



HAL
open science

Génération de texture par anamorphose pour la décoration d'objets plastiques injectés

Maxime Belperin

► **To cite this version:**

Maxime Belperin. Génération de texture par anamorphose pour la décoration d'objets plastiques injectés. Traitement des images [eess.IV]. Université Claude Bernard - Lyon I, 2013. Français. NNT : 2013LYO10078 . tel-01044813

HAL Id: tel-01044813

<https://theses.hal.science/tel-01044813>

Submitted on 24 Jul 2014

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

THÈSE DE L'UNIVERSITÉ DE LYON
Délivrée par
L'UNIVERSITÉ CLAUDE BERNARD LYON 1

ÉCOLE DOCTORALE
INFORMATIQUE ET MATHÉMATIQUES

DIPLÔME DE DOCTORAT EN SCIENCE
SPÉCIALITÉ INFORMATIQUE
(arrêté du 7 août 2006)

Soutenue publiquement le 31 mai 2013
par

M. Maxime Belperin

Titre :

**Génération de texture par anamorphose pour la
décoration d'objets plastiques injectés**

Directeur de thèse : M. David Cœurjolly
Co-directeur : M. Sylvain Brandel

Jury :

M ^{me} Annick Montanvert - PR - Université Pierre-Mendès-France Grenoble	<i>(Rapporteur)</i>
M. Jean-Michel Dischler - PR - Université de Strasbourg	<i>(Rapporteur)</i>
M. Julien Tierny - CR - CNRS	<i>(Examineur)</i>
M. Florent Dupont - PR - Université Claude Bernard Lyon 1	<i>(Examineur)</i>
M. Bernard Péroche	<i>(Invité)</i>
M. Éric Genthon - Responsable bureau d'étude plasturgie - Groupe SEB	<i>(Invité)</i>
M. David Cœurjolly - DR - CNRS	<i>(Directeur)</i>
M. Sylvain Brandel - MCF - Université Claude Bernard Lyon 1	<i>(Co-directeur)</i>

Résumé de thèse

Titre : Génération de texture pour la décoration par anamorphose d'objets plastiques injectés

Le contexte de ma thèse rentre dans le cadre du projet IMD3D, supporté par le FUI. L'objectif de ce projet consiste à proposer une méthode automatisée permettant la décoration d'objets 3D quelconques. La solution choisie consiste à positionner un film imprimé dans le moule, ce film sera déformé par la fermeture du moule puis par injection.

Ma thèse porte sur la génération de décoration. Les données dont nous disposons en entrée sont un maillage et une ou plusieurs images. Nous souhaitons d'abord obtenir le plaquage de cette image sur le maillage, de telle sorte que le rendu visuel soit équivalent à l'image initiale. Pour cela, nous avons décidé de choisir un point de vue par image et de le favoriser. Nous paramétrisons alors le maillage par le biais d'une projection orthogonale ou perspective définie par ce point de vue.

Nous réalisons alors la transformée inverse de déformation du maillage. L'utilisation d'une application conforme pour la déformation inverse permet de coller au mieux à la physique du problème. Nous visualisons donc le résultat à imprimer sur le film.

Il reste alors à générer la texture permettant de décorer l'objet injecté par le procédé. Il suffit parcourir bilinéairement l'intérieur des mailles et simultanément la partie de l'image correspondante, de manière à remplir les pixels de l'image. Ceci permet d'obtenir finalement la texture finale qui sera imprimée sur le film. Mais, lors des premiers essais effectués par les industriels avec une mire colorée, un effet de décoloration a été relevé. Nous avons donc pris en compte ce changement de couleur pour modifier l'image et obtenir le résultat visuel escompté, même au niveau du rendu des couleurs.

Mots-clés : Décoration d'objet, Plaquage de texture, Déformation physique

Abstract

Title : Texture generation for decoration of manufactured plastic objects by anamorphose

This work takes part in a global industrial project called IMD3D, which is supported by FUI and aims at decorating 3D plastic objects using Insert Molding technology with an automated process.

Our goal is to compute the decoration of 3D virtual objects, using data coming from polymer film characterization and mechanical simulation. My thesis deals with the generation of decoration. Firstly, we want to map the texture onto the mesh, so that the visual rendering would be equivalent to the initial picture. In order to do so, we decided to choose a viewpoint per texture and to favor it. Thus, a specific view-dependent parameterization is defined. Thus, the first goal which is to define the texture mapping with visual constraints is reached.

After this step, the inverse distortion of the mesh is performed. The use of a conformal map for this inverse transform allows to respect the physics issues. Therefore we get a planar mesh representing the initial mesh of simulation whose associated textures have also been modified by this transform. The result to be printed on the film can be viewed.

Finally, the texture enabling the decoration of the object injected by the process can be generated. This texture combines information from several mapped images. The inner part of the mesh and in the same time the part of the corresponding texture shall be followed in a bilinear way in order to fill the pixel of the generated picture. But during the first tests performed by industries with a colors pattern, a discoloration effect was detected. As a consequence, we thought to take into account this color change to modify the picture and to obtain the expected visual rendering.

Keywords: Object Decoration, Texture Mapping, Physically-Based Deformation

Remerciements

Je tiens à remercier en premier lieu les membres de mon jury pour le travail de relecture et d'analyse fait sur ce manuscrit de thèse. Je remercie plus particulièrement mes encadrants, Sylvain, David et Bernard, pour le soutien et les conseils qu'ils m'ont apportés tout au long de la thèse, que ce soit pour l'amélioration de la méthode développée ou les corrections à apporter aux différentes publications et à mon manuscrit de thèse. Leur patience et leur expérience m'ont été précieuses pour progresser dans mon travail. Je remercie également l'ensemble de mes collègues du LIRIS, avec qui il a toujours été intéressant de discuter et de partager un bon moment autour d'une partie de cartes. Tous ces éléments ont contribué à me fournir une très bonne ambiance de travail.

Je souhaite également rendre hommage à mon épouse, Cécile, qui a su me supporter durant ces années de thèse et qui a aussi accepté que je déménage pour être dans les meilleures conditions pour mener à bien ma thèse. De même, je souhaite remercier nos familles respectives pour leurs encouragements réguliers. Je remercie notamment mes parents qui m'ont toujours encouragé à poursuivre mes études et m'ont toujours aidé afin que je puisse le faire dans les meilleures conditions.

Je voudrais aussi remercier mes amis, des plus anciens à ceux que je me suis faits lors de mon passage au LIRIS. Je pense bien sûr particulièrement à mes amis docteur Grégory et Bertrand qui ont suivi de loin mon travail comme j'ai suivi le leur et qui était présent à ma soutenance comme j'étais présent aux leurs pour les encourager dans la dernière ligne droite. De même, un merci particulier à la "meilleure équipe de football du LIRIS au monde" avec qui j'ai passé de très bon moments, me permettant de décompresser même lorsque les événements liés à ma thèse étaient des plus stressants.

Table des matières

1	Introduction et contexte	11
1.1	Projet industriel : FUI IMD3D	12
1.2	Décoration d'objets plastiques	14
1.2.1	Décoration sans déformation	14
1.2.2	Décoration avec déformation	15
1.3	Démarche générale et structuration du manuscrit	18
2	État de l'art	21
2.1	Anamorphose	22
2.2	Plaquage de texture	23
2.2.1	Généralités sur les maillages	24
2.2.2	Paramétrisation	27
2.2.3	Approche barycentrique	29
2.2.4	Formulation énergétique générique	34
2.2.5	Minimisation de la distorsion	36
2.2.6	Conclusion	44
2.3	Déformation de maillage	44
2.3.1	Systèmes linéaires	45
2.3.2	Paramétrisation conforme discrète	46
2.3.3	Conclusion	46
2.4	Synthèse de texture	47
2.5	Espaces colorimétriques	48
2.5.1	Espaces élémentaires	49
2.5.2	Espaces de référence	49
2.5.3	Conversions entre espaces	51
2.6	Conclusion	52
3	Projection anamorphique	55
3.1	Méthode de projection et visualisation	56
3.2	Changement de repère	59
3.3	Texturer la surface avec conservation du rendu initial	60
3.4	Visibilité	62
3.5	Multiples textures	63

3.5.1	Principe	64
3.5.2	Choix de points de vue multiples	65
3.6	Conclusion	67
4	Déformation inverse	69
4.1	Application barycentrique	69
4.2	Application conforme	73
4.2.1	Choix des paramètres cibles	74
4.2.2	Descente de gradient	75
4.3	Correspondance entre domaines	78
4.4	Conclusion	78
5	Génération de la décoration	79
5.1	Synthèse de l'image à imprimer	79
5.2	Compensation colorimétrique	83
5.3	Utilisation d'espace colorimétrique adapté	88
5.4	Application développée	88
5.5	Résultats et illustrations	89
5.5.1	Application de la méthode complète	90
5.5.2	Illustrations du plaquage de texture multiple dans le procédé	90
5.5.3	Compensation colorimétrique	90
5.5.4	Implémentation et ergonomie du logiciel	90
5.6	Conclusion	91
6	Conclusion et perspectives	97
6.1	Conclusion	97
6.2	Perspectives	99

Table des figures

1.1	Contexte industriel	18
1.2	Schéma global de notre méthode	20
2.1	Principe de l'anamorphose par miroir	22
2.2	Anamorphoses artistiques : Renaissance	23
2.3	Anamorphoses artistiques : Rues	23
2.4	Anamorphoses usuelles	23
2.5	Cartogramme	24
2.6	Anamorphoses artistiques	24
2.7	Maillage triangulaire	26
2.8	Carte de Ptolémée	27
2.9	Représentation de Mercator en 1569	28
2.10	Représentation de Mercator du globe terrestre	28
2.11	Projection de Lambert	28
2.12	Coordonnées barycentriques	32
2.13	Motif circulaire	41
2.14	Espace RVB	50
2.15	Espace TSV	50
3.1	Rendu visuel du plaquage	56
3.2	Modèle de visualisation	57
3.3	Modèle de caméra	58
3.4	Illustration du changement des distances entre caméra, objet et plan de projection	61
3.5	Plaquage partiel	62
3.6	Redondance visuelle	63
3.7	Plaquage de texture avec critère de visibilité	64
3.8	Maillage texturé selon plusieurs points de vue	64
3.9	Principe du plaquage de texture projectif multiple	66
3.10	Résultats d'un plaquage de texture multiple dépendant du point de vue	67
3.11	Application du plaquage de texture projectif	68
4.1	Application barycentrique	70
4.2	Maillage test pour application barycentrique	71
4.3	Types de voisinage pour grille triangulée	73

4.4	Méthode barycentrique appliquée aux maillages triangulaires	74
4.5	Coefficients avec voisinages différents	75
4.6	Mailles conformes : exemple	76
4.7	Maillages conformes obtenus : exemple 1	76
4.8	Maillages conformes obtenus : exemple 2	77
5.1	Correspondance entre espaces : textures et maillages	80
5.2	Correspondance entre espaces texture	81
5.3	Interpolation de la localisation d'un pixel	82
5.4	Exemple de réalisation d'image finale	84
5.5	Perte colorimétrique	85
5.6	Transformation isochore	86
5.7	Résultats avec compensation colorimétrique (1)	86
5.8	Compensation colorimétrique : couleurs	87
5.9	Compensation colorimétrique : nuancier	87
5.10	Résultats avec compensation colorimétrique (2)	92
5.11	Application de la méthode de compensation	93
5.12	Réalisation de la décoration d'un objet réel	94
5.13	Réalisation de la décoration d'un objet réel avec plusieurs points de vue	95
5.14	Proposition de visualisation dans les fenêtres du programme développé.	96

Chapitre 1

Introduction et contexte

L'objectif du travail développé dans cette thèse est de réaliser une méthode permettant de décorer des produits créés par injection plastique. Nous cherchons à réaliser la décoration d'objets réels par simulation de leur comportement lors de leur production. Dans le projet industriel IMD3D, l'objet sera modifié géométriquement lors du procédé de thermoformage et d'injection et le décor subira aussi ces modifications mais les différents partenaires du projet souhaitent pouvoir contrôler la qualité visuelle du produit fini après déformation plastique. Par conséquent, le décor devra être défini et généré précisément pour que sa déformation mène à un résultat visuel satisfaisant. Dans ce but, nous devons tout d'abord nous intéresser à la décoration des objets modélisés au moyen des outils de l'informatique graphique. Il est ensuite nécessaire de connaître les méthodes élaborées pour la déformation de maillages en vue de la réalisation de l'étape de déformation inverse qui nous permettra de déjouer les modifications subies par le décor. Finalement, nous nous appuierons sur les techniques liées à la création de texture afin de générer l'image qui réalisera la décoration escomptée par la transformation physique du procédé.

En informatique graphique, le plaquage de texture est une méthode permettant d'ajouter de l'information sur une surface, un maillage, tout en permettant une visualisation aisée de ces informations. Les techniques développées pour réaliser ce plaquage de texture sont étroitement liées aux méthodes de paramétrisation de surface. La paramétrisation intervient dans de nombreux domaines, des plus usuels comme la cartographie terrestre, aux plus spécifiques comme le plaquage de texture. Elle tend idéalement à garantir la préservation d'une ou plusieurs propriétés comme celle des longueurs ou des aires. L'étude de ces techniques nous aidera alors à choisir la méthode que nous mettrons en œuvre pour réaliser la décoration de l'objet selon les désirs de l'utilisateur.

Le domaine qui sera ensuite exploré est celui de la déformation de maillage. Il existe de nombreuses méthodes qui ont été développées pour la modélisation géométrique. Cependant, ce sont en général des méthodes auxquelles nous devons donner des contraintes de déplacement pour faire évoluer le maillage. L'utilisateur doit donner les consignes du mouvement et les méthodes cherchent alors à optimiser le résultat. Notre but est de réaliser la déformation inverse de la surface 3D de manière automatique pour que le résultat de cette étape ne soit pas influencé par les choix de l'utilisateur. Les méthodes provenant des techniques de paramétrisation sont aussi utilisables et nous chercherons parmi les diverses méthodes, celle qui sera physiquement plausible par rapport au procédé de fabrication et dont les caractéristiques seront bénéfiques à

une utilisation simple par l'utilisateur.

La création de textures sera aussi traitée puisque notre objectif final est de créer une nouvelle texture avec les informations provenant des images que nous avons utilisées pour décorer l'objet et des déformations subies par ce même objet. Les méthodes développées pour la synthèse de textures seront bien sûr abordées avec l'espoir d'y trouver des pistes pour notre problématique. Le rendu final sur l'objet se veut exact géométriquement. C'est la recherche sur la déformation qui permet de remplir cet objectif puisqu'elle va tenter de gérer la géométrie du rendu. Néanmoins, d'autres critères peuvent être aussi importants pour un rendu final conforme aux attentes. La couleur du décor peut aussi être modifiée au cours du procédé industriel et ainsi détériorer l'aspect visuel de l'objet produit. Pour contrecarrer cet effet, et donc améliorer notre méthode, une connaissance approfondie des différents espaces colorimétriques est nécessaire.

Nous nous sommes penchés, en premier lieu, sur les problèmes de la paramétrisation, de la déformation inverse et de la génération de texture. Nos travaux ont engendré une méthode permettant d'obtenir l'image à imprimer, à partir du maillage déformé et de la ou des textures à placer sur l'objet. Le plaquage de texture devra permettre de décorer l'objet de la manière souhaitée par l'utilisateur. La déformation aura pour objectif d'être physiquement plausible au vu des connaissances du procédé industriel que nous avons pu collecter. La création de texture cherchera à façonner l'unique texture permettant la décoration de l'objet avec le rendu visuel espéré. Dans cette optique, les problèmes de décoloration de la matière seront abordés pour parvenir à mettre en œuvre une technique permettant d'y remédier. Ainsi, le rendu géométrique et colorimétrique sera exact sur l'objet réel.

Les contributions apportées par ces travaux sont principalement une méthode complète s'appuyant sur différents domaines de l'informatique graphique et la compensation colorimétrique pour l'application d'une telle méthode à des objets réels. Deux publications internationales ont été réalisées lors de cette thèse sur ces deux contributions et diverses communications aussi bien nationales qu'internationales ont été effectuées.

1.1 Projet industriel : FUI IMD3D

Ce travail de thèse a été mené dans le cadre du projet FUI IMD3D (In Mold Decoration 3D) et a nécessité de collaborer avec de nombreux autres participants du projet. Le but d'un projet FUI (Fonds Unique Interministériel) est de financer des projets de recherche et développement. Ceux-ci doivent être le fruit de collaborations entre pôles de compétitivité. Ces projets doivent être des projets de recherche appliquée, dont les résultats, qu'ils soient des produits ou des services, ont pour but d'être mis sur le marché à court ou moyen terme. Les ministères, qui contribuent au FUI, sont les ministères chargés de l'Industrie, de la Défense, de l'Équipement, de l'Agriculture, de la Santé et de l'Aménagement du territoire.

Ce travail s'inscrit dans le cadre d'un projet collaboratif de recherche de type FUI associant plusieurs laboratoires et plusieurs industriels ainsi que des centres techniques et visant à développer une technologie de décoration en trois dimensions ainsi qu'un logiciel performant d'aide à la conception. Les partenaires du projet IMD3D couvrent l'ensemble des domaines liés à la décoration de pièces plastiques.

Parmi ceux-ci, on trouve tout d'abord trois laboratoires universitaires :

- L'Ingénierie des Matériaux Polymères (IMP) de l'Université Claude Bernard Lyon 1
- Le Laboratoire de Mécanique des Contacts et des Structures (LAMCOS) de L'INSA de Lyon
- Le Laboratoire d'Informatique en Image et Système d'information (LIRIS) de l'Université Claude Bernard Lyon 1

Plusieurs entreprises utilisatrices des techniques de décoration sont présentes dans ce projet :

- La société Calor, filiale du groupe SEB, qui développe et commercialise notamment des centrales vapeurs (porteur du projet)
- La société Plastiform spécialisée dans le procédé de thermoformage
- La société Plastigray, équipementier automobile
- La société VPI confectionnant des emballages de produits de luxe

De même, des entreprises dont les secteurs d'activités sont fortement liés aux finalités du projet y participent dans le but d'aider à la réalisation de la méthode en agissant sur les différentes contraintes annexes du procédé comme l'impression ou la constitution des films plastiques :

- La société Jers qui imprime des décors sur les films
- La société Toray, fabricant des films polyesters
- La société Wittman, concepteur de robots pour les applications de décoration
- La société Dynamic 3D spécialisée dans la métrologie

Des centres techniques disposent de compétences et de moyens technologiques pour aider les industriels à innover dans leur secteur :

- Le Pôle Européen de Plasturgie (PEP), spécialisé dans les composites et l'injection de thermoplastiques
- Le CETIM-CERMAT, spécialisé dans le domaine des expertises, mesures et essais

Des pôles de compétitivité sont aussi présents pour supporter le projet et aider au mieux les participants qui cherchent à innover dans le but de développer la croissance et l'emploi :

- Plastipolis, plus de 300 adhérents (200 entreprises, 50 centres de R&D, 30 institutionnels et 20 pouvoirs publics)
- Véhicule du futur, plus de 200 adhérents

Des trois laboratoires universitaires partenaires ont découlé trois thèses sur des domaines très différents mais nécessaires pour une maîtrise complète du procédé :

- L'Ingénierie des Matériaux Polymères (IMP) s'est attaché à la caractérisation des matériaux utilisés et aux méthodes pour y parvenir, plus précisément aux propriétés thermodynamiques élongationnelles de films polymères thermoplastiques,
- Le Laboratoire de Mécanique des Contacts et des Structures (LAMCOS) de L'INSA de Lyon, s'est employé à réaliser la simulation de la déformation du film avec des lois de déformation caractérisées par l'IMP,
- Le Laboratoire d'Informatique en Image et Système d'information (LIRIS) de l'Université Claude Bernard Lyon 1, s'est attelé à la création de la texture avant déformation pour obtenir le résultat escompté avec le procédé industriel.

Un tel nombre de partenaires de différents horizons a nécessité la conduite de réunions assez fréquentes pour que tous les intervenants puissent assimiler les tenants et les aboutissants de chaque partie. Certaines questions pouvaient être très rapidement traitées en échangeant avec les personnes coutumières du domaine. Des idées ont pu prendre forme grâce à un dialogue entre les différents intervenants du projet. Pour notre part, la compensation colorimétrique que nous avons développée pour la création de la texture finale, a été favorisée par une discussion avec l'imprimeur et par notre présence lors d'essais des procédés sur site. Cette technique n'étant pas utilisée dans les méthodes usuelles d'impression, il nous a semblé intéressant de la mettre en place.

1.2 Décoration d'objets plastiques

L'industrie plasturgique cherche à rendre plus attrayant les objets qu'elle fabrique en les décorant car les consommateurs sont de plus en plus exigeants et le design est devenu un critère très important pour une majorité des produits. Elle a mis en œuvre des méthodes permettant d'insérer des décors ou tout autre type d'image, comme par exemple le logo de l'entreprise, sur leurs produits. Les industriels ont ainsi développé des techniques de décoration de plus en plus performantes, notamment dans le domaine de l'emballage carton. La plasturgie est aussi impliquée dans ces innovations pour améliorer l'esthétique des produits manufacturés, qu'elle conçoit pour des applications très variées, allant du tableau de bord automobile au conditionnement de produits de luxe, comme le parfum par exemple. Pour cela, plusieurs techniques de décoration existent actuellement, mais ne permettent pas de décorer toute forme d'objet à bas prix. Deux différents types de décoration d'objets plastiques sont utilisés dans l'industrie, sans ou avec déformation. Pour être plus précis, les techniques sont soit celles qui décorent le produit après fabrication, soit celles qui suivent la déformation de l'objet lors de sa création.

1.2.1 Décoration sans déformation

Les techniques de décoration sans déformation sont pour la plupart directement employées suite à l'étape d'injection ou de thermoformage, donc sur le produit semi-fini. La peinture offre une très grande qualité de rendu mais ne s'applique qu'à des réalisations haut de gamme en raison de son coût. La tampographie est souvent mise en œuvre, mais est limitée à un rendu monochrome par passe et ne peut s'appliquer que sur des surfaces quasi planes ou développables. Dans ces

mêmes conditions, le procédé IML (*In Mold Labelling*) est couramment utilisé, une étiquette est appliquée sur une partie stratégique de l'objet. Toutes ces méthodes requièrent de choisir avec attention les matériaux de surface ou de les traiter pour garantir une bonne tenue du décor.

La *tampographie* est une technique d'impression indirecte, permettant de décorer à l'aide d'un tampon, tout type de support et de forme presque quelconque. Cette technique consiste à transférer l'encre recueillie par le tampon sur le cliché. Le cliché est le support gravé du motif inversé, que l'on veut appliquer sur l'objet. Ce cliché est souvent réalisé par photogravure chimique et le tampon utilisé pour le transfert est un tampon souple en silicone pour pouvoir s'adapter à la forme de l'objet. Les caractéristiques principales du cliché, pour obtenir une impression de qualité, sont la dureté, la rugosité et la planéité. Plus ces critères seront élevés, plus le résultat de la tampographie sera satisfaisant. Cette technique a pour avantage un marquage précis et rapide. Du fait de l'utilisation d'un tampon, l'objet peut présenter des formes régulières ou irrégulières, mais pour que cette technique soit vraiment intéressante, il est préférable que la partie de l'objet à décorer soit presque plane. Pour garantir une meilleure tenue de l'encre sur le polymère, l'objet est d'abord traité, par flammage ou par effet corona. Ce sont tous deux des traitements de surface. Le flammage repose sur l'exposition d'une flamme oxydante sur la surface à traiter. D'une part, il permet de brûler les contaminations organiques résiduelles et d'autre part, il crée des fonctions chimiques en surface qui peuvent interagir avec les fonctions présentes dans l'adhésif. L'effet corona réside dans le principe d'ionisation de l'air au moyen d'une décharge électrique à haute tension et haute fréquence. Ce traitement oxyde lui aussi la surface.

La technique du *transfert d'encre* a été développée principalement par l'entreprise Nissha. Cette technique a un principe assez simple à comprendre. L'encre présente sur un film est transférée sur la pièce injectée. Le film est préalablement imprimé puis déroulé devant l'empreinte du moule. Puis, s'ensuit une étape normale d'injection dans le moule. À l'ouverture du moule, le film est retiré mais l'encre reste sur la pièce.

La technologie *In Mold Labelling*, dite "2,2 D", consiste à plaquer un film encré sur la pièce. Cette technologie est maîtrisée mais ne s'applique qu'à des pièces présentant une surface relativement plane. Une étiquette pré-imprimée est placée dans le moule à l'endroit précis où l'on veut obtenir le décor. De même que pour la tampographie, il est nécessaire que le produit soit traité pour améliorer l'adhérence de l'étiquette sur la matière de l'objet. Les traitements utilisés sont les mêmes que pour la tampographie, le flammage et l'effet corona, puisque les matériaux utilisés restent identiques.

1.2.2 Décoration avec déformation

Les techniques les plus prometteuses passent par l'utilisation de films imprimés car celles-ci permettent une très grande flexibilité au niveau du décor et une qualité maîtrisée. La flexibilité est obtenue grâce à l'impression et le jeu sur les paramètres d'épaisseur des films et des encres permet de modifier la qualité du rendu final. Il existe deux technologies courantes pour les décors à partir de films.

Le *thermoformage* est un procédé de transformation de la matière par chauffage suivi d'une mise en forme par application d'un moule. Cette technique peut aussi bien être utilisée sur du plastique que sur du verre par exemple. La matière en entrée est sous forme de plaque. Avec la

chauffé, la matière devient ductile, il est donc possible de déformer la plaque avec un moule. Puis, la phase de refroidissement permet de durcir de nouveau la matière et de conserver la forme voulue. Avant d'aller plus loin, il convient de noter qu'il existe deux types de thermoformage, le positif et le négatif. Le positif s'opère lorsque l'on déforme le film dans le moule, alors que pour le négatif, le film se place sur le moule (figure 1.1). Dans les deux cas, on cherche à ce que le film épouse la forme du moule grâce à une différence de pression entre les deux parties du moule. Pour pouvoir être déformé, le film doit être chauffé jusqu'à une température qui puisse le rendre flexible, tout en lui laissant une certaine rigidité pour ne pas complètement fondre ou s'écrouler sous son propre poids en perdant sa structure initiale. Il faut donc bien étudier les matériaux composant les films pour utiliser la bonne plage de température pour cette technique (Thevenon [77]). Pour les matériaux semi-cristallins, celle-ci se situe au niveau de leur température de fusion, tandis que pour les polymères amorphes, elle est au-delà de la température de transition vitreuse. De plus, pour ces derniers, la plage de température de thermoformage est plus importante. Il est donc plus facile de se servir de polymères amorphes lors des applications de thermoformage à première vue. Cependant, les matériaux semi-cristallins ont d'autres qualités, qui ont poussé les recherches pour une utilisation efficace de ceux-ci. Ces avancées sont d'ordre technologique et portent principalement sur les outils de production. Les qualités de ces matériaux sont une résistance plus importante, une plus grande malléabilité et des colorations plus variées, allant du translucide à l'opaque. De plus, un grand soin a été apporté à la qualité des matériaux de base, toujours dans l'optique d'améliorer l'esthétique de la pièce produite.

Dans le même ordre d'idée, la chauffe doit être maîtrisée pour parvenir à l'objet escompté. Deux technologies différentes coexistent dans l'industrie : le chauffage par rayonnement infrarouge et le chauffage par contact. La chauffe doit être idéalement homogène au niveau de la surface du film, mais des contraintes techniques peuvent empêcher de garantir cette homogénéité. Par exemple, dans le cas d'une chauffe par rayonnement infrarouge, la présence du moule derrière le film engendre des variations de température dues aux réflexions du rayonnement sur la surface du moule non uniforme. De même, les encres présentes sur le film peuvent influencer localement la température du film. La nature de l'encre ainsi que sa teinte, par son spectre d'absorption associé, produiront des variations de température.

L'Insert Molding est un ensemble de techniques de décoration de produits industriels, qui combine les techniques de thermoformage et celles d'injection. Cette deuxième technologie utilisant un film, l'Insert Molding, dite "2,5 D", se réalise en deux étapes. La première consiste à déformer préalablement le film polymère imprimé par thermoformage. La seconde, quant à elle, consiste à placer ce film dans le moule d'injection pour être alors surmoulé lors de la manufacture du produit (voir figure 1.1). Le film est donc surmoulé par le polymère injecté à l'état liquide. De même que pour les technologies de tampographie et d'*In Mold Labelling*, il faut essayer d'améliorer la compatibilité des éléments pour une adhérence plus efficace. C'est pour cette raison que les polymères utilisés pour le film et pour l'injection sont très souvent les mêmes, ou de très proches composés. Le surmoulage possède un principe proche de celui du moulage classique, cependant la nature même de l'insert entraîne des contraintes. De même, les moules et les presses doivent être adaptés pour que cette méthode puisse fonctionner. Comme principaux problèmes de cette technique, on peut recenser la fusion totale ou partielle de l'insert et la problématique de placement de l'insert dans le moule et son maintien.

IMD3D (In Mold Decoration 3 dimensions)

Ce travail s'inscrit dans un projet industriel dont l'objectif global est de proposer une méthode automatisée permettant la décoration d'objets 3D fabriqués par un procédé d'injection plastique. Le procédé doit être automatique et à bas coût, excluant donc les décorations manuelles après injection. De plus, le décor est une image polychrome quelconque, interdisant ainsi les procédés de tampographie classiques ou d'impression par jet d'encre, limités à quelques pictogrammes monochromes. La technique choisie consiste à placer dans le moule, avant sa mise sous presse, un film plastique sur lequel est imprimé le décor. Cette technique et ce projet ont donc été nommés *IMD3D*, *In Mold Decoration 3 dimensions*, pour définir la solution sélectionnée, la décoration par un film dans le moule. Ce nom a surtout été choisi pour mettre en exergue la volonté de créer une méthode de décoration applicable à des formes très variées (3 dimensions), contrairement aux techniques déjà existantes. Le film, et donc l'image qui y est imprimée, est intégré à l'objet durant l'injection. L'image imprimée sur le film doit donc être pré-déformée avant sa déformation de manière à ce que l'objet résultant soit décoré avec un rendu similaire à l'image originale. Il existe des processus métiers permettant de calculer la pré-déformation d'une image imprimée sur un film avant sa déformation pour que l'objet résultant soit décoré avec l'image originale. Ces processus commerciaux utilisent une mire à cellules codées qui est transférée sur un objet déformé. Un système d'acquisition semi-automatique permet ensuite d'apparier les cellules de la mire figurant sur l'objet 3D à leurs positions originales. Cette mise en correspondance est alors utilisée pour déterminer des images spécifiques à l'objet 3D. L'inconvénient majeur de ces méthodes est la nécessité d'une supervision manuelle et la limitation à des objets 3D relativement simples (généralement développables).

D'une part, les contraintes sur la forme de l'objet sont moins strictes pour l'élaboration de la pièce plastique, mais deviennent plus fortes pour la décoration, comme c'est le cas dans le domaine de l'anamorphose. Cette technique, lors de ces premières utilisations artistiques, par exemple dans des tableaux de la Renaissance, était ainsi limitée au plan. Néanmoins, dès que les artistes ont voulu exploiter l'anamorphose sur des surfaces quelconques, ils ont dû limiter drastiquement la perception de leur œuvre depuis un point de vue quelconque. D'autre part, de nombreuses manipulations sont alors nécessaires, notamment la découpe du film. Comme ces problèmes de décoration de pièces plastiques font intervenir un grand nombre de fabricants dans des technologies différentes (encres, films, impression, thermoformage, injection plastique, déformation d'images), peu de travaux ont été menés dans le but d'optimiser l'ensemble de la chaîne de production.

Chaque matière plastique suivant sa propre loi de déformation, modifiée par la présence de l'encre d'impression, la connaissance de cette loi permet de simuler la déformation que le film va subir durant le procédé. Nous pouvons alors obtenir la texture plane à imprimer sur le film à partir de données de simulation. Pour atteindre ce but, le processus proposé devra dans un premier temps texturer la surface 3D, puis dans un second, réaliser la déformation inverse de la surface pour obtenir géométriquement l'objet initial, et finalement créer l'image visualisée sur la surface initiale, qui est donc l'image à imprimer sur le film.

Nous n'émettons pas de contraintes sur le type d'objet 3D considéré, néanmoins nous supposons que les déformations subies par la surface ne lui permettent pas de s'étirer au delà d'une certaine limite. Elles doivent donc être réalisables physiquement dans un processus d'injection.

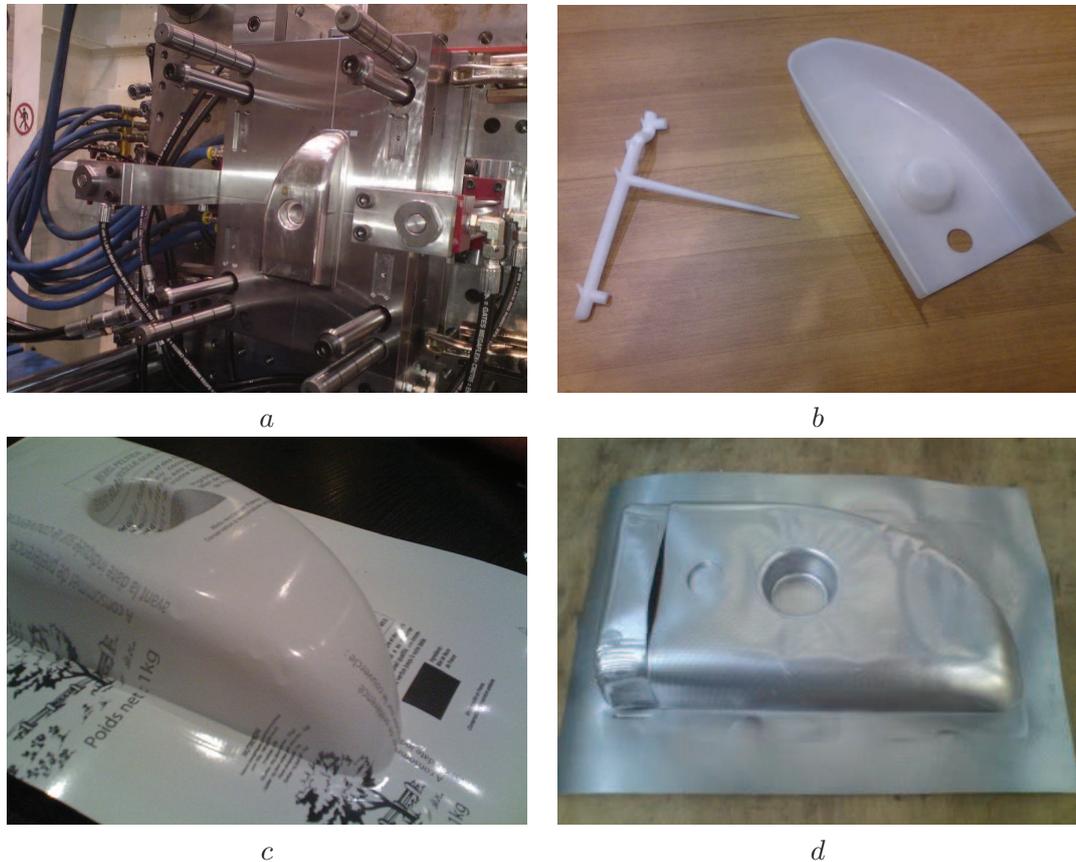


FIGURE 1.1 – Contexte industriel : la presse hydraulique et le noyau du moule d’injection (a), le produit de l’injection (b), le résultat du thermoformage du film sur le produit (c) et l’objet avec un film déposé par la technologie Insert Molding (d).

1.3 Démarche générale et structuration du manuscrit

Les techniques industrielles choisies pour ce projet, au regard des contraintes de mises en place et de coût, sont des techniques de décoration avec déformation. Plus précisément le thermoformage et l’insert molding, doivent alors être adaptés et améliorés pour répondre aux problématiques spécifiques de chaque technique. Leur développement a dû se faire en interaction avec les différents intervenants pour parvenir à comprendre les divers problèmes et verrous technologiques et scientifiques de chaque partie. Les différentes réunions du comité de pilotage, ainsi que les réunions propres à chaque groupe de travail ont rendu ce dialogue possible et fréquent. L’objectif de cette thèse est de réaliser une méthode de génération de texture pour son utilisation dans le procédé de décoration industrielle lors de la réalisation de la pièce par injection. Pour parvenir à ce résultat, nous nous pencherons sur les méthodes de décoration en informatique graphique. La déformation du maillage est le dispositif dans le procédé qui permet l’anamorphose, comme peuvent l’être un miroir ou un point de vue spécifique dans le cas général. L’étude et la

réalisation d'une technique de déformation inverse sert alors l'objectif final, la génération de la texture qui subit l'anamorphose.

Ce manuscrit se compose de six parties dont trois chapitres concernant notre méthode sont illustrés sur la figure 1.2. Le deuxième chapitre constitue une étude bibliographique dont l'objectif est de présenter les principaux thèmes abordés dans ce travail et les méthodes déjà développées. Le troisième chapitre se consacrera aux méthodes de plaquage de textures et aux techniques de paramétrisation. Cette partie permet de réaliser la phase initiale du procédé de décoration, en prenant en compte les envies et les besoins des designers. Le quatrième chapitre concerne la déformation inverse du film texturé. Il permettra de montrer la première piste utilisée et finalement la solution choisie pour résoudre ce problème. Le cinquième chapitre sera consacré à la création et à la synthèse d'image et s'intéressera à la génération de l'image-résultat déformée. Celle-ci devra être imprimée sur le film et sa déformation contrebalancera les distorsions provenant de la physique des matériaux lors du processus de thermoformage et d'injection. De même, l'étude préalable des différents espaces colorimétriques prendra ici tout son sens, puisqu'il sera important de choisir le plus adapté pour la réalisation de la compensation de couleur. Dans ce même chapitre seront aussi présentés les résultats obtenus par notre méthode et profitant de toutes les améliorations données dans les chapitres précédents. Nous montrerons également quelques applications réelles résultant du travail collaboratif de ce projet.

