



HAL
open science

Démonstration sur le ciel de l'optique adaptative multi-objet avec étoiles lasers par CANARY

Martin Olivier

► **To cite this version:**

Martin Olivier. Démonstration sur le ciel de l'optique adaptative multi-objet avec étoiles lasers par CANARY. Instrumentation et méthodes pour l'astrophysique [astro-ph.IM]. Université Paris-Diderot - Paris VII, 2014. Français. NNT : . tel-01053839

HAL Id: tel-01053839

<https://theses.hal.science/tel-01053839>

Submitted on 2 Aug 2014

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

UNIVERSITÉ Paris Diderot - Paris VII
ECOLE DOCTORALE 127
ASTRONOMIE ET ASTROPHYSIQUE D' ÎLE-DE-FRANCE

THÈSE

pour obtenir le titre de

Docteur en Sciences

de l'Université Paris Diderot - Paris VII

Spécialité : Astronomie et Astrophysique
mention instrumentation

Présentée et soutenue par

Olivier MARTIN

Démonstration sur le ciel de l'optique adaptative multi-objet avec étoiles lasers par Canary

Thèse dirigée par :

Gérard ROUSSET et Éric GENDRON

et préparée au LESIA, Observatoire de Paris

soutenue le 23 Juillet 2014

Jury :

<i>Président</i>	:	Jean-Gabriel CUBY	-	LAM
<i>Rapporteurs</i>	:	Olivier LARDIÈRE	-	LAO, Université de Victoria
		Roberto RAGAZZONI	-	INAF, Observatoire de Padoue
<i>Examineurs</i>	:	Jean-Marc CONAN	-	ONERA
		Miska LE LOUARN	-	European Southern Observatory
<i>Directeur</i>	:	Gérard ROUSSET	-	LESIA, Université Paris Diderot
<i>co-Directeur</i>	:	Éric GENDRON	-	LESIA, Observatoire de Paris

Résumé :

Sujet : Démonstration sur le ciel de l'optique adaptative multi-objet avec étoiles lasers par CANARY

Directeurs de Thèse : Gérard Rousset, Éric Gendron

L'avènement des télescopes de classe de 30 à 40 m va permettre de pousser les limites de l'instrumentation actuelle, pour notamment étudier la formation et l'évolution des galaxies primordiales de l'univers. Le concept d'optique adaptative multi-objet (MOAO) a alors été proposé pour la conception des futurs spectrographes multi-objet dans l'infra-rouge de l'E-ELT. Cette nouvelle technique d'optique adaptative repose sur un contrôle en boucle ouverte du miroir déformable, ainsi que sur une procédure de reconstruction tomographique du front d'onde dans les directions d'intérêts. La MOAO a donc besoin d'être validée sur le ciel, rôle qui a été assigné au démonstrateur CANARY.

Cet instrument est doté de trois voies d'analyse du front d'onde sur des étoiles guides naturelles, ainsi que de quatre voies sur des étoiles guides lasers. À partir des mesures de ces analyseurs, l'algorithme Learn & Apply développé pour CANARY estime les mesures d'un analyseur sur l'axe, communément appelé le *Truth Sensor*. Grâce à cette reconstruction, il devient possible de piloter le miroir déformable de CANARY dans la direction de correction du front d'onde. Le but de l'expérience est alors de démontrer la faisabilité technique de la MOAO, et de chiffrer les performances de la reconstruction tomographique et du contrôle en boucle ouverte sur le ciel.

Cette thèse s'inscrit dans ce contexte, et a pour but de donner des éléments de réponse aux interrogations actuelles concernant la MOAO. Premièrement, ce manuscrit donne une extension de l'identification et la synthèse du reconstituteur tomographique pour les étoiles lasers. Deuxièmement, cette thèse donne des outils sur la caractérisation des performances tomographiques et sur la modélisation d'un système de MOAO. Une analyse détaillée des reconstituteurs tomographiques est présentée, ainsi qu'une discussion sur les stratégies tomographiques d'identification du profil turbulent.

Troisièmement la thèse a consisté à recueillir des données sur le ciel de CANARY au *William Hershel Telescope* aux îles Canaries, puis à les exploiter pour évaluer les performances de la MOAO sur le ciel. Une analyse statistique de la profilométrie de la turbulence et des performances est discutée, et porte notamment sur la comparaison des résultats obtenus en MOAO avec ceux obtenus en SCAO et GLAO pour évaluer l'impact de la tomographie et des étoiles laser sur la performance finale.

Remerciements

Enfin, après un peu moins de trois ans d'efforts et des mois passés à écrire ce manuscrit, je peux finalement m'attarder à rédiger ces remerciements. La tâche n'était pas facile, j'ai débarqué dans ce projet CANARY déjà bien mis en place, et du m'adapter et innover pour apporter une contribution aux résultats. Mais évidemment, beaucoup d'acteurs m'ont donné leurs soutiens, leurs conseils et même leurs présences, sans lesquels la réussite aurait été plus compliquée à atteindre.

La liste est longue, mais elle commence par l'ensemble des membres du Jury, avec qui j'ai pu trouvé un créneau pour la soutenance en dépit du timing très contraignant. Je tiens aussi à remercier le LESIA et l'Observatoire de Paris pour permettre aux doctorants de travailler dans des bonnes conditions, mais aussi de fournir un financement pour assister à des conférences ou partir en mission, ce qui m'a été extrêmement bénéfique. Un merci aussi à Cris Dupont qui a vu passé beaucoup d'ordres de mission à mon nom !

Je tiens à remercier toutes les personnes du bâtiment Lyot du LESIA, qui m'ont accueillis chaleureusement (et supporter mes extravagances !) et ont toujours été disponible pour discuter et m'apporter leurs compétences en optique adaptative. Merci à Nono pour sa bonne humeur constante et ces coups de main en informatique sans lesquels je serais encore en train de me battre avec ma machine ! Merci à Damien pour ses conseils toujours avisés sur le ciel ou autour d'un verre, pendant les moments de pression. Je le remercie aussi, ainsi que Denis et Olivier et Nono, pour tout le travail concernant Camicaz, cette fameuse caméra IR sur laquelle j'ai pu évaluer des milliers de rapports de Strehl et faire mon étude statistique.

Je remercie aussi Fabrice, le patron du Learn&Apply, avec qui j'ai pu mieux cerner la tomographie sur CANARY et progresser assez rapidement sur le sujet. Un merci aussi à Zo pour tout son travail sur CANARY et pour boire du café à 16 h ! Je pense aussi à Yann, Marie et Tristan, toujours de bonne humeur et avec qui on peut facilement discuter. Je souhaite aussi bon courage à Anna et Camille, avec qui j'ai aussi bien rigolé ! Une pensée aussi à Max, Flo, Simone et tous les nouveaux arrivants avec qui j'ai malheureusement pas trop eu le temps de discuter. Je remercie aussi Carine, qui a fait beaucoup de développements en C, notamment pour paralléliser le calcul de la matrice de covariance, qui m'ont permis de traiter massivement les données CANARY en un temps raisonnable.

Un gros big up évidemment à Jonathan et Rod, toujours présents, dans tous les moments, de vrais piliers et de vrais amis, merci les gars ! Pour clore la liste des personnes du bâtiment Lyot, je ne peux pas oublier Éric et Gérard, mes deux directeurs de thèse, sans qui je n'aurais jamais pu aller aussi loin dans l'exploitation et la compréhension des résultats CANARY. Au-delà de leurs compétences, j'aimerais aussi les remercier pour leur côté humain et leur accessibilité, ils sont vraiment d'excellents encadrants !

Au-delà du bâtiment Lyot, je remercie toutes les personnes de la table équatoriale et du pôle HRAA, notamment Miguel, Mélody, Elsa, Élodie avec qui nous avons fondé le bureau du

Club Astro, et aussi Lucien et Sophie pour leurs grands investissements au sein du club. C'est rassurant de se dire que la relève est assurée ! Je remercie aussi Pierre Fédou pour son éternelle bonne humeur et sa joie de vivre, et souhaite bon courage à Marion et Nabi pour la suite. Une mention spéciale aussi à Gaetano, on se souviendra de ces bons moments passés sur le ciel et de ces crises de fou rires à n'en plus finir ! Je remercie aussi tous nos collaborateurs anglais, en particulier Tim, Ali et Richard.

Un gros merci aussi à mes Zikos, Jean, Vince, Tom, Frizou, Nico Ténor, Nico Alto, Wédé, Gaboch, Nalain, et aussi ceux qui sont partis, Totof, Robin, Émilien, Ced, Quentin. On a fait tourner Have Funk pendant 6 ans, composé et joué sur scène, c'était une expérience qui m'a aussi permis d'oublier temporairement ma thèse, pour mieux m'y remettre ensuite. Je remercie aussi tous mes amis, que j'ai vus un peu moins souvent avec tout ce travail, mais qui sont toujours restés présents, je pense à Timi, Julie, Bast, Tonio, KaM et Carreau. Je pense aussi à tous les autres membres de la LMDB, je leur souhaite bon courage pour la suite.

Un merci à ma famille et surtout à ma belle-famille. Merci à Valérie, belle-maman pour avoir lu entièrement mon manuscrit, ça ne devait être facile mais j'ai pu corriger l'essentiel des fautes ! Merci à elle et Jean-Luc pour leur accueil à Dijon où j'ai pu échapper à ma thèse l'espace de quelques jours. Merci aussi au Bile, Guigui, Nes et Max pour les parties de UNO endiablés et leurs soutiens !

Enfin, je remercie Célia, qui m'a soutenu jusqu'au bout et m'a permis de tenir la pression, merci ma beloutre !

Table des matières

I	Concepts et évolution de l'optique adaptative	17
1	Formation des images et turbulence atmosphérique	19
1.1	<i>Fiat Lux</i>	19
1.2	Principe de formation des images	21
1.2.1	Phénomène de diffraction	21
1.2.2	Description linéaire du système optique	22
1.2.3	Fonction de transfert optique d'un télescope	23
1.3	La turbulence mise à nue	24
1.3.1	Considérations physiques	24
1.3.2	Fluctuations statistiques de l'indice de réfraction	24
1.3.3	Statistiques des fluctuations de la phase dans le plan pupille	25
1.3.4	Dualité des aspects spatiaux et temporels	27
1.4	Impact de la turbulence sur les images	28
1.4.1	Fonction de transfert optique en présence de turbulence	28
1.4.2	Impact du temps de pose sur les images	28
1.4.3	Résolution angulaire	29
1.4.4	Rapport de Strehl	29
2	L'optique adaptative	31
2.1	Concept de la correction par optique adaptative	31
2.2	L'analyse de front d'onde	33
2.2.1	Principe du Shack-Hartmann	33
2.2.2	Expression de la mesure	35
2.2.3	Perturbations de la mesure	36
2.3	La correction du front d'onde	38
2.3.1	Compensation des perturbations de la phase par un miroir piezo-stack	38
2.3.2	Limitations du miroir piezo-stack	38
2.4	Loi de commande	40
2.4.1	Étalonnage de la matrice de commande	40
2.5	Modélisation du système	41
2.5.1	Décomposition modale de la phase turbulente	41
2.5.2	Expression modale des grandeurs	42
2.5.3	Fonctions temporelles de transfert	44
2.5.4	Optimisation de la commande	46
2.6	Budget d'erreur d'une optique adaptative en boucle fermée	49
2.6.1	Erreur temporelle	49
2.6.2	Erreur de bruit filtré à travers la boucle	49
2.6.3	Erreur de repliement	50
2.6.4	Erreur de sous-modélisation	50
2.6.5	Aberrations dans la voie d'imagerie	50

3	Les nouvelles techniques d'optique adaptative	51
3.1	Aux grands maux...	51
3.1.1	Couverture du ciel	51
3.1.2	Effet d'anisoplanétisme	51
3.1.3	Profondeur de couches des miroirs déformables	53
3.2	...Les grands remèdes	54
3.2.1	Étoiles artificielles	54
3.2.2	Tomographie de la phase turbulente	56
3.3	Les nouvelles techniques d'optique adaptative	58
3.3.1	<i>Laser Tomography Adaptive Optics</i>	58
3.3.2	<i>Multi Conjugated Adaptive Optics</i>	58
3.3.3	<i>Ground Layer Adaptive Optics</i>	58

II L'optique adaptative multi-objets et son démonstrateur Canary **59**

4	De nouveaux enjeux astrophysiques	61
4.1	L'étude de la formation et l'évolution des galaxies	61
4.2	Un nouveau concept d'OA grand champ	62
4.3	Des ornithologues chez les astronomes	64
5	CANARY :Un démonstrateur de la MOAO	67
5.1	L'installation de CANARY au WHT	67
5.1.1	Phase A	67
5.1.2	Phase B	70
5.1.3	Phase C	73
5.2	La reconstruction tomographique avec l'algorithme Learn & Apply	75
5.2.1	Reconstruction MMSE des mesures sur l'axe	75
5.2.2	Autour des mesures	76
5.2.3	L'algorithme Learn & Apply	77
5.2.4	Loi de commande en MOAO	79
5.3	Les observations de CANARY au WHT	79
5.3.1	Planning des observations	80
5.3.2	Astérismes	80
5.3.3	Modes d'observation	82
5.3.4	Nature des données acquises	83
5.3.5	Reconstruction des données boucle ouverte	84

III Avancées en tomographie en boucle ouverte **85**

6	Implémentation de la reconstruction MMSE des pentes sur l'axe	87
6.1	Expression analytique de la covariance spatiale	87
6.1.1	Processus mesurés	87
6.1.2	Géométrie du problème	88
6.1.3	Déviations géométriques	90
6.1.4	Relation entre covariance spatiale et fonction de structure de phase	90
6.1.5	Expression de la fonction de structure de phase	93
6.1.6	Modèle approché de la covariance spatiale	94
6.1.7	Caractérisation du modèle approximé	95

6.2	Implémentation numérique du reconstruteur MMSE	98
6.2.1	Expression du reconstruteur MMSE	98
6.2.2	Reconstruteurs non MMSE	103
7	Identification du profil turbulent sur des données ciel	107
7.1	Identification des paramètres globaux	107
7.1.1	Covariance du bruit	107
7.1.2	Temps typique de corrélation	108
7.1.3	Paramètre de Fried et échelle externe	109
7.2	Identification du profil turbulent	110
7.2.1	Minimisation avec l'algorithme Levenberg-Marquardt	110
7.2.2	Différences entre le L&A et les profileurs externes	111
7.2.3	Pistes pour calculer les gradients	112
7.2.4	Algorithme de minimisation directe	113
7.3	Perspectives de régime	114
7.3.1	Illustration de la convergence des mesures	115
7.3.2	Matrice de poids	119
7.3.3	Learn 2 steps	121
7.4	Comparaison des méthodes d'identification	124
8	Évaluation des performances tomographiques	129
8.1	Décomposition de l'erreur tomographique	129
8.1.1	Formalisme de calcul	129
8.1.2	Décomposition de l'erreur tomographique vue par le TS	131
8.1.3	Décomposition de l'erreur tomographique vue par la caméra IR	132
8.1.4	Méthode d'estimation des différents matrices de covariance	134
8.2	Étude de comportements des reconstruteurs tomographiques	135
8.2.1	Caractérisation du résidu de la reconstruction	135
8.2.2	Performances tomographiques en fonction de l'altitude	137
8.3	Illustration de la décomposition sur quelques cas ciel	144
8.3.1	Présentation des données	144
8.3.2	Budgets d'erreurs tomographiques sur le ciel	149
IV	Modélisation des performances d'un système de MOAO	155
9	Décomposition de l'erreur de front d'onde	157
9.1	Modélisation du système de MOAO	157
9.1.1	Décomposition modale des grandeurs	157
9.1.2	Fonctions de transfert temporelles en MOAO	159
9.1.3	Aberrations statiques	163
9.2	Décomposition de la variance du front d'onde	166
9.2.1	Front d'onde vu par la caméra IR - Méthode DTI	166
9.2.2	Front d'onde vu par le TS- Méthode DMTS	168
9.2.3	Décomposition de la variance front d'onde en SCAO	170
9.3	Méthode d'estimation des postes d'erreur	172
9.3.1	Erreur du bruit	173
9.3.2	Erreur temporelle	174
9.3.3	Erreur de sous-modélisation du MD	174
9.3.4	Erreurs statiques	175
9.3.5	Erreur d'étalonnage des NCPA	175

9.3.6	Erreur de boucle ouverte du MD	176
9.4	Estimation du rapport de Strehl	177
9.4.1	Rapport de Strehl de la caméra IR	177
9.4.2	Rapport de Strehl estimé à partir du budget d'erreur	178
9.5	Illustration sur quelques cas ciel	180
9.5.1	Décomposition de la variance du front d'onde résiduel	180
9.5.2	Évaluation des rapports de Strehl	183
10	Reconstruction de la FEP à partir des données étalonnées	189
10.1	Décomposition de la FEP	189
10.2	Méthodes d'estimation des différentes FEP	191
10.2.1	Relation entre fonction de structure de phase et spectre spatial	191
10.2.2	FTO du télescope avec aberrations statiques	191
10.2.3	FTO de l'erreur de sous-modélisation	193
10.2.4	FTO de l'erreur temporelle	194
10.2.5	FTO de l'erreur tomographique plus bruit	195
10.2.6	Combinaison de toutes les FTO	199
10.3	Illustration sur quelques cas ciel	199
V	Dépouillement des résultats Canary sur le ciel	205
11	Profilométrie de la turbulence sur des données ciel	207
11.1	Reconstruction MMSE couche à couche	207
11.1.1	Fondements de la méthode et application à la profilométrie de vent	207
11.1.2	Illustration sur quelques cas ciel	209
11.2	Séparation de composantes avec le reconstituteur MMSE	216
11.3	Stratégies d'identification du profil	219
11.3.1	Évaluation des performances tomographiques pour différentes stratégies	219
11.4	Bilan de la profilométrie des données ciel de CANARY en phase B	222
11.4.1	Distribution verticale du seeing	222
11.4.2	Altitude moyenne et angle d'isoplanétisme	225
11.4.3	Distribution verticale de la vitesse de vent	227
11.4.4	Distribution verticale de l'échelle externe	229
11.4.5	Statistiques sur le nombre de couches	231
12	Performances globales de Canary	233
12.1	Performances globales de CANARY	233
12.1.1	Bilan des observations sur le ciel	233
12.1.2	Rapports de Strehl obtenus par CANARY sur le ciel	235
12.1.3	Énergie encadrée sur le ciel	238
12.2	Analyse de la modélisation du système	240
12.2.1	Discussion sur les approximations de la relation rapport de Strehl-variance de phase	240
12.2.2	Discussions sur les méthodes d'estimation de la variance de phase	243
12.2.3	Performance de la MOAO avec un reconstituteur optimisé	246
12.3	Étude détaillée de quelques scripts	253
12.3.1	Script 274 : SCAO/MOAO/GLAO 4 LGS 3 NGS	255
12.3.2	Script 275 : SCAO/MOAO 4 LGS 3 NGS/MOAO 3 NGS	258
12.3.3	Script 292 : SCAO/MOAO/GLAO 4 LGS 3 NGS	261
12.3.4	Script 293 : SCAO/MOAO 4 LGS 3 NGS/MOAO 3 NGS	264

Introduction

Cette thèse porte sur la démonstration de l'optique adaptative multi-objet sur le ciel par CANARY avec étoiles lasers. Cette phrase met déjà en évidence plusieurs termes qui reflètent la complexité des différentes notions que je vais aborder dans ce manuscrit. Cette thèse est centrée sur une nouvelle technique d'optique adaptative, l'optique adaptative multi-objet, ou encore la MOAO pour *Multiple-Object Adaptive Optics*. Cette technique a été pensée, puis concrétisée expérimentalement à l'aide de manipulations en laboratoire et sur le ciel, pour étudier par spectroscopie des galaxies à très grands décalages vers le rouge ($1 \leq z \leq 7$). C'est grâce à l'avènement des *Extremely Large Telescope* (ELT), les futurs télescopes de classe de 30 à 40 m, que l'étude de la formation et l'évolution des galaxies, pour ne citer que ce champ d'intérêt astrophysique, va connaître un essor phénoménal.

La voie vers la réussite est cependant semée d'embûches. La MOAO est une technique très jeune, qui a commencé à apparaître dans les conférences en optique adaptative au début des années 2000. Jusqu'alors, le principe de l'optique adaptative reposait sur un contrôle en boucle fermée d'un *miroir déformable*, commandé par les mesures d'un *analyseur de surface d'onde*. Le miroir en se déformant permet d'introduire des retards de chemin optique, donc de phase, pour compenser les fluctuations de la phase dues à la turbulence atmosphérique. L'analyseur a lui pour but d'estimer la forme du front d'onde pour déterminer comment déformer adéquatement le miroir. L'optique adaptative dite classique, ou encore la SCAO pour *Single Conjugated Adaptive Optics* repose alors sur la rétro-action entre l'analyseur et le miroir déformable.

La MOAO vient chambouler tout ces concepts car le miroir est piloté en *boucle ouverte*. Puisque les cibles d'intérêts sont des galaxies très peu lumineuses dans toutes les longueurs d'onde, il n'est pas possible de faire une analyse de front d'onde sur ces objets. La compensation du front d'onde dans les directions d'intérêts repose sur les mesures provenant d'analyseurs dit *hors-axes*, qui analysent le front d'onde provenant d'étoiles guides brillantes pour fournir une mesure avec un rapport signal à bruit suffisant. La difficulté est que le front d'onde mesuré dans ces directions d'analyse n'est pas exactement égal au front d'onde dans les directions de correction. Il y a alors une étape cruciale, mais au cœur de la MOAO, qui est la reconstruction tomographique du front d'onde dans ces directions de correction, à partir des mesures dans les directions d'analyse. Je reviendrai très longuement sur ce processus de reconstruction tomographique au cours de ce manuscrit.

Il y a encore une épreuve à surmonter puisque les champs cosmologiques d'intérêts seront relativement pauvres en étoiles guides naturelles. Pour pallier ce problème, il y a plusieurs solutions, comme augmenter le champ de vue de l'instrument, pour atteindre un nombre d'étoiles guides suffisamment brillantes pour reconstruire tomographiquement le front d'onde dans les directions de correction. Une autre solution est de créer artificiellement des étoiles en utilisant des lasers *Rayleigh* ou *sodium* pour exploiter la diffusion Rayleigh ou une diffusion résonante par les atomes de sodium. Les lasers Rayleigh verts permettent d'exciter les molécules atmosphériques qui diffusent ensuite les photons provenant du laser, avant d'être collectés par un analyseur de surface d'onde. Les lasers sodium jaune (raie D2) excitent la couche de sodium située à 90-100 km d'altitude, qui émet ensuite les photons par désexcitation des atomes de sodium.

Un tel instrument d'optique adaptative basé à la fois sur un concept MOAO et sur l'utili-

sation d'étoiles lasers a été proposé sous le nom de EAGLE ([Cuby et al., 2008]) comme spectrographe multi-objet dans l'infra-rouge pour l'*European Extremely Large Telescope* (E-ELT). L'étude en phase A de cet instrument ([Cuby et al., 2010], [Rousset et al., 2010]) a montré que EAGLE devra utiliser six étoiles guides lasers et cinq étoiles guides naturelles réparties dans un champ de 7,5 minutes d'angle pour compenser le front d'onde, de façon multiplexée, dans vingt directions différentes.

La MOAO ouvre des nouvelles possibilités d'observations astrophysiques, mais il est nécessaire de démontrer sa faisabilité technique sur le ciel et d'analyser ses performances et ses limitations. D'une part, le contrôle en boucle ouverte du miroir déformable requiert d'être validé sur le ciel. Il est absolument nécessaire d'utiliser un miroir fidèle, qui reproduit le plus exactement possible la surface qu'on souhaite lui faire prendre, puisqu'aucun analyseur ne vient contrôler le résidu de la correction. Des expériences comme VOLT ([Andersen et al., 2008]) et VILLAGES ([Gavel et al., 2008]) ont permis de montrer que certains miroirs à actionneurs électrostatiques sont suffisamment fidèles pour être utilisés en boucle ouverte. De plus, le contrôle tomographique en boucle ouverte et les différents étalonnages nécessaires doivent être éprouvés sur le ciel pour valider le concept de la MOAO dans toute sa complexité.

C'est à partir de ces préoccupations techniques qu'un consortium franco-britannique entre le LESIA, l'Université de Durham, l'ATC et le LAM (pour ne citer qu'eux) s'est créée pour concevoir l'instrument CANARY ([Myers et al., 2008]). C'est un instrument de MOAO avec une voie de correction, trois voies d'analyse du front d'onde sur des étoiles guides naturelles et quatre voies d'analyse sur des étoiles guides lasers, placé à un des foyers Nasmyth du télescope de 4,2 m de diamètre *William Hershel Telescope* (WHT) aux îles Canaries. Plusieurs tests en laboratoire sur le banc optique SESAME ont été menés par F. Vidal ([Vidal, 2009]) sur la caractérisation du miroir déformable ADONIS de CANARY. Vidal a également mis au point un algorithme de reconstruction tomographique pour CANARY, baptisé le *Learn & Apply*. Afin de quantifier les performances sur le ciel, CANARY est couplé avec une caméra IR qui délivre des images, principalement en bande H. De plus, pour piloter le miroir déformable en boucle fermée, un analyseur de surface d'onde, baptisé le TS pour *Truth Sensor*, est placé en aval du miroir et mesure le résidu de la compensation du front d'onde par le miroir.

Une première phase d'observation a été menée en 2010 ([Gendron et al., 2010]) et a permis de valider le concept de la MOAO avec trois étoiles naturelles guides. Pour démontrer pleinement la faisabilité de la MOAO, plusieurs campagnes d'observations ont été conduites en 2012 et 2013 avec, en supplément des étoiles naturelles guides, respectivement une étoile laser sur l'axe et un astérisme de quatre étoiles lasers. Enfin, depuis 2013, la conception optique de l'instrument est mise à jour et va converger vers le design de EAGLE sur l'E-ELT, mais mis à l'échelle du WHT. Pour simuler le miroir M4 de l'E-ELT ([Vernet et al., 2012]), qui sera piloté en boucle fermée pour compenser la turbulence dans le plan pupille du télescope, CANARY possèdera deux miroirs. Un premier permettra de compenser la turbulence dans le plan pupille du WHT, alors qu'un deuxième étage avec un miroir ALPAO compensera les couches turbulentes en altitude en mode pure MOAO.

Ma thèse porte tout d'abord sur la généralisation de la reconstruction tomographique avec étoiles lasers. De plus je présente une exploitation des données acquises par CANARY en 2012 et 2013 dans le but de démontrer la faisabilité de la MOAO sur le ciel avec étoiles lasers. Démontrer, ce n'est pas si simple dans le cas d'une technique instrumentale, encore faut-il définir ce que l'on entend par démontrer. Pour mener à bien cette étude, mon axe de réflexion principal était d'analyser les performances de la MOAO sur un grand échantillon statistique de résultats. Ces résultats sont les données acquises durant les campagnes d'observations, comme les images infra-rouges sur lesquelles je peux caractériser la performance de la compensation

du front d'onde, mais aussi les mesures synchronisées des ASO de CANARY en boucle engagée. L'évaluation des performances de la MOAO sur le ciel n'est cependant pas suffisante en tant que telle. Il est nécessaire d'avoir une référence sur laquelle s'appuyer pour juger de la qualité de la compensation du front d'onde en MOAO. C'est pourquoi les résultats de MOAO que je vais présenter dans ce manuscrit seront confrontés aux résultats obtenus en SCAO, en pilotant le miroir à partir du TS, mais aussi à ceux de la GLAO. La GLAO, ou encore la *Ground Layer Adaptive Optics* sur CANARY consiste à compenser uniquement la turbulence dans le plan pupille du télescope. Elle n'utilise pas de reconstruction tomographique, mais seulement la moyenne des mesures des senseurs de front d'onde dans les directions d'analyse, elle ne peut pas alors compenser les couches turbulentes en altitude. En comparant la MOAO avec la GLAO et la SCAO, on peut chiffrer l'impact et la qualité de la reconstruction tomographique sur le ciel, puis mettre en évidence notre capacité à mener tous les étalonnages et calculs requis en MOAO. Enfin, au-delà de la performance sur le ciel, CANARY est conçu pour préparer les futurs projets de spectrographes multi-objet sur l'E-ELT en répondant à plusieurs questions, et notamment sur les stratégies à opter sur le ciel pour optimiser la performance de la MOAO.

J'ai articulé ce manuscrit en cinq parties représentant douze chapitres au total. Dans la première partie, je reviens tout d'abord sur les fondamentaux de la formation des images au foyer d'un télescope, la caractérisation statistique des fluctuations de la phase dues à la turbulence atmosphérique et son impact sur les images. Cette partie permet de poser les bases sur lesquelles les parties suivantes s'appuient très largement. Je discute ensuite les concepts de base portant sur la compensation et l'analyse du front d'onde, mais aussi sur les notions de loi de commande et d'optimisation du gain. De plus, je présente le budget d'erreur en SCAO qui est nécessaire pour comprendre finement les performances obtenues en SCAO sur le ciel. Enfin, le dernier chapitre de cette première partie est réservé aux avancées en optique adaptative. Je présente notamment les difficultés rencontrées en SCAO et les solutions qui ont été proposées et qui ont ensuite mené à des techniques d'optique adaptative plus avancées.

La deuxième partie est réservée à la MOAO. Je explique plus précisément ce qui a motivé l'émergence de cette technique et présente le projet CANARY. Je détaille les différentes phases du projet et donne une vue d'ensemble de la commande en MOAO. J'explique le principe de l'algorithme Learn & Apply qui repose sur la détermination de deux matrices de covariance spatiale requises pour la reconstruction tomographique basée sur une approche *Minimum Mean Square Error*. Enfin, j'expose quelques éléments de contexte sur les campagnes d'observations qui ont été menées sur le ciel.

Dans la troisième partie, je rentre dans le vif du sujet. Le premier chapitre discute de la mise en œuvre numérique de la reconstruction tomographique sur CANARY. Cette procédure repose entièrement sur l'identification d'une matrice appelée le *reconstructeur tomographique* et je détaille son implémentation numérique étape par étape. Ce reconstructeur est issu d'un modèle de la covariance spatiale des mesures qui dépend de plusieurs paramètres, comme la distribution verticale de l'énergie turbulente en altitude et la direction de pointage des analyseurs. La stratégie choisie sur CANARY est d'identifier ces paramètres sur le ciel, à l'aide d'une procédure d'ajustement de notre modèle de la covariance spatiale sur la covariance empirique, évaluée à partir des mesures des analyseurs. Je présente précisément comment cette procédure est menée et compare plusieurs méthodes d'identification à partir de données acquises sur le ciel. Enfin, pour chiffrer la qualité de cette reconstruction tomographique, je présente une méthode d'évaluation et de décomposition de l'erreur dite tomographique. Cette erreur permet de déterminer l'impact de la tomographie dans la variance du front d'onde résiduel après compensation par le système. Les procédures présentées me permettent de caractériser le com-

portement des reconstituteurs tomographiques et de comparer la performance tomographique entre la MOAO et la GLAO, ainsi que d'évaluer l'impact des étoiles lasers dans l'erreur tomographique.

La quatrième partie porte sur la modélisation complète du système. Dans le premier chapitre, je généralise les calculs du chapitre précédent à la décomposition de la variance du front d'onde vu par la caméra infra-rouge qui délivre les images sur le ciel. Je discute les différents termes d'erreurs qui interviennent, ainsi que les méthodes d'évaluation de ces termes. Je présente deux façons de déterminer cette variance du front d'onde ; une basée sur une décomposition en une somme de termes indépendants, une autre à partir de la mesure du TS en boucle engagée. À partir de cette variance, je peux évaluer les performances de correction et comparer avec les résultats obtenus sur le ciel.

Dans le second chapitre, je vais encore plus loin et mets en œuvre une méthode de reconstruction des images obtenues sur le ciel, et basée sur les données étalonnées acquises avec CANARY. Cette méthode repose sur la généralisation de la décomposition de la variance de phase à des matrices de covariance, à partir desquelles je peux reconstruire les images infra-rouges et les comparer aux vraies images acquises sur le ciel.

La dernière partie de ce manuscrit est réservée à l'analyse statistique des résultats obtenus par CANARY sur le ciel avec étoiles lasers. Je présente dans le premier chapitre un bilan statistique des conditions d'observations sur le ciel. Je détaille notamment des méthodes d'estimation du profil de vitesse de vent, ainsi que de séparation de composantes appliquée aux mesures des analyseurs. De plus, je discute d'une étude complémentaire sur d'identification du profil turbulent sur le ciel en comparant plusieurs stratégies d'identification sur les données ciel. Je donne des statistiques concernant les différents paramètres d'intérêt qui caractérisent la turbulence, et en particulier j'analyse le nombre de couches turbulentes qu'il est possible d'identifier avec CANARY.

Le chapitre ultime donne le détail de l'analyse statistique des performances de CANARY sur le ciel. Je présente notamment l'évolution des observables de la performance en fonction des conditions d'observation sur le ciel pour la MOAO, la SCAO et la GLAO. Grâce à l'ensemble des données acquises sur le ciel, j'analyse la méthode d'évaluation des performances sur le ciel et mets en évidence notre capacité à modéliser correctement un système de MOAO.

Je termine par donner les conclusions sur l'ensemble de mes travaux, mais aussi des perspectives pour améliorer les différentes approches qui sont présentées, voire les exploiter pour préparer de futurs travaux sur la MOAO.

Première partie

Concepts et évolution de l'optique adaptative

Chapitre 1

Formation des images et turbulence atmosphérique

Comme tous les manuscrits de thèse liée à l'optique adaptative, celui-ci n'échappe pas à la règle fondatrice du rappel des principes sous-jacents de l'optique adaptative. La première étape est de comprendre le principe de formation des images, puis de décrire un télescope comme un système linéaire. J'aborderai aussi évidemment le délicat problème de la turbulence atmosphérique, en quoi elle dégrade les images et comment on peut la caractériser.

1.1 *Fiat Lux*

Et la lumière fut ! La lumière est à nous ce que Hermès était à Zeus dans la mythologie grecque : un messager. Ce n'est évidemment pas le seul¹, mais la lumière a l'avantage d'être assez simple à détecter et de contenir beaucoup d'informations sur les objets dont elle provient. Néanmoins, bien qu'elle soit omniprésente dans l'Univers, la lumière est loin d'être simple à appréhender.

En 1864, Maxwell réunit l'électricité et le magnétisme en une seule entité : "L'accord des résultats semble montrer que la lumière et le magnétisme sont deux phénomènes de même nature et que la lumière est une perturbation électromagnétique se propageant dans l'espace suivant les lois de l'électromagnétisme" écrit-t-il dans son article *A Dynamical Theory of the Electromagnetic Field*. En 1905, Einstein met en évidence l'effet photoélectrique et en déduit que la lumière peut-être considérée comme un flux de corpuscules (les photons) d'énergie quantifiée $h\nu$ comme le soupçonnait Planck. Cette dualité fait partie du quotidien des astronomes et astrophysiciens qui se lancent dans des projets d'interférométrie, ou auscultent avec avidité le flux de photons par unité de surface et d'angle solide détectés sur une caméra CCD².

L'aspect ondulatoire de la lumière permet de décrire le concept de *front d'onde*, sur lequel nous allons beaucoup travailler par la suite. Par définition, un front d'onde est une surface équiphasé pour une largeur spectrale donnée. Imaginons que vous lanciez gratuitement une pierre dans la piscine remplie de votre voisin : il apparaît une onde mécanique sphérique qui se déplace à la surface de l'eau, en partant du lieu d'impact de la pierre, composée de bosses et de creux. La période spatiale des oscillations λ est appelée *longueur d'onde* et se mesure en mètres. La phase, à une distance donnée du point d'émission de l'onde, représente le rapport entre cette distance et la longueur de l'onde. Lorsque l'onde s'étend très loin de la source, le front d'onde devient localement plan.

1. Les particules hautes énergies, les neutrinos et peut-être bientôt les ondes gravitationnelles sont aussi porteurs d'information.

2. Coupled Charge Device



FIGURE 1.1: Illustration de la notion de surface d'onde par la tombée d'une pierre dans l'eau.

Pour comprendre pourquoi la surface d'onde est intéressante, il faut rappeler le théorème de Malus. Malus, ingénieur, physicien et mathématicien français a démontré que les rayons lumineux sont toujours perpendiculaires aux surfaces d'onde après un nombre quelconque de réflexions et réfractions dans les milieux isotropes. Puisque les surfaces d'onde provenant des étoiles peuvent être considérées comme planes, les rayons lumineux incidents sont parallèles entre eux. Par contre, si ce front d'onde subit des perturbations, notamment à cause de la turbulence atmosphérique, il ne sera plus plan et nos images s'en trouveront dégradées. L'optique adaptative nous permettra alors de compenser ces perturbations dans le but de restaurer le mieux possible la planéité du front d'onde.

1.2 Principe de formation des images

1.2.1 Phénomène de diffraction

Continuons dans notre description de la lumière comme un phénomène ondulatoire. Toujours en faisant par analogie de la propagation d'une vague à la surface de l'eau, nous pouvons constater des phénomènes bien étranges : le front d'onde rectiligne d'une onde se déplaçant à la surface de l'eau devient circulaire après la traversée d'une petite ouverture dans une digue. Évidemment il ne s'agit pas d'un tour de passe-passe mais d'un phénomène connu sous le nom de diffraction illustré en figure 1.2.



FIGURE 1.2: Exemple de diffraction d'une onde à la surface de l'eau : le front d'onde incident est rectiligne mais devient circulaire suite au passage d'une ouverture suffisamment étroite.

Encore une fois, ce phénomène est transposable à la lumière dont nous devons les premiers travaux de description à Christian Huygens en 1690 et la formalisation à Fresnel en 1815. Tout se base sur le principe de Huygens-Fresnel. Si une onde plane se propage à travers une ouverture très étroite, mais de dimension caractéristique plus grande que λ , elle ressort comme une onde sphérique à l'image de la vague traversant la digue. Maintenant, si nous multiplions le nombre de sous-ouvertures, l'onde résultante sera la somme de plusieurs ondes sphériques. Le principe de Huygens-Fresnel postule alors que l'onde diffractée par une pupille (\mathcal{P})³ est la somme de toutes les ondes sphériques (ondelettes) créées par les éléments infinitésimaux de cette surface. Dans l'hypothèse du modèle scalaire, c'est-à-dire que le champ électrique dans le plan objet $E_o(\mathbf{r})$ est une grandeur scalaire complexe, nous pouvons écrire :

$$E_o(\mathbf{r}) = A(\mathbf{r})e^{i\phi(\mathbf{r})}, \quad (1.1)$$

avec $A(\mathbf{r})$ l'amplitude et $\phi(\mathbf{r})$ la phase. Je reporte dans le tableau 1.1 les différentes notations concernant les variables que je vais utiliser dans ce manuscrit.

Grandeur	Plan pupille	Plan image
Coordonnées	\mathbf{r} (m)	$\boldsymbol{\alpha}$ (seconde d'angle)
Séparations	$\boldsymbol{\rho}$ (m)	
Fréquences spatiales	\mathbf{k} (m^{-1})	$\boldsymbol{\rho}/\lambda$ (secondes d'angle ⁻¹)
Fréquences temporelles	f (Hz)	f (Hz)

TABLEAU 1.1: Tableau récapitulatif des notations.

3. Il s'agit de l'ouverture d'un instrument qui délimite à la fois les rayons lumineux entrants pour chaque point source imagé par l'instrument, le nombre de photons et aussi la diffraction.

Nous cherchons maintenant l'expression du champ électrique diffracté dans le plan image $E_i(\boldsymbol{\alpha})$. On se place dans le cas de la diffraction de Fraunhofer : la distance entre l'écran est très grande devant la dimension caractéristique de la pupille, c'est-à-dire lorsque l'écran est optiquement à l'infini. Il est alors possible de démontrer que la relation entre champ électrique incident et diffracté devient :

$$E_i(\boldsymbol{\alpha}) \propto \iint_{\mathbb{R}^2} E_o(\mathbf{r})P(\mathbf{r})e^{\frac{2i\pi}{\lambda}\boldsymbol{\alpha}\mathbf{r}} d\mathbf{r}, \quad (1.2)$$

avec $P(\mathbf{r})$ la fonction pupille qui définit mathématiquement la pupille.

1.2.2 Description linéaire du système optique

Grâce à la relation de transformée de Fourier entre champ électrique incident et diffracté, le phénomène de diffraction, et les instruments optiques de façon plus générale, peuvent être représentés par des opérateurs linéaires. De plus, si le système est aussi invariant, alors il s'agit plus spécifiquement d'un filtre linéaire dont la sortie résulte d'un produit de convolution entre l'entrée et la réponse impulsionnelle du système.

Contrairement aux automaticiens qui s'intéressent généralement à des signaux paramétrés par le temps et causaux, les variables d'intérêt ici sont les dimensions spatiales sur le récepteur. La réponse impulsionnelle d'un système optique est alors l'image formée par une source infiniment concentrée en un point à l'entrée du système. Si la source est à l'infini, c'est la réponse à une onde plane $E_o(\mathbf{r}) = 1$. N'oublions pas que pour que ce formalisme soit valable, le système doit être invariant, ce qui signifie ici que si la source se décale d'une minute d'angle par exemple, son image par le système optique en fera de même et la réponse impulsionnelle sera inchangée. Il s'agit de la condition d'isoplanétisme du système optique.

La réponse impulsionnelle du système optique, ou autrement dit la Fonction d'Étalement de Point (FEP)⁴ est définie par l'expression suivante :

$$K_{\text{tel}}(\boldsymbol{\alpha}) \propto \left| \iint_{\mathbb{R}^2} E_o(\mathbf{r})P(\mathbf{r})e^{\frac{2i\pi}{\lambda}\mathbf{r}\boldsymbol{\alpha}} d\mathbf{r} \right|^2, \quad (1.3)$$

en considérant que $\iint_{\mathbb{R}^2} K_{\text{tel}}(\boldsymbol{\alpha})d\boldsymbol{\alpha} = 1$ pour normaliser l'énergie de la FEP. Dans un cas idéal où le télescope est parfait, c'est-à-dire sans aberrations optiques, et qu'il n'y a aucune turbulence, la FEP du télescope s'écrit $K_{\text{tel}}(\boldsymbol{\alpha}) \propto \left| \iint_{\mathbb{R}^2} P(\mathbf{r})e^{\frac{2i\pi}{\lambda}\boldsymbol{\alpha}\mathbf{r}} d\mathbf{r} \right|^2$. Un système optique répondant aux hypothèses précédemment citées est complètement caractérisé par la forme de sa pupille. On peut ainsi montrer que la FEP d'un télescope parfait de pupille circulaire de diamètre D et sans obstruction est :

$$K_{\text{tel}}(\boldsymbol{\alpha}) = \left(\frac{2J_1\left(\frac{\pi D\boldsymbol{\alpha}}{\lambda}\right)}{\frac{\pi D\boldsymbol{\alpha}}{\lambda}} \right)^2, \quad (1.4)$$

avec J_1 la fonction de Bessel d'ordre 1. Cette FEP particulière est plus généralement connue sous le nom de tache d'Airy, en honneur à Sir George Biddell Airy.

En imagerie, on s'intéresse à l'intensité lumineuse de l'objet $I_o(\boldsymbol{\alpha})$ et l'image $I_i(\boldsymbol{\alpha})$. L'image d'un objet quelque à travers le télescope peut alors s'écrire comme :

$$I_i(\boldsymbol{\alpha}) = (I_o * K_{\text{tel}})(\boldsymbol{\alpha}) = \iint_{\mathbb{R}^2} I_o(\boldsymbol{\beta}) \cdot K_{\text{tel}}(\boldsymbol{\beta} - \boldsymbol{\alpha}) d\boldsymbol{\beta}, \quad (1.5)$$

4. *Point Spread Function* en anglais.

1.2.3 Fonction de transfert optique d'un télescope

Les télescopes peuvent donc être perçus comme des systèmes linéaires dont la connaissance du comportement se résume à la connaissance de la forme de sa pupille. En appliquant la transformée de Fourier à l'équation 1.5, on montre que la transformée de Fourier de l'intensité dans le plan image \tilde{I}_i s'exprime comme :

$$\tilde{I}_i(\boldsymbol{\rho}/\lambda) = \tilde{I}_o(\boldsymbol{\rho}/\lambda) \cdot \tilde{K}_{\text{tel}}(\boldsymbol{\rho}/\lambda). \quad (1.6)$$

$\tilde{K}_{\text{tel}}(\boldsymbol{\rho}/\lambda)$ est appelée *Fonction de Transfert Optique (FTO)* du télescope déduite de la transformée de Fourier de la FEP. Or, d'après le théorème de Wiener-Khintchine, la FTO est aussi égale à l'auto-corrélation de la fonction pupille :

$$\tilde{K}_{\text{tel}}(\boldsymbol{\rho}/\lambda) \propto \iint_{\mathbb{R}^2} E_o(\mathbf{r})P(\mathbf{r})E_o^*(\mathbf{r} + \boldsymbol{\rho})P^*(\mathbf{r} + \boldsymbol{\rho})d\mathbf{r}. \quad (1.7)$$

Une coupe de la FTO d'un télescope en l'absence de turbulence atmosphérique permet de constater qu'un télescope se comporte comme un filtre spatial passe-bas. Autrement dit, la diffraction empêche d'observer des détails de faible dimension angulaire. Nous touchons en fait du doigt la notion de *résolution spatiale* d'un télescope. Toutes les fréquences angulaires plus grandes que $\frac{D}{\lambda}$ sont filtrées, c'est-à-dire que tous les détails angulaires plus petits que $\frac{\lambda}{D}$ sont inobservables, comme illustré en figure 1.3.

Par exemple, pour un télescope de 1 m et une longueur d'onde $\lambda = 550$ nm, le plus petit détail observable est de 0,11 seconde d'angle, alors que dans la bande K ($\lambda = 2,2 \mu\text{m}$) il sera de 0,45 seconde d'angle. À titre de comparaison, notre œil a une résolution d'environ 1 minute d'angle. Ainsi, plus le diamètre du télescope est grand, meilleure est sa résolution angulaire, d'où les motivations pour construire de nouveaux télescopes de l'extrême, comme l'*European-Extremely Large Telescope (E-ELT)*, avec un diamètre qui devrait avoisiner les trente à quarante mètres. Actuellement, le télescope le plus grand au monde est le *Gran Telescopio de Canaria* avec un diamètre du miroir primaire de 10,4 m.

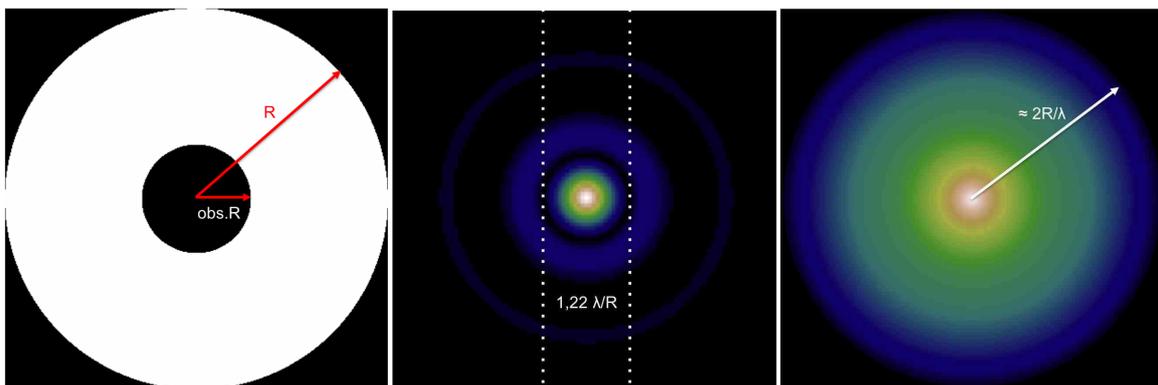


FIGURE 1.3: Illustration dans le cas d'une pupille avec obstruction centrale (gauche) de la FEP (milieu) et de la FTO (droite). Nous pouvons clairement distinguer le premier et le deuxième anneau sur la FEP ainsi que la coupure très nette de la FTO.

1.3 La turbulence mise à nue

1.3.1 Considérations physiques

Sois proche de tes amis et encore plus proche de tes ennemis nous dirait le réalisateur américain Francis Ford Coppola. L'atmosphère terrestre a un comportement complexe. Citons par exemple les *jet-streams* se déplaçant suivant les parallèles à cause de l'équilibre géostrophique⁵. L'atmosphère est donc en perpétuel mouvement, donnant lieu à des écoulements possiblement turbulents. La force de cette turbulence est généralement évaluée grâce au nombre de Reynolds défini par :

$$\mathcal{R}_e = \frac{vL}{\nu_0}, \quad (1.8)$$

avec v la vitesse caractéristique de l'écoulement, L la taille transverse de l'écoulement et $\nu_0 = 15 \times 10^{-6} \text{ m}^2\text{s}^{-1}$ la viscosité typique de l'air. Pour $v=1 \text{ m/s}$ et $L = 15 \text{ m}$, le nombre de Reynolds est de 10^6 , ce qui correspond à une turbulence pleinement développée. Contrairement à la turbulence diurne qui est induite principalement par le flux solaire, la turbulence nocturne tire son origine du choc entre deux couches atmosphériques en mouvement et à des températures différentes. À l'interface entre ces couches apparaissent alors des fluctuations de température qui entraînent des fluctuations d'indice optique de l'air sur le trajet des rayons lumineux.

Plus précisément, pour un gaz parfait, la masse volumique est proportionnelle au rapport entre la pression et la température de ce gaz. De plus, la loi de Gladstone empirique stipule que l'indice optique est lié à cette masse volumique via une relation affine. Si P est la pression mesurée en Pascal et T la température mesurée en Kelvin, la variation d'indice optique s'exprime comme ([Roddier, 1981]) :

$$\Delta n = 80 \times 10^{-6} \times \frac{P}{T^2} \Delta T, \quad (1.9)$$

avec $\Delta n = n - \mathbb{E}[n]$ et $\Delta T = T - \mathbb{E}[T]$, où $\mathbb{E}[X]$ est l'espérance statistique de la variable aléatoire X . Il en résulte que les rayons lumineux sont réfractés de façon aléatoire et le front d'onde, alors initialement plan, se retrouve déformé. Une des problématiques qui nous concerne est l'impact de la turbulence atmosphérique au niveau du plan image du télescope.

La seule marche de manœuvre possible est d'étudier les propriétés statistiques de la turbulence. En 1941, Kolmogorov ([Kolmogorov, 1941]) propose une théorie basée sur l'hypothèse d'un transfert d'énergie en cascade dans le cas d'une turbulence pleinement développée. Il suppose que l'énergie est injectée à une grande échelle spatiale L_0 (de l'ordre d'une centaine de mètres), puis se transmet à des échelles de plus en plus petites jusqu'à être dissipée par la viscosité du milieu.

Si nous reprenons l'équation 1.1, il faut alors considérer que l'amplitude et la phase sont des variables aléatoires. En particulier, les variations de l'amplitude sont connues sous le nom de *scintillation*. Dans notre cas, nous négligerons le phénomène de scintillation et nous concentrerons sur les variations de la phase.

1.3.2 Fluctuations statistiques de l'indice de réfraction

Le front d'onde est perturbé par les fluctuations de l'indice de réfraction de l'atmosphère sur la ligne de visée. Ces variations d'indice entraînent des variations de chemin optique parcouru par les faisceaux. Si $n(\mathbf{r}, h)$ est l'indice optique de l'atmosphère au point \mathbf{r} et à l'altitude h , alors le chemin optique des rayons lumineux à travers une couche d'épaisseur dh à l'altitude h

5. Il s'agit d'une simplification de l'équation de Navier-Stokes : les gradients de pression sont compensés par la force de Coriolis subie par les masses d'air en mouvement.

s'écrit de la façon suivante :

$$\delta_n(\mathbf{r}, h) = \int_h^{h+dh} n(\mathbf{r}, l) dl. \quad (1.10)$$

Ces variations de chemin optique engendrent alors des fluctuations de phase par la relation :

$$\phi(\mathbf{r}, h) = \frac{2\pi}{\lambda} \delta_n(\mathbf{r}, h). \quad (1.11)$$

Pour caractériser les propriétés statistiques de ces fluctuations de phase, il nous faut alors déterminer quelles sont celles des fluctuations de l'indice de réfraction. La grandeur qui permet de poser les bases de cette détermination est la fonction de structure de l'indice : ([Roddier, 1981]) :

$$D_n(\boldsymbol{\rho}, h) = \mathbb{E} \left[(n(\mathbf{r}, h) - n(\mathbf{r} + \boldsymbol{\rho}, h))^2 \right]. \quad (1.12)$$

Cette fonction caractérise à quel point l'indice optique évolue spatialement. Kolmogorov a alors établi sa première hypothèse de similarité d'une turbulence homogène et isotrope : à une échelle petite devant l'échelle d'injection de l'énergie, la fonction de structure ne dépend que de la puissance massique introduite dans le système, de la viscosité du milieu et de $\boldsymbol{\rho}$. Enfin, il fait sa deuxième hypothèse de similarité : à cette même échelle, la dissipation n'intervenant pas, la fonction de structure ne dépend plus de la viscosité. À partir de la loi d'Obukhov, il est alors possible de démontrer que ([Roddier, 1981]) :

$$D_n(\rho, h) = C_n^2(h) \rho^{2/3}, \quad (1.13)$$

avec $\rho = \|\boldsymbol{\rho}\|$ et $C_n^2(h)$ la constante de structure de l'indice de réfraction exprimée en $\text{m}^{-2/3}$. Cette grandeur décrit la distribution de la force de la turbulence en altitude, et permet de chiffrer, d'une part la stratification de l'atmosphère, d'autre part la force de la turbulence à une altitude donnée. J'entends par force, la capacité à augmenter l'écart quadratique de la phase entre deux points séparés d'une distance ρ , comme le suggère l'équation 1.12. À partir des équations 1.10 et 1.11, on peut alors remonter aux caractéristiques statistiques de la phase.

1.3.3 Statistiques des fluctuations de la phase dans le plan pupille

La phase au niveau du plan pupille du télescope résulte de la somme cumulée de perturbations causées par des couches turbulentes à différentes altitudes. On parle alors de distribution verticale de la turbulence au-dessus du télescope, en prenant comme origine le plan pupille du télescope. Les couches turbulentes proches de 0 km correspondent à la couche au sol, alors que les couches en altitude peuvent atteindre des altitudes de l'ordre de 20 km au-dessus du télescope. Nous verrons que la connaissance de ce profil turbulent est le cœur de la reconstruction tomographique.

On fait tout d'abord l'hypothèse que le profil turbulent est constitué de couches turbulentes discrètes et statistiquement indépendantes entre-elles. Autrement dit, la phase ϕ dans le plan pupille du télescope résulte de la somme des phases turbulentes ϕ_l introduites par chaque couche turbulente d'altitude h_l :

$$\phi(\mathbf{r}) = \sum_{l=1}^{n_1} \phi_l(\mathbf{r}, h_l). \quad (1.14)$$

D'après l'équation 1.13, la structure de la phase turbulente due à une couche turbulente d'altitude h et d'épaisseur δh peut s'écrire ([Roddier, 1981]) :

$$D_\phi(\rho, h) = 2,91 \left(\frac{2\pi}{\lambda} \right)^2 C_n^2(h) \delta h \rho^{5/3}. \quad (1.15)$$

Nous pouvons alors en déduire la fonction de structure de la phase dans le plan pupille, pour une turbulence pleinement développée, après intégration sur l'altitude ([Roddier, 1981]) :

$$D_\phi(\rho) = 6,88 \left(\frac{\rho}{r_0} \right)^{5/3}, \quad (1.16)$$

avec r_0 , le paramètre dit de Fried se mesurant en mètres ([Fried, 1965]). Il permet d'évaluer la force globale de la turbulence et dépend de la distribution verticale de la turbulence $C_n^2(h)$ de la façon suivante :

$$r_0 = \left[0,423 \left(\frac{2\pi}{\lambda} \right)^2 \frac{1}{\cos(\gamma)} \int_0^{+\infty} C_n^2(h) dh \right]^{-3/5}, \quad (1.17)$$

où γ est l'angle zénithal. Nous avons donc une expression simple de la fonction de structure de phase qui ne dépend que de la séparation ρ et du paramètre de Fried r_0 . Plus r_0 est grand, moins l'écart quadratique de la phase est important à une distance ρ donnée.

Ce paramètre, comme nous l'expliciterons dans les paragraphes suivants, va nous permettre d'évaluer la force globale de la turbulence et la dégradation des images due à la turbulence atmosphérique. Comme le souligne l'équation 1.17, il n'est pas achromatique mais dépend de $\lambda^{6/5}$, autrement dit :

$$r_0(\lambda_2) = r_0(\lambda_1) \left(\frac{\lambda_2}{\lambda_1} \right)^{6/5}. \quad (1.18)$$

Typiquement, dans le visible ($\lambda_{vis} \sim 486$ nm pour H_β par exemple), le paramètre de Fried est de l'ordre de la dizaine de centimètres. Ainsi, en bande K ($\lambda_K = 2,2$ μ m) nous avons $r_0(\lambda_K) = 55$ cm d'après l'équation précédente. La variance de la phase, qui dépend de $(D/r_0)^{-5/3}$ est donc quinze fois moins importante dans l'infra-rouge que dans le visible. De ce simple calcul, on remarque déjà qu'il est plus facile de faire une image haute résolution dans l'infra-rouge que dans le visible, en ne tenant compte que de la turbulence.

Sous l'hypothèse de Kolomogorov, le spectre des fluctuations spatiales de la phase s'écrit de la façon suivante ([Roddier, 1981]) :

$$W_\phi^K(\mathbf{k}) = 0,023 r_0^{-5/3} \mathbf{k}^{-11/3}. \quad (1.19)$$

Ce résultat stipule que ces fluctuations de phase varient en $\mathbf{k}^{-11/3}$, c'est-à-dire que l'essentiel de l'énergie se situe dans les très basses fréquences spatiales. Le spectre de Kolmogorov souffre cependant d'une anomalie : il est non intégrable pour les basses fréquences spatiales. Ce spectre est valable dans un domaine restreint, dit inertiel, entre l'échelle interne et l'échelle externe. Cette divergence concerne uniquement la fréquence nulle, soit pour une variation spatiale nulle sur l'ensemble de la pupille. Il s'agit en fait d'une constante sur la phase qui n'a pas d'impact en imagerie, mais qui est cruciale en interférométrie.

Pour pallier ce défaut, on utilise généralement le spectre de Von-Karman qui comprend un terme de saturation aux basses fréquences spatiales ([von Karman, 1948]) :

$$W_\phi^{VK}(\mathbf{k}) = 0,023 r_0^{-5/3} \left(\mathbf{k}^2 + \frac{1}{L_0} \right)^{-11/6} \quad (1.20)$$

Ainsi, seulement deux paramètres interviennent dans ce modèle : le paramètre de Fried r_0 et l'échelle externe L_0 . Comme le suggère le spectre de Von-Karman, l'inverse de l'échelle externe représente une fréquence de coupure en-deçà de laquelle l'énergie ne croît plus. Cela traduit aussi que la turbulence n'est plus corrélée spatialement sur des distances supérieures à l'échelle externe.

1.3.4 Dualité des aspects spatiaux et temporels

Je me suis concentré pour le moment sur les aspects spatiaux de la turbulence. Qu'en est-il de son comportement temporel ? Pour répondre à cette question, on se place dans le cadre d'une turbulence gelée⁶, c'est-à-dire que les fluctuations temporelles de la phase sont dominées par le déplacement uniforme des couches atmosphériques devant leur évolution propre ([Taylor, 1938]). Alors, il existe une similitude entre les fluctuations spatiales et temporelles de la phase, qui réside alors dans la vitesse du vent \bar{v} qui tient compte du profil turbulent ([Greenwood, 1977]) :

$$\bar{v} = \left(\frac{\int_0^{+\infty} C_n^2(h) v^{5/3}(h) dh}{\int_0^{+\infty} C_n^2(h) dh} \right)^{3/5}. \quad (1.21)$$

Les fluctuations spatiales de la phase sont figées mais se déplacent suivant la direction du vent. Ainsi, dans une atmosphère turbulente composée de cellules de taille caractéristique r_0 , on peut définir un temps de cohérence ([Greenwood, 1977]) :

$$\tau_0 = 0,314 \frac{r_0}{\bar{v}}, \quad (1.22)$$

qui représente le temps typique de corrélation. Dans le visible, et pour une seule couche turbulente, nous avons $\bar{v}=1$ à 10 m/s soit un temps de cohérence d'environ 30 à 3 ms. De plus, dans le cas d'une turbulence gelée, la fonction de structure des variations temporelles de la phase prend la forme suivante :

$$D_\phi(t) = 6,88 \left(\frac{t}{\tau_0} \right)^{5/3}, \quad (1.23)$$

ce qui est la même forme que dans le cas spatial de l'équation 1.16. Plus τ_0 est grand, plus la corrélation temporelle est faible. Cela nous permet avec la même procédure d'exprimer la densité spectrale de puissance des variations temporelles de la phase :

$$W_\phi^K(f) = 0,077 \tau_0^{-5/3} f^{-8/3}. \quad (1.24)$$

Sous l'hypothèse de Taylor, le spectre temporel de la turbulence est dominé par les basses fréquences temporelles, avec une fréquence de coupure de l'ordre $1/\tau_0$, au-delà de laquelle le spectre décroît rapidement.

6. *Frozen Flow* en anglais

1.4 Impact de la turbulence sur les images

1.4.1 Fonction de transfert optique en présence de turbulence

Maintenant que nous avons quelques éléments sur la statistique des fluctuations de la phase dans le plan pupille, nous pouvons nous intéresser à la FTO du télescope en présence de turbulence. En considérant une phase turbulente stationnaire, ce qui est le cas dans l'hypothèse de Kolmogorov, la FTO totale est le produit des FTO du télescope et de la turbulence ([Rodier, 1981]). Nous avons déjà fait la moitié du travail lors du paragraphe 1.2.3, il ne reste plus qu'à calculer la FTO de la turbulence en supposant le diamètre du télescope infini. Le calcul de l'auto-corrélation de la fonction pupille se réduit alors à :

$$\tilde{K}_\phi(\boldsymbol{\rho}/\lambda) = \mathbb{E} [E_0(\mathbf{r})E_0^*(\mathbf{r} + \boldsymbol{\rho})]. \quad (1.25)$$

En négligeant le phénomène de scintillation, nous avons alors $E_o(\mathbf{r}) = e^{i\phi(\mathbf{r})}$, ce qui permet d'écrire :

$$\tilde{K}_\phi(\boldsymbol{\rho}/\lambda) = \mathbb{E} [\exp(i[\phi(\mathbf{r}) - \phi(\mathbf{r} + \boldsymbol{\rho})])]. \quad (1.26)$$

Puisque la phase au sol est la somme d'un grand nombre de contributions aléatoires, il est raisonnable de supposer, théorème central limite à l'appui, qu'elle suit une statistique gaussienne centrée. La différence de phase suit alors elle aussi une statistique gaussienne. Ainsi, la FTO est alors la fonction caractéristique de la différence de phase. Alors, la fonction de transfert est la fonction caractéristique de la variable aléatoire $\phi(\mathbf{r}) - \phi(\mathbf{r} + \boldsymbol{\rho})$, ce qui nous permet d'écrire grâce aux propriétés des fonctions caractéristiques des fonctions gaussiennes :

$$\tilde{K}_{\text{tel}}(\boldsymbol{\rho}/\lambda) = \exp\left(-\frac{1}{2}\mathbb{E}[(\phi(\mathbf{r}) - \phi(\mathbf{r} + \boldsymbol{\rho}))^2]\right), \quad (1.27)$$

ce qui permet de faire intervenir la fonction de structure de la phase turbulente dans la FTO de la turbulence :

$$\tilde{K}_\phi(\boldsymbol{\rho}/\lambda) = \exp\left(-\frac{1}{2}D_\phi(\boldsymbol{\rho})\right). \quad (1.28)$$

La FTO finale combinant à la fois les caractéristiques du télescope et de la turbulence peut alors s'écrire :

$$\tilde{K}_{\text{IR}}(\boldsymbol{\rho}/\lambda) = \tilde{K}_{\text{tel}}(\boldsymbol{\rho}/\lambda) \exp\left(-\frac{1}{2}D_\phi(\boldsymbol{\rho})\right). \quad (1.29)$$

1.4.2 Impact du temps de pose sur les images

On dit qu'une pose est courte lorsque le temps d'intégration est petit devant le temps de cohérence de la turbulence. Ces images courtes poses sont composées de tavelures⁷ qui sont en fait des taches de taille caractéristique λ/D et réparties dans un diamètre λ/r_0 . Si nous supposons que la surface de taille $(\lambda/r_0)^2$ est remplie de taches de taille $(\lambda/D)^2$, alors il y a environ $(D/r_0)^2$ tavelures dans une image.

Pour des temps de pose long devant le temps de cohérence, on observe un effet de moyennage de ces tavelures. L'image finale sera alors une tache unique de taille λ/r_0 , baptisée *seeing*. Par exemple, dans le visible avec un $r_0 = 10$ cm à $\lambda = 500$ nm, le *seeing* est typiquement d'une seconde d'angle. Ainsi, plus ce *seeing* est élevé, plus la turbulence affecte les images. Remarquons que le *seeing* est moins chromatique que le r_0 puisqu'il ne dépend plus que de $\lambda^{-1/5}$.

7. *Speckles* en anglais

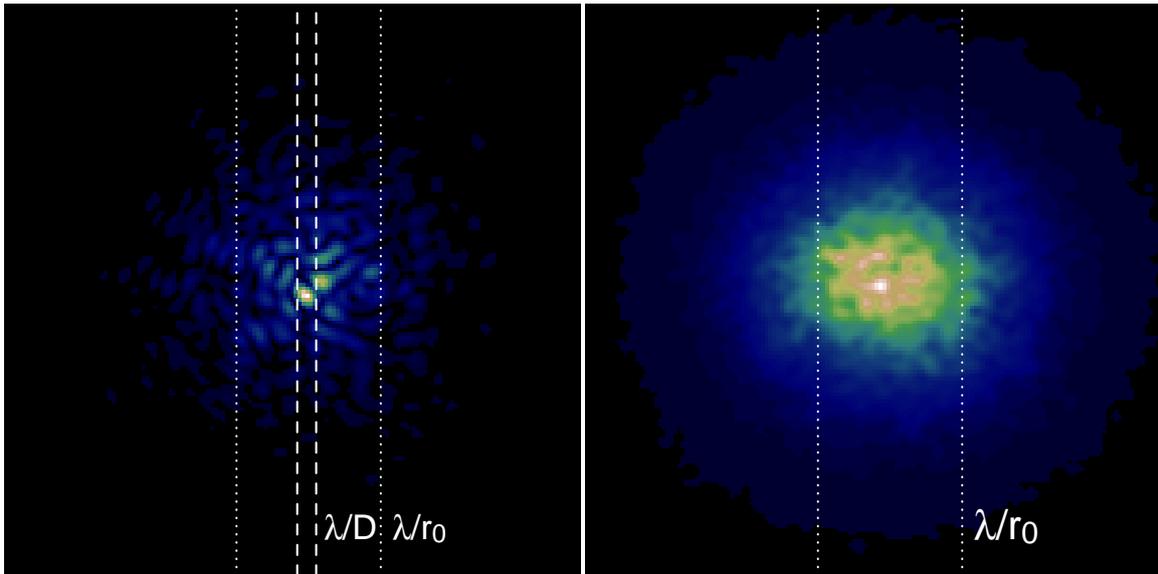


FIGURE 1.4: **Gauche** : Illustration d'une FEP turbulente simulée dans le cas d'une courte pose sur laquelle apparaissent les tavelures de tailles λ/D réparties dans une tache de diamètre environ λ/r_0 . **Droite** : Illustration d'une FEP issue de la même simulation dans le cas longue pose. On y distingue une tache de largeur angulaire λ/r_0 . (Crédit : Jonathan Exposito)

1.4.3 Résolution angulaire

La résolution angulaire est un nombre adimensionnel qui permet de quantifier le plus petit détail angulaire mesurable dans le plan image. Roddier ([Roddier, 1981]) définit la résolution angulaire comme l'intégrale de la FTO sur l'espace des fréquences :

$$\mathcal{R}_{\text{IR}} = \iint_{\mathbb{R}^2} \tilde{K}_{\text{IR}}(\boldsymbol{\rho}/\lambda) d\boldsymbol{\rho}/\lambda, \quad (1.30)$$

Cette intégrale mesure le domaine de fréquences spatiales qui est observable. Il s'agit d'une grandeur intégrée qui tient compte des deux coordonnées spatiales. Pour une pupille circulaire de diamètre D , on peut montrer que $\mathcal{R}_{\text{tel}} = \frac{\pi}{4} \left(\frac{D}{\lambda}\right)^2$.

Roddier a aussi démontré que la résolution d'un télescope de diamètre infini limitée par la turbulence est alors $\mathcal{R}_{\phi} = \frac{\pi}{4} \left(\frac{r_0}{\lambda}\right)^2$ ([Fried, 1966]). On retrouve alors la définition du paramètre de Fried comme la taille équivalente d'un télescope dont la résolution angulaire est limitée par la turbulence et non par la diffraction ([Fried, 1966]).

1.4.4 Rapport de Strehl

Nous avons passé en revue les principaux phénomènes introduits par la turbulence. Notre objectif est alors de s'en affranchir au mieux, encore faut-il pouvoir chiffrer ce mieux sur les images. Les deux grandeurs permettant de le faire sont le rapport de Strehl (SR) et l'énergie encadrée, deux nombres adimensionnels fréquemment exprimés en pourcent. Ainsi, une image de résolution maximale (limitée par la diffraction d'un télescope parfait) sera associée à un rapport de Strehl de 1. Sa définition est le rapport entre l'intensité au centre de la FEP mesurée et celle de la FEP dans la même direction dans le cas limité par la diffraction :

$$\text{SR} = \frac{K_{\text{IR}}(\boldsymbol{\alpha} = 0)}{K_{\text{tel}}(\boldsymbol{\alpha} = 0)}. \quad (1.31)$$

Cette première définition permet de remarquer qu'un décalage de l'image par exemple suffit à obtenir de très mauvais Strehl.

De plus, rappelons que la valeur d'un signal à son origine est aussi égale à l'intégrale de sa transformée de Fourier sur le domaine valide des fréquences. En d'autres termes, le rapport de Strehl se mesure aussi par le rapport des résolutions d'après l'équation 1.30 :

$$\text{SR} = \frac{\mathcal{R}_{\text{IR}}}{\mathcal{R}_{\text{tel}}}. \quad (1.32)$$

Il devient alors explicite qu'un instrument optique qui restitue des images avec un rapport de Strehl de 1 est un instrument qui compense totalement la turbulence et les aberrations statiques et atteint la résolution angulaire limite de la diffraction d'un télescope parfait.

Le rapport de Strehl est un chiffre permettant de mesurer une qualité d'image, une résolution angulaire par rapport au cas limite de la diffraction. Cependant, l'astronome ne recherche pas toujours la résolution angulaire, en particulier en spectroscopie classique. L'énergie encadrée⁸ exprime le pourcentage d'énergie collectée sur un domaine carré du plan focal, centré sur l'origine, et d'une taille donnée. Elle est définie via le rapport entre l'énergie contenue dans le domaine carré de diamètre w et l'énergie totale de la FEP :

$$EE(w) = \frac{1}{\mathcal{R}_{\text{IR}}} \iint_{-w/2}^{w/2} K_{\text{IR}}(\boldsymbol{\alpha}) d\boldsymbol{\alpha} \quad (1.33)$$

Si cette énergie encadrée vaut 100 %, c'est que toute l'énergie a été canalisée dans ce domaine, dont le diamètre est généralement donnée en milli-secondes d'angle de coté.

8. *Ensquared Energy* (EE) en anglais.

Chapitre 2

L'optique adaptative

Je décris dans ce chapitre l'idée générale de l'Optique Adaptative (OA) en m'appuyant sur les notions que j'ai déjà introduites précédemment. Je vais notamment expliciter les moyens d'analyser le front d'onde, de le corriger, ainsi que les erreurs et les limitations des instruments d'optique adaptative.

2.1 Concept de la correction par optique adaptative

Revenons sur notre objectif initial : nous souhaitons observer une source scientifique dans le but de faire de l'imagerie ou de la spectroscopie (ou les deux) de cette source. J'ai déjà mis en évidence que la traversée de l'atmosphère par le front d'onde perturbe l'image et réduit considérablement la résolution angulaire. Pour revenir à la résolution maximale permise par le télescope, il faudrait introduire l'exact opposé des retards de phase causés par la turbulence.

L'optique adaptative est basée sur la compensation de ces retards de phase grâce à un Miroir Déformable (MD) qui peut se déformer sur quelques microns. Le résultat de cette compensation est ensuite mesuré par un Analyseur de Surface d'Onde (ASO) dont la mesure va permettre d'évaluer la phase résiduelle. Ensuite, un ordinateur de contrôle (RTC pour *Real-Time Computer*), dans lequel est implanté une loi de contrôle, va, à partir des mesures présentes et passées de l'ASO, déterminer comment commander le miroir déformable pour réguler la mesure de l'ASO à une valeur étalonnée préalablement. Ces trois éléments forment alors une boucle fermée de régulation de la forme du front d'onde comme illustré en figure 2.1.

On peut citer particulièrement COME-ON, la première OA en astronomie, qui a été initialement testée au télescope de 1,5 m à l'observatoire de haute-Provence avant d'être installée au télescope de 3,6 m de l'ESO à la Silla au Chili ([Rousset et al., 1990]).

Le front d'onde ainsi corrigé est délivré à une caméra qui va faire l'image de la source scientifique avec compensation de la turbulence atmosphérique. Puisque les fluctuations de chemin optique dues à la turbulence sont très peu chromatiques, la longueur d'onde d'analyse de la turbulence a peu d'importance. Généralement, l'analyse est faite dans le visible pour bénéficier d'une meilleure performance des détecteurs dans ce domaine de longueur d'onde (rapidité et sensibilité), alors que les photons IR sont utilisés pour l'analyse astrophysique. Dans certains cas, il est nécessaire d'analyser la turbulence dans l'infra-rouge lorsque la source d'analyse est trop peu lumineuse dans le visible, on parle d'analyse de front d'onde IR. La source scientifique est généralement observée dans l'infra-rouge car les performances de la compensation du front d'onde sont meilleures à grand λ , et l'intérêt astrophysique pour l'infra-rouge est fort.

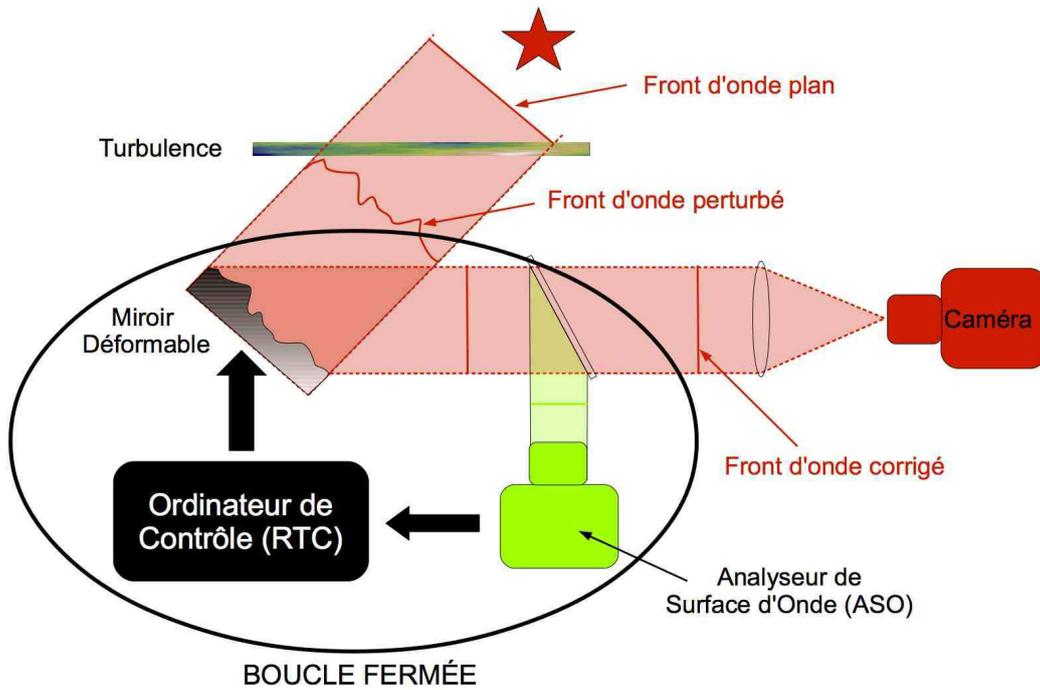


FIGURE 2.1: La boucle de régulation composée d'un miroir déformable, d'un analyseur de surface d'onde et d'un Ordinateur de contrôle (*Real-Time Computer*) vise à rendre le front d'onde le plus plan possible pour compenser les fluctuations de la phase engendrées principalement par la turbulence.

La compensation de la phase turbulente est illustrée en figure 2.2. Il s'agit de deux images en bande H (1670 nm) obtenues par l'instrument CANARY sur le *William Hershel Telescope*, couplé avec la caméra IR CAMICAZ en Juillet 2013 sur une binaire en boucle ouverte et boucle fermée. L'optique adaptative nous permet de séparer correctement le compagnon.

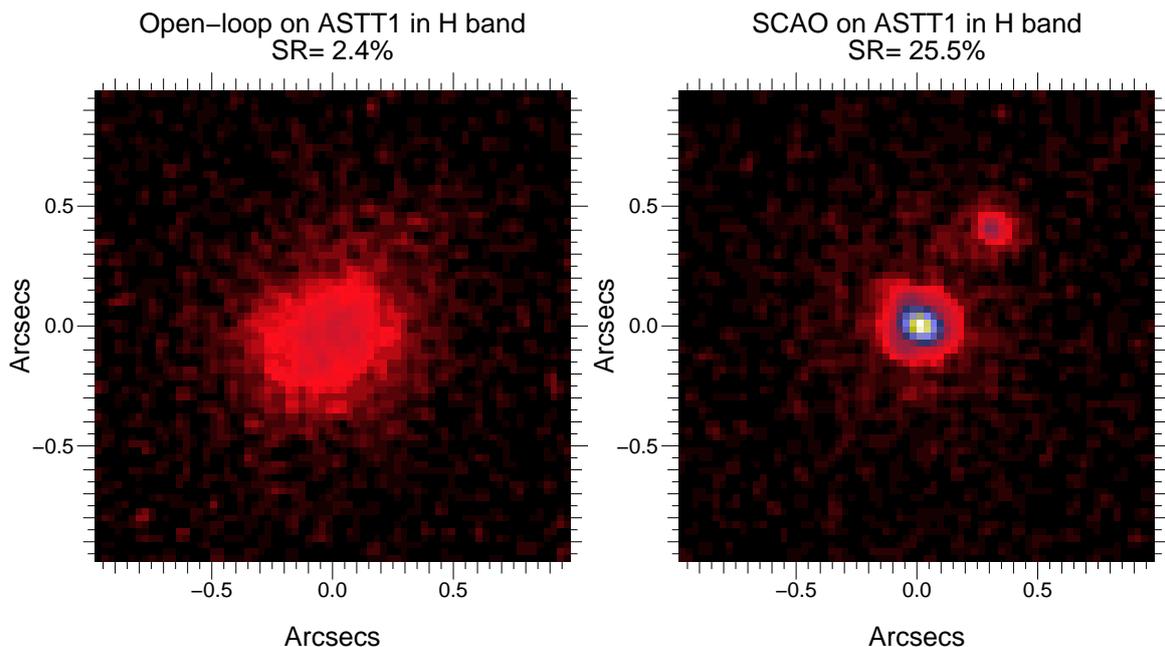


FIGURE 2.2: Images en bande H obtenues par CANARY au WHT avec la caméra IR CAMICAZ sur une binaire en boucle ouverte et boucle fermée.

2.2 L'analyse de front d'onde

2.2.1 Principe du Shack-Hartmann

Intéressons-nous maintenant au principe de l'analyse de front d'onde. Il existe plusieurs types d'ASO qui mesurent généralement une grandeur proportionnelle à la déformation du front d'onde. L'analyseur le plus connu et le plus répandu est sans aucun doute l'analyseur Shack-Hartmann (SH). D'autres types d'analyseurs existent comme l'analyseur à courbure ([Roddier and Roddier, 1988]), à pyramide ([Ragazzoni, 1996]) ou bien l'analyseur haute résolution YAW ([Gendron et al., 2009],[Brangier, 2012]) mais je ne rentrerai pas dans les détails ici.

Le principe de l'analyseur du SH consiste à réaliser un échantillonnage spatial du front d'onde dans le plan pupille grâce à une matrice de micro-lentilles comme illustré en figure 2.3. Chacune de ces lentilles découpe la pupille en plusieurs *sous-pupilles*, zone sur laquelle l'ASO va mesurer l'angle d'arrivée local du front d'onde. Les faisceaux incidents vont ainsi converger au plan focal des micro-lentilles, pour former un *spot* lumineux. Sa position est fixe si le front d'onde est complètement invariant. Le principe est de mesurer le vecteur de séparation entre les spots ainsi formés et cette référence, on parle alors de *vecteur de pentes*. La référence est établie en étalonnant la position des spots qui correspondent à un front d'onde plan pour la caméra IR.

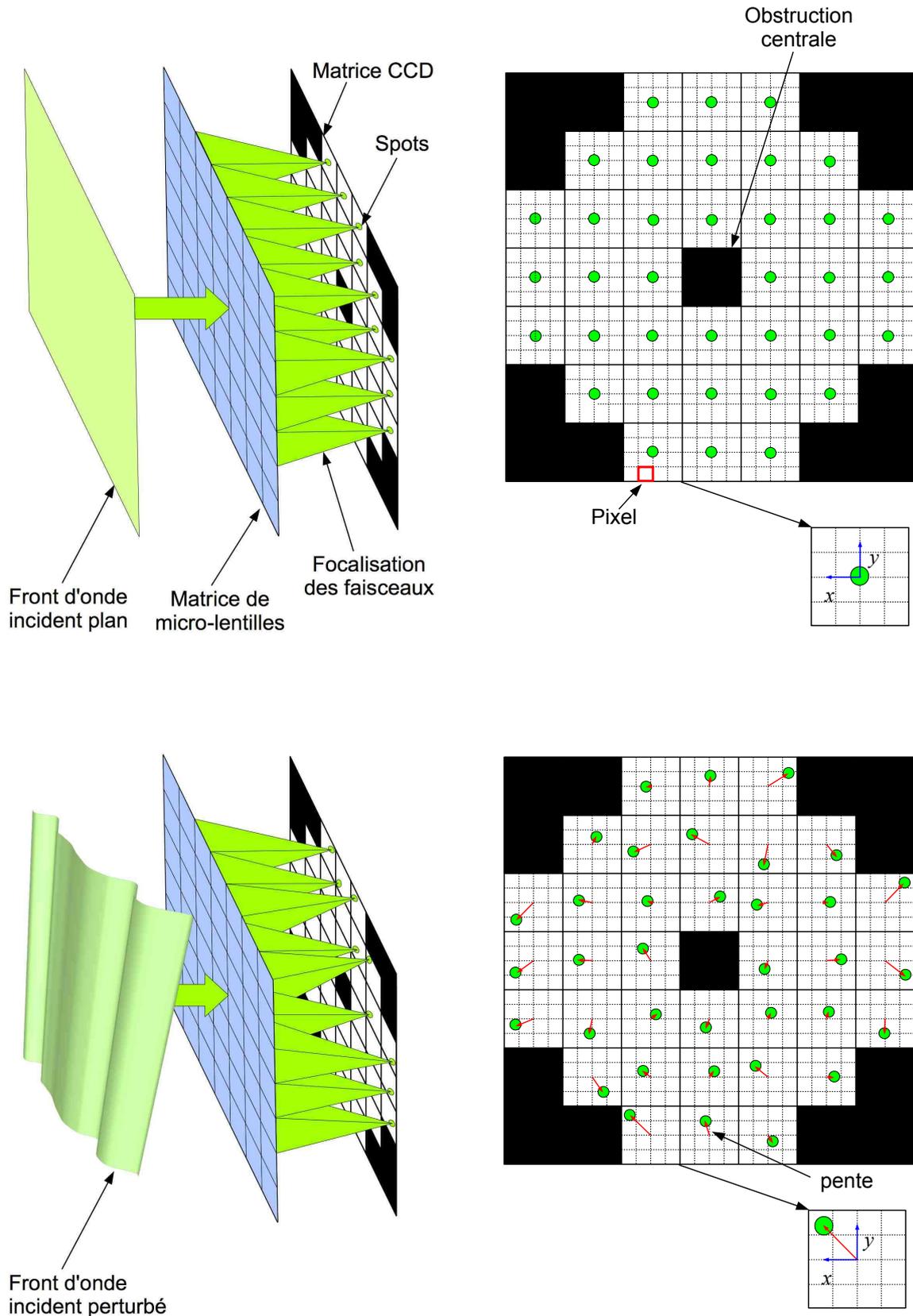


FIGURE 2.3: Principe de l'analyseur de front d'onde de type Shack-Hartmann. Le front d'onde est spatialement échantillonné par la matrice de micro-lentilles. Les faisceaux sous-tendus par les sous-pupilles convergent ainsi dans le plan focal des micro-lentilles, pour former un spot. La position du spot par rapport à la mesure étalonnée donne le gradient local du front d'onde, ou encore la pente moyenne locale.

2.2.2 Expression de la mesure

J'explicite en figure 2.4 que la position des spots est une grandeur proportionnelle à l'angle d'arrivée local du front d'onde. Si f_{ml} est la focale des micro-lentilles et α_i l'angle moyen du front d'onde dans la $i^{\text{ième}}$ sous-pupille, la pente \mathbf{S}_i vaut alors :

$$\mathbf{S}_i = f_{ml} \times \alpha_i + \mathbf{S}_i^{\text{ref}}, \quad (2.1)$$

avec $\mathbf{S}_i^{\text{ref}}$ le vecteur de référence donnée pour la $i^{\text{ième}}$ sous-pupille. De plus, cet angle moyen peut être exprimé en fonction du chemin optique et de la taille de la sous-pupille d par :

$$\alpha_i = \delta_i/d. \quad (2.2)$$

La position du spot donne donc une mesure linéaire du gradient local de la phase sur la sous-pupille ([Rousset et al., 1987]) :

$$\mathbf{S}_i \propto \frac{\lambda}{2\pi} \iint_{\mathcal{SP}_i} \nabla \phi(\mathbf{r}_i) d\mathbf{r}_i \quad (2.3)$$

avec \mathcal{SP}_i le domaine géométrique défini par la forme de la sous-pupille i .

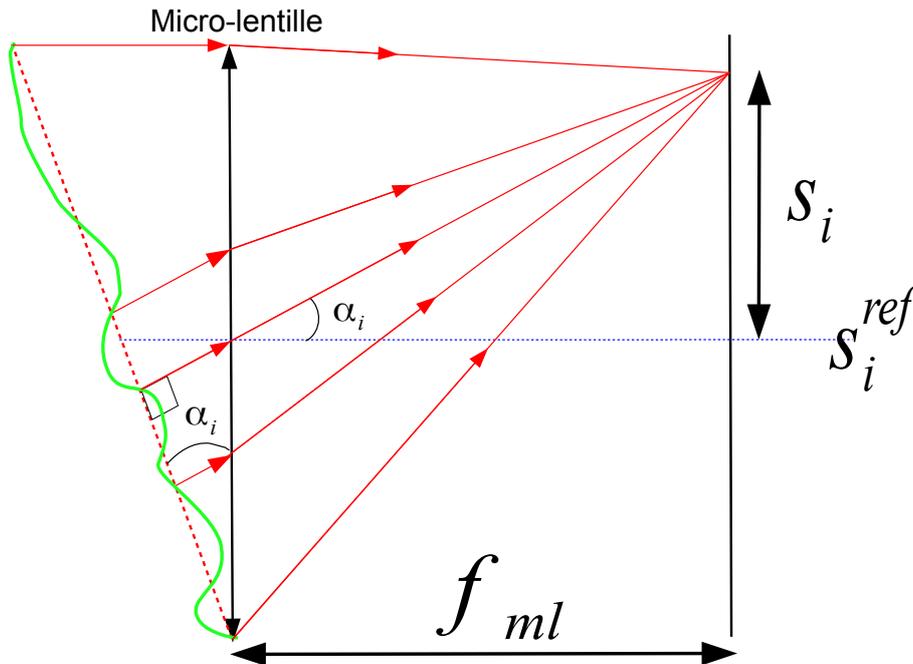


FIGURE 2.4: Coupe de la mesure \mathbf{S}_i de la position du spot faite par le SH par rapport à la position de référence $\mathbf{S}_i^{\text{ref}}$. La position est directement reliée à l'angle d'arrivée local du front d'onde, c'est-à-dire au gradient local de la phase.

Néanmoins, la taille physique des sous-pupilles dans le plan pupille (60 cm sur CANARY) est généralement plus grande que le r_0 moyen lors des observations, généralement d'une dizaine de centimètres à la longueur d'onde d'observation de l'ASO. C'est alors le seeing qui limite la taille des spots et non la diffraction par la sous-pupille. De plus, la caméra de l'ASO, placée au plan focal des micro-lentilles, échantillonne les spots grâce à ses pixels. La mesure de la position des spots est alors entachée d'un bruit de lecture et de photons.

Pour atténuer l'impact des tavelures et du bruit de la caméra sur l'estimation de la position des spots, on utilise généralement un algorithme de centre de gravité sur l'intensité des pixels.

Il consiste à pondérer la position de chaque pixel de la caméra, pour une sous-pupille donnée, par l'intensité mesurée sur ce pixel ([Rousset et al., 1987]) :

$$\hat{\mathbf{S}}_i = \frac{\sum_{i,j} \mathbf{r}_{ij} I_{ij}}{\sum_{i,j} I_{ij}} \quad (2.4)$$

avec I_{ij} et \mathbf{r}_{ij} respectivement l'intensité lumineuse et la position du pixel (i, j) .

Afin de diminuer l'impact du bruit, une méthode de seuillage des intensités est utilisée, en calculant le centre de gravité sur les pixels les plus brillants ([Basden et al., 2012]). Il existe aussi des algorithmes différents basés sur le calcul du maximum de la corrélation spatiale du spot par exemple ([Thomas et al., 2006]).

2.2.3 Perturbations de la mesure

Une des premières perturbations qui polluent la mesure est le bruit. Nous pouvons en particulier distinguer les bruits instrumentaux de lecture (*Read out Noise*) et de fluctuations du courant d'obscurité qui peuvent être raisonnablement considérés comme des processus Gaussiens. De plus, il faut ajouter le bruit de photons dû au nombre fini de photons n_{ph} qui suit une statistique de Poisson de variance égale au nombre de photon-électrons.

Le bruit de lecture engendre une variance σ_{RON}^2 sur l'estimation de la phase par la méthode du centre de gravité. Elle peut s'exprimer de la façon suivante ([Rousset et al., 1987]) :

$$\sigma_{\text{RON}}^2 = \frac{\pi^2}{3} \frac{\sigma_e^2 N_d^2}{n_{\text{ph}}^2} \left(\frac{N_S}{N_d} \right)^4, \quad (2.5)$$

avec σ_e^2 la variance du bruit du détecteur en photo-électrons par pixels et par trame, N_d la largeur à mi-hauteur du spot en l'absence de turbulence et N_S le nombre de pixels utilisés dans le calcul du centre de gravité. Ce bruit va intervenir à chaque lecture des pixels de la caméra pour laquelle σ_e est généralement spécifiée ou peut être mesurée. Cette variance dépend particulièrement du nombre de pixels N_S utilisé pour échantillonner la tache de diffraction de taille N_d . Pour une taille N_d donnée, ce ratio N_S/N_d augmente avec le nombre de pixels et plus il y a de pixels à lire, plus la variance σ_{RON}^2 augmente.

Avec la même approche, il est aussi possible de déterminer la variance de l'estimation de la phase par la méthode du centre de gravité, mais due au bruit de photons seulement ([Rousset et al., 1987]) :

$$\sigma_{\text{ph}}^2 = \frac{\pi^2}{2n_{\text{ph}}} \left(\frac{N_T}{N_d} \right)^2, \quad (2.6)$$

avec N_T la largeur à mi-hauteur du spot en présence de turbulence. Finalement, l'erreur de front d'onde due au bruit qui entache la mesure de l'ASO peut s'écrire :

$$\sigma_{\text{Noise}}^2 = \sigma_{\text{RON}}^2 + \sigma_{\text{ph}}^2 \quad (2.7)$$

Je souligne aussi que les détecteurs intensifiés de type EMCCD ont une source de bruit supplémentaire qui est la dispersion de gain. L'impact de ce défaut est de diviser virtuellement le nombre de photo-électrons par deux.

Le SH est un analyseur linéaire, mais plusieurs non-linéarités peuvent intervenir si nous ne prenons pas quelques précautions. En particulier, il faut choisir un champ de vue des sous-pupilles suffisamment large pour éviter d'éventuelles troncutures des spots, ce qui introduirait des biais dans l'estimation de leurs positions.

Il faut aussi considérer le repliement de spectre, ou l'*aliasing*, dû à l'échantillonnage spatial du front d'onde via les sous-pupilles. Cet échantillonnage engendre un repliement des hautes

fréquences spatiales sur les plus basses à cause de la périodisation du spectre. On définit la fréquence d'échantillonnage du SH par l'inverse de la taille de la sous-pupille d , ce qui signifie que pour diminuer l'impact du repliement sur la mesure, il faudrait diminuer la taille de la sous-pupille en dépit du nombre de photons reçus par sous-pupille.

2.3 La correction du front d'onde

2.3.1 Compensation des perturbations de la phase par un miroir piezo-stack

L'élément principal d'une boucle d'optique adaptative est le miroir déformable qui permet de compenser les perturbations locales du front d'onde. Les déformations du miroir engendrent des variations locales de chemin optique, jusqu'à en général quelques microns, ce qui permet d'introduire un retard ou une avance de phase.

Il existe plusieurs types de miroirs déformables, mais les plus répandus sont les miroirs *piezostack* composés d'actionneurs piezo-électriques qui convertissent une différence de potentiel en déplacement mécanique linéaire, comme illustré en figure 2.5. Chaque actionneur déforme localement le miroir avec une forme particulière appelée *fonction d'influence* de l'actionneur. Ainsi, si $\phi_m(\mathbf{r})$ est la phase introduite par le MD, $f_i(\mathbf{r})$ la fonction d'influence de l'actionneur numéro i et V_i la différence de potentiel appliquée aux bornes de cet actionneur, nous avons :

$$\phi_m(\mathbf{r}) = \sum_{i=1}^{n_{act}} V_i f_i(\mathbf{r}), \quad (2.8)$$

avec n_{act} le nombre total d'actionneurs. Cette relation est linéaire par rapport au vecteur de commande, contrairement à certains miroirs électrostatiques qui ont un comportement quadratique ([Vidal, 2009]), mais dont on ne parlera pas ici. Cet aspect linéaire du MD avec le vecteur de tension sera mis à profit dans le paragraphe 2.4.1.

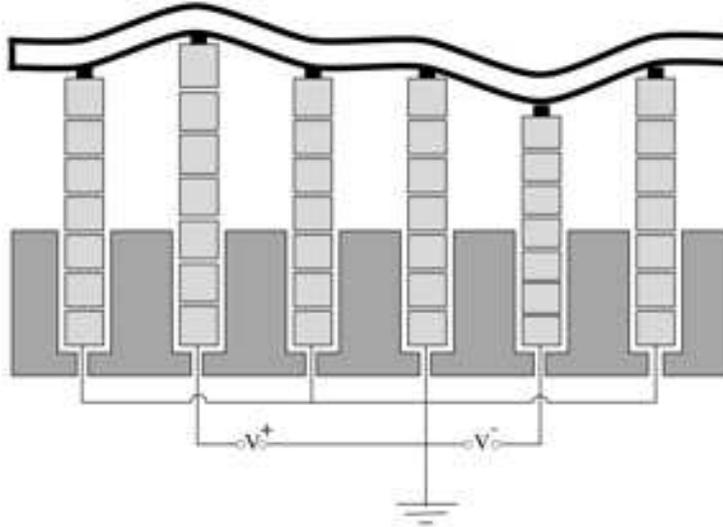


FIGURE 2.5: Illustration du fonctionnement d'un miroir piezo-stack. Reproduction de la thèse d'Olivier Lai.

2.3.2 Limitations du miroir piezo-stack

Le nombre fini d'actionneurs limite le nombre de degrés de liberté pour reconstituer la phase. Le miroir est dans l'incapacité de reproduire des formes contenant de très hautes fréquences spatiales. Typiquement, la fréquence de Nyquist spatiale k_d est définie à partir de la distance inter-actionneur d_{act} ¹ :

$$k_d = \frac{1}{2d_{act}}. \quad (2.9)$$

1. Le *pitch* en anglais.

Ainsi, toutes les fréquences spatiales contenues dans la phase turbulente supérieures à k_d ne pourront pas être compensées par le MD. Cette limitation conduit alors l'erreur de *sous-modélisation*² du miroir.

D'un point de vue temporel, il y aussi un retard entre l'envoi de la commande et la déformation effective de la surface du miroir. Typiquement, un miroir déformable possède une bande passante de quelques kilo Hertz supérieure à la fréquence de travail du RTC dans les systèmes d'OA usuels. Autrement dit, pour la modélisation d'un système d'OA, je négligerai cette fonction de transfert du miroir devant celle du système.

Notons aussi la présence d'effets non-linéaires comme l'hystérésis de la courbe de déformation en fonction de la tension, qui peut s'élever à 1,5 % de la course totale ([Kellerer et al., 2012]). De plus, les MD piezo-stacks souffrent aussi du phénomène de *creeping* qui se résume à une dérive de la déformation en l'absence de commande ([Vidal, 2009]).

2. Où encore *fitting error* en anglais.

2.4 Loi de commande

2.4.1 Étalonnage de la matrice de commande

La boucle fermée nécessite d'étalonner la relation entre les mesures de l'ASO et les tensions à appliquer au MD. Je me placerai toujours dans l'hypothèse d'un régime linéaire, c'est-à-dire que les tensions \mathbf{V} peuvent être déduites des mesures \mathbf{S} grâce à une matrice de commande \mathbf{M}_{com} telle que :

$$\mathbf{V} = \mathbf{M}_{\text{com}} \mathbf{S}. \quad (2.10)$$

Il faut donc déterminer \mathbf{M}_{com} pour commander le MD à partir des mesures de l'ASO. Le problème est que notre seul degré de liberté est de faire fluctuer des tensions du MD, pour mesurer des pentes. Dans un premier temps, on ne peut que déterminer la matrice \mathbf{M}_{int} dite *matrice d'interaction* ([Boyer et al., 1990]) telle que :

$$\mathbf{S} = \mathbf{M}_{\text{int}} \mathbf{V}. \quad (2.11)$$

Il s'agit d'une matrice de taille $n_s \times n_{\text{act}}$ avec n_{act} le nombre d'actionneurs du MD et n_s le nombre de pentes mesurées par l'analyseur. Il y a plusieurs moyens, plus ou moins robustes et précis, pour étalonner la matrice d'interaction [Kellerer et al., 2012]. Je vais citer ici la méthode des sinusoïdes utilisée sur CANARY, qui consiste à envoyer des tensions sinusoïdales d'amplitude v_0 à chaque actionneur du MD, sur un nombre de trames temporelles N_f et avec une fréquence temporelle différente pour chaque actionneur ([Brangier, 2012]) :

$$\mathbf{V}(i, k) = V_0 \sin(2\pi i k / N_f), \quad (2.12)$$

où i est l'indice sur le numéro de l'actionneur et k l'indice temporel. Pour $k \in [1..N_f]$, la tension du $i^{\text{ième}}$ analyseur va décrire i périodes complètes d'une sinusoïde de période N_f/i . L'intérêt de cette méthode réside dans l'orthogonalité des tensions entre actionneurs, c'est-à-dire que la quantité :

$$\mathbf{V}\mathbf{V}^t(i, j) = \sum_{k=1}^{N_f} \mathbf{V}(i, k) \times \mathbf{V}(j, k). \quad (2.13)$$

est non nulle si et seulement si $i = j$ par orthogonalité de sinusoïdes de fréquences différentes. Ainsi, la matrice $\mathbf{V}\mathbf{V}^t$ est une matrice diagonale dont tous les coefficients diagonaux sont égaux à $N_f V_0^2 / 2$ d'après l'équation 2.12. En multipliant les deux membres de l'équation 2.11 par \mathbf{V}^t , la matrice d'interaction se calcule par :

$$\mathbf{M}_{\text{int}} = \frac{2}{N_f V_0^2} \mathbf{S} \mathbf{V}^t. \quad (2.14)$$

Le but est maintenant de déduire la matrice de commande \mathbf{M}_{com} à partir de la matrice d'interaction \mathbf{M}_{int} . Malheureusement, il s'agit d'un problème inverse mal posé puisque la matrice d'interaction n'est pas carrée. \mathbf{M}_{com} peut néanmoins être estimée grâce à une minimisation au sens des moindres carrés de $\mathbf{M}_{\text{int}} \|\mathbf{S} - \mathbf{M}_{\text{int}} \mathbf{V}\|^2$. Cela permet de déterminer la matrice de commande par l'inverse généralisé de la matrice d'interaction :

$$\mathbf{M}_{\text{com}} = (\mathbf{M}_{\text{int}}^t \mathbf{M}_{\text{int}})^{-1} \mathbf{M}_{\text{int}}^t \quad (2.15)$$

Il faut néanmoins prendre certaines précautions concernant l'inversion de la matrice $\mathbf{M}_{\text{int}}^t \mathbf{M}_{\text{int}}$ qui, bien qu'elle soit carrée, n'est pas forcément inversible. Une décomposition en valeurs singulières ([Boyer et al., 1990]) et un filtrage des modes en valeur propre quasi-nulle permet de limiter la propagation du bruit dans l'élaboration de la matrice de commande ([Brangier, 2012]).

2.5 Modélisation du système

2.5.1 Décomposition modale de la phase turbulente

Pour des raisons de mise en œuvre numérique, il est parfois nécessaire de décomposer la phase sur une base orthonormée. Cette base est généralement de dimension infinie, comme la base des modes de Fourier par exemple, mais sur une machine de calcul, on ne peut que travailler sur un nombre fini de mode, il faut alors tronquer la représentation de la phase sur cette base. La base des Karhunen-Loève est la base qui assure la meilleure représentation possible de la turbulence. De plus, elle assure la décorrélation statistique des modes. Néanmoins, il n'existe pas d'expression analytique de ces différents modes dans le cas d'une pupille circulaire, ce qui rend son application délicate.

Une autre base très utile est celle des polynômes de Zernike. Utilisée depuis longtemps en optique, elle a rejoint le domaine de la turbulence par l'article fondateur de Noll en 1976 ([Noll, 1976]). Son intérêt est que ses modes représentent des aberrations optiques classiques, comme le défocus ou bien l'astigmatisme, qui sont en quelque sorte classés par fréquence spatiale. Il s'agit d'une décomposition en harmoniques sphériques, mais sur un disque, et je noterai $Z_i(r, \theta)$ le mode numéro i . La phase turbulente peut alors se décomposer comme suivant :

$$\phi(r, \theta) = \sum_1^{+\infty} a_i Z_i(r, \theta), \quad (2.16)$$

avec a_i la projection de la phase turbulente sur le mode i .

Noll a exprimé dans son article une relation générique pour les polynômes de Zernike, assurant ainsi que cette base soit orthonormale ([Noll, 1976]) :

$$\begin{aligned} \text{si } m \neq 0, \begin{cases} Z_{m,n=2p}(r, \theta) = \sqrt{n+1} R_n^m(r) \sqrt{2} \cos(m\theta) \\ Z_{m,n=2p+1}(r, \theta) = \sqrt{n+1} R_n^m(r) \sqrt{2} \sin(m\theta) \end{cases} \\ \text{si } m = 0, Z_{0,n}(r, \theta) = \sqrt{n+1} R_n^0(r) \sqrt{2} \end{aligned} \quad (2.17)$$

avec n l'ordre radial et m l'ordre azimutal qui définissent $R_n^m(r)$ par :

$$R_n^m(r) = \sum_{s=0}^{\frac{m-n}{2}} \frac{(-1)^s (n-s)!}{s! \binom{n+m}{2}! \binom{n-m}{2}!} r^{n-2s}. \quad (2.18)$$

L'indice i est alors une combinaison entre les indices m et n . Comprendons bien que l'opération de projection se résume à mesurer la rapidité de variation spatiale de la phase projetée sur le plan polaire. En deux dimensions, il faut alors deux fréquences spatiales, n qui est le degré radial associée à ρ , m qui est le degré azimutal associée à θ . Ainsi, l'indice i est un mode ordonné par rapport à n et m . Je reporte en figure 2.6 la représentation et dénomination des premiers modes de Zernike.

Cette base a aussi l'intérêt d'être orthonormée, c'est-à-dire que le produit scalaire entre deux modes différents est nul :

$$\frac{1}{\pi} \iint Z_i(r, \theta) Z_j(r, \theta) = \delta_{ij}, \quad (2.19)$$

avec $\delta_{ij} = 0$ quand $i \neq j$ et $\delta_{ij} = 1$ quand $i = j$. Grâce à la propriété d'orthonormalité de la base des polynômes de Zernike, la variance de la phase turbulente σ_ϕ^2 peut s'exprimer comme la somme de la variance spatiale de chaque mode :

$$\sigma_\phi^2 = \sum_{i=1}^{\infty} \langle a_i^2 \rangle. \quad (2.20)$$

Le premier mode est baptisé mode piston et correspond à $Z_1(r, \theta) = 1$, soit une constante sur la phase. En imagerie, cette constante n'a pas d'impact donc je calculerai les variances spatiales de la phase à partir du deuxième mode.

Le comportement statistique de la phase turbulente peut se ramener à l'étude des caractéristiques des coefficients des modes de Zernike. En particulier, on peut démontrer que les spectres de ces coefficients décroissent asymptotiquement avec la puissance $-11/3$ de l'ordre radial correspondant au mode ([Conan, 1994]). À partir des précédents calculs et en utilisant les polynômes de Zernike, on peut évaluer la variance de la phase sur l'ensemble de la pupille ([Noll, 1976]) :

$$\sigma_\phi^2 = 1,03 \left(\frac{D}{r_0} \right)^{5/3}, \quad (2.21)$$

avec D le diamètre de la pupille du télescope et r_0 le paramètre de Fried, dans le cas d'une turbulence pleinement développée, pour laquelle les fluctuations de phase suivent une statistique de Kolmogorov, avec une échelle externe infinie.

2.5.2 Expression modale des grandeurs

Décomposition de la phase

Nous pouvons maintenant projeter la phase sur une base de modes $B_i(\mathbf{r})$ et utiliser un formalisme matriciel et linéaire pour exprimer la mesure de l'ASO et la phase reproduite par le miroir. Pour les calculs qui vont suivre, j'ai besoin de supposer que les modes de la base sont statistiquement indépendants. Je me place donc dans la base des Karhunen-Loève. Je note ϕ_ε la phase résiduelle après compensation par le MD, ϕ_a la phase atmosphérique et ϕ_m la phase reproduite par le miroir. Ces quantités peuvent alors se décomposer de la façon suivante :

$$\phi_\varepsilon(\mathbf{r}, k) = \sum_{i=1}^{\infty} \varepsilon_i(k) B_i(\mathbf{r}), \quad (2.22)$$

$$\phi_a(\mathbf{r}, k) = \sum_{i=1}^{\infty} \mathbf{a}_i(k) B_i(\mathbf{r}), \quad (2.23)$$

$$\phi_m(\mathbf{r}, k) = \sum_{i=2}^{n_{\text{act}}} \mathbf{V}_i(k) B_i(\mathbf{r}). \quad (2.24)$$

Le nombre fini d'actionneurs n_{act} du MD engendre une erreur dite de sous-modélisation à cause d'une partie de la phase qui ne peut pas être corrigée (cf. paragraphe 2.3.2). Je note ϕ_a^\parallel la composante de la phase turbulente atmosphérique accessible au MD et ϕ^\perp la composante de la phase non corrigible par le MD. On peut ainsi écrire :

$$\varepsilon = \varepsilon^\parallel + \mathbf{a}^\perp \quad (2.25)$$

et

$$\mathbf{a} = \mathbf{a}^\parallel + \mathbf{a}^\perp, \quad (2.26)$$

avec ε le vecteur des modes de la phase résiduelle, ε^\parallel les modes parallèles de la phase résiduelle, \mathbf{a} le vecteur des modes de la phase atmosphérique, \mathbf{a}^\parallel le vecteur des modes parallèles de la phase atmosphérique et enfin \mathbf{a}^\perp le vecteur des modes perpendiculaires de la phase atmosphérique.

Décomposition des pentes

Enfin, les mesures de l'ASO peuvent elles aussi être projetées sur la base des KL. Je supposerai que le vecteur des pentes mesurées par l'ASO dépend linéairement des modes de la phase résiduelle via des matrices d'interaction \mathbf{D} et \mathbf{D}^∞ telles que ([Exposito, 2014]) :

$$\mathbf{S} = \mathbf{D}\varepsilon^\parallel + \mathbf{D}^\infty \mathbf{a}^\perp + \mathbf{n} - \mathbf{S}^{\text{ref}}, \quad (2.27)$$

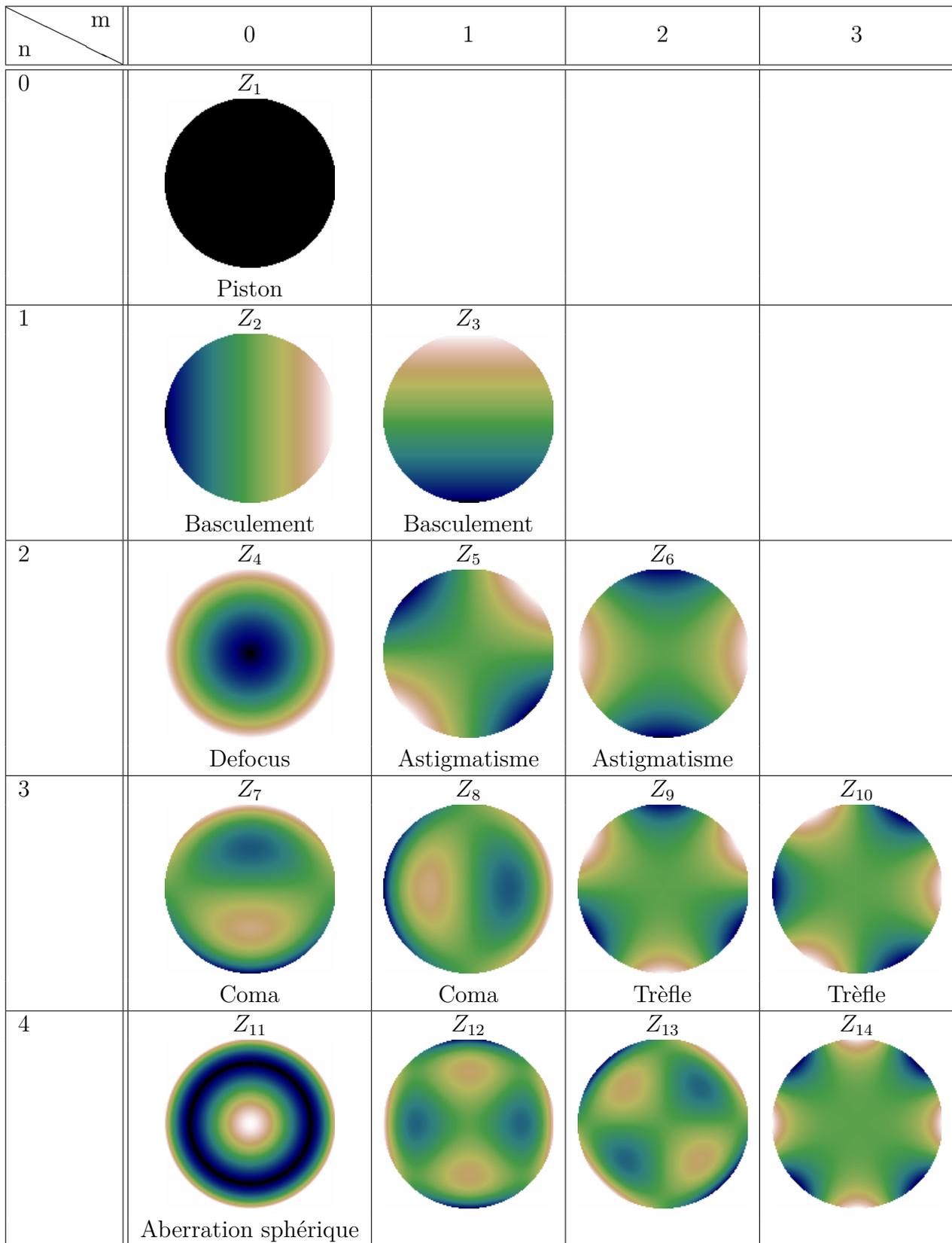


FIGURE 2.6: Représentation 2D des premiers polynômes de Zernike en fonction du degré radial (n) et du degré azimutal (m). Le $i^{\text{ième}}$ Zernike est noté Z_i et le nom de l'aberration associée est explicitée (Crédit : Jonathan Exposito, Observatoire de Paris-LESIA).

avec \mathbf{n} le vecteur des modes du bruit et \mathbf{S}^{ref} le vecteur de pentes de référence. Je définis aussi la matrice \mathbf{D}^+ comme la matrice de reconstruction des modes de la base B_i à partir des pentes,

qui est déterminée par l'inverse généralisée de la matrice \mathbf{D} (cf. paragraphe 2.4.1). Je fais alors l'hypothèse que le produit de ces deux matrices donne l'identité :

$$\mathbf{D}^+\mathbf{D} = \mathbf{I}_d. \quad (2.28)$$

2.5.3 Fonctions temporelles de transfert

Rappelons que le principe de l'OA classique est basé sur une régulation des positions des spots mesurées par l'ASO. Il s'agit d'une boucle fermée, et qui dit boucle fermée dit correcteur pour optimiser la commande. Notamment, il faut être capable de limiter l'injection du bruit de mesure dans la commande du miroir, mais aussi assurer à la fois la rapidité et la stabilité de la boucle. Généralement, le correcteur utilisé est un intégrateur pur qui dépend d'un seul paramètre, le gain de la boucle g . La loi de commande temporelle correspondante est alors implémentée dans le RTC de la façon suivante :

$$\mathbf{V}(k+1) = \mathbf{V}(k) + g\mathbf{M}_{\text{com}} \left(\mathbf{S}(k+1) - \mathbf{S}^{\text{ref}} \right) \quad (2.29)$$

avec \mathbf{S}^{ref} le vecteur de taille n_s dit *pentés de références*, c'est-à-dire le vecteur des pentés préalablement étalonnés correspondant à un front d'onde plan pour la caméra IR. En d'autres termes, le miroir doit se déformer pour minimiser la distance entre les pentés mesurés par l'ASO et les pentés de référence. Le RTC calcule le vecteur de tensions à appliquer à chaque instant d'échantillonnage, nous parlons alors de correction en *temps réel*. Il est aussi possible d'implémenter des lois de commande plus élaborées comme le contrôle *Linear Quadratic Gaussian (LQG)* basé sur un estimateur de Kalman [Sivo et al., 2014].

Je vais exprimer ici les relations entre les différents vecteurs de modes que j'ai précédemment introduits. La phase résiduelle se déduit de la façon suivante :

$$\phi_\varepsilon = \phi_a - \phi_m. \quad (2.30)$$

À partir des équations 2.22, 2.23 et 10.31, je peux réécrire l'égalité suivante sur les vecteurs des coefficients des modes. Je dois cependant prendre en compte le retard de la correction. À l'instant k , les modes miroirs sont une combinaison linéaires des tensions précédemment appliquées. Je note $1+\Delta_t$ ce retard entre l'acquisition des mesures et la déformation effective du MD, en nombre de trames compris entre une et deux trames. Ce retard est la conséquence d'une accumulation de différents retard comme la mesure de la caméra, le temps nécessaire au calcul du centre de gravité et à l'élaboration de la loi de commande.

Je définis \tilde{h}_{aso} comme la fonction temporelle de transfert de l'ASO. Si T_e est la période d'échantillonnage temporel de l'ASO prise égale au temps de pose, la fonction de transfert de l'ASO s'écrit ([Rigaut et al., 1998]) :

$$\tilde{h}_{\text{aso}}(f) = \text{sinc}(\pi f T_e) e^{-i\pi f T_e}. \quad (2.31)$$

Ensuite, je peux exprimer le vecteur des modes parallèles de la phase résiduelle de la façon suivante :

$$\boldsymbol{\varepsilon}^{\parallel}(k) = \mathbf{a}^{\parallel}(k) - (\Delta_t \mathbf{V}(k-2) + (1 - \Delta_t) \mathbf{V}(k-1)). \quad (2.32)$$

En m'appuyant sur l'équation 2.28, je peux écrire l'égalité à l'équation 2.29 sur les vecteurs des coefficients :

$$\mathbf{V}(k) = \mathbf{V}(k-1) + g \left((\boldsymbol{\varepsilon}^{\parallel} + \mathbf{D}^+\mathbf{D}^\infty \mathbf{a}^\perp) * h_{\text{aso}}(k) + \mathbf{n}(k) \right), \quad (2.33)$$

avec $\mathbf{D}^+\mathbf{D}^\infty \mathbf{a}^\perp$ les modes de hauts ordres de la turbulence atmosphérique qui sont repliés par l'analyseur et injectés dans la commande. Pour déterminer les fonctions de transfert du système,

je vais appliquer la transformée en Z aux deux équations précédentes. Si \mathbf{x} est un vecteur de taille quelconque, je définis sa transformée en Z comme le vecteur $\tilde{\mathbf{x}}$ qui concatène toutes les transformées en Z $\tilde{\mathbf{x}}_m$ de chaque élément \mathbf{x}_m du vecteur \mathbf{x} :

$$\tilde{\mathbf{x}}_m(z) = \sum_{k=1}^{N_f} \mathbf{x}_m(k) z^{-k}. \quad (2.34)$$

En appliquant cette transformée aux équations 2.32 et 2.33, j'obtiens les nouvelles équations suivantes :

$$\tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}^{\parallel}(z) = \tilde{\mathbf{a}}^{\parallel}(z) - \frac{\Delta_t + (1 - \Delta_t)z}{z^2} \tilde{\mathbf{V}}(z), \quad (2.35)$$

et

$$\tilde{\mathbf{V}}(z) = \frac{gz}{z-1} \left((\tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}^{\parallel}(z) + \mathbf{D}^+ \mathbf{D}^{\infty} \tilde{\mathbf{a}}^{\perp}(z)) h_{\text{aso}}(z) + \tilde{\mathbf{n}}(z) \right), \quad (2.36)$$

qui est l'expression de la tension pour un intégrateur. En remplaçant $\tilde{\mathbf{V}}(z)$ par son expression dans l'équation 2.35, il vient alors :

$$\tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}^{\parallel}(z) = \tilde{\mathbf{a}}^{\parallel}(z) - g \frac{\Delta_t + (1 - \Delta_t)z}{z(z-1)} \left((\tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}^{\parallel}(z) + \mathbf{D}^+ \mathbf{D}^{\infty} \tilde{\mathbf{a}}^{\perp}(z)) \tilde{h}_{\text{aso}}(z) + \tilde{\mathbf{n}}(z) \right). \quad (2.37)$$

Je pose alors :

$$\tilde{h}_{\text{sys}}(z) = g \frac{\Delta_t + (1 - \Delta_t)z}{z(z-1)}, \quad (2.38)$$

qui représente la fonction de transfert du système qui prend en compte le gain et le retard du système. Je définis aussi la fonction de transfert en boucle ouverte :

$$\tilde{h}_{\text{bo}}(z) = \tilde{h}_{\text{sys}}(z) \tilde{h}_{\text{aso}}(z). \quad (2.39)$$

À partir de ces deux fonctions de transfert, l'équation 2.37 devient :

$$\tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}^{\parallel}(z) = \tilde{\mathbf{a}}^{\parallel}(z) - \tilde{h}_{\text{bo}}(z) \tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}^{\parallel}(z) - \tilde{h}_{\text{bo}}(z) \mathbf{D}^+ \mathbf{D}^{\infty} \tilde{\mathbf{a}}^{\perp}(z) - \tilde{h}_{\text{sys}}(z) \tilde{\mathbf{n}}(z), \quad (2.40)$$

ce qui nous permet d'écrire alors :

$$\tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}^{\parallel}(z) = \tilde{h}_{\text{cor}}(z) \tilde{\mathbf{a}}^{\parallel}(z) - \tilde{h}_{\text{bf}}(z) \mathbf{D}^+ \mathbf{D}^{\infty} \tilde{\mathbf{a}}^{\perp}(z) - \tilde{h}_{\text{n}}(z) \tilde{\mathbf{n}}(z), \quad (2.41)$$

avec \tilde{h}_{cor} la fonction de transfert entre les modes parallèles de la phase résiduelle et ceux de la phase atmosphérique :

$$\tilde{h}_{\text{cor}}(z) = \frac{1}{1 + \tilde{h}_{\text{bo}}(z)}. \quad (2.42)$$

Cette fonction de transfert caractérise la capacité du système à compenser en temps réel les perturbations du front d'onde qu'il peut effectivement corriger. Ensuite, \tilde{h}_{bf} est la fonction de transfert entre les modes parallèles de la phase résiduelle et le repliement des modes de hauts ordres :

$$\tilde{h}_{\text{bf}}(z) = 1 - \tilde{h}_{\text{cor}}(z) = \frac{\tilde{h}_{\text{bo}}(z)}{1 + \tilde{h}_{\text{bo}}(z)}. \quad (2.43)$$

Enfin \tilde{h}_{n} représente la fonction de transfert entre les modes parallèles de la phase résiduelle et les modes bruit de mesure de l'ASO. Cette fonction de transfert caractérise l'injection et le filtrage du bruit dans la phase résiduelle :

$$\tilde{h}_{\text{n}}(z) = \frac{\tilde{h}_{\text{sys}}(z)}{1 + \tilde{h}_{\text{bo}}(z)}. \quad (2.44)$$

On peut noter que le comportement du système vis-à-vis de la turbulence, du repliement et du bruit est différent comme illustré en figure 2.8. La connaissance des fonctions de transfert précédemment introduites permettra de déterminer le gain optimal à appliquer.

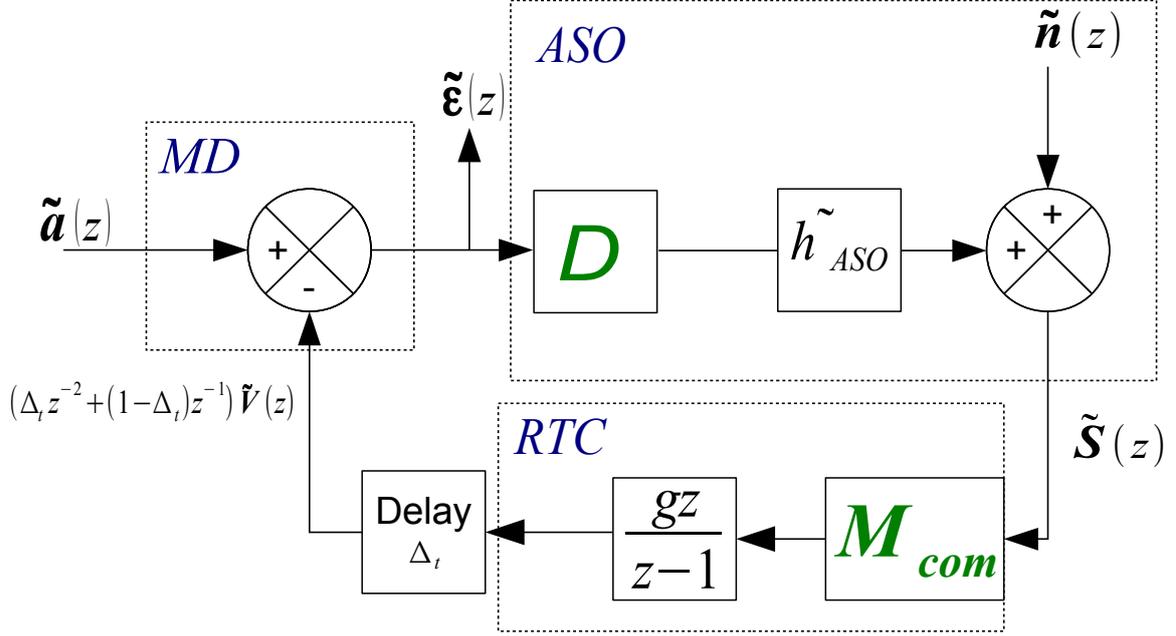


FIGURE 2.7: Modélisation sous forme de schéma blocs d'une boucle d'OA.

2.5.4 Optimisation de la commande

Le comportement du système dépend fortement du gain de la boucle et du retard de la commande. Lorsque le gain est faible, le système sera stable mais peu rapide et la turbulence sera mal compensée, alors que la propagation du bruit dans la phase résiduelle sera minimisée. C'est le cas inverse pour les forts gains : la turbulence est mieux compensée mais la phase résiduelle est plus affectée par le bruit de mesure de l'ASO.

