



**HAL**  
open science

# Etude d'un gyromètre à ondes de matière de très grande aire

Matthieu Meunier

► **To cite this version:**

Matthieu Meunier. Etude d'un gyromètre à ondes de matière de très grande aire. Physique Atomique [physics.atom-ph]. Université Pierre et Marie Curie - Paris VI, 2013. Français. NNT : 2013PA066660 . tel-01053196

**HAL Id: tel-01053196**

**<https://theses.hal.science/tel-01053196v1>**

Submitted on 29 Jul 2014

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

**THÈSE DE DOCTORAT  
DE L'UNIVERSITÉ PIERRE ET MARIE CURIE**

**Spécialité : Physique**

**École doctorale : « La physique, de la particule à la matière condensée »**

**OBSERVATOIRE DE PARIS  
Systèmes de Référence Temps-Espace**

présentée par

**Matthieu MEUNIER**

pour obtenir le grade de :

**DOCTEUR DE L'UNIVERSITÉ PIERRE ET MARIE CURIE**

Sujet de la thèse :

**Étude d'un gyromètre à ondes de matière de très grande aire**

**soutenue le 9 décembre 2013**

devant le jury composé de :

M.	Philippe ADAM	Membre invité
M.	Vincent BOYER	Rapporteur
M <sup>me</sup>	Caroline CHAMPENOIS	Examinatrice
M.	Gabriel DUTIER	Examineur
M.	Claude FABRE	Président du jury
M.	Arnaud LANDRAGIN	Directeur de thèse
M.	Christoph WESTBROOK	Rapporteur

---

# Remerciements

Je souhaite tout d'abord remercier M. Philippe Adam, M. Vincent Boyer, M<sup>me</sup> Caroline Champenois, M. Gabriel Dutier, M. Claude Fabre, et M. Christoph Westbrook d'avoir accepté de participer à l'examen de cette thèse. J'aimerais remercier tout particulièrement M. Vincent Boyer et M. Christoph Westbrook d'avoir accepté la fonction de rapporteur.

Mon travail de thèse s'est déroulé à l'Observatoire de Paris, au LNE-SYRTE au sein de l'équipe Interférométrie Atomique et Capteurs Inertiels. Je remercie Noël Dimarcq, directeur du laboratoire de m'y avoir accueilli.

Je souhaite remercier chaleureusement Arnaud Landragin pour m'avoir encadré durant ces trois années de thèse : d'une imagination sans limite, il a toujours été là pour me débloquer sur la manipe grâce à une intuition expérimentale toujours juste. J'aimerais également adresser ma reconnaissance aux permanents de l'équipe, Franck Pereira Dos Santos, Sébastien Merlet, et Carlos Garrido Alzar dont l'expertise complémentaire m'a été grandement utile.

Je remercie les thésards de l'équipe, en particulier Jean Lautier sur MinAtom, Bruno Pelle sur Forca-G, et Tristan Farah sur le Gravi, qui m'ont accompagné durant ce travail de longue haleine : je leur souhaite bon courage pour leur soutenance et le meilleur pour leurs nouveaux projets professionnels. Je remercie tout spécialement Indranil Dutta qui m'a rejoint pour cette dernière année de thèse, nous avons bataillé durement tous les deux avec la manipe pour l'optimiser continuellement. Je souhaite bon courage à Adèle Hilico et Wenhua Yan pour leur dernière année de thèse. Merci également à toute l'équipe d'électronique, Michel Lours, José Pinto et Laurent Volodimer, qui ont toujours été présents pour les dépannages d'urgence et m'ont prodigué des conseils avisés. Je souhaite aussi remercier l'équipe mécanique, et notamment Bertrand Venon pour la réalisation mécanique et David Horville pour la conception optique de la détection.

Merci également à l'équipe administrative, Marine Pailler, Anne Quezel, et Pascale Michel pour leur efficacité. Je remercie aussi Pascal Blondé et Gilles Sakoun pour leurs interventions rapides en informatique.

J'adresse de très chaleureux remerciements à toute l'équipe de Planète Sciences, et tout particulièrement à Jean-Baptiste, Thierry, Aurélien, Aude, Cédric et Gabriel. Leur amitié et notre passion commune pour l'éducation ont été mon petit moteur dans les moments difficiles.

---

Je souhaite également remercier Caroline et Blandine pour tout le soutien qu'elles m'ont apporté en me demandant chaque semaine où en était la découverte mondiale! J'adresse un énorme merci à mes amis d'enfance, Harold et Marie-Christine qui ont toujours connu ma passion pour les sciences, l'astronomie, et ont toujours été là. Merci également à tout le groupe des HotDiogs pour leur soutien et leur amitié, Astrid, Camille, Solenne, Anne-Cécile, Thibault, Pierre-Yves, et Pierre.

Je remercie de tout mon cœur ma mère et ma grand-mère de m'avoir toujours poussé, encouragé dans cette voie, de m'avoir aidé à me remettre en question et à faire les bons choix. Un immense merci également à Pic et Mic, Milou, Titine, Crevette, Totor, Grechon, Péto, Lulu, Fo-Faïe et Tapuce pour leur soutien.

Et un immense merci de tout mon cœur à ma femme Caroline d'avoir relu si minutieusement ce manuscrit, et surtout de m'avoir aidé à me dépasser durant cette thèse, même si je n'ai pas encore réponse à tout!

# Table des matières

<b>1</b>	<b>Introduction</b>	<b>1</b>
1.1	De l’astronomie aux capteurs inertiels . . . . .	1
1.1.1	L’astrolabe . . . . .	1
1.1.2	Forces inertiellees et effet gyroscopique . . . . .	2
1.1.3	Gyromètres laser . . . . .	2
1.2	Refroidissement, interférométrie, métrologie . . . . .	5
1.2.1	Sources atomiques et refroidissement d’atomes par laser . . . . .	5
1.2.2	Éléments d’interférométrie atomique : réseaux matériels et optiques . . . . .	6
1.2.3	Interférométrie atomique et métrologie . . . . .	7
1.3	Objectifs du projet . . . . .	8
1.4	Plan du mémoire . . . . .	8
<b>2</b>	<b>Interférométrie Atomique</b>	<b>11</b>
2.1	Manipulation Cohérente des Atomes . . . . .	11
2.1.1	Transitions à 2 Photons . . . . .	11
2.1.2	Couplage Atome - Laser . . . . .	12
2.2	Interféromètres de Mach-Zehnder atomiques . . . . .	17
2.2.1	Calcul du Déphasage . . . . .	17
2.2.2	Déphasages Inertiels et Géométries . . . . .	19
2.3	Fonctions de sensibilité . . . . .	21
2.3.1	Sensibilité à la phase . . . . .	21
2.3.2	Sensibilité aux Déphasages Inertiels . . . . .	24
<b>3</b>	<b>Caractérisation des éléments du gyromètre</b>	<b>29</b>
3.1	Présentation générale du gyromètre . . . . .	29
3.1.1	Architecture . . . . .	29
3.1.2	Chambre d’expérience . . . . .	30
3.2	Caractérisation de la source atomique . . . . .	32
3.2.1	Banc de Refroidissement . . . . .	32
3.2.2	Cycle de préparation . . . . .	33
3.2.3	Caractérisation du piège . . . . .	35
3.2.4	Lancement des atomes . . . . .	37

---

3.2.5	Sélection micro-onde . . . . .	38
3.2.6	Température des Atomes . . . . .	41
3.2.7	Stabilité du Piège . . . . .	45
3.3	Conception et caractérisation d'un système de détection par fluorescence . . .	46
3.3.1	Principe de mesure . . . . .	46
3.3.2	Conception et intégration des nappes de détection . . . . .	47
3.3.3	Présentation du système de collection de haute sensibilité . . . . .	49
3.3.4	Caractérisation préliminaire du système de collection . . . . .	49
3.3.5	Caractérisation du système complet . . . . .	51
3.3.6	Caractérisation du Bruit de Détection . . . . .	54
3.4	Caractérisation de l'interféromètre . . . . .	57
3.4.1	Génération des impulsions Raman . . . . .	57
3.4.2	Mise en forme des impulsions Raman . . . . .	59
3.4.3	Spectroscopie Raman et Oscillations de Rabi . . . . .	60
3.4.4	Caractérisation de la sensibilité . . . . .	63
<b>4</b>	<b>Mesures inertielles de très haute sensibilité</b>	<b>69</b>
4.1	Optimisation de l'interféromètre pour des temps d'interrogation courts . . . .	70
4.1.1	Géométries et temps d'interaction . . . . .	70
4.1.2	Sensibilité inertielle . . . . .	72
4.2	Alignement du parallélisme des deux paires de faisceaux Raman . . . . .	76
4.2.1	Condition de fermeture de l'interféromètre et longueur de cohérence .	76
4.2.2	Alignement vertical . . . . .	79
4.2.3	Interféromètre de Ramsey - Bordé : Alignement suivant la direction horizontale . . . . .	81
4.3	Contraste . . . . .	85
4.3.1	Calcul du Contraste . . . . .	85
4.3.2	Simulations du contraste . . . . .	86
4.4	Performances du gyromètre en environnement perturbé . . . . .	87
4.4.1	Isolation Passive . . . . .	88
4.4.2	Correction de la phase a posteriori pour une accélération pure . . . . .	90
4.4.3	Correction de la phase a posteriori pour une rotation pure . . . . .	93
4.4.4	Principes de l'isolation active . . . . .	97
4.4.5	Conclusion . . . . .	98
<b>5</b>	<b>Mesures Jointives</b>	<b>99</b>
5.1	Intérêt de la mesure sans temps mort . . . . .	99
5.1.1	Limite de sensibilité liée à l'échantillonnage . . . . .	99
5.1.2	Principe de la mesure jointive . . . . .	102
5.1.3	Exemple de géométrie : la fontaine atomique . . . . .	103
5.2	Cadre théorique . . . . .	104
5.2.1	Calcul de la Variance d'Allan . . . . .	104

---

TABLE DES MATIÈRES

---

5.3	Développement d'une séquence expérimentale entrelacée . . . . .	110
5.3.1	Contrôle Séquentiel . . . . .	110
5.3.2	Une Séquence - Deux Interféromètres Successifs . . . . .	112
5.3.3	Séquence Entrelacée . . . . .	114
5.4	Démonstration expérimentale pour un interféromètre à 2 impulsions . . . . .	116
5.4.1	Horloge Jointive . . . . .	116
5.4.2	Interférences Micro-Onde . . . . .	116
5.4.3	Stratégie de transfert à deux pulses . . . . .	117
5.4.4	Optimisation de la Séquence . . . . .	119
5.4.5	Démonstration du gain en sensibilité . . . . .	120
5.4.6	Bilan et application au gyromètre . . . . .	125
<b>6</b>	<b>Conclusion</b>	<b>127</b>
6.1	Principaux résultats . . . . .	127
6.1.1	Caractérisation de l'interféromètre . . . . .	127
6.1.2	Mesures de haute sensibilité . . . . .	127
6.1.3	Mesures sans temps mort . . . . .	128
6.2	Perspectives . . . . .	129
6.2.1	Améliorations techniques : vers la sensibilité extrême . . . . .	129
6.2.2	Physique fondamentale . . . . .	129
6.2.3	Géophysique . . . . .	130
6.2.4	Navigation inertielle . . . . .	130
<b>Annexe A</b>	<b>Mesures jointives</b>	<b>133</b>
A.1	Fonction de sensibilité de l'interféromètre à 2 impulsions . . . . .	133
A.1.1	Fonction de Sensibilité temporelle . . . . .	133
A.1.2	Fonction de Sensibilité Fréquentielle . . . . .	133
A.2	Calcul de la Variance d'Allan . . . . .	135
A.3	Variance d'Allan basse fréquence . . . . .	136
<b>Annexe B</b>	<b>État de l'Art des Gyromètres</b>	<b>139</b>
<b>Annexe C</b>	<b>L'Atome de Césium</b>	<b>141</b>





# Chapitre 1

## Introduction

### 1.1 De l'astronomie aux capteurs inertiels

#### 1.1.1 L'astrolabe

On sait maintenant que dans l'univers, tout tourne. Avant d'envoyer des instruments dans l'espace pour observer la Terre, l'affirmation même du mouvement de rotation de la Terre n'a pas toujours été une évidence, notamment pour les contemporains de Galilée [1] ou d'Aristarque de Samos [2], *et pourtant, elle tourne*. La rotation de la voûte céleste autour d'un point fixe proche de l'étoile polaire, témoigne de ce mouvement de rotation. Les premiers navigateurs utilisaient les étoiles comme références fixes pour la **navigation** : la mesure de la hauteur d'une étoile de référence, et de son heure de passage au méridien permettait d'obtenir la latitude et la longitude du lieu où ils se trouvaient grâce à un astrolabe. Le compas magnétique et l'astrolabe ont été les instruments de navigation indispensables pour les navigateurs durant des siècles.



(a) Modèle d'astrolabe



(b) Gyroscope (Foucault)

FIGURE 1.1 – Les premiers instruments de navigation

## 1.1.2 Forces inertielles et effet gyroscopique

Pour s’orienter, les marins avaient donc recours au **référentiel fixe** formé par les étoiles ou à la direction définie par le Nord magnétique terrestre. L’effet gyroscopique découle de la conservation du moment angulaire, et donne naissance à deux classes de capteurs : les gyromètres mesurent la vitesse de rotation angulaire, et les gyroscopes mesurent l’angle par rapport à un référentiel inertiel.

La première démonstration publique du pendule de Foucault, en 1851, a mis en évidence expérimentalement la rotation de la Terre de manière indirecte.

En 1852, Foucault met au point le premier modèle de gyroscope : l’appareil est capable de maintenir une vitesse de rotation élevée (150 à 200 rotations par seconde) pendant un temps suffisamment long pour réaliser des mesures [3]. En bloquant certaines pièces, Foucault se rend compte que le gyroscope s’aligne sur le méridien : le compas gyroscopique est né, à la base des dispositifs utilisés pour le guidage inertiel. Le premier brevet date de 1904 pour un gyrocompas qui a équipé la plupart des marines du monde [4].

Dans les années 1990, une technologie de rupture apparaît : les gyromètres mécaniques vibrants. Cette technologie se base sur l’excitation d’un mode primaire de la structure, entretenu par une source d’énergie externe. En présence d’une rotation, cette excitation se transmet à un second mode, appelé mode de détection, dont l’amplitude est proportionnelle à la vitesse de rotation. Ce couplage résulte de la force de Coriolis. Les capteurs sont aujourd’hui réalisés en quartz, matériau dont les propriétés permettent de générer très facilement l’excitation et la détection des vibrations. Ces capteurs sont aussi très facilement miniaturisables et les coûts de production sont relativement faibles [5] [6] [7].

## 1.1.3 Gyromètres laser

### 1.1.3.a Découverte de l’effet Sagnac

Considérons un interféromètre optique dont l’aire physique  $\mathcal{A}$  est non nulle. Si le référentiel défini par les ondes qui interagissent est en rotation par rapport au support de l’interféromètre, alors il apparaît un terme de déphasage  $\Delta\Phi_\Omega$ , proportionnel à la composante du vecteur rotation  $\vec{\Omega}$  parallèle à la normale de l’aire orientée  $\mathcal{A}$ . Ce sont les travaux de G. Sagnac qui ont mis en évidence cet effet en 1913 pour un interféromètre optique [8].

La figure 1.2 met en évidence l’origine de ce déphasage : le chemin optique de l’onde qui emprunte le chemin A vaut  $\delta_A = \pi R - R\Omega \cdot \delta t$ , alors que celui de l’onde B vaut  $\delta_B = \pi R + R\Omega \cdot \delta t$ . L’onde A arrive donc avant l’onde B en S, elle est en avance de phase. La différence des instants d’arrivées des deux ondes s’exprime alors, pour une vitesse de rotation petite devant  $c$ , par :

$$\Delta t \approx 4\Omega\pi \frac{R^2}{c^2}$$

On obtient alors l’expression du déphasage Sagnac en fonction de l’aire  $A$  de l’interféromètre :

$$\Delta\Phi = \frac{2\pi c}{\lambda} \Delta t = \frac{4\pi A \Omega}{\lambda c}$$

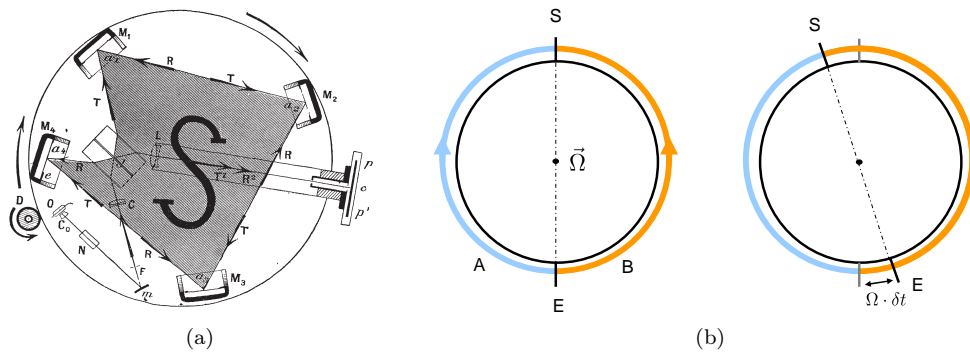


FIGURE 1.2 – (a) Schéma du principe de l'expérience réalisée par Sagnac en 1913 - (b) Calcul du déphasage

### 1.1.3.b Gyrolaser et gyromètre à fibre optique

Peu de temps après la mise au point du premier laser utilisant un cristal de Rubis en 1960 [9], les premiers lasers Hélium-Néon se développent, certains sont conçus selon une géométrie en anneau les rendant sensibles à l'effet Sagnac [10]. Le milieu à gain est localisé sur l'ensemble de l'anneau, où deux modes contra-propageants sont sélectionnés : un écart en fréquence apparaît alors, proportionnel à la vitesse de rotation angulaire du support de l'interféromètre. Ces gyromètres sont devenus un standard pour les applications de **navigation inertielle**, pour le guidage des sous-marins ou des avions notamment [11].

Pour les applications en **géodésie**, entre autres la mesure de mouvements lents de l'axe de rotation terrestre, une nouvelle classe de gyrolasers géants s'est développée [12]. Utilisant toujours un laser He-Ne, le G-Ring atteint aujourd'hui les meilleures performances mondiales avec une sensibilité de  $\sigma_{\Omega} = 1,2 \times 10^{-12} \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1} \text{ Hz}^{-1/2}$  grâce à une aire de  $16 \text{ m}^2$  et une cavité de finesse  $f = 5 \times 10^{12}$  [13].

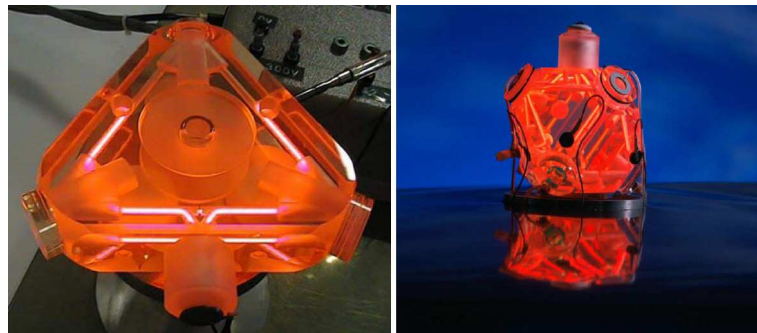


FIGURE 1.3 – Photographies de gyrolasers Hélium-Néon (Thalès)

Avec le développement des technologies fibrées pour les télécommunications, la conception de gyromètres à fibre permet d'atteindre une grande sensibilité en bouclant un grand nombre de tours de fibres dans un volume réduit. Cette nouvelle technique permet de s'affranchir des effets non réciproques de la cavité auxquels sont soumis les gyrolasers. Les gyromètres

à fibres sont relativement sensibles au milieu extérieur (pression, température, vibrations, etc.) et nécessitent donc un environnement calme pour les applications embarquées : ils sont particulièrement utilisés pour la navigation sous-marine ou les satellites [14]. Les avions sont équipés majoritairement de gyrolasers, dont le facteur d'échelle est très stable même en présence d'un niveau de vibrations élevé.

### 1.1.3.c L'effet Sagnac pour les ondes de matière : court historique

La dualité onde corpuscule est un concept clé de la mécanique quantique : Louis de Broglie propose en 1924 que toute matière, et pas uniquement la lumière, a une nature ondulatoire. Trois ans après, Davisson et Germer confirment cette hypothèse en observant un motif d'interférences après diffraction d'un faisceau d'électrons sur un cristal de nickel [15].

Si on remplace la longueur d'onde de la lumière par la longueur d'onde de De Broglie  $\lambda_{dB}$ , alors on obtient une expression du déphasage Sagnac pour une onde de matière :

$$\Delta\Phi_{\Omega} = \frac{4\pi E}{hc^2} \vec{A} \cdot \vec{\Omega}$$

où  $E$  est l'énergie de la particule qui interfère. Le gain en sensibilité pour des ondes de matière est donc très élevé, directement proportionnel au rapport de l'énergie de masse de l'atome sur l'énergie du photon :  $Mc^2/h\nu \approx 10^{11}$ .

La première mise en évidence de l'effet Sagnac avec des ondes de matière date de 1965, où Zimmerman a employé une **paire de Cooper** dans un anneau supraconducteur [16]. En 1979, Werner a utilisé un faisceau de **neutrons** collimaté et mis en évidence l'effet Sagnac sur la phase des neutrons grâce à un interféromètre réalisé en cristal de silicone [17].

En 1991, une équipe du PTB a réalisé la première détection de l'effet Sagnac sur un jet d'atomes de Calcium, en utilisant des **transitions optiques de type Ramsey** [18]. La même année, le groupe de M. Kasevich a utilisé une source d'atomes de sodium refroidis par laser, et a mesuré un déphasage atomique lié à l'accélération de pesanteur dans un interféromètre Mach-Zehnder à **transitions Raman** [19].

En 1993, l'effet Sagnac a été mesuré sur un faisceau d'électrons manipulés grâce à des biprismes dans une enceinte à vide [20]. L'expérience diffère de celle des paires de Cooper car les électrons étaient libres et non confinés dans la matière. En 1996, un déphasage Sagnac a été observé dans un superfluide d'Hélium [21] [22] [23]. En 2007, ce déphasage a également été mis en évidence dans un interféromètre à atomes piégés [24].

### 1.1.3.d Principes émergents

Citons simplement quelques techniques émergentes de gyromètres :

1. **le gyromètre à résonance magnétique nucléaire (RMN)** mesure le décalage de la fréquence RMN due à la rotation inertielle. Deux classes de spins sont utilisées en comagnétomètre, afin d'annuler la dépendance au champ magnétique de la fréquence RMN grâce à des coefficients gyromagnétiques différents. Récemment, un gyromètre

RMN basé sur le couple alcalin - gaz noble  $K - ^3He$  a montré des performances très proches des gyrolasers commerciaux, à  $5 \times 10^{-7} rad \cdot s^{-1} \cdot Hz^{-1/2}$  [25] [26].

2. **Les centres NV du diamant** : la rotation du centre de symétrie NV introduit un déphasage de Berry de l'état fondamental. Des résultats récents préliminaires montrent une sensibilité de l'ordre de  $10^{-5} rad \cdot s^{-1} \cdot Hz^{-1/2}$ . Cette nouvelle technique propose une alternative prometteuse, dans la gamme des gyromètres à état solide [27].

## 1.2 Refroidissement, interférométrie, métrologie

### 1.2.1 Sources atomiques et refroidissement d'atomes par laser

La difficulté principale pour réaliser des interféromètres à ondes de matière consiste à réaliser une structure de diffraction dont la taille caractéristique est proche de la longueur d'onde de de Broglie. Pour un neutron thermique  $\lambda_{dB} \sim 10 pm$  : une taille de structure qui est hors de portée de toute micro-fabrication. Pour développer des interféromètres de ce type, il a donc été nécessaire de mettre au point des techniques permettant de ralentir les particules (neutrons, électrons, atomes, ions, ...).

Dans un premier temps, les particules ont été refroidies dans des jets supersoniques : la direction perpendiculaire au jet de particules était fortement « ralentie », permettant par exemple d'atteindre une température transverse de 6 mK pour un jet d'Hélium en 1984 [28] [29]. La réduction du moment transverse était affinée en utilisant une succession de 2 fentes de collimation, sélectionnant les classes d'atomes ayant une vitesse transverse limitée.

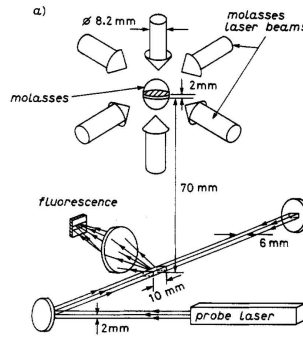


FIGURE 1.4 – Montage expérimental pour mesurer la température d'une mélasse optique - C. Salomon [30]

Le principe du piégeage de particules par pression de radiation a émergé au début des années 1970, avec la mise en évidence de cette force et la réalisation de tels pièges sur des particules de Mie et Rayleigh en solution [31] [32]. Peu après, le piégeage et le refroidissement d'atomes neutres de Sodium a été réussie, atteignant une température de piège inférieure au mK [33].

La découverte du mécanisme de refroidissement Sisyphus a permis d'atteindre une température limite inférieure à limite Doppler [34] [35], atteignant une température  $\leq 3 \mu K$  pour

des atomes de Césium après une mélasse optique en 1990 [30].

Ce type de piège a permis de réduire sensiblement la taille des expériences, en utilisant une géométrie en « fontaine » : les atomes sont piégés et refroidis, puis lancés verticalement, et interrogés durant leur phase de chute libre [36]. Ce type de géométrie est à la base de notre gyromètre et des horloges atomiques.

Des températures encore plus basses ont été atteintes depuis, notamment grâce à la condensation de Bose-Einstein, qui présente d'autre part des propriétés de cohérence entre atomes [37].

### 1.2.2 Éléments d'interférométrie atomique : réseaux matériels et optiques

Deux méthodes ont été particulièrement étudiées pour diffracter les ondes de matière : la réalisation d'un réseau physique micro-fabriqués, ou l'utilisation d'un réseau optique défini par une onde stationnaire. La première expérience de diffraction a été réalisée en 1969 sur un jet thermique d'atomes de sodium avec une fente de 20 microns [38]. Depuis, de nombreux types d'atomes et de molécules assez complexes ( $C_{60}$ ,  $C_{70}$ ,  $C_{60}F_{48}$ , et  $C_{44}H_{30}N_4$ ) ont été diffractés grâce au développement des techniques de nano-fabrication [39].

L'interféromètre le plus simple est celui des fentes d'Young : la première réalisation expérimentale utilisant ce type de réseau matériel date de 1991, avec un jet d'Hélium métastable [40].

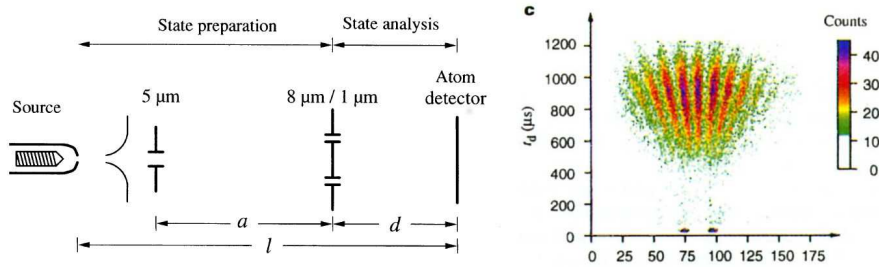


FIGURE 1.5 – Expérience des fentes d'Young avec de l'Hélium métastable : à droite, des franges pour  $a=1,05$  m et  $d=1,95$  m [41]

Parallèlement, des expériences ont développé l'utilisation de la diffraction par des réseaux lumineux : la première observation d'un effet de diffraction quantifiée date de 1983 avec un jet d'atomes de sodium et une onde stationnaire accordée entre les deux sous-niveaux hyperfins de la transition  $D_2$  [42]. Le réseau transfère aux atomes diffractés un moment multiple de  $2\hbar k$ .

Depuis, de nombreuses expériences ont été réalisées utilisant différents régimes de réseaux optiques (Bragg, Raman - Nath, Kapitza - Dirac), dont une vision synthétique est présentée dans [43] à l'aide du formalisme des états de Bloch. Ce réseau optique est en effet proche d'un réseau de potentiels périodiques vus par les électrons dans les cristaux.

Citons enfin les **transitions Raman**, utilisées pour la première fois par Kasevich [44]. Ces transitions à 2 photons permettent de changer l'état interne des atomes diffractés

simultanément avec le processus de diffraction. On réalise ainsi un étiquetage des transitions internes [45].

### 1.2.3 Interférométrie atomique et métrologie

La grande sensibilité de la phase atomique permet de mesurer une grande variété d'effets physiques avec **sensibilité** et **exactitude**. Le déphasage en sortie d'un interféromètre atomique peut avoir plusieurs origines :

- une différence d'**énergie potentielle** entre chaque bras de l'interféromètre.
- une origine **inertielle** liée à l'accélération ou à la rotation du support de l'interféromètre.
- une origine géométrique ou topologique (effets Aharonov-Bohm, Aharonov-Casher, et Berry [46]).

De nombreux types d'interféromètres à atomes mesurant ces effets ont été développés : parmi ceux-ci, les gravimètres permettent une mesure absolue de la valeur de  $g$  et possèdent un potentiel important pour les mesures de précision en géophysique.

La première mesure de  $g$  a été réalisée avec un interféromètre à neutrons en 1975 [47], puis en 1992, pour la première fois avec un interféromètre à atomes dans l'équipe de S. Chu [44] : la sensibilité de la mesure de  $g$  a atteint  $8 \cdot 10^{-9} g \cdot Hz^{-1/2}$ .

Des gyromètres atomiques ont également été conçus :

- à Stanford, l'expérience utilise un double jet d'atomes de Césium contra-propageants ( $v = 290 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ ) permettant de mesurer l'accélération et la rotation. L'encombrement de l'expérience est important (2 mètres de long) et le temps d'interrogation très court ( $2T=6,9 \text{ ms}$ ) mais le flux d'atomes est très élevé ( $10^{11}$  atomes par seconde). L'aire sensible à l'effet Sagnac est de  $26 \text{ mm}^2$ . En 2000, la sensibilité court terme a atteint  $6 \cdot 10^{-10} \text{ rad}\cdot\text{s}^{-1}\text{Hz}^{-1/2}$  mais présentait une dérive très rapide [48]. En 2006, l'expérience a été modifiée pour améliorer la sensibilité long terme qui a atteint  $3,5 \cdot 10^{-9} \text{ rad}\cdot\text{s}^{-1}$  en 15 minutes, pour une sensibilité court terme de  $8 \cdot 10^{-8} \text{ rad}\cdot\text{s}^{-1}\text{Hz}^{-1/2}$  [49].
- A Hanovre, l'équipe de E. Rasel a développé un gyromètre utilisant deux sources d'atomes froids de Rubidium lancés selon des trajectoires contra-propageantes tendues. L'encombrement de l'expérience est réduit à 13,7 cm pour une aire de  $19 \text{ mm}^2$  [50]. Les derniers résultats montrent une sensibilité long terme de  $2,6 \cdot 10^{-8} \text{ rad}\cdot\text{s}^{-1}$ .
- A Paris, le premier accéléromètre - gyromètre du SYRTE était fondé sur l'utilisation de deux nuages d'atomes froids de Césium lancés sur des trajectoires contra-propageantes très incurvées, partageant le même faisceau Raman. Le temps d'interaction a atteint 80 ms pour une aire sensible à l'effet Sagnac plus petite, de seulement  $4 \text{ mm}^2$ , et un flux atomique relativement faible de  $10^6$  atomes par seconde. La limite à la sensibilité long terme a été identifiée au défaut de front d'onde du laser Raman. La sensibilité court terme était limitée quant à elle par le bruit de projection quantique. Les sensibilités atteintes ont été respectivement de  $2,3 \cdot 10^{-7} \text{ rad}\cdot\text{s}^{-1}\text{Hz}^{-1/2}$  pour le court terme, et de  $1,0 \cdot 10^{-8} \text{ rad}\cdot\text{s}^{-1}$  après 15 minutes d'intégration. Ce dispositif a également démontré une sensibilité aux 6 axes d'inertie, et a atteint une sensibilité pour l'accélération de  $5,5 \cdot 10^{-7} \text{ m}\cdot\text{s}^{-2} \text{ Hz}^{-1/2}$ [51]. Un tableau récapitulatif des performances des différents



types de gyromètres est donné en annexe B.

Citons enfin, entre autres exemples de mesures de précision en interférométrie atomique, la mesure de  $\hbar/M$ . La détermination de ce rapport, également relié à la constante de structure fine  $\alpha$ , est réalisée par la mesure de la vitesse de recul des atomes. Le groupe de Biraben a récemment atteint une incertitude relative de  $6,6 \cdot 10^{-10}$  [52] sur  $\alpha$ , et la combinaison de cette mesure avec celle réalisée par le groupe de Gabrielse à Harvard [53] permet de réaliser le test le plus fin jamais réalisé sur la théorie de l'électrodynamique quantique.

### 1.3 Objectifs du projet

Le développement de gyromètres ultra sensibles et ultra stables est d'un intérêt majeur dans le domaine de la **navigation inertielle** et celui de la **géophysique**.

Bien que les gyromètres lasers géants détiennent des records de sensibilité, ils atteignent leurs limites techniques après avoir bénéficié de 50 ans de recherche depuis l'invention du laser. La première génération de gyromètres atomiques, quant à elle, a déjà atteint des performances égales aux meilleurs gyromètres dédiés à la navigation.

Le développement du nouveau gyromètre atomique repose sur une **configuration en fontaine** utilisant **une seule source atomique**. La séquence d'interrogation se fonde sur une nouvelle **géométrie repliée à 4 impulsions**, insensible à l'accélération continue, et utilisant **2 faisceaux Raman** séparés afin d'illuminer les atomes lors de leur passage au centre. L'aire de l'interféromètre, sensible à l'effet Sagnac, doit atteindre **11 cm<sup>2</sup>** soit une augmentation d'un facteur 300 par rapport au premier gyromètre. L'objectif est de repousser la limite de sensibilité des gyromètres atomiques.

Une difficulté importante liée à l'utilisation des capteurs inertiels atomiques pour la navigation inertielle provient de l'échantillonnage des vibrations parasites dû aux temps morts entre deux mesures. Pour limiter cet effet, et dépasser l'état de l'art des gyromètres utilisés pour la navigation inertielle, nous étudierons une nouvelle méthode de fonctionnement **quasi-continu** très générale, qui pourra également être utilisée pour les mesures d'accélération (gravimètres) ou de leurs gradients (gradiomètres).

### 1.4 Plan du mémoire

**Le deuxième chapitre - Interférométrie Atomique** présentera succinctement quelques notions d'interférométrie atomique, appliquées au cadre d'étude du gyromètre atomique. Nous présenterons les éléments théoriques nécessaires à la compréhension des transitions Raman stimulées, et nous étudierons les cas particuliers des séparatrices et des miroirs atomiques. Nous introduirons également les notions de calcul du déphasage atomique, lors d'une perturbation inertielle, dans les différentes géométries d'interféromètres. Enfin, nous présenterons le formalisme de la fonction de sensibilité pour un bruit de phase, un bruit d'accélération et un bruit de rotation.

**Le troisième chapitre - Caractérisation des éléments du gyromètre** présentera les principales caractéristiques de la chambre d'expérience. Nous caractériserons tout d'abord la **source atomique** : nombre d'atomes piégés, sélection micro-onde, et température. Nous présenterons ensuite la conception, l'intégration, et la caractérisation du nouveau système de **détection** : nous réaliserons également une estimation des différentes sources de bruit qui l'affectent. Nous étudierons ensuite les caractéristiques des **séparatrices lasers**, et nous présenterons une première étude de la sensibilité limite de l'interféromètre.

**Le quatrième chapitre - Mesures inertielles de très haute sensibilité** présentera tout d'abord une première estimation de la sensibilité pour des temps d'interaction courts. Nous présenterons ensuite une méthode d'alignement à quelques micro-radians des faisceaux Raman, que nous mettrons en œuvre pour atteindre une aire de  $2,4 \text{ cm}^2$ . Nous étudierons ensuite plusieurs stratégies pour améliorer la sensibilité, qui est limitée par le bruit de vibration : l'**isolation passive** avec l'installation d'une boîte d'isolation acoustique, la **corrélation** a posteriori avec un ou plusieurs accéléromètres, et enfin nous proposerons une méthode d'**isolation active** des vibrations.

**Le cinquième chapitre - Mesures jointives** proposera une méthode de mesures entrelacées jointives de la phase atomique, qui permet de s'affranchir de l'effet d'échantillonnage lié au cycle de mesure. Le principe de mesure reste très général, et peut s'appliquer à d'autres classes d'interféromètres atomiques, notamment aux horloges. Nous présenterons la démonstration expérimentale de cette méthode, qui tire parti de la géométrie repliée en fontaine du gyromètre.



# Chapitre 2

## Interférométrie Atomique

Dans ce chapitre, nous allons décrire succinctement le cadre théorique sur lequel s'appuient les mesures inertielles utilisant un interféromètre à ondes de matière. Nous présenterons dans un premier temps les méthodes de manipulation cohérente des paquets d'onde, et en particulier la génération de séparatrices et de miroirs à atomes, dont la combinaison permet de créer différentes géométries d'interféromètres. Nous présenterons ensuite le formalisme théorique qui nous permettra de calculer les contributions inertielles au déphasage atomique. Enfin, nous étudierons l'impact de la stabilité des paramètres expérimentaux à l'aide du formalisme de la fonction de sensibilité.

### 2.1 Manipulation Cohérente des Atomes

#### 2.1.1 Transitions à 2 Photons

La conception de notre interféromètre atomique se fonde sur l'utilisation de processus de diffraction d'atomes utilisant des réseaux optiques : la manipulation cohérente des atomes est réalisée par des transitions stimulées à 2 photons, appelées transitions « Raman ». Les nuages atomiques sont soumis à deux lasers contra-propageants, de pulsations  $\omega_1$  et  $\omega_2$ , et de vecteurs d'ondes respectifs  $\vec{k}_1$  et  $\vec{k}_2$ . Les deux lasers sont accordés à un niveau proche de la raie  $D2$  du Césium, à 852nm. Le premier laser à  $\omega_1$  couple par absorption le sous-niveau hyperfin  $|a\rangle = |6^2S_{1/2}, F = 3, m_F = 0\rangle$  avec un niveau **virtuel**  $|i\rangle$ , désaccordé de  $\Delta$  de l'état excité  $|6^3P_{3/2}, F' = 3\rangle$  [54]. Ce désaccord permet d'éviter de peupler le niveau excité, limitant ainsi le processus d'émission spontanée, lequel introduit une perte de cohérence du paquet d'onde. Le processus d'émission spontanée décroît en  $1/\Delta^2$ , alors que l'efficacité du couplage vers le niveau virtuel décroît seulement en  $1/\Delta$ , ce qui permet de trouver un optimum entre efficacité de transfert et cohérence. Le second laser à  $\omega_2$  couple le niveau virtuel  $|i\rangle$  avec le sous-niveau  $|b\rangle = |6^2S_{1/2}, F = 4, m_F = 0\rangle$  par un processus d'émission stimulée.

Lorsque les deux ondes  $\vec{E}_1(\omega_1)$  et  $\vec{E}_2(\omega_2)$  ont des vecteurs d'ondes de directions opposées, l'état externe de l'atome est également modifié : l'absorption d'un photon dans le mode  $\omega_1$  change l'état d'impulsion de l'atome en  $\vec{p} \rightarrow \vec{p} + \hbar\vec{k}_1$ , et l'émission stimulée d'un photon

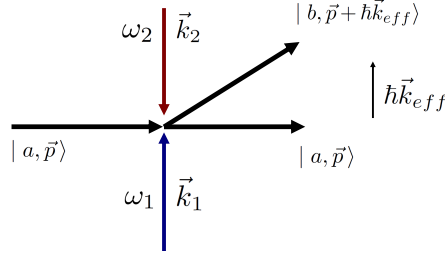


FIGURE 2.1 – Transition Raman stimulée - L'onde atomique incidente est représentée par l'état  $|a, \vec{p}\rangle$ . Les deux lasers de pulsations respectives  $\omega_1$  et  $\omega_2$  sont représentés par leurs vecteurs d'ondes  $\vec{k}_1$  et  $\vec{k}_2$  (flèches verticales). L'onde atomique sortante est une superposition cohérente des deux états  $|a, \vec{p}\rangle$  et  $|b, \vec{p} + \hbar\vec{k}_{eff}\rangle$

dans le mode  $\omega_2$  modifie l'impulsion de l'atome en  $\vec{p} + \hbar\vec{k}_1 \rightarrow \vec{p} + \hbar(\vec{k}_1 - \vec{k}_2) = \vec{p} + \hbar\vec{k}_{eff}$ . Le transfert net d'impulsion est alors de  $\hbar k_{eff} = \hbar|\vec{k}_1 - \vec{k}_2| \sim 2\hbar|k_1|$ , ce qui se traduit par un changement de la vitesse transverse des atomes de  $\sim 7 \text{ mm} \cdot \text{s}^{-1}$  pour l'atome de Césium. C'est ce transfert d'impulsion qui permet alors de délocaliser la fonction d'onde atomique sur deux chemins distincts. Cette transition à deux photons provoque non seulement un changement d'état interne, de  $|a\rangle$  vers  $|b\rangle$ , mais également un changement de l'état externe des atomes, de  $\vec{p}$  vers  $\vec{p} + \hbar\vec{k}_{eff}$  : il y a alors bijection entre état interne et état externe, l'état d'impulsion de l'atome pouvant donc être lu grâce à son état interne de manière univoque [45] [55].

Cette bijection permet d'utiliser un système simple de détection en sortie de l'interféromètre : en illuminant le nuage avec deux impulsions lumineuses successives, de fréquences différentes, on peut « lire » par fluorescence le nombre d'atomes présents dans l'état  $|a\rangle$ , puis dans l'état  $|b\rangle$ .

En écrivant l'équation de conservation de l'énergie et de l'impulsion, on peut montrer que le processus d'interaction à 2 photons et 3 niveaux décrit ci-dessus, peut être vu comme une transition à un photon et deux niveaux effectifs :

$$\hbar(\omega_1 - \omega_2) = \hbar(\omega_b - \omega_a) + \hbar\omega_R + \hbar\omega_D + \hbar\delta$$

où  $\omega_D = \vec{p} \cdot (\vec{k}_1 - \vec{k}_2)/M$  est le désaccord Doppler et  $\omega_R = \hbar(k_1 + k_2)^2/2M$  est le décalage en fréquence lié à l'impulsion de recul, et  $\delta$  le désaccord par rapport au niveau  $|b\rangle$ . Le système à deux niveaux équivalent est alors  $\{|a\rangle, |b\rangle\}$ , soumis à un photon « effectif » de pulsation  $\omega_1 - \omega_2$  et de vecteur d'onde « effectif »  $\vec{k}_1 - \vec{k}_2 = \vec{k}_{eff}$

## 2.1.2 Couplage Atome - Laser

### 2.1.2.a Réduction du Système à 3 niveaux

Nous allons écrire l'Hamiltonien du système des deux niveaux fondamentaux,  $|a\rangle$  et  $|b\rangle$ , couplés aux niveaux excités  $|i\rangle$  par l'intermédiaire de l'interaction dipolaire électrique, en

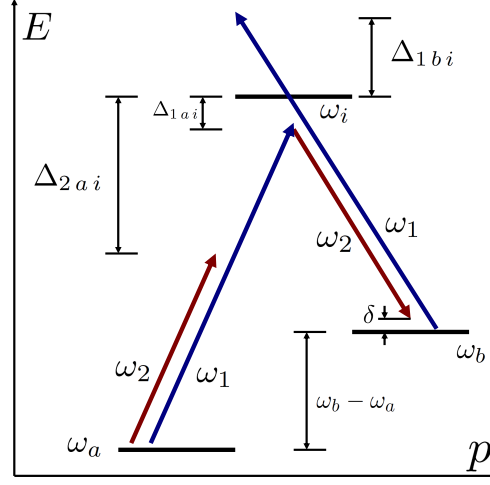


FIGURE 2.2 – Nous représentons sur ce diagramme énergie - impulsion les 3 niveaux  $|a\rangle, |b\rangle, |i\rangle$  qui sont couplés par les 2 champs lasers de pulsations  $\omega_1$  et  $\omega_2$ . Ceux-ci sont dessinés pour les 2 polarisations  $\vec{\sigma}^\pm$  :  $\hbar\Delta_{kij}$  est le désaccord du laser  $k$  par rapport à la transition  $i \rightarrow j$

négligeant l'émission spontanée :

$$\hat{H} = \frac{\hat{p}^2}{2m} + \hbar\omega_a|a\rangle\langle a| + \hbar\omega_b|b\rangle\langle b| + \hbar\omega_i|i\rangle\langle i| - \vec{D} \cdot \vec{E} \quad (2.1)$$

$$\text{Où } \vec{D} = |a\rangle\vec{d}_{ai}\langle i| + |b\rangle\vec{d}_{bi}\langle i| + |i\rangle\vec{d}_{ia}\langle a| + |i\rangle\vec{d}_{ib}\langle b| \quad (2.2)$$

La figure 2.2 montre les 3 niveaux excités  $|i_{1,2,3}\rangle$  couplés par le champ électrique  $\vec{E}$  qui s'écrit :

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = \frac{1}{2} \left( \varepsilon_1 \vec{\epsilon}_1 e^{i\vec{k}_1 \cdot \vec{r}} e^{-i(\omega_1 t + \phi_1)} + \varepsilon_2 \vec{\epsilon}_2 e^{i\vec{k}_2 \cdot \vec{r}} e^{-i(\omega_2 t + \phi_2)} \right) + cc.$$

Et la fonction d'onde générique du système peut alors s'écrire dans la base des états  $\{|a\rangle, |b\rangle, |i_1\rangle, |i_2\rangle, |i_3\rangle\}$  :

$$|\psi(t)\rangle = c_a |a, \vec{p}\rangle + c_b |b, \vec{p} + \hbar\vec{k}_{eff}\rangle + c_{i_1} |i, \vec{p} + \hbar\vec{k}_1\rangle + c_{i_2} |i, \vec{p} + \hbar\vec{k}_2\rangle + c_{i_3} |i, \vec{p} + \hbar(\vec{k}_1 + \vec{k}_{eff})\rangle$$

On réalise tout d'abord un changement de base, et les nouveaux coefficients  $\gamma_\alpha$  s'expriment en fonction des  $c_\alpha$  par [51] :

$$c_\alpha(t) = \gamma_\alpha(t) \cdot e^{-i\left(\omega_\alpha + \frac{p_\alpha^2}{2m\hbar}\right)t}$$

On projette alors l'équation de Schrödinger sur la base des états, et on simplifie le système d'équations en réalisant l'approximation des « ondes tournantes » : on néglige simplement les termes qui oscillent très rapidement à  $2\omega \sim \omega_1 + \omega_2$ . Les équations obtenues pour les termes  $\gamma_{i_1, i_2, i_3}$  peuvent être résolues en considérant les coefficients  $\gamma_a$  et  $\gamma_b$  constants. En effet, dans la limite où les désaccords  $\Delta_{kij}$  sont grands devant les pulsations de Rabi ( $\Omega_{kji} = \vec{d}_{ij} \cdot \vec{E}_k / \hbar$ ), l'évolution des états excités  $|i\rangle$  est beaucoup plus rapide que celle des états fondamentaux

$a$  et  $b$ , et les populations des états  $|i\rangle$  sont négligeables devant celles des états  $a$  et  $b$ . C'est ce que l'on appelle l'élimination adiabatique [56] [57]. On obtient alors un système à deux équations et deux inconnues pour les niveaux fondamentaux, qui correspond au Hamiltonien du système équivalent à deux niveaux :

$$H = \hbar \begin{pmatrix} \Omega_a^{DL} & \Omega_{eff} e^{i\delta t} e^{i\Phi_{eff}} \\ \Omega_{eff}^* e^{-i\delta t} e^{-i\Phi_{eff}} & \Omega_b^{DL} \end{pmatrix}$$

où les paramètres effectifs du système à deux niveaux et « un photon », sont définis par :

$$\begin{aligned} \omega_{eff} &= \omega_1 - \omega_2 & \Omega_{eff} &= \frac{\Omega_{1ai}^* \Omega_{2bi}}{2\Delta} \\ \vec{k}_{eff} &= \vec{k}_1 - \vec{k}_2 & \Omega_a^{DL} &= \frac{|\Omega_{1ai}|^2}{4\Delta} + \frac{|\Omega_{2ai}|^2}{4(\Delta - (\omega_b - \omega_a))} \\ \Phi_{eff} &= \Phi_1 - \Phi_2 - \vec{k}_{eff} \cdot \vec{r} & \Omega_b^{DL} &= \frac{|\Omega_{1bi}|^2}{4(\Delta + (\omega_b - \omega_a))} + \frac{|\Omega_{2bi}|^2}{4(\Delta - \delta)} \\ \delta &= \Delta_{1ai} - \Delta_{2bi} & & \\ &= (\omega_1 - \omega_2) - (\omega_b - \omega_a) - \omega_D - \omega_R & & \end{aligned}$$

Où on a posé  $\Delta_{1ai} = \Delta$ , donc  $\Delta_{2bi} = \Delta - \delta$  et  $\Delta_{2ai} \approx \Delta - (\omega_b - \omega_a)$ , et  $\Delta_{1bi} \approx \Delta + (\omega_b - \omega_a)$ . L'Hamiltonien obtenu montre bien que l'on a réduit le système à 3 niveaux, à un système à 2 niveaux effectifs,  $\{|a\rangle, |b\rangle\}$ , interagissant avec une onde effective de pulsation  $\omega_{eff}$ , de phase  $\Phi_{eff}$ , et désaccordée de  $\delta$  par rapport à la résonance. Les coefficients diagonaux,  $\Omega_a^{DL}$  et  $\Omega_b^{DL}$  représentent le déplacement des niveaux dû au couplage non résonant avec les lasers  $\omega_1$  et  $\omega_2$  (ce qu'on appelle le déplacement lumineux). La condition de résonance Raman est alors décalée de  $\delta^{DL} = \Omega_b^{DL} - \Omega_a^{DL}$ .

### 2.1.2.b Compensation du déplacement lumineux

Il est possible d'annuler les termes non diagonaux de déplacement lumineux en choisissant le bon rapport d'intensité entre les deux lasers,  $\omega_1$  et  $\omega_2$  [58]. On suppose que  $\Omega_{1ai} \approx \Omega_{1bi} = \Omega_1$  et  $\Omega_{2ai} \approx \Omega_{2bi} = \Omega_2$ , dans ce cas le terme  $\delta^{DL}$  s'écrit, en négligeant la structure hyperfine de l'état excité :

$$\begin{aligned} \delta^{DL} &= \Omega_b^{DL} - \Omega_a^{DL} \\ &= |\Omega_1|^2 \left[ \frac{1}{4(\Delta + (\omega_b - \omega_a))} - \frac{1}{4\Delta} \right] + |\Omega_2|^2 \left[ \frac{1}{4(\Delta - \delta)} - \frac{1}{4(\Delta - (\omega_b - \omega_a))} \right] \end{aligned}$$

On peut donc trouver un rapport des intensités  $I_1 = |\Omega_1|^2$  et  $I_2 = |\Omega_2|^2$ , tel que le terme de déplacement lumineux  $\delta^{DL}$  soit nul : en négligeant le désaccord  $\delta$  devant  $\Delta$ , cela correspond à un rapport d'intensités  $I_1/I_2 = [(\omega_b - \omega_a) + \Delta]/[(\omega_b - \omega_a) - \Delta]$

### 2.1.2.c Matrice d'Évolution

On cherche à déterminer une matrice du type  $S(t_0, \tau, \Phi_{eff})$  qui associe à la fonction d'onde  $|\psi\rangle = \{c_a(t_0), c_b(t_0)\}$  dans la base  $\{|a\rangle, |b\rangle\}$ , évaluée à un instant  $t_0$ , la même fonction d'onde,

à un instant  $\tau = t - t_0$  ultérieur. Pour cela, on réduit le Hamiltonien et on détermine la base de vecteurs propres  $\{|\psi_+\rangle, |\psi_-\rangle\}$  : dans cette base, d'après l'équation de Schrödinger, l'évolution des vecteurs propres s'écrit  $|\psi_\pm(t)\rangle = |\psi_\pm(0)\rangle e^{-iE_\pm t/\hbar}$ . On fait par ailleurs l'hypothèse que l'on a annulé le terme de déplacement lumineux. La matrice  $S(t_0, \tau, \Phi_{eff})$  se calcule donc à partir de la matrice du changement de base  $\{|a\rangle, |b\rangle\} \rightarrow \{|\psi_+\rangle, |\psi_-\rangle\}$ , dont le détail est explicité dans [59], et s'exprime ainsi :

$$\begin{pmatrix} \left[ \cos\left(\frac{\Omega_R\tau}{2}\right) - i \cos\theta \sin\left(\frac{\Omega_R\tau}{2}\right) \right] e^{-i\delta\tau/2} & \left[ -i \sin\theta \sin\left(\frac{\Omega_R\tau}{2}\right) e^{-i(\delta t_0 + \Phi_{eff})} \right] e^{-i\delta\tau/2} \\ \left[ -i \sin\theta \sin\left(\frac{\Omega_R\tau}{2}\right) e^{i(\delta t_0 + \Phi_{eff})} \right] e^{i\delta\tau/2} & \left[ \cos\left(\frac{\Omega_R\tau}{2}\right) + i \cos\theta \sin\left(\frac{\Omega_R\tau}{2}\right) \right] e^{i\delta\tau/2} \end{pmatrix}$$

où on définit les paramètres  $\Omega_R = \sqrt{|\Omega_{eff}|^2 + \delta^2}$ ,  $\cos\theta = -\delta/\Omega_R$ ,  $\sin\theta = \Omega_{eff}/\Omega_R$

#### 2.1.2.d Impulsions Séparatrice et Miroir

Cette matrice décrit donc l'évolution du système effectif à deux niveaux, dans la base  $\{|a\rangle, |b\rangle\}$  : cette évolution est appelée oscillation de Rabi, de pulsation caractéristique  $\Omega_R$ . On calcule alors la probabilité d'être dans l'état excité au bout d'un temps  $\tau$ , pour un atome initialement dans l'état fondamental à  $t = 0$  :

$$P(\tau) = \left( \frac{\Omega_{eff}}{\Omega_R} \right)^2 \sin^2 \left( \frac{\Omega_R\tau}{2} \right)$$

A résonance, c'est à dire pour  $\delta = 0$ , on remarque deux temps caractéristiques pour l'évolution du système : au bout d'un temps  $\tau_{\pi/2}$  défini par  $\tau_{\pi/2} = \pi/(2\Omega_R)$ , la probabilité  $P$  vaut 1/2, le système est donc dans une superposition d'états équirépartis. On a ainsi créé une **séparatrice atomique** « 50/50 » : les ondes atomiques sont séparées en deux avec une probabilité de 50 % dans chacun des deux chemins.

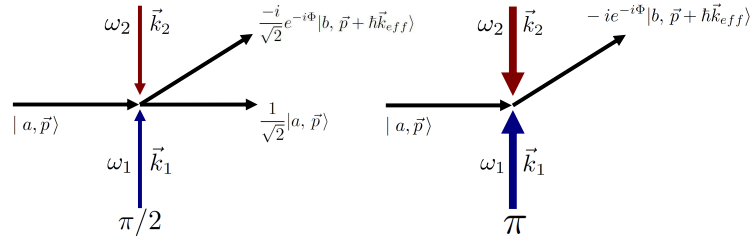


FIGURE 2.3 – L'oscillation de Rabi présente deux cas particuliers : pour une durée d'impulsion  $\tau_\pi$  la probabilité de détection des atomes dans l'état  $|b, \vec{p} + \hbar\vec{k}_{eff}\rangle$  est égale à l'unité, il s'agit d'un miroir à atomes (à droite). Pour une durée d'impulsion deux fois plus courte (à gauche), la probabilité de détection dans chacun des deux chemins est de 50% : on a ainsi réalisé une séparatrice atomique 50/50.

D'autre part, si on crée une impulsion lumineuse de durée  $\tau_\pi = \pi/\Omega_R$ , alors la totalité des atomes initialement dans l'état fondamental sont transférés dans l'état excité. Les atomes étant alors tous diffractés, l'impulsion lumineuse peut être vue comme un **miroir à atomes**.

Lors de la diffraction d'un atome par l'impulsion laser, la phase effective est « imprimée » sur l'atome : en effet, même à désaccord nul, la matrice d'évolution comporte un terme de



phase en  $e^{\pm i\Phi_{eff}}$ . Ce terme modifie la phase relative entre les deux états orthogonaux  $|a\rangle$  et  $|b\rangle$ , enregistrant ainsi une mesure indirecte de la phase des lasers à l'instant de l'impulsion.

Nous caractériserons au chapitre 3 ces oscillations de Rabi, et l'efficacité des impulsions  $\pi/2$  et  $\pi$  : nous verrons en particulier que les distributions en position et en vitesse du nuage (liées à sa température) induisent un amortissement de ces oscillations. Nous prendrons également en compte la distribution gaussienne du faisceau d'interrogation, qui crée une inhomogénéité spatiale de la pulsation de Rabi effective.

### 2.1.2.e Règles de sélection et transitions co-propageantes

Les règles de sélection dipolaires électriques imposent les relations suivantes pour les transitions à un photon avec le niveau excité  $|i\rangle$  :

$$\begin{cases} F_i - F = \Delta F = 0, \pm 1 \\ m_{F_i} - m_F = \Delta m_F = 0, \pm 1 \\ \Delta F = 0 \text{ et } m_{F_i} = m_F = 0 \text{ est interdite} \end{cases}$$

Nous décrivons le champ électrique dans la base des polarisations circulaires  $\vec{\sigma}^{\pm}$ . Pour un état de départ  $|a\rangle = |6^2S_{1/2}, F = 3, m_F = 0\rangle$ , les relations entre les différents coefficients de Clebsch-Gordan (CG) sont les suivantes :

$$\begin{cases} \langle F_i, m_{F_i} = +1 | \vec{D} \cdot \vec{\sigma}^+ | F, m_F = 0 \rangle = \langle F_i, m_F = -1 | \vec{D} \cdot \vec{\sigma}^- | F, m_F = 0 \rangle & \Delta F = \pm 1 \\ \langle F_i, m_{F_i} = +1 | \vec{D} \cdot \vec{\sigma}^+ | F, m_F = 0 \rangle = -\langle F_i, m_F = -1 | \vec{D} \cdot \vec{\sigma}^- | F, m_F = 0 \rangle & \Delta F = 0 \end{cases}$$

On verra au chapitre 3 que les deux lasers sont injectés sur la même fibre en polarisation **linéaire parallèle**. D'après les relations entre CG, il est nécessaire que les polarisations soient orthogonales pour que le couplage à **2 photons** ne soit pas nul. La polarisation du laser rétro-réfléchi est tournée de  $90^\circ$  par une lame  $\lambda/4$ , on a donc  $\vec{E}_1(\omega_1) \perp \vec{E}_2(\omega_2)$ .

