



**HAL**  
open science

# Prévision des flux de chaleur turbulents et pariétaux par des simulations instationnaires pour des écoulements turbulents chauffés

S. Didorally

## ► To cite this version:

S. Didorally. Prévision des flux de chaleur turbulents et pariétaux par des simulations instationnaires pour des écoulements turbulents chauffés. Mécanique des fluides [physics.class-ph]. Institut Supérieur de l'Aéronautique et de l'Espace - ISAE, 2014. Français. NNT: . tel-01055867

**HAL Id: tel-01055867**

**<https://theses.hal.science/tel-01055867>**

Submitted on 13 Aug 2014

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



Université  
de Toulouse

# THÈSE

En vue de l'obtention du

## DOCTORAT DE L'UNIVERSITÉ DE TOULOUSE

Délivré par :

Institut Supérieur de l'Aéronautique et de l'Espace (ISAE)

---

**Présentée et soutenue par :**

**Sheddia DIDORALLY**

**le** mardi 6 mai 2014

**Titre :**

Prévision des flux de chaleur turbulents et pariétaux par des simulations  
instationnaires dans des écoulements turbulents chauffés

---

**École doctorale et discipline ou spécialité :**

ED MEGEP : Dynamique des fluides

**Unité de recherche :**

Équipe d'accueil ISAE-ONERA EDyF

**Directeur(s) de Thèse :**

M. Pierre MILLAN

**Jury :**

M. Jean-Luc BATTAGLIA - Rapporteur

M. Hervé BEZARD - Encadrant ONERA

M. Marc BUFFAT - Rapporteur

Mme Eva DORIGNAC - Examinateur

M. Thomas FEDERICI - Examinateur

M. Pierre MILLAN - Directeur de thèse





Université  
de Toulouse



Institut Supérieur de l'Aéronautique et de l'Espace  
École doctorale : Mécanique, Énergétique, Génie civil et Procédés

## THÈSE DE DOCTORAT

en vue de l'obtention d'un titre de docteur en Dynamique des fluides

Directeur de thèse : Pierre MILLAN

Encadrant : Hervé BÉZARD

---

Prévision des flux de chaleur turbulents et pariétaux par des simulations  
instationnaires pour des écoulements turbulents chauffés

---

Sheddia Didorally





# Remerciements

Je voudrais tout d'abord exprimer toute ma gratitude envers les membres de mon jury de thèse pour leur présence à ma soutenance et leur évaluation du travail réalisé. Je remercie en particulier Eva DORIGNAC d'avoir présidé mon jury. J'associe également ces remerciements à Jean-Luc BATTAGLIA et Marc BUFFAT, les rapporteurs de ce mémoire, qui m'ont apportée des remarques et des commentaires très instructifs sur mon travail. Je souhaite aussi remercier Thomas FEDERICI qui a amené un point de vue industriel par sa présence.

J'adresse mes sincères remerciements à mon directeur de thèse Pierre MILLAN qui m'a accueillie au sein du DMAE et a permis le bon déroulement de ma thèse sur ce sujet très intéressant. Je remercie chaleureusement mon encadrant Hervé BÉZARD pour ses conseils qui ont contribué à l'aboutissement de ces travaux.

Je souhaite également remercier Emmanuel LAROCHE qui a contribué à ce travail par la réalisation de calculs de conduction ainsi que Michel GAZAIX pour son aide précieuse concernant toutes les facettes de l'implémentation dans *elsA*. Je voudrais en particulier remercier Hugues DENIAU qui a eu la gentillesse de consacrer du temps à la problématique de jet impactant malheureusement absente de ce manuscrit par manque de temps. Je remercie aussi Bertrand MICHEL et Vincent BRUNET qui m'ont respectivement aiguillé sur l'utilisation des schémas numériques AUSM+ et de la ZDES.

Je remercie sincèrement l'ensemble du personnel du DMAE et notamment Corinne PLANTADE ainsi que Valérie DUPLESSIS qui ont participé au bon déroulement de ma thèse du point de vue administratif par leur gentillesse et leur disponibilité.

Ces trois années à l'ONERA ont également été l'occasion de belles rencontres.

Merci à Daniel ARNAL qui a égayé mes journées par sa bonne humeur, de même qu'à Olivier VERMEERSCH, Hugues DENIAU et Maxime FORTE (j'aimais finalement beaucoup tes chemises et polos quoi que j'ai pu en dire) qui ont participé aux joyeux moments et bons souvenirs que j'ai pu avoir à l'ONERA.

Je remercie l'ensemble des doctorants et stagiaires que j'ai cotoyés à l'ONERA avec qui j'ai partagé des pauses café, des parties de coinche et de pétanque, des séances de cinéma et plus généralement des soirées inoubliables. Dans cette liste trop longue à énumérer, mes pensées vont à : Farid BENYOUCEF, Julien APELOIG, Julien MARTY, Hélène PARISOT-DUPUIS, Olivier LÉON, Julien PRIMUS, Guillaume COTTIN, Pierrick HARDY, Lucas PASCAL, Emma CRONER, Violaine TODOROFF, Ysolde PREVEREAUD, Javier RODRIGUEZ SANCHEZ, Cécile DUTRION, David VANPOUILLE, Bertrand GAZANION, Jean-Michel LUCAS, Gustavo ARROYO-CALLEJO, Vincent POPIE, Maxime ITASSE, Henri GARIH, Rémi CHAUVIN, Gianluca LAVALLE, Alexandre MINOT, François LAURENDEAU, François NICOLAS, Natacha SZULGA, Oleguer BERENGUE LLONCH, Pierre GRENSON et Julien DEBORDE.

Parmi eux, mes remerciements vont en particulier à Cécile avec qui j'ai partagé un magnifique voyage en Argentine, des footings, des goûters et autres ; à Vincent dit "Popiette" pour les soirées

notamment à la cale sèche ou encore à Bertrand qui m'a initiée à Inkscape (spéciale dédicace à toi pour les figures du manuscrit) et fait découvrir les spectacles d'impro. Je tiens aussi à remercier mes deux supers cobureaux "Bluebacca" et "Edouardo", vos arrivées dans le bureau ont égayé mes journées. Merci pour les délires, les craquages, les biscuits et la bonne humeur dans le bureau : vous allez énormément me manquer ! Je vous souhaite à tous les deux le meilleur pour la suite de vos thèses et votre avenir. Jean-Michel, je n'attends rien d'autre que le prix Nobel (au pire, il restera tes 1% de mes gains au Loto). Quant à toi Gustavo, je ne doute pas que tu feras une thèse brillante mais si tu cherches à te reconvertir un jour, l'élaboration de cocktails reste ton atout majeur (vodka/pastèque, vin/coca, sangria et j'en passe).

Mes pensées les plus tendres vont à mon chéri, David. Ta présence à mes côtés a été d'un grand réconfort dans les moments les plus difficiles de la thèse et surtout cette dernière année. Merci pour ton soutien, ta patience et ton amour qui m'ont été indispensables.

Enfin, je termine mes remerciements par mes parents qui m'ont toujours soutenue et m'ont permis de parvenir à ce niveau d'étude. Je remercie mon père qui nous a quitté il y a peu et à qui je dois tout. Tu as été mon modèle, mon moteur, mon pilier et si aujourd'hui j'en suis là c'est grâce à toi et c'est pour toi.

*À mon père bien-aimé, ce héros au sourire si doux.*





# Table des matières

Remerciements	iii
Table des matières	xi
Liste des figures	xvi
Liste des tableaux	xvii
Nomenclature	1
Introduction	5
<b>I Étude bibliographique</b>	<b>9</b>
<b>1 Simulation numérique de la turbulence</b>	<b>11</b>
1.1 Introduction	12
1.2 Modèles URANS couramment utilisés	14
1.2.1 Modélisation à viscosité turbulente	16
1.2.1.1 Modèle à une équation de transport de Spalart-Allmaras	17
1.2.1.2 Modèles à deux équations de transport $k - \omega$	17
1.2.2 Modélisation aux tensions de Reynolds	21
1.2.2.1 Les modèles DRSM	21
1.2.2.2 Le modèle DRSM SSG- $\omega$	22
1.3 Large-Eddy Simulation (LES) : une technique en devenir	25
1.3.1 Formalisme mathématique	25
1.3.2 Limites et résolution à la paroi	27
1.4 Zonal Detached Eddy simulation : une méthode hybride RANS/LES	29
1.4.1 Detached-Eddy Simulation (DES)	30
1.4.2 Delayed Detached-Eddy Simulation (DDES)	32
1.4.3 Zonal Detached-Eddy Simulation (ZDES)	33
1.5 Scale-Adaptive Simulation (SAS) : une approche URANS avancée	37
1.5.1 Scale Adaptive Simulation	37
1.5.2 Correction $\alpha L$	40
1.6 Bilan sur les méthodes de simulation numérique de la turbulence	43
<b>2 Présentation des configurations d'étude</b>	<b>45</b>
2.1 Introduction	46
2.2 Barreau chauffé dans un écoulement transverse à haut nombre de Reynolds	47
2.2.1 Topologie de l'écoulement à haut Reynolds	48
2.2.1.1 Couches cisillées	48
2.2.1.2 Sillage	49

2.2.2	Comportement fréquentiel . . . . .	50
2.2.3	Travaux existants pour un barreau chauffé à haut Reynolds . . . . .	52
2.3	Jet débouchant dans un écoulement transverse . . . . .	54
2.3.1	Caractéristiques de l'écoulement . . . . .	54
2.3.2	Tourbillons de la couche cisailée . . . . .	56
2.3.3	Tourbillons en fer à cheval . . . . .	56
2.3.4	Paire de tourbillons contrarotatifs . . . . .	56
2.3.5	Tourbillons de sillage . . . . .	57
2.3.6	Arches tourbillonnaires . . . . .	57
2.4	Cube chauffé refroidi par un jet et un écoulement transverse . . . . .	58
2.4.1	Refroidissement du cube . . . . .	60
<b>II Moyens et méthodes</b>		<b>63</b>
3	Analyse des données issues de simulations instationnaires	65
3.1	Caractérisation d'un signal turbulent et statistiques dans l'espace physique . . . . .	66
3.1.1	Classification d'un signal turbulent . . . . .	66
3.1.2	Statistiques dans l'espace physique . . . . .	66
3.2	Statistiques dans l'espace spectral . . . . .	67
3.2.1	Représentation spectrale de la turbulence . . . . .	68
3.2.2	Densité spectrale de puissance . . . . .	69
3.2.3	Estimation par la méthode de Welch . . . . .	70
3.3	Analyse temps-échelles . . . . .	71
3.3.1	Ondelettes . . . . .	73
3.3.2	Décomposition en ondelettes continue . . . . .	74
3.3.3	Transformation en ondelettes discrète ou analyse multi-résolution . . . . .	75
4	Extension de l'approche SAS à un modèle DRSM et implantation dans <i>elsA</i>	81
4.1	Proposition d'extension de l'approche SAS à un modèle DRSM . . . . .	82
4.1.1	Intérêts des approches SAS existantes et des modèles DRSM . . . . .	82
4.1.2	Proposition d'un modèle SAS-DRSM . . . . .	82
4.2	Implantation du modèle SAS-DRSM dans le solveur <i>elsA</i> . . . . .	83
4.2.1	Architecture du module de travail dans <i>elsA</i> et méthode de programmation . . . . .	83
4.2.1.1	Présentation d' <i>elsA</i> . . . . .	83
4.2.1.2	Architecture du module <i>Rsm</i> . . . . .	84
4.2.1.3	Choix de la méthode de programmation . . . . .	85
4.2.2	Étapes de la programmation . . . . .	85
4.2.2.1	Analyse du problème . . . . .	85
4.2.2.2	Principales modifications dans le fichier <i>TurRSMBase.C</i> . . . . .	87
4.2.2.3	Principales modifications du fichier <i>TurScaleMenterEq.C</i> . . . . .	87
4.2.2.4	Routine associée au calcul de $Q_{SAS-DRSM}$ . . . . .	88
4.2.3	Utilisation du modèle dans <i>elsA</i> . . . . .	88
<b>III Évaluation des approches SAS sur des écoulements aérothermiques</b>		<b>91</b>
5	Étude d'un barreau chauffé dans un écoulement transverse	93
5.1	Introduction . . . . .	94
5.2	Projet ATRAN . . . . .	95
5.2.1	Présentation du projet ATRAN . . . . .	95
5.2.2	Montage expérimental de l'expérience A du projet ATRAN . . . . .	95

5.2.2.1	Moyens d'essai et barreau . . . . .	95
5.2.2.2	Moyens de mesure . . . . .	96
5.3	Démarche numérique . . . . .	97
5.3.1	Domaine de calcul . . . . .	97
5.3.2	Choix des paramètres et conditions de simulation . . . . .	101
5.3.2.1	Réglage du préconditionneur . . . . .	102
5.3.2.1.1	Influence du paramètre $\beta$ . . . . .	102
5.3.2.1.2	Influence du paramètre $gkd$ . . . . .	105
5.3.2.2	Évaluation de modèles à viscosité turbulente . . . . .	106
5.3.2.3	Influence du schéma spatial . . . . .	107
5.3.2.4	Bilan sur le choix des paramètres de simulation . . . . .	111
5.4	Simulations avec les modèles $k - \omega$ SST, DRSM et SAS sur le maillage 1 . . . . .	112
5.4.1	Dynamique de l'écoulement . . . . .	112
5.4.1.1	Visualisation des structures de l'écoulement . . . . .	112
5.4.1.2	Champ dynamique . . . . .	114
5.4.1.2.1	Champ moyen . . . . .	114
5.4.1.2.2	Champ turbulent . . . . .	116
5.4.1.3	Analyse fréquentielle . . . . .	121
5.4.2	Analyse thermique de l'écoulement . . . . .	128
5.4.2.1	Visualisation des structures thermiques turbulentes . . . . .	128
5.4.2.2	Flux de chaleur pariétal . . . . .	129
5.4.3	Bilan de l'étude sur le maillage 1 . . . . .	132
5.5	Simulations avec les modèles DRSM, SAS et ZDES sur le maillage 2 . . . . .	134
5.5.1	Dynamique de l'écoulement . . . . .	134
5.5.1.1	Visualisation des structures de l'écoulement . . . . .	134
5.5.1.2	Champ dynamique . . . . .	135
5.5.1.2.1	Champ moyen . . . . .	135
5.5.1.2.2	Champ turbulent . . . . .	138
5.5.1.3	Analyse fréquentielle . . . . .	142
5.5.1.3.1	Comportement fréquentiel . . . . .	142
5.5.1.3.2	Analyse multi-échelles . . . . .	142
5.5.2	Analyse de la thermique . . . . .	150
5.5.2.1	Visualisation des structures thermiques turbulentes . . . . .	150
5.5.2.2	Flux de chaleur pariétal . . . . .	150
5.5.2.3	Flux de chaleur turbulent . . . . .	152
5.6	Conclusions de l'étude . . . . .	155
<b>6</b>	<b>Étude d'un barreau chauffé refroidi par un jet et un écoulement transverse</b> . . . . .	<b>157</b>
6.1	Introduction . . . . .	158
6.2	Montage expérimental de l'expérience B du projet ATRAN . . . . .	158
6.2.1	Moyens d'essai et barreau . . . . .	158
6.2.2	Moyens de mesure . . . . .	159
6.3	Démarche numérique . . . . .	160
6.3.1	Domaine de calcul . . . . .	160
6.3.2	Paramètres et conditions de simulation . . . . .	165
6.4	Simulations avec les modèles DRSM, SAS et ZDES . . . . .	166
6.4.1	Dynamique de l'écoulement . . . . .	166
6.4.1.1	Visualisation des structures de l'écoulement . . . . .	166
6.4.1.2	Champ moyen . . . . .	168
6.4.1.3	Analyse fréquentielle . . . . .	172
6.4.1.3.1	Écoulement sur le barreau . . . . .	172

6.4.1.3.2	Écoulement du jet . . . . .	174
6.4.2	Analyse thermique de l'écoulement . . . . .	177
6.4.2.1	Visualisation des structures thermiques turbulentes . . . . .	177
6.4.2.2	Flux de chaleur pariétal . . . . .	178
6.5	Bilan de l'étude . . . . .	185
<b>Conclusion et perspectives</b>		<b>187</b>
<b>IV Annexes</b>		<b>191</b>
<b>Annexe LES</b>		<b>193</b>
A	Les filtres utilisés en LES . . . . .	193
A.1	Les propriétés des filtres . . . . .	193
A.2	Les filtres couramment utilisés . . . . .	193
B	Des modèles de sous-maille couramment utilisés pour la viscosité . . . . .	194
B.1	Le modèle de Smagorinsky . . . . .	194
B.2	Le modèle dynamique de Germano . . . . .	195
B.3	Le modèle WALE (Wall-Adapting Local Eddy-viscosity) . . . . .	196
B.4	Les modèles de fonction de structure . . . . .	197
B.5	Les modèles à une équation dynamique . . . . .	198
<b>Annexe <i>elsA</i></b>		<b>201</b>
C	Équations de Navier-Stokes dans <i>elsA</i> . . . . .	201
D	Équations de Navier-Stokes moyennées dans <i>elsA</i> . . . . .	202
E	Discrétisation spatiale dans <i>elsA</i> . . . . .	203
E.1	Discrétisation spatiale des équations de Navier-Stokes . . . . .	203
E.2	Discrétisation des flux convectifs . . . . .	204
E.2.1	Schéma centré de Jameson avec dissipation artificielle . . . . .	204
E.2.2	Schéma décentré de Roe . . . . .	206
E.2.3	Schéma "Advection Upstream Splitting Method" (AUSM) . . . . .	208
E.3	Discrétisation des flux diffusifs . . . . .	210
E.4	Discrétisation des équations de transport des grandeurs turbulentes . . . . .	210
F	Intégration temporelle du système d'équations . . . . .	210
F.1	Schéma d'Euler rétrograde . . . . .	210
F.2	Schéma de Gear . . . . .	211
G	Principe du préconditionneur basse vitesse dans <i>elsA</i> . . . . .	211
<b>Annexe de l'étude d'un barreau chauffé dans un écoulement transverse</b>		<b>213</b>
H	Étude sur le maillage 1 . . . . .	213
H.1	Champ moyen . . . . .	213
H.2	Analyse fréquentielle . . . . .	214
I	Étude sur le maillage 2 . . . . .	217
I.1	Effets de maillage pour les approches SAS . . . . .	217
I.1.1	Visualisation des structures de l'écoulement . . . . .	217
I.1.2	Champ dynamique . . . . .	218
I.1.2.1	Champ moyen . . . . .	218
I.1.2.2	Champ turbulent . . . . .	219
I.1.3	Analyse thermique . . . . .	222
I.1.3.1	Visualisation des structures thermiques . . . . .	222
I.1.3.2	Flux de chaleur . . . . .	224
I.2	Analyse fréquentielle des couches cisailées . . . . .	225

J	Ressources et temps de calcul . . . . .	227
J.1	Maillage 1 . . . . .	227
J.2	Maillage 2 . . . . .	228
<b>Annexe de l'étude d'un barreau chauffé refroidi par un jet et un écoulement transverse</b>		<b>231</b>
K	Ressources et temps de calcul . . . . .	231
<b>Bibliographie</b>		<b>233</b>



# Table des figures

1	Localisation du compartiment core (en jaune) . . . . .	5
1.1	Spectre de turbulence et cascade d'énergie . . . . .	12
1.2	Classification des méthodes de simulation de la turbulence . . . . .	13
1.3	Distribution de pression sur un profil d'aile RAE 2822 à bord de fuite arrondi . . . . .	18
1.4	Profils de vitesse sur l'extrados d'un NACA 4412 . . . . .	20
1.5	Distribution de pression sur une aile M6 . . . . .	24
1.6	Schéma du découpage LES d'un spectre d'énergie cinétique turbulente . . . . .	25
1.7	Isosurface de vorticité des solutions instantanées obtenus sur le F18C . . . . .	30
1.8	Zone de décollement sur un profil d'aile en simulation RANS et DES . . . . .	31
1.9	Coefficient de frottement pour une simulation DES de marche descendante . . . . .	32
1.10	Stratégie de calcul ZDES autour d'une configuration hypersustentée . . . . .	33
1.11	Classification des configurations d'écoulement pour la ZDES . . . . .	34
1.12	Stratégie de calcul ZDES autour d'une configuration hypersustentée (formulation 2012) . . . . .	36
1.13	Structures résolues pour l'écoulement sur un cylindre $Re = 3,6.10^6$ . . . . .	41
1.14	Structure de l'écoulement sur une marche descendante . . . . .	41
1.15	Iso-surfaces du critère Q pour l'écoulement sur une marche descendante . . . . .	42
2.1	Schéma de l'écoulement autour d'un barreau à haut nombre de Reynolds . . . . .	47
2.2	Instabilités de Kelvin-Helmholtz � $Re=22000$ . . . . .	49
2.3	Lignes de courant pour différentes phases dans la couche cisailée . . . . .	49
2.4	Topologie du sillage 3D d'un barreau à haut Reynolds . . . . .	50
2.5	Isosurfaces du critère Q colorées par la vorticité axiale à $Re=1500$ . . . . .	51
2.6	Déformation des structures primaires dans le sillage . . . . .	51
2.7	Nombre de Nusselt local sur un barreau chauffé à diff�rent Reynolds . . . . .	53
2.8	Grandeurs moyennées en phase à 4 angles de phase différents . . . . .	53
2.9	Schéma de l'écoulement moyen d'un jet débouchant . . . . .	54
2.10	Schéma des structures instantanées dans un jet débouchant . . . . .	56
2.11	Tourbillons de la couche cisailée vus en coupe dans le plan xz . . . . .	56
2.12	Tourbillons en fer à cheval vus en coupe . . . . .	57
2.13	Tourbillons de sillage vus en coupe . . . . .	57
2.14	Arches tourbillonnaires dans un jet débouchant . . . . .	58
2.15	Schéma d'un cube chauffé refroidi par un jet et un écoulement transverse . . . . .	59
2.16	Schéma des structures autour d'un cube refroidi par un jet et un écoulement transverse . . . . .	60
2.17	Lignes de courant sur un cube refroidi par un jet et un écoulement transverse . . . . .	60
2.18	Champ de température moyenne à la surface du cube . . . . .	61
3.1	Schéma du pavage temps-fréquence pour la transformée en ondelettes discrète . . . . .	72
3.2	Ondelette de Haar et transformations . . . . .	74
3.3	Partie réelle de l'ondelette de Morlet complexe et spectre associé à différents $\omega_c\sigma$ . . . . .	75
3.4	Schéma de l'algorithme d'analyse multi-résolution . . . . .	79
3.5	Schéma de l'algorithme de transformation inverse . . . . .	80



3.6	Ondelettes de Daubechies pour différents nombres de moments nuls . . . . .	80
4.1	Schéma de fonctionnement du système <i>Rsm</i> du noyau d' <i>elsA</i> . . . . .	86
4.2	Graficet du processus de calcul et d'ajout de $Q_{SAS-DRSM}$ au terme source . . . . .	88
4.3	Graficet du processus de calcul de $Q_{SAS-DRSM}$ par <i>sas_rsm()</i> . . . . .	89
5.1	Vues en coupe du montage expérimental . . . . .	96
5.2	Montage PIV . . . . .	97
5.3	Montage thermographie infrarouge de l'expérience A . . . . .	97
5.4	Configuration barreau chauffé . . . . .	97
5.5	Maillage près du barreau (maillage 1) . . . . .	98
5.6	Profil de température imposé aux paroi . . . . .	98
5.7	Vue des maillages 1 et 2 dans le plan médian du barreau . . . . .	99
5.8	Schéma des sondes numériques placées dans l'écoulement autour du barreau . . . . .	100
5.9	Champ de température issu du calcul de conduction dans le barreau . . . . .	101
5.10	Comparaison des données PIV et du champs moyen de vitesse axiale selon $\beta$ avec le modèle $k - \omega$ SST en 2D . . . . .	102
5.11	Vitesse moyenne axiale $U_{moy}$ sur la ligne médiane avec différents $\beta$ . . . . .	103
5.12	Fluctuations RMS de vitesse résolues sur la ligne médiane avec différents $\beta$ . . . . .	104
5.13	Flux de chaleur pariétal ( $W.m^{-2}$ ) moyenné en temps et en espace avec différents $\beta$ . . . . .	104
5.14	Vitesse moyenne axiale $U_{moy}$ sur la ligne médiane avec différents $gkd$ . . . . .	105
5.15	Fluctuations RMS de vitesse résolues sur la ligne médiane avec différents $gkd$ . . . . .	105
5.16	Flux de chaleur pariétal ( $W.m^{-2}$ ) moyenné en temps et en espace selon $gkd$ . . . . .	106
5.17	Comparaison des données PIV et du champs moyen de vitesse axiale en 2D . . . . .	107
5.18	Vitesse moyenne axiale $U_{moy}$ sur la ligne médiane pour différents modèles . . . . .	108
5.19	Fluctuations RMS de vitesse sur la ligne médiane pour différents modèles . . . . .	108
5.20	Flux de chaleur pariétal ( $W.m^{-2}$ ) moyenné en temps et en espace pour différents modèles . . . . .	109
5.21	Iso-surfaces du critère Q pour différents schémas . . . . .	109
5.22	Vitesse moyenne axiale $U_{moy}$ sur la ligne médiane pour différents schémas spatiaux . . . . .	110
5.23	Niveaux RMS des fluctuations de vitesse résolues sur la ligne médiane pour différents schémas spatiaux . . . . .	111
5.24	Flux de chaleur pariétal ( $W.m^{-2}$ ) moyenné en temps et en espace pour différents schémas spatiaux . . . . .	111
5.25	Iso-surfaces du critère Q sur le maillage 1 . . . . .	113
5.26	Comparaison du champ moyen de vitesse axiale aux données PIV sur le maillage 1 . . . . .	114
5.27	Profil de vitesse moyenne axiale à $x/d = 0,5$ pour le maillage 1 . . . . .	115
5.28	Vitesse moyenne axiale $U_{moy}$ sur la ligne médiane pour le maillage 1 . . . . .	115
5.30	Niveaux RMS des fluctuations de vitesse totales à $x/d = 0,5$ dans la partie supérieure sur le maillage 1 . . . . .	118
5.31	Niveaux RMS des fluctuations de vitesse à $x/d = 0,5$ dans la partie inférieure sur le maillage 1 . . . . .	118
5.32	Niveaux RMS des fluctuations de vitesse totales sur la ligne médiane pour le maillage 1 . . . . .	119
5.33	Niveaux RMS des fluctuations de vitesse totales à $x/d = 2$ sur le maillage 1 . . . . .	119
5.34	Niveaux RMS des fluctuations de vitesse totales à $x/d = 3$ sur le maillage 1 . . . . .	120
5.35	Niveaux RMS des fluctuations de vitesse totales à $x/d = 5$ sur le maillage 1 . . . . .	120
5.36	DSP de $u'_1 u'_1$ dans le sillage sur le maillage 1 . . . . .	123
5.37	DSP de $u'_1 u'_1$ dans la couche cisailée supérieure sur le maillage 1 . . . . .	124
5.38	Iso-contours du critère Q dans la couche cisailée supérieure pour le modèle SAS-DRSM (M1) . . . . .	125
5.39	Module du coefficient de la transformée en ondelettes continue sur le maillage 1 . . . . .	127
5.40	Moyenne du coefficient $C_m(f, \tau)$ obtenu à la sonde $KH_{sup1}$ pour le maillage 1 . . . . .	128
5.41	Iso-surfaces de température sur le maillage 1 . . . . .	129

5.42	Flux de chaleur pariétal ( $W.m^{-2}$ ) moyenné en temps et en espace pour le maillage 1	130
5.43	Lignes de courant dans le plan $z = 0 m$ en moyenne de phase sur le maillage 1	131
5.44	Flux de chaleur pariétal ( $W.m^{-2}$ ) sur les arêtes supérieure et inférieure pour le maillage 1	131
5.45	Iso-surfaces du critère Q sur le maillage 2	134
5.46	Comparaison des données PIV et du champs moyen de vitesse axiale	136
5.47	Profil de vitesse moyenne axiale à $x/d = 0,5$ pour le maillage 2	136
5.48	Vitesse moyenne axiale $U_{moy}$ sur la ligne médiane pour le maillage 2	137
5.50	Niveaux RMS des fluctuations de vitesse totales à $x/d = 0,5$ dans la partie supérieure sur le maillage 2	139
5.51	Niveaux RMS des fluctuations de vitesse totales à $x/d = 0,5$ dans la partie inférieure sur le maillage 2	139
5.52	Niveaux RMS des fluctuations de vitesse totales sur la ligne médiane pour le maillage 2	140
5.53	Niveaux RMS des fluctuations de vitesse totales à $x/d = 2$ sur le maillage 2	140
5.54	Niveaux RMS des fluctuations de vitesse totales à $x/d = 3$ sur le maillage 2	141
5.55	Niveaux RMS des fluctuations de vitesse totales à $x/d = 5$ sur le maillage 2	141
5.56	DSP de $u'_1 u'_1$ dans le sillage sur le maillage 2	142
5.57	Signal $u'_1(t)$ à la sonde P3 et son approximation au niveau 10	143
5.58	Détails et spectres associés aux modes 1, 5, 8 et 9	144
5.59	Rotationnel adimensionné suivant $y$ pour le mode 8 sur le maillage 2	146
5.60	Rotationnel adimensionné suivant $y$ pour le mode 7 sur le maillage 2	147
5.61	Rotationnel adimensionné suivant $y$ pour le mode 6 sur le maillage 2	148
5.62	Rotationnel adimensionné suivant $y$ pour le mode 5 sur le maillage 2	149
5.63	Iso-surfaces de température sur le maillage 2	151
5.64	Flux de chaleur pariétal moyenné en temps et en espace	151
5.65	Contours de $\nu_i^{tot}$ , $\kappa_i^{tot}$ et $Pr_i^{tot}$ pour les modèles SAS-DRSM et SAS- $\alpha L$ sur le maillage 2	153
5.66	Contours de $u_p v_p$ et $v_p T_p$ (résolus+modélisés) pour les modèles SAS-DRSM et SAS- $\alpha L$ sur le maillage 2	154
6.1	Schéma de la sortie du jet dans le plan médian ( $z = 0 m$ )	159
6.2	Montage PIV de l'expérience B	159
6.3	Montage thermographie infrarouge de l'expérience B	160
6.4	Configuration barreau chauffé dans un écoulement transverse refroidi par un jet	160
6.5	Maillage autour du barreau dans le plan médian et dans la zone de jet	162
6.6	Coupes du maillage dans la zone d'interaction entre le jet et le barreau et sur la paroi inférieure du barreau pour $-d < z < d$	162
6.7	Profil de vitesse en entrée du jet	162
6.8	Champs de température expérimental et extrapolé aux parois du barreau	163
6.9	Champ de température dans le barreau issu du calcul de conduction	164
6.10	Schéma des sondes numériques placées dans l'écoulement	165
6.11	Iso-surfaces du critère Q colorées par la température	166
6.12	Champ de vitesse instantanée pour la zone d'interaction entre le barreau et le jet dans le plan médian	167
6.13	Comparaison du champ moyen de vitesse axiale aux données PIV	168
6.14	Comparaison du champ moyen de vitesse transverse aux données PIV dans le plan $x = 55 mm$	169
6.15	Comparaison du champ moyen de vitesse transverse dans le plan horizontal $y = -30 mm$	170
6.16	Profil de vitesse moyenne axiale dans le plan de symétrie à $x/D = 0$ et $x/D = 1$	171
6.17	Profil de vitesse moyenne axiale dans le plan de symétrie à $x/D = 2$ et $x/D = 3$	172
6.18	Spectre de vitesse issu des efforts verticaux s'exerçant sur le barreau	172
6.19	DSP de $u'_1 u'_1$ dans la couche cisailée du barreau	173
6.20	DSP de $u'_1 u'_1$ dans la couche de mélange du jet	175
6.21	DSP de $u'_1 u'_1$ dans le sillage du jet	176

6.22	Moyenne du coefficient $C_m(f, \tau)$ obtenu à la sonde $SJ$ . . . . .	177
6.23	DSP de $u'_1 u'_1$ dans la zone d'impact du jet sur le barreau . . . . .	178
6.24	Iso-surfaces de température colorées par le nombre de Mach - Vue par dessous le barreau	179
6.25	Contours du flux de chaleur moyen sur la paroi amont du barreau . . . . .	180
6.26	Contours du flux de chaleur moyen sur la paroi supérieure du barreau . . . . .	181
6.27	Contours du flux de chaleur moyen sur la paroi aval du barreau . . . . .	182
6.28	Contours du flux de chaleur moyen sur la paroi inférieure du barreau . . . . .	183
6.29	Flux de chaleur pariétal ( $W.m^{-2}$ ) moyenné en temps sur la ligne médiane de chaque face du barreau . . . . .	184
6.30	Contours de pression instantanée sur la paroi inférieure du barreau . . . . .	185
31	Comparaison du champ moyen de vitesse verticale aux données PIV sur le maillage 1 .	213
32	DSP de $u'_1 u'_1$ dans la couche cisailée - sonde $KH_{sup2}$ . . . . .	214
33	DSP de $u'_1 u'_1$ dans la couche cisailée - sonde $KH_{inf1}$ . . . . .	215
34	DSP de $u'_1 u'_1$ dans la couche cisailée - sonde $KH_{inf2}$ . . . . .	216
35	Iso-surfaces du critère Q . . . . .	217
36	Profil de vitesse moyenne axiale à $x/d = 0,5$ pour le maillage 2 . . . . .	218
37	Vitesse moyenne axiale $U_{moy}$ sur la ligne médiane pour les deux maillages . . . . .	219
39	Niveaux RMS des fluctuations de vitesse totales à $x/d = 0,5$ dans la partie supérieure sur les deux maillages . . . . .	221
40	Niveaux RMS des fluctuations de vitesse totales sur la ligne médiane pour les deux maillages . . . . .	221
41	Niveaux RMS des fluctuations de vitesse totales à $x/d = 2$ sur les deux maillages . . . . .	222
42	Niveaux RMS des fluctuations de vitesse totales à $x/d = 3$ sur les deux maillages . . . . .	222
43	Niveaux RMS des fluctuations de vitesse totales à $x/d = 5$ sur les deux maillages . . . . .	223
44	Iso-surfaces de température sur les deux maillages . . . . .	223
45	Flux de chaleur pariétal ( $W.m^{-2}$ ) moyenné en temps et en espace pour les deux maillages	224
46	DSP de $u'_1 u'_1$ dans la couche cisailée supérieure sur le maillage 2 . . . . .	226
47	Module du coefficient de la transformée en ondelettes continue sur le maillage 2 . . . . .	227
48	Moyenne du coefficient $C_m(f, \tau)$ obtenu à la sonde $KH_{sup1}$ pour le maillage 2 . . . . .	228

# Liste des tableaux

1.1	Jeu de constantes pour chaque région du modèle BSL . . . . .	19
4.1	Attributs d'activation du mode SAS pour le modèle SAS-DRSM . . . . .	87
4.2	Clés Python du modèle SAS-DRSM . . . . .	90
5.1	Dimensions du montage expérimental . . . . .	96
5.2	Caractéristiques du domaine de calcul . . . . .	98
5.3	Ordre de grandeur des tailles de maille en couches cisailées et sillage proche du barreau . . . . .	99
5.4	Position des sondes numériques dans l'écoulement autour du barreau . . . . .	100
5.5	Calcul de la fréquence des instabilités de Kelvin-Helmholtz . . . . .	122
5.6	Nombres de Strouhal caractéristiques du sillage . . . . .	122
5.7	Nombres de Strouhal caractéristiques des couches cisailées . . . . .	125
5.8	Calcul de l'exposant $p$ pour le maillage 1 . . . . .	128
5.9	Nombres de Strouhal caractéristiques du sillage . . . . .	143
5.10	Caractéristiques des modes de détails étudiés . . . . .	145
6.1	Caractéristiques du domaine de calcul . . . . .	161
6.2	Ordre de grandeur des tailles de maille dans le sillage du barreau et la zone de jet . . . . .	161
6.3	Position des sondes numériques dans l'écoulement . . . . .	164
6.4	Nombres de Strouhal caractéristiques des couches cisailées du barreau . . . . .	174
6.5	Calcul de l'exposant $p$ . . . . .	174
6.6	Nombres de Strouhal caractéristiques des couches cisailées du jet . . . . .	175
7	Nombres de Strouhal caractéristiques des couches cisailées . . . . .	225
8	Calcul de l'exposant $p$ pour le maillage 2 . . . . .	228
9	Temps de calcul sur un job de 10 000 itérations . . . . .	229
10	Taille d'un fichier de champs moyens en MB . . . . .	229
11	Temps de calcul sur un job de 10 000 itérations . . . . .	229
12	Taille d'un fichier de champs moyens en GB . . . . .	229
13	Temps de calcul sur un job de 10 000 itérations . . . . .	231
14	Taille d'un fichier de champs moyens en GB . . . . .	231



# Nomenclature

## Lettres latines

$A_{2^j}^d x$	approximation discrète à la résolution $2^j$ du signal $x(t)$
$a_{ij}$	partie déviatorique du tenseur de déformation
$b_{ij}$	tenseur d'anisotropie
$c$	vitesse du son ( $m.s^{-1}$ )
$C(a, b)$	coefficient de la transformée en ondelettes continue
$C_{ij}$	tenseur des contraintes croisées de Clark
$C_{DES}$	constante du modèle DES
$C_K$	constante de Kolmogorov
$C_m$	coefficient de la transformée en ondelettes continue avec l'ondelette de Morlet
$C_p$	capacité thermique massique à pression constante ( $J.K^{-1}.mol^{-1}$ ou $J.K^{-1}.kg^{-1}$ )
$C_s$	constante de Smagorinsky
$C_v$	capacité thermique massique à volume constant ( $J.K^{-1}.kg^{-1}$ )
$C_\omega$	constante du modèle WALE
$d$	distance à la paroi dans le modèle S-A ou diamètre du barreau ( $m$ )
$db/i'$	ondelettes de Daubechies
$D$	diamètre du jet ( $m$ )
$\tilde{d}$	distance à la paroi ( $m$ ) dans le modèle DDES
$e$	énergie totale ( $J$ )
$E(k)$	spectre d'énergie cinétique ( $J.s^{-1}$ )
$f$	fréquence ( $Hz$ )
$f_d$	Fonction de transition introduite dans le modèle DDES
$f_{v1}$	Fonction introduite dans le modèle S-A
$f_{v2}$	Fonction introduite dans le modèle S-A
$f_\omega$	Fonction introduite dans le modèle S-A
$F_1$	Fonction de transition introduite dans le modèle BSL
$F_2$	Fonction introduite dans le modèle SST
$g_{ij}$	tenseur des gradients de vitesse
$\vec{g}$	accélération de la pesanteur ( $m.s^{-2}$ )
$G$	filtre
$G_{ij}^d$	partie symétrique du carré du tenseur des gradients de vitesse
$h$	enthalpie ( $J.mol^{-1}$ ou $J.kg^{-1}$ ) ou coefficient d'échange thermique ( $W.m^{-2}.K^{-1}$ )
$H$	hauteur de conduite ou distance entre une sortie de jet et une paroi ( $m$ )
$K$	Kelvin
$k$	nombre d'onde ( $m^{-1}$ ) ou énergie cinétique turbulente ( $J.m.kg^{-1}$ )
$k_c$	nombre d'onde de coupure ( $m^{-1}$ )
$L$	longueur ou échelle de longueur caractéristique de la turbulence ( $m$ )
$L_{ij}$	tenseur des contraintes de Leonard
$L_{vK}$	échelle de longueur de von Karman
$\mathcal{M}$	nombre de Mach
$Nu$	nombre de Nusselt

$O_{2j}$	complément orthogonal de $V_{2j}$
$p$	pression ( $Pa$ )
$P_k$	production d'énergie cinétique turbulente ( $J.s^{-1}$ )
$Pr$	nombre de Prandlt
$Pr_t$	nombre de Prandlt turbulent
$Q_i$	flux de chaleur ( $J.m^{-2}.s^{-1}$ )
$Q_{SAS}$	terme source dans l'équation de transport de $\omega$ dans le modèle SAS
$r$	coordonnée radiale ( $m$ )
$r_d$	paramètre du modèle DDES
$R$	rayon ( $m$ ) ou constante des gaz parfait : $R = C_p - C_v$ ( $J.K^{-1}.kg^{-1}$ )
$Re$	nombre de Reynolds
$R_{ij}$	tenseur des contraintes de Reynolds ou tenseur de corrélation
$R_{\hat{i},\hat{j}}$ ou $R_T$	fonction de corrélation
$s_{ij}$	tenseur de déformation
$S_{ij}$	tenseur de déformation du champ moyen
$St$	nombre de Strouhal
$St_d$	nombre de Strouhal basé sur le côté du barreau $d$
$St_D$	nombre de Strouhal basé sur le diamètre du jet $D$
$T$	température ( $K$ )
$\vec{u}$	vitesse ( $m.s^{-1}$ )
$u_i$	composante de vitesse dans la direction $\vec{i}$ ( $m.s^{-1}$ )
$V_{2j}$	espace vectoriel des approximations de résolution $2^j$
$V_j$	vitesse maximale du jet ( $m.s^{-1}$ )
$\vec{x}$	vecteur position ( $m$ )
$x_i$	variable de position dans la direction $\vec{i}$ ( $m$ )

#### Lettres grecques

$\alpha$	constante du modèle k- $\omega$ de Wilcox et constante du limiteur du modèle SAS- $\alpha L$
$\beta^*$	constante du modèle SST
$\gamma$	rapport des chaleurs spécifiques ou constante du modèle SST
$\delta_{ij}$	symbole de Kronecker
$\Delta_c$	longueur de coupure ( $m$ )
$\Delta_{max}$	échelle de longueur de sous-maille ( $m$ )
$\Delta_{vol}$	échelle de longueur de sous-maille ( $m$ )
$\Delta_\omega$	échelle de longueur de sous-maille ( $m$ )
$\varepsilon$	taux de dissipation d'énergie ( $J.s^{-1}$ )
$\eta$	échelle de Kolmogorov ( $m$ )
$\vartheta$	macro-température ( $K$ )
$\kappa$	diffusivité thermique ou constante de von Karman ou nombre d'onde ( $m^{-1}$ )
$\lambda$	conductivité thermique ou échelle de Taylor ( $m$ )
$\mu$	viscosité dynamique ( $kg.s^{-1}.m^{-1}$ )
$\mu_t$	viscosité dynamique turbulente ( $kg.s^{-1}.m^{-1}$ )
$\nu$	viscosité cinématique ( $m^2.s^{-1}$ )
$\nu_t$	viscosité cinématique turbulente ( $m^2.s^{-1}$ )
$\rho$	masse volumique ( $kg.m^{-3}$ )
$\omega$	rotationnel ou pulsation ( $s^{-1}$ ou $rad.s^{-1}$ )
$\Omega_{ij}$	tenseur de vorticité
$\phi_{ij}$	fonction d'échelle
$\Phi_{ij}$	tenseur spectral des corrélations de vitesse
$\psi_{a,b}$	ondelette
$\widehat{\Psi}(f)$	périodogramme d'un signal

$\Delta_c$	longueur de coupure ( $m$ )
$\sigma_{ij}$	tenseur des contraintes
$\sigma_x$	variance d'un signal $x(t)$
$\tau_{ij}$	tenseur des contraintes de sous-maille

### Indices

$c$	coupure
$t$	turbulent
$T$	thermique

### Exposants

$sgs$	sous-maille
-------	-------------

### Acronymes

ATRAN	Analyse transitoire
AUSM	Advection Upstream Splitting Method
BSL	BaSeLine
DDES	Delayed Detached Eddy Simulation
DES	Detached Eddy Simulation
DNS	Direct Numerical Simulation
DRSM	Differential Reynolds Stress Model
DSP	Densité Spectrale de Puissance
<i>elsA</i>	ensemble logiciel pour la simulation Aérodynamique
GIS	Grid Induced Separation
IDDES	Improved Delayed Detached Eddy Simulation
JICF	Jet In a Cross Flow
LES	Large Eddy Simulation
LLM	Logarithmic Layer Mismatch
LNS	Limited Numerical Scales
LRR	Launder Reece and Rodi model
MAEVA	Modélisation Aérothermique des Ecoulements en Ventilation Avion
MSD	Modelled Stress Depletion
MUSCL	Monotonic-Upstream-centered Schemes for Conservative Laws
PANS	Partially Averaged Navier Stokes
PITM	Partially Integrated Transport Model
RANS	Reynolds Averaged Navier Stokes
RMS	Root-Mean Square
RSM	Reynolds Stress Model
S-A	Spalart-Allmaras
SAS	Scale-Adaptive Simulation
SAS- $\alpha L$	Modèle SAS avec limitation de l'échelle $L_{\nu K}$
SGS	Subgrid-Scale Model
SSG	Speziale Sarkar and Gatski model
SST	Shear Stress Transport
URANS	Unsteady Reynolds Averaged Navier Stokes
WALE	Wall-Adapting Local Eddy-viscosity
WMLES	Wall Modelled Large Eddy Simulation (LES avec loi de paroi)

### Autres notations

$\langle \phi \rangle$	moyenne d'ensemble de $\phi$
$\phi'$	partie fluctuante de $\phi$



$\bar{\phi}$	grandeur filtrée
$\tilde{\phi}$	grandeur filtrée avec un filtre test
$\overline{\tilde{\phi}}$	grandeur doublement filtrée
$\hat{\phi}$	transformée de fourier de $\phi$
$\phi^*$	complexe conjugué de $\phi$

# Introduction

La prévision des transferts de chaleur entre un fluide et une paroi est un enjeu important qui touche à des domaines d'activités multiples et variés. Au centre d'applications industrielles transverses, elle peut concerner à la fois le refroidissement de composants électroniques, les échangeurs thermiques ou les techniques de séchage de papier et textile, etc. Il s'agit en outre d'une problématique fondamentale pour les industriels de l'aéronautique. Cette question est d'autant plus cruciale que l'utilisation de matériaux composites devient massive.

Plus légers et mécaniquement robustes, ils sont cependant moins résistants à la chaleur et exigent un dimensionnement thermique précis. Ainsi, le compartiment core d'un moteur d'avion comporte des équipements importants comme des vannes, des conduites ou des échangeurs thermiques en matériaux composites (figure 1). La fiabilité et la durée de vie de ces éléments critiques dépend directement de leur environnement thermique. Or le compartiment core d'un moteur est le siège de transferts de chaleur intenses et de nature variée. Il est donc important de connaître l'intensité et la localisation des transferts de chaleur les plus critiques afin de dimensionner convenablement ces équipements et mettre en place des dispositifs de refroidissement adéquats. Cet objectif passe notamment par la simulation numérique des écoulements chauffés fortement instationnaires qui caractérisent l'environnement fluide autour de ces éléments.

Les prévisions en aérothermique se font principalement à l'aide de simulations (U)RANS (*Unsteady Reynolds-Averaged Navier-Stokes*). Ces méthodes de simulations sont néanmoins inadaptées aux écoulements complexes qui nous intéressent. En effet, ces écoulements, généralement à hauts nombres de Reynolds, présentent de fortes instationnarités et d'importantes structures turbulentes cohérentes que les modèles URANS classiques ont du mal à capter ou à reproduire précisément. De plus, les modèles thermiques utilisés restent basiques dans ce type d'approche : le nombre de Prandtl turbulent est supposé constant et le flux de chaleur turbulent est aligné avec le vecteur gradient de température. Les structures turbulentes jouent un rôle primordial dans la prévision des transferts thermiques d'où la nécessité de méthodes résolvant la turbulence pour capter ces phénomènes.

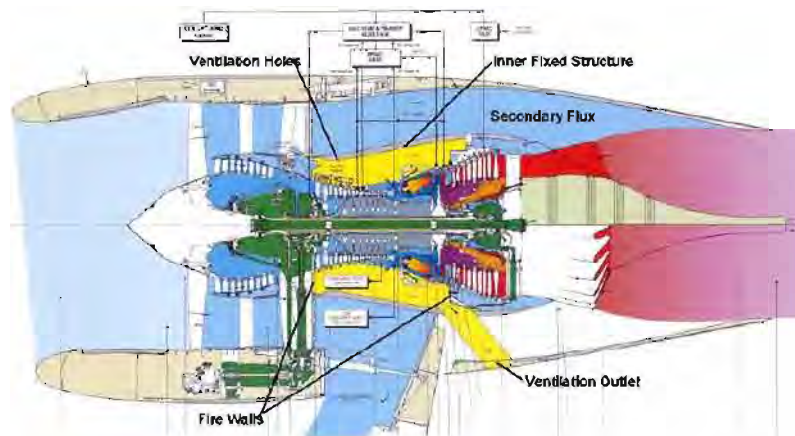


FIGURE 1 – Localisation du compartiment core (en jaune) [122]

C'est dans cette optique que des approches instationnaires plus élaborées et précises ont été développées comme la simulation numérique directe (*Direct Numerical Simulation* ou DNS) et la simulation aux grandes échelles (*Large Eddy Simulation* ou LES) afin traiter les écoulements complexes. La LES permet de résoudre explicitement les grandes structures turbulentes cohérentes et modélise les plus petites structures en sous-maille. Plus les mailles sont petites, plus elle tend vers une DNS qui résout toutes les échelles sans modélisation. Ce type de méthode bénéficie également de l'existence de modèles pour la température qui peuvent être couplés aux modèles dynamiques. Les modèles notamment proposés par Peng et Davidson [115] ainsi que celui Wang et al. [153] permettent de déterminer le flux de chaleur de sous-maille en s'affranchissant d'une hypothèse de nombre de Prandtl turbulent constant. Les méthodes LES nécessitent également l'utilisation de schémas de discrétisation spatiale d'ordre élevé et une résolution importante en proche paroi. Elles sont donc coûteuses en temps de calcul et en ressources mémoire. À cet effet, les approches *Wall-Modeled LES* (WMLES) couplant LES et lois de paroi pour la couche limite (Balaras et al. [9]) et la température (Benarafa et al. [13]) ont été développées. La LES reste cependant encore peu utilisée pour des simulations aérothermiques industrielles par nécessité d'une maturation plus poussée des outils de simulation disponibles.

Parallèlement à ce constat, Spalart et al. [143] ont l'idée en 1997 de proposer l'approche *Detached-Eddy Simulation* (DES). Celle-ci est basée sur l'utilisation d'une approche de type LES pour les régions d'écoulement complexe, et d'une méthode RANS en proche paroi (couche limite) là où la LES nécessite des maillages très fins. Cette méthode hybride RANS/LES a donné lieu à plusieurs autres modèles et pistes de réflexion pour l'amélioration des modèles URANS classiques qui sont largement présents dans les codes de calcul industriels.

Parmi elles, la *Scale-Adaptive Simulation*(SAS) développée par Menter et Egorov [100] a pour ambition de rendre les modèles URANS existants capables de mimer un comportement LES. Elle a pour but d'améliorer la prévision des écoulements turbulents fortement instationnaires sur des maillages industriels. Cette méthode a ainsi été appliquée au modèle URANS  $k-\omega$  SST de Menter [99] donnant lieu au modèle SAS-SST (nommé SAS1 dans la suite) qui a fait l'objet d'études par Menter et al. [102]. Plus récemment, Benyoucef [16] a également proposé une correction à ce modèle (SAS- $\alpha L$ ). L'ensemble de ces travaux ont montré que les modèles SAS permettent de résoudre des écoulements instationnaires complexes de façon plus précise que les méthodes URANS classiques en représentant davantage de structures turbulentes. Cette approche montre parfois des capacités proches de la DES mais les travaux de Benyoucef [14] posent la question de son comportement lorsque la taille de maille devient très petite. L'auteur suggère que la méthode SAS ne tend pas vers une DNS lorsque la taille des mailles devient de plus en plus faible et qu'elle se situe plutôt entre les modèles URANS standard et la DES. Les différences entre ces approches restent à quantifier plus finement à conditions de simulation égales.

Par ailleurs, l'approche SAS reste encore peu évaluée sur des configurations aérothermiques. Les études de Benyoucef [14] et en particulier de Duda [48] sur des problématiques de jet chaud débouchant ont montré que son utilisation permet d'améliorer les prévisions thermiques par rapport aux méthodes URANS classiques. Ces résultats encourageants appellent à une mise à l'épreuve des performances de ce type de modèle sur d'autres écoulements aérothermiques.

Cette étude consiste donc à évaluer l'apport des modèles SAS dans la prévision des flux de chaleur turbulents et pariétaux pour des écoulements turbulents chauffés. Elle se destine également à situer plus précisément le comportement des méthodes SAS par rapport à des modèles URANS classiques plus complexes de type DRSM (*Differential Reynolds Stress Model*) et à des méthodes hybrides RANS/LES comme l'approche ZDES (*Zonal Detached-Eddy Simulation*).

La première partie de ce manuscrit fait la synthèse d'une étude bibliographique décomposée en deux chapitres. Le chapitre 1 procède à un état de l'art des méthodes de simulation numérique de la turbulence qui nous intéressent dans le cadre de cette thèse. Il vise à introduire les principales

méthodes existantes avant d’aborder les modèles de turbulence utilisés pour nos simulations. Nous nous intéressons ainsi aux principaux modèles de type URANS utilisés en contexte industriel. Puis nous abordons brièvement la LES, adaptée aux écoulements complexes, ainsi que les problématiques de résolution en proche paroi inhérentes à cette approche. Nous poursuivons ensuite par une description non exhaustive de différents modèles découlant de la DES en particulier la ZDES qui intervient dans notre étude. Enfin, nous portons une attention particulière aux approches URANS avancées de type SAS existantes que nous sommes amenés à évaluer.

Le chapitre 2 se concentre quant à lui sur un état des travaux disponibles sur les deux configurations d’écoulements aérothermiques étudiées dans nos travaux. Ces écoulements ont fait l’objet d’études numériques et expérimentales notamment dans le cadre du projet ATRAN entre l’ONERA et l’industriel aéronautique SNECMA. Elles constituent ainsi des bases de données expérimentales pour comparaison avec nos simulations. Nous présentons d’abord l’écoulement sur un barreau chauffé placé dans un écoulement transverse à haut nombre de Reynolds. Cet écoulement relativement simple et largement étudié dans le cas purement aérodynamique (sans chauffage) met en jeu des phénomènes fortement instationnaires à différentes échelles. Il peut représenter une conduite chauffée dans le compartiment core d’un moteur et paraît donc un bon candidat aérothermique pour l’évaluation de méthodes instationnaires complexes (SAS, ZDES). Cette configuration est ensuite complexifiée par l’ajout d’un jet débouchant dans l’écoulement transverse tous deux à la même température. Ce jet vient alors impacter et refroidir le barreau sur sa face inférieure. Ce type d’écoulement intervient dans les problématiques de refroidissement localisé d’équipements. Dans ce cas, les structures cohérentes liées à la présence du jet viennent s’ajouter et interagir avec celles liées à l’écoulement transverse sur le barreau. C’est pourquoi nous décrivons les caractéristiques d’un jet turbulent débouchant dans un écoulement transverse avant de s’intéresser à l’écoulement sur un cube refroidi à la fois par un jet et un écoulement transverse dans lequel il débouche. Ce dernier cas ne correspond pas exactement à la configuration que nous tentons de reproduire mais constitue le cas de la littérature qui s’en rapproche le plus.

La seconde partie traite des moyens et méthodes mis en jeu pendant la thèse. Le chapitre 3 expose les principaux outils de post-traitement que nous avons utilisés afin d’analyser les données instationnaires recueillies pendant nos simulations. Nous y présentons les méthodes d’estimation de densité spectrale de puissance et de décomposition en ondelettes utilisées pour identifier les structures cohérentes dans des signaux turbulents souvent très bruités. L’accent est mis sur la décomposition en ondelettes notamment discrète qui permet d’extraire des informations temps-échelles sur les structures de l’écoulement.

Cette partie comporte également le chapitre 4 qui présente notre démarche dans la proposition et l’implantation d’une extension de l’approche SAS à un modèle DRSM. Cette nouvelle formulation, nommée “SAS-DRSM” tout au long du manuscrit, résulte d’une volonté d’améliorer la prévision des modèles URANS de type DRSM dans la lignée des approches URANS avancées de type SAS initiées par Menter et Egorov [100]. Pour cela, nous proposons de coupler un modèle DRSM qui offre une bonne restitution des tensions de Reynolds modélisées, à l’approche SAS qui permet de mieux représenter les tensions de Reynolds résolues. Le modèle résultant vise à une meilleure prévision des tensions de Reynolds totales et donc des phénomènes physiques dans les écoulements turbulents complexes. La suite de ce chapitre s’attache à décrire l’implantation de ce modèle dans le code de calcul Navier-Stokes *elsA* de l’ONERA afin de l’évaluer.

La dernière partie de ce manuscrit est dédiée à l’évaluation des diverses approches SAS citées, y compris le modèle SAS-DRSM que nous proposons, sur les configurations aérothermiques présentées au chapitre 2. Cette évaluation s’est faite par la conduite de simulations instationnaires 3D avec le code *elsA*.

Elle débute par le chapitre 5 qui traite de l’étude numérique d’un barreau chauffé placé dans un écoulement transverse. Une rapide étude de l’influence des paramètres numériques tels que le

préconditionnement basse-vitesse (nécessaire en raison du bas nombre de Mach dans notre cas) et les schémas de discrétisation est menée afin de mettre en place les conditions de simulation. Les performances dynamiques et thermiques des modèles SST, DRSM, SAS1, SAS- $\alpha L$  et SAS-DRSM sont ensuite analysées dans un premier temps sur un maillage de taille moyenne s'approchant des conditions en industrie. Le modèle SST est ensuite remplacé par l'approche ZDES pour une étude sur un maillage raffiné, de façon à situer plus clairement le comportement asymptotique des approches SAS par rapport à la taille de maille et à la ZDES.

Puis, le chapitre 6 présente une étude sur un écoulement similaire mais avec un degré de complexité supplémentaire apporté par la présence d'un jet débouchant dans l'écoulement transverse. De la même manière, les modèles DRSM, SAS- $\alpha L$ , SAS-DRSM et ZDES sont évalués sur leur capacité à reproduire la dynamique du jet débouchant ainsi que les transferts thermiques mis en jeu dans l'interaction entre le barreau chauffé et les écoulements de refroidissement (jet et écoulement transverse).

Enfin, la conclusion résume notre démarche et les principaux résultats qui ressortent de nos travaux. Ceux-ci font place à une discussion sur les avantages et les défauts des approches SAS que nous avons évaluées. Elle fournit également des perspectives proposant des pistes de recherche afin d'améliorer la reproduction des écoulements aérothermiques étudiés dans cette thèse.

Les travaux réalisés durant cette thèse ont fait l'objet de communications à l'International Symposium on Turbulence, Heat and Mass Transfer 7 qui s'est déroulé du 24 au 27 septembre 2012 à Palerme (Italie) et au Congrès Français de Thermique 2013 qui s'est tenu du 28 au 31 mai 2013 à Gérardmer (France).

Première partie

Étude bibliographique



# Chapitre 1

## Simulation numérique de la turbulence

Dans ce chapitre, nous ferons un état de la littérature à propos des méthodes de simulation qui nous intéressent dans le cadre de cette thèse. Dans un premier temps, nous développerons les éléments nécessaires à l'introduction des méthodes de simulation numérique de la turbulence. Nous décrirons ainsi les principaux modèles de type URANS utilisés dans le milieu industriel. Nous nous intéresserons ensuite à la simulation des grandes échelles ou *Large-Eddy Simulation* (LES) pour les écoulements complexes ainsi qu'aux problématiques qu'elle soulève en terme de résolution, notamment en proche paroi. Ces problématiques ont donné lieu à l'émergence de méthodes hybrides RANS/LES et URANS avancées que nous aborderons par la suite.

### Sommaire

---

1.1	Introduction . . . . .	12
1.2	Modèles URANS couramment utilisés . . . . .	14
1.2.1	Modélisation à viscosité turbulente . . . . .	16
1.2.2	Modélisation aux tensions de Reynolds . . . . .	21
1.3	Large-Eddy Simulation (LES) : une technique en devenir . . . . .	25
1.3.1	Formalisme mathématique . . . . .	25
1.3.2	Limites et résolution à la paroi . . . . .	27
1.4	Zonal Detached Eddy simulation : une méthode hybride RANS/LES . . . . .	29
1.4.1	Detached-Eddy Simulation (DES) . . . . .	30
1.4.2	Delayed Detached-Eddy Simulation (DDES) . . . . .	32
1.4.3	Zonal Detached-Eddy Simulation (ZDES) . . . . .	33
1.5	Scale-Adaptive Simulation (SAS) : une approche URANS avancée . . . . .	37
1.5.1	Scale Adaptive Simulation . . . . .	37
1.5.2	Correction $\alpha L$ . . . . .	40
1.6	Bilan sur les méthodes de simulation numérique de la turbulence . . . . .	43

---



## 1.1 Introduction

La turbulence est présente aussi bien dans la vie courante (ex : climat, courants marins, chutes d'eau, etc.) que dans l'industrie comme l'aéronautique, l'énergétique, le génie des procédés et bien d'autres secteurs. Elle intervient notamment dans la majorité des écoulements rencontrés par un ingénieur. Ce régime d'écoulement très complexe se caractérise par des fluctuations aléatoires des grandeurs physiques de l'écoulement (vitesse, pression, température...). Les mouvements chaotiques qui en découlent sont souvent qualifiés de structures tourbillonnaires. Celles-ci ont des tailles et fréquences différentes qui peuvent couvrir une large gamme d'échelles en raison de la fragmentation de l'écoulement en structures de taille décroissante.

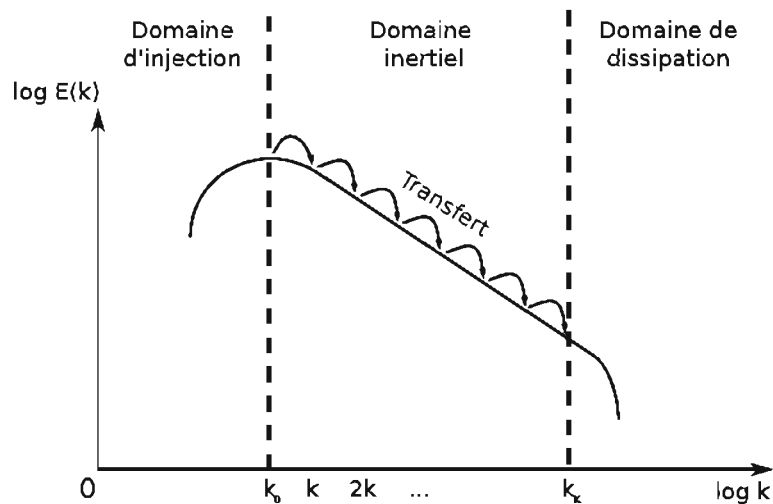


FIGURE 1.1 – Spectre de turbulence et cascade d'énergie

L'énergie de cette agitation turbulente se répartit suivant différents mécanismes. Les grandes échelles en contiennent la majeure partie et dominent le transport de la quantité de mouvement, de la masse et de la chaleur. Porteuses d'énergie, elles sont les plus importantes du point de vue de l'ingénierie et les plus dépendantes de la nature de l'écoulement. Une partie de cette énergie injectée aux grosses structures est transférée à des échelles inférieures qui n'ont pas le temps de la dissiper. Celles-ci s'étirent et engendrent des sous-structures plus petites. L'énergie est alors transférée aux sous-structures et ainsi de suite par une série de brisures successives. Dans cette plage, il y a un équilibre entre production et dissipation de l'énergie, ces échelles sont donc dites inertielles. Enfin, les plus petites échelles finissent par dissiper l'énergie sous forme de chaleur par effets visqueux. Ces échelles dissipatives (ou de Kolmogorov) ont un comportement plus universel. Ce mécanisme de distribution de l'énergie s'appelle cascade d'énergie de Richardson et est représenté sur la figure 1.1. La simulation d'un écoulement turbulent nécessite de résoudre l'ensemble de ses structures, des plus grandes aux plus petites, et constitue donc un problème multi-échelles.

Les principales méthodes de simulation numérique des écoulements turbulents reposent sur quatre approches :

- la simulation numérique directe (DNS) qui consiste à calculer explicitement toutes les structures tourbillonnaires (des plus grandes aux plus petites échelles de la turbulence comme l'échelle de Kolmogorov) ;
- la simulation des grandes échelles ou *Large-Eddy Simulation* en anglais (LES) qui résout explicitement les grandes échelles (ou modes basses fréquences) et applique un modèle de sous-maille aux plus petites structures ;

- la projection sur une base constituée d'un minimum de modes, par exemple des modes de Fourier dans le domaine spectral, des modes polynomiaux dans l'espace physique ou la décomposition orthogonale aux valeurs propres (POD) (voir [17] et [38] pour une description détaillée), etc. L'idée est ici d'avoir une base de décomposition optimale afin d'avoir un système dynamique présentant un minimum de degrés de liberté ;
- et enfin, la modélisation RANS (*Reynolds-Averaged Navier-Stokes*) qui calcule directement les grandeurs moyennées statistiquement et utilise un modèle de turbulence pour les fluctuations (tenseur de Reynolds, flux de chaleur turbulent) ; ou bien URANS (Unsteady pour simulation instationnaire) où l'on calcule également une partie des modes basses fréquences du spectre d'énergie de la solution (de l'ordre de quelques centaines de Hertz).

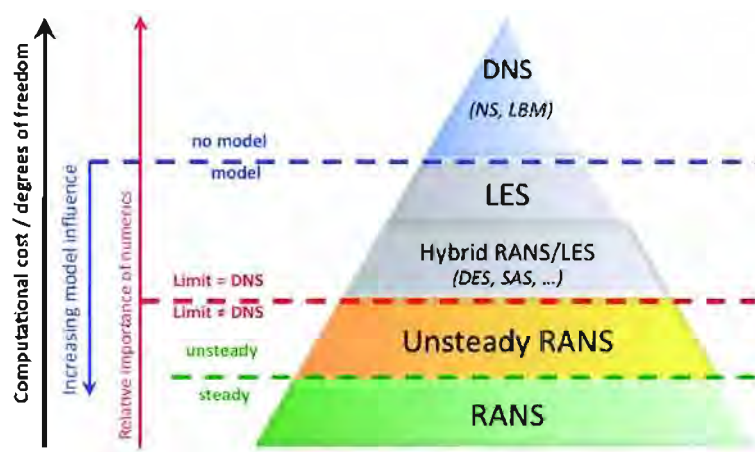


FIGURE 1.2 – Classification des méthodes de simulation de la turbulence tiré de Sagaut et al.[132]

La simulation directe est très coûteuse en terme de temps de calcul car elle résout toutes les structures. Son usage est donc limité à des configurations d'écoulement simple avec un faible nombre de Reynolds. Ainsi elle n'est pas adaptée à des utilisations pratiques dans le cadre de configurations industrielles. De même, les techniques de décomposition nécessitent de très bien connaître les solutions exactes du problème pour déterminer les fonctions de la base de projection. Ces deux méthodes fournissent des résultats très précis et proches de la solution exacte mais se révèlent inadaptées aux écoulements industriels. Elles sont alors davantage utilisées dans le cadre de recherches plus fondamentales.

Depuis de nombreuses années, les simulations RANS et URANS sont couramment utilisées dans le milieu industriel. En effet, elles permettent d'avoir accès aux phénomènes physiques principaux via les grandeurs moyennes et ceci à moindre coût (rapidité de calcul). Si elles sont bien adaptées à certaines configurations industrielles, elles montrent cependant leurs limites pour des écoulements plus complexes. Les simulations URANS se révèlent incapables de capturer le comportement des fluctuations turbulentes et les structures cohérentes pour des écoulements fortement instationnaires.

C'est pourquoi le recours à la simulation des grandes échelles (LES) est de plus en plus exploré afin d'optimiser ce type de simulation. Cette technique permet d'avoir accès à plus d'informations sur la physique des écoulements mis en jeu. Elle peut permettre de constituer des bases de résultats dans l'optique d'améliorer les modèles de turbulence RANS. Elle est néanmoins coûteuse en temps de calcul et en mémoire puisqu'elle nécessite un maillage assez fin pour capturer tous les phénomènes notamment en proche paroi. Ces dernières années ont vu l'émergence de méthodes hybrides RANS/LES et

d'approches URANS avancées car elles permettent de bénéficier à la fois des avantages des simulations RANS et de la LES. Sur la figure 1.2, Sagaut et al. [132] placent les approches URANS avancées au niveau des méthodes hybrides RANS/LES. Il n'a cependant pas été prouvé que ces méthodes pouvaient tendre vers une DNS. Les dernières études utilisant les méthodes de type SAS ([14],[48]) suggèrent plutôt qu'elles se situent entre les modèles RANS et les méthodes hybrides RANS/LES.

Nous proposons une description succincte des principes des modélisations de type URANS et de la LES dans les paragraphes suivants. De même, nous nous limiterons à la présentation de la ZDES (Zonal Detached Eddy Simulation) pour les méthodes hybrides RANS/LES et à la SAS (Scale-Adaptive Simulation) pour les méthodes URANS avancées qui seront nécessaires à nos travaux.

## 1.2 Modèles URANS couramment utilisés

En négligeant les effets des forces de Coriolis, des forces volumiques et les effets de flottabilité, les équations de Navier-Stokes instantanées en coordonnées cartésiennes sont les suivantes avec la notation d'Einstein :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u_i)}{\partial x_i} = 0 \\ \frac{\partial(\rho u_i)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u_i u_j)}{\partial x_j} = \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} \text{ pour } i=1,2,3 \\ \frac{\partial(\rho e)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho e u_i)}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_i} (u_j \sigma_{ij} + q_i) \end{array} \right. \quad (1.1)$$

où  $q_i$  est le flux de chaleur conductif et  $e$  est l'énergie totale pour un gaz parfait telle que :

$$\rho e = \rho C_v T + \frac{1}{2} \rho u_i^2 \quad (1.2)$$

Le tenseur de contrainte est défini par :

$$\sigma_{ij} = -p \delta_{ij} + 2\mu a_{ij} \quad (1.3)$$

$a_{ij}$  étant la partie déviatorique du tenseur de déformation  $s_{ij}$  :

$$\left\{ \begin{array}{l} s_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \\ a_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \delta_{ij} \right) \end{array} \right. \quad (1.4)$$

La viscosité est quant à elle donnée par la loi empirique de Sutherland :

$$\mu(T) = \begin{cases} \mu(120) \frac{T}{120} & \text{si } T < 120 \\ \mu(273, 15) \left( \frac{T}{273, 15} \right)^{\frac{1}{2}} \frac{1 + S/273, 15}{1 + S/T} & \text{sinon} \end{cases} \quad (1.5)$$

avec  $\mu(273, 15) = 1,711 \cdot 10^{-5} \text{ Pl}$  et  $S = 110, 4K$  pour l'air.

Rappelons que la conductivité thermique  $\lambda(T)$  est liée au nombre de Prandtl moléculaire par la relation :

$$Pr = \frac{\nu}{\kappa} = \frac{C_p \mu(T)}{\lambda(T)} \quad (1.6)$$

L'équation d'état pour un gaz parfait ferme alors le système :

$$p = R\rho T \quad (1.7)$$

avec  $R = C_p - C_v$  ( $287,06 \text{ J.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$  pour l'air à température ambiante).

Le flux de chaleur conductif est quant à lui modélisé par une loi de Fourier classique :

$$q_i = \lambda \frac{\partial T}{\partial x_i} \quad (1.8)$$

où  $\lambda = \rho C_p \kappa$  est la conductivité thermique ( $\kappa$  la diffusivité thermique).

Les modèles *Reynolds-Averaged Navier-Stokes* (RANS) consistent à résoudre les équations de Navier-Stokes moyennées. Elles sont obtenues en appliquant un opérateur moyenne aux équations instantanées. Pour cela, la vitesse et la pression sont séparées suivant une partie moyennée notée  $\langle \phi \rangle$  résolue par le calcul et une partie fluctuante notée  $\phi'$  qui fait l'objet d'une modélisation :

$$\phi = \underbrace{\langle \phi \rangle}_{\text{partie résolue}} + \underbrace{\phi'}_{\text{partie modélisée}} \quad (1.9)$$

L'opérateur moyenne correspond à la moyenne statistique. Dans la pratique, on utilise le principe d'ergodicité de la turbulence (voir chapitre 3) et celle-ci est confondue avec la moyenne en temps donnée par l'expression :

$$\langle \phi \rangle = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T \phi(t) dt \quad (1.10)$$

La partie fluctuante représente quant à elle le caractère aléatoire de l'écoulement qui fait l'objet d'une modélisation de la turbulence.

Dans le cas d'écoulements instationnaires, les simulations de type URANS sont utilisées afin de résoudre une partie des instationnarités de l'écoulement. La décomposition présente alors un terme supplémentaire et devient pour une grandeur  $\phi$  :

$$\boxed{\phi = \langle \phi \rangle + \langle \phi \rangle_c + \phi'} \quad (1.11)$$

où  $\langle \phi \rangle$  est la moyenne en temps et  $\langle \phi \rangle_c$  celle d'ensemble conditionnée.

Ce nouveau terme représente la contribution des modes associés aux structures cohérentes présentes dans l'écoulement. Ces structures ont des échelles de temps caractéristiques plus grandes que celles de la turbulence. Elles sont donc présentes pendant un temps relativement long dans l'écoulement de manière non sporadique et avec parfois un caractère périodique prononcé. Le spectre d'énergie cinétique turbulente présente alors un ou plusieurs pics révélateurs de l'existence de ces mouvements. Ces structures sont souvent très énergétiques d'où l'importance de les reproduire afin d'améliorer les prévisions. Dans ce cas, la partie résolue mathématiquement (qui n'est pas modélisée) revient à  $\langle \phi \rangle + \langle \phi \rangle_c$ . Nous conserverons dans la suite la notation  $\langle \phi \rangle$  pour la partie résolue totale dans le but de simplifier l'exposé.

Dans l'hypothèse d'un fluide incompressible, les équations moyennées obtenues sont les suivantes :

$$\begin{cases} \frac{\partial \langle u_i \rangle}{\partial x_i} = 0 \\ \rho \frac{\partial \langle u_i \rangle}{\partial t} + \rho \frac{\partial \langle u_i u_j \rangle}{\partial x_j} = \frac{\partial \langle \sigma_{ij} \rangle}{\partial x_j} \\ \rho \frac{\partial \langle e \rangle}{\partial t} + \rho \frac{\partial \langle e u_i \rangle}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left( \langle u_j \sigma_{ij} \rangle + \left\langle \lambda \frac{\partial T}{\partial x_i} \right\rangle \right) \end{cases} \quad (1.12)$$

Soit

$$\begin{cases} \frac{\partial \langle u_i \rangle}{\partial x_i} = 0 \\ \rho \frac{\partial \langle u_i \rangle}{\partial t} + \rho \langle u_j \rangle \frac{\partial \langle u_i \rangle}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left( -\langle p \rangle \delta_{ij} - \rho \langle u'_i u'_j \rangle + 2\mu S_{ij} \right) \\ \rho \frac{\partial \langle e \rangle}{\partial t} + \rho \frac{\partial \langle e u_i \rangle}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left( -\langle p u_i \rangle + 2\mu \langle s_{ij} u_j \rangle + \lambda \frac{\partial \langle T \rangle}{\partial x_i} \right) \end{cases} \quad (1.13)$$

avec  $S_{ij}$  l'équivalent de  $s_{ij}$  appliqué au champ moyen :

$$S_{ij} = \langle s_{ij} \rangle = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial \langle u_i \rangle}{\partial x_j} + \frac{\partial \langle u_j \rangle}{\partial x_i} \right) \quad (1.14)$$

La forme compressible de ce système est donnée en annexe C. Le système d'équations 1.13 présente des inconnues supplémentaires que sont les termes  $-\rho \langle u'_i u'_j \rangle$ , ce sont les composantes du tenseur de Reynolds ou tensions de Reynolds. Ce tenseur étant symétrique, il y a donc 6 inconnues à modéliser afin de fermer le système. L'écriture d'une équation de transport pour chacune de ses inconnues donne lieu à l'apparition de corrélations triples des fluctuations de vitesse de la forme  $\langle u'_i u'_j u'_i \rangle$  qui sont à modéliser également et ne permet donc pas de fermeture du problème. Une approche communément adoptée pour la modélisation de ces termes est de déterminer une relation constitutive permettant leur calcul. Il existe plusieurs façons de fermer le système d'équations RANS par une modélisation à viscosité turbulente d'une part ou par la modélisation directe des tensions de Reynolds d'autre part. Les modèles existants étant aussi variés que nombreux, nous ne nous intéresserons ici qu'à certains modèles nécessaires à la compréhension de la thèse.

### 1.2.1 Modélisation à viscosité turbulente

Un première approche de fermeture consiste à s'appuyer sur l'approximation de Boussinesq [23] en rapportant le calcul des tensions de Reynolds à celui de la viscosité turbulente  $\nu_t$  via la relation suivante :

$$-\langle u'_i u'_j \rangle = 2\nu_t S_{ij} - \frac{2}{3} k \delta_{ij} \quad (1.15)$$

où  $k$  est l'énergie cinétique turbulente donnée par :  $k = \frac{1}{2} \langle u'_i u'_i \rangle$

Cette relation simple et très populaire met en évidence le besoin de modéliser cette viscosité turbulente, homogène au produit d'une vitesse et d'une longueur. Sa modélisation est donc souvent accompagnée de la détermination d'échelles caractéristiques de vitesse et de longueur. Les modèles à viscosité turbulente sont aujourd'hui les plus répandus du fait de leur robustesse et de leur capacité à reproduire les caractéristiques générales des écoulements industriels. Partant de cette relation, deux types de modèles sont couramment utilisés, dits à une équation ou à deux équations de transport. Quelques modèles utiles sont décrits ci-après pour illustrer ces concepts.

### 1.2.1.1 Modèle à une équation de transport de Spalart-Allmaras

Plusieurs modèles à une équation de transport de la viscosité turbulente ont été proposés notamment par Kovaszny [110] et Secundov [135]. Nous nous focalisons ici sur le modèle le plus récent et le plus utilisé de ce type. Le modèle de *Spalart-Allmaras* (S-A) proposé en 1992 [141] est un modèle à une équation pour une quantité  $\tilde{\nu}$  reliée à la viscosité turbulente  $\nu_t$  par :

$$\boxed{\nu_t = \tilde{\nu} f_{v1}} \quad (1.16)$$

avec :

$$f_{v1} = \frac{\chi^3}{\chi^3 + c_{v1}^3}, \quad \chi = \frac{\tilde{\nu}}{\nu} \quad \text{et } c_{v1} = 7,1 \quad (1.17)$$

Son équation de transport s'écrit :

$$\boxed{\underbrace{\frac{D\tilde{\nu}}{Dt}}_{\text{Convection}} = \frac{\partial\tilde{\nu}}{\partial t} + \langle u_i \rangle \frac{\partial\tilde{\nu}}{\partial x_i} = \underbrace{c_{b1}\tilde{S}\tilde{\nu}}_{\text{Production}} + \underbrace{\frac{1}{\sigma} [\nabla \cdot ((\nu + \tilde{\nu})\nabla\tilde{\nu}) + c_{b2}(\nabla\tilde{\nu})^2]}_{\text{Diffusion}} - \underbrace{c_{\omega1}f_{\omega} \left(\frac{\tilde{\nu}}{d}\right)^2}_{\text{Destruction}}} \quad (1.18)$$

où  $d$  est la distance à la paroi et avec :

$$\begin{aligned} c_{b1} &= 0,1355, & c_{b2} &= 0,662, & \sigma &= \frac{2}{3}, \\ c_{\omega1} &= \frac{c_{b1}}{\kappa^2} + \frac{1 + c_{b2}}{\sigma}, & c_{\omega2} &= 0,3, & c_{\omega3} &= 2, \\ \tilde{S} &= S + \frac{\tilde{\nu}}{\kappa^2 d^2} f_{v2}, & S &= \sqrt{2S_{ij}S_{ij}}, & \kappa &= 0,41, \\ f_{v2} &= 1 - \frac{\chi}{1 + \chi f_{v1}}, & f_{\omega} &= g \left( \frac{1 + c_{\omega3}^6}{g^6 + c_{\omega3}^6} \right), \\ g &= r + c_{\omega2}(r^6 - r), & r &= \frac{\tilde{\nu}}{S\kappa^2 d^2} \end{aligned} \quad (1.19)$$

Chacun des termes du membre de droite de l'équation de transport a été construit afin de reproduire des écoulements de complexité croissante. Le premier terme est un terme source issu de l'étude des écoulements homogènes. Les deuxième et troisième termes sont des termes de diffusion obtenus par l'étude des écoulements cisailés libres (sillages, couches de mélange). Enfin le dernier est un terme puit qui permet de conserver une bonne résolution de la zone externe de la couche limite.

Ce modèle, couramment utilisé dans l'industrie, est performant sur bon nombre de configurations aéronautiques telle que les profils d'aile comme nous pouvons le voir sur la figure 1.3. Il fournit de bonnes prévisions pour des écoulements semblables à ceux ayant servi à sa calibration (sillages, couches de mélange) et pour les écoulements de couche limite en gradient de pression adverse. Néanmoins, ce modèle est mis en défaut sur des configurations de type jets où il échoue à bien reproduire leur expansion ou encore prévoit des décollements de coin trop importants.

### 1.2.1.2 Modèles à deux équations de transport $k - \omega$

Une autre façon de procéder consiste à se baser sur une analyse dimensionnelle en partant du constat que la viscosité turbulente est homogène au produit d'une longueur et d'une vitesse. Les structures turbulentes étant étroitement liées à la production d'énergie cinétique turbulente  $k$ , la viscosité turbulente est généralement obtenue via une équation de transport de  $k$  et une deuxième

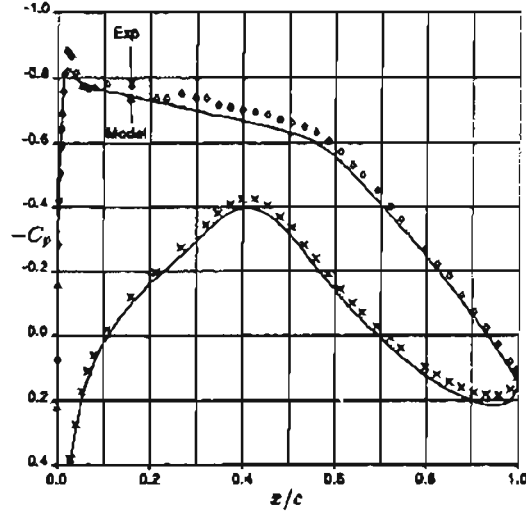


FIGURE 1.3 – Distribution de pression sur un profil d'aile RAE 2822 à bord de fuite arrondi [141]

équation de transport. Celle-ci peut porter sur une échelle de longueur ou une échelle qui, combinée à  $k$ , permet de déterminer une échelle de longueur. Nombreux sont les modèles de ce type, nous citerons par exemple les modèles  $k - kL$  de Rotta [124] ou de l'ONERA [18]. Les plus populaires sont surtout les modèles  $k - \varepsilon$  ( $\varepsilon$  étant le taux de dissipation de l'énergie cinétique turbulente  $k$ ) notamment de Launder et Sharma [80] et  $k - \omega$  qui sont détaillés par Wilcox dans [160]. Nous avons choisi ici de décrire uniquement les modèles  $k - \omega$  dérivés du modèle de Wilcox [158].

Ces modèles utilisent pour échelle de longueur la dissipation spécifique  $\omega \propto \frac{\varepsilon}{k}$ , qui peut également être considérée comme la fréquence caractéristique des structures porteuses d'énergie. Le modèle proposé par Wilcox en 1988 [158] définit la dissipation spécifique de la façon suivante :

$$\omega = \frac{\varepsilon}{\beta^* k} \text{ avec } \beta^* = 0,09 \quad (1.20)$$

d'où

$$\nu_t = \frac{k}{\omega} \quad (1.21)$$

Les équations de transport associées à  $k$  et  $\omega$  sont :

$$\begin{cases} \frac{Dk}{Dt} = P_k - \beta^* k \omega + \frac{\partial}{\partial x_i} \left[ (\nu + \sigma \nu_t) \frac{\partial k}{\partial x_i} \right] \\ \frac{D\omega}{Dt} = \alpha \frac{\omega}{k} P_k - \beta \omega^2 + \frac{\partial}{\partial x_i} \left[ (\nu + \sigma \nu_t) \frac{\partial \omega}{\partial x_i} \right] \end{cases} \quad (1.22)$$

avec  $\alpha = \frac{5}{9}$ ,  $\beta = \frac{3}{40}$  et  $\sigma = 0,5$ .

Le terme  $P_k$  représente la production d'énergie cinétique turbulente définie par :

$$P_k = -\langle u'_i u'_j \rangle \frac{\partial \langle u_i \rangle}{\partial x_j} \quad (1.23)$$

L'hypothèse de Boussinesq permet de le réécrire sous la forme :

$$P_k = 2\nu_t S_{ij} S_{ij} \quad (1.24)$$

Cette dernière formulation 1.24 permet notamment d'exprimer l'équation de transport de  $\omega$  indépendamment de  $k$ , favorisant ainsi une plus grande robustesse numérique. Facile à programmer et plus apte à prévoir les décollements en proche paroi que les modèles de type  $k - \varepsilon$ , ces qualités ont rendu ce modèle très populaire. Cependant, il s'est avéré que les écoulements prévus par ce modèle étaient très dépendants de la valeur de  $\omega$  à l'extérieur de la couche limite, fixée arbitrairement par l'utilisateur. Ceci en fait donc un mauvais candidat pour les problèmes d'aérodynamique externe.

C'est pourquoi Menter [99] proposa deux corrections au modèle de Wilcox. La première d'entre elle nommée *BaSeLine* (BSL) fut élaborée afin de combiner à la fois les avantages du modèle  $k - \varepsilon$  qui offre de bonnes prévisions des écoulements cisailés libres ainsi que ceux du modèle  $k - \omega$  permettant de bien reproduire les écoulements de couche limite.  $\omega$  étant proportionnel à  $\varepsilon$ , l'équation de transport de  $\varepsilon$  est donc réécrite en fonction de celles de  $k$  et de  $\omega$ . Celle-ci fait apparaître un terme supplémentaire fonction du produit des gradients de  $k$  et  $\omega$  dans l'équation de  $\omega$  classique :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{Dk}{Dt} = P_k - \beta^* k \omega + \frac{\partial}{\partial x_i} \left[ (\nu + \sigma \nu_t) \frac{\partial k}{\partial x_i} \right] \\ \frac{D\omega}{Dt} = \gamma \frac{\omega}{k} P_k - \beta \omega^2 + \frac{\partial}{\partial x_i} \left[ (\nu + \sigma \nu_t) \frac{\partial \omega}{\partial x_i} \right] + 2(1 - F_1) \sigma_{\omega 2} \frac{1}{\omega} \nabla k \cdot \nabla \omega \end{array} \right. \quad (1.25)$$

avec  $\kappa = 0,41$  et  $\beta^* = 0,09$ .

Les deux modèles ainsi couplés, le passage du modèle  $k - \omega$  au  $k - \varepsilon$  selon la zone de l'écoulement se fait par le biais d'une fonction  $F_1$  définie par :

$$\left\{ \begin{array}{l} F_1 = \tanh(arg_1^4) \\ arg_1 = \min \left[ \max \left( \frac{\sqrt{k}}{0,09\omega y}, \frac{500\nu}{\omega y^2} \right); \frac{4\sigma_{\omega 2} k}{CD_{k\omega} y^2} \right] \\ CD_{k\omega} = \max \left( 2\sigma_{\omega 2} \frac{1}{\omega} \frac{\partial k}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j}; 10^{-20} \right) \end{array} \right. \quad (1.26)$$

Elle vaut 1 en proche paroi où le modèle  $k - \omega$  de Wilcox est en jeu alors qu'elle vaut 0 dans les régions externes. Le terme de gradients croisés est dans ce cas activé, ce qui fait basculer le modèle vers un modèle  $k - \varepsilon$ . Le jeu de constantes est également adapté en conséquence, selon le passage d'un modèle à l'autre. Pour une constante  $A$  donnée, celle-ci sera modulée par la fonction  $F_1$  de la façon suivante :

$$A = F_1 A_1 + (1 - F_1) A_2 \quad (1.27)$$

En notant (1) pour le modèle  $k - \omega$  et (2) pour le modèle  $k - \varepsilon$ , nous avons donc :

(1) $k - \omega$	$\sigma_{k1} = 0,5$	$\sigma_{\omega 1} = 0,5$	$\beta_1 = 0,075$	$\gamma_1 = \frac{\beta_1}{\beta^*} - \frac{\sigma_{\omega 1} \kappa^2}{\sqrt{\beta^*}} = 0,556$
(2) $k - \varepsilon$	$\sigma_{k2} = 1,0$	$\sigma_{\omega 2} = 0,856$	$\beta_2 = 0,0828$	$\gamma_2 = \frac{\beta_2}{\beta^*} - \frac{\sigma_{\omega 2} \kappa^2}{\sqrt{\beta^*}} = 0,44$

TABLE 1.1 – Jeu de constantes pour chaque région d'après Menter [99]



Menter appporta ensuite une seconde amélioration nommée SST (pour *Shear Stress Tensor*) afin de conserver le rapport  $\frac{\langle u'v' \rangle}{k}$  constant dans la zone logarithmique d'une couche limite (relation de Bradshaw), ce qui est physique et permet d'améliorer le comportement du modèle en gradient de pression. Pour cela, sa démarche consiste à limiter la viscosité turbulente de la façon suivante :

$$\begin{cases} \nu_t = \frac{a_1 k}{\max(a_1 \omega; \Omega F_2)} \\ F_2 = \tanh(\arg_2^2) \\ \arg_2 = \max\left(2 \frac{\sqrt{k}}{0,09 \omega y}; \frac{500 \nu}{\omega y^2}\right) \\ \Omega = \sqrt{2 \Omega_{ij} \Omega_{ij}} \end{cases} \quad (1.28)$$

où le tenseur de vorticité  $\Omega_{ij}$  est défini par :

$$\Omega_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial \langle u_i \rangle}{\partial x_j} - \frac{\partial \langle u_j \rangle}{\partial x_i} \right) \quad (1.29)$$

La figure 1.4 montre notamment que la correction SST permet de retrouver les résultats expérimentaux sur les profils de vitesse à l'extrados d'un profil NACA 4412 avec une amélioration importante de la prévision par rapport à la correction BSL et le modèle  $k - \omega$  de Wilcox. Le modèle  $k - \omega$  SST ainsi décrit est, avec le modèle S-A, l'un des plus utilisés dans l'industrie. Ces deux modèles robustes et peu gourmands en terme de coût de calcul présentent néanmoins des inconvénients. De façon plus générale, tous les modèles à viscosité turbulente (dits de premier ordre) s'appuyant sur l'hypothèse de Boussinesq supposent que les tensions de Reynolds sont directement alignées avec le gradient de vitesse moyenne. Ceci n'est pas vrai en général et peut notamment être problématique dans la prévision des écoulements 3D complexes impliquant des effets de rotation et de courbure. Le modèle S-A a subi des modifications afin de tenir compte de ces effets [140]. Néanmoins, la relation 1.24 induit une réponse instantanée de la turbulence aux variations du champ moyen alors qu'elle est davantage sensible "à l'histoire de la contrainte qu'on lui applique (effet mémoire)" [92]. Enfin, dans le cas des modèles à deux équations de transport, l'équation de la deuxième variable transportée comportant des termes modélisés reste empirique. Néanmoins il reste difficile de proposer des alternatives de par la complexité de l'équation de transport exacte de  $\varepsilon$  (ou  $\omega$ ).

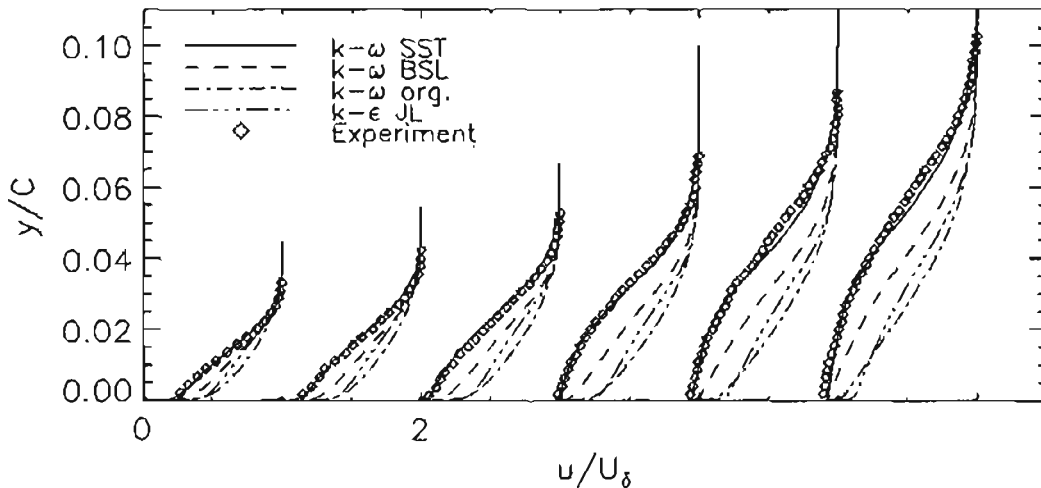


FIGURE 1.4 – Profils de vitesse sur l'extrados d'un NACA 4412 à une incidence de  $13,87^\circ$  [99]

### 1.2.2 Modélisation aux tensions de Reynolds

Les modèles aux tensions de Reynolds communément appelés *Reynolds Stress Model* (RSM) ou *Differential Reynolds Stress Model* (DRSM) consistent à résoudre les équations de transport de chaque composante du tenseur de Reynolds et d'une échelle de longueur (ou équivalente) soit 7 équations supplémentaires. Ces modèles sont alors dits du second ordre.

#### 1.2.2.1 Les modèles DRSM

Les équations de transport des tensions de Reynolds déduites des équations de Navier-Stokes sont les suivantes [64] :

$$\begin{aligned}
 \underbrace{\frac{\partial \langle u'_i u'_j \rangle}{\partial t} + \langle u_l \rangle \frac{\partial \langle u'_i u'_j \rangle}{\partial x_l}}_{\text{Convection}} &= \underbrace{-\langle u'_i u'_l \rangle \frac{\partial \langle u_j \rangle}{\partial x_l} - \langle u'_l u'_j \rangle \frac{\partial \langle u_i \rangle}{\partial x_l}}_{\text{Production } P_{ij}} + \underbrace{\left\langle \frac{p'}{\rho} \left( \frac{\partial u'_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u'_j}{\partial x_i} \right) \right\rangle}_{\text{Redistribution } \Phi_{ij}} \\
 &- 2\nu \underbrace{\left\langle \frac{\partial u'_i}{\partial x_l} \frac{\partial u'_j}{\partial x_l} \right\rangle}_{\text{“Dissipation” } \varepsilon_{ij}} + \underbrace{\frac{\partial}{\partial x_l} \left[ \nu \frac{\partial \langle u'_i u'_j \rangle}{\partial x_l} \right]}_{\text{Diffusion visqueuse } DV_{ij}} \\
 &- \underbrace{\frac{\partial \langle u'_i u'_j u'_l \rangle}{\partial x_l}}_{\text{Diffusion turbulente } DT_{ij}} - \underbrace{\frac{\partial}{\partial x_l} \left[ \left\langle \frac{p'}{\rho} (u'_i \delta_{jl} + u'_j \delta_{il}) \right\rangle \right]}_{\text{Diffusion due à la pression } Dp_{ij}}
 \end{aligned}
 \tag{1.30}$$

Seuls les termes de convection, de production et de diffusion visqueuse sont résolus suivant leur formulation exacte, les autres termes font quant à eux l'objet d'une modélisation. Le calcul des tensions de Reynolds via leurs équations de transport permet d'éviter l'alignement sur le gradient de vitesse moyenne (cas de l'hypothèse de Boussinesq) et donc de mieux prendre en compte les effets de rotation et de mémoire. De même, elle permet de gagner un ordre en résolution et donc de mieux reproduire la physique des écoulements étudiés en prenant en compte tous les mécanismes en jeu (production, dissipation, redistribution, diffusion turbulente, etc.). Plus précisément, le terme de production est souvent le terme prépondérant dans l'explication des phénomènes observés. Le calcul exact du terme de production  $P_{ij}$  participe ainsi à cette meilleure restitution.

Reste donc à modéliser les termes :  $\varepsilon_{ij}$ ,  $\Phi_{ij}$ ,  $DT_{ij}$  et  $Dp_{ij}$ . Le premier terme  $\varepsilon_{ij}$  dû aux effets visqueux est appelé terme de “dissipation” bien qu'il ne représente réellement un terme puit que pour les composantes normales du tenseur de Reynolds ( $\langle u'_i u'_i \rangle$ ). Ce terme est obtenu généralement à l'aide d'une équation de transport pour  $\varepsilon$  ou  $\omega \propto \frac{\varepsilon}{k}$ . Le terme de diffusion turbulente totale  $T_{ij} = DT_{ij} + Dp_{ij}$  tient compte de la convection d'énergie par le mouvement fluctuant et de la puissance des forces de pression fluctuantes. Enfin, le terme de redistribution  $\Phi_{ij}$  représente les interactions turbulentes pression-déformation dues aux fluctuations de pression. Plus délicat à modéliser, mais aussi terme le plus important après le terme de production, c'est lui qui distingue principalement les différents modèles existants les uns des autres.