Il y a donc un compromis à trouver entre compensation de la turbulence et injection du repliement et du bruit dans la boucle, on parle alors d'optimisation du gain. Je note σ_{IR}^2 la variance de la phase résiduelle qui peut se décomposer en quatre termes correspondant à la turbulence, à l'injection du repliement et dû au bruit, puis à l'erreur de sous-modélisation du miroir (cf. équation 2.41) :

$$\begin{aligned}
 \sigma_{\text{IR}}^2 &= \int |\tilde{\mathbf{\epsilon}}(f)|^2 df \\
 &= \int |\tilde{\mathbf{\epsilon}}^{\parallel}(f)|^2 + |\tilde{\mathbf{a}}^{\perp}(f)|^2 df \\
 &= \int |\tilde{h}_{\text{cor}}(f) \tilde{\mathbf{a}}^{\parallel}(f)|^2 + |\tilde{h}_{\text{bf}}(f) \mathbf{D}^+ \mathbf{D}^{\infty} \tilde{\mathbf{a}}^{\perp}(f)|^2 + |\tilde{h}_{\text{n}}(f) \tilde{\mathbf{n}}(f)|^2 + |\tilde{\mathbf{a}}^{\perp}|^2 df
 \end{aligned} \tag{2.45}$$

Il existe donc un gain optimal pour lequel cette variance de phase résiduelle est minimale et le rapport de Strehl maximal. La figure 2.9 illustre l'évolution du rapport de Strehl mesuré sur la caméra IR CAMICAZ en bande H sur CANARY en laboratoire. Pour $r_0 = 12$ cm, une vitesse de vent moyenne $\bar{v} = 5$ m/s et un niveau de bruit $\sigma_{\text{Noise}}^2 = 70$ nm, le rapport de Strehl est maximal pour un gain de la boucle d'environ 0,4.

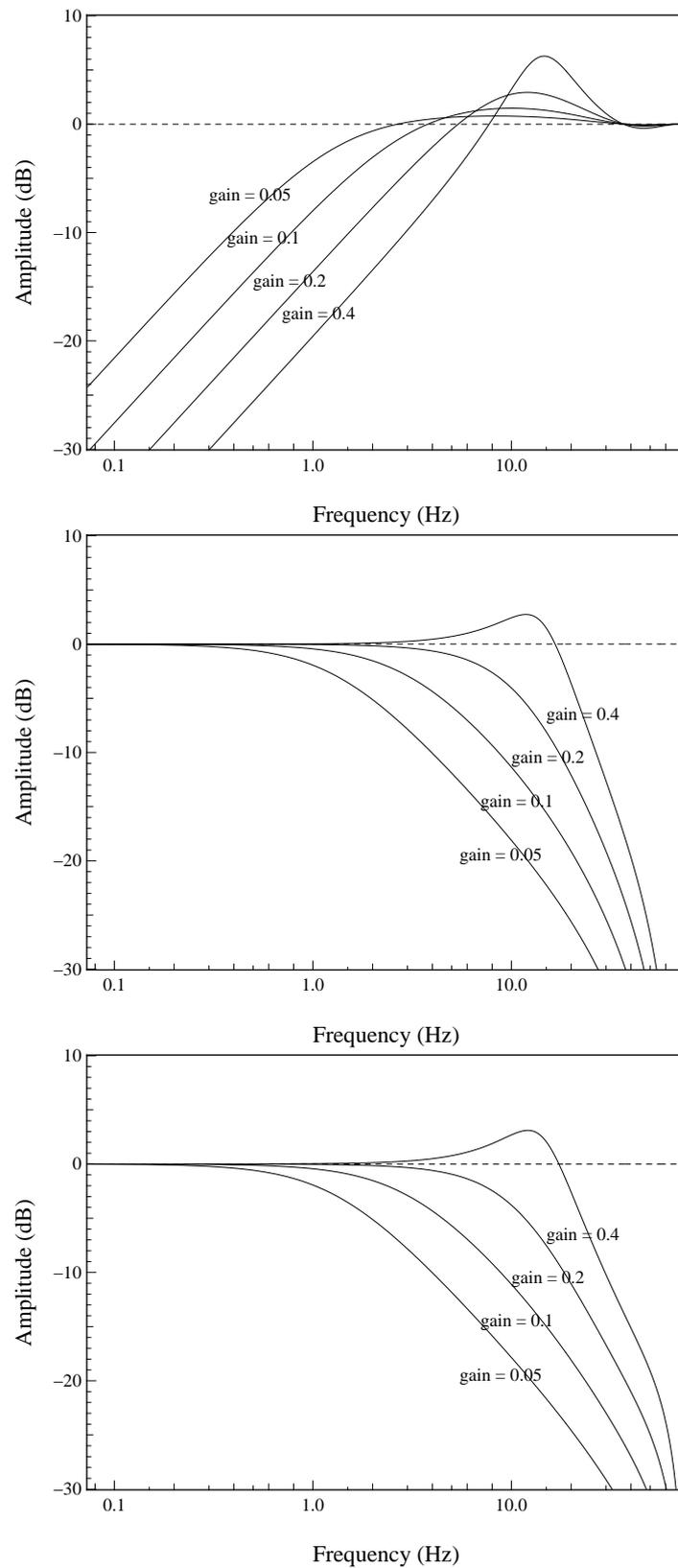


FIGURE 2.8: **En haut :** Fonction de transfert de correction \tilde{h}_{cor} calculée pour quatre gains différents. **Au milieu :** Fonction \tilde{h}_{bf} de filtrage des modes de hauts ordres repliés dans la mesure de l'ASO pour les quatre même gains. **En bas :** Fonction \tilde{h}_n de réjection du bruit pour les quatre même gains. La fréquence d'échantillonnage a été réglée à 150 Hz et le retard à 1,5 trames (caractéristiques typiques de CANARY).

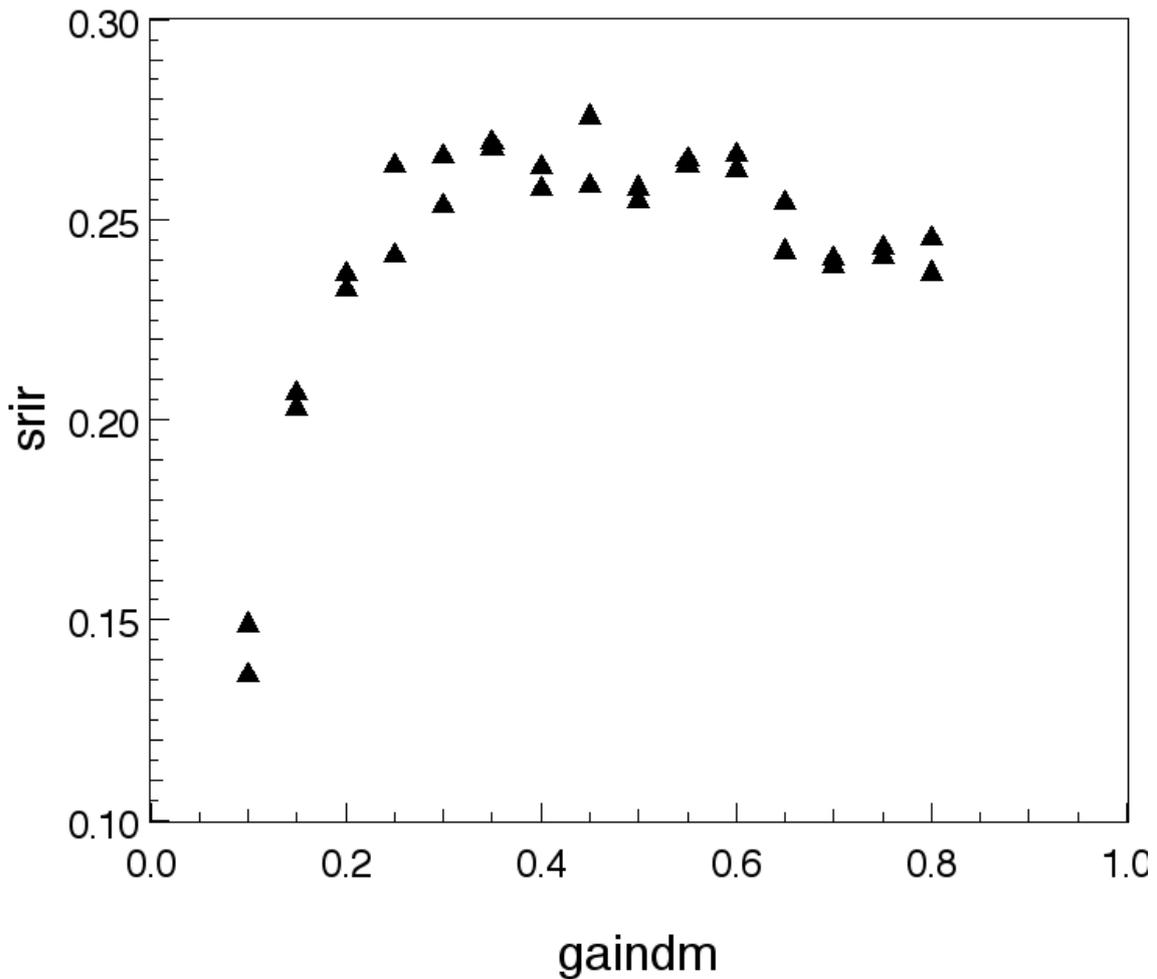


FIGURE 2.9: Rapport de Strehl mesuré en bande H sur CANARY en laboratoire en faisant varier le gain de la boucle. L'expérience a été réalisée deux fois sur le même écran de phase avec $r_0 = 12$ cm, $\bar{v} = 5$ m/s et $\sigma_{\text{Noise}} = 70$ nm (cf. équation 8.18).

L'équation 2.45 consiste simplement à déterminer le gain optimal de l'intégrateur pour lequel le rapport de Strehl est maximal. Cependant, il est aussi possible d'appliquer un gain différent à chaque mode d'une base sur laquelle la phase est décomposée au préalable, on parle d'optimisation modale ([Gendron and Léna, 1995]).

2.6 Budget d'erreur d'une optique adaptative en boucle fermée

La compensation des perturbations de la phase turbulente par l'OA n'est pas parfaite. La variance de la phase résiduelle sur la pupille σ_{IR}^2 peut être décomposée en plusieurs postes d'erreurs qui traduisent les limitations physiques du système pour corriger les perturbations. À partir de l'équation 2.45, on peut identifier trois termes correspondants à la variance de la phase parallèle, au repliement et au bruit filtré à travers la boucle d'OA. Je fais remarquer qu'il n'y a pas de corrélation entre le repliement et les modes parallèles de la phase atmosphérique, puisque je travaille dans la base des modes de Karhunen-Loève. Je suppose alors que la variance de phase σ_{IR}^2 peut se décomposer de la façon suivante :

$$\sigma_{\text{IR}}^2 \simeq \sigma_{\text{BW}}^2 + \sigma_{\text{AliasIR}}^2 + \sigma_{\text{NoiseIR}}^2 + \sigma_{\text{Fit}}^2 + \sigma_{\text{NCPA}}^2 \quad (2.46)$$

Je vais maintenant expliciter ces différents postes d'erreurs qui seront mis en avant pour comprendre les résultats obtenus sur le ciel par CANARY.

2.6.1 Erreur temporelle

L'erreur temporelle correspond au terme $|\tilde{h}_{\text{cor}}(f)\tilde{\mathbf{a}}^{\parallel}(f)|^2$ de l'équation 2.45. Cette erreur dépend d'une part de la bande passante du système caractérisée par la fonction de transfert \tilde{h}_{cor} , ainsi que des propriétés temporelles de la turbulence. Généralement, cette erreur peut être estimée théoriquement par l'expression analytique en fonction de la bande passante f_{BP} [Greenwood, 1977] :

$$\sigma_{\text{BW}}^2 = 0,243 \left(\frac{\bar{v}}{r_0 f_{\text{BP}}} \right)^{5/3}, \quad (2.47)$$

avec \bar{v} le vent moyen de la turbulence défini dans la section 1.3.4. La bande passante dépend elle du gain de la boucle : plus le gain est élevé, plus elle augmente et plus l'erreur temporelle diminue.

2.6.2 Erreur de bruit filtré à travers la boucle

Le bruit est inhérent dans la mesure de l'ASO et est introduit dans la compensation du front d'onde par le terme $|\tilde{h}_{\text{n}}(f)\tilde{\mathbf{n}}(f)|^2$ dans l'équation 2.45. En général, il est tout à fait raisonnable de supposer que le bruit est blanc, ce qui permet d'exprimer analytiquement la variance de la phase résiduelle due à l'injection du bruit dans la mesure :

$$\sigma_{\text{NoiseIR}}^2 = \sigma_{\text{Noise}}^2 \int |\tilde{h}_{\text{n}}(f)|^2 df. \quad (2.48)$$

Le calcul de la variance d'un bruit blanc au travers d'un filtre passe-bas du premier ordre avec un retard fractionnaire est donnée dans [Vidal et al., 2014]. On peut démontrer que la variance de phase résiduelle due au bruit peut s'écrire :

$$\sigma_{\text{NoiseIR}}^2 = \frac{g^2 \sigma_{\text{Noise}}^2}{g(1 - \Delta_t)(2 - g(1 - \Delta_t)) + 2g\Delta_t \frac{(1-g(1-\Delta_t))^2}{1+g\Delta_t} - g^2 \Delta_t^2}. \quad (2.49)$$

Cette expression tend vers $2/(2 - g)\sigma_{\text{Noise}}^2$ dans le cas d'un retard $(1 + \Delta_t)$ égal à exactement une trame. Ainsi, plus le gain est élevé, plus le bruit de l'ASO est amplifié à travers la boucle.

2.6.3 Erreur de repliement

Le repliement inhérent à la mesure de l'ASO se propage à travers la boucle et est compensé par le MD. Or cette contribution ne fait pas partie des aberrations qui entachent le front d'onde. En composant le repliement, le MD engendre une erreur $\sigma_{\text{AliasIR}}^2$ qui affecte le front d'onde perçu par la caméra IR. Dans l'équation 2.45, il s'agit du terme suivant :

$$\sigma_{\text{AliasIR}}^2 = \int |\tilde{h}_{\text{bf}}(f) \mathbf{D}^+ \mathbf{D}^\infty \tilde{\mathbf{a}}^\perp(f)|^2 df. \quad (2.50)$$

Généralement, cette erreur est estimée comme le tiers de l'erreur de sous-modélisation [Rigaut et al., 1998]. Je discute au chapitre 11 d'une méthode de reconstruction du repliement dans les mesures à partir de sa matrice de covariance, qui est relativement bien connue ([Gendron and Rousset, 2012]). À partir de ce signal reconstruit, je peux évaluer la densité spectrale de puissance temporelle du repliement, et donc l'erreur $\sigma_{\text{AliasIR}}^2$.

2.6.4 Erreur de sous-modélisation

L'erreur de sous-modélisation correspond à la norme non nulle du vecteur des modes orthogonaux de la phase turbulente à cause du nombre fini d'actionneurs n_{act} du MD. Si on suppose que le MD ne corrige que les n_{act} premiers modes de Zernike, la variance de la phase orthogonale peut s'écrire ([Rodier, 1999]) :

$$\sigma_{\text{Fit}}^2 = 0,274 \left(\frac{D}{r_0}\right)^{5/3} \times \frac{1}{n_{\text{act}}}^{5/6}. \quad (2.51)$$

2.6.5 Aberrations dans la voie d'imagerie

Enfin, notons que la caméra IR qui va délivrer les images qui nous intéressent possède une voie optique, découplée de celle de l'ASO, qui possède des composants optiques susceptibles d'introduire des aberrations supplémentaires non mesurables par l'ASO, il s'en suit une dégradation de l'image IR. On parle alors de *Non Common Path Aberrations (NCPA)*.

Néanmoins les NCPA peuvent être mesurées sur la caméra IR grâce à des algorithmes de diversité de phase par exemple ([Gratadour et al., 2013a]). L'idée de ces algorithmes est de simuler une FEP à partir d'une phase connue et décomposée sur une base de modes. En attribuant de l'énergie à chacun des modes, on peut obtenir une FEP dégradée, la plus proche possible de la FEP observée. Dans les cas où il n'y a pas unicité entre la phase et les modes de la base, on enregistre une ou plusieurs images supplémentaires pour lesquelles on a introduit une aberration connue avec le MD. En ajustant les modes de la base pour simuler les différentes observations, on lève le problème d'unicité et on peut déterminer les modes des aberrations vues par la caméra IR et non par l'ASO.

Ces aberrations sont ensuite utilisées pour créer le vecteur de pentes de référence pour l'ASO \mathbf{S}^{ref} et le MD compensera les fréquences spatiales des NCPA qui lui sont accessibles. Il n'empêche que les NCPA peuvent posséder des modes de hauts ordres spatiaux que le MD ne peut pas corriger et il en résulte une erreur résiduelle σ_{NCPA}^2 .

Chapitre 3

Les nouvelles techniques d'optique adaptative

Dans toute la suite de ce manuscrit, je désignerai par *Single Conjugated Adaptive Optics* (SCAO) le concept d'OA dont je viens d'énoncer précédemment les rudiments. Par exemple, NAOS, la première optique adaptative du VLT est un système de SCAO ([Rousset et al., 2003]). Les objectifs astrophysiques ont amorcé le développement de nouvelles techniques d'optique adaptative répondant à de nouvelles problématiques. Je parlerai maintenant de *Laser Tomography Adaptive Optics (LTAO)*, de *Multi Conjugated Adaptive Optics (MCAO)*, de *Ground Layer Adaptive Optics (GLAO)*. Je vais par la suite préciser quels sont les besoins qui ont été à la base de ces évolutions, mais aussi les efforts techniques supplémentaires requis comme l'utilisation d'étoiles guides lasers, ou bien la tomographie du volume turbulent.

3.1 Aux grands maux...

3.1.1 Couverture du ciel

L'analyse de front d'onde requiert une étoile suffisamment brillante dans la longueur d'onde d'analyse. Elle peut être distincte de la cible scientifique si elle est assez proche de cette dernière. La limite est imposée par le phénomène d'anisoplanétisme que je discute après. Le problème majeur est que la portion de ciel qui peut alors être observée avec compensation du front d'onde par un instrument SCAO est très faible. Seules sont accessibles les cibles qui sont à quelques secondes d'angle tout au plus de ces étoiles brillantes. On parle de couverture du ciel, nombre exprimé en pourcent, pour évaluer la portion du ciel accessible à l'instrument d'OA.

Il est toujours possible d'augmenter le temps d'intégration de la caméra de l'ASO pour guider la correction sur des étoiles moins brillantes. La contre-partie est que cela diminue la bande passante du système, et donc augmente l'erreur temporelle présentée dans la section 2.6.1. Le dimensionnement de l'instrument résulte de compromis complexes.

Généralement la couverture du ciel est étudiée en fonction de la latitude galactique de la ligne de visée. La probabilité de trouver des étoiles guides suffisamment brillantes diminue considérablement lorsque la latitude de visée s'éloigne du centre galactique et la couverture du ciel devient inférieure au pourcent ([Fusco et al., 2006]).

3.1.2 Effet d'anisoplanétisme

Pour comprendre l'anisoplanétisme, il faut revenir sur la notion de corrélation spatiale des fluctuations de phase ([Fried, 1982]). D'après la définition de la fonction de structure de phase (cf. équation 1.16), r_0 peut être considéré comme une distance typique de corrélation :

tant que ρ est petit devant r_0 , l'écart quadratique moyen de la phase entre deux points séparés de ρ est quasi nul. Nous pouvons imaginer l'atmosphère turbulente comme un ensemble de cellules de taille typique r_0 , à l'intérieur desquelles l'exponentielle complexe $e^{i\phi}$ reste corrélée.

Maintenant, considérons la corrélation angulaire de la phase turbulente à une altitude h . Si θ est la séparation angulaire entre deux points, la séparation métrique dans la couche d'altitude h pour des petits θ vaut alors θh . On peut alors introduire un angle θ_0 de corrélation typique pour lequel $\theta_0 h > r_0$. Plus précisément, Fried définit cet angle de corrélation typique θ_0 , appelé angle d'isoplanétisme, ([Fried, 1982]) par la relation :

$$\theta_0 = 0,314 \frac{r_0}{\bar{h}}, \quad (3.1)$$

avec \bar{h} l'altitude moyenne définie par ([Fried, 1982]) :

$$\bar{h} = \frac{\int C_n^2(h) h^{5/3} dh}{\int C_n^2(h) dh}. \quad (3.2)$$

L'altitude moyenne est une grandeur qui permet d'évaluer un barycentre des couches turbulentes. Elle est généralement de l'ordre de quelques km (cf. chapitre 11). L'angle d'isoplanétisme permet de chiffrer le champ de vue angulaire dans lequel la phase est fortement spatialement corrélée. Pour un système de SCAO, la turbulence sera alors compensée dans ce champ d'isoplanétisme autour de l'étoile guide. Ainsi, la séparation angulaire entre l'étoile guide et la cible doit rester inférieure à l'angle isoplanétique θ_0 pour assurer une correction même partielle du front d'onde. La décorrélation entre source d'analyse et cible d'intérêt engendre une erreur supplémentaire dite erreur d'anisoplanétisme. L'impact du phénomène d'anisoplanétisme est illustré en figure 3.1. Cet angle d'isoplanétisme dépend aussi de $\lambda^{6/5}$ comme r_0 . Pour un $r_0 = 15$ cm dans le visible et $\bar{h} = 3$ km (valeurs typiques sur le ciel, cf. chapitre 11), nous avons $\theta_0 \simeq 10, 44$ et 62 secondes d'angle respectivement dans le visible, en bande H et en bande K.

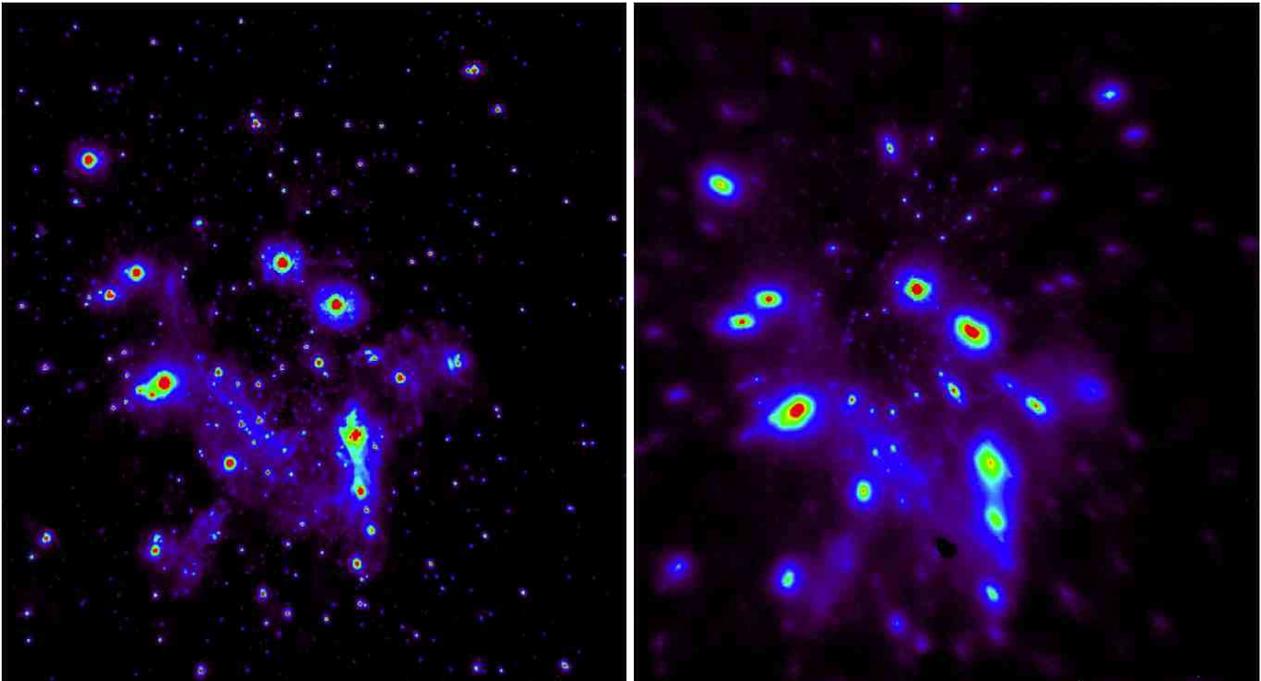


FIGURE 3.1: Image du centre galactique avec correction de la turbulence atmosphérique par NAOS au VLT. À gauche, la turbulence était essentiellement concentrée au sol alors qu'à droite il y avait plus de turbulence en altitude et donc un effet d'anisoplanétisme plus important (**Crédit** : Yann Clénet, CNRS, Observatoire de Paris - LESIA).

3.1.3 Profondeur de couches des miroirs déformables

Le phénomène d'anisoplanétisme limite le champ de correction d'un système SCAO, et impacte aussi les systèmes d'OA grand champ. Lorsqu'il devient nécessaire de compenser les perturbations de la phase sur un champ de correction conséquent (supérieur à l'angle isoplanétique θ_0), les couches en altitudes seront d'autant moins bien corrigées par le MD que le champ de correction sera important. On parle alors de profondeur de couche accessible au MD. Si le champ de correction est Ω et h_{MD} l'altitude de conjugaison optique du miroir déformable, on peut montrer que les fréquences spatiales de la phase turbulente pouvant être compensées restent inférieures à ([Ragazzoni et al., 2002]) :

$$k(h, \Omega) \leq \frac{1}{\Omega |h - h_{MD}|}, \quad (3.3)$$

Autrement dit, il y a un certain compromis entre le champ de correction et l'ensemble corrigible des fréquences spatiales. Pour un champ de correction non-nul, il y a alors une perte indéniable de performances qui dépend des conditions de la turbulence et du champ de correction.

3.2 ...Les grands remèdes

3.2.1 Étoiles artificielles

Afin de compenser le faible nombre d'étoiles guides naturelles (NGS pour *Natural Guide Stars*) pour l'analyse de surface d'onde dans les champs d'intérêts, il est possible de s'appuyer sur des étoiles lasers artificielles (LGS pour *Laser Guide Stars*). Foy et Labeyrie ont montré qu'un laser en interaction avec l'atmosphère permet de former une source suffisamment lumineuse pour servir d'étoile guide à un système d'OA ([Foy and Labeyrie, 1985]). L'avantage indéniable est que n'importe quel objet du ciel devient possiblement accessible. On distingue notamment deux types d'étoiles artificielles.

Premièrement, les étoiles lasers sodium ([Gardner et al., 1989]) qui excitent la couche de sodium présente à une centaine de kilomètres en altitude. L'énergie apportée par le laser permet aux électrons des atomes de sodium de passer à un niveau quantique plus énergétique. La désexcitation qui s'en suit va permettre de créer une source lumineuse artificielle monochromatique de longueur d'onde 589 nm. Les lasers sodium doivent néanmoins être assez puissants (de l'ordre de plusieurs dizaines de Watt [Max et al., 1994]) pour assurer une analyse du front d'onde avec un rapport signal à bruit suffisant.

Deuxièmement, les étoiles lasers Rayleigh dont la lumière est diffusée par diffusion Rayleigh par les molécules atmosphériques. Notons que pour obtenir une étoile suffisamment lumineuse, il faut tabler sur des lasers courtes longueurs d'onde puisque le spectre de diffusion Rayleigh est en λ^{-4} . En général un bon compromis puissance reçue/prix se situe pour un laser vert. Remarquons que plus l'étoile est formée haut en altitude, plus sa magnitude apparente sera élevée puisque, d'une part la densité moléculaire y est plus faible, d'autre part le flux reçu diminue par effet de distance (inversement proportionnel au carré de la distance). Grossièrement, l'altitude de focalisation des étoiles lasers type Rayleigh est réglée entre dix et vingt kilomètres. La figure 3.2 illustre deux tirs lasers, un sodium sur GEMS ([d'Orgeville et al., 2012]) et un Rayleigh vert ($\lambda = 532$ nm [Morris et al., 2013]) sur CANARY ([Morris et al., 2012]).



FIGURE 3.2: **À gauche** : tir laser à Gemini Sud avec l'instrument GEMS utilisant une constellation de 5 étoiles sodium (**Crédit** : Gemini Observatory/AURA). **À droite** : Tir laser en Juillet 2012 au William Herschel Telescope avec l'instrument CANARY utilisant une étoile laser Rayleigh.

Il faut cependant garder à l'esprit que les étoiles artificielles souffrent de certaines limitations

qui vont empêcher de délivrer les mêmes performances qu'une optique adaptative classique sur une étoile naturelle. Une des limitations les plus restrictives est *l'effet de cône* dû à la focalisation des étoiles à une altitude finie [Foy, 2000]. Les ondes émises sont alors sphériques et les rayons lumineux forment un cône sous-tendu par la pupille du télescope. Ainsi, une partie de la turbulence ne peut pas être analysée comparativement à la mesure fournie sur une NGS dans la même direction. Cet effet s'accroît avec le diamètre de la pupille du télescope et la force de la turbulence en altitude ([Tallon and Foy, 1990]).

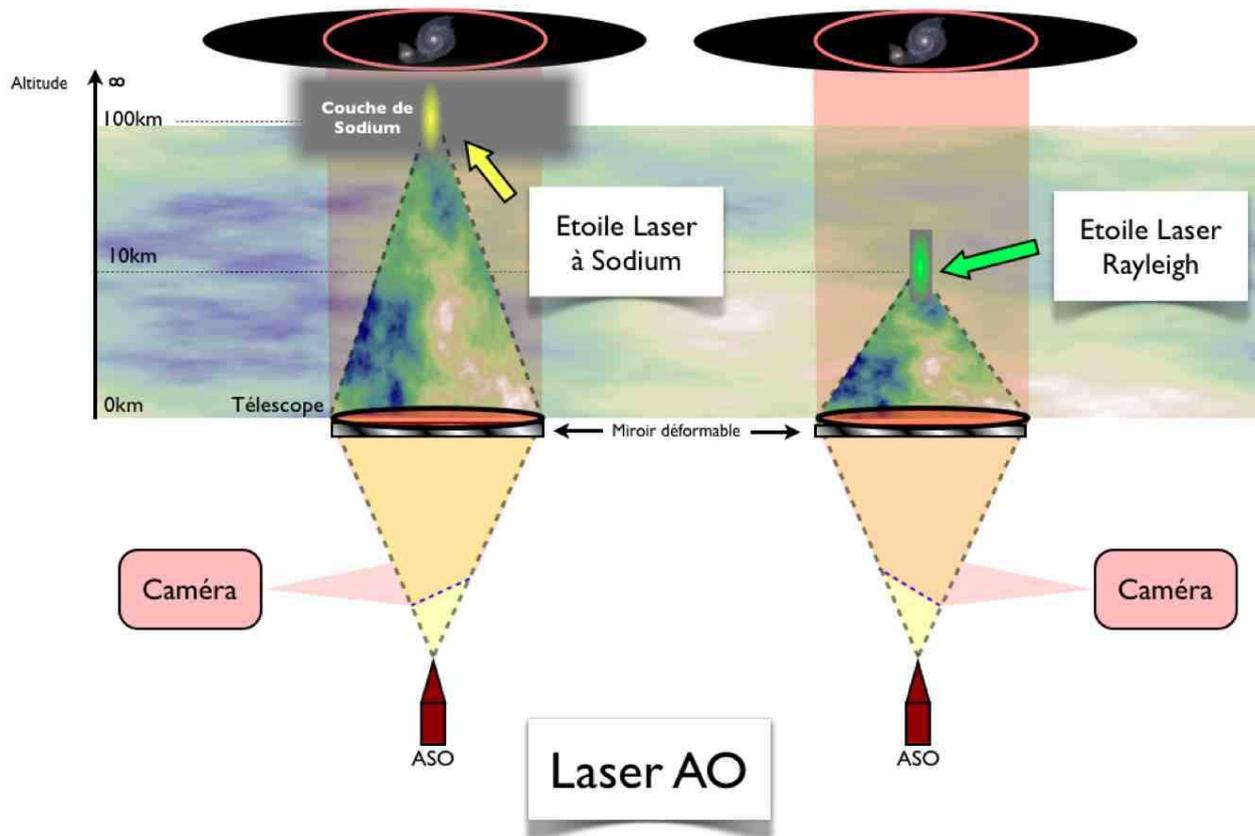


FIGURE 3.3: Illustration de l'effet de cône sur une étoile sodium (à gauche) et une étoile Rayleigh (à droite). La partie rose de la turbulence correspond à la turbulence que l'ASO ne peut pas mesurer par rapport à une mesure sur NGS. Reproduction de la thèse de Fabrice Vidal.

De plus, la turbulence est traversée deux fois par le laser, ce qui rend la mesure sur LGS beaucoup plus sensible au seeing. Le temps de propagation de l'onde (quelques micro secondes) est très faible devant le temps de cohérence typique de la turbulence (quelques milli-secondes). Ainsi le laser subit principalement à l'aller un basculement dans une direction, puis l'exact opposé au retour, de telle sorte qu'on ne peut pas mesurer l'angle d'arrivée du front d'onde sur la pupille à partir de mesures sur des LGS ([Rigaut and Gendron, 1992]). Il est donc nécessaire d'utiliser au moins une NGS pour mesurer cet angle d'arrivée. Cette mesure peut être réalisée grâce à un ASO utilisant une seule lentille plutôt qu'une matrice de micro-lentilles pour bénéficier de beaucoup plus de flux ([Séchaud et al., 1988]).

Enfin, le point source de l'onde réémise n'est pas ponctuel mais allongé ([Viard et al., 1999]), ce qui engendre des difficultés supplémentaires dans la détermination de la position des spots. Ces derniers sont alors allongés dans une direction privilégiée et il est nécessaire d'adapter les algorithmes de détermination de la position des spots pour s'affranchir au mieux de cet effet ([Gratadour et al., 2010]).

Malgré ces difficultés, de plus en plus de télescopes s'équipent d'étoiles lasers, notamment au Keck ([Chin et al., 2012]), à Gemini Nord sur l'instrument ALTAIR [Christou et al., 2010]

et à Gemini sud sur l'instrument GeMs ([d'Orgeville et al., 2012]).

3.2.2 Tomographie de la phase turbulente

Grâce à des LGS, il devient possible d'augmenter le nombre d'étoiles guides et de sonder un plus grand volume atmosphérique. Chacun des ASO va alors effectuer une mesure de la phase dans des directions différentes et ainsi accroître notre connaissance de la turbulence, comme illustré en figure 3.4. La tomographie est alors l'art et la manière d'estimer, par exemple, la phase dans le volume turbulent à partir de ces mesures discrètes. Le but est alors de compenser cette phase dans les directions qui nous intéressent (LTAO,MOAO), ou dans tout le champ de correction (MCAO).

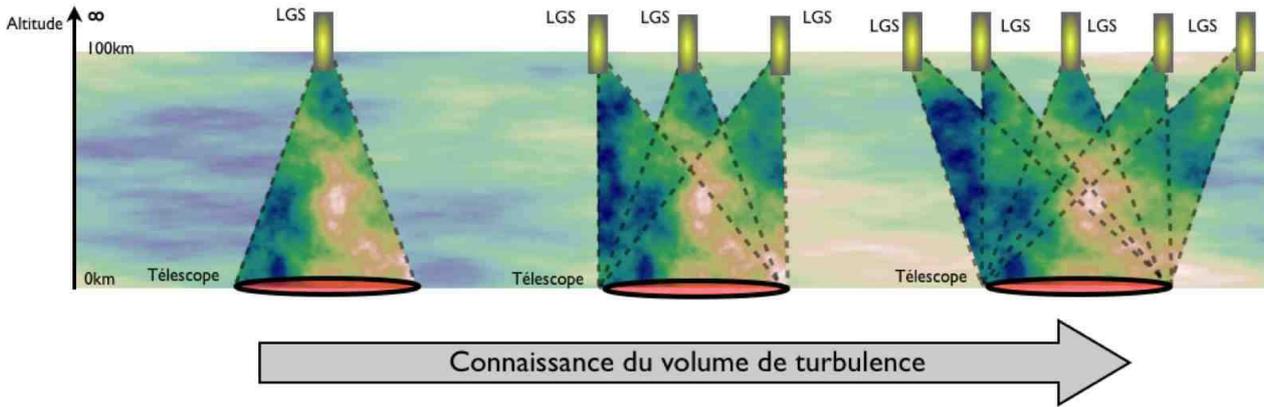


FIGURE 3.4: Illustration de la connaissance du volume de turbulence avec le nombre d'ASO. Reproduction de la thèse de Fabrice Vidal.

Je noterai dans toute la suite \mathbf{S}_α le vecteur de toutes les mesures des ASO hors-axes et supposerai que tous les ASO fonctionnent dans un régime linéaire. Les mesures en boucle ouverte des analyseurs peuvent être exprimées de la façon suivante :

$$\mathbf{S}_\alpha = \mathbf{D}_\alpha \phi_\alpha + \mathbf{n}_\alpha, \quad (3.4)$$

avec \mathbf{D}_α la matrice caractérisant la réponse de tous les analyseurs hors-axes et \mathbf{n}_α le vecteur de bruit de mesure de tous les analyseurs. Si maintenant nous cherchons à estimer la phase ϕ_β dans des directions d'intérêts, il est possible d'utiliser un estimateur *Minimum Mean Square Error (MMSE)* pour déterminer le *reconstructeur* \mathbf{R} qui minimise l'expression suivante :

$$\varepsilon^2 = \mathbb{E} \left[\|\phi_\beta - \mathbf{R}(\mathbf{D}_\alpha \phi_\alpha + \mathbf{n}_\alpha)\|^2 \right]. \quad (3.5)$$

Nous pouvons montrer alors que ce reconstructeur peut s'exprimer comme le produit de matrices de covariance entre les phases dans les différentes directions :

$$\mathbf{R} = \mathbb{E} \left[\phi_\beta \phi_\alpha^t \mathbf{D}_\alpha^t \right] \mathbb{E} \left[\mathbf{D}_\alpha \phi_\alpha \phi_\alpha^t \mathbf{D}_\alpha^t + \mathbf{n}_\alpha \mathbf{n}_\alpha^t \right]^{-1}. \quad (3.6)$$

Ce reconstructeur permet de limiter l'impact du bruit dans la reconstruction de la phase ϕ_β grâce au terme $\mathbb{E} \left[\mathbf{D}_\alpha \phi_\alpha \phi_\alpha^t \mathbf{D}_\alpha^t + \mathbf{n}_\alpha \mathbf{n}_\alpha^t \right]^{-1}$ de l'équation précédente. La difficulté est alors d'estimer la matrice de covariance de la phase dans des directions différentes. Notons que cette corrélation est liée au phénomène d'anisoplanétisme.

Généralement, la phase est alors décomposée sur les modes de Zernike dont la covariance est bien connue et a été explicitée par Noll ([Noll, 1976]). Cependant, cette covariance dépend de la force mais surtout de l'altitude de la couche turbulente considérée. Il faut alors, pour chaque

couche, calculer un projecteur \mathbf{W}_{h_l} qui permet d'exprimer la phase en fonction des modes de Zernike de façon matricielle. Si on appelle \mathbf{a}_α le vecteur de modes de la phase atmosphérique dans les directions α , la covariance $\mathcal{C}_{\beta\alpha}^\phi(h_l)$ entre la phase dans des directions différentes se calcule pour une altitude h_l donnée comme suivant ([Fusco et al., 2001]) :

$$\begin{aligned}\mathcal{C}_{\beta\alpha}^\phi(h_l) &= \mathbf{W}_{h_l} (\mathbf{a}_\beta(h_l)\mathbf{a}_\alpha(h_l)) \mathbf{W}_{h_l}^t \\ &= \mathbf{W}_{h_l} \mathcal{C}_{\beta\alpha}^a(h_l) \mathbf{W}_{h_l}^t\end{aligned}\quad (3.7)$$

Le calcul de la matrice de covariance totale nécessite alors la connaissance du profil turbulent qui doit être identifié sur un nombre discret et fini de couches n_l . L'indépendance des couches turbulentes de différentes altitudes permet alors d'écrire le reconstruteur MMSE sous la forme suivante ([Ragazzoni et al., 1999]) :

$$\mathbf{R} = \left(\sum_{l=1}^{n_l} \mathbf{W}_{h_l} \mathcal{C}_{\beta\alpha}^a(h_l) \mathbf{W}_{h_l}^t \mathbf{D}_\alpha^t \right) \left(\mathbf{D}_\alpha \left(\sum_{l=1}^{n_l} \mathbf{W}_{h_l} \mathcal{C}_{\alpha\alpha}^a(h_l) \mathbf{W}_{h_l}^t \right) \mathbf{D}_\alpha^t + \mathcal{C}_{\beta\alpha}^{\text{Noise}} \right)^{-1}. \quad (3.8)$$

J'ai illustré ici une méthode de reconstruction tomographique de la phase dans des directions β à partir de mesures en boucle ouverte. Pour les systèmes d'OA tomographique fonctionnant en boucle fermée, comme la LTAO ou bien la MCAO, il faut tenir compte du fait que les ASO mesurent des résidus de correction. Il existe par exemple des commandes dites *POLC* (*Pseudo Open Loop Control*) ([Ellerbroek and Vogel, 2003],[Piatrou and Gilles, 2005]), qui ont pour but d'estimer les pentes en boucle ouverte à partir des mesures en boucle fermée, des tensions des MD et de matrices étalonnées. De plus, il est tout à fait possible d'utiliser des estimateurs différents du MMSE comme l'estimateur du maximum *à posteriori* ([Fusco et al., 1999]).

3.3 Les nouvelles techniques d'optique adaptative

3.3.1 *Laser Tomography Adaptive Optics*

Grâce aux étoiles lasers, la couverture du ciel peut avoisiner les 100%. Néanmoins, l'utilisation d'une LGS plutôt que d'une NGS ne peut pas donner de performances équivalentes, en particulier à cause de l'effet de cône. Il est cependant possible de limiter cet impact en utilisant plusieurs LGS entourant l'objet d'intérêt et d'augmenter considérablement le volume turbulent sondable comme illustré en figure 3.3. Grâce à la combinaison de toutes les mesures provenant d'ASO pointant dans des directions différentes, il devient possible de reconstruire tomographiquement la phase turbulente dans la direction d'intérêt et de la compenser avec un MD dans le plan pupille. Notons qu'il faut néanmoins une mesure de l'angle d'arrivée du front d'onde sur la pupille à partir d'une NGS.

On parle alors de *Laser Tomography Adaptive Optics (LTAO)* ([Baranec et al., 2006]) qui est une technique qui couple à la fois l'utilisation d'étoiles lasers et la reconstruction tomographique de la phase pour compenser les perturbations atmosphériques dans une direction donnée, c'est-à-dire dans un champ de correction limité par l'anisoplanétisme.

3.3.2 *Multi Conjugated Adaptive Optics*

Pour répondre aux besoins scientifiques nécessitant un grand champ de correction, un nouveau concept d'OA a été proposé par Beckers ([Beckers, 1988]) basé sur l'utilisation de plusieurs MD en série conjugués à des altitudes différentes. L'idée est d'échantillonner en altitude le volume turbulent à l'aide de plusieurs MD. Il s'agit alors d'un système d'OA multi-conjugué, ou *Multi Conjugated Adaptive Optics (MCAO)* ([Ellerbroek, 1993]).

L'esprit de la MCAO ainsi nommée est donc véritablement de corriger le front d'onde le plus uniformément possible sur un grand champ au prix de quelques miroirs supplémentaires. Grâce à une reconstruction tomographique du volume turbulent, il est possible de commander adéquatement les MD. En général, le champ de correction est fixé par des spécifications déterminées pour répondre à des besoins scientifiques. Il faut alors déterminer le nombre de MD et leur altitude de conjugaison en prenant en compte les résultats de profilométrie du site d'observation ([Fusco et al., 2001]).

3.3.3 *Ground Layer Adaptive Optics*

La *Ground Layer Adaptive Optics (GLAO)* ([Rigaut, 2002]) est une technique qui a pour but de compenser uniquement la turbulence dans le plan pupille du télescope. Elle ne nécessite alors qu'un seul MD dans le plan pupille et permet, à partir de senseurs de front d'onde conjugués au plan pupille, d'apporter une compensation des fluctuations de phase dues à la couche au sol, quasi-uniforme sur l'ensemble du champ de vue du système.

Cette technique ne nécessite pas de reconstruction tomographique, elle s'appuie sur la moyenne des mesures des ASO pour en déduire la contribution de la couche turbulente dans le plan pupille afin de la compenser. Je montrerai dans le chapitre 11 que c'est cette couche qui domine très largement le profil turbulent. Les couches en altitude ne sont néanmoins pas corrigées, ce qui peut limiter grandement les performances d'un instrument de GLAO. La correction sur un très grand champ permet cependant d'augmenter le nombre de NGS suffisamment dans le champ, donc d'améliorer notablement la couverture du ciel. De tels systèmes ont avant tout pour but de fournir une correction uniforme sur un très grand champ plutôt que d'atteindre la résolution maximale donnée par la diffraction du télescope.

Deuxième partie

L'optique adaptative multi-objets et son démonstrateur Canary

Chapitre 4

De nouveaux enjeux astrophysiques

J'ai introduit les concepts d'OA grand champ comme la MCAO et la GLAO dans le chapitre précédent. Je vais maintenant me concentrer sur une nouvelle technique d'OA qui est centrale dans cette thèse, baptisée la MOAO pour *Multi-Object Adaptive Optics*. J'expliciterai les besoins astrophysiques qui ont amorcé l'élaboration de cette nouvelle méthode, et pourquoi elle est plus appropriée que la MCAO ou bien la GLAO pour ce genre de problématiques.

4.1 L'étude de la formation et l'évolution des galaxies

Les galaxies ont toujours été à la base de sujets sensibles dans la communauté scientifique, en particulier à cause des idéologies anthropiques mettant l'homme au centre de l'Univers. L'idée d'avoir quelque chose d'extérieur à notre propre galaxie a mis du temps à germer. *Le grand débat* en 1920 entre Curtis et Shapley sur la question de ce que sont les nébuleuses jusque là observées, permet de soulever des questions fondamentales sur ces objets. Il faudra attendre les observations de Hubble de 1923 au télescope Hooker de 2,5 m au mont Wilson pour mesurer les distances de plusieurs objets nébuleux, dont M31 la bien connue galaxie d'Andromède aujourd'hui. Il énoncera alors sa loi entre la distance de ces objets et leur vitesse de récession connue aujourd'hui sous la loi de Hubble ([Hubble, 1929]), ce qui mènera par la suite à la notion de décalage vers le rouge (*redshift*), d'expansion de l'Univers et de théorie du *Big Bang*.

Suite à ses observations au mont Palomar, Hubble a proposé une classification des galaxies en fonction de leur morphologie. Il distingue les galaxies elliptiques, les galaxies spirales et spirales barrées ainsi que les galaxies irrégulières. L'intérêt de cette classification réside dans la corrélation entre la morphologie de la galaxie et ses propriétés physiques. Par exemple, la relation de Tully-Fisher donne la luminosité des galaxies spirales en fonction de la puissance quatrième de leur vitesse de rotation. De plus, il a été observé que les galaxies spirales sont généralement composées d'étoiles jeunes et chaudes, donc plutôt bleues, comparativement aux galaxies elliptiques qui sont rouges et plus anciennes ([Marzke et al., 1998]).

Ces observations ont posé et posent toujours des questions fondamentales sur la formation et l'évolution des galaxies. Plusieurs missions scientifiques sur le télescope spatial Hubble, mais aussi sur les télescopes de 8 à 10 m au sol, ont permis de mettre en évidence que les fractions de populations des galaxies évoluent beaucoup avec la distance à la Terre, donc dans le temps. Pour l'univers local, cette distribution s'évalue à environ 65 % de galaxies spirales, 31 % de galaxies elliptiques et enfin 4 % de galaxies irrégulières ([Abraham et al., 1996]), alors que pour un *redshift* de 0,6, la proportion de galaxies spirales connues chute à 20 %, tandis que les galaxies irrégulières deviennent plus nombreuses avec une proportion de 40 %, qui semble augmenter avec le *redshift* ([Conselice et al., 2005]). Ces chiffres soulèvent alors des interrogations sur la formation et l'évolution des galaxies dont l'étude nécessite de travailler, d'une part sur un

échantillon statistique conséquent, mais d'autre part, de pousser les limites de l'instrumentation actuelle et d'observer des objets à très grands *redshift*. En particulier, il faut s'intéresser à leur morphologie, ce qui nécessite une très bonne résolution spatiale, mais aussi à leur dynamique et leur composition chimique, ce qui peut aussi nécessiter une bonne résolution spectrale.

Les futurs projets de télescope au sol de classe 30 à 40 m de diamètre vont permettre d'étudier précisément des objets extra-galactiques. L'ambition de ces instruments est l'étude des galaxies jusqu'à des *redshift* de sept ([Evans et al., 2008]). Cependant la taille des galaxies diminue avec le *redshift* et devient rapidement inférieure à la seconde d'angle, taille qui correspond généralement à celle d'une FEP limitée par le seeing. Ces nouveaux télescopes au sol devront alors être équipés d'instrument d'OA pour assurer une analyse précise des galaxies primordiales de l'Univers.



FIGURE 4.1: Comparaison d'échelle entre le futur E-ELT, le VLT et l'arc de triomphe. **Crédit** :ESO.

4.2 Un nouveau concept d'OA grand champ

L'étude des galaxies primordiales sur un ELT nécessite tout d'abord un très grand champ de vue. D'une part, une étude statistique requiert l'analyse d'un nombre conséquent de galaxies, d'autre part les temps de pose pourraient atteindre plusieurs heures pour les galaxies les plus lointaines. Il est donc important de multiplexer les observations pour observer jusqu'à vingt galaxies de petites tailles (inférieures à une seconde d'angle) dans un très large champ de 5 à 10 minutes d'angle ([Evans et al., 2008]). De plus, les champs cosmologiques d'intérêts seront en général très pauvres en étoiles guides naturelles. Il faut alors concevoir un système d'OA très grand champ qui compense les perturbations de la phase atmosphérique dans quelques directions à partir de mesures sur des LGS. L'utilisation des LGS n'est néanmoins pas systématiquement requise, puisque avec un champ de vue suffisamment grand, certains champs cosmologiques présentent suffisamment de NGS pour la reconstruction tomographique ([Ragazzoni, 1999]).

Cependant, la conception d'un système d'OA très grand champ va très vite buter sur des problèmes optiques, comme la conservation de l'étendue de faisceau. Par exemple, pour un télescope de diamètre de 39 m et un champ de vue de 5 minutes d'angle, un miroir déformable de 39 cm doit sous-tendre un faisceau de taille angulaire de $8,3^\circ$ pour conserver le champ de vue. De plus, si on considère maintenant une couche à l'altitude h telle que, la méta-pupille (la

projection de la pupille en altitude) à cette altitude ait un diamètre D' , alors le rapport DD'/h se conserve. Ainsi, la distance entre les MDs pour assurer un champ de vue de 5 minutes peut atteindre le cm, ce qui engendre des difficultés supplémentaires.

Il y a alors deux solutions pour résoudre ce problème. Soit il faut travailler avec des MD de très grands diamètres, de l'ordre du mètre, ce qui oblige de concevoir un instrument très volumineux, soit il faut segmenter le champ de vue en plusieurs sous-champs. Le problème qui se pose dans la deuxième option est que, dans le cas d'un système de MCAO, il faut créer un système d'OA presque autonome pour chaque sous-champ. En général, à cause des contraintes optiques précédemment énoncées, les instruments de MCAO permettent une compensation uniforme de la phase atmosphérique dans un champ de 2 minutes d'angle. Il faudrait alors quatre systèmes de MCAO pour couvrir le champ de vue de l'E-ELT ([Cuby et al., 2008]).

En 2002, Hammer ([Hammer et al., 2002]) propose de segmenter le champ de vue à l'extrême en ne corrigeant la phase atmosphérique dans seulement quelques directions d'intérêts. L'idée est alors de créer autant de voies de corrections que de cibles scientifiques, avec des voies dédiées à l'analyse de front d'onde uniquement. Le terme de *Multi-Object Adaptive Optics (MOAO)* apparaît alors vers les années 2004 ([Dekany et al., 2004]), puis devient un concept pleinement assumé pour l'instrument FALCON ([Hammer et al., 2004],[Gendron et al., 2005]).

Dans ce nouveau concept d'OA illustré en figure 4.2, le champ de vue est segmenté en autant de cibles astrophysiques. À chacune de ces cibles est associée une voie de compensation avec un miroir déformable qui va alimenter un spectrographe IFU par exemple. L'analyse du front d'onde est alors assurée par plusieurs ASO NGS et LGS qui pointent leurs étoiles guides respectives réparties dans le champ. Grâce à une procédure tomographique, il est alors possible de déterminer la commande à envoyer à chaque MD pour assurer la compensation simultanée de la phase turbulente dans toutes les directions d'intérêts.

Il apparaît alors un bémol complètement atypique en OA : le système fonctionne en boucle ouverte, c'est-à-dire qu'il n'y a aucun ASO qui contrôle le résidu de la phase corrigée par les MD. Les miroirs sont alors commandés par ce qu'on pourrait appeler un *observateur* : la reconstruction tomographique permet d'estimer la phase dans les directions d'intérêts et d'en déduire de façon aveugle les tensions des MD. Évidemment, il faut avoir une très grande confiance envers les MD en terme de linéarité et de comportement attendu. C'est tout le problème de la boucle ouverte qui ne permet plus alors de travailler autour de petites variations de la mesure des ASO.

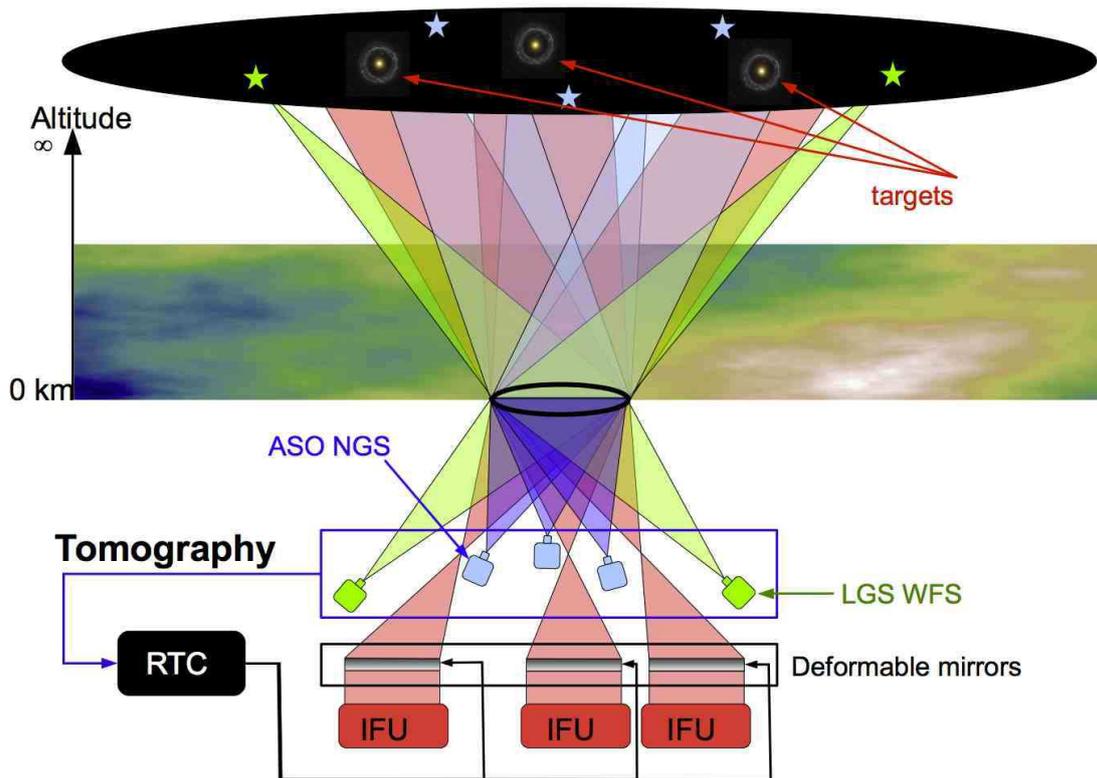


FIGURE 4.2: Illustration du concept d'optique adaptative multi-objet. Le champ total est segmenté en plusieurs zones d'intérêt astrophysiques (généralement des galaxies) pour lesquelles une voie de correction avec un MD est attribuée. Chaque MD va compenser les perturbations de la phase dans la direction correspondante et dans un champ limité par l'anisoplanétisme. La commande des MD est alors déterminée grâce à une reconstruction tomographique de la phase dans les directions d'intérêts. Chaque voie de correction alimente alors un spectromètre à intégrale de champ par exemple.

4.3 Des ornithologues chez les astronomes

Le concept de MOAO est de plus en plus étudié en laboratoire et sur le ciel. C'est au début des années 2000 que le concept de l'OA multi-objet en boucle ouverte est né à l'observatoire de Paris aux cours des discussions entre F. Hammer et F. Sayède. Le concept est alors proposé pour le projet FALCON, un spectromètre IFU à fibres multi-objet dans le proche IR proposé pour le VLT ([Hammer et al., 2002],[Hammer et al., 2004]). C'est lors de la conférence *Beyond conventionnal AO* qui s'est tenue à Venise en 2001 que le concept d'OA adapté à un *Multi-Object Spectrograph (MOS)* a émergé sur la scène scientifique internationale. E. Gendron parle alors dans sa présentation de *Wave-front sensing buttons* pointant les étoiles guides et de *Adaptive buttons* pointant les objets scientifiques. L'idée de segmenter le champ de vue total (vingt minutes d'angle pour FALCON) en plusieurs voies de correction apparait et la controverse du contrôle en boucle ouverte y est discutée.

De l'autre coté de l'Atlantique, Gavel mène la création du *Laboratory of Adaptive Optics (LAO)* ([Bauman and Gavel, 2003]) et d'un banc de tests d'optique adaptative, en particulier pour valider l'utilisation de miroirs *Micro Electro-Mechanical Systems (MEMS)* ([Gavel, 2006b]) en OA qui possèdent de très bonnes propriétés de linéarité. Gavel y voit alors l'opportunité de promouvoir ses MEMS et pousse pour le concept de MOAO auprès de la commu-

nauté de l'instrumentation du TMT, en particulier pour le spectromètre multi-objet IRMOS/-TUPI ([Andersen et al., 2006]). L'acronyme MOAO apparaît lors d'un rapport interne en 2003 et deux études sont ensuite menées par l'Université de Floride et Caltech pour l'instrumentation d'IRMOS/TUPI basée sur la MOAO. La validation expérimentale de la MOAO est alors premièrement démontrée grâce au LAO ([Gavel, 2006a]), dont l'équipe a ensuite monté une expérience sur le ciel appelée VILLAGES ([Gavel et al., 2008]), afin de démontrer la faisabilité de l'utilisation des MEMS en boucle ouverte avec un très grand nombre d'actionneurs. En parallèle, une autre expérience sur le ciel nommée VOLT ([Andersen et al., 2008]) est menée par l'université de Victoria dans le but d'identifier et d'analyser finement les sources d'erreurs de boucle ouverte et de proposer des options pour les futurs projets basés sur le concept de MOAO.

À la suite du projet FALCON, le projet MOMFIS ([Cuby et al., 2006]) est proposé pour le télescope de l'ESO *OWL* ([Dierickx et al., 2004]) prévu avec un diamètre de pupille de 100 m. Prieto du LAM, qui a eu un rôle significatif dans l'étude de Caltech, va alors concevoir le design de MOMFIS sur un schéma de MOAO. En Novembre 2005 ([Monnet and Gilmozzi, 2006]), l'ESO actualise ces ambitions et forme un comité pour mener l'élaboration d'un télescope de 42 m de pupille. Pour remplacer le projet MOMFIS, un autre instrument appelé EAGLE est proposé pour le nouveau E-ELT en tant que spectrographe IR multi-objet basé sur un design de MOAO ([Cuby et al., 2008], [Fusco et al., 2008]). L'étude en phase A de EAGLE prend fin en novembre 2010 ([Cuby et al., 2010]) et a conduit à un design optique comportant vingt voies de correction de la phase atmosphérique, onze voies d'analyse du front d'onde, dont six basées sur des LGS réparties dans un anneau de 6,8 minutes de diamètre, et cinq sur des NGS réparties dans le champ de vue de 5 à 10 minutes et de magnitude inférieure à 17 en bande R. Chacun des MD devait posséder 84×84 actionneurs et être commandé à 250 Hz pour délivrer un front d'onde à chaque IFU, avec une résolution spatiale correspondant à 30% d'énergie encadrée dans une boîte de 75 milli-secondes d'angle de coté en bande H ([Rousset et al., 2010]).

Compte tenu de la nouveauté du concept de la MOAO, il est apparu essentiel pour les équipes en charge du projet EAGLE de développer le plus rapidement possible un démonstrateur technologique, sur le ciel, de ce concept, instrument baptisé CANARY (cf. chapitre suivant). Plusieurs bancs instrumentaux spécialisés en MOAO ont depuis vu le jour, en particulier le LAO s'est concentré sur la validation du contrôle en boucle ouverte, le banc d'OA SESAME qui a permis les premières implémentations du contrôle en boucle ouverte et de la reconstruction tomographique pour CANARY ([Vidal, 2009]), le banc HOMER de l'ONERA sur lequel plusieurs contrôles tomographiques ont été étudiés ([Parisot et al., 2012]), ainsi que le banc DRAGON de l'Université de Durham qui a pour but de tester des implémentations novatrices en OA ([Reeves et al., 2012]). On peut aussi citer la création d'un banc de MOAO à l'Université de Tohoku spécialisé dans la quantification des performances tomographiques ([Akiyama et al., 2012]). Enfin RAVEN est un instrument scientifique de MOAO conçu par l'Université de Victoria et prévu pour être installé au télescope Subaru courant 2014 ([Conan et al., 2010]). Contrairement à CANARY, RAVEN est dimensionné pour démontrer qu'il est possible de mener une campagne scientifique avec un instrument d'OA basé sur un design de MOAO. RAVEN devra alors compenser la phase atmosphérique dans deux voies de corrections à partir de mesures sur trois NGS réparties dans un champ de vue de 3,5 minutes d'angle et sur une LGS sodium sur l'axe ([Andersen et al., 2012]).

Chapitre 5

CANARY : Un démonstrateur de la MOAO

La MOAO est une technique qui a été pensée pour l'étude de la formation et l'évolution des galaxies sur des ELTs. Cependant, ce nouveau concept d'OA n'avait jamais été validé sur le ciel. C'est là que CANARY entre en jeu : depuis 2007 un consortium européen réunissant le LESIA de l'Observatoire de Paris, l'Université de Durham, l'ATC, le groupe ING (et bien d'autres) s'est formé pour créer ce projet de démonstration de la faisabilité de la MOAO sur le ciel ([Myers et al., 2008]). Le projet a été en particulier motivé par l'instrument EAGLE, un spectrographe multi-objet et infra-rouge proposé pour l'E-ELT ([Cuby et al., 2008]). Il faut bien garder à l'esprit que CANARY est un démonstrateur de concept en OA et non un instrument à portée astrophysique. C'est à partir de 2010 que CANARY a été installé au William Hershel Telescope (WHT) aux îles Canaries. La démonstration de la MOAO a été scindée en trois grandes phases (A, B et C) pendant lesquelles la complexité de CANARY évolue pour atteindre un design optique se rapprochant de celui de EAGLE sur l'E-ELT, mais à l'échelle du WHT.

5.1 L'installation de Canary au WHT

5.1.1 Phase A

La phase A s'est déroulée en 2010 ([Gendron et al., 2011]) et avait pour but de démontrer la faisabilité de la reconstruction tomographique sur trois NGS, le contrôle du MD en boucle ouverte et de mettre en évidence les étalonnages spécifiques à la mise en œuvre d'un système MOAO sur le ciel. Afin de mesurer les performances sur le ciel, CANARY était équipé d'une caméra IR (XENICS) délivrant des images en bande H seulement, et à partir desquelles les rapports de Strehl étaient estimés. De plus, CANARY est équipé d'un ASO sur l'axe appelé le *Truth Sensor (TS)* qui fournit une mesure du front d'onde sur l'axe après correction par le MD. Ces mesures permettent, d'une part, d'évaluer les performances de la reconstruction tomographique, d'autre part, de faire fonctionner CANARY en mode SCAO, c'est-à-dire en boucle fermée sur le TS.

Les quatre ASO échantillonnent de façon synchronisée le front d'onde avec une matrice de 7×7 micro-lentilles (36 sous-pupilles utiles). Cette synchronisation est assurée par le calculateur temps réel de CANARY - DARC ([Basden et al., 2010],[Dipper et al., 2010]). Les mesures et la reconstruction tomographique permettent de contrôler un miroir piezo-stack avec 8×8 actionneurs (52 actionneurs utiles) issu de l'ancien système ADONIS ([Beuzit and Hubin, 1993]) installé au télescope de 3,6 m de l'ESO au Chili jusqu'en 2001. Le comportement de ce miroir a été grandement étudié par Vidal durant sa thèse ([Vidal, 2009]) qui a mis en évidence qu'il est linéaire et fidèle (faible hystérésis et creep). CANARY est notamment équipé d'un miroir dédié à

la correction des modes de basculements seulement construit au LESIA selon le design de celui de SPHERE ([Beuzit et al., 2008]). Il s'agit d'un miroir plan pouvant tourner autour de deux axes, en particulier pour soulager la course des actionneurs du MD, qui ne corrige uniquement que les modes de hauts ordres. Le faisceau est ensuite séparé par une lame dichroïque qui réfléchit la partie visible vers le TS (de 400 à 900 nm) et transmet la partie proche infra-rouge (900 à 2500 nm) vers la caméra IR.

Enfin, CANARY est doté d'une voie optique de simulation de télescope composée de deux écrans de phase turbulents, un dans le plan pupille et un autre en altitude, avec des r_0 respectivement de 13 cm et 18 cm à 500 nm, et de vitesse de rotation ajustable. Ce simulateur possède aussi des sources visibles mobiles dans le champ de CANARY d'environ 2,5 minutes d'angle de diamètre et d'une source visible et infra-rouge sur l'axe ([Gendron et al., 2010]). Le simulateur permet notamment d'effectuer des tests d'intégration, mais surtout d'étalonner les différents paramètres géométriques qui interviennent dans la reconstruction tomographique, comme la sensibilité des caméras des ASO en pixel/seconde d'angle et les différents coefficients de conversion entre échelles (conversion entre mm et seconde d'angle dans le plan focal par exemple). Le design opto-mécanique est donné en figure 5.1 sur lequel apparaissent le simulateur de télescope (en bas), le *Target Acquisition System (TAS)* qui soutient les trois analyseurs hors-axe mobiles dans le champ d'entrée, les deux miroirs et le TS et la caméra IR en fin de chemin optique.

Coté logiciel, CANARY est principalement contrôlé par l'interface STYC *Smart Tools in Yorick for Canary* développée en yorick (<http://maumae.net/yorick/doc/index.php>) auquel sont couplées les bibliothèques graphiques pyGTK de python pour l'interface graphique ([Gendron et al., 2010]). STYC permet de faire le lien entre les différents logiciels et bibliothèques pour notamment contrôler les moteurs et diodes, acquérir les mesures des ASO en communiquant avec le RTC où bien acquérir des images IR en interagissant avec le logiciel de contrôle de la caméra IR. De plus, c'est à partir de STYC que nous pouvons identifier le profil turbulent et déterminer le restructeur tomographique, puis engager la boucle de MOAO et changer de mode d'observation (SCAO, MOAO, GLAO, LQG).

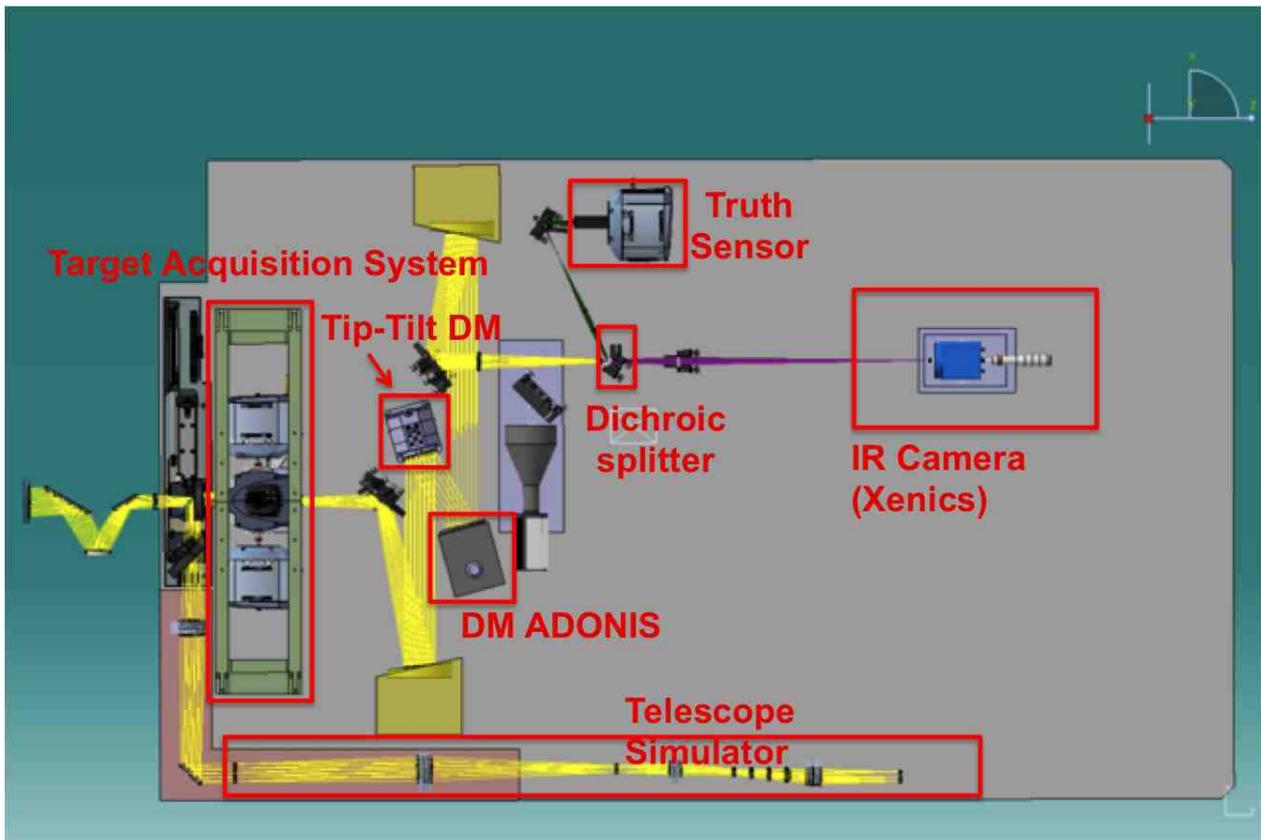


FIGURE 5.1: Design opto-mécanique de CANARY en configuration phase A.

Les observations en phase A en 2010 ont permis de démontrer avec succès la faisabilité de la MOAO utilisant trois NGS. Je reporte en figure 5.2, les images IR à 1530 nm acquises sur le ciel par CANARY en phase A. Les performances de la MOAO étaient similaires à celles de la SCAO et bien meilleure que celles de la GLAO. C'est une étape importante qui montre le gain de la reconstruction tomographique en terme de rapport de Strehl, mais aussi du contrôle en boucle ouverte.

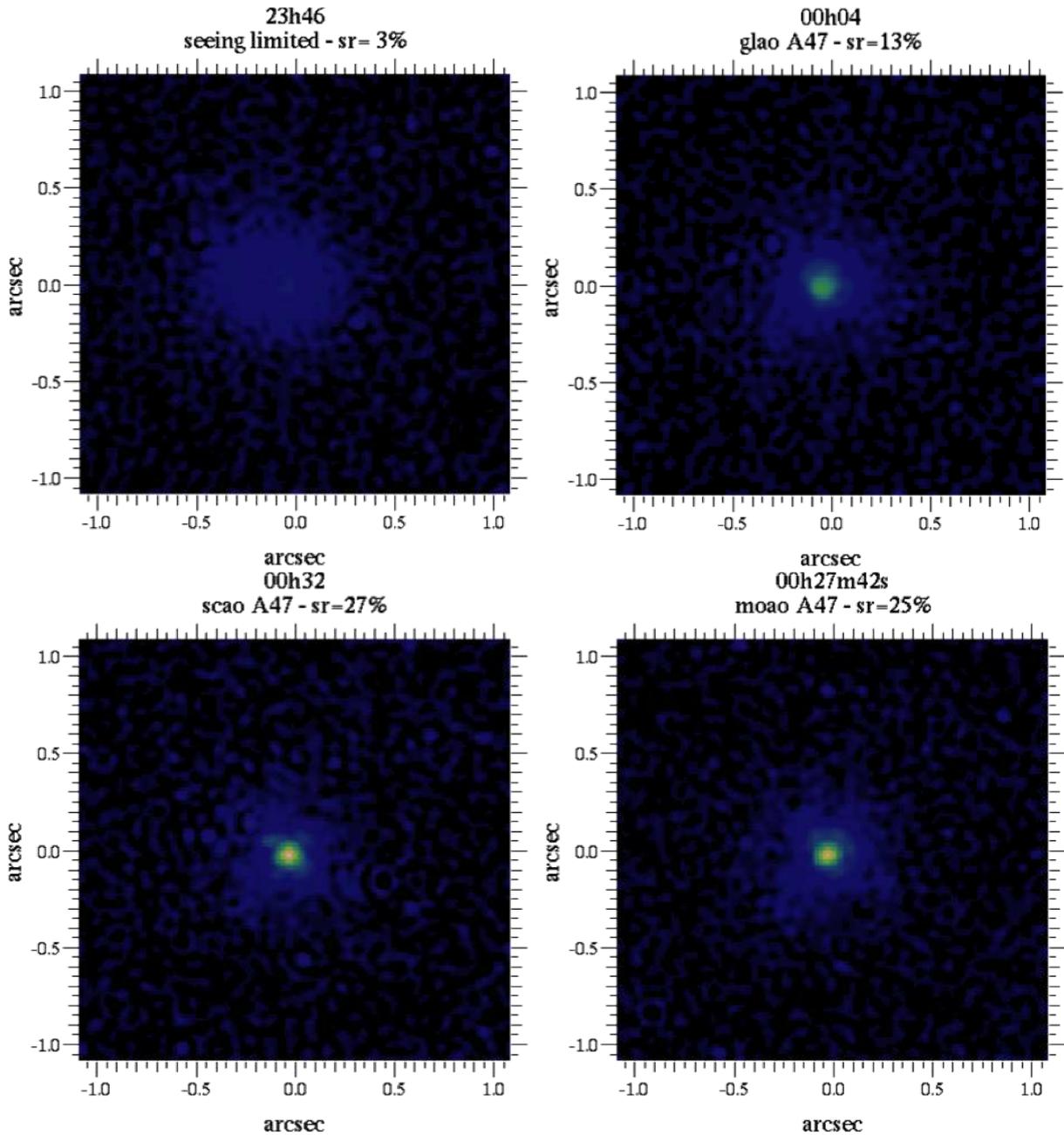


FIGURE 5.2: Images IR à 1530 nm obtenues sur le ciel par CANARY en phase A sans correction et en GLAO, SCAO et MOAO (<http://www.lesia.obspm.fr/CANARY.html>).

5.1.2 Phase B

La phase B ([Morris et al., 2011]) de CANARY s'est déroulée en 2012 et 2013. Le but était cette fois-ci de démontrer la MOAO utilisant trois NGS et quatre LGS Rayleigh pour la reconstruction tomographique. Un nouveau banc optique qui surplombe la voie principale a alors été installé pour permettre la mesure de front d'onde sur les LGS. Afin de ne pas polluer la voie optique principale menant au TS avec la lumière du laser, une autre lame dichroïque a été placée devant le plan focal d'entrée de CANARY et donc réfléchit le faisceau laser vers le banc optique laser. Cependant, pour des raisons d'indisponibilité de la caméra des ASO LGS initialement prévue, la phase B a été séparée en deux sous phases, respectivement phase B1 et phase B2.

En phase B1, CANARY n'utilisait que trois NGS avec une LGS pouvant être positionnée n'importe où dans un champ de une minute d'angle. En pratique, la LGS était placée sur l'axe et

focalisée à une altitude de 13,5 km. Afin de sélectionner les photons provenant de cette altitude, le banc optique LGS était équipé d'une cellule de Pockels fabriquée à partir de matériaux à biréfringence contrôlée par un champ électrique. Ces cellules permettent d'atténuer efficacement le flux lumineux en fonction de sa polarisation en appliquant une différence de potentiel. Le faisceau devait alors être polarisé, ce qui signifie une perte de la moitié du flux du fait des lasers utilisés, avant d'être filtré par la cellule qui était synchronisée avec l'acquisition des mesures sur les NGS.

Dans la configuration optique de la phase B2, il y avait cette fois-ci quatre LGS formant un astérisme carré de 23 secondes d'angle de coté, centré sur l'axe de CANARY. Les faisceaux lasers étaient déviés via une pyramide conjuguée au plan focal du télescope, puis échantillonnés grâce à une matrice de micro-lentilles unique (cf. figure 5.3). Les photons LGS étaient finalement intégrés par une caméra 128×128 pixels disposant d'un obturateur électronique¹ permettant de sélectionner l'altitude d'émission des photons Rayleigh ([Morris et al., 2012]). Le banc laser de CANARY en phase B est illustré en figure 5.3. Pour les différents tests et étalonnages, le simulateur de télescope s'est vu doté de quatre sources lasers d'altitude réglable.

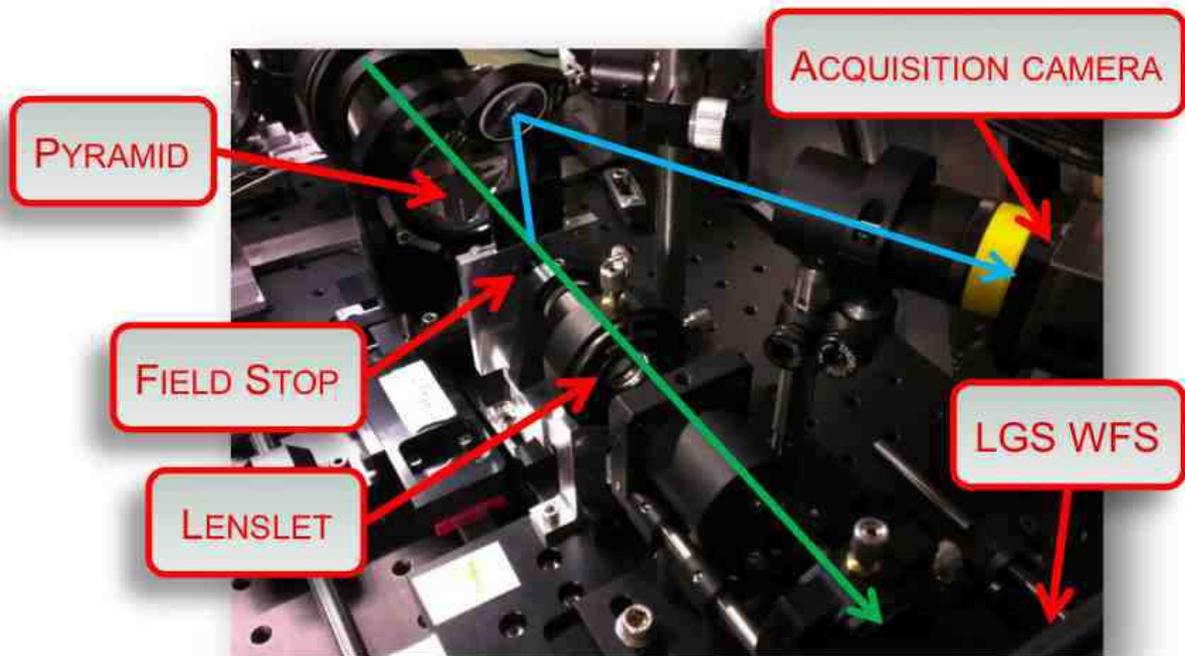


FIGURE 5.3: Photographie du banc LGS en configuration phase B2. **Crédit** : Tim Morris.

Il est possible de régler finement la zone d'altitude d'où proviennent les photons (*range gate*). L'avantage est que le rapport signal à bruit augmente linéairement avec la largeur de la zone sondée, mais atteint très vite une saturation due à la troncature des spots LGS, comme illustré en figure 5.4. Les faisceaux provenant d'altitudes différentes de l'altitude de focalisation de l'étoile laser sont défocalisés, ce qui induit une élongation des spots comme illustré en figure 5.4. En phase B2, l'altitude de focalisation du laser a été réglée à 21 km avec une profondeur de focalisation de 1,5 km, ce qui engendre une faible élongation d'environ 1,2 secondes d'angle ([Morris et al., 2013]). Or pour un r_0 de 15 cm (valeur médiane, cf. chapitre 11), les spots NGS ont une taille approximative de 0,7 secondes d'angle. Les faisceaux lasers traversent eux deux fois la turbulence, ce qui conduit à des spots de taille $\sqrt{2}\lambda/r_0 \simeq 1,0$ secondes d'angle.

1. Une *Gated CCD* en anglais.

Autrement dit, l'élongation des spots est très peu notable en sachant que les pixels LGS ont une taille d'environ 0,47 secondes d'angle sur le ciel.

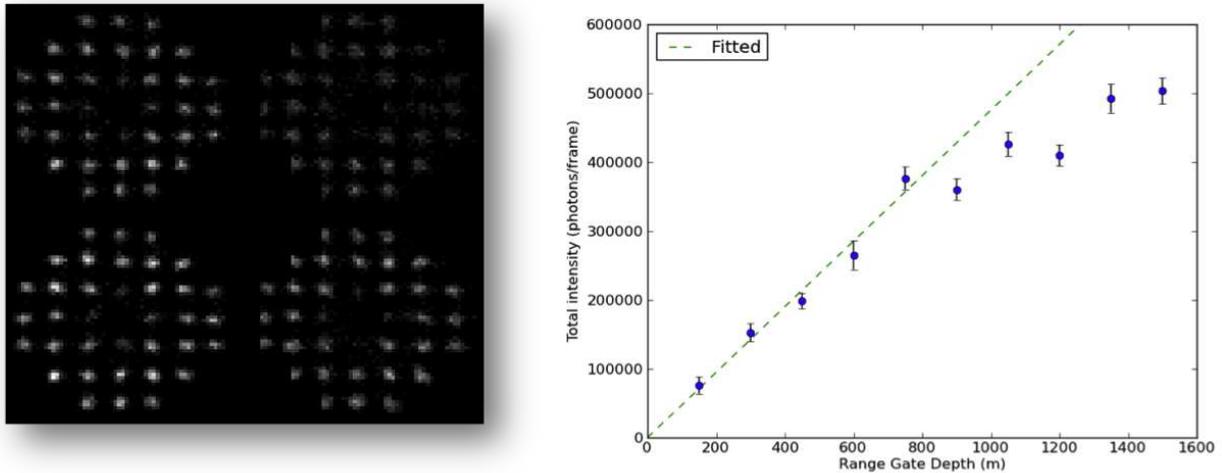


FIGURE 5.4: **À gauche** : Spots lasers obtenus sur le ciel. **À droite** : Intensité en photons/frame en fonction de la profondeur de la couche d'émission des photons Rayleigh en mètres et pour une fréquence de 150 Hz. Ces mesures ont été réalisées en phase B1 avec l'étoile laser sur l'axe ([Morris et al., 2013]).

Enfin, en section 3.2.1 j'ai expliqué que l'analyse de front d'onde sur des étoiles artificielles ne permet pas de mesurer l'angle d'arrivée du front d'onde sur la pupille du télescope. Cependant, il existe d'autres processus qui peuvent introduire un basculement commun de tous les spots LGS, comme la turbulence à l'aller, les vibrations du télescope à l'émission comme au retour, des erreurs de suivi de la cible ou bien des décalages dus à un mauvais centrage du dérotateur. Pour assurer que les spots LGS restent dans le champ des sous-pupilles, les basculements intempestifs du faisceau sont compensés par un miroir de basculement en boucle fermée sur les spots lasers. Le design opto-mécanique final est donné en figure 5.6.

Enfin, durant la phase B, CANARY s'est vu doté d'une nouvelle caméra IR refroidie, nommée CAMICAZ, permettant de faire des images en bande J ($\simeq 1280$ nm), H ($\simeq 1670$ nm) et K ($\simeq 2180$ nm). C'est notamment grâce à cette caméra que la première image d'une galaxie en MOAO a été réalisée avec CANARY durant les observations de la phase B2 en 2013. Les transmissions optiques de cette caméra ont été étalonnées et sont reportées en figure 5.5.

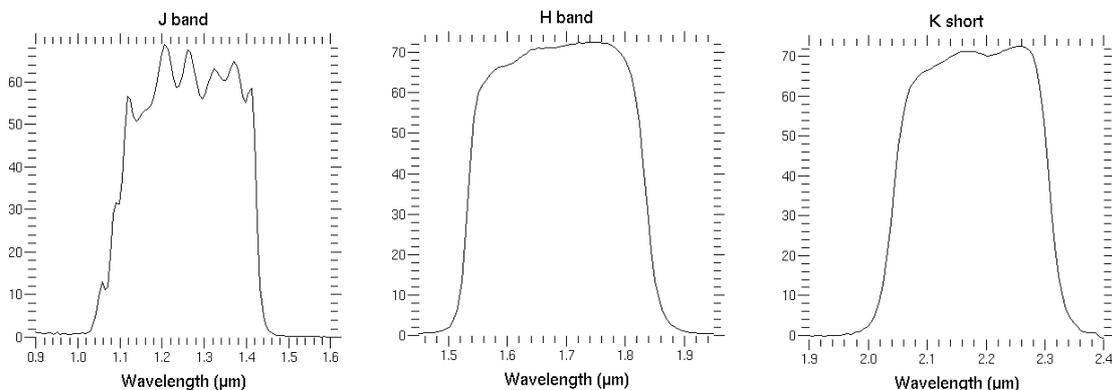


FIGURE 5.5: Transmissions en pourcent des filtres J, H et K de la caméra CAMICAZ.

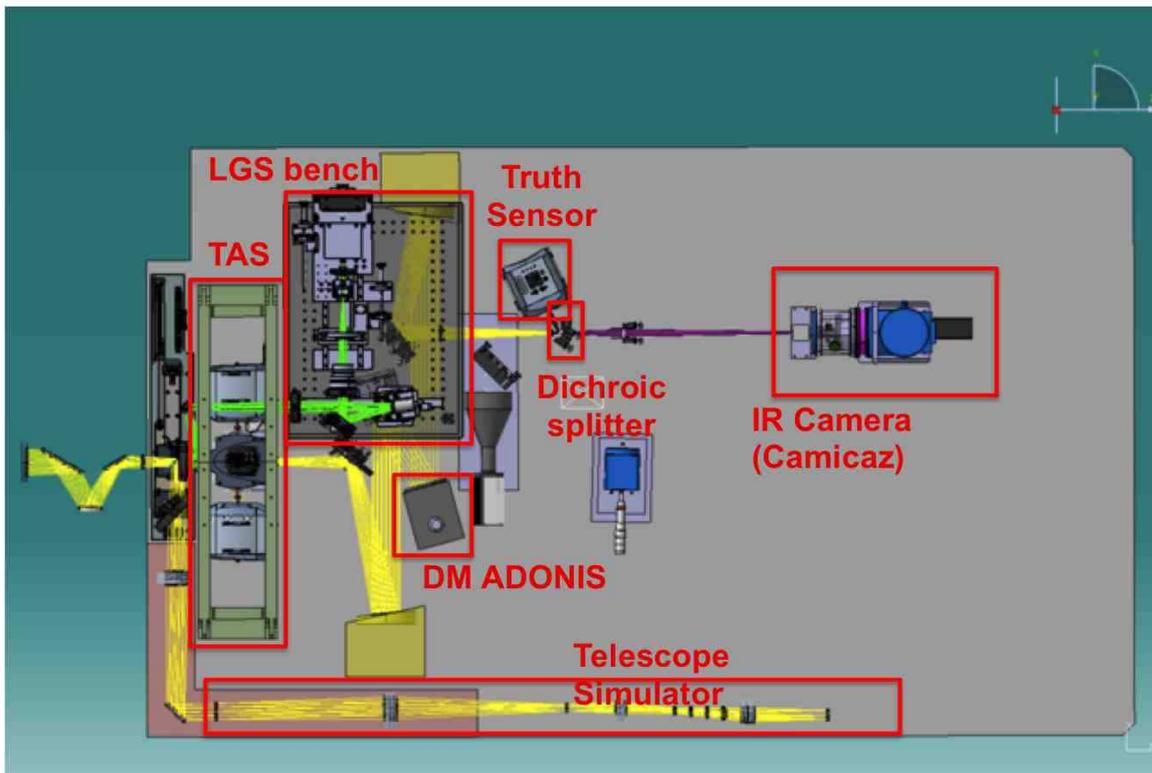


FIGURE 5.6: Design opto-mécanique de CANARY en configuration phase B.

5.1.3 Phase C

La phase C a commencé fin 2013 et a pour but de faire évoluer CANARY vers un design optique proche de celui de EAGLE sur l'E-ELT, mais à une échelle réduite. Dans le design final, le miroir ADONIS jouera le rôle de miroir *woofer* afin de corriger la couche au sol uniquement, comme le miroir M4 de l'E-ELT ([Vernet et al., 2012]). Cette correction sera faite à partir des mesures en boucle fermée des ASO NGS et LGS placé derrière le MD. Puis, le miroir ALPAO, dit miroir *tweeter*, sera placé en aval des analyseurs pour compenser l'anisoplanétisme dû aux couches en altitude à partir des mesures des mêmes ASO, cette fois-ci en boucle ouverte pour ce second MD. Enfin, à la fin de la voie optique, on retrouvera la lame dichroïque qui va séparer la partie visible et infra-rouge du faisceau pour la distribuer respectivement au TS et à la caméra IR (cf. figure 5.7).

Pour mener à bien la dernière étape de la démonstration de la faisabilité de la MOAO sur le ciel, la phase C a été séparée en deux sous phases, respectivement la phase C1 et C2. Durant la phase C1, il n'y aura toujours qu'un seul miroir mais les ASO seront cette fois-ci placés derrière ce MD et donc en boucle fermée. CANARY fonctionnera alors en mode LTAO (cf. 3.3.1) et le second miroir sera finalement ajouté pour la phase C2, dans un mode additionnel MOAO, prévu pour l'été 2015.

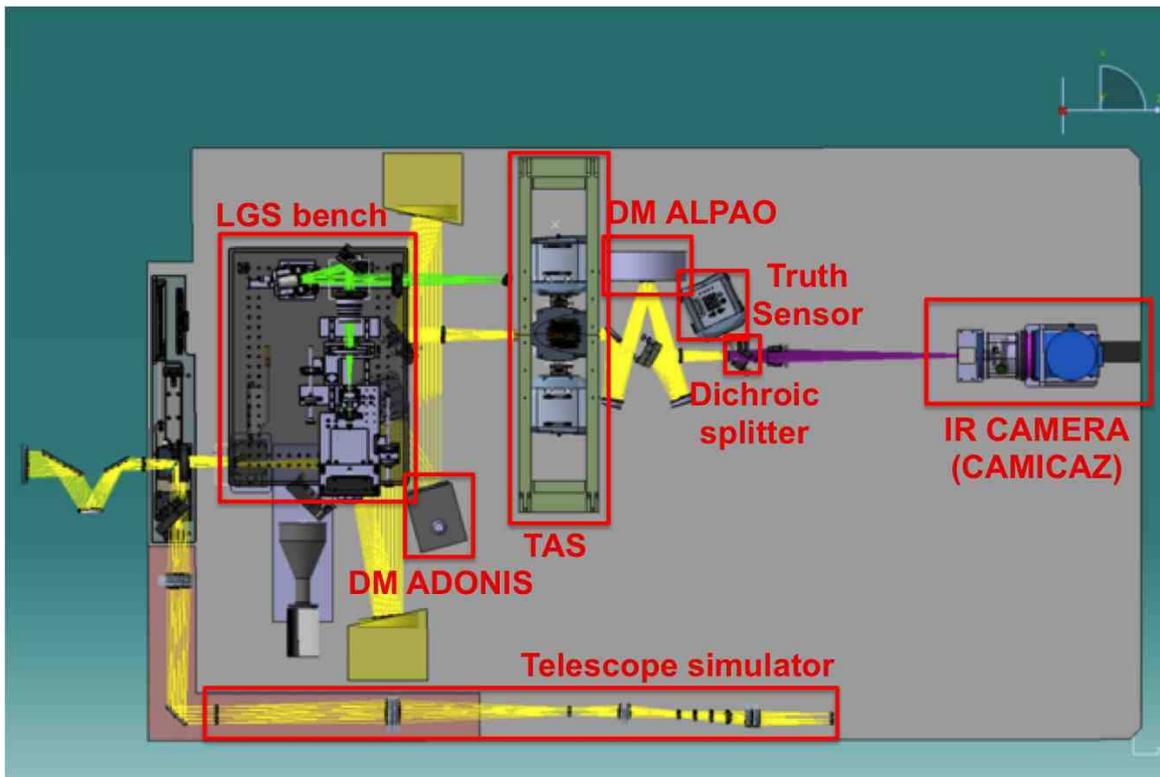


FIGURE 5.7: Design opto-mécanique de CANARY en configuration phase C2.

5.2 La reconstruction tomographique avec l'algorithme Learn & Apply

Une nouvelle approche tomographique a été développée par Vidal ([Vidal et al., 2010]) et implémentée pour CANARY. Cette approche appelée *Learn and Apply (L&A)* a pour but d'estimer les mesures sur l'axe (celles du TS) à partir des mesures hors-axes via un reconstruteur MMSE. Contrairement aux approches habituelles en tomographie, le but de cette méthode est d'estimer des pentes et non la phase. Un des avantages est de pouvoir étalonner ce que Brangier appelle les *déviations* ([Brangier, 2012]), c'est-à-dire les translations, rotations et homothéties de la pupille entre les analyseurs, mais aussi la sensibilité des ASO en secondes d'angle par pixel. De plus, cette méthode permet une reconstruction tomographique sans décomposition modale (cf. 3.2.2). La partie suivante de ce manuscrit sera réservée à l'implantation numérique et la caractérisation de cette procédure tomographique.

5.2.1 Reconstruction MMSE des mesures sur l'axe

Le but de la tomographie dans le cadre de l'algorithme L&A est d'estimer un reconstruteur \mathbf{R} qui, à partir des mesures hors-axes, estime au mieux les mesures sur l'axe. Je définis le vecteur \mathbf{S} de taille $n_s \times n_{\text{aso}}$ comme le vecteur qui contient toutes les pentes. Il s'agit de la concaténation de tous les vecteurs de pentes de chaque ASO avec n_s le nombre de pentes par ASO et n_{aso} le nombre d'ASO. Dans le cas de CANARY en phase A et B, tous les ASO mesureraient le même nombre de pentes $n_s = 72$. En phase B2, avec huit ASO, \mathbf{S} est un vecteur de 576 éléments.

Je définis maintenant \mathbf{S}_β comme le vecteur qui concatène les mesures dans les directions d'intérêts β . Dans le cas de CANARY, il n'y a qu'une seule direction dans laquelle la turbulence est compensée. Le vecteur \mathbf{S}_β représente alors les mesures du TS, il s'agit donc d'un vecteur de 72 éléments. Enfin, je définis \mathbf{S}_α comme le vecteur qui concatène toutes les mesures des ASO hors-axes dans les directions α . En configuration phase B2, \mathbf{S}_α un vecteur de 504 éléments (72 mesures \times 7 ASO). J'utiliserai les vecteurs \mathbf{S} , \mathbf{S}_β et \mathbf{S}_α pour développer les concepts théoriques basés sur les pentes des ASO.

La reconstruction tomographique estime la matrice \mathbf{R} qui minimise la quantité suivante :

$$\varepsilon^2 = \mathbb{E} \left[\|\mathbf{S}_\beta - \mathbf{R}\mathbf{S}_\alpha\|^2 \right], \quad (5.1)$$

et le reconstruteur MMSE peut alors s'écrire comme le produit entre deux matrices :

$$\mathbf{R} = \mathbb{E} \left[\mathbf{S}_\beta \mathbf{S}_\alpha^t \right] \left(\mathbb{E} \left[\mathbf{S}_\alpha \mathbf{S}_\alpha^t \right] \right)^{-1}. \quad (5.2)$$

Cette dernière équation démontre que le reconstruteur que nous cherchons à estimer dépend de deux matrices de covariance spatiale des pentes. La matrice $\mathbb{E} \left[\mathbf{S}_\alpha \mathbf{S}_\alpha^t \right]$ de l'équation 5.2 est la covariance spatiale entre toutes les pentes hors-axes, soit une matrice de 504×504 éléments en phase B2. Grâce à l'inversion de cette matrice, le reconstruteur filtre les mesures qui sont très bruitées. Le reconstruteur MMSE a donc la capacité d'atténuer la propagation des processus de perturbations de la mesure.

Il faut cependant prendre quelques précautions lors de l'inversion de la matrice $\mathbb{E} \left[\mathbf{S}_\alpha \mathbf{S}_\alpha^t \right]$. Dans le cas d'une couche au sol et à bruit nul par exemple, tous les analyseurs mesurent exactement la même turbulence. Le rang de cette matrice est égal au nombre de pentes d'un seul ASO. Le conditionnement de cette matrice est donc infini et c'est un problème inverse mal posé qui requiert une technique d'inversion spécifique. La matrice étant carrée et symétrique, il suffit en général de la diagonaliser et de filtrer les valeurs propres nulles, voire très faibles, qui propageraient trop de bruit sur l'estimation des mesures du TS. En pratique, les valeurs propres de la matrice $\mathbb{E} \left[\mathbf{S}_\alpha \mathbf{S}_\alpha^t \right]$ ne sont jamais nulles grâce au bruit de mesure. Il y a néanmoins

quelques précautions à prendre lorsqu'on utilise des LGS, je discute ce point dans le chapitre 6.

La matrice $\mathbb{E}[\mathbf{S}_\beta \mathbf{S}_\alpha^t]$ de l'équation 5.2 est la concaténation des matrices de covariance entre les pentes des ASO hors-axes et celles du TS, une matrice de taille 72×504 en configuration phase B2. C'est cette matrice qui va permettre de reconstruire le signal désiré en se basant sur la corrélation de ce signal avec les mesures hors-axes. Dans le cas du L&A, le signal à reconstruire est le vecteur de pentes sur l'axe, mais on peut tout aussi bien reconstruire les pentes dues aux vibrations ou bien au repliement uniquement, tant que l'on dispose de la matrice de covariance de ce processus avec les mesures. J'illustre cette reconstruction au chapitre 11.

Cependant, le but final de la MOAO est d'estimer le restructeur à partir des seules mesures des ASO hors-axes. En pratique, sur CANARY nous avons les mesures du TS et nous pourrions ainsi quantifier les performances tomographiques. Mais pour démontrer la MOAO, il faut que le restructeur soit estimé à partir des mesures des ASO hors-axes uniquement, ce qui signifie que nous avons besoin d'un modèle de la covariance spatiale pour déterminer la matrice $\mathbb{E}[\mathbf{S}_\beta \mathbf{S}_\alpha^t]$ de l'équation 5.2.

5.2.2 Autour des mesures

Finalement, les matrices requises dans l'équation 5.2 sont des moyennes statistiques. Or, nous avons seulement accès au vecteur de mesures \mathbf{S}^{Meas} , que je définis comme le tableau des mesures des ASO sur N_f échantillons temporels. Il s'agit donc d'une matrice de dimension $[n_s \times n_{\text{aso}}, N_f]$. De même, $\mathbf{S}_\beta^{\text{Meas}}$ et $\mathbf{S}_\alpha^{\text{Meas}}$ sont les tableaux de mesures des ASO respectivement sur l'axe et hors-axes. Les pentes mesurées sont préalablement centrées, c'est-à-dire qu'elles résultent des pentes brutes \mathbf{S}^{raw} auxquelles on a retranché les pentes de référence \mathbf{S}^{ref} :

$$\mathbf{S}^{\text{Meas}} = \mathbf{S}^{\text{raw}} - \mathbf{S}^{\text{ref}}. \quad (5.3)$$

J'explique au paragraphe 5.2.4 comment ces pentes de référence sont étalonnées sur le ciel.

La seule information dont nous disposons est la covariance spatiale empirique $\mathcal{C}_{\alpha\alpha}^{\text{Meas}}$ des mesures hors-axes. Cette matrice est calculée en moyennant le produit des pentes sur les N_f trames temporelles acquises :

$$\mathcal{C}_{\alpha\alpha}^{\text{Meas}} = \frac{1}{N_f} \sum_{k=1}^{N_f} \mathbf{S}_\alpha^{\text{Meas}}(k) (\mathbf{S}_\alpha^{\text{Meas}})^t(k). \quad (5.4)$$

J'illustre en figure 5.8 la structure de cette matrice de covariance des pentes mesurées. Je fait notamment apparaître les termes $\mathcal{C}_{\beta\beta}^{\text{Meas}}$, $\mathcal{C}_{\alpha\alpha}^{\text{Meas}}$ et $\mathcal{C}_{\beta\alpha}^{\text{Meas}}$ qui correspondent à des blocs de la matrice de covariance totale des mesures. Cette matrice de covariance a été calculée à partir de données en phase B2, c'est-à-dire avec quatre ASO LGS, trois ASO NGS hors-axes et le TS. Les pentes moyennes des ASO LGS ont été filtrées de la matrice par la procédure expliquée au paragraphe 6.2.1.2.

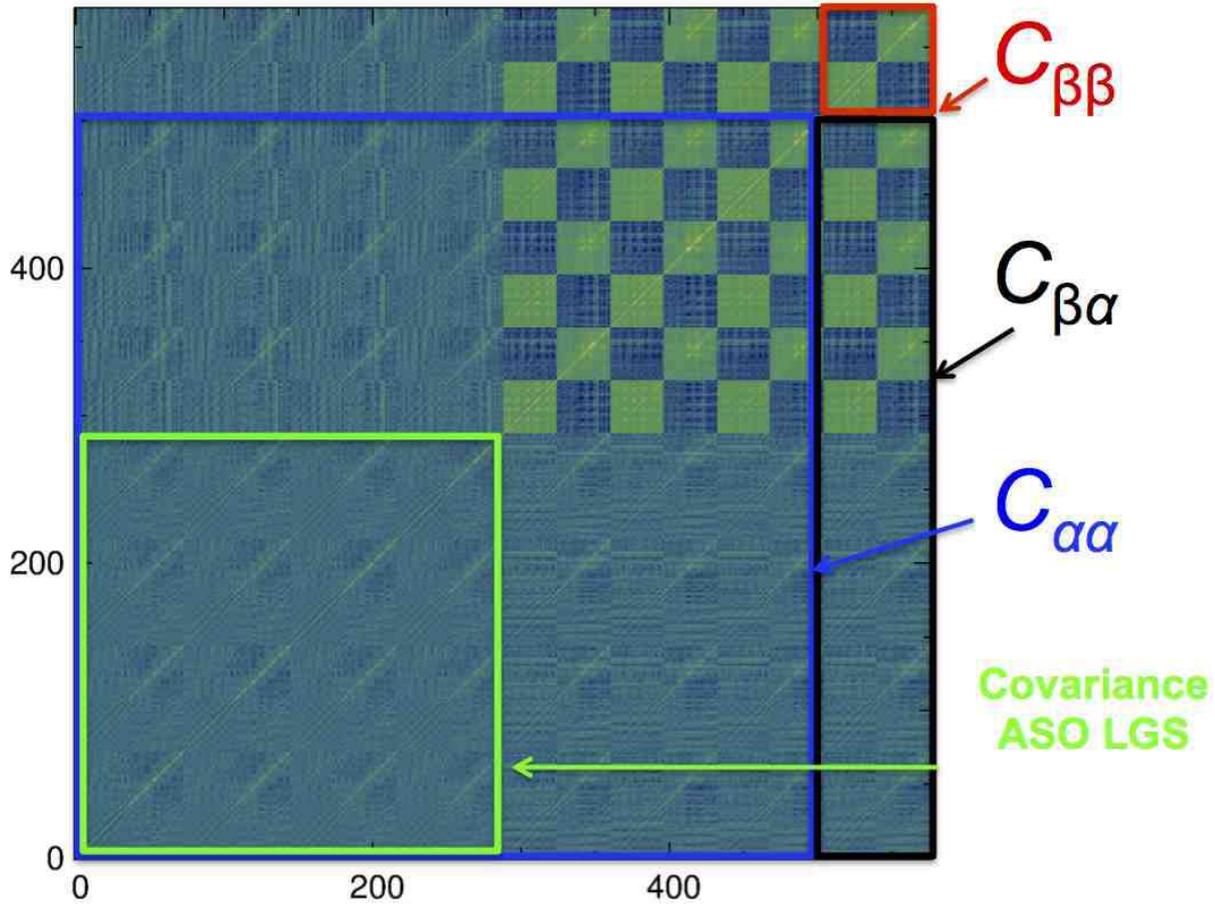


FIGURE 5.8: Illustration de la structure d'une matrice de covariance spatiale des pentes. Cette matrice a été calculée à partir de mesures en boucle ouverte sur le ciel avec quatre étoiles lasers, trois étoiles naturelles hors-axes et le TS sur l'axe.

Un des problèmes majeurs est que les pentes sont temporellement corrélées et l'estimation de la covariance souffre d'un problème de convergence si le nombre d'échantillons temporels indépendants n'est pas suffisant. En plus de cela, la phase turbulente atmosphérique n'est pas temporellement stationnaire et il n'est pas possible d'accumuler un très grand nombre de trames temporelles pour atténuer cet effet de convergence. La méthode à mettre en œuvre doit alors permettre d'estimer les deux matrices de covariance requises pour le calcul du reconstructeur, mais à partir de mesures acquises sur des laps de temps relativement courts (inférieurs à la minute).

De plus, le vecteur \mathbf{S}^{Meas} contient la contribution des modes parallèles de la turbulence, du repliement du bruit des ASO et aussi des vibrations et des défauts du suivi du télescope. En supposant que tous ces processus sont indépendants entre eux, on a l'égalité suivante :

$$\mathcal{C}^{\text{Meas}} = \mathcal{C}^{\parallel} + \mathcal{C}^{\text{Alias}} + \mathcal{C}^{\text{Noise}} + \mathcal{C}^{\text{Vib}}. \quad (5.5)$$

Le reconstructeur doit être conçu pour propager le moins possible de bruit et de repliement dans l'estimation des pentes sur l'axe, ce qui nécessite de caractériser la covariance spatiale de ces processus.

5.2.3 L'algorithme Learn & Apply

L'idée principale de cet algorithme est de construire le reconstructeur en deux étapes. La covariance spatiale des pentes doit être modélisée et identifiée sur le ciel pour permettre le calcul du reconstructeur en un temps raisonnable (cf. figure 5.9).

La première étape de l'algorithme, le *Learn*, a donc pour but d'identifier les paramètres dont dépend notre modèle de la covariance, qui fera l'objet de la partie suivante. Ce modèle dépend de la distribution verticale du profil turbulent (le profil de $C_n^2(h)$), de l'échelle externe, des déviations et aussi des séparations angulaires entre ASO. La technique développée pour le *Learn* consiste à minimiser, au sens des moindres carrés, la différence entre la matrice de covariance des mesures $\mathcal{C}^{\text{Meas}}$, et la matrice produite par notre modèle $\mathcal{C}^{\text{Learn}}$ (cf. chapitre 6). Cette procédure est itérative et à chaque itération, un algorithme de Levenberg-Marquardt détermine les gradients nécessaires et modifie les paramètres du modèle jusqu'à atteindre la tolérance requise (cf. chapitre 7).

À partir des paramètres identifiés sur le ciel, on peut ainsi déterminer la matrice $\mathbb{E}[\mathbf{S}_\beta \mathbf{S}_\alpha^t]$ de l'équation 5.2. C'est la partie *Apply* de l'algorithme. Il faut néanmoins déterminer la pondération entre le niveau de bruit et de turbulence pour que le reconstruteur puisse propager le moins possible de bruit dans l'estimation des pentes sur l'axe, de même pour le repliement. Enfin, il ne faut pas seulement reconstruire la contribution de la turbulence sur l'axe, mais aussi celles des vibrations et des défauts de suivi du télescope. En effet, le front d'onde sur l'axe est perturbé par ces composantes et le reconstruteur doit les propager dans la commande du MD afin qu'elles soient compensées le mieux possible par le miroir de basculement.

L'expression ultime du reconstruteur MMSE est alors donnée par le produit de matrices suivant :

$$\mathbf{R} = \left(\mathcal{C}_{\beta\alpha}^{\parallel} + \mathcal{C}_{\beta\alpha}^{\text{Vib}} \right) \left(\mathcal{C}_{\alpha\alpha}^{\parallel} + \mathcal{C}_{\alpha\alpha}^{\text{Alias}} + \mathcal{C}_{\alpha\alpha}^{\text{Noise}} + \mathcal{C}_{\alpha\alpha}^{\text{Vib}} \right)^{-1} \quad (5.6)$$

L'expression du reconstruteur donnée par l'équation 5.6 met en évidence que la reconstruction tomographique nécessite la connaissance de la matrice de covariance des pentes dues aux modes parallèles de la turbulence \mathcal{C}^{\parallel} , au repliement $\mathcal{C}^{\text{Alias}}$, au bruit $\mathcal{C}^{\text{Noise}}$ et enfin dues aux vibrations et défauts de suivi \mathcal{C}^{Vib} .

Sur les premières expériences ciel, pour limiter le temps de calcul, le reconstruteur prédisait également le repliement des pentes sur l'axe. Je montrerai plus précisément au prochain chapitre que le *Learn* permet d'identifier la matrice de covariance des mesures, tous processus confondus, et que pour déterminer la matrice de covariance d'un seul de ces processus, il faut faire un calcul supplémentaire, qui peut s'avérer couteux en temps.

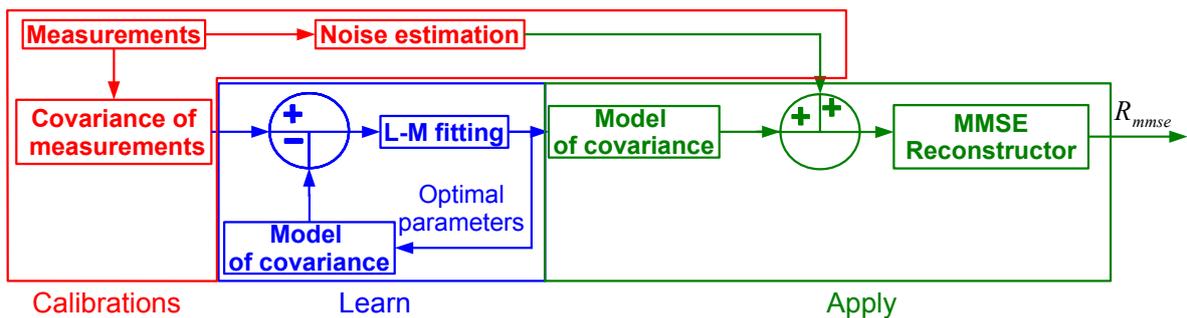


FIGURE 5.9: Schéma de principe de l'algorithme Learn & Apply sur le ciel en trois étapes : étalonnage du bruit, identification du profil turbulent et création du reconstruteur.

5.2.4 Loi de commande en MOAO

Le reconstruteur calculé précédemment va ainsi permettre de déterminer le vecteur des tensions à appliquer au MD en boucle ouverte à partir des mesures hors-axes. Grâce au reconstruteur, on obtient une estimation des pentes sur l'axe à chaque instant d'acquisition :

$$\widehat{\mathbf{S}}_{\beta}(k) = \mathbf{R}\mathbf{S}_{\alpha}^{\text{Meas}}(k). \quad (5.7)$$

On se retrouve à un cas similaire à la SCAO, sauf qu'au lieu d'avoir les vraies mesures sur l'axe, on en a un observateur. L'équation reliant les tensions à $\widehat{\mathbf{S}}_{\beta}$ est obtenue par une relation de récurrence d'un filtre passe-bas dans le but de rejeter la turbulence atmosphérique, le bruit et les vibrations ; le mieux possible. Cependant, contrairement en SCAO, il faut se préoccuper des termes statiques qui doivent être étalonnés et compensés par un vecteur offsets \mathbf{V}_0 sur le MD. Si \mathbf{V} est le vecteur de tensions à appliquer au MD, la loi de commande usuelle en MOAO s'écrit alors :

$$\begin{cases} \mathbf{U}(k) = (1 - g)\mathbf{U}(k - 1) + g\mathbf{M}_{\text{com}}\widehat{\mathbf{S}}_{\beta}(k) \\ \mathbf{V}(k) = \mathbf{U}(k) + \mathbf{V}_0. \end{cases} \quad (5.8)$$

avec g le gain de la boucle, \mathbf{M}_{com} la matrice de commande (cf. paragraphe 2.4.1). Le reconstruteur permet en temps réel d'estimer les mesures du TS, en minimisant l'injection du bruit des ASO hors-axes dans cette estimation, qui sont ensuite converties en tensions grâce à la matrice de commande \mathbf{M}_{com} préalablement étalonnée.

En MOAO, on parle alors de *boucle engagée* lorsque le RTC contrôle en temps réel le MD, à la différence de la *boucle fermée* en SCAO. Cette distinction est nécessaire puisqu'en MOAO, le MD est commandé en boucle ouverte à l'aide d'un observateur, sans rétro-action entre le MD et les ASO.

De plus, il faut, contrairement en SCAO, gérer ce que l'on appelle les *aberrations statiques* sur l'axe, c'est-à-dire la moyenne des pentes pendant l'acquisition des mesures. Cette composante statique est notamment engendrée par les composants optiques et le télescope, et doit être étalonnée sur le ciel et compensée grâce au terme \mathbf{V}_0 .

De plus, les ASO hors-axes mesurent aussi une composante statique non-nulle puisqu'ils travaillent en boucle ouverte. Cette composante doit être étalonnée pour la soustraire aux mesures brutes suivant l'équation 5.3. Pour étalonner les aberrations statiques sur les ASO hors-axes, on acquiert un jeu de pentes $\mathbf{S}_{\alpha}^{\text{Meas}}$ pendant un temps de l'ordre de la dizaine de secondes sur les étoiles guides et en amont de l'observation. Puis, on définit la moyenne temporelle de ce vecteur comme nouvelles pentes de références :

$$\mathbf{S}_{\alpha}^{\text{ref}} = \frac{1}{N_f} \sum_{k=0}^{N_f} \mathbf{S}_{\alpha}^{\text{Meas}}(k). \quad (5.9)$$

Les pentes de référence sont étalonnées en supposant que l'horizon temporel d'acquisition des mesures est suffisamment étendu pour considérer que la moyenne de la turbulence était nulle. Seulement, elle ne l'est pas tout à fait, ce qui peut introduire des biais dans les étalonnages des différentes composantes statiques. De plus, les aberrations dues au télescope évoluent pendant l'observation. Il est donc nécessaire de répéter cette opération d'étalonnage plusieurs fois par heure.

5.3 Les observations de Canary au WHT

Je propose ici de faire le point sur les observations de CANARY au WHT pendant la phase B. En particulier, je vais donner quelques précisions sur la nature des données qui ont été acquises et sur la façon dont je les ai exploitées durant ma thèse.

5.3.1 Planning des observations

Comme je le signalais plus haut, la phase B a été séparée en deux sous phases, B1 et B2, qui se sont déroulées respectivement en 2012 et 2013. Durant la phase B1, CANARY disposait seulement d'une LGS, puis de quatre LGS en plus des NGS durant la phase B2.

Durant la phase B1, il y a eu trois campagnes d'observations, respectivement en juillet, août puis septembre 2012. La campagne de Juillet était plus particulièrement dédiée aux premiers étalonnages et tests du système de tir du laser, puis à la mesure de front d'onde sur étoile laser. La campagne d'août 2012 était plus ciblée sur des comparaisons des performances obtenues par CANARY fonctionnant dans des modes différents, à savoir SCAO, GLAO, MOAO et LQG ([Sivo et al., 2014]). C'est aussi pendant cette campagne d'observations que la caméra IR CAMICAZ a vu sa première lumière sur le ciel. Plusieurs étalonnages ont alors été menés pour identifier la taille des pixels de la caméra sur le ciel par exemple. La dernière campagne de 2012 a été très productive en terme de résultats ciel et de volume de données acquises.

Durant la phase B2, il y a eu aussi trois campagnes d'observation en mai, juillet et septembre 2013. À l'image du déroulement de la phase B1, la campagne de mai 2013 était principalement dédiée à des étalonnages du système sur ciel, des tests de photométrie laser et des premiers résultats de MOAO avec quatre LGS et trois NGS. Les deux campagnes suivantes ont été très riches en résultats et en innovations, en particulier la première image d'une galaxie a été obtenue par CANARY en mode MOAO, ce qui a permis de démontrer la faisabilité technique de la MOAO à traiter ce genre de problématique. Je récapitule le planning d'observations de CANARY dans le tableau 5.1.

Campagne	Nombre de nuits	Nombre de LGS	Caméra IR
Juillet 2012	2 : 27 et 31	1	XENICS
Août 2012	3 : 28,29 et 30	1	CAMICAZ
Septembre 2012	4 : 28,29,30 et 04	1	CAMICAZ
Mai 2013	3 : 23,24 et 25	4	XENICS
Juillet 2013	6 : 17,18,19,22,23 et 24	4	CAMICAZ
Septembre 2013	6 : 11,13,15,16,17 et 18	4	CAMICAZ

TABLEAU 5.1: Récapitulatif des campagnes d'observations de CANARY durant la phase B.

5.3.2 Astérismes

Pour tester la reconstruction tomographique et évaluer les performances tomographiques sur le ciel, il a fallu dans un premier temps trouver des constellations de quatre étoiles naturelles réparties dans un champ de diamètre inférieur à 2,5 minutes d'angle. M. Brangier propose dans sa thèse ([Brangier, 2012]) des critères de choix de telles constellations, qu'on appelle encore des *astérismes*, basés sur la séparation géométrique des étoiles au centre du champ et leur magnitude en bande V. Pour faire simple, un bon astérisme est composé d'une étoile centrale entouré de trois étoiles hors-axes formant un triangle le plus équilatéral possible. Les magnitudes en bande V doivent rester inférieures à 13, et les séparations au centre inférieures à la minute d'angle dans le cas spécifique de CANARY. Le nombre d'astérismes potentiels valides pour CANARY est limitée à une centaine et il faut encore choisir les astérismes observables pendant les campagnes d'observations. La liste complète des astérismes est donnée dans la thèse de M. Brangier ([Brangier, 2012]).

Je vais présenter ici les deux astérismes sur lesquels je vais beaucoup m'appuyer par la suite. Ce ne sont pas les seuls à partir desquels nous avons acquis des données ciel, je donne un bilan du temps passé par astérisme dans le chapitre 12, mais ce sont sur ceux-là que nous avons acquis 70 % des données. Les diverses illustrations que je présenterai dans la suite seront relatives à

des données acquises sur l'un ou l'autre de ces astérismes, qui ont été baptisés respectivement A47 et A53.

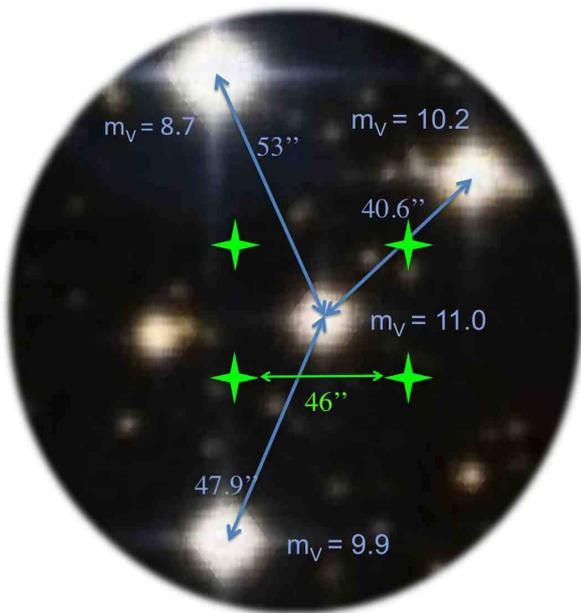
Je représente en figures 5.10 et 5.11, la géométrie de ces deux astérismes. Je reporte aussi la valeur des séparations α en secondes d'angles pour les six couples d'étoiles. À partir de cette séparation, de la taille des sous-pupilles d et du diamètre du télescope D , on peut définir, d'une part la résolution tomographique Δh , d'autre part l'altitude maximale h_{\max} par :

$$\Delta h = \frac{d}{\alpha}, \quad (5.10)$$

et

$$h_{\max} = \frac{D}{\alpha}. \quad (5.11)$$

Nous verrons lors du chapitre 8 que ces deux quantités ont une importance pour comprendre les performances de la reconstruction tomographique.



Couple	Séparation ($''$)	Δh (m)	h_{\max} (m)
1-C	47,9	2583	18085
2-C	40,6	3048	21337
3-C	53,0	2335	16354
1-2	86,5	1430	10015
2-3	54,8	2258	15808
1-3	92,4	1339	9376

FIGURE 5.10: **À gauche** : Photographie de l'astérisme A47 sur laquelle sont reportées les séparations en secondes d'angle et les magnitudes des étoiles en bande V. Les étoiles vertes représentent la géométrie de constellation de l'astérisme laser (Crédit : SIMBAD - UNIV. STRASBOURG). **À droite** : Tableau récapitulatif des séparations, des résolutions tomographiques et des altitudes maximales par couples d'étoiles pour l'astérisme A47.

Couple	Séparation (")	Δh (m)	h_{\max} (m)
1-C	60,0	1990	13927
2-C	55,0	2183	15279
3-C	48,5	2541	17789
1-2	114,2	1083	7586
2-3	60,26	2054	14376
1-3	105,27	1176	8229

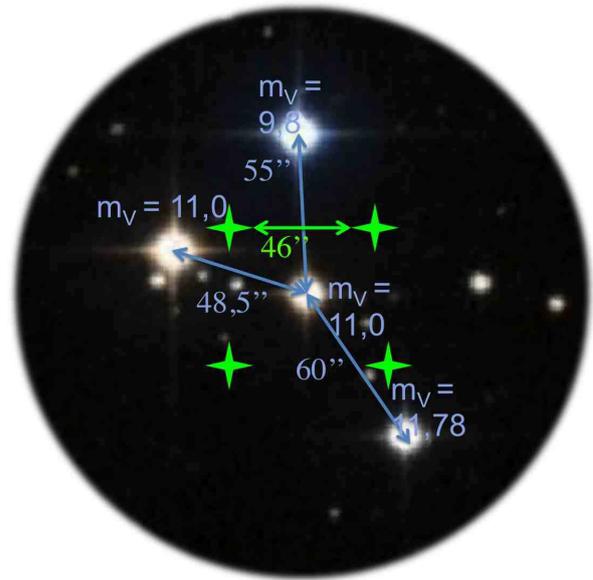


FIGURE 5.11: À gauche : Photographie de l'astérisme A53 sur laquelle sont reportées les séparations en secondes d'angle et les magnitudes des étoiles en bande V. Les étoiles vertes représentent la géométrie de constellation de l'astérisme laser (Crédit : SIMBAD - UNIV. STRASBOURG). À droite : Tableau récapitulatif des séparations, des résolutions tomographiques et des altitudes maximales par couples d'étoiles pour l'astérisme A53.

5.3.3 Modes d'observation

Durant ce manuscrit, je parlerai souvent des performances de CANARY en mode SCAO, MOAO ou bien GLAO. Je propose de bien fixer les idées sur la terminologie de ces termes. Il y a alors trois modes d'observations principaux :

- **Mode SCAO** : Ce mode consiste à fermer la boucle d'OA sur les mesures du TS. Les mesures du TS sont centrées à partir de pentes de référence préalablement étalonnées.
- **Mode MOAO** : Dans ce mode, la boucle d'OA est engagée à partir des mesures hors-axes et d'un reconstituteur qui a été préalablement identifié. Ce reconstituteur sera toujours un reconstituteur MMSE calculé à partir de la méthode L&A. De plus, les positions des spots lasers sont asservies grâce au miroir de basculement du banc LGS.
- **Mode GLAO** : Dans ce mode, la boucle d'OA est engagée à partir des mesures hors-axes et d'un reconstituteur qui ne fait que moyenniser les mesures des ASO hors-axes. Ce reconstituteur est calculé une seule fois et ne dépend ni du profil, ni de la géométrie de l'astérisme, et ni du bruit de mesure (cf. paragraphe 6.2.2.2). De plus, les positions des spots lasers sont là encore asservies grâce au miroir de basculement du banc LGS.

Il y a d'autres modes d'observations, comme le mode LQG qui consiste à utiliser une loi de commande de type LQG ([Sivo et al., 2014]), aussi bien en mode SCAO que MOAO. De même, il y a un mode dit mode PLUTO très particulier, qui consiste à utiliser les mesures du TS pour fermer la boucle du miroir de basculement, et les mesures sur LGS seulement pour commander le miroir ADONIS de CANARY. L'intérêt de ce mode est de pouvoir apporter une correction sur un objet sur l'axe très peu lumineux (jusqu'à $m_V \simeq 15$). Ce mode a initialement été pensé pour observer Pluton en bande H.

5.3.4 Nature des données acquises

Un des buts de ma thèse était d'exploiter au maximum les données acquises par CANARY pendant les observations sur le ciel, notamment pour identifier les performances du système, mais aussi pour mettre en évidence notre capacité à modéliser correctement le comportement de CANARY. Les données principales qui nous intéresseront sont les images IR, les mesures synchronisées des ASO avec les tensions appliquées au MD, puis quelques matrices d'étalonnage, comme la matrice d'interaction du système. Je distingue en particulier plusieurs types de données concernant les mesures de front d'onde :

- **les *datatomo*** : il s'agit des **mesures désengagées prises à des fins d'étalonnage du profil turbulent et des aberrations statiques** sur un laps de temps relativement long (de l'ordre de la minute). Seule la boucle de régulation des modes de basculement des ASO LGS est activée. Ces données sont ensuite utilisées pour, d'une part, identifier les paramètres globaux de la turbulence (r_0 , échelle externe, vitesse de vent et bruit par ASO), d'autre part, pour calculer la matrice empirique de covariance des pentes à partir de laquelle le profil turbulent est identifié.
- **les *slopestl*** : il s'agit toujours de mesures synchronisées de tous les ASO, mais cette fois en **boucle engagée** et sur un laps de temps relativement court, généralement de 2048 trames temporelles, soit un peu moins de 14 s à 150 Hz. Comme les ASO hors-axes restent en boucle ouverte, on a accès alors à des mesures de front d'onde qui permettent d'identifier les paramètres globaux de la turbulence et le profil exactement au moment de la fermeture de la boucle. C'est principalement sur ce type de données que je vais caractériser les performances de CANARY, comparer les différents modes entre eux et mettre en évidence notre capacité à modéliser le système.
- **les *slopesdis*** : là encore, ce sont des mesures synchronisées de tous les ASO sur un laps de temps court, mais en **boucle désengagée**. Dans ce cas particulier, la boucle laser était aussi inopérante. Au début de CANARY, l'estimation des performances tomographiques nécessitait d'avoir ce type de données en boucle ouverte. Dans cette thèse, j'ai développé des méthodes de détermination du budget d'erreur mais qui s'appuient uniquement sur les *slopestl*.