On décrit les champs  $E_1(\omega_1)$  et  $E_2(\omega_2)$  sur la base des polarisations circulaires :

$$\begin{cases} \vec{E}_1 = E_1 \vec{e}_x = E_1 \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} (\vec{\sigma}^+ - \vec{\sigma}^-) \\ \vec{E}_2 = E_2 \vec{e}_y = E_2 \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} (\vec{\sigma}^+ + \vec{\sigma}^-) \end{cases}$$

L'intensité du couplage effectif est décrit par la pulsation de Rabi :

$$\begin{aligned} \Omega_{\text{eff}} &= \frac{1}{2\Delta} (\Omega_{1ai}^* \Omega_{2bi}) \\ &= \sum_{i=3}^4 \frac{E_1 \cdot E_2}{2\sqrt{2}\hbar\Delta_i} \left[ \langle b | \vec{D} \cdot \vec{\sigma}_2^+ | i, m_F = +1 \rangle \langle i, m_F = +1 | \vec{D} \cdot \vec{\sigma}_1^+ | a \rangle \right. \\ &\quad \left. - j \cdot \langle b | \vec{D} \cdot \vec{\sigma}_2^- | i, m_F = -1 \rangle \langle i, m_F = -1 | \vec{D} \cdot \vec{\sigma}_1^- | a \rangle \right] \end{aligned}$$

Le couplage est donc autorisé et non nul pour deux lasers  $\omega_1$  et  $\omega_2$  **en polarisation linéaire croisée**.

**Transitions co-propageantes** On remarque que l'on peut également manipuler exclusivement l'état interne des atomes en utilisant deux lasers co-propageants : on aura alors  $\hbar\vec{k}_{\text{eff}} = \vec{k}_2 + \vec{k}_1 \approx \vec{0}$ . Les résultats du calcul de réduction du système à 3 niveaux restent exactement les mêmes, en remplaçant simplement l'état d'impulsion de  $|b\rangle$  par  $\vec{p}$ . En revanche, les coefficients de CG s'annulent si l'on choisit les deux lasers en polarisations circulaires croisées, ou linéaires orthogonales. Dans le cas de polarisations circulaires identiques, le couplage est maximal et s'exprime en polarisation  $\sigma^+$  ou  $\sigma^-$  :

$$\Omega_{\sigma^+} = \sum_{i=3}^4 \frac{E_1 \cdot E_2}{2\sqrt{2}\hbar\Delta_i} \left[ \langle b | \vec{D} \cdot \vec{\sigma}_2^+ | i, m_F = +1 \rangle \langle i, m_F = +1 | \vec{D} \cdot \vec{\sigma}_1^+ | a \rangle \right] \quad (2.3)$$

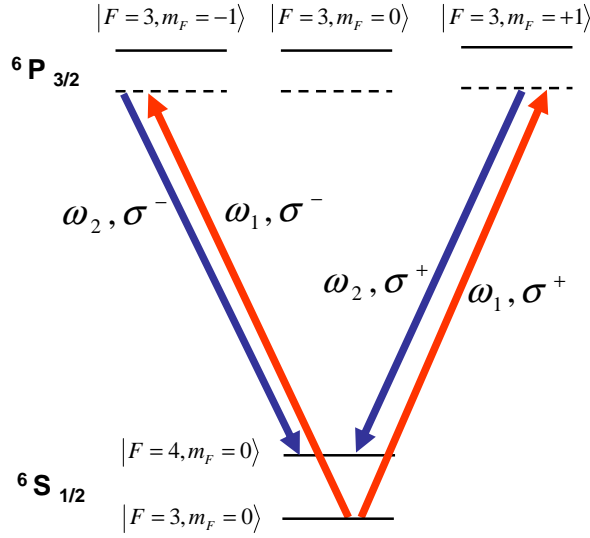


FIGURE 2.4 – Transitions co-propageantes

## 2.2 Interféromètres de Mach-Zehnder atomiques

### 2.2.1 Calcul du Déphasage

#### 2.2.1.a Propagation et Interaction par les Matrices $S$

L'interféromètre optique à deux ondes le plus connu est composé d'une première lame séparatrice, divisant le faisceau incident en deux bras d'égal chemin optique, qui sont chacun réfléchis à l'aide de miroirs et finalement recombinaés avec une deuxième séparatrice, pour former un interféromètre de type « Mach Zehnder ». La présence d'un élément de phase sur l'un des deux bras se traduit par le déphasage d'une des deux ondes : la mesure de l'état d'interférence permet alors d'avoir accès à « l'épaisseur optique » de cet élément (si le déphasage est inférieur à  $\pi$ ), notée  $e_{opt} = e(n' - n)$  où  $n'$  est l'indice du milieu déphasant,  $e$  son épaisseur géométrique, et  $n$  l'indice du milieu dans lequel évolue les ondes.

**Géométrie à 3 Impulsions** En réalisant une séquence d'impulsions Raman «  $\pi/2 - \pi - \pi/2$  » on reproduit la même géométrie d'interféromètre, à deux ondes de matière [19]. Pour calculer le déphasage en sortie, nous allons simplement combiner trois matrices d'évolution  $S(t_i, \tau_i, \Phi_{eff}^i)$  dont les durées et les phases effectives correspondent aux impulsions Raman aux instants  $t_i = t_1, t_2, t_3$  [44]. Ces impulsions sont séparées du même temps de propagation libre, noté  $T$  : ainsi les deux « bras » sont équilibrés, c'est à dire que les paquets d'onde sont superposés à l'instant de la troisième impulsion. Pour déterminer l'évolution des paquets d'onde lors de la propagation libre, on utilise le formalisme des matrices  $S$ , pour lesquelles on considère un champ  $\vec{E}$  nul. On obtient alors, pour un temps de propagation de durée  $T$  :

$$S_T = \begin{pmatrix} e^{-i\omega_b T} & 0 \\ 0 & e^{-i\omega_a T} \end{pmatrix}$$

Le vecteur d'état en sortie s'exprime ensuite à l'aide des matrices  $S$  par :

$$|\Psi(t)\rangle = \begin{pmatrix} c_b(t) \\ c_a(t) \end{pmatrix} = S(2T, \tau_{\pi/2}, \Phi_3) \cdot S_T \cdot S(T, \tau_{\pi}, \Phi_2) \cdot S_T \cdot S(0, \tau_{\pi/2}, \Phi_1) \cdot |\Psi(0)\rangle$$

Et la probabilité de trouver l'atome dans l'état excité  $|b, \vec{p} + \hbar\vec{k}_{eff}\rangle$ , est donnée par  $P = |c_b(t)|^2 = \frac{1}{2} (1 + C \cos \Delta\Phi)$  où  $C$  est le contraste, et  $\Delta\Phi$  est le déphasage de l'interféromètre qui s'exprime en fonction des phases effectives des lasers aux instants des impulsions, par

$$\Delta\Phi = \Phi_3 - 2\Phi_2 + \Phi_1 \quad (2.4)$$

Cette probabilité de transition est aussi égale à la fraction d'atomes dans l'état excité rapportée au nombre total d'atomes. On réalise une détection sur l'état interne des atomes par fluorescence, d'où on déduit les quantités  $N_{|b, \vec{p} + \hbar\vec{k}_{eff}\rangle}, N_{|a, \vec{p}\rangle}$  permettant d'extraire le déphasage de la probabilité de transition :

$$P = \frac{N_{|b, \vec{p} + \hbar\vec{k}_{eff}\rangle}}{N_{|b, \vec{p} + \hbar\vec{k}_{eff}\rangle} + N_{|a, \vec{p}\rangle}} = \frac{1}{2} (1 + C \cos \Delta\Phi)$$

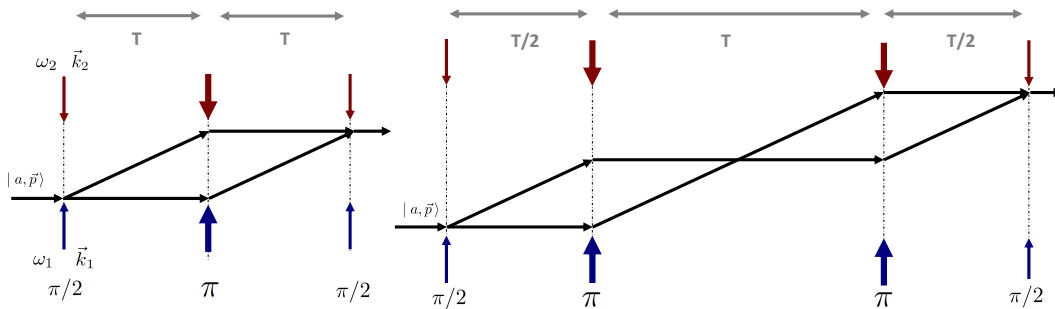


FIGURE 2.5 – Géométries des interféromètres à 3 et 4 impulsions dépliés, l'axe x représente le temps

**Géométrie à 4 Impulsions** Notre gyromètre se fonde en fait sur une géométrie repliée en « papillon », présentée initialement dans [60]. Une succession de 4 impulsions «  $\pi/2 - \pi - \pi - \pi/2$  » crée un interféromètre adéquat pour une configuration de lancement en fontaine et l'utilisation de deux faisceaux Raman séparés. On peut le voir comme la succession de deux interféromètres à 3 impulsions, où la troisième impulsion commune serait au milieu des deux impulsions  $\pi$ . Le calcul du déphasage par la méthode des matrices  $S$  est similaire, et on obtient

$$\Delta\Phi = \Phi_4 - 2\Phi_3 + 2\Phi_2 - \Phi_1$$

### 2.2.1.b Calcul Exact par les Matrices $ABCD\xi$

Le calcul précédent considère que la source d'atomes est monochromatique en position et en impulsion : or, le principe d'incertitude d'Heisenberg impose que les paquets d'ondes aient une extension non nulle en  $\vec{X}(t)$  et en  $\vec{P}(t)$ , telle que  $\Delta X \Delta P \geq \hbar/2$ . D'autre part, le calcul précédent ne tient compte que du déphasage lié aux séparatrices lumineuses, alors que l'on peut identifier deux autres termes :

- Le déphasage lié à la propagation des paquets d'ondes le long des deux bras de l'interféromètre, que l'on peut calculer à partir du formalisme de l'intégrale de chemin [61].
- Le déphasage lié au non recouvrement des deux portions de la fonction d'onde à la sortie de l'interféromètre.

Le calcul complet a été développé par Christian Bordé, qui a adapté le formalisme des matrices  $ABCD$  de l'optique gaussienne pour la propagation de paquets d'ondes gaussiens [62]. Il montre par ailleurs que les deux termes supplémentaires se compensent parfaitement dans le cas d'un hamiltonien au plus quadratique en position et en impulsion [55]. L'expression du déphasage est alors donnée par l'équation 2.4 (à 3 impulsions) : la phase laser est évaluée au centre des paquets d'ondes gaussiens au moment de chaque impulsion, et les trajectoires des atomes sont calculées en tenant compte des changements d'état d'impulsion liés aux processus de diffraction.

## 2.2.2 Déphasages Inertiels et Géométries

### 2.2.2.a Accélération

On suppose que le gyromètre est soumis à une accélération constante  $\vec{a}$  par rapport au référentiel des atomes en chute libre. Du point de vue des atomes, le réseau équiphasé laser est donc animé d'une accélération  $\vec{a}$ . La phase effective des lasers, vue par les atomes, est définie par  $\Phi(t) = \vec{k}_{eff} \cdot \vec{r}(t)$ , où  $\vec{r}(t)$  est le vecteur position du paquet d'onde. Ce vecteur s'écrit donc  $\vec{r}(t) = \vec{a}t^2/2$ , et les atomes voient un réseau de phase uniformément accéléré :

$$\Phi(t) = \frac{1}{2} \vec{k}_{eff} \cdot \vec{a} t^2$$

Calculons maintenant le déphasage en sortie des deux configurations d'interféromètres :

### 1. Cas d'un Interféromètre à 3 Impulsions

$$\Delta\Phi = \Phi(2T) - 2\Phi(T) + \Phi(0) = \vec{k}_{eff} \cdot \vec{a}T^2$$

### 2. Cas d'un Interféromètre à 4 Impulsions

$$\Delta\Phi = \Phi(2T) - 2\Phi(3T/2) + 2\Phi(T/2) - \Phi(0) = 0$$

Le déphasage lié à une **accélération continue** est donc strictement nul pour un interféromètre à 4 impulsions. On peut le voir en effet comme une succession de deux interféromètres à 3 impulsions, dont les sensibilités à l'accélération sont opposées et se compensent si l'accélération est constante et uniforme. Dans le cas contraire, cette géométrie est adéquate pour mesurer des gradients d'accélération [63]

#### 2.2.2.b Rotation

Nous avons vu en introduction que, pour un interféromètre optique ou atomique d'aire physique  $\mathcal{A}$  non nulle, un déphasage  $\Delta\Phi_\Omega$  proportionnel au vecteur rotation  $\vec{\Omega}$  apparaît entre les deux voies. C'est l'effet Sagnac, dont l'expression est la suivante :

$$\Delta\Phi_\Omega = \frac{4\pi E}{hc^2} \vec{\mathcal{A}} \cdot \vec{\Omega}$$

Nous allons calculer ce terme de déphasage dans les deux types de configurations présentées, à 3 et 4 impulsions : il se résume essentiellement à déterminer les aires physiques de chacune des géométries.

**Déphasage Sagnac à 3 Impulsions** L'aire de l'interféromètre se calcule facilement à partir de la figure 2.5. Elle dépend de la vitesse  $\vec{v}$  des atomes dans l'interféromètre et de l'impulsion de recul communiquée par les séparatrices lumineuses. On en déduit alors l'expression du déphasage :

$$\mathcal{A} = \vec{v}T \times \frac{\hbar\vec{k}_{eff}}{M}T = \vec{v} \cdot \vec{k}_{eff} \frac{\hbar}{M}T^2 \quad \longrightarrow \quad \Delta\Phi_\Omega = -2\vec{k}_{eff} \cdot (\vec{v} \times \vec{\Omega})T^2$$

Cette expression n'est valable que pour des interféromètres suffisamment courts, tels que  $\vec{v}(t) \approx \vec{v}_0$ . Dans le cas contraire, il convient de remplacer le terme  $v_0T$  par l'intégrale  $\int_0^{2T} v(t)dt$ . La configuration en fontaine de notre gyromètre ne permet pas d'exploiter convenablement une géométrie de ce type, et l'utilisation d'une seule source d'atomes ne permet pas de discriminer le terme de rotation du terme d'accélération. Nous utiliserons une géométrie particulière d'interrogation à 3 impulsions et deux faisceaux, présentée figure 2.6. Pour cette configuration originale, le déphasage Sagnac s'écrit

$$\Delta\Phi_\Omega = \frac{3}{2}\vec{k}_{eff} \cdot (\vec{g} \times \vec{\Omega})T^3$$

**Déphasage Sagnac à 4 Impulsions** Pour calculer l'aire de l'interféromètre, on utilise également la figure 2.5 : le centre de l'interféromètre correspondant à l'apogée du paquet d'onde, on détermine les différentes distances longitudinales relatives au centre, avec  $z(t) - z_c = gt^2/2$ , ce qui permet d'obtenir l'expression de l'aire de l'interféromètre :

$$\mathcal{A} = \frac{1}{4} g T^3 k_{eff} \frac{\hbar}{M}$$

D'où on déduit le déphasage Sagnac, indépendant de la vitesse de lancement des atomes :

$$\Delta\Phi_\Omega = \frac{1}{2} \vec{k}_{eff} \cdot (\vec{g} \times \vec{\Omega}) T^3$$

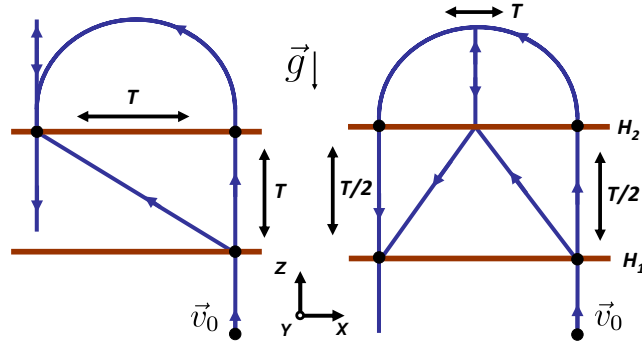


FIGURE 2.6 – Géométries à 3 impulsions (à gauche) et 4 impulsions (à droite) utilisant deux faisceaux Raman séparés. Les trajectoires balistiques des paquets d'ondes sont représentées en bleu et les lasers par deux bandes rouges horizontales. Les nuages atomiques sont lancés parallèlement à la verticale locale définie par  $\vec{g}$  avec une vitesse initiale  $\vec{v}_0$

## 2.3 Fonctions de sensibilité

### 2.3.1 Sensibilité à la phase

#### 2.3.1.a Formalisme

**Le formalisme de la fonction de sensibilité** est issu de la théorie des systèmes linéaires en automatique, où on étudie la réponse d'un système à une consigne ou une perturbation donnée, et a également été appliqué à l'étude des horloges [64]. On étudie généralement la réponse à une consigne impulsionnelle, décrite par une distribution de Dirac  $\delta(t)$ , mais on peut également étudier d'autres types de réponses, notamment à un échelon (distribution de Heaviside  $\Gamma(t)$ ). Ces distributions « tests » permettent de déterminer une réponse temporelle caractéristique du système.

Pour caractériser cette réponse, on a également recours à une étude harmonique : on étudie la réponse temporelle du système à une perturbation d'entrée  $e(t)$  sinusoïdale à une pulsation  $\omega$  donnée. D'après la théorie de la transformée de Fourier, tout signal peut se

décomposer sur la base des fonctions complexes  $\{e^{i\omega t}\}_\omega$  : connaissant alors la fonction de transfert du système à une perturbation de pulsation  $\omega$  quelconque, on peut enfin déterminer la réponse temporelle du système à tout type de perturbation.

**Notre signal de sortie  $s(t)$  est la probabilité de transition  $P$**  et le signal d'entrée  $e(t)$ , potentiellement sujet à perturbation, est la phase des lasers  $\phi(t)$ . On définit alors la fonction de sensibilité de l'interféromètre par le rapport de la variation infinitésimale de la probabilité  $\delta P$  dû à une variation infinitésimale de la phase des lasers  $\delta\phi$  :

$$g_\phi = \lim_{\delta\phi \rightarrow 0} 2 \frac{\delta P(\delta\phi, t)}{\delta\phi} = \lim_{\delta\phi \rightarrow 0} \frac{\delta\Phi(\delta\phi, t)}{\delta\phi}$$

Où  $\Delta\Phi$  est le déphasage de l'interféromètre, relié à l'expression de la probabilité par  $P = (1 + \cos \Delta\Phi)/2$ . On obtient l'expression de  $g_\phi$  en se plaçant à mi-frange, c'est à dire à  $\Delta\Phi = \pi/2$ , où la sensibilité est maximale. Le déphasage en sortie de l'interféromètre est relié aux fluctuations de phase des lasers par la fonction de sensibilité  $g_\phi$ , selon l'équation intégrale suivante :

$$\Delta\Phi(t) = \int_0^t g_\phi(t') \frac{d\phi}{dt'} dt' \quad (2.5)$$

### 2.3.1.b Sensibilité temporelle à un saut de phase

Nous allons nous intéresser exclusivement à la géométrie à 4 impulsions pour les calculs de fonction de sensibilité dans cette partie. Ces calculs ont déjà été détaillés dans [60] [65], et nous allons seulement en exposer les principaux résultats. Si le saut de phase  $\delta\phi$  intervient à un instant  $t$  entre les impulsions, alors on a directement  $\Delta\Phi = \pm\delta\phi$ , donc la fonction de sensibilité s'exprime simplement par  $g_\phi(t) = \pm 1$ . Si le saut de phase a lieu pendant l'impulsion, on doit réutiliser le formalismes des matrices  $S$  pour calculer le déphasage : on décompose alors la matrice de l'impulsion  $S_i$  en deux sous-matrices, telles que :

$$S(\delta\phi) = S(t_0 + \tau_1, \tau_2, \Phi_{eff} + \delta\phi) \cdot S(t_0, \tau_1, \Phi_{eff})$$

Où  $\tau_1 + \tau_2 = \tau_\pi$  ou  $\tau_{\pi/2}$  selon le type d'impulsion. On obtient alors l'expression de la fonction de sensibilité, pour  $\Omega_R$  constant, et  $\tau = \tau_{\pi/2} = \tau_\pi/2$  :

$$g_\Phi(t) = \begin{cases} 0 & t \leq -(T + 3\tau) \\ -\sin \Omega_R(t + T + 3\tau) & -(T + 3\tau) \leq t \leq -(T + 2\tau) \\ -1 & -(T + 2\tau) \leq t \leq -(T/2 + 2\tau) \\ \sin \Omega_R(t + T/2 + \tau) & -(T/2 + 2\tau) \leq t \leq -T/2 \\ +1 & -T/2 \leq t \leq T/2 \\ -\sin \Omega_R(t - T/2 - \tau) & T/2 \leq t \leq (T/2 + 2\tau) \\ -1 & (T/2 + 2\tau) \leq t \leq (T + 2\tau) \\ \sin \Omega_R(t - T - 3\tau) & (T + 2\tau) \leq t \leq (T + 3\tau) \\ 0 & (T + 3\tau) \leq t \end{cases}$$

**Sensibilité à la Fréquence**  $f = d\phi/dt$  Supposons que le laser Raman soit désaccordé d'une quantité  $\delta$ , on réinjecte alors  $\delta = d\phi/dt$  dans l'expression du déphasage :

$$\Delta\Phi(t) = \int_0^t g_\phi(t)\delta dt = -2\frac{\delta}{\Omega_R}$$

Il existe donc une sensibilité résiduelle à la fréquence, qui est due au fait que l'intégrale de la fonction de sensibilité n'est pas nulle. En considérant une durée d'impulsion typique  $\pi/2$  de  $12 \mu s$ , on définit ainsi la pulsation de Rabi  $\Omega_R$ , et on obtient la sensibilité à la fréquence :

$$\frac{d\Phi}{df} = 96 \mu\text{rad} \cdot \text{Hz}^{-1}$$

### 2.3.1.c Sensibilité fréquentielle à la phase

Pour l'étude harmonique, on introduit une perturbation de phase sinusoïdale :

$$\phi(t) = \sqrt{2}\phi_\omega \sin(\omega t + \psi)$$

Où  $\psi$  est une phase arbitraire, et le terme  $\sqrt{2}$  permet de normaliser la puissance de la perturbation : en effet,  $\langle \phi(t)/\phi_\omega \rangle_\psi^2 = 1$ . On exprime alors le déphasage à partir de l'équation 2.5, et comme la fonction de sensibilité est paire (en choisissant convenablement l'origine des temps), on reconnaît facilement sa Transformée de Fourier (TF) :

$$\Delta\Phi(\omega, \psi) = -\sqrt{2}\phi_\omega \omega \int_{-\infty}^{+\infty} g_\phi \cos(\omega t + \psi) dt \quad (2.6)$$

$$= -\sqrt{2}\phi_\omega \cos \psi \cdot \omega \cdot \tilde{g}_\phi(\omega) \quad (2.7)$$

La fonction de transfert fréquentielle de l'interféromètre est donc définie par  $h(\omega, \psi)$  :

$$h(\omega, \psi) = \frac{\Delta\Phi}{\phi_\omega} = -\sqrt{2} \cos \psi \cdot \omega \cdot \tilde{g}_\phi(\omega)$$

On caractérise généralement une source de bruit d'une variable aléatoire  $X$  par sa densité spectrale de puissance, notée  $S_X(\omega)$ , définie par le théorème de Wiener - Khintchine [66] comme la TF de sa fonction d'auto-corrélation. Si la variable  $Y(t)$  dépend de  $X(t)$  par un processus linéaire décrit par la fonction de transfert  $h(t)$ , tel que  $Y(t) = (h * x)(t)$ , alors les densités spectrales de puissances sont reliées par la relation suivante :

$$S_Y(\omega) = |\tilde{H}(\omega)|^2 S_X$$

On exprime ensuite la fonction de transfert en puissance de bruit de phase, et l'on moyenne sur la phase de la perturbation  $\psi$  pour obtenir :

$$|H(\omega)|^2 = \langle |h(\omega, \psi)|^2 \rangle_\psi = \omega^2 |\tilde{g}_\phi(\omega)|^2$$



Il nous reste alors à exprimer  $\tilde{g}_\phi$ . Pour cela, on simplifie l'expression de  $g_\phi(t)$  en considérant les deux approximations suivantes :

1.  $\tau \ll T$  la durée typique de l'impulsion est de  $25 \mu s$ , très petite devant la durée de l'interféromètre  $2T = 800 ms$
2.  $\omega \ll \Omega_R$  on considère une gamme de fréquences restreinte, inférieure au kHz. Les bruits prédominants sont liés aux vibrations (rotation, accélération), leur bande passante est typiquement de quelques centaines de Hz.

La fonction de sensibilité simplifiée étant paire, on la définit sur le demi intervalle  $t \geq 0$  :

$$g_\Phi^s(t) = \begin{cases} +1 & 0 \leq t \leq T/2 \\ -1 & T/2 \leq t \leq T \\ 0 & T \leq t \end{cases}$$

La fonction de transfert s'écrit alors :

$$|H(\omega)|^2 = 64 \sin^2\left(\frac{T\omega}{2}\right) \sin^4\left(\frac{T\omega}{4}\right)$$

Cette fonction de sensibilité présente des annulations périodiques aux fréquences multiples de  $1/T$ . Si on étudie la fonction de sensibilité à haute fréquence, c'est à dire pour  $\omega \gtrsim \Omega_R$ , on peut remarquer que la durée finie des impulsions Raman se comporte simplement comme un filtre passe-bas d'ordre 2, de pulsation de coupure  $\omega_c = \pi\Omega_R/6$  [60].

## 2.3.2 Sensibilité aux Déphasages Inertiels

### 2.3.2.a Sensibilité à l'Accélération

L'interféromètre à 4 impulsions peut être vu comme deux interféromètres successifs à 3 impulsions, dont les sensibilités à l'accélération sont opposées. Nous avons vu que dans le cas d'une accélération continue le déphasage en sortie est strictement nul. Dans le cas d'une accélération dynamique, les deux demi déphasages ne se compensent plus. Nous étudierons en détail au chapitre 4 les sources de ce bruit d'accélération, et les stratégies mises en œuvre pour le réduire, le mesurer, et compenser le bruit de phase qu'il introduit. Avant cela, étudions la réponse fréquentielle de l'interféromètre à la densité de bruit d'accélération qui perturbe son environnement. Si le support de l'interféromètre est animé d'une accélération  $\vec{a}$ , alors l'évolution de la phase vue par les atomes est décrite par l'équation suivante :

$$\frac{d^2\phi(t)}{dt^2} = \vec{k}_{eff} \cdot \vec{a}(t)$$

Ce qui se réécrit, dans le domaine de Fourier :

$$\omega^2 \tilde{\phi}(\omega) = k_{eff} \tilde{a}(\omega)$$

### 2.3 Fonctions de sensibilité

On définit la fonction de sensibilité à l'accélération par :

$$|H_a(\omega)|^2 = \left[ \frac{\tilde{\Phi}}{\tilde{a}}(\omega) \right]^2$$

A partir de la relation de phase dans le domaine de Fourier, on exprime la fonction de sensibilité à l'accélération :

$$|H_a(\omega)|^2 = \left[ \frac{\tilde{\Phi}}{\tilde{a}}(\omega) \right]^2 = \left[ \frac{\tilde{\phi}}{\tilde{a}}(\omega) \right]^2 |H_\phi(\omega)|^2 = \frac{k_{eff}^2}{\omega^4} |H_\phi(\omega)|^2 \quad (2.8)$$

$$= 64 \frac{k_{eff}^2}{\omega^4} \sin^2\left(\frac{T\omega}{2}\right) \sin^4\left(\frac{T\omega}{4}\right) \quad (2.9)$$

Sur la figure 2.7 on trace la fonction de sensibilité à l'accélération  $|H_a(\omega)|^2$ , calculée pour  $2T = 480 \text{ ms}$ . Sur la même figure on ajoute la mesure de la densité spectrale de bruit d'accélération  $S_a(\omega)$  dans la direction des Raman. La variance attendue des mesures de phase est donnée par :

$$\sigma_\Phi^2 = \int_0^{+\infty} |H_a(\omega)|^2 S_a(\omega) d\omega$$

L'écart-type attendu est donc de 700 mrad coup à coup, soit  $\sim \pi/4$ . Cette caractérisation préliminaire nous montre que le bruit d'accélération semble être prédominant devant les autres bruits techniques (cf. chapitre 3), d'où la nécessité de développer une stratégie de contrôle et d'isolation des vibrations pour utiliser le gyromètre dans de bonnes conditions.

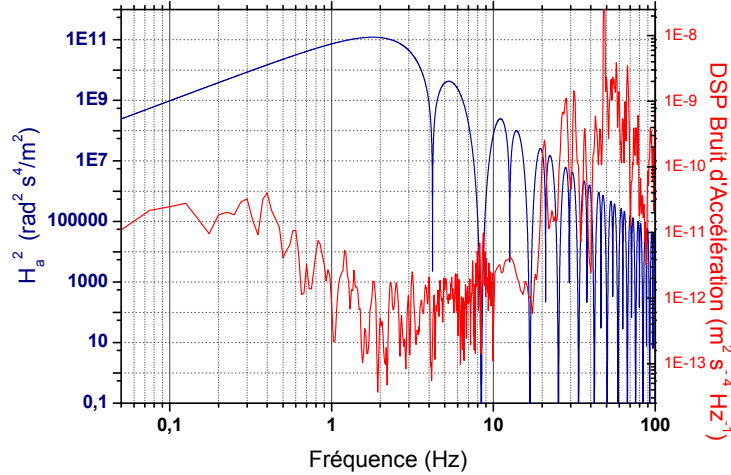


FIGURE 2.7 – Fonction de Transfert calculée pour  $2T = 480 \text{ ms}$  et DSP d'accélération dans la direction des lasers Raman, mesurée à l'aide d'un sismomètre installé sur le bâti du gyromètre à mi-hauteur entre les deux faisceaux

## 2.3.2.b Sensibilité à la Rotation

On suppose que l'interféromètre est soumis à une perturbation harmonique de rotation, notée  $\delta\Omega(t)$  selon l'axe  $\vec{e}_y$  :

$$\delta\Omega = \sqrt{2}\Omega_\omega \cos(\omega t + \phi)$$

On définit le repère  $\{x, y, z\}$  tel que l'axe  $Y$  soit confondu avec le vecteur instantané de rotation associé à la perturbation,  $\delta\vec{\Omega}(t)$ . On note  $L$  la distance de l'axe de rotation au centre des deux faisceaux, et  $h_{12}$  la distance inter faisceaux (cf. figure 2.8). Le gyromètre est sensible uniquement à la projection de la rotation orthogonale à son plan (telle que  $\vec{k}_{eff} \cdot \delta\vec{\Omega} = 0$ ). On considère que l'interféromètre est dans le plan  $\{X, Z\}$ , avec  $\vec{g} = g \cdot \vec{e}_z$ . On suppose enfin que l'amplitude de perturbation  $\Omega_\omega$  est suffisamment « petite » pour considérer que le déplacement de l'équipphase est négligeable devant  $L$  pendant le temps de chute libre des atomes.

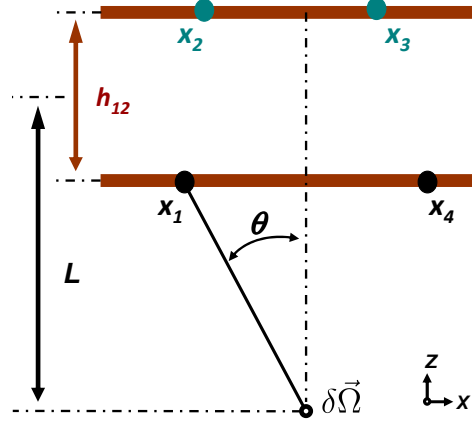


FIGURE 2.8 – Interféromètre en présence d'un bruit de rotation  $\delta\Omega$ . La distance du centre instantané de rotation à la seconde nappe laser est notée  $L + h_{12}/2$ .  $h_{12}$  est la distance inter-nappes. On note  $x_i$  la position de l'équipphase laser  $\Phi = 0$  aux instants des impulsions  $i$ . Le déplacement de cette équipphase entre deux impulsions est déduit en intégrant les équations du mouvement en présence du bruit de rotation  $\delta\Omega$

On réalise alors l'approximation de la position de l'équipphase laser par :

$$x(t_i) = \ell_i \tan \theta(t_i) = \ell_i \tan \left( \int_0^{t_i} \delta\Omega(t') dt' \right) \approx \ell_i \int_0^{t_i} \delta\Omega(t') dt'$$

L'interféromètre étant symétrique par rapport à l'apogée, on détermine facilement la distance inter-faisceaux :  $h_{12} = 3/16gT^2$ , avec  $2T$  le temps d'interaction total. Les positions de l'équipphase laser, aux instants  $t_i$ , sont donc :

$$\begin{cases} x_1(t_1) = -\theta_1 \left( L - \frac{3}{16}gT^2 \right) \\ x_2(t_2) = \theta_2 \left( L + \frac{3}{16}gT^2 \right) \\ x_3(t_3) = \theta_3 \left( L + \frac{3}{16}gT^2 \right) \\ x_4(t_4) = -\theta_4 \left( L - \frac{3}{16}gT^2 \right) \end{cases}$$

### 2.3 Fonctions de sensibilité

---

L'angle  $\theta(t)$  s'exprime :

$$\theta(t) = -\frac{\sqrt{2}\Omega_\omega}{\omega} \sin(\omega t + \phi)$$

Le déphasage vu par les atomes en chute libre s'écrit :

$$\Delta\Phi = \Phi_1 - 2\Phi_2 + 2\Phi_3 - \Phi_4 = k_{eff}(x_1 - 2x_2 + 2x_3 - x_4)$$

Après remplacement et développement du calcul, on obtient :

$$\Delta\Phi_\omega = -k_{eff} \cdot \frac{8\sqrt{2}\Omega_\omega}{\omega} \cos(\omega T + \phi) \sin\left(\frac{\omega T}{2}\right) \left[ L \cos^2\left(\frac{\omega T}{4}\right) + \frac{3}{16}gT^2 \sin^2\left(\frac{\omega T}{4}\right) \right]$$

On obtient alors l'expression de la fonction de transfert à la rotation, moyennée sur la phase arbitraire  $\phi$  :

$$|H_\Omega(L, \omega)|^2 = \left[ \frac{\Delta\Phi_\omega}{\Omega_\omega} \right]^2 = 64 \frac{k_{eff}^2}{\omega^2} \cdot \sin^2 \frac{\omega T}{2} \left[ L \cos^2 \frac{\omega T}{4} + \frac{3}{16}gT^2 \sin^2 \frac{\omega T}{4} \right]^2$$

Ces fonctions de sensibilité à l'accélération et à la rotation nous permettent d'estimer, dans un premier temps, la sensibilité de notre interféromètre à partir de spectres de bruit d'accélération. Dans un second temps, ces fonctions nous permettront de pondérer les mesures d'accélération en temps réel pour corriger la phase de l'interféromètre, et améliorer ainsi sa sensibilité.



## Chapitre 3

# Caractérisation des éléments du gyromètre

Dans ce chapitre, nous allons caractériser les différentes sous-parties du gyromètre et étudier leur influence sur la sensibilité de notre mesure inertielle. Dans un premier temps, nous présenterons succinctement les principales caractéristiques de l'enceinte à vide, qui constitue la « tête » du capteur inertielle. Nous étudierons ensuite la source atomique en présentant les étapes du refroidissement et de sélection pour préparer l'état quantique adéquat. Nous la caractériserons notamment par le **nombre d'atomes préparés**  $N_{at}$ , et par la **température** du nuage  $T$ . Nous nous intéresserons ensuite aux propriétés de la nouvelle détection de haute sensibilité assemblée durant ma thèse. Enfin, nous réaliserons une étude préliminaire de l'interféromètre dans une configuration Raman co-propageante, insensible aux effets inertiels.

### 3.1 Présentation générale du gyromètre

#### 3.1.1 Architecture

La figure 3.1 présente l'architecture générale du gyromètre :

- **L'enceinte à vide** (cf. § 3.1.2) est la « tête » du capteur, composée de 3 blocs distincts :
  - *La source atomique* permet la préparation de  $N$  atomes froids dans l'état quantique  $|F = 3, m_F = 0\rangle$
  - *L'interféromètre* réalise la séparation et la recombinaison cohérente du paquet d'onde
  - *Le système de détection* projette la fonction d'onde de l'atome dans la base  $|3\rangle, |4\rangle$
- **Les lasers** Raman et Refroidisseur sont générés sur deux bancs optiques et acheminés par fibre
- **Le contrôle et la mesure des paramètres expérimentaux** sont assurés par des asservissements d'électronique analogique, et un nouveau système de pilotage développé pendant ma thèse pour permettre des mesures entrelacées (cf. chapitre 5)

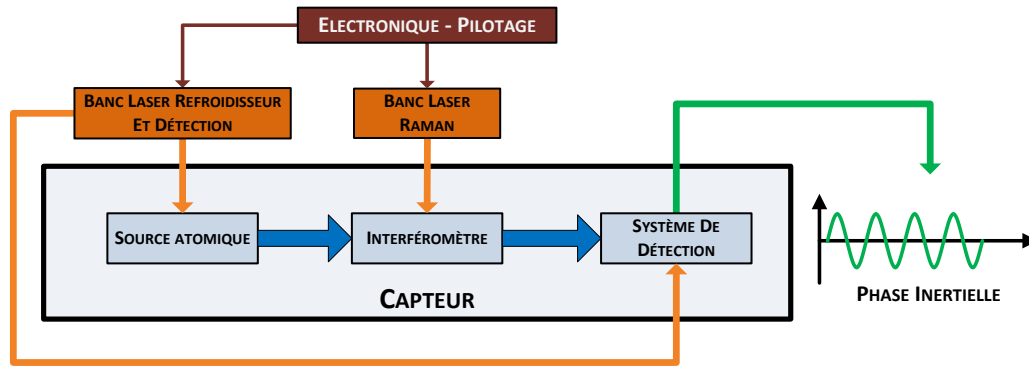


FIGURE 3.1 – Architecture du Gyromètre

### 3.1.2 Chambre d'expérience

L'ensemble du système à vide, ainsi que le piège magnéto-optique du nouveau gyromètre, ont été assemblés par Thomas Lévêque durant sa thèse, qui en détaille les principales caractéristiques [67]. L'enceinte à vide est maintenue à une pression résiduelle de  $10^{-10}$  hPa grâce à 2 pompes ioniques 2 L/s, 2 pompes ioniques 25 L/s et 2 pompes getter (50 L/s). La partie interféromètre est réalisée en 3 blocs de titane soudés par laser, l'enceinte comporte également 17 accès optiques en verre BK7 traités antireflets à  $\lambda = 852$  nm permettant de multiples configurations interférométriques. Le titane est un matériau rigide et amagnétique, présentant une faible conductivité électrique ( $2,34 \cdot 10^6$  S.m<sup>-1</sup>) permettant de réduire fortement les courants de Foucault induits. Il s'agit de plus d'un matériau de choix pour l'ultra-vide, dans la mesure où il présente une désorption très faible après étuvage.

Deux couches de blindages magnétiques réalisés en mu metal (alliage composé à 80% de nickel, 15% de fer, et 5% de molybdène) permettent d'isoler l'expérience des champs magnétiques extérieurs. Le facteur d'atténuation théorique est estimé à 500. Il est bien vérifié en mesurant le champ résiduel au niveau du piège à moins de 1 mG, mesure que l'on peut comparer à celle du champ magnétique terrestre de l'ordre de 500 mG.

### 3.1 Présentation générale du gyromètre

---

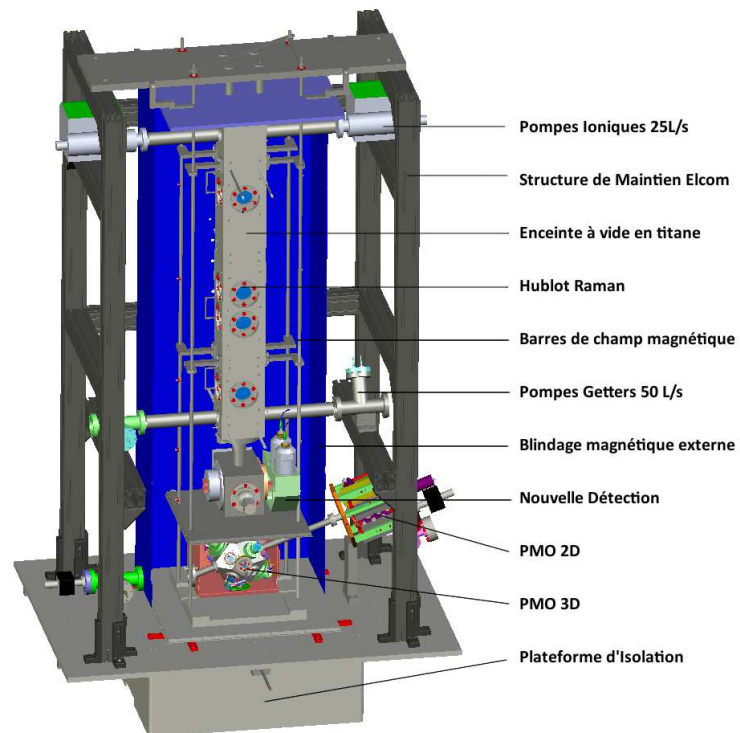


FIGURE 3.2 – Description des composants du gyromètre

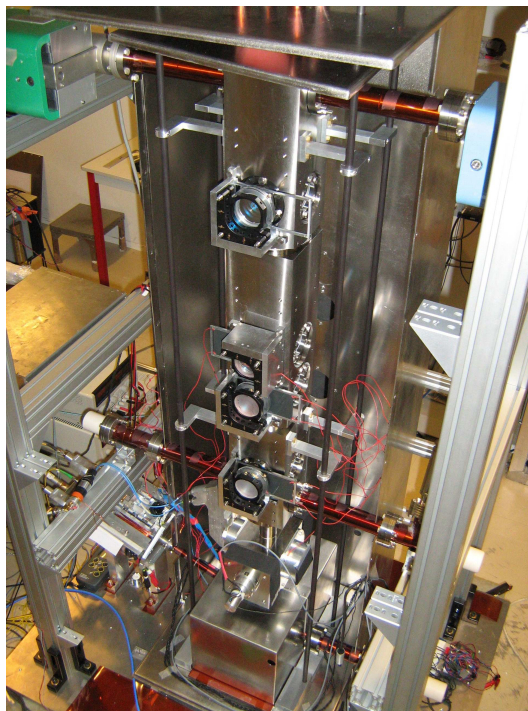


FIGURE 3.3 – Photographie du système à vide assemblé



## 3.2 Caractérisation de la source atomique

La phase de préparation atomique est déterminante pour la sensibilité du signal de l'interféromètre. Le refroidissement des atomes par le piège magnéto-optique doit permettre d'atteindre une dispersion en vitesse  $\sigma_v = \sqrt{\frac{k_B T}{M}}$  du nuage, suffisamment faible pour :

1. Ne pas limiter l'efficacité des transitions Raman
2. Limiter sa dispersion en position afin de détecter *l'ensemble* du nuage

D'autre part, le nombre d'atomes préparés détermine le rapport signal à bruit de la détection : la variance de ce dernier décroît en effet comme  $1/N$  pour le bruit projection quantique, limite fondamentale de détection.

Cette partie a pour objectif de présenter les outils nécessaires à la préparation du nuage d'atomes froids : l'optimisation et la mesure de sa température, et la caractérisation du nombre d'atomes préparés.

### 3.2.1 Banc de Refroidissement

#### 3.2.1.a Le banc de refroidissement

Nous allons décrire succinctement la génération des différentes fréquences utiles sur le banc de refroidissement [65]. Celui-ci comporte deux lasers maîtres montés en cavités étendues disposant chacune d'un filtre interférentiel intra-cavité permettant de sélectionner finement la longueur d'onde [68]. Le laser Repompeur est asservi sur le croisement de niveaux  $|6S_{1/2}, F = 3\rangle \rightarrow |6P_{3/2}, F' = 2 - 3\rangle$  grâce à une technique de spectroscopie d'absorption saturée. Ce laser est superposé aux lasers de refroidissement afin d'optimiser leur efficacité [30].

Le laser Refroidisseur est asservi par battement avec le laser Repompeur proche de la transition  $|6S_{1/2}, F = 4\rangle \rightarrow |6P_{3/2}, F' = 5\rangle$ . Un photoconducteur rapide (Hamamatsu G4176, Bande passante 15 GHz) mesure le battement optique et délivre un signal micro-onde à 8,8 GHz qui est comparé à une référence de fréquence à 9,2 GHz. Un convertisseur fréquence tension permet de réaliser la comparaison avec une tension de référence délivrée par l'ordinateur. Le signal d'erreur est ensuite filtré : la partie haute fréquence de l'erreur est corrigée par ajustement du courant de la diode maître du refroidisseur, alors que la partie basse fréquence est corrigée par un actionneur piezoélectrique qui modifie la longueur de la cavité.

La fréquence primaire est issue d'un Quartz Wenzel asservi sur le MASER à Hydrogène à 100 MHz du SYRTE. Une diode SRD (Step Recovery Diode) génère un peigne de fréquence, que l'on filtre afin d'extraire les références à 9,2 GHz (pour le refroidissement) et à 9,0 GHz (pour la sélection micro-onde).

Le laser Refroidisseur injecte deux diodes lasers esclaves ( $P = 150\text{ mW}$ ). Quatre modulateurs acousto-optiques (MAO) indépendants sont utilisés pour contrôler finement la fréquence et la puissance de chaque faisceau, avec un faible temps de réponse ( $\sim 160\text{ ns}$ ). Le

### 3.2 Caractérisation de la source atomique

laser 1 injecte les 2 fibres primaires du PMO 3D (Haut & Bas), tandis que le laser 2 injecte le PMO 2D et la fibre de détection.

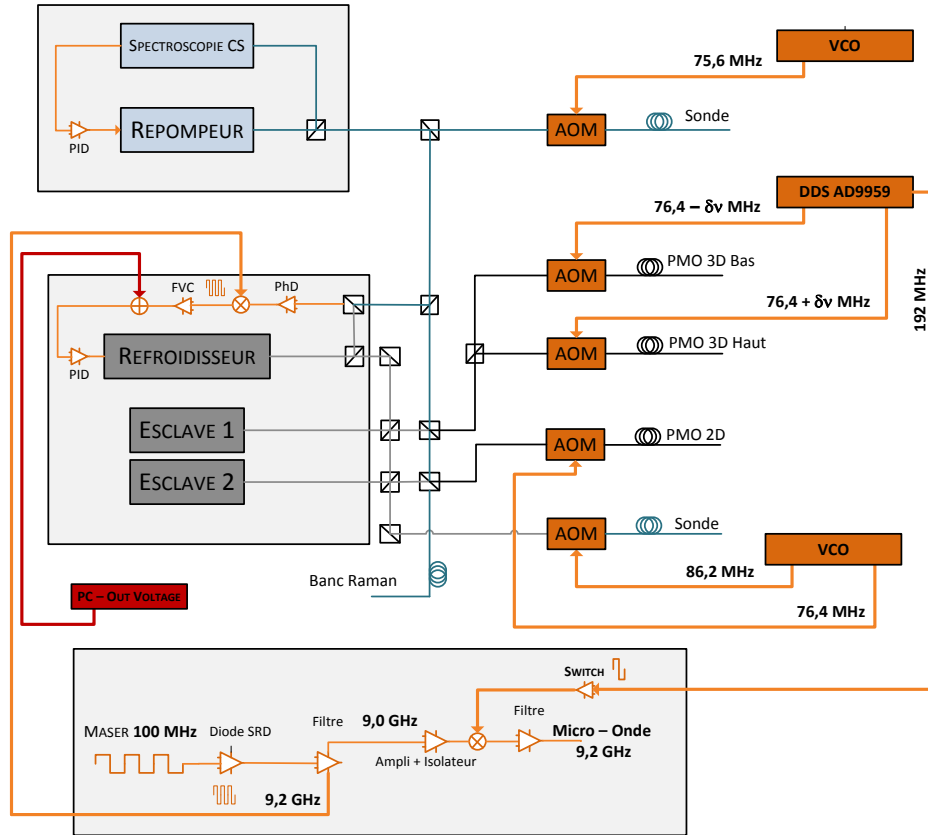


FIGURE 3.4 – Schéma fonctionnel du banc laser refroidisseur : en bas, le bloc de génération de fréquences est asservi sur le Maser à Hydrogène et permet d’asservir les fréquences optiques. En haut, le laser repompeur est asservi par spectroscopie d’absorption saturée : il permet d’asservir à son tour le refroidisseur. Ce dernier alimente deux lasers esclaves pour les PMO dont les fréquences sont ajustées finement par des AOM contrôlés par VCO ou DDS

#### 3.2.2 Cycle de préparation

**PMO 2D** Un piège magnéto-optique à deux dimensions (PMO 2D) permet de confiner les atomes issus d’un réservoir de Césium et de les pousser vers le centre du piège magnéto-optique 3D (PMO 3D). Ce type de piège nous permet d’obtenir une vitesse de chargement très élevée [69, 70], nécessaire pour atteindre des grandes fréquences de cycle. Le laser refroidisseur est amplifié en injectant une diode esclave, et le faisceau est ensuite divisé en 3 : un laser pousseur, et deux lasers pièges. Ces deux lasers sont chacun divisés en 3 (par deux cubes séparateurs, et un miroir) afin d’illuminer la zone de piège 2D dans les deux directions  $x, y$ . Le PMO 2D est allumé 50 ms avant le début du chargement du piège, et coupé 10 ms avant la fin pour ne pas perturber les phases suivantes (mélasse, lancement) par la lumière parasite.

**PMO 3D** Le PMO 3D est chargé typiquement 250 ms : les lasers sont désaccordés à  $-\Gamma$  et l'intensité de chaque faisceau piège est de  $I_{sat}/2$ , soit une intensité moyenne de  $3I_{sat}$ .

**Mélasse Optique** Le gradient de champ magnétique est ensuite coupé, et les atomes sont conservés dans une mélasse optique [71] durant 6 ms en désaccordant les faisceaux piège à  $-5\Gamma$ .

**Lancement** Un synthétiseur de fréquence numérique (DDS : Direct Digital Synthesis) change de manière symétrique le désaccord des faisceaux piège haut et bas, afin de créer un référentiel en mouvement pour les atomes. Les faisceaux bas sont désaccordés vers le bleu de la transition, alors que les faisceaux du haut sont désaccordés vers le rouge. La puissance des faisceaux du haut est diminuée par rapport à ceux du bas en diminuant la puissance RF envoyée aux amplificateurs des modulateurs acousto-optiques (MAO). Des atténuateurs commandés en tension sont pilotés par l'ordinateur, dont la tension de commande prend en compte la réponse non linéaire des amplificateurs RF. L'accélération communiquée par cette différence de puissance permet aux atomes « d'accrocher » le référentiel en mouvement, dont la vitesse est définie par la condition de résonance Doppler avec les lasers :  $v_0 = \frac{\sqrt{3}}{2}\delta f\lambda$  [33] [72].

**Refroidissement sub-Doppler** les puissances lasers sont rééquilibrées à l'issue de la phase précédente, et les lasers sont progressivement désaccordés à  $-20\Gamma$  durant 1 ms.

**Ouverture adiabatique** la puissance des faisceaux piège est progressivement coupée pendant une durée de 1,2 ms pour atteindre une température finale de  $1,5 \mu K$  [35].

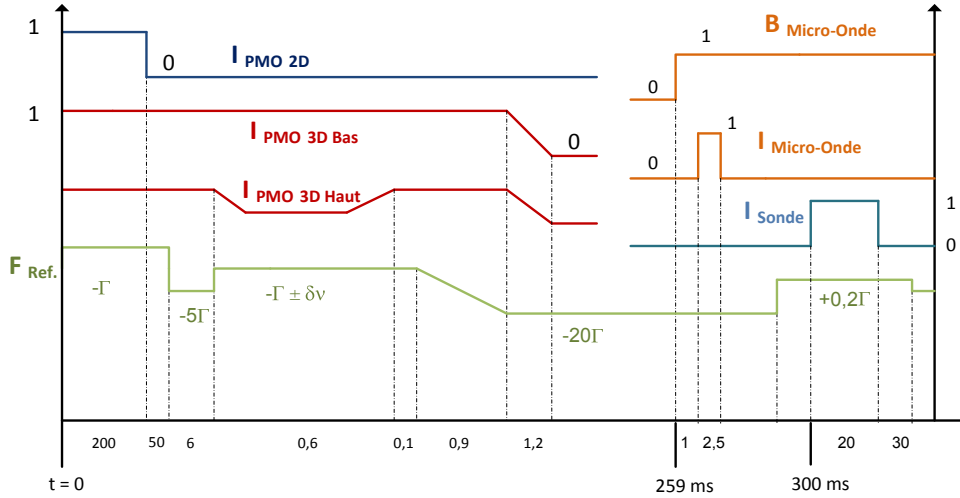


FIGURE 3.5 – Définition des paramètres expérimentaux optimaux pour la préparation du nuage : fréquences et intensités des lasers du PMO, champ magnétique de biais et impulsion de sélection micro-onde (instants d'allumage, durées), fréquence et instant d'allumage de l'impulsion pousseur

**Sélection micro-onde** les atomes quittent le piège avec une vitesse initiale  $v_0$  dans l'état  $F=4$ . Cet état n'est pas pur, il est en effet dégénéré et constitué de 9 sous niveaux Zeeman,  $m_F = -4, \dots, 0, \dots, +4$  dont la distribution est quasiment équirépartie. Nous

sélectionnons un état pur tel que  $m_F = 0$  qui présente l'avantage de ne pas être sensible au champ magnétique au premier ordre, contrairement aux autres  $m_F$ . Nous appliquons un champ magnétique de quantification à l'aide de 2 bobines en configuration Helmholtz, pour lever la dégénérescence. Une antenne micro-onde à 9.192 GHz permet alors de réaliser la transition  $\pi$  entre les états  $|F = 4, m_F = 0\rangle$  et  $|F = 3, m_F = 0\rangle$ . Les atomes restants dans l'état  $F=4$  sont poussés par pression de radiation à l'aide des lasers de détection.

### 3.2.3 Caractérisation du piège

#### 3.2.3.a Stabilisation thermique de la salle d'expérience

Lorsque j'ai démarré mon doctorat en octobre 2010, le système de climatisation de la salle d'expérience a dû être entièrement remplacé, nous obligeant à éteindre l'ensemble des systèmes lasers pendant plus de 2 mois. L'armoire de climatisation a été installée à l'extérieur de la salle, réduisant l'impact des vibrations sur le gyromètre, et le flux d'air a également été optimisé. Le point de fonctionnement nominal de la climatisation est à  $21,0^\circ \text{C}$  avec un écart-type de  $0,2^\circ \text{C}$  sur 10 jours d'acquisition de la température. L'asservissement de température présente un cycle caractéristique très net de 30 minutes, et l'amplitude crête à crête des variations de température est de  $\pm 0,9^\circ \text{C}$ .

Suite à l'arrêt des bancs optiques pendant cette période, il a été nécessaire d'optimiser l'ensemble de l'expérience et de changer certains composants : les diodes lasers esclaves arrivant ainsi en fin de vie ( $\sim 100000$  heures d'utilisation), nous avons remplacé entre autres la diode esclave du PMO 2D. Celle-ci délivrait en effet une puissance de 66 mW pour un courant de 186 mA, alors que la puissance nominale attendue est de 150 mW. Or la vitesse de chargement du piège 3D dépend de manière critique de l'étape de chargement par le PMO 2D.

#### 3.2.3.b Mesure du nombre d'atomes piégés

Le nombre d'atomes dans le piège est estimé en mesurant sa fluorescence grâce à un système qui a une efficacité de collection  $\rho = 0.25\%$ , et comporte une photodiode de sensibilité  $\eta = 0.55 \text{ A/W}$  à 852 nm, ainsi qu'un montage amplificateur transimpédance de gain  $1 \text{ M}\Omega$ . Le nombre de photons émis par atome et par seconde est donné par :

$$n_{\gamma/s} = \frac{\Gamma}{2} \frac{s}{1 + s + (2\delta/\Gamma)^2} \quad \text{avec} \quad s = \frac{I}{I_{sat}} \quad (3.1)$$

$$\text{On en déduit} \quad V = R \cdot \eta \cdot \rho \left( \frac{hc}{\lambda} \right) N_{At} n_{\gamma/s} \quad (3.2)$$

La sensibilité du piège est donc de  $N_P = 5,6 \cdot 10^5$  atomes/mV. Avant le changement de la diode esclave du PMO 2D, le taux de chargement du piège était de  $9,0 \cdot 10^7$  atomes/s, soit  $2,2 \cdot 10^7$  atomes chargés en 250 ms. Après remplacement, la vitesse de chargement a été multipliée par un facteur 10, soit un taux de  $9,6 \cdot 10^8$  atomes/s.

