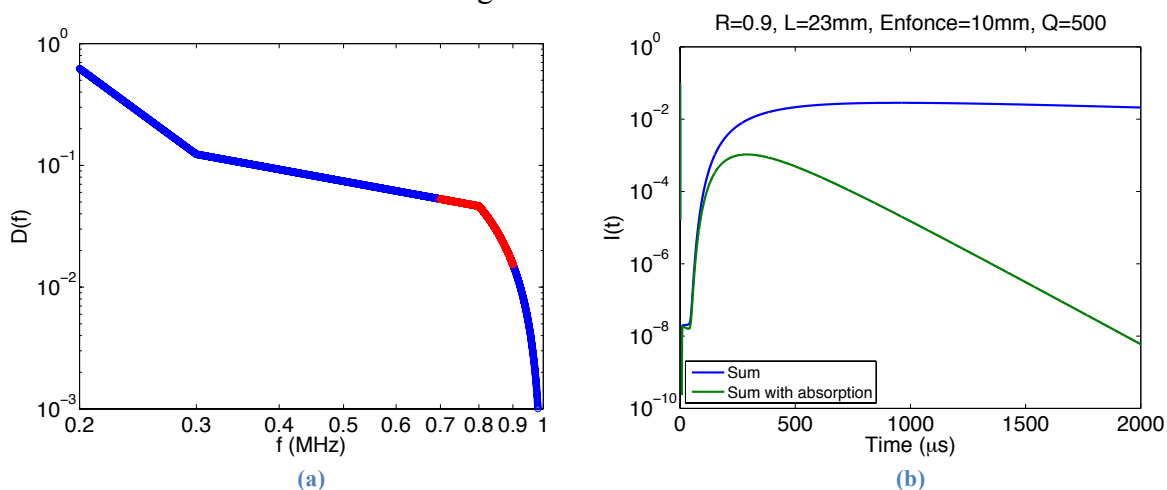


Figure 2.33 : (a)  $D$  en fonction de la fréquence  $f$ , les points rouges sont des  $D$  choisis à calculer l'intensité temporelle. (b) Somme des intensités calculées à partir les  $D$  en (a), Le coefficient de réflexion  $R = 0.9$ .

## 2.4 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons montré que la diffusion multiple des ondes diffusées dans un matériau granulaire contraint peut être décrite par un modèle de diffusion. En tenant compte de la réflexion interne  $R$  ( $\sim 0.9$ ), nous avons déterminé le coefficient de diffusion  $D$  ( $= V_s l^*/3$ ) et le temps d'absorption  $\tau_a$  ( $= Q/2\pi f_0$ ) en fonction de la contrainte extérieure appliquée  $P$  et de la fréquence d'excitation  $f_0$ . Les résultats montrent que  $D$  et  $Q$  suivent approximativement une loi de puissance en fonction de  $P$  et  $f_0$ , soit  $D \sim f_0^{-0.9}$  et  $D \sim P^{0.25}$ ,  $Q \sim f_0^{0.6-0.9}$  et  $Q \sim P^{0.05-0.2}$ . Ces dépendances sont similaires aux fits obtenus précédemment avec les conditions aux limites  $R = 1$  [61], mais les valeurs de  $Q$  sont environ 15% plus grandes.

Aucun modèle n'est disponible pour l'instant pour rendre compte qualitativement de toutes ces dépendances. Nous avons ainsi proposé d'expliquer qualitativement la dépendance du coefficient de diffusion  $D$  en fonction de la fréquence d'onde  $f_0$  et de la contrainte de confinement  $P$  en tenant compte de l'hétérogénéité du réseau de contact dans les milieux granulaires. La dépendance de  $Q$  en fonction de  $P$  peut aussi être interprétée qualitativement par la dissipation frictionnelle dominante dans les milieux granulaires secs. L'origine de l'augmentation de  $Q$  avec  $f_0$  restera à éclaircir.

Par ailleurs, nous avons aussi examiné l'évolution du libre parcours moyen de transport  $l^*$  ( $= 3D/V_e$ ) en fonction de la longueur d'onde, avec comme hypothèse que la vitesse de transport est comparable à celle de cisaillement  $V_e \sim V_s$ . Deux régimes ont été observés : i) à basse fréquence, lorsque  $\lambda > d$ , on trouve  $l^* \sim (\lambda/d)^4$ , cette loi de puissance rappelle le processus de diffusion de Rayleigh ; ii) à haute fréquence, lorsque  $\lambda \sim d$ ,  $l^*$  dépend  $\sim (\lambda/d)$ . Cette expérience reproduit certains comportements, observés par simulation numérique, qui précèdent la localisation d'Anderson dans certains systèmes élastiques désordonnés [64,72].

Enfin, nous avons cherché à comprendre la décroissance non exponentielle du profil d'intensité observée à haute fréquence d'excitation  $f_0$ . Une étude paramétrique a été effectuée pour simuler les profils d'intensité à l'aide des solutions de l'équation de diffusion. Deux modèles sur la renormalisation du coefficient de diffusion ont été testés. L'un est basé sur la variation du coefficient de diffusion  $D$  en fonction du temps, et l'autre sur la variation de  $D$  en fonction de la fréquence. Les résultats numériques montrent qu'aucun modèle ne permet de décrire quantitativement la décroissance non exponentielle observée, à cause d'importantes pertes, soit par absorption inélastique dans les milieux granulaires soit par le rayonnement à travers la paroi de la cellule.



## 3 Retournement temporel acoustique dans les milieux granulaires

### 3.1 Introduction

Dans certaines conditions, les ondes peuvent remonter le cours de leur vie et se focaliser précisément à l'endroit d'où elles ont été émises. Cette méthode, baptisée le retournement temporel (RT), a été développée depuis 20 ans par M. Fink et ses collaborateurs au Laboratoire Ondes et Acoustique de l'ESPCI, laboratoire qui a fusionné en 2009 avec le laboratoire d'optique pour devenir l'Institut Langevin [73–75].

D'une manière générale, manipuler l'évolution temporelle et spatiale des ondes en milieu complexe trouve des applications dans des domaines aussi variés que la médecine, les télécommunications, l'acoustique sous-marine et la sismologie. Le contrôle d'onde par RT est fondé sur la réciprocité et *l'invariance par renversement du temps du milieu* de propagation. Il permet d'atteindre des focalisations très fines (à la limite de diffraction) en régime linéaire dans un milieu fortement désordonné [76]. Cette méthode fonctionne aussi en régime non linéaire pour autant que l'on soit capable de retourner fidèlement l'amplitude et la phase des harmoniques reçues à condition que le milieu de propagation demeure invariant par renversement du temps, c'est-à-dire avant d'atteindre la distance de choc [77].

Comme mentionné précédemment, un milieu granulaire constitue un système désordonné, hors d'équilibre et métastable. Les ondes acoustiques qui s'y propagent, au-delà d'une certaine amplitude seuil, peuvent provoquer des réarrangements des réseaux de contacts, modifiant ainsi irréversiblement la structure du milieu. Dans ce chapitre de thèse, nous allons tester la robustesse du retournement temporel dans ce milieu granulaire fragile, fortement non linéaire. Revisiter les propriétés du retournement temporel dans un tel milieu revêt un intérêt fondamental.

#### 3.1.1 Principe du retournement temporel en milieu complexe

Une onde acoustique se propageant dans un fluide non dissipatif peut être décrite par le champ de pression  $p(\mathbf{r}, t)$ , où  $\mathbf{r}$  et  $t$  sont les variables d'espace et de temps. L'équation d'onde acoustique s'écrit comme suit,

$$(L_r + L_t)p(\vec{r}, t) = 0 \quad (3.1)$$

$$L_r = \vec{\nabla} \cdot \left( \frac{1}{\rho(\vec{r})} \vec{\nabla} \right), \quad L_t = -\kappa(\vec{r}) \partial_{tt} \quad (3.2)$$

Le caractère auto-ajoint de l'opérateur  $L_r$  conduit à la propriété de réciprocité spatiale. Cette équation est aussi invariante par renversement du temps, car  $L_t$  contient uniquement une dérivée seconde par rapport au temps. Il existe donc deux solutions possibles pour cette équation d'onde; l'une,  $p(\mathbf{r}, t)$ , se propage de la source vers un point d'observation  $M$ , l'autre  $p(\mathbf{r}, -t)$  retrace le même parcours que  $p(\mathbf{r}, t)$  mais converge de  $M$  vers la source. Néanmoins, à



cause de la causalité, la solution  $p(\mathbf{r}, -t)$  n'est pas une solution valide expérimentalement. La réalisation pratique d'une expérience de retournement temporel suppose de modifier la condition initiale pour générer la solution  $p(\mathbf{r}, T-t)$  [75,78].

### Cavité à retournement temporel

A priori, afin de générer le champ  $p(\mathbf{r}, T-t)$ , il faudrait mesurer le champ de pression  $p(\mathbf{r}, t)$  dans tout le volume. En pratique, la mesure et l'enregistrement du champ de pression en tout point de l'espace sont impossibles. Cependant, la théorie intégrale de la diffraction montre que le champ en tout point d'un volume dépend uniquement du champ sur la surface limitant ce volume [79]. L'opération du retournement temporel peut ainsi être réduite d'un problème volumique (3D) à un problème surfacique (2D). Ce principe est à l'origine de l'idée de *la cavité à retournement temporel* tapissée de transducteurs piézoélectriques qui sont capables de suivre l'évolution temporelle du champ de pression (Fig. 3.1)

Soit une source ponctuelle située à l'intérieur d'une cavité à retournement temporel. Les ondes générées par la source sont enregistrées par les transducteurs (étape 1). Ensuite, les signaux enregistrés sont retournés temporellement dans les mémoires et puis renvoyés par ces mêmes transducteurs (étape 2). Ces ondes « retournées » refocalisent alors sur la source.

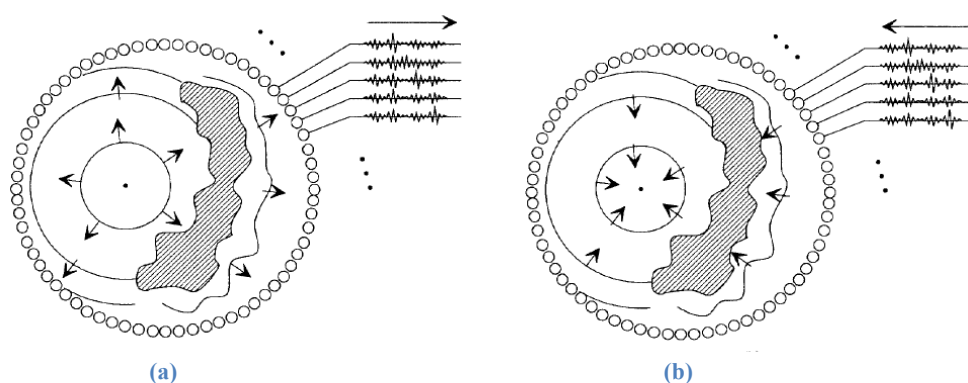


Figure 3.1 : Principe de fonctionnement d'une cavité à retournement temporel. (a) Etape 1 ; (b) Etape 2

### Miroir à retournement temporel (MRT)

Il faudrait de très nombreux transducteurs (séparés d'une demi-longueur d'onde) pour construire une cavité à retournement temporel. En pratique, on se contente de couvrir une petite portion de l'espace. La cavité à retournement temporel est ainsi remplacée par un Miroir à Retournement Temporel (MRT), souvent constitué d'un réseau bidimensionnel des transducteurs. Au contraire de la cavité à retournement temporel, le MRT n'enregistre qu'une partie des ondes. Cependant, il a été observé que pour des signaux brefs à large spectre, le nombre de transducteurs nécessaires pour refocaliser efficacement une onde diminue quand le milieu dans lequel les ondes se propagent devient complexe (hétérogène diffusant ou/et réverbérant) [80]. Autrement dit, les diffusions multiples dues aux obstacles ou aux réverbérations aux parois, permettent de diminuer le nombre de détecteurs nécessaires au retournement temporel, au point que, dans bien des cas, un seul transducteur suffit !

### 3.1.2 Recompression temporelle et refocalisation spatiale des ondes

La figure 3.2 montre une expérience de retournement temporel réalisée à travers un milieu complexe modèle consistant en une forêt des tiges métalliques immergées dans l'eau [80–82]. Le retournement temporel aboutit à la recompression temporelle et la refocalisation spatiale de l'onde multiple diffusée.

#### Recompression temporelle

Une impulsion brève, émise par la source, traverse le milieu complexe ; les ondes diffusées sont reçues par chaque élément du MRT, noté  $S_i(t)$ . Puis, les signaux détectés sont retournés temporellement et les signaux  $S_i(T-t)$  sont renvoyés dans le milieu. On observe alors que les ondes diffusées sont recompressées temporellement à l'instant  $t = 0$ , recréant une impulsion très proche de celle initialement envoyée par la source (Fig. 3.2).

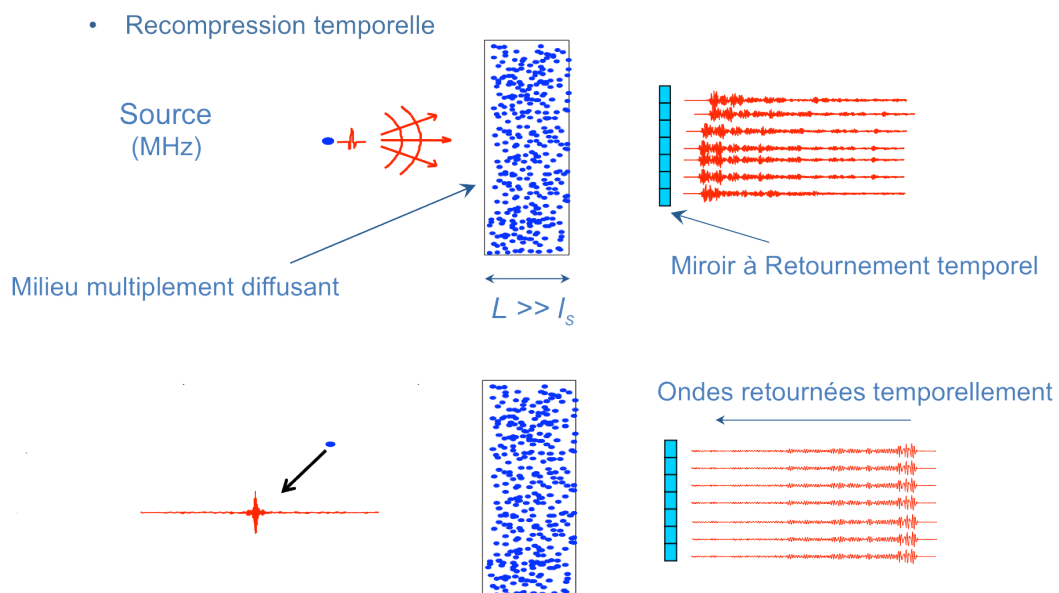


Figure 3.2 : Représentation schématique de la recompression temporelle à travers une forêt de tiges métalliques (extrait de [80]).

#### Refocalisation spatiale

La mesure du champ de pression autour de la source indique que l'onde est spatialement focalisée sur une taille bien plus fine que celle prédite par les lois de la diffraction et mesurée en milieu homogène (Fig. 3.3) (hyper-focalisation). C'est que le milieu de propagation se comporte lui-même comme une ouverture focalisante plus grande que le MRT.

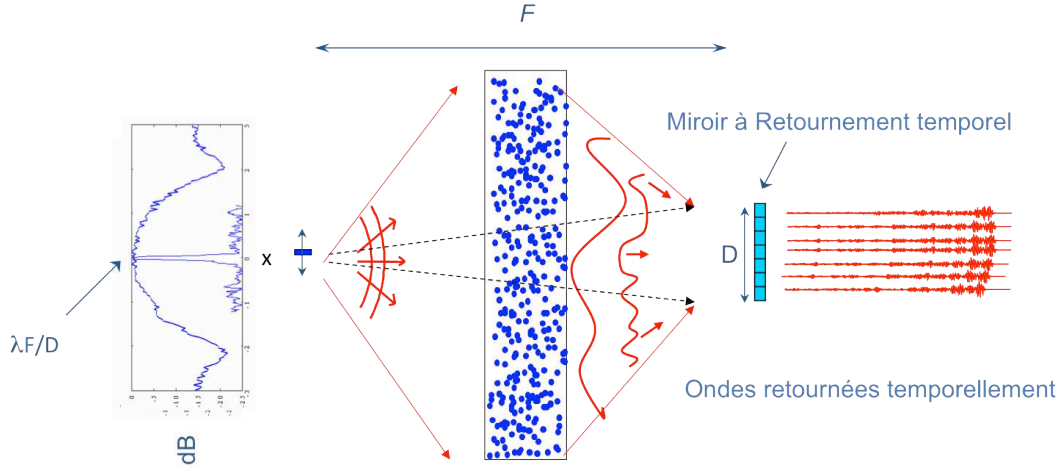


Figure 3.3 : Représentation schématique de la refocalisation spatiale (extrait de [80])

### RT comme un corrélateur

Si la réponse impulsionnelle du système linéaire « source-échantillon-détecteur » est notée  $h(t)$ , le signal détecté, puis retourné temporellement sera  $h(-t)$ . Sous couvert de l'hypothèse de réciprocité du milieu, le signal recréé sur la source  $A(t)$  est alors donné par la convolution de  $h(t)$  et  $h(-t)$ , qui représente l'autocorrélation de  $h(t)$ ,

$$A(t) = h(-t) \otimes h(t) = \int h(\tau)h(t + \tau)d\tau \quad (3.3)$$

On s'attend donc bien toujours à observer un maximum du champ à l'instant  $t = 0$ .

Quant à la refocalisation spatiale, la réponse impulsionnelle du système linéaire « source-échantillon-MRT » est noté  $h_{SM}^i(t)$ , où  $S, M$  et  $i$  indiquent la source, le MRT composé de  $N$  transducteurs et le  $i^{\text{ème}}$  élément du MRT, respectivement. Le signal détecté par  $i^{\text{ème}}$  élément puis retourné temporellement sera  $h_{SM}^i(-t)$ . En supposant la réciprocité du milieu, le signal recréé sur la source  $S$  par RT,  $A_S(t)$  sera la somme des contributions de chaque élément du MRT

$$A_S(t) = \sum_{i=1}^N h_{SM}^i(-t) \otimes h_{MS}^i(t) = \sum_{i=1}^N \int h_{MS}^i(\tau)h_{MS}^i(t + \tau)d\tau \quad (3.4)$$

Si on installe un autre détecteur  $R$  à coté de la source  $S$ , de même façon, le signal recréé sur  $R$  par le RT sera

$$A_R(t) = \sum_{i=1}^N h_{SM}^i(-t) \otimes h_{MR}^i(t) = \sum_{i=1}^N \int h_{MS}^i(\tau)h_{MR}^i(t + \tau)d\tau \quad (3.5)$$

Nous notons que  $A_S(t)$  est la somme de  $N$  autocorrélation. Chaque contribution de la somme a son propre maximum de l'amplitude à  $t = 0$ . Alors que  $A_R(t)$  est la somme de  $N$  intercorrélations. Le "déphasage" des signaux récréés à  $R$  par chaque élément du MRT pourrait causer une diminution de l'amplitude à  $t = 0$ . Par conséquent, nous pouvons constater que à  $t = 0$ , le maximum du signal récréé par RT via MRT toujours se trouve à  $S$ . C'est la réfocalisation spatiale.

De plus,  $A_R(t)$  peut être regardé comme une corrélation spatiale des ondes diffusées détectées par récepteur  $S$  et  $R$ . Dans ce cas-là, la largeur de la tache focale est une estimation de la longueur de corrélation spatiale des ondes diffusées qui ne dépend plus l'ouverture du MRT [81].

Dans la suite, nous allons d'abord mettre en évidence la possibilité d'obtenir une recompression temporelle et une réfocalisation spatiale des ondes acoustiques se propageant dans un milieu granulaire en régime linéaire. Puis, on étudiera la robustesse du retournement temporel en régime non-linéaire, réversible ou irréversible.

## 3.2 Montages expérimentaux

### MRT monovoie

Les deux milieux granulaires que nous étudions ici sont constitués de billes de verre de diamètres respectifs  $d = 1.5 \text{ mm}$  et  $d = 5 \text{ mm}$ , confinées dans une cellule cylindrique en duralumin de diamètre 60 mm. Une contrainte normale extérieure  $P$  est appliquée à travers le piston supérieur. Pour assurer un bon contact entre ces billes et d'une part l'émetteur et d'autre part le détecteur acoustique, il est nécessaire que les transducteurs soient systématiquement en contact avec au moins une bille. C'est pourquoi nous avons choisi d'utiliser des transducteurs piézoélectriques de diamètre 13 mm (Fig. 3.4). Ces transducteurs nous permettent de détecter les ondes diffusées en limitant l'effet de moyenne tout en conservant une bonne reproductibilité des expériences.

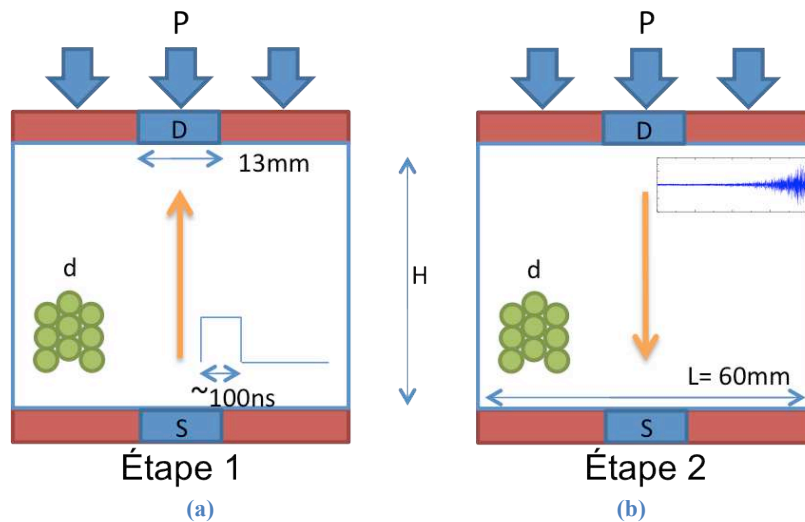


Figure 3.4 : Montages schématiques du retournement temporel. (a) Le transducteur source  $S$  est excité par une impulsion rectangulaire de durée 100 ns. Les ondes transmises à travers les milieux granulaires sont détectées par un autre transducteur  $D$ . (b) Le signal détecté par  $D$  est retourné temporellement et renvoyé dans les milieux par  $D$ . Le transducteur  $S$  mesure le signal reconstruit à la position de la source initiale.