Dans la dernière partie de ce manuscrit, je propose un bilan de profilométrie de la turbulence vue par CANARY pendant les campagnes d'observation. À partir de la majeure partie des jeux de données de mesure de front d'onde, j'ai identifié des distributions verticales détaillées de la force de la turbulence, mais aussi de la vitesse de vent et de l'échelle externe.

Enfin, pour comparer les performances de CANARY dans différents modes de fonctionnement, nous avons opéré sur le ciel ce que j'appellerai par la suite des *scripts*. Il s'agit en fait d'une séquence d'opérations durant laquelle on acquiert simultanément, pour chaque mode d'observation, des *slopestl*, des tensions appliquées au MD et des images IR. L'idée des scripts est alors de changer de mode (SCAO, MOAO ou GLAO) successivement pour ensuite comparer les rapports de Strehl calculés sur les images IR dans des conditions d'observations similaires.

Généralement, l'acquisition des données se fait pendant environ quinze secondes pour chaque mode. Pendant ce laps de temps, on acquiert des images IR, dont le temps de pose est étalonné au préalable et dépend bien sûr de l'objet observé et de la bande d'imagerie. Ce temps d'exposition était en général de une seconde en bande H pour les astérisme A47 et A53, ce qui signifie qu'on moyenne environ 15 images IR. Je précise que les images ne sont pas recentrées avant d'être moyennées et c'est sur cette moyenne que le rapport de Strehl est ensuite estimé. La durée d'une séquence a été choisie assez courte pour s'assurer que les conditions d'observations changent relativement peu au cours du script.

5.3.5 Reconstruction des données boucle ouverte

Dans tous les chapitres suivants, je vais m'attarder à détailler les performances de CANARY sur le ciel. Ces performances sont données, d'une part, par les rapports de Strehl évalués sur les images IR, d'autre part, par la mesure du résidu de la correction avec le TS. Je dois donc travailler à partir de mesures en boucle engagée (*slopestl*). Le problème est que je ne peux pas évaluer les erreurs tomographiques puisque j'ai besoin des données en boucle désengagée pour cela (cf. équation 5.1).

La première initiative pour lever ce problème était d'acquérir directement des données en boucle désengagée après une acquisition en boucle engagée. Le problème est que les conditions d'observations varient très vite, en particulier le seeing, et l'erreur tomographique calculée sur ce jeux de données en boucle désengagée n'était pas complètement représentative des performances tomographiques de CANARY.

Je propose plutôt de reconstruire les données en boucle désengagée à partir des données en boucle engagée, pour ainsi m'affranchir de la variabilité temporelles des conditions d'observations. Je note $\mathbf{S}_\beta^{\text{BF}}$ le résidu de la correction de la turbulence mesuré par le TS. Pour évaluer l'erreur tomographique, il faut estimer les pentes que le TS aurait vu en boucle ouverte. On dispose du vecteur de tensions \mathbf{V} appliquées sur le MD et de la matrice d'interaction étalonnée \mathbf{M}_{int} sur le banc. La matrice de commande \mathbf{M}_{com} utilisée sur le ciel découle directement de cette matrice d'interaction (cf. paragraphe 2.4.1). En considérant un retard fractionnaire préalablement étalonné sur le banc, on a donc tous les éléments pour reconstruire les pentes en boucle ouverte :

$$\mathbf{S}_\beta(k) = \mathbf{S}_\beta^{\text{BF}}(k) - \mathbf{M}_{\text{int}} (\Delta_t \mathbf{V}(k-2) + (1 - \Delta_t) \mathbf{V}(k-1)), \quad (5.12)$$

avec $1 + \Delta_t$ le retard fractionnaire en nombre de trames entre l'acquisition de la mesure et l'application de la commande. Ici, je suppose que ce retard est compris entre une et deux trames, ce qui a été étalonné sur le banc. Pour une fréquence d'échantillonnage de 150 Hz, ce retard est en général proche de 1,5 trames. Toutes les analyses de l'erreur de front d'onde seront par la suite issues de données reconstruites en boucle ouverte.

Troisième partie

Avancées en tomographie en boucle ouverte

Chapitre 6

Implémentation de la reconstruction MMSE des pentes sur l'axe

Nous avons déjà discuté de la nécessité de connaître la covariance spatiale des mesures fournies par tous les ASO dans le paragraphe 5.2.1. Le reconstituteur tomographique \mathbf{R} , c'est-à-dire la matrice qui va nous permettre d'estimer les mesures sur l'axe à partir des mesures hors-axes, s'exprime en fonction de cette covariance spatiale d'après l'équation 5.2.

Il existe plusieurs méthodes pour décrire analytiquement cette covariance des mesures, notamment grâce à des changements de base astucieux. Par exemple, Noll ([Noll, 1976]) a décrit la covariance des modes de Zernike de façon analytique à partir de laquelle on peut exprimer la covariance des mesures grâce à un projecteur linéaire ([Ragazzoni et al., 1999]). Ce projecteur dépend notamment de la géométrie du problème, de l'altitude de la couche turbulente considérée, pour ne citer que ces paramètres.

Cependant, ces méthodes peuvent être coûteuses en temps de calcul, particulièrement lorsque le nombre de couches turbulentes à identifier est important. Sur le ciel, l'un de nos soucis est la gestion du temps et il faut limiter ce temps de calcul pour se consacrer le plus possible à l'acquisition de résultats. En effet, le profil turbulent a le mauvais goût d'évoluer rapidement, sur des échelles de temps de l'ordre de la minute ([Osborn et al., 2013]), ce qui nécessite de générer un reconstituteur tomographique dans un temps similaire. Soit on opte pour un modèle très fin, mais qui sera mis à jour peu souvent et entraînera une erreur de mauvaise identification, soit on opte pour un modèle approximé mais rapide à calculer. Dans le cas de CANARY, pour maximiser le temps à acquérir des images IR et des mesures de pentes des ASO en boucle engagée, nous avons choisi d'utiliser un modèle approximé de la covariance spatiale rapide à calculer.

Je décris ici ce modèle analytique de la covariance des pentes qui ne nécessite aucun changement de base et qui a été utilisé pour les observations CANARY. Je développe à la fin de ce chapitre une étude sur les performances de ce modèle et plus particulièrement le temps de calcul nécessaire à la génération des matrices de covariance.

6.1 Expression analytique de la covariance spatiale

6.1.1 Processus mesurés

Pour mener à bien la reconstruction tomographique, il faut dans un premier temps identifier la nature des processus mesurés par notre ASO. Indépendamment de son type (NGS ou LGS), je considère que les ASO Shack-Hartmann mesurent trois processus différents.

Tout d'abord, il y a les faibles fréquences spatiales de la turbulence, ou encore les modes parallèles de la turbulence ([Véran, 1997]), dont le spectre s'étend de 0 à la moitié de la fréquence

d'échantillonnage k_d de l'ASO. Si d est la demi-largeur des sous-pupilles que je considère carrées ici, alors la fréquence de coupure k_d est donnée par :

$$k_d = \frac{1}{2d}. \quad (6.1)$$

Ensuite, d'après le théorème de Shannon, l'échantillonnage spatial du front d'onde par les sous-pupilles engendre un repliement du spectre spatial autour de $k_d/2$. Ainsi le spectre de la turbulence qui s'étend au-delà de $k_d/2$, ou encore le spectre des modes orthogonaux ([Véran, 1997]) se replie sur les fréquences spatiales inférieures à $k_d/2$ et contribue à la mesure de l'ASO. Enfin, il y a le bruit sur l'estimation du centre de gravité des spots de chaque sous-pupille, dont la variance dépend du bruit de photons et du bruit de lecture (cf. équation 8.18). Dans toute la suite, je supposerai que le bruit est blanc et décorrélé de tout autre processus mesuré par l'ASO.

6.1.2 Géométrie du problème

J'appelle n_{aso} le nombre d'ASO (LGS et NGS) de l'instrument. Je désigne par p et q les indices relatifs aux analyseurs. Je suppose que tous les ASO mesurent le même nombre de pentes n_s (c'est le cas pour CANARY en phase B). Ensuite, je désigne i et j les indices relatifs aux sous-pupilles des analyseurs. Le lecteur prendra garde au fait que ces indices évoluent de 1 à $n_s/2$. De plus, il va nous falloir considérer une distribution finie des couches turbulentes. J'appellerai n_l le nombre total de couches et h_l l'altitude de la $l^{\text{ième}}$ couche.

La première étape est de définir la position géométrique de la $i^{\text{ième}}$ sous-pupille projetée selon la direction d'analyse à une altitude donnée. Pour cela, je définis d'abord un repère orthonormé (\mathbf{x}, \mathbf{y}) centré dans le plan pupille du télescope (altitude nulle). Ensuite, je définis un autre repère orthonormé $(\mathbf{x}_p(h_l), \mathbf{y}_p(h_l))$ relatif à la projection de la pupille du $p^{\text{ième}}$ ASO à l'altitude h_l . Plus cette altitude est importante, plus la pupille des ASO projetée en altitude s'écarte du plan pupille du télescope. Je note α_p la séparation angulaire du $p^{\text{ième}}$ ASO au centre. Le repère de cet ASO à une altitude h_l peut alors s'écrire :

$$\mathbf{x}_p(h_l) + \mathbf{y}_p(h_l) = \mathbf{x} + \mathbf{y} + \alpha_p h_l \quad (6.2)$$

Je repère alors la position des sous-pupilles par leur centre dans le repère (\mathbf{x}, \mathbf{y}) . Cette position dépend, d'une part de la position dans le repère $(\mathbf{x}_p(h_l), \mathbf{y}_p(h_l))$ propre à l'ASO, d'autre part de la séparation angulaire de cet ASO et de l'altitude de la couche considérée. J'appelle $\mathbf{r}_i(h_l)$ la position de la $i^{\text{ième}}$ sous-pupille dans le repère $(\mathbf{x}_p(h_l), \mathbf{y}_p(h_l))$. Je suppose que les analyseurs mesurent le même nombre de pentes, le vecteur \mathbf{r}_i ne dépend pas non plus de l'analyseur.

De plus, il faut absolument prendre en compte l'effet de cône (cf. paragraphe 3.2.1) des étoiles lasers. J'appellerai h_p^{LGS} l'altitude de focalisation du $p^{\text{ième}}$ ASO. Si ce dernier est un analyseur de type LGS, alors pratiquement h_p^{LGS} est égale à 13,5 km en phase B1 et 21 km en phase B2. Cet effet de cône introduit une homothétie des coordonnées des sous-pupilles dans le repère $(\mathbf{x}_p(h_l), \mathbf{y}_p(h_l))$ tel que je peux écrire, si le $p^{\text{ième}}$ est un ASO LGS :

$$\mathbf{r}_i(h_l) = \mathbf{r}_i(h_l = 0) \left(1 - \frac{h_l}{h_p^{\text{LGS}}} \right) \text{ pour } h_l \leq h_p^{\text{LGS}}. \quad (6.3)$$

Pour les ASO de type NGS, $1/h_p^{\text{LGS}}$ sera fixé numériquement à 0 pour simuler une étoile à l'infini, c'est-à-dire que l'on aura $\mathbf{r}_i(h_l) = \mathbf{r}_i(h_l = 0)$ quelque soit h_l . Pour simplifier, dans toute la suite je noterai $\mathbf{r}_i = \mathbf{r}_i(h_l = 0)$.

Enfin, je note δ_{pil} le vecteur de coordonnées de la $i^{\text{ième}}$ sous-pupille du $p^{\text{ième}}$ ASO à l'altitude h_l . En s'appuyant sur les équations 6.2 et 6.3, le vecteur δ_{pil} peut s'exprimer de la façon suivante :

$$\delta_{pil} = \mathbf{r}_i \left(1 - \frac{h_l}{h_p^{\text{LGS}}} \right) + \alpha_p h_l \text{ pour } h_l \leq h_p^{\text{LGS}}. \quad (6.4)$$

La géométrie du problème est illustrée en figure 6.1. De plus, j'appellerai x_{pil} et y_{pil} les projections du vecteur δ_{pil} sur les axes du repère (\mathbf{x}, \mathbf{y}) :

$$\delta_{pil} = x_{pil}\mathbf{x} + y_{pil}\mathbf{y}. \quad (6.5)$$

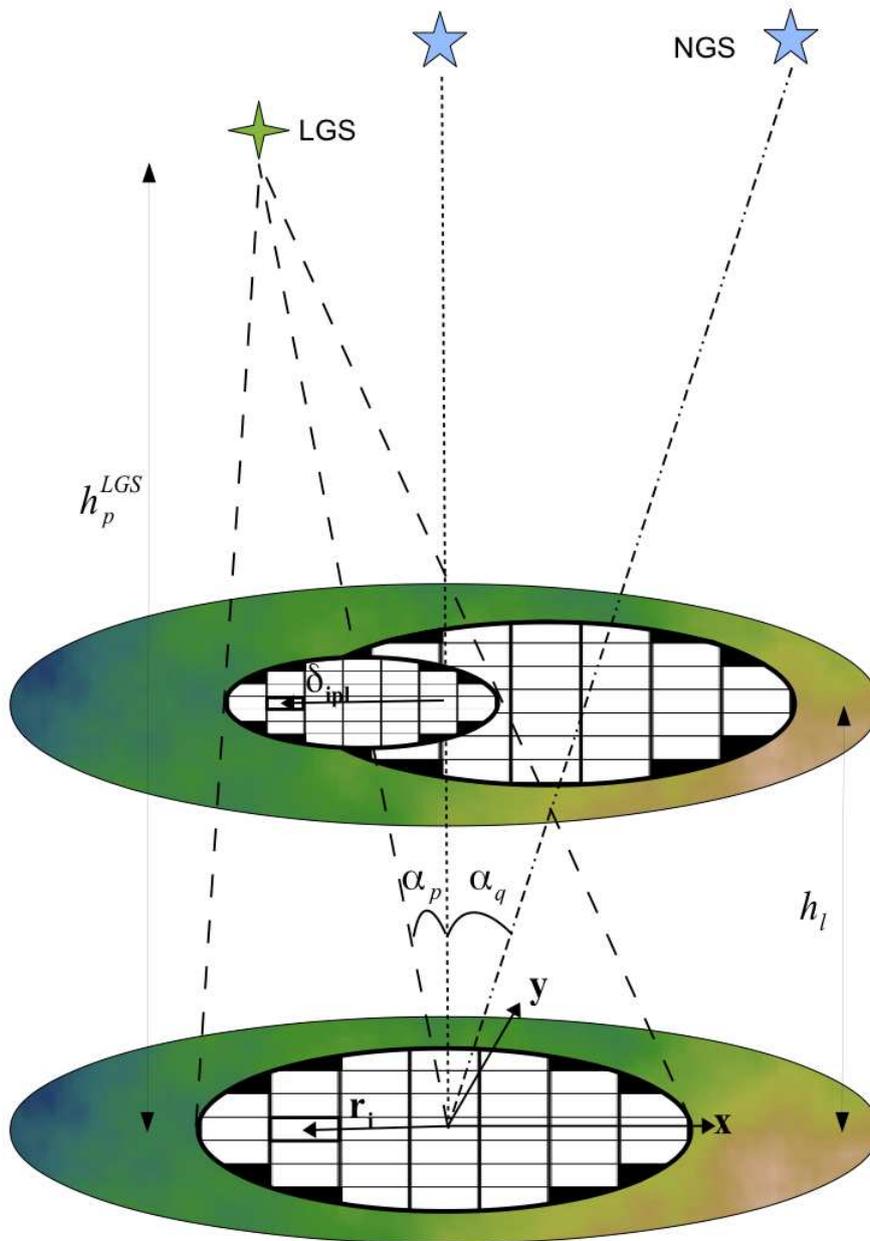


FIGURE 6.1: Illustration de la géométrie du problème tomographique.

6.1.3 Déviations géométriques

Les équations que j'ai introduites précédemment supposent que l'instrument est parfaitement aligné par rapport à une référence. Un problème crucial et inhérent aux systèmes d'OA multi-analyseur, et particulièrement redouté en tomographie boucle ouverte, est le décalage éventuel des pupilles de chaque analyseur. Dans le cas d'une couche turbulente au sol, si il y a des décalages pupille alors l'instrument verra une couche en altitude qui reproduit ce décalage. Par exemple, deux ASO séparés de 30 secondes d'angle mais dont les pupilles sont décalées de 0,4 m (un dixième de pupille du WHT), reproduisent la même carte de covariance (cf. paragraphe 6.2.1.1) que deux ASO centrés pour une couche d'altitude $h = 0,4/(30 \times \pi/3600/180) = 2750$ m, ce qui fausse complètement l'identification du profil turbulent.

Dans toute la suite, je parlerai de déviations géométriques pour reprendre les termes de [Brangier, 2012]. Ces déviations désignent les translations, rotations et homothéties des pupilles des ASO entre-elles. Un bon alignement optique permet déjà d'assurer des translations de pupille inférieures au dixième de sous-pupille (soit 6 cm), ce qui engendre un biais sur les altitudes de $0,06/(30 \times \pi/3600/180) = 400$ m inférieur à la résolution tomographique Δh de l'instrument (cf. équation 5.10).

L'algorithme Learn & Apply (cf. paragraphe 5.2.3) sur lequel est basée toute la reconstruction tomographique de CANARY permet l'étalonnage de ces déviations géométriques. Comme je l'ai expliqué au paragraphe 5.2.3, le but est de déterminer les pentes sur l'axe plutôt que la phase sur l'axe. Ce choix de stratégie a été notamment motivé pour étalonner finement les déviations qu'il faut alors inclure dans le modèle. Je propose de modifier le vecteur de coordonnées $\boldsymbol{\delta}_{pil}$ pour tenir compte de la translation $\Delta \mathbf{r}_p$, du facteur d'homothétie ΔG_p et de la rotation pupille $\Delta \theta_p$ du $p^{\text{ième}}$ ASO dans le repère (\mathbf{x}, \mathbf{y}) . Je définis \mathbf{M}_{θ_p} , la matrice de rotation de la pupille du $p^{\text{ième}}$ ASO. Cette matrice prend la forme suivante :

$$\mathbf{M}_{\theta_p} = \begin{bmatrix} \cos(\Delta \theta_p) & -\sin(\Delta \theta_p) \\ \sin(\Delta \theta_p) & \cos(\Delta \theta_p) \end{bmatrix} \quad (6.6)$$

Pour inclure les déviations géométriques dans le modèle analytique de la covariance spatiale, le vecteur de coordonnées $\boldsymbol{\delta}_{pil}$ doit alors être modifié de la façon suivante :

$$\boldsymbol{\delta}_{pil} = \left(\left(\mathbf{r}_i \left(1 - \frac{h_l}{h_p^{\text{LGS}}} \right) + \boldsymbol{\alpha}_p h_l \right) \times \Delta G_p \right) \mathbf{M}_{\theta_p} + \Delta \mathbf{r}_p. \quad (6.7)$$

Dans toute la suite, je supposerai que les déviations géométriques ont été suffisamment bien étalonnées sur le banc pour qu'elles n'impactent pas la reconstruction tomographique.

6.1.4 Relation entre covariance spatiale et fonction de structure de phase

6.1.4.1 Définition d'une pente

Je note $\mathbf{S}(\boldsymbol{\delta}_{pil})$ le vecteur de pente mesuré par le $p^{\text{ième}}$ ASO sur sa $i^{\text{ième}}$ sous-pupille dans le cas d'une couche turbulente unique d'altitude h_l . Or, tous les ASO sont conjugués dans le plan pupille du télescope, ils mesurent alors les pentes dans le repère (\mathbf{x}, \mathbf{y}) :

$$\mathbf{S}(\boldsymbol{\delta}_{pil}) = S_x(\boldsymbol{\delta}_{pil})\mathbf{x} + S_y(\boldsymbol{\delta}_{pil})\mathbf{y}. \quad (6.8)$$

Par définition, la pente mesurée par un ASO de type SH est le gradient local de la phase sur le domaine géométrique de la sous-pupille. La plupart des sous-pupilles de CANARY sont carrées et de demi-côté $d = 0,3$ m, exceptées celles en bord de pupille et celles proches de l'obstruction

centrale. Comme je le discutais précédemment, je décris ici un modèle de la covariance spatiale des pentes qui peut être calculé très rapidement, mais qui nécessite quelques approximations. La première que je ferai est de considérer toutes les sous-pupilles carrées pour ne pas à devoir discriminer les sous-pupilles en bord de pupille ou proches de l'obstruction centrale.

Approximation 1 : Toutes les sous-pupilles sont considérées carrées et de demi-coté d m.

Grâce à cette approximation, je peux écrire la pente $S_x(\boldsymbol{\delta}_{pil})$ de la façon suivante :

$$S_x(\boldsymbol{\delta}_{pil}) = c \int_{y_{pil}-d}^{y_{pil}+d} (\phi(x_{pil} + d, z) - \phi(x_{pil} - d, z)) dz, \quad (6.9)$$

avec

$$c = \frac{\lambda_{aso}}{2\pi} \frac{1}{4d^2} \quad (6.10)$$

De plus, à partir du changement de variable $t = z - y_{pil}$, l'équation 6.9 devient :

$$S_x(\boldsymbol{\delta}_{pil}) = c \int_{-d}^d (\phi(x_{pil} + d, t + y_{pil}) - \phi(x_{pil} - d, t + y_{pil})) dt. \quad (6.11)$$

De la même façon, la pente suivant l'axe des y prend la forme suivante :

$$S_y(\boldsymbol{\delta}_{pil}) = c \int_{-d}^d (\phi(t + x_{pil}, y_{pil} + d) - \phi(t + x_{pil}, y_{pil} - d)) dt. \quad (6.12)$$

Grâce aux équations 6.11 et 6.12, nous pouvons déterminer analytiquement la covariance entre deux vecteurs de pentes. Je vais séparer le problème en trois comme cela est fait numériquement dans le logiciel de CANARY pour obtenir la covariance entre deux pentes en x , deux pentes en y , et croisée. Nous verrons par la suite que ces expressions vont nous permettre de remplir la matrice de covariance nécessaire au calcul du reconstituteur tomographique. Dans toute la suite, je considérerai deux sous-pupilles dont les centres sont de coordonnées respectives $\boldsymbol{\delta}_{pil}$ et $\boldsymbol{\delta}_{qjl}$.

6.1.4.2 Covariance entre deux pentes sur l'axe des x

Je note $G_{xx}(\boldsymbol{\delta}_{pil}, \boldsymbol{\delta}_{qjl})$ la fonction de covariance spatiale entre deux pentes en x respectivement mesurées à partir de deux sous-pupilles localisées en $\boldsymbol{\delta}_{pil}$ et $\boldsymbol{\delta}_{qjl}$. Or, je rappelle que les pentes sont statistiquement centrées (cf. paragraphe 5.2.2), la fonction $G_{xx}(\boldsymbol{\delta}_{pil}, \boldsymbol{\delta}_{qjl})$ s'écrit alors :

$$G_{xx}(\boldsymbol{\delta}_{pil}, \boldsymbol{\delta}_{qjl}) = \mathbb{E}[S_x(\boldsymbol{\delta}_{pil})S_x(\boldsymbol{\delta}_{qjl})]. \quad (6.13)$$

D'après l'équation 6.11, le produit entre deux pentes sur l'axe \mathbf{x} prend la forme :

$$S_x(\boldsymbol{\delta}_{pil})S_x(\boldsymbol{\delta}_{qjl}) = c^2 \int_{-d}^d \int_{-d}^d (\phi(x_{pil} + d, t_1 + y_{pil}) - \phi(x_{pil} - d, t_1 + y_{pil})) (\phi(x_{qjl} + d, t_2 + y_{qjl}) - \phi(x_{qjl} - d, t_2 + y_{qjl})) dt_1 dt_2. \quad (6.14)$$

L'astuce est maintenant d'utiliser l'identité remarquable suivante :

$$2(A - a)(B - b) = -(A - B)^2 + (A - b)^2 + (a - B)^2 - (a - b)^2, \quad (6.15)$$

qui nous permet d'écrire l'équation 6.14 comme suivant :

$$\begin{aligned}
 S_x(\boldsymbol{\delta}_{pil})S_x(\boldsymbol{\delta}_{qjl}) &= \frac{c^2}{2} \int_{-d}^d \int_{-d}^d -(\phi(x_{pil} + d, t_1 + y_{pil}) - \phi(x_{qjl} + d, t_2 + y_{qjl}))^2 \\
 &\quad - (\phi(x_{pil} - d, t_1 + y_{pil}) - \phi(x_{qjl} - d, t_2 + y_{qjl}))^2 \\
 &\quad + (\phi(x_{pil} + d, t_1 + y_{pil}) - \phi(x_{qjl} - d, t_2 + y_{qjl}))^2 \\
 &\quad + (\phi(x_{pil} - d, t_1 + y_{pil}) - \phi(x_{qjl} + d, t_2 + y_{qjl}))^2 dt_1 dt_2.
 \end{aligned} \tag{6.16}$$

Je rappelle maintenant que la définition de la fonction de structure de phase est donnée à l'équation 1.16. Je fais maintenant l'hypothèse de stationnarité de la turbulence atmosphérique, ce qui me permet d'écrire la fonction de covariance spatiale en fonction du vecteur de séparation $\Delta_{pqijl} = \boldsymbol{\delta}_{pil} - \boldsymbol{\delta}_{qjl}$:

$$G_{xx}(\boldsymbol{\delta}_{pil}, \boldsymbol{\delta}_{qjl}) = G_{xx}(\Delta_{pqijl}). \tag{6.17}$$

Hypothèse 1 : La phase turbulente est stationnaire au moins jusqu'à l'ordre deux.

En combinant les équations 6.13, 6.16 et 1.16, on peut exprimer la fonction de covariance spatiale entre deux pentes en x mesurées sur deux sous-pupilles séparées d'un vecteur Δ_{pqijl} de la façon suivante :

$$\begin{aligned}
 G_{xx}(\Delta_{pqijl}) &= \frac{c^2}{2} \int_{-d}^d \int_{-d}^d (-2D_\phi(\Delta_{pqijl} + (t_1 - t_2)\mathbf{y}) + D_\phi(\Delta_{pqijl} + 2d\mathbf{x} + (t_1 - t_2)\mathbf{y}) \\
 &\quad + D_\phi(\Delta_{pqijl} - 2d\mathbf{x} + (t_1 - t_2)\mathbf{y})) dt_1 dt_2.
 \end{aligned} \tag{6.18}$$

6.1.4.3 Covariance entre deux pentes sur l'axe des y

Il s'agit maintenant de développer l'expression de la fonction de covariance spatiale $G_{yy}(\Delta_{pqijl})$ entre deux pentes en y mesurées sur des sous-pupilles séparées d'un vecteur Δ_{pqijl} . Puisque les sous-pupilles sont considérées carrées, il nous suffit de remplacer la variable x par la variable y dans l'équation 6.18 pour obtenir :

$$\begin{aligned}
 G_{yy}(\Delta_{pqijl}) &= \frac{c^2}{2} \int_{-d}^d \int_{-d}^d (-2D_\phi(\Delta_{pqijl} + (t_1 - t_2)\mathbf{x}) + D_\phi(\Delta_{pqijl} + 2d\mathbf{y} + (t_1 - t_2)\mathbf{x}) \\
 &\quad + D_\phi(\Delta_{pqijl} - 2d\mathbf{y} + (t_1 - t_2)\mathbf{x})) dt_1 dt_2.
 \end{aligned} \tag{6.19}$$

6.1.4.4 Covariance croisée entre une pente en x et une pente en y

Pour finir, on s'intéresse maintenant à l'expression de $G_{xy}(\Delta_{pqijl})$ entre une pente en x et une pente en y mesurées sur des sous-pupilles séparées d'un vecteur Δ_{pqijl} . En utilisant les équations 6.11 et 6.12, on montre que le produit des pentes prend la forme suivante :

$$\begin{aligned}
 S_x(\boldsymbol{\delta}_{pil})S_y(\boldsymbol{\delta}_{qjl}) &= c^2 \int_{-d}^d \int_{-d}^d (\phi(x_{pil} + d, t_1 + y_{pil}) - \phi(x_{pil} - d, t_1 + y_{pil})) \\
 &\quad (\phi(t_2 + x_{qjl}, y_{qjl} + d) - \phi(t_2 + x_{qjl}, y_{qjl} - d)) dt_1 dt_2.
 \end{aligned} \tag{6.20}$$

Encore une fois, j'utilise l'identité remarquable donnée en équation 6.15 pour écrire le produit des pentes comme suivant :

$$\begin{aligned}
S_x(\boldsymbol{\delta}_{pil})S_y(\boldsymbol{\delta}_{qjl}) &= \frac{c^2}{2} \int_{-d}^d \int_{-d}^d -(\phi(x_{pil} + d, t_1 + y_{pil}) - \phi(t_2 + x_{qjl}, y_{qjl} + d))^2 \\
&\quad - (\phi(x_{pil} - d, t_1 + y_{pil}) - \phi(t_2 + x_{qjl}, y_{qjl} - d))^2 \\
&\quad + (\phi(x_{pil} + d, t_1 + y_{pil}) - \phi(t_2 + x_{qjl}, y_{qjl} + d))^2 \\
&\quad + (\phi(x_{pil} - d, t_1 + y_{pil}) - \phi(t_2 + x_{qjl}, y_{qjl} + d))^2 dt_1 dt_2.
\end{aligned} \tag{6.21}$$

Finalement, en combinant les équations 1.16 et 6.21, l'expression de $G_{xy}(\boldsymbol{\Delta}_{pqijl})$ devient :

$$\begin{aligned}
G_{xy}(\boldsymbol{\Delta}_{pqijl}) &= \frac{c^2}{2} \int_{-d}^d \int_{-d}^d (-D_\phi(\boldsymbol{\Delta}_{pqijl} - (t_2 - d)\mathbf{x} + (t_1 - d)\mathbf{y}) \\
&\quad - D_\phi(\boldsymbol{\Delta}_{pqijl} - (t_2 + d)\mathbf{x} + (t_1 + d)\mathbf{y}) \\
&\quad + D_\phi(\boldsymbol{\Delta}_{pqijl} - (t_2 - d)\mathbf{x} + (t_1 + d)\mathbf{y}) \\
&\quad + D_\phi(\boldsymbol{\Delta}_{pqijl} - (t_2 + d)\mathbf{x} + (t_1 - d)\mathbf{y})) dt_1 dt_2
\end{aligned} \tag{6.22}$$

6.1.5 Expression de la fonction de structure de phase

L'avantage de notre modèle analytique est que la covariance spatiale s'exprime directement avec la fonction de structure de phase. Pour un vecteur de séparation $\boldsymbol{\Delta}_{pqijl}$, la fonction de structure de phase pour une turbulence de type Kolomogorov D_ϕ^K s'exprime de la façon suivante :

$$D_\phi^K(\boldsymbol{\Delta}_{pqijl}) = 6,88 \left(\frac{|\boldsymbol{\Delta}_{pqijl}|}{r_0} \right)^{5/3}, \tag{6.23}$$

ce qui permet une implémentation très rapide de la covariance spatiale. Cependant, cette formulation ne tient pas compte de l'échelle externe L_0 de la turbulence qui influence notablement la forme et l'amplitude de la fonction de covariance spatiale, comme je l'illustre dans la suite. Sur CANARY, nous utilisons la fonction de structure de phase associée au spectre de Von-Karman qui a été déterminée analytiquement par Rodolphe Conan ([Conan et al., 2000a]). Si on pose $k_0 = \frac{1}{L_0}$, la fonction de structure de Von-Karman $D_\phi^{V-K}(\boldsymbol{\Delta}_{pqijl})$ prend la forme suivante :

$$D_\phi^{V-K}(\boldsymbol{\Delta}_{pqijl}) = \frac{2^{1/6}\Gamma(11/6)}{\pi^{8/3}} \left[\frac{24}{5}\Gamma(6/5) \right]^{5/6} (r_0 k_0)^{-5/3} \left[\frac{\Gamma(5/6)}{2^{1/6}} - \rho^{5/6} K_{5/6}(\rho) \right], \tag{6.24}$$

avec $\rho = 2\pi |\boldsymbol{\Delta}_{pqijl}| k_0$, $\Gamma(n)$ la fonction gamma et $K_{5/6}$ la fonction de Bessel modifiée de deuxième espèce. Conan montre que cette fonction peut s'exprimer analytiquement grâce à un développement en série :

$$K_\alpha(\rho) = \frac{1}{2} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n!} \left(\Gamma(-n - \alpha) \left(\frac{\rho}{2} \right)^{2n+\alpha} + \Gamma(-n + \alpha) \left(\frac{\rho}{2} \right)^{2n-\alpha} \right). \tag{6.25}$$

Numériquement, il faut tronquer la somme jusqu'à un nombre suffisamment grand. La limite a été fixée à 50 éléments pour éviter de travailler avec des nombres incommensurables.

Approximation 2 : La suite qui permet de calculer K_α est tronquée à 50 éléments.

Pour accélérer le calcul, la fonction gamma est actualisée à chaque itération en utilisant la relation suivante :

$$\Gamma(n + m) = (n - 1 + m)\Gamma(n - 1 + m). \quad (6.26)$$

Le terme $\left(\frac{\rho}{2}\right)^{2n+\alpha}$ de l'équation 6.25 est susceptible d'être très grand et de poser des problèmes de calcul numérique, en particulier lorsque la fréquence k_0 est grande, ou bien l'échelle externe L_0 petite. L'implémentation actuelle ne permet alors pas de calculer la fonction de structure de phase pour des échelles externes $L_0 \leq 1$ m.

6.1.6 Modèle approché de la covariance spatiale

Les équations précédentes ont permis de montrer que la fonction de covariance spatiale s'exprime en fonction d'une double intégrale d'une somme de fonctions de structure de phase. Pour des raisons numériques, il faut discrétiser ces intégrales en une somme sur un nombre n_m d'échantillons :

$$S_x(\delta_{pil}) \simeq \begin{cases} 2dc(\phi(x_{pil} + d, y_{pil}) - \phi(x_{pil} - d, y_{pil})) & \text{si } n_m = 1 \\ \frac{2dc}{n_m} \sum_{a=1}^{n_m} w_a (\phi(x_{pil} + d, t_a + y_{pil}) - \phi(x_{pil} - d, t_a + y_{pil})) & \text{si } n_m \geq 2 \end{cases} \quad (6.27)$$

en prenant un pas de discrétisation t_a suivant une échelle linéaire :

$$t_a = -d + 2\frac{a-1}{n_m}d \quad \text{si } n_m \geq 2. \quad (6.28)$$

Approximation 3 : Les intégrales dans le calcul des pentes sont discrétisées en une somme de n_m éléments.

Le coefficient w_a permet de pondérer la somme en fonction de la méthode de discrétisation utilisée. Par exemple, pour la méthode Simpson qui est celle utilisée dans STYC, le poids prend les valeurs suivantes :

$$w_a = \begin{cases} 1/3 & \text{si } a=1 \text{ ou } a=n_m \\ 4/3 & \text{si } a \text{ impair} \\ 2/3 & \text{si } a \text{ pair} \end{cases} \quad (6.29)$$

6.1.6.1 Cas $n_m \geq 2$

Il nous suffit ici de reprendre les équations précédentes des fonctions de covariance spatiale et de les discrétiser en utilisant le pas de discrétisation donné en équation 6.28 et le poids donné en équation 6.29. La covariance entre deux pentes en x devient alors :

$$G_{xx}(\Delta_{pqijl}) \simeq \frac{2d^2c^2}{n_m^2} \sum_{a=1}^{n_m} \sum_{b=1}^{n_m} w_a w_b (-2D_\phi(\Delta_{pqijl} + (t_a - t_b)\mathbf{y}) + D_\phi(\Delta_{pqijl} + 2d\mathbf{x} + (t_a - t_b)\mathbf{y}) + D_\phi(\Delta_{pqijl} - 2d\mathbf{x} + (t_a - t_b)\mathbf{y})). \quad (6.30)$$

De la même façon la covariance entre deux pentes en y prend la forme suivante :

$$G_{yy}(\Delta_{pqijl}) \simeq \frac{2d^2c^2}{n_m^2} \sum_{a=1}^{n_m} \sum_{b=1}^{n_m} w_a w_b (-2D_\phi(\Delta_{pqijl} + (t_a - t_b)\mathbf{x}) + D_\phi(\Delta_{pqijl} + 2d\mathbf{y} + (t_a - t_b)\mathbf{x}) + D_\phi(\Delta_{pqijl} - 2d\mathbf{y} + (t_a - t_b)\mathbf{x})), \quad (6.31)$$

alors que la covariance croisée entre une pente en x et une pente en y s'exprime comme :

$$G_{xx}(\Delta_{pqijl}) \simeq \frac{2d^2c^2}{n_m^2} \sum_{a=1}^{n_m} \sum_{b=1}^{n_m} w_a w_b (-D_\phi(\Delta_{pqijl} - (t_b - d)\mathbf{x} + (t_a - d)\mathbf{y}) - D_\phi(\Delta_{pqijl} - (t_b + d)\mathbf{x} + (t_a + d)\mathbf{y}) + D_\phi(\Delta_{pqijl} - (t_b - d)\mathbf{x} + (t_a + d)\mathbf{y}) + D_\phi(\Delta_{pqijl} - (t_b + d)\mathbf{x} + (t_a - d)\mathbf{y})). \quad (6.32)$$

Nous verrons dans le paragraphe dédié aux performances du modèle analytique que le temps de calcul nécessaire à la génération d'une matrice de covariance croît fortement avec n_m . Sur le ciel, nous avons opté pour le cas extrême $n_m = 1$ que je détaille ci-dessous.

6.1.6.2 Cas $n_m = 1$

En reprenant l'équation 6.27, le produit de deux pentes en x peut être approximé de la façon suivante :

$$S_x(\boldsymbol{\delta}_{pil})S_x(\boldsymbol{\delta}_{qjl}) \simeq 2d^2c^2 (\phi(x_{pil} + d, y_{pil}) - \phi(x_{pil} - d, y_{pil})) (\phi(x_{qjl} + d, y_{qjl}) - \phi(x_{qjl} - d, y_{qjl})), \quad (6.33)$$

En utilisant l'identité remarquable donnée en équation 6.15, il vient enfin que le produit prend la forme suivante :

$$S_x(\boldsymbol{\delta}_{pil})S_x(\boldsymbol{\delta}_{qjl}) \simeq 2(dc)^2 (-(\phi(x_{pil} + d, y_{pil}) - \phi(x_{qjl} + d, y_{pil}))^2 - (\phi(x_{pil} - d, y_{pil}) - \phi(x_{qjl} - d, y_{pil}))^2 + (\phi(x_{pil} + d, y_{pil}) - \phi(x_{qjl} - d, y_{pil}))^2 + (\phi(x_{pil} - d, y_{pil}) - \phi(x_{qjl} + d, y_{pil}))^2). \quad (6.34)$$

Avec la même démarche que précédemment, on montre que l'on arrive à l'expression approximée de la covariance spatiale entre deux pentes en x suivante :

$$G_{xx}(\Delta_{pqijl}) = 2d^2c^2 (-2D_\phi(\Delta_{pqijl}) + D_\phi(\Delta_{pqijl} + 2d\mathbf{x}) + D_\phi(\Delta_{pqijl} - 2d\mathbf{x})). \quad (6.35)$$

De même, la covariance spatiale entre deux pentes en y pour $n_m = 1$ s'écrit :

$$G_{yy}(\Delta_{pqijl}) = 2d^2c^2 (-2D_\phi(\Delta_{pqijl}) + D_\phi(\Delta_{pqijl} + 2d\mathbf{y}) + D_\phi(\Delta_{pqijl} - 2d\mathbf{y})). \quad (6.36)$$

Enfin, la covariance entre une pente en x et une pente en y pour $n_m = 1$ devient :

$$G_{xy}(\Delta_{pqijl}) = 2d^2c^2 (-D_\phi(\Delta_{pqijl} + d\mathbf{x} - d\mathbf{y}) - D_\phi(\Delta_{pqijl} - d\mathbf{x} + d\mathbf{y}) + D_\phi(\Delta_{pqijl} + d\mathbf{x} + d\mathbf{y}) + D_\phi(\Delta_{pqijl} - d\mathbf{x} - d\mathbf{y})). \quad (6.37)$$

6.1.7 Caractérisation du modèle approximé

Comme je le disais en introduction de cette section, la modélisation de la covariance doit permettre un calcul du reconstituteur tomographique le plus rapide possible. Contrairement à une approche modale, ou une approche Fourier, la modélisation analytique approximée que j'ai décrit au-dessus favorise un calcul rapide au prix de plusieurs approximations. D'une part, toutes les sous-pupilles sont considérées carrées, d'autre part l'intégrale dans la définition d'une pente (cf. équations 6.11 et 6.12) est approximée à la valeur au centre du côté de la sous-pupille.

Je donne ici des éléments de réponse à deux questions que l'on peut naturellement se poser. D'une part, quel est l'impact de nos simplifications sur la qualité de la modélisation de la covariance spatiale? D'autre part, est-ce que ce genre d'approche peut être utilisée pour des instruments d'OA tomographique avec beaucoup de mesures comme sur l'E-ELT ?

Je propose ici de se concentrer sur la forme de la covariance spatiale G_{xx} . Pour illustrer mon propos, je vais étudier et présenter une coupe de cette carte de covariance selon l'axe \mathbf{x} . En figure 6.2, j'illustre cette coupe entre deux pentes en x pour un modèle $n_m = 1$, $n_m = 3$ et $n_m = 21$ avec une échelle externe infinie. La forme converge très rapidement avec n_m et je considère que le troisième cas est celui qui représente au mieux le modèle analytique sans discrétisation.

Chacune des courbes a le même comportement et dès $n_m = 3$, la forme de la covariance est très proche du cas idéal. Ce qu'il faut remarquer, c'est la sur-estimation de la variance par le modèle $n_m = 1$, de l'ordre de 7 %. Cette sur-estimation intervient pour une séparation inférieure à la taille d'une sous-pupille de CANARY. Pour une couche au sol, tous les ASO conjugués au plan pupille mesurent le même processus, et la covariance des mesures est maximale pour une séparation nulle. Dans ce cas, c'est la variance des mesures qui est sur-estimée. Cependant, l'identification du profil turbulent, comme nous le verrons dans le chapitre suivant, ne nécessite pas la connaissance des variances des mesures, la covariance est suffisante. La discrétisation des intégrales dans le calcul des pentes n'a, théoriquement, pas d'impact sur l'identification de la force de la couche au sol.

Maintenant, pour une couche en altitude, le pic de la covariance représenté en figure 6.2 intervient pour une séparation égale à $\alpha \times h_l$. Le modèle $n_m = 1$ va donc sur-estimer la covariance des mesures due aux couches en altitude. Ainsi, pour ajuster au mieux les mesures, l'algorithme d'identification va attribuer une énergie plus faible aux couches en altitude par rapport à la réalité. J'attire l'attention du lecteur sur le fait qu'il ne s'agit pas d'un simple facteur multiplicatif. C'est seulement la valeur du pic de covariance qui est surestimée, mais le reste de la fonction à $n_m = 1$ suit fidèlement la forme idéale.

Cependant, pour une altitude donnée, les couples de pentes pour lesquels la covariance est maximale sont peu nombreux, typiquement $n_s \times n_{aso}$ sur un total de $(n_s \times n_{aso})^2$, soit environ 0,2%. L'algorithme d'identification va lui s'appuyer sur tous les couples, donc l'impact de la sur-estimation est finalement peu notable sur la force que l'algorithme attribue aux couches en altitude. Dans toute la suite, les profils seront identifiés à l'aide d'un modèle analytique d'ordre $n_m = 1$.

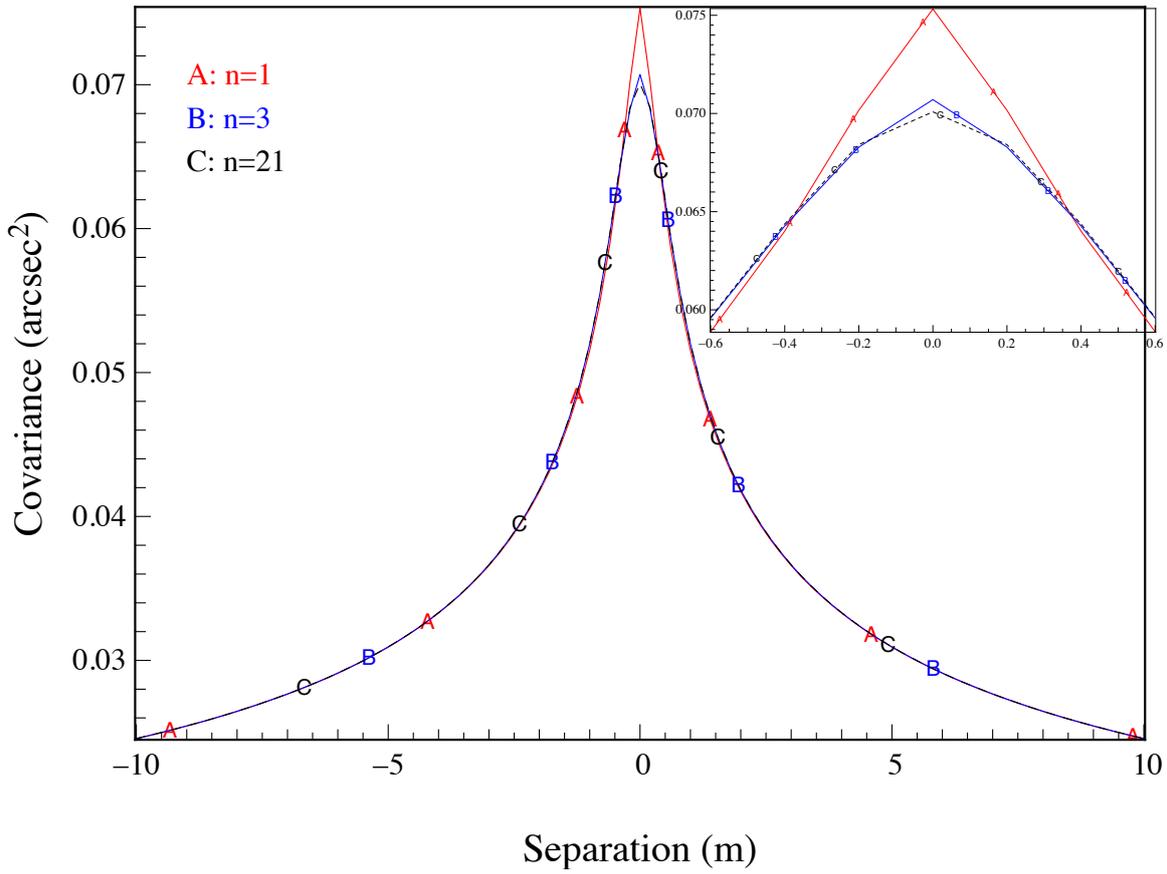


FIGURE 6.2: Coupe de $G_{xx}(\Delta_{pqijl})$ selon l'axe des \mathbf{x} pour les cas $n_m = 1$, $n_m = 3$ et $n_m = 21$, avec $r_0 = 12$ cm, une échelle externe infinie et des sous-pupilles de 60 cm de coté (configuration CANARY).

Un autre point intéressant à aborder est la forme de la fonction de covariance avec l'échelle externe. Je représente en figure 6.3 la coupe de $G_{xx}(\Delta_{pqijl})$ selon l'axe des \mathbf{x} et pour plusieurs valeurs d'échelle externe. La figure illustre que l'échelle externe influence très notablement la forme de la covariance, ainsi que la valeur du pic de covariance. D'une part, la présence d'une échelle externe finie impose une convergence à 0 de la covariance spatiale avec la séparation. Effectivement, l'injection de l'énergie se fait sur une échelle égale à environ L_0 , et la phase se décorrèle rapidement lorsque les séparations s'approchent ou dépassent L_0 . D'autre part, la valeur du pic de covariance s'affaiblit lorsque L_0 décroît. Or, d'après l'équation 6.25, pour une séparation nulle, la fonction de structure de phase dépend de $(L_0/r_0)^{5/3}$, l'échelle externe a donc le même impact que le r_0 sur la valeur du pic de covariance. Plus physiquement, l'échelle externe impose une fréquence de coupure sur les basses fréquences spatiales. Plus L_0 est petite, plus la fréquence k_0 est grande et plus les basses fréquences spatiales sont tronquées, autrement dit il y a une suppression de l'énergie des basses fréquences. Or, d'après le spectre de Von-Karman (cf. équation 1.20), ce sont ces basses fréquences temporelles qui sont les plus énergétiques, la diminution de L_0 est donc très notable sur l'énergie totale de la turbulence.

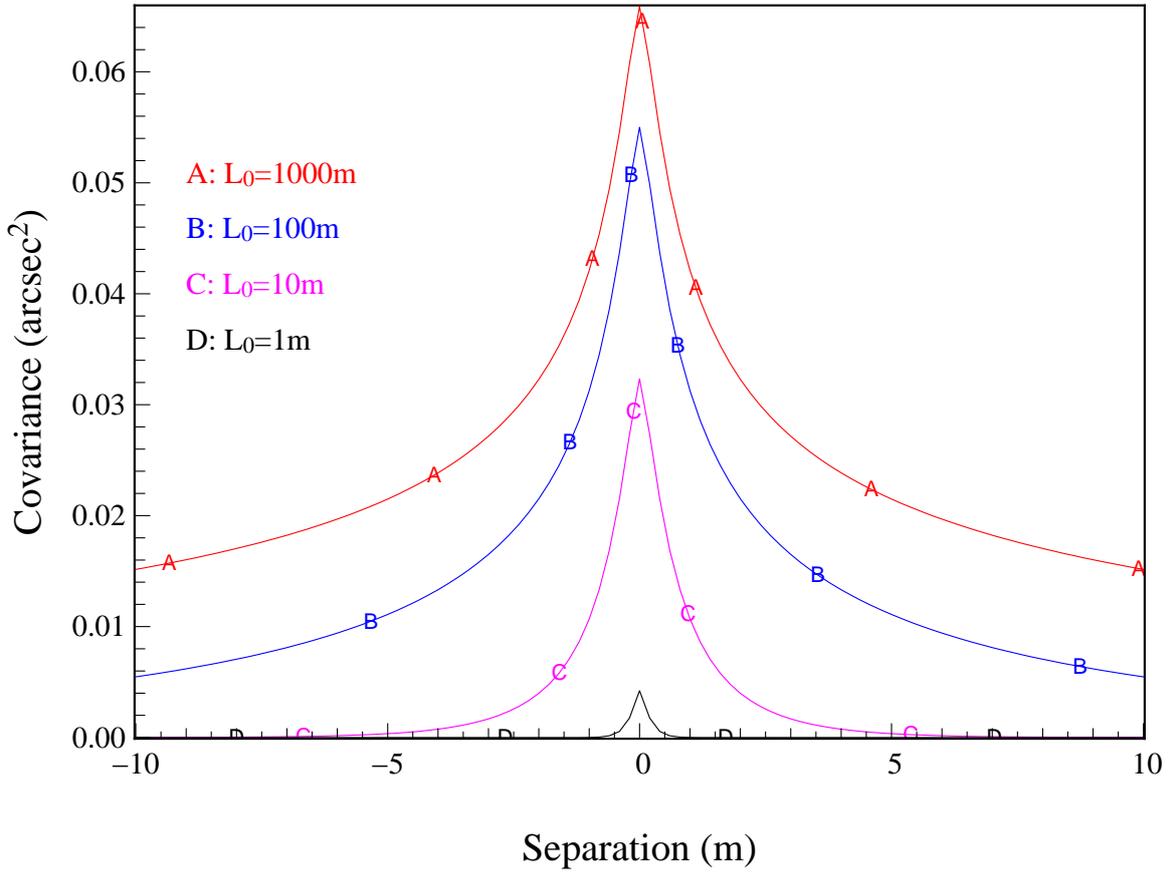


FIGURE 6.3: Coupe de $G_{xx}(\Delta_{pqijl})$ selon l'axe des \mathbf{x} pour plusieurs valeurs d'échelle externe, avec $r_0 = 12$ cm, $n_m = 1$ et des sous-pupilles de 60 cm de coté (configuration CANARY).

6.2 Implémentation numérique du reconstruteur MMSE

6.2.1 Expression du reconstruteur MMSE

6.2.1.1 Génération de la matrice de covariance brute

Nous sommes maintenant capables de calculer la covariance spatiale entre deux pentes dirigées sur n'importe quel axe et associées à des sous-pupilles séparées d'un vecteur Δ_{pqijl} . Il faut maintenant remplir la matrice de covariance qui représentera un modèle de la matrice de covariance spatiale des mesures. La façon de remplir cette matrice dépend de l'entrelacement des données fournies par le calculateur temps réel (DARC [Basden et al., 2010] dans le cas de CANARY). Dans notre cas, le vecteur de pentes \mathbf{S} de $n_{\text{aso}} \times n_s$ éléments fourni par DARC prend la forme suivante :

$$\mathbf{S} = \begin{pmatrix} \mathbf{S}_\alpha \\ \mathbf{S}_\beta \end{pmatrix}. \quad (6.38)$$

Je note \mathbf{S}_α le vecteur qui concatène les pentes des ASO hors-axes uniquement, de taille $n_\alpha \times n_s$ avec n_α le nombre d'analyseurs hors-axes. De plus, je note \mathbf{S}_β le vecteur qui concatène les pentes des analyseurs dans les directions de correction, de taille $n_\beta \times n_s$ avec n_β le nombre d'analyseurs dans les directions de correction. J'ai donc $n_{\text{aso}} = n_\alpha + n_\beta$. D'après l'équation 6.38, les pentes des ASO hors-axes précèdent les pentes des ASO sur l'axe dans le vecteur \mathbf{S} , je peux donc écrire

les vecteurs \mathbf{S}_α et \mathbf{S}_β comme suivant :

$$\mathbf{S}_\alpha = \begin{pmatrix} \mathbf{S}_1 \\ \mathbf{S}_2 \\ \vdots \\ \mathbf{S}_p \\ \vdots \\ \mathbf{S}_{n_\alpha} \end{pmatrix} \quad \mathbf{S}_\beta = \begin{pmatrix} \mathbf{S}_{n_\alpha+1} \\ \mathbf{S}_{n_\alpha+2} \\ \vdots \\ \mathbf{S}_{n_\alpha+p} \\ \vdots \\ \mathbf{S}_{n_{\text{aso}}} \end{pmatrix}, \quad (6.39)$$

avec \mathbf{S}_p le vecteur de pente du $p^{\text{ième}}$ ASO. Plus spécifiquement dans CANARY, les premiers ASO sont les LGS, suivis des NGS et puis du TS. Enfin, le vecteur de pente \mathbf{S}_p du $p^{\text{ième}}$ ASO est organisé de la façon suivante :

$$\mathbf{S}_p = \begin{pmatrix} \mathbf{S}_{p,x} \\ \mathbf{S}_{p,y} \end{pmatrix} \quad (6.40)$$

avec $\mathbf{S}_{p,x}$ et $\mathbf{S}_{p,y}$ les vecteurs de taille $n_s/2$ des pentes dirigées respectivement sur l'axe x et y mesurées par le $p^{\text{ième}}$ ASO. La matrice de covariance des pentes concaténées dans le vecteur \mathbf{S} est alors définie par :

$$\mathcal{C} = \mathbb{E} [\mathbf{S}\mathbf{S}^t]. \quad (6.41)$$

Cependant, dans notre cas la fonction de covariance spatiale dépend de l'altitude de la couche considérée. J'appellerai donc $\mathcal{C}(h_l)$ la matrice de covariance due spécifiquement à une couche d'altitude h_l . Je rappelle que i et j sont les indices respectifs aux sous-pupilles pour un ASO p donné. Pour $i = 1..n_s/2$, $j = 1..n_s/2$, $p = 1..n_{\text{aso}}$ et $q = 1..n_{\text{aso}}$, la matrice de covariance $\mathcal{C}(h_l)$ est donc remplie dans le cas de CANARY de la façon suivante :

$$\mathcal{C}(m, n, h_l) = \begin{cases} G_{xx}(\Delta_{pqijl}) & \text{si } m = i + (p - 1)n_s \text{ et } n = j + (q - 1)n_s \\ G_{xy}(\Delta_{pqijl}) & \text{si } m = i + (p - 1)n_s \text{ et } n = j + n_s/2 + (q - 1)n_s \\ G_{xy}(\Delta_{pqijl}) & \text{si } m = i + n_s/2 + (p - 1)n_s \text{ et } n = j + (q - 1)n_s \\ G_{xx}(\Delta_{pqijl}) & \text{si } m = i + n_s/2 + (p - 1)n_s \text{ et } n = j + n_s/2 + (q - 1)n_s . \end{cases} \quad (6.42)$$

J'illustre sur la figure 6.4 entre la matrice de covariance $\mathcal{C}(h_l)$ à gauche, et les cartes de covariance $G_{xx}(\Delta_{pqijl})$, $G_{yy}(\Delta_{pqijl})$ et $G_{xy}(\Delta_{pqijl})$ à droite, en indiquant par les flèches rouges sur quels éléments de la matrice le pic de covariance est déterminé. J'illustre cette liaison pour une couche au sol en gardant une échelle externe infinie. Le pic de covariance est alors engendré par les couples formés des pentes avec elles-mêmes, et la valeur de ce pic correspond alors à la variance des pentes. J'ai aussi représenté en figure 6.4, la matrice et la carte de covariance pour une couche à 5 km uniquement. La figure met en évidence que le pic de covariance s'est déplacé suivant le vecteur de séparation entre les deux ASO. Les couples qui contribuent alors à la valeur du pic de covariance sont différents et vont dépendre de l'altitude de la couche et de la géométrie du problème.

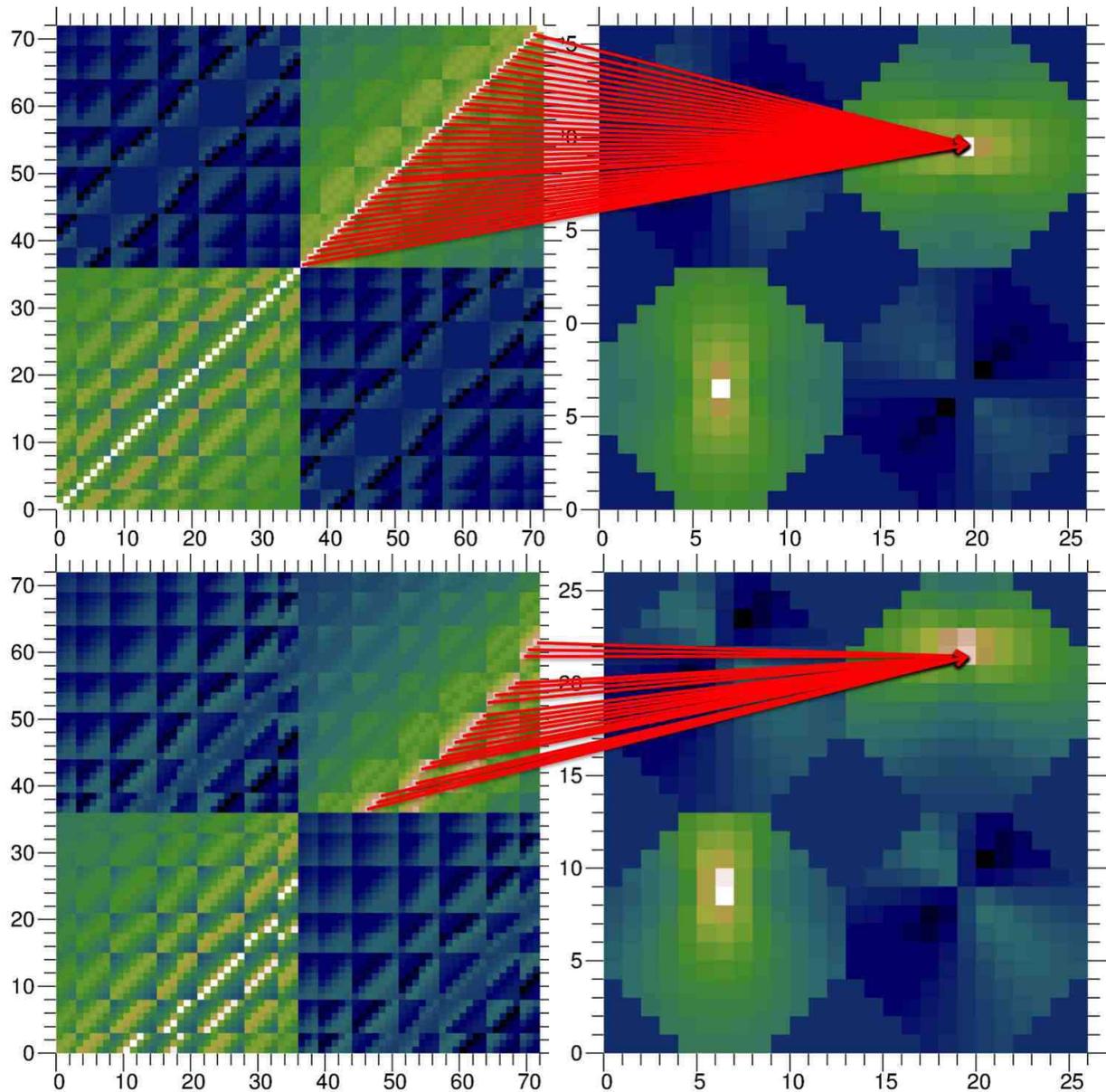


FIGURE 6.4: Illustration de la matrice de covariance synthétique de deux ASO NGS. En haut, on représente la matrice et la carte de covariance dans le cas d'une couche au sol uniquement. En bas, il s'agit de la même chose mais pour une couche à 5 km. La position du pic de covariance, ainsi que les couples de pentes dont les valeurs sont moyennées, dépendent de l'altitude de la couche qui est synthétisée. L'élément (1,1) est en bas à gauche de la matrice (représentation yorick).

Je suppose maintenant que les perturbations de la phase introduites par des couches turbulentes d'altitude différentes sont statistiquement indépendantes. Ainsi la matrice de covariance des pentes est la somme des matrices de covariance des pentes générées par chacune des couches turbulentes :

$$\mathcal{C} = \sum_{l=1}^{n_l} \mathcal{C}(h_l). \quad (6.43)$$

Pour récapituler, nous sommes maintenant capable de générer une matrice de covariance synthétique des pentes à partir d'une distribution verticale de la force de la turbulence, un r_0 , une échelle externe L_0 et une géométrie du problème, mais le problème est loin d'être fini.

6.2.1.2 Filtrage de l'angle d'arrivé des ASO LGS

J'ai déjà introduit le facteur d'homothétie des coordonnées des sous-pupilles des ASO LGS en équation 6.4. Ce facteur permet de prendre en compte l'effet de cône dans la structure de la covariance spatiale des pentes. Il faut maintenant se pencher sur le problème de l'indétermination de l'angle d'arrivée du front d'onde qui n'est pas mesuré correctement par les analyseurs lasers. Le laser tiré depuis le secondaire est un faisceau de diamètre environ 20 cm, et le front d'onde associé à ce faisceau subit principalement un basculement à l'émission, ce qui va perturber la mesure et rendre les modes de basculement des ASO LGS inutilisables pour la tomographie et la commande du MD. Pour éviter les dérives des spots lasers, je rappelle qu'ils sont asservis en position (cf. paragraphe 5.1.2).

Pour la tomographie, je dois soustraire la moyenne des pentes mesurées par chacun des ASO LGS qui vont nous apporter de l'information sur les modes spatiaux de hauts ordres uniquement. Pour réaliser cette opération de filtrage, j'introduis la matrice \mathbf{F}_p qui est une matrice de dimension n_s par n_s et associée au $p^{\text{ième}}$ ASO :

$$\mathbf{F}_p = \begin{cases} \mathbf{I}_{n_s} & \text{si } p \text{ est un ASO NGS} \\ \mathbf{I}_{n_s} - \frac{2}{n_s} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} & \text{si } p \text{ est un ASO LGS.} \end{cases} \quad (6.44)$$

Je rappelle que \mathcal{C}_{pq} désigne le bloc de covariance de taille n_s par n_s entre le $p^{\text{ième}}$ et le $q^{\text{ième}}$ ASO. Je note $\mathcal{C}^{\text{Filt}}$ la matrice de covariance des pentes qui tient compte de la soustraction de la pentes moyennes des ASO LGS :

$$\mathcal{C}_{pq}^{\text{Filt}} = \mathbf{F}_p \mathcal{C}_{pq} \mathbf{F}_q^t. \quad (6.45)$$

6.2.1.3 Sensibilités et vibrations

Jusqu'ici, j'ai introduit dans le modèle de la covariance spatiale des paramètres caractéristiques de la géométrie du problème et de la turbulence. Cependant la covariance qui existe entre deux pentes peut-être générée par d'autres processus que la turbulence, en particulier je pense aux vibrations et aux défauts de suivi du télescope qui génèrent un basculement commun entre toutes les pentes de tous les ASO, et peuvent impacter notablement les performances d'un système d'OA ([Sivo et al., 2014]).

Je suppose que ces perturbations sur les modes de basculement sont complètement indépendantes du processus turbulent et identiques pour chaque ASO. Autrement dit, je peux modéliser la matrice de covariance des vibrations plus du suivi de télescope par une matrice \mathcal{C}^{Vib} , de taille $n_{\text{aso}} \times n_s$ par $n_{\text{aso}} \times n_s$, que je peux ajouter à la matrice de covariance de la turbulence uniquement. Si je considère le bloc entre le $p^{\text{ième}}$ et le $q^{\text{ième}}$ ASO, $\mathcal{C}_{pq}^{\text{Vib}}$, je peux le décrire comme une sous-matrice de taille n_s par n_s composée de quatre blocs :

$$\mathcal{C}_{pq}^{\text{Vib}} = \begin{pmatrix} [T_{xx}]_{n_s/2} & [T_{xy}]_{n_s/2} \\ [T_{xy}]_{n_s/2} & [T_{yy}]_{n_s/2} \end{pmatrix}, \quad (6.46)$$

ce qui ajoute trois paramètres à notre modèle de la covariance des pentes, T_{xx} , T_{yy} et T_{xy} .

Il faut enfin être prudent aux unités dans lesquelles on travaille. Grâce au coefficient c donné à l'équation 6.10, je génère une matrice exprimée en seconde d'angle², mais le RTC fournit des mesures en pixels. Or, le coefficient de conversion entre pixels et secondes d'angle est spécifique à chaque ASO. Je note $s_p^{\text{pix}2\text{arc}}$ ce coefficient de conversion pour le $p^{\text{ième}}$ ASO, que l'on appelle encore la **sensibilité de l'analyseur**, c'est-à-dire la taille de leurs pixels sur le ciel en seconde d'angle/pixel. Ainsi les données provenant du RTC sont converties en seconde d'angle avant d'être utilisées pour calculer la matrice de covariance des mesures.

Cependant, cette sensibilité des ASO va varier avec le flux de la source et l'étalement des spots à cause des variations possibles du *centroid gain* qui est le dénominateur de l'équation 2.4. Plus le bruit sur l'estimation du barycentre des pixels est important, plus le *centroid gain* augmente, donc plus la pente finale sera faible pour une perturbation de phase égale.

L'étalonnage des sensibilités se fait à l'aide d'une lame à faces non parallèles¹ qui introduit un basculement équivalent à une seconde d'angle sur le ciel dans le visible. Si on place cette lame dans le plan pupille du simulateur de télescope de CANARY, on peut déterminer la valeur de la pente en pixels mesurée par chacun des ASO, et donc leurs sensibilités à très fort flux. En faisant tourner la lame autour de l'axe optique, on modifie la direction dans laquelle le basculement est introduit afin d'augmenter le nombre de mesures.

Évidemment, ce genre de procédure ne peut pas être appliquée sur le ciel. L'idée qui a été développé par Fabrice Vidal ([Vidal et al., 2010]) consiste à intégrer les sensibilités comme des paramètres de notre modèle de la covariance des pentes. Pour limiter le nombre de paramètres introduits dans le modèle, je suppose que la sensibilité d'un ASO est identique pour toutes ses sous-pupilles. Je noterai donc s_p la **sensibilité relative** du $p^{\text{ième}}$ ASO. Je souligne le caractère relatif de s_p qui signifie que l'on va identifier l'écart aux sensibilités des ASO mesurées sur le banc à fort flux (en somme, la valeur du *centroid gain*). De plus, il faudra prendre un ASO comme référence (donc fixer sa sensibilité relative à 1) pour ajuster la sensibilité relative des autres ASO.

Je définis alors $\mathcal{C}^{\text{Learn}}$ comme la matrice de covariance des pentes qui tient compte de la turbulence, du repliement des modes de hautes fréquences spatiales et des perturbations sur les modes de basculement engendrées par les vibrations et les défauts de suivi du télescope. Si je considère $\mathcal{C}_{pq}^{\text{Learn}}$ le bloc entre le $p^{\text{ième}}$ et $q^{\text{ième}}$ ASO, j'ai la définition suivante :

$$\mathcal{C}_{pq}^{\text{Learn}} = s_p \left(\mathcal{C}_{pq}^{\text{Filt}} + \mathcal{C}_{pq}^{\text{Vib}} \right) s_q \quad (6.47)$$

6.2.1.4 Introduction du bruit

La reconstruction tomographique doit non seulement s'appuyer sur les corrélations entre ASO pour estimer les pentes sur l'axe, mais aussi minimiser la propagation du bruit de mesure des ASO hors-axes dans l'estimation. Comme je l'ai déjà rapidement mentionné dans la deuxième partie de ce manuscrit, le calcul du reconstruteur nécessite l'inversion de la matrice de covariance des pentes hors-axes (cf. équation 5.6). C'est grâce à cette inversion que la limitation de la propagation du bruit est possible.

Prenons l'exemple très simple d'une matrice purement diagonale et inversible. Plus la valeur de sa diagonale est élevée, plus celle de la matrice inverse sera faible et plus le produit de cette matrice inverse avec un vecteur donné donnera une quantité faible. En d'autres termes, il faut ajouter la matrice de covariance du bruit à $\mathcal{C}^{\text{Learn}}$ pour limiter l'impact du bruit sur notre reconstruction. Ainsi, plus un ASO sera bruité, moins le reconstruteur MMSE final s'appuiera sur ses mesures pour déterminer les pentes du TS.

Dans toute la suite, je désignerai $\mathcal{C}^{\text{Noise}}$ la matrice de covariance du bruit. La matrice est d'abord remplie en estimant la variance du bruit sur chacune des pentes par une méthode que j'explicitierai dans le prochain chapitre (cf. paragraphe 7.1.1), puis ensuite filtrée par la même procédure que celle proposée pour la matrice de covariance des pentes (cf. équation 6.45) :

$$\mathcal{C}_{pp}^{\text{Noise}} = \mathbf{F}_p \mathcal{C}_{pp}^{\text{Noise raw}} \mathbf{F}_p^t, \quad (6.48)$$

avec $\mathcal{C}^{\text{Noise raw}}$ la matrice de covariance du bruit dans laquelle j'ai reporté la variance du bruit estimé sur les mesures, mais sans filtrage des modes de basculement sur les ASO LGS.

1. Ou encore une *wedge plate* en anglais.

6.2.1.5 Inversion de la matrice de covariance

Le reconstituteur tomographique peut alors se calculer à partir de l'équation suivante :

$$\mathbf{R} = \mathcal{C}_{\alpha\beta}^{\text{Learn}} \left(\mathcal{C}_{\alpha\alpha}^{\text{Learn}} + \mathcal{C}_{\alpha\alpha}^{\text{Noise}} \right)^{-\dagger}. \quad (6.49)$$

Je fais remarquer au lecteur la petite dague qui vient surplomber la deuxième matrice dans l'équation précédente. Elle signifie que l'inversion de la matrice $\mathcal{C}_{\alpha\alpha}^{\text{Learn}} + \mathcal{C}_{\alpha\alpha}^{\text{Noise}}$ doit être régularisé. Le filtrage de la pente moyenne des ASO LGS engendre l'apparition de deux valeurs singulières nulles par ASO LGS. En déterminant les valeurs singulières de la matrice $\mathcal{C}_{\alpha\alpha}^{\text{Learn}} + \mathcal{C}_{\alpha\alpha}^{\text{Noise}}$, on peut calculer la matrice inverse en fixant à 0 l'inverse des valeurs singulières nulles. Alternativement, on peut ne pas filtrer les modes de basculement des ASO LGS, mais au contraire introduire une pente moyenne colossale. Comme pour le bruit, le reconstituteur filtrera naturellement ces composantes sans recourir à un calcul supplémentaire qui peut s'avérer très couteux pour des systèmes tomographiques avec beaucoup de mesures sur étoiles guides.

Cependant, le filtrage d'un plus grand nombre de valeurs singulières nulles peut s'avérer obligatoire dans certains cas. Par exemple, pour une couche au sol (dans le plan pupille du télescope) uniquement, notre modèle indique que tous les ASO mesurent exactement le même processus turbulent. Autrement dit, la matrice de covariance de toutes les mesures ne possède que n_s valeurs singulières non nulles ($n_s = 72$ pour CANARY). Lorsqu'on ajoute le bruit, ces valeurs singulières ne sont plus nulles mais le conditionnement de la matrice peut atteindre quelques milliers. La méthode que j'utiliserai par la suite est de filtrer les valeurs singulières de la matrice $\left(\mathcal{C}_{\alpha\alpha}^{\text{Learn}} + \mathcal{C}_{\alpha\alpha}^{\text{Noise}} \right)$ pour atteindre un conditionnement voulu, que je fixerai à 100. C'est une valeur raisonnable à partir de mes observations sur les données acquises par CANARY.

6.2.2 Reconstituteurs non MMSE

6.2.2.1 Reconstituteur RAW

Nous disposons avec CANARY d'un élément essentiel dans la démonstration de la MOAO : le Truth Sensor. Ce dernier permet de quantifier la qualité de la reconstruction tomographique mais surtout donne la solution que l'on cherche à obtenir. C'est un peu comme faire un examen avec le corrigé à portée de main. Pour démontrer que l'on est capable de le réussir, on s'abstiendra de regarder le corrigé et on mettra à profit nos connaissances pour trouver la solution à l'image du reconstituteur MMSE. Ce que je vais appeler le reconstituteur RAW correspond à une méthode un peu moins subtile qui consiste à regarder le corrigé, et feinter le correcteur en orientant la démonstration vers la solution que l'on connaît déjà, sans copier brutalement. L'idée est de calculer le reconstituteur tomographique en utilisant directement la matrice de covariance des mesures $\mathcal{C}^{\text{Meas}}$ (cf. équation 5.4) et qui permet de calculer le reconstituteur RAW de la façon suivante :

$$\mathbf{R}^{\text{raw}} = \mathcal{C}_{\alpha\beta}^{\text{Meas}} \left(\mathcal{C}_{\alpha\alpha}^{\text{Meas}} \right)^{-\dagger}. \quad (6.50)$$

Comme le reconstituteur MMSE, il faut aussi gérer l'inversion de la matrice de covariance des ASO hors-axes uniquement, en fixant son conditionnement par exemple. Je ne considère pas le reconstituteur RAW comme un reconstituteur MMSE, car il ne minimise la différence entre les pentes du TS et la reconstruction tomographique de ces dernières que pour la réalisation particulière de la turbulence à partir de laquelle il a été calculé. Il est cependant le meilleur reconstituteur tomographique pour cette réalisation très particulière car il ne souffre d'aucune erreur de modélisation, et prend naturellement en compte la convergence des mesures, les déviations géométriques et la répartition de la turbulence en altitude. Il n'est néanmoins pas robuste aux non-stationnarités de la turbulence. À défaut d'être utilisé sur le ciel pour démontrer la faisabilité de la MOAO, le reconstituteur RAW peut nous permettre de mieux cerner les limitations de la reconstruction MMSE.

6.2.2.2 Reconstructeur GLAO

Dans la deuxième partie de ce manuscrit, j'ai présenté plusieurs méthodes d'OA grand champ et en particulier la GLAO (cf. paragraphe 6.2.2.2). Je rappelle que les instruments de GLAO ont pour but de compenser les perturbations de la phase introduites dans le plan pupille uniquement lorsque tous les ASO y sont conjugués. L'avantage indéniable est que la compensation apportée par le MD n'est pas limitée par le champ de vue et ce type de technique peut fournir une correction assez uniforme sur le champ de vue où sont répartis les ASO. L'inconvénient est qu'il n'y a aucune compensation tomographique de l'effet d'anisoplanétisme engendré par les couches en altitude.

Le reconstructeur GLAO doit simplement moyenner les mesures de tous les ASO pour estimer les pentes sur l'axe en supposant qu'il n'y ait qu'une seule couche au sol. Dans le cas d'étoiles guides de type NGS seulement, le reconstructeur GLAO est une matrice de taille n_α par n_β , composée de blocs telle que :

$$\mathbf{R}_{pq}^{\text{Glao ngs}} = \frac{1}{N_{\text{ngs}}} \mathbf{I}_{n_s}, \quad (6.51)$$

avec \mathbf{I}_{n_s} la matrice identité de taille n_s par n_s .

En présence d'étoiles guides lasers, on ne peut pas directement prendre la moyenne des mesures de chaque ASO, puisqu'il faut filtrer les pentes moyennes des ASO de type LGS. Je propose alors de procéder en deux temps. Premièrement, je vais calculer le reconstructeur $\mathbf{R}^{\text{Glao TT}}$ qui aura pour but de moyenner seulement les pentes mesurées par les ASO NGS. Il s'agit toujours d'une matrice en damier dont chacun des blocs vaudra 0 pour les ASO de type LGS et l'identité pour les ASO de type NGS :

$$\mathbf{R}_{pq}^{\text{Glao TT}} = \begin{cases} \frac{1}{N_{\text{ngs}}} [\mathbf{1}]_{n_s} & \text{si } p \text{ est un ASO NGS} \\ [\mathbf{0}]_{n_s} & \text{si } p \text{ est un ASO LGS,} \end{cases} \quad (6.52)$$

avec N_{ngs} le nombre d'ASO de type NGS. De la même façon, je définis $\mathbf{R}^{\text{Glao HO}}$ le reconstructeur qui ne moyenne que les modes de hauts ordres sur l'ensemble des mesures. Il s'agit d'une matrice par blocs définie mathématiquement comme suivant :

$$\mathbf{R}_{pq}^{\text{Glao HO}} = \frac{1}{n_{\text{aso}}} \left(\mathbf{I}_{n_s} - \frac{2}{n_s} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \right). \quad (6.53)$$

L'idée consiste ensuite à combiner les deux reconstructeurs précédents pour construire le reconstructeur GLAO \mathbf{R}^{Glao} . Je souligne néanmoins que les reconstructeurs $\mathbf{R}^{\text{Glao TT}}$ et $\mathbf{R}^{\text{Glao HO}}$, donnés respectivement par les équations 6.52 et 6.53, sont calculés pour être appliqués sur des données en secondes d'angle. Or, les données fournies par le RTC sont en pixels, il faut faire une conversion à partir des sensibilités des ASO (cf. paragraphe 6.2.1.3). Dans un premier temps, je multiplie les données en pixels du $q^{\text{ième}}$ ASO $\mathbf{S}_q^{\text{pixels}}$ par sa sensibilité s_q^{pix2arc} pour obtenir ces données en secondes d'angle, sur lesquelles je peux appliquer le bloc $\mathbf{R}_{pq}^{\text{Glao}}$ du reconstructeur GLAO. Je dois alors diviser le résultat de cette multiplication par s_p^{pix2arc} pour obtenir les pentes du $p^{\text{ième}}$ ASO en pixels :

$$\mathbf{S}_p^{\text{pixels}} = \frac{1}{s_p^{\text{pix2arc}}} \times \mathbf{R}_{pq}^{\text{Glao}} \left(s_q^{\text{pix2arc}} \times \mathbf{S}_q^{\text{pixels}} \right) \quad (6.54)$$

Finalement, l'opération précédente revient à déterminer le reconstructeur GLAO comme suivant :

$$\mathbf{R}_{pq}^{\text{Glao}} = \frac{s_q^{\text{pix2arc}}}{s_p^{\text{pix2arc}}} \left(\mathbf{R}_{pq}^{\text{Glao TT}} + \mathbf{R}_{pq}^{\text{Glao HO}} \right), \quad (6.55)$$

qui pourra alors directement être appliqué sur les données en pixels fournies par le RTC. Ce formalisme permet ainsi de s'affranchir des matrices de covariance et de calculer le reconstructeur GLAO très rapidement. Néanmoins, le reconstructeur GLAO ainsi implémenté ne pondère aucunement les mesures des ASO par leur niveau de bruit respectif. Le bruit sera purement moyenné sur l'ensemble des ASO. Je montrerai dans le chapitre 8 que ce filtrage du bruit est plus efficace que la pondération introduite par le reconstructeur MMSE.

Durant toute la suite de ce manuscrit, je comparerai souvent les performances d'un reconstructeur MMSE pour la MOAO avec un reconstructeur GLAO. Cette comparaison permettra de quantifier l'impact de la reconstruction tomographique sur les performances d'un système de MOAO. Elle est constamment restée le leitmotiv du projet CANARY sur le ciel. Dans la dernière partie de ce manuscrit, je ferai le point des résultats sur le ciel de CANARY et notamment sur l'écart de performances entre MOAO et GLAO. Cette étape sera très riche en enseignements pour mieux préparer les futurs projets d'OA grand champ sur les ELTs.

Chapitre 7

Identification du profil turbulent sur des données ciel

Le chapitre précédent a posé les bases de la mise en œuvre du calcul du reconstruteur MMSE avec étoiles lasers. J'ai montré que ce reconstruteur des pentes sur l'axe nécessite la connaissance de la covariance spatiale des ASO. La stratégie dans le cadre de CANARY est de déterminer cette covariance via un modèle analytique que j'ai détaillé précédemment. Ce modèle dépend de plusieurs paramètres, notamment du profil turbulent qui doit être identifié.

Notre stratégie sur CANARY est d'identifier tous ces paramètres sur des données ciel pendant les observations. La première étape est d'acquérir des données synchronisées (acquisition sur 60 s généralement) en boucle ouverte à partir desquelles on estime la matrice de covariance des mesures. Durant cette acquisition, on s'assure que le miroir de basculement du banc laser travaille en boucle fermée afin d'éviter la moindre troncature de spots laser durant l'acquisition des données (cf. paragraphe 5.1.2).

La méthode réside dans l'algorithme Learn & Apply développé par Vidal ([Vidal, 2009]) durant sa thèse. Comme je l'ai déjà mentionné, le but est de reconstituer les pentes sur l'axe, en l'occurrence les pentes du TS dans le cas de CANARY. Cet algorithme offre la possibilité d'étalonner les déviations (cf. paragraphe 6.1.3) entre ASO sur le banc en plaçant un unique écran de phase dans un plan pupille du simulateur de télescope de CANARY.

Je commence dans ce chapitre par expliciter nos méthodes d'estimation de ce que j'appelle les paramètres globaux du problème, à savoir la covariance du bruit, le paramètre de Fried r_0 , l'échelle externe L_0 et le temps typique de corrélation temporelle. La valeur de ces paramètres nous servira dans toute la suite, en particulier pour comprendre les résultats de CANARY sur le ciel. J'explique ensuite la méthode d'identification du profil turbulent par une minimisation au sens des moindres carrés. Je propose finalement une extension à l'algorithme Learn & Apply qui prend compte de la convergence des mesures et en particulier du caractère spécifique de la couche au sol.

7.1 Identification des paramètres globaux

7.1.1 Covariance du bruit

Le but est ici d'estimer dans un premier temps la variance du bruit en seconde d'angle² associée à chaque mesure (pente en x et y). On commence par estimer les fonctions d'auto-covariance temporelle de chaque pente mesurée par chacun des ASO en boucle désengagée. Je fais l'hypothèse de stationnarité à l'ordre deux des processus mesurés. J'appelle alors $\gamma_{pm}(\tau)$ la fonction d'auto-covariance temporelle pour la $m^{\text{ième}}$ mesure du $p^{\text{ième}}$ ASO.

Je suppose ensuite que le bruit se comporte comme un bruit blanc et est indépendant des

autres processus de mesure (turbulence et repliement). Ainsi, la fonction $\gamma_{pm}(\tau)$ est la somme de la fonction d'auto-covariance des processus de turbulence (repliement compris), plus un dirac à $\tau = 0$ d'amplitude égale à la variance du bruit. Le problème se ramène maintenant à la dissociation de la variance du bruit et du reste.

Je suppose maintenant que la fonction d'auto-covariance de la mesure sans bruit se comporte comme une parabole symétrique autour de zéro, pour obtenir une dérivée nulle de cette fonction en zéro. L'idée est maintenant d'ajuster une parabole sur les trois premiers échantillons de $\gamma_{pm}(\tau)$. La variance du bruit est alors estimée par la différence à $\tau = 0$ entre ce modèle parabolique et la fonction $\gamma_{pm}(\tau)$ mesurée comme illustré en figure 7.1. Ce processus d'identification est alors réitéré sur toutes les pentes.

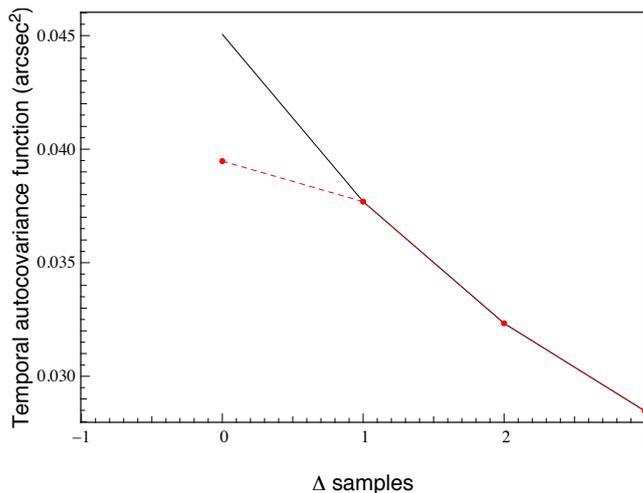


FIGURE 7.1: Illustration de l'estimation de la variance du bruit de mesure sur la fonction d'auto-corrélation temporelle.

On peut maintenant remplir une matrice de covariance du bruit de taille $n_s \times n_{aso}$ dont chacun des éléments diagonaux sera l'estimation de la variance du bruit de la mesure correspondante. Cependant, pour un ASO LGS, il existe une corrélation du bruit entre les composantes sur les axes x et y induite par l'élongation des spots lasers. Dans le cas de CANARY, cette élongation est de l'ordre de 1,2 secondes d'angle (cf. paragraphe 5.1.2), ce qui est très proche de la taille des spots LGS due au seeing, qui vaut environ une seconde d'angle dans des conditions médianes de seeing. Or, les sensibilités des ASO LGS ont été étalonnées à environ 0,4 secondes d'angle/pixel, je décide donc de négliger l'élongation des spots et donc la covariance du bruit entre axes pour les ASO LGS. La matrice de covariance du bruit $\mathcal{C}^{\text{Noise}}$ sera donc une matrice complètement diagonale.

7.1.2 Temps typique de corrélation

Ce temps est estimé comme la largeur à mi-hauteur de la fonction d'auto-covariance temporelle moyenne des pentes. Premièrement, je retire à chacune des fonctions $\gamma_{pm}(\tau)$, décrites au paragraphe précédent, l'estimation de la variance du bruit à $\tau = 0$. Deuxièmement, je moyenne ces fonctions pour chaque analyseur pour obtenir la fonction d'auto-covariance temporelle moyenne de chaque ASO :

$$\bar{\gamma}_p = \frac{1}{n_s} \sum_{m=1}^{n_s} \left(\gamma_{pm}(\tau) - \mathcal{C}_{pp}^{\text{Noise}}(m, m) \right) \quad (7.1)$$

Je définis alors $\tau_{cor}(p)$ comme la largeur à mi-hauteur de la fonction $\bar{\gamma}_p(\tau)$. Je souligne que je dois discriminer ce temps de corrélation temporelle entre les ASO LGS et NGS puisque

je retire préalablement la pente moyenne des ASO LGS. Or, les modes de basculement sont généralement ceux qui ont la dynamique temporelle la plus lente ([Conan et al., 1995]), le temps de corrélation sera donc plus faible pour les ASO LGS que les ASO NGS.

La caractérisation temporelle de la turbulence est indispensable pour comprendre les résultats obtenus sur le ciel. Par exemple, j'ai déjà introduit l'erreur temporelle σ_{BW}^2 (cf. équation 9.58) qui dépend des propriétés temporelles de la turbulence et de la bande passante du système. Pour faire le lien avec l'équation 9.58, on s'intéresse plus généralement à la vitesse de vent plutôt qu'au temps de corrélation, qui est une quantité plus intuitive à se représenter. Seulement, la détermination de la vitesse de vent repose sur l'hypothèse de Taylor ([Taylor, 1938]) dans laquelle la turbulence est gelée et subit uniquement une translation dans une direction et à une vitesse de vent donnée (cf. paragraphe 1.3.4).

La réalité est plus compliquée et généralement, le comportement temporel de la turbulence que nous avons observé sur le ciel est dominé par un bouillonnement. Le temps typique de corrélation découle alors d'une combinaison de plusieurs phénomènes plutôt que d'un déplacement des couches seulement. Le vitesse du vent sous l'hypothèse de Taylor correspond alors à la vitesse à laquelle se déplacerait la couche, si la corrélation temporelle qu'elle induit sur les mesures serait uniquement due à un déplacement. Il ne s'agit pas d'une vitesse réelle mais elle permet de discriminer entre plusieurs conditions atmosphériques.

Pour évaluer la vitesse de vent à partir du temps de corrélation, j'ai effectué des simulations numériques de pentes en boucle ouverte grâce à l'algorithme de simulation YOGA AO basé sur GPU ([Gratadour, 2011]). La simulation comportait une turbulence composée d'une couche au sol avec un r_0 de 12 cm et une échelle externe infinie, ainsi qu'un ASO NGS Shack-Hartmann sur l'axe de 7×7 sous-pupilles qui échantillonne le front d'onde à 150 Hz (configuration CANARY) sur un télescope de 4,2 m de diamètre et une obstruction centrale de 1,2 m de diamètre (configuration WHT). De plus, l'algorithme YOGA AO permet d'obtenir une turbulence réellement gelée qui se déplace suivant une direction et à une vitesse de vent donnée ([Gratadour, 2011]).

J'ai alors simulé vingt écrans de phase avec chacun une vitesse de vent différente, allant de 1 à 20 m/s. Pour chacun de ces écrans, j'ai acquis un équivalent de 10 mn de mesure de l'ASO, sans bruit, sur lesquelles j'ai déterminé le temps typique de corrélation temporelle τ_{cor} avec la méthode présentée au paragraphe précédent. J'ai obtenu alors une droite entre la vitesse de vent que j'ai fixée et l'inverse du temps de corrélation, qui m'a permis d'identifier la relation suivante :

$$\bar{v} = 1,61 \frac{F_e \times d}{\tau_{\text{cor}}}. \quad (7.2)$$

Sur les données ciel, je vais alors identifier le temps de corrélation temporelle, puis la vitesse de vent équivalente avec l'équation 7.2. Cette vitesse de vent me permettra de discriminer différentes conditions d'observation pour mieux comprendre les résultats sur le ciel. Pour d'autres méthodes de contrôle comme le LQG ([Sivo et al., 2014]), la vitesse de vent est un paramètre du modèle de la turbulence qui doit être déterminé par couche. Je propose dans la dernière partie de ce manuscrit une méthode pour estimer la vitesse de vent par couche.

7.1.3 Paramètre de Fried et échelle externe

L'analyse des résultats sur le ciel nécessite d'identifier le paramètre de Fried r_0 et l'échelle externe L_0 sur les mesures. La méthode que je décris ici repose sur un modèle analytique de la variance des modes de Zernike déterminée par Winker [Winker, 1991]. Ce modèle a été repris par R. Conan ([Conan et al., 2000a]) qui en a modifié l'expression analytique de manière à en simplifier la mise en œuvre numérique. Ce modèle dépend alors de $(D/r_0)^{5/3}$ et de $L_0^{5/3}$ et exprime la variance des modes de Zernike à partir d'un développement en série qui a été

implémenté pour CANARY. Pour des raisons numériques, la somme qui apparaît dans ce modèle est tronquée pour éviter la soustraction de nombres extrêmement grands.

Pour obtenir un modèle le plus linéaire possible en les paramètres, je vais chercher à ajuster le logarithme de la variance des modes de Zernike sur les mesures. Cependant, les modes de basculement sont pollués par les vibrations et les défauts de suivi du télescope (cf. paragraphe 6.2.1.3). Pour ne pas biaiser mon estimation du r_0 et de L_0 , je n'ajuste que la variance des modes de plus hauts ordres que les modes de basculement.

La première étape est de calculer la variance des n_{dm} premiers modes de Zernike en utilisant la matrice de reconstruction Zernike \mathbf{D}^+ de taille $n_{\text{dm}} \times n_s$. Cette matrice permet de projeter les mesures d'un ASO sur la base des polynômes de Zernike. On obtient ainsi n_{dm} processus estimés sur N_f échantillons temporels. On peut alors en déduire la variance de chacun des modes estimée sur l'horizon temporel de l'acquisition des mesures. Il est ensuite nécessaire de débiaiser la variance de chaque mode par la variance du bruit qui affecte ce mode. J'ai déjà la variance du bruit de chaque pente en seconde d'angle² (cf. paragraphe 7.1.1) et grâce à la matrice \mathbf{D}^+ , je déduis la variance du bruit propagée sur chaque mode de Zernike que je soustrais à la variance des modes estimée sur les mesures. J'obtiens alors une estimation de la variance des modes de Zernike de la turbulence uniquement.

Ensuite, j'ajuste le logarithme de la variance des modes de Zernike donnée par modèle de Conan sur le logarithme de ces mêmes variances estimées sur les mesures, en excluant les modes de piston et de basculement. Cette procédure d'ajustement est réalisée grâce à une minimisation au sens des moindres carrés, et basée sur un algorithme itératif de Levenberg-Marquardt. Le meilleur ajustement donne alors une évaluation de r_0 et de L_0 .

Cette procédure est répétée pour tous les ASO NGS hors-axes qui donnent une mesure du front d'onde même lorsque la boucle est engagée. Je prends la médiane des r_0 et des L_0 évaluées sur les ASO NGS hors-axes pour estimer le paramètre de Fried et l'échelle externe sur le ciel.

7.2 Identification du profil turbulent

7.2.1 Minimisation avec l'algorithme Levenberg-Marquardt

Je décris ici la méthode d'identification des paramètres du modèle analytique de la covariance spatiale. Cette identification est réalisée grâce à un ajustement itératif au sens des moindres carrés de la matrice de covariance des mesures $\mathcal{C}^{\text{Meas}}$, par la matrice de covariance synthétique $\mathcal{C}^{\text{Learn}}$. L'algorithme a été initialement conçu pour travailler sur l'ensemble des éléments de la matrice de covariance des mesures, mais généralement on se concentre seulement sur les éléments hors-diagonaux afin de désensibiliser l'identification du bruit. En partant de conditions initiales, l'algorithme doit à chaque itération faire évoluer le vecteur de paramètres $\boldsymbol{\theta}$ pour minimiser la quantité suivante :

$$\chi^2(\boldsymbol{\theta}) = \sum_{p=1}^{n_{\text{aso}}} \sum_{q=1}^{n_{\text{aso}}} \sum_{m=1}^{n_s} \sum_{n=1}^{n_s} \left| \mathcal{C}_{pq}^{\text{Meas}}(m, n) - \mathcal{C}_{pq}^{\text{Learn}}(m, n, \boldsymbol{\theta}) \right|^2, \quad (7.3)$$

Les paramètres à ajuster sont nombreux. D'une part, il y a les déviations, soit autant de sensibilités relatives, de translations, d'homothéties et de rotations pupille qu'il y a d'ASO. L'expérience a montré que les déviations ne peuvent être ajustées simultanément avec l'altitude des couches sur le ciel ([Brangier, 2012]). Ainsi, avant d'identifier le profil turbulent sur le ciel, on s'assure que ces déviations sont bien étalonnées sur le banc à partir d'un écran de phase placé dans le plan pupille du simulateur de télescope.

Ensuite, le vecteur de séparation $\boldsymbol{\alpha}_p$ de chaque ASO (cf. paragraphe 6.1.2) est aussi inclus dans le modèle. Généralement, c'est le TS qui donne la position (0,0). Cependant, le modèle de

la covariance spatiale dépend du produit entre les séparations et les altitudes des couches (cf. équation 6.4). Il est donc nécessaire de limiter le nombre de degrés de liberté de l'algorithme pour exclure toutes les translations et homothétie du problème. Il faut donc fixer au moins trois valeurs de position angulaire. Depuis la phase A, les positions des ASO sont bien connues sur le ciel grâce à des procédures d'étalonnage menées sur le banc.

Puis, le modèle analytique de la covariance que j'ai décrit au chapitre 6 inclut trois coefficients, T_{xx} , T_{yy} et T_{xy} (cf. équation 6.46), qui permettent d'évaluer la contribution des vibrations et des défauts de suivi du télescope.

De plus, le modèle offre la possibilité d'ajuster l'échelle externe globale L_0 de la turbulence. Comme cette valeur est déjà préalablement identifiée sur les mesures (cf. paragraphe 7.1.3), il n'est pas nécessaire de l'ajuster. Cependant, le modèle analytique permet de définir une échelle externe pour chaque couche turbulente qui est identifiée. Pour des raisons de rapidité d'identification, la valeur de L_0 évaluée sur les mesures est attribuée à la couche au sol uniquement, alors que je fixe une échelle externe de 100 m pour les couches en altitude. Je justifierai cette valeur avec l'étude statistique menée dans le chapitre 11, mais d'après [Dali Ali et al., 2010], une valeur de L_0 de 100 m en altitude semble raisonnable.

Enfin, le cœur de l'identification des paramètres du modèle porte sur le profil turbulent, ou autrement dit, la distribution verticale de l'énergie turbulente. Pour chaque couche, l'algorithme identifie une altitude et une force donnée en $r_0^{-5/3}$. Puisque le modèle de la covariance spatiale est une somme de fonction de structure de phase (cf. paragraphe 6.1.6), l'énergie d'une couche à l'altitude h_l dépend de $r_0(h_l)^{-5/3}$. Pour éviter au maximum les ajustements non-linéaires, l'algorithme identifie directement le $r_0(h_l)^{-5/3}$ plutôt que la valeur de $C_n^2(h_l)$ en $m^{-2/3}$.

Le point délicat réside dans le nombre de couches à ajuster. Malheureusement, il n'y a aucune information *a priori* qui nous permet de savoir combien de couches turbulentes l'algorithme peut identifier. On peut identifier beaucoup de couches au prix d'un temps de calcul couteux et parfois pour pas grand chose, puisque je montrerai au chapitre 11 que la turbulence est dominée par la couche au sol. Généralement, dans le cas de CANARY, on peut identifier assez clairement de trois à cinq couches selon les nuits (cf. chapitre 11). À défaut d'information *a priori*, je propose dans le chapitre 8 une évaluation de la qualité de l'identification qui pourra nous aider à rectifier l'ajustement *a posteriori*.

Enfin, l'ajustement au sens des moindres carrés est réalisé grâce à un algorithme de Levenberg-Marquardt qui est plus performant qu'une descente de gradient ou qu'un algorithme de Gauss-Newton, et permet une identification de paramètres d'un modèle non-linéaire. À chaque itération, l'algorithme va calculer un pas à appliquer à chacun des paramètres à ajuster. Ce pas est évalué à partir d'une équation amortie des gradients de notre modèle par rapport à tous les paramètres. Sans rentrer dans le détail, on a grossièrement autant de matrices de taille $n_s \times n_{aso}$ par $n_s \times n_{aso}$ que de paramètres à ajuster, ce qui peut devenir conséquent lorsqu'il y a beaucoup de couches turbulentes à identifier.

7.2.2 Différences entre le L&A et les profilers externes

Je profite de ce paragraphe pour souligner les différences entre l'algorithme L&A et les profilers externes. Comme je le discutais précédemment, le L&A ajuste les paramètres du modèle de la covariance spatiale (cf. chapitre 6), pour minimiser la distance entre la matrice de covariance synthétique, la C^{Learn} directement issue de mon modèle, et la matrice de covariance empirique calculée à partir des mesures en boucle ouverte.

Ce procédé est très voisin des méthodes utilisées sur les instruments dit SLODAR (SLOpes Dectection And Ranging) ([Wilson, 2002],[Butterley et al., 2006]), qui travaillent sur la fonction de covariance spatiales des pentes, et non sur la matrice de covariance. Généralement, ces instruments observent une étoile binaire dont la séparation donne à la fois la résolution tomo-

graphique Δh (cf. Éq. 5.10) et l'altitude maximale h_{\max} (cf. 5.11). On pourrait dire finalement que le L&A est un SLODAR multi-bases, ce qui permet aussi d'étalonner des paramètres géométriques à l'instrument. La différence assez notable réside dans les calculs supplémentaires opérés avec le L&A : on calcule la matrice de covariance totale des pentes, qui tient compte de l'inter-corrélation des pentes en x et y .

Il existe aussi d'autres types de profileurs externes, comme le SCIDAR (SCItillation Detection And Ranging) ([Rocca et al., 1974],[Osborn et al., 2010]), qui se basent sur le phénomène de scintillation. Pour les méthodes conventionnelles, ce type de méthode ne permet que d'identifier les couches turbulentes en altitude. Mais, en conjuguant les ASO à une altitude autre que le plan pupille du télescope, il devient possible aussi de sonder la couche au sol, c'est ce qu'on appelle une technique de SLIDAR généralisée ([Fuchs et al., 1998]).

Pour aller encore plus loin, je cite les travaux de J. Voyez sur la méthode de CO-SLIDAR qui mixte la corrélation des pentes et de la scintillation ([Voyez et al., 2012],[Voyez et al., 2014]) mesurées sur un SH et sur une binaire. Ses travaux ont montré la fiabilité sur le ciel de ce type d'approche, ce qui laisse confiant pour préparer l'E-ELT.

Pour une configuration CANARY, la matrice de covariance des pentes sur laquelle on travaille reste de taille raisonnable (quelques Mo), ce qui ne sera pas le cas pour une configuration EAGLE ([Rousset et al., 2010]). C'est pourquoi il est aussi important de considérer ces techniques de profileurs externes, comme des outils prometteurs pour l'identification du profil turbulent sur l'E-ELT.

7.2.3 Pistes pour calculer les gradients

Je propose ici quelques pistes pour déterminer les gradients du modèle analytique de la covariance spatiale en fonction des différents paramètres. L'implémentation numérique des calculs suivants n'est pas nécessaire, mais permettrait d'accélérer le temps de calcul requis pour l'identification avec l'algorithme Learn & Apply . D'après les équations données dans le chapitre précédent, la matrice de covariance spatiale des pentes s'exprime avec la fonction de structure de phase $D_\phi^{V-K}(\rho)$ de l'équation 6.24. Je vais me concentrer ici sur les dérivées partielles de cette fonction de structure de phase en fonction des trois paramètres dont elle dépend, à savoir le r_0 , l'échelle externe L_0 et la séparation $|\Delta_{pqijl}|$.

On peut pour cela utiliser la propriété intéressante des fonctions de Bessel modifiée de seconde espèce :

$$\frac{\partial}{\partial x} [x^\nu K_\nu(mx)] = -mx^\nu K_{\nu-1}(mx) \quad (7.4)$$

Dérivée partielle par rapport à $r_0^{-5/3}$

Pour éviter au maximum les ajustements non-linéaires, l'algorithme Learn & Apply ajuste la valeur $r_0^{-5/3}$ plutôt que celle de r_0 . En reprenant l'équation 6.24, la dérivée partielle à calculer est immédiate :

$$\frac{\partial D_\phi^{V-K}(\Delta_{pqijl}, r_0, k_0)}{\partial r_0^{-5/3}} = r_0^{5/3} D_\phi^{V-K}(\Delta_{pqijl}, r_0, k_0) \quad (7.5)$$

Par la suite, je noterai $c_1 = \frac{2^{1/6}\Gamma(11/6)}{\pi^{8/3}} \left[\frac{24}{5}\Gamma(6/5) \right]^{5/6}$.

Dérivée partielle par rapport à k_0

Toujours en partant de l'équation 6.24, puis en s'appuyant sur la propriété donnée par l'équation 7.4, on peut montrer que la dérivée partielle de la fonction de structure de phase de

Von-Karman par rapport à la fréquence $k_0 = 1/L_0$ prend la forme suivante :

$$\begin{aligned} \frac{\partial D_\phi^{V-K}(\Delta_{pqijl}, r_0, k_0)}{\partial k_0} &= c_1 r_0^{-5/3} k_0^{-5/6} (2\pi |\Delta_{pqijl}|)^{11/6} K_{-1/6}(2\pi k_0 |\Delta_{pqijl}|) \\ &\quad - 5/3 k_0^{-1} D_\phi^{V-K}(\Delta_{pqijl}, r_0, k_0). \end{aligned} \quad (7.6)$$

Dérivée partielle par rapport à h_l

Enfin, le vecteur de séparation dépend de plusieurs paramètres comme l'altitude des couches, la séparation des ASO et les déviations géométriques. Pour déterminer la dérivée partielle de la fonction de structure de phase par rapport à tous ces paramètres, je vais me concentrer sur l'altitude h_l , il faut partir de l'égalité suivante :

$$\frac{\partial D_\phi^{V-K}(\Delta_{pqijl}, r_0, k_0)}{\partial h_l} = \frac{\partial D_\phi^{V-K}(\Delta_{pqijl})}{\partial |\Delta_{pqijl}|} \times \frac{\partial |\Delta_{pqijl}|}{\partial h_l}. \quad (7.7)$$

Toujours en s'aidant de l'équation 7.4, on montre alors que :

$$\frac{\partial D_\phi^{V-K}(\Delta_{pqijl}, r_0, k_0)}{\partial |\Delta_{pqijl}|} = c_1 r_0^{-5/3} k_0^{-5/3} (2\pi k_0)^{11/6} |\Delta_{pqijl}|^{5/6} K_{-1/6}(2\pi k_0 |\Delta_{pqijl}|). \quad (7.8)$$

Les calculs que j'ai présentés ici sont des préliminaires à l'implémentation complète de la détermination des gradients. Il faut aussi prendre en compte la sommation des couches, les déviations géométriques et les vibrations. Je laisse le soin à mes successeurs de compléter ce travail et d'implémenter le calcul des gradients requis par l'algorithme Learn & Apply .

7.2.4 Algorithme de minimisation directe

Je rappelle que le but de la reconstruction MMSE est de déterminer une matrice, le reconstruteur \mathbf{R} , qui, à partir des mesures hors-axes, va donner la meilleure estimation possible des pentes sur l'axe dans notre cas. Théoriquement, on démontre que ce reconstruteur dépend de la matrice de covariance spatiale des pentes par la relation donnée à l'équation 6.49. Le but est alors d'estimer cette matrice et c'est le rôle de l'algorithme Learn & Apply. Cependant, certaines approximations sont faites dans le calcul de la covariance théorique. De plus, l'algorithme de minimisation ne converge pas forcément totalement, puisqu'on impose un nombre maximal d'itération de 100, ainsi qu'un seuil de tolérance sur la différence relative du χ^2 d'une itération à l'autre de 10^{-6} . De plus, il peut aussi dans certains cas y avoir plusieurs solutions à partir de conditions initiales différentes, ou plusieurs solutions selon le nombre de couches choisi.

La question qu'on se pose est alors la suivante : peut-on atteindre la meilleure performance tomographique, à partir du modèle analytique de la covariance, des identifications des paramètres globaux sur les mesures, et des contraintes imposées à l'algorithme de minimisation ? En d'autres termes, on cherche à vérifier que le reconstruteur permet effectivement de minimiser la quantité donnée en équation 5.1. Pour le vérifier, j'ai mis en œuvre un algorithme calqué sur le L&A, que je baptise AMD pour *Algorithme de Minimisation Directe*. Contrairement au L&A, cet algorithme minimise directement la distance entre les mesures du TS et la reconstruction tomographique. Le χ^2 à minimiser prend alors la forme suivante :

$$\chi^2(\boldsymbol{\theta}) = \sum_{m=1}^{n_s} |\mathbf{S}_\beta(m) - (\mathbf{R}(\boldsymbol{\theta})\mathbf{S}_\alpha)(m)|^2. \quad (7.9)$$

À chaque itération, l'AMD calcule la matrice de covariance synthétique à partir du jeu de paramètres $\boldsymbol{\theta}$, y ajoute la matrice de covariance du bruit, puis détermine le reconstruteur selon

l'équation 6.49. Ce reconstruteur est ensuite appliqué aux mesures hors-axes, puis l'estimation des pentes sur l'axe qui en résulte est elle comparée aux mesures du TS. J'ai synthétisé le principe de fonctionnement de cet algorithme en figure 7.2.

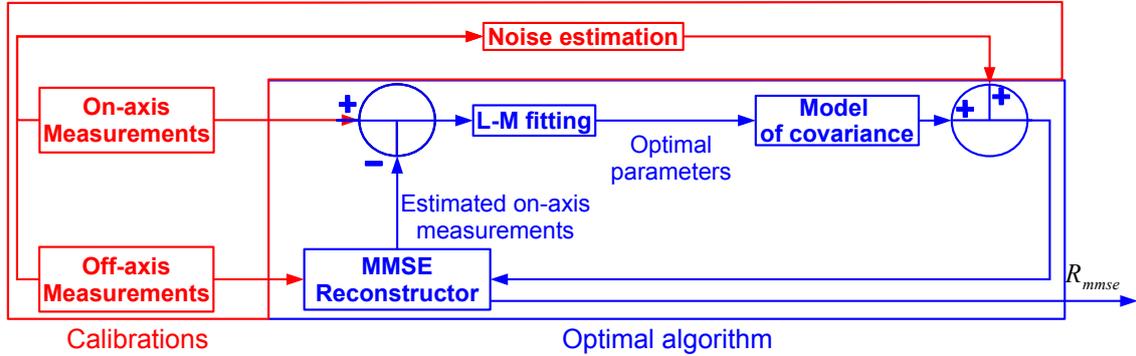


FIGURE 7.2: Schématisation du fonctionnement de l'algorithme de minimisation directe.

Contrairement au Learn&Apply, l'AMD travaille sur toute la matrice de covariance, y compris la diagonale. Ainsi, l'algorithme a pour but de trouver le meilleur compromis entre la reconstruction des pentes sur l'axe et le filtrage du bruit des ASO hors-axes. L'identification du profil turbulent sera donc ici sensible à l'estimation de la covariance du bruit. Ensuite, il faut, à chaque itération, filtrer les valeurs singulières les plus faibles de $\mathcal{C}_{\alpha\alpha}^{\text{Learn}} + \mathcal{C}_{\alpha\alpha}^{\text{Noise}}$ pour atteindre un conditionnement donné. En particulier, la pente moyenne des ASO LGS doit être filtrée (cf. paragraphe 6.2.1.5).

Il apparaît deux bémols. Premièrement, le temps de calcul est excessivement long comparativement au Learn & Apply, en particulier à cause du calcul du reconstruteur à chaque itération. En effet, pour chaque paramètre, l'algorithme doit calculer les gradients du modèle analytique par rapport à ce paramètre, ce qui nécessite le calcul d'un reconstruteur par gradient. Cependant, avec des bibliothèques optimisées pour l'inversion de matrice (<http://www.netlib.org/lapack/>), on peut réduire considérablement le temps de calcul et le rendre du même ordre de grandeur que celui requis pour le Learn & Apply.

Deuxièmement, cet algorithme requiert les mesures du TS. Il n'est donc pas prévu pour être utilisé sur le ciel, puisqu'il n'est pas représentatif de notre capacité à reconstruire les pentes sur l'axe à partir des mesures hors-axes uniquement. Le but ici est de démontrer que les deux algorithmes sont équivalents sur la plupart des cas, et de tirer parti des meilleures performances de l'AMD sur certains cas pour comprendre ce qui a péché avec le L&A. Je propose dans la section 7.4, une comparaison entre les différentes méthodes d'identification.

7.3 Perspectives de régime

Le Learn & Apply est basé sur un algorithme de minimisation au sens des moindres carrés. Afin d'augmenter les performances d'identification, je propose de s'intéresser à une approche de moindres carrés pondérés. Pour cela, il faut déterminer le poids associé à chaque élément de la matrice de covariance des mesures. Généralement ce poids est l'inverse du bruit qui pollue la mesure sur laquelle il faut estimer les paramètres du modèle. Dans notre cas, ce bruit est un bruit de convergence des mesures pour une réalisation particulière de la turbulence.

Je définis le poids \mathbf{W}_{pqmn}^2 comme la variance sur l'estimation de la covariance entre la $m^{\text{ième}}$ pente mesurée sur la $p^{\text{ième}}$ ASO et la $n^{\text{ième}}$ pente mesurée sur la $q^{\text{ième}}$ ASO. Le critère à minimiser

dans le cas d'une procédure des moindres carrés pondérés devient alors :

$$\chi^2(\boldsymbol{\theta}) = \sum_{p=1}^{n_{\text{aso}}} \sum_{q=1}^{n_{\text{aso}}} \sum_{m=1}^{n_s} \sum_{n=1}^{n_s} \frac{|\mathcal{C}_{pq}^{\text{Meas}}(m, n) - \mathcal{C}_{pq}^{\text{Learn}}(m, n, \boldsymbol{\theta})|^2}{\mathbf{W}_{pqmn}^2}. \quad (7.10)$$

La méthode des moindres carrés pondérés requiert alors la détermination de ce que j'appellerai par la suite la matrice poids \mathbf{W} .

7.3.1 Illustration de la convergence des mesures

Je rappelle que la stratégie adoptée sur CANARY est d'identifier les paramètres du modèle de la covariance spatiale sur des données ciel. Il faut alors dans un premier temps estimer la matrice de covariance empirique $\mathcal{C}^{\text{Meas}}$ (cf. équation 5.4). Indubitablement, la qualité de l'identification du profil turbulent va être sensible à la convergence des mesures.

Par exemple, j'illustre en figure 7.3, une matrice de covariance empirique calculée à partir d'un jeu de données ciel acquis à 02h48m19s la nuit du 17 au 18 Septembre 2013 sur A53 (cf. figure 5.11). Je représente spécifiquement la partie correspondante à la covariance entre deux ASO NGS uniquement. Je reporte la matrice et la carte de covariance correspondante pour trois nombres de trames différents. J'utilise seulement les 250 premières trames (soit environ 1,7 s à 150 Hz) pour estimer la covariance spatiale, puis les 1000 premières trames (environ 6,7 s) et enfin les 10000 trames du jeu de données complet (soit environ 67 s).

Les cartes de covariance empirique reflètent la difficulté de détecter correctement des couches turbulentes quand on les compare à la figure 6.4 qui donne la matrice et la carte de covariance générées par notre modèle analytique de la covariance. On retrouve un semblant de structure, mais il faut moyenner des milliers de trames pour commencer à distinguer la dissymétrie du pic de covariance qui traduit la présence d'une couche en altitude. Cette dissymétrie se remarque assez bien sur le bloc en bas à gauche (covariance entre les pentes calculées suivant l'axe des \mathbf{x}) de la troisième carte de covariance.

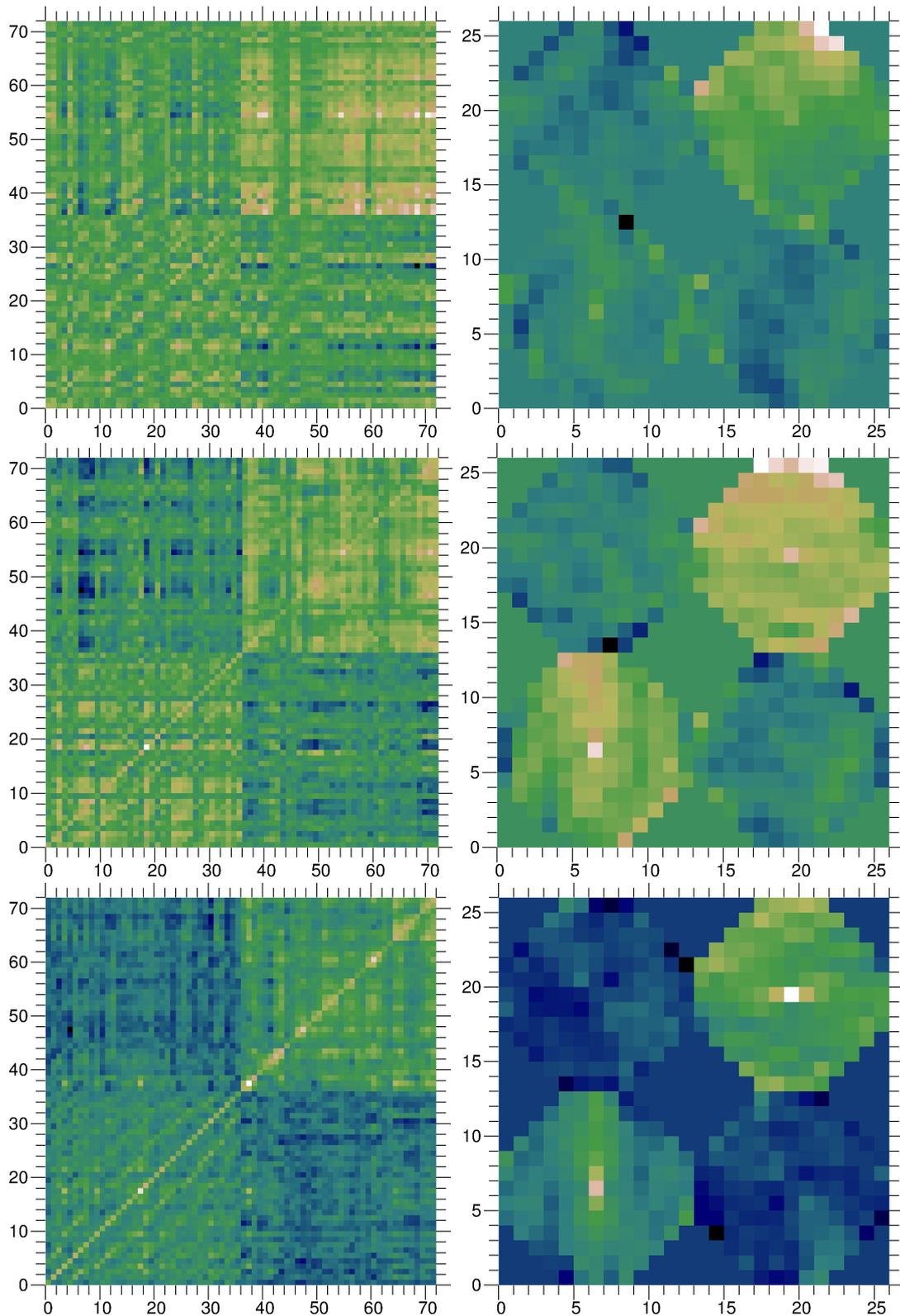


FIGURE 7.3: Illustration de la convergence des mesures sur le calcul de la matrice de covariance empirique des mesures. Les matrices et les cartes de covariance ont été calculées à partir d'un jeu de données en boucle ouverte acquis à 02h48m19s la nuit du 17 au 18 Septembre 2013 sur A53. La matrice et la carte de covariance ont été déterminées à partir des 250 (en haut), 1000 (milieu), puis 10000 (en bas) premières trames temporelles, ce qui représente respectivement des temps de 1,7 s, 6,7 et 67 s à 150 Hz.

Pour aller plus loin dans l'analyse de la convergence des mesures, je propose de se focaliser sur un couple de pentes uniquement. J'ai choisi le couple formé par la première pente mesurée

par le TS avec sa voisine de droite. Le produit de ces deux pentes, qui ont été préalablement centrées, donne alors un nouveau signal $C(k)$.

Je représente en figure 7.4, ce signal $C(k)$ en rouge avec le temps. Il apparait que ce signal subit des variations très intenses et pendant des laps de temps relativement court, de l'ordre de la seconde. En noir, j'ai reporté la moyenne $\mu(t)$ de ce signal en prenant de plus en plus de trames temporelles :

$$\mu(t) = \frac{1}{t} \sum_{k=1}^t C(k) \quad (7.11)$$

Lorsque t est petit devant N_f , cette moyenne évolue fortement à cause du nombre restreint d'échantillons temporels, puis fini par se stabiliser lorsqu'on acquiert des trames sur plusieurs dizaines de secondes. Toujours en figure 7.4, j'ai reporté les histogrammes du signal $C(k)$ et $\mu(t)$. Une pente peut posséder un histogramme gaussien grâce au théorème centrale limite, mais le produit de deux pentes a un histogramme qui s'approche d'une fonction de Bessel modifié de seconde espèce ([Sorin and Thionet, 1968]). Je fais remarquer au lecteur la dissymétrie de l'histogramme en rouge qui traduit une moyenne négative sur l'ensemble des échantillons temporels. L'histogramme en noir met particulièrement en évidence la sensibilité de la covariance empirique au nombre de trames sur lequel on la calcule. L'histogramme est centré autour de -0,0025 et sa largeur, si on considère seulement les trois pics principaux, est du même ordre.

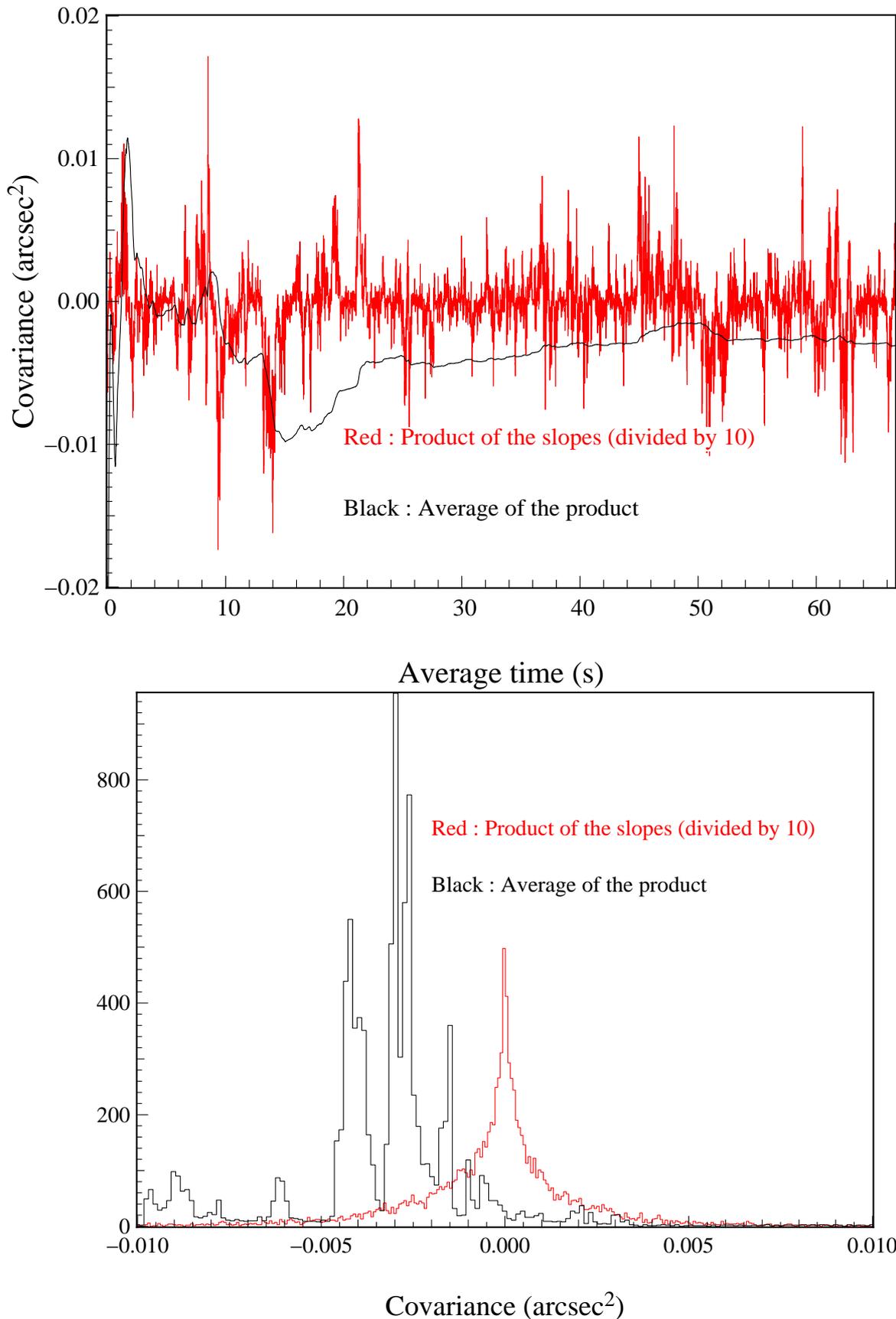


FIGURE 7.4: Matrice de covariance des mesures pour un jeu de données en boucle ouverte acquis à 02h48m19s la nuit du 17 au 18 Septembre 2013.

Moralité de l'histoire : la convergence des mesures nous empêche d'identifier correctement le profil turbulent sur un jeu de données court. Pour optimiser le temps de télescope et réduire

les délais de calcul et d'acquisition de données d'étalonnage, il faut développer des méthodes d'identification qui tirent au mieux parti des mesures. Je propose maintenant d'explorer plusieurs pistes pour implémenter des évolutions au Learn & Apply afin de le rendre plus robuste aux fluctuations statistiques des mesures.