Le chargement du piège suit une exponentielle avec un temps de chargement caractéristique  $\tau = 550 \text{ ms}$  et atteint son chargement maximal à  $N_{max} = 5,3 \cdot 10^8$  atomes. Pour estimer la qualité du vide on mesure le temps de vie du piège : pour cela, on charge le nombre maximal d'atomes et on coupe le PMO 2D. Le nombre d'atomes piégés suit alors une décroissance exponentielle, dont le temps caractéristique est le temps de vie du piège. On mesure  $\tau_{\text{vie}} = 5,5 \text{ s}$  : ce temps est relativement grand devant le temps de vol des atomes dans l'enceinte à vide ( $t_{\text{vol}} \sim 1 \text{ s}$ ), pour que les collisions avec le gaz résiduel ne conduisent pas à une perte significative d'atomes.

### 3.2.3.c Stabilisation du nombre d'atomes lancés

La qualité du piège dépend de manière critique de l'alignement des 6 faisceaux qui le composent, et de l'équilibrage de leurs puissances respectives. Pour réaliser l'alignement de ces faisceaux, nous procédons en 2 temps : les faisceaux du bas sont tout d'abord alignés par auto-collimation, grâce à un miroir vissé sur le hublot opposé. La précision de l'alignement par ce miroir de référence est de  $50 \mu\text{rad}$ , égale à la tolérance mécanique sur le parallélisme des faces. Les faisceaux du haut sont alignés en les injectant dans la fibre leur faisant face. L'orientation d'un collimateur est réalisée grâce à 4 vis qui compressent un joint en caoutchouc ; le débattement angulaire accessible est alors de quelques  $\text{mrad}$  et la tolérance sur l'injection définit notre tolérance sur l'orthogonalité des 6 faisceaux à  $100 \mu\text{rad}$ .

Après avoir aligné les faisceaux du PMO 3D, nous avons constaté que le nombre d'atomes lancés présentait des fluctuations importantes, de près de 30 à 50% coup à coup. En observant le piège, nous avons pu constater que celui-ci se scindait en plusieurs petites pelotes et présentait une dissymétrie importante.

**Une explication possible est la suivante :** la tolérance mécanique ( $\theta \sim 100 \mu\text{rad}$ ) sur l'alignement des faisceaux peut créer un coin d'air, malgré une procédure d'alignement rigoureuse. L'interfrange typique occasionné est de l'ordre de  $\sim 8 \text{ mm}$ , d'une taille comparable au piège, créant alors un réseau de franges brillantes et sombres qui le perturbe.

**Notre solution** consiste à incliner symétriquement les faisceaux du piège par rapport à la direction de lancement. Le nombre d'atomes lancés est ainsi stabilisé : l'écart-type des fluctuations est de l'ordre de 1%, soit 30 fois plus stable.

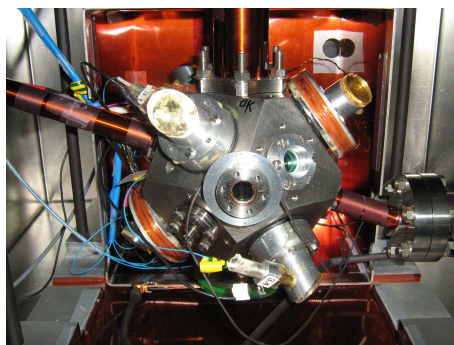


FIGURE 3.6 – Photographie du Piège Magnéto-Optique 3D

### 3.2.4 Lancement des atomes

#### 3.2.4.a Contrôle du lancement

Le gyromètre que nous avons développé repose sur une configuration en fontaine, où les atomes sont lancés verticalement : de nombreux hublots permettent de varier les configurations interférométriques, les temps d'interaction, et donc les vitesses de lancement (comprises entre 3 et 5 m/s). Pour faciliter l'étude de ces configurations et automatiser certains tests, nous avons développé une source de génération de fréquences pilotée par l'ordinateur.

Il s'agit d'une DDS Analog Devices 9959 (Direct Digital Synthetiser) comportant 4 voies synchronisées, d'une résolution en fréquence de 32 bits chacune, synchronisées sur un signal d'horloge à 500 MHz. La communication avec la DDS est réalisée par port ethernet : la définition des fréquences et des modes de fonctionnement (rampes, modulation, ...) est réalisée en modifiant la valeur des registres du micro-contrôleur pilotant l'ensemble des 4 cœurs DDS. Pour le lancement, 2 signaux TTL permettent de contrôler le désaccord symétrique en fréquence des 2 voies nécessaires au lancement.

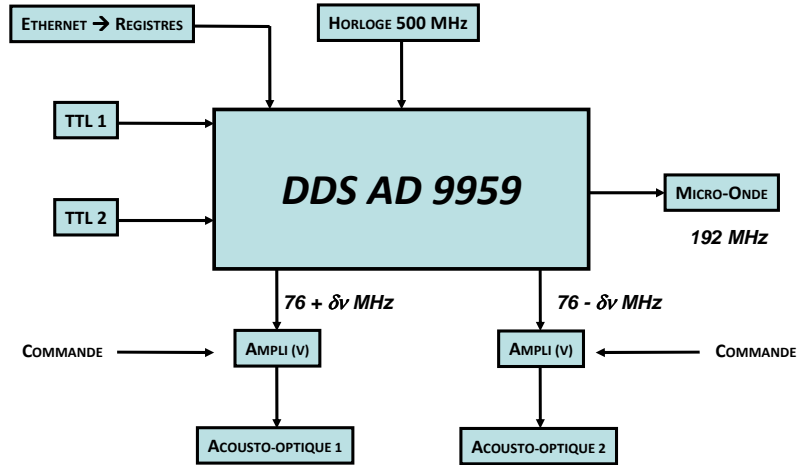


FIGURE 3.7 – Nouvelle DDS pour la synthèse des fréquences Piège/Lancement et Micro-Onde. Deux sorties sont dédiées au contrôle des fréquences du piège : un signal logique permet de déclencher une rampe symétrique de fréquence entre les lasers « haut » et « bas » afin de réaliser le lancement.

#### 3.2.4.b Nombre d'atomes lancés

Une détermination précise du nombre d'atomes lancés n'est pas nécessaire puisque le signal utile est la probabilité de transition vers l'état  $|F = 4, m_F = 0\rangle$  : la normalisation par le nombre total d'atomes détectés (en unités arbitraires) est suffisante. Il est cela dit intéressant de connaître le nombre d'atomes lancés pour étalonner la détection et ainsi définir la limite de sensibilité liée au bruit de projection quantique. Pour estimer le nombre d'atomes lancés, on utilise le faisceau sonde à la montée. On mesure la puissance absorbée sur le faisceau par les atomes, dans le régime de faible saturation :  $I_{sat}$  ( $\sim 30 \mu W/cm^2$ ), le paramètre de

saturation est très petit devant 1 ( $s \ll 1$ ). En se plaçant à résonance ( $\delta \simeq 0$ ), on obtient la formule approchée suivante :

$$N_{at} = P_{abs} / \left[ \frac{\Gamma}{2} \frac{I}{I_{sat}} \frac{hc}{\lambda} \right]$$

On réalise cette mesure pour  $N_P = 6 \cdot 10^7$  atomes dans le piège, et on détecte  $N_L = 2,4 \pm 0,2 \cdot 10^7$  atomes par absorption dans la sonde, soit un taux de lancement proche de 40%. On étudie ensuite l'évolution du nombre d'atomes lancés avec le nombre d'atomes piégés.

Concernant l'évolution de ce rapport en fonction du nombre d'atomes préparés pendant la phase piège, la tendance suivie est du type  $N_{max} \cdot (1 - e^{-N/N_0})$  comme le montre la figure 3.8. Seuls les atomes du centre du piège sont effectivement lancés, alors que la densité du piège au centre arrive à saturation dans le régime des grands nombres d'atomes, étant de fait limitée par les collisions inter atomiques. Lorsque le piège est chargé plus longtemps, les atomes chargés par le PMO 2D viennent peupler la périphérie et sont lancés avec une efficacité qui décroît.

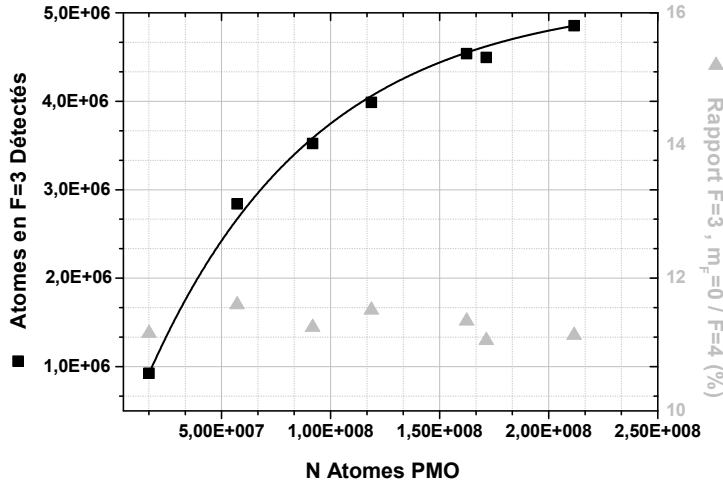


FIGURE 3.8 – Axe gauche : Nombre d'atomes transférés par la micro-onde dans l'état  $F = 3, m_F = 0$  et détectés par fluorescence, en fonction du nombre d'atomes piégés. Axe droit : On réalise la même mesure dans l'état  $F = 4$ , tous  $m_F$  confondus. On calcule alors la fraction d'atomes sélectionnés dans  $|F = 3, m_F = 0\rangle$  et on obtient les  $\simeq 1/9$  attendus

### 3.2.5 Sélection micro-onde

#### 3.2.5.a Préparation d'un état quantique pur

Pendant la phase de piège, les atomes sont préparés dans l'état  $|6S_{1/2}, F = 4\rangle$ . Cet état est dégénéré, et présente 9 sous-niveaux  $m_F = -4, \dots, 0, \dots, +4$ . Nous créons un état pur en sélectionnant un seul de ces sous-niveaux, et l'état  $m_F = 0$  est le plus approprié dans notre cas, puisqu'il est **insensible au champ magnétique au premier ordre** [73]. Pour réaliser cette sélection, nous utilisons une impulsion micro-onde à la fréquence d'horloge

### 3.2 Caractérisation de la source atomique

$f_{horloge} = 9,19263177 \text{ GHz}$  délivrée par une antenne placée sous l'enceinte à vide du PMO 3D. Les atomes restants sont poussés par les faisceaux sondes qui sont allumés au moment de leur passage.

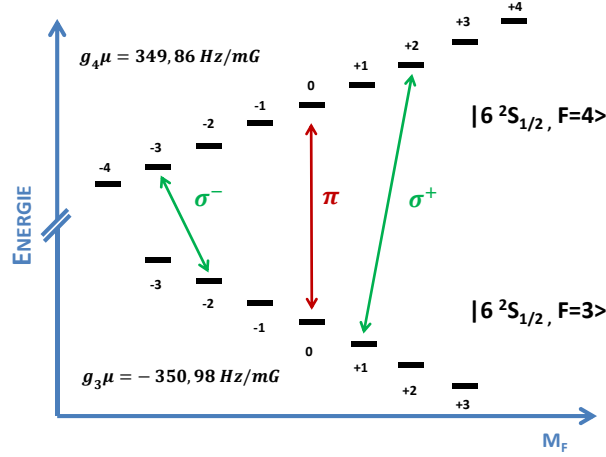


FIGURE 3.9 – Levée de dégénérescence des niveaux  $|6^2S_{1/2}, F = 3\rangle$  et  $|6^2S_{1/2}, F = 4\rangle$  en présence d'un champ magnétique de biais. On représente le diagramme d'énergie des sous-niveaux hyperfins  $m_F$  et les transitions autorisées  $\Delta m_F = 0, \pm 1$  en présence d'un champ dont la polarisation est  $\pi$  ou  $\sigma^\pm$

#### 3.2.5.b Génération de la fréquence micro-onde

Un générateur de peigne de fréquences nous permet de synthétiser des harmoniques de notre source de fréquence primaire à 100 MHz (le MASER du SYRTE). Un filtre passe-bande étroit nous permet de sélectionner l'harmonique à 9,0 GHz que nous amplifions. La DDS 4 cœurs génère par ailleurs une fréquence à 192 MHz finement ajustable en fréquence, et en puissance (grâce à un atténuateur variable commandé en tension). Un mélangeur micro-onde et un filtre permettent de générer la fréquence de transition d'horloge du Césium ( $>60 \text{ dB}$  d'atténuation pour les harmoniques à 9,1 et 9,2 GHz) avec une puissance de sortie nominale de 17 dBm.

L'antenne micro-onde est placée sous l'enceinte à vide; elle est réalisée en cuivre, et dispose d'un connecteur SMA non magnétique. L'orientation de l'antenne est critique : en effet, pour réaliser une transition entre les deux sous-niveaux  $m_F = 0$  il faut générer un rayonnement dont le dipôle est parallèle à l'axe de quantification, ici défini par le champ magnétique. Pour sélectionner un mode TEM, on positionne l'antenne à une distance  $\lambda/4$  d'un plan conducteur (définissant une condition aux limites) et on oriente le dipôle électrique perpendiculairement à l'axe des bobines (polarisation  $\Pi$ ).

Le champ magnétique de quantification pour les transitions Raman est généré par 4 grandes barres parcourues par un courant  $I=1\text{A}$ ; le champ au centre de la zone interférométrique est de 80 mG, horizontal suivant x. Le PMO 3D est isolé du champ magnétique généré par



un blindage individuel, qui l'atténue d'un facteur 25. Pour obtenir un champ nul pendant la mélasse, on compense le champ des barres par un champ de biais, de valeur 3,2 mG. Celui-ci sera alors inversé pendant la phase de sélection micro-onde, pour définir le champ de quantification (de l'ordre de 5 mG) .

### 3.2.5.c Caractérisation de la Sélection Micro-Onde

**Spectre micro-onde** Les règles de sélection entre sous-niveaux  $m_F$  n'autorisent que les transitions telles que  $\Delta m_F = -1, 0, +1$  correspondant à des polarisations respectivement  $\sigma^-$ ,  $\pi$ ,  $\sigma^+$ . A partir de la théorie des perturbations, on peut calculer les énergies propres des sous niveaux Zeeman en régime de champ faible :  $\Delta E_{|F, m_F\rangle} = \mu_B g_F m_F B_z$ . A partir du spectre micro-onde, on peut donc mesurer  $\Delta E$  pour différentes transitions, et ainsi déduire la valeur du champ magnétique avec une assez bonne précision. Sur la figure 3.10 on peut voir un spectre réalisé en balayant la fréquence de la DDS, on observe l'ensemble des 21 transitions autorisées : 7 transitions  $\pi$ , 7 transitions  $\sigma^+$ , 7 transitions  $\sigma^-$ . Comme les facteurs de Landé sont très proches, on ne peut pas résoudre la différence de fréquence entre une transition  $\sigma^+$  couplant les états  $|3, m_F\rangle$  et  $|4, m_F + 1\rangle$ , et une transition  $\sigma^-$  couplant les états  $|3, m_F + 1\rangle$  et  $|4, m_F\rangle$ .

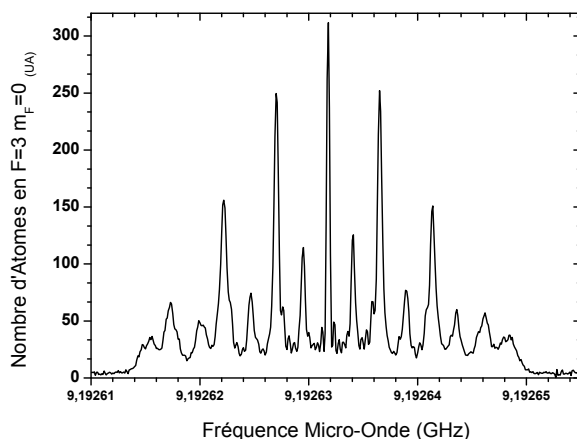


FIGURE 3.10 – Spectre micro-onde réalisé en changeant la fréquence de l'impulsion de sélection et en mesurant le nombre d'atomes dans l'état  $|6^2S_{1/2}, F = 3, m_F\rangle$ . La polarisation de l'antenne permet de réaliser à la fois des transitions  $\pi$  et des transitions  $\sigma^\pm$

**Champ magnétique résiduel** On réalise un spectre micro-onde en appliquant seulement le champ de compensation. La largeur de ce spectre permet de borner la valeur du champ magnétique résiduel : la transition entre les sous-niveaux  $|F = 3, m_F = 3\rangle$  et  $|F = 4, m_F = 4\rangle$  avec une polarisation  $\sigma^+$  présente un écart de fréquence donné par  $\delta\nu = m'_{F=4}g_4\mu_B - m_{F=3}g_3\mu_B \sim 2,2\text{kHz}$  d'où on déduit  $B_{res.} < 1,2\text{mG}$

**Oscillations de Rabi Micro-Onde** A l'aide d'un synthétiseur micro-onde, on réalise une série de mesures pour différentes puissances en sortie de l'antenne, que l'on a préalablement

étalonnée. On réalise ces mesures pour différentes durées, et on présente sur la figure 3.11 les oscillations de Rabi pour des durées d’impulsions  $\delta t = 5, 7$  et  $10$  ms et commençant à  $t = 8,5$  ms après le lancement des atomes. Les oscillations de Rabi sont réalisées pour la transition d’horloge à  $9,192631770$  GHz en polarisation  $\pi$  : le premier maximum de chaque série est atteint pour  $\Omega_{Rabi} \cdot \delta t = \pi$ . On remarque que, pour une durée d’impulsion de  $10$  ms,

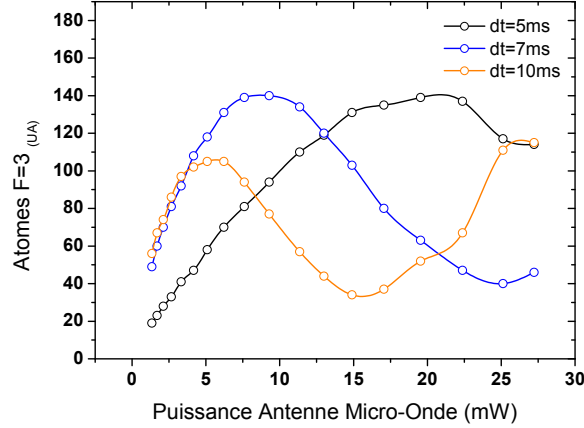


FIGURE 3.11 – Oscillations de Rabi réalisées pour différentes durées d’impulsion de sélection micro-onde, en variant la puissance en sortie de l’antenne.

le maximum de la transition micro-onde chute de  $\sim 30\%$ . Durant cet intervalle de temps, les atomes se sont déplacés de  $\sim 30$  mm : on peut supposer que le champ vu par les atomes n’a pas été homogène à l’intérieur de l’enceinte à vide. Celle-ci peut en effet être à l’origine de réflexions parasites du champ micro-onde.

**Homogénéité du Champ Magnétique** Les bobines de compensation/sélection sont relativement petites ( $\phi = 40$  mm) : les atomes voient donc un gradient de champ si le temps d’interrogation micro-onde est grand devant le temps caractéristique de passage des atomes au centre des bobines. La vitesse caractéristique des atomes étant de l’ordre de  $v = 3,0$  m/s la fenêtre temporelle où  $B$  est homogène est de l’ordre de  $\pm 5$  ms. La figure 3.12 montre différents spectres micro-onde pour une même durée d’impulsion  $\delta t = 6$  ms, suffisamment courte pour que le champ soit homogène durant la durée de l’impulsion. On modifie l’instant d’allumage de l’impulsion micro-onde pour « cartographier » le champ, à  $t = 10, 13, 16$  et  $19$  ms après le lancement des atomes. On observe alors que la transition magnétique  $|F = 3, m_F = 0\rangle$  vers  $|F = 4, m_F = +1\rangle$  présente des oscillations importantes, la présence d’un double pic, et un déplacement de la transition de quelques centaines de Hz. Ce phénomène n’impacte pas la sélection de l’état  $m_F = 0$  mais nous limitera pour la réalisation d’une sélection magnétique dans le cadre du fonctionnement jointif (chapitre 5).

#### 3.2.6 Température des Atomes

Nous avons étudié en détail, au chapitre 2, les concepts clés nécessaires à la compréhension des transitions Raman stimulées à 2 photons. Elles nous permettent de manipuler de manière

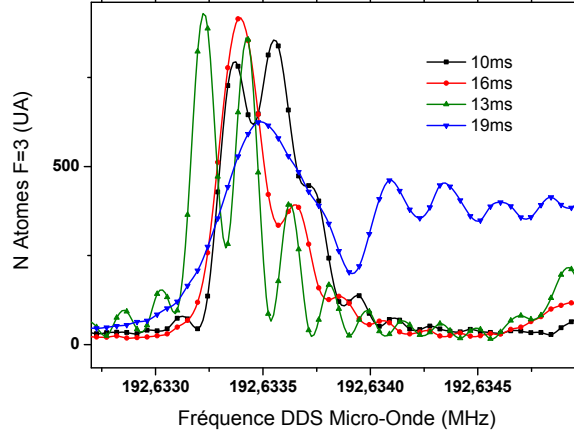


FIGURE 3.12 – Spectres Micro-Onde pour différents instants d’allumage du champ, autour de la transition  $|F = 3, m_F = 0\rangle$  vers  $|F = 4, m_F = +1\rangle$

cohérente les paquets d’ondes atomiques, en réalisant des séparatrices et des miroirs atomiques. Leur efficacité dépend principalement de la température de la source atomique : en effet, la distribution en vitesse des atomes donne lieu à un désaccord Doppler, réduisant ainsi l’efficacité du transfert atomique (on parle de sélectivité en vitesse).

D’autre part, l’énergie thermique de la source se traduit en énergie cinétique d’après la loi de Boltmann : par un phénomène d’expansion balistique, la distribution de vitesse de la source conduit à une augmentation de la taille du nuage au cours du temps. On a en effet :

$$\sigma_R = t \cdot \sqrt{\frac{k_B T}{M}}$$

Lorsque cette taille devient significative devant la taille du faisceau l’efficacité du transfert diminue également, puisque les atomes périphériques du nuage voient alors une pulsation de Rabi effective plus faible.

Ces deux effets cumulés de dispersion en position et en impulsion se traduisent directement sur l’interféromètre par une chute du contraste, et donc la diminution du « Rapport Signal à Bruit » (RSB). Enfin, la dispersion en position du nuage est filtrée par la détection, réduisant le nombre d’atomes détectés et par conséquent également le RSB.

### 3.2.6.a Méthode par spectroscopie Raman Contra Propageante

**Sélectivité en vitesse** La probabilité de transition Raman s’écrit

$$P = \left( \frac{|\Omega_{eff}|}{\Omega_r} \sin \frac{\Omega_r \tau}{2} \right)^2 \text{ avec } \Omega_r = \sqrt{|\Omega_{eff}|^2 + (\vec{v} \cdot \vec{k}_{eff})^2}$$

dans le cas où le désaccord  $\delta$  est uniquement dû à l’effet Doppler. Si on considère une durée d’impulsion  $\tau$  telle que, pour une classe de vitesse nulle, on réalise une transition  $\pi$  ( $\Omega_{eff} \tau = \pi$ ), alors pour une classe de vitesse donnée  $\vec{v}$  la probabilité de transfert peut se

réécrire :

$$P(\vec{v}) = \left(\frac{\pi}{2}\right)^2 \left[ \text{sinc} \left( \frac{\pi}{2} \sqrt{1 + (\vec{v} \cdot \vec{k}_{eff}/|\Omega_{eff}|)^2} \right) \right]^2$$

On constate de cette manière que plus la durée de l'impulsion Rabi est courte, et moins l'impulsion est sélective en vitesse. Autrement dit, pour une pulsation de Rabi élevée ( $|\Omega_{eff}| = \frac{\pi}{\tau}$ ), la condition de résonance sera vérifiée pour une distribution de vitesse plus large. On peut enfin comprendre cela simplement par la Transformée de Fourier : plus l'impulsion est courte, et plus sa largeur spectrale est grande, adressant ainsi des classes de vitesses dont les désaccords Doppler sont d'autant plus loin de la résonance. On définit la sélectivité en vitesse de l'impulsion par

$$S_v = \frac{|\Omega_{eff}|}{5k_{eff}}$$

correspondant à la demi-largeur à mi-hauteur de la distribution en vitesse qui est adressée par l'impulsion Raman.

**Distribution en vitesse du nuage** On peut modéliser la distribution en vitesse du nuage atomique par une distribution normale, de la forme

$$p(v) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_v} \exp\left(-\frac{v^2}{2\sigma_v^2}\right)$$

La température du nuage atomique est directement liée à l'écart-type de vitesse du nuage :

$$\sigma_v = \sqrt{\frac{k_B T}{M}}$$

Afin d'estimer correctement  $\sigma_v$ , il faut donc choisir une durée d'impulsion suffisamment longue pour éviter le phénomène de convolution dû à la largeur spectrale de l'impulsion Raman. Avec une durée d'impulsion  $\tau_\pi = 240 \mu s$ , la sélectivité en vitesse est de  $S_v = 0,06 v_{rec}$  où  $v_{rec}$  est la vitesse de recul communiquée à l'atome par l'absorption d'un photon. La limite de température correspondant à  $\sigma_v \sim 2v_{rec}$ , la durée de l'impulsion Raman est suffisamment courte pour négliger le phénomène de convolution ; ainsi **le spectre Raman sera directement l'image de la distribution de vitesse du nuage**.

Le spectre de la figure 3.13 est réalisé avec une impulsion de durée  $\tau_\pi = 240 \mu s$ , et on résout spectralement 5 transitions. Les 2 transitions contra-propageantes ont une largeur qui reflète la distribution en vitesse. Au centre (à la fréquence d'horloge), on observe la transition co-propageante pour  $m_F = 0$  qui atteint 6%. De part et d'autre, on observe deux pics latéraux assez faibles (2,5 et 3,5 %) qui correspondent à des transitions co-propageantes pour des  $m_F \neq 0$ . L'asymétrie entre les pics  $\pm \hbar \vec{k}_{eff}$  est simplement liée à l'inclinaison de l'expérience qui n'était pas encore rigoureusement réalisée au moment de cette caractérisation. Nous expliquerons en détail, en section 3.4.3.a, l'origine des deux pics de la transition Raman.

Nous avons supposé que la distribution en vitesse était une gaussienne : en fait, les spectres montrent qu'une distribution plus adaptée est une « Lorentzienne b », dont l'expression est

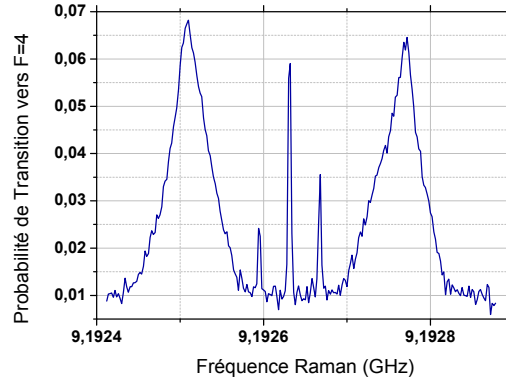


FIGURE 3.13 – Spectroscopie Raman avec une impulsion de durée  $240 \mu s$  : nous déduisons la distribution en vitesse du nuage de la largeur à mi-hauteur des pics. Nous résolvons également au centre : la transition co-propageante pour  $m_F = 0$  et 2 pics latéraux pour  $m_F \neq 0$

donnée par :

$$p(\vec{v}) = \frac{N_v}{\left(1 + \left(\frac{\vec{v}}{\Delta v}\right)^2\right)^b}$$

Ce type de distribution est d'ailleurs prédit par le calcul théorique des processus de refroidissement lors de la phase de mélasse optique [35]. Notre ajustement par cette courbe nous donne  $\Delta f = 37 kHz$  et  $b = 1,57$ . Pour estimer la température atomique, on utilise le modèle gaussien présenté précédemment, et on détermine la largeur  $\sigma_V$  pour laquelle les largeurs à mi-hauteur des 2 distributions sont égales.

**La température atomique est donc équivalente à  $2,8 v_{Rec}$ , soit  $1,5 \mu K$ .**

### 3.2.6.b Méthode par temps de vol

Une autre estimation de la température des atomes peut être réalisée en mesurant l'expansion du nuage atomique. Le processus d'expansion balistique est linéaire avec le temps, et l'évolution de la taille du nuage peut se modéliser par

$$\sigma_R(t) = \sigma_{R_0} + t \cdot \sqrt{\frac{k_B T}{M}}$$

avec  $\sigma_{R_0}$  la taille du nuage au moment du lancement. Ne disposant pas d'une caméra CCD pour imager le piège, il est difficile d'estimer sa taille initiale. On peut cependant réaliser deux mesures, et déterminer l'expansion du nuage durant cet intervalle de temps  $\Delta t$ . A partir de deux signaux de temps de vol à la montée et à la descente, on peut alors mesurer les temps de passage des atomes dans la sonde.

	Demi Largeur à Mi Hauteur	Temps de Vol
Montée	$1,89 ms$	$79 ms$
Descente	$3,36 ms$	$581 ms$

$$\Delta\sigma_t = \frac{\sqrt{3,36^2 - 1,89^2}}{2\ln 2} \longrightarrow \sigma_v = \frac{v_{sonde}}{\Delta T_{vol}} \cdot \Delta\sigma_t = 3,3v_{rec} \pm 10\%$$

Ce résultat est en bon accord avec le résultat obtenu précédemment, convergeant vers une température de  $1,6 \pm 0,1 \mu K$ .

### 3.2.7 Stabilité du Piège

Le signal temporel de fluorescence des atomes a une allure de gaussienne : il est l'image de la distribution en position du nuage qui traverse la sonde. On calcule le barycentre de ce signal à chaque détection, et on obtient une mesure de la stabilité du temps de vol des atomes. A partir de cette mesure, on peut mettre une barre supérieure sur la stabilité en position et en vitesse de la source. En effet, l'équation du mouvement des atomes est régie par :

$$z_d = -\frac{1}{2}gt^2 + v_z \times t + z_0$$

Avec  $z_d$  la position de la détection,  $z_0$  la position initiale du nuage,  $v_z$  la vitesse initiale du nuage et  $t$  le temps de vol. La stabilité du temps de vol est caractérisée par son écart-type d'Allan : on obtient  $\sigma_t = 320 \mu s \cdot Hz^{-1/2}$  pour un temps de vol moyen de 715 ms. A partir de la différentielle du temps de vol, on peut borner les variations de position et vitesse :

$$\sigma_t = \sqrt{\left[\frac{\partial t}{\partial z}\sigma_z\right]^2 + \left[\frac{\partial t}{\partial v}\sigma_v\right]^2}$$

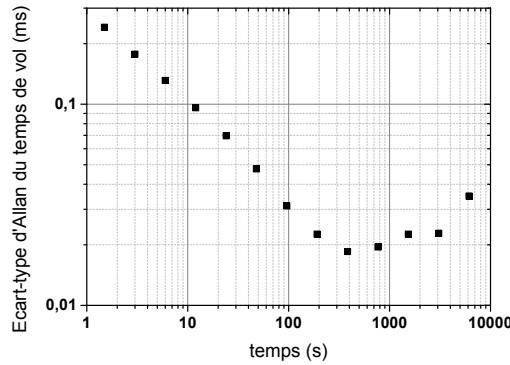


FIGURE 3.14 – On étudie l'écart-type d'Allan du temps de vol des atomes pour estimer la stabilité en position et en vitesse du piège

Si on suppose que les fluctuations de temps de vol sont uniquement dues à la stabilité de position du piège, alors on obtient :  $\sigma_z = 1,0 \cdot 10^{-4}$  m à 1 s, et  $30 \mu m$  à 200 s.

Réciproquement, si on suppose que la stabilité de temps de vol est liée à la vitesse de lancement, on a  $\sigma_v = 1,4 \cdot 10^{-3}$  m/s à 1 s, et  $100 \mu m \cdot s^{-1}$  à 200 s.

### 3.3 Conception et caractérisation d'un système de détection par fluorescence

#### 3.3.1 Principe de mesure

**Le principe de détection** repose sur la mesure par fluorescence des nombres d'atomes  $N_3$  et  $N_4$  correspondant respectivement aux états  $|F = 3, m_F = 0\rangle$  et  $|F = 4, m_F = 0\rangle$  à la sortie de l'interféromètre. La probabilité de transition s'écrit alors :

$$P = \frac{N_4}{N_3 + N_4} = \frac{1}{2}(A + C \cos(\Delta\Phi))$$

Lorsque les atomes passent dans la détection, ils sont tout d'abord illuminés par un laser accordé sur la transition  $|6S_{1/2}, F = 4\rangle \rightarrow |6P_{3/2}, F' = 5\rangle$  : les atomes dans l'état  $|F = 4, m_F = 0\rangle$  absorbent la lumière et la ré-émettent dans toutes les directions de l'espace. Le signal de fluorescence émis dans la direction  $X$  est collecté par deux systèmes de détection identiques entre eux, situés en  $\pm x_{Col}$ . La partie inférieure du faisceau de détection n'est pas rétro-réfléchiée : les atomes dans l'état  $|F = 4, m_F = 0\rangle$  sont donc poussés par pression de radiation, en dehors de la zone imagée par la détection.

Les atomes restants sont tous dans l'état  $|F = 3, m_F = 0\rangle$  : ils sont transférés dans l'état  $|F = 4, m_F = 0\rangle$  par le faisceau repompeur pour être illuminés par le même laser de détection préalablement divisé en 2, et accordé sur  $|6S_{1/2}, F = 4\rangle \rightarrow |6P_{3/2}, F' = 5\rangle$ . Les fluctuations de puissance et de fréquence du laser sont alors vues en mode commun pour les deux états.

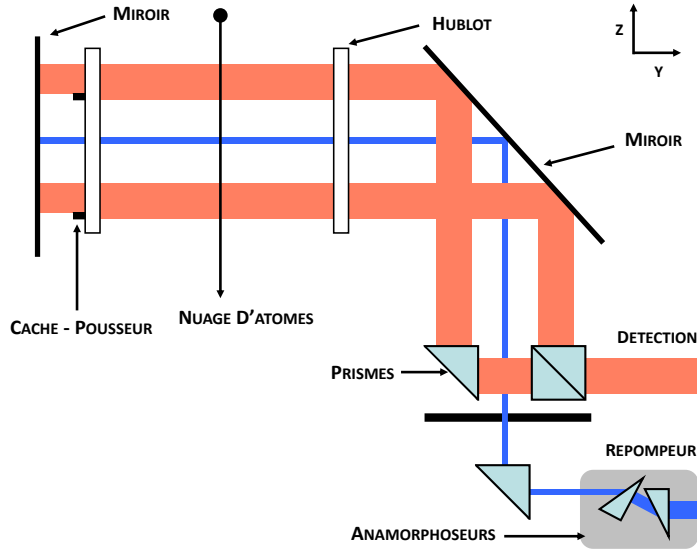


FIGURE 3.15 – Système de détection par fluorescence : le faisceau de détection (rouge) est divisé en 2 grâce à un jeu de prismes pour créer deux nappes d'égales intensités et sections. La rétro-réflexion des nappes est coupée par un cache afin de pousser les atomes détectés à la descente (nappe haute) ou sélectionner un état pur (nappe basse). Le section du faisceau repompeur est réduite grâce à un jeu de prismes anamorphoseurs.

### 3.3.2 Conception et intégration des nappes de détection

Les caractéristiques retenues pour la conception des collimateurs de la nouvelle détection ont été les suivantes : un collimateur détection générant une nappe elliptique très homogène, de 30 mm par 10 mm, diaphragmé et divisé en 2 faisceaux d'égale puissance. La qualité sur le front d'onde est de  $\lambda/30$  PV d'après les simulations, et le défaut d'homogénéité sur les bords est inférieur à 12 %. Le second collimateur génère une nappe elliptique possédant les mêmes propriétés (légèrement moins large) ; deux prismes anamorphoseurs permettent de réduire encore la largeur du faisceau à environ 2 mm.

Les collimateurs ont été assemblés et alignés sur un banc optique de test. La première étape a été d'assembler le premier bloc de doublets de chaque collimateur, puis de positionner finement la fibre et son connecteur clivé grâce à une platine de positionnement 3 axes. Une attention toute particulière a été portée à l'alignement de l'axe optique du premier bloc de doublets avec l'axe mécanique du connecteur de fibre. Les deux lentilles cylindriques permettant d'ajuster l'ellipticité des faisceaux ont été assemblées dans des barillets possédant un système de vis poussantes : le réglage fin en translation est alors possible une fois le collimateur assemblé. Le dernier bloc de doublets a enfin été assemblé et réglé afin d'obtenir un faisceau collimaté.

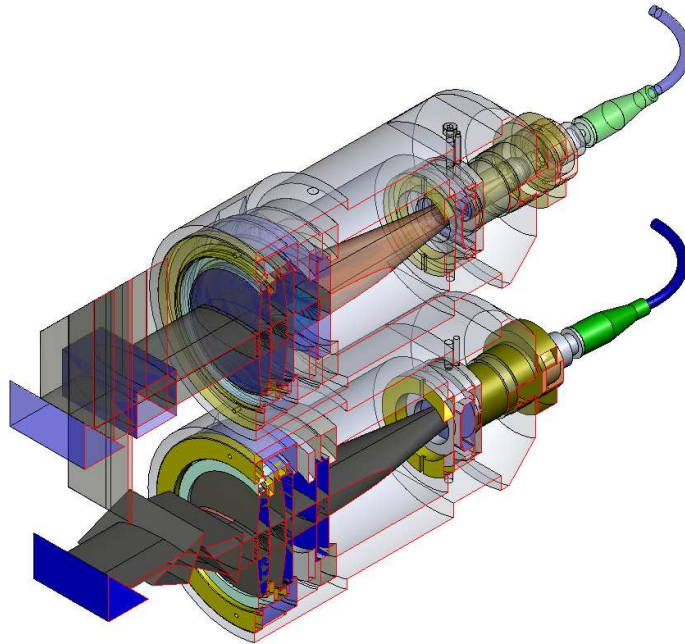


FIGURE 3.16 – Collimateurs détection : en haut le collimateur accordé sur la transition  $|6S_{1/2}, F = 4\rangle \rightarrow |6P_{3/2}, F' = 5\rangle$ , divisé en 2 nappes par un jeu de prismes. En bas, le collimateur accordé sur la transition repompeur : 2 prismes anamorphoseurs permettent de réduire la hauteur du faisceau d'un facteur 3

Un bloc mécanique en aluminium a été spécialement conçu et usiné pour maintenir les 2 collimateurs et y assembler les prismes : deux prismes, traités anti-reflets à 852 nm, à base



triangulaire de dimensions  $15 \times 15 \times 40 \text{ mm}^3$  sont accolés par leurs hypoténuses. Ce double prisme permet de diviser la puissance du faisceau incident en 2 faisceaux d'égalles puissances, tout en maintenant la qualité du front d'onde. Un troisième prisme, de mêmes dimensions, est utilisé en réflexion totale interne pour renvoyer le deuxième faisceau. Une petite « marche » clive légèrement le bord droit des faisceaux détection et repompeur, ce que l'on peut observer sur la figure 3.18 qui compare le profil théorique des collimateurs et le profil expérimental. Ce profil nous donne la valeur du waist (calculé ici comme la largeur à mi-hauteur) de 24 mm, soit 5 fois plus grand que celui de l'ancienne détection. Deux prismes anamorphoseurs sont collés à la sortie du collimateur « Repompeur » afin d'atteindre le ratio d'aspect de 15 : 1. Un troisième prisme classique est utilisé en réflexion totale pour positionner ce faisceau entre les 2 nappes de détection. Un soin particulier est apporté au positionnement des prismes, ceux-ci déterminant le positionnement et le parallélisme des 3 nappes. Deux photodiodes de contrôle sont installées, observant une partie de la lumière diffusée par les collimateurs et permettant de connaître la puissance en sortie une fois les blindages fermés.

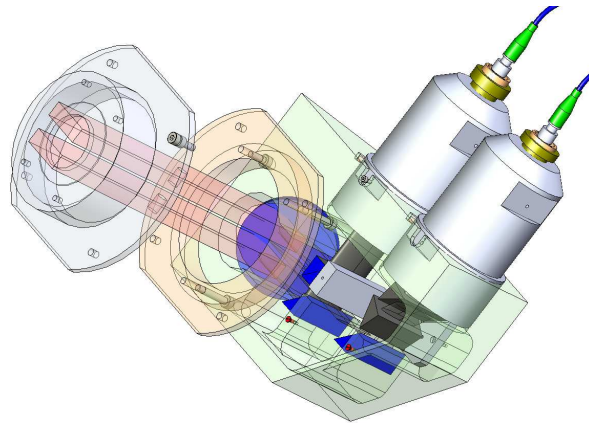


FIGURE 3.17 – Schéma du bloc de détection et des collimateurs générant les nappes de lumière rectangulaires qui traversent l'enceinte à vide, non représentée ici

**Analyse de la polarisation en sortie** Le traitement diélectrique des prismes commandés initialement ne permet pas de diviser le faisceau avec un ratio de puissance indépendant de la polarisation d'entrée. Nous avons en effet constaté que le ratio de puissance en sortie du cube de prismes est fortement dépendant de la polarisation d'entrée. Pour limiter cet effet, un soin particulier est apporté à la stabilisation de polarisation injectée sur l'axe propre de la fibre de détection.

Deux nouveaux prismes ont été reçus, et leur traitement diélectrique permet d'obtenir un ratio de puissance 1 : 2 quelque soit la polarisation linéaire d'entrée. Le remplacement des prismes actuels permettra d'améliorer sensiblement la stabilité de la détection, et notamment les fluctuations rapides de polarisation qui dégradent la sensibilité court terme.

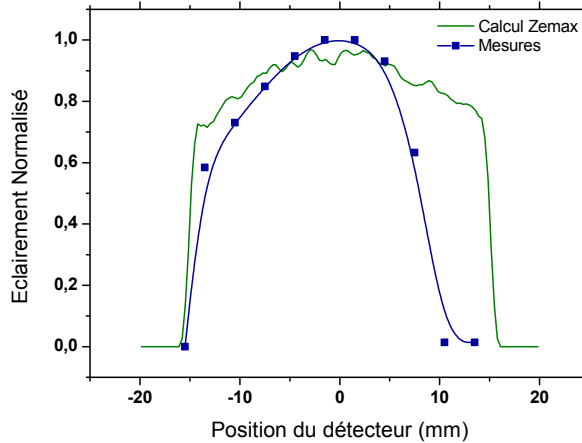


FIGURE 3.18 – En vert : le profil d'intensité du collimateur de détection calculé par le logiciel Zemax. En bleu : les mesures réalisées sur le banc optique d'intégration. L'aile droite du profil est coupée par une marche d'aluminium du bloc de détection

### 3.3.3 Présentation du système de collection de haute sensibilité

Il est crucial de concevoir des nappes de détection suffisamment grandes pour illuminer l'ensemble du nuage, mais il est également fondamental de concevoir un système de détection adapté, permettant de collecter le maximum de fluorescence des atomes. Le choix s'est porté sur la réalisation de deux systèmes de collection identiques, installés de part et d'autre des faisceaux de détection. Le système optique est réalisé dans un verre de haut indice (N-LASF46A  $n = 1,904$ ) afin de réduire l'encombrement du système, et loger à l'intérieur du blindage. Chaque nappe est imagée respectivement sur un cadran d'une photodiode double cadran (Hamamatsu S5870) de taille totale  $10\text{ mm} \times 10\text{ mm}$ . Le grandissement du système optique est  $g_y = -0,29$ , permettant une efficacité de collection de 2% pour chaque détection, soit 20 fois plus qu'avec l'ancien système. La proportion de signal croisé entre les deux photodiodes (appelée diaphonie) est également réduite à moins de 0.01% d'après les simulations, grâce à une bonne conjugaison des systèmes optiques. Le système d'amplification du signal est intégré directement sur la détection et basé sur un montage transimpédance comportant des résistances de précision de haute impédance ( $R \sim 82M\Omega$ ). Le bloc photodiode - circuit transimpédance est solidaire, et ajustable en translation pour optimiser la conjugaison et minimiser les signaux croisés.

### 3.3.4 Caractérisation préliminaire du système de collection

#### 3.3.4.a Diaphonie de conjugaison optique

On conçoit une source lumineuse test, composée d'une ampoule classique et d'un masque aux dimensions des nappes de détection pourvu d'un filtre dépoli, créant ainsi une source de lumière quasi lambertienne. On peut observer l'image de cette source à la surface de la dernière lentille du bloc de détection, au contact de laquelle les photodiodes viennent se

coller. On éclaire alors seulement la nappe test haute, et on mesure le signal observé par la photodiode conjuguée et la photodiode adjacente : le rapport des deux intensités est le signal croisé dit de « diaphonie ». On répète l'opération pour la seconde nappe, et l'équilibrage des signaux croisés nous permet d'ajuster le centrage de la photodiode deux cadrans de manière itérative. On obtient finalement une « diaphonie géométrique » de **1,3 %** pour chaque cadran. On peut alors écrire un système d'équations reliant le signal  $vu$  par les photodiodes, identifié par  $s_{A,B}$ , au flux lumineux émis par les nappes conjuguées, qui est proportionnel au signal atomique et identifié par  $i_{A,B}$  :

$$\begin{cases} s_A = k_A i_A + \rho_A i_B \\ s_B = k_B i_B + \rho_B i_A \end{cases}$$

D'où on extrait le signal « vrai » des atomes traversant la nappe A :

$$i_A = \frac{s_A k_B - \rho_A s_B}{k_A k_B - \rho_A \rho_B}$$

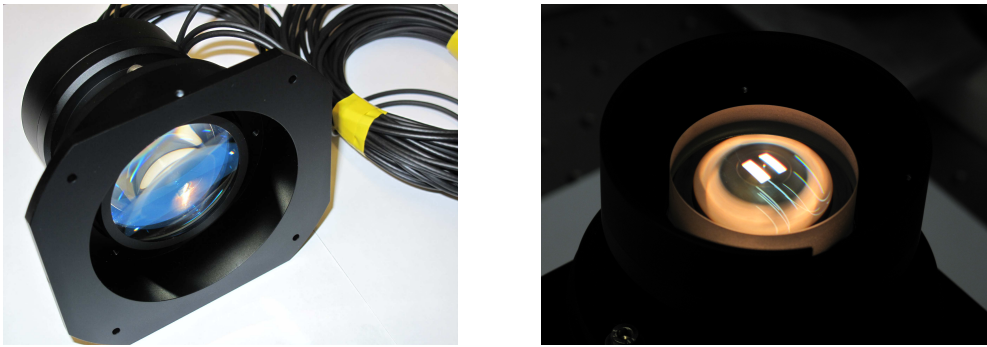


FIGURE 3.19 – Photographies du système de collection de la fluorescence. L'image des nappes de détection apparaît à la surface de la dernière lentille du doublet de détection. La photodiode double cadran vient se positionner directement sur la lentille

### 3.3.4.b Calcul du bruit de la chaîne de collection

On peut calculer le bruit électronique généré par chacun des composants de l'ensemble {Photodiode + Amplificateur + Résistance} et déterminer le bruit de tension en sortie après amplification.

1. **La photodiode** génère un bruit lié à son **courant d'obscurité** (données constructeur) :

$$\sigma_{Noir} = 1,9 \cdot 10^{-6} \text{ V}/\sqrt{\text{Hz}}$$

2. **Le bruit d'amplification** de l'amplificateur opérationnel bas bruit OP27 est négligeable

$$\sigma_{Aop} = 3,2 \cdot 10^{-9} \text{ V}/\sqrt{\text{Hz}}$$

3. **La résistance** de gain transimpédance génère un **bruit thermique** dit « bruit Johnson-Nyquist » [74]

$$\sigma_{th} = 1,2 \cdot 10^{-6} V/\sqrt{Hz}$$

La somme quadratique de ces termes donne un bruit technique de détection estimé à  $2,2 \cdot 10^{-6} V/\sqrt{Hz}$ . Les 2 photodiodes à 2 cadrans possédant des circuits d'amplification indépendants, ces bruits ne sont pas corrélés.

4. L'autre bruit non corrélé est le **bruit de grenaille** lié à la **lumière parasite**, dont l'amplitude est relativement élevée, de l'ordre de 500 mV (à comparer aux 8 V pic de signal de fluorescence pour  $N = 5,0 \cdot 10^6$  atomes) et due principalement aux réflexions parasites sur les prismes. Le bruit de tension associé est ainsi :

$$\sigma_{Gr} = 2,5 \cdot 10^{-6} V/\sqrt{Hz}$$

Compte-tenu du produit Gain - Bande Passante de l'amplificateur, et de la densité des bruits liés à l'électronique et à la lumière parasite, l'amplitude du bruit est de  $\sigma_V = 20 mV$ . Le rapport signal sur bruit intrinsèque de la détection est donc :

$$RSB = \frac{V}{\sigma_V} = 400$$

Un second circuit d'amplification, disposant d'un gain ajustable et d'un étage soustracteur, permet d'enlever l'offset du signal et d'amplifier celui-ci pour utiliser toute la dynamique de la carte d'acquisition (Carte PCI-e 6341, 16 bits, 10 V).

### 3.3.5 Caractérisation du système complet

#### 3.3.5.a Modélisation du signal de détection

La caractérisation préalable du système de collection nous a permis de déterminer l'impact du défaut de conjugaison du système optique sur le signal croisé de détection, et de borner son amplitude à environ 1%. Or ce défaut de conjugaison n'est pas le seul à intervenir dans le terme de signal croisé de l'équation de détection, et d'autres facteurs sont à prendre en compte pour décrire correctement le signal vu par le système de collection.

- Les termes de **diaphonie** à prendre en compte sont les suivants :

1. **Défaut de conjugaison optique** Il a été mesuré à  $\sim 1,3\%$  pour chaque nappe
2. **Efficacité du pousseur** Si les atomes détectés dans la sonde haute en  $|F = 4, m_F = 0\rangle$  ne sont pas effectivement poussés après détection, alors ils sont également détectés dans la nappe basse, et comptabilisés en tant que  $|F = 3, m_F = 0\rangle$
3. « **Repompage** » **prématuré** Si la lumière parasite du repompeur se mélange dans la nappe de détection supérieure, alors des atomes de  $|F = 3, m_F = 0\rangle$  sont comptabilisés en tant que  $|F = 4, m_F = 0\rangle$

- La mesure par fluorescence doit également prendre en compte :

1. **L'efficacité de collection de chaque photodiode**
2. **Les paramètres de la sonde : puissance et désaccord** qui impactent le nombre de photons émis
3. **L'efficacité du repompeur** qui peut induire une sous estimation du nombre d'atomes dans  $|F = 3, m_F = 0\rangle$
4. **La lumière parasite**

Nous pouvons modéliser les signaux de la nappe haute (détection directe sur la transition) et de la nappe basse (repompeur et détection) par le modèle suivant, plus complet :

$$\begin{cases} S_H &= \eta_H \cdot \alpha(I, \delta) \cdot [N_4 + \beta_{P_{Rep}} N_3] + \gamma_H \frac{S_B}{\eta_B} + I_{ph} \\ S_B &= \eta_B \cdot \alpha(I, \delta) \cdot [\epsilon(I, \delta) N_4 + \theta_{P_{Rep}} N_3] + \gamma_B \frac{S_H}{\eta_H} + I_{pb} \end{cases} \quad (3.3)$$

Où  $S$  est le signal effectivement mesuré,  $\eta$  l'efficacité de collection du système optique et de la chaîne d'amplification électronique,  $\alpha$  le nombre de photons émis dans la sonde par un atome (dépend de l'intensité  $I$  et du désaccord  $\delta$ ),  $\beta$  une fonction qui mesure le repompage prématuré des atomes dans la sonde haute,  $\gamma$  la diaphonie de conjugaison optique de chaque sonde.  $\epsilon$  est une fonction qui mesure le nombre d'atomes détectés par la sonde haute, mais qui n'ont pas été suffisamment poussés et qui sont donc également détectés par la nappe basse.  $I_{ph}$  et  $I_{pb}$  correspondent à la lumière parasite détectée sur les nappes hautes et basses. Enfin  $\theta$  est une fonction qui pondère l'efficacité de la nappe repompeur.

### 3.3.5.b Étude du désaccord optimal

Le maximum attendu pour le signal de détection est à **désaccord nul**, ce qui est bien vérifié par les données expérimentales de la figure 3.20, Sonde Haute, pour des atomes préparés dans  $F = 4$  exclusivement. Or les atomes détectés dans la nappe haute doivent être poussés avant d'atteindre la nappe basse, afin qu'ils soient en dehors de la zone imagée par la détection<sup>1</sup>. Pour cela, un cache noir coupe une partie du faisceau rétro-réfléchi : l'impulsion de recul communiquée aux atomes, proportionnelle au nombre de photons absorbés, doit être suffisamment grande pour défléchir leur trajectoire. **L'intensité** du faisceau de détection est donc un paramètre critique, d'autant que la zone de détection est longue (3 cm).

Or, la vitesse tangentielle communiquée par les photons aux atomes induit un désaccord Doppler, qui augmente avec le nombre de photons absorbés<sup>2</sup>. Pour le compenser, il est donc nécessaire de **désaccorder** le laser détection, dont l'optimum doit permettre de conserver un signal de fluorescence suffisamment élevé et une efficacité importante pour pousser les atomes après la nappe haute. Les données expérimentales de la figure 3.20 nous permettent

---

1. L'absorption d'un photon communique une vitesse  $\delta v = \hbar k / M_{Cs} \sim 3,5 \text{ mm/s}$ . Le déplacement du centre du nuage est estimé à  $\delta y = 22 \text{ mm}$ , donc au delà de la zone imagée  $2L = 2 \times 17 \text{ mm}$ . Une partie du nuage, dont l'extension spatiale est de  $2\sigma_v \sim 10 \text{ mm}$  contribue alors au signal croisé

2. Le nombre typique de photons absorbés dans la portion de nappe non rétro-réfléchi est  $\sim 1700$ , conduisant à un décalage Doppler non négligeable de  $\delta = 1,3\Gamma$ , où l'intensité du profil d'absorption est divisée par 8

de choisir ce **désaccord** à  $\delta = \Gamma/2$ , avec un coefficient de diaphonie de 3,6% (contre 50% à désaccord nul) et un signal de fluorescence égal à  $S_{max}/2$

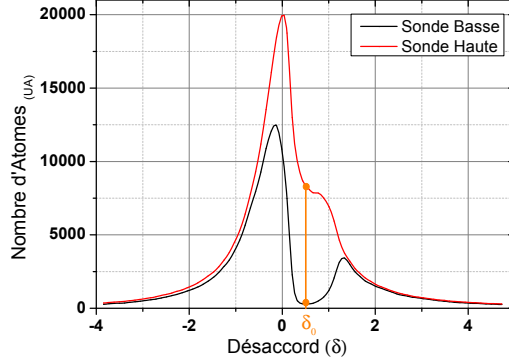


FIGURE 3.20 – Optimisation du désaccord sonde : on prépare les atomes dans l'état  $F=4$  et on mesure la fluorescence lors de leur passage dans les nappes haute puis basse. Le désaccord optimum est  $\delta_0$  : le signal de fluorescence est minimal dans la nappe basse, les atomes sont donc bien poussés par la nappe haute.

### 3.3.5.c Puissance du faisceau Repompeur

La puissance nécessaire pour repomper le nuage atomique de l'état  $|F = 3, m_F = 0\rangle$  vers l'état  $|F = 4, m_F = 0\rangle$  est assez faible ( $\sim 100 \mu W$ ), et nous ne sommes pas limités cette fois-ci par la puissance disponible sur le banc optique. La figure 3.21, pour laquelle les atomes ont été préparés exclusivement dans  $|F = 3, m_F = 0\rangle$ , nous montre l'évolution du nombre d'atomes détectés dans la nappe basse en fonction de la puissance du repompeur. On atteint la saturation pour une tension de la photodiode Repompeur  $u_{Phot.D} \sim 30 mV$ . Afin de ne pas être trop sensible aux fluctuations éventuelles de sa puissance, il est naturel de se placer plutôt dans la région  $u_{Phot.D} \sim 40 mV$  où la sensibilité  $\partial N_3 / \partial P_{Rep}$  est plus faible.

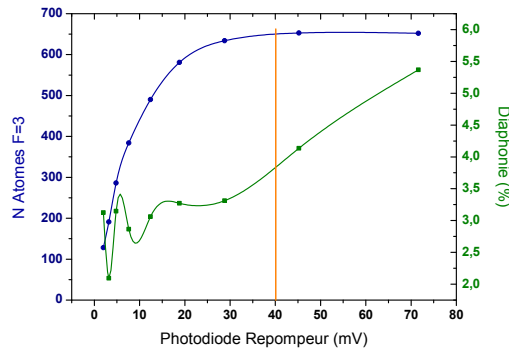


FIGURE 3.21 – Stabilité et efficacité du repompeur pour  $v = 2,5 m \cdot s^{-1}$ . Nous étudions l'évolution du nombre d'atomes détectés dans la nappe basse en fonction de la puissance du repompeur, et la diaphonie induite par la lumière parasite qui repompe les atomes dans la nappe supérieure

Cependant, un effet parasite devient non négligeable dans cette région : les atomes dans l'état  $|F = 3, m_F = 0\rangle$  commencent à être repompés directement dans la nappe supérieure, et ne sont donc pas détectés dans la nappe inférieure. Cet effet se traduit par un signal de diaphonie, décrit dans l'équation de la détection par la fonction  $\beta$ , présentant une dépendance linéaire avec la puissance du repompeur à partir de 30 mV.

### 3.3.5.d Dépendance de la diaphonie avec la vitesse des atomes

Le nombre de photons absorbés par les atomes est directement proportionnel au temps passé dans la sonde, et donc à leur vitesse  $v_0$ . L'optimisation du désaccord sonde a été réalisée pour une vitesse de  $2,5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ , alors qu'il est nécessaire d'atteindre  $3,9 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$  pour réaliser un interféromètre  $2T = 480 \text{ ms}$ . On caractérise alors le signal de diaphonie en faisant varier la vitesse de lancement des atomes (figure 3.22) : l'évolution est bien linéaire avec la vitesse, comme attendu.