Les deux modèles les plus utilisés dans le milieu industriel sont le modèle proposé par Launder et al. en 1975 [79] appelé LRR et celui proposé par Speziale et al. en 1991 nommé SSG [145]. Alors que le modèle LRR repose sur une expression de  $\Phi_{ij}$  linéaire par rapport au tenseur de Reynolds, le modèle SSG est plus complexe et utilise une formulation quasi-linéaire. Afin d'alléger notre exposé, nous nous limiterons à décrire ce dernier, accompagné de sa formulation basée sur l'équation de  $\omega$  de

Menter 1.25 vue plus haut, qui sera utilisé par la suite.

### 1.2.2.2 Le modèle DRSM SSG- $\omega$

Nous introduisons ici le tenseur d'anisotropie  $b_{ij}$  :

$$b_{ij} = \frac{\langle u'_i u'_j \rangle}{k} - \frac{2\delta_{ij}}{3} \quad (1.31)$$

Le modèle SSG est calibré afin de reproduire le retour à l'isotropie d'une turbulence homogène anisotrope, les écoulements fortement cisailés ainsi que les effets de rotation. Il propose la formulation du terme de redistribution suivante :

$$\begin{aligned} \Phi_{ij} = & -(c_1 \varepsilon + c_1^* P_k) b_{ij} + c_2 \varepsilon \left( b_{ik} b_{kj} - \frac{1}{3} b_{mn} b_{mn} \delta_{ij} \right) + (c_3 - c_3^* \sqrt{b_{mn} b_{mn}}) k S_{ij} \\ & + c_4 k \left( b_{ik} S_{jk} + b_{jk} S_{ik} - \frac{2}{3} b_{kl} S_{kl} \delta_{ij} \right) + c_5 k (b_{ik} \Omega_{jk} + b_{jk} \Omega_{ik}) \end{aligned} \quad (1.32)$$

avec :

$$\begin{aligned} c_1 = 1,7, \quad c_1^* = 0,9, \quad c_2 = 1,05, \\ c_3 = 0,8, \quad c_3^* = 0,65, \quad c_4 = 0,625, \quad c_5 = 0,20 \end{aligned} \quad (1.33)$$

Il est à noter que l'on retrouve le modèle LRR [79] en prenant le jeu de constantes :

$$\begin{aligned} c_1 = 1,8, \quad c_1^* = 0, \quad c_2 = 0, \\ c_3 = 0,8, \quad c_3^* = 0, \quad c_4 = 0,6, \quad c_5 = 0,6 \end{aligned} \quad (1.34)$$

En supposant les petites échelles de la turbulence isotropes, le tenseur de dissipation est donné par :

$$\varepsilon_{ij} = \frac{2}{3} \delta_{ij} \varepsilon \quad (1.35)$$

Le terme de diffusion turbulente totale est modélisé de la façon suivante :

$$T_{ij} = \frac{\partial}{\partial x_l} \left[ \frac{2c_s k^2}{3 \varepsilon} \frac{\partial \langle u'_i u'_j \rangle}{\partial x_l} \right] \text{ avec } c_s = 0,22 \quad (1.36)$$

Ce modèle est couplé à une équation de transport de la dissipation classique :

$$\frac{D\varepsilon}{Dt} = C_{\varepsilon 1} \frac{P_k \varepsilon}{k} - C_{\varepsilon 2} \frac{\varepsilon^2}{k} + \frac{\partial}{\partial x_l} \left[ \frac{C_\mu k^2}{\sigma_\varepsilon \varepsilon} \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_l} \right] \quad (1.37)$$

avec :

$$C_{\varepsilon 1} = 1,44, \quad C_{\varepsilon 2} = 1,92, \quad C_\mu = 0,09, \quad \sigma_\varepsilon = 1,3 \quad (1.38)$$

Le modèle de base SSG ainsi défini n'est cependant pas valable en proche paroi (hypothèses de quasi-homogénéité des gradients de vitesse moyenne et de localité non satisfaites). Il n'est donc utilisable que s'il est couplé à une loi de paroi. Des modèles conservant ses hypothèses existent comme le modèle TCL de Craft et Launder proposé en 1996 [39]. Ces modèles fortement non-linéaires restent cependant très peu intégrés dans les codes industriels. Chen proposa autrement une extension au modèle SSG en 1995 [35] pour la résolution en proche paroi. Pour cela, il modifia le terme de redistribution (noté  $\Phi_{ij}^{Ch}$ ) via une fonction d'amortissement à la paroi  $f_w$  et y ajouta un terme de réflexion pariétale  $\Phi_{ij}^w$  :

$$\boxed{\begin{aligned} \Phi_{ij}^{Ch} = & - [(c_1\varepsilon + c_1^*P_k)(1 - f_w) + f_w\varepsilon] b_{ij} + c_2(1 - f_w)\varepsilon \left( b_{ik}b_{kj} - \frac{1}{3}b_{mn}b_{mn}\delta_{ij} \right) \\ & + (c_3 - c_3^*\sqrt{b_{mn}b_{mn}}) kS_{ij} + c_4k \left( b_{ik}S_{jk} + b_{jk}S_{ik} - \frac{2}{3}b_{kl}S_{kl}\delta_{ij} \right) \\ & + c_5k (b_{ik}\Omega_{jk} + b_{jk}\Omega_{ik}) + \Phi_{ij}^w \end{aligned}} \quad (1.39)$$

avec :

$$\boxed{\begin{cases} \Phi_{ij}^w = f_w \left[ 0.45 \left( P_{ij} - \frac{2\delta_{ij}}{3}P_k \right) - 0.03 \left( Q_{ij} - \frac{2\delta_{ij}}{3}P_k \right) + 0.16kS_{ij} \right] \\ Q_{ij} = -\langle u'_i u'_j \rangle \frac{\partial \langle u_l \rangle}{\partial x_j} - \langle u'_l u'_j \rangle \frac{\partial \langle u_l \rangle}{\partial x_i} \\ f_w = \exp \left[ - \left( 0.0184 \frac{\sqrt{ky}}{\nu} \right)^4 \right] \quad \text{où } y = \text{distance normale à la paroi} \end{cases}} \quad (1.40)$$

L'équation de transport de  $\varepsilon$  est également remaniée en faisant intervenir  $f_w$  afin d'obtenir le bon comportement en proche paroi.

$$\begin{aligned} \frac{D\varepsilon}{Dt} = & C_{\varepsilon 1}(1 + f_w) \frac{P_k\varepsilon}{k} - C_{\varepsilon 2}f_\varepsilon \frac{\varepsilon\varepsilon^*}{k} + \left[ \left( \frac{7}{9}C_{\varepsilon 2} - 2 \right) \frac{\varepsilon\varepsilon^*}{k} - \frac{\varepsilon^{*2}}{2k} \right] f_w \\ & + \frac{\partial}{\partial x_k} \left[ \nu \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_k} + C_\varepsilon \frac{k}{\varepsilon} \langle u'_k u'_l \rangle \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_l} \right] \end{aligned} \quad (1.41)$$

avec :

$$\begin{aligned} \varepsilon^* &= \varepsilon - 2 \frac{\nu k}{y^2}, & C_{\varepsilon 1} &= 1,35, \\ C_{\varepsilon 2} &= 1,80, & C_\varepsilon &= 0,15, \\ f_\varepsilon &= 1 - \frac{2}{9} \exp \left[ - \left( \frac{R_t}{6} \right)^2 \right], & R_t &= \frac{k^2}{\nu\varepsilon} \end{aligned} \quad (1.42)$$

Wilcox [159] montra en 1998 qu'il était possible de coupler le modèle LRR à l'équation de transport de  $\omega$  en utilisant une hypothèse de diffusion selon le gradient pour modéliser le terme de diffusion turbulente. C'est au cours du projet européen FLOWMANIA [64], que fut élaboré de manière similaire un modèle DRSM SSG- $\omega$  basé sur l'équation  $\omega$  de Menter et incluant la correction en proche paroi de Chen. Ce modèle reprend donc la même modélisation du terme  $\Phi_{ij}$  de Chen vu à l'équation 1.39 couplé à l'équation 1.25 de  $\omega$  avec la correction BSL.

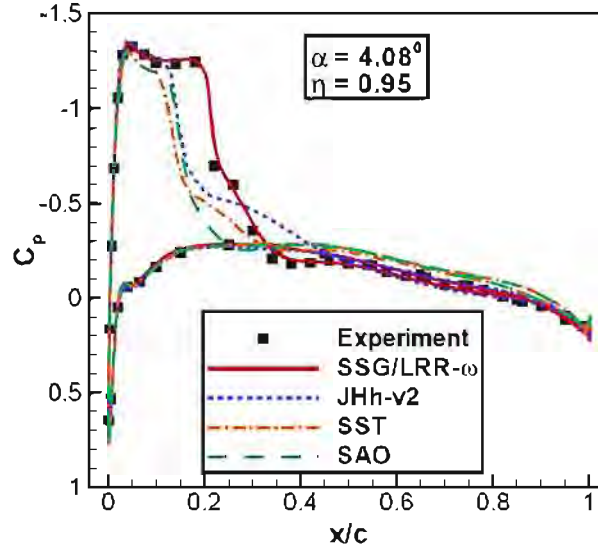


FIGURE 1.5 – Distribution de pression sur une aile M6 à une incidence de 4,08° à 95% d'envergure tiré de Cecora et al. [31]

Les équations de transport des tensions de Reynolds et de  $\omega$  sont alors de la forme :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{D\langle u'_i u'_j \rangle}{Dt} = P_{ij} - \frac{2}{3} \beta' \omega k \delta_{ij} + \Phi_{ij}^{Ch} + \frac{\partial}{\partial x_k} \left[ \left( \mu_t \delta_{kl} + c_s \frac{k \langle u'_k u'_l \rangle}{\varepsilon} \right) \frac{\partial \langle u'_i u'_j \rangle}{\partial x_l} \right] \\ \frac{D\omega}{Dt} = \gamma \frac{\omega}{k} P_k - \beta \omega^2 + \frac{\partial}{\partial x_i} \left[ (\nu + \sigma \nu_t) \frac{\partial \omega}{\partial x_i} \right] + 2(1 - F_1) \sigma_{\omega 2} \frac{1}{\omega} \nabla k \cdot \nabla \omega \end{array} \right. \quad (1.43)$$

Ce modèle existe également sans la correction en paroi et uniquement avec une équation pour  $\omega$  qui permet la résolution complète jusqu'à la paroi de façon robuste. Néanmoins, il ne permet pas de reproduire correctement le comportement asymptotique des grandeurs turbulentes en proche paroi. De même, un autre modèle a été développé par Eisfeld et al. [50] couplant le modèle LRR en proche paroi et le modèle SSG en externe basé également sur l'équation de  $\omega$  dans sa formulation BSL de Menter (SSG/LRR- $\omega$ ). Le passage de l'un à l'autre des modèles se fait à l'aide de la fonction  $F_1$  de Menter définie par le système 1.26.

Moins stables numériquement, ces modèles demandent plus de temps de calcul puisqu'ils impliquent la résolution de 7 équations en plus des équations de Navier-Stokes contre 2 au maximum pour les modèles à viscosité turbulente. Récemment implantés dans les codes industriels, leurs performances ne sont pas encore complètement évaluées. Nous signalerons à cet égard les travaux de Cécora et al. [31] ainsi que Jakirlić et al. [70] d'évaluation de ce type de modèles sur des configurations industrielles (profils d'aile, aile M6 de l'ONERA). Bien que moins utilisés, les modèles aux tensions de Reynolds fournissent néanmoins des résultats prometteurs et supérieurs aux modèles de premier ordre pour les écoulements complexes. Ainsi, sur la figure 1.5, nous constatons que le modèle SSG/LRR- $\omega$  est le seul à parvenir à restituer une distribution de pression conforme aux données expérimentales sur une aile M6. Il demeure qu'ils ne permettent pas d'avoir accès à une représentation complète du spectre turbulent. Parallèlement à ces modèles de turbulence du deuxième ordre, d'autres approches se sont développées comme la simulation aux grandes échelles (LES) afin de franchir encore un pas dans la résolution des structures turbulentes.

### 1.3 Large-Eddy Simulation (LES) : une technique en devenir

Nous avons vu au paragraphe précédent 1.2 que les méthodes URANS permettent d'avoir une bonne prévision des caractéristiques générales d'un écoulement et de capter certains modes de structures cohérentes. Elles sont néanmoins mises en défaut sur les écoulements turbulents complexes fortement instationnaires. Les industriels de l'aéronautique expriment aujourd'hui le besoin de prévoir ce type de configurations avec précision. Afin d'améliorer la prévision des écoulements présentant de fortes instationnarités comme des décollements massifs, il est nécessaire de résoudre les structures turbulentes ou du moins une partie. L'idée portée par la *Large-Eddy Simulation* (LES) est donc de résoudre les grosses structures porteuses d'énergie (et les plus dépendantes de la nature de l'écoulement étudié). Les structures plus petites qui ont un comportement plus universel sont quant à elles modélisées. Cela se traduit notamment par un découpage de spectre de l'énergie cinétique turbulente entre les échelles du spectre résolues et modélisées de part et d'autre d'un nombre d'onde de coupure  $\kappa_c$  à définir (figure 1.6).

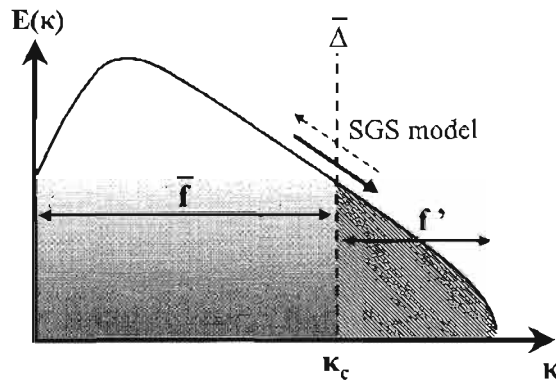


FIGURE 1.6 – Schéma du découpage LES d'un spectre d'énergie cinétique turbulente [132]

#### 1.3.1 Formalisme mathématique

La description qui suit reprend les éléments présentés dans les ouvrages de Sagaut [131] ainsi que Lesieur et al. [84].

La LES est une approche qui repose sur la définition de grandes et petites échelles. Les grandes échelles anisotropiques sont calculées numériquement (ou résolues) alors que les petites échelles isotropiques sont modélisées. Cela signifie que les équations de Navier-Stokes du système 1.1 sont résolues pour les grandes échelles (ou basses fréquences). Pour les petites échelles, on applique à la solution exacte un *filtre*, ce qui se traduit mathématiquement par un produit de convolution. Des exemples de filtre couramment utilisés en LES, de même que les propriétés qu'ils doivent satisfaire, sont décrits en annexe A. Notons  $\phi(\vec{x}, t)$  une grandeur quelconque de l'écoulement,  $G$  le filtre utilisé et  $\Delta_c$  sa longueur de coupure. La partie calculée  $\bar{\phi}(\vec{x}, t)$  (grandes échelles résolues) de  $\phi(\vec{x}, t)$  est définie par :

$$\bar{\phi}(\vec{x}, t) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \phi(\vec{\xi}, t') G_{\Delta_c}(\vec{x} - \vec{\xi}, t - t') dt' d^3 \vec{\xi} \quad (1.44)$$

soit

$$\boxed{\bar{\phi} = G_{\Delta_c} \star \phi} \quad (1.45)$$

ou dans l'espace de Fourier, le spectre  $\widehat{\overline{\phi}}(\vec{k}, \omega)$  de  $\overline{\phi}(\vec{x}, t)$  est défini par :

$$\widehat{\overline{\phi}}(\vec{k}, \omega) = \widehat{G_{\Delta_c}}(\vec{k}, \omega) \widehat{\phi}(\vec{k}, \omega) \quad (1.46)$$

La solution exacte  $\phi$  se décompose alors de la manière suivante :

$$\phi = \underbrace{\overline{\phi}}_{\text{partie résolue}} + \underbrace{\phi'}_{\text{partie modélisée}} \quad (1.47)$$

avec  $\phi' = (1 - G_{\Delta_c}) \star \phi$ .

Les inconnues du problème deviennent donc  $\phi'$  et  $\overline{\phi}$  avec  $\phi' = \phi - \overline{\phi}$ . Ainsi  $\phi'$ , la partie fluctuante (petites échelles) fait l'objet d'un modèle de sous-maille (*SubGrid-Scale model* ou *SGS model* en anglais)

Le filtre est donc appliqué aux équations de Navier-Stokes 1.1 dans le cas incompressible. On obtient alors les équations de Navier-Stokes filtrées :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial \overline{u}_i}{\partial x_i} = 0 \\ \rho \frac{\partial \overline{u}_i}{\partial t} + \rho \frac{\partial (\overline{u}_i \overline{u}_j)}{\partial x_j} = \frac{\partial \overline{\sigma}_{ij}}{\partial x_j} \text{ pour } i=1,2,3 \\ \rho \frac{\partial \overline{e}}{\partial t} + \rho \frac{\partial (\overline{e} \overline{u}_i)}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left( \overline{u_j \sigma_{ij}} + \lambda \frac{\partial \overline{T}}{\partial x_i} \right) \end{array} \right. \quad (1.48)$$

Soit

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial \overline{u}_i}{\partial x_i} = 0 \\ \rho \frac{\partial \overline{u}_i}{\partial t} + \rho \frac{\partial (\overline{u}_i \overline{u}_j)}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} (-\overline{p} \delta_{ij} + 2\mu \overline{s}_{ij}) \text{ pour } i=1,2,3 \\ \rho \frac{\partial \overline{e}}{\partial t} + \rho \frac{\partial (\overline{e} \overline{u}_i)}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left( -\overline{p} \overline{u}_i + 2\mu \overline{s}_{ij} \overline{u}_j + \lambda \frac{\partial \overline{T}}{\partial x_i} \right) \end{array} \right. \quad (1.49)$$

L'énergie totale et la loi d'état filtrées s'expriment à présent sous la forme :

$$\overline{e} = C_v \overline{T} + \frac{1}{2} \overline{u_i^2} \quad (1.50)$$

$$\overline{p} = \rho R \overline{T} \quad (1.51)$$

Il apparaît avec cette notation que les grandeurs qui nous intéressent sont  $\overline{u}_i$  et  $\overline{e}$ . On introduit alors le tenseur des contraintes de sous-maille  $\tau_{ij}$  défini par :

$$\tau_{ij} = \overline{u_i u_j} - \overline{u}_i \overline{u}_j \quad (1.52)$$

On introduit ce tenseur dans les équations de Navier-Stokes :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial \overline{u}_i}{\partial x_i} = 0 \\ \rho \frac{\partial \overline{u}_i}{\partial t} + \rho \frac{\partial (\overline{u}_i \overline{u}_j)}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} (-\overline{p} \delta_{ij} - \rho \tau_{ij} + 2\mu \overline{s}_{ij}) \text{ pour } i=1,2,3 \\ \rho \frac{\partial \overline{e}}{\partial t} + \rho \frac{\partial (\overline{e} \overline{u}_i)}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left( -\overline{p} \overline{u}_i - Q_i + 2\mu \overline{s}_{ij} \overline{u}_j + \lambda \frac{\partial \overline{T}}{\partial x_i} \right) \end{array} \right. \quad (1.53)$$

où  $Q_i$  est le flux de chaleur en sous-maille donné par la formule :

$$\boxed{Q_i = \overline{(\rho e + p)u_i} - (\overline{\rho e} + \overline{p})\overline{u_i}} \quad (1.54)$$

$\tau_{ij}$  et  $Q_i$  restent donc à modéliser pour fermer le problème. Les plus petites échelles tendent à être statistiquement plus homogènes et isotropes que les grandes selon la théorie de Kolmogorov. On peut donc les modéliser de façon plus universelle. Par analogie avec ce qui se fait pour les simulations RANS,  $\tau_{ij}$  et  $Q_i$  sont exprimés en terme de viscosité et diffusivité turbulente de sous-maille :

$$\boxed{\begin{cases} \tau_{ij} \simeq -\nu_t^{sgs} \overline{s_{ij}} \\ Q_i \simeq -\rho C_p \kappa_t^{sgs} \frac{\partial \overline{T}}{\partial x_i} \end{cases}} \quad (1.55)$$

Le nombre de Prandlt turbulent de sous-maille relie la diffusivité et la viscosité de sous-maille par la relation :

$$\boxed{Pr_t^{sgs} = \frac{\nu_t^{sgs}}{\kappa_t^{sgs}}} \quad (1.56)$$

Ceci donne le système suivant :

$$\begin{cases} \frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_i} = 0 \\ \rho \frac{\partial \overline{u_i}}{\partial t} + \rho \frac{\partial (\overline{u_i u_j})}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} (-\overline{p} \delta_{ij} + 2(\overline{\mu} + \rho \nu_t^{sgs}) \overline{s_{ij}}) \text{ pour } i=1,2,3 \\ \rho \frac{\partial \overline{e}}{\partial t} + \rho \frac{\partial (\overline{e u_i})}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left( -\overline{p} \overline{u_i} + 2\overline{\mu} \overline{s_{ij}} \overline{u_j} + \left[ \overline{\lambda} + \rho C_p \frac{\nu_t^{sgs}}{Pr_t^{sgs}} \right] \frac{\partial \overline{T}}{\partial x_i} \right) \end{cases} \quad (1.57)$$

où  $\overline{\mu}$  et  $\overline{\lambda}$  sont relié à  $\overline{T}$  par la formule de Sutherland 1.5 via la relation :  $Pr = C_p \overline{\mu}(\overline{T}) / \overline{\lambda}(\overline{T})$ .

Tout l'objet des modèles de sous-maille consiste alors à modéliser la viscosité et la diffusivité thermique (ou le nombre de Prandlt) de sous-maille. On citera à cet égard le premier modèle de sous-maille proposé en 1963 par Smagorinsky [137] qui est encore largement utilisé. Basé sur une hypothèse d'équilibre local, la viscosité de sous-maille y est formulée de la façon suivante :

$$\boxed{\nu_t^{sgs} = (C_s \Delta_c)^2 |\overline{S}|} \quad (1.58)$$

où  $C_s$  est la constante de Smagorinsky,  $\Delta_c$  la longueur de coupure et  $|\overline{S}|$  la norme du tenseur de déformation des grandes échelles c'est-à-dire :  $|\overline{S}| = \sqrt{2\overline{s_{ij}}\overline{s_{ij}}}$ .

Le lecteur intéressé pourra trouver une description plus détaillée de différents modèles de sous-maille couramment utilisés pour la viscosité en annexe B.

### 1.3.2 Limites et résolution à la paroi

Pour qu'une simulation LES soit précise, il faut que  $\kappa_c = \frac{\pi}{\Delta_c}$  (le nombre d'onde de coupure) se trouve dans la zone inertielle *i.e.* là où se fait le transfert d'énergie des grandes vers les petites échelles (figure 1.6). La longueur de coupure  $\Delta_c$  doit donc être suffisamment petite. Dans la pratique, on prend de l'ordre de la hauteur de maille  $\Delta x$  (ou  $\Delta y$  ou  $\Delta z$ ) ; ce qui implique que les maillages doivent



être assez fins et réguliers.

Dans la littérature, elle est souvent choisie selon l'une des deux formules suivantes :

$$\begin{cases} \Delta_c = \max(\Delta x, \Delta y, \Delta z) \\ \Delta_c = (\Delta x \Delta y \Delta z)^{\frac{1}{3}} \end{cases} \quad (1.59)$$

Afin d'avoir une LES de qualité, il faut que le champ de vitesse résolu (filtré) des grandes échelles contiennent la majorité de l'énergie cinétique turbulente totale y compris dans les zones en proche paroi pour avoir une bonne résolution pariétale.

On distingue en général la couche externe (*outer layer*), constituée par la région déficitaire et la zone logarithmique, de la couche interne (*inner layer*) qui comporte la sous-couche visqueuse et éventuellement la zone tampon. La couche interne est communément admise comme correspondant aux premiers 10% de l'épaisseur de la couche limite (quand le nombre de Reynolds est très grand, cela peut inclure une partie de la zone logarithmique).

En 1979, Chapman [33] estima la résolution en maillage nécessaire à une bonne résolution en proche paroi. Il détermina ainsi que le nombre de points requis pour résoudre correctement la couche externe était de l'ordre de  $N_x N_y N_z \propto \text{Re}^{0,4}$ .

Dans la couche interne en revanche, la dynamique est gouvernée par des tourbillons quasi-longitudinaux (au sens de la direction de l'écoulement) dont les dimensions sont constantes en échelle pariétale (exposant "+" correspondant à la normalisation par la viscosité cinématique  $\nu$  et la vitesse de frottement  $u_\tau = \sqrt{\tau_p/\rho}$  où  $\tau_p$  est la contrainte à la paroi). Ces structures gouvernent la production de turbulence. La résolution requise dans cette zone donne lieu à des espacements de mailles tels que  $\Delta x_1^+ \simeq 100$  et  $\Delta x_3^+ \simeq 20$  ( $\Delta x_1^+ = \Delta x_1 u_\tau / \nu$ ). Ces conditions s'affaiblissent à mesure que l'on s'approche de la couche externe. Chapman en conclut que le nombre de points nécessaire à la résolution de la couche interne était lui de l'ordre de  $N_x N_y N_z \propto \text{Re}^{1,8}$ .

Le pas de temps étant déterminé par la condition CFL telle que  $\Delta t \propto \Delta x/u$ , on en vient à déduire un nombre de pas de temps  $N_t$  requis pour procéder à une simulation. Cela conduit à envisager un nombre de pas de temps  $N_t \propto \text{Re}^{0,2}$  pour la couche externe et  $N_t \propto \text{Re}^{0,6}$  pour la couche interne.

Soit un coût de calcul total proportionnel à  $\text{Re}^{0,6}$  pour la couche externe et  $\text{Re}^{2,4}$  pour la couche interne [117].

Dans le cas d'un écoulement plan en conduite, le coût de calcul de la couche externe n'est plus dépendant du nombre de Reynolds mais de la hauteur de la conduite. Néanmoins le coût de calcul de la couche interne reste lui identique quelque soit le type d'écoulement. La couche externe est donc moins gourmande en résolution que la couche interne. On parle de LES avec résolution pariétale [52] quand toutes ces conditions sont satisfaites mais ce n'est généralement pas le cas. En effet, lorsque le nombre de Reynolds est très élevé, les grandes échelles (anisotropes) que l'on doit résoudre deviennent de plus en plus petites ce qui nécessite des maillages fins à la fois pour ces structures et près des parois selon les conditions citées à l'instant. Des nombres de Reynolds modérément élevés ( $\text{Re} \simeq 10^4$ ) entraînent déjà une mobilisation de 50% des ressources numériques pour résoudre la couche interne [117]. Pareillement, pour un nombre de Reynolds de l'ordre de  $10^6$ , 99% des noeuds du maillage sont donc utilisés pour décrire la couche interne qui représente seulement 10% de la couche limite [118].

Ceci implique que les coûts de calcul augmentent également de façon importante d'où un usage peu répandu de la LES sur des configurations industrielles ou des écoulement géophysiques dont les Reynolds sont situés entre  $10^6$  et  $10^9$ . Une alternative possible est l'utilisation de lois de paroi combinée à la LES (*Wall-Modeled LES* ou WMLES) pour une LES à coût raisonnable. Lorsque que le maillage de la couche interne est trop grossier, il ne permet pas de résoudre tout ou partie des échelles de longueur pariétales. De même, le pas de temps est trop grand par rapport aux échelles de temps

caractéristiques de ses structures. Les méthodes WMLES proposent ici de modéliser la couche interne et de mener des simulations de type LES pour résoudre les structures jusqu'à la couche externe réduisant par là même les requis en terme de maillage (le coût de calcul devient alors faiblement dépendant du nombre de Reynolds). Plusieurs modèles de lois de paroi existent et sont répertoriés par Piomelli [117]. La plupart d'entre eux reposent sur une approche zonale. Le modèle TLM ou TBLE ("*Two Layer Model*" ou "*Two-layer approximate Boundary condition for LES*") de Balaras et al. [8],[9] est par exemple l'un des plus utilisés. Ce modèle résout la couche externe et le reste de l'écoulement par une LES. La région interne est donc représentée par une maille unique jusque  $y^+ = 50 \sim 100$ , et le premier point du maillage (pour la LES) se trouve dans la couche externe. Un deuxième maillage est intercalé entre la paroi et ce premier point. Le modèle consiste ensuite à résoudre les équations RANS de la couche limite turbulente sur ce maillage intercalé. La contrainte à la paroi  $\tau_p$  ainsi calculée est utilisée comme condition limite pour la LES de la couche externe. Cette approche n'est cependant pas efficace pour les couches limites présentant de forts gradients de pression et des décollements. Elle fut améliorée en modélisant la viscosité turbulente et en prenant en compte le gradient de pression mais ne donne de résultats fidèles que si le premier point se trouve en fait dans la sous-couche visqueuse. Des études stochastiques non linéaires à partir de données expérimentales ont également été menées qui débouchèrent notamment sur le modèle de Breuer et al. [25] qui traite relativement bien les écoulements de couches décollées. Les principaux inconvénients de ces méthodes WMLES sont donc qu'elles sont difficilement applicables à des écoulements complexes [136] ou requièrent l'utilisation de données extérieures issus d'expériences, de DNS ou de LES résolues par exemple.

Les lois de paroi ne donneront jamais des résultats aussi précis que la LES avec résolution pariétale, elles permettent néanmoins d'avoir des résultats satisfaisants à moindre coût et de plus en plus proches de ceux de la LES dans l'avenir. En somme, elles représentent l'une des clés possibles de l'application de la LES à des écoulements industriels.

## 1.4 Zonal Detached Eddy simulation : une méthode hybride RANS/LES

Nous avons abordé les différentes problématiques liées à la LES et les difficultés rencontrées en proche paroi dans la section précédente 1.3. Un constat s'impose au regard des équations mises en jeu dans les modélisations RANS et LES : les équations de Navier-Stokes filtrées 1.53 et moyennées 1.13 présentent une forme analogue. Elles ne se distinguent dans leur formalisme que par le fait qu'un opérateur de filtrage soit appliqué sur les unes contre un opérateur moyenne sur les autres. De même, ces deux systèmes comportent des termes à modéliser au travers du tenseur des contraintes de sous-maille pour les équations filtrées et du tenseur de Reynolds pour les équations moyennées. Les équations filtrées et moyennées sont donc semblables d'un point de vue formel et ne diffèrent que par les modèles de fermeture utilisés afin de modéliser ces termes. D'où l'idée de créer des méthodes hybrides RANS/LES basculant d'un mode à l'autre selon le besoin.

Ces méthodes sont basées sur l'utilisation d'une approche type LES pour les régions d'écoulement présentant des phénomènes instationnaires (sillage, recirculations ou décollements) et d'une approche type RANS en proche paroi (couches limites) là où la LES a plus de difficultés et nécessite des maillages très fins (voir paragraphe 1.3.2). Ces techniques se sont développées en raison des difficultés des modèles RANS ou URANS classiques à deux équations de transport à prévoir correctement des écoulements fortement décollés avec de hauts nombres de Reynolds.

Plusieurs approches sont rencontrées dans la littérature comme la WMLES, évoquée précédemment, ou la *Limited Numerical Scales* (LNS) proposée par Batten et al. [12]. Nombreuses sont les méthodes utilisées, nous attacherons ici à décrire principalement les différents modèles qui ont conduit à la *Zonal Detached-Eddy Simulation* (ZDES).

### 1.4.1 Detached-Eddy Simulation (DES)

La *Detached-Eddy Simulation* (DES) fut proposée par Spalart et *al.* en 1997 [143] en se basant sur le modèle de turbulence RANS à une équation S-A décrit plus haut dans la section 1.2.1.1.

Dans l'équation de transport de la viscosité turbulente 1.18, le terme de destruction est proportionnel à  $\left(\frac{\tilde{\nu}}{d}\right)^2$  avec  $d$  la distance à la plus proche paroi. Par équilibre avec le terme de production, on déduit que  $\tilde{\nu} \propto Sd^2$ . Ainsi, remplacer  $d$  par une distance proportionnelle à la taille caractéristique du maillage  $\Delta_c$ , peut être analogue à un modèle de sous-maille de type Smagorinsky.

La DES [143] propose ainsi de délimiter les zones RANS des zones LES par la définition de la distance  $\tilde{d}$  dans le terme de destruction (qui remplace donc  $d$ ) :

$$\tilde{d} = \min(d, C_{DES}\Delta_c) \quad (1.60)$$

avec  $C_{DES} = 0,65$ .

Cette limite permet d'avoir un seul modèle agissant comme un modèle RANS quand  $d \ll \Delta_c$  ou comme un modèle de sous-maille quand  $\Delta_c \ll d$ . La DES est donc destinée à traiter les couches limites avec un modèle RANS. Elle applique ainsi un processus de type LES aux zones décollées ou présentant des phénomènes instationnaires non captés par la méthodes RANS/URANS. L'utilisation d'un modèle RANS en proche paroi a également incité à étendre cette approche à d'autres modèles RANS notamment à deux équations. Ainsi, Strelets proposa en 2001 [147], une extension de la DES au modèle SST de Menter.

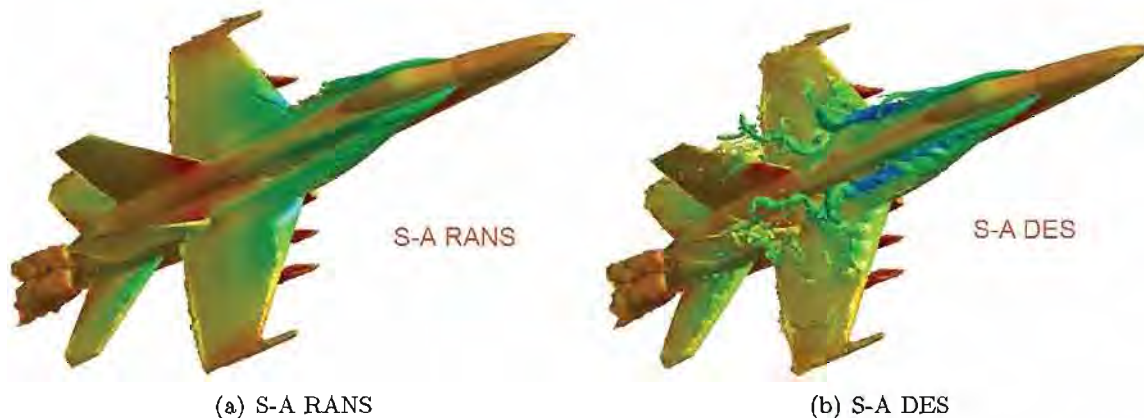


FIGURE 1.7 – Isosurface de vorticité des solutions instantanées obtenus sur le F18C [109]

Cette méthode a été éprouvée avec succès sur l'étude d'écoulements massivement décollés allant de l'écoulement turbulent sur une sphère par Constantinescu et al. [37] à celui sur un avion F18-C 1.7 par Morton et al. [109]. Ces travaux ont notamment montré qu'elle permettait de traiter les couches limites attachées sur le mode RANS, et le développement de tourbillons (structures turbulentes) dans les sillages des décollements dans les régions LES. La résolution des structures porteuses d'énergie dans le sillage permet alors une amélioration qualitative de la description de la physique de l'écoulement mais également quantitative via la prévision des coefficients de pression et des coefficients aérodynamiques. De plus, Travin et al. [149] ont choisi d'utiliser un schéma numérique d'ordre élevé (voir

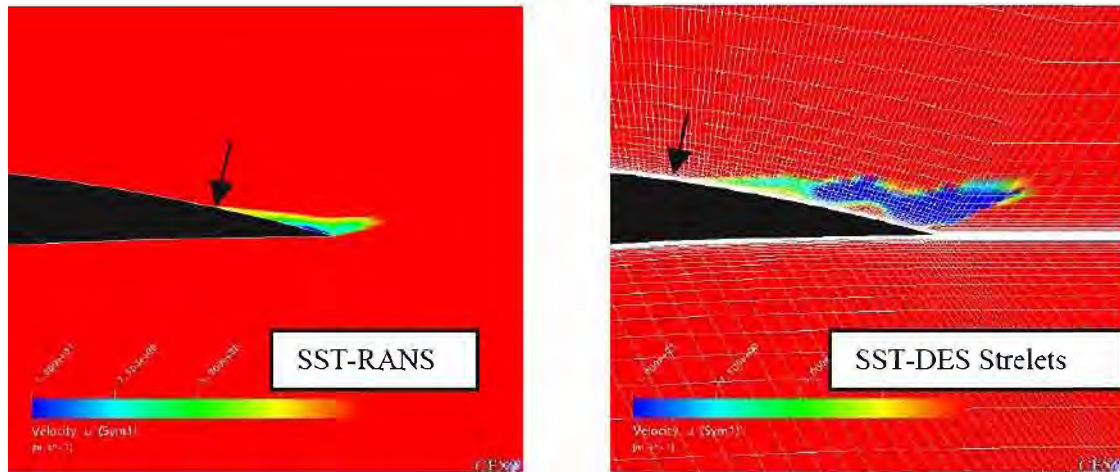


FIGURE 1.8 – Zone de décollement sur un profil d’aile en simulation RANS et DES [103]

annexe E sur la discrétisation spatiale) car celui-ci doit être le moins diffusif possible pour la résolution en mode LES. Ces schémas n’étant pas forcément adaptés au mode RANS, ceux-ci ont recommandé l’utilisation de schémas hybrides. L’idéal est ici de combiner un schéma classique décentré d’ordre deux en proche paroi pour le mode RANS et un schéma moins diffusif pour le mode LES.

Cette première formulation nommée *DES97* présentait néanmoins des défauts. Sensible au raffinement du maillage ou à certaines configurations d’étude, elle rencontrait des problèmes dans la zone “grise” où la distance à la paroi est de l’ordre de  $\Delta_c$  ( $C_{DES}\Delta_c \propto d$ ). Ceci est par exemple inévitable sur les maillages structurés où le raffinement des zones LES se fait ressentir jusqu’en proche paroi. Les cas mal représentés étaient notamment ceux d’une couche limite épaisse ou d’une région de décollement creuse (ex : marche descendante). Lorsque l’espacement des mailles dans la direction parallèle à la paroi devenait plus petit que l’épaisseur de couche limite (épaississement de la couche limite ou raffinement local du maillage), la fonction LES s’activait ( $\bar{d} = C_{DES}\Delta_c$ ). L’activation du limiteur provoquait alors une chute de la viscosité turbulente et par la même occasion des tensions de Reynolds modélisées. Ne disposant pas de contreponds non négligeable venant des tensions de Reynolds résolues, elles ne rejoignaient donc pas celles calculées par le modèle RANS en proche paroi [143]. En effet, seule une finesse de maillage équivalente à celle qu’il faut pour une LES aurait permis alors de capter la production de fluctuations de vitesse résolues dans la couche limite (elles sont en fait produites avec retard). Ce comportement fut nommé “Modelled Stress Depletion” (MSD) et se traduisait notamment par une sous-estimation du coefficient de frottement et des profils de vitesse erronés près des parois. De plus, la chute des tensions de Reynolds engendrée pouvait provoquer jusqu’à une relaminarisation d’une couche limite turbulente (donc moins résistante à un gradient de pression adverse). Les travaux de Menter et Kuntz [103] ont notamment mis en lumière un phénomène de décollement prématuré de la couche limite “Grid Induced Separation” (GIS) (voir figure 1.8) directement lié au MSD.

Diverses solutions à ce problème ont été étudiées depuis, afin d’assurer une résolution de type RANS en couche limite. On distingue notamment deux approches : l’une utilisant des fonctions de transition du mode RANS vers le mode LES (DDES, IDDES) et l’autre plus zonale permettant à l’utilisateur de définir directement les régions de l’écoulement où il souhaite une résolution de type RANS.

### 1.4.2 Delayed Detached-Eddy Simulation (DDES)

Si Menter et Kuntz ont proposé d'utiliser les fonctions  $F_1$  et  $F_2$  du modèle SST afin de détecter la présence dans la couche limite ou non [103], Spalart et al. [142] ont mis au point en 2006 une nouvelle version en s'inspirant de leurs travaux : la *Delayed Detached-Eddy Simulation* ou DDES. Applicable à tous les modèles de turbulence impliquant une viscosité turbulente, elle repose sur le paramètre  $r_d$  ( $d$  pour delayed) donnée par :

$$r_d = \frac{\nu_t + \nu}{\sqrt{2}S\kappa^2 d^2} \quad (1.61)$$

Ce paramètre vaut 1 dans la zone logarithmique et diminue progressivement jusqu'à 0 à la paroi. L'ajout de  $\nu$  au numérateur corrige le comportement en très proche paroi.

Ce paramètre est utilisé dans la fonction  $f_d$  qui est conçue de façon à valoir 1 dans les zones LES et 0 ailleurs :

$$f_d = 1 - \tanh([8r_d]^3) \quad (1.62)$$

Le limiteur devient alors :

$$\tilde{d} = d - f_d \max(0, d - C_{DES}\Delta_c) \quad (1.63)$$

Cette modification implique que  $\tilde{d}$  ne dépend plus seulement du maillage mais également de la viscosité turbulente. Le passage du mode RANS au mode LES se fait davantage brusquement après un décollement ; la zone grise s'en retrouve donc plus étroite. De même, la croissance des tensions de Reynolds résolues est accélérée par les instabilités naturelles près des régions où les tensions de Reynolds modélisées sont importantes. Cette nouvelle formulation bien qu'assez simple, permet de rester en mode RANS dans les couches limites même épaisses et après des décollements massifs. Ainsi, le phénomène de GIS sur profil d'aile est complètement corrigé par la DDES (aujourd'hui confondue avec le terme DES). De même, dans le cas d'une marche descendante, le coefficient de frottement n'est plus sous-estimé sur la figure 1.9.

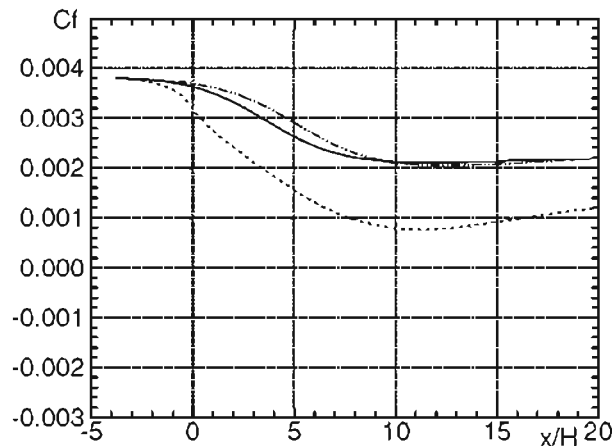


FIGURE 1.9 – Coefficient de frottement pour une simulation DES de marche descendante : —, RANS; ···, DES; - - -, DDES. tiré de Spalart et al. [142]

Nikitin et al. [112] tentèrent de généraliser le formalisme de la DDES à la WMLES, c'est-à-dire que le maillage fut construit de façon à ce que le mode RANS soit activé dans la zone interne de la couche limite et le mode LES dans la zone externe. Le recoupement des deux modes se faisant dans la zone logarithmique, restait alors à vérifier que les deux lois logarithmiques prédites se rejoignaient. Cette étude révéla que chaque branche du modèle donnait bien lieu à des lois logarithmiques mais que celles-ci étaient décalées l'une par rapport à l'autre et ne se rejoignaient donc pas. Ce phénomène appelé "Logarithmic Layer Mismatch" (LLM) provoqua notamment une sous-estimation du coefficient de frottement de 15 à 20%.

En partant de ce constat, Shur et al. [136] développèrent l'*Improved Delayed Detached-Eddy Simulation* (IDDES). Cette méthode couple à la fois une approche DDES et WMLES, selon l'état de l'écoulement et la résolution locale du maillage. Si la résolution du maillage de la zone externe de la couche limite est suffisante pour résoudre les structures en LES, alors la zone de passage du mode RANS au mode LES se trouve à l'intérieur de la couche limite. Sinon, la fonction  $f_d$  de la DDES s'active afin de rester en mode RANS dans la couche limite et empêcher la présence de MSD. Le modèle ainsi conçu corrige le phénomène LLM et permet donc de couvrir un large spectre de niveaux de modélisation depuis le RANS jusqu'à la LES complète.

### 1.4.3 Zonal Detached-Eddy Simulation (ZDES)

Une autre solution développée afin de remédier aux défauts de la *DES97* fut la *Zonal Detached-Eddy Simulation* (ZDES) par une désactivation du limiteur ( $\tilde{d} = C_{DES}\Delta_c$ ) dans les zones voulues. Deck [43] proposa ainsi à l'utilisateur de sélectionner les régions RANS et DES manuellement.

Les régions jugées d'intérêt par l'utilisateur étaient traitées en DES tandis que les zones où l'écoulement est attaché correspondaient à des zones RANS. Celles-ci vont donc contribuer à faire diminuer significativement le nombre de cellules d'un maillage structuré comme nous l'avons expliqué précédemment (1.4.1). Il était également possible de faire un calcul 2D du champ lointain, dans le cas de configurations homothétiques en envergure (profil, cylindre), réduisant encore les exigences en maillage (figure 1.10).

Cette approche nécessitait cependant une connaissance *a priori* de l'écoulement mis en jeu assez précise. La perte du caractère automatique de la DES et cette contrainte constituèrent les limitations majeures à l'application de la ZDES sur des écoulements complexes dans un contexte industriel.

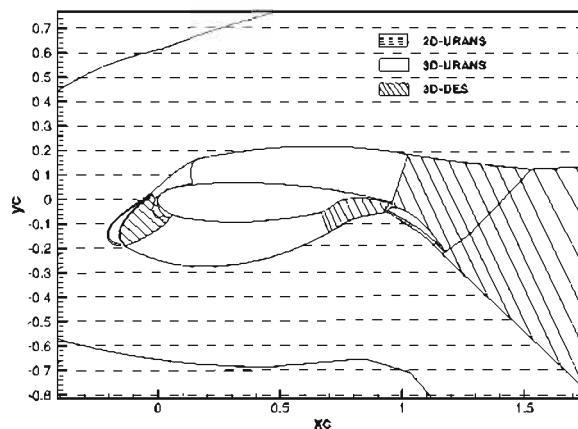


FIGURE 1.10 – Stratégie de calcul ZDES autour d'une configuration hypersustentée [43]

Deck développa alors un nouveau modèle de ZDES en 2012 [44] alliant le caractère zonal à des formulations différentes de DES pouvant coexister au sein de l'écoulement. Pour ce dernier modèle, une formulation DES particulière est mise en jeu selon la configuration d'écoulement rencontrée au cours du calcul. Trois types d'écoulement sont répertoriés et illustrés à la figure 1.11.

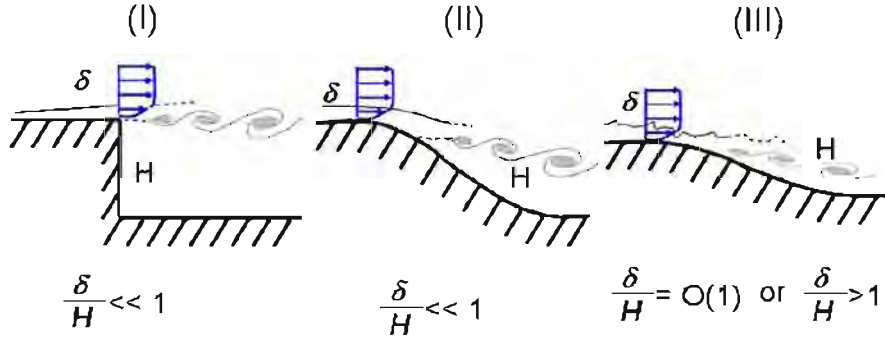


FIGURE 1.11 – Classification des configurations d'écoulement pour la ZDES [44]

La première catégorie (I) représente des décollements massifs fixés par la géométrie de l'écoulement. La catégorie (II) correspond à des décollements induits par un gradient de pression adverse sur une surface courbe et dont le point de décollement est *a priori* inconnu. Ces deux catégories appartiennent à la famille d'écoulements présentant des décollements massifs qui développent de fortes instationnarités à caractère prédominant par rapport à la turbulence apportée par le couche limite amont. Enfin, la troisième et dernière catégorie (III) s'attache à la dynamique de la turbulence de la couche limite quand elle joue un rôle important dans la zone d'écoulement considérée.

L'utilisateur doit donc choisir les zones RANS et DES, de même que le mode DES qu'il souhaite appliquer selon la configuration d'écoulement. Pour ce faire, il a la possibilité d'activer ou non la DES via deux senseurs : *ides* et *imode*. Ceux-ci agissent sur la définition de  $\tilde{d}_{ZDES}$  comme suit :

$$\tilde{d}_{ZDES} = \begin{cases} d & \text{si } ides = 0 \\ \tilde{d}_{ZDES}^I & \text{si } ides = 1 \text{ et } imode = 1 \\ \tilde{d}_{ZDES}^{II} & \text{si } ides = 1 \text{ et } imode = 2 \\ \tilde{d}_{ZDES}^{III} & \text{si } ides = 1 \text{ et } imode = 3 \end{cases} \quad (1.64)$$

Les différentes échelles de longueurs sont définies par :

$$\begin{aligned} \tilde{d}_{ZDES}^I &= \min(d, C_{DES} \Delta_{ZDES}^I) \\ \tilde{d}_{ZDES}^{II} &= d - f_d \max(0, d - C_{DES} \Delta_{ZDES}^{II}) \\ \tilde{d}_{ZDES}^{III} &= \begin{cases} d & \text{si } d < d^{interface} \\ \tilde{d}_{ZDES}^I & \text{sinon} \end{cases} \end{aligned} \quad (1.65)$$

La formulation de  $\tilde{d}_{ZDES}^I$  retenue pour le premier mode est celle de la DES97. Elle est conservée car la DES97 fut développée pour reproduire des écoulements avec décollement massif fixé par une

rupture de géométrie. Deck supprime cependant les fonctions de proche paroi du modèle S-A ( $f_{v1} = 1$ ,  $f_{v2} = 0$  et  $f_{\omega} = 1$ ) dans la phase LES. Ces modifications visent à empêcher que ces fonctions ne fassent chuter rapidement la viscosité turbulente dans les régions LES. En effet, les faibles valeurs de viscosité turbulente en zone LES peuvent être interprétées comme la présence d'une paroi à proximité. Ceci entraîne l'activation des fonctions d'amortissement du modèle initial et donc une chute rapide de la viscosité de sous-maille. De plus, le terme source de l'équation de  $\nu_t$  en devient plus raide. De la même façon, le mode (II) intègre la fonction de protection  $f_d$  de la DDES. L'échelle de sous-maille LES est néanmoins modifiée et les formulations de  $\Delta_{ZDES}^I$  et  $\Delta_{ZDES}^{II}$  sont adaptées suivant l'écoulement.

Enfin, le passage au mode LES pour les écoulements de type (III) se produit à partir d'une certaine distance à la paroi,  $d_{interface}$ , fixée par l'utilisateur. Ce dernier mode nécessite quant à lui l'injection de turbulence à l'interface RANS/ZDES. Avec un  $d_{interface}$  bien choisi et couplé à une injection turbulente réaliste dans la direction de l'écoulement ce modèle donne des résultats encourageants [45]. De plus, l'usage d'un maillage de type LES montre que la ZDES se comporte comme un modèle de sous-maille. Elle donne des résultats analogues à une LES classique avec modèle de Smagorinsky, de façon similaire aux approches WMLES existantes.

Les quatre modes ainsi disponibles (un RANS et trois DES) dépendent de l'échelle de longueur de sous-maille utilisée  $\Delta_c$ . Deck définit trois formulations possibles pour celle-ci :

$$\Delta_c = \begin{cases} \Delta_{max} & = \max(\Delta x, \Delta y, \Delta z) \\ \Delta_{vol} & = \sqrt{\Delta x \Delta y \Delta z} \\ \Delta_{\omega} & = \sqrt{\bar{S}_{\omega}} \end{cases} \quad (1.66)$$

où  $\bar{S}_{\omega}$  est la surface moyenne du plan normal au vecteur vorticité  $\vec{\omega}$ , inclu dans la cellule.

Si les échelles  $\Delta_{max}$  et  $\Delta_{vol}$  reposent sur des critères géométriques,  $\Delta_{\omega}$  dépend quant à elle de grandeurs locales de l'écoulement (vitesse et viscosité turbulente). Cette dernière fut proposée par Chauvet et al. [34] et permet de réduire le délai au développement des instabilités des écoulements cisailés libres, lorsque les cellules du maillage sont anisotropes.

Deck utilise donc pour le premier mode :

$$\Delta_{ZDES}^I = \Delta_{vol} \text{ ou } \Delta_{\omega} \quad (1.67)$$

Il montre en outre que la désactivation des fonctions d'amortissement pariétales couplée à l'utilisation de  $\Delta_{\omega}$  débouche sur un développement plus rapide des instabilités d'une couche de mélange liées à un décollement.

Dans le cas de l'approche DDES, une utilisation directe de  $\Delta_{vol}$  et  $\Delta_{\omega}$  n'est pas recommandée. En effet, elles favorisent une réduction de la viscosité turbulente et donc le développement de MSD. L'idée est donc d'utiliser la fonction protectrice  $f_d$  afin de piloter le passage d'une formulation basée sur  $\Delta_{max}$  dans la couche limite à  $\Delta_{vol}$  ou  $\Delta_{\omega}$  dans les zones LES. Pour cela, Deck impose une valeur seuil de  $f_d$  notée  $f_{d0}$  calibrée en se basant sur un calcul de couche limite de plaque plane.

L'échelle  $\Delta_{ZDES}^{II}$  varie donc selon les conditions suivantes :

$$\Delta_{ZDES}^{II} = \begin{cases} \Delta_{max} & \text{si } f_d \leq f_{d0} \\ \Delta_{ZDES}^I & \text{si } f_d > f_{d0} \end{cases} \quad (1.68)$$

avec  $f_{d0} = 0.8$ .



La ZDES ainsi généralisée couvre une large gamme de modélisations et son caractère zonal permet de modérer le coût de calcul par le choix des zones RANS et LES par l'utilisateur. Cette pluralité s'illustre notamment sur la stratégie de calcul mise en place pour le calcul d'une configuration hypersustentée (figure 1.12). Le mode DES (I) est utilisé pour capter l'apparition d'instabilités au niveau du bec. Puis, le décollement sur l'extrados est restitué avec le mode (II). Le mode (III) intervient ensuite dans le calcul de la région du bord de fuite. Enfin, les régions où l'écoulement est attaché sont traitées en RANS.

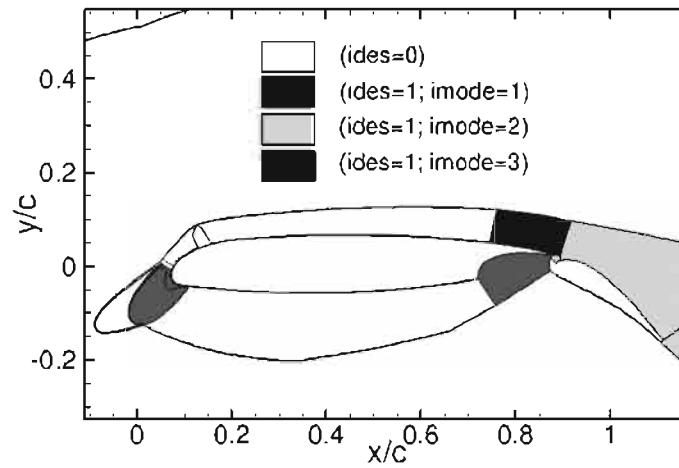


FIGURE 1.12 – Stratégie de calcul ZDES autour d'une configuration hypersustentée [44]

## 1.5 Scale-Adaptive Simulation (SAS) : une approche URANS avancée

Nous avons vu à la section précédente 1.4.3 que les méthodes découlant de la *DES97* offrent un potentiel certain pour la résolution d'écoulements turbulents complexes. Néanmoins ces approches restent fortement dépendantes de la taille et/ou de la géométrie des mailles mise en jeu. À l'échelle industrielle, il est souvent délicat de satisfaire les exigences en maillage que requièrent ces méthodes pour basculer en mode LES. Les méthodes URANS, bien implantées en contexte industriel, ne dépendent quant à elles que de grandeurs physiques et non du maillage. Comme nous l'avons déjà abordé, les équations LES et URANS sont similaires formellement alors que les modèles URANS ont des capacités de prévision moindres. L'objectif serait donc de rendre les modèles RANS capables de capturer des structures de l'ordre de la taille de maille, tout comme la LES le fait, afin d'améliorer la prévision des écoulements turbulents fortement instationnaires sur des maillages industriels.

C'est dans cette optique que sont nées les approches URANS avancées qui visent à corriger les méthodes URANS classiques. Ces nouveaux modèles s'affranchissent de la taille de maille et offrent la possibilité de mieux prévoir la viscosité turbulente qui pilote le niveau de turbulence résolue. Ainsi de nombreux auteurs ont proposé des alternatives plus élaborées aux modèles URANS standards. Girimaji et al. développent notamment la *Partially-Averaged Navier-Stokes* (PANS) ([61],[60]) sur la base des modèles à deux équations de transport. Ce modèle permet de réduire la part de turbulence modélisée en donnant à l'utilisateur la possibilité d'agir sur des paramètres qui quantifient l'opérateur de filtrage (implicite) appliqué aux équations de Navier-Stokes. Scheistel et al. [134] la généralise de façon plus rigoureuse via l'approche *Partially Integrated Transport Mode* (PITM) tandis que Chaouat et al. [32] la transpose aux modèles de type RSM. Ces méthodes récentes sont encore peu répandues dans le milieu industriel. Elle montrent de premiers résultats prometteurs ([61],[32]) et sont en cours d'étude pour des configurations d'écoulements complexes. Parallèlement à ces approches, Menter et al. [100] ont développé la *Scale-Adaptive Simulation* (SAS) implantée dans les codes industriels à large portée (Fluent) et les codes de recherche (*elsA*, *TAU...*). Cette approche, utilisée au cours de la thèse, fait l'objet d'une description détaillée dans les paragraphes qui suivent.

### 1.5.1 Scale Adaptive Simulation

La *Scale-Adaptive Simulation* (SAS) repose principalement sur l'introduction de l'échelle de longueur de von Kármán dans l'équation de transport de l'échelle de longueur pour les modèles à deux équations de transport. C'est en travaillant à l'élaboration de modèles URANS améliorés que Menter et al.[104] eurent en 2003 l'idée d'utiliser cette échelle de longueur physique. Pour cela, ils transposèrent les équations de transport d'un modèle  $k-\epsilon$  à une formulation à une équation de transport pour la viscosité turbulente  $\nu_t$ . Le terme de destruction ainsi élaboré ne repose plus sur la distance à la paroi comme pour le modèle S-A mais fait intervenir la longueur de von Kármán  $L_{vK}$ , définie par :

$$L_{vK} = \sqrt{\frac{S.S}{\frac{\partial S}{\partial x_j} \frac{\partial S}{\partial x_j}}} \quad (1.69)$$

où  $S = \sqrt{2s_{ij}s_{ij}}$ .

L'introduction de ce nouveau terme montra que ce modèle nommé *KE1E* permettait un ajustement dynamique aux échelles des structures résolues. Non content de conserver les propriétés de résolution des modèles RANS en couche limite, il reproduisait également une gamme du spectre turbulent allant des grandes échelles à celle de l'ordre de la taille de maille dans les régions d'écoulement

décollé (sillage). Le modèle s'adaptant automatiquement à l'écoulement sans pour autant faire intervenir la taille des mailles dans les zones RANS présentait donc un comportement similaire à une DES. Le concept de ce modèle fut ainsi appelé "Scale-Adaptive Simulation". Ce comportement de type "LES" dans certaines zones d'écoulement, qui découle pourtant d'une approche RANS classique, amena alors les auteurs à se poser la question de son application à l'ensemble des modèles URANS.

Menter et Egorov [100] s'intéressèrent alors au modèle  $k - kL$  de Rotta [124] qui développa une formulation exacte de l'équation de transport de la variable  $kL$ . Basée sur l'échelle intégrale  $L$  et l'énergie cinétique turbulente  $k$ , celle-ci est définie par la relation suivante :

$$kL = \frac{3}{16} \int_{-\infty}^{+\infty} R_{ii}(\vec{x}, r_2) dr_2 \quad (1.70)$$

avec  $R_{ii}(\vec{x}, r_2)$  la somme des termes diagonaux du tenseur de corrélation à deux points  $R_{ij}$  tel que :

$$R_{ij}(\vec{x}, r_2) = \overline{u'_i(\vec{x})u'_j(\vec{x} + r_2)} \quad (1.71)$$

Rotta dérivait ainsi l'équation de transport de  $kL$  faisant apparaître deux termes de production :

$$S = - \underbrace{\frac{3}{16} \frac{\partial u(\vec{x})}{\partial x_2} \int_{-\infty}^{+\infty} R_{12} dr_2}_{S_1} - \underbrace{\frac{3}{16} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\partial u(\vec{x} + r_2)}{\partial x_2} dr_2}_{S_2} \quad (1.72)$$

Le terme source  $S_2$  fit l'objet d'un développement de Taylor qui conduisit à :

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\partial u(\vec{x} + r_2)}{\partial x_2} dr_2 = \frac{\partial u(\vec{x})}{\partial x_2} \int_{-\infty}^{+\infty} R_{12} dr_2 + \frac{\partial^2 u(\vec{x})}{\partial x_2^2} \int_{-\infty}^{+\infty} R_{12} r_2 dr_2 + \frac{1}{2} \frac{\partial^3 u(\vec{x})}{\partial x_2^3} \int_{-\infty}^{+\infty} R_{12} r_2^2 dr_2 + \dots \quad (1.73)$$

Le premier terme du développement fut ajouté au premier terme source  $S_1$ . Puis Rotta fit l'hypothèse que le terme de dérivée seconde était négligeable. En effet,  $R_{12}$  étant symétrique par rapport à  $r_2$  pour les écoulements homogènes, le terme en dérivée d'ordre 3 devint le terme de principale contribution à l'intégrale initiale.

La modélisation des corrélations terme-à-terme aboutit au modèle à deux équations suivant :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial \Psi}{\partial t} + u_j \frac{\partial \Psi}{\partial x_j} = -\overline{u'_1 u'_2} \left( \widehat{\zeta}_1 L \frac{\partial u}{\partial x_2} + \widehat{\zeta}_2 L^3 \frac{\partial^3 u}{\partial x_2^3} \right) - \widehat{\zeta}_3 k^{3/2} + \frac{\partial}{\partial x_2} \left( \frac{\nu_t}{\sigma_\Psi} \frac{\partial \Psi}{\partial x_2} \right) \\ \Psi = kL; \nu_t = c_\mu^{1/4} \frac{\Psi}{\sqrt{k}}; P_k = \nu_t S^2. \end{array} \right. \quad (1.74)$$

avec  $\sigma_k$ ,  $\sigma_\Psi$ ,  $\widehat{\zeta}_i$  et  $c_\mu$  des constantes du modèle telles que  $L = \kappa x_2$  ( $\kappa = 0,41$ ) dans la zone logarithmique d'une couche limite.

Ce modèle présentait cependant des inconvénients comme le fait qu'il aboutissait à un signe incorrect d'un terme puit dans la zone logarithmique devenant ainsi un terme source. De plus, la dérivée d'ordre 3 présentant des difficultés de calcul dans les codes de CFD en général, le modèle  $k-\varepsilon$  lui fut préféré à l'époque.

Menter et Egorov [100] proposèrent alors une nouvelle formulation avec le modèle  $k - \sqrt{k}L$ . Le cas d'un écoulement homogène étant assez rare, ils décidèrent de reconsidérer le terme de dérivée seconde comme terme source principal. Dans des écoulements non homogènes,  $R_{12}$  est asymétrique par rapport à  $r_2$ . L'intégrale du deuxième terme de l'équation 1.73 fut alors modélisée de façon à ce qu'elle s'annule dans le cas d'un écoulement homogène grâce à la prise en compte de la dérivée seconde de la vitesse comme indicateur d'inhomogénéité.

$$\int_{-\infty}^{+\infty} R_{12} r_2 dr_2 = -const. \overline{u'_1 u'_2} L^2 \left( \frac{1}{\kappa} \frac{\partial^2 u / \partial r_2^2}{\partial u / \partial r_2} \cdot L \right) \quad (1.75)$$

avec une constante  $const$  positive.

Le terme entier se réécrit alors en fonction de  $L_{vK}$  sous la forme suivante :

$$-\frac{3}{16} \frac{\partial^2 u(\vec{x})}{\partial x_2^2} \int_{-\infty}^{+\infty} R_{12} r_2 dr_2 = -const. P_k \cdot \frac{\Psi}{k} \left( \frac{L}{L_{vK}} \right)^2 \quad (1.76)$$

La variable  $kL$  fut remplacée par  $\Phi = \sqrt{k}L$  qui est directement proportionnelle à la viscosité turbulente. Le nouveau modèle à deux équations obtenu est le suivant (les opérations de filtrage ne sont pas prises en compte dans la notation) :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial(\rho k)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u_j k)}{\partial x_j} = P_k - c_\mu^{3/4} \rho \frac{k^2}{\Phi} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \frac{\mu_t}{\sigma_k} \frac{\partial k}{\partial x_j} \right) \\ \frac{\partial(\rho \Phi)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u_j \Phi)}{\partial x_j} = \frac{\Phi}{k} P_k \left( \zeta_1 - \zeta_2 \left( \frac{L}{L_{vK}} \right)^2 \right) - \zeta_3 \rho k + \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \frac{\mu_t}{\sigma_\Phi} \frac{\partial \Phi}{\partial x_j} \right) \end{array} \right. \quad (1.77)$$

avec :

$$\begin{aligned} \mu_t &= \rho c_\mu^{1/4} \Phi, & L &= \frac{\Phi}{\sqrt{k}}, & L_{vK} &= \kappa \frac{\sqrt{2S_{ij}S_{ij}}}{\sqrt{\frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j^2} \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j^2}}} = \kappa \frac{S}{\|\Delta \vec{u}\|}, \\ \zeta_1 &= 0,8, & \zeta_2 &= 1,47, & \zeta_3 &= 0,0288, \\ \sigma_k &= \frac{2}{3}, & \sigma_\Phi &= \frac{2}{3} \end{aligned} \quad (1.78)$$

Menter et al. [101] en déduisirent une formulation SAS-SST où la variable transportée n'est plus  $\Phi$  mais  $\omega$ . Son équation de transport devient alors :

$$\frac{D(\rho\omega)}{Dt} = \frac{\gamma}{\nu_t} P_k + Q_{SAS} - \rho\beta\omega^2 + \frac{\partial}{\partial x_i} \left[ (\mu + \mu_t \sigma_\omega) \frac{\partial \omega}{\partial x_i} \right] + (1 - F_1) \sigma_{\omega 2} \frac{2\rho}{\omega} \frac{\partial k}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j}$$

avec

$$Q_{SAS} = \max \left[ \rho \zeta_2 \kappa S^2 \left( \frac{L}{L_{vK}} \right)^2 - C \frac{2\rho k}{\sigma_\Phi} \max \left( \frac{1}{k^2} \frac{\partial k}{\partial x_j} \frac{\partial k}{\partial x_j}, \frac{1}{\omega^2} \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right), 0 \right] \quad (1.79)$$

où  $\zeta_2 = 3,51$ ,  $\sigma_\Phi = 2/3$ ,  $C = 2$  et  $L = \frac{\sqrt{k}}{c_\mu^{1/4} \omega}$ .

Le terme  $Q_{SAS}$  est un terme source dans l'équation de transport de  $\omega$ , il contribue ainsi à son augmentation. L'apparition d'instationnarité engendre des gradients de vitesse locaux qui provoquent

une diminution de l'échelle  $L_{vK}$ . Le rapport  $L/L_{vK}$  augmente alors et active le terme  $Q_{SAS}$ . La production de  $\omega$  augmente elle aussi en conséquence et entraîne une réduction de la viscosité turbulente. La réduction de  $\nu_t$  permet d'entretenir les instationnarités voire de les amplifier d'où le développement d'instabilités physiques.

La principale caractéristique du modèle 1.79 est donc qu'il fait intervenir  $L_{vK}$  dans le terme de production. En effet, les modèles URANS standards à deux équations fournissent un échelle intégrale  $L$  proportionnelle à l'épaisseur de la couche limite turbulente. Pour un écoulement homogène et donc à taux de déformation  $S$  constant, cette échelle tend vers l'infini avec le temps. Elle n'est pas appropriée dans le cas d'écoulements non homogènes car la taille d'un tourbillon est finie et dépend alors de  $S$  et de sa variation dans l'espace. Cette variation est elle-même approchée par l'échelle de von Kármán au premier ordre. Ainsi, la détermination de l'échelle intégrale des modèles URANS classiques conduit à freiner la formation de structures turbulentes résolues. *A contrario*, le modèle SAS permet d'observer ces structures car l'échelle de von Kármán est liée aux échelles de longueur inhérentes à une configuration et s'ajuste par rapport aux plus petites échelles.

En revanche, cette échelle s'ajuste continuellement et produit une viscosité turbulente qui diminue lorsque les instabilités augmentent. Elle permet donc la formation de tourbillons toujours plus petits même au-delà de la limite imposée par la taille des mailles. Le modèle n'ayant pas d'information particulière sur cette limite, l'énergie s'accumule à grands nombres d'onde. Afin de palier à ce problème, Menter et al. [102] introduisent une limitation basse de la viscosité turbulente afin de dissiper davantage aux grands nombres d'onde. Pour cela, la viscosité de sous-maille du modèle WALE en LES est utilisée (définie en annexe B par l'équation 29) de manière à avoir :

$$\nu_t = \max(c_v^{1/4} \Phi, \nu_t^{WALE}) \quad (1.80)$$

Cette limite est choisie car elle n'affecte pas les solutions obtenues en écoulement stationnaire avec le modèle RANS sous-jacent. De même, si le maillage est insuffisamment fin ou le pas de temps trop grand, la solution bascule vers une solution URANS ou RANS évitant ainsi le phénomène de MSD rencontré en DES.

Le modèle SAS-SST permet de résoudre des écoulements instationnaires complexes de façon beaucoup plus précise que les méthodes URANS classiques (figure 1.13). Testé sur des configurations de référence et industrielles [14], il montre notamment des capacités proches de celles de la DES-SST de Strelets [101].

La SAS se révèle néanmoins limitée car elle ne bascule pas en mode d'adaptation aux échelles si l'écoulement n'est pas assez instable. Le comportement instationnaire n'est alors pas représenté et l'on obtient une solution stationnaire à partir du modèle RANS correspondant. C'est le cas notamment dans des configurations où les phénomènes étudiés sont liés à la turbulence injectée via la condition limite d'entrée (ex : marche descendante où la hauteur de marche est comparable à l'épaisseur de couche limite). Il faut alors avoir recours à des termes de forçage ou à la génération synthétique de turbulence.

### 1.5.2 Correction $\alpha L$

Benyoucef [14] partit du constat que l'approche SAS échouait à prévoir une solution instationnaire sur le cas de la marche descendante de Driver et Seegmiller. Il procéda ainsi à l'analyse du comportement de l'échelle  $L_{vK}$  dans ce cas de référence pour l'étude des écoulements décollés et de corps non profilés.

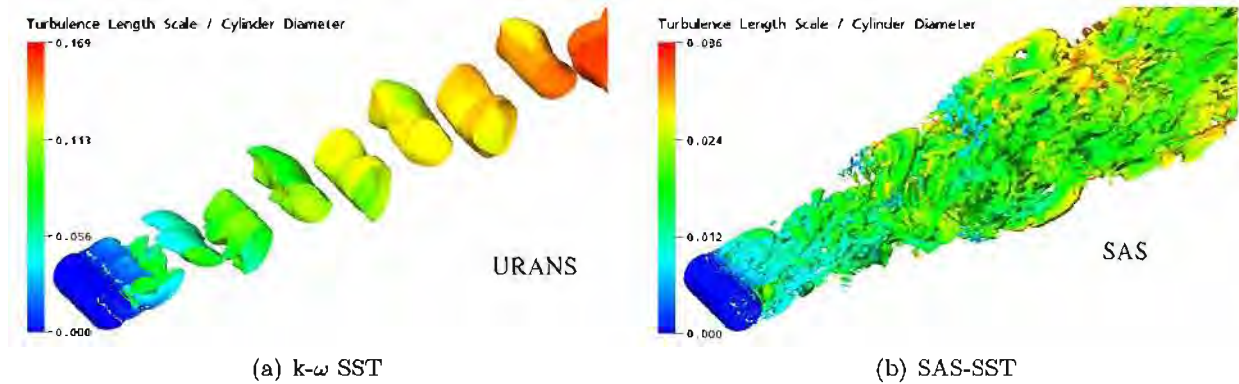
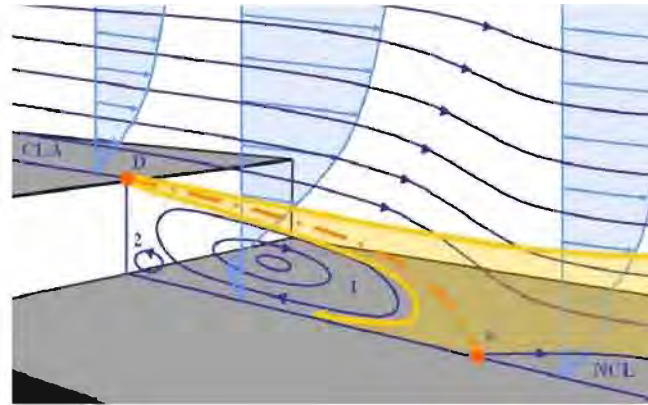
FIGURE 1.13 – Structures résolues pour l'écoulement sur un cylindre à  $Re = 3,6.10^6$  [101]

FIGURE 1.14 – Structure de l'écoulement sur une marche descendante [155]

Selon les travaux de Bradshaw et *al.* [24], une couche limite (CLA) se développe, en amont de la marche de hauteur  $h$ , puis se décolle au point (D) (figure 1.14). Cette séparation donne lieu à une couche de mélange et une zone de recirculation en aval de la marche. La rencontre de la CLA et de la zone de recirculation donne lieu à un point d'inflexion dans le profil de vitesse. Il conduit à la présence de lâchers tourbillonnaires de structures bidimensionnelles dans la couche de mélange : ce sont les instabilités de Kelvin-Helmholtz.

Au niveau de la couche de mélange, Benyoucef fit l'hypothèse de couche mince et évalua  $L_{vK}$  de la façon suivante :

$$L_{vK} = \kappa \frac{S}{\|\Delta\langle u \rangle\|} \approx \kappa \left| \frac{\frac{\partial\langle u \rangle}{\partial y}}{\frac{\partial^2\langle u \rangle}{\partial y^2}} \right| \quad (1.81)$$

Or la dérivée seconde de la vitesse prend une valeur nulle au point d'inflexion. Cela signifie donc que l'échelle  $L_{vK}$  tend vers l'infini au point d'inflexion et prend des valeurs importantes à son voisinage au lieu de diminuer. Ce comportement se traduit alors par une absence ou un retard à l'activation du terme  $Q_{SAS}$  (nul ou très faible). La viscosité turbulente reste donc trop élevée et ne permet pas le développement des instabilités de Kelvin-Helmholtz.

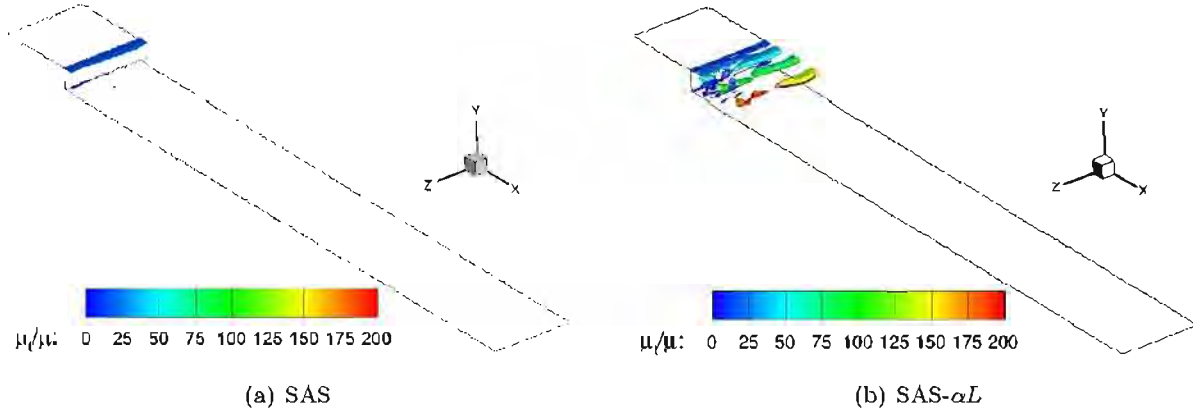


FIGURE 1.15 – Iso-surfaces du critère  $Q$  pour l'écoulement sur une marche descendante [14]

Pour palier à ce défaut, Benyoucef proposa de fixer une limite supérieure à  $L_{vK}$  correspondant à un multiple de l'échelle de longueur intégrale de la turbulence  $L$  :

$$\widetilde{L}_{vK} = \min(L_{vK}; \alpha L) \quad (1.82)$$

où  $\alpha$  est un coefficient multiplicatif à calibrer.

Cette correction présente néanmoins le désavantage d'entraîner une activation du terme  $Q_{SAS}$  dans la sous-couche visqueuse d'une couche limite. Cette problématique similaire à celle rencontrée pour la DES appelle à l'utilisation de fonctions de protection. Le modèle SAS s'appuyant sur le modèle SST, il suggéra alors l'utilisation de la fonction  $F_1$  de Menter afin de préserver la couche limite. La limitation de  $L_{vK}$  devint alors :

$$\widetilde{L}_{vK} = \min(L_{vK}; F_1 L_{vK} + (1 - F_1) \alpha L) \quad (1.83)$$

Le coefficient  $\alpha$  fut quant à lui calibré en supposant que le nombre d'onde de coupure  $\kappa_c$  se trouvait dans la zone inertielle du spectre turbulent. Il en déduisit alors une limitation basse pour  $\alpha$  à environ 1,13 qui permet d'éviter l'activation du limiteur autrement que dans les zones le nécessitant (point d'inflexion). Ce raisonnement s'appuyant sur des hypothèses statistiques, Benyoucef fixa la valeur d' $\alpha$  à 2,5 par mesure de sécurité.

Ce nouveau modèle appelé SAS- $\alpha L$  a été testé sur diverses configurations. Les résultats, encourageants, montrent que ce modèle permet de réduire le niveau de viscosité turbulente et donc de résoudre davantage de structures turbulentes (figure 1.15). Il autorise notamment la capture des instabilités de Kelvin-Helmholtz (K-H) sur le cas de la marche descendante contrairement au modèle SAS de Menter qui se comporte comme un modèle SST classique. Cependant ceux-ci sont rapidement dissipés et l'écoulement ne se tridimensionnalise pas ce qui aboutit à une solution d'écoulement stationnaire. Pour palier à ce problème, Benyoucef et *al.* recommandèrent son association à des schémas d'ordre élevés [16] qui permet l'obtention d'un écoulement instationnaire en aval de la marche (valable également pour l'approche SAS de Menter).

Ces études comportent des zones de maillage très raffinées où les structures résolues ne sont cependant pas de l'ordre de la taille des mailles. Ceci laisse présager que l'approche SAS se situe plutôt entre les modèles URANS et la DES. Un travail d'amélioration de la modélisation du terme  $Q_{SAS}$  reste donc à envisager selon l'auteur.

## 1.6 Bilan sur les méthodes de simulation numérique de la turbulence

Nous avons vu tout au long de cette partie les différents types de simulation d'intérêt dans le cadre de nos travaux. Les méthodes URANS très répandues ne suffisent plus à répondre au besoin de précision requis par les industriels sur des configurations impliquant des écoulements siège de fortes instationnarités.

C'est de ce besoin qu'est née la LES qui permet de résoudre les structures contenant la majorité de l'énergie cinétique turbulente. Elle offre ainsi une meilleure prévision des écoulements turbulents complexes (massivement décollés). Elle implique cependant des exigences en maillage importantes afin d'être précise partout et notamment en proche paroi dans le cas d'écoulements à haut nombre de Reynolds.

Cette contrainte, rebutoire pour les industriels, a donné lieu à la création de techniques hybrides RANS/LES. Celles-ci, comme la ZDES, aboutissent à un compromis entre RANS en proche paroi et LES dans les régions d'intérêt mais restent dépendantes du maillage. Enfin, la proximité des formalismes mathématiques des modèles URANS et LES a poussé à chercher à améliorer les modèles URANS classiques. Les approches URANS avancées découlent de cet effort et dépendent quant à elles de grandeurs physiques uniquement. Elles bénéficient de l'implantation des méthodes URANS dans les codes industriels et tendent à être de plus en plus utilisées à l'image de la SAS.

Ces différentes approches vont être mises en oeuvre sur plusieurs configurations d'écoulement aérothermiques dans la thèse. Nous nous proposons donc pour la suite de ce chapitre de faire un état des travaux existants sur ces cas de simulations.





## Chapitre 2

# Présentation des configurations d'étude

Nous ferons dans ce chapitre un état des travaux existants traitant des configurations intéressantes pour la prévision de flux de chaleur qui seront étudiées numériquement au cours de la thèse. À ce titre nous présenterons l'écoulement sur un barreau chauffé dans un écoulement transverse à haut nombre de Reynolds. Nous décrirons ensuite les caractéristiques d'un jet turbulent débouchant dans un écoulement transverse avant d'aborder l'écoulement sur un cube refroidi à la fois par un jet et un écoulement transverse. Ce dernier cas est celui qui se rapproche le plus de la configuration industrielle complète d'un barreau chauffé refroidi par un jet et placé dans un écoulement transverse qui fera l'objet de simulations dans nos travaux.

### Sommaire

---

2.1	Introduction . . . . .	46
2.2	Barreau chauffé dans un écoulement transverse à haut nombre de Reynolds	47
2.2.1	Topologie de l'écoulement à haut Reynolds . . . . .	48
2.2.2	Comportement fréquentiel . . . . .	50
2.2.3	Travaux existants pour un barreau chauffé à haut Reynolds . . . . .	52
2.3	Jet débouchant dans un écoulement transverse . . . . .	54
2.3.1	Caractéristiques de l'écoulement . . . . .	54
2.3.2	Tourbillons de la couche cisailée . . . . .	56
2.3.3	Tourbillons en fer à cheval . . . . .	56
2.3.4	Paire de tourbillons contrarotatifs . . . . .	56
2.3.5	Tourbillons de sillage . . . . .	57
2.3.6	Arches tourbillonnaires . . . . .	57
2.4	Cube chauffé refroidi par un jet et un écoulement transverse . . . . .	58
2.4.1	Refroidissement du cube . . . . .	60

---

## 2.1 Introduction

Nombreuses sont les configurations intéressantes d'une part pour la prévision de flux de chaleur et d'autre part pour la validation des méthodes de CFD (simulation numérique pour la mécanique des fluides). Les configurations aérothermiques qui vont nous intéresser plus particulièrement s'inscrivent dans le cadre des résultats expérimentaux issus du projet ATRAN impliquant l'ONERA et la SNECMA. Les écoulements considérés dans cette thèse comportent un cas d'étude largement étudié dans la littérature qui est le cas d'un barreau dans un écoulement transverse mais ici chauffé. L'axe d'étude se portera également sur un écoulement plus inédit : le cas d'un barreau refroidi par un jet et placé dans un écoulement transverse. Ces configurations sont représentatives d'écoulements qui sont rencontrés dans un compartiment core de moteur d'avion.

Dans ces configurations, la température est un scalaire passif c'est-à-dire qu'elle n'influence pas la dynamique de l'écoulement et que les équations qui régissent son évolution restent très similaires à celles de la vitesse. Les échanges thermiques sont la plupart du temps étudiés via le flux de chaleur convectif ou le nombre de Nusselt local  $Nu$  défini par la relation :

$$Nu(\vec{x}, t) = \frac{h(\vec{x}, t)L}{\lambda} \quad (2.1)$$

où  $h(\vec{x}, t)$  est le coefficient d'échange thermique convectif local,  $L$  une longueur caractéristique de l'écoulement et  $\lambda$  la conductivité thermique de l'air.

Le coefficient d'échange thermique convectif local est lié au flux de chaleur convectif  $\phi(\vec{x}, t)$  par la relation :

$$\phi(\vec{x}, t) = h(\vec{x}, t) (T_w(\vec{x}, t) - T_\infty) \quad (2.2)$$

où  $T_w$  est la température à la paroi d'échange et  $T_\infty$  celle de l'écoulement.

Le nombre de Nusselt se déduit donc du flux de chaleur convectif  $\phi(\vec{x}, t)$  par la relation :

$$Nu(\vec{x}, t) = \frac{\phi(\vec{x}, t)}{\lambda(T_w(\vec{x}, t) - T_\infty)} \quad (2.3)$$

où  $T_w$  est la température à la paroi d'échange et  $T(\vec{x}, t)$  celle au point considéré de l'écoulement. Nous présenterons dans ce chapitre les caractéristiques d'un barreau chauffé dans un écoulement transverse à haut nombre de Reynolds. Nous décrirons ensuite l'écoulement d'un jet turbulent débouchant dans un écoulement transverse. Enfin, nous aborderons l'écoulement sur cube refroidi à la fois par un jet et un écoulement transverse car c'est le cas qui se rapproche le plus de la configuration industrielle complète d'un barreau chauffé refroidi par un jet et un écoulement transverse dans lequel il débouche.

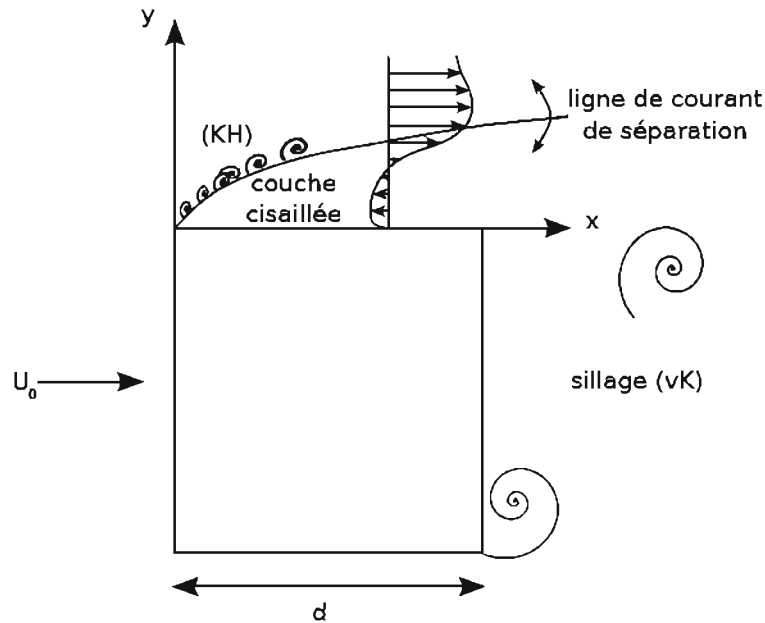


FIGURE 2.1 – Schéma de l'écoulement autour d'un barreau à haut nombre de Reynolds

## 2.2 Barreau chauffé dans un écoulement transverse à haut nombre de Reynolds

Le cas d'un barreau placé dans un écoulement transverse est largement étudié car il s'apparente facilement à des configurations industrielles comme des conduites ou des équipements électroniques refroidis. L'écoulement est caractérisé par le nombre de Reynolds  $Re_d$  basé sur le diamètre du barreau  $d$  tel que :

$$Re_d = \frac{U_0 d}{\nu} \quad (2.4)$$

où  $U_0$  est la vitesse longitudinale de l'écoulement aval.

Il s'agit d'un problème multi-échelles puisqu'il met en jeu deux types d'instabilités hydrodynamiques : les instabilités de Kelvin-Helmholtz (KH) dans les couches cisailées et les allées tourbillonnaires de von Kármán (vK) dans le sillage (figure 2.1). L'interaction entre ces deux types de structures cohérentes respectivement de grande et petite échelle fait d'ailleurs l'objet de plusieurs études de Prasad et *al.* [120] en 1997 ainsi que Brun et *al.* en 2007 et 2008 ([27],[26]), sur une large plage de nombre de Reynolds allant de 10 à  $10^5$ .

Ces auteurs ont notamment identifié différents régimes d'écoulement sur un cylindre carré selon le nombre de Reynolds de travail. La formation des allées de Kármán intervient à partir de  $Re_d = 47 \pm 2$  [27]. Elles sont formées de structures contrarotatives qui s'échappent alternativement de la face arrière du barreau. Elles forment ainsi des rouleaux dans la direction transverse de l'écoulement (profondeur du barreau). Leur fréquence caractéristique  $f_{vK}$  est reliée au nombre de Strouhal  $St = f_{vK} d / U_0$  qui est de l'ordre de 0,15. Plus le nombre de Reynolds augmente, plus des effets tridimensionnels apparaissent dans le sillage pour un nombre de Reynolds  $Re_d \geq 150 - 200$  selon Brun et *al.* [27]. Luo et *al.* [88] (2007) suggèrent plutôt la gamme  $Re_d \geq 160 - 200$  pour l'apparition de structures longitudinales secondaires dans le sillage issus d'un mode d'instabilité horizontal dit mode A pour  $Re_d \geq 160$  ou vertical dit mode B pour  $Re_d \geq 204$ . La couche limite décolle alors à partir de l'arête amont du barreau donnant lieu à deux zones de recirculation de part et d'autre du cylindre. Dans cette plage de nombre de Reynolds, les couches cisailées autour du barreau restent stables, laissant la transition vers

un régime turbulent se produire plus loin dans le sillage. Prasad et al. observent ensuite l'apparition des instabilités de KH à partir de  $Re_d = 1200$  [120] dans les couches cisillées alors que Brun et al. l'observent dès  $Re_d = 500$ . À partir de  $Re_d = 2000$ , la transition laminaire-turbulent se produit dans la couche cisillée [26]. Plus le nombre de Reynolds augmente et plus celle-ci a lieu près de l'arête amont. À haut nombre de Reynolds ( $Re_d \geq 10^4$ ), les couches cisillées présentent qualitativement des tendances similaires à celles observées pour  $Re_d = 2000$  [26]. Le sillage est quant à lui davantage tridimensionnalisé à mesure que le nombre de Reynolds augmente.

La configuration de barreau chauffé dans un écoulement transverse qui sera étudiée dans le cadre de la thèse est basée sur un nombre de Reynolds de  $Re_d = 32500$ . Nous nous intéresserons donc par la suite aux différents aspects de l'écoulement pour des nombres de Reynolds supérieurs à  $10^4$  où le phénomène de lâcher tourbillonnaire pilote la physique mise en jeu.

Les études expérimentales de Durão et al. [49], Norberg [114], Lyn et al. [89] entre la fin des années 80 et le milieu des années 90 ainsi que Saha et al. [133] plus récemment ont permis de caractériser cet écoulement au voisinage de  $Re_d = 10^4$ . L'étude de Lyn et al. menée à  $Re_d = 21400$  est devenue une référence pour les nombreuses études numériques destinées à reproduire cette configuration.

En effet, de multiples travaux en simulations instationnaires de type DES (Barone et al. [11], Roy et al. [125]) et URANS avancées (Song et al. [139] ou Jeong et al. [75] en PANS) ont été réalisées sur cette configuration ces dernières années. Elles restituent le détachement tourbillonnaire et présentent un bon accord avec les données expérimentales sur les champs moyens par rapport aux simulations RANS (Boch et Rodi [22]). Elles surestiment néanmoins les niveaux rms de fluctuations de vitesse axiale. En particulier, des études LES ([138], [152], [55]) ont tenté de reproduire numériquement cet écoulement complexe. Ces dernières ont montré un bon accord avec les données expérimentales notamment sur les quantités rms mais pas encore totalement satisfaisant. Les travaux issus du projet ERCOFACT [152] en 1997 ont notamment pointé la nécessité d'une bonne résolution en proche paroi afin de restituer correctement la zone de recirculation en aval du barreau. De même, les conditions d'entrée laminares et non turbulentes comme expérimentalement jouent un rôle important dans la précision des résultats. Enfin, la résolution et la longueur du domaine de calcul dans la direction transverse semblent influencer également la qualité des résultats ce qui est confirmé dans les études de Sohankar et al. [138] et Fureby et al. [55] en 2000.

## 2.2.1 Topologie de l'écoulement à haut Reynolds

### 2.2.1.1 Couches cisillées

Les couches cisillées sont issues du décollement de la couche limite aux arêtes amont du barreau. Elles sont le siège de plusieurs phénomènes : elles présentent d'une part une zone de recirculation et d'autre part des instabilités de Kelvin-Helmholtz. Ces dernières sont des structures cohérentes de petite échelle (fréquence élevée) et sont visualisées sur la figure 2.2 par injection de fumée dans l'écoulement. Elles sont d'autant plus nombreuses que le nombre de Reynolds est élevé et s'apparient entre elles en s'éloignant de l'arête avant comme nous pouvons le voir sur la figure. Elles sont déclenchées par la rupture de géométrie liée aux arêtes avant du cylindre carré.

Ces couches de mélange sont elles-mêmes animées d'un mouvement vertical appelé "battement". L'écoulement externe connaît deux sous-phases : une phase dite d'accélération et une phase de ralentissement ou décélération. Lyn et Rodi [90] ont montré que durant ces différentes phases, le centre de la zone de recirculation se déplace de l'amont vers l'aval de la face supérieure du barreau. Sur la figure 2.3, nous observons que pendant une phase d'accélération (phase 5), la ligne de courant correspondant au décollement de la couche limite reste près de la paroi et le centre de la zone de recirculation se situe

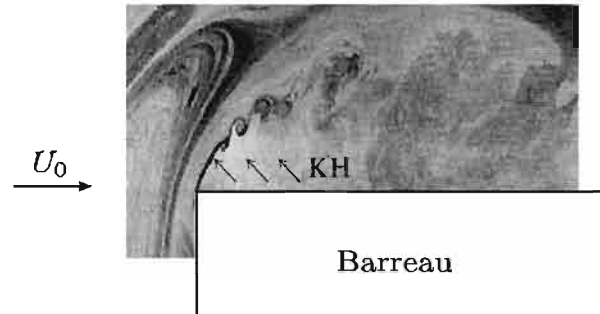
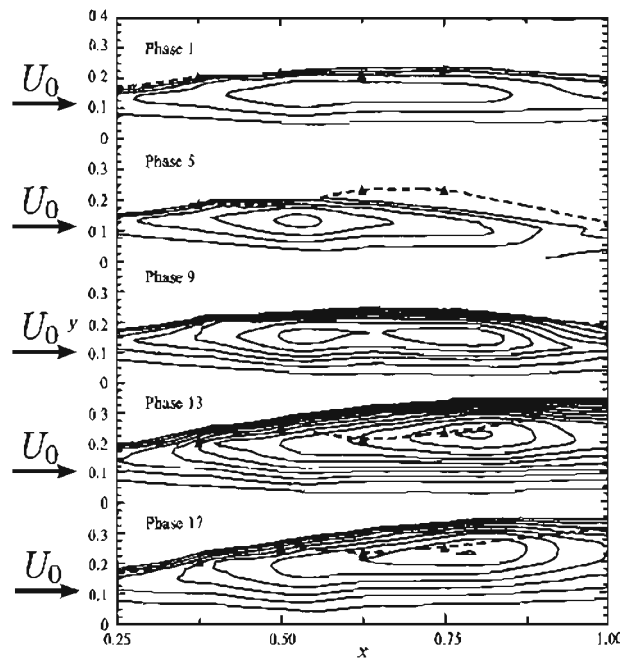
FIGURE 2.2 – Visualisation de instabilités de Kelvin-Helmholtz à  $Re=22000$  [27]

FIGURE 2.3 – Lignes de courant pour différentes phases dans la couche cisailée [90]

près de l'amont du cylindre. Puis vient une phase intermédiaire (phase 9) où deux “centres” ou zone de vitesse nulle sont visibles. Enfin, pendant une phase de ralentissement la ligne de séparation est plus haute et le centre de la zone de recirculation se retrouve plus vers l'aval du barreau. Les symboles de triangle marquent la position du maximum du gradient de vitesse moyenne à différentes abscisses et sont reliés par une ligne en pointillés. Ces marqueurs permettent de situer la couche cisailée en indiquant le point d'inflexion des profils de vitesse. Les auteurs notent que durant la phase d'accélération la ligne des maximum du gradient de vitesse moyenne correspond à peu près à la ligne de séparation de la couche limite alors qu'en phase de ralentissement, elle se trouve plus bas voire au niveau du centre de la zone de recirculation de la couche cisailée.

### 2.2.1.2 Sillage

Le sillage est quant à lui le siège de structures cohérentes de grandes échelles. À haut Reynolds, le sillage est rapidement très déstabilisé. On y distingue les allées de von Kármán, structures tourbillonnaires transverses dites primaires. On trouve également des structures secondaires longitudinales qui se développent entre les structures primaires.

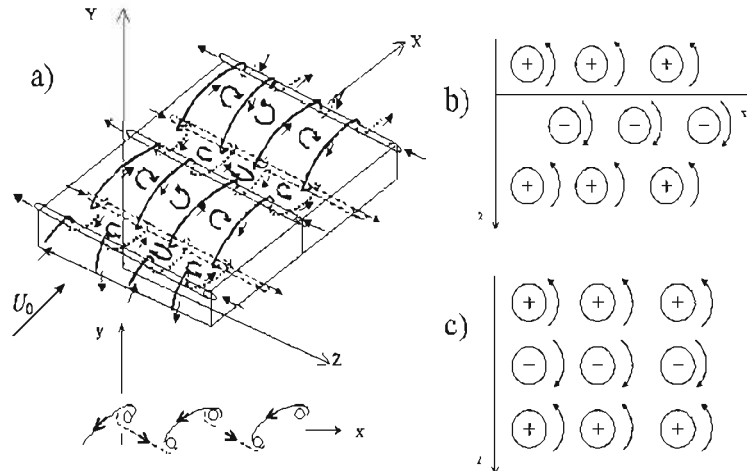


FIGURE 2.4 – Topologie du sillage 3D d'un barreau à haut Reynolds [46] : a) Vue schématique de l'arrangement des ribs dans le plan  $xz$ , b) Modèle de Dobre et *al.*, c) Modèle de Meiburg et *al.*

La formation des allées de von Kármán provient de l'interaction des deux couches cisailées (supérieures et inférieures). Une structure se forme à l'arrière de la couche cisailée en raison du décollement. Celle-ci est absorbée dans le sillage proche à l'arrière du barreau où elle continue de grossir et aspire l'autre couche cisailée de vorticit  de signe oppos e. La couche cisail e recolle temporairement   la face arri re du barreau. Une fois que la structure ne peut plus grandir celle-ci se d tache et est ensuite transport e vers l'aval. Les structures transverses ainsi form es sont appel es "rouleaux".