7.3.2 Matrice de poids

Je décris dans un premier temps l'expression théorique de la variance de la covariance de deux pentes mesurées, ou encore le poids comme je l'appellerai dans la suite. Dans un second temps, je propose une estimation simple du poids qui peut être numériquement implémentée aisément et rapidement.

7.3.2.1 Expression exacte

Je rappelle que $\mathbf{S}_p(m)$ désigne la $m^{\text{ième}}$ pentes mesurée par le $p^{\text{ième}}$ ASO. L'axe sur lequel la pente a été projetée n'importe pas. Je commence par définir C_{pqmn} comme le produit entre les deux pentes $\mathbf{S}_p(m)$ et $\mathbf{S}_q(n)$:

$$C_{pqmn} = \mathbf{S}_p(m)\mathbf{S}_q(n). \quad (7.12)$$

La covariance entre les deux pentes, toujours en considérant qu'elles soient centrées, est alors la moyenne statistique de C_{pqmn} définie par :

$$\mu_{pqmn} = \mathbb{E}[C_{pqmn}]. \quad (7.13)$$

Sur un support temporel fini, j'estime cette moyenne statistique par l'estimateur non biaisé suivant :

$$\hat{\mu}_{pqmn} = \frac{1}{N_f} \sum_{k=1}^{N_f} C_{pqmn}(k). \quad (7.14)$$

Ainsi, la variance de l'estimation de cette moyenne statistique, est définie par la relation suivante :

$$\mathbf{W}_{pqmn}^2 = \mathbb{E}[(\hat{\mu}_{pqmn} - \mu_{pqmn})^2]. \quad (7.15)$$

Le coefficient \mathbf{W}_{pqmn}^2 est la variance de l'estimation de la covariance entre la pente $\mathbf{S}_p(m)$ et $\mathbf{S}_q(n)$ due à la convergence des mesures. Dans la suite je désignerai \mathbf{W}_{pqmn}^2 comme le poids de C_{pqmn} . Je vais développer l'équation précédente pour déterminer comment calculer ce poids à partir des pentes mesurées. En combinant les équations 7.14 et 7.15, on montre que le poids prend la forme suivante :

$$\mathbf{W}_{pqmn}^2 = \frac{1}{N_f^2} \mathbb{E} \left[\left(\sum_{k=1}^{N_f} (C_{pqmn}(k) - \mu_{pqmn}) \right)^2 \right]. \quad (7.16)$$

Si on développe le carré dans l'expression précédente, on obtient la forme équivalente suivante :

$$\mathbf{W}_{pqmn}^2 = \frac{1}{N_f^2} \sum_{k=1}^{N_f} \sum_{k'=1}^{N_f} \mathbb{E}[(C_{pqmn}(k) - \mu_{pqmn})(C_{pqmn}(k') - \mu_{pqmn})]. \quad (7.17)$$

Pour aller plus loin, j'ai besoin d'introduire deux quantités σ_{pqmn}^2 et γ_{pqmn} qui sont respectivement la variance statistique et la fonction d'auto-corrélation temporelle du signal C_{pqmn} . Par définition et sous l'hypothèse de stationnarité au moins jusqu'à l'ordre deux, ces deux quantités s'expriment de la façon suivante :

$$\sigma_{pqmn}^2 = \mathbb{E}[(C_{pqmn} - \mu_{pqmn})^2], \quad (7.18)$$

et

$$\gamma_{pqmn}(\tau) = \frac{1}{\sigma_{pqmn}^2} \mathbb{E}[(C_{pqmn}(k) - \mu_{pqmn})(C_{pqmn}(k + \tau) - \mu_{pqmn})]. \quad (7.19)$$

En utilisant ces deux nouvelles quantités, l'équation 7.16 peut s'exprimer de la façon suivante :

$$\mathbf{W}_{pqmn}^2 = \frac{1}{N_f^2} \sum_{k=1}^{N_f} \sum_{k'=1}^{N_f} \sigma_{pqmn}^2 \gamma_{pqmn}(\tau = k' - k). \quad (7.20)$$

On y est presque. Je fais remarquer au lecteur que dans le cas où on a une fonction $f(k, k')$ telle que $f(k, k') = f(k' - k)$, alors on a l'égalité suivante :

$$\sum_{k=1}^{N_f} \sum_{k'=1}^{N_f} f(k' - k) = \sum_{\tau=0}^{N_f-1} (N_f - \tau) f(\tau) \quad \text{avec } \tau = k' - k. \quad (7.21)$$

À partir de cette égalité, j'obtiens l'expression finale du poids associé à la covariance de la $m^{\text{ième}}$ pente du $p^{\text{ième}}$ ASO avec la $n^{\text{ième}}$ pente du $q^{\text{ième}}$ ASO suivante :

$$\boxed{\mathbf{W}_{pqmn}^2 = \frac{\sigma_{pqmn}^2}{N_f} \sum_{\tau=0}^{N_f-1} \left(1 - \frac{\tau}{N_f}\right) \gamma_{pqmn}(\tau)} \quad (7.22)$$

Le poids est alors un produit entre un terme $\frac{\sigma_{pqmn}^2}{N_f}$, qui représente la variance de l'estimation de la moyenne d'un bruit blanc, et un deuxième terme $\sum_{\tau=0}^{N_f-1} (1 - \frac{\tau}{N_f}) \gamma_{pqmn}(\tau)$ qui vient augmenter cette variance à cause de l'auto-corrélation temporelle des mesures. Plus cette corrélation temporelle est importante, plus la variance de l'estimation de la covariance des pentes est importante. Au contraire, si la turbulence se comporte comme un bruit blanc ($\gamma_{pqmn}(\tau) = 1$ si $\tau = 0$ et 0 sinon), on retrouve que le poids correspond bien à la variance de l'estimation de la moyenne d'un bruit blanc $\frac{\sigma_{pqmn}^2}{N_f}$.

7.3.2.2 Expression approchée

La matrice de poids ainsi déterminée suivant l'équation 7.22 dépend de moments statistiques que nous ne connaissons pas et que nous ne pouvons seulement qu'estimer. De plus, le calcul des fonctions d'auto-corrélation peut être excessivement long si il faut l'effectuer sur tous les couples de mesures. Le temps de calcul évoluerait en $n_{\text{aso}}^2 n_s^2 N_f \log(N_f)$ en utilisant un algorithme FFT pour le calcul de l'auto-corrélation. Je rappelle qu'on ne peut pas se permettre de passer trop de temps en calcul sur le ciel pour appliquer et actualiser rapidement le reconstruteur. Une méthode possible est de calculer une auto-corrélation moyenne pour un seul ASO.

Grâce aux données acquises en phase A, j'ai eu à disposition des jeux de données très longs, jusqu'à 10 mn d'enregistrement sur le ciel. J'ai ainsi pu évaluer précisément la fonction $\gamma_{pqmn}(\tau)$ sur plusieurs acquisitions très longues, et comparer cette fonction d'une sous-pupille à une autre. La conclusion de cette étude a été que $\gamma_{pqmn}(\tau)$ ne dépend pas du couple de pentes sur lequel elle est calculée. Autrement dit, les différences de poids qui existent entre les couples de pentes résident uniquement dans la valeur de σ_{pqmn}^2 .

Dans un premier temps, je propose d'estimer les coefficients σ_{pqmn}^2 en utilisant l'estimateur de la variance non-biaisé suivant :

$$\widehat{\sigma}_{pqmn}^2 = \frac{1}{N_f - 1} \sum_{k=1}^{N_f} (C_{pqmn}(k) - \widehat{\mu}_{pqmn})^2. \quad (7.23)$$

C'est cette quantité qui va porter les différences dans la qualité de l'estimation de la covariance et qui se calcule assez rapidement. Ensuite, je propose de modéliser l'auto-corrélation temporelle de C_{pqmn} brutalement par :

$$\gamma_{pqmn}(\tau) \simeq \begin{cases} 1 & \text{si } \tau < \tau_{cor}(p, q) \\ 0 & \text{sinon,} \end{cases} \quad (7.24)$$

avec $\tau_{cor}(p, q)$ le temps typique de corrélation de la turbulence exprimé en nombre de trames (cf. paragraphe 7.1.2). Ce temps dépend de la nature des ASO p et q puisque les ASO LGS ne mesurent pas la même turbulence que les ASO NGS, d'une part à cause de l'effet de cône, d'autre part à cause du filtrage des pentes moyennes des mesures sur les LGS. Comme je le discutais dans le paragraphe 7.1.2, je définis cette constante de temps de corrélation en fonction de type de l'ASO. Je note τ_{cor}^{NGS} la largeur à mi-hauteur de la fonction d'auto-corrélation moyenne des pentes mesurées sur les NGS hors-axes. Dans une configuration phase B, il faut alors calculer $3 \times 72 = 216$ fonctions d'auto-corrélation temporelles, les moyenner, puis en déduire le temps de corrélation correspondant. Pour les LGS, je filtre préalablement les pentes moyennes de chaque ASO LGS, puis je calcule la moyenne des fonctions d'auto-corrélation des pentes mesurées sur LGS uniquement, pour en déduire τ_{cor}^{LGS} , le temps typique de corrélation sur les LGS :

$$\tau_{cor}(p) = \begin{cases} \tau_{cor}^{NGS} & \text{si } p \text{ est un ASO NGS} \\ \tau_{cor}^{LGS} & \text{si } p \text{ est un ASO LGS.} \end{cases} \quad (7.25)$$

Pour le calcul de la matrice de poids, il faut déterminer le temps de corrélation croisé, entre deux ASO de nature différente. Je propose de déterminer la moyenne géométrique comme suivant :

$$\tau_{cor}(p, q) = \sqrt{\tau_{cor}(p)\tau_{cor}(q)}. \quad (7.26)$$

Ainsi, le poids peut alors s'estimer de la façon suivante :

$$\mathbf{W}_{pqmn}^2 \simeq \frac{\widehat{\sigma}_{pqmn}^2}{N_f} \sum_{\tau=0}^{\tau_{cor}(p,q)} \left(1 - \frac{\tau}{N_f}\right), \quad (7.27)$$

qui devient alors :

$$\boxed{\mathbf{W}_{pqmn}^2 \simeq \frac{\widehat{\sigma}_{pqmn}^2}{N_f} \left(1 - \frac{\tau_{cor}(p, q)}{2N_f}\right) (1 + \tau_{cor}(p, q))}. \quad (7.28)$$

Le modèle que je propose est assez simpliste, mais rapide à calculer. Je rappelle que le temps sur le ciel est précieux et il faut minimiser le temps passé à faire des calculs. Cependant, c'est surtout la variance des couples de pentes qui va modifier la structure de la matrice de poids. Cela me permettra d'écarter déjà les couples de grande variance, en général parce qu'il s'agit de pentes en bord de pupille ou proche de l'obstruction centrale. Je propose en section 7.4 une comparaison de la méthode de moindres carrés pondérés avec les autres méthodes d'identification.

7.3.3 Learn 2 steps

7.3.3.1 Principe de la méthode

Considérons un instant le cas d'un profil composé d'une seule couche turbulente. D'après l'équation 7.28, la covariance entre deux pentes convergera d'autant plus lentement que $\widehat{\sigma}_{pqmn}^2$ et τ_{cor} sont importants. Plus physiquement, ces deux paramètres font référence à la force et la

vitesse de la couche. Si on considère qu'une pente dépend de $(D/r_0)^{5/3}$ alors le poids évolue avec $(D/r_0)^{10/3}$. De même, dans le cas de l'hypothèse de Taylor, le temps de corrélation est inversement proportionnel à la vitesse du vent. Autrement dit, ce sont les couches turbulentes les plus énergétiques et les plus lentes qui engendrent un bruit de convergence important.

Dans la dernière partie de ce manuscrit, je montre plusieurs résultats de profilométrie de la turbulence obtenus sur des données ciel acquises par CANARY. Ils mettent en avant que la couche au sol est particulièrement énergétique et lente comparativement aux autres couches turbulentes. Elle a donc un comportement particulier vis-à-vis des couches en altitude.

J'ai développé durant ma thèse une extension à l'algorithme d'identification du Learn & Apply (que j'appellerai Learn 1 step dans la suite). Cette extension, que j'ai baptisée le Learn 2 steps, tient compte de cet aspect particulier de la couche au sol. L'idée de cet algorithme est d'améliorer l'identification des couches en altitude en soustrayant au préalable la pente moyenne de tous les ASO. En effet, le bruit de convergence de la couche au sol pollue les mesures et peut recouvrir par son bruit de convergence les couches en altitude qui sont moins énergétiques.

La première étape consiste à calculer les matrices de covariance (mesures et modèle) associées aux couches en altitude uniquement grâce à une matrice de transformation \mathbf{P} , dont je vais détailler le calcul après, puis d'identifier l'altitude et la force de ces couches en utilisant toujours la procédure des moindres carrés. Les trois coefficients T_{xx} , T_{yy} et T_{xy} relatifs aux vibrations et au suivi du télescope sont gardées à zéro durant cette étape, car ils engendrent une perturbation identique pour chaque ASO. Ensuite, l'échelle externe associée aux couches en altitude est fixée à 100 m ([Dali Ali et al., 2010]) pour accélérer la procédure d'ajustement.

La deuxième étape consiste alors à travailler sur les matrices de covariance de toutes les couches, mais en conservant la valeur des paramètres des couches en altitude. Il ne reste ainsi plus qu'à ajuster la force de la couche au sol, les trois coefficients T_{xx} , T_{yy} et T_{xy} et l'échelle externe de la couche turbulente au sol si nécessaire.

Durant nos campagnes d'observations, cette méthode s'est révélée efficace dans l'identification des paramètres turbulents mais elle a quelques bémols. D'une part, il faut que les déviations soient très bien étalonnées sinon l'étape de soustraction de la couche au sol donnera n'importe quoi. Cette procédure d'étalonnage est aussi importante pour la méthode Learn 1 step, mais dans le cas de petite erreur dans ces déviations, l'algorithme de Levenberg-Marquardt permet de rattraper le coup et d'obtenir un profil turbulent vraisemblable. Pour la méthode Learn 2 steps, ce mauvais étalonnage peut être fatal.

D'autre part, il faut absolument imposer une couche dans le plan pupille du télescope. Dans certains cas, la couche au sol est tellement épaisse que le barycentre de cette couche se trouve à quelques centaines de mètres. Enfin la méthode n'est utilisable que si tous les ASO ont le même nombre de sous-pupilles car j'effectue la suppression de la couche au sol en moyennant les mesures des ASO sous-pupilles à sous-pupilles. Dans le cas contraire, la seule solution qu'on pourrait envisager serait de faire la soustraction de la couche au sol dans un espace de même dimension pour tous les ASO, dans la base des Zernike par exemple, puis de revenir dans l'espace des mesures.

De façon nominale, la méthode Learn 2 steps permet d'améliorer considérablement l'identification du profil turbulent. Même si la couche au sol est prédominante sur les autres couches turbulentes, il est parfois important de bien identifier les couches en altitude car ce sont celles ci qui sont responsables de l'effet d'anisoplanétisme. En terme d'erreur tomographique, nous verrons qu'une faible couche en altitude peut engendrer une erreur notable dans la reconstruction si elle se situe très haut en altitude.

L'implémentation du Learn 2 steps s'appuie sur celle du Learn 1 step. Dans un premier temps, le Learn 2 steps retire la partie commune des ASO à chacun d'entre eux à la fois dans

les mesures et dans le modèle à l'aide d'une matrice de transformation carrée \mathbf{P} de taille $n_s \times n_{\text{aso}}$. Si tous les ASO sont de type NGS, la matrice de transformation se calcule de la façon suivante :

$$\mathbf{P}_{pq}^{\text{NGS}} = \mathbf{I}_{n_s}. \quad (7.29)$$

Identiquement au calcul du reconstructeur GLAO, il faut gérer les modes de basculement dans le cas où certains ASO sont de type LGS. Pour cela, on calcule la matrice \mathbf{P} comme une somme de deux matrices. La première va calculer la partie commune des hauts ordres uniquement mesurés sur tous les ASO, alors que la deuxième va calculer la partie commune des modes de basculement sur les ASO de type NGS uniquement.

Pour calculer la première matrice, je commence dans un premier temps par retirer les pentes moyennes de chaque ASO à lui-même. Mathématiquement, cela revient à implémenter la relation suivante :

$$\mathbf{P}_{pp}^{\text{HO}} = \mathbf{I}_{n_s} - \frac{2}{n_s} [\mathbf{1}]_{n_s}. \quad (7.30)$$

Ensuite, il faut retirer la partie commune des ASO en utilisant une matrice par blocs pour laquelle chacun des blocs correspond à l'identité. En soustrayant l'expression donnée à l'équation 7.30, on obtient la matrice qui prend la partie commune des modes de hauts ordres de tous les ASO :

$$\mathbf{P}_{pq}^{\text{HO}} = \mathbf{I}_{n_s} - \begin{cases} [\mathbf{0}]_{n_s} & \text{si } p \neq q \\ \mathbf{I}_{n_s} - \frac{2}{n_s} [\mathbf{1}]_{n_s} & \text{sinon.} \end{cases} \quad (7.31)$$

Le calcul ci-dessus peut évidemment être implémenté plus astucieusement mais il représente les deux étapes importantes qui sont d'abord le retrait des modes de basculement et ensuite le calcul de la partie commune.

Il faut maintenant réaliser le même procédé pour le calcul de la partie commune des modes de basculement uniquement. Dans ce cas, la matrice en question doit rejeter les mesures des ASO de type LGS et calculer la pente moyenne pour les ASO de type NGS, puis ensuite déterminer la partie commune sur les ASO de type NGS uniquement. L'évaluation de la matrice \mathbf{P} est similaire au calcul du reconstructeur GLAO (cf. paragraphe 6.2.2.2). La première étape consiste à initialiser la matrice de la façon suivante :

$$\mathbf{P}_{pp}^{\text{TT}} = [\mathbf{1}]_{n_s} \quad \text{si } p \text{ est un ASO NGS,} \quad (7.32)$$

les blocs correspondant aux ASO LGS seront gardés à 0. Il faut maintenant retirer la partie commune des ASO NGS uniquement :

$$\mathbf{P}_{pq}^{\text{TT}} = \begin{cases} 0 & \text{si } p \text{ ou } q \text{ est un ASO LGS} \\ \mathbf{I}_{n_s} - \begin{cases} [\mathbf{0}]_{n_s} & \text{si } p \neq q \\ \frac{2}{n_s} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} & \text{sinon.} \end{cases} \end{cases} \quad (7.33)$$

Finalement, la matrice de transformation finale peut s'exprimer comme la somme des deux matrices précédentes :

$$\mathbf{P}_{pq} = \mathbf{P}_{pq}^{\text{TT}} + \mathbf{P}_{pq}^{\text{HO}}. \quad (7.34)$$

Cette matrice est calculée une seule fois pour une configuration d'ASO donnée. En phase B2, CANARY était doté nominalement de trois ASO NGS et quatre ASO LGS, mais il était possible de ne pas utiliser les mesures LGS par exemple. Les blocs associés à ces ASO sont alors mis à 0 dans la matrice de transformation.

Durant certains tests, nous avons utilisé seulement les pentes moyennes des ASO NGS en complément des mesures LGS. Ainsi les hauts ordres sont mesurés par les LGS et les bas-ordres

par ces ASO NGS que nous qualifions d' ASO TT (tip-tilt). Il faut alors mettre à 0 les blocs correspondants à ces ASO dans la matrice de transformation \mathbf{P}^{HO} .

Si \mathcal{C} est la matrice de covariance empirique, la matrice de covariance des pentes due à la couche au sol uniquement est estimée alors de la façon suivante :

$$\mathcal{C}(h_l = 0) = \mathbf{P}^{\text{LGS}}\mathcal{C}(\mathbf{P}^{\text{LGS}})^t. \quad (7.35)$$

Cette opération doit être effectuée à la fois sur la matrice de covariance des mesures et sur celle du modèle analytique.

7.3.3.2 Identification des paramètres globaux en altitude

Grâce à la matrice de transformation que j'ai précédemment introduite, on peut déterminer le vecteur de pentes des ASO associées à la couche au sol uniquement, ou bien aux couches en altitude uniquement. Si $\mathbf{S}(h_l = 0)$ désigne la contribution de la couche au sol dans les mesures des ASO, je peux évaluer ce vecteur grâce à la matrice \mathbf{P} :

$$\mathbf{S}(h_l = 0) = \mathbf{P}\mathbf{S} \quad (7.36)$$

Ainsi, en utilisant les procédures d'identification des paramètres globaux que j'ai introduites au début de ce chapitre, on peut estimer une valeur de r_0 et de vent uniquement au sol, puis en altitude. Il s'agit d'une première séparation qui permet de distinguer plusieurs cas de conditions d'observation, ce qui nous sera utile pour comprendre les performances tomographiques sur les cas ciel que je présente dans le chapitre suivant.

7.4 Comparaison des méthodes d'identification

Je vais comparer ici les quatre méthodes d'identification que j'ai présentées :

- le Learn 1 step qui a été initialement mis en œuvre sur CANARY
- le Learn 1 step pondéré qui est la même méthode mais basée sur une procédure de moindres carrés pondérés
- le Learn 2 steps qui identifie séparément la couche au sol des couches en altitude
- l'AMD qui minimise directement la distance entre les mesures du TS et la prédiction tomographique.

J'ai sélectionné des données *slopesdis* et *slopestl* (cf. paragraphe 5.3.4) acquises lors de la campagne d'observation de Septembre 2013. CANARY était alors en configuration phase B2 et utilisait trois NGS et quatre LGS. Toutes les données de type *slopestl* ont été ensuite converties en données boucle ouverte à partir des tensions appliquées au MD et de la matrice d'interaction (cf. paragraphe 5.3.5). Au total, j'ai traité 900 jeux de données de 2048 trames temporelles (14 s) pour faire cette analyse.

Pour chacun de ces jeux de données en boucle ouverte, j'ai identifié un profil turbulent **sur 10 couches libres** pour chaque méthode d'identification, en partant des mêmes conditions initiales. J'ai donc pour chaque cas, quatre profils, qui conduisent à quatre reconSTRUCTEURS différents, donc quatre erreurs tomographiques (cf. équation 5.1). Je définis $\sigma_{\text{Learn 1 step}}^2$ l'erreur tomographique du Learn 1 step et j'utiliserai la même notation pour les autres méthodes en remplaçant l'indice par le nom de la méthode. Plus précisément, j'ai évalué des erreurs sur le front d'onde, en nm, en utilisant la matrice de reconstruction Zernike \mathbf{D}^+ . Je détaille ce calcul dans le prochain chapitre. Les performances de chacune des méthodes ont été évaluées sur le même jeu de données duquel est issu le reconSTRUCTEUR (cf. chapitre suivant). Aussi, la matrice de covariance du bruit et les conditions globales d'observation ont été identifiées pour chacun des vecteurs de données.

Enfin, j'ai évalué ce que j'appelle le *gain tomographique* de chaque méthode par rapport à celle du Learn 1 step, par la différence quadratique entre l'erreur tomographique obtenue par le Learn 1 step et la méthode qui lui est comparée. Par exemple, pour l'AMD, le gain tomographique est défini par :

$$\text{Gain du AMD} = \sqrt{|\sigma_{\text{Learn 1 step}}^2 - \sigma_{\text{AMD}}^2|} \times \text{sign}(\sigma_{\text{Learn 1 step}}^2 - \sigma_{\text{AMD}}^2), \quad (7.37)$$

avec σ_{AMD}^2 et $\sigma_{\text{Learn 1 step}}^2$ les erreurs tomographiques obtenues respectivement avec l'AMD et le Learn 1 step sur un même jeu de données. J'illustre en figure 7.5 trois histogrammes correspondant aux trois gains tomographiques, respectivement celui du Learn 1 step pondéré, du Learn 2 steps et du AMD par rapport au Learn 1 step.

Contrairement à ce qu'on pourrait premièrement penser, les nouvelles méthodes que j'ai proposées ne sont pas systématiquement meilleures que le Learn 1 step. Elles restent toutes basées sur le même algorithme de minimisation de Levenberg-Marquardt. La difficulté de cette minimisation réside dans le nombre de degré de liberté à ajuster. Sans information *a priori*, il est délicat de s'assurer que la procédure de minimisation est optimisée pour la réalisation particulière de la turbulence sur laquelle il faut déterminer le profil turbulent. C'est pourquoi je crois qu'il est important d'avoir accès aux données d'un profiler externe, en particulier pour nous fournir des premières informations sur la turbulence. Ces données pourront alors servir de conditions initiales à notre procédure de minimisation.

Ici, j'ai fixé le même profil initial pour toutes les méthodes et tous les profils identifiés. J'ai réparti uniformément 10 couches tous les 2,5 km avec la même force, excepté la couche au sol dont j'ai décuplé la force par rapport aux couches en altitude. La figure 7.5 met en évidence que la pondération n'apporte rien de significatif, ce qui est peu étonnant car j'ai constaté que sur la plupart des jeux de données, la matrice de poids est relativement homogène, donc n'apporte pas d'information qui permettrait de discriminer certains couples de pentes. Le Learn 2 steps est globalement meilleur que le Learn 1 step comme on pourrait s'y attendre. Il subsiste quelques cas où il dégrade la performance tomographique par rapport au Learn 1 step. Enfin, le gain tomographique de l'AMD est peu significatif sur ces échantillons de données.

Contrairement à ce que je pensais initialement, l'AMD ne permet pas de faire systématiquement mieux que le Learn 1 step, bien que les conditions initiales et les contraintes dans la minimisation (le nombre de couches et le seuil de tolérance) soient identiques. Après avoir examiné quelques cas pour lesquels les performances de l'AMD sont nettement moins bonnes que celles du Learn 1 step, j'ai mis en évidence que cet écart de performance est principalement causée par des couches de très hautes altitude, avec une force notable, prédites par le reconstruteur AMD et non par le reconstruteur du Learn 1 step. À partir du diamètre du télescope, on peut définir une altitude maximale h_{max} (cf. équation 5.11) qui chiffre l'altitude au-delà de laquelle il n'y a plus de covariance entre ASO. Or, les couches d'altitude supérieures à h_{max} affectent seulement l'auto-covariance des mesures des ASO. L'identification permet alors théoriquement d'évaluer l'énergie totale au-delà de h_{max} , mais pas l'altitude de ces couches. Si elles existent, alors l'algorithme de minimisation ne pourra pas discriminer entre une couche à 30 ou 40 km par exemple. Donc généralement, l'algorithme AMD diverge et identifie une couche d'altitude improbable, soit fortement négative, soit supérieure à 30 km, alors que le Learn 1 step loupe complètement cette énergie à très haute altitude qui est noyée dans les fluctuations statistiques de la couche au sol, mais ne commet pas d'erreur supplémentaire.

Cependant, les valeurs médianes des gains tomographiques de ces nouvelles méthodes sont légèrement positives. D'une part, la différence entre le Learn 1 step et le AMD est raisonnablement faible, ce qui montre bien que l'algorithme Learn & Apply assure effectivement une bonne minimisation de l'erreur tomographique. Cette constatation est importante puisqu'elle met en valeur notre capacité à reconstruire tomographiquement les pentes sur l'axe sans aucune mesure

dans ces directions d'intérêts. Deuxièmement, le Learn 2 steps se démarque par rapport aux autres méthodes. Le fait d'exclure les pentes moyennes des ASO permet d'obtenir une méthode plus robuste aux fluctuations statistiques des mesures et un peu plus efficace. La gestion de la convergence est donc une bonne piste pour tenter d'améliorer la qualité de l'identification mais la pondération par la matrice de poids semble néanmoins insuffisante.

Je reporte dans le tableau 7.1 la valeur du gain tomographique des trois méthodes pour différentes tranches de seeing en altitude. Il apparaît clairement que le gain médian augmente lorsque on s'intéresse à un seeing en altitude de plus en plus important. Cela traduit la perte de performance de Learn 1 step lorsque la force des couches en altitude devient significative. Dans ce genre de cas, le bruit de convergence introduit par la couche au sol diminue la capacité du Learn 1 step à identifier correctement ces couches, ce qui impacte les performances lorsque ces couches en altitude ont une énergie importante. Enfin, dans toute la suite, j'utiliserai le Learn 2 steps qui semble la méthode la plus statistiquement robuste et efficace sur cet échantillon de jeux de données.

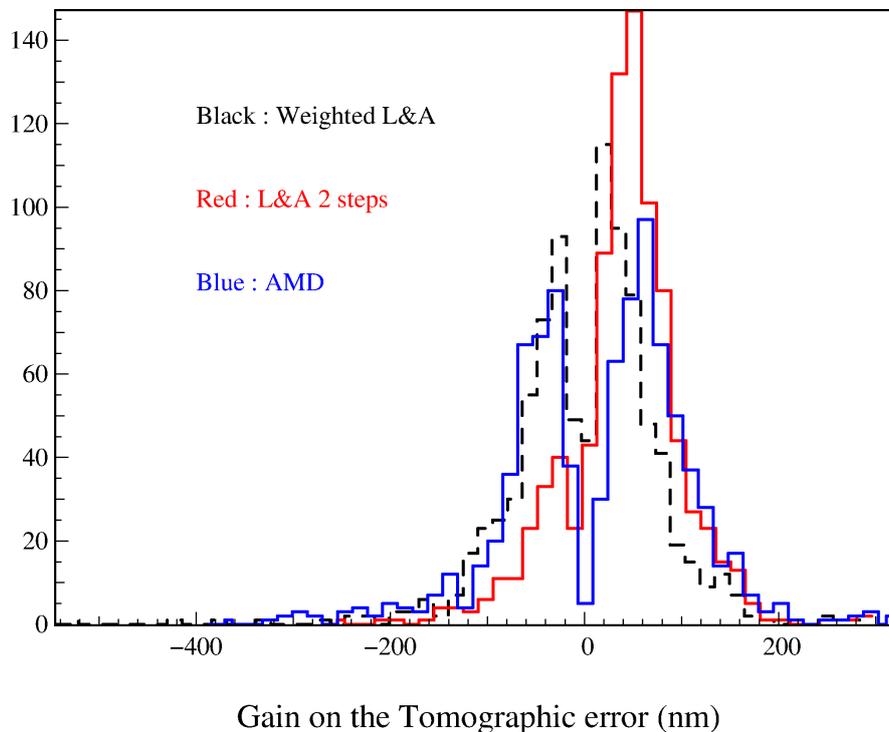


FIGURE 7.5: Histogrammes de la différence quadratique des erreurs tomographiques obtenues par le Learn 1 step pondéré (noir et pointillé), le Learn 2 steps (rouge) et l'AMD (bleu) avec celle obtenue par le Learn 1 step. Pour chaque jeu de données, le profil est identifié avec chacune des méthodes, qui donne lieu ensuite à quatre reconstructeurs différents et quatre erreurs tomographiques différentes.

Méthode / Seeing en altitude	0 à 0,5	0,5 à 0,75	0,75 à 1	0 à 1
Learn 1 step pondéré	10,8	13,0	38,1	14,2
Learn 2 steps	36,8	54,5	69,5	48,1
AMD	-24,9	47,6	58,1	27,9

TABLEAU 7.1: Valeurs des gains tomographiques en nm pour différents régimes de seeing donnés en seconde d'angle.

Pour les ELTs, la détermination du profil turbulent va être cruciale et on va être confronté à ce genre de problème. Malheureusement, il ne suffit pas de pousser le seuil de tolérance sur le

χ^2 de la procédure de minimisation pour s'affranchir de ces problèmes de convergence. En effet, plus ce seuil est exigeant, plus il faudra d'itérations, donc de temps, pour identifier le profil turbulent. Ce que j'ai appris sur CANARY, c'est que tout n'est pas question de performance, mais bien de compromis entre efficacité et temps dépensé. C'est dans ces deux critères qu'il faut penser la tomographie de demain.

Chapitre 8

Évaluation des performances tomographiques

Jusqu'à présent, je me suis concentré sur l'implémentation du reconstructeur MMSE et sur son étalonnage à partir de données ciel. Je vais m'intéresser ici aux aspects performances et erreurs tomographiques. Je propose dans un premier temps un formalisme de calcul des erreurs tomographiques à partir de matrices de covariance. Ces erreurs représentent l'impact de la reconstruction tomographique sur l'erreur de front d'onde et sont évaluées à l'aide des mesures du TS. Je propose une décomposition de l'erreur tomographique pour identifier plusieurs postes d'erreur, en particulier pour mieux cerner l'erreur que commet un reconstructeur sur une réalisation donnée de la turbulence. Je propose en fin de chapitre une étude des performances des reconstructeurs MMSE en fonction de l'altitude des couches turbulentes, puis j'illustre la décomposition de l'erreur tomographique sur quatre cas sur le ciel.

8.1 Décomposition de l'erreur tomographique

8.1.1 Formalisme de calcul

8.1.1.1 Calcul de l'erreur sur les pentes

Je rappelle au lecteur que je travaille avec des pentes en seconde d'angle. CANARY dispose d'un ASO sur l'axe qui va permettre de quantifier la qualité de la reconstruction tomographique. En effet, la stratégie développée pour CANARY est de reconstruire les pentes du TS pour des raisons d'étalonnage déjà évoquées au paragraphe 5.2.3.

Je rappelle aussi que \mathbf{S}_β est le vecteur de taille $n_\beta \times n_s$ des pentes sur l'axe, avec n_β le nombre d'ASO sur l'axe et n_s le nombre de pentes mesurées par chaque ASO. En l'occurrence, dans le cas de CANARY $n_\beta = 1$, c'est le TS, et $n_s = 72$. De même, \mathbf{S}_α est le vecteur de taille $n_\alpha \times n_s$ de toutes les pentes mesurées par les ASO hors-axes, avec n_α le nombre d'ASO hors-axes ($n_\alpha = 7$ en phase B2). Aussi je note \mathcal{C} la matrice de covariance de taille $n_s \times n_{\text{aso}}$ par $n_s \times n_{\text{aso}}$ de toutes les pentes avec n_{aso} le nombre total d'ASO (8 en phase B2). La façon dont sont entrelacées les mesures dans le cas de CANARY est donnée au paragraphe 6.2.1.1.

Par définition l'erreur tomographique sur les pentes s'évalue de la façon suivante :

$$\varepsilon^2 = \text{tr} \left(\mathbb{E} \left[(\mathbf{S}_\beta - \mathbf{R} \cdot \mathbf{S}_\alpha) (\mathbf{S}_\beta - \mathbf{R} \mathbf{S}_\alpha)^t \right] \right), \quad (8.1)$$

qui représente le critère à minimiser pour déterminer le reconstructeur MMSE. Dans ε , il y a des composantes qui ne sont pas dues à la reconstruction tomographique, comme le bruit propre au TS qui est inclus dans \mathbf{S}_β . En développant le produit dans l'équation précédente, j'obtiens

la relation suivante :

$$\varepsilon^2 = \text{tr} \left(\mathbb{E} \left[\mathbf{S}_\beta \mathbf{S}_\beta^t - \mathbf{S}_\beta \mathbf{S}_\alpha^t \mathbf{R}^t - \mathbf{R} \mathbf{S}_\alpha \mathbf{S}_\beta^t + \mathbf{R} \mathbf{S}_\alpha \mathbf{S}_\alpha^t \mathbf{R}^t \right] \right). \quad (8.2)$$

Ainsi, on fait apparaître des matrices de covariance dans l'erreur tomographique. Plus particulièrement, je définis la matrice de covariance de l'erreur sur les pentes par :

$$\mathcal{C}_{\varepsilon\varepsilon} = \mathbb{E} \left[\mathbf{S}_\beta \mathbf{S}_\beta^t - \mathbf{S}_\beta \mathbf{S}_\alpha^t \mathbf{R}^t - \mathbf{R} \mathbf{S}_\alpha \mathbf{S}_\beta^t + \mathbf{R} \mathbf{S}_\alpha \mathbf{S}_\alpha^t \mathbf{R}^t \right]. \quad (8.3)$$

La trace de la matrice $\mathcal{C}_{\varepsilon\varepsilon}$ donne directement la variance du résidu de la reconstruction tomographique, ce que j'appelle encore l'erreur tomographique sur les pentes, mais il est aussi possible de tirer plus d'informations à partir de sa structure. En particulier, je montrerai au paragraphe 10.2.5 que cette matrice peut être utilisée pour la reconstruction de FEP en MOAO.

Pour l'instant, concentrons nous sur l'erreur tomographique uniquement. Je fais remarquer au lecteur que la trace des deuxième et troisième matrices dans l'équation 8.2 sont identiques puisque nous avons $\mathbf{R} \mathbf{S}_\alpha \mathbf{S}_\beta^t = ((\mathbf{R} \mathbf{S}_\alpha \mathbf{S}_\beta^t)^t)^t = (\mathbf{S}_\beta \mathbf{S}_\alpha^t \mathbf{R}^t)^t$. L'équation 8.2 peut être réécrite de la façon suivante :

$$\varepsilon^2 = \text{tr} \left(\mathbb{E} \left[\mathbf{S}_\beta \mathbf{S}_\beta^t \right] \right) - 2 \text{tr} \left(\mathbb{E} \left[\mathbf{S}_\beta \mathbf{S}_\alpha^t \right] \mathbf{R}^t \right) + \text{tr} \left(\mathbf{R} \mathbb{E} \left[\mathbf{S}_\alpha \mathbf{S}_\alpha^t \right] \mathbf{R}^t \right). \quad (8.4)$$

On peut maintenant identifier les blocs de la matrice de covariance des pentes \mathcal{C} relatives à différents ASO (cf. paragraphe 5.2.2). Je rappelle que $\mathcal{C}_{\beta\alpha}$ désigne le bloc de la matrice \mathcal{C} relatif à la covariance entre les ASO sur l'axe et les ASO hors-axes. De la même façon, $\mathcal{C}_{\alpha\alpha}$ et $\mathcal{C}_{\beta\beta}$ désignent les blocs relatifs à la covariance des ASO respectivement hors-axes et le TS entre-eux. L'équation 8.2 peut alors se récrire de la façon suivante :

$$\varepsilon^2 = \text{tr} \left(\mathcal{C}_{\beta\beta} \right) - 2 \text{tr} \left(\mathcal{C}_{\beta\alpha} \mathbf{R}^t \right) + \text{tr} \left(\mathbf{R} \mathcal{C}_{\alpha\alpha} \mathbf{R}^t \right). \quad (8.5)$$

L'équation 8.5 permet d'identifier trois termes dans l'erreur tomographique. Le premier terme $\text{tr} \left(\mathcal{C}_{\beta\beta} \right)$ fait référence au TS uniquement, alors que le dernier terme $\mathcal{C}_{\alpha\alpha}$ met en évidence la propagation des mesures hors-axes à travers le reconstituteur. C'est le terme central $-2 \text{tr} \left(\mathcal{C}_{\beta\alpha} \mathbf{R}^t \right)$ qui correspond à la corrélation entre les mesures hors-axes et sur l'axe qui permet de réduire l'erreur tomographique. Par exemple, si il n'y a pas de corrélation entre les mesures des ASO, ce terme est nul et quelque soit le reconstituteur \mathbf{R} , la reconstruction tomographique des pentes sur l'axe sera impossible avec la méthode MMSE. L'erreur tomographique serait alors simplement la somme des variances de la mesure sur l'axe β et de la reconstruction à partir des mesures sur les axes α . Dans le cas inverse où les mesures entre ASO sont complètement corrélées, comme c'est théoriquement le cas avec une couche unique dans le plan pupille, alors on a $\mathbf{R} \mathcal{C}_{\alpha\alpha} \mathbf{R}^t = \mathcal{C}_{\beta\beta} = \mathcal{C}_{\beta\alpha} \mathbf{R}^t$, ce qui conduit à une erreur tomographique nulle, si on utilise bien le reconstituteur $\mathbf{R} = \mathcal{C}_{\beta\alpha} (\mathcal{C}_{\alpha\alpha})^{-1}$ issu de l'équation 5.2.

Maintenant, nous avons en pratique un reconstituteur \mathbf{R} et une matrice de covariance de toutes les mesures $\mathcal{C}^{\text{Meas}}$ qui a été estimée en moyennant les différentes réalisations temporelles des ASO (cf. paragraphe 5.2.2). L'erreur tomographique sur les pentes est alors donnée par :

$$(\varepsilon^{\text{Meas}})^2 = \text{tr} \left(\mathcal{C}_{\beta\beta}^{\text{Meas}} \right) - 2 \text{tr} \left(\mathcal{C}_{\beta\alpha}^{\text{Meas}} \mathbf{R}^t \right) + \text{tr} \left(\mathbf{R} \mathcal{C}_{\alpha\alpha}^{\text{Meas}} \mathbf{R}^t \right). \quad (8.6)$$

8.1.1.2 Calcul de l'erreur sur le front d'onde

Pour dimensionner un système d'OA, il est nécessaire d'exprimer toutes les erreurs dans une unité adéquate. En particulier, ce qui nous intéresse réellement est l'erreur sur le front

d'onde généralement exprimée en nm^2 . Je note $\text{WFE}(\mathcal{C}^{\text{Meas}})$ l'opérateur qui à une matrice de covariance des pentes retourne l'erreur sur le front d'onde¹ en nm^2 de la façon suivante :

$$\text{WFE}(\mathcal{C}^{\text{Meas}}) = \text{tr}(\mathbf{D}^+ \mathcal{C}^{\text{Meas}} (\mathbf{D}^+)^t), \quad (8.7)$$

avec je rappelle \mathbf{D}^+ la matrice de reconstruction des modes de Zernike (exprimés en nm) à partir des mesures des ASO. Je définis σ_{TomTS}^2 l'erreur tomographique sur le front d'onde mesurée par le TS :

$$\sigma_{\text{TomTS}}^2 = \text{WFE}(\mathcal{C}_{\beta\beta}^{\text{Meas}}) - 2\text{WFE}(\mathcal{C}_{\beta\alpha}^{\text{Meas}} \mathbf{R}^t) + \text{WFE}(\mathbf{R} \mathcal{C}_{\alpha\alpha}^{\text{Meas}} \mathbf{R}^t). \quad (8.8)$$

Dans toute la suite, je noterai $\text{MSE}(\mathcal{C}, \mathbf{R})$ l'erreur tomographique sur le front d'onde en nm^2 d'un reconstituer \mathbf{R} sur une matrice de covariance spatiale \mathcal{C} :

$$\text{MSE}(\mathcal{C}, \mathbf{R}) = \text{WFE}(\mathcal{C}_{\beta\beta}) - 2\text{WFE}(\mathcal{C}_{\beta\alpha} \mathbf{R}^t) + \text{WFE}(\mathbf{R} \mathcal{C}_{\alpha\alpha} \mathbf{R}^t). \quad (8.9)$$

Je fais remarquer au lecteur que cet opérateur est linéaire en la matrice de covariance.

8.1.2 Décomposition de l'erreur tomographique vue par le TS

Je vais maintenant décomposer l'erreur tomographique en une somme de postes d'erreur. Je vais pour cela m'appuyer sur la linéarité du formalisme MSE en la matrice de covariance. Nous avons donc une matrice de covariance des mesures $\mathcal{C}^{\text{Meas}}$ ainsi qu'une matrice de covariance synthétique $\mathcal{C}^{\text{Learn}}$ dont les paramètres permettant de la calculer théoriquement ont été identifiés sur les mesures (cf. paragraphe 7.2). Nous disposons également d'une matrice de covariance du bruit $\mathcal{C}^{\text{Noise}}$. Si l'identification du profil est faite sans erreur, alors on doit avoir $\mathcal{C}^{\text{Meas}} = \mathcal{C}^{\text{Learn}} + \mathcal{C}^{\text{Noise}}$. Or, les mesures sont acquises sur un horizon temporel fini, et souffrent d'une convergence incomplète. Ces fluctuations statistiques ne peuvent pas être reproduites par notre modèle analytique. De plus, l'identification du profil turbulent n'est pas parfaite. D'une part, elle repose sur un modèle analytique approximé de la covariance spatiale. D'autre part, la résolution tomographique Δh (cf. équation 5.10) limite le degré de finesse du profil turbulent qu'on peut identifier. Puis, il subsiste toujours des petites erreurs d'étalonnage sur les déviations qui entraînent des écarts entre le modèle de la covariance et la covariance empirique. Enfin, certaines couches ne sont pas identifiées, soit parce qu'elles sont de trop haute altitude, soit parce que l'utilisateur cherche à déterminer très peu de couches turbulentes par rapport au profil réel.

Il existe alors un écart entre $\mathcal{C}^{\text{Meas}}$ et $\mathcal{C}^{\text{Learn}} + \mathcal{C}^{\text{Noise}}$ que je note \mathcal{C}^{χ} :

$$\mathcal{C}^{\chi} = \mathcal{C}^{\text{Meas}} - \mathcal{C}^{\text{Learn}} - \mathcal{C}^{\text{Noise}} \quad (8.10)$$

Je vais en plus séparer la matrice de covariance synthétique $\mathcal{C}^{\text{Learn}}$ en la somme d'une matrice de covariance due aux modes bas ordres turbulents \mathcal{C}^{\parallel} , et d'une matrice $\mathcal{C}^{\text{Alias}}$ due aux modes d'ordre spatial élevé. Les modes dont je parle font référence ici aux modes des Karhunen-Loève qui assurent la décorrélation statistique des modes. La matrice de covariance $\mathcal{C}^{\text{Learn}}$ peut être décomposée de la façon suivante :

$$\mathcal{C}^{\text{Learn}} = \mathcal{C}^{\parallel} + \mathcal{C}^{\text{Alias}} \quad (8.11)$$

En m'appuyant sur les équations 8.8, 8.9, 8.10 et 8.11, je montre que l'erreur tomographique peut se décomposer de la façon suivante :

$$\sigma_{\text{TomTS}}^2 = \underbrace{\text{MSE}(\mathcal{C}^{\parallel}, \mathbf{R})}_{\sigma_{\parallel}^2} + \underbrace{\text{MSE}(\mathcal{C}^{\text{Alias}}, \mathbf{R})}_{\sigma_{\text{AliasTS}}^2} + \underbrace{\text{MSE}(\mathcal{C}^{\text{Noise}}, \mathbf{R})}_{\sigma_{\text{Noise}}^2} + \underbrace{\text{MSE}(\mathcal{C}^{\chi}, \mathbf{R})}_{\Delta_{\chi}} \quad (8.12)$$

1. *WFE* : *Wave Front Error* en anglais.

Je définis alors σ_{\parallel}^2 comme l'erreur tomographique sur les modes de bas ordres mesurés par le TS :

$$\sigma_{\parallel}^2 = \text{MSE}(\mathcal{C}^{\parallel}, \mathbf{R}). \quad (8.13)$$

Ensuite, je définis $\sigma_{\text{AliasTS}}^2$ la contribution du repliement dans l'erreur tomographique mesurée par le TS. D'après l'équation 8.9, cette contribution dépend de la variance du repliement propre au TS, et de la variance du repliement des ASO hors-axes propagé à travers le reconstituteur. Or, il subsiste une corrélation entre le repliement du TS et celui des ASO hors-axes qui engendre une diminution de la contribution totale du repliement dans l'erreur tomographique. C'est le terme central de l'équation 8.9 qui permet que l'erreur de repliement vue par le TS soit inférieure à la somme de la variance du repliement du TS et de la variance du repliement des ASO hors-axes à travers le reconstituteur :

$$\begin{aligned} \sigma_{\text{AliasTS}}^2 &= \text{MSE}(\mathcal{C}^{\text{Alias}}, \mathbf{R}) \\ &= \text{WFE}(\mathcal{C}_{\beta\beta}^{\text{Alias}}) - 2\text{WFE}(\mathcal{C}_{\beta\alpha}^{\text{Alias}} \mathbf{R}^t) + \text{WFE}(\mathbf{R} \mathcal{C}_{\alpha\alpha}^{\text{Alias}} \mathbf{R}^t) \end{aligned} \quad (8.14)$$

Je définis σ_{Noise}^2 comme la contribution du bruit dans l'erreur tomographique mesurée par le TS par :

$$\sigma_{\text{Noise}}^2 = \text{MSE}(\mathcal{C}^{\text{Noise}}, \mathbf{R}), \quad (8.15)$$

et enfin Δ_{χ} la contribution de l'erreur d'identification du profil turbulent dans l'erreur tomographique mesurée par le TS :

$$\Delta_{\chi} = \text{MSE}(\mathcal{C}^{\chi}, \mathbf{R}). \quad (8.16)$$

Le terme Δ_{χ} permet d'évaluer la qualité de l'identification du profil turbulent et du bruit de mesure, basée sur la distance entre la matrice de covariance des mesures $\mathcal{C}^{\text{Meas}}$ et la somme $\mathcal{C}^{\text{Learn}} + \mathcal{C}^{\text{Noise}}$ (cf. équation 8.16). La matrice \mathcal{C}^{χ} (cf. équation 8.10) résulte d'une différence de matrice de covariance, mais n'en est pas une elle-même. Ainsi, l'erreur Δ_{χ} peut tout aussi bien être positive que négative.

Au final, l'erreur tomographique sur le front d'onde mesuré par le TS peut s'écrire comme la somme suivante :

$$\sigma_{\text{TomotoTS}}^2 = \sigma_{\parallel}^2 + \sigma_{\text{AliasTS}}^2 + \sigma_{\text{Noise}}^2 + \Delta_{\chi} \quad (8.17)$$

8.1.3 Décomposition de l'erreur tomographique vue par la caméra IR

L'erreur tomographique $\sigma_{\text{TomotoTS}}^2$ est l'erreur mesurée par le TS, mais il ne faut pas la confondre avec celle perçue par la caméra IR. En effet, la mesure du front d'onde sur l'axe par le TS apporte une contribution de bruit et de repliement supplémentaire. Le repliement mesuré par le TS est tomographiquement corrélé au repliement mesuré par les hors-axes, donc d'après l'équation 8.9, cette corrélation diminue l'impact du repliement dans l'erreur tomographique mesurée par le TS. La caméra IR ne mesure elle que la contribution du repliement et du bruit des ASO hors-axes propagé à travers le reconstituteur.

Pour déterminer l'erreur tomographique qui affecte réellement le front d'onde vu par la caméra IR, je propose de commencer par décomposer l'erreur de bruit σ_{Noise}^2 en deux contributions, $\sigma_{\text{NoiseTS}}^2$ qui est la variance du bruit de mesure du TS, et $\sigma_{\text{NoiseTomoto}}^2$ la variance du bruit des ASO hors-axes propagé à travers le reconstituteur \mathbf{R} . D'après les équations 8.9 et 8.18, en considérant que le bruit n'est pas corrélé entre ASO, le terme $\mathcal{C}_{\beta\alpha}^{\text{Noise}} \mathbf{R}^t$ est nul et j'obtiens la relation :

$$\sigma_{\text{Noise}}^2 = \underbrace{\text{WFE}(\mathcal{C}_{\beta\beta}^{\text{Noise}})}_{\sigma_{\text{NoiseTS}}^2} + \underbrace{\text{WFE}(\mathbf{R} \mathcal{C}_{\alpha\alpha}^{\text{Noise}} \mathbf{R}^t)}_{\sigma_{\text{NoiseTomoto}}^2}. \quad (8.18)$$

Je note $\sigma_{\text{NoiseTS}}^2$ la variance du bruit de mesure du TS qui peut s'évaluer de la façon suivante :

$$\sigma_{\text{NoiseTS}}^2 = \text{WFE} \left(\mathcal{C}_{\beta\beta}^{\text{Noise}} \right). \quad (8.19)$$

Je note ensuite $\sigma_{\text{NoiseTomo}}^2$ la variance du bruit des ASO hors-axes après propagation à travers le reconstituteur :

$$\sigma_{\text{NoiseTomo}}^2 = \text{WFE} \left(\mathbf{RC}_{\alpha\alpha}^{\text{Noise}} \mathbf{R} \right). \quad (8.20)$$

La contribution du bruit dans l'erreur tomographique mesurée par le TS peut alors se ramener à la somme suivante :

$$\sigma_{\text{Noise}}^2 = \sigma_{\text{NoiseTS}}^2 + \sigma_{\text{NoiseTomo}}^2. \quad (8.21)$$

La variance du bruit de mesure du TS $\sigma_{\text{NoiseTS}}^2$ ne relève pas des performances tomographiques du reconstituteur. Par contre, le terme de propagation $\sigma_{\text{NoiseTomo}}^2$ du bruit des ASO hors-axes permet de quantifier la capacité de notre reconstituteur à atténuer le bruit des ASO sur lesquels s'appuie la reconstruction tomographique.

Ensuite, il faut maintenant considérer que la caméra IR ne perçoit que la contribution du repliement provenant des ASO hors-axes seulement, après propagation à travers le reconstituteur. Je note $\sigma_{\text{AliasIR}}^2$ le terme au repliement des hors-axes dans l'erreur tomographique de la caméra IR. D'après l'équation 8.9, la contribution du repliement des ASO hors-axes dans l'erreur tomographique de la caméra IR peut s'évaluer par :

$$\sigma_{\text{AliasIR}}^2 = \text{WFE} \left(\mathbf{RC}_{\alpha\alpha}^{\text{Alias}} \mathbf{R} \right). \quad (8.22)$$

Je fais néanmoins l'hypothèse ici que les modes de hauts ordres qui se sont pliés dans la mesure des ASO hors-axes, puis propagés à travers le reconstituteur, ne sont plus corrélés aux modes de hauts ordres sur l'axe, qui conduisent eux à l'erreur de sous-modélisation du MD (cf. paragraphe 2.6.4).

Enfin, l'erreur tomographique est évaluée sur un jeu de données en boucle ouverte acquis sur un nombre fini de trames, qui sont donc affectés par un bruit de convergence des mesures. Le modèle analytique de la covariance spatiale décrit au chapitre 6 ne permet pas de prendre en compte ces fluctuations statistiques, qui se répercutent sur l'erreur Δ_χ . Or, ces fluctuations statistiques de la mesure du TS ne sont pas perçues par la caméra IR. Il faut donc séparer l'erreur Δ_χ en deux contributions, l'une due à la convergence des mesures σ_w^2 , et l'autre due à un défaut de modélisation de la covariance spatiale Δ_{model} . Ces défauts de modélisation proviennent des approximations faites dans le calcul de la covariance spatiale (cf. paragraphe 6.1.6), d'une mauvaise stratégie d'identification (nombre de couches ajustées trop faible) et de la convergence de l'algorithme de minimisation.

Pour estimer la contribution de la convergence des mesures dans l'erreur tomographique, j'utilise la matrice de poids que j'ai introduite en section 7.3. Une façon très basique d'avoir un bon ordre de grandeur de σ_w^2 est de la calculer de la façon suivante :

$$\begin{aligned} \sigma_w^2 &= \text{MSE}(\mathbf{W}, \mathbf{R}) \\ &= \text{WFE}(\mathbf{W}_{\beta\beta}) - 2\text{WFE}(\mathbf{W}_{\beta\alpha} \mathbf{R}^t) + \text{WFE}(\mathbf{R} \mathbf{W}_{\alpha\alpha} \mathbf{R}^t). \end{aligned} \quad (8.23)$$

L'erreur σ_w^2 peut être nulle d'après l'équation 8.23. Dans le cas d'une couche au sol, les mesures des ASO sont parfaitement corrélées et chacun d'entre eux mesure les mêmes fluctuations statistiques. Si \mathbf{R} est un reconstituteur GLAO, alors pour une couche unique au sol, on a $\text{WFE}(\mathbf{W}_{\beta\beta}) = \text{WFE}(\mathbf{W}_{\beta\alpha} \mathbf{R}^t) = \text{WFE}(\mathbf{R} \mathbf{W}_{\alpha\alpha} \mathbf{R}^t)$, ce qui conduit bien à une erreur σ_w^2 nulle d'après l'équation 8.23.

Ainsi, l'erreur de modélisation de la covariance spatiale peut se calculer par la différence suivante :

$$\Delta_{\text{model}} = \Delta_{\chi} - \sigma_w^2, \quad (8.24)$$

Or, cette erreur de convergence impacte seulement l'erreur tomographique vue par le TS qui est évaluée à partir des mesures des ASO. Finalement, je définis l'erreur tomographique de la caméra IR par la somme suivante :

$$\sigma_{\text{TomolR}}^2 = \sigma_{||}^2 + \sigma_{\text{AliasIR}}^2 + \Delta_{\text{model}}. \quad (8.25)$$

Je souligne que j'ai retiré la contribution du bruit dans l'expression de l'erreur tomographique. En faisant cela, je prépare le terrain pour le chapitre suivant dans lequel je vais expliciter les autres termes d'erreur qui composent la variance du front d'onde après compensation par le système. Le bruit des ASO hors-axes sera alors filtré par la boucle, donc je ne le mets pas dans l'expression σ_{TomolR}^2 pour éviter de le compter deux fois dans la variance de phase finale.

Enfin, la séparation entre les modes de bas ordres et les modes de hauts ordres, repliés dans la mesure de l'ASO, est nécessaire pour évaluer correctement l'erreur tomographique vue par la caméra IR. Dans les calculs qui sont faits dans la suite du manuscrit, il y a une hypothèse implicite que cette séparation est la même pour le MD et l'ASO, ce qui n'est pas la démarche la plus rigoureuse, mais sera suffisante pour démontrer notre compréhension des observations sur le ciel. Une approche plus aboutie consiste à considérer un repliement dit généralisé ([Quirós-Pacheco et al., 2010]), que je ne considérerai [as dans la suite.

8.1.4 Méthode d'estimation des différents matrices de covariance

Les termes que j'ai introduits pour le calcul de l'erreur tomographique sont basées sur la détermination de plusieurs matrices de covariance spatiale. Il faut dans un premier temps évaluer la matrice de covariance des mesures $\mathcal{C}^{\text{Meas}}$ en moyennant les produits de couples de pentes mesurées sur l'horizon temporel d'acquisition (cf. équation 5.4). Ensuite, il faut déterminer la matrice de covariance du bruit de mesure $\mathcal{C}^{\text{Noise}}$ dont la diagonale est identifiée par la fonction d'auto-corrélation temporelle des mesures (cf. paragraphe 7.1.1), puis la matrice de poids \mathbf{W} à partir de la variance de chaque couple de pentes (cf. 7.3.2). Enfin, la matrice de covariance synthétique $\mathcal{C}^{\text{Learn}}$ a été identifiée sur les mesures à partir de l'algorithme Learn (cf. paragraphe 7.2).

Il reste maintenant à calculer la matrice de covariance $\mathcal{C}^{||}$ des modes parallèles puis la matrice de covariance du repliement $\mathcal{C}^{\text{Alias}}$. Comme je l'ai présenté dans le paragraphe 6.1.4, la détermination de la matrice de covariance spatiale se résume à la connaissance de la fonction de structure de phase. Pour évaluer la matrice $\mathcal{C}^{||}$, je peux utiliser les mêmes calculs que ceux développés lors du paragraphe 6.1.4 à partir de la fonction de structure de phase des modes parallèles. Or, la fonction de structure de phase dépend du spectre spatial $W^{\text{V-K}}(\mathbf{k})$ de la façon suivante ([Roddier, 1981]) :

$$D_{\phi}(\boldsymbol{\rho}) = 2 \iint_{\mathbb{R}^2} W_{\phi}^{\text{V-K}}(\mathbf{k}) \left(1 - e^{2i\pi\mathbf{k}\boldsymbol{\rho}}\right) d\mathbf{k}. \quad (8.26)$$

La fonction de structure de phase peut alors se séparer en deux termes, l'un correspondant aux modes parallèles de basses fréquences spatiales, l'autre aux modes orthogonaux de hautes fréquences spatiales. Or, si k_d est la fréquence de Nyquist du MD (cf. équation 2.9), je peux définir $D_{\phi}^{||}$ et D_{ϕ}^{\perp} comme les fonctions de structure respectivement des basses fréquences et des

hautes fréquences spatiales de la phase :

$$\begin{aligned} D_{\phi}^{\parallel}(\boldsymbol{\rho}) &= 2 \iint_0^{k_d} W_{\phi}^{\text{V-K}}(\mathbf{k})(1 - e^{-2i\pi\mathbf{k}\boldsymbol{\rho}})d\mathbf{k}. \\ D_{\phi}^{\perp}(\boldsymbol{\rho}) &= 2 \iint_{k_d}^{\infty} W_{\phi}^{\text{V-K}}(\mathbf{k})(1 - e^{-2i\pi\mathbf{k}\boldsymbol{\rho}})d\mathbf{k}. \end{aligned} \quad (8.27)$$

Si maintenant je suppose que $k_d \gg k_0$, avec $k_0 = 1/L_0$ la fréquence de coupure associée à l'échelle externe, le spectre de Von-Karman $W_{\phi}^{\text{V-K}}$ vaut alors $0,023r_0^{-5/3}\mathbf{k}^{-11/3}$. Sous cette hypothèse, on peut déterminer la fonction de structure de phase des modes d'ordre élevés comme suivant :

$$D_{\phi}^{\perp}(\boldsymbol{\rho}) = 2 \times 0,023r_0^{-5/3} \iint_{k_d}^{\infty} \mathbf{k}^{-11/3}(1 - e^{-2i\pi\mathbf{k}\boldsymbol{\rho}})d\mathbf{k}. \quad (8.28)$$

Le calcul de l'intégrale dans l'équation 8.28 de D_{ϕ}^{\perp} peut être mis en œuvre numériquement. On peut ainsi évaluer rapidement la fonction de structure de phase D_{ϕ}^{\perp} , puis en s'appuyant sur l'équation 8.26, on peut directement en déduire D_{ϕ}^{\parallel} :

$$D_{\phi}^{\parallel}(\boldsymbol{\rho}) = D_{\phi}(\boldsymbol{\rho}) - D_{\phi}^{\perp}(\boldsymbol{\rho}) \quad (8.29)$$

À partir des équations 6.35, 6.36 et 6.37 des fonctions de covariance spatiale, on peut alors, en remplaçant D_{ϕ} par D_{ϕ}^{\parallel} , déterminer les fonctions de covariance spatiale des modes parallèles. Puis, en utilisant la relation donnée à l'équation 6.42, on peut calculer la matrice de covariance des modes parallèles \mathcal{C}^{\parallel} . Identiquement au paragraphe 6.2.1.2, il faut filtrer les modes de basculements des ASO LGS, puis tenir compte des vibrations et de la sensibilité des ASO (cf. paragraphe 6.2.1.3).

À partir de cette matrice \mathcal{C}^{\parallel} et de la matrice $\mathcal{C}^{\text{Learn}}$, je peux évaluer la matrice de covariance du repliement $\mathcal{C}^{\text{Alias}}$ par :

$$\mathcal{C}^{\text{Alias}} = \mathcal{C}^{\text{Learn}} - \mathcal{C}^{\parallel}. \quad (8.30)$$

Je pourrais évaluer la matrice $\mathcal{C}^{\text{Alias}}$ directement à partir de la fonction de structure de phase des modes orthogonaux D_{ϕ}^{\perp} , mais puisque je dispose déjà de la matrice $\mathcal{C}^{\text{Learn}}$, il est beaucoup plus rapide de déterminer $\mathcal{C}^{\text{Alias}}$ en utilisant l'équation 8.30.

8.2 Étude de comportements des reconstitueurs tomographiques

Je propose dans cette dernière section de caractériser le comportement des reconstitueurs MMSE. Dans un premier temps, je vais introduire des aspects temporels en tomographie et notamment la DSP temporelle des mesures et du résidu de la reconstruction tomographique. Dans un second temps, j'étudie l'erreur tomographique de quelques reconstitueurs sur une couche unique d'altitude variable. Je vais en particulier évaluer l'erreur tomographique minimale en fonction de l'altitude et comparer les performances tomographiques de plusieurs reconstitueurs.

8.2.1 Caractérisation du résidu de la reconstruction

J'ai sélectionné un jeu de *datatomo* (cf. paragraphe 5.3.4) acquis la nuit du 17 au 18 Septembre 2013 à 02h48m19s. Je rappelle qu'il s'agit d'un jeu de données en boucle ouverte avec l'asservissement de la position des spots LGS. Sur ces données, j'ai tout d'abord identifié un reconstituteur MMSE sur huit couches libres, afin de m'assurer que la performance ne soit pas

limitée par une identification incomplète. Ensuite, j'ai aussi calculé un reconstruteur RAW (cf. paragraphe 6.2.2.1) à partir de la matrice de covariance empirique calculée sur les 10 000 trames temporelles (un peu plus d'une minute) de ces données.

J'ai ensuite déterminé le résidu $\mathbf{S}_\beta - \mathbf{R}\mathbf{S}_\alpha$ de la correction tomographique par ces deux reconstruteurs, puis j'ai déterminé la DSP temporelle $|\mathcal{F}[\mathbf{S}_\beta - \mathbf{R}\mathbf{S}_\alpha]|^2$ de chacun de ces résidus. Le TS donne le spectre de la turbulence sans correction par la MOAO, c'est-à-dire ce qu'on cherche à estimer et corriger. J'affiche en figure 8.1, la DSP moyenne des pentes mesurées par le TS, puis la DSP moyenne du résidu tomographique issu du reconstruteur RAW de 02h48m19s, du reconstruteur MMSE identifié sur les mesures de 02h48m19s, puis d'un autre reconstruteur RAW calculé sur des mesures en boucle désengagée acquises 26 minutes avant, à 02h22m07s, qui peut donc être considéré comme obsolète.

Le reconstruteur RAW de 02h48m19s est le seul qui permet de compenser les très basses fréquences de la turbulence, et ce de façon spectaculaire. Contrairement au reconstruteur MMSE, ce reconstruteur RAW ne souffre d'aucune erreur d'identification de la turbulence et tient parfaitement compte des déviations (cf. paragraphe 6.1.3) et du bon niveau de bruit. De plus, le reconstruteur RAW de 02h48m19s permet de prédire parfaitement la composante statique de la turbulence sur l'axe à partir des termes statiques des mesures hors-axes, alors que le reconstruteur MMSE commet une erreur sur ce point. On constate en effet un spectre décroissant approximativement en $1/\sqrt{f}$ à basse fréquence, et qui laisse supposer une divergence à $f = 0$. On peut alors se poser la question de savoir si notre reconstruteur MMSE souffre d'un problème que le reconstruteur RAW permet de résoudre.

La réponse est non. En effet, le reconstruteur RAW de 02h22m07s commet une erreur plus importante que le reconstruteur MMSE sur les basses fréquences temporelles. Pourtant ce reconstruteur RAW tient aussi parfaitement compte des déviations, et le profil de 02h22m07s était relativement similaire au profil de 02h48m19s. La différence entre les deux reconstruteurs RAW provient des fluctuations statistiques qui sont différentes, puisque le reconstruteur de 02h22m07s a été calculé sur une réalisation de la turbulence différente de celle de 02h48m19s, et introduit donc une information erronée qui contribue à l'augmentation de l'erreur tomographique.

Un autre point intéressant à discuter concerne l'absence de prédiction tomographique au-delà de ≈ 4 Hz. Quelque soit le reconstruteur, il n'est pas possible de reconstruire les composantes de hautes fréquences temporelles, même en utilisant le reconstruteur RAW de 02h48m19s, qui est pourtant le plus adapté à la réalisation particulière de la turbulence. Le problème ne provient pas du reconstruteur mais des caractéristiques temporelles de la turbulence. Sur le jeu de données de 02h48m19s, j'ai identifié une vitesse de vent de 2,1 m/s, ce qui conduit à une fréquence de coupure temporelle $v/d = 2,1/0,6 = 3,5$ Hz. On montre ici qu'il est impossible de reconstruire tomographiquement les fréquences temporelles supérieures à la fréquence de coupure des pentes, c'est-à-dire les structures spatiales inférieures à la taille des sous-pupilles.

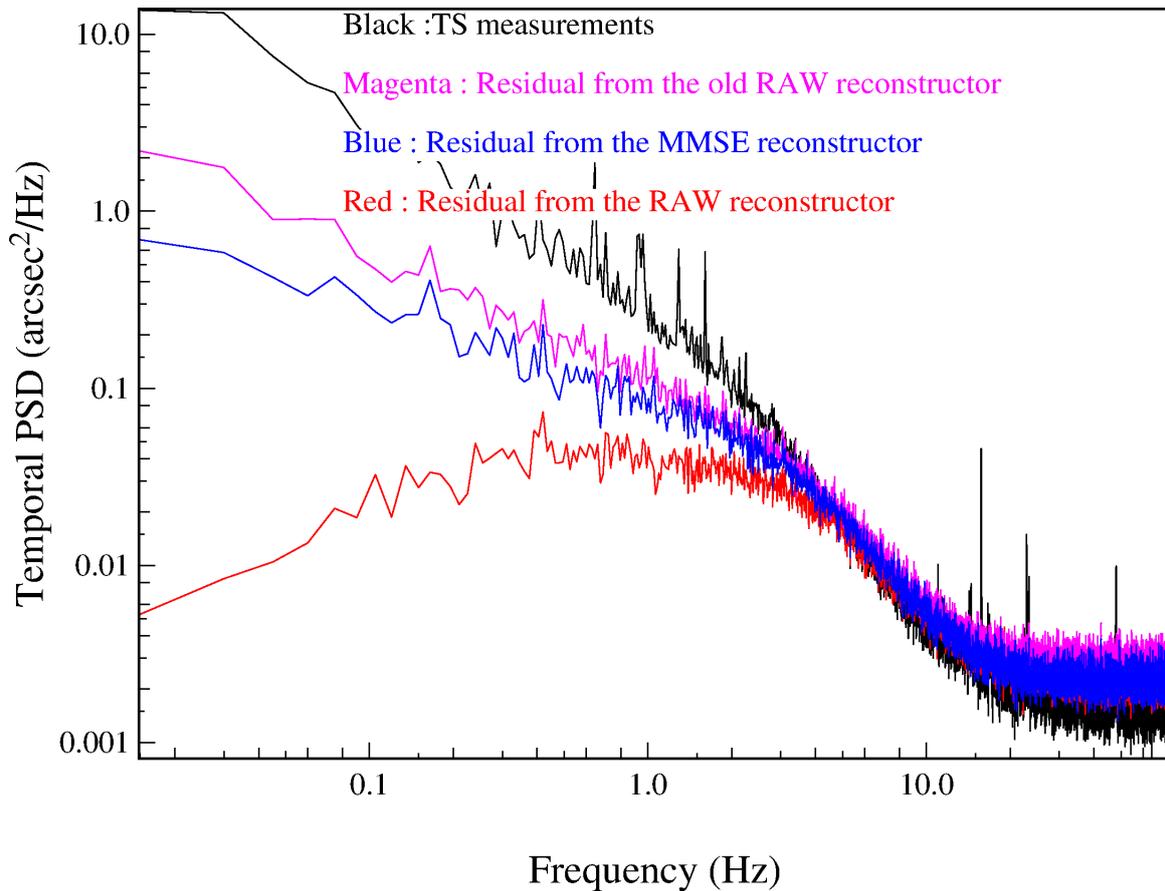


FIGURE 8.1: Densité spectrale de puissance moyenne des mesures du TS acquise à 02h48m19s la nuit du 17 au 18 Septembre 2013 sans correction MOAO (noir), du résidu tomographique (cf. équation 8.1) résultant du reconstructor MMSE (bleu), du reconstructor RAW issu des données de 02h48m19s (rouge), puis du reconstructor RAW issu des données de 02h22m07s (magenta).

8.2.2 Performances tomographiques en fonction de l'altitude

Grâce à la linéarité du formalisme MSE (cf. équation 8.9), et à l'additivité des matrices de covariance engendrées par des couches d'altitude différentes (cf. équation 6.43), l'erreur tomographique $\sigma_{\text{TomotoTS}}^2$ peut se décomposer en une somme d'erreurs tomographiques sur chaque couche :

$$\begin{aligned}
 \sigma_{\text{TomotoTS}}^2 &= \text{MSE}(\mathcal{C}, \mathbf{R}) \\
 &= \text{MSE}\left(\sum_{l=1}^{n_l} \mathcal{C}(h_l), \mathbf{R}\right) \\
 &= \sum_{l=1}^{n_l} \text{MSE}(\mathcal{C}(h_l), \mathbf{R}) \\
 &= \sum_{l=1}^{n_l} \sigma_{\text{TomotoTS}}^2(h_l, \mathbf{R}).
 \end{aligned} \tag{8.31}$$

Pour comprendre finement les résultats sur le ciel, une étude des performances du reconstructor par couche donnera des indications importantes sur les limitations de la tomographie. En particulier, pour un reconstructor donné, cette approche mettra en évidence quelles sont les couches turbulentes qui contribuent le plus à l'erreur tomographique. Je présente des résultats sur le ciel de cette décomposition au chapitre 12.

Ici, je vais me concentrer sur l'évolution de l'erreur tomographique en fonction de l'altitude. J'ai synthétisé une matrice de covariance $\mathcal{C}(h_l)$ à partir du modèle analytique décrit au para-

graphe 6.2.1.1, sans bruit, issue d'une seule couche turbulente d'altitude h_l et normalisée en force à $D/r_0 = 1$. J'ai choisi la géométrie de l'astérisme A53 (cf. paragraphe 5.3.2) pour générer cette matrice de covariance. À partir de cette matrice, je calcule le reconstruteur $\mathbf{R}^{\text{opt}}(h_l)$ qui ne prédit qu'une seule couche :

$$\mathbf{R}^{\text{opt}}(h_l) = \mathcal{C}_{\beta\alpha}(h_l) (\mathcal{C}_{\alpha\alpha}(h_l))^\dagger. \quad (8.32)$$

Ce reconstruteur est le reconstruteur MMSE qui minimise l'erreur tomographique $\sigma_{\text{TomomTS}}^2(h_l)$. Je note alors $\sigma_{\text{TomomMinTS}}^2(h_l)$ comme cette erreur minimale :

$$\sigma_{\text{TomomMinTS}}^2(h_l) = \text{MSE}(\mathcal{C}(h_l), \mathbf{R}^{\text{opt}}(h_l)). \quad (8.33)$$

Je propose dans un premier temps de déterminer l'évolution de $\sigma_{\text{TomomMinTS}}^2(h_l)$ avec l'altitude de la couche turbulente h_l . En plus de cela, j'ai calculé les matrices de covariance des modes parallèles \mathcal{C}^{\parallel} et du repliement $\mathcal{C}^{\text{Alias}}$, issues de la même couche turbulente et normalisées à $D/r_0 = 1$. De ces deux matrices de covariance, je peux alors évaluer l'erreur tomographique minimale sur les bas ordres $\text{MSE}(\mathcal{C}^{\parallel}(h_l), \mathbf{R}^{\text{opt}}(h_l))$, et l'erreur tomographique minimale sur le repliement $\text{MSE}(\mathcal{C}^{\text{Alias}}(h_l), \mathbf{R}^{\text{opt}}(h_l))$. Je montre en figure 8.2 l'évolution de ces trois erreurs en fonction de l'altitude de la couche. Les performances tomographiques peuvent alors être séparées en trois régimes distincts :

- **De 0 à environ 2 km** : l'erreur tomographique ne fait que croître, même si le reconstruteur prévoit exactement la bonne position et force de la couche. Il s'agit du repliement des modes de hauts ordres qui se décorrèlent très rapidement, jusqu'à ce que le décalage des pupilles des ASO hors-axes par rapport à celle du TS atteigne la taille d'une sous-pupille (cf. figure 5.11). Cette tranche d'altitude est déterminée par la résolution tomographique Δh (cf. équation 5.10). On peut noter que pour une couche au sol, l'erreur de repliement $\text{MSE}(\mathcal{C}^{\text{Alias}}(h_l), \mathbf{R}^{\text{opt}}(h_l))$ est nulle, ce qui signifie que le repliement est exactement le même pour tous les ASO et pour une couche au sol. De plus, l'erreur tomographique sur les modes parallèles $\text{MSE}(\mathcal{C}^{\parallel}(h_l), \mathbf{R}^{\text{opt}}(h_l))$ reste très faible et met en évidence que la reconstruction des modes parallèles est ici très efficace.
- **De 2 à environ 11 km** : l'erreur tomographique $\sigma_{\text{TomomMinTS}}^2(h_l)$ devient constante et est quasiment égale à l'erreur de repliement $\text{MSE}(\mathcal{C}^{\text{Alias}}(h_l), \mathbf{R}^{\text{opt}}(h_l))$ sur toute cette zone d'altitude. On peut notamment noter que l'erreur tomographique sur les bas ordres $\text{MSE}(\mathcal{C}^{\parallel}(h_l), \mathbf{R}^{\text{opt}}(h_l))$ reste constante sur cette zone d'altitude. Le reconstruteur est donc capable de compenser pleinement l'anisoplanétisme. La légère augmentation de l'erreur tomographique sur les bas ordres peut s'expliquer par la perte progressive du recouvrement des pupilles des ASO hors-axes avec celle vue par le TS. Lorsque l'altitude croît, il y a de moins en moins de couples de pentes qui sont corrélées sur lesquelles le reconstruteur peut s'appuyer pour prédire les pentes sur l'axe.
- **Au-delà de 11 km** : l'erreur tomographique est croissante, la tomographique n'opère plus que par l'extrapolation de la phase hors de la pupille mesurée. L'erreur est alors causée par l'anisoplanétisme. En effet, c'est l'erreur tomographique sur les modes de bas ordres $\text{MSE}(\mathcal{C}^{\parallel}(h_l), \mathbf{R}^{\text{opt}}(h_l))$ qui augmente fortement, alors que l'erreur de repliement reste à un niveau relativement constant. Cette altitude limite h_{max} est elle imposée par le rapport entre le diamètre du télescope et la séparation des étoiles guides (cf. figure 5.11). En plus de cela, s'ajoute l'effet de cône vu par les ASO LGS qui diminue rapidement le nombre de mesures sur lesquelles la reconstruction tomographique peut s'appuyer.

Pour conclure sur la figure 8.2, on est complètement dominé par le repliement dans la tranche d'altitude comprise entre 0 et l'altitude maximale h_{\max} , zone dans laquelle la tomographie compense l'anisoplanétisme. Cette altitude maximale est définie par le rapport entre le diamètre du télescope et la séparation des ASO hors-axes au centre du champ (cf. équation 5.11). Au-delà de cette altitude maximale, le reconstituteur n'a plus de couples de pentes corrélés sur lesquels il peut s'appuyer pour reconstruire les pentes. D'après l'équation 8.9, l'erreur tomographique est alors la somme des variances des mesures sur l'axe et des mesures hors-axes propagées à travers le reconstituteur.

Je montrerai au chapitre 11 que la turbulence est essentiellement située en-deçà de 25 km, ce qui signifie que sur CANARY, avec un diamètre de télescope de 4,2 m, il faut au moins avoir une base de deux NGS de séparation inférieure à $4,2/25000 = 35$ secondes d'angle pour atteindre une altitude maximale de 25 km. Sur un ELT de 39 m, il faudra alors au moins une base de NGS avec une séparation inférieure à environ 5,5 minutes d'angle. Avec les étoiles laser sodium, on pourra néanmoins sonder les couches turbulentes situées vers cette altitude limite, ce qui n'est pas possible sur CANARY puisque les LGS sont focalisées à 21 km tout au plus ([Morris et al., 2013]).

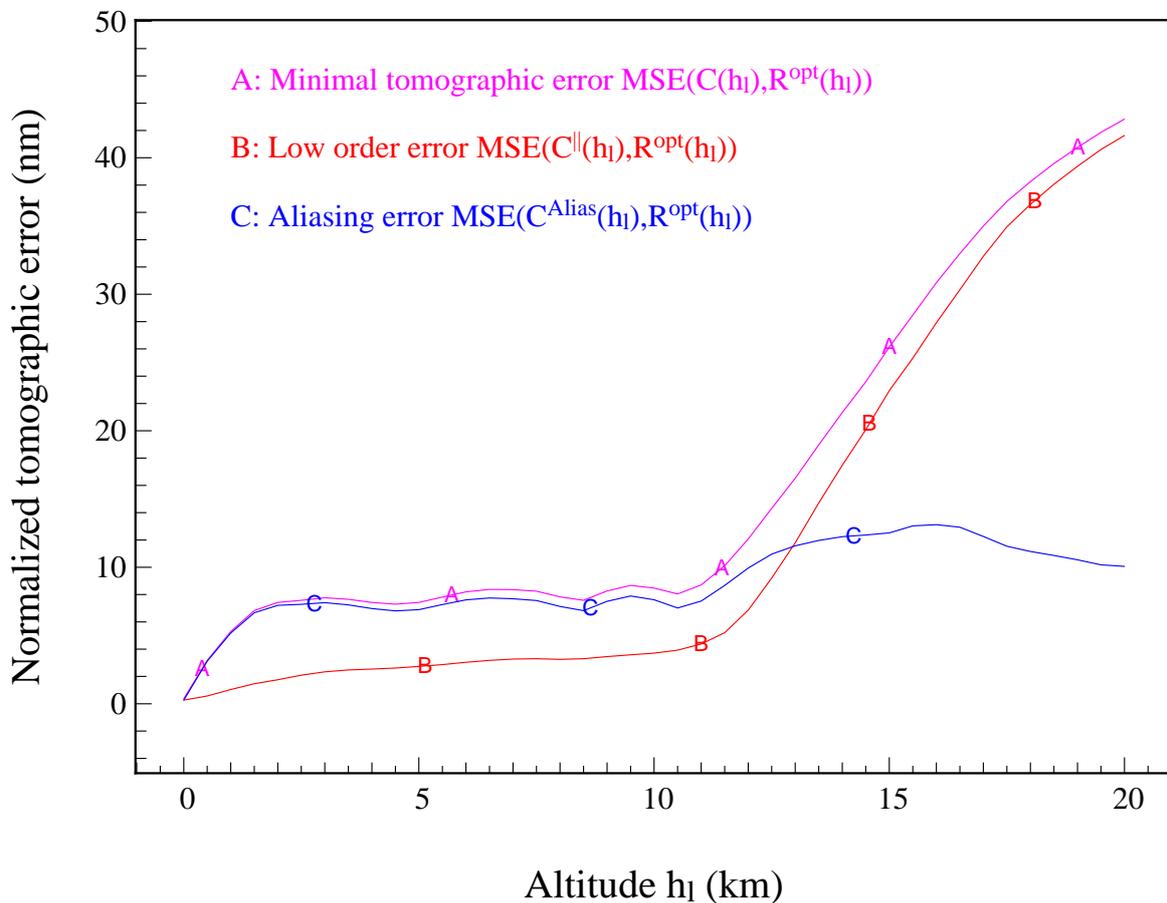


FIGURE 8.2: Erreur tomographique minimale en fonction de l'altitude de la couche turbulente. Ces résultats sont donnés pour une géométrie particulière qui correspond à l'astérisme A53 dans le catalogue interne de CANARY, avec quatre LGS en plus des NGS.

Un autre conclusion intéressante est que le repliement est identique pour tous les ASO lorsque la couche est au sol, puis se décorrèle très vite jusqu'à la résolution tomographique Δh . Cette résolution tomographique dépend du rapport entre la taille des sous-pupilles et de la séparation maximale (cf. équation 5.10). Sur CANARY avec des séparations maximales entre ASO hors-axes comprises entre une et deux minutes d'angle (le champ de vue de CANARY est

limitée à un diamètre de 2,5 minutes d'angle), la résolution tomographique est comprise entre 1 et 2 km. Sur l'E-ELT, avec un diamètre de sous-pupilles identiques et une séparation maximale de sept minutes d'angle ([Cuby et al., 2010]), la résolution tomographique sera de l'ordre de 300 m. Cette valeur impacte la stratégie d'identification du profil turbulent, plus précisément elle donne la finesse à laquelle le reconstituteur doit prédire les différentes couches turbulentes, point que je propose d'illustrer maintenant.

J'ai synthétisé un reconstituteur \mathbf{R} qui prédit l'existence d'une couche au sol et d'une couche à 10 km. En pondérant différemment la force des deux couches, j'ai calculé plusieurs reconstituteurs tomographiques. Par exemple, le premier ne prédit qu'une seule couche au sol, c'est donc un reconstituteur GLAO, alors que le dernier prédit une couche seulement à 10 km. Pour chaque reconstituteur, je garde constante la force totale de la turbulence avec $D/r_0 = 1$, où $r_0^{-5/3} = r_0(0 \text{ km})^{-5/3} + r_0(10 \text{ km})^{-5/3}$. En appliquant chacun de ces reconstituteurs sur la matrice de covariance $\mathcal{C}(h_l)$, j'obtiens une erreur $\sigma_{\text{TomTS}}^2(h_l) = \text{MSE}(\mathcal{C}(h_l), \mathbf{R})$ pour toutes les pondérations des deux couches synthétiques. Je souligne que cette erreur n'est plus l'erreur minimale pour la couche d'altitude h_l . J'ai reporté cette erreur en figure 8.3 pour cinq reconstituteurs différents, en partant d'un reconstituteur GLAO jusqu'à un reconstituteur qui ne prédit qu'une seule couche à 10 km.

Le reconstituteur GLAO entraîne une erreur tomographique complètement monotone et limitée par l'anisoplanétisme. Il est néanmoins le seul reconstituteur à permettre une erreur complètement nulle sur la couche au sol. Dès qu'un reconstituteur prédit au moins deux couches, il ne peut pas atteindre la performance tomographique minimale pour les deux couches à la fois. On peut aussi s'en rendre compte sur l'erreur tomographique du reconstituteur qui ne prédit que la couche à 10 km. Lorsque le reconstituteur prédit une faible couche au sol, l'erreur à 10 km n'est plus égale à l'erreur minimale à 10 km. Il y a donc un compromis de compensation des couches turbulentes. On peut mieux cerner ce compromis en développant l'expression du reconstituteur de l'équation 6.49 en une somme de deux reconstituteurs :

$$\begin{aligned} \mathbf{R} &= \left(\mathcal{C}_{\beta\alpha}(h_l = 0) + \mathcal{C}_{\beta\alpha}(h_l = 10 \text{ km}) \right) (\mathcal{C}_{\alpha\alpha})^{-1} \\ &= \mathcal{C}_{\beta\alpha}(h_l = 0) (\mathcal{C}_{\alpha\alpha})^{-1} + \mathcal{C}_{\beta\alpha}(h_l = 10 \text{ km}) (\mathcal{C}_{\alpha\alpha})^{-1} \\ &= \mathbf{R}(0 \text{ km}) + \mathbf{R}(10 \text{ km}). \end{aligned} \quad (8.34)$$

En effet, je fais remarquer que le matrice $\mathcal{C}_{\alpha\alpha}$ est la même dans les deux cas puisqu'elle inclut les deux couches à zéro et dix km. Le reconstituteur tomographique est la somme de deux reconstituteurs tomographiques $\mathbf{R}(0 \text{ km})$ et $\mathbf{R}(10 \text{ km})$ qui prédisent chacun une couche turbulente avec :

$$\mathbf{R}(0 \text{ km}) = \mathcal{C}_{\beta\alpha}(h_l = 0) (\mathcal{C}_{\alpha\alpha})^{-1}, \quad (8.35)$$

et :

$$\mathbf{R}(10 \text{ km}) = \mathcal{C}_{\beta\alpha}(h_l = 10 \text{ km}) (\mathcal{C}_{\alpha\alpha})^{-1}. \quad (8.36)$$

Finalement, l'erreur tomographique du reconstituteur qui prédit les deux couches, peut s'écrire de la façon suivante :

$$\sigma_{\text{TomTS}}^2(h_l) = \text{MSE}(\mathcal{C}(h_l), \mathbf{R}(0 \text{ km}) + \mathbf{R}(10 \text{ km})). \quad (8.37)$$

On ne peut pas scinder l'erreur $\sigma_{\text{TomTS}}^2(h_l)$ en deux contributions puisque l'opérateur MSE (cf. équation 8.9) n'est pas linéaire en \mathbf{R} . Cependant, si le reconstituteur ne prédit que la couche à 10 km, alors on a $\mathbf{R} = \mathbf{R}(10 \text{ km})$. Si ce reconstituteur est appliqué à la matrice de covariance de la couche à 10 km uniquement, alors on retrouve l'erreur minimale $\text{MSE}(\mathcal{C}(h_l = 10 \text{ km}), \mathbf{R}(10 \text{ km}))$. Maintenant, si le reconstituteur $\mathbf{R} = \mathbf{R}(0 \text{ km}) + \mathbf{R}(10 \text{ km})$, c'est-à-dire qu'il prédit aussi une couche au sol, alors l'erreur tomographique donnée par l'équation 8.37 n'est plus minimale et

est influencée par la contribution du reconstitueur $\mathbf{R}(0 \text{ km})$. On peut généraliser cet exemple à un cas plus général où le reconstitueur prédit n_l couches turbulentes. Même si l'identification du profil turbulent est parfaite et ne souffre d'aucune erreur de modélisation, l'erreur tomographique sur une couche ne peut pas être minimale. Seul le reconstitueur $\mathbf{R}(h_l)$ qui ne prédit que l'existence de cette couche à l'altitude h_l peut conduire à l'erreur tomographique minimale $\text{MSE}(\mathcal{C}(h_l), \mathbf{R}(h_l))$, telle que définie à la figure 8.2. Plus un reconstitueur prédit de couches turbulentes, moins il compense chacune d'entre-elles efficacement. Il minimise l'erreur tomographique sur la totalité des couches turbulentes.

Un autre point intéressant soulevé par la figure 8.3 est la forme de l'erreur tomographique en fonction de l'altitude. Cette erreur est complètement monotone pour un reconstitueur GLAO, mais admet un minimum local autour des couches prédites par le reconstitueur. Il apparaît alors une vallée dans l'erreur tomographique dont la largeur à mi-hauteur correspond approximativement à deux fois la résolution tomographique Δh . Si le reconstitueur prédit une couche à l'altitude h_l , alors il pourra compenser l'anisoplanétisme, même partiellement, tant que le profil réel de la turbulence, sur lequel est testé le reconstitueur, possède une couche dans une tranche d'altitude centrée autour de h_l et de largeur $2\Delta h$. La qualité de cette compensation est maximale si la couche réelle est effectivement à l'altitude h_l . Cependant, si le profil réel contient une couche en dehors de cette vallée du minimum, l'erreur tomographique devient très importante. Si on compare les courbes A et E de la figure 8.3 obtenues respectivement avec un reconstitueur GLAO et un reconstitueur qui prédit seulement une couche à 10 km, le reconstitueur GLAO est plus performant dans une zone de 0 à environ 6 km. Il s'agit là encore du compromis entre couches turbulentes. Si un reconstitueur se trompe dans la prédiction d'une couche, non seulement il ne compense pas la couche en question, mais en plus il introduit une information qui est fautive, il fait donc pire qu'un reconstitueur qui ne prédit rien du tout.

Sur un E-ELT, avec une résolution tomographique d'environ 300 m, il faut alors être capable de parfaitement identifier le profil turbulent au moins tous les 600 m, avec une séparation maximale de sept minutes d'angle. Cela signifie qu'il faut identifier 30 à 40 couches turbulentes en fonction de l'altitude maximale h_{max} respectivement de 20 et 25 km. Le nombre de couches à identifier est donc directement lié à la séparation des étoiles guides dans le champ, si on travaille à altitude maximale constante. Plus cette séparation est importante, meilleure est la résolution tomographique, mais plus il faut identifier de couches turbulentes. Cependant, plus on discrétise finement le profil turbulent, plus on est capable de modéliser correctement les propriétés spatiales de la turbulence et plus on réduit l'erreur de modèle Δ_{χ} .

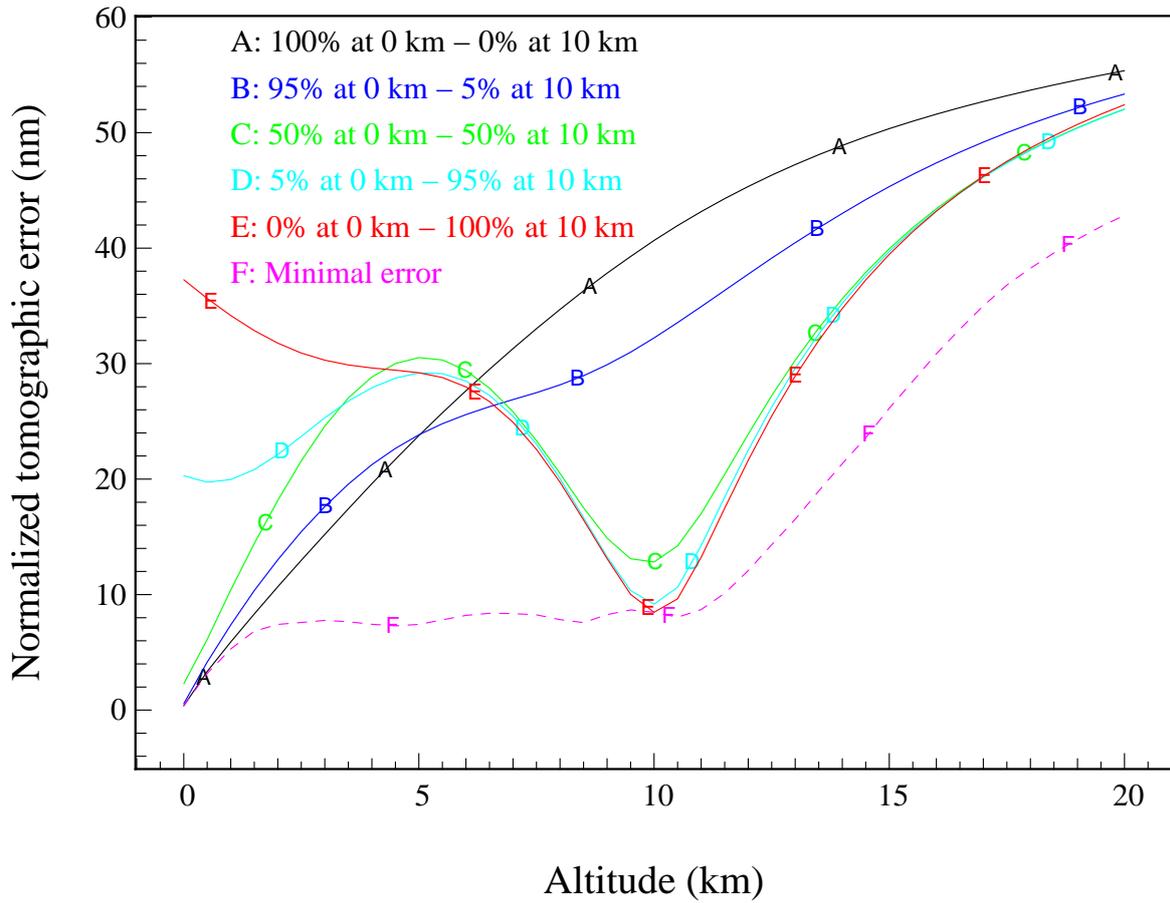


FIGURE 8.3: Erreur tomographique σ_{TomTS}^2 en fonction de l'altitude pour un reconstructeur qui prédit l'existence d'une couche au sol et d'une couche à 10 km, avec un r_0 normalisé à $D/r_0 = 1$ et une géométrie de l'astérisme A53 (cf. figure 5.11). Chaque courbe correspond à une pondération relative différente, l'écart-type de la turbulence normalisée à $D/r_0 = 1$ est d'environ 80 nm.

Pour aller encore un peu plus loin dans cette analyse du compromis de correction entre les différentes couches turbulentes, j'ai synthétisé un reconstructeur \mathbf{R}_{full} qui prédit la présence de 20 couches équidistantes réparties entre 0 et 20 km, et de force absolue égale tout en gardant $D/r_0 = 1$ sur l'ensemble des couches. Je compare en figure 8.4 les performances de ce reconstructeur avec celles du reconstructeur GLAO, ainsi qu'avec celle du reconstructeur optimal $\mathbf{R}^{\text{opt}}(h_l)$ qui minimise l'erreur sur la couche d'altitude h_l . Comme précédemment, le reconstructeur GLAO n'opère aucune reconstruction tomographique et son erreur est monotone et croissante avec l'altitude. Un point intéressant est que le reconstructeur GLAO est équivalent au reconstructeur optimal $\mathbf{R}^{\text{opt}}(h_l)$ dans la zone d'altitude définie par la résolution tomographique Δh . Tant que la séparation des pupilles des ASO en altitude reste inférieure à la taille d'une sous-pupille, la moyenne des mesures réalisées par le reconstructeur GLAO est très efficace pour prédire les pentes sur l'axe. Mais lorsque l'altitude dépasse Δh , le repliement est totalement décorréolé entre ASO et ce sont les modes parallèles qui commencent progressivement à se décorréoler. La moyenne des mesures n'est alors pas efficace par rapport à la reconstruction tomographique, mais reste meilleure que l'absence totale de reconstructeur.

Concentrons-nous maintenant sur les performances du reconstructeur \mathbf{R}_{full} . On observe cette fois-ci un plateau qui s'étend de 0 à environ 11 km. L'altitude maximale de correction correspond toujours à h_{max} . Même si le reconstructeur prédit des couches à très hautes altitudes, l'absence de corrélation des mesures à cette altitude ne lui permet pas de garder constante l'erreur tomographique sur les bas ordres.

De plus, l'erreur est relativement loin du minimum atteint par $\mathbf{R}^{\text{opt}}(h_l)$. C'est encore une fois

dû au compromis de correction des couches. Le reconstructeur \mathbf{R}_{full} essaie de compenser toutes les couches turbulentes, mais c'est au détriment d'une erreur tomographique plus importante. Pour la couche au sol, l'erreur commise par le reconstructeur \mathbf{R}_{full} provient de l'information sur les autres couches turbulentes qu'il prédit. Il en va de même pour toutes les autres couches qui sont compensées par le reconstructeur qui introduit une information issue des autres couches qu'il prédit. Ce reconstructeur \mathbf{R}_{full} ne peut donc pas atteindre l'erreur minimale obtenue par $\mathbf{R}^{\text{opt}}(h_l)$.

Le reconstructeur \mathbf{R}_{full} reste intéressant dans le sens où il ne requiert aucune identification du profil turbulent et peut être calculé qu'une seule fois pour une géométrie donnée. Cependant, il commet une erreur notable sur la couche au sol, bien plus qu'un reconstructeur plus simple qui ne prédit que deux couches (cf. figure 8.3). Or, je montrerai au chapitre 11 que c'est la couche au sol qui domine complètement la turbulence, il faut donc impérativement la compenser le mieux possible. Une solution intermédiaire pour obtenir à la fois une erreur tomographique et un temps d'identification raisonnables est d'identifier la turbulence une seule fois pour une géométrie donnée, puis de mettre à l'échelle la force de la turbulence en fonction des variations de seeing observées. J'ai pu valider ce concept de mise à l'échelle de la force de la couche au sol sur le ciel ([Martin et al., 2013]) pendant les observations de la nuit du 18 Septembre 2013.

Avec les nouvelles avancées en matière d'implémentation numérique, par exemple sur GPU pour ne citer qu'eux ([Gratadour et al., 2013b]), le calcul du reconstructeur MMSE à l'échelle de l'E-ELT dans un temps raisonnable (de l'ordre de la minute) sera envisageable d'ici la construction de l'E-ELT. Il reste cependant la question de l'identification du profil turbulent qui fournit les paramètres desquels le reconstructeur est calculé. Dans le cas de l'algorithme L&A, il faut déterminer tous les gradients du modèle analytique, c'est-à-dire autant de matrices de covariance spatiale que de paramètres à ajuster. Même si on peut déterminer des relations analytiques de ces gradients (cf. paragraphe 7.2.3), il faut être capable de stocker en mémoire un nombre important de matrices de covariance des pentes, d'autant plus grand qu'il y a des couches turbulentes à ajuster. Il me semble donc qu'il faut là explorer les différentes possibilités d'identification. Une des plus pertinentes me semble l'utilisation des données provenant d'un profil externe comme le SCIDAR ([Osborn et al., 2013]). Une autre possibilité serait de travailler sur les fonctions de covariance spatiale (cf. paragraphe 6.1.6) plutôt que sur les matrices pour l'identification des paramètres du modèle, comme ce qui est proposé sur les profilers SLODAR ([Butterley et al., 2006]).

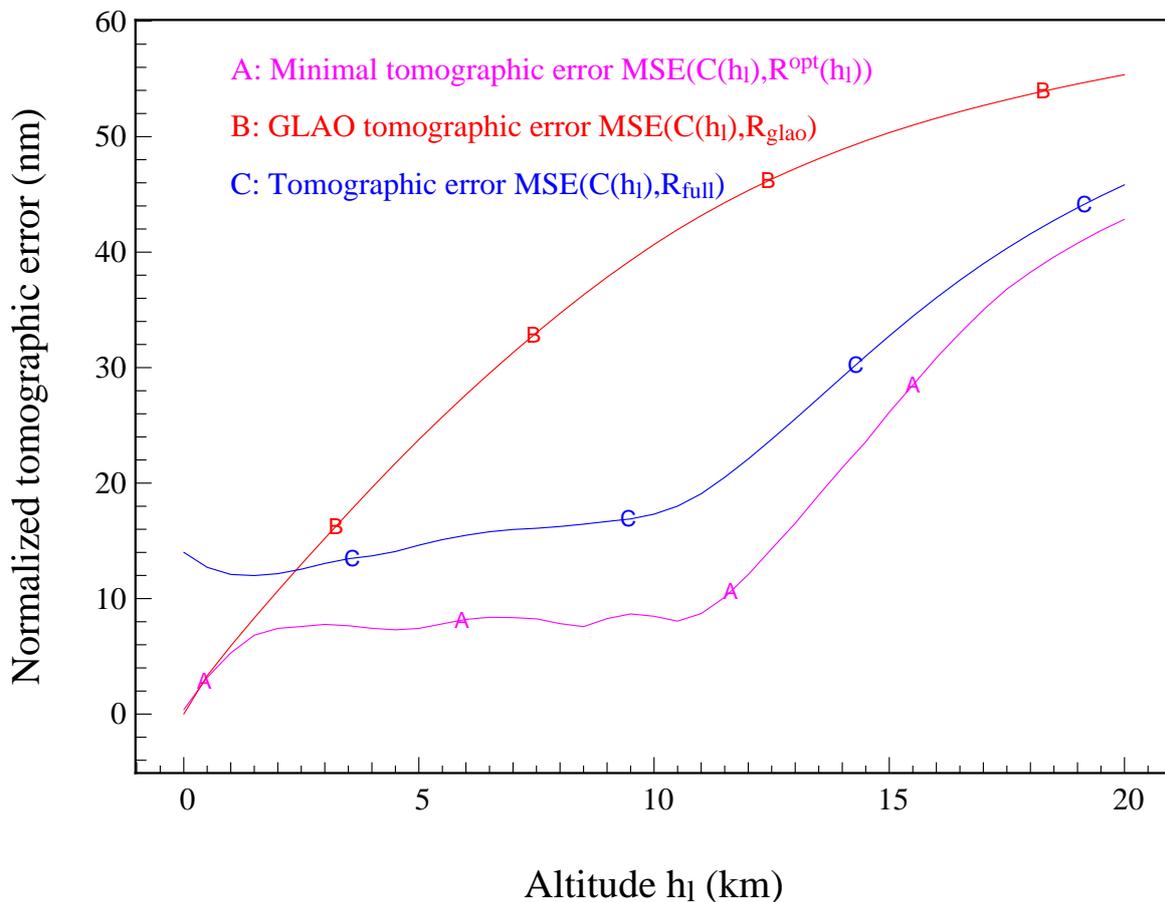


FIGURE 8.4: Erreur tomographique obtenue avec le reconstructeur $\mathbf{R}^{\text{opt}}(h_l)$, le reconstructeur GLAO, puis le reconstructeur \mathbf{R}_{full} qui prédit l'existence de 20 couches équidistantes réparties entre 0 et 20 km et uniforme. Chacun de ces reconstructeurs est appliqué sur une matrice de covariance générée par une seule couche turbulente, normalisée à $D/r_0 = 1$, avec la géométrie de l'astérisme A53 (cf. figure 5.11).

8.3 Illustration de la décomposition sur quelques cas ciel

8.3.1 Présentation des données

8.3.1.1 Cas d'étude

Je travaille maintenant sur deux paires de jeux de données acquis sur le ciel en mode MOAO. J'entends par paire, deux jeux de données acquis à moins d'une minute d'intervalle l'un de l'autre. Les deux jeux de la première paire ont été acquis respectivement à 00h15m36s et 00h16m30s la nuit du 13 au 14 Septembre 2013. CANARY utilisait alors trois étoiles NGS et quatre étoiles LGS, respectivement en mode MOAO puis GLAO. Ensuite, les deux derniers jeux de données auxquels je m'intéresse ici ont été acquis lors de la nuit du 17 au 18 Septembre 2013, respectivement à 02h41m55s (mode trois NGS) et 02h42m18s (mode trois NGS hors-axes et quatre LGS). Chaque jeu de données a été acquis sur 2048 trames temporelles (soit un peu moins de 14 s). En parallèle, nous avons aussi enregistré 15 images IR en bande H avec un temps d'exposition de une seconde chacune, qui ont ensuite été moyennées sans recentrage.

8.3.1.2 Conditions d'observation

D'une part, je vais comparer les performances tomographiques obtenues sur ces jeux de données par rapport aux conditions d'observation. J'ai récapitulé dans le tableau 8.1 le r_0 identifié sur les mesures, la vitesse du vent ainsi que l'échelle externe. D'autre part, j'ai utilisé

la matrice de transformation du Learn 2 steps pour identifier séparément le r_0 et la vitesse du vent au sol et en altitude (cf. paragraphe 7.3.3). Enfin, j'ai reporté dans le tableau 8.1 les niveaux de bruit des ASO en nm.

Nuit	13/09/2013	13/09/2013	17/09/2013	17/09/2013
Heure	00h15m36s	00h16m30s	02h41m55s	02h42m18s
Mode	MOAO 4L3N	GLAO 4L3N	MOAO 3N	MOAO 4L3N
Astérisme	A47	A47	A53	A53
R	23h47m	x	01h37m	01h37m
r_0	19,6	15,7	15,4	15,7
r_0^{sol}	26,4	21,1	19,1	18,8
r_0^{alt}	34,6	27,8	32,0	34,8
v	8,3	9,4	4,6	2,7
v^{sol}	4,7	6,4	3,5	1,5
v^{alt}	14,1	14,2	6,7	5,4
L_0	9,4	7,9	5,7	5,3
bruit LGS 1	178	195	181	145
bruit LGS 2	167	183	166	132
bruit LGS 3	173	189	182	145
bruit LGS 4	176	191	184	143
bruit NGS 1	84	83	57	56
bruit NGS 2	107	111	88	87
bruit NGS 3	94	97	129	125
bruit TS	126	132	90	85

TABLEAU 8.1: Récapitulatif des paramètres globaux identifiés sur chacun des jeux de données. Les r_0 sont données en cm à une longueur d'onde de 500 nm et les bruits en nm. L'identification a été faite à partir d'une moyenne sur les ASO hors-axes. La ligne **R** correspond à l'heure de l'identification du profil turbulent qui a été utilisé pour calculer le reconstruteur.

J'attire l'attention du lecteur sur la ligne **R** du tableau 8.1 qui désigne l'heure de l'identification du profil duquel est issu le reconstruteur. C'est à partir de ce reconstruteur que la boucle a été engagée à l'heure indiquée dans la ligne correspondante. Le reconstruteur n'était donc pas actualisé lorsque nous l'avons utilisé sur le ciel. Pour la GLAO, il n'y a pas de profil identifié puisque le reconstruteur est directement calculé à partir de la méthode présentée au paragraphe 6.2.2.2.

Ensuite, les conditions de r_0 sont assez similaires entre les jeux de données, mais il faut remarquer la variation assez abrupte de r_0 pendant la nuit du 13 Septembre. Nous avons souvent observé un tel phénomène au cours des observations. De plus, la dynamique temporelle de la turbulence durant la nuit du 13 était beaucoup plus rapide, avec des vitesses de vent quasiment doubles par rapport à celles durant la nuit du 17 Septembre, et des couches en altitude particulièrement rapides.

Enfin, j'ai reporté dans le tableau 8.1 les valeurs des bruits en nm des ASO utilisés pour la reconstruction tomographique. À partir du tableau, on constate que les ASO LGS ont un niveau de bruit bien supérieur à celui des ASO NGS. En effet, puisque le faisceau laser traverse deux fois la turbulence, la position des spots laser est plus sensible que celle des spots sur les étoiles naturelles. C'est aussi pourquoi on peut noter une augmentation du niveau de bruit sur les ASO LGS entre 00h15m36 et 00h16m30s, puisque le seeing s'est dégradé. Il y a néanmoins une différence sur ces niveaux de bruit LGS entre les jeux acquis la nuit du 17 Septembre, alors que le seeing était similaire. Il peut s'agir d'une fluctuation de la puissance du laser ou

de l'efficacité de la diffusion des photons laser par les molécules atmosphériques. il ne s'agit pas d'une variation de transmission optique de l'instrument puisque les niveaux de bruit sur les NGS sont restés identiques.

8.3.1.3 Profils turbulents

Sur chacun des jeux de données étudiés ici, j'ai ensuite identifié un profil turbulent sur 20 couches équidistantes distribuées tous les 1,5 km (résolution tomographique). À partir de ce profil, je peux évaluer toutes les matrices de covariance requises pour le budget d'erreur tomographique (8.1.4). De plus, je vais notamment pouvoir comparer le profil turbulent attendu par le reconstituteur avec le profil qu'a vu CANARY pendant que la boucle était engagée. D'après l'analyse que j'ai menée dans la section précédente, la confrontation des profils prédit par le reconstituteur et réel va me permettre de mieux cerner les erreurs tomographiques commises sur le ciel.

Je représente en figure 8.5 et 8.6, le profil identifié sur le ciel et sur les mesures en boucle engagée pour chacun des quatre jeux de données que j'étudie ici. Plus particulièrement, je représente la force relative des couches turbulentes en fonction de l'altitude des couches. Dans le cas de la nuit du 13, le profil a relativement peu varié entre le moment de l'identification et le moment de l'engagement de la boucle. On retrouve une couche au sol assez épaisse et de l'énergie à haute altitude. On observe cependant un étalement de l'énergie en altitude, plutôt qu'une couche ponctuelle, qui ne provient pas de l'évolution de l'angle zénithal puisque l'objet était observé ici quasiment au zénith. Si on observe le profil de 00h16m30, on trouve cette fois une seule couche à 15 km. On peut donc raisonnablement penser que la turbulence, mais en particulier la couche à 10 km, a subi une variation notable durant l'observation de 00h15m36s, qui a dû débuter entre l'identification du profil et l'engagement de la boucle. Si on se réfère au tableau 8.1, l'énergie en altitude s'est néanmoins accrue dans un intervalle de temps de quelques secondes. Il y a eu un double effet : d'une part, l'énergie en altitude s'est regroupée et s'est amplifiée, d'autre part, les couches basse altitude se sont tassées au sol.

Pour la nuit du 17, l'airmass est aussi restée proche de 1 entre l'identification et l'engagement de la boucle. Les couches basses altitudes ont donc peu évolué entre ces deux périodes. Cependant, il y a une couche turbulente vers 10 km qui est apparue, avec une énergie très notable. Je montre dans la dernière partie de ce manuscrit que cette couche à 10 km est très souvent présente dans le profil et que parfois son énergie absolue devient beaucoup plus importante que les conditions médianes qu'on peut observer. C'est ce qui s'est passée pendant la nuit du 17.

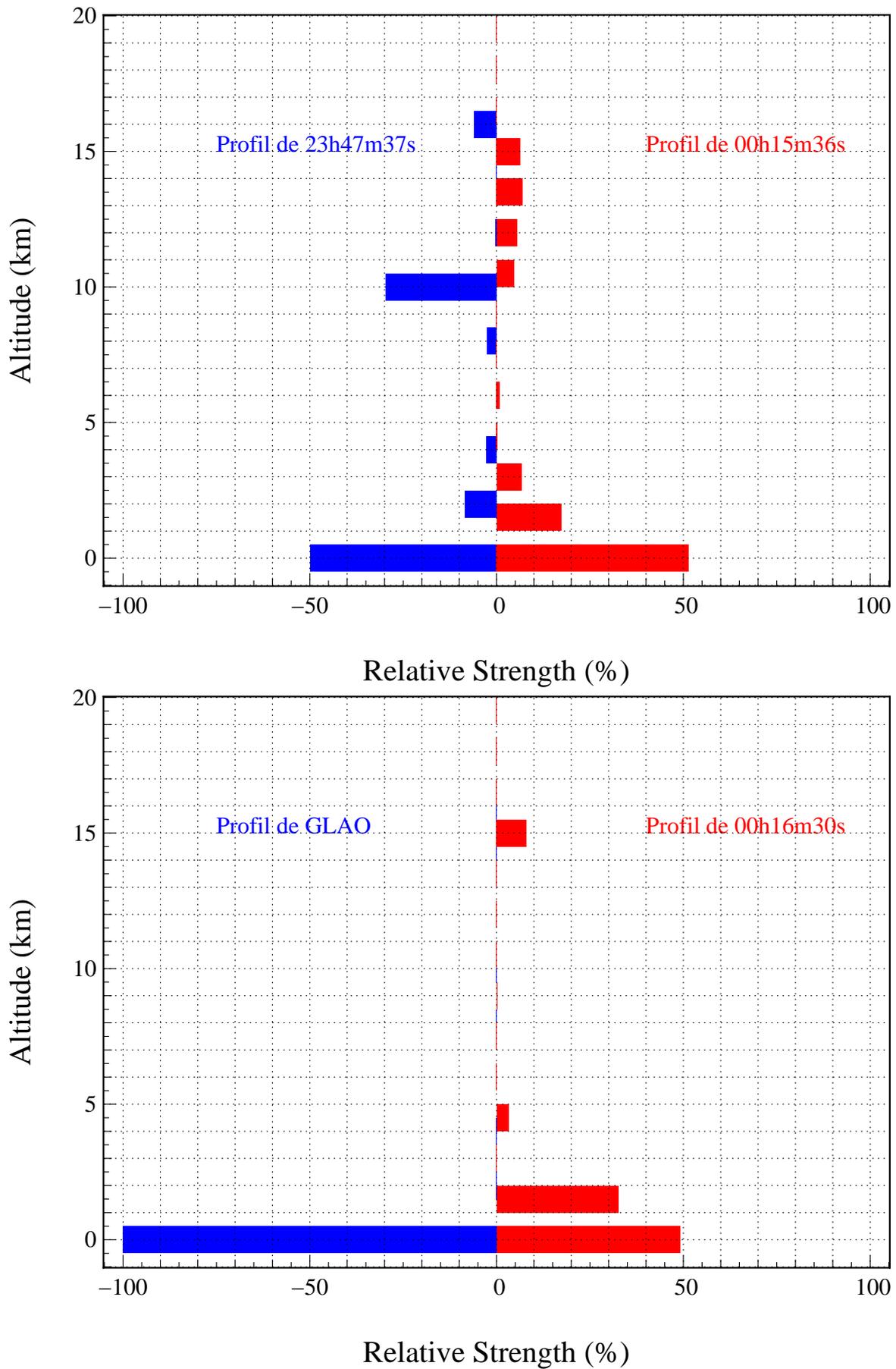


FIGURE 8.5: Profils turbulents identifiés à partir de mesures ciel sur les deux jeux de données de la nuit du 13 Septembre 2013. En bleu, on représente le profil dont était issu le reconstruteur utilisé pour engager la boucle, alors qu'en rouge on représente le profil identifié sur les mesures en boucle engagée.

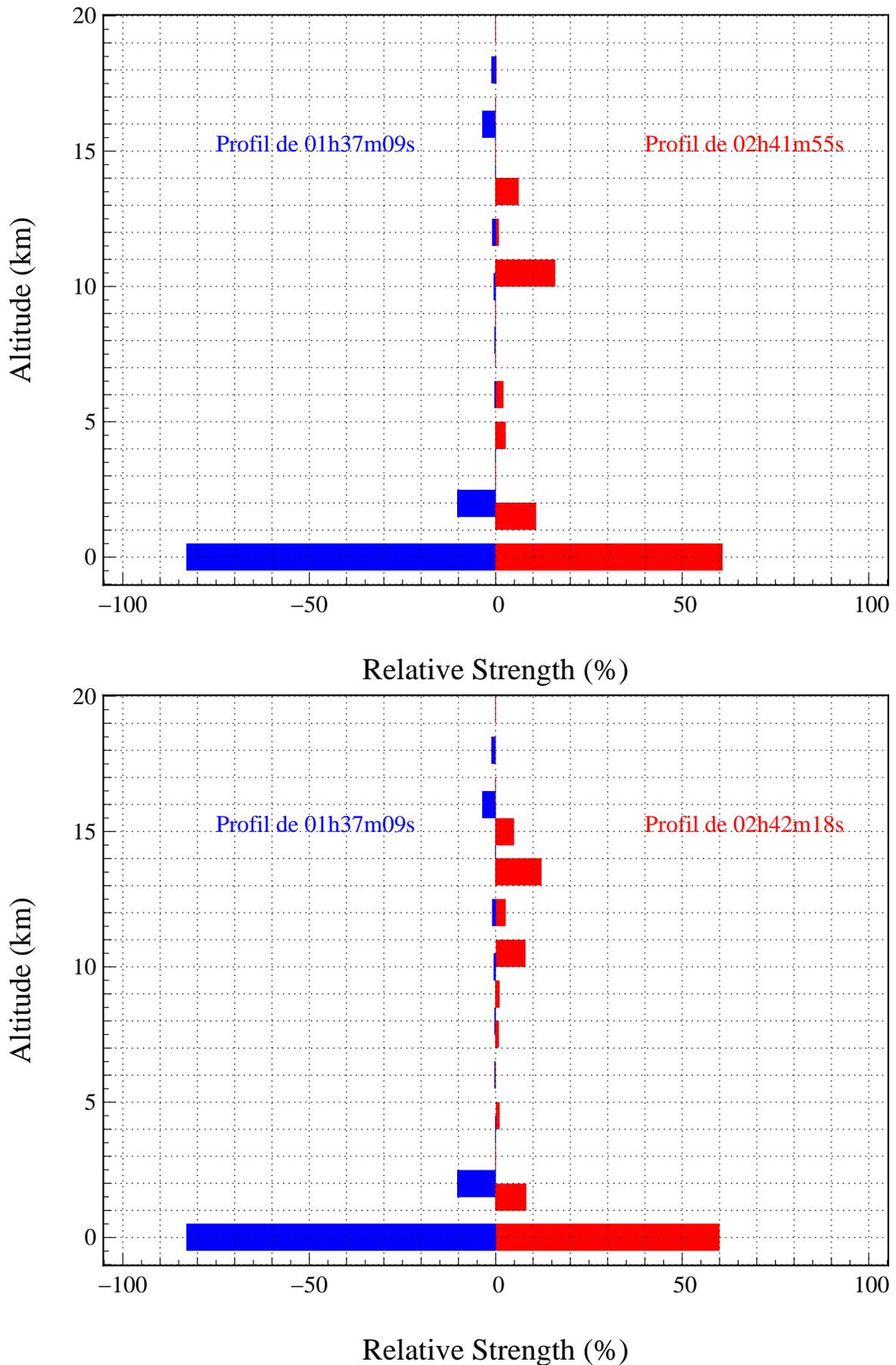


FIGURE 8.6: Profils turbulents identifiés à partir de mesures ciel sur les deux jeux de données de la nuit du 17 Septembre 2013. En bleu, on représente le profil dont était issu le reconstructeur utilisé pour engager la boucle, alors qu'en rouge on représente le profil identifié sur les mesures en boucle engagée.

8.3.2 Budgets d'erreurs tomographiques sur le ciel

Je vais maintenant présenter les résultats de la décomposition de l'erreur tomographique sur les quatre jeux de données que j'étudie ici. Pour résumer, je détermine dans un premier temps les données en boucle ouverte à partir des données en boucle engagée (cf. paragraphe 5.3.5). Ensuite, je détermine la matrice de covariance empirique des pentes mesurées par tous les ASO (cf. paragraphe 5.2.2). Cette matrice caractérise la réalisation particulière de la turbulence au moment de l'engagement de la boucle. Je récupère enfin le reconstruteur \mathbf{R} que nous avons utilisé pour engager la boucle.

Je reporte en figures 8.7 et 8.8, la décomposition de l'erreur tomographique vue par la caméra IR $\sigma_{\text{TomomIR}}^2$ (cf. équation 8.25) et par le TS $\sigma_{\text{TomomTS}}^2$ (cf. équation 8.17). D'une part, je compare les résultats de cette décomposition entre les données de 00h15m36s en mode MOAO quatre LGS trois NGS et les données de 00h16m30s en mode GLAO quatre LGS trois NGS de la nuit du 13 Septembre 2013 (cf. figure 5.10). D'autre part, je compare les résultats sur les données de 02h41m55s en mode MOAO trois NGS et les données de 02h42m18s en mode MOAO quatre LGS trois NGS de la nuit du 17 Septembre 2013 sur A53 (cf. figure 5.11).

Je rappelle que l'erreur $\sigma_{\text{TomomIR}}^2$ est décomposée en la somme d'une erreur tomographique sur les modes de bas ordre σ_{\parallel}^2 (cf. équation 8.13), d'une erreur de repliement $\sigma_{\text{AliasIR}}^2$ (cf. équation 8.22), d'une erreur de bruit $\sigma_{\text{NoiseTomom}}^2$ (cf. équation 8.20) et d'une erreur de modélisation de la covariance spatiale Δ_{model} (cf. équation 8.24).

De même, l'erreur $\sigma_{\text{TomomTS}}^2$ est décomposée en la somme de la même erreur tomographique sur les bas ordres, d'une erreur de repliement $\sigma_{\text{AliasTS}}^2$ (cf. équation 8.14), d'une erreur de bruit propre $\sigma_{\text{NoiseTS}}^2$ (cf. équation 8.19), et enfin d'une erreur d'identification de la turbulence Δ_{χ} (cf. équation 8.16). Finalement, cette erreur d'identification peut encore se décomposer en une erreur de convergence σ_w^2 (cf. équation 8.23) et de l'erreur de modélisation Δ_{model} .

Je me concentre sur la comparaison entre les données de 00h15m36s et 00h16m30s. La première constatation est que l'erreur tomographique $\sigma_{\text{TomomIR}}^2$ en mode MOAO est bien meilleure qu'en mode GLAO, avec respectivement 190 et 275 nm d'erreur. L'erreur tomographique est alors complètement dominée par l'erreur tomographique sur les bas ordres σ_{\parallel}^2 , alors que l'erreur de repliement est similaire dans les deux cas. Si on se réfère aux profils de la figure 8.5, la couche au sol représentait 50 % de turbulence, donc les 50 autres pourcent ne sont pas compensés par la GLAO. Concernant le profil attendu par le reconstruteur MOAO, les couches en altitude à 23h47m37s prédites par le reconstruteur à 10 et 16 km avait un seeing total de 0,42 secondes d'angle, avec un barycentre vers 11 km, et représentaient environ 35 % de la turbulence. Or, les quatre couches en altitude dans le profil de 00h15m36s ont un barycentre situé à 13 km avec un seeing de 0,24 secondes d'angle et représentaient environ 20 % de la turbulence. L'écart en altitude des barycentres reste inférieur à la résolution tomographique Δh (cf. équation 5.10) qui est de l'ordre de 2,5 km dans le cas de l'astérisme A47 (cf. figure 5.10). Les couches en altitude étaient donc compensées par le reconstruteur, puisque l'altitude maximale h_{max} (cf. équation 5.11) est de l'ordre de 18 km en moyennant les altitudes maximales de chaque base formées par les NGS hors-axes et l'étoile centrale (cf. figure 5.10). Cependant, la pondération relative de ces couches avec les couches de plus basse altitude était fautive et contribue à l'augmentation de l'erreur tomographique sur les bas ordres.

L'erreur de repliement $\sigma_{\text{AliasIR}}^2$ entre le reconstruteur MOAO et GLAO était ici identique, alors que le seeing était nettement moins bon à 00h16m30s qu'à 00h15m36s (cf. tableau 8.1). Or cette erreur dépend du reconstruteur (cf. équation 8.22) et traduit la propagation du repliement dans la mesure des ASO hors-axes à travers le reconstruteur. J'en conclus donc que le reconstruteur GLAO est plus efficace à rejeter le repliement dans l'estimation des pentes sur l'axe. Cependant, le reconstruteur MOAO qui a été calculé sur le ciel n'était pas optimisé

pour rejeter le repliement. Comme je le discutais au paragraphe 5.2.3, le reconstruteur \mathbf{R} ne doit reconstruire que les modes parallèles et les vibrations. Or sur le ciel, le reconstruteur reconstruisait aussi le repliement sur l'axe, alors qu'il est possible de minimiser la propagation du repliement à travers le reconstruteur (cf. équation 5.6). On pourrait donc légèrement diminuer l'erreur de repliement, qui reste très faible devant l'erreur de reconstruction des modes parallèles dans tous les cas.

De plus, l'erreur de bruit des ASO hors-axes propagé à travers le reconstruteur $\sigma_{\text{NoiseTomo}}^2$ est plus faible en mode GLAO qu'en mode MOAO, alors que les niveaux de bruit sur chacun des ASO étaient très similaires (cf. tableau 8.1). La moyenne des mesures faite par le reconstruteur GLAO est très efficace pour atténuer le bruit. Le reconstruteur MOAO doit lui réaliser un compromis supplémentaire entre la turbulence et le bruit, en pondérant les pentes mesurées par la variance de bruit. Si une pente est très bruitée, alors le reconstruteur MMSE la rejettera dans l'estimation des pentes sur l'axe grâce à l'inversion la matrice $(\mathcal{C}_{\alpha\alpha}^{\text{Learn}} + \mathcal{C}_{\alpha\alpha}^{\text{Noise}})$ (cf. équation 6.49), mais aura moins de mesures sur lesquels s'appuyer pour la reconstruction tomographique.