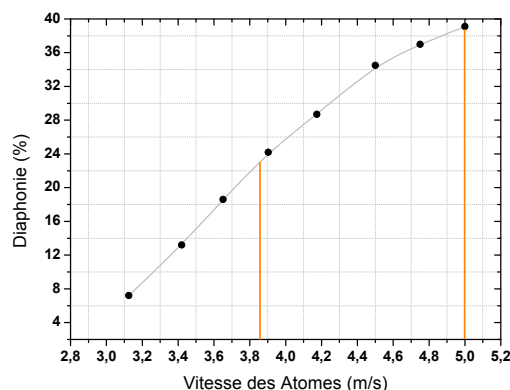


FIGURE 3.22 – Dépendance de la diaphonie avec la vitesse de lancement des atomes. Ce coefficient atteint 24% pour un interféromètre  $2T=480 \text{ ms}$ , et 40% pour un interféromètre  $2T=800 \text{ ms}$ .

## 3.3.6 Caractérisation du Bruit de Détection

### 3.3.6.a Sources de bruit

Les bruits affectant la détection sont de 3 types :

1. **Le bruit de projection quantique** La fonction d'onde en sortie de l'interféromètre s'écrit comme une combinaison linéaire des deux états de la base

$$|\Psi\rangle = \alpha|F = 4, m_F = 0\rangle + \beta|F = 3, m_F = 0\rangle$$

La mesure du nombre d'atomes dans l'état  $|F = 4, m_F = 0\rangle$  est définie par l'opérateur projection  $\Pi_4 = |F = 4\rangle\langle F = 4|$  dont les valeurs propres sont 1 et 0, dénotant la présence ou non d'un atome dans l'état  $|F = 4, m_F = 0\rangle$ , avec les probabilités  $P = |\alpha|^2$

et  $1 - P = |\beta|^2$ . La variance sur la mesure de la probabilité est donnée par

$$\sigma_P^2 = \langle \Pi_4^2 \rangle - \langle \Pi_4 \rangle^2 = P - P^2 = P(1 - P)$$

Le nuage est constitué de  $N_{det}$  atomes indépendants, donc l'ensemble des probabilités de détection  $(P_i)_{(1 < i < N_{det})}$  constitue une suite de variables aléatoires indépendantes et de même variance. La variance de  $P_{N_{det}}$ , moyenne des  $(P_i)_{(1 < i < N_{det})}$ , est alors  $\sigma_{P_{N_{det}}}^2 = \frac{\sigma_P^2}{N_{det}}$ . L'écart-type de la probabilité, pour  $N_{det}$  atomes, est donc :

$$\sigma_{P_{N_{det}}} = \sqrt{P(1 - P)/N_{det}}$$

Ce bruit constitue la limite fondamentale de l'interféromètre, intrinsèque à la nature probabiliste des atomes.

2. **Le bruit technique de détection indépendant du nombre d'atomes** (coefficient **b**) est dû à l'électronique du système de détection, et notamment au courant d'obscurité, au bruit d'amplification, au bruit thermique de la résistance de charge, ainsi qu'au bruit de photons de la lumière parasite. Nous avons calculé chacune de ces contributions en section 3.3.4.b. Ces bruits sont décorrélés entre les deux voies de détection : le bruit de la nappe haute est indépendant du bruit de la nappe basse, ils s'ajoutent donc quadratiquement.

3. **Le bruit technique de détection proportionnel au nombre d'atomes** (coefficient **a**) est dû à la stabilité de puissance et de fréquence du laser de détection. Il est directement proportionnel au nombre d'atomes, et une partie de ce bruit est corrélée entre les deux voies de détection puisque le même laser est divisé sur les deux voies. Pour un bruit parfaitement corrélé, les fluctuations **basse fréquence** sur les deux voies de détection sont identiques : on a donc  $\sigma_{N_4} = \sigma_{N_3}$ . En dérivant l'expression  $P = \frac{N_4}{N_3 + N_4}$ , on obtient :

$$\delta P = \frac{\sigma_{N_4}(1 - P) - \sigma_{N_4}P}{N_{det}}$$

et donc  $\delta P = 0$  à mi-frange.

Les variances sont 3 sources de bruits indépendantes [75] qui s'ajoutent quadratiquement :

$$\sigma_P^2 = a + \frac{b}{N^2} + \frac{P(1 - P)}{N}$$

### 3.3.6.b Caractérisation expérimentale des différentes sources de bruits

Pour identifier et quantifier l'impact de chaque source de bruit sur l'interféromètre, on étudie l'écart-type d'Allan de la probabilité dans différentes configurations, avec  $N_{Atomes} = 4,3 \cdot 10^6$ .

1. **Bruit électronique - Chaîne d'acquisition** On stoppe le lancement des atomes, on coupe l'ensemble des lasers à l'aide de caches sur le banc optique, tout en laissant



la séquence expérimentale réaliser des acquisitions avec les paramètres standards. On calcule alors la variance d'Allan du bruit de la chaîne d'acquisition.

2. **Bruit lié à la lumière parasite** On stoppe seulement le lancement des atomes, et on réalise le même type d'acquisition. On obtient ainsi la variance d'Allan du sous-système chaîne d'acquisition + lumière parasite. Comme ces sources de bruits sont indépendantes, on en déduit le bruit lié à la lumière parasite par la loi d'addition des variances.

3. **Bruit lié à la stabilité de la sonde en puissance et en fréquence, et au repompeur** On lance cette fois-ci les atomes, et on prépare une superposition équirépartie d'atomes dans les états  $|F = 3, m_F = 0\rangle$  et  $|F = 4, m_F = 0\rangle$  à l'aide d'une impulsion Raman. On mesure la stabilité de la chaîne complète de détection, et on déduit la stabilité du sous-ensemble {Détection + Repompeur} par la loi d'addition des variances  $\sigma_{P_3} = \sqrt{\sigma_P^2 - \sigma_{P_1}^2 - \sigma_{P_2}^2}$ .

Le tableau ci-après résume l'ensemble des contributions liées à la chaîne de détection pour  $N_{\text{Atomes}} = 4,3 \cdot 10^6$ . La limite fondamentale du bruit de projection quantique étant :

$$\sigma_P = \frac{1}{2\sqrt{N}} = 3,0 \cdot 10^{-4} \text{ Hz}^{-1/2}$$

Électronique	Lumière Parasite	Détection + Repompeur
$\sigma_{P_1} = 7,0 \cdot 10^{-4} \text{ Hz}^{-1/2}$	$\sigma_{P_2} = 8,5 \cdot 10^{-4} \text{ Hz}^{-1/2}$	$\sigma_{P_3} = 8,7 \cdot 10^{-4} \text{ Hz}^{-1/2}$
$\sigma_P = \sqrt{\sigma_{P_1}^2 + \sigma_{P_2}^2 + \sigma_{P_3}^2} = 1,4 \cdot 10^{-3} \text{ Hz}^{-1/2}$		

**Bilan Détection** On étudie finalement la dépendance du bruit de détection en fonction du nombre d'atomes (cf. figure 3.23) : le bruit technique s'avère limitant pour  $N \leq 5,0 \cdot 10^6$  atomes, et décroît proportionnellement au nombre d'atomes détectés. La lumière parasite et le bruit lié à l'électronique d'acquisition constituent la limite à  $\sigma_P = 1,1 \cdot 10^{-3}$ , atteinte pour  $N = 5,0 \cdot 10^6$  atomes, nombre maximum d'atomes préparés. Cette limite est près d'un ordre de grandeur au dessus de la limite fondamentale du bruit de projection quantique.

Pour améliorer la sensibilité, un travail important doit être mené afin de limiter la lumière parasite de la détection. L'ajout de nouveaux caches noirs plus étroits dans le bloc de détection devrait permettre de réduire cet effet. On pourra alors augmenter la résistance de charge tout en conservant un niveau de bruit équivalent. Le signal étant proportionnel à cette résistance de charge, le rapport signal à bruit devrait s'améliorer.

Cependant, nous verrons dans la section consacrée à la caractérisation de l'interféromètre que la détection ne constitue pas une limite fondamentale, et que d'autres sources de bruits limitent la sensibilité.

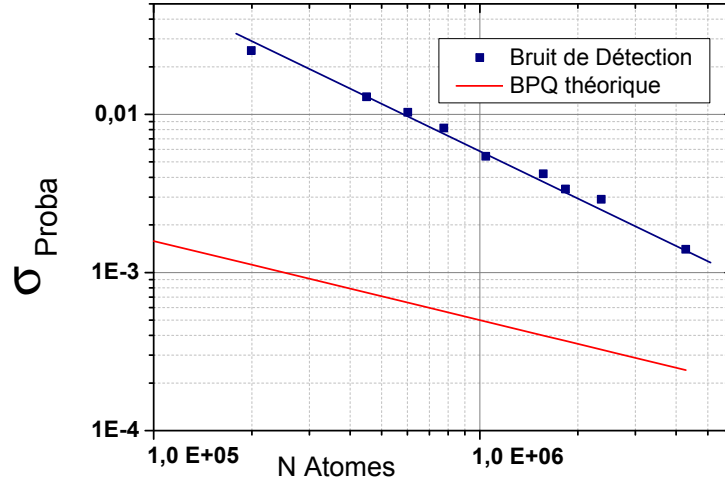


FIGURE 3.23 – Caractérisation du bruit de la détection en fonction du nombre d'atomes. On représente en rouge la limite fondamentale liée au bruit de projection quantique et en bleu les données expérimentales. Le système de détection est limité par un bruit « technique »

## 3.4 Caractérisation de l'interféromètre

### 3.4.1 Génération des impulsions Raman

#### 3.4.1.a Le banc laser Raman

Le banc laser Raman contrôle la génération des 2 fréquences lasers nécessaires pour réaliser la manipulation cohérente des atomes (cf. figure 3.24). Il est donc basé sur un asservissement en phase et en fréquence des deux lasers maîtres, et dispose d'un amplificateur optique pour limiter la sélectivité en vitesse des impulsions (cf. paragraphe 3.2.6.a), ainsi que d'un système permettant la génération d'impulsions très brèves (quelques micro-secondes).

Les deux lasers maîtres (modèle SDL 5422) sont montés en cavités étendues [68], et possèdent les mêmes systèmes d'asservissement que sur le banc de refroidissement (longueur de la cavité, densité de porteurs de charges). Ils bénéficient d'une largeur spectrale réduite (14 kHz). Un battement entre le laser L3 et un faisceau issu du laser Repompeur permet d'asservir L3 sur la transition  $|6S_{1/2}, F = 3\rangle \rightarrow |6P_{3/2}, F' = 2/3\rangle$  avec un grand désaccord de 350 MHz vers le rouge de la transition.

Le second laser L4 est superposé avec L3 : une petite partie des faisceaux est détectée par un photoconducteur (Hamamatsu G4176 - Bande Passante 15 GHz), amplifiée, et mélangée à un signal micro-onde issu de la chaîne de fréquence à  $9,4 GHz - f_{SRS DS 345} \sim 9,392 GHz$ . La différence de fréquence (à 200 MHz) est divisée par 2, et comparée à un signal à 100 MHz issu de la DDS - Analog Devices 9852 à l'aide d'un détecteur Phase/Fréquence digital. L'asservissement en phase de L4 sur L3 est assuré par les signaux d'erreurs du détecteur Phase/Fréquence, qui rétroagissent sur le courant de la diode et la longueur de la cavité de L4 [76] [77].

La superposition des lasers L3 et L4 est réalisée à l'aide d'un cube séparateur de polarisation, dont l'une des voies d'entrée comporte une lame  $\lambda/2$  qui permet d'ajuster le rapport des puissances entre les deux lasers, et de compenser le déplacement lumineux [58]. Les deux faisceaux sont injectés simultanément, avec la même polarisation, dans l'amplificateur optique à semi-conducteur (appelé « TA » par la suite : modèle TA, EYP-TPA 0850-01000-3006 CMT03) dont la caractérisation a été réalisée dans [78]. Un MAO à 80 MHz diffracte ensuite dans l'ordre +1 le faisceau amplifié, et joue le rôle d'interrupteur rapide et de modulateur de puissance afin de générer les impulsions  $\pi$  ou  $\pi/2$ . Un modulateur de polarisation à cristaux liquides (Meadowlark Optics 94463) couplé à un cube séparateur de polarisation permet d'injecter tantôt le faisceau dans le premier collimateur (fibre polarisante) tantôt dans le second (fibre à maintien de polarisation et cube séparateur en sortie) selon la position des atomes dans l'interféromètre.

### 3.4.1.b Chaîne de fréquence Raman

Cette chaîne permet la génération des fréquences de référence : un Quartz (Wenzel Premium à 100 MHz) est asservi sur la référence du MASER, et génère une sortie à 300 MHz par doublement et somme de fréquences, utilisée comme référence pour la DDS - AD 9852. Une diode SRD génère un peigne de fréquences à partir du 100 MHz, dont l'harmonique à 9,4 GHz est extraite par filtrage. Ce signal est mélangé à celui de la DDS - SRS DS 345 à 7,4 MHz (Modèle Stanford Research DS 345) qui est spécialement modifiée pour utiliser comme signal d'horloge le Quartz Premium. Le signal de référence est alors généré par un Oscillateur à Résonance Diélectrique, asservi sur la référence de fréquence à 9,4 GHz  $- f_{\text{SRS DS 345}}$ . Cet ORD possède une bande d'asservissement de 250 kHz et permet d'atteindre un bruit de phase très faible. Il filtre également les autres harmoniques du peigne de fréquences [79]. Cette méthode permet d'ajuster finement la fréquence de la transition Raman, d'étudier le spectre des transitions, et de réaliser des sauts de phase entre les impulsions pour faire défiler les franges de l'interféromètre.

### 3.4.1.c Développement d'un nouveau banc Raman

Un nouveau banc est en cours de développement pour permettre la génération de fréquences différentes au même moment, nécessaires dans le cadre du fonctionnement jointif de l'expérience (cf. chapitre 5). L'asservissement en phase de L3 et L4 est toujours réalisé par le battement présenté précédemment, et le principe de génération de la fréquence Raman  $f_{R1}$  reste inchangé. Une partie des faisceaux de L3 et L4 est simplement prélevée sur le banc  $f_{R1}$  ; deux MAO sont cascades après le laser L4, diffractant respectivement dans l'ordre +1 et -1. Le premier MAO est piloté par un VCO fixe à 80 MHz, et le second par une DDS 48 bits (type AD9852) à une fréquence proche de 80 MHz. Cette méthode nous permet de décaler la fréquence de battement entre L3 et L4 sur le second banc de quelques centaines de kHz par rapport au premier. Un second TA (du même type) est en cours de caractérisation ; chacune des fibres sera injectée par un TA différent, de cette façon le modulateur de polarisation ne sera plus nécessaire.

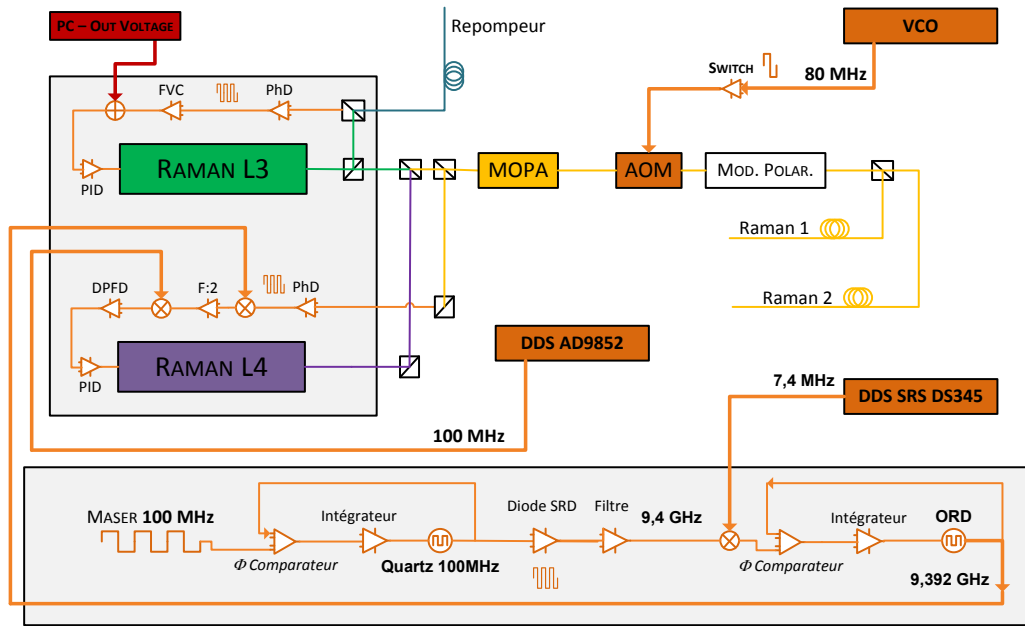


FIGURE 3.24 – Schéma fonctionnel du banc laser Raman

### 3.4.2 Mise en forme des impulsions Raman

#### 3.4.2.a Intégration d'un nouveau collimateur

Dans la nouvelle géométrie en fontaine du gyromètre, deux faisceaux sont nécessaires. Le premier est constitué par le collimateur du premier gyromètre, et nous en avons assemblé et caractérisé un deuxième : celui-ci est constitué d'un doublet achromatique de focale  $f = 240 \text{ mm}$ , et d'un cube séparateur à la sortie du connecteur de fibre, pour filtrer la polarisation (linéaire). Le rayon du faisceau gaussien (waist) est de  $20 \text{ mm}$  assurant une bonne homogénéité sur le nuage d'atomes après un temps de vol long : le diamètre de ce dernier est typiquement de  $2\sigma_R = 17 \text{ mm}$  après  $1 \text{ s}$  de temps de vol. À l'aide d'un analyseur de front d'onde de type HASO (Analyseur de Shark-Hartmann utilisant une matrice de micro-lentilles) on réalise le positionnement de la fibre et son collage. La qualité du faisceau obtenu est très bonne, avec un défaut de front d'onde de  $\lambda_{PV} = \lambda/20$  et de  $\lambda_{rms} = \lambda/100$ .

On a montré que le déphasage en sortie de l'interféromètre dépend directement de la phase laser effective vue par les atomes aux instants des impulsions. La qualité du front d'onde est donc cruciale, et surtout la qualité du miroir de rétro-réflexion qui permet de compenser les aberrations géométriques en configuration rétro-réfléchiée [80] [81]. L'extension du nuage n'est pas négligeable devant le diamètre du faisceau :  $2\sigma_R = 17 \text{ mm}$  pour un faisceau de  $50 \text{ mm}$  de diamètre, et nécessite donc une bonne homogénéité de front d'onde.

#### 3.4.2.b Levée de dégénérescence des transitions Raman

Les deux lasers, aux fréquences  $\omega_1$  et  $\omega_2$ , sont verrouillés en phase et superposés sur le banc optique, amplifiés par un TA et injectés conjointement sur un des collimateurs Raman.

Les deux lasers, de même polarisation, passent au travers d'une lame  $\lambda/4$  avant d'être réfléchis, puis une nouvelle fois par la même lame  $\lambda/4$ . Les atomes sont donc en présence de 4 champs électriques :  $E_{+\vec{k}_1}(\omega_1)\vec{e}_x$  ,  $E_{+\vec{k}_2}(\omega_2)\vec{e}_x$  ,  $E_{-\vec{k}_1}(\omega_1)\vec{e}_y$  ,  $E_{-\vec{k}_2}(\omega_2)\vec{e}_y$ . Nous avons montré, au chapitre 2, que les seules transitions autorisées sont les transitions **contra-propageantes en polarisation croisée**  $Lin_1 \perp Lin_2$ . Il y a donc une dégénérescence, puisque les atomes peuvent réaliser soit la transition  $+\hbar\vec{k}_{eff}$  avec  $E_{+\vec{k}_1}(\omega_1)\vec{e}_x + E_{-\vec{k}_2}(\omega_2)\vec{e}_y$ , soit  $-\hbar\vec{k}_{eff}$  avec  $E_{-\vec{k}_1}(\omega_1)\vec{e}_x + E_{+\vec{k}_2}(\omega_2)\vec{e}_y$ .

Pour lever cette dégénérescence, on introduit un angle  $\theta \sim 3,8^\circ$  entre la direction de lancement des atomes et la direction orthogonale de propagation du faisceau Raman (cf. figure 3.25). La vitesse des atomes a de ce fait une projection non nulle sur l'axe Raman, et il y a levée de dégénérescence par l'introduction de l'effet Doppler :

$$\omega_D(t) = \vec{v}(t) \cdot \vec{k}_{eff} = \pm(v_0 - gt) \cdot \sin \theta \cdot k_{eff}$$

Le désaccord Doppler dépend du signe du vecteur d'onde  $\pm\vec{k}_{eff}$ , ce qui se traduit dans la condition d'accord laser par

$$\hbar\omega_{eff} = \hbar\omega_0 + \hbar\omega_R \pm \hbar\omega_D(t)$$

En balayant le désaccord  $\delta$  entre les deux lasers, on observe les deux pics résonants contra-propageants séparés de  $\Delta\omega(t) = 2(v_0 - gt) \cdot \sin \theta \cdot k_{eff}$ , ainsi qu'un résidu co-propageant à la fréquence d'horloge 9,192631770 GHz dû au fait que la polarisation n'est pas parfaitement linéaire, et qui peut être décomposé sur la base des polarisations circulaires  $\vec{\sigma}_\pm$ .

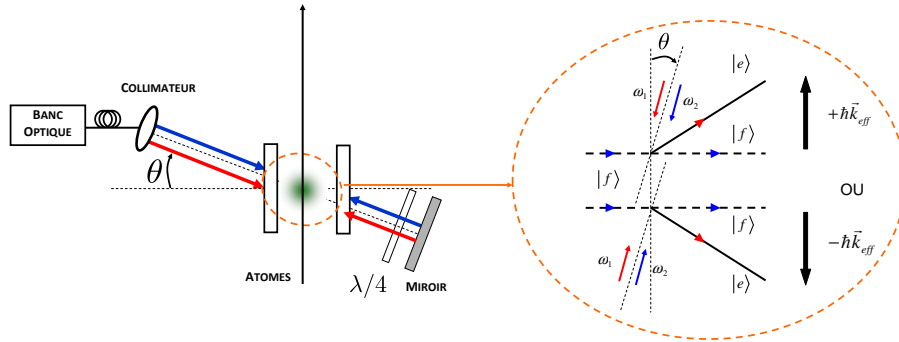


FIGURE 3.25 – Levée de dégénérescence des transitions Raman : on introduit un effet Doppler en inclinant le faisceau d'un angle  $\theta$  par rapport à l'horizontale. La condition de résonance pour chaque ordre de diffraction est alors différente.

### 3.4.3 Spectroscopie Raman et Oscillations de Rabi

#### 3.4.3.a Spectroscopie

En balayant le désaccord  $\delta$  des lasers Raman, on observe donc deux pics correspondant aux transitions  $+\hbar\vec{k}_{eff}$  et  $-\hbar\vec{k}_{eff}$  sur la figure 3.26. Ces deux pics sont désaccordés par

rapport à la fréquence d'horloge de  $\pm f_D = \pm \omega_D/2\pi$ . Au centre, on observe un pic assez faible dû à la transition co-propageante : or celle-ci n'est permise que pour une polarisation circulaire. On en conclut que la polarisation des lasers n'est pas parfaitement linéaire, mais légèrement elliptique.

On remarque enfin que la probabilité de transition ne dépasse pas 40% ici : nous allons maintenant discuter des effets limitant cette efficacité.

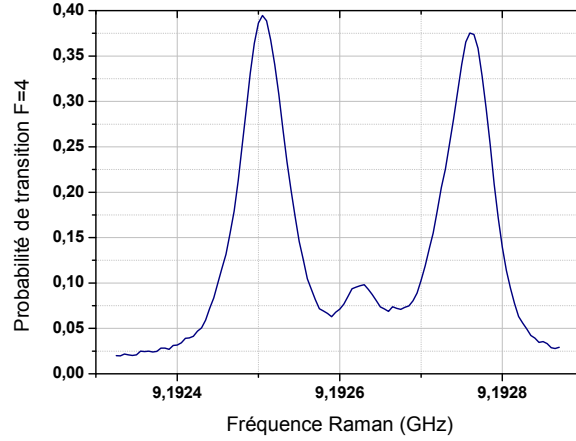


FIGURE 3.26 – Spectroscopie Raman réalisée avec une impulsion de durée  $\tau_\pi = 25\mu s$ . Nous observons 2 pics correspondant aux deux ordres de diffraction et au centre un résidu co-propageant à la fréquence d'horloge

### 3.4.3.b Oscillations de Rabi

Au chapitre 2, nous avons vu que le couplage atome - laser était équivalent au système atomique à deux niveaux  $|F = 3, m_F = 0\rangle$  et  $|F = 4, m_F = 0\rangle$  interagissant avec un « photon effectif » dont le couplage est décrit par la pulsation de Rabi effective  $\Omega_{eff}$ . L'évolution de la probabilité de transition entre ces deux états est donc décrite par l'équation suivante, où  $\tau$  est la durée de l'impulsion :

$$P_{F=4} = \sin^2 \left( \Omega_{eff} \frac{\tau}{2} \right)$$

Cette équation décrit un cas idéal, mais nous allons voir que la **distribution en vitesse** du nuage impacte l'efficacité de cette transition.

**Configuration Co-Propageante** En utilisant une seule paire de faisceaux en polarisation circulaire, on réalise des transitions co-propageantes. Celles-ci n'induisent pas de séparation spatiale du paquet d'onde, et il n'y a donc pas de désaccord Doppler. C'est uniquement la distribution en position du nuage qui limite l'efficacité : en effet, si on modélise l'intensité du faisceau Raman par une gaussienne dans le plan  $y, z$ , on a

$$I(y, z) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} \exp \left( -\frac{y^2}{2\sigma^2} - \frac{z^2}{2\sigma^2} \right)$$

avec  $\sigma = 20 \text{ mm}$ . D'autre part, on a vu que la dispersion en position du nuage évoluait selon l'équation :

$$\sigma_R(t) = \sigma_{R_0} + t \cdot \sqrt{\frac{k_B T}{M}}$$

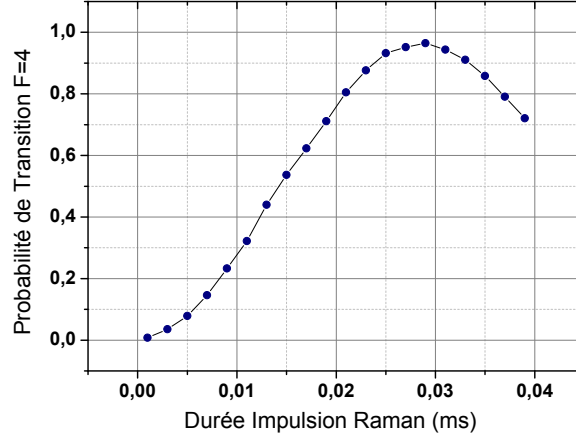


FIGURE 3.27 – Oscillations de Rabi en co-propageant à  $t = 160 \text{ ms}$  après le lancement des atomes

Les atomes qui composent le nuage voient donc des pulsations de Rabi effectives différentes : les atomes du centre du nuage seront transférés efficacement, contrairement à ceux du bord qui voient une pulsation de Rabi décrite par l'équation :

$$\Omega(x, y) = \Omega_{eff} \frac{I(x, y)}{I(0, 0)}$$

**Configuration Contra-Propageante** Les transitions Raman sont sélectives en vitesse : la condition de résonance n'est vérifiée qu'avec les atomes dont la composante de vitesse parallèle au vecteur d'onde  $k_{eff}$  satisfait l'équation d'accord Doppler :

$$\omega_{k_{eff}} = \omega_0 + \omega_{Recul} + v \cdot \sin \theta \cdot k_{eff}$$

Pour une classe de vitesse donnée, la probabilité de transition est donnée par (cf. chapitre 2) :

$$P_{F=4}(v, \tau) = \frac{\Omega_{eff}^2}{\Omega_{eff}^2 + (k_{eff}v)^2} \sin^2 \left( \sqrt{\Omega_{eff}^2 + (k_{eff}v)^2} \frac{\tau}{2} \right)$$

Si on modélise la distribution de vitesse par une gaussienne de largeur  $\sigma_v$ , la probabilité de trouver un atome dont la vitesse appartient à l'intervalle  $[v, v + dv]$  est

$$p(v)dv = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_v} \exp\left(-\frac{v^2}{2\sigma_v^2}\right) \text{ avec } \int_{-\infty}^{+\infty} p(v)dv = 1$$

En intégrant sur l'ensemble des classes de vitesses du nuage, pour une distribution en position suffisamment petite devant la taille du waist, la dynamique d'oscillation de Rabi du nuage se

traduit par la probabilité de transition suivante :

$$P_{Nuage}(\tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} P_{F=4}(v, \tau) p(v) dv$$

L'efficacité de ces transitions a un impact direct sur le contraste de l'interféromètre, et nous aurons recours à une simulation de Monte-Carlo pour l'évaluer (chapitre 4).

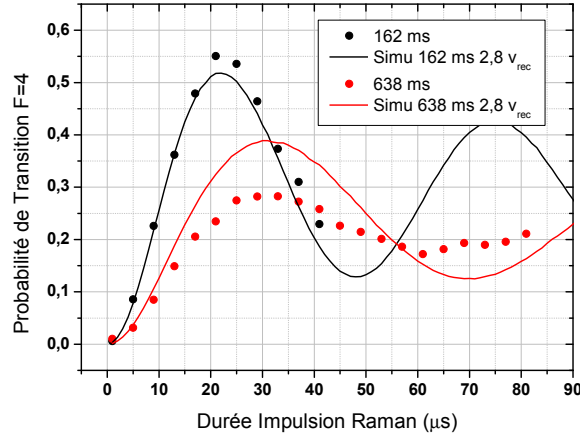


FIGURE 3.28 – Oscillations de Rabi contra-propageantes. On compare les résultats avec une simulation de Monte Carlo : pour  $t=162$  ms on observe un bon accord, alors que pour  $t=638$  ms, il y a un écart de  $\sim 25\%$ . Cet écart peut être expliqué par la **distribution réelle** de vitesse du nuage qui est de type Lorentzienne B : le nombre d'atomes « chauds » présents dans les ailes de la distribution est sous-estimée par la simulation

En configuration co-propageante, à  $t = 160$  ms après le lancement des atomes, la probabilité de transition maximum atteinte est de  $P = 0,95$  pour une durée d'impulsion  $\tau_\pi = 30$   $\mu s$ . La distribution en position du nuage est donc suffisamment petite devant le waist du faisceau Raman pour transférer la quasi intégralité des atomes dans l'état  $|F = 4, m_F = 0\rangle$ .

En configuration contra-propageante, en lançant les atomes à la même vitesse ( $3,9$  m/s) on obtient une efficacité de transfert de  $P = 0,55$  pour une durée d'impulsion assez proche ( $\tau_\pi \sim 20$   $\mu s$ ). La différence entre les deux efficacités de transition est due à la **sélectivité en vitesse** de l'impulsion Raman et à la distribution de vitesse du nuage. Sur la figure 3.28, on réalise 2 oscillations de Rabi pour la première et la dernière impulsion de la configuration à 4 impulsions  $2T = 476$  ms. La diminution de l'efficacité des oscillations de Rabi caractérise l'**expansion du nuage atomique**.

### 3.4.4 Caractérisation de la sensibilité

#### 3.4.4.a Sensibilité

Pour un interféromètre à 4 impulsions de temps d'interaction  $2T$ , le déphasage atomique dû à l'effet Sagnac s'écrit

$$\Delta\Phi = \frac{1}{2} k_{eff} g \Omega T^3 \quad (3.4)$$



Notre capacité à mesurer un signal inertiel d'amplitude très faible dépend directement de notre sensibilité à la mesure de phase atomique, comme le montre l'équation suivante, issue de la différenciation de 3.4 :

$$\sigma_{\Omega} = \frac{2 \sigma_{\Phi}}{k_{eff} g T^3}$$

Le déphasage en sortie de l'interféromètre, extrait d'un ajustement sinusoïdal de la probabilité de transition  $P = (1 + C \cdot \cos(\Delta\Phi))/2$ , contient le signal « utile » inertiel, mais il est également affecté par de nombreux types de bruits.

Dans cette partie, nous allons caractériser la sensibilité limite de l'interféromètre, et étudier les différentes sources de bruit qui affectent la phase atomique. Le bruit d'accélération constitue la source prédominante de bruit : nous présenterons les différentes stratégies développées pour le mesurer et le réduire au chapitre 4, ainsi que les challenges techniques que cela représente.

Nous allons caractériser l'interféromètre en utilisant des transitions Raman « co-propageantes » : celles-ci ne changent pas l'état d'impulsion des atomes, l'interféromètre est donc **insensible aux effets inertiels**, mais reste sensible à tous les effets affectant exclusivement **l'état interne de l'atome**

### 3.4.4.b Principe de la mesure de sensibilité à flanc de frange

La sensibilité maximale de l'interféromètre est à mi-frange, c'est à dire pour  $P = 1/2$ . En effet si on dérive la probabilité de transition on obtient :

$$\frac{d\Phi}{dP} = \frac{2}{C} \frac{1}{\sin(\Phi)}$$

qui est donc maximum pour  $\Phi = \frac{\pi}{2}$ . En configurant l'interféromètre pour réaliser une série de mesures en pointant alternativement à  $\Delta\Phi = -\frac{\pi}{2}$  puis à  $\Delta\Phi = +\frac{\pi}{2}$  par rapport à la frange centrale, on peut discriminer la stabilité de fréquence de l'interféromètre de la stabilité de puissance moyenne des lasers (cf. figure 3.29).

On calcule la série des demi-différences :

$$(\Delta P)_k = \frac{1}{2} \left[ P \left( (-1)^k \frac{\pi}{2} \right) - P \left( (-1)^{k+1} \frac{\pi}{2} \right) \right]$$

Si la puissance moyenne des lasers change, alors le taux de transfert moyen change également. En supposant que cette évolution est **lente** devant la fréquence de cycle, alors la série des demi-différences reste constante, et sa variance est nulle. En revanche, si la fréquence ou la phase des lasers change, alors la phase de la frange centrale se déplace. En supposant que cette frange centrale soit déphasée de  $+\delta\phi$ , la probabilité à droite de la frange vaut  $P(\pi/2 - \delta\phi)$  et à gauche  $P(\pi/2 + \delta\phi)$ . Cette méthode de mesure différentielle permet de s'affranchir des fluctuations **lentes** de puissance des lasers, et d'accéder à la sensibilité de phase de l'interféromètre.

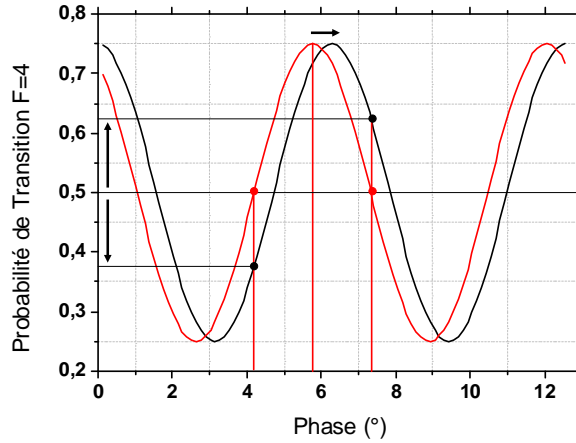


FIGURE 3.29 – Mesure de la stabilité de la **phase** à partir de la mesure différentielle à gauche et à droite de la frange centrale. Nous représentons ici l'apparition d'un déphasage entre deux mesures : déplacement de la frange rouge vers la noire

#### 3.4.4.c Sensibilité en configuration co-propageante

**Interrogation de type Ramsey** En réalisant une séquence de 2 impulsions Raman  $\pi/2$  en configuration co-propageante, séparées d'un temps de propagation libre  $T$ , on réalise l'interféromètre le plus simple que l'on peut tester : une interaction de type Ramsey [82]. C'est sur ce principe que reposent les horloges atomiques du SYRTE, atteignant une exactitude de  $2 \cdot 10^{-16}$  s [83] et participant à la définition du temps atomique international. Dans le cas des horloges de type « fontaine atomique », les atomes de Césium sont soumis à deux impulsions micro-ondes  $\pi/2$  accordées sur la fréquence de transition hyperfine  $|F = 3, m_F = 0\rangle \rightarrow |F = 4, m_F = 0\rangle$  à  $9,192631770$  GHz. Dans notre configuration, on calcule en combinant

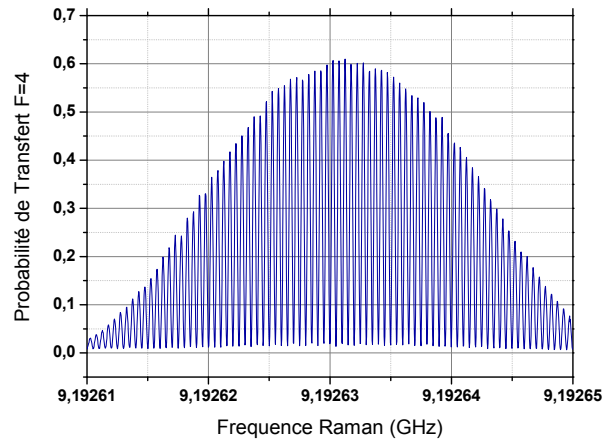


FIGURE 3.30 – Franges de Ramsey pour  $T=10$ ms : nous observons l'enveloppe dont la largeur est caractéristique de la durée d'impulsion et dont la période des franges est déterminée par le temps d'interrogation  $T$

deux matrices  $S(\tau, \Omega_{eff}, \Phi)$  séparées d'un temps de propagation  $T$ , l'évolution de la probabilité

de transfert en fonction de la phase des lasers  $\phi_1$  et  $\phi_2$  aux instants  $t_1$  et  $t_2$  et de la différence de fréquence des lasers  $\omega_{eff} = \omega_1 - \omega_2 = \delta + (\omega_b - \omega_a)$  :

$$P_{F=4} = \sin^2(\Omega_{eff}\tau)(1 + \cos((T + \tau)(\omega_f - \omega_e) + \omega_{eff}T + \Phi_2 - \Phi_1)) \quad (3.5)$$

Le premier terme est l'enveloppe, qui pondère l'amplitude des franges en fonction du désaccord  $\delta = (\omega_1 - \omega_2) - (\omega_b - \omega_a)$  dans le terme  $\Omega_{eff} = \sqrt{\Omega_R^2 + \delta^2}$ .

En balayant le désaccord  $\delta$ , on fait défiler les franges avec une période  $2\pi/T$ . Sur la figure 3.30 le temps d'évolution libre est  $T = 10\text{ ms}$ , relativement court, mais suffisant pour observer l'enveloppe des franges de Ramsey.

### Sources de bruits affectant l'interféromètre co-propageant

1. **Chaîne d'Acquisition**
2. **Bruit de Phase du laser Raman**
3. **Bruit de Phase de la Chaîne de Fréquence Raman**

**Interféromètre Court - 1 Faisceau Raman**  $\pi/2 - \pi - \pi/2 - 2T = 30\text{ ms}$  On réalise un interféromètre co-propageant dans le second faisceau Raman, avec un contraste de 55%. Afin de rejeter les fluctuations lentes de puissance laser, on étudie l'écart-type d'Allan de la série des demi-différences en pointant alternativement à gauche puis à droite de la frange centrale. Le nombre moyen d'atomes détectés lors de la mesure est  $N_{det} = 3,0 \cdot 10^6$ , le bruit technique de détection est donc :

$$\sigma_{\Phi Det} = 7\text{ mrad Hz}^{-1/2}$$

A l'aide de la fonction de sensibilité à la phase  $|H(\omega)_\phi|^2$ , et des densités spectrales de bruits de phase de la chaîne de fréquence et du laser Raman, on calcule la variance d'Allan à 1 coup due aux bruits de phase. Pour  $2T = 30\text{ ms}$  et  $T_c = 1,5\text{ s}$ , on obtient :

$$\sigma_{\Phi Laser} = 0,7\text{ mrad}$$

$$\sigma_{\Phi Chaîne} = 9,6\text{ mrad}$$

On obtient en effet un écart-type d'Allan de la demi-différence  $\sigma_\Phi = 25\text{ mrad Hz}^{-1/2}$ . Les sources de bruits identifiées étant indépendantes, elles s'ajoutent quadratiquement. Le bruit résiduel peut donc être estimé par la loi d'addition des variances :

$$\sigma_{\Phi Res} = 24\text{ mrad Hz}^{-1/2}$$

**Interféromètre Long - 2 Faisceaux Raman**  $\pi/2 - \pi - \pi/2 - 2T = 480\text{ ms}$  On réalise un interféromètre co-propageant de longue durée, afin d'être dans des conditions similaires

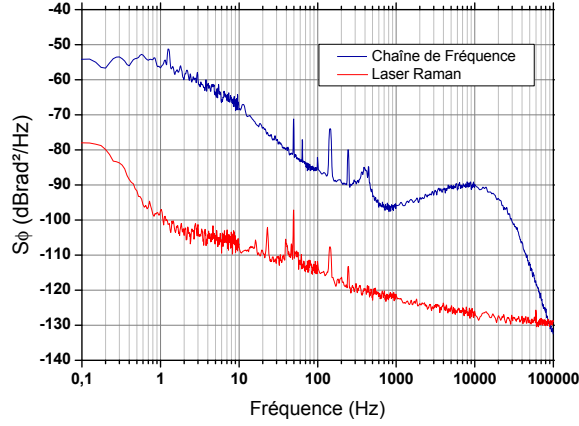


FIGURE 3.31 – Densités spectrales de bruit de phase de la chaîne de fréquence Raman, et du laser Raman

au premier interféromètre contra-propageant que l'on souhaite réaliser. On calcule alors la fonction de sensibilité de l'interféromètre à la phase, et on obtient :

$$\sigma_{\Phi \text{ Laser}} = 5,4 \text{ mrad}$$

$$\sigma_{\Phi \text{ Chaîne}} = 10,0 \text{ mrad}$$

L'interféromètre est en effet beaucoup plus sensible au bruit basse fréquence, qui domine sur la chaîne Raman. Le contraste est meilleur, puisque lorsque l'on réalise les transitions au centre des faisceaux, on obtient 70 %. Le nombre moyen d'atomes détectés est ici  $N_{det} = 2,5 \cdot 10^6$ , ce qui se traduit par un bruit technique de détection :

$$\sigma_{\Phi \text{ Det}} = 7 \text{ mrad Hz}^{-1/2}$$

L'écart-type d'Allan de la demi-différence est  $\sigma_{\Phi} = 35 \text{ mrad Hz}^{-1/2}$ .

A partir de la loi d'addition des variances, on estime l'amplitude de bruit résiduel dont la source n'a pas été identifiée :  $\sigma_{\Phi \text{ Res}} = 32 \text{ mrad Hz}^{-1/2}$ . Les mesures de stabilité de la chaîne de fréquence ont été réalisées en 2010 [67], et devraient être réalisées à nouveau pour confirmer notre analyse. Ce bruit inconnu peut être causé par le champ magnétique, bien que l'augmentation ne soit que de  $\sim 30\%$  alors que le temps d'interrogation a été multiplié par 16. Nous verrons au chapitre 4 que ce bruit est cependant loin d'être limitant pour l'instant.

**Sensibilité ultime** Si on considère que l'interféromètre contra-propageant, de durée  $2T = 480 \text{ ms}$ , est fondamentalement limité par les mêmes sources de bruit que l'interféromètre co-propageant de même durée, alors le plus petit déphasage inertiel atomique mesurable sera égal au bruit de l'interféromètre, soit  $35 \text{ mrad} \cdot \text{Hz}^{-1/2}$ . La sensibilité à la mesure de la rotation sera donc :

$$\sigma_{\Omega} = 3,5 \cdot 10^{-8} \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1} \text{ Hz}^{-1/2}$$



## Chapitre 4

# Mesures inertielles de très haute sensibilité

Dans ce chapitre, nous allons détailler les méthodes mises en œuvre pour atteindre les performances ultimes du gyromètre. La difficulté principale est liée à la très grande aire interférométrique que nous avons atteinte,  $2,4 \text{ cm}^2$ , déjà 65 fois plus grande que le premier accéléromètre - gyromètre. La sensibilité à la rotation est telle que le bruit d'accélération, non amorti par la seule plateforme d'isolation, brouille totalement les franges. Nous allons donc devoir mettre en place une stratégie d'isolation des vibrations et de l'acoustique de l'expérience, couplée à un contrôle actif de celle-ci. Cela nous permettra d'optimiser la corrélation entre les données d'accélération acquises par un ensemble de capteurs externes et par l'interféromètre.

Pour atteindre une telle aire dans la configuration en fontaine du gyromètre, il est nécessaire d'utiliser deux faisceaux séparés. Nous verrons que l'alignement est très critique, étant donné que le parallélisme entre les deux collimateurs doit être réalisé à quelques micro-radians ; c'est la longueur de cohérence du paquet d'ondes atomiques (une dizaine de nanomètres) qui impose cette condition pour « refermer » l'interféromètre.

Avant d'augmenter l'aire, nous allons commencer par caractériser et optimiser l'interféromètre pour des temps d'interrogation courts, entre 1 et 100 ms. Nous pourrons ainsi optimiser la rétro-réflexion d'un faisceau, la rampe de compensation de l'accélération de pesanteur, la verticalité de l'expérience, l'efficacité des transitions contra-propageantes, ou encore l'isolation de l'expérience par la plateforme d'isolation. Nous pourrons également étudier différentes séquences d'interrogation, à 3 ou 4 impulsions avec un seul faisceau, et obtenir une première estimation de la sensibilité.

## 4.1 Optimisation de l'interféromètre pour des temps d'interrogation courts

La caractérisation pour des temps d'interrogation courts impose l'utilisation d'un unique faisceau : le profil gaussien des lasers limitera donc le contraste. Pour optimiser le rapport signal à bruit, nous allons interroger les atomes dans le hublot le plus proche du piège ( $H_1$ ). Le temps d'interrogation maximal sera limité par la vitesse des atomes et la taille du faisceau. Lorsque les atomes sont à l'apogée de leur trajectoire dans  $H_1$ , le temps maximal d'interaction est alors  $T_{int} \sim 120$  ms. D'autre part, la vitesse des atomes étant faible lorsqu'ils sont proches de l'apogée, l'écart Doppler entre les deux ordres de diffraction  $\pm \hbar k_{eff}$  sera réduit : si l'interféromètre est réalisé dans l'ordre  $+1$ , une partie des atomes sera également diffractée dans l'ordre  $-1$ .

### 4.1.1 Géométries et temps d'interaction

#### 4.1.1.a Géométries à un seul faisceau

Deux géométries sont réalisables avec un seul faisceau :

1. **Séquence à 3 impulsions**  $\pi/2 - \pi - \pi/2$ , de durée  $2T$ , où  $T$  est le temps de propagation libre entre la première et la deuxième impulsion, égal au temps de propagation entre la deuxième et la troisième impulsion. Nous avons montré dans le chapitre 2 que le déphasage atomique pouvait s'écrire  $\Delta\Phi = \Phi_3 - 2\Phi_2 + \Phi_1$  où  $\Phi_i$  est la phase du laser à l'instant  $t_i$ . Pour faire défiler les franges, ou pointer à  $\pm\pi/2$  de la frange centrale afin d'estimer la sensibilité de l'interféromètre, on applique un déphasage  $\delta\Phi$  entre les impulsions 1 et 2.

Dans cette configuration à 3 impulsions, les atomes sont sensibles à la fois à l'accélération et à la rotation, sans moyen de discrimination entre les deux effets. Les déphasages respectifs sont, pour la rotation et l'accélération :

$$\Delta\Phi_{\Omega} = -2\vec{k}_{eff} \cdot (\vec{v} \times \vec{\Omega}) \cdot T^2 \quad (4.1)$$

$$\Delta\Phi_{\vec{a}} = (\vec{k}_{eff} \cdot \vec{a}) \cdot T^2 \quad (4.2)$$

La durée minimale de l'interféromètre est limitée par le temps de réponse de la DDS « SRS », qui est de l'ordre de  $6$  ms. La séquence à 3 impulsions est réalisée sur la portion ascendante de la trajectoire du nuage ; la limite supérieure  $2T$  est fixée par le temps de passage des atomes dans le faisceau, dans ce cas de l'ordre de  $30$  ms.

2. **Séquence à 4 impulsions**  $\pi/2 - \pi - \pi - \pi/2$ , de durée totale  $2T$ , et où  $T/2 - T - T/2$  sont les temps de propagations libres respectifs entre les 4 impulsions. Le déphasage atomique s'écrit dans ce cas :  $\Delta\Phi = \Phi_4 - 2\Phi_3 - 2\Phi_2 + \Phi_1$ . Dans cette configuration, on réalise les deux premières impulsions  $\pi/2$  et  $\pi$  durant la phase ascendante du nuage atomique, et on applique les deux impulsions suivantes sur la phase de descente. Par ailleurs, cette configuration permet d'accroître l'aire et donc d'augmenter la sensibilité

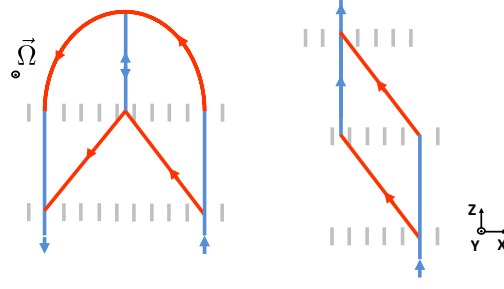


FIGURE 4.1 – Géométries à 3 et 4 impulsions utilisant un seul faisceau d'interrogation. Les trajectoires atomiques sont représentées en traits bleu (F=3) et rouge (F=4) et les impulsions lumineuses par les traits verticaux gris

à la rotation. La démonstration du chapitre 2 nous a montré que le déphasage atomique lié à la rotation pouvait s'écrire :

$$\Delta\Phi_{\Omega} = \frac{1}{2}\vec{k}_{eff} \cdot (\vec{g} \times \vec{\Omega}) \cdot T^3 \quad (4.3)$$

Cette géométrie à 4 impulsions nous a permis d'accéder à des temps d'interrogation plus longs, puisque les deux demi interféromètres doivent être de part et d'autre de l'apogée. Le temps d'interrogation maximal est limité à  $2T=100$  ms : les 4 impulsions ont lieu sur les bords du faisceau, ce qui dégrade fortement le contraste à  $\sim 5\%$ .

#### 4.1.1.b Optimisation du temps d'interrogation

Ces deux configurations nous permettent d'optimiser l'interféromètre pour des temps d'interrogation courts. Le paramètre principal à optimiser est le contraste de l'interféromètre : comme nous l'avons vu, il dépend notamment de la distribution spatiale d'intensité du faisceau qui réduit l'efficacité de transfert. Pour caractériser cette distribution et optimiser le temps central de l'interféromètre, on balaye l'instant d'interrogation des atomes et on mesure leur probabilité de transition. En ajustant la vitesse de lancement des atomes, on peut alors choisir la meilleure combinaison de **vitesse** et de **temps d'interrogation** qui maximise le contraste.

Sur la figure 4.2 on mesure la probabilité de transition dans le premier hublot en fonction de l'instant de l'impulsion. Sur le graphique de gauche, les atomes atteignent leur apogée dans  $H_1$ , pour une vitesse  $v = 3,13 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$  : l'apogée se situe légèrement au dessus du centre du faisceau, c'est pourquoi on observe deux pics à  $t = 280 \text{ ms}$  et  $t = 360 \text{ ms}$ , séparés par un minimum local. Ce minimum correspond donc à l'apogée, et les deux pics correspondent aux passages du nuage au centre du faisceau, à la montée et à la descente. Sur le graphique de droite, la vitesse des atomes atteint  $3,89 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$  : le temps de passage du nuage est très court, environ  $20 \text{ ms}$ . Pour une vitesse de lancement donnée, on détermine ainsi la durée maximale d'interrogation avec un seul faisceau et on choisit les instants optimaux pour les impulsions. A l'apogée, la vitesse des atomes est nulle : la diffraction a donc lieu dans les deux ordres  $\pm\hbar k_{eff}$ , réduisant ainsi fortement le contraste [84].



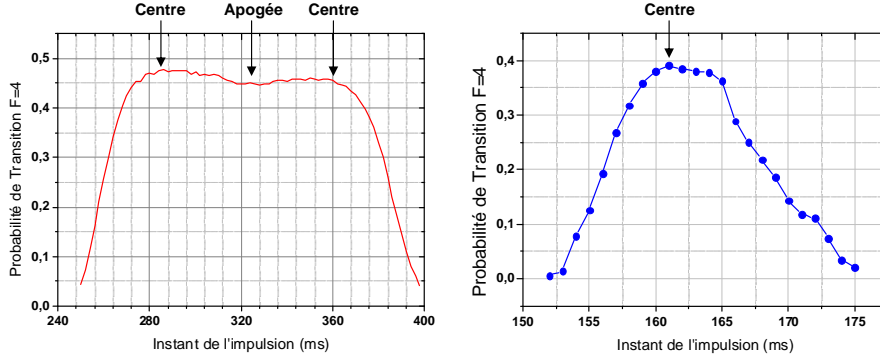


FIGURE 4.2 – On mesure le temps de passage des atomes dans le premier hublot en sondant leur présence à l'aide d'une impulsion Raman. A gauche : les atomes sont à l'apogée dans  $H_1$  pour  $v = 3,13 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ . A droite : passage des atomes dans  $H_1$  pour  $v = 3,89 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

## 4.1.2 Sensibilité inertielle

### 4.1.2.a Compensation de l'accélération de pesanteur

Nous avons vu au chapitre 3 que l'introduction d'un effet Doppler permet de lever la dégénérescence entre les transitions selon  $\pm \hbar \vec{k}_{eff}$ . Cet effet Doppler dépend linéairement de la vitesse des atomes projetée sur l'axe des lasers Raman. On note  $\theta$  l'angle entre l'horizontale et l'axe Raman, on a alors :

$$v_R(t) = \vec{v}(t) \cdot \vec{e}_{\text{Raman}} = v(t) \cdot \sin \theta$$

Comme les atomes sont en chute libre, leur vitesse évolue comme  $v(t) = v_0 - g \cdot t$ , changeant la condition de résonance linéairement au cours du temps. Pour rester à résonance à chaque impulsion, on pilote la source de fréquence à 100 MHz du banc Raman grâce à une DDS 48 bits AD9852. La rampe réalisée est la suivante :

$$f_{\text{DDS}}(t) = f_0 (100 \text{ MHz}) + \frac{\sin \theta}{4\pi} (v_0 - gt) k_{\text{eff}} = f_1 - t \cdot g \cdot \sin \theta \cdot \left( \frac{k_{\text{eff}}}{4\pi} \right)$$

La rampe dépend donc de la projection de l'accélération de pesanteur sur la direction du faisceau Raman. Un ajustement très fin de cette rampe est nécessaire, et sera explicité au paragraphe 4.2.2.b. Sur la figure 4.3, on présente les spectres Raman réalisés à différents instants après le lancement des atomes. Le décalage Doppler entre les pics devient très faible près de l'apogée des atomes, comme on peut le voir pour  $t = 296 \text{ ms}$  : ceux-ci ne sont même plus résolus. Ainsi, à la fréquence centrale du pic  $-\hbar k_{\text{eff}}$  une fraction non négligeable d'atomes est aussi diffractée dans l'ordre  $+\hbar k_{\text{eff}}$

### 4.1.2.b Verticalité de l'expérience

La verticalité de l'expérience est un paramètre clé pour optimiser le nombre d'atomes détectés.

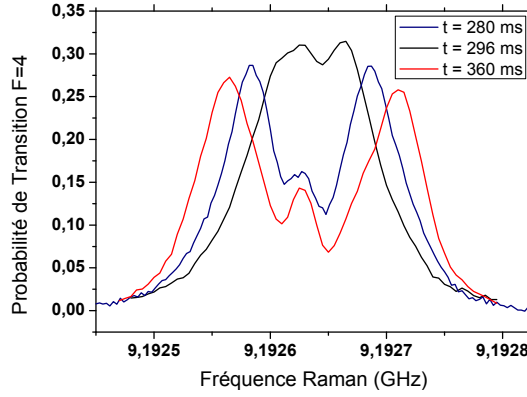


FIGURE 4.3 – Spectroscopie Raman dans  $H_1$  à différents instants, à  $v = 3,35 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$  sans compensation de l'effet Doppler. Lorsque les atomes approchent de leur apogée ( $t=296 \text{ ms}$ ) la séparation des pics Doppler se réduit.

Réalisons un **calcul d'ordre de grandeur** : si la direction de lancement fait un angle  $\beta$  avec la verticale, alors le centre du nuage atomique sera décalé de  $\delta l = v_0 \sin \beta T_{\text{vol}}$  au moment de la détection. Pour un temps de vol de 1s et un angle de 1 mrad, le déplacement sera de l'ordre de 5 mm, déjà grand devant la largeur des nappes de détection de  $2 \times \ell = 30 \text{ mm}$  dans la direction des faisceaux Raman. Dans l'autre direction, la longueur des nappes ne limite pas : on utilise donc l'effet Doppler introduit par l'angle  $\beta$  pour le mesurer, puis l'annuler.

Pour contrôler l'orientation de la structure du gyromètre, on dispose d'un inclinomètre (modèle Applied Geomechanics, 701-2A) de résolution angulaire  $0,1 \mu\text{rad}$ , et dont on enregistre les données à chaque cycle dans les direction X et Y. Le gyromètre est posé sur une plateforme anti-vibrations, dont la hauteur des pieds est ajustable, permettant de modifier l'inclinaison moyenne de l'expérience. Pour ajuster finement le tilt, on utilise simplement des poids dont on change la répartition au niveau de la base de la structure.

Sur la figure 4.4, on peut constater l'effet de différentes inclinaisons de l'expérience sur les spectres Raman : la résonance se déplace en fonction de l'inclinaison, et une asymétrie apparaît sur les pics Doppler. Cette asymétrie est due à la vitesse tangentielle qui augmente lorsque l'expérience est plus inclinée, et ce pour une même vitesse de lancement. Pour rendre l'expérience verticale, nous allons justement utiliser le décalage en fréquence des pics Raman, lié à l'effet Doppler  $\omega_D = v \cdot \sin \theta \cdot k_{\text{eff}}$ . En comparant les spectres réalisés avec le seul faisceau  $H_1$ , à la montée et à la descente du nuage, on pourra en déduire l'écart angulaire vu par le nuage.