La chaîne de mesures utilisée pour réaliser l'expérience de RT à une voie est la même que celle utilisée et décrite au chapitre 2). Elle fournit une réponse linéaire dans la gamme d'amplitude employée. L'expérience du RT est effectuée en deux étapes:

- Etape 1 (enregistrement) : une brève impulsion rectangulaire d'une durée de 100ns est délivrée par un générateur de fonction et amplifiée par un ENI à 50dB avant d'être appliquée au transducteur source  $S$ . Les ondes acoustiques transmises à travers les milieux granulaires sont détectées par un autre transducteur  $D$ , préamplifiées (Panametrics) à 70dB avant d'être enregistrées dans l'ordinateur (Fig. 3.4 a).
- Etape 2 (réémission) : le signal enregistré est réémis dans une chronologie inversée par le transducteur  $D$ . Le transducteur  $S$  est alors utilisé comme un détecteur et mesure le signal reconstruit à la position de la source initiale (Fig. 3.4 b).

Les transducteurs piézoélectriques  $S$  et  $D$  sont de nature longitudinale, centrés à 1 MHz. Les transducteurs de cisaillement (centrés à 1 MHz) peuvent être aussi utilisés pour renforcer les effets non linéaires irréversibles dans les milieux granulaires [14].

### RT par un réseau de détecteurs (MRT)

Afin d'étudier l'influence du nombre de transducteurs sur le RT dans les milieux granulaires, nous avons conçu et réalisé un réseau de détection (MRT) composé de 16 transducteurs (matrice 4 x 4) et installés sur un piston de diamètre 150 mm (Fig. 3.5a). La distance entre deux transducteurs est suffisamment grande pour que les signaux détectés soient décorrélés. Une barrette de 7 transducteurs a aussi été construite. Le transducteur central est utilisé comme source (Fig. 3.5b); les autres peuvent être utilisés comme récepteurs pour étudier la refocalisation spatiale.

La chaîne ultrasonore utilisée dans les chapitres 1 et 2 est limitée à une seule voie émission-réception. Pour piloter le MRT, nous utilisons un système émission - réception 16 voies de Lecoeur Electronique. Par rapport à la chaîne ultrasonore précédente (une voie), ce système introduit un couplage électromagnétique important entre émission et réception. On parvient à s'en affranchir partiellement en retranchant aux signaux mesurés le couplage qui leur correspond.

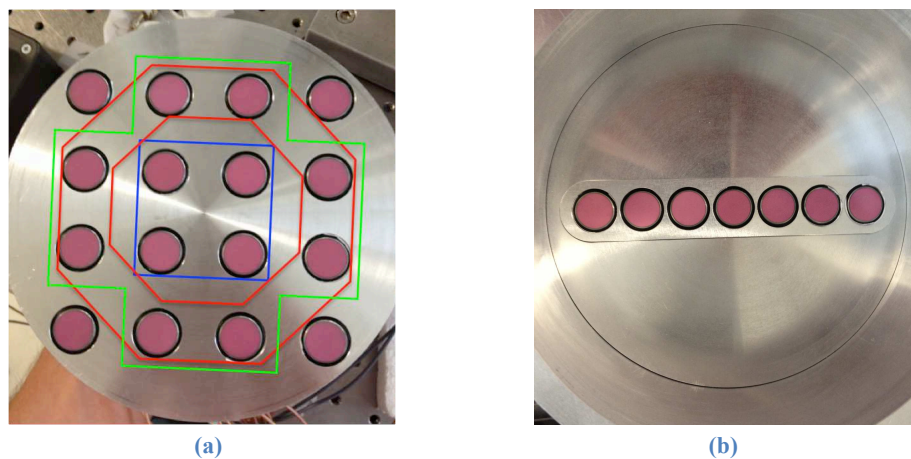


Figure 3.5 : (a) Une matrice 4 x 4 de transducteurs joue le rôle de MRT. Les contours de couleur définissent les différentes géométries du réseau qui sont utilisées : i) carré (bleu) avec 4 transducteurs, ii) octogonal (rouge) avec 8 transducteurs, iii) en croix (vert) avec 12 transducteurs (sans les 4 transducteurs au coin). (b) Une barrette réceptrice de 7 transducteurs. Le transducteur central est utilisé comme source.

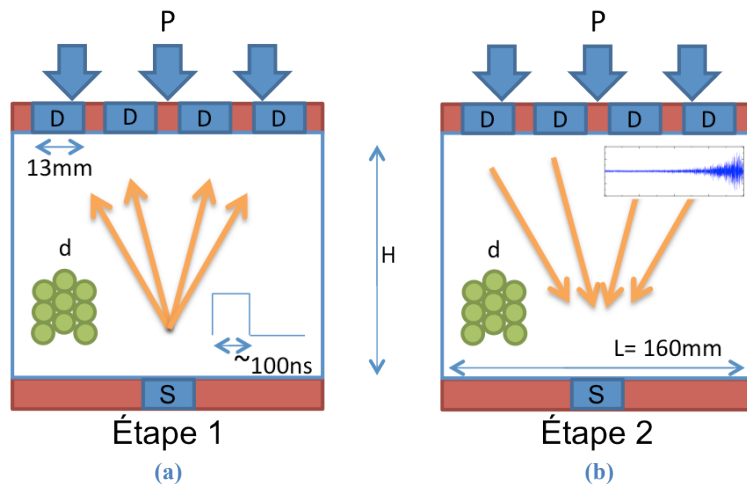


Figure 3.6 : Schéma du montage pour le RT à plusieurs voies

### 3.3 Retournement temporel acoustique dans les granulaires : régime linéaire

Avant d'effectuer le RT dans un milieu granulaire en régime linéaire, nous vérifions tout d'abord la propriété de réciprocity spatiale. Pour ce faire, nous comparons les signaux obtenus en échangeant les rôles de l'émetteur et du récepteur (Fig. 3.4 a). La figure 3.7 montre que les deux signaux 'S to D' et 'D to S' sont identiques, ainsi confirmant le principe de réciprocity.

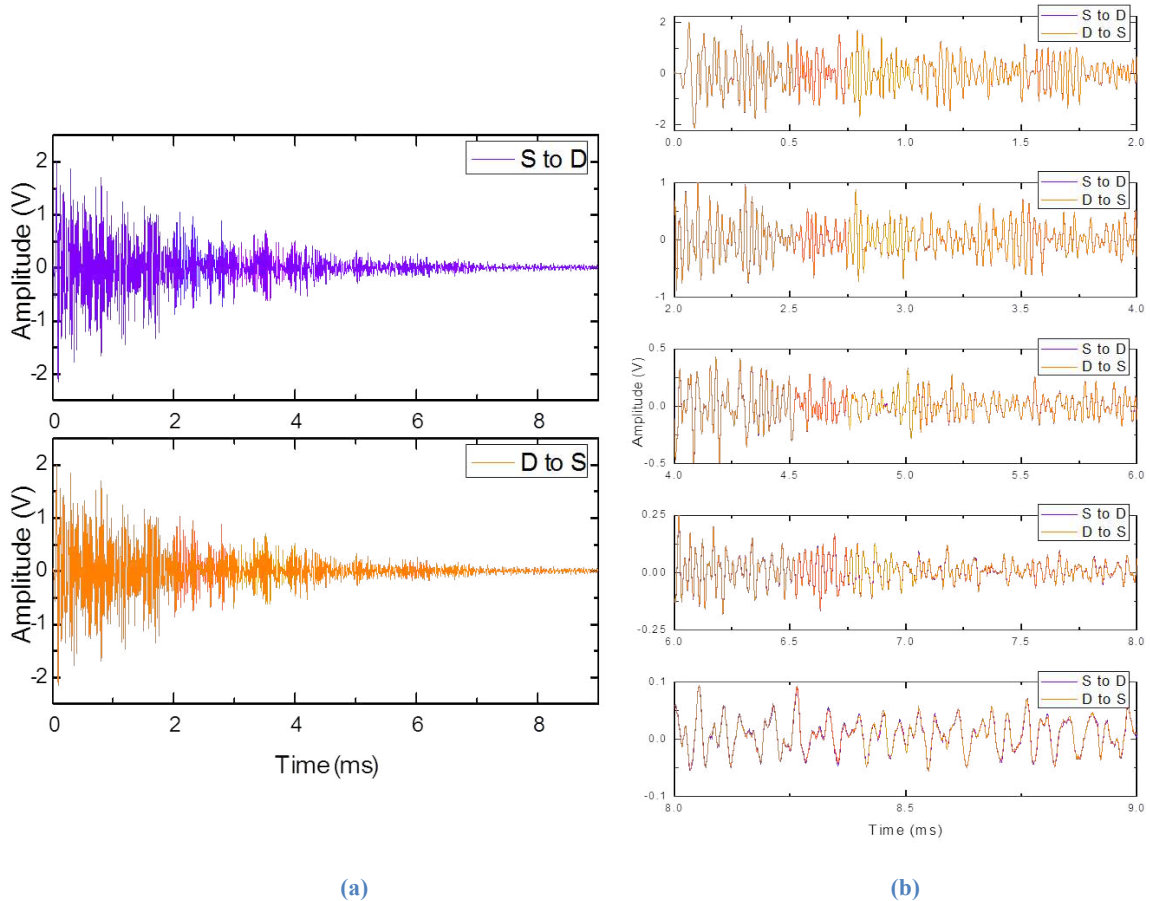


Figure 3.7 : (a) signal temporel de S à D (en violet) et de D à S (en orange). (b) Superposition de ces deux signaux montre que les deux signaux sont identiques partout.

#### 3.3.1 Recompression temporelle via un détecteur

En suivant les étapes illustrées sur la figure 3.4, une opération de retournement temporel monovoie réalisée à travers les empilements de billes de taille différente ( $d = 1.5 - 10$  mm) conduit à la compression temporelle présentée sur la Fig. 3.8 – 3.11. Nous vérifions bien que l'amplitude de l'onde recompressée détectée par le transducteur source est maximale à l'instant  $t \approx 0$ . Ces résultats montrent qu'un seul transducteur est suffisant à réaliser le RT. Cependant, nous constatons que la fréquence de ce maximum devient plus basse quand la taille de bille augmente sauf que dans le cas d'échantillon composé des billes de  $d = 1.5$  mm (nous cherchons à comprendre dans §3.3.1.4).



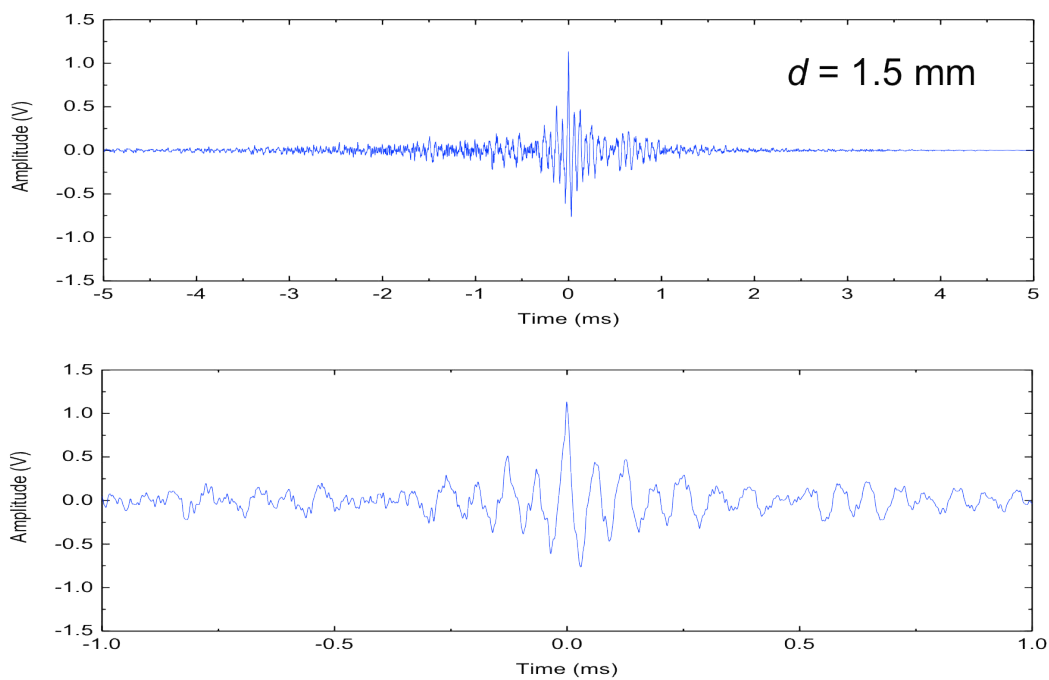


Figure 3.8 : Signal recompressé (en haut) plus un zoom (en bas) dans un empilement des billes de verre de 1.5 mm de diamètre. L'amplitude est maximale à l'instant  $t = 0$ .

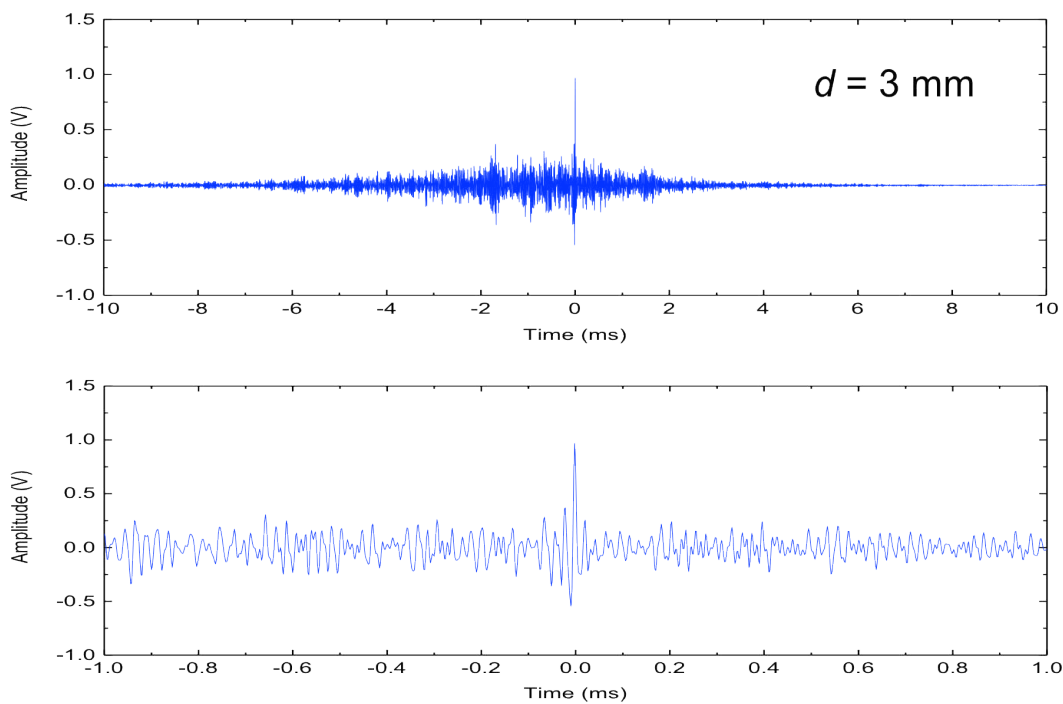


Figure 3.9 : Signal recompressé (en haut) plus un zoom (en bas) dans un empilement des billes de verre de 3 mm de diamètre. L'amplitude est maximale à l'instant  $t = 0$ .

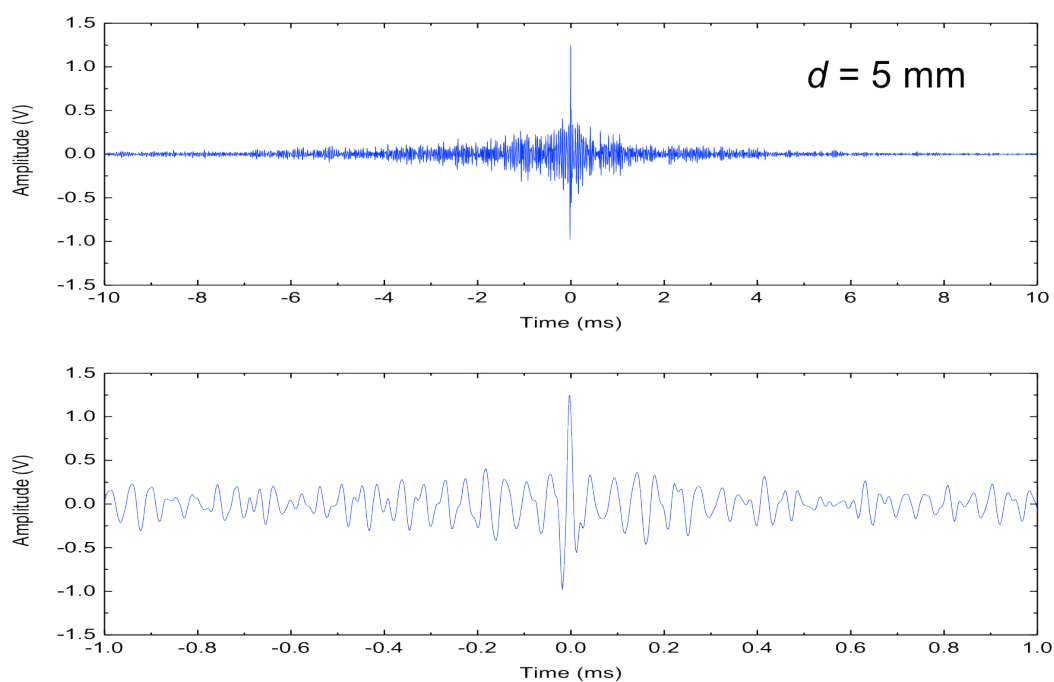


Figure 3.10 : Signal recompressé (en haut) plus un zoom (en bas) dans un empilement des billes de verre de 5 mm de diamètre. L'amplitude est maximale à l'instant  $t = 0$ .

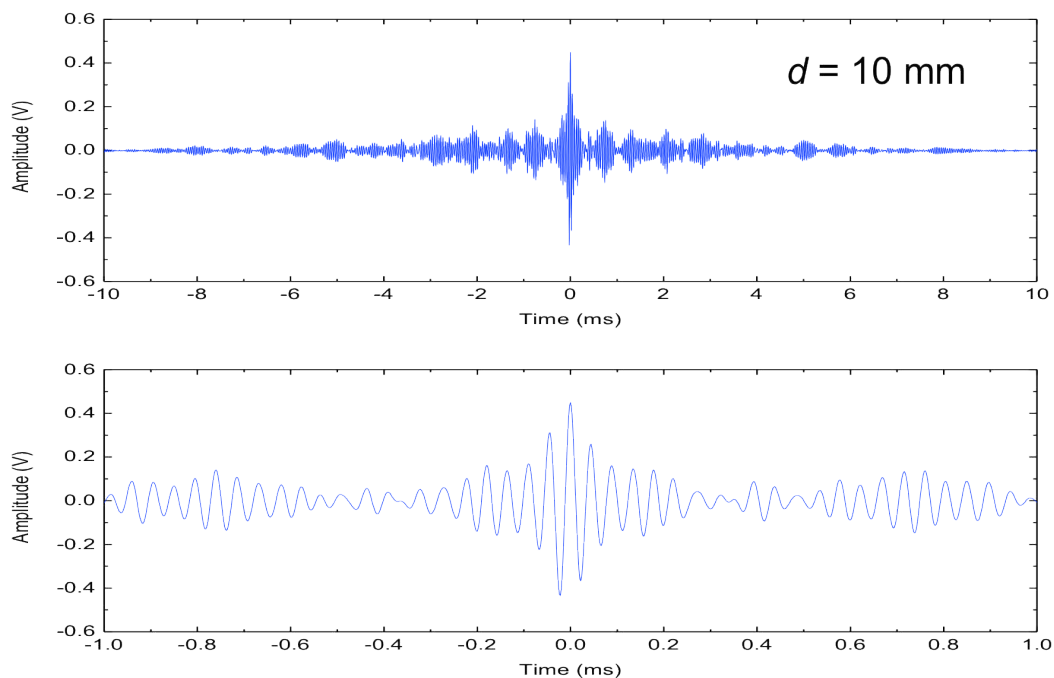


Figure 3.11 : Signal recompressé (en haut) plus un zoom (en bas) dans un empilement des billes de verre de 10 mm de diamètre. L'amplitude est maximale à l'instant  $t = 0$ .

### 3.3.1.1 Diffusion multiple acoustique : effet de la taille de grains

Nous examinons à présent les ondes multiples diffusées à travers quatre empilements de billes de taille différente ( $d = 1.5 - 10 \text{ mm}$ ) à l'aide deux détecteurs (Fig. 3.12).

Les figures 3.13 - 3.16 présentent des signaux temporels transmis détectés par les deux transducteurs, ainsi que leurs spectres respectifs. Les signaux transmis s'étendent sur  $> 10 \text{ ms}$  (à rapprocher de la durée de l'impulsion incidente  $\sim 1 \mu\text{s}$ ), ce qui est signe de la diffusion multiple des ondes à travers ces milieux granulaires, explorant d'une manière étendue des réseaux de contacts.

Nous observons qu'il existe une fréquence de coupure  $f_c$  sur les spectres des signaux transmis. En effet, si la longueur d'onde dans le milieu granulaire est inférieure à la taille d'une bille,  $\lambda < d$ , l'onde se transmet difficilement d'un grain à l'autre à cause d'une petite taille de la zone de contact. Cette fréquence de coupure sera pour des billes de 5 mm de diamètre de l'ordre de  $f_c = V_p/d \sim 100 \text{ kHz}$  où  $V_p \sim 500 \text{ m/s}$  est la vitesse d'onde cohérente (Fig. 3.15). De plus, nous notons que la fréquence centrale du spectre diminue en augmentant la taille de bille. Ceci peut expliquer la fréquence du maximum du signal recompressé devient plus basse quand la taille de bille augmente (cf. Fig. 3.8 - 3.11).