Enfin, l'erreur de modèle Δ_x est ici négative et de valeur absolue relativement faible par rapport à l'erreur tomographique sur les bas ordres σ_{\parallel}^2 . Je rappelle que cette erreur permet d'évaluer les erreurs de modélisation de la covariance dans l'identification du profil turbulent sur les données en boucle engagée. Cette erreur n'est donc pas relative au profil turbulent identifié sur le ciel. Cependant, les erreurs de modélisation de la covariance se propagent à travers le reconstruteur, puisque d'après les équations, 8.24, 8.23 et 8.16 et 8.10, l'erreur de modèle Δ_{model} peut s'écrire de la façon suivante :

$$\Delta_{\text{model}} = \text{MSE}(\mathcal{C}^x - \mathbf{W}, \mathbf{R}). \quad (8.38)$$

En figure 8.7, j'illustre aussi le budget d'erreur tomographique du TS à 00h15m36s et 00h16m30s. L'erreur σ_{TomoTS}^2 est plus importante que σ_{TomoIR}^2 car elle contient en plus le bruit propre au TS $\sigma_{\text{NoiseTS}}^2$ et l'erreur de convergence σ_w^2 . Un point supplémentaire à discuter concerne l'erreur de repliement $\sigma_{\text{AliasTS}}^2$ vue par le TS. Cette erreur contient le repliement propre au TS, le repliement des hors-axes à travers le reconstruteur, et est diminuée par la corrélation entre les deux (cf. équations 8.14 et 8.9). Or, l'erreur $\sigma_{\text{AliasTS}}^2$ peut se séparer en une erreur sur la couche au sol et une erreur en altitude :

$$\sigma_{\text{AliasTS}}^2 = \underbrace{\text{MSE}(\mathcal{C}^{\text{Alias}}(h_l = 0), \mathbf{R})}_{\text{Repliement au sol}} + \underbrace{\text{MSE}(\mathcal{C}^{\text{Alias}} - \mathcal{C}^{\text{Alias}}(h_l = 0), \mathbf{R})}_{\text{Repliement en altitude}} \quad (8.39)$$

et seul le repliement de la couche au sol est corrélé entre les ASO. L'erreur sur la couche au sol $\text{MSE}(\mathcal{C}^{\text{Alias}}(h_l = 0), \mathbf{R})$ est nulle pour un reconstruteur GLAO, mais pas pour un reconstruteur MMSE qui fait un compromis sur l'ensemble des couches qu'il prédit. De plus, en l'absence de corrélation spatiale, l'erreur sur les couches en altitude $\text{MSE}(\mathcal{C}^{\text{Alias}} - \mathcal{C}^{\text{Alias}}(h_l = 0), \mathbf{R})$ est la somme des variances du repliement du TS et du repliement des hors-axes à travers le reconstruteur. Puisqu'il n'y a pas de corrélation du repliement en altitude, le reconstruteur, quel qu'il soit, ne peut pas compenser le repliement en altitude qui engendre une erreur qui dépend peu du reconstruteur. Donc globalement, un reconstruteur GLAO permet d'atteindre des erreurs de repliement $\sigma_{\text{AliasTS}}^2$ plus faible qu'un reconstruteur MMSE. Cet écart sur l'erreur $\sigma_{\text{AliasTS}}^2$ est visible entre la MOAO à 00h15m36s et la GLAO 00h16m30s, alors que le seeing s'était dégradé à 00h16m30s.

Je vais maintenant me concentrer sur la comparaison des données de 02h41m55s en mode MOAO trois NGS et 02h42m18s en mode MOAO quatre LGS trois NGS. Cette fois-ci, la figure 8.8 met en évidence l'apport des LGS dans la reconstruction tomographique, puisqu'on est

passé d'une erreur de 270 à 200 nm grâce aux LGS. C'est en particulier sur l'erreur tomographique sur les modes parallèles que l'apport de performance est le plus spectaculaire. L'erreur tomographique sur les modes parallèles est en particulier dégradée par la présence d'une couche à 10 km ignorée dans le calcul des reconstituteurs tomographiques.

On peut constater que le bruit propagé par le reconstituteur quatre LGS trois NGS est plus important que le reconstituteur trois NGS seulement. Cette augmentation de l'erreur est due aux ASO LGS qui sont plus bruités que les ASO NGS (cf. tableau 8.1).

L'erreur de repliement $\sigma_{\text{AliasIR}}^2$ est par contre identique dans les deux cas, avec des conditions de seeing tout à fait similaires (cf. tableau 8.1). Je rappelle que cette erreur est provoquée par repliement dans la mesure des ASO hors-axes qui s'est propagé à travers le reconstituteur (cf. équation 8.22). Les LGS ne permettent donc pas de diminuer la propagation du repliement.

Cependant, si on compare l'erreur $\sigma_{\text{AliasTS}}^2$ entre les deux cas, les LGS permettent de diminuer légèrement l'erreur de repliement vue par le TS. Donc, le reconstituteur LGS permet de mieux tirer partie de la corrélation des mesures pour diminuer l'erreur, puisque le premier et le troisième terme de l'équation 8.9, en substituant $\mathcal{C}^{\text{Alias}}$ à \mathcal{C} , sont identiques dans les deux cas de figures. C'est le terme central, celui qui permet de diminuer l'erreur tomographique, qui est plus important avec le reconstituteur LGS, ce qui conduit à une erreur de repliement plus faible.

Enfin, l'erreur de modèle Δ_x est aussi identique entre 02h41m55s et 02h42m18s, donc les LGS introduisent donc peu d'erreur de modélisation de la covariance supplémentaire. Puisque j'ai préalablement filtré la pente moyenne dans les mesures LGS et dans la matrice de covariance spatiale 6.2.1.2, on peut considérer que l'ensemble des erreurs de modélisation de la covariance porte sur les modes de basculement qui sont les modes les plus énergétiques. Finalement, les LGS permettent de gagner sur tous les tableaux en termes de performance, excepté sur la propagation du bruit puisqu'elles sont plus bruitées que les ASO NGS.

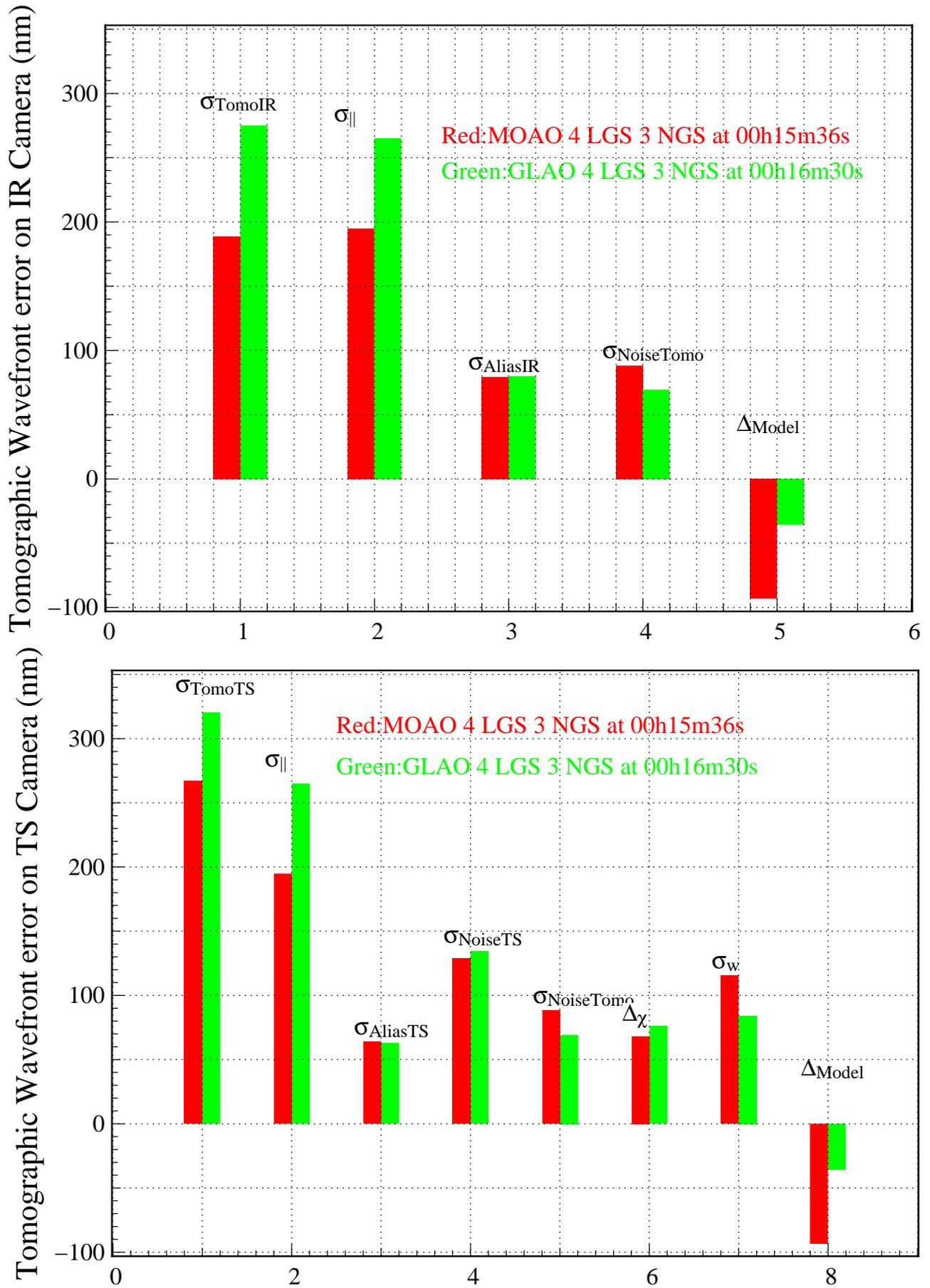


FIGURE 8.7: **En haut** : Décomposition de l'erreur tomographique de la caméra IR sur les données de 00h15m36s et 00h16m30s la nuit du 13 Septembre 2013. **En bas** : Décomposition de l'erreur tomographique du TS.

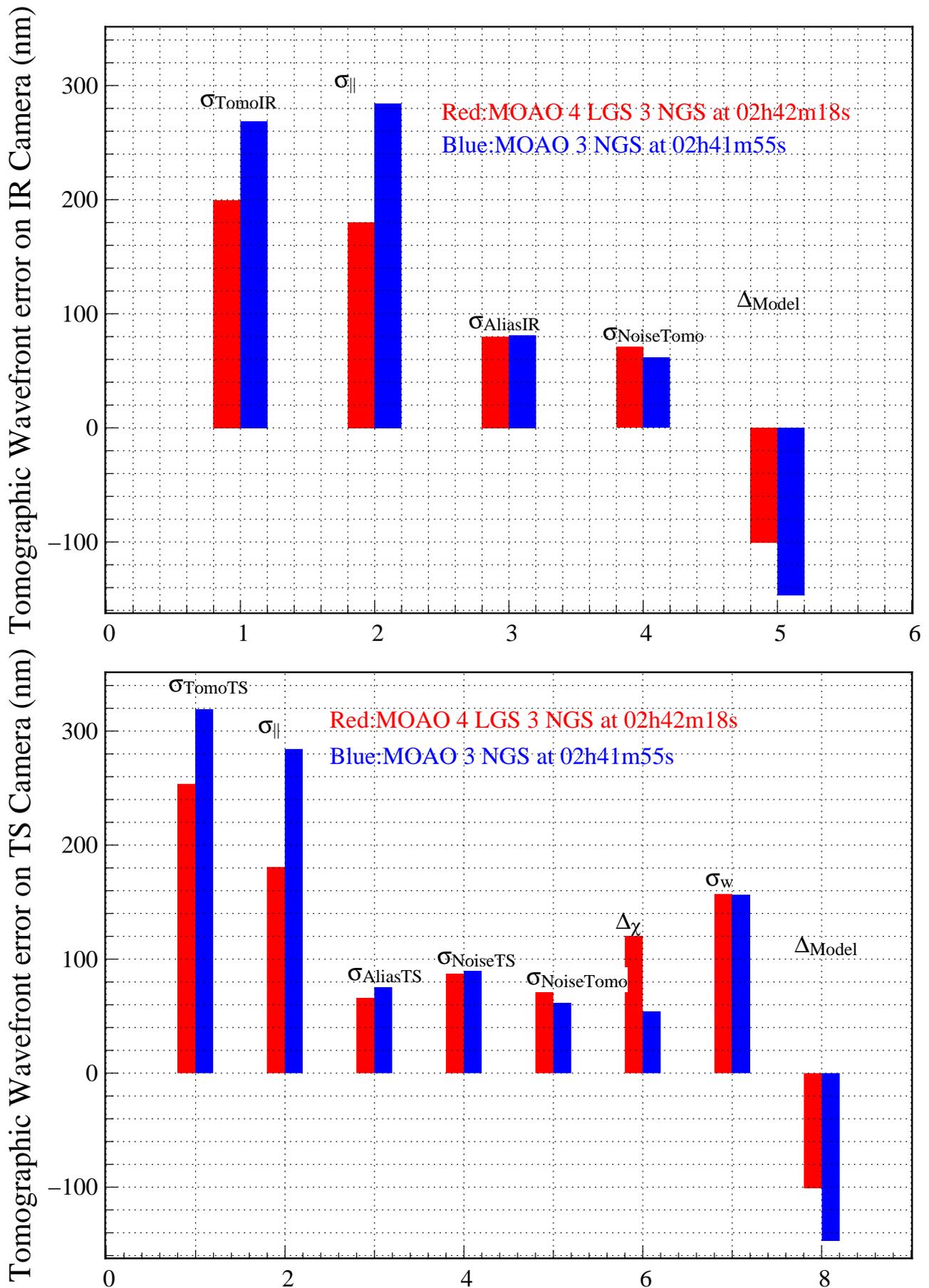


FIGURE 8.8: **En haut** : Décomposition de l'erreur tomographique de la caméra IR sur les données de 02h41m55s et 02h42m18s la nuit du 17 Septembre 2013. **En bas** : Décomposition de l'erreur tomographique du TS.

Quatrième partie

Modélisation des performances d'un système de MOAO

Chapitre 9

Décomposition de l'erreur de front d'onde

Ce chapitre fait suite à l'analyse des performances tomographiques de CANARY. Je vais maintenant considérer le système dans son ensemble, et non plus me limiter à la tomographie. Je vais modéliser le système via des fonctions de transfert comme j'ai pu le faire en SCAO (cf. paragraphe 2.5.2), puis décomposer l'erreur de front d'onde vu par la caméra IR. Le but est maintenant d'avoir une vue d'ensemble des performances de CANARY.

Je commence par exprimer toutes les grandeurs utiles dans une base modale, pour déterminer les fonctions de transfert qui caractérisent un système de MOAO. Cette décomposition mènera à exprimer la variance du front d'onde vu par la caméra IR, ce qui me permettra d'en identifier les postes d'erreurs, comme précédemment avec la tomographie. J'explique ensuite les méthodes que j'utilise pour évaluer tous ces postes d'erreur, enfin j'applique cette décomposition sur les quelques cas ciels que j'ai présentés précédemment.

9.1 Modélisation du système de MOAO

Dans un premier temps, je vais exprimer les différents vecteurs de modes qui vont me permettre de travailler dans un seul et unique espace vectoriel. Je vais manipuler les différentes phases qui interviennent, à savoir la phase atmosphérique, la phase résiduelle, la phase miroir. J'attire l'attention du lecteur sur le fait que je dois distinguer les directions d'analyse des directions de corrections, donc une notation un peu plus alourdie. Je reporte dans le tableau 9.1 les différentes grandeurs qui vont m'être utiles pour la suite.

9.1.1 Décomposition modale des grandeurs

9.1.1.1 Décomposition modale de la phase dans la pupille

La première étape est de décomposer la phase atmosphérique, la phase miroir et la phase résiduelle sur une base de modes B_i . Les calculs suivants nécessitent que les modes de la base des B_i soient orthonormés et statistiquement indépendants. Je choisis donc de me placer dans la base des Karhunen-Loève (KL). Cette décomposition reste essentielle pour travailler dans un espace vectoriel commun, afin d'exprimer les différentes fonctions de transfert.

Si $B_i(\mathbf{r})$ est la valeur du $i^{\text{ième}}$ mode des KL aux coordonnées \mathbf{r} dans le plan pupille, on peut alors associer des vecteurs de coefficients des modes à ces différentes phases comme suivant :

$$\phi_{\varepsilon_\beta}(\mathbf{r}) = \sum_{i=1}^{\infty} \varepsilon_\beta(i) B_i(\mathbf{r}), \quad (9.1)$$

Symbole	Signification
ϕ_{a_β}	Phase atmosphérique dans la direction β
ϕ_{m_β}	Phase reproduite par le miroir dans la direction β
ϕ_{ε_β}	Phase résiduelle dans la direction β
\mathbf{a}_β	Vecteur des coefficients de la décomposition modale de la phase atmosphérique dans la direction β
$\mathbf{a}_\beta^{\parallel}$	Vecteur des modes parallèles de la phase atmosphérique dans la direction β
\mathbf{a}_β^{\perp}	Vecteur des modes perpendiculaires de la phase parallèle dans la direction β
$\boldsymbol{\varepsilon}_\beta$	Vecteur des modes de la phase résiduelle dans la direction β
$\boldsymbol{\varepsilon}_\beta^{\parallel}$	Vecteur des modes parallèles de la phase résiduelle dans la direction β
\mathbf{n}_α	Vecteur du bruit dans la direction α
$B_i(\mathbf{r})$	$i^{\text{ième}}$ mode orthonormal de la base de projection.
\mathbf{D}_β^+	Matrice de reconstruction des modes à partir des pentes sur l'axe.
\mathbf{D}_α	Matrice d'interaction entre les mesures hors-axes et les modes de bas ordres $\mathbf{a}_\alpha^{\parallel}$
\mathbf{D}_α^∞	Matrice d'interaction entre les mesures et les modes de hauts ordres $\mathbf{a}_\alpha^{\perp}$

TABLEAU 9.1: Tableau récapitulatif des notations utilisées dans ce chapitre.

$$\phi_{a_\beta}(\mathbf{r}) = \sum_{i=1}^{\infty} \mathbf{a}_\beta(i) B_i(\mathbf{r}), \quad (9.2)$$

$$\phi_{m_\beta}(\mathbf{r}) = \sum_{i=2}^{n_{\text{act}}} (\mathbf{V}(i) + \mathbf{V}_0(i)) B_i(\mathbf{r}) \quad (9.3)$$

Le vecteur \mathbf{V}_0 désigne la tension d'offset qui est appliquée au MD pour compenser les aberrations statiques sur l'axe. Ce vecteur est nécessaire puisqu'on travaille dans un régime de boucle ouverte, sans rétro-action entre l'ASO et le MD. Ensuite, comme je l'ai fait pour la tomographie, je sépare la phase atmosphérique en deux parties. D'une part, il y a la phase dite parallèle, qui représente ce que peut compenser le MD suivant ces limitations physiques. D'autre part, il y a la phase dite orthogonale qui représente toutes les hautes fréquences spatiales inaccessibles au MD, donc non corrigibles. On peut alors séparer les vecteurs de modes en deux contributions comme suivant :

$$\mathbf{a}_\beta = \mathbf{a}_\beta^{\parallel} + \mathbf{a}_\beta^{\perp}, \quad (9.4)$$

avec $\mathbf{a}_\beta^{\parallel}$ et \mathbf{a}_β^{\perp} , respectivement les vecteurs des modes parallèles et orthogonaux de la phase atmosphérique dans la direction β . En remplaçant β par α , on obtient le pendant pour la phase atmosphérique dans les directions hors-axes α . Je désigne alors $\boldsymbol{\varepsilon}_\beta^{\parallel}$ comme le vecteur des modes parallèles de la phase résiduelle, auquel j'ai retiré sa moyenne temporelle $\langle \boldsymbol{\varepsilon}_\beta^{\parallel} \rangle$ évaluée sur l'horizon temporel d'acquisition des mesures. Je sépare alors les modes de la phase résiduelle en deux contributions :

$$\boldsymbol{\varepsilon}_\beta = \boldsymbol{\varepsilon}_\beta^{\parallel} + \mathbf{a}_\beta^{\perp} \quad (9.5)$$

où $\boldsymbol{\varepsilon}_\beta^{\parallel}$ est le vecteur des modes parallèles de la phase résiduelle dans la direction β . Puisque le MD ne corrige pas les modes orthogonaux, \mathbf{a}_β^{\perp} se retrouve aussi dans la phase résiduelle. Je fais la même décomposition sur les termes statiques que je peux décomposer en trois termes :

$$\langle \boldsymbol{\varepsilon}_\beta \rangle = \langle \boldsymbol{\varepsilon}_\beta^{\parallel} \rangle + \langle \mathbf{a}_\beta^{\perp} \rangle - \mathbf{V}_0 \quad (9.6)$$

avec \mathbf{V}_0 la tension d'offset sur la commande du MD qui permet de compenser la composante statique $\langle \boldsymbol{\varepsilon}_\beta^{\parallel} \rangle$.

9.1.1.2 Décomposition modale des mesures

Il nous reste maintenant à projeter les différentes mesures des ASO sur la base des modes B_i . Je supposerai que tous les ASO sont identiques, c'est-à-dire qu'ils possèdent tous la même matrice d'interaction \mathbf{D} . C'est la matrice qui, à partir des modes, donne une mesure sous l'hypothèse de linéarité des ASO. Je rappelle que seuls les ASO dans les directions β mesurent une phase résiduelle, alors que les ASO hors-axes dans les directions α sont en boucle ouverte et mesurent donc la phase atmosphérique dans ces directions. Les équations de la mesure peuvent alors s'écrire :

$$\begin{aligned}\mathbf{S}_\beta &= \mathbf{D}_\beta(\boldsymbol{\varepsilon}_\beta^\parallel - \mathbf{V}_0) + \mathbf{D}_\beta^\infty \mathbf{a}_\beta^\perp + \mathbf{n}_\beta \\ \mathbf{S}_\alpha &= \mathbf{D}_\alpha \mathbf{a}_\alpha^\parallel + \mathbf{D}_\alpha^\infty \mathbf{a}_\alpha^\perp + \mathbf{n}_\alpha - \mathbf{S}_\alpha^{\text{ref}}.\end{aligned}\quad (9.7)$$

Ici les termes \mathbf{n}_β et \mathbf{n}_α représentent respectivement les vecteurs qui représentent le bruit des ASO sur les axes et hors-axes. On peut noter aussi la présence de \mathbf{V}_0 , le terme d'offset appliqué au miroir qui n'est que mesuré par les ASO dans les directions d'intérêts. De plus, je fais aussi apparaître le terme $\mathbf{S}_\alpha^{\text{ref}}$ qui représente le terme d'étalonnage des composantes statiques des ASO hors-axes. Je rappelle que la tomographie en boucle ouverte est basée sur des pentes des ASO à moyenne nulle. Ce centrage est effectué grâce au terme $\mathbf{S}_\alpha^{\text{ref}}$.

9.1.2 Fonctions de transfert temporelles en MOAO

Je dispose de tous les éléments nécessaires pour exprimer les fonctions de transfert d'un système de MOAO. Premièrement, le miroir reproduit une phase ϕ_{m_β} pour compenser au mieux la phase atmosphérique. Le résultat de cette compensation est la phase résiduelle :

$$\phi_{\varepsilon_\beta} = \phi_{a_\beta} - \phi_{m_\beta}. \quad (9.8)$$

Je vais pour l'instant me concentrer sur l'évolution dynamique des tensions, c'est-à-dire que je vais exprimer les relations entre les entrées et sorties du système en considérant que les termes statiques sont nuls. Dans le prochain paragraphe, je me consacrerai exclusivement à ces contributions statiques. On peut maintenant projeter les différentes grandeurs sur la base des modes B_i pour obtenir l'expression de $\boldsymbol{\varepsilon}_\beta$:

$$\boldsymbol{\varepsilon}_\beta = \mathbf{a}_\beta^\parallel + \mathbf{a}_\beta^\perp - (\Delta_t \mathbf{V}(k-2) + (1 - \Delta_t) \mathbf{V}(k-1)), \quad (9.9)$$

qui prend en compte Δ_t , tel que $(1 + \Delta_t)$ est le retard entre l'acquisition de la mesure et l'application des tensions. Dans le cas spécifique de CANARY, ce retard est fractionnaire et compris entre une et deux trames temporelles à la fréquence nominale d'utilisation du RTC. Les modes $\boldsymbol{\varepsilon}_\beta^\parallel$ peuvent alors s'écrire de la façon suivante :

$$\boldsymbol{\varepsilon}_\beta^\parallel(k) = \mathbf{a}_\beta^\parallel(k) - (\Delta_t \mathbf{V}(k-2) + (1 - \Delta_t) \mathbf{V}(k-2)). \quad (9.10)$$

L'évolution du vecteur des tensions est ensuite déterminée par la loi de commande mise en œuvre dans le RTC donnée en équation 5.8 au paragraphe 5.2.4. En utilisant l'expression modale des mesures données en équation 9.7, on obtient la relation suivante entre les tensions et les coefficients de la décomposition modale des mesures :

$$\mathbf{V}(k) = (1 - g) \mathbf{V}(k-1) + g \mathbf{D}_\beta^+ \mathbf{R} \left((\mathbf{D}_\alpha \mathbf{a}_\alpha^\parallel + \mathbf{D}_\alpha^\infty \mathbf{a}_\alpha^\perp) * h_{\text{aso}} + \mathbf{n}_\alpha \right) (k) \quad (9.11)$$

En appliquant la transformée en Z (cf. équation 2.34) à l'équation 9.10, j'obtiens la relation suivante :

$$\tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}_\beta^\parallel(z) = \tilde{\mathbf{a}}_\beta^\parallel(z) - \frac{\Delta_t + (1 - \Delta_t)z}{z^2} \tilde{\mathbf{V}}(z). \quad (9.12)$$

Si \tilde{h}_{aso} est la fonction de transfert des ASO, la transformée en Z appliquée à l'équation 9.11 donne :

$$\tilde{\mathbf{V}}(z) = \frac{(1-g)}{z} \tilde{\mathbf{V}}(z) + g \mathbf{D}_\beta^+ \mathbf{R} \left(\mathbf{D}_\alpha \tilde{\mathbf{a}}_\alpha^{\parallel} \tilde{h}_{\text{aso}} + \mathbf{D}_\alpha^\infty \tilde{\mathbf{a}}_\alpha^\perp \tilde{h}_{\text{aso}} + \tilde{\mathbf{n}}_\alpha \right) (z), \quad (9.13)$$

avec \tilde{h}_{aso} la fonction de transfert temporelle des ASO (cf. équation 2.31). Puis, j'isole le terme $\tilde{\mathbf{V}}(z)$ et j'obtiens l'expression suivante de la transformée en Z des tensions :

$$\tilde{\mathbf{V}}(z) = \frac{gz}{z - (1-g)} \mathbf{D}_\beta^+ \mathbf{R} \left(\mathbf{D}_\alpha \tilde{\mathbf{a}}_\alpha^{\parallel} \tilde{h}_{\text{aso}} + \mathbf{D}_\alpha^\infty \tilde{\mathbf{a}}_\alpha^\perp \tilde{h}_{\text{aso}} + \tilde{\mathbf{n}}_\alpha \right) (z). \quad (9.14)$$

On peut maintenant calculer l'expression du résidu en combinant les équations 9.12 et 9.14 de façon à soustraire à la turbulence d'entrée les tensions du miroir déformable avec leur retard, pour obtenir l'expression suivante :

$$\tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}_\beta^{\parallel}(z) = \tilde{\mathbf{a}}_\beta^{\parallel}(z) - g \frac{\Delta_t + (1 - \Delta_t)z}{z(z - (1-g))} \mathbf{D}_\beta^+ \mathbf{R} \left(\mathbf{D}_\alpha \tilde{\mathbf{a}}_\alpha^{\parallel} \tilde{h}_{\text{aso}} + \mathbf{D}_\alpha^\infty \tilde{\mathbf{a}}_\alpha^\perp \tilde{h}_{\text{aso}} + \tilde{\mathbf{n}}_\alpha \right) (z). \quad (9.15)$$

Je peux maintenant définir la fonction de transfert \tilde{h}_{sys} de la façon suivante :

$$\tilde{h}_{\text{sys}}(z) = g \frac{\Delta_t + (1 - \Delta_t)z}{z(z - (1-g))}, \quad (9.16)$$

ainsi que la fonction de transfert en boucle ouverte \tilde{h}_{bo} :

$$\tilde{h}_{\text{bo}}(z) = \tilde{h}_{\text{sys}}(z) \tilde{h}_{\text{aso}}(z), \quad (9.17)$$

ce qui me permet de réécrire l'équation 9.15 de la façon suivante :

$$\tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}_\beta^{\parallel}(z) = \tilde{\mathbf{a}}_\beta^{\parallel}(z) - \tilde{h}_{\text{bo}} \mathbf{D}_\beta^+ \mathbf{R} \left(\mathbf{D}_\alpha \tilde{\mathbf{a}}_\alpha^{\parallel}(z) + \mathbf{D}_\alpha^\infty \tilde{\mathbf{a}}_\alpha^\perp(z) \right) - \tilde{h}_{\text{sys}} \mathbf{D}_\beta^+ \mathbf{R} \tilde{\mathbf{n}}_\alpha(z). \quad (9.18)$$

Contrairement à la SCAO, il n'y a pas de rétroaction entre la phase résiduelle et les mesures de l'ASO. C'est pourquoi il n'y a pas de fonctions de transfert en boucle fermée. Cette équation mélange les erreurs tomographique, de bande passante et de repliement. Pour gagner en visibilité sur les différents contributeurs dans la variance de la phase résiduelle, je vais introduire le terme suivant :

$$\Delta \tilde{\mathbf{a}}_\beta^{\parallel} = \tilde{\mathbf{a}}_\beta^{\parallel}(z) - \mathbf{D}_\beta^+ \mathbf{R} \left(\mathbf{D}_\alpha \tilde{\mathbf{a}}_\alpha^{\parallel}(z) + \mathbf{D}_\alpha^\infty \tilde{\mathbf{a}}_\alpha^\perp(z) \right), \quad (9.19)$$

qui représente l'erreur de reconstruction tomographique que j'ai déjà introduite au chapitre précédent (cf. paragraphe 8.1.3). On reconnaît dans l'équation 9.19, l'erreur tomographique sur les modes parallèles et l'erreur de repliement. L'équation 9.18 prend finalement la forme finale suivante :

$$\tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}_\beta^{\parallel}(z) = \Delta \tilde{\mathbf{a}}_\beta^{\parallel}(z) + \tilde{h}_{\text{cor}} \mathbf{D}_\beta^+ \mathbf{R} \mathbf{D}_\alpha \tilde{\mathbf{a}}_\alpha^{\parallel}(z) + \tilde{h}_{\text{cor}} \mathbf{D}_\beta^+ \mathbf{R} \mathbf{D}_\alpha^\infty \tilde{\mathbf{a}}_\alpha^\perp(z) - \tilde{h}_{\text{sys}} \mathbf{D}_\beta^+ \mathbf{R} \tilde{\mathbf{n}}_\alpha(z), \quad (9.20)$$

avec \tilde{h}_{cor} définie par :

$$\tilde{h}_{\text{cor}} = 1 - \tilde{h}_{\text{bo}}. \quad (9.21)$$

La fonction de transfert \tilde{h}_{cor} représente la fonction de filtrage des pentes sur l'axe reconstruites tomographiquement. Je représente en figure 9.1, les fonctions de transfert de correction et de réjection du bruit en MOAO pour trois gains différents. Contrairement à la SCAO, la fonction de transfert de correction \tilde{h}_{cor} possède un dépassement raisonnable pour des gains égaux à un. C'est en particulier l'absence de rétro-action MD/ASO qui permet de régler le gain à des valeurs plus élevées qu'en SCAO. On peut aussi observer sur la figure 9.1 que la fonction de réjection du bruit \tilde{h}_{sys} n'a pas de dépassement même pour des gains élevés. Le bruit injecté dans la commande du MD n'est donc jamais amplifié, contrairement en SCAO (cf. figure 2.8).

La substitution de la rétroaction MD/ASO par un observateur en boucle ouverte (les ASO hors-axes) peut s'avérer avantageuse. En particulier, un reconstruteur bien déterminé va permettre de minimiser l'injection du bruit et du repliement (cf. équation 5.6) dans la commande du MD contrairement à un intégrateur simple en boucle fermée sur le TS. Mais il y a un prix à payer, qui est le calcul du bon reconstruteur qui doit refléter les conditions actuelles d'observation pour compenser ces perturbations. De plus, la reconstruction tomographique conduit à une erreur tomographique qui est prépondérante dans le budget d'erreur en MOAO (cf. chapitre 12) et qui n'apparaît pas en SCAO.

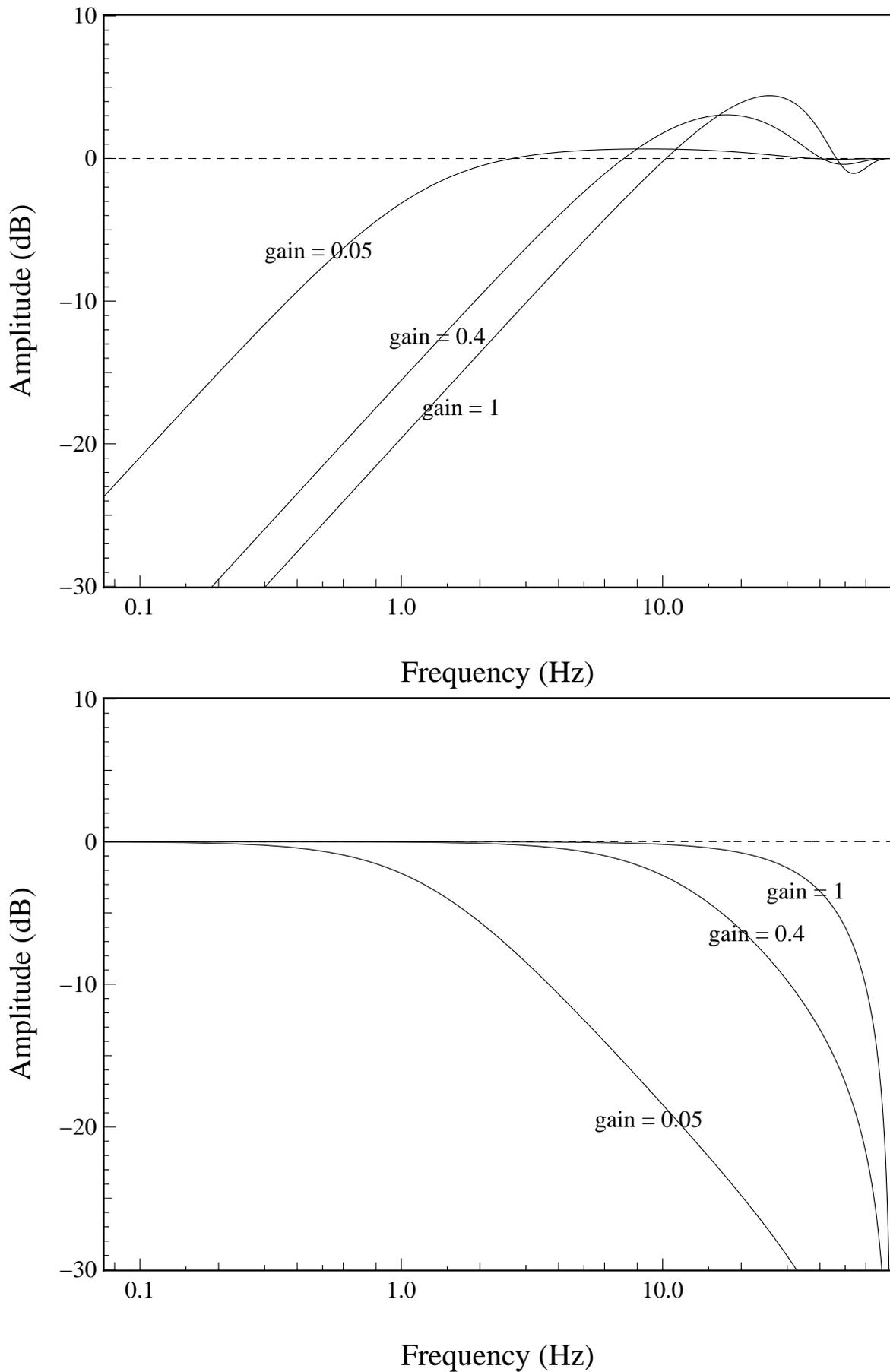


FIGURE 9.1: **En haut :** Diagramme de Bode en amplitude de la fonction de transfert de correction \tilde{h}_{cor} en MOAO pour trois gains différents. **En bas :** Diagramme de Bode en amplitude de la fonction de transfert d'injection du bruit \tilde{h}_{sys} en MOAO pour les trois mêmes gains. Ces courbes ont été obtenues pour un retard de 1,5 trames et une fréquence de 150 Hz.

9.1.3 Aberrations statiques

Il y a un coût supplémentaire à l'utilisation d'une boucle ouverte qui concerne les aberrations statiques. Puisqu'on travaille en boucle ouverte, il est nécessaire d'appliquer une tension d'offset \mathbf{V}_0 au MD pour compenser les aberrations statiques sur l'axe en amont du MD, mais aussi celles dans la voie d'imagerie (cf. équation 9.11). Je note $\langle x \rangle$ la moyenne temporelle du signal x . Cette moyenne est réalisée sur un horizon temporel fini pendant lequel on a acquis N_f trames temporelles. La composante moyenne du front d'onde peut alors s'évaluer comme la somme de la composante statique de la phase résiduelle parallèle sur l'axe $\langle \boldsymbol{\varepsilon}_\beta^{\parallel} \rangle$ et de la composante statique de la phase orthogonale sur l'axe $\langle \mathbf{a}_\beta^\perp \rangle$, à laquelle on retranche le terme d'offset du MD \mathbf{V}_0 comme indiqué par l'équation 9.6.

De plus, toute la reconstruction MMSE est basée sur l'utilisation de pentes hors-axes centrées, c'est-à-dire à moyenne statistique nulle. Il est alors nécessaire pour nous d'étalonner la composante temporelle moyenne des mesures hors-axes $\mathbf{S}_\alpha^{\text{ref}}$ comme indiquée par l'équation 5.3. Cet étalonnage n'est pas parfait et induit un terme statique non nul dans les mesures hors-axes qui se propage à travers le reconstituteur et se retrouve dans l'expression de $\langle \boldsymbol{\varepsilon}_\beta^{\parallel} \rangle$.

D'après l'équation 9.18, on peut déterminer la composante statique $\langle \boldsymbol{\varepsilon}_\beta^{\parallel} \rangle$ en posant $z = 1$. Or, les fonctions $\tilde{h}_{\text{bo}}(z)$ et $\tilde{h}_{\text{sys}}(z)$ valent 1 en $z = 1$. En supposant que le bruit est à moyenne temporelle nulle sur l'horizon temporel d'acquisition des mesures, j'obtiens alors d'après l'équation 9.18 l'égalité suivante :

$$\begin{aligned} \langle \boldsymbol{\varepsilon}_\beta^{\parallel} \rangle &= \langle \Delta \tilde{\mathbf{a}}_\beta^{\parallel} \rangle \\ &= \langle \mathbf{a}_\beta^{\parallel} \rangle - \mathbf{D}_\beta^+ \mathbf{R} \left(\mathbf{D}_\alpha \langle \mathbf{a}_\alpha^{\parallel} \rangle + \mathbf{D}_\alpha^\infty \langle \mathbf{a}_\alpha^\perp \rangle - \mathbf{S}_\alpha^{\text{ref}} \right) \end{aligned} \quad (9.22)$$

Tout le problème est que ces aberrations statiques ne sont pas complètement statiques, l'expérience prouve qu'elles varient plus ou moins lentement au cours du temps. Par exemple, on peut faire l'hypothèse que les aberrations statiques produites par le télescope dépendent de la direction de visée, donc du temps, ainsi que celles dues au dérotateur de champ. Je rassemblerai dans mon discours sous le vocable *rotation de champ*, l'ensemble des dérives liées au télescope, au suivi du champ et aux dérives opto-mécaniques lentes du télescope qui en résultent.

En plus de cela, le miroir travaille en boucle ouverte et admet une certaine dérive systématique dans le temps, qu'on appelle encore l'effet de *creeping* ([Vidal, 2009],[Kellerer et al., 2012]). Il faut dans tous les cas étalonner les composantes statiques des ASO hors-axes $\mathbf{S}_\alpha^{\text{ref}}$ et la tension d'offset \mathbf{V}_0 régulièrement. Enfin, sur l'horizon temporel d'acquisition, la turbulence n'est pas à moyenne nulle. Il s'agit là d'un problème de convergence de la turbulence qui engendre une composante statique d'autant plus grande que le seeing est mauvais (cf. paragraphe 7.3.2). Les modes de bas ordres qui sont les plus énergétiques sont donc plus affectés par la convergence de la turbulence.

Je vais maintenant expliciter ces contributions dans les directions α et β . Pour commencer, je noterai $\langle \mathbf{a}_\beta^{\parallel} \rangle_{\text{turb}}$ la moyenne temporelle non nulle de la réalisation particulière de la turbulence sur l'axe. Grâce à la reconstruction tomographique, cette composante est partiellement corrigée, ce qui conduit à un résidu $\langle \boldsymbol{\varepsilon}_\beta^{\parallel} \rangle_{\text{turb}}$. En plus de ce résidu, les modes de hauts ordres ont aussi une composante statique $\langle \mathbf{a}_\beta^\perp \rangle_{\text{turb}}$ qui reste néanmoins faible puisque ce sont surtout les modes de bas ordres qui sont affectés par la convergence de la turbulence.

Ensuite, je définis $\langle \mathbf{a}_\beta^{\parallel} \rangle_{\text{tel}}$ et $\langle \mathbf{a}_\beta^\perp \rangle_{\text{tel}}$ comme les aberrations, respectivement de bas ordres et de hauts ordres, dues à la rotation de champ, à l'effet de creeping du MD et plus généralement aux dérives des éléments optiques sur l'axe de visée. Enfin, je note $\langle \mathbf{a}_\beta^{\parallel} \rangle_{\text{IR}}$ et $\langle \mathbf{a}_\beta^\perp \rangle_{\text{IR}}$ les aberrations exclusives à la voie d'imagerie qui ne sont pas mesurable par les ASO sur l'axe.

Le terme d'offset \mathbf{V}_0 permet à la fois de compenser les aberrations dues aux dérives optiques mais aussi aux *Non Common Path Aberrations (NCPA)* dans la voie d'imagerie. L'instrument étant fixe et dans une enceinte thermostatée, ces NCPA restent identiques au cours de la nuit, ce qui n'est pas le cas des aberrations de champ. Il faut donc étalonner les deux composantes $\langle \mathbf{a}_\beta^\parallel \rangle_{\text{tel}}$ et $\langle \mathbf{a}_\beta^\parallel \rangle_{\text{IR}}$ par deux vecteurs d'offset, respectivement $\mathbf{V}_0^{\text{tel}}$ et \mathbf{V}_0^{IR} qu'on peut additionner :

$$\mathbf{V}_0 = \mathbf{V}_0^{\text{tel}} + \mathbf{V}_0^{\text{IR}}. \quad (9.23)$$

Durant la nuit, il faut alors ajuster la valeur de $\mathbf{V}_0^{\text{tel}}$ seulement pour tenir compte des dérives dues à la rotation du champ et au creeping du MD. Finalement, l'équation 9.6 peut se réécrire comme la somme d'un terme résiduel dû à la turbulence, d'un terme du aux aberrations de champ sur l'axe compensées par $\mathbf{V}_0^{\text{tel}}$ et d'un terme d'aberrations statiques dans la voie d'imagerie compensées par $\mathbf{V}_0^{\text{tel}}$:

$$\langle \boldsymbol{\varepsilon}_\beta \rangle = \underbrace{\langle \boldsymbol{\varepsilon}_\beta^\parallel \rangle_{\text{turb}} + \langle \mathbf{a}_\beta^\perp \rangle_{\text{turb}}}_{\text{Résidu statique turbulent}} + \underbrace{\langle \mathbf{a}_\beta^\parallel \rangle_{\text{tel}} + \langle \mathbf{a}_\beta^\perp \rangle_{\text{tel}} - \mathbf{V}_0^{\text{tel}}}_{\text{Aberrations de champ}} + \underbrace{\langle \mathbf{a}_\beta^\parallel \rangle_{\text{IR}} + \langle \mathbf{a}_\beta^\perp \rangle_{\text{IR}} - \mathbf{V}_0^{\text{IR}}}_{\text{NCPA}}. \quad (9.24)$$

Je vais maintenant développer l'équation 9.22 en la somme de contributions statiques dues à la turbulence et à la rotation de champ. Je définis $\langle \mathbf{a}_\alpha^\parallel \rangle_{\text{turb}}$ comme la partie statique de bas ordre de la turbulence hors-axe et $\langle \mathbf{a}_\alpha^\perp \rangle_{\text{turb}}$ son acolyte de hauts ordres. De même, je note $\langle \mathbf{a}_\alpha^\parallel \rangle_{\text{tel}}$ et $\langle \mathbf{a}_\alpha^\perp \rangle_{\text{tel}}$ ces mêmes composantes dues aux aberrations de champ. Ces termes étant additifs, $\langle \boldsymbol{\varepsilon}_\beta^\parallel \rangle_{\text{turb}}$ peut s'écrire comme la contribution d'une erreur tomographique des termes statiques et d'une erreur d'étalonnage de la moyenne des pentes :

$$\begin{aligned} \langle \boldsymbol{\varepsilon}_\beta^\parallel \rangle_{\text{turb}} = & \underbrace{\langle \mathbf{a}_\beta^\parallel \rangle_{\text{turb}} - \mathbf{D}_\beta^+ \mathbf{R} \left(\mathbf{D}_\alpha \langle \mathbf{a}_\alpha^\parallel \rangle_{\text{turb}} + \mathbf{D}_\alpha^\infty \langle \mathbf{a}_\alpha^\perp \rangle_{\text{turb}} \right)}_{\text{Résidu tomographique}} \\ & - \underbrace{\mathbf{D}_\beta^+ \mathbf{R} \left(\mathbf{D}_\alpha \langle \mathbf{a}_\alpha^\parallel \rangle_{\text{tel}} + \mathbf{D}_\alpha^\infty \langle \mathbf{a}_\alpha^\perp \rangle_{\text{tel}} - \mathbf{S}_\alpha^{\text{ref}} \right)}_{\text{Erreur d'étalonnage}} \end{aligned} \quad (9.25)$$

En combinant les équations 9.24 et 9.25, je montre que la composante statique du front d'onde vue par la caméra IR durant l'engagement de la boucle s'exprime comme une somme de plusieurs contributions que je vais supposer indépendantes. J'appelle :

$$\sigma_{\text{TomoStatic}}^2 = \left| \langle \mathbf{a}_\beta^\parallel \rangle_{\text{turb}} - \mathbf{D}_\beta^+ \mathbf{R} \left(\mathbf{D}_\alpha \langle \mathbf{a}_\alpha^\parallel \rangle_{\text{turb}} + \mathbf{D}_\alpha^\infty \langle \mathbf{a}_\alpha^\perp \rangle_{\text{turb}} \right) \right|^2, \quad (9.26)$$

le terme résiduel dû à la reconstruction tomographique qui porte sur les modes de bas ordre. Je fais noter au lecteur que ce terme contient aussi la contribution des modes de hauts ordres qui sont repliés dans la mesure, au même titre que l'erreur tomographique de l'équation 9.19. La contribution des modes de hauts ordres $\langle \mathbf{a}_\beta^\perp \rangle_{\text{turb}}$ est intégrée à l'erreur de sous-modélisation du MD. Cependant, comme je le disais plus haut, ce sont les modes de bas ordres qui souffrent le plus de la convergence puisqu'ils sont les plus énergétiques et les plus lents. Aussi je supposerai que les modes de hauts se moyennent suffisamment rapidement pour que le terme $\langle \mathbf{a}_\beta^\perp \rangle_{\text{turb}}$ soit négligeable devant les autres. Je définis ensuite σ_{Calib}^2 comme l'erreur d'étalonnage des pentes de référence des ASO hors-axes :

$$\sigma_{\text{Calib}}^2 = \left| \mathbf{D}_\beta^+ \mathbf{R} \left(\mathbf{D}_\alpha \langle \mathbf{a}_\alpha^\parallel \rangle_{\text{tel}} + \mathbf{D}_\alpha^\infty \langle \mathbf{a}_\alpha^\perp \rangle_{\text{tel}} - \mathbf{S}_\alpha^{\text{ref}} \right) \right|^2. \quad (9.27)$$

Cette erreur est en particulier induite par la moyenne non nulle de la turbulence au moment de l'étalonnage qui s'est fait en amont de l'engagement de la boucle. Ensuite, je définis $\sigma_{\text{FieldStatic}}^2$ comme l'erreur due à la rotation de champ :

$$\sigma_{\text{FieldStatic}}^2 = \langle \mathbf{a}_\beta^\parallel \rangle_{\text{tel}} + \langle \mathbf{a}_\beta^\perp \rangle_{\text{tel}} - \mathbf{V}_0^{\text{tel}}. \quad (9.28)$$

Je fais remarquer que dans cette erreur, il y a un terme de hauts ordres qu'on ne peut pas compenser par le MD. Il faudrait un modèle très précis du miroir pour pouvoir évaluer ce terme, élément que je n'ai pas à disposition. Enfin, je note σ_{NCPA}^2 comme l'erreur d'étalonnage des aberrations dans la voie d'imagerie :

$$\sigma_{\text{NCPA}}^2 = \langle \mathbf{a}_{\beta}^{\parallel} \rangle_{\text{IR}} + \langle \mathbf{a}_{\beta}^{\perp} \rangle_{\text{IR}} - \mathbf{V}_0^{\text{IR}}. \quad (9.29)$$

L'expression précédente σ_{NCPA}^2 tient compte de la sous-modélisation du MD. Il s'agit en fait de l'erreur de front d'onde minimale que peut atteindre CANARY. Au final, la composante statique du front d'onde sur l'axe peut s'exprimer comme suivant :

$$|\langle \boldsymbol{\varepsilon}_{\beta} \rangle|^2 \simeq \sigma_{\text{TomoStatic}}^2 + \sigma_{\text{Calib}}^2 + \sigma_{\text{FieldStatic}}^2 + \sigma_{\text{NCPA}}^2 \quad (9.30)$$

Dans la suite du manuscrit, je regrouperai les trois premiers termes de l'équation 9.30 en une seule erreur σ_{Static}^2 :

$$\sigma_{\text{Static}}^2 = \sigma_{\text{TomoStatic}}^2 + \sigma_{\text{Calib}}^2 + \sigma_{\text{FieldStat}}^2. \quad (9.31)$$

L'évaluation individuelle de chacun de ces trois termes peut se révéler compliqué, voire impossible sans un modèle du miroir en ce qui concerne les aberrations de champ. Je profiterai d'avoir les mesures résiduelles du TS en boucle engagée pour évaluer les aberrations statiques sur l'axe directement.

9.2 Décomposition de la variance du front d'onde

À partir des équations précédentes, on peut maintenant exprimer la variance de phase, d'une part, vue par la caméra IR, d'autre part vue par le TS. L'approche s'inspire de celle développée pour la phase A de CANARY ([Vidal et al., 2011]). Ces variances dépendent de plusieurs contributions que je vais identifier, puis estimer à l'aide de méthodes que je vais expliciter. Le but est de comparer, d'un coté l'évaluation des performances du système par des données étalonnées, de l'autre la mesure du rapport de Strehl sur les images IR et la mesure résiduelle du TS en boucle engagée.

9.2.1 Front d'onde vu par la caméra IR - Méthode DTI

Le but de cette méthode est d'exprimer l'erreur résiduelle de phase sur l'image IR, uniquement à partir des termes mesurables par les analyseurs hors-axes, sans utiliser le TS. Pourquoi se priver du TS ? Pour montrer que cette méthode permettrait d'évaluer correctement l'erreur sur un ELT (donc sans TS), mais aussi de mettre en évidence que la connaissance des entrées du système permet d'en prédire la sortie. C'est fondamental pour la démonstration de la MOAO puisque cela démontre que notre système fonctionne comme nos théories le prévoient.

C'est vraiment cette analyse qui est un juge de paix quand au fonctionnement réel de la MOAO : quand nous comparerons au chapitre 12 la qualité d'image IR aux résultats de cette analyse, je confronterai alors théorie et expérimentation. Il est important de bien comprendre que l'analyse que je vais faire peut aussi s'appliquer à une simulation *end-to-end*. On attenterait alors de cette simulation, si elle juste, de délivrer le résultat attendu par cette analyse. Ici, en confrontant les résultats de CANARY et ceux basés sur l'analyse discutée ici, je mets en évidence que CANARY se comporte comme une simulation, c'est-à-dire sans termes d'erreur ignoré où incompris.

Je vais commencer par expliciter étape par étape l'expression de la variance de phase σ_{IR}^2 . Par définition et grâce aux propriétés de la base orthonormale des modes B_i , la variance de la phase σ_{IR}^2 mesurée par la caméra IR s'exprime comme la somme d'un résidu dynamique due à ε_β et d'un résidu statique due à $\langle \varepsilon_\beta \rangle$:

$$\sigma_{\text{IR}}^2 = \frac{1}{N_f} \sum_{k=1}^{N_f} |\varepsilon_\beta(k)|^2 + |\langle \varepsilon_\beta \rangle|^2, \quad (9.32)$$

avec N_f le nombre de trames temporelles acquises. La variance des modes résiduels peut encore s'écrire d'après le théorème de Parseval :

$$\sum_{k=1}^{N_f} |\varepsilon_\beta(k)|^2 = \sum_{k=1}^{N_f} \left| \tilde{\varepsilon}_\beta(z = e^{2i\pi \frac{k}{N_f}}) \right|^2. \quad (9.33)$$

Pour toute la suite, je noterai $\|\tilde{x}\|$ comme l'intégrale de la DSP \tilde{x} sur le domaine de fréquences temporelles. Or, dans mon cas je vais travailler avec des transformées en Z puisque je manipule des variables discrètes. Je définis donc $\|\tilde{x}(z)\|^2$ par l'équation suivante :

$$\|\tilde{x}(z)\|^2 = \frac{1}{N_f} \sum_{k=1}^{N_f} \left| \tilde{x}(z = e^{2i\pi \frac{k}{N_f}}) \right|^2. \quad (9.34)$$

Je vais tout d'abord commencer par analyser la variance des modes parallèles de la phase résiduelle. À partir des équations 9.18 et 9.33, je peux exprimer la variance de ces modes comme suivant :

$$\|\tilde{\varepsilon}_\beta\|^2 = \left\| \Delta \tilde{\mathbf{a}}_\beta(z) + \tilde{h}_{\text{cor}} \mathbf{D}_\beta^+ \mathbf{R} \mathbf{D}_\alpha \tilde{\mathbf{a}}_\alpha(z) + \tilde{h}_{\text{cor}} \mathbf{D}_\beta^+ \mathbf{R} \mathbf{D}_\alpha^\infty \tilde{\mathbf{a}}_\alpha^\perp(z) - \tilde{h}_{\text{sys}} \mathbf{D}_\beta^+ \mathbf{R} \tilde{\mathbf{n}}_\alpha(z) \right\|^2. \quad (9.35)$$

Je suppose que le bruit est complètement décorrélé de tous les autres processus, ce qui est tout à fait raisonnable. De plus, je rappelle que je travaille dans la base des KL, ce qui assure qu'il n'y a pas de corrélation entre les modes. Ainsi les termes $\tilde{\mathbf{a}}_\alpha^\parallel$ et $\tilde{\mathbf{a}}_\alpha^\perp$ sont statistiquement indépendants. Enfin, il faut considérer la corrélation éventuelle entre l'erreur tomographique $\Delta\tilde{\mathbf{a}}_\beta^\parallel$ et le résidu de filtrage des pentes hors-axes propagées à travers le reconstruteur $\tilde{h}_{\text{cor}}\mathbf{D}_\beta^+\mathbf{R}\mathbf{D}_\alpha\tilde{\mathbf{a}}_\alpha^\parallel$ qui représente l'erreur temporelle. Cependant, l'erreur tomographique porte principalement sur les basses fréquences temporelles (cf. paragraphe 8.2.1), alors que l'erreur temporelle porte sur les hautes fréquences temporelles que le système ne peut pas compenser à cause de sa bande passante limitée. Je vais donc négliger cette corrélation dans mon cas et considérer deux erreurs différentes et propres à la tomographie et au comportement temporel du système. Je peux alors remanier l'équation 9.12 pour finalement faire apparaître trois contributions :

$$\|\tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}_\beta^\parallel\|^2 \simeq \underbrace{\|\Delta\tilde{\mathbf{a}}_\beta^\parallel\|^2}_{\sigma_{\text{TomogIR}}^2} + \underbrace{\|\tilde{h}_{\text{cor}}\mathbf{D}_\beta^+\mathbf{R}(\mathbf{D}_\alpha\tilde{\mathbf{a}}_\alpha^\parallel + \mathbf{D}_\alpha^\infty\tilde{\mathbf{a}}_\alpha^\perp)\|^2}_{\sigma_{\text{BW}}^2} + \underbrace{\|\tilde{h}_{\text{sys}}\mathbf{D}_\beta^+\mathbf{R}\tilde{\mathbf{n}}_\alpha\|^2}_{\sigma_{\text{NoiseIR}}^2} \quad (9.36)$$

Je définis l'erreur tomographique $\sigma_{\text{TomogIR}}^2$ par l'énergie du vecteur $\Delta\tilde{\mathbf{a}}_\beta^\parallel$ qui, d'après l'équation 9.19, s'exprime de la façon suivante avec les modes de KL :

$$\begin{aligned} \sigma_{\text{TomogIR}}^2 &= \|\tilde{\mathbf{a}}_\beta^\parallel(z) - \mathbf{D}_\beta^+\mathbf{R}(\mathbf{D}_\alpha\tilde{\mathbf{a}}_\alpha^\parallel(z) + \mathbf{D}_\alpha^\infty\tilde{\mathbf{a}}_\alpha^\perp(z))\|^2 \\ &= \underbrace{\|\tilde{\mathbf{a}}_\beta^\parallel(z) - \mathbf{D}_\beta^+\mathbf{R}\mathbf{D}_\alpha\tilde{\mathbf{a}}_\alpha^\parallel(z)\|^2}_{\sigma_{\parallel}^2} + \underbrace{\|\mathbf{D}_\beta^+\mathbf{R}\mathbf{D}_\alpha^\infty\tilde{\mathbf{a}}_\alpha^\perp(z)\|^2}_{\sigma_{\text{AliasIR}}^2}, \end{aligned} \quad (9.37)$$

ce qui permet de mettre en évidence que l'erreur tomographique est la somme de deux contributions, une sur la reconstruction des modes de bas ordres σ_{\parallel}^2 et une sur le repliement des ASO hors-axes qui se propage à travers le reconstruteur $\sigma_{\text{AliasIR}}^2$:

$$\sigma_{\parallel}^2 = \|\tilde{\mathbf{a}}_\beta^\parallel(z) - \mathbf{D}_\beta^+\mathbf{R}\mathbf{D}_\alpha\tilde{\mathbf{a}}_\alpha^\parallel(z)\|^2, \quad (9.38)$$

et

$$\sigma_{\text{AliasIR}}^2 = \|\mathbf{D}_\beta^+\mathbf{R}\mathbf{D}_\alpha^\infty\tilde{\mathbf{a}}_\alpha^\perp(z)\|^2. \quad (9.39)$$

L'erreur tomographique résulte de deux contributions comme je l'ai déjà discuté au chapitre 8 : la reconstruction des modes de bas ordres et le repliement des modes de hauts ordres. Il y a néanmoins quelques nuances par rapport au chapitre 8 puisque, contrairement à l'erreur tomographique du TS (9.2.2), d'une part le bruit est ici traité à part car il est filtré différemment par la boucle, d'autre part il n'y a que le repliement des ASO hors-axes qui pollue le front d'onde vue par la caméra IR.

Je définis maintenant l'erreur de bande passante du système σ_{BW}^2 comme le résidu du filtrage des mesures hors-axes propagées à travers le reconstruteur :

$$\sigma_{\text{BW}}^2 = \|\tilde{h}_{\text{cor}}\mathbf{D}_\beta^+\mathbf{R}(\mathbf{D}_\alpha\tilde{\mathbf{a}}_\alpha^\parallel + \mathbf{D}_\alpha^\infty\tilde{\mathbf{a}}_\alpha^\perp)\|^2 \quad (9.40)$$

Je fais remarquer au lecteur que l'erreur de bande passante tient compte aussi bien des modes de bas ordres et des modes de hauts ordres qui se sont repliés dans les mesures. Enfin, je note $\sigma_{\text{NoiseIR}}^2$ le bruit des ASO hors-axes qui s'est propagé à travers le reconstruteur et a été filtré par le système :

$$\sigma_{\text{NoiseIR}}^2 = \|\tilde{h}_{\text{sys}}\mathbf{D}_\beta^+\mathbf{R}\tilde{\mathbf{n}}_\alpha\|^2. \quad (9.41)$$

Durant le chapitre précédent, j'ai discuté de l'effet de creeping du MD. Plus généralement, la phase reproduite par le MD ne correspond pas exactement à la phase attendue par l'équation 10.31

à cause des différentes dérives et non-linéarités du MD. En plus de toutes les erreurs que j'ai introduites ici, la boucle ouverte en MOAO engendre une erreur σ_{OL}^2 dite de boucle ouverte, ou encore une *go-to-error* ([Kellerer et al., 2012]). Enfin, le nombre fini d'actionneurs du MD entraîne une erreur de sous-modélisation $\sigma_{\text{Fitting}}^2 = \|\tilde{\mathbf{a}}_{\beta}^{\perp}\|^2$ due aux modes de hauts ordres sur l'axe. En combinant toutes ces considérations, j'obtiens l'erreur résiduelle sur l'axe $\|\tilde{\mathbf{e}}_{\beta}\|^2$ suivante :

$$\|\tilde{\mathbf{e}}_{\beta}\|^2 = \sigma_{\text{TomolR}}^2 + \sigma_{\text{BW}}^2 + \sigma_{\text{NoiseIR}}^2 + \sigma_{\text{OL}}^2 + \sigma_{\text{Fitting}}^2 \quad (9.42)$$

Finalement à partir des équations 9.30, 9.32 et 9.42, je montre que la variance du front d'onde σ_{IR}^2 mesuré par la caméra IR s'exprime comme la somme des différentes contributions que j'ai précédemment introduites :

$$\sigma_{\text{IR}}^2 = \sigma_{\text{TomolR}}^2 + \sigma_{\text{BW}}^2 + \sigma_{\text{NoiseIR}}^2 + \sigma_{\text{OL}}^2 + \sigma_{\text{Fitting}}^2 + \sigma_{\text{Static}}^2 + \sigma_{\text{NCPA}}^2. \quad (9.43)$$

La variance de phase s'exprime alors comme une somme de termes indépendants. Je baptise cette méthode d'évaluation de la variance de phase, DTI pour *Décomposition en Termes Indépendants*. Dans toute la suite du manuscrit, les variances de phase issues de la méthode DTI seront évaluées grâce à l'équation 9.43. Je rappelle que tous ces termes seront calculés, si possible, sans l'appui du TS pour les raisons expliquées en introduction de ce paragraphe.

Le terme σ_{TomolR}^2 nécessite néanmoins le TS, c'est pourquoi je lui ai dédié le chapitre 8 qui a permis d'en étudier le détail profond. Finalement, j'ai montré que le TS est nécessaire pour évaluer le terme Δ_{model} (cf. équation 8.24) qui représente les erreurs de modélisation de la covariance spatiale. Ces erreurs sont engendrées par les approximations du modèle analytique présenté au chapitre 6, mais aussi aux couches turbulentes qui n'ont pas été identifiées. Il serait envisageable de revenir sur les approximations du modèle pour le rendre plus exact, mais aussi de comparer le profil identifié sur les données en boucle engagée avec les données provenant d'un profiler externe. Nous serions alors capable de s'affranchir complètement du TS pour évaluer l'erreur tomographique.

De plus, j'ai aussi besoin du TS pour évaluer l'erreur due aux aberrations statiques σ_{Static}^2 sur l'axe. Pour s'affranchir du TS, il faudrait un modèle précis des miroirs du télescope, du miroir de CANARY mais aussi des flexions mécaniques du télescope et un modèle du dé-rotateur de champ. Dans le cadre de CANARY, j'utiliserai le TS pour évaluer ce terme statique, mais sur un ELT, une modélisation opto-mécanique détaillée du télescope sera probablement requise pour évaluer cette contribution statique.

9.2.2 Front d'onde vu par le TS- Méthode DMTS

Cette méthode est tout à fait l'inverse de la méthode DTI. Je vais prendre la mesure du TS comme observable de la performance, bonne ou mauvaise, du système. Mon analyse sera alors basée sur ce qu'observe le TS. Forcément on s'attend à une adéquation plutôt forte avec la qualité de l'image IR puisque, pour parler simplement, il n'y a qu'une lame dichroïque qui sépare les deux fronts d'onde, alors que pour la méthode DTI, c'était le système entier d'optique adaptative qui les séparait. Cependant, je veux aussi distinguer la mesure du TS afin d'évaluer les sources d'erreur qui la composent, c'est pourquoi je vais expliciter et détailler les liens qui la relie avec σ_{IR}^2 .

D'une part, le TS mesure un bruit et un repliement qui lui sont propres et qui ne sont pas injectés dans la boucle. Enfin, le TS ne mesure pas l'erreur de sous-modélisation et l'erreur des NCPA. De plus, il subsiste une corrélation entre le repliement mesuré par les ASO hors-axes puis injecté dans σ_{IR}^2 via le reconstituteur, et son propre repliement. Selon le reconstituteur, le repliement de la mesure du TS dans le cas de CANARY se trouvera amoindri par cette

corrélation (cf. équation 8.9). Au final, la variance de la mesure du TS peut s'écrire :

$$\sigma_{\text{TS}}^2 = \left\| \tilde{\boldsymbol{\epsilon}}_{\beta}^{\parallel} + \tilde{\mathbf{n}}_{\beta} + \mathbf{D}_{\beta}^{+} \mathbf{D}_{\beta}^{\infty} \tilde{\mathbf{a}}_{\beta}^{\perp} \right\|^2 + \left| \langle \boldsymbol{\epsilon}_{\beta}^{\parallel} \rangle \right|^2. \quad (9.44)$$

Je remplace ensuite le terme $\tilde{\boldsymbol{\epsilon}}_{\beta}^{\parallel}$ par son expression donnée en équation 9.18, ce qui me permet d'écrire :

$$\sigma_{\text{TS}}^2 = \left\| \Delta \tilde{\mathbf{a}}_{\beta}^{\parallel} + \tilde{h}_{\text{cor}} \mathbf{D}_{\beta}^{+} \mathbf{R} \left(\mathbf{D}_{\alpha} \tilde{\mathbf{a}}_{\alpha}^{\parallel} + \mathbf{D}_{\alpha}^{\infty} \tilde{\mathbf{a}}_{\alpha}^{\perp} \right) - \tilde{h}_{\text{sys}} \mathbf{R} \tilde{\mathbf{n}}_{\alpha} + \tilde{\mathbf{n}}_{\beta} + \mathbf{D}_{\beta}^{+} \mathbf{D}_{\beta}^{\infty} \tilde{\mathbf{a}}_{\beta}^{\perp} \right\|^2 + \left| \langle \boldsymbol{\epsilon}_{\beta}^{\parallel} \rangle \right|^2. \quad (9.45)$$

On peut alors reconnaître l'erreur tomographique du TS $\sigma_{\text{TomTS}}^2 = \left\| \Delta \tilde{\mathbf{a}}_{\beta}^{\parallel} + \mathbf{D}_{\beta}^{+} \mathbf{D}_{\beta}^{\infty} \tilde{\mathbf{a}}_{\beta}^{\perp} \right\|^2$ qui représente l'erreur tomographique de la caméra IR à laquelle on ajoute la contribution du repliement mesuré par le TS. En s'appuyant sur l'équation 9.19, je peux écrire :

$$\begin{aligned} \sigma_{\text{TomTS}}^2 &= \left\| \tilde{\mathbf{a}}_{\beta}^{\parallel}(z) - \mathbf{D}_{\beta}^{+} \mathbf{R} \left(\mathbf{D}_{\alpha} \tilde{\mathbf{a}}_{\alpha}^{\parallel}(z) + \mathbf{D}_{\alpha}^{\infty} \tilde{\mathbf{a}}_{\alpha}^{\perp}(z) \right) + \mathbf{D}_{\beta}^{+} \mathbf{D}_{\beta}^{\infty} \tilde{\mathbf{a}}_{\beta}^{\perp} \right\|^2 \\ &= \left\| \tilde{\mathbf{a}}_{\beta}^{\parallel}(z) - \mathbf{D}_{\beta}^{+} \mathbf{R} \mathbf{D}_{\alpha} \tilde{\mathbf{a}}_{\alpha}^{\parallel}(z) + \mathbf{D}_{\beta}^{+} \left(\mathbf{D}_{\beta}^{\infty} \tilde{\mathbf{a}}_{\beta}^{\perp} - \mathbf{D}_{\alpha}^{\infty} \mathbf{R} \tilde{\mathbf{a}}_{\alpha}^{\perp}(z) \right) \right\|^2. \end{aligned} \quad (9.46)$$

Toujours en m'appuyant sur la décorrélation statistique des modes de Karhunen-Loève, je montre que l'erreur tomographique du TS est bien la somme de deux contributions, la première portant sur la reconstruction tomographique des bas ordres σ_{\parallel}^2 que j'ai déjà introduite à l'équation 9.37 et la deuxième sur le repliement dans la mesure du TS :

$$\sigma_{\text{TomTS}}^2 = \underbrace{\left\| \tilde{\mathbf{a}}_{\beta}^{\parallel}(z) - \mathbf{D}_{\beta}^{+} \mathbf{R} \mathbf{D}_{\alpha} \tilde{\mathbf{a}}_{\alpha}^{\parallel}(z) \right\|^2}_{\sigma_{\parallel}^2} + \underbrace{\left\| \mathbf{D}_{\beta}^{+} \left(\mathbf{D}_{\beta}^{\infty} \tilde{\mathbf{a}}_{\beta}^{\perp} - \mathbf{D}_{\alpha}^{\infty} \mathbf{R} \tilde{\mathbf{a}}_{\alpha}^{\perp}(z) \right) \right\|^2}_{\sigma_{\text{AliasTS}}^2}, \quad (9.47)$$

avec

$$\sigma_{\text{AliasTS}}^2 = \left\| \mathbf{D}_{\beta}^{+} \left(\mathbf{D}_{\beta}^{\infty} \tilde{\mathbf{a}}_{\beta}^{\perp} - \mathbf{D}_{\alpha}^{\infty} \mathbf{R} \tilde{\mathbf{a}}_{\alpha}^{\perp}(z) \right) \right\|^2. \quad (9.48)$$

Il s'agit de l'expression modale des termes que j'ai déjà introduite lors du chapitre 8. En utilisant l'hypothèse de décorrélation de l'erreur temporelle avec l'erreur tomographique, je peux, à partir des équations 9.45, 9.46 et 9.47, montrer que la variance de la mesure du TS résulte de la somme d'une erreur tomographique σ_{TomTS}^2 , de l'erreur de bande passante σ_{BW}^2 (cf. équation 9.40), de l'erreur $\sigma_{\text{NoiseIR}}^2$ (cf. équation 9.41) de bruit des hors-axes propagé à travers le reconstituteur et le système, d'une erreur de bruit propre au TS $\sigma_{\text{NoiseTS}}^2 = \left\| \tilde{\mathbf{n}}_{\beta} \right\|^2$, de l'erreur de boucle ouverte σ_{OL}^2 que j'ajoute comme pour l'erreur σ_{IR}^2 (cf. équation 9.50), ainsi que des aberrations statiques σ_{Static}^2 (cf. équation 9.31) commune à la voie d'imagerie et la voie d'analyse :

$$\sigma_{\text{TS}}^2 = \sigma_{\text{TomTS}}^2 + \sigma_{\text{BW}}^2 + \sigma_{\text{NoiseIR}}^2 + \sigma_{\text{NoiseTS}}^2 + \sigma_{\text{OL}}^2 + \sigma_{\text{Static}}^2 \quad (9.49)$$

Le but de cette manœuvre est d'exprimer la variance du front d'onde au niveau de la caméra IR en fonction de celle au niveau du TS. Ainsi, j'aurai deux méthodes d'estimation de la qualité de l'image IR, ce qui va me permettre de vérifier si je suis capable de prédire correctement la variance de la mesure du TS. En combinant les équations 9.43 et 9.49, puis en notant que la différence entre l'erreur tomographique vue par le TS σ_{TomTS}^2 et vue par la caméra IR σ_{TomIR}^2 se résume à la différence des repliements $\sigma_{\text{AliasIR-TS}}^2$, j'ai une nouvelle expression de σ_{IR}^2 qui est la suivante :

$$\boxed{\sigma_{\text{IR}}^2 = \sigma_{\text{TS}}^2 + \sigma_{\text{Static}}^2 + \sigma_{\text{AliasIR-TS}}^2 - \sigma_{\text{NoiseTS}}^2 + \sigma_{\text{Fitting}}^2 + \sigma_{\text{NCPA}}^2} \quad (9.50)$$

J'ai donc une nouvelle méthode pour évaluer la variance de phase que je baptise DMTS pour *Détermination à partir de la Mesure du TS*.

Pour conclure sur ce paragraphe, on peut exprimer ce que vaut le terme $\sigma_{\text{AliasIR-TS}}^2$, qui exprime la différence entre le repliement de la mesure du TS et celui vu par la caméra IR. D'après

la figure 8.2, le repliement entre ASO est complètement décorrélié en altitude, et complètement corrélé au sol. Autrement dit, la caméra IR mesure le repliement au sol et en altitude des ASO hors-axes à travers le reconstructeur. Le TS mesure le repliement en altitude qui lui est propre, celui des ASO hors-axes, mais ne mesure aucune contribution du repliement au sol. En effet, son propre repliement dû à la couche au sol est parfaitement corrélé à celui des ASO hors-axes, ce qui annule la contribution de la couche au sol d'après l'équation 8.9. Autrement dit, le terme $\sigma_{\text{AliasIR-TS}}^2$ peut s'exprimer comme :

$$\sigma_{\text{AliasIR-TS}}^2 = \sigma_{\text{AliasGLTomo}}^2 - \sigma_{\text{AliasAltTS}}^2. \quad (9.51)$$

Le terme $\sigma_{\text{AliasGLTomo}}^2$ désigne le repliement au sol des ASO hors-axes, alors que le terme $\sigma_{\text{AliasAltTS}}^2$ désigne le repliement propre au TS dû aux couches en altitude. Les méthodes pour évaluer chacun de ces termes sont données dans [Vidal et al., 2014].

9.2.3 Décomposition de la variance front d'onde en SCAO

J'ai présenté au paragraphe 2.6 la décomposition de la variance de la phase résiduelle en SCAO. Il s'agissait finalement de la méthode DTI, mais appliquée au cas SCAO. Même si cette thèse se concentre sur les résultats obtenus en MOAO, il est aussi intéressant de montrer qu'on peut modéliser CANARY dans d'autres modes de fonctionnement.

L'équation 2.46 met en évidence que la variance de phase σ_{IR}^2 peut se décomposer en un terme d'erreur de bande passante, un terme de repliement, un terme de bruit et un terme d'erreur d'étalonnage des NCPA. Je souligne que l'erreur de bande passante en SCAO discutée au paragraphe 2.6.1 est différente de celle en MOAO (cf. équation 9.40). D'une part, la fonction de transfert \tilde{h}_{cor} qui intervient est différente en SCAO qu'en MOAO, Mais d'autre part, l'erreur temporelle comme je l'aie définie en SCAO (cf. équation 2.46) ne porte que sur les modes parallèles de la phase atmosphérique, alors qu'en MOAO, j'ai inclu des modes de hauts ordres repliés dans la mesures des ASO hors-axes.

Cette étape, bien qu'elle soit discutable, était importante pour séparer la tomographie de l'erreur temporelle, mais aussi pour évaluer facilement ces deux erreurs. En effet, en incluant directement le repliement dans l'erreur tomographique (cf. équation 9.19) et l'erreur temporelle, je peux évaluer ces deux termes directement à partir des mesures, comme je vais le montrer dans le paragraphe suivant.

Je propose alors de reprendre l'équation 2.46 pour faire correspondre la méthode DTI en SCAO et en MOAO. Pour la SCAO, nous avons la relation entre les entrées et sorties du système suivante :

$$\tilde{\epsilon}^{\parallel}(z) = \tilde{\mathbf{a}}^{\parallel}(z) - \tilde{h}_{\text{bo}}(z)\tilde{\epsilon}^{\parallel}(z) - \tilde{h}_{\text{bo}}(z)\mathbf{D}^+\mathbf{D}^{\infty}\tilde{\mathbf{a}}^{\perp}(z) - \tilde{h}_{\text{sys}}(z)\tilde{\mathbf{n}}(z) \quad (9.52)$$

En ajoutant et retranchant la contribution du repliement $\mathbf{D}^+\mathbf{D}^{\infty}\tilde{\mathbf{a}}^{\perp}(z)$ dans le second membre de l'équation précédente, j'obtiens l'expression suivante :

$$\tilde{\epsilon}^{\parallel}(z) = \tilde{\mathbf{a}}^{\parallel}(z) + \mathbf{D}^+\mathbf{D}^{\infty}\tilde{\mathbf{a}}^{\perp}(z) - \tilde{h}_{\text{bo}}(z)\tilde{\epsilon}^{\parallel}(z) - (1 + \tilde{h}_{\text{bo}}(z))\mathbf{D}^+\mathbf{D}^{\infty}\tilde{\mathbf{a}}^{\perp}(z) - \tilde{h}_{\text{sys}}(z)\tilde{\mathbf{n}}(z). \quad (9.53)$$

En faisant ça, je fais apparaître le terme $\tilde{\mathbf{a}}^{\parallel}(z) + \mathbf{D}^+\mathbf{D}^{\infty}\tilde{\mathbf{a}}^{\perp}(z)$ qui correspond aux mesures du TS en boucle ouverte. L'intérêt de cette manipulation est que l'expression de $\tilde{\epsilon}^{\parallel}(z)$ prend alors la forme suivante :

$$\tilde{\epsilon}^{\parallel}(z) = \tilde{h}_{\text{cor}}(z) \left(\tilde{\mathbf{a}}^{\parallel}(z) + \mathbf{D}^+\mathbf{D}^{\infty}\tilde{\mathbf{a}}^{\perp}(z) \right) - \mathbf{D}^+\mathbf{D}^{\infty}\tilde{\mathbf{a}}^{\perp}(z) - \tilde{h}_{\text{n}}(z)\tilde{\mathbf{n}}(z). \quad (9.54)$$

On retrouve une similitude avec l'équation 9.20 qui donne l'expression de $\tilde{\epsilon}^{\parallel}(z)$ en MOAO. La contribution due à l'erreur temporelle porte sur les données en boucle ouverte du TS en

SCAO, et des pentes reconstruites sur l'axe en MOAO. De même, on retrouve aussi une erreur due au bruit, avec une fonction de transfert différente due à la rétro-action entre l'analyseur et le MD en SCAO. Enfin, au lieu d'avoir une erreur tomographique en boucle ouverte en MOAO, on a ici une erreur de repliement en boucle ouverte en SCAO.

Finalement, je dirai qu'en SCAO, on fait aussi de la tomographie, mais à un niveau bien moindre qu'en MOAO. On peut imaginer que la mesure du TS est une reconstruction tomographique des pentes sur l'axe, où le reconstituteur serait une matrice identité à appliquer au vecteur \mathbf{S}_β qui concatène les mesures du TS. À la différence de la MOAO, il n'y a aucune erreur tomographique sur les modes parallèles ou sur la modélisation de la covariance spatiale, mais il y a une erreur due au repliement des modes de hauts ordres dans la mesure du TS.

On peut même généraliser au cas où l'étoile guide est séparée de la source d'intérêt. Il y a alors une erreur supplémentaire qui est l'erreur d'anisoplanétisme ([Rigaut et al., 1998]), qui correspond à une erreur tomographique sur les modes parallèles, sauf que dans ce cas, il n'y a aucun processus qui permet de reconstruire la phase ou les pentes sur l'axe pour minimiser cette erreur.

Pour la suite, mais en particulier pour mieux comprendre les résultats du chapitre 12, j'évaluerai le terme $\|\tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}^{\parallel}(z)\|^2$ en une somme d'erreurs temporelle, de bruit et tomographique, où l'erreur tomographique désigne l'erreur de repliement en boucle ouverte :

$$\|\tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}^{\parallel}(z)\|^2 = \underbrace{\|\tilde{h}_{\text{cor}}(z) (\tilde{\mathbf{a}}^{\parallel}(z) + \mathbf{D}^+ \mathbf{D}^{\infty} \tilde{\mathbf{a}}^{\perp}(z))\|^2}_{\text{Erreur temporelle}} + \underbrace{\|\mathbf{D}^+ \mathbf{D}^{\infty} \tilde{\mathbf{a}}^{\perp}(z)\|^2}_{\text{Erreur de repliement}} + \underbrace{\|\tilde{h}_n(z) \tilde{\mathbf{n}}(z)\|^2}_{\text{Erreur de bruit}}. \quad (9.55)$$

Pour obtenir l'expression précédente, il faut supposer qu'il n'y a pas de corrélation entre l'erreur temporelle et l'erreur de repliement, comme en MOAO. Je montrerai au chapitre 11 que le spectre temporel du repliement en boucle ouverte est dominé par les basses fréquences temporelles, alors que l'erreur de bande passante porte sur les hautes fréquences temporelles grâce au filtrage passe-haut dû à la fonction de transfert \tilde{h}_{cor} .

Je fais cette hypothèse pour unifier la détermination des postes d'erreur e MOAO et SCAO, tout en sachant que cette hypothèse est fautive, en particulier lorsque les gains sont faibles. Si $g = 0$, alors on a $\tilde{h}_{\text{cor}}(z) = 1 \forall z$ et on comptabilise deux fois l'erreur de repliement. Dans le cas de CANARY, on travaille généralement avec des gains suffisamment élevés pour que l'impact de cette hypothèse de décorrélation reste mineure. Je montrerai au paragraphe 12 que ce budget d'erreur permet de bien prédire la mesure du TS sur un échantillon statistique de jeux de données conséquent. Dans mon cas, je supposerai alors que l'erreur de bande passante et l'erreur de repliement (voire de tomographie pour élargir au cas MOAO) sont décorrélées, en particulier pour gagner en visibilité sur les points qui limitent la performance de la MOAO.

Il est cependant possible de s'en affranchir, en déterminant le spectre temporel de la contribution du repliement et des modes parallèles dans la mesure du TS. Avec la méthode présentée au chapitre 11 (cf. paragraphe 11.2), cette détermination est possible et on pourrait reformuler l'expression des différents postes d'erreur dans l'équation 9.55.

Au final, la méthode DTI appliqué au cas SCAO permet d'évaluer plusieurs postes d'erreurs qui contribuent à la variance de phase. À partir des équations 9.5 et 9.55, la variance de phase σ_{IR}^2 dans un cas SCAO peut alors s'écrire de la façon suivante :

$$\sigma_{\text{IR}}^2 = \sigma_{\text{TomogIR}}^2 + \sigma_{\text{BW}}^2 + \sigma_{\text{NoiseIR}}^2 + \sigma_{\text{Fit}}^2 + \sigma_{\text{NCPA}}^2, \quad (9.56)$$

avec en SCAO $\sigma_{\text{TomogIR}}^2 = \sigma_{\text{AliasIR}}^2$ l'erreur de repliement vue par la caméra IR :

$$\sigma_{\text{AliasIR}}^2 = \|\mathbf{D}^+ \mathbf{D}^{\infty} \tilde{\mathbf{a}}^{\perp}(z)\|^2. \quad (9.57)$$

Par analogie au terme $\Delta\tilde{\mathbf{a}}_{\beta}^{\parallel}$ de l'équation 9.19 en MOAO, cette erreur $\sigma_{\text{AliasIR}}^2$ en SCAO joue le rôle d'une erreur tomographique comme je le discutais précédemment. Par la suite, je désignerai $\sigma_{\text{TomogIR}}^2$ l'erreur tomographique en MOAO, et cette erreur de repliement en SCAO.

Identiquement à la MOAO, σ_{BW}^2 est l'erreur de bande passante qui porte sur les mesures du TS cette fois-ci, et la fonction \tilde{h}_{cor} (cf. équation 2.42) :

$$\sigma_{\text{BW}}^2 = \left\| \tilde{h}_{\text{cor}}(z) \left(\tilde{\mathbf{a}}^{\parallel}(z) + \mathbf{D}^+ \mathbf{D}^{\infty} \tilde{\mathbf{a}}^{\perp}(z) \right) \right\|^2, \quad (9.58)$$

et $\sigma_{\text{NoiseIR}}^2$ l'erreur du bruit de mesure du TS qui s'est propagé à travers la boucle de SCAO :

$$\sigma_{\text{NoiseIR}}^2 = \left\| \tilde{h}_{\text{n}}(z) \tilde{\mathbf{n}}(z) \right\|^2. \quad (9.59)$$

Les erreurs de sous modélisation et d'étalonnage des NCPA sont respectivement données par les équations 2.51 et 9.29. L'avantage de cette approche est que la mise en œuvre numérique de la détermination du budget d'erreur sera exactement la même en MOAO ou GLAO. Il suffira de faire correspondre les fonctions de transfert au mode d'observation considéré, et de travailler directement avec les mesures du TS en SCAO, alors qu'on utilisera la reconstruction des pentes sur l'axe en MOAO.

De plus, on peut aussi, à partir de la méthode DMTS, évaluer la variance de phase σ_{IR}^2 à partir de la variance de phase σ_{TS}^2 en SCAO. Il n'y a en fait aucune différence avec la MOAO, excepté que l'expression de σ_{IR}^2 contient plus de termes en MOAO qu'en SCAO. La méthode DMTS en SCAO est alors aussi donnée par l'équation 9.50, mais il faut cependant expliciter les termes de repliement. L'hypothèse qui est usuellement faite et qui permet d'évaluer rapidement le budget d'erreur en SCAO, est de considérer que le TS ne mesure finalement plus la contribution du repliement qui est compensé par le miroir déformable. Dans notre cas, la méthode DMTS en SCAO se résume alors à l'équation suivante :

$$\boxed{\sigma_{\text{IR}}^2 = \sigma_{\text{TS}}^2 + \sigma_{\text{AliasIR}}^2 - \sigma_{\text{NoiseTS}}^2 + \sigma_{\text{Fitting}}^2 + \sigma_{\text{NCPA}}^2}. \quad (9.60)$$

Je peux maintenant évaluer la variance de phase à l'aide de la méthode DTI et DMTS en mode MOAO, GLAO mais aussi SCAO. Je vais maintenant expliciter comment évaluer tous les termes nécessaires pour déterminer σ_{IR}^2 dans ces trois modes de fonctionnement.

9.3 Méthode d'estimation des postes d'erreur

La base théorique de la décomposition de l'erreur de front d'onde étant posée, il reste maintenant à expliciter comment déterminer tous les termes à partir des mesures synchronisées des ASO. Comme je le signalais dans le chapitre 5, j'ai à disposition un vecteur de mesures en boucle engagée \mathbf{S}^{BF} de tous les ASO, sur un horizon temporel d'une dizaine de secondes. Chacun de ces jeux de données est obtenu en faisant fonctionner CANARY dans un mode d'observation particulier (SCAO, MOAO et GLAO) durant les différents scripts au cours de la nuit (cf. chapitre 5).

Ensuite, j'estime les données en boucle ouverte à partir des données en boucle engagée, du vecteur de tensions synchronisées avec les mesures et de la matrice d'interaction utilisée sur le ciel (cf. paragraphe 5.3.5). À partir de ces pentes en boucle ouverte et boucle engagée, il faut maintenant estimer tous les termes qui interviennent dans la décomposition des erreurs de front d'onde. J'ai déjà explicité comment déterminer l'erreur tomographique mesurée par le TS. En particulier, à partir du formalisme MSE que j'ai introduit dans le chapitre 8, on sait déjà déterminer les erreurs liées au bruit et au repliement des hors-axes propagés à travers le

reconstructeur. L'erreur tomographique perçue par la caméra IR dépend aussi des calculs du chapitre 8.

Tous les calculs précédents supposaient que je travaillais dans la base des Karhunen-Loève pour bénéficier de l'indépendance statistique des modes. Je cherche maintenant à évaluer les différents postes d'erreur de la variance du front d'onde en nm. Le moyen le plus adéquat consiste à utiliser la matrice de reconstruction Zernike qui à partir des mesures me permet d'obtenir un vecteur de mode de Zernike. Les calculs que je propose maintenant sont donc des estimations des différents postes d'erreurs sur le front d'onde, à partir de \mathbf{D}_β^+ la matrice de taille $n_{\text{dm}} \times n_s$ de reconstruction Zernike déterminée pour le TS.

9.3.1 Erreur du bruit

L'expression de la variance du front d'onde dû au bruit de mesures des ASO hors-axes est donnée en équation 9.41. Je rappelle au lecteur que j'ai déjà proposé une méthode d'estimation de la matrice de covariance du bruit lors du chapitre 8. Nous avons vu qu'il y avait deux variances à considérer, celle du bruit propre au TS et celle du bruit des hors-axes propagé à travers le reconstructeur. C'est ce deuxième terme, que j'ai baptisé $\sigma_{\text{NoiseTomato}}^2$ (cf. équation 9.61), qui nous intéresse ici. Lors du chapitre 8, j'ai introduit le formalisme WFE (cf. équation 8.7) qui permet d'évaluer l'erreur à partir de la matrice de covariance du bruit $\mathcal{C}^{\text{Noise}}$ (cf. équation 6.48). Je peux aussi, de manière tout à fait équivalent, exprimer l'erreur de bruit $\sigma_{\text{NoiseTomato}}^2$ à partir du vecteur de bruit $\tilde{\mathbf{n}}_\alpha$:

$$\sigma_{\text{NoiseTomato}}^2 = \left\| \mathbf{D}_\beta^+ \mathbf{R} \tilde{\mathbf{n}}_\alpha \right\|^2 \quad (9.61)$$

Le seul calcul supplémentaire à apporter consiste à déterminer l'impact du filtrage de ce bruit par le système. En supposant que le bruit soit blanc après avoir été filtré par le reconstructeur, il suffit de calculer en plus la norme de la fonction de transfert de réjection du bruit. Cependant, il faut distinguer le cas MOAO et SCAO pour lesquels les fonctions de transfert sont différentes :

$$\sigma_{\text{NoiseIR}}^2 = \begin{cases} \sigma_{\text{NoiseTomato}}^2 \left\| \tilde{h}_{\text{sys}} \right\|^2 & \text{en MOAO et GLAO} \\ \sigma_{\text{NoiseTS}}^2 \left\| \tilde{h}_n \right\|^2 & \text{en SCAO.} \end{cases} \quad (9.62)$$

J'ai déjà donné l'expression de $\left\| \tilde{h}_n \right\|^2$ en SCAO grâce à l'équation 2.49. Le calcul de $\left\| \tilde{h}_{\text{sys}} \right\|^2$ n'est pas forcément évident à mener, aussi on peut travailler dans l'espace des mesures pour déterminer la pondération de la variance du bruit. Ce calcul est donné par Vidal ([Vidal et al., 2014]) dans le cas d'un filtre passe-bas du premier ordre avec un retard $(1+\Delta_t)$ fractionnaire compris entre une et deux trames temporelles. Le résultat final est alors :

$$\sigma_{\text{NoiseIR}}^2 = \frac{g}{2-g} (1 - 2g\Delta_t(1 - \Delta_t)) \sigma_{\text{NoiseTomato}}^2 \quad \text{en MOAO et GLAO.} \quad (9.63)$$

J'illustre en figure 9.2 la valeur de $\frac{g}{2-g} (1 - 2g\Delta_t(1 - \Delta_t))$ en fonction du gain pour plusieurs retards fractionnaires. D'après l'équation 9.63, cette expression est symétrique entre Δ_t et $1+\Delta_t$ et conduit à une propagation minimale pour un retard de 1,5 trames pour tous les gains. Dans le cas particulier d'un retard fractionnaire égal à 1,5 trames, le taux de filtrage de la variance du bruit correspond à $g/2$ et est donc complètement proportionnel au gain.

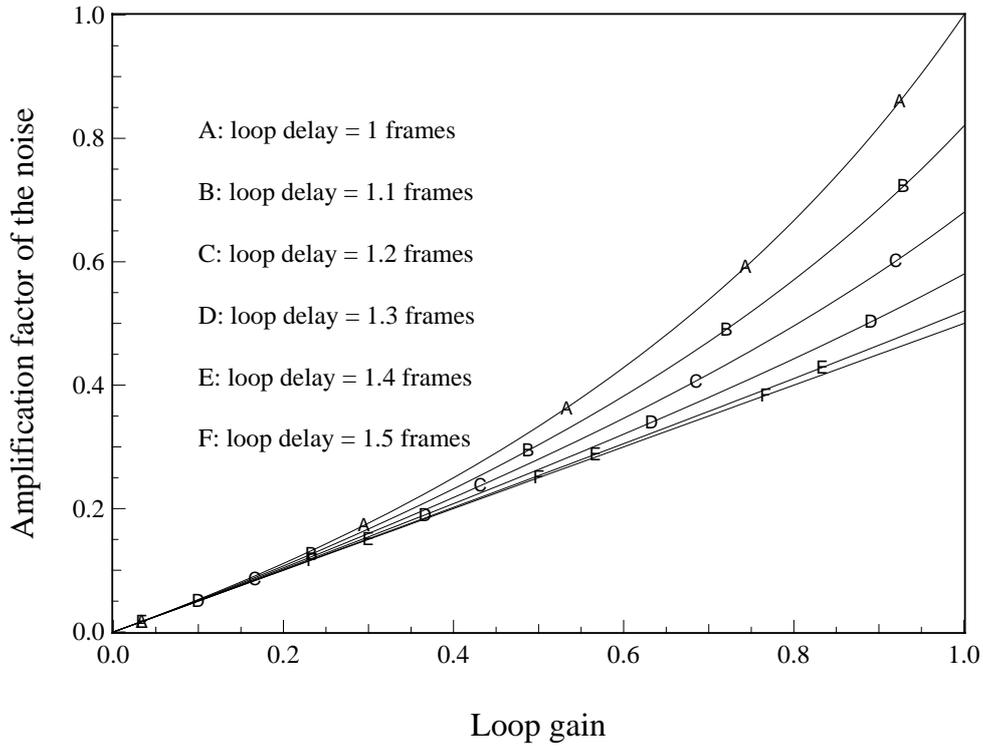


FIGURE 9.2: Illustration du facteur d'amplification de la variance du bruit à travers un filtre passe-bas du premier ordre avec retard fractionnaire compris entre une et deux trames temporelles.

9.3.2 Erreur temporelle

L'erreur temporelle est décrite par l'équation 9.40 qu'il faut évaluer à partir du vecteur de pentes $\mathbf{S}_\alpha^{\text{Meas}}$, du reconstructeur \mathbf{R} et de la fonction de transfert \tilde{h}_{cor} . Je rappelle que $\mathbf{S}_\alpha^{\text{Meas}}$ est le vecteur de pentes mesurées sur les ASO hors-axes, de taille $n_\alpha \times N_f$, avec N_f le nombre de trames temporelles acquises. Puisque j'utilise directement le vecteur des pentes mesurées, l'erreur temporelle sera polluée par la variance $\sigma_{\text{NoiseTomo}}^2$ de bruit des ASO hors-axes propagés à travers le reconstructeur. Il faut donc soustraire cette variance dont j'ai déjà donné l'expression en équation 9.61, en la multipliant par la norme de la fonction de transfert \tilde{h}_{cor} . J'ai donc au final l'expression de l'erreur temporelle suivante :

$$\begin{aligned} \sigma_{\text{BW}}^2 &= \|\tilde{h}_{\text{cor}}\|^2 \left(\underbrace{\|\mathbf{D}_\beta^+ \mathbf{R} \tilde{\mathbf{S}}_\alpha^{\text{Meas}}\|^2}_{\text{DSP des mesures}} - \underbrace{\|\mathbf{D}_\beta^+ \mathbf{R} \tilde{\mathbf{n}}_\alpha\|^2}_{\text{DSP du bruit}} \right) \\ &= \|\tilde{h}_{\text{cor}}\|^2 \|\mathbf{D}_\beta^+ \mathbf{R} \tilde{\mathbf{S}}_\alpha^{\text{Meas}}\|^2 - \sigma_{\text{NoiseTomo}}^2 \|\tilde{h}_{\text{cor}}\|^2 \quad \text{en MOAO et GLAO} \end{aligned} \quad (9.64)$$

L'erreur de bande passante peut alors se calculer très rapidement à partir des mesures et de la variance du bruit des ASO hors-axes $\sigma_{\text{NoiseTomo}}^2$.

Pour la SCAO, d'après l'équation 9.58 il faut substituer la reconstruction tomographique des pentes sur l'axe par le vecteur de mesure du TS. Je dois alors cette fois-ci affranchir l'erreur de bande passante du bruit du TS :

$$\sigma_{\text{BW}}^2 = \|\tilde{h}_{\text{cor}}\|^2 \|\mathbf{D}_\beta^+ \mathbf{S}_\beta^{\text{Meas}}\|^2 - \sigma_{\text{NoiseTS}}^2 \|\tilde{h}_{\text{cor}}\|^2 \quad \text{en SCAO.} \quad (9.65)$$

9.3.3 Erreur de sous-modélisation du MD

Cette erreur $\sigma_{\text{Fitting}}^2$ permet d'évaluer la contribution des hauts ordres spatiaux $\|\tilde{\mathbf{a}}_\beta^\perp\|^2$ dans le front d'onde qui ne peuvent pas être compensés par le MD. Elle nécessite donc de modéliser

correctement le comportement du miroir déformable. Vidal a durant sa thèse ([Vidal, 2009]) mené cette étude précise pour en déduire l'expression de l'erreur de sous-modélisation. Grâce à une simulation Monte-Carlo, il a déterminé le meilleur ajustement de la phase reproduite par le MD de CANARY sur une phase simulée de statistique de Kolmogorov. Cet ajustement a alors conduit à l'expression de l'erreur de sous-modélisation suivante :

$$\sigma_{\text{Fitting}}^2 = 0,0122 \left(\frac{D}{r_0} \right)^{5/3}. \quad (9.66)$$

Une autre expression est donnée par Conan ([Conan, 1994]) en fonction du nombre de modes n_{dm} que peut corriger le MD :

$$\sigma_{\text{Fitting}}^2 = 0,257 n_{\text{dm}}^{-5/6} \left(\frac{D}{r_0} \right)^{5/3}, \quad (9.67)$$

ce qui correspond à $n_{\text{dm}} \simeq 36$ dans le cas du MD ADONIS de CANARY si on compare avec l'équation 9.66. Cela signifie que les modes parallèles correspondent aux 36 premiers modes de Zernike (piston exclu). Ainsi, il faut alors déterminer la matrice de reconstruction Zernike comme la matrice qui reconstruit ces 36 premiers modes à partir des mesures.

9.3.4 Erreurs statiques

Pour estimer pleinement les aberrations statiques σ_{Static}^2 , je n'ai pas d'autres choix que d'utiliser les mesures du TS en boucle engagée. À partir du vecteur de mesure $\mathbf{S}_\beta^{\text{BF}}$, j'utilise la matrice de reconstruction Zernike pour déterminer le vecteur des modes parallèles de la phase résiduelle :

$$\boldsymbol{\varepsilon}_\beta^{\parallel} = \mathbf{D}^+ \mathbf{S}_\beta^{\text{BF}}. \quad (9.68)$$

Il me suffit alors de déterminer la moyenne temporelle en moyennant sur les trames acquises lors de l'observation. J'obtiens alors un vecteur statique $\langle \boldsymbol{\varepsilon}_\beta^{\parallel} \rangle$ des modes parallèles avec $\boldsymbol{\varepsilon}_{\beta m}^{\parallel}$ le $m^{\text{ième}}$ élément du vecteur $\langle \boldsymbol{\varepsilon}_\beta^{\parallel} \rangle$. Je peux alors sommer la composante statique de chaque mode de Zernike pour obtenir l'erreur statique σ_{Static}^2 :

$$\sigma_{\text{Static}}^2 = \sum_{m=4}^{n_{\text{dm}}} \langle \boldsymbol{\varepsilon}_{\beta m}^{\parallel} \rangle^2. \quad (9.69)$$

Je ne prends pas en compte les modes de piston et basculement puisqu'ils ne conduisent qu'à un décalage global de la FEP durant l'acquisition. Cette erreur statique fait référence aux aberrations communes entre la voie d'imagerie et la voie d'analyse et prend en compte les erreurs d'étalonnage σ_{Calib}^2 (cf. équation 9.27) des pentes de référence des ASO hors-axes, de l'étalonnage des aberrations de champ sur l'axe $\sigma_{\text{FieldStat}}^2$ (cf. équation 9.28) et aussi du résidu statique de la reconstruction tomographique des pentes sur l'axe $\sigma_{\text{Tomostatic}}^2$ (cf. équation 9.26).

9.3.5 Erreur d'étalonnage des NCPA

La procédure d'étalonnage des NCPA permet de déterminer le vecteur d'offset \mathbf{V}_0^{IR} à appliquer pour compenser les aberrations dans la voie d'imagerie (cf. équation 9.29). Cette procédure d'étalonnage est réalisée grâce à un algorithme de diversité de phase ([Gratadour et al., 2013a]) qui a pour but d'ajuster les images observées par la caméra IR sur une source interne au banc.

On montre au TS et à la caméra respectivement une source visible et IR sur l'axe dans le plan focal d'entrée de CANARY, donc sans turbulence. Pour débiter, on impose des pentes de référence à zéro, c'est-à-dire au centre des sous-pupilles, puis on ferme la boucle en SCAO sur le

TS à faible bruit. On observe alors une image très dégradée sur la caméra. Ensuite, on introduit une aberration connue à partir du MD (généralement un défocus) qui donne lieu à une nouvelle image IR. À partir de ces deux images, l'algorithme de diversité de phase essaie d'ajuster au mieux les observations en dérivant le front d'onde sur des modes d'une base adéquate, en général la base miroir ([Gratadour et al., 2013a]).

Le meilleur ajustement donne un vecteur de pentes de référence sur l'axe optimal qui, lorsqu'on ferme la boucle en SCAO sur le TS, donne la meilleure FEP possible. Dans cette FEP, il reste des termes statiques de hautes fréquences spatiales qui ne peuvent pas être compensées par le MD ainsi qu'un résidu d'ajustement sur les termes de bas ordres (cf. équation 9.29). Ces termes conduisent à la performance maximale que CANARY peut délivrer. On peut alors évaluer le rapport de Strehl SR_{best} de cette meilleure FEP à partir de l'image IR obtenue en boucle fermée. Je discute de cette estimation dans la prochaine section. Je suppose que la variance de la phase résiduelle est suffisamment faible pour considérer l'approximation de Maréchal comme exacte, ce qui me permet alors d'estimer l'erreur d'étalonnage des NCPA en nm comme suivant :

$$\sigma_{\text{NCPA}}^2 = -\ln(SR_{\text{best}}) \times \left(\frac{\lambda_{\text{IR}}}{2\pi}\right)^2, \quad (9.70)$$

avec λ_{IR} la longueur d'onde d'imagerie en nm. Généralement, le meilleur rapport de Strehl obtenu pendant cette phase d'étalonnage s'élève à 75 %, ce qui conduit à une erreur d'étalonnage d'environ 140 nm en bande H.

9.3.6 Erreur de boucle ouverte du MD

Comme je le citais précédemment, le miroir ne se comporte pas toujours comme on pourrait le penser. Par exemple, l'effet de creeping introduit une déformation de la surface du miroir qui n'est pas connue lors de l'application de la commande ([Kellerer et al., 2012]). Ainsi, il existe une différence entre la phase attendue avec le vecteur de tension appliquée au MD et la phase réellement produite par le MD.

Dans le cas de CANARY, les modes de basculement sont compensés par un miroir dédié qui est extrêmement fidèle. Le problème vient plutôt de la commande en boucle ouverte du miroir ADONIS. Kellerer ([Kellerer et al., 2012]) a montré que cette erreur de boucle ouverte σ_{OL}^2 , ou encore la *go-to-error*, dépend en particulier de la procédure d'étalonnage de la matrice d'interaction. Dans le cas d'une méthode des sinusoides (cf. 2.4.1), cette erreur peut atteindre 2 à 5 % de l'écart-type du front d'onde à reproduire par le MD ([Kellerer et al., 2012]). L'écart-type du front d'onde privé des modes de basculement se situe généralement entre 500 et 1000 nm, ce qui correspond à une erreur de boucle ouverte de 10 à 50 nm. Ici, je choisirai le cas le plus pessimiste pour évaluer σ_{OL}^2 en prenant 5 % de l'écart-type du front d'onde produit par le MD ADONIS. Si \mathbf{V} est le vecteur des tensions appliquées au MD, alors l'erreur de boucle ouverte peut s'estimer de la façon suivante :

$$\sigma_{\text{OL}}^2 = 0,0025 \sum_{m=4}^{n_{\text{dm}}} \left| \mathbf{D}_{\beta}^+ \mathbf{M}_{\text{int}} \mathbf{V} \right|_m^2, \quad (9.71)$$

avec m l'ordre du mode de Zernike. Je fais remarquer que j'ai exclu les modes de piston et de basculement dans l'évaluation de l'erreur de boucle ouverte σ_{OL}^2 , puisque ces modes ne sont pas produits par le miroir ADONIS.

9.4 Estimation du rapport de Strehl

9.4.1 Rapport de Strehl de la caméra IR

Les performances de CANARY sont évaluées à partir du rapport de Strehl infra-rouge (généralement en bande H) obtenu sur la caméra IR. Il est cependant nécessaire de procéder à quelques traitements pour, à partir de l'image brute, obtenir ce rapport de Strehl. Je rappelle que chaque image IR résulte d'une moyenne de plusieurs images obtenues avec un temps de pose qui dépend de l'étoile sur l'axe. Dans la plupart des cas, ce temps de pose était d'une seconde, alors que le temps total d'acquisition était de 15 secondes. Avant chaque commencement de script (cf. 5.3.2), on débute par acquérir une image de fond de ciel sur la caméra IR, avec le même temps de pose et moyennée sur autant d'images que pendant les scripts.

Pour déterminer le rapport de Strehl, je dispose de l'image IR brute (sauvegardée sans soustraction du fond), du fond correspondant et d'une carte de pixels morts. Cette carte a été préalablement étalonnée en laboratoire et est composée de un et de zéro pour signifier si le pixel est considéré défectueux ou non. À partir de cette carte, on génère ensuite une nouvelle carte de pondération des pixels morts. Si ces derniers sont entourés de suffisamment de voisins valables, le pixel mort est remplacé par une pondération de la valeur des pixels voisins, les plus proches étant privilégiés aux plus lointains. La procédure est alors récursive et permet d'obtenir une FEP exempte de pixels défectueux dans la zone d'intérêt.

On commence par retirer le fond à l'image brute puis on traite les pixels défectueux. La soustraction du fond est très importante pour l'estimation du rapport de Strehl. Le moindre résidu, même faible pour un pixel donné, peut prendre une proportion notable si on le somme sur tous les pixels. Pour palier ce problème, on commence par découper l'image dans un domaine de taille suffisamment grande. Sur la caméra CAMICAZ, la taille des pixels est de $z = 30$ milli-secondes d'angle et le champ de vue de la caméra est de sept secondes d'angle. Puisque CANARY est conçu pour travailler avec des conditions de seeing raisonnable, inférieur à 1,5 secondes d'angle, les images IR sont généralement découpées par une boîte de 100 pixels de côté, donc de trois secondes d'angle de côté. La taille de ce domaine peut être ajustée en fonction des conditions de seeing pour ne pas tronquer la halo de la FEP. Ensuite, on estime le résidu de la soustraction du fond en moyennant la valeur des pixels en dehors du cercle inscrit dans cette boîte. Enfin, on obtient une image épurée des défauts principaux qu'on peut normaliser par la valeur du maximum qu'aurait la FEP si on était limité par la diffraction. Cette valeur donnée par Gendron ([Gendron and Léna, 1994]) est évaluée à $\pi/4(1 - o)^2(Dz/\lambda_{\text{IR}})^2$, avec o l'obstruction centrale du télescope. Le maximum de la FEP donne alors le rapport de Strehl de la caméra IR.

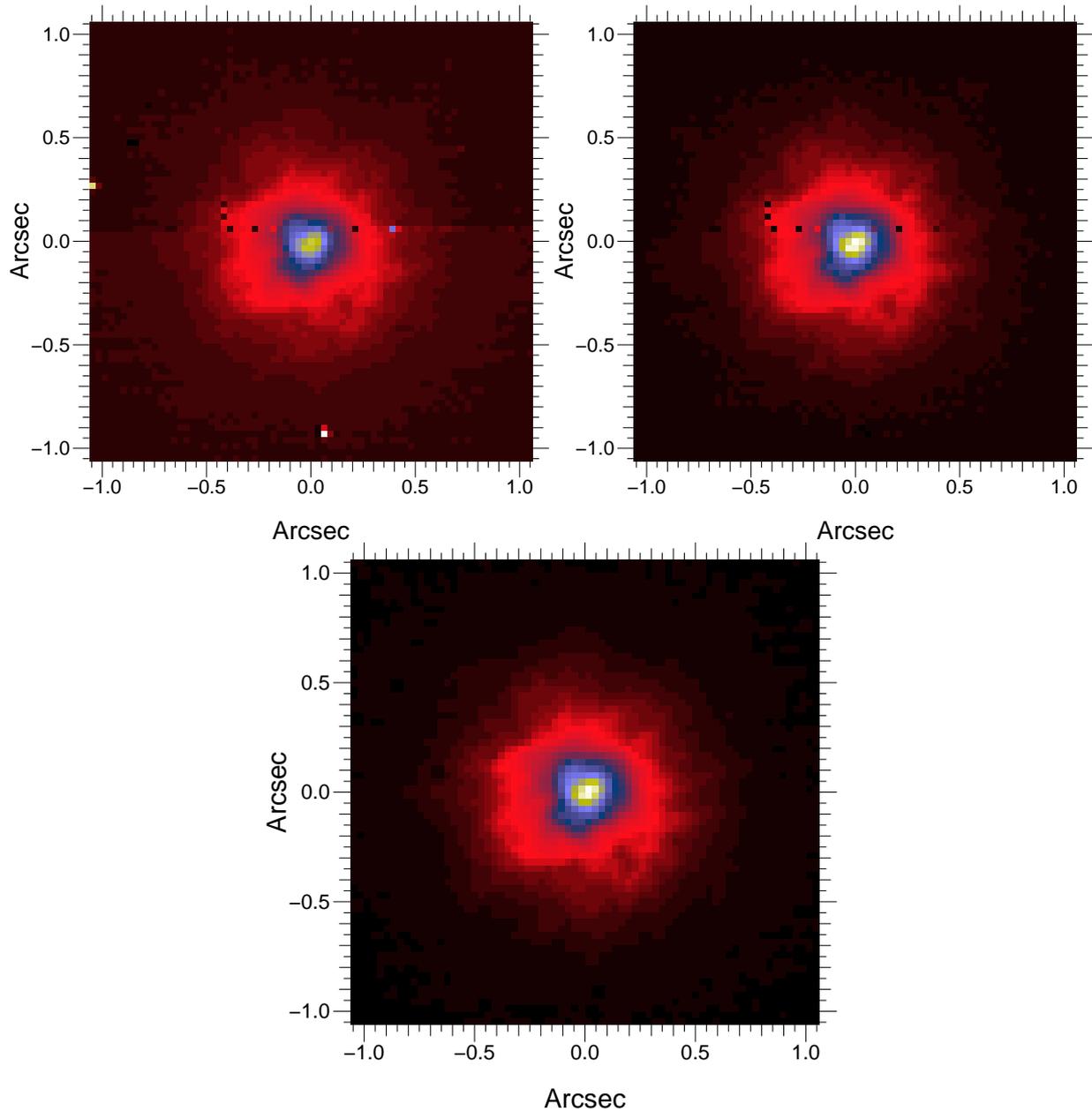


FIGURE 9.3: Illustration du traitement de la FEP sur une image acquise le 17 Septembre 2013 à 02h34m44s. De haut en bas : FEP brute, FEP avec fond retiré, FEP finale avec traitement fin du fond et des pixels morts.

9.4.2 Rapport de Strehl estimé à partir du budget d'erreur

À partir de la variance de phase σ_{IR}^2 du front d'onde qui alimente la caméra IR, l'idée est maintenant d'estimer un rapport de Strehl à partir des mesures étalonnées et des précédents calculs donnés dans la section précédente. Le but de cette démarche est de comparer avec le rapport de Strehl délivré par la caméra IR, en particulier pour mettre en évidence notre capacité à modéliser correctement le système. Je rappelle que je travaille avec des erreurs en nm, il faut alors exprimer des variances de phase en radians² qui sont monochromatiques avec $(2\pi/\lambda_{\text{IR}})^2$.

La première estimation du rapport de Strehl qui vient à l'esprit repose sur l'approximation de Maréchal. Pour des variances de phase relativement faibles, le rapport de Strehl prend alors la forme suivante :

$$\boxed{\text{SR}_{\text{Mar}} = e^{-\sigma_{\text{IR}}^2 \cdot (2\pi/\lambda_{\text{IR}})^2}}, \quad (9.72)$$

avec je rappelle σ_{IR}^2 la variance de phase en nm^2 estimée par la décomposition de l'erreur de front d'onde. L'exponentielle dans l'expression précédente est excessivement pessimiste lorsque la variance de phase devient importante. Dans le cas de CANARY, les rapports de Strehl sont globalement concentrés autour de 25 %, mais peuvent chuter à 10 % dans le cas de mauvaises conditions d'observation, et dans l'autre sens atteindre 45 % dans des conditions exceptionnelles. Autrement dit, l'estimation de Maréchal n'est pas la meilleure des options pour nous.

Une autre méthode d'estimation a été proposée par Parenti ([Parenti and Sasiela, 1994]). Elle est basée sur l'approximation de Yura ([Yura, 1973]) qui suppose que le rapport de Strehl, sans correction, est inversement proportionnel à $1 + (D/r_0)^2$. Il considère alors que l'énergie de la FEP se compose d'un cœur cohérent obtenu grâce à la compensation des modes de bas ordres, puis d'un halo qui contient le reste de l'énergie non concentrée dans le pic. Il suppose que ce halo est de taille $1, 22\lambda_{\text{IR}}/D(1 + (D/r_0)^2)^{1/2}$ et que les modes de basculement agissent comme un *jitter*, qui viennent convoluer la FEP due aux modes de plus hauts ordres seulement. En supposant que ce jitter soit gaussien, il arrive alors à l'expression finale :

$$\text{SR}_{\text{Par}} = \frac{\text{SR}_{\text{HO}}}{\underbrace{1 + \sigma_{\text{TT}}^2(2\pi/\lambda_{\text{IR}})^2}_{\text{Cœur cohérent + jitter}}} + \frac{1 - \text{SR}_{\text{HO}}}{\underbrace{1 + (D/r_0(\lambda_{\text{IR}}))^2}_{\text{Halo}}}, \quad (9.73)$$

avec σ_{TT}^2 la variance des modes de basculement fournie par la décomposition du budget d'erreur et SR_{HO} le rapport de Strehl associé à la variance des modes supérieurs au basculement :

$$\text{SR}_{\text{HO}} = e^{-\sigma_{\text{HO}}^2 \cdot (2\pi/\lambda_{\text{IR}})^2}. \quad (9.74)$$

Cette méthode d'estimation semble plus robuste que celle de Maréchal, mais l'exponentielle de la variance des hauts ordres peut tout de même être pessimiste.

Born et Wolf ([Born and Wolf, 1999]) proposent un développement limité de l'intensité reçue par une caméra en présence d'aberrations. Les conclusions rejoignent l'approximation de Maréchal puisque lorsque la variance de phase σ_{IR}^2 est relativement faible, ils montrent que :

$$\text{SR} \simeq 1 - \sigma_{\text{IR}}^2(2\pi/\lambda_{\text{IR}})^2. \quad (9.75)$$

Cette expression peut causer quelques difficultés d'un point de vue numérique lorsque la variance σ_{IR}^2 est trop importante. Pour éviter d'avoir des rapports de Strehl négatifs, je fais l'hypothèse que l'équation 9.75 peut s'exprimer de la façon suivante :

$$\text{SR} \simeq \frac{1}{1 + \sigma_{\text{IR}}^2(2\pi/\lambda_{\text{IR}})^2}. \quad (9.76)$$

Enfin, je propose d'opter pour un raisonnement similaire à Parenti, en considérant que le rapport de Strehl peut se séparer en deux contributions, le cœur cohérent et le halo. Je considère alors un cas limite pour lequel l'image est constituée d'un halo de taille $1, 22\lambda_{\text{IR}}/D(1 + (D/r_0)^2)^{1/2}$ et d'un cœur cohérent de taille $1, 22\lambda_{\text{IR}}/D$. Je suppose que l'énergie du cœur cohérent est limitée par les hauts ordres spatiaux qui n'ont pas été compensés par le MD, et que les modes de bas ordres agissent comme un jitter qui viennent convoluer le cœur cohérent. Je définis SR_{\perp} comme le rapport de Strehl associé aux variances des modes de hauts ordres :

$$\text{SR}_{\perp} = e^{-(\sigma_{\text{Fit}}^2 + \sigma_{\text{NCPA}}^2)(2\pi/\lambda_{\text{IR}})^2}, \quad (9.77)$$

ce qui m'amène à l'expression limite du rapport de Strehl suivante :

$$\text{SR}_{\text{Born}} = \frac{\text{SR}_{\perp}}{1 + (\sigma_{\text{IR}}^{\parallel})^2(2\pi/\lambda_{\text{IR}})^2} + \frac{1 - \text{SR}_{\perp}}{1 + (D/r_0(\lambda_{\text{IR}}))^2}, \quad (9.78)$$

avec $(\sigma_{\text{IR}}^{\parallel})^2 = \sigma_{\text{IR}}^2 - \sigma_{\text{Fit}}^2 - \sigma_{\text{NCPA}}^2$. Dans la suite, je comparerai les résultats donnés par ces trois méthodes d'estimation du rapport de Strehl.

9.5 Illustration sur quelques cas ciel

9.5.1 Décomposition de la variance du front d'onde résiduel

Je propose de revenir sur les jeux de données que j'ai introduits dans le chapitre précédent, acquis à 00h15m36s en mode MOAO quatre LGS trois NGS et à 00h16m30s en mode GLAO quatre LGS trois NGS la nuit du 13 Septembre 2013 sur A47 (cf. figure 5.10), puis à 02h41m55s en mode MOAO trois NGS et à 02h42m18s en mode MOAO quatre LGS trois NGS la nuit du 17 Septembre 2013 sur A53 (cf. figure 5.11). Je rappelle que les paramètres globaux durant ces observations sont reportés dans le tableau 8.1 et que les profils turbulents, utilisés pour calculer le reconstruteur, puis identifiés sur les données engagées, sont donnés en figure 8.5 et 8.6. Sur ces jeux de données, j'ai estimé tous les postes d'erreurs, que je présente dans les figures suivantes, qui interviennent dans la méthode DTI avec les méthodes de calcul que j'ai présentées à la section 9.3. Je rappelle que toutes ces erreurs sont évaluées à partir des données en boucle engagée (cf. paragraphe 5.3.5).

Je reporte en figure 9.4, la comparaison des termes du budget d'erreur entre 00h15m36s et 00h16m30s. La performance globale de la GLAO était bien moins meilleure que celle obtenue en MOAO, avec une variance du front d'onde σ_{IR}^2 de quasiment 380 nm contre 335 nm en MOAO. En GLAO, c'est clairement l'erreur tomographique qui domine le budget d'erreur du front d'onde. Avec $\sigma_{\text{TomogIR}} = 280$ nm, la tomographie représente quasiment 50 % de la variance résiduelle totale.

Dans le tableau 8.1, je reporte la vitesse de vent et le r_0 identifié à 00h15m36s et 00h16m30s. La dégradation du seeing à 00h16m30s explique l'augmentation de l'erreur de sous-modélisation (cf. équation 9.66). Cependant, bien que le vent était légèrement plus rapide à 00h16m30s qu'à 00h15m36s, avec respectivement des vitesses moyennes de 9,4 m/s et 8,3 m/s, l'erreur temporelle en GLAO était plus faible qu'en MOAO pour un gain de boucle identique. Or, d'après l'équation 9.40, l'erreur temporelle porte sur la reconstruction des pentes sur l'axe, elle donc influencée par le reconstruteur. De plus, le reconstruteur GLAO ne peut que reconstruire la moyenne des pentes des ASO hors-axes, c'est-à-dire la couche au sol. Or, d'après le tableau 8.1, la couche au sol est plus lente avec une vitesse de 6,4 m/s. Donc finalement, le signal reconstruit tomographiquement par le reconstruteur GLAO est caractérisé par une vitesse plus lente que le signal reconstruit tomographiquement par le reconstruteur MOAO, d'où une erreur temporelle plus faible à 00h16m30s.

Pour finir sur la comparaison entre les résultats de 00h15m36s et 00h16m30s, je fais remarquer que l'erreur de boucle ouverte σ_{OL}^2 est très faible dans les deux cas de l'ordre de 20 nm. Je rappelle que cette erreur est déterminée comme 5 % de la variance du front d'onde que doit reproduire le MD (cf. équation 9.3.6). Le MD est donc relativement fidèle à la commande qui lui est envoyé. L'erreur de bruit $\sigma_{\text{NoiseIR}}^2$ est issue de l'erreur $\sigma_{\text{NoiseTomo}}^2$ (cf. équation 8.20) via l'équation 9.62, on retrouve donc la tendance du reconstruteur GLAO à moins propager le bruit des ASO hors-axes. Le gain et le retard étaient les mêmes aussi bien en MOAO et en GLAO, donc le module $|\tilde{h}_{\text{cor}}|$ était le même dans les deux cas. Un dernier point à commenter concerne l'erreur statique σ_{Static}^2 plus faible en GLAO qu'en MOAO. Or, les pentes de référence $\mathbf{S}_\alpha^{\text{ref}}$ (cf. équation 9.27) et le vecteur de tension \mathbf{V}_{tel} (cf. équation 9.28) ont été identifiés à 00h05m38s, et les aberrations optiques introduites par le télescope et le dérotateur n'ont pas eu le temps d'évoluer entre 00h15m36s et 00h16m30s. C'est donc la reconstruction des termes statiques qui est meilleure en GLAO qu'en MOAO, malgré un seeing plus mauvais.

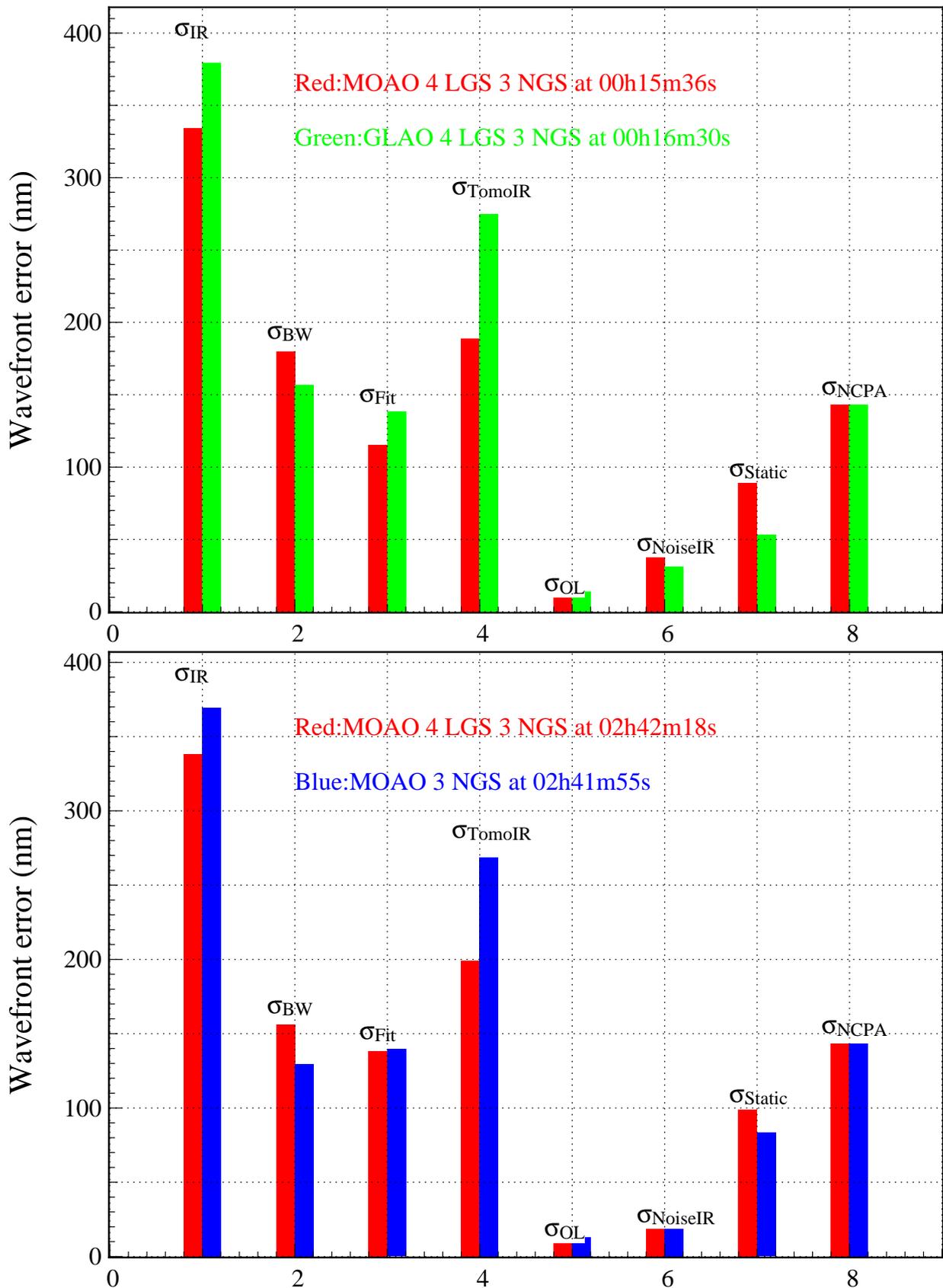


FIGURE 9.4: Détail des différents postes d'erreurs dans la décomposition de la variance front d'onde vue par la caméra IR. **En haut** : Comparaison entre les performances obtenues en MOAO (00h15m36s) et en GLAO (00h16m30s) avec quatre LGS et trois NGS. **En bas** : Comparaison entre les performances obtenues en MOAO avec trois NGS (02h41m55s) et en MOAO avec quatre LGS supplémentaires (02h42m18s).