Afin de réaliser cette comparaison, il faut avant tout s'assurer que l'on illumine bien les atomes à des instants  $t_1$  et  $t_2$  tels que  $|v(t_1)| = |v(t_2)|$ . Pour cela, on sonde les atomes avec le faisceau de détection, à la montée et à la descente. On détermine ainsi le temps de vol, et l'instant de l'apogée du nuage : on choisit alors les instants  $t_i$  tels que  $t_1 = t_{\text{apogee}} - \Delta T$  et  $t_2 = t_{\text{apogee}} + \Delta T$ . On procède ensuite de manière itérative : modification de l'inclinaison de l'expérience par déplacement de poids, enregistrement des nouvelles valeurs de tilt, et spectres Raman à la montée et à la descente. Sur chaque spectre, on mesure l'écart en fréquence entre

les deux pics, noté  $\Delta f_{\uparrow}$  ou  $\Delta f_{\downarrow}$ . L'angle nous est donné par la formule :

$$\beta = \arcsin\left(\Delta F_{\uparrow} \frac{\lambda}{4} \frac{1}{v(t_{\uparrow})}\right) - \arcsin\left(\Delta F_{\downarrow} \frac{\lambda}{4} \frac{1}{v(t_{\downarrow})}\right)$$

Pour mesurer l'angle  $\beta$ , on réalise un simple ajustement gaussien des pics Doppler : notre incertitude maximale sur cet ajustement est de 350 Hz et nous permet d'obtenir une très bonne mesure de la verticalité :

$$\Delta F_{\uparrow \text{ ou } \downarrow} = 800 \text{ kHz} \pm 350 \text{ Hz}$$

L'angle  $\beta$  est donc inférieur à  $35 \mu\text{rad}$  : le décalage maximum des atomes dans la nappe de détection est ainsi de  $\sim 35 \mu\text{m}$ .

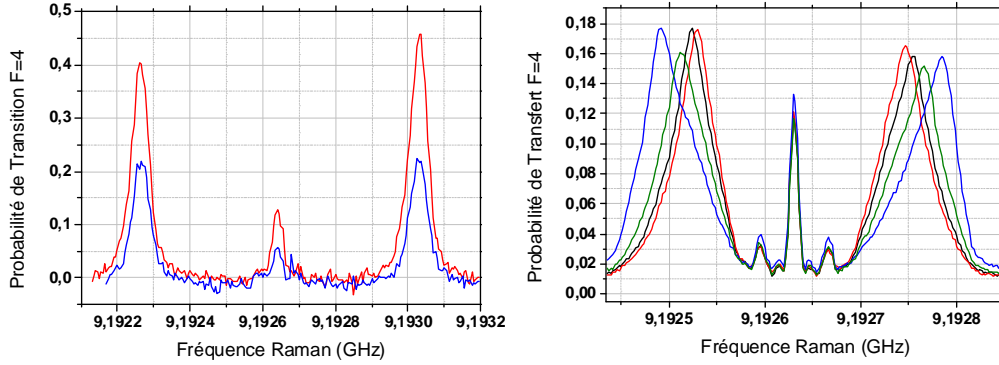


FIGURE 4.4 – À gauche : deux spectres Raman réalisés à la montée, pour  $t = 155 \text{ ms}$  et à la descente pour  $t = 668 \text{ ms}$ . Les deux spectres sont réalisés au centre de  $H_1$  et sont parfaitement superposés. La diminution de l'efficacité des transitions est liée à l'expansion du nuage. À droite : le spectre Raman devient asymétrique lorsque la direction de lancement n'est pas verticale. L'inclinaison a été modifiée au maximum de 1 mrad (entre les spectres bleu et rouge)

#### 4.1.2.c Réduction du Contraste

On caractérise donc notre interféromètre dans une configuration à 3 impulsions, avec un temps central  $T = 280 \text{ ms}$  et un temps de vol de  $640 \text{ ms}$ . Pour l'interféromètre le plus court,  $2T = 10 \text{ ms}$ , le contraste maximal obtenu est  $C = 22\%$ . Cette durée courte permet d'obtenir une pulsation de Rabi effective  $\Omega_{\text{eff}}(x, y)$  quasiment identique à chaque impulsion. Comme les atomes sont interrogés à un niveau proche de leur apogée, il y a un peu de diffraction dans l'ordre opposé  $-\hbar k_{\text{eff}}$ . De plus, l'extension spatiale du nuage devient significative, pour  $T = 280 \text{ ms}$  on a  $2\sigma_R = 2 \times 2,8 v_{\text{rec}} \cdot T = 5,5 \text{ mm}$ . On peut se reporter aux oscillations de Rabi commentées au chapitre 3 pour constater la légère baisse d'efficacité, passant de 55% à 40% de taux de transfert maximal. Sur la figure 4.5, on peut observer l'évolution du contraste pour des durées d'interféromètres croissantes, passant de 22% pour  $2T = 10 \text{ ms}$  à 15% pour  $2T = 30 \text{ ms}$ .

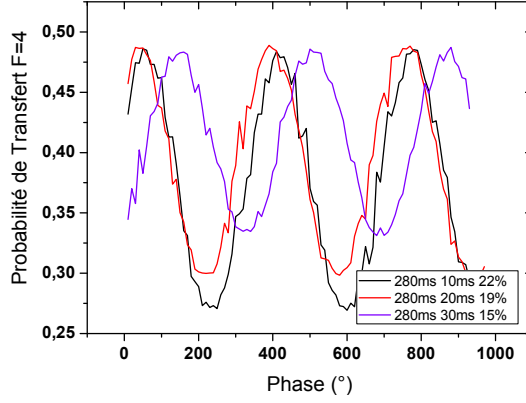


FIGURE 4.5 – Réduction du contraste pour une durée d'interrogation croissante  $2T = 10, 20, 30 \text{ ms}$  dans une configuration à 3 impulsions et un seul faisceau.

#### 4.1.2.d Facteurs d'échelle et sensibilités

D'après les expressions des déphasages inertiels pour la rotation et l'accélération (cf. équations 4.1 et 4.3) on peut calculer les facteurs d'échelle reliant les sensibilités  $\sigma_\Omega$  et  $\sigma_a$ , c'est à dire les plus petites rotations et accélérations mesurables. En configuration à 3 impulsions, les sensibilités sont :

$$\sigma_a = \frac{\sigma_\Phi}{k_{\text{eff}}T^2} \quad \text{et} \quad \sigma_\Omega = \frac{\sigma_\Phi}{2k_{\text{eff}}vT^2} \quad (4.4)$$

On obtient pour  $2T = 30 \text{ ms}$  un contraste  $C = 13\%$ , et une sensibilité à la phase  $\sigma_\Phi = 29 \text{ mrad.Hz}^{-1/2}$ . D'après l'équation 4.4, la sensibilité à la rotation pure est  $\sigma_\Omega = 7,7 \cdot 10^{-6} \text{ rad.s}^{-1}.\text{Hz}^{-1/2}$ , et la sensibilité à l'accélération pure est  $\sigma_a = 8,7 \cdot 10^{-6} \text{ m.s}^{-2}.\text{Hz}^{-1/2}$ .

Dans une configuration à 4 impulsions, la sensibilité à la rotation est

$$\sigma_\Omega = \frac{2\sigma_\Phi}{k_{\text{eff}}gT^3}$$

On obtient pour  $2T=100 \text{ ms}$  un contraste assez faible  $C=5\%$  qui limite le RSB à 125, et une sensibilité à la rotation  $\sigma_\Omega = 2,2 \cdot 10^{-5} \text{ rad.s}^{-1}.\text{Hz}^{-1/2}$ .

La sensibilité à la rotation est 3 fois meilleure dans la configuration à 3 impulsions, bien que le facteur d'échelle soit 2 fois plus petit : ce résultat semble donc paradoxal. Or le contraste est près de 3 fois plus faible pour la géométrie à 4 impulsions : si les fluctuations de probabilité sont identiques pour les 2 géométries, alors la stabilité de phase diminuera d'un facteur égal au rapport des contrastes :  $\sigma_\Phi = 2\sigma_P/C$ .

**Conclusion** Cette caractérisation préliminaire nous a permis d'obtenir des performances honorables, malgré l'utilisation d'un faisceau unique inadapté à la géométrie du gyromètre. Nous avons également pu optimiser les paramètres des lasers Raman : mise en place d'une rampe de fréquence pour compenser le désaccord Doppler, optimisation des impulsions (instant et durée), et tests de différentes géométries en ajustant la vitesse de lancement des atomes.

## 4.2 Alignement du parallélisme des deux paires de faisceaux Raman

Dans tout interféromètre optique à deux ondes, une condition fondamentale pour obtenir des interférences est que la différence des chemins optiques soit plus petite que la longueur de cohérence de la source. Dans le cas d'un laser, c'est la qualité spectrale de la source qui définit cette longueur de cohérence : pour un He-Ne classique de largeur de raie  $1,5 \text{ GHz}$  à  $633 \text{ nm}$  on a  $L_{\text{coh}} = 20 \text{ cm}$ .

Pour un interféromètre à ondes de matière, c'est la distribution en vitesse de la source qui définit cette longueur de cohérence. Nous allons la calculer pour notre source atomique, et en déduire les conditions nécessaires au parallélisme des deux faisceaux Raman dans les géométries à 3 et 4 impulsions afin de refermer l'interféromètre.

Pour réaliser cet alignement, nous allons présenter et mettre en œuvre deux méthodes : la première se base sur l'effet Doppler pour la direction verticale, et la seconde utilise un interféromètre de Ramsey - Bordé pour la direction horizontale.

### 4.2.1 Condition de fermeture de l'interféromètre et longueur de cohérence

#### 4.2.1.a Longueur de cohérence

Nous allons étudier dans ce paragraphe à quel point le parallélisme des deux faisceaux est critique. En effet ceux-ci modifient la trajectoire des atomes en leur communiquant une impulsion de recul  $\hbar \vec{k}_{\text{eff}}$  parallèlement à la direction du faisceau. La différence d'orientation des deux faisceaux conduit à un déplacement différentiel entre les deux voies de l'interféromètre. Si ce déplacement est plus grand que la longueur de cohérence, alors il n'y a plus interférence.

A partir de l'inégalité de Heisenberg, on fait l'hypothèse que l'on est dans le cas limite  $\Delta X \Delta P = \frac{\hbar}{2}$  en fin de mélasse optique [85] [86]. En effet, on est en présence d'un état classique non comprimé, ce qui nous permet de supposer que la distribution en position - impulsion dans l'espace des phases est isotrope, et que l'on a  $\Delta P = \hbar/(2\Delta X)$ . Connaissant la distribution en impulsion du paquet d'onde (gaussienne d'écart-type  $\sigma_P$ ), on peut en déduire sa longueur de cohérence  $L_{\text{coh}}$  que l'on définit ainsi [73] :

$$\begin{aligned} \Delta X \Delta P &= \hbar/2 \\ \sigma_X &= \hbar/(2 \cdot m \cdot \sigma_V) \\ L_{\text{coh}} = \sigma_X &= 25 \text{ nm} \end{aligned}$$

Le décalage lié à l'erreur d'alignement des faisceaux doit donc être plus petit que cette longueur de cohérence si l'on veut obtenir des interférences. Le contraste dépend ensuite de la qualité de superposition des paquets d'ondes : il sera maximal dans le cas où  $\delta X \ll L_{\text{coh}}$ . Sur la figure 4.6, nous définissons les paramètres d'orientation des faisceaux Raman  $i = 1$  ou  $2$ . L'angle  $\theta_{i=1,2}$  repère l'angle vertical, alors que l'angle  $\alpha_{i=1,2}$  définit l'orientation du faisceau

dans la direction horizontale.

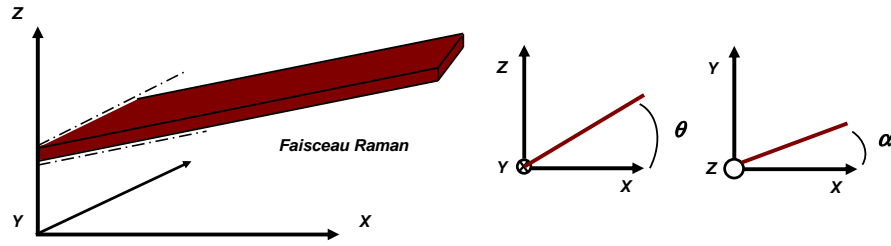


FIGURE 4.6 – Définition des angles  $\alpha$  et  $\theta$  pour l'orientation du faisceau Raman

#### 4.2.1.b Conditions sur les angles

Par souci de simplicité, on considère que l'angle Doppler  $\theta_1$  entre le faisceau Raman  $H_1$  et l'horizontale est nul. L'angle entre les deux faisceaux est noté  $\delta\theta = \theta_2 - \theta_1$ . On suppose tout d'abord que les deux faisceaux sont parfaitement alignés l'un par rapport à l'autre dans la direction  $\alpha$ .

**Géométrie repliée à 3 Impulsions** On représente la situation par la figure 4.7 : chaque faisceau communique au nuage une impulsion de recul, qui se traduit par un changement de sa vitesse  $\vec{\delta}_v = 2 \cdot v_{Rec} \cdot \vec{e}_{Raman} = 2 \cdot v_{Rec} \cdot (\cos \theta \cdot \vec{e}_x - \sin \theta \cdot \vec{e}_z)$ ; le module de l'impulsion transmise est donc toujours  $\hbar k_{eff}$ , mais les projections étant différentes sur les axes X et Z, on observe un décalage entre les paquets d'ondes dans ces deux directions. Dans cette configuration, un temps T sépare les impulsions 1 et 2, et de même pour les impulsions 2 et 3; de cette façon, l'interféromètre est symétrique et les paquets d'ondes se recombinent parfaitement lorsque les faisceaux sont alignés. On représente sur la figure, en rouge, les centres des impulsions lasers aux instants  $t = 0, T, 2T$ , ainsi que les décalages  $\delta X$  et  $\delta Z$ .

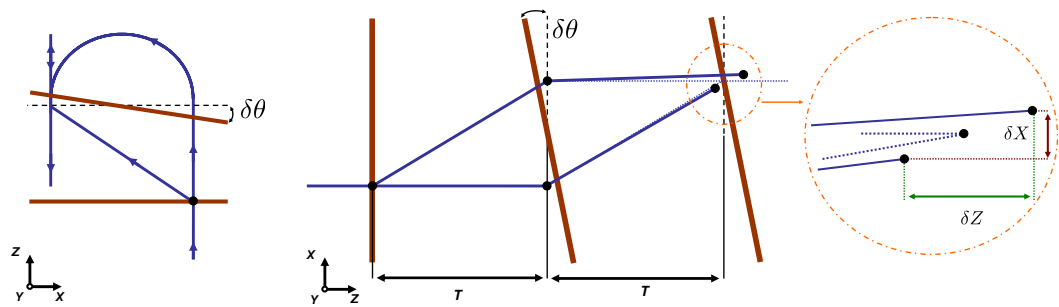


FIGURE 4.7 – Défaut de parallélisme entre les deux faisceaux dans une géométrie à trois impulsions. Les faisceaux lumineux sont représentés par des bandes rouges et les trajectoires atomiques par les traits bleus. À gauche, la géométrie « réelle » de l'interféromètre et au centre sa représentation « dépliée ».

Le principe général de calcul des déplacements repose simplement sur **la conservation de l'impulsion**. Commençons par calculer le décalage dans la **direction Z** :

- En supposant  $\theta_1 = 0$ , l'impulsion communiquée par la première séparatrice dans la direction Z est nulle. Au bout d'un temps T après la première impulsion, la différence de déplacement entre les deux paquets d'ondes est également nulle selon Z.
- La seconde impulsion est de type « miroir » ( $\pi$ ), inclinée d'un angle  $\theta_2$ , et communique donc une vitesse de déplacement différente. Au bout d'un temps T après la seconde impulsion, le paquet d'onde empruntant le chemin inférieur se déplace d'une distance  $Z_b = 2 \cdot v_{Rec} \cdot \sin \delta\theta \cdot T$ . Le paquet d'ondes supérieur se déplace d'une distance  $Z_a = -2 \cdot v_{Rec} \cdot \sin \delta\theta \cdot T$ .

On obtient finalement, pour l'écart en position Z des deux paquets d'ondes :

$$\begin{aligned} \delta Z &= |Z_a - Z_b| \\ &= |4 \cdot v_{Rec} \cdot \sin \delta\theta \cdot T| \\ &\approx 4 \times v_{rec} \cdot T \cdot \delta\theta \end{aligned}$$

En calculant le **décalage selon X** avec la même méthode, on obtient un écart :

$$\delta X \approx 2 \times v_{rec} \cdot T \cdot \delta\theta^2$$

En considérant un développement limité en  $\delta\theta$ , le décalage selon la direction X est ainsi d'ordre 2 alors qu'il est d'ordre 1 selon Z.

La condition sur la précision d'alignement des deux faisceaux est donc donnée par  $\delta L = L_{coh}$ , soit  $\delta\theta \approx \sqrt{L_{coh}/(2v_{rec}T)} \approx 500 \mu rad$  pour  $2T = 290 ms$  dans la direction X, et  $\delta\theta \approx L_{coh}/(4v_{rec}T) \approx 12 \mu rad$  dans la direction Z. Cela montre que la condition d'alignement la plus critique est celle définie sur la direction Z, avec une tolérance  $\theta \lesssim 12 \mu rad$ .

**Condition sur l'angle  $\alpha$**  Sans reprendre le détail des calculs, on peut écrire les mêmes types de conditions d'alignement pour l'angle  $\alpha$ . On obtient  $\delta X = 2 \cdot v_{rec}T\alpha^2$  et  $\delta Y = 4 \cdot v_{rec}T\alpha$ . La direction la plus critique est Y cette fois, avec une tolérance de  $12 \mu rad$  également.

**Géométrie à 4 Impulsions** On représente la situation sur la figure 4.8 : à gauche, l'interféromètre est présenté dans sa configuration de type fontaine, et à droite on le représente déplié selon l'axe Z. Le principe du calcul reste le même, avec un déplacement d'ordre 2 dans la direction X (respectivement Y pour l'angle  $\alpha$ ) et un déplacement d'ordre 1 dans la direction Z. Le déplacement dans la direction Z s'écrit alors :

$$\delta Z = 4 \times v_{rec} \cdot T \cdot \delta\theta$$

Quelle que soit la géométrie, la condition sur la fermeture de l'interféromètre est donc la même et dépend exclusivement du temps d'interrogation  $2T$ . Elle s'écrit simplement :

$$\delta\theta \leq L_{coh}/(4 \cdot v_{rec} \cdot T)$$

On calcule alors la tolérance angulaire pour différentes configurations :

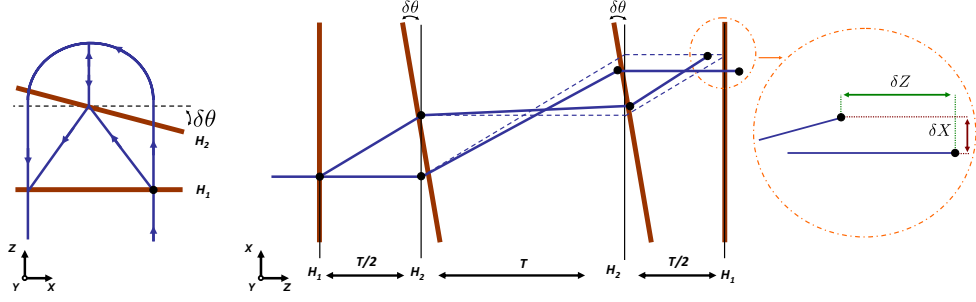


FIGURE 4.8 – Défaut de parallélisme entre les deux faisceaux dans une géométrie à quatre impulsions. A gauche, la géométrie « réelle » de l'interféromètre et au centre sa représentation « dépliée »

Hublots	Géométrie	2T (ms)	$\theta_{\max}$ ( $\mu\text{rad}$ )
$H_1 - H_2$	3 impulsions	290	12
$H_1 - H_2$	4 impulsions	480	7,5
$H_1 - H_3$	4 impulsions	572	6,2
$H_1 - H_4$	4 impulsions	800	4,4

La tolérance angulaire pour obtenir un signal d'interférences en sortie est extrêmement faible, ce qui nous amène à développer une stratégie par étapes pour ajuster l'alignement des deux faisceaux Raman au micro-radian.

## 4.2.2 Alignement vertical

Pour régler le parallélisme suivant l'axe vertical, nous allons utiliser la très grande sensibilité de l'interféromètre à 3 impulsions en mesurant la projection de l'accélération de pesanteur suivant l'axe Raman.

### 4.2.2.a Méthode d'alignement de l'angle $\theta$

On a vu au chapitre 2 que, dans un interféromètre à 3 impulsions, une partie du déphasage atomique est dû au déplacement des lasers Raman par rapport au référentiel en chute libre des atomes. Dans le cas d'une accélération constante  $\vec{a}$ , on a  $\Delta\Phi = \vec{a} \cdot \vec{e}_{\text{Raman}} \cdot T^2$ . En l'occurrence, le terme d'accélération est dû à l'accélération de pesanteur  $\vec{g}$ , dont la direction fait un angle  $\pi/2 - \theta$  avec  $\vec{e}_{\text{Raman}}$ . Si on réalise un interféromètre à 3 impulsions dans  $H_1$  ou  $H_2$ , le déphasage atomique lié à l'accélération s'écrit

$$\Delta\Phi = g \cdot \sin \theta_{i=1,2} \cdot T^2$$

On peut le compenser en réalisant une rampe linéaire de fréquence du type  $f(t) = r_0 \cdot t$ . Le déphasage lié à cette rampe s'écrit alors  $\Delta\Phi(t) = 2\pi f(t)t = 2\pi \cdot r_0 \cdot t^2$ , et pour un interféromètre à 3 impulsions le déphasage total, au bout de  $2T$ , est :

$$\Delta\Phi_{r_0} = 4\pi \cdot r_0 \cdot T^2$$



Pour annuler le déphasage dû à l'accélération de pesanteur, il faut déterminer le coefficient  $r_0$  tel que, **quelque soit T** :

$$\Delta\Phi_{\vec{g}} + \Delta\Phi_{r_0} = (g \cdot \sin \theta_{i=1,2} + 4\pi \cdot r_0) \cdot T^2 = a_R \cdot T^2 = 0$$

L'expression analytique du coefficient est simplement donnée par :

$$r_0 = -\frac{1}{4\pi} \cdot g \cdot \sin \theta_{i=1,2}$$

Dans un gravimètre atomique, c'est la détermination de cette rampe de fréquence qui permet de mesurer l'accélération locale de pesanteur dans une configuration Raman verticale et après une évaluation de l'ensemble des déphasages systématiques.

Pour aligner les deux faisceaux Raman au micro-radian dans la direction  $\theta$ , nous allons tout d'abord déterminer le coefficient  $r_0$  qui annule le déphasage inertiel dans  $H_1$  ; ensuite, nous allons modifier l'angle  $\theta_2$  pour que la projection de l'accélération de pesanteur soit la même dans  $H_2$ .

#### 4.2.2.b Rampe de fréquence pour $g \cdot \sin \theta_1$

Pour déterminer le déphasage lié à l'accélération de pesanteur, on réalise deux interféromètres successifs de durées respectives  $2T_1$  et  $2T_2$ . On ajuste la rampe de fréquence de manière itérative en changeant le coefficient  $r_0$ , afin de minimiser l'accélération résiduelle sur l'axe Raman, notée  $a_R$ . Son expression est donnée par :

$$a_R = \frac{\Delta\Phi(2T_2) - \Delta\Phi(2T_1)}{T_2^2 - T_1^2}$$

Cette accélération résiduelle est l'erreur commise sur la correction par la rampe de fréquence. La limite intrinsèque à cette correction est déterminée par la résolution de la DDS 48 bits. On détermine les paramètres optimaux pour la rampe, incrément de fréquence  $\delta f$  et période entre deux incréments  $\delta T$ , qui minimisent cette accélération résiduelle. On obtient finalement les coefficients suivants :  $\delta f = 256,534 \text{ mHz}$  et  $\delta T = 333 \text{ ns}$ . Pour une durée d'interféromètre  $2T_2 = 80 \text{ ms}$ , la phase est  $\Delta\Phi(2T_2) = -104,4^\circ$  et pour  $2T_1 = 50 \text{ ms}$ , la phase est  $\Delta\Phi(2T_1) = -99^\circ$  : d'après l'expression précédente, l'accélération résiduelle vue dans  $H_1$  est donc  $a_{R_1} = +2,67 \cdot 10^{-6} g$ , pour une inclinaison du faisceau Raman  $\theta_1 = 3,8^\circ$ .

#### 4.2.2.c Ajustement de $\theta_2$

Pour aligner l'angle  $\theta_2$  avec  $\theta_1$ , on réalise également un interféromètre à 3 impulsions dans  $H_2$ , sensible à l'accélération dans la direction de l'axe Raman  $\vec{e}_{H_2}$ . La rampe  $r_0$  étant fixée, on change de manière itérative l'angle  $\theta_2$ , l'accélération résiduelle dans  $H_2$  s'écrit alors :

$$a_{R_2} = g \cdot \sin \theta_2 + 4\pi \cdot r_0 = g \cdot (\sin \theta_2 - \sin \theta_1) - a_{R_1}$$

Donc,  $\Delta\theta = \theta_2 - \theta_1 \approx 1/g \cdot (a_{R_1} + a_{R_2})$

On atteint finalement une accélération résiduelle  $a_{R_2} = -4,7 \cdot 10^{-6} g$  dans  $H_2$  pour la même rampe de fréquence  $r_0$ . L'écart angulaire est donc de l'ordre de  $2 \mu rad$  : on atteint ainsi un alignement suffisant pour fermer l'interféromètre (meilleur que  $12 \mu rad$ ).

#### 4.2.2.d Rétro-réflexion pour $H_2$

Pour aligner les faisceaux Raman on procède de manière itérative, en deux étapes. On change tout d'abord l'orientation du miroir de réflexion dans la direction souhaitée, à l'aide de vis micrométriques, modifiant ainsi la direction du vecteur d'onde  $\vec{k}_R$ . Pour superposer le faisceau incident avec la nouvelle direction de la normale au miroir, on procède par auto-collimation en plaçant un cache devant le faisceau percé d'un trou de diamètre  $5 mm$ . On modifie ensuite l'orientation du collimateur pour superposer le faisceau de retour avec le trou, le mieux possible, afin de rendre parallèles  $\vec{k}_i$  et  $\vec{k}_R$ .

**Remarque :** Le défaut de parallélisme entre  $\vec{k}_i$  et  $\vec{k}_R$  est cependant un effet de second ordre. En effet, si on se place dans le cas  $+\hbar\vec{k}_{eff}$ , le vecteur d'onde effectif s'écrit  $\vec{k}_{eff} = \vec{k}_2 - \vec{k}_1$ , soit  $(\|\vec{k}_2\| + \|\vec{k}_1\| \cdot (1 - 2\theta^2)) \cdot \vec{e}_2$  dans la direction du vecteur d'onde  $k_2$ , où on a noté  $2\theta$  l'angle entre les deux directions, et  $\theta \ll 1 rad$ .

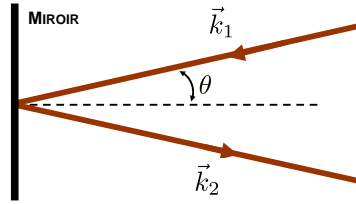


FIGURE 4.9 – Défaut de parallélisme entre l'onde incidente  $k_1$  et réfléchie  $k_2$

### 4.2.3 Interféromètre de Ramsey - Bordé : Alignement suivant la direction horizontale

Pour fermer l'interféromètre dans le plan horizontal, il faut aligner les deux angles  $\alpha$  avec la même précision : cette tâche est beaucoup plus difficile car on ne peut pas utiliser la verticale comme référence.

Une méthode consiste à exploiter directement la longueur de cohérence des paquets d'ondes, en mettant en œuvre un interféromètre de type Ramsey - Bordé [45] moins sensible à l'alignement entre  $H_1$  et  $H_2$  [50].

Le contraste d'un interféromètre à deux ondes dépend de la qualité de la superposition sur la voie de recombinaison : en optimisant le contraste  $C(\alpha)$ , on pourra contraindre la valeur de  $\alpha$ .

#### 4.2.3.a Présentation de l'interféromètre de Ramsey - Bordé

Ce type d'interféromètre est constitué de quatre impulsions  $\pi/2$  [45]. Les deux premières impulsions ont lieu dans  $H_1$  et sont séparées par un intervalle de temps  $dT$  : à l'issue de ces

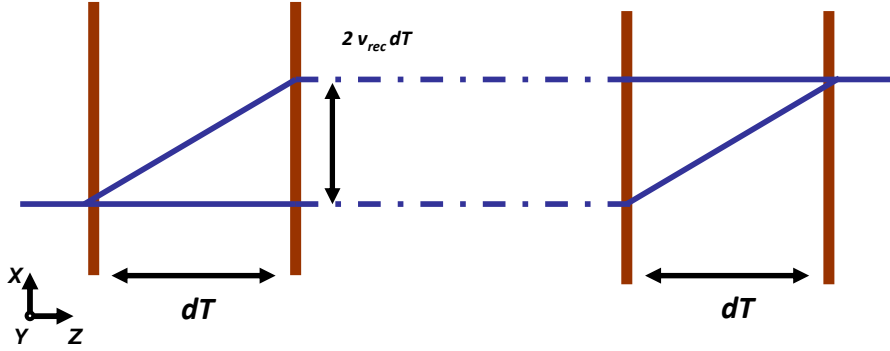


FIGURE 4.10 – Schéma de principe de l'interféromètre de Ramsey - Bordé : les deux premières impulsions  $\pi/2$  ont lieu dans  $H_1$  et les deux suivantes dans  $H_2$

deux premières impulsions, les paquets d'ondes sont séparés d'une distance  $2 \cdot v_{Rec} \cdot dT$  et se propagent parallèlement. Les deux dernières impulsions sont appliquées dans  $H_2$ , et sont également séparées du même temps  $dT$  : les deux paquets d'ondes sont alors recombinaés. L'aire de ce type d'interféromètre est directement proportionnelle à l'intervalle de temps  $dT$  entre les couples d'impulsions  $\pi/2$  :

$$A = 2 \cdot v_{rec} \cdot dT \cdot d_{H_1-H_2}$$

La distance entre les centres des hublots  $H_1$  et  $H_2$  est  $d_{H_1-H_2} = 211 \text{ mm}$ . Si on réalise le second couple d'impulsions à la descente du nuage, la distance parcourue par les atomes est supérieure à la distance  $d_{H_1-H_2}$  et dépend directement de la vitesse de lancement des atomes. Pour  $d_{H_1-H_2} = 211 \text{ mm}$  fixe, on peut augmenter progressivement l'aire de l'interféromètre en augmentant  $dT$ . Ainsi, pour  $dT = 500 \mu\text{s}$ , l'aire reste très petite : seulement  $0,74 \text{ mm}^2$ , alors que pour  $dT = 12 \text{ ms}$  (temps maximal entre deux impulsions dans un hublot, limité par la taille du hublot et la vitesse des atomes) on atteint une aire de  $18 \text{ mm}^2$ .

#### 4.2.3.b Sensibilité à l'alignement

On considère un défaut d'alignement concernant uniquement l'angle  $\alpha_i$ , étant donné que l'angle  $\theta$  a déjà été aligné. On suppose que le second faisceau est incliné d'un angle  $\alpha_2 = \alpha_1 + \delta\alpha$ , et que le premier faisceau est incliné d'un angle  $\alpha_1$ . A l'issue du premier couple d'impulsions  $\pi/2$  dans  $H_1$ , les paquets d'ondes sont séparés dans la direction  $Y$  d'une distance  $2v_{Rec} \cdot \sin \alpha_1 \cdot dT$ , avec  $\alpha_i \ll 1 \text{ rad}$ , et se propagent parallèlement à la direction de lancement  $z$ . Le second couple d'impulsions communique une impulsion de recul légèrement différente, qui crée en sortie un décalage entre les deux paquets d'ondes, que l'on peut écrire :

$$dL = 2v_{Rec} \cdot dT(\sin \alpha_2 - \sin \alpha_1)$$

$$dL \sim v_{Rec} \cdot dT \delta\alpha$$

La tolérance angulaire pour obtenir des interférences dépend donc de l'intervalle de temps

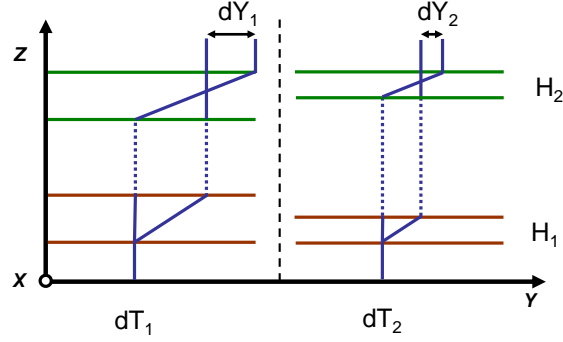


FIGURE 4.11 – On représente l'interféromètre de Ramsey-Bordé pour deux temps  $dT_1$  et  $dT_2$  distincts : la séparation spatiale dans la direction  $Y$  est proportionnelle à cet intervalle de temps.

$dT$  entre les deux impulsions  $\pi/2$ . Si on pose  $\delta L = L_{coh}$ , on obtient

$$\delta\alpha_{Max} = \frac{L_{Coh}}{2v_{Rec} \cdot dT}$$

En augmentant progressivement l'aire de l'interféromètre Ramsey - Bordé, on peut contraindre la valeur de l'angle  $\alpha$  :

$dT$ (ms)	0,5	6	12
Aire ( $mm^2$ )	0,74	8,9	17,7
$\Delta\alpha_{Max}$ (mrad)	7,1	0,60	0,296

En augmentant progressivement l'aire de l'interféromètre, on peut alors tourner la vis micrométrique du miroir de rétro-réflexion de  $H_2$ , et déterminer pour quels angles extrêmes  $\alpha_+$  et  $\alpha_-$  les interférences disparaissent. Ces angles doivent bien sûr vérifier la condition énoncée plus haut, et pour l'aire la plus grande on a  $\alpha_+ - \alpha_- = \delta\alpha_{Max}$ . La tolérance angulaire reste encore grande, près d'un ordre de grandeur au delà de la condition limite d'interférences pour  $2T = 290 ms$  : pour contraindre encore cet angle, nous allons étudier l'évolution du contraste avec la superposition des paquets d'ondes et pointer le centre.

Remarquons que, réciproquement, cette méthode peut être utilisée pour mesurer la longueur de cohérence du paquet d'ondes si on dispose d'une méthode indirecte pour mesurer l'angle (par exemple en utilisant l'effet Doppler) [87].

#### 4.2.3.c Contraste & Superposition

Qu'il s'agisse d'interférences à deux ondes de lumière, ou deux ondes de matière, l'expression de l'intensité (respectivement de la probabilité) dépend de l'intégrale de recouvrement :

$$I = \int |A_1(x, y) + A_2(x, y)|^2 dx dy = I_1 + I_2 + 2 \int \sqrt{I_1(x, y) \cdot I_2(x, y)} \cdot \cos(\Delta\Phi(x, y)) dx dy$$

Le domaine d'intégration correspond à la surface de la nappe de détection, et le contraste des interférences s'exprime par :

$$C = \frac{2 \int \sqrt{I_1(x, y) \cdot I_2(x, y)} dx dy}{\int I_1(x, y) + I_2(x, y) dx dy}$$

On peut modéliser la distribution en impulsion du paquet d'ondes atomiques par une gaussienne de largeur  $\sigma_p = m \cdot \sigma_v \sim 2,8 \times m \cdot v_{Rec}$ . Par transformée de Fourier, la distribution en position peut s'écrire également comme une gaussienne, de largeur  $\sigma_R = L_{Coh} = \hbar / (2 \cdot \sigma_p)$ . Si on suppose que le paquet d'onde 1 est centré sur  $(0, 0)$  que le paquet d'onde 2 est décalé de  $\delta x$  et  $\delta y$ , et que les amplitudes de probabilité sont normalisées à 1, alors le contraste s'écrit :

$$C = \frac{1}{2\pi\sigma_R^2} \int \exp\left(-\frac{x^2 + y^2}{2\sigma_R^2}\right) \cdot \exp\left(-\frac{(x - \delta x)^2 + (y - \delta y)^2}{2\sigma_R^2}\right) dx dy$$

On reconnaît la fonction d'auto-corrélation de l'amplitude de probabilité,  $G(-\delta x, -\delta y)$ . Sa transformée de Fourier s'écrit  $\tilde{G}(k_{\delta x}, k_{\delta y}) = |\tilde{A}(k_{\delta x}, k_{\delta y})|^2$ . Comme la fonction gaussienne est l'identité pour l'opérateur de Transformée de Fourier  $F$ , le contraste est une gaussienne de largeur  $\sigma_C = L_{Coh} / \sqrt{2} \sim 18 nm$ . On peut aussi le réécrire en fonction de l'écart angulaire :  $\sigma_C = \sqrt{2} \cdot v_{Rec} \cdot dT \cdot \delta\alpha$

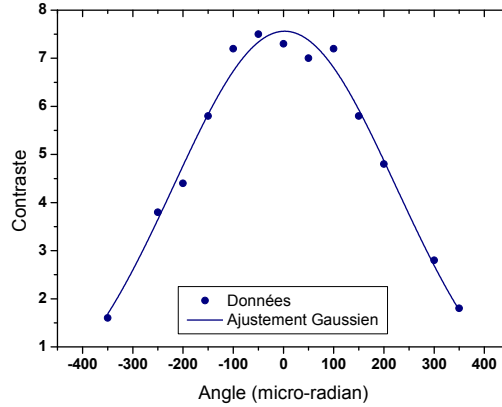


FIGURE 4.12 – Évolution du contraste en fonction de l'angle  $\alpha$  du miroir dans un interféromètre de type Ramsey Bordé. Le contraste est maximum lorsque la superposition des paquets d'ondes est optimale

#### 4.2.3.d Optimisation finale

On mesure alors le contraste pour différentes positions angulaires de la vis micrométrique du miroir de retour : le contraste est maximal pour  $\delta x = \delta y = 0$ , c'est à dire  $\delta\alpha = 0$ . On augmente par ailleurs l'aire de l'interféromètre, progressivement, pour augmenter la sensibilité de notre mesure. Dans la configuration  $\delta T = 12 ms$ , on a  $\sigma_C = 60 \mu rad$  : on arrive à pointer le maximum du contraste à mieux que  $\sigma_C / 5$ , c'est à dire à contraindre  $\delta\alpha$  à une dizaine de micro-radians. Il devient alors très difficile de repérer précisément l'angle, puisque le pas de

la vis micrométrique du miroir de rétro-réflexion est tel que l'angle change de  $80 \mu rad$  par centième de tour.

On change la configuration de l'interféromètre pour la géométrie finale, à 4 impulsions  $\pi/2 - \pi - \pi - \pi/2$  et  $2T = 476 ms$ , soit  $T/2 = 119 ms$ . Le niveau de vibrations attendu ne nous permettant pas de visualiser les franges, on utilise la **variance du signal pour mettre en évidence leur présence**. Cette variance est reliée au contraste  $C$  par  $\sigma_{\Delta\Phi} = C/2$ . On tourne le miroir d'un angle très faible entre chaque mesure, dans la plage angulaire déterminée plus tôt : on finit par refermer l'interféromètre, et on optimise le contraste à environ 15%.

#### 4.2.3.e Optimisation du Contraste

La dernière étape d'optimisation du contraste est très délicate : une précision manuelle de quelques millièmes de tours est en effet nécessaire. Ce réglage est difficilement reproductible, mais à force d'essais on finit par trouver un optimum. Cet optimum est stable : le contraste est resté entre 15 et 20 % pendant plusieurs semaines sans avoir besoin de réalignement. Une des deux options d'optimisation suivantes s'avère nécessaire pour faciliter ce réglage :

- L'utilisation d'une **jauge de déplacement** permettant de repérer l'angle des vis micrométriques du miroir. Une solution simple, peu coûteuse, et non magnétique, serait l'installation d'un codeur optique incrémental, largement répandu pour ce type d'applications.
- L'installation d'**actuateurs piézoélectriques** amagnétiques pour commander la rotation du miroir, et permettant ainsi d'optimiser automatiquement le contraste.

## 4.3 Contraste

### 4.3.1 Calcul du Contraste

Le contraste est un paramètre crucial pour l'interféromètre : il définit la proportion d'atomes interférant parmi le nombre total d'atomes détectés. Plus ce nombre est grand, et meilleure sera la sensibilité à la phase, reliée aux fluctuations de probabilité par  $\sigma_{\Phi} = 2 \cdot \sigma_P / C$ . Le contraste est techniquement limité par le fait que les atomes du nuage ne voient pas tous la même pulsation de Rabi  $\Omega_{\text{eff}}$ . Cette inhomogénéité a deux causes principales :

- **La distribution en position du nuage** ( $X_i, Y_i$ ) : comme la distribution en intensité du laser Raman est gaussienne, les atomes du bord du nuage voient une pulsation de Rabi différente de ceux du centre. Ainsi, l'efficacité du transfert des atomes n'est pas homogène à l'intérieur du nuage. De plus, la distribution en position s'élargit au cours de la propagation, cet effet s'accroît donc avec le temps de vol.
- **La distribution en vitesse du nuage**  $\sigma_v$  : la dispersion en vitesse des atomes conduit à un effet Doppler différent pour chaque classe de vitesse. Les atomes n'ont donc pas tous la même condition de résonance avec le laser Raman, réduisant d'autant l'efficacité de transfert que les atomes sont loin de résonance.

Nous allons calculer théoriquement le contraste d'un interféromètre à 3 ou 4 impulsions, en fonction des coefficients de transmission et de réflexion complexes en amplitude de chaque séparatrice lumineuse. Ceux-ci sont notés respectivement  $r_i$  et  $t_i$ , où  $i$  est un indice qui référence le numéro de l'impulsion (indifféremment  $\pi/2$  ou  $\pi$ ). Comme l'atome est soit transmis soit réfléchi, la relation de conservation s'écrit  $R_i^2 + T_i^2 = 1$ , avec  $r_i = R_i e^{i\Phi_{R_i}}$  et  $t_i = T_i e^{i\Phi_{T_i}}$ . On suppose de plus que l'état préparé est un état pur, qui s'écrit  $|\Psi\rangle = |F = 3, m_F = 0\rangle$ .

**Interféromètre à 3 Impulsions** En sortie de l'interféromètre, l'amplitude complexe de probabilité de trouver l'atome dans l'état fondamental, est :

$$a = r_3 r_2 t_1 + t_3 r_2 r_1$$

Ainsi la probabilité de détection dans l'état fondamental s'écrit :

$$\begin{aligned} P &= |r_3 r_2 t_1 + t_3 r_2 r_1|^2 \\ P &= |R_3 R_2 T_1 + T_3 R_2 R_1 \exp i\Delta\Phi|^2 \\ P &= (R_3 R_2 T_1)^2 + (T_3 R_2 R_1)^2 + R_3 R_2 T_1 T_3 R_2 R_1 \cos \Delta\Phi \end{aligned} \quad (4.5)$$

Pour un interféromètre à 3 impulsions, le contraste s'écrit donc  $C_3 = 2R_3 R_2 T_1 T_3 R_2 R_1$

**Interféromètre à 4 Impulsions** Au bout d'un temps de propagation  $2T$ , où les 4 impulsions  $\pi/2 - \pi - \pi - \pi/2$  sont séparées par des intervalles de temps  $T/2 - T - T/2$  l'amplitude de probabilité complexe de trouver l'atome dans l'état fondamental, est :

$$a = r_4 r_3 r_2 r_1 + t_4 r_3 r_2 t_1$$

Le calcul du contraste suit le même principe que précédemment : à 4 impulsions  $C_4 = 2R_4 R_3 R_2 R_1 T_4 R_3 R_2 T_1$ .

La figure 4.13 nous montre que, par principe même, un interféromètre à 4 impulsions aura un contraste maximal inférieur à une configuration à 3 impulsions (en supposant la même efficacité pour les miroirs et séparatrices lumineuses).

### 4.3.2 Simulations du contraste

Le contraste s'exprime comme une combinaison complexe des variables aléatoires  $(X, Y, V)$  qui définissent la distribution en position - impulsion du nuage. Pour le calculer, nous avons utilisé une simulation de Monte-Carlo classique : le principe est de réaliser un grand nombre de tirages aléatoires de ces variables, de calculer le contraste pour chaque réalisation  $i$ , et d'en déduire l'espérance statistique de ces réalisations.

Les paramètres utilisés pour la simulation sont les suivants : on suppose que la taille du nuage est nulle en fin de mélasse, la distribution d'intensité du faisceau Raman est représentée par une gaussienne de largeur  $\sigma_R = 20$  mm, la distribution en vitesse des atomes est définie par une gaussienne de largeur  $\sigma_v = 2,8v_{\text{rec}}$ , et la durée d'une impulsion  $\pi$  est de 20  $\mu\text{s}$ . On présente dans le tableau suivant les contrastes simulés pour différentes configurations :

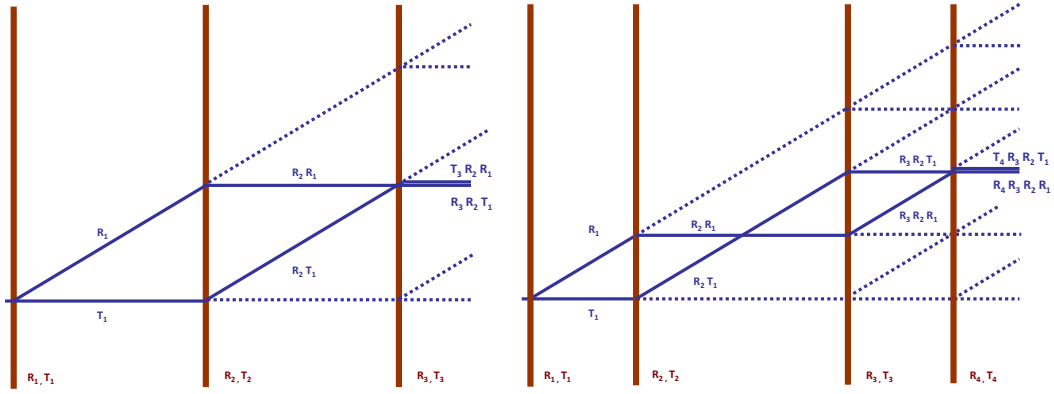


FIGURE 4.13 – Schéma de principe pour le calcul du contraste et interféromètres parasites à 3 et 4 impulsions

Configuration	$H_1 - 3P$	$H_1 - H_2 - 3P$	$H_1 - H_2 - 4P$	$H_1 - H_3 - 4P$	$H_1 - H_4 - 4P$
$T_{\text{Central}}$	280 ms	305 ms	400 ms	432 ms	514 ms
Durée	30 ms	290 ms	480 ms	572 ms	800 ms
Contraste	27 %	30 %	24 %	24 %	23 %

## 4.4 Performances du gyromètre en environnement perturbé

Le signal utile que l'on souhaite mesurer avec le gyromètre est la rotation de l'instrument par rapport au référentiel inertiel de chute libre des atomes. Cette rotation peut être induite par la rotation de la Terre elle-même et/ou par le déplacement du capteur à sa surface.

Ce signal utile doit être discriminé du signal parasite lié à l'environnement du gyromètre. Celui-ci peut être perturbé par de nombreuses sources, entre autres : l'activité sismique liée à l'activité humaine et naturelle (i.e. la houle sur l'océan Atlantique), et le bruit acoustique lié notamment au flux d'air de la climatisation. Ces sources de bruit se couplent alors à la structure du gyromètre, générant un bruit de « vibration », d'amplitude variable selon la fréquence.

Ce signal parasite de vibration peut se décomposer principalement en deux termes : une composante d'**accélération** pure, et une de **rotation** pure.

$$\Delta\Phi = \Delta\Phi_{\text{Rotation}}(t) + \delta\phi_{\delta\Omega}(t) + \delta\phi_{\delta a}(t)$$

Pour extraire le signal utile, il faut développer une stratégie permettant de mesurer ces bruits et/ou de les éliminer.

1. La première étape consiste à isoler le gyromètre des bruits sismiques et acoustiques, par



une méthode d'**isolation passive**. Une plate-forme anti-vibrations permet d'amortir le bruit transmis par le sol, tandis qu'un caisson acoustique permet d'absorber l'énergie transmise par l'air environnant.

2. La seconde étape repose sur la mesure des vibrations vues par les miroirs : à l'aide d'accéléromètres, on peut calculer la contribution des vibrations à la phase atomique, dans la mesure où on connaît la fonction de transfert du système. Il s'agit d'une **correction a posteriori de la phase**.
3. Les accéléromètres ne pouvant pas être accolés directement sur les miroirs, la mesure de la phase reste entachée d'un bruit lié à la fonction de transfert *Miroir - Accéléromètre*. Cette fonction de transfert dépend essentiellement de la fréquence du bruit, et des modes de résonance de la structure, difficiles à modéliser analytiquement. Afin d'améliorer le couplage *Miroir - Accéléromètre*, une solution consiste à **contrôler activement** l'expérience, pour diminuer l'amplitude des modes de résonance naturels de la structure.

#### 4.4.1 Isolation Passive

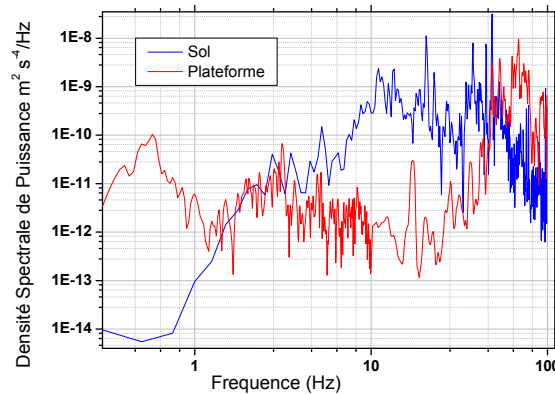


FIGURE 4.14 – DSP en Accélération (direction X - axe Raman) avec et sans plateforme. L'acquisition est réalisée à l'aide d'un sismomètre installé sur la bâti du gyromètre.

##### 4.4.1.a Plateforme d'Isolation

Afin de s'affranchir de la composante sismique des vibrations, l'expérience est installée sur une plateforme d'isolation (Minus-K technology, modèle BM-1) dont la fréquence d'oscillation naturelle est de  $0,5 \text{ Hz}$ . La plateforme se comporte comme un filtre passe-bas d'ordre 2 sur la bande  $0,5 - 10 \text{ Hz}$  pour la transmission verticales des vibrations, et maintient un niveau d'atténuation de  $50 \text{ dB}$  sur la bande  $10 - 100 \text{ Hz}$ . On a réalisé un ajustement préliminaire de la constante de raideur du ressort en opérant l'interféromètre pour des temps courts, et on l'optimise à nouveau grâce à un sismomètre installé sur la structure. Sur la figure 4.14 on observe en bleu la densité spectrale de puissance d'accélération (« DSP » exprimée en  $m^2 s^{-4}/Hz$ , mesurée à l'aide du sismomètre sur la structure) du gyromètre sans plateforme, et en rouge cette même densité lorsque la plateforme est installée. La résonance à  $0,5 \text{ Hz}$  se

traduit par une DSP plus élevée sur la bande  $0,1 - 1 \text{ Hz}$  : comme le gyromètre n'est pas sensible à l'accélération continue, cet effet indésirable sera largement compensé par le gain sur la bande  $1 - 100 \text{ Hz}$ .

La plateforme d'isolation ne nous permet pas d'atténuer suffisamment les vibrations pour observer directement un signal de franges. Il est nécessaire de moyenner sur un grand nombre de franges pour observer un signal, dont l'amplitude est très réduite (Contraste de 4%) comme le montre la figure 4.15.

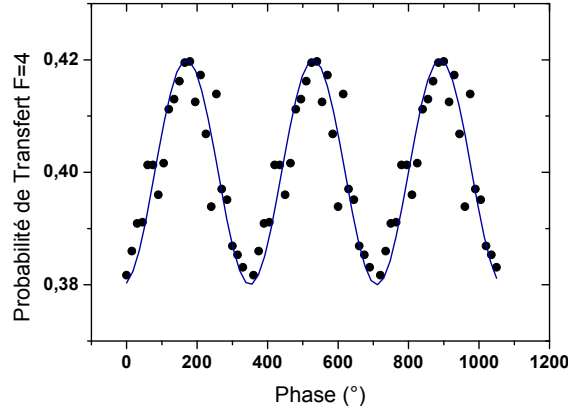


FIGURE 4.15 – Franges pour un interféromètre à 4 impulsions de durée  $2T = 476 \text{ ms}$  : isolation moyennée 50 fois par point. A chaque acquisition, on augmente la valeur du saut de phase. On calcule la moyenne des probabilités de transition pour des phases identiques modulo  $2\pi$

#### 4.4.1.b Isolation Acoustique

Malgré une plate-forme d'isolation, les premiers signaux acquis sont tellement bruités qu'il est difficile d'observer des franges. On peut estimer le bruit de phase induit par ces vibrations grâce à la fonction de transfert de l'interféromètre à l'accélération  $H_a(\omega)$ , et à la mesure de la densité spectrale de puissance du bruit d'accélération dans la direction des lasers Raman  $S_x(\omega)$ . On a montré au chapitre 2 que la variance de la phase liée au bruit d'accélération a pour expression :

$$\sigma_{\Phi_a}^2 = \int_0^{\infty} |H_a(\omega)|^2 S_x(\omega) d\omega$$

Ces mesures sont réalisées par un sismomètre de sensibilité  $400 \text{ V/m} \cdot \text{s}^{-1}$  (modèle Guralp CMG-40T) qui délivre les signaux de vitesse dans les 3 directions de l'espace  $v_x, v_y, v_z$  et dont les données sont intégrées par une carte d'acquisition 24 bits dédiée, sur une dynamique de  $-10 \text{ V}, +10 \text{ V}$ . On multiplie la densité spectrale de vitesse par  $\omega$  pour obtenir la densité spectrale d'accélération. Le sismomètre est installé sur la structure de maintien en aluminium profilé, au milieu des deux hublots  $H_1$  et  $H_2$ , afin de mesurer l'accélération moyenne vue par les deux miroirs.

On suppose le bruit de rotation nul : le calcul donne un écart-type attendu de  $685 \text{ mrad coup}$

à coup, c'est à dire une dispersion d'environ une demi-frange ( $\pi rad$ ) à  $\pm 2\sigma$ . On cherche généralement à travailler à mi-frange pour avoir une sensibilité maximale, or dans ce cas on dégrade fortement notre sensibilité puisque la phase de l'interféromètre atteint régulièrement des zones de sensibilité très faible.

#### 4.4.1.c Boîte d'Isolation Acoustique

Pour diminuer l'amplitude du bruit, on travaille cette fois-ci sur la réduction de la contribution acoustique. L'idée est simple : concevoir une boîte qui isole l'ensemble du capteur, et dont les parois absorbent l'énergie acoustique externe. Nous avons conçu une structure de maintien en profilé aluminium, sur laquelle viennent s'accrocher 5 plaques composites, composées de deux plaques d'aluminium thermoliées à une plaque centrale de polyéthylène solide (épaisseur totale 3 mm). Le volume total de la boîte est de  $8 m^3$  pour  $20 m^2$  de plaques. Afin d'absorber l'énergie acoustique, on colle des plaques de mousse acoustique sur l'ensemble des parois en aluminium : ces parois sont composées d'une plaque de densité  $12 kg/m^2$  sur laquelle est collée la mousse de densité  $30 kg/m^3$  et d'épaisseur  $57 mm$ , ce qui représente au total  $240 kg$  de mousse. Le facteur d'atténuation mesuré par le constructeur est proportionnel au logarithme de la fréquence : il est de  $21 dB$  pour  $f = 125 Hz$ , et  $58 dB$  pour  $f = 8 kHz$ . Sur la figure 4.16 on étudie les densités spectrales de bruit : en bleu, la DSP sans boîte d'isolation acoustique, dans la direction X (Raman), et en noir la DSP une fois la boîte installée. L'écart-type attendu est alors de  $200 mrad$  coup à coup, soit un gain d'un facteur  $\sim 4$  sur le bruit d'accélération.

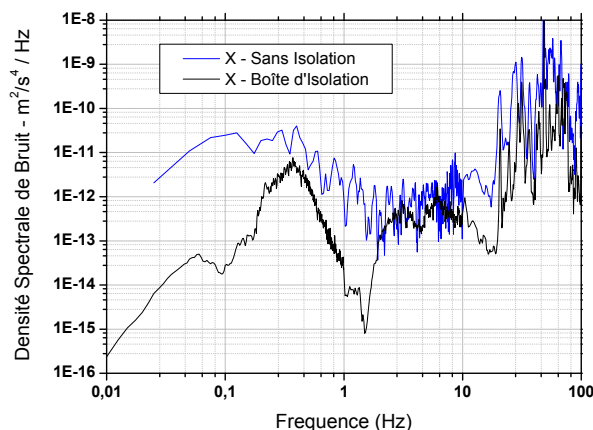


FIGURE 4.16 – DSP en Accélération avec et sans boîte d'isolation acoustique (Direction X - Raman)

#### 4.4.2 Correction de la phase a posteriori pour une accélération pure

L'isolation passive n'est donc pas suffisante pour réduire le signal de vibrations parasites : la seconde étape consiste alors à développer une méthode de mesure alternative de ce bruit, synchronisée avec l'acquisition du déphasage inertiel. Cela permettra de corriger « a

posteriori » le déphasage mesuré grâce à la connaissance de ces vibrations [88] [89].

On traite dans un premier temps le cas d'une accélération pure : à l'aide un capteur unique, un sismomètre placé entre les deux miroirs, on mesure le signal d'accélération  $a(t)$  vu par les deux miroirs.

Dans un second temps, on étudiera le cas d'une rotation pure : on utilisera deux capteurs permettant de mesurer le centre instantané de rotation et le vecteur rotation (2 accéléromètres - modèle Nanometrics Titan).