La couche de m lange 2D se d veloppant   partir de l'ar te avant du barreau se tridimensionnalise et donne naissance   des structures secondaires longitudinales entre les rouleaux. Celles-ci se forment dans la zone appel e "braid" (pour tresse) reliant deux rouleaux cons cutifs et s'enroulent autour d'eux. Leur interaction avec les rouleaux   haut Reynolds est similaire   celle observ e   bas Reynolds par Williamson [161] en 1996 et Luo et *al.* [88] plus r cemment en 2007. Dobre et *al.* [46] proposent en 2004 une topologie de sillage proche de celle de Meiburg et *al.* [96] en 1988 et du mode A longitudinal de Williamson en laminaire   bas Reynolds. Celle-ci est d crite sur la figure 2.4.

Ces structures secondaires se d veloppent dans la direction de l' coulement et prennent l'apparence de filaments appel es "ribs". Elles apparaissent par paire de deux tourbillons contra-rotatifs (figure 2.5). Ce sont elles qui cr ent des fluctuations de la composante transversale de la vitesse ( $u_3$  ou  $w$ ) rendant l' coulement tridimensionnel. Elles peuvent d former les structures primaires et leur donner une forme en " pingle   cheveux" suivant l'observation de la figure 2.6 ou de "champignons" dans le plan vertical  $xy$ .

## 2.2.2 Comportement fr quentiel

La fr quence des all es de K rman est caract ris e par le nombre de Strouhal qui y est associ   $St_{vK}$ . Il est g n ralement situ  autour de 0,13   haut Reynolds ([89], [27], [138], [55]). Les instabilit s de KH sont quant   elles caract ris es par les hautes fr quences. Leur fr quence  $f_{KH}$  est reli e   celle des lâchers tourbillonnaires  $f_{vK}$  par une relation d pendant du nombre de Reynolds de type :

$$\frac{f_{KH}}{f_{vK}} = AR e_d^p \quad (2.5)$$

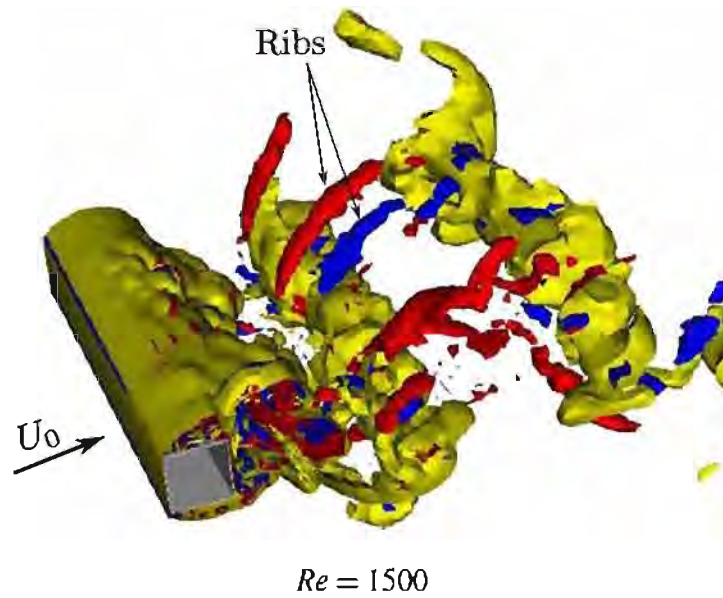


FIGURE 2.5 – Isosurfaces du critère  $Q$  colorées par la vorticité axiale à  $Re=1500$  [28] : en bleu et rouge les structures de signe opposé

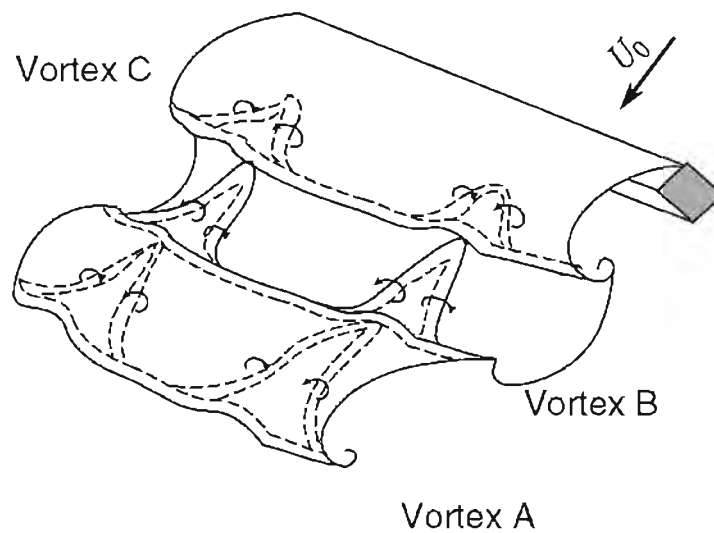


FIGURE 2.6 – Déformation des structures primaires dans le sillage [88]



Cette loi de puissance fait intervenir une constante multiplicative  $A$  et un exposant  $p$ . Le premier à proposer une corrélation de ce type fut Bloor en 1964 [20] avec  $A = 0,0277$  et  $p = 0,65$  pour des nombres de Reynolds allant de 1300 à 25000 dans le cas d'un cylindre à section circulaire. De nombreux travaux ont ensuite vu le jour proposant des combinaisons différentes notamment Norberg [113] et Kourta et *al.* [78] en 1987 à haut Reynolds. Prasad et *al.* [120] ont quant à eux étudié la possibilité d'établir ce type de relation dans le cas d'un cylindre à section carré. Ceux-ci proposent en 1997 la relation suivante pour des nombres de Reynolds allant jusque  $10^5$  :

$$\frac{f_{KH}}{f_{VK}} = 0,0235 Re_d^{0,67} \quad (2.6)$$

Pour cela ils s'appuient sur des mesures expérimentales pour des nombres de Reynolds allant de 1000 à 6000 et sur les travaux de Norberg allant jusqu'à  $Re_d = 44500$ . Plus récemment Rajagopalan et *al.* [121] utilisent le couple  $A = 0,029$  et  $p = 0,67$  dans le cas d'un cylindre rond.

### 2.2.3 Travaux existants pour un barreau chauffé à haut Reynolds

Le cas d'un barreau cette fois-ci chauffé dans un écoulement à haut Reynolds a également très tôt suscité l'intérêt. Cette configuration a fait l'objet de nombreux travaux expérimentaux (recensés par Sparrow et *al.* [144] en 2004) afin d'établir des relations de corrélation entre le nombre de Nusselt et le nombre de Reynolds. Plus récemment en 1985, Igarashi [69] a imposé un flux de chaleur donné à la paroi du cylindre sur une large gamme de nombres de Reynolds allant de 5600 à 56000 et à différents angles d'inclinaison du barreau. Goldstein et *al.* [62] ont quant à eux imposé une température de paroi uniforme sur une plage de Reynolds entre 13600 et 28000. De même, Ahmed et *al.* [4] en 1997, étudient cette configuration sur  $10^4 \leq Re_d \leq 10^5$ . Enfin, Yoo et *al.* [162] approfondissent les travaux de Goldstein et *al.* en 2003 pour des nombres de Reynolds compris entre 7500 et 37500. Nous avons vu que le nombre de Nusselt est défini par l'équation 2.1 et lié au flux de chaleur par l'équation 2.3. Ces différentes études montrent que le flux de chaleur local est plus important sur la face arrière que sur la face avant et qu'il est également plus élevé près des arêtes arrière que des arêtes amont (voir figure 2.7). Les résultats d'Igarashi et Yoo et *al.* apparaissent très similaires. La différence de condition imposée se traduit par des nombres de Nusselt légèrement plus élevés sur la face arrière et près des coins avant pour Igarashi et inversement sur la paroi avant et les coins arrière pour Yoo et *al.*

Numériquement en revanche, les études sur barreau chauffé sont plus rares. Wiesche [157] et Ben Ahmed [3] ont étudié le cas du barreau chauffé dans un écoulement transverse similaire à celui des expériences de Lyn et *al.* à l'aide de simulations LES. Boileau et *al.* [21] font de même en 2013 et proposent une explication détaillée de l'évolution du nombre de Nusselt localement observée.

La figure 2.8 représente l'écoulement et le nombre de Nusselt local associé à chaque face du barreau à quatre phases différentes sur une demi-période du lâcher tourbillonnaire des allées de von Kármán. Les auteurs constatent que l'arrivée d'air froid continue fournie par l'écoulement amont assure un nombre de Nusselt élevé sur toute la face avant. Il est ici supérieur à celui des faces supérieure et inférieure qui présentent des zones de recirculation d'air chaud.

La face arrière est balayée successivement par les structures qui se détachent périodiquement du haut ou du bas du barreau. Le réattachement temporaire de l'écoulement sur la face arrière observé sur les phases  $0^\circ - 72^\circ$  assure un apport d'air froid de l'extérieur de la couche de mélange vers la paroi arrière du barreau. L'air chaud ne peut donc pas s'y accumuler. De plus, la région en aval du barreau est le siège d'un écoulement pleinement turbulent. Ainsi, les structures turbulentes les plus petites favorisent le transfert de chaleur à la paroi par mélange turbulent. Ceci explique pourquoi le nombre de Nusselt y est plus élevé que sur la face avant.

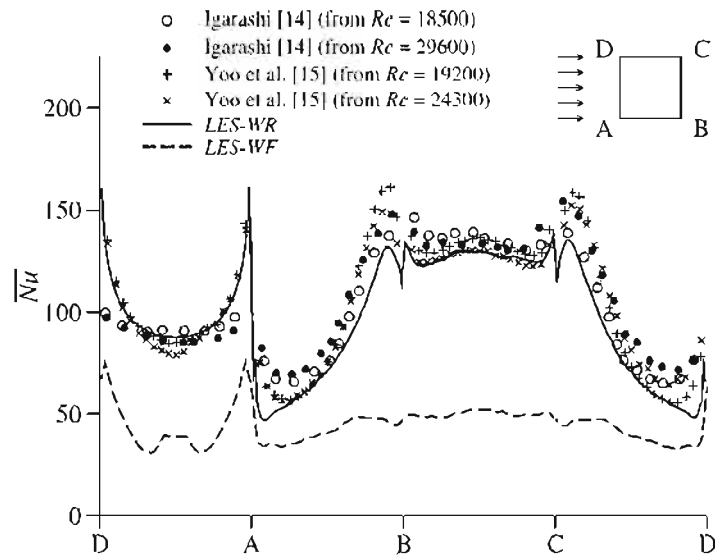


FIGURE 2.7 – Nombre de Nusselt local sur un barreau chauffé à différents Reynolds [21]

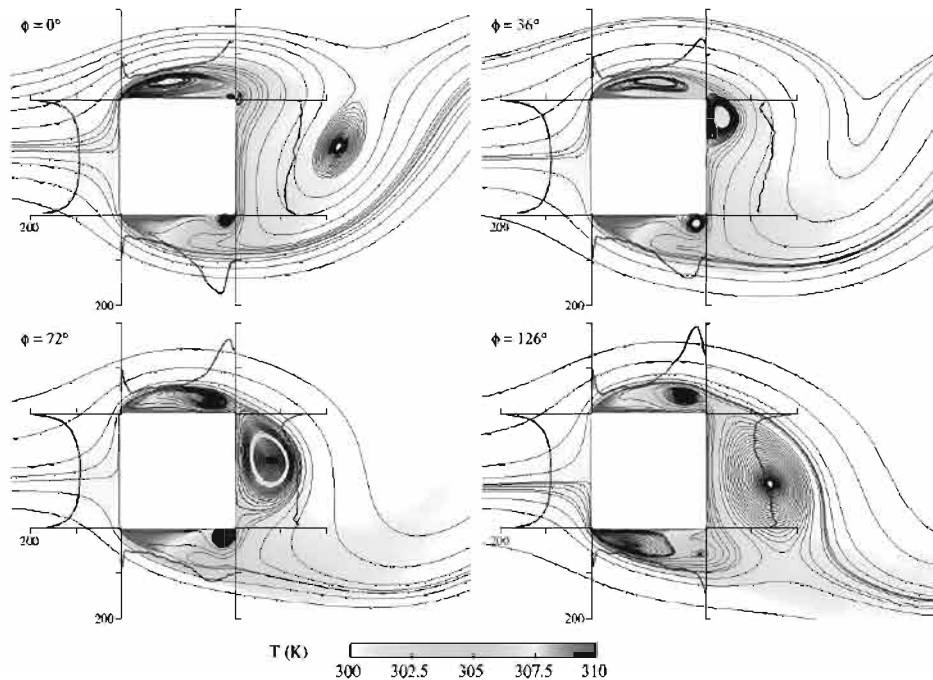


FIGURE 2.8 – Grandeurs moyennées en phase à 4 angles de phase différents : profils du nombre de Nusselt sur chaque face du barreau, lignes de courant et champs de température dans l'écoulement [21]

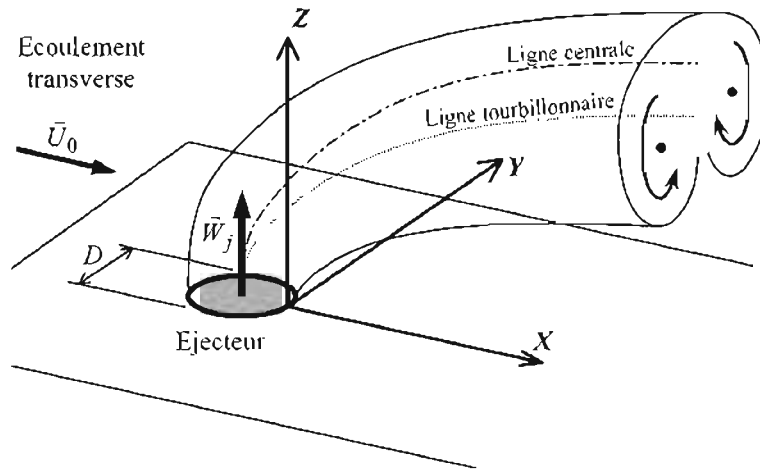


FIGURE 2.9 – Schéma de l'écoulement moyen d'un jet débouchant [5]

Enfin, les faces supérieure et inférieure présentent différents phénomènes. D'une part, l'air chaud est piégé près des arêtes avant en raison de la recirculation d'où un nombre de Nusselt localement bas dans cette région. D'autre part, le centre de la zone de recirculation se déplace comme nous l'avons évoqué plus haut. Lorsque celui-ci arrive à l'arête arrière, la couche cisailée devient plus fine. L'apport d'air froid de l'écoulement externe vers la paroi favorise l'augmentation du flux de chaleur pariétal pendant les phases  $72^\circ - 126^\circ$  (respectivement  $252^\circ - 306^\circ$  pour la face inférieure). Parallèlement à cela, l'écoulement récolle à la face arrière et induit un décollement en partant de l'arête arrière inférieure. Ceci aboutit à la formation d'un tourbillon au coin inférieur arrière (phases  $0^\circ - 72^\circ$ ). Ce tourbillon, présent sur l'arrière de la face inférieure du barreau, a un mouvement de rotation dans le sens inverse de celui de la zone de recirculation induite par le décollement à l'arête avant. Il amène donc de l'air froid venant de l'écoulement à l'arrière du barreau et conduit à une brève augmentation du nombre de Nusselt près de l'arête arrière. Celle-ci finit par disparaître lorsque la structure générée sur la face arrière du barreau se détache, le phénomène de lâcher tourbillonnaire reprenant la main.

La dynamique des structures au voisinage du barreau observée par Boileau et *al.* explique ainsi l'allure du profil du nombre de Nusselt local observé expérimentalement par Yoo et *al.* [162] ainsi qu'Igarashi sur la figure 2.7.

## 2.3 Jet débouchant dans un écoulement transverse

### 2.3.1 Caractéristiques de l'écoulement

Le jet débouchant dans un écoulement transverse ou *JICF* (pour *Jet In Cross Flow*) est un écoulement rencontré dans un grand nombre d'applications industrielles. Il s'applique en particulier au refroidissement de surfaces par films fluides ou encore aux systèmes de dégivrage des nacelles d'avion. Il représente donc un enjeu majeur pour les ingénieurs travaillant au dimensionnement thermique de tels dispositifs. Ce type d'écoulement entre partiellement en jeu dans l'une des configurations étudiées dans notre thèse à savoir le barreau refroidi par un jet et un écoulement transverse. Nous décrirons donc succinctement les structures présentes dans cet écoulement afin d'alléger la description du cas plus complexe qui sera abordé dans le paragraphe 2.4.

Les *JICF* sont des écoulements très complexes qui font intervenir une multitude de structures tourbillonnaires liées les unes aux autres. Celles-ci dépendent notamment des caractéristiques du jet

et de l'écoulement transverse. Cette configuration présente deux paramètres principaux. Le premier est un paramètre de similitude qui compare l'énergie du jet à celle de l'écoulement transverse lorsqu'ils se rencontrent. Plusieurs paramètres de ce type existent mais le plus rencontré dans la littérature est le suivant :

$$R = \sqrt{\frac{\rho_j W_j^2}{\rho_0 U_0^2}} \quad (2.7)$$

où  $W_j$  est la vitesse du jet et  $U_0$  celle de l'écoulement transverse. Ce paramètre est appelé rapport de flux de quantité de mouvement ou taux de soufflage.

Le deuxième paramètre entrant en jeu est le nombre de Reynolds de l'écoulement transverse  $Re_{cf}$  défini par :

$$Re_{cf} = \frac{U_0 D}{\nu_0} \quad (2.8)$$

où  $D$  est le diamètre de l'orifice de sortie du jet.

Cet écoulement a fait l'objet de nombreuses études expérimentales et théoriques dont Margason [93] fait le bilan en 1993. Nous pouvons notamment citer les études d'Andreopoulos en 1985 [7] à  $R = 0,5$  pour différentes vitesses  $W_j$  puis de Fric et Roshko [54] à  $2 \leq R \leq 10$  et  $3800 \leq Re_{cf} \leq 11400$  ainsi que Perry et al. [116] dans les années 90. Plus récemment, Blanchard et al. [19] se sont également intéressés à cette configuration en 1999 pour  $1,5 \leq R \leq 6,5$  et  $100 \leq Re_{cf} \leq 600$ . Enfin, Albugues l'étudie quant à lui pour de faibles rapports  $R$  ( $R \leq 1$ ) et des  $Re_{cf}$  élevés (jusqu'à  $10^5$ ) en 2005 dans le cadre du projet MAEVA [5].

Les études numériques sont également nombreuses utilisant notamment des modèles RANS. En 1993, Alvarez et al. [6] étudient cette configuration pour comparaison aux mesures d'Andreopoulos [7]. Les auteurs montrent que l'emploi de modèles  $k-\varepsilon$  standards fournit un accord peu satisfaisant avec les données expérimentales. Les travaux d'Acharya et al. [1] en 2000 ainsi que ceux d'Albugues [5] montrent de même que les modèles à viscosité turbulente et RSM tendent à prévoir une hauteur de jet trop importante et une expansion latérale insuffisante. Hsu et al. [68] utilisent en 2000 un modèle  $k-\varepsilon$  en approche URANS qui parvient à améliorer les prévisions et la restitution des structures tourbillonnaires. Les phénomènes physiques étant pilotés par les grosses structures cohérentes observées, certains auteurs se tournent vers l'emploi de simulations LES et DNS. Ainsi, les travaux en DNS d'Acharya et al. [2] en 1999 permettent d'améliorer les prévisions dynamiques et thermiques. Ceux de Tyagi [151] en 2002 mettent quant à eux en évidence, grâce à la LES, de nouvelles structures qui avaient déjà été observées expérimentalement.

L'ensemble de ces études ont démontré qu'un jet continu débouchant dans un écoulement transverse comporte essentiellement trois zones (figure 2.9). La première constitue le coeur potentiel où la vitesse est quasi-uniforme. Dans cette zone, le jet est encore peu modifié par l'écoulement transverse, elle est donc généralement assez restreinte. Elle est suivie d'une zone de transition où le jet se courbe et se déforme sous l'effet de l'écoulement transverse. C'est dans cette région que des tourbillons contrarotatifs vont se former dans la partie basse du jet et se développer ensuite dans le sillage lointain du jet, dernière région de l'écoulement.

Les structures tourbillonnaires cohérentes résultant de la débouchée d'un jet dans un écoulement transverse se divise en cinq catégories : les tourbillons de la couche cisailée, les tourbillons en fer à cheval, la paire contrarotative, les tourbillons de sillage et les arches tourbillonnaires. Une schématisation des quatre premières structures est visible sur la figure 2.10 d'après les travaux de Fric et Roshko [54] en 1994, et la dernière sera décrite au paragraphe 2.3.6.

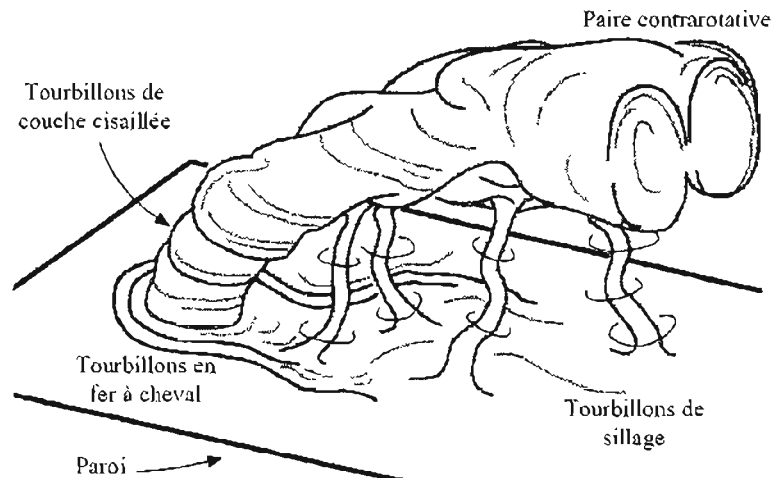


FIGURE 2.10 – Schéma des structures instantanées dans un jet débouchant [54]



FIGURE 2.11 – Tourbillons de la couche cisailée vus en coupe dans le plan médian  $xz$  [54]

### 2.3.2 Tourbillons de la couche cisailée

Lorsque le jet et l'écoulement transverse se rencontrent, la différence de vitesse entre les deux écoulements (notamment au niveau de leur orientation) crée une zone de cisaillement. Ce cisaillement, d'autant plus fort que leurs vitesses sont différentes, provoque des instabilités de Kelvin-Helmholtz à la base du jet. Celle-ci donne ensuite lieu à des enroulements tourbillonnaires dans la couche cisailée appelés tourbillons annulaires (figure 2.11).

### 2.3.3 Tourbillons en fer à cheval

À la sortie du jet, l'écoulement transverse voit le jet comme un obstacle et cherche à le contourner. La couche limite amont du jet est donc soumise à un gradient de pression adverse. Elle décolle alors et donne lieu à la formation de tourbillons tridimensionnels en fer à cheval en amont de la sortie du jet (figure 2.12). Perry et *al.* [116] en 1993 ainsi que Kelso et Smits [76] en 1995 fournissent des études détaillées de l'évolution de ses structures selon les caractéristiques du jet et de l'écoulement transverse.

### 2.3.4 Paire de tourbillons contrarotatifs

Des paires de tourbillons contrarotatifs commencent à se former à la sortie du jet et se développent pleinement dans le sillage lointain. Ces structures sont reconnaissables par leur forme caractéristique en haricot dans une coupe transversale du jet visible sur la figure 2.9. Elles sont généralement observées sur les champs de vitesse moyenne et présentent un fort rotationnel de vitesse moyenne. Les travaux expérimentaux et numériques (LES) respectifs de Kelso et *al.* en 1996 [77] et Yuan et *al.* en 1999 [163]

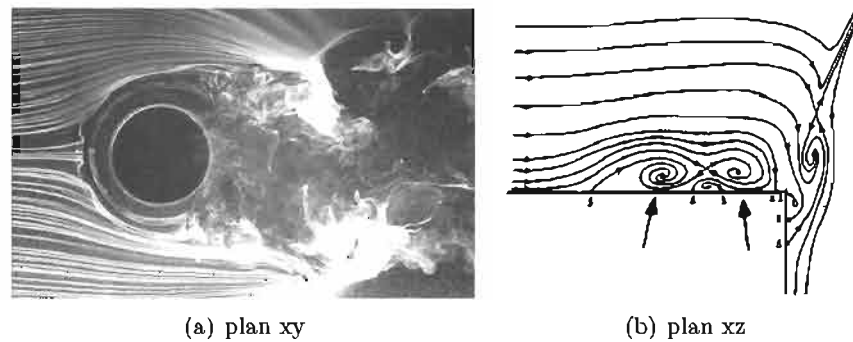


FIGURE 2.12 – Tourbillons en fer à cheval vus en coupe dans les plans  $xy$  [54] et  $xz$  [116]



FIGURE 2.13 – Tourbillons de sillage vus en coupe dans le plan  $xy$  [54]

ont montré que ces structures résultaient du cisaillement latéral du jet lors de son contournement par l'écoulement transverse.

### 2.3.5 Tourbillons de sillage

Le sillage d'un JICF correspond à la région située entre la paire de tourbillons contrarotatifs et la paroi à l'aval de la sortie du jet. Cette zone n'est bien visible que si le jet est suffisamment décollé de la paroi ce qui suppose un taux de soufflage  $R > 1$ . Des tourbillons de sillage verticaux s'y forment, qui sont délimités par le jet lui-même et la paroi (figure 2.10). Leur mécanisme de formation reste une question controversée. Les travaux de Eric et Roshko [54] ainsi que Kelso et *al.* [77] proposent néanmoins d'expliquer la physique mise en jeu dans cette zone d'écoulement. Ces études tendent à montrer que ces tourbillons prennent leur origine dans un décollement qui se produit alternativement de part et d'autre de l'éjecteur. Initialement parallèles à la paroi, les tourbillons sont redressés par le jet puis transportés dans le sillage. Un lâcher tourbillonnaire semblable aux allées de von Kármán a ainsi lieu comme l'illustre la figure 2.13.

### 2.3.6 Arches tourbillonnaires

Andreopoulos [7] observe en 1985 la présence d'arches tourbillonnaires pour des écoulements où le jet est faiblement débouchant (faible taux de soufflage :  $R < 1$ ). Il lie alors la formation de ces arches (figure 2.14) à celle des tourbillons annulaires de KH de la couche cisailée externe du jet. L'auteur conjecture que ces anneaux s'ouvrent vers l'aval et que sous l'action du gradient de vitesse la partie supérieure dépasse la partie inférieure formant une arche. Les travaux de Tyagi [151] et d'Acharya et *al.* [2] semblent toutefois attribuer la formation de ces structures en forme d'arche à un lâcher de tourbillons périodiques issus de la zone de recirculation sous le jet, à l'arrière de l'éjecteur. Cette observation est d'ailleurs confirmée par Duda [48] puis Benyoucef [14] qui mènent des études numériques

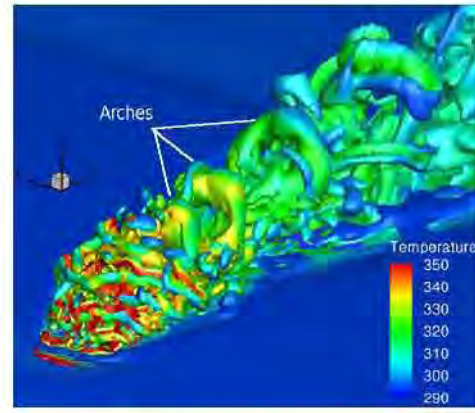


FIGURE 2.14 – Arches tourbillonnaires dans un jet débouchant [14]

sur une des configurations expérimentales d'Albugues [5].

## 2.4 Cube chauffé refroidi par un jet impactant et un écoulement transverse

Nous avons vus précédemment des écoulements aérothermiques impliquant un jet ou un écoulement transverse. La littérature fournit également des cas présentant la combinaison de ces deux écoulements afin d'homogénéiser l'efficacité thermique des dispositifs existants. Une configuration mettant en jeu un élément chauffé refroidi par un jet et un écoulement transverse peut s'apparenter au refroidissement d'un composant électronique ou à un dispositif de refroidissement moteur. Ceci en fait donc une configuration intéressante dans le cadre d'applications industrielles. Plusieurs types d'écoulement présentant ces deux caractéristiques de refroidissement existent. Dans le cadre de notre thèse, nous étudierons le cas d'un barreau chauffé refroidi par un jet et l'écoulement transverse dans lequel celui-ci débouche. Cette configuration n'a fait à notre connaissance l'objet d'aucun travaux expérimentaux ou numériques autres que ceux de l'expérience du projet ATRAN servant à valider nos simulations. Aussi, nous nous intéresserons ici à la configuration s'en rapprochant le plus, à savoir le cas d'un cube. Il s'agit souvent d'un seul cube central ou parmi d'autres (rangé ou matrice) chauffé et refroidi par un jet et un écoulement transverse.

Ce cas d'étude a notamment fait l'objet de travaux expérimentaux récents par Tummers et *al.* [150] en 2005 ainsi que Masip et *al.* [95] en 2013. Tummers et *al.* reportent des résultats suivant la position de la sortie du jet (centrée sur le cube ou non) tandis que Masip et *al.* étudient l'influence du nombre de Reynolds de l'écoulement transverse  $Re_H$  et plus particulièrement le rapport de celui-ci avec le nombre de Reynolds du jet  $Re_j$ . Ces deux nombres de Reynolds sont définis par :

$$Re_H = \frac{U_0 H}{\nu} \quad (2.9)$$

$$Re_j = \frac{V_j D}{\nu} \quad (2.10)$$

avec  $U_0$  et  $V_j$  les vitesses moyennes dans les sections correspondantes.

La configuration étudiée par ce dernier est représentée sur la figure 2.15. Masip et *al.* montrent que la physionomie de l'écoulement dépend du rapport  $Re_j/Re_H$  en testant différentes valeurs de ce rapport à 0,5, à 1 et à 1,5. Pour la valeur 0,5, le jet n'impacte pas le cube contrairement à une

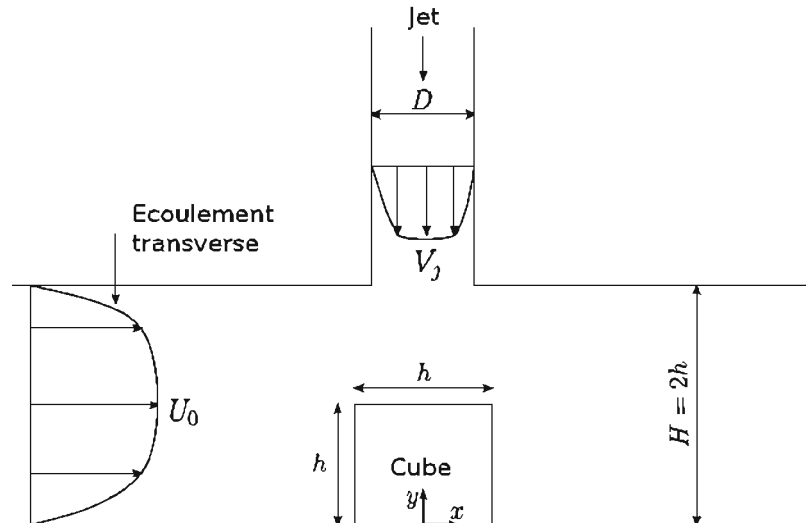


FIGURE 2.15 – Schéma d'une vue en coupe de la soufflerie comportant un cube chauffé refroidi par un jet et un écoulement transverse [95]

valeur  $Re_j/Re_H = 1$ . Ceci suggère un rapport seuil à partir duquel le jet impacte la surface supérieure afin de la refroidir. Numériquement, de nombreux travaux ont été réalisés par Rundström et Moshfegh entre 2004 et 2009 afin d'évaluer les prévisions des modèles RANS notamment les modèles RSM ([126], [127],[128],[129]) à divers rapports de nombre de Reynolds. Il apparaît que les modèles RSM produisent des résultats en accord avec les résultats expérimentaux mais surestiment le flux de chaleur pariétal dans la zone de stagnation au dessus du cube où le jet impactant entre en contact avec celui-ci. L'emploi de la LES permet à cet effet d'améliorer significativement la prévision de la température à la paroi dans cette zone [130]. Popovac et Hanjalić [119] étudient également en 2009 la configuration expérimentale de Tummers et *al.* à l'aide d'une simulation LES. Cette dernière étude a permis d'identifier un système complexe de structures cohérentes autour du cube refroidi.

### Structures cohérentes dans l'écoulement

Les structures tourbillonnaires découlant de l'interaction multiple du jet, de l'écoulement transverse et du cube, allient celles retrouvées dans les cas simples d'un jet débouchant seul et d'un cube dans un écoulement. Les structures 3 à 5 observées sur la figure 2.16 sont spécifiques à l'écoulement sur un cube. Le lecteur peut se reporter aux travaux de Martinuzzi et Tropea [94] ainsi que Meinders et *al.* pour l'écoulement sur une rangée ou des matrices de cubes [97].

En revanche, les autres structures traduisent l'interaction complexe entre les différentes zones d'écoulement. Ainsi, un tourbillon en fer à cheval ("horseshoe" numéroté 1 sur la figure 2.16) apparaît au dessus du cube. Il est caractéristique d'un jet impactant débouchant dans un écoulement transverse déjà étudié expérimentalement par Barata et Durão [10]. De même, Popovac et Hanjalić mettent en lumière la présence des structures liées au jet débouchant qui ont été décrite au paragraphe précédant (2.3). Ils décrivent également d'autres structures issues de l'interaction entre le jet et le cube qui sont détaillées en partie sur la figure 2.17. La partie amont du jet (UJ) est d'abord déviée par l'arrivée de l'écoulement transverse qui arrive perpendiculairement. Elle finit ensuite par atteindre l'arête avant supérieure du cube et dévie vers l'amont du cube. Il se crée alors une zone de recirculation (SB) sur la face amont du cube. L'écoulement recolle à la face avant du cube et vient impacter la paroi basse de la veine. Suite à cela, un tourbillon de coin (CE) apparaît au bas de la face avant du cube. Sur la face supérieure du cube, la rencontre de la couche de mélange issue de la partie aval du jet (DJ) et de



l'écoulement s'échappant de l'impact du jet donne lieu à un fort cisaillement. Les tourbillons annulaires convectés par le jet viennent frapper l'écoulement de paroi se développant sur la face supérieure. Cette interaction donne naissance à des allées de von Kármán se détachant de l'arête arrière supérieure. Enfin, les auteurs distinguent des tourbillons liés au décollement de l'écoulement transverse sur les arêtes avant des faces latérales (structures numérotées 6 sur la figure 2.16).

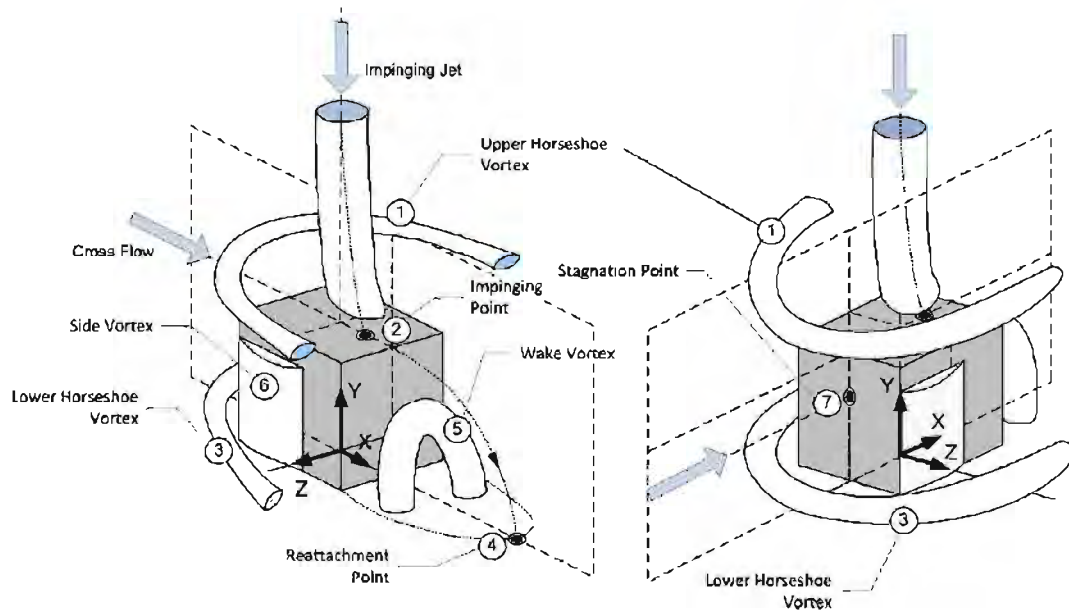


FIGURE 2.16 – Schéma des structures autour d'un cube refroidi par un jet et un écoulement transverse [95]

#### 2.4.1 Refroidissement du cube

D'un point de vue thermique, les études LES de Popovac [119] et Rundström [130] ont été menées avec une condition de température imposée à la paroi du cube de  $70^{\circ}\text{C}$ . Le cube est entouré d'une couche d'époxy de  $1,5\text{ mm}$  comme dans l'expérience. Les différents auteurs ont donc également simulé l'intérieur de cette couche à faible conductivité thermique ( $\lambda = 0,236\text{ W}\cdot\text{m}^{-1}\text{K}^{-1}$ ). Ces études

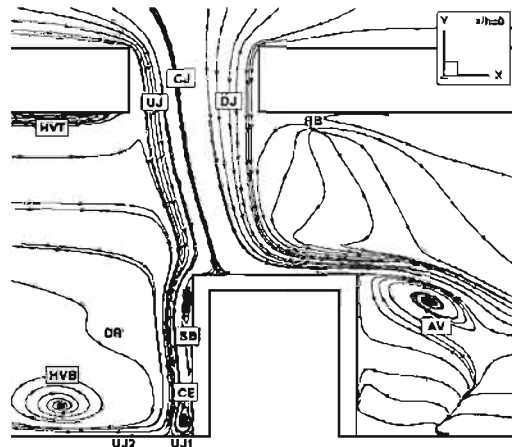


FIGURE 2.17 – Lignes de courant sur un cube refroidi [119]

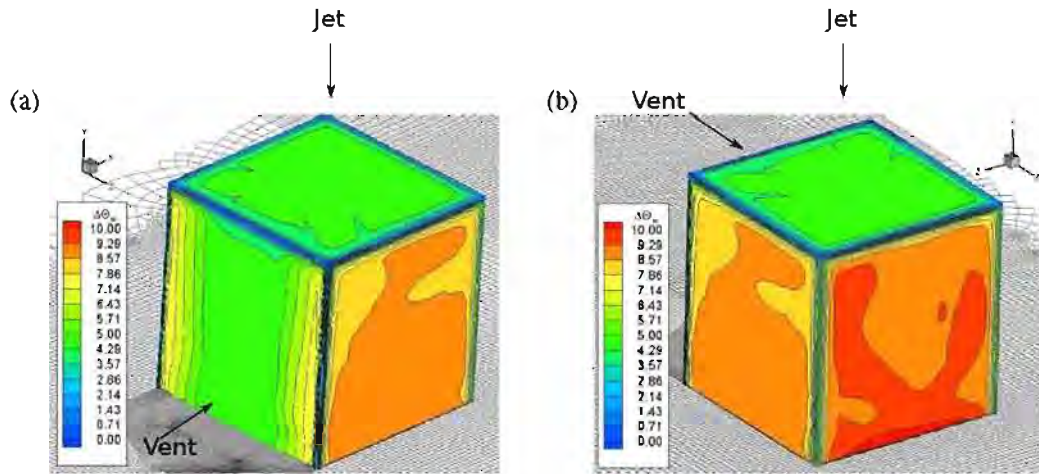


FIGURE 2.18 – Champ de température moyenne à la surface du cube : a) vue de face, b) vue de l'arrière du cube [119]

montrent que la combinaison d'un jet à l'écoulement transverse permet d'avoir un champ de température quasi-uniforme sur la face du dessus car elle est entièrement soumise au jet (figure 2.18). Popovac et Hanjalić [119] observent quant à eux que la température est un peu plus élevée près des arêtes avant en raison des zones de recirculation (SB). De même, ils mettent en avant le rôle important des tourbillons près des arêtes avant (numérotés 6 sur la figure 2.16) qui induisent une température plus élevée sur les faces latérales visibles sur la figure 2.18. La face arrière du cube est celle qui présente les températures les plus élevées et donc les flux de chaleur les plus faibles. Ceci est dû à la présence d'une arche tourbillonnaire à l'aval du cube (structure numérotée 5 sur la figure 2.16) qui favorise la recirculation d'air chaud à l'arrière du cube. La présence du jet contribue donc à uniformiser le refroidissement en agissant sur la face supérieure du cube. Reste cependant à trouver un moyen d'homogénéiser les transferts thermiques sur la face arrière du cube selon Popovac et Hanjalić.



Deuxième partie

Moyens et méthodes



## Chapitre 3

# Analyse des données issues de simulations instationnaires

Nous décrirons dans ce chapitre les principaux outils de post-traitement que nous avons utilisés afin d'analyser les données instationnaires recueillies pendant les simulations. Nous présenterons d'abord brièvement les éléments de statistiques associés aux signaux turbulents dans l'espace physique. Puis la notion de représentation spectrale de la turbulence sera abordée en mettant l'accent sur le calcul de la densité spectrale de puissance. Enfin, nous aborderons la décomposition en ondelettes qui permet de coupler les informations en temps et fréquences pour des signaux instationnaires tels que les nôtres. Elle permet également dans sa forme discrète de procéder à une analyse multi-résolution des signaux afin d'en extraire des informations temps-échelles.

### Sommaire

---

3.1	Caractérisation d'un signal turbulent et statistiques dans l'espace physique	66
3.1.1	Classification d'un signal turbulent . . . . .	66
3.1.2	Statistiques dans l'espace physique . . . . .	66
3.2	Statistiques dans l'espace spectral . . . . .	67
3.2.1	Représentation spectrale de la turbulence . . . . .	68
3.2.2	Densité spectrale de puissance . . . . .	69
3.2.3	Estimation par la méthode de Welch . . . . .	70
3.3	Analyse temps-échelles . . . . .	71
3.3.1	Ondelettes . . . . .	73
3.3.2	Décomposition en ondelettes continue . . . . .	74
3.3.3	Transformation en ondelettes discrète ou analyse multi-résolution . . . . .	75

---

### 3.1 Caractérisation d'un signal turbulent et statistiques dans l'espace physique

#### 3.1.1 Classification d'un signal turbulent

Il existe différents types de signaux qui se répartissent généralement entre deux classes. Celles-ci distinguent les signaux dits déterministes des signaux dits aléatoires. Un signal déterministe se caractérise par son évolution qui est connue au cours du temps. Il peut s'écrire sous la forme d'une relation mathématique à l'image des signaux sinusoidaux. *A contrario*, un signal aléatoire est un signal non parfaitement connu à l'avance et par suite non complètement prévisible. Dans ce cadre, un signal turbulent dépend de facteurs dont la connaissance échappe à l'observateur. Il présente un caractère aléatoire et fait donc partie de cette classe de signaux.

Un processus aléatoire est un modèle mathématique destiné à représenter de tels signaux. En nommant  $(X_k)_{k=1,\dots,N}$  l'ensemble des réalisations d'un processus aléatoire, deux types de moyennes peuvent être distinguées. D'une part, la moyenne statistique ou d'ensemble à un instant  $\tau$  est définie par :

$$m_X(\tau) = \lim_{N \rightarrow +\infty} \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N X_k(\tau) \quad (3.1)$$

D'autre part, la moyenne temporelle pour la réalisation  $k$  est donnée par :

$$\bar{X}_k = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T X_k(t) dt \quad (3.2)$$

Si  $m_X$  varie avec  $\tau$  alors le processus aléatoire est dit non-stationnaire. En revanche, le processus aléatoire est dit stationnaire au sens large si  $m_X$  est indépendante du temps. La stationnarité au sens strict est obtenue si tous les moments statistiques sont indépendants du temps. De même, si la moyenne temporelle est également indépendante de la réalisation choisie. Il vient en notant  $\bar{X}$  la moyenne temporelle :

$$\boxed{\bar{X} = m_X} \quad (3.3)$$

Le processus aléatoire stationnaire est alors dit ergodique. Les signaux turbulents seront par la suite assimilés à des processus aléatoires de ce type. Cette propriété permet de mesurer la moyenne à partir d'une seule expérience ou réalisation : si la durée d'intégration est suffisante, la variable aléatoire passera en effet par toutes ses valeurs possibles.

#### 3.1.2 Statistiques dans l'espace physique

Une première source d'informations sur le signal turbulent  $x(t)$  (vitesse ou pression par exemple) réside dans l'ensemble des moyennes temporelles auxquelles nous avons accès. D'une part, la moyenne temporelle :

$$\bar{x} = \frac{1}{T} \int_0^T x(t) dt \quad (3.4)$$

La variance  $\sigma_x^2$  renseigne d'autre part sur la distribution de la variable autour de sa moyenne. Elle est généralement associée à la valeur "RMS" pour *Root Mean Square* ( $\sigma_x$ ) qui renseigne quant à elle sur l'intensité de la turbulence :

$$\sigma_x^2 = \frac{1}{T} \int_0^T (x(t) - \bar{x})^2 dt \quad (3.5)$$

Ces différents éléments donnent une information sur l'évolution temporelle et l'organisation spatiale de l'écoulement. Reste à présent à extraire des renseignements sur les différentes échelles du mouvement turbulent. Cet aspect est usuellement traité par une analyse spectrale.

## 3.2 Statistiques dans l'espace spectral

L'analyse spectrale est formalisée par la transformée de Fourier. Nous rappelons que la transformée de Fourier  $\widehat{g}(\vec{\kappa})$  d'une fonction  $g(\vec{x}, t)$  ainsi que sa réciproque sont définies par :

$$\widehat{g}(\vec{\kappa}) = \frac{1}{2\pi^3} \int_{R^3} g(\vec{x}, t) \exp(-i\vec{\kappa} \cdot \vec{x}) d\vec{x} \quad (3.6)$$

$$g(\vec{x}, t) = \int_{R^3} \widehat{g}(\vec{\kappa}) \exp(i\vec{\kappa} \cdot \vec{x}) d\vec{\kappa} \quad (3.7)$$

Dans le domaine fréquentiel, elle devient :

$$\widehat{g}(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_R g(\vec{x}, t) \exp(-i\omega t) dt \quad (3.8)$$

$$g(\vec{x}, t) = \int_R \widehat{g}(\omega) \exp(i\omega t) d\omega \quad (3.9)$$

avec  $\omega$  la pulsation et  $f$  la fréquence telles que  $\omega = 2\pi f$ .

La turbulence étant considéré comme un processus statistiquement stationnaire ergodique, nous introduisons le tenseur des corrélations de vitesse  $R_{ij}$  :

$$R_{ij}(\vec{x}, \vec{r}, t) = \overline{u'_i(\vec{x}, t) u'_j(\vec{x} + \vec{r}, t)} = R_{ij}(\vec{r}) \quad (3.10)$$

Le tenseur spectral des corrélations de vitesse est lui définit par :

$$\Phi_{ij}(\vec{\kappa}) = \frac{1}{2\pi^3} \int_{R^3} R_{ij}(\vec{r}) \exp(-i\vec{\kappa} \cdot \vec{r}) d\vec{r} \quad (3.11)$$

Il correspond aux corrélations de vitesse dans l'espace spectral soit :

$$\Phi_{ij}(\vec{\kappa}) = \overline{\widehat{u}'_i^*(\vec{\kappa}) \widehat{u}'_j(\vec{\kappa})} \quad (3.12)$$

où  $\widehat{u}'_i^*$  est le complexe conjugué de  $\widehat{u}'_i$ .



### 3.2.1 Représentation spectrale de la turbulence

La représentation spectrale de la turbulence repose sur la notion de spectre d'énergie. Nous avons vu qu'il est employé afin de décrire la cascade d'énergie. En effet, le tenseur des corrélations de vitesse donne le tenseur de Reynolds lorsque  $r$  vaut 0. L'énergie cinétique turbulente s'obtient ainsi grâce à la relation :

$$k = \frac{1}{2} \overline{u'_i u'_i} = \frac{1}{2} R_{ii}(0) = \frac{1}{2} \int_{R^3} \Phi_{ii}(\vec{\kappa}) d\vec{\kappa} \quad (3.13)$$

L'énergie cinétique turbulente apparaît ici comme l'intégrale de l'ensemble des énergies dans l'espace de Fourier. En associant le nombre d'onde  $\kappa = \|\vec{\kappa}\|$  à une structure de taille  $l$ , la contribution à l'énergie cinétique  $k$  de cette structure est matérialisée par  $\Phi_{ii}(\vec{\kappa})$ .

Le spectre d'énergie cinétique turbulente  $E(\kappa)$  est ainsi défini par :

$$k = \int_0^{+\infty} E(\kappa) d\kappa \quad (3.14)$$

Dans le cas d'une turbulence homogène isotrope, la forme du spectre  $E(k)$  suit la théorie de Richardson-Kolmogorov soit :

$$\begin{cases} E(\kappa) = A\kappa^s & \text{si } \kappa < \kappa_i \\ E(\kappa) = C_K \varepsilon^{2/3} \kappa^{-5/3} & \text{si } \kappa_i < \kappa < \kappa_\eta \end{cases} \quad (3.15)$$

avec  $C_K \simeq 1,5$  la constante de Kolmogorov,  $\varepsilon$  la dissipation,  $A$  et  $s$  constants.

$\kappa_i$  représente ici le nombre d'onde associé aux grosses structures où l'énergie est injectée et  $\kappa_\eta$  les plus petites structures dissipatives ou échelles de Kolmogorov (voir figure 1.1). La partie du spectre présentant une pente en  $-5/3$  correspond à la zone inertielle où il y a équilibre entre la production et la dissipation d'énergie et est d'autant plus grande que le nombre de Reynolds est important.

Il est cependant impossible d'estimer le tenseur spectral des corrélations de vitesse et donc d'accéder au spectre d'énergie cinétique turbulente expérimentalement ou numériquement. Nous ne disposons souvent que de  $u'_1(t)$  et/ou  $u'_2(t)$  en un point et donc de  $\Phi_{11}(f)$  (et/ou respectivement  $\Phi_{22}(f)$ ). Dans le cas d'une turbulence homogène, l'hypothèse de Taylor [148] permet de trouver une solution partielle. En effet, nous pouvons alors supposer que la turbulence reste "gelée" le temps de la mesure, et qu'elle est simplement convectée par l'écoulement moyen  $\bar{u}_1$ , ce qui permet d'avoir dans la direction de l'écoulement associée :

$$\frac{\partial}{\partial t} = -\bar{u}_1 \frac{\partial}{\partial x_1} \quad \text{avec } \kappa_1 = 2\pi f / \bar{u}_1 \quad (3.16)$$

Les spectres d'énergie unidimensionnels dans la direction de l'écoulement  $x_1$  sont données par :

$$E_{ij}^1 = \int_{R^2} \Phi_{ij}^1(\vec{\kappa}) d\kappa_2 d\kappa_3 \quad (3.17)$$

En définissant  $E_{11}^1$  comme le spectre unidimensionnel d'énergie de  $\overline{u'_1 u'_1}$  :

$$\overline{u'_1 u'_1} = \int_{-\infty}^{+\infty} E_{11}^1(\kappa_1) d\kappa_1 \quad (3.18)$$

et

$$\overline{u_1' u_1'} = R_{11}(0) = \int_{R^3} \Phi_{11}(\vec{\kappa}) d\vec{\kappa} \quad (3.19)$$

La relation 3.16 permet ainsi de remonter à des spectres d'énergie unidimensionnels par une relation de proportionnalité entre  $E_{11}^1(\kappa_1)$  et  $\Phi_{11}(f)$ . Celle-ci est valable à condition d'avoir  $u_1' \ll \bar{u}_1$ . Heskestad [67] généralisa cette hypothèse au cas d'écoulements turbulents cisailés c'est-à-dire à intensité turbulente élevée ou quand le rapport  $u_1'/\bar{u}_1$  est non négligeable. Il montra que la relation suivante était vérifiée :

$$\overline{\left(\frac{\partial u_1'}{\partial t}\right)^2} = \bar{u}_1^2 \overline{\left(\frac{\partial u_1'}{\partial x_1}\right)^2} \left[ 1 + \frac{\bar{u}_1'^2}{\bar{u}_1^2} + \frac{2(\bar{u}_1'^2 + \bar{u}_3'^2)}{\bar{u}_1^2} \right] \quad (3.20)$$

Cette dernière induit une proportionnalité entre  $f\Phi_{11}(f)$  et  $k_1 E_{11}^1(k_1)$  et permet encore de remonter à un spectre d'énergie unidimensionnel à partir d'un signal temporel mesuré en un point.

### 3.2.2 Densité spectrale de puissance

Nous avons vu au paragraphe précédent qu'un signal temporel permet d'obtenir des informations sur les différentes échelles de l'écoulement par transformée de Fourier dans le domaine fréquentiel. Celle-ci permet de décomposer efficacement le signal en une suite de fréquences. La densité spectrale de puissance (DSP) représente quant à elle la distribution de la puissance du signal  $x$  en fonction de la fréquence. L'estimation du spectre de puissance peut alors se révéler très utile afin d'extraire des informations sur le contenu fréquentiel du signal. La DSP correspond au carré du module de la transformée de Fourier ou à la transformée de Fourier de la fonction d'auto-corrélation temporelle  $R_{xx}(\tau)$  définie ci-dessous :

$$R_{xx}(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T x(t)x(t+\tau) dt \quad (3.21)$$

Le signal est généralement échantillonné à une fréquence  $f_e$  ou toutes les  $T_e$  secondes. Le signal  $x[n]$  ainsi discrétisé est défini par :

$$x[n] = x(nT_e) \quad \text{avec} \quad -\infty < n < +\infty \quad (3.22)$$

Sa fonction d'auto-corrélation devient donc :

$$R_{xx}(k) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{2N+1} \sum_{n=-N}^N x[n]x[n+k] \quad (3.23)$$

La densité spectrale de puissance  $DSP_x(f)$  est quant à elle donnée par :

$$DSP_x(f) = \lim_{N \rightarrow \infty} \sum_{k=-N}^N R_{xx}(k) \exp(-i2\pi kf) \quad (3.24)$$

L'estimation de la densité spectrale de puissance ainsi définie rencontre alors deux obstacles. Le premier est que le nombre de données est limité puisque nous disposons généralement du signal sur une durée limitée  $T = NT_e$ . L'autre inconvénient réside dans le fait que le signal soit bruité ce qui est souvent le cas notamment pour un écoulement turbulent.

Le calcul du spectre de puissance à partir d'un nombre fini de données bruitées peut se faire de différentes façons. Elles se décomposent suivant les approches dites paramétriques et non paramétriques. Ces dernières sont basées directement sur la définition de la DSP donnée à l'équation 3.24, tandis que les méthodes paramétrique proposent de modéliser le signal en utilisant un petit nombre de paramètres. Nous renvoyons le lecteur à l'ouvrage de Stoica et Moses [146] pour une description complète et détaillée des différentes approches existantes. Nous décrivons ici uniquement la méthode de Welch [156] qui est l'une des approches non-paramétriques les plus populaires et que nous avons utilisé au cours de nos travaux via le logiciel *MATLAB*.

### 3.2.3 Estimation par la méthode de Welch

Les méthodes non paramétriques reposent sur le calcul d'un périodogramme  $\widehat{\Psi}(f)$  du signal  $x[n]$  :

$$\widehat{\Psi}(f) = \frac{1}{N} \left| \sum_{k=1}^N x[k] \exp(-i2\pi kf) \right|^2 \quad (3.25)$$

Nous pouvons remarquer qu'il revient ici à calculer le carré du module de la transformée de Fourier d'un produit de notre signal par une fonction fenêtre porte (rectangulaire)  $w_R$  telle que :

$$w_R(k) = \begin{cases} 1 & \text{si } 1 < k < N \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (3.26)$$

soit :

$$\widehat{\Psi}(f) = \frac{1}{N} \left| \sum_{k=-\infty}^{+\infty} x(k)w_R(k) \exp(-i2\pi kf) \right|^2 \quad (3.27)$$

La transformée de Fourier du produit de deux fonctions correspond à la convolution des transformées de Fourier des deux fonctions. La transformée de Fourier de la fenêtre rectangulaire étant une fonction sinus cardinal, le périodogramme est obtenu par la convolution du spectre théorique du signal non discrétisé avec la fonction sinus cardinal. Cette approche rencontre deux limites bien connues : d'abord une limite de résolution spectrale ( $1/N$ ) ou "smearing" qui rend difficile la détection de deux fréquences proches l'une de l'autre. L'autre inconvénient est associé au phénomène de "leakage" ou fuite des lobes secondaires. Il se traduit par un transfert de puissance des bandes de fréquences contenant le plus d'énergie vers des bandes de fréquence en contenant peu ou pas. L'effet est variable selon le type de fenêtres utilisées, qui sont dites d'apodisation ou de pondération. En effet, le spectre de la fenêtre utilisée doit idéalement se rapprocher au plus possible d'une fonction de Dirac. Les allures spectrales des fenêtres de pondération présentent en réalité une succession de lobes. Le lobe principal doit être le plus étroit possible, tandis que les lobes secondaires doivent eux être faibles. Malheureusement, plus le lobe principal d'une fenêtre est étroit, plus ses lobes secondaires ont tendance à être importants. Il y a donc un compromis à fixer entre largeur du lobe principal et importance des lobes secondaires.

Le périodogramme permet d'obtenir une résolution satisfaisante pour des acquisitions de données suffisamment longues ( $N$  grand) mais ne fournit pas une bonne estimation spectrale en raison de sa variance qui reste élevée même en augmentant la quantité de données disponible. Ainsi, les valeurs du périodogramme peuvent varier de façon importante même à  $N$  élevé. Plusieurs méthodes ont été proposées afin d'y remédier mais induisant une diminution de la résolution. L'une des plus populaire est la méthode de Welch [156]. Elle consiste à diviser le nombre de d'échantillons total  $N$  en  $K = N/L$  paquets de  $L$  échantillons. Les segments ainsi définis peuvent posséder des zones de recouvrement et sont décalés de  $D$  échantillons. Le  $k$ -ième segment est donné par :

$$x_k(n) = x[n + (k - 1)D] \quad \text{avec } 0 < n < L - 1 \quad (3.28)$$

Une fenêtre est appliquée au segment avant calcul d'un périodogramme sur celui-ci. Enfin, les périodogrammes obtenus sont moyennés :

$$\widehat{\Psi}_{Welch}(f) = \frac{1}{KLU} \sum_{k=1}^K \left| \sum_{n=0}^{L-1} w(n)x(n + (k - 1)D) \exp(-i2\pi n f) \right|^2 \quad (3.29)$$

avec

$$U = \frac{1}{L} \sum_{n=0}^{L-1} |w(n)|^2 \quad (3.30)$$

Le recouvrement des séquences permet ici d'avoir des segments qui contiennent plus de données par rapport à une segmentation simple. Cette propriété, associée au moyennage des différents périodogrammes obtenus, permet de faire diminuer la variance et ainsi d'avoir une meilleure estimation de la DSP. Le taux de recouvrement usuellement recommandé est de 50% soit  $D = L/2$ . L'application d'une fenêtre avant calcul du périodogramme est quant à elle destinée à améliorer la résolution spectrale de la DSP estimée. Nous avons utilisé pour nos travaux, la fenêtre de Hamming disponible dans MATLAB définie par :

$$w(n) = 0,54 - 0,46 \cos\left(\frac{2\pi n}{L - 1}\right) \quad (3.31)$$

Cette fenêtre offre un bon compromis entre bande passante (étroitesse du lobe principal) et amplitude des lobes secondaires. La méthode de Welch permet ainsi d'avoir une estimation satisfaisante de la DSP pour un signal mesuré pendant un temps fini dont nous disposons. Nous l'utiliserons notamment afin d'évaluer le contenu fréquentiel des signaux issus de nos simulations dans le but d'en apprendre davantage sur les différentes structures de l'écoulement et leur fréquence caractéristique. L'hypothèse de Taylor nous permettra quant à elle d'extraire de ces spectres des informations sur les échelles de structures présentes dans l'écoulement.

### 3.3 Analyse temps-échelles

La section précédente a montré comment la transformée de Fourier peut décomposer efficacement un signal en une suite de fréquences. Adaptée aux signaux stationnaires, la représentation de Fourier induit néanmoins une perte d'information sur la dimension temporelle du signal comme les notions de début ou fin du signal, de singularités etc. Nous avons fait jusqu'à présent l'hypothèse qu'un signal issu d'un écoulement turbulent était stationnaire. Cette hypothèse ne tient pas compte du caractère intermittent de la turbulence. Celui-ci est d'autant plus important que les nombres de Reynolds auxquels nous travaillons sont élevés. Le contenu fréquentiel de notre signal turbulent évolue donc en

fonction du temps comme pour une grande partie des signaux du monde “réel”.

La transformation de Fourier à fenêtre glissante, également connue sous les noms de transformation de Fourier à court terme ou transformation de Gabor [56], permet de conserver une description temporelle du signal. Il s’agit d’appliquer une fenêtre qui sera décalée tout le long du signal et de procéder à la transformée de Fourier du signal contenu dans la fenêtre. L’information en temps est alors contenue dans la position de la fenêtre sur le signal. Plus cette fenêtre est étroite, meilleure est la résolution en temps tandis qu’une fenêtre plus large permet une bonne résolution en fréquence. Un compromis est donc à réaliser en raison du principe d’incertitude d’Heisenberg.

Dans les années 1980, Morlet, ingénieur en géophysique, utilise la transformée de Fourier à fenêtre glissante pour l’analyse de signaux sismiques. Il constate que cette méthode est insuffisante en haute fréquence où la durée de la fenêtre est trop grande pour distinguer des événements (réflexions d’ondes) peu espacés. Il a alors l’idée d’utiliser une fenêtre à largeur variable en fonction de la fréquence ([107], [108]). Afin d’obtenir une longueur plus courte aux hautes fréquences et inversement, il procède par dilatation ou contraction d’une fonction de base, appelée ondelette. La forme de l’ondelette est ainsi la même pour toutes les fréquences mais sa durée varie.

La transformée en ondelettes est donc basée sur le même principe que la transformée de Fourier à fenêtre glissante. Nous pouvons en quelque sorte imaginer qu’il s’agit ici d’une généralisation permettant de résoudre un problème de résolution lié aux type de fréquences (basses ou hautes). L’idée générale qui s’en dégage est d’étudier le signal avec des échelles différentes : des fenêtres étroites pour les hautes fréquences (meilleure résolution en temps) et des fenêtres larges pour les basses fréquences (meilleure résolution en fréquence). La figure 3.1 représente une vue schématique de l’espace temps-fréquence associé à ce concept. L’analyse en ondelettes se fait en faisant le produit de convolution du signal à étudier avec la famille de fonctions obtenues par dilatation et contraction d’une ondelette dite “mère”. Le signal est donc représenté comme une somme pondérée de ces petites ondes translatées ou dilatées.

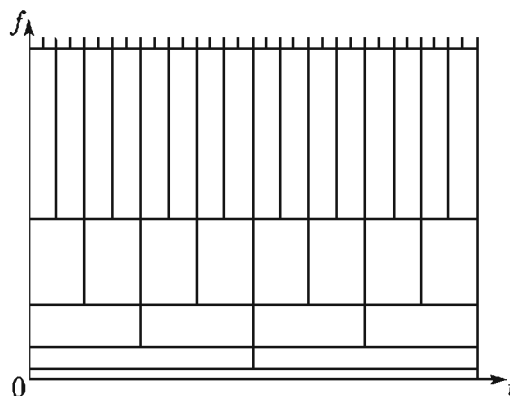


FIGURE 3.1 – Schéma du pavage temps-fréquence pour la transformée en ondelettes discrète

Grossman et Morlet [63] formalisent le concept de transformation en ondelettes continue en 1984. Cette théorie se développe rapidement avec la découverte de bases d’ondelettes orthogonales par Meyer [106], et Daubechies [40]. Elle donne lieu au concept de transformation en ondelettes discrète ou analyse multi-résolution développé par Mallat [91] pour le traitement d’image. La transformée en ondelette permet d’analyser des signaux qui mettent en jeu des phénomènes d’échelles très différentes. À ce titre, elle devient rapidement utilisée dans de nombreux domaines notamment le traitement d’image et le débruitage de signaux non-stationnaires afin d’extraire les événements informatifs. Farge fait ainsi le

lien entre la transformée en ondelettes et l'étude de la turbulence [53].

En effet, elle pose le constat que la turbulence est généralement étudiée à travers le prisme des modes de Fourier dans l'espace spectral (théorie de la cascade d'énergie), ce qui ne permet pas de représenter les structures cohérentes. Farge s'interroge sur la méconnaissance de leurs mécanismes d'apparition malgré leur rôle primordial dans la dynamique de l'écoulement. C'est ainsi qu'elle propose d'utiliser la transformation en ondelettes afin d'analyser les résultats expérimentaux et numériques. En "séparant" les structures cohérentes du reste de l'écoulement par une opération qui s'apparente à un filtrage ou débruitage puis par reconstruction (transformée inverse), elle propose d'étudier uniquement les modes/échelles de l'écoulement associés à ces structures. Son but était à terme d'élaborer à terme une théorie statistique de la turbulence qui tienne compte de ces structures.

Les écoulements que nous étudierons étant justement fortement dépendant des structures cohérentes présentes, cet outil nous est apparu pertinent afin d'étayer nos analyses. Nous décrirons donc dans ce qui suit les principes de base de la transformée en ondelettes continue puis discrète. Cette description reprend succinctement les travaux de Farge [53] et Mallat [91].

### 3.3.1 Ondelettes

Soit  $\psi$  une fonction particulière appelée ondelette mère, la fonction  $\psi_{a,b}$  est obtenue par translation et dilatation de  $\psi$  :

$$\psi_{a,b}(t) = \frac{1}{\sqrt{a}} \psi\left(\frac{t-b}{a}\right) \quad (3.32)$$

Les paramètres  $a$  et  $b$  (facteurs d'échelle et de translation) fixent respectivement la dilatation/contraction et la position de l'ondelette. La figure 3.2 illustre ces transformations dans le cas d'une ondelette de Haar en forme de créneau. Dans le cas d'un signal,  $a$  correspondra à l'inverse de la fréquence et  $b$  au temps. Dans le domaine spectral, l'ondelette se comporte comme un filtre passe-bande. Plus  $a$  est petit, moins l'ondelette  $\psi_{a,b}$  est étendue temporellement, donc plus la fréquence centrale de son spectre est élevée.

La fonction  $\psi$  doit néanmoins satisfaire des critères mathématiques spécifiques avant de pouvoir constituer une famille d'ondelette à partir de cette ondelette mère. En notant,  $\widehat{\psi}$  sa transformée de Fourier, elle doit tout d'abord obéir à la condition suivante :

$$C_\psi = \int_{\mathbb{R}} \frac{|\widehat{\psi}(f)|^2}{|f|} df < \infty \quad (3.33)$$

Si  $\psi$  est intégrable, cette condition impose simplement que la moyenne de  $\psi$  soit nulle ou  $\widehat{\psi}(0) = 0$ . Il est généralement imposé que l'ondelette soit de carré intégrable ( $\psi \in L_2(\mathbb{R})$ ). Des conditions de moments d'ordres supérieurs nuls permettent que l'ondelette soit bien localisée en temps et en fréquence en assurant une décroissance et une convergence rapide vers 0 à l'infini. Il existe ainsi de nombreuses formes d'ondelettes mères possibles. Nous citons parmi les plus connues, les ondelettes de Haar, de Daubechies et de Morlet qui seront détaillées par la suite.

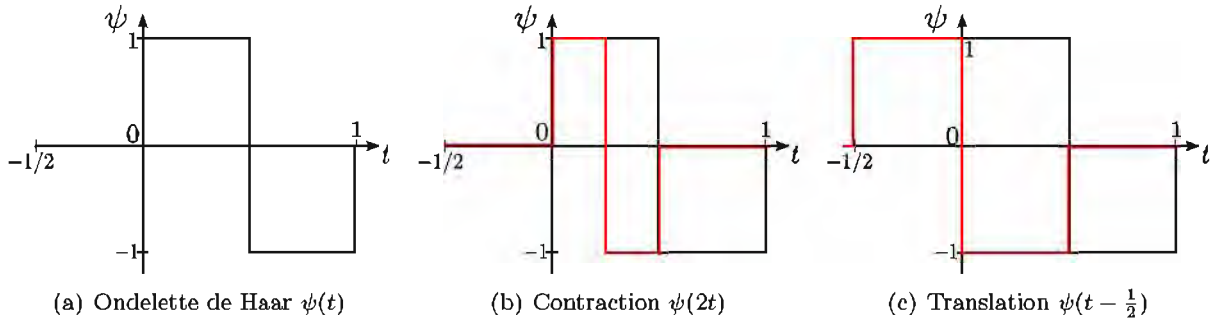


FIGURE 3.2 – Ondelette de Haar (en noir) et transformations de contraction et translation (en rouge)

### 3.3.2 Décomposition en ondelettes continue

La transformation en ondelettes continue [63] pour un signal  $x(t)$  est définie par des coefficients obtenus avec la relation suivante :

$$C(a, b) = \int_{\mathbb{R}} x(t) \psi_{a,b}^*(t) dt \quad (3.34)$$

où  $\psi_{a,b}^*(t)$  est le complexe conjugué de  $\psi_{a,b}(t)$

Il s'agit d'une transformation linéaire qui admet une transformation inverse permettant de reconstituer le signal en fonction de  $C(a, b)$  :

$$x(t) = \frac{1}{C_\psi} \int_{\mathbb{R}^2} C(a, b) \frac{\psi_{a,b}(t)}{a^2} da db \quad (3.35)$$

C'est le choix de l'ondelette qui conditionne la résolution en temps et en fréquence de la transformée résultante. Nous ne pouvons pas agir sur le fait que les hautes fréquences aient une bonne résolution temporelle contre une bonne résolution fréquentielle pour les basses fréquences. Cependant, nous avons la possibilité de choisir d'augmenter de façon générale soit la résolution temporelle soit la résolution fréquentielle à travers le type d'ondelette que nous utilisons. Dans le cadre de nos travaux, nous avons privilégié l'augmentation de la résolution fréquentielle et donc l'utilisation d'une ondelette de Morlet complexe. Cette ondelette, qui est l'une des plus utilisées, est définie par l'équation :

$$\psi_{f_c}^m(t) = \frac{1}{\sqrt{\pi\sigma}} \exp(i2\pi f_c t) \exp\left(-\left(\frac{t}{\sigma}\right)^2\right) \quad (3.36)$$

où  $f_c$  est la fréquence centrale ( $\omega_c = 2\pi f_c$ ) de l'ondelette et  $\sigma$  la largeur de bande.

Elle est obtenue en modulant une exponentielle complexe par une enveloppe gaussienne. Cette forme gaussienne permet de maximiser la précision de la localisation en temps et fréquences. En effet, l'égalité d'Heisenberg est minimisée donc les résolutions simultanées en fréquence et en temps sont optimales. La valeur du produit  $\omega_c \sigma$  conditionne néanmoins l'admissibilité de cette fonction comme ondelette. Dans la pratique, il suffit qu'il soit supérieur à 1, pour que l'admissibilité soit vérifiée. Il fixe également la forme de l'ondelette, ce produit doit donc être constant pour une famille d'ondelette. Enfin, c'est de la valeur de  $\omega_c \sigma$  dont dépend le compromis entre l'étalement temporel et l'étalement fréquentiel de l'ondelette pour une fréquence centrale donnée. Une valeur faible privilégiera une bonne résolution temporelle tandis qu'une valeur élevée permettra une bonne résolution fréquentielle. La

figure 3.3 représente l'influence du produit  $\omega_c \sigma$  sur la partie réelle de l'ondelette de Morlet complexe ainsi que la partie positive du spectre associé. Ce produit est généralement fixé à une valeur supérieure à 5. Morlet recommande quant à lui de le prendre compris entre 5 et 6 [108].

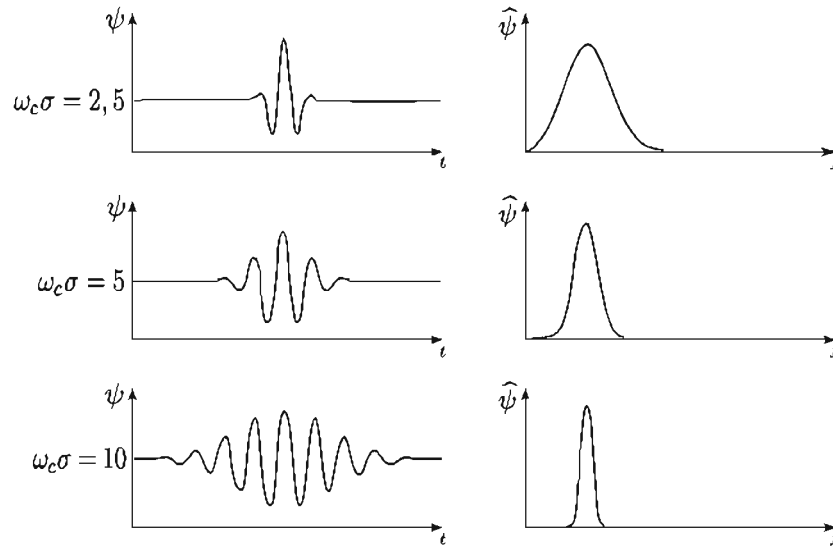


FIGURE 3.3 – Partie réelle de l'ondelette de Morlet complexe et spectre associé (partie positive) à différents  $\omega_c \sigma$

Dans le cadre de nos travaux, nous cherchons à capter à la fois des phénomènes en haute fréquence et en basse fréquence. Nous adapterons donc localement la fréquence centrale de l'ondelette. Nous avons ainsi élaboré un programme FORTRAN calculant la transformée en ondelettes continue d'un signal  $x(t)$  en utilisant :

$$\begin{cases} \psi_{f,\tau}^m(t) = \frac{1}{\sqrt{\pi/f}} \exp(i2\pi f(t-\tau)) \exp(-f^2(t-\tau)^2) \\ C_m(f, \tau) = \int_R x(t) \psi_{f,\tau}^{m*}(t) dt \end{cases} \quad (3.37)$$

Dans notre cas, le produit de la fréquence centrale et de la bande passante est constant et égal à  $2\pi$  selon les recommandations d'usage.

La transformation en ondelettes continue implique une redondance de l'information contenu dans les coefficients  $C(a, b)$ . En effet, elle est surdéterminée car elle parcourt le plan temps-fréquence continuellement. Cette propriété peut constituer un avantage dans l'étude d'écoulements turbulents notamment pour l'association des structures observées dans l'espace physique aux fréquences en présence dans le domaine spectral. Cette redondance induit cependant un coût de calcul élevé car il suffirait de connaître un certain nombre des valeurs des coefficients  $C(a, b)$  pour reconstituer le signal. C'est à partir de ce constat que s'est développée la transformation en ondelettes discrète qui utilise quant à elle des familles d'ondelettes formant des bases orthonormées.

### 3.3.3 Transformation en ondelettes discrète ou analyse multi-résolution

La transformation en ondelettes discrète repose sur un pavage discret de l'espace temps-fréquence. Les dilatations ou contractions sont généralement obtenues par transformation dyadique c'est-à-dire en appliquant un facteur 2 au paramètre d'échelle ( $a = 2^{-j}$ ). Les translations sont binaires pour une



échelle  $a = 2^{-j}$  fixée, c'est-à-dire  $b = k2^{-j}$  avec  $k$  entier. Lemarié et Meyer [83] prouvent en 1986 l'existence de bases d'ondelettes orthonormées. Ils montrent qu'il existe une ondelette mère  $\psi(t)$  telle qu'on puisse obtenir une base orthonormée d'ondelette  $(\psi_{j,k})_{j \in \mathbb{Z}, k \in \mathbb{Z}}$ . La transformée en ondelettes discrète est alors définie par :

$$\boxed{\begin{cases} \psi_{j,k}(t) = \sqrt{2^j} \psi(2^j t - k) \\ C(j, k) = \int_{\mathbb{R}} x(t) \psi_{j,k}^*(t) dt \end{cases}} \quad (3.38)$$

Le caractère orthogonal de ces familles d'ondelettes permet de décomposer le signal étudié sans redondance. En traitement du signal, il permet de s'affranchir du phénomène de repliement de spectre ou "aliasing" dû à l'échantillonnage d'un signal.

Mallat [91] a l'idée d'utiliser ces bases pour effectuer une analyse multi-résolution du signal c'est-à-dire de décomposer le signal suivant cette base et d'étudier la différence entre deux niveaux d'échelle ou de résolution successifs. Il met ainsi en place un algorithme rapide de calcul de la transformée en ondelettes discrète et son inverse. Nous décrivons de manière simplifiée sa démarche dans ce qui suit.

Nous nous plaçons dans l'espace  $L^2(\mathbb{R})$  des fonctions continues d'une variable réelle et de carré intégrable. Mallat considère un opérateur linéaire  $A_{2^j}$  qui approche le signal  $x(t)$  étudié à un niveau de résolution  $2^j$ . Il définit alors l'espace vectoriel  $V_{2^j}$  qui regroupe l'ensemble des approximations possibles de résolution  $2^j$ . L'analyse  $A_{2^j}x(t)$  constitue ici l'approximation la plus proche de  $x(t)$  qui existe.  $A_{2^j}$  est donc un opérateur de projection orthogonal sur  $V_{2^j}$ . Il construit alors une analyse multi-résolution composée de sous-espaces vectoriels  $V_{2^j}$ . Le passage de l'un à l'autre se fait par un changement d'échelle (ici une contraction d'un facteur 2) :

$$\forall j \in \mathbb{Z}, f(t) \in V_{2^j} \iff f(2t) \in V_{2^{j+1}} \quad (3.39)$$

De même, il y a invariance par translation au sein du sous-espace  $V_{2^j}$ .

$$\forall k \in \mathbb{Z}, f(t) \in V_{2^j} \iff f(t - k) \in V_{2^j} \quad (3.40)$$

Mallat montre qu'il existe une unique fonction  $\phi$  dite d'échelle telle que  $(\sqrt{2^j} \phi(2^j t - k))_{k \in \mathbb{Z}}$  ou  $(\phi_{j,k})_{k \in \mathbb{Z}}$  soit une base orthonormée de  $V_{2^j}$ . Une analyse du signal à une résolution supérieure  $2^{j+1}$  contient toute l'information nécessaire pour calculer son approximation de résolution  $2^j$ . Il en déduit donc que :

$$\forall j \in \mathbb{Z}, V_{2^j} \subset V_{2^{j+1}} \quad (3.41)$$

Une analyse multi-résolution est donc l'ensemble des sous-espaces vectoriels  $(V_{2^j})_{j \in \mathbb{Z}}$  emboîtés les

uns dans les autres tels que :

$$\left\{ \begin{array}{l} \forall j \in \mathbb{Z}, V_{2^j} \subset V_{2^{j+1}} \\ \overline{\bigcup_{j \in \mathbb{Z}} V_{2^j}} = L^2(\mathbb{R}) \\ \bigcap_{j \in \mathbb{Z}} V_{2^j} = 0 \\ \forall j \in \mathbb{Z}, f(t) \in V_{2^j} \iff f(2^{-j}t) \in V_0 \\ \forall k \in \mathbb{Z}, f(t) \in V_0 \iff f(t-k) \in V_0 \\ \exists \phi \in V_0 / ((\phi_{0,k}))_{k \in \mathbb{Z}} \text{ est une base de Riesz de } L^2(\mathbb{R}) \end{array} \right. \quad (3.42)$$

où la notation  $\overline{X}$  correspond à l'adhérence de  $X$  dans  $L^2(\mathbb{R})$ .

**Remarque 1.** L'adhérence d'une partie  $X$  de  $L^2(\mathbb{R})$  est le plus petit espace fermé de  $L^2(\mathbb{R})$  contenant  $X$ . On dit que  $X$  est dense lorsque son adhérence est l'espace  $L^2(\mathbb{R})$  tout entier.

**Remarque 2.** On dit qu'une suite  $(e_j)_{j \in \mathbb{J}}$  d'un espace de Hilbert  $H$  est une base de Riesz s'il existe deux constantes  $A$  et  $B$  strictement positives telles que pour toute suite finie  $(a_j)_{j \in \mathbb{J}}$ , on a :

$$A \left( \sum |a_j|^2 \right)^{1/2} \leq \left\| \sum a_j e_j \right\| \leq B \left( \sum |a_j|^2 \right)^{1/2} \quad (3.43)$$

et les combinaisons linéaires  $\sum a_j e_j$  sont denses dans  $H$ .

À partir du théorème défini par le système (3.42), l'analyse du signal  $x(t)$  à la résolution  $2^j$  peut s'écrire :

$$A_{2^j} x(t) = \sum_{k=-\infty}^{k=+\infty} \langle x, \phi_{j,k} \rangle \phi_{j,k}(t) \quad (3.44)$$

avec :

$$\langle x, \phi_{j,k} \rangle = \int_{\mathbb{R}} x(u) \phi_{j,k}(u) du \quad (3.45)$$

La suite des coefficients de cette projection  $(\langle x, \phi_{j,k} \rangle)_{k \in \mathbb{Z}}$  notée  $A_{2^j}^d x$  constitue l'approximation discrète à la résolution  $2^j$  de notre signal  $x(t)$ . Mallat prouve que celle-ci peut s'exprimer en fonction de l'approximation discrète  $A_{2^{j+1}}^d x$  de résolution supérieure :

$$\langle x, \phi_{j,k} \rangle = \sum_{l=-\infty}^{l=+\infty} \tilde{h}(2k-l) \langle x, \phi_{j+1,k} \rangle \quad (3.46)$$

avec :

$$\begin{cases} \tilde{h}(l) = h(-l) \\ h(l) = \frac{1}{\sqrt{2}} \langle \phi_{-1,0}(u), \phi(u-l) \rangle \end{cases} \quad (3.47)$$

$A_{2^j}^d x$  peut donc être obtenue à partir de  $A_{2^{j+1}}^d x$  en en faisant le produit de convolution avec le filtre  $h$ . Nous disposons généralement d'un signal échantillonné à une fréquence  $f_e$  donc discret qui peut ici être vu comme une approximation discrète de résolution 1 (normalisation)  $A_1^d x$ . Toutes les

approximations de résolution moindre  $A_{2^j}^d x$  pour  $j < 0$  peuvent donc être calculées à partir de  $A_1^d x$  suivant l'équation 3.46. Chacune d'entre elles présentera  $2^j N$  échantillons pour un signal  $A_1^d x$  de  $N$  données.

À présent, l'espace des détails, ou la différence entre deux espaces vectoriels  $V_{2^j}$  et  $V_{2^{j+1}}$  consécutifs, doit venir compléter cette analyse. En posant  $O_{2^j}$  le complément orthogonal de  $V_{2^j}$  dans  $V_{2^{j+1}}$  ( $O_{2^j} \cap V_{2^j} = \{0\}$ ), la somme directe de ces deux espaces vectoriels constitue alors l'espace vectoriel  $V_{2^{j+1}}$ . Il vient :

$$\left\{ \begin{array}{l} O_{2^j} \oplus V_{2^j} = V_{2^{j+1}} \\ \forall i \in Z, j \in Z, i \neq j, O_{2^i} \perp O_{2^j} \\ L^2(R) = \bigoplus_{j \in Z} O_{2^j} \end{array} \right. \quad (3.48)$$

où  $\oplus$  est l'opérateur de somme directe d'espaces vectoriels.

Les ondelettes apparaissent alors naturellement comme de bonnes candidates pour former une base orthonormée de  $O_{2^j}$ . Mallat montre que pour une ondelette  $\psi$  donnée en fonction de  $\phi$  par l'équation 3.49,  $(\psi_{j,k})_{k \in Z}$  est une base orthonormée de  $O_{2^j}$ .  $(\psi_{j,k})_{j \in Z, k \in Z}$  est alors une base orthonormée de  $L^2(R)$ .

$$\left\{ \begin{array}{l} \widehat{\psi}(\omega) = G\left(\frac{\omega}{2}\right) \widehat{\phi}\left(\frac{\omega}{2}\right) \\ G(\omega) = \exp(-i\pi) H(\omega + \pi)^* \\ H(\omega) = \sum_{l=-\infty}^{l=+\infty} h(l) \exp(-i\omega l) \end{array} \right. \quad (3.49)$$

La projection orthogonale du signal sur l'espace  $O_{2^j}$ , est donnée par :

$$P_{O_{2^j}} x(t) = \sum_{k=-\infty}^{k=+\infty} \langle x, \psi_{j,k} \rangle \psi_{j,k}(t) \quad (3.50)$$

La suite des coefficients de cette décomposition  $(\langle x, \psi_{j,k} \rangle)_{k \in Z}$  notée  $D_{2^j} x$  constituent le signal de détail discret à la résolution  $2^j$  et comporte  $2^j N$  échantillons. Elle contient la différence d'information entre  $A_{2^{j+1}}^d x$  et  $A_{2^j}^d x$ .  $A_{2^{j+1}}^d x$  peut donc également être reconstruite à partir de  $A_{2^j}^d x$  en utilisant  $D_{2^j} x$  selon la relation suivante :

$$A_{2^{j+1}}^d x = A_{2^j}^d x + D_{2^j} x \quad (3.51)$$

De la même façon que précédemment, le signal de détail à la résolution  $2^j$ ,  $D_{2^j} x$  peut être obtenu en convoluant  $A_{2^{j+1}}^d x$  avec un filtre  $g$  tel que :

$$\langle x, \psi_{j,k} \rangle = \sum_{l=-\infty}^{l=+\infty} \widetilde{g}(2k - l) \langle x, \phi_{j-1,k} \rangle \quad (3.52)$$

où :

$$\begin{cases} \tilde{g}(l) = g(-l) \\ g(l) = \frac{1}{\sqrt{2}} \langle \psi_{-1,0}(u), \phi(u-l) \rangle \end{cases} \quad (3.53)$$

L'algorithme pyramidal ou récursif dit de transformée en ondelettes rapide défini par les équations 3.46 et 3.52 est schématisé sur la figure 3.4. Il permet un calcul rapide des différents niveaux d'approximation et de détail (analyse) de même que la transformée inverse (synthèse) suivant la figure 3.5. Le filtre  $\tilde{h}$  est un filtre passe-bas restituant les approximations du signal (basses fréquences) et le filtre  $\tilde{g}$  est un filtre passe-haut encodant les détails du signal (hautes fréquences). Ainsi, le signal mesuré de départ  $A_1^d x$  peut être reconstitué à partir de l'ensemble formé par une approximation de résolution  $2^J$  et des signaux de détail successifs :

$$(A_{2^J}^d x, (D_{2^j})_{-J \leq j \leq -1}) \quad (3.54)$$

L'ensemble de signaux discrets est appelé représentation en ondelette orthogonale. L'élément essentiel à ce type de représentation est la capacité à créer des bases orthonormées de décomposition. Dans la pratique, deux méthodes sont possibles. Une famille de bases orthonormées de fonctions d'échelle peut d'abord être choisie. On calcul ensuite le filtre  $h$  en projetant une fonction d'échelle  $\phi_{j,k}$  sur la base de résolution immédiatement supérieure  $V_{2^{j+1}}$ . Le filtre  $g$  est ensuite calculé à partir de  $h$ . Enfin, ce dernier permet de construire la fonction d'ondelette  $\psi$  associée à  $\phi$ . Une autre méthode consiste quant à elle à choisir le filtre  $h$  pour remonter progressivement à  $\psi$ . Dans ces deux cas, la fonction d'ondelette est déterminée en dernier ce qui n'est pas intuitif. En effet, un choix *a priori* d'une base d'ondelettes peut s'avérer plus complexe pour construire une analyse multi-résolution car elles présentent plus de contraintes à réaliser que les fonctions d'échelle. Nous renvoyons le lecteur aux travaux de Mallat [91] pour une description précise des caractéristiques à satisfaire par les fonctions d'échelle et d'ondelette.

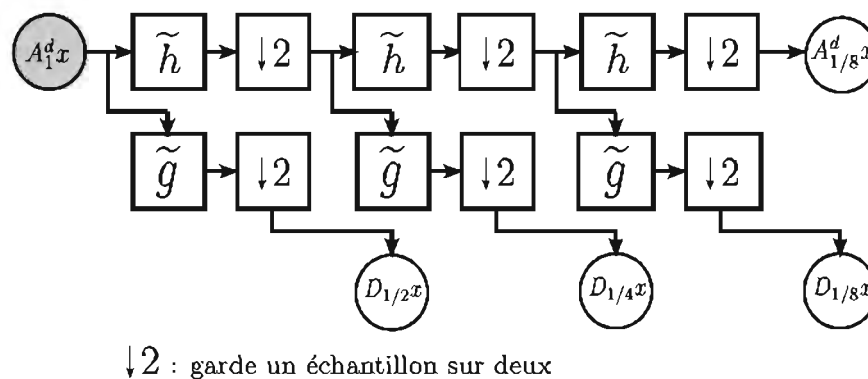


FIGURE 3.4 – Schéma de l'algorithme d'analyse multi-résolution sur trois niveaux de résolution : en cercles gris les entrées et en cercles blancs les sorties

Il existe plusieurs bases d'ondelettes orthonormées recensées notamment par Meyer [106]. Dans le cadre de nos travaux, nous avons utilisé les ondelettes de Daubechies [40] disponibles sous MATLAB. Ces ondelettes très populaires sont orthogonales avec  $N$  moments nuls et à support compact de longueur  $A = 2N$ . La compacité de support permet de s'affranchir du problème de décroissance à l'infini des ondelettes et donc d'avoir une bonne localisation en temps. L'obtention de ces bases d'ondelettes repose sur une construction de  $h(n)$  satisfaisant les propriétés d'orthogonalité. Le lecteur

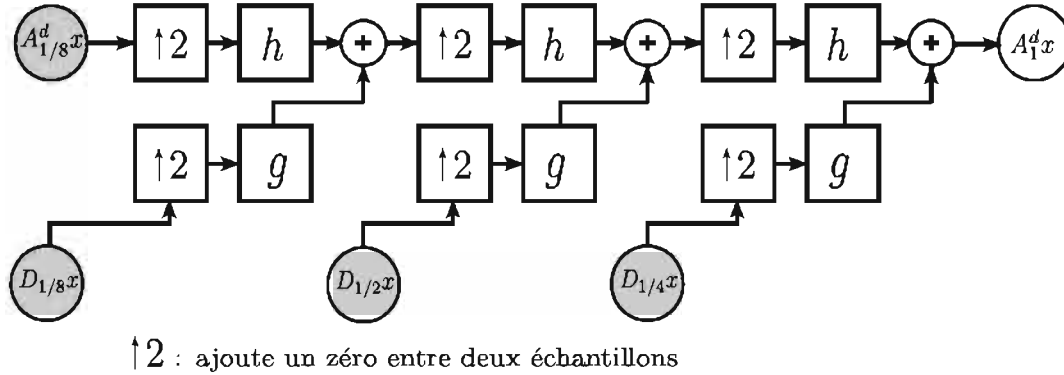


FIGURE 3.5 – Schéma de l'algorithme de synthèse (transformation inverse) sur trois niveaux de résolution : en cercles gris les entrées et en cercles blancs les sorties

intéressé pourra consulter l'article [40] pour des détails précis sur leur méthode de construction. Les bases orthonormées ainsi construites n'ont pas d'expression analytique simple car leur approche est purement numérique. La figure 3.6 illustre la forme de l'ondelette mère selon le nombre de moments nuls voulus. Pour  $N = 1$ , nous retrouvons l'ondelette de Haar puis plus il y a de moments nuls, plus la fonction est régulière ce qui permet de représenter des signaux complexes plus précisément comme nous l'avons évoqué plus haut. Nous utiliserons dans la suite les ondelettes *db20* soit à 10 moments nuls.

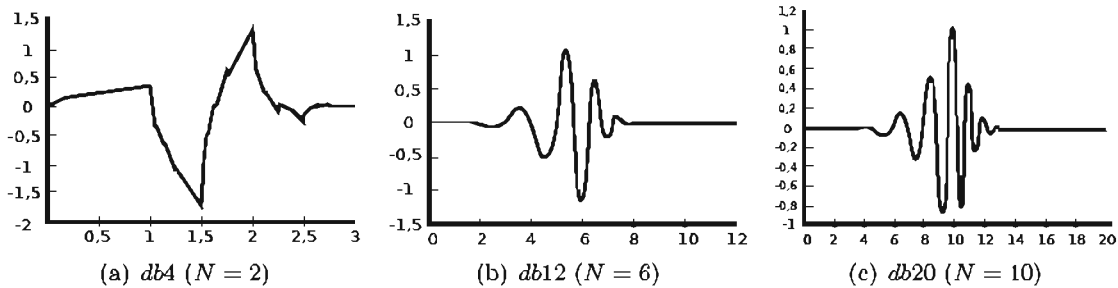


FIGURE 3.6 – Ondelettes de Daubechies pour différents nombres de moments nuls

La représentation en ondelettes orthogonales peut être interprétée comme la décomposition du signal d'origine sur une base orthonormée d'ondelettes. Elle peut également être vue comme une décomposition du signal sur un ensemble de modes de fréquence "indépendants" les uns des autres en raison du caractère orthogonal des ondelettes. Cette dernière interprétation permet, dans le cas de la turbulence, d'identifier les modes associés aux structures cohérentes d'une part et au mouvement turbulent d'autre part.

## Chapitre 4

# Extension de l'approche SAS à un modèle DRSM et implantation dans *elsA*

Nous présenterons dans ce chapitre les étapes ayant mené à l'application de l'approche SAS à un modèle de type DRSM. Cette nouvelle formulation, dénommée "SAS-DRSM" par la suite, résulte d'une volonté d'améliorer les modèles URANS de type DRSM dans la lignée des approches URANS avancés de type SAS initiées par Menter et Egorov [100]. Nous discuterons tout d'abord de l'intérêt des approches SAS existantes et des modèles DRSM. Puis, nous proposerons un nouveau modèle faisant la jonction entre les deux. Nous décrirons enfin son implémentation dans le code de calcul Navier-Stokes *elsA* de l'ONERA.

### Sommaire

---

4.1	Proposition d'extension de l'approche SAS à un modèle DRSM . . . . .	82
4.1.1	Intérêts des approches SAS existantes et des modèles DRSM . . . . .	82
4.1.2	Proposition d'un modèle SAS-DRSM . . . . .	82
4.2	Implantation du modèle SAS-DRSM dans le solveur <i>elsA</i> . . . . .	83
4.2.1	Architecture du module de travail dans <i>elsA</i> et méthode de programmation .	83
4.2.2	Étapes de la programmation . . . . .	85
4.2.3	Utilisation du modèle dans <i>elsA</i> . . . . .	88

---

## 4.1 Proposition d'extension de l'approche SAS à un modèle DRSM

### 4.1.1 Intérêts des approches SAS existantes et des modèles DRSM

Nous avons pu voir dans la section 1.5 du chapitre 1 que les méthodes SAS existantes proposées par Menter et Egorov [100] ainsi que Benyoucef [16] se basent sur l'introduction d'un terme source dans l'équation de  $\omega$  du modèle URANS  $k$ - $\omega$  SST. Ce terme supplémentaire dépend de la longueur de von Kármán  $L_{vK}$ , ce qui permet son activation dans les régions présentant des instationnarités et plus précisément des structures cohérentes de grandes échelles. L'activation du terme source dans ces régions aboutit à une chute de la viscosité turbulente et favorise donc la formation de structures turbulentes résolues. Ces approches associent à des modèles URANS à deux équations de transport, un comportement de type "LES" non plus basé sur la taille des cellules du maillage mais sur  $L_{vK}$  qui s'adapte aux plus petites échelles de l'écoulement. Facile à intégrer dans les codes contenant déjà le modèle SST, ces méthodes présentent un bon compromis alternatif à la LES d'un point de vue industriel.

Elles présentent néanmoins des limites puisqu'elles ont montré des difficultés à activer le terme source si l'écoulement étudié n'est pas assez instable notamment sur le cas de la marche descendante avec une couche limite épaisse en entrée [100]. La correction  $\alpha L$  permet d'améliorer ce point en capturant les instabilités de Kelvin Helmholtz [16], mais celles-ci sont dissipées en aval de la marche. Ces approches souffrent également des défauts du modèle URANS correspondant à savoir qu'elles reposent sur l'approximation de Boussinesq liant champ moyen et tensions de Reynolds. Ainsi, l'équation de transport de  $k$  voit un terme de production  $P_k$  avec une formulation non exacte, basée sur les tensions de Reynolds modélisées par cette dernière hypothèse. De plus, elle présente un terme de diffusion modélisé par une hypothèse de diffusion selon le gradient. Quant à celle de  $\omega$ , elle repose sur une analogie avec l'équation de  $k$ . Le calcul des tensions de Reynolds via la viscosité turbulente, elle-même obtenue par le calcul des échelles  $k$  et  $\omega$  (relation 1.21) souffre d'un nombre important d'approximations non conformes à la réalité de l'écoulement (anisotropie, effets mémoire 1.2.1.2). Enfin, Benyoucef indique dans ces travaux [14] que l'approche SAS semble se situer entre les modèles URANS et les approches de type DES laissant ainsi ouverte la question de l'amélioration de l'expression du terme source.