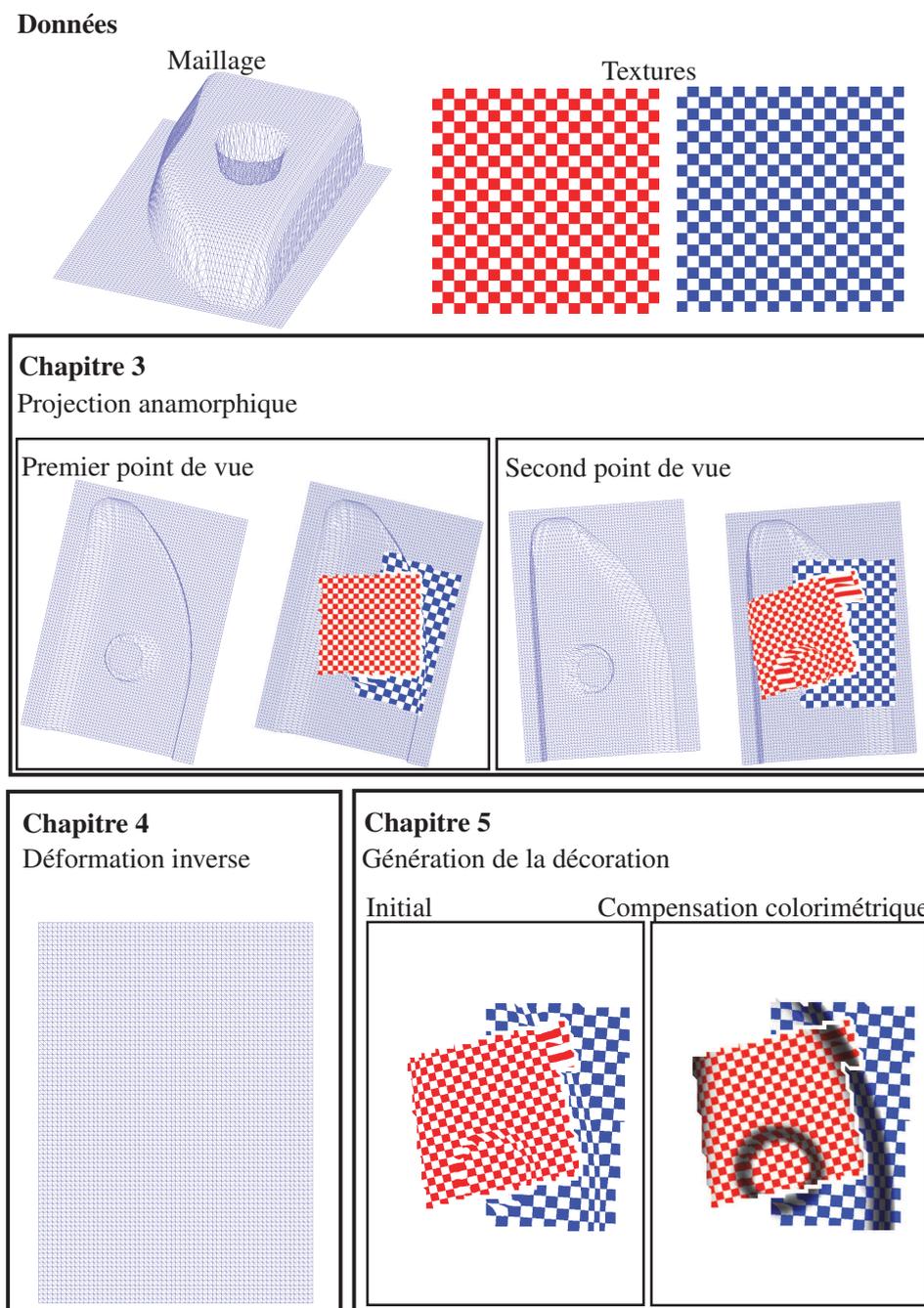


FIGURE 1.2 – Schéma global de notre méthode. Les données nécessaires pour appliquer notre méthode sont un maillage et la ou les images qui vont servir à décorer cet objet. Celles-ci sont alors plaquées sur le maillage pour qu’elles soient retranscrites exactement pour un point de vue donné. L’étape de déformation inverse permet d’obtenir le maillage correspondant au film avant sa déformation par le procédé. Ce résultat donne aussi les dimensions de la texture à générer dans la dernière partie de notre méthode. Elle permet de construire l’image qui doit être imprimée sur le film pour que l’objet soit décoré comme l’utilisateur l’a décidé précédemment. Nous prenons aussi en compte l’effet des déformations sur les couleurs du film en réalisant une compensation colorimétrique, aux endroits où le film se déforme.

Chapitre 2

État de l'art

Ce chapitre va se focaliser sur les différents domaines connexes à nos travaux et essayer de dresser un état de l'art des techniques déjà développées. Nous allons tout d'abord apporter quelques précisions sur l'anamorphose, dont son fonctionnement, ses premières applications et son intérêt dans différents secteurs, puisque cette technique cherche à obtenir un rendu différent selon l'endroit où l'on se place pour observer le résultat. De plus, le relief et la forme des supports tiennent un rôle important dans ces méthodes. L'anamorphose est très liée à nos travaux au niveau de cet aspect car nous souhaitons obtenir un rendu conforme aux attentes sur un objet de forme quelconque.

Ensuite, sera développée une étude sur le plaquage de texture puisque nous voulons tout d'abord appliquer un décor, une image sur un objet. Cela permettra de discuter de la paramétrisation de maillage qui a été mise en place en premier lieu dans ce but précis. De nombreuses techniques ont été développées mais possèdent des caractéristiques différentes puisqu'elles ne visent pas toutes le même objectif. Elles seront alors comparées aux techniques issues du domaine de l'anamorphose et nous pourrions choisir d'utiliser la méthode qui garantit le meilleur résultat pour le procédé industriel.

Dans le cadre de notre recherche sur la déformation inverse, nous nous appuyerons sur les publications existantes pour définir les techniques de déformation de maillage développées aujourd'hui et détaillerons les méthodes pouvant s'appliquer dans notre domaine et liées à la physique d'un procédé industriel. Elles seront aussi confrontées aux techniques de paramétrisation de maillage qui peuvent également être employées pour réaliser cette déformation.

Pour l'étape de génération de texture, nous commencerons par un survol des méthodes de synthèse d'images pour comprendre les techniques mises en place pour gérer le recouvrement de textures pour les images créées à partir de patches, comme cela pourra être le cas dans notre application quand l'objet recevra plusieurs décors sur sa surface. Nous finirons par une étude des différents espaces colorimétriques existants afin de choisir celui qui sera le plus adapté pour modifier les couleurs sur la texture générée pour garantir un résultat visuel final satisfaisant par le procédé industriel.

2.1 Anamorphose

L'anamorphose, comme sa racine grecque *ἀναμορφώω* (anamorphoô) signifiant transformer, l'indique, est une déformation réversible d'une image par un dispositif optique tel que des miroirs, ou un procédé mathématique. Elle est définie d'après le dictionnaire Larousse comme un "phénomène produit à l'aide de miroirs ou de lentilles cylindriques ou toriques, observé lorsque le système optique qui permet de passer d'un objet à son image amplifie différemment les dimensions horizontales et verticales de l'objet". Elle désigne aussi "les œuvres ou parties d'œuvres, dont les formes sont distordues de telle manière qu'elle ne reprenne sa configuration véritable qu'en étant regardée soit, directement, sous un angle particulier, soit, indirectement, dans un miroir spécifique". Ainsi, le résultat visuel dépend du point de vue où se place l'observateur (voir figure 2.1).

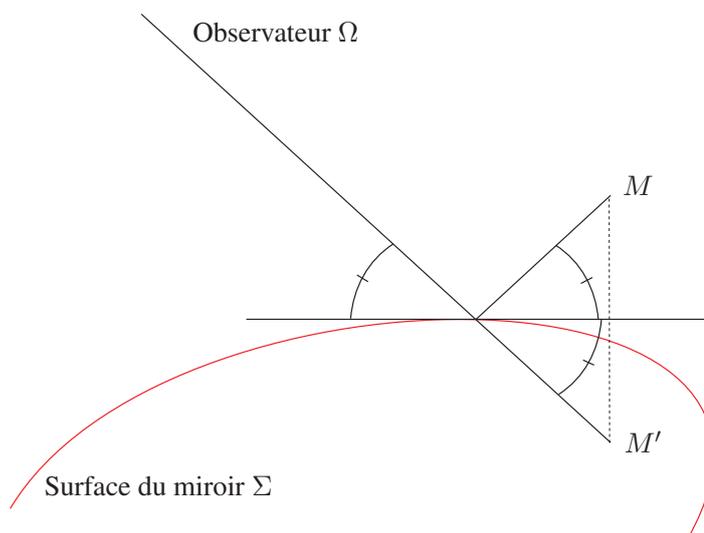


FIGURE 2.1 – Principe de l'anamorphose par miroir. L'observateur visualise sur le miroir le point M au niveau de son image M' par les lois de la réflexion optique. L'utilisation de miroir non plan permet de modifier la perception des distances entre chaque point réfléchi.

D'un point de vue historique, cette technique est dérivée des travaux de Piero della Francesca sur la perspective au XV^e siècle ainsi que de ceux de Dürer au XVI^e siècle. Certains artistes ont utilisé cette technique depuis la Renaissance pour placer des informations sur un tableau, comme on peut le voir par exemple dans l'œuvre de Hans Holbein le Jeune, "Les Ambassadeurs" (voir figure 2.2). Mais cette pratique prend encore une autre dimension lorsque l'artiste ne se limite plus au plan d'un tableau. Les travaux de Felice Varini s'inscrivent dans cet esprit et utilisent à merveille la profondeur de certains lieux pour rendre indétectable l'œuvre si le spectateur ne se trouve pas dans la région proche du point de vue idéal. D'autres artistes de rues, comme Julian Beever, perpétuent le travail d'anamorphose sur surface plane pour donner un effet de hauteur ou de profondeur à leurs œuvres (voir figure 2.3).

Cependant, l'anamorphose est aussi utilisée à d'autres fins que celles purement artistiques.

FIGURE 2.2 – *"Les Ambassadeurs" de Hans Holbein le Jeune. Le tableau et sa transformation rendant ses dimensions à l'objet incrusté, ainsi qu'un agrandissement.*

FIGURE 2.3 – *Une œuvre de Julian Beever. l'artiste utilise une grande surface au sol et quelques éléments du décor pour donner une impression de relief à son œuvre.*

Dès la première guerre mondiale et l'utilisation de chars d'assaut fortement blindés, l'anamorphose a connu des applications pratiques. Le blindage devait couvrir la plus grande surface du véhicule pour limiter les risques. Ainsi, tous les systèmes de vision, qu'ils soient directs ou indirects, s'opéraient par des orifices réduits. Dans ce but, des périscopes ont été installés et pour plus d'efficacité, la taille du conduit fut diminuée. Mais pour gagner en visibilité, l'objectif du périscopie déformait l'image afin de recueillir une plus grande quantité d'information. L'image comprimée par l'objectif était alors décompressée par l'oculaire, pour rendre plus lisible toute l'information visuelle captée par l'appareil. De même, elles sont présentes dans la vie courante lors des applications à la signalisation routière et à la publicité lors des retransmissions télévisées de matchs dans un stade (voir figure 2.4).

FIGURE 2.4 – *Deux anamorphoses courantes : signalisation routière et publicité sur terrain de sport.*

D'autres applications de la technique d'anamorphose existent pour la cartographie statistique. Pour illustrer l'importance d'un phénomène, un type de carte, appelé cartogramme, est utilisé. Cette carte n'a plus pour but de représenter la géographie réelle de l'espace, mais celle du phénomène étudié. Un exemple courant est le cartogramme des durées de trajet en train depuis Paris. Sur la figure 2.5, la carte de France est déformée par rapport à sa version géographique, mais celle-ci permet de rendre compte de l'aménagement des lignes TGV pour diminuer le temps de trajet sur les axes les plus importants. Ainsi, Lille, Paris, Lyon et Marseille sont des villes très proches.

Cette technique est donc intéressante sur plusieurs points et dans plusieurs domaines. Son utilisation dans le domaine artistique par Felice Varini, artiste suisse contemporain, est très proche du but que nous poursuivons (voir figure 2.6). Cependant, Felice Varini utilise la géométrie des lieux, où il crée ses œuvres, de manière optimale pour son objectif. La déstructuration totale des formes géométriques, qu'il inscrit dans le décor, est réalisée par une anamorphose sur un relief très accidenté. Cela permet à ses œuvres de perdre facilement leurs formes dès que l'on s'éloigne, même très légèrement, du point de vue spécifique.

2.2 Plaquage de texture

Le plaquage de texture fait l'objet de nombreuses études depuis des décennies et est implémenté dans toutes les chaînes de traitements graphiques (Heckbert [30]). Appliquer une image sur un

FIGURE 2.5 – Cartogramme des durées de transport en train centré sur Paris.

FIGURE 2.6 – Une des œuvres de Felice Varini, où le relief et toutes ses aspérités entrent en œuvre pour déstructurer la figure dans les points de vue quelconques.

maillage 3D nécessite au préalable de calculer les coordonnées de textures en chaque sommet du maillage (Floater et Hormann [20], Lévy [45], Sheffer et al. [69]).

Le plaquage de texture est utilisé pour augmenter la richesse visuelle, en limitant les ressources nécessaires. Il permet d'appliquer sur une surface de nombreux attributs différents : couleur, normales, spécularité, transparence par exemple. Le plaquage de texture amène de la complexité sur les surfaces, afin d'améliorer le réalisme du rendu final.

Les premières méthodes consistaient à aplatir les maillages pour obtenir une surface triangulée isomorphe plane (Bennis et al. [7], Sun et Fiume [75]). D'autres méthodes associent une énergie au maillage qui peut être minimisée efficacement en résolvant un système linéaire dans lequel les conditions au bord ont été fixées sur un contour arbitraire (Floater [18], Floater et Reimers [22], Lee et al. [42], Lévy et Mallet [46], Praun et al. [58]). Ces systèmes linéaires peuvent être résolus avec d'autres techniques faisant appel à la géométrie différentielle, les harmoniques sphériques ou les éléments finis (Haker et al. [29]). Enfin, citons des paramétrisations optimales obtenues à l'aide de formulations non linéaires (Praun et al. [60]).

De nombreuses méthodes d'adaptation du maillage au format de l'image ont été développées. Elles ont pour but de rendre le maillage plan et de pouvoir ainsi plaquer l'image directement (Lévy et Mallet [47]). Mais une telle transformation ne peut s'effectuer sans engendrer des distorsions sur les mailles, sauf si la surface est dite *développable* comme un cylindre ou un cône. La technique de paramétrisation est bien maîtrisée pour les objets simples ou réguliers mais devient plus délicate pour les objets complexes comportant notamment des concavités, des trous ou encore des poignées. Les méthodes classiques cherchent à conserver soit les angles ou les aires, soit, plus efficacement, un compromis entre les distorsions associées à ces deux mesures (Sheffer et al. [69]). Ces méthodes définissent alors une énergie spécifique, correspondant aux besoins déclarés, qu'il suffit alors de minimiser.

La paramétrisation de surface est, dans notre cas, une sous-partie du plaquage de texture. Pour réaliser le plaquage de texture, il faut mettre en correspondance la surface 3D avec la ou les images 2D grâce à une fonction : la paramétrisation. Celle-ci permet de définir pour chaque point de la surface des coordonnées (u, v) représentant un pixel de la texture à placer sur l'objet. Ces différentes techniques vont être détaillées dans les sous-sections suivantes mais nous allons tout d'abord expliciter certaines notions relatives aux maillages.

2.2.1 Généralités sur les maillages

Dans cette première section, nous allons introduire quelques notions et notations sur les maillages qui nous serviront tout au long de ce manuscrit. Nous allons nous intéresser seulement aux maillages surfaciques dans le cadre de notre étude. Le maillage, dans ce cas, correspond au bord d'un volume ou seulement à une partie de celui-ci. Les maillages volumiques, quant à eux,

représentent le volume dans sa totalité à l'aide d'éléments de volume, souvent des tétraèdres ou des hexaèdres. Ceux-ci sont souvent utilisés lors de simulations physiques pour pouvoir propager les effets à l'intérieur de l'objet. Dans notre cas, cela apporterait trop de contraintes et nous voulons seulement simuler le comportement d'un film plastique d'une épaisseur très négligeable, de 500 microns à quelques millimètres. Il est donc préférable de se limiter aux maillages surfaciques qui représentent très bien les objets utilisés dans le processus industriel.

Maillage triangulaire

Cette partie va expliciter quelques notions sur les maillages, en particulier ceux formés de mailles triangulaires. Pour définir un maillage, triangulaire ou non, il est nécessaire de définir les points de l'espace qui seront les sommets du maillage. Notons ces points $s = (x, y, z) \in \mathbb{R}^3$. Ceci est vrai quel que soit le type de maillage utilisé. Les notations suivantes seront seulement valables pour les maillages triangulaires mais pourront être facilement étendues aux autres types. Une arête $e = [s_i, s_j]$ du maillage est le segment reliant deux points du maillage parmi les trois points de la face $F = [s_i, s_j, s_k]$ du maillage triangulaire. Un maillage triangulaire M est donc défini par l'union d'une liste de face $\mathcal{F} = \{F_1, \dots, F_m\}$ et une liste de sommets $\mathcal{S} = \{s_1, \dots, s_N\}$. Pour plus de facilité, il est parfois préférable de différencier les sommets du bord du maillage de ceux de son intérieur. Ainsi l'ensemble des sommets du maillage peut se noter selon la façon suivante : $\mathcal{S} = \{s_1, \dots, s_{n+b}\} = \{s_1, \dots, s_n\} \cup \{s_{n+1}, \dots, s_{n+b}\}$, où n est donc le nombre de sommets intérieurs du maillage et b , le nombre de sommets du bord de M (voir figure 2.7). Le voisinage d'un sommet s_i comportant donc tous les points avec qui le sommet forme une arête, sera noté V_i .

Topologie et structure de maillage

Différents types de maillage existent et les caractéristiques les décrivant sont principalement topologiques ou structurelles. Pour la topologie, un maillage peut tout d'abord soit être ouvert, comporter un bord, ainsi être topologiquement équivalent à un disque, soit être fermé et donc être topologiquement équivalent à une sphère. Nous avons défini le maillage triangulaire ci-dessus, mais il ne faut pas oublier que les faces ne sont pas nécessairement des triangles. Des maillages formés par des quadrilatères, des pentagones ou tout autre polygone existent. De même, il est possible de créer et d'utiliser des maillages comportant plusieurs types différents de mailles. Cependant, il est souvent plus intéressant pour les phases de traitement, par exemple une simulation, que le maillage soit formé par des mailles de même type.

En mathématiques, une application est une relation entre deux ensembles qui à tout élément du premier associe un unique élément du second. Elle est possible entre deux surfaces de topologies différentes. Par exemple, un tore peut être associé à un rectangle à bord torique, il est cependant souvent appréciable de réaliser cette application entre deux surfaces de topologie équivalente lors d'un plaquage de texture. Quand l'une des surfaces est un maillage, la résolution de cette application est appelée paramétrisation de maillage et la seconde surface est dénommée domaine paramétrique. Les paramétrisations les plus courantes sont réalisées entre un maillage et une surface topologiquement équivalente à un disque. Il est possible d'utiliser d'autres domaines paramétriques, comme des surfaces topologiquement équivalentes à une

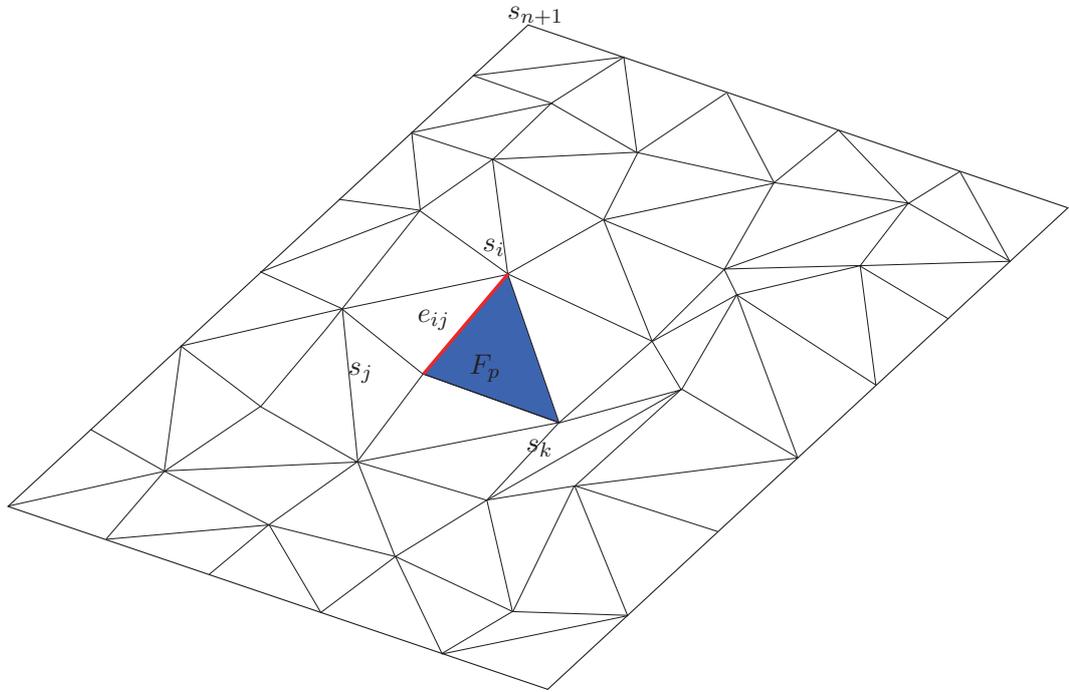


FIGURE 2.7 – Notations pour maillage triangulaire. La face bleue F_p est définie par trois sommets s_i , s_j et s_k de \mathcal{S} . L'arête rouge e_{ij} est le segment reliant les sommets s_i et s_j .

sphère. Cependant, toutes les surfaces ne rentrent pas dans ces deux types topologiques de surface. Il existe néanmoins des techniques pour parvenir à modifier la topologie d'une surface comme la segmentation ou la coupure. Les techniques de segmentation s'évertuent à transformer le maillage initial en un ensemble de morceaux de maillage, que l'on peut alors traiter plus ou moins indépendamment les uns des autres (Lavoué [40]).

Pour du plaquage de texture, il est souvent important de garder une cohérence spatiale, c'est pourquoi certaines méthodes essaient de gérer les dépendances entre deux morceaux de la surface segmentée. Quant à la coupure, elle permet de modifier le maillage mais pas nécessairement de la segmenter. Ainsi, pour l'exemple du tore, on peut couper la surface pour la rendre homéomorphe à un disque, tout en gardant un seul maillage et utiliser alors une technique de paramétrisation et de plaquage de texture propre aux surfaces ouvertes de genre nul. Toutefois, le problème des genres élevés peut se poser à chaque fois. Le genre de la surface peut alors aussi être réduit par ces mêmes techniques et ainsi uniformiser les traitements.

Nous nous concentrerons sur les méthodes pour les surfaces ouvertes de genre nul, donc topologiquement équivalentes à un disque. Le genre d'une surface est défini comme le nombre de courbes fermées simples sans points communs, qui peuvent être tracées à l'intérieur de la surface sans la déconnecter. Ainsi, une sphère, un plan et un disque sont de genre 0, car une courbe fermée séparerait la surface en deux parties. Le tore simple a quant à lui un genre égal

FIGURE 2.8 – *Reproduction d’une carte de Ptolémée au XV^e siècle.*

à 1, car une courbe fermée ne permet pas de déconnecter la surface. Nous n’allons pas nous intéresser aux méthodes de réduction de genre et de changement de topologie de la surface mais celles-ci pourraient être appliquées aux surfaces pour que notre méthode puisse fonctionner avec ces dernières. L’utilisation de ces méthodes peut donc permettre de modifier les maillages initiaux pour les rendre compatibles avec les méthodes proposées dans ce manuscrit.

2.2.2 Paramétrisation

La paramétrisation d’une surface peut être vue simplement comme une application de la surface dans un domaine adéquat. Dans la plupart des cas, le domaine en question est lui-même une surface. Ainsi la construction d’une paramétrisation revient à réaliser une application d’une surface vers une autre. Pour une paramétrisation, on cherche à exprimer chaque point de la surface de coordonnées (x, y, z) par un point du domaine paramétrique de coordonnées (u, v) . L’objectif est alors de trouver et d’exprimer une fonction linéaire par morceaux, correspondant à chaque maille du maillage. Cette fonction Φ peut être définie de manière paramétrique de la manière suivante :

$$\begin{aligned} \Phi : P \subset \mathbb{R}^2 &\rightarrow S \subset \mathbb{R}^3 \\ (u, v) &\mapsto (x, y, z) \\ \Phi(u, v) &= (x(u, v), y(u, v), z(u, v)), \forall (u, v) \in P \end{aligned} \tag{2.1}$$

La surface de destination est généralement fonction de la topologie de la surface à paramétrer. Les surfaces homéomorphes à un disque peuvent alors établir une correspondance avec un plan. Deux surfaces sont homéomorphes lorsqu’elles ont le même genre. On peut s’intéresser aux applications bijectives continues permettant de passer entre ces deux surfaces. Les surfaces sont souvent représentées par des maillages triangulaires et les applications sont alors linéaires par morceaux. Les techniques de paramétrisation ont de nombreuses applications dans des domaines très variés, comme la reparamétrisation de surface *spline* et l’amélioration de modèles CAO. Cependant, la principale raison du développement de techniques de paramétrisation est liée au plaquage de texture.

Historique

Le problème de la paramétrisation est très ancien car il a été abordé dès que l’Homme a tenté de cartographier la Terre. L’astronome grec Ptolémée est le premier scientifique connu à avoir produit une méthode pour créer une carte du monde habité, tel que les grecs et les romains le connaissaient au II^e siècle après J.C. Il l’a ainsi explicité dans son œuvre *Géographie*. Cette méthode permet de projeter une sphère sur une feuille de papier, donc plan, en utilisant un système de quadrillages dont les lignes sont des équivalences des longitudes et latitudes (voir figure 2.8).

FIGURE 2.9 – *La représentation du monde par Mercator en 1569.*FIGURE 2.10 – *La paramétrisation de la totalité du globe terrestre avec la méthode de Mercator. Les distorsions au niveau des deux pôles sont clairement visibles.*

L'Homme s'est donc rendu compte assez vite des problèmes liés à la paramétrisation de surface. La sphère ne peut être aplatie et projetée dans un plan sans introduire des distorsions. Des concessions doivent donc être envisagées et un compromis entre la conservation des angles et celle des aires est mis en place. L'exemple de la cartographie terrestre permet de visualiser l'évolution des techniques de paramétrisation (voir figure 2.9).

La projection orthographique, dite aussi orthogonale, était déjà utilisée du temps des égyptiens et des grecs, il y a plus de 2000 ans. Avec cette méthode, les angles et les aires sont toujours modifiés. Le seul critère qui est conservé est la direction depuis le centre de projection.

La projection stéréographique est l'une des projections les plus utilisées que l'on attribue en pratique à l'astronome, géographe et mathématicien grec Hipparque au II^e siècle avant J.C. La représentation, qui en découle, ne peut être appliquée à tous les points de la sphère, de par la méthode de construction de la projection, car un point doit être choisi comme centre de projection et ne peut donc pas être projeté. Le point ne pouvant pas être représenté est souvent choisi parmi les pôles de la sphère. Cette projection est une transformation conforme, dont la caractéristique principale est la conservation des angles. En mathématiques, une transformation conforme est une bijection qui conserve localement les angles. Autrement dit, elle se comporte presque comme une similitude au voisinage de chaque point où elle est définie. Une conséquence importante de cette transformation est la restitution de tous les cercles, hormis ceux passant par le pôle, en un autre cercle dans le plan de projection.

Au XVI^e siècle, le géographe flamand Gerardus Mercator a inventé une nouvelle projection. Son objectif était de faciliter les tracés de parcours en mer des marins. Ainsi, avec sa projection conforme cylindrique, Mercator a rendu la navigation plus aisée car les lignes d'azimut constant (le cap) sont représentées par une droite sur ces cartes. Avec la projection stéréographique, ces lignes devenaient des spirales et n'étaient donc pas simples à tracer. La projection de Mercator est aussi une transformation conforme, elle ne conserve pas les aires et cela est très visible sur la représentation au niveau des pôles (voir figure 2.10).

Les projections conformes ont été les premières à être développées et ont contribué à faciliter la navigation. Cependant, elles délaissaient complètement la notion de conservation des aires. En 1772, le mathématicien, physicien et astronome alsacien Johann Heinrich Lambert trouva la première projection conservant les aires (voir figure 2.11). Toutes ces projections sont des fonctions, qui associent une partie d'une sphère à un domaine plan. La fonction inverse de cette correspondance définit une paramétrisation. Le mathématicien, physicien et astronome allemand Carl Friedrich Gauß a développé beaucoup de principes pour les surfaces paramétriques et la géométrie différentielle.

FIGURE 2.11 – *Deux représentations différentes utilisant la méthode de projection de Lambert.*

Dans toutes ces différentes projections, celles conformes ont recueilli une attention particulière. Cela est dû au théorème de l'application conforme de Riemann (Riemann [61]), qui implique que toute surface topologiquement équivalente à un disque peut être liée à toute région du plan simplement connexe.

Objectifs et applications

L'objectif premier de la paramétrisation en informatique graphique est le plaquage de texture (Bennis et al. [7], Maillot et al. [51]). Cependant, ces techniques peuvent servir à de nombreuses autres fins. Le principal but est d'ajouter de l'information au maillage car celui-ci ne contient souvent que l'information principale de forme. L'ajout de texture sur le maillage permet d'insérer de l'information sur toute la surface que le maillage essaie de représenter.

Les techniques de *morphing* utilisent elles aussi la paramétrisation, puisque le *morphing* peut être réalisé grâce à la correspondance entre les deux surfaces étudiées sur le même domaine paramétrique, pour une correspondance plus facile (Alexa [3], Lee et al. [41]).

La paramétrisation est très utile pour modifier le maillage, que ce soit pour le compléter après un scan ou l'éditer. Mais, pour le premier cas, des connaissances *a priori* sont nécessaires, souvent sous forme de base de données. Pour l'édition de maillage, l'utilisation de paramétrisation locale est intéressante. Les travaux de Biermann et al. [8] s'en servent pour faciliter le transfert de détails entre deux modèles en faisant se chevaucher les deux paramétrisations.

Le remaillage passe de même par une étape de paramétrisation, pour parvenir à ses fins. De nombreux maillages peuvent représenter une seule et même surface. Cependant, certains sont plus appropriés selon l'utilisation que l'on veut en faire (Desbrun et al. [13], Gu et Yau [28]).

La paramétrisation apparaît aussi dans les méthodes de compression de maillage (Alliez et Gotsman [4]). Celles-ci sont développées pour permettre de compacter les données, dans le but de stocker des données volumineuses ou de les transmettre, car le taux de compression est inversement proportionnel à l'entropie des données. Ainsi, plus le maillage est régulier, donc avec une paramétrisation relativement simple, plus le taux de compression sera important.

2.2.3 Approche barycentrique

La paramétrisation est définie par une fonction qui fait la correspondance entre deux espaces : la surface S et le domaine paramétrique P . Cette application bijective existe pour tout couple de surfaces de même topologie. Le but est de placer la surface dans le domaine paramétrique pour faciliter les traitements sur celle-ci, comme le plaquage de texture. Pour les surfaces ouvertes de genre nul, le domaine paramétrique est généralement un carré unité ou un disque unité. Dans le cas des surfaces fermées de genre nul, la logique de correspondance directe topologique voudrait de choisir uniquement la sphère unité comme domaine paramétrique, car les deux objets auront une topologie équivalente. Mais il est aussi possible d'ouvrir la surface pour la rendre topologiquement équivalente à une surface ouverte et ainsi utiliser les techniques maîtrisées dans ces cas plus simples (Erickson et Har-peled [17], Lévy et al. [48], Sander et al. [63], Sheffer et Hart [67]).

Les méthodes de paramétrisation que nous allons étudier recherchent donc la fonction Φ dont nous avons donné la définition dans l'équation 2.2.

Comme nous l'avons déjà souligné à plusieurs reprises, la construction d'une telle paramétrisation sur des surfaces non développables conduit à des distorsions d'angles et d'aires. La fonction Φ doit donc tendre à minimiser ces déformations. Puisqu'un résultat exact n'est pas atteignable, les paramétrisations conservent soit les angles, soit les aires, soit cherchent à réaliser un compromis entre ces deux mesures (Floater et Hormann [20]). Dans la suite de cette section, nous allons développer premièrement les paramétrisations par combinaisons affines puis des méthodes utilisant des coordonnées barycentriques.

Paramétrisation par combinaisons affines

Cette méthode est fondée sur un modèle physique attaché au maillage. Il suffit de voir les arêtes du maillage comme des ressorts, on obtient un système masse-ressort qui peut être résolu. Pour cela, il convient alors simplement de fixer les frontières de ce système dans un plan et de simuler la relaxation de ce réseau de ressorts. La position des sommets à la fin de la simulation donnent, après recadrage, les coordonnées (u, v) .

On peut supposer que chaque ressort est idéal. L'énergie potentielle E_p est définie comme suit : $E_p = 1/2kl^2$, où k est la constante du ressort et l la longueur du ressort. Comme nous l'avons déjà défini dans la partie 2.2.1, un sommet du maillage est noté s_i et V_i correspond à son voisinage. L'énergie globale à minimiser est la suivante

$$E = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{n+b} \sum_{j \in V_i} \frac{1}{2} kl_{ij}^2 \|s_i - s_j\|^2 \quad (2.2)$$

où n et b correspondent aux notations des points intérieurs et du bord du maillage présentées dans la section 2.2.1, avec $D_{ij} = 1/2kl_{ij}^2 = D_{ji} = 1/2kl_{ji}^2$ est la constante du ressort entre les sommets s_i et s_j et la dérivation partielle de l'équation 2.2 permet de résoudre le problème de minimisation de l'énergie globale E .

$$\frac{\partial E}{\partial u_i} = \sum_{j \in V_i} D_{ij} (u_i - u_j) \quad (2.3)$$

Le minimum d'énergie est atteint pour :

$$\sum_{j \in V_i} D_{ij} u_i = \sum_{j \in V_j} D_{ij} u_j \quad (2.4)$$

Cette formulation est équivalente au fait que tous les points paramétriques intérieurs sont une combinaison affine de leurs voisins.

$$u_i = \sum_{j \in V_i} \lambda_{ij} u_j \quad (2.5)$$

où

$$\lambda_{ij} = \frac{D_{ij}}{\sum_{k \in V_i} D_{ik}} \quad (2.6)$$

Coordonnées barycentriques

Il reste à choisir dans le système défini ci-dessus la valeur des constantes D_{ij} des ressorts, ou, de la même manière, la valeur des coefficients λ_{ij} . Le choix d'une valeur constante pour toutes les constantes D_{ij} ramène aux travaux de Tutte (Tutte [78], Tutte [79]). Ses travaux s'articulaient autour des graphes et de leur théorie. Greiner et Hormann [26] ont défini les constantes des ressorts proportionnellement à leur longueur.

Si l'on suppose que nous pouvons placer tous les sommets de M dans un plan, les coordonnées de ces points peuvent s'écrire $s_i = (x_i, y_i, 0)$ dans le repère approprié. Cette contrainte est vérifiée pour des objets *développables* comme un cylindre par exemple. Ainsi, une paramétrisation isométrique simple s'obtient en utilisant les abscisses et ordonnées des points. Les coordonnées paramétriques s'expriment alors de cette manière : $p_i = (u_i, v_i) = (x_i, y_i), \forall i \in N$. Dans le cas général, nous dirons que la paramétrisation a une reproduction linéaire si elle réalise une isométrie. Une paramétrisation est une isométrie si elle conserve les longueurs.

Une reproduction linéaire peut être réalisée quand les points paramétriques du bord sont définis correctement et que les valeurs λ_{ij} sont choisies de la façon suivante : $p_i = \sum_{j \in N} \lambda_{ij} p_j$ et $\sum_{j \in N} \lambda_{ij} = 1$ pour les points intérieurs. Si les valeurs λ_{ij} vérifient ces deux propriétés, elles sont alors appelées *coordonnées barycentriques* de p_i . Dans le cas où p_i a seulement trois voisins, les λ_{ij} sont définis de manière unique et ces coordonnées barycentriques à l'intérieur du triangle ont de nombreuses applications en informatique graphique comme l'ombrage de Gouraud, en modélisation géométrique ainsi que d'autres domaines, tels que les éléments finis.

Pour des polygones ayant plus de trois sommets, les coordonnées barycentriques d'un point intérieur ne sont plus uniques et il existe alors différentes méthodes pour les définir. Une méthode connue a été décrite dans Floater et al. [21] et donne donc le système à mettre en place. Pour chaque point intérieur p_i , si nous considérons un de ses voisins p_j , nous définissons $l_{ij} = \|p_i - p_j\|$ la longueur de l'arête $e_{ij} = [p_i, p_j]$ entre les deux points voisins et les angles adjacents à l'arête e_{ij} seront notés comme sur la figure 2.12.

Les coordonnées barycentriques λ_{ij} de p_i , en fonction de ses voisins $p_j, j \in N$, peuvent être calculées par la normalisation $\lambda_{ij} = \frac{\omega_{ij}}{\sum_{k \in N} \omega_{ik}}$ provenant de différentes *coordonnées homogènes* ω_{ij} . Nous allons ainsi en présenter différents choix possibles pour les coordonnées homogènes.