#### 4.4.2.a Fonction de transfert temporelle en accélération

Si on suppose que le sismomètre a un lien rigide avec le miroir de rétro-réflexion qui définit la référence de phase, alors on peut connaître les déplacements  $\vec{X}(t)$  du miroir au cours de l'interrogation des atomes. On s'intéresse uniquement aux déplacements selon l'axe  $X$ , que l'on suppose confondu avec la direction des lasers Raman et parallèle à l'axe  $X$  du sismomètre. La phase laser vue par les atomes peut alors être reliée au déplacement du miroir grâce à la mesure de vitesse délivrée par le sismomètre :

$$\begin{aligned}\phi(t) &= k_{eff} \cdot x(t) \\ \frac{d\phi(t)}{dt} &= k_{eff} \frac{dx(t)}{dt} = \frac{k_{eff}}{A} (h^{-1}(t) * V_X(t))\end{aligned}$$

où on a posé  $h(t)$  la fonction de transfert temporelle du sismomètre, et  $A$  sa sensibilité. Cette fonction de transfert relie la vitesse « vraie »  $V_X$  du miroir à la vitesse mesurée  $V_{\text{Sismo}}$  par  $V_{\text{Sismo}}(t) = (h * V_X)(t)$ . Le déphasage en sortie de l'interféromètre se calcule à partir de la fonction de sensibilité temporelle à saut de phase,  $g_{\Phi}(t)$ , et de la dérivée de la phase optique vue par les atomes :

$$\delta\Phi = \int_{-\infty}^{+\infty} g_{\Phi}(t) \frac{d\phi(t)}{dt} dt = \frac{k_{eff}}{A} \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} g_{\Phi}(t) \cdot (h^{-1}(t) * V_X(t)) dt$$

La fonction de transfert  $h(t)$  a déjà été analysée dans la thèse de J. Le Gouët [89]. Il a été montré que le capteur se comportait comme un filtre passe-bas du premier ordre : on se limitera à l'étude des fréquences inférieures à  $100 \text{ Hz}$  car le sismomètre n'est pas sensible au-delà, et  $h(t)$  pourra être bien approximé par un retard pur de temps caractéristique  $\tau_R = 5,5 \text{ ms}$ . Cela se traduira simplement par un délai sur l'acquisition des données : celles-ci seront pondérées par la constante de sensibilité de l'instrument et la fonction de sensibilité à 4 impulsions qui peut être modélisée simplement par une fonction paire, définie pour  $t > 0$  par :

$$g_{\Phi}(t) = \begin{cases} +1 & \text{pour } 0 < t < T/2 \\ -1 & \text{pour } T/2 < t < T \end{cases}$$

A chaque cycle de mesure, on acquiert les données de vitesse avec une fréquence d'échantillonnage  $f_e$  de  $102,4 \text{ kHz}$ , et une résolution de  $2,3 \cdot 10^{-11} \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ , grâce à la carte 24 bits dédiée. Le déphasage lié aux vibrations peut alors s'approximer par la sommation numérique suivante :

$$\Delta\Phi_{Vib} = \frac{k_{eff}}{A} \cdot \frac{1}{f_e} \cdot \left( - \sum_{n=f_e \cdot \tau_R}^{f_e \cdot (\tau_R + T/2)} V_X(n) + \sum_{n=f_e \cdot (\tau_R + T/2)}^{f_e \cdot (\tau_R + 3T/2)} V_X(n) - \sum_{n=f_e \cdot (\tau_R + 3T/2)}^{f_e \cdot (\tau_R + 2T)} V_X(n) \right)$$

On peut ensuite tracer la probabilité en fonction du déphasage mesuré, lié uniquement aux vibrations. On s'attend à trouver une loi du type  $P(\Delta\Phi_{Vib}) = A + C \cdot \cos \Delta\Phi_{Vib}$ , si le terme d'accélération moyenne est l'effet prédominant, et si le sismomètre mesure bien les déplacements des miroirs de rétro-réflexion. Cette dernière hypothèse est relativement forte, compte-tenu de la complexité de la structure du gyromètre, des contraintes mécaniques multiples, et des modes de résonance. Sur la figure 4.17, le nuage de points correspond à la dispersion de la probabilité en fonction de  $\Delta\Phi_{Vib}$  et la courbe rouge correspond à la loi de probabilité attendue. La loi de probabilité semble suivie en moyenne, mais la dispersion est très élevée. Ces données ont été acquises sans boîte d'isolation acoustique, et présentent une dispersion supérieure à  $2\pi \text{ rad}$ . On réalise un ajustement sinusoïdal par la technique des moindres carrés : on obtient un facteur de mérite normalisé  $R^2$  de valeur typique  $3,8 \cdot 10^{-2}$ . Ce coefficient  $R^2$  s'améliore sensiblement lorsque l'on réalise l'isolation acoustique et passe à 0,19.

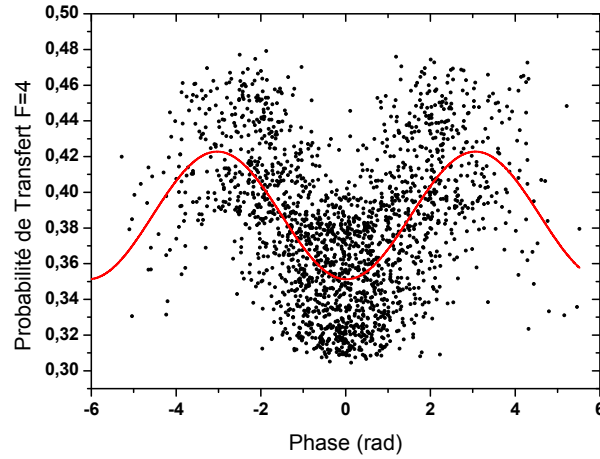


FIGURE 4.17 – Corrélation entre la probabilité de transition et le déphasage lié à l'accélération, sans boîte d'isolation acoustique. Le contraste des données brutes est de 17 %, et de 7 % pour l'ajustement sinusoïdal. Pour un bruit de phase gaussien d'écart-type  $\sigma_\Phi = 750 \text{ mrad}$ , le calcul montre que la chute de contraste attendue est de 40% en relatif : on s'attend ainsi à un contraste de 10%. Le bruit de rotation, non corrélé ici, introduit une dispersion supplémentaire de la probabilité de transition.

#### 4.4.2.b Corrélation a posteriori

Pour améliorer la sensibilité de la mesure de phase de l'interféromètre, nous allons donc prendre en compte le déphasage mesuré par le sismomètre, et le soustraire au déphasage atomique total. On réalise des séries de mesures à mi-frange, en pointant alternativement

à  $\pm\pi/2$  de la frange centrale : cela est devenu possible grâce à l'isolation procurée par la boîte acoustique, qui permet de maintenir une dispersion de phase suffisamment petite pour pointer le flanc gauche ou droit de la frange centrale. On ne peut cependant pas linéariser la probabilité à mi-frange, on calcule donc le déphasage à partir de la probabilité par la fonction « arccos ». On calcule enfin la série des déphasages corrigés de l'accélération moyenne par l'équation suivante :

$$\Delta\Phi_i = \arccos\left(\frac{2P_i - \bar{P}_i}{C}\right) - \Delta\Phi_{vib\ i}$$

On évalue le contraste en déterminant les extrema de la probabilité de transition, et on détermine la probabilité à mi-frange  $\bar{P}_i$  en moyennant l'ensemble des données. Sur la figure 4.19, on compare la sensibilité obtenue avec et sans corrélation, en traçant la demi-différence de la phase. On obtient une sensibilité de  $2,6 \cdot 10^{-7} \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1} / \sqrt{\text{Hz}}$  sur la rotation ; le gain apporté par la corrélation reste très faible, de l'ordre de 10%. On pouvait s'attendre à ce gain relativement faible, étant donnée la dispersion importante observée pour la corrélation dans le paragraphe 4.4.2.a.

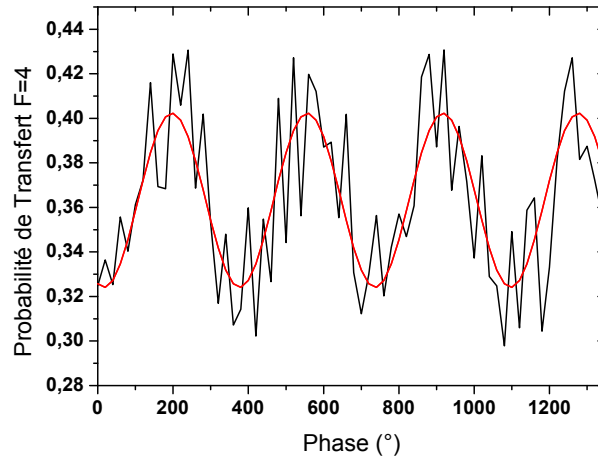


FIGURE 4.18 – En noir : les franges brutes acquises pour un interféromètre à 4 impulsions de durée  $2T=476$  ms avec une boîte d'isolation acoustique. En rouge : l'ajustement sinusoïdal des franges avec un contraste de 8%

La mesure du bruit d'accélération seul n'étant donc pas suffisante pour corriger la phase atomique, nous allons affiner le modèle de corrélation a posteriori en prenant en compte le bruit de rotation. D'autre part, cette mesure peut être biaisée : le sismomètre ne voit probablement pas exactement les mêmes modes vus par le miroir qui définit la phase vue par les atomes. Nous proposerons donc une méthode pour isoler activement la plateforme, réduire les modes de vibrations résonants, et améliorer ainsi le couplage sismomètre - miroir.

### 4.4.3 Correction de la phase a posteriori pour une rotation pure

Dans ce paragraphe, nous présentons la méthode envisagée pour corriger également le bruit de rotation, grâce au calcul de la fonction de sensibilité temporelle à la rotation. Avec

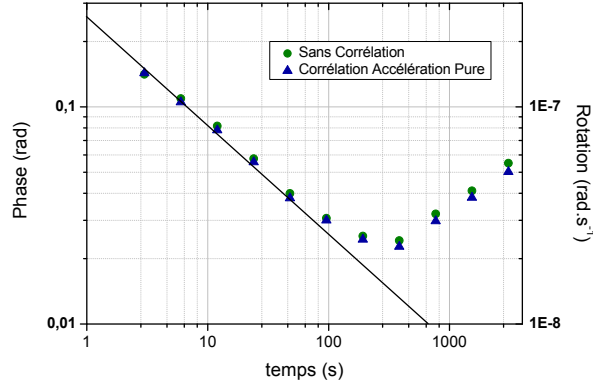


FIGURE 4.19 – Écart-type d'Allan pour la phase atomique et la sensibilité à la rotation, dans une configuration à 4 impulsions de temps d'interaction 476 ms et de contraste 20%

les deux accéléromètres dont nous disposons, nous pourrions évaluer le déphasage produit par la rotation, et réaliser ainsi une corrélation a posteriori pour une rotation pure cette fois-ci.

#### 4.4.3.a Fonction de Transfert en Rotation

Nous avons calculé, au chapitre 2, la fonction de transfert en fréquence de l'interféromètre pour une rotation  $\vec{\Omega}_y$ . On fait l'hypothèse forte que le centre instantané de cette rotation est aligné avec l'axe de symétrie de la parabole décrite par le mouvement de chute libre des atomes, et à une distance  $L$  du centre de l'interféromètre (milieu de  $H1$  et  $H2$ ). Cette fonction a pour expression :

$$|H_{\Omega}(\omega)|^2 = 64 \frac{k_{eff}^2}{\omega^2} \cdot \sin^2 \frac{\omega T}{2} \left[ L_{\omega} \cos^2 \frac{\omega T}{4} + \frac{3}{16} g T^2 \sin^2 \frac{\omega T}{4} \right]^2$$

On réalise alors l'acquisition des données d'accélération aux points  $M(l_x, l_z)$  et  $M'(l'_x, l'_z)$ , dans le repère  $\{X, Z\}$  défini tel que le centre instantané de rotation ait pour coordonnées  $(0, 0)$ . Les deux accéléromètres sont séparés d'une distance  $h$  selon  $Z$ , et sont superposés dans la direction  $X$ . Pour déterminer le vecteur instantané de rotation  $\Omega \vec{e}_y$  et sa position par rapport au point  $M$ , il est plus simple d'utiliser les données de vitesse en ces points : en effet,  $\vec{v}(M)$  s'exprime par  $\vec{v}(M) = \vec{\Omega} \wedge (l_x \vec{e}_x + l_z \vec{e}_z)$ . On calcule alors les densités spectrales de vitesse à partir de l'accélération en multipliant par  $1/j\omega$ , et on obtient, en fonction de  $v_{x,z} = a_{x,z}/j\omega$  :

$$\begin{cases} \Omega(\omega) = \frac{v_x(\omega) - v'_x(\omega)}{h} \\ l_x(\omega) = h v_z(\omega) \cdot \frac{1}{v_x(\omega) - v'_x(\omega)} \\ l_z(\omega) = -h v_x(\omega) \cdot \frac{1}{v_x(\omega) - v'_x(\omega)} \end{cases}$$

On remarque que la position du centre instantané de rotation peut dépendre du mode de vibration. Les oscillations à basse fréquence seront plutôt centrées près du bas de la

plateforme : elles correspondent à l'effet de « balancier » de la plateforme. Les oscillations à plus haute fréquence correspondent quant à elles à des modes acoustiques, et dépendent des modes de résonance de l'ensemble de la structure. En utilisant le triplet de données  $\Omega(\omega), l_x(\omega), l_z(\omega)$ , on calcule la variance résultante à partir de la fonction de transfert de rotation, et de la densité spectrale de bruit de rotation  $S_\Omega = \frac{1}{h} (S_{v_x} - S_{v_x'})$  :

$$\sigma_\Omega^2 = \int_0^{+\infty} |H_\Omega(\omega)|^2 \cdot S_\Omega(l_x(\omega), l_z(\omega), \omega) d\omega$$

On peut estimer ainsi la contribution d'une rotation pure à la sensibilité limite de notre interféromètre.

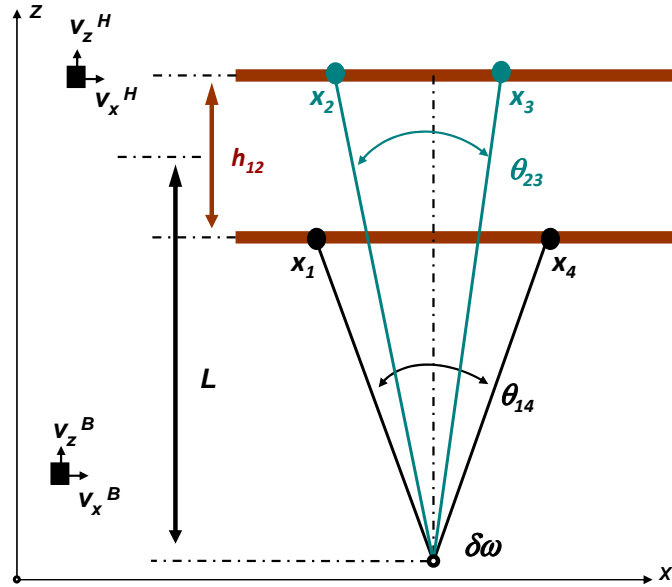


FIGURE 4.20 – Schéma de principe pour la correction du bruit de rotation : on suppose que le centre instantané de rotation est situé à la distance  $L + h_{12}/2$  du second faisceau. Les carrés noirs représentent les deux accéléromètres installés sur le bâti du gyromètre

#### 4.4.3.b Fonction de Sensibilité temporelle en Rotation et Correction a Posteriori

Nous allons développer une stratégie de correction de la rotation a posteriori, proche de celle exposée pour la compensation de l'accélération, en exploitant les données temporelles délivrées par les accéléromètres. Pour cela, nous devons déterminer la fonction de sensibilité **temporelle** à la rotation : on suppose que le centre instantané de rotation est connu, indépendant du mode, situé à une distance  $L$  du centre des deux faisceaux, et appartenant à l'axe de symétrie de l'interféromètre. On appelle  $\delta\Omega(t)$  le module du vecteur rotation, déterminé à partir des mesures des accéléromètres haut ( $H$ ) et bas ( $B$ ) et d'après l'équation :

$$\delta\Omega(t) = \frac{1}{h} \cdot \int_0^t (a_x^H(u) - a_x^B(u)) du$$



Le déphasage peut s'exprimer en fonction du déplacement  $x(t)$  du paquet d'ondes par rapport aux lasers, évalué aux instants des impulsions :  $\Delta\phi = (\phi_1 - \phi_4) - 2(\phi_2 - \phi_3) = k(x_1 - x_4) - 2k(x_2 - x_3)$ . Si on appelle  $\theta_{ij}$  l'angle dont a tourné le gyromètre entre les instants  $i$  et  $j$ , le déphasage peut se réécrire :

$$\Delta\phi = k \left( L - \frac{h_{12}}{2} \right) 2 \tan \left( \frac{\theta_{41}}{2} \right) - 2k \left( L + \frac{h_{12}}{2} \right) 2 \tan \left( \frac{\theta_{23}}{2} \right)$$

Ayant réalisé l'approximation  $\theta \ll 1 \text{ rad}$ , on pose  $\Delta a_x = a_x^H - a_x^B$  et  $\Delta v_x = v_x^H - v_x^B$ , et on réécrit l'équation précédente en fonction de  $\delta\Omega(t)$ , dans le cas d'un interféromètre de durée  $2T$  :

$$\Delta\phi = k \left( L - \frac{h_{12}}{2} \right) \int_0^{2T} \delta\Omega(t) dt - 2k \left( L + \frac{h_{12}}{2} \right) \int_{T/2}^{3T/2} \delta\Omega(t) dt \quad (4.6)$$

$$\Delta\phi = \frac{1}{h} \left[ k \left( L - \frac{h_{12}}{2} \right) \int_0^{2T} \Delta v_x(t) dt - 2k \left( L + \frac{h_{12}}{2} \right) \int_{T/2}^{3T/2} \Delta v_x(t) dt \right] \quad (4.7)$$

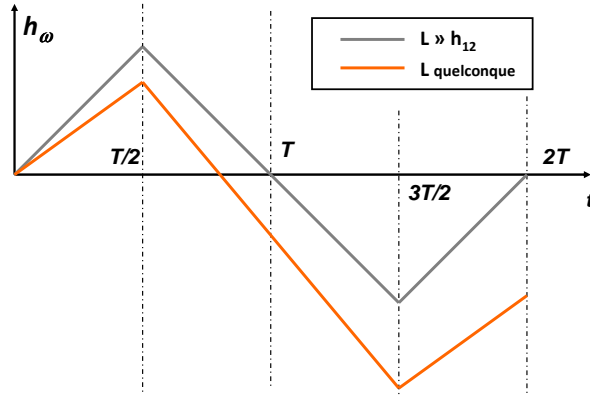


FIGURE 4.21 – Fonction de sensibilité à la rotation caractéristique. Si le centre instantané de rotation (CIR) est très loin ( $L \gg h_{12}$ ) alors la fonction est symétrique par rapport au temps central de l'interféromètre. Dans le cas contraire, il faut calculer les pentes à partir de la position du CIR ou utiliser une méthode de corrélation si celle-ci est inconnue.

Pour obtenir le signal de vitesse  $\delta v_x(t)$  il faut intégrer le signal d'accélération délivré par les accéléromètres,  $\delta v_x(t) = \delta a_x(t) \cdot t + \delta v_x(t=0)$ . Le déphasage s'exprime finalement en fonction de la fonction de sensibilité temporelle à la rotation,  $h_\Omega(t)$ , par :

$$\Delta\phi = \int_0^\infty \Delta a_x(t) \cdot h_\Omega(t) dt$$

où la fonction de sensibilité est définie par :

$$h_\Omega(t) = \begin{cases} \frac{k}{h} \left( L - \frac{h_{12}}{2} \right) \cdot t & 0 \leq t \leq \frac{T}{2} \\ -\frac{k}{h} \left( L + \frac{3h_{12}}{2} \right) \cdot \left( t - \frac{T}{2} \right) + \frac{k}{h} \left( L - \frac{h_{12}}{2} \right) \cdot \left( \frac{T}{2} \right) & \frac{T}{2} \leq t \leq \frac{3T}{2} \\ \frac{k}{h} \left( L - \frac{h_{12}}{2} \right) \cdot \left( t - \frac{3T}{2} \right) - \frac{k}{h} \left( L + \frac{7h_{12}}{4} \right) T & \frac{3T}{2} \leq t \leq 2T \end{cases}$$

#### 4.4.4 Principes de l'isolation active

L'isolation active de la plateforme consiste à utiliser un ou deux couples de capteurs - actionneurs pour réaliser un asservissement en accélération de la plateforme, et ainsi améliorer ses performances vis à vis de la transmission du bruit d'accélération. Le développement d'un tel asservissement a été entrepris à la fin de ma thèse, et j'en présente ici simplement le principe. L'intérêt de ce type d'isolation a déjà été démontré, et a permis d'améliorer sensiblement les performances d'un gravimètre à atomes froids [90]. Le schéma-bloc général de cet asservissement est représenté sur la figure 4.22 et on détaille les principales composantes ci-après :

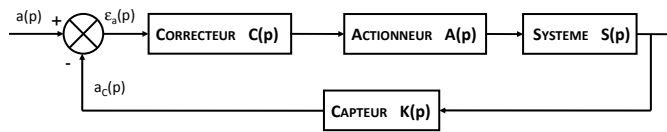


FIGURE 4.22 – Principe de l'asservissement actif décrit sous forme de schéma-blocs : l'étude de la réponse du système doit permettre de déterminer les paramètres optimaux du correcteur.

1. **Capteur d'accélération Titan -  $K(p)$**  Il s'agit d'un accéléromètre commercial, mesurant l'accélération d'une masse grâce à un transducteur capacitif. Sa plage de sensibilité couvre la bande  $[DC, 430 Hz]$  et présente un très faible bruit, de l'ordre de  $4 \cdot 10^{-8} m \cdot s^{-2}$  à  $1 Hz$ . L'accéléromètre présente un offset de mesure, lié à la position initiale de la masse : cet offset est ensuite mis à zéro par une commande à distance. Sa forte dépendance en température nous conduit à contrôler la température du capteur grâce à une thermistance : la sensibilité de l'offset est en effet de  $60 \mu g / K$ . La boîte d'isolation nous garantit également une bonne isolation thermique, et l'offset reste stable sur les durées d'acquisition réalisées. La fonction de transfert de l'accéléromètre peut être définie par une constante dans la bande  $[0, 430 Hz]$ , c'est à dire  $K(p) = K_0$ , avec  $K_0 = 80 V/g$  la constante de sensibilité du capteur.
2. **Actionneur -  $A(p)$**  Pour corriger l'erreur en accélération, il est nécessaire d'installer un actionneur capable de modifier la position du gyromètre, sans introduire une autre source de bruit de vibrations : on choisit donc un actionneur sans contact pour s'affranchir de toute source potentielle externe de bruit mécanique. On utilise un actionneur de type inductif : un champ magnétique est généré par un solénoïde, alimenté par une source de courant stabilisée. Un barreau magnétique est fixé à la structure du gyromètre. La force magnétique vue par le barreau communique alors une accélération à la structure du gyromètre, dont l'amplitude est proportionnelle au courant injectée dans le solénoïde.
3. **Correcteur -  $C(p)$**  La réponse du système est complexe, et possède plusieurs résonances d'amplitudes élevées. Le correcteur choisi est un intégrateur pur d'ordre élevé, nécessaire pour filtrer correctement cette réponse. Sa fonction de transfert est du type :

$$C(p) = \frac{K_1}{\tau_1 \cdot p} + \frac{K_2}{\tau_2 \cdot p^2} + \dots$$

4. **Le Système  $S(p)$**  présente une fonction de transfert complexe, comportant plusieurs résonances. Une modélisation analytique devrait recourir à une modélisation entière du système par une méthode du type éléments finis. On pourra réaliser une mesure expérimentale de  $S(p)$  en supposant que sa réponse est **linéaire** et en imposant une consigne d'entrée  $a(p)$  connue.

La caractérisation de chaque élément de l'asservissement nous permettra d'obtenir une expression de la fonction de transfert en boucle ouverte du système :

$$FTBO(p) = C(p) \cdot A(p) \cdot S(p) \cdot K(p)$$

L'expression de la fonction de transfert en boucle fermée sera alors :

$$\frac{s}{a}(p) = FTBF(p) = \frac{FTBO(p)}{1 + FTBO(p)}$$

Cette fonction de transfert caractérise les performances du système bouclé, et en identifiant la variable de Laplace à la fréquence  $\omega$ , on pourra alors calculer la nouvelle densité spectrale de bruit d'accélération  $A_2(\omega) = |FTBF(\omega)|^2 \cdot A_1(\omega)$

#### 4.4.5 Conclusion

Nous avons démontré une méthode d'alignement des faisceaux Raman à une dizaine de micro-radians, permettant d'atteindre une aire gigantesque de 2,4 cm<sup>2</sup> pour des paquets d'ondes dont la longueur de cohérence est d'une dizaine de nanomètres. L'augmentation du temps d'interaction  $T$  permet d'accroître sensiblement le facteur d'échelle, proportionnellement à  $T^3$ . Pour une même densité de bruit de phase atomique, on aura donc intérêt à augmenter le temps d'interrogation dans cette géométrie à 4 impulsions. Or, le bruit de phase lié aux vibrations s'accroît également avec le temps d'interrogation : la contribution des modes de vibration à basse fréquence augmente sensiblement avec  $T$ . Ces deux effets se compensent, et on atteint une sensibilité comparable à celle du premier gyromètre [51].

La première étape d'isolation passive nous a permis d'obtenir un gain d'un facteur 3 sur la sensibilité du gyromètre ; en nous inspirant des bonnes performances obtenues pour le gravimètre du SYRTE [91], nous avons mis en place une méthode de corrélation utilisant un seul capteur de type sismomètre. Les données de probabilité montrent effectivement une bonne corrélation moyenne avec les données de ce capteur, mais sont insuffisantes pour connaître les mouvements propres de chacun des deux miroirs, ce qui se traduit par une importante dispersion. Deux origines potentielles à cette dispersion sont envisagées :

- Un **bruit de rotation pure** : deux accéléromètres sont nécessaires pour le caractériser
- Des **modes de résonance** de la structure : les capteurs voient une accélération différente de celle vue par les miroirs

Le challenge actuel est donc d'arriver à isoler activement l'expérience des vibrations, et/ou de mesurer avec une bonne sensibilité l'accélération vue par chaque miroir Raman afin de corriger la phase atomique de ces effets parasites.

# Chapitre 5

## Mesures Jointives

L'utilisation d'un dispositif à atomes froids pour mesurer l'évolution d'une grandeur physique permet d'acquérir des images de cette grandeur à certains instants de temps discrets, avec temps morts entre les acquisitions successives. Ces temps morts correspondent aux durées de préparation de l'échantillon et à la détection. Les mesures sont alors entachées d'une erreur, correspondant à la perte d'information pendant les temps morts de la séquence expérimentale.

Pour pallier à cet effet d'échantillonnage, nous avons développé une méthode de mesure jointive que nous présentons dans ce chapitre. Cette méthode, très générale, s'applique notamment aux horloges de type fontaine ou aux capteurs inertiels.

Nous introduirons tout d'abord l'effet de **repliement spectral** lié à une mesure échantillonnée. Nous calculerons ensuite les fonctions de sensibilité pour différentes configurations d'interféromètres, ainsi que les gains en sensibilité attendus. Enfin, nous présenterons les développements techniques réalisés pour mettre en place cette séquence jointive sur le gyromètre, et les premiers résultats expérimentaux obtenus pour un interféromètre de Ramsey.

### 5.1 Intérêt de la mesure sans temps mort

#### 5.1.1 Limite de sensibilité liée à l'échantillonnage

Pour les applications en navigation inertielle, la mesure de rotation délivrée par le gyromètre est utilisée pour calculer précisément le cap à un instant  $t$ , c'est à dire l'angle  $\Delta\theta(t) = \theta(t) - \theta(0)$  du vecteur déplacement à l'instant  $t$  par rapport à  $t = 0$ . La mesure de rotation est calculée à partir du déphasage Sagnac, qui nous permet de déterminer la vitesse de rotation angulaire moyenne

$$\Omega_{t_0} = \frac{1}{2T} \int_{t_0}^{t_0+2T} \Omega(t') dt'$$

durant l'intervalle de temps  $t = [t_0, t_0 + 2T]$ . Si notre séquence expérimentale nous permet de réaliser des mesures sans temps mort, c'est à dire avec des intervalles de mesures non

disjoints, l'angle (le cap) est connu avec exactitude, et résulte simplement de l'intégration des données de rotation :

$$\Delta\theta(t) = \int_0^t \Omega(t') dt' = \sum_{k=0}^{N-1} \int_{k \cdot 2T}^{(k+1) \cdot 2T} \Omega(t') dt' = 2T \cdot \sum_{k=0}^{N-1} \Omega_k$$

Le cycle de mesure du gyromètre étant séquentiel, il existe nécessairement un temps mort : celui-ci correspond à la préparation des atomes et à leur détection. Dans notre expérience, pour un temps d'interrogation de 476 ms le temps de cycle est de 1,5 s, soit un temps mort de 1 s : la fraction de temps « utile » est donc seulement de 1/3. L'exactitude de la mesure angulaire est affectée par ce temps mort, la perte d'information dépendant directement de la fréquence et de l'amplitude des variations temporelles du vecteur rotation. Pour s'en convaincre, on définit le vecteur rotation échantillonné,  $\Omega_e(t)$ , à l'aide d'un peigne de fonctions « porte », défini sur l'intervalle  $[0, T_c]$  par :

$$\Pi_{T_i}(t) = \begin{cases} +1 & \text{si } 0 \leq t \leq T_i \\ 0 & \text{si } T_i < t \leq T_c \end{cases}$$

$\Omega_e(t)$  s'écrit alors :

$$\Omega_e(t) = \left( \sum_{k=0}^{N-1-t/T_c} \Pi_{T_i}(t - k \cdot T_c) \right) \cdot \Omega(t)$$

On étudie alors le spectre du vecteur rotation échantillonné,  $\Omega_e(\omega)$  :

$$\tilde{\Omega}_e(\omega) = \left[ T_i \cdot \exp\left(i\omega \frac{T_c}{2}(N-1)\right) \cdot \exp\left(i\omega \frac{T_i}{2}\right) \cdot \frac{\sin(\omega T_c N/2)}{\sin(\omega T_c/2)} \cdot \text{sinc}\left(\omega \frac{T_i}{2}\right) \right] * \tilde{\Omega}(\omega)$$

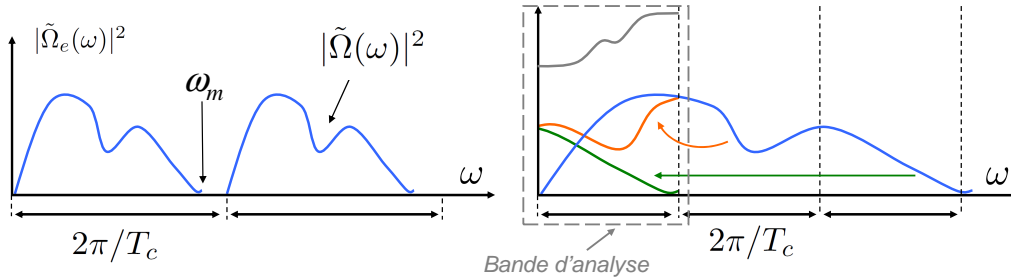


FIGURE 5.1 – À gauche : le spectre du vecteur rotation convolué par le filtre de mesure, et échantillonné. On représente le cas où la fréquence d'échantillonnage respecte la condition de Shannon. À droite, on observe l'effet de repliement de spectre. La fréquence d'échantillonnage est plus petite que la largeur spectrale du signal. Le spectre est donc replié dans la bande d'analyse  $\omega \leq \omega_c = 2\pi/T_c$  : en orange, la composante du spectre dans la bande  $[\omega_c, 2\omega_c]$  est repliée, en vert la composante dans la bande  $[2\omega_c, 3\omega_c]$ , et ainsi de suite. On retrouve alors à basse fréquence les composantes spectrales repliées. L'information à basse fréquence est perdue si l'amplitude des signaux repliés est trop élevée, ou si leur nombre est trop grand. La courbe grise représente le nouveau spectre, résultat des repliements successifs.

$|\tilde{\Omega}_e(\omega)|^2$  est donc le résultat d'une convolution entre une fonction de période  $2\pi/T_c$  et la transformée de Fourier de  $\Omega(t)$ . Si cette dernière fonction a un spectre borné sur le support  $[0, f_{\max}]$  avec  $f_{\max} \leq 2\pi/T_c$ , alors il est possible de déconvoluer le spectre de  $\Omega(t)$  sans perte d'information : c'est un résultat connu sous le nom de théorème de Nyquist-Shannon [92].

Dans le cas contraire, on observe un phénomène de repliement de spectre qui conduit à une perte d'information sur le signal de rotation. Cet effet est notamment connu dans le domaine des horloges, et a été mis en évidence pour la première fois par G. Dick [64] pour des ions piégés. Cet effet d'échantillonnage constitue une limite fondamentale pour les horloges, notamment les fontaines [93]. Plusieurs alternatives ont été proposées pour le combattre, entre autres la minimisation du temps de cycle [94] ou l'utilisation d'oscillateurs locaux ultra-stables avec correction active du bruit [95], ou encore la réalisation d'une horloge entrelacée [96]. L'optimisation de ces paramètres a permis d'améliorer sensiblement les performances des horloges optiques [97] [98]. Des horloges atomiques continues ont permis de montrer une réduction de l'inexactitude liée à l'effet Dick à des fréquences de modulation spécifiques [99] [100]. Ce type d'étude théorique a également été menée plus récemment dans le cadre d'interféromètres atomiques, et notamment pour les gyromètres [101].

**Sensibilité au bruit de phase des lasers dans un interféromètre** Ce phénomène d'échantillonnage s'applique également au bruit de phase des lasers. Considérons un exemple d'interféromètre simple, de type horloge atomique. L'interrogation atomique est réalisée par deux impulsions à chaque cycle, séparées d'un temps de propagation libre  $T$ . Le temps de cycle est noté  $T_c$  et le temps mort est égal à  $T_m = T_c - T$ .

La phase laser, à un instant  $t$ , peut être considérée comme une variable aléatoire gaussienne de variance  $\sigma_\Phi^2$ . Lors d'une interrogation à l'instant  $t_i$ , le déphasage en sortie de l'interféromètre s'écrit :

$$\Delta\Phi_i = \Phi(T + t_i) - \Phi(t_i)$$

On peut alors exprimer la variance de ce déphasage en fonction de la variance de la phase laser,  $\Phi$  étant une variable aléatoire stationnaire et ergodique :

$$\sigma^2(\Delta\Phi_i) = 2\sigma_\Phi^2$$

On réalise un grand nombre de mesures que l'on moyenne, et on appelle

$$\Delta\Phi = 1/N \cdot \sum_{i=1}^N \Delta\Phi_i$$

la moyenne des déphasages successifs. D'après la loi des grands nombres, la variance de  $\Delta\Phi$  s'écrit

$$\sigma_{\Delta\Phi}^2 = \frac{1}{N^2} \sum_{i=0}^N \sigma_i^2 = \frac{2\sigma_\Phi^2}{N}$$

En remplaçant  $N$  par le rapport du temps d'intégration total sur le temps d'interrogation, on retrouve un résultat bien connu : **pour un bruit gaussien, l'écart-type décroît**

**proportionnellement à la racine du temps d'intégration.** En intégrant suffisamment longtemps, on peut théoriquement atteindre la sensibilité souhaitée sur la grandeur à mesurer. En pratique, les dérives de certains paramètres expérimentaux limiteront cette sensibilité.

Pour suivre l'évolution d'une **grandeur temporelle**, le temps d'intégration doit être limité à une durée plus petite que le temps caractéristique d'évolution de cette grandeur, limitant ainsi la sensibilité.

### 5.1.2 Principe de la mesure jointive

Pour s'affranchir de l'effet de repliement de spectre, on développe une séquence de mesure où le temps d'interrogation  $T_i$  est égal au temps de cycle  $T_c$  : il n'y a donc plus de temps mort. Le module du spectre échantillonné s'écrit alors pour un temps d'intégration  $T = N \cdot T_i$  :

$$\tilde{\Omega}_e(\omega) = [2T|\text{sinc}(\omega T/2)|] * \tilde{\Omega}(\omega)$$

Il n'y a ainsi plus d'effet de repliement de spectre : le spectre échantillonné n'est plus périodique, et toute l'information du signal peut être extraite dans la bande d'analyse.

**Interrogation jointive dans un interféromètre : amélioration de la sensibilité** On considère à nouveau notre exemple d'interféromètre atomique : le temps d'interrogation  $T$  est égal au temps de cycle  $T_c$ . La seconde impulsion laser  $\Phi(T + t_i)$  adressant le nuage  $i$  est alors synchronisée avec la première impulsion laser  $\Phi(t_{i+1})$  adressant le nuage  $i + 1$ . On suppose par ailleurs que la géométrie permet d'utiliser le même laser, on a donc :

$$\Phi(t_{i+1}) = \Phi(T + t_i) \tag{5.1}$$

En calculant la moyenne des déphasages successifs, on observe que tous les termes de phases s'annulent deux par deux grâce à la relation 5.1, à l'exception du premier et du dernier :

$$\Delta\Phi = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \Delta\Phi_i = \frac{1}{N} (\Phi(NT) - \Phi(0)) \tag{5.2}$$

La variance s'écrit alors :

$$\sigma_{\Delta\Phi}^2 = \frac{2\sigma_{\Phi}^2}{N^2}$$

Ce résultat est important : l'écart-type d'une **mesure jointive** décroît proportionnellement au **temps d'intégration**. Autrement dit, le gain en sensibilité apporté par une interrogation sans temps mort augmente proportionnellement à la racine du temps d'intégration, par rapport à une mesure non jointive.

### 5.1.3 Exemple de géométrie : la fontaine atomique

#### 5.1.3.a Horloge

Pour réaliser une horloge, l'interrogation atomique est de type Ramsey : deux impulsions  $\pi/2$  séparées par un temps de propagation libre  $T$ . Dans une fontaine, la première impulsion a lieu pendant la phase ascendante du nuage et la seconde pendant la phase de descente, comme le montre la figure de gauche 5.3. Dans une séquence sans temps mort, le temps de cycle est égal au temps d'interrogation : comme le montre la figure de droite 5.3, la seconde impulsion du nuage  $N$  correspond à la première impulsion du nuage  $N+1$ .

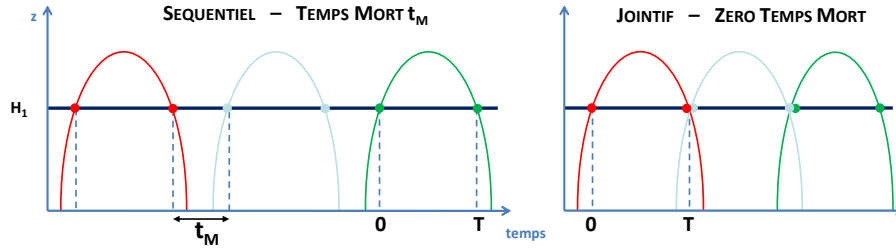


FIGURE 5.2 – A gauche : séquence d'interrogation classique à 2 impulsions, avec un temps mort  $\tau_m$ . A droite : séquence d'interrogation jointive avec  $T_c = T$

#### 5.1.3.b Mesure de la rotation

On considère un interféromètre à 3 impulsions  $\pi/2 - \pi - \pi/2$  de durée  $2T$  : on suppose que l'accélération est **nulle** et qu'il est animé d'une rotation  $\Omega$  autour de son centre  $C$  correspondant à la seconde impulsion. En choisissant arbitrairement la référence de phase nulle au moment de la seconde impulsion  $\Phi(T + t_i) = 0$ , le déphasage lié à la rotation s'écrit  $\Delta\Phi_i = \Phi(2T + t_i) - \Phi(t_i)$ . La phase vue par les atomes au moment de l'impulsion  $i$  s'écrit  $\Phi_i = k_{\text{eff}} L \theta_i$  où  $L$  est la distance du centre de rotation à l'impulsion  $i$  et  $\theta_i = \Omega T$  est l'angle dont a tourné le référentiel des lasers par rapport au référentiel des atomes en chute libre. Pour être jointif sur la mesure de rotation le temps de cycle doit donc être égal au temps d'interrogation :  $T_c = 2T$ .

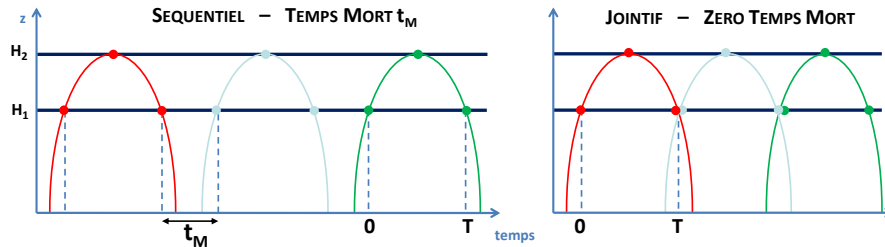


FIGURE 5.3 – A gauche : séquence d'interrogation classique à 3 impulsions, avec un temps mort  $\tau_m$ . A droite : séquence d'interrogation jointive pour la **rotation** avec  $T_c = 2T$



5.1.3.c Mesure de l'accélération

On considère à nouveau un interféromètre à 3 impulsions de durée  $2T$  soumis dans ce cas-ci à une accélération. Le déphasage s'exprime  $\Delta\Phi_i = \Phi(2T + t_i) - 2\Phi(T + t_i) + \Phi(t_i)$ . La phase  $\Phi_i$  s'exprime en fonction du déplacement du réseau de phase des lasers aux instants  $t_i$  :  $\Phi_i = k_{\text{eff}}x_i$ . Pour que les phases se compensent terme à terme dans l'équation 5.2, le temps de cycle doit être égal à la moitié du temps d'interrogation comme le montre la figure 5.4. La séquence est « **doublement jointive** ».

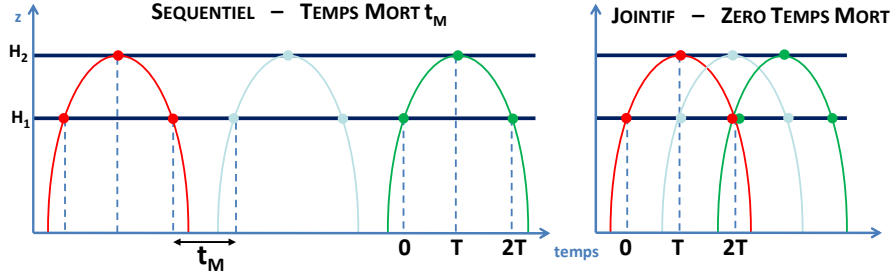


FIGURE 5.4 – A gauche : séquence d'interrogation à 3 impulsions, et un temps mort  $t_m$ . A droite : la séquence est jointive pour l'accélération, de temps de cycle  $T_c = T = T_{\text{int}}/2$

5.2 Cadre théorique

Dans cette partie, nous allons modéliser le gain en sensibilité apporté par le fonctionnement jointif grâce au formalisme de la **Variance d'Allan** [102]. Nous présenterons des résultats généraux, applicables aux 3 configurations principales d'interféromètres :

Géométrie	Séquence	Exemples d'applications
2 impulsions	$\pi/2 - \pi/2$	Horloges, Spectroscopie,...
3 impulsions	$\pi/2 - \pi - \pi/2$	Gyromètre, Accéléromètre, Gravimètre, Gradiomètre, Mesure de $\hbar/m$ , ...
4 impulsions	$\pi/2 - \pi - \pi - \pi/2$	Gyromètre, ...

Nous calculerons notamment le gain en sensibilité attendu en configuration à 3 impulsions sur la sensibilité à la rotation. D'autre part, nous réaliserons une démonstration expérimentale pour une configuration à 2 impulsions au paragraphe 5.4.5.

5.2.1 Calcul de la Variance d'Allan

Pour caractériser la sensibilité des mesures de phase de l'interféromètre, la variance classique n'est pas un outil adapté : elle caractérise seulement les fluctuations autour de la moyenne des mesures sur le temps d'acquisition, et ne permet pas de discriminer les fluctuations court terme des dérives. Nous allons donc caractériser la sensibilité et la stabilité de l'interféromètre à l'aide de la variance d'Allan [102].

## 5.2 Cadre théorique

---

Pour la calculer, on regroupe les données par « paquets » de  $m$  mesures successives, correspondant à un temps de moyennage  $\tau_m = mT_c$ , où  $T_c$  est le temps de cycle, c'est à dire le temps nécessaire à l'acquisition d'une mesure. On calcule alors la moyenne des carrés des écarts entre paquets successifs, et ce pour différents temps  $\tau_m$ , c'est à dire différents temps d'intégration.

Le calcul de la variance d'Allan permet d'identifier les composantes spectrales présentes dans la densité spectrale de puissance de la variable aléatoire étudiée. On définit ainsi pour la phase de l'interféromètre, la variance d'Allan :

$$\sigma_{\Phi}^2(\tau_m) = \frac{1}{2} \langle (\overline{\delta\Phi}_{k+1} - \overline{\delta\Phi}_k)^2 \rangle_k$$

où on définit  $\overline{\delta\Phi}_k$  comme la moyenne des déphasages sur l'intervalle  $[t_k, t_{k+1}] = [-T_c/2 + kmT_c, -T_c/2 + (k+1)mT_c]$ . Les détails de ces calculs sont donnés en annexe A : la Variance d'Allan s'exprime alors en fonction du temps d'intégration  $\tau_m = mT_c$  et de la fonction de transfert  $|H(\omega)|^2$  de l'interféromètre et de la densité spectrale de bruit  $S_{\Phi}$  :

$$\sigma_{\Phi}^2(\tau_m) = \frac{1}{2} \frac{1}{m^2} \int_0^{+\infty} |H(\omega)|^2 \cdot \frac{\sin^4(m\omega T_c/2)}{\sin^2(\omega T_c/2)} \cdot S_{\Phi}(\omega) \frac{d\omega}{2\pi} \quad (5.3)$$

Pour calculer cette variance, nous allons scinder l'intégrale en deux afin d'isoler la partie basse fréquence de la fonction de sensibilité. La fonction de sensibilité peut se simplifier en supposant  $\omega \ll \Omega_R$  et nous pourrions ainsi calculer l'intégrale analytiquement. On définit alors une pulsation de coupure arbitraire  $\omega_c \ll \Omega_R$ , telle que :

$$|H(\omega)|^2 \underset{\omega \ll \Omega_R}{=} |H(\omega)|_{BF}^2$$

Pour simplifier les calculs, on suppose que le bruit de phase est un bruit blanc sur la bande  $[0, +\omega_{\max}[$  de densité spectrale  $S_0$ . La variance s'exprime alors :

$$\sigma_{\Phi}^2(\tau_m) = \frac{S_0}{2m^2} \left[ \int_0^{\omega_c} |H(\omega)|_{BF}^2 \frac{\sin^4(m\omega T_c/2)}{\sin^2(\omega T_c/2)} \frac{d\omega}{2\pi} + \int_{\omega_c}^{\omega_{\max}} \frac{\sin^4(m\omega T_c/2)}{\sin^2(\omega T_c/2)} |H(\omega)|^2 \frac{d\omega}{2\pi} \right]$$

### 5.2.1.a Variance d'Allan basse fréquence

On présente les fonctions de sensibilité à basse fréquence  $|H(\omega)|_{BF}^2$  dans le tableau suivant :

Géométrie	Durée	Fonction de Sensibilité $ H(\omega) _{BF}^2$
2 Impulsions	T	$4 \sin^2 [\omega T/2]$
3 Impulsions	2T	$16 \sin^4 [\omega T/2]$
4 Impulsions	2T	$64 \sin^2 [\omega T/2] \cdot \sin^4 [\omega T/4]$

On calcule alors la partie basse fréquence de la VA, en faisant l'hypothèse que les  $m$  mesures sont jointives. C'est à dire que le temps de cycle est égal au temps d'interrogation  $T_c = T$  dans la configuration à 2 impulsions (2 I.), ou à la moitié du temps d'interrogation (3 I. et 4 I.)  $T_c = T/2$ .

L'intégrale peut se mettre sous la même forme dans les 3 configurations :

$$\sigma_{\Phi}^2(\tau_m) = \frac{\alpha}{\tau_m^2} \cdot S_0 [\beta_0 \omega_c + \gamma(m, \omega_c, T)]$$

où  $\beta_0$  est une constante, valeur moyenne de la fonction trigonométrique à intégrer, et  $\gamma$  est une fonction trigonométrique résultat de l'intégration, bornée entre 0 et 1. Les détails des calculs sont donnés en annexe A.

A basse fréquence, nous avons retrouvé le résultat préliminaire que nous avons démontré au paragraphe 5.1.2. Or, ce raisonnement préliminaire utilisait une hypothèse implicite qui ne peut plus être vérifiée pour un bruit « haute fréquence » : nous avons supposé que le déphasage s'écrivait  $\Delta\Phi = \phi_2 - \phi_1$ . Cette écriture suppose que l'on approxime la fonction de sensibilité  $g_s(t)$  à une fonction porte de largeur  $T$ , autrement dit que l'on suppose la durée des impulsions infiniment courtes.

### 5.2.1.b Variance d'Allan haute fréquence

La fonction de sensibilité  $g_s(t)$  présente des « flancs » de forme sinusoïdale, de temps caractéristique la largeur d'une impulsion  $\tau$ , reliée à la pulsation de Rabi par  $\Omega_{RT} = \pi/2$ . Lorsque la fréquence du bruit approche de la fréquence de Rabi, l'échantillonnage du bruit par la mesure jointive ne permet plus une compensation parfaite entre nuages successifs. Pour calculer la partie « haute fréquence » de la VA, on fait par ailleurs l'hypothèse que le temps d'intégration  $\tau_m$  tend vers l'infini :

$$\frac{\sin^4 m\omega T_c/2}{\sin^2 \omega T_c/2} \xrightarrow{m \rightarrow +\infty} \frac{2m}{T} \sum_{j=-\infty}^{+\infty} \delta(\omega - j \frac{2\pi}{T_c})$$

La VA s'exprime alors comme une somme d'harmoniques de la fonction de transfert, évaluée aux multiples de la fréquence de cycle. Comme  $T = T_c$  en jointif, la variance peut se mettre sous la forme suivante :

$$\sigma_{\Phi}^2 = \frac{S_0}{\tau_m} \cdot \sum_{n=n_c}^{n_{\max}} \left| H \left( \frac{2\pi \cdot n}{T} \right) \right|^2$$

où on définit  $n_c$  comme l'indice de la pulsation de coupure multiple de la pulsation de cycle,  $n_c = \omega_c T/2\pi$  et  $n_{\max} = \omega_{\max} T/2\pi$ . L'écart-type d'Allan décroît donc proportionnellement à la racine du temps d'intégration  $\tau_m$ .

### 5.2.1.c Conclusion : changement de pente de la VA

En configuration jointive, le calcul de la VA nous montre que deux termes apparaissent :

- Un premier terme proportionnel à  $1/\tau_m^2$  : ce terme est lié au comportement basse fréquence de la fonction de transfert, la durée des impulsions est considérée comme infiniment courte.
- Un second terme proportionnel à  $1/\tau_m$  : ce terme est dû à la durée finie  $\tau$  des impulsions, et son amplitude croît lorsque la fréquence caractéristique du bruit de phase  $S_{\Phi}$  est proche de  $1/\tau$ .

L'expression de la VA peut se mettre sous la forme :

$$\sigma_{\Phi}^2(\tau_m) = S_0 \cdot \left[ A_{\text{BF}} \frac{1}{\tau_m^2} + A_{\text{HF}} \frac{1}{\tau_m} \right] \quad (5.4)$$

On en conclut qu'il existe donc un temps caractéristique  $\tau_1$  pour lequel les deux termes de la variance sont égaux. Pour  $\tau \leq \tau_1$  le terme basse fréquence prédomine et pour  $\tau \geq \tau_1$  c'est le terme haute fréquence : il y a donc un changement de pente en  $\tau_1$ . Ce temps caractéristique est inversement proportionnel à la fréquence de coupure  $f_c$  du bruit blanc d'amplitude  $S_0$ .

### 5.2.1.d Mesure jointive : application à la configuration à 3 impulsions

Dans cette configuration, la fonction de transfert s'exprime :

$$|H(\omega)| = \frac{4\omega\Omega_R}{\omega^2 - \Omega_R^2} \sin\left(\frac{\omega(T + 2\tau)}{2}\right) \left[ \cos\left(\frac{\omega(T + 2\tau)}{2}\right) + \frac{\Omega_R}{\omega} \sin\left(\frac{\omega T}{2}\right) \right]$$

La variance « haute fréquence » est ainsi égale à une somme discrète de termes, correspondant à la fonction de transfert évaluée aux fréquences multiples de la fréquence de cycle. Or la fréquence de cycle est égale à la fréquence d'interrogation : cette somme correspond donc précisément aux « zéros » de  $|H|^2$ . Ces « zéros » sont rigoureusement nuls lorsque la durée des pulses est nulle. Dans le cas d'impulsions de durée finie  $\tau$ , ils ne sont plus tout à fait nuls : on calcule alors le résidu en prenant l'exemple de la fonction de transfert à 3 impulsions.

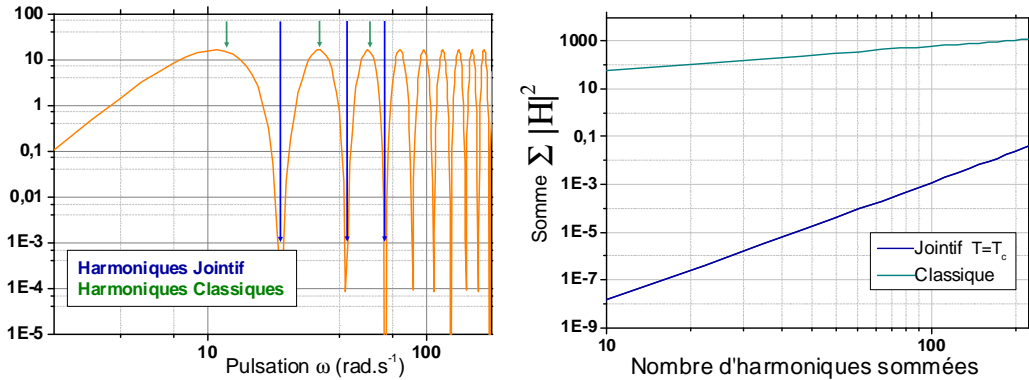


FIGURE 5.5 – A gauche : Sur cette figure est représentée, en orange, la fonction de sensibilité à basse fréquence. Celle-ci présente des zéros aux multiples de la fréquence d'interrogation  $n \cdot 2\pi/T$ . Les flèches représentent les harmoniques de la fonction de transfert, évaluées aux multiples de la fréquence de cycle. En bleu, lorsque  $T = T_c$  ( $=145$  ms) et en vert lorsque  $T \neq T_c$  ( $T=1,5$  s). A droite : nous calculons la somme des harmoniques de la fonction de transfert pour une fréquence de Rabi de 14 kHz : en jointif, les harmoniques correspondent aux « zéros » de la fonction de sensibilité

L'harmonique d'indice  $n$  s'exprime :

$$\left| H\left(\frac{2\pi n}{T}\right) \right|^2 = \left[ \frac{8\pi n \Omega_R}{T[(2\pi n/T)^2 - \Omega_R^2]} \right]^2 \sin^2\left(\pi n \frac{\tau}{T}\right) \cos^2\left(\pi n \frac{\tau}{T}\right)$$

En réalisant un développement limité au premier ordre en  $n\tau/T$  (c'est à dire pour  $\omega \ll \Omega_R$ ) on obtient :

$$\left| H\left(\frac{2\pi n}{T}\right) \right|^2 \sim n^4 \frac{16\pi^6}{\Omega_R^4 T^4}$$

On représente sur la figure 5.5 l'évolution de la somme cumulée des  $N$  premières harmoniques, pour  $T = T_c$  et  $T \neq T_c$ .

**Application : bruit blanc de phase** On calcule numériquement l'écart-type d'Allan avec  $\tau_m = [0, 145 \text{ s} ; 145 \text{ s}]$  pour un bruit blanc de phase  $S_\Phi$  dans la bande  $[0, 1 \text{ kHz}]$  : on compare les comportements jointif et classique pour un interféromètre à 3 impulsions de durée  $2T = 290 \text{ ms}$  et de temps de cycle  $1,5 \text{ s}$  dans le cas classique. On présente les résultats de ces calculs sur la figure 5.6 : l'écart-type d'Allan de la phase décroît bien en  $1/\tau_m$  en jointif, et en  $1/\sqrt{\tau_m}$  en mode classique. D'autre part, le temps caractéristique  $\tau_1$  de changement de pente pour le jointif est évalué à  $\sim 1350 \text{ s}$ , et n'est pas visible sur la plage temporelle  $[0, 100 \text{ s}]$ .

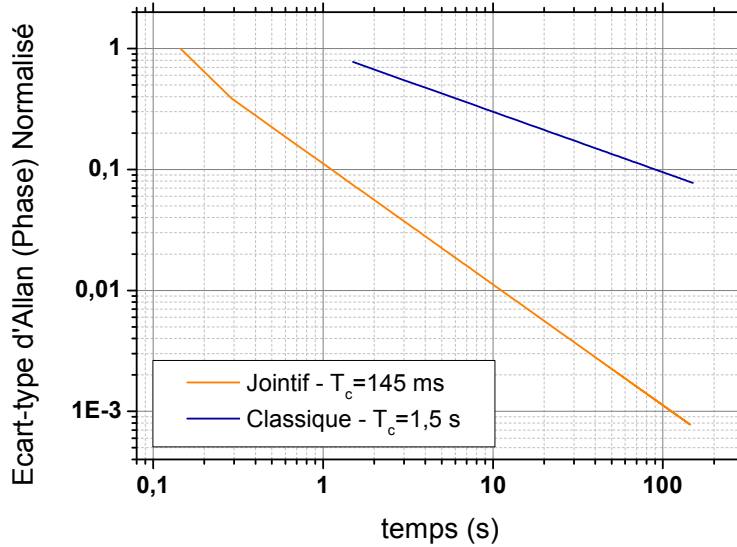


FIGURE 5.6 – Comparaison de l'évolution de la VA en fonction du temps d'intégration, pour une bande de bruit blanc de phase de 1 kHz et une fréquence de Rabi de 14 kHz

**Application : bruit d'accélération transformé en bruit de rotation** On utilise les spectres de densité de bruit d'accélération  $S_a(\omega)$  acquis par le sismomètre pour estimer le gain en sensibilité attendu grâce au mode jointif pour  $2T = 290 \text{ ms}$  (cf. chapitre 4 : spectres acquis sur le gyromètre après l'installation de la boîte d'isolation acoustique). On suppose que

ce bruit est dû à une rotation, et qu'il est donc converti en accélération d'entraînement. On remplace la fonction de transfert à la phase dans l'équation 5.3 par la fonction de transfert à l'accélération  $|H_a(\omega)|^2 = |H_\Phi(\omega)|^2 \cdot k_{\text{eff}}^2/\omega^4$  et on calcule numériquement la VA pour les cas non jointif et jointif.