Parallèlement à cela, des modélisations URANS complexes sont aujourd'hui disponibles dans les codes industriels à travers les modèles DRSM. Comme nous l'avons expliqué dans la section 1.2.2 du chapitre 1, ces modèles apportent un degré de résolution supplémentaire. En effet, les tensions de Reynolds sont obtenues par la résolution de leurs équations de transport. Si ces équations comportent également des hypothèses pour les termes de dissipation, de redistribution et de diffusion turbulente, le terme de production est quant à lui calculé dans sa forme exacte. Or, ce dernier terme est le principal acteur dans les phénomènes observés sur la majorité des écoulements. Cet avantage confère aux modèles DRSM une meilleure représentation de l'écoulement, visible par leurs résultats prometteurs ([31], [70]). Bien que ces modèles soient plus élaborés que ceux à deux équations, ils ne donnent cependant pas accès à une large gamme d'échelles du spectre turbulent de par leur formulation URANS.

### 4.1.2 Proposition d'un modèle SAS-DRSM

L'approche SAS permet de résoudre une plus grande partie du spectre turbulent et donne donc accès aux tensions de Reynolds  $\langle u'_i u'_j \rangle$  résolues. Les modèles DRSM offrent quant à eux une meilleure représentation des tensions de Reynolds modélisées. Il nous a ainsi paru judicieux d'associer ces deux méthodes afin d'avoir une meilleure prévision des tensions de Reynolds totales. Pour ce nouveau modèle, appelé SAS-DRSM, nous avons cherché à conserver les propriétés de résolution d'un modèle DRSM tout en reproduisant une large gamme du spectre turbulent en lui adjoignant un comportement de type "LES" par rapport à la longueur de von Kármán  $L_{vK}$ .

Pour cela, nous avons choisi de travailler à partir du modèle DRSM SSG- $\omega$  présenté dans la section 1.2.2.2. L'idée est ici d'intégrer un terme source dans l'équation de transport de  $\omega$  suivant l'approche SAS classique selon les équations suivantes :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{D\langle u'_i u'_j \rangle}{Dt} = P_{ij} - \frac{2}{3} \beta' \omega k \delta_{ij} + \Phi_{ij}^{Ch} + \frac{\partial}{\partial x_k} \left[ \left( \mu_t \delta_{kl} + c_s \frac{k \langle u'_k u'_l \rangle}{\varepsilon} \right) \frac{\partial \langle u'_i u'_j \rangle}{\partial x_l} \right] \\ \frac{D\omega}{Dt} = \gamma \frac{\omega}{k} P_k + Q_{SAS-DRSM} - \beta \omega^2 + \frac{\partial}{\partial x_i} \left[ (\nu + \sigma \nu_t) \frac{\partial \omega}{\partial x_i} \right] + (1 - F_1) \sigma \omega^2 \frac{2\rho}{\omega} \frac{\partial k}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \end{array} \right. \quad (4.1)$$

avec  $\omega = \frac{\varepsilon}{\beta^* k}$  et  $\Phi_{ij}^{Ch}$  le terme de redistribution proposé par Chen [35] défini aux équations 1.39 et 1.40.

Nous conservons ici la formulation du terme  $Q_{SAS}$  proposée par Menter et al. [100] bien que celle-ci ait été optimisée pour le modèle SST. En effet, l'équation de  $\omega$  utilisée dans notre modèle est de type BSL. Nous avons jugé néanmoins que la formulation 1.79 restait adaptée puisqu'elle permet l'annulation du terme  $Q_{SAS}$  dans les couches limites. Nous avons donc retenu pour  $Q_{SAS-DRSM}$  la forme :

$$Q_{SAS-DRSM} = \max \left[ \zeta_2 \kappa S^2 \left( \frac{L}{L_{vK}} \right)^2 - C \frac{2k}{\sigma_\phi} \max \left( \frac{1}{k^2} \frac{\partial k}{\partial x_j} \frac{\partial k}{\partial x_j}, \frac{1}{\omega^2} \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right), 0 \right] \quad (4.2)$$

avec :

$$S = \sqrt{2 S_{ij} S_{ij}}, \quad L = \frac{\sqrt{k}}{c_\mu^{1/4} \omega}, \quad L_{vK} = \kappa \frac{S}{\sqrt{\frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j^2} \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j^2}}}, \quad \kappa = 0,41 \quad (4.3)$$

$$\zeta_2 = 3,51, \quad \sigma_k = \frac{2}{3}, \quad C = 2$$

L'activation du terme source  $Q_{SAS-DRSM}$  dans l'équation de  $\omega$  a pour effet de l'augmenter. Ainsi, dans les régions de l'écoulement présentant des instationnarités ou structures de grande échelle, les gradients de vitesse locaux contribuent à la diminution de  $L_{vK}$ . Le  $Q_{SAS-DRSM}$  s'active faisant par la même occasion augmenter la production de  $\omega$ . Cela a pour effet d'élever le terme de dissipation dans les équations des tensions de Reynolds. Comme pour l'approche SAS classique, l'augmentation de  $\omega$  provoque une diminution de la viscosité turbulente  $\nu_t$  et donc le développement et l'entretien d'instabilités physiques. Notre raisonnement est en outre conforté par les récents travaux de Jakirlic et al. [72] qui proposent également d'étendre l'approche SAS sur le modèle DRSM de Jakirlic et Hanjalic [71].

## 4.2 Implantation du modèle SAS-DRSM dans le solveur *elsA*

### 4.2.1 Architecture du module de travail dans *elsA* et méthode de programmation

#### 4.2.1.1 Présentation d'*elsA*

Le solveur *elsA* est un code de calcul Navier-Stokes dont l'acronyme signifie "ensemble logiciel pour la simulation Aérodynamique". Développé par l'ONERA à la fin des années 90 [29], ce logiciel réunit à présent plusieurs autres acteurs de la recherche notamment le CERFACS (Centre Européen de Recherche et de Formation Avancée en Calcul Scientifique). Ce code est destiné à la simulation numérique d'écoulements internes et externes. *elsA* repose sur une formulation intégrale des équations de Navier-Stokes en compressible. Leur résolution se fait sur des maillages multiblocs structurés par



une discrétisation suivant la méthode des volumes finis décrite à l'annexe C. Le code possède un large éventail de simulations d'écoulements par sa parallélisation dans le cas de maillages importants (traitement en monoprocesseur impossible). Il dispose de plus de la plupart des méthodes de simulation de la turbulence utilisée par les industriels : RANS, URANS, SAS, DES, ZDES et LES. Les différents contributeurs participent à intégrer continuellement au code les nouvelles approches émergeant dans le domaine de la simulation numérique. La polyvalence de ce logiciel le rend ainsi populaire auprès des principaux groupes européens de l'industrie aéronautique et spatiale comme AIRBUS ou SAFRAN [30].

Le code est en outre basé sur programmation de type "orienté-objet" incluant des modules en C++ définissant les méthodes et objets utilisées tandis que le langage FORTRAN est préféré pour les boucles de calcul, le tout assurant une optimisation du temps de calcul CPU. L'interface utilisateur est quant à elle en langage Python. Le noyau du code est fragmenté en blocs indépendants assumant chacun une fonction particulière. Chaque bloc peut ainsi être modifié plus facilement afin d'intégrer de nouvelles méthodes. Ses blocs remplissent chacun une fonction bien précise (maillage, conditions limites, méthodes d'intégration temporelle... etc) et peuvent comporter plusieurs sous-systèmes.

Dans notre cas, le système qui nous intéresse est le bloc nommé *Tur* qui regroupe les modules correspondant aux différents modèles de turbulence. Celui-ci se décompose en plusieurs sous-systèmes entre autres pour la LES (*Les*), les modèles à viscosité turbulente (*Trp*) ou les modèles de transition laminaire turbulente (*TrpT*) disponibles sous *elsA*. Parmi eux se trouve le sous-système *Rsm* associé aux modèles DRSM. La figure 4.1 représente de façon simplifiée une partie de son fonctionnement.

#### 4.2.1.2 Architecture du module *Rsm*

Le module *Rsm* comporte un fichier *TurRSMBase.C* qui définit la classe *TurRSMBase* et les méthodes associées. Comme nous l'avons vu dans la section 1.2.2 du chapitre 1, les modèles DRSM résolvent les équations de transport des tensions de Reynolds ainsi que celle d'une échelle de longueur ( $\varepsilon$  ou  $\omega$ ). Nous avons schématisé sur la figure 4.1 les différentes méthodes intervenant dans le calcul des termes sources et de diffusion de ces équations de transport.

Les termes sources sont calculés par la méthode *TurRSMBase :: compSource* qui initie le terme source des équations de transport des tensions de Reynolds par le calcul du terme de production  $P_{ij}$  via la méthode *TurRSMBase :: initByProduction*. Les termes de dissipation  $\varepsilon_{ij}$  et de redistribution  $\Phi_{ij}$  y sont ensuite ajoutés. Le calcul de ces deux termes fait intervenir les stratégies *\_dissipStrgy* et *\_redistriblStrgy*. Ces stratégies font appel à des méthodes dans les fichiers *TurDissipStrgy.C* et *TurRedist1Strgy.C* qui sont spécifiques au modèle DRSM choisi par l'utilisateur. Pour compléter le terme source, reste à calculer l'échelle de longueur. De même, le terme source de son équation de transport est également à calculer.

Pour ces deux opérations, la stratégie *\_scaleEqStrgy* est utilisée. Cette dernière dépend du choix de l'échelle de longueur et de son équation de transport. Elle fait ainsi appel aux méthodes spécifiques associées à ce choix dans le fichier *TurScale'echelle'Eq.C* notamment la méthode *TurScale'echelle'Eq :: compSource* pour le calcul du terme source. La méthode *TurScale'echelle'Eq :: compEpsilon* pour le calcul de l'échelle de longueur (non spécifié sur le schéma) permet quant à elle de compléter le terme source des équations aux tensions de Reynolds ( $\varepsilon_{ij}$  et  $\Phi_{ij}$  dépendent de  $\varepsilon$ ). Par exemple, pour le modèle DRSM SSG- $\omega$  décrit à la section 1.2.2.2, l'échelle choisie est  $\omega$  et son équation celle de Menter avec la correction BSL. Le fichier associé se nomme alors *TurScaleMenterEq.C* qui regroupe les méthodes nécessaires (*TurScaleOmegaEq.C* dans le cas de l'équation de  $\omega$  classique).

Les termes de diffusion sont calculés via les méthodes *TurRSMBase :: compDifFluxTurDens*

et *TurRSMBase :: compDifFluxDensCoef* (voir le paragraphe E.3 de l'annexe B.5). Cette dernière méthode utilise également la stratégie *\_scaleEqStrgy* pour le calcul des termes de diffusion de l'équation de l'échelle de longueur. Selon le modèle choisi, elle ira chercher la méthode *TurScale'echelle'Eq :: compDifFluxDensCoef* pour les calculer.

Enfin, les termes sources et de diffusion ainsi calculés sont utilisés par les blocs *Sou* et *Fxd* qui gèrent les méthodes numériques utilisées pour la discrétisation spatiale des différents flux (respectivement sources et diffusifs). Nous renvoyons le lecteur à l'annexe E pour plus d'informations concernant ce point.

#### 4.2.1.3 Choix de la méthode de programmation

L'architecture décrite ci-dessus permet plusieurs méthodes d'implémentation de notre modèle. Celui-ci, basé sur le modèle DRSM SSG- $\omega$ , requiert l'ajout d'un terme source dans l'équation de  $\omega$ . Les termes de redistribution et de dissipation dans les équations des tensions de Reynolds restent identiques. Notre action se situe donc au niveau de la classe *TurScaleMenterEq* et notamment la méthode *TurScaleMenterEq :: compSource*.

Une première option aurait été de créer une nouvelle classe associée à un nouveau modèle DRSM. Les différents modèles se distinguent principalement par leur formulation du terme de redistribution et l'utilisation ou non de loi de paroi. Dans notre cas, aucun de ces aspects n'est impacté par rapport au modèle d'origine. Nous avons donc écarté cette option. Une deuxième option aurait été de créer une nouvelle classe *TurScale'echelle'Eq* correspondant à la nouvelle équation de  $\omega$  modifiée par l'ajout du terme  $Q_{SAS-DRSM}$ . Là encore, parmi toutes les méthodes disponibles dans la classe *TurScaleMenterEq*, seule la méthode *TurScaleMenterEq :: compSource* est modifiée et nécessite la définition de nouvelles méthodes. C'est pourquoi, nous avons privilégié la solution consistant à coder notre modèle à la manière d'une "correction" du modèle d'origine (DRSM SSG- $\omega$ ).

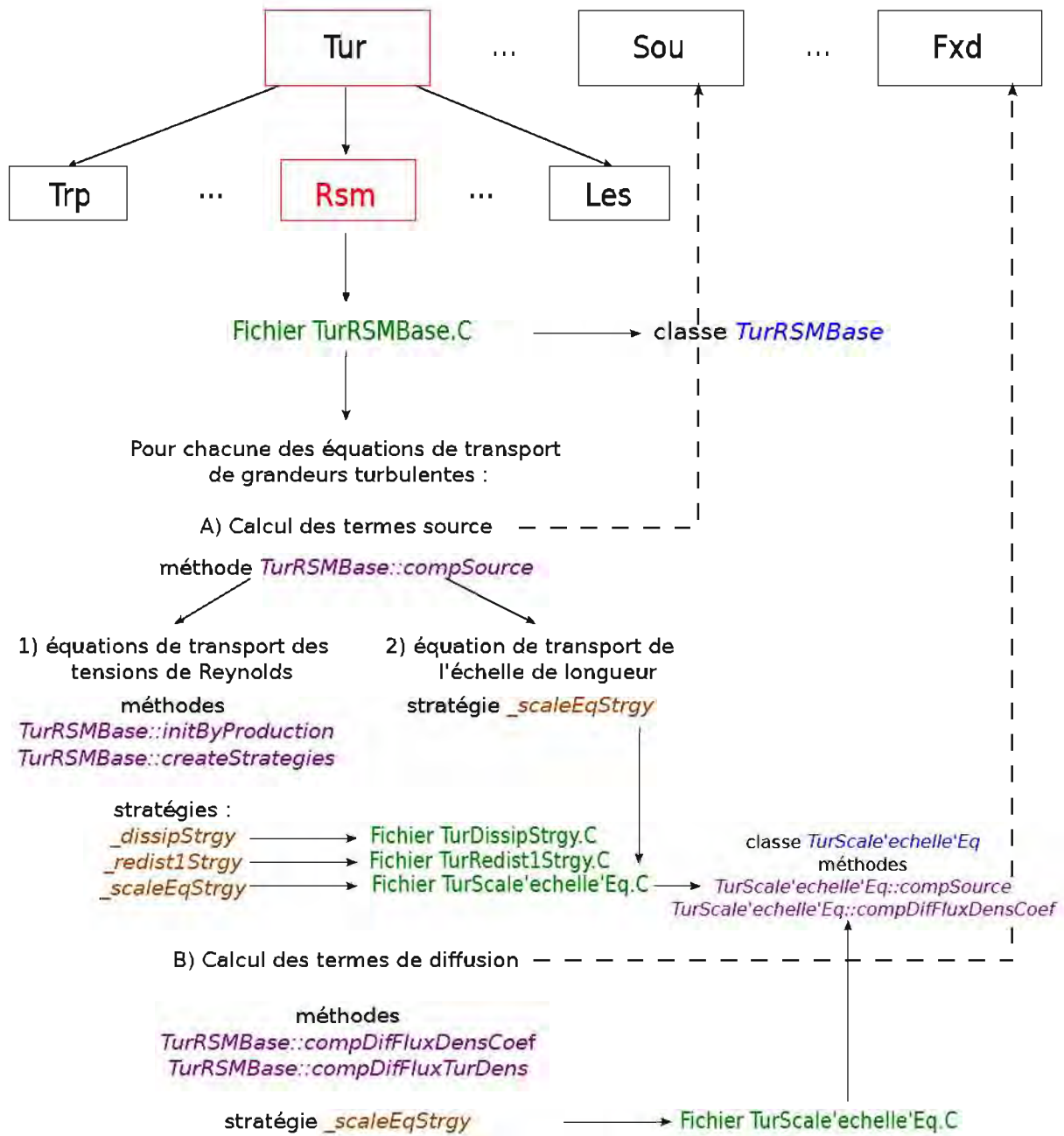
Cette méthode est similaire à celle adoptée pour le codage de l'approche SAS classique déjà présente dans *elsA* sous la forme d'une correction au modèle SST [14]. Pour cela, des attributs ont été ajoutés aux différentes méthodes mises en jeu dans le calcul du terme source. Un attribut d'activation de cette correction est créé et entraîne le calcul du terme  $Q_{SAS-DRSM}$  et son ajout au terme source de l'équation de  $\omega$  dans la méthode *TurScaleMenterEq :: compSource*.

### 4.2.2 Étapes de la programmation

Nous décrivons dans ce paragraphe les étapes de la programmation de notre modèle de façon simplifiée. Nous avons choisi de mettre ici en avant la logique des méthodes codées sous forme de *grafcet* plutôt que les algorithmes dans un souci de clarté pour le lecteur.

#### 4.2.2.1 Analyse du problème

Nous souhaitons ajouter à l'équation de  $\omega$  le terme  $Q_{SAS-DRSM}$  décrit à l'équation (4.2). Son calcul nécessite dans notre cas, les gradients de vitesse ( $S$  et numérateur de  $L_{vK}$ ) et le calcul du carré de la norme du laplacien du vecteur vitesse (dérivées secondes au numérateur de  $L_{vK}$ ). Ces éléments sont déjà disponibles dans *elsA*, de même  $\rho$  et  $k$  (reconstitution à partir des  $u'_i u'_i$ ). Les normes des gradients de  $k$  et  $\omega$  sont à calculer à partir des gradients de  $k$  et  $\omega$  eux aussi disponible sous *elsA*. Une fois ce terme calculé, il doit être ajouté au terme source de l'équation de  $\omega$  si la "correction" SAS est voulue.

FIGURE 4.1 – Schéma de fonctionnement du système *Rsm* du noyau d'*elsA*

Une première étape consiste donc à modifier les classes *TurRSMBase* et *TurScaleMenterEq* afin d'y inclure les attributs permettant d'activer le mode SAS. Puis le calcul du terme  $Q_{SAS-DRSM}$  et son ajout au terme source. Enfin, le codage d'un mode SAS du modèle DRSM SSG- $\omega$  déjà présent dans *elsA* passe également par l'ajout d'attributs dans l'interface utilisateur Python.

Nous signalerons ici, que le calcul de  $L_{vK}$  (et donc de  $Q_{SAS-DRSM}$ ) a été codé suivant trois possibilités incluant la version classique et deux autres versions. Celles-ci tiennent compte de la limitation de la viscosité turbulente aux petites échelles par une viscosité de sous-maille des modèles LES de Smagorinsky ou WALE (voir section 1.5). Ces dernières versions nécessitent entre autres l'extraction de la taille de maille dans l'expression de  $L_{vK}$  disponible dans *elsA* grâce à la présence des méthodes de type DES et ZDES. Nous décrirons par la suite de manière simplifiée les étapes de la programmation de la version simple (sans limiteur) dans un souci de clarté de l'exposé.

#### 4.2.2.2 Principales modifications dans le fichier *TurRSMBase.C*

La classe *TurRSMBase* a d'abord été modifiée en y incluant les attributs : *SASSource\_rsm* et *SASVersion\_rsm*. Les entiers *sasSource\_rsm* et *sasVersion\_rsm* y sont associés. Ceux-ci définissent respectivement si le mode SAS est activé ou non et quelle version de  $L_{vK}$  est utilisée : sans limiteur ou avec limiteur (Smagorinsky ou WALE). Leur fonctionnement est décrit dans le tableau 4.1. Les constantes nécessaires au calcul de  $L_{vK}$  avec limiteur sont également introduites et associées aux réels *Csmago\_rsm* et *Cwales\_rsm*.

Enfin, la valeur de *sasSource\_rsm* conditionne également la méthode de calcul des dérivées secondes du Laplacien (stratégie *gradOperGradVel*). En effet, deux méthodes sont disponibles dans *elsA* dont une nécessitant moins de stockage mémoire. Ce paramètre est important dans l'usage d'une approche SAS qui demande des maillages assez raffinés (de l'ordre de 20 à 30 millions de points dans nos simulations).

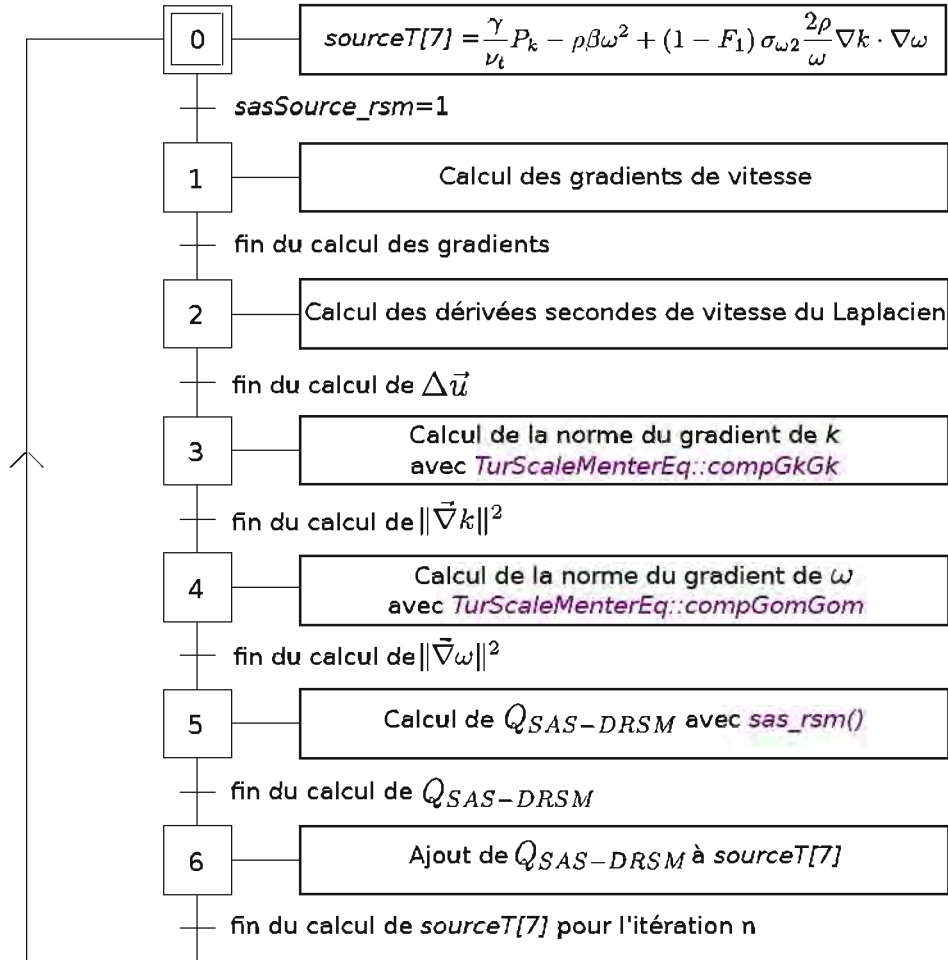
<i>SASSource_rsm</i>	<i>sasSource_rsm</i>	<i>SASVersion_rsm</i>	<i>sasVersion_rsm</i>
non activé	0	sans limiteur	0
activé	1	Smagorinsky	1
		WALE	2

TABLE 4.1 – Attributs d'activation du mode SAS pour le modèle SAS-DRSM

#### 4.2.2.3 Principales modifications du fichier *TurScaleMenterEq.C*

Les attributs précédents ont également été ajoutés à la classe *TurScaleMenterEq*, de même que la stratégie de calcul des dérivées secondes du Laplacien. La méthode *TurScaleMenterEq :: compSource* est modifiée après le calcul classique du terme source de  $\omega$  selon l'équation 1.25. La septième composante (*sourceT*[7]) du vecteur source *sourceT* correspond ici au terme source de l'équation de  $\omega$ . En effet, les six premières contiennent les termes sources des 6 équations aux tensions de Reynolds.

Une condition sur *sasSource\_rsm* ajoute ainsi une série d'instructions pour le calcul et l'ajout de  $Q_{SAS-DRSM}$  au terme source de  $\omega$ . Ce processus est décrit par le graficet de la figure 4.2 pour *sasVersion\_rsm* = 0. Les méthodes *TurScaleMenterEq :: compGomGom* et *TurScaleMenterEq ::*

FIGURE 4.2 – Grafcet du processus de calcul et d'ajout de  $Q_{SAS-DRSM}$  au terme source

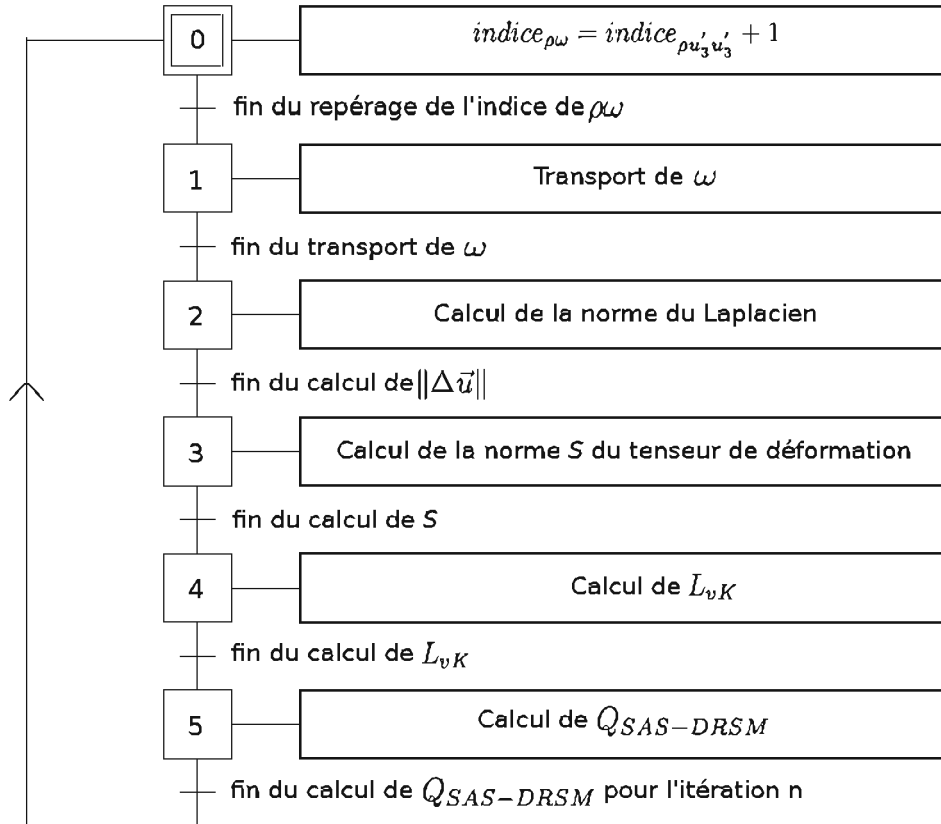
*compGkGk* ont également été codées pour les besoins du calcul. L'étape du calcul de  $Q_{SAS-DRSM}$  est assuré par la routine *sas\_rsm()* codée en FORTRAN dans le fichier *TurKOMenterSASRSMSourceF.for* décrit dans le paragraphe suivant. Le terme est ensuite ajouté à *sourceT[7]*.

#### 4.2.2.4 Routine associée au calcul de $Q_{SAS-DRSM}$

Le fichier *TurKOMenterSASRSMSourceF.for* reprend celui existant pour l'approche SAS du modèle SST. Il comporte les routines *sas\_rsm()*, *sas\_rsm\_smago()* et *sas\_rsm\_wales()* qui calculent  $Q_{SAS-DRSM}$ . La routine *sas\_rsm()* (sans limiteur) opère le calcul suivant les étapes décrites sur le grafcet de la figure 4.3. Elle possède en arguments les éléments calculés dans la méthode *TurScaleMenterEq::compSource* et nécessaire au calcul de  $L_{vK}$  (gradients, laplacien, normes des gradient de  $k$  et  $\omega$ ). De plus, le vecteur des variables conservatives lui est nécessaire de même que les indices associés aux grandeurs  $\rho$  et  $\rho u_i' u_i'$  afin de calculer  $\omega$  et  $k$ .

#### 4.2.3 Utilisation du modèle dans *elsA*

Le codage en dur du modèle dans le système *Rsm* a été décrit dans les paragraphes précédents. Reste maintenant à implémenter l'accès au choix de notre modèle dans l'interface utilisateur Python. Nous ne décrivons pas cette dernière étape mais présentons les nouvelles clés associées à notre modèle.

FIGURE 4.3 – Graficet du processus de calcul de  $Q_{SAS-DRSM}$  par *sas\_rsm()*

L'interface python fonctionne par classes associées chacune à un élément particulier : *cfdpb* pour définir le problème à résoudre (équations, géométrie/maillage), *numerics* pour les paramètres de discrétisation spatiale et temporelle etc. Ces classes possèdent différents attributs qui sont définis par l'intermédiaire de clés dont les valeurs sont choisies par l'utilisateur. Par exemple, pour la classe associée aux modèles utilisés pour représenter l'écoulement *model*, nommée "*mod*" dans la suite, le modèle de turbulence est choisi via la clé "*turbmod*". Le choix d'un modèle de type DRSM conduit à opter pour la valeur "*rsm*" de cette clé :

$$mod.set('turbmod', 'rsm') \quad (4.4)$$

De même, le choix du modèle DRSM SSG- $\omega$  sur lequel est basé notre modèle se fait par la clé "*rsm\_name*" :

$$mod.set('rsm_name', 'ssg_lr_menter') \quad (4.5)$$

Ces choix donnent ensuite accès aux quatre nouveaux attributs que nous avons définis dans le tableau 4.1. Les clés correspondantes ainsi que leur valeurs possibles sont présentées dans le tableau 4.2.

Clés	<i>sas_rsm_omenter_term</i>	<i>sas_rsm_limiteur_version</i>	<i>sas_rsm_smago_cst</i>	<i>sas_rsm_wales_cst</i>
	<i>inactive</i> (par défaut)	-	-	-
Valeurs	<i>active</i>	<i>molimiteur</i> (par défaut)	-	-
		<i>smago</i>	<i>user value</i> (0.1 par défaut)	-
		<i>wale_les</i>	-	<i>user value</i> (0.4 par défaut)

TABLE 4.2 – Clés Python du modèle SAS-DRSM

## Troisième partie

# Évaluation des approches SAS sur des écoulements aérothermiques





## Chapitre 5

# Étude d'un barreau chauffé dans un écoulement transverse

Nous présenterons dans ce chapitre une étude numérique de l'écoulement sur un barreau chauffé reproduisant une expérience du projet ATRAN. Nous commencerons par un descriptif du projet ATRAN et de l'expérience A correspondant à ce cas de simulation. Nous aborderons ensuite la démarche numérique adoptée pour cette étude par des simulations instationnaires avec les modèles de turbulence décrits au chapitre 1. Nous étudierons ensuite les caractéristiques dynamiques et thermiques des écoulements ainsi reproduits sur deux maillages différents. Elles seront comparées aux données expérimentales et aux données de la littérature présentées au chapitre 2 afin de mesurer l'apport des méthodes SAS sur la reproduction et sur le dimensionnement thermique de cet écoulement simple.

### Sommaire

---

5.1	Introduction . . . . .	94
5.2	Projet ATRAN . . . . .	95
5.2.1	Présentation du projet ATRAN . . . . .	95
5.2.2	Montage expérimental de l'expérience A du projet ATRAN . . . . .	95
5.3	Démarche numérique . . . . .	97
5.3.1	Domaine de calcul . . . . .	97
5.3.2	Choix des paramètres et conditions de simulation . . . . .	101
5.4	Simulations avec les modèles $k - \omega$ SST, DRSM et SAS sur le maillage 1 . . . . .	112
5.4.1	Dynamique de l'écoulement . . . . .	112
5.4.2	Analyse thermique de l'écoulement . . . . .	128
5.4.3	Bilan de l'étude sur le maillage 1 . . . . .	132
5.5	Simulations avec les modèles DRSM, SAS et ZDES sur le maillage 2 . . . . .	134
5.5.1	Dynamique de l'écoulement . . . . .	134
5.5.2	Analyse de la thermique . . . . .	150
5.6	Conclusions de l'étude . . . . .	155

---

## 5.1 Introduction

Comme nous avons pu le voir dans la section 2.2, le cas d'un barreau chauffé dans un écoulement revêt une importance particulière quant aux applications aérothermiques car il s'apparente à des configurations régulièrement rencontrées industriellement. C'est dans ce contexte que des campagnes expérimentales ont été menées sur une configuration de barreau chauffé à haut Reynolds en écoulement transverse dans le cadre de projets impliquant l'ONERA et l'industriel aéronautique SNECMA.

L'étude numérique présentée dans ce chapitre a pour but d'une part de chercher si la prise en compte de l'instationnarité dans un modèle URANS standard par des approches de type SAS améliore la prévision des flux de chaleur pariétaux sur le barreau. Elle se destine d'autre part à étudier l'apport des méthodes complexes de façon à permettre un dimensionnement thermique plus précis. Pour cela, des simulations numériques sont effectuées sur le cas du barreau chauffé de l'expérience du projet ATRAN à un nombre de Reynolds  $Re_d = 32500$  et avec un champ de température imposé à la paroi issu des données expérimentales. Les caractéristiques dynamiques et thermiques de l'écoulement simulé font l'objet d'une étude statistique (grandeurs moyennes, tensions de Reynolds, flux de chaleur) afin d'être comparées à la base de données expérimentales du projet ATRAN.

Nous présenterons d'abord succinctement le projet ATRAN et le montage expérimental de l'expérience A que nous tentons de reproduire numériquement.

Nous exposerons ensuite la démarche numérique que nous avons suivi pour notre étude à savoir la conception du domaine de calcul par le choix de conditions limites et l'élaboration de maillages permettant de reproduire l'écoulement au mieux. De même, l'influence des paramètres et conditions de simulation sera étudiée afin de définir la stratégie des simulations sur les maillages élaborés. L'écoulement simulé étant à bas Mach ( $M_{inf} \approx 0,03$ ), celui-ci nécessite l'utilisation d'un schéma numérique préconditionné ou d'un préconditionneur en sus d'un schéma classique. Nous procéderons donc à une première étude 2D de réglage des paramètres du préconditionneur choisi dans *elsA* pour le schéma de Roe et le modèle  $k-\omega$  SST qui sert de base à deux approches SAS avec lesquelles nous travaillerons par la suite. Une fois ces réglages définis, une étude 2D sera ensuite menée avec les modèles URANS classiques S-A et SST afin de situer les prévisions du modèle SST. Enfin, l'influence du schéma numérique utilisé pour la discrétisation spatiale sera abordée sur un premier maillage avec l'approche SAS- $\alpha L$ . Le caractère diffusif des schémas de Jameson, Roe et AUSM+ sera ainsi évalué sur les performances de ce modèle qui est l'un des moins dissipatifs que nous utiliserons.

La stratégie définie au sortir de ces différentes études nous conduira ensuite à réaliser des simulations URANS avec les modèles SST et DRSM, ainsi que les approches SAS standard,  $\alpha L$  et SAS-DRSM (section 1.5 et chapitre 4) sur le premier maillage. Nous analyserons les structures présentes dans l'écoulement et son comportement fréquentiel ainsi que le champ dynamique et les transferts thermiques par rapport aux données expérimentales. Enfin, nous procéderons à des simulations similaires sur un second maillage plus fin. Ce maillage raffiné dans les zones d'intérêt sera adapté à l'approche ZDES (section 1.4.3) que nous utiliserons à la place du modèle SST. Pour cette dernière partie de l'étude, nous étudierons les structures présentes dans l'écoulement et en ferons une analyse multi-résolution (voir section 3.3.3 du chapitre 3). De même, nous examinerons les flux de chaleur pariétaux et turbulents afin d'évaluer l'apport des différentes approches SAS utilisées dans les problématiques de dimensionnement thermique de ce type de configuration.

## 5.2 Projet ATRAN

### 5.2.1 Présentation du projet ATRAN

Le programme de recherche ATRAN avait pour objectif l'étude transitoire du comportement thermique/aérothermique d'un compartiment core (central) sur un moteur d'avion [122]. En effet, ce compartiment délimité par le carter moteur est le siège d'échanges thermiques intenses (rayonnement, convection et conduction). Des équipements moteur et avion (vannes, conduites, harnais électriques et échangeurs thermiques) y sont installés. Une ventilation de ces équipements critiques est donc nécessaire afin d'assurer leur fiabilité tout au long de la vie de l'avion. Cette ventilation est assurée par la présence de trous dans la structure interne, appelée "*Inner Fixed Structure*" (IFS), qui soufflent de l'air frais provenant du flux secondaire. Des tubes ou des déflecteurs peuvent être installés sur ces trous afin de rediriger le flux d'air frais vers certains équipements spécifiques.

Le projet ATRAN a mis en place deux approches différentes. D'une part, une approche expérimentale avait pour but d'améliorer la compréhension de deux aspects physiques. Elle visait à étudier les phénomènes d'échanges locaux notamment le refroidissement d'un équipement par ventilation globale et dédiée, ainsi que le comportement aérothermique transitoire global du compartiment core. D'autre part, une approche numérique était quant à elle destinée à développer une chaîne de calcul couplé thermique/aérothermique en transitoire avec le code CEDRE.

Cinq configurations ont été retenues pour le volet expérimental du projet. Deux d'entre elles se concentraient sur le refroidissement d'un équipement par un système de ventilation globale et dédiée. Le système de ventilation globale simulait le compartiment du moteur dans lequel circule un écoulement froid et où sont situés des équipements dissipant de la chaleur. La configuration d'un barreau chauffé dans un écoulement transverse correspondait ainsi à un équipement de forme parallélépipédique dissipant un flux de chaleur et soumis à un écoulement froid dont la vitesse amont subissait une variation brusque entre deux paliers (5 – 10 m/s).

### 5.2.2 Montage expérimental de l'expérience A du projet ATRAN

#### 5.2.2.1 Moyens d'essai et barreau

Les mesures expérimentales ont été réalisées dans la soufflerie S4 de l'IMFT (Institut de Mécanique des Fluides de Toulouse) sous la coordination de A. Giovannini [122]. Il s'agit d'une soufflerie à retour avec une régulation de la température de ventilation globale de 0,2°C. Les caractéristiques de la soufflerie sont les suivantes :

- Soufflerie à retour  $0 < U_{inf} < 40 \text{ m/s}$
- Section veine d'essai ( $l \times h$ ) :  $600 \text{ mm} \times 720 \text{ mm}$
- Longueur veine utile :  $L = 1900 \text{ mm}$
- Taux de turbulence  $\simeq 0,05\%$  (à  $U_{inf} = 5 \text{ m/s}$ )

Un barreau de côté 50 mm et constitué du matériau céramique Macor était situé au milieu de la veine d'essai et chauffé à l'aide d'une circulation d'eau. L'écart de température entre le barreau et la ventilation globale a été fixé à 50°C. La température de chauffage du barreau était donc de 70°C pour un écoulement dans la veine à une température de 22,4°C soit  $T_{amb} = 295,55 \text{ K}$ . La veine était quant à elle traversée par un écoulement de ventilation à la vitesse  $U_{inf} = 10 \text{ m/s}$  (soit  $Re_d = 32500$ ) permettant de refroidir le barreau. De plus, deux miroirs ainsi qu'une plaque plane comportant des hublots en fluorure de calcium  $CaF_2$  permettaient d'accéder optiquement à chacune des faces du barreau. Les dimensions du dispositif expérimental sont précisées dans le tableau 5.1.

Barreau	50 × 50 × 496 mm
Veine d'essai	1900 × 720 × 600 mm
Miroirs	100 × 15 × 150 mm
Plaque plane	1400 × 15 × 570 mm

TABLE 5.1 – Dimensions du montage expérimental

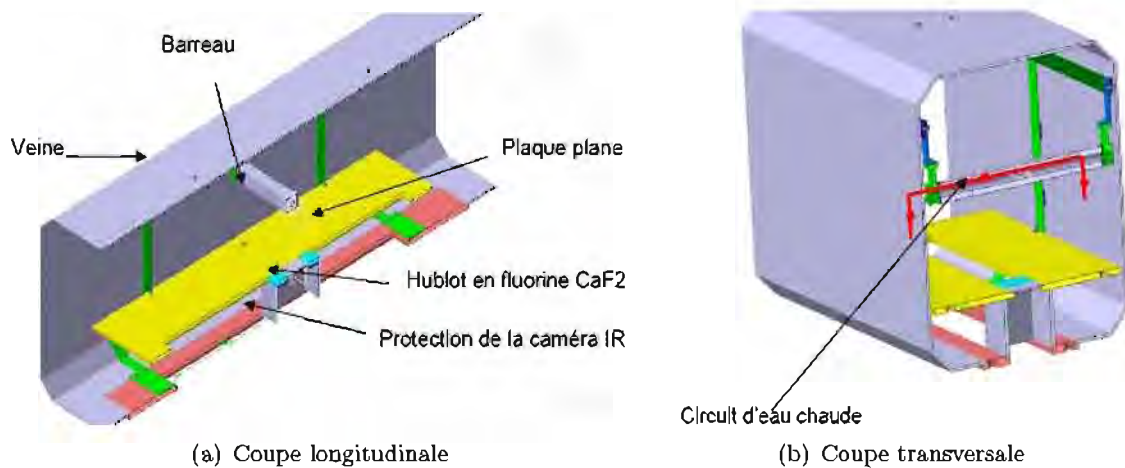


FIGURE 5.1 – Vues en coupe du montage expérimental

Le dispositif expérimental représenté sur la figure 5.1 a fait l'objet de deux campagnes de mesures : une campagne de mesures PIV (Vélocimétrie par Images de Particules) dans le plan médian du barreau ainsi qu'une campagne de thermographie infrarouge afin de mesurer la température sur chaque face du barreau.

### 5.2.2.2 Moyens de mesure

Le système PIV (2D2C) comportait deux lasers et un ensemencement de particules générant un aérosol. L'écoulement va de la droite vers la gauche sur la figure 5.2 décrivant ce système. Les champs PIV ont été explorés en deux parties : du côté inférieur puis du côté supérieur du barreau. Les images des particules étaient ainsi enregistrées par une caméra placée perpendiculairement aux champs éclairés et synchronisée avec le laser. Cette campagne a ainsi déterminé les composantes moyennes de la vitesse  $U$  et  $V$ , les composantes du tenseur de Reynolds  $\langle u'^2 \rangle$ ,  $\langle v'^2 \rangle$  et  $\langle u'v' \rangle$ , de même que le nombre de Strouhal de l'écoulement.

La chaîne de thermographie utilisée (figure 5.3) était quant à elle constituée d'une caméra infrarouge et d'un système d'acquisition toujours avec un écoulement de la droite vers la gauche. La caméra infrarouge détectait le rayonnement du barreau dans le domaine infrarouge du spectre électromagnétique et permettait ainsi d'observer les variations de température sur chacune de ses faces grâce à un traitement d'image infrarouge. Située en dehors de la veine d'essai pour ne pas perturber l'écoulement, elle mesurait le rayonnement du barreau à travers les hublots de fluorine. Les deux miroirs donnaient accès à la température sur les faces supérieure et arrière du barreau qui n'étaient pas observables directement.

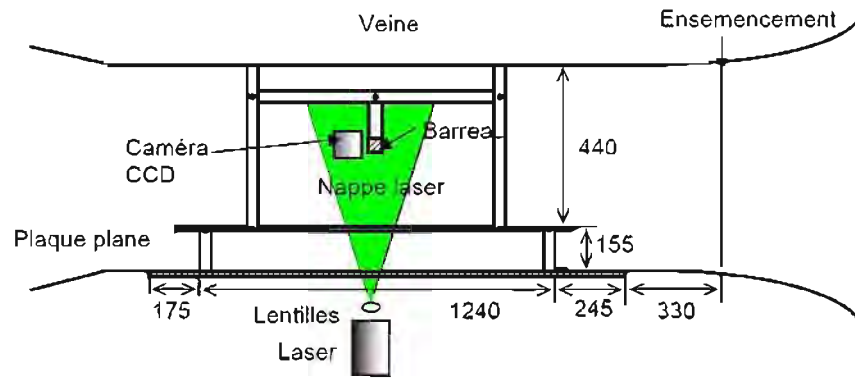


FIGURE 5.2 – Montage PIV [122]

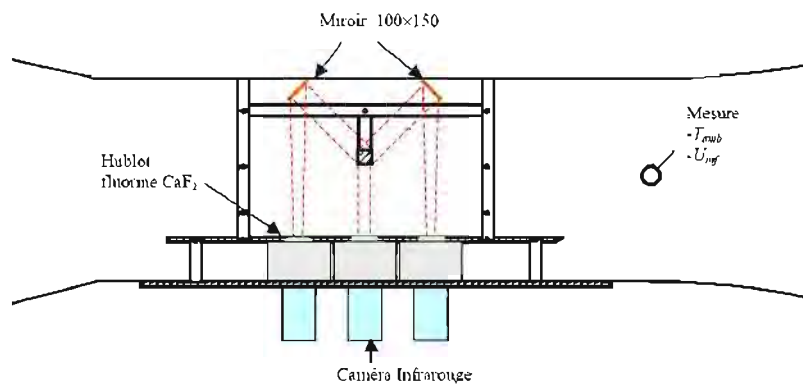


FIGURE 5.3 – Montage thermographie infrarouge de l'expérience A [122]

### 5.3 Démarche numérique

#### 5.3.1 Domaine de calcul

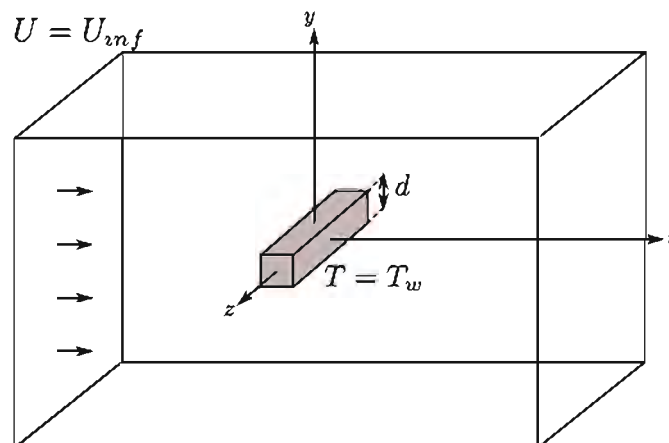


FIGURE 5.4 – Configuration barreau chauffé

Les dimensions du domaine de calcul sont exprimées en fonction de la longueur du côté du barreau  $d = 50\text{ mm}$ . Deux maillages sont utilisés comportant respectivement 5, 760, 000 de cellules (maillage 1) et 25, 130, 000 cellules (maillage 2) avec une zone de maillage en O raffinée autour du barreau afin

d'éviter la propagation des raffinements à la paroi dans le reste de l'écoulement (figure 5.5).

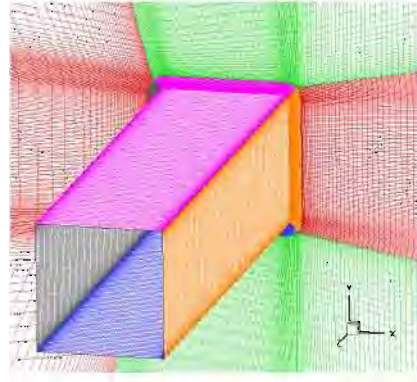


FIGURE 5.5 – Maillage près du barreau (maillage 1)

Les caractéristiques générales du domaine (figure 5.4) sont résumées dans le tableau 5.2. Les conditions limites suivantes sont appliquées :

- sur les parois du barreau : une condition d'adhérence pour la vitesse et un profil moyen de température (figure 5.6) issu des données expérimentales et appliqué dans toute la profondeur du barreau,
- un écoulement uniforme ( $u_1 = U_{inf}$ ,  $u_2 = u_3 = 0$ ) de température  $T = T_{amb} = 295,55$  K en entrée,
- une condition limite périodique sur les plans latéraux,
- une condition de pression est utilisée en sortie,
- une condition de glissement sur les plans supérieur et inférieur en faisant l'hypothèse que les couches limites sur les parois de la soufflerie sont très minces.

Caractéristiques du maillage	Maillage 1	Maillage 2
Diamètre du barreau	$d = 50mm$	
Dimension en x	$50d$	
Dimension en y	$11d$	
Dimension en z	$4d$	
Nombre de mailles en x	336	578
Nombre de mailles en y	200	350
Nombre de mailles en z	80	100
Nombre de mailles total	5,760,000	25,130,000

TABLE 5.2 – Caractéristiques du domaine de calcul

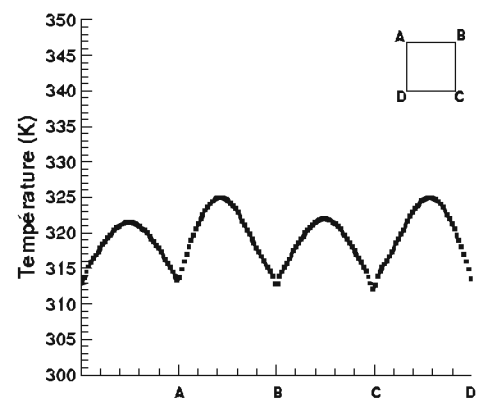


FIGURE 5.6 – Profil de température imposé aux paroi

Pour le maillage 2, l'effort de maillage a essentiellement porté d'une part sur les couches cisailées ( $|y| \leq 2,5d$ ), en dessous et au dessus du barreau, afin de mieux capter les instabilités de Kelvin Helmholtz. D'autre part, le maillage du sillage proche en aval du barreau ( $d \leq x \leq 3d, |y| \leq 2,5d$ ) a également fait l'objet d'un raffinement afin d'augmenter la gamme d'échelles résolues et améliorer la prévision de l'écoulement dans cette zone. Une vue des deux maillages dans le plan médian est

Zone	Couches cisillées		Sillage proche	
	M1	M2	M1	M2
$\Delta x_{min}/d$	$5.10^{-3}$	$2.10^{-3}$	$5.10^{-3}$	$2.10^{-3}$
$\Delta x_{max}/d$	$6.10^{-2}$	$1,5.10^{-2}$	$6.10^{-2}$	$4.10^{-2}$
$\Delta y_{min}/d$	$5.10^{-3}$	$2.10^{-3}$	$5.10^{-3}$	$2.10^{-3}$
$\Delta y_{max}/d$	$4.10^{-1}$	$1.10^{-1}$	$2.10^{-1}$	$3.10^{-2}$

TABLE 5.3 – Ordre de grandeur des tailles de mailles caractéristiques dans les régions de couches cisillées et de sillage proche du barreau

représentée sur la figure 5.7 La taille de la première maille aux parois du barreau est dans les deux cas de  $\Delta_{cl}/d = 2.10^{-4}$  soit  $y^+ \simeq 0,3$ . Le maillage dans la direction  $z$  est quant à lui uniforme avec  $\Delta z/d = 0,05$  pour le maillage 1 et  $\Delta z/d = 0,04$  pour le maillage 2. Nous avons indexé les caractéristiques du maillage dans ces régions sur celles observées dans la littérature pour des simulations LES et DES de barreau dans un écoulement transverse ([138],[11]). Ces études situent  $\Delta_{cl}/d$  autour de  $3.10^{-3}$ ,  $\Delta x/d$  et  $\Delta y/d$  entre 0,003 et 0,1 ainsi que  $\Delta z/d$  entre 0,04 et 0,15. En prenant l'épaisseur de vorticit  de la couche cisill e  $\delta\omega$ , les auteurs dans la litt rature utilisent, pour des simulations LES, des tailles de maille  $\Delta x$  et  $\Delta z$  de l'ordre de  $\delta\omega/2$  et  $\Delta y$  autour de  $\delta\omega/20$ . Dans notre cas, nous avons en moyenne  $\Delta x \simeq \delta\omega/25$ ,  $\Delta z \simeq \delta\omega/3$  et  $\Delta y \simeq \delta\omega/25$  dans les zones raffin es. Nous nous sommes ainsi efforc s d'y conserver un taux d' tirement des mailles entre 0 et 5%, crit re limite pour un maillage destin    une simulation LES. Le tableau 5.3 fournit des informations sur l'ordre de grandeur des mailles (adimensionn  par le diam tre du barreau) dans ces zones d'un maillage   l'autre. De m me, les temps de calcul et ressources n cessaires sont donn s en annexe J pour les deux maillages.

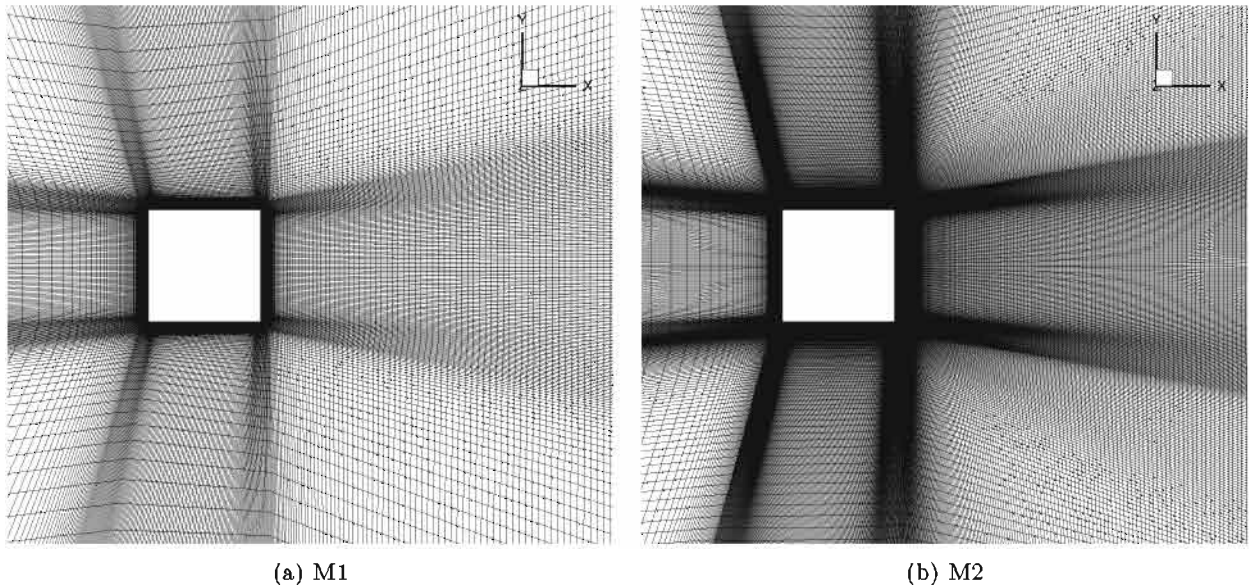


FIGURE 5.7 – Vue des maillages 1 et 2 dans le plan m dian du barreau

Deux sondes num riques ont  t  plac es dans le plan m dian  $z = 0\text{ m}$  pour chacune des couches de m lange (sup rieure et inf rieure). Elles sont nomm es  $KH_{sup1(2)}$  et  $KH_{inf1(2)}$  respectivement pour la couche cisill e sup rieure et inf rieure et positionn es de fa on   capter la fr quence des instabilit s de Kelvin Helmholtz. Une cinqui me sonde appel e  $H5$  est  galement plac e sur la ligne m diane du



Sondes	$x$	$y$	$z$
$KH_{sup1}$	$0,001\text{ m}$	$0,027\text{ m}$	$0\text{ m}$
$KH_{sup2}$	$0,003\text{ m}$	$0,029\text{ m}$	$0\text{ m}$
$KH_{inf1}$	$0,001\text{ m}$	$-0,027\text{ m}$	$0\text{ m}$
$KH_{inf2}$	$0,003\text{ m}$	$-0,029\text{ m}$	$0\text{ m}$
$H5$	$0,15\text{ m}$	$0\text{ m}$	$0\text{ m}$
$P1$	$0,058\text{ m}$	$0\text{ m}$	$0,065\text{ m}$
$P2$	$0,058\text{ m}$	$0\text{ m}$	$0,04\text{ m}$
$P3$	$0,058\text{ m}$	$0\text{ m}$	$0\text{ m}$
$P4$	$0,058\text{ m}$	$0\text{ m}$	$-0,03\text{ m}$
$P5$	$0,058\text{ m}$	$0\text{ m}$	$-0,065\text{ m}$

TABLE 5.4 – Position des sondes numériques dans l'écoulement autour du barreau

barreau à  $x = 0,15\text{ m}$  dans le sillage (soit  $x/d = 3$ ) afin de restituer le nombre de Strouhal  $St_{vK}$  de l'écoulement de sillage. Pour l'étude de cette configuration sur le maillage 2, cinq sondes ont également été placées dans la profondeur du barreau, dans le plan  $y = 0\text{ m}$  à  $8\text{ mm}$  du barreau, dans le but d'étudier les structures en présence près de la paroi arrière. Elles sont nommées  $P1$  à  $P5$  selon leur position respectives. La position des différents capteurs est donnée dans le tableau 5.4 et schématisée sur la figure 5.8.

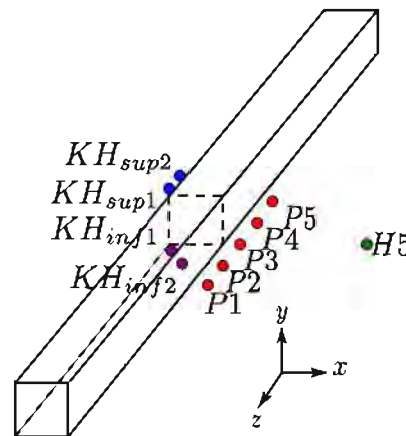


FIGURE 5.8 – Schéma des sondes numériques placées dans l'écoulement autour du barreau

Les flux de chaleur pariétaux issus de nos simulations font l'objet de comparaisons avec un calcul de conduction réalisé avec le logiciel CEDRE par Emmanuel Laroche, ingénieur de Recherche au département DMAE de l'ONERA. Pour ce calcul, une section 2D du barreau est considérée suivant la figure 5.9. Une condition isotherme  $T_i = 70^\circ\text{C}$  est appliquée sur la paroi intérieure du barreau afin de reproduire les conditions de l'expérience. Le profil de température moyen issu des données expérimentales (représenté sur la figure 5.6) est imposé à la paroi extérieure ( $T_e$ ). La conductivité thermique du matériau Macor est  $\lambda = 1,46\text{ W}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$ .

Le flux de chaleur pariétal obtenu par nos simulations est corrigé sur les faces supérieure et inférieure du barreau afin de tenir compte du rayonnement thermique des parois du domaine de calcul (de la soufflerie dans l'expérience. En effet, celui-ci peut représenter de 3% à plus de 15% du flux de

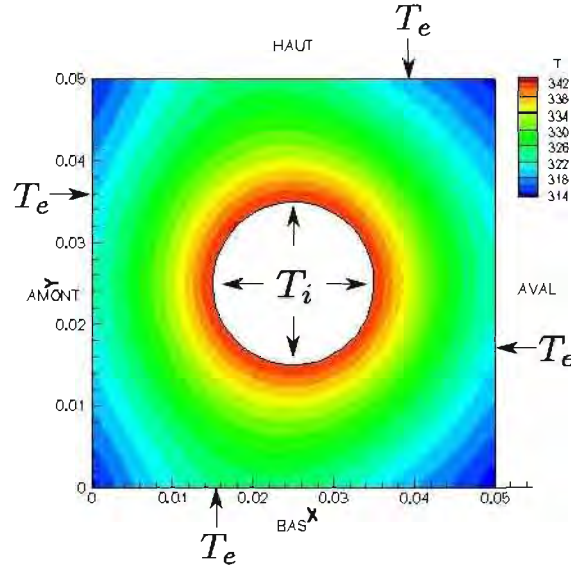


FIGURE 5.9 – Champ de température issu du calcul de conduction dans le barreau

chaleur total fourni par nos simulations. Cette correction sera systématiquement prise en compte dans la suite de nos travaux. La contribution surfacique due au rayonnement est donnée par la relation :

$$q_{\text{rayonnement}} = \varepsilon_{\text{Macor}} \sigma (T_w^4 - T_{\text{soufflerie}}^4) \quad (5.1)$$

avec  $\varepsilon_{\text{Macor}} = 0,92$  l'émissivité du Macor,  $\sigma = 5,6703 \cdot 10^{-8} \text{ W.m}^{-2} \cdot \text{K}^{-4}$  la constante de Stefan-Boltzmann et  $T_w$  la température à la paroi du barreau. La température des parois du domaine de calcul est prise à  $T_{\text{soufflerie}} = T_{\text{amb}} = 295,55 \text{ K}$ .

### 5.3.2 Choix des paramètres et conditions de simulation

Les simulations décrites dans ce chapitre sont réalisées avec un schéma d'intégration temporelle d'Euler rétrograde et un pas de temps de  $\Delta t = 10^{-5} \text{ s}$  qui assure un  $CFL$  inférieur à 1 dans toutes les cellules du domaine de calcul. Le nombre de Mach en entrée étant faible  $\mathcal{M}_{\text{inf}} = 0,027$ , un pré-conditionnement basse-vitesse de Choi-Merkle est utilisé dans le cas où les schémas de Jameson et de Roe entrent en jeu (annexe E). Le réglage de ces paramètres se fait tout d'abord sur des simulations 2D (plan extrait du maillage 1) instationnaires avec le modèle  $k - \omega$  SST ainsi qu'un schéma de Roe couplé au limiteur Superbee (annexe E.2.2). Nous choisissons ces conditions pour cette étude d'une part car le schéma de Roe accompagné du limiteur Superbee est alors le schéma le moins diffusif disponible sur *elsA*. D'autre part, le modèle SST est retenu car il implique la résolution de l'équation de transport de  $\omega$ . Celle-ci entrera aussi bien en compte dans les modèles SAS basés sur le modèle SST que dans le modèle DRSM SSG- $\omega$  et donc SAS-DRSM qui seront utilisés plus tard. Ce modèle est également évalué par rapport au modèle S-A (toujours en simulations 2D instationnaires) afin d'identifier ses avantages et inconvénients par rapport à celui-ci dans le cas spécifique du barreau en écoulement transverse. Enfin, nous procédons à une étude 3D de l'influence du schéma de discrétisation spatiale sur le maillage 1 avec le modèle SAS- $\alpha L$ . Ce modèle, peu dissipatif, nous permet ici d'observer l'influence des schémas de Jameson, Roe (avec limiteur Superbee) et AUSM+ d'ordre 3 (annexe E.2.3), sur la précision des résultats.

### 5.3.2.1 Réglage du préconditionneur

Le préconditionneur basse vitesse de Choi-Merkle disponible sous *elsA* est décrit à la section G de l'annexe B.5. Il fait intervenir plusieurs paramètres comme le Mach de référence par exemple. Nous avons ainsi choisi d'étudier l'influence de deux paramètres :  $\beta$  qui pilote le Mach de référence (Mach moyen de l'écoulement) ainsi que le paramètre  $gkd$ , constante de flux qui joue sur la précision des résultats obtenus. Le Mach de référence est pris à  $\mathcal{M}_{ref} = 0,03$  sachant que le nombre de Mach de l'écoulement à l'infini est  $\mathcal{M}_{inf} = 0,027$ . Ces deux paramètres sont étudiés dans le cadre de simulations 2D instationnaires avec le modèle  $k - \omega$  SST de Menter et un schéma de Roe avec limiteur Superbee. Pour cela, nous nous intéressons à leur influence sur le champ moyen, les niveaux RMS des fluctuations de vitesse ( $u_p = \sqrt{u'_1 u'_1}$  et  $v_p = \sqrt{u'_2 u'_2}$ ) ainsi que le flux de chaleur pariétal obtenus par rapport à l'expérience. Les simulations sont menées sur 200 000 pas de temps soit 50 cycles de lâcher tourbillonnaire dans le sillage puis les moyennes sont réalisées sur 100 000 pas de temps.

#### 5.3.2.1.1 Influence du paramètre $\beta$

Le paramètre  $\beta$  est présent dans la formulation du préconditionneur via le paramètre  $\varepsilon$  (cf. annexe G). Il sert de coefficient multiplicatif au nombre de Mach de référence afin de prendre en compte les variations locales du nombre de Mach et notamment le Mach maximal de l'écoulement. Le Mach de référence est ici pris à Par défaut, la valeur de  $\beta$  est fixée à 1 mais peut aussi être comprise entre 1 et 10. Ainsi plusieurs valeurs sont testées dans cette gamme :  $\beta = 1$ ,  $\beta = 2$ ,  $\beta = 3$ ,  $\beta = 5$  et  $\beta = 7$ .

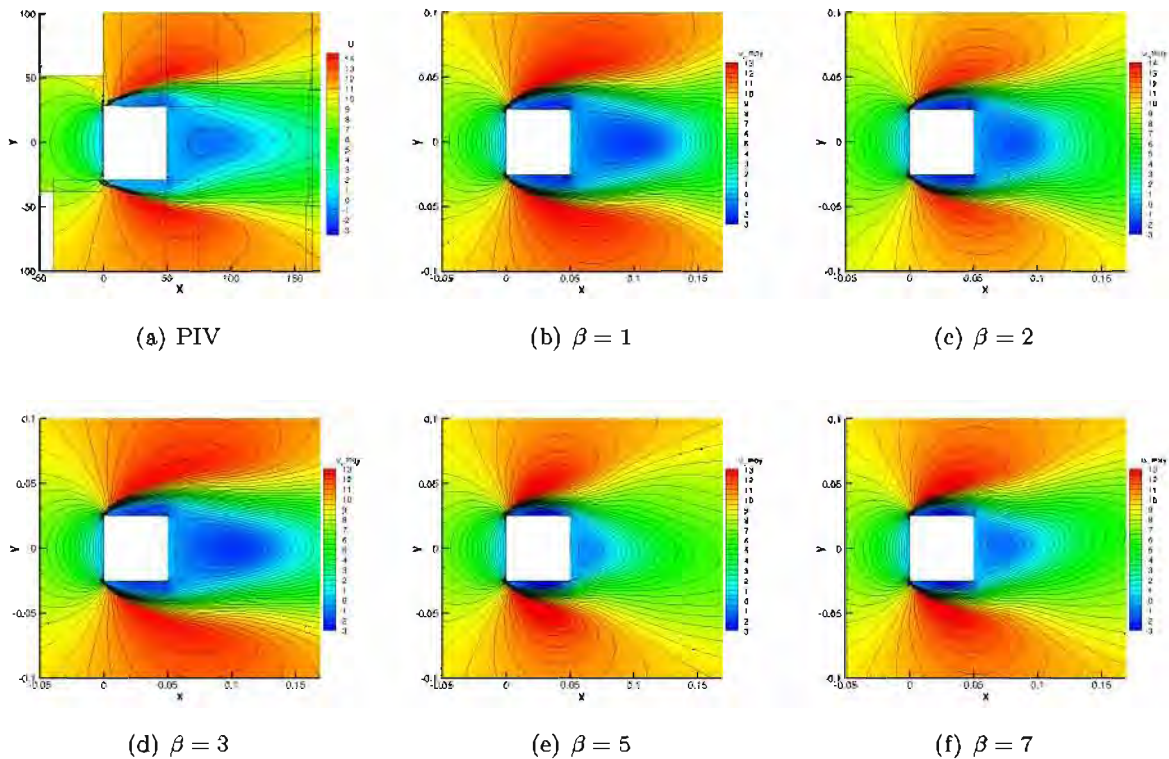


FIGURE 5.10 – Comparaison des données PIV et du champ moyen de vitesse axiale résolu pour différentes valeurs de  $\beta$  avec le modèle  $k - \omega$  SST en 2D

La figure 5.10 représente les champs moyens de vitesse axiale obtenus pour les différentes valeurs

de  $\beta$  testées et le champ expérimental issu de la campagne PIV. L'observation de la figure 5.10 nous apprend tout d'abord que les différentes valeurs de  $\beta$  se distinguent principalement par leur prévision de l'écoulement dans le sillage. Les champs obtenus pour les valeurs  $\beta = 1$  et  $\beta = 3$  montrent des zones de recirculation à l'arrière du barreau trop importantes et avec un niveau de vitesse plus faible par rapport aux données PIV. À l'inverse, celles-ci sont trop petites pour  $\beta = 5$  et  $\beta = 7$ . À cela s'ajoute une dissymétrie du sillage pour ces deux dernières valeurs et des bulles de recirculation au dessus et en dessous du barreau plus petites que dans l'expérience. Bien que le niveau de vitesse semble plus faible dans la zone et les bulles de recirculation, c'est la simulation menée avec  $\beta = 2$  qui restitue le champ le plus proche des données expérimentales.

Les figures 5.11 et fig.5.12 représentent la vitesse axiale moyenne et les fluctuations RMS de la vitesse  $u_p$  et  $v_p$  comparées aux données expérimentales le long de la ligne médiane du barreau définie par :  $x > d$  et  $y = 0 m$ .

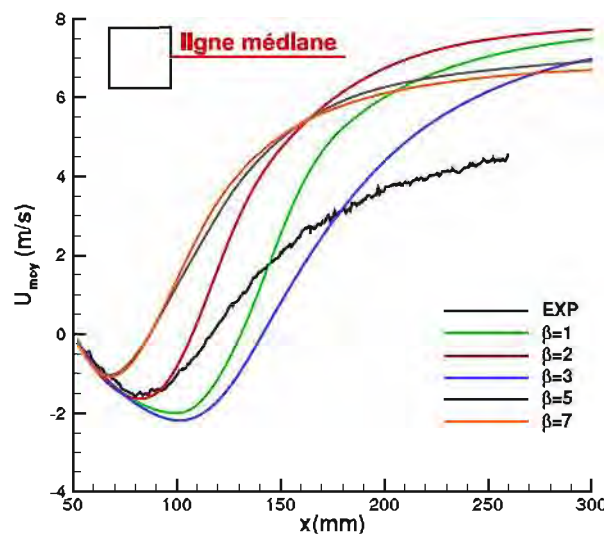


FIGURE 5.11 – Vitesse moyenne axiale  $U_{moy}$  sur la ligne médiane avec différents  $\beta$

Nous observons sur la figure 5.11 que la prévision de l'écoulement dans la zone de recirculation arrière et plus en aval du barreau dépend fortement de la valeur du paramètre  $\beta$  comme observé sur les champs précédemment. La valeur  $\beta = 2$  permet d'obtenir la meilleure prévision de la longueur de recirculation à l'arrière du barreau. Elle aboutit néanmoins à l'écart le plus important avec les données expérimentales sur le retour au niveau de vitesse initial dans le sillage vers l'aval. Cet écart est caractéristique des écoulements sur obstacles non profilés dits "bluff bodies" et est lié à un ensemble complexe de facteurs que nous aborderons dans la suite. Les autres valeurs de  $\beta$  offrent une zone de recirculation soit trop petite soit trop grande avec toujours un écart important entre les données expérimentales et les résultats numériques dans le sillage. L'augmentation de  $\beta$  semble accentuer la mauvaise prévision de l'écoulement moyen dans la zone de recirculation mais améliore néanmoins les performances dans le sillage.

Les fluctuations RMS ("Root Mean Square") de vitesse renseignent sur l'intensité de la turbulence. Seuls les niveaux RMS des fluctuations de vitesse résolues sont présentés sur la figure 5.12. Nous constatons là encore la disparité des résultats selon les différentes valeurs de  $\beta$ . La partie modélisée n'est pas prise en compte ici, il est à supposer que son ajout augmenterait de façon non négligeable les niveaux compte tenu de l'importance du niveau de  $k$  et  $\nu_t$  modélisé restant dans l'écoulement. Les fluctuations RMS résolues les plus élevées sont observées au delà de  $\beta = 3$ . Ces valeurs aboutiraient *a priori* aux plus importantes surestimations de  $u_p$  et  $v_p$  tandis que les valeurs  $\beta = 1$  et  $\beta = 2$  sont

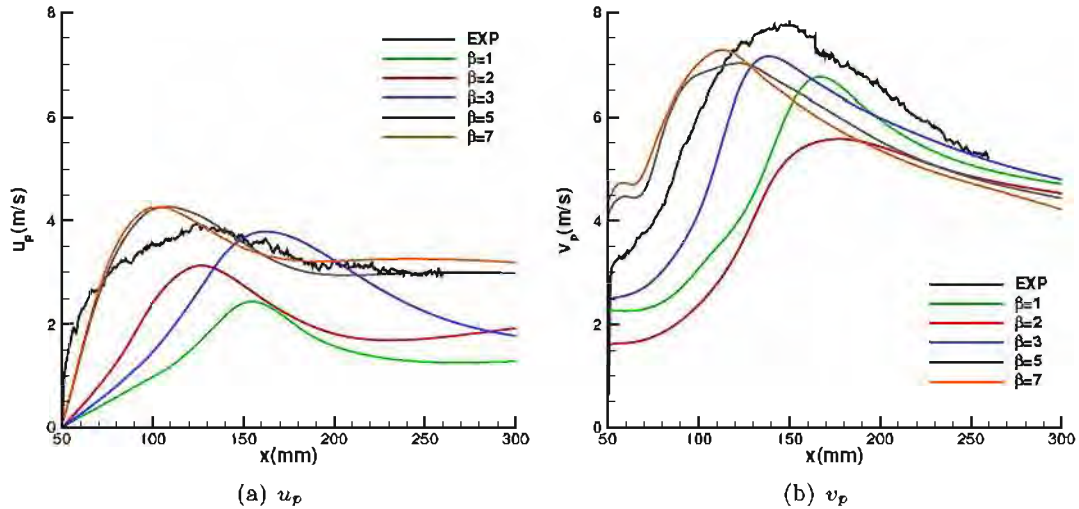


FIGURE 5.12 – Fluctuations RMS de vitesse résolues sur la ligne médiane avec différents  $\beta$

celles qui produisent les tensions résolues les plus basses.

D'un point de vue thermique, nous nous intéressons notamment au flux de chaleur normal à la paroi du barreau sur chacune de ses faces. Le flux de chaleur pariétal est moyenné en temps et en espace dans la direction transverse du barreau (direction  $z$ ). La figure 5.13 montre que le flux de chaleur à la paroi est reproduit correctement sur la face avant alors qu'il est surestimé de façon importante sur les autres faces, particulièrement la face arrière. La comparaison entre les valeurs de  $\beta$  testées fait apparaître que ce sont les valeurs les plus faibles,  $\beta = 1$  et  $\beta = 2$ , qui permettent de limiter au maximum la surestimation du flux de chaleur pariétal sur les faces supérieure, inférieure et arrière du barreau par rapport au calcul de conduction. Par ailleurs, nous remarquons que l'augmentation de  $\beta$  aggrave cette surestimation jusqu'à un certain seuil ( $\beta = 5$ ) avant de diminuer.

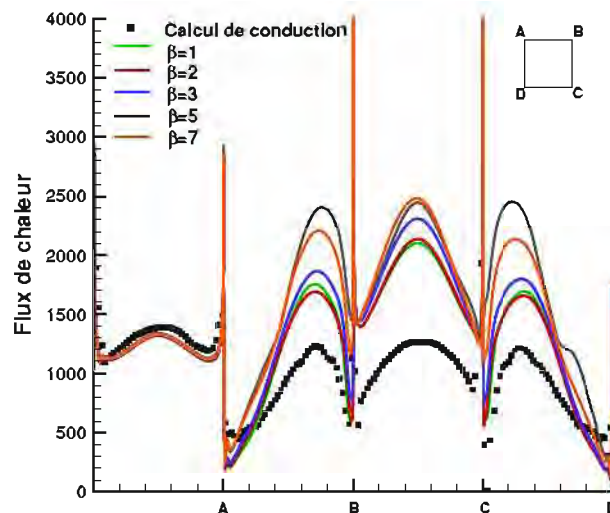


FIGURE 5.13 – Flux de chaleur pariétal ( $W.m^{-2}$ ) moyenné en temps et en espace avec différents  $\beta$

Au vu de ces différents éléments, nous choisisons par la suite la valeur  $\beta = 2$  comme paramètre du préconditionneur.

### 5.3.2.1.2 Influence du paramètre $gkd$

Nous souhaitons à présent faire une première évaluation de l'impact du paramètre  $gkd$  sur les résultats à  $\beta$  fixé (ici  $\beta = 2$ ). Sa valeur par défaut étant fixée à 1, plusieurs valeurs sont testées : 0, 1, 0, 5, 1, 2 et 5.

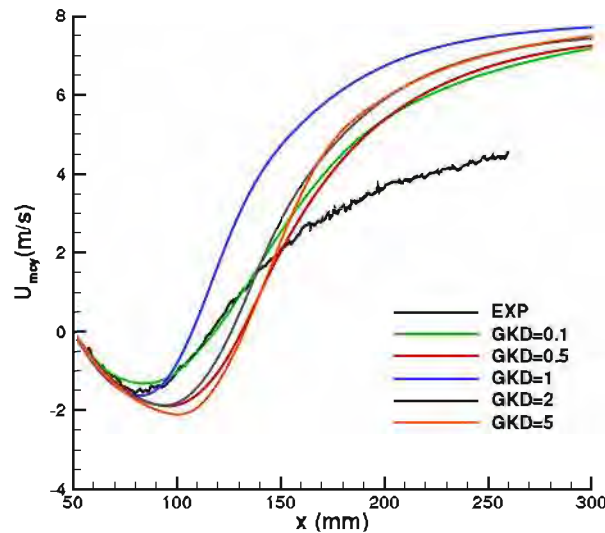


FIGURE 5.14 – Vitesse moyenne axiale  $U_{moy}$  sur la ligne médiane avec différents  $gkd$

La figure 5.14 permet de constater que la restitution de l'écoulement dans la zone de recirculation et en aval du barreau est sensible à la valeur du paramètre  $gkd$ . Son impact est moindre par rapport à  $\beta$  mais reste encore important. D'un point de vue général, les valeurs testées donnent une zone de recirculation trop grande et un niveau de vitesse toujours trop élevé dans le sillage. La valeur  $gkd = 0,1$  permet d'obtenir la longueur de recirculation la plus proche des données PIV.

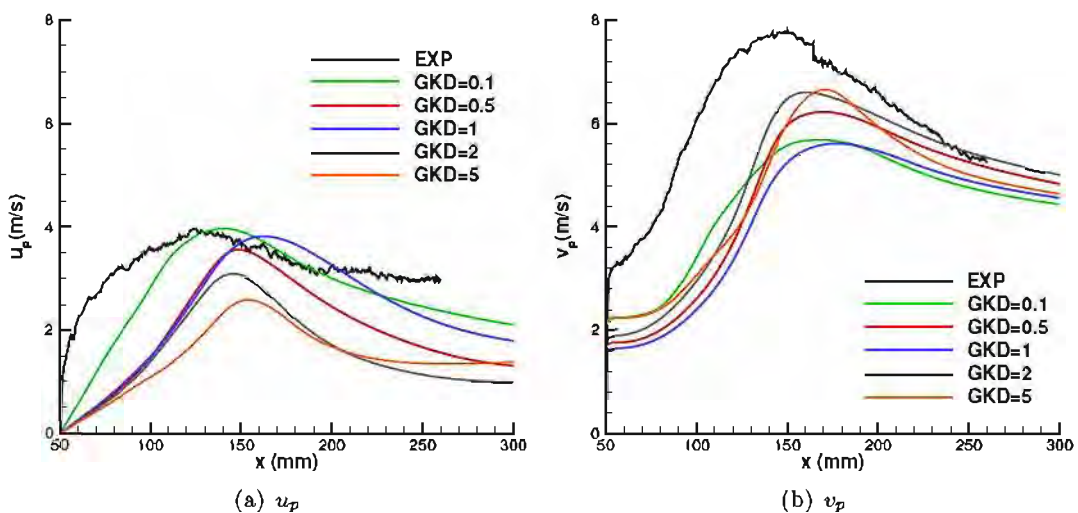


FIGURE 5.15 – Fluctuations RMS de vitesse résolues sur la ligne médiane avec différents  $gkd$

Les niveaux RMS de fluctuations de vitesse résolues sont représentés sur la figure 5.15 pour différentes valeurs de  $gkd$ . Le sillage présente une forte anisotropie avec un niveau de  $v_p$  allant même jusqu'au double de  $u_p$  à  $x = 150\text{ mm}$ . Nous pouvons observer que si la valeur  $gkd = 0,1$  offre avec  $gkd = 1$  les fluctuations RMS les plus basses, elle correspond néanmoins à la plus élevée pour  $u_p$ . Il est donc plus difficile de trancher dans le cas des fluctuations RMS. Enfin, la figure 5.16 montre que le paramètre  $gkd$  semble ne pas avoir d'influence sur la prévision du flux de chaleur pariétal.

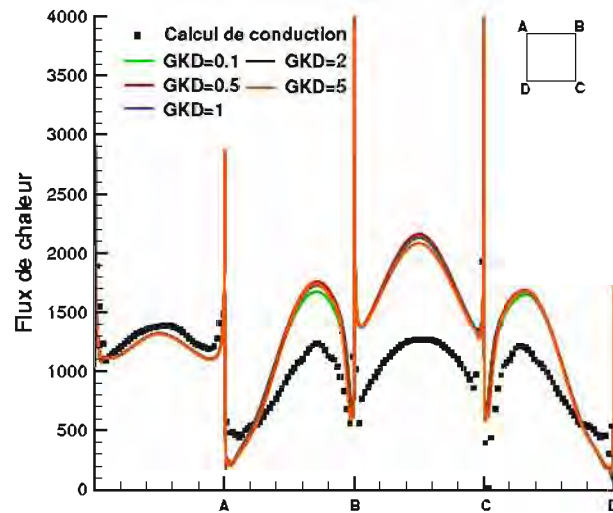


FIGURE 5.16 – Flux de chaleur pariétal ( $W.m^{-2}$ ) moyenné en temps et en espace selon  $gkd$

Dans un souci de compromis, nous choisirons dans la suite de l'étude la valeur  $gkd = 0,1$  associée à  $\beta = 2$ .

### 5.3.2.2 Évaluation de modèles à viscosité turbulente

L'étude numérique de cette configuration avait à l'origine débuté par des calculs instationnaires avec les modèles  $k - \omega$  SST et S-A sur le maillage 1. Ces simulations aboutissant à un écoulement bidimensionnel dans le sillage, nous avons donc décidé de tester différents modèles sur une configuration 2D du barreau (coupe verticale du maillage 1). Ces simulations préliminaires sont destinées à comparer ces deux modèles à viscosité turbulente classiques disponibles dans *elsA* sur le cas du barreau. En effet, les approches SAS standard et  $\alpha L$  ainsi que la ZDES que nous utiliserons plus tard se basent sur ces modèles. Les modèles  $k - \omega$  SST de Menter et S-A (cf section 1.2) ont ainsi été évalués avec le schéma de Roe et le limiteur Superbee ( $\Delta t = 10^{-5}\text{ s}$ ).

La figure 5.17 représente les champs moyens de vitesse axiale obtenus pour les différents modèles testés et le champ expérimental issu de la campagne PIV. Nous remarquons sur la figure 5.17(c) que le modèle S-A produit un écoulement assez conforme aux données PIV avec toutefois une zone de recirculation en aval du barreau trop petite. Le modèle  $k - \omega$  SST offre également un bon accord avec le champ PIV mais semble présenter, comme le modèle S-A, des niveaux de vitesse élevés au sortir de la zone de recirculation par rapport à l'expérience.

Les figures 5.18 et 5.19 représentent la vitesse axiale moyenne et les fluctuations RMS de la vitesse (moyenne sur 100 000 pas de temps) sur la ligne médiane du barreau.

L'observation de la vitesse axiale moyenne obtenue sur la ligne centrale avec les différents modèles (figure 5.18) permet de voir que le modèle  $k - \omega$  SST est le modèle qui se rapproche le plus des données expérimentales. Il parvient à reproduire de façon satisfaisante la zone de recirculation

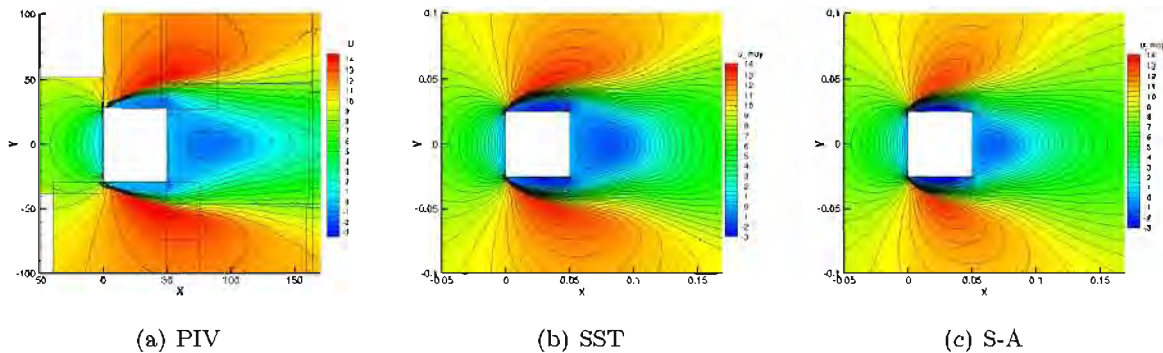


FIGURE 5.17 – Comparaison des données PIV et du champs moyen de vitesse axiale résolu pour différents modèles à viscosité turbulente en 2D

en aval du barreau avec une longueur de recirculation et un niveau de vitesse négative dans la zone de recirculation assez proches des données PIV. Néanmoins, à la fois les modèles  $k - \omega$  SST et S-A montrent de mauvaises prévisions dans le sillage où la vitesse est largement surestimée.

La figure 5.19 représente les niveaux RMS de fluctuations de vitesse résolues pour les modèles  $k - \omega$  SST et S-A. Les modèles S-A et  $k - \omega$  SST présentent des tendances similaires sur l'évolution de  $u_p$ . En revanche, ils favorisent respectivement un pic  $v_p$  proche de la face arrière du barreau pour l'un et hors de la zone de recirculation ( $x < 120 \text{ mm}$ ) pour l'autre. Dans les deux cas, celui-ci ne correspond pas à la position du maximum obtenu expérimentalement. En s'éloignant du barreau, le modèle  $k - \omega$  SST prévoit de fluctuations résolues  $v_p$  plus importantes que le modèle S-A, ce qui peut laisser penser qu'il surestimera de façon plus importante le niveau total.

Enfin, nous pouvons remarquer sur la figure 5.20 que les modèles S-A et  $k - \omega$  SST reproduisent fidèlement le flux de chaleur sur la face avant du barreau. En revanche, ils le surestiment sur les faces supérieures et inférieures, notamment près de l'arête arrière du barreau. Le modèle S-A reproduit très bien le flux de chaleur pariétal sur la face arrière du barreau là où le modèle  $k - \omega$  SST prévoit un flux trop important.

Cette rapide étude a ainsi montré que le modèle S-A concède au modèle SST une moins bonne restitution de l'écoulement moyen dans la zone de recirculation en aval du barreau. Il offre cependant l'avantage d'une prévision du flux de chaleur normal meilleure en général et excellente à la paroi arrière. Le modèle  $k - \omega$  SST semble ainsi offrir une sorte de compromis entre la prévision du champ de vitesse moyenne et celle du flux de chaleur pariétal dans le cas du barreau en écoulement transverse.

### 5.3.2.3 Influence du schéma spatial

Nous avons vu dans les paragraphes ci-dessus, qu'en dépit du réglage du préconditionneur et de l'emploi de différents modèles de turbulence, nos simulations échouent globalement à reproduire l'écoulement dans le sillage. Afin d'améliorer la compréhension de ce phénomène, nous choisissons d'étudier l'influence du schéma de discrétisation spatiale. L'effet du schéma d'intégration spatiale s'évalue sur le caractère tridimensionnel du sillage. La dissipation numérique associée à chaque schéma peut être responsable de la dissipation des structures dans le sillage. Une telle étude n'a donc de sens que dans le cas de simulations 3D. Trois schémas sont testés : le schéma de Jameson, le schéma de Roe avec le limiteur Superbee (tous deux d'ordre 2) et le schéma AUSM+ d'ordre 3. Ces schémas, décrits en an-



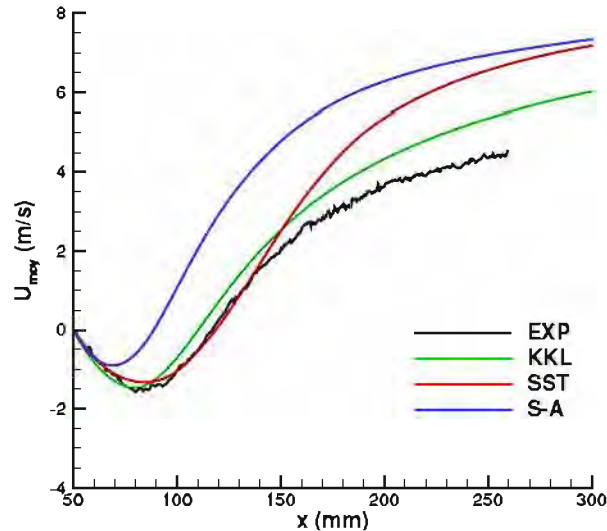
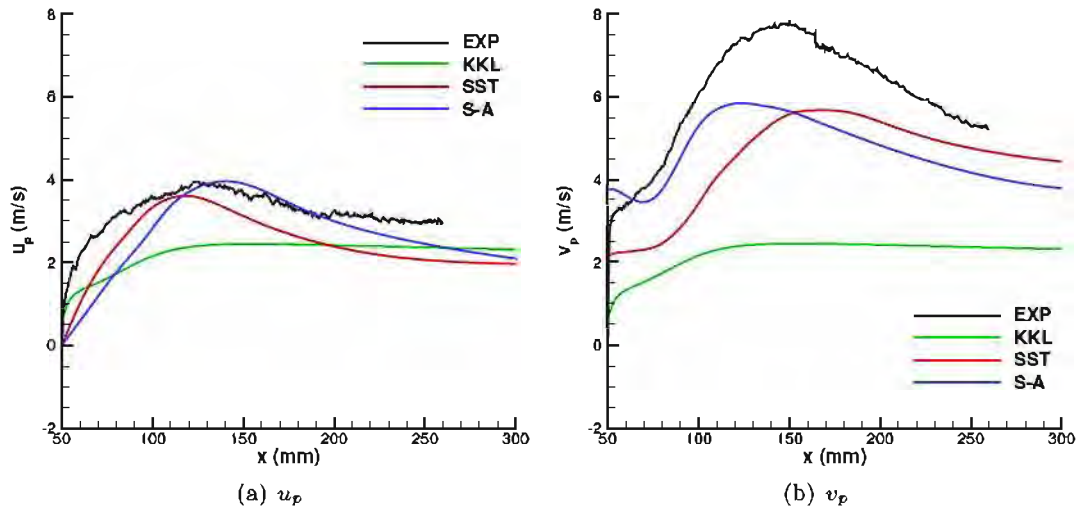
FIGURE 5.18 – Vitesse moyenne axiale  $U_{moy}$  sur la ligne médiane pour différents modèles

FIGURE 5.19 – Fluctuations RMS de vitesse sur la ligne médiane pour différents modèles

nexe E, sont mis en oeuvre sur des simulations instationnaires 3D avec le modèle SAS- $\alpha L$ . Ce modèle est l'un des moins dissipatifs que nous utiliserons car il permet une chute de la viscosité turbulente et donc le développement et l'entretien de structures cohérentes instationnaires. Il permet ainsi d'apprécier la dissipation numérique associée à chacun des schémas utilisés et leur influence sur la précision des résultats.

Nous signalerons ici que les paramètres du préconditionneur basse-vitesse définis au paragraphe 5.3.2.1 sont utilisés pour le schéma de Jameson. Le schéma AUSM+ étant déjà préconditionné, il ne nécessitait pas l'utilisation d'un préconditionneur qui est source de dissipation numérique. Le travail avec ce schéma s'est révélé plus complexe qu'avec ceux de Roe et Jameson. Si pour ces deux derniers, nous avons travaillé avec un schéma d'intégration temporel d'Euler rétrograde (avec  $\Delta t = 10^{-5} s$ ), le schéma AUSM+ d'ordre 3 moins diffusif  $a$ , quant à lui, nécessitait le recours à un schéma de Gear (cf annexe F.2) afin d'assurer la stabilité numérique du calcul. Nous avons gardé dans ce cas un pas de temps physique de  $\Delta t = 10^{-5} s$  en optant pour 20 sous-itérations afin de diminuer les résidus d'un ordre de grandeur sur le pas de temps physique. Les moyennes sont faites sur 200 000 pas de temps

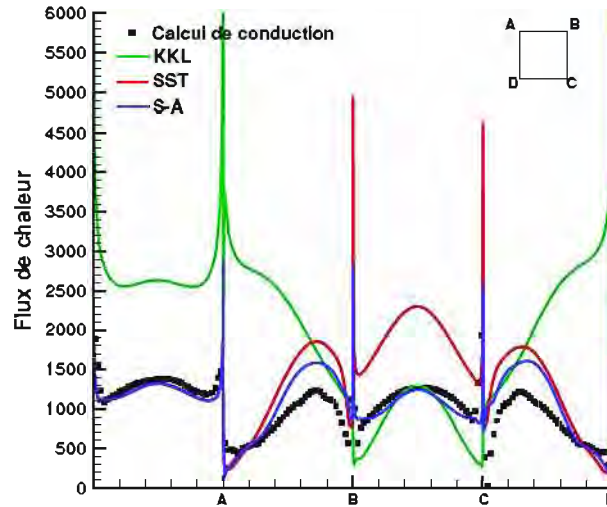


FIGURE 5.20 – Flux de chaleur pariétal ( $W.m^{-2}$ ) moyenné en temps et en espace pour différents modèles

(pas de temps physiques pour AUSM+) soit 50 cycles au sens de la période caractéristique des allées de von Kármán ( $T_{vK} \simeq 0,04 s$ ). Le changement de méthode d'intégration temporelle entraînant une augmentation du temps de calcul ( $\times 10$ ), ces moyennes sont davantage convergées pour les schémas de Roe et Jameson (sur 150 cycles contre 50 pour le schéma AUSM+).

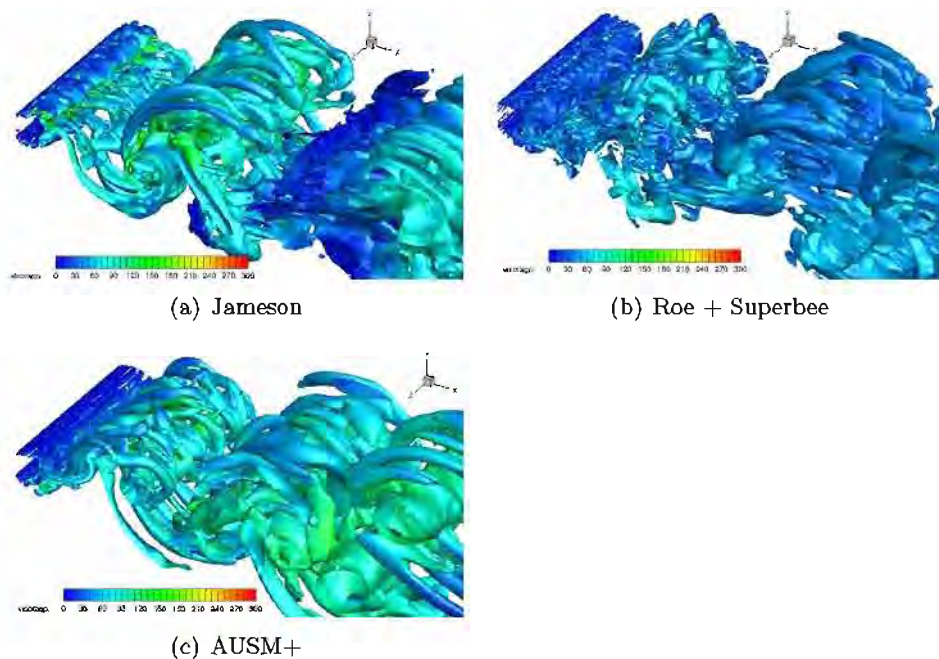


FIGURE 5.21 – Iso-surfaces du critère  $Q$  ( $Q = -100s^{-2}$ ) colorées par le rapport de viscosité  $\mu_t/\mu$  pour différents schémas sur le maillage 1

La figure 5.21 représente ci-contre des iso-surfaces du critère  $Q$  ( $S^2 - \Omega^2$ ) de l'écoulement obtenu sur le maillage 1 avec le modèle SAS- $\alpha L$  pour les différents schémas numériques utilisés. Ce critère permet d'identifier les structures présentes dans l'écoulement. Nous observons ainsi que le sillage du

barreau est tridimensionnel et très déstabilisé avec la présence de nombreuses structures (rouleaux et ribs, cf. section 2.2). Nous remarquons tout d'abord que le schéma de Roe permet d'obtenir un écoulement plus déstabilisé et des structures résolues plus fines qu'avec le schéma de Jameson. Ceci met en relief le caractère diffusif du schéma de Jameson comme indiqué en annexe E.2.1. De même, le schéma AUSM+ bien que d'ordre 3 ne permet pas de capturer des structures aussi fines que celles observées avec le schéma de Roe. Ceci peut néanmoins être lié au fait que le maillage 1 en lui-même n'est pas adapté à l'utilisation d'un schéma d'ordre plus élevé et/ou qu'il faudrait davantage de sous-itérations afin d'assurer une meilleure convergence de la solution.