Coordonnées de Wachspress

La première généralisation des coordonnées barycentriques a été développée par Wachspress (Wachspress [81]), qui propose de choisir

$$\omega_{ij} = \frac{\cot \alpha_{ji} + \cot \beta_{ij}}{l_{ij}^2} \quad (2.7)$$

Ce choix a été principalement établi pour une application pour les méthodes d'éléments finis, mais son usage a été détourné pour être utilisé pour la paramétrisation. Alliez et al. [5]

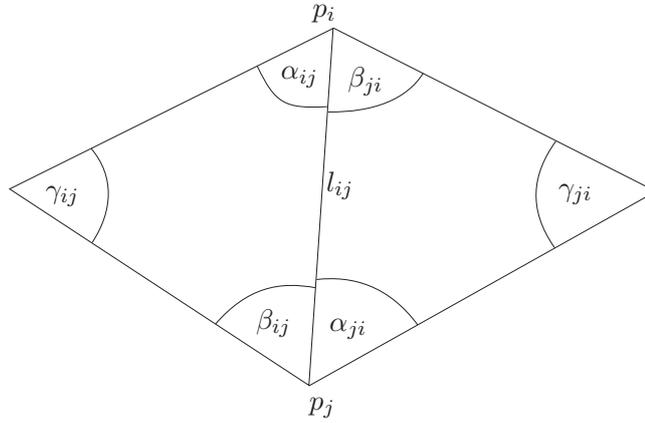


FIGURE 2.12 – Notations pour coordonnées barycentriques. On définit les angles de chaque triangle par rapport à leur arête commune e_{ij} , α_{ij} , β_{ij} et γ_{ij} pour le premier triangle et α_{ji} , β_{ji} et γ_{ji} pour le second.

ont appliqué ces poids pour paramétrer des maillages triangulaires tandis que pour Meyer et al. [52], ils ont servi à interpoler les valeurs de couleurs à l'intérieur de polygones convexes. De plus, il est possible de définir une simple construction géométrique de ces coordonnées comme les travaux de Ju et al. [33] l'ont démontré.

Coordonnées harmoniques discrètes

Une définition des coordonnées barycentriques provenant aussi des méthodes d'éléments finis et résultant des approximations linéaires par morceaux standards de l'équation de Laplace, est :

$$\omega_{ij} = \cot \gamma_{ij} + \cot \gamma_{ji} \quad (2.8)$$

Dans notre contexte de paramétrisation de maillage, cette méthode a été utilisée la première fois par Eck et al. [14]. D'autre part, ces coordonnées ont aussi été utilisées par Pinkall et Polthier [56] pour construire des surfaces discrètes minimales.

Coordonnées valeurs moyennes

La discrétisation du théorème des valeurs moyennes par Floater [19] a permis de trouver une nouvelle méthode pour définir les coordonnées barycentriques :

$$\omega_{ij} = \frac{\tan \frac{\alpha_{ij}}{2} + \tan \frac{\beta_{ji}}{2}}{l_{ij}} \quad (2.9)$$

De même que pour les coordonnées barycentriques discrètes, des travaux ont utilisé cette nouvelle méthode de paramétrisation de maillage dans d'autres domaines.

Ces méthodes sont très intéressantes car le calcul des poids ω_{ij} ne dépend que des angles et des distances. Ainsi, les coefficients peuvent être déterminés même dans le cas où le point p_i étudié et ses voisins ne sont pas coplanaires. Pour un maillage triangulaire, tous les points

intérieurs peuvent donc avoir un poids associé par cette méthode. Cependant, des méthodes antérieures comme dans Floater [18], avaient déjà été mises en place, dans lesquelles les triangles voisins d'un point étaient aplatis avant de définir les poids ω_{ij} à partir de cette configuration plane.

Choix et traitement complémentaires

Les différentes coordonnées homogènes présentées ci-dessus permettent de réaliser une paramétrisation par approche barycentrique. Cependant pour l'instant, seuls les points intérieurs ont pu être calculés.

Traitement des points du bord

Nous avons vu au travers de différentes variantes de la méthode des coordonnées barycentriques, comment définir les points intérieurs. Il reste donc à s'intéresser aux bords du maillage lors de la paramétrisation. Cette étape intervient en premier lieu pour une application barycentrique. Une manière simple revient à projeter ces points dans le plan qui correspond le mieux aux points du bord au sens des moindres carrés. Cependant cela n'est pas toujours possible lorsque le maillage dispose par exemple d'un bord assez complexe et que cette technique génère des repliements indésirables. Pour pallier ces problèmes, deux choix différents peuvent être faits. Le premier consiste à choisir directement la forme du domaine paramétrique, alors que pour la deuxième, c'est une distribution des points paramétriques autour du bord qui est fixée.

Choix de la forme

Pour de nombreuses applications, il est intéressant de choisir un rectangle ou un cercle comme domaine paramétrique. Le choix d'un domaine convexe permet de garantir la bijectivité de la paramétrisation, si nous nous trouvons bien dans le cas des coordonnées barycentriques pour définir les points paramétriques correspondant aux points intérieurs. Néanmoins, cela n'empêche pas la possible création de fortes distorsions près des bords, surtout quand il y a de grandes différences de formes entre le domaine paramétrique et le maillage. Pour contrer cet effet négatif, les travaux de Lee et al. [44] et Kós et Várady [37] modifient le maillage en ajoutant des points au delà des bords jusqu'à construire une frontière plus adaptée pour la correspondance avec le domaine paramétrique. Ils créent alors une nouvelle bordure virtuelle, qui diminue les distorsions sur le maillage réel.

Choix de la distribution

Pour parvenir à placer les points le long de la frontière, la méthode la plus simple est une paramétrisation à une variable comme la méthode de longueur de corde présentée dans Ahlberg et al. [1] ou une paramétrisation centripète par Lee [43]. Ces méthodes permettent de placer les points paramétriques le long du bord.

Ces méthodes fonctionnent donc avec un bord fixe, mais cela peut devenir une limitation trop importante pour la paramétrisation. C'est pourquoi d'autres paramétrisations ont été développées avec un changement des points paramétriques du bord dans le procédé d'optimisation. Ces méthodes peuvent alors créer des paramétrisations avec moins de distorsions.

2.2.4 Formulation énergétique générique

Géométrie différentielle

La catégorie précédente des applications barycentriques peut être qualifiée d'efficace et simple à mettre en œuvre et donne souvent des résultats satisfaisants. Mais il n'est pas aisé de les juger et de les qualifier. Les paramétrisations simples, comme une fonction linéaire simple, cylindrique, parabolôïde et orthographique, peuvent servir à l'élaboration de paramétrisations plus spécifiques.

La paramétrisation d'une surface S sur le domaine P n'est pas unique. On peut concevoir une fonction bijective $\phi : P \rightarrow P$, qui, composée à la paramétrisation f , donne une nouvelle paramétrisation de la surface sur le même domaine P . Un exemple provient de la réalisation d'une paramétrisation stéréographique. À partir de la paramétrisation orthographique, il suffit de créer une fonction ϕ adéquate et de la composer avec f pour obtenir le résultat escompté.

Ainsi, on cherche souvent à comparer différentes paramétrisations pouvant être issues de composition de paramétrisations simples. Dans la suite de cette section, seront introduits des critères formels pour juger et comparer ces paramétrisations.

Propriétés intrinsèques des surfaces

Il est très utile de pouvoir accéder à de nombreuses propriétés de la surface que l'on veut paramétriser. Cela permet alors de pouvoir gérer des critères pour trouver la meilleure paramétrisation selon l'application.

Les dérivées partielles, si f est différentiable, servent à définir localement le plan tangent à la surface. À partir de ces dérivées partielles (notées $f_u = \frac{\partial f}{\partial u}$ et $f_v = \frac{\partial f}{\partial v}$), on peut donc définir la normale à la surface n_f .

$$n_f = \frac{f_u \times f_v}{\|f_u \times f_v\|} \quad (2.10)$$

De même, la courbure gaussienne et la courbure moyenne sont des caractéristiques de la surface qu'il peut être intéressant de déterminer car elles permettent de qualifier la surface. L'aire totale de la surface en est ainsi aussi logiquement une. Pour cette dernière, nous avons besoin d'explicitier la première forme fondamentale de la surface S , qui correspond à l'écriture formelle du produit scalaire euclidien usuel dans le plan tangent de la surface.

$$I_f = \begin{pmatrix} f_u \cdot f_u & f_u \cdot f_v \\ f_v \cdot f_u & f_v \cdot f_v \end{pmatrix} \quad (2.11)$$

où

$$f_i = \frac{\partial f}{\partial i} \quad (2.12)$$

L'aire totale de la surface peut donc être exprimée de la façon suivante :

$$A(S) = \int_P \sqrt{\det I_f} dudv \quad (2.13)$$

Pour calculer les différentes courbures, nous supposons que la paramétrisation est deux fois différentiable. Il est donc possible de calculer les dérivées partielles au second ordre et de les noter : $f_{uu} = \frac{\partial^2 f}{\partial u^2}$, $f_{uv} = \frac{\partial^2 f}{\partial u \partial v}$ et $f_{vv} = \frac{\partial^2 f}{\partial v^2}$

Ainsi le produit entre ses dérivées partielles et la normale à la surface permet de construire la matrice connue sous le nom de seconde forme fondamentale :

$$II_f = \begin{pmatrix} f_{uu} \cdot n_f & f_{uv} \cdot n_f \\ f_{uv} \cdot n_f & f_{vv} \cdot n_f \end{pmatrix} \quad (2.14)$$

Celle-ci est nécessaire à la formulation des courbures gaussienne et moyenne. La première est égale au déterminant de la matrice $I_f^{-1}II_f$, et la seconde à la moitié de la trace de cette même matrice :

$$K = \det(I_f^{-1}II_f) = \frac{\det II_f}{\det I_f} \quad (2.15)$$

et

$$H = \frac{1}{2} \text{tr}(I_f^{-1}II_f) \quad (2.16)$$

Mesure de la distorsion

Pour rendre compte de l'étirement que subit la surface pour s'intégrer dans le domaine paramétrique, on peut s'intéresser à la modification sur f pour un petit changement sur le couple de variable (u, v) dans le domaine paramétrique. Notons le déplacement des paramètres $(\Delta u, \Delta v)$, ainsi nous pouvons approximer la nouvelle surface grâce à un développement de Taylor au premier ordre (pour $\Delta u, \Delta v \rightarrow 0$).

$$\tilde{f}(u + \Delta u, v + \Delta v) = f(u, v) + f_u(u, v)\Delta u + f_v(u, v)\Delta v \quad (2.17)$$

Nous pouvons aussi simplifier la formule en utilisant le jacobien de f , $J_f = \begin{pmatrix} f_u & f_v \end{pmatrix}$ qui est une matrice 3×2 . Ainsi l'équation devient :

$$\tilde{f}(u + \Delta u, v + \Delta v) = f(u, v) + J_f(u, v) \begin{pmatrix} \Delta u \\ \Delta v \end{pmatrix} \quad (2.18)$$

En utilisant la décomposition en valeurs singulières sur la matrice jacobienne, on peut exprimer les différentes transformations que subit la surface localement dans le voisinage de $f(u, v)$ d'où, $J_f = U\Sigma^tV$, où tV représente une rotation qui permet de faire coïncider les axes V_1 et V_2 avec les axes du domaine paramétrique. Pour la transformation associée à la matrice Σ , ce sont les modifications de forme qui sont rendues par les valeurs singulières dans la direction des axes correspondants. La dernière est elle aussi une rotation permettant d'aligner les directions des axes des coordonnées sur les directions des vecteurs U_1 et U_2 dans le plan tangent au point de la surface S , $f(u, v)$.

Nous pouvons ainsi voir que les informations sur la distorsion sont seulement contenues dans la matrice Σ et plus précisément dans les valeurs singulières σ_1 et σ_2 . Pour obtenir ces valeurs singulières, il est intéressant de rappeler que les valeurs singulières d'une matrice A sont égales aux racines carrées des valeurs propres de la matrice tAA . Ici, nous chercherons donc les

valeurs propres de la matrice ${}^t J_f J_f$, que nous avons déjà utilisée et nommée la première forme fondamentale (voir équation 2.11).

$${}^t J_f J_f = \begin{pmatrix} {}^t f_u \\ {}^t f_v \end{pmatrix} (f_u \ f_v) = I_f = \begin{pmatrix} A & B \\ B & C \end{pmatrix} \quad (2.19)$$

Les deux valeurs propres λ_1 et λ_2 de cette matrice symétrique sont alors données par la formule suivante :

$$\lambda_{1,2} = \frac{1}{2}((A + C) \pm \sqrt{4B^2 + (A - C)^2}) \quad (2.20)$$

En étudiant les valeurs propres de I_f , nous pouvons déjà classer la paramétrisation f :

- $\lambda_1 = \lambda_2 = 1 \Leftrightarrow \sigma_1 = \sigma_2 = 1$: Localement la paramétrisation f est donc isométrique.
- $\lambda_1 = \lambda_2 \Leftrightarrow \sigma_1 = \sigma_2$: Dans ce cas, c'est la forme qui est préservée à un étirement près, donc la paramétrisation est conforme car elle préserve les angles.
- $\lambda_1 \lambda_2 = 1 \Leftrightarrow \sigma_1 \sigma_2 = 1$: Ici, le fait que le produit des valeurs propres soit égal à 1, conduit la paramétrisation à restituer localement les aires.

On remarque que si une paramétrisation respecte à la fois les conditions de préservation des angles et des aires, celle-ci est alors une paramétrisation isométrique.

Les paramétrisations optimales sont les paramétrisations isométriques. Nous avons fait précédemment une liste non-exhaustive des principaux types de paramétrisation et dans celles-ci, seule la cylindrique peut ne pas engendrer de distorsions. Cette propriété a été démontrée par Gauß dans ses travaux. Seules des surfaces développables, comme un plan, un cône ou un cylindre, peuvent permettre une paramétrisation isométrique (Gauß [23]).

Pour les paramétrisations conformes, une autre propriété intéressante existe. Les travaux de Riemann [61] ont démontré qu'il existe une paramétrisation conforme pour toute surface topologiquement équivalente à un disque. Nous avons vu dans cette section comment obtenir des caractéristiques des paramétrisations. Celles-ci nous seront utiles maintenant pour créer les meilleures paramétrisations au vu de ces critères.

2.2.5 Minimisation de la distorsion

Dans cette partie, nous allons nous intéresser à la minimisation de la métrique de distorsion. Nous utiliserons les notions présentées dans la sous-section 2.2.4, pour trouver la meilleure paramétrisation f selon certains critères, d'une surface S sur un domaine paramétrique P . Dans ce but, nous allons définir une fonction définie positive à deux variables $E : \mathbb{R}_+^2 \rightarrow \mathbb{R}_+$, qui est une fonction d'énergie permettant de mesurer la déformation locale ayant pour valeurs singulières σ_1 et σ_2 . Le minimum peut se trouver au point de coordonnées $(1, 1)$ pour ainsi favoriser l'isométrie. Celui-ci peut être déplacé sur l'ensemble des points de coordonnées (x, x) dans le but de construire une paramétrisation conforme, ou sur les points $(x, \frac{1}{x})$ pour une paramétrisation préservant les aires.

On peut donc créer une fonction de distorsion globale d'une paramétrisation en moyennant simplement les distorsions locales sur l'ensemble du domaine paramétrique.

$$\bar{E}(f) = \int_P E(\sigma_1(u, v)\sigma_2(u, v))dudv/A(P) \quad (2.21)$$

Ainsi, on peut trouver la meilleure paramétrisation selon l'énergie E en minimisant la fonction $\bar{E}(f)$.

Paramétrisation linéaire par morceaux

La distorsion pour ces paramétrisations est liée aux triangles du domaine paramétrique $t \in P$ correspondant aux triangles du maillage M , les faces, qui ont des paramètres de déformation constant, qu'on notera σ_1^t et σ_2^t .

La fonction devient alors :

$$\bar{E}(f) = \frac{\sum_{t \in P} E(\sigma_1^t \sigma_2^t) A(t)}{\sum_{t \in P} A(t)} \quad (2.22)$$

De cette fonction, on peut exprimer la distorsion totale de son inverse dans le domaine de la surface, et donc sommer les éléments pour chaque maille de la surface.

$$\bar{E}(f^{-1}) = \frac{\sum_{T \in \mathbb{T}} E(\frac{1}{\sigma_1^t} \frac{1}{\sigma_2^t}) A(T)}{\sum_{T \in \mathbb{T}} A(T)} \quad (2.23)$$

Avec cette formulation, l'avantage est que le dénominateur est maintenant constant car il est déterminé par l'aire totale de la surface maillée, qui est donc fixe. De plus, on a une relation simple entre les valeurs singulières de f et de f^{-1} . On obtient les valeurs singulières de f^{-1} en inversant celles de f et *vice versa*. Dans la formule, $1/\sigma_1^t$ et $1/\sigma_2^t$ sont donc utilisés.

Dans tous les cas, la meilleure paramétrisation au vu de la mesure de distorsion E est déterminée en minimisant \bar{E} . On peut aussi exprimer cette énergie en fonction des points de chaque triangle dans son domaine respectif. Ainsi, l'aire va être fonction des sommets des triangles dans les domaines respectifs, $t = [p_0, p_1, p_2]$ pour le domaine paramétrique et $T = [s_0, s_1, s_2]$ pour le domaine géométrique.

$$A(t) = \frac{1}{2} \det(u_1 - u_0, u_2 - u_0), A(T) = \frac{1}{2} \|(p_1 - p_0) \times (p_2 - p_0)\| \quad (2.24)$$

Application harmonique

Les premières méthodes de paramétrisation pour une utilisation en informatique graphique (Eck et al. [14], Pinkall et Polthier [56]), étaient fondées sur l'énergie de Dirichlet de la paramétrisation inverse g . Celle-ci s'obtient à partir de l'énergie globale $\bar{E}(g = f^{-1})$ (voir équation 2.23) et d'une mesure de distorsion locale définie comme suit :

$$E_D(\sigma_1, \sigma_2) = \frac{1}{2}(\sigma_1^2 + \sigma_2^2) \quad (2.25)$$

Cette énergie est quadratique par rapport aux points paramétriques u_i et peut donc être minimisée en résolvant un système linéaire. Il est à noter que la fonction inverse $f = g^{-1}$ de l'application harmonique résultant est l'application barycentrique à laquelle nous nous étions

intéressés dans de la section précédente. Cette application harmonique est relativement simple mais présente en contrepartie des désavantages assez contraignants. Il faut tout d'abord fixer les bords de la paramétrisation avant l'étape de minimisation d'énergie, sinon le minimum est obtenu pour $\sigma_1 = \sigma_2 = 0$. On a alors une paramétrisation dégénérée, où tous les triangles de la surface maillée correspondent à un seul et unique point. De plus, le fait de bien définir les bords ne permet pas de certifier que la paramétrisation va être compatible avec la propriété de bijection qui permet de passer d'un domaine à l'autre aisément.

Application conforme

L'utilisation d'un autre type d'énergie a été introduit par Lévy et al. [48] et Desbrun et al. [13]. Cette dernière est nommée énergie conforme et est utilisée comme mesure de distorsion locale :

$$E_C(\sigma_1, \sigma_2) = \frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_2)^2 \quad (2.26)$$

Cette méthode nécessite toujours la résolution d'un système linéaire mais est beaucoup moins contraignante que l'application harmonique. Il suffit alors de fixer deux points du bord pour garantir l'unicité de la solution. Cependant, cette solution diffère sensiblement selon le choix adopté. Par conséquent, des travaux comme ceux entrepris par Mullen et al. [53] tentent de déterminer le choix qui serait le plus judicieux pour obtenir le meilleur résultat possible.

On peut noter que les applications conformes et harmoniques sont liées en étudiant leurs mesures de distorsion locale, car leur différence est toujours égale au produit des valeurs singulières :

$$E_D(\sigma_1, \sigma_2) - E_C(\sigma_1, \sigma_2) = \sigma_1 \sigma_2 \quad (2.27)$$

On peut aussi montrer qu'au niveau global, cette différence se rapporte au rapport des aires du domaine paramétrique et de la surface maillée.

$$\bar{E}_D(g) - \bar{E}_C(g) = \frac{\sum_{t \in P} A(t)}{\sum_{T \in \mathbb{T}} A(T)} = \frac{A(P)}{A(M)} \quad (2.28)$$

On peut donc en déduire que si l'on construisait une application conforme et que l'on utilisait alors les bords obtenus pour base d'une application harmonique, on obtiendrait le même résultat. On sait que toute application conforme est aussi harmonique, et l'expérimentation précédente l'illustre parfaitement.

Le minimum pour l'énergie conforme s'atteint pour $\sigma_1 = \sigma_2$, mais d'autres fonctions d'énergie peuvent être construites dans le but d'avoir leur minimum pour ces mêmes conditions. Il est donc possible de créer d'autres énergies permettant de favoriser une paramétrisation conforme. Par exemple, Hormann et Greiner [32] ont introduit une fonction, qu'ils ont nommé l'énergie MIPS :

$$E_M(\sigma_1, \sigma_2) = \frac{\sigma_1}{\sigma_2} + \frac{\sigma_2}{\sigma_1} = \frac{\sigma_1^2 + \sigma_2^2}{\sigma_1 \sigma_2} \quad (2.29)$$

De nouvelles formulations d'énergie ont été recherchées pour apporter des propriétés intéressantes, celle-ci par exemple est la même pour la mesure de f et de $f^{-1} = g$.

$$E_M(\sigma_1^T, \sigma_2^T) = E_M(\sigma_1^t, \sigma_2^t) \quad (2.30)$$

De plus, cette minimisation d'énergie tend à minimiser les deux énergies précédentes, harmonique et conforme, et cela engendre un problème non linéaire. Les deux énergies $\bar{E}_M(f)$ et $\bar{E}_M(g)$ peuvent toujours être minimisées à l'aide d'une descente de gradient. De même, Hormann [31] a montré que la détermination des dérivées premières et secondes est possible analytiquement et que la bijectivité de la paramétrisation peut être garantie.

Différents exemples de mesure de distorsion

Nous allons présenter ici plusieurs mesures de distorsion locale qui mènent toutes à des problèmes d'optimisation non linéaire.

Les premières dont nous allons discuter sont localement isométriques, mais se comportent différemment dans certains cas. Le tenseur de déformation de Green-Lagrange utilisé par Maillot et al. [51] favorise les rétrécissements :

$$E_G(\sigma_1, \sigma_2) = (\sigma_1^2 - 1)^2 + (\sigma_2^2 - 1)^2 \quad (2.31)$$

La seconde a été introduite dans les travaux de Degener et al. [12], où le paramètre θ doit être strictement positif :

$$E_\theta(\sigma_1, \sigma_2) = \left(\frac{\sigma_1}{\sigma_2} + \frac{\sigma_2}{\sigma_1}\right) \left(\sigma_1\sigma_2 + \frac{1}{\sigma_1\sigma_2}\right)^\theta \quad (2.32)$$

Sander et al. [62] ont mis en place des énergies à partir des différents types de normes existantes. La première est l'énergie d'étirement L_∞ :

$$E_\infty(\sigma_1, \sigma_2) = \sigma_1 \quad (2.33)$$

et la seconde, l'énergie d'étirement L_2 définie par :

$$E_2(\sigma_1, \sigma_2) = \sqrt{\frac{1}{2}(\sigma_1^2 + \sigma_2^2)} \quad (2.34)$$

On peut remarquer que la dernière énergie est alors la racine carrée de l'énergie de Dirichlet E_D vue précédemment (voir équation 2.25).

Pour rendre l'énergie E_∞ symétrique, Sorkine et al. [73] ont défini une nouvelle énergie de la sorte comme mesure de distorsion locale :

$$E_s(\sigma_1, \sigma_2) = \max(\sigma_1, 1/\sigma_2) \quad (2.35)$$

Ces premières méthodes sont à mettre en opposition avec les suivantes qui sont quant à elles basées sur les angles.

Certaines méthodes ont été développées, non pas en définissant une paramétrisation par des coordonnées de sommets, mais en s'intéressant plutôt aux angles des triangles. Les méthodes ABF et ABF++ créées par Sheffer et al. [68], Sheffer et de Sturler [70], Sheffer et Sturler [71] ainsi que l'algorithme motif circulaire (Kharevych et al. [34]) fonctionnent selon ce principe. Ces méthodes basées sur les angles sont adaptées aux surfaces présentant une courbure de Gauß élevée, car elles introduisent moins de distorsion que d'autres méthodes classiques.

La méthode ABF (Angle Based Flattening) se fonde sur la propriété suivante : une triangulation planaire est définie complètement par la connaissance des angles de chaque triangle, à un facteur d'échelle près. Ainsi on peut reformuler le problème de la paramétrisation. Trouver le couple de coordonnées (u_i, v_i) peut s'exprimer en terme d'angles. On doit alors définir les angles de chaque triangle de t . Il faut néanmoins assurer la validité des angles calculés pour une triangulation plane.

La première condition à respecter permet de vérifier si l'on a bien construit un triangle :

$$\forall t \in T, \alpha_{ij} + \beta_{ij} + \gamma_{ij} - \pi = 0 \quad (2.36)$$

La deuxième, quant à elle, valide la planéité de la triangulation :

$$\forall s_i \in S_{int}, \sum_{s_j \in V_i} \alpha_{ij} - 2\pi = 0 \quad (2.37)$$

où S_{int} correspond aux sommets intérieurs du maillage et V_i est l'ensemble des sommets voisins au sommet s_i .

La troisième est la positivité des angles. Cela permet bien sûr de ne pas rencontrer de problème lors du contrôle des deux premières propriétés.

La dernière propriété à vérifier est liée aux longueurs des côtés des triangles. Il faut s'assurer que l'arête commune à deux triangles l_{ij} (voir figure 2.12) a la même longueur par sa détermination dans les deux triangles auxquels elle appartient. Pour cela, il faut parvenir à lier les longueurs des arêtes issues d'un seul sommet. La relation entre deux arêtes d'un même triangle est exprimée grâce aux sinus des deux angles du triangle qui ne sont pas formés par ces arêtes. Si on note h la hauteur issue de β_{ij} dans le triangle composé des sommets s_i, s_j et s_l , on a alors :

$$\sin \alpha_{ji} = \frac{h}{l_{ij}}, \sin \gamma_{ji} = \frac{h}{l_{il}} \text{ d'où } \frac{l_{ij}}{l_{il}} = \frac{\sin \gamma_{ji}}{\sin \alpha_{ji}} \quad (2.38)$$

En propageant cette relation sur toutes les faces incidentes aux sommets s_i jusqu'à avoir :

$$\frac{l_{ik}}{l_{ij}} = \frac{\sin \gamma_{ki}}{\sin \alpha_{ki}} \quad (2.39)$$

On obtient en faisant la multiplication de tous ces relations données dans chaque triangle incident :

$$\forall s_i \in S_{int}, \prod_{s_j \in V_i} \frac{\sin \gamma_{ji}}{\sin \alpha_{ji}} = 1 \quad (2.40)$$

L'objectif de cette méthode est donc de trouver les angles aussi proches que possible des angles du maillage 3D original M qui vérifient toutes ces conditions. Le problème d'optimisation est résolu en utilisant la méthode des multiplicateurs de Lagrange. Ensuite, les angles trouvés permettent de définir les coordonnées (u, v) des sommets par une propagation. La paramétrisation déterminée garantit de n'avoir aucun triangle retourné, c'est-à-dire d'être localement bijectif. Cependant, des chevauchements globaux peuvent apparaître. La méthode intègre alors un mécanisme pour tenter de régler ce problème, mais ne propose aucune garantie de convergence.

La méthode développée par Kharevych et al. [34] est une approche fondée sur des motifs circulaires qui doivent correspondre à une face du maillage M . Contrairement à l'empilement compact de disques, les cercles utilisés dans cette méthode peuvent s'intersecter. L'angle définissant l'intersection est θ_{int} , l'angle entre les deux rayons des cercles définis par l'un des points d'intersection de ces deux cercles (voir figure 2.13).

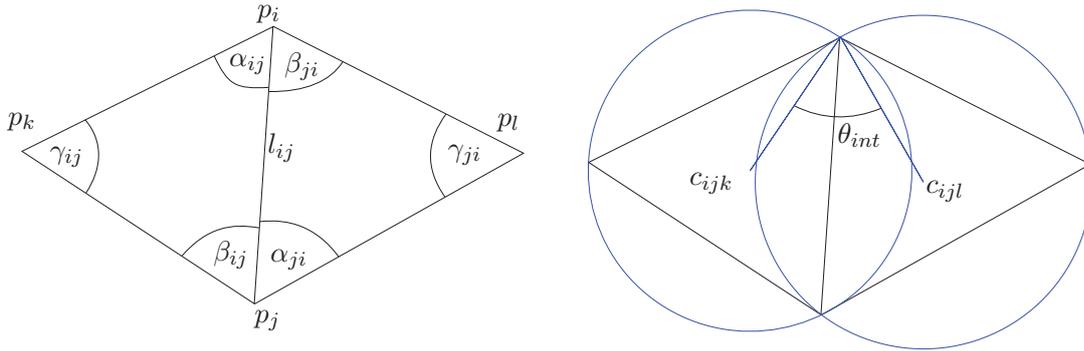


FIGURE 2.13 – Notation pour motif circulaire avec intersection. Pour une arête commune l_{ij} entre les points p_i et p_j , deux triangles adjacents sont étudiés composés des points p_i , p_j et p_k ainsi que des points p_i , p_j et p_l . Leurs angles formés par cette arête et leurs deux autres côtés sont notés respectivement α_{ij} , β_{ij} et α_{ji} , β_{ji} . Le dernier angle est γ_{ij} ou γ_{ji} . Les points c_{ijk} et c_{ijl} quant à eux, représentent les centres des cercles liés à chaque triangle.

Étant donnés ces angles pour l'ensemble du maillage, le rayon du cercle est trouvé par la minimisation d'une énergie convexe. La détermination des angles d'intersection s'effectue en définissant un ensemble d'angles α_i^t des triangles qui sont aussi proches que possible de ceux du maillage 3D M et qui satisfont les conditions suivantes :

- validité des triangles
- planéité
- positivité

Notons que ces conditions sont les mêmes que celles énoncées pour la méthode ABF. La dernière contrainte est la propriété de Delaunay locale :

$$\forall e_{ij} \in E, \gamma_{ij} + \gamma_{ji} < \pi \quad (2.41)$$

Les rayons trouvés par cette méthode sont finalement transformés en couple de coordonnées (u, v) .

Tableaux récapitulatifs et comparatifs des diverses paramétrisations

Le premier tableau 2.1 récapitule les diverses énergies présentées précédemment et insiste sur leurs principales caractéristiques, qui sont la formulation de l'énergie à minimiser et leur apport. On remarque que certaines essaient de tendre vers une paramétrisation isométrique, même si

Énergie	Référence	Notation	Commentaires
tenseur de déformation de Green-Lagrange	Maillot et al. [51]	$E_G(\sigma_1, \sigma_2) = (\sigma_1^2 - 1)^2 + (\sigma_2^2 - 1)^2$	localement isométrique avec rétrécissements favorisés
énergie "isométrique"	Degener et al. [12]	$E_\theta(\sigma_1, \sigma_2) = (\frac{\sigma_1}{\sigma_2} + \frac{\sigma_2}{\sigma_1})(\sigma_1\sigma_2 + \frac{1}{\sigma_1\sigma_2})^\theta$	minimisation des distorsions sur les aires et les angles
énergie d'étirement L_∞	Sander et al. [62]	$E_\infty(\sigma_1, \sigma_2) = \sigma_1$	
énergie d'étirement L_2	Sander et al. [62]	$E_2(\sigma_1, \sigma_2) = \sqrt{\frac{1}{2}(\sigma_1^2 + \sigma_2^2)}$	racine carrée de l'énergie de Dirichlet E_D
énergie dérivant de L_∞	Sorkine et al. [73]	$E_s(\sigma_1, \sigma_2) = \max(\sigma_1, 1/\sigma_2)$	énergie symétrique
méthode ABF, Angle Based Flattening	Sheffer et al. [68], Sheffer et de Sturler [70], Sheffer et Sturler [71]		basée sur les angles avec bijection locale (pas de retournement de triangles)

TABLE 2.1 – Caractéristiques des différentes méthodes présentées.

elle n'est pas atteignable pour tout type de surface. Elles tentent de minimiser une énergie portant conjointement sur les aires et les angles et l'importance de l'une de ces mesures par rapport à l'autre peut souvent être modulée et ainsi parvenir au compromis le plus adapté suivant le domaine d'application de la paramétrisation.

Le second tableau 2.2 permet une comparaison des différentes techniques de paramétrisation déjà développées. Le premier élément de différenciation entre ces méthodes est bien évidemment la mesure sur laquelle porte la minimisation. Il liste aussi le type de frontière requis et la liberté que la méthode donne sur celui-ci. L'utilisation de frontières fixées permet d'utiliser des formulations plus simples et est plus rapide. Au contraire, si la frontière est laissée libre pour une méthode, le temps de calcul est souvent plus long mais les distorsions introduites sont moins importantes puisque la frontière est une part de la solution délivrée par ces techniques. La bijectivité de la paramétrisation est aussi un paramètre très important et il est donc très intéressant de savoir si elle est respectée, globalement ou localement. Ce paramètre dénote la robustesse de la technique. D'une manière générale, la complexité est un facteur primordial pour comparer différentes méthodes. De même que pour la frontière, cet aspect joue sur la vitesse et la facilité d'implémentation, bien souvent au détriment des distorsions finalement présentes.

Autres domaines de paramétrisation

Toutes les méthodes présentées précédemment sont des techniques de paramétrisation pour un domaine plan. Quand la surface n'est pas topologiquement équivalente à un disque, il peut être intéressant voire nécessaire d'utiliser un autre type de domaine pour s'affranchir des problèmes

Méthode	Distorsion minimisée	Frontière	Bijektivité	Complexité
Uniforme	aucune	fixée et convexe	oui	linéaire
Harmonique	angles	fixée et convexe	non	linéaire
Floater [18]	angles	fixée et convexe	oui	linéaire
Floater [19]	angles	fixée et convexe	oui	linéaire
Desbrun et al. [13], Lévy et al. [48]	angles et aires	libre	non	linéaire
ABF/ABF++ Sheffer et al. [68], Sheffer et Sturler [71]	angles	libre	locale	non linéaire
MIPS Hormann et Greiner [32]	angles	libre	globale	non linéaire
Kharevych et al. [34]	angles	libre	locale	non linéaire
Minimisation d'étirement Sander et al. [62]	distances	libre	globale	non linéaire
Degener et al. [12]	aires	libre	oui	non linéaire

TABLE 2.2 – Comparaison des techniques de paramétrisation.

de discontinuités. Les principaux domaines utilisés dans ce cas-là sont la sphère ou un complexe simplicial.

L'avantage du domaine sphérique est de permettre de réaliser des paramétrisations continues sans coutures d'objets de genre nul. De nombreux travaux ont été réalisés avec l'objectif d'étendre la notion de paramétrisation barycentrique planaire.

Alexa [2], Gu et Yau [28], Kobbelt et al. [36] ont développé des méthodes utilisant la méthode itérative de Gauß-Seidel pour réaliser leur paramétrisation. Haker et al. [29] réalisent tout d'abord une paramétrisation planaire du maillage. Ils utilisent alors une projection stéréographique pour obtenir une application sphérique. Les travaux de Gotsman [24] généralisent le principe des méthodes de coordonnées barycentriques à la sphère. Cela a été possible en utilisant les résultats de la théorie des graphes spectraux par Colin de Verdière [80]. D'autres méthodes se fondent sur des techniques multi-résolution pour garantir la bijectivité et une certaine efficacité. Ainsi Praun et Hoppe [59], Shapiro et Tal [66] simplifient le modèle jusqu'à le réduire à sa forme minimale, un tétraèdre, puis en l'incorporant dans la sphère et en ajoutant progressivement les sommets enlevés, ils parviennent à l'objectif souhaité, réaliser une paramétrisation sans essayer de minimiser un type de distorsion.

La deuxième grande famille de domaines est celle des complexes simpliciaux, qui sont des objets géométriques déterminés par une donnée combinatoire. Nous avons décrit beaucoup de techniques de paramétrisation différentes qui mettaient en correspondance une surface 3D topologiquement équivalente à un disque et un domaine paramétrique 2D. Pour des surfaces avec

une topologie arbitraire, on peut d'une part choisir de segmenter la surface et de paramétrer indépendamment chaque morceau, d'autre part choisir de réaliser une paramétrisation globale adaptée à la topologie plus complexe de la surface. La première solution engendre des problèmes comme l'apparition d'artefacts lors d'un plaquage de texture, entre les différents morceaux de la surface.

Les premières méthodes de paramétrisation globale comme la méthode MAPS par Lee et al. [42] commencent, elles aussi, par segmenter la surface et paramétrer les multiples morceaux. Cependant, la différence principale se situe à l'étape suivante, où l'objet est rééchantillonné régulièrement dans le domaine paramétrique. Pour améliorer cette méthode, Khodakovsky et al. [35] se sont penchés sur la continuité entre les morceaux, qu'ils ont formalisé par la notion de fonction de transition.

2.2.6 Conclusion

Nous avons présenté dans cette section différentes techniques de paramétrisation. Il en existe de très variées, cependant elles tendent toutes principalement à réduire les distorsions dues au passage de \mathbb{R}^3 à \mathbb{R}^2 . Ces distorsions sont toujours présentes sauf dans quelques cas très favorables, quand la surface est développable. L'utilisation de ces techniques n'est alors peut-être pas la meilleure solution à notre problème, puisque que nous souhaitons obtenir une image retranscrite exactement sur la surface. Le principe de l'anamorphose pourrait en partie répondre à nos besoins avec comme concession, la limitation des points de vue permettant de visualiser le décor.

2.3 Déformation de maillage

Ce domaine de recherche est très important en modélisation géométrique, pour sa très large application dans le design industriel et artistique. Le but de ces techniques est de définir la fonction $\Phi : S \subset \mathbb{R}^3 \rightarrow S' \subset \mathbb{R}^3$, qui permet donc de modifier géométriquement la surface. Dans le cadre de notre projet, cette étape doit permettre de réaliser la transformation inverse du film lors du procédé d'injection. Nous cherchons donc une fonction Φ dont les caractéristiques principales seraient l'obtention d'un résultat physiquement plausible du film à l'état initial sans pour autant trouver exactement les étapes intermédiaires par lesquelles le film est passé lors de sa déformation. En d'autres termes, nous nous focalisons sur le résultat final de cette déformation inverse au détriment du moyen pour y parvenir. Dans le domaine de l'informatique graphique où la représentation de ces surfaces par des maillages est courante, la fonction restera la même mais est simplement appliquée aux sommets. Des méthodes dirigées par des contraintes données par l'utilisateur sont très répandues. Ces méthodes de déformation de maillage ont été développées dans le but, par exemple, de faire de l'animation de personnages. Mais celles-ci ne sont pas complètement automatiques, car des actions de l'utilisateur sont nécessaires à leur bon fonctionnement et adaptées à l'objectif recherché, la déformation de maillage pour l'édition. Pour une méthode entièrement automatique, il faut s'orienter dans d'autres domaines de recherche. L'utilisation des différentes techniques de paramétrisation peut être adaptée pour être utilisée dans notre cas de déformation de maillage. On a bien une correspondance évidente entre les deux espaces pour la paramétrisation, géométrique et paramétrique, avec les deux types de surface que

l'on étudie pour l'application industrielle. Le film plastique déformé s'identifie à la surface S , tandis que le film avant déformation peut être considéré comme le domaine paramétrique plan.