Nous observons sur la figure 5.7 que la VA descend en  $1/t^2$  à partir de  $t = 3\text{ s}$  pour le mode jointif. En  $t = 100\text{ s}$  on trace une droite de type  $1/\sqrt{t}$  que l'on prolonge en  $t = 1\text{ s}$  : on calcule ainsi une sensibilité équivalente à la rotation à  $1\text{ s}$  de  $6,6 \cdot 10^{-8}\text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$ . Notre sensibilité à la rotation peut être améliorée d'un facteur 10 grâce au mode jointif d'après les données de la simulation.

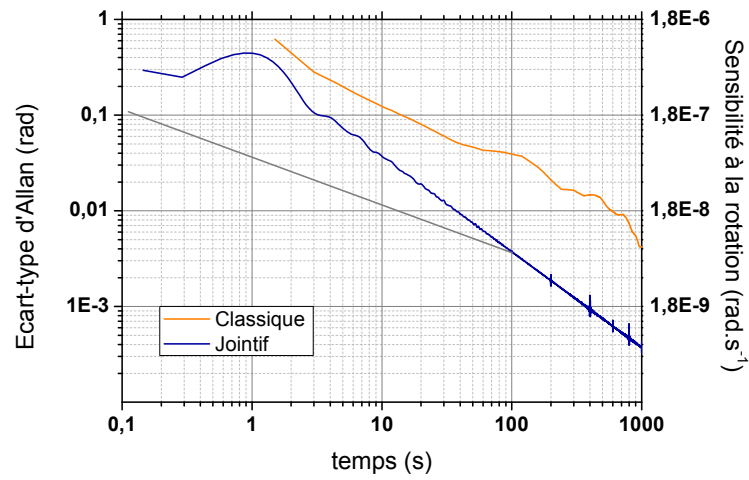


FIGURE 5.7 – Pour un interféromètre à 3 impulsions,  $2T = 290\text{ ms}$  on compare les sensibilités à la rotation attendues en modes jointif et classique, à partir des données de vibrations mesurées à l'aide du sismomètre installé sur le gyromètre

## 5.3 Développement d'une séquence expérimentale entrelacée

### 5.3.1 Contrôle Séquentiel

Classiquement, l'intégration d'un grand nombre de mesures de la phase, que l'on suppose affectée d'un bruit blanc, permet d'améliorer la sensibilité proportionnellement à la racine du nombre de mesures. Le contrôle de l'expérience a donc été développé pour répéter le même cycle de « préparation - interrogation - détection » de manière continue : ce cycle suit simplement une logique de conception linéaire. Le fonctionnement jointif requiert, quant à lui, le développement d'une logique « entrelacée » : il est nécessaire de gérer simultanément plusieurs nuages atomiques, dont les étapes du cycle de mesure sont différentes, en évitant tout conflit. Les mêmes ressources ne peuvent être utilisées, a priori, que par un nuage à la fois. Nous avons donc développé une nouvelle architecture de contrôle séquentiel, où les ressources sont gérées en 3 blocs distincts : **Préparation Atomique, Interféromètre, Détection - Acquisition**. Nous allons maintenant présenter cette architecture polyvalente et son adaptation pour le mode jointif.

**Génération et Acquisition de Signaux** Pour communiquer et contrôler les paramètres expérimentaux en temps réel, nous utilisons un PC équipé de cartes National Instruments dont les fonctions principales sont l'acquisition et la génération de signaux de contrôle. Les signaux générés sont de 4 types principaux :

1. **Interrupteurs** Des signaux numériques logiques dits « TTL » sont utilisés comme des interrupteurs, pour commander l'ouverture ou la fermeture d'un obturateur optique, le passage d'un transistor d'un état bloquant à passant (contrôle des champs magnétiques), et d'autres sous-composants répondant à une logique état Haut ou Bas.
2. **Interruptions Logicielle** Les signaux TTL sont utilisés comme interruption pour le processeur d'acquisition. Lors d'une interruption, le processeur réalise l'acquisition et le transfert des données d'un des ports d'entrée analogique.
3. **Synchronisation - Horloge** Chaque carte numérique possède sa propre horloge interne : celle-ci définit une base de temps, permettant de définir l'instant de début et la durée des événements déclenchés par la carte. Une carte maître délivre un signal de synchronisation, pour définir une référence commune initiale de datation.
4. **Contrôle Analogique** Certains paramètres expérimentaux nécessitent un contrôle rapide et à grande résolution de leurs valeurs : une carte analogique, dotée d'un convertisseur numérique - analogique (CNA) est alors nécessaire.

L'acquisition des données est réalisée par deux cartes analogiques dédiées, dotées de convertisseurs analogique - numérique (CAN).

**1 - Cartes Numériques Maître et Interféromètre** Les cartes numériques génèrent des signaux logiques indépendants, cadencés sur une horloge interne à 20 MHz. On définit un

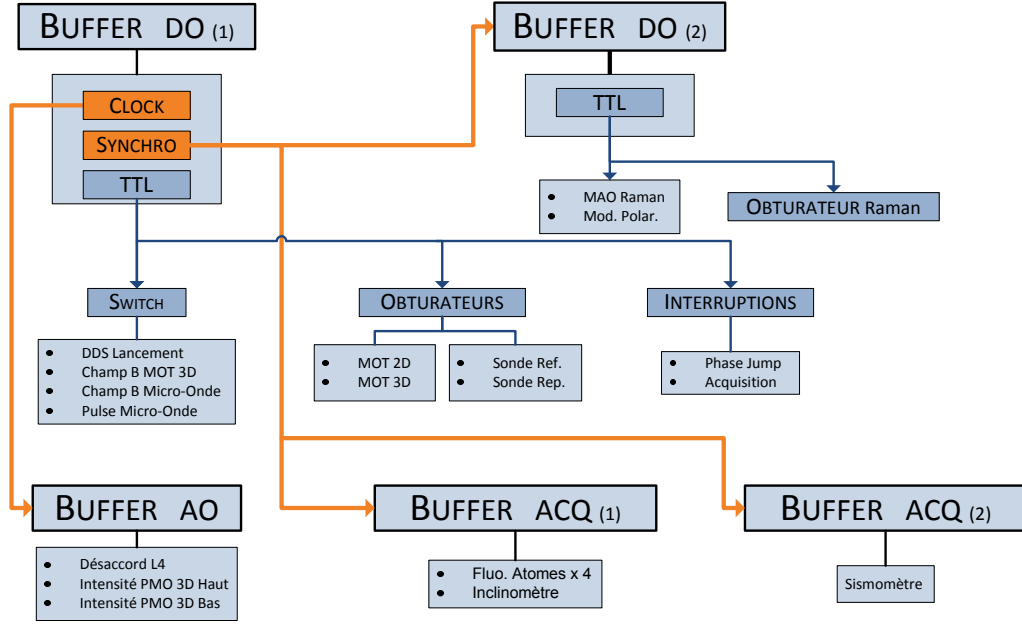


FIGURE 5.8 – Diagramme de flux entre les différentes cartes de génération ou d'acquisition de signaux

vecteur maître d'état des sorties stocké dans le Buffer de la carte, et régénéré à l'identique à chaque cycle. Chaque sortie physique est identifiée par un indice  $i$ , et on stocke dans le « Buffer » de la carte le vecteur suivant :

$$DO[n] = \sum_{i=0}^{N_s} f(i, n) \cdot 2^i$$

La composante d'indice  $n$  du vecteur  $DO$  correspond à l'état de sortie à l'instant  $t = n \cdot \delta t$  : la décomposition de ce vecteur sur la base des puissances de 2 est unique, et permet de regrouper dans une seule variable de 2 octets, la définition de l'état des  $N_s$  sorties, grâce aux fonctions  $f(i, n)$ . Une fonction  $f(i, n)$  ne prend comme valeur que 0 ou 1, et définit ainsi, à l'instant  $t$ , l'état haut ou bas de la sortie d'indice  $i$ . La carte maître dispose de 16 bits, c'est à dire 16 sorties indépendantes.

La carte  $DO_1$  génère 12 signaux numériques, dont un signal de synchronisation et un signal d'horloge, 4 switches, 4 commandes d'obturateurs optiques, et 2 interruptions qui synchronisent l'acquisition des données du sismomètre, de l'inclinomètre, et de fluorescence des atomes.

La carte  $DO_2$  fait partie de la même carte physique, mais constitue un groupe totalement indépendant de 16 sorties numériques. Elle a été développée pour le contrôle des lasers Raman. Elle génère 4 signaux numériques, dont un pour le contrôle de l'obturateur laser, un signal TTL contrôlant le Modulateur Acousto-Optique Raman (générant ainsi les impulsions de l'interféromètre), un TTL de commutation du modulateur de polarisation (changement de faisceau), et le contrôle de la rampe de fréquence Doppler (instant, durée) de la référence à 100 MHz. L'ensemble de ces fonctions sont résumées sur la figure 5.8.



**2 - Carte Analogique** La carte analogique (modèle NI-PCI-6733) dispose de 8 sorties avec 16 bits de résolution chacune. La plage de tension de sortie nécessaire étant bipolaire, comprise entre  $-10$  et  $+10V$ , la résolution en tension d'un échantillon est de  $305 \mu V$ . Comme la carte *DO*, la carte *AO* dispose d'un Buffer pour stocker le vecteur d'état des sorties analogiques, dont la taille maximale correspond à 16384 échantillons. L'évolution temporelle des sorties est gérée grâce au signal d'horloge délivré par  $DO_1$  : à chaque top, l'état des sorties évolue de l'échantillon  $N$  au  $N + 1$ . Le nombre d'échantillons étant limité, on ne peut pas directement utiliser le signal à  $20 MHz$  de  $DO_1$  : en effet, la durée maximale serait inférieure à  $1 ms$ . On conçoit donc un signal d'horloge adapté, qui ne délivre des tops qu'aux instants où une évolution des sorties est requise. Lorsque le « TTL Clock » reste à l'état bas, la carte *AO* maintient en sortie la valeur du dernier échantillon. Le vecteur d'état de la carte analogique est construit à partir de la matrice d'état suivante :

$$AO(i, j) = \begin{pmatrix} AO_{1,1} & \cdots & AO_{1,N_s} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ AO_{N_e,1} & \cdots & AO_{N_e,N_s} \end{pmatrix}$$

où  $N_s$  correspond au nombre de sorties de *AO* et  $N_e$  au nombre d'échantillons. Le sous-vecteur  $AO(i, j = N)$  correspond au vecteur d'état de la sortie  $N$ . A un instant  $t$ , l'état des sorties peut être modélisé par le sous-vecteur  $AO(N) = (AO(N, 1) \cdots AO(N, N_s))$  : au top d'horloge suivant, le vecteur d'état glissera vers l'état d'après,  $AO(N + 1)$ . Le temps occupé par un état est donc entièrement déterminé par le signal de synchronisation (Clock sur la figure 5.8) délivré par la carte  $DO_1$ .

**3 - Cartes d'Acquisition** Les cartes d'acquisition sont de deux types : une carte 24 bits (modèle NI-PCI-4474) entièrement dédiée au traitement des signaux issus du sismomètre ou des accéléromètres, et une carte plus classique comportant 16 entrées 16 bits (modèle NI-PCIE-6341) pour l'acquisition des signaux de fluorescence et la lecture des données de l'inclinomètre. La carte  $DO_1$  génère une interruption du logiciel d'acquisition temps réel, et démarre la conversion analogique - numérique des données au moment adéquat (par exemple, passage des atomes dans les nappes de détection).

### 5.3.2 Une Séquence - Deux Interféromètres Successifs

**Dédoublage de la séquence** Avant de développer une séquence expérimentale jointive, nous réalisons un développement préliminaire pour étudier quelques paramètres clés. On choisit de conserver la logique séquentielle, et de réaliser deux interféromètres successifs au sein d'une même séquence, que l'on répète. On souhaite ainsi étudier l'influence de la préparation d'un second nuage sur le premier, qui est alors à l'étape « interféromètre ». Cette étude nous permettra notamment de décider d'améliorations éventuelles nécessaires, et en particulier :

- **L'insertion d'un piège à lumière** qui séparerait la partie piège du reste de l'enceinte

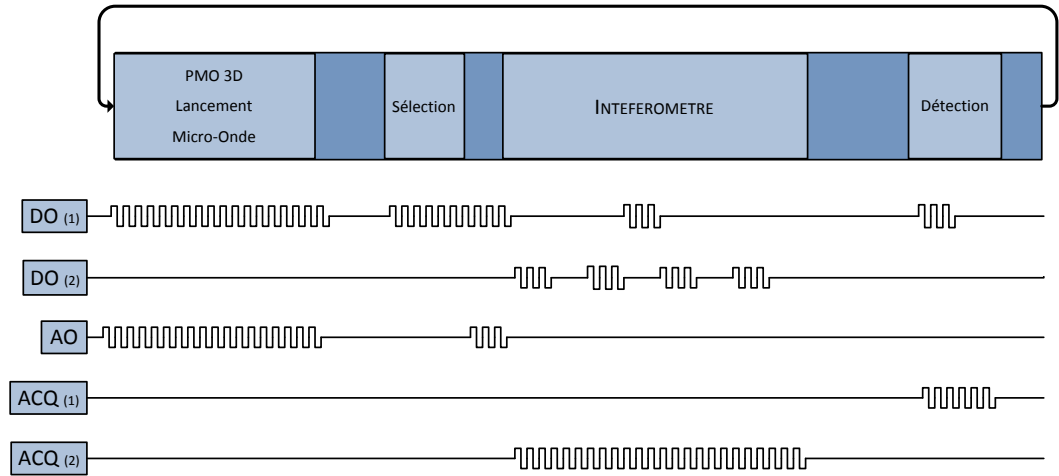


FIGURE 5.9 – Séquence temporelle de l'interféromètre du point de vue des entrées/sorties des cartes numériques

à vide.

- **Le développement d'un moteur sous ultra-vide** dont l'objectif serait l'isolation entre les parties Piège - Détection - Interféromètre, afin de supprimer complètement la lumière parasite. Il serait alors nécessaire de tester le fonctionnement sous vide d'un tel moteur, avant d'ouvrir l'enceinte du gyromètre, et de remplacer le bloc de détection. Pour dédoubler la séquence, on recopie simplement le vecteur d'état des Buffers  $DO_{1,2}$ , que l'on ajoute au vecteur précédent, décalé d'un temps  $\tau$  :

$$DO_{1,2}^{(2)}(t) = DO_{1,2}^{(1)}(t) + DO_{1,2}^{(1)}(t - \tau)$$

Le Buffer  $AO$  est quant à lui déclenché par le signal d'horloge  $CLK$  de  $DO_1$  : ce dernier étant dédoublé, il dédouble également les signaux analogiques, et il en va de même pour l'acquisition des données. L'interféromètre réalisé est de type Ramsey «  $\pi/2 - \pi/2$  », d'une durée assez courte  $T = 10\text{ ms}$ , et reste tout à fait classique (il n'est pas jointif). Le temps de cycle est légèrement rallongé et atteint une durée de  $1,8\text{ s}$ . On recherche alors le temps de décalage optimal  $\tau$  qui évite toute superposition entre les sous-séquences Piège - Sélection - Interféromètre - Détection : on obtient un temps de décalage  $\tau = 395\text{ ms}$ , en conservant un temps de chargement du piège nominal de  $250\text{ ms}$

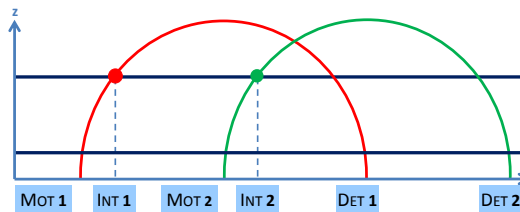


FIGURE 5.10 – Cycle d'interrogation avec 2 nuages successifs : première modification de la séquence pour étudier la perturbation induite par la préparation du second nuage

**Contraste et Sensibilité** La séquence se compose ainsi de deux interféromètres successifs : le premier est alors affecté par le nuage suivant, notamment par la lumière parasite (piège et sélection) et par la sélection micro-onde (impulsion résonante à  $9,192\text{ GHz}$  entre  $F = 3$  et  $F = 4$ ). Le cycle du second nuage est identique à un cycle classique, et nous sert de référence pour étudier la perturbation produite par la préparation d'un autre nuage. Sur la figure 5.11, on présente les franges obtenues pour les interféromètres successifs des nuages 1 et 2. Le contraste du nuage de référence est de 52 %, et chute à 22 % pour le premier nuage qui est perturbé. Cette chute de contraste est due a priori à la lumière du piège et de la détection qui repompe les atomes de  $F = 3$  vers  $F = 4$ .

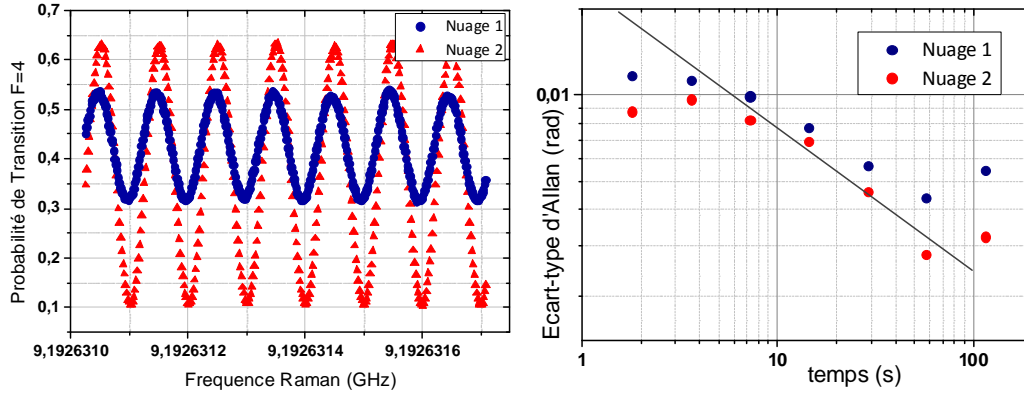


FIGURE 5.11 – A gauche : les franges obtenues pour deux interféromètres successifs de durée  $2T = 10\text{ms}$ . A droite : l'écart-type d'Allan des deux interféromètres successifs montre que la sensibilité à la phase n'est pas dégradée

On se place ensuite à mi-frange, en pointant alternativement à  $\delta\phi = \pm\pi/2$  de la frange centrale, et on calcule l'écart-type d'Allan de la phase  $\phi$  pour les interféromètres « pairs » et « impairs ». On obtient une sensibilité quasi équivalente respectivement à 23 et 28  $\text{mrad}\cdot\text{Hz}^{-1/2}$  : cette séquence à 2 nuages n'ajoute pas de bruit de phase, malgré une chute du contraste d'un facteur 2. Ces premiers résultats ont été obtenus sans optimisation particulière de la séquence : la chute du contraste pourra être réduite en minimisant les temps d'illumination des atomes afin de réduire la lumière parasite. Cette séquence à double interféromètre est réalisée dans le premier hublot pour une vitesse de lancement  $v_0 = 3,2\text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$  : lorsque l'on augmente la vitesse de lancement des atomes, on parvient à réduire légèrement cette chute de contraste. On en conclut que la lumière parasite qui affecte l'interféromètre subit plusieurs réflexions, et que son effet sera réduit pour une interrogation entre les deux hublots  $H_1$  et  $H_2$ . On peut alors espérer développer le fonctionnement jointif, sans modification matérielle, et éviter toute dégradation de la sensibilité liée à la lumière parasite.

### 5.3.3 Séquence Entrelacée

**Blocs Fonctionnels** Pour développer la séquence jointive, on ne peut pas se contenter de doubler les Buffers : premièrement la mémoire des cartes est trop limitée, et d'autre part on

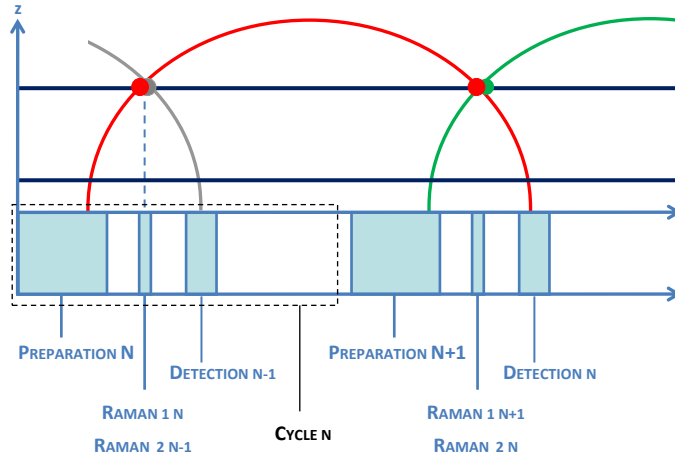
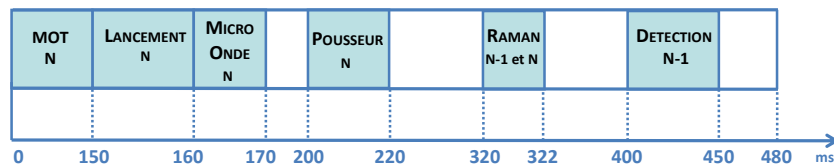


FIGURE 5.12 – Principe de la séquence entrelacée pour un interféromètre à 2 impulsions

s'en dissuade par la complexité a priori de ce type de solution. Sur la figure 5.12, on représente l'interaction du nuage d'indice  $N$  avec les deux « Blocs Lasers » **Pousseur-Détection** et **Raman**, la fin du cycle  $N - 1$ , et le début du  $N + 1$ . On développe dans un premier temps une séquence jointive pour une interrogation de type Ramsey, à deux pulses  $\pi/2$  co-propageants. La durée du cycle est définie par la durée de l'interféromètre  $T_c = T_{Int} = 480 \text{ ms}$ .

En étudiant la trajectoire des nuages  $N - 1, N, N + 1$  on constate que la définition d'un cycle expérimental ne peut plus être définie pour un seul et unique nuage (cf. figure 5.12) : le nuage  $N - 1$  arrive en effet dans la zone détection pendant l'interféromètre du nuage  $N$ . De plus, le principe même du jointif suppose que l'on utilise le même faisceau laser au même instant pour le second pulse  $\pi/2$  du nuage  $N - 1$  et pour le premier du nuage  $N$ . La séquence d'indice  $N$  correspond alors à : la **Préparation du Nuage  $N$** , l'**impulsion Raman Commune** aux nuages  $N$  et  $N - 1$ , et la **Détection** du nuage  $N - 1$ . La difficulté principale consiste à gérer correctement les timings et durées de chaque bloc : la durée séparant la préparation du nuage  $N$  et la première impulsion Raman est « incompressible » et déterminée par la vitesse de lancement des atomes, elle-même calculée en accord avec la durée de l'interféromètre. Cette durée est de l'ordre de  $\sim 100 \text{ ms}$  pour la configuration  $T = 480 \text{ ms}$ . Réciproquement, la durée entre la deuxième impulsion Raman et la détection est également « incompressible », et du même ordre de grandeur. Par conséquent on ne peut pas conserver une durée de chargement de  $250 \text{ ms}$  pour le piège : on la réduit alors à  $150 \text{ ms}$ . On présente figure 5.13 les timings caractéristiques d'une séquence jointive.


 FIGURE 5.13 – Temps caractéristiques de la séquence entrelacée pour un interféromètre à 2 impulsions de durée  $T_c = T = 480 \text{ ms}$

## 5.4 Démonstration expérimentale pour un interféromètre à 2 impulsions

### 5.4.1 Horloge Jointive

La configuration choisie pour démontrer expérimentalement le fonctionnement jointif est un **interféromètre à 2 impulsions**  $\pi/2$  réalisé à l'aide de **transitions co-propageantes**.

Cette configuration présente plusieurs avantages : elle est **insensible aux effets inertiels**, nous pouvons dès lors nous affranchir des effets décrits au chapitre 4 qui limitent actuellement la sensibilité ultime de l'interféromètre. On peut ainsi contrôler le niveau et le spectre du bruit. L'interrogation est de type **Ramsey** : 2 impulsions  $\pi/2$  séparées par un temps de propagation libre  $T$ , le déphasage atomique étant proportionnel au désaccord par rapport à la fréquence de transition. On réalise de cette manière une **horloge** de type fontaine.

Le calcul de la fonction de sensibilité à deux impulsions et son comportement fréquentiel sont détaillés en annexe A.

### 5.4.2 Interférences Micro-Onde

On réalise un interféromètre de type « Horloge - Raman » de durée  $T = T_c = 480 \text{ ms}$ , selon la séquence jointive entrelacée présentée dans la section précédente. On implémente un saut de phase  $\delta\phi = \phi_0$  après l'impulsion Raman : au cycle  $N$ , la phase laser est donc  $\phi(N) = N \cdot \phi_0 + \psi$ , où  $\psi$  est la phase initiale. On s'attend alors à obtenir une sinusoïde d'amplitude égale au contraste de l'interféromètre, et de période  $2\pi$ . La figure 5.14 nous montre les franges obtenues : l'enveloppe du signal correspond aux franges attendues, de période  $2\pi$ , perturbées par une modulation rapide (fréquence 20 fois plus élevée). On identifie

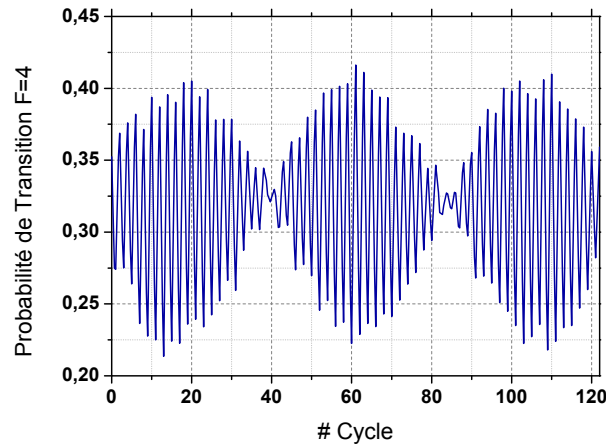


FIGURE 5.14 – Interférences dues à la transition micro-onde de sélection du nuage  $N+1$  qui perturbe l'interféromètre  $N$

la source de cette modulation : la sélection micro-onde réalise le transfert des atomes de  $|F = 4, m_F = 0\rangle$  vers  $|F = 3, m_F = 0\rangle$  à l'aide d'une impulsion dirigée dans l'axe de

l'interféromètre, à la fréquence d'horloge  $9,19263177\text{ GHz}$ , alors que le nuage précédent est en phase de propagation libre entre les deux impulsions  $\pi/2$ . Le champ micro-onde se propage à l'intérieur du tube vertical et crée un déphasage supplémentaire qui perturbe l'interféromètre en cours, et dont l'amplitude dépend de la différence de fréquence entre les sources micro-onde et Raman.

### 5.4.3 Stratégie de transfert à deux pulses

#### 5.4.3.a Séquence micro-onde

Pour éliminer cette modulation, on choisit de modifier la fréquence de la sélection micro-onde. Actuellement la sélection est réalisée à l'aide d'une seule impulsion en polarisation  $\pi$  pour transférer les atomes de  $|F = 4, m_F = 0\rangle$  vers  $|F = 3, m_F = 0\rangle$ . On peut effectuer le même transfert en deux étapes (cf. figure 5.15) :

1. **Transition  $\sigma$**  : une première transition micro-onde de type  $\sigma$  permet de transférer l'état  $|F = 4, m_F = +1\rangle$  vers  $|F = 3, m_F = 0\rangle$  (composante  $\sigma^+$ ), et l'état  $|F = 4, m_F = 0\rangle$  vers  $|F = 3, m_F = +1\rangle$  (composante  $\sigma^-$ ).
2. **Transition  $\pi$**  : l'état préparé dans le sous-niveau  $F = 3$  n'est pas pur. Il est composé par les états  $|F = 3, m_F = 0\rangle$  et  $|F = 3, m_F = +1\rangle$ , ce dernier étant sensible au premier ordre à l'effet Zeeman. On réalise alors une seconde impulsion en polarisation  $\pi$ , qui couple exclusivement l'état  $|F = 3, m_F = +1\rangle$  vers l'état  $|F = 4, m_F = +1\rangle$ , pour éliminer les atomes indésirables. Il n'est pas nécessaire de réaliser une impulsion lumineuse de type pousseur pour éliminer les atomes du sous-niveau  $F = 4$  entre temps, car cette dernière transition  $\pi$  « repeuple » le niveau  $m_F$  qui avait été préalablement dépeuplé.

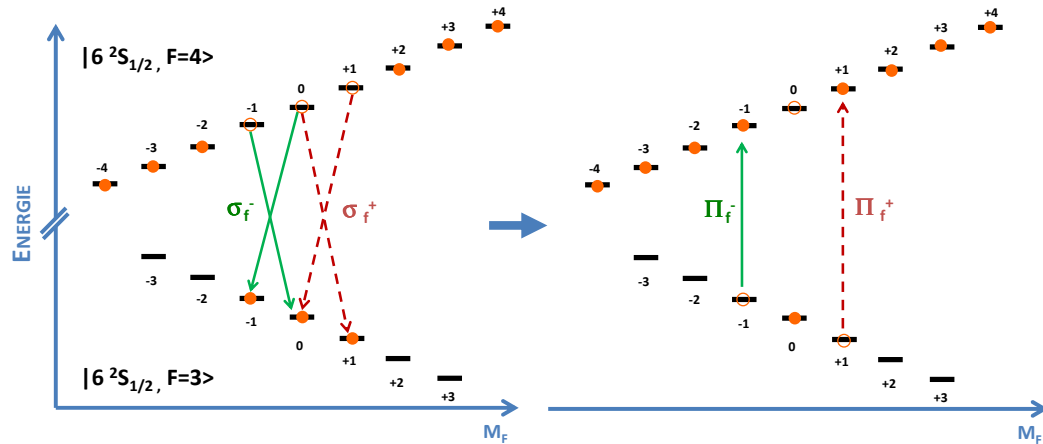


FIGURE 5.15 – Stratégie de transfert à deux impulsions (raisonnement pour  $f^-$ ) : la première impulsion  $\sigma_{f^-}$  transfère les atomes de  $|F = 4, m_F = -1, 0\rangle$  vers  $|F = 3, m_F = -1, 0\rangle$  et la seconde impulsion  $\pi_{f^-}$  transfère les atomes de  $|F = 3, m_F = -1\rangle$  vers  $|F = 4, m_F = -1\rangle$ .

### 5.4.3.b Polarisation circulaire

Les facteurs de Landé  $g_J$  étant quasiment égaux en valeur absolue pour les sous-niveaux  $F = 3$  et  $F = 4$ , les fréquences des transitions des deux composantes  $\sigma^+$  et  $\sigma^-$  sont quasiment les mêmes :  $|g_3\mu| - |g_4\mu| = 1,12 \text{ Hz/mG}$  soit  $\delta f \sim 9 \text{ Hz}$  pour  $B \sim 8 \text{ mG}$ . On ne peut donc pas résoudre **spectralement** l'une ou l'autre. De plus, la polarisation de l'antenne n'est pas contrôlable à cause des réflexions dans la chambre d'expérience : elle réalise indifféremment des transitions circulaires gauche et droite.

La figure 5.15 nous montre la série d'impulsions réalisée et la distribution des atomes au sein des sous-niveaux  $m_F$ . Il est possible de réaliser ce schéma de transfert à gauche ou à droite de la fréquence d'horloge en utilisant le couple de fréquences  $\{\sigma_{f+}, \pi_{f+}\}$  ou  $\{\sigma_{f-}, \pi_{f-}\}$ .

### 5.4.3.c Inhomogénéité du Champ de Quantification

Au chapitre 3, nous avons étudié les paramètres de la préparation micro-onde : nous avons mis en évidence l'inhomogénéité du champ, due à la petite taille des bobines. Dans la configuration actuelle, les atomes sont lancés à  $v_0 = 3,9 \text{ m/s}$  : l'intervalle de temps où le champ magnétique de sélection est homogène est dans ce cas de l'ordre de  $\Delta T = 8 \text{ ms}$ . La durée d'une impulsion  $\pi$  micro-onde est  $\delta t = 6 \text{ ms}$  avec une puissance en sortie de l'antenne de  $P = 17 \text{ dBm}$  à  $f = 9,19263177 \text{ GHz}$ . L'intervalle de temps nécessaire pour réaliser deux impulsions successives,  $\sigma$  puis  $\pi$ , est alors de l'ordre de  $\gtrsim 14 \text{ ms}$ , au cours desquelles le nuage subit un gradient de champ magnétique qui perturbe fortement la sélection. En effet, la fréquence des impulsions de sélection est définie à partir du champ de quantification : l'efficacité de transfert est donc réduite, et le double transfert n'aboutit pas. Nous avons par conséquent choisi de ne réaliser qu'une impulsion  $\sigma$  : l'état préparé n'est donc pas pur en  $m_F$ , constitué des sous-niveaux  $m_F = 0$  et  $m_F = +1$ . Nous verrons par la suite que le sous-niveau  $m_F = +1$  ne participe pas à l'interféromètre et réduit simplement le contraste.

### 5.4.3.d Recommandations

1. **Nouvelles Bobines** La conception de nouvelles bobines de biais d'un diamètre  $\phi \gtrsim 120 \text{ mm}$  est une solution simple pour améliorer l'homogénéité du champ et augmenter l'intervalle de temps disponible pour la sélection micro-onde  $\sigma$  et  $\pi$ .
2. **Nouvelle Chaîne d'Amplification Hyper Fréquence** Augmenter la puissance micro-onde disponible permettrait d'accroître la fréquence de Rabi micro-onde, et ainsi réduire le temps nécessaire pour chaque impulsion.
3. **Cavité de sélection** Le remplacement de l'antenne par une cavité de sélection permettrait de confiner le champ micro-onde dans une région définie de l'interféromètre : on pourrait de cette manière utiliser une seule transition  $\pi$  à la fréquence d'horloge.
4. **Antenne  $\sigma^+$**  La réalisation d'une antenne dont la polarisation serait exclusivement  $\sigma^+$  ou  $\sigma^-$  pourrait être une autre alternative : une seule impulsion micro-onde serait alors suffisante.

### 5.4.4 Optimisation de la Séquence

#### 5.4.4.a État mixte : stabilité de l'interféromètre

Pour étudier l'impact de la présence de deux états  $m_F = 0$  et  $m_F = +1$  sur l'interféromètre, on réalise un interféromètre de Ramsey séquentiel  $\pi/2 - \pi/2$  de durée  $T=480$  ms. On étudie dans un premier temps la stabilité à mi-frange, en préparant les atomes en  $m_F = 0$  : la sensibilité obtenue est de  $\sigma_\Phi = 35 \text{ mrad.Hz}^{-1/2}$  et le contraste de  $C = 40\%$ . En conservant tous les autres paramètres identiques, on change simplement la fréquence de la transition micro-onde : on réalise une transition  $\sigma_{f-}$  à  $f=9,1926291$  GHz inférieure à la fréquence de transition d'horloge. Le contraste obtenu est de 20%, correspondant exactement au contraste attendu : la proportion d'atomes participant à l'interféromètre, par rapport au nombre d'atomes détectés, est divisée par deux. La sensibilité obtenue est très proche de celle réalisée avec un état pur, de l'ordre de  $50 \text{ mrad.Hz}^{-1/2}$ . La solution adoptée, préparer deux états, semble ne pas trop affecter notre sensibilité.

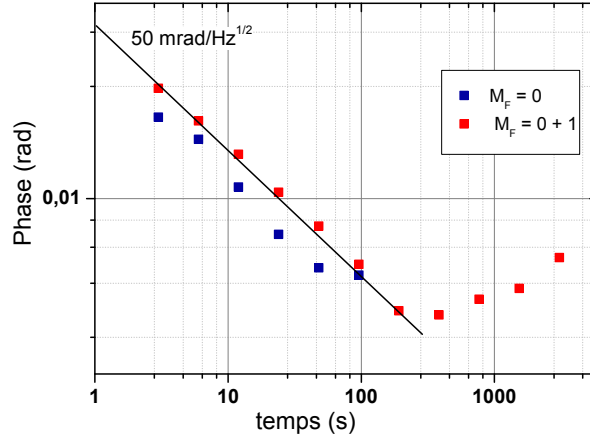


FIGURE 5.16 – Comparaison de la stabilité d'un interféromètre de Ramsey pour état pur  $m_F = 0$  et un état mixte ( $T=480$  ms)

#### 5.4.4.b Séquence Jointive : stabilité du nombre d'atomes détectés et intensité sonde

On compare dans un premier temps la stabilité du nombre d'atomes lancés/détectés, pour un temps de piège de 150 ms et sans aucune sélection micro-onde, en configurations classique et jointive. Dans les deux cas, le nombre moyen d'atomes détectés est de  $N_{det} = 2,14 \cdot 10^7$ . On calcule alors l'écart-type d'Allan normalisé du nombre d'atomes détectés : il est de  $\sigma_N = 3,4 \cdot 10^{-4}$  à 1 coup en fonctionnement classique, et passe à  $\sigma_N = 1,0 \cdot 10^{-3}$  en jointif. La stabilité du nombre d'atomes détectés est donc affectée. Plusieurs origines sont possibles : la préparation et le lancement sont moins stables et/ou la lumière parasite du piège (et de la détection) affectent les atomes pendant leur temps de vol. Quoi qu'il en soit, cette stabilité reste très bonne dans l'absolu : les fluctuations rapides du nombre d'atomes d'amplitude 0,1%



sont suffisamment faibles pour ne pas affecter la mesure interférométrique. Les écarts-types d'Allan se rejoignent pour des temps d'intégration plus longs, et témoignent d'un léger phénomène de marche aléatoire affectant le nombre d'atomes détectés. Cette fluctuation est, quant à elle, bien rejetée par la mesure de phase différentielle.

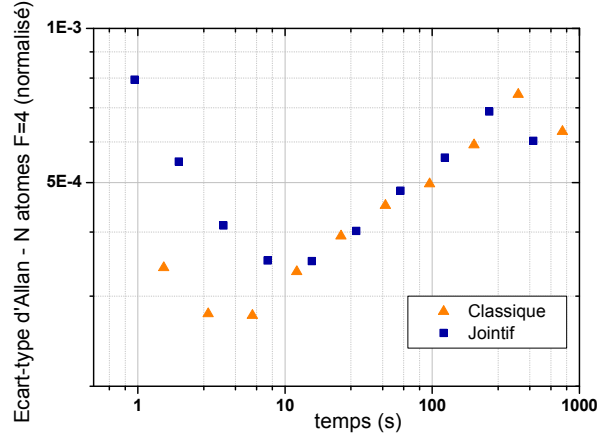


FIGURE 5.17 – Stabilité du nombre d’atomes lancés en configurations classique et jointive après optimisation de la séquence : la stabilité court terme est légèrement affectée par la séquence jointive, 3 fois plus rapide

Le nombre d’atomes détectés dépend directement de l’intensité de la sonde : pour ne pas confondre stabilités de la sonde et du nombre d’atomes, on extrait l’intensité de la sonde à partir du signal dû à la lumière parasite vue par le système de collection. L’intensité moyenne est la même dans les deux cas, et la stabilité est identique (et même 15% meilleure en jointif).

#### 5.4.4.c Séquence Jointive : Contraste

Le contraste est un des paramètres clés de l’expérience : il définit le nombre d’atomes qui participent à l’interféromètre, parmi les atomes initialement préparés. La lumière parasite présente dans la séquence entrelacée diminue le contraste : cette lumière est un processus qui introduit une décohérence pour les atomes, et ils ne participent plus à l’interféromètre. Pour réduire cet effet, on optimise la séquence pour que les durées d’allumage des faisceaux piège et détection soient réduits au minimum : le pousseur est allumé seulement 10 ms, la détection 50 ms, et la durée de chargement du PMO 2D est également réduite à 150 ms. On prépare alors un état mixte  $|F = 3, m_F = 0, +1\rangle$  et on réalise un balayage des franges en configuration classique puis jointive. Le contraste passe dans ce cas de 35 à 30 %, soit une réduction de seulement 15 % en relatif grâce à nos optimisations.

### 5.4.5 Démonstration du gain en sensibilité

#### 5.4.5.a Ajout de bruit de phase

L’étude théorique du fonctionnement jointif nous a montré que le gain en sensibilité dépend principalement de la bande de fréquence de bruit qui l’affecte. Nous allons donc

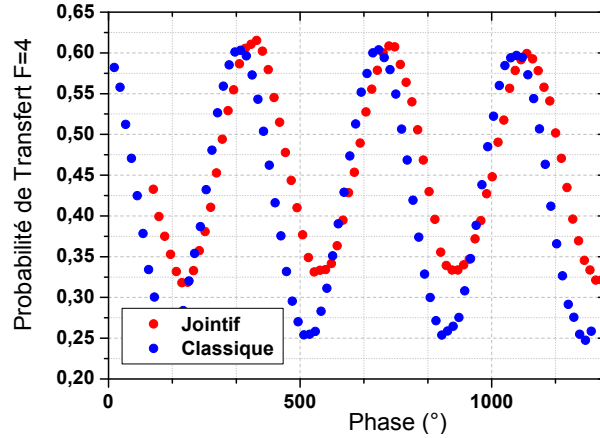


FIGURE 5.18 – Comparaison des franges d’interférence pour un temps d’interrogation  $T=480$  ms et un état quantique mixte. Le contraste passe de 35% en classique à 30% en jointif

générer un bruit blanc de phase, faire varier sa bande de fréquence, et étudier le comportement temporel de la VA de la phase atomique.

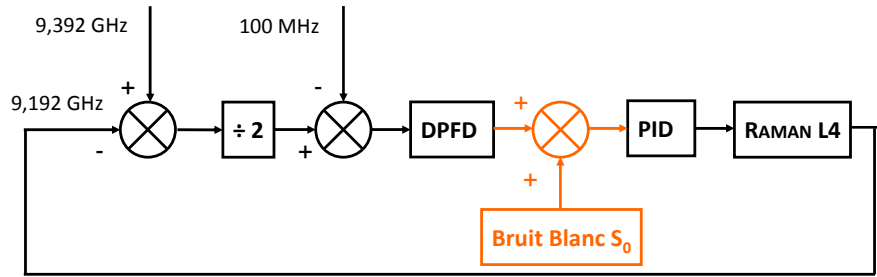


FIGURE 5.19 – Ajout de bruit blanc de phase sur l’asservissement Raman : un bruit blanc de tension est ajouté après le convertisseur phase/fréquence numérique (DPFDF)

Pour ajouter du bruit de phase, nous utilisons une DDS (modèle SRS DS345) qui génère un bruit blanc de tension de bande  $[0, 10 \text{ MHz}]$  : on filtre ce bruit et on l’amplifie à l’aide d’un filtre analogique bas bruit qui dispose d’un filtre passe-bas de fréquence de coupure ajustable. On ajuste ensuite le gain et la bande de fréquence pour obtenir un bruit blanc sur la bande désirée  $[0, f_c]$  et une forte atténuation à plus haute fréquence : on obtient typiquement une différence d’amplitude de  $30 \text{ dB}$  entre le plateau de bruit blanc basse fréquence et le plateau de bruit haute fréquence. La figure 5.19 montre la boucle d’asservissement modifiée pour ajouter ce bruit : après le convertisseur phase/fréquence - tension, on ajoute un amplificateur opérationnel « sommateur », dont l’une des entrées est issue de la conversion de phase. L’autre entrée est issue du générateur de bruit blanc filtré, qui introduit une tension de biais  $\delta u(t)$  de densité spectrale  $S_u(\omega)$  : il s’agit d’un bruit blanc, stationnaire et centré sur  $0 \text{ V}$ , qui est recopié par la chaîne d’asservissement. Ce bruit de tension est converti en bruit de phase sur les lasers Raman : pour le caractériser, on étudie la variance d’Allan de la séquence classique. Le comportement temporel de la VA étant bijectif avec le comportement fréquentiel

de la densité spectrale de bruit, on peut en déduire le niveau de bruit de phase qui impacte l'interféromètre et vérifier qu'il est bien blanc. On s'attend en effet à une variance du type  $\sigma(\tau) = \sigma_0/\sqrt{\tau}$ .

Dans un second temps, on met en œuvre la séquence jointive et on ajoute exactement la même densité spectrale de bruit de phase. On caractérise alors l'interféromètre à mi-frange et on étudie sa VA. On compare enfin, dans les mêmes conditions, les interféromètres jointifs et non jointifs pour différentes fréquences de coupure  $f_c$ .

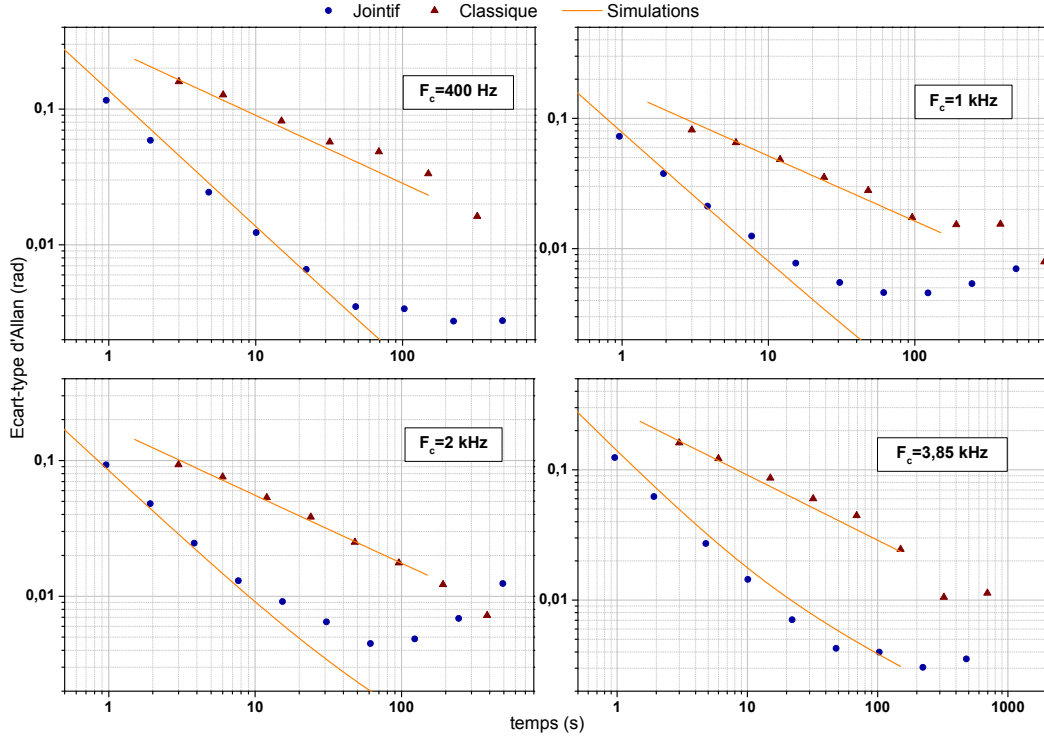


FIGURE 5.20 – On présente les données acquises pour un bruit blanc de phase dont la fréquence de coupure est petite devant la fréquence de Rabi. On étudie le comportement temporel de l'écart-type d'Allan en fonction de cette bande de bruit, et on met en évidence la limitation de la sensibilité due à la détection.

#### 5.4.5.b Étude à basse fréquence $f \ll f_{\text{Rabi}}$

Les conditions expérimentales sont les mêmes pour les deux types d'interféromètres : en particulier, la durée de l'impulsion  $\pi/2$  est identique  $\tau_{\pi/2} = 17 \mu s$ . On acquiert des séries de données alternativement à  $\pm\pi/2$  de la frange centrale pour être au maximum de sensibilité.

On calcule numériquement l'écart type d'Allan attendu pour la séquence classique à partir de l'équation 5.3 pour chaque bande de bruit  $[0, f_c]$ . On ajuste ensuite le résultat de cette simulation  $\sigma_{f_c}^{\text{th}}$  aux données expérimentales, à l'aide d'un coefficient de proportionnalité  $S_0$  :

$$\sigma_{f_c}^{\text{exp}} = S_0 \cdot \sigma_{f_c}^{\text{th}}$$

Ce coefficient correspond à la densité spectrale de bruit que l'on a ajoutée. On calcule numériquement l'écart-type d'Allan pour l'interféromètre jointif, que l'on ajuste avec le **même coefficient**. On présente sur la figure 5.21 les données acquises à basse fréquence.

- Pour  $\tau \leq 10$ s, les simulations numériques s'ajustent très bien aux données acquises : l'écart-type d'Allan décroît proportionnellement à  $1/\tau$ .
- Pour  $10 \leq \tau \leq 100$ s, on observe un écart pour les bandes de bruit de 1 et 2 kHz. L'écart-type des données expérimentales décroît proportionnellement à  $1/\sqrt{\tau}$  alors que les simulations ne montrent pas encore de changement de pente. On attribue cet effet au bruit de la détection : celui-ci ne peut pas être rejeté par la mesure jointive, et limite la sensibilité.
- Pour  $\tau \geq 100$ s : la dérive de détection limite la sensibilité également pour les bandes de bruit à 400 Hz et 3,85 kHz. La limite se situe à environ 3 mrad.

#### 5.4.5.c Étude à haute fréquence $f \sim f_{\text{Rabi}}$

Pour un bruit de phase haute fréquence, la durée des impulsions d'interrogation doit être prise en compte dans la fonction de sensibilité. Cette durée est caractérisée par la fréquence de Rabi, définie par  $f_{\text{Rabi}} = 1/4\tau_{\pi/2}$ . Nous savons que la contribution des harmoniques de la fonction de sensibilité devient non négligeable : le temps de cycle étant  $T$  alors que le temps d'interaction est  $T+2\tau$ , les harmoniques ne correspondent plus aux zéros de la fonction de sensibilité.

Sur la figure 5.21 on étudie une bande de bruit de 9 kHz : la courbe orange correspond à la simulation réalisée pour la fréquence de Rabi théorique de 14 kHz, qui s'écarte fortement des données expérimentales. Trois explications à cet écart sont envisageables :

- **la durée des impulsions est plus courte que prévu.** Cette durée n'est pas mesurée en temps réel, mais déduite du temps d'ouverture du MAO commandé par un signal TTL. On réalise des simulations pour d'autres fréquences de Rabi : le meilleur ajustement est réalisé pour la courbe bleue à 32 kHz.
- **la bande de bruit est plus étroite que prévu.** On mesure seulement la densité spectrale de bruit avant de la sommer au signal d'asservissement du laser Raman. Ce dernier peut filtrer plus étroitement la densité de bruit ajoutée, c'est pourquoi nos mesures semblent meilleures que prévu.
- **le bruit n'est pas blanc.** Supposons qu'une seconde source de bruit de fréquence de coupure  $f_2 \ll f_c$  soit présente. On calcule la DSP à partir de l'écart-type d'Allan de la phase de l'interféromètre classique : on surestime par conséquent le niveau de bruit et on fait une erreur sur le temps caractéristique de changement de pente.

#### 5.4.5.d Comparaison des sensibilités sur la mesure d'horloge

L'interféromètre réalisé est donc une horloge à une fréquence de transition de 9,19263177 GHz et de temps d'interaction  $T = 480$  ms. En ajoutant un bruit de phase de 290 mrad, la sensibilité obtenue est de  $1,3 \cdot 10^{-12}$  à 50 s en fonctionnement classique.

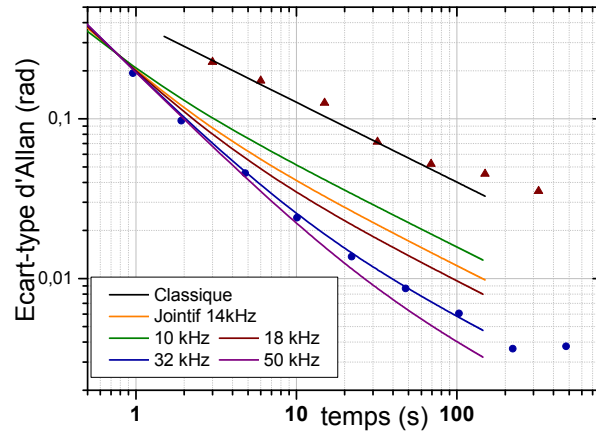


FIGURE 5.21 – Comparaison de plusieurs simulations pour des fréquences de Rabi différentes, et une bande de bruit de 9 kHz : le meilleur ajustement est obtenu pour 32 kHz.

En mode jointif, la sensibilité obtenue à 50 s est de  $1,1 \cdot 10^{-13}$  (cf. figure 5.22). **Le gain en sensibilité obtenu pour l’horloge est alors supérieur à un facteur 10 à 50 s.**

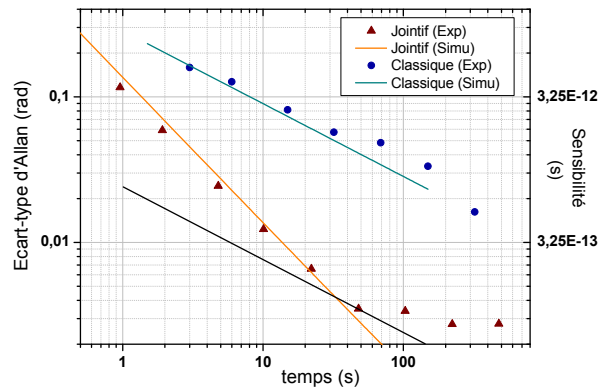


FIGURE 5.22 – Comparaison des sensibilités d’horloge pour une bande de bruit de 400 Hz et un interféromètre de durée  $T=480$  ms. La sensibilité obtenue grâce au mode jointif est améliorée d’un ordre de grandeur.

La dérive observée au delà de 50 s limite la sensibilité atteinte par l’horloge à un seuil de 3 mrad en mode jointif. Dans la configuration classique, la sensibilité décroît moins vite en  $1/\sqrt{t}$  : le seuil de sensibilité est atteint au bout d’un temps plus long, et à un palier de bruit plus élevé. Le seuil est en effet de 15 mrad, atteint en 200 s (comme on peut le voir sur les données de la figure 5.21)

L’interrogation jointive permet donc d’atteindre une meilleure sensibilité dans l’absolu, avant d’être limitée par la dérive de paramètres expérimentaux tels que le déplacement lumineux ou la normalisation de la détection.

### 5.4.6 Bilan et application au gyromètre

Nous avons mis en évidence l'intérêt du mode jointif, principe d'interrogation sans temps mort dont les résultats présentés peuvent être appliqués à tout type d'interféromètre atomique à 2, 3 ou 4 impulsions. Les simulations réalisées montrent le gain en sensibilité apporté sur la mesure de la rotation, nous permettant d'atteindre une sensibilité équivalente de  $6,6 \cdot 10^{-8} \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$  après 100 s d'intégration.

La démonstration expérimentale pour un interféromètre à deux impulsions a bien confirmé nos simulations : pour une bande de bruit de fréquence coupure petite devant la fréquence de Rabi, **l'écart-type d'Allan de la phase décroît proportionnellement au temps d'intégration**. Nous avons ainsi démontré un gain en sensibilité d'un facteur 10 pour l'horloge réalisée.

Le spectre de bruit de phase  $\tilde{\Phi}(\omega)$  est relié à l'accélération par  $\tilde{a}(\omega)$  par :

$$\tilde{\Phi}(\omega) = k_{\text{eff}} \tilde{a}(\omega) / \omega^2$$

Le bruit d'accélération est donc filtré en  $1/\omega^2$ . De plus, la bande de bruit typique pour l'accélération et la rotation reste inférieure au kHz : l'étude à basse fréquence est par conséquent suffisante pour une application au gyromètre, et dans ce cas-ci le temps caractéristique de changement de pente de l'écart-type d'Allan est supérieur à 1000 s.

La dérive observée à 2 impulsions devrait être éliminée pour un interféromètre à 3 impulsions : cette configuration sera en effet moins sensible au déplacement lumineux. En utilisant une séquence d'interrogation où l'aire de l'interféromètre est renversée  $\pm \hbar \vec{k}_{\text{eff}}$  d'autres sources de bruits et leurs dérivées pourront être rejetées (micro-onde, champ magnétique, déplacement lumineux, ...)

Pour mettre en œuvre ce dispositif sur le gyromètre, une difficulté technique est à prendre en compte : la condition d'accord Doppler doit être vérifiée pour chaque impulsion d'interrogation. Or cette condition dépend de la vitesse des atomes :

$$\omega_D(t) = \vec{k}_{eff} \cdot \vec{v}(t) = \pm |k_{eff}| \cdot (v_0 - gt)$$

Si deux nuages successifs, séparés d'un temps T, sont interrogés simultanément, alors leurs conditions d'accord Doppler sont nécessairement différentes.

Pour pallier à cette difficulté, un second laser Raman est en cours de développement pour générer simultanément deux fréquences  $f_1$  et  $f_2$  et vérifier ainsi l'accord Doppler pour deux nuages successifs. D'autre part, la condition d'accord dépend du signe de  $\pm k_{eff}$ , autrement dit du signe de l'aire orientée formée par un interféromètre. En alternant astucieusement le signe de l'aire, on peut alors réaliser un gyromètre jointif.



# Chapitre 6

## Conclusion

### 6.1 Principaux résultats

#### 6.1.1 Caractérisation de l'interféromètre

Au cours de ce travail de thèse, nous avons optimisé et caractérisé les éléments du gyromètre : un soin particulier a tout d'abord été apporté à la stabilisation de la **source atomique**, en minimisant les fluctuations du nombre d'atomes préparés à mieux que 1 % en relatif et leur température à  $1,5 \mu\text{K}$ . Une **nouvelle détection de haute sensibilité** a été assemblée et caractérisée : nous avons étudié les principales sources de bruit qui l'affectent, et identifié la lumière parasite comme limite principale à sa sensibilité.

La **sensibilité limite** de l'interféromètre a été caractérisée pour un temps d'interrogation  $2T=480$  ms, en utilisant une configuration qui présente l'avantage d'être insensible aux effets inertiels. Cette sensibilité atteint  $\sigma_{\Omega} = 3,5 \cdot 10^{-8} \text{ rad}\cdot\text{s}^{-1}\text{Hz}^{-1/2}$ , potentiellement près d'un ordre de grandeur plus sensible que le premier gyromètre du SYRTE.