Sur la figure 3.16a, nous remarquons que pour les billes avec  $d = 10 \text{ mm}$ , c'est-à-dire dont la taille est comparable à celle du transducteur (13 mm), le contact entre détecteurs et billes n'est plus assuré d'une manière reproductible. Les amplitudes des signaux peuvent être fortement différents entre deux mesures. Dans ce travail, nous nous concentrons sur les empilements de billes de 1.5 mm, 3 mm, et 5 mm pour garder une bonne reproductibilité des mesures.

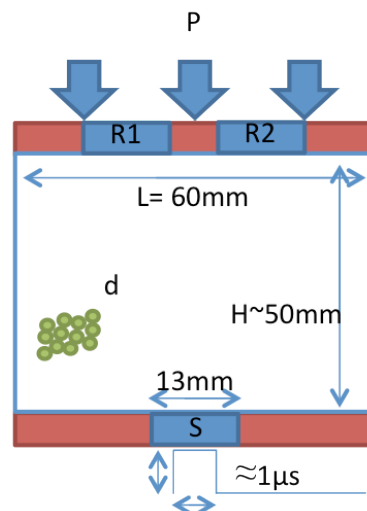
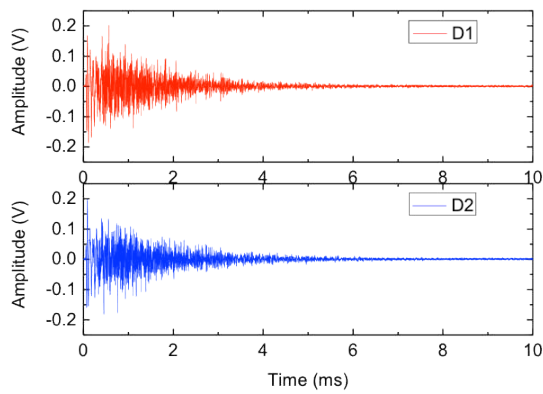
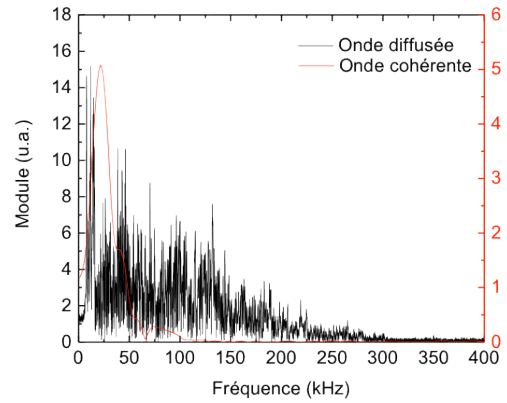


Figure 3.12 : Schéma du montage pour la diffusion multiple avec deux détecteurs. Une impulsion brève est envoyée par la source S se situe au fond de la cellule. Deux détecteurs nous permettent de comparer la reproductibilité du signal qui dépend des contacts entre les billes et le détecteur.

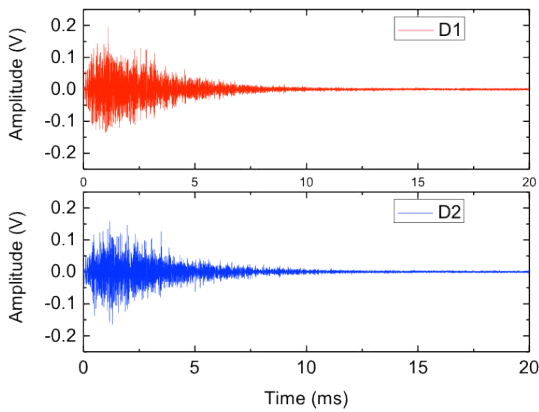


(a)

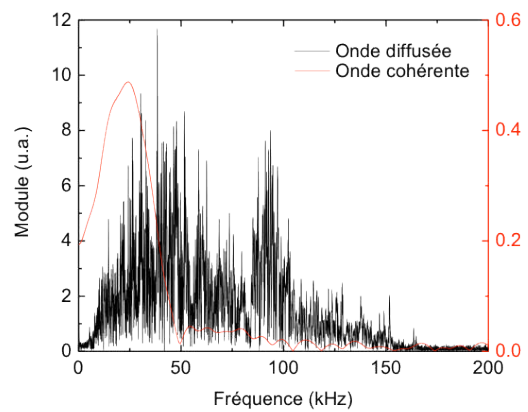


(b)

Figure 3.13 : (a) Diffusion multiple à travers des billes de verre  $d = 1.5$  mm, détectée par deux transducteurs D1 et D2 respectivement. (b) Spectres de l'onde cohérente (en rouge) et des ondes diffusées (en noire).

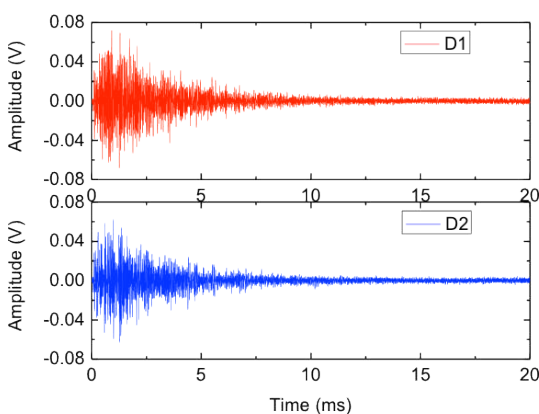


(a)

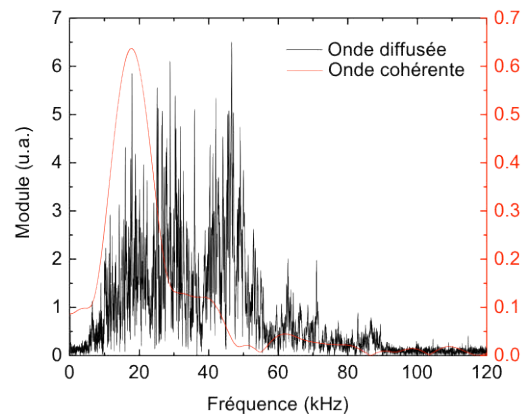


(b)

Figure 3.14 : (a) Diffusion multiple à travers des billes de verre  $d = 3$  mm, détectée par deux transducteurs D1 et D2 respectivement. (b) Spectres de l'onde cohérente (en rouge) et des ondes diffusées (en noire).



(a)



(b)

Figure 3.15 : (a) Diffusion multiple à travers des billes de verre  $d = 5$  mm, détectée par deux transducteurs D1 et D2 respectivement. (b) Spectres d'onde cohérente (en rouge) et des ondes diffusées (en noire).

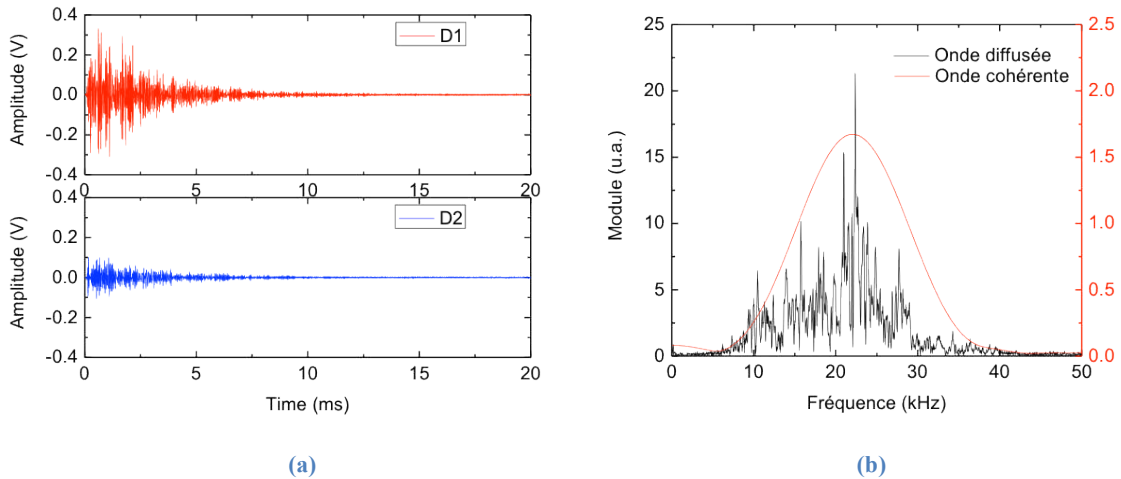


Figure 3.16 : (a) Diffusion multiple à travers des billes de verre  $d = 10$  mm, détectée par deux transducteurs D1 et D2 respectivement. (b) Spectres de l'onde cohérente (en rouge) et des ondes diffusées (en noire).

### 3.3.1.2 Comparaison expérience-simulation

L'équation 3.3 montre qu'en régime linéaire le retournement temporel réalise l'autocorrélation du signal mesuré dans la première étape. Nous allons comparer la fonction d'autocorrélation d'un signal transmis avec le signal détecté par le transducteur source via le RT. La figure 3.17 montre les signaux transmis à travers les empilements de billes  $d = 1.5$  mm et 5 mm, respectivement. Les fonctions d'autocorrélations calculées sont comparées avec les signaux recompressés via le RT pour les billes de 1.5 mm et 5 mm, respectivement (Fig. 3.18 et Fig. 3.19).

Nous constatons qu'il y a un très bon accord entre les deux résultats, en particulier avec les billes de 5 mm. La légère différence en amplitude peut provenir de l'échantillonnage, mais les phases entre les deux sont très similaires. Ceci montre que pour l'amplitude émise, le milieu ne subit pas de réarrangement dans les milieux granulaires. Nous étudierons ultérieurement la robustesse du RT en régime non linéaire dans la section 3.4.

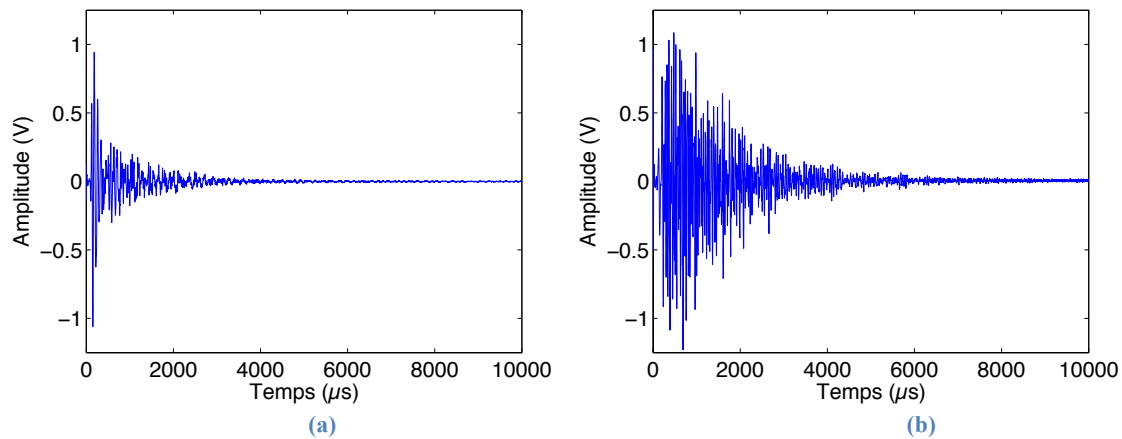


Figure 3.17 : Signaux transmis à travers les empilements de billes de verre de 1.5 mm (à gauche) et 5 mm (à droite).

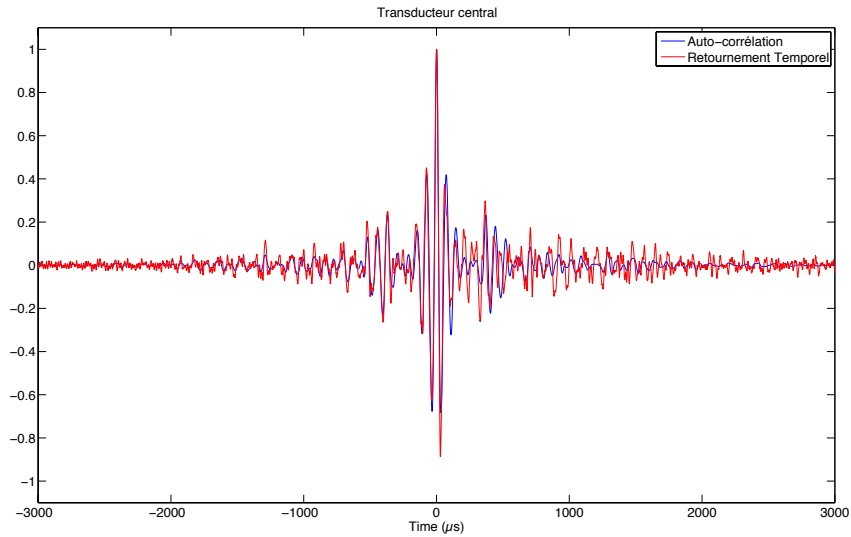


Figure 3.18 : Comparaison entre l'autocorrélation calculée à partir du signal transmis (en bleu) et le signal détecté par le transducteur source via le RT, dans l'empilement de billes de verre de diamètre  $d = 1.5$  mm.

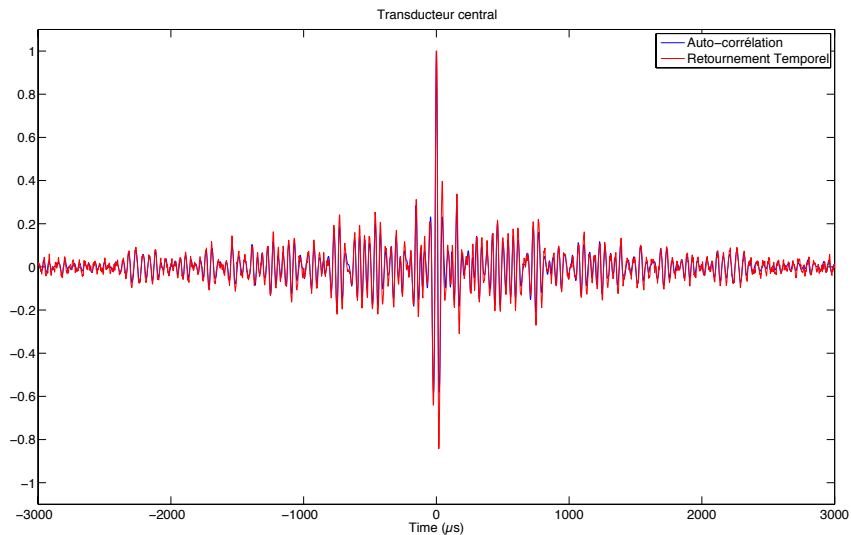


Figure 3.19 : Comparaison entre l'autocorrélation calculée à partir du signal transmis (en bleu) et le signal détecté par le transducteur source via le RT, dans l'empilement de billes de verre de diamètre  $d = 5$  mm.

### 3.3.1.3 Moyennage par différentes configurations

Nous cherchons ici à étudier la variation du rapport signal sur bruit du signal recompressé par moyennage sur différentes configurations de l'empilement. La figure 3.20 montre les 6 signaux recompressés pour 6 configurations différentes (C1 - C6). Les amplitudes maximales sont normalisées à 1 pour comparaison. Le signal SUM est la somme de ces 6 signaux recompressés, qui montre un meilleur rapport signal sur bruit.

Plus précisément, nous pouvons estimer le rapport signal sur bruit (SNR pour « signal-to-noise ratio ») du signal recompressé en fonction du nombre de configurations  $N$  comme :

$$SNR = \frac{A_{max}}{SD} \quad (3.6)$$

Ici  $A_{max}$  est l'amplitude maximale du signal recompressé et  $SD$  (« standard deviation ») est l'écart type défini par :

$$SD = \sqrt{\langle r^2(t) \rangle - \langle r(t) \rangle^2} \quad (3.7)$$

où  $r(t)$  est l'amplitude du signal à l'instant  $t$  et les crochets  $\langle \rangle$  désignent une moyenne sur les configurations.

En sommant des signaux obtenus par RT pour différentes configurations (indépendantes) [81], on s'attend à ce que l'amplitude du signal recompressé à l'instant  $t = 0$  augmente proportionnellement avec le nombre de configuration  $N$ , tandis que l'écart type des signaux se trouvent à  $|t| \gg 0$  varient avec  $\sqrt{N}$ . Donc, on s'attend à un SNR variant proportionnellement à  $\sqrt{N}$ .

Ici, nous calculons l'écart type  $SD$  sur une fenêtre de 3 ms centrée à  $t = 2$  ms. Le résultat obtenu dans un empilement de billes de verre de 5 mm et présenté sur la figure 3.21 montre une augmentation du rapport signal sur bruit avec le nombre de configuration,  $SNR \propto N^{1/2}$  en accord avec la prédiction précédente. Cet accord est également observé dans les empilements de billes de verre de 1.5 mm, 3 mm et 8 mm.

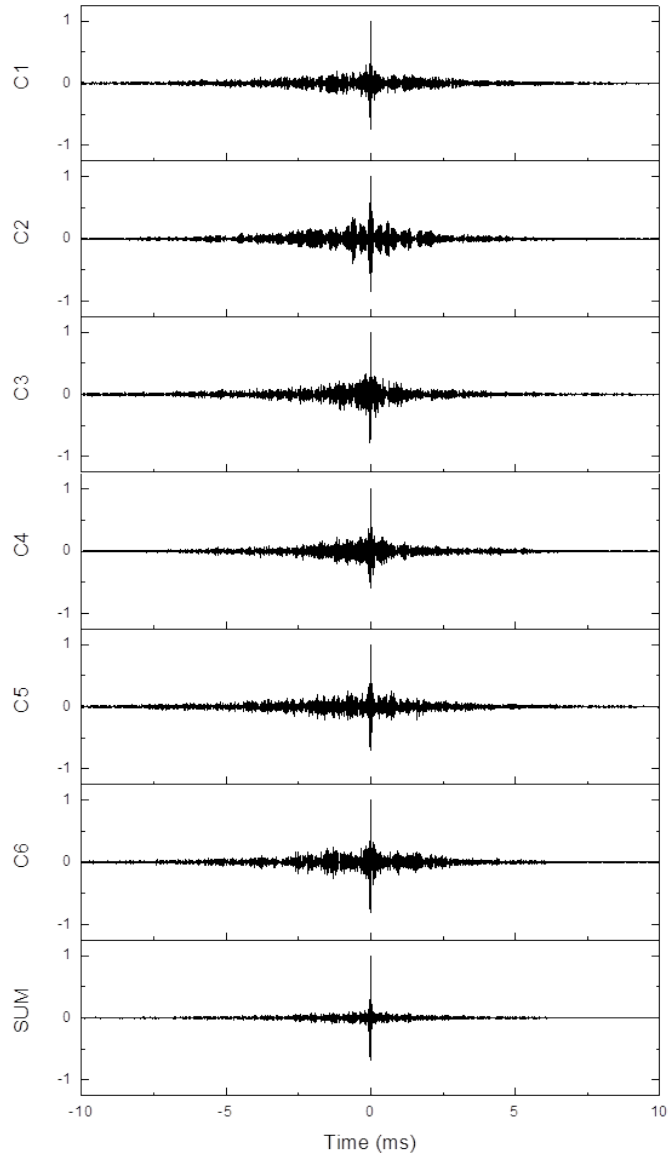


Figure 3.20 : Signaux recompressés pour 6 configurations différentes (C1-C6) et l'effet de moyennage (SUM). L'amplitude des signaux est normalisée à 1 pour comparer la qualité de recompression. Ici, la taille des billes est  $d = 5$  mm

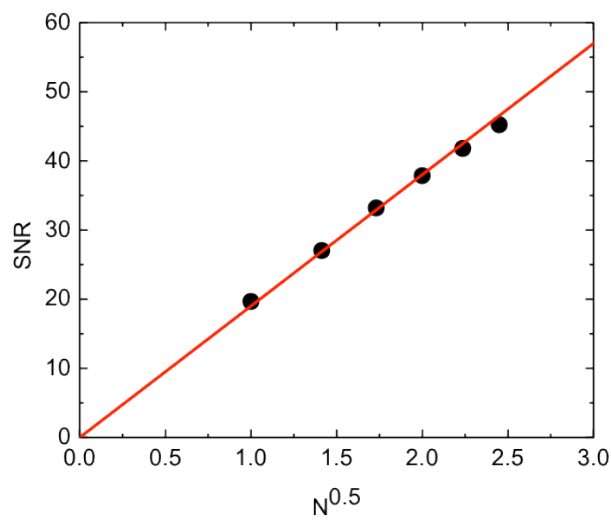


Figure 3.21 : SNR en fonction de nombre de configurations. La taille des billes est de  $d = 5$  mm. On trouve que le SNR est proportionnel à la racine de la configuration.



### 3.3.1.4 Contribution respectives des ondes cohérentes et des ondes diffusées

Nous cherchons à présent à déterminer la contribution respective des ondes cohérentes et des ondes diffusées dans la recompression temporelle dans le cas d'un échantillon de billes de 1.5 mm de diamètre. Pour cela, deux méthodes sont utilisées pour séparer les deux composantes avant le RT : l'une par le filtrage spectral et l'autre par le fenêtrage dans le domaine temporel.

#### Filtrage spectral

Nous pouvons séparer l'onde cohérente (ici, longitudinale) et les ondes diffusées en utilisant un filtre fréquentiel. Comme illustré sur la figure 3.13, le spectre de l'onde cohérente longitudinale est centré à 25 kHz avec une bande passante relative de 100%. Trois filtres passe-haut de fréquences de coupure respectives 30 kHz, 50 kHz et 70 kHz sont appliqués au signal transmis (Fig. 3.22). Les signaux recompressés via le RT à partir de ces quatre signaux sont présentés dans la figure 3.23.