2.3.1 Systèmes linéaires

Nous allons principalement décrire des méthodes linéaires comme dans les travaux de Botsch et Sorkine [9]. Cela signifie que la déformation du maillage est principalement orchestrée par un problème de minimisation variationnelle quadratique globale, dont les contraintes de modélisation sont données par l'utilisateur, bien qu'il existe d'autres moyens d'y parvenir. Ces méthodes linéaires sont intéressantes à plus d'un point. Elles sont tout d'abord rapides, surtout quand le système linéaire est creux, comme c'est le cas des techniques que nous allons aborder. De même, elles sont relativement simples à implémenter par la présence de solveurs très élaborés déjà conçus. Il ne faut pas oublier que ce sont aussi des techniques robustes, car lorsque les conditions aux limites sont efficacement définies, l'énergie quadratique a un unique minimum global.

Mais des inconvénients sont évidemment présents. La déformation de maillage est naturellement non-linéaire car ce problème demande de déduire des rotations locales de la surface à partir des déplacements demandés. De plus, une méthode linéaire peut seulement apporter une approximation du résultat.

Mais ces méthodes ont comme entrée une action de l'utilisateur pour donner la déformation de la surface, ce qui est très différent de notre situation. Pour passer outre cette donnée, il convient de se demander quelle déformation est naturelle. Une réponse peut provenir de la physique des objets réels. Ainsi, des phénomènes naturels comme la gravité, la viscosité et l'élasticité d'un matériau, peuvent permettre de définir le comportement des déformations d'un objet. Nealen et al. [54] présentent toute une panoplie de modèles pour des déformations physiquement réalistes. Il peut être trop contraignant de se limiter à ce type de déformations qui sont difficiles à obtenir, alors que, bien souvent, l'utilisateur n'a besoin que d'une déformation qui semble plausible physiquement.

Dans ce domaine, le principal besoin est la mesure de la déformation de l'objet depuis son état initial. Cette mesure peut être faite par une énergie élastique, qui contient un premier terme pour l'étirement et un second correspondant à la flexion. On utilise dans ce cas les formes fondamentales $I(u, v)$ et $II(u, v) \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$, qui permettent de mesurer les propriétés intrinsèques de la surface S comme les longueurs, les aires et les courbures (voir sous-section 2.2.4). On peut donc construire une énergie à partir de ces deux formes :

$$E_{elastique}(S') = \int_P k_s \|I' - I\|_F^2 + k_b \|II' - II\|_F^2 dudv, \quad (2.42)$$

où S' , I' et II' sont respectivement la surface déformée provenant de S et ses deux formes fondamentales et $\|\cdot\|_F$ est la norme de Frobenius. Celle-ci est donnée pour une matrice M dont les valeurs singulières sont notées σ_i par la formule suivante :

$$\|M\|_F^2 = \left(\sum \sigma_i^2 \right)^{1/2} \quad (2.43)$$

Les deux paramètres k_s et k_b sont des coefficients de raideur permettant de contrôler la résistance de la surface à l'étirement et à la flexion.

Il est à noter que cette énergie est invariante si la déformation est une transformation rigide, composée seulement de rotation et de translation. Cette fonction d'énergie est souvent simplifiée, puisqu'il n'est pas possible de réaliser la minimisation non linéaire pour des applications interactives. On utilise alors les dérivées partielles au premier et second ordre de la fonction de déplacement d (Celniker et Gossard [10], Welch et Witkin [84]) :

$$\tilde{E}_{elastique}(d) = \int_P k_s (\|\frac{\partial d}{\partial u}\|^2 + \|\frac{\partial d}{\partial v}\|^2) + k_b (\|\frac{\partial^2 d}{\partial u^2}\|^2 + 2\|\frac{\partial^2 d}{\partial u \partial v}\|^2 + \|\frac{\partial^2 d}{\partial v^2}\|^2) dudv \quad (2.44)$$

Cette équation peut être minimisée efficacement par l'équation aux dérivées partielles d'Euler-Lagrange :

$$-k_s \Delta d + k_b \Delta^2 d = 0, \quad (2.45)$$

où, Δ et Δ^2 sont les opérateurs laplacien et bilaplacien.

Les différentes techniques de paramétrisation peuvent être adaptées pour être utilisées dans le cas de la déformation de maillage.

2.3.2 Paramétrisation conforme discrète

Les diverses méthodes de paramétrisation peuvent être utilisées dans notre cas de déformation de maillage. Notre choix s'est porté sur les paramétrisations conformes, au vu de l'application industrielle et du comportement du film plastique. Celui-ci ne peut naturellement pas se déformer en suivant des propriétés de conservation d'aire, car le film s'étire et s'affine en fonction des contraintes qu'il subit lors du processus de chauffe et d'injection. Au contraire, la caractéristique conforme paraît plus plausible physiquement. Localement, la matière peut très bien se déformer tout en gardant sa forme. Pour appliquer ces méthodes, le fait que le film à l'état initial avant déformation soit plan est très pratique. Ainsi, il y a une correspondance directe entre le domaine de paramétrisation et le film initial. Le film plastique déformé est donc considéré comme une surface 3D, alors que le film avant déformation sera le résultat de la paramétrisation dans le domaine paramétrique plan. Les travaux de Springborn et al. [74] permettent de réaliser une transformation conforme discrète en utilisant une équivalence conforme discrète comme les travaux de Luo [50] l'avaient déjà présentée.

2.3.3 Conclusion

Les méthodes de déformation de maillage peuvent être classées dans deux grandes catégories, les méthodes contraintes par le choix de l'utilisateur souvent utilisées dans le domaine de l'animation et celles automatiques guidées par une fonction objectif comme l'étaient les techniques de paramétrisation. Notre choix s'est porté sur les méthodes automatiques compte tenu de nos attentes. De plus, en considérant le comportement physique de la matière lors du procédé, il nous a semblé assez judicieux de comparer cette déformation à une transformation conforme.

2.4 Synthèse de texture

La synthèse de texture est un domaine qui a été développé pour répondre à certains problèmes liés au plaquage de texture. Les différentes techniques que l'on peut rencontrer sont très utiles lorsqu'on veut générer une texture. Pour ce projet, la génération d'une image est l'étape finale du procédé, puisque celle-ci doit être ensuite imprimée sur le film plastique qui sera déposé sur l'objet lors de l'injection. On peut bien sûr obtenir des textures de différentes manières, par photographie ou par dessin pour les plus simples. Cependant, la synthèse de texture basée exemple (Wei et al. [82]) permet de créer une large panoplie de textures à partir d'un exemple. La texture créée pourra avoir une taille variable et si celle-ci est construite à partir d'un motif élémentaire, les diverses méthodes cherchent à ne présenter aucune répétition trop visible et non naturelle. Beaucoup de techniques différentes ont été proposées pour répondre à cette problématique mais ce sont les travaux dérivant des champs aléatoires de Markov qui sont le modèle répondant le mieux à l'application étudiée. Ces champs sont un outil mathématique en analyse spatiale et en fouilles de données spatiales. Ils ont été utilisés rapidement pour l'analyse de texture ainsi que leur synthèse (Paget [55], Popat [57]).

La texture résultante est alors le produit d'un procédé aléatoire stationnaire et local. On peut définir un voisinage spatial de taille fixe pour chaque pixel. Ainsi, à partir d'une texture, on génère l'image de sortie en essayant de respecter les voisinages de l'image initiale. Il faut donc pour chaque pixel de la texture réalisée que l'on puisse au moins retrouver un voisinage proche de l'un de ceux présents initialement. La taille du voisinage est un paramètre utilisateur qui se doit d'être cohérent avec la taille des motifs caractéristiques. L'hypothèse d'un champ aléatoire de Markov permet d'avoir des voisinages locaux similaires dans les deux textures. Ainsi, les deux textures sont visuellement semblables car la technique a bien respecté l'hypothèse des voisinages proches.

Ces méthodes ont beaucoup d'avantages provenant des outils sur lesquels elles s'appuient. Cependant, cela ne les empêche pas de présenter des difficultés à l'utilisation, en raison d'algorithmes complexes. Il existe des méthodes basées pixel ou basées patches, qui ont permis de contourner ces inconvénients et nous allons donc les détailler.

L'une des premières techniques à entrouvrir toutes les possibilités offertes par la synthèse de textures est celle développée par Efros et Leung [16]. Pour générer la texture, l'algorithme part d'une graine et définit les pixels voisins au fur et à mesure jusqu'à la construction complète de l'image. La génération d'un nouveau pixel passe par l'analyse de ses voisins déjà déterminés et par la recherche d'un candidat de la texture initiale respectant ce voisinage. Comme précisé précédemment, la taille du voisinage peut être choisie par l'utilisateur mais des précautions doivent être prises pour que la texture synthétisée soit conforme aux attentes. Si le voisinage est trop petit, on peut obtenir un résultat trop aléatoire et on va donc perdre les caractéristiques présentes dans le motif original. Dans le cas contraire, on va favoriser la répétition d'un motif ou avoir des parties de l'image qui ne répondent pas aux exigences car le procédé est surcontraint. Cette méthode s'inspire bien des champs aléatoires de Markov, mais ne les réalise pas exactement. Les avantages tirés de ce non-respect rigoureux de la théorie induit une plus grande facilité de compréhension et d'implémentation, ainsi qu'une rapidité potentiellement accrue.

De nombreuses techniques ont été développées pour augmenter la vitesse et la qualité des résultats (Kwatra et al. [38], Wei et Levoy [83]). L'utilisation de la cohérence reste néanmoins

une des méthodes les plus efficaces. Les premiers travaux introduisant cette notion ont été menés par Ashikhmin [6]. L'idée principale est de prendre en compte les voisins d'un pixel que l'on recopie dans la texture finale car ceux-ci ont alors plus de probabilité de convenir pour les prochains pixels voisins à déterminer. Cette cohérence permet donc d'accélérer le processus de recherche de voisins vérifiant les conditions d'acceptation pour les pixels de la texture produite.

Les méthodes basées sur les patches peuvent être considérées comme une extension des méthodes basées pixels. Au lieu d'être déterminée pixel par pixel, la texture est composée à partir de patches. Pour assurer la qualité du résultat, le voisinage du patch doit bien sûr être contrôlé comme pour la méthode précédente. Les pixels déjà synthétisés et proches du patch que la méthode est en train de placer, sont alors utilisés pour vérifier la similarité des voisinages locaux. La taille et la forme des patches peuvent générer des recouvrements dans la texture synthétisée. Il faut donc prendre des décisions sur les régions problématiques. Praun et al. [58] ont décidé de conserver la dernière détermination trouvée. Chaque nouveau patch remplace simplement l'existant qu'il recouvre. La technique proposée par Liang et al. [49] consiste quant à elle à mélanger les régions se recouvrant. Ce choix peut induire la création d'artefacts visuels. Efros et Freeman [15] ont préféré au mélange des textures la recherche d'un chemin optimal pour la coupure entre les deux régions qui présentent des recouvrements. Cette technique a été ensuite améliorée par l'utilisation de *graph cut* par Kwatra et al. [39].

D'autres méthodes ont aussi cherché à répondre à ce problème comme dans les travaux de Soler et al. [72], Wu et Yu [85] en déformant les patches pour qu'ils puissent garantir une continuité entre eux. À l'inverse de ces techniques qui modifient les patches pour convenir à l'espace de texture, certaines ont été développées avec l'idée d'utiliser des patches qui permettent de paver entièrement le plan. Dans le domaine du pavage, il est souvent intéressant de trouver l'ensemble des éléments "tuiles" qui permettent de ne pas produire de périodicité (Culik [11], Grünbaum et Shephard [27]). Cette apériodicité est un élément essentiel pour parvenir à éviter toute répétition dans la texture produite.

Toutes ces méthodes ont été créées pour améliorer le rendu final des textures générées. L'obtention à partir d'un exemple d'une texture ne présentant pas simplement une répétition du motif mais un ensemble cohérent qui semble inspiré de la texture initiale, en est l'objectif principal. Les problèmes liés au mélange de plusieurs textures ont permis de mettre en place des méthodes pour réaliser une texture cohérente. C'est principalement ce dernier point qui nous intéressait dans cette partie, puisque dans le cadre du projet IMD3D plusieurs images pourront être choisies pour décorer l'objet et cette étude permet de justifier le choix de la technique qui sera utilisée.

2.5 Espaces colorimétriques

Nous avons présenté précédemment des techniques liées à la génération et à la modification de texture. Celles-ci peuvent très bien être appliquées à tout type d'image, néanmoins le fait d'exprimer ces images dans un espace colorimétrique spécifique permet de simplifier leur application. Il existe de nombreux espaces colorimétriques, des espaces élémentaires se référant aux organes de vision de l'Homme, aux espaces de référence créés pour être les meilleurs descripteurs des couleurs visualisées. Un espace colorimétrique permet d'associer un point de l'espace

à une couleur visible. Ces espaces sont le plus souvent en trois ou quatre dimensions, puisqu'ils sont limités par la vision humaine par nature. Les couleurs visibles sont donc représentées par un point de cet espace. Dans le domaine de l'impression, les pigments utilisés et leur qualité ont engendré la mise en place d'espace à quatre dimensions. Les espaces élémentaires sont utilisés pour décrire le fonctionnement d'un appareil spécifique et ne peuvent donc en aucun cas être considérés comme des références absolues. De la motivation de s'affranchir de cette contrainte a découlé la constitution d'espaces de référence, indépendants du système d'acquisition. Mais les outils, comme un écran ou une imprimante, ne peuvent pas créer toutes les couleurs visibles avec les espaces colorimétriques et en conséquence on définit le gamut d'un appareil comme son ensemble de couleurs réalisables.

2.5.1 Espaces élémentaires

Le premier espace couleur que nous allons présenter est l'un des plus connus. Il essaie de s'approprier les caractéristiques de l'appareil de vision que nous, humains, utilisons pour l'un de nos principaux sens, l'œil. Les récepteurs des couleurs sont les cônes et existent sous trois types différents. Les principales intensités de rouge, de vert et de bleu sont donc essentiellement captées chacune par un type de cône différent. L'espace élémentaire qui a été construit à partir de ces observations, est l'espace RVB (Rouge Vert Bleu) (voir figure 2.14), dont chaque couleur est représentée par un triplet correspondant aux valeurs attribuées aux trois couleurs primaires.

Cependant, même si cet espace est calqué sur notre système de vision, les êtres humains n'utilisent pas en pratique cette décomposition des couleurs car il est très difficile de déterminer les bonnes valeurs pour constituer une couleur. Nous préférons décrire le visible par sa teinte tout d'abord, violet, jaune ou pourpre par exemple puis apporter des précisions relatives à sa pureté et son intensité. Cette méthode de description de la couleur a permis de créer l'espace colorimétrique TSV, décomposé en teinte, saturation et valeur (voir figure 2.15).

Il est à noter que ces espaces sont déduits de notre système d'acquisition de la lumière et de notre interprétation de celle-ci. Ils sont donc adaptés à décrire les couleurs en synthèse additive mais en aucun cas en synthèse soustractive, qui correspond aux phénomènes de réflexion des couleurs sur un objet. Pour le domaine de l'impression, ces types d'espaces sont très importants. La référence pour la synthèse additive est le noir alors que pour la soustractive, c'est le blanc. Le choix des composantes pour cet espace provient de cette référence. On prend donc les couleurs qui, lorsqu'elles sont soustraites au blanc, donnent les trois couleurs primaires. Celles-ci sont les couleurs cyan, magenta et jaune qui forment l'espace CMJ.

Cet espace a un inconvénient en pratique car il est très difficile de créer des teintes de gris de qualité. C'est pourquoi, une quatrième composante a été ajoutée à ce système pour parvenir à synthétiser à qualité équivalente toutes les couleurs possibles. Cette composante est le noir et définit donc l'espace CMJN et a installé le principe de quadrichromie dans le domaine de l'impression.

2.5.2 Espaces de référence

Nous avons présenté quelques espaces élémentaires, qui sont soit adaptés à un appareil, RVB pour écran, soit à une technique, CMJN pour l'impression. Comme nous l'avons remarqué pré-

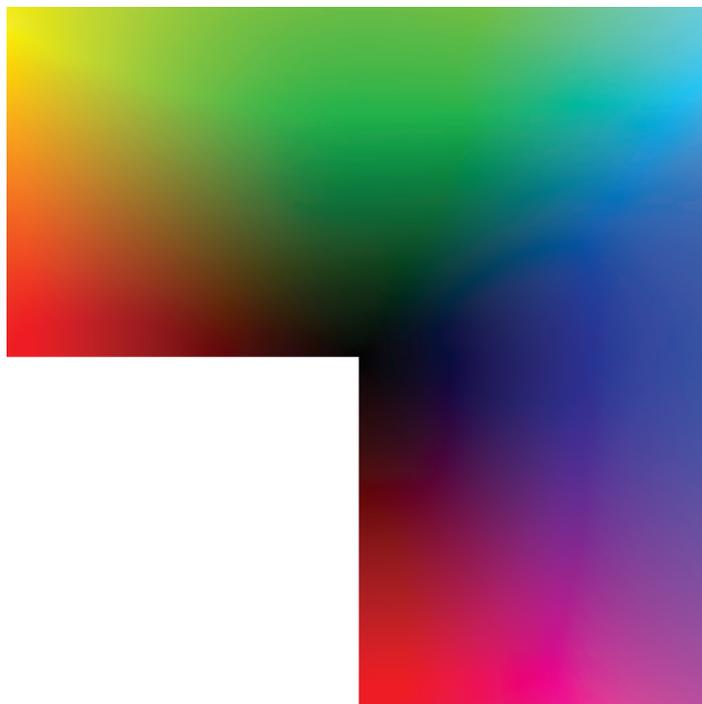


FIGURE 2.14 – Représentation plane de l'espace RVB. Le centre correspond à une intensité nulle pour chacun des trois canaux et les points du bord à une intensité maximale d'une des composantes : la composante verte pour le bord supérieur ou la bleue pour le bord droit.

FIGURE 2.15 – Deux méthodes de représentation de l'espace TSV : la première est plane et présente une coupe de la teinte sélectionnée tandis que la seconde représente l'espace en trois dimensions.

cédemment, ces espaces ne permettent toutefois pas de décrire totalement l'ensemble des couleurs visibles. Une organisation internationale s'est penchée sur ce problème, la Commission Internationale de l'Éclairage (CIE). Elle a entrepris un grand nombre d'expériences sur un grand nombre de personnes pour réussir à créer des espaces réagissant comme un utilisateur moyen. Sa première contribution a été une amélioration de l'espace RVB en définissant le CIE RVB en 1931. La même année, elle a proposé un nouveau système colorimétrique, le CIE XYZ, pour palier les défauts des espaces RVB. Ceux-ci ne permettent pas de représenter toutes les couleurs visualisables par l'œil humain. Par exemple, les couleurs présentant une saturation très élevée peuvent poser problème, surtout pour les couleurs pures. L'espace CIE XYZ a donc introduit la notion de luminance qui est l'intensité lumineuse subjective indépendante de la couleur, notée Y dans ce système. Ceci était un premier pas vers la création de l'espace de référence xyY, qui est déduit du CIE XYZ. Il a été obtenu grâce à la normalisation des composantes X et Y, qui produit la chrominance caractérisant la couleur. La dernière composante n'est quant à elle pas normalisée car elle correspond toujours à l'intensité subjective de lumière de couleur pure.

L'inconvénient principal de cet espace est la représentation du diagramme de chrominance qui ne corrèle pas efficacement la distance entre deux points et la perception de l'être humain. Pour y remédier l'espace YUV a été défini en maintenant la composante Y déjà présente dans les deux espaces précédents, mais les paramètres de chrominance ont été choisis pour diminuer l'effet gênant.

Un autre système, le $L^*a^*b^*$ est construit pour se calquer sur la réponse de l'œil. On le déduit alors par des relations non-linéaires de l'espace xyY, L étant approximativement proportionnel à la racine cubique de la luminance Y.

2.5.3 Conversions entre espaces

Avec un nombre si important d'espaces existants, il faut s'intéresser aux techniques de passage d'un espace à l'autre. Si certains sont relativement triviaux, d'autres peuvent présenter une conversion plus retorse. Szeliski [76] en présente une partie et nous allons nous intéresser aux trois types de transformations que l'on peut dénombrer. La première est l'une des plus faciles à exprimer, c'est-à-dire la conversion RVB / CMJ et son dérivé CMJN.

Une des formules de passage les plus simples est celle pour transformer les composantes RVB dans l'espace CMJ et inversement, car on a deux espaces définis par des couleurs complémentaires :

$$\begin{cases} C = 1 - r \\ M = 1 - v \\ J = 1 - b \end{cases} \quad \text{et} \quad \begin{cases} r = 1 - C \\ v = 1 - M \\ b = 1 - J \end{cases} \quad (2.46)$$

où r , v et b sont les valeurs normalisés, donc entre 0 et 1, des composantes de l'espace RVB.

Les formules de passages sont modifiées avec l'ajout de la composante noire à CMJ. Ainsi, on obtient les nouvelles composantes CMJN à partir de RVB par :

$$\begin{aligned} n &= \min(C, M, J) \\ \text{si } n &= 1, & c = m = j &= 0 \\ \text{sinon} & & \begin{cases} c = C - n \\ m = M - n \\ j = J - n \end{cases} & \end{aligned} \quad (2.47)$$

Pour l'étape de transformation inverse, il suffit d'exprimer les composantes C , M et J en fonction de c , m , j et n , puisque les formules de passage de CMJ vers RGB ont été décrites (voir formule 2.46).

$$\begin{cases} C = c + n \\ M = m + n \\ J = j + n \end{cases} \quad (2.48)$$

Après ce premier exemple, où les composantes ont une relation privilégiée avec une unique composante de l'autre espace colorimétrique, nous allons présenter une conversion pour laquelle

chacune des composantes contribue à la formulation des nouvelles. Le passage de RGB à YUV et son inverse sont donnés par les formules suivantes :

$$\begin{pmatrix} Y \\ U \\ V \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.299 & 0.587 & 0.114 \\ -0.14713 & -0.28886 & 0.436 \\ 0.615 & -0.51498 & -0.10001 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} r \\ v \\ b \end{pmatrix} \quad (2.49)$$

$$\begin{pmatrix} r \\ v \\ b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1.13983 \\ 1 & -0.39465 & -0.58060 \\ 1 & 2.03211 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Y \\ U \\ V \end{pmatrix} \quad (2.50)$$

Même si cette conversion est plus compliquée que la première étudiée, elle reste très facile à interpréter. La formulation matricielle est très compacte et montre bien la dépendance d'une composante à toutes celles de l'espace RGB, au contraire de la dernière transformation que nous allons présenter. Celle-ci est quant à elle conditionnée par les valeurs des composantes RGB pour le calcul des nouvelles dans l'espace TSV.

Le passage de RGB à TSV est plus compliqué et donné par la formule suivante, avec $\max = \max(r, g, b)$ et $\min = \min(r, g, b)$ et où les paramètres recherchés sont la teinte t , la saturation s et la valeur v . La teinte t est une valeur comprise entre 0 et 360° mais qui peut être normalisée, la saturation et la valeur sont exprimées en pourcentage :

$$t = \begin{cases} 0^\circ, & \text{si } \max = \min \\ (60^\circ \times \frac{g-b}{\max-\min} + 360^\circ) \bmod 360, & \text{si } \max = r \\ 60^\circ \times \frac{b-r}{\max-\min} + 120^\circ, & \text{si } \max = g \\ 60^\circ \times \frac{r-g}{\max-\min} + 240^\circ, & \text{si } \max = b \end{cases} \quad (2.51)$$

$$s = \begin{cases} 0, & \text{si } \max = 0 \\ 1 - \frac{\min}{\max}, & \text{sinon} \end{cases} \quad \text{et } v = \max$$

La conversion inverse fonctionne elle aussi par cas :

$$\begin{aligned} t_i &= \left(\frac{t}{60}\right) \bmod 6 \\ f &= \frac{t}{60} - t_i \\ l &= v \times (1 - s) \\ m &= v \times (1 - f \times s) \\ n &= v \times (1 - (1 - f) \times s) \end{aligned} \quad (r, g, b) = \begin{cases} (v, n, l), & \text{si } t_i = 0 \\ (m, v, l), & \text{si } t_i = 1 \\ (l, v, n), & \text{si } t_i = 2 \\ (l, m, v), & \text{si } t_i = 3 \\ (n, l, v), & \text{si } t_i = 4 \\ (n, l, m), & \text{si } t_i = 5 \end{cases} \quad (2.52)$$

Toutes ces transformations sont nécessaires pour parvenir à faire communiquer des appareils différents, car ceux-ci peuvent disposer d'un gamut différent. Il faut donc pouvoir exprimer les couleurs d'un espace dans l'autre et définir les approximations permettant d'optimiser le résultat pour les couleurs qui ne possèdent pas de caractérisation dans l'espace d'arrivée.

2.6 Conclusion

Nous avons abordé dans ce chapitre différents sujets de recherche plus ou moins proches des problématiques de cette thèse, le plaquage de texture et la paramétrisation de surface jusqu'à

la déformation de maillage. Des techniques présentées pour le plaquage de texture, le plaquage projectif, correspond à l'un des critères que le projet industriel s'est fixé dans une moindre mesure. Avec celui-ci, on peut retrouver exactement l'image sur l'objet que l'on veut décorer, si on se place au bon point de vue. Aucune méthode ne permet d'obtenir un rendu exact pour toutes les configurations de vision, donc un compromis doit être fait, être correct pour une configuration ou être très proche du résultat pour l'ensemble des vues. Les méthodes de déformation quant à elles peuvent être classées en deux catégories, celles dirigées par des contraintes données par l'utilisateur et celles automatiques selon une fonction objectif. Les premières sont plutôt utilisées dans les domaines de l'animation et ne correspondent donc pas aux besoins du projet. Nous allons donc nous tourner vers les méthodes automatiques et plus particulièrement vers celles provenant des techniques de paramétrisation de surfaces. Notre choix s'est porté vers les applications conformes pour leurs caractéristiques proches de la déformation physique du film plastique. Ainsi nous espérons obtenir une déformation inverse du film physiquement plausible. Pour la création de la texture résultante, contenant toutes les informations de textures destinées à la décoration de l'objet, nous avons dû nous intéresser aux différents espaces colorimétriques existants et à leurs caractéristiques propres. Cette étude menée nous a permis de choisir en conséquence l'espace le plus adapté pour notre méthode de création de texture avec compensation colorimétrique.

Chapitre 3

Projection anamorphique

Comme nous l'avons vu dans l'état de l'art, de nombreuses techniques ont été développées pour appliquer une texture (image ou paramétrée) sur des maillages. Le premier objectif que nous souhaitons réaliser est la décoration d'une surface. Pour répondre aux besoins du projet, nous voulons que l'image soit retranscrite le plus précisément possible, voire exactement. Nous appliquons, à partir des données d'entrée, un maillage et une ou plusieurs images, les textures sur le maillage pour réaliser la décoration souhaitée. Nous réalisons ensuite la transformation inverse, et finalement générons l'image à imprimer.

Dans cette partie, nous allons nous concentrer sur la réalisation du premier point de notre objectif global. Cette réalisation s'effectuera par le biais de la méthode la plus répandue en informatique graphique pour ajouter des informations sur un maillage, le plaquage de texture. Notre but est de texturer le maillage de telle sorte que les designers puissent créer le décor à apposer sur le produit, et qu'il soit retranscrit exactement pour une vue particulière. Nous avons choisi ce but pour faciliter la tâche des concepteurs du décor de l'objet. De même, des contraintes de tailles, de couleurs et d'homogénéité sont souvent présentes pour les images telles que les logos de l'entreprise. Pouvoir les retranscrire telles quelles serait un avantage pour notre méthode dans le cadre de l'application industrielle visée. Les données dont nous disposons en entrée sont un maillage et une ou plusieurs images. Le maillage peut provenir soit des designers et concepteurs du produit, soit d'une simulation réalisée par exemple par le laboratoire LAMCOS dans le cadre du FUI. Les concepteurs du produit ont réalisé un prototype du produit, il est alors possible de récupérer un maillage 3D par des méthodes d'acquisition. Plus aisément, le moule créé par CAO peut nous être transmis, et nous pouvons utiliser cet objet comme maillage.

Les principaux maillages étudiés dans ce manuscrit se limiteront à des maillages ouverts à bord unique, car en premier lieu le maillage correspond au film plastique imprimé et non pas à l'objet produit. Les maillages fermés pourraient être utilisés mais le choix de la décoration par un film imprimé ne permet de décorer tout l'objet 3D. Les surfaces sont très souvent de genre nul, car même si la réalisation de la pièce par injection n'est quant à elle pas limitée à ce type de surface, la partie effective de l'objet où est appliqué le film peut être réduite à une surface de genre nul. Cette limite n'est pas contraignante, car le procédé technique utilisé dans le projet consiste à transférer le décor imprimé sur un film rectangulaire. Le maillage surfacique n'a pas de limite de forme, notre technique peut s'appliquer à tout design de pièce.

Nous souhaitons d'abord obtenir le plaquage du décor défini par les designers sur le maillage, de telle sorte que le rendu visuel soit équivalent à l'image initiale. Pour cela, nous avons décidé de choisir un point de vue et de le favoriser. Ainsi le travail réalisé par les artistes, pour la décoration de l'objet, pourra être rendu tel qu'ils l'avaient imaginé. Nous paramétrisons alors le maillage par le biais d'une projection orthographique ou perspective définie par ce point de vue. Les coordonnées (u, v) ainsi obtenues permettent de définir les coordonnées de textures à associer au maillage initial et d'atteindre alors le premier objectif, définir le plaquage de texture avec contrainte visuelle (figure 3.1).

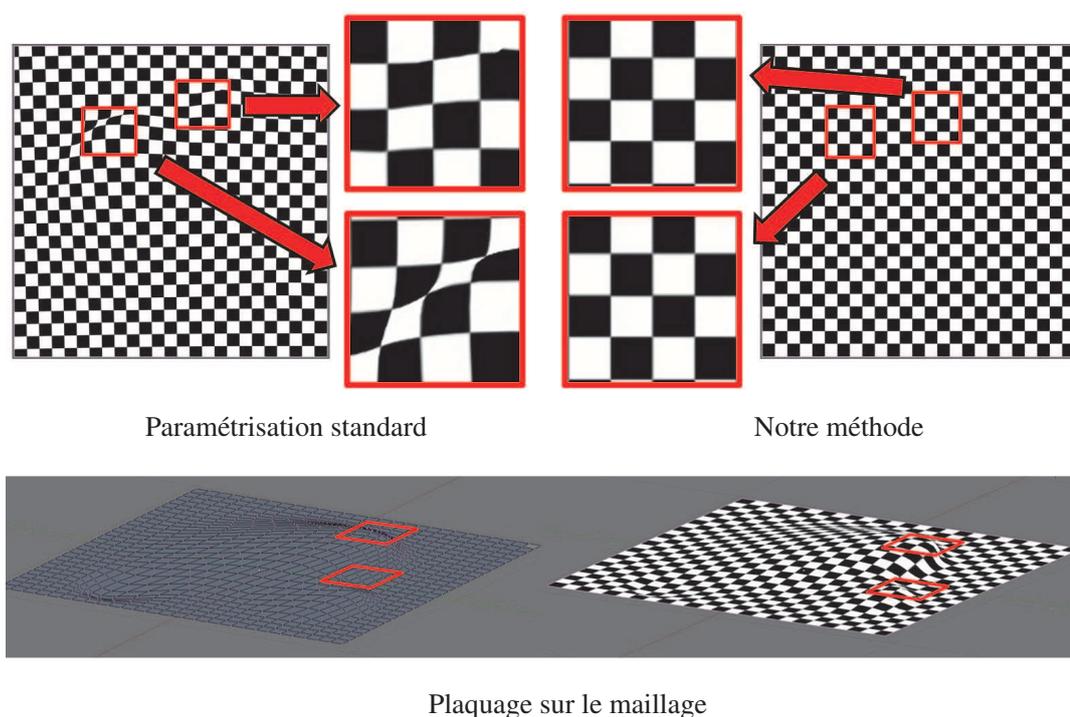


FIGURE 3.1 – Rendu visuel du plaquage de texture. Les effets nuisibles à notre objectif sont soulignés dans les cadres rouges.

3.1 Méthode de projection et visualisation

Lorsque l'on s'intéresse à l'anamorphose dont nous avons introduit les notions dans la section 2.1, il faut soit considérer un système optique déformant l'image pour lui redonner l'aspect souhaité, soit connaître le point de vue spécifique qui permet de bien visualiser l'image. Dans notre cas, c'est la seconde option que nous exploitons.

On peut schématiser la visualisation d'un objet comme dans la figure 3.2. La caméra et les objets, la scène sont souvent exprimés dans des repères différents et il est obligatoire de pouvoir les transposer de l'un à l'autre.

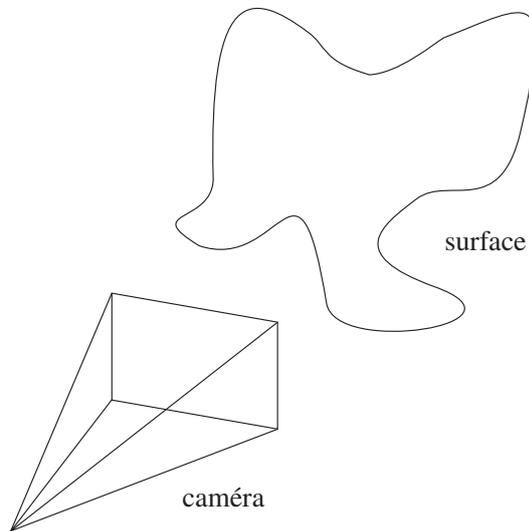


FIGURE 3.2 – Schéma de principe de la visualisation.

Cependant ce que nous percevons sur l'écran de la caméra est une image 2D. Les coordonnées de la caméra et de l'objet peuvent être exprimées dans des repères différents. Il est souvent préférable de connaître les transformations qui permettent de les exprimer dans le même repère, qui peut être le repère du monde. Pour passer d'un repère à un autre, les transformations en coordonnées homogènes nécessaires et suffisantes sont une translation, une rotation et une mise à l'échelle.

$$\begin{pmatrix} R_{xx} & R_{xy} & R_{xz} & 0 \\ R_{yx} & R_{yy} & R_{yz} & 0 \\ R_{zx} & R_{zy} & R_{zz} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (3.1)$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & T_x \\ 0 & 1 & 0 & T_y \\ 0 & 0 & 1 & T_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (3.2)$$

$$\begin{pmatrix} E_x & 0 & 0 & 0 \\ 0 & E_y & 0 & 0 \\ 0 & 0 & E_z & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (3.3)$$

Le modèle sténopé est la méthode la plus simple pour décrire le fonctionnement de la caméra. La caméra est alors considérée comme une boîte rectangulaire fermée dont l'unique ouverture est un trou de très faible diamètre. Ce trou laisse passer la lumière et projette donc à l'intérieur de la boîte ce qui est visible à l'extérieur. On s'intéresse principalement à ce qui est projeté sur la face opposée. L'image obtenue est inversée par rapport à la réalité comme c'est

le cas aussi pour l'œil et les images se formant sur la rétine. Avec ce modèle, il est maintenant possible d'exprimer mathématiquement la projection des points d'un objet dans le plan de la face de la boîte. Cette face correspond alors au plan de projection. La matrice carrée homogène 4×4 de projection (voir équation 3.4) décrit alors la transformation. Les différentes composantes de cette matrice sont uniquement fonction de quelques paramètres tels que la distance, appelée focale, entre le trou et le plan de projection et la taille de la surface de projection (voir figure 3.3). Cette matrice permet d'obtenir les coordonnées des points de la scène dans le repère projectif ou homogène. Contrairement à une matrice de projection simple (voir équation 3.5), celle-ci permet en plus de placer toutes les coordonnées des points de l'espace visible par la caméra dans l'espace $[-1, 1]^3$.

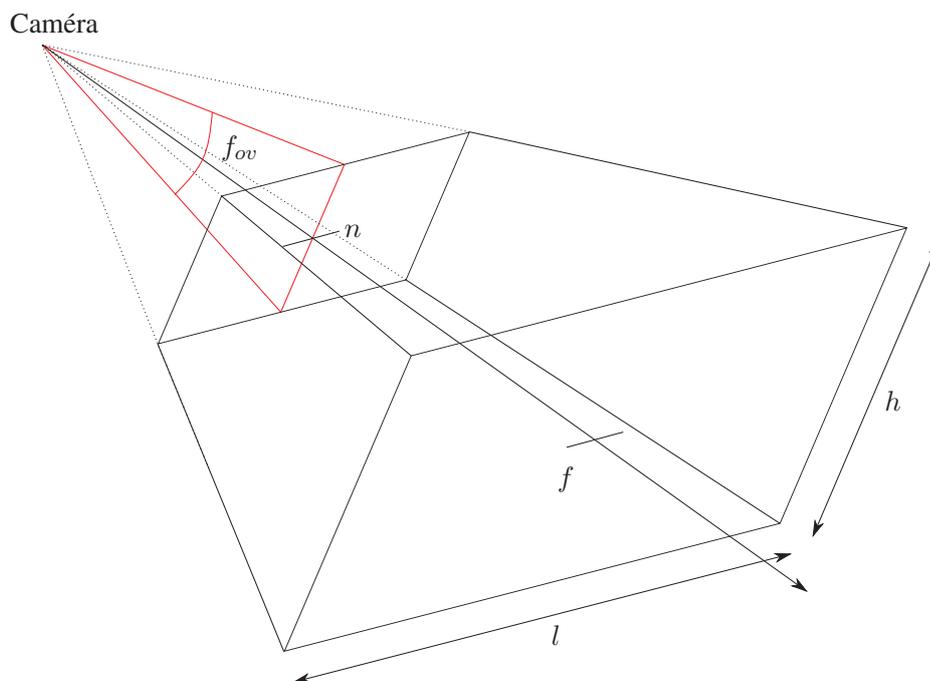


FIGURE 3.3 – *Modèle de caméra.*

$$\begin{pmatrix} 1/\tan(f_{ov}/2) \times l/h & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1/\tan(f_{ov}/2) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -(f+n)/(f-n) & -2fn/(f-n) \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix} \quad (3.4)$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/f & 0 \end{pmatrix} \quad (3.5)$$

Tous les points visibles par la caméra ont leurs coordonnées comprises entre -1 et 1 dans ce repère. De même, une propriété importante est l'égalité de deux des trois coordonnées pour des points se situant dans la même direction par rapport à la caméra. La seule différence s'opère au niveau de la dernière des trois coordonnées, qui exprime alors l'éloignement du point au centre de la caméra.