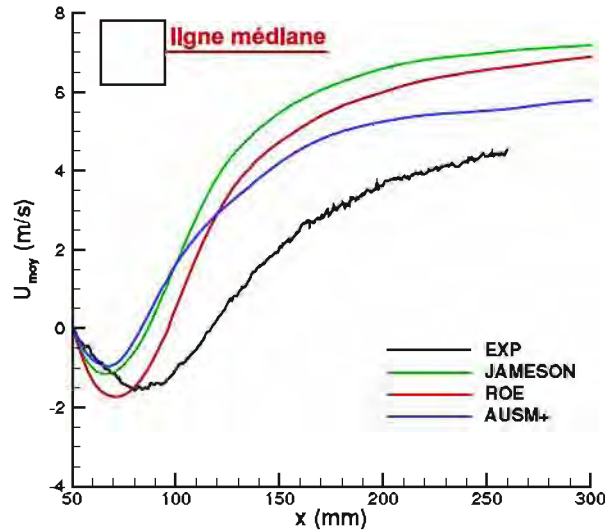


FIGURE 5.22 – Vitesse moyenne axiale  $U_{moy}$  sur la ligne médiane pour différents schémas spatiaux

L'observation de la figure 5.22 montre que l'emploi du schéma AUSM+ améliore sensiblement la prévision de l'écoulement moyen dans le sillage en aval de la zone de recirculation. Nous pouvons supposer que cette différence est liée à la montée en ordre de ce schéma. Les schémas de Jameson et de Roe présentent les plus grands écarts par rapport aux données expérimentales dans cette zone. Dans la zone de recirculation, l'ensemble des schémas numériques sous-estime la longueur de recirculation. Si les schémas de Jameson et AUSM+ adoptent un comportement similaire, nous notons néanmoins que le schéma de Roe sous-estime moins la longueur de recirculation par rapport aux autres schémas. Il est à noter sur ce cas 3D que le modèle SAS- $\alpha L$  ne reproduit pas le comportement du modèle  $k-\omega$  SST dans la zone de recirculation. Ceci laisse supposer un fort effet 3D et l'activation du terme  $Q_{SAS}$  dans cette zone par rapport aux résultats en 2D du modèle  $k-\omega$  SST au paragraphe 5.3.2.2.

Concernant les fluctuations RMS de vitesse résolues, nous pouvons observer sur la figure 5.23 que les schémas de Jameson et de Roe se comportent globalement de la même façon. Le schéma AUSM+, présente quant à lui des fluctuations RMS plus élevées dans la zone proche du barreau ( $x \lesssim 100$  mm). Il est difficile de conclure sur ce point car la simulation avec le schéma AUSM+ n'a pas bénéficié d'un temps de convergence équivalent à celles pour les autres schémas. Les statistiques d'ordre 2 sont encore variables en dessous de 100 cycles de moyennes. Ceci pourrait en partie expliquer les différences là où nous aurions pu nous attendre à retrouver des résultats similaires pour les schémas AUSM+ et Jameson à l'image de ceux obtenus sur le profil de vitesse axiale moyenne.

Enfin, la prévision du flux de chaleur pariétal est semblable pour les schémas de Jameson et de Roe. Le schéma AUSM+ permet d'améliorer la prévision sur les faces supérieure et inférieure du barreau. En revanche, nous observons sur la figure 5.24 que son utilisation dégrade les prévisions sur la

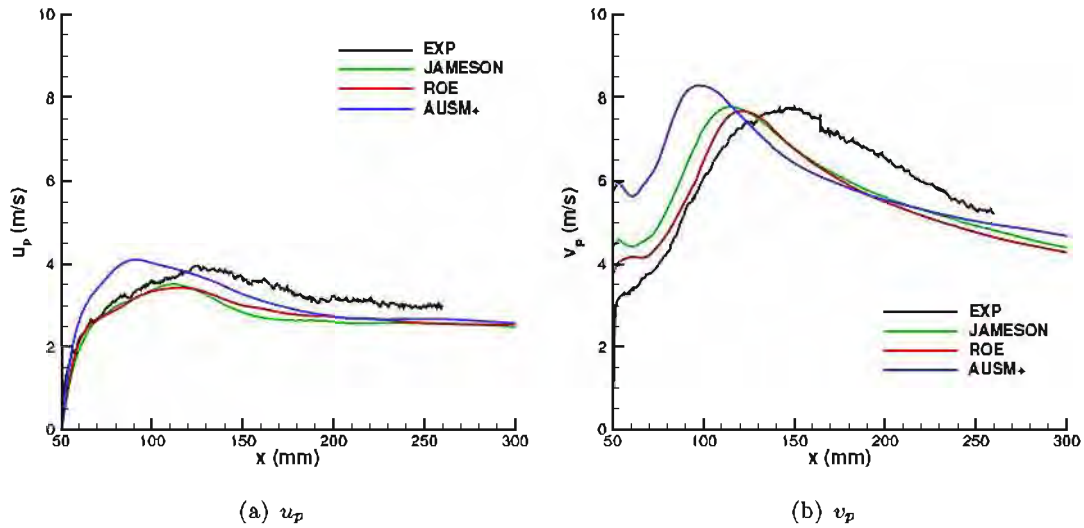


FIGURE 5.23 – Niveaux RMS des fluctuations de vitesse résolues sur la ligne médiane pour différents schémas spatiaux

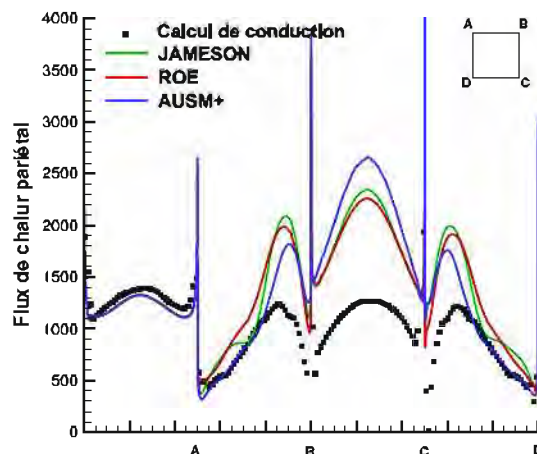


FIGURE 5.24 – Flux de chaleur pariétal ( $W.m^{-2}$ ) moyenné en temps et en espace pour différents schémas spatiaux

face arrière du barreau. Ce comportement peut être quant à lui lié au fait que l'écoulement est moins déstabilisé en aval du barreau avec ce schéma et reste à étudier. Nous recherchons ici un compromis entre temps de calcul et précision. Dans cette optique, c'est le schéma de Roe couplé au limiteur Superbee qui sera utilisé par la suite.

#### 5.3.2.4 Bilan sur le choix des paramètres de simulation

Les différentes études préliminaires menées ci-dessus nous ont conduit à privilégier l'usage du schéma de Roe accompagné du limiteur Superbee et couplé à un préconditionnement basse-vitesse de Choi-Merkle. Nous conserverons les réglages du préconditionneur définis dans le paragraphe 5.3.2.1 pour les simulations qui vont suivre. De même, un schéma d'Euler rétrograde associé à un pas de temps de  $\Delta t = 10^{-5}s$  sera employé pour l'intégration en temps. Bien que le schéma AUSM+ d'ordre 3 permette une nette amélioration de la prévision de l'écoulement moyen dans le sillage, sa mise en

oeuvre est délicate. En effet, celui-ci nécessite l'emploi d'un schéma de Gear couplé à au moins 20 sous-itérations sur cette configuration. Ce changement de méthode d'intégration temporelle entraîne un allongement très important des temps de calcul dans notre cas (qui sont multipliés par 10) et reste handicapant pour des simulations instationnaires sur de longues durées nécessaires à la convergence des statistiques d'ordre 2 (tensions de Reynolds).

Deux modèles de turbulence URANS seront testés : le modèle  $k - \omega$  SST et le modèle DRSM SSG- $\omega$  [64] décrit à la section 1.2.2.2. L'approche URANS avancée SAS de Menter et *al.* [102] (notée SAS1) ainsi que sa version  $\alpha L$  de F. Benyoucef et *al.* [15] seront mises en oeuvre. Enfin, le nouveau modèle SAS-DRSM que nous avons proposé sera également utilisé afin d'en comparer les prévisions par rapport à celles des approches SAS et DRSM citées précédemment ainsi qu'aux résultats expérimentaux.

## 5.4 Simulations avec les modèles $k - \omega$ SST, DRSM et SAS sur le maillage 1

Les simulations décrites dans cette section ont été réalisées sur le maillage 1 dans les conditions de simulation définies au paragraphe 5.3.2.4. Les séquences de moyenne sont réalisées sur 200 000 pas de temps soit 50 cycles. Ces simulations sont menées sur 200 cycles (50 cycles de transitoire + 150 cycles de moyennes) nécessaires à une convergence des statistiques d'ordre 2. Sur les trois séquences de moyenne, une bonne convergence des niveaux RMS de fluctuations a été obtenue sur la dernière séquence uniquement. Les moyennes convergées sur les 50 derniers cycles sont donc présentées ici. Nous analyserons dans un premier temps l'aspect dynamique par l'étude des structures présentes dans l'écoulement, du champ moyen et des fluctuations RMS de vitesse. Nous procéderons également à une analyse fréquentielle des signaux fournis par les capteurs numériques placés dans l'écoulement. Nous nous intéresserons ensuite à la prévision du flux de chaleur pariétal par les différents modèles utilisés.

### 5.4.1 Dynamique de l'écoulement

#### 5.4.1.1 Visualisation des structures de l'écoulement

La figure 5.25 représente ci-contre des iso-surfaces du critère  $Q$  ( $S^2 - \Omega^2$ ) de l'écoulement obtenu sur le maillage 1 avec les différents modèles testés. Cette première identification des structures en présence permet d'analyser qualitativement la capacité de chacun des modèles à reproduire l'écoulement.

Nous observons sur la figure 5.25(a) que le modèle  $k - \omega$  SST parvient à capturer les tourbillons de Kelvin Helmholtz (KH) qui s'échappent des arêtes à l'avant du barreau mais qu'elles sont dissipées dans le sillage du barreau. L'écoulement de sillage est quasiment 2D avec les larges structures cohérentes transverses en "rouleaux" de la taille du barreau qui sont caractéristiques de cet écoulement (voir section 2.2).

La figure 5.25(c) montre que le modèle SAS standard de Menter (SAS1) restitue les instabilités de KH. Les rouleaux sont ici déstabilisés dans le sillage qui devient tridimensionnel. Nous remarquons ainsi la présence des structures filamenteuses en forme de côtes ou "ribs" qui s'enroulent autour des rouleaux et les déforment plus loin dans le sillage. Le rapport de viscosité  $\mu_t/\mu$  dans le sillage a baissé de façon importante (entre 50 et 500) par rapport au modèle  $k - \omega$  SST (entre 200 et 1000) aboutissant donc à la résolution de davantage de structures turbulentes.

Sur la figure 5.25(e), nous voyons que le modèle SAS- $\alpha L$  capture également les instabilités de KH. La correction  $\alpha L$  apporte davantage de déstabilisation par rapport aux modèles  $k - \omega$  SST et SAS1 puisque l'écoulement devient tridimensionnel dès qu'il quitte les arêtes avant du barreau (fig.5.25(e)).

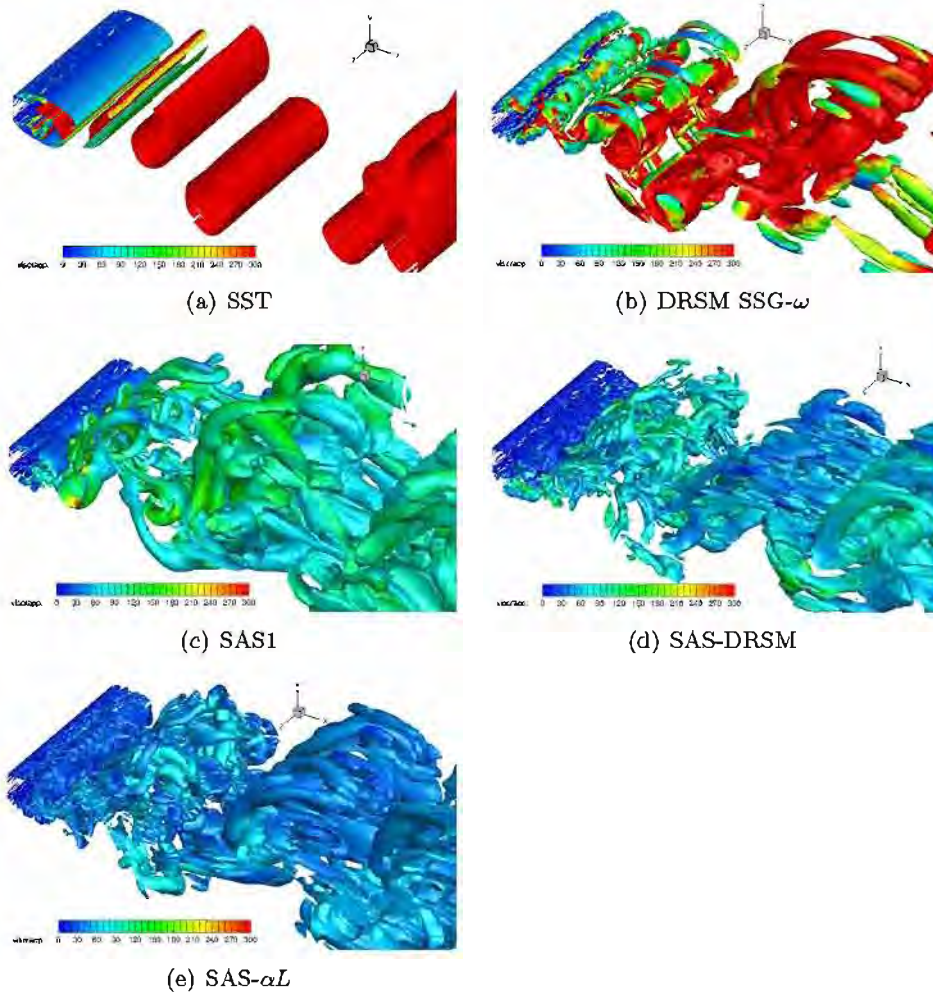


FIGURE 5.25 – Iso-surfaces du critère  $Q$  ( $Q = -100s^{-2}$ ) colorées par le rapport de viscosité  $\mu_t/\mu$  sur le maillage 1

Le rapport de viscosité  $\mu_t/\mu$  varie de 30 à 130 dans le sillage. Il diminue donc fortement ici par rapport au modèle  $k - \omega$  SST et même l'approche SAS1. Cela se traduit notamment par la résolution de structures plus fines. Les ribs sont plus nombreux et déforment ici nettement les rouleaux dès l'arrière du barreau comme nous pouvions nous y attendre à de tels nombres de Reynolds (section 2.2).

Le modèle DRSM SSG- $\omega$  (figure 5.25(b)) reproduit lui aussi les instabilités de KH et offre une topologie d'écoulement intermédiaire entre le modèle  $k - \omega$  SST et le modèle SAS1. Le sillage se tridimensionnalise avec la présence de ribs contrairement au modèle  $k - \omega$  SST. Les ribs sont moins nombreux qu'avec les modèles SAS1 et SAS- $\alpha L$ . Ils viennent s'enrouler autour des rouleaux sans toutefois les déformer. Le modèle SAS-DRSM permet quant à lui, sur la figure 5.25(d), de déstabiliser fortement l'écoulement dans le sillage par rapport au modèle DRSM seul. Les structures turbulentes résolues dans le sillage sont plus fines que celles rencontrées avec le modèle SAS- $\alpha L$  dans la région proche du barreau (couches cisailées et sillage proche) où les rapports de viscosité sont très faibles avec ces modèles : de l'ordre de 10 pour SAS-DRSM et 30 pour SAS- $\alpha L$ .

L'utilisation des approches SAS1 et SAS- $\alpha L$  permet d'améliorer nettement la représentation de l'écoulement par rapport au modèle  $k - \omega$  SST. L'écoulement de sillage est davantage déstabilisé et devient 3D avec des structures résolues de plus en plus fines et nombreuses. En particulier, la correction

$\alpha L$  présente un éventail plus large de structures résolues dans le spectre turbulent comparativement au modèle SAS1. De même, le modèle SAS-DRSM apporte cette propriété au modèle DRSM d'origine.

### 5.4.1.2 Champ dynamique

#### 5.4.1.2.1 Champ moyen

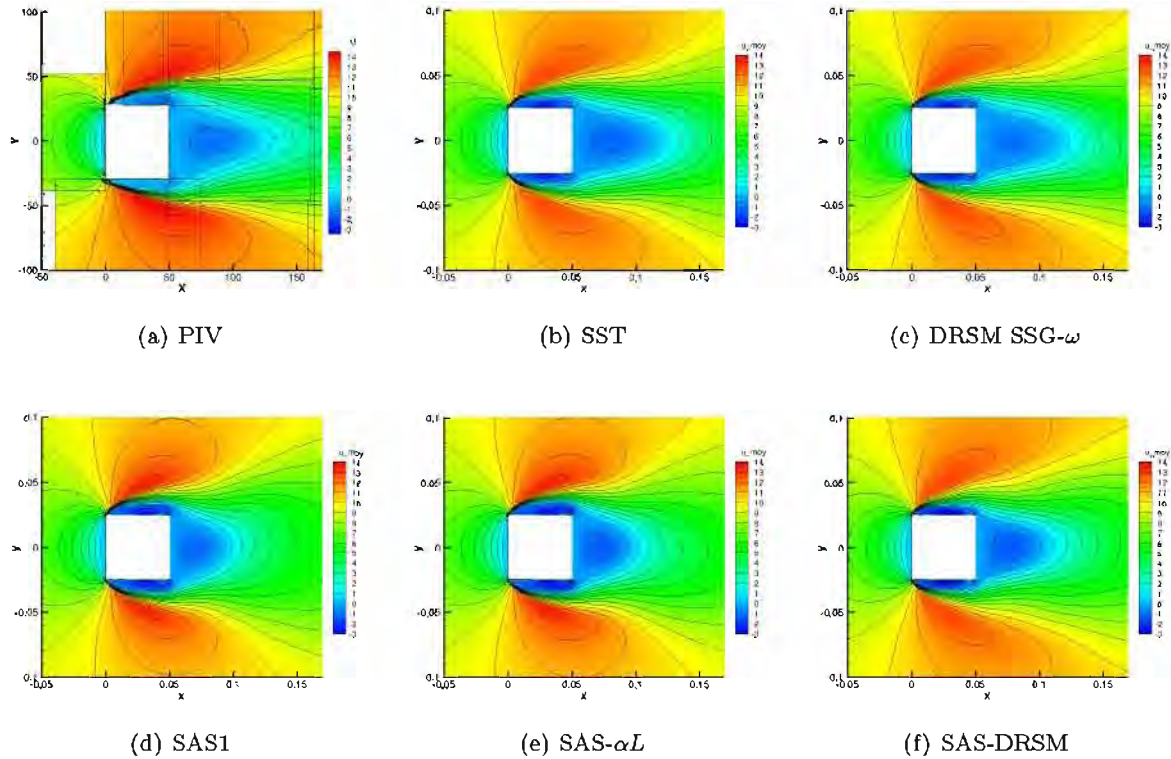
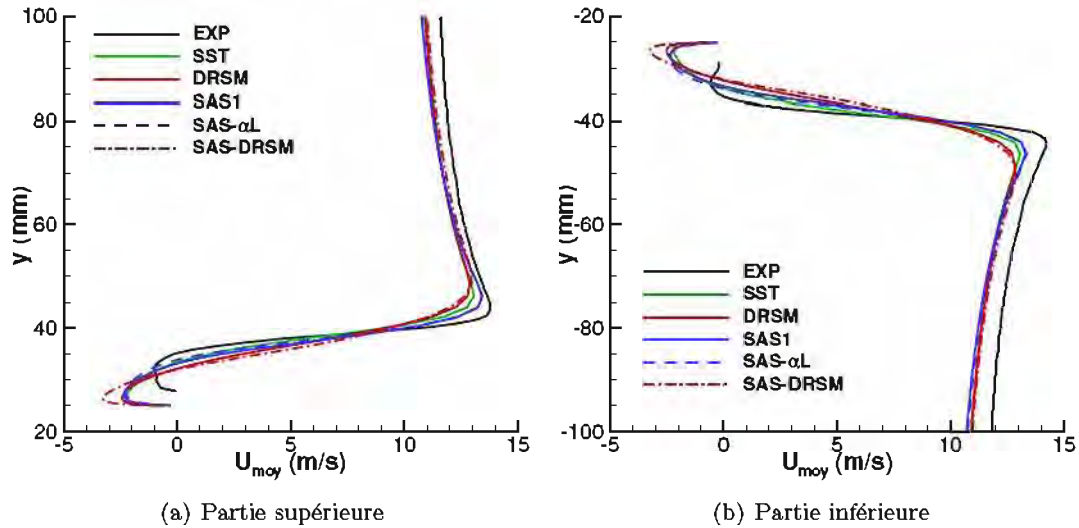


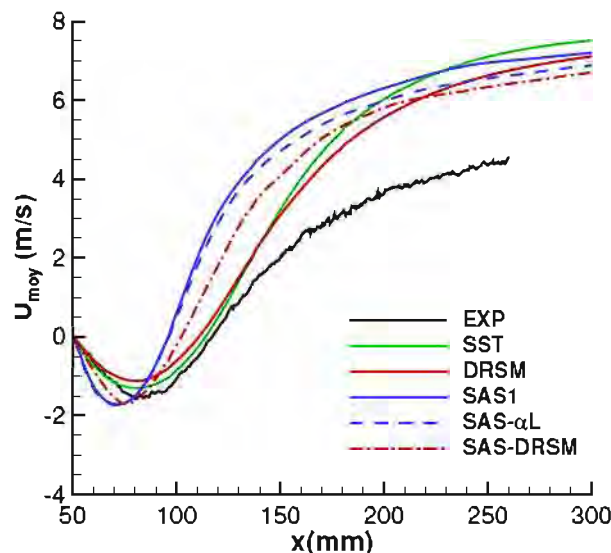
FIGURE 5.26 – Comparaison du champ moyen de vitesse axiale aux données PIV dans le plan médian  $z = 0$  sur le maillage 1

Le champ moyen de vitesse axiale obtenu pour chaque simulation est représenté sur la figure 5.26. La vitesse transverse est représentée en annexe H.1 sur la figure 31. La figure 5.26 montre que l'ensemble des modèles reproduit un champ moyen de vitesse axiale cohérent avec les mesures PIV. Nous remarquons que l'épaisseur des couches cisillées semble plus importante sur les simulations numériques que dans l'expérience. Nous observons également que pour les modèles DRSM et SAS-DRSM, l'épaisseur des bulles de recirculation sur les faces supérieure et inférieure est plus faible, de même que la vitesse y régnant. La zone de recirculation en aval du barreau présente quant à elle des évolutions assez différentes selon l'approche utilisée. Ce sont les modèles  $k - \omega$  SST et DRSM qui sont les plus proches de l'expérience tandis que les approches SAS tendent à sous-estimer la longueur de recirculation. Nous détaillerons le comportement des modèles dans cette région de l'écoulement par la suite.

La figure 5.27 représente les profils de vitesse moyenne axiale dans les parties supérieure et inférieure de l'écoulement dans le plan médian ( $z = 0\text{ m}$ ) à  $x/d = 0,5$ . Les données PIV ne sont pas disponibles en proche paroi du barreau d'où l'arrêt des profils expérimentaux avant l'ordonnée correspondant à la paroi inférieure ou supérieure ( $y = 25\text{ mm}$ ). De même, nous remarquons une légère asymétrie des profils expérimentaux inférieur et supérieur là où ils devraient être symétriques du fait

FIGURE 5.27 – Profil de vitesse moyenne axiale  $U_{moy}$  à  $x/d = 0,5$  pour le maillage 1

de la symétrie géométrique de l'écoulement. Nous constatons sur ces deux figures que l'ensemble des modèles ne parvient pas à prévoir correctement les niveaux de vitesse dans les bulles de recirculation présentes de part et d'autre du barreau ( $U_{moy} < 0$ ). Ceux-ci sont surestimés en valeur absolue de façon importante, en particulier par le modèle SAS-DRSM, par rapport au données PIV. Nous retrouvons ici la tendance des modèles DRSM et SAS-DRSM à présenter des bulles de recirculation plus fines comme sur les contours du champ moyen de vitesse (figure 5.26). Les différents modèles sous-estiment également le pic de vitesse lié au contournement de l'obstacle par le fluide, de même que le niveau de vitesse général en s'éloignant de la paroi. Le pic est également un peu plus décalé par rapport à l'expérience et donc les couches cisillées plus épaisses notamment pour les modèles DRSM et SAS-DRSM. Nous observons néanmoins que les modèles  $k - \omega$  SST, SAS1 et SAS- $\alpha L$  offrent les meilleures prévisions du pic de vitesse tandis que les modèles DRSM et SAS-DRSM retrouvent des performances équivalentes loin de la paroi. Ces profils montrent que tous les modèles présentent des difficultés à reproduire la dynamique des couches cisillées.

FIGURE 5.28 – Vitesse moyenne axiale  $U_{moy}$  sur la ligne médiane pour le maillage 1



Sur la figure 5.28, le profil moyen de vitesse axiale est comparé au profil expérimental sur la ligne médiane du barreau. Nous retrouvons ici les caractéristiques observées dans le sillage sur les champs 2D précédents. Le modèle  $k - \omega$  SST en vert reproduit bien la longueur de recirculation et la norme de la vitesse dans cette région de l'écoulement moyen. Les approches SAS1 et SAS- $\alpha L$  dégradent quant à elles les prévisions dans cette zone de l'écoulement en réduisant la longueur de recirculation et le niveau de vitesse axiale. Le modèle DRSM SSG- $\omega$  restitue un profil proche de celui du modèle  $k - \omega$  SST et donc des données expérimentales pour la zone directement en aval du barreau. Dans ce cas, l'approche SAS-DRSM dégrade également les performances du modèle en réduisant trop la longueur de recirculation. En revanche, elle améliore la prévision de la longueur de recirculation par rapport aux modèles SAS1 et SAS- $\alpha L$ . L'activation du terme source  $Q_{SAS}/Q_{SAS-DRSM}$  semble donc avoir pour conséquence une réduction de la taille de la zone de recirculation et une dégradation de la prévision de l'écoulement moyen dans cette zone de l'écoulement. Dans le sillage proche, tous les modèles diffèrent fortement des données expérimentales. La vitesse axiale moyenne  $y$  est fortement surestimée ou plus précisément, le retour au niveau de vitesse initial est trop rapide. Ce problème déjà évoqué plus haut lors de la définition des conditions de simulation est lié à un ensemble complexe et peu connu de paramètres. Déjà observé dans diverses études LES et DES du barreau ([138], [152], [11]), il est à la fois corrélé au modèle de turbulence utilisé, à la dissipation des structures dans le sillage via le schéma numérique choisi mais également en partie au maillage. En effet, l'écoulement étant hautement instable, les structures se forment et s'échappent jusqu'à rapidement atteindre les faces supérieure et inférieure du domaine de calcul où elles sont dissipées car le maillage n'est pas assez fin. Nous avons vu à la section 5.3.2.3 que l'utilisation d'un schéma spatial peu diffusif améliore ce comportement. De même, l'utilisation des modèles SAS- $\alpha L$  et SAS-DRSM (en pointillés), peu dissipatifs et résolvant des structures plus fines, permet de réduire légèrement l'écart entre les résultats numériques et expérimentaux dans le sillage.

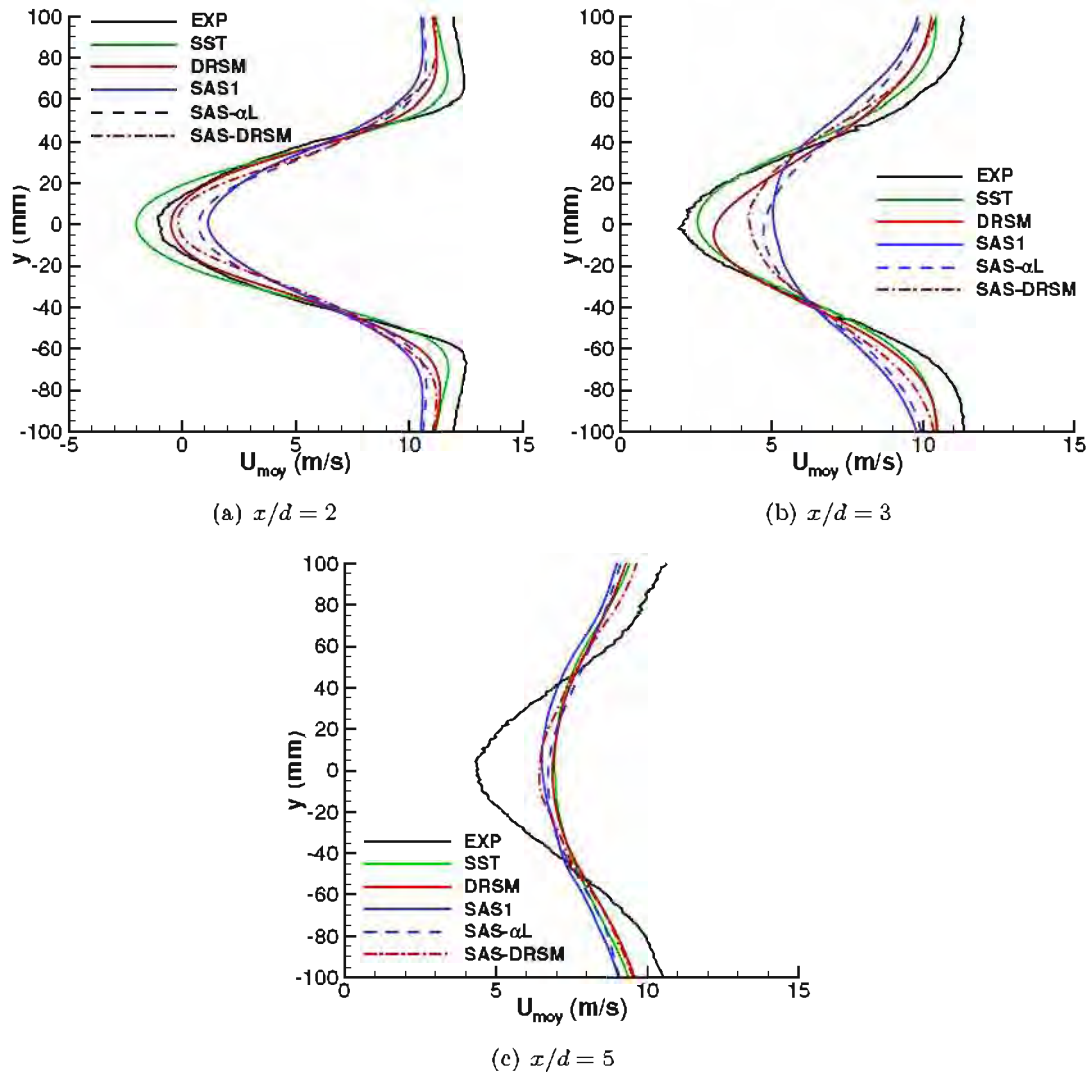
Des profils de vitesse moyenne axiale dans le sillage sont représentés sur la figure 5.29 pour  $x/d = 2$ ,  $x/d = 3$  et  $x/d = 5$ .

La figure 5.29(a) montre que les modèles DRSM et SAS-DRSM offrent de bonnes prévisions du niveau de vitesse axiale moyenne dans la zone de recirculation ( $x/d < 2, 5$ ) tandis que les modèles SAS1 et SAS- $\alpha L$  la surestiment, conformément à ce que nous pouvons observer sur la figure 5.28. Cependant, l'ensemble des modèles sous-estime la vitesse en s'éloignant de la ligne médiane du barreau ( $y > 50mm$ ) et ce dans les trois plans étudiés. Cette mauvaise prévision de l'écoulement peut notamment s'expliquer par l'augmentation rapide de la taille des cellules du maillage en s'approchant des faces délimitant le domaine de calcul. En revanche, nous remarquons sur la figure 5.29(b) que si le modèle  $k - \omega$  SST parvient à conserver une prévision correcte de la vitesse axiale moyenne à  $x/d = 3$ , les modèles DRSM et SAS surestiment largement le niveau de vitesse. Enfin, l'ensemble des modèles surestiment la vitesse moyenne axiale à  $x/d = 5$ , où le déficit de vitesse dans le coeur du sillage reste trop faible probablement en raison de la dissipation des structures par un maillage trop grossier dans cette zone.

Parmi les approches SAS, le modèle SAS-DRSM aboutit aux meilleures prévisions du champ moyen dans le sillage mais est moins fidèle aux données PIV dans les couches de mélange où les modèles SAS1 et SAS- $\alpha L$  ont un léger avantage. De façon générale, les modèles  $k - \omega$  SST et DRSM offrent les meilleures performances de restitution de l'écoulement moyen dans le sillage. Ce constat étonnant nous amène à nous questionner sur les exigences en terme de maillage et de schéma numérique à respecter pour des approches de type SAS.

#### 5.4.1.2.2 Champ turbulent

Les figures 5.30 et 5.31 montrent les niveaux RMS des fluctuations de vitesse totales (résolues +

FIGURE 5.29 – Vitesse moyenne axiale  $U_{moy}$  dans le sillage dans différents plans  $x$  pour le maillage 1

modélisées) dans les parties supérieure et inférieure de l'écoulement à  $x/d = 0,5$ . Tous les modèles prévoient des niveaux trop hauts par rapport à l'expérience en proche paroi ( $|y| < 30 \text{ mm}$ ) avec notamment un maximum local trop élevé par rapport à l'expérience. Ils parviennent néanmoins à retrouver la position du maximum de  $u_p$  ainsi que le niveau RMS en s'éloignant de la paroi ( $|y| > 60 \text{ mm}$ ). Les modèles  $k - \omega$  SST, SAS1 et en particulier SAS- $\alpha L$  reproduisent assez correctement la valeur maximale. La correction  $\alpha L$  associée au SAS permet de recoller au plus près des données expérimentales par rapport au modèle  $k - \omega$  SST. En revanche, nous observons sur ces courbes que les modèles DRSM et SAS-DRSM prévoient des niveaux très élevés par rapport aux données expérimentales (de l'ordre de +50%). Concernant  $v_p$ , l'ensemble des modèles surestiment le niveau RMS en proche paroi principalement car le maximum de la courbe est décalé par rapport à l'expérience. De même, le niveau prévu est trop important pour  $|y| > 60 \text{ mm}$  et ne rejoint pas les données PIV contrairement à  $u_p$ . Les modèles  $k - \omega$  SST, SAS1 et SAS- $\alpha L$  fournissent ici encore une valeur du maximum de  $v_p$  proche des données PIV bien que que légèrement plus faible. Le recours aux modèles SAS permet d'abaisser le niveau en s'éloignant de la paroi par rapport au modèle  $k - \omega$  SST et d'améliorer la prévision. De même que précédemment, les modèles DRSM et notamment SAS-DRSM prévoient des niveaux trop importants. Ces observations, couplées à celles sur le champ moyen (figure 5.27), montrent que ce sont les modèles SAS1 et SAS- $\alpha L$  qui en corrigeant le modèle  $k - \omega$  SST permettent une meilleure reproduction de

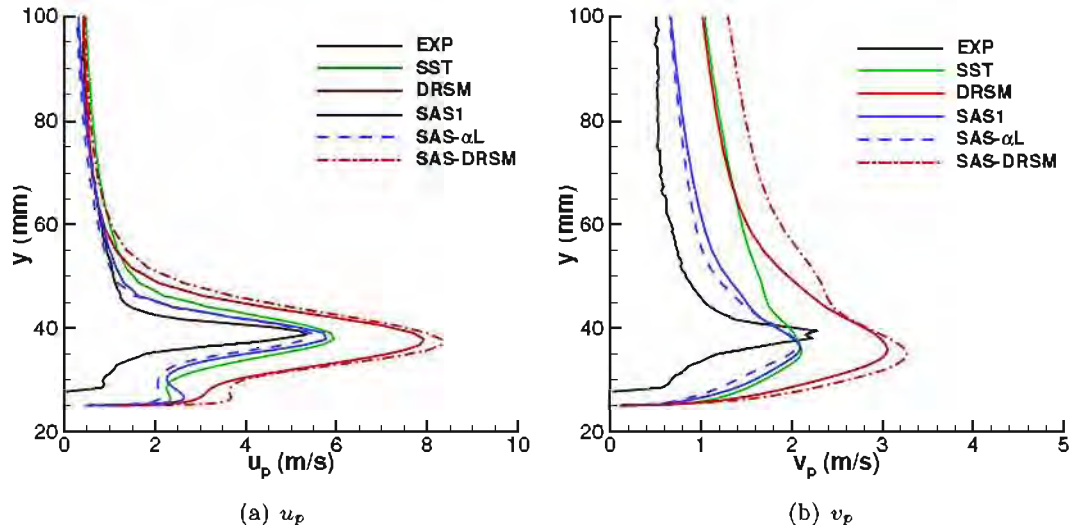


FIGURE 5.30 – Niveaux RMS des fluctuations de vitesse totales à  $x/d = 0,5$  dans la partie supérieure sur le maillage 1

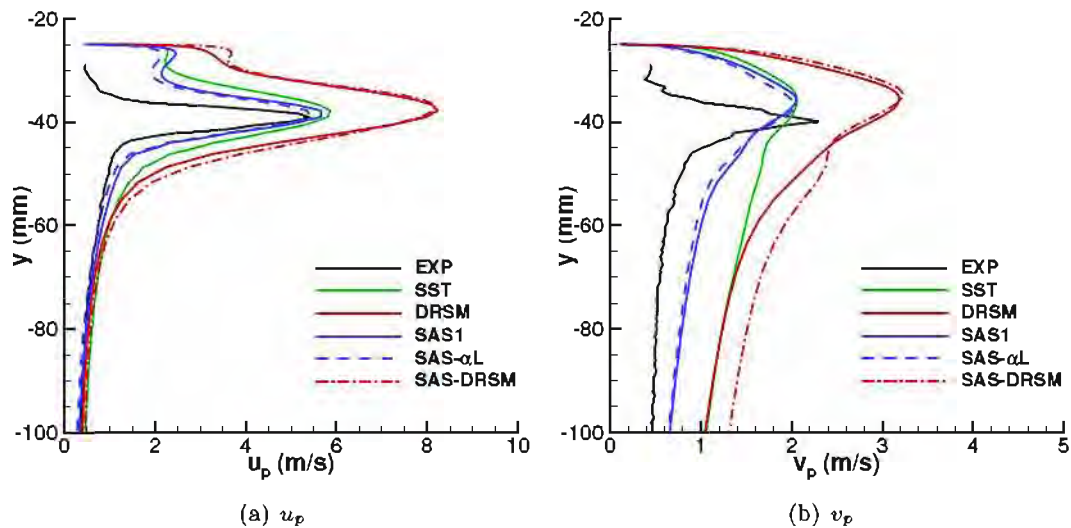


FIGURE 5.31 – Niveaux RMS des fluctuations de vitesse à  $x/d = 0,5$  dans la partie inférieure sur le maillage 1

l'écoulement dans les couches cisailées. Leur nature semble très différente pour les simulations avec les modèles DRSM et SAS-DRSM qui échouent à reproduire l'expérience. Ces fluctuations très importantes dans les couches cisailées montrent que l'intensité turbulente est plus forte pour ces modèles.

De la même façon que précédemment, les niveaux RMS des fluctuations de la vitesse totales le long de la ligne médiane du barreau sont représentés sur la figure 5.32. Nous retrouvons une forte anisotropie dans le sillage avec des niveaux de  $v_p$  jusqu'à deux fois plus élevés que pour  $u_p$ . Les fluctuations RMS  $u_p$  obtenues avec les modèles  $k - \omega$  SST et SAS- $\alpha L$  sont trop élevées en sortie de la zone de recirculation tandis que celles du modèle SAS1 sont en bon accord avec les données expérimentales. Les deux modèles SAS permettent ici d'améliorer la prévision dans le reste du sillage où elle rejoint les données expérimentales. Les modèles DRSM et SAS-DRSM (fig.5.32) surestiment  $u_p$  de façon importante. Le modèle SAS-DRSM permet néanmoins d'amoindrir la surestimation de  $u_p$  notamment

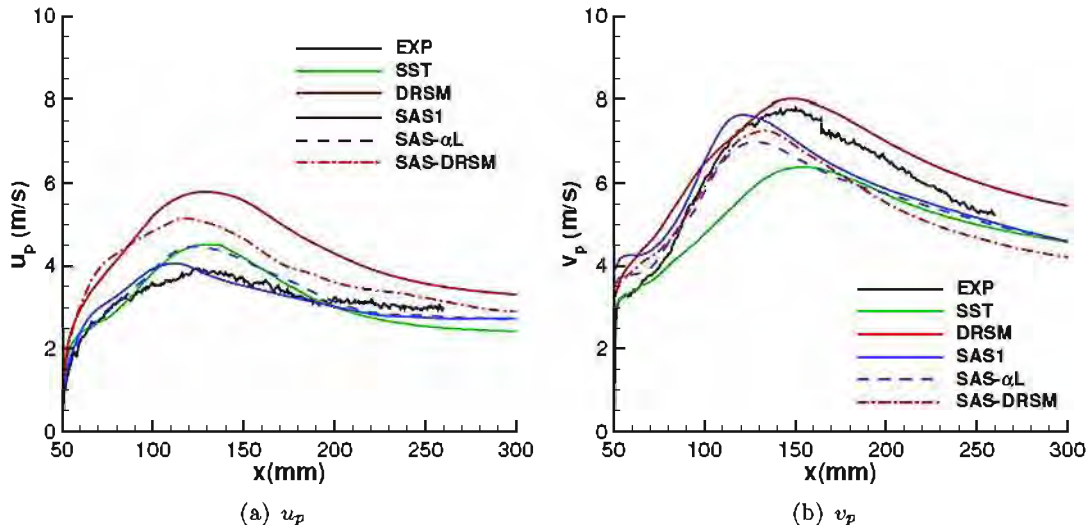


FIGURE 5.32 – Niveaux RMS des fluctuations de vitesse totales sur la ligne médiane pour le maillage 1

dans le sillage plus en aval du barreau sans toutefois parvenir à recoller aux données expérimentales dans la zone où  $x < 200 \text{ mm}$ . Concernant  $v_p$ , nous constatons que le modèle  $k - \omega$  SST prévoit des niveaux trop bas alors que le modèle DRSM en prévoit de trop hauts. Le modèle SAS1 surestime légèrement  $v_p$  dans la zone de recirculation ( $x < 120 \text{ mm}$ ) puis affiche des niveaux trop faibles avant de recoller aux données expérimentales. Les approches SAS- $\alpha L$  et SAS-DRSM restituent assez fidèlement les niveaux de  $v_p$  dans la zone de recirculation puis les sous-estiment tout comme le modèle SAS1. Le modèle SAS- $\alpha L$  corrige la prévision dans la zone de recirculation par rapport au modèle SAS1. De même, l'emploi du modèle SAS-DRSM provoque ici encore une chute des niveaux de  $v_p$  par rapport au modèle DRSM. Elle aboutit ainsi à de meilleures performances dans la zone de recirculation mais à une sous-estimation dans le sillage où le modèle SAS-DRSM est le moins performant.

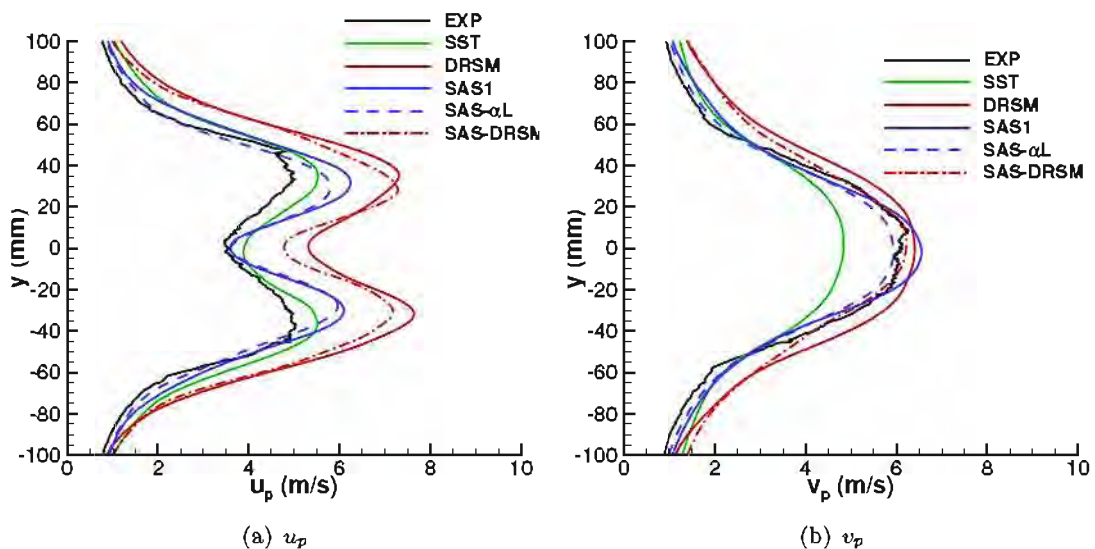
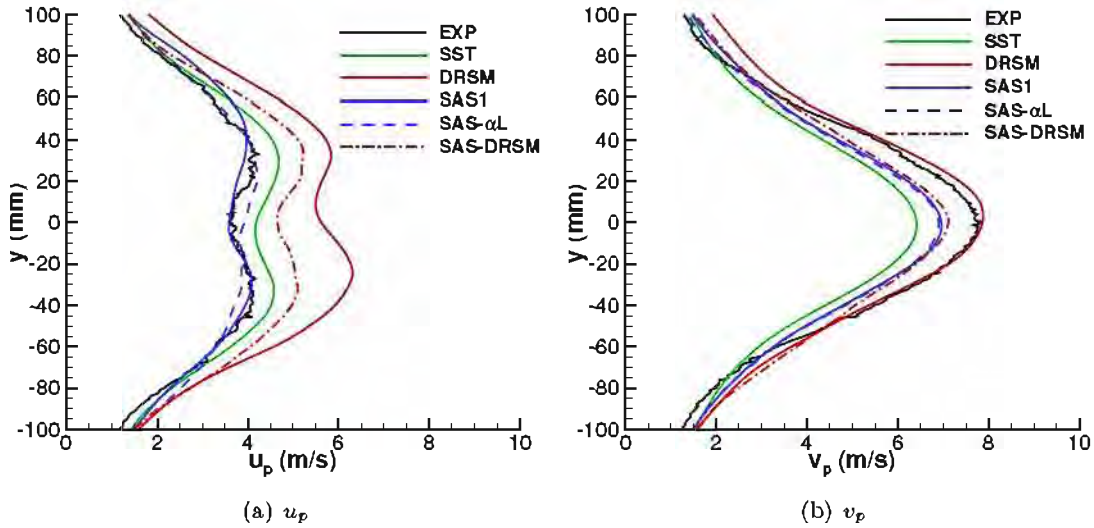
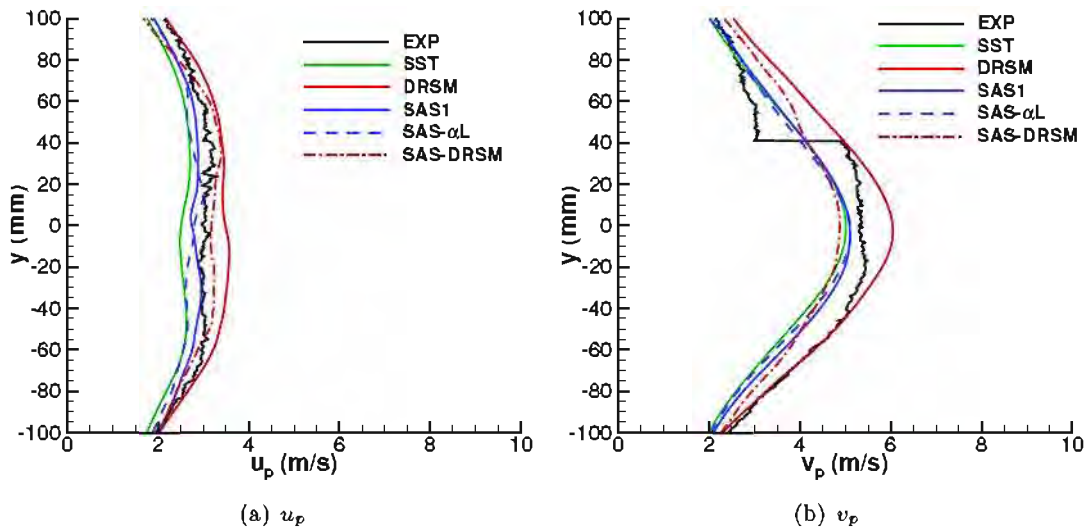


FIGURE 5.33 – Niveaux RMS des fluctuations de vitesse totales à  $x/d = 2$  sur le maillage 1

FIGURE 5.34 – Niveaux RMS des fluctuations de vitesse totales à  $x/d = 3$  sur le maillage 1FIGURE 5.35 – Niveaux RMS des fluctuations de vitesse totales à  $x/d = 5$  sur le maillage 1

Les niveaux RMS des fluctuations de vitesse totales dans le sillage sont représentés sur les figures 5.33, 5.34 et 5.35 respectivement pour  $x/d = 2$ ,  $x/d = 3$  et  $x/d = 5$ .

Dans la zone de recirculation ( $x/d = 2$ ), le profil de  $u_p$  présente deux pics de fluctuations liés à la formation et au décollement des rouleaux de Kármán dans le sillage. Tous les modèles surestiment  $u_p$  en particulier les modèles DRSM et SAS-DRSM tandis que le modèle  $k-\omega$  SST est celui qui fournit le niveau le plus proche de l'expérience dans le coeur du sillage  $-50 \text{ mm} < y < 50 \text{ mm}$ . En revanche, le modèle  $k-\omega$  SST y sous-estime  $v_p$  tandis que les modèles SAS1 et notamment SAS- $\alpha L$  fournissent des prévisions correctes et légèrement meilleures en s'éloignant du coeur du sillage. Le modèle SAS-DRSM parvient quant à lui à restituer  $v_p$  parfaitement dans le coeur du sillage mais le surestime en s'en éloignant à l'image du modèle DRSM. La tendance sur  $u_p$  reste proche en sortie de la zone de recirculation pour  $x/d = 3$  où les pics de fluctuations sont atténués. Les modèles SAS1 et SAS- $\alpha L$  offrent des résultats plutôt fidèles aux données PIV tandis que les approches basées sur le modèle DRSM surestiment  $u_p$ . Le modèle SAS-DRSM parvient toutefois à rejoindre les modèles SAS1 et SAS- $\alpha L$

en s'éloignant du centre du sillage et plus généralement sur leur prévision de  $v_p$ . Si l'ensemble des approches SAS prévoient un niveau RMS  $v_p$  équivalent et légèrement plus faible, c'est ici le modèle DRSM qui parvient à restituer un niveau comparable aux données expérimentales. Pour le dernier plan  $x/d = 5$ , nous remarquons une troncature des données expérimentales probablement liée au fait qu'il s'agit d'un plan situé près de la limite du périmètre de mesures. Aussi, nous ne considérerons que la moitié inférieure du profil. Le profil de  $u_p$  est ici plutôt lisse par rapport à l'amont car nous nous trouvons dans une zone où l'écoulement est moins influencé par la formation des allées de Kármán qui sont ici simplement convectées par l'écoulement principal. Les différents modèles restituent une prévision correcte de  $u_p$  avec un avantage pour les approches SAS par rapport aux modèles  $k - \omega$  SST et DRSM qui sous-estiment ou surestiment respectivement le niveau RMS. Enfin, les valeurs de  $v_p$  produites par les différents modèles sont quant à elles légèrement plus basses par rapport à l'expérience. Le modèle DRSM se distingue cependant avec des niveaux fidèles à l'expérience sauf au coeur du sillage où ils sont cette fois-ci plus élevés.

L'observation du champ turbulent dans le sillage montre ici que ce sont les modèles  $k - \omega$  SST et surtout SAS1 ou SAS- $\alpha L$  qui reproduisent le plus fidèlement les fluctuations de vitesse axiale tandis que le modèle DRSM est celui qui approche le mieux les fluctuations de vitesse verticale.

Si les données de simulation sur le champ turbulent confirment nos observations sur le champ moyen concernant les couches cisailées, ce n'est pas le cas pour le sillage. En effet, aucun modèle ne se détache nettement des autres sur sa qualité de prévisions bien que les modèles SAS1 et SAS- $\alpha L$  améliorent globalement les résultats par rapport au modèle  $k - \omega$  SST. En revanche, le modèle SAS-DRSM améliore moins systématiquement les prévisions du modèle DRSM seul. Si  $u_p$  a tendance à être surestimée, c'est le contraire pour  $v_p$ . L'utilisation des approches SAS aboutit la plupart du temps à un abaissement de  $v_p$  qui est cohérent avec leur définition. En effet, ces approches font augmenter la dissipation des tensions de Reynolds en augmentant la production de  $\omega$ . Dans le cas du modèle  $k - \omega$  SST, elles aboutissent néanmoins souvent à une augmentation de  $v_p$  surtout due au fait de la tridimensionnalisation du sillage qu'elles engendrent. Nous pouvant ainsi supposer qu'elle est en partie liée à l'apparition des ribs qui génèrent des fluctuations de vitesse verticale alors que ceux-ci sont absents pour le modèle  $k - \omega$  SST. L'apparente absence de hiérarchie nette entre les modèles DRSM et SAS-DRSM peut ici résulter du schéma avec lequel nous travaillons qui induit une dissipation numérique plus importante que des schémas d'ordre élevés. La question du maillage se pose également et sera étudiée dans la section consacrée aux calculs sur le deuxième maillage. Enfin, cette étude comparative des performances sur le champ dynamique met en évidence des différences de comportement importantes entre les modèles de type  $k - \omega$  SST et DRSM notamment dans les couches cisailées qui seront explorées dans l'analyse fréquentielle ci-après.

#### 5.4.1.3 Analyse fréquentielle

Une analyse fréquentielle est menée sur 400 000 pas de temps en plaçant des sondes dans l'écoulement avec une période d'échantillonnage de  $T_e = 10\Delta t$  soit une fréquence d'échantillonnage de  $f_e = 10 \text{ kHz}$ . Nous avons vu au chapitre 2.2 que la fréquence des instabilités de KH est liée à celle des allées de von Kármán par une relation de la forme de l'équation 2.5. Les relations proposées dans la littérature appliquées à notre cas (voir tableaux 5.4(a) et 5.4(b)) permettent de situer la fréquence  $f_{KH}$  dans une gamme de fréquence allant de  $600 \text{ Hz}$  à  $1000 \text{ Hz}$  ( $St_{KH} = 3 \sim 5$ ). Sachant que la fréquence  $f_{vK}$  se situe entre  $24 \text{ Hz}$  et  $26 \text{ Hz}$  ( $St_{vK} = 0,12 \sim 0,13$ ), la fréquence d'échantillonnage respecte donc le théorème de Shannon et doit permettre de capter ces deux phénomènes.

La figure 5.36 représente les DSP de  $u'_1 u'_1$  calculées à partir des signaux issus de la sonde H5 (voir fig. 5.8) pour les différents modèles utilisés.

Les nombres de Strouhal caractéristiques des allées de von Kármán dans le sillage sont regroupés

(a) $St_{vK} = 0,12$			(b) $St_{vK} = 0,13$		
$p \setminus A$	0,023	0,029	$p \setminus A$	0,023	0,029
0,67	582	734	0,67	630	795
0,7	795	1002	0,7	861	1086

TABLE 5.5 – Calcul de la fréquence des instabilités de Kelvin-Helmholtz (Hz) selon  $St_{vK}$  suivant les relations dans la littérature

	$St_{vK}$
EXP	0,12 ~ 0,13
SST	0,115
DRSM SSG- $\omega$	0,122
SAS1	0,105 ~ 0,111
SAS- $\alpha L$	0,105
SAS-DRSM	0,132

TABLE 5.6 – Nombres de Strouhal caractéristiques du sillage

dans le tableau 5.6. Nous constatons sur ce tableau que l'ensemble des modèles restituent un nombre de Strouhal assez proche des données expérimentales  $St_{vK} = 0,12 \sim 0,13$ . Cependant, les modèles  $k - \omega$  SST, SAS1 et SAS- $\alpha L$  semblent sous-estimer la fréquence des lâchers de rouleaux tandis que les modèles DRSM SSG- $\omega$  et SAS-DRSM sont proches de l'expérience. Nous remarquons également que les modèles SAS1, SAS- $\alpha L$  et particulièrement SAS-DRSM présentent des portions de spectre plus importantes avec une pente en  $-5/3$  (spectre de Kolmogorov), caractéristique d'une turbulence homogène isotrope (hypothèse de Taylor) associés aux petites échelles turbulentes, par rapport aux autres modèles. Ceci montre que les écoulements de sillage correspondants sont plus proches d'une turbulence pleinement développée tridimensionnelle comme nous avons pu l'observer sur les visualisations du critère Q à la figure 5.25.

La figure 5.37 représente les densités spectrales de puissance ou DSP de  $u'_1 u'_1$  calculées à partir des signaux issus de la sonde  $KH_{sup1}$  pour les différents modèles utilisés. Les DSP issues des autres sondes  $KH_{sup2}$ ,  $KH_{inf1}$  et  $KH_{inf2}$  sont très similaires et présentées en annexe H.2. Nous remarquons sur les différents spectres, des pics à basses fréquences qui correspondent à  $St_{vK}$  et ses harmoniques caractéristiques du sillage. Par ailleurs, les spectres font apparaître une fréquence autour de  $St = 0,05 \sim 0,07$ , sous-harmonique de  $St_{vK}$ , qui correspond au battement de la couche cisailée qui a lieu à chaque fois qu'un rouleau se détache dans le sillage. Nous distinguons également trois à quatre pics dans les hautes fréquences. Les hautes fréquences présentent des pics étalés ou "paquets" de fréquence au lieu de pics bien distincts. Nous distinguons un premier pic autour de  $St_{KH1} = 2,5 \sim 3,5$  puis un autre autour de  $St_{KH2} = 5 \sim 7$ . Le troisième pic s'étale sur la plage  $St_{KH3} = 11 \sim 14$  pour l'ensemble des modèles. Enfin, nous observons un pic autour de  $St_{KH3} = 17 \sim 21$  qui n'est nettement visible que pour les modèles  $k - \omega$  SST, SAS1 et SAS- $\alpha L$ . Les nombres de Strouhal associés aux fréquences observées pour les différents modèles sont regroupés dans le tableau 5.7.

La littérature montre que la présence de sous-harmoniques est liée à l'appariement successif des tourbillons de KH. Celui-ci survient rapidement après leur formation à haut Reynolds ce qui entraîne une forte amplitude du pic correspondant au premier appariement soit à la moitié de la fréquence réelle de formation des instabilités [27]. En effet, deux tourbillons primaires fusionnent pour créer

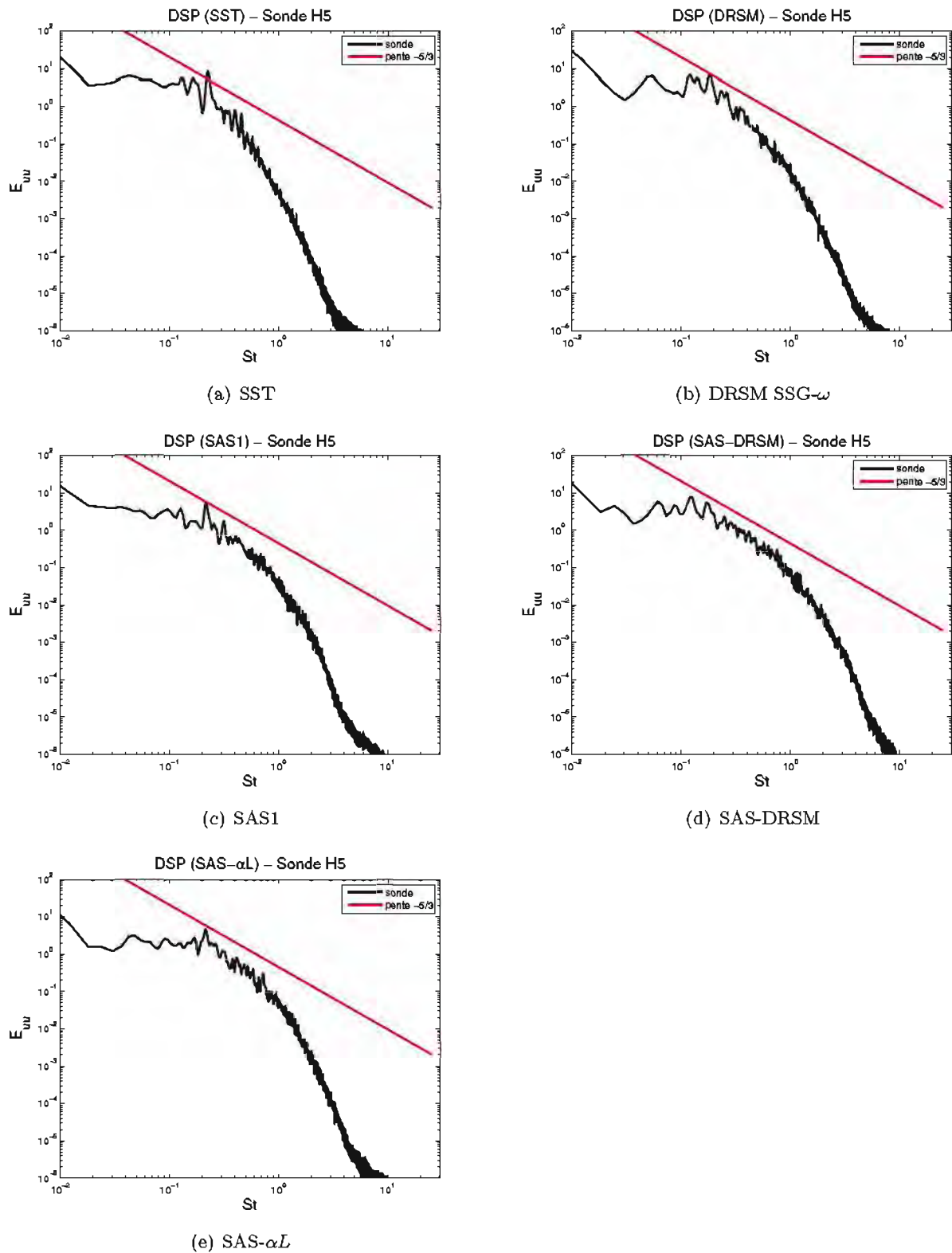


FIGURE 5.36 – Densités spectrales de puissance de  $u_1^i u_1^i$  obtenues à la sonde  $H5$  en fonction du nombre de Strouhal sur le maillage 1

un tourbillon plus gros ou secondaire qui peut lui-même ensuite fusionner à son tour avec un autre tourbillon et ainsi de suite jusqu'à tridimensionnalisation de la couche cisailée. Le pic de magnitude la



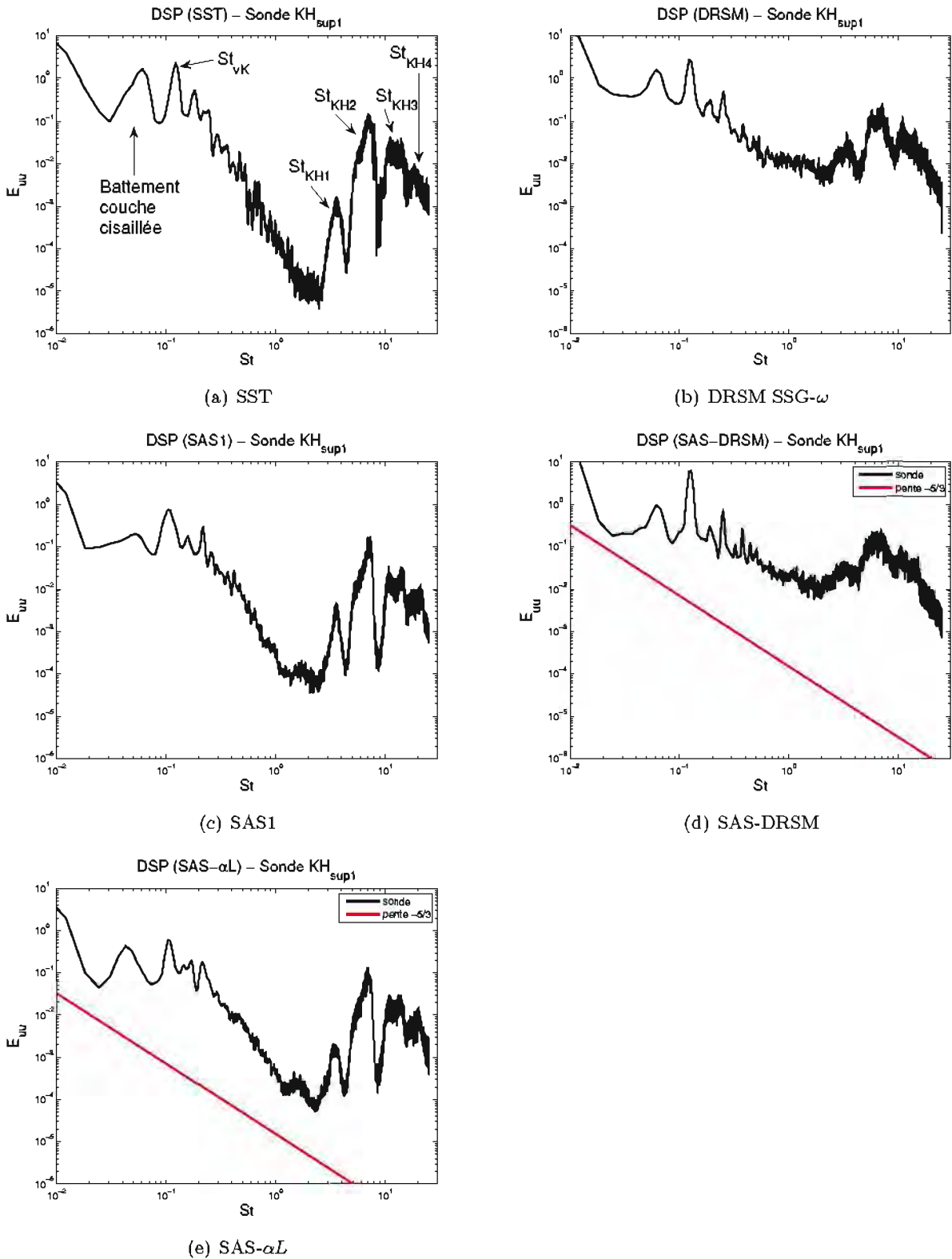


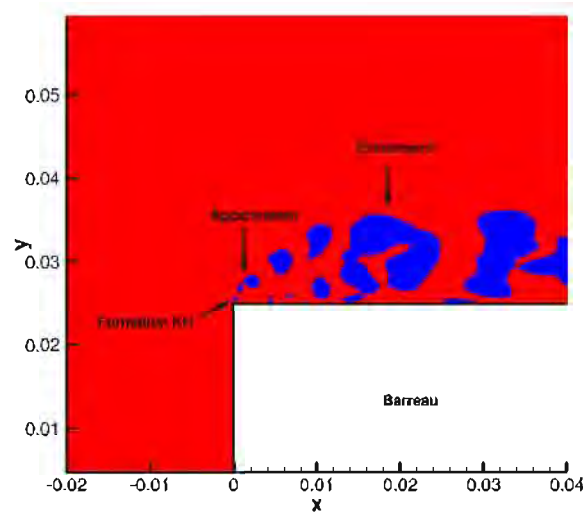
FIGURE 5.37 – Densités spectrales de puissance de  $u'_1 u'_1$  obtenues à la sonde  $KH_{sup1}$  en fonction du nombre de Strouhal sur le maillage 1

plus importante est ici celui correspondant à  $St_{KH2}$ . Nous avons de plus investigué la dynamique des tourbillons de KH par extraction de champs afin de réaliser un film de la formation des instabilités en

Modèle	$St_{KH1}$	$St_{KH2}$	$St_{KH3}$	$St_{KH4}$
SST	3, 5	5 ~ 7	10, 5 ~ 14	16, 5 ~ 21
DRSM SSG- $\omega$	2, 5 ~ 3, 5	6 ~ 7	11 ~ 14	-
SAS1	3, 5	5 ~ 7, 5	11 ~ 14, 5	17, 5 ~ 21
SAS- $\alpha L$	3, 5	5 ~ 7	11 ~ 14	17 ~ 20
SAS-DRSM	3 ~ 3, 5	5 ~ 7	11 ~ 14	-

TABLE 5.7 – Nombres de Strouhal caractéristiques des couches cisailées

temps réel. Ce film a permis d'établir leur fréquence de formation à environ  $2500 Hz$  ( $St = 12, 5$ ) donc dans la plage de fréquence de  $St_{KH3}$ . Ainsi, la fréquence correspondant à  $St_{KH3}$  est bien celle des instabilités de KH tandis que  $St_{KH1}$  et  $St_{KH2}$  résultent de phénomènes d'appariement des tourbillons dans la couche cisailée. Ceux-ci sont illustrés sur la figure 5.38 qui montre des iso-contours du critère  $Q$  dans le plan médian de la couche cisailée supérieure pour le modèle SAS-DRSM. Reste donc à identifier la fréquence correspondant à  $St_{KH4}$ .

FIGURE 5.38 – Iso-contours du critère  $Q$  ( $Q=10s^{-2}$ ) dans le plan médian de la couche cisailée supérieure pour le modèle SAS-DRSM sur le maillage 1

L'étalement des pics en haute fréquence amène à se questionner sur ce dernier pic. Il est notamment possible qu'il corresponde à un phénomène d'aliasing ou repliement de spectre. Le théorème de Shannon stipule que la fréquence d'échantillonnage doit être supérieure au double de la fréquence maximale du signal à échantillonner. Si celui-ci est valable au regard de la fréquence des instabilités de KH, le signal peut néanmoins contenir des fréquences plus élevées notamment liées à la tridimensionalisation de la couche cisailée. Une autre explication peut être avancée en se basant sur les travaux de Rajagopalan [121]. L'éclatement des tourbillons de KH donne parfois lieu à l'apparition d'une fréquence égale au double de celle de leur formation qui pourrait donc correspondre à ce dernier pic. Néanmoins celui-ci est peu ou pas visible pour certains modèles dans notre cas. La présence en large bande de ce mode en hautes fréquences avec les modèles DRSM et SAS-DRSM pourrait s'expliquer par la destruction rapide des tourbillons de KH sous l'effet de la turbulence de la couche cisailée.

En effet, ces modèles restituent une couche cisailée qui semble faire plus rapidement sa transition laminaire-turbulent qu'avec les modèles  $k - \omega$  SST, SAS1 et SAS- $\alpha L$ . Les figures 5.37(e) et 5.37(d) montrent ainsi que les spectres obtenus avec les modèles DRSM et SAS-DRSM présentent une pente très proche d'une pente en  $-5/3$ . Cette observation est cohérente avec les niveaux RMS de fluctuations de vitesse très élevés que nous avons observé plus haut. Le fait que la couche cisailée soit turbulente la rend également plus résistante au décollement qu'une couche laminaire ce qui pourrait notamment expliquer pourquoi les bulles de recirculation supérieure et inférieure sont plus fines dans les simulations avec les modèles DRSM et SAS-DRSM. Les spectres obtenus avec les approches SAS1 et SAS- $\alpha L$  présentent quant à eux des pentes déjà plus redressées par rapport au modèle  $k - \omega$  SST ce qui laisse également penser que la couche cisailée se tridimensionnalise plus tôt, là où le modèle  $k - \omega$  SST reste 2D.

Une amélioration notable de la résolution dans les hautes fréquences n'a pas pu être obtenue en faisant varier les paramètres de la méthode d'estimation de DSP de Welch (section 3.2.3). Afin d'obtenir une meilleure résolution et des valeurs plus précises des fréquences mises en jeu dans notre écoulement, nous avons donc appliqué la transformation en ondelettes continue, définie au paragraphe 3.3.2, au signal  $u'_1 u'_1$  obtenu à la sonde  $KH_{sup1}$ . Le coefficient  $C_m(f, \tau)$  a ainsi été calculé pour des nombres de Strouhal allant de 0,07 à 100 sur les 50 000 dernières itérations pour les signaux obtenus avec les différents modèles utilisés.

La figure 5.39 représente le module du coefficient  $C_m(f, \tau)$ . Nous retrouvons sur l'ensemble des figures l'instabilité caractéristique du sillage autour de  $St = 0,12$ . Nous distinguons également l'occurrence des instabilités de KH qui semble de nature plus intermittente avec de hauts niveaux autour de  $St = 6$  et  $St = 12$ . Si les instabilités de KH sont nettement distinguables pour le modèle  $k - \omega$  SST, elles le sont de moins en moins à mesure que le modèle de turbulence se complexifie. Cette tendance est visible pour le modèle DRSM et les approches SAS où les petites échelles liées à la transition turbulente de la couche cisailée viennent s'ajouter dans les moyennes et hautes fréquences. Le lâcher de rouleaux dans le sillage semble quant à lui devenir de plus en plus continu dans le même temps puisque les "poches" de forte concentration du module de  $C_m(f, \tau)$  tendent à laisser place à un trait quasi continu à  $St = 0,12$  notamment avec les modèles SAS- $\alpha L$  et SAS-DRSM. L'utilisation des approches SAS apporte donc une représentation fréquentielle de plus de structures du spectre turbulent par rapport aux modèles SST et DRSM. Elle permet également à l'instabilité de sillage de s'exprimer de façon plus systématique.

Le module du coefficient  $C_m(f, \tau)$  a fait l'objet d'un moyennage en temps sur la figure 5.40 afin d'identifier proprement les fréquences présentes dans notre signal. La courbe montre la présence du pic autour de  $St = 0,12$  avec des décalages selon les modèles comme nous l'avons évoqué plus haut et parfois d'une harmonique. Nous observons ensuite un pic net à  $St \simeq 6$  suivi d'un autre à  $St \simeq 12$  plus faible en magnitude qui correspondent bien à l'instabilité de KH et au premier appariement de tourbillons. Il semble y avoir un pic de faible amplitude à  $St \simeq 3$  qui pourrait comme précédemment résulter des appariements successifs. En revanche, aucune autre fréquence ne se distingue qui puisse correspondre à la fréquence associée à  $St_{KH4}$ . Nous ne pouvons pas conclure et ne pouvons que supposer que celui-ci est soit lié à un problème de résolution spectrale de la méthode d'estimation des DSP soit caractéristique de structures hautes fréquences insuffisamment représentées pour apparaître dans l'analyse en ondelettes. Enfin, le dernier pic autour de  $St = 50$  correspond à la fréquence d'échantillonnage, et celui qui se dessine autour de  $St = 100$  en résulte probablement. La transformée en ondelettes continue permet ici de faire apparaître clairement la fréquence d'échantillonnage sans repliement de spectre aux fréquences inférieures. Le traitement par transformée en ondelettes continue a ainsi fait apparaître des fréquences nettes et associées aux phénomènes observés, en améliorant la résolution spectrale en hautes fréquences.

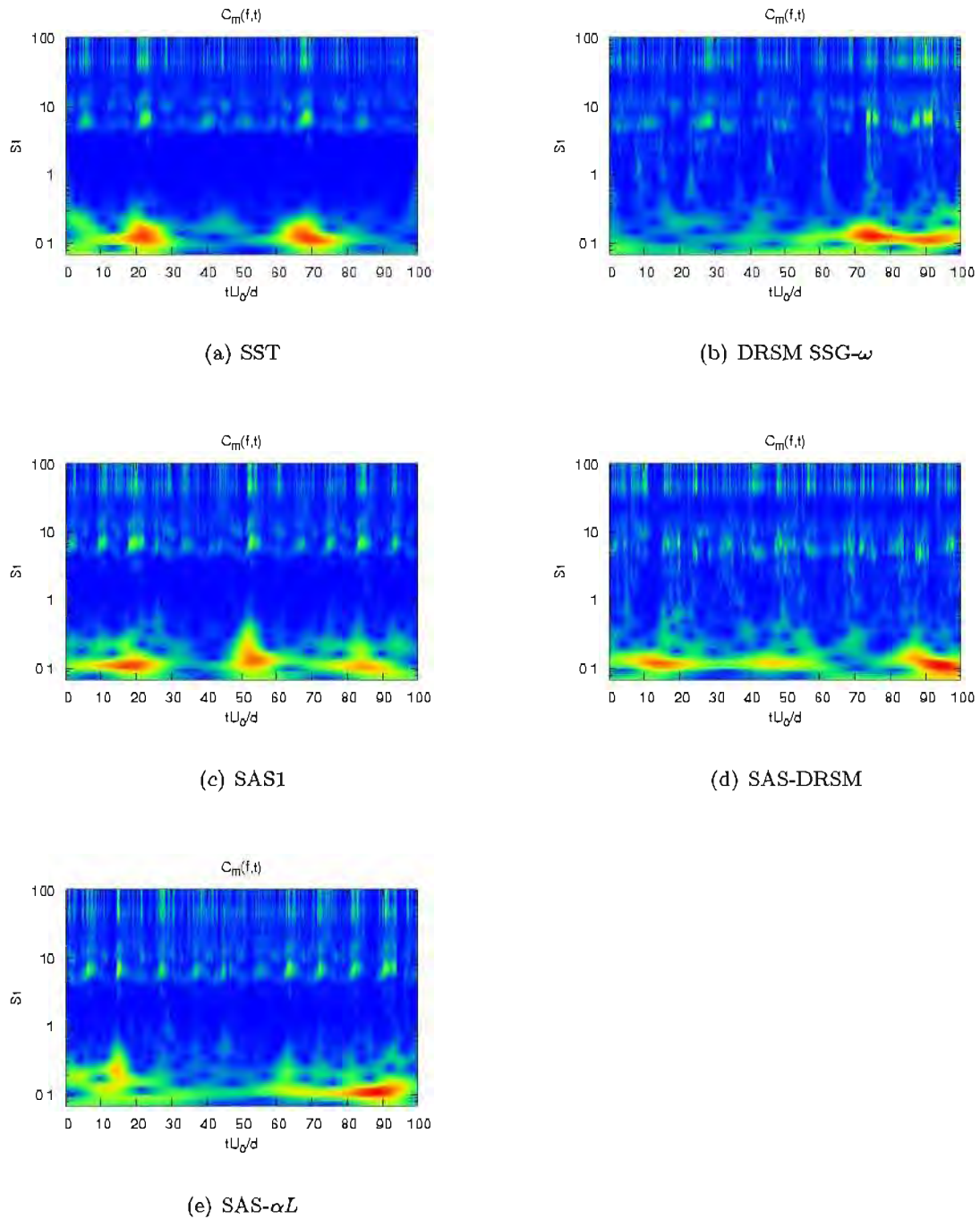
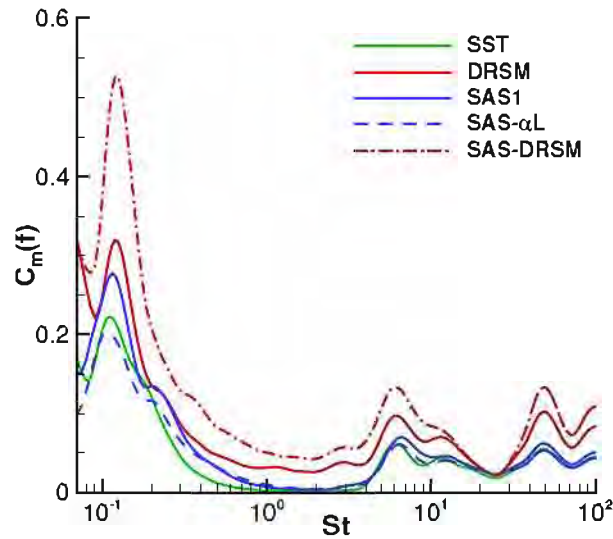


FIGURE 5.39 – Module du coefficient de la transformée en ondelettes continue du signal  $u'_1 u'_1$  obtenu à la sonde  $KH_{sup1}$  sur le maillage 1

Comparons à présent les capacités des différents modèles à reproduire correctement le comportement fréquentiel général de l'écoulement. En prenant les valeurs du tableau 5.6 issues des simulations numériques, nous aboutissons à des valeurs de l'exposant  $p$  allant de 0,77 à 0,82 pour  $St_{KH3}$  et 0,71 à 0,76 pour la fréquence la plus représentée  $St_{KH2}$  selon les modèles. Les tableaux 5.7(a) et 5.7(b) montrent que l'ensemble des modèles sont très proches avec dans le meilleur des cas un exposant de  $p = 0.071$  pour le modèle SAS-DRSM qui s'approche de la valeur  $p = 0.07$  retrouvée par Brum *et al.* à haut nombre de Reynolds [27] (contre  $p = 0.069$  à plus bas Reynolds).

FIGURE 5.40 – Moyenne du coefficient  $C_m(f, \tau)$  obtenu à la sonde  $KH_{sup1}$  pour le maillage 1

(a) $St_{KH3}$			(b) $St_{KH2}$		
modèle \ $\mathcal{A}$	0,023	0,029	modèle \ $\mathcal{A}$	0,023	0,029
SST	0,81	0,79	SST	0,74	0,72
DRSM SSG- $\omega$	0,80	0,78	DRSM SSG- $\omega$	0,74	0,72
SAS1	0,82	0,8	SAS1	0,76	0,73
SAS- $\alpha L$	0,82	0,80	SAS- $\alpha L$	0,76	0,73
SAS-DRSM	0,80	0,77	SAS-DRSM	0,73	0,71

TABLE 5.8 – Calcul de l'exposant  $p$  selon  $St_{KH}$ 

## 5.4.2 Analyse thermique de l'écoulement

Nous avons précédemment étudié le volet dynamique de l'écoulement à travers l'étude des champs moyen et turbulent ainsi que son contenu fréquentiel. Nous allons dans la suite nous intéresser au volet thermique induit par le chauffage du barreau et à l'influence des prévisions du champ dynamique par les différents modèles sur leurs performances thermiques.

### 5.4.2.1 Visualisation des structures thermiques turbulentes

Le barreau étant chauffé, l'écoulement présente des structures thermiques turbulentes. La figure 5.41 représente des iso-surfaces de température ( $T = 298 K$ ) colorées par la norme de la vitesse afin de les visualiser. Nous observons sur cette figure que les structures thermiques turbulentes sont étroitement liées aux structures dynamiques et notamment au champ de vitesse puisqu'elles correspondent à des niveaux de vitesse importants (en rouge).

Nous retrouvons ici un écoulement davantage tridimensionnalisé et turbulent dans la couche cisailée avec les modèles DRSM et SAS-DRSM par rapport à ceux basés sur le modèle  $k - \omega$  SST. Les

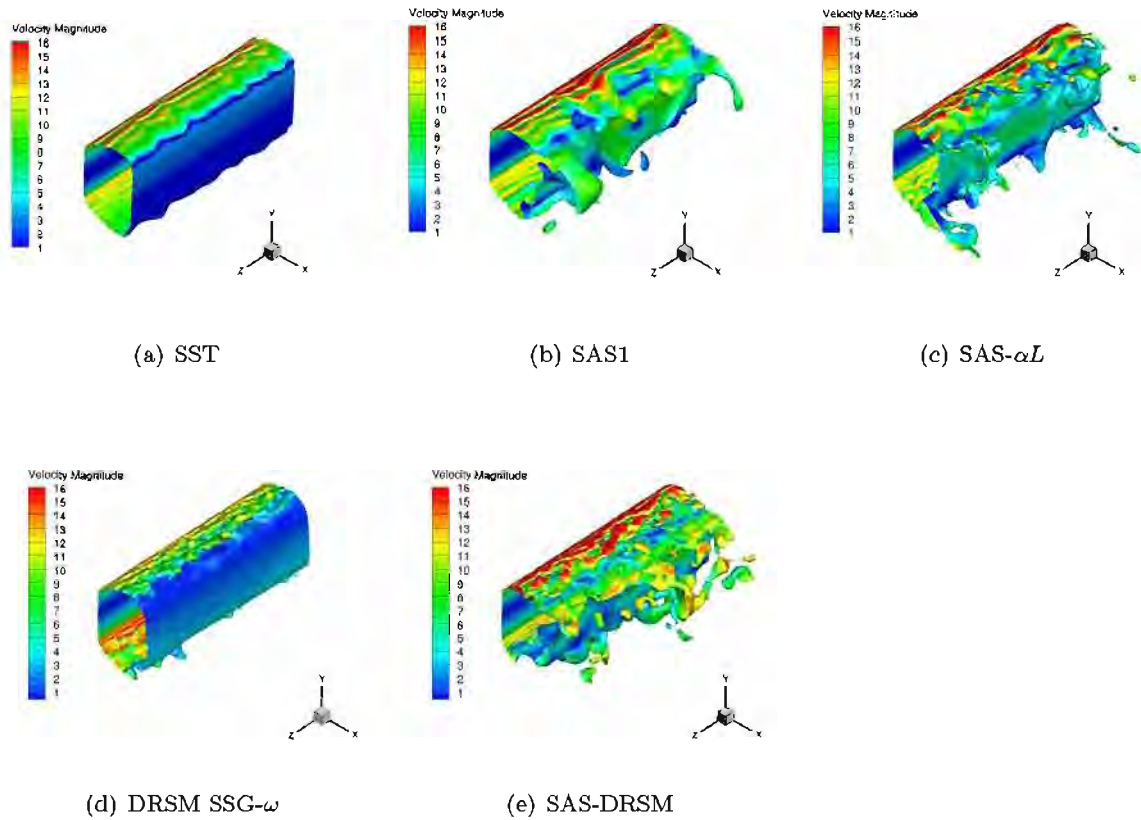


FIGURE 5.41 – Iso-surfaces de température ( $T = 298 K$ ) colorées par la norme de vitesse sur le maillage 1

structures thermiques suivent les tendances de la dynamique de l'écoulement. Elles sont plus développées et résolues plus finement dans les simulations avec les modèles SAS1, SAS- $\alpha L$  et notamment SAS-DRSM qu'avec le modèle  $k - \omega$  SST et DRSM respectivement. Ces structures participent au transport et au mélange de la température dans l'écoulement aval.

#### 5.4.2.2 Flux de chaleur pariétal

Le flux de chaleur normal à la paroi est moyenné en temps et dans la direction  $z$  sur chaque face du barreau puis comparé au calcul de conduction réalisé sur le barreau sur la figure 5.42.

Nous observons premièrement que le flux de chaleur pariétal est bien restitué sur la face (AD) avant pour tous les modèles.

Il est néanmoins surestimé à l'arrière des arêtes supérieure et inférieure du barreau (B et C) pour tous les modèles. Nous avons vu au chapitre 2.2 que Boileau et *al.* [21] attribuaient des valeurs plus élevées dans ces zones à plusieurs facteurs : le déplacement du centre de la bulle de recirculation d'une part, et le recollement de l'écoulement sur la face arrière d'autre part. Les différents modèles utilisés offrent ici des performances similaires avec une légère amélioration des prévisions du flux de chaleur pariétal des modèles SAS1 et SAS- $\alpha L$  par rapport au  $k - \omega$  SST, ainsi qu'entre les prévisions des modèles SAS-DRSM et DRSM. Les modèles DRSM et SAS-DRSM présentent de moins bonnes prévisions sur ces deux sections du barreau. Ceci peut s'expliquer par le fait que, pour ces simulations, le caractère turbulent des couches cisillées aboutit à une mauvaise représentation de leur dynamique.

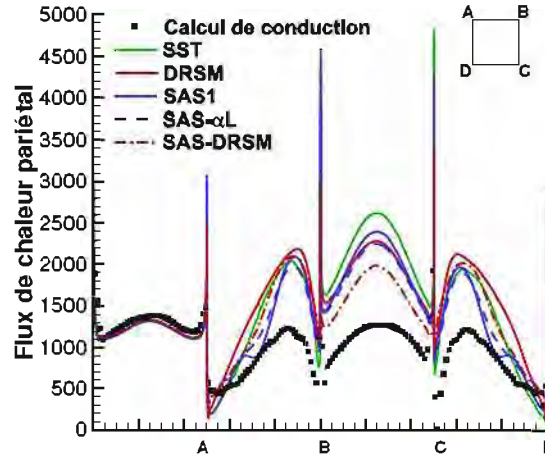


FIGURE 5.42 – Flux de chaleur pariétal ( $W.m^{-2}$ ) moyenné en temps et en espace pour le maillage 1

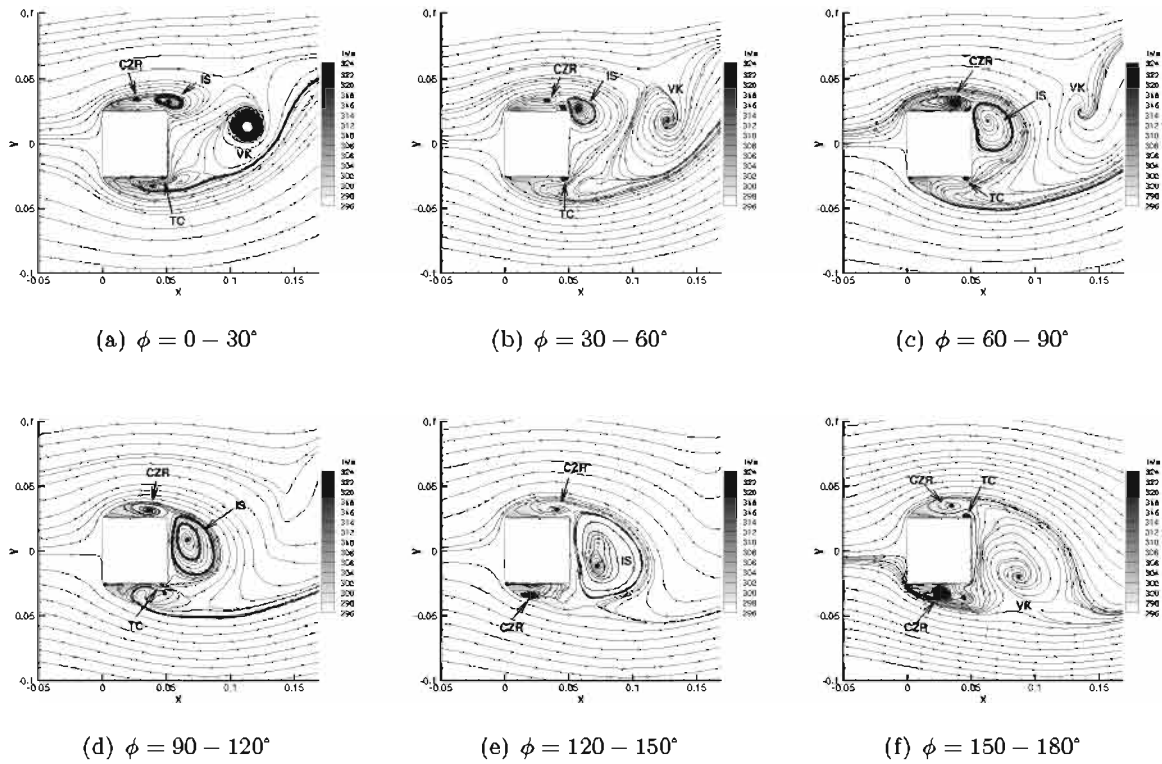
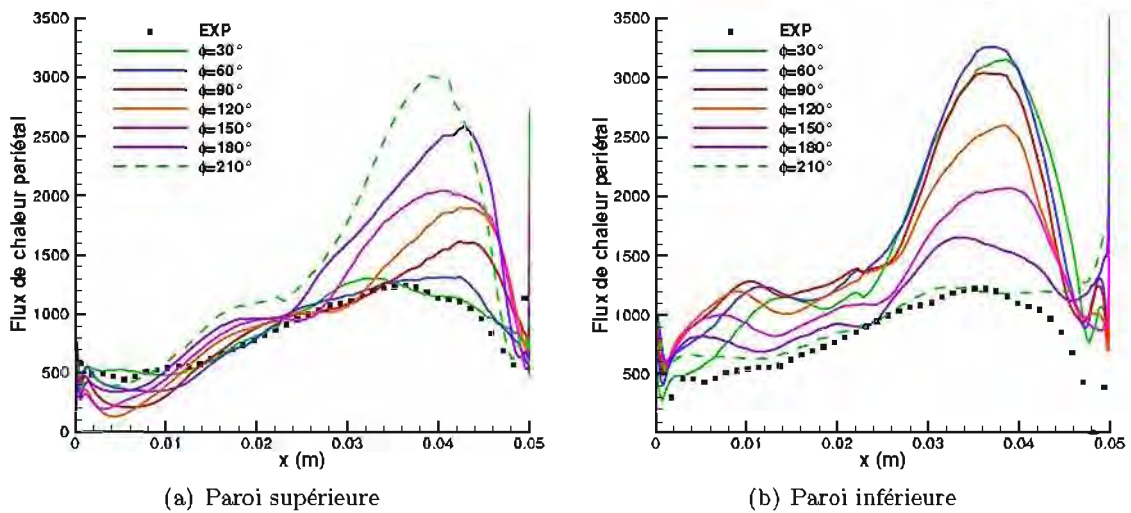
Reste néanmoins à expliquer la surestimation des transferts thermiques pariétaux observée de façon générale pour tous les modèles.

Pour cela, nous avons procédé à des moyennes de phase dans le plan médian sur un peu plus d'une demi-période du lâcher tourbillonnaire des allées de von Kármán sur les simulations menées avec le modèle SAS- $\alpha L$ . La figure 5.43 représente les lignes de courant sur 6 phases moyennées associées à :  $\phi = 30, 60, 90, 120, 150, 180^\circ$ . Le flux de chaleur pariétal moyenné pour chaque phase sur les arêtes supérieure et inférieure est également représenté sur la figure 5.44.

Nous observons sur la première phase moyennée (figure 5.43(a)) que le lâcher d'un rouleau (noté VK) issu de la partie inférieure du barreau vient d'avoir lieu. L'écoulement recolle à la paroi arrière du barreau et provoque la formation d'un tourbillon au coin arrière de la paroi inférieure (noté TC). Ce dernier tourne dans le sens contraire de la bulle de recirculation inférieure et amène de l'air frais de l'écoulement arrière près de la paroi. Son action se traduit par un important flux de chaleur pariétal local sur la figure 5.44(b) pour  $\phi = 30^\circ$ . Tant que l'écoulement reste attaché à la face arrière ce tourbillon de coin est présent sur les figures 5.43(b), 5.43(c) et 5.43(d). La couche cisailée inférieure est alors plus épaisse. Puis il disparaît lorsque la dynamique du lâcher tourbillonnaire domine sur les figures 5.43(e) et 5.43(f). De plus, le recollement de l'écoulement sur la face arrière correspond à la phase de croissance de l'instabilité de sillage (notée IS). Ainsi, l'instabilité grandissante rend plus difficile l'arrivée d'air frais de l'arrière, par sa taille, et contribue donc à faire baisser le pic de flux de chaleur lié au tourbillon au fur et à mesure entre  $\phi = 60^\circ$  et  $\phi = 120^\circ$ .

La disparition du tourbillon de coin (TC) entraîne ensuite une chute graduelle du flux de chaleur pariétal sur la face inférieure (figure 5.44(b)). Néanmoins, il apparaît ici que ce tourbillon est présent pendant les deux tiers de notre demi-période ( $120^\circ$  de phase) tandis que Boileau et *al.* [21] obtiennent une présence sur  $72^\circ$  de phase. De même, la croissance de l'instabilité de sillage est plus lente dans notre simulation, ce qui entraîne une atténuation insuffisante du pic. Un premier élément expliquant le flux de chaleur trop élevé est donc la présence anormale de ce tourbillon de coin sur une longue période. Nous pouvons également supposer qu'il joue un rôle dans le fait que la couche cisailée soit plus épaisse sur les simulations que dans l'expérience.

Dans le même temps, la couche cisailée supérieure est dans une phase intermédiaire pour  $\phi = 0-30^\circ$  et l'instabilité de sillage commence à se former à l'arrière. Le flux de chaleur sur la paroi supérieure (figure 5.44(a)) est à ce moment là proche du flux moyen issu des données du calcul de conduction.

FIGURE 5.43 – Lignes de courant dans le plan  $z = 0\text{ m}$  en moyenne de phase sur le maillage 1FIGURE 5.44 – Flux de chaleur pariétal ( $W.m^{-2}$ ) sur les arêtes supérieure et inférieure pour le maillage 1

Pendant la phase de ralentissement, i.e. entre les phases  $\phi = 30^\circ$  et  $\phi = 150^\circ$ , le centre de la bulle de recirculation supérieure (noté CZR) migre vers l'arrière de l'arête et s'y établit suivant les observations de Lyn et Rodi [90]. La couche cisailée devient plus fine notamment au coin arrière supérieur où la venue d'air froid près de la paroi augmente progressivement et donc le flux de chaleur pariétal également sur la figure 5.44(a). À partir de  $\phi = 150^\circ$ , le centre de la zone de recirculation semble amorcer un retour vers l'avant du barreau. La couche cisailée tend alors vers une phase intermédiaire



mais un tourbillon de coin vient se former à l'arrière de la paroi supérieure en raison du recollement de l'écoulement selon le même processus que nous avons décrit pour la paroi inférieure.