Pour comparer les signaux recompressés à l'instant  $t = 0$ , la figure 3.24 présente un zoom qui illustre la contribution de différentes fréquences à la recompression du signal autour de l'instant  $t = 0$ . Il est clair que l'onde cohérente de basse fréquence ( $f < 30$  kHz) domine sur l'amplitude du signal recompressé dans cet empilement de billes de 1.5 mm.

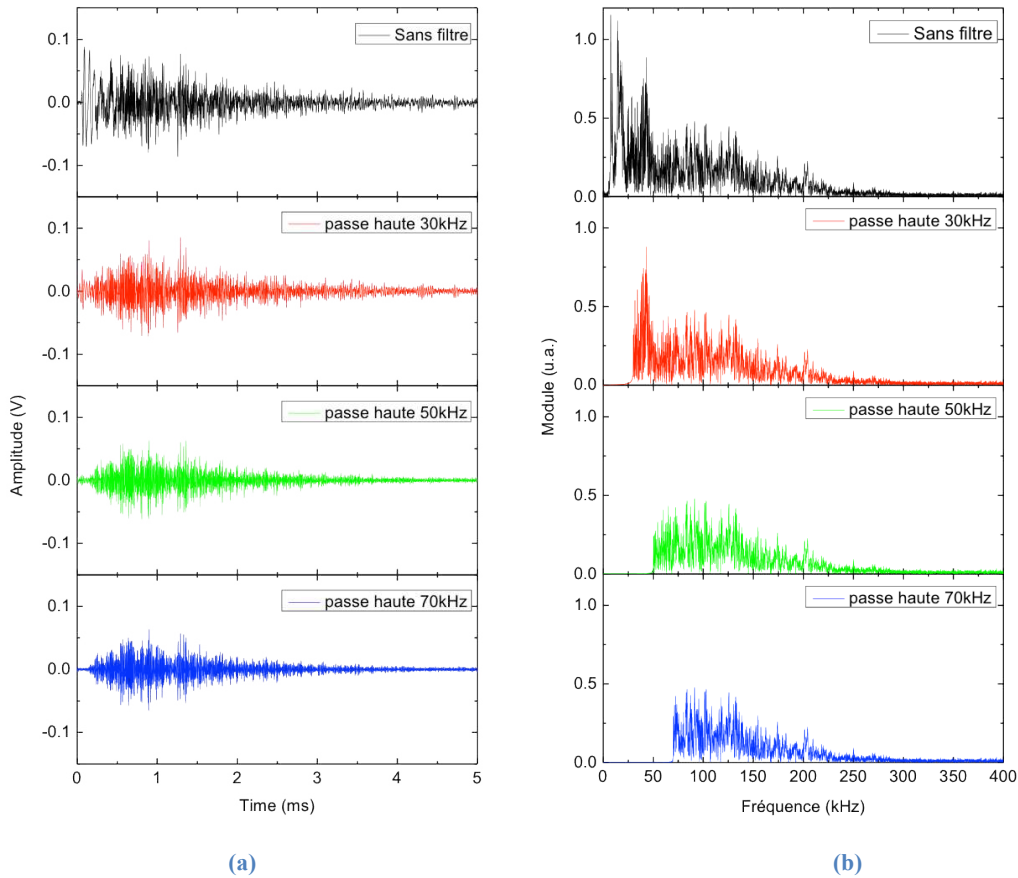


Figure 3.22 : (a) Signal temporel transmis (en noir) et ceux filtrés avec un passe haut de fréquence de coupure respectives 30 kHz (en rouge), 50 kHz (en vert) et 70 kHz (en bleu), respectivement. (b) Spectres correspondants au signal transmis et aux signaux filtrés.

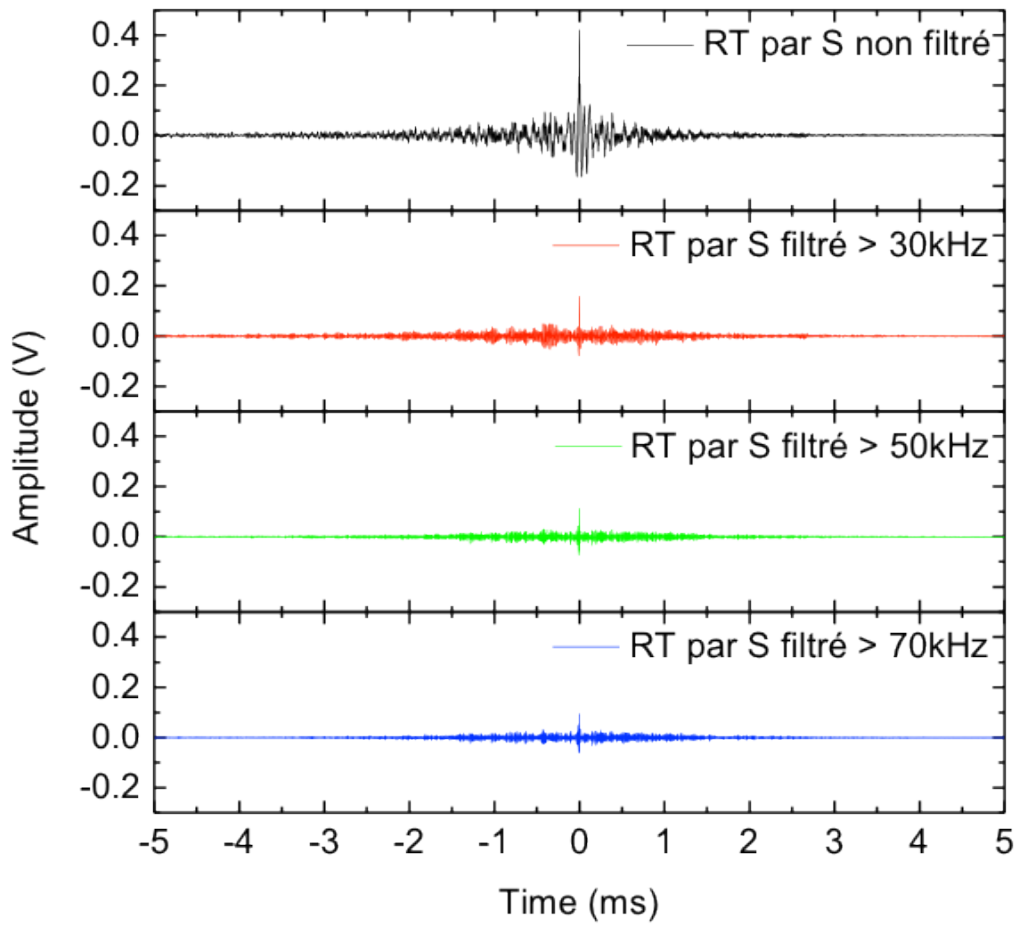


Figure 3.23 : Signaux recompressés par RT à partir du signal transmis (en noir) et des signaux filtrés « passe-haut » avec des fréquences de coupure respectives 30 kHz (en rouge), 50 kHz (en vert) et 70 kHz (en bleu).

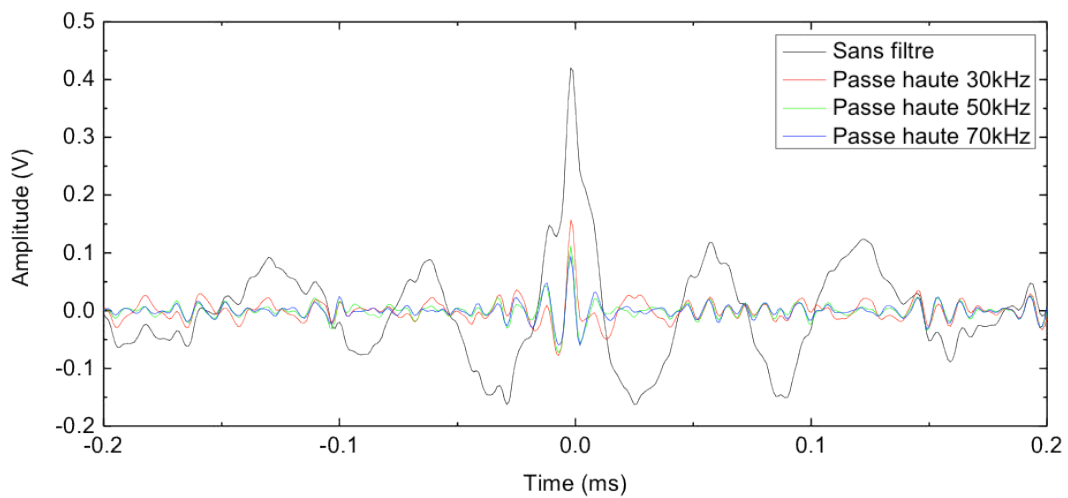


Figure 3.24 : Comparaison des signaux recompressés à partir du signal transmis et ceux filtrés avec un passe-haut.

## Fenêtrage temporel

Nous pouvons aussi séparer l'onde cohérente longitudinale des ondes diffusées en appliquant un fenêtrage dans le domaine temporel. La figure 3.25 montre un zoom du signal transmis ( $t < 1$  ms) dans un empilement des billes  $d = 1.5$  mm ainsi que deux signaux dans lesquels les ondes cohérentes sont enlevées par fenêtrage. Ces trois signaux sont ensuite utilisés pour la recompression temporelle par le RT (Fig. 3.26).

Nous observons une fois de plus que l'onde cohérente contribue d'une manière importante sur l'amplitude du signal recompressé autour de l'instant  $t = 0$ , même si sa durée n'est que  $\sim 0.1$  ms, soit bien inférieure à la durée totale du signal transmis  $\sim 10$  ms.

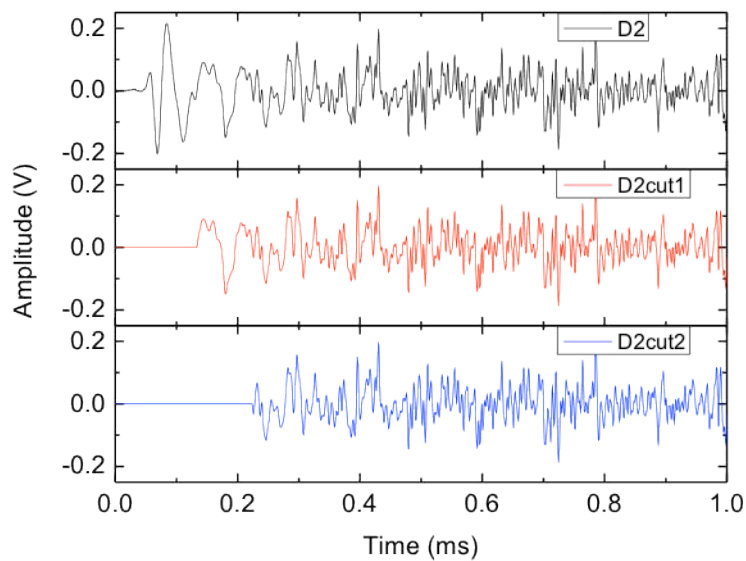


Figure 3.25 : Zoom sur la première ms des signaux. Signal complet (noir), deux signaux fenêtrés (rouge et bleu). La taille de bille est  $d = 1.5$  mm.

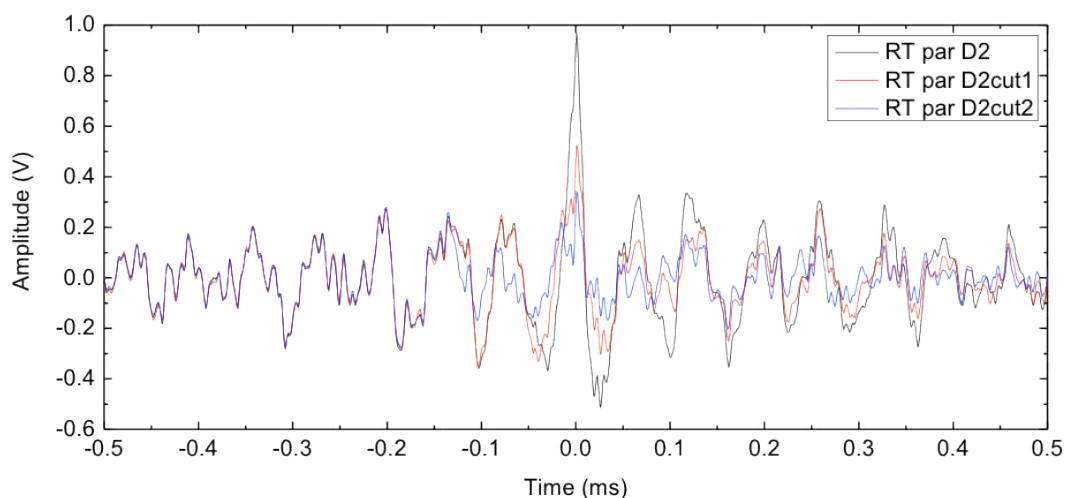


Figure 3.26 : Signaux recompressés par les 3 signaux présentés dans la figure 3.25.

### 3.3.1.5 Contribution de parcours différents

Une portion du signal diffusé de durée finie (sélectionnée par fenêtrage temporel) fournit un meilleur SNR du signal recompressé par RT si elle correspond à une plus longue distance de propagation (i.e à un ordre de diffusion plus élevé) [82]. Ceci est lié à une exploration plus complète de toutes configurations possibles du milieu.

Dans les milieux granulaires, nous sélectionnons des fenêtres (durée  $\Delta t = 1$  ms) dans le signal transmis (durée 10 ms) à travers l'empilement des billes de 1.5 mm (Fig. 3.27a). Quatre signaux fenêtrés sont ainsi obtenus et utilisés pour la recompression temporelle par RT. La figure 3.27b montre que l'amplitude du signal recompressé à l'instant  $t = 0$  diminue rapidement quand le signal fenêtré est décalé dans le temps. Le signal recompressé issu du signal fenêtré n°4 ne présente plus de maximum identifiable à l'instant  $t = 0$ .

L'asymétrie observée dans les signaux recompressés est liée à l'opération de fenêtrage. En effet, l'Eq. 3.3 montre que le retournement temporel du signal complet est équivalent à une autocorrélation du signal transmis. Si une seule partie du signal transmis est utilisée pour le RT, le résultat sera une inter-corrélation entre  $h(t)$  et une restriction  $h_f(t)$  de  $h(t)$  qui n'est plus symétrique.

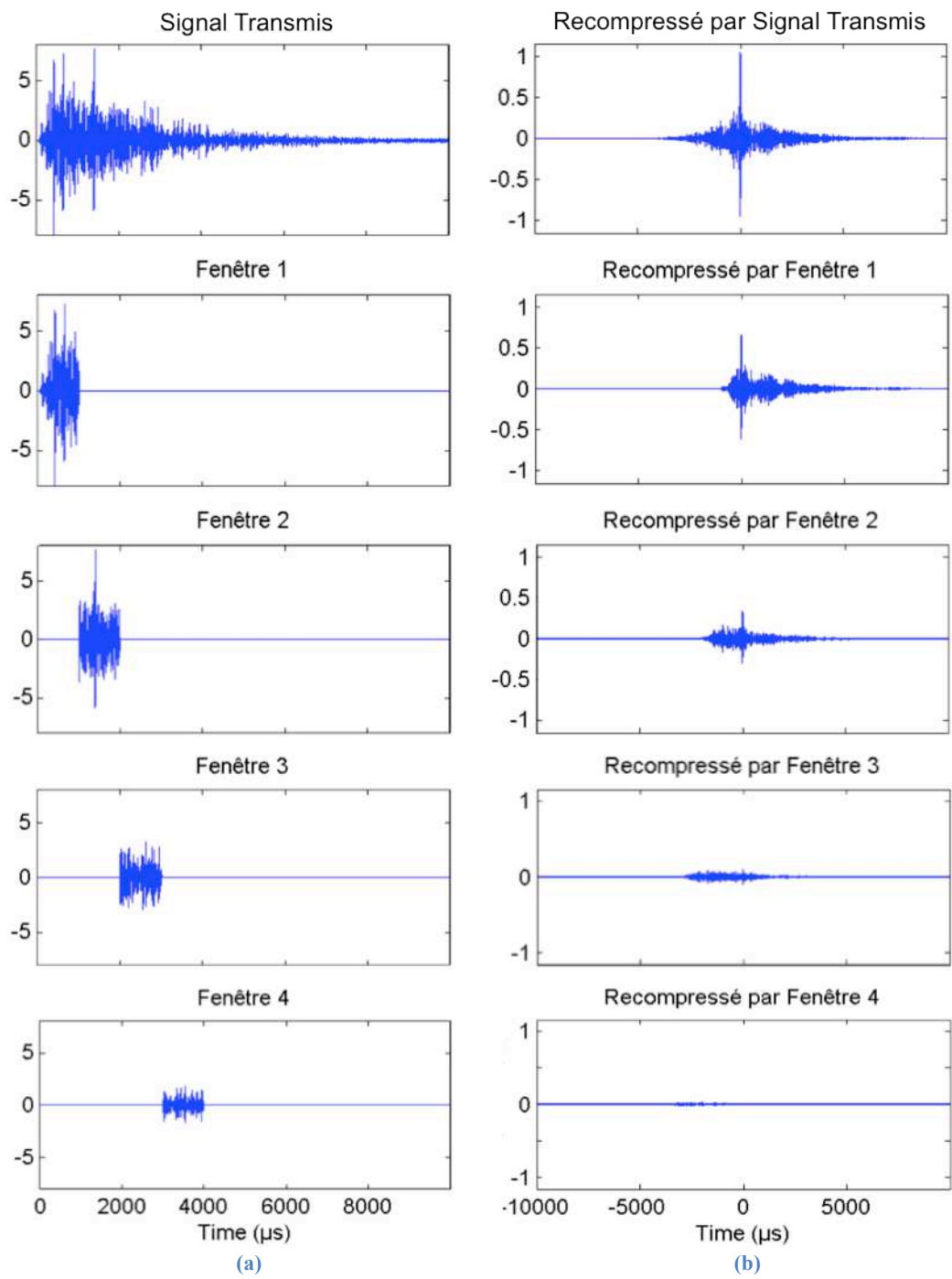


Figure 3.27 : (a) De haut à bas : Signal transmis, signal fenêtré de 0 ms à 1 ms, signal fenêtré de 1 ms à 2 ms, signal fenêtré de 2 ms à 3 ms et signal fenêtré de 3 ms à 4 ms. (b) Signaux recompressés via RT à partir des signaux (a).

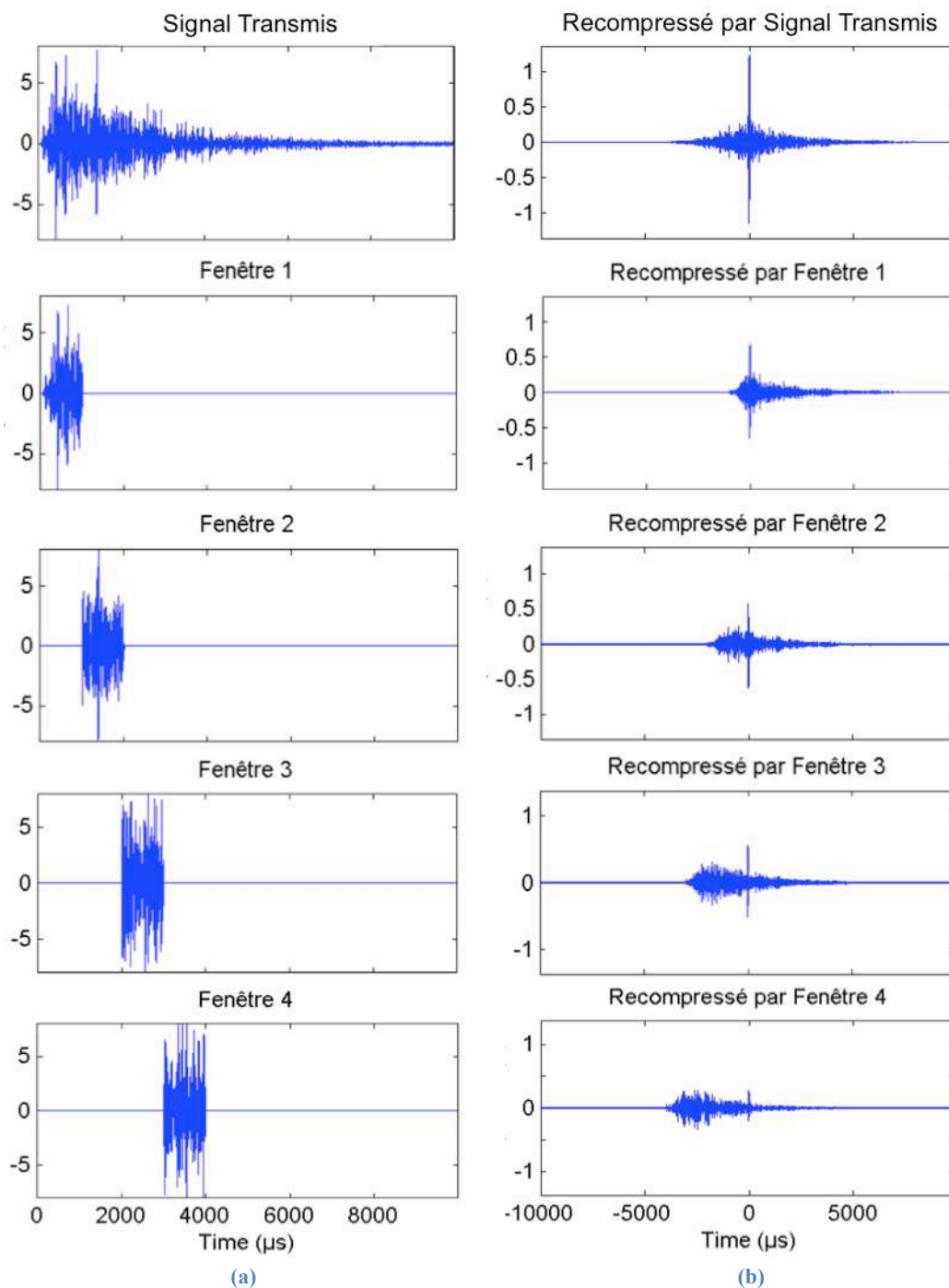


Figure 3.28 : (a) De haut à bas : Signal transmis, signal fenêtré de 0 ms à 1 ms, signal fenêtré de 1 ms à 2 ms, signal fenêtré de 2 ms à 3 ms et signal fenêtré de 3 ms à 4 ms. Chaque signal est normalisé (b) Signaux recompressés via RT à partir des signaux (a).