Suite à ces traitements, il ne reste qu'à projeter les points dans l'espace de visualisation grâce à la matrice de fenêtrage.

$$\begin{pmatrix} L/2 & 0 & 0 & L/2 \\ 0 & -H/2 & 0 & H/2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (3.6)$$

Celle-ci est fonction de la résolution de l'image souhaitée. les valeurs L et H correspondent respectivement à la largeur et la hauteur de l'espace de visualisation choisi. Finalement, le point le plus proche de la caméra est à déterminer pour chaque pixel, puisque c'est celui-ci qui doit apparaître à la visualisation, car, comme il a été énoncé précédemment, plusieurs points peuvent se projeter sur le même pixel. Ainsi, on trouve le pixel devant s'afficher en trouvant le point qui éclipe les autres. Ce point est celui qui se situe le plus proche de la caméra.

3.2 Changement de repère

Pour obtenir les coordonnées de texture u et v , il est d'abord plus efficace de placer l'objet dans le repère approprié dont la troisième coordonnée correspond à la direction du point de vue. Ce repère est le repère lié à la caméra, dont l'origine est le point noté $\mathbb{C} = (C_x, C_y, C_z)$ et dont les axes sont $\vec{c}_x, \vec{c}_y, \vec{c}_z$. Ce repère est le repère de projection, dont l'axe des cotes a la même direction que le point de vue. Les axes des abscisses et des ordonnées peuvent alors être modifiés pour régler l'orientation du décor, qui revient à une rotation autour de l'axe des cotes. Dans notre cas, exprimer le maillage dans le repère de projection permettra une définition plus aisée des coordonnées de textures désirées. Ce repère de projection sera maintenant noté \mathbb{P} et le repère d'origine, où sont exprimées les coordonnées des points du maillage, sera noté \mathbb{O} . Un maillage M est, dans ce manuscrit, défini par un ensemble de points de l'espace, les sommets s_i , et une liste de groupements de sommets définissant les faces f_i du maillage (voir section 2.2.1).

Il suffit pour cela d'utiliser une matrice de changement de repère, pour passer les coordonnées de la projection du maillage x, y et z , dans le repère de projection. La matrice de changement de repère ou de base, ou encore matrice de passage est une matrice permettant de concentrer les formules de changement de base pour les représentations matricielles des vecteurs, les applications linéaires et les formes bilinéaires.

La matrice est définie à partir du point de vue choisi, c'est-à-dire le placement de la caméra, par un vecteur \vec{N} porté par la direction du point de vue, celui-ci devenant par construction et définition la normale au plan de projection. Ce vecteur correspond donc à la direction de la vision pour saisir l'aspect du décor. Le sens du vecteur n'est pas la donnée fondamentale, mais celui-ci doit être fixé pour ne pas rencontrer des problèmes de retournement de texture par exemple.

Ainsi, par convention, nous avons choisi de pointer ce vecteur "point de vue" en direction de l'œil de l'observateur, pour une correspondance plus simple entre coordonnées dans l'espace de projection et coordonnées dans l'espace des textures et que celui-ci corresponde au vecteur \vec{c}_z . Les vecteurs \vec{c}_x et \vec{c}_y du repère lié à la caméra définissent alors l'orientation de la projection autour de la normale au plan de projection.

Il est ainsi très aisé d'obtenir toutes les coordonnées X_p, Y_p et Z_p , des points du maillage dans le repère correspondant à la projection effectuée, en utilisant les matrices de transformation élémentaire puis la matrice de projection définie dans l'équation 3.4.

Nous obtenons alors tous les points du maillage exprimés dans le repère de projection \mathbb{P} . Tout ceci a été réalisé pour simplifier l'objectif que nous nous sommes fixés : plaquer la texture sur l'objet tout en gardant son aspect si l'objet est visualisé depuis le point de vue sélectionné.

3.3 Texturer la surface avec conservation du rendu initial

Dans ce nouveau repère, il est maintenant plus facile d'affecter aux points du maillage les coordonnées de texture qui permettront de ne visualiser aucune distorsion de la texture depuis ce point de vue. Celles-ci seront définies soit par une projection orthographique, qui considère un observateur placé à l'infini sur l'axe de vision choisi, soit une projection perspective, plaçant l'observateur à une distance finie de l'objet.

Dans le premier cas, les coordonnées de textures sont simplement l'abscisse et l'ordonnée des points dans le nouveau repère. La cote n'est alors pas une donnée nécessaire pour réaliser le plaquage de texture dans le cas d'une projection orthogonale. Si l'on a effectivement utilisé l'équation 3.4, les abscisses et ordonnées obtenues dans le repère de projection sont déjà situées dans l'espace des textures $[0, 1] \times [0, 1]$ de \mathbb{R}^2 . Si une autre méthode de projection est choisie, il suffit alors de replacer ces coordonnées dans l'espace des textures. Pour ce faire, il est nécessaire de connaître la boîte englobante des coordonnées dans l'espace de projection. Ainsi, il convient de translater et de normer ces coordonnées pour correspondre à l'espace des textures.

Pour la projection perspective, le repère n'est pas le seul paramètre permettant sa réalisation. Il faut définir un point de vue spécifique et la distance au plan de projection (voir figure 3.4). On observe aisément sur ces schémas l'influence de ces deux paramètres sur le résultat de la projection. Mais comme pour le théorème de Thalès, ce sont les rapports entre les distances qui sont importants. Les distances pouvant être modifiées sont la distance du point de vue à l'objet et celle du point de vue au plan de projection. Le même résultat de projection peut être obtenu avec des paramètres différents, mais dont les rapports de distance restent inchangés. En pratique, le changement de distance de l'objet au plan de projection ne change pas fondamentalement le résultat de la projection. Il y aura simplement un facteur d'échelle entre les deux résultats (voir figure 3.4) et donc aucune différence ne sera visible pour le plaquage de texture.

Ainsi, le paramètre déterminant est la distance du point de vue à l'objet, car celui-ci définit

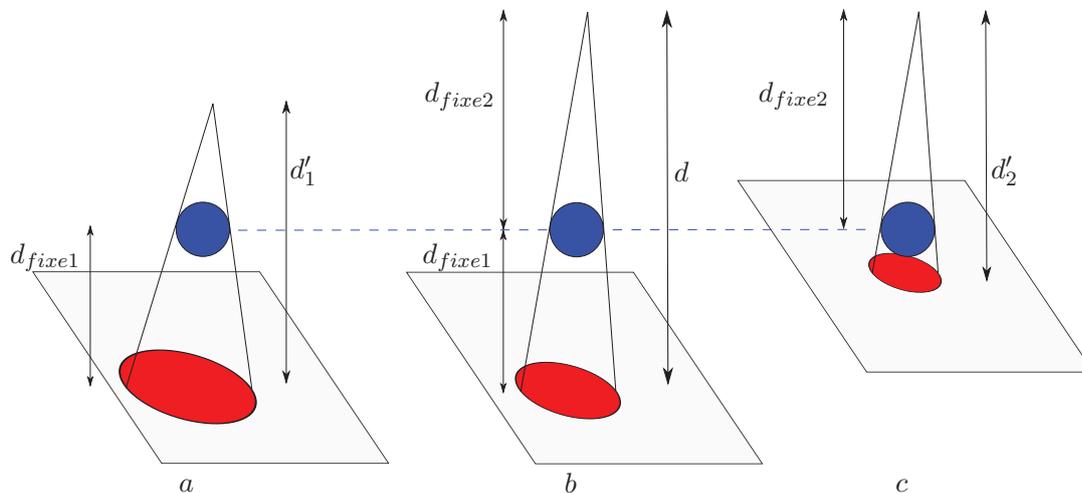


FIGURE 3.4 – Illustration du changement des distances entre caméra, objet et plan de projection. Sur ces trois schémas l'objet est fixe et ce sont la caméra et le plan de projection qui évoluent. (a) et (b) conservent la même distance entre l'objet et le plan de projection mais la caméra s'est déplacée. (b) et (c) ont la même distance entre l'objet et la caméra et c'est le plan de projection qui a changé de position.

exactement le rendu de la texture sur le maillage. Le repère défini par l'utilisateur contient déjà la donnée du point de vue, le vecteur \vec{N} . Le changement de base utilisé préalablement a permis de placer ce point de vue sur l'axe des cotes du nouveau repère. Une méthode simple et pratique pour réaliser cette projection est de choisir l'origine du repère comme centre de projection. Cela permet de rendre plus aisés les calculs des projections des points. Il suffit alors de translater l'objet le long de l'axe \vec{N} , pour choisir la distance du centre de projection à l'objet. Dès que l'objet a été placé tel qu'on le souhaitait dans le nouveau repère, le calcul préliminaire afin d'obtenir les coordonnées de textures s'effectue ainsi :

$$\begin{cases} u = f/Z_p \cdot X_p \\ v = f/Z_p \cdot Y_p \end{cases} \quad (3.7)$$

où f représente la distance entre le plan de projection et l'origine du repère. Le rapport entre la distance du plan de projection à l'origine du repère et l'abscisse ou l'ordonnée, permet de calculer les coordonnées dans le plan de projection et ainsi d'en déduire les coordonnées de textures.

On obtient alors des valeurs qu'il faut recadrer et normer par la méthode décrite auparavant. Les coordonnées (u, v) calculées doivent ainsi être bornées. En utilisant comme bornes les maxima de ces coordonnées, on peut ainsi garder la majorité de l'information contenue dans la texture initiale. Les bornes trouvées serviront à recadrer les coordonnées pour se replacer dans l'espace des textures, le domaine $[0, 1] \times [0, 1]$ de \mathbb{R}^2 .

Cependant, il est à noter que les projections orthographique et perspective peuvent être assimilées à un unique modèle de projection. Ainsi, la projection orthographique se définit comme une projection perspective sur un point rejeté à l'infini.

Dans les cas simples, i.e. les bords restent les limites maximales de la projection du maillage, les coins de la texture seront associés aux coins du maillage. Cela peut souvent être le cas lors du choix du premier point de vue, car la vue de dessus peut être une des vues significatives de l'objet. Mais si le point de vue fait que la projection est plus grande que la projection du cadre, il suffit d'utiliser les coordonnées maximales dans le repère de projection. Il est aussi possible de ne choisir qu'une partie du maillage sur laquelle sera appliquée la méthode (voir figure 3.5). Dans cet exemple, toute la surface est texturée mais seulement une partie des coordonnées de texture a été obtenue par notre méthode, celle à l'intérieur du cadre rouge, ce qui permet de mettre en évidence, sur le bord du cadre, l'intérêt de notre approche.

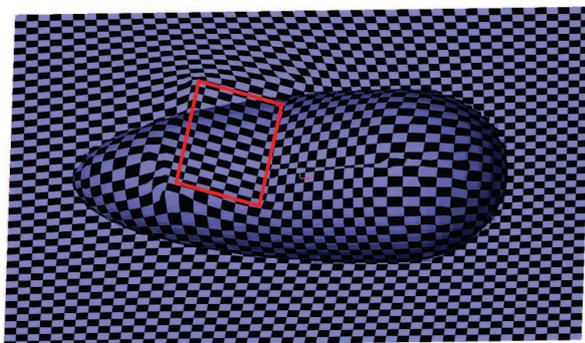


FIGURE 3.5 – Résultat d'un plaquage partiel. Seule la texture à l'intérieur du cadre rouge est exacte pour le point de vue choisi.

3.4 Visibilité

Nous sommes parvenus à plaquer une texture sur un maillage avec les contraintes que nous nous étions fixées. Cependant, la méthode présentée auparavant ne tient pas compte de la géométrie de la surface et plaque donc la texture sur le maillage, même sur les parties non visibles depuis le point de vue choisi (voir figure 3.6). Cela n'est pas toujours le cas, de nombreuses formes permettent le choix d'un point de vue qui n'entraîne aucune zone cachée, mais ce n'est pas toujours l'endroit où les designers veulent placer leur décor. Nous ne pouvons limiter le choix des points de vue pour les concepteurs des textures. Nous cherchons alors à déterminer les parties occultées par la géométrie selon le point de vue, pour ainsi avoir le choix de les texturer ou d'utiliser ces parties du maillage à meilleur escient. La détermination de ces parties peut permettre ensuite de texturer les parties cachées avec une autre image et un autre point de vue, par exemple orthogonal au principal.

Pour réaliser cette distinction entre les différents points, nous utilisons une propagation de visibilité depuis le point optimum dans le repère défini par le point de vue, car celui-ci est toujours visible. Cet optimum est très facilement localisable dans le repère \mathbb{P} de \mathbb{R}^3 . Il suffit de chercher la valeur de cote maximale Z_p des points du maillage dans ce repère, obtenue grâce à l'équation 3.8 avec l'exemple de la matrice de projection simple (voir équation 3.5).

Depuis ce point, nous associons tous ses points voisins, puis, progressivement, nous ajoutons

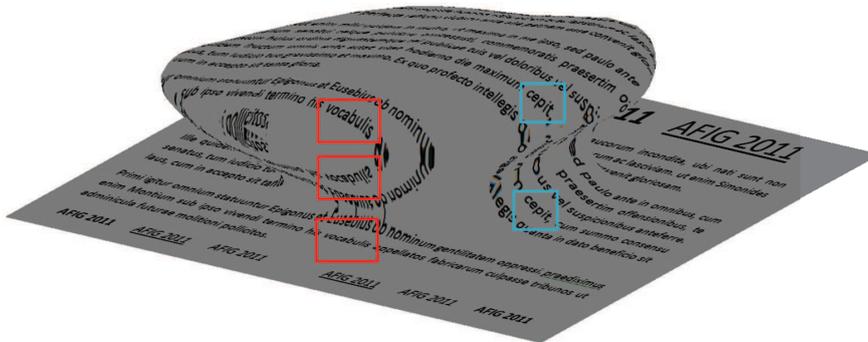


FIGURE 3.6 – Redondance de la texture sur les parties cachées depuis le point de vue spécifique. Dans le cadre rouge le même mot apparaît depuis le point de vue visualisé. La partie de la texture répétée dans le cadre bleu est seulement visible deux fois depuis ce point de vue.

tous les voisins d'un point qui vient d'être pris en compte, dès que le produit scalaire de la normale associée à ce point et du vecteur définissant le point de vue est du même signe que celui entre la normale au point optimum et ce vecteur. Nous obtenons ainsi tous les points visibles depuis le point de vue, situés au premier plan, car l'optimum appartient à cette zone.

$$\begin{pmatrix} X_p \\ Y_p \\ Z_p \\ W_p \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/f & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ w \end{pmatrix} \quad (3.8)$$

De plus, le fait de grouper, dès qu'un point satisfait le critère, tous ses points voisins, permet d'assurer que toute la zone visible depuis le point de vue choisi soit bien sélectionnée, car même des points ayant une normale ne satisfaisant pas le critère peuvent être visibles.

Pour un point de vue donné, nous pouvons donc définir une zone visible au premier plan, sur laquelle on pourra alors plaquer une texture par la méthode décrite dans la section 3.3. La figure 3.7 montre le résultat de la technique développée couplée avec la méthode de plaquage que nous avons réalisée.

La visibilité permet de définir les parties du maillage qui ne sont pas utiles lors d'un plaquage de texture dépendant d'un point de vue. Mais le problème de l'utilisation de cette méthode pour plusieurs points de vue n'a pas encore été abordé. Il est désormais nécessaire de s'intéresser aux interactions entre deux plaquages de texture dépendant du point de vue sur un unique maillage.

3.5 Multiples textures

La première zone étant déterminée, il est alors envisageable de ne texturer que cette partie du maillage (voir figure 3.7), ou au contraire de texturer les zones occultées du maillage, par la méthode expliquée dans la section 3.3. Dans ce dernier cas, il est possible de choisir seulement un second point de vue ou éventuellement de définir plusieurs points de vue complémentaires.

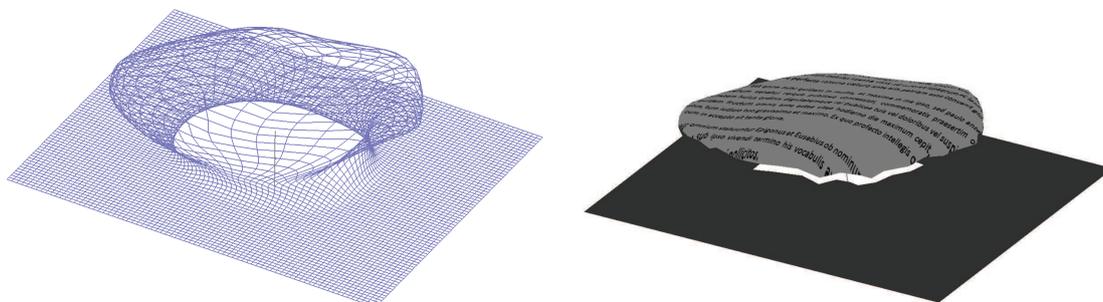


FIGURE 3.7 – Un maillage et le résultat d'un plaquage de texture sur la partie visible, depuis un point de vue, visualisé depuis une place quelconque de l'observateur.

3.5.1 Principe

Pour des objets relativement simples, comme ceux que nous utilisons (avec une bordure rectangulaire comme base), trois points de vue permettent déjà de parcourir presque la totalité du maillage sans avoir de zones cachées. Par exemple, si le premier point de vue est orthogonal au plan contenant le bord rectangulaire du maillage, le deuxième peut alors être simplement contenu dans ce plan (voir figure 3.8), et le troisième sera finalement l'opposé de ce dernier.

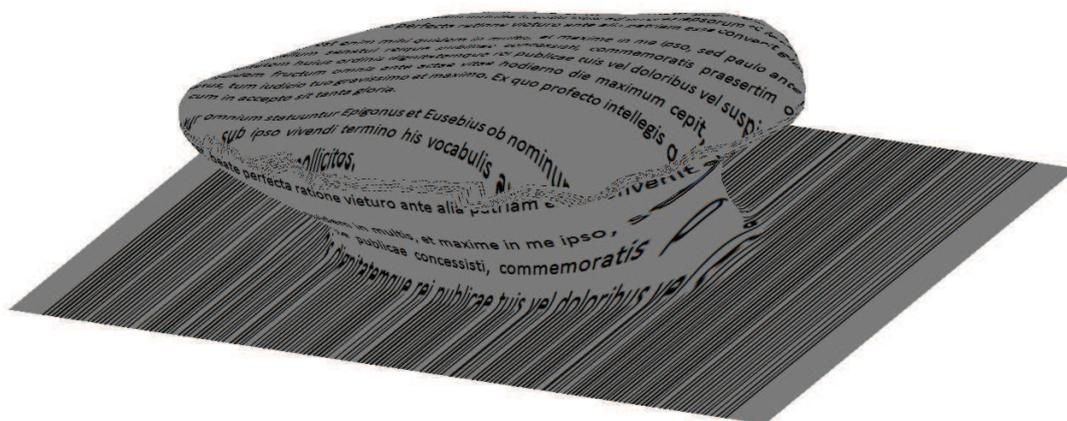


FIGURE 3.8 – Maillage texturé selon deux points de vue orthogonaux avec une même texture.

Dans ce chapitre, nous cherchons à associer des éléments de texture aux sommets du maillage. Comme nous souhaitons obtenir le rendu exact de la texture sur la surface, nous avons choisi d'utiliser et d'adapter l'approche dépendant du point de vue comme elle a été proposée dans Segal et al. [65] pour une création et synthèse de texture globale et unique. Nous prenons alors en compte la géométrie de la surface et choisissons de ne pas plaquer la texture sur les parties cachées du maillage depuis la vue sélectionnée. En accord avec le procédé industriel, nous préférons garder uniquement une composante connexe pour chaque vue et alors plaquer la texture sur cette composante. Celle-ci est en principe la composante se situant au premier plan

dans cette vue ou celle présentant la plus grande surface. Ces deux critères sont souvent liés car ce sont les designers qui placent le décor sur l'objet et cherchent à maximiser naturellement l'espace d'expression sur le produit. Il est à noter que d'autres choix peuvent être fait, comme un plaquage global sur tous les triangles visibles.

De nombreuses faces du maillage peuvent être visibles depuis différents points de vue. Nous devons donc faire un choix : nous pouvons ainsi choisir de mélanger les textures à ces endroits pour obtenir un nouveau rendu pour ces triangles, ou décider de déterminer un point de vue prédominant et de le favoriser. Avec le premier choix, nous perdons la notion de rendu exact pour toutes les vues. Dans les vues coïncidentes, le rendu sera approché pour tous ces points de vue, alors qu'avec la deuxième méthode, le rendu pour un point de vue restera exact. Ce ne sont que les points de vue, dits complémentaires, qui présenteront des erreurs sur les parties déjà texturées. Ce choix est motivé par le fait de ne pas détériorer le résultat visuel du plaquage de texture dans tous les points de vue. De plus, la géométrie de l'objet influe sur la décoration de l'objet 3D, que le designer essaye de produire. Donc, tout comme le choix de préférer retenir une seule composante connexe présente au premier plan, il est assez naturel et aisé pour le designer de trouver un point de vue plus significatif. En résumé, la première méthode rend toutes les vues fausses ou plus précisément non-exactes à cause du mélange opéré et nous préférons alors s'attacher à obtenir un unique et exact plaquage de texture dépendant du point de vue pour la surface la plus importante, et avoir une limitation spatiale pour les autres textures. Cependant, cette limitation spatiale n'est pas toujours très forte puisqu'elle dépend de la forme de l'objet et des points de vue choisis.

Maintenant que la règle de priorité de traitement a été clairement énoncée, nous devons étudier son fonctionnement. Le but de cette étude pourra être entre autres d'essayer de venir en aide aux utilisateurs lors des choix de plusieurs points de vue et de les guider pour un choix plus efficace.

3.5.2 Choix de points de vue multiples

Le critère de visibilité permet donc de découper un maillage en plusieurs morceaux, dès qu'un point de vue préférentiel a été défini. La première partie du maillage sélectionnée par cette méthode, est texturée par la méthode présentée dans la section 3.3. De même, les problèmes induits par le plaquage de texture multiple, ont été abordés précédemment.

Dans les conditions spécifiques que nous venons de fixer, le plaquage de texture est séquentiel et dépend donc grandement de l'ordre des points de vue choisis. Quand une zone à texturer est définie, nous pouvons soit plaquer la texture sur la surface définie et stopper le processus, ou bien continuer à choisir d'autres points de vue pour plaquer une nouvelle texture. Nous définissons alors simplement un ou plusieurs points de vue complémentaires et nous choisissons de dissocier les plaquages entre les vues multiples de l'objet (voir figure 3.9). Ce choix est motivé par l'objectif de rendu exact d'une texture sur le maillage. Avec notre méthode, le résultat est exact lorsque l'on se place dans le point de vue choisi et nous ne voulons pas faire apparaître des mélanges de textures dans les zones communes à plusieurs points de vue. Ainsi, il est nécessaire d'ordonner les points de vue pour les traiter. Quand un point de vue permet de visualiser une zone déjà texturée, celle-ci n'est pas modifiée par le plaquage projectif pour ce point de vue et la texture courante.

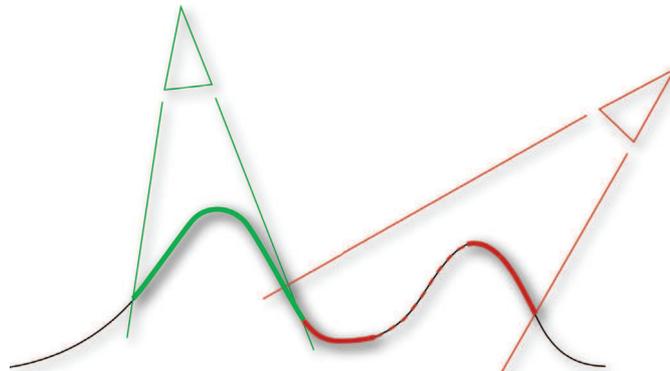


FIGURE 3.9 – Principe du plaquage de texture projectif multiple dépendant du point de vue et de la visibilité. Le traitement du plaquage de texture projectif est séquentiel. L'ordre de choix des points de vue influe donc sur le résultat. La partie texturée dans le point de vue rouge conserve les informations du plaquage provenant de la caméra verte puisqu'il a été réalisé auparavant.

En prenant en compte la géométrie de l'objet, le nombre de vues utilisables est logiquement limité par le procédé d'injection. L'assemblage des différentes techniques décrites dans ce chapitre permet de réaliser la décoration de maillage à l'aide de plusieurs textures et selon plusieurs points de vue. Les images placées sur l'objet sont visibles sans déformation depuis les points de vue choisis. Les différents décors réalisés par le designer peuvent donc être rendus exactement sur l'objet (voir figure 3.10).

On pourrait aussi chercher à guider l'utilisateur en étudiant les parties qui n'ont pas encore été texturées. Dans le cas où celles-ci ont une surface négligeable et correspondent plus à une zone de transition entre deux textures, il n'est pas nécessaire d'essayer d'appliquer une autre texture à cet endroit. Au contraire, si les zones non texturées sont assez importantes, il peut être intéressant d'indiquer à l'utilisateur sous quel angle il est possible de maximiser un critère. La plus grande surface visible ainsi que celle proposant la plus grande planéité sont deux exemples compatibles avec la réalité de l'objectif industriel.

Des critères moins catégoriques, sont aussi recevables, comme l'utilisation de la symétrie. Un côté de l'objet ayant été décoré par notre méthode, certains critères peuvent indiquer une certaine vue comme prochain point de vue le plus efficace. Le prochain point de vue a toutefois de fortes probabilités d'être l'image du premier par une symétrie par rapport à un plan de coupe de l'objet. Le design industriel a des contraintes qui ne sont pas toujours compatibles avec l'optimisation d'un critère seulement. Notre travail, ici, serait de fournir des possibilités de choix de points de vue assez intéressants, tout en laissant la décision à l'utilisateur, car les contraintes ne sont pas toujours perceptibles seulement avec des critères purement géométriques. De même, les travaux en modélisation déclarative pour les logiciels de CAO peuvent aussi apporter ce type d'informations dès la conception de l'objet (Greca [25]).

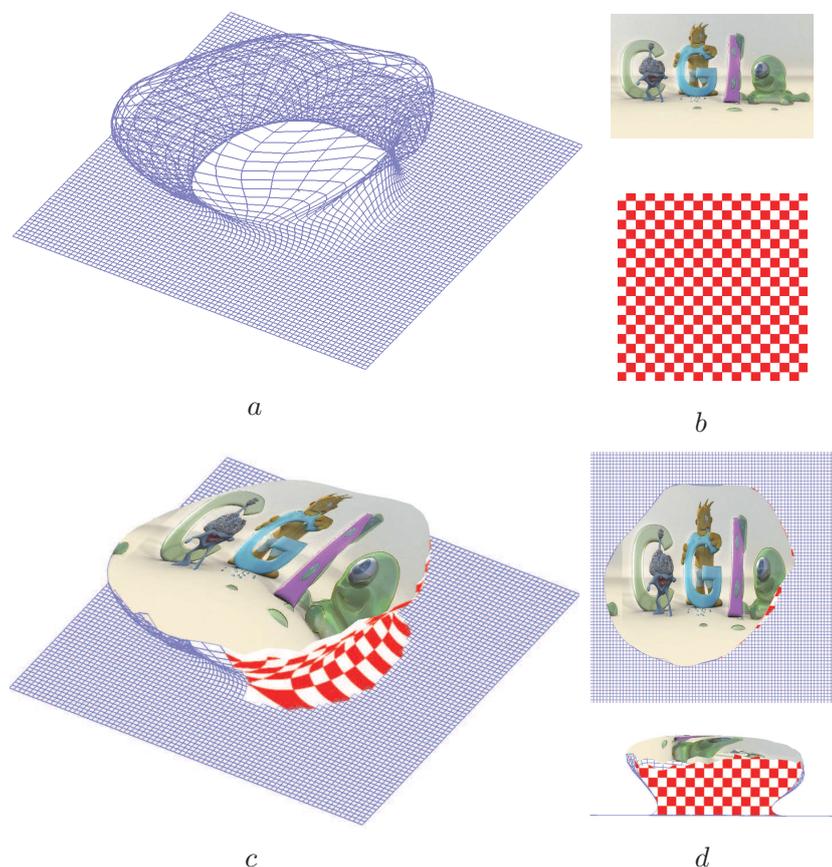


FIGURE 3.10 – Résultats d'un plaquage de texture multiple dépendant du point de vue : maillage d'entrée (a), textures (b), le maillage texturé vu d'un angle quelconque (c) et les deux points de vue spécifiques du maillage texturé (d). On remarque que la première texture est visible dans le deuxième point de vue et donc que, si on avait inversé l'ordre de définition des coordonnées de textures, le damier rouge aurait pris plus de place sur le maillage.

3.6 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons décrit une méthode permettant de décorer l'objet d'une manière à rendre exactement les textures réalisées par les designers. Avec cette méthode, nous avons réussi à définir la zone visible depuis chaque point de vue, grâce aux normales associées à chaque point et texturer chaque zone du maillage en calculant les coordonnées de textures à partir d'un changement de repère et d'une projection orthographique ou perspective. De cette manière, nous obtenons bien le résultat souhaité, c'est-à-dire la décoration d'un objet avec les images fournies par l'utilisateur, qui seront visibles telles qu'elles ont été créées avec la restriction du bon placement de l'observateur. La figure 3.11 présente un résultat obtenu avec la méthode que nous avons mise en place.

Des pistes ont été envisagées pour améliorer la méthode dans le but d'aider l'utilisateur à

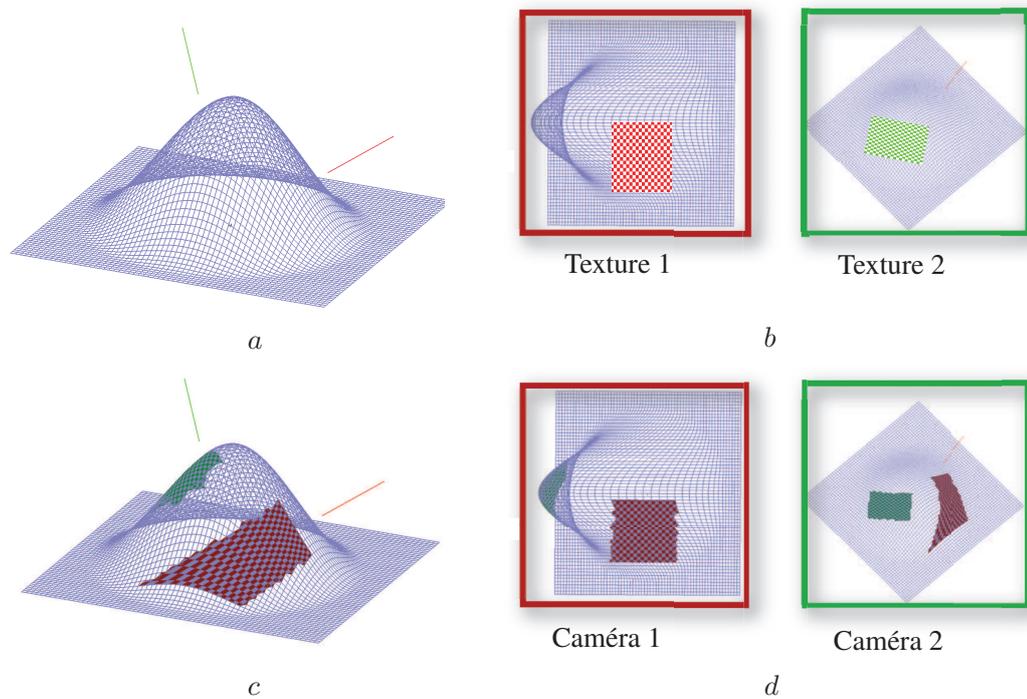


FIGURE 3.11 – Résultats d'un plaquage de texture multiple dépendant du point de vue : maillage d'entrée avec les positions des caméras coïncidant avec les point de vue utilisés pour le plaquage projectif (a), les textures projetées sur le maillage dans leur vue correspondante (b), le maillage texturé vu d'un angle quelconque (c) et les visualisations des deux textures plaquées sur le maillage dans les deux vues choisies (d).

choisir plus efficacement les points de vue complémentaires, en fonction de la géométrie de la surface et de ses parties déjà texturées.

Chapitre 4

Déformation inverse

Dans le chapitre précédent, nous nous sommes intéressés spécifiquement au plaquage de texture. Le maillage correspondant à l'objet est maintenant décoré et nous souhaitons alors réaliser l'étape de déformation inverse. Ceci est nécessaire pour répondre à l'objectif de l'application industrielle du projet IMD3D. Le but de ce chapitre est de parvenir à trouver la fonction $\Phi : S \subset \mathbb{R}^3 \rightarrow [0, 1] \times [0, 1] \subset \mathbb{R}^2$, telle que son résultat soit la représentation physiquement plausible de la déformation inverse. Cette contrainte permet d'orienter notre recherche vers des fonctions garantissant le respect de critère de forme. Le processus en lui-même n'est pas forcément l'image inverse de la distorsion mais seulement le moyen pour parvenir à un résultat satisfaisant. Les modifications subies par le maillage sont aussi répercutées sur le décor, puisque la texture suivra les déformations du maillage grâce aux coordonnées de texture liées à ses sommets. Cette déformation permettra aussi de favoriser la correspondance entre les espaces géométrique et de texture pour la dernière étape de notre méthode, la génération de la texture finale. Nous allons tout d'abord présenter la première idée que nous avons utilisée puis celle retenue pour ses avantages déterminants. Cette première méthode utilisait la notion de barycentre pour modifier les coordonnées du maillage au fur et à mesure des itérations. La seconde s'appuie sur les techniques de paramétrisation pour ainsi avoir une meilleure maîtrise sur les déformations subies par le maillage et donc sa forme finale.

4.1 Application barycentrique

La première méthode mise en place tenait compte des contraintes matérielles du procédé industriel. Celle-ci a été mise en œuvre originellement pour sa facilité et sa bonne adaptation aux contraintes réelles. Le décor est imprimé sur un film plastique rectangulaire dont les bords sont maintenus lors de l'injection de la matière dans le moule. On peut donc faire l'hypothèse que les bords du film sont fixes. Ce maintien étant tout relatif car les contraintes de chaleur, de pression et de déformation du film lors du processus font que celui-ci peut glisser légèrement. Cependant ce déplacement est, dans les conditions d'utilisation, relativement faible par rapport aux déformations se déroulant à l'intérieur du moule. Généralement toute la partie du film se trouvant au contact des deux parties du moule qui sont jointes pour fermer le moule, a un déplacement qui peut être considéré comme négligeable.

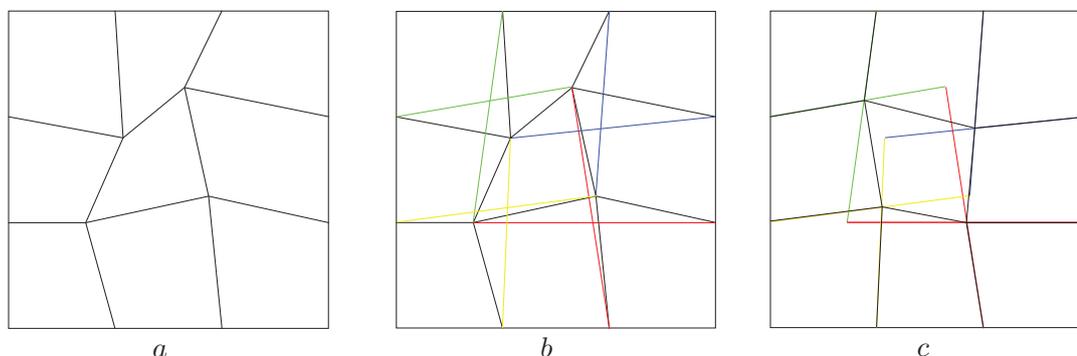


FIGURE 4.1 – Application barycentrique : une étape. Le maillage initial (a), le maillage avec les barycentres des points intérieurs (b) et le maillage résultant avec les sommets au niveau des barycentres (c).

Le type de maillage utilisé en amont pour la simulation de déformation est un maillage régulier, que nous pouvons interpréter comme un maillage triangulaire ou quadrangulaire. Dans cette partie, nous avons choisi d'utiliser initialement un maillage quadrangulaire, qui a une structure plus régulière qu'un maillage triangulaire. Ce choix a été motivé au départ par l'utilisation de grilles régulières comme représentation du film plastique pour l'étape de simulation par le laboratoire LAMCOS, partenaire du projet. Nous avons tiré profit de cette caractéristique, pour réaliser rapidement la transformée inverse de déformation du maillage. Nous redéfinissons simplement chaque point intérieur du maillage, comme le barycentre de ses voisins directs (voir figure 4.1). Plus précisément, les points calculés à l'itération n servent alors à définir les barycentres à l'étape $n + 1$. Les coefficients choisis pour chaque point sont égaux et fixés à 1 pour intégrer de la régularité pour la structure dans le maillage final. Cette technique est répétée par exemple jusqu'à ce que la somme des déplacements de tous les points ou que le déplacement maximum au cours d'une itération soit inférieur à un certain seuil. Ce seuil peut être choisi en fonction de la taille du maillage et de ses mailles ainsi que de la précision souhaitée par l'utilisateur. Cette méthode converge car les bords sont fixes et permet alors de tendre vers un maillage dont la structure est la plus régulière. Dans notre cas, avec des maillages issus de la déformation de grilles régulières, le maillage converge vers ce maillage régulier initial. Cependant cette convergence n'est pas très rapide. Les points peuvent être tout d'abord placés dans le plan du bord pour améliorer la rapidité de la méthode. Elle n'est donc pas toujours efficace, cependant sa mise en place et son utilisation pour les premiers essais sur des maillages de petites tailles nous ont permis de construire une première approche complète du problème.