Je me concentre maintenant sur l'apport des LGS en comparant les résultats de 02h41m55s et 02h42m18s la nuit du 17 Septembre. Les LGS ont permis de diminuer l'écart-type du front d'onde de 380 à 355 nm. Encore une fois, les performances en MOAO sont limitées par la tomographie. Concernant l'erreur temporelle, la valeur de σ_{BW}^2 est plus importante à 02h42m18s malgré une vitesse de vent plus faible (cf. tableau 8.1). De plus, les profils dont sont issus les deux reconstituteurs MOAO étaient identiques (cf. figure 8.6), donc le reconstituteur de 02h42m18s a introduit des composantes de hautes fréquences temporelles qui contribue à augmenter l'erreur temporelle.

Au premier abord, j'ai supposé que c'étaient les LGS qui introduisaient des composantes hautes fréquences dans la reconstruction des pentes sur l'axe. Or, sur ces pentes estimées, j'ai identifié un r_0 identique et une vitesse de vent de 3,6 m/s et 1,2 m/s respectivement à 02h41m55s et 02h42m18s. Le rapport des vitesses est donc respecté par rapport aux conditions d'observation (cf. tableau 8.1). D'après la figure 8.6, les deux reconstituteurs prédisaient essentiellement une couche au sol, c'est pourquoi la vitesse identifiée sur les pentes reconstruites est plus faible que celle identifiée sur les mesures. De plus, j'ai évalué l'erreur temporelle à 02h42m18s en utilisant un reconstituteur issu du même profil mais sans LGS. J'ai alors obtenu une erreur σ_{BW}^2 de 150 nm au lieu de 155 nm. J'en ai alors conclu que ce sont les NGS qui ont introduit des composantes parasites et donc augmenté l'erreur temporelle à 02h42m18s par rapport à 02h41m55s.

Pour aller plus loin dans cette analyse, j'ai calculé la DSP temporelle moyenne des pentes reconstruites sur l'axe à 02h41m55s et 02h42m18s. D'après l'équation 9.64, c'est sur cette DSP que l'erreur σ_{BW}^2 est évaluée. Je représente en figure 9.5, les deux DSP temporelles des pentes reconstruites sur l'axe. On peut noter que celle issue des données de 02h42m18s reste inférieure à celle de 02h41m55s dans un domaine de 1 à 10 Hz, ce qui illustre le fait que ces pentes reconstruites à 02h42m18s ont bien une dynamique temporelle plus lente que celles reconstruites à 02h41m55s.

Mais d'après la figure 9.1 et l'équation 9.64, c'est le domaine au-delà de 10 Hz qui est important, puisque les fréquences en-deçà de cette limite sont filtrées par la fonction \tilde{h}_{cor} . Le niveau de bruit est aussi plus élevé, en accord avec les valeurs de $\sigma_{\text{NoiseTomog}}^2$ que j'ai introduites à la figure 8.8, mais ce niveau de bruit est retranché dans l'évaluation de σ_{BW}^2 (cf. équation 9.64). Il me semble que la raison de l'augmentation de l'erreur temporelle à σ_{BW}^2 à 02h42m18s provient d'un niveau de vibrations plus important, et n'a rien à voir avec l'utilisation des LGS. À 02h42m18s, l'airmass était de 1,04 et le télescope pointait donc quasiment au zénith. Ce genre de configuration mécanique du télescope est généralement plus propice à introduire des vibrations, puisque le moment d'inertie du télescope par rapport à l'axe zénithal y est le plus faible.

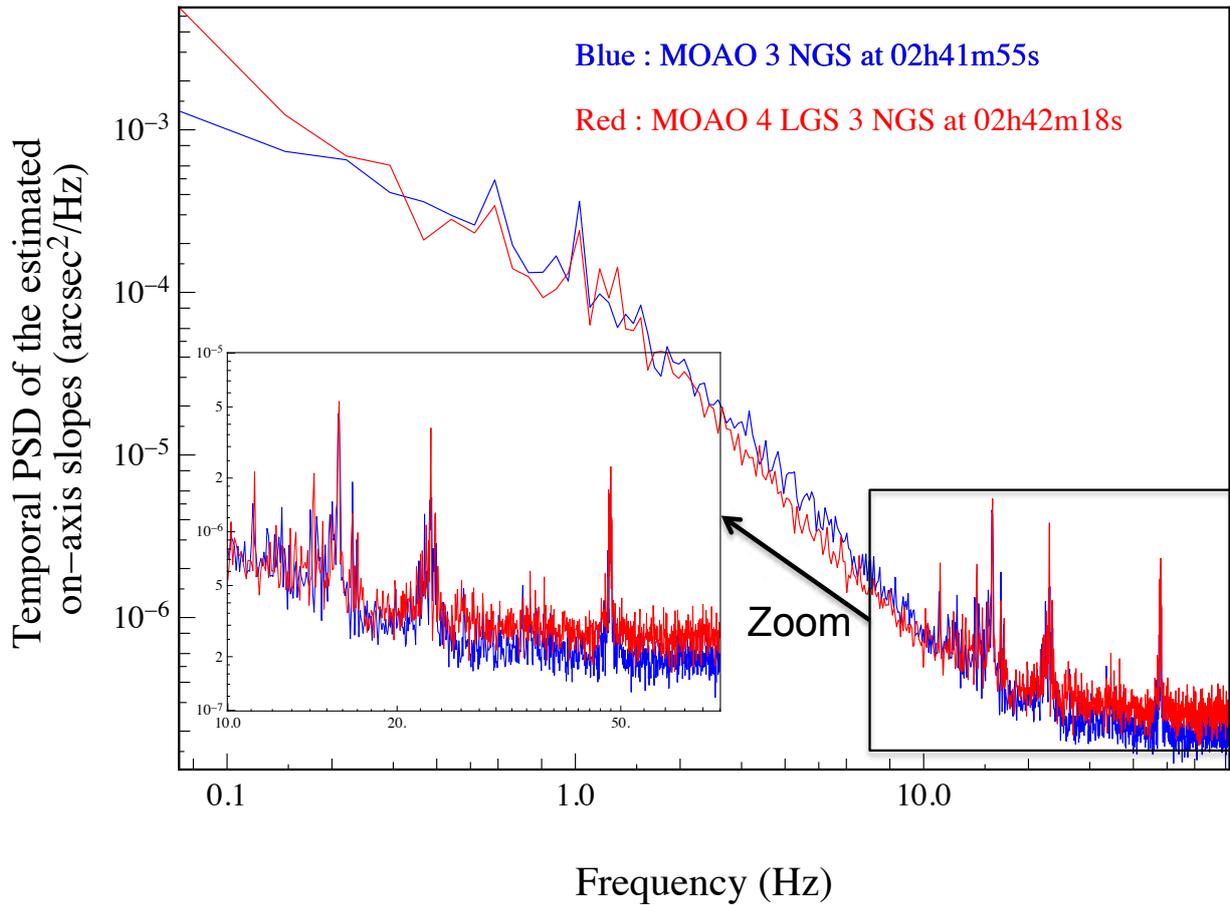


FIGURE 9.5: Densité spectrale de puissance des pentes sur l'axe reconstruites tomographiquement à 02h41m55s et 02h42m18s.

L'erreur de sous-modélisation du MD et de boucle ouverte étaient identiques dans les deux cas puisque le seeing était similaire. De plus, le gain de la boucle était encore identique à 02h41m55s et 02h42m18s, donc l'écart de l'erreur de bruit $\sigma_{\text{NoiseLR}}^2$ reflète l'écart qu'il y avait déjà sur $\sigma_{\text{NoiseTomo}}^2$ (cf. figure 8.8). Enfin, l'erreur statique σ_{Static}^2 était plus importante en mode MOAO quatre LGS trois NGS à 02h42m18s qu'à 02h41m55s en mode MOAO trois NGS, alors que l'étalonnage des pentes de référence $\mathbf{S}_\alpha^{\text{ref}}$ (cf. équation 9.27) et du vecteur d'offset \mathbf{V}_{tel} (cf. équation 9.28) avait eu lieu à 02h37m44s.

Puisque les conditions de seeing entre les deux cas étaient très similaires (cf. tableau 8.1), on peut donc raisonnablement supposer que les LGS ont apporté des termes statiques supplémentaires. En effet, les pentes mesurées par les ASO LGS doivent aussi être centrées, ce qui nécessite l'étalonnage des pentes de référence de ces ASO. Or, cet étalonnage n'est pas parfait et il s'en suit une erreur σ_{Calib}^2 (cf. équation 9.27) qui porte à la fois sur les ASO NGS et à la fois sur les ASO LGS. Puisque les aberrations du télescope et du dé-rotateur n'ont pas eu le temps d'évoluer entre les acquisitions, et que le seeing était identique, l'écart sur σ_{Static}^2 entre 02h41m55s et 02h42m18s peut alors provenir de l'augmentation de σ_{Calib}^2 due à l'utilisation des LGS. En prenant la différence quadratique de σ_{Static}^2 à 02h42m18s et à 02h41m55s, j'évalue que les LGS contribuent à une erreur de $\sqrt{100^2 - 80^2} = 60$ nm dans la valeur total de σ_{Calib}^2 .

9.5.2 Évaluation des rapports de Strehl

Je vais clore ce chapitre en présentant maintenant l'évaluation des différents rapports de Strehl que j'ai définis dans la section 9.4.2. Je rappelle que pour chaque jeu de données, j'ai

évalué le rapport de Strehl mesuré par la caméra IR SR_{sky} qui est la grandeur qui donne la performance globale de CANARY sur le ciel. Ensuite, à partir des différents postes d'erreur de la décomposition de l'erreur de front d'onde de la caméra IR, j'ai proposé deux méthodes d'estimation de la variance de ce front d'onde σ_{IR}^2 . La première, la méthode DTI, utilise tous les termes de la décomposition de cette variance suivant l'équation 9.43, alors que la deuxième, la méthode DMTS, utilise la variance du front d'onde mesuré par le TS et y ajoute ou retranche les termes nécessaires conformément à l'équation 9.50. Enfin, pour chacune de ces deux méthodes, j'ai calculé trois rapports de Strehl différents, suivant l'approximation de Maréchal SR_{Mar} en utilisant la variance totale (cf. équation 9.72), Parenti SR_{Par} en séparant les modes de basculement du reste et en ajoutant un terme de halo (cf. équation 9.73), Born SR_{Born} en séparant les modes corrigés par l'OA de ceux qui ne le sont pas (cf. équation 9.78). Au final, j'ai donc sept rapports de Strehl par jeu de données quand j'ajoute celui mesuré par la caméra IR.

Je donne ces sept valeurs évaluées à 00h15m36s et 00h16m30s la nuit du 13 Septembre, et à 02h41m55s et 02h42m18s en figure 9.6. Le premier point à commenter concerne les performances de CANARY données par SR_{sky} . On peut constater que ce rapport de Strehl est passé de 0,155 à 0,235 entre le mode MOAO de 00h15m36s et le mode GLAO de 00h16m30s. D'après la figure 9.4, c'est la reconstruction tomographique des couches en altitude qui a permis de diminuer significativement la variance σ_{IR}^2 , donc d'augmenter le rapport de Strehl.

Maintenant je me focalise sur la comparaison des rapports de Strehl obtenus avec la méthode DTI. Que ce soit en MOAO ou GLAO, on retrouve des tendances similaires en comparant avec le rapport de Strehl de la caméra IR : l'approximation de Maréchal est pessimiste, l'approximation de Parenti est la plus exacte des trois approximations, puis l'approximation de Born est optimiste. En MOAO, on obtient respectivement des rapports de Strehl de 0,21 puis 0,255 et 0,31 évalués avec ces approximations, alors qu'en GLAO on atteint des estimations de 0,13 puis 0,175 et 0,24.

Si on se concentre maintenant sur les écarts de rapports de Strehl, on a eu sur le ciel un écart approximatif de 0,08 entre la MOAO et la GLAO. Est-ce que ces écarts sont bien reproduits pour les trois approximations ? Entre la MOAO et GLAO, on obtient un écart de 0,08 avec Maréchal et Parenti, puis un écart de 0,07 avec l'approximation de Born. Quelques soient les approximations de la relation entre le rapport de Strehl et la variance de phase estimée par la méthode DTI, on arrive à reproduire les bons écarts entre MOAO et GLAO. Cependant, c'est l'approximation de Parenti qui semble être la plus exacte pour estimer le rapport de Strehl de la caméra IR sur cette paire de jeux de données.

Un autre point très intéressant concerne la comparaison des méthodes DTI puis DMTS. Je rappelle que c'est cette comparaison qui permet de mettre en évidence que tous les postes d'erreur dans la variance de phase ont été compris et bien évalués. En MOAO, avec la méthode DMTS, on obtient respectivement 0,2 puis 0,245 et 0,3 pour respectivement l'approximation de Maréchal, Parenti et Born, contre 0,13 puis 0,175 et 0,24 en GLAO. Avec la méthode DMTS, on reproduit aussi correctement les écarts entre MOAO et GLAO, et on arrive à la même conclusion que précédemment : l'approximation de Parenti est la plus appropriée ici pour estimer le rapport de Strehl.

Une première conclusion est que les méthodes DTI et DMTS donnent les mêmes évaluations du rapport de Strehl pour les trois approximations. Cependant, en MOAO, la méthode DTI conduit à des rapports de Strehl surestimés de moins de 0,01 par rapport à la méthode DMTS pour les trois approximations. On pourrait interpréter cet écart comme un biais, mais on ne peut pas se prononcer sur une seule paire de jeux de données. Je montre au chapitre 12 que la

méthode DTI permet d'évaluer sans biais la variance de phase prédite par la méthode DMTS, mais qu'il y a une légère dispersion des résultats entre les deux méthodes.

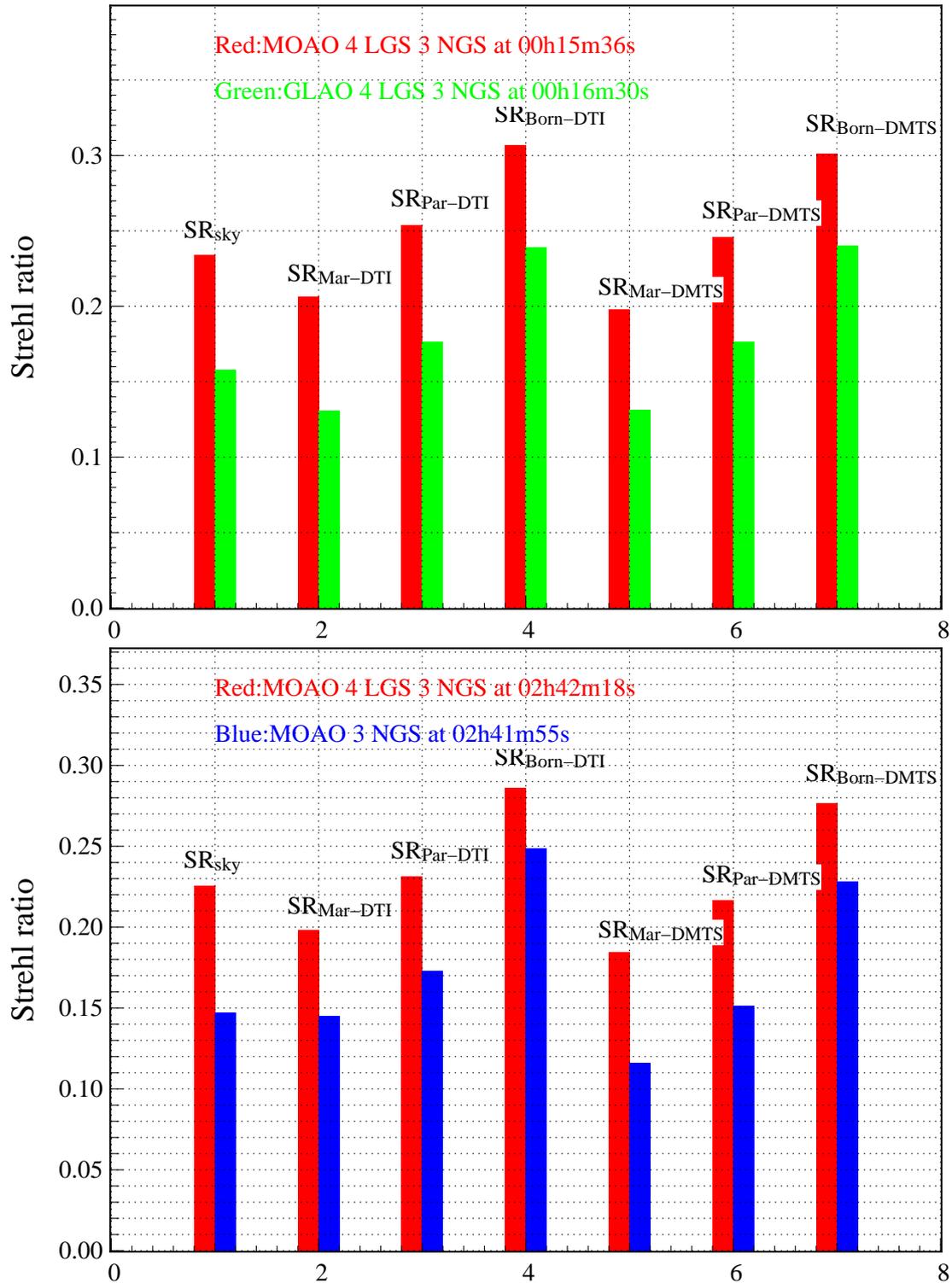


FIGURE 9.6: Valeurs des différents rapports de Strehl. De gauche à droite, il y a le rapport de Strehl mesuré sur la caméra IR, les rapports de Strehl déduits de la méthode DTI (cf. équation 9.43) en utilisant l'approximation de Maréchal, Parenti et Born, puis les rapports de Strehl déduits par la méthode DMTS (cf. équation 9.50). **En haut** : Comparaison entre les performances obtenues en MOAO (00h15m36s) et en GLAO (00h16m30s) avec quatre LGS et trois NGS. **En bas** : Comparaison entre les performances obtenues en MOAO avec trois NGS (02h41m55s) et en MOAO avec quatre LGS supplémentaires (02h42m18s).

Je vais me concentrer maintenant sur la comparaison des performances de la MOAO obtenues à 02h41m55s sur trois NGS, et à 02h42m18s avec quatre LGS supplémentaires la nuit du 17 Septembre 2013, sur l'astérisme A53 (cf. figure 5.11). Les LGS ont permis d'augmenter le rapport de Strehl de 0,15 à 0,225, alors que les conditions de seeing et de vent étaient tout à fait similaires (cf. tableau 8.1). C'est plus particulièrement la reconstruction tomographique à partir des LGS qui a permis cette augmentation (cf. figure 9.4).

Je considère uniquement la méthode DTI. Avec LGS, j'obtiens des rapports de Strehl de 0,2 avec l'approximation de Maréchal, de 0,23 avec l'approximation de Parenti, puis de 0,285 avec l'approximation de Born. Dans ce cas, on retrouve des conclusions identiques à précédemment : l'approximation de Maréchal est pessimiste, alors que l'approximation de Born est optimiste et que l'approximation de Parenti est la plus exacte des trois.

En MOAO avec trois NGS seulement, j'obtiens 0,145 avec l'approximation de Maréchal, 0,17 avec l'approximation de Parenti, puis 0,25 avec l'approximation de Born. On observe un comportement différent ici : l'approximation de Maréchal donne une évaluation du rapport de Strehl la plus exacte des trois approximations, alors que les approximations de Parenti et Born surévaluent le rapport de Strehl. Cela suggère qu'on ne peut pas se prononcer sur la meilleure approximation pour l'instant, il faudra se reporter au chapitre 12 dans lequel je donne une comparaison sur un échantillon statistique conséquent.

Entre la MOAO avec et sans LGS sur le ciel, nous avons obtenu un écart de 0,075 sur les rapports de Strehl. J'obtiens des écarts de 0,055, 0,06 puis 0,03 avec respectivement les approximations de Maréchal, Parenti et Born. C'est finalement la méthode de Parenti qui donne les meilleurs résultats en terme d'évaluation absolue des rapports de Strehl, et de restitution des écarts entre les modes d'observation. Encore une fois, il s'agit d'un cas particulier, pour une turbulence donnée, qui ne permet pas de se prononcer sur la meilleure approximation.

Je me concentre maintenant sur les résultats de la méthode DMTS. J'obtiens en MOAO avec LGS des rapports de Strehl de 0,175 avec Maréchal, 0,22 avec Parenti puis 0,275 avec Born. On retrouve cette fois-ci une approximation de Maréchal pessimiste, une approximation de Born optimiste, et une approximation de Parenti la plus exacte des trois. Si on compare ces valeurs à celles obtenues avec la méthode DTI, on trouve que la méthode DTI conduit à des rapports de Strehl plus grands de 0,01 à 0,02, par rapport à la méthode DMTS. Il subsiste toujours un écart, mais la méthode DTI permet de retrouver relativement bien les valeurs données par la méthode DMTS sur ce cas de figure.

En MOAO sans LGS, j'obtiens des rapports de Strehl de 0,115 avec Maréchal, 0,15 avec Parenti et 0,23 avec Born. Contrairement à la méthode DMTS, on retrouve la tendance observée précédemment, avec une approximation de Maréchal pessimiste, une approximation de Born optimiste, puis une approximation de Parenti la plus exacte des trois. Entre les deux méthodes d'estimation de la variance de phase, on observe une surestimation de 0,02 à 0,03 sur les rapports de Strehl évalués à partir de la méthode DTI. La différence entre les deux méthodes s'est donc accentuée sur ce cas de figure.

Finalement, entre les rapports de Strehl de la MOAO avec et sans LGS, j'évalue des écarts de 0,065 sur l'approximation de Maréchal et Parenti, et de 0,045 sur l'approximation de Born. Je rappelle que sur les rapports de Strehl évalués à partir de la caméra IR, cet écart était de 0,075. On retrouve la même tendance qu'avec la méthode DMTS : l'écart entre MOAO avec et sans LGS est relativement bien reproduit avec les approximations de Maréchal et Parenti, mais est sous-évalué avec l'approximation de Born.

Pour conclure, la décomposition de l'erreur de front d'onde via la méthode DTI permet d'évaluer un bon ordre de grandeur des rapports de Strehl mesurés sur le ciel. Le point important est qu'il y a une similitude entre les résultats donnés par les méthodes DTI et DMTS. Cela

signifie que tous les postes d'erreurs dans la variance de phase sont relativement bien compris et évalués. Autrement dit, la méthode DTI peut être utilisée pour faire des simulations : en imposant des conditions d'observation, la géométrie du problème, le reconstruteur tomographique, puis le gain de la boucle, on peut évaluer la variance de phase et le rapport de Strehl. En particulier, dans le chapitre 12, j'évalue les performances qu'on aurait obtenues sur le ciel avec un reconstruteur MMSE optimisé.

Il subsiste cependant des écarts entre la méthode DTI et DMTS, particulièrement engendrés par les hypothèses de calcul que j'ai faites. L'indépendance entre l'erreur temporelle et l'erreur de bande passante est une hypothèse assez forte, qui peut être remise en question lorsque le profil turbulent contient des couches en altitude à la fois énergétique et rapide. Les résultats du chapitre 12 mettent cependant en évidence que la méthode DTI reste très fidèle à la méthode DMTS.

Chapitre 10

Reconstruction de la FEP à partir des données étalonnées

J'ai présenté dans le précédent chapitre, une décomposition de l'erreur de front d'onde dans le plan pupille de la caméra IR. Ce front d'onde résulte des perturbations de la phase atmosphérique qui ont été partiellement compensées par le MD. En invoquant plusieurs limitations physiques, auxquelles j'ai associé une variance de phase, il est possible d'estimer le rapport de Strehl de la caméra IR et de la comparer avec la vraie mesure. Cependant, la MOAO a été initialement conçue pour alimenter des spectrographes multi-objet. Pour la spectroscopie, l'important est d'être capable de concentrer le plus de photons dans un champ de vue limité. Par exemple, pour EAGLE, l'objectif était d'atteindre 30 % de l'énergie totale dans un champ de 75 milli-secondes d'angle de coté ([Cuby et al., 2008]).

C'est pourquoi je propose d'aller un peu plus loin dans la modélisation du système dans le but d'estimer l'énergie encadrée (EE cf. équation 1.33) au plan focal de la caméra IR. Ce qui va suivre concerne alors de la reconstruction de FEP, mais à partir de données étalonnées acquises par CANARY sur le ciel. Le but n'est pas de faire de la déconvolution d'image, mais d'être en mesure de comparer la EE déterminée sur les images acquises sur le ciel avec une évaluation déterminée à partir des données ciel.

Je commence donc par formaliser le problème dans un cadre de MOAO, puis discute de l'implémentation numérique adoptée pour cette reconstruction de FEP. Je détaille comment je décompose la FEP de la caméra en plusieurs FEP liées aux limitations physiques de l'instrument, puis j'explique le calcul de chacun de ces termes. J'illustre enfin cette reconstruction de FEP sur les quelques cas ciel que j'ai déjà présentés auparavant.

10.1 Décomposition de la FEP

Rappelons nous les concepts de base de la formation d'image. Je rappelle que K_{tel} (cf. équation 1.3) est la FEP du télescope parfait sans aberration optique, et \tilde{K}_{tel} (cf. équation 1.7) la FTO qui est la transformée de Fourier de la FEP. Or, le télescope n'est pas parfait il y a plusieurs aberrations optiques statiques qui entachent la FEP. De plus, j'ai déjà discuté des NCPA (cf. équation 9.29) qui limitent la performance que peut obtenir CANARY. Je définis alors $\tilde{K}_{\text{tel-stat}}$ comme la FTO du télescope parfait à laquelle je multiplie les FTO associées aux aberrations statiques et aux NCPA.

En présence de turbulence, la FTO totale \tilde{K}_{IR} (cf. équation 1.29) est alors le produit de cette FTO du télescope avec aberrations statiques $\tilde{K}_{\text{tel-stat}}$ et de la FTO des aberrations dynamiques

de la phase résiduelle $\tilde{K}_{\phi_\varepsilon}$ ([Rodier, 1981]) :

$$\tilde{K}_{\text{IR}}(\boldsymbol{\rho}/\lambda) = \tilde{K}_{\text{tel-stat}}(\boldsymbol{\rho}/\lambda)\tilde{K}_{\phi_\varepsilon}(\boldsymbol{\rho}/\lambda). \quad (10.1)$$

Je rappelle que la FTO associée à une aberration de phase ϕ peut s'écrire comme $e^{-\frac{1}{2}D_\phi(\boldsymbol{\rho})}$, si et seulement si la phase ϕ est stationnaire. Or, on s'intéresse ici à la phase résiduelle ϕ_ε après compensation du front d'onde par le système d'OA, qui n'est pas stationnaire sur la pupille. Une solution est de déterminer la fonction de structure moyenne de la phase résiduelle sur la pupille ([Conan, 1994]) :

$$\bar{D}_{\phi_\varepsilon}(\boldsymbol{\rho}) = \frac{\iint P(\mathbf{r})P(\mathbf{r} + \boldsymbol{\rho})D_{\phi_\varepsilon}(\mathbf{r}, \boldsymbol{\rho}) d\mathbf{r}}{\iint P(\mathbf{r})P(\mathbf{r} + \boldsymbol{\rho})d\mathbf{r}}, \quad (10.2)$$

avec $P(\mathbf{r})$ la fonction délimitant la pupille. Grâce à la moyenne opérée dans l'équation 10.2, on tend à rendre la phase résiduelle stationnaire, ce qui permet de déterminer la fonction de transfert optique de la phase résiduelle comme suivant :

$$\tilde{K}_{\phi_\varepsilon}(\boldsymbol{\rho}/\lambda) = e^{-\frac{1}{2}\bar{D}_{\phi_\varepsilon}(\boldsymbol{\rho})}. \quad (10.3)$$

L'hypothèse de stationnarité a été plus précisément discutée par [Conan, 1994], [Véran, 1997] et [Exposito, 2014]. En particulier, J. Exposito a montré que l'approximation de stationnarité de la phase résiduelle n'est pas un point limitant pour évaluer correctement sa FTO ([Exposito et al., 2012]).

L'objectif est maintenant de décomposer la fonction de structure de phase $\bar{D}_{\phi_\varepsilon}$ en une somme de plusieurs fonctions associées à des processus considérés indépendants et stationnaires, voire préalablement rendus stationnaires par moyenne sur la pupille le cas échéant. Il s'agit de généraliser le travail que j'ai fait dans le chapitre précédent sur les variances. Si on se réfère à l'équation 9.43, on peut décomposer la fonction de structure de la phase résiduelle dans le plan pupille comme suivant :

$$\bar{D}_{\phi_\varepsilon} = D_{\phi_\varepsilon}^{\text{Fitting}} + D_{\phi_\varepsilon}^{\text{BW}} + \bar{D}_{\phi_\varepsilon}^{\text{Tommo-NoiseIR}}. \quad (10.4)$$

Il y a une petite nuance par rapport au chapitre 9 où j'avais séparé l'erreur du bruit en une contribution dans l'erreur tomographique, et une autre contribution qui prenait en compte le filtrage du bruit par le système. Ici, je regroupe ces deux termes pour ne calculer qu'une seule FTO $\tilde{K}_{\text{Tommo-NoiseIR}}$ liée à la tomographie avec prise en compte du filtrage de bruit par la boucle. Cette FTO sera alors déduite de la fonction de structure de phase résiduelle $\bar{D}_{\phi_\varepsilon}^{\text{Tommo-NoiseIR}}$ que j'explicité un peu plus loin dans ce chapitre.

Ainsi, d'après les équations 10.3, 10.4 et 10.1, la décomposition de la FTO en présence d'aberrations statiques et de la turbulence, peut se généraliser, à partir du budget d'erreur, à la forme suivante :

$$\tilde{K}_{\text{IR}} = \tilde{K}_{\text{tel-stat}}\tilde{K}_{\text{Fitting}}\tilde{K}_{\text{BW}}\tilde{K}_{\text{Tommo-NoiseIR}}. \quad (10.5)$$

Je fais remarquer qu'on peut aussi généraliser la méthode DMTS (cf. équation 9.50) pour estimer la FEP vue par la caméra IR. Cependant, le but de cette reconstruction de FEP est de valider la modélisation du système de MOAO à partir de données étalonnées, pour ensuite prédire les performances du système à partir d'*a priori* sur la turbulence. C'est pourquoi je vais me concentrer sur la décomposition complète de la FEP, en introduisant les différentes méthodes de calculs qui interviennent ici.

10.2 Méthodes d'estimation des différentes FEP

10.2.1 Relation entre fonction de structure de phase et spectre spatial

Je rappelle ici quelques relations qui vont nous servir pour la suite. Par définition, la covariance spatiale $\mathcal{C}_{\phi_\varepsilon}$ de la phase résiduelle, s'écrit :

$$\mathcal{C}_{\phi_\varepsilon}(\mathbf{r}, \boldsymbol{\rho}) = \mathbb{E}[\phi_\varepsilon(\mathbf{r})\phi_\varepsilon^*(\mathbf{r} + \boldsymbol{\rho})]. \quad (10.6)$$

Pour lever le problème de non-stationnarité de la phase résiduelle, je définis $\bar{\mathcal{C}}_{\phi_\varepsilon}(\boldsymbol{\rho})$ la covariance spatiale rendue stationnaire en moyennant $\mathcal{C}_{\phi_\varepsilon}(\mathbf{r}, \boldsymbol{\rho})$ sur la pupille :

$$\bar{\mathcal{C}}_{\phi_\varepsilon}(\boldsymbol{\rho}) = \frac{\iint P(\mathbf{r})P(\mathbf{r} + \boldsymbol{\rho})\mathcal{C}_{\phi_\varepsilon}(\mathbf{r}, \boldsymbol{\rho})d\mathbf{r}}{\iint P(\mathbf{r})P(\mathbf{r} + \boldsymbol{\rho})d\mathbf{r}}, \quad (10.7)$$

Or, puisque la fonction de structure de phase correspond à l'écart quadratique de la phase entre deux points séparés du vecteur $\boldsymbol{\rho}$ (cf. équation 1.16), elle peut s'exprimer de la façon suivante :

$$\bar{D}_{\phi_\varepsilon}(\boldsymbol{\rho}) = 2\mathcal{C}_{\phi_\varepsilon}(\mathbf{0}) - 2\mathcal{C}_{\phi_\varepsilon}(\boldsymbol{\rho}). \quad (10.8)$$

De plus, d'après le théorème de Wiener-Khintchine, le spectre spatial de la phase résiduelle, lui aussi rendu stationnaire, correspond à la transformée de Fourier de la covariance spatiale :

$$\bar{W}_{\phi_\varepsilon}(\mathbf{k}) = \iint_{\mathbb{R}^2} \bar{\mathcal{C}}_{\phi_\varepsilon}(\boldsymbol{\rho})e^{-2i\pi\mathbf{k}\boldsymbol{\rho}}d\boldsymbol{\rho} \quad (10.9)$$

La covariance spatiale peut alors s'exprimer comme la transformée de Fourier inverse du spectre spatial. En utilisant les équations 10.8 et 10.9, on obtient la relation suivante entre fonction de structure de phase et spectre spatial :

$$\bar{D}_{\phi_\varepsilon}(\boldsymbol{\rho}) = 2 \iint_{\mathbb{R}^2} \bar{W}_{\phi_\varepsilon}(\mathbf{k}) (1 - e^{2i\pi\mathbf{k}\boldsymbol{\rho}}) d\mathbf{k}. \quad (10.10)$$

Dans le cas où le spectre $\bar{W}_{\phi_\varepsilon}(\mathbf{k})$ est symétrique de révolution, il ne dépend plus que du module de \mathbf{k} . L'équation 10.10 peut alors se ramener à l'expression suivante ([Conan et al., 2000b]) :

$$\bar{D}_{\phi_\varepsilon}(\rho) = 4\pi \int_{\mathbb{R}^+} k \bar{W}_{\phi_\varepsilon}(k) (1 - J_0(2\pi k\rho)) dk. \quad (10.11)$$

C'est sur cette relation que s'appuie largement la méthode de reconstruction de FEP qui est discutée dans ce chapitre.

10.2.2 FTO du télescope avec aberrations statiques

Je vais exprimer ici la FTO du télescope en présence d'aberrations statiques $\tilde{K}_{\text{tel-stat}}$. Ces aberrations sont de deux natures. D'une part, il y a la contribution statique de la turbulence et des aberrations de champ dues au télescope et au dérotateur de champ (cf. paragraphe 9.1.3). D'autre part, il y a les aberrations dans la voie non-commune entre le TS et la caméra IR qui ont été partiellement étalonnées. Or, les FTO \tilde{K}_{NCPA} et $\tilde{K}_{\text{Static}}$ prennent en compte le filtrage spatial du front d'onde par la pupille du télescope parfait. Autrement dit, le produit $\tilde{K}_{\text{Static}}\tilde{K}_{\text{NCPA}}$ contient deux fois cette contribution du télescope parfait. Pour s'en affranchir, j'écris alors la FTO $\tilde{K}_{\text{tel-stat}}$ comme le produit de ces deux termes :

$$\tilde{K}_{\text{tel-stat}} = \tilde{K}_{\text{Static}}\tilde{K}_{\text{NCPA}}/\tilde{K}_{\text{tel}}, \quad (10.12)$$

avec \tilde{K}_{tel} la FTO d'un télescope parfait, $\tilde{K}_{\text{Static}}$ la FTO associée aux aberrations statiques dans la voie commune seulement, puis \tilde{K}_{NCPA} la FTO des aberrations non-communes uniquement. En opérant cette division, j'assure que le filtrage spatial du télescope parfait n'est bien compté qu'une seule fois.

10.2.2.1 FTO des NCPA

Je rappelle que les NCPA sont étalonnées sur le banc avec une procédure de diversité de phase (cf. 9.3.5) qui donne, d'une part le vecteur de tension d'offset à appliquer au MD pour compenser les aberrations statiques non communes dans la voie d'imagerie, d'autre part, la meilleure FEP obtenue sur le banc. Ainsi, à partir de la méthode de traitement des images présentée au 9.4.1, on obtient la meilleure FEP obtenue sur le banc en l'absence de turbulence \tilde{K}_{best} . Or, cette FEP conduit à une FTO \tilde{K}_{best} qui est le produit de la FTO du télescope parfait \tilde{K}_{tel} , et de la FTO des erreurs d'étalonnage des NCPA \tilde{K}_{NCPA} :

$$\tilde{K}_{\text{NCPA}} = \begin{cases} \tilde{K}_{\text{best}}(\boldsymbol{\rho}) & \text{si } |\boldsymbol{\rho}| \leq D \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases} \quad (10.13)$$

J'illustre en figure 10.1 cette meilleure FEP sans turbulence acquise en laboratoire en Septembre 2013 par CANARY. La FEP est composée d'un cœur cohérent limité par la diffraction et d'environ 100 milli-secondes d'angle de rayon, suivi d'un premier anneau d'Airy qui s'étend jusqu'à environ 200 milli-secondes d'angle. Puis il y a un zone angulaire qui s'étend jusqu'à environ 300 milli-secondes d'angle de rayon, et dans laquelle il n'y a pas d'énergie. Au-delà de cette limite on observe le halo correspondant aux structures qui ne peuvent être compensées par le MD. En effet, avec un miroir 8×8 , la fréquence spatiale de Nyquist est $3,5\lambda/D \simeq 280$ milli-secondes d'angle dans le cas de CANARY.

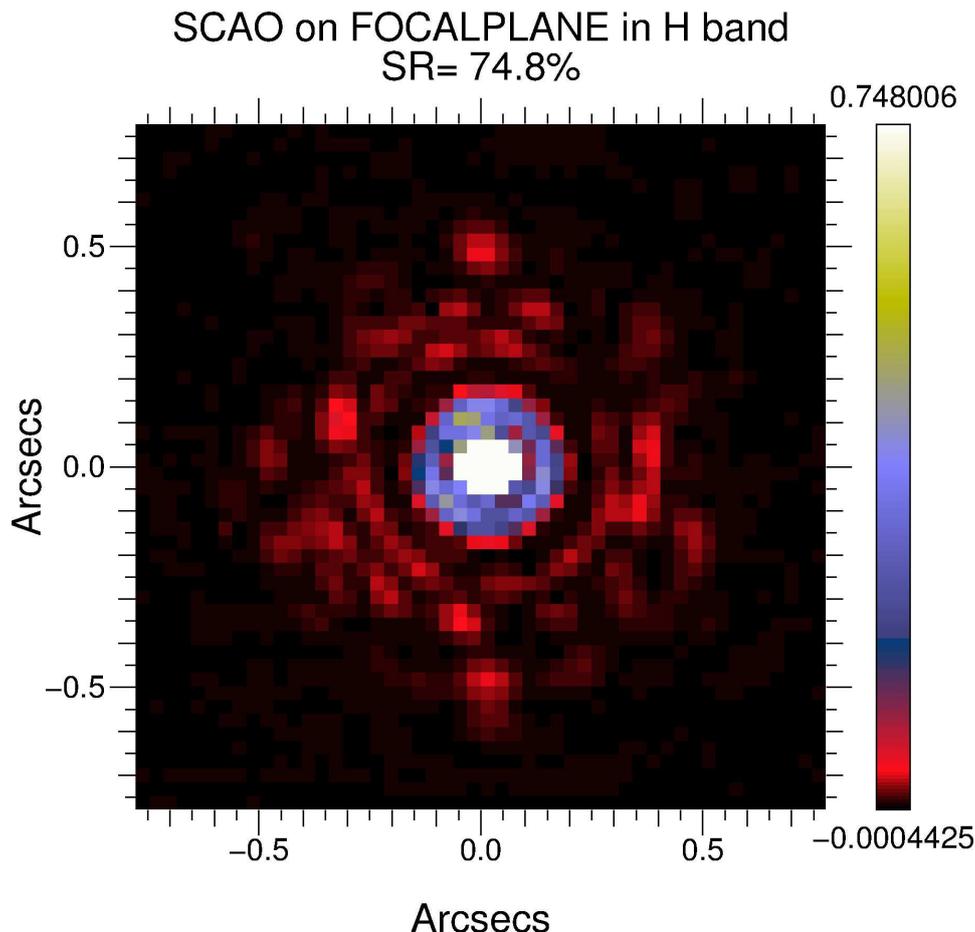


FIGURE 10.1: Meilleure FEP obtenue par CANARY en laboratoire en l'absence de turbulence.

10.2.2.2 FTO des aberrations statiques communes

J'ai à disposition les mesures du TS en boucle engagée $\mathbf{S}_\beta^{\text{BF}}$. Je peux donc déterminer le vecteur des tensions qui correspond à ce terme statique en utilisant une matrice de commande

\mathbf{M}_{com} par :

$$\mathbf{V}_0 = \mathbf{M}_{\text{com}} \langle \mathbf{S}_{\beta}^{\text{BF}} \rangle. \quad (10.14)$$

Contrairement au paragraphe 9.3.4, il ne s'agit pas de la matrice de commande étalonnée sur le banc. En effet, dans le calcul de la FEP liée à l'erreur tomographique, il sera nécessaire de déterminer les fonctions d'influence du MD. Pour des raisons d'implémentation numérique, ces fonctions d'influence ont toutes été considérées comme des gaussiennes de même largeur à mi-hauteur et de même amplitude. Pour que les calculs soient cohérents entre eux, il faut déterminer une matrice de commande à partir de cette hypothèse sur les fonctions d'influence. Cette matrice de commande découle alors de l'inversion d'une matrice d'interaction synthétique qui est définie en utilisant les fonctions d'influence synthétiques (cf. paragraphe 2.4.1).

L'idée est ensuite de déterminer la phase résiduelle due aux aberrations statiques à partir des fonctions d'influence comme suivant :

$$\phi_{\varepsilon}^{\text{Static}}(\mathbf{r}) = \sum_{i=1}^{n_{\text{act}}} \mathbf{V}_0(i) f_i(\mathbf{r}). \quad (10.15)$$

En négligeant ensuite le phénomène de scintillation, si $P(\mathbf{r})$ est la fonction pupille, la FTO associée aux aberrations statiques peut s'écrire :

$$\tilde{K}_{\text{Static}}(\boldsymbol{\rho}/\lambda) = \begin{cases} \iint_{\mathbb{R}^2} P(\mathbf{r}) P^*(\mathbf{r} + \boldsymbol{\rho}) e^{i(\phi_{\varepsilon}^{\text{Static}}(\mathbf{r}) - \phi_{\varepsilon}^{\text{Static}}(\mathbf{r} + \boldsymbol{\rho}))} d\mathbf{r} & \text{si } |\boldsymbol{\rho}| \leq D \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases} \quad (10.16)$$

10.2.3 FTO de l'erreur de sous-modélisation

Je vais considérer que la phase atmosphérique suit un spectre de Von-Karman $W_{\phi}^{\text{VK}}(\mathbf{k})$ déterminé par le paramètre de Fried r_0 et l'échelle externe L_0 . On s'intéresse néanmoins ici au spectre de la phase résiduelle orthogonale ϕ_a^{\perp} , qui correspond aux fréquences spatiales qui n'ont pas pu être reproduites par le MD. Or, la fonction de structure de la phase résiduelle est liée au spectre spatial par une relation intégrale donnée à l'équation 10.11. Cependant, je n'ai pas besoin de rendre stationnaire la fonction de structure de phase associée à l'erreur de sous-modélisation car elle porte sur les modes de hauts ordres qui ne sont pas compensés par le MD.

Je rappelle que la fréquence spatiale de Nyquist k_d (cf. équation 2.9) est déterminée par la moitié de l'inverse de d_{act} , la distance inter-actionneur du MD. Au-delà de cette fréquence de Nyquist, le MD ne peut plus reproduire la phase, ce qui engendre l'erreur de sous-modélisation $\sigma_{\text{Fitting}}^2$ (cf. équation 9.66). Enfin, je suppose que cette fréquence de coupure est bien supérieure à la fréquence de coupure associée à l'échelle externe $k_0 = 1/L_0$, ce qui est généralement le cas pour les télescopes de diamètre inférieur à 10 m. On peut alors intégrer le spectre sur un domaine circulaire donné par $k \geq k_d$.

$$D_{\phi_{\varepsilon}}^{\text{Fitting}}(\rho) = 0,023 r_0^{-5/3} 4\pi \iint_{k_d}^{\infty} k^{-8/3} (1 - J_0(2\pi k \rho)) dk \quad (10.17)$$

En posant $u = 2\pi k \rho$, j'obtiens alors l'expression de la fonction de structure de phase résiduelle orthogonale suivante :

$$D_{\phi_{\varepsilon}}^{\text{Fitting}}(\rho) = 0,046 \left(\frac{\rho}{r_0} \right)^{5/3} (2\pi)^{8/3} \iint_{2\pi k_d \rho}^{\infty} u^{-8/3} (1 - J_0(u)) du. \quad (10.18)$$

je souligne que l'équation 10.18 n'est valable que pour un domaine fréquentiel circulaire, ce qui permet de s'appuyer sur l'équation 10.11. Je fais donc ici une approximation puisque le maillage du MD ADONIS de CANARY est carré. Cependant, grâce à cette hypothèse, la mise en œuvre

numérique du calcul de $D_{\phi_\varepsilon}^{\text{Fitting}}(\rho)$ est relativement rapide puisque l'intégrale nécessite d'être calculée une seule fois pour un MD donné. Je vais donc garder cette hypothèse de domaine fréquentielle circulaire pour une première approche. Si cette hypothèse est trop limitante, il est toujours possible d'utiliser la relation de l'équation 10.10 entre fonction de structure de phase et spectre spatial. J'obtiens finalement l'expression de la FTO suivante de sous-modélisation du MD :

$$\boxed{\tilde{K}_{\text{Fitting}}(\boldsymbol{\rho}/\lambda) = e^{-\frac{1}{2}D_{\phi_\varepsilon}^{\text{Fitting}}(\rho)}}. \quad (10.19)$$

10.2.4 FTO de l'erreur temporelle

La fonction de structure associée à l'erreur temporelle nécessite de se placer dans le cadre de l'hypothèse de Taylor, c'est à dire que le front d'onde est figé et se déplace devant la pupille (cf. paragraphe 1.3.4). Ainsi, les variations temporelles découlent des variations spatiales par une translation suivant la direction du vent, ce qui permet de relier les fréquences temporelles et spatiales par la relation :

$$\mathbf{f} = \mathbf{k}\mathbf{v}. \quad (10.20)$$

Comme je l'ai explicité au paragraphe 9.3.2, l'erreur temporelle est engendrée par la fonction de transfert \tilde{h}_{cor} (cf. équation 9.21) qui filtre les variations temporelles de la phase atmosphérique parallèle. Ainsi, le spectre spatial de la phase résiduelle peut se déduire par la multiplication du spectre temporel de la phase atmosphérique avec la fonction de transfert $\tilde{h}_{\text{cor}}(\mathbf{k}\mathbf{v})$. Le problème est que cette multiplication nécessite de connaître finement la force et la direction du vent par couche. Ce n'est pas inenvisageable, mais je n'ai pas eu l'occasion au cours de ma thèse de développer un algorithme complet qui estime à la fois la force et la direction du vent par couche.

Il faut donc trouver un compromis entre toutes ces considérations. Je suppose alors que la turbulence est effectivement Taylor, que je peux mesurer une vitesse de vent globale par la largeur à mi-hauteur de la fonction d'auto-corrélation temporelle moyenne des pentes mesurées (cf. paragraphe 7.1.2), mais que la direction du vent est complètement aléatoire, avec une densité de probabilité uniforme entre 0 et $\pi/2$. Cela conduit alors à une séparation moyenne entre l'axe des x et le vecteur \mathbf{v} de $\pi/4$. La relation entre fréquences temporelles et fréquences spatiales peut alors s'écrire :

$$\mathbf{f} = kv/\sqrt{2}. \quad (10.21)$$

À partir de ces considérations sur la direction de vent, j'en déduis $W_{\text{BW}}(\mathbf{k})$ que le spectre spatial de la phase résiduelle filtrée par le système peut s'écrire de la façon suivante :

$$W_{\text{BW}}(\mathbf{k}) = W_{\phi}^{\text{VK}}(\mathbf{k})\tilde{h}_{\text{cor}}(kv/\sqrt{2}). \quad (10.22)$$

Avec la même démarche que celle utilisée pour l'erreur de sous-modélisation, on peut associer une fonction de structure de phase à ce spectre spatial filtré. Cependant, l'erreur temporelle concerne uniquement les bas ordres spatiaux, donc il faut limiter le support d'intégration entre 0 et la fréquence de coupure du MD k_d :

$$D_{\phi_\varepsilon}^{\text{BW}}(\rho) = 4\pi \iint_0^{k_d} kW_{\phi}(k)\tilde{h}_{\text{cor}}(kv/\sqrt{2})(1 - J_0(2\pi k\rho)) dk \quad (10.23)$$

La FTO associée à l'erreur temporelle peut alors s'écrire de la façon suivante :

$$\boxed{\tilde{K}_{\text{BW}}(\boldsymbol{\rho}/\lambda) = e^{-\frac{1}{2}D_{\phi_\varepsilon}^{\text{BW}}(\rho)}} \quad (10.24)$$

Je fais remarquer au lecteur que d'un point de vue numérique, on peut regrouper le calcul de la FTO liée à l'erreur temporelle avec celle liée à l'erreur de sous-modélisation. Il suffit de calculer

la fonction de transfert de correction \tilde{h}_{cor} du système MOAO, l'appliquer aux basses fréquences spatiales du spectre, puis d'intégrer le spectre filtré sur \mathbb{R}^{2+} , pour obtenir une fonction de structure de phase, puis une FEP combinée de l'erreur de sous-modélisation et temporelle.

Néanmoins, l'expression donnée par l'équation 10.24 n'est pas tout à fait exacte puisqu'elle ne tient pas compte de la correction des vibrations et des défauts de suivi du télescope. Ces deux contributions sont partiellement compensées par le système et sont incluses dans l'erreur temporelle. Pour la suite, j'ai mis à l'échelle la vitesse de vent pour obtenir la même erreur temporelle σ_{BW}^2 sur la variance de phase que celle estimée au chapitre 9 (cf. équation 9.64). En d'autres termes, je règle cette vitesse de vent pour assurer l'égalité suivante :

$$\int_{\mathbb{R}^2} \tilde{K}_{\text{BW}}(\boldsymbol{\rho}/\lambda, \bar{v}) d\boldsymbol{\rho}/\lambda = \sigma_{\text{BW}}^2. \quad (10.25)$$

Pour rendre l'estimation de $\tilde{K}_{\text{BW}}(\boldsymbol{\rho}/\lambda)$ plus exacte, il faut alors disposer du spectre temporel des vibrations et des défauts de suivi. À partir de ce spectre temporel, je pourrais le filtrer par la fonction de transfert \tilde{h}_{cor} , puis estimer le spectre spatial à partir de la relation 10.20. Je donne dans le prochain chapitre une méthode d'estimation de ce spectre.

10.2.5 FTO de l'erreur tomographique plus bruit

Jusqu'à présent, j'ai présenté les méthodes de détermination des FEP qui nécessitent peu de calculs numériques. Pour l'erreur tomographique, on va maintenant vraiment entrer au cœur du problème de reconstruction de la FEP. Il faut déterminer la fonction de structure de phase résiduelle due à l'erreur de prédiction tomographique à partir de la matrice de covariance de l'erreur tomographique (cf. équation 8.3). Ce terme va inclure l'erreur tomographique sur les bas ordres corrigés, l'erreur de repliement et l'erreur de bruit de mesure des ASO hors-axes propagés à travers le reconstituteur et le système.

10.2.5.1 Matrice de covariance de l'erreur tomographique

Je vais m'appuyer sur la décomposition de l'erreur tomographique que j'ai présentée dans le chapitre 8, ainsi que sur la décomposition de l'erreur de front d'onde dans la voie d'imagerie que j'ai présentée au chapitre 9. Je rappelle, que l'erreur tomographique $\sigma_{\text{TomogIR}}^2$ (cf. équation 8.25) se décompose en la somme de l'erreur tomographique sur les modes parallèles σ_{\parallel}^2 (cf. équation 8.13), de l'erreur tomographique $\sigma_{\text{AliasIR}}^2$ (cf. équation 8.22) due au repliement des ASO hors-axes propagé à travers le reconstituteur, et enfin de l'erreur de modélisation de la covariance spatiale Δ_{model} (cf. équation 8.24). De plus, j'inclus ici l'erreur de bruit $\sigma_{\text{NoiseIR}}^2$ (cf. équation 9.62). Il faut alors généraliser l'équation 8.25 à des matrices de covariances pour obtenir la matrice de covariance de l'erreur tomographique \mathcal{C}_{ee} :

$$\mathcal{C}_{ee} = \mathcal{C}^{\parallel} + \mathcal{C}^{\text{AliasIR}} + \mathcal{C}^{\text{NoiseIR}} + \mathcal{C}^{\text{Model}}. \quad (10.26)$$

J'ai expliqué au paragraphe 8.1.4 comment déterminer la matrice de covariance des modes parallèles ainsi que la matrice de covariance du repliement. Or, c'est le repliement dans la mesure des ASO hors-axes qui doit être pris en compte puisque la mesure du TS n'influence pas le front d'onde produit par le MD. D'après l'équation 8.22, il faut prendre en compte la multiplication par le reconstituteur, pour obtenir la matrice de covariance spatiale $\mathcal{C}^{\text{AliasIR}}$ du repliement des ASO hors-axes à travers \mathbf{R} :

$$\mathcal{C}^{\text{AliasIR}} = \mathbf{R} \mathcal{C}_{\alpha\alpha}^{\text{Alias}} \mathbf{R}^t. \quad (10.27)$$

La détermination de la matrice $\mathcal{C}^{\text{Alias}}$ est donnée à l'équation 8.30. En ce qui concerne l'impact du bruit, il faut procéder de la même façon qu'avec le repliement, puisque c'est seulement le

bruit de mesure des ASO hors-axes propagé à travers le reconstituteur qui se retrouve dans le front d'onde produit par le MD. À partir de la matrice de covariance spatiale du bruit $\mathcal{C}^{\text{Noise}}$ (cf. paragraphe 7.1.1), j'en déduis la matrice $\mathcal{C}^{\text{NoiseIR}}$, qui prend en compte à la fois la propagation du bruit à travers le reconstituteur tomographique \mathbf{R} , et le filtrage temporelle par le système :

$$\mathcal{C}^{\text{NoiseIR}} = \frac{g}{2-g} (1 - 2g\Delta_t(1 - \Delta_t)) \mathbf{R} \mathcal{C}_{\alpha\alpha}^{\text{Noise}} \mathbf{R}^t. \quad (10.28)$$

Enfin, il faut maintenant évaluer la matrice $\mathcal{C}^{\text{Model}}$ qui représente les défauts dans la modélisation de la covariance spatiale, comme les approximations du modèle analytique (cf. paragraphe 6.1.6), ou bien des couches turbulentes qui n'ont pas été identifiées. Cette matrice, qui n'est pas une matrice de covariance, peut s'évaluer par la différence entre la matrice de l'erreur résiduelle de l'identification du profil \mathcal{C}^{χ} (cf. équation 8.10) et la matrice de poids \mathbf{W} qui représente l'erreur de convergence dans \mathcal{C}^{χ} (cf. équation 7.28) :

$$\mathcal{C}^{\text{Model}} = \mathcal{C}^{\chi} - \mathbf{W}. \quad (10.29)$$

L'étape suivante consiste maintenant à déterminer la matrice de covariance des tensions \mathcal{C}_{vv} à partir de la matrice de commande du système. D'après l'équation 2.10, la matrice \mathcal{C}_{vv} peut s'évaluer par :

$$\mathcal{C}_{vv} = \mathbf{M}_{\text{com}} \mathcal{C}_{ee} \mathbf{M}_{\text{com}}^t \quad (10.30)$$

10.2.5.2 Détermination exacte de la fonction de structure de phase

L'objectif est maintenant de déterminer la fonction de structure de la phase résiduelle $D_{\phi_\varepsilon}^{\text{TomoIR}}$ engendrée par l'erreur tomographique. Pour cette approche, je vais utiliser la méthode de calcul développée par J. P. Véran ([Véran, 1997]). Je rappelle que la phase reproduite par le miroir peut se décomposer sur la base des fonctions d'influence comme suivant :

$$\phi_{\text{m}}(\mathbf{r}) = \sum_{i=1}^{n_{\text{act}}} \mathbf{V}_i f_i(\mathbf{r}). \quad (10.31)$$

En se rappelant que $D_\phi(\boldsymbol{\rho}) = \mathbb{E} [(\phi(\mathbf{r}) - \phi(\mathbf{r} + \boldsymbol{\rho}))^2]$, la fonction de structure de phase résiduelle due à l'erreur tomographique est alors :

$$D_{\phi_\varepsilon}^{\text{Tomo-NoiseIR}}(\boldsymbol{\rho}) = \mathbb{E} \left[\sum_{j=1}^{n_{\text{act}}} \sum_{i=1}^{n_{\text{act}}} \mathbf{V}_i \mathbf{V}_j (f_i(\mathbf{r}) - f_i(\mathbf{r} + \boldsymbol{\rho})) (f_j(\mathbf{r}) - f_j(\mathbf{r} + \boldsymbol{\rho})) \right]. \quad (10.32)$$

J'appelle $P(\mathbf{r})$ la fonction pupille du télescope. Je définis ensuite la fonction d'auto-corrélation de la pupille $G(\boldsymbol{\rho})$ qui s'exprime par la relation suivante :

$$G(\boldsymbol{\rho}) = \iint_{\mathbb{R}^2} P(\mathbf{r}) P(\mathbf{r} + \boldsymbol{\rho}) d\mathbf{r}. \quad (10.33)$$

Véran donne l'expression de la fonction de structure de la phase résiduelle, rendue préalablement stationnaire en la moyennant sur la pupille ([Véran, 1997]) :

$$\overline{D}_{\phi_\varepsilon}^{\text{Tomo-NoiseIR}}(\boldsymbol{\rho}) = \sum_{j=1}^{n_{\text{act}}} \sum_{i=1}^{n_{\text{act}}} \mathcal{C}_{vv}(i, j) U_{ij}(\boldsymbol{\rho}), \quad (10.34)$$

avec :

$$U_{ij}(\boldsymbol{\rho}) = \frac{1}{G(\boldsymbol{\rho})} \iint_{\mathbb{R}^2} P(\mathbf{r}) P^*(\mathbf{r} + \boldsymbol{\rho}) (f_i(\mathbf{r}) - f_i(\mathbf{r} + \boldsymbol{\rho})) (f_j(\mathbf{r}) - f_j(\mathbf{r} + \boldsymbol{\rho})) d\mathbf{r}. \quad (10.35)$$

L'algorithme des U_{ij} nécessite le calcul et le stockage de $n_{\text{act}} \times (n_{\text{act}} - 1)/2$ fonctions, ce qui peut s'avérer très coûteux pour des systèmes à grands nombres d'actionneurs. Je rappelle que la reconstruction de FEP que j'aborde ici a notamment pour but de prédire les performances de systèmes d'OA tomographiques, mais à l'échelle des ELTs. Pour des raisons numériques de temps de calcul et de stockage d'information, je vais opérer quelques approximations pour accélérer le calcul de la FEP tomographique.

10.2.5.3 Approche simplifiée

Je propose ici de discuter d'une approche différente proposée par É. Gendron pour déterminer la fonction de structure de phase résiduelle due à l'erreur tomographique. Le principe de cette méthode réside dans le lien entre la covariance spatiale de la phase et la fonction de structure. Pour mener à bien les calculs suivants, je dois faire plusieurs hypothèses. La première concerne la stationnarité de la phase résiduelle.

Hypothèse 1 : La phase résiduelle due à l'erreur tomographique est rendue spatialement stationnaire en moyennant sa fonction de structure sur la pupille.

Ainsi, déterminer la FEP de l'erreur tomographique revient à déterminer la carte de covariance spatiale de la phase. Je commence par supposer que les fonctions d'influence ont toutes la même forme et la même amplitude $f(\mathbf{r})$.

Hypothèse 2 : Les fonctions d'influence sont identiques pour chacun des actionneurs.

Si on considère le $i^{\text{ième}}$ actionneur du MD, sa fonction d'influence $f_i(\mathbf{r})$ devient égale à :

$$f_i(\mathbf{r}) = f(\mathbf{r} - \mathbf{r}_i). \quad (10.36)$$

À partir de l'équation 10.31, on peut manipuler l'équation 10.6 pour obtenir l'expression suivante :

$$\begin{aligned} \overline{\mathcal{C}}_{\phi_\varepsilon}^{\text{Tomono-NoiseIR}}(\boldsymbol{\rho}) &= \mathbb{E} \left[\sum_{i=1}^{n_{\text{act}}} \mathbf{V}_i f(\mathbf{r} - \mathbf{r}_i) \sum_{j=1}^{n_{\text{act}}} \mathbf{V}_j f(\mathbf{r} - \mathbf{r}_j + \boldsymbol{\rho}) \right] \\ &= \mathbb{E} \left[\sum_{i=1}^{n_{\text{act}}} \sum_{j=1}^{n_{\text{act}}} \mathbf{V}_i \mathbf{V}_j f(\mathbf{r} - \mathbf{r}_i) f(\mathbf{r} - \mathbf{r}_j + \boldsymbol{\rho}) \right] \\ &= \frac{1}{G(\boldsymbol{\rho})} \sum_{i=1}^{n_{\text{act}}} \sum_{j=1}^{n_{\text{act}}} \mathcal{C}_{vv}(i, j) \iint_{\mathbb{R}^2} P(\mathbf{r}) P(\mathbf{r} + \boldsymbol{\rho}) f(\mathbf{r} - \mathbf{r}_i) f(\mathbf{r} - \mathbf{r}_j + \boldsymbol{\rho}) d\mathbf{r}, \end{aligned} \quad (10.37)$$

avec $G(\boldsymbol{\rho})$ la fonction d'auto-corrélation de la pupille définie par l'équation 10.33. Je suppose maintenant que le terme $P(\mathbf{r})P(\mathbf{r} + \boldsymbol{\rho})$ reste sensiblement égal à un sur le domaine de la fonction d'auto-corrélation de la fonction d'influence. En d'autres termes, la largeur à mi-hauteur de la fonction d'influence est considérée comme faible devant la dimension caractéristique de la pupille.

Hypothèse 3 : La largeur à mi-hauteur des fonctions d'influence est faible devant la taille de la pupille.

Grâce à cette hypothèse, il n'est plus nécessaire de calculer l'intégrale à chaque fois puisque la covariance spatiale de la phase résiduelle peut s'écrire de la façon suivante :

$$\overline{\mathcal{C}}_{\phi_\varepsilon}^{\text{Tomono-NoiseIR}}(\boldsymbol{\rho}) = \frac{1}{G(\boldsymbol{\rho})} \sum_{i=1}^{n_{\text{act}}} \sum_{j=1}^{n_{\text{act}}} \mathcal{C}_{vv}(i, j) \iint_{\mathbb{R}^2} f(\mathbf{r} - \mathbf{r}_i) f(\mathbf{r} - \mathbf{r}_j + \boldsymbol{\rho}) d\mathbf{r} \quad (10.38)$$

Je définis maintenant $A(\boldsymbol{\rho})$, la fonction d'auto-corrélation de la fonction d'influence, qui s'exprime donc par :

$$A(\boldsymbol{\rho}) = \iint_{\mathbb{R}^2} f(\mathbf{r})f(\mathbf{r} + \boldsymbol{\rho})d\mathbf{r}. \quad (10.39)$$

Cette fonction est unique pour tous les actionneurs. L'estimation de la covariance spatiale de la phase résiduelle se résume alors au calcul de cette fonction d'auto-corrélation. Je définis alors le vecteur \mathbf{r}_{ij} comme le vecteur de séparation entre le $i^{\text{ième}}$ et $j^{\text{ième}}$ actionneurs du MD. En utilisant la définition de $A(\boldsymbol{\rho})$ en équation 10.39, on peut transformer l'équation 10.37 comme suivant :

$$\bar{\mathcal{C}}_{\phi_\varepsilon}^{\text{Tomono-NoiseIR}}(\boldsymbol{\rho}) = \frac{1}{G(\boldsymbol{\rho})} \sum_{i=1}^{n_{\text{act}}} \sum_{j=1}^{n_{\text{act}}} \mathcal{C}_{vv}(i, j)A(\mathbf{r}_{ij} + \boldsymbol{\rho}). \quad (10.40)$$

Je vais maintenant supposer que la covariance entre deux actionneurs ne dépend que de leur séparation géométrique. Ainsi, la covariance $\mathcal{C}_{vv}(i, j)$ est égale à $\mathcal{C}_{vv}(\mathbf{r}_{ij})$.

Hypothèse 4 : La covariance entre les actionneurs i et j ne dépend que de leur séparation \mathbf{r}_{ij} .

Cette hypothèse permet de remplacer la double somme par une somme unique sur tous les vecteurs de séparations. Il faut néanmoins pondérer avec le nombre de couples d'actionneurs de même séparation que je note $N(\mathbf{r}_{ij})$. La covariance de la phase résiduelle peut alors s'écrire :

$$\bar{\mathcal{C}}_{\phi_\varepsilon}^{\text{Tomono-NoiseIR}}(\boldsymbol{\rho}) = \frac{1}{G(\boldsymbol{\rho})} \sum_{\mathbf{r}_{ij}} \mathcal{C}_{vv}(\mathbf{r}_{ij})N(\mathbf{r}_{ij})A(\mathbf{r}_{ij} + \boldsymbol{\rho}) \quad (10.41)$$

L'équation 10.41 met en évidence un problème numérique de division par $G(\boldsymbol{\rho})$ qui est égale à 0 pour $\boldsymbol{\rho} = D$. À cause du retrait de la quantité $P(\mathbf{r})P(\mathbf{r} + \boldsymbol{\rho})$ de l'intégrale dans l'équation 10.37 (hypothèse 3), il n'y a plus de régularisation du problème et la covariance devient infinie lorsque la séparation s'approche de D . Il faut donc faire une hypothèse supplémentaire afin de lever cette divergence.

L'équation 10.41 peut être perçue comme une convolution entre la fonction $A(\boldsymbol{\rho})$ et la fonction $\delta_{\mathbf{r}_{ij}}\mathcal{C}_{vv}(\mathbf{r})N(\mathbf{r})$, où $\delta_{\mathbf{r}_{ij}}$ est la distribution de Dirac à deux dimensions définie pour $\mathbf{r} = \mathbf{r}_{ij}$. Je vais supposer alors que l'auto-corrélation de la fonction d'influence $A(\boldsymbol{\rho})$ a une extension spatiale faible devant la taille caractéristique de la pupille.

Hypothèse 5 : L'extension spatiale de la fonction $A(\boldsymbol{\rho})$ d'auto-corrélation de la fonction d'influence est faible devant la taille de la pupille.

Ainsi, on peut considérer l'équation 10.41 comme une somme de petites surfaces résultantes de l'auto-corrélation de la fonction $A(\boldsymbol{\rho})$ avec la covariance des tensions. Ainsi, pour chaque vecteur \mathbf{r}_{ij} , le produit de convolution peut être normalisé par la quantité $N(\mathbf{r}_{ij})/G(\mathbf{r}_{ij})$ qui représente environ la distance inter-actionneurs si on ne tient pas compte de l'extension spatiale de $G(\boldsymbol{\rho})$. Il faut alors pondérer cette somme par la séparation caractéristique entre actionneurs d_{act} :

$$\bar{\mathcal{C}}_{\phi_\varepsilon}^{\text{Tomono-NoiseIR}}(\boldsymbol{\rho}) = \frac{1}{d_{\text{act}}^2} \sum_{\mathbf{r}_{ij}} \mathcal{C}_{vv}(\mathbf{r}_{ij})A(\mathbf{r}_{ij} + \boldsymbol{\rho}). \quad (10.42)$$

Le calcul de la FEP liée à l'erreur tomographique se résume principalement au calcul de la carte de covariance des tensions \mathcal{C}_{vv} , puis à celui de la fonction d'auto-corrélation de la fonction d'influence des actionneurs $A(\boldsymbol{\rho})$. Le calcul de la carte de covariance des tensions s'appuie sur celui de la covariance des pentes (cf. paragraphe 10.30). Pour un vecteur de séparation \mathbf{r}_{ij} , on

moyenne la valeur des couples des tensions appliquées aux actionneurs séparés du vecteur \mathbf{r}_{ij} . Enfin, d'après l'équation 10.8, j'obtiens l'expression de $\overline{D}_{\phi_\varepsilon}^{\text{Tomo-NoiseIR}}$ suivante :

$$\overline{D}_{\phi_\varepsilon}^{\text{Tomo-NoiseIR}}(\rho) = \frac{2}{d_{\text{act}}^2} \sum_{\mathbf{r}_{ij}} \mathcal{C}_{vv}(\mathbf{r}_{ij})(A(\mathbf{r}_{ij}) - A(\mathbf{r}_{ij} + \rho)). \quad (10.43)$$

Finalement, d'après l'équation 10.3, la FTO de l'erreur tomographique combinée à l'erreur totale du bruit s'exprime de la façon suivante :

$$\boxed{\tilde{K}_{\text{Tomo-NoiseIR}}(\rho/\lambda) = e^{-\frac{1}{2}\overline{D}_{\phi_\varepsilon}^{\text{Tomo-NoiseIR}}(\rho)}} \quad (10.44)$$

10.2.6 Combinaison de toutes les FTO

Pour pouvoir combiner à la fois des FEP acquises sur le banc avec des FEP simulées à partir de calcul théorique, il faut s'assurer que la résolution angulaire des images IR est exactement la même. Cette résolution angulaire a été étalonnée sur le banc puis sur ciel à partir de binaires de séparation connue. La mesure a été répétée sur plusieurs binaires et plusieurs bandes d'imagerie. La taille des pixels de la caméra CAMICAZ a alors été mesurée à 30,6 milli-secondes d'angle. L'idée est alors de calculer toutes les FTO requises pour la reconstruction de la FEP, puis de tronquer leur support ou bien de l'étendre avec des zéro pour obtenir, sur les FEP, des pixels de même taille que ceux de la caméra IR par transformée de Fourier.

10.3 Illustration sur quelques cas ciel

Je propose pour clore ce chapitre d'illustrer la reconstruction de FEP sur les quatre jeux de données que j'ai précédemment introduits. Je rappelle que les conditions globales (cf. tableau 8.1), les profils turbulents (cf. figures 8.5 et 8.6) et le détail des performances tomographiques (cf. figures 8.7 et 8.8) sont donnés dans le chapitre 8. La décomposition complète de l'erreur de front d'onde dans la voie d'imagerie est donnée dans le chapitre 9 (cf. figure 9.4). Pour chacun de ces jeux de données, j'ai estimé les différentes FEP à partir de plusieurs paramètres identifiés sur les données.

Je représente en figure 10.2, 10.3, 10.4 et 10.5, la FEP sur le ciel et reconstruite pour les quatre jeux de données. De plus, ces figures donnent le résidu de la reconstruction, ainsi qu'une comparaison entre l'énergie encadrée obtenue sur la FEP ciel, puis sur la FEP reconstruite.

Dans un premier temps, je souligne que les images IR ont été acquises avec un temps de pose de une seconde, puis moyennées sur environ quinze réalisations, ce qui représente la durée d'acquisition des données en boucle engagée. On peut constater sur ces images acquises sur le ciel, il y a des résidus de tavelures qui n'ont pas encore totalement convergé. Or, le modèle de FEP discuté ici est basé sur des matrices de covariance synthétiques, qui ne souffrent pas d'un problème de fluctuation statistique. En d'autres termes, j'estime la FEP avec un temps de pose infiniment long. Il y a donc indubitablement des écarts qui apparaissent entre les FEP acquises sur le ciel et les FEP reconstruites. De plus, les images de 00h15m36s et 00h16m30s ont été obtenues sur l'astérisme A47 (cf. figure 5.10) dont l'étoile centrale possède un compagnon. La présence de ce compagnon biaise légèrement la valeur du rapport de Strehl et de l'énergie encadrée.

Sur les images, en considérant toutes les hypothèses qui ont été faites pour reconstruire les FEP, on peut constater que les énergies encadrées et les rapports de Strehl sont relativement bien déterminés. Par exemple, sur le cas de 00h15m36s, on arrive à reconstruire l'élongation du

cœur cohérent. Concernant ces valeurs de rapports de Strehl, on retrouve un ordre de grandeur cohérent avec ce que j'avais déjà déterminé au chapitre 9. Il y a tout de même des écarts principalement dus aux hypothèses assez restrictives que j'ai faites pour reconstruire les FEP.

Les points assez limitant concernent les hypothèses 3 et 5 à propos de l'extension spatiale des fonctions d'influence et de leurs fonctions d'auto-corrélation spatiale. Sur un E-ELT, avec un diamètre de pupille de 39 m et un MD de 84×84 , ces hypothèses sont relativement vraisemblables, mais à l'échelle de CANARY sur le WHT, elles ne sont pas exactes. Pour pallier ce problème, il faudrait mettre en œuvre l'algorithme des U_{ij} , au prix d'un temps de calcul plus long, mais qui peut rester raisonnable dans le cas de CANARY.

De plus, j'ai supposé lors du calcul de la fonction de structure de phase associée à l'erreur de sous-modélisation (cf. équation 10.19), que le miroir produit de pures fréquences spatiales, ce qui est inexact à cause du nombre fini d'actionneurs et de la taille limitée du MD. On peut constater que pour toutes les figures d'énergies encadrées, l'écart entre la FEP reconstruite et la FEP sur le ciel est minimale à environ 700 milli-secondes d'angle, c'est-à-dire à pour une séparation angulaire de 350 milli-secondes d'angle du centre. Cette séparation est environ égale à $3,5\lambda/D$ qui correspond à la coupure de Nyquist du miroir. Au-delà de cette coupure, on peut observer le halo dû à la turbulence et qui n'est pas affecté par la compensation du front d'onde par le MD.

Enfin, je rappelle que j'ai supposé toutes les fonctions d'influence égales, ce qui est aussi inexact. Les fonctions d'influence du MD ADONIS ont été étalonnées sur le banc et pourraient permettre de mieux rendre compte du comportement du miroir. En particulier, le cœur cohérent n'est pas tout à fait symétrique, principalement à cause des aberrations statiques qui déforment la FEP.

Un dernier point à aborder concerne les énergies encadrées. On pourrait s'attendre à une dérivée nulle des EE sur les FEP reconstruites lorsque le domaine atteint une taille de trois secondes d'angle. Il s'agit d'un problème numérique que je n'ai pas pris le temps de résoudre. Pour déterminer les FEP, je dois calculer des FTO puis tronquer leurs supports pour obtenir la bonne taille des pixels dans l'espace direct. Seulement, en appliquant une transformée de Fourier sur les FTO de taille finie, j'obtiens des FEP avec un support théoriquement infini, mais que je tronque. L'énergie dans l'espace décroît cependant rapidement, mais il reste un biais qu'il faut compenser correctement.

Enfin, la reconstruction de FEP proposée ici nécessite les mesures du TS en boucle engagée. D'une part, ces mesures permettent d'évaluer les aberrations statiques sur l'axe produites par la turbulence et les différents éléments optiques, comme le télescope ou le dé-rotateur de champ. Pour se passer du TS, il faudrait avoir un modèle opto-mécanique très précis de ces différents éléments optiques, en particulier un modèle des miroirs du télescope, de ses flexions mécaniques et du dé-rotateur. D'autre part, le TS permet d'évaluer l'erreur de modélisation de la covariance $\Delta_{\text{modél}}$ (cf. équation 8.24). Je rappelle que cette erreur est engendrée par plusieurs contributeurs, comme les approximations du modèle de la covariance spatiale, où les couches turbulentes qui n'ont pas été identifiées. On pourrait éventuellement s'affranchir du TS pour évaluer ce terme $\Delta_{\text{modél}}$. En travaillant avec un modèle de covariance non-approximé, c'est-à-dire en considérant la forme exacte des sous-pupilles, puis en choisissant un modèle d'ordre suffisamment élevé, on pourrait négliger cette contribution due aux approximations. En ce qui concerne l'identification, on peut mener une analyse statistique sur le profil turbulent, et en déduire une sorte d'erreur $\Delta_{\text{modél}}$ médiane. Le mieux serait encore d'avoir un profiler externe à disposition qui sonderait la turbulence à une altitude élevée.

Finalement, ces illustrations permettent de valider que la décomposition de la variance de phase que j'ai proposée dans le chapitre 9 est relativement correcte. Il reste néanmoins plusieurs

améliorations à apporter à l'algorithme de reconstruction de FEP, à commencer par revoir les hypothèses 3 et 5 en utilisant l'algorithme des U_{ij} , puis se servir des fonctions d'influence étalonnées en laboratoire pour aller encore plus loin dans la modélisation du système. Je souligne qu'il y a des approches plus précises pour la reconstruction de FEP, qui ne sont pas basées sur un budget d'erreur, comme les travaux menés par J. Exposito durant sa thèse ([Exposito, 2014]).

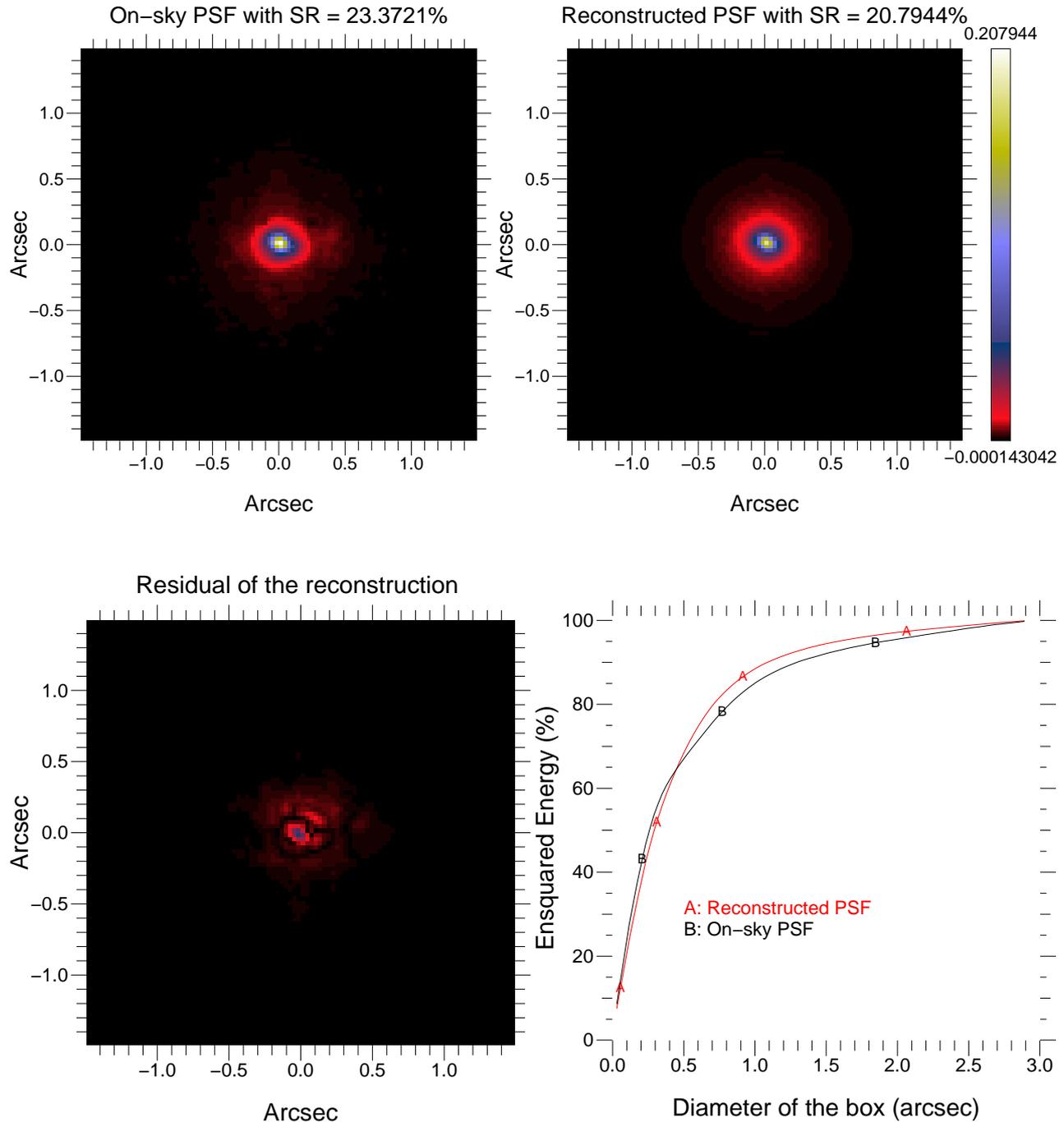


FIGURE 10.2: FEP sur le ciel obtenue à 00h15m36s la nuit du 13 au 14 Septembre 2013 en mode MOAO trois NGS quatre LGS, FEP reconstruite à partir des données étalonnées de CANARY, différence des deux FEP et énergie encadrée déterminée sur chacune des FEP.

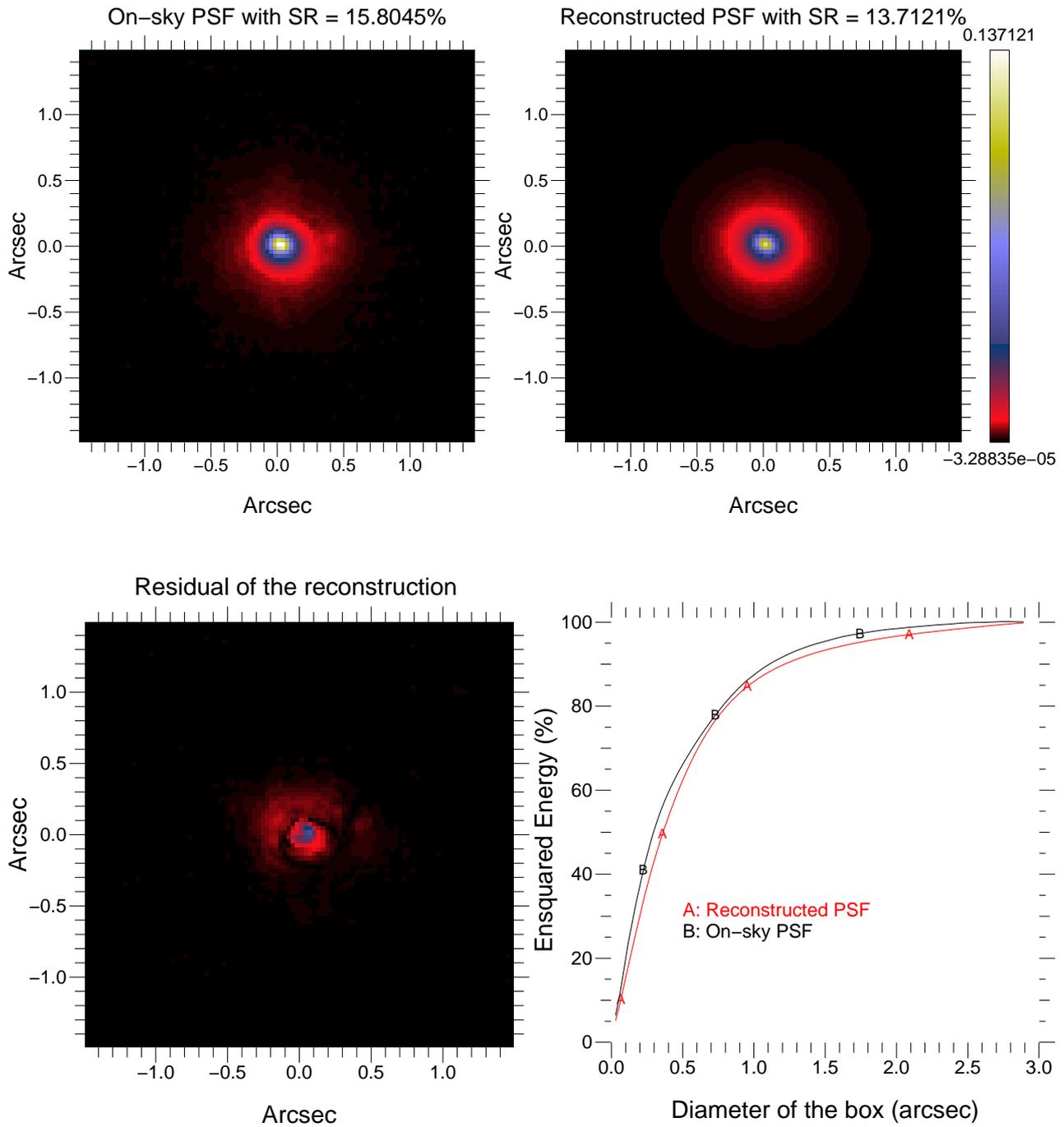


FIGURE 10.3: FEP sur le ciel obtenue à 00h16m30s la nuit du 13 au 14 Septembre 2013 en mode GLAO trois NGS quatre LGS, FEP reconstruite à partir des données étalonnées de CANARY, différence des deux FEP et énergie encadrée déterminée sur chacune des FEP.

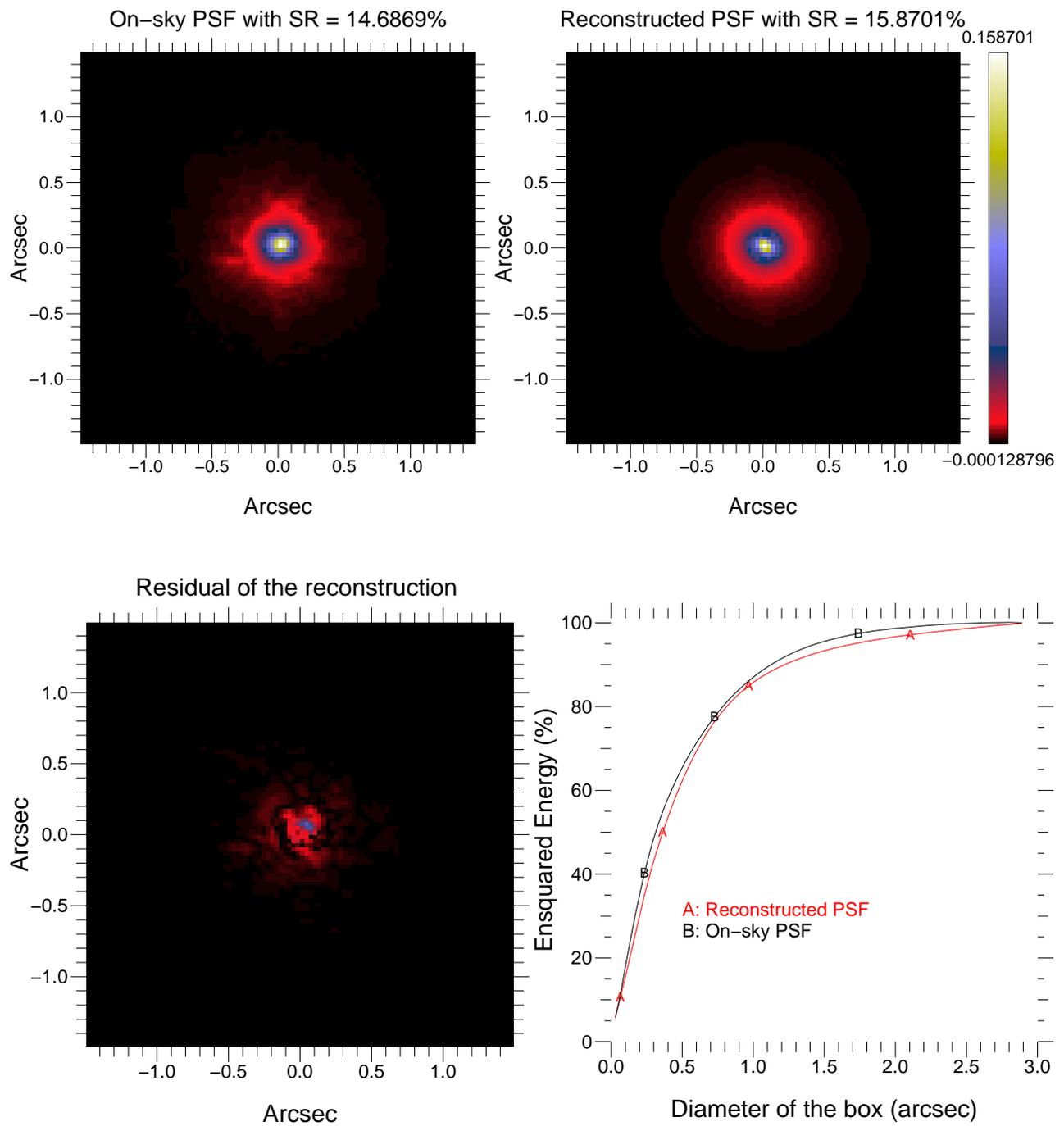


FIGURE 10.4: FEP sur le ciel obtenue à 02h41m55s la nuit du 17 au 18 Septembre 2013 en mode MOAO trois NGS, FEP reconstruite à partir des données étalonnées de CANARY, différence des deux FEP et énergie encadrée déterminée sur chacune des FEP.

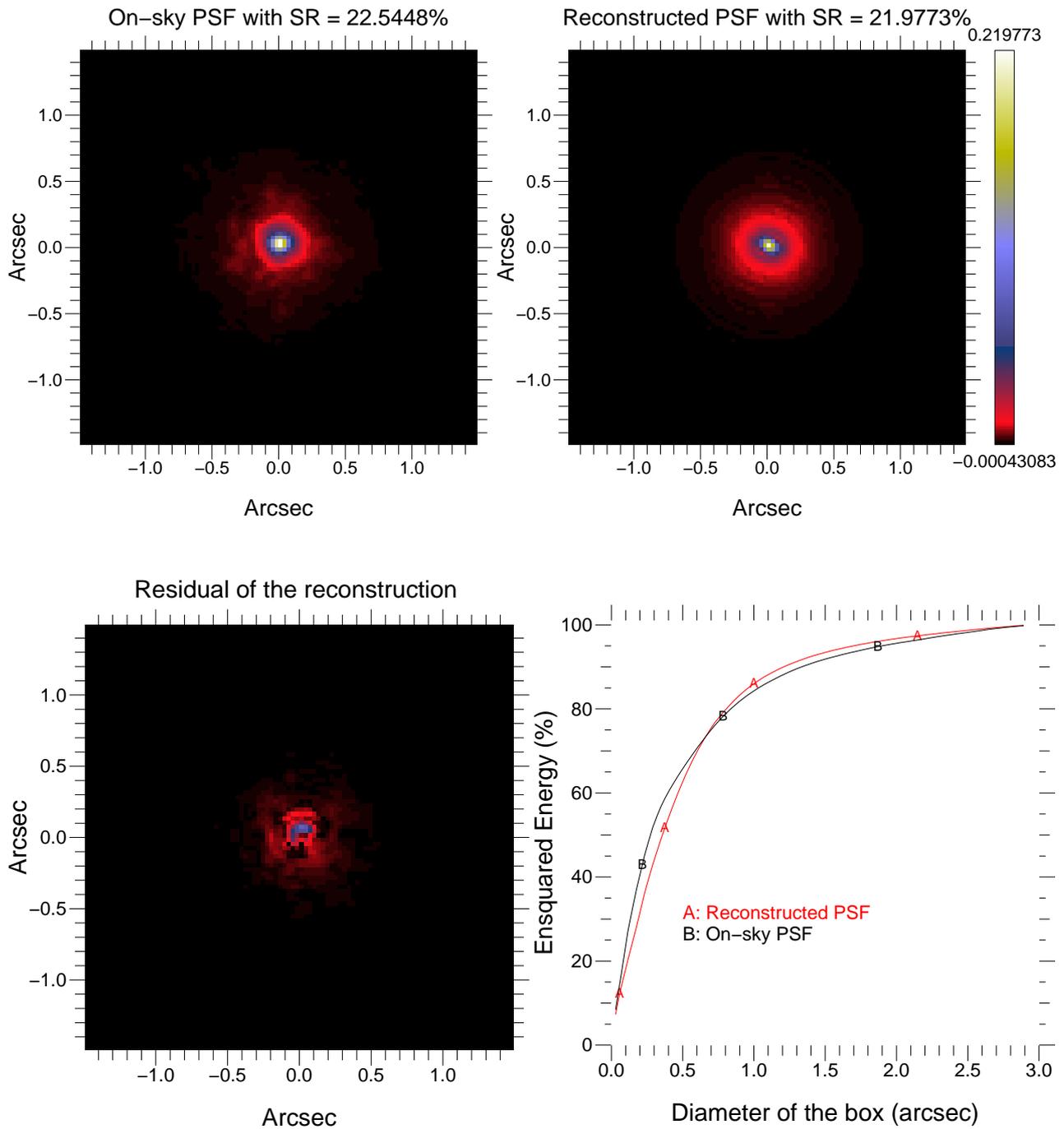


FIGURE 10.5: FEP sur le ciel obtenue à 02h42m18s la nuit du 17 au 18 Septembre 2013 en mode MOAO trois NGS quatre LGS, FEP reconstruite à partir des données étalonnées de CANARY, différence des deux FEP et énergie encadrée déterminée sur chacune des FEP.

Cinquième partie

Dépouillement des résultats Canary sur le ciel

Chapitre 11

Profilométrie de la turbulence sur des données ciel

J'ai présenté dans le chapitre 7 plusieurs méthodes d'identification et je les ai comparées en identifiant un grand nombre de paramètres turbulents sur un échantillon conséquent de données (cf. paragraphe 7.4). J'en ai finalement déduit que le Learn 2 steps est une méthode d'identification plus robuste et plus efficace en terme d'erreur tomographique (cf. figure 7.5).

Je propose dans ce chapitre d'aller un peu plus loin et de s'intéresser à la profilométrie de vent et d'échelle externe. La partie précédente a permis d'illustrer que l'on commence à acquérir une compréhension fine du système de MOAO, ce qui est, il me semble, la première étape pour envisager des simulations aux échelles des ELT. Cependant, il reste à s'appuyer sur des paramètres turbulents vraisemblables pour mener à bien ces simulations.

Je vais tout d'abord commencer par détailler ma méthode de reconstruction des mesures par couche isolée. Elle me permettra de déterminer la contribution de chaque couche turbulente identifiée dans les mesures, pour évaluer le vent et l'échelle externe par couche. Au-delà de la compréhension des conditions d'observation, la connaissance de la distribution des propriétés temporelles de la turbulence est requise pour des lois de contrôle optimisées, comme le LQG ([Sivo et al., 2014]).

Je vais ensuite soulever des problématiques de stratégies d'identification du profil turbulent. Une des questions que l'on s'est souvent posée sur le ciel concerne le nombre de couches à ajuster. Est-il suffisant d'en identifier seulement trois, ou bien est-ce qu'il faut en identifier dix, est-ce qu'il faut les garder fixes ou bien libres ? Ce genre de préoccupations nécessite une étude sur un échantillon statistique conséquent de données sur lesquelles je compare trois stratégies d'identification pour tenter de répondre à ces interrogations.

Enfin, je clôturerai ce chapitre par un bilan statistique des différents profils de force de vent et d'échelle externe à partir de données ciel. Plus précisément, je vais m'attarder à mettre en évidence la variabilité de ces profils et la domination de la couche au sol sur les couches en altitude. Je vais aussi extirper de ces données une analyse statistique du nombre de couches turbulentes qui ont effectivement été observées par CANARY.

11.1 Reconstruction MMSE couche à couche

11.1.1 Fondements de la méthode et application à la profilométrie de vent

Je propose ici une méthode qui vise à reconstruire les pentes de tous les ASO, mais seulement dues à une couche turbulente d'altitude h_l . Cette méthode nécessite d'avoir déjà déterminé

le profil turbulent, il s'agit donc d'un complément au Learn & Apply. Pour reconstruire individuellement chaque couche, je vais m'appuyer sur une minimisation MMSE de la différence entre les pentes dues à une couche individuelle $\mathbf{S}(h_l)$, et les mesures de tous les ASO. Si \mathbf{S} est le vecteur des pentes de tous les ASO de taille $n_s \times n_{\text{aso}}$, je cherche à déterminer le reconstruteur \mathbf{R}_l qui minimise la relation suivante :

$$\varepsilon^2(h_l) = \|\mathbf{S}(h_l) - \mathbf{R}_l \mathbf{S}\|^2. \quad (11.1)$$

Identiquement au reconstruteur utilisé par le Learn & Apply (cf. équation 5.2), le reconstruteur couche à couche s'exprime comme le produit de deux matrices de covariance :

$$\mathbf{R}_l = \mathbb{E} [\mathbf{S}(h_l) \mathbf{S}] (\mathbb{E} [\mathbf{S} \mathbf{S}])^{-1}. \quad (11.2)$$

La première matrice $\mathbb{E} [\mathbf{S}(h_l) \mathbf{S}]$ est la covariance entre les pentes dues à une couche et les pentes dues à toutes les couches. La deuxième matrice $\mathbb{E} [\mathbf{S} \mathbf{S}]$ est la covariance des pentes intégrées sur tout le profil. Je suppose maintenant l'indépendance statistique des couches turbulentes d'altitudes différentes, c'est-à-dire que la matrice de covariance spatiale des pentes \mathcal{C} est la somme de chacune des matrices de covariance associées à chaque couche turbulente $\mathcal{C}(h_l)$:

$$\mathcal{C} = \sum_{l=1}^{n_l} \mathcal{C}(h_l). \quad (11.3)$$

Comme $\mathbf{S} = \sum_{l=1}^{n_l} \mathbf{S}(h_l)$, j'ai alors l'égalité suivante :

$$\mathbb{E} [\mathbf{S}(h_l) \mathbf{S}] = \mathbb{E} [\mathbf{S}(h_l) \mathbf{S}(h_l)], \quad (11.4)$$

qui stipule que le reconstruteur d'une couche turbulente se détermine à partir de la matrice de covariance des pentes dues à cette couche particulière $\mathcal{C}(h_l)$, et de la matrice de covariance totale :

$$\mathbf{R}_l = \mathcal{C}(h_l) \mathcal{C}^{-1}. \quad (11.5)$$

Pour minimiser l'impact de la convergence dans la reconstruction individuelle des couches turbulentes, j'utilise directement les matrices de covariance synthétiques qui ont été utilisées dans le calcul du reconstruteur MMSE des pentes sur l'axe (cf. équation 5.2). Je fais remarquer au lecteur que je reconstruis ici les pentes de tous les ASO, celles sur l'axe y compris, le reconstruteur \mathbf{R}_l est donc une matrice de taille $n_s \times n_{\text{aso}}$ par $n_s \times n_{\text{aso}}$.

Il nécessaire de tenir compte du bruit dans les mesures des ASO, aussi je rappelle que la régularisation de ce bruit se fait en ajoutant la matrice de covariance du bruit à la matrice à inverser de l'équation 11.5. Au final, la matrice de covariance des pentes que j'utilise est donnée par :

$$\mathcal{C} = \mathcal{C}^{\text{Learn}} + \mathcal{C}^{\text{Noise}} \quad (11.6)$$

J'estime alors les pentes à l'altitude h_l par la multiplication matricielle suivante :

$$\boxed{\hat{\mathbf{S}}(h_l) = \mathbf{R}_l \mathbf{S}}. \quad (11.7)$$

Je souligne que je reconstruis l'ensemble des pentes de tous les ASO à chaque altitude, et pas seulement les pentes du TS. À partir de cette estimation, j'utilise les procédures présentées au chapitre 7 pour identifier la vitesse de vent par la largeur à mi-hauteur de l'auto-corrélation temporelle moyenne des pentes (cf. paragraphe 7.1.2), puis l'échelle externe en ajustant le modèle de variance des polynômes de Zernike reconstruits (cf. paragraphe 7.1.3) sur l'estimation des pentes à l'altitude h_l .

J'ai donc ici un outil qui me permet de déterminer le profil de vent, à partir de l'identification du profil turbulent. Cette information peut se révéler nécessaire pour mieux comprendre les observations sur le ciel, et parfois indispensable pour certaines lois de commande, comme la commande LQG basée sur un filtre de Kalman ([Sivo et al., 2014]). La méthode que je présente ici peut s'avérer coûteuse en temps de calcul pour les systèmes à grands degrés de libertés, mais d'autres approches sont possibles en ce qui concerne la profilométrie de vent ([Cortés et al., 2012]).

11.1.2 Illustration sur quelques cas ciel

Je reviens une nouvelle fois sur les quatre jeux de données que j'ai précédemment introduits. Je rappelle que les conditions globales d'observation durant l'acquisition de ces données sont retranscrites dans le tableau 8.1. Plutôt que d'identifier un grand nombre de couches fixes, j'ai cette fois-ci identifié des couches libres. En effet, en identifiant des couches fixes, l'algorithme d'identification doit parfois attribuer de l'énergie sur plusieurs couches en altitude, pour que le barycentre de ces couches corresponde à une couche physiquement présente. En identifiant des couches libres, l'algorithme va directement identifier la couche barycentrique de l'énergie en altitude. Je discute dans la section suivante de la meilleure stratégie d'identification en terme de performance tomographique. Sur les cas particuliers que je présente ici, j'ai pu mettre en évidence la présence de **quatre couches notables**. Une identification sur plus de couches libres n'apporte pas plus d'informations sur les cas que j'étudie ici.

J'ai donc préalablement identifié quatre couches turbulentes en utilisant le Learn 2 steps sur les données en boucle engagée, mais reconstruites en boucle ouverte (cf. paragraphe 5.3.5). Pour chacune de ces couches, j'ai calculé le reconstruteur selon l'équation 11.5 en utilisant le modèle analytique de la covariance spatiale, puis j'ai estimé toutes les pentes de tous les ASO dues à chacune des altitudes suivant l'équation 11.7. Sur ces nouveaux vecteurs de pentes, j'ai identifié la vitesse du vent sur l'auto-corrélation moyenne des pentes de chacun ASO NGS. J'ai ensuite moyenné la vitesse déterminée sur chacun des ASO. Enfin, j'ai aussi identifié l'échelle externe par la variance des Zernike pour chacun des ASO NGS, que j'ai ensuite moyennée pour obtenir une échelle externe L_0 par couche turbulente.

Je reporte en figure 11.1, d'une part les profils turbulents identifiés sur quatre couches, d'autre part les profils de vitesse de vent de ces couches. Je vais commencer par comparer les profils avec ceux de la figure 8.5 du chapitre 8, sur laquelle sont reportés les profils identifiés sur vingt couches fixes séparées de 1,5 km. On peut noter que pour le cas de 00h15m36s, on retrouve une couche épaisse qui totalise quasiment 75 % de l'énergie turbulente. La turbulence comprise entre trois et dix km est relativement pauvre, comme je l'avais déjà constaté. La nuance importante réside dans la couche haute altitude qui a été identifiée à 12,5 km ici, alors que sur la figure 8.5, l'énergie est étalée entre 10 et 15 km. Dans le cas de l'identification sur des couches d'altitude libre, l'algorithme de minimisation a donc déterminé le barycentre des couches comprises en 10 et 15 km. Pour 00h16m30s, on retrouve un profil équivalent avec 80 % de l'énergie turbulente au sol et une couche en altitude qui a migré de 12,5 à 15 km en très peu de temps.

Sur les profils de vent, on peut commencer par constater que la vitesse du vent au sol est relativement faible, de l'ordre de 3 m/s à 00h15m36s, mais atteint quasiment 8 m/s à 00h16m30s. Il s'est donc passé un phénomène dans un laps de temps très court, qui a contribué à augmenter l'énergie et la vitesse de la couche au sol. Ce phénomène peut être engendré par une bourrasque de l'atmosphère qui a créé un rouleau turbulent en rencontrant le dôme du télescope. On peut constater que les vitesses des deux couches en altitude sont restées à peu près constantes, et respectivement égales à 10 et 6 m/s, bien que leurs altitudes aient augmenté. Cela illustre encore

une fois le caractère très particulier de la couche au sol qui est généralement la plus énergétique, mais aussi la plus lente. Cette contribution augmente néanmoins à 00h16m30s, comme cela a déjà été mentionné dans le tableau 8.1 du chapitre 8.

Je vais maintenant me concentrer sur la figure 11.2 qui correspond aux profils identifiés respectivement à 02h41m55s et 02h42m18s la nuit du 17 au 18 Septembre 2013. Dans les deux cas, on retrouve les 70 % de l'énergie au sol avec le profil identifié sur quatre couches. De plus, on met très clairement en évidence la présence de cette couche très énergétique à 11 km. Finalement, l'identification sur quatre couches libres permet, sur les cas présentés ici, de retranscrire toute l'information sur la pondération relative des couches turbulentes par rapport à un profil très détaillé sur vingt couches. Encore une fois, la couche au sol était plus lente que les couches en altitude, avec une vitesse de 3 m/s à 02h41m55s qui a diminué à 1 m/s à 02h42m18s. Les couches en altitude étaient cependant plus lentes la nuit du 17 que la nuit du 13 Septembre 2013, avec des vitesses inférieures à 3 m/s. Pour un seeing et même un profil turbulent assez similaire entre les deux nuits, les conditions de vent sont complètement différentes. Cela illustre la variabilité des conditions d'observation sur le ciel.

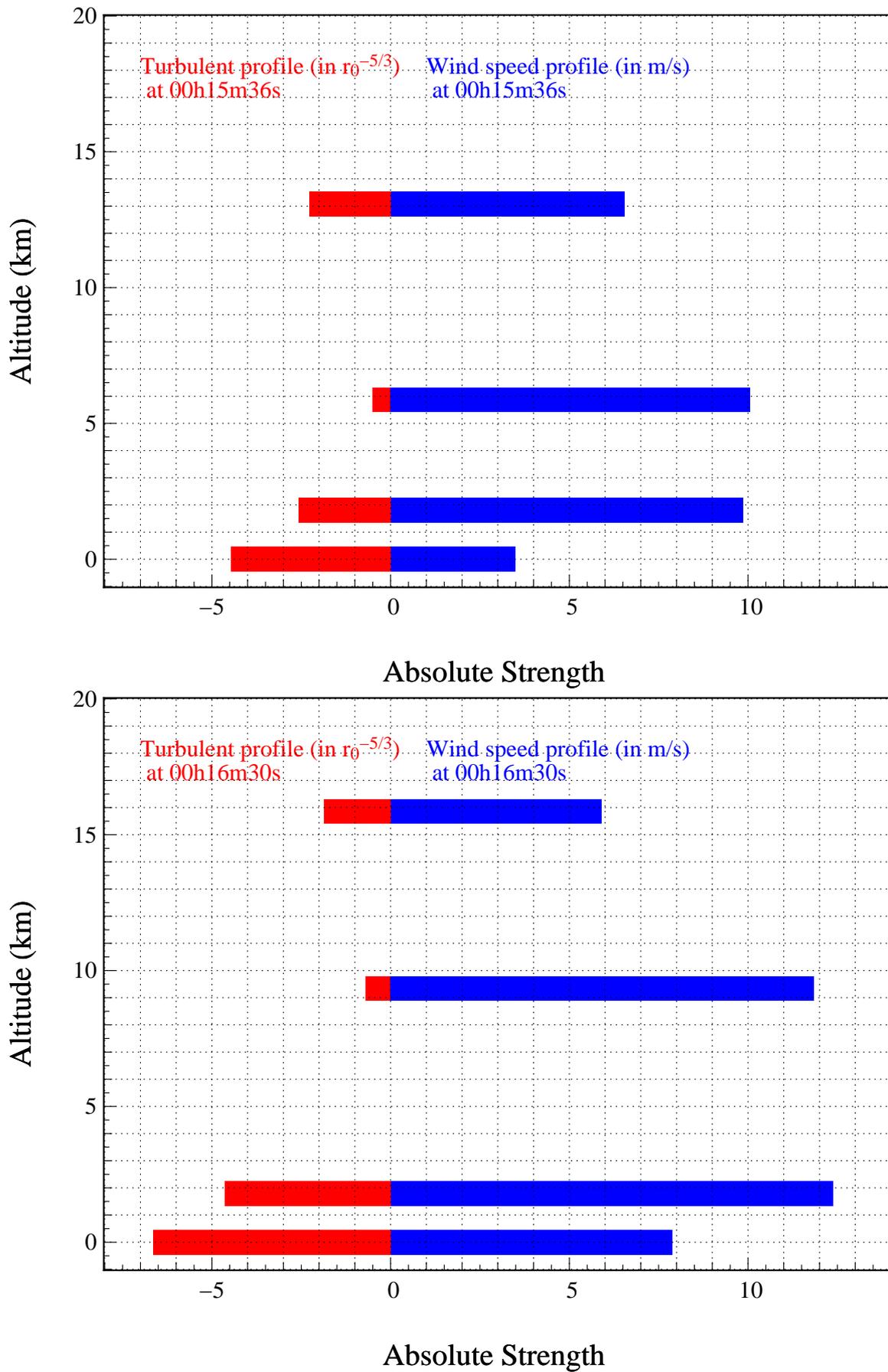


FIGURE 11.1: Profils turbulents et profils de vitesse de vent identifiés sur quatre couches libres à partir des mesures ciel acquises à, en haut, 00h15m36s, en bas, 00h16m30s la nuit du 13 au 14 Septembre 2013 sur A47 (cf. figure 5.10).

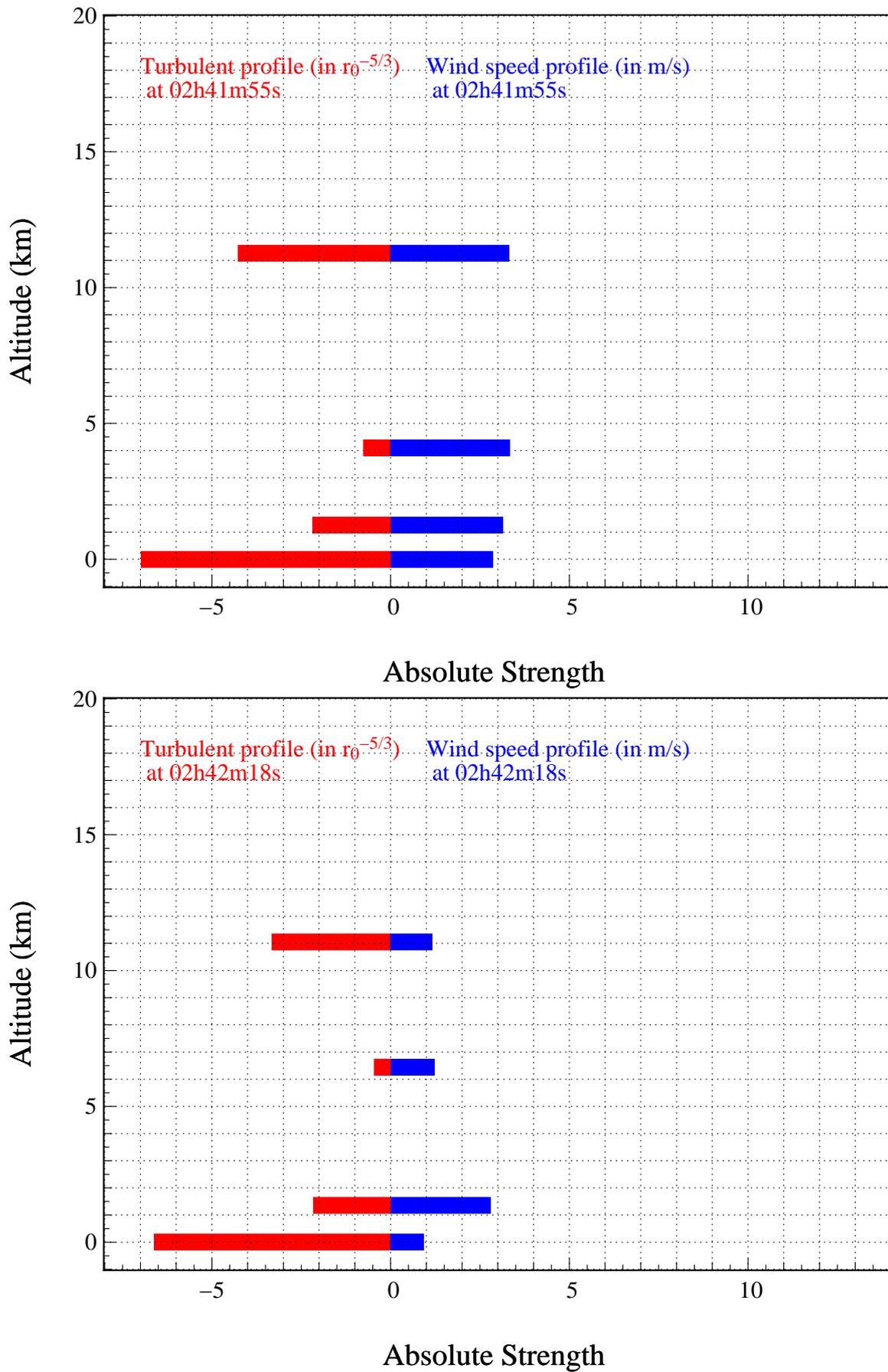


FIGURE 11.2: Profils turbulents et profils de vitesse de vent identifiés sur quatre couches libres à partir des mesures ciel acquises à, en haut, 02h41m55s, en bas, 02h42m18s la nuit du 17 au 18 Septembre 2013 sur A53 (cf. figure 5.11).

J'ai reporté en figures 11.3 et 11.4, les profils logarithmiques de l'échelle externe L_0 identifiée par couche, en vis-à-vis du profil turbulent. Généralement, le L_0 est de l'ordre de la dizaine de mètres au sol, puis augmente jusqu'à plusieurs centaines de mètres en altitude. La méthode semble donc donner des résultats cohérents avec les campagnes de mesure d'échelle externe qui ont déjà été menées à Paranal ([Dali Ali et al., 2010], [Conan et al., 2000b]). La dernière section de ce chapitre donnera une vue statistique de la distribution de force, de vent et d'échelle externe en altitude.

Pour déterminer les pentes associées à chaque couche turbulente, j'ai besoin de calculer le reconstruteur selon l'équation 11.5, qui s'appuie sur la matrice de covariance spatiale de la couche en question. Or, cette matrice dépend de l'échelle externe que je souhaite estimer. Pour pallier ce problème, j'attribue à la couche au sol la valeur du L_0 identifiée sur les mesures des ASO NGS (cf. paragraphe 7.1.3), alors que je considère que les couches en altitude ont une échelle de 100 m en m'appuyant sur les résultats de [Dali Ali et al., 2010].

Il y a donc une incohérence dans cette méthode que je ne peux pas lever aisément. Une possibilité serait d'intégrer l'identification du profil turbulent, la reconstruction couche à couche puis l'estimation du vent et de l'échelle externe dans une boucle. À partir de l'estimation du L_0 sur les mesures, je pourrais déterminer l'échelle externe de chacune des couches, puis recalculer le reconstruteur avec les nouvelles valeurs de L_0 et recommencer l'identification de l'échelle externe, jusqu'à obtenir une estimation qui ne varie plus d'une itération à une autre, et ce pour chaque couche. Ce genre de procédure serait cependant assez longue à mettre en œuvre.

Pour la suite de l'analyse des résultats CANARY sur le ciel, la connaissance fine de l'échelle externe n'est pas cruciale et je me contenterai de la méthode que je propose ici. La concordance des résultats que j'obtiens avec les différentes études menées sur l'échelle externe me conforte dans l'idée que cette méthode apporte des informations pertinentes sur la distribution des paramètres spatio-temporels de la turbulence.

Pour aller plus loin, il faudrait opter pour une méthode d'identification unifiée, qui permettrait d'ajuster la force, l'altitude, l'échelle externe la force du vent et sa direction par couche sur la matrice de covariance spatio-temporelle des mesures. Cette matrice peut être estimée en multipliant un vecteur de mesure avec lui-même mais décalé d'un certain nombre de trames. Pour des raisons de contraintes de temps, je n'ai pas développé une telle méthode, mais je suis convaincu de la faisabilité de son implémentation numérique.

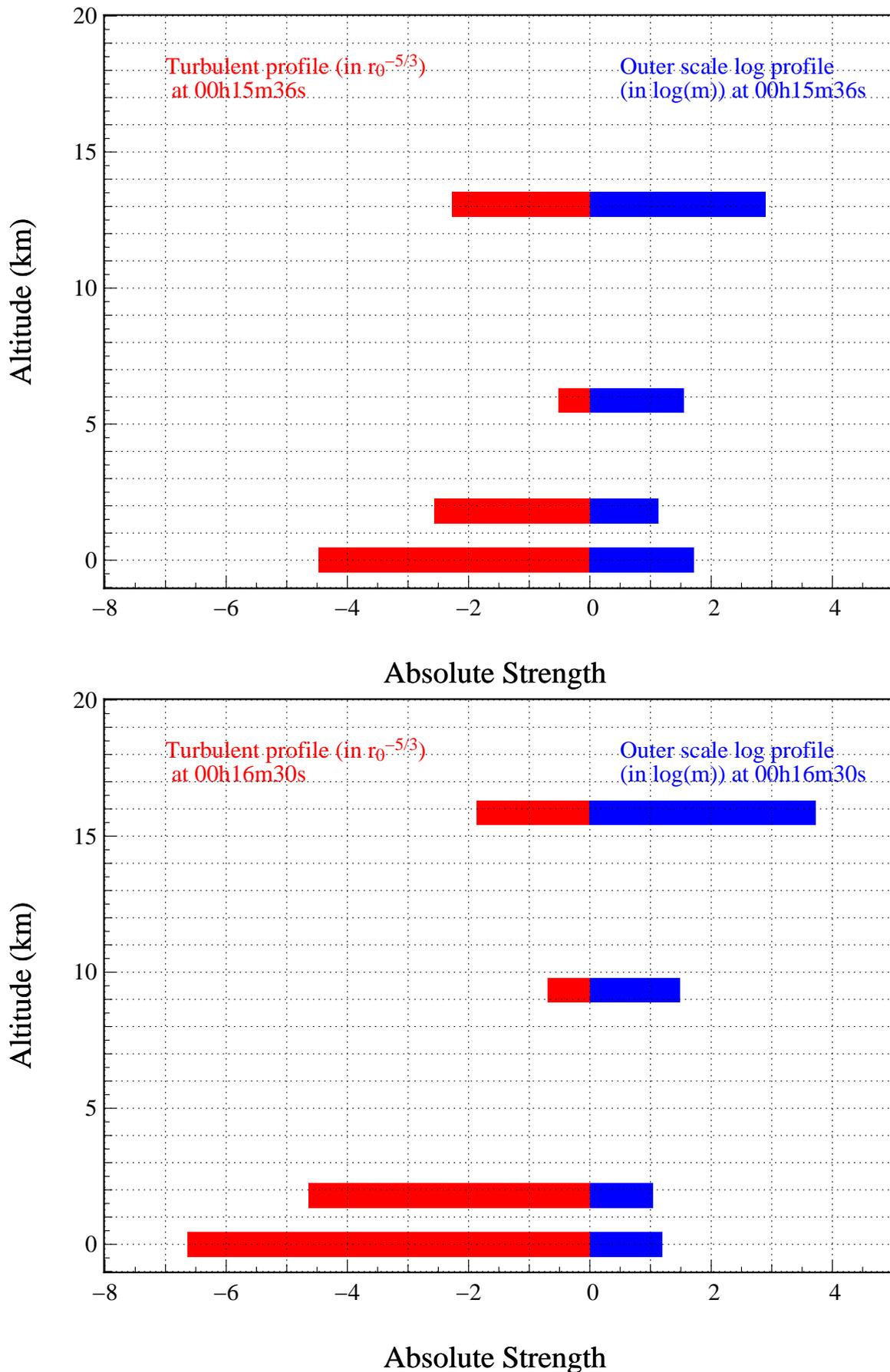


FIGURE 11.3: Profils turbulents et profils logarithmiques de l'échelle externe identifiés sur quatre couches libres à partir des mesures ciel acquises à, en haut, 00h15m36s, en bas, 00h16m30s la nuit du 13 au 14 Septembre 2013 sur A47 (cf. figure 5.10).

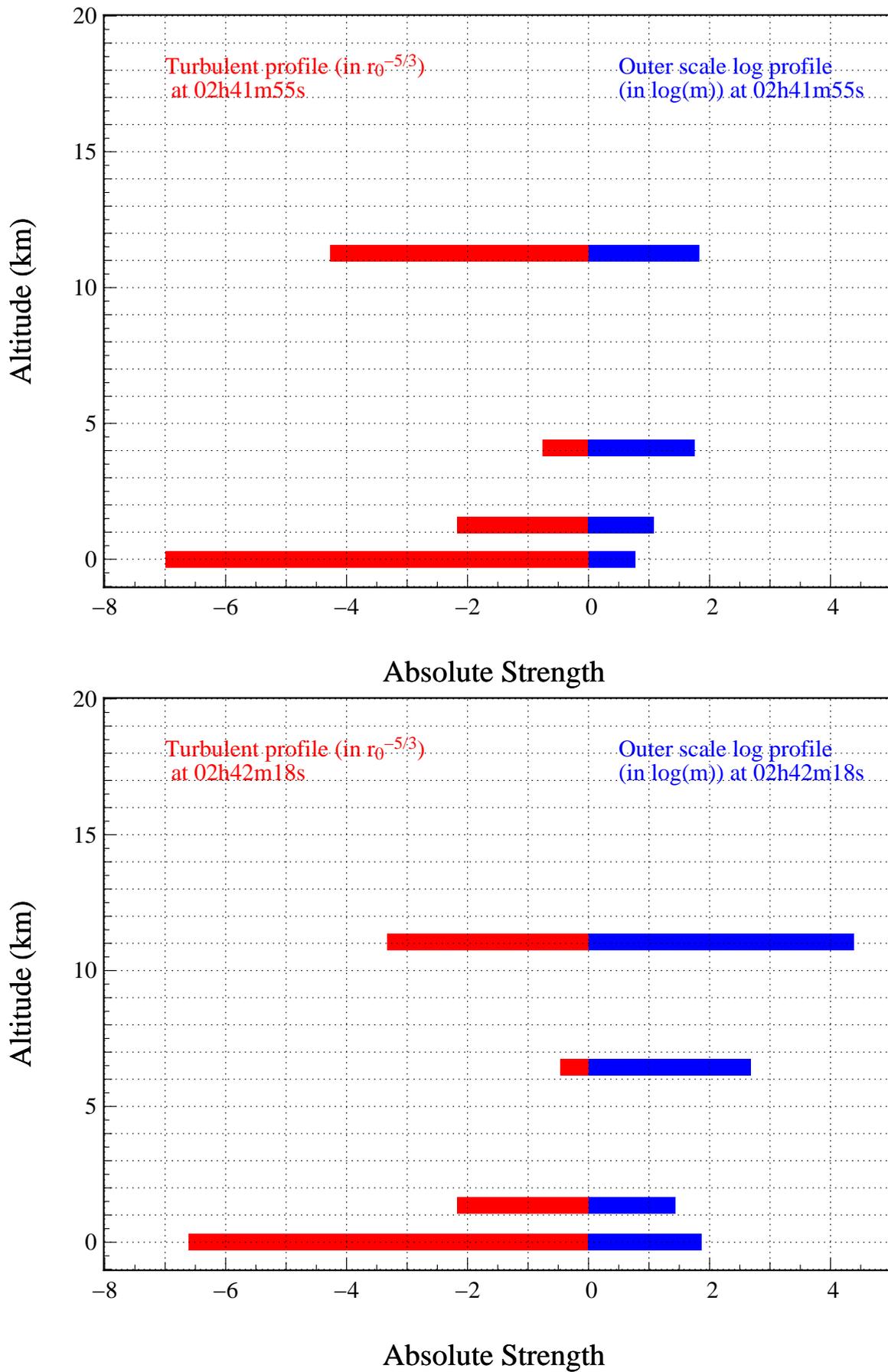


FIGURE 11.4: Profils turbulents et profils logarithmiques de l'échelle externe identifiés sur quatre couches libres à partir des mesures ciel acquises à, en haut, 02h41m55s, en bas, 02h42m18s la nuit du 17 au 18 Septembre 2013 sur A53 (cf. figure 5.11).

Pour finir, je donne un récapitulatif des valeurs de vent que j'ai estimées avec la méthode de reconstruction couche à couche dans le tableau 11.1. Je reporte, pour les quatre jeux de données, la vitesse du vent \bar{v} intégrée sur le profil turbulent (cf. équation 1.21), la vitesse de la couche au sol v^{sol} et la vitesse intégrée sur les couches d'altitude supérieure à 1 km v^{alt} .

De plus, je rappelle les valeurs de vitesse de vent du tableau 8.1 qui ont directement été évaluées sur les mesures (cf. 7.3.3.2). Cette méthode directe d'estimation du vent nécessite le calcul de la matrice \mathbf{P} (cf. équation 7.35) qui permet de retirer aux mesures leur composante moyenne que j'identifie alors comme la couche au sol, alors que la contribution des couches en altitude est déduite des pentes mesurées auxquelles j'ai retranché cette composante moyenne. Cette méthode n'est néanmoins pas exacte, puisque la soustraction de la moyenne des ASO n'est pas équivalent au retrait de la couche au sol. À des altitudes inférieures à deux fois la résolution tomographique Δh (cf. équation 5.10), il subsiste une forte corrélation entre les mesures qui participent à la moyenne globale. Ainsi, la vitesse de vent au sol est polluée de la contribution des couches de basse altitude pour lesquelles il y a un recouvrement notable des pupilles des ASO. Si on s'intéresse au tableau 11.1, on constate que la méthode de reconstruction des couches permet de retrouver le bon ordre de grandeur par rapport à la méthode directe.