Pour mieux comprendre la faible amplitude du signal recompressé issue du signal fenêtré n°4, nous amplifions les signaux fenêtrés par un processus de normalisation (Fig. 3.28a), avant la réémission (étape 2 du RT). Les signaux ainsi recompressés, issues de différents signaux fenêtrés et normalisés, sont montrés dans la figure 3.28b. Nous constatons que à présent tous les signaux recompressés montrent un maximum à l'instant  $t = 0$ .

Cependant, le signal recompressé issue d'un signal fenêtré à temps d'arrivée court présente une amplitude plus importante (cf. Fig. 3.24).

Enfin, nous présentons sur la figure 3.29 le signal recompressé par RT du signal transmis et la somme des signaux recompressé à partir des signaux fenêtrés. Les résultats entre ces deux procédures sont presque identiques. Les niveaux du bruit semblent plus faibles si nous cherchons à recompresser le signal à partir du signal total transmis, mais la raison physique reste encore inconnue.

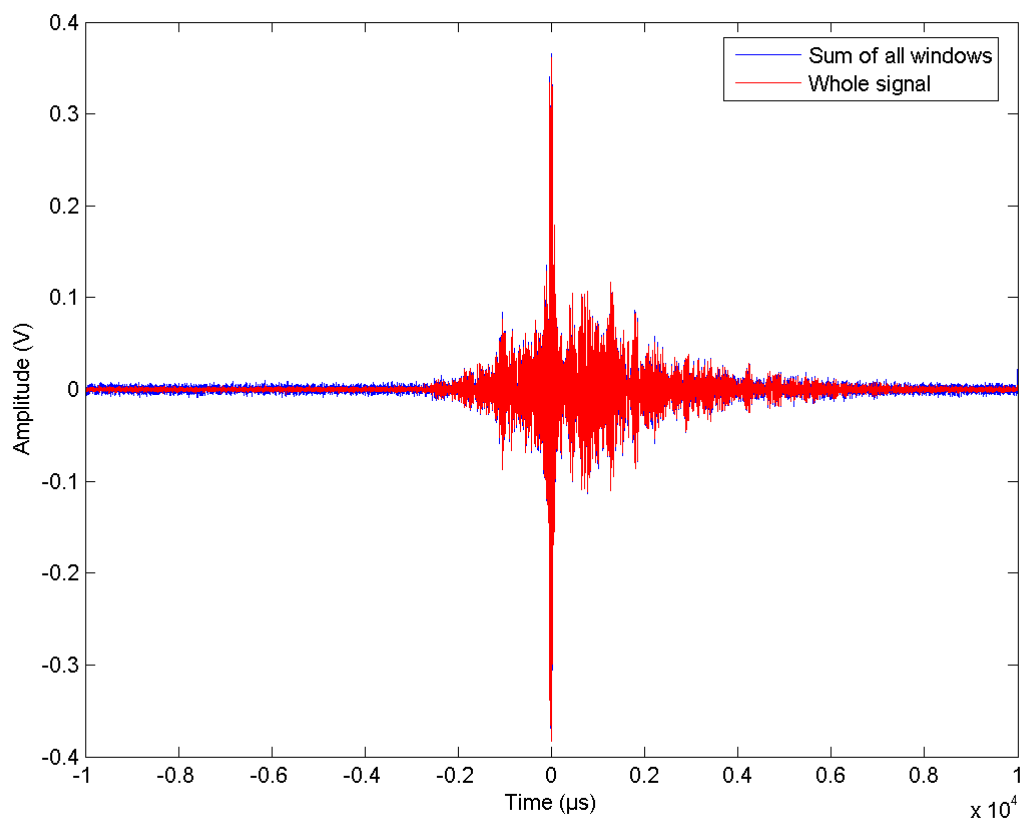


Figure 3.29 : Recompression par l'ensemble du signal et la somme des recompressions par les fenêtres

### 3.3.1.6 Influence de la bande passante $\Delta\omega$

Nous examinons ici la recompression temporelle de signaux émis avec des spectres différents : une impulsion rectangulaire de 200 ns (« large bande ») et un train d'ondes composé de 3 cycles sinusoïdales de 100 kHz (« bande étroite »). Les signaux transmis à travers un empilement de billes de 5 mm sont présentés sur les figures 3.30 et 3.31 après un filtrage passe haut (11 kHz).

La comparaison des deux spectres met en évidence une partie basse fréquence plus riche dans le cas d'une excitation par une impulsion rectangulaire. D'après [82], le nombre de « grains d'information », défini par  $N_T = \Delta\omega/\delta\omega$  où  $\Delta\omega$  est la bande passant et  $\delta\omega$  est longueur de corrélation spectrale, serait plus important dans le cas d'une excitation à large

bande. Les figures 3.32 et 3.33 illustrent les signaux recompressés via le RT à partir des signaux transmis, générés par une impulsion rectangulaire et 3 cycles de sinus, respectivement. Le rapport signal sur bruit (SNR) apparaît meilleur dans le cas d'une excitation à plus large bande, ce qui supporte l'argument évoqué ci-dessus.

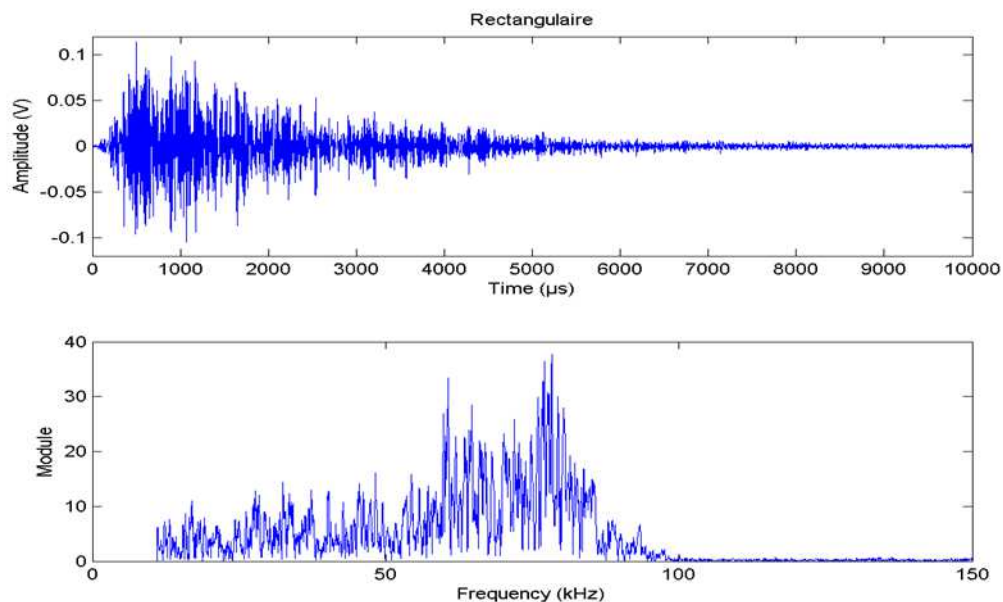


Figure 3.30 : Signal transmis après excitation du transducteur par une impulsion rectangulaire de 200 ns (en haute) et le spectre associé (en bas).

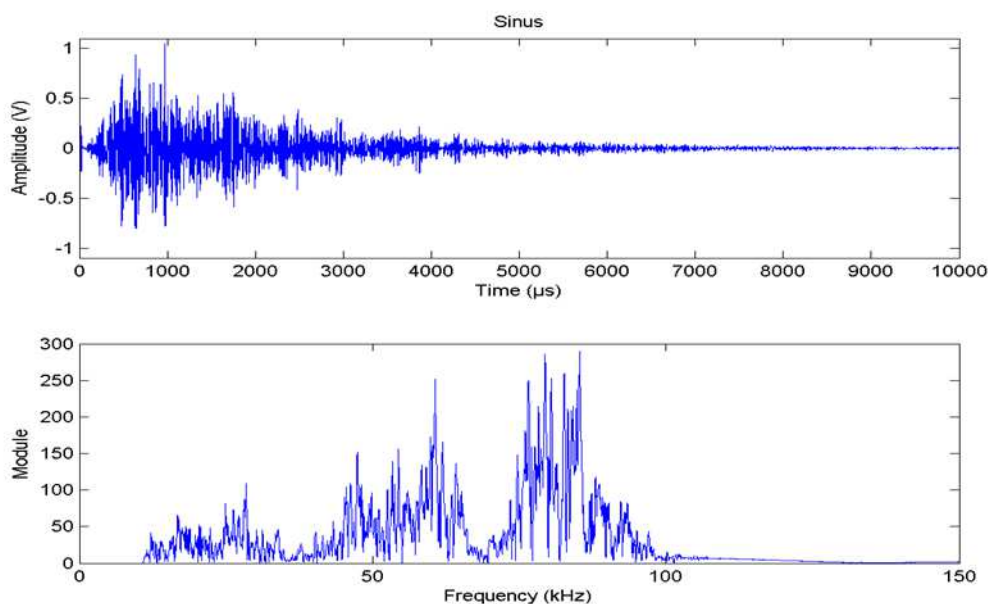


Figure 3.31 : Signal transmis après excitation du transducteur par un train d'onde composé de 3 cycles de sinus (en haute) et le spectre associé (en bas).



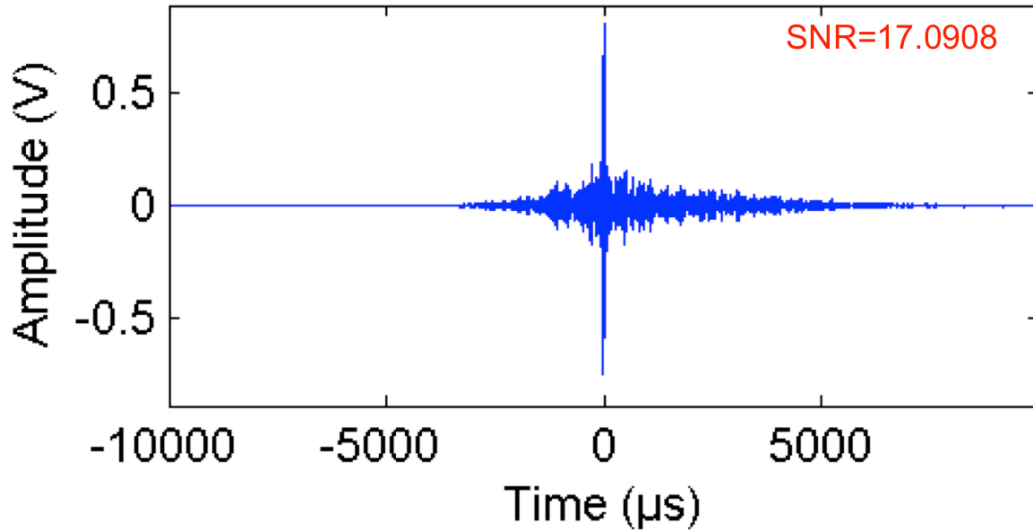


Figure 3.32 : Signal recompressé après RT du signal transmis de la Fig. 3.30.

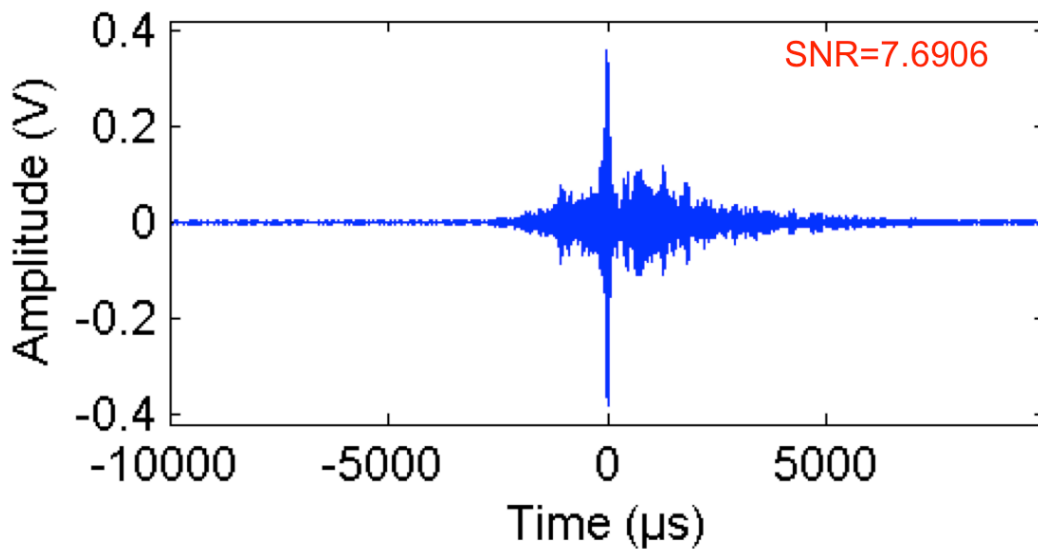


Figure 3.33 : Signal recompressé après RT du signal transmis de la Fig. 3.31.

### 3.3.2 Refocalisation spatiale via un réseau de détecteur (MRT)

#### 3.3.2.1 Recompression temporelle

Le miroir à retournement temporel que nous avons développé est composé d'un réseau de 16 transducteurs piézoélectriques (matrice de 4x4) (cf. Fig.3.5.a). Nous allons d'abord tester le retournement temporel avec les détecteurs situés dans les différentes zones du MRT indiqués dans la figure 3.5.a. Nous les comparons ensuite avec le RT effectué avec le MRT complet.

Les signaux recompressés via le RT avec les groupes de détecteurs sont présentés dans la figure 3.34. Les amplitudes de la recompression à l'instant  $t = 0$  sont plus faibles avec les détecteurs situés au coin du MRT que avec les détecteurs centraux. Ceci est probablement

dû à la distance versus la source et à la directivité des transducteurs (C'est surtout le signe d'une insuffisante homogénéisation et de chemins privilégiés). Il semble que la majeure partie du signal observé sur les queues de la distribution est contenue dans la contribution des transducteurs octogonaux.

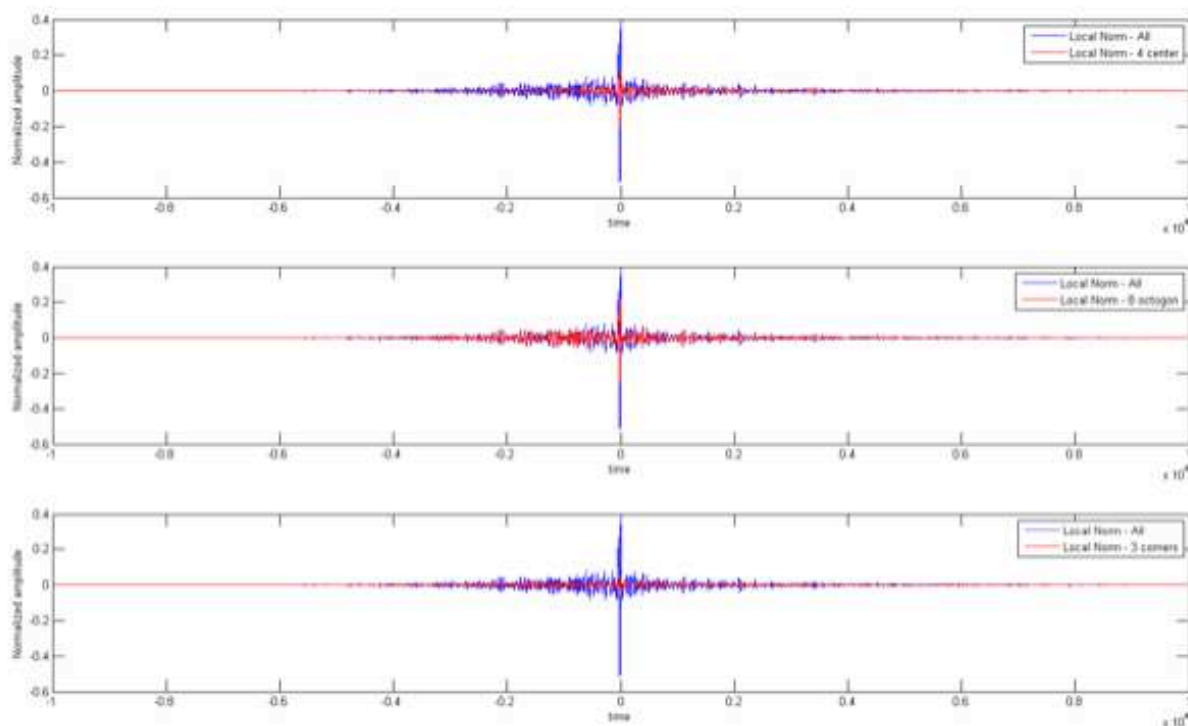


Figure 3.34 : Contributions des différentes géométries possibles. Le signal en bleu est le résultat en utilisant tous les transducteurs. Les signaux en rouge sont les résultats pour chaque géométrie.

### 3.3.2.2 Refocalisation spatiale

On étudie ici la refocalisation spatiale obtenue par retournement temporel dans les milieux granulaires. La façon traditionnelle d'étudier la refocalisation spatiale est de mesurer le diagramme de directivité, comme illustré dans la figure 3.3. La résolution spatiale de la mesure est déterminée par le pas de balayage spatial du hydrophone.

Dans les milieux granulaires, une détection par un balayage similaire est difficile dans les cellules actuelles. Pour accéder à une mesure spatiale, nous avons développé une barrette composée de 7 transducteurs (Fig. 3.5b), qui nous permet d'explorer qualitativement la distribution spatiale du signal recompressé par RT à l'instant  $t = 0$  [81]. Cependant, la résolution spatiale de notre barrette est très limitée par la taille du transducteur ; la distance entre deux transducteurs est de 20 mm.

Les figures 3.35 a - c présentent les signaux recompressés dans les empilements de billes de diamètre 1.5 mm, détectés respectivement par les trois transducteurs au centre de la barrette. Nous observons qu'une amplitude maximale est mesurée autour de l'instant  $t = 0$  par

les trois transducteurs et c'est bien sur le transducteur central (source initiale dans l'étape 1) que la valeur la plus importante est mesurée. Les quatre autres transducteurs situés plus loin du centre de la barrette ne donnent pas un maximum significatif pour les signaux recompressés.

Afin d'étudier les contributions des ondes cohérentes et celles des ondes diffusées, nous appliquons un filtre avant l'opération de RT comme dans §3.3.1.4. Les figures 3.35 d - f montrent les signaux recompressés avec les composantes de basse fréquence ( $< 25$  kHz) obtenues avec un filtre de passe-bas. Nous observons que les 3 transducteurs centraux détectent un maximum à l'instant  $t = 0$ . Ces signaux recompressés sont similaires à ceux obtenus à partir des signaux transmis dans leur totalité. Les figures 3.35 g - i montrent que les signaux recompressés avec les composantes haute fréquence ( $> 25$  kHz) sélectionnées avec un filtre passe-haut. Nous observons que dans ce cas de figure un maximum est visible uniquement sur le transducteur central.

La figure 3.36 présente les signaux recompressés dans l'empilement des billes de diamètre 5 mm. Dans ce système, quel que soient les composantes fréquentielles utilisées, seulement le transducteur central peut détecter un maximum du signal recompressé via le RT.

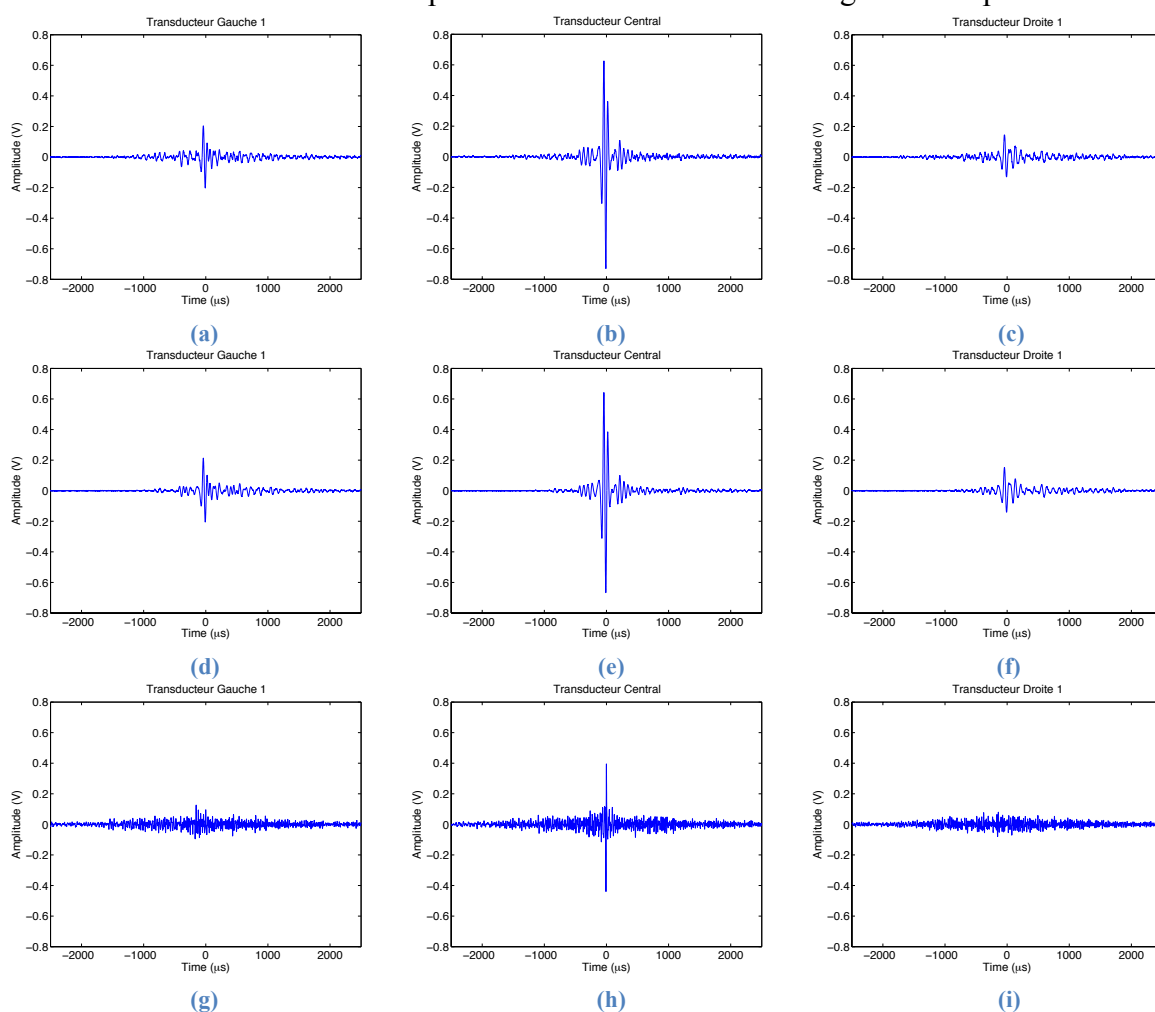


Figure 3.35 : Signaux recompressés par l'ensemble du signal transmis (a) transducteur gauche (b) transducteur central (c) transducteur droite. Signaux recompressés avec les composantes basse fréquence (d) transducteur gauche (e) transducteur central (f) transducteur droite. Signaux recompressés avec les composantes hautes fréquences (g) transducteur gauche (h) transducteur central (i) transducteur droite. La taille de bille  $d = 1.5$  mm.