Si l'application barycentrique est itérée un nombre assez important de fois, le maillage déformé va tendre vers le maillage régulier dont il est issu. Nous obtenons donc un maillage plan quasi-régulier représentant le maillage initial de simulation, dont la texture associée a aussi été modifiée par cette transformée inverse. Nous visualisons donc le résultat à imprimer sur le film, puisque la texture va suivre les déplacements du maillage, car les coordonnées de texture restent inchangées. Le principal inconvénient de cette méthode est sa lenteur dès que le nombre de points devient trop important.

nombre de sommets	seuil : 0,1	seuil : 0,01	seuil : 0,001	seuil : 0,0001
81	0,011	0,013	0,013	0,014
289	0,017	0,018	0,022	0,036
1089	0,112	0,189	0,278	0,353
4225	1,743	3,069	4,503	5,724
16641	28,281	49,993	74,27	90,991

TABLE 4.1 – Temps de calcul en secondes pour un même maillage (voir figure 4.2) à différentes décimations.

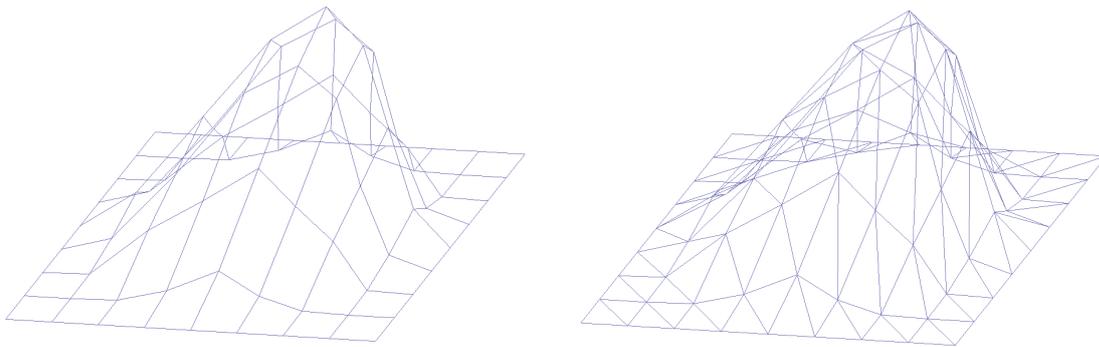


FIGURE 4.2 – Maillage utilisé pour le test des performances de l'application barycentrique. Le premier est un maillage quadrangulaire et le second est son équivalent triangulé.

Le tableau 4.1 concentre les résultats relatifs au temps d'exécution de notre méthode sur un maillage quadrangulaire et les maillages provenant de subdivisions successives de celui-ci (voir figure 4.2). Tous les calculs ont été faits sur un PC quad-cœur cadencé à 2.8 GHz avec 4 Go de RAM. Le maillage initial est composé de 64 faces et de 81 sommets et pour les maillages suivants, le nombre de faces est quadruplé à chaque subdivision. Les temps de calcul sont donc donnés pour des maillages modélisant la même surface mais présentant un nombre croissant de sommets : 81, 289, 1089, 4225 et 16641. Les différents maillages ont tous une base carrée dont la longueur du côté vaut 1. Les seuils ont été choisis par rapport à cette dimension et représentent donc respectivement un dixième, un centième, un millième et un dix-millième de celle-ci. Les temps de calcul restent très tolérables jusqu'à quelques milliers de sommets pour le maillage, mais peuvent exploser avec le nombre de sommets. On observe que si le nombre de sommets est multiplié par 4, le temps d'exécution est, quant à lui, multiplié par 16.

Cette méthode fonctionne facilement pour les maillages quadrangulaires. Elle peut néanmoins être adaptée au maillage triangulaire, si celui-ci respecte quelques conditions sur sa structure. Celle-ci doit garder une certaine régularité pour être utilisée directement. La figure 4.3 recense tous les types de voisinages pouvant être présents après la triangulation d'une grille régulière. Les mailles (a), (b) et (c) sont celles permettant d'appliquer la méthode barycen-

trique sans changement préalable, car elles gardent une régularité dans leur construction. Les deux premières peuvent être utilisées alternativement pour trianguler entièrement une grille. Les coefficients restent inchangés si toute la structure intérieure du maillage est topologiquement équivalente à ces deux exemples. Les sommets intérieurs du maillage doivent présenter 4 ou 8 voisins dans leur 1-voisinage. La troisième peut être la seule à apparaître après la triangulation, quand une orientation a été choisie pour la transformation des quadrangles en triangles et elle ne nécessite pas de coefficients. Si les voisinages présents ne sont pas seulement ceux énoncés précédemment, il est nécessaire de modifier les coefficients attachés à chaque voisin pour parvenir au même résultat (voir figure 4.3 (d), (e) et (f)). Ces coefficients c_i sont obtenus en utilisant la formule du barycentre sur les points voisins à qui nous donnons des coordonnées simples. Celles-ci sont de la forme (x, x) où $x \in [-1, 0, 1]$ et nous cherchons les coefficients non nuls qui permettent d'obtenir les coordonnées $(0, 0)$ pour le barycentre G .

$$\vec{OG} = \sum_{s_i \in V_G} c_i s_i \quad (4.1)$$

Pour trouver facilement une solution, en fixant les coefficients d'une partie des voisins à 1, le plus intéressant est de choisir le plus grand nombre de points dont la disposition est proche d'une maille. Par exemple, dans la figure 4.3 (d), nous choisissons les points qui sont dans la même configuration que la maille (a) et les deux équations provenant de l'équation 4.1 permettent de déterminer les deux coefficients manquants. Dans le cas où l'on ne change pas préalablement les coefficients pour ce type de voisinage, on obtient alors des résultats différents de ceux auxquels on souhaiterait parvenir (voir figure 4.4). Les sommets du bord sont fixes comme pour les maillages quadrangulaires.

Il faut bien se rendre compte que les coefficients ne sont pas définis une seule fois pour un unique point avec cette méthode. Un point peut appartenir à deux groupes de 9 points, comme ceux présentés dans les figures de 1-voisinage. Ainsi, il se peut que son coefficient pour l'un des voisinages soit différent du deuxième, pour que l'application tende vers le résultat escompté (voir figure 4.5). Cela complexifie la mise en place d'une telle application et on préférera vérifier et forcer la structure du maillage dans les configurations où les coefficients sont égaux. Ce sont les voisinages de 4, 8 et 6 sommets qui sont obtenus lorsque le maillage présente une très grande régularité. Le voisinage de 6 sommets répondant à ce critère de régularité est présenté dans la figure 4.3 (c), alors que l'autre voisinage comportant le même nombre de voisins (voir figure 4.3 (f)) a été utilisé pour illustrer l'influence des coefficients (voir figure 4.4).

En conclusion, cette application barycentrique est utilisable aisément sur des maillages quadrangulaires et demande quelques ajustements pour son fonctionnement sur un maillage triangulaire. Celle-ci donne un résultat satisfaisant dans notre cadre d'utilisation car les maillages étudiés provenaient de grilles régulières déformées. On remarque que les formes régulières du maillage triangulaire permettent de simplifier la formulation des coefficients attribués à chaque sommet. Cependant pour les deux types de maillages, cette méthode est trop lente avec des maillages de plus en plus importants. Il nous est alors nécessaire de rechercher une méthode plus adaptée et plus efficace pour réaliser la déformation inverse physiquement plausible du maillage texturé. Cette méthode pourra alors être plus générale et ne pas seulement donner un résultat satisfaisant avec des maillages issus de grilles régulières. De même, on cherchera à obtenir un contrôle plus important et plus aisé sur les paramètres de cette déformation inverse.

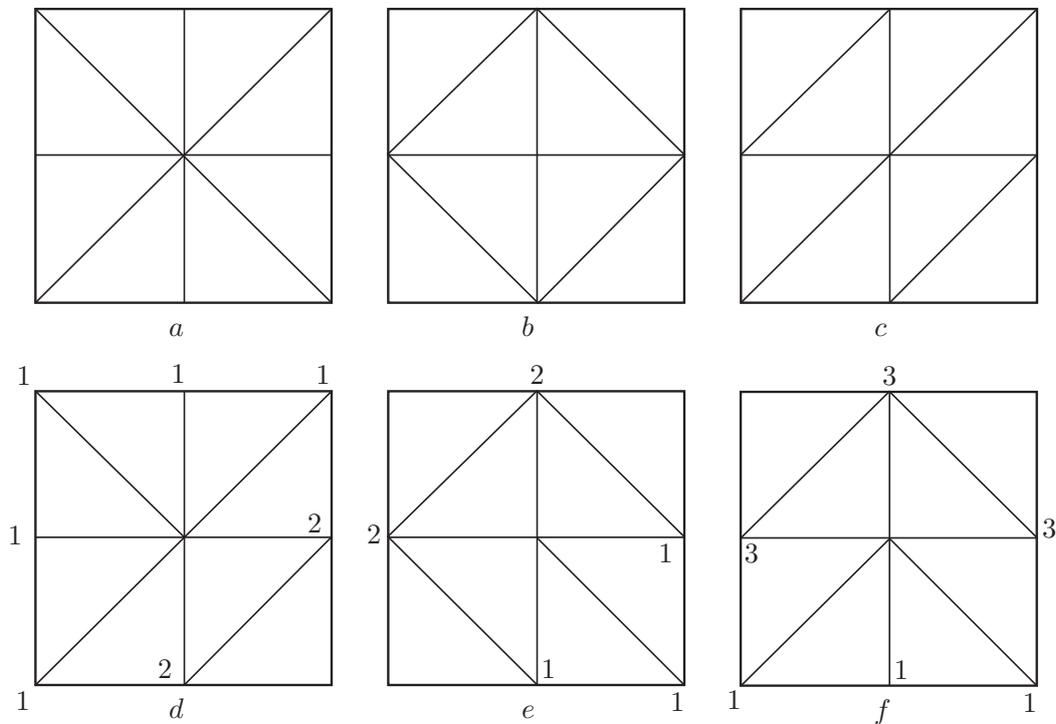


FIGURE 4.3 – Types de voisinage pour grille triangulée. 3 voisinages différents existent qui peuvent supporter l'application barycentrique sans modification des coefficients : (a) représente un point qui a un voisinage de 8 points, (b) un voisinage de 4 points et (c) un voisinage de 6 sommets. 3 autres requièrent l'application de coefficients pour garantir les objectifs fixés : (d) représente un point dont le voisinage comporte 7 sommets, (e) un voisinage de 5 sommets et (f) un voisinage de 6 sommets.

4.2 Application conforme

De nombreuses solutions existent pour réaliser la correspondance entre un maillage homéomorphe à un disque et le plan. Comme nous l'avons expliqué dans le paragraphe 2.3.2, nous supposons que le processus d'injection est très proche d'une transformation conforme. Nous cherchons donc à utiliser une application conforme pour réaliser la transformation inverse du maillage représentant le film plastique imprimé. Cette application doit transformer le maillage M en un maillage M' s'inscrivant dans un domaine rectangulaire de \mathbb{R}^2 , correspondant aux dimensions et à la forme initiale du film avant que le procédé industriel ne s'opère. Pour cela, nous utilisons la théorie de l'application conforme discrète, introduite dans Springborn et al. [74], qui peut être expliquée ainsi : étant donnés deux maillages M et M' avec la même structure topologique, une triangulation semblable, mais avec des géométries différentes, M' est conformément équivalent à M s'il existe une affectation d'un poids u_i de \mathbb{R} à chaque sommet s_i de M , telle que

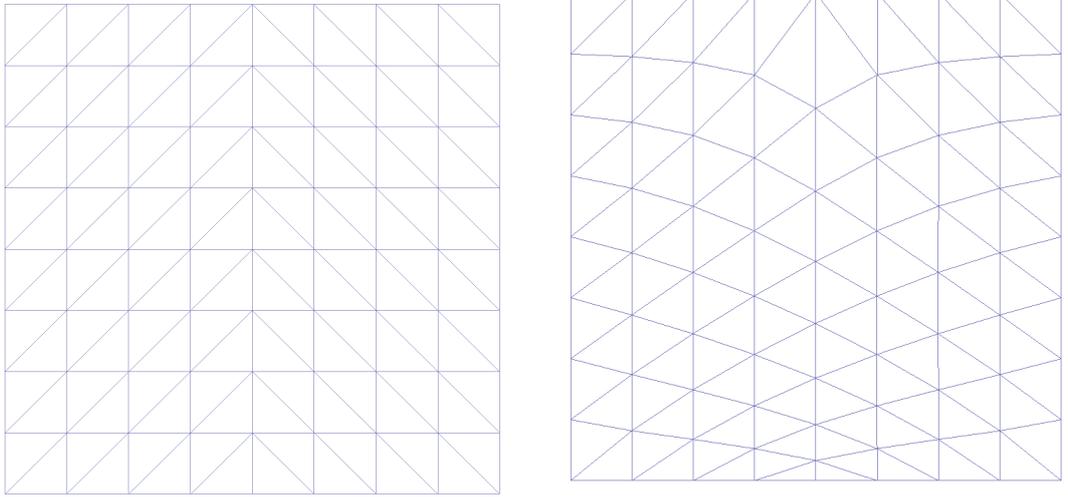


FIGURE 4.4 – Topologie du maillage triangulé (voir figure 4.2) et le résultat de l'application barycentrique sans prise en compte des coefficients sur ce maillage. La structure présentée dans ce maillage est celle décrite dans la figure 4.3 (f).

$$l'_{ij} = e^{\frac{u_i + u_j}{2}} \cdot l_{ij} \quad (4.2)$$

où l_{ij} (resp. l'_{ij}) est la longueur euclidienne de l'arête e_{ij} de M (resp. e'_{ij} de M'). Chaque longueur d'arête peut être reliée aux angles internes $\{\alpha_j\}$ des triangles par le théorème d'Al-Kashi. Soit θ_i la somme de tous les angles internes des triangles adjacents au sommet v_i , on peut s'intéresser au problème d'optimisation suivant : étant donné un angle cible $\hat{\theta}_i$ pour chaque sommet, trouvons le coefficient conforme u_i minimisant $\hat{\theta}_i - \theta_i$. Dans Springborn et al. [74], les auteurs démontrent que si une solution existe, elle peut être trouvée comme l'unique minimisation d'une fonction d'énergie convexe, avec la contrainte que $\sum_{s_i} u_i = 0$ pour une invariance d'échelle. De plus, ils donnent une formulation explicite pour la fonction d'énergie et son gradient.

4.2.1 Choix des paramètres cibles

Dans notre contexte, avec un maillage M homéomorphe à un disque, nous pouvons choisir les angles cibles de cette manière : $\hat{\theta}_i = 2\pi$ pour les sommets internes, $\hat{\theta}_i = \pi$ pour les sommets du bord du maillage M , et $\hat{\theta}_i = \frac{\pi}{2}$ pour les quatre coins.

En d'autres termes, nous recherchons les coefficients u_i tels que le maillage M puisse correspondre de manière conforme à un domaine rectangulaire de \mathbb{R}^2 et qui résolvent notre problème de déformation inverse. Avec ces critères, une seule solution existe et minimise la fonction d'énergie.

Dans un cadre plus générique, il est possible de ne pas spécifier de valeur pour les sommets

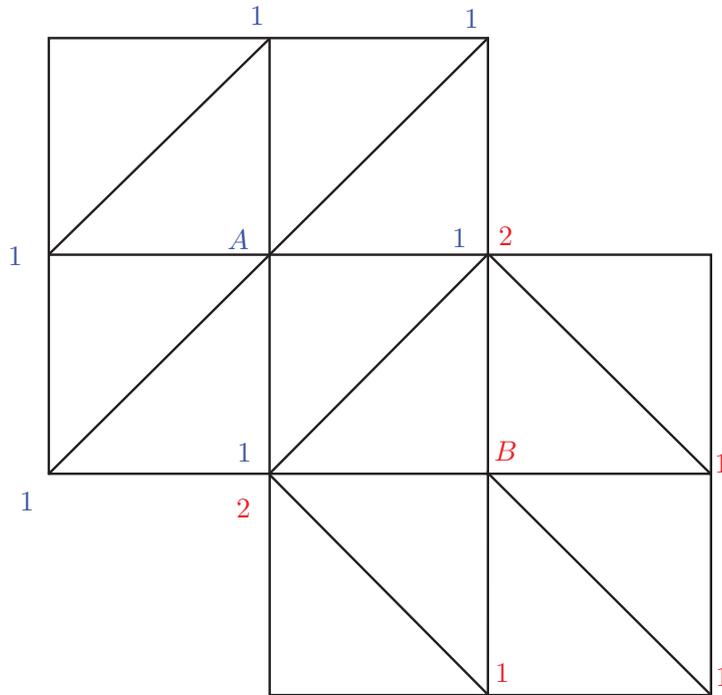


FIGURE 4.5 – Coefficients avec des structures de voisinages différentes. Le point A requiert les coefficients bleus pour répondre à nos besoins tandis que le point B nécessite ceux en rouge. Les points communs à ces deux voisinages ont donc des coefficients différents selon le point à étudier.

du bord et ainsi ne pas définir explicitement la forme de celui-ci. Ce sont les contraintes sur les sommets intérieurs et l'énergie utilisée qui vont façonner le maillage résultant.

$$E(u) = \sum_{f_i} (f(\lambda'_{ij}, \lambda'_{jk}, \lambda'_{ki}) - \frac{\pi}{2}(u_i + u_j + u_k)) + \frac{1}{2} \sum_{s_i \in \mathcal{S}} \hat{\theta}_i u_i \quad (4.3)$$

Cette fonction d'énergie est convexe et il est donc possible de réaliser une descente de gradient pour résoudre ce problème.

4.2.2 Descente de gradient

Une descente de gradient peut alors être utilisée pour trouver les coefficients conformes u_i (voir figures 4.7 et 4.8). Le gradient est calculé pour chaque sommet s_i du maillage par la différence entre la cible désirée pour la somme des angles autour de ce point et la valeur à l'itération courante :

$$\text{grad}(s_i) = \hat{\theta}_i - \theta_i \quad (4.4)$$

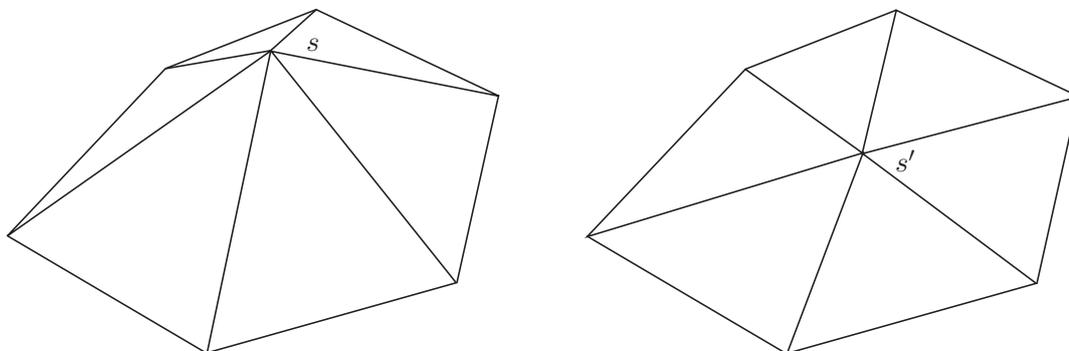


FIGURE 4.6 – Exemple de deux mailles conformes : maille de départ de forme pyramide à base hexagonale, maille cible où le point s' se place dans le plan de la base. La somme des angles autour de s' vaut bien 2π .

Celui-ci est alors utilisé pour mettre à jour les coefficients liés à chaque point pour la prochaine itération :

$$u_i = u_i - \epsilon \times \text{grad}(s_i) \quad (4.5)$$

Ces coefficients sont alors réinjectés dans la boucle de calcul des longueurs des arêtes (voir équation 4.2).

Dans un souci de simplicité, nous supposons que notre maillage d'entrée a quatre sommets particuliers sur ses bords, pour lesquels l'angle cible est de $\frac{\pi}{2}$. Dès que les coefficients u_i sont obtenus grâce à la descente de gradient, le maillage plan M' peut être reconstruit en utilisant la même méthode de construction que dans Springborn et al. [74]. Autrement dit, nous gardons la même disposition entre les sommets de M et ceux du maillage plan M' , la structure/topologie des deux maillages est équivalente et seule la géométrie est différente.

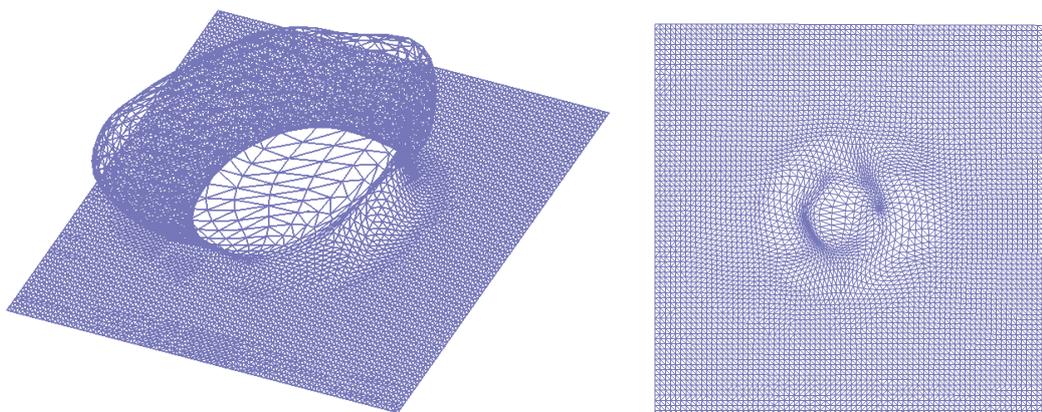
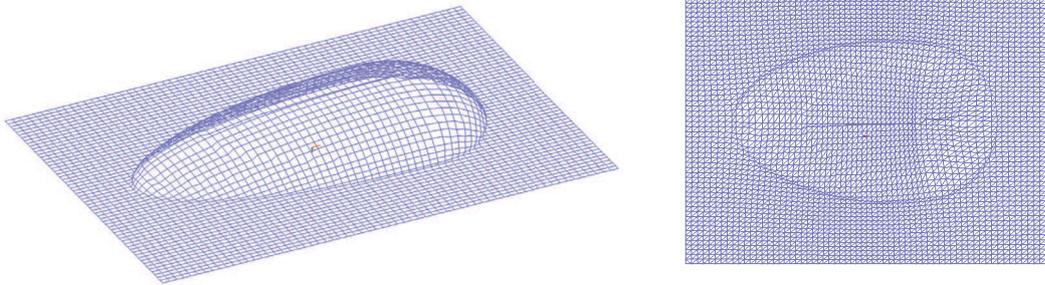


FIGURE 4.7 – Maillage "dôme" M et le résultat de l'application conforme M' .

FIGURE 4.8 – Maillage "demi-œuf" M et le résultat de l'application conforme M' .

Objet	nombre de sommets	nombre de faces	erreur (norme infini)	temps de calcul
cylindre	1980	3776	$9,5e^{-7}$	46
dôme	6084	11858	$2,1e^{-5}$	152
demi-œuf	3835	7424	$2,4e^{-6}$	95
démonstrateur	5185	10080	$1,9e^{-5}$	123

TABLE 4.2 – Temps de calcul en secondes et erreur pour un nombre d'itérations fixés à 10000 sur des maillages dont les nombres de sommets diffèrent.

Les premiers résultats du tableau 4.2 ont été obtenus avec un nombre d'itérations fixé à 10000. L'erreur est la valeur maximale de la différence entre l'angle cible et l'angle réel parmi tous les sommets du maillage. On observe que le temps de calcul est bien proportionnel au nombre de sommets du maillage. La relation semble linéaire entre le nombre de sommets et le temps de calcul. Nous ne nous sommes pas attachés à optimiser le code pour rendre cette méthode plus rapide. La raison principale est que cette étape ne sera à réaliser qu'une seule fois pour un objet lors de son application au projet.

Objet	nombre de sommets	nombre de faces	nombre d'itérations	temps de calcul
cylindre ($1e^{-6}$)	1980	3776	8	1
demi-œuf ($1e^{-6}$)	3835	7424	12968	125
demi-œuf ($1e^{-5}$)	3835	7424	7358	69
dôme ($1e^{-6}$)	6084	11858	34842	536
dôme ($1e^{-5}$)	6084	11858	11970	189
démonstrateur ($1e^{-5}$)	5185	10080	11267	171

TABLE 4.3 – Temps de calcul en secondes et nombre d'itérations pour un seuil fixé sur l'erreur.

Le tableau 4.3 résume les résultats obtenus pour une erreur fixée à $1e^{-6}$ pour le maillage *cylindre* et à deux valeurs différentes, $1e^{-5}$ et $1e^{-6}$ pour les autres. Le maillage *cylindre*, étant

développable, une excellente solution est trouvée très rapidement, c'est pour cela qu'avec une erreur égale à $1e^{-5}$, le résultat est généré en moins d'une seconde. Le passage du seuil de l'erreur à $1e^{-6}$ ne demande que quelques passes supplémentaires et le temps de calcul reste encore inférieur à la seconde.

4.3 Correspondance entre domaines

Dans le chapitre précédent, nous avons vu comment calculer les coordonnées de textures et nous les avons attachées à chaque sommet du maillage M . Grâce à l'application conforme, les coordonnées de textures peuvent être conservées pour le maillage plan M' et ainsi faciliter la réalisation du dernier point de la méthode, la création de la texture. Cependant, avec la transformation conforme, même si elle est la plus adaptée à nos contraintes, la conservation locale des angles, engendre des distorsions. Le maillage obtenu M' est plan et la déformation inverse conforme donne principalement, dans nos conditions d'utilisation, un maillage aux bords rectangulaires, correspondant effectivement à la forme du film plastique utilisé pour le procédé industriel. La forme convient donc mais ce sont les dimensions qui ne sont pas valides à cause des distorsions. Il est alors intéressant de forcer la taille du maillage M' à celle souhaitée pour ne pas avoir à le traiter lors du dernier point de notre méthode, la génération du décor pour l'impression. Plus précisément, c'est l'échelle entre l'image et le maillage qui doit être respectée. Un respect strict des dimensions n'est aucunement obligatoire. Il peut d'ailleurs être plus judicieux pour le point suivant de la méthode, de recadrer les coordonnées des sommets de M' dans un espace similaire à l'espace des textures, $[0, 1] \times [0, 1]$. Cela est possible puisqu'un résultat de notre application conforme est juste à une transformation de Möbius près. On peut donc le ramener à l'espace des textures sans modifier sa validité.

4.4 Conclusion

Les deux derniers chapitres ont permis de discuter des techniques mises en place pour la décoration et la déformation de l'objet plastique. Dans ce dernier, nous avons pris en compte les contraintes physiques du processus industriel de thermoformage et d'injection pour choisir une méthode pouvant être qualifiée de physiquement plausible. Le film plastique se déforme sous l'effet conjoint de la chaleur, de la pression et de l'injection de matière dans le moule. La transformation est isochore mais à notre niveau, c'est l'information de surface qui est importante. Ainsi, notre solution s'est dessinée en utilisant une application conforme issue des techniques de paramétrisation, alors adaptée pour réaliser la déformation inverse du film décoré. Nous avons aussi pu assister dans le cadre du projet IMD3D à une démonstration d'une technique déjà en place dans le domaine industriel. Celle-ci est fondée sur l'acquisition de l'objet déformé par le procédé, sur lequel avait été déposé préalablement une mire colorée. Une correspondance directe peut s'effectuer facilement lorsque la mire choisie possède une périodicité assez importante et que les acquisitions de l'objet permettent de le visualiser complètement et présentent des zones communes dans un souci de continuité. Contrairement à l'approche par simulation de la déformation choisie dans le projet, cette méthode fonctionne par l'expérimentation et l'acquisition de résultat.

Chapitre 5

Génération de la décoration

Dans les deux précédents chapitres, nous avons montré comment nous plaquons des textures sur un maillage et quelle méthode a été développée pour réaliser la déformation inverse du maillage.

Il reste alors à créer la texture, correspondant à la visualisation sur le maillage après l'étape de déformation inverse. Celle-ci sera alors utilisée comme texture initiale dans le processus de décoration industrielle. Cette image sera alors imprimée sur le film et placée dans le moule, afin d'obtenir la décoration escomptée. Nous savons déjà quelle partie de l'image est associée à chaque point du maillage. Il ne reste qu'à parcourir bilinéairement l'intérieur des mailles et simultanément la partie de l'image correspondante, de manière à remplir les pixels de l'image. Ceci permet d'obtenir finalement le fichier contenant l'image à imprimer sur le film. La figure 1.2 décrit les différentes étapes de notre méthode.

5.1 Synthèse de l'image à imprimer

Soient M le maillage initial et M' le maillage issu de l'étape de déformation inverse ainsi que T_i , les diverses images plaquées sur M et T' , la texture que nous souhaitons créer. Dès que nous avons construit le maillage plan M' par la déformation inverse du maillage de départ M , nous pouvons créer une unique texture T' . Cette texture doit contenir toutes les informations provenant des multiples images T_i utilisées pour les plaquages de texture dépendant du point de vue. En effet, nous voulons obtenir une seule texture permettant de décorer l'objet de la même manière que la méthode développée par nos soins. Puisque M a des coordonnées de textures associées à ses sommets, totalement ou partiellement, nous avons pu affecter par correspondance aux sommets de M' les mêmes coordonnées de texture. La texture unique résultante $T' : [0, 1] \times [0, 1]$ est obtenue par interpolation bilinéaire. Tous les sommets du maillage M' possèdent une information de texture. Cependant, ces points ne représentent qu'une partie infime de la texture que l'on veut créer, puisque ce sont uniquement les coordonnées de textures associées à ces points qui sont liées à M (voir figure 5.1).

L'interpolation permet ici de remplir les pixels de la texture sans avoir directement accès aux coordonnées de texture qui lui correspondent. Plus précisément, nous associons tout d'abord les quatre sommets présents dans les coins du maillage M' aux coordonnées des limites du plan texture, qui sont les points définissant le cadre de T' . Ainsi, pour chaque point p de T' , nous

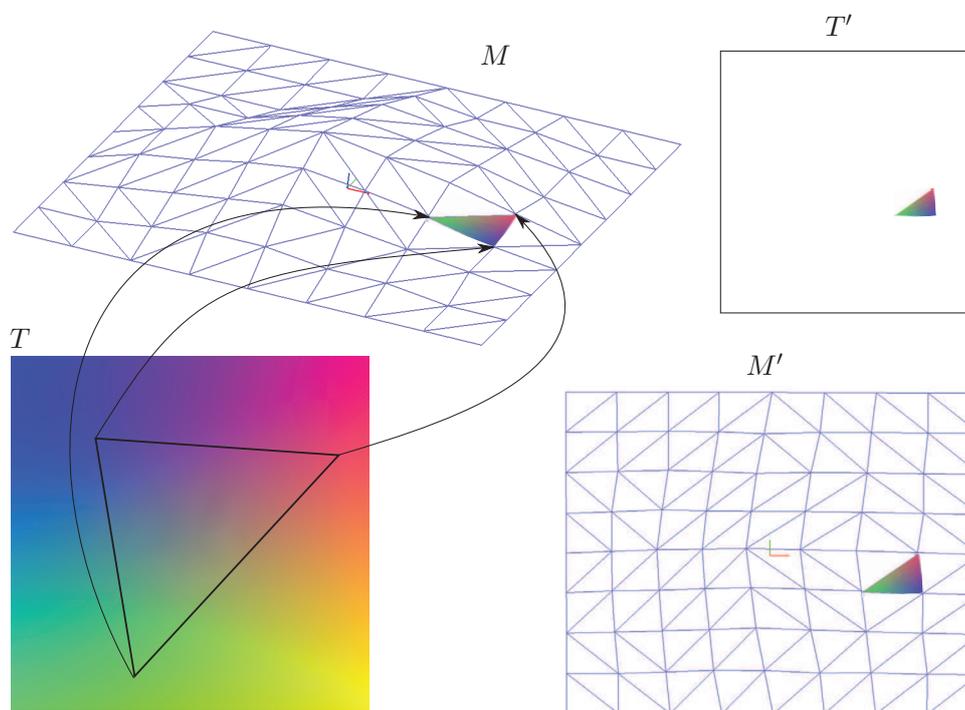


FIGURE 5.1 – Une texture initiale T est plaquée sur le maillage M . Le maillage M' obtenu par transformation conforme de M contient aussi les mêmes informations de texture et permet de construire la texture résultante T' .

localisons p dans la triangulation M' et la couleur associée à p est donnée par l'interpolation sur les sommets du triangle auquel p appartient au moyen des coordonnées de texture associées à chaque sommet du maillage (voir figure 5.2).

Il est nécessaire de formuler les coordonnées de ce point par une interpolation des coordonnées des sommets s_i du triangle. Ainsi, la recherche du pixel de la texture d'origine T_i , utilisée pour le plaquage de texture, est facilitée. L'interpolation utilisée pour définir le point dans l'espace du maillage est alors simplement transposée à l'espace des textures et aux coordonnées correspondantes (u_i, v_i) , pour obtenir les coordonnées du pixel de la texture T_i (voir figure 5.3).

Les points $s_{1,2}$ et $s_{1,3}$ sont exprimés en fonction des sommets du triangle et du coefficient α .

$$s_{i,j} = \alpha s_i + (1 - \alpha) s_j \quad (5.1)$$

Lorsque le coefficient α a été déterminé, il suffit de réitérer la même méthode pour obtenir le coefficient β .

$$p = \beta s_{i,j} + (1 - \beta) s_{i,k} \quad (5.2)$$

Les coefficients α et β trouvés, permettent de localiser géométriquement dans une maille le

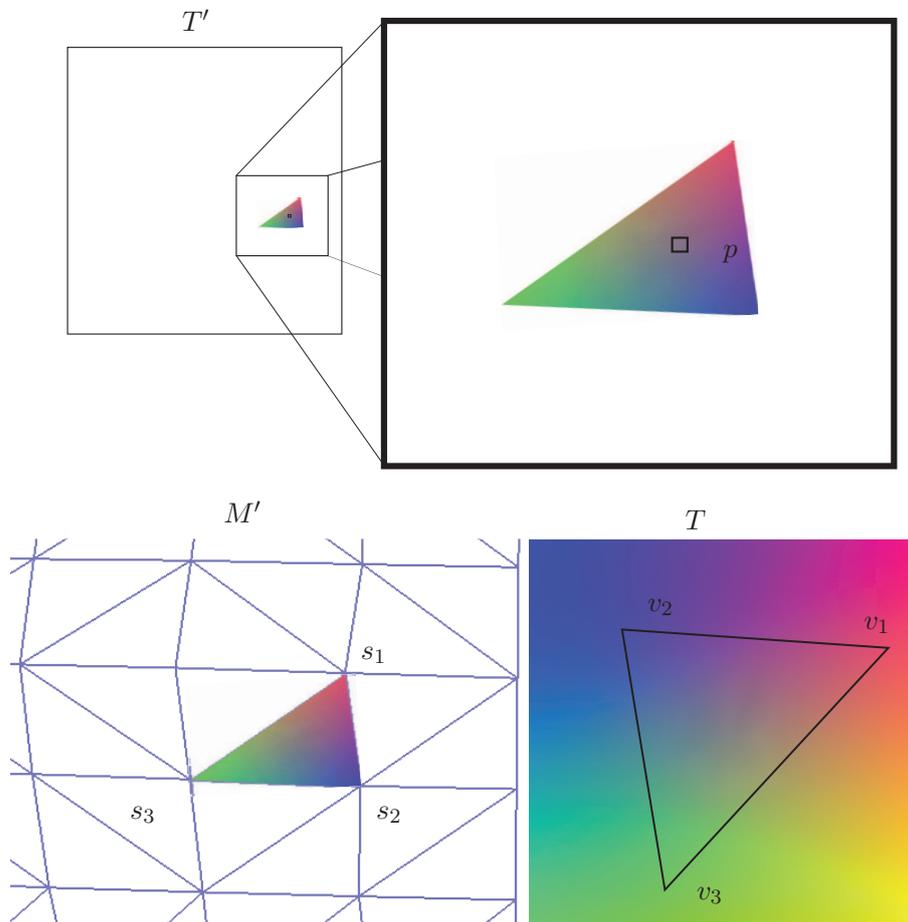


FIGURE 5.2 – Pour compléter la texture T' , on cherche à déterminer ses pixels grâce à la correspondance avec la texture initiale T , grâce aux intermédiaires que sont les deux maillages M et M' .

pixel p . L'utilisation de ces mêmes coefficients appliqués aux coordonnées de textures (u_i, v_i) associées à chaque sommet, permet de déterminer le pixel de la texture T_i devant être placé en p .

Dans cette configuration de génération de texture, il est intéressant de connaître la résolution spatiale pouvant être obtenue dans la texture finale en fonction de celles des différentes textures de départ. La résolution finale dépend aussi dans notre cas d'étude de la déformation subie par les mailles, ainsi que de la taille des parties du maillage sur lesquelles sont plaquées les différentes textures. Cette résolution doit être la plus importante possible pour ne pas perdre de détails dans le cas général. Cela consiste à choisir la résolution spatiale la plus grande pour que les pixels soient au moins tous retranscrits dans l'image avec en contrepartie la possibilité de remplir plusieurs pixels de la texture finale avec le même pixel de l'une des textures de départ. Cette contrainte peut donc mener à la mise en place d'une résolution finale beaucoup

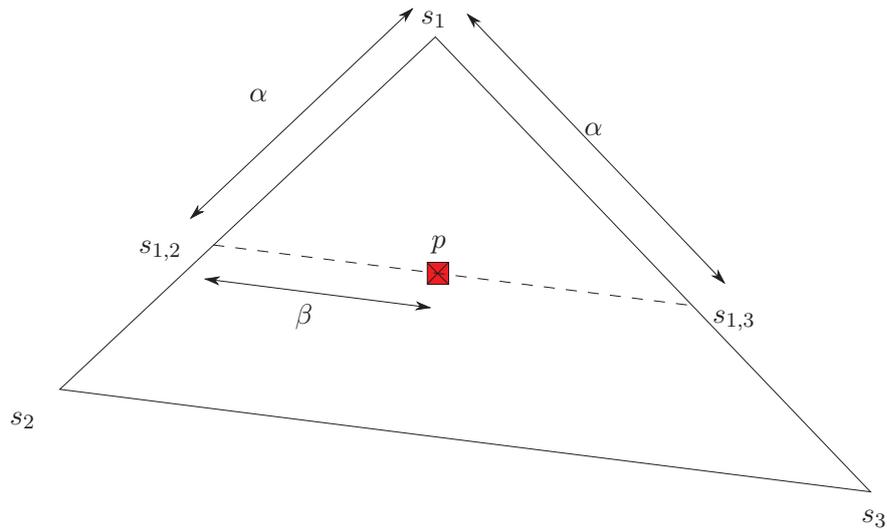


FIGURE 5.3 – Interpolation de la localisation d'un pixel dans l'espace de génération de la texture.

trop grande qui est probablement valable seulement pour une infime partie de l'image mais garantit la sauvegarde de toutes les caractéristiques présentes dans les textures initiales.