On peut néanmoins remarquer que, sauf pour le cas de 00h16m30s, ces vitesses restent sous-évaluées par rapport à la méthode directe. On peut imputer cette différence à une identification incomplète des couches en altitude, qui donne plus de poids à la couche au sol qui est la plus lente. Les aspects temporels peuvent alors donner des informations complémentaires sur la qualité de l'identification du profil turbulent. Avec l'erreur de modèle $\Delta_{\text{modél}}$ (cf. équation 8.24) et la comparaison entre la vitesse de vent estimée sur le profil et directement sur les mesures, on a deux critères d'estimation de l'exactitude du profil turbulent. Ces deux critères peuvent permettre de revoir la stratégie d'identification si l'erreur de modèle est importante, ou si le profil de vent conduit à une vitesse globale trop différente de celle donnée par la méthode directe.

	00h15m35s	00h16m30s	02h41m55s	02h42m18s
Global	6,4	9,9	3,0	1,3
m/s	8,3	9,4	4,6	2,7
Sol	3,5	7,9	2,9	0,9
m/s	4,7	6,4	3,5	1,5
Altitude	9,3	11,9	3,2	2,2
m/s	14,1	14,2	6,7	5,4

TABLEAU 11.1: Tableau récapitulatif des vitesses de vent en m/s. Les trois lignes correspondent respectivement à la vitesse moyenne sur la turbulence totale, au sol et moyenne sur les couches en altitude. **Partie supérieure de chaque ligne** : méthode de reconstruction couche à couche. **Partie inférieure** : rappel des valeurs données dans le tableau 8.1 du chapitre 8 via la matrice de soustraction de la couche au sol (cf. 7.3.3.2).

11.2 Séparation de composantes avec le reconstruteur MMSE

Jusqu'à maintenant, je me suis concentré sur la reconstruction des pentes sur l'axe, à la fois intégrée sur tout le profil turbulent (cf. 5.2.3), mais aussi due à une couche turbulente en particulier (cf. 11.1). Les possibilités ne s'arrêtent pas là puisque la reconstruction MMSE permet de reconstruire n'importe quelle contribution dans les mesures, tant que cette contribution est spatialement corrélée.

J'ai signalé au paragraphe 5.2.2 que les mesures sur les ASO sont issues de plusieurs contributeurs, à savoir les modes de bas ordres de la turbulence, le repliement des modes de hauts ordres dans les mesures, les vibrations et les défauts de suivi, ainsi que le bruit de mesure. Chacun de ces processus possède une matrice de covariance spatiale que je sais calculer. Pour le repliement, sa matrice de covariance $\mathcal{C}^{\text{Alias}}$ se déduit de l'équation (cf. 8.30). Au paragraphe 5.2.1, j'ai souligné le fait que le reconstructeur découle d'un produit de deux matrices, dont l'une est la matrice de covariance spatiale du processus que l'on veut reconstruire (cf. 5.2). Je peux alors estimer le signal de repliement $\mathbf{S}_\beta^{\text{Alias}}$ dans la mesure du TS \mathbf{S}_β en calculant le reconstructeur suivant :

$$\mathbf{R}^{\text{Alias}} = \mathcal{C}_{\beta\beta}^{\text{Alias}} \left(\mathcal{C}_{\beta\beta}^{\text{Learn}} + \mathcal{C}_{\beta\beta}^{\text{Noise}} \right)^{-\dagger}, \quad (11.8)$$

qui, appliqué aux mesures du TS, me donne une estimation du repliement dans les mesures :

$$\hat{\mathbf{S}}_\beta^{\text{Alias}} = \mathbf{R}^{\text{Alias}} \mathbf{S}_\beta^{\text{Meas}}. \quad (11.9)$$

Je fais remarquer que la matrice à inverser dans l'équation 11.8 porte uniquement sur la covariance entre le TS et lui-même. Ce reconstructeur a donc pour but de séparer le repliement du reste de la mesure du TS. De la même façon, je peux déterminer le signal $\mathbf{S}_\beta^{\text{Vib}}$ dû aux vibrations et aux défauts de suivi du télescope uniquement à partir de la matrice de covariance \mathcal{C}^{Vib} (cf. équation 6.46). Il suffit de calculer le reconstructeur \mathbf{R}^{Vib} suivant :

$$\mathbf{R}^{\text{Vib}} = \mathcal{C}_{\beta\beta}^{\text{Vib}} \left(\mathcal{C}_{\beta\beta}^{\text{Learn}} + \mathcal{C}_{\beta\beta}^{\text{Noise}} \right)^{-\dagger}, \quad (11.10)$$

qui conduit à l'estimation suivante de la contribution des vibrations et des défauts de suivi dans la mesure du TS :

$$\hat{\mathbf{S}}_\beta^{\text{Vib}} = \mathbf{R}^{\text{Vib}} \mathbf{S}_\beta^{\text{Meas}}. \quad (11.11)$$

Enfin, je peux aussi déterminer la contribution des modes parallèles de la turbulence uniquement dans les mesures du TS, en utilisant la matrice de covariance \mathcal{C}^{\parallel} (cf. paragraphe 8.1.4) :

$$\mathbf{R}^{\parallel} = \mathcal{C}_{\beta\beta}^{\parallel} \left(\mathcal{C}_{\beta\beta}^{\text{Learn}} + \mathcal{C}_{\beta\beta}^{\text{Noise}} \right)^{\dagger}, \quad (11.12)$$

qui conduit à l'estimation suivante du signal correspondant aux modes parallèles de la turbulence :

$$\hat{\mathbf{S}}_\beta^{\parallel} = \mathbf{R}^{\parallel} \mathbf{S}_\beta^{\text{Meas}}. \quad (11.13)$$

L'intérêt de cette reconstruction de ces différents contributeurs dans les mesures est de pouvoir évaluer leur densité spectrale de puissance temporelle. J'illustre en figure 11.5, ces DSP sur un jeu de datatomo (cf. paragraphe 5.3.4) acquis à 02h34m19s la nuit du 17 au 18 Septembre 2013 sur A53 (cf. paragraphe 5.3.2). Dans un premier temps, j'ai calculé la DSP moyenne des mesures du TS en moyennant les DSP temporelles de chaque pente mesurée. Sur ces datatomo de 02h34m19s, j'ai identifié la matrice de covariance du bruit $\mathcal{C}^{\text{Noise}}$ (cf. 7.1.1) puis un profil turbulent de 5 couches libres (cf. 11.3 et 11.4.5) à partir duquel j'ai calculé la matrice de covariance synthétique des pentes $\mathcal{C}^{\text{Learn}}$ (cf. paragraphe 6.2), la matrice de covariance des vibrations et des défauts de suivi \mathcal{C}^{Vib} et la matrice de covariance du repliement $\mathcal{C}^{\text{Alias}}$. Grâce aux équations 11.9 et 11.11, j'ai alors estimé les signaux dus seulement aux modes parallèles, au repliement et aux vibrations et suivi dans les mesures du TS.

Sur cette figure, je représente la DSP temporelle de la composante $\hat{\mathbf{S}}_\beta^{\parallel}$ (cf. équation 11.13), de $\hat{\mathbf{S}}_\beta^{\text{Alias}}$ due au repliement des modes de hauts ordres de la turbulence dans les mesures du TS (cf. équation 11.9), du signal $\hat{\mathbf{S}}_\beta^{\text{Vib}}$ et enfin la somme des trois en noir.

Cette séparation de composante permet d'évaluer efficacement le signal dû aux vibrations, dont la DSP est très atténuée par rapport à la DSP totale, mais sur laquelle apparaissent de façon éclatante les pics de vibrations. Le seul bémol de cette reconstruction est que je me

base sur une matrice de covariance \mathcal{C}^{Vib} unique, qui donne en quelque sorte l'énergie moyenne des vibrations et des défauts de suivi. Je ne peux pas avec la reconstruction MMSE estimer les vibrations à une fréquence temporelle particulière puisque je ne travaille qu'avec des matrices de covariance spatiales. On pourrait cependant appliquer une méthode d'identification d'identification sur cette DSP ([Sivo et al., 2014]).

Un autre point intéressant est la comparaison entre la DSP de la turbulence et celle du repliement. À 0,9 Hz, le rapport des deux DSP est d'environ 50, diminue jusqu'à 10 à 2 Hz, puis les DSP se confondent quasiment au-delà de 5 Hz. Cette zone entre 0,9 et 5 Hz correspond donc à un changement de régime pour lequel la contribution de la turbulence dans la DSP des mesures s'amointrit jusqu'à atteindre le niveau de la DSP du repliement. Sur les données de 02h34m19s, j'ai identifié une vitesse de vent (cf. paragraphe 7.1.2) de 2,1 m/s, ce qui correspond à une fréquence de coupure temporelle $2,1/0,6 = 3,5$ Hz, fréquence autour de laquelle on observe effectivement un changement de régime dans la DSP de la turbulence.

Cette méthode peut en particulier permettre de déterminer le gain optimal de la boucle de MOAO (cf. paragraphe 2.5.4) en s'appuyant sur l'équation des modes de la phase résiduelle (cf. équation 9.15) qui nécessite la connaissance de la DSP temporelle du repliement. Je n'ai malheureusement pas eu le temps de traiter ce sujet, mais l'optimisation de gain, voire modale en MOAO, est tout à fait envisageable en s'appuyant à la fois sur les mesures et cette méthode de séparation de composante.

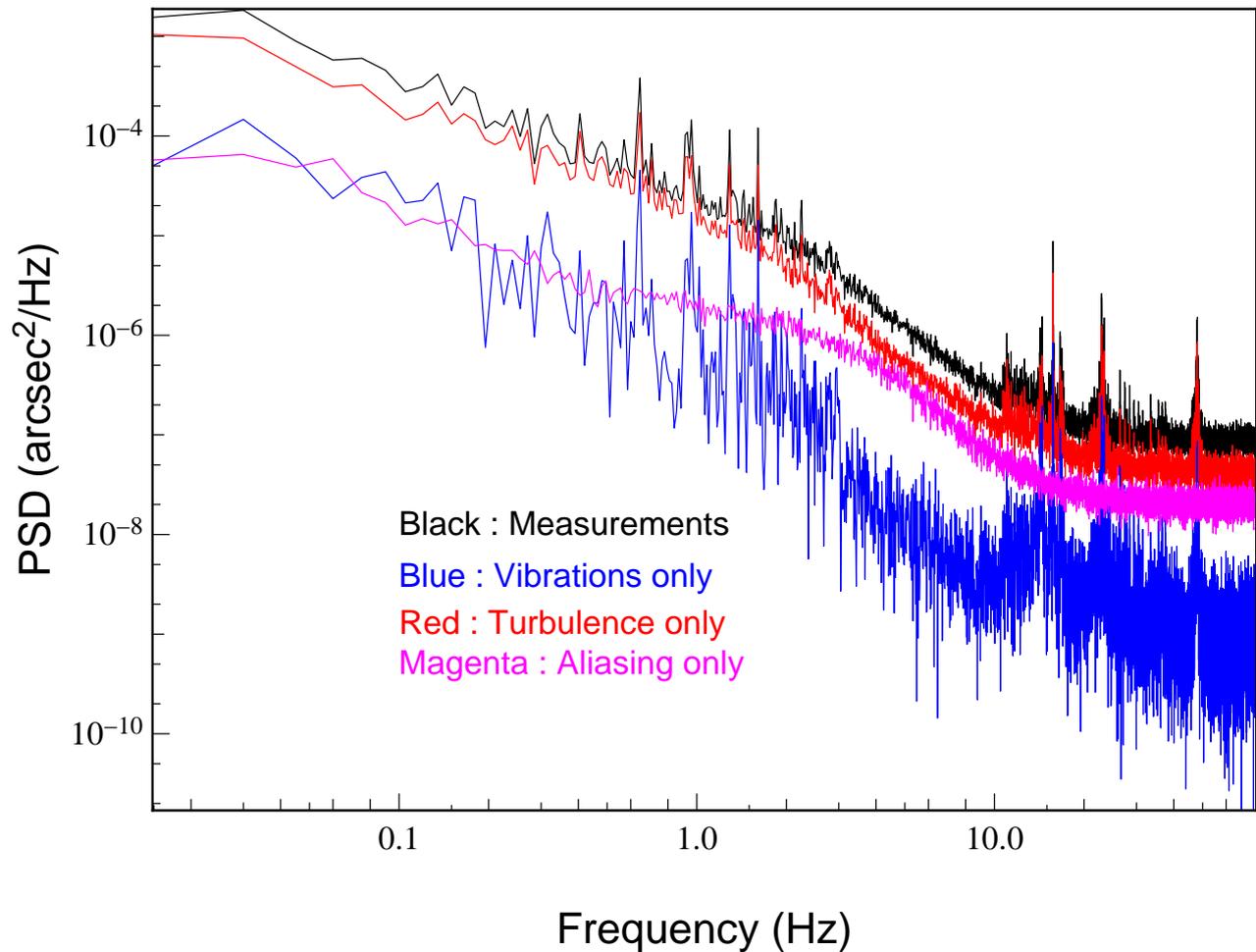


FIGURE 11.5: Illustration des DSP temporelles des composantes $\mathbf{S}_\beta^{\parallel}$ en rouge, $\mathbf{S}_\beta^{\text{Alias}}$ en magenta, $\mathbf{S}_\beta^{\text{Vib}}$ en bleu et de la somme des trois en noir. Ces signaux ont été estimés sur des datatomo acquises à 02h34m19s la nuit du 17 au 18 Septembre sur A53 (cf. figure 5.11).

11.3 Stratégies d'identification du profil

11.3.1 Évaluation des performances tomographiques pour différentes stratégies

L'identification du profil turbulent est le cœur de la reconstruction MMSE des pentes sur l'axe, et plus généralement de la phase dans le volume turbulent. J'ai déjà discuté au chapitre 7 de la comparaison entre différentes méthodes d'identification de ce profil. Elles sont toutes basées sur le même algorithme de minimisation de Levenberg-Marquardt, mais j'ai montré que le Learn 2 steps (cf. paragraphe 7.3.3) est statistiquement plus robuste que les autres méthodes (cf. figure 7.5). Dans cette extension du Learn & Apply, je rappelle que je soustrais la partie commune des pentes à la matrice de covariance des mesures et du modèle, pour identifier en deux temps, d'abord les couches en altitude, puis la couche au sol. La soustraction de cette partie commune permet particulièrement, pour l'identification des couches en altitude, de s'affranchir de la mauvaise convergence des mesures due à la couche au sol.

Je propose maintenant de compléter cette analyse en comparant plusieurs stratégies d'identification. J'ai déjà mentionné au chapitre 6 le fait que l'identification souffre d'un problème certain, qui est le choix du nombre de paramètres à ajuster. En d'autres termes, combien de couches faut-il ajuster sur les mesures? J'entends alors par stratégie d'identification, le choix du nombre de couches à identifier, mais aussi l'altitude de ces couches. Vaut-il mieux les garder fixes ou bien les laisser libres?

Ces questions sont des préoccupations constantes pendant les observations sur le ciel. Le chapitre 8 a permis de donner quelques éléments de réponse. En particulier, j'ai montré qu'il est suffisant d'identifier le profil turbulent avec un pas d'échantillonnage d'au plus deux fois la résolution tomographique Δh (cf. équation 5.10). Cependant, dans certains cas, l'algorithme de minimisation conduit à une identification de couches très proches, plus proche que la résolution tomographique. Or, J'ai montré dans le chapitre 6 que le modèle analytique de la covariance (cf. chapitre 6) sur-estime la valeur du pic de covariance. Donc, pour reproduire au mieux la covariance spatiale empirique, l'algorithme de minimisation peut alors injecter de l'énergie dans des couches de séparation très proche. Il est donc difficile de donner une réponse *a priori* de la stratégie optimale d'identification, puisque cela dépend des conditions d'observation mais aussi de l'exactitude du modèle de la covariance spatiale. J'ai néanmoins mené une étude comparative des trois stratégies d'identification différentes, toutes basées sur le Learn 2 steps, suivantes :

- **Stratégie 1** : Identification de **4 couches libres**. Conditions initiales : même force sur chaque couche en altitude, couche au sol avec une énergie décuplée et couches séparées de 5 km
- **Stratégie 2** : Identification de **10 couches libres**. Conditions initiales : même force sur chaque couche en altitude, couche au sol avec une énergie décuplée et couches séparées de 2 km
- **Stratégie 3** : Identification de **10 couches fixes**. Conditions initiales : même force sur chaque couche en altitude, couche au sol avec une énergie décuplée et couches séparées de deux fois la résolution tomographique Δh .

Je vais comparer une méthode d'identification avec un faible nombre de couches libres, puis un nombre élevé de couches et enfin un nombre élevé de couches fixes. Le terme élevé est évidemment relatif à la géométrie du problème. Le choix du nombre de couches et des conditions initiales n'est pas complètement arbitraire, mais découle de mon expérience acquise sur le ciel. J'ai très souvent remarqué que généralement on pouvait identifier deux ou trois couches en altitude, quatre ou plus si la couche au sol est particulièrement faible, voire aucune si le seeing

est exécration. C'est pourquoi j'ai décidé d'ajuster quatre couches libres durant la première stratégie et j'en donne une justification plus loin dans le paragraphe 11.4.5. Dans les conditions initiales, je sépare les couches de 5 km, puisque, encore par expérience sur le ciel, j'ai souvent remarqué la présence de couches vers 5, 10 et 15 km. Pour les stratégies 2 et 3, j'identifie dix couches pour atteindre une altitude maximale de départ d'environ 20 km, puisque la zone en-deçà de 25 km contient la majeure partie de la turbulence.

J'ai sélectionné tous les jeux de données acquis durant les scripts (cf. 5.3.2) d'acquisition en phase B1 et B2, soit 4837 fichiers. Pour chacun des jeux de données (de 2048 trames temporelles, soit 14 s à 150 Hz), j'ai identifié le profil turbulent avec les trois stratégies que j'ai proposées plus haut. J'ai ensuite calculé le reconstruteur MMSE associé à chacune de ces stratégies, puis j'ai appliqué ce reconstruteur aux mesures en boucle ouverte à partir desquelles les profils ont été identifiés. Pour chaque jeu de données, j'ai alors trois erreurs tomographiques σ_{TomTS}^2 (cf. équation 8.8), un profil par stratégie et les conditions globales d'observation (r_0 , vitesse de vent et échelle externe). J'ai ensuite calculé le gain tomographique (cf. équation 7.37) de chaque stratégie par rapport aux autres, qui je rappelle représente la différence quadratique des erreurs tomographiques obtenues par une stratégie par rapport à une autre. Puisque je m'intéresse à trois stratégies, j'ai au final trois gains tomographiques par vecteur de données. Je reporte en figure 11.6, les histogrammes de ces trois gains tomographiques. Un gain positif traduit une meilleure performance.

La première conclusion qui me vient est que les stratégies que j'ai proposées sont toutes équivalentes. Il n'y a aucune stratégie qui supplante systématiquement les deux autres, puis que la stratégie 2 est légèrement meilleure de 21 nm par rapport à la stratégie 1, et de 14 nm par rapport à la stratégie 3, alors que cette dernière est meilleure de 17 nm en moyenne par rapport à la stratégie 1. La différence de performances entre chacune des stratégies me semble alors limitée par la convergence de l'algorithme de minimisation, ce que j'avais déjà observé pendant le chapitre 7 en comparant le Learn 1 step et son équivalent pondéré (cf. figure 7.5).

Il faut cependant nuancer ces résultats puisqu'ils ne concernent que le cas CANARY. Je pense que la faible résolution tomographique de CANARY, due au diamètre du télescope et au faible nombre de sous-pupilles, ne permet pas de discriminer une véritable stratégie tomographique. De plus, j'ai utilisé un *a priori* issu de mon expérience sur le ciel pour proposer la stratégie 1. Si j'avais choisi d'ajuster seulement trois couches libres, cette stratégie aurait été moins bonne que les deux autres. Il me semble alors que cette expérience montre qu'il n'est pas nécessaire de connaître cet *a priori* sur le nombre de couche réel, puisque j'obtiens les mêmes performances en ajustant la force de couches fixes distribuées tous les deux fois la résolution tomographique. De plus, l'écart entre les stratégies 2 et 3 reste faible lui aussi. Au départ, je pensais que l'ajustement de l'altitude des couches permettrait de mieux compenser les approximations du modèle de la covariance. Puisque le modèle d'ordre 1 sur-estime la valeur du pic de covariance, l'algorithme de minimisation peut attribuer de l'énergie à deux couches en altitude très proches, afin de mieux reproduire la forme de la covariance au barycentre des deux couches. Je m'attendais donc à obtenir de meilleures performances que la stratégie 3, ce qui n'est pas le cas et illustre que la performance tomographique n'est pas limitée par les approximations du modèle.

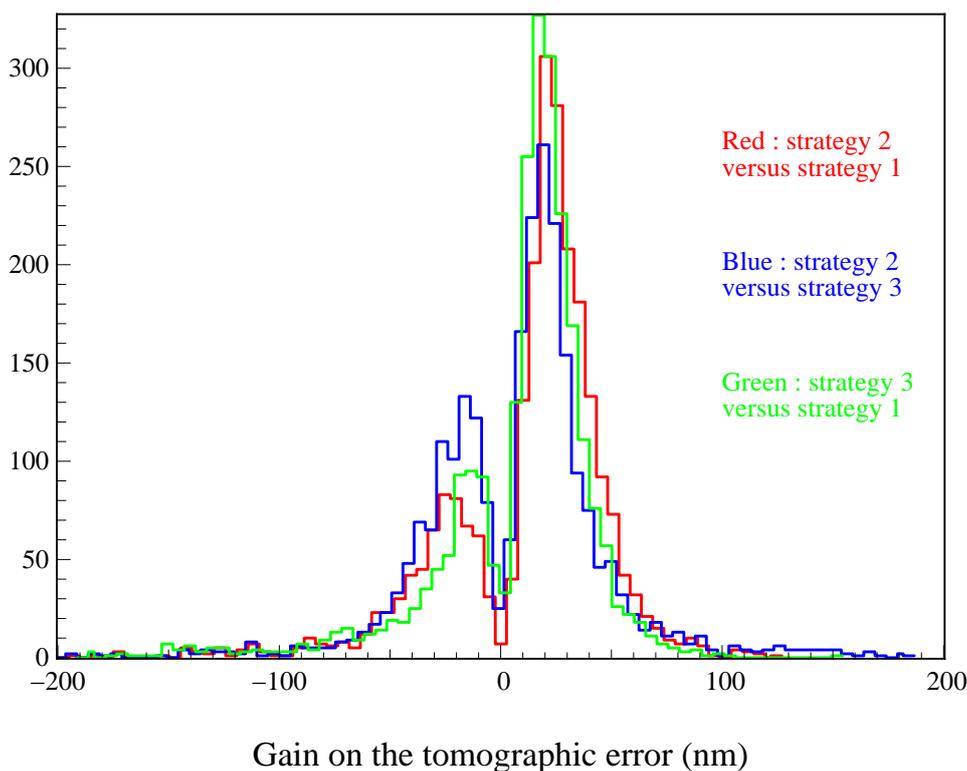


FIGURE 11.6: Histogrammes des gains tomographiques de chacune des stratégies par rapport aux autres. Une valeur positive correspond à un gain en performance sur l'erreur tomographique $\sigma_{\text{TomatoTS}}^2$ (cf. équation 8.8).

Enfin, il est possible que le profil turbulent sur le ciel contienne une couche de plus haute altitude que l'altitude maximale donnée par la base tomographique la plus courte. Ce genre de couches impacte essentiellement la matrice de covariance des pentes de chaque ASO avec lui-même, mais il n'y a pas de corrélation entre ASO puisqu'il n'y a plus de recouvrement de pupilles. Dans certains cas limites, on peut observer les ailes de la covariance dues à des couches un peu plus hautes que cette altitude maximale, mais généralement ces ailes sont noyées dans le bruit de convergence des mesures. Cependant, dans un tel cas, si je laisse les altitudes des couches libres dans l'ajustement, l'algorithme de minimisation n'a quasiment aucun critère précis pour déterminer l'altitude d'une telle couche. Puisqu'elle n'impacte que la covariance des ASO entre eux-mêmes, une couche à 50 ou à 60 km aura le même effet dans la matrice de covariance synthétique. Il me semble alors plus approprié de fixer l'altitude des couches comme pour la stratégie 3, et de se laisser une couche fixe à haute altitude pour identifier l'énergie en altitude au-delà de h_{max} (cf. équation 5.11). Finalement, cette solution correspond à ce que l'on pourrait appeler un SLODAR ([Butterley et al., 2006]) multi bases avec détermination de la couche au sol.

En plus des performances tomographiques, je me suis intéressé au temps de calcul requis pour identifier le profil turbulent. Ainsi, pour chaque jeu de données, j'ai déterminé ce temps de calcul par stratégie nécessaire à la minimisation. La tolérance sur la différence relative du χ^2 entre deux itérations était la même pour chaque stratégie et fixée à 10^{-6} . Je reporte en figure 11.7, les histogrammes de ces temps de calcul qui tiennent compte de l'identification complète du profil (Learn), ainsi que des calcul de la matrice de covariance synthétique finale (Apply), mais pas des calculs du reconstructeur et de l'erreur tomographique qui ne dépendent pas de la stratégie.

Les résultats confirment que la stratégie 3 est la plus appropriée pour l'identification sur le ciel. Le fait de laisser fixes les altitudes permet de diminuer drastiquement le nombre de

contraintes imposées à l'algorithme de minimisation et d'atteindre des temps de calculs relativement courts, similaires à ceux requis pour la stratégie 1. Le temps que je représente en figure 11.7 concerne toutes les itérations. Puisqu'il y a plus de paramètres à ajuster pour la stratégie 3 par rapport à la stratégie 1, cela signifie que la stratégie 3 permet d'obtenir des performances comparables aux deux autres stratégies, mais pour un nombre d'itérations plus faibles. En valeurs médianes, j'obtiens un temps d'identification de 8,8 s, 23,9 s et 9,6 s respectivement pour la stratégie 1, 2 et 3, tous nombres d'ASO confondus. La stratégie numéro 3 me semble être la meilleure en terme de compromis performance/temps de calcul pour l'identification sur le ciel.

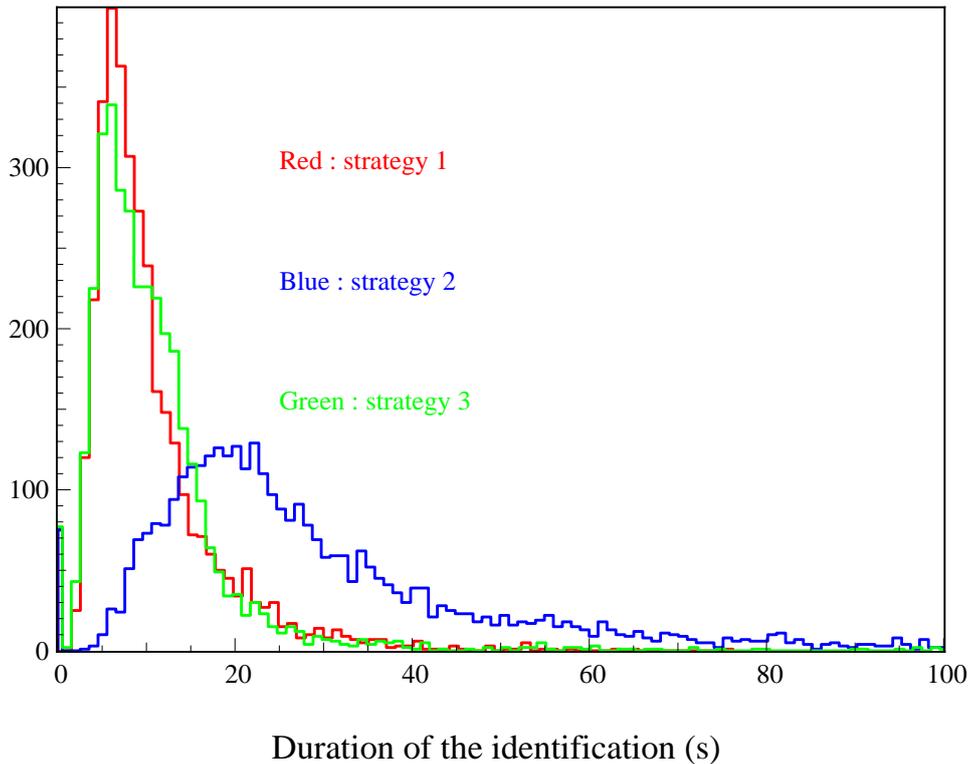


FIGURE 11.7: Histogrammes du temps requis pour l'identification par chacune des stratégies. Ce temps ne tient pas compte du calcul du reconstructeur et de l'erreur tomographique.

11.4 Bilan de la profilométrie des données ciel de Canary en phase B

Je propose maintenant une étude statistique des conditions d'observation sur le ciel. Cette analyse est basée sur les profils turbulents que j'ai précédemment identifiés avec la stratégie numéro 2 (Learn 2 steps sur dix couches libres), afin d'obtenir les altitudes réelles des couches turbulentes. De ces profils turbulents, j'ai déterminé les profils de vent et d'échelle externe avec la méthode de reconstruction couche à couche (cf. paragraphe 11.1).

11.4.1 Distribution verticale du seeing

Je reporte en figure 11.8, les histogrammes de la valeur du seeing de la turbulence totale, au sol et en altitude uniquement. Je définis la couche au sol comme toutes les couches d'altitude inférieure à 1 km. De plus, pour chaque couche identifiée, j'ai reporté l'altitude en fonction du seeing de cette couche dans la figure 11.8 après avoir préalablement ramené ces valeurs au zénith.

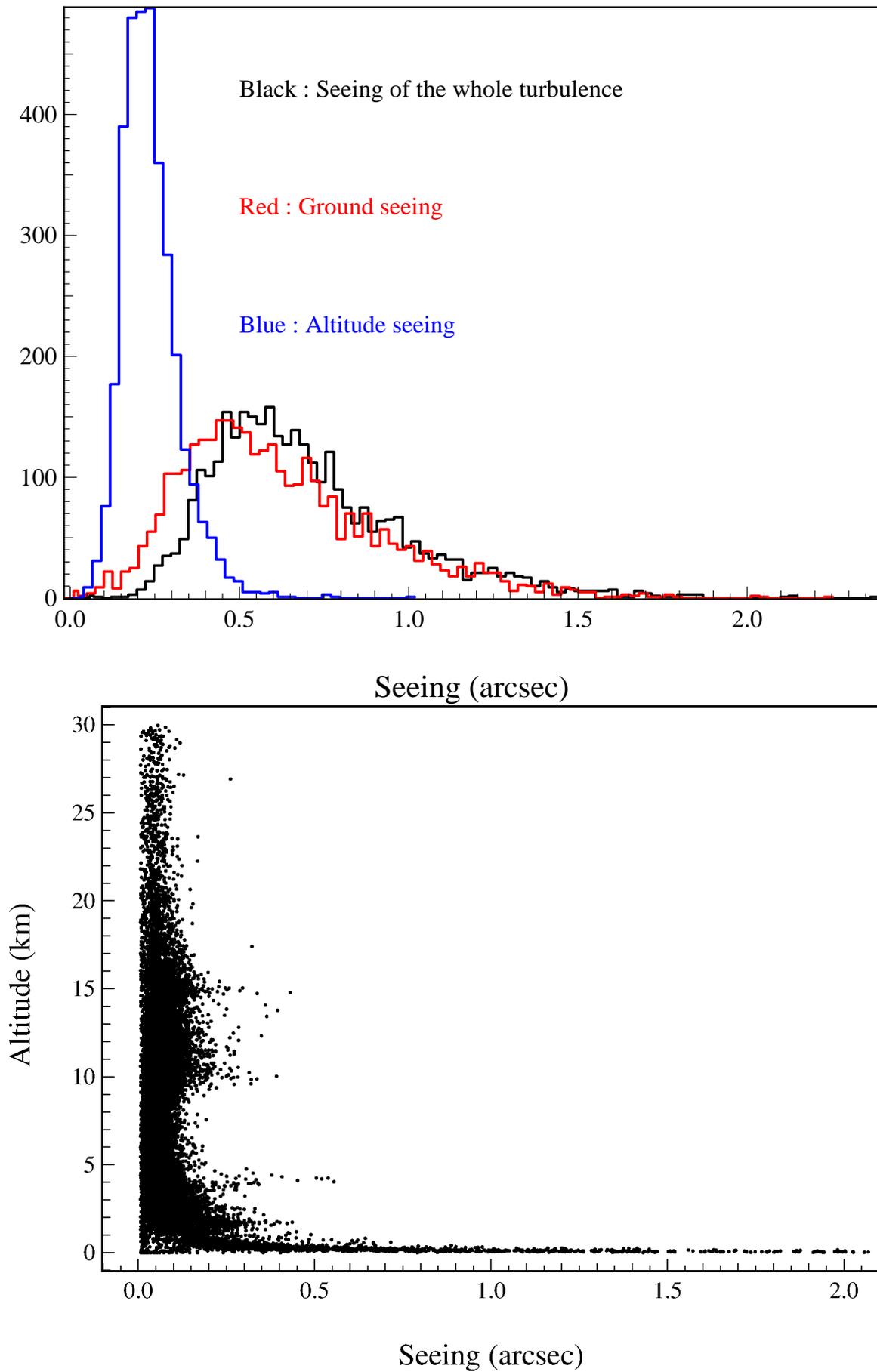


FIGURE 11.8: **En haut** : Histogrammes du seeing total, au sol et en altitude (au-delà de 1 km) seulement. **En bas** : Altitude en fonction du seeing de chaque couche identifiée sur l'ensemble des jeux de données. Les valeurs de seeing sont donnés dans le visible (500 nm) et au zénith.

La figure 11.8 illustre bien la domination de la couche au sol dans le seeing global de la turbulence. Sur un ensemble de 4837 profils turbulent, j'ai mesuré un seeing médian de $0,648 \pm 0,289$ seconde d'angle, alors que j'ai mesuré un seeing médian au sol et en altitude respectivement de $0,567 \pm 0,297$ seconde d'angle et $0,225 \pm 0,083$. La figure 11.8 met aussi en évidence que la turbulence basse altitude est épaisse et s'étale entre le plan pupille et 2 km.

Ces constatations me semblent importantes à prendre en compte pour les simulations numériques en optique adaptative. Les variations de seeing sont dominées par les variations de la couche au sol, alors que l'énergie en altitude est globalement constante. C'est une considération à prendre en compte si on souhaite simuler des profils non-stationnaires pour tester la robustesse d'un reconstruteur par exemple.

Pour mieux se convaincre de ces conclusions, j'ai reporté en figure 11.9, le seeing total identifié sur le profil en fonction du seeing en-deçà de 1 km pour tous les profils identifiés sur le ciel. Il apparaît très clairement que le seeing total tend vers le seeing de la couche au sol lorsque ce dernier devient important. Au contraire, on observe un épaissement croissant du nuage de point au fur et à mesure que le seeing au sol diminue. Cet épaissement est clairement dû à la pondération relative du seeing en altitude qui augmente. Il subsiste quelques cas isolés où le seeing total est bien supérieur au seeing au sol. Ces événements, assez rares dans les données CANARY, sont causés par des couches en altitudes excessivement énergétiques qui apparaissent dans la turbulence. Je n'ai pas suffisamment d'informations pour identifier l'origine de ces couches très énergétiques, mais la figure 11.8, nous apprend que ces couches sont essentiellement localisées autour de 4 et 15 km au-dessus du télescope.

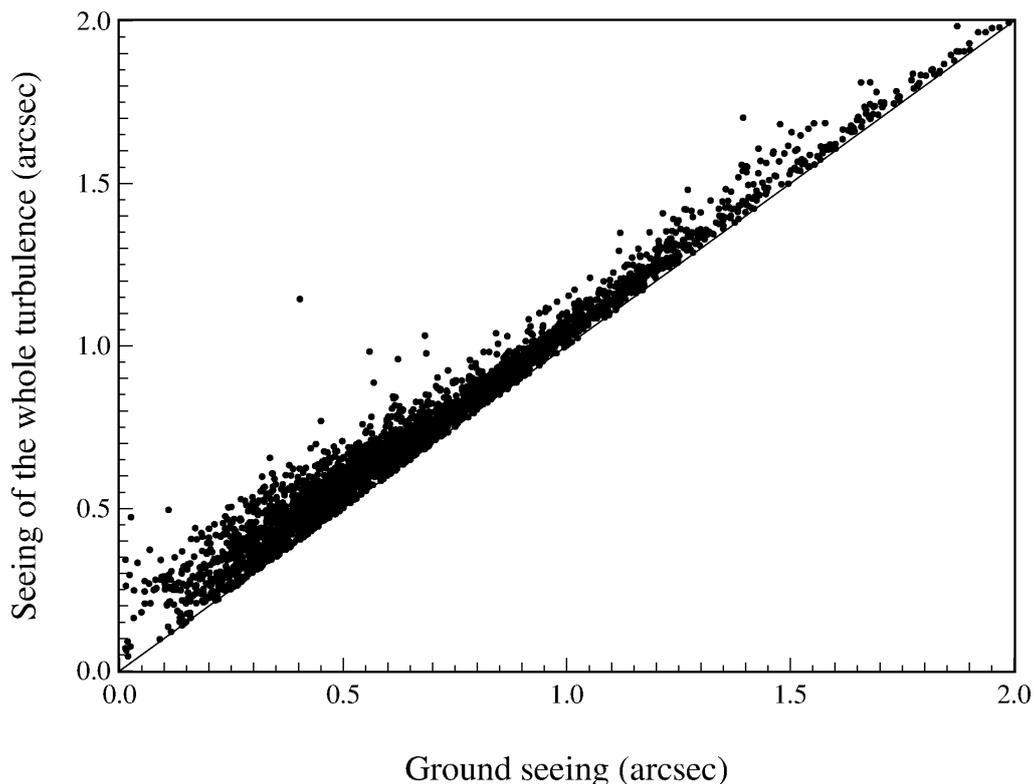


FIGURE 11.9: Seeing mesuré sur les profils turbulents en fonction du seeing en-deçà de 1 km. Les valeurs de seeing sont données dans le visible, à 500 nm.

11.4.2 Altitude moyenne et angle d'isoplanétisme

À partir des profils précédemment identifiés, j'ai déterminé les histogrammes de l'altitude moyenne \bar{h} de la turbulence et de l'angle isoplanétique θ_0 . Je rappelle leur définition :

$$\bar{h} = \left(\frac{\int_0^\infty C_n^2(h) h^{5/3} dh}{\int_0^\infty C_n^2(h) dh} \right)^{3/5}, \quad (11.14)$$

et

$$\theta_0 = 0,314 \frac{r_0}{\bar{h}}. \quad (11.15)$$

L'altitude moyenne permet de mesurer le barycentre des couches turbulentes en pondérant chaque altitude par sa force relative, alors que l'angle d'isoplanétisme permet de donner un ordre de grandeur du champ de vue corrigible dans la longueur d'onde d'analyse du front d'onde, en l'occurrence à 500 nm ici.

Je reporte en figure 11.10 les histogrammes de ces deux quantités. Pour l'altitude moyenne, j'ai calculé sa valeur sur toutes les couches turbulentes, puis sur toutes les couches au-delà de 1 km uniquement. La figure met en évidence que la médiane de l'altitude moyenne est de $2,34 \pm 1,99$ km, alors que si on exclut la turbulence au sol, cette médiane se chiffre à $8,24 \pm 3,14$ km. Ce dernière valeur rejoint la figure 11.8 sur laquelle on peut identifier un épaissement du nuage de points autour de 10 km.

L'angle d'isoplanétisme a lui une médiane de $3,71 \pm 5,70$ secondes d'angle dans le visible. On peut noter que sa distribution a une queue qui s'étend jusqu'à plus de 20 secondes d'angle. D'après l'équation 11.15, ces valeurs peuvent résulter d'un r_0 très grand ou d'une altitude moyenne très faible. Ici, ce sont les profils avec une couche au sol qui domine complètement la turbulence qui engendrent la queue de la distribution de θ_0 . Lorsque la turbulence est essentiellement au sol, l'altitude moyenne devient très proche de zéro et l'angle isoplanétique prend une valeur bien supérieure à sa médiane.

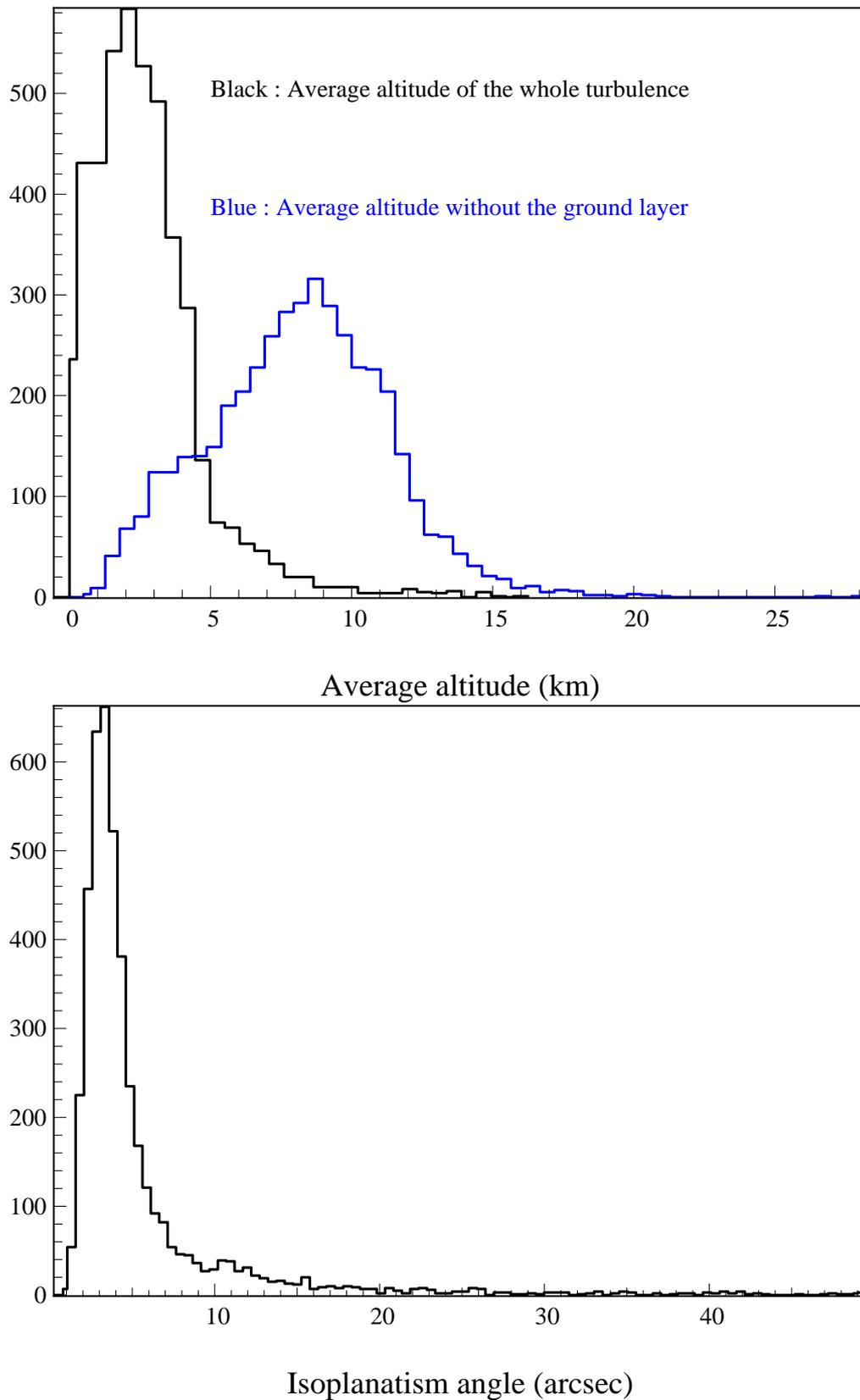


FIGURE 11.10: **En haut** : Histogrammes de l'altitude moyenne de la turbulence définie par l'équation 11.14. En bleu, on représente la même quantité calculée sur les couches au-delà de 1 km uniquement. **En bas** : Histogramme de l'angle d'isoplanétisme défini par l'équation 11.15.

11.4.3 Distribution verticale de la vitesse de vent

Je propose maintenant de se concentrer sur la distribution verticale de la vitesse de vent. Après avoir identifié les profils turbulents à l'aide de la stratégie 2 (cf. 11.3.1), j'ai déterminé la vitesse de vent de chaque couche turbulente identifiée sur les mesures. Identiquement à ce que j'ai fait sur le seeing, j'ai évalué le vent global de la turbulence \bar{v} , mais aussi celui de la couche au sol v^{sol} et en altitude v^{alt} séparément. Je reporte ces résultats en figure 11.11.

Contrairement au seeing pour lequel la couche au sol domine complètement la turbulence, ce sont les couches en altitude qui évoluent le plus rapidement. Sur un ensemble de 4837 jeux de données, j'ai identifié une vitesse de vent médiane de $4,20 \pm 2,50$ m/s, ainsi que $3,16 \pm 1,95$ et $9,02 \pm 5,66$ m/s pour respectivement la couche au sol et les couches en altitude. Ces histogrammes soulignent le caractère très particulier de la couche au sol qui est statistiquement la plus énergétique et la plus lente, ce qui confirme que c'est cette couche au sol qui amène le plus de fluctuations statistiques dans les mesures (cf. paragraphe 7.3).

De plus, on peut noter que la distribution du vent en altitude possède une queue qui s'étend jusqu'à plus de 25 m/s. L'histogramme de vent pour ces couches en altitude est très large, ce qui traduit une forte variabilité de vent en altitude. Dans ces cas de figure, l'erreur temporelle peut devenir colossale, voire le système ne peut pas compenser ces couches même si elles ont été parfaitement identifiées. Le détail de la vitesse par couche est donc essentiel pour comprendre finement les performances de la correction apportée par le système. Ce genre de couche peut introduire des corrélations fortes entre erreur tomographique et erreur de bande passante, il faut donc les suivre de près. En figure 11.11, je représente aussi l'altitude des couches au zénith identifiées sur tous les jeux de données en fonction de leur vitesse. Il apparaît assez clairement que les couches les plus rapides sont regroupées entre 4 et 20 km et tendent à être plus rapides avec l'altitude. Le domaine de vitesse en altitude est cependant très large, mais il y a un fort regroupement autour de 7 m/s (25 km/h). Je fais aussi remarquer que le domaine mesurable est borné. Puisque j'évalue la vitesse à partir de la largeur à mi-hauteur de l'auto-corrélation moyenne des pentes (cf. paragraphe 7.1.2), je suis limité par la fréquence d'échantillonnage temporelle des mesures. Pour des raisons d'implémentations numériques, on ne peut évaluer la vitesse que si la largeur à mi-hauteur de l'auto-corrélation est au moins supérieure à cinq trames temporelles, ce qui fait une limite de $1,61 \times 0,6 \times 150/5 \simeq 29$ m/s d'après l'équation 7.2.

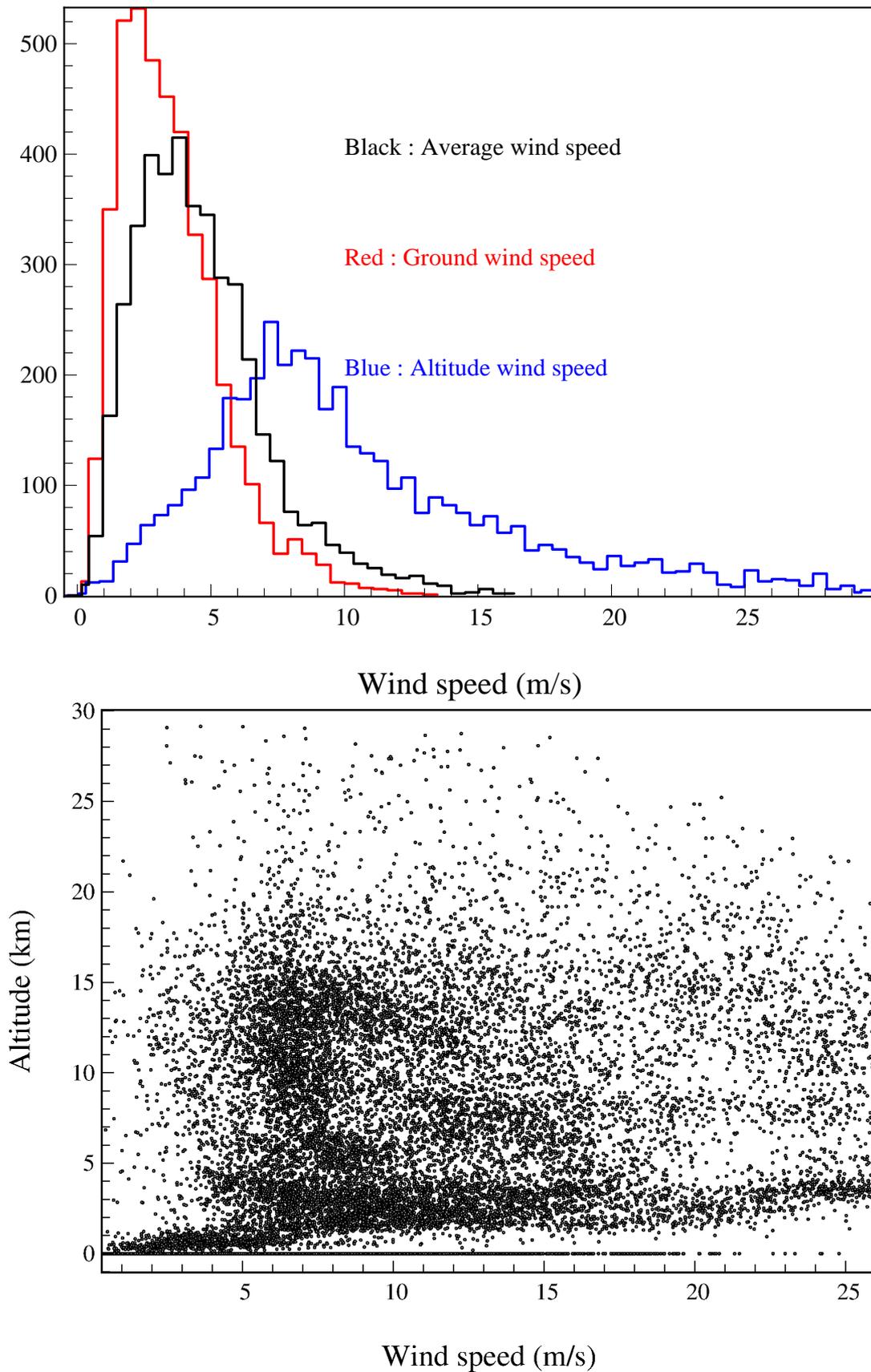


FIGURE 11.11: **En haut** : Histogrammes de la vitesse de vent moyenne, au sol et en altitude (au-delà de 1 km) seulement. **En bas** : Altitude en fonction de la vitesse de vent de chaque couche identifiée sur l'ensemble des jeux de données.

11.4.4 Distribution verticale de l'échelle externe

J'en viens maintenant à la distribution verticale de l'échelle externe. Comme je l'ai montré au paragraphe 6.1.7, la covariance dépend énormément de l'échelle externe. Pour des profils turbulents et de vent similaires et un même reconstituteur, il est possible d'obtenir des performances différentes en MOAO selon cette échelle externe. Si elle est faible, la corrélation spatiale des couches en altitude décroît rapidement, donc le reconstituteur à moins de couples sur lesquels s'appuyer pour estimer les pentes sur l'axe. Les performances tomographiques seront alors différentes. L'échelle externe est donc une quantité importante à considérer. En utilisant la méthode d'identification proposée au chapitre 7.1.3 basée sur la variance des Zernike hors modes de basculement, j'ai estimé la valeur de l'échelle externe de chaque couche turbulente identifiée, ainsi que les valeurs uniquement au sol, en altitude et moyenne sur l'ensemble des couches par profils.

Je reporte les histogrammes de l'échelle externe en figure 11.12. Sur un ensemble de 4837 jeux de données, j'ai évalué la valeur médiane de l'échelle externe sur toute l'atmosphère à $4,3 \pm 2,68$ m, alors que j'obtiens au sol et en altitude respectivement $29,7 \pm 175,8$ m et $123,2 \pm 241,6$ m. Ces résultats sont cohérents avec les différentes études qui ont été menées à Paranal ([Dali Ali et al., 2010]), avec une échelle externe au sol assez faible et qui croît avec l'altitude pour atteindre la centaine de mètres. Cette dépendance avec l'altitude est assez notable sur la figure qui représente l'altitude en fonction de l'échelle externe. Le domaine de valeurs du L_0 reste néanmoins important pour chaque couche, mais se réduit lorsque l'altitude diminue. On peut aussi remarquer que la distribution de l'échelle externe au sol s'étend au-delà de la centaine de mètres. Cela traduit des conditions physiques assez différentes pour des seeing et des vitesses de vent similaires.

De plus, je n'ai pas observé de corrélation particulière entre le r_0 , la vitesse de vent et l'échelle externe sur les jeux de données que j'ai traités ici. Il est donc très difficile de bien interpréter les performances de CANARY puisque les conditions d'observation sont relativement variables, et qu'il n'est pas possible aisément de mettre ces performances à une même échelle de conditions d'observation pour les comparer. Nous verrons dans le prochain chapitre que c'est le seeing qui limite principalement les performances du système, mais la vitesse de vent et l'échelle externe conditionnent aussi les résultats, d'où la nécessité d'être capable de les identifier sur les mesures.

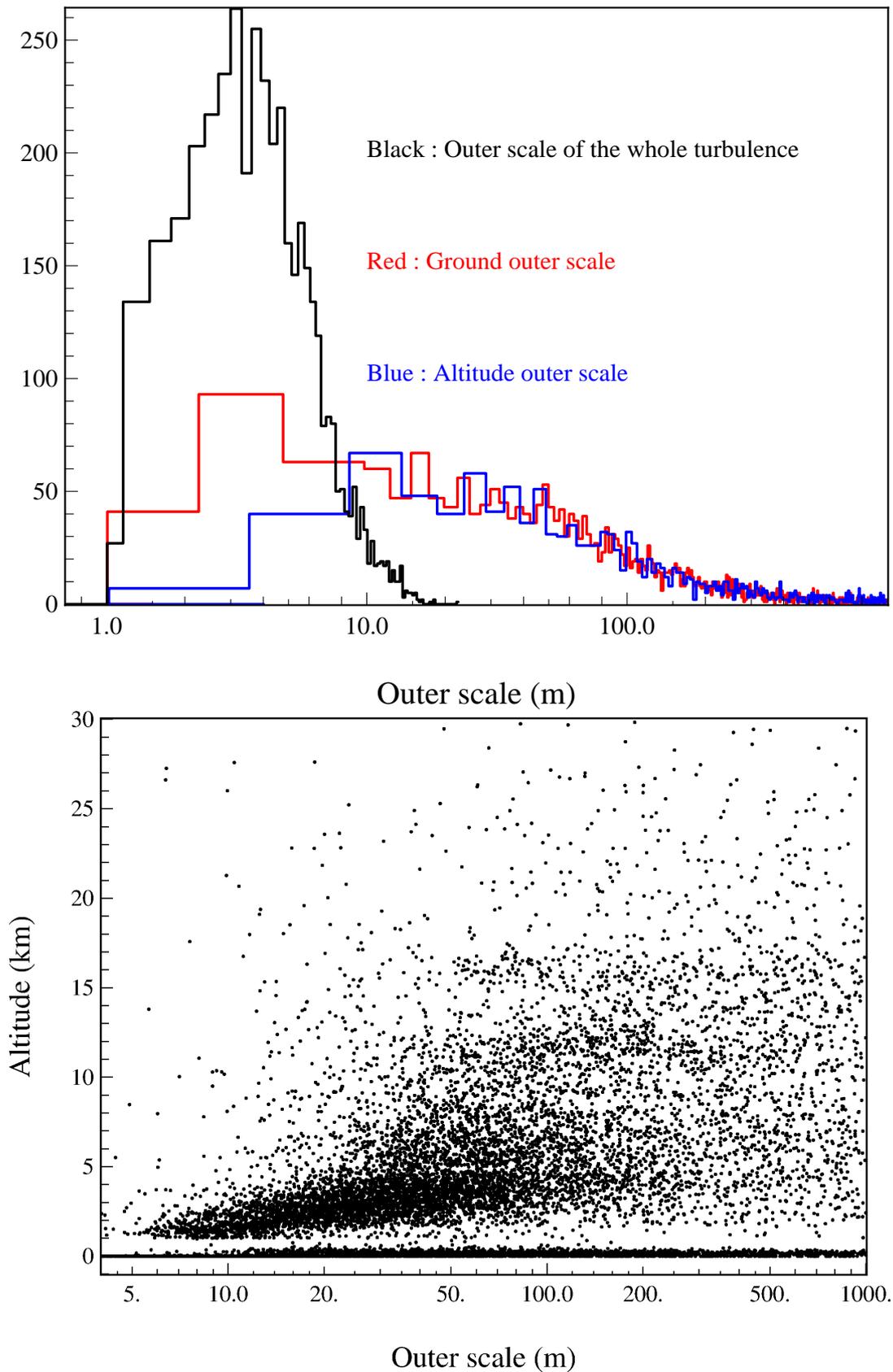


FIGURE 11.12: **En haut** : Histogrammes de l'échelle externe moyenne, au sol et en altitude (au-delà de 1 km) seulement. **En bas** : Altitude en fonction de l'échelle externe de chaque couche identifiée sur l'ensemble des jeux de données.

J'ai récapitulé dans le tableau 11.2, l'ensemble des valeurs médianes et rms du seeing, altitude moyenne, angle isoplanétique, vitesse de vent et échelle externe. Je reporte les valeurs

totalisées sur toutes les couches turbulentes, au niveau du sol ($h < 1$ km) et en altitude seulement ($h > 1$ km) .

	Total Med - Rms	Valeurs au sol Med - Rms	Valeurs au altitude Med - Rms
Seeing (")	0,65 - 0,289	0,57 - 0,30	0,23 - 0,083
\bar{h} (km)	2,3 - 2	0 - 0	8,2 - 3,1
θ_0 (")	3,7 - 5,7	x - x	x - x
v (m/s)	4,2 - 2,5	3,2 - 1,9	9,0 - 5,7
L_0 (m)	4,3 - 2,7	30 - 176	123 - 242

TABLEAU 11.2: Récapitulatif des valeurs médianes et rms de l'ensemble des paramètres turbulents. L'altitude de séparation entre la couche au sol et les couches en altitude a été fixée à 1 km.

11.4.5 Statistiques sur le nombre de couches

Pour clore ce chapitre, je propose d'évaluer le nombre moyen de couches turbulentes que CANARY peut identifier sur le ciel. Ce nombre de couches est notamment limité par la résolution tomographique du système, mais aussi par l'efficacité de la méthode et de la stratégie d'identification. Je travaille toujours sur les profils identifiés à l'aide du Learn 2 steps suivant la stratégie numéro deux (cf. paragraphe 11.3). Pour déterminer ce nombre moyen de couches, il faut encore définir correctement ce que l'on considère comme une couche turbulente. La principale limitation est la force des couches qui sont identifiées par le Learn & Apply. Dans certains cas, on peut obtenir des couches excessivement faibles car l'algorithme de minimisation n'a pas complètement convergé. Je propose alors trois critères différents sur l'énergie des couches pour en déterminer le nombre moyen :

- **Critère 1** : L'énergie doit au moins être supérieure à 10 % de l'énergie totale
- **Critère 2** : L'énergie doit au moins être supérieure à 1 % de l'énergie totale
- **Critère 3** : Le r_0 dans le visible de la couche doit être inférieur au diamètre de la pupille (4,2 m).

De plus, l'algorithme de minimisation peut attribuer de l'énergie à deux couches très proches pour reproduire la covariance due à une seule couche physique. J'ai alors, pour chaque profil identifié, regroupé les couches par zone d'altitude d'épaisseur deux fois la résolution tomographique. Avec le premier critère, je considère les couches turbulentes qui sont prépondérantes dans chaque profil. Puisque j'utilise les profils 10 couches, j'ai fixé une limite inférieure à 10 % sur l'énergie. Le critère 2 permet de considérer les couches les plus notables, alors que le critère 3 exclut seulement les couches très peu énergétiques qui peuvent provenir d'une mauvaise convergence de l'algorithme de minimisation.

Je reporte les résultats de cette étude en figure 11.13, sur laquelle je représente les histogrammes du nombre moyen de couches évalué avec chacun des trois critères. Il apparait très clairement qu'il y a généralement une, voire deux couches qui sont très énergétiques et sortent véritablement du lot. Dans environ 65 % des cas, il n'y a qu'une seule couche très énergétique qui est celle au sol. Dans les 35 % restants, il y a deux couches, celle au sol et une autre en altitude généralement autour de 10 km. Le critère trois donne une vue d'ensemble du nombre moyen de couches accessibles à CANARY. L'histogramme de la figure 11.13 met en évidence que CANARY peut identifier en moyenne cinq à six couches turbulentes si on considère toutes les gammes d'énergie, mais qu'il y a seulement 4 voire 5 couches d'énergies assez notables, supérieures à 1 % du total. Ce résultat permet de mieux comprendre pourquoi la stratégie 1

donne des résultats tout à fait similaires aux stratégies 2 et 3, puisque l'essentiel de l'énergie turbulente est répartie sur un nombre compris entre 4 et 5 couches

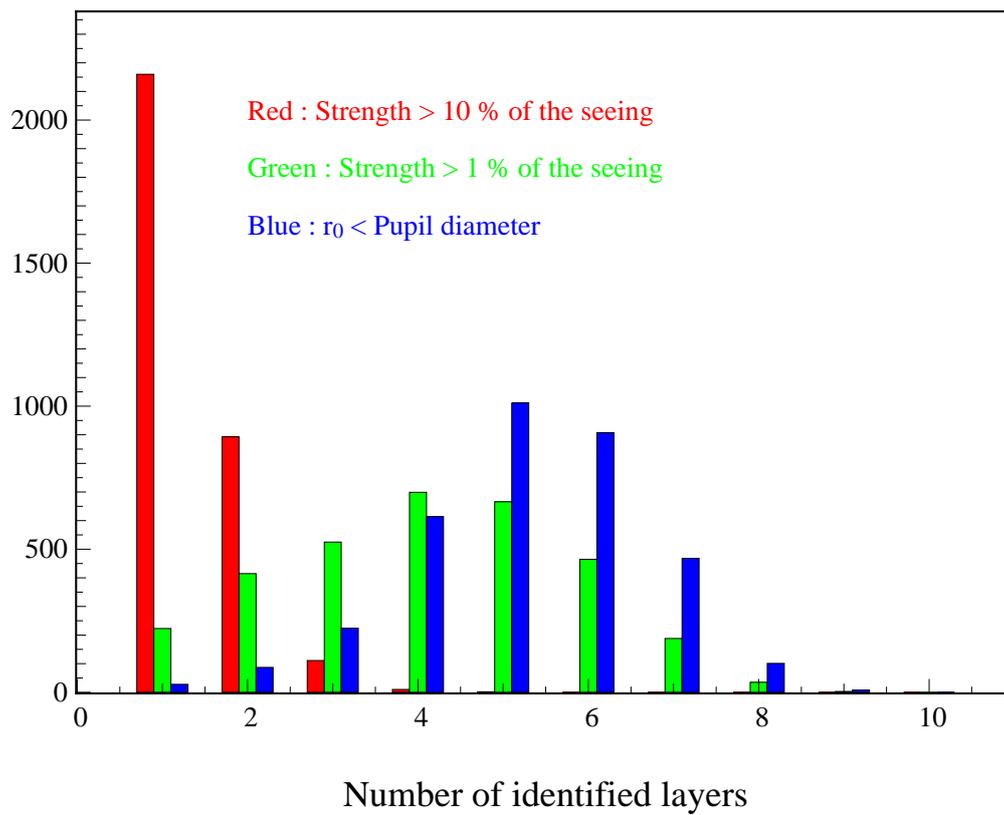


FIGURE 11.13: Histogrammes du nombre moyen de couches turbulentes accessibles à CANARY sur le ciel pour les trois critères de définition d'une couche turbulente.

Chapitre 12

Performances globales de Canary

Pour le dernier chapitre de ce manuscrit, je vais explorer de façon statistique les résultats de CANARY sur le ciel. Il y a notamment trois aspects qui m'intéressent. Premièrement, je vais comparer les rapports de Strehl et les énergies encadrées acquis sur le ciel par CANARY dans différents modes d'observation (SCAO, MOAO, GLAO). Je dispose d'environ 2 000 rapports de Strehl sur le ciel qui vont me permettre de visualiser les performances globales du système, et en particulier les résultats obtenus en mode MOAO avec étoiles lasers.

Deuxièmement, je vais utiliser l'ensemble des données CANARY acquises sur le ciel pour comparer les deux méthodes d'évaluation de la variance de phase. À partir de cette analyse, je montre que la mesure du TS en boucle engagée est relativement bien comprise, ce que la méthode DTI est un outil relativement fiable pour simuler un système de MOAO. J'exploite alors cette méthode pour évaluer les performances de la MOAO avec un reconstituteur optimisé. Je présenterai ensuite les résultats de quelques scripts (cf. paragraphe 5.3.4) que j'exploiterai précisément.

12.1 Performances globales de Canary

12.1.1 Bilan des observations sur le ciel

Je propose en figure 12.1 un bilan des observations de CANARY sur le ciel en phase B (2012 et 2013). Sur cette figure, je reporte un bilan statistique sur plus de 2100 jeux de données acquis sur le ciel. J'ai considéré tous les types de données (cf. paragraphe 5.3.4), acquises soit pour l'étalonnage du profil turbulent ou des aberrations statiques, mais aussi pendant l'engagement de la boucle. J'explique le pourcentage d'observation des astérismes sur lesquels nous avons comparé les performances de la MOAO avec d'autres modes d'observation. On peut constater que les astérismes A47 (cf. figure 5.10) et A53 (cf. figure 5.11) sont majoritairement, jusqu'à 70 % en combiné, les cibles de prédilection de CANARY, en particulier car ils ont une configuration géométrique intéressante pour la tomographie ([Brangier, 2012]) mais surtout car ils étaient très souvent observables durant les campagnes d'observations de CANARY.

La figure 12.1 met aussi en évidence les modes d'observation (cf. paragraphe 5.3.3) les plus utilisés sur le ciel. Contrairement au mode MOAO pour lequel j'ai distingué la configuration tomographique, c'est-à-dire le nombre de NGS et LGS utilisées pour la reconstruction tomographique, le mode GLAO fait référence à toutes les configurations tomographiques possibles. Enfin, le mode LQG regroupe ici à la fois la commande LQG en SCAO, avec ou sans contrôle de vibrations, et la commande LQG en MOAO ([Sivo et al., 2014]). On peut constater que le mode SCAO et MOAO avec quatre LGS et trois LGS sont majoritaires dans les observations de CANARY. Pour démontrer la faisabilité de la MOAO avec étoiles lasers, nous avons cherché à réaliser le plus de scripts (cf. paragraphe 5.3.4) de comparaison entre la SCAO, la MOAO

avec LGS et la GLAO pour évaluer l'impact de la reconstruction tomographique, ou la MOAO sans LGS pour évaluer l'impact des LGS dans les performances.

Enfin, la figure 12.1 donne les heures passées sur le ciel en phase B2 en fonction de différentes catégories d'observations. La catégorie *LESIA TEAM* fait référence aux différents scripts de comparaison visant à évaluer les performances de la MOAO avec intégrateur, la catégorie *UK TEAMS* fait référence aux différents tests d'algorithmes de calcul des pentes ([Basden et al., 2014]), ou bien aux innovations en OA ([Guzman et al., 2012]), et la catégorie *LQG TEAM* fait référence aux tests sur la commande LQG. Enfin, j'ai aussi reporté le nombre d'heures passées à prendre des images astrophysiques de galaxies, à étalonner le système sur le ciel, ainsi que les différentes pertes de temps dues à une mauvaise météo ou à des problèmes techniques.

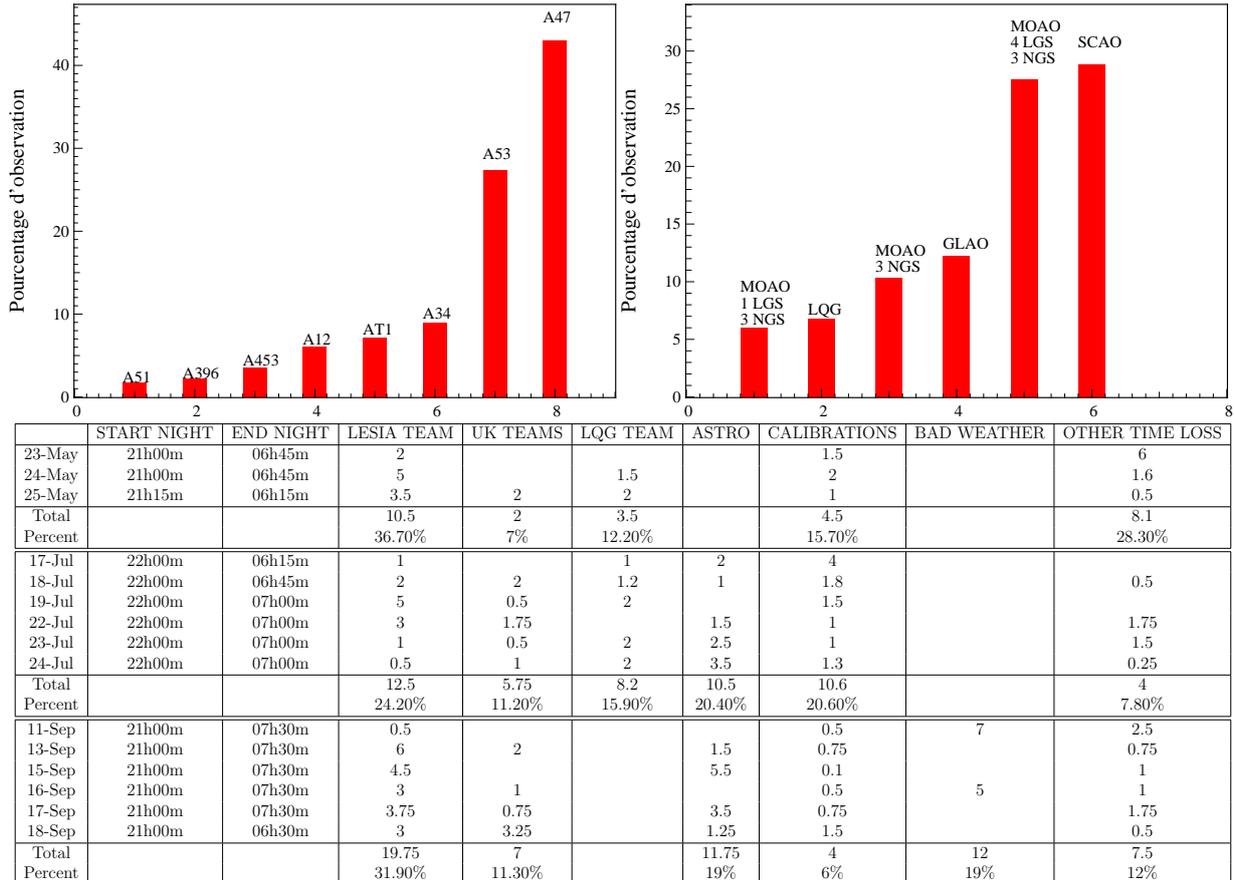


FIGURE 12.1: **En haut** : Pourcentages d'observation des astérisques et des principaux modes d'observation. **En bas** : Tableau récapitulatif des heures passées sur le ciel durant la phase B2 pour différentes catégories d'observation sur le ciel.

En phase B2, ces pertes de temps dues aux problèmes techniques uniquement représentent quand même 14 % du temps passé sur le ciel. Ces difficultés concernaient généralement le remplissage du cryostat de la caméra CAMICAZ, un pointage qui prend du temps et surtout des problèmes techniques de logiciel, avec le laser voire même avec le télescope. Donc même sur un instrument comme CANARY qui demeure qu'un instrument de démonstration technique à une échelle raisonnable, nous avons rencontré des difficultés à mener à bien ces campagnes d'observations. Au-delà de l'implémentation numérique et physique de l'instrument, l'interaction de ce dernier avec le télescope, mais aussi avec les utilisateurs, apporte un stress constant à la manipulation et un nombre de paramètres et de protocoles de communication à gérer énorme. Je souligne cependant que CANARY n'a pas été conçu pour être complètement automatisé. Il me semble que c'est un point important à considérer pour la future instrumentation des ELT. Il est nécessaire de voir au-delà de la performance et de tenir compte de ces difficultés techniques

qui sont communes à tous les instruments d'OA.

12.1.2 Rapports de Strehl obtenus par Canary sur le ciel

Je vais maintenant présenter les valeurs des rapports de Strehl obtenus en phase B durant les scripts de comparaison (cf. paragraphe 5.3.4) en bande H. Ces valeurs ont été déterminées sur les FEP acquises par CANARY sur le ciel après les avoir traitées suivant la méthode présentée au paragraphe 9.4.1. Je rappelle que durant les scripts, nous avons fixé le temps d'intégration de la caméra IR en fonction de l'étoile centrale de l'astérisme, généralement de l'ordre de la seconde. Nous avons alors acquis simultanément, 2048 trames temporelles (soit 14 s à 150 Hz) de mesures des ASO en boucle engagée, et autant d'image IR dans ce laps de temps avec le temps d'intégration préalablement défini. Les images IR obtenues ont alors été moyennées sans recentrage. Ce sont sur ces images moyennes que les rapports de Strehl et les énergies encadrées ont été évalués.

Pour augmenter la taille de l'échantillon statistique étudié, je vais présenter les rapports de Strehl obtenus sur A47 (cf. figure 5.10) et A53 (cf. figure 5.11). Ces deux astérismes se ressemblent beaucoup, que ce soit la géométrie ou les magnitudes des étoiles, je fais donc l'hypothèse que les résultats obtenus sur ces deux astérismes sont comparables. De plus, je me suis notamment intéressé à la comparaison entre les différents modes d'observation, comme la SCAO, MOAO et GLAO. Dans la suite, je me concentrerai généralement sur les résultats de MOAO obtenus avec quatre étoiles lasers et trois étoiles naturelles. Cependant, encore pour augmenter la taille de l'échantillon statistique, je vais comparer les résultats de MOAO avec ceux de GLAO obtenus sur toutes les configurations tomographiques possibles. J'entends par configuration tomographique, le nombre de NGS et LGS utilisées pour engager la boucle. En GLAO sur CANARY, les performances ne sont pas trop influencées par le nombre d'étoiles guides utilisées, puisqu'il s'agit de compenser uniquement la couche au sol.

Pour commencer, je reporte en figure 12.2, le rapport de Strehl et l'écart-type du front d'onde σ_{IR} (cf. équation 9.43) en fonction du seeing total de la turbulence, évalué à la longueur d'onde de 500 nm et sur la ligne de visée. Sur le rapport de Strehl mesuré sur le ciel, il apparaît trois régimes liés respectivement à la SCAO, la MOAO et la GLAO. Comme on pouvait s'y attendre, la SCAO domine la MOAO et la GLAO sur l'ensemble du domaine de seeing. C'est cependant plus notable lorsque le seeing est très bon et devient inférieur à sa valeur médiane identifiée dans le tableau 11.2. Or, d'après la figure 11.9, lorsque le seeing diminue, c'est généralement car le seeing au sol diminue aussi, et que la contribution des couches en altitude devient plus importante. En effet, la figure 11.8 montre que le seeing en altitude est quasiment constant. Autrement dit, pour le domaine de seeing inférieur à 0,7 seconde d'angle, la reconstruction tomographique joue un rôle essentiel et devient prépondérante dans les performances finales. Sur l'écart-type du front d'onde, on observe plus nettement la séparation des trois régimes pour un domaine de seeing inférieur à la seconde d'angle. Au-delà de cette limite, la couche au sol domine la turbulence et la GLAO rejoint les performances de la MOAO.

On peut enfin remarquer que la dispersion du rapport de Strehl en MOAO et GLAO est relativement importante par rapport à la SCAO pour un seeing donné. Cela illustre la variabilité des performances de la MOAO avec un reconstruteur MMSE ou bien un reconstruteur GLAO. Cette variabilité est issue, d'une part, de la variabilité des conditions de vent et d'échelle externe qui impacte les performances de la SCAO, d'autre part de la variabilité des performances tomographiques. D'après la décomposition de $\sigma_{\text{TomogIR}}^2$ (cf. équation 8.25), l'erreur tomographique dépend directement du profil turbulent au moment de l'engagement de la boucle, du bruit des ASO hors-axes et des erreurs d'identification. Or, en figures 8.7 et 8.8, sur les quatre cas d'études que j'ai présentés, c'est l'erreur tomographique sur les modes parallèles qui domine l'erreur tomographique. Pour un même seeing, la performance est différente en fonction du

profil réel dans les données, mais aussi du profil prédit par le reconstituteur. De plus, pour des conditions d'observation identiques, les images IR que j'obtiens sont issues d'une réalisation particulière de la turbulence. Les rapports de Strehl que je détermine ont alors une dispersion intrinsèque qui participe à la dispersion observée à la figure 12.2.

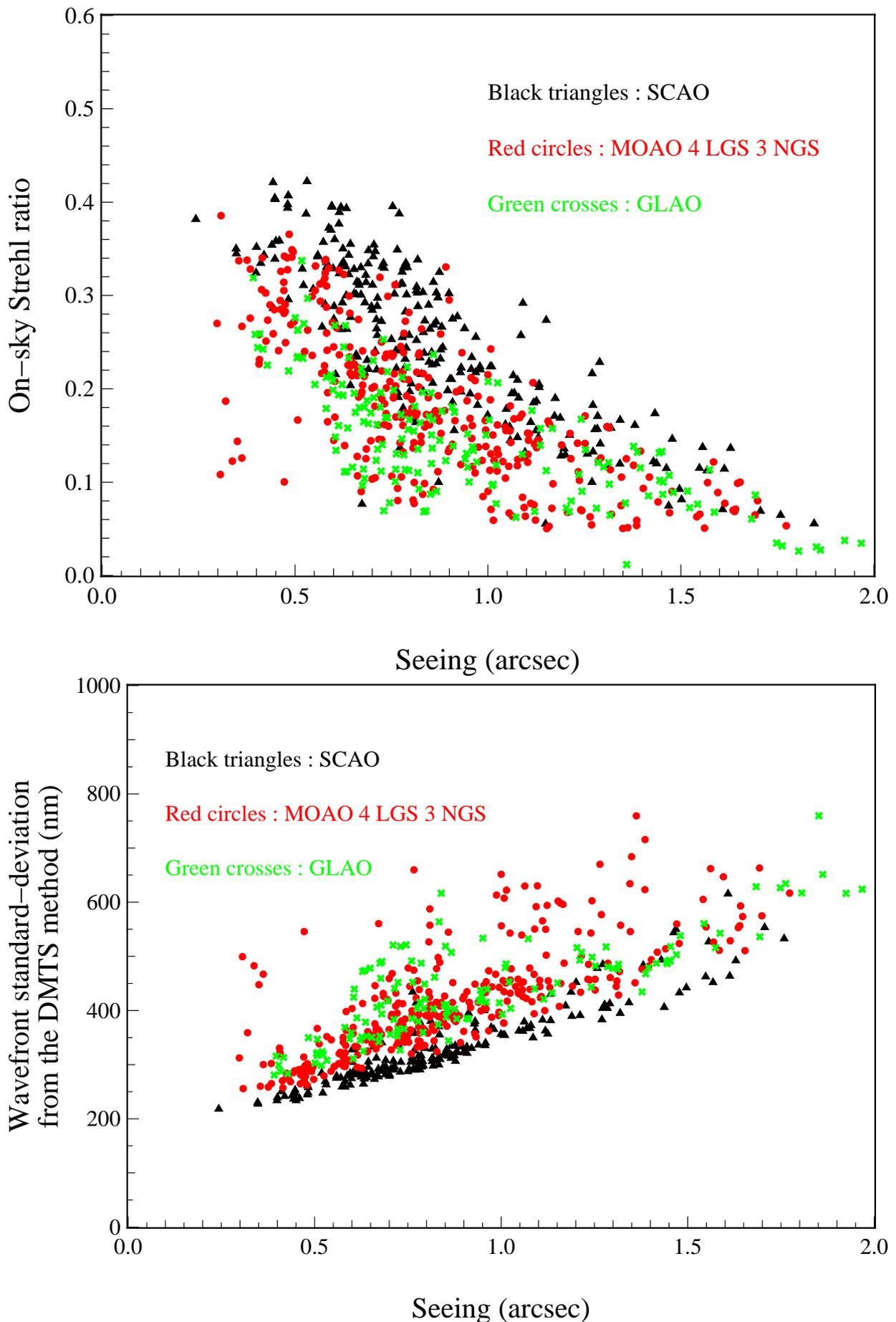


FIGURE 12.2: **En haut** : Rapports de Strehl mesurés sur la caméra IR sur le ciel, en bande H, en fonction du seeing évalué à 500 nm et sur la ligne de visée. **En bas** : Écart-type sur le front d'onde vue par la caméra IR estimé à partir de la mesure du front d'onde résiduel par le TS (cf. équation 9.50).

Pour un seeing compris entre 0,6 et 0,7 seconde d'angle, ce qui correspond aux conditions moyenne de seeing (cf. tableau 11.2), j'obtiens respectivement pour la SCAO, MOAO quatre LGS et trois NGS et la GLAO, des valeurs médianes des rapports de Strehl égales à 32,6 %, 22,1 % et 18,1 %. L'écart entre MOAO et GLAO est donc relativement maigre dans des conditions médianes de seeing, alors que la SCAO est plus performante. Je vois plusieurs raisons à cela. D'une part, le reconstruteur MMSE utilisé en MOAO n'était pas totalement optimisé, puisqu'il n'était pas prévu pour atténuer la propagation du repliement des mesures des ASO hors-axes dans la commande du MD (cf. paragraphe 5.2.3). D'autre part, les gains attribués en MOAO et GLAO étaient les mêmes à chaque script et généralement proche de 1. Or, un tel gain n'est optimal que si le niveau de bruit dans les pentes estimées sur l'axe est relativement faible (cf. paragraphe 9.3.1). De plus, le reconstruteur GLAO permet d'atténuer plus efficacement ce niveau de bruit par rapport à un reconstruteur MMSE (cf. figures 8.7 et 8.8). Enfin, l'erreur tomographique en MOAO peut être optimisée en mettant à jour le reconstruteur MMSE. Non seulement ce dernier commet des erreurs sur les couches réelles qu'il ne prédit pas, mais il peut introduire des erreurs supplémentaires en prédisant des couches qui n'existent pas, contrairement au reconstruteur GLAO qui ne permet simplement pas de reconstruire les couches en altitude. En somme, le reconstruteur GLAO jouit d'une robustesse innée.

Je me suis aussi intéressé à la dépendance du rapport de Strehl avec l'altitude moyenne, l'angle d'isoplanétisme, le vent et l'échelle externe. Cependant, il n'apparaît pas de tendances notables car la variabilité des résultats en fonction de ces paramètres est dominée par la variabilité du seeing. En particulier, je me suis intéressé à l'évolution du rapport de Strehl en fonction de la vitesse de vent moyenne, au sol et en altitude, mais les résultats mettent plutôt en évidence l'absence de tendances très claires. Le rapport de Strehl a cependant tendance à se dégrader lorsque les couches en altitude sont plus rapides. Les couches en altitude évoluent globalement plus rapidement que la couche au sol (cf. figure 11.11), elles contribuent donc majoritairement à l'erreur temporelle et à la performance finale.

12.1.3 Énergie encadrée sur le ciel

Je me concentre maintenant sur les énergies encadrées déterminées sur les FEP acquises sur le ciel en bande H. Sur un télescope de 4,2 m le pic de diffraction a une taille de $\lambda_{\text{IR}}/D \simeq 80$ milli-secondes d'angle. J'ai alors évalué le pourcentage de l'énergie de la FEP contenue dans un domaine carré de coté de une à deux fois la largeur du pic de diffraction. Je reporte en figure 12.3, ces deux valeurs d'énergies encadrées en fonction du seeing, en mode SCAO, MOAO avec quatre LGS et trois NGS et enfin en GLAO, toutes configurations tomographiques confondues.

À l'image des valeurs des rapports de Strehl, on retrouve ici trois tendances des énergies encadrées en fonction du seeing et relatives à la SCAO, la MOAO et la GLAO. Pour un seeing compris entre 0,6 et 0,7 seconde d'angle, j'obtiens en médiane 31,9 %, 26,9 % et 24,4 % d'énergie encadrée dans la tache de diffraction pour respectivement la SCAO, la MOAO et la GLAO. Pour l'énergie encadrée dans un domaine de taille deux fois la diffraction, j'obtiens 44,5 %, 41,1 % et 39,5 %. On retrouve un écart notable entre les performances acquises en SCAO et les autres méthodes, alors que la MOAO est légèrement plus efficace que la GLAO. J'ai déjà énoncé dans le paragraphe précédent pourquoi la correction MOAO n'était pas optimisée sur le ciel.

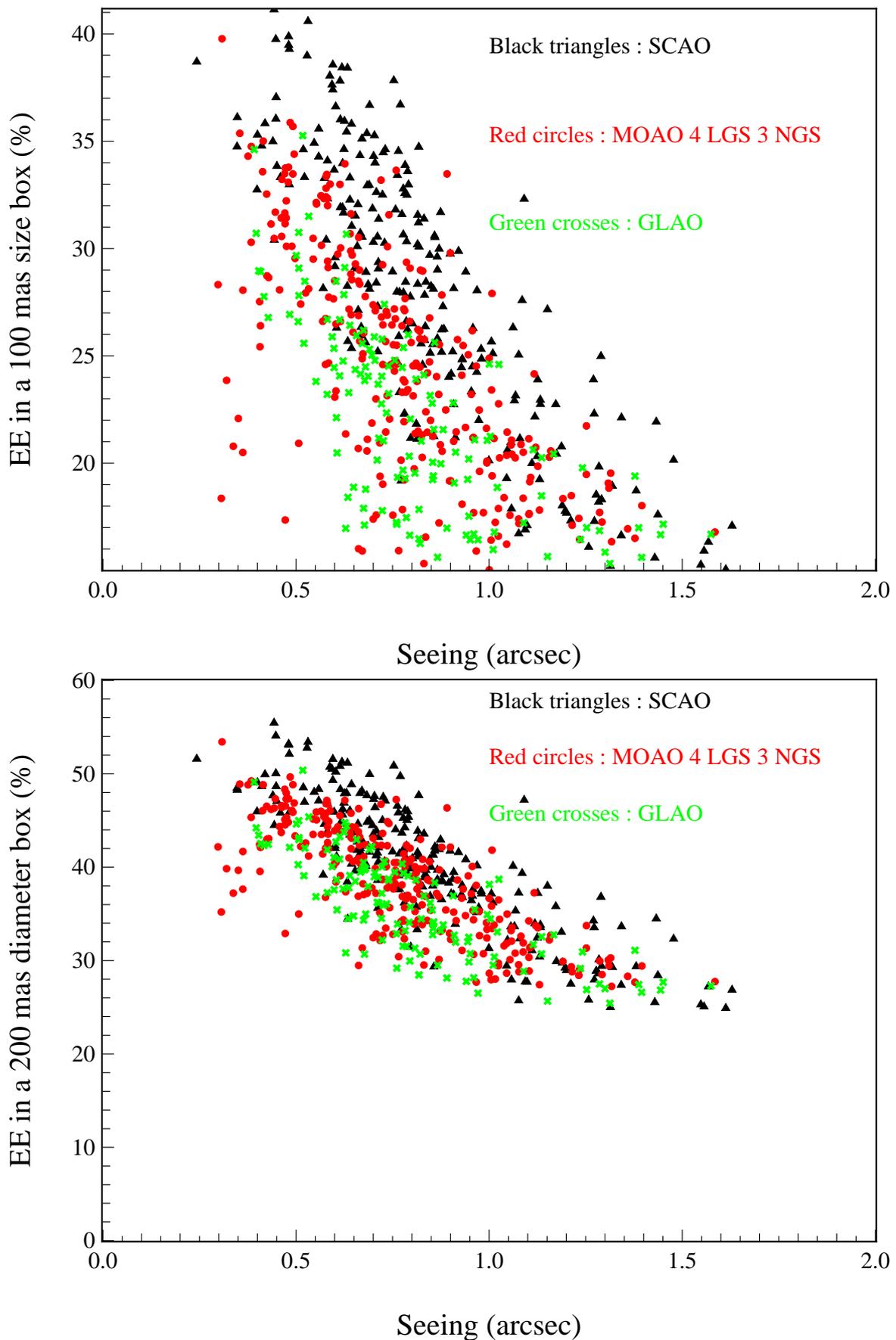


FIGURE 12.3: **En haut** : Énergies encadrées calculées dans un domaine de 100 milli-secondes d'angle de coté (pic de diffraction) en fonction du seeing, en mode SCAO, MOAO quatre LGS et trois NGS et en mode GLAO toutes configurations tomographiques confondues. **En bas** : Énergie encadrée calculée dans un domaine carré de 200 milli-secondes d'angle (deux fois la diffraction) en fonction du seeing pour les mêmes modes d'observation.

12.2 Analyse de la modélisation du système

Je cherche maintenant à caractériser la qualité de la modélisation des performances du système par le budget d'erreur que j'ai présenté aux chapitres 8 et 9. Je rappelle que j'ai deux méthodes pour évaluer la variance σ_{IR}^2 du front d'onde vu par la caméra IR. La première méthode (cf. équation 9.43) repose sur la décomposition de cette variance en une somme de termes indépendants, dont l'erreur tomographique ou bien l'erreur temporelle pour ne citer que ces postes d'erreur. La deuxième méthode repose sur la mesure de la variance de phase sur l'axe par le TS (cf. équation 9.50) à laquelle j'ajoute ou retranche les termes adéquats.

Ensuite, j'ai trois approximations de la relation rapport de Strehl - variance de phase qui sont les approximations de Maréchal (cf. équation 9.72), de Parenti (cf. équation 9.73) et de Born (cf. équation 9.78). D'après les quelques cas que j'ai présentés au chapitre 9 (cf. figure 9.6), l'approximation de Parenti semble, au premier abord, être la plus appropriée à CANARY pour évaluer le rapport de Strehl à partir de l'estimation de la variance de phase. L'approximation de Maréchal est pessimiste lorsque l'écart-type du front d'onde sur la pupille devient supérieur à 300 nm alors que l'approximation de Born est un cas limite.

Je propose lors de cette section de comparer les deux méthodes d'estimation de la variance de phase, puis de comparer les rapports de Strehl obtenus par chacune des approximations de la relation rapport de Strehl/variance de phase avec le rapport de Strehl réellement obtenu. Enfin, pour chaque jeu de données MOAO, je compare les performances obtenues par la MOAO sur le ciel avec les performances prédites par la décomposition de l'erreur de front d'onde, mais en utilisant un reconstituteur issu du profil identifié sur ledit jeu de données.

12.2.1 Discussion sur les approximations de la relation rapport de Strehl-variance de phase

Dans un premier temps, je reporte en figure 12.4, les rapports de Strehl mesurés sur le ciel en fonction de l'écart-type front d'onde σ_{IR} issu de l'équation 9.50. Je reporte aussi l'évolution des valeurs de rapport de Strehl données par les approximations de Maréchal, Parenti et Born.

Sur cette figure, on peut noter une tendance monotone du rapport de Strehl à diminuer avec la variance de phase, associée à une dispersion notable. Pour une même variance du front d'onde, on peut donc obtenir une dispersion du rapport de Strehl de 0,1 à $\sigma_{\text{IR}} = 300$ nm par exemple. Cette dispersion peut être produite par l'accumulation des erreurs d'estimation des différentes postes d'erreur, qui se propagent dans le calcul de σ_{IR}^2 . Cependant d'après l'équation 9.50, σ_{IR}^2 découle majoritairement de la mesure du TS. Les erreurs de repliement étant relativement faibles (cf. figure 9.4) et l'estimation du bruit assez précise (cf. paragraphe 7.1.1), la dispersion observée semble plutôt relative aux fluctuations statistiques du front d'onde sur l'horizon d'acquisition des mesures. Ces fluctuations impactent non seulement l'estimation de la variance du front d'onde par la mesure du TS, mais aussi les rapports de Strehl qui sont évalués sur des images issues d'une réalisation particulière de la turbulence.

Un des problèmes que nous avons rencontré sur le ciel est que les conditions d'observation varient rapidement, en général dans des temps de l'ordre de la minute. C'est en particulier l'énergie turbulente au sol qui évolue le plus rapidement. Pour comparer les performances de CANARY dans différents modes d'observation, nous avons choisi d'acquérir des mesures et des images IR dans un temps assez court, de l'ordre de la dizaine de secondes par mode d'observation. Avec des temps plus courts, nous serions dominé par la convergence des mesures, alors que pour des temps longs, nous aurions un échantillon statistique plus réduit et des conditions d'observation moins comparables entre modes d'observation pour un script donné.

Sur la figure 12.4 du haut, j'ai reporté l'évolution du rapport de Strehl déterminé par l'approximation de Maréchal en fonction de la variance de phase. D'après l'équation 9.72, cette

approximation donne une évaluation du rapport de Strehl complètement monotone avec la variance de phase, que on l'observe sur la figure 12.4. De plus, comme je le discutais lors du paragraphe 9.4.2, l'approximation de Maréchal est pessimiste pour $\sigma_{\text{IR}} \geq 300$ nm. Par exemple, pour $\sigma_{\text{IR}} = 400$ nm, l'approximation de Maréchal prédit un rapport de Strehl d'environ 0,12 en bande H, alors que sur les rapports de Strehl mesurés sur le ciel, on se situe à environ 0,2, soit presque 100 % d'erreur. L'approximation de Maréchal reste cependant fidèle aux observations lorsque la variance de phase est inférieure à 300 nm.

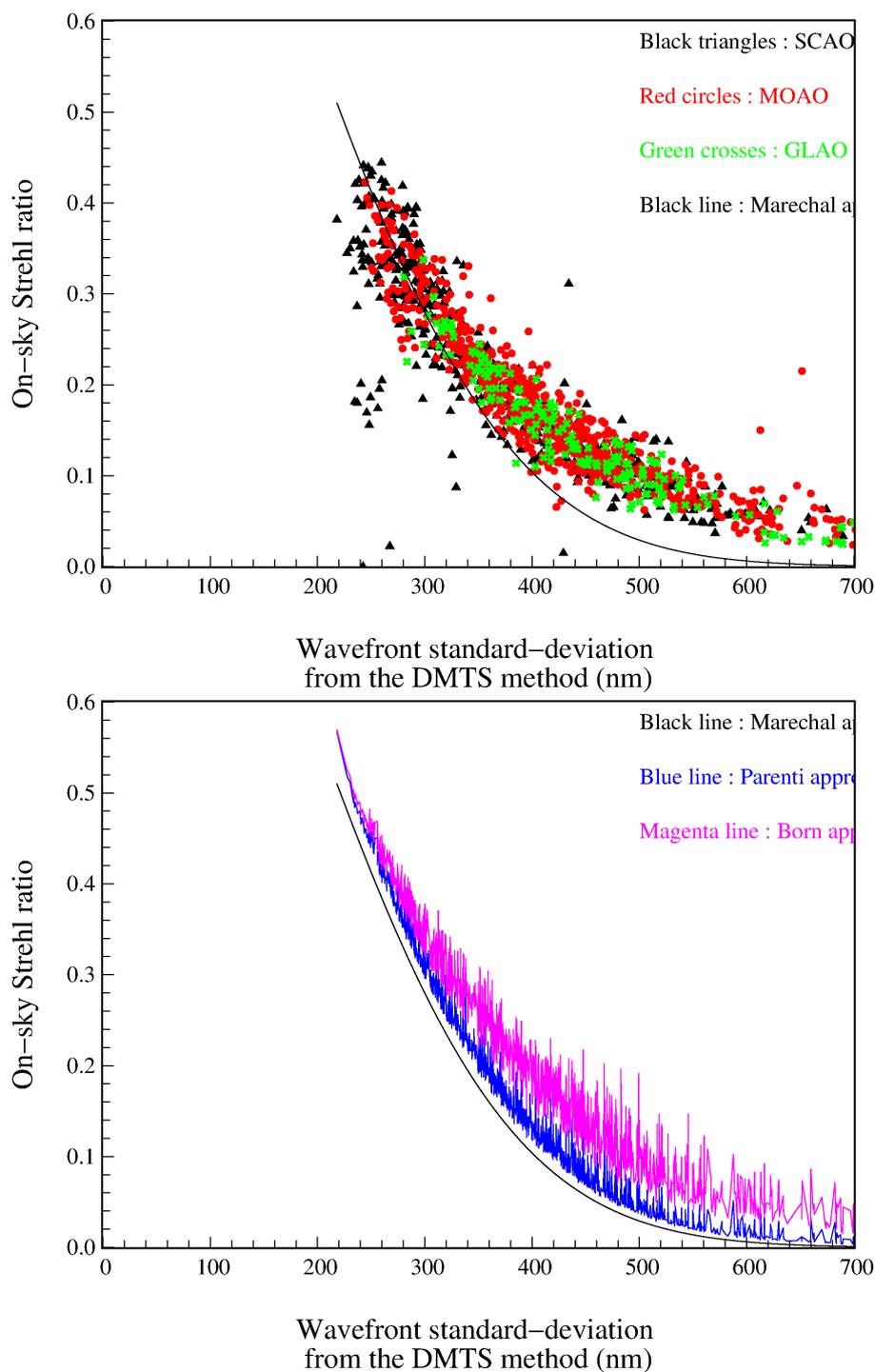


FIGURE 12.4: **En haut** : Rapports de Strehl mesurés sur la caméra IR sur le ciel, en bande H, en fonction de l'écart-type du front d'onde σ_{IR} (cf. équation 9.50). **En bas** : Rapports de Strehl estimés par l'approximation de Maréchal (cf. équation 9.72), de Parenti (cf. équation 9.73) et de Born (cf. équation 9.78) en fonction de l'écart-type du front d'onde σ_{IR} évalué par la méthode DMTS.

Toujours en figure 12.4, je reporte la valeur des rapports de Strehl estimés par les approximations de Parenti et Born en fonction de σ_{IR} . On observe très notablement cet effet sur la figure 12.4, sur laquelle les approximations de Parenti et Born donnent une relation dispersée entre le rapport de Strehl et l'écart-type du front d'onde sur la pupille, avec une tendance en exponentielle décroissante comme pour l'approximation de Maréchal. Sur la figure 12.4, c'est l'approximation de Born qui permet de mieux estimer à la fois les valeurs et la dispersion du rapport de Strehl avec σ_{IR} . Pourtant, d'après l'équation 9.75, l'approximation de Born n'est valable que pour les faibles variances de phase. Cependant, l'approximation de Maréchal montre bien que l'exponentielle dans l'équation 9.72 est pessimiste pour les écarts-types du front d'onde supérieurs à 300 nm. Le fait de retirer des modes de la phase de cette exponentielle et de les inclure au dénominateur de l'équation 9.78 permet de réduire drastiquement cette tendance pessimiste.

C'est un point très important : il n'y a pas de relation bijective entre le rapport de Strehl et la variance de phase. D'une part, comme je le discutais précédemment, ces deux valeurs sont estimées sur une réalisation particulière de la turbulence, elles varient pour des mêmes conditions d'observation. Il y a donc une dispersion intrinsèque dans la relation entre le rapport de Strehl et la variance de phase. D'autre part, pour une même variance de phase, on peut obtenir des pondérations relatives différentes entre les termes du budget d'erreur, et entre les modes de basculements et de plus hauts ordres. Chacune de ces contributions affecte différemment la FEP et le rapport de Strehl final.

Cela illustre à quel point il est important de considérer chacun des postes d'erreur pour la détermination des performances. Ces rapports de Strehl ne restent évalués qu'à partir d'approximations, on pourrait aller plus loin avec la méthode de reconstruction de FEP discutée au chapitre 10. Cependant, pour des raisons de contraintes de temps, je n'ai pas développé suffisamment cette méthode pour mener une étude statistique sur l'ensemble des données CANARY. C'est un travail qu'il faudra poursuivre par la suite pour le mener à terme et obtenir un outil plus fin de prédiction de performance d'un instrument MOAO.

Sur la figure 12.4, la dispersion des rapports de Strehl donnés par Parenti et Born diminue au fur et à mesure que σ_{IR} devient plus faible, pour finalement quasiment se confondre. On aurait néanmoins attendu une convergence entre les trois approximations pour les faibles variances de phase, ce qui n'est pas le cas puisque le rapport de Strehl donné par Maréchal semble encore sous-évaluer le rapport de Strehl mesuré sur le ciel. Chacune de ces approximations est basée sur le même calcul de variance de phase, mais seules les approximations de Parenti et Born prennent en compte le terme de halo (cf. équations 9.73 et 9.78) qui apporte une augmentation à la valeur du rapport de Strehl estimé. Ce surplus dans la valeur du rapport de Strehl reste modéré, de l'ordre de 0,02.

Pour la suite, je considérerai que l'approximation de Born est la plus adéquate pour décrire les performances de CANARY sur le ciel. Ces approximations permettent d'évaluer rapidement les différents postes d'erreurs qui interviennent dans la décomposition de la variance du front d'onde 9.43, mais aussi de comparer les deux manières d'estimer la variance de phase (cf. équations 9.43 et 9.50). Cette comparaison, que je mène dans le paragraphe suivant, permet de mettre en évidence notre capacité à bien modéliser le système.

12.2.2 Discussions sur les méthodes d'estimation de la variance de phase

Je vais maintenant comparer les deux méthodes d'estimation de la variance de phase σ_{IR}^2 . La première, la méthode DTI, est basée sur une décomposition en termes indépendants (cf. équation 9.43), alors que la deuxième, la méthode DMTS, s'appuie sur la mesure du TS de la variance de la phase résiduelle sur l'axe (cf. équation 9.50). Pour l'ensemble des jeux de données acquis en SCAO, MOAO et GLAO sur tous les astérismes et toutes les configurations tomographiques, je reporte en figure 12.5 une comparaison entre les deux méthodes d'estimation de σ_{IR}^2 .

Premièrement, j'ai tracé le rapport de Strehl issu de l'approximation de Born et de la méthode DTI, puis de la méthode DMTS, en fonction du rapport de Strehl mesuré sur le ciel. Deuxièmement, j'ai aussi tracé l'écart-type du front d'onde issu de la méthode DTI, en fonction de celui issu de la méthode DMTS.

Une première remarque est que les deux méthodes d'estimation de la variance de phase conduisent à reproduire assez correctement les rapports de Strehl mesurés sur le ciel. Il subsiste cependant une dispersion notable, qui ne dépend pas du rapport de Strehl, ni du mode d'observation et semble identique pour la méthode DMTS et DTI. Cette dernière, basée sur la décomposition de σ_{IR}^2 , nécessite plus d'hypothèses et de calculs que la méthode DMTS qui utilise directement la mesure du TS pour évaluer la variance de phase, et qui souffre déjà d'une dispersion importante. Pourtant, la méthode DMTS nécessite peu de calculs et découle de la variance σ_{TS}^2 de la mesure du TS, qui est le principal contributeur dans l'expression de la variance de phase σ_{IR}^2 (cf. équation 9.50).

Cela rejoint les discussions précédentes : la dispersion des résultats est principalement engendrée par les fluctuations dans l'évaluation, de la variance de phase, mais surtout du rapport de Strehl sur les images IR. De plus, les rapports de Strehl que j'évalue à partir du budget d'erreur reposent sur des approximations de la relation du rapport de Strehl avec la variance de phase. Cette relation engendre une dispersion comme je l'ai mis en évidence à la figure 12.4.

Sur la figure 12.5, c'est la relation entre les écarts-types du front d'onde évalués avec les méthodes DTI et DMTS qui est le point essentiel que je veux illustrer. On est capable, malgré les hypothèses de calcul parfois restrictives, de prédire assez correctement ce que mesure le TS. Cela signifie que les méthodes pour évaluer les différents termes dans le budget d'erreur sont fiables, et suffisamment exactes pour avoir un outil de simulation dans lequel on peut avoir confiance.

La dispersion que l'on observe sur la comparaison des rapports de Strehl analytiques et sur le ciel est un effet de réalisation de la turbulence sur le ciel et d'approximations, elle ne remet pas en cause la validité du budget d'erreur. Il n'y a pas de solution pour diminuer cette dispersion, excepté d'augmenter l'horizon temporel d'acquisition des mesures en boucle engagée. Pour comparer les différents modes d'observation durant un même script, il faut allouer un temps raisonnable à chacun des modes pour obtenir des résultats sous des conditions d'observation similaires. En phase B, ce temps consacré à chaque mode était d'environ 14 s de données en boucle engagée et 14 s de données en boucle ouverte. L'acquisition des données en boucle ouverte était alors requise pour l'estimation de l'erreur tomographique. Avec les méthodes d'estimation de la variance de phase que j'ai proposées dans le chapitre 9 et basées sur des mesures en boucle engagée, l'acquisition de mesures en boucle ouverte n'est plus nécessaire. Pour tenter de réduire la dispersion des résultats de la figure 12.5, je propose de consacrer un facteur deux de temps à chaque mesure en boucle engagée, c'est-à-dire de passer de 2048 à 4096 trames temporelles.

Ensuite, sur la figure 12.5, on peut noter que les rapports de Strehl évalués à partir de l'approximation de Born souffre d'un biais lorsque le rapport de Strehl sur le ciel s'améliore. C'est notamment dû à l'approximation en elle-même, puisque ce biais disparaît lorsque l'on utilise l'approximation de Maréchal. En utilisant l'approximation de Born pour les rapports de Strehl inférieurs à 0,3, puis l'approximation de Maréchal pour les rapports de Strehl supérieurs à 0,3, on peut obtenir une meilleure estimation du rapport Strehl sur le ciel.

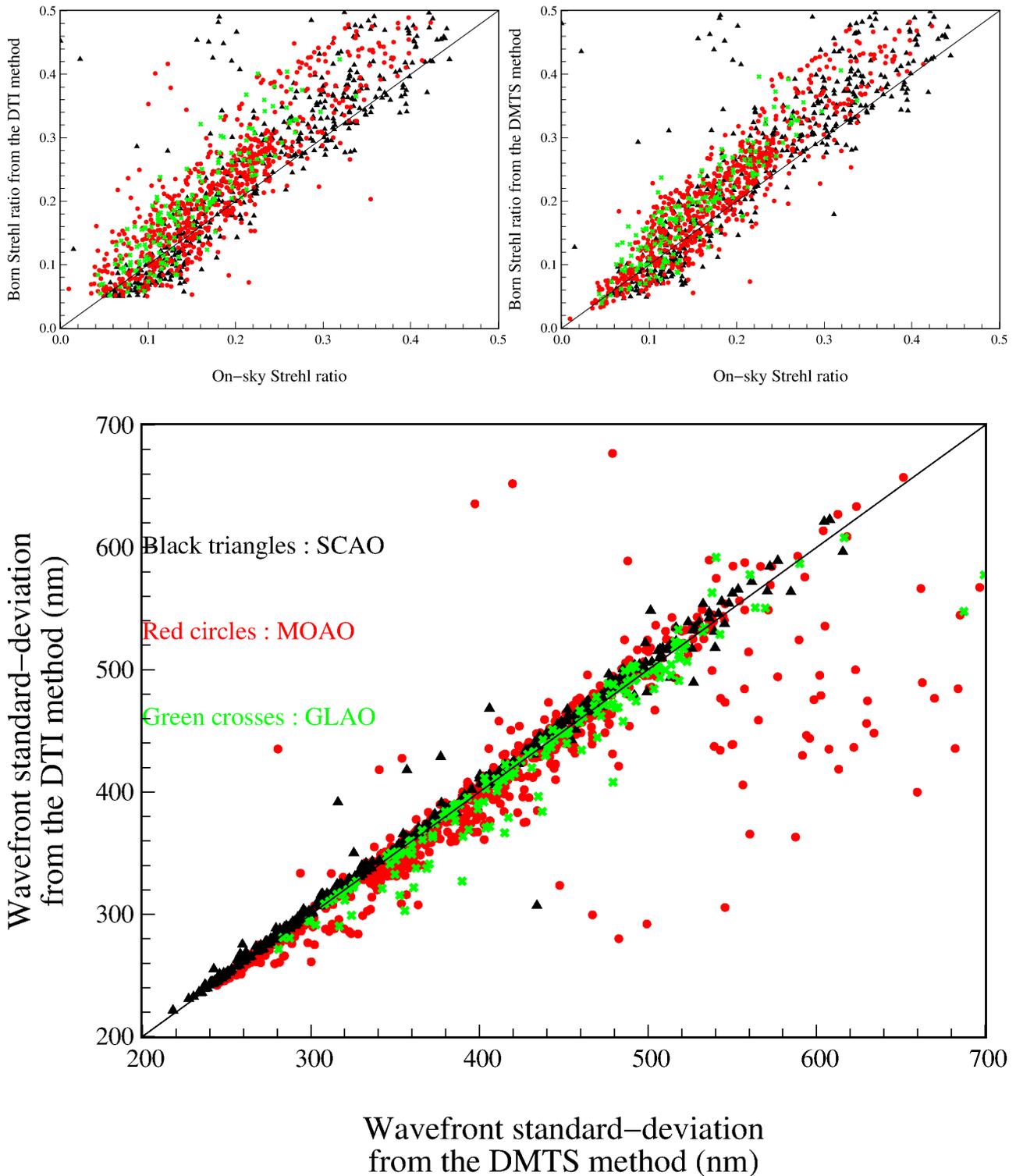


FIGURE 12.5: **En haut à gauche** : Rapports de Strehl donnés par l’approximation de Born (cf. équation 9.78) et la méthode DTI d’estimation de la variance de phase (cf. équation 9.43), en fonction du rapport de Strehl mesuré sur le ciel. **En haut à droite** : Rapport de Strehl donné par l’approximation de Born à partir de la variance de phase mesurée par le TS (cf. équation 9.50) en fonction du rapport de Strehl mesuré sur le ciel. **En bas** : Écart-types du front d’onde évalués à partir de la méthode DTI en fonction de celui estimé avec la méthode DMTS.

Un point assez limitant dans la méthode DTI est l’évaluation de la contribution de la convergence des mesures σ_w^2 (cf. équation 8.23) dans l’erreur tomographique. Cette contribution est évaluée à partir de la matrice de poids \mathbf{W} (cf. équation 7.28) qui elle-même est déterminée de façon approximative. Le niveau du bruit de convergence qui impacte les mesures du TS

est sûrement un des termes les moins précis dans la méthode DTI, et peut engendrer cette dispersion de résultats en MOAO.

Enfin, le calcul de l'erreur tomographique repose sur l'identification du profil turbulent. L'identification peut s'avérer mauvaise dans certains cas, généralement parce qu'un défaut est apparu sur les données, comme une troncature des spots LGS, la perte du suivi ou une divergence de la boucle. Ces cas très particuliers ne sont pas toujours évidents à repérer, aussi il y a un travail supplémentaire de tri pour comprendre ce qu'il s'est passé sur ces cas.

12.2.3 Performance de la MOAO avec un reconstruteur optimisé

Grâce à la méthode DTI (cf. équation 9.43), je suis en mesure d'évaluer les performances de CANARY sur le ciel en mode MOAO. La méthode DTI permet de décomposer la variance de phase en une somme de termes indépendants, puis un rapport de Strehl en utilisant l'approximation de Born (cf. équation 9.78) par exemple. J'ai présenté jusqu'à maintenant les résultats tomographiques de CANARY en MOAO avec le reconstruteur utilisé sur le ciel. Mais, la force de la méthode DTI est que je peux finalement prédire les performances que l'on aurait obtenu avec un autre reconstruteur. En effet, l'évaluation de l'erreur tomographique porte sur la reconstruction en boucle ouverte des données acquises sur le ciel.

J'ai discuté, en particulier dans le chapitre 8, qu'il y a dans certains cas un écart temporel important entre le moment de l'identification du reconstruteur tomographique et le moment où on l'utilise pour engager la boucle. Le profil prédit par le reconstruteur peut alors être obsolète, ce qui augmente l'erreur tomographique et diminue le rapport de Strehl sur le ciel. Je propose ici d'évaluer les performances que l'on aurait obtenues si notre reconstruteur avait systématiquement été basé sur un bon profil turbulent. J'entends par bon profil, un profil identifié sur les mesures en boucle engagée à l'aide de la stratégie numéro 3 (cf. paragraphe 11.3), pour laquelle j'identifie dix couches fixes distribuées par pas de deux fois la résolution tomographique Δh (cf. équation 5.10).

À partir de ce profil, je peux calculer le meilleur reconstruteur MMSE issu du modèle analytique de la covariance décrit au chapitre 6, de l'algorithme d'identification Learn 2 steps (cf. paragraphe 7.3.3) et de la stratégie numéro 3. Je peux ensuite évaluer l'erreur tomographique σ_{TomolR}^2 (cf. équation 8.25) de ce reconstruteur optimisé sur la matrice de covariance des mesures préalablement reconstruites en boucle ouverte. Enfin, grâce à la méthode DTI, j'en déduis la variance de phase vue par la caméra IR, puis le rapport de Strehl que l'on aurait obtenu avec ce reconstruteur optimisé.

J'ai mené cette étude sur les jeux de données MOAO acquis sur le ciel en phase B, toutes configurations tomographiques et astérisques confondus. J'ai comparé alors les rapports de Strehl déterminés à partir de l'approximation de Born avec le reconstruteur MMSE optimisé et le reconstruteur utilisé sur le ciel. Puis, j'ai aussi comparé les écarts-types du front d'onde évalués à partir de chacun de ces reconstruteurs. Je reporte en figure 12.6, d'une part, la différence entre le rapport de Strehl optimisé et le rapport de Strehl évalué avec le reconstruteur ciel. D'autre part, je reporte le gain (cf. paragraphe 7.4) de l'écart-type du front d'onde optimisé sur ce même écart-type déterminé avec le reconstruteur ciel.

On peut constater que le gain sur le rapport de Strehl est finalement faible, de 0,015 en valeur médiane. De même pour l'écart-type du front d'onde qui ne diminue que de 120 nm en valeur médiane. La conclusion très importante de cette analyse est que ce n'est pas l'identification du profil turbulent qui a limitée les performances de la MOAO sur le ciel.

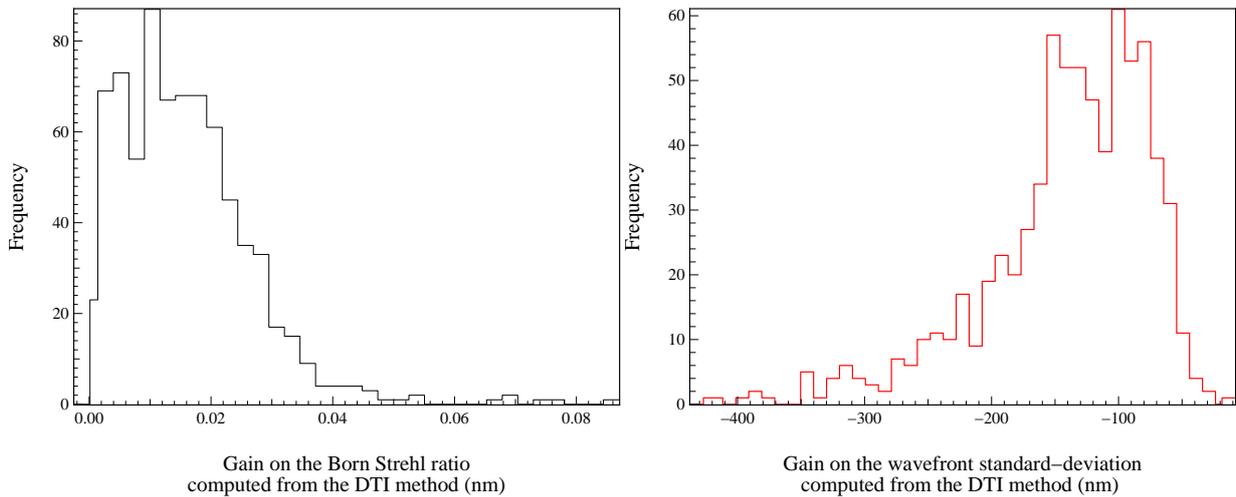


FIGURE 12.6: **À gauche :** Histogramme de la différence entre le rapport de Strehl déterminé avec le reconstruteur optimisé et le rapport de Strehl issu du reconstruteur ciel, en utilisant l’approximation de Born et la méthode DTI. **À droite :** Histogramme du gain de l’écart-type du front d’onde déterminé avec le reconstruteur optimisé sur ce même écart-type calculé avec le reconstruteur ciel. Ces écarts-types sont évalués grâce à la méthode DTI.

Je souligne cependant que le gain de la boucle sur le ciel n’a pas toujours été optimisé. Un des soucis que nous avons rencontrés est qu’il est très difficile de pouvoir discriminer d’un gain optimal sur le ciel lorsque les conditions d’observation fluctuent rapidement. C’est pourquoi pendant les premières campagnes d’observation en phase B, le gain en MOAO et GLAO était systématiquement fixé à 1. Après plusieurs tests en laboratoire et sur le ciel, nous nous sommes convaincus qu’il fallait revoir cette valeur à la baisse et travailler avec des gains de boucle compris entre 0,6 et 0,8. Les forts gains augmentent la bande passante du système, mais amplifient plus le bruit des ASO hors-axes (cf. paragraphe 9.3.1) propagé à travers le reconstruteur tomographique. Or, le reconstruteur GLAO permet d’atténuer plus efficacement le bruit dans les pentes reconstruites sur l’axe que le reconstruteur MMSE (cf. figures 8.7 et 8.8), les forts gains conviennent donc mieux à la GLAO qu’à la MOAO pour une même turbulence. C’est pourquoi il faudra compléter cette étude en optimisant le gain à partir de données en boucle ouverte, pour ensuite comparer les performances optimisées de la SCAO, MOAO et GLAO.

Cependant, j’ai montré à la figure 12.2 que la SCAO donne de meilleurs résultats que la MOAO, en particulier lorsque le seeing est inférieur à 0,8 seconde d’angle. L’écart à un seeing de 0,7 seconde d’angle (valeur médiane cf. tableau 11.2) est d’environ de 0,1. Pour mieux comprendre les limitations de la MOAO, et déterminer pourquoi l’écart entre MOAO et GLAO est beaucoup plus ténue que l’écart entre MOAO et SCAO, je me suis intéressé à l’évolution des différents contributeurs de la variance du front d’onde donnée par la méthode DTI. Plus précisément, je reporte en figure 12.7 le pourcentage de chacun des termes d’erreurs qui interviennent dans l’équation 9.43, exceptée l’erreur de boucle ouverte qui est très faible, en fonction du seeing. Ces valeurs sont données pour la MOAO seulement, toutes configurations tomographiques et astérismes confondus.

La figure 12.7 permet de mettre en évidence que c’est l’erreur tomographique $\sigma_{\text{TomogIR}}^2$ qui domine assez largement le budget d’erreur pour des seeings supérieurs à 0,5 seconde d’angle. Sa contribution dans le total de la variance du front d’onde évolue entre 20 et environ 50 % , mais peut atteindre jusqu’à plus de 80 % du total pour les cas les plus extrêmes. Lorsque le seeing se dégrade, l’erreur tomographique augmente avec le seeing, et sa contribution augmente légèrement aussi puisque, exceptée l’erreur de sous-modélisation du MD, la contribution des

autres erreurs ne dépendent pas du seeing.

Un autre terme prépondérant est l'erreur temporelle σ_{BW}^2 (cf. équation 9.64) qui occupe environ 20 % du total à toutes les échelles de seeing, avec une légère tendance à diminuer lorsque le seeing se dégrade. Ces forts seeings signifient généralement que la couche au sol est très énergétique, donc que le vent moyen est faible car la couche au sol est relativement lente par rapport aux couches en altitude (cf. paragraphe 11.4). L'erreur temporelle augmente d'un coté à cause du seeing qui se dégrade, mais diminue d'un autre car le vent moyen est plus faible.

La contribution de l'erreur de sous-modélisation du MD $\sigma_{\text{Fitting}}^2$ (cf. équation 9.66) augmente notablement avec le seeing. Elle grimpe de 10 % à un seeing de 0,5 seconde d'angle jusqu'à quasiment 30 % pour un seeing de 1,5 secondes d'angle. L'erreur de sous-modélisation augmente très rapidement avec le seeing, en $(D/r_0)^{5/3}$, alors que la contribution de l'erreur temporelle, mais aussi des erreurs de bruit $\sigma_{\text{NoiseIR}}^2$ (cf. équation 9.62) et statiques σ_{Static}^2 (cf. équation 9.31) stagnent, voire diminuent avec le seeing. Je fais remarquer que ces deux dernières erreurs sont les moins prépondérantes dans la variance totale. Les aberrations statiques, bien qu'elles posent des problèmes d'étalonnage sur le ciel, ont globalement été bien maîtrisées. Enfin, l'erreur d'étalonnage des NCPA σ_{NCPA}^2 (cf. équation 9.29) ne dépend pas du seeing, donc sa contribution diminue, en particulier à cause de l'augmentation de la contribution de l'erreur de sous-modélisation, de 30 % à un seeing de 0,5 seconde d'angle jusqu'à 10 % à un seeing de 1,5 secondes d'angle. Je souligne que pour les faibles seeings inférieurs à 0,5 seconde d'angle, c'est cette erreur d'étalonnage des NCPA qui domine le budget d'erreur.

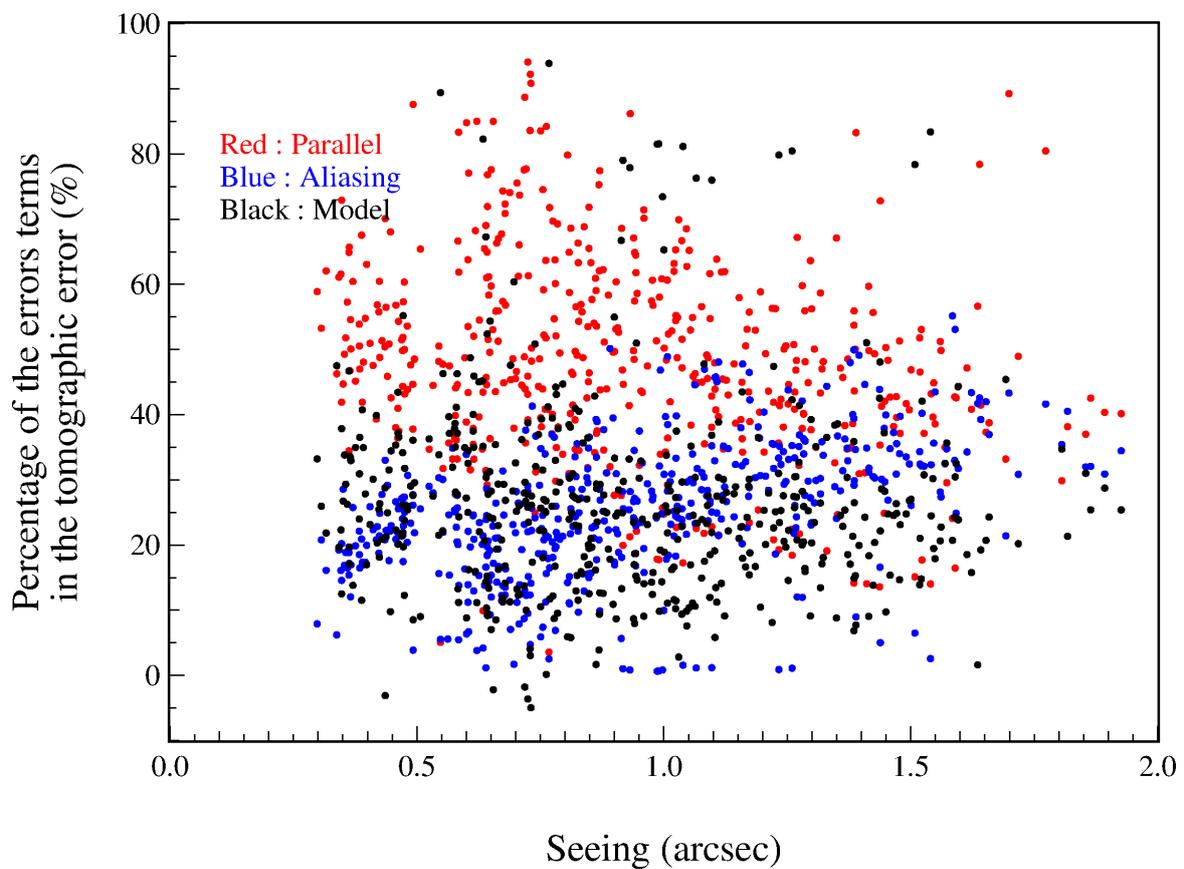
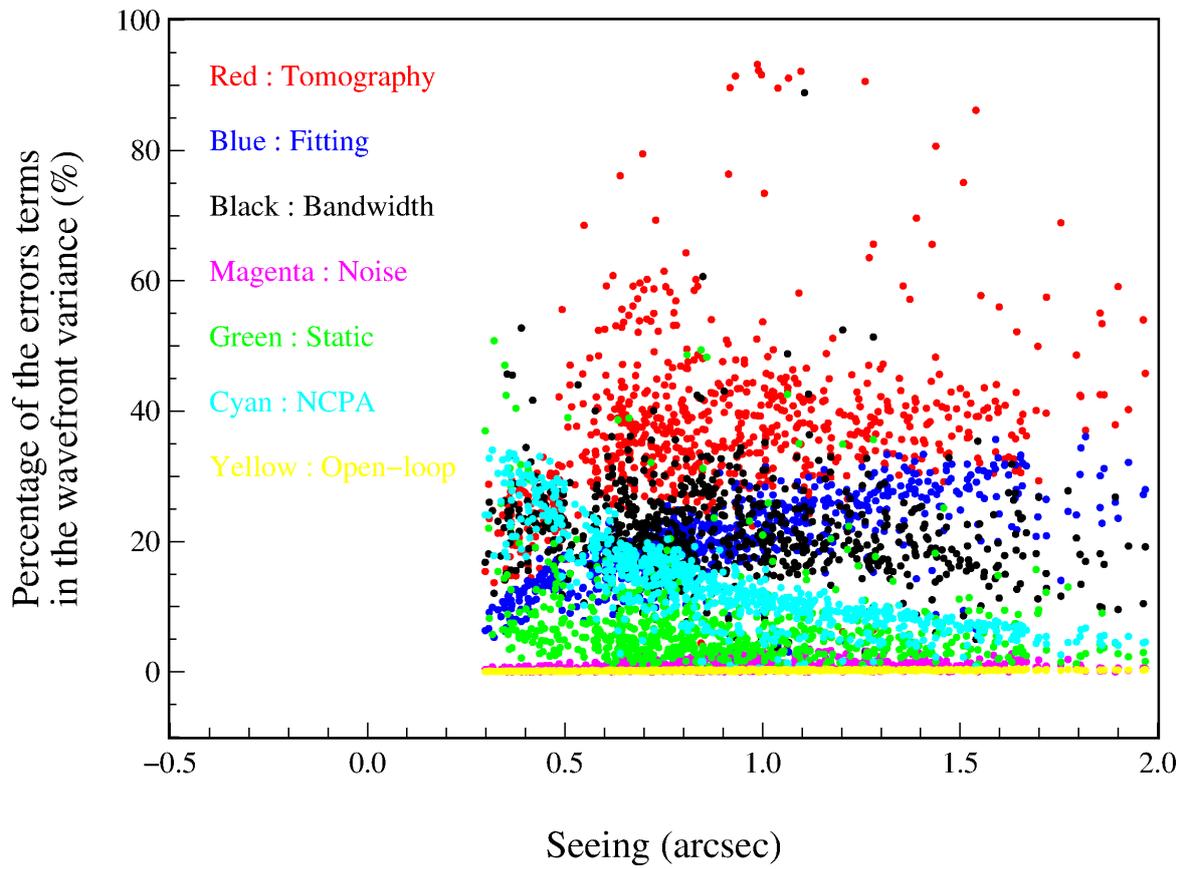


FIGURE 12.7: **En haut** : Pourcentages des différentes contributions dans la variance du front d'onde calculée avec la méthode DTI avec un reconstruteur optimisé. **En bas** : Pourcentages des différents termes d'erreurs qui interviennent dans le calcul de la variance du front d'onde due à l'erreur tomographique seulement (cf. équation 8.25).