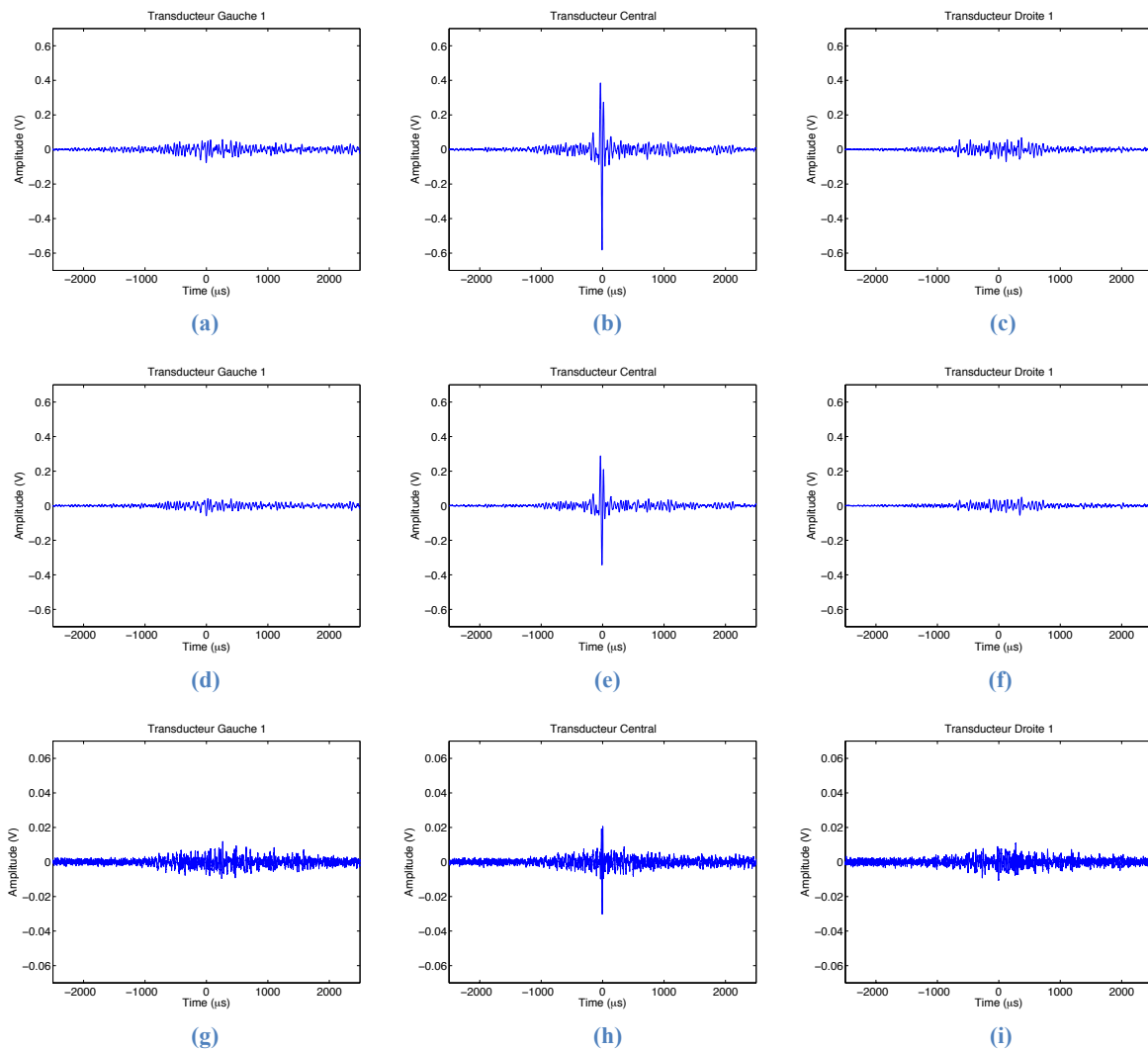


Figure 3.36 : Signaux recompressés par l'ensemble du signal transmis (a) transducteur gauche (b) transducteur central (c) transducteur droite. Signaux recompressés avec les composantes basse fréquence (d) transducteur gauche (e) transducteur central (f) transducteur droite. Signaux recompressés avec les composantes hautes fréquences (g) transducteur gauche (h) transducteur central (i) transducteur droite. La taille de bille  $d = 5$  mm.

Comme mentionné dans les travaux précédents [80–82] (cf. Fig. 3.3), le processus du RT à travers un milieu diffusant permet de mieux focaliser les ondes qu'à travers un milieu homogène, grâce aux ondes multiples diffusées.

Dans l'empilement de billes de diamètre 1.5 mm, l'onde cohérente longitudinale est dominante. La tache focale du signal recompressé à partir de ces ondes cohérentes (basse fréquence) est suffisamment large pour que les transducteurs latéraux puissent détecter un maximum à l'instant  $t = 0$ . En revanche, pour les composantes haute fréquence, ce sont les ondes diffusées qui dominent. Dans ce cas de figure, on s'attend à une meilleure focalisation avec une tache focale plus petite. C'est probablement la raison pour laquelle seul le transducteur central détecte un maximum à  $t = 0$ .

Pour l'empilement des billes de 5 mm de diamètre, ce sont encore les ondes diffusées qui dominent dans les signaux transmis. Il n'est donc pas surprenant que seul le transducteur central détecte un maximum dans le signal recompressé (petite tache focale).

Ces résultats suggèrent que pour obtenir une large tache focale, on doit utiliser l'onde cohérente, tandis que pour avoir une petite tache focale, on doit se référer aux ondes diffusées.

### 3.4 Retournement temporel acoustique en régime non linéaire

#### 3.4.1 RT à forte amplitude d'excitation d'étape 1

Nous testons à présent la robustesse du retournement temporel dans les milieux granulaires en augmentant l'amplitude d'excitation en étape 1 (enregistrement). Les signaux recompressés via le RT en étape 2 sont obtenus avec ces signaux transmis, non amplifiés.

La figure 3.37a montre les signaux transmis excités à amplitude croissante. Lorsque l'amplitude est au-delà d'un certain seuil, nous observons un changement de la forme du signal, indiquant des modifications du réseau de contact. La figure 3.37b présente les signaux recompressés par RT. Tous ces signaux recompressés sont normalisés pour faciliter la comparaison du rapport signal sur bruit. Pour l'amplitude d'excitation 25 mV, nous observons clairement un maximum du signal recompressé à  $t = 0$ . Ce dernier disparaît au fur et à mesure dans le bruit lorsque l'amplitude d'excitation augmente.

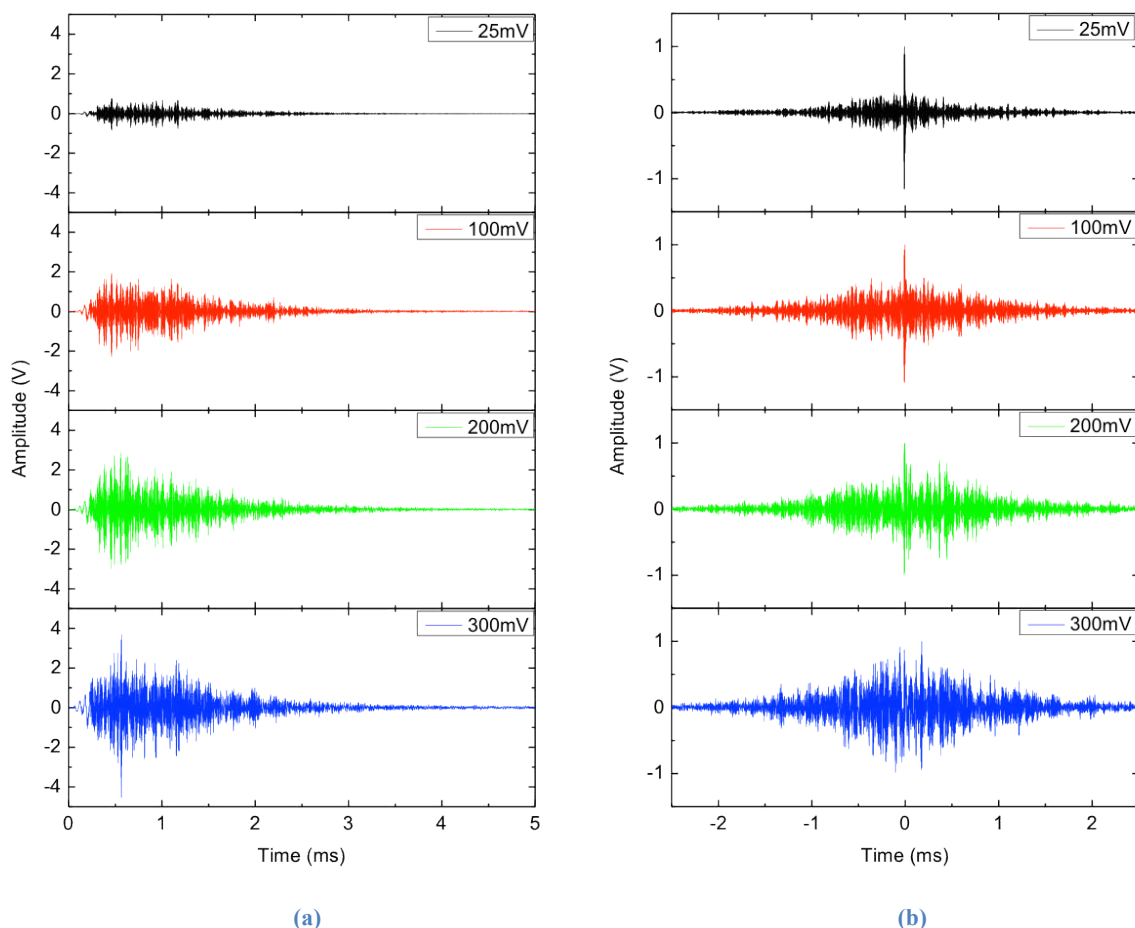


Figure 3.37 : (a) Signaux transmis à travers les empilements de billes de verre de 1.5 mm quand on envoie 3 cycles des ondes sinusoïdales. (b) Signaux recompressés via RT avec ces signaux transmis (leurs amplitudes sont normalisées à 1 respectivement pour comparer la qualité de recompression). Ici la taille de bille  $d = 1.5$  mm. L'amplitude marquée dans la figure est l'amplitude de générateur, elle est amplifiée à 50 dB avant que le signal soit envoyé au transducteur. Deux transducteurs de cisaillement sont utilisées comme l'émetteur et le récepteur, respectivement.

### 3.4.2 Interaction irréversible onde-matière

Afin de comprendre la disparait du maximum du signal quand nous augmentons l'amplitude d'excitation, nous rappelons l'interaction irréversible onde-matière dans les milieux granulaires (cf. Chap. 1). Dans un milieu linéaire et réversible, on s'attend à ce que l'amplitude du signal recompressé augmente linéairement avec l'amplitude d'excitation. En revanche, dans un milieu granulaire, comme mentionné dans le chapitre 1, les ondes acoustiques au delà d'une certaine amplitude peuvent modifier irréversiblement les réseaux de contacts [8,14].

Les figures 3.38 a et b montrent les signaux transmis à travers l'empilement de billes de diamètre  $d = 1.5$  mm en utilisant une paire des transducteurs de cisaillement (Fig. 3.4) ; ils sont excités par un train d'onde de 5 cycles de sinusoïde centré à  $f = 100$  kHz, à faible amplitude. Deux acquisitions du signal sont effectuées avant et après une sollicitation par les ondes acoustiques de faible amplitude  $A_1 = 25$  mV (Fig. 3.38a) et de forte amplitude  $A_2 = 100$  mV (Fig. 3.38b), respectivement. A faible amplitude de sollicitation, les signaux transmis sont reproductibles tandis qu'à forte amplitude de sollicitation, ils ne sont plus. La figure 3.39 montre la décorrélation des ondes multiples diffusées lorsque l'amplitude d'excitation augmente progressivement. L'utilisation de transducteurs de cisaillement permet de provoquer plus efficacement l'effet non linéaire irréversible [14].

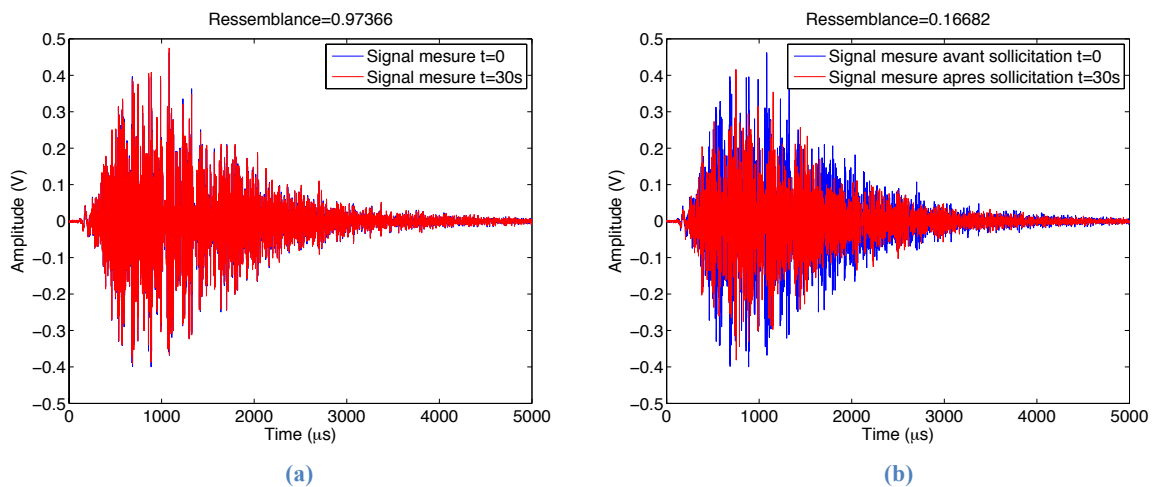


Figure 3.38 : (a) Deux signaux mesurés entre les deux acquisitions avant et après une sollicitation de faible amplitude (25 mV). Les deux signaux sont presque identiques. Le coefficient de ressemblance est 0.97. (b) Deux signaux mesurés avec une sollicitation de forte amplitude (100 mV) entre les deux acquisitions. Il y a des différences significatives entre ces deux signaux. Le coefficient de ressemblance est 0.16682.

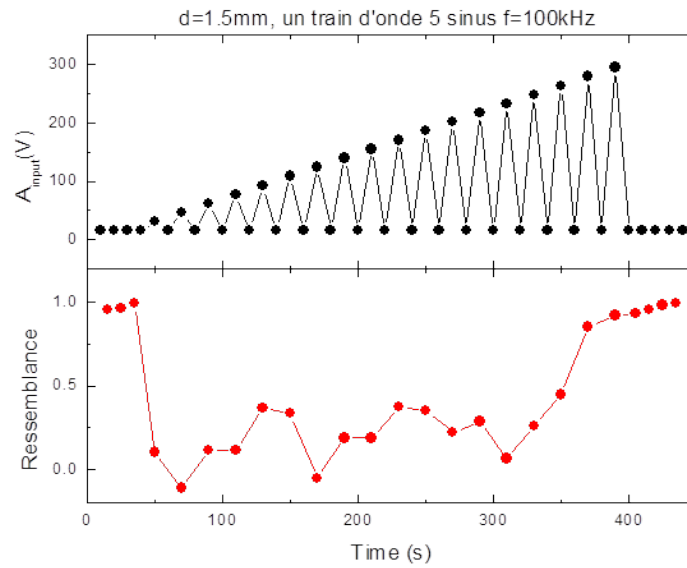


Figure 3.39 : Amplitude d'excitation en fonction du temps (en haut). Coefficient de ressemblance entre deux acquisitions successives en fonction du temps (en bas). La taille des billes est  $d = 1.5$  mm.

## Discussion

Revenons sur la figure 3.37, notant que les amplitudes de réémission en étape 2 sont suffisamment faibles pour ne pas provoquer les réarrangements des milieux, nous pensons que la brisure du RT est principalement liée à l'interaction irréversible onde-matière en étape 1 à cause de la forte amplitude d'excitation. En régime non linéaire irréversible, on s'attend à ce que les ondes retournées et réémises en étape 2 ne puissent plus revivre les parcours en étape 1 à cause des réarrangements des réseaux de contacts : le milieu au retour n'est plus le même qu'à l'aller ! Le retournement temporel acoustique dans les milieux granulaires est brisé.



### 3.5 Conclusion

Le travail réalisé dans ce chapitre a consisté à effectuer le retournement temporel dans les milieux granulaires en fonction de l'amplitude d'excitation. Les deux aspects principaux du retournement temporel sont la recompression temporelle et la refocalisation spatiale à l'aide d'un MRT. En régime linéaire, les résultats montrent que le retournement temporel est réalisable dans ce matériau. Le rapport signal sur bruit de la recompression temporelle peut être amélioré en augmentant le nombre d'éléments du MRT ou/et de configurations indépendantes. En régime non linéaire, l'interaction irréversible onde-matière peut provoquer les réarrangements des réseaux des contacts. Ce changement du milieu brise le processus du retournement temporel. Ceci peut avoir lieu lors de la propagation directe (étape 1) ou lors de la propagation de l'onde retournée temporellement (étape 2).

De plus, la coexistence de l'onde cohérente de basse fréquence et des ondes diffusées de haute fréquence nous fournit des possibilités pour manipuler le signal recompressé et la taille de la tache focale. Ainsi, le fait que les ondes cohérentes ne dépendent pas de la configuration spécifique du milieu nous permet de réaliser une recompression temporelle via le RT même si le milieu subit certaine modification irréversible.

Nous pensons qu'il serait intéressant de réaliser une refocalisation spatiale via un MRT sur un point précis dans un milieu granulaire en régime linéaire, puis d'augmenter l'amplitude des réémises. Ceci pourrait provoquer un réarrangement local dans une zone choisie, donnant ainsi une perturbation contrôlée. Cette étude pourrait avoir un intérêt dans la perspective d'applications à la géophysique.

## Conclusion générale

Ce travail de thèse est consacré à l'étude expérimentale de la propagation des ondes acoustiques dans les milieux granulaires secs confinés. Malgré de nombreuses études ces dernières décennies, les comportements mécaniques des milieux granulaires restent encore mal compris à cause de la distribution hétérogène des forces de contact. Les ondes ultrasonores élastiques fournissent une sonde unique et efficace pour explorer la structure de ces matériaux hétérogènes à différentes échelles (macro/méso/microscopique). Pour ce faire, nous utilisons deux types de régime de propagation: la propagation cohérente et la propagation diffusif.

Lorsque la longueur d'onde est très grande devant la taille des grains, les ondes dites cohérentes se propagent de manière balistique comme dans un milieu élastique effectif continu. Dans une approche de type « milieux effectifs », les modules élastiques ainsi que les vitesses de compression et de cisaillement peuvent être déterminés à partir des raideurs normales et tangentielles de contact entre grains et du nombre de coordinance. Nous avons mesuré la vitesse de groupe et la vitesse de phase de l'onde cohérente de compression en fonction de la contrainte appliquée dans des empilements de billes de verre ( $d = 300-400 \mu\text{m}$  et  $d = 600-800 \mu\text{m}$ ) et des sables concassés ( $d = 600-800 \mu\text{m}$ ). La dispersion de vitesse n'est pas observée dans ces milieux pour la gamme de fréquence étudiée (20-200 kHz). Pour les empilements granulaires préchargés, les vitesses de compression mesurées montrent une loi de puissance  $V \propto P^{1/6}$  dans la gamme de contrainte appliquée ; ces résultats sont quantitativement en accord avec la prédiction des milieux effectifs. Une différence significative ( $\sim 30\%$ ) est néanmoins observée entre la vitesse d'onde dans un empilement de billes de verre et celle dans un empilement de grains irréguliers (sable concassé). Ce résultat intéressant suggère qu'un plus faible nombre de contact (de coordinance) est nécessaire pour maintenir la stabilité du milieu sous contrainte dans le cas de grains irréguliers que dans celui des billes sphériques, grâce à l'effet de l'inter-blocage.