Les courbes en pointillés vert sur la figure 5.44 confirme que la phase  $\phi = 180 - 210^\circ$  est symétrique de la phase  $\phi = 0 - 30^\circ$  et que le comportement observé sur la paroi inférieure va ici se répéter sur la paroi supérieure. Avec la disparition du tourbillon de coin, la phase d'accélération de la couche cisailée devrait assurer un flux de chaleur plus faible que celui du calcul de conduction (flux moyen) afin de compenser les valeurs élevées observées sur les phases  $\phi = 60 - 180^\circ$ . Cette phase permet bien une chute importante entre  $\phi = 120^\circ$  et  $\phi = 180^\circ$  pour la paroi inférieure mais celle-ci est insuffisante probablement en raison du flux de chaleur résiduel déjà élevé lié au tourbillon de coin. La couche cisailée rebascule ensuite vers une phase intermédiaire puis de ralentissement. À la présence trop longue du tourbillon de coin, s'ajoute donc également que la phase d'accélération ne parvient pas à abaisser suffisamment le flux de chaleur pariétal.

Les transferts thermiques à la paroi sont également surestimés de façon importante sur la face arrière du barreau (BC) (figure 5.42). Ceci est dû à la structure de l'écoulement en aval du barreau qui limite la quantité de chaleur présente dans cette région. L'emploi des approches SAS permet ici d'améliorer sa prévision. D'une part, le modèle SAS1 prévoit un meilleur niveau de transfert de chaleur normal à la paroi que le modèle  $k - \omega$  SST et d'autre part le modèle SAS- $\alpha L$  offre une amélioration supplémentaire par rapport au modèle SAS1. Le modèle DRSM fournit déjà des prévisions comparables aux modèles SAS1 et SAS- $\alpha L$  sur la face aval. Ainsi, l'approche SAS-DRSM améliore fortement les prévisions à la fois par rapport au modèle DRSM mais également par rapport aux deux autres approches SAS. Cette amélioration tient aux structures turbulentes présentes dans le sillage qui favorisent le transfert de chaleur à la paroi par mélange turbulent. Or nous avons vu lors de l'analyse fréquentielle que les modèles SAS- $\alpha L$  et en particulier SAS-DRSM permettent l'obtention d'un sillage tridimensionnel avec un plus large spectre de structures turbulentes et par conséquence de structures thermiques turbulentes observées sur la figure 5.41. Dans le cas de ces modèles, le mélange turbulent est accru et la quantité de chaleur présente en arrière du barreau augmente provoquant l'abaissement du flux de chaleur pariétal observé sur la figure 5.42. Ces résultats encourageants ne font néanmoins pas oublier qu'un effort reste à faire afin d'améliorer la restitution du flux de chaleur pariétal sur les coins et la face arrière où nous rencontrons le plus de difficultés. Cette amélioration passe ici par une meilleure prévision de la dynamique de l'écoulement qui joue donc un rôle très important dans la qualité des prévisions thermiques.

### 5.4.3 Bilan de l'étude sur le maillage 1

Nous avons vu dans cette section que les approches SAS améliorent globalement la représentation de l'écoulement par rapport aux modèles URANS classiques. Ces modèles restituent un écoulement tridimensionnel dans le sillage qui développe des structures turbulentes 3D. Les modèles SAS- $\alpha L$  et SAS-DRSM en particulier permettent de déstabiliser fortement le sillage et de résoudre des structures plus fines élargissant ainsi la représentation des échelles dans le spectre turbulent. La prévision des tensions de Reynolds s'en retrouve améliorée pour les modèles SAS1 et SAS- $\alpha L$  comparé au modèle SST qui reste tout de même plus proche de l'expérience concernant l'écoulement moyen. De la même façon, le modèle SAS-DRSM ne permet pas ici d'obtenir un champ moyen plus fidèle aux données PIV que le modèle DRSM seul. En revanche, il permet parfois d'améliorer la prévision des niveaux RMS de fluctuations. L'aptitude des modèles SST et DRSM à mieux reproduire l'écoulement moyen que leur équivalent associé à une approche SAS laisse penser que le maillage n'est pas assez résolu pour permettre aux modèles SAS de s'exprimer pleinement. En effet, une meilleure représentation des structures du sillage devrait logiquement s'accompagner de prévision nettement meilleures des caractéristiques dynamiques. De plus, cette première étude a mis en lumière une différence de comportement dans les couches cisillées selon le modèle de turbulence utilisé. Les modèles DRSM et SAS-DRSM

sont enclins à provoquer une transition turbulente trop rapide des couches cisillées d'où une reproduction de leur comportement moins conforme à l'expérience. De même, l'étude a montré qu'aucun des modèles ne parvient à reproduire correctement la dynamique dans les couches cisillées en proche paroi.

L'apport de l'emploi de méthodes de type SAS est particulièrement visible sur la prévision des transferts thermiques aux parois du barreau. Elles permettent d'améliorer nettement la prévision des flux de chaleur pariétaux par rapport aux modèles URANS classiques sur la face arrière. En particulier, les modèles SAS- $\alpha L$  et notamment SAS-DRSM permettent de réduire fortement la surestimation du flux de chaleur normal à la paroi aval par rapport aux modèles SST et DRSM respectivement. C'est leur capacité à restituer un large éventail de structures turbulentes dans le sillage qui participe à cette amélioration. Cependant, d'importants progrès restent à faire afin de rejoindre les données issues du calcul de conduction.

La surestimation des transferts thermiques sur les coins et la face arrière du barreau, problème le plus critique dans notre cas, résulte des caractéristiques de l'écoulement dans ces zones. Il est donc nécessaire d'y améliorer la représentation de l'écoulement. C'est dans cette optique que le maillage 1 a été raffiné dans les couches cisillées et leur région proche ainsi que dans le sillage, donnant ainsi lieu au maillage 2. Ce maillage de 25 millions de points présente une résolution importante notamment dans les régions de couche cisillée et de sillage proche où elle est équivalente aux requis pour conduire des simulations LES. Nous avons donc fait le choix d'explorer également la piste d'un autre modèle en évaluant l'approche hybride ZDES (décrite précédemment [1.4.3](#)) à la place du modèle SST sur ce maillage plus fin en plus des modèles précédents.

## 5.5 Simulations avec les modèles DRSM, SAS et ZDES sur le maillage 2

Les simulations décrites dans cette section ont été réalisées sur le maillage 2 dans les conditions de simulation définies au paragraphe 5.3.2.4. Les moyennes sont réalisées sur 200 000 pas de temps soit 50 cycles. Ces simulations sont menées sur 100 cycles pour le modèle SAS-DRSM et 200 cycles (50 cycles de transitoire + 150 cycles de moyennes) pour les autres modèles. La démarche suivie est la même que sur le maillage 1 et seules les moyennes convergées sur les 50 derniers cycles sont ici présentées. Nous nous intéresserons d'abord à la dynamique de l'écoulement par l'étude des structures présentes dans l'écoulement. Nous étudierons également les champs moyen et turbulent, de même que le comportement fréquentiel. Enfin, nous analyserons la prévision des flux de chaleur pariétaux et turbulents dans l'écoulement par les différentes approches SAS.

### 5.5.1 Dynamique de l'écoulement

#### 5.5.1.1 Visualisation des structures de l'écoulement

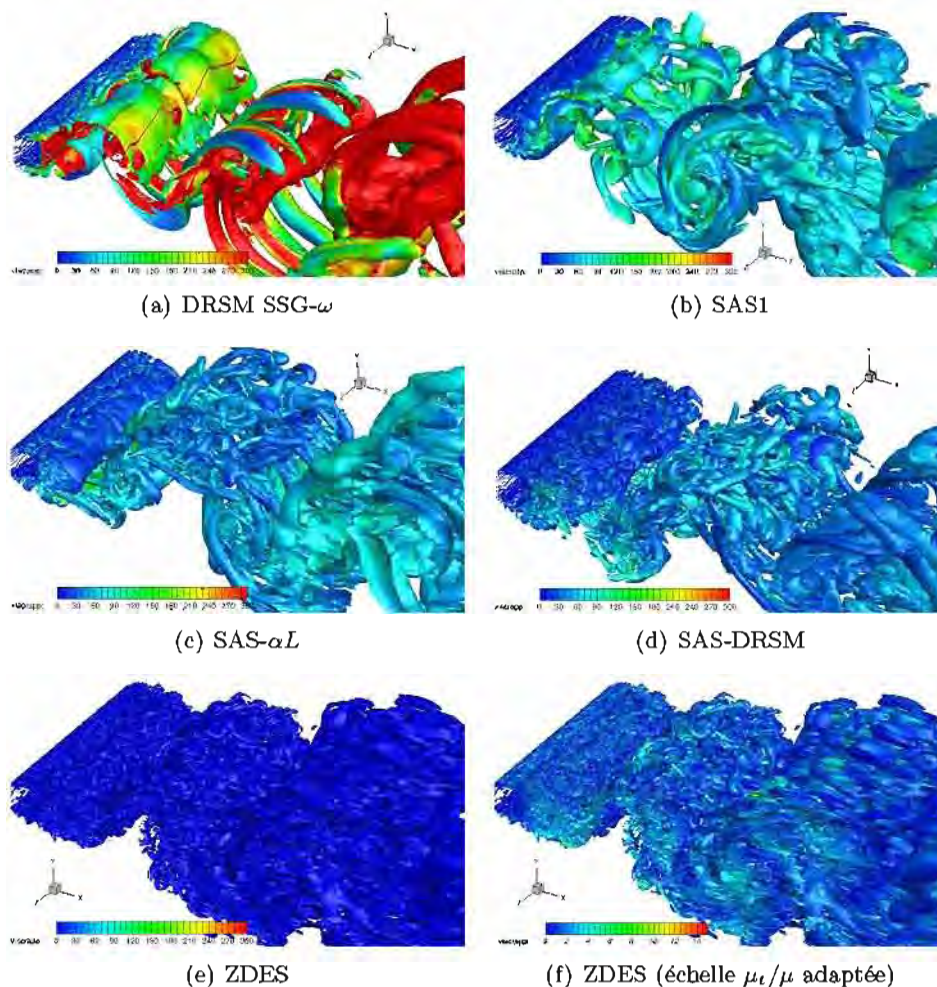


FIGURE 5.45 – Iso-surfaces du critère Q ( $Q=100s^{-2}$ ) colorées par le rapport de viscosité  $\mu_t/\mu$  sur le maillage 2

La figure 5.45 représente ci-contre des iso-surfaces du critère Q de l'écoulement obtenu sur le

maillage 2 avec les différents modèles testés. Une étude des effets de maillages pour les modèles SAS1, SAS- $\alpha L$  et SAS-DRSM est disponible en annexe I.1.

La figure 5.45 montre que le modèle DRSM reproduit les instabilités de KH qui donnent lieu à de petites structures 3D. Comme sur le maillage 1, le sillage se tridimensionnalise avec la présence de ribs qui viennent entourer les rouleaux transverses sans les déformer. Les ribs sont ici plus nettement développés et regroupés par paire tandis que les structures près du barreau semblent résolues plus finement.

Le modèle SAS1 (figure 5.45(b)) capture également les instabilités de KH mais celles-ci semblent être dissipées plus loin dans la couche cisailée. Le sillage présente quant à lui des structures turbulentes plus fines. En effet, les ribs sont plus nombreux et fins. Sur ce deuxième maillage, les rapports de viscosité sont inférieurs à 200 contre des rapports entre 200 et 500 pour le modèle DRSM. Plus de structures sont ainsi résolues.

Sur la figure 5.45(c), nous voyons que le modèle SAS- $\alpha L$  restitue également les instabilités de KH avec une couche cisailée très déstabilisée. Par rapport au modèle SAS1, la correction  $\alpha L$  déstabilise là aussi plus nettement l'écoulement puisqu'il devient tridimensionnel dès qu'il quitte les arêtes avant du barreau. Les structures sont aussi davantage résolues dans le sillage avec des rapports de viscosité inférieurs à 100.

Nous observons sur la figure 5.45(d) que l'emploi du modèle SAS-DRSM apporte une importante déstabilisation de l'écoulement dans le sillage par rapport au modèle DRSM. Les structures turbulentes résolues dans le sillage sont très fines par rapport au modèle DRSM avec des rapports de viscosité inférieurs à 100. L'écoulement, en proche paroi surtout, présente des structures plus fines que celles rencontrées avec le modèle SAS- $\alpha L$  (figure 5.45(c)).

Enfin, la figure 5.45(e) montre que l'utilisation de la ZDES sur le maillage 2 permet d'avoir un écoulement de sillage fortement déstabilisé. Les structures résolues ont une taille qui est ici de l'ordre de quelques mailles. En effet, le rapport de viscosité est de l'ordre de 2, ce qui signifie que le mode LES est activé. Les structures turbulentes sont encore plus fines que celles capturées par les simulations en approche SAS. Nous notons toutefois que la résolution des structures en proche paroi du modèle SAS-DRSM s'approche plus de celle obtenue avec la ZDES par rapport aux autres modèles. Nous remarquons également que passé  $x/d = 4$ , les structures du sillage sont nombreuses mais plus allongées et donc moins bien convectées puis sont dissipées du fait du maillage.

### 5.5.1.2 Champ dynamique

L'annexe I.1 décrit les effets de maillage sur le champ dynamique (moyen et turbulent) de l'écoulement pour les modèles SAS1, SAS- $\alpha L$  et SAS-DRSM. Dans cette section, nous nous concentrons sur les comparaisons entre les différents modèles utilisés.

#### 5.5.1.2.1 Champ moyen

Le champ moyen de vitesse axiale obtenu pour chaque simulation est représenté sur la figure 5.46. L'ensemble des modèles fournissent un champ moyen de vitesse axiale proche des données PIV. Les champs sont très similaires à ceux obtenus sur le maillage 1 à la différence que la zone de recirculation en aval du barreau est mieux reproduite. Les modèles DRSM SSG- $\omega$  et SAS1 tendent néanmoins à sous-estimer sa taille.

La figure 5.47 représente le profil de vitesse moyenne axiale dans les partie supérieure et inférieure de l'écoulement à  $x/d = 0, 5$ . Nous observons que le raffinement ne permet pas d'obtenir une meilleure

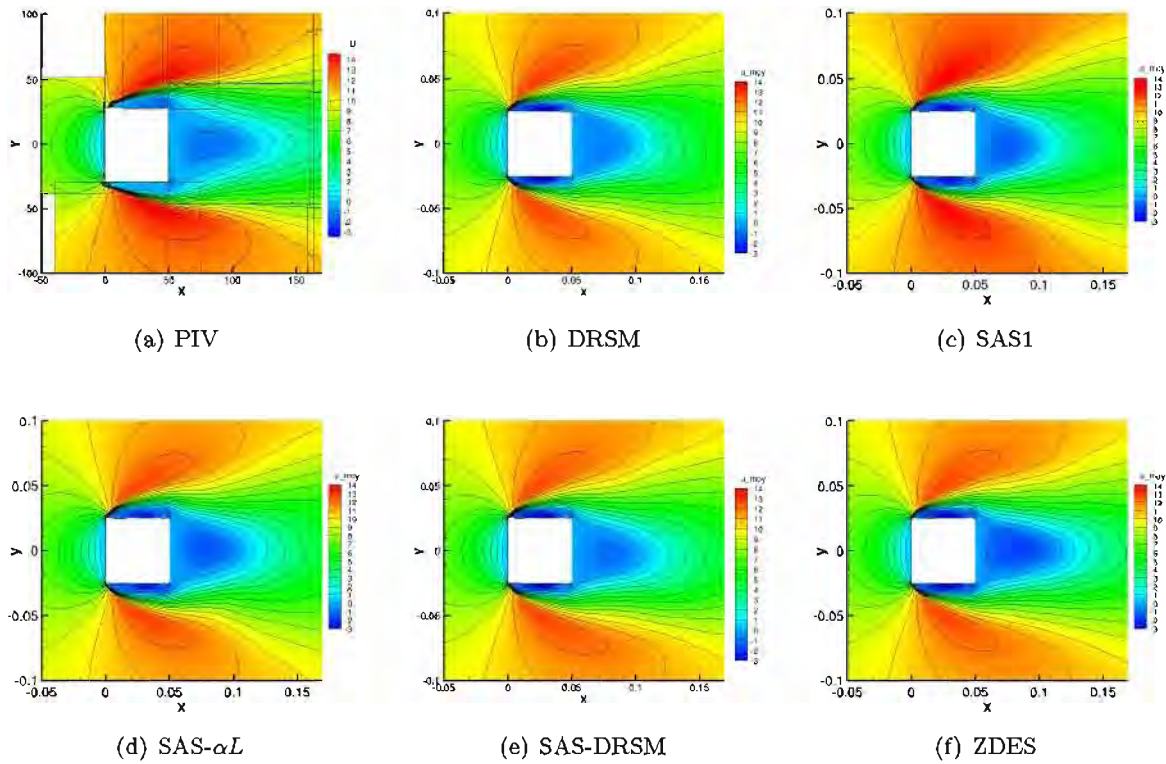


FIGURE 5.46 – Comparaison des données PIV et du champ moyen de vitesse axiale résolu  $U_{moy}$  dans le plan médian  $z = 0$  sur le maillage 2

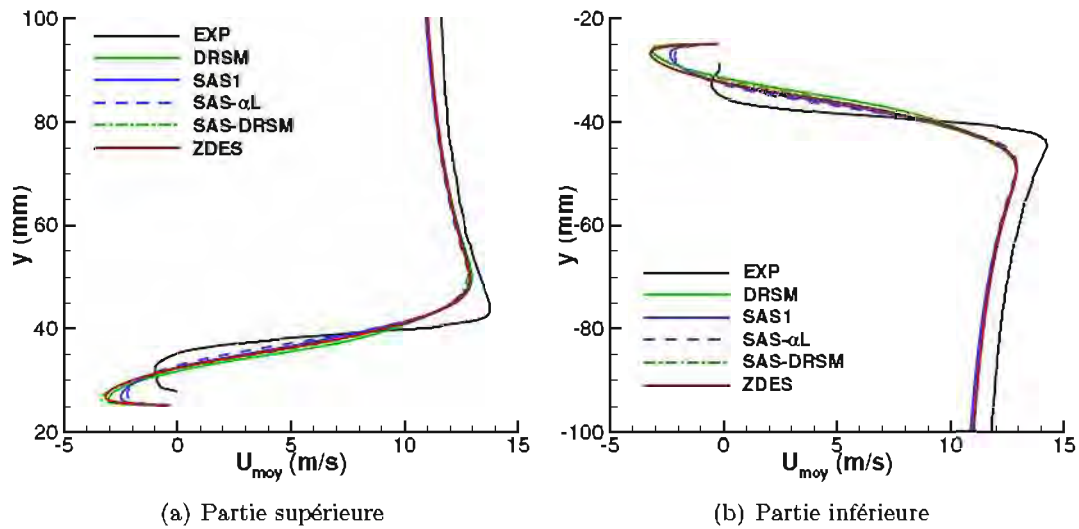


FIGURE 5.47 – Profil de vitesse moyenne axiale  $U_{moy}$  à  $x/d = 0,5$  pour le maillage 2

prévision du champ moyen au niveau des couches cisillées. La vitesse dans les bulles de recirculation reste sous-estimée de façon importante, en particulier par les modèles DRSM, SAS-DRSM et ZDES par rapport aux données PIV. Les différents modèles offrent ici des prévisions quasi identiques du reste du profil notamment du pic de vitesse qui est trop faible et décalé par rapport à l'expérience. Ceci vient de l'épaisseur plus importante des couches cisillées. Celle-ci est due aux tourbillons de coin que

nous avons observé lors de l'étude sur le premier maillage. Ces tourbillons sont présents sur une durée trop grande au niveau des coins arrière sur les faces supérieure et inférieure et aboutissent ainsi à une couche cisailée plus épaisse en moyenne.

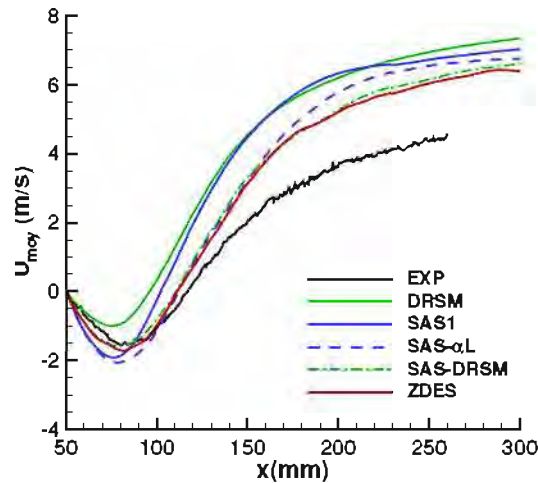


FIGURE 5.48 – Vitesse moyenne axiale  $U_{moy}$  sur la ligne médiane pour le maillage 2

Les approches ZDES et SAS-DRSM sont celles qui parviennent le mieux à restituer le profil de vitesse moyenne axiale (fig. 5.48). Nous constatons ici que les progrès dans la zone directement en aval du barreau sont fortement dépendants du maillage (voir annexe I.1). Il est à supposer que le retour au niveau de vitesse initial plus loin dans le sillage demeure insuffisamment bien reproduit à la fois en raison du schéma d'intégration retenu mais également en partie à cause du maillage qui n'a pas fait l'objet d'un remaniement suffisant dans cette zone.

Étant donné que le maillage a été raffiné dans la zone  $x/d < 3$ , nous allons ici nous intéresser aux profils de vitesse moyenne axiale dans le sillage pour  $x/d = 2$  et  $x/d = 3$  qui sont représentés sur la figure 5.49. Le profil pour  $x/d = 5$  est visible sur la figure 5.49(c) montre des caractéristiques similaires à celui observé sur le maillage 1. La figure 5.49(a) montre que les modèles SAS- $\alpha L$ , SAS-DRSM et surtout ZDES reproduisent correctement le niveau de vitesse axiale moyenne dans la zone de recirculation tandis que les modèles DRSM et SAS1 le surestiment. Cependant, l'ensemble des modèles sous-estiment toujours la vitesse en s'éloignant de la ligne médiane du barreau ( $y > 50\text{mm}$ ). Le raffinement du maillage dans les parties supérieure et inférieure ne permet pas d'améliorer ce point. De même, nous remarquons sur la figure 5.49(b) que la ZDES ne parvient pas à conserver une prévision correcte de la vitesse axiale moyenne à  $x/d = 3$  et surestime la vitesse mais dans une moindre mesure par rapport aux autres modèles. Le schéma de Roe avec limiteur Superbee utilisé ici semble induire une dissipation numérique trop importante. Une amélioration supplémentaire des résultats impliquerait ici un changement de schéma vers un schéma d'ordre plus élevé plus adapté au mode LES qui s'active dans le sillage.

Si la ZDES permet d'obtenir les meilleures prévisions du champ moyen, les modèles SAS- $\alpha L$  et SAS-DRSM aboutissent à des résultats corrects. À maillage égal, ils ne parviennent cependant pas toujours à rejoindre les résultats obtenus par la ZDES. De plus, l'amélioration par rapport au maillage 1 reste limitée dans le cas du modèle SAS1, ce qui semble confirmer que les approches de type SAS se situent plutôt entre les méthodes URANS et hybrides RANS/LES. Nous observons néanmoins une amélioration générale de la prévision du champ moyen avec les modèles SAS- $\alpha L$  et SAS-DRSM par rapport aux modèles SAS1 et DRSM respectivement.

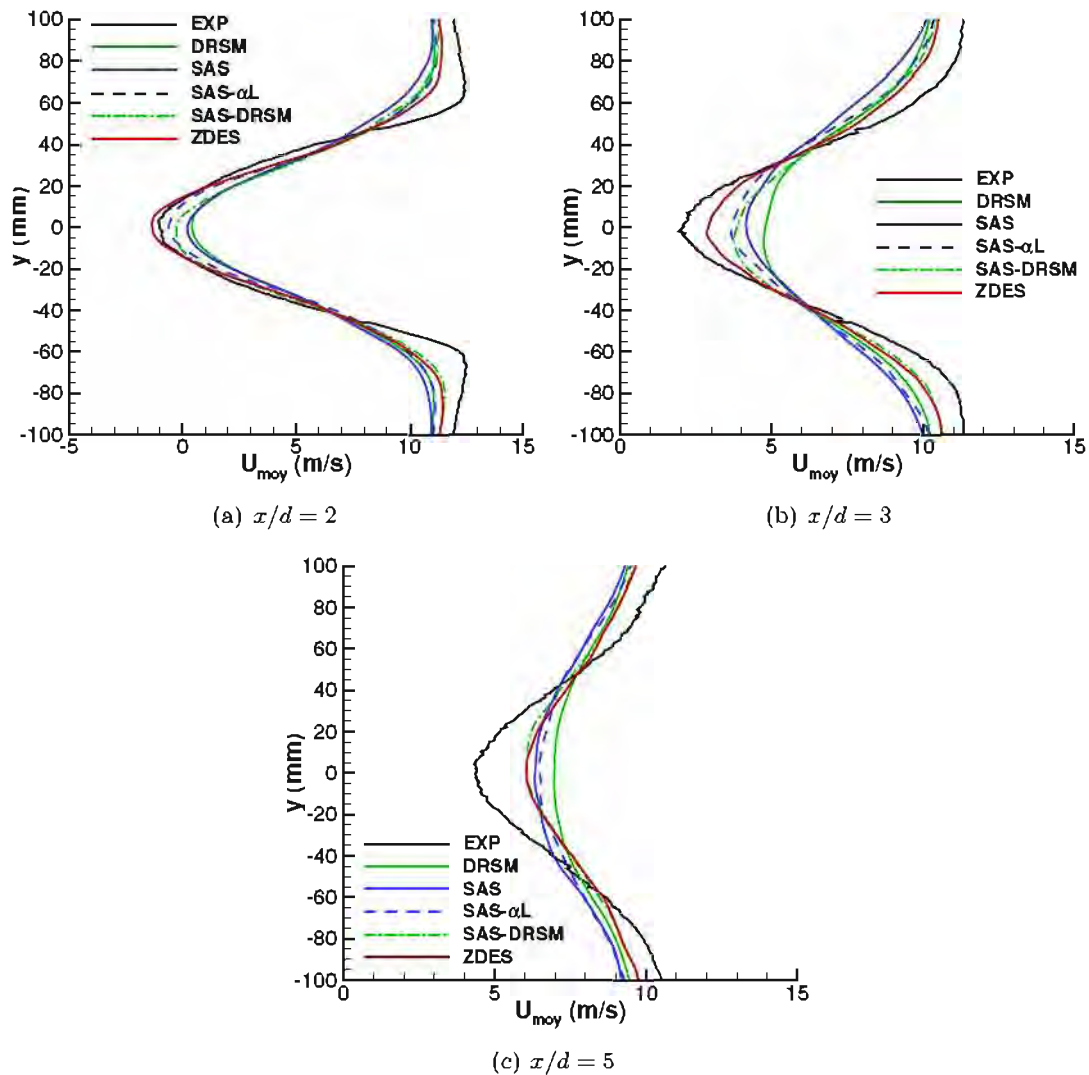


FIGURE 5.49 – Vitesse moyenne axiale  $U_{moy}$  dans le sillage dans différents plans  $x$  pour le maillage 2

### 5.5.1.2.2 Champ turbulent

Les niveaux RMS des fluctuations de vitesse totales dans la partie supérieure et inférieure sont représentés sur les figures 5.50 et 5.51. Les profils représentés sur cette figure ont des allures semblables à celles observées sur la maillage 1 (voir annexe I.1). L'ensemble des modèles surestiment  $u_p$  par rapport à l'expérience pour  $|y| < 30 \text{ mm}$ . Ils parviennent néanmoins à retrouver la position du maximum de  $u_p$  et des valeurs justes en s'éloignant de la paroi ( $|y| > 60 \text{ mm}$ ). Les modèles SAS1, SAS- $\alpha L$  et ZDES sont les plus proches de l'expérience tandis que les modèles DRSM et SAS-DRSM prévoient des niveaux toujours trop élevés. Concernant  $v_p$ , le maximum de la courbe reste décalé par rapport aux données expérimentales. De même, le niveau prévu est trop important pour  $|y| > 60 \text{ mm}$ . Seule la ZDES fournit une valeur du maximum de  $v_p$  proche des données PIV bien que décalée. Le recours aux modèles SAS permet d'abaisser le niveau en s'éloignant de la paroi par rapport au modèle SST et d'améliorer la prévision. De même que précédemment, les modèles DRSM et notamment SAS-DRSM prévoient des niveaux trop importants. Comme pour le champ moyen, le maillage 2 ne permet pas d'améliorer la prévision du champ turbulent dans les couches cisailées.

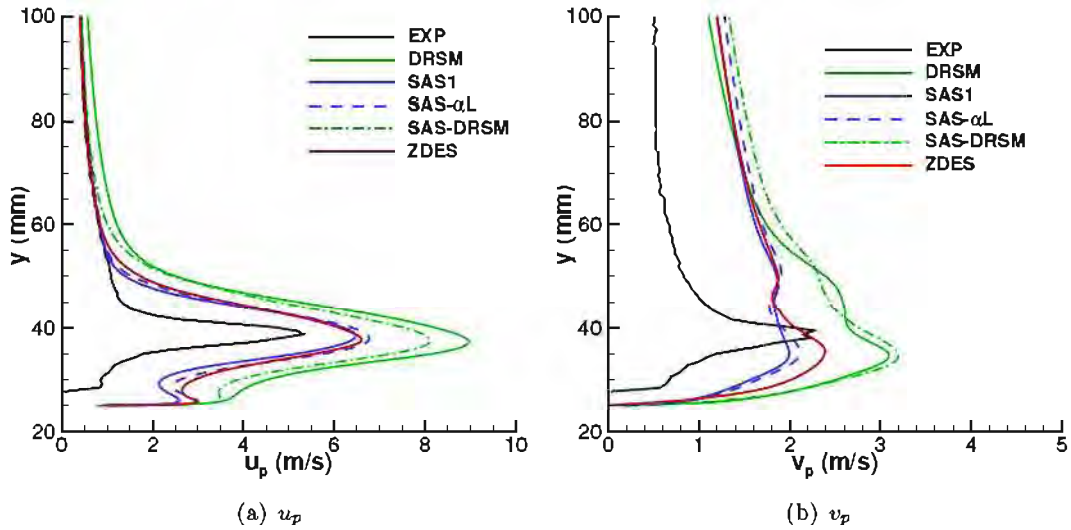


FIGURE 5.50 – Niveaux RMS des fluctuations de vitesse totales à  $x/d = 0,5$  dans la partie supérieure sur le maillage 2

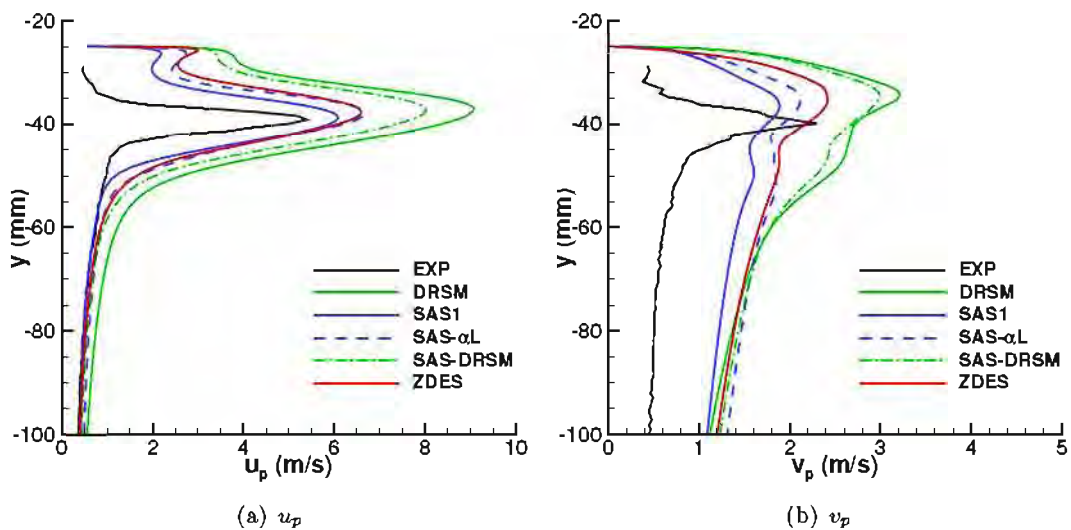


FIGURE 5.51 – Niveaux RMS des fluctuations de vitesse totales à  $x/d = 0,5$  dans la partie inférieure sur le maillage 2

La figure 5.52 montre quant à elle que les modèles ZDES et SAS- $\alpha L$  obtiennent les niveaux de  $u_p$  les plus proches de l'expérience jusque  $x < 200 \text{ mm}$ . Puis, ce sont les modèles DRSM et SAS-DRSM qui assurent les meilleures prévisions de  $u_p$  plus loin dans le sillage. Ceux-ci aboutissent cependant à une importante surestimation de  $u_p$  plus en amont, de façon similaire à ce que nous avons observé sur le maillage 1. Cette fois-ci encore les approches SAS1, SAS- $\alpha L$  et SAS-DRSM offrent une bonne prévision de  $v_p$  près de la face arrière ( $x < 100 \text{ mm}$ ). Elles sous-estiment néanmoins son niveau dans le reste du sillage bien que le modèle SAS-DRSM s'en sorte un peu mieux. C'est alors le modèle DRSM qui se rapproche le plus des données PIV. Par ailleurs, la ZDES sous-estime  $v_p$  de manière importante.

Les niveaux RMS des fluctuations de vitesse totales dans le sillage sont représentés sur les figures 5.53, 5.54 et 5.55 respectivement pour  $x/d = 2$ ,  $x/d = 3$  et  $x/d = 5$ .



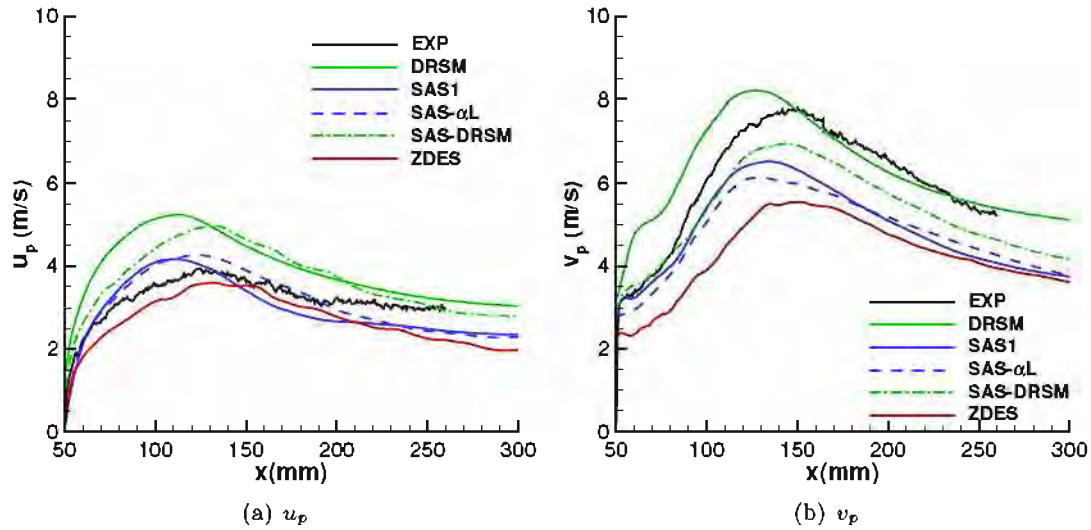


FIGURE 5.52 – Niveaux RMS des fluctuations de vitesse totales sur la ligne médiane pour le maillage 2

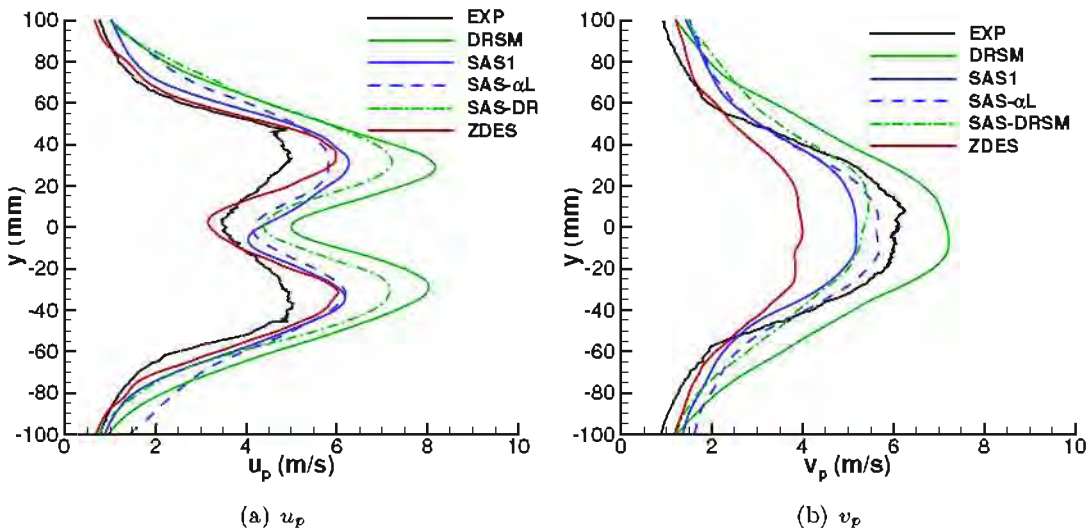
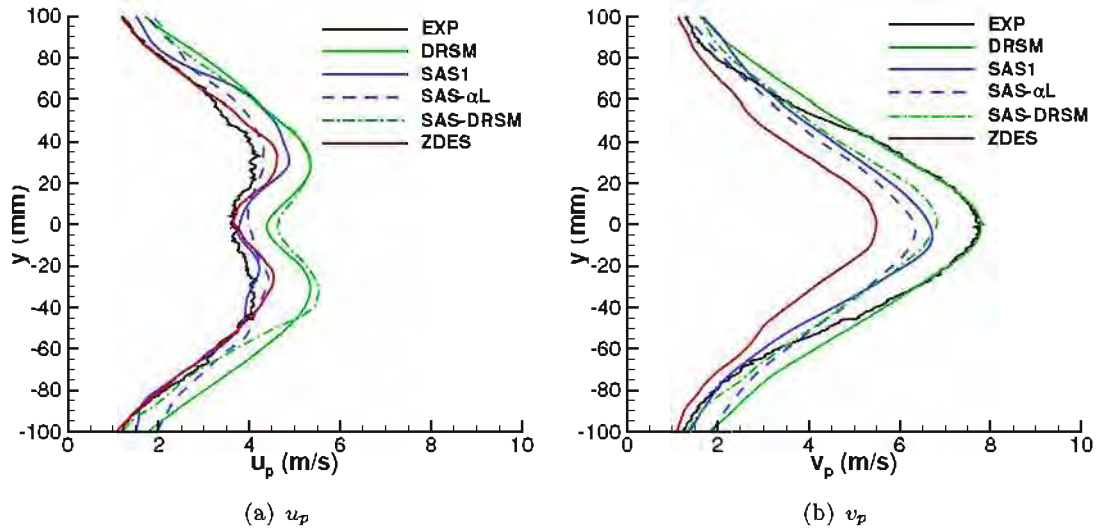
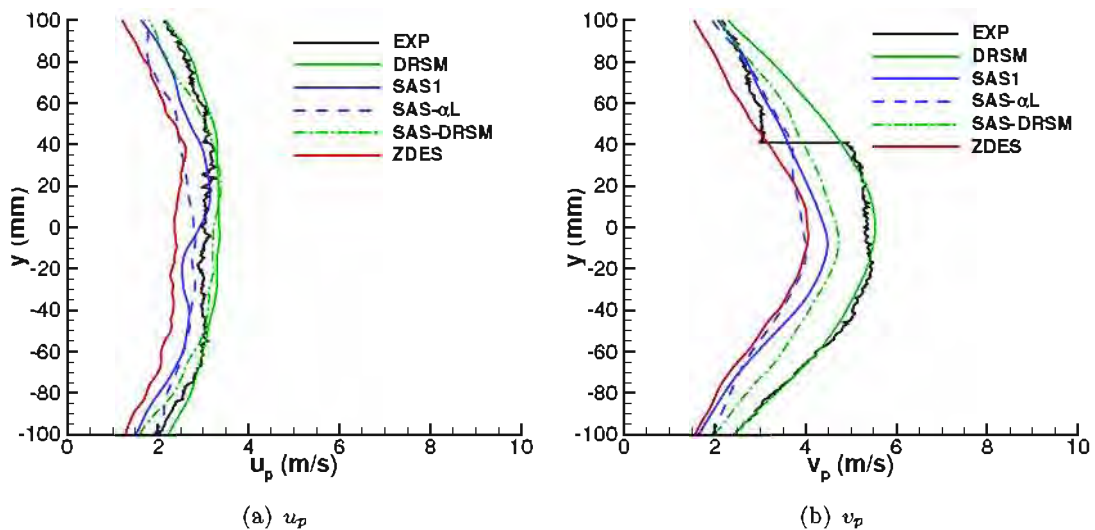


FIGURE 5.53 – Niveaux RMS des fluctuations de vitesse totales à  $x/d = 2$  sur le maillage 2

Dans la zone de recirculation ( $x/d = 2$ ), le modèle ZDES présente la meilleure correspondance avec les données expérimentales sur  $u_p$  en particulier pour  $|y| > 50$  mm et au centre du sillage. En revanche, il surestime les deux pics comme le reste des modèles. Si le modèle SAS- $\alpha L$  n'améliore pas nettement la prévision par rapport au modèle SAS1, le modèle SAS-DRSM permet quant à lui une baisse du niveau de  $u_p$  par rapport au modèle DRSM. Les valeurs de  $v_p$  prévues par les modèles SAS- $\alpha L$  et SAS-DRSM sont les plus proches de l'expérience tandis que la ZDES sous-estime fortement  $v_p$  conformément à ce que nous avons observé sur la figure 5.52. Là encore les approches SAS- $\alpha L$  et SAS-DRSM apportent une amélioration des résultats par rapport aux modèles SAS1 et DRSM respectivement.

Enfin, pour  $x/d = 3$ , les modèles SAS1, SAS- $\alpha L$  et ZDES offrent des prévisions de  $u_p$  comparables aux données PIV tandis que le raffinement du maillage ne parvient pas à améliorer les performances des modèles DRSM et SAS-DRSM. Le modèle SAS-DRSM ne rejoint ici les modèles SAS1 et SAS- $\alpha L$  que sur la prévision de  $v_p$  où la ZDES sous-estime largement les niveaux. Malgré cela, c'est toujours

FIGURE 5.54 – Niveaux RMS des fluctuations de vitesse totales à  $x/d = 3$  sur le maillage 2FIGURE 5.55 – Niveaux RMS des fluctuations de vitesse totales à  $x/d = 5$  sur le maillage 2

le modèle DRSM qui parvient à restituer un niveau fidèle aux données expérimentales au coeur du sillage.

L'observation des profils turbulents dans le sillage montre ici que le raffinement du maillage n'a pas permis d'améliorer fortement la prévision du champ turbulent dans la zone d'intérêt. Cependant, elle fait ressortir l'incapacité des modèles DRSM/SAS-DRSM et ZDES à bien estimer le niveau de  $u_p$  et  $v_p$  respectivement dans le sillage où les approches SAS1 et SAS- $\alpha L$  présentent de meilleures prévisions.

L'étude du champ turbulent confirme que le raffinement du maillage dans les couches cisillées n'a pas permis d'améliorer la représentation de la dynamique de l'écoulement dans cette zone. Dans le sillage, les modèles SAS1 et SAS- $\alpha L$  obtiennent globalement les meilleures prévisions. Cette tendance est principalement due au comportement des modèles ZDES et SAS-DRSM qui accusent de mauvaises prévisions respectives sur  $v_p$  et  $u_p$ . Dans le cas de la ZDES, nous pouvons supposer qu'elles sont en partie liées à la condition limite que nous utilisons en entrée. En effet, les simulations LES y sont sensibles or nous imposons un champ de vitesse uniforme en entrée du domaine. Expérimentalement,

l'écoulement est turbulent dans la veine de la soufflerie. Afin de mieux correspondre à l'expérience, il faudrait donc utiliser une technique de génération de fluctuations turbulentes en entrée. Néanmoins, l'utilisation de ce genre de technique impliquerait de raffiner fortement le maillage en amont du barreau afin que ces fluctuations puissent être transportées jusqu'à lui sans être dissipées. Un tel effort de maillage imposerait donc des coûts de calculs énormes. Sur cette question, nous rappelons que les temps de calcul et ressources nécessaires à nos simulations sont décrites en annexe J. Concernant le modèle SAS-DRSM, la surestimation de  $u_p$  dans le sillage résulte surtout de celle du modèle DRSM SSG- $\omega$ . Si l'activation du terme  $Q_{SAS-DRSM}$  permet d'abaisser le niveau de  $u_p$ , la diminution reste insuffisante. Une piste serait donc de travailler sur les termes modélisés dans les équations de transport des tensions de Reynolds ou sur l'équation de transport de l'échelle turbulente.

### 5.5.1.3 Analyse fréquentielle

#### 5.5.1.3.1 Comportement fréquentiel

Comme précédemment, une analyse fréquentielle est menée sur 200 000 pas de temps pour le modèle SAS-DRSM et 400 000 pas de temps pour les autres modèles, avec une période d'échantillonnage de  $T_e = 10\Delta t$  soit une fréquence d'échantillonnage de  $f_e = 10 kHz$ . La figure 5.56 représente les DSP de  $u'_1 u'_1$  calculées à partir des signaux issus de la sonde H5 pour les différents modèles utilisés.

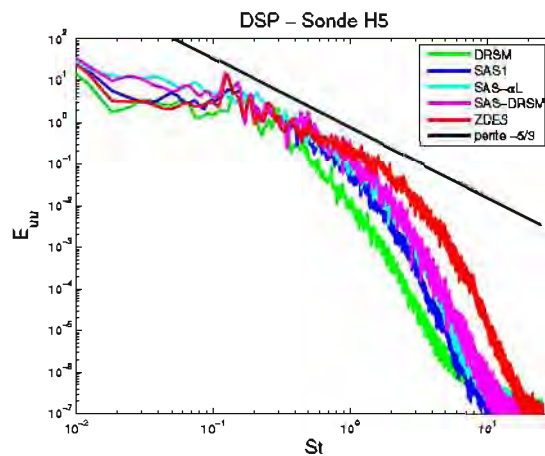


FIGURE 5.56 – Densités spectrales de puissance de  $u'_1 u'_1$  obtenues à la sonde H5 en fonction du nombre de Strouhal sur le maillage 2

Les nombres de Strouhal caractéristiques des allées de von Kármán dans le sillage sont regroupés dans le tableau 5.9. Nous constatons sur ce tableau que tous les modèles restituent un nombre de Strouhal proche des données expérimentales. Nous remarquons ici encore que les modèles de type SAS et particulièrement la ZDES présentent des portions de spectre importantes avec une pente en  $-5/3$  par rapport au modèle DRSM conformément à la figure 5.45.

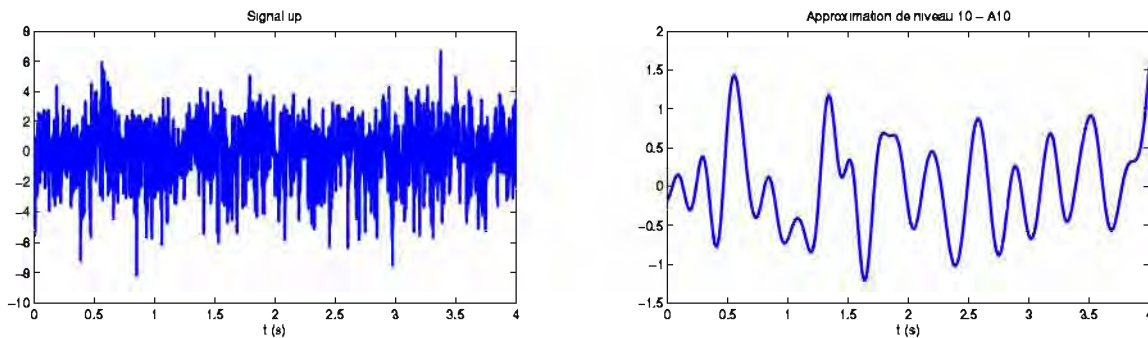
L'analyse fréquentielle des couches cisillées est reportée en annexe I.2. Elle présente des résultats similaires à ceux obtenus pour le maillage 1 et montre notamment que le modèle ZDES aboutit à un comportement des spectres de couche de mélange caractéristique d'une turbulence d'écoulement cisillé ([67]).

#### 5.5.1.3.2 Analyse multi-échelles

	$St_{vK}$
EXP	0,12 ~ 0,13
DRSM SSG- $\omega$	0,12
SAS1	0,13
SAS- $\alpha L$	0,123
SAS-DRSM	0,125
ZDES	0,125

TABLE 5.9 – Nombres de Strouhal caractéristiques du sillage

Afin d'en apprendre davantage sur la nature des structures dans la zone directement en aval du barreau, nous avons procédé à une analyse multi-échelles des signaux récoltés sur les sondes  $P1$  à  $P5$ . Nous avons pour cela considéré les 5 derniers cycles ou 20000 dernières itérations et procédé à une décomposition sur 10 niveaux en utilisant la base d'ondelettes de Daubechies  $db20$  (voir chapitre 3). La figure 5.57 montre le signal  $u'_1(t)$  obtenu à la sonde  $P3$  avec l'approche ZDES et son approximation de niveau 10. La représentation en ondelette orthogonale du signal est complétée par la suite des détails  $(D_i)_{1 \leq i \leq 10}$ . La figure 5.58 représente quant à elle certains signaux de détail et leur spectre associé. Sur cette figure, nous pouvons voir que le niveau de détail  $D_8$  est centré sur la fréquence  $f_{vK}$  de l'instabilité de sillage. Puisqu'entre chaque signal de détail un échantillon est enlevé entre deux points, la fréquence centrale des autres niveaux se déduit de  $f_{vK}$ . Les modes qui nous intéresseront par la suite seront ceux associés aux niveaux de détails  $D_8$ ,  $D_7$ ,  $D_6$  et  $D_5$  dont les caractéristiques sont regroupées dans le tableau 5.10. Dans la pratique, la fréquence sur laquelle chaque mode est centré varie légèrement d'une sonde à l'autre et selon le modèle de turbulence utilisé pour la simulation. Les autres modes correspondant à des fréquences élevées sont plus difficiles à étudier sur des visualisations et ne seront pas décrits ici.

FIGURE 5.57 – Signal  $u'_1(t)$  à la sonde  $P3$  et son approximation au niveau 10

Un moyen communément utilisé pour identifier les structures est d'étudier le rotationnel de vitesse. De forts niveaux correspondent à la présence de structures dans l'écoulement. La position des sondes  $P1$  à  $P5$  permet dans notre cas d'avoir accès à ce qui se passe dans le plan  $xz$  à  $y = 0$  m. Celui-ci est traversé par les ribs et autres structures présentant notamment un rotationnel suivant  $y$ . Celui-ci est donné par :

$$\omega_y = \frac{\partial u_1}{\partial z} - \frac{\partial u_3}{\partial x} \quad (5.2)$$

Pour chaque mode  $i$ , le rotationnel  $\omega_{yi}$  peut donc être estimé sur 4 points (1 point entre deux

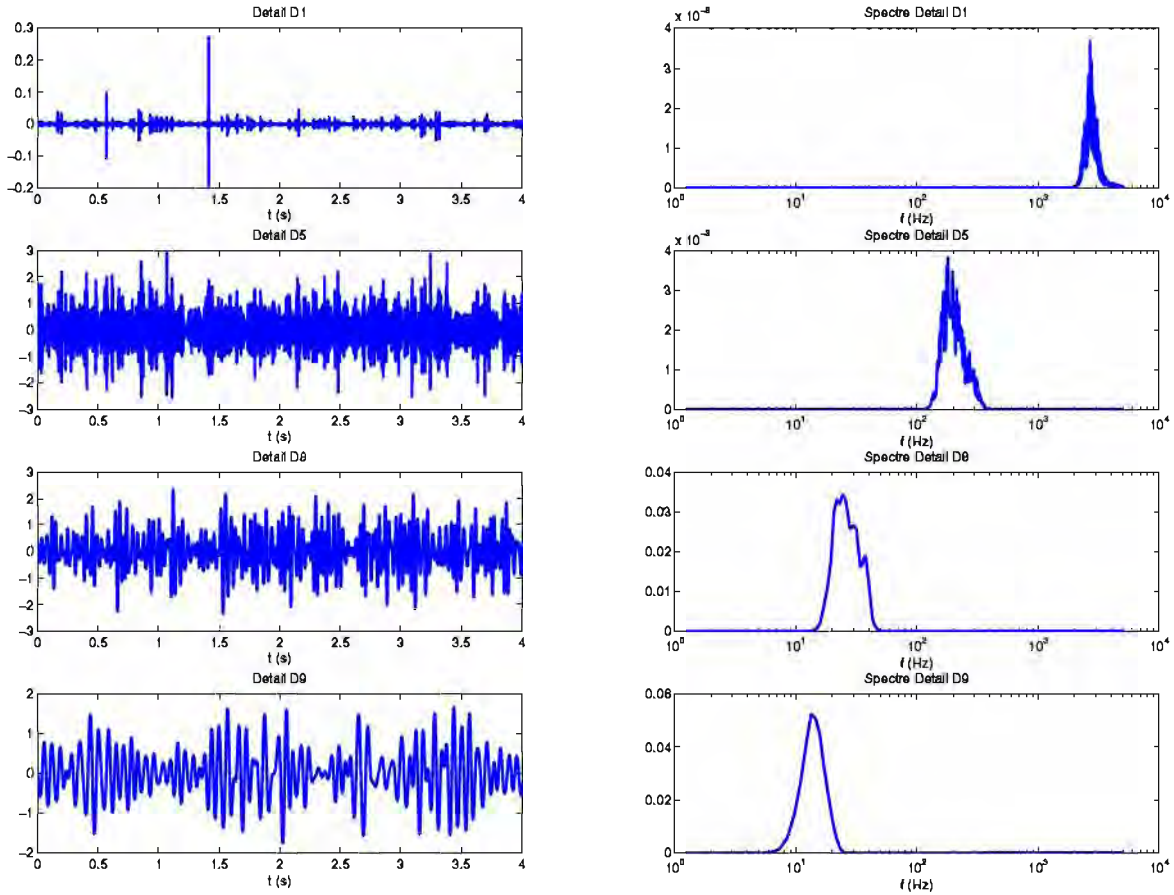


FIGURE 5.58 – Détails et spectres associés aux modes 1, 5, 8 et 9

sondes) par la relation :

$$\omega_{yi} = \frac{\Delta u_{1i}}{\Delta z} - \frac{\Delta u_{3i}}{\Delta x} \simeq \frac{\Delta u'_{1i}}{\Delta z} - \frac{\Delta u'_{3i}}{\Delta x} \quad (5.3)$$

L'approximation du second membre vient d'une part du fait que nos simulations aboutissent à des valeurs quasi nulles de la vitesse moyenne transverse  $\bar{u}_3$  ( $< 0,1 m/s$ ) et d'autre part que nous faisons l'hypothèse que la vitesse moyenne axiale ne varie pas suivant  $z$  du fait de la symétrie de la configuration ( $\frac{\partial \bar{u}_1}{\partial z} = 0$ ). Cette dernière hypothèse a été évaluée sur les cinq sondes qui présentent effectivement des valeurs très proches de la vitesse axiale moyenne ( $\Delta \bar{u}_1 \simeq 0,01 m/s$ ).

$\Delta z$  est de l'ordre de  $0,03 m$  et varie selon la position des sondes donnée dans le tableau 5.4.  $\Delta x$  est quant à lui remplacé par  $\Delta x = -\bar{u}_1 \Delta t$  où  $\bar{u}_1$  varie selon la simulation. Les valeurs obtenues aux quatre points intermédiaires entre les différentes sondes font ensuite l'objet d'une interpolation cubique afin de visualiser des contours de  $\omega_{yi}$  adimensionné  $\omega_{yi}^{ad} = \omega_{yi} d / U_0$ . Ces contours sont présentés en fonction de  $t U_c / d$  où  $U_c$  est la vitesse moyenne de convection des grandes structures qui se forment près de la paroi arrière du barreau. Cette vitesse est prise à  $U_c = 0,87 U_0$  suivant les recommandations de Zhang et al. [164]. Cette représentation permet d'avoir une image de l'écoulement dans le temps pour chaque mode. La résolution dépend ici de l'espacement entre les sondes  $\Delta z$  qui reste correcte jusqu'au mode

Mode	Fréquence centrale (Hz)	Support (Hz)
5 ( $8f_{vK}$ )	180 $\sim$ 200	[120 – 400]
6 ( $4f_{vK}$ )	96 $\sim$ 104	[60 – 200]
7 ( $2f_{vK}$ )	48 $\sim$ 52	[30 – 100]
8 ( $f_{vK}$ )	24,4 $\sim$ 26	[12 – 50]

TABLE 5.10 – Caractéristiques des modes de détails étudiés

5 mais insuffisante pour les modes de fréquence plus élevée.

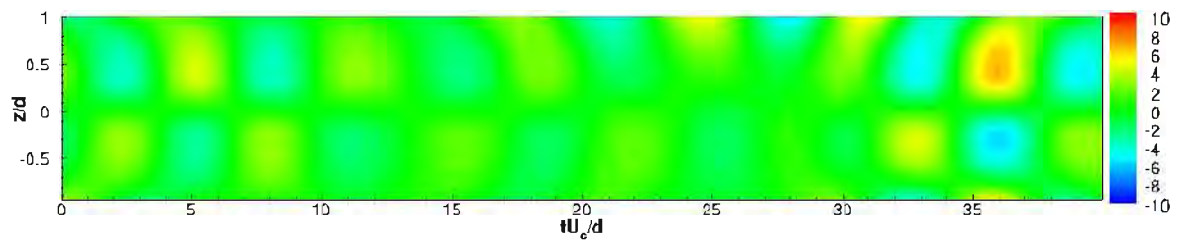
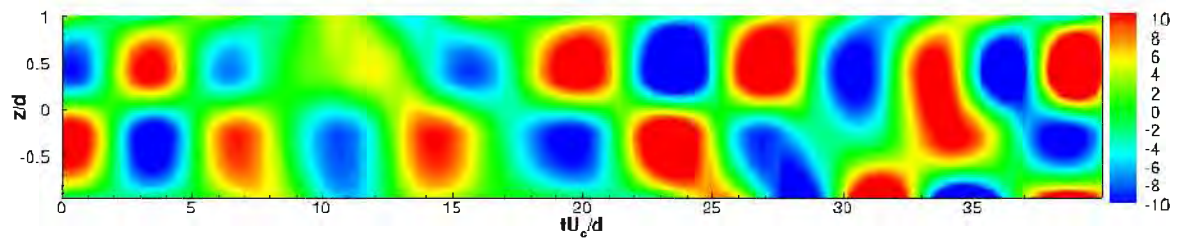
Les figures 5.59, 5.60, 5.61 et 5.62 représentent les contours du rotationnel adimensionné  $\omega_{yi}^{ad}$  obtenus pour les modes 8 à 5.

La figure 5.59 montre la présence de “poches” de concentration de vorticit e  lev ee de signe oppos e dans la direction  $z$  pour les mod eles SAS1 et SAS- $\alpha L$ . Ces structures sont visibles pour les autres mod eles mais avec des niveaux de vorticit e moins importants et m eme bien plus faibles dans le cas du mod ele DRSM. Les ribs sont des structures reliant les rouleaux et ont donc la m eme fr equence d’apparition soit  $f_{vK}$ . Le mode 8 correspondant   cette fr equence, nous pouvons supposer que nous observons la trace de certains d’entre eux dans le plan  $xz$ . En observant les structures de m eme signe, nous constatons qu’elles sont globalement espac ees de 7   8 unit es de temps ce qui co incide bien avec une p eriodede l’instabilit e de sillage. De m eme, les centres des structures de signe oppos e sont verticalement espac ees par un peu plus d’un diam etre de barreau. Ces observations sont coh erentes avec le mod ele de Dobre et *al.* [46] qui trouvent un mode de type A avec des structures de signe oppos e se succ edant dans la direction  $x$  et un espacement vertical de  $1,2d$ . En revanche, les structures qui s’opposent verticalement ne semble pas se positionner en quinconce mais sont plut ot bien align ees les unes face aux autres suivant le mod ele de Meiburg et *al.* [96].

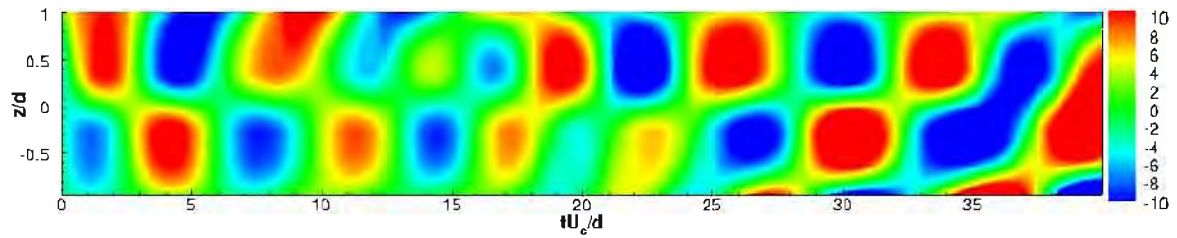
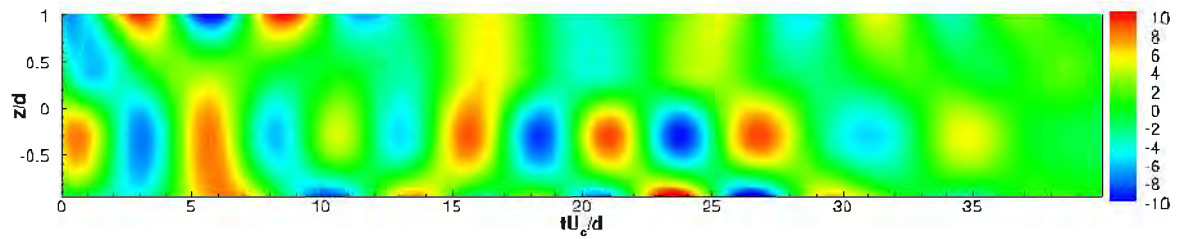
Pour les modes 7 et 6 (figures 5.60 et 5.61), nous voyons  galement des structures plus petites avec des niveaux de concentration de vorticit e marqu es. Ces structures apparaissent plus fr equemment avec de forts niveaux pour les mod eles SAS- $\alpha L$ , SAS-DRSM et en particulier sur le champ de la simulation en ZDES pour le mode 7. Concernant le mode 6, les structures observ ees ressortent davantage pour les mod eles SAS- $\alpha L$  et ZDES. Pour ces deux modes, il y a une quasi absence de concentration de vorticit e  lev ee avec le mod ele DRSM. Enfin, pour le mode 5, nous constatons sur la figure 5.62 que la simulation ZDES pr esente des structures de forte vorticit e tr es nombreuses notamment par rapport aux approches SAS. En effet, parmi celles-ci, c’est le mod ele SAS-DRSM qui en compte le plus mais reste tr es  loign e de la fr equence d’apparition retrouv ee avec la ZDES. Les mod eles SAS1 et DRSM n’en pr esentent quant   eux que tr es peu.

Ces observations rejoignent celles que nous avons faites dans les visualisations de crit ere Q plus haut (figure 5.45). Le mod ele DRSM montre de faibles niveaux de vorticit e pour les modes 5, 6 et 7 car la zone directement en aval est moins d estabilis ee et ne montre que des structures de tailles importantes de l’ordre de grandeur des rouleaux. De m eme, les mod eles SAS1, SAS- $\alpha L$  et SAS-DRSM montrent une pr esence plus grande de structures aux modes 6 et 7 car le sillage est plus d estabilis e et que des structures plus petites sont r esolues avec ces approches de type SAS. De plus, nous avons vu que le sillage obtenu avec la ZDES  tait tr es perturb e avec des structures extr emement fines d’o u l’importante pr esence de structures dans les modes de fr equence plus  lev ee pour ce mod ele, en particulier le mode 5.

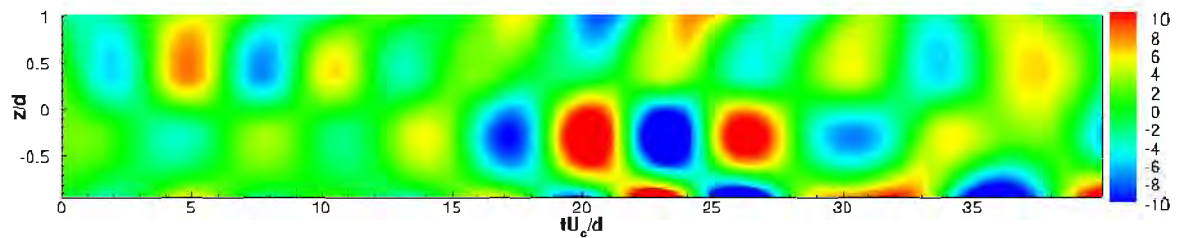
Plus les modes ont des fr equences  lev ees (et donc les structures observ ees sont petites), plus les zones de concentration de vorticit e  lev ee se font rares pour les approches de type SAS alors que la

(a) DRSM SSG- $\omega$ 

(b) SAS1

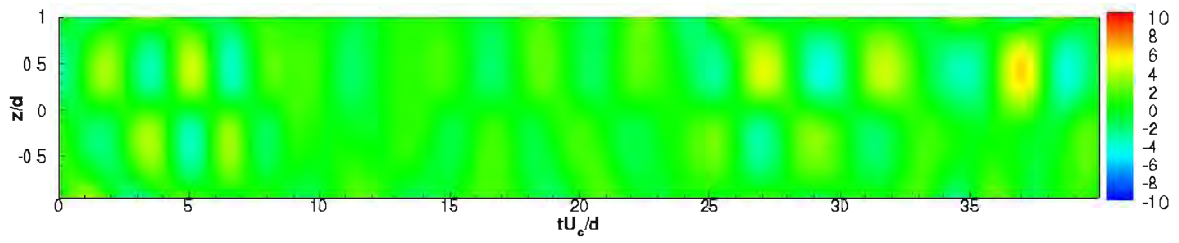
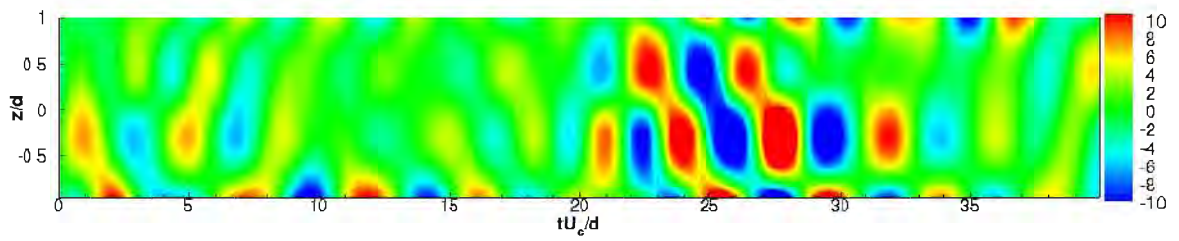
(c) SAS- $\alpha L$ 

(d) SAS-DRSM

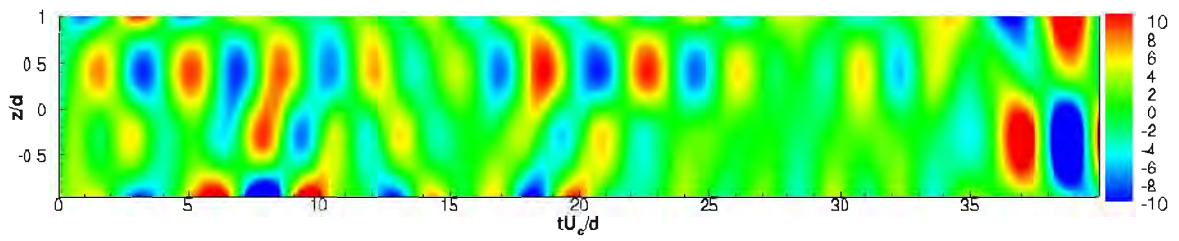
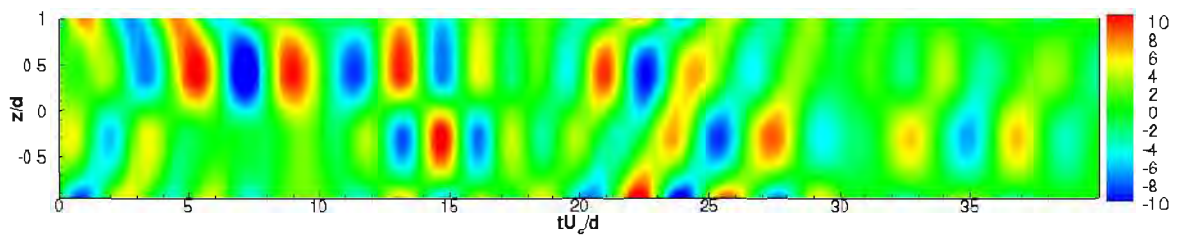


(e) ZDES

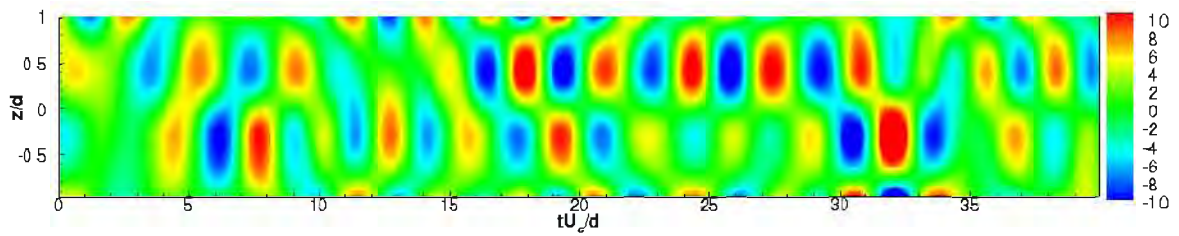
FIGURE 5.59 – Rotationnel adimensionné suivant  $y$  pour le mode 8 sur le maillage 2

(a) DRSM SSG- $\omega$ 

(b) SAS1

(c) SAS- $\alpha L$ 

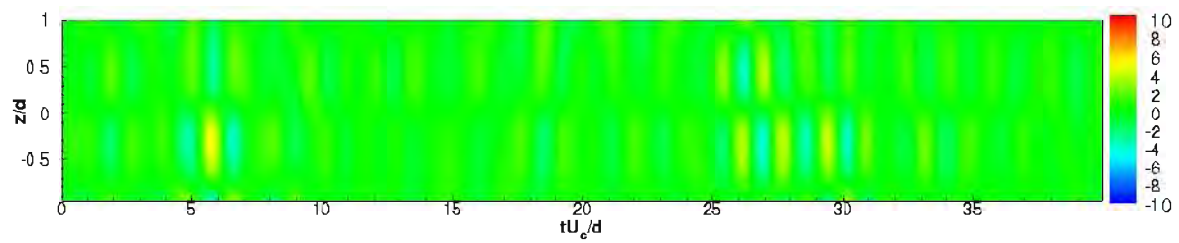
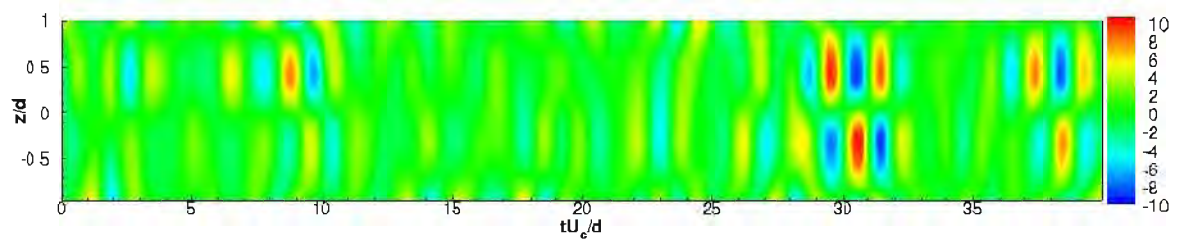
(d) SAS-DRSM



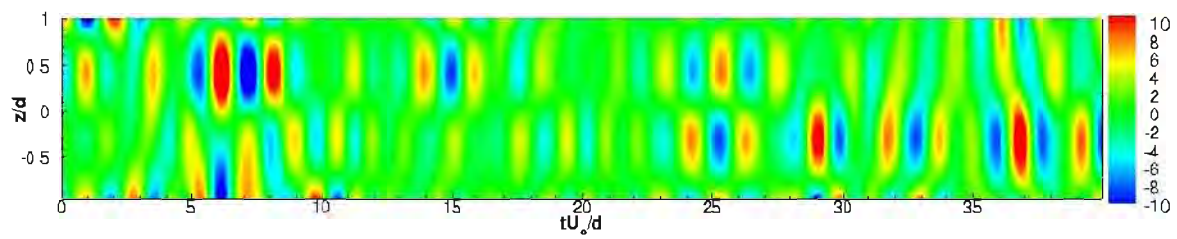
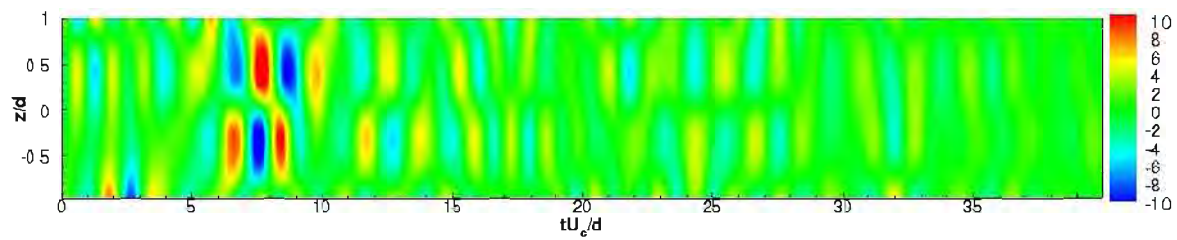
(e) ZDES

FIGURE 5.60 – Rotationnel adimensionné suivant  $y$  pour le mode 7 sur le maillage 2

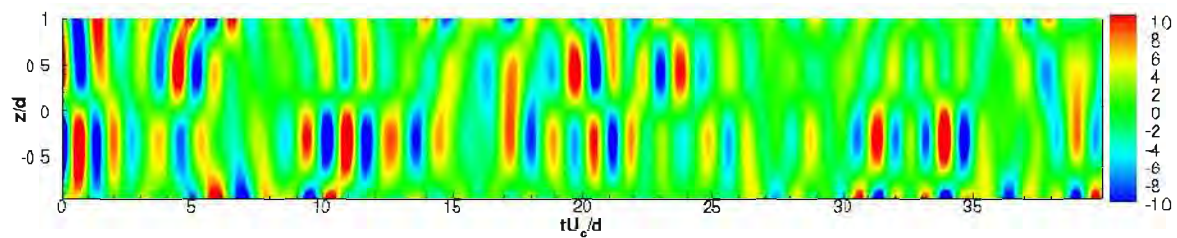


(a) DRSM SSG- $\omega$ 

(b) SAS1

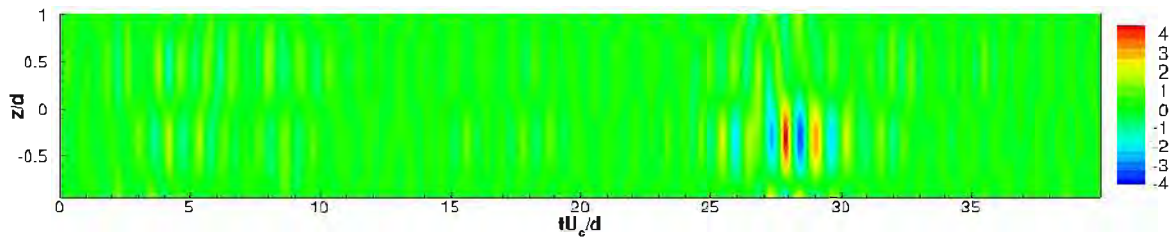
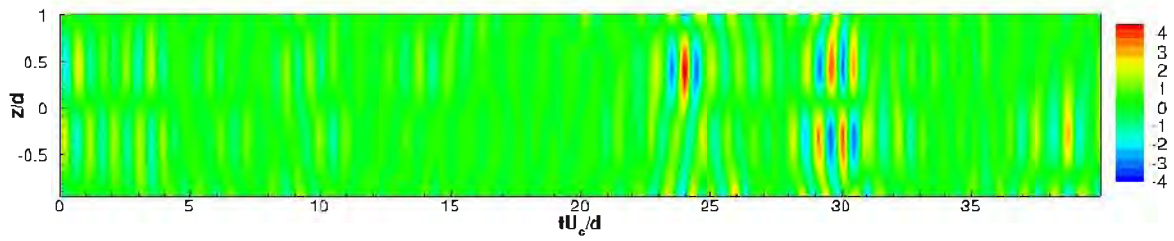
(c) SAS- $\alpha L$ 

(d) SAS-DRSM

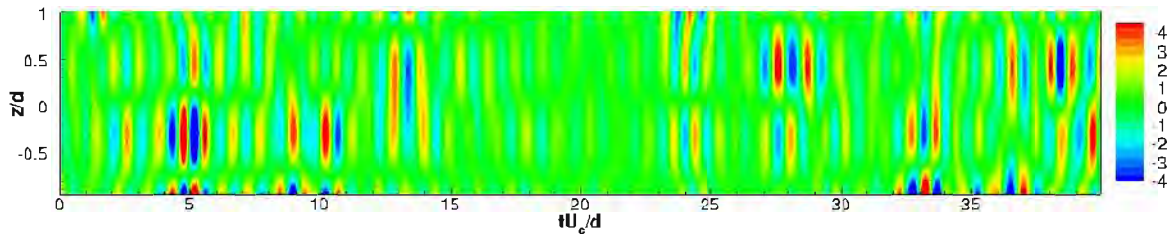
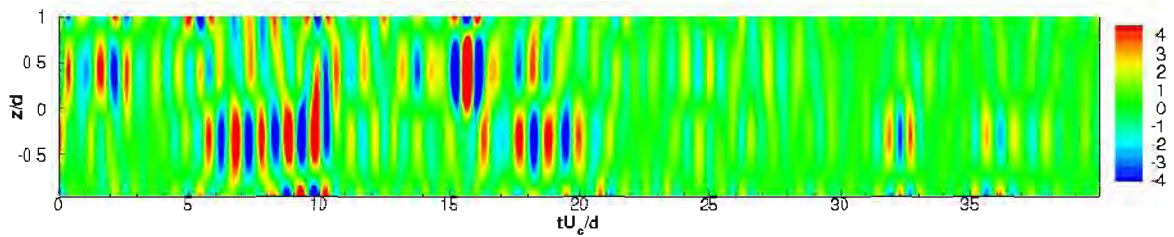


(e) ZDES

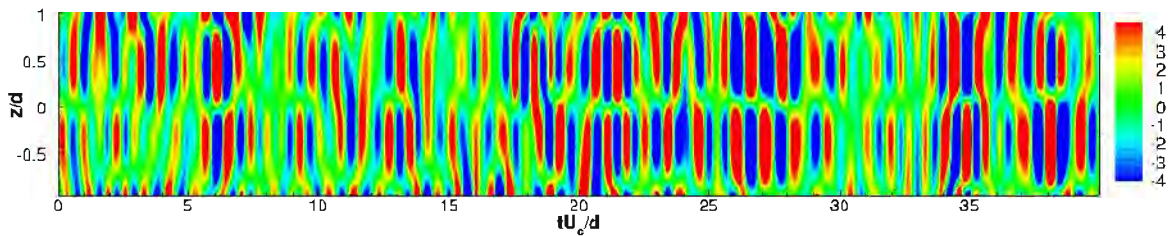
FIGURE 5.61 – Rotationnel adimensionné uivant  $y$  pour le mode 6 sur le maillage 2

(a) DRSM SSG- $\omega$ 

(b) SAS1

(c) SAS- $\alpha L$ 

(d) SAS-DRSM



(e) ZDES

FIGURE 5.62 – Rotationnel adimensionné suivant  $y$  pour le mode 5 sur le maillage 2

tendance est inverse pour l'approche ZDES. De même, nous avons constaté que les niveaux de vorticit e maximaux sont plus faibles sur les modes 5 et 6 par rapport aux modes 7 et 8 avec les approches SAS tandis qu'ils sont plus  lev es pour la ZDES. Il semblerait donc que les mod es de type SAS conduisent   une r epartition de l' nergie davantage centr ee sur les structures de grande taille (modes 7 et 8) tandis que la ZDES privil egie les petites structures. Pour le mod le SAS-DRSM cependant, la signature des structures de fr equence  $f_{vK}$  est semblable   celle observ ee pour la ZDES. Elle s'accompagne d'une plus grande repr esentativit e des structures aux modes 7 et 5 par rapport aux mod es SAS1 et SAS- $\alpha L$  sans toutefois rejoindre le comportement de la ZDES. Le mod le SAS-DRSM, qui pr esente des structures plus fines en proche paroi dans la zone directement en aval du barreau, semble adopter quant   lui un comportement plut ot interm ediaire.

Cette analyse montre que les approches SAS permettent de restituer les grandes et moyennes  chelles de l' coulement (modes 7 et 8). Elles offrent  galement une meilleure repr esentation des petites  chelles du mode 6 par rapport   un mod le URANS classique. En revanche, elles ne permettent pas suffisamment de capter les structures plus petites associ ees au mode 5 et probablement aux modes de fr equence encore sup erieure par rapport au mod le ZDES. Ainsi, on confronte l'id ee que ces approches tendent vers une r esolution interm ediaire entre URANS et hybride RANS/LES.

## 5.5.2 Analyse de la thermique

### 5.5.2.1 Visualisation des structures thermiques turbulentes

Les structures thermiques turbulentes observ ees sur la figure 5.63 pour les mod es SAS- $\alpha L$  et SAS-DRSM sont plus d evelopp ees et fines sur le maillage 2 que sur le maillage 1 (voir fig.44 en annexe I.1) ce qui montre l'apport du raffinement du maillage pour ces approches. La temp erature est donc davantage transport ee dans l' coulement. En revanche, il n'y a pas d' volution notable pour les mod es DRSM et SAS1. Les structures thermiques sont davantage pr esentes avec les approches SAS- $\alpha L$ , SAS-DRSM et ZDES. Pour ce dernier mod le (fig.5.63(e)), les structures visualis ees sont tr es fines indiquant un m elange turbulent plus homog ene pr es des parois du barreau.

### 5.5.2.2 Flux de chaleur pari etal

Le flux de chaleur pari etal est toujours bien restitu e sur la face avant et les r esultats obtenus avec la ZDES et les mod es de type SAS sont meilleurs que ceux obtenus avec le mod le DRSM en particulier pr es des coins arri ere du barreau (B et C) sur la figure 5.64. Si le passage   un maillage plus fin aboutit   une l eg ere am elioration des pr evision dans ces zones pour le mod le SAS-DRSM, la pr evision du flux de chaleur sur les faces sup erieure et inf erieure reste quasi inchang ee pour les mod es SAS1 et SAS- $\alpha L$ . De fa on plus g en erale, il ne permet pas de recoller aux donn ees exp erimentales probablement car la restitution de la dynamique de l' coulement dans les couches cisail ees n'est pas am elior ee comme nous l'avons vu plus haut.

En revanche, la reproduction du flux de chaleur sur la face arri ere est am elior ee pour les mod es SAS1, SAS- $\alpha L$  et surtout pour le mod le SAS-DRSM. Le mod le SAS-DRSM offre ici des pr evision nettement meilleures par rapport aux mod es DRSM, SAS1 et SAS- $\alpha L$ . L'approche ZDES est, quant   elle, celle qui s'approche au mieux des donn ees du calcul de condition. Pour ces deux mod es, la pr evision de l' coulement est am elior ee dans la r egion de recirculation en aval du barreau sur le maillage fin : la d estabilisation du sillage est plus importante et donc le m elange turbulent aussi, de m eme la zone de recirculation est plus grande. Comme pr ec edemment, il en r esulte que la quantit e de chaleur augmente dans la r egion de recirculation derri ere le barreau ce qui abaisse le flux de chaleur sur la face arri ere.

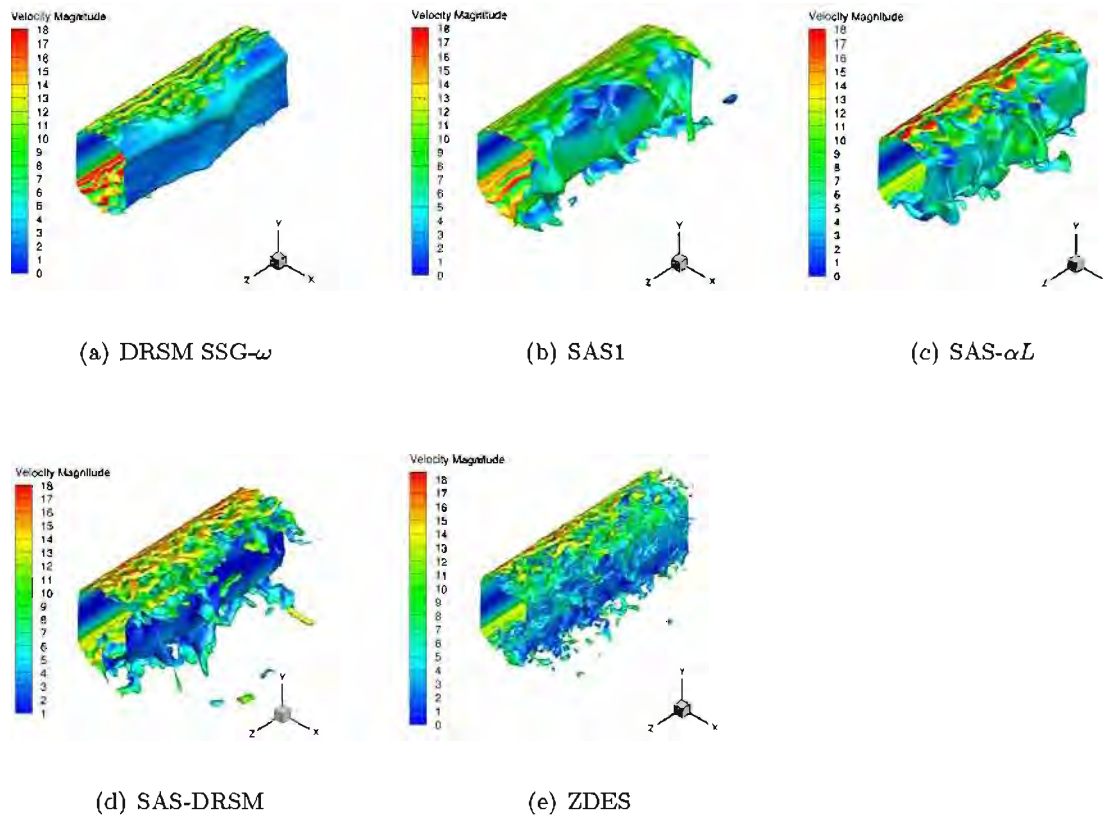


FIGURE 5.63 – Iso-surfaces de température ( $T = 298 K$ ) colorées par la norme de vitesse sur le maillage 2

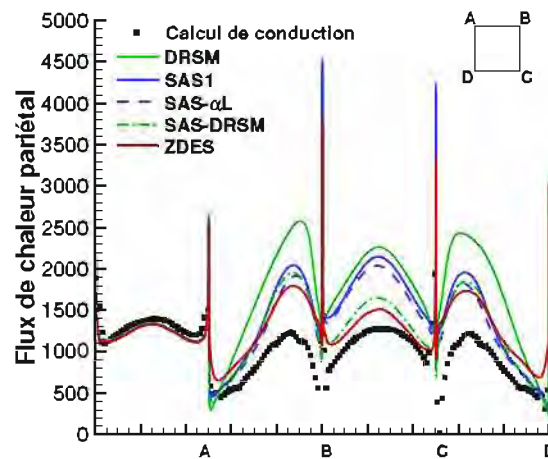


FIGURE 5.64 – Flux de chaleur pariétal moyenné en temps et en espace

Le maillage 2 permet ici d'obtenir, avec le modèle SAS-DRSM, une prévision du flux de chaleur plus proche du calcul de conduction issu des données expérimentales. Il est cependant à noter que le flux de chaleur pariétal reste encore trop élevé sur la face arrière et les coins arrière du barreau. Pour les coins arrière du barreau, l'ensemble des modèles ne parviennent pas à reproduire le flux de chaleur à la paroi malgré le raffinement du maillage.

### 5.5.2.3 Flux de chaleur turbulent

Si à la paroi, le flux de chaleur conductif domine, c'est le flux de chaleur turbulent qui assure la diffusion de la chaleur dans le reste de l'écoulement. L'écoulement dans le sillage étant ici très turbulent, les flux de chaleur turbulents sont importants pour la prévision des transferts thermiques près de la paroi arrière et méritent donc que l'on s'y intéresse. À cette fin, nous avons implanté dans le code *elsA* l'extraction des produits vitesse/température  $u_1T$ ,  $u_2T$  et  $u_3T$  qui permettent d'accéder aux flux de chaleur turbulents résolus  $u'_1T'$ ,  $u'_2T'$  et  $u'_3T'$ .

Nous avons vu au chapitre 1 que le terme de production d'énergie cinétique turbulente  $P_k$  est donné par :

$$P_k = -\langle u'_i u'_j \rangle \frac{\partial \langle u_i \rangle}{\partial x_j} \quad (5.4)$$

L'hypothèse de Boussinesq permet de le réécrire sous la forme :

$$P_k = \mu_t S^2 \quad (5.5)$$

D'un point de vue dynamique, les tensions de Reynolds sont modélisées par une hypothèse de Boussinesq. La modélisation thermique de la turbulence s'intéresse quant à elle au flux de chaleur turbulent  $u'_i T'$ . Par analogie avec la notion de viscosité turbulente, le concept de diffusivité thermique turbulente  $\kappa_t$  permet d'exprimer le flux de chaleur turbulent de façon similaire à une loi de Fourier :

$$-\langle u'_i T' \rangle = \kappa_t \frac{\partial \langle T \rangle}{\partial x_i} \quad (5.6)$$

Le pendant thermique de  $P_k$  est alors le terme de production associé à la variance des fluctuations de température  $P_\theta$  qui s'écrit :

$$P_\theta = -\langle u'_i T' \rangle \frac{\partial \langle T \rangle}{\partial x_i} \quad (5.7)$$

L'analogie avec l'hypothèse de Boussinesq sur la diffusivité thermique amène la relation suivante :

$$P_\theta = \kappa_t (\mathbf{grad} \langle T \rangle)^2 \quad (5.8)$$

Ces relations nous donnent accès à la viscosité turbulente résolue  $\nu_t^{res}$  ainsi qu'à la diffusivité thermique turbulente résolue  $\kappa_t^{res}$  à partir des champs (moyen et turbulent résolu) issus de nos simulations :

$$\begin{cases} \nu_t^{res} = \frac{P_k}{\langle \rho \rangle S^2} = -\frac{\langle u'_i u'_j \rangle}{\langle \rho \rangle S^2} \frac{\partial \langle u_i \rangle}{\partial x_j} \\ \kappa_t^{res} = \frac{P_\theta}{(\mathbf{grad} \langle T \rangle)^2} = -\frac{\langle u'_i T' \rangle}{(\mathbf{grad} \langle T \rangle)^2} \frac{\partial \langle T \rangle}{\partial x_i} \end{cases} \quad (5.9)$$

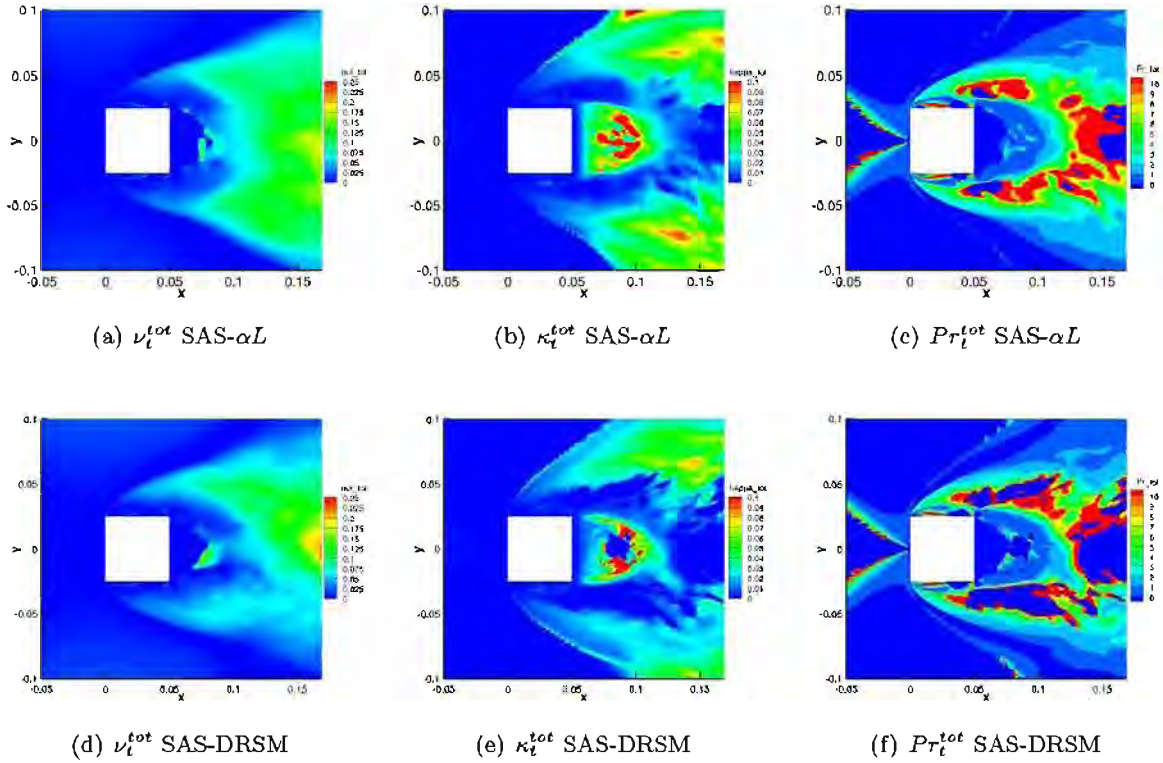


FIGURE 5.65 – Contours de  $\nu_t^{tot}$ ,  $\kappa_t^{tot}$  et  $Pr_t^{tot}$  pour les modèles SAS-DRSM et SAS- $\alpha L$  sur le maillage 2

De même, nous avons accès à la viscosité turbulente modélisée  $\nu_t^{mod}$  parmi le champ des variables extraites et l'hypothèse de nombre de Prandtl turbulent constant ( $Pr_t^{mod} = 0,9$ ) nous permet d'en déduire la diffusivité thermique turbulente modélisée  $\kappa_t^{mod}$  :

$$\kappa_t^{mod} = \frac{\nu_t^{mod}}{Pr_t^{mod}} \quad (5.10)$$

Le nombre de Prandtl turbulent total est alors donné par :

$$Pr_t^{tot} = \frac{\nu_t^{res} + \nu_t^{mod}}{\kappa_t^{res} + \kappa_t^{mod}} \quad (5.11)$$

Nous avons donc tenté d'étudier le nombre de Prandtl turbulent donné par nos simulations avec les modèles SAS- $\alpha L$  et SAS-DRSM (le flux de chaleur turbulent n'étant pas disponible pour la ZDES) présenté sur la figure 5.65. Nous n'avons malheureusement pas pu obtenir des résultats cohérents en raison des très faibles valeurs de  $\kappa_t^{tot}$  retrouvées, elles-mêmes dues aux fortes valeurs du gradient du champ de température moyen. Celles-ci engendrent de faibles dénominateurs dans la formule du nombre de Prandtl turbulent. Le nombre de Prandtl turbulent est alors très élevé là où  $\kappa_t^{tot}$  est faible.