#### 6.1.2 Mesures de haute sensibilité

Le gyromètre que nous avons étudié ouvre la voie à une nouvelle génération d'interféromètres de très grande aire. La géométrie à 4 impulsions présente une alternative simple et complémentaire aux séparatrices à 2N photons, qui permettent également d'accroître sensiblement l'aire.

Nous avons montré que la réalisation d'un interféromètre de très grande aire nécessitait une qualité d'alignement de quelques micro-radians : nous avons donc développé une méthode d'alignement et de mesure indirecte de l'angle, en utilisant d'une part l'effet Doppler et d'autre part un interféromètre de type Ramsey - Bordé. Nous avons réussi à atteindre un temps d'interaction de 480 ms pour une aire de **2,4 cm<sup>2</sup>**, 10 fois supérieure à l'état de l'art des gyromètres atomiques et 50 fois supérieure à celle du premier gyromètre du SYRTE.

La chambre d'expérience est toutefois perturbée par l'environnement, et ce malgré l'isolation procurée par une plateforme passive : le couplage des vibrations limite en effet la



stabilité de phase à 750 mrad. Or ce niveau de bruit est 20 fois plus élevé que la limite de sensibilité technique de l'interféromètre. Nous avons donc conçu et assemblé une **enceinte d'isolation acoustique** : l'amplitude du bruit a été ainsi réduite d'un facteur 3. Pour améliorer encore la sensibilité de l'interféromètre, nous avons développé une méthode de correction de la phase : en intégrant le signal d'accélération vu par les miroirs, nous pouvons estimer la contribution des vibrations et corriger la phase atomique de cet effet.

Nous avons obtenu une sensibilité de  $\sigma_{\Omega} = 2,6 \cdot 10^{-7} \text{ rad.s}^{-1}\text{Hz}^{-1/2}$  qui s'intègre jusqu'à  $2,3 \cdot 10^{-8} \text{ rad.s}^{-1}$  au bout de 200 s, comparable à celle obtenue avec le premier gyromètre et proche du niveau de performances des meilleurs gyromètres atomiques.

Le principe de la méthode de corrélation a été démontré, mais la dispersion des mesures montre une insuffisance : seule l'accélération moyenne est prise en compte, il est donc nécessaire d'utiliser deux capteurs d'accélération pour estimer le centre instantané de rotation et son amplitude. Nous avons proposé une méthode de corrélation a posteriori intégrant les données de deux accéléromètres. D'autre part, des modes de résonance de la structure ont été identifiés : la mesure de l'accélération en un point de la structure n'est donc pas parfaitement corrélée avec celle vue par les miroirs qui définissent la référence de phase laser. Pour pallier à cet effet, l'isolation active de la plateforme a été entreprise à la fin de ma thèse à l'aide d'actionneurs inductifs.

### 6.1.3 Mesures sans temps mort

Nous avons proposé une nouvelle méthode de mesure sans temps mort : pour une géométrie d'interféromètre adaptée, l'échantillonnage du bruit de phase laser entre nuages successifs permet d'améliorer considérablement la sensibilité. Nous avons montré que l'écart-type d'Allan pouvait se mettre sous la forme :

$$\sigma(\tau) = \sigma_0/\tau$$

à condition que la bande passante de bruit soit petite devant la fréquence de Rabi.

Nous avons développé une nouvelle séquence d'interrogation entrelacée pour le gyromètre, et nous avons démontré expérimentalement ce comportement en opérant un interféromètre de type Horloge utilisant 2 impulsions Raman co-propageantes. Nous avons pu nous affranchir des effets liés à la lumière parasite et à la micro-onde sans modification de l'enceinte à vide, et nous avons démontré un gain en sensibilité jusqu'à un facteur supérieur à 10 pour une bande de bruit caractéristique du bruit de vibration.

A partir de la DSP du bruit d'accélération nous avons pu estimer le gain en sensibilité pour un interféromètre jointif à 3 impulsions : la sensibilité équivalente attendue à 1 s est de  $6,6 \cdot 10^{-8} \text{ rad.s}^{-1}$  sans isolation active ou corrélation.

## 6.2 Perspectives

### 6.2.1 Améliorations techniques : vers la sensibilité extrême

A court terme, les corrélations réalisées à l'aide de **deux accéléromètres** devraient permettre de corriger le bruit de rotation et améliorer la sensibilité. En couplant ces mesures avec une **isolation active** de la plateforme, les performances devraient atteindre le palier technique limite. Dans un second temps, l'optimisation de la **chaîne de fréquence** devrait permettre d'améliorer encore la sensibilité court terme.

Nos mesures présentent une dérive qui se caractérise sur l'écart-type d'Allan par une pente en  $\sqrt{\tau}$  : une dérive lente du coefficient de **normalisation de la détection** ou la fluctuation du **déplacement lumineux** à un photon peuvent en être responsables. La mise en place d'une séquence avec renversement de l'aire de l'interféromètre  $\pm \hbar \vec{k}_{\text{eff}}$  [49] permettra d'isoler les deux effets en éliminant les fluctuations de déplacement lumineux. La détection pourra être optimisée en remplaçant les prismes et en anodisant la surface interne, pour s'affranchir des fluctuations de polarisation déjà identifiées et du bruit de photon de la lumière parasite.

Une seconde étape consistera à aligner l'interféromètre d'aire maximale 11 cm<sup>2</sup>. Nous avons calculé la nouvelle tolérance angulaire de cet alignement : la même méthode pourra être reproduite. L'installation d'une jauge de déplacement ou d'un actuateur piézoélectrique sera nécessaire pour optimiser plus facilement ce réglage. La mise en œuvre de la double diffraction et d'impulsions multi  $\hbar k$  permettront d'atteindre une sensibilité extrême pour cet interféromètre [103].

Parallèlement, l'installation du nouveau banc laser Raman permettra de générer deux fréquences simultanément : cette nouvelle fonctionnalité sera indispensable pour implémenter le fonctionnement jointif à 3 impulsions, et repousser encore la limite de sensibilité. A court terme, un interféromètre jointif d'aire maximale et optimisé grâce à une isolation active des vibrations, devrait permettre d'atteindre une sensibilité de  $5 \cdot 10^{-10}$  rad.s<sup>-1</sup> à 1 min.

Nous nous sommes intéressés à la **sensibilité** de l'interféromètre : l'étude de **l'exactitude** de la mesure doit également être entreprise pour distinguer le signal utile des **biais** de l'instrument. Ceux-ci pourront être évalués grâce au formalisme de la fonction de transfert et à la mesure des densités spectrales de certains paramètres expérimentaux.

### 6.2.2 Physique fondamentale

La **détection des ondes gravitationnelles** est un challenge technique d'envergure pour la physique fondamentale : l'instrument MIGA, pour « Matter-wave laser Interferometry Gravitation Antenna », sera constitué de trois interféromètres atomiques partageant le même faisceau laser d'interrogation, asservi sur une cavité résonante. En mesurant l'accélération locale vue par les atomes dans chaque interféromètre, on pourra en déduire le gradient de courbure du champ de gravité et réaliser la détection des ondes de gravité produits par des systèmes binaires d'étoiles à neutrons ou des trous noirs proches de la coalescence [104].

La caractérisation des performances des éléments du gyromètre permettra de dimensionner

au mieux les éléments des interféromètres de MIGA. La mesure jointive présente un potentiel important pour améliorer la sensibilité court terme de l'instrument : plusieurs optimisations pourront être conduites, notamment la réduction de la lumière parasite. L'étude de la construction du champ dans une cavité et la réponse de l'interféromètre pourront être étudiées grâce au gyromètre et à ses nombreux accès optiques.

**Neutralité de l'atome** Le déphasage topologique lié à l'effet Aharonov-Bohm dans un interféromètre atomique devrait permettre de tester la neutralité de l'atome à un niveau de sensibilité encore inégalé. Cet effet pourrait être mesuré sur le gyromètre, en lui intégrant deux électrodes aux potentiels opposés en bas et en haut de l'enceinte à vide. Le déphasage est alors proportionnel au temps passé par chaque partie de la fonction d'onde dans les deux régions aux potentiels opposés. L'enjeu de telles mesures est de tester des effets à l'échelle de l'énergie de Planck, qui reste encore une frontière pour la physique [105].

### 6.2.3 Géophysique

La dynamique de la rotation terrestre est complexe : influencée par l'attraction de la Lune et du Soleil ainsi que par sa propre dynamique interne, l'axe de rotation de la Terre est perturbé. Celui-ci présente en effet un mouvement de précession : il décrit une rotation sur un cercle de  $23^{\circ}27'$  de rayon par rapport au pôle nord de l'écliptique, avec une période de 25800 ans. Il présente un second mouvement oscillant rapide et de petite amplitude, autour de cette inclinaison moyenne de  $23^{\circ} 27'$  : c'est la nutation. Ce mouvement est très aléatoire, et son amplitude moyenne est de  $9''21$  et de période maximale 18,7 ans.

Les variations rapides de l'axe de rotation terrestre sont actuellement déterminées grâce à un échantillon de quasars très lointains, permettant de définir un référentiel très stable. Ces mesures sont réalisées par un réseau d'observatoires constituant un radio interféromètre à très longue base (VLBI). C'est actuellement la seule méthode pour mesurer assez précisément les variations de vitesse de rotation et d'orientation de l'axe terrestre, pour les applications de navigation et positionnement sur le globe. Les plus petites variations mesurables sont de l'ordre de  $10 \mu\text{s}$  sur la durée d'un jour terrestre, et de  $0,5 \text{ nrad}$  pour l'orientation de l'axe.

La sensibilité des gyrolasers géants permet d'atteindre le niveau de performances du VLBI, et les premiers résultats montrent un très bon accord entre les mesures [106]. Le développement d'un instrument **transportable** à partir de notre gyromètre présente un fort potentiel pour des mesures de terrain complémentaires, notamment l'étude de variations rapides de l'axe de rotation grâce à une sensibilité élevée sur un temps d'intégration court, et la mesure du couplage entre rotation et accélération. Cette dernière mesure permettrait de discriminer les **variations de vitesse** des **changements d'orientation** de l'axe de rotation de la Terre.

### 6.2.4 Navigation inertielle

Bien que le gyromètre atteigne une sensibilité élevée grâce à sa géométrie de type fontaine, celle-ci crée cependant des temps morts pendant chaque cycle de mesure : le temps de

préparation des atomes ou le temps de vol entre la dernière impulsion laser et la détection. Cet effet d'échantillonnage est limitant pour la navigation car il induit une perte d'information sur l'orientation de l'instrument.

La mesure jointive permet de s'affranchir de cet effet : le vecteur instantané de rotation  $\Omega(t)$  est mesuré continument et non plus à des instants de temps discrets  $t_k$ . Cette méthode permet de s'affranchir complètement du fonctionnement séquentiel de l'interféromètre à atomes froids, et constitue une solution technique innovante et **indispensable** pour rendre utilisable cette gamme de capteurs en navigation inertielle.



# Annexe A

## Mesures jointives

### A.1 Fonction de sensibilité de l'interféromètre à 2 impulsions

#### A.1.1 Fonction de Sensibilité temporelle

On définit la fonction de sensibilité à la phase,  $g_s(t)$ , comme étant la réponse impulsionnelle de l'interféromètre à une fluctuation infinitésimale  $\delta\phi$  de la phase des lasers. Le déphasage interférométrique  $\delta\Phi$  dû à un saut de phase des lasers s'exprime, à mi-frange, par :

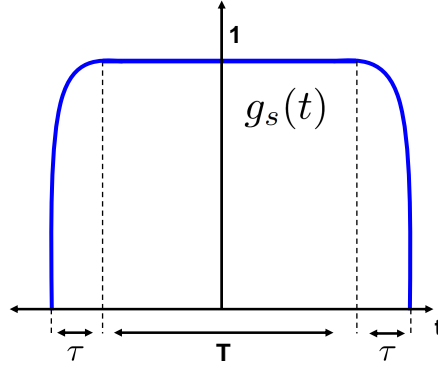
$$\delta\Phi(\delta\phi, t) = \int_{-\infty}^{+\infty} g_s(t) \frac{d\phi}{dt} dt$$

La fonction de sensibilité d'un interféromètre de Ramsey, de durée totale  $T + 2\tau$ , de pulsation de Rabi  $\Omega_R$  définie par  $\Omega_R \cdot \tau = \pi/2$ , est une fonction paire, nulle sur les intervalles  $[-\infty, -T/2 - \tau]$  et  $[+T/2 + \tau, +\infty]$ , qui s'écrit :

$$g_s(t) = \begin{cases} \cos \Omega_R(t + T/2) & -T/2 - \tau < t < -T/2 \\ +1 & -T/2 < t < T/2 \\ \cos \Omega_R(t - T/2) & +T/2 < t < T/2 + \tau \end{cases}$$

#### A.1.2 Fonction de Sensibilité Fréquentielle

Nous ne connaissons pas a priori l'évolution temporelle de la phase des lasers, mais seulement la densité spectrale de bruit  $S_\phi(\omega)$ , qu'il est possible de mesurer dans l'espace de Fourier grâce à un analyseur de spectre. On calcule alors la réponse de l'interféromètre à une perturbation de phase harmonique, de type  $\phi(t) = \sqrt{2}A_0 \cos(\omega_0 t + \psi)$ , que l'on injecte dans


 FIGURE A.1 – Fonction de sensibilité à 2 impulsions  $\pi/2 - \pi/2$  de durées  $\tau$ 

l'intégrale précédente :

$$\delta\Phi = -\sqrt{2}A_0\omega_0 \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} g_s(t) \sin(\omega_0 t + \psi) dt = -\sqrt{2}A_0\omega_0 \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} g_s(t) \cos(\omega_0 t) \sin(\psi) dt$$

que l'on a simplifiée en remarquant que  $g_s(t)$  est paire. On identifie sa transformée de Fourier, évaluée en  $\omega_0$  :  $G(\omega_0) = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-i\omega_0 t} \cdot g_s(t) dt = \int_{-\infty}^{+\infty} \cos(-i\omega_0 t) \cdot g_s(t) dt$ . Le déphasage interférométrique s'écrit alors :

$$\delta\Phi(\omega_0) = -A_0\omega_0 \cdot G(\omega_0) \sin \psi$$

Une perturbation sinusoïdale de pulsation  $\omega_0$  se caractérise par l'écart-type des fluctuations de phase induites sur l'interféromètre :  $\sigma_\Phi = A_0\omega_0 G(\omega_0)$  en moyennant sur la phase aléatoire  $\psi$ . Si on considère une perturbation, caractérisée par la densité spectrale de bruit  $S_\phi(\omega)$ , alors la variance de la variable aléatoire  $\delta\Phi$ , s'exprime en fonction de la densité spectrale de bruit de la variable aléatoire (VA)  $\delta\phi$  et de la fonction de transfert entre ces deux VA,  $H(\omega) = \omega G(\omega)$ , et s'écrit (théorème de Wiener-Khintchine) :

$$\sigma_\Phi^2 = \int_0^{+\infty} |H(\omega)|^2 S_\phi(\omega) \frac{d\omega}{2\pi}$$

La fonction de transfert de l'interféromètre Ramsey  $|H(\omega)|^2$  s'écrit alors :

$$|H(\omega)|^2 = 4 \left| \sin \left[ \frac{\omega T}{2} \right] + \frac{\omega}{\Omega_R^2 - \omega^2} \left[ \Omega_R \cdot \cos \omega \left( \frac{T}{2} + \tau \right) + \omega \cdot \sin \omega \frac{T}{2} \right] \right|^2$$

On développe cette fonction de transfert, et l'on moyenne sa composante haute fréquence (i.e. pour  $\omega \gg 2\pi/T$ ), en calculant la fonction de transfert  $\overline{|H(\omega)|^2}$ , définie par :

$$\overline{|H(\omega)|^2} = \frac{T}{2\pi} \int_{\omega}^{\omega + \frac{2\pi}{T}} |H(x)|^2 dx$$

## A.2 Calcul de la Variance d'Allan

On obtient, pour la fonction de transfert de l'interféromètre  $\pi/2 - \pi/2$  moyennée :

$$\overline{|H(\omega)|^2} = \left| \frac{2\Omega_R^2}{\omega^2} + \frac{4\Omega_R \sin \omega\tau}{\omega} \right|$$

On identifie aisément deux comportements distincts, à basse fréquence ( $\omega \ll \Omega_R$ ) et haute fréquence ( $\omega \gg \Omega_R$ ) :

- Basse Fréquence :  $|H(\omega)|^2 \xrightarrow{\omega \rightarrow 0} 4 \sin^2(\omega T/2)$  Cette fonction présente des zéros aux multiples de la fréquence de cycle,  $f_c = 1/T$ .
- Haute Fréquence  $\overline{|H(\omega)|^2} \xrightarrow{\omega \rightarrow +\infty} 2\Omega_R^2/\omega^2$ . Pour  $\omega \gg 2\pi/\tau$ , on a moyenné  $|H(\omega)|^2$  : la fonction de transfert a une pente en  $1/\omega^2$ , caractéristique du filtrage basse fréquence ainsi réalisé par l'interrogation de durée finie  $T$ .

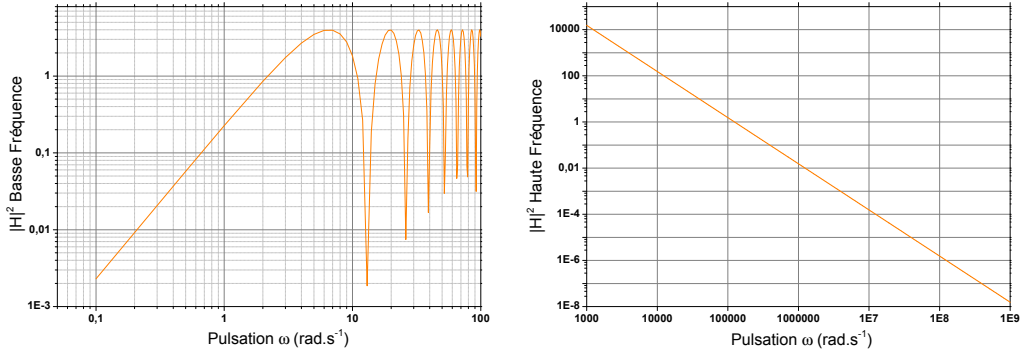


FIGURE A.2 – À gauche : la fonction de transfert à basse fréquence. À droite : le comportement asymptotique à haute fréquence

## A.2 Calcul de la Variance d'Allan

Nous détaillons le calcul de la Variance d'Allan (VA) définie par :

$$\sigma_{\Phi}^2(\tau_m) = \frac{1}{2} \langle (\overline{\delta\Phi}_{k+1} - \overline{\delta\Phi}_k)^2 \rangle_k$$

où  $\overline{\delta\Phi}_k$  est la moyenne des déphasages sur l'intervalle  $[t_k, t_{k+1}] = [-T_c/2 + kmT_c, -T_c/2 + (k+1)mT_c]$ . Pour calculer cette variance, nous allons chercher à l'exprimer en fonction de la fonction de sensibilité temporelle de l'interféromètre considéré (par exemple, l'interféromètre à deux impulsions). Nous exprimons alors  $\overline{\delta\Phi}_k$  en fonction de  $g_s(t)$  :

$$\overline{\delta\Phi}_k = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \delta\Phi_i = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \int_{t_k+(i-1)T_c}^{t_k+iT_c} g_s(t - t_k - (i-1)T_c - T_c/2) \frac{d\phi}{dt} dt \quad (\text{A.1})$$

$$= \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \int_{t_k+(i-1)T_c}^{t_k+iT_c} g_{k,m}(t) \frac{d\phi}{dt} dt \quad (\text{A.2})$$



On a défini la fonction de sensibilité à  $m$  cycles de mesure, centrée à l'instant  $t_k$ , par  $g_{k,m}(t)$ . On exprime alors les différences successives par :

$$\overline{\delta\Phi}_{k+1} - \overline{\delta\Phi}_k = \frac{1}{m} \int_{-\infty}^{+\infty} (g_{k+1,m}(t) - g_{k,m}(t)) \frac{d\phi}{dt} dt$$

On reprend la même méthode de calcul harmonique, utilisée pour déterminer la fonction de sensibilité en fréquence de l'interféromètre Ramsey. On suppose que l'évolution de la phase laser s'écrit  $\phi(t) = A_0 \cos(\omega_0 t + \psi)$ , que l'on injecte dans l'intégrale précédente. Les fonctions  $g_{k,m}(t)$  sont définies comme une somme de  $m$  fois la même fonction de sensibilité,  $g_s(t)$ , translatée temporellement selon l'indice de sommation. On identifie la transformée de Fourier des fonctions  $g_{k,m}(t)$ , et on obtient :

$$\overline{\delta\Phi}_{k+1} - \overline{\delta\Phi}_k = -A_0 \omega_0 \sin \psi \frac{1}{m} (\tilde{g}_{k+1,m}(\omega_0) - \tilde{g}_{k,m}(\omega_0)) = -A_0 \sin \psi \left( \frac{\omega_0}{m} \cdot G_{m,k}(\omega_0) \right)$$

On identifie donc  $1/m \cdot \omega_0 G_{m,k}(\omega_0)$  comme la **fonction de transfert** entre les variables aléatoires  $\phi$  et  $\{\overline{\delta\Phi}_{k+1} - \overline{\delta\Phi}_k\}$ .

La transformée de Fourier de la fonction de sensibilité à **m mesures**  $G_{m,k}$  s'exprime en fonction de la TF de la fonction de sensibilité à une mesure :

$$G_{m,k}(\omega_0) = G(\omega_0) \cdot \sum_{i=1}^m e^{-j \cdot T_c \cdot ((k+1)m - (i-1))} - e^{-j \cdot T_c \cdot (km - (i-1))} \quad (\text{A.3})$$

$$= G(\omega_0) \cdot (-2j) \cdot \frac{\sin^2(m\omega_0 T_c / 2)}{\sin(\omega_0 T_c / 2)} \cdot e^{-j\omega_0 T_c (km+1/2)} \quad (\text{A.4})$$

La Variance d'Allan s'exprime alors, en fonction du temps d'intégration  $\tau_m = mT_c$  :

$$\sigma_{\Phi}^2(\tau_m) = \frac{1}{2} \frac{1}{m^2} \int_0^{+\infty} |\omega G_{m,k}(\omega)|^2 S_{\phi}(\omega) \frac{d\omega}{2\pi}$$

### A.3 Variance d'Allan basse fréquence

La VA à basse fréquence s'exprime dans le cas général (à 2, 3, 4 impulsions) :

$$\sigma_{\Phi}^2(\tau_m) = \frac{\alpha}{\tau_m^2} \cdot S_0 [\beta_0 \omega_c + \gamma(m, \omega_c, T)]$$

Où  $\beta_0$  est une constante, valeur moyenne de la fonction trigonométrique à intégrer, et  $\gamma$  est une fonction trigonométrique résultat de l'intégration, bornée entre 0 et 1.

### A.3 Variance d'Allan basse fréquence

---

Le calcul pour la configuration à 2 impulsions donne les paramètres suivants :

$$\begin{aligned}\alpha &= T^2 \\ \beta_0 &= 3/4 \\ \gamma &= \frac{1}{mT} \cdot \left[ -\sin mT\omega_c + \frac{1}{8} \sin 2mT\omega_c \right]\end{aligned}\tag{A.5}$$

Le calcul pour la configuration à 3 impulsions donne les paramètres suivants :

$$\begin{aligned}\alpha &= T^2 \\ \beta_0 &= 12 \\ \gamma &= -\frac{12 \sin(T\omega_c)}{T} + \frac{8 \sin((m-1)T\omega_c)}{T(m-1)} - \frac{16 \sin(mT\omega_c)}{Tm} + \frac{2 \sin(2mT\omega_c)}{Tm} \\ &\quad + \frac{8 \sin((m+1)T\omega_c)}{T(m+1)} - \frac{2 \sin((2m-1)T\omega_c)}{T(2m-1)} - \frac{2 \sin((2m+1)T\omega_c)}{T(2m+1)}\end{aligned}\tag{A.6}$$



## Annexe B

# État de l'Art des Gyromètres

Dans le tableau ci-dessous, nous présentons l'état de l'art de différentes technologies de gyromètres, dont notamment les gyromètres atomiques, les gyromètres lasers et à fibre, et enfin quelques techniques émergentes (RMN, superfluide, centres NV du diamant). Le temps d'intégration  $T_{int}$  correspond au temps nécessaire pour atteindre la valeur de la sensibilité long terme.

Gyromètre	Sensibilité ( $\text{rad.s}^{-1} \text{ Hz}^{-1/2}$ )	Long terme ( $\text{rad.s}^{-1}$ )	$T_{int}$	Réf.
Gyro Atomique SYRTE (2009)	$2,4 \cdot 10^{-7}$	$10^{-8}$	30 min	[51]
Gyro Atomique SYRTE (2013)	$2,6 \cdot 10^{-7}$	$2,5 \cdot 10^{-8}$	200 s	
Gyro Atomique Sanford	$6 \cdot 10^{-10}$	$2 \cdot 10^{-9}$	100 s	[48]
Gyro Atomique Sanford	$8 \cdot 10^{-8}$	$4 \cdot 10^{-9}$	30 min	[49]
Gyro Atomique Hanovre	$1,2 \cdot 10^{-7}$	$2,6 \cdot 10^{-8}$	100 s	[50]
Gyro Laser Géant G-Ring	$1,2 \cdot 10^{-11}$	$1,6 \cdot 10^{-13}$	24 h	[106]
Gyro Laser navigation	qq $10^{-8}$	qq $10^{-9}$	-	
Gyro Fibre iXBlue	$3 \cdot 10^{-7}$	$10^{-8}$	-	
Gyro RMN	$5 \cdot 10^{-7}$	$4 \cdot 10^{-9}$	-	[25]
Gyro Hélium superfluide	$8 \cdot 10^{-9}$	-	-	[23]
Gyro Centre NV	$10^{-5}$	-	-	[27]



## Annexe C

# L'Atome de Césium

### Propriétés physiques

Propriété	Paramètre	Valeur	Unité
Nombre atomique	$Z$	55	
Nombre de nucléons	$A$	133	
Spin Nucléaire	$I$	7/2	
Masse atomique	$m$	$2,21 \cdot 10^{-25}$	kg
Densité à 25°C	$\rho$	1,93	$g/cm^3$
Température de fusion	$T_F$	28,5	°C
Température d'ébullition	$T_E$	671	°C
Pression de vapeur saturante	$P_v$	$2,0 \cdot 10^{-4}$	Pa
Température d'ébullition	$T_E$	671	°C

### Propriétés de la transition $D_2 : 6^2S_{1/2} \rightarrow 6^2P_{3/2}$

Propriété	Paramètre	Valeur	Unité
Longueur d'onde (Vide)	$\lambda$	852,347	nm
Longueur d'onde (Air)	$\lambda_{\text{air}}$	852,121	nm
Largeur de raie	$\Gamma$	$2\pi \cdot 5,234$	MHz
Vitesse de recul	$v_{\text{rec}}$	3,52	mm/s
Température de recul	$T_r$	198,34	nK

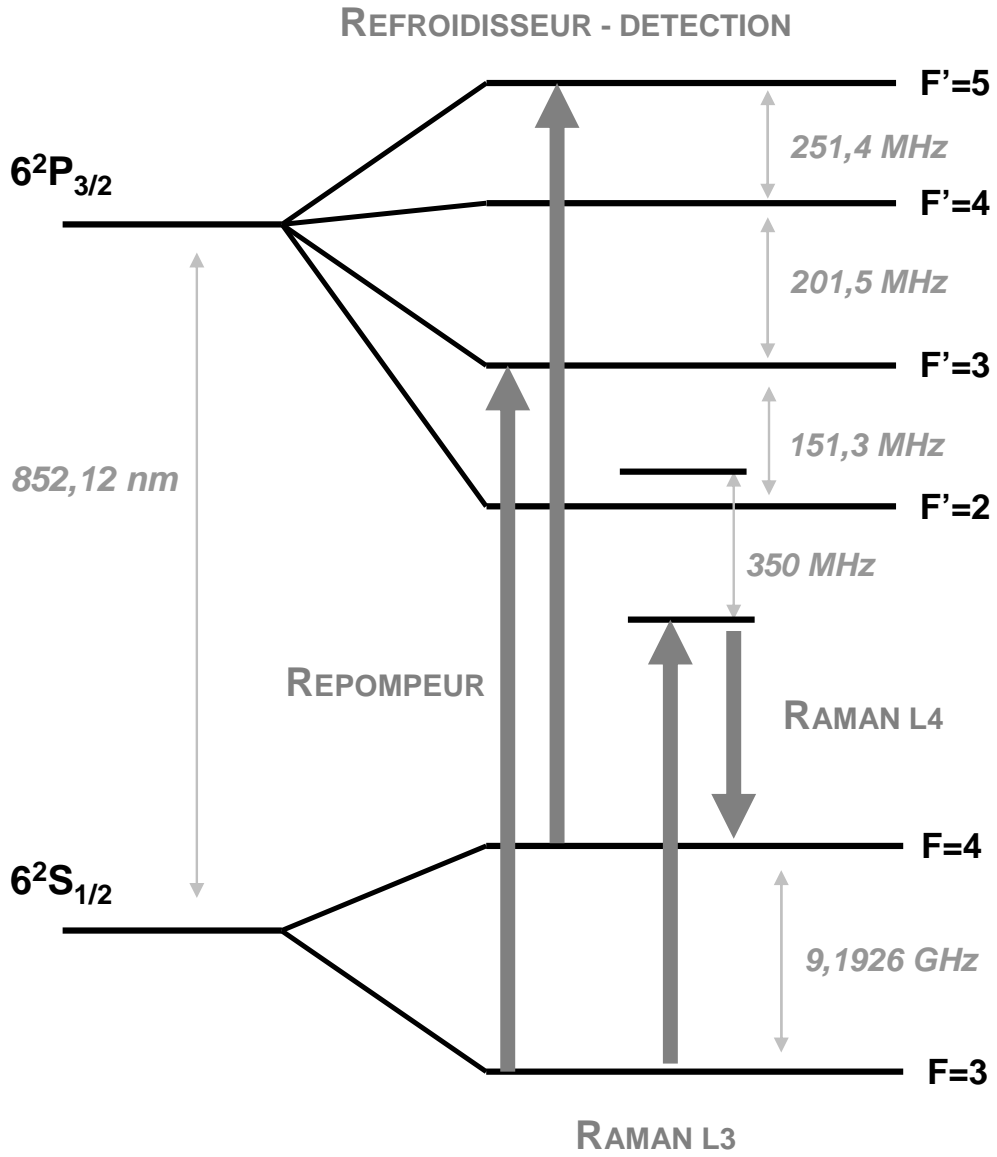


FIGURE C.1 – Diagramme des transitions optiques de la raie  $D_2$  du Césium

# Bancs Lasers

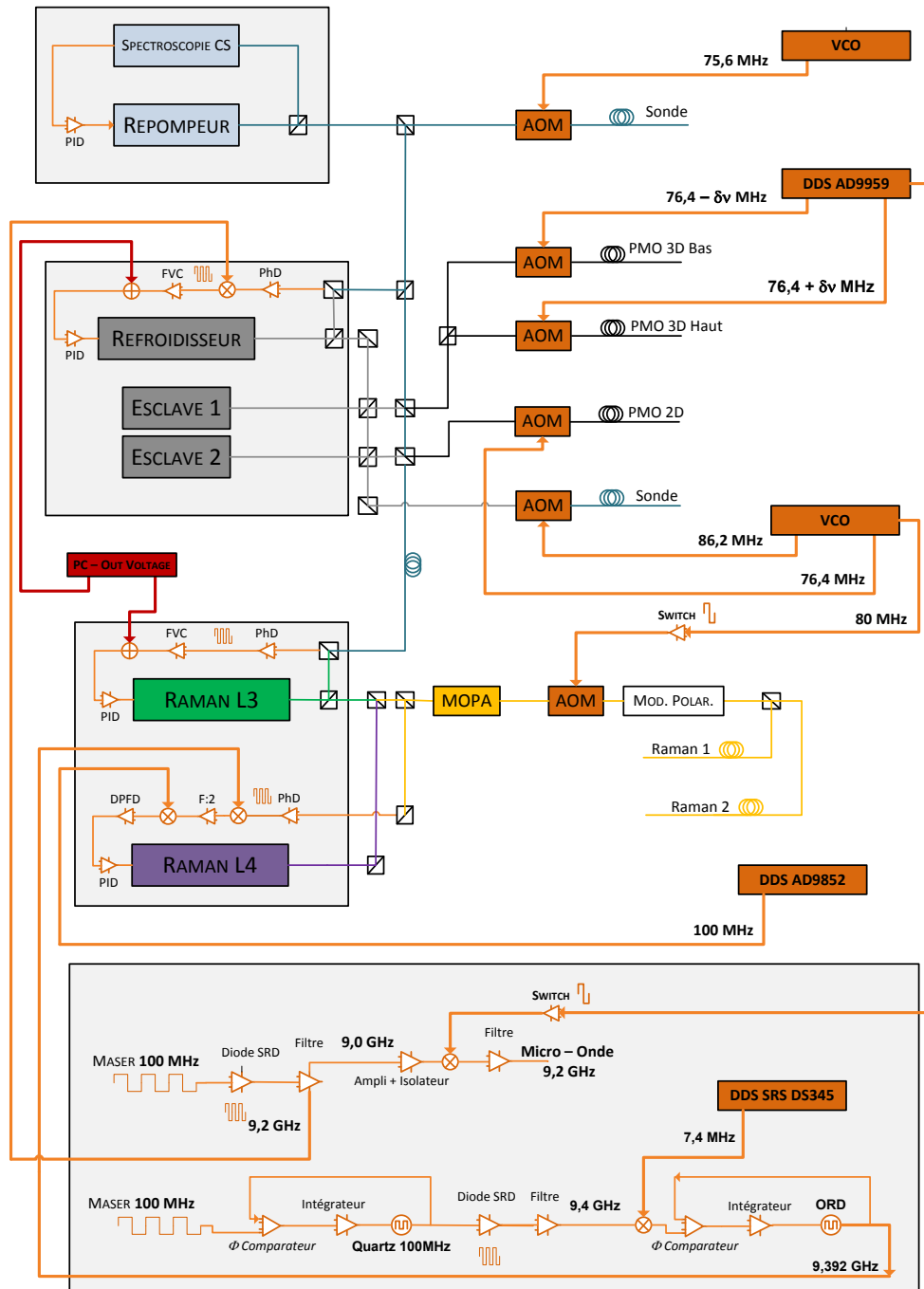


FIGURE C.2 – Schéma fonctionnel global des bancs lasers Raman et Refroidisseur





# Bibliographie

- [1] M. A. Finocchiaro, *The Galileo Affair : A Documentary History* (University of California Press, 1989).
- [2] T. Heath, *Aristarchus of Samos, the Ancient Copernicus : A History of Greek Astronomy to Aristarchus, Together with Aristarchus's Treatise on the Sizes and Distances of the Sun and Moon* (Cambridge University Press, 2013).
- [3] G. A. Hirn, "Theorie analytique elementaire DU gyroscope," in "Annales de l'Observatoire de Paris," , vol. 9 (1868), vol. 9, p. 125.
- [4] H. Anschütz-Kaempfe, "Anschutz-kaempfe," (1914).
- [5] Y. Mochida, M. Tamura, and K. Ohwada, "A micromachined vibrating rate gyroscope with independent beams for the drive and detection modes," *Sensors and Actuators A : Physical* **80**, 170–178 (2000).
- [6] K. Tanaka, Y. Mochida, M. Sugimoto, K. Moriya, T. Hasegawa, K. Atsuchi, and K. Ohwada, "A micromachined vibrating gyroscope," *Sensors and Actuators A : Physical* **50**, 111–115 (1995).
- [7] J. Söderkvist, "Micromachined gyroscopes," *Sensors and Actuators A : Physical* **43**, 65–71 (1994).
- [8] G. Sagnac, "Effet tourbillonnaire optique. la circulation de l'éther lumineux dans un interférographe tournant," *J. Phys. Theor. Appl.* **4**, 177–195 (1914).
- [9] T. H. Maiman, "Stimulated optical radiation in ruby," (1960).
- [10] W. M. Macek and D. T. M. Davis, "Rotation rate sensing with traveling-wave ring lasers," *Applied Physics Letters* **2**, 67 (1963).
- [11] W. W. Chow, J. Gea-Banacloche, L. M. Pedrotti, V. E. Sanders, W. Schleich, and M. O. Scully, "The ring laser gyro," *Reviews of Modern Physics* **57**, 61 (1985).
- [12] K. U. Schreiber and J.-P. R. Wells, "Invited review article : Large ring lasers for rotation sensing," *Review of Scientific Instruments* **84**, 041101–041101–26 (2013).
- [13] K. U. Schreiber, T. Klügel, A. Velikoseltsev, W. Schlüter, G. E. Stedman, and J.-P. R. Wells, "The large ring laser g for continuous earth rotation monitoring," *Pure and Applied Geophysics* **166**, 1485–1498 (2009).
- [14] H. C. Lefevre and H. J. Arditty, "Fiber-optic gyroscope," in "In AGARD, Advances in Fibre-Optic Technology in Communications and for Guidance and Control 6 p (SEE N92-28084 18-32)," , vol. 1 (1992), vol. 1.

- 
- [15] C. Davisson and L. H. Germer, "Diffraction of electrons by a crystal of nickel," *Physical Review* **30**, 705 (1927).
- [16] J. E. Zimmerman and A. H. Silver, "Flux entry in macroscopic superconducting rings," *Solid State Communications* **4**, 133–136 (1966).
- [17] S. A. Werner and J. L. Staudenmann, "Effect of earth's rotation on the quantum mechanical phase of the neutron," *Physical Review Letters* **42**, 1103–1106 (1979).
- [18] F. Riehle, T. Kisters, A. Witte, J. Helmcke, and C. J. Bordé, "Optical ramsey spectroscopy in a rotating frame : Sagnac effect in a matter-wave interferometer," *Physical Review Letters* **67**, 177–180 (1991).
- [19] M. Kasevich, D. S. Weiss, E. Riis, K. Moler, S. Kasapi, and S. Chu, "Atomic velocity selection using stimulated raman transitions," *Physical Review Letters* **66**, 2297–2300 (1991).
- [20] F. Hasselbach and M. Nicklaus, "Sagnac experiment with electrons : Observation of the rotational phase shift of electron waves in vacuum," *Physical Review A* **48**, 143–151 (1993).
- [21] O. Avenel, P. Hakonen, and E. Varoquaux, "Detection of the rotation of the earth with a superfluid gyrometer," *Physical Review Letters* **78**, 3602–3605 (1997).
- [22] O. Avenel, Y. Mukharsky, and E. Varoquaux, "Superfluid gyrometers," *Journal of low temperature physics* **135**, 745–772 (2004).
- [23] Y. Sato and R. E. Packard, "Superfluid helium quantum interference devices : physics and applications," *Reports on Progress in Physics* **75**, 016401 (2012).
- [24] S. Wu, E. Su, and M. Prentiss, "Demonstration of an area-enclosing guided-atom interferometer for rotation sensing," *Physical Review Letters* **99**, 173201 (2007).
- [25] T. W. Kornack, R. K. Ghosh, and M. V. Romalis, "Nuclear spin gyroscope based on an atomic comagnetometer," *Physical review letters* **95**, 230801 (2005).
- [26] K. F. Woodman, P. W. Franks, and M. D. Richards, "The nuclear magnetic resonance gyroscope : a review," *Journal of Navigation* **40**, 366–384 (1987).
- [27] M. P. Ledbetter, K. Jensen, R. Fischer, A. Jarmola, and D. Budker, "Gyroscopes based on nitrogen-vacancy centers in diamond," *Physical Review A* **86**, 052116 (2012).
- [28] H. C. W. Beijerinck and N. F. Verster, "Absolute intensities and perpendicular temperatures of supersonic beams of polyatomic gases," *Physica B+ C* **111**, 327–352 (1981).
- [29] R. Campargue, "Progress in overexpanded supersonic jets and skimmed molecular beams in free-jet zones of silence," *The Journal of Physical Chemistry* **88**, 4466–4474 (1984).
- [30] C. Salomon, J. Dalibard, W. D. Phillips, A. Clairon, and S. Guellati, "Laser cooling of cesium atoms below 3  $\mu\text{K}$ ," *EPL (Europhysics Letters)* **12**, 683 (1990).
- [31] A. Ashkin, "Acceleration and trapping of particles by radiation pressure," *Physical review letters* **24**, 156–159 (1970).
-

- [32] A. Ashkin, J. M. Dziedzic, J. E. Bjorkholm, and S. Chu, "Observation of a single-beam gradient force optical trap for dielectric particles," *Optics letters* **11**, 288–290 (1986).
- [33] E. L. Raab, M. Prentiss, A. Cable, S. Chu, and D. E. Pritchard, "Trapping of neutral sodium atoms with radiation pressure," *Physical Review Letters* **59**, 2631 (1987).
- [34] P. D. Lett, W. D. Phillips, S. L. Rolston, C. E. Tanner, R. N. Watts, and C. I. Westbrook, "Optical molasses," *JOSA B* **6**, 2084–2107 (1989).
- [35] J. Dalibard and C. Cohen-Tannoudji, "Laser cooling below the doppler limit by polarization gradients : simple theoretical models," *J. Opt. Soc. Am. B* **6** (1989).
- [36] M. A. Kasevich, E. Riis, S. Chu, and R. G. DeVoe, "RF spectroscopy in an atomic fountain," *Physical review letters* **63**, 612 (1989).
- [37] M. H. Anderson, J. R. Ensher, M. R. Matthews, C. E. Wieman, and E. A. Cornell, "Observation of bose-einstein condensation in a dilute atomic vapor," *science* **269**, 198–201 (1995).
- [38] J. A. Leavitt and F. A. Bills, "Single-slit diffraction pattern of a thermal atomic potassium beam," *American Journal of Physics* **37**, 905 (1969).
- [39] D. W. Keith, M. L. Schattenburg, H. I. Smith, and D. E. Pritchard, "Diffraction of atoms by a transmission grating," *Physical review letters* **61**, 1580 (1988).
- [40] O. Carnal and J. Mlynek, "Young's double-slit experiment with atoms : A simple atom interferometer," *Physical review letters* **66**, 2689 (1991).
- [41] C. Kurtsiefer, T. Pfau, and J. Mlynek, "Measurement of the wigner function of an ensemble of helium atoms," *Nature* **386**, 150–153 (1997).
- [42] P. E. Moskowitz, P. L. Gould, S. R. Atlas, and D. E. Pritchard, "Diffraction of an atomic beam by standing-wave radiation," *Physical review letters* **51**, 370 (1983).
- [43] C. Champenois, M. Büchner, R. Delhille, R. Mathevet, C. Robilliard, C. Rizzo, and J. Vigué, "Atomic diffraction by a laser standing wave : Analysis using bloch states," *The European Physical Journal D-Atomic, Molecular, Optical and Plasma Physics* **13**, 271–278 (2001).
- [44] M. Kasevich and S. Chu, "Measurement of the gravitational acceleration of an atom with a light-pulse atom interferometer," *Applied Physics B* **54**, 321–332 (1992).
- [45] C. J. Bordé, "Atomic interferometry with internal state labelling," *Physics letters A* **140**, 10–12 (1989).
- [46] Y. Aharonov and D. Bohm, "Significance of electromagnetic potentials in the quantum theory," *Physical Review* **115**, 485 (1959).
- [47] R. Colella, A. W. Overhauser, and S. A. Werner, "Observation of gravitationally induced quantum interference," *Physical Review Letters* **34**, 1472–1474 (1975).
- [48] T. L. Gustavson, A. Landragin, and M. A. Kasevich, "Rotation sensing with a dual atom-interferometer sagnac gyroscope," *Classical and Quantum Gravity* **17**, 2385 (2000).

- 
- [49] D. S. Durfee, Y. K. Shaham, and M. A. Kasevich, “Long-term stability of an area-reversible atom-interferometer sagnac gyroscope,” arXiv preprint quant-ph/0510215 (2005).
- [50] G. Tackmann, P. Berg, C. Schubert, S. Abend, M. Gilowski, W. Ertmer, and E. M. Rasel, “Self-alignment of a compact large-area atomic sagnac interferometer,” *New Journal of Physics* **14**, 015002 (2012).
- [51] A. Gauguet, B. Canuel, T. Lévêque, W. Chaibi, and A. Landragin, “Characterization and limits of a cold-atom sagnac interferometer,” *Physical Review A* **80** (2009).
- [52] R. Bouchendira, P. Cladé, S. Guellati-Khélifa, F. Nez, and F. Biraben, “State of the art in the determination of the fine structure constant : test of quantum electrodynamics and determination of  $h/\mu$ ,” *Annalen der Physik* (2013).
- [53] D. Hanneke, S. Fogwell, and G. Gabrielse, “New measurement of the electron magnetic moment and the fine structure constant,” *Physical Review Letters* **100**, 120801 (2008).
- [54] D. A. Steck, “Cesium d line data,” Tech. rep. (2003).
- [55] C. J. Bordé, “Atomic clocks and inertial sensors,” *Metrologia* **39**, 435 (2002).
- [56] K. Moler, D. S. Weiss, M. Kasevich, and S. Chu, “Theoretical analysis of velocity-selective raman transitions,” *Physical Review A* **45**, 342–348 (1992).
- [57] D. S. Weiss, B. C. Young, and S. Chu, “Precision measurement of the photon recoil of an atom using atomic interferometry,” Ph.D. thesis, to the Department of Physics.Stanford University (1993).
- [58] D. S. Weiss, B. C. Young, and S. Chu, “Precision measurement of  $h/m$  cs based on photon recoil using laser-cooled atoms and atomic interferometry,” *Applied Physics B* **59**, 217–256 (1994).
- [59] A. Gauguet, “Gyromètre à atomes froids : Etude de la stabilité limite et des effets systématiques liés aux séparatrices lasers,” Ph.D. thesis (2008).
- [60] F. Yver Leduc, “Caractérisation d’un capteur inertielle à atomes froids,” Ph.D. thesis (2004).
- [61] P. Storey and C. Cohen-Tannoudji, “The feynman path integral approach to atomic interferometry. a tutorial,” *Journal de Physique II* **4**, 1999–2027 (1994).
- [62] C. Antoine and C. J. Bordé, “Quantum theory of atomic clocks and gravito-inertial sensors : an update,” *Journal of Optics B : Quantum and Semiclassical Optics* **5**, S199 (2003).
- [63] B. Dubetsky and M. A. Kasevich, “Atom interferometer as a selective sensor of rotation or gravity,” *Physical Review A* **74**, 023615 (2006).
- [64] G. J. Dick, “Local oscillator induced instabilities in trapped ion frequency standards,” Tech. rep., DTIC Document (1987).
- [65] B. Canuel, “Étude d’un gyromètre à atomes froids,” Ph.D. thesis (2007).
- [66] N. Wiener, “The homogeneous chaos,” *American Journal of Mathematics* **60**, 897–936 (1938).
-

- [67] T. Lévêque, “Développement d’un gyromètre à atomes froids de haute sensibilité fondé sur une géométrie repliée,” Ph.D. thesis (2010).
- [68] X. Baillard, A. Gauguet, S. Bize, P. Lemonde, P. Laurent, A. Clairon, and P. Rosenbusch, “Interference-filter-stabilized external-cavity diode lasers,” *Optics Communications* **266**, 609–613 (2006).
- [69] J. Schoser, A. Batär, R. Löw, V. Schweikhard, A. Grabowski, Y. B. Ovchinnikov, and T. Pfau, “Intense source of cold rb atoms from a pure two-dimensional magneto-optical trap,” *Physical Review A* **66**, 023410 (2002).
- [70] K. Dieckmann, R. J. C. Spreeuw, M. Weidemüller, and J. T. M. Walraven, “Two-dimensional magneto-optical trap as a source of slow atoms,” *Physical Review A* **58**, 3891 (1998).
- [71] A. Clairon, C. Salomon, S. Guellati, and W. D. Phillips, “Ramsey resonance in a zacharias fountain,” *EPL (Europhysics Letters)* **16**, 165 (1991).
- [72] P. Lemonde, “PHARAO : étude d’une horloge spatiale utilisant des atomes refroidis par laser ; réalisation d’un prototype,” Ph.D. thesis, Université Pierre et Marie Curie-Paris VI (1997).
- [73] C. Cohen-Tannoudji, B. Diu, and F. Laloë, *Mécanique quantique Tome 1* (Hermann, 1977).
- [74] J. B. Johnson, “Thermal agitation of electricity in conductors,” *Physical Review* **32**, 97–109 (1928).
- [75] G. Santarelli, P. Laurent, P. Lemonde, A. Clairon, A. G. Mann, S. Chang, A. N. Luiten, and C. Salomon, “Quantum projection noise in an atomic fountain : A high stability cesium frequency standard,” *Physical Review Letters* **82**, 4619–4622 (1999).
- [76] G. Santarelli, A. Clairon, S. N. Lea, and G. M. Tino, “Heterodyne optical phase-locking of extended-cavity semiconductor lasers at 9 GHz,” *Optics communications* **104**, 339–344 (1994).
- [77] P. Cheinet, F. P. Dos Santos, T. Petelski, J. Le Gouët, J. Kim, K. T. Therkildsen, A. Clairon, and A. Landragin, “Compact laser system for atom interferometry,” *Applied Physics B* **84**, 643–646 (2006).
- [78] T. Lévêque, A. Gauget, W. Chaibi, and A. Landragin, “Low noise amplification of an optically carried microwave signal : application to atom interferometry,” arxiv (2010).
- [79] R. A. Nyman, G. Varoquaux, F. Lienhart, D. Chambon, S. Boussen, J.-F. Clément, T. Müller, G. Santarelli, F. P. Dos Santos, and A. Clairon, “ICE : a transportable atomic inertial sensor for test in microgravity,” *Applied Physics B* **84**, 673–681 (2006).
- [80] J. Fils, F. Leduc, P. Bouyer, D. Holleville, N. Dimarcq, A. Clairon, and A. Landragin, “Influence of optical aberrations in an atomic gyroscope,” *The European Physical Journal D - Atomic, Molecular, Optical and Plasma Physics* **36**, 257–260 (2005).
- [81] S. Bize, “Tests fondamentaux à l’aide d’horloges à atomes froids de rubidium et de césium,” Ph.D. thesis (2001).

- 
- [82] N. F. Ramsey, “A molecular beam resonance method with separated oscillating fields,” *Physical Review* **78**, 695 (1950).
- [83] J. Guena, M. Abgrall, D. Rovera, P. Laurent, B. Chupin, M. Lours, G. Santarelli, P. Rosenbusch, M. Tobar, R. Li, K. Gibble, A. Clairon, and S. Bize, “Progress in atomic fountains at LNE-SYRTE,” *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control* **59**, 391–409 (2012).
- [84] N. Malossi, Q. Bodart, S. Merlet, T. Lévêque, A. Landragin, and F. P. D. Santos, “Double diffraction in an atomic gravimeter,” *Physical Review A* **81** (2010).
- [85] C. G. Townsend, N. H. Edwards, C. J. Cooper, K. P. Zetie, C. J. Foot, A. M. Steane, P. Szriftgiser, H. Perrin, and J. Dalibard, “Phase-space density in the magneto-optical trap,” *Physical Review A* **52**, 1423 (1995).
- [86] M. Drewsen, P. Laurent, A. Nadir, G. Santarelli, A. Clairon, Y. Castin, D. Grison, and C. Salomon, “Investigation of sub-doppler cooling effects in a cesium magneto-optical trap,” *Applied Physics B* **59**, 283–298 (1994).
- [87] P. D. Featonby, G. S. Summy, C. L. Webb, R. M. Godun, M. K. Oberthaler, A. C. Wilson, C. J. Foot, and K. Burnett, “Separated-path ramsey atom interferometer,” *Physical review letters* **81**, 495 (1998).
- [88] J. Le Gouët, T. E. Mehlstäubler, J. Kim, S. Merlet, A. Clairon, A. Landragin, and F. P. Dos Santos, “Limits to the sensitivity of a low noise compact atomic gravimeter,” *Applied Physics B* **92**, 133–144 (2008).
- [89] J. Le Gouët, “Étude des performances d’un gravimètre atomique absolu : sensibilité limite et exactitude préliminaire,” Ph.D. thesis (2008).
- [90] M.-K. Zhou, Z.-K. Hu, X.-C. Duan, B.-L. Sun, L.-L. Chen, Q.-Z. Zhang, and J. Luo, “Performance of a cold-atom gravimeter with an active vibration isolator,” *Physical Review A* **86** (2012).
- [91] P. Cheinet, “Conception et réalisation d’un gravimètre à atomes froids,” Ph.D. thesis, Université Pierre et Marie Curie-Paris VI (2006).
- [92] C. E. Shannon, “Communication in the presence of noise,” *Proceedings of the IRE* **37**, 10–21 (1949).
- [93] G. Santarelli, C. Audoin, A. Makdissi, P. Laurent, G. Dick, and C. Clairon, “Frequency stability degradation of an oscillator slaved to a periodically interrogated atomic resonator,” *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control* **45**, 887–894 (1998).
- [94] R. Wynands and S. Weyers, “Atomic fountain clocks,” *Metrologia* **42**, S64 (2005).
- [95] P. Gill, “Optical frequency standards,” *Metrologia* **42**, S125 (2005).
- [96] G. J. Dick, J. D. Prestage, C. A. Greenhall, and L. Maleki, “Local oscillator induced degradation of medium-term stability in passive atomic frequency standards,” Tech. rep., DTIC Document (1990).
-

- [97] U. Sterr, C. Degenhardt, H. Stoehr, C. Lisdat, H. Schnatz, J. Helmcke, F. Riehle, G. Wilpers, C. Oates, and L. Hollberg, “The optical calcium frequency standards of PTB and NIST,” *Comptes Rendus Physique* **5**, 845–855 (2004).
- [98] W. H. Oskay, S. A. Diddams, E. A. Donley, T. M. Fortier, T. P. Heavner, L. Hollberg, W. M. Itano, S. R. Jefferts, M. J. Delaney, and K. Kim, “Single-atom optical clock with high accuracy,” *Physical Review Letters* **97**, 020801 (2006).
- [99] J. Guéna, G. Dudley, and P. Thomann, “An experimental study of intermodulation effects in an atomic fountain frequency standard,” *The European Physical Journal-Applied Physics* **38**, 183–189 (2007).
- [100] A. Joyet, G. Milet, G. Dudley, and P. Thomann, “Theoretical study of the dick effect in a continuously operated ramsey resonator,” *Instrumentation and Measurement, IEEE Transactions on* **50**, 150–156 (2001).
- [101] A. Joyet, G. Domenico, and P. Thomann, “Theoretical analysis of aliasing noises in cold atom mach-zehnder interferometers,” *The European Physical Journal D* **66** (2012).
- [102] D. Allan, “Statistics of atomic frequency standards,” *Proceedings of the IEEE* **54**, 221–230 (1966).
- [103] T. Lévêque, A. Gauguier, F. Michaud, F. Pereira Dos Santos, and A. Landragin, “Enhancing the area of a raman atom interferometer using a versatile double-diffraction technique,” *Physical Review Letters* **103** (2009).
- [104] S. Dimopoulos, P. W. Graham, J. M. Hogan, M. A. Kasevich, and S. Rajendran, “Atomic gravitational wave interferometric sensor,” *Physical Review D* **78**, 122002 (2008).
- [105] A. Arvanitaki, S. Dimopoulos, A. A. Geraci, J. Hogan, and M. Kasevich, “How to test atom and neutron neutrality with atom interferometry,” *Physical review letters* **100**, 120407–120407 (2008).
- [106] K. U. Schreiber, T. Klügel, J.-P. Wells, R. B. Hurst, and A. Gebauer, “How to detect the Chandler and the annual wobble of the earth with a large ring laser gyroscope,” *Physical Review Letters* **107**, 173904 (2011).



**Résumé** Nous présentons la caractérisation d'un nouveau gyromètre à ondes de matière de très grande sensibilité. L'utilisation d'une seule source d'atomes de Césium refroidis par laser dans une configuration de type fontaine permet d'atteindre des temps d'interaction proches de 1 s. La manipulation cohérente des atomes est réalisée par des transitions Raman stimulées : une nouvelle séquence d'interrogation à 4 impulsions, insensible à l'accélération continue, nous a permis d'atteindre une aire macroscopique de  $2,4 \text{ cm}^2$  sensible à l'effet Sagnac. La taille de l'instrument le rend particulièrement sensible aux vibrations : une isolation passive acoustique et sismique a été développée pour découpler le capteur de son environnement. La mesure de l'accélération résiduelle des miroirs permet de corriger a posteriori la phase atomique, et améliore ainsi la sensibilité de l'instrument. Une nouvelle technique de mesure sans temps mort a été démontrée : celle-ci permet d'améliorer la sensibilité d'un interféromètre de type horloge d'un facteur 10, et présente de potentielles applications pour d'autres classes de capteurs inertiels atomiques ainsi que pour la navigation inertielle.

**Mots-clés** Interférométrie atomique, atomes froids, gyromètre, effet Sagnac, transitions Raman stimulées, capteur inertielle.

**Abstract** We present the study of new ultra high sensitive matter waves gyroscope. The use of one single laser-cooled Caesium atom source in a fountain configuration enables us to reach interaction times as high as 1 s. Coherent manipulation of the atoms is achieved by the use of stimulated Raman transitions : a new 4 pulse sequence, insensitive to continuous acceleration, enabled us to reach a  $2,4 \text{ cm}^2$  macroscopic area sensitive to the Sagnac phase shift. The enormous size of the apparatus makes it principally vulnerable to parasitic vibrations : therefore, we developed a specific passive acoustic and seismic isolation system to uncouple the sensor from its environment. The measurement of the residual acceleration of the mirrors enables us to correct the atomic phase, a posteriori, in order to enhance the sensitivity of the gyroscope. A new zero dead time sequence has been implemented improving the sensitivity of a clock-like atom interferometer by 10 fold. This crucial fact exhibits a lot of potential applications for other kinds of atomic inertial sensors and also for the purpose of inertial navigation

**Key-words** Atom interferometry, cold atoms, gyroscope, Sagnac effect, stimulated Raman transitions, inertial sensor.