En régime assez fortement non linéaire, la propagation des ondes acoustiques dans les milieux granulaires contraints peut conduire à une interaction irréversible onde-matière et au *softening* des vitesses d'ondes. Dans un milieu faiblement contraint, par exemple sous gravité, nous avons observé à la fois le *softening* et le *hardening* de la vitesse de l'onde. Ces phénomènes peuvent s'expliquer qualitativement, dans le cadre de la théorie de milieux effectifs, par la variation du nombre de coordinance  $Z$  (à une compacité  $\phi$  presque constante) soit via une fluidisation acoustique ( $\Delta Z < 0$ ) soit via un flambage acoustique ( $\Delta Z > 0$ ). Par contre, les modèles des milieux effectifs ne peuvent pas rendre compte quantitativement des résultats expérimentaux, vraisemblablement à cause de la brisure de l'approximation affine pour le réarrangement des réseaux de contacts.

Pour des longueurs d'onde comparables à la taille des grains, les ondes subissent de multiples diffusions par la distribution hétérogène des forces de contact au sein du matériau granulaire. Nous avons montré que la diffusion multiple de ces ondes peut être décrite par un

modèle de diffusion via un coefficient de diffusion  $D (= V_e l^*/3)$  et un temps inélastique d'absorption  $\tau_a (= Q/2\pi f_0)$ . En tenant compte de la forte réflexion interne  $R (\sim 0.9)$ , nous avons déterminé  $D$  ainsi que le facteur de qualité  $Q$  en fonction de la contrainte extérieure appliqué  $P$  et de la fréquence d'excitation  $f_0$ . Par ailleurs, nous avons aussi examiné l'évolution du libre parcours moyen de transport  $l^* (= 3D/V_e)$  en fonction de la longueur d'onde  $\lambda$ . Deux régimes ont été observés : i) à basse fréquence, lorsque  $\lambda > d$ , on trouve  $l^* \sim (\lambda/d)^4$ , correspondant au processus diffusif de Rayleigh ; ii) à haute fréquence, lorsque  $\lambda \sim d$ ,  $l^* \sim (\lambda/d)$ .

Certaines de nos expériences reproduisent certains comportements, observés par simulation numérique, précédant la localisation d'Anderson dans certains systèmes élastiques désordonnés. Un des résultats les plus étonnants est la décroissance non exponentielle du profil d'intensité observée à haute fréquence d'excitation  $f_0$ . Afin de comprendre ce comportement anomal, deux études paramétriques distinctes ont été effectuées pour simuler les profils temporels de l'intensité : l'un est basé sur la renormalisation de  $D(t)$  en fonction du temps de transport, l'autre sur la variation de  $D(\omega)$  en fonction de la fréquence de l'onde incidente à large bande suggérée par une simulation avec les grains *non frottant*. Cependant, les résultats numériques montrent qu'aucun modèle ne permet de décrire quantitativement cette décroissance non exponentielle observée, à cause de l'importance des pertes par absorption inélastique *frictionnelle* ou/et par transmission à travers la parois de la cellule.

Enfin, nous avons réalisé la première expérience du retournement temporel dans un milieu granulaire. En régime linéaire, les deux aspects principaux du retournement temporel, à savoir la recompression temporelle et la refocalisation spatiale, ont été vérifiés à l'aide d'un MRT (Miroir à Retournement Temporel) mis au point au laboratoire. Le rapport signal sur bruit de la recompression temporelle peut être amélioré en augmentant le nombre d'éléments du MRT ou/et de configurations indépendantes. De plus, nous montrons que dans un tel milieu fortement diffusant, un seul détecteur est suffisant pour effectuer la recompression temporelle. En régime non linéaire, l'interaction onde-matière devient irréversible, provoquant le réarrangement des réseaux des contacts. Ce changement du milieu brise le processus de retournement temporel, qui peut intervenir soit lors de la transmission directe des ondes (étape 1) soit lors de la réémission des ondes (étape 2). Cependant, nous observons que les ondes cohérentes de basse fréquence et les ondes diffusées de haute fréquence affectent respectivement la recompression temporelle du signal et la tache focale de la refocalisation. Comme les ondes cohérentes sont peu sensibles au changement de configuration par le réarrangement induit par l'interaction irréversible onde-matière, elles permettent de réaliser une recompression temporelle via le RT même si le milieu subit certaines modifications irréversibles.

## Perspectives

Il serait intéressant d'identifier l'origine de la décroissance non exponentielle du profil d'intensité à temps long, observée à haute fréquence d'excitation, ce qui nous permettrait de mieux comprendre la présence ou non d'un phénomène de localisation dans un milieu granulaire. De plus, nous pensons qu'il serait intéressant d'étudier la diffusion

multiple des ondes acoustiques dans d'autres systèmes granulaires tels que le sable et des empilements de billes de tailles très différentes. Dans le premier cas, on s'attend d'une dissipation interne différente à cause de l'irrégularité des grains. Dans le second, on pourrait observer un transport non classique tels que la sub-diffusion ou/et la sup-diffusion.

Quant au retournement temporel, nous pensons qu'il serait intéressant d'utiliser le RT pour refocaliser spatialement sur un point précis dans un milieu granulaire en régime linéaire, puis d'augmenter l'amplitude des ondes réémises, afin de provoquer de façon contrôlée un réarrangement local dans une zone choisie. Cette étude pourrait avoir un intérêt dans le contexte de phénomènes observés en géophysique tels que les glissements de terrain.

## Bibliographie

- [1] H. M. Jaeger, S. R. Nagel, and R. P. Behringer, “Granular solids, liquids, and gases,” *Rev. Mod. Phys.*, vol. 68, no. 4, pp. 1259–1273, 1996.
- [2] J. Duran, *Sable, Poudre et Grains: Introduction à la physique des matériaux granulaires*. Paris: Eyrolles Sciences, 1996.
- [3] B. Anderotti, Y. Forterre, and O. Pouliquen, *Les milieux granulaires entre fluide et solide*. EDP Science, 2011.
- [4] P. Dantu, “Contribution à l’étude mécanique et géométrique des milieux pulvérulents,” in *4th International Conference On Soil Mechanics and Foundation Engineering London, 1957*.
- [5] D. Howell, R. P. Behringer, and C. Veje, “Stress Fluctuations in a 2D Granular Couette Experiment: A Continuous Transition,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 82, no. 26, pp. 5241–5244, 1999.
- [6] F. Radjai, M. Jean, J.-J. Moreau, and S. Roux, “Force Distributions in Dense Two-Dimensional Granular Systems,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 77, pp. 274–277, 1996.
- [7] Y. C. Zhou, B. H. Xu, A. B. Yu, and P. Zulli, “Numerical investigation of the angle of repose of monosized spheres,” *Phys. Rev. E*, vol. 64, p. 021301, 2001.
- [8] C. Liu and S. R. Nagel, “Sound in Sand,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 68, pp. 2301–2305, 1992.
- [9] C. Liu and S. R. Nagel, “Sound in a granular material: Disorder and nonlinearity,” *Phys. Rev. B*, vol. 48, pp. 646–650, 1993.
- [10] J. D. Goddard, “Nonlinear elasticity and pressure-dependent wave speeds in granular media,” *Proc. Roy. Soc. Lond.*, vol. 430, pp. 105–131, 1990.
- [11] K. L. Johnson, *Contact mechanics*. Cambridge: Cambridge University Presse.
- [12] R. D. Mindlin, “Compliance of elastic bodies in contact,” *J. Appl. Mech.*, vol. 71, pp. 259–268, 1949.
- [13] R. D. Mindlin and H. Deresiewicz, “Elastic spheres in contact under varying oblique forces,” *J. Appl. Mech.*, vol. 20, pp. 327–344, 1953.
- [14] X. Jia, T. Brunet, and J. Laurent, “Elastic weakening of a dense granular pack by acoustic fluidization: Slipping, compaction, and aging,” *Phys. Rev. E*, vol. 84, p. 020301, Aug. 2011.

- [15] A. N. Lazaridi and V. F. Nesterenko, “Observation of a New Type of Solitary Waves in a One-dimensional Granular Medium,” *J. Appl. Mech. Tech. Phys.*, vol. 26, no. 3, pp. 405–408, 1985.
- [16] C. Coste, E. Falcon, and S. Fauve, “Solitary waves in a chain of beads under Hertz contact,” *Phys. Rev. E*, vol. 56, pp. 6104–6117, 1997.
- [17] E. Falcon, “Comportements dynamiques associées au contact de Hertz: processus collectifs de collision et propagation d’ondes solitaires dans les milieux granulaires,” Thèse de l’université, Ecole Normale Supérieure de Lyon, 1997.
- [18] M. de Billy, “Experimental study of sound propagation in a chain of spherical beads,” *J. Acoust. Soc. Am.*, vol. 108, no. 4, pp. 1486–1495, 2000.
- [19] P. J. Digby, “The effective elastic moduli of porous granular rocks,” *J. Appl. Mech.*, vol. 48, pp. 803–808, 1981.
- [20] J. Dvorkin, A. Nur, and H. Yin, “Effective properties of cemented granular materials,” *Mech. Mater.*, vol. 18, pp. 351–366, Oct. 1994.
- [21] K. W. Winkler, “Contact stiffness in granular porous materials: comparison between theory and experiment,” *Geophys. Res. Lett.*, vol. 10, p. 1073, 1983.
- [22] K. Walton, “The effective elastic moduli of a random packing of spheres,” *J. Mech. Phys. Solids*, vol. 35, p. 213, 1987.
- [23] H. Makse, N. Gland, D. Johnson, and L. Schwartz, “Granular packings: Nonlinear elasticity, sound propagation, and collective relaxation dynamics,” *Phys. Rev. E*, vol. 70, no. 6, p. 061302, Dec. 2004.
- [24] M. van Hecke, “Jamming of soft particles: geometry, mechanics, scaling and isostaticity,” *J. Phys. Condens. MAT*, vol. 22, p. 033101, 2010.
- [25] X. Jia, C. Caroli, and B. Velicky, “Ultrasound Propagation in Externally Stressed Granular Media,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 82, no. 9, pp. 1863–1866, Mar. 1999.
- [26] H. A. Makse, D. L. Johnson, and L. M. Schwartz, “Packing of Compressible Granular Materials,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 84, pp. 4160–4163, 2000.
- [27] J.-N. Roux, “Contact disorder and nonlinear elasticity of granular packing: A simple model,” in *In Behringer & Jenkins, editor, Powders and Grains*, 1997, pp. 215–218.
- [28] X. Duffy and R. D. Mindlin, “Stress-strain relation and vibrations of granular medium,” *J. Appl. Mech.*, vol. 24, pp. 585–593, 1957.

- [29] S. N. Domenico, “Elastic properties of unconsolidated porous sand reservoirs,” *Geophysics*, vol. 42, pp. 1339–1368, 1977.
- [30] X. Jia and P. Mills, “Sound propagation in dense granular materials,” in *In Kishino, editor, Powders and Grains, pages, Rotterdam*, 2001, pp. 105–112.
- [31] G. Y. Onoda and E. G. Liniger, “Random Loose Packings of Uniform Spheres and the Dilatancy Onset,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 64, pp. 2727–2730, 1990.
- [32] R. L. Brown and J. C. Richards, *Principle of Powder Mechanics*. Pergamon Press, Oxford, 1970.
- [33] G. Ovarlez, “Statique et rhéologie d’un milieu granulaire confiné,” Thèse de l’université, Université Paris-Sud, Paris XI, (2002).
- [34] L. Vanel, “Etude expérimentale de l’équilibre mécanique d’un milieu granulaire : exemple du silo et du tas de sable,” Thèse de l’université, Université Paris VI, (1999).
- [35] X. Jia, “Codalike Multiple Scattering of Elastic Waves in Dense Granular Media,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 93, p. 154303, Oct. 2004.
- [36] T. Brunet, X. Jia, and P. A. Johnson, “Transitional nonlinear elastic behaviour in dense granular media,” *Geophys. Res. Lett.*, vol. 35, p. L19308, Oct. 2008.
- [37] M. F. Hamilton and D. T. Blackstock, *Nonlinear Acoustics*. Academic Press, San Diego 1998.
- [38] K. A. Naugolnykh and L. Ostrovsky, *Nonlinear Wave Processes in Acoustics*. Cambridge University Press, Cambridge, 1998.
- [39] S. van den Wildenberg, M. van Hecke, and X. Jia, “Evolution of granular packings by nonlinear acoustic waves,” *Europhys. Lett.*, vol. 101, p. 14004, Jan. 2013.
- [40] P. Sheng, *Introduction to Wave Scattering, Localization and Mesoscopic Phenomena*. Academic, New York, 1995.
- [41] M. Störzer, P. Gross, C. M. Aegerter, and G. Maret, “Observation of the Critical Regime Near Anderson Localization of Light,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 96, no. 6, p. 063904, Feb. 2006.
- [42] A. A. Chabanov, Z. Q. Zhang, and A. Z. Genack, “Breakdown of Diffusion in Dynamics of Extended Waves in Mesoscopic Media,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 90, p. 203903, 2003.

- [43] J. H. Page, H. P. Schriemer, A. E. Bailey, and D. A. Weitz, “Experimental test of the diffusion approximation for multiply scattered sound,” *Phys. Rev. E*, vol. 52, no. 3, pp. 3106–3114, Sep. 1995.
- [44] A. Tourin, M. Fink, and A. Derode, “Multiple scattering of sound,” *Waves Random Media*, vol. 10, pp. 31–60, 2000.
- [45] C. Lacombe, M. Campillo, A. Paul, and L. Margerin, “Separation of intrinsic absorption and scattering attenuation from Lg coda decay in central France using acoustic radiative transfer theory,” *Geophys. J. Int.*, vol. 154, pp. 417–425, 2003.
- [46] C. M. Aegerter, M. Störzer, and G. Maret, “Experimental determination of critical exponents in Anderson localisation of light,” *Europhys. Lett.*, vol. 75, no. 4, pp. 562–568, Aug. 2006.
- [47] A. Lagendijk, R. Vreeker, and P. DE VRIES, “INFLUENCE OF INTERNAL REFLECTION ON DIFFUSIVE TRANSPORT,” *Phys. Lett. A*, vol. 136, no. 1, pp. 81–88, 1989.
- [48] J. X. Zhu, D. J. Pine, and D. A. Weitz, “Internal reflection of diffusive light in random media,” *Phys. Rev. A*, vol. 44, pp. 3948–3959, 1991.
- [49] M. Störzer, C. M. Aegerter, and G. Maret, “Reduced transport velocity of multiply scattered light due to resonant scattering,” *Phys. Rev. E*, vol. 73, p. 065602, Jun. 2006.
- [50] R. L. Weaver, “Diffusivity of Ultrasound in Polycrystals,” *J. Mech. Phys. Solids*, vol. 38, pp. 55–86, 1990.
- [51] H. Hu, A. Strybulevych, J. H. Page, S. E. Skipetrov, and B. A. van Tiggelen, “Localization of Ultrasound in a Three-Dimensional Elastic Network,” *Nat. Phys.*, vol. 4, pp. 945–948, 2009.
- [52] R. L. Weaver and W. Sachse, “Diffusion of ultrasound in a glass bead slurry ultrasonic,” *J. Acoust. Soc. Am.*, vol. 97, pp. 2094–2102, 1995.
- [53] A. Derode, A. Tourin, and M. Fink, “Random multiple scattering of ultrasound. I. Coherent and ballistic waves,” *Phys. Rev. E*, vol. 64, p. 036605, Aug. 2001.
- [54] A. Tourin, A. Derode, A. Peyre, and M. Fink, “Transport parameters for an ultrasonic pulsed wave propagating in a multiple scattering medium,” *J. Acoust. Soc. Am.*, vol. 108, pp. 503–512, 2000.
- [55] L. Margerin, M. Campillo, and B. van Tiggelen, “Radiative transfer and diffusion of waves in a layered medium : new insight into coda Q,” *Geophys. J. Int.*, vol. 134, p. 596, 1998.



- [56] L. Ryzhik, G. Papanicolaou, and J. B. Keller, “Transport equations for elastic and other waves in random media,” *Wave Motion*, vol. 24, pp. 327–370, 1996.
- [57] R. Hennino, N. Tregoures, N. M. Shapiro, L. Margerin, M. Campillo, B. A. van Tiggelen, and R. L. Weaver, “Observation of equipartition of seismic waves,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 86, p. 3447, 2001.
- [58] R. Elaloufi, R. Carminati, and J.-J. Greffet, “Diffusive-to-ballistic transition in dynamic light transmission through thin scattering slabs : a radiative transfer approach,” *J. Opt. Soc. Am. A*, vol. 21, pp. 1430–1437, 2004.
- [59] T. Huisman, “Faster than diffusive light, temporal behavior of superdiffusive light,” Rapport de stage, 2011.
- [60] H. S. Carslaw and J. C. Jaeger, *Conduction of Heat in Solids*. Oxford Clarendon, 1959.
- [61] J. Laurent, “Etude d’un matériau granulaire sec par ondes ultrasonores: effet non linéaire, atténuation et diffusion,” Thèse de l’université, Université de Marne-la-Vallée (2011), 2011.
- [62] X. Jia, J. Laurent, Y. Khidas, and V. Langlois, “Sound scattering in dense granular media,” *Chin. Sci. Bull.*, vol. 54, no. 23, pp. 4327–4336, Dec. 2009.
- [63] W. G. Ellenbroek, M. van Hecke, and W. van Saarloos, “Jammed frictionless disks: Connecting local and global response,” *Phys. Rev. E*, vol. 80, p. 061307, 2009.
- [64] V. Vitelli, N. Xu, M. Wyart, A. J. Liu, and S. R. Nagel, “Heat transport in model jammed solids,” *Phys. Rev. E*, vol. 81, no. 2, p. 021301, Feb. 2010.
- [65] T. Brunet, X. Jia, and P. Mills, “Mechanisms for Acoustic Absorption in Dry and Weakly Wet Granular Media,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 101, no. 13, p. 138001, Sep. 2008.
- [66] T. Brunet, “Etude des milieux granulaires sec et mouillés à l’aide des ondes ultrasonores,” Thèse de l’université, Université de Marne-la-Vallée (2006).
- [67] A. Lagendijk, B. van Tiggelen, and D. S. Wiersma, “Fifty years of Anderson localization,” *Phys. Today*, vol. 62, no. 8, pp. 24–29, 2009.
- [68] A. A. Chabanov, M. Stoytchev, and A. Z. Genack, “Statistical signatures of photon localization,” *Nature*, vol. 404, pp. 850–853, 2000.
- [69] B. A. van Tiggelen, A. Lagendijk, and D. S. Wiersma, “Reflection and transmission of waves near the localization threshold,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 84, p. 4333, 2000.

- [70] S. E. Skipetrov and B. A. van Tiggelen, “Dynamics of weakly localized waves,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 92, p. 113901, 2004.
- [71] S. E. Skipetrov and B. A. van Tiggelen, “Dynamics of anderson localization in open 3D media,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 96, p. 043902, 2006.
- [72] P. Sheng and M. Zhou, “Heat Conductivity of Amorphous Solids: Simulation Results on Model Structures,” *Science*, vol. 253, pp. 539–542, 1991.
- [73] M. Fink, “Time reversal of ultrasonic fields-part I: basic principles,” *IEEE Trans. Ultrason. Ferroelec. Freq. Contr.*, vol. 39, p. 555, 1992.
- [74] F. Wu, J. L. Thomas, and M. Fink, “Time reversal of ultrasonic fields-part II: Experimental Results,” *IEEE Trans. Ultrason. Ferroelec Freq. Contr.*, vol. 39, p. 567, 1992.
- [75] D. Cassereau and M. Fink, “Time-reversal of ultrasonic fields. III. Theory of the closed time-reversal cavity,” *IEEE Trans. Ultrason. Ferroelec. Freq. Contr.*, vol. 39, p. 579, 1992.
- [76] M. Fink, D. Cassereau, A. Derode, C. Parada, P. Roux, M. Tanter, J. L. Thomas, and F. Wu, “Time-reversed acoustics,” *Reports Prog. Phys.*, vol. 63, p. 1933, 2000.
- [77] M. Tanter, J.-L. Thomas, F. Coulouvrat, and M. Fink, “Breaking of time reversal invariance in nonlinear acoustics,” *Phys. Rev. E*, vol. 64, p. 016602, Jun. 2001.
- [78] D. R. Jackson and D. R. Dowling, “Phase conjugation in underwater acoustics,” *J. Acoust. Soc. Am.*, vol. 89, p. 171, 1991.
- [79] Goodman, *Introduction to Fourier Optics, Mc Graw-Hill, Second Edition, (1996)*. Mc Graw-Hill, Second Edition, 1996.
- [80] A. Derode, P. Roux, and M. Fink, “Robust Acoustic Time Reversal With High-Order Multiple Scattering,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 75, no. 23, pp. 4206–4210, 1995.
- [81] A. Derode, A. Tourin, and M. Fink, “Limits of time-reversal focusing through multiple scattering: Long-range correlation,” *J. Acoust. Soc. Am.*, vol. 107, pp. 2987–2998, 2000.
- [82] A. Derode, A. Tourin, and M. Fink, “Random multiple scattering of ultrasound. II. Is time reversal a self-averaging process?,” *Phys. Rev. E*, vol. 64, p. 036606, Aug. 2001.

# Annexe

# Forming and Breaking of Contacts in Jammed Granular Media by Nonlinear Acoustic Waves

S. Wildenberg<sup>1,2</sup>, Y. Yang<sup>1,3</sup>, M. van Hecke<sup>2</sup> and X. Jia<sup>1,3</sup>

<sup>1</sup> *Institut Langevin, ESPCI ParisTech, CNRS UMR 7587, 1 rue Jussieu, 75005 Paris, France*

<sup>2</sup> *Kamerlingh Onnes Lab, Universiteit Leiden, 2300 RA Leiden, The Netherlands*

<sup>3</sup> *Université Paris-Est, LPMDI, 5 Bd. Descartes, 77454 Marne La Vallée, France*

**Abstract.** We investigate the nonlinear response of pulsed sound transmission in weakly compressed granular materials, composed of glass beads and sand. Amplitude and velocity of longitudinal waves are simultaneously measured. We observe that weakly compressed packings can both exhibit strengthening and weakening of the sound velocity and transmission amplitude when excited by high amplitude sound. These effects are due to the changes of the contacts between the particles and although the effective medium theory qualitatively describes these effects it fails to quantitatively account for them.