La figure 5.66 représente les contours des tensions de Reynolds croisées  $u_p v_p$  totales et de la composante  $v_p T_p = \overline{u_2' T'}$  du flux de chaleur turbulent total dans le plan médian pour les modèles SAS- $\alpha L$  et SAS-DRSM. Les tensions de Reynolds croisées  $u_p v_p = \overline{u_1' u_2'}$  sont reliée à  $\partial U_{moy} / \partial y$  par l'hypothèse de

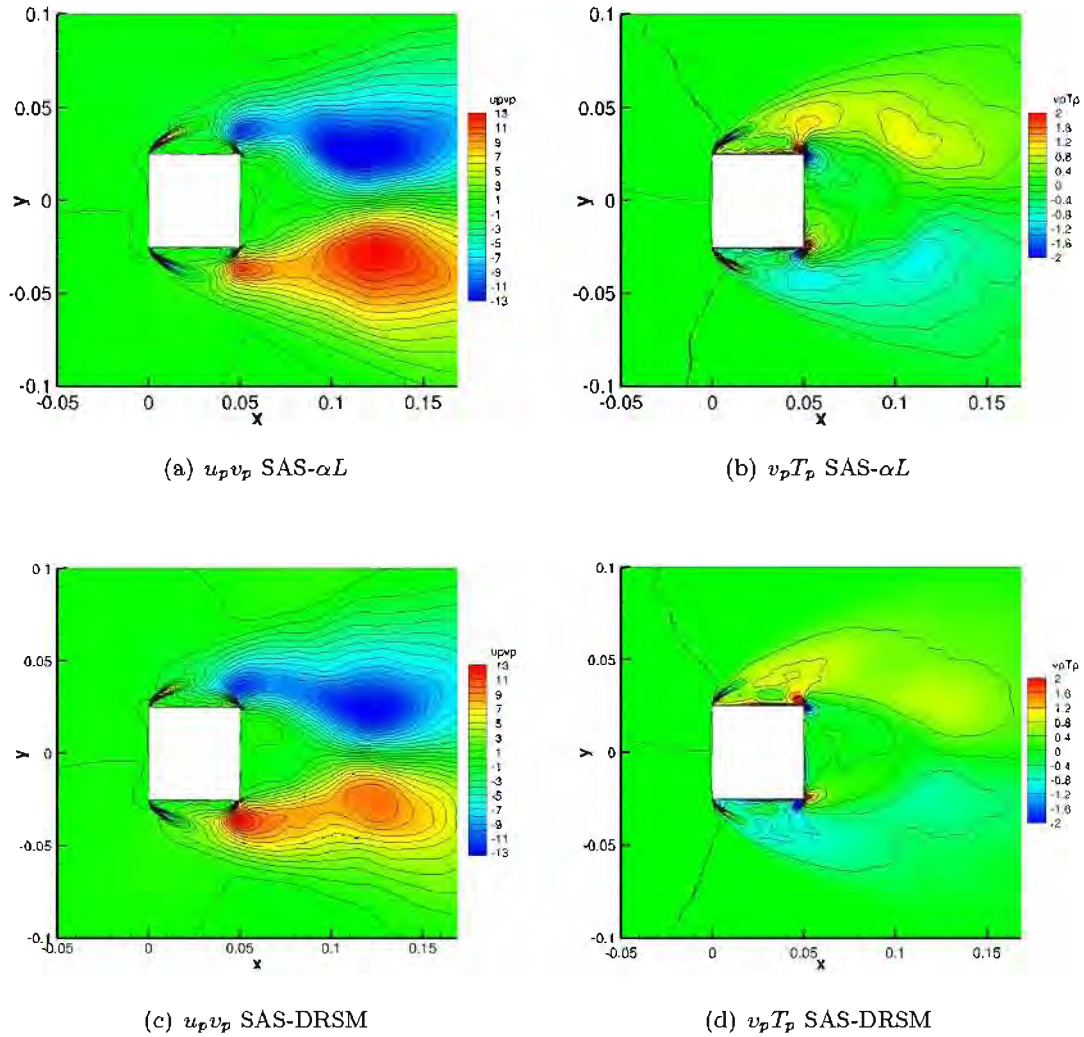


FIGURE 5.66 – Contours des tensions de Reynolds croisées  $u_p v_p$  et du flux de chaleur turbulent  $v_p T_p$  (résolus+modélisés) pour les modèles SAS-DRSM et SAS- $\alpha L$  sur le maillage 2

Boussinesq. Nous faisons ici l'hypothèse que le gradient  $\partial U_{moy}/\partial y$  prédomine sur  $\partial V_{moy}/\partial x$  dans l'expressions de  $u_p v_p$ . Cette hypothèse est respectée pour notre écoulement avec en moyenne un rapport de 10 entre ces deux quantités. De la même façon, la composante  $v_p T_p$  du flux de chaleur turbulent est reliée à  $\partial T/\partial y$  par l'hypothèse faite dans l'équation (5.6). Puisque la température est semblable à un scalaire passif dans notre cas, elle est transportée par la vitesse. Les gradients de température et de vitesse se comportent donc de la même façon, ainsi  $u_p v_p$  et  $v_p T_p$  devraient avoir un comportement comparable.

Nous pouvons constater que le flux de chaleur turbulent est important sur les coins arrière du barreau et là où les tensions de Reynolds sont élevées c'est-à-dire au niveau du cisaillement amont dans la couche cisailée et en aval du barreau où des structures cohérentes se forment. Nous avons vu que les tourbillons de coins apportent de l'air frais et provoquent ainsi un flux de chaleur pariétal trop important à cet endroit sur la figure 5.64 (coins B et C). Ils sont donc à l'origine de fluctuations de température importantes ce qui pourrait expliquer leur trace sur les contours de  $v_p T_p$ .  $v_p T_p$  reproduit le comportement général de  $u_p v_p$  près du barreau mais cela devient plus discutable dans le sillage en particulier pour le modèle SAS- $\alpha L$ . Pour l'approche SAS-DRSM, le comportement de

$v_p T_p$  dans le sillage semble un peu plus correspondre à  $u_p v_p$ . Le flux de chaleur est moins convergé pour ce modèle puisque nous n'avons pu procéder qu'à une séquence de moyenne. Cette première tendance reste donc à valider. Ces résultats semblent indiquer que l'hypothèse de Boussinesq et de nombre de Prandtl turbulent constant (fixé à 0,9 dans notre cas) ne sont plus valides dans le sillage du barreau.

## 5.6 Conclusions de l'étude

L'étude sur le maillage 2 a montré que les prévisions des approches SAS dans le sillage sont corréliées au maillage choisi. En effet, un maillage raffiné dans la zone directement en aval du barreau a permis une meilleure représentation de l'écoulement par rapport au maillage 1 dans cette zone. Les modèles SAS- $\alpha L$  et SAS-DRSM en particulier ont vu leur prévision de l'écoulement moyen et du champ turbulent améliorée grâce à la résolution de structures plus fines dans le sillage. Ces deux modèles permettent de mieux reproduire l'écoulement par rapport au modèle DRSM. L'apport de l'approche SAS au modèle DRSM, de même que celui de la correction  $\alpha L$  au modèle SAS1, est plus nettement visible dans les zones raffinées. En revanche, le raffinement du maillage dans les couches cisillées n'a pas abouti à une meilleure restitution de l'écoulement dans ces régions. La dynamique des couches cisillées reste assez mal reproduite par l'ensemble des modèles y compris la ZDES qui s'approche néanmoins le mieux des données PIV. Le modèle ZDES montre ici des prévisions supérieures aux modèles de type SAS. Par ailleurs, l'analyse multi-échelles a montré que les approches SAS parviennent à capter des structures cohérentes sur un spectre plus large par rapport au modèle URANS DRSM. Toutefois, elles ne permettent pas de résoudre les structures les plus petites (hautes fréquences) caractéristiques du mouvement turbulent par rapport à la ZDES ce qui confirme que ces dernières se situent entre les modèles URANS et hybride RANS/LES en terme de performances.

Les observations faites sur le champ dynamique se traduisent également sur le plan thermique. La ZDES offre la meilleure prévision du flux de chaleur pariétal notamment sur la face arrière grâce à l'importante déstabilisation du sillage et les structures très fines qui sont résolues. Celles-ci induisent un mélange turbulent plus important et homogène qui conduit à une baisse du flux de chaleur pariétal. Le modèle SAS-DRSM permet quant à lui une nette amélioration par rapport au modèle DRSM et aux autres approches SAS sur la face arrière du barreau. Il s'approche ici des prévisions de la ZDES mais reste encore trop éloigné du flux fourni par le calcul de conduction (+30%). De plus, tous les modèles restent en défaut sur les parois supérieures et inférieures en raison de la présence d'un tourbillon de coin qui vient augmenter le flux de chaleur pariétal aux coins arrière supérieur et inférieur. Par ailleurs, l'étude du flux de chaleur turbulent pour les approches SAS- $\alpha L$  et SAS-DRSM a montré que l'hypothèse de nombre de Prandtl turbulent constant utilisée dans les modèles (U)RANS est discutable dans le sillage du barreau. Cette hypothèse reste à évaluer pour le modèle SAS-DRSM avec un champ turbulent davantage convergé.

Enfin, les simulations ont également montré des niveaux RMS de fluctuations  $v_p$  assez faibles par rapport à l'expérience dans le cas de l'utilisation de la ZDES. Nous imputons ces observations au choix de la condition limite d'entrée qui pourrait jouer un rôle dans ce phénomène. Des pistes à étudier pour l'amélioration des prévisions de l'écoulement sur cette configuration consisteraient donc en l'utilisation d'un schéma AUSM+ moins dissipatif qui suppose cependant des pas de temps physiques plus petits (voire des sous-itérations). En outre, la condition d'entrée pourrait faire l'objet d'une procédure de génération synthétique de turbulence afin de fournir un écoulement turbulent en entrée du domaine de calcul similaire à l'écoulement en soufflerie. Dans ce cas, le maillage en amont du barreau devrait également être raffiné de façon importante afin de transporter les fluctuations turbulentes générées jusqu'au barreau. Ces mesures auraient pour conséquence d'allonger les temps de calcul et/ou d'augmenter les ressources nécessaires au calcul (processeurs, mémoire). La progression constante des ressources informatiques disponibles et de la rapidité de calcul permet d'envisager l'application de ces



éléments de solution à moyen terme.

## Chapitre 6

# Étude d'un barreau chauffé refroidi par un jet et un écoulement transverse

Nous décrirons dans ce chapitre une étude numérique de l'écoulement sur un barreau chauffé refroidi par un jet et un écoulement transverse dans lequel il débouche. Nous présenterons d'abord l'expérience B du projet ATRAN que nous cherchons à reproduire sur ce cas de simulation. Nous ferons ensuite la description de la démarche numérique utilisée sur cette configuration. Enfin, nous analyserons les caractéristiques dynamiques et thermiques des écoulements obtenus avec les différents modèles testés. Les résultats seront comparés à l'expérience afin de mesurer les performances des méthodes SAS sur ce cas d'écoulement similaire à celui du chapitre précédent et qui est ici complexifié par l'ajout d'un jet de refroidissement.

### Sommaire

---

6.1	Introduction . . . . .	158
6.2	Montage expérimental de l'expérience B du projet ATRAN . . . . .	158
6.2.1	Moyens d'essai et barreau . . . . .	158
6.2.2	Moyens de mesure . . . . .	159
6.3	Démarche numérique . . . . .	160
6.3.1	Domaine de calcul . . . . .	160
6.3.2	Paramètres et conditions de simulation . . . . .	165
6.4	Simulations avec les modèles DRSM, SAS et ZDES . . . . .	166
6.4.1	Dynamique de l'écoulement . . . . .	166
6.4.2	Analyse thermique de l'écoulement . . . . .	177
6.5	Bilan de l'étude . . . . .	185

---

## 6.1 Introduction

Nous avons vu à la section 2.4 que la combinaison d'un jet et d'un écoulement transverse est parfois utilisée afin d'homogénéiser l'efficacité thermique des dispositifs de refroidissement existants. Dans cette étude, nous nous attacherons à reproduire l'écoulement autour d'un barreau chauffé refroidi par un jet et l'écoulement transverse dans lequel celui-ci débouche. Cette configuration a fait l'objet de travaux expérimentaux et numériques au cours du projet ATRAN. Ces données expérimentales seront utilisées pour comparaison avec les simulations réalisées au cours de nos travaux.

Nous évaluerons ici également des méthodes complexes (SAS, ZDES) pour la prévision des flux de chaleur pariétaux sur le barreau. Pour cela, des simulations numériques sont effectuées sur un cas reproduisant l'expérience B du projet ATRAN. Le barreau chauffé est cette fois-ci à la fois soumis à un refroidissement par l'écoulement transverse à un nombre de Reynolds de  $Re_d = 16250$  ainsi qu'à l'action d'un jet rond de diamètre  $D = 10\text{ mm}$  caractérisé par un nombre de Reynolds  $Re_D = 26000$ . Le champ de température est imposé à la paroi via les données expérimentales obtenues par thermographie infrarouge. Les caractéristiques dynamiques et thermiques du champ moyen de l'écoulement simulé font l'objet d'une comparaison aux données expérimentales.

Nous présenterons d'abord succinctement le montage expérimental de l'expérience du projet ATRAN correspondant à notre configuration d'étude. Nous exposerons ensuite la démarche numérique que nous avons suivi pour la conception du domaine de calcul par le choix des conditions limites et l'élaboration du maillage. De même, nous définirons les paramètres et les conditions de simulation adoptés pour ces simulations. Nous procéderons ensuite à des simulations URANS avec les modèles DRSM, les modèles SAS- $\alpha L$  et SAS-DRSM ainsi que l'approche ZDES. Nous analyserons la dynamique de l'écoulement par l'étude des structures présentes dans l'écoulement et leur comportement fréquentiel. Nous nous intéresserons ensuite aux structures thermiques relatives à l'impact du jet sur le barreau ainsi qu'aux transferts thermiques prévus par les différentes simulations afin d'évaluer ces modèles sur des problématiques de dimensionnement thermique pour ce type de configuration.

## 6.2 Montage expérimental de l'expérience B du projet ATRAN

Comme nous l'avons expliqué au chapitre 5, le programme de recherche ATRAN était destiné à étudier le comportement thermique d'un compartiment core sur un moteur d'avion [122] à la fois par des mesures expérimentales et des simulations numériques avec le code CEDRE.

Parmi les cinq configurations retenues pour le volet expérimental du projet, la configuration que nous étudierons dans ce chapitre représente le refroidissement d'un équipement par un système de ventilation dédiée (expérience B). À la différence de la ventilation globale, les équipements (dans le compartiment du moteur) dissipant de la chaleur sont également soumis à un impact de jet d'air froid afin d'assurer un meilleur refroidissement local. La géométrie choisie représente ainsi un équipement de forme parallélépipédique dissipant un flux de chaleur et soumis à un impact de jet froid en présence d'un écoulement principal froid à la même température. Contrairement à l'expérience A, le barreau n'est pas placé au centre de la veine mais près de la paroi inférieure de la soufflerie donc dans une configuration asymétrique.

### 6.2.1 Moyens d'essai et barreau

Tout comme pour l'expérience A, les mesures expérimentales ont été réalisées dans la soufflerie S4 de l'IMFT sous la coordination de A. Giovannini [122]. Les caractéristiques de la soufflerie sont données au chapitre 5. Le même barreau en Macor de côté  $d = 50\text{ mm}$  est utilisé mais positionné à une

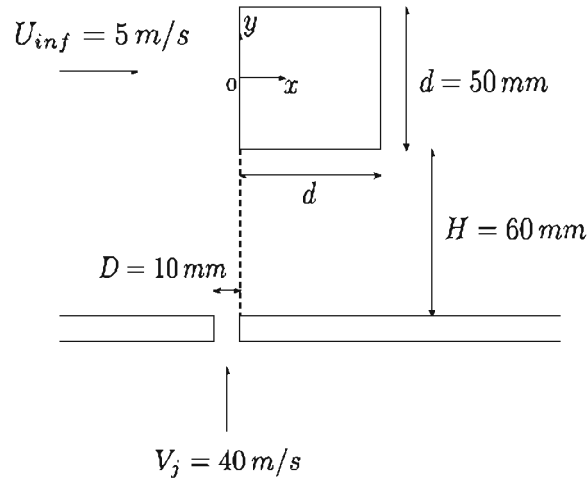
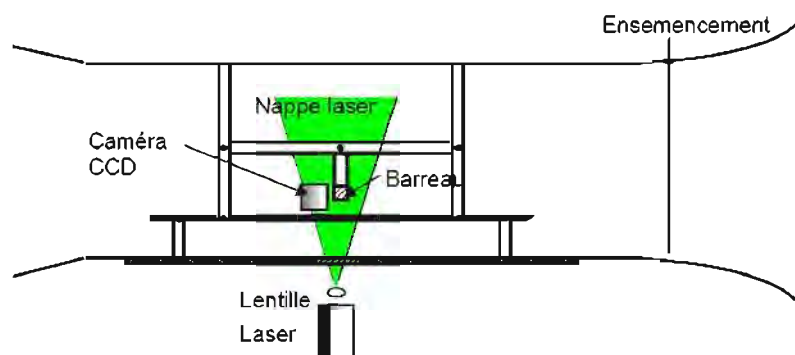
FIGURE 6.1 – Schéma de la sortie du jet dans le plan médian ( $z = 0 m$ )

FIGURE 6.2 – Montage PIV de l'expérience B [122]

distance  $H = 60 mm$  de la paroi inférieure de la soufflerie. Le jet de diamètre  $D = 10 mm$  est quant à lui positionné en amont du barreau selon le schéma 6.1 avec une vitesse débitante de  $V_j = 40 m/s$  (soit  $Re_D = 26000$ ) afin d'assurer une bonne pénétration du jet dans l'écoulement transverse jusqu'au barreau. L'écart de température entre le barreau et la ventilation (jet + écoulement transverse) est d'environ  $50^\circ C$  avec une température de chauffage du barreau de  $68^\circ C$  pour un écoulement dans la veine et un jet à une température de  $21,8^\circ C$  soit  $T_{amb} = 295 K$ . L'écoulement de ventilation dans la veine est caractérisé par une vitesse  $U_{inf} = 5 m/s$  (soit  $Re_d = 16250$ ). Les dimensions du montage expérimental sont les mêmes que pour l'expérience A et sont données dans le tableau 5.1. Ce dispositif expérimental a également fait l'objet d'une campagne de thermographie infrarouge ainsi que d'une campagne de mesures PIV dans le plan médian du barreau, dans le plan vertical à  $x = 55 mm$  et dans le plan horizontal  $y = -30 mm$  à  $5 mm$  des parois du barreau.

### 6.2.2 Moyens de mesure

Le système PIV est semblable à celui de l'expérience A avec un écoulement de la droite vers la gauche sur la figure 6.2. Ce système PIV classique (2D2C) a permis de déterminer les composantes moyennes de la vitesse  $U$ ,  $V$  et  $W$  ainsi que les composantes du tenseur de Reynolds  $\langle u'^2 \rangle$ ,  $\langle v'^2 \rangle$ ,  $\langle w'^2 \rangle$ ,  $\langle u'w' \rangle$ ,  $\langle v'w' \rangle$  et  $\langle u'v' \rangle$  selon le plan de mesure considéré.

La chaîne de thermographie est la même que celle utilisée pour l'expérience A avec ici encore un

écoulement de la droite vers la gauche sur la figure 6.3. Les deux miroirs étaient quant à eux positionnés différemment par rapport à l'expérience A afin d'avoir accès à la température sur les faces supérieure et arrière du barreau. Les champs de température issus de ces campagnes sont représentés sur la figure 6.8 et couvrent une zone réduite à un diamètre du barreau de part et d'autre du centre de celui-ci.

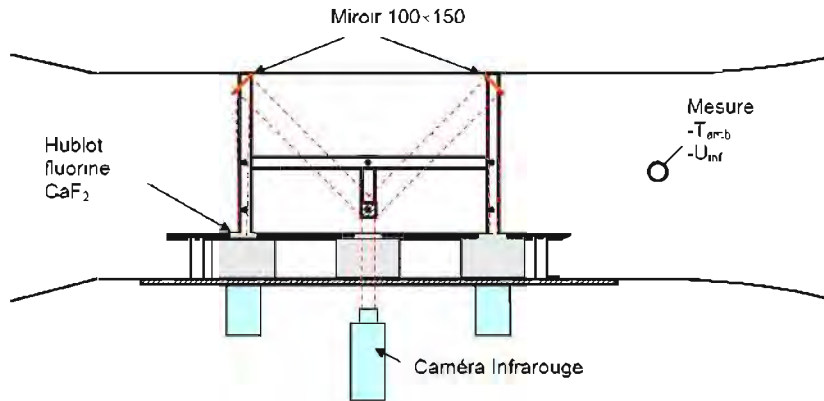


FIGURE 6.3 – Montage thermographie infrarouge de l'expérience B [122]

## 6.3 Démarche numérique

### 6.3.1 Domaine de calcul

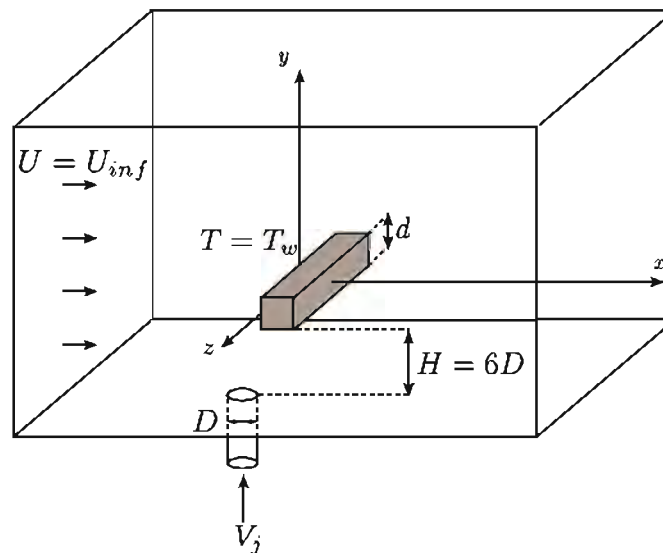


FIGURE 6.4 – Configuration barreau chauffé dans un écoulement transverse refroidi par un jet

Les dimensions du domaine de calcul sont exprimées en fonction de la longueur du côté du barreau  $d = 50 \text{ mm}$ . Les caractéristiques générales du domaine, schématisé sur la figure 6.4, sont résumées dans le tableau 6.1. Le maillage comporte près de 30,000,000 de cellules avec une zone de maillage en O raffinée dans la région de sortie et d'impact du jet. La sortie du jet de diamètre  $D = 10 \text{ mm}$  est précédée d'une conduite de longueur  $4D$  permettant le développement d'un écoulement de jet turbulent. La figure 6.5 représente une vue du maillage autour du barreau dans le plan médian ( $z = 0 \text{ mm}$ ) ainsi

que la zone de jet pour laquelle nous affichons 1 point sur 4 dans toutes les directions pour plus de visibilité. La figure 6.6 présente des coupes du maillage dans les plans  $xy$  et  $xz$  respectivement dans la zone d'interaction entre le jet et le barreau et sur la paroi inférieure du barreau pour  $-d < z < d$ .

Caractéristiques du maillage	Maillage
Diamètre du barreau	$d = 50mm$
Diamètre du jet	$D = 10mm$
Dimension en x	$20d$
Dimension en y	$12d$
Dimension en z	$6d$
Nombre de mailles en x	338
Nombre de mailles en y	350
Nombre de mailles en z	176
Nombre de mailles total	29, 888, 768

Zone	Sillage proche	Zone du jet
$\Delta x_{min}/d$	$2.10^{-3}$	$2.10^{-3}$
$\Delta x_{max}/d$	$2.10^{-2}$	$2.10^{-2}$
$\Delta y_{min}/d$	$2.10^{-3}$	$2.10^{-3}$
$\Delta y_{max}/d$	$1.10^{-2}$	$1, 4.10^{-1}$
$\Delta z_{min}/d$	$5.10^{-3}$	$5.10^{-3}$
$\Delta z_{max}/d$	$1, 4.10^{-2}$	$1, 4.10^{-2}$

TABLE 6.1 – Caractéristiques du domaine de calcul mailles caractéristiques dans les régions de sillage proche du barreau et la zone de jet débouchant

TABLE 6.2 – Ordre de grandeur des tailles de

L'effort de maillage a ici porté d'une part sur le sillage proche en aval du barreau ( $d \leq x \leq 3d$ ,  $-0,5d \leq y \leq 0,5d$ ) et d'autre part sur la zone de jet débouchant venant impacter le barreau ( $0mm \leq x \leq 3d$ ,  $-1,7d \leq y \leq -0,5d$ ,  $-0,5d \leq z \leq 0,5d$ ). Les caractéristiques du maillage dans ces régions ont été choisies de manière similaire à celles retenues pour le maillage 2 de la configuration précédente. Nous nous sommes ainsi efforcés d'y conserver un taux d'étirement des mailles entre 0 et 5% dans l'optique d'une résolution sur un mode LES dans le cas du modèle ZDES. Le tableau 6.2 fournit des informations sur l'ordre de grandeur des mailles (adimensionné par le diamètre du barreau) dans ces zones. La taille de la première maille aux parois du barreau et à la paroi inférieure du domaine est de  $\Delta_{cl}/d = 2.10^{-4}$  soit  $y^+ \simeq 0, 2$ .

Les conditions limites suivantes sont appliquées :

- sur les parois du barreau : une condition d'adhérence pour la vitesse et le champ de température issu des données expérimentales,
- un écoulement uniforme ( $u_1 = U_{inf}$ ,  $u_2 = u_3 = 0$ ) de température  $T = T_{amb} = 295$  K en entrée,
- en entrée du jet : un profil de vitesse d'écoulement de conduite turbulent (figure 6.7) avec une vitesse débitante  $V_j = 40$  m/s,
- une condition limite périodique sur les plans latéraux,
- une condition de glissement sur le plan supérieur en faisant l'hypothèse que la couche limite sur cette paroi de la soufflerie est très mince,
- une condition d'adhérence sur le plan inférieur,
- enfin, une condition de pression est utilisée en sortie.

Le profil de vitesse en entrée du jet est obtenu à partir d'un calcul 1D d'une conduite axisymétrique à  $Re_D = 26000$  avec un modèle  $k-\epsilon$ . Ce profil axisymétrique est ensuite interpolé sur la section d'entrée du jet. Le jet ainsi injecté est stationnaire et donc sans spectre de turbulence.

De même, le champ de température expérimental à la surface du barreau (fig. 6.8) est extrapolé

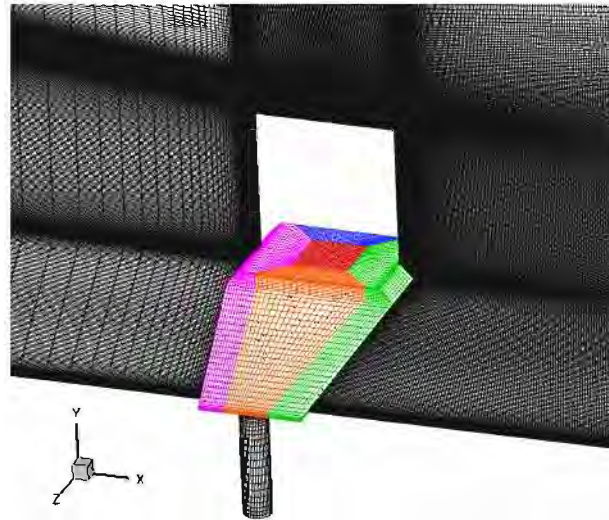


FIGURE 6.5 – Maillage autour du barreau dans le plan médian et dans la zone de jet

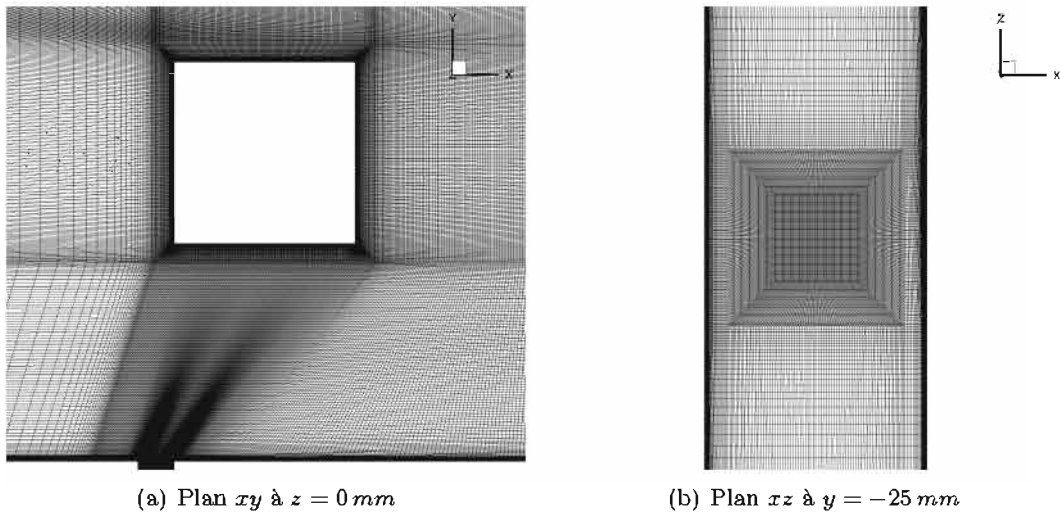
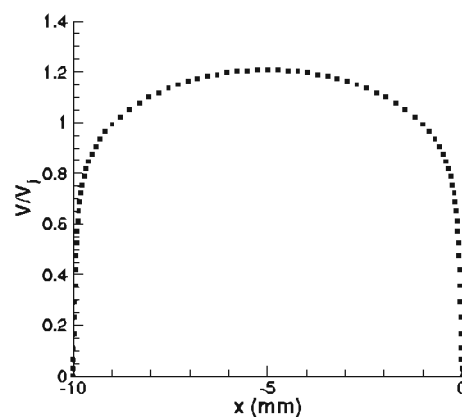
FIGURE 6.6 – Coupes du maillage dans la zone d'interaction entre le jet et le barreau et sur la paroi inférieure du barreau pour  $-d < z < d$ 

FIGURE 6.7 – Profil de vitesse en entrée du jet

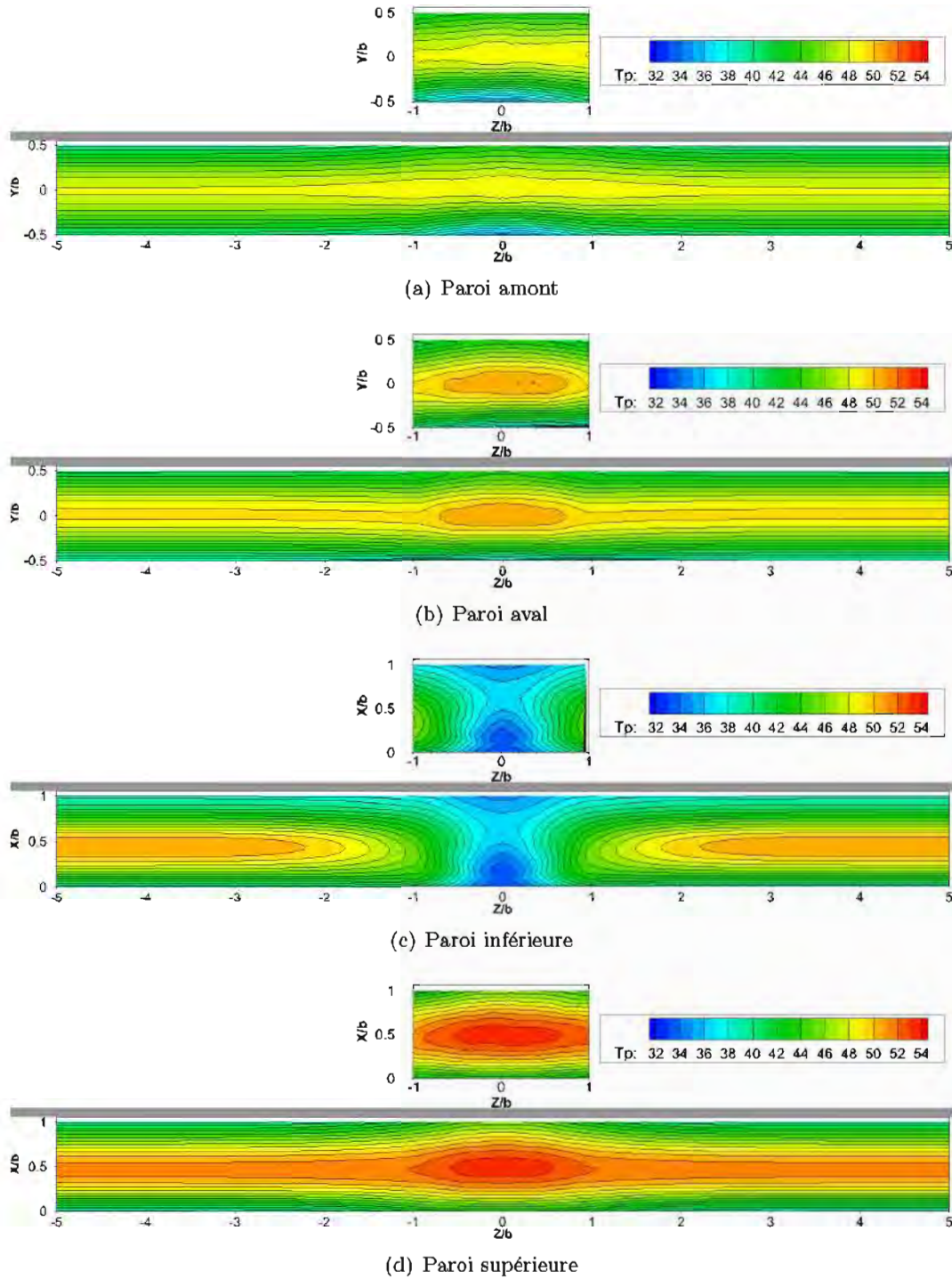


FIGURE 6.8 – Champs de température expérimental et extrapolé aux parois du barreau en  $^{\circ}\text{C}$

en envergure en faisant l'hypothèse qu'en dehors de la zone d'influence du jet ( $-d < z < d$ ), le champ de température est semblable à celui que nous pourrions observer sur un même barreau placé dans un écoulement transverse mais sans jet. Les données de l'expérience A comportait non seulement des mesures sur un barreau chauffé placé au centre de la soufflerie comme étudié dans le chapitre 5 mais également des mesures sur une configuration dissymétrique. Pour ce montage, les caractéristiques sont identiques à notre écoulement mis à part qu'il ne présente pas de jet. Nous avons donc fait un raccordement entre le champ de température expérimental (avec jet) disponible en  $z = \pm d$  et le profil



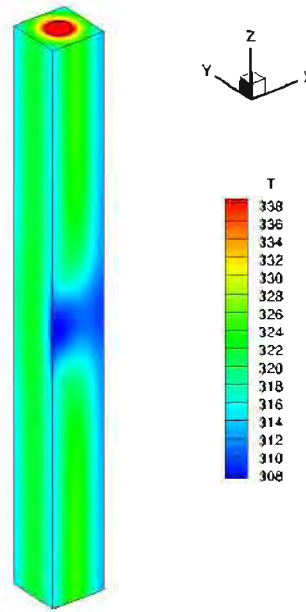


FIGURE 6.9 – Champ de température dans le barreau issu du calcul de conduction

Sondes	$x$	$y$	$z$
$KH_{\text{barreau}}$	$0\text{ m}$	$-0,026\text{ m}$	$0,12\text{ m}$
$KH_{\text{jet}}$	$-0,01\text{ m}$	$-0,083\text{ m}$	$0\text{ m}$
$SJ$	$0,09\text{ m}$	$-0,065\text{ m}$	$0\text{ m}$
$IBJ$	$0,03\text{ m}$	$-0,026\text{ m}$	$0,02\text{ m}$

TABLE 6.3 – Position des sondes numériques dans l'écoulement

de température moyen obtenu dans le cas sans jet qui est imposé en  $z = \pm 3d$ . Ce raccordement s'accompagne également d'un lissage des données expérimentales afin d'éliminer les irrégularités dans le champ de température. Cette opération est illustrée sur la figure 6.8. Les champs de température aux parois du barreau ainsi générés sont ensuite utilisés afin de réaliser un calcul de conduction dans le barreau avec une démarche similaire à celle adoptée dans le chapitre 5. Le calcul est ici 3D et est réalisé par E. Laroche avec le logiciel CEDRE. Il permet d'avoir accès aux flux de chaleur pariétaux sur le barreau pour comparaison avec nos simulations. Le champ de température obtenu dans le barreau avec ce calcul est représenté sur la figure 6.9. Comme dans le chapitre 5, nous appliquerons sur la paroi inférieure du barreau une correction liée au rayonnement de la paroi basse de la soufflerie (équation (5.1)) lors de l'étude des transferts thermiques aux parois.

Une sonde numérique nommée  $KH_{\text{barreau}}$  a été placée dans le plan  $z = 0,12\text{ m}$  pour avoir accès à la fréquence d'instabilité de Kelvin Helmholtz (KH) dans la couche cisailée inférieure du barreau. Une autre sonde  $KH_{\text{jet}}$  a quant à elle été positionnée dans le plan médian  $z = 0\text{ m}$  en sortie du jet de façon à capter la fréquence des instabilités de KH du jet. Une troisième sonde appelée  $SJ$  est également placée dans le sillage du jet afin de restituer la fréquence caractéristique des structures qui y sont présentes. Enfin, une dernière sonde est positionnée dans la zone d'interaction entre le jet et le barreau sous la paroi inférieure pour capter la fréquence des structures qui ont impacté le barreau. La position de ces différents capteurs est donnée dans le tableau 6.3 et est schématisée sur la figure 6.10.

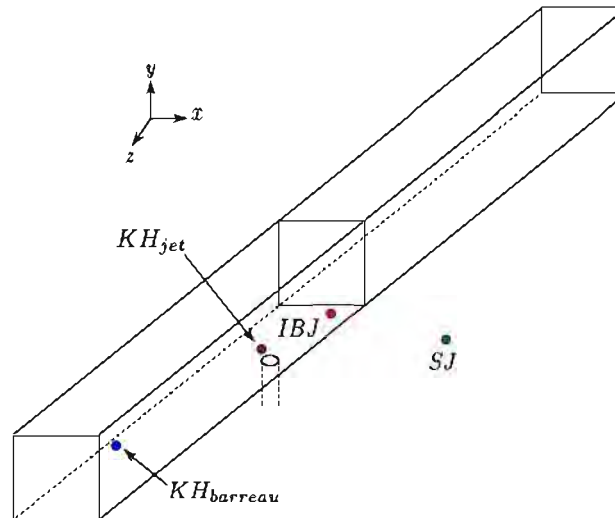


FIGURE 6.10 – Schéma des sondes numériques placées dans l'écoulement

### 6.3.2 Paramètres et conditions de simulation

L'étude numérique sur la configuration précédente nous a amené à privilégier le schéma AUSM+ afin de s'affranchir de l'usage d'un préconditionneur basse vitesse et réduire le plus possible la dissipation numérique liée à la discrétisation spatiale (paragraphe 5.3.2.4). De même, un schéma d'Euler rétrograde a été employé pour l'intégration en temps. La mise en oeuvre de simulations avec le schéma AUSM+ a nécessité un pas de temps plus faible que pour l'étude du barreau seul dans le but de maintenir un CFL inférieur à 1 dans toutes les cellules du domaine et d'assurer une bonne convergence des calculs.

Ce choix a eu pour effet d'allonger les temps de calcul de manière importante comme nous l'avions évoqué plus haut. C'est pourquoi nous avons tout d'abord opéré une convergence du calcul en ne retenant qu'un point sur deux du maillage avec un pas de temps de  $\Delta t = 5.10^{-6} s$ . Nous avons ainsi mené ce calcul sur 100 000 itérations soit environ 7 cycles au sens de la période caractéristique des allées de von Kármán ( $T_{vK} \simeq 0,073 s$ ). Nous avons ensuite poursuivi sur le maillage complet avec  $\Delta t = 10^{-6} s$  pour une simulation sur 400 000 pas de temps soit 5,5 cycles de l'instabilité de sillage du barreau. Le temps de simulation effectué paraît insuffisant pour avoir une bonne prévision de l'écoulement de sillage. En effet, nous avons manqué de temps d'une part en raison de l'indisponibilité du calculateur Stelvio de l'ONERA qui a fait l'objet d'une extension. D'autre part, nous avons bénéficié de ressources sur le calculateur Curie du GENCI qui ont été débloquentées par paliers successifs au cours de la dernière année dont le dernier assez tardivement. Le temps de simulation reste néanmoins convenable pour l'écoulement de jet débouchant qui vient impacter le barreau. En effet, Fric et Roshko [54] ont relevé des nombres de Strouhal basés sur le diamètre du jet  $D$  entre 0,08 et 0,15 pour un taux de soufflage de  $R = 8$  correspondant à notre cas d'étude. Un nombre de Strouhal moyen de 0,115 situe la période caractéristique des tourbillons de sillage du jet autour  $T_{jet} \simeq 0,017 s$ . En première approximation, le calcul en un point sur deux a donc porté sur une trentaine de cycles au sens de l'instabilité de sillage du jet, puis sur un peu plus d'une vingtaine de cycles sur le maillage total. Les temps de calculs et les ressources nécessaires sont précisés en annexe K.

Comme précédemment, plusieurs modèles de turbulence ont été évalués : le modèle DRSM SSG- $\omega$  [64], les approches URANS avancées SAS- $\alpha L$  de F. Benyoucef et al. [15] et SAS-DRSM que nous avons proposée dans cette thèse ainsi que la ZDES pour comparaison aux résultats expérimentaux.

## 6.4 Simulations avec les modèles DRSM, SAS et ZDES

Les simulations décrites dans cette section ont été réalisées dans les conditions de simulation définies au paragraphe 6.3.2. Les moyennes sont réalisées sur 80 000 pas de temps soit environ 5 cycles au sens de l'instabilité de sillage du jet ou un peu plus d'1 cycle de l'instabilité de sillage du barreau. Nous analyserons dans un premier temps l'aspect dynamique de l'écoulement par l'étude qualitative des structures en présence et du champ moyen. Nous procéderons également à une analyse fréquentielle des signaux fournis par les capteurs numériques placés dans l'écoulement. Nous nous intéresserons enfin aux structures turbulentes thermiques et à la prévision du flux de chaleur pariétal par les différents modèles utilisés.

### 6.4.1 Dynamique de l'écoulement

#### 6.4.1.1 Visualisation des structures de l'écoulement

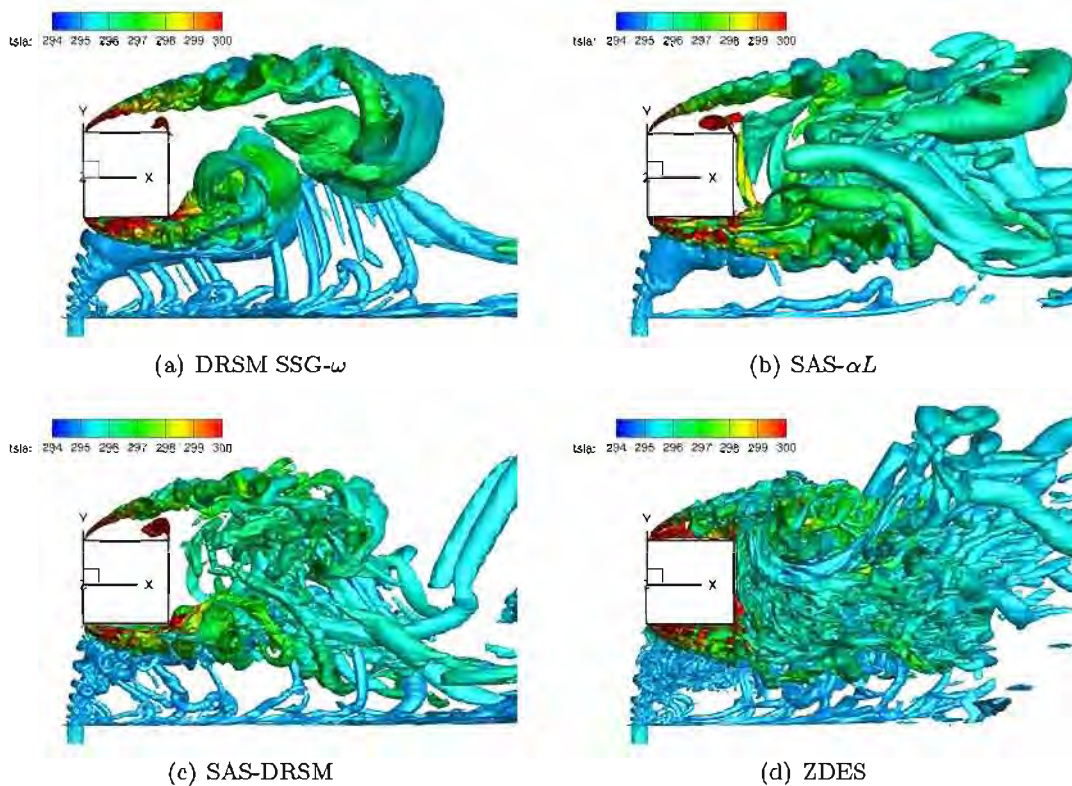


FIGURE 6.11 – Iso-surfaces du critère  $Q$  ( $Q=50000s^{-2}$ ) colorées par la température

La figure 6.11 représente des iso-surfaces du critère  $Q$  ( $S^2 - \Omega^2$ ) de l'écoulement obtenu avec les différents modèles testés. Des coupes de vitesse instantanée  $|V| = \sqrt{u_1^2 + u_2^2}$  dans le plan médian sont également données sur la figure 6.12 pour chaque modèle. Ces visualisations montrent que l'ensemble des modèles parviennent à capturer les instabilités de Kelvin-Helmholtz(KH) qui s'échappent à la fois des arêtes avant du barreau et de la sortie avant du jet.

Le modèle DRSM SSG- $\omega$  (figure 6.11(a)) reproduit un sillage quasi bidimensionnel à l'arrière du barreau avec peu de ribs de manière similaire à ce que nous avons observé sur l'étude du barreau chauffé au chapitre 5. Le jet présente quant à lui des structures annulaires nettes et marquées issues de la formation et de l'enroulement des instabilités de KH. Celles-ci sont visibles sur la figure 6.12(a)

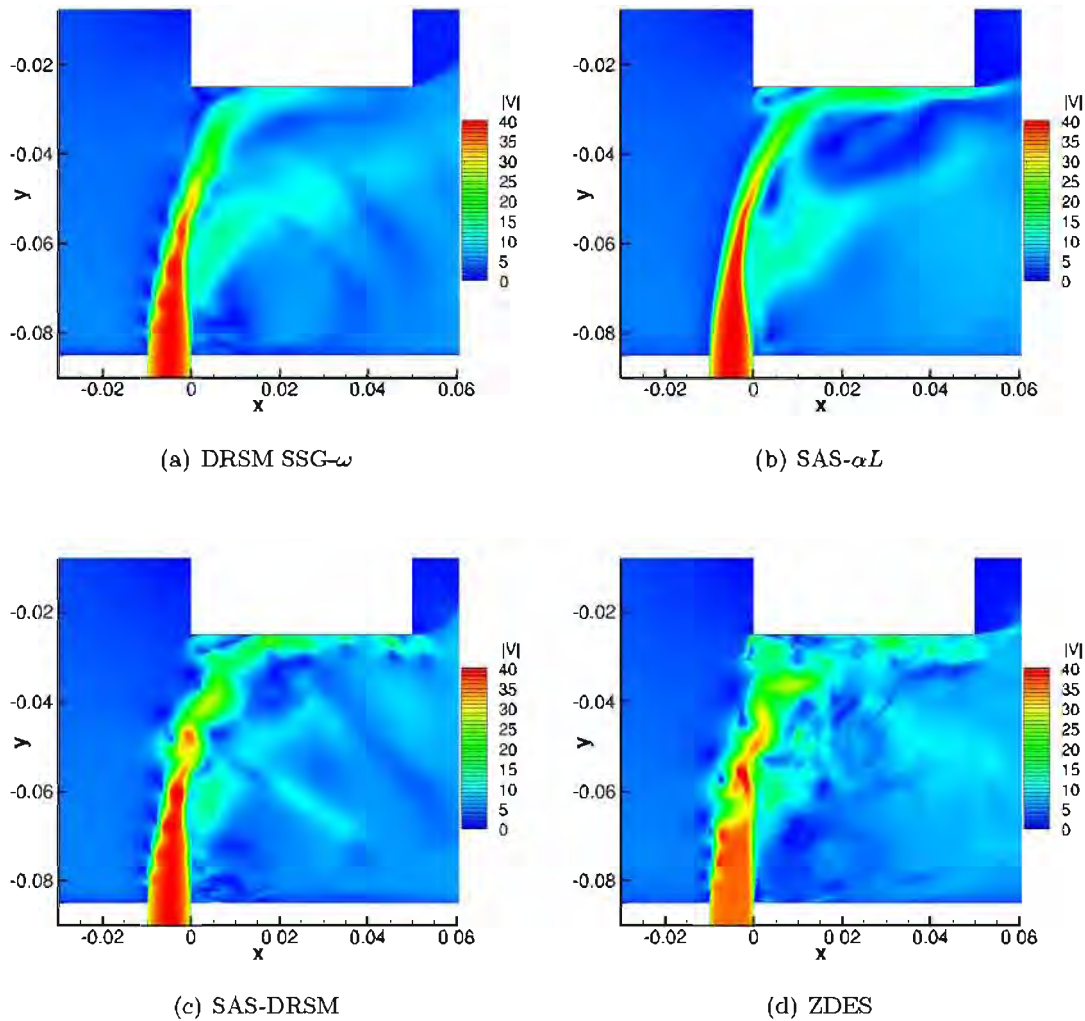


FIGURE 6.12 – Champ de vitesse instantanée  $|V| = \sqrt{u_1^2 + u_2^2}$  pour la zone d'interaction entre le barreau et le jet dans le plan médian  $z = 0$

dans la zone d'interaction entre le jet et le barreau. De plus, le sillage du jet contient une multitude de tourbillons de sillage verticaux en forme de tornade dont nous apercevons les traces sur la champ de vitesse instantanée de la figure 6.12(a). De même, nous observons des structures en forme d'arches près de la paroi basse du domaine. Le modèle SAS-DRSM permet, sur la figure 6.11(c), de déstabiliser fortement l'ensemble de l'écoulement par rapport au modèle DRSM seul. Dans le sillage fortement tridimensionnalisé du barreau, les ribs sont nombreux et fins. L'écoulement de jet est également plus déstabilisé (fig. 6.12(a)) avec des structures résolues plus fines dans le sillage et en sortie du jet. Ces dernières semblent ici déformer légèrement les structures annulaires et sont nombreuses dans la zone d'impact sur la paroi inférieure barreau.

Sur la figure 6.11(b), nous voyons que le modèle SAS- $\alpha L$  offre un sillage du barreau plus déstabilisé et riche en ribs que le modèle DRSM mais bien moins que le modèle SAS-DRSM. Les structures résolues dans le sillage sont ici moins fines qu'avec le modèle SAS-DRSM. Par ailleurs, l'utilisation de ce modèle aboutit étonnamment à un jet plus cohérent et avec moins de structures annulaires que pour le modèle DRSM. Ceci est particulièrement visible sur la figure 6.12(b) où le champ de vitesse instantanée au bord avant du jet ne présente pas d'ondulations caractéristiques des structures annu-

laïres. En revanche, le jet semble plus déstabilisé dans la zone d'impact qu'avec le modèle DRSM. De même, le sillage du jet présente très peu de tourbillons de sillage mais conserve les structures en forme d'arches près de la paroi (fig. 6.11(b)). L'approche SAS est très peu déstabilisante sur l'écoulement de jet tandis qu'elle s'exprime davantage sur l'écoulement à l'arrière du barreau.

Enfin, la figure 6.11(d) montre que l'emploi de la ZDES permet d'avoir un écoulement fortement déstabilisé à la fois dans le sillage du barreau et dans le jet. La figure 6.12(d) montre que l'arrière du jet est beaucoup plus déstabilisé par rapport aux autres modèles. Les structures résolues sont très fines en particulier dans la zone d'interaction entre le jet et le barreau (fig. 6.11(d)). Les structures turbulentes sont plus fines que celles capturées par l'approche SAS-DRSM. Comme précédemment, les structures sont étirées puis dissipées au delà de  $x = 3d$  en raison de la progression de la taille des mailles qui est trop importante en  $x$ .

#### 6.4.1.2 Champ moyen

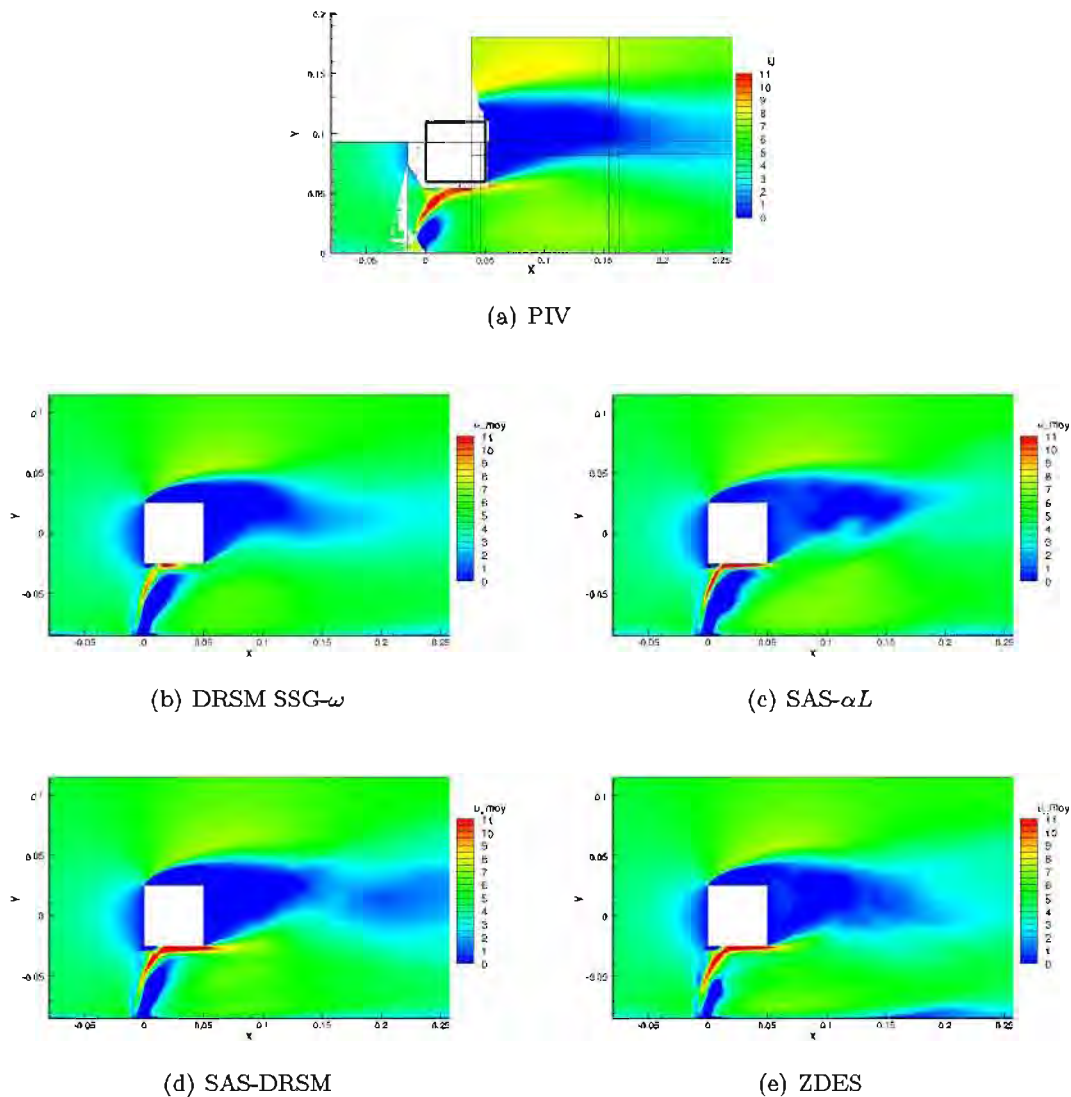


FIGURE 6.13 – Comparaison du champ moyen de vitesse axiale  $U_{moy}$  aux données PIV dans le plan médian  $z = 0$

Le champ moyen de vitesse axiale obtenu pour chaque simulation est représenté sur la figure 6.13. Bien que le champ moyen ne soit pas complètement convergé, l'observation de ces champs montre que ce sont les modèles SAS-DRSM et ZDES qui reproduisent le mieux l'écoulement. Ces modèles permettent d'avoir un sillage derrière le barreau plus étendu et proche de ce qui est observé sur les données PIV.

Concernant le jet, nous notons ici que seul l'approche ZDES parvient à restituer un écoulement de jet semblable aux données expérimentales. En effet, les autres modèles présentent une importante zone de recirculation en sortie du jet qui s'étend quasiment jusqu'à la paroi inférieure du barreau. Celle-ci montre que, pour ces simulations, le jet est encore trop cohérent et constitue un obstacle à l'écoulement transverse.

Le jet pénètre davantage verticalement dans l'écoulement transverse par rapport à l'expérience et vient donc impacter le barreau plus près de l'arête amont. Le modèle SAS-DRSM permet de réduire ce phénomène par rapport aux modèles DRSM et SAS- $\alpha L$  mais de façon insuffisante. De même, l'approche ZDES semble également présenter un jet légèrement moins fléchi que dans l'expérience.

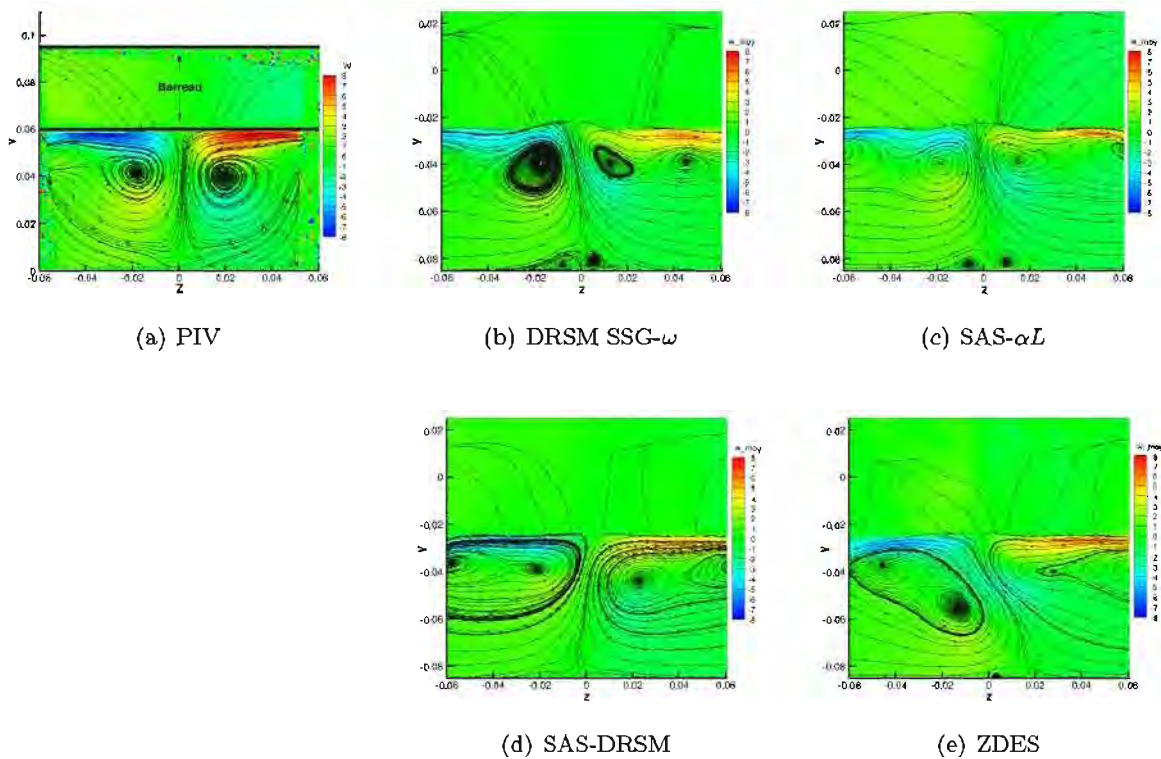


FIGURE 6.14 – Comparaison du champ moyen de vitesse transverse  $W_{moy}$  aux données PIV dans le plan transverse vertical  $x = 55 \text{ mm}$

Le figure 6.14 montre les contours du champ moyen de vitesse transverse  $W_{moy}$  tracés avec les lignes de courant dans le plan vertical à  $5 \text{ mm}$  de la paroi arrière du barreau. Le champ PIV (figure 6.14(a)) met en évidence une paire de tourbillons contrarotatifs caractéristique d'un écoulement de jet débouchant. Elle se trouve sous la paroi inférieure du barreau et est plus ou moins bien restituée par l'ensemble des modèles même si le champ moyen n'est pas complètement convergé. Nous remarquons également des structures secondaires ( $|z| \geq 0,05 \text{ m}$ ) dans les simulations que nous devinons sur le champ expérimental.

Nous observons que la norme de la vitesse transverse est sous-estimée par chacun des modèles par rapport à l'expérience notamment dans la zone centrale du jet près de la paroi du barreau. Ceci peut s'expliquer par le fait que dans les simulations, le jet vient impacter le barreau plus en amont que dans l'expérience. À cet endroit de l'écoulement, la paire contrarotative a donc perdu en intensité du fait de cet impact prématuré. Ce déficit de vitesse est ainsi moins marqué pour les modèles SAS-DRSM et ZDES qui bénéficient d'une moins grande pénétration du jet dans l'écoulement transverse comme nous l'avons vu sur la figure précédente.

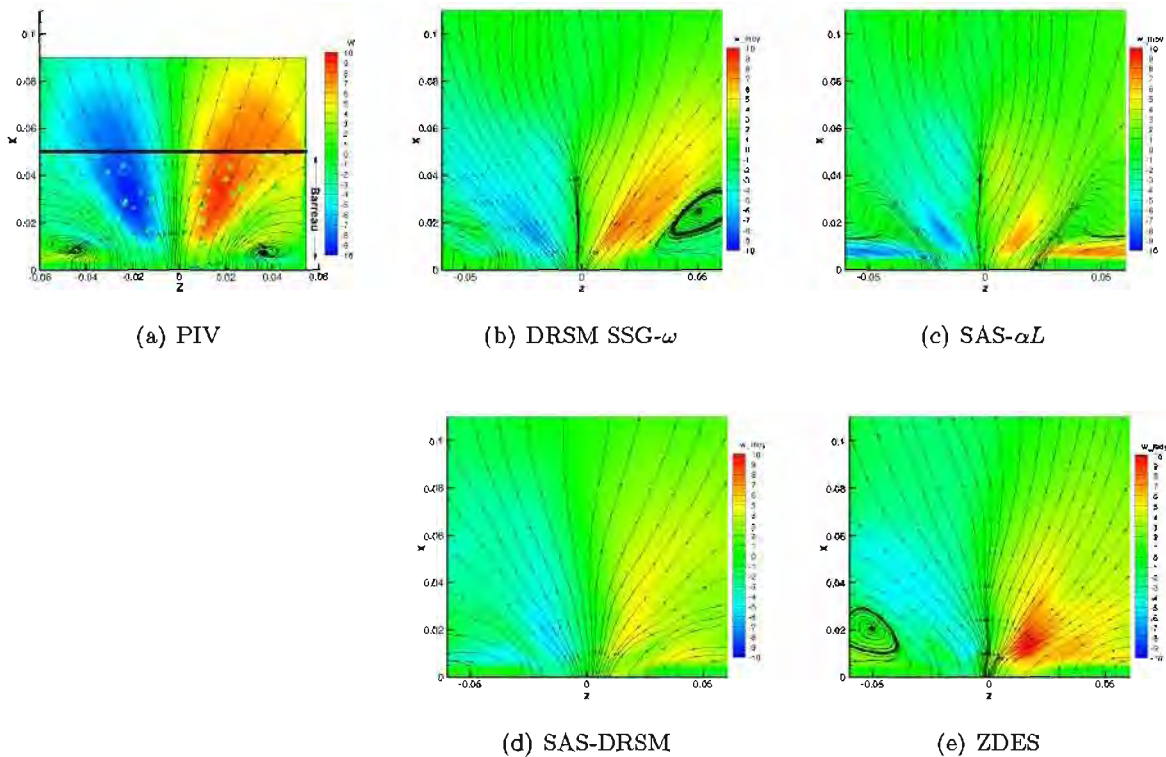


FIGURE 6.15 – Comparaison du champ moyen de vitesse transverse  $W_{moy}$  aux données PIV dans le plan horizontal  $y = -30 \text{ mm}$

Nous étudions à présent sur la figure 6.15, les contours du champ moyen de vitesse et les lignes de courant dans le plan horizontal situé  $5 \text{ mm}$  en dessous de la paroi inférieure du barreau. De la même façon que sur la figure 6.14, les niveaux sont fortement sous-estimés par l'ensemble des modèles par rapport aux données expérimentales. Le champ expérimental fait apparaître deux structures latérales sur chaque côté du jet. Celles-ci apparaissent à moitié sur les champs issus des simulations avec les modèles DRSM et ZDES mais le champ moyen étant insuffisamment convergé, nous ne pouvons pas réellement juger de leur juste reproduction ou non par rapport à l'expérience dans ce cas. Nous remarquons également que l'expansion latérale des lobes dus à la paire contrarotative est plus faible pour les modèles DRSM et SAS- $\alpha L$ . Ceci explique également en partie le déficit de vitesse observé précédemment dans le plan vertical.

Les figures 6.16 et 6.17 représentent des profils de vitesse moyenne axiale dans le plan de symétrie à  $x/D = 0$ ,  $x/D = 1$ ,  $x/D = 2$  et  $x/D = 3$  sous le barreau. Les données PIV n'étant pas disponibles en proche paroi, celles-ci sont représentées en se limitant aux valeurs à  $5 \text{ mm}$  de la paroi inférieure du barreau et à celles à  $2 \text{ mm}$  de la paroi basse du domaine.

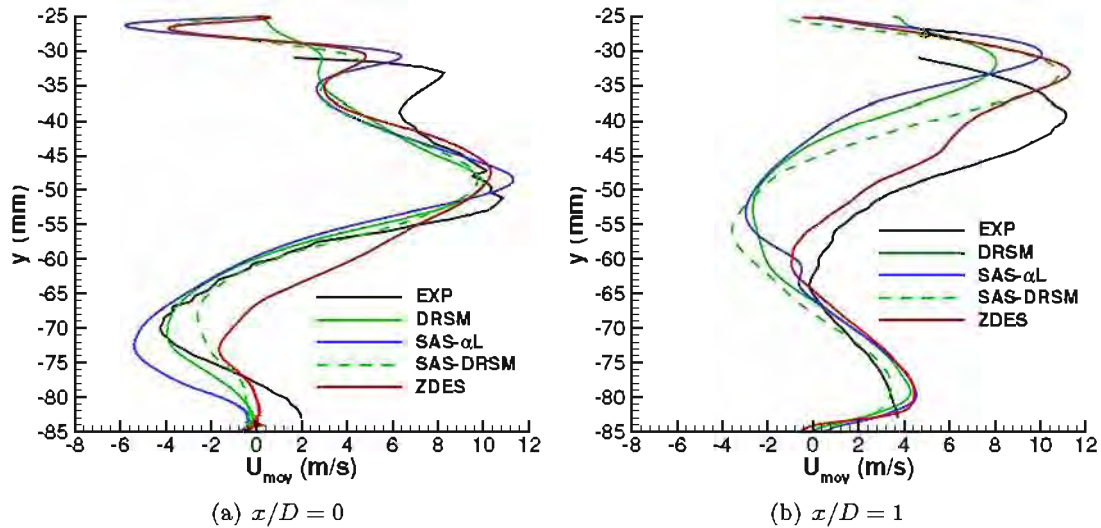


FIGURE 6.16 – Profil de vitesse moyenne axiale  $U_{moy}$  dans le plan de symétrie à  $x/D = 0$  et  $x/D = 1$  sous le barreau

À  $x/D = 0$ , les différents modèles anticipent légèrement la position du premier pic de vitesse près de la paroi inférieure ( $y = -25 \text{ mm}$ ) et sous-estiment le niveau de vitesse par rapport aux données expérimentales jusque  $y = -40 \text{ mm}$ , en particulier avec le modèle DRSM. Ce comportement déjà observé dans les couches cisailées sur le barreau en écoulement transverse seul, est suivi d'une phase de reproduction assez fidèle de l'écoulement jusque  $y = -65 \text{ mm}$  par l'ensemble des modèles mis à part la ZDES qui surestime la vitesse. Ceci est probablement lié au fait que la base du jet semble moins cohérente dans la simulation où la ZDES est employée que dans l'expérience (figure 6.13) et fait donc moins obstacle à l'écoulement transverse. Les tendances varient ensuite suivant les modèles jusqu'à la paroi basse ( $y = -85 \text{ mm}$ ). Le modèle DRSM prévoit bien le maximum de vitesse négative tandis que le modèle SAS- $\alpha L$  le sous-estime et les modèles SAS-DRSM et ZDES le surestiment pour les raisons invoquées précédemment. Près de la sortie du jet, tous les modèles sous-estiment la vitesse axiale ce qui laisse penser que la pénétration du jet est trop importante dès l'injection.

En se déplaçant d'un diamètre du jet vers l'aval, le profil expérimental ne présente plus qu'un seul pic de vitesse près de la paroi inférieure du barreau. Celui-ci est encore une fois prévu plus près de la paroi par l'ensemble des modèles utilisés. En revanche, les modèles SAS-DRSM et ZDES parviennent à restituer son intensité. L'approche ZDES est ensuite celle qui reproduit le mieux l'écoulement par rapport à l'expérience tandis que les autres modèles sous-estiment la vitesse axiale. Ceci est dû à un degré de déstabilisation insuffisant du jet dans ces simulations comme nous l'avons vu plus haut. Enfin, tous les modèles reproduisent assez bien le profil de vitesse axiale près de la paroi basse du domaine ( $y \leq -70 \text{ mm}$ ) en particulier le modèle SAS-DRSM.

Pour les abscisses  $x/D = 2$  et  $x/D = 3$ , nous constatons un déficit de vitesse par rapport à l'expérience jusque  $y = -50 \text{ mm}$  puis les modèles ZDES et SAS-DRSM (pour  $x/D = 3$ ) recollent aux données expérimentales qui reviennent à une vitesse de  $U_0$  derrière le jet. L'ensemble des modèles reproduit ensuite assez bien l'écoulement jusque la paroi basse.

L'observation du champ moyen a montré la présence de structures caractéristiques à la fois de l'écoulement sur un barreau mais également d'un jet débouchant avec la présence d'une paire de tourbillons contrarotatifs. Si le champ moyen reste insuffisamment convergé, les comparaisons effectuées



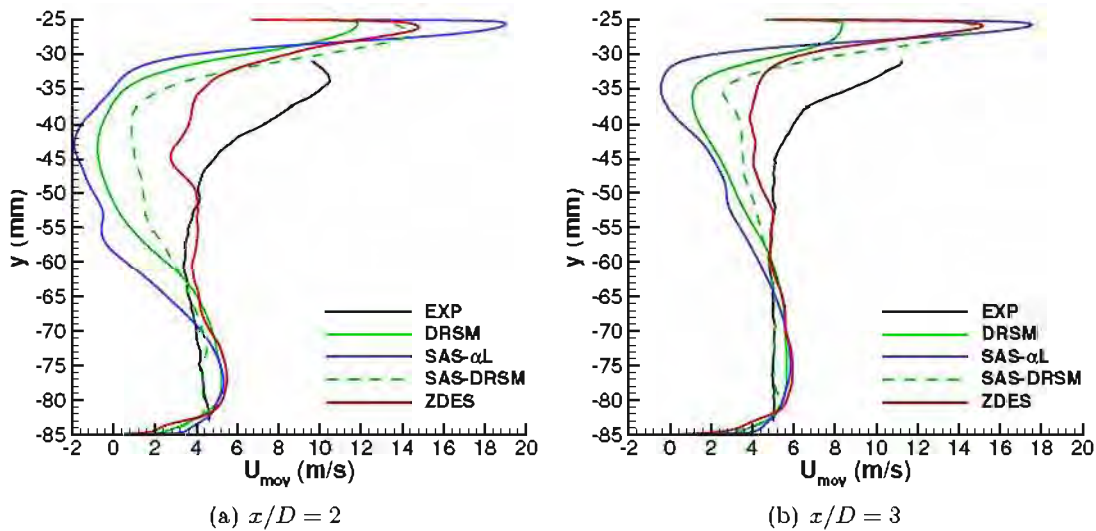


FIGURE 6.17 – Profil de vitesse moyenne axiale  $U_{moy}$  dans le plan de symétrie à  $x/D = 2$  et  $x/D = 3$  sous le barreau

ont mis en avant une reproduction plus fidèle de l'écoulement par rapport à l'expérience avec l'approche ZDES. Les modèles DRSM et SAS- $\alpha L$  prévoient un jet trop cohérent qui pénètre fortement et fait obstacle à l'écoulement transverse avant d'impacter la paroi inférieure du barreau. Le modèle SAS-DRSM permet de déstabiliser davantage le jet et d'améliorer la prévision de l'écoulement mais le jet reste encore trop cohérent par rapport aux données expérimentales. Enfin, l'ensemble des modèles y compris la ZDES montrent néanmoins un impact du jet plus en aval du barreau que ce qui est observé expérimentalement.

### 6.4.1.3 Analyse fréquentielle

#### 6.4.1.3.1 Écoulement sur le barreau

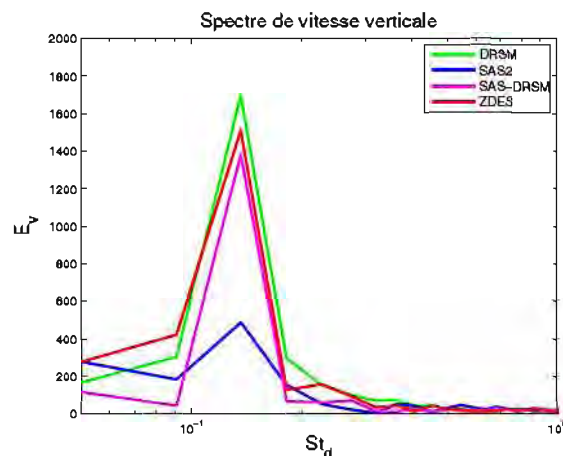


FIGURE 6.18 – Spectre de vitesse issu des efforts verticaux s'exerçant sur le barreau en fonction du nombre de Strouhal  $St_d$

La figure 6.18 trace le spectre de vitesse verticale issu des flux enregistrés sur le barreau sur la

durée totale de calcul en maillage complet (480 000 pas de temps). Le spectre est peu discrétisé en raison de la faible période considérée (6,5 cycles de l'instabilité de sillage). Nous voyons néanmoins que tous les modèles prévoient un nombre de Strouhal (basé sur le côté du barreau  $d$ ) de  $St_d = 0,136$  pour l'écoulement de sillage du barreau. Cette valeur est parfaitement en accord avec les données de l'expérience qui fournissent un nombre de Strouhal de 0,137.

Comme précédemment, une analyse fréquentielle est menée sur 80 000 pas de temps avec une période d'échantillonnage de  $T_e = 100\Delta t$  soit une fréquence d'échantillonnage de  $f_e = 10 \text{ kHz}$ .

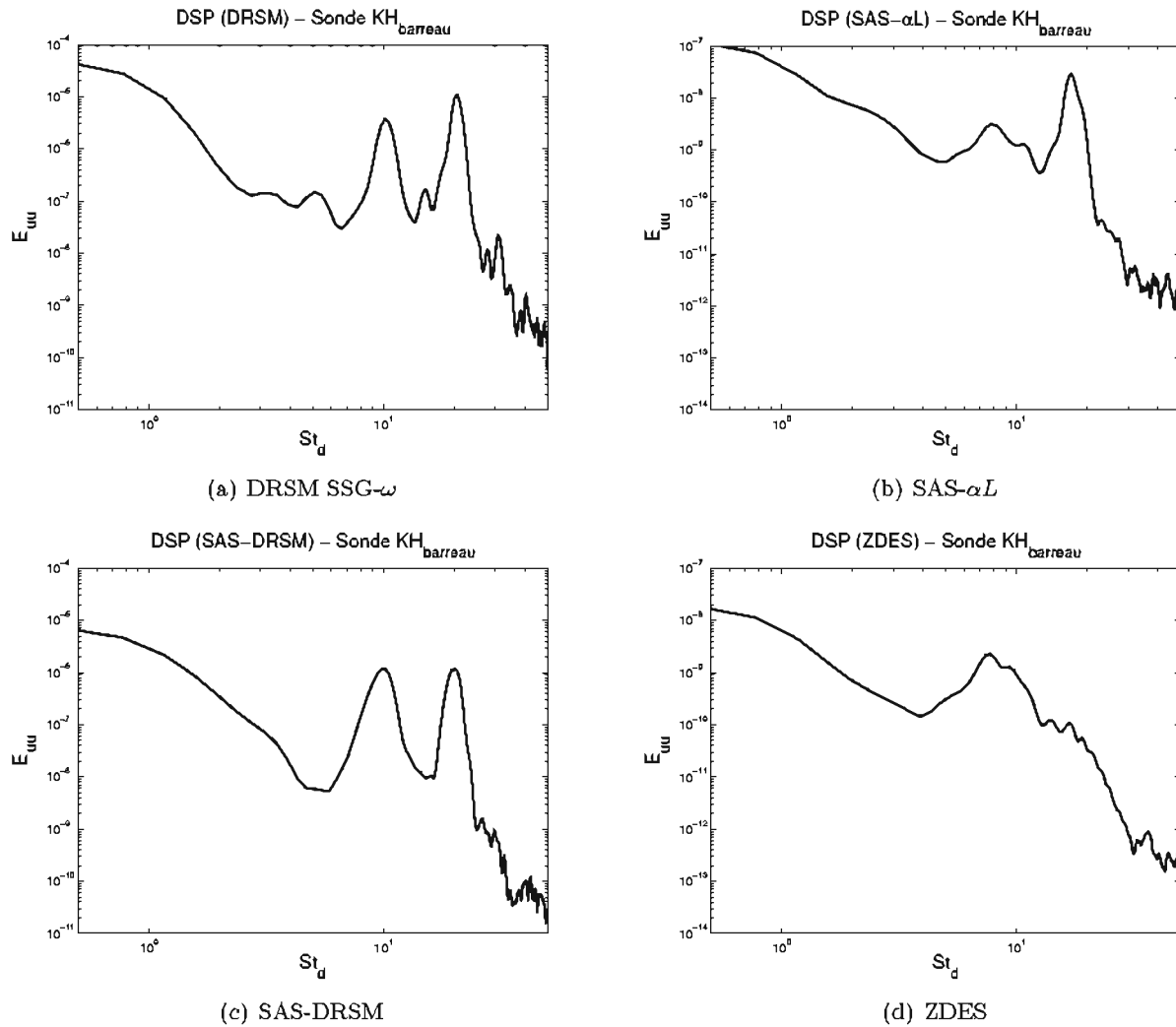


FIGURE 6.19 – Densités spectrales de puissance de  $u'_1 u'_1$  obtenues à la sonde  $KH_{\text{barreau}}$  en fonction du nombre de Strouhal  $St_d$

La figure 6.19 représente les DSP de  $u'_1 u'_1$  calculées à partir des signaux issus de la sonde  $KH_{\text{barreau}}$  pour les différents modèles utilisés.

Nous pouvons noter que les spectres issus des simulations utilisant les modèles DRSM et SAS-DRSM présentent deux pics de fréquence nets à  $1000 \text{ Hz}$  ( $St_D = 10$ ) et  $2000 \text{ Hz}$  ( $St_D = 20$ ) dans les hautes fréquences. Le premier correspond à la fréquence de formation des instabilités de KH tandis que le deuxième correspond au double de cette fréquence et pourrait représenter leur éclatement selon les travaux de Rajagopalan [121]. En revanche, le modèle SAS- $\alpha L$  présente des pics à  $800 \text{ Hz}$  ( $St_D = 8$ ) et  $1700 \text{ Hz}$  ( $St_D = 17$ ). De même, le modèles ZDES reproduit un pic de fréquence correspondant

à  $St_D = 8$  mais ne capte pas la fréquence double probablement du fait de la tridimensionnalisation rapide des couches cisillées. Ceci met encore une fois en lumière les différences de comportement des modèles DRSM et SAS-DRSM dans la couche cisillée du barreau par rapport aux autres modèles. Les nombres de Strouhal, basés sur le diamètre du barreau  $d$ , associés aux pics de fréquence pour les différents modèles sont regroupés dans le tableau 6.4.

Modèle	$St_{d1}$	$St_{d2}$
DRSM SSG- $\omega$	10	20
SAS- $\alpha L$	8	17
SAS-DRSM	10	20
ZDES	8	-

TABLE 6.4 – Nombres de Strouhal caractéristiques des couches cisillées du barreau

Enfin, le tableau 6.5 présente le calcul de l'exposant  $p$  qui intervient dans la relation 2.5 entre la fréquence des instabilités de KH et la fréquence du lâcher tourbillonnaire dans le sillage. Il montre que ce sont les modèles ZDES et SAS- $\alpha L$  qui s'approchent le plus des corrélations existantes entre les fréquences de l'instabilité de sillage et de KH avec des valeurs de l'exposant  $p$  de 0,695.

modèle \ $A$	0,023	0,029
DRSM SSG- $\omega$	0,73	0,71
SAS- $\alpha L$	0,72	0,695
SAS-DRSM	0,73	0,71
ZDES	0,72	0,695

TABLE 6.5 – Calcul de l'exposant  $p$

#### 6.4.1.3.2 Écoulement du jet

La figure 6.20 représente cette fois-ci les DSP de  $u'_1 u'_1$  calculées à partir des signaux issus de la sonde  $KH_{jet}$ .

Nous remarquons de manière générale que les spectres présentent une pente en  $-5/3$  pour les modèles DRSM et SAS-DRSM contre une pente plus aplatie en  $-2/3$  pour les modèles SAS- $\alpha L$  et ZDES. Nous avons vu que cette dernière est caractéristique d'une turbulence d'écoulement cisillé d'après Heskestad [67]. Cette dernière observation est cohérente avec ce que nous avons précédemment constaté dans les couches cisillées du barreau au chapitre 5 et accentue encore la différence de traitement des couches cisillées entre les modèles DRSM/SAS-DRSM et les autres.

Deux pics ressortent principalement sur les spectres associés aux différents modèles utilisés et sont donnés dans le tableau 6.6 en fonction des nombres de Strouhal basés sur le diamètre du jet  $D$ . Les modèles DRSM et SAS-DRSM présentent deux pics à  $1875\text{ Hz}$  ( $St_D = 3,75$ ) et  $3750\text{ Hz}$  ( $St_D = 7,5$ ) caractérisant la formation des tourbillons de KH pour le premier. Nous pouvons supposer, de la même façon que pour les couches cisillées de part et d'autre du barreau, que le deuxième pic correspond à la destruction de ces tourbillons. Ces deux pics s'établissent à  $1650\text{ Hz}$  ( $St_D = 3,3$ ) et  $3750\text{ Hz}$  pour le modèle SAS- $\alpha L$ . Enfin, l'approche ZDES fait quant à elle apparaître deux pics de fréquence à  $825\text{ Hz}$  ( $St_D = 1,65$ ) et  $1650\text{ Hz}$ . Le premier pic correspond à l'appariement des tourbillons de KH

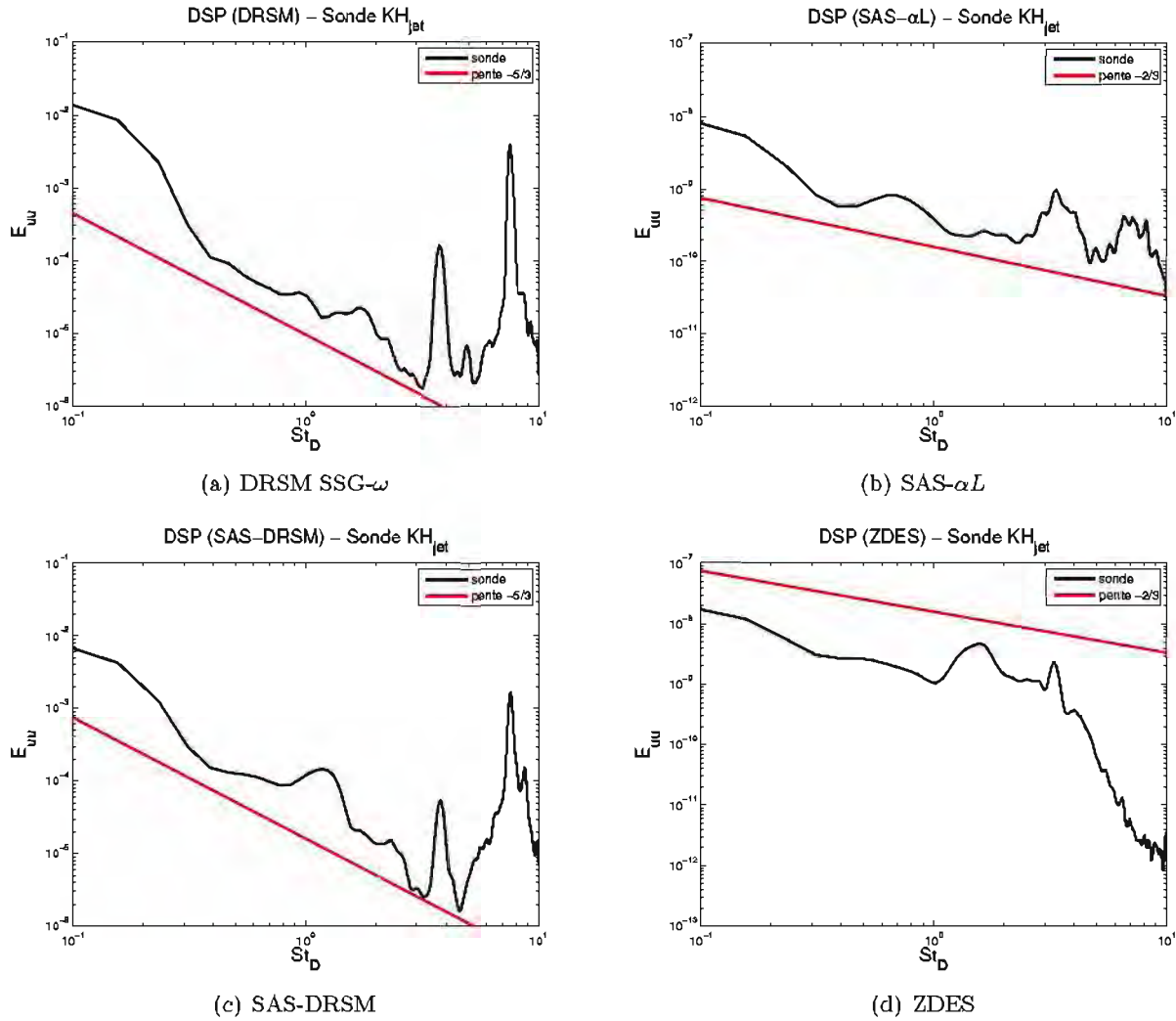


FIGURE 6.20 – Densités spectrales de puissance de  $u'_1 u'_1$  obtenues à la sonde  $KH_{jet}$  en fonction du nombre de Strouhal  $St_D$

qui forment ensuite les structures annulaires du jet.

Modèle	$St_{D1}$	$St_{D2}$	$St_{D3}$
DRSM SSG- $\omega$	-	3,75	7,5
SAS- $\alpha L$	-	3,3	7,5
SAS-DRSM	-	3,75	7,5
ZDES	1,65	3,3	-

TABLE 6.6 – Nombres de Strouhal caractéristiques des couches cisillées du jet

Les spectres obtenus à la sonde  $SJ$  (sillage du jet) sont montrés sur la figure 6.21. Notre durée totale d'échantillonnage étant faible, elle est insuffisante pour assurer une bonne résolution en basses fréquences par la méthode d'estimation des densités de puissance de Welch dans le cas de signaux bruités comme les nôtres. Nous avons donc privilégié l'utilisation de la transformée en ondelette continue pour l'analyse des signaux  $u'_1 u'_1$  dans le sillage du jet. Le coefficient  $C_m(f, \tau)$  a ainsi été calculé

pour des nombres de Strouhal  $St_D$  allant de 0,05 à 40 sur 80 000 itérations pour les signaux obtenus avec les différents modèles. Le module du coefficient  $C_m(f, \tau)$  a fait l'objet d'un moyennage en temps afin d'identifier les fréquences présentes dans les signaux.

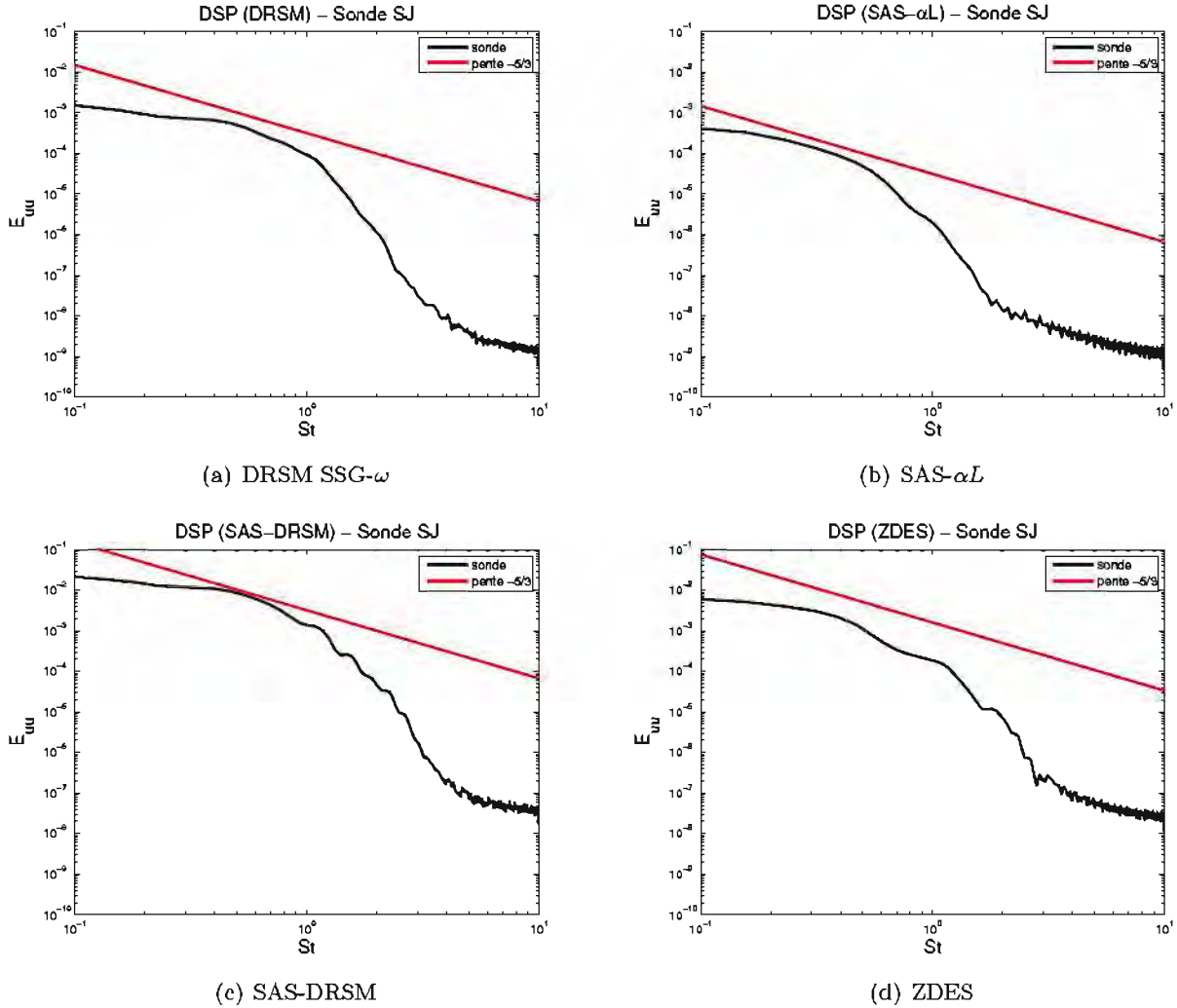
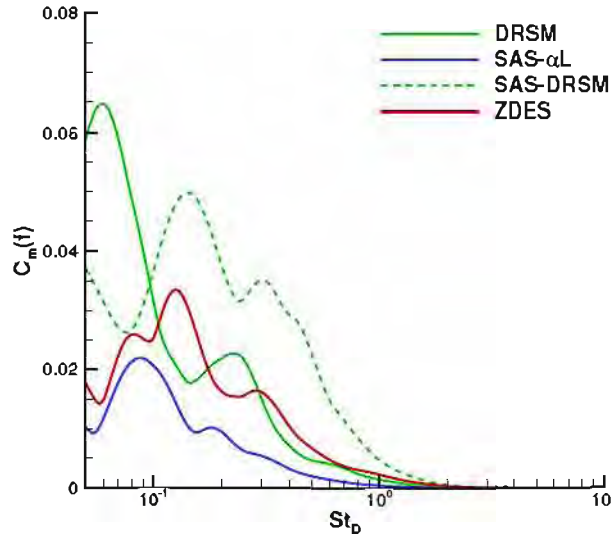


FIGURE 6.21 – Densités spectrales de puissance de  $u'_1 u'_1$  obtenues à la sonde  $SJ$  en fonction du nombre de Strouhal  $St_D$

La figure 6.22 représente le coefficient  $C_m(f)$  obtenu à la sonde  $SJ$  (sillage du jet). Nous distinguons un pic à  $St_D = 0,13$  ( $65\text{ Hz}$ ) pour le modèle ZDES et  $St_D = 0,14$  ( $70\text{ Hz}$ ) pour le modèle SAS-DRSM. Ces valeurs sont en accord avec celles retrouvées par Fric et Roshko [54] pour la caractérisation des tourbillons de sillage. Le modèle DRSM montre un pic à  $St_D = 0,24$  qui pourrait correspondre à une harmonique du pic observé pour les modèles ZDES et SAS-DRSM. Le modèle SAS- $\alpha L$  ne présente quant à lui qu'un pic autour de  $St_D = 0,08$ , présent également sur le signal de la simulation avec l'approche ZDES. De même, le modèle DRSM présente un pic très fort autour de  $St_D = 0,06$ . Nous avons constaté sur la figure 6.11(b) que les tourbillons de sillage étaient très peu nombreux avec le modèle SAS- $\alpha L$  ce qui explique pourquoi nous ne retrouvons pas de pic correspondant à cette instabilité. En revanche, la fréquence associée au pic  $St_D = 0,08$  semble représenter une structure ou une interaction commune aux deux simulations qui reste à déterminer. L'identification de phénomènes en basses fréquences est rendue difficile en raison de la durée d'acquisition trop faible dans notre cas.

FIGURE 6.22 – Moyenne du coefficient  $C_m(f, \tau)$  obtenu à la sonde  $SJ$ 

L'étude des signaux issus de la sonde  $IBJ$  n'a pas permis de dégager des fréquences caractéristiques des structures qui ont impacté la paroi inférieure du barreau. Ces spectres sont bruités et insuffisamment convergés. Cependant, l'observation des spectres présentés sur la figure 6.23 permet de constater que les spectres obtenus avec les modèles SAS-DRSM et ZDES montrent des portions plus importantes avec une pente en  $-5/3$ . Ceci semble indiquer que les structures turbulentes dans cette zone sont résolues plus finement avec ces modèles tandis qu'elles sont dissipées avec les modèles DRSM et SAS- $\alpha L$  conformément aux visualisations du critère  $Q$  dans la zone d'impact sur la figure 6.11.

#### 6.4.2 Analyse thermique de l'écoulement

Dans les paragraphes précédents, nous avons identifié les différentes structures en présence dans l'écoulement par l'étude du champ moyen et une analyse fréquentielle. Nous allons à présent nous intéresser aux caractéristiques thermiques de notre écoulement notamment aux performances des différents modèles à restituer le refroidissement du barreau en particulier par l'interaction avec le jet débouchant.

##### 6.4.2.1 Visualisation des structures thermiques turbulentes

La figure 5.41 représente des iso-surfaces de température ( $T = 298 K$ ) colorées par le nombre de Mach sur la face inférieure du barreau. Nous observons sur cette figure que les structures thermiques dans la zone d'impact du jet varient de manière importante d'un modèle à l'autre. Si les modèles DRSM et SAS- $\alpha L$  présentent peu de structures thermiques au niveau de l'impact du jet, les approches SAS-DRSM et ZDES affichent des structures thermiques qui correspondent aux valeurs les plus élevées du nombre de Mach en rouge. Ces structures turbulentes thermiques semblent coïncider avec les structures turbulentes dynamiques circulaires caractéristiques de l'impact d'un jet sur une plaque. Elles sont en particulier résolues plus finement sur la simulation utilisant la ZDES, conformément à ce que nous avons observé dans l'étude fréquentielle. Ces structures ont un rôle important dans les transferts thermiques et notamment dans le refroidissement de la paroi par le jet.