Dans la figure 12.7 en bas, je détaille la contribution des différents termes d'erreurs qui interviennent dans l'erreur tomographique $\sigma_{\text{TomogIR}}^2$. On peut constater que l'erreur tomographique sur les modes parallèles σ_{\parallel}^2 (cf. équation 8.13) domine complètement l'erreur tomographique totale, de 55 % en moyenne. L'erreur de modélisation Δ_{model} (cf. équation 8.24) fluctue mais ne compte que pour 20 à 25 % en moyenne comme l'erreur de repliement.

La clé pour comprendre l'écart entre MOAO, GLAO et SCAO est donc d'analyser encore plus finement l'erreur tomographique sur les modes parallèles σ_{\parallel}^2 . Je rappelle que d'après l'équation 8.13, cette erreur se calcule à partir de la matrice de covariance des modes parallèles. Or, d'après l'équation 6.43, cette matrice de covariance est la somme des matrices de covariance issues de chaque couche turbulente :

$$\mathcal{C}^{\parallel} = \sum_{l=1}^{n_l} \mathcal{C}^{\parallel}(h_l). \quad (12.1)$$

Puis, je rappelle que le formalisme MSE (cf. équation 8.9) est linéaire en la matrice de covariance. Cela signifie que l'erreur tomographique d'un reconstruteur \mathbf{R} sur les modes parallèles est la somme des erreurs tomographiques sur chaque matrice de covariance :

$$\begin{aligned} \sigma_{\parallel}^2 &= \text{MSE} \left(\sum_{l=1}^{n_l} \mathcal{C}^{\parallel}(h_l), \mathbf{R} \right) \\ &= \sum_{l=1}^{n_l} \text{MSE} \left(\mathcal{C}^{\parallel}(h_l), \mathbf{R} \right) \\ &= \sum_{l=1}^{n_l} \sigma_{\parallel}^2(h_l). \end{aligned} \quad (12.2)$$

Lors du paragraphe 8.2.2, j'ai montré que l'erreur tomographique minimale théorique est en fait limitée par l'erreur de repliement, jusqu'à environ l'altitude h_{max} . Au-delà de cette limite, c'est la reconstruction des modes parallèles qui induit une erreur qui évolue rapidement avec l'altitude des couches turbulentes. Or, sur le ciel, c'est systématiquement cette erreur sur les modes parallèles qui dominent, ce qui traduit que le reconstruteur ne peut pas être optimisé pour chaque couche, mais fait un compromis entre toutes les couches comme je le discutais au paragraphe 8.2.2.

Pour chaque jeu de données, je rappelle que j'ai à disposition un profil turbulent identifié sur dix couches fixes selon la stratégie 3 (cf. paragraphe 11.3). Pour chaque jeu de données MOAO et GLAO, j'ai utilisé le reconstruteur utilisé sur le ciel pour évaluer les erreurs tomographiques $\sigma_{\parallel}^2(h_l)$ pour chaque couche identifiée en post-traitement. J'ai ensuite extrait les résultats particuliers à la MOAO utilisant quatre LGS et trois NGS, et à la GLAO, sur l'astérisme A47 (cf. figure 5.10). Pour ce même astérisme, le pas de discrétisation des altitudes est le même, ce qui me permet de déterminer des erreurs moyennes, par couche turbulente, pour la MOAO et la GLAO.

Je reporte alors en figure 12.8 ces erreurs moyennes par couche, des erreurs tomographiques sur les modes de bas ordres. La moyenne a été prise sur les variances, avant d'en prendre la racine carrée. Je compare ces erreurs entre la MOAO quatre LGS et trois NGS et la GLAO sur A47 pour trois gammes de seeing. Au total, l'étude porte sur 322 jeux de données en MOAO avec quatre LGS et trois NGS, ainsi que sur 122 jeux de données en GLAO :

- **Les seeings inférieurs à 0,6 seconde d'angle (91 fichiers MOAO-13 fichiers GLAO)** : dans cette tranche de seeing, c'est la couche à environ 24 km qui domine l'erreur tomographique en MOAO. Cette couche permet d'identifier l'énergie totale de la turbulence située au-delà de l'altitude maximale h_{max} , et qui n'affecte que la variance des

mesures des ASO, mais pas la covariance entre ASO. On peut constater que les couches d'altitude inférieure à 24 km sont relativement bien compensées, exceptée la couche située vers 14 km qui est en moyenne la plus énergétique (cf. figure 11.8) des couches turbulentes en altitude. On peut aussi noter que l'erreur sur la couche au sol reste notable pour la MOAO. Comme je le discutais précédemment, le reconstruteur MMSE fait un compromis entre toutes les couches, qui engendre une erreur non négligeable sur la couche au sol qui est la plus énergétique.

La GLAO ne commet pas cette erreur puisque le reconstruteur GLAO corrige parfaitement la couche au sol. C'est surtout sur les couches entre 2,7 et 16 km que la reconstruction tomographique apporte suffisamment d'information pour diminuer l'erreur tomographique. La GLAO fait mieux que la MOAO pour les couches situées à 19 et 21,5 km, en particulier car le reconstruteur MMSE sur le ciel n'a généralement pas été mis à jour suffisamment souvent. Au lieu de ne rien prédire sur ces couches comme le reconstruteur GLAO, le reconstruteur MMSE prévoyait généralement une pondération erronée de ces couches, ce qui engendre une erreur supplémentaire.

Enfin, les erreurs sur les couches en altitude en GLAO sont globalement plus faibles dans cette gamme de seeing que pour des seeings plus élevés. Bien que la dégradation du seeing soit due à la couche au sol dans la plupart des cas, des seeings inférieurs à 0,6 seconde d'angle sont généralement obtenus grâce à une diminution du seeing au sol et en altitude simultanément. Pour un seeing en altitude plus faible, les erreurs en GLAO sont donc aussi plus faibles.

- **Les seeings compris entre 0,6 et 1 seconde d'angle (102 fichiers MOAO-49 fichiers GLAO) :** on observe ici une augmentation importante de l'erreur tomographique sur les modes parallèles en GLAO, principalement causée par une augmentation de l'énergie des couches en altitude. Contrairement à précédemment, ce sont les couches comprises en 10 et 15 km qui dominent nettement l'erreur tomographique en GLAO, contrairement en MOAO où le reconstruteur arrive à reconstruire les couches faible altitude et à limiter plus efficacement l'augmentation de l'erreur que la GLAO, malgré un seeing plus important.

Pour la MOAO, ce sont toujours les couches très haute altitude qui ne peuvent pas être reconstruites, qui contribuent le plus à l'erreur tomographique, mais la couche à 14 km engendre un niveau d'erreur similaire. C'est une altitude critique puisque la turbulence y est énergétique et le reconstruteur à moins de couples de sous-pupilles sur lesquels s'appuyer pour reconstruire le front d'onde sur l'axe par rapport aux couches plus basse altitude.

- **Les seeings supérieurs à 1 seconde d'angle (129 fichiers MOAO-50 fichiers GLAO) :** Les erreurs en GLAO augmentent encore ici, en particulier les erreurs sur les couches au-delà de 18 km. Pour la MOAO, l'erreur sur la couche au sol augmente assez significativement, en particulier car les mauvais seeings vont de paire avec une couche au sol énergétique. Puisque le reconstruteur MMSE fait un compromis sur toutes les couches, l'erreur sur cette couche au sol qui n'est pas parfaitement compensée augmente avec son énergie. Cependant, c'est toujours la couche à 24 km qui domine l'erreur tomographique totale sur les modes parallèles.

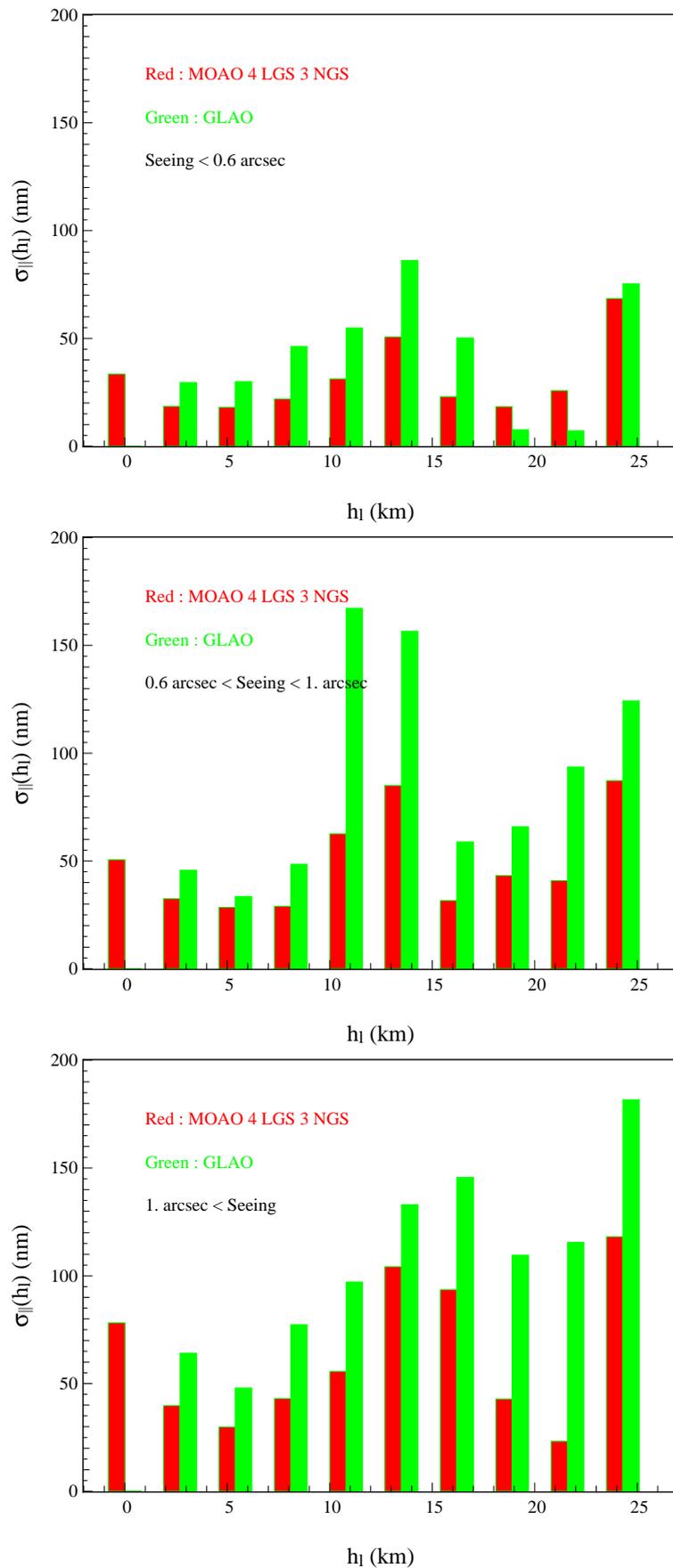


FIGURE 12.8: Erreurs tomographiques moyennes sur les modes parallèles $\sigma_{||}^2(h_l)$ en fonction de l'altitude dans la direction d'observation identifiée dans le profil turbulent. La moyenne est donnée pour la MOAO avec quatre LGS et trois NGS, ainsi que pour la GLAO, toutes configurations tomographiques confondues, sur A47. Les erreurs sont données pour trois gammes de seeing différentes.

Pour conclure, je dirais qu'il y a principalement deux points qui justifient l'écart entre MOAO et SCAO. Premièrement, les couches très hautes altitudes, bien qu'elles soient généralement faibles (cf. figure 11.8) engendrent un anisoplanétisme conséquent qui ne pas être compensé par CANARY. Cette limitation est due à l'altitude maximale h_{\max} qui dépend du rapport entre le diamètre du télescope et la séparation minimale, et est de l'ordre de 15 à 20 km selon les astérismes. Sur l'E-ELT, avec un diamètre de 39 m, on pourra compenser cet anisoplanétisme. Cette erreur est inhérente à la géométrie de l'instrument, que l'on peut diminuer en ajoutant des bases tomographiques suffisamment courtes, inférieures à trente secondes d'angle, pour atteindre une altitude maximale plus élevée. Généralement, la turbulence reste essentiellement concentrée en-deçà de 25 km.

Deuxièmement, les couches très énergétiques comprises entre 10 et 15 km apportent aussi un anisoplanétisme important que la tomographie arrive à compenser partiellement, mais pas parfaitement. En effet, même si le reconstruteur prédit exactement l'altitude et la force de la couche, le compromis qu'il fait sur l'ensemble des couches induit une erreur sur chacune d'entre-elles, de même pour la couche au sol. C'est la limite de la reconstruction linéaire.

12.3 Étude détaillée de quelques scripts

Pour clôturer ce chapitre et ce manuscrit, je propose une analyse détaillée de quelques scripts (cf. paragraphe 5.3.4) de comparaison effectués sur le ciel, en utilisant tous les outils que j'ai introduits précédemment, à savoir l'identification du profil turbulent, du profil de vent et de l'estimation des différents postes d'erreurs dans la variance du front d'onde. Je rappelle que ces scripts consistent à acquérir simultanément des données en boucle engagée et des images IR, successivement dans trois modes d'observation (SCAO, MOAO ou GLAO), puis d'itérer un certain nombre de fois cette opération d'acquisition sur les trois modes.

Je vais présenter les résultats de quatre scripts acquis la nuit du 17 au 18 Septembre 2013. Pour chacun de ces scripts, j'ai comparé trois modes d'observation et acquis 2048 trames (14 s) de données en boucle engagée par mode et par itération, et j'ai répété une séquence de comparaison des trois modes cinq fois. Par script, j'ai donc au total cinq jeux de données par mode d'observation. Pour comparer les performances de CANARY dans chacun de ces modes je vais m'appuyer sur les valeurs suivantes :

- **Les paramètres globaux de la turbulence** : pour les quinze jeux de données par scripts, j'ai identifié le r_0 et la vitesse de vent \bar{v} total de la turbulence, ainsi qu'au sol (en-deçà de 1 km) et en altitude, ainsi que l'échelle externe L_0 globale de la turbulence. J'ai ensuite évalué les valeurs médianes de chacun de ces observables que je reporte dans le tableau 12.1.
- **Profils turbulents** : chaque script compare la MOAO avec d'autres modes d'observation, généralement la SCAO et la GLAO. De plus le reconstruteur MOAO utilisé pour un script ne varie pas au cours du script, j'ai donc à disposition le profil prédit par ce reconstruteur et identifié sur le ciel avant de lancer le script. Je le compare avec un profil identifié à l'aide des mesures en boucle engagée acquises durant le script. Pour obtenir un profil moyen, je concatène toutes les mesures acquises dans chaque mode et à chaque itération du script, après les avoir préalablement reconstruites en boucle ouverte (cf. paragraphe 5.3.5). J'ai donc une nouvelle matrice de données, de taille 576 pentes par 15×2048 trames temporelles. Je peux alors calculer la matrice de covariance empirique sur ce nouveau jeu de données (cf. paragraphe 5.4), puis identifier le profil turbulent moyen pendant le script. Pour obtenir un profil détaillé, j'ai identifié vingt couches fixes distribuées par pas égal à la résolution tomographique Δh (cf. équation 5.10).

- **Rapports de Strehl issus de la caméra IR** : Pour chaque mode d’observation, on acquiert cinq images IR différentes sur 14 secondes d’observation. Le temps de pose a été réglé à une seconde pour les scripts que je vais présenter, mais cela dépend de la source centrale. Ainsi, chaque image IR, obtenue en bande H ici, est une moyenne de quatorze images. Sur cette moyenne, j’ai traité le fond et les pixels morts avec la méthode présentée au paragraphe 9.4.2, pour ensuite évaluer le rapport de Strehl dans le mode d’observation. J’ai donc quinze rapports de Strehl au total par script, dont cinq par mode d’observation.
- **Énergie encadrée sur les FEP ciel** : J’ai tout d’abord moyenné chaque image IR acquise pour un même mode d’observation durant le script. J’obtiens alors trois FEP moyennes sur le ciel pour un script. Pour chacune des images moyennes j’ai évalué l’énergie encadrée en fonction de la taille du domaine dans laquelle je calcule l’énergie. Pour éviter la contamination de pixels morts, j’ai tout d’abord tronqué les images sur un domaine de trois secondes d’angle de coté centré autour du maximum de la FEP.
- **Décomposition de la variance de phase** : Grâce à la méthode DTI de l’évaluation de la variance de phase (cf. équation 9.43), j’ai déterminé tous les postes d’erreurs pour chaque vecteur de données acquis en boucle engagée. J’ai ensuite pris la moyenne sur ces erreurs (moyenne sur les variances) par mode d’observation. Je peux alors comparer chaque poste d’erreur dans un mode puis dans un autre pour mieux comprendre les écarts de performances.
- **Décomposition de l’erreur tomographique sur les modes parallèles** : Enfin, pour déterminer l’erreur tomographique sur le ciel en mode MOAO ou GLAO, j’ai besoin d’un nouveau profil identifié indépendamment sur chacun des jeux de données en boucle engagée. J’utilise les profils déterminés à l’aide de la stratégie numéro trois (cf. paragraphe 11.3), c’est-à-dire sur dix couches fixes distribuées tous les deux fois la résolution tomographique Δh . Pour A47, j’ai pris $\Delta h = 2,7$ km (cf. figure 5.10), alors que pour A53, j’ai pris $\Delta h = 2,1$ km (cf. figure 5.11).
J’ai alors, pour chaque jeu de données en boucle engagée par la MOAO ou GLAO, déterminé l’erreur tomographique sur les modes parallèles $\sigma_{\parallel}^2(h_i)$ (cf. équations 12.2 et 8.13) pour chacune des dix couches d’altitude h_i identifiée sur ce profil en utilisant le reconstruteur ciel. Pour un script donné, j’ai alors moyenné cette erreur pour chacune des couches par mode d’observation utilisant un reconstruteur (MOAO et GLAO).

	Script 274	Script 275	Script 292	Script 293
r_0 (cm)	12,5	13,3	13,2	14,7
r_0^{sol}	15,1	16,1	15,9	18,6
r_0^{alt}	27,0	30,3	27,3	32,3
\bar{v} (m/s)	3,8	3,4	4,6	3,8
\bar{v}^{sol}	2,9	2,7	3,3	2,7
\bar{v}^{alt}	5,7	5,9	8,2	6,5
L_0 (m)	8,5	11,3	6,2	6,0

TABLEAU 12.1: Moyenne des paramètres globaux d’observation pendant les scripts. Les r_0 sont donnés à 500 nm sur la ligne de visée.

12.3.1 Script 274 : SCAO/MOAO/GLAO 4 LGS 3 NGS

Le script 274 était dédié à la comparaison entre la SCAO, la MOAO et la GLAO utilisant quatre LGS et trois NGS. Je reporte en figure 12.10, l'ensemble des paramètres que j'ai décrits précédemment, à savoir les profils, les rapports de Strehl, les énergies encadrées et le budget d'erreur détaillé, pour ce script, donnés les résultats ont été acquis sur A47 (cf. figure 5.10).

Un premier point important est que le profil sur le ciel était composé d'une couche au sol épaisse totalisant 80 % de la turbulence, et d'une couche en altitude, vers 12 km, totalisant les 20 % restant. Le reconstruteur MOAO a relativement bien prédit l'altitude des couches et leur pondération relative en terme d'énergie.

On peut alors constater que sur les rapports de Strehl, on obtient en moyenne 0,287 en SCAO, 0,21 en MOAO et seulement 0,13 en GLAO comme illustré en figure 12.9. Le r_0 était assez mauvais, en moyenne égal à 12,5 cm (cf. tableau 12.1), soit un seeing de 0,82 seconde d'angle dans le visible. On peut constater des variations notables des rapports de Strehl en fonction du temps, principalement dues par les variations de seeing. En particulier, l'énergie de la couche en altitude a augmenté puis diminué au cours du script, ce qui a provoqué la variation notable de performance en GLAO, alors que la MOAO a réussi à maintenir une performance à peu près stationnaire sur le script.

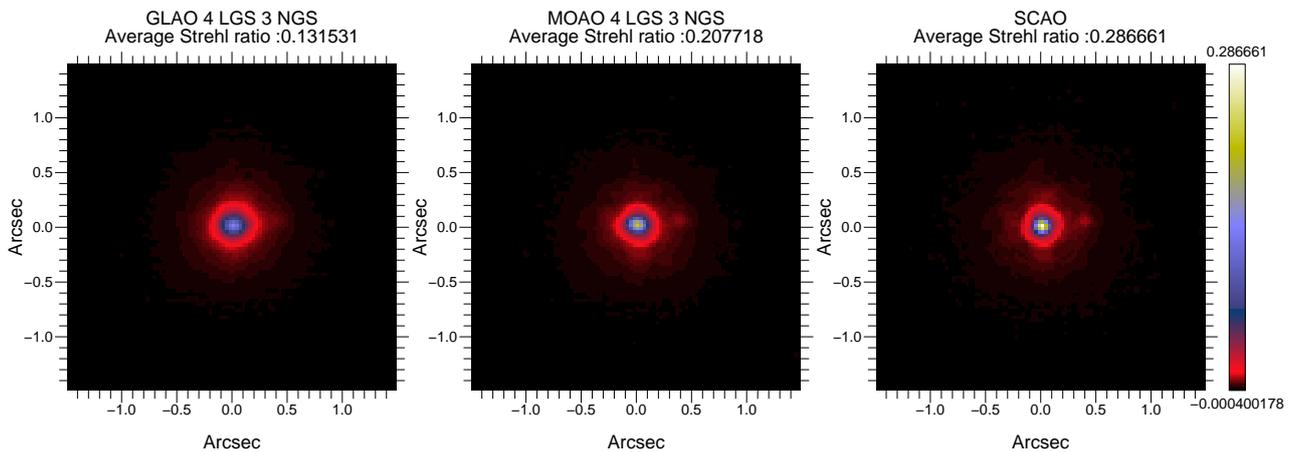


FIGURE 12.9: FEP moyennes obtenues dans chacun des modes d'observation comparés lors du script 274 la nuit du 17 Septembre 2013 sur A47 (cf. figure 5.10).

À 200 milli-secondes d'angle, j'obtiens des énergies encadrées moyennes de 43 % en SCAO, 41 % en MOAO et 35 % en GLAO. Jusqu'à environ 200 milli-secondes d'angle du centre (400 milli-secondes d'angle pour la taille du domaine), la EE en SCAO évolue plus rapidement qu'en MOAO et GLAO. On illustre ici que la SCAO permet de concentrer plus efficacement l'énergie dans le cœur cohérent. De 200 à environ 300 milli-secondes d'angle de rayon (de deux à trois fois la diffraction du télescope), la MOAO et la SCAO atteignent des performances similaires, alors que la GLAO conduit à une FEP un peu plus étalée. Au-delà de trois fois la diffraction du télescope, avec un miroir 8×8, on atteint la fréquence de Nyquist à $3, 5\lambda/D$, soit à environ 300 milli-secondes d'angle du centre. On entre alors dans le domaine du halo qui correspond aux fréquences spatiales que le MD ne peut pas compenser à cause de son nombre limité d'actionneurs. Quelque soit le mode d'observation, l'énergie reste sensiblement la même dans ce halo pendant la durée d'un script.

En figure 12.10, je reporte le budget d'erreur détaillé dans les trois modes d'observation. Je souligne que l'erreur σ_{TomolR}^2 en SCAO n'est pas une erreur tomographique, mais l'erreur de repliement vu par le TS, reproduit par le MD et vu par la caméra IR (cf.paragraphe 2.6.3).

Comme on pouvait s'en douter, c'est l'erreur tomographique qui cause principalement l'écart entre la SCAO et MOAO, puis la MOAO et GLAO. L'erreur temporelle σ_{BW}^2 est globalement similaire pour les trois modes, avec une dégradation en MOAO. Cela provient du gain qui a été mieux optimisé en SCAO qu'en MOAO. En moyenne, on obtient une erreur de sous-modélisation $\sigma_{\text{Fitting}}^2$ similaire, ce qui montre que le seeing était en moyenne le même pour chacun des modes d'observation. Dans certains cas, la turbulence subit des sortes de *burst* qui tendent à faire écrouler le r_0 très épisodiquement durant un script, au désavantage d'un mode d'observation. L'erreur de sous-modélisation permet de s'assurer que les modes sont comparés avec des conditions de seeing moyen identiques. Même si le gain a été mieux optimisé en SCAO, l'erreur du bruit vu par la caméra IR est plus faible en GLAO et en MOAO. En effet le reconstruteur tomographique permet d'atténuer partiellement le bruit des ASO hors-axes qui se propage à travers lui. À noter aussi que l'étoile centrale est la plus faible de l'astérisme (cf. figure 5.10). Les aberrations statiques ont été globalement bien maîtrisées en GLAO et MOAO grâce aux étalonnages des tensions d'offset (cf. paragraphe 9.1.3) qui ont été faits préalablement avant le script.

La décomposition de l'erreur tomographique sur les modes parallèles permet d'identifier que ce sont les couches situées entre 10 et 15 km, qui sont très énergétiques, qui provoquent la dégradation de l'erreur tomographique en GLAO et donc de la performance. En MOAO, le reconstruteur a été relativement bien identifié et ce sont les couches qui ne peuvent être reconstruites tomographiquement qui limitent la correction apportée par la MOAO. Contrairement à la GLAO, le reconstruteur de la MOAO arrive à obtenir une erreur raisonnable sur les couches comprises entre 10 et 15 km, malgré qu'elles soient relativement énergétiques. De plus, l'erreur sur la couche au sol est très faible, en particulier grâce à la bonne pondération en énergie des couches prédites par le reconstruteur.

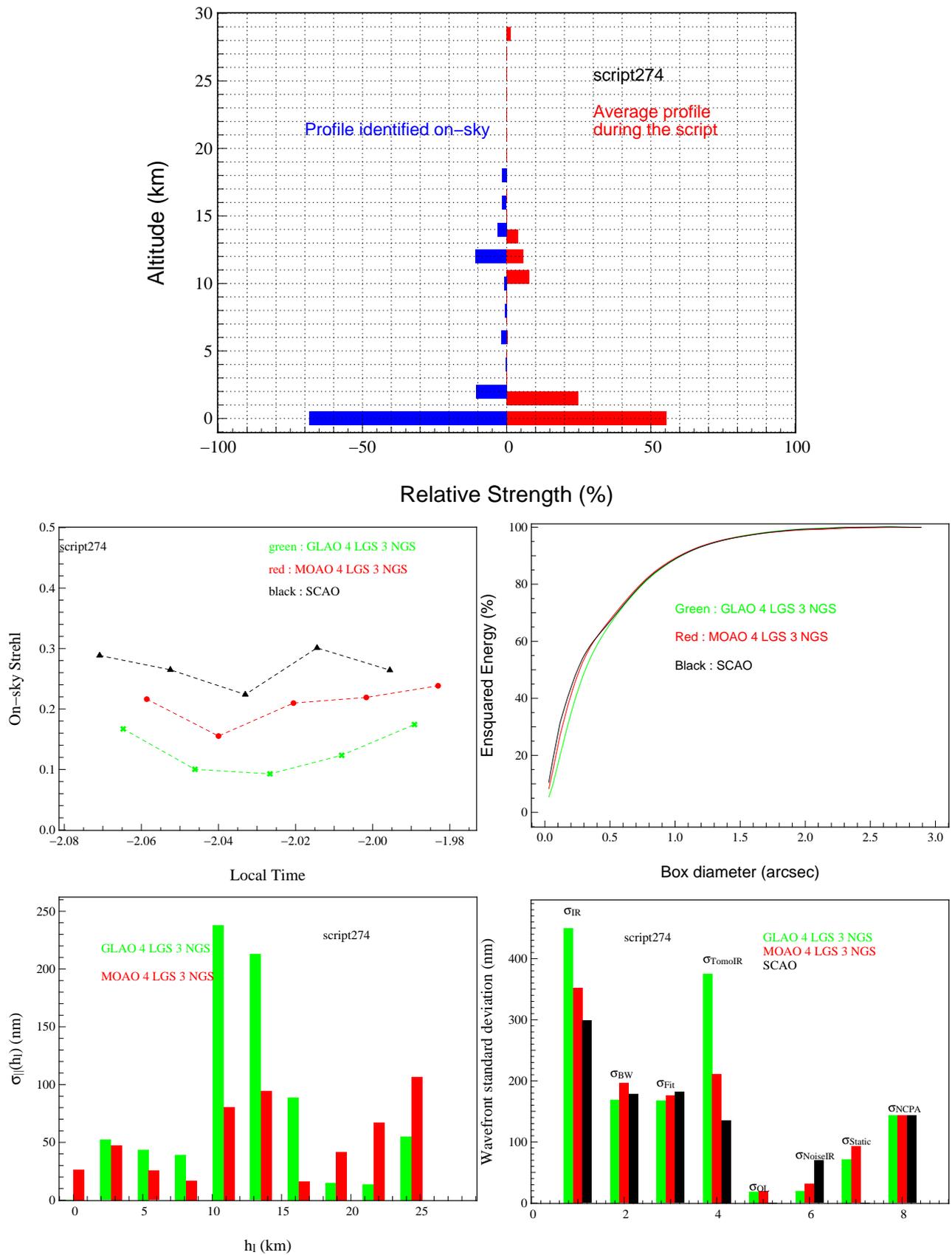


FIGURE 12.10: **En haut** : Comparaison entre le profil prédit par le reconstructeur MOAO et le profil moyen durant le script. **Au milieu** : Rapports de Strehl et énergies encadrées moyennes obtenus sur les images IR acquises durant le script. **En bas** : Budget d'erreur moyen par mode d'observation et détail de l'erreur tomographique moyenne sur les modes parallèles. En SCAO, le terme σ_{TomolR}^2 désigne l'erreur de repliement du TS vue par la caméra IR.

12.3.2 Script 275 : SCAO/MOAO 4 LGS 3 NGS/MOAO 3 NGS

Le script 275 a suivi le script 274 de quelques secondes, et consistait à mettre en évidence l'impact des LGS dans la reconstruction tomographique des pentes sur l'axe. Le script compare la SCAO avec la MOAO sur quatre LGS et trois NGS et avec la MOAO sur trois NGS seulement. Ces résultats ont été acquis sur A47 et je reporte en figure 12.12 les profils, rapports de Strehl, énergies encadrées et termes du budget d'erreurs.

Les conditions d'observation et la profilométrie sont restées très similaires à celles du script 274. Le seeing était légèrement meilleur, de 0,76 dans le visible, avec 82 % de l'énergie turbulente au sol et les 18 % restant vers 12 km. Les conditions de vent sont aussi restées similaires, avec une couche au sol lente et une couche en altitude seulement deux fois plus rapide. La couche en altitude a donc légèrement faibli, comme indiqué au tableau 12.1. Le profil prédit par les reconstituteurs MOAO utilisés sur le ciel étaient exactement les mêmes que celui du script 274, avec une bonne prédiction des couches.

Sur les rapports de Strehl moyens illustrés en figure 12.11, on peut constater que la SCAO atteint une meilleure performance que pendant le script 274, avec un rapport de Strehl moyen d'environ 0,30 contre 0,19 en MOAO quatre LGS trois NGS. Sans LGS, la MOAO baisse significativement en efficacité et atteint un rapport de Strehl moyen de 0,15. La diminution du rapport du Strehl en MOAO suggère une modification dans le profil turbulent, qui peut provenir de la pondération relative des couches qui évoluent.

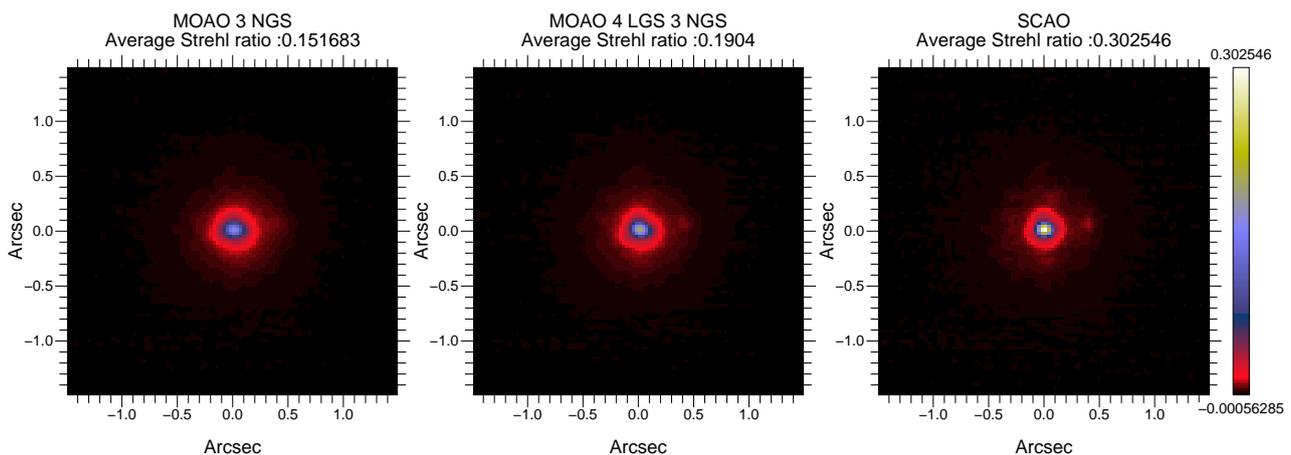


FIGURE 12.11: FEP moyennes obtenues dans chacun des modes d'observation comparés lors du script 275 la nuit du 17 Septembre 2013 sur A47 (cf. figure 5.10).

Sur les courbes d'énergie encadrée, on retrouve des tendances similaires à précédemment, avec une EE en SCAO qui augmente rapidement jusqu'à 400 milli-secondes d'angle, puis converge lentement vers 100 % à cause du halo au-delà de la fréquence de Nyquist du MD. En MOAO, avec ou sans LGS, on a une progression plus régulière de l'énergie, ce qui traduit que la FEP est plus étalée dans une zone angulaire comprise entre zéro et la fréquence de Nyquist du MD. Sur un domaine de taille deux fois la diffraction, la différence entre MOAO avec et sans LGS est finalement très tenue, puisque l'on passe seulement de 36 à 38 % grâce aux LGS, comparativement à la SCAO qui atteint une EE de 45 %.

La décomposition de la variance de phase donnée à la figure 12.12 met en évidence que la variance de la phase résiduelle en SCAO est quasi identique que pendant le script 274, avec des postes d'erreurs similaires. En MOAO avec LGS, la performance s'est dégradée légèrement puisque l'écart-type du front d'onde moyen de la phase a augmenté de 350 à 360 nm par rapport au script 274, en particulier à cause de l'erreur tomographique σ_{TomolR}^2 légèrement plus

importante en moyenne durant le script 275. La MOAO sans LGS atteint un écart-type moyen du front d'onde de 390 nm, en particulier à cause de la tomographie qui est moins performante sans LGS. Comme précédemment, les erreurs temporelles et de sous-modélisation restent à peu près identiques entre modes d'observation.

Le point intéressant réside dans la décomposition de l'erreur tomographique sur les modes parallèles. L'erreur tomographique en MOAO avec quatre LGS a en moyenne légèrement augmenté, de 210 à 230 nm entre le script 274 et 275. Il s'agit en fait de l'erreur de modélisation de la covariance Δ_{model} (cf. équation 8.24) qui a provoqué cette légère augmentation, alors que l'erreur tomographique sur les modes parallèles est restée la même sur toutes les couches.

Sans LGS, ce sont les couches comprises entre 10 et 15 km qui limitent de loin la performance tomographique. On peut aussi constater que les LGS permettent de mieux compenser la couche au sol puisque l'erreur $\sigma_{\parallel}^2(h_l = 0)$ diminue de 70 à 30 nm en utilisant les LGS. Il y a aussi une certaine part de chance, puisque les LGS étant focalisées à 21 km en phase B2, elles apportent une information pour les couches comprises entre 0 et 15 km. Si la couche turbulente à 12 km était située plus haut en altitude, la contribution des LGS aurait été moins notable. Enfin, la couche vers 19 km engendre une erreur notable en MOAO sans LGS, alors qu'avec les LGS cette erreur est complètement minimisée. Comme les LGS sont situées à 23 secondes d'angle du centre, il y a toujours une superposition des pupilles des LGS avec la pupille du TS à cette altitude, ce qui n'est pas le cas des pupilles des ASO hors-axes.

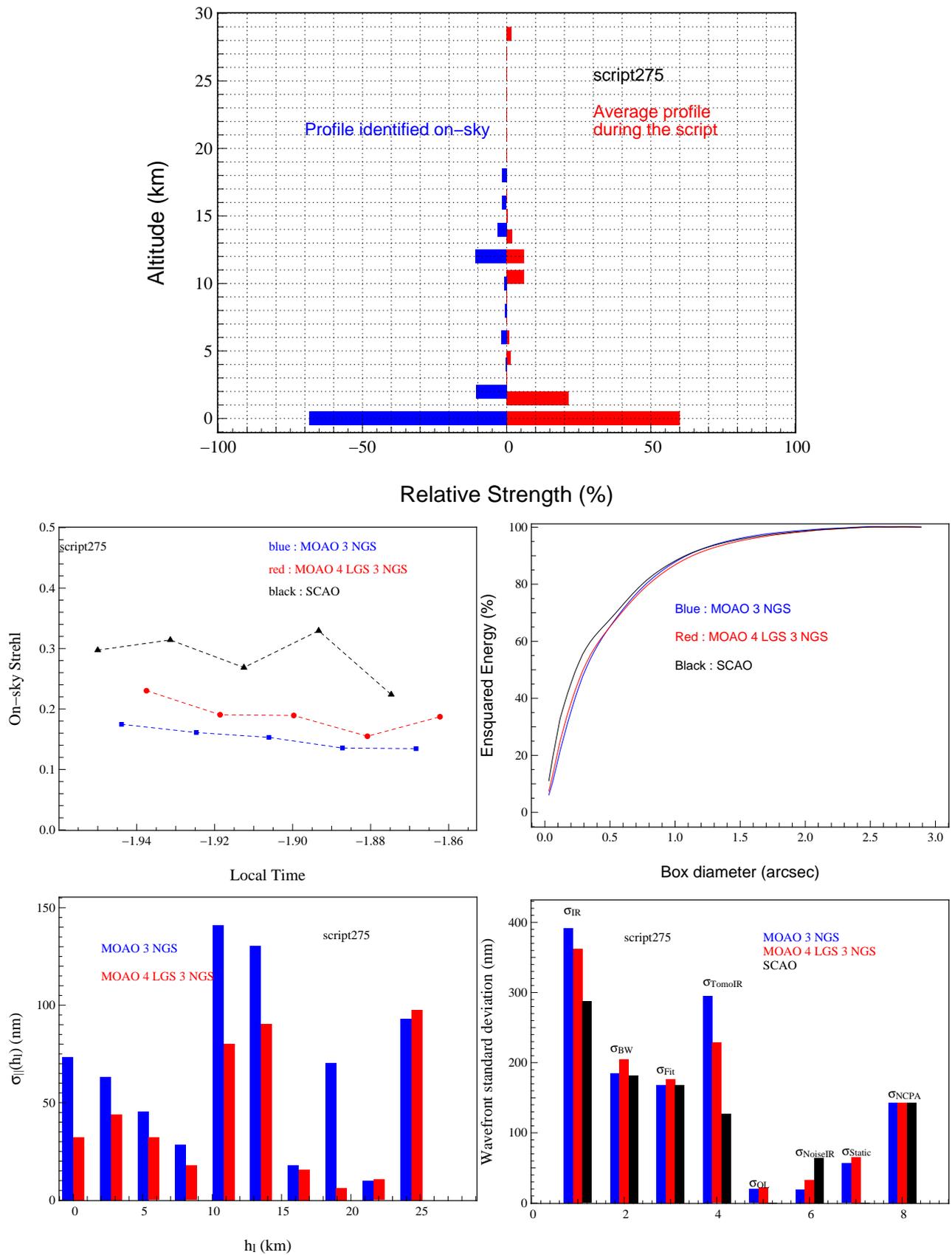


FIGURE 12.12: **En haut** : Comparaison entre le profil prédit par le reconstructeur MOAO et le profil moyen durant le script. **Au milieu** : Rapports de Strehl et énergies encadrées moyennes obtenus sur les images IR acquises durant le script. **En bas** : Budget d'erreur moyen par mode d'observation et détail de l'erreur tomographique moyenne sur les modes parallèles. En SCAO, le terme σ_{TomoIR}^2 désigne l'erreur de repliement du TS vue par la caméra IR.

12.3.3 Script 292 : SCAO/MOAO/GLAO 4 LGS 3 NGS

Avec le script 292, Je reviens à une comparaison entre la SCAO, la MOAO et la GLAO utilisant quatre LGS et trois NGS. Les résultats que je vais montrer ont été cette fois ci acquis sur A53 (cf. figure 5.11), qui ressemble beaucoup à l'astérisme A47 en terme de séparation et magnitude des étoiles. Comme pour les scripts précédents, la turbulence était essentiellement composée de la couche au sol et de la couche à 12 km. La pondération des énergies était néanmoins différente puisque la couche au sol n'occupait que 70 % du total de l'énergie turbulente, avec des conditions de seeing identiques par rapport au script 274 et 275 (cf. tableau 12.1). En plus d'être devenue plus énergétique, cette couche vers 12 km est aussi devenue plus rapide puisque sa vitesse équivalente est passée de 6 à 8 m/s. La différence majeure avec les scripts précédents est que le reconstruteur MOAO prédit un mauvais profil, avec plus de 90 % de la turbulence au sol d'après la figure 12.14.

Sur la figure 12.13, on note que l'on obtient des rapports de Strehl moyens de 0,28 en SCAO, 0,15 en MOAO et seulement 0,086 en GLAO. De plus à 200 milli-secondes d'angle, d'après la figure 12.14, on obtient des énergies encadrées de 44 % en SCAO, 34 % en MOAO et 27 % en GLAO. Les EE deviennent quasiment identiques après la fréquence de Nyquist du MD, pour converger vers 100 %.

Il y a donc eu une baisse significative des performances en MOAO et GLAO par rapport au script 274, alors que les performances en SCAO sont similaires. Les raisons de cette diminution de la performance sont différentes pour la MOAO et la GLAO. En GLAO le reconstruteur était identique et les conditions de seeing similaires. Ce qui a changé, c'est la contribution de la couche en altitude qui a augmenté par rapport au script 274. Pour la MOAO, c'est principalement la différence entre le profil prédit par le reconstruteur et le profil ciel qui a engendré l'augmentation de l'erreur tomographique, donc la diminution du rapport de Strehl.

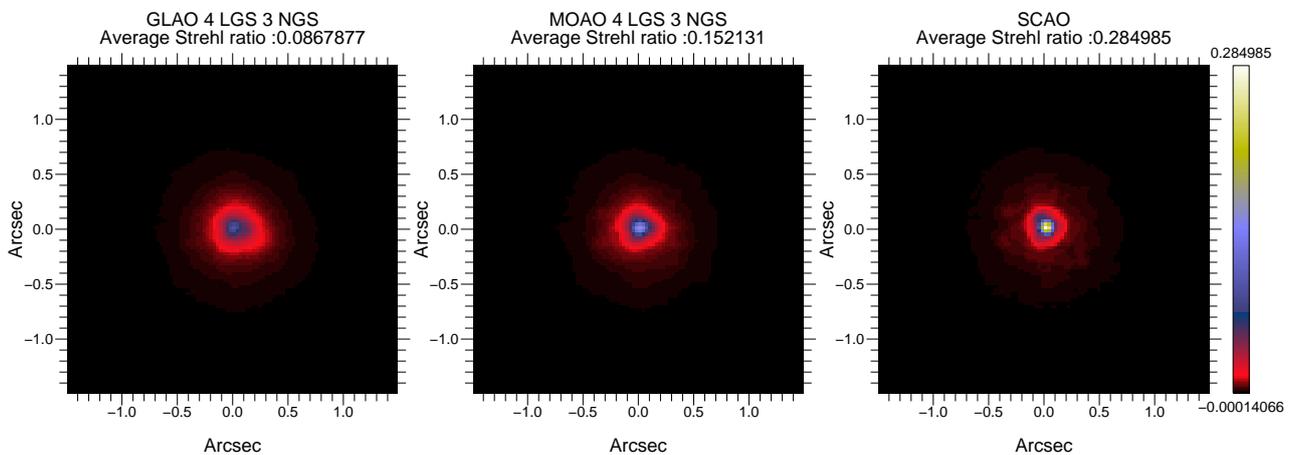


FIGURE 12.13: FEP moyennes obtenues dans chacun des modes d'observation comparés lors du script 292 la nuit du 17 Septembre 2013 sur A53 (cf. figure 5.11).

Le détail de la variance de phase en figure 12.14 met en évidence que l'erreur tomographique moyenne en MOAO a augmenté de 210 à 300 nm par rapport au script 274, alors qu'en GLAO, elle a augmenté de 380 à 420 nm. On peut constater que les erreurs temporelle σ_{BW}^2 et de sous-modélisation σ_{Fit}^2 restent dans les mêmes gammes de valeurs, alors que l'erreur sur le bruit a légèrement diminué en MOAO par rapport au script 274, pour un gain de la boucle identique. Même si les astérismes sont différents, les niveaux de bruit sur les ASO NGS étaient relativement comparables entre les deux scripts. D'une part, le reconstruteur, en prédisant quasiment qu'une couche au sol, s'est rapproché d'un reconstruteur GLAO qui propage naturellement moins le bruit des ASO hors-axes. D'autre part, le niveau de bruit des ASO LGS qui

a légèrement diminué, on obtient alors au final une erreur de bruit plus faible. Contrairement au script 274, c'est en GLAO que les aberrations statiques ont introduit le plus d'erreurs, 110 nm en moyenne.

Sur le détail de l'erreur tomographique sur les modes parallèles, on peut constater que ce sont les couches comprises entre 10 et 15 km qui dominent très largement dans l'erreur tomographique. Les couches à très haute altitude, au-delà 15 km n'ont pas contribué à l'erreur tomographique. De plus, en MOAO, l'erreur moyenne sur la couche au sol est plus faible que pour les scripts précédents. En prédisant, 90 % de la turbulence au sol, le restructeur arrive à quasiment compenser parfaitement la couche, aux prix d'une mauvaise compensation des couches en altitude.

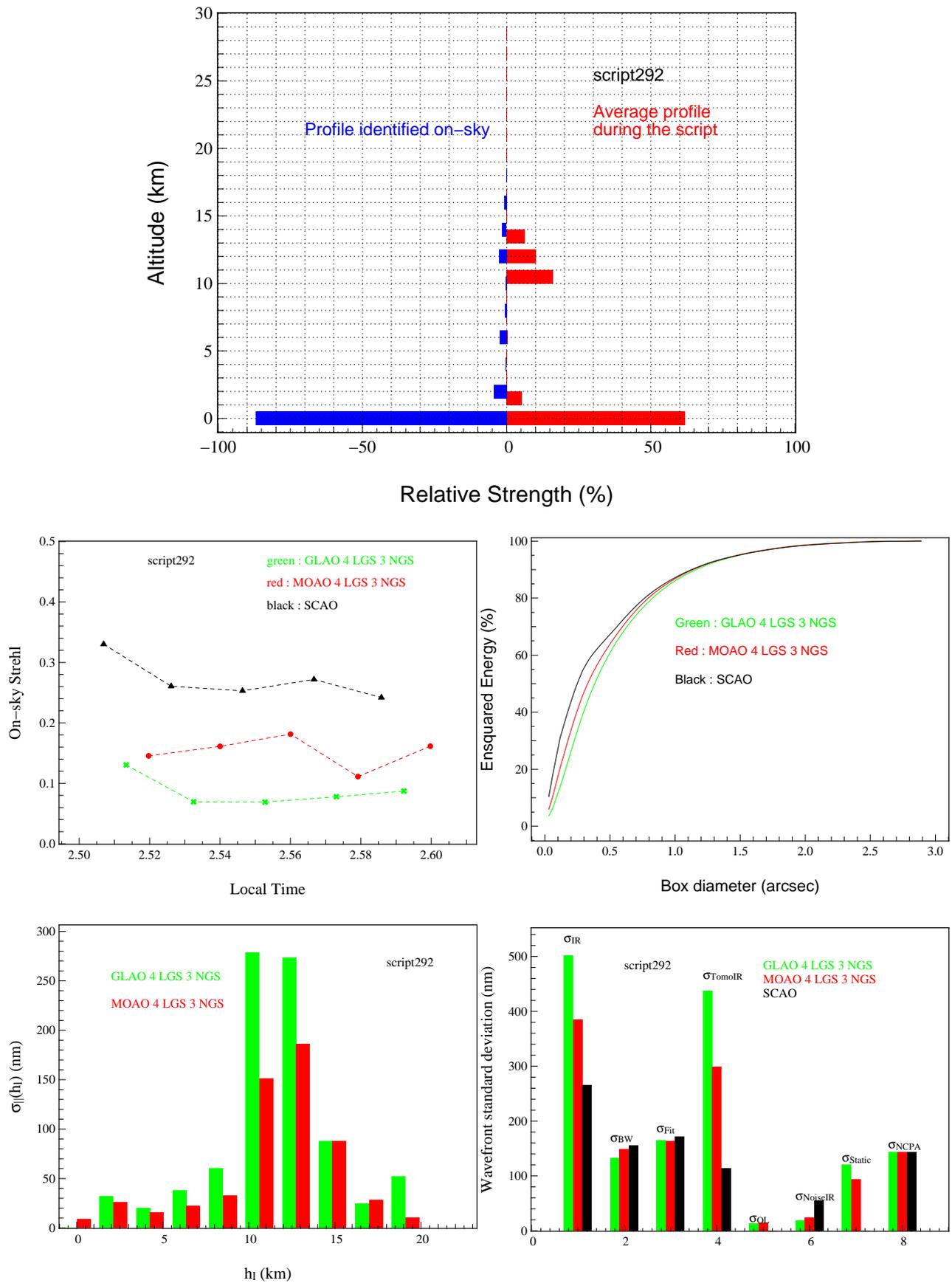


FIGURE 12.14: **En haut** : Comparaison entre le profil prédit par le reconstructeur MOAO et le profil moyen durant le script. **Au milieu** : Rapports de Strehl et énergies encadrées moyennes obtenus sur les images IR acquises durant le script. **En bas** : Budget d'erreur moyen par mode d'observation et détail de l'erreur tomographique moyenne sur les modes parallèles. En SCAO, le terme σ_{TomolR}^2 désigne l'erreur de repliement du TS vue par la caméra IR.

12.3.4 Script 293 : SCAO/MOAO 4 LGS 3 NGS/MOAO 3 NGS

Je vais terminer par discuter des résultats acquis pendant le script 293 sur A53 où nous avons comparé la SCAO avec la MOAO utilisant ou pas les LGS. Le reconstruteur utilisé en MOAO était identique à celui utilisé durant le script 292. Le profil attendu par les reconstruteurs MOAO était donc le même que précédemment, avec 90 % de la turbulence au sol. Le seeing était légèrement meilleur en moyenne durant ce script, et la vitesse de la couche en altitude avait diminué de 8,2 à 6,5 m/s. Le profil sur le ciel est quant à lui resté identique, avec 70 % de la turbulence au sol et 30 % vers 12 km d'après la figure 12.16.

Cette amélioration du seeing a permis de faire augmenter le rapport de Strehl moyen en SCAO jusqu'à 0,32, alors qu'il était de 0,19 en MOAO avec LGS et de 0,138 en MOAO sans LGS, comme illustré à la figure 12.15. L'augmentation du rapport de Strehl en SCAO suggère que le seeing s'est amélioré au fur et à mesure du script. Ce gain en performance est aussi notable sur les énergies encadrées puisqu'à 200 milli-secondes d'angle, on obtient 47 % de EE en SCAO, 40 % en MOAO avec LGS et 34 % en MOAO sans LGS. Encore une fois, on observe sur les courbes de EE un écart entre SCAO et MOAO qui disparaît lorsque l'on atteint la coupure du MD à $3,5\lambda/D$.

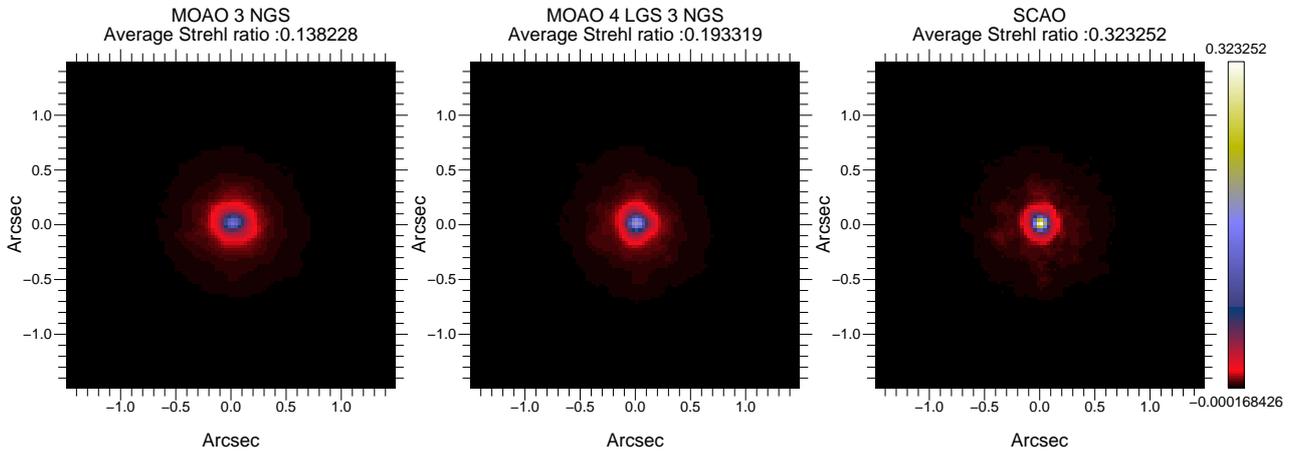


FIGURE 12.15: FEP moyennes obtenues dans chacun des modes d'observation comparés lors du script 293 la nuit du 17 Septembre 2013 sur A53 (cf. figure 5.11).

Sur le budget d'erreur, on retrouve des tendances similaires au script 292, avec une erreur temporelle σ_{BW}^2 , de sous-modélisation σ_{Fit}^2 et de bruit $\sigma_{NoiseIR}^2$ moyennes qui sont restées au même niveau. De même, les aberrations statiques ont été bien contrôlées durant l'acquisition du script. On peut noter que la moyenne de l'erreur tomographique a diminué de 300 à 260 nm par rapport au script 292, alors que le profil prédit par le reconstruteur était le même, ainsi que le profil sur le ciel. Ce gain en performance tomographique est simplement dû à l'amélioration du seeing puisque l'erreur tomographique σ_{TomolR}^2 dépend de $(D/r_0)^{5/3}$.

Identiquement au script 275, on observe une nette différence dans la variance de phase moyenne entre la MOAO avec et sans LGS, avec un écart sur la moyenne de l'erreur tomographique assez similaire. Encore une fois, cette erreur tomographique est principalement causée par les couches comprises entre 10 et 15 km, alors que les couches au-delà de 15 km sont restées relativement peu énergétiques.

De plus, contrairement au script 275, l'erreur tomographique moyenne sur les modes parallèles pour les couches à 15 et 17 km est plus importante en MOAO avec LGS que sans. Il faut se souvenir que le reconstruteur prédit très mal ces couches en altitude si on regarde le profil donné en figure 12.16. La faible couche qu'il prédit à 12 km permet de compenser partiellement

cette couche qui est physiquement dans les mesures. La pondération relative des forces entre la couche au sol étant mauvaise, le reconstructeur MMSE compense bien la couche au sol, mais moins bien les couches en altitude. Or, il ne prédit pas du tout les couches au-delà de 15 km, ce qui engendre une erreur $\sigma_{||}^2(h_l)$ notable pour ces couches, que l'on utilise ou pas les LGS.

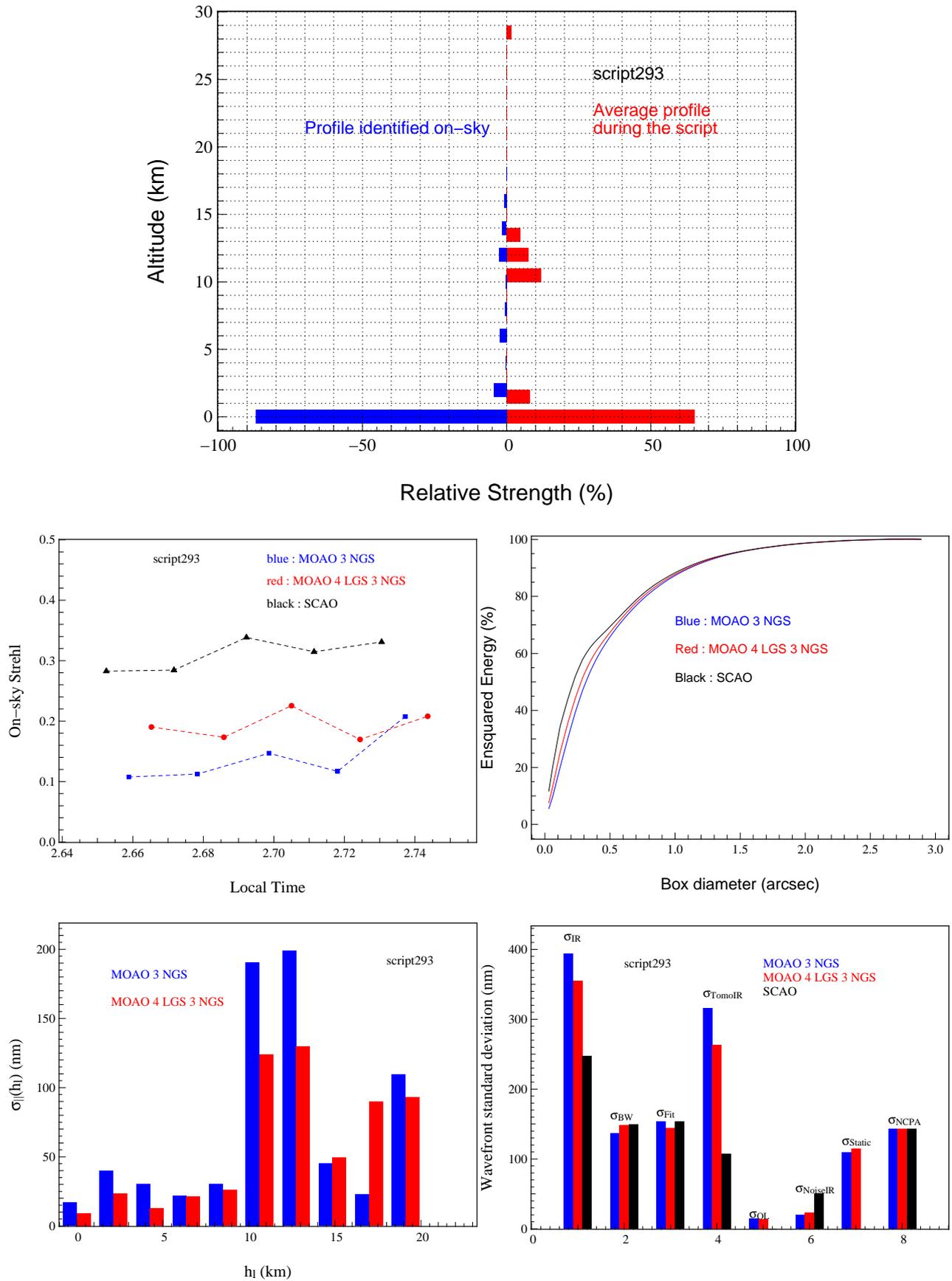


FIGURE 12.16: **En haut** : Comparaison entre le profil prédit par le reconstructeur MOAO et le profil moyen durant le script. **Au milieu** : Rapports de Strehl et énergies encadrées moyennes obtenus sur les images IR acquises durant le script. **En bas** : Budget d'erreur moyen par mode d'observation et détail de l'erreur tomographique moyenne sur les modes parallèles. En SCAO, le terme σ_{TomoIR}^2 désigne l'erreur de repliement du TS vue par la caméra IR.

Conclusions et perspectives

Conclusions

J'ai mené au cours de cette thèse une étude détaillée de la reconstruction tomographique avec étoiles lasers et des performances de CANARY sur le ciel. Dans la première partie de mon manuscrit, je me suis concentré sur les fondamentaux de la formation d'image sous turbulence atmosphérique et de l'optique adaptative classique. J'y ai notamment présenté la décomposition de la variance du front d'onde en termes indépendants, comme l'erreur temporelle ou l'erreur de repliement, pour ne citer que ces termes. J'ai de plus explicité les limitations des instruments de SCAO en terme de couverture du ciel et de champ de correction, pour ensuite expliciter les avancées qui ont été menées pour répondre aux nouveaux besoins astrophysiques. En particulier, j'ai expliqué en quoi les étoiles lasers offrent de nouvelles possibilités en terme de champ astrophysique d'étude.

La deuxième partie était exclusivement réservée à la MOAO et au démonstrateur technique CANARY. J'ai expliqué que la MOAO était une technique qui a été conçue pour les projets de spectrographes multi-objets infra-rouges qui sont proposés sur l'E-ELT, comme EAGLE ou maintenant MOSAIC. L'étude en phase A de EAGLE a montré qu'un instrument basé sur un design de MOAO était plus approprié pour répondre aux spécifications astrophysiques qu'un design de MCAO. Durant cette phase A est né le projet CANARY mené par un consortium franco-britannique pour valider le concept de la MOAO sur le ciel. J'ai explicité les différentes phases d'évolution de CANARY vers un design similaire à celui EAGLE sur l'E-ELT, mais à l'échelle du WHT, le télescope de 4,2 m de diamètre aux îles Canaries.

Au cours de cette deuxième partie, j'ai notamment posé les bases de la reconstruction tomographique à partir de l'algorithme Learn & Apply. Cette procédure consiste à déterminer le reconstruteur tomographique qui permet d'estimer les pentes sur l'axe à partir des mesures des ASO hors-axes. Ce reconstruteur est issu de deux matrices de covariance spatiales des pentes. La première permet de pondérer les différents processus inclus dans les mesures entre eux, à savoir les modes parallèles, le bruit, le repliement et les défauts de suivi du télescope et vibrations. Cette matrice en étant inversée, permet de limiter la propagation du bruit par exemple. Ensuite, une deuxième matrice permet de reconstruire le signal voulu en s'appuyant sur la corrélation spatiale des processus mesurés entre les directions d'analyse et les directions de correction.

Dans la troisième partie, j'ai explicité étape par étape la méthode que j'ai développée pour l'élaboration numérique de ce reconstruteur. J'ai dans un premier temps présenté un modèle analytique de la covariance spatiale qui ne nécessite pas de changement de base. Ce modèle est basé sur plusieurs approximations, mais permet une évaluation très rapide des matrices de covariance requises pour le calcul du reconstruteur. Sur CANARY, nous n'avons pas de problème de temps de calcul de ces matrices dont les dimensions restent raisonnables, mais sur l'E-ELT, il est impératif de mettre au point de nouvelles méthodes numériques pour calculer le reconstruteur. Des avancées très prometteuses basées sur les GPU devraient lever ces problèmes de calculs du reconstruteur sur l'E-ELT.

Cependant, il est aussi nécessaire d'identifier les paramètres du modèle de la covariance, en particulier la distribution verticale de la turbulence en altitude. Je suis rentré plus profondément dans le principe de l'algorithme Learn & Apply qui repose sur un ajustement itératif entre le modèle de la covariance des pentes et la covariance empirique estimée à partir des mesures. J'ai proposé des extensions à cet algorithme comme le Learn 2 steps qui permet d'identifier les couches en altitude indépendamment de la couche au sol. J'ai montré que cette méthode permet de rendre l'algorithme Learn & Apply plus robuste et efficace.

Le point très important de cette troisième partie est la décomposition de l'erreur tomographique. L'évaluation de cette erreur est indispensable pour chiffrer l'impact de la tomographie et des étoiles lasers dans la reconstruction des pentes sur l'axe. En décomposant la matrice de covariance spatiale empirique en une somme de matrices de covariance sur les modes parallèles, le repliement, le bruit et d'une matrice d'erreur d'identification, j'ai présenté comment déterminer la contribution de la tomographie dans la variance du front d'onde résiduel.

À partir de cette évaluation, j'ai identifié le comportement du reconstruteur en fonction de l'altitude des couches turbulentes. J'ai notamment mis en évidence que, jusqu'à une altitude maximale définie par le diamètre du télescope et la base tomographique de séparation minimale, l'erreur tomographique est dominée par le repliement des ASO pour un reconstruteur optimisé pour chaque couche. Au-delà de cette altitude maximale, le reconstruteur n'a plus de couples de pentes sur lesquels s'appuyer pour reconstruire les pentes sur l'axe. L'erreur tomographique devient alors limitée par l'anisoplanétisme. De plus, j'ai illustré le compromis que fait le reconstruteur MMSE sur les différentes couches turbulentes qu'il prédit.

Contrairement au reconstruteur GLAO qui compense parfaitement la couche au sol uniquement, le reconstruteur MMSE apporte une compensation optimale sur cet ensemble de couches turbulentes, mais il n'est pas en mesure d'atteindre la meilleure performance pour chaque couche prise individuellement. Un point également important est que le reconstruteur doit prédire l'énergie de la turbulence à des altitudes distribuées au moins tous les deux fois la résolution tomographique, donnée par le diamètre des sous-pupilles et la base tomographique avec la séparation maximale. Sur l'E-ELT, avec des séparations maximales de l'ordre de 7,5 minutes d'angle, il faudra être en mesure d'identifier au minimum de trente à quarante couches turbulentes distribuées tous les 300 m.

Durant la quatrième partie, j'ai présenté une estimation de la variance du front d'onde. J'ai notamment proposé deux méthodes, dont l'une consiste à décomposer cette variance en une somme de termes indépendants, dont l'erreur tomographique, mais aussi l'erreur de repliement ou encore l'erreur dues aux aberrations statiques, et j'ai proposé des méthodes d'évaluation de chacun de ces termes. La deuxième méthode utilise sur CANARY la mesure par TS de la variance de phase résiduelle sur l'axe, pour déterminer la variance du front d'onde vu par la caméra IR. Pour comparer avec les résultats obtenus sur le ciel en termes de rapport de Strehl, j'ai utilisé trois approximations, dites de Maréchal, Parenti et Born, qui permettent d'évaluer ce rapport de Strehl en fonction de cette variance de phase. J'ai alors illustré la capacité à modéliser correctement le système sur quelques cas d'études.

Pour aller un peu plus loin dans la modélisation du système, j'ai mis en œuvre une méthode de reconstruction de FEP à partir des données étalonnées sur le ciel qui repose principalement sur la décomposition de la variance du front d'onde. J'ai généralisé les calculs de variances aux chapitres 8 et 9 à des calculs de covariance à partir desquelles je décompose la fonction de structure de la phase résiduelle en une somme de fonction de structure. Je peux alors décomposer la fonction de transfert optique de l'ensemble télescope plus turbulence comme un produit de fonctions de transfert, dont chacune est associée à un terme d'erreur dans la décomposition du front d'onde. J'ai mis en évidence sur quelques jeux de données acquis sur le ciel par CANARY que cette méthode de reconstruction valide le budget d'erreur et pourra être utilisée pour faire

des simulations de MOAO sur l'E-ELT par exemple.

Enfin, la dernière partie était consacrée à l'analyse statistique des résultats obtenus par CANARY sur le ciel. Premièrement, je me suis intéressé à un bilan statistique de la profilométrie de l'énergie turbulente, mais aussi de la vitesse de vent et de l'échelle externe. J'ai alors développé une méthode de reconstruction couche à couche, qui me permet notamment d'estimer les pentes dues à une couche turbulente individuelle prédite par le reconstituteur tomographique. À partir de ce nouveau signal, je peux estimer la vitesse du vent et l'échelle externe de cette couche en particulier. La méthode peut être étendue pour estimer individuellement les différentes contributions dans les mesures. Je peux notamment identifier le spectre temporel du repliement ainsi que des défauts de suivi et des vibrations, qui peuvent être utilisés pour optimiser le gain en MOAO.

À partir de l'ensemble des jeux de données acquis par CANARY sur le ciel en 2012 et 2013, j'ai ensuite estimé les valeurs médianes du seeing, ainsi que de la vitesse de vent, de l'échelle externe, de l'altitude moyenne et de l'angle d'isoplanétisme. Une des conclusions importantes est que la turbulence est essentiellement dominée par la couche au sol au WHT, alors que le seeing en altitude est globalement constant. De plus, la couche au sol est aussi relativement plus lente que les couches en altitude. C'est un fait qui doit être pris en compte dans les simulations numériques, puisque les variations de seeing sont essentiellement dues aux variations d'énergie de la couche au sol. Enfin, j'ai aussi comparé plusieurs stratégies d'identification du profil turbulent, et mis en évidence qu'une stratégie optimale en terme de compromis performance/temps de calcul est d'identifier dix couches fixes distribués par pas de deux fois la résolution tomographique dans le cas de CANARY.

Dans le dernier chapitre, j'ai présenté les résultats de mon analyse statistique sur les performances de la MOAO, comparée à la SCAO et la GLAO, sur l'ensemble des données acquises par CANARY en boucle engagée ou fermée. En particulier, j'ai illustré les tendances des rapports de Strehl et des énergies encadrées calculées sur un domaine carré de taille environ deux fois la diffraction du WHT, en fonction du seeing. Nous avons alors constaté que la MOAO est plus efficace et robuste que le GLAO mais n'atteint pas le niveau de la SCAO. Pour mieux comprendre l'origine de cet écart, j'ai détaillé les proportions relatives des différents contributeurs dans la variance de phase pour mettre en évidence que la tomographique occupe en moyenne 40 % de cette variance.

Je suis allé encore plus loin et ai mis en évidence que l'erreur tomographique est d'autre part principalement engendrée par les couches très énergétiques comprises entre 10 et 15 km. D'autre part, les couches au-delà de l'altitude maximale participent notablement à l'erreur tomographique. À cause de la géométrie des astérismes observés, le reconstituteur ne peut pas reconstruire la contribution de ces couches dans l'estimation des pentes sur l'axe. Il faudrait disposer d'étoiles guides de faibles séparations pour augmenter suffisamment l'altitude maximale, au-delà de 25 km, afin de reconstruire ces couches. Il n'est pas certain, mais cela reste à vérifier, qu'il y ait des astérismes de NGS avec une telle géométrie et des magnitudes adéquates pour atteindre des séparations suffisamment faibles, inférieures à trente secondes d'angle. Utiliser des étoiles lasers sodium pourrait alors être un plus pour aller plus loin dans l'analyse de la reconstruction tomographique en MOAO.

J'ai finalement comparé les deux méthodes d'estimation de la variance de phase sur cet échantillon statistique conséquent. Premièrement, j'ai illustré que les deux méthodes donnent des résultats similaires entre-elles, ce qui met en évidence la capacité à modéliser correctement les mesures du TS en boucle engagée ou fermée. J'ai ensuite comparé les Strehls estimés par l'approximation de Born avec le Strehl obtenu sur le ciel, pour montrer une relation quasi-linéaire, avec néanmoins un biais dû, d'une part à la présence d'un compagnon dans l'étoile

centrale dans la plupart des cas, mais aussi à l'approximation de Born qui reste optimiste. La relation montre aussi une grande dispersion principalement causée par les fluctuations statistiques des mesures acquises sur un horizon temporel fini. Par ailleurs, les rapports de Strehl évalués sur les images IR sont aussi affectés par la réalisation particulière de la turbulence qui conduit à une réalisation de la FEP sur l'horizon d'acquisition. Enfin, j'ai montré qu'il n'y a pas de relation bijective entre le rapport de Strehl et la variance de phase. En fonction des pondérations relatives des différents termes du budget d'erreur, mais aussi de la pondération relative de l'énergie entre les modes de basculement et les modes de plus hauts, on peut obtenir, pour une même variance de phase au final, une évaluation du rapport de Strehl différente. C'est pourquoi il est très important d'avoir une visibilité précise sur chacun de ces termes d'erreurs, qui impactent la FEP différemment.

Perspectives

Cette thèse a donné quelques éléments de réponse aux problématiques posées en tomographie en boucle ouverte, mais le travail est loin d'être achevé. Plusieurs améliorations peuvent être menées, à commencer par le modèle de la covariance spatiale. Grâce aux avancées dans l'exploitation des GPU en calcul haute performance, le temps de calcul du reconstruteur sur CANARY est devenu très faible, de l'ordre de quelques secondes pour une identification de dix couches turbulentes. Puisque le temps n'est plus une problématique dans le cas de CANARY, il serait envisageable de tenir compte de la forme particulière de chaque sous-pupille pour légèrement améliorer les performances d'identification et de reconstruction tomographique. De plus, ce modèle pourrait être étendu à un modèle de covariance spatio-temporelle. Ce modèle dépendrait du profil turbulent et des différents paramètres géométriques que j'ai introduits, mais aussi de l'échelle externe et de la vitesse et la direction du vent par couche. Une méthode unifiée d'identification permettrait notamment de donner tous les paramètres nécessaires à l'élaboration de la commande en MOAO, comme par exemple pour l'approche LQG.

Je crois que l'expérience CANARY à encore beaucoup de résultats à fournir. Pour démontrer complètement la MOAO sur le ciel, il faut mettre en évidence notre capacité à modéliser le plus finement possible le comportement du système, et à comprendre les performances sur le ciel. La commande LQG me semble alors une étape ultime puisqu'elle requiert une analyse très poussée du comportement spatio-temporel de la turbulence et de l'instrument. Mon travail fournit déjà des outils nécessaires à l'identification des paramètres clés pour l'élaboration de la commande LQG. D'après les résultats de G. Sivo ([Sivo et al., 2014]), la commande LQG est très prometteuse mais nécessite encore des développements supplémentaires, en particulier sur la profilométrie du vent. De plus, je crois que la commande LQG arrive dans une phase suffisamment aboutie pour nécessiter un budget d'erreur complet des performances. À partir d'une décomposition de la variance de phase, il sera possible de mieux mettre en évidence le gain du LQG par rapport à la commande intégrateur pur.

Pour comparer les différents modes d'observations, il me semble absolument nécessaire d'optimiser la commande pour obtenir une comparaison pertinente. Pour la commande intégrateur, cela revient à déterminer le gain optimal. À partir des méthodes de séparation de composantes que j'ai présentées au cours du chapitre 11, il est possible de déterminer les densités spectrales de puissance temporelles des différents processus qui interviennent dans l'expression de la variance de phase. Une étape supplémentaire serait d'optimiser le gain pour chaque mode de la base des Zernike par exemple. À partir des méthodes d'estimation de la variance de phase, et de l'approximation de Born, on pourrait alors comparer la SCAO, la MOAO et la GLAO avec des gains et un reconstruteur optimisé en réutilisant l'ensemble des jeux de données acquis sur le ciel.

Puis, je crois que la reconstruction de FEP va permettre de donner un outil de simulation performant d'un système de MOAO sur un E-ELT par exemple. Il reste cependant plusieurs points à améliorer dans la méthode que j'ai utilisée au chapitre 10. Premièrement, il faudrait inclure le spectre des défauts de suivi et des vibrations dans le calcul de la FEP liée à l'erreur temporelle. Il serait possible de simuler un système MOAO avec des pondérations entre turbulence, bruit et vibrations voulues. Deuxièmement, pour compléter la validation de cette méthode, on pourrait aussi utiliser les fonctions d'influence étalonnées en laboratoire pour reproduire plus correctement le comportement du miroir ADONIS de CANARY. Enfin, troisièmement, il faudra revoir les hypothèses de calcul qui sont inexactes dans le cas de CANARY et utiliser l'algorithme des U_{ij} .

Enfin, le projet CANARY a avant tout pour but de mieux préparer les projets de MOS sur l'E-ELT. Je pense avoir donné des outils, certes perfectibles, mais pertinents sur l'analyse des performances d'un système de MOAO. Ces outils donnent un détail fin du budget d'erreur qui est relativement bien compris comme j'ai pu le montrer dans le chapitre 12. Ce budget d'erreur est très important pour analyser précisément ce qui limite la performance, et sur les initiatives à prendre pour améliorer les résultats sur le ciel. Il sert aussi d'outil de simulation réaliste si on s'appuie sur des conditions d'observations vraisemblables. En imposant un profil turbulent de force, de vent et d'échelle externe, on peut par exemple déterminer la configuration optimale de l'astérisme des LGS, ou bien s'assurer que les contraintes sur l'énergie encadrée sont bien respectées pour une configuration de l'instrument donnée. Je crois que les outils principaux sont maintenant à disposition pour préparer les phases de conception des instruments de MOAO sur les ELT avec confiance.

Annexe A

Liste de publications

1. **O. Martin**, E. Gendron, T. Morris, A. Basden, Z. Hubert, D. Gratadour, J. Osborn, F. Vidal, F. Chemla, G. Rousset and R. Myers, *Detailed analysis of the Canary on-sky results at the WHT using Rayleigh laser guide stars*, in Proc. SPIE , 2014.
2. **Martin, O.** and Gendron, E. and Rousset, G. and Vidal, F. and Morris, T. and Myers, R., *From CANARY to ELT : lessons learned in open-loop tomography*, in Proceedings of the Third AO4ELT Conference,2013.
3. **Martin, O.** and Gendron, E. and Rousset, G., *Canary : a pathfinder of MOAO for ELT*, in SF2A-2013 : Proceedings of the Annual meeting of the French Society of Astronomy and Astrophysics, 2013.
4. **Martin, O.** and Gendron, É. and Rousset, G. and Vidal, F., *Temporal convergence of phase spatial covariance matrix measurements in tomographic adaptive optics*, in Proc. SPIE , 2012.
5. D. Gratadour, E. Gendron, L. Grosset, T. Morris, J. Osborn, A. Basden, **O. Martin**, D. Rouan, R. Myers and G. Rousset, *First demo science with MOAO : observations of distant merging galaxies with CANARY*, in Proc. SPIE 2014
6. Vidal, F. and Gendron, E. and Rousset, G. and Morris, T. and Basden, A. and Myers, R. and Brangier, M. and Chemla, F. and Dipper, N. and Gratadour, D. and Henry, D. and Hubert, Z. and Longmore, A. and **Martin, O.** and Talbot, G. and Younger, E. , *Analysis of on-sky MOAO performance of CANARY using natural guide stars*, in Astron. & Astrophys. , 2014.
7. Tim Morris, Eric Gendron, Alastair Basden, **Olivier Martin**, James Osborn, David Henry, Zoltan Hubert, Gaetano Sivo, Damien Gratadour, Fanny Chemla, Arnaud Sevin, Mathieu Cohen, Eddy Younger, Fabrice Vidal, Richard Wilson, Tim Butterley, Urban Bitenc, Andrew Reeves, Nazim Bharmal, Henri-Francois Raynaud, Caroline Kulcsar, Jean-Marc Conan, Jean- Michel Huet, Denis Perret, Colin Dickson, David Atkinson, Tom Baillie, Andy Longmore, Stephen Todd, Gordon Talbot, Simon Morris, Gerard Rousset and Richard Myers, *CANARY Phase B : On-sky open-loop tomographic LGS AO results*, in Proc. SPIE 2014
8. E. Gendron, C. Morel, J. Osborn, **O. Martin**, D. Gratadour, F. Vidal, M. Le Louarn and G. Rousset, *Robustness of tomographic reconstructors versus real atmospheric profiles in the ELT perspective*, in Proc. SPIE 2014.
9. Morris, T. and Gendron, E. and Basden, A. and **Martin, O.** and Osborn, J. and Henry, D. and Hubert, Z. and Sivo, G. and Gratadour, D. and Chemla, F. and Sevin, A. and Cohen, M. and Younger, E. and Vidal, F. and Wilson, R. and Batterley, T. and Bitenc, U. and Reeves, A. and Bharmal, N. and Raynaud, H.-F. and Kulcsar, C. and Conan, J.-M. and Guzman, D. and De Cos Juez, J. and Huet, J.-M. and Perret, D. and Dickson, C. and

- Atkinson, D. and Baillie, T. and Longmore, A. and Todd, S. and Talbot, G. and Morris, S. and Myers, R. and Rousset, G., *Multiple Object Adaptive Optics : Mixed NGS/LGS tomography*, in Proceedings of the Third AO4ELT Conference, 2013.
10. Sivo, G. and Kulcsar, C. and Conan, J.-M. and Raynaud, H.-F. and Gendron, E. and Basden, A. and Vidal, F. and Morris, T. and Meimon, S. and Petit, C. and Gratadour, D. and **Martin, O.** and Hubert, Z. and Rousset, G. and Dipper, N. and Talbot, G. and Younger, E. and Myers, R., *First on-sky validation of full LQG control with vibration mitigation on the CANARY MOAO pathfinder*, in Proceedings of the Third AO4ELT Conference, 2013.
 11. Bitenc, U. and Rosensteiner, M. and Bharmal, N. and Basden, A. and Morris, T. and Obereder, A. and Dipper, N. and Gendron, E. and Vidal, F. and Rousset, G. and Gratadour, D. and **Martin, O.** and Hubert, Z. and Myers, R., *Tests of novel wavefront reconstructors on sky with CANARY*, in Proceedings of the Third AO4ELT Conference, 2013.

Bibliographie

- [Abraham et al., 1996] Abraham, R. G., van den Bergh, S., Glazebrook, K., Ellis, R. S., Santiago, B. X., Surma, P., and Griffiths, R. E. (1996). The Morphologies of Distant Galaxies. II. Classifications from the Hubble Space Telescope Medium Deep Survey. *The Astrophysical Journal*, 107 :1.
- [Akiyama et al., 2012] Akiyama, M., Ono, Y., Oya, S., Hane, K., and Wu, T. (2012). MOAO test bench in Tohoku University. In *Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference Series*, volume 8447 of *Proc. SPIE* .
- [Andersen et al., 2006] Andersen, D. R., Eikenberry, S. S., Fletcher, M., Gardhouse, W., Leckie, B., Véran, J.-P., Gavel, D., Clare, R., Guzman, R., Jolissaint, L., Julian, R., and Rambold, W. (2006). The MOAO system of the IRMOS near-infrared multi-object spectrograph for TMT. In *Ground-based and Airborne Instrumentation for Astronomy*, volume 6269 of *Proc. SPIE* .
- [Andersen et al., 2008] Andersen, D. R., Fischer, M., Conan, R., Fletcher, M., and Véran, J.-P. (2008). VOLT : the Victoria Open Loop Testbed. In *Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference Series*, volume 7015 of *Proc. SPIE* .
- [Andersen et al., 2012] Andersen, D. R., Jackson, K. J., Blain, C., Bradley, C., Correia, C., Ito, M., Lardiére, O., and Véran, J.-P. (2012). Performance Modeling for the RAVEN Multi-Object Adaptive Optics Demonstrator. *Publications of the Astronomical Society of the Pacific* , 124 :469–484.
- [Baranec et al., 2006] Baranec, C., Lloyd-Hart, M., Milton, N. M., Stalcup, T., Snyder, M., and Angel, R. (2006). Tomographic reconstruction of stellar wavefronts from multiple laser guide stars. In *Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference Series*, volume 6272 of *Proc. SPIE* .
- [Basden et al., 2010] Basden, A., Geng, D., Myers, R., and Younger, E. (2010). Durham adaptive optics real-time controller. *Appl. Opt.*, 49(32) :6354–6363.
- [Basden et al., 2014] Basden, A. G., Chemla, F., Dipper, N., Gendron, E., Henry, D., Morris, T., Rousset, G., and Vidal, F. (2014). Real-time correlation reference update for astronomical adaptive optics. *M.N.R.A.S* , 439 :968–976.
- [Basden et al., 2012] Basden, A. G., Myers, R. M., and Gendron, E. (2012). Wavefront sensing with a brightest pixel selection algorithm. *M.N.R.A.S* , 419 :1628–1636.
- [Bauman and Gavel, 2003] Bauman, B. J. and Gavel, D. T. (2003). Astronomy applications of adaptive optics at Lawrence Livermore National Laboratory. In Saito, T. T. and Lane, M. A., editors, *Optical Engineering at the Lawrence Livermore National Laboratory*, volume 5001 of *Proc. SPIE* , pages 41–49.
- [Beckers, 1988] Beckers, J. M. (1988). Increasing the Size of the Isoplanatic Patch with Multi-conjugate Adaptive Optics. In M.-H. Ulrich, editor, *European Southern Observatory Conference and Workshop Proceedings*, volume 30 of *European Southern Observatory Conference and Workshop Proceedings*, page 693.

- [Beuzit et al., 2008] Beuzit, J.-L., Feldt, M., Dohlen, K., Mouillet, D., Puget, P., Wildi, F., Abe, L., Antichi, J., Baruffolo, A., Baudoz, P., Boccaletti, A., Carbillet, M., Charton, J., Claudi, R., Downing, M., Fabron, C., Feautrier, P., Fedrigo, E., Fusco, T., Gach, J.-L., Gratton, R., Henning, T., Hubin, N., Joos, F., Kasper, M., Langlois, M., Lenzen, R., Moutou, C., Pavlov, A., Petit, C., Pragt, J., Rabou, P., Rigal, F., Roelfsema, R., Rousset, G., Saisse, M., Schmid, H.-M., Stadler, E., Thalmann, C., Turatto, M., Udry, S., Vakili, F., and Waters, R. (2008). SPHERE : a planet finder instrument for the VLT. In *Ground-based and Airborne Instrumentation for Astronomy II.*, volume 7014 of *Proc. SPIE* .
- [Beuzit and Hubin, 1993] Beuzit, J. L. and Hubin, N. (1993). ADONIS - a user friendly adaptive optics system for the 3.6-m telescope. *The Messenger*, 71 :52–53.
- [Born and Wolf, 1999] Born, M. and Wolf, E. (1999). *Principles of Optics*.
- [Boyer et al., 1990] Boyer, C., Michau, V., and Rousset, G. (1990). Adaptive optics - Interaction matrix measurements and real time control algorithms for the COME-ON project. In *Amplitude and Intensity Spatial Interferometry*, volume 1237 of *Proc. SPIE* , pages 406–421.
- [Brangier, 2012] Brangier, M. (2012). *Démonstration de l’optique adaptative multi-objet pour les futurs ELT et d’un analyseur linéaire à grande dynamique*. PhD thesis, Université Paris Diderot.
- [Butterley et al., 2006] Butterley, T., Wilson, R. W., and Sarazin, M. (2006). Determination of the profile of atmospheric optical turbulence strength from SLODAR data. *M.N.R.A.S* , 369 :835–845.
- [Chin et al., 2012] Chin, J. C. Y., Wizinowich, P., Campbell, R., Chock, L., Cooper, A., James, E., Lyke, J., Mastromarino, J., Martin, O., Medeiros, D., Morrison, D., Neyman, C., Panteleev, S., Stalcup, T., Tucker, P., Wetherell, E., and van Dam, M. (2012). Keck I laser guide star adaptive optics system. In *Adaptive Optics Systems III*, volume 8447 of *Proc. SPIE* .
- [Christou et al., 2010] Christou, J. C., Neichel, B., Rigaut, F., Sheehan, M., McDermid, R. M., Trancho, G., Trujillo, C., and Walls, B. (2010). ALTAIR performance and updates at Gemini North. In *Adaptive Optics Systems II*, volume 7736 of *Proc. SPIE* .
- [Conan, 1994] Conan, J. (1994). *Étude de la correction partielle en optique adaptative*. PhD thesis, Université Paris XI Orsay.
- [Conan et al., 1995] Conan, J.-M., Rousset, G., and Madec, P.-Y. (1995). Wave-front temporal spectra in high-resolution imaging through turbulence. *Journal of the Optical Society of America A*, 12 :1559–1570.
- [Conan et al., 2000a] Conan, R., Borgnino, J., Ziad, A., and Martin, F. (2000a). Analytical solution for the covariance and for the decorrelation time of the angle of arrival of a wave front corrugated by atmospheric turbulence. *Journal of the Optical Society of America A*, 17 :1807–1818.
- [Conan et al., 2010] Conan, R., Bradley, C., Lardièrre, O., Blain, C., Venn, K., Andersen, D., Simard, L., Véran, J.-P., Herriot, G., Loop, D., Usuda, T., Oya, S., Hayano, Y., Terada, H., and Akiyama, M. (2010). Raven : a harbinger of multi-object adaptive optics-based instruments at the Subaru Telescope. In *Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference Series*, volume 7736 of *Proc. SPIE* .
- [Conan et al., 2000b] Conan, R., Ziad, A., Borgnino, J., Martin, F., and Tokovinin, A. A. (2000b). Measurements of the wavefront outer scale at Paranal : influence of this parameter in interferometry. In Léna, P. and Quirrenbach, A., editors, *Interferometry in Optical Astronomy*, volume 4006 of *Proc. SPIE* , pages 963–973.
- [Conselice et al., 2005] Conselice, C. J., Blackburne, J. A., and Papovich, C. (2005). The Luminosity, Stellar Mass, and Number Density Evolution of Field Galaxies of Known Morphology from $z = 0.5$ to 3. *The Astrophysical Journal*, 620 :564–583.

- [Cortés et al., 2012] Cortés, A., Neichel, B., Guesalaga, A., Osborn, J., Rigaut, F., and Guzman, D. (2012). Atmospheric turbulence profiling using multiple laser star wavefront sensors. *M.N.R.A.S* , 427 :2089–2099.
- [Cuby et al., 2010] Cuby, J., Morris, S., Fusco, T., Lehnert, M., Parr-Burman, P., Rousset, G., Amans, J., Beard, S., Bryson, I., Cohen, M., Dipper, N., Evans, C., Ferrari, M., Gendron, E., Gimenez, J., Gratadour, D., Hastings, P., Hubert, Z., Hugot, E., Jagourel, P., Laporte, P., Lebrun, V., Le Mignant, D., Madec, F., Myers, R., Neichel, B., Morris, T., Robert, C., Schnetler, H., Swinbank, M., Talbot, G., Taylor, W., Vidal, F., Vivès, S., Vola, P., Welikala, N., and Wells, M. (2010). EAGLE : a MOAO fed multi-IFU NIR workhorse for E-ELT. In *Ground-based and Airborne Instrumentation for Astronomy III*, volume 7735 of *Proc. SPIE* .
- [Cuby et al., 2006] Cuby, J.-G., Kneib, J.-P., Hammer, F., Prieto, E., Marteaud, M., Vola, P., Jagourel, P., Blanc, P.-E., and Fusco, T. (2006). The first galaxies : instrument requirements and concept study for OWL. In Whitelock, P., Dennefeld, M., and Leibundgut, B., editors, *The Scientific Requirements for Extremely Large Telescopes*, volume 232 of *IAU Symposium*, pages 176–180.
- [Cuby et al., 2008] Cuby, J.-G., Morris, S., Bryson, I., Lehnert, M., Evans, C., Fusco, T., Jagourel, P., Myers, R., Rousset, G., Schnetler, H., Amans, J.-P., Allington-Smith, J., Assemat, F., Beard, S., Chemla, F., Content, R., Dipper, N., Ferrari, M., Gendron, E., Gimenez, J.-L., Hastings, P., Hubert, Z., Hugot, E., Laporte, P., Leroux, B., Madec, F., Neichel, B., Morris, T., Prieto, E., Swinbank, M., Talbot, G., Taylor, W., Vidal, F., Vivès, S., Vola, P., and Wells, M. (2008). EAGLE : an MOAO fed multi-IFU in the NIR on the E-ELT. In *Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference Series*, volume 7014 of *Proc. SPIE* .
- [Dali Ali et al., 2010] Dali Ali, W., Ziad, A., Berdja, A., Maire, J., Borgnino, J., Sarazin, M., Lombardi, G., Navarrete, J., Vazquez Ramio, H., Reyes, M., Delgado, J. M., Fuensalida, J. J., Tokovinin, A., and Bustos, E. (2010). Multi-instrument measurement campaign at Paranal in 2007. Characterization of the outer scale and the seeing of the surface layer. *Astron. & Astrophys.* , 524 :A73.
- [Dekany et al., 2004] Dekany, R. G., Britton, M. C., Gavel, D. T., Ellerbroek, B. L., Herriot, G., Max, C. E., and Veran, J.-P. (2004). Adaptive optics requirements definition for TMT. In Bonaccini Calia, D., Ellerbroek, B. L., and Ragazzoni, R., editors, *Advancements in Adaptive Optics*, volume 5490 of *Proc. SPIE* , pages 879–890.
- [Dierickx et al., 2004] Dierickx, P., Brunetto, E. T., Comeron, F., Gilmozzi, R., Gonté, F. Y. J., Koch, F., le Louarn, M., Monnet, G. J., Spyromilio, J., Surdej, I., Verinaud, C., and Yaitskova, N. (2004). OWL phase A status report. In Oschmann, Jr., J. M., editor, *Ground-based Telescopes*, volume 5489 of *Proc. SPIE* , pages 391–406.
- [Dipper et al., 2010] Dipper, N. A., Basden, A., Looker, N. E., Gendron, E., Geng, D., Gratadour, D., Hubert, Z., Vidal, F., Myers, R. M., Rousset, G., Sevin, A., and Younger, E. J. (2010). The real-time control system for the CANARY multi-object adaptive optics on-sky demonstrator. In B. Ellerbroek, M. Hart, N. Hubin, P. Wizinowich, editor, *Adaptive Optics Systems II*, volume 7736 of *Proc. SPIE* .
- [d’Orgeville et al., 2012] d’Orgeville, C., Diggs, S., Fesquet, V., Neichel, B., Rambold, W., Rigaut, F., Serio, A., Araya, C., Arriagada, G., Balladares, R., Bec, M., Boccas, M., Duran, C., Ebberts, A., Lopez, A., Marchant, C., Marin, E., Montes, V., Moreno, C., Petit Vega, E., Segura, C., Trancho, G., Trujillo, C., Urrutia, C., Veliz, P., and Vucina, T. (2012). Gemini South multi-conjugate adaptive optics (GeMS) laser guide star facility on-sky performance results. In *Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference Series*, volume 8447 of *Proc. SPIE* .

- [Ellerbroek, 1993] Ellerbroek, B. L. (1993). Multi-Conjugate Adaptive Optics for Wide Field-of-View Atmospheric Turbulence Compensation. In Radick, R. R., editor, *Real Time and Post Facto Solar Image Correction*, pages 15–18.
- [Ellerbroek and Vogel, 2003] Ellerbroek, B. L. and Vogel, C. R. (2003). Simulations of closed-loop wavefront reconstruction for multiconjugate adaptive optics on giant telescopes. In Tyson, R. K. and Lloyd-Hart, M., editors, *Astronomical Adaptive Optics Systems and Applications*, volume 5169 of *Proc. SPIE* , pages 206–217.
- [Evans et al., 2008] Evans, C. J., Lehnert, M. D., Cuby, J.-G., Morris, S. L., Swinbank, A. M., Taylor, W. D., Alexander, D. M., Lorente, N. P. F., Clénet, Y., and Paumard, T. (2008). Science requirements for EAGLE for the E-ELT. In *Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference Series*, volume 7014 of *Proc. SPIE* .
- [Exposito, 2014] Exposito, J. (2014). *Amélioration de la qualité des images obtenues par optique adaptative et application à l'étude des noyaux actifs de galaxie*. PhD thesis, Université Paris Diderot.
- [Exposito et al., 2012] Exposito, J., Gratadour, D., Clénet, Y., Rousset, G., and Mugnier, L. (2012). Estimation of errors on the PSF reconstruction process for myopic deconvolution. In *Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference Series*, volume 8447 of *Proc. SPIE* .
- [Foy, 2000] Foy, R. (2000). The Cone Effect. In Ageorges, N. and Dainty, C., editors, *Laser Guide Star Adaptive Optics for Astronomy*, page 107.
- [Foy and Labeyrie, 1985] Foy, R. and Labeyrie, A. (1985). Feasibility of adaptive telescope with laser probe. *Astron. & Astrophys.* , 152 :L29–L31.
- [Fried, 1965] Fried, D. L. (1965). Statistics of a Geometric Representation of Wavefront Distortion. *Journal of the Optical Society of America (1917-1983)*, 55 :1427–1431.
- [Fried, 1966] Fried, D. L. (1966). Limiting Resolution Looking Down Through the Atmosphere. *Journal of the Optical Society of America (1917-1983)*, 56 :1380.
- [Fried, 1982] Fried, D. L. (1982). Anisoplanatism in adaptive optics. *Journal of the Optical Society of America (1917-1983)*, 72 :52.
- [Fuchs et al., 1998] Fuchs, A., Tallon, M., and Vernin, J. (1998). Focusing on a Turbulent Layer : Principle of the “Generalized SCIDAR”. *Publications of the Astronomical Society of the Pacific* , 110 :86–91.
- [Fusco et al., 2006] Fusco, T., Blanc, A., Nicolle, M., Beuzit, J.-L., Michau, V., Rousset, G., and Hubin, N. (2006). Sky coverage estimation for multiconjugate adaptive optics systems : strategies and results. *M.N.R.A.S* , 370 :174–184.
- [Fusco et al., 1999] Fusco, T., Conan, J.-M., Michau, V., Mugnier, L. M., and Rousset, G. (1999). Phase estimation for large field of view : application to multiconjugate adaptive optics. In Roggemann, M. C. and Bissonnette, L. R., editors, *Propagation and Imaging through the Atmosphere III*, volume 3763 of *Proc. SPIE* , pages 125–133.
- [Fusco et al., 2001] Fusco, T., Conan, J.-M., Rousset, G., Mugnier, L. M., and Michau, V. (2001). Optimal wave-front reconstruction strategies for multiconjugate adaptive optics. *Journal of the Optical Society of America A*, 18 :2527–2538.
- [Fusco et al., 2008] Fusco, T., Rousset, G., Assémat, F., Neichel, B., Gendron, E., Myers, R. M., Morris, T., Chemla, F., Robert, C., Bryson, I., and Cuby, J. G. (2008). Concept study of a multi-object AO system for the EAGLE instrument on the European ELT. In *Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference Series*, volume 7015 of *Proc. SPIE* .

- [Gardner et al., 1989] Gardner, C. S., Welsh, B. M., and Thompson, L. A. (1989). Sodium laser guide star technique for adaptive imaging in astronomy. In Roddier, F. J., editor, *Active telescope systems*, volume 1114 of *Proc. SPIE*, pages 191–202.
- [Gavel, 2006a] Gavel, D. (2006a). Laboratory for adaptive optics at UC Santa Cruz : project status and plans. In *Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference Series*, volume 6272 of *Proc. SPIE*.
- [Gavel, 2006b] Gavel, D. (2006b). MEMS for the next generation of giant astronomical telescopes. In Olivier, S. S., Tadigadapa, S. A., and Henning, A. K., editors, *MEMS/MOEMS Components and Their Applications III*, volume 6113 of *Proc. SPIE*, pages 43–47.
- [Gavel et al., 2008] Gavel, D., Severson, S., Bauman, B., Dillon, D., Reinig, M., Lockwood, C., Palmer, D., Morzinski, K., Ammons, M., Gates, E., and Grigsby, B. (2008). Villages : an on-sky visible wavelength astronomy AO experiment using a MEMS deformable mirror. In *Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference Series*, volume 6888 of *Proc. SPIE*.
- [Gendron et al., 2005] Gendron, E., Assémat, F., Hammer, F., Jagourel, P., Chemla, F., Laporte, P., Puech, M., Marteau, M., Zamkotsian, F., Liotard, A., Conan, J.-M., Fusco, T., and Hubin, N. (2005). FALCON : multi-object AO. *Comptes Rendus Physique*, 6 :1110–1117.
- [Gendron et al., 2009] Gendron, E., Brangier, M., Chenegros, G., Vidal, F., Hubert, Z., Rousset, G., and Poupard, F. (2009). a New Sensor for Laser Tomography on ELTs. In Masciadri, E. and Sarazin, M., editors, *Optical Turbulence : Astronomy Meets Meteorology*, pages 283–290.
- [Gendron and Léna, 1994] Gendron, E. and Léna, P. (1994). Astronomical adaptive optics. 1 : Modal control optimization. *Astron. & Astrophys.*, 291 :337–347.
- [Gendron and Léna, 1995] Gendron, E. and Léna, P. (1995). Astronomical adaptive optics. II. Experimental results of an optimized modal control. *Astron. & Astrophys.*, 111 :153–+.
- [Gendron et al., 2010] Gendron, E., Morris, T., Hubert, Z., Myers, R., Longmore, A., Rousset, G., Talbot, G., Vidal, F., Dipper, N., Gratadour, D., Looker, N., Brangier, M., Younger, E., Sevin, A., Basden, A., Perret, D., Young, L., Atkinson, D., Chemla, F., Henry, D., Butterley, T., Laporte, P., Guzman, D., Marteau, M., Geng, D., Vedrenne, N., Harrison, M., Fusco, T., Guesalaga, A., Dunlop, C., Todd, S., Dee, K., Dickson, C., Greenaway, A., Stobie, B., Dalgarno, H., and Skvarc, J. (2010). Status update of the CANARY on-sky MOAO demonstrator. In B. Ellerbroek, M. Hart, N. Hubin, P. Wizinowich, editor, *Adaptive Optics Systems II*, volume 7736 of *Proc. SPIE*.
- [Gendron and Rousset, 2012] Gendron, E. and Rousset, G. (2012). Temporal analysis of aliasing in shack-hartmann wave-front sensing. In *Adaptive Optics Systems III*, volume 8447 of *Proc. SPIE*.
- [Gendron et al., 2011] Gendron, E., Vidal, F., Brangier, M., Morris, T., Hubert, Z., Basden, A., Rousset, G., Myers, R., Chemla, F., Longmore, A., Butterley, T., Dipper, N., Dunlop, C., Geng, D., Gratadour, D., Henry, D., Laporte, P., Looker, N., Perret, D., Sevin, A., Talbot, G., and Younger, E. (2011). MOAO first on-sky demonstration with CANARY. *Astron. & Astrophys.*, 529 :L2.
- [Gratadour, 2011] Gratadour, D. (2011). Quasi-real-time end-to-end simulations of ELT-scale adaptive optics systems on GPUs. In *Second International Conference on Adaptive Optics for Extremely Large Telescopes*. Online at <http://ao4elt2.lesia.obspm.fr>; <http://ao4elt2.lesia.obspm.fr/A%20id.P61>, page 61P.

- [Gratadour et al., 2010] Gratadour, D., Gendron, E., Fusco, T., Rousset, G., and Meimon, S. (2010). Comparing centroiding methods for Shack-Hartmann wavefront sensing with laser guide stars on an ELT. In *Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference Series*, volume 7736 of *Proc. SPIE* .
- [Gratadour et al., 2013a] Gratadour, D., Gendron, E., and Rousset, G. (2013a). Practical issues with phase diversity for NCPA compensation resolved on the CANARY demonstrator. In Esposito, S. and Fini, L., editors, *Proceedings of the Third AO4ELT Conference. Firenze, Italy, May 26-31, 2013, Eds. : Simone Esposito and Luca Fini Online at jA href="http://ao4elt3.sciencesconf.org/" ħhttp://ao4elt3.sciencesconf.org/i/Aġ, id. #67*.
- [Gratadour et al., 2013b] Gratadour, D., Sevin, A., Perret, D., and Brule, J. (2013b). Building a reliable, scalable and affordable RTC for AO instruments on ELTs. In Esposito, S. and Fini, L., editors, *Proceedings of the Third AO4ELT Conference. Firenze, Italy, May 26-31, 2013, Eds. : Simone Esposito and Luca Fini Online at jA href="http://ao4elt3.sciencesconf.org/" ħhttp://ao4elt3.sciencesconf.org/i/Aġ, id. #75*.
- [Greenwood, 1977] Greenwood, D. P. (1977). Bandwidth specification for adaptive optics systems. *Journal of the Optical Society of America (1917-1983)*, 67 :390–393.
- [Guzman et al., 2012] Guzman, D., Mello, A. T., Osborn, J., De Cos, F. J., Gómez, M., Butterley, T., David, N., Roqueñi, N., Myers, R. M., Guesalaga, A., and Salas, M. (2012). Tomographic reconstructor for multi-object adaptive optics using artificial neural networks. In *Adaptive Optics Systems III*, volume 8447 of *Proc. SPIE* .
- [Hammer et al., 2004] Hammer, F., Puech, M., Assemat, F. F., Gendron, E., Sayede, F., Laporte, P., Marteaud, M., Liotard, A., and Zamkotsian, F. (2004). FALCON : a concept to extend adaptive optics corrections to cosmological fields. In Ardeberg, A. L. and Andersen, T., editors, *Second Backaskog Workshop on Extremely Large Telescopes*, volume 5382 of *Proc. SPIE* , pages 727–736.
- [Hammer et al., 2002] Hammer, F., Sayède, F., Gendron, E., Fusco, T., Burgarella, D., Cayatte, V., Conan, J., Courbin, F., Flores, H., Guinouard, I., Jocou, L., Lançon, A., Monnet, G., Mouhcine, M., Rigaud, F., Rouan, D., Rousset, G., Buat, V., and Zamkotsian, F. (2002). The FALCON Concept : Multi-Object Spectroscopy Combined with MCAO in Near-IR. In J. Bergeron & G. Monnet, editor, *Scientific Drivers for ESO Future VLT/VLTI Instrumentation*, page 139.
- [Hubble, 1929] Hubble, E. (1929). A Relation between Distance and Radial Velocity among Extra-Galactic Nebulae. *Proceedings of the National Academy of Science*, 15 :168–173.
- [Kellerer et al., 2012] Kellerer, A., Vidal, F., Gendron, E., Hubert, Z., Perret, D., and Rousset, G. (2012). Deformable mirrors for open-loop adaptive optics. In *Adaptive Optics Systems III*, volume 8447 of *Proc. SPIE* .
- [Kolmogorov, 1941] Kolmogorov, A. (1941). The Local Structure of Turbulence in Incompressible Viscous Fluid for Very Large Reynolds' Numbers. *Akademiia Nauk SSSR Doklady*, 30 :301–305.
- [Martin et al., 2013] Martin, O., Gendron, E., Rousset, G., Vidal, F., Morris, T. J., Basden, A. G., and Myers, R. M. (2013). From canary to e-elt : lessons learned in open-loop tomography. In Kidon ?, C., editor, *3rd AO4ELT conference*, Adaptive Optics for Extremely Large Telescopes, Florence, Italy.
- [Marzke et al., 1998] Marzke, R. O., da Costa, L. N., Pellegrini, P. S., Willmer, C. N. A., and Geller, M. J. (1998). The Galaxy Luminosity Function at $Z \leq 0.05$: Dependence on Morphology. *The Astrophysical Journal*, 503 :617.
- [Max et al., 1994] Max, C. E., Avicola, K., Brase, J. M., Friedman, H. W., Bissinger, H. D., Duff, J., Gavel, D. T., Horton, J. A., Kiefer, R., Morris, J. R., Olivier, S. S., Presta, R. W.,

- Rapp, D. A., Salmon, J. T., and Waltjen, K. E. (1994). Design, layout, and early results of a feasibility experiment for sodium-layer laser-guide-star adaptive optics. *Journal of the Optical Society of America A*, 11 :813–824.
- [Monnet and Gilmozzi, 2006] Monnet, G. and Gilmozzi, R. (2006). Status of the ESO ELT. In Whitelock, P., Dennefeld, M., and Leibundgut, B., editors, *The Scientific Requirements for Extremely Large Telescopes*, volume 232 of *IAU Symposium*, pages 429–431.
- [Morris et al., 2013] Morris, T., Gendron, E., Basden, A., Martin, O., Osborn, J., Henry, D., Hubert, Z., Sivo, G., Gratadour, D., Chemla, F., Sevin, A., Cohen, M., Younger, E., Vidal, F., Wilson, R., Batterley, T., Bitenc, U., Reeves, A., Bharmal, N., Raynaud, H.-F., Kulcsar, C., Conan, J.-M., Guzman, D., De Cos Juez, J., Huet, J.-M., Perret, D., Dickson, C., Atkinson, D., Baillie, T., Longmore, A., Todd, S., Talbot, G., Morris, S., Myers, R., and Rousset, G. (2013). Multiple Object Adaptive Optics : Mixed NGS/LGS tomography. In Esposito, S. and Fini, L., editors, *Proceedings of the Third AO4ELT Conference. Firenze, Italy, May 26-31, 2013, Eds. : Simone Esposito and Luca Fini Online at <http://ao4elt3.sciencesconf.org/>*, id. #114.
- [Morris et al., 2011] Morris, T., Hubert, Z., Chemla, F., Todd, S., Gendron, E., Huet, J.-M., Younger, E., Basden, A., Dipper, N., Geng, D., Atkinson, D., Marteaude, M., Longmore, A., Clark, P., Henry, D., Dickson, C., Vidal, F., Laporte, P., Dunlop, C., Cano, D., Talbot, G., Rousset, G., and Myers, R. (2011). CANARY Phase B : the LGS upgrade to the CANARY tomographic MOAO pathfinder. In Véran, J.-P., editor, *2nd AO4ELT conference*, Adaptive Optics for Extremely Large Telescopes, page 3P, Victoria, Canada.
- [Morris et al., 2012] Morris, T. J., Basden, A. G., Vidal, F., Reeves, A. P., Gendron, E., Myers, R. M., Hubert, Z., Younger, E. J., Longmore, A., Cohen, M., Dipper, N., Clark, P., Henry, D., Rousset, G. C., Todd, S. P., Chemla, F., Atkinson, D. C., Huet, J.-M., Stobie, B., and Dickson, C. J. (2012). Tests of open-loop LGS tomography with CANARY. In *Adaptive Optics Systems III*, volume 8447 of *Proc. SPIE* .
- [Myers et al., 2008] Myers, R. M., Hubert, Z., Morris, T. J., Gendron, E., Dipper, N. A., Kellerer, A., Goodsell, S. J., Rousset, G., Younger, E., Marteaude, M., Basden, A. G., Chemla, F., Guzman, C. D., Fusco, T., Geng, D., Le Roux, B., Harrison, M. A., Longmore, A. J., Young, L. K., Vidal, F., and Greenaway, A. H. (2008). CANARY : the on-sky NGS/LGS MOAO demonstrator for EAGLE. In N. Hubin, C. Max, P. W., editor, *Adaptive Optics Systems*, volume 7015 of *Proc. SPIE* .
- [Noll, 1976] Noll, R. J. (1976). Zernike polynomials and atmospheric turbulence. *JOSA*, 66 :207–211.
- [Osborn et al., 2010] Osborn, J., Wilson, R., Butterley, T., Shepherd, H., and Sarazin, M. (2010). Profiling the surface layer of optical turbulence with SLODAR. *M.N.R.A.S* , 406 :1405–1408.
- [Osborn et al., 2013] Osborn, J., Wilson, R., Shepherd, H., Butterley, T., Dhillon, V., and Avila, R. (2013). Stereo SCIDAR : Profiling atmospheric optical turbulence with improved altitude resolution. In Esposito, S. and Fini, L., editors, *Proceedings of the Third AO4ELT Conference*.
- [Parenti and Sasiela, 1994] Parenti, R. R. and Sasiela, R. J. (1994). Laser guide-star systems for astronomical applications. *Journal of the Optical Society of America A*, 11 :288–309.
- [Parisot et al., 2012] Parisot, A., Petit, C., Fusco, T., and Conan, J.-M. (2012). Experimental comparison of tomographic control schemes using the ONERA WFAO facility. In *Adaptive Optics Systems III*, volume 8447 of *Proc. SPIE* .
- [Piatrou and Gilles, 2005] Piatrou, P. and Gilles, L. (2005). Robustness study of the pseudo open-loop controller for multiconjugate adaptive optics. *Applied Optics* , 44 :1003–1010.

- [Quirós-Pacheco et al., 2010] Quirós-Pacheco, F., Conan, J.-M., and Petit, C. (2010). Generalized aliasing and its implications in modal gain optimization for multi-conjugate adaptive optics. *Journal of the Optical Society of America A*, 27(26) :A260000.
- [Ragazzoni, 1996] Ragazzoni, R. (1996). Pupil plane wavefront sensing with an oscillating prism. *Journal of Modern Optics*, 43 :289–293.
- [Ragazzoni, 1999] Ragazzoni, R. (1999). No Laser Guide Stars for adaptive optics in giant telescopes? *Astron. & Astrophys.* , 136 :205–209.
- [Ragazzoni et al., 2002] Ragazzoni, R., Diolaiti, E., Farinato, J., Fedrigo, E., Marchetti, E., Tordi, M., and Kirkman, D. (2002). Multiple field of view layer-oriented adaptive optics. Nearly whole sky coverage on 8 m class telescopes and beyond. *Astron. & Astrophys.* , 396 :731–744.
- [Ragazzoni et al., 1999] Ragazzoni, R., Marchetti, E., and Rigaut, F. (1999). Modal tomography for adaptive optics. *Astron. & Astrophys.* , 342 :L53–L56.
- [Reeves et al., 2012] Reeves, A. P., Myers, R. M., Morris, T. J., Basden, A. G., Bharmal, N. A., Rolt, S., Bramall, D. G., Dipper, N. A., and Younger, E. J. (2012). DRAGON : a wide-field multipurpose real time adaptive optics test bench. In *Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference Series*, volume 8447 of *Proc. SPIE* .
- [Rigaut, 2002] Rigaut, F. (2002). Ground Conjugate Wide Field Adaptive Optics for the ELTs. In Vernet, E., Ragazzoni, R., Esposito, S., and Hubin, N., editors, *European Southern Observatory Conference and Workshop Proceedings*, volume 58 of *European Southern Observatory Conference and Workshop Proceedings*, page 11.
- [Rigaut and Gendron, 1992] Rigaut, F. and Gendron, E. (1992). Laser guide star in adaptive optics - The tilt determination problem. *Astron. & Astrophys.* , 261 :677–684.
- [Rigaut et al., 1998] Rigaut, F. J., Véran, J.-P., and Lai, O. (1998). Analytical model for Shack-Hartmann-based adaptive optics systems. In D. Bonaccini & R. K. Tyson, editor, *Adaptive Optical System Technologies*, volume 3353 of *Proc. SPIE* , pages 1038–1048.
- [Rocca et al., 1974] Rocca, A., Roddier, F., and Vernin, J. (1974). Detection of atmospheric turbulent layers by spatiotemporal and spatioangular correlation measurements of stellar-light scintillation. *Journal of the Optical Society of America (1917-1983)*, 64 :1000–1004.
- [Roddier, 1981] Roddier, F. (1981). The effects of atmospheric turbulence in optical astronomy. *Progress in optics. Volume 19. Amsterdam, North-Holland Publishing Co., 1981, p. 281-376.*, 19 :281–376.
- [Roddier, 1999] Roddier, F. (1999). *Adaptive optics in astronomy*. Cambridge University Press.
- [Roddier and Roddier, 1988] Roddier, F. and Roddier, C. (1988). Curvature Sensing and Compensation : A New Concept in Adaptive Optics. In Ulrich, M.-H., editor, *European Southern Observatory Conference and Workshop Proceedings*, volume 30 of *European Southern Observatory Conference and Workshop Proceedings*, page 667.
- [Rousset et al., 1990] Rousset, G., Fontanella, J. C., Kern, P., Gigan, P., and Rigaut, F. (1990). First diffraction-limited astronomical images with adaptive optics. *Astron. & Astrophys.* , 230 :L29–L32.
- [Rousset et al., 2010] Rousset, G., Fusco, T., Assémat, F., Gendron, E., Morris, T., Robert, C., Myers, R., Cohen, M., Dipper, N., Evans, C., Gratadour, D., Jagourel, P., Laporte, P., Le Mignant, D., Puech, M., Schnetler, H., Taylor, W., Vidal, F., Cuby, J., Lehnert, M., Morris, S., and Parr-Burman, P. (2010). EAGLE MOAO system conceptual design and related technologies. In B. Ellerbroek, M. Hart, N. Hubin, P. Wizinowich, editor, *Adaptive Optics Systems II*, volume 7736 of *Proc. SPIE* .

- [Rousset et al., 2003] Rousset, G., Lacombe, F., Puget, P., Hubin, N. N., Gendron, E., Fusco, T., Arsenault, R., Charton, J., Feautrier, P., Gigan, P., Kern, P. Y., Lagrange, A.-M., Madec, P.-Y., Mouillet, D., Rabaud, D., Rabou, P., Stadler, E., and Zins, G. (2003). NAOS, the first AO system of the VLT : on-sky performance. In Wizinowich, P. L. and Bonaccini, D., editors, *Adaptive Optical System Technologies II*, volume 4839 of *Proc. SPIE* , pages 140–149.
- [Rousset et al., 1987] Rousset, G., Primot, J., and Fontanella, J. C. (1987). Visible wavefront sensor development. *LEST Foundation, Technical Report*, 28 :17–33.
- [Séchaud et al., 1988] Séchaud, M., Hubin, N., Brixon, L., Jalin, R., Foy, R., and Tallon, M. (1988). Laser Backscattered Reference Star for Atmospheric Wavefront Disturbances Measurement. In Ulrich, M.-H., editor, *European Southern Observatory Conference and Workshop Proceedings*, volume 30 of *European Southern Observatory Conference and Workshop Proceedings*, page 705.
- [Sivo et al., 2014] Sivo, G., Kulcsár, C., Conan, J.-M., Raynaud, H.-F., Gendron, E., Basden, A., Vidal, F., Morris, T., Meimon, S., Petit, C., Gratadour, D., Martin, O., Hubert, Z., Sevin, A., Perret, D., Chemla, F., Rousset, G., Dipper, N., Talbot, G., Younger, E., Myers, R., Henry, D., Todd, S., Atkinson, D., Dickson, C., and Longmore, A. (2014). First on-sky scao validation of full lqg control with vibration mitigation on the canary pathfinder. *Optics Express*.
- [Sorin and Thionet, 1968] Sorin, B. and Thionet, P. (1968). Lois de probabilités de bessel. *Revue de statistique appliquée*, 16(4) :65–72.
- [Tallon and Foy, 1990] Tallon, M. and Foy, R. (1990). Adaptive telescope with laser probe - Isoplanatism and cone effect. *Astron. & Astrophys.* , 235 :549–557.
- [Taylor, 1938] Taylor, G. I. (1938). The Spectrum of Turbulence. *Royal Society of London Proceedings Series A*, 164 :476–490.
- [Thomas et al., 2006] Thomas, S., Fusco, T., Tokovinin, A., Nicolle, M., Michau, V., and Rousset, G. (2006). Comparison of centroid computation algorithms in a Shack-Hartmann sensor. *M.N.R.A.S* , 371 :323–336.
- [Véran, 1997] Véran, J. P. (1997). PhD thesis, , École Nationale Supérieure des Télécommunications, France, (1997).
- [Vernet et al., 2012] Vernet, E., Cayrel, M., Hubin, N., Mueller, M., Biasi, R., Gallieni, D., and Tintori, M. (2012). Specifications and design of the E-ELT M4 adaptive unit. In *Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference Series*, volume 8447 of *Proc. SPIE* .
- [Viard et al., 1999] Viard, E., Delplancke, F., Hubin, N. N., and Ageorges, N. (1999). LGS Na spot elongation and Rayleigh scattering effects on Shack-Hartmann wavefront sensor performances. In Tyson, R. K. and Fugate, R. Q., editors, *Adaptive Optics Systems and Technology*, volume 3762 of *Proc. SPIE* , pages 8–19.
- [Vidal, 2009] Vidal, F. (2009). *Calibrations et reconstruction tomographique en optique adaptative multi-objet pour l’astronomie : Application au démonstrateur CANARY*. PhD thesis, Observatoire de Paris.
- [Vidal et al., 2011] Vidal, F., Gendron, E., Brangier, M., Morris, T., Basden, A., Myers, R., Rousset, G., Hubert, Z., Chemla, F., Longmore, A., Butterley, T., Dipper, N., Dunlop, C., Geng, D., Gratadour, D., Henry, D., Laporte, P., Looker, N., Perret, D., Sevin, A., Talbot, G., and Younger, E. (2011). Detailed analysis of the first MOAO results obtained by CANARY at the WHT. In Véran, J.-P., editor, *2nd AO4ELT conference*, Adaptive Optics for Extremely Large Telescopes, page 7P, Victoria.

- [Vidal et al., 2014] Vidal, F., Gendron, E., Rousset, Morris, T., Basden, A., Myers, R., Brangier, M., Chemla, F., Dipper, N., Gratadour, D., Henry, D., Hubert, Z., Longmore, A., Martin, O., Talbot, G., and Younger, E. (2014). Analysis of on-sky MOAO performance of CANARY using natural guide stars. *Astron. & Astrophys.* .
- [Vidal et al., 2010] Vidal, F., Gendron, E., and Rousset, G. (2010). Tomography approach for multi-object adaptive optics. *JOSA A*, 27 :A253–A264.
- [von Karman, 1948] von Karman, T. (1948). Progress in the Statistical Theory of Turbulence. *Proceedings of the National Academy of Science*, 34 :530–539.
- [Voyez et al., 2014] Voyez, J., Robert, C., Conan, J.-M., Mugnier, L. M., Samain, E., and Ziad, A. (2014). First on-sky results of the CO-SLIDAR Cn2 profiler. *Optics Express*, 22 :10948.
- [Voyez et al., 2012] Voyez, J., Robert, C., Michau, V., Conan, J.-M., and Fusco, T. (2012). Accurate measurement of Cn2 profile with Shack-Hartmann data. In *Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference Series*, volume 8447 of *Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference Series*.
- [Wilson, 2002] Wilson, R. W. (2002). SLODAR : measuring optical turbulence altitude with a Shack-Hartmann wavefront sensor. *M.N.R.A.S* , 337 :103–108.
- [Winker, 1991] Winker, D. M. (1991). Effect of a finite outer scale on the Zernike decomposition of atmospheric optical turbulence. *Journal of the Optical Society of America A*, 8 :1568–1573.
- [Yura, 1973] Yura, H. T. (1973). Short-term average optical-beam spread in a turbulent medium. *Journal of the Optical Society of America (1917-1983)*, 63 :567.

L'avènement des télescopes de classe de 30 à 40 m va permettre de pousser les limites de l'instrumentation actuelle, pour notamment étudier la formation et l'évolution des galaxies primordiales de l'univers. Le concept d'optique adaptative multi-objet (MOAO) a alors été proposé pour la conception des futurs spectrographes multi-objet dans l'infra-rouge de l'E-ELT. Cette nouvelle technique d'optique adaptative repose sur un contrôle en boucle ouverte du miroir déformable, ainsi que sur une procédure de reconstruction tomographique du front d'onde dans les directions d'intérêts. La MOAO a donc besoin d'être validée sur le ciel, rôle qui a été assigné au démonstrateur CANARY.

Cet instrument est doté de trois voies d'analyse du front d'onde sur des étoiles guides naturelles, ainsi que de quatre voies sur des étoiles guides lasers. À partir des mesures de ces analyseurs, l'algorithme Learn & Apply développé pour CANARY estime les mesures d'un analyseur sur l'axe, communément appelé le *Truth Sensor*. Grâce à cette reconstruction, il devient possible de piloter le miroir déformable de CANARY dans la direction de correction du front d'onde. Le but de l'expérience est alors de démontrer la faisabilité technique de la MOAO, et de chiffrer les performances de la reconstruction tomographique et du contrôle en boucle ouverte sur le ciel.

Cette thèse s'inscrit dans ce contexte, et a pour but de donner des éléments de réponse aux interrogations actuelles concernant la MOAO. Premièrement, ce manuscrit donne une extension de l'identification et la synthèse du reconstructeur tomographique pour les étoiles lasers. Deuxièmement, cette thèse donne des outils sur la caractérisation des performances tomographiques et sur la modélisation d'un système de MOAO. Une analyse détaillée des reconstructeurs tomographiques est présentée, ainsi qu'une discussion sur les stratégies tomographiques d'identification du profil turbulent.

Troisièmement la thèse a consisté à recueillir des données sur le ciel de CANARY au *William Hershel Telescope* aux îles Canaries, puis à les exploiter pour évaluer les performances de la MOAO sur le ciel. Une analyse statistique de la profilométrie de la turbulence et des performances est discutée, et porte notamment sur la comparaison des résultats obtenus en MOAO avec ceux obtenus en SCAO et GLAO pour évaluer l'impact de la tomographie et des étoiles laser sur la performance finale.