**Keywords:** Nonlinear acoustic waves, change of the contact number, jammed granular media, effective medium theory

**PACS:** 45.70.-n, 43.35.+d, 91.30.-f

## INTRODUCTION

Dry granular media are collections of macroscopic grains that interact through repulsive and frictional contact forces, and that jam in non-equilibrium configurations [1-4]. The root cause of their rich behavior is that for given values of macroscopic control parameters, such as density and pressure, there are many microstates, which are not equivalent. Perhaps the most crucial characteristics of these microstates are their contact and force networks [1-7]. A particular important quantity is the contact number  $Z$ , which plays a central role in the mechanical behavior of a granular system [2-6], but is hard to observe directly, in particular in 3D [7-10]. The force network, the organization of the contact forces in highly heterogeneous networks that can quickly rearrange under driving, also plays an important role [7,9,10].

Whereas some properties, such as low frequency sound velocity or bulk elastic moduli [11-13], are well captured by effective medium theory [14], other properties, such as their response to pulsed sound waves [15] or weak vibrations [16] evidence their rich, glassy behavior. Underlying this richness is the fragility of granular media. For typical grain sizes and confining pressures (say 1-100 kPa), the elastic grain deformations are orders of magnitude smaller than the grain size – the physics of contacts and forces takes place at the scale of microns or less. Hence, even tiny deformations may be sufficient to change contact forces and open and close contacts. As a result, when granular systems are excited, subtle changes in the

microscopic organization of the grains can lead to significant changes in their bulk properties, without any appreciable change in macroscopic parameters such as density.

Vibrations and nonlinear acoustic waves may serve as controlled perturbations to explore the glassy dynamics of a granular system [11,15,16]. In this nonlinear regime, Liu and Nagel showed that the transmitted sound amplitudes of high input amplitude continuous waves travelling through a glass bead packing under gravity exhibit strong temporal fluctuations [11]. This evolution is likely associated with vibration-induced changes in the microscopic fabric, such as the breaking and reforming of particle contacts. Similarly fluctuating behavior has also been found for the phase velocity of sound waves [17]. In addition, in several cases, the effective sound velocity in granular media was found to decrease under the influence of strong sound waves. This weakening is likely due to the loss of contacts due to acoustically induced tangential sliding of grains [15]. These observations raise several interesting questions. Is there any correlation between amplitude and velocity measurements of the nonlinear sound transmission? Why does nonlinear sound lead to weakening, not strengthening of granular media? Can we disentangle the microscopic behavior governing acoustically induced granular evolution?

In this work, we address these questions by investigating long-wavelength pulsed compressional waves in weakly compressed granular media. We present the simultaneous measurements of sound amplitude and time-of-flight velocity. Our main finding is that weakly compressed packings can both

exhibit weakening and strengthening of the sound velocity and the amplitude of the transmitted signal, going hand in hand. We show that these results can be interpreted via sound induced buckling and sliding that, respectively, raise and diminish the contact number  $Z$ .

## EXPERIMENTAL PROCEDURE

Our acoustic measurements were performed on a granular medium consisting of polydisperse glass beads (0.6-0.8 mm) or sand (1-2.5 mm), confined in a square Plexiglas box (325 mm x 300 mm x 150 mm) with a free top surface. A first broadband piezoelectric transducer of diameter 30 mm centered at 500 kHz, was used as acoustic source, while a second transducer placed at a distance of 9 cm from the source detects the propagation of coherent longitudinal waves (Fig. 1). The source and detector were buried at a depth of 11 cm, leading to an effective pressure of about  $P = 2$  kPa. Before each experiment, the granular sample was freshly poured, and the container was horizontally shaken to obtain a stable packing with the solid volume fraction  $\phi \approx 0.62$  for glass beads and sands.

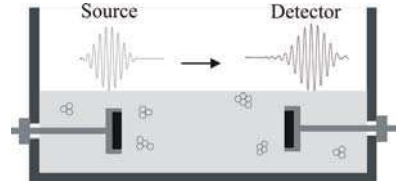
We send ten-cycle Gaussian tone bursts centered at a low frequency in the 8-10 kHz range every 50 ms. The obtained data averaged over  $\sim 1$  s allows us to simultaneously measure the sound velocity  $V$  and the amplitude of the transmitted signal. The sound velocity was determined from the time-of-flight velocity  $V$  between the excitation and the transmitted Gaussian pulses – no appreciable dispersion of the sound velocity was observed in the frequency range 1-100 kHz. We note here that typical wavelengths are of order 1 cm, smaller than the detector, but significantly larger than the beads, so that our sound waves probe the granular medium at an intermediate scale.

## RESULTS

We probe the evolution of the granular medium under the influence of nonlinear sound by measuring both the amplitude and time-of-flight velocity of the transmitted acoustic signal as a function of time. We use ten-cycle pulses centered at 8 kHz and ramp the input amplitude  $U_i$  up and down between 5 mV and 90 mV, corresponding to a vibration displacement of about 10 nm. We undertook a total of 21 runs.

As Fig. 2 illustrates, we observe three distinct types of behavior: strengthening (Fig. 2a, 9 times), weakening (Fig. 2b, 8 times), or, more rarely, random variation between strengthening and weakening (not shown, 4 times). The random nature of the weakening or strengthening confirms that the type of evolution is not only controlled by the sound amplitude, but also

depends on the history and particular microstate of the granular packing itself. We note that the sound velocity variation observed at this low pressure is about 10%.



**FIGURE 1.** Experimental setup with glass beads under gravity. Compressional waves consisting of ten-cycle Gaussian tone burst are excited by a source transducer and detected by a second transducer. Typical signals sent by the source and detected by the detector are shown.

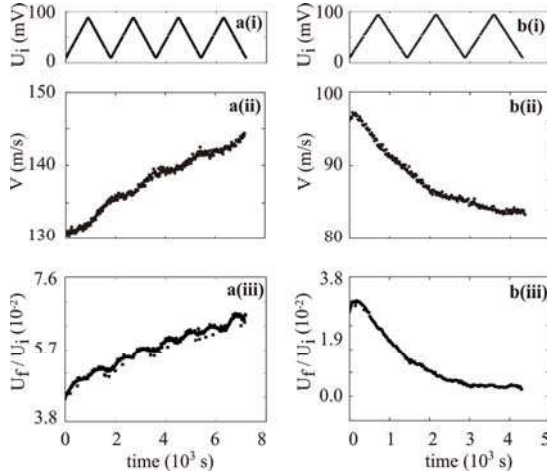
The striking similarity that we observed between the temporal variations in the amplitude ratio and in the sound velocity can be interpreted in terms of the acoustic impedance using an effective medium approach. The acoustic impedance of the transducer material is  $z_1 = \rho_1 V_1$  and that of the granular material is  $z_2 = \rho_2 V_2$ , where  $\rho$  and  $V$  are the mediums density and the effective sound velocity (see below). The coefficient of amplitude transmission for a plane wave from the source transducer to the granular medium is given by  $t_1 = 2z_1/(z_1 + z_2)$ , whereas the transmission coefficient from the granular medium to the detection transducer  $t_2 = 2z_2/(z_1 + z_2)$ . The coefficient of the total transmission  $t$  is thus

$$t = t_1 t_2 = 4z_g z_i / (z_g + z_i)^2 = 4z_g / z_i \propto \rho V \quad (1)$$

Since we did not measure a significant change in the height of the granular sample, we argue that the packing density  $\rho_2$  remains almost constant, so that it follows that the amplitude of sound transmission should be linearly proportional to the sound velocity. While this is qualitatively consistent with our observations, we note here that the variation in amplitude is much stronger than the variation in sound velocity. For example, in Fig. 2, the change in  $V$  is of order 15%, whereas the change in the ratio  $U_f/U_i$  is more than a factor 2! Comparing the changes in  $V$  and  $U_f/U_i$  of all our data, we conclude that the typical change in transmission amplitude is roughly five times larger than the change in velocity. This suggests that the effective medium theory can not quantitatively account for the evolution of the packing by nonlinear sound waves: the physics underlying the evolution of the packing is truly complex.

To investigate the role of the particle shape, we repeated the above experiments with sand particles. We observed again the correlation between  $U_f/U_i$  and  $V$ , with a stronger variation in amplitude than in sound

velocity (Fig. 3). We noticed, however, that the absolute change in  $V$  is significantly smaller in our experiments with sand than in those with glass bead packings.



**FIGURE 2.** For a given protocol of excitation (i), the sound velocity (ii) and the amplitude ratio (iii) are measured as a function of time in glass bead packing. Two distinct regimes are observed: (a) strengthening and (b) weakening.

## DISCUSSIONS

Sound waves propagate through the contacts between grains, making sound an alternative and unique probe to examine the viscoelastic responses of the contacts inside 3D disordered granular materials [11-13]. When the jammed granular material is treated as homogenous by coarse graining [18], the effective medium theory (EMT) [13,14] may be applied. Using an affine approximation the global responses, such as effective elastic moduli  $K$  and  $G$  or compressional and shear wave velocities  $V_p = [(K + 2G/\rho)]^{1/2}$  and  $V_s = (G/\rho)^{1/2}$  (with  $\rho = \rho_0 \phi$  the packing density and  $\rho_0$  the material density), can be qualitatively connected to *both* the coordination number  $Z$  and the micro-mechanical properties. For a random packing of identical elastic spheres of radius  $R$  under isotropic compression, the velocities scale as [14]

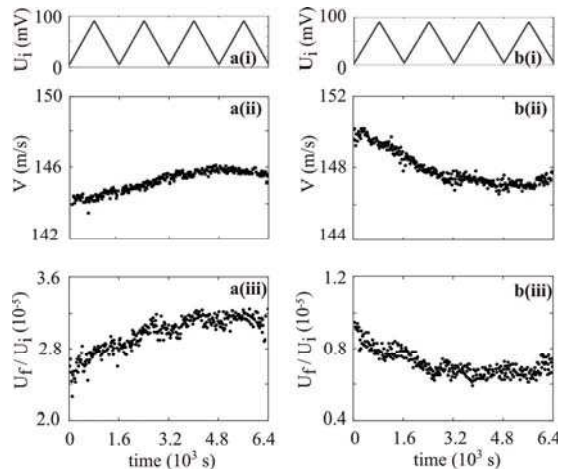
$$V_p \propto (Z / R \rho_0)^{1/2} (D_n + 2D_t / 3)^{1/2} \quad (2)$$

$$V_s \propto (Z / R \rho_0)^{1/2} (D_n + 3D_t / 2)^{1/2} \quad (3)$$

with  $D_n$  and  $D_t$  the normal and tangential contact stiffness, respectively. In the linear regime,  $D_n$  and  $D_t$  derived from the Hertz-Mindlin theory are proportional to  $P^{1/3}$ , leading to a pressure dependence of  $V_p$  and  $V_s \propto Z^{1/3} \phi^{-1/6} P^{1/6}$  [13,19].

In the nonlinear regime, two types of nonlinearity on the scale of the grain contacts can be distinguished

[20]: one arises from the normal loading (Hertzian model) and the other from the tangential friction force (Mindlin model). It is useful to distinguish a weakly and strongly nonlinear regime, by the relative magnitude of the sound amplitude  $u$  and the typical static grain deformation  $u_0$ , induced by the confining pressure. In the weakly nonlinear regime where the sound amplitude  $u$  is much smaller than the static grain deformation  $u_0$ , reversible nonlinear responses described by the nonlinear terms of the normal stiffness  $D_n$  can be observed, including second harmonic generation [21].



**FIGURE 3.** For a given protocol of excitation (i), the sound velocity (ii) and the amplitude ratio (iii) are measured as a function of time in sands. Two distinct regimes are observed: (a) strengthening and (b) weakening.

Our data of the transmission of nonlinear sound pulses in weakly compressed granular packings reveals strong evolution of the velocity and amplitude of these pulses. A simple effective medium picture captures the correlation between weakening (and strengthening) of sound velocity and transmission amplitude qualitatively, but fails to qualitatively capture the magnitude of these effects.

We suggest that changes in the contact number  $Z$  are an essential step towards understanding the magnitude of the observed strengthening and weakening phenomena. Based on the coincidence of an increase of sound velocity and transmission amplitude, we conjecture the following picture (see Fig. 4). In the weakening regime, the tangential vibration between jammed particles reduces the contact stiffness  $D_t$  via the frictional nonlinearity and further cause the loss of contacts via sliding of particles out of contact  $\Delta Z < 0$  (Fig. 4a), a process previously referred to as acoustic fluidization [15].

In contrast, in the strengthening regime, large normal vibrations take place (as evidenced by the observed generation of second harmonics [22]), and these vibrations lead to buckling of the force chains - a dynamic counterpart of pressure-induced particle buckling [19]. This mechanism would result in the formation of new contacts involved in the force chains  $\Delta Z > 0$  (Fig. 4b), driving the system to a mechanically more stable configuration. Note that this mechanism is different from the particle buckling mechanism induced by compression, which is accompanied with a packing fraction change [19,23].

While in frictional packings, changes in the overall contact number  $Z$  may arise without appreciable changes of the packing fraction, we believe that such contact changes, although important, only capture part of the physics: First, according to the effective medium theory [14], the measured variation of the sound velocity  $\Delta V/V \sim 10\%$  (Fig. 2) would thus correspond to  $\Delta Z/Z \sim 3\Delta V/V \sim 30\%$ , close to a relative variation between random close packing  $Z_{RCP} \sim 6$  and random loose packing  $Z_{RLP} \sim 4$  [2-6]. It is unlikely that such large changes in the contact number can arise without appreciable changes in the packing fraction. Second, changes in the contact number alone do not capture the discrepancy between the typical variation in the sound velocity and the transmission amplitude - recall that change in the latter is typically five times larger than the change in the former. Both of these observations illustrate that the effective medium theory qualitatively describes the experiments, but fails to quantitatively account for the data. Indeed, the important variation of the sound velocity ( $\sim 10\%$ ) via the contact number change is correlated to the rearrangement of the contact network, which results in the breakdown of the affine approximation in the EMT. Interestingly, the variation of the sound velocity in a packing of sand particles is less important ( $\sim 3\%$ ), probably due to the interlocking of the non-spherical sand particles. This effect of interlocking, therefore, helps the applicability of the EMT.



**FIGURE 4.** Schematic of the sound-induced change in  $Z$ : decrease via acoustic fluidization (a) and increase via particle buckling (b). The associated packing density remains unchanged in both cases. The spheres in grey are under stress associated with the force chains.

Our experiments thus evidence evolution of the packing beyond what can be captured by effective medium theories. Important questions raised by this

work then include, first, what causes the system to collectively strengthen or weaken, and second, what models can quantitatively capture the large variation in sound velocity and sound transmission observed.

## ACKNOWLEDGMENTS

We thank J. Laurent for help with the under gravity experiment and H. Sizon for the cell realization. SW acknowledges funding from Shell, FOM and the SNCF. MVH acknowledges support from NWO/VICI.

## REFERENCES

1. A. Liu and S. Nagel, *Nature* **396**, 21 (1998)
2. C. Song, P. Wang and H.A. Makse, *Nature* **453**, 629 (2008)
3. M. van Hecke, *J. Phys. Condens. Matter* **22**, 033101 (2010)
4. M. Wyart, S.R. Nagel, and T.A. Witten, *Europhys. Lett.* **72**, 486 (2005); C.S. O'Hern, L.E. Silbert, A.J. Liu, and S.R. Nagel, *Phys. Rev. E* **68**, 011306 (2003)
5. I. Agnolin and J.-N. Roux, *Phys. Rev. E* **76**, 061304 (2007)
6. L. Zhang and C. Thornton, *Géotechnique* **57**, 343 (2007); L. Cui and C. O'Sullivan, *Géotechnique* **56**, 455 (2006)
7. H.M. Jaeger, S.R. Nagel and R.P. Behringer, *Rev. Mod. Phys.* **68**, 1259 (1996)
8. T. Aste, M. Saadatfar and T. Senden, *J. Stat. Mech.* P07010 (2006)
9. D.M. Mueth et al, *Nature* **406**, 385-389 (2000)
10. J. Brujic et al, *Faraday Discuss.* **123**, 207 (2003)
11. C.H. Liu & S.R. Nagel, *Phys. Rev. Lett.* **68**, 2301 (1992)
12. X. Jia, C. Caroli and B. Velicky, *Phys. Rev. Lett.* **82**, 1863 (1999)
13. H. A. Makse, N. Gland, D. L. Johnson, and L. Schwartz, *Phys. Rev. E* **70**, 061302 (2004)
14. K.W. Winkler, *Geophys. Res. Lett.* **10**, 1073 (1983); P.J. Digby, *J. Appl. Mech.* **48**, 803 (1981); K. Walton, *J. Mech. Phys. Solids* **35**, 213 (1987)
15. X. Jia, T. Brunet and J. Laurent, *Phys. Rev. E* **84**, 020301(R) (2011)
16. P. Umbanhowar and M van Hecke, *Phys. Rev. E* **72**, 030301 (2005)
17. S. R. Hostler and C.E. Brenne, *Phys. Rev. E* **72**, 031303 (2005)
18. C. Goldenberg and I. Goldhirsch, *Nature (London)* **435**, 188 (2005)
19. J. D. Goddard, *Proc. R. Soc. Lond. A* **430**, 105 (1990)
20. K.L. Johnson, *Contact mechanics* (Cambridge University Press, Cambridge, 1985)
21. L.A. Ostrovsky and P.A. Johnson, *Riv. Nuovo Cimento* **24**, 1 (2001); T. Brunet, X. Jia and P. Johnson, *Geophys. Res. Lett.* **35**, L19308 (2008)
22. S. Wildenberg, M. van Hecke and X. Jia, *Europhys. Lett.* (2013, in press)
23. J.-N. Roux, in *Powders and Grains 97* (Balkema, Rotterdam, 1997), pp. 215-218; X. Jia and P. Mills, in *Powders and Grains 2001* (Balkema, Lisse, 2001), pp. 105-112

**Résumé :** Ce travail de thèse consiste en l'étude expérimentale de la propagation d'ondes acoustiques dans un milieu granulaire sec et confiné. Ces ondes permettent de sonder de manière non invasive les propriétés viscoélastiques et la structure hétérogène du milieu, mais peuvent aussi être utilisées comme perturbation contrôlée pour étudier le réarrangement des réseaux des forces. Dans une première partie, nous nous intéressons à la propagation des ondes cohérentes dans des empilements de billes de verre ainsi que dans des empilements de grains irréguliers (sable). En régime linéaire, un très bon accord est retrouvé entre les vitesses d'onde de compression mesurées et celles prédites par la théorie des milieux effectifs, ce qui permet d'accéder au nombre de coordination  $Z$ . En régime non linéaire, nous observons à la fois un *softening* et un *hardening* de la vitesse d'onde de compression à cause du changement de  $Z$  induit par la forte vibration. La deuxième partie est consacrée à l'étude de la propagation des ondes multiples diffusées. Nous montrons que le transport de ces ondes dans un milieu granulaire peut être décrit par le modèle de diffusion. Le coefficient de diffusion et l'absorption inélastique sont déterminés en fonction de la contrainte de confinement et de la fréquence de l'onde incidente. L'étude de l'évolution du libre parcours moyen en fonction de la longueur d'onde révèle deux régimes distincts pour le transport des ondes diffusées à basse et à haute fréquence. De plus, une décroissance non exponentielle est observée sur le profil d'intensité des ondes diffusées à temps long lorsque la fréquence de l'onde incidente devient importante. Deux études paramétriques distinctes sont effectuées pour comprendre l'origine de ce transport diffusif anomal : l'une est basée sur la renormalisation du coefficient de diffusion  $D(t)$  en fonction du temps de transport, et l'autre sur la variation du  $D(\omega)$  en fonction de la fréquence suggérée par la simulation numérique. Enfin, dans la dernière partie, nous concevons un Miroir à Retournement Temporel pour tester la réversibilité de la propagation dans un milieu granulaire. En régime linéaire, la recompression temporelle et la refocalisation spatiale sont vérifiées. Cependant, en régime non linéaire, nous observons que le processus du retournement temporel est brisé par l'interaction irréversible onde-matière qui conduit à un réarrangement des réseaux des forces.

**Mots-clés :** *acoustique physique, milieu granulaire, diffusion multiple, retournement temporel, acoustique non linéaire.*

**Abstract:** This experimental work describes sound propagation in stressed dense granular media. These sound waves provide a non-invasive method to probe the viscoelastic properties and the heterogeneous structure of the materials. They may also be served as controlled perturbation to study the nonlinear response due to the rearrangements of the contact force networks. In the first part, we investigate the coherent wave propagation both in the packings of glass beads and those of irregular grains such as sands. In the linear regime, measured compressional wave velocities are in good agreement with the effective medium theory, giving access to the coordination number  $Z$ . In the nonlinear regime, we observe both softening and hardening of the sound velocity, likely stemming from the change in  $Z$  caused by the strong vibration. In the second part, we study the multiple scattering of short-wavelength elastic waves in granular media. It is shown that the wave transport can be well described by the approximation of diffusion. We determine the diffusion constant and the inelastic absorption time as a function of the confining pressure and the frequency of the incident wave. The plot of the mean transport free path versus the wavelength shows two distinct regimes of transport in low- and high-frequency. Moreover, we find time-resolved intensity profil of multiply scattered waves exhibit a non exponential decay in long time, thus deviated from the classic diffusive transport. Two distinct parametric studies are performed in order to understand the underlying physics of such anomaly wave transport. One is based on the renormalized diffusion constant  $D(t)$  as a function of the transport time, the other considers the variation of  $D(\omega)$  as a function of frequency, suggested by the numerical simulation. Finally, we perform a first experimental study of the time reversal of ultrasound in glass bead packings. In the linear regime, we obtain by time-reversal processes both a temporal recompression and a spatial refocusing at the source transducer of an ultrasonic pulse transmitting through the disordered force networks. However, in the nonlinear regime, we observe a breakdown of the time reversal of ultrasound due to the structural change of the materials, i.e. sound-induced rearrangement of the force networks.

**Keywords:** *physical acoustics, granular media, multiple scattering, time reversal, nonlinear acoustics*