Le cas extrême à étudier au niveau du paramètre "déformation" est donc celui de la maille qui subit la plus forte diminution de taille lors de la déformation inverse Φ . Dans le cadre de l'application de notre méthode au projet IMD3D, la déformation directe n'excède que très rarement 400% en surface en raison des limitations physiques des matériaux et de la qualité de finition souhaitée sur le produit final. Ainsi, un rapport égal à deux entre la résolution spatiale au niveau du plaquage sur la maille et la résolution finale sera globalement satisfaisant pour l'application industrielle. Dans le cas de textures multiples, il faut s'attarder à comparer les densités de pixel, qui sont présentes dans les mailles qui subiront la plus forte diminution de taille pour les différentes textures. Ce n'est pas nécessairement la plus dense de ces mailles qui servira au choix de la résolution finale, puisque la déformation des mailles n'est pas homogène. Ainsi, c'est le résultat conjoint de la densité et de la déformation sur une maille qui permet de déterminer la résolution. Par exemple, la densité la plus élevée couplée à une déformation faible pour une texture peut être moins déterminante pour le choix de la résolution qu'une densité plus faible mais subissant une forte déformation.

Pour l'application industrielle, le raisonnement inverse peut tout aussi bien être demandé. Plus concrètement, les utilisateurs finaux voudront sûrement connaître la densité de pigments finalement présente sur l'objet décoré à partir d'une densité d'impression sur le film initial. Comme précédemment, la déformation est aussi le facteur principal à prendre en compte, car

cette déformation physique modifie la taille du support pour laquelle la densité a été définie. En se plaçant toujours dans le cadre industriel de notre étude, avec une limitation sur la déformation du film, le rapport de densité maximal entre le film initial et l'objet décoré est de 4. Cela équivaut à un rapport égal à deux entre les résolutions spatiales.

Si le choix d'obtenir un maillage M' aux dimensions de l'espace des textures par l'application conforme a été effectué, comme cela a déjà été précisé dans le chapitre précédent dans la section 4.3, il faut encore prendre en compte l'étape de changement de format de la texture. Pour l'impression de l'image sur le film, la taille de la texture doit être adaptée aux dimensions du film qui nous sont données par celles du bord du maillage M . Le maillage M' a été réalisé par déformation inverse du maillage M pour lui rendre son aspect initial, correspondant au film plastique avant déformation dans le moule lors du procédé. Le maillage M et la texture T' doivent avoir les mêmes proportions car la texture sera imprimée sur le film, modélisé par le maillage M' . Par conséquent, la largeur et la hauteur de l'image à imprimer à partir de T' seront identiques à la longueur et la largeur du maillage initial M . Il est important de relever qu'il n'y a aucune relation directe entre les différentes tailles de textures utilisées. Les dimensions de T' sont uniquement liées à celles du maillage et aucunement à celles des diverses textures T_i plaquées sur M . Si, comme il a été énoncé précédemment, les points du maillage M' ont bien été replacés dans l'espace $[0, 1] \times [0, 1]$, il est alors plus aisé de faire la correspondance entre l'espace de la texture T' et M' . Ainsi, cette correspondance facilite l'étape de génération de l'image finale. Néanmoins, pour garantir le niveau de résolution spatiale, il faudra prendre en compte le rapport maximal de forme entre l'espace des textures et les dimensions du film. Le rapport modifie le nombre de pixels à définir dans T' nécessaire pour que l'étape de mise au format du film soit de la qualité escomptée.

L'exemple suivant de la figure 5.4 est le plus simple et illustre la correspondance entre la taille de la texture créée et les dimensions du maillage. La texture initiale est rectangulaire mais le maillage est quant à lui carré. L'image générée correspond à la taille du maillage pour qu'elle soit convenable en l'état pour le procédé industriel.

5.2 Compensation colorimétrique

Les différents essais réalisés avec plusieurs types de films plastiques fins, montraient souvent une perte d'intensité des couleurs au niveau des zones à plus grand taux de déformation (voir figure 5.5). Lorsque celui-ci s'approche de 200%, cette atténuation des couleurs est très visible. Des techniques mettant en œuvre de nouvelles encres plus résistantes à la chaleur ont d'abord été testées. Celles-ci ont déjà nettement amélioré le résultat final, mais les différences d'intensité demeuraient visibles. De même, certaines encres craquaient dès qu'elles subissaient ne serait-ce qu'une déformation très légère. L'utilisation d'aplats permet de contrecarrer cet effet néfaste pour l'aspect final du décor, mais ne permet pas cependant de corriger le changement de couleur sur l'ensemble de l'objet.

Pour y parvenir, il convient de comprendre plus précisément la transformation subie par le film plastique imprimé lors du procédé d'injection. La déformation du film plastique est une transformation isochore. Cela signifie que le volume du film reste constant lors de la distorsion, que ce soit au niveau global ou au niveau d'un élément, un triangle du maillage (voir figure

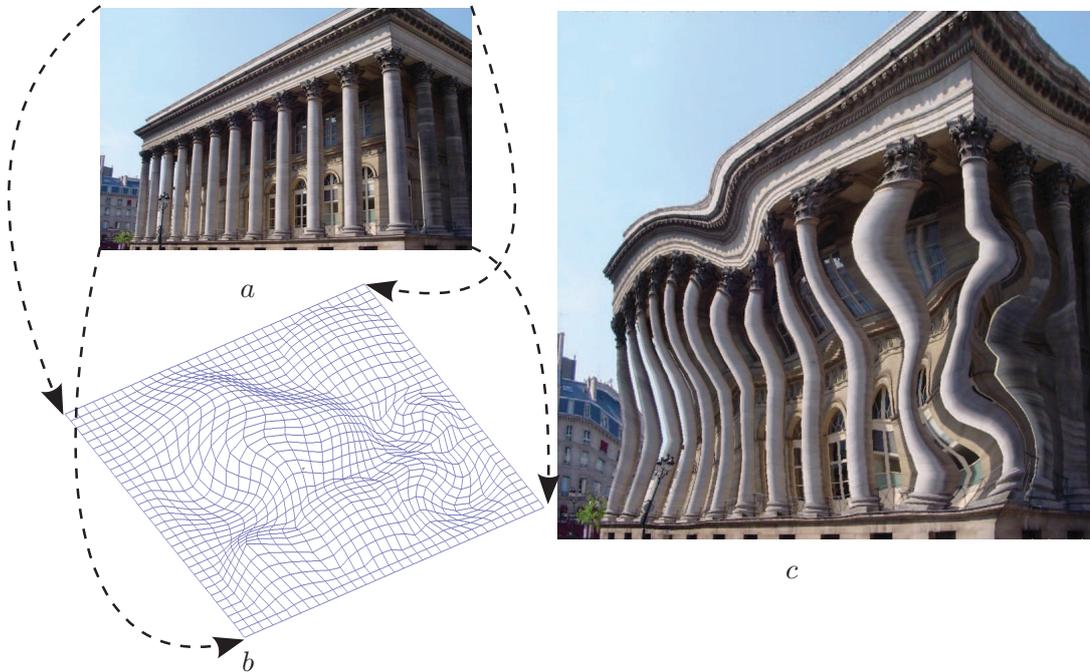


FIGURE 5.4 – Exemple de réalisation d’image finale : la texture *a* été plaquée sur tout le maillage et ses quatre coins correspondent donc aux quatre coins du maillage.

5.6). On pourrait expliquer ce principe simplement, schématiquement, par la conservation de la matière au cours du procédé.

Cette propriété est un autre argument en faveur de l’approche conforme que nous avons choisie comme méthode pour la déformation inverse. Par exemple, une transformation inverse de type isométrique, ne pourrait en aucun cas être adaptée au cas étudié dans le cadre de ce projet, car elle ne rendrait pas compte des modifications du matériau sous les contraintes de chaleur et d’efforts qu’il subit dans le moule.

D’un point de vue pratique, nous utilisons un maillage surfacique, mais une notion d’épaisseur peut y être associée. Au cours du procédé industriel, l’épaisseur et l’aire du film changent localement. Pour un élément surfacique décoré, une densité d’encre a été choisie lors de l’impression. La déformation entraîne un changement d’aire de l’élément surfacique, mais le nombre de pigments de couleur, définissant la densité, n’a pas évolué lors de la transformation. Par conséquent, les couleurs présentes sur les zones qui sont étirées lors de l’injection s’estompent.

L’idée mise en place dans ce cas, pour annihiler cet effet néfaste sur le rendu de l’objet final, est d’augmenter la densité de pigments lors de l’impression sur le film, en fonction de la déformation que le film va subir. Pour réaliser cette compensation colorimétrique, qui permettra de rendre le résultat fidèle aux attentes de l’utilisateur, nous considérons l’aire de tous les triangles du maillage avant et après la déformation inverse, M et M' . Le ratio entre les deux mesures d’aire pour un triangle, est lié à l’épaisseur du film par la relation suivante :

$$V_i = Th_i \cdot A_i = Th'_i \cdot A'_i \quad (5.3)$$



FIGURE 5.5 – Exemple de perte de couleur sur le film après le procédé de thermoformage et d'injection.

où V_i représente le volume qui correspond au triangle i , Th_i et A_i (respectivement Th'_i et A'_i) sont l'épaisseur et l'aire du triangle i de M (respectivement de M').

Pour contrebalancer l'effet de l'étirement du film sur les couleurs durant le processus d'injection, nous devons corriger les couleurs avec une technique proche de l'*alpha blending* lors de la création de la texture. En effet, le film étant imprimé avant déformation, la densité des pigments de couleur est proportionnelle à l'étirement de la zone étudiée. Parmi les techniques d'impression, la quadrichromie, ou CMJN (cyan, magenta, jaune, noir) (CMYK (cyan, magenta, yellow, key) en anglais), est largement utilisée et illustre parfaitement notre problème. Dans ce modèle, les couleurs sont créées par l'association de pigments des trois couleurs primaires en synthèse soustractive, le cyan, le magenta et le jaune. Le noir, quant à lui, est utilisé pour obtenir toutes les nuances de gris, qui seraient par ailleurs réalisables avec un mélange approprié des trois couleurs primaires. Ce choix est fait, d'une part, pour un rendu esthétique plus net et contrasté et, d'autre part, pour un souci d'économie, la teinte noire étant une encre moins coûteuse que les autres couleurs à produire.

Après étirement, les couleurs présentes sur le film dépendent donc de la variation locale de l'aire et de la couleur imprimée sur le film avant déformation. Si le ratio A'_i/A_i est inférieur à

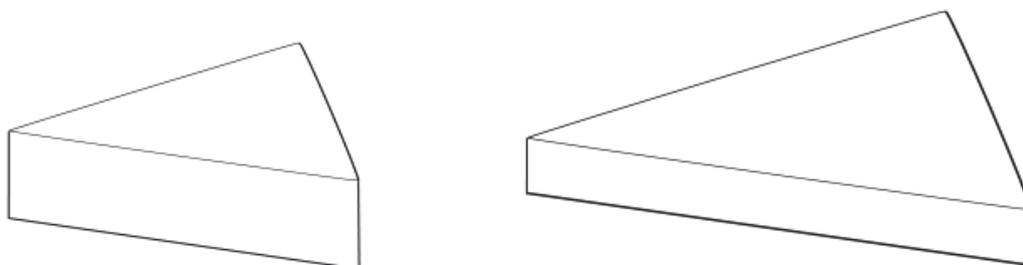


FIGURE 5.6 – Illustration de la transformation isochore sur un élément de volume. Le volume reste constant mais la forme de l'élément est modifiée.

1, la transformation que subit le film est une expansion et un affinement pour le triangle i , sinon il s'agit d'une contraction et d'un épaississement. Dans notre méthode, nous prenons en compte cette modification de couleur due à la déformation dans le but de garantir le résultat visuel final.

Nous utilisons alors un *alpha blending* sur les couleurs de la texture créée pour compenser cet effet. Pour un étirement, il faut renforcer la couleur à imprimer en utilisant un coefficient proportionnel au ratio A'_i/A_i et une texture noire. Pour la contraction, il faut au contraire éclaircir les couleurs sur le film. Pour cela, nous utilisons une texture blanche et un coefficient proportionnel au rapport A_i/A'_i (voir figure 5.7).

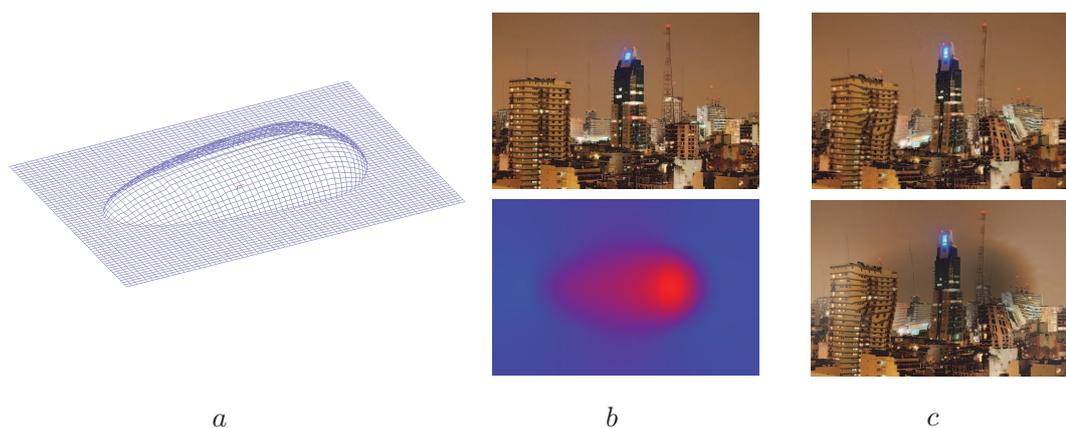


FIGURE 5.7 – Exemple de résultats avec compensation colorimétrique : maillage d'entrée (a), texture initiale et carte d'étirement (b) : bleu, distorsion faible et rouge, distorsion forte, et image créée sans et avec compensation colorimétrique (c).

Évidemment, les paramètres de l'*alpha blending* sont dépendants du film plastique utilisé dans le procédé industriel. Notre méthode de compensation colorimétrique doit juste être adaptée aux matériaux pour être efficace. De même, une attention toute particulière devra être portée

à la saturation des couleurs. Par exemple, l'obtention d'un rouge vif dans un endroit à forte déformation sur l'objet sera difficilement réalisable puisque le renforcement de cette couleur dans cette région ne sera pas possible sur une grande plage de valeur. La gestion de la couleur blanche doit aussi être discutée, car ce blanc peut correspondre à une absence de couleur, ou à la couleur du support comme le sont principalement les feuilles de papier dans la vie courante. Cela ne devrait pas se produire dans le cadre de l'application industrielle, car les designers définissent la transparence dans leur image et celle-ci indique bien l'absence de coloration.

$$P' = P_{canal_v} \cdot \alpha \cdot A_i/A'_i + B_{canal_v} \cdot (1 - \alpha \cdot A_i/A'_i) \quad (5.4)$$

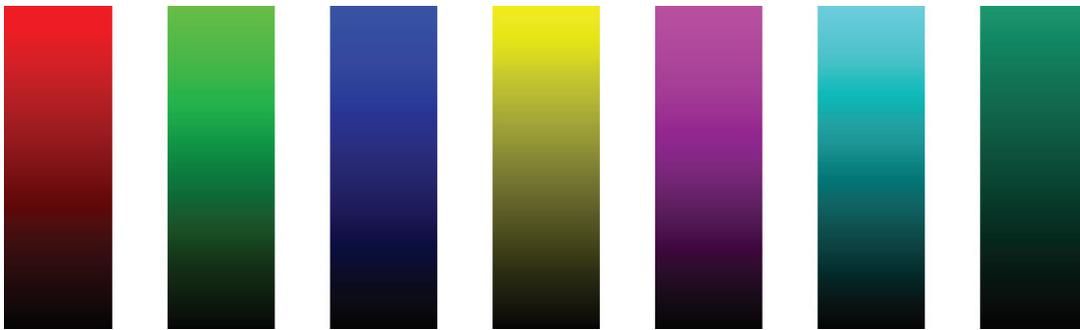


FIGURE 5.8 – Illustration de la compensation colorimétrique sur les couleurs primaires, secondaires et finalement sur une couleur quelconque.



FIGURE 5.9 – Compensation colorimétrique sur une couleur quelconque avec coefficient différent de 100% à 0%.

Les figures 5.8 et 5.9 illustrent le phénomène de compensation colorimétrique. Pour la figure 5.8, on a appliqué une compensation pour 7 couleurs différentes : les 3 couleurs primaires, les 3 couleurs secondaires et une couleur quelconque. Chaque échantillon correspond à une teinte sur laquelle on a appliqué un coefficient de compensation nul à son sommet et de 1 à sa base avec une variation linéaire. La figure 5.9 permet d'observer plus précisément la variation de couleur pour une même teinte, grâce à l'utilisation de sept coefficients différents : 1.00, 0.85, 0.70, 0.55, 0.40, 0.25 et 0.00.

Nous présentons ici un premier résultat de la technique de compensation de couleur (voir figure 5.10).

5.3 Utilisation d'espace colorimétrique adapté

Il existe de nombreux espaces de couleur ayant chacun leurs avantages et leurs intérêts par rapport à l'appareil utilisé. Par exemple, l'espace RVB (Rouge, Vert et Bleu) découle de la nature de l'œil humain. Il traduit en quelque sorte la physiologie de l'œil. Ce sont les récepteurs de l'œil présents sur la rétine, qui sont à l'origine de la composition de cet espace couleur. Ces récepteurs, les cônes, sont présents sous trois types, chacun étant sensible à une longueur d'onde différente : celles du rouge, du vert et du bleu. Cependant, des études menées récemment tendent à démontrer qu'il existerait un quatrième type de cône, plus sensible à l'orange, chez une partie de la population. Cet espace n'est pas le plus intuitif, mais le plus approprié pour la vue humaine. D'autres espaces ont une définition plus logique pour une couleur, sa teinte, sa pureté et finalement son intensité. Cet espace, nommé TSV (*teinte, saturation, valeur* ou HSV en anglais pour *hue, saturation, value*), est plus facile d'utilisation pour des applications graphiques. On peut choisir facilement la couleur par la teinte et les nuances sont apportées par des modifications de la saturation et de la valeur.

L'espace TSV est donc très adapté à la technique de compensation colorimétrique que nous voulons mettre en place. La valeur de teinte est conservée, ainsi que celle de saturation et l'*alpha blending* se concentre sur la composante *valeur* de l'espace. Ainsi, l'objectif fixé est réalisé, éclaircir ou assombrir la texture sans en changer la teinte de départ. D'autres espaces peuvent aussi convenir pour cette application, comme l'espace de référence xyY, où Y représente la luminance et le couple (x, y) est la chrominance. Ainsi, l'utilisation de cet espace se déroule de la même manière que pour l'espace TSV. La luminance est la seule valeur à modifier, puisque nous voulons garder la même chrominance.

5.4 Application développée

Les figures 3.11 et 5.11 mettent en évidence la chaîne de traitement complète de notre méthode.

Sur la première figure, nous choisissons deux vues : une caméra rouge et une verte. Dans chaque système de coordonnées de projection, nous pouvons alors texturer une partie du maillage, comme cela est visible dans les deux rectangles colorés de la figure. Dès que toutes les textures ont été plaquées dans toutes les vues spécifiques, une application conforme est utilisée dans le but de créer la texture résultante, correspondant à l'image prédéformée à imprimer sur le film plastique. Par conséquent, nous pouvons maintenant visualiser l'objet décoré, l'apparence de chaque texture dans les vues choisies ainsi que le résultat final sur le maillage ayant subi la transformation inverse. Si l'on utilise, telle quelle, l'image résultante dans le processus industriel, le décor final présente des diminutions de densité des pigments aux endroits de fortes déformations, d'étirements non négligeables du matériau.

Dans ces conditions, les couleurs présentes sur le film s'estompent et modifient le rendu du décor. Sans prétraitement, nous ne pouvons donc pas obtenir sur l'objet le décor tel que nous le désirons, avec la forme et les couleurs que nous escomptions. Des recherches sur les encres

utilisées par l'imprimeur ont permis de sélectionner celles qui résistaient le mieux aux déformations et présentaient le moins de craquelures et de perte d'intensité de la couleur. Nous avons alors pensé à réaliser une compensation colorimétrique de l'image résultante (voir figure 5.11). Cette compensation colorimétrique constitue un renforcement de l'intensité dans les parties plaquées sur les surfaces qui subissent un étirement considérable. Ce renforcement des couleurs se fait alors par l'utilisation d'un coefficient qui est déterminé par la pratique. Des relevés devront être effectués au densitomètre sur les mires utilisées dans ce projet. Les couleurs visibles sur ces mires sont définies et bien connues de l'utilisateur. Il suffit alors de mettre en correspondance les changements de densité sur l'objet décoré avec les déformations subies par le film. Pour connaître cette déformation, nous utilisons les deux maillages, le maillage initial et le maillage conforme correspondant. Pour chaque maille, nous pouvons obtenir le pourcentage de déformation surfacique. L'aire de chaque élément du maillage final est comparée à celle du maillage conforme. Ainsi, on peut obtenir pour un matériau, un abaque permettant d'utiliser le coefficient le plus adapté au procédé, lié aux rapports des aires de chaque maille.

Les coefficients trouvés servent lors de l'application de la méthode de compensation colorimétrique. Celle-ci, comme dit précédemment, va renforcer l'intensité des couleurs sur le film déformé. Ce renforcement est réalisé techniquement par l'augmentation de la densité des pigments lors de l'impression. Nous supposons donc que le changement de densité d'encre sur le film ne va pas changer sa déformation. Cette technique est viable conceptuellement, mais la mise en pratique pourrait s'avérer beaucoup plus compliquée, car l'encre placée sur le film a une incidence sur sa déformation, en particulier lors des phases de chauffe pour le thermoformage et l'*Insert Molding*. Finalement, la mise en place de la méthode de compensation colorimétrique permet d'obtenir l'objet décoré avec les textures originales sans modification des couleurs.

5.5 Résultats et illustrations

La méthode que nous avons développée permet donc, premièrement, de plaquer une unique texture sur la totalité ou seulement une partie du maillage, pour qu'elle reste inchangée visuellement selon un point de vue défini. Celle-ci réalise alors la transformation inverse du maillage par une application conforme, répondant au critère physiquement plausible demandé, lorsque le maillage avant déformation n'est pas connu, comme cela peut être possible dans le cadre du projet IMD3D. Finalement, il suffit de créer l'image à imprimer, à partir des coordonnées de textures que nous avons calculées et d'un remplissage des pixels par un parcours bilinéaire dans les mailles et la texture.

Notre méthode est donc composée de plusieurs étapes. La première est de réaliser la reconstruction 3D du moule. Ce maillage vient généralement d'un modèle CAO de l'objet conçu. Il faut ensuite, étant donné un maillage, une séquence de points de vues et les textures associées, combiner et plaquer toutes les textures sur le maillage (voir section 3.5.2). La déformation inverse du maillage est ensuite réalisée, dans l'optique de générer la texture finale à imprimer avec prise en compte de la compensation colorimétrique pour contrer les effets néfastes du procédé sur la couleur. Nous utilisons alors la technologie *Insert Molding* comme procédé industriel pour décorer l'objet plastique créé. Cette étape finale est réalisée dans notre contexte industriel : l'image résultante que nous obtenons après compensation colorimétrique est imprimée sur le

film qui est alors utilisé pour l'Insert Molding.

5.5.1 Application de la méthode complète

Les résultats suivants ont été réalisés pour illustrer l'application de notre méthode à des objets réels. Le procédé n'étant pas encore prêt, nous avons décidé de décorer un objet développable. Cette condition permet d'utiliser une feuille de papier comme support d'impression. Il suffit ensuite de dérouler le long de la surface l'impression pour obtenir l'objet décoré. La figure 5.12 illustre la technique du plaquage projectif dépendant du point de vue. Pour le réaliser, nous avons créé un objet dont la surface à décorer est développable, de la taille d'une feuille de format A4. Dans le même temps, une modélisation de cet objet est opérée et nous obtenons donc un maillage représentant la surface de l'objet à décorer.

5.5.2 Illustrations du plaquage de texture multiple dans le procédé

Le précédent résultat sert à montrer le bien-fondé de notre méthode, cependant l'objet 3D est encore relativement trop simple pour bien se rendre compte des distorsions possibles sur l'image imprimée. Sur la figure 5.13, nous avons réalisé un objet légèrement plus complexe que le précédent. Celui-ci présente plus de relief et permet donc facilement de présenter le plaquage de texture multiple. Deux points de vue ont donc été choisis et on peut constater la façon dont les informations des deux plaquages s'intègrent.

5.5.3 Compensation colorimétrique

Les deux résultats présentés précédemment confirment et valident notre méthode. Finalement, nous pouvons imprimer la texture T créée sur le film plastique, qui sera utilisé lors du procédé d'injection. Pour être performante, cette méthode requiert un placement rigoureux du film plastique imprimé dans le moule. Toutes les erreurs de placement se répercuteront sur la qualité du résultat final, puisque la déformation que subit la texture doit s'appliquer aux mêmes endroits que la simulation pour obtenir le résultat escompté. Cette précaution, si elle est respectée, doit permettre d'améliorer la répétabilité du procédé industriel de décoration d'objets plastiques par film imprimé.

5.5.4 Implémentation et ergonomie du logiciel

Ce travail de thèse a pour but d'être intégré dans un logiciel de plus grande envergure permettant aux industriels de la plasturgie de réaliser des études et les simulations menant à une décoration d'objets. L'interface du logiciel devra comporter plusieurs fenêtres de visualisation pour être facilement utilisable et compréhensible par chaque utilisateur même débutant (voir figure 5.14). La méthode de décoration proposée par ce logiciel utilise un plaquage de texture projectif et séquentiel. Le choix d'un point de vue est donc la première étape de cette technique. Cependant, il n'est pas toujours aisé de spécifier un ou plusieurs points de vue sans avoir une visualisation adaptée de l'objet à décorer. L'idée principale est de pouvoir visualiser, dans une fenêtre, l'objet et le résultat de la décoration, ainsi que la signalisation schématique de la position du point de vue, et dans une autre, le point de vue choisi et donc la partie du maillage que l'on va texturer.

Ces deux fenêtres sont nécessaires dans le cadre d'une utilisation efficace. Néanmoins nous souhaitons ajouter à celles-ci deux fenêtres, pour une plus grande lisibilité des résultats. Dans la première, l'image servant à décorer l'objet serait présentée et dans la dernière le résultat, l'image à imprimer sur le film sera visualisée.

En plus de ces visualisations, des commandes seront présentes dans un menu, comme le verrouillage du point de vue permettant de lancer le traitement. Des commandes liées à la caméra pourront aussi être présentes pour faciliter le placement de celle-ci. Ces différentes modifications à apporter au programme sont en cours de réalisation, puisque le projet IMD3D, après diverses prolongations doit maintenant se terminer en mai 2013.

5.6 Conclusion

Ce dernier chapitre a permis de réaliser la dernière étape de la méthode visant à la décoration d'objets 3D issus de la déformation d'un matériau. Pour ce processus, il était nécessaire de créer l'image à imprimer sur le film avant qu'il ne soit déformé. Cette image devait ainsi prendre en compte les déformations qu'elle allait subir pour être restituée après le processus avec le rendu escompté. Elle a pu être créée en faisant la correspondance entre l'espace des textures et le maillage issu de la transformation inverse. Une première technique de génération de l'image finale a donc été réalisée, mais d'autres problèmes se manifestaient lors de la fabrication d'un objet décoré. Les encres s'estompant avec les étirements subis par le film, il fallait contrer cet effet en renforçant la teinte sur l'image à imprimer proportionnellement à la déformation locale. Ces recherches ont mené à la conception de la méthode de compensation colorimétrique. Ainsi, nos travaux ont permis de réaliser les objectifs qui avaient été fixés par le projet, obtenir l'image à imprimer sur le film pour que le résultat soit aussi convaincant d'un point de vue géométrique, que les formes finales du décor soient celles escomptées, que d'un point colorimétrique, que les teintes présentes sur l'objet produit correspondent bien à celles désirées.

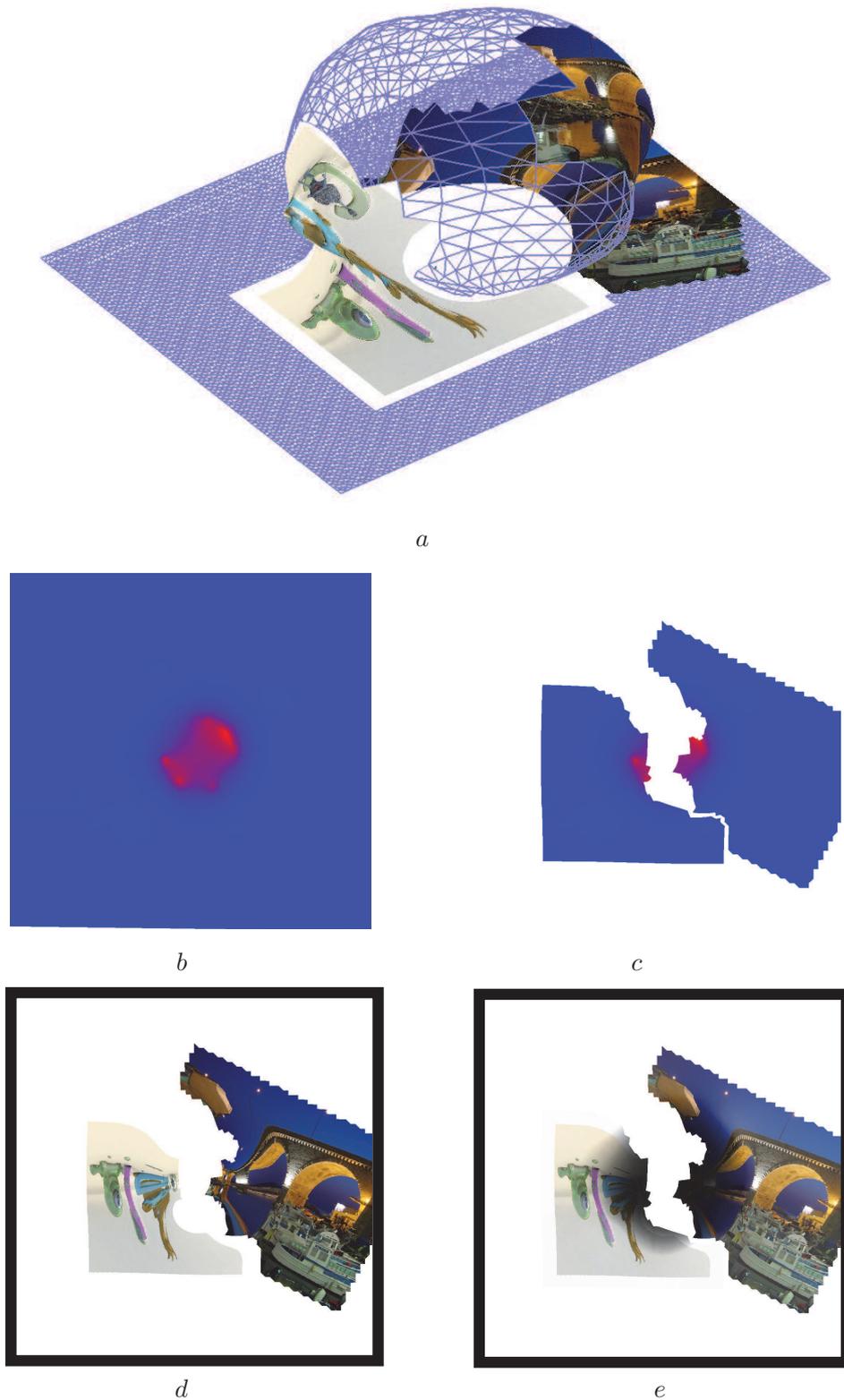


FIGURE 5.10 – Compensation colorimétrique pour un maillage texturé avec plusieurs textures : maillage texturé (a), carte d'étirement (b), carte d'étirement réduite aux parties du maillage texturées (c), texture générée résultante (d) et texture générée avec compensation colorimétrique

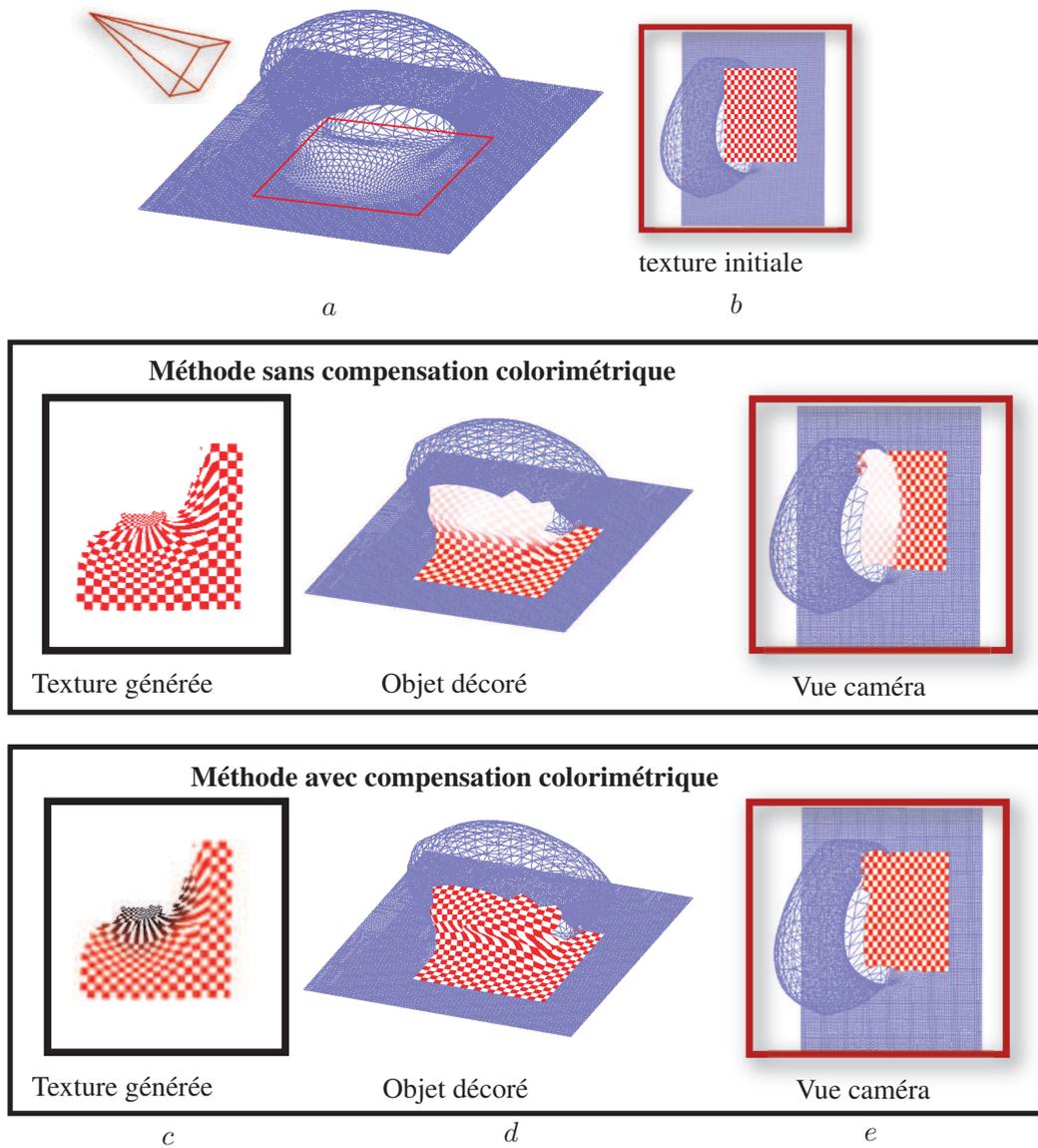


FIGURE 5.11 – Compensation colorimétrique pour un maillage texturé selon un point de vue : maillage et le point de vue (a), maillage et texture à plaquer dans le point de vue spécifique (b). Les différences entre la méthode sans ou avec compensation colorimétrique pour la texture résultante à imprimer (c) ainsi que le résultat sur le maillage dans une vue quelconque (d) et dans la vue choisie pour le plaquage (e), sont ainsi illustrées.

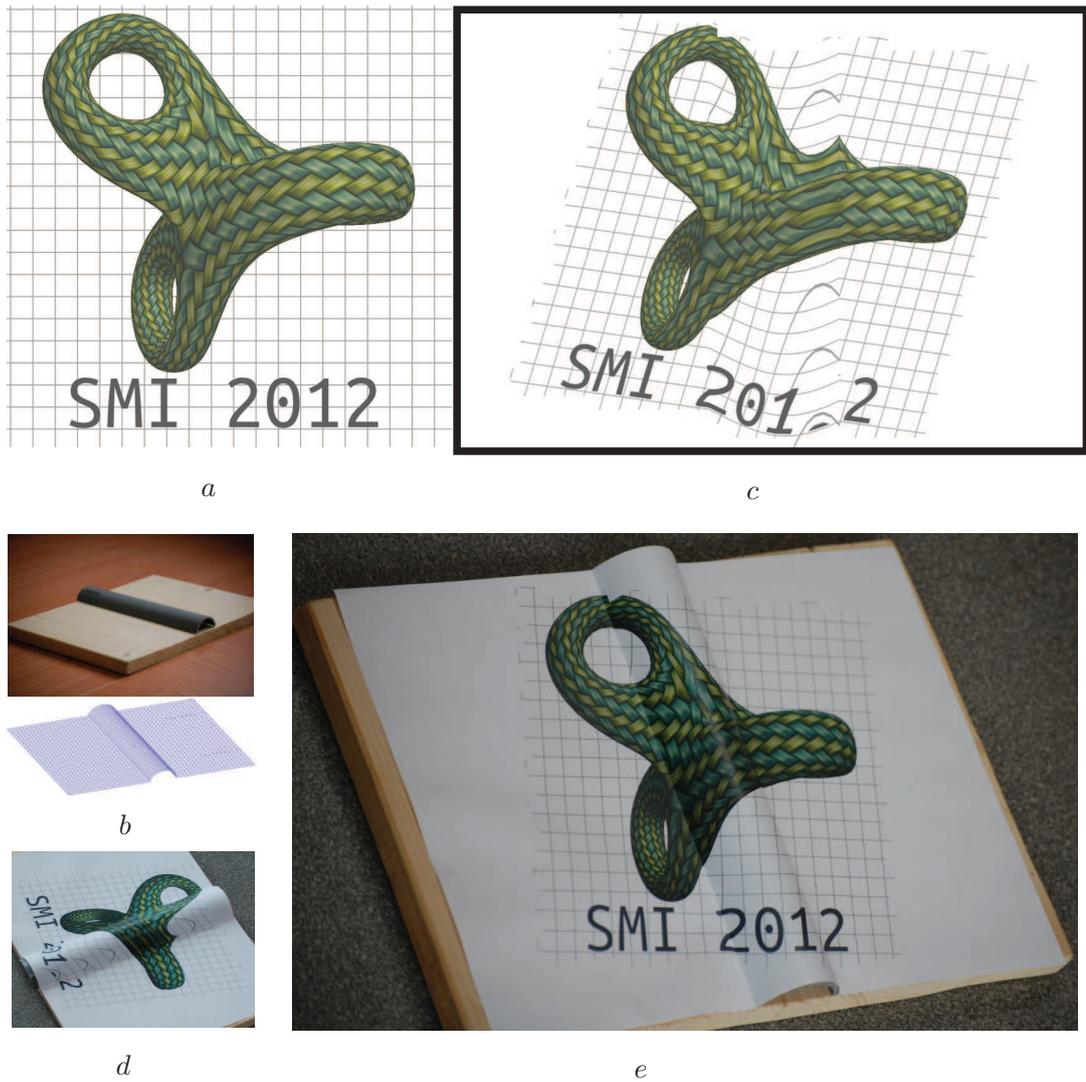


FIGURE 5.12 – Réalisation de la décoration d'un objet réel : la texture à placer sur l'objet (a), l'objet et sa modélisation (b), la texture générée par notre méthode (c), l'objet décoré depuis un point de vue quelconque (d) et la visualisation de l'objet décoré depuis le point de vue choisi (e).



FIGURE 5.13 – Réalisation de la décoration d'un objet réel avec plusieurs points de vue : la texture à placer sur l'objet (a), l'objet et sa modélisation (b), la texture générée par notre méthode (c), l'objet décoré depuis un point de vue quelconque (d) et la visualisation de l'objet décoré depuis les deux points de vue choisis (e).

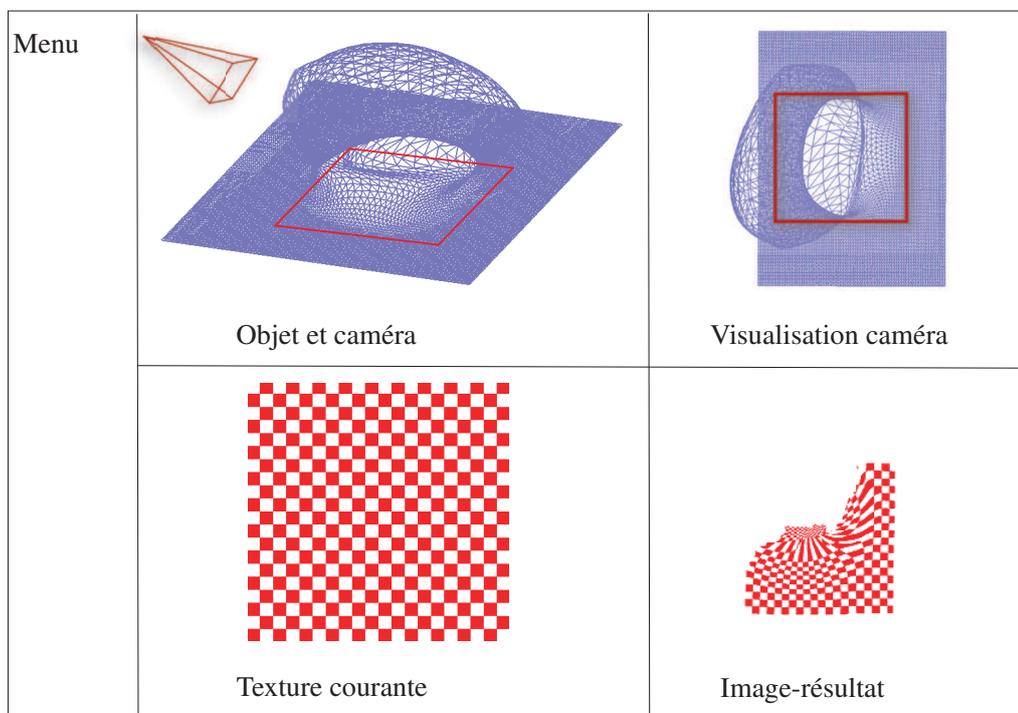


FIGURE 5.14 – Proposition de visualisation dans les fenêtres du programme développé.

Chapitre 6

Conclusion et perspectives

6.1 Conclusion

Nous avons présenté dans ce manuscrit une méthode permettant d'obtenir exactement le résultat visuel escompté d'un point de vue par un plaquage de texture. Cette méthode a ensuite été améliorée pour prendre en compte la géométrie de la surface et donc ne pas texturer inutilement le maillage, dans le but de placer d'autres textures, aussi optimisées selon différents points de vue. Ainsi, plusieurs textures peuvent se retrouver sur un même objet et être rendues exactement selon plusieurs points de vue. De plus, nous générons l'unique texture qu'il faut alors utiliser pour obtenir le même résultat que donne le plaquage des images initiales à l'aide d'une paramétrisation uniforme. Cette même texture est utilisée pour l'application industrielle visée par le projet FUI IMD3D. L'image est alors imprimée sur le film plastique, qui est ensuite placé dans le moule d'injection. Lors du processus d'injection, la matière introduite dans le moule pousse et déforme le film préalablement chauffé pour mieux réagir et résister aux distorsions qu'il subit. Le décor imprimé sur le film subit lui aussi la déformation et finalement le rendu final sera celui que le plaquage de texture a généré.

L'étude préalable des diverses techniques de paramétrisation, liées ou non au plaquage de texture, nous a permis d'utiliser la méthode la plus adaptée pour notre objectif. Notre choix s'est porté sur un plaquage projectif dépendant du point de vue pour garantir une vue exacte pour au moins ce point de vue spécifique plutôt qu'un rendu proche mais inexact pour tous les points de vue. Le critère de visibilité a aussi été étudié pour optimiser la surface utile pour les points de vue complémentaires à définir ultérieurement. L'utilisation de plusieurs textures conjointement au choix de plusieurs points de vue a engendré une réflexion sur le comportement du plaquage de texture au niveau des parties du maillage communes à plusieurs points de vue. Nous avons choisi de ne réaliser aucun mélange pour garantir un résultat exact. Seul le premier point de vue ne peut comporter d'autres textures et, pour les suivants, il est possible de visualiser une partie des textures déjà plaquées. L'ordre de définition des points de vue est donc primordial et la texture principale devra donc être plaquée en premier.

Ces mêmes méthodes de paramétrisation peuvent aussi être appliquées à la déformation de maillage, puisque les méthodes classiques de déformation de maillage par contraintes ne répondent pas aux objectifs que nous nous sommes fixés. Elles sont très utilisées dans le domaine

de l'animation, domaine dans lequel l'utilisateur veut interagir avec le maillage pour obtenir le résultat qu'il souhaite. Dans notre cas, nous désirions limiter son intervention au maximum pour assurer la répétabilité du procédé. L'utilisateur est déjà mis à contribution lors de l'étape de plaquage de texture pour choisir le point de vue. Pour la déformation inverse, la volonté d'obtenir un résultat satisfaisant physiquement et automatique nous a motivés à sélectionner d'autres techniques. L'application conforme a été choisie pour ses caractéristiques qui restent physiquement plausibles par rapport à nos connaissances sur les matériaux composant les films. Elle a remplacé la méthode barycentrique mise en place initialement, car elle était adaptée aux données dont nous disposions, des maillages issus de transformation de grilles régulières. Cette technique est de plus très facile à mettre en place pour des maillages quadrangulaires mais de trop nombreux inconvénients se manifestaient, notamment les temps de calcul qui augmentent fortement avec l'augmentation du nombre de points du maillage étudié. De plus, son utilisation aisée est limitée aux maillages quadrangulaires. Grâce à quelques changements de coefficient, il est néanmoins possible de l'appliquer aux maillages triangulaires. Cette solution nous a paru trop compliquée à gérer et nous nous sommes alors tournés vers d'autres méthodes automatiques mais pouvant s'utiliser sur des maillages plus génériques, comme l'application conforme choisie. La complexité de la méthode barycentrique n'était pas adaptée à une taille de maillage trop importante avec l'objectif de garder un temps d'exécution convenable.

Finalement, nous générons, à partir de toutes les textures plaquées sur la surface, une unique texture contenant toutes les informations visuelles placées sur le maillage. Pour cela, nous choisissons la taille de l'image que nous voulons créer et nous mettons en correspondance cette image avec le maillage provenant de la déformation inverse. Nous localisons alors chaque pixel dans la triangulation et nous exprimons ses coordonnées de manière bilinéaire par rapport aux sommets du triangle auquel il appartient. Les coefficients obtenus pour cette localisation géométrique sont ensuite utilisés pour déterminer le pixel de la texture initiale qui doit être placé dans la texture générée, par l'intermédiaire des coordonnées de textures liées aux sommets du même triangle. Pour le projet IMD3D, cette texture est donc celle qui doit être imprimée sur le film. Celui-ci, ainsi que le décor, seront déformés lors du procédé et le résultat visuel observé sur le maillage après le plaquage de texture apparaît sur l'objet injecté.

Une contribution importante est liée à la dernière étape de notre méthode : la génération de texture. Lors de sa mise en application dans le milieu industriel, nous pouvons observer que la déformation du film plastique entraîne un changement sur les couleurs imprimées sur le film. La solution à ce phénomène est de renforcer les couleurs dans les zones du film qui subissent une augmentation de leurs surfaces. La diminution de surface demanderait la réduction de l'intensité des couleurs, mais ce cas n'apparaît jamais dans le cadre de l'application industrielle. Ainsi, il faut intensifier la couleur tout en conservant la teinte désirée. Dans le domaine de l'impression, cela revient à augmenter la densité de pigment localement pour qu'après étirement, cette densité corresponde à l'intensité de la teinte que l'on voulait observer.

Les maillages utilisés dans ce manuscrit provenaient soit de la simulation réalisée par les travaux d'un autre laboratoire, soit d'un maillage plan préalablement déformé artificiellement. Les textures principalement utilisées dans ce projet sont des mires permettant de bien visualiser les effets de la déformation. D'autres textures comportant plus de détails, permettent de se rendre compte de la précision sur les petits éléments d'une image, comme un texte.

6.2 Perspectives

Notre méthode traite complètement la problématique industrielle de décoration par le procédé IMD3D. La texture générée répond à la demande du projet, cependant certains points pourraient être améliorés. Au niveau de l'étape de plaquage de texture, le choix des points de vue supplémentaires est pour l'instant arbitraire. Il serait possible d'améliorer ce choix en le motivant par des critères de visibilité des points ne portant pas encore d'informations de texture. Cette aide pourrait être essentielle pour bien dissocier les points de vue, mais ne devra pas les définir précisément car d'autres contraintes plus abstraites peuvent entrer en jeu lors de la décoration d'objets. Ainsi, les paramètres étudiés dans les travaux de Secord et al. [64] pourront être utilisés pour définir des points de vue préférentiels.

La méthode est en cours de validation avec des données résultant de la simulation de déformation réelle. Cette simulation déforme une grille régulière à bord rectangulaire, le bord restant inchangé au cours de la déformation. Les tests sont effectués avec une mire qui peut permettre de réaliser la déformée réelle du film. Ils peuvent aussi apporter beaucoup d'informations sur l'influence de la couleur sur la déformation du film. De plus, le choix des coefficients pour la compensation colorimétrique pourrait découler d'une campagne de mesure sur ces mires. Ces résultats permettraient de réaliser les abaques liés à chaque matériau choisi pour le film.

La décoration d'objets plus complexes nécessitera de transférer les images imprimées sur plusieurs films, chaque film s'appliquant sur une zone pouvant être décorée par la méthode que nous avons développée, afin de tenir compte des contraintes mécaniques des films, par exemple leur résistance à la chaleur et au déchirement. Les bords des films pourront ne pas être rectangulaires et il faudra alors adapter la méthode pour s'assurer que l'étape de déformation inverse se déroule parfaitement. Notre travail consistera donc à définir des patches sur le maillage associant une paramétrisation locale provenant d'un point de vue propre. Dans ce cas, il faudra aussi tenir compte de la continuité entre les patches pour garantir un rendu visuel final cohérent. De même, la méthode développée pourrait être étendue à des objets plus complexes. Le traitement d'objet ouvert ou fermé et de genre élevé serait très appréciable. La présence de trou dans l'objet n'est pas rare dans les produits injectés par l'industrie plasturgique donc la gestion de ce problème permettrait une mise en pratique de notre méthode sur des objets courants.

Une dernière perspective est liée à une supposition que nous avons faite sur les films. Nous avons négligé leur épaisseur en les modélisant par un maillage surfacique, mais celle-ci serait intéressante à prendre en compte car elle évolue au cours de la transformation dans le moule. La représentation du film par un maillage volumique permettrait d'intégrer cette variable. En utilisant cette information, il serait sûrement possible d'améliorer nos résultats, d'abord au niveau de la technique de déformation inverse, grâce à une formulation plus proche de la physique du problème. Cette évolution se répercuterait nécessairement sur l'étape de génération de texture et engendrerait un résultat encore plus apte à fournir une décoration de qualité.

Bibliographie

- [1] Ahlberg, J. H., E. N. Nilson et J. L. Walsh. 1967, *The Theory of Splines and Their Applications*, Academic Press, London.
- [2] Alexa, M. 1999, Merging polyhedral shapes with scattered features, dans *Proceedings of the International Conference on Shape Modeling and Applications*, SMI '99, IEEE Computer Society, Washington, DC, USA, ISBN 0-7695-0065-X, p. 202–. URL <http://dl.acm.org/citation.cfm?id=829509.830271>.
- [3] Alexa, M. 2002, Recent advances in mesh morphing, *Computer Graphics Forum*, vol. 21, n° 2, p. 173–196.
- [4] Alliez, P. et C. Gotsman. 2003, Recent advances in compression of 3d meshes, dans *In Advances in Multiresolution for Geometric Modelling*, Springer-Verlag, p. 3–26.
- [5] Alliez, P., M. Meyer et M. Desbrun. 2002, Interactive geometry remeshing, dans *Proceedings of the 29th annual conference on Computer graphics and interactive techniques*, SIGGRAPH '02, ACM, New York, NY, USA, ISBN 1-58113-521-1, p. 347–354, doi :10.1145/566570.566588. URL <http://doi.acm.org/10.1145/566570.566588>.
- [6] Ashikhmin, M. 2001, Synthesizing natural textures, dans *Proceedings of the 2001 symposium on Interactive 3D graphics*, I3D '01, ACM, New York, NY, USA, ISBN 1-58113-292-1, p. 217–226, doi :10.1145/364338.364405. URL <http://doi.acm.org/10.1145/364338.364405>.
- [7] Bennis, C., J.-M. Vézien et G. Iglésias. 1991, Piecewise surface flattening for non-distorted texture mapping, *SIGGRAPH Comput. Graph.*, vol. 25, doi :<http://doi.acm.org/10.1145/127719.122744>, p. 237–246, ISSN 0097-8930. URL <http://doi.acm.org/10.1145/127719.122744>.
- [8] Biermann, H., I. Martin, F. Bernardini et D. Zorin. 2002, Cut-and-paste editing of multiresolution surfaces, *ACM Trans. Graph.*, vol. 21, n° 3, doi :10.1145/566654.566583, p. 312–321, ISSN 0730-0301. URL <http://doi.acm.org/10.1145/566654.566583>.
- [9] Botsch, M. et O. Sorkine. 2008, On linear variational surface deformation methods, *IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics*, vol. 14, n° 1, doi :10.1109/TVCG.2007.1054, p. 213–230, ISSN 1077-2626. URL <http://dx.doi.org/10.1109/TVCG.2007.1054>.

- [10] Celniker, G. et D. Gossard. 1991, Deformable curve and surface finite-elements for free-form shape design, *SIGGRAPH Comput. Graph.*, vol. 25, n° 4, doi :10.1145/127719.122746, p. 257–266, ISSN 0097-8930. URL <http://doi.acm.org/10.1145/127719.122746>.
- [11] Culik, K., II. 1996, An aperiodic set of 13 wang tiles, *Discrete Math.*, vol. 160, n° 1-3, doi :10.1016/S0012-365X(96)00118-5, p. 245–251, ISSN 0012-365X. URL [http://dx.doi.org/10.1016/S0012-365X\(96\)00118-5](http://dx.doi.org/10.1016/S0012-365X(96)00118-5).
- [12] Degener, P., J. Meseth et R. Klein. 2003, An adaptable surface parameterization method, dans *In Proceedings of the 12th International Meshing Roundtable*, p. 201–213.
- [13] Desbrun, M., M. Meyer et P. Alliez. 2002, Intrinsic Parameterizations of Surface Meshes, *Computer Graphics Forum*, vol. 21. URL <ftp://ftp-sop.inria.fr/prisme/alliez/param.pdf>.
- [14] Eck, M., T. DeRose, T. Duchamp, H. Hoppe et W. Lounsbery, M. and Stuetzle. 1995, Multiresolution analysis of arbitrary meshes, dans *Proceedings of the 22nd annual conference on Computer graphics and interactive techniques*, SIGGRAPH '95, ACM, New York, NY, USA, ISBN 0-89791-701-4, p. 173–182, doi :10.1145/218380.218440. URL <http://doi.acm.org/10.1145/218380.218440>.
- [15] Efros, A. A. et W. T. Freeman. 2001, Image quilting for texture synthesis and transfer, dans *Proceedings of the 28th annual conference on Computer graphics and interactive techniques*, SIGGRAPH '01, ACM, New York, NY, USA, ISBN 1-58113-374-X, p. 341–346, doi :10.1145/383259.383296. URL <http://doi.acm.org/10.1145/383259.383296>.
- [16] Efros, A. A. et T. K. Leung. 1999, Texture synthesis by non-parametric sampling, dans *Proceedings of the International Conference on Computer Vision-Volume 2 - Volume 2*, ICCV '99, IEEE Computer Society, Washington, DC, USA, ISBN 0-7695-0164-8, p. 1033–. URL <http://dl.acm.org/citation.cfm?id=850924.851569>.
- [17] Erickson, J. et S. Har-peled. 2002, Optimally cutting a surface into a disk, dans *Discrete & Computational Geometry*, p. 244–253.
- [18] Floater, M. S. 1997, Parametrization and smooth approximation of surface triangulations, *Computer Aided Geometric Design*, vol. 14, p. 231–250.
- [19] Floater, M. S. 2003, Mean value coordinates, *Computer Aided Geometric Design*, vol. 20, p. 2003.
- [20] Floater, M. S. et K. Hormann. 2005, Surface parameterization : a tutorial and survey, dans *Advances in Multiresolution for Geometric Modelling*, Springer, p. 157–186.
- [21] Floater, M. S., K. Hormann et G. Kós. 2006, A general construction of barycentric coordinates over convex polygons, *Advances in Computational Mathematics*, vol. 24, n° 1–4, p. 311–331.

- [22] Floater, M. S. et M. Reimers. 2001, Meshless parameterization and surface reconstruction, *Computer Aided Geometric Design*, vol. 18, p. 77–92.
- [23] Gauß, C. F. 1828, *Disquisitiones generales circa superficies curvas*, vol. 6, Comm. Soc. Gottingen Bd.
- [24] Gotsman, C. 2003, On graph partitioning, spectral analysis, and digital mesh processing, dans *In Proc. Intl. Conf. Shape Modeling and Applications (2003)*, IEEE Computer Society, p. 165–174.
- [25] Greca, R. L. 2010, Modélisation déclarative de surfaces : Une approche innovante de la cao, p. 288.
- [26] Greiner, G. et K. Hormann. 1997, Interpolating and approximating scattered 3D-data with hierarchical tensor product B-splines, dans *Surface Fitting and Multiresolution Methods*, édité par A. L. Méhauté, C. Rabut et L. L. Schumaker, Innovations in Applied Mathematics, Vanderbilt University Press, Nashville, TN, p. 163–172.
- [27] Grünbaum, B. et G. C. Shephard. 1986, *Tilings and patterns*, W. H. Freeman & Co., New York, NY, USA, ISBN 0-716-71193-1.
- [28] Gu, X. et S. Yau. 2002, Computing conformal structures of surfaces, *Communications in Information and Systems*, vol. 2, p. 121–146.
- [29] Haker, S., S. Angenent, A. Tannenbaum, R. Kikinis, G. Sapiro et M. Halle. 2000, Conformal surface parameterization for texture mapping, *IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics*, vol. 6, doi :10.1109/2945.856998, p. 181–189, ISSN 1077-2626. URL <http://dl.acm.org/citation.cfm?id=614278.614459>.
- [30] Heckbert, P. 1989, *Fundamentals of Texture Mapping and Image Warping*, thèse de doctorat, Department of Electrical Engineering and Computer Science, University of California, Berkeley.
- [31] Hormann, K. 2001, *Theory and Applications of Parameterizing Triangulations*, thèse de doctorat, Department of Computer Science, University of Erlangen.
- [32] Hormann, K. et G. Greiner. 2000, MIPS : An efficient global parametrization method, dans *Curve and Surface Design : Saint-Malo 1999*, édité par P.-J. Laurent, P. Sablonnière et L. L. Schumaker, Innovations in Applied Mathematics, Vanderbilt University Press, Nashville, TN, p. 153–162.
- [33] Ju, T., S. Schaefer, J. Warren et M. Desbrun. 2005, A geometric construction of coordinates for convex polyhedra using polar duals, dans *Proceedings of the third Eurographics symposium on Geometry processing, SGP '05*, Eurographics Association, Aire-la-Ville, Switzerland, Switzerland, ISBN 3-905673-24-X. URL <http://dl.acm.org/citation.cfm?id=1281920.1281950>.
- [34] Kharevych, L., B. Springborn et P. Schröder. 2006, Discrete conformal mappings via circle patterns, *ACM TRANSACTIONS ON GRAPHICS*, vol. 25, p. 412–438.

- [35] Khodakovsky, A., N. Litke et P. Schröder. 2003, Globally smooth parameterizations with low distortion, dans *ACM SIGGRAPH 2003 Papers*, SIGGRAPH '03, ACM, New York, NY, USA, ISBN 1-58113-709-5, p. 350–357, doi :10.1145/1201775.882275. URL <http://doi.acm.org/10.1145/1201775.882275>.
- [36] Kobbelt, L., J. Vorsatz, U. Labsik et H.-P. Seidel. 1999, A shrink wrapping approach to remeshing polygonal surfaces, *Comput. Graph. Forum*, vol. 18, n° 3, p. 119–130.
- [37] Kós, G. et T. Várady. 2003, *Parameterizing complex triangular meshes*, Modern Methods in Mathematics, Nashboro Press, ISBN 9780972848206. URL <http://books.google.fr/books?id=zr1jQgAACAAJ>.
- [38] Kwatra, V., I. Essa, A. Bobick et N. Kwatra. 2005, Texture optimization for example-based synthesis, *ACM Trans. Graph.*, vol. 24, n° 3, doi :10.1145/1073204.1073263, p. 795–802, ISSN 0730-0301. URL <http://doi.acm.org/10.1145/1073204.1073263>.
- [39] Kwatra, V., A. Schödl, I. Essa, G. Turk et A. Bobick. 2003, Graphcut textures : image and video synthesis using graph cuts, *ACM Trans. Graph.*, vol. 22, n° 3, doi :10.1145/882262.882264, p. 277–286, ISSN 0730-0301. URL <http://doi.acm.org/10.1145/882262.882264>.
- [40] Lavoué, G. 2005, *Compression de surfaces, basée sur la subdivision inverse, pour la transmission bas débit et la visualisation progressive*, Thèse de doctorat en informatique, Université Lyon 1. URL <http://liris.cnrs.fr/publis/?id=4144>.
- [41] Lee, A., D. Dobkin, W. Sweldens et P. Schröder. 1999, Multiresolution mesh morphing, dans *Proceedings of SIGGRAPH 99*, p. 343–350.
- [42] Lee, A. W. F., W. Sweldens, P. Schröder, L. Cowsar et D. Dobkin. 1998, Maps : multiresolution adaptive parameterization of surfaces, dans *Proceedings of the 25th annual conference on Computer graphics and interactive techniques*, SIGGRAPH '98, ACM, New York, NY, USA, ISBN 0-89791-999-8, p. 95–104, doi :10.1145/280814.280828. URL <http://doi.acm.org/10.1145/280814.280828>.
- [43] Lee, E. 1989, Choosing nodes in parametric curve interpolation, *Computer-Aided Design*, vol. 21, n° 6, doi :10.1016/0010-4485(89)90003-1, p. 363–370, ISSN 00104485. URL [http://dx.doi.org/10.1016/0010-4485\(89\)90003-1](http://dx.doi.org/10.1016/0010-4485(89)90003-1).
- [44] Lee, Y., H. S. Kim et S. Lee. 2002, Mesh parameterization with a virtual boundary, *Computers & Graphics*, p. 677–686.
- [45] Lévy, B. 2001, Constrained texture mapping for polygonal meshes, dans *Proceedings of the 28th annual conference on Computer graphics and interactive techniques*, SIGGRAPH '01, ACM, New York, NY, USA, ISBN 1-58113-374-X, p. 417–424, doi :<http://doi.acm.org/10.1145/383259.383308>. URL <http://doi.acm.org/10.1145/383259.383308>.

- [46] Lévy, B. et J.-L. Mallet. 1998, Non-distorted texture mapping for sheared triangulated meshes, dans *Proceedings of the 25th annual conference on Computer graphics and interactive techniques*, SIGGRAPH '98, ACM, New York, NY, USA, ISBN 0-89791-999-8, p. 343–352, doi :<http://doi.acm.org/10.1145/280814.280930>. URL <http://doi.acm.org/10.1145/280814.280930>.
- [47] Lévy, B. et J.-L. Mallet. 2000, Paramétrisation des surfaces triangulées, *Revue Internationale de CFAO et d'Informatique Graphique*, vol. 15, n° 1, p. 25–42.
- [48] Lévy, B., S. Petitjean, N. Ray et J. Maillot. 2002, Least squares conformal maps for automatic texture atlas generation, dans *Proceedings of the 29th annual conference on Computer graphics and interactive techniques*, SIGGRAPH '02, ACM, New York, NY, USA, ISBN 1-58113-521-1, p. 362–371, doi :[10.1145/566570.566590](http://doi.acm.org/10.1145/566570.566590). URL <http://doi.acm.org/10.1145/566570.566590>.
- [49] Liang, L., C. Liu, Y.-Q. Xu, B. Guo et H.-Y. Shum. 2001, Real-time texture synthesis by patch-based sampling, *ACM Trans. Graph.*, vol. 20, n° 3, doi :[10.1145/501786.501787](http://doi.acm.org/10.1145/501786.501787), p. 127–150, ISSN 0730-0301. URL <http://doi.acm.org/10.1145/501786.501787>.
- [50] Luo, F. 2003, Combinatorial yamabe flow on surfaces, *Commun. Contemp. Math.*, p. 765–780.
- [51] Maillot, J., H. Yahia et A. Verroust. 1993, Interactive texture mapping, dans *Proceedings of the 20th annual conference on Computer graphics and interactive techniques*, SIGGRAPH '93, ACM, New York, NY, USA, ISBN 0-89791-601-8, p. 27–34, doi :[10.1145/166117.166120](http://doi.acm.org/10.1145/166117.166120). URL <http://doi.acm.org/10.1145/166117.166120>.
- [52] Meyer, M., A. Barr, H. Lee et M. Desbrun. 2002, Generalized barycentric coordinates on irregular polygons, *J. Graph. Tools*, vol. 7, n° 1, doi :[10.1080/10867651.2002.10487551](http://dx.doi.org/10.1080/10867651.2002.10487551), p. 13–22, ISSN 1086-7651. URL <http://dx.doi.org/10.1080/10867651.2002.10487551>.
- [53] Mullen, P., Y. Tong, P. Alliez et M. Desbrun. 2008, Spectral Conformal Parameterization, *Computer Graphics Forum*, vol. 27, n° 5, p. 1487–1494. URL <http://hal.inria.fr/inria-00334477>.
- [54] Nealen, A., M. Mueller, R. Keiser, E. Boxerman et M. Carlson. 2006, Physically Based Deformable Models in Computer Graphics, *Computer Graphics Forum*, vol. 25, n° 4, doi :[10.1111/j.1467-8659.2006.01000.x](http://dx.doi.org/10.1111/j.1467-8659.2006.01000.x), p. 809–836, ISSN 0167-7055. URL <http://dx.doi.org/10.1111/j.1467-8659.2006.01000.x>.
- [55] Paget, R. 2004, Strong markov random field model, *IEEE Trans. Pattern Anal. Mach. Intell.*, vol. 26, n° 3, doi :[10.1109/TPAMI.2004.1262338](http://dx.doi.org/10.1109/TPAMI.2004.1262338), p. 408–413, ISSN 0162-8828. URL <http://dx.doi.org/10.1109/TPAMI.2004.1262338>.
- [56] Pinkall, U. et K. Polthier. 1993, Computing discrete minimal surfaces and their conjugates, *Experimental Mathematics*, vol. 2, p. 15–36.

- [57] Popat, A. C. 1997, *Conjoint probabilistic subband modeling*, thèse de doctorat, Massachusetts Institute of Technology. AAI0599211.
- [58] Praun, E., A. Finkelstein et H. Hoppe. 2000, Lapped textures, dans *Proceedings of the 27th annual conference on Computer graphics and interactive techniques*, SIGGRAPH '00, ACM Press/Addison-Wesley Publishing Co., New York, NY, USA, ISBN 1-58113-208-5, p. 465–470, doi :<http://dx.doi.org/10.1145/344779.344987>. URL <http://dx.doi.org/10.1145/344779.344987>.
- [59] Praun, E. et H. Hoppe. 2003, Spherical parametrization and remeshing, *ACM Trans. Graph.*, vol. 22, n° 3, p. 340–349.
- [60] Praun, E., W. Sweldens et P. Schröder. 2001, Consistent mesh parameterizations, dans *Proceedings of the 28th annual conference on Computer graphics and interactive techniques*, SIGGRAPH '01, ACM, New York, NY, USA, ISBN 1-58113-374-X, p. 179–184, doi :<http://doi.acm.org/10.1145/383259.383277>. URL <http://doi.acm.org/10.1145/383259.383277>.
- [61] Riemann, B. 1851, *Grundlagen für eine allgemeine Theorie der Functionen einer veränderlichen complexen Größe*, thèse de doctorat, Universität Göttingen.
- [62] Sander, P. V., J. Snyder, S. Gortler et H. Hoppe. 2001, Texture mapping progressive meshes, dans *Proceedings of the 28th annual conference on Computer graphics and interactive techniques*, SIGGRAPH '01, ACM, New York, NY, USA, ISBN 1-58113-374-X, p. 409–416, doi :[10.1145/383259.383307](http://doi.acm.org/10.1145/383259.383307). URL <http://doi.acm.org/10.1145/383259.383307>.
- [63] Sander, P. V., Z. J. Wood, S. J. Gortler, J. Snyder et H. Hoppe. 2003, Multi-chart geometry images, dans *Proceedings of the 2003 Eurographics/ACM SIGGRAPH symposium on Geometry processing*, SGP '03, Eurographics Association, Aire-la-Ville, Switzerland, Switzerland, ISBN 1-58113-687-0, p. 146–155. URL <http://dl.acm.org/citation.cfm?id=882370.882390>.
- [64] Secord, A., J. Lu, A. Finkelstein, M. Singh et A. Nealen. 2011, Perceptual models of viewpoint preference, *ACM Trans. Graph.*, vol. 30, n° 5, doi :[10.1145/2019627.2019628](http://doi.acm.org/10.1145/2019627.2019628), p. 109 :1–109 :12, ISSN 0730-0301. URL <http://doi.acm.org/10.1145/2019627.2019628>.
- [65] Segal, M., C. Korobkin, R. V. Widenfelt, J. Foran et P. Haeberli. 1992, Fast shadows and lighting effects using texture mapping, SIGGRAPH '92, p. 249–252.
- [66] Shapiro, A. et A. Tal. 1998, Polyhedron realization for shape transformation, *The Visual Computer*, vol. 14, p. 429–444.
- [67] Sheffer, A. et J. C. Hart. 2002, Seamster : inconspicuous low-distortion texture seam layout, dans *Proceedings of the conference on Visualization '02*, VIS '02, IEEE Computer Society, Washington, DC, USA, ISBN 0-7803-7498-3, p. 291–298. URL <http://dl.acm.org/citation.cfm?id=602099.602144>.

- [68] Sheffer, A., B. Lévy, M. Mogilnitsky et A. Bogomyakov. 2005, Abf++ : fast and robust angle based flattening, *ACM Trans. Graph.*, vol. 24, n° 2, doi :10.1145/1061347.1061354, p. 311–330, ISSN 0730-0301. URL <http://doi.acm.org/10.1145/1061347.1061354>.
- [69] Sheffer, A., E. Praun et K. Rose. 2006, Mesh parameterization methods and their applications, *Found. Trends. Comput. Graph. Vis.*, vol. 2, doi :10.1561/06000000011, p. 105–171, ISSN 1572-2740. URL <http://portal.acm.org/citation.cfm?id=1295186.1295187>.
- [70] Sheffer, A. et E. de Sturler. 2001, Parameterization of Faceted Surfaces for Meshing using Angle-Based Flattening, *Engineering with Computers*, vol. 17, p. 326–337.
- [71] Sheffer, A. et E. D. Sturler. 2000, Surface parameterization for meshing by triangulation flattening, dans *Proc. 9th International Meshing Roundtable*, p. 161–172.
- [72] Soler, C., M.-P. Cani et A. Angelidis. 2002, Hierarchical pattern mapping, dans *Proceedings of the 29th annual conference on Computer graphics and interactive techniques*, SIGGRAPH '02, ACM, New York, NY, USA, ISBN 1-58113-521-1, p. 673–680, doi :10.1145/566570.566635. URL <http://doi.acm.org/10.1145/566570.566635>.
- [73] Sorkine, O., D. Cohen-Or, R. Goldenthal et D. Lischinski. 2002, Bounded-distortion piecewise mesh parameterization, dans *Proceedings of the conference on Visualization '02*, VIS '02, IEEE Computer Society, Washington, DC, USA, ISBN 0-7803-7498-3, p. 355–362. URL <http://dl.acm.org/citation.cfm?id=602099.602154>.
- [74] Springborn, B., P. Schröder et U. Pinkall. 2008, Conformal equivalence of triangle meshes, SIGGRAPH '08.
- [75] Sun, M. et E. Fiume. 1996, A technique for constructing developable surfaces, dans *In Proceedings of Graphics Interface*, p. 176–185.
- [76] Szeliski, R. 2010, *Computer Vision : Algorithms and Applications*, 1^{re} éd., Springer-Verlag New York, Inc., New York, NY, USA, ISBN 1848829345, 9781848829343.
- [77] Thevenon, A. 2012, *Relations structure/propriétés thermomécaniques élongationnelles de films polymères thermoplastiques*, thèse de doctorat, Ingénierie des Matériaux Polymères, Université Lyon 1, Lyon.
- [78] Tutte, W. T. 1960, Convex representations of graphs, *Proc. London Math. Soc., III Ser.*, , n° 10, p. 320.
- [79] Tutte, W. T. 1963, How to Draw a Graph, *Proceedings of the London Mathematical Society*, vol. s3-13, n° 1, doi :10.1112/plms/s3-13.1.743, p. 743–767. URL <http://dx.doi.org/10.1112/plms/s3-13.1.743>.
- [80] Colin de Verdière, Y. 1993, On a new graph invariant and a criterion for planarity, in : Graph structure theory, dans *Contemporary Mathematics*, American Mathematical Society, Providence, Rhode Island, p. 137–147.

- [81] Wachspress, E. L. 1975, A rational finite element basis. academic press. appendix i. notation determinant of matrix [a, dans *a,b,c*.
- [82] Wei, L., S. Lefebvre, V. Kwatra et G. Turk. 2009, State of the art in example-based texture synthesis, dans *Eurographics 2009, State of the Art Report, EG-STAR*, Eurographics Association. URL <http://www-sop.inria.fr/rees/Basilic/2009/WLKT09>.
- [83] Wei, L. et M. Levoy. 2000, Fast texture synthesis using tree-structured vector quantization, dans *Proceedings of the 27th annual conference on Computer graphics and interactive techniques, SIGGRAPH '00*, ACM Press/Addison-Wesley Publishing Co., New York, NY, USA, ISBN 1-58113-208-5, p. 479–488, doi :10.1145/344779.345009. URL <http://dx.doi.org/10.1145/344779.345009>.
- [84] Welch, W. et A. Witkin. 1992, Variational surface modeling, *SIGGRAPH Comput. Graph.*, vol. 26, n° 2, doi :10.1145/142920.134033, p. 157–166, ISSN 0097-8930. URL <http://doi.acm.org/10.1145/142920.134033>.
- [85] Wu, Q. et Y. Yu. 2004, Feature matching and deformation for texture synthesis, dans *ACM SIGGRAPH 2004 Papers*, SIGGRAPH '04, ACM, New York, NY, USA, p. 364–367, doi :10.1145/1186562.1015730. URL <http://doi.acm.org/10.1145/1186562.1015730>.