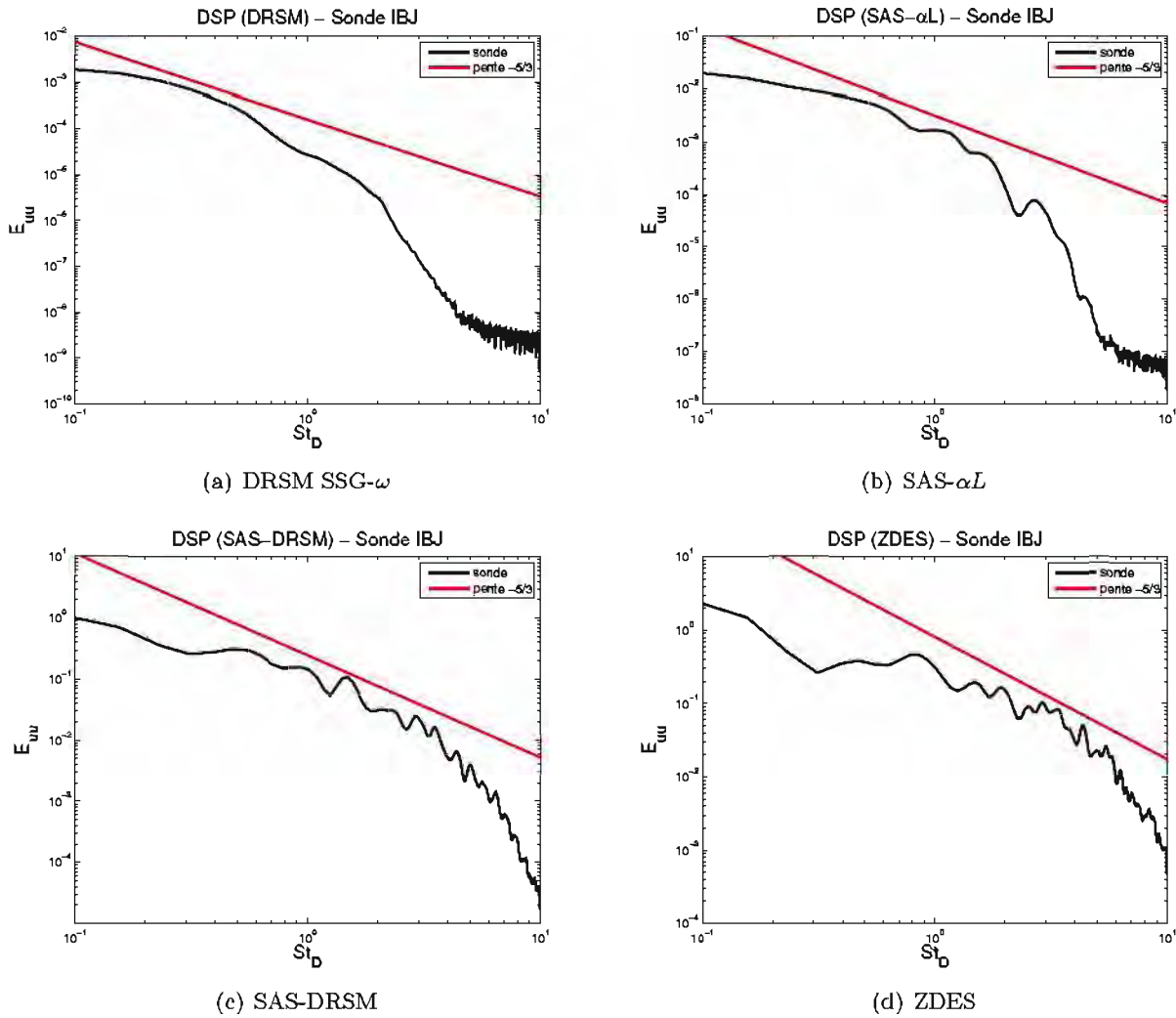


FIGURE 6.23 – Densités spectrales de puissance de  $u'_1 u'_1$  obtenues à la sonde *IBJ* en fonction du nombre de Strouhal  $St_D$

#### 6.4.2.2 Flux de chaleur pariétal

Le flux de chaleur normal à la paroi est moyenné en temps sur chaque face du barreau puis comparé au calcul de conduction réalisé sur le barreau. Les figures 6.25, 6.26, 6.27 et 6.28 représentent les flux de chaleur pariétaux sur chaque face du barreau dans la zone d'influence du jet ( $-d \leq z \leq d$ ) où le champ de température n'est pas extrapolé. La figure 6.29 donne quant à elle le flux de chaleur moyen sur la ligne médiane ( $z = 0 \text{ mm}$ ) de chaque face du barreau.

La figure 6.25 montre que l'ensemble des modèles restituent des flux de chaleur pariétaux proches du calcul de conduction sur la face amont du barreau sauf près de l'arête inférieure où il est trop élevé. Cette légère différence, que l'on retrouve également près du coin inférieur de la ligne médiane sur la face avant (AD) (figure 6.29), est liée à la trajectoire du jet dans les simulations. En effet, le jet y est plus redressé que dans l'expérience et vient davantage lécher la partie inférieure de la face avant du barreau augmentant ainsi les transferts thermiques dans cette zone.

Sur la face supérieure du barreau (figure 6.26), les champs sont moins convergés sauf pour le modèle DRSM. Tous les modèles semblent prévoir correctement le flux de chaleur pariétal jusqu'à la moitié

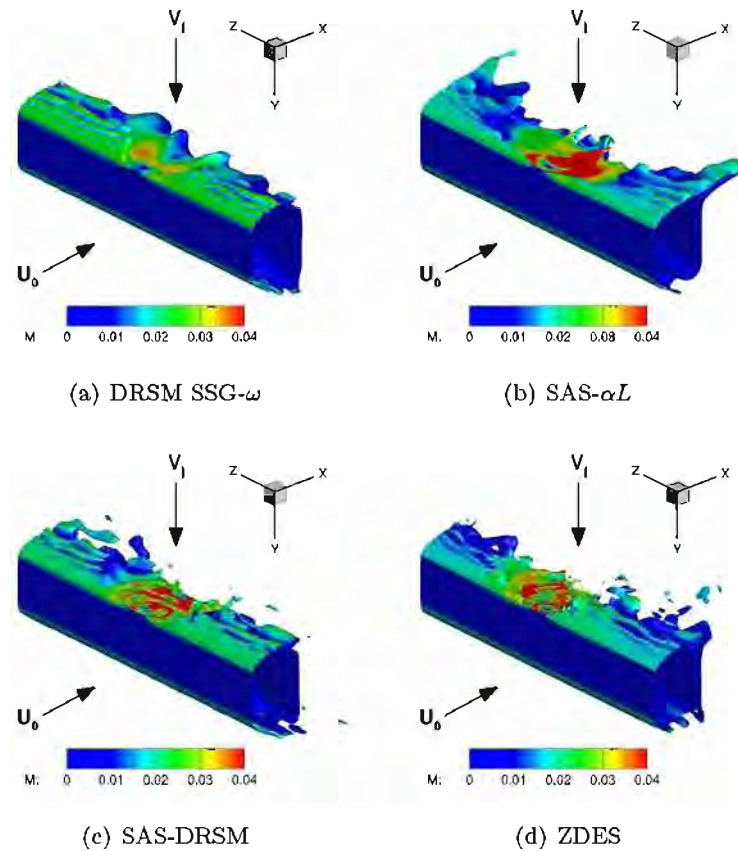


FIGURE 6.24 – Iso-surfaces de température ( $T = 298 K$ ) colorées par le nombre de Mach - Vue par dessous le barreau

du barreau. La figure 6.29 nous apprend qu'ils le sous-estiment légèrement jusqu'à mi-distance de l'arête avant (AB). Puis, les modèles tendent à surestimer le flux de chaleur près de l'arête arrière. Ce comportement rappelle ce que nous avons observé sur le cas du barreau seul en raison de la présence d'un tourbillon de coin au cours de la formation de l'instabilité de sillage. Les modèles SAS- $\alpha L$  et SAS-DRSM semblent moins touchés par ce phénomène sur la ligne médiane en raison d'un champ insuffisamment convergé. Il est à parier que des moyennes supplémentaires amèneraient à observer un flux de chaleur bien plus élevé que dans le calcul de conduction comme pour les modèles DRSM et ZDES près de l'arête arrière.

La figure 6.27 nous permet d'observer que le flux de chaleur est fortement surestimé près de l'arête inférieure de la face arrière par l'ensemble des modèles. Nous voyons sur la ligne médiane de la paroi aval (BC) (figure 6.29) que le flux de chaleur reste positif dans les simulations alors qu'il devient négatif dans le calcul de conduction près du coin inférieur (C). Ce comportement traduit le fait que l'instantanéité du sillage est très différente par rapport à la configuration sans jet du chapitre 5. L'écoulement à l'arrière du jet remonte et vient ici lécher la partie basse de la face arrière du barreau. Le jet a alors déjà rencontré la paroi chauffée inférieure du barreau et amène donc de l'air plus chaud. La quantité de chaleur présente en aval du barreau est ainsi plus importante dans cette zone ce qui entraîne une baisse du flux de chaleur. L'interaction entre le sillage du barreau et l'arrière du jet dans cette zone est donc mal reproduite par nos simulations.

Pour le reste de la paroi, les modèles SAS-DRSM et ZDES reproduisent assez correctement l'évolution du flux de chaleur sur la face arrière du barreau (figure 6.27) tandis que le modèle DRSM le surestime fortement. Ceci est dû au sillage quasi 2D derrière le barreau pour ce modèle. Comme l'a



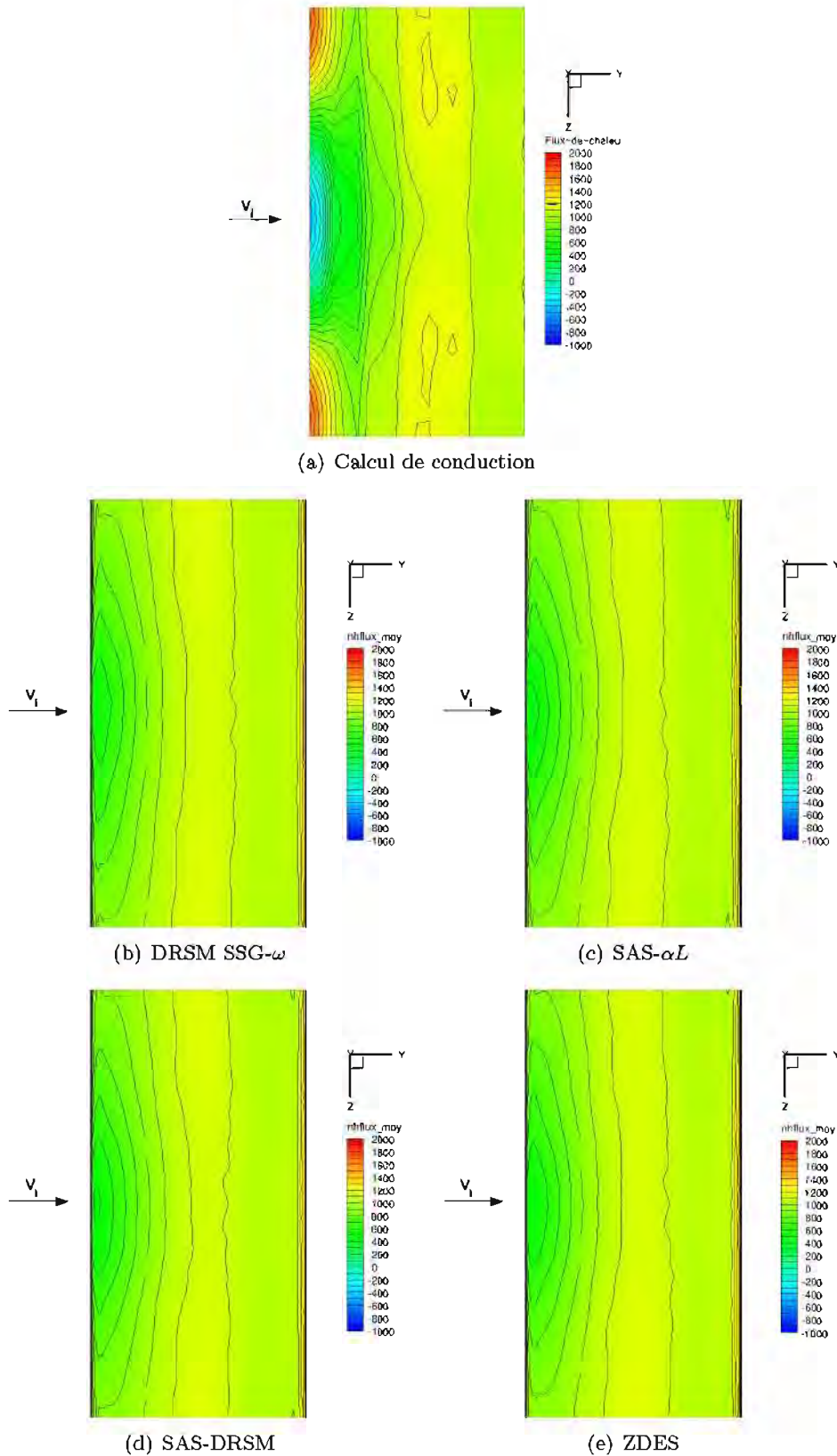
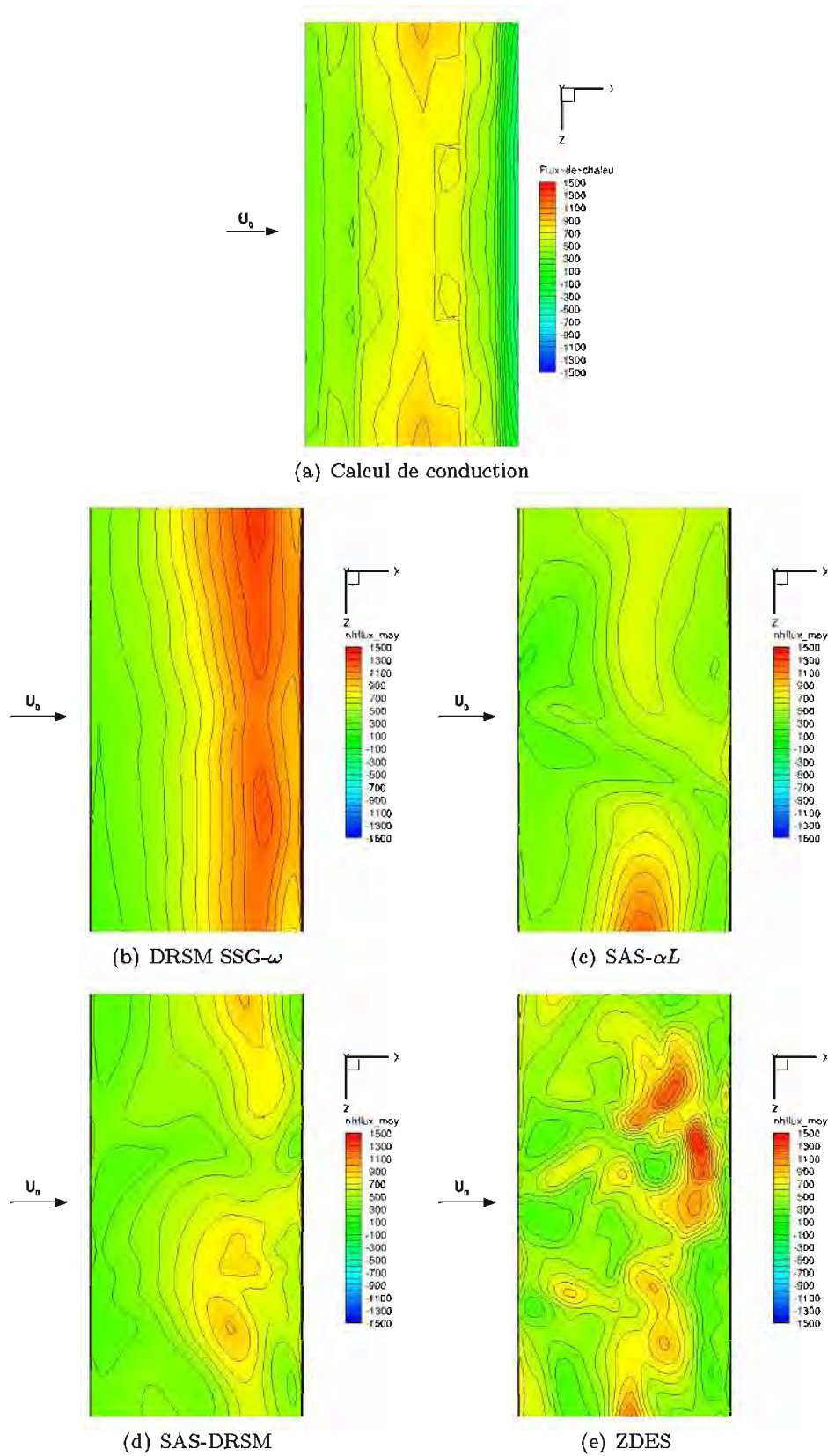
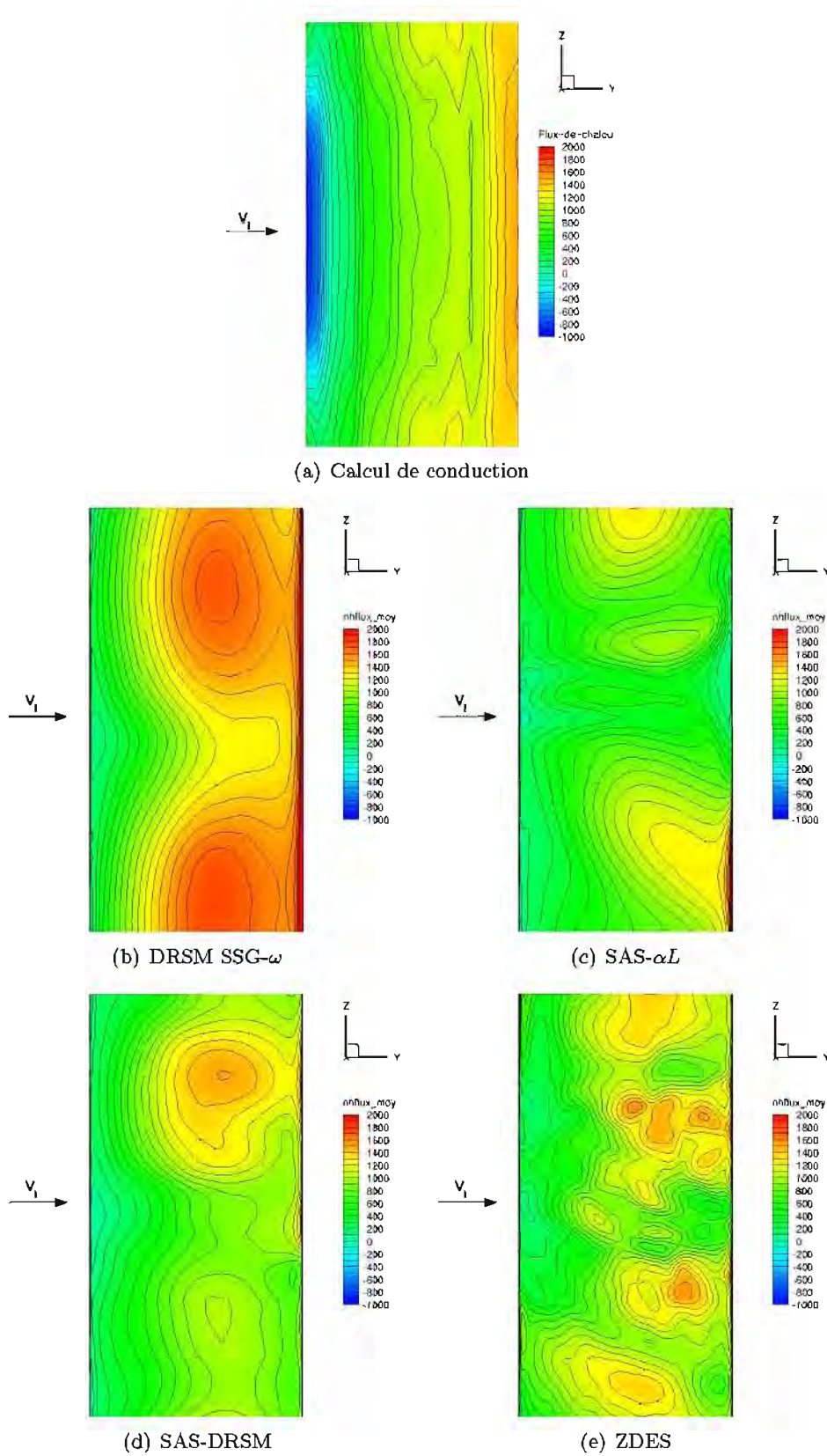


FIGURE 6.25 – Contours du flux de chaleur moyen sur la paroi amont du barreau pour  $-d \leq z \leq d$

montré le chapitre précédent, une plus grande déstabilisation du sillage permet de recoller aux données du calcul de conduction grâce à la présence de structures plus fines participant au mélange turbulent.

FIGURE 6.26 – Contours du flux de chaleur moyen sur la paroi supérieure du barreau pour  $-d \leq z \leq d$

FIGURE 6.27 – Contours du flux de chaleur moyen sur la paroi aval du barreau pour  $-d \leq z \leq d$

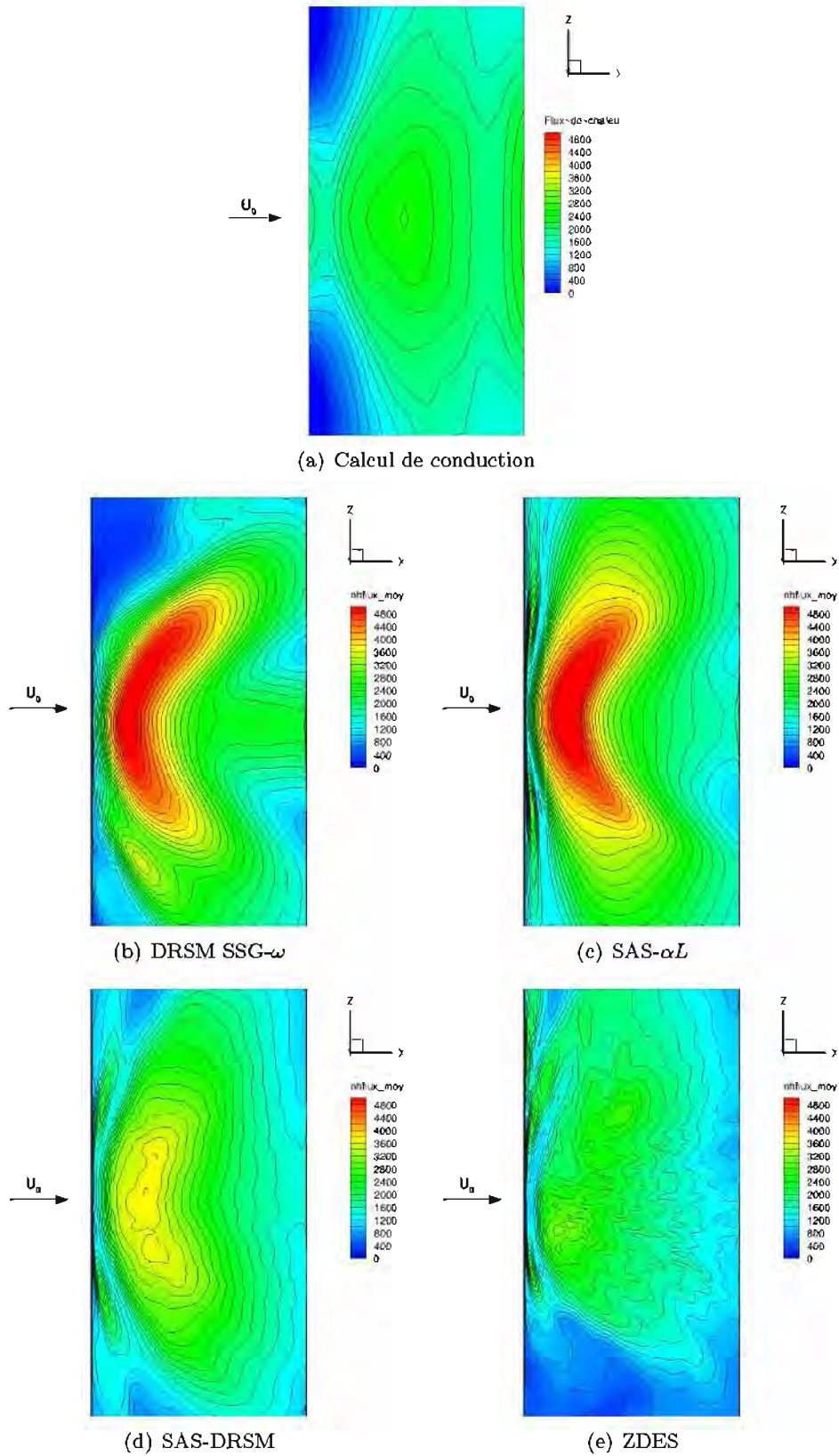


FIGURE 6.28 – Contours du flux de chaleur moyen sur la paroi inférieure du barreau pour  $-d \leq z \leq d$

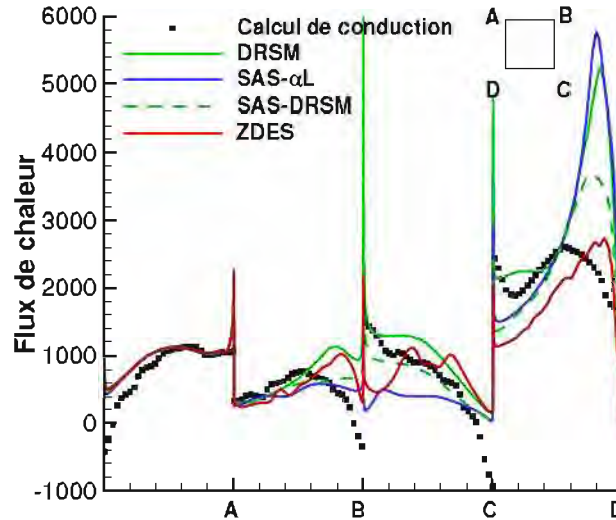


FIGURE 6.29 – Flux de chaleur pariétal ( $W.m^{-2}$ ) moyenné en temps sur la ligne médiane de chaque face du barreau

Le champ moyen issu de la simulation ZDES n'est quant à lui pas assez convergé. Ce manque de convergence se traduit par des oscillations importantes du flux de chaleur mais il reste en moyenne dans le bon ordre de grandeur.

En revanche, le modèle SAS- $\alpha L$  sous-estime étonnamment le flux de chaleur de façon très importante au centre de la face. Ce résultat peu en accord avec ce que nous avons observé dans un premier temps sur le chapitre 5 semble dû au fait que l'arrière du jet remonte tout le long de la paroi arrière du barreau dans cette simulation.

Enfin, la prévision des transferts thermiques sur la face inférieure du barreau (figure 6.28) est très variable d'un modèle à l'autre. De manière générale, le pic de flux de chaleur est déplacé vers l'arête avant (ou coin (D)) en raison de la trajectoire du jet dans les simulations. Nous observons ensuite que le flux de chaleur est sous-estimé près de l'arête arrière par les approches de type SAS et en particulier par la ZDES (figure 6.29) tandis que le modèle DRSM le surestime au centre de l'arête. Enfin, la zone de flux de chaleur élevé (en vert sur le calcul de conduction) est surestimée de façon très importante avec les modèles DRSM et SAS- $\alpha L$  (près de 4 fois la valeur initiale). L'approche SAS-DRSM permet de réduire fortement ce phénomène sans parvenir à rejoindre le niveau prévu par le calcul de conduction. Le modèle ZDES réussit néanmoins à restituer des valeurs très proches du calcul de conduction. Ce dernier constat est à relier aux structures qui viennent impacter le barreau sur sa paroi inférieure. L'étude du champ dynamique a montré que le jet reste très cohérent avec les modèles DRSM et SAS- $\alpha L$ . En revanche, avec les approches SAS-DRSM et surtout ZDES, le jet est plus déstabilisé au niveau de l'impact sur le barreau.

La figure 6.30 représente ainsi les contours de pression instantanée sur la paroi inférieure du barreau et permet d'avoir une trace de l'impact du jet sur le barreau. Nous retrouvons un impact net pour les modèles DRSM et SAS- $\alpha L$  en raison du caractère cohérent du jet dans ces simulations. L'approche SAS-DRSM montre un jet plus "éclaté" avec de multiples impacts. De même, le modèle ZDES conduit à de nombreuses traces de petits impacts qui laissent penser que les structures attenantes à la paroi sont très fines.

L'analyse fréquentielle a montré que les structures turbulentes dans cette zone se rapprochent d'une turbulence homogène et isotrope ce qui implique que le mélange turbulent est accru par rapport aux modèles DRSM et SAS- $\alpha L$ . La quantité de chaleur est alors plus importante et plus homogènement répartie sur la zone d'impact du jet provoquant ainsi une baisse du flux de chaleur.

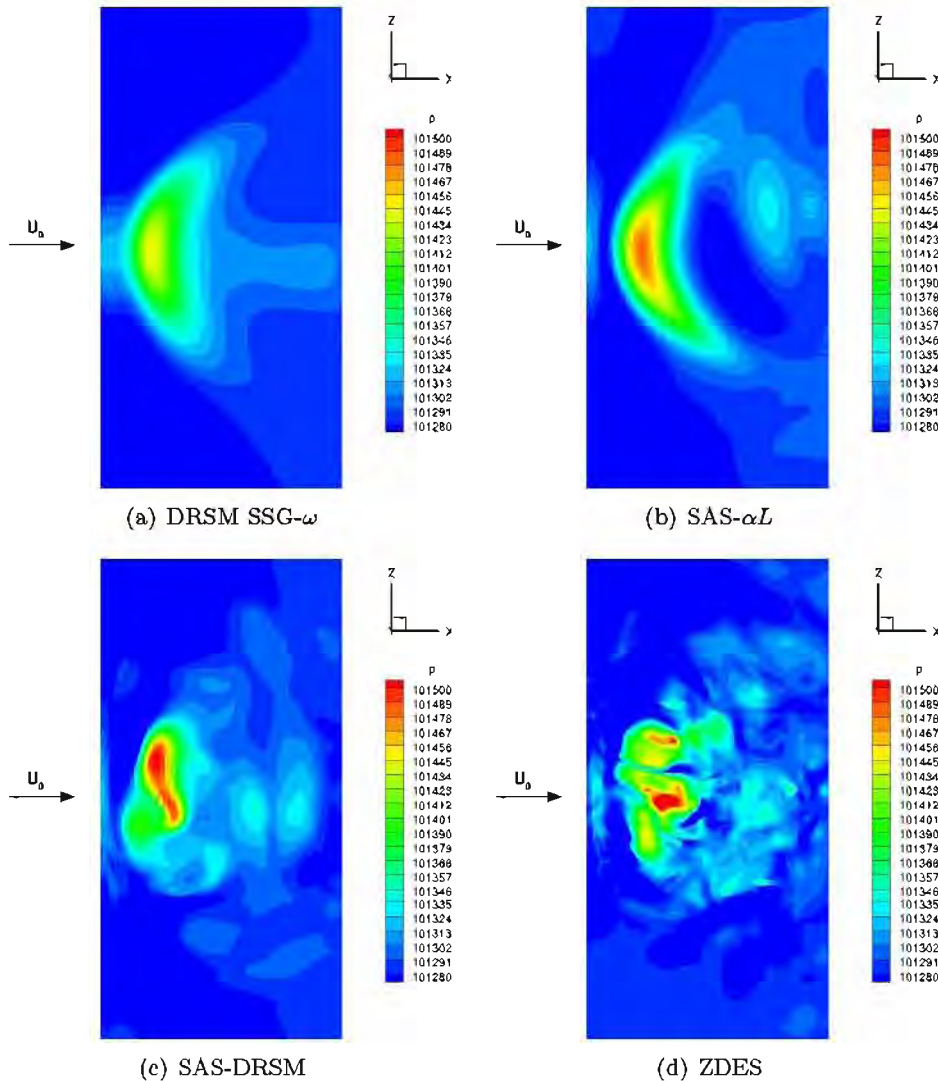


FIGURE 6.30 – Contours de pression instantanée sur la paroi inférieure du barreau pour  $-d \leq z \leq d$

L'approche SAS-DRSM permet une prévision satisfaisante du flux de chaleur pariétal sur les faces avant, supérieure et arrière du barreau. Les prévisions de ce modèle sont également encourageantes sur la face arrière par rapport au modèle DRSM et même SAS- $\alpha L$  et permettent de se rapprocher du cas de référence apporté par la simulation en ZDES. Ils montrent cependant qu'un effort supplémentaire reste à faire sur la restitution de l'écoulement dans la zone d'interaction entre le jet et le barreau afin d'améliorer la prévision du flux de chaleur pariétal.

## 6.5 Bilan de l'étude

L'étude de cette deuxième configuration aérothermique complexifiée par la présence d'un jet débouchant a montré que l'approche SAS-DRSM améliore la représentation de l'écoulement par rapport au modèle URANS DRSM classique. Les approches SAS-DRSM et ZDES restituent un écoulement fortement tridimensionnel dans le sillage du barreau ainsi qu'un jet débouchant davantage déstabilisé par rapport au modèle DRSM. Des structures plus fines sont résolues ce qui permet d'avoir une

représentation des échelles du spectre turbulent sur une gamme plus large notamment dans la zone d'interaction entre le jet et la paroi inférieure du barreau. Le modèle SAS- $\alpha L$  se révèle étonnamment incapable de reproduire la dynamique du jet débouchant par rapport au modèle DRSM alors qu'il semble pourtant mieux reproduire le sillage derrière le barreau.

L'ensemble des modèles parvient à reproduire les instabilités de Kelvin Helmholtz dans les couches cisailées de part et d'autre du barreau et en sortie du jet. Cette étude confirme d'ailleurs que les modèles DRSM et SAS-DRSM restituent une dynamique des couches de mélange proche d'une turbulence homogène isotrope tandis que les approches SAS- $\alpha L$  et ZDES gardent un comportement caractéristique d'une turbulence d'écoulement cisailé. Tous les modèles montrent néanmoins un jet ayant une pénétration verticale trop importante par rapport à l'expérience et qui vient donc impacter le barreau plus en amont sur la face inférieure. Le jet débouchant reste encore trop cohérent et fait obstacle à l'écoulement transverse bien que l'approche SAS-DRSM et en particulier la ZDES tendent à réduire ce phénomène. De même, les différents modèles utilisés retrouvent la paire de tourbillons contrarotatifs caractéristique des jets débouchants mais avec une pénétration longitudinale insuffisante par rapport à l'expérience. Ces tendances sont à tempérer par le fait que la convergence du champ moyen est insuffisante. Il faudrait donc réviser ces comparaisons à partir de champs convergés sur au moins une trentaine de cycles de l'instabilité du sillage du barreau et également s'intéresser au champ turbulent. L'analyse fréquentielle reste également à compléter notamment en basses fréquences où peuvent être représentées des structures et des interactions importantes (paire contrarotative, interaction barreau/jet).

La meilleure représentation de l'écoulement par les modèles SAS-DRSM et ZDES se traduit en particulier sur la prévision des transferts thermiques aux parois du barreau. Elles permettent d'améliorer nettement la prévision du flux de chaleur pariétal par rapport aux modèles DRSM et SAS- $\alpha L$  sur la face inférieure. Les approches SAS-DRSM et surtout ZDES permettent de réduire fortement la surestimation du flux de chaleur normal à la paroi inférieure. Elles produisent des structures turbulentes plus fines dans la zone d'interaction entre le jet et le barreau ce qui améliore le mélange turbulent dans cette zone et donc abaisse le flux de chaleur. Cependant, d'importants progrès restent à faire afin de rejoindre les données issues du calcul de conduction notamment sur la position du pic de flux de chaleur. En effet, celui-ci se situe trop près de l'arête avant du barreau en raison de la trajectoire du jet dans les simulations.

La trajectoire du jet reste donc à améliorer afin d'avoir une meilleure représentation de l'écoulement. Ceci passe notamment par l'obtention d'un jet moins cohérent dès sa sortie. Pour cela, une piste à explorer serait encore une fois d'injecter de la turbulence dans le jet à l'aide d'un processus de génération synthétique de turbulence. Ceci supposerait alors un raffinement du maillage de la conduite jusqu'en sortie du jet pour transporter les fluctuations turbulentes générées ou bien une injection directe près de la sortie du jet qui accroîtrait le risque d'instabilité du calcul et de divergence. Par ailleurs, l'injection de turbulence synthétique est plus compliquée à mettre en oeuvre dans un contexte industriel notamment s'il y a d'autres conduites plus longues à calculer ( $4D$  dans notre cas). Il faudrait alors mailler finement ces conduites sans quoi le risque serait de dissiper la turbulence injectée.

# Conclusion et perspectives

La nécessité pour les industriels aéronautiques de prévoir les écoulements turbulents fortement instationnaires plus précisément amène aujourd'hui à un usage de plus en plus important des approches hybrides RANS/LES et URANS avancées. En attendant l'intégration de la LES à l'échelle industrielle, il est à parier que le même type de constat tendra à s'imposer sur les problématiques aérothermiques. Celles-ci impliquent généralement des transferts de chaleur entre un fluide et une paroi dans le cadre d'écoulements turbulents chauffés complexes. Ce type de configurations de travail se prête particulièrement bien à l'utilisation de telles techniques.

Nos travaux de recherche ont aboutit à une formulation couplée de l'approche URANS avancée SAS et d'un modèle DRSM qui est parmi les approches URANS classiques les plus complexes disponibles. Le choix d'un tel modèle a été motivé par la volonté d'obtenir une meilleure prévision des tensions de Reynolds totales (résolues et modélisées) qui jouent un rôle important dans les écoulements turbulents. De plus, le modèle DRSM choisi est disponible dans le code de recherche Navier-Stokes *elsA* de l'ONERA qui est utilisé par des industriels aéronautiques (AIRBUS, SNECMA). Le nouveau modèle SAS-DRSM a ainsi été implanté comme une correction au modèle DRSM existant, dans une version d'essai du code *elsA*.

L'objectif de cette thèse a ensuite été d'évaluer l'ensemble des approches SAS, disponibles avec ce code de calcul, sur la prévision de deux écoulements aérothermiques industriels. Ces écoulements ont été choisis car ils présentent des zones de fort cisaillement générant des instationnarités et des structures turbulentes cohérentes. De plus, ils donnent accès à des bases de données expérimentales via le projet ATRAN afin de confronter les performances dynamiques et thermiques des modèles utilisés dans nos différentes simulations.

Le cas du barreau chauffé placé dans un écoulement transverse a montré que les approches SAS sont sensibles aux méthodes numériques employées, notamment le schéma de discrétisation. Elles améliorent la représentation de l'écoulement par rapport aux modèles URANS classiques  $k - \omega$  SST et DRSM, pourvu que le maillage soit suffisamment fin. L'apport de l'approche SAS au modèle DRSM, de même que celui de la correction  $\alpha L$  au modèle SAS1 ou plus généralement au modèle  $k - \omega$  SST est alors nettement visible. Ces modèles restituent un écoulement tridimensionnel dans le sillage du barreau qui développe de nombreuses structures turbulentes. Les modèles SAS- $\alpha L$  et SAS-DRSM en particulier permettent de déstabiliser fortement le sillage derrière le barreau et de résoudre des structures turbulentes plus fines. L'avantage de ces approches est particulièrement visible sur la prévision des transferts thermiques aux parois du barreau. Les modèles SAS- $\alpha L$  et surtout SAS-DRSM aboutissent à une forte réduction de la surestimation observée pour les modèles  $k - \omega$  SST et DRSM sur la paroi aval. C'est leur capacité à restituer un large éventail de structures turbulentes dans le sillage qui participe à cette amélioration. En effet, l'analyse multi-échelles a montré que les approches SAS parviennent à capter des structures turbulentes cohérentes sur un spectre plus large par rapport au modèle DRSM. Ces structures induisent un mélange turbulent plus important qui conduit à une baisse du flux de chaleur pariétal à l'arrière du barreau. Cependant, d'importants progrès restent à faire car elles ne permettent pas de résoudre les structures les plus petites (hautes fréquences) caractéristiques du mouvement turbulent par rapport à la ZDES qui montre ici des prévisions supérieures. Le modèle



SAS-DRSM parvient néanmoins à s'approcher des performances thermiques de la ZDES sur la face aval du barreau.

Le chapitre 6 a mis en lumière la meilleure représentation de cet écoulement par l'approche SAS-DRSM en comparaison du modèle DRSM classique et même du modèle SAS- $\alpha L$ . La prévision de l'écoulement dans le sillage et le jet est améliorée de façon importante avec les modèles SAS-DRSM et en particulier ZDES qui provoquent une forte déstabilisation de l'écoulement. Comme précédemment, des structures plus fines sont résolues notamment dans la zone d'interaction entre le jet et la paroi inférieure du barreau. Le jet débouchant reste cependant encore trop cohérent et fait obstacle à l'écoulement transverse. Sa pénétration verticale est plus importante que dans l'expérience et il vient donc impacter le barreau plus en amont sur la face inférieure. Si la ZDES tend à réduire ce phénomène, elle ne permet pas de retrouver la bonne trajectoire du jet. Ces résultats sur le champ dynamique se traduisent également au point de vue thermique. Les approches SAS-DRSM et ZDES améliorent nettement la prévision du flux de chaleur pariétal sur la face inférieure par rapport aux modèles DRSM et SAS- $\alpha L$ . De la même façon que sur le premier cas d'étude, les structures turbulentes sont plus fines dans la zone d'interaction entre le jet et le barreau ce qui améliore le mélange turbulent dans cette zone et donc le niveau du flux de chaleur. Le modèle SAS-DRSM ne permet pas ici de recoller aux prévisions de la ZDES mais offre la meilleure alternative de type URANS avancée.

## Discussion et perspectives

### Approches SAS

Nous avons été amenés à constater que les prévisions du modèle SAS1, bien qu'elles soient meilleures, sont finalement assez proches du modèle DRSM évalué dans cette étude. Le modèle SAS- $\alpha L$  prend nettement l'avantage sur le modèle DRSM sur notre premier cas d'étude puis donne une très mauvaise représentation de l'écoulement du jet débouchant sur la deuxième configuration. Ce dernier comportement étonnant reste à étudier car les études récentes de Benyoucef [14] et Duda [48] ont montré que les méthodes SAS offrent une bonne reproduction des jets débouchants. Nos observations peuvent éventuellement s'expliquer par les difficultés des modèles SAS sur les configurations qui sont insuffisamment instables. Ceci est principalement visible sur des écoulements qui sont liés à la turbulence injectée via la condition limite d'entrée. Or cet élément est important dans notre cas où le taux de soufflage est élevé ( $R = 8$ ). Le jet  $y$  est donc dominant dans l'écoulement transverse tandis que les études citées plus haut ont été menées à faible taux de soufflage ( $R < 1$ ). Nous n'avons pas trouvé dans la littérature de comparaisons de performances supplémentaires entre les modèles de type SAS-SST et les modèles de type DRSM. Notre étude tend cependant à montrer qu'un couplage d'une approche SAS à un modèle DRSM plutôt qu'un modèle de turbulence à 2 équations est à privilégier.

Si cette étude montre que le modèle SAS-DRSM proposé permet les meilleures prévisions thermiques parmi les approches SAS évaluées, nous avons également mis en lumière un comportement particulier sur la dynamique des couches cisillées pour les deux configurations étudiées. Ce comportement résulte lui-même des propriétés intrinsèques du modèle DRSM sur lequel se base l'approche SAS-DRSM. La transition laminaire-turbulent semble se produire trop rapidement avec ce modèle. La turbulence mise en jeu dans ces régions d'écoulement est alors caractéristique d'une turbulence homogène isotrope alors que les modèles SAS- $\alpha L$  et ZDES restituent un comportement typique d'une turbulence d'écoulement cisillé qui semble plus cohérente avec la réalité physique. Ces différences se traduisent notamment par une surestimation importante des tensions de Reynolds dans les couches cisillées pour les modèles DRSM et SAS-DRSM dans le chapitre 5 et des fréquences de l'instabilité de Kelvin Helmholtz différentes dans le chapitre 6. Ces résultats sont en contradiction avec les conclusions des projets européens FLOWMANIA [64] et DESider [65]. En effet, les études évaluant les modèles DRSM ont globalement montré de bonnes performances dans la prévision des écoulements instationnaires massivement décollés, surtout dans les cas de transition laminaire-turbulent. Le comportement

des modèles DRSM reste donc à étudier afin de trancher sur ce point.

De même, nos travaux ont permis de situer plus clairement les approches de type SAS entre les méthodes URANS classiques et hybrides RANS/LES. Les simulations ayant permis la confrontation des prévisions des modèles SAS par rapport à la ZDES ont été réalisées sur des maillages très fins dans les zones d'intérêt. Ces simulations ont montré que l'approche SAS ne tend pas vers une DNS en réduisant la taille des mailles et que les prévisions thermiques restent à améliorer de façon importante. La formulation des modèles SAS mérite donc encore un travail théorique plus poussé afin d'opérer un saut capable de se rapprocher au moins des prévisions des approches de type DES.

Un autre point à évoquer dans l'utilisation des méthodes SAS est leur sensibilité, tout comme pour l'ensemble des approches plus complexes, aux paramètres numériques et spécialement vis-à-vis de l'intégration spatiale. Le premier cas d'étude a montré que l'utilisation d'un schéma AUSM+ permettait d'avoir de meilleures prévisions du champ moyen dans le sillage. Elle nécessitait cependant des pas de temps plus faibles afin d'assurer la stabilité numérique du calcul ainsi que des maillages plus fins dans une logique d'optimisation. Bien que nous ayons opté pour un schéma d'ordre élevé dans le chapitre 6, les temps de calcul importants n'ont pas permis de quantifier l'apport de ce choix dans la prévision de l'écoulement de sillage du barreau. Le travail sur cette deuxième configuration reste donc à pousser davantage afin de déterminer l'apport de ce schéma pour les approches SAS dans ce cas d'écoulement. Cet apport est notamment à évaluer sur la prévision du champ turbulent dans le cas du modèle SAS-DRSM qui a pour but de mieux restituer les tensions de Reynolds.

Le travail de post-traitement des simulations soulève également des problématiques. Nous avons vu que les fortes instationnarités entraînent des signaux très bruités et des fréquences en large bande dans nos spectres. Nous avons tenté de débruiter ces signaux en utilisant la transformée en ondelettes continue qui agit de manière efficace en hautes fréquences. Nous avons en revanche éprouvé plus de difficultés sur l'étude des basses fréquences sur la configuration complexe (barreau+jet). La bonne résolution de ces fréquences nécessite des spectres convergés sur des périodes d'étude suffisantes. De plus, l'étude du champ turbulent passe par une convergence avancée des tensions de Reynolds ce qui demande également de longs temps de calcul du fait de la forte instationnarité des écoulements. Ces impératifs sont rendus difficiles à atteindre par l'usage de schémas d'ordre élevés et de pas de temps plus faibles. La question se pose alors de trouver un compromis juste entre tous ces éléments. Celui-ci pourrait passer à la fois par l'usage de schémas hybrides conçus pour traiter les différents comportements (RANS et "LES") dans l'écoulement, et par l'augmentation des capacités de calcul et de stockage.

## Écoulements aérothermiques étudiés

Outre les questions qui se posent sur les méthodes SAS, des éléments de questionnement sont à soulever sur la prévision des écoulements aérothermiques choisis pour évaluer ces approches dans notre étude.

Tout d'abord, le chapitre 5 a montré que l'augmentation de la représentation des petites structures turbulentes permettait d'avoir une prévision correcte du flux de chaleur sur la paroi aval du barreau. En revanche, la prévision au niveau des arêtes arrière supérieure et inférieure n'a pas pu être améliorée ni par raffinement du maillage et ni par le recours à la ZDES. Nous avons vu que la mauvaise prévision des transferts thermiques à cet endroit provient de la présence trop marquée d'un tourbillon de coin lors de la formation de l'instabilité de sillage. Ce phénomène n'est pas observé dans les travaux de Boileau et *al.* [21] menés en LES sur cette configuration. Un pas à franchir est donc de comprendre les facteurs qui influencent son apparition dans notre cas afin de l'enrayer. Ceci semble passer par une meilleure prévision de la dynamique des couches cisailées.

Il en est de même pour la prévision du flux de chaleur pariétal sur la face inférieure du barreau

dans le chapitre 6. Une meilleure prévision du niveau de flux de chaleur maximal a été obtenue grâce au mélange turbulent accru par la résolution de structures turbulents plus fines. En revanche, la sous-estimation importante du flux de chaleur près de l'arête aval reste à élucider. En effet, celle-ci se dégrade à mesure que la prévision du pic de chaleur est améliorée. Cette évolution semble logique puisque de petites structures sont également résolues sur l'arrière de la face inférieure du barreau et favorisent la baisse du flux de chaleur. Nous pensons que la clé de cette question réside à la fois dans une meilleure convergence du calcul et dans l'étude de l'interaction entre le jet et l'écoulement sur le barreau dans cette zone.

Les deux études numériques ont de plus mis en évidence une carence en terme d'intensité turbulente dans les écoulements. D'une part, les différentes simulations sur la première configuration ont fourni des niveaux de fluctuations RMS de vitesse verticale trop faibles dans l'écoulement de sillage. D'autre part, l'écoulement en sortie de jet est resté trop cohérent sur le deuxième cas. Nous recommandons à cet effet l'injection de turbulence synthétique au niveau des conditions limite d'entrée. Les méthodes de génération synthétique de turbulence sont nombreuses. Nous signalons toutefois que les méthodes issues des travaux de Batten et *al.*[12] ainsi que Jarrin et *al.*[74] sont à présent disponibles dans le code *elsA*.

Enfin, nous avons tenté de vérifier la validité de l'hypothèse de nombre de Prandtl turbulent constant sur les méthodes URANS avancées de type SAS. Nous n'avons pas pu conclure sur ce point mais nous avons comparé les tensions de Reynolds croisées et le flux de chaleur turbulent correspondant dans le chapitre 5 pour les approches SAS- $\alpha L$  et SAS-DRSM. S'ils ont montré des comportements similaires près du barreau, ce n'est pas le cas dans le sillage en arrière du barreau pour le modèle SAS- $\alpha L$ . Ceci laisse supposer que cette hypothèse classique des modèles URANS n'est pas valable dans ce cas. Cette question reste à évaluer sur des champs turbulents davantage convergés pour le modèle SAS-DRSM. Lors de notre étude, les composantes du flux de chaleur turbulent n'étaient pas encore accessibles pour tous les modèles de turbulence sur *elsA*, une perspective intéressante serait d'étudier les flux de chaleur turbulents totaux pour l'ensemble des modèles que nous avons utilisés notamment la ZDES. De même, il faudrait observer ce qui se passe sur le deuxième écoulement étudié avec des statistiques au second ordre convergées. Cela permettrait d'évaluer la validité de l'hypothèse de Prandtl turbulent constant sur l'ensemble de ces méthodes instationnaires complexes.

## Quatrième partie

# Annexes



# Annexe LES

## A Les filtres utilisés en LES

### A.1 Les propriétés des filtres

Un filtre  $G$  doit satisfaire les propriétés suivantes :

- la conservation des constantes :

$$\widehat{G}(0,0) = 1 \quad (1)$$

*i.e.* les constantes ne sont pas modifiées par le filtre. Soit pour une constante  $a$  :  $\overline{a} = a$ .

- la linéarité :

$$\overline{\phi + \psi} = \overline{\phi} + \overline{\psi} \quad (2)$$

- la commutation avec les opérateurs de dérivation en espace et en temps :

$$\frac{\overline{\partial\phi}}{\partial t} = \frac{\partial\overline{\phi}}{\partial t}, \quad \frac{\overline{\partial\phi}}{\partial x_i} = \frac{\partial\overline{\phi}}{\partial x_i} \quad (3)$$

### A.2 Les filtres couramment utilisés

Trois filtres sont communément utilisés pour la séparation des échelles en espace. Pour une configuration 1D, ils sont formulés à partir de la longueur de coupure  $\Delta_c$  de la façon suivante :

- Filtre boîte :

$$G(x - \xi) = \begin{cases} \frac{1}{\Delta_c} & \text{si } |x - \xi| \leq \frac{\Delta_c}{2} \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (4)$$

Soit dans l'espace de Fourier :

$$\widehat{G}(k) = \frac{\sin(k\Delta_c/2)}{k\Delta_c/2} \quad (5)$$

- Filtre gaussien :

$$G(x - \xi) = \frac{1}{\sqrt{\pi}\Delta_c} \exp\left(-\frac{|x - \xi|^2}{\Delta_c}\right) \quad (6)$$

Soit dans l'espace de Fourier :

$$\widehat{G}(k) = \exp\left(-\frac{\Delta_c^2 k^2}{4}\right) \quad (7)$$

- Filtre porte : il s'agit du filtre boîte dans sa formulation en variable de Fourier

$$G(x - \xi) = \frac{\sin(k_c(x - \xi))}{k_c(x - \xi)} \quad \text{avec } k_c = \frac{\pi}{\Delta_c} \quad (8)$$

Soit dans l'espace de Fourier :

$$\widehat{G}(k) = \begin{cases} 1 & \text{si } |k| \leq k_c \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (9)$$

## B Des modèles de sous-maille couramment utilisés pour la viscosité

On se propose ici de présenter les modèles les plus connus et utilisés. Cette description ne regroupe bien évidemment pas tous les modèles existants.

Dans le cas incompressible, on obtient les équations de Navier- Stokes filtrées suivantes :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_i} = 0 \\ \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial(\bar{u}_i \bar{u}_j)}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} (2\nu \bar{s}_{ij} + \tau_{ij}) \text{ pour } i=1,2,3 \end{array} \right. \quad (10)$$

On cherche à modéliser  $\tau_{ij}$  le tenseur des contraintes en sous-maille défini par :

$$\tau_{ij} = \overline{u_i u_j} - \bar{u}_i \bar{u}_j \quad (11)$$

Celui-ci peut se réécrire :

$$\tau_{ij} = - \left( \overline{u'_i u'_j} + \overline{\bar{u}_i u'_j} + \overline{u'_i \bar{u}_j} + \overline{\bar{u}_i \bar{u}_j} - \bar{u}_i \bar{u}_j \right) = R + L + C \quad (12)$$

avec

$$\left\{ \begin{array}{l} R = -\overline{u'_i u'_j} \\ L = -\left( \overline{\bar{u}_i u'_j} - \bar{u}_i \bar{u}_j \right) \\ C = -\left( \overline{u'_i \bar{u}_j} + \overline{\bar{u}_i \bar{u}_j} \right) \end{array} \right. \quad (13)$$

Le tenseur des contraintes de Reynolds ( $R$ ) traduit les interactions entre les tourbillons de petite échelle non calculés et qui représentent le transfert d'énergie des grandes structures vers les plus petites qui sont dissipatives. Le tenseur des contraintes croisées de Clark ( $C$ ) traduit lui les interactions entre les grandes échelles résolues et les petites non calculées de sous-maille. Enfin, le tenseur des contraintes de Leonard ( $L$ ) représente les interactions entre les grandes échelles, génératrices de turbulence.

### B.1 Le modèle de Smagorinsky

Ce modèle repose sur une hypothèse d'équilibre local au niveau des petites échelles tel qu'il y ait équivalence entre la production d'énergie et la dissipation. La forme de la viscosité de sous-maille proposée est la suivante :

$$\nu_i^{sgs} = (C_s \Delta_c)^2 |\bar{S}| \quad (14)$$

où  $C_s$  est la constante de Smagorinsky et  $|\bar{S}|$  la norme du tenseur de déformation des grandes échelles c'est-à-dire :  $|\bar{S}| = \sqrt{2\bar{s}_{ij}\bar{s}_{ij}}$ .

La constante  $C_s$  vaut 0,18 dans le cas d'une turbulence homogène et isotrope, la valeur la plus communément utilisée se situe cependant autour de 0,1. Elle s'exprime notamment en fonction de la constante de Kolmogorov  $C_K$  dont les valeurs se situent entre 1,4 et 2,1.

Ce modèle présente néanmoins des inconvénients puisque l'on a  $|\bar{S}| = O(1)$  en proche-paroi. Des modifications supplémentaires ont donc été apportées au modèle afin de forcer la contrainte de sous-maille à disparaître au niveau d'une paroi solide. Ainsi, les simulations utilisant ce modèle font généralement appel à une fonction d'amortissement de la viscosité à proximité d'une paroi (par exemple celle de Van Driest).

Par ailleurs, cette formulation rend la viscosité exclusivement positive et ne permet pas de rendre compte des phénomènes d'appariement tourbillonnaire où les petites structures transfèrent de l'énergie vers les plus grandes (viscosité négative) ou phénomène de "backscatter" en anglais.

En outre, cela revient à décrire la variété des phénomènes en présence avec une seule constante universelle. C'est pourquoi des modèles dynamiques, permettant de refléter la situation en chaque  $(\vec{x}, t)$ , ont émergé.

## B.2 Le modèle dynamique de Germano

Le modèle de Smagorinsky dynamique ou modèle dynamique standard fut élaboré par M. Germano et *al.* en 1991 [58] puis une version améliorée fut proposée par D.K. Lilly [85].

On considère ici un double filtrage. Le deuxième filtre, dit filtre *test*, est représenté par un *tilde*  $\tilde{G}$  et présente une longueur de coupure  $\tilde{\Delta}_c$  plus grande (ce qui correspond à un maillage plus grossier). Le double filtre sera noté  $\overline{\tilde{G}} = \overline{\tilde{G}G}$ . Par application des deux filtres, le tenseur des contraintes de sous-maille à modéliser devient :

$$\boxed{T_{ij} = \overline{\tilde{u}_i \tilde{u}_j} - \overline{\tilde{u}_i \tilde{u}_j}} \quad (15)$$

En introduisant le tenseur des contraintes des échelles calculées :

$$L_{ij} = \overline{\tilde{u}_i \tilde{u}_j} - \overline{\tilde{u}_i \tilde{u}_j} \quad (16)$$

On a la relation algébrique suivante :

$$L_{ij} = T_{ij} - \tilde{\tau}_{ij} \quad (17)$$

Cette relation algébrique permet de relier  $L_{ij}$ , qui est calculé explicitement, aux tenseurs à modéliser  $T_{ij}$  et  $\tau_{ij}$ . Si on note  $A_{ij}$  et  $B_{ij}$  les modèles pour les parties déviatoriques (anisotropiques) de nos deux tenseurs, ceux-ci correspondent aux relations suivantes :

$$\begin{cases} \tau_{ij} - \frac{1}{3}\tau_{kk}\delta_{ij} \simeq 2C(\Delta_c)^2 A_{ij} = 2C(\Delta_c)^2 |\bar{S}| \bar{s}_{ij} \\ T_{ij} - \frac{1}{3}T_{kk}\delta_{ij} \simeq 2C(\tilde{\Delta}_c)^2 B_{ij} = 2C(\tilde{\Delta}_c)^2 |\tilde{S}| \tilde{s}_{ij} \end{cases} \quad (18)$$

où :

$$\begin{cases} \tilde{s}_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \tilde{u}_j}{\partial x_i} \right) \\ |\tilde{S}| = \sqrt{2\tilde{s}_{ij}\tilde{s}_{ij}} \end{cases} \quad (19)$$

$\tilde{\Delta}_c$  est la longueur de coupure associée à l'opérateur résultant du double filtrage. On note  $\alpha$  le rapport  $\frac{\tilde{\Delta}_c}{\Delta_c}$  souvent pris égal à 2.



En substituant les équations du système 18 dans la relation algébrique 17 et en multipliant par  $\bar{s}_{ij}$ , on obtient :

$$\boxed{L_{ij}\bar{s}_{ij} = -2C \left( \widetilde{\Delta_c^2} \widetilde{S} \widetilde{s}_{ij} \widetilde{s}_{ij} - \Delta_c^2 \widetilde{S} \widetilde{s}_{ij} \widetilde{s}_{ij} \right)} \quad (20)$$

On déduit alors de la relation 20 la valeur de  $C(x, y, z, t)$ .

Néanmoins, la quantité entre parenthèses — qui correspond au dénominateur de la formule donnant  $C$  — peut s’annuler et ainsi rendre le calcul instable. Pour parer à cet inconvénient, on suppose en général que  $C$  ne dépend que de  $t$  et d’une direction en moyennant sur un plan parallèle à la paroi. On perd alors un des avantages conceptuels de cette formulation qui se veut “locale”.

Lilly [85] proposa ainsi une formulation légèrement différente. En définissant le tenseur  $M_{ij}$  de la manière qui suit :

$$M_{ij} = B_{ij} - \widetilde{A}_{ij} \quad (21)$$

On a donc :

$$L_{ij} - \frac{1}{3}L_{kk} = 2CM_{ij} \quad (22)$$

En se basant sur la méthode des moindres carrés pour une minimisation de l’erreur sur  $C$  qu’implique cette dernière relation, on obtient :

$$\boxed{C = \frac{1}{2} \frac{L_{ij}M_{ij}}{M_{ij}^2}} \quad (23)$$

Cette formulation est bien moins instable que la précédente. Cependant, elle peut devenir inconsistante lorsque les valeurs négatives deviennent trop grandes. De la même façon, on moyenne en général sur le temps et/ou l’espace mais en perdant de l’information. Elle donne tout de même de bons résultats pour une moyenne suivant une direction où l’écoulement est homogène ou suivant la direction de l’écoulement. Une formulation lagrangienne proposée par Meneveau et *al.* en 1996 [98] permet également d’appliquer ce modèle à des configurations complexes, sans direction d’homogénéité de l’écoulement.

Ce modèle présente l’avantage d’annuler la contrainte de sous-maille à la paroi sans faire appel à une fonction d’amortissement. Il adopte un bon comportement en proche paroi comparativement au modèle de Smagorinsky classique. De même, il permet d’avoir des valeurs négatives de la viscosité, tenant ainsi compte des phénomènes de cascade d’énergie inverse.

### B.3 Le modèle WALE (Wall-Adapting Local Eddy-viscosity)

Le choix d’un invariant du tenseur de déformation comme échelle de vitesse étant arbitraire, Nicoud et Ducros [111] ont proposé, en 1999, un modèle s’appuyant sur des propriétés cinématiques et dynamiques des structures turbulentes.

En effet, dans le cas d’une turbulence isotrope, la dissipation d’énergie se fait à la fois dans les tourbillons et les zones de convergence où la déformation irrotationnelle est forte et où les lignes de courant divergent et convergent respectivement. Si le modèle de Smagorinsky tient bien compte de cette dernière contribution, il néglige aussi la précédente car dans les zones tourbillonnaires, c’est la vorticité/le rotationnel qui domine. L’idée est donc de proposer un modèle qui prenne en compte à la fois les tenseurs des taux de rotation et de déformation.

Ce modèle se base ainsi sur le tenseur des gradients de vitesse noté  $\bar{g}_{ij} = \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j}$ . Il définit un nouvel opérateur  $G_{ij}^d$  avec la partie symétrique du carré du tenseur des gradients de vitesse :

$$G_{ij}^d = \frac{1}{2}(\bar{g}_{ij}^2 + \bar{g}_{ji}^2) - \frac{1}{3}\delta_{ij}\bar{g}_{kk}^2 \quad (24)$$

où

$$\bar{g}_{ij}^2 = \bar{g}_{ik}\bar{g}_{kj} \quad (25)$$

On définit également  $\bar{\Omega}$  comme la partie antisymétrique de  $\bar{g}$  :

$$\Omega_{ij} = \frac{1}{2}(\bar{g}_{ij} - \bar{g}_{ji}) \quad (26)$$

D'où :

$$G_{ij}^d = \bar{s}_{ik}\bar{s}_{kj} + \bar{\Omega}_{ik}\bar{\Omega}_{kj} - \frac{1}{3}\delta_{ij}(S^2 + \Omega^2) \quad (27)$$

avec :  $S^2 = \bar{s}_{ij}\bar{s}_{ij}$ ,  $\Omega^2 = \bar{\Omega}_{ij}\bar{\Omega}_{ij}$ .

La trace de  $G_{ij}^d$  est nulle par construction et son second invariant est fini et proportionnel à  $G_{ij}^d G_{ij}^d$  :

$$G_{ij}^d G_{ij}^d = \frac{1}{6}(S^2 S^2 + \Omega^2 \Omega^2) + \frac{2}{3}S^2 \Omega^2 + 2IV_{S\Omega} \quad (28)$$

avec :  $IV_{S\Omega} = \bar{s}_{ik}\bar{s}_{kj}\bar{\Omega}_{jl}\bar{\Omega}_{li}$ .

Le modèle proposé est le suivant :

$$\nu_t^{sgs} = (C_\omega \Delta_c)^2 \frac{(G_{ij}^d G_{ij}^d)^{\frac{3}{2}}}{(\bar{s}_{ij}\bar{s}_{ij})^{\frac{5}{2}} + (G_{ij}^d G_{ij}^d)^{\frac{5}{4}}} \quad (29)$$

où  $C_\omega$  est une vraie constante qui peut se déterminer à partir de  $C_s$  en considérant que ce modèle donne la même taux moyen de dissipation de l'énergie cinétique que le modèle de Smagorinsky classique. En notant  $Quo$  le rapport de  $(G_{ij}^d G_{ij}^d)^{\frac{3}{2}}$  et  $(\bar{s}_{ij}\bar{s}_{ij})^{\frac{5}{2}} + (G_{ij}^d G_{ij}^d)^{\frac{5}{4}}$ , on peut déduire  $C_\omega$  de la formule suivante :

$$C_\omega^2 = C_s^2 \frac{\langle \sqrt{2}(\bar{s}_{ij}\bar{s}_{ij})^{\frac{3}{2}} \rangle}{\langle \bar{s}_{ij}\bar{s}_{ij} Quo \rangle} \quad (30)$$

Nicoud et Ducros trouvent par exemple  $C_\omega = 0,5$  pour  $C_s = 0,18$  dans une configuration d'écoulement en conduite.

L'avantage de ce modèle est qu'il a également un bon comportement en proche paroi ( $\nu_t^{sgs} = O(y^3)$  avec  $y$  la distance à la paroi) et qu'il permet de reproduire la transition du laminaire vers la turbulence contrairement au modèle Smagorinsky. La viscosité ne peut pas être négative et la valeur de  $C_\omega$  dépend de la taille des cellules du maillage ce qui inciterait à développer une version dynamique de ce modèle.

#### B.4 Les modèles de fonction de structure

Ces modèles reposent sur la normalisation de la viscosité turbulente par  $\sqrt{E_{\vec{x}}(\kappa_c)/\kappa_c}$  où  $E_{\vec{x}}(\kappa_c, t)$  est le spectre d'énergie cinétique locale en un point donné  $\vec{x}$ . Ce spectre doit être déterminé précisément à l'aide d'une hypothèse locale de turbulence isotrope. Le premier modèle de fonction de structure fût proposé par Métails et Lesieur [105] en 1992. Nous allons ici en décrire une version légèrement différente et simplifiée.

On se place dans le cas de maillages structurés uniformes. En normalisant la viscosité turbulente, il vient :

$$\nu_t^{sgs} = \frac{2}{3} C_K^{-\frac{3}{2}} \left[ \frac{E(\kappa_c)}{\kappa_c} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (31)$$

Le spectre devant être transposé et déterminé dans l'espace physique, on choisit la fonction de structure  $F_2^{is}$  (*is* pour turbulence isotrope). En prenant la moyenne statistique sur l'écart quadratique de vitesse entre  $\vec{x}$  et les 6 points du maillage les plus proches, on obtient :

$$F_2^{is}(\vec{x}, \Delta_c) = \langle [\bar{u}(\vec{x}, t) - \bar{u}(\vec{x} + \vec{r}, t)]^2 \rangle_{\|\vec{r}\|=\Delta_c} = 4 \int_0^{\kappa_c} \bar{E}(\kappa, t) \left( 1 - \frac{\sin(\kappa \Delta_c)}{\Delta_c} \right) d\kappa \quad (32)$$

car les grandes échelles n'ont pas de modes d'énergie au delà de  $\kappa_c$ . En supposant toujours qu'on a un spectre en  $\kappa^{-\frac{5}{3}}$  entre 0 et  $\kappa_c$ , on trouve <sup>1</sup> :

$$\nu_t^{sgs}(\vec{x}, \Delta_c, t) = 0,105 C_K^{-\frac{3}{2}} \Delta_c [F_2^{is}(\vec{x}, \Delta_c)]^{\frac{1}{2}} \quad (33)$$

Ce modèle présente un assez bon spectre d'énergie en  $\kappa^{-\frac{5}{3}}$  dans la zone inertielle parallèlement au modèle de Smagorinsky. Il reste cependant trop dissipatif sur diverses configurations ce qui déboucha sur deux versions améliorées : le modèle de fonction de structure sélective (SSF) développé par David [41] et celui de fonction de structure filtrée (FSF) proposé par Ducros [47].

Le modèle SSF repose sur la prise en compte d'un critère de tridimensionnalité pour activer ou non  $\nu_t^{sgs}$ . Pour cela on considère l'angle entre le vecteur rotationnel en un point du maillage et la moyenne arithmétique des vecteurs rotationnel des 4 ou 6 points voisins les plus proches. La constante du modèle doit alors être réajustée.

Le modèle FSF, lui, propose d'appliquer un second filtre passe-haut aux différents champs. Ce filtre est un opérateur Laplacien discretisé au second ordre, centré, aux différences finies et à trois itérations. L'avantage de ce modèle est que l'on s'affranchit de la constante à ajuster continuellement.

Enfin, des modèles alternatifs existent tels qu'une version dynamique, un modèle d'hyperviscosité et des modèles mixtes qui sont succinctement décrits dans [84].

## B.5 Les modèles à une équation dynamique

Les modèles dynamiques classiques rencontrent des problèmes de stabilité numérique lorsque  $C$  prend des valeurs négatives (terme de diffusion négatif). On peut composer avec tant que la diffusion totale (visqueuse et turbulente) reste positive mais le problème reste entier pour des valeurs négatives importantes de la viscosité turbulente. Afin d'obtenir cette stabilité numérique, il faut généralement que l'écoulement soit homogène suivant une direction et, comme nous l'avons vu précédemment, moyenner  $C$  dans cette direction. Des modèles dynamiques de sous-maille sont donc proposés, ne nécessitant pas une hypothèse d'écoulement homogène dans une direction. Ceux-ci peuvent ainsi s'appliquer à des écoulements tridimensionnels qui ne présentent aucune direction d'homogénéité.

L'équation pour le coefficient  $C$  est globalement optimisée en se fixant pour contrainte que la viscosité totale ( $\nu + \nu_t$ ) reste positive. Ghosal et *al.* ont proposé un modèle de ce type [59] en 1995 qui aboutit à une équation intégrale trop lourde en terme de temps de résolution CPU. Le modèle proposé par Davidson [42] en 1997 est en revanche régulièrement employé.

1. Une formulation en 6 points existe également pour les maillages non uniformes mais qui restent orthogonaux.

Dans ce dernier modèle, l'équation pour l'énergie cinétique turbulente  $k^{sgs}$  est la suivante :

$$\frac{\partial k^{sgs}}{\partial t} + \frac{\partial \bar{u}_j k^{sgs}}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left( C_{hom}^k \Delta_c k^{sgs \frac{1}{2}} \frac{\partial k^{sgs}}{\partial x_j} \right) + P_k^{sgs} - C_*^k \frac{k^{sgs \frac{3}{2}}}{\Delta_c} \quad (34)$$

où  $P_k^{sgs}$  est le terme de production d'énergie cinétique turbulente de sous-maille :

$$P_k^{sgs} = -\tau_{ij}^a \bar{u}_{ij} \text{ avec } \tau_{ij}^a = -2C^k \Delta_c k^{sgs \frac{1}{2}} \bar{s}_{ij} = -2\nu^{sgs} \bar{s}_{ij} \quad (35)$$

La constante dynamique  $C^k$  est déterminée de la même manière que pour le modèle dynamique standard (équation 23) :

$$\begin{cases} C^k = -\frac{1}{2} \frac{L_{ij} M_{ij}}{M_{ij}^2}; L_{ij} = \widetilde{\bar{u}_i \bar{u}_j} - \bar{\widetilde{u}_i} \bar{\widetilde{u}_j} \\ K = \widetilde{k^{sgs}} + \frac{1}{2} L_{kk} \\ M_{ij} = -\bar{\widetilde{\Delta}_c} K^{\frac{1}{2}} \bar{\widetilde{s}}_{ij} + \Delta_c k^{sgs \frac{1}{2}} \bar{s}_{ij} \end{cases} \quad (36)$$

avec  $L_{ij}$  le tenseur des contraintes de Leonard dynamique et  $K$  l'énergie cinétique turbulente de sous-maille au niveau du filtre test ( $\bar{\widetilde{\Delta}_c} = 2\Delta_c$ ) défini par :

$$K \equiv \frac{1}{2} T_{kk} \quad (37)$$

L'énergie cinétique turbulente de sous-maille  $k^{sgs}$  est une information sur une quantité locale car elle repose sur une hypothèse d'équilibre local ( $P_k^{sgs} - \varepsilon^{sgs} = 0$ ). Le terme de dissipation ne pouvant être négatif ( $\varepsilon^{sgs} = C_*^k \frac{k^{sgs \frac{3}{2}}}{\Delta_c}$ ),  $C_*^k$  est limité à des valeurs positives. Afin d'estimer le coefficient  $C_*^k$  et de limiter ses variations, on fait l'hypothèse que l'équation de transport de  $k^{sgs}$  est proportionnelle à l'équation de transport de  $K$  tel que :

$$\bar{\widetilde{P}}_k^{sgs} - \frac{1}{\Delta_c} \widetilde{C_*^k k^{sgs \frac{3}{2}}} = P_K - C_*^k \frac{K^{\frac{3}{2}}}{\bar{\widetilde{\Delta}_c}} \quad (38)$$

Il vient donc :

$$(C_*^k)^{n+1} = \left( P_K - P_k^{sgs} + \frac{1}{\Delta_c} \widetilde{(C_*^k)^n k^{sgs \frac{3}{2}}} \right) \frac{\bar{\widetilde{\Delta}_c}}{K^{\frac{3}{2}}} \quad (39)$$

On notera que l'on applique le filtre test à  $C_*^k$  dans l'équation ci-dessus.  $(C_*^k)^{n+1}$  est calculée à partir de  $(C_*^k)^n$  qui est la valeur du coefficient au pas de temps précédent.

Afin d'assurer la stabilité numérique du calcul, une valeur constante de  $C$  dans l'espace est utilisée dans l'équation de la quantité de mouvement. Celle-ci est calculée en s'assurant que la production de  $k^{sgs}$  reste la même dans tout le domaine de calcul, soit :

$$\langle 2C^k \Delta_c k^{sgs \frac{1}{2}} \bar{s}_{ij} \bar{s}_{ij} \rangle_{xyz} = 2C_{hom}^k \langle k^{sgs \frac{1}{2}} \bar{s}_{ij} \bar{s}_{ij} \rangle_{xyz} \quad (40)$$

Ce genre de modèle ne nécessite pas de moyenne ou de limitation sur  $C$ , est plus stable et permet de tenir compte des effets de cascade inverse puisque  $C$  peut être négatif. Ils présentent cependant des faiblesses comme la sous-estimation de la vitesse dans des zones de recirculation et des longueurs de recirculation.



# Annexe *elsA*

Nous décrivons ici les principales équations ainsi que les méthodes numériques utilisées par le solveur *elsA* pour la résolution numérique des équations de Navier-Stokes. Les éléments de description qui suivent sont essentiellement tirés du manuel théorique du logiciel *elsA* [81].

## C Équations de Navier-Stokes dans *elsA*

Les équations de Navier-Stokes sont ici résolues sous leur forme intégrale sur un domaine  $\Omega$  de frontière notée  $\partial\Omega$ .  $\underline{u}$  désigne le vecteur vitesse,  $p$  la pression,  $\underline{\tau}$  le tenseur des contraintes visqueuses,  $\underline{q}$  le vecteur flux de chaleur et  $\underline{\sigma}$  la contrainte totale (pression et visqueuse). Enfin,  $E$  est l'énergie totale c'est-à-dire la somme de l'énergie interne  $e$  et de l'énergie cinétique. Elles s'écrivent sous la forme :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial}{\partial t} \iiint_{\Omega} \rho d\Omega + \iint_{\partial\Omega} \rho \underline{u} \cdot \underline{dS} = 0 \\ \frac{\partial}{\partial t} \iiint_{\Omega} \rho \underline{u} d\Omega + \iint_{\partial\Omega} \rho \underline{u} (\underline{u} \cdot \underline{dS}) = - \iint_{\partial\Omega} p \underline{dS} + \iint_{\partial\Omega} \underline{\tau} \cdot \underline{dS} \\ \frac{\partial}{\partial t} \iiint_{\Omega} \rho E d\Omega + \iint_{\partial\Omega} \rho E \underline{u} \cdot \underline{dS} = - \iint_{\partial\Omega} \underline{q} \cdot \underline{dS} + \iint_{\partial\Omega} (\underline{\sigma} \cdot \underline{u}) \cdot \underline{dS} \end{array} \right. \quad (41)$$

avec :

$$\left\{ \begin{array}{l} \underline{\tau} = 2\mu \underline{a}_{ij} \\ \underline{q} = -\lambda \underline{\text{grad}} T \end{array} \right. \quad (42)$$

où la viscosité dynamique  $\mu$  obéit à la loi de Sutherland (équation 1.5) et la conductivité thermique  $\lambda(T)$  est liée au nombre de Prandtl moléculaire par la relation :

$$Pr = \frac{C_p \mu(T)}{\lambda(T)} \quad (43)$$

$Pr$  est supposé constant et égal à 0,72 pour l'air.

Les lois d'état d'un gaz parfait ferment le système :

$$\left\{ \begin{array}{l} p = R\rho T \\ e = C_v T \\ R = C_p - C_v \end{array} \right. \quad (44)$$

avec  $C_p$  et  $C_v$  les chaleurs spécifiques respectivement à pression constante et à volume constant (supposées constantes).

## D Équations de Navier-Stokes moyennées dans *elsA*

Nous avons décrit au chapitre 1.2 les équations de Navier-Stokes moyennées dans le cas incompressible. Le solveur *elsA* étant un code dédié à la simulation numérique d'écoulements de fluides compressibles, la moyenne de Reynolds pondérée par la masse ou moyenne de Favre est utilisée. En effet, la turbulence en compressible se prête davantage à l'utilisation de cette moyenne notée ici avec un *tilde* :

$$\tilde{\phi} = \frac{\overline{\rho\phi}}{\bar{\rho}} \quad (45)$$

telle que la solution exacte  $\phi$  se décompose alors de la manière suivante :

$$\phi = \underbrace{\tilde{\phi}}_{\text{partie résolue}} + \underbrace{\phi''}_{\text{partie modélisée}} \quad (46)$$

Cette décomposition permet d'obtenir le système d'équations de Navier-Stokes moyennées suivant :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div}(\rho \underline{u}) = 0 \\ \frac{\partial \rho \underline{u}}{\partial t} + \text{div} \left( \rho \underline{u} \otimes \underline{u} + p \underline{I} - \underline{\tau} - \underline{\tau}_r \right) \\ \frac{\partial (\rho(E + k))}{\partial t} + \text{div} \left[ \rho(E + k) \underline{u} + p \underline{u} - (\underline{\tau} + \underline{\tau}_r) \cdot \underline{u} + \underline{q} + \underline{q}_t \right] = 0 \end{array} \right. \quad (47)$$

avec

$$\left\{ \begin{array}{l} k = \frac{1}{2} \overline{\rho \underline{u}''^2} / \bar{\rho} \\ \underline{\tau}_r = -\overline{\rho \underline{u}'' \otimes \underline{u}''} \\ \underline{q}_t = -\overline{\rho \underline{u}'' h''} \end{array} \right. \quad (48)$$

Afin de simplifier la notation, les quantités moyennées sont notées par la suite sans symbole de moyenne. Il est cependant à noter que les champs  $\underline{u}$  et  $e$  sont moyennés selon la moyenne de Favre tandis que les autres variables ( $p$ ,  $\rho$ ,  $\underline{\tau}$  et  $\underline{q}$ ) le sont par rapport au temps.

Ce nouveau système fait apparaître d'autres inconnues comme l'énergie cinétique turbulente  $k$ , le tenseur des contraintes de Reynolds  $\tau_r$  et le flux de chaleur turbulent  $q_t$ . Reste à modéliser les tensions de Reynolds et le flux de chaleur turbulent afin de fermer le système. Le tenseur de Reynolds est ici défini par l'approximation de Boussinesq et le flux de chaleur turbulent par une hypothèse de transport par gradient :

$$\left\{ \begin{array}{l} \underline{\tau}_r = -\frac{2}{3}(\rho k + \mu_t \text{div} \underline{u}) \underline{I} + 2\mu_t \underline{S} \\ \underline{q}_t = -\frac{c_p \mu_t}{\text{Pr}_t} \underline{\text{grad}} T \end{array} \right. \quad (49)$$

où  $\mu_t$  désigne la viscosité turbulente et  $\text{Pr}_t$  le nombre de Prandtl turbulent.

Il est alors possible d'écrire un système d'équations similaire au système d'équations de Navier-Stokes instantané 1.1 mais portant sur les variables  $E^*$ ,  $p^*$ ,  $\underline{\tau}^*$  et  $\underline{q}^*$  définies par :

$$\begin{cases} E^* = E + k \\ p^* = p + \frac{2}{3}\rho k \\ \underline{\tau}^* = \underline{\tau} + (\underline{\tau}_r + \frac{2}{3}\rho k \underline{I}) = \left(1 + \frac{\mu}{\mu_t}\right) \underline{\tau} \\ \underline{q}^* = \underline{q} + \underline{q}_t = \left(1 + \frac{\mu_t}{\mu} \frac{Pr}{Pr_t}\right) \underline{q} \end{cases} \quad (50)$$

## E Discrétisation spatiale dans *elsA*

Le code de calcul *elsA* est basé sur une formulation intégrale des équations de Navier-Stokes. Celles-ci sont discrétisées suivant la méthode des volumes finis. Cette méthode est très répandue en simulation numérique pour la mécanique des fluides. Elle consiste à découper le domaine de calcul en petits volumes finis appelés volumes de contrôle lors de l'étape de maillage. Les lignes du maillage définissent les limites du volume de contrôle qui correspond donc à une cellule du maillage. Dans notre cas, le bilan des flux est ensuite fait sur chaque cellule pour les équations de Navier-Stokes dans leur formulation variationnelle forte. Dans le solveur *elsA*, une formulation "cell-centered" est utilisée, c'est-à-dire que le bilan des flux et donc le calcul des grandeurs moyennes inconnues se font au centre des cellules.

### E.1 Discrétisation spatiale des équations de Navier-Stokes

La résolution numérique des équations RANS se faisant par la méthode des volumes finis, le problème à résoudre sur une maille peut s'écrire sous la forme suivante :

$$\boxed{\frac{\partial}{\partial t} \iiint_{\Omega} \underline{W} d\Omega + \oint_{\partial\Omega} (\underline{F}_c \cdot \underline{n}) dS + \oint_{\partial\Omega} (\underline{F}_d \cdot \underline{n}) dS = 0} \quad (51)$$

$\underline{W}$  désigne le vecteur des variables conservatives qui s'écrit, sans considérer les variables turbulentes :

$$\underline{W} = \begin{bmatrix} \rho \\ \rho \underline{u} \\ \rho E^* \end{bmatrix} \quad (52)$$

$\underline{F}_c$  est le flux dit convectif :

$$\underline{F}_c = \begin{bmatrix} \rho \underline{u} \\ (\rho \underline{u} \otimes \underline{u} + p^* \underline{I}) \\ (\rho E^* \underline{u} + p^* \underline{u}) \end{bmatrix} \quad (53)$$

Enfin,  $\underline{F}_d$  désigne le flux dit diffusif :

$$\underline{F}_d = \begin{bmatrix} 0 \\ -\underline{\tau}^* \\ -(\underline{\tau}^* \cdot \underline{u} - \underline{q}^*) \end{bmatrix} \quad (54)$$

Dans le logiciel *elsA*, les mailles considérées sont hexahédrales d'où les définitions qui suivent. Le volume de la maille  $\mathcal{V}(\Omega)$  est défini par :

$$\mathcal{V}(\Omega) = \iiint_{\Omega} d\Omega \quad (55)$$



La surface de la maille notée  $\partial\Omega$  se décompose suivant ses six faces  $\Sigma_i$  :

$$\partial\Omega = \sum_{i=1}^6 \Sigma_i \quad (56)$$

Le système des équations de Navier-Stokes s'écrit alors :

$$\frac{\partial}{\partial t} \iiint_{\Omega} \underline{W} d\Omega = - \left[ \sum_{i=1}^6 \iint_{\Sigma_i} [\underline{F}_c + \underline{F}_d] \cdot \underline{n} d\Sigma_i \right] \quad (57)$$

La valeur moyenne du vecteur d'état  $\underline{W}$  sur la maille est définie par la relation suivante :

$$\overline{W}_{\Omega} = \frac{1}{\mathcal{V}(\Omega)} \iiint_{\Omega} \underline{W} d\Omega \quad (58)$$

Le flux à travers la surface  $\Sigma_i$  est donné par :

$$\overline{F}_{\Sigma_i} = \iint_{\Sigma_i} [\underline{F}_c + \underline{F}_d] \cdot \underline{n} d\Sigma_i \quad (59)$$

Le système devient donc :

$$\frac{\partial}{\partial t} [\mathcal{V}(\Omega) \overline{W}_{\Omega}] = - \left[ \sum_{i=1}^6 \overline{F}_{\Sigma_i} \right] \quad (60)$$

Notons alors  $\underline{\widetilde{F}}$  l'approximation numérique du flux exact et  $\underline{\widetilde{W}}$  l'estimation du vecteur d'état moyen.  $\underline{N}_{\Sigma_i}$  est la normale extérieure à la surface  $\Sigma_i$  définie telle que :

$$\underline{N}_{\Sigma_i} = \iint_{\Sigma_i} \underline{n} d\Sigma_i \quad (61)$$

Le problème mathématique à résoudre numériquement devient donc :

$$\boxed{\frac{\partial \underline{\widetilde{W}}_{\Omega}}{\partial t} = - \frac{1}{\mathcal{V}(\Omega)} \sum_{i=1}^6 \underline{\widetilde{F}}_{\Sigma_i} \cdot \underline{N}_{\Sigma_i}} \quad (62)$$

Reste donc à estimer les flux numériques  $\underline{\widetilde{F}}_{\Sigma_i}$  et à intégrer ce système par rapport au temps.

## E.2 Discrétisation des flux convectifs

Nous présentons ici de façon non exhaustive les différents schémas de discrétisation des flux convectifs que nous avons utilisés pour nos simulations numériques.

### E.2.1 Schéma centré de Jameson avec dissipation artificielle

La méthode la plus simple pour calculer le flux à l'interface  $\Sigma_l$  de la maille  $\Omega$  est de calculer la moyenne de ce flux à partir des grandeurs estimées aux centres des cellules adjacentes. Deux formulations différentes existent dites "divergence" et "skew-symmetric". Nous dérivons uniquement cette dernière que nous avons utilisée. Pour deux cellules adjacentes,  $\Omega$  et  $\Omega_l$ , de frontière commune  $\Sigma_l$ , il vient :

$$\boxed{\underline{\underline{F}}(W_\Omega, W_{\Omega_l}) \cdot N_{\Sigma_l} = \underline{\underline{F}}_c \left( \frac{W_\Omega + W_{\Omega_l}}{2} \right) \cdot N_{\Sigma_l}} \quad (63)$$

où le flux convectif est défini par la relation (53) :

$$\underline{\underline{F}}_c(W_\Omega) = \left[ \begin{array}{c} \rho \underline{U} \\ \rho \underline{U} \otimes \underline{U} + p^* \underline{I} \\ \rho E^* \underline{U} + p^* \underline{U} \end{array} \right]_\Omega \quad (64)$$

Ce type de discrétisation se révélant instable, Jameson et *al.* [73] proposèrent en 1981 de stabiliser ce schéma en ajoutant un terme de dissipation artificielle à l'équation 64. Les auteurs proposent donc la discrétisation suivante :

$$\boxed{\underline{\underline{F}}_c^{Jameson}(W_\Omega, W_{\Omega_l}) \cdot N_{\Sigma_l} = \underline{\underline{F}}_c \left( \frac{W_\Omega + W_{\Omega_l}}{2} \right) \cdot N_{\Sigma_l} - \underline{D}_{\Sigma_l}} \quad (65)$$

L'opérateur de dissipation artificielle  $\underline{D}_{\Sigma_l}$  comporte des composantes  $\underline{D}_i$ ,  $\underline{D}_j$  et  $\underline{D}_k$  suivant chaque direction de l'espace respectivement  $\underline{i}$ ,  $\underline{j}$  et  $\underline{k}$ . La formulation en volumes finis est la suivante :

$$\frac{\partial}{\partial t} W_\Omega = -\frac{1}{\mathcal{V}(\Omega)} \left[ \sum_{l=1}^6 \underline{\underline{F}}_c \left( \frac{W_\Omega + W_{\Omega_l}}{2} \right) \cdot N_{\Sigma_l} - \underline{D}_i - \underline{D}_j - \underline{D}_k \right] \quad (66)$$

La dissipation artificielle proposée se décompose en deux termes. Tout d'abord, elle présente un terme non linéaire du second ordre destiné à reproduire correctement les discontinuités au sein de l'écoulement (chocs). Elle comporte ensuite un terme linéaire du quatrième ordre qui agit comme un filtre passe-bas afin de dissiper les composantes hautes fréquences qui ont tendance à déstabiliser le schéma. Nous détaillons ici l'opérateur de dissipation artificielle dans une seule direction sachant que le comportement est similaire pour les autres directions. La composante suivant la direction  $\underline{i}$  est donc définie par :

$$\boxed{\underline{D}_i = \underline{D}_i^{(2)} - \underline{D}_i^{(4)}} \quad (67)$$

Dans le logiciel *elsA*, la dissipation artificielle est considérée comme un flux qui est conservé de telle façon que pour une maille  $(i, j, k)$ , il vient :

$$\left\{ \begin{array}{l} \underline{D}_{ijk}^{(2)} = \underline{D}_{i+\frac{1}{2}jk}^{(1)} - \underline{D}_{i-\frac{1}{2}jk}^{(1)} \\ \underline{D}_{ijk}^{(4)} = \underline{D}_{i+\frac{1}{2}jk}^{(3)} - \underline{D}_{i-\frac{1}{2}jk}^{(3)} \end{array} \right. \quad (68)$$

où  $\underline{D}_i^{(1)}$  et  $\underline{D}_i^{(3)}$  correspondent à des termes respectivement d'ordre 1 et 3.

Pour chaque interface  $\Sigma_l$ , la dissipation artificielle s'écrit donc :

$$\boxed{\underline{D}_{\Sigma_l} = \underline{D}_{\Sigma_l}^{(1)} - \underline{D}_{\Sigma_l}^{(3)}} \quad (69)$$

Le terme de second ordre est défini par :

$$\boxed{D_{i+\frac{1}{2}jk}^{(1)} = \epsilon_{i+\frac{1}{2}jk}^{(2)} \bar{\rho}_{c_{i+\frac{1}{2}jk}} (W_{i+1jk} - W_{ijk})} \quad (70)$$

avec :

$$\bar{\rho}_{c_{i+\frac{1}{2}jk}} = \rho_{c_{i+\frac{1}{2}jk}} \left[ 1 + \xi_1 \max_{\substack{li=i,i+1 \\ lj=j\pm\frac{1}{2} \\ lk=k\pm\frac{1}{2}}} \left( \frac{\rho_{c_{li lj lk}}}{\rho_{c_{i+\frac{1}{2}jk}}} \right)^{\xi_2} \right] \quad (71)$$

où  $\rho_c$  est le rayon spectral de matrice jacobienne du flux convectif.  $\bar{\rho}_c$  désigne la correction de Martelli qui produit de la dissipation artificielle. La constante  $\xi_1$  pilote son activation (pour  $\xi_1 = 0$  celle-ci est désactivée).

La fonction  $\epsilon^{(2)}$  permet de détecter les discontinuités dans l'écoulement telles que les ondes de chocs. Pour cela elle s'appuie sur le senseur  $\nu_{ijk}^{(i)}$  :

$$\begin{cases} \epsilon_{i+\frac{1}{2}jk}^{(2)} = k^{(2)} \max(\nu_{ijk}^{(i)}; \nu_{i+1jk}^{(i)}) \\ \nu_{ijk}^{(i)} = \sigma g^{(i)}(p) + (1 - \sigma) g^{(i)}(|u|) \\ g^{(i)}(\zeta) = \frac{|\zeta_{i+1jk} - 2\zeta_{ijk} + \zeta_{i-1jk}|}{|\zeta_{i+1jk} + 2\zeta_{ijk} + \zeta_{i-1jk}| + \epsilon} \end{cases} \quad (72)$$

avec  $p$  la pression,  $k^{(2)}$  et  $\sigma$  des constantes.

Le terme de dissipation du quatrième ordre s'écrit quant à lui :

$$\boxed{D_{i+\frac{1}{2}jk}^{(3)} = \epsilon_{i+\frac{1}{2}jk}^{(4)} \bar{\rho}_{c_{i+1jk}} (W_{i+2jk} - 2W_{i+1jk} + W_{ijk}) - \epsilon_{ijk}^{(4)} \bar{\rho}_{c_{ijk}} (W_{i+1jk} - 2W_{ijk} + W_{i-1jk})} \quad (73)$$

avec :

$$\epsilon_{ijk}^{(4)} = \max \left[ 0, k^{(4)} - \frac{1}{2} \left( \epsilon_{i+\frac{1}{2}jk} + \epsilon_{i-\frac{1}{2}jk} \right) \right] \quad (74)$$

où  $k^{(4)}$  est une constante.

Le schéma de Jameson ainsi défini est paramétrable par l'utilisateur en jouant sur la valeur des constantes  $\sigma$ ,  $k^{(2)}$  et  $k^{(4)}$ . Ce schéma pouvant devenir trop diffusif, il est d'usage de faire décroître les valeurs de  $k^{(2)}$  et  $k^{(4)}$  au cours de la simulation afin de réduire la dissipation artificielle.

### E.2.2 Schéma décentré de Roe

Les schémas décentrés calculent le flux à l'interface à partir de deux états thermodynamiques supposés constants sur les mailles à droite  $\underline{W}_R$  et à gauche  $\underline{W}_L$  de l'interface. L'utilisation d'un schéma de Roe [123] conduit à :

$$\boxed{\underline{F}^{Roe} \cdot \underline{N}_{\Sigma_L}(\underline{W}_R; \underline{W}_L) = \frac{\underline{F}_c(\underline{W}_L) + \underline{F}_c(\underline{W}_R)}{2} \cdot \underline{N}_{\Sigma_l} - \frac{1}{2} \underline{\tilde{A}}(\underline{W}_R - \underline{W}_L)} \quad (75)$$

avec  $A = \frac{\partial(\underline{F}_c \cdot \underline{N}_{\Sigma_l})}{\partial \underline{W}}$  et  $\underline{\tilde{A}} = \underline{A}(\underline{\tilde{W}})$  où  $\underline{\tilde{W}}$  est l'état moyen de Roe.

Celui-ci est défini par :

$$\tilde{\rho} = \left( \frac{\rho_R}{\rho_L} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (76)$$

Pour toute variable  $X$ , son état moyen au sens de Roe s'écrit :

$$\tilde{X} = \frac{\sqrt{\rho_L} X_L + \sqrt{\rho_R} X_R}{\sqrt{\rho_L} + \sqrt{\rho_R}} \quad (77)$$

Le schéma ainsi défini ne respecte pas toujours la croissance de l'entropie selon le second principe de la thermodynamique. Afin d'y remédier, Harten [66] introduisit une correction en 1983 :

$$\underline{\underline{F}}^{Harten} \cdot N_{\Sigma_l} = \frac{\underline{\underline{F}}_c(W_R) + \underline{\underline{F}}_c(W_L)}{2} \cdot N_{\Sigma_l} - \frac{1}{2} \Psi(|\underline{\underline{A}}|)(W_R - W_L) \quad (78)$$

où  $\Psi(|\underline{\underline{A}}|) = M \text{diag}(\psi(|\tilde{\lambda}_A|)) M^{-1}$ . Ici  $\psi$  s'applique aux valeurs propres de la matrice Jacobienne  $\underline{\underline{A}}$ . La fonction  $\psi$  est donnée par :

$$\psi(z) = \begin{cases} |z| & \text{si } |z| \geq \delta \\ \frac{|z^2 + \delta^2|}{2\delta} & \text{si } |z| < \delta \end{cases} \quad (79)$$

où  $\delta$  est le paramètre de Harten qui est à adapter selon l'écoulement étudié.

Cette correction permet de s'assurer que le Schéma de Roe reste toujours dissipatif conformément au second principe. En revanche, elle induit une dissipation supplémentaire qui influence la précision des résultats, il est donc recommandé de garder une valeur de  $\delta$  assez basse. Le schéma ainsi construit est d'ordre 1 mais est étendu à l'ordre 2 dans le solveur *elsA*.

Cette extension se fait grâce à la méthode "Monotonic Upstream-centered Schemes for Conservation Laws (MUSCL)" développée par Van Leer [82] en 1974. La différence de cette approche réside dans le fait que les états de gauche et de droite ne sont plus supposés constants. Ils font donc l'objet d'une estimation selon les relations suivantes :

$$\begin{cases} W_{i+\frac{1}{2}}^L = W_i + \frac{1}{2} \sigma_i \\ W_{i+\frac{1}{2}}^R = W_{i+1} - \frac{1}{2} \sigma_{i+1} \\ \sigma_i = \psi(W_i - W_{i-1}, W_{i+1} - W_i) \end{cases} \quad (80)$$

où  $\psi$  désigne ici une fonction de limiteur de pentes.

L'estimation des états à un ordre élevé peut induire des instabilités numériques près des discontinuités (zones de fort gradient). L'emploi de limiteur de pentes permet de lisser ces effets mais en limitant la précision à l'ordre 1 dans ces régions. Plusieurs limiteurs sont disponibles dans *elsA* comme les limiteurs minmod, de van Leer et superbee. Le limiteur superbee a été privilégié dans nos travaux lors de l'usage du schéma de Roe suivant les recommandations de Benyoucef [14].

Le limiteur superbee dépend de deux fonctions minmod  $\psi_{minm}$  et maxmod  $\psi_{maxm}$ . La fonction limiteur minmod  $\psi_{minm}$  est définie par :

$$\Psi_{minm}(u, v) = \begin{cases} |u| & \text{si } |u| < |v| \text{ et } uv > 0 \\ |v| & \text{si } |v| < |u| \text{ et } uv > 0 \\ 0 & \text{si } uv < 0 \end{cases} \quad (81)$$

La fonction maxmod  $\psi_{mxm}$  obéit aux relations :

$$\Psi_{mxm}(u, v) = \begin{cases} |u| & \text{si } |u| > |v| \text{ et } uv > 0 \\ |v| & \text{si } |v| > |u| \text{ et } uv > 0 \\ 0 & \text{si } uv < 0 \end{cases} \quad (82)$$

Enfin, la fonction limiteur superbee  $\psi_{spb}$  est telle que :

$$\boxed{\Psi_{spb}(u, v) = \Psi_{mxm}(\Psi_{mmm}(u, 2v), \Psi_{mnm}(2u, v))} \quad (83)$$

### E.2.3 Schéma "Advection Upstream Splitting Method" (AUSM)

Les schéma AUSM sont de précision équivalente aux schémas décentrés mais évitent l'obtention de solutions non-entropiques. Leur développement, initié par Liou et Steffen [87], part du constat que les flux convectifs font intervenir deux phénomènes physique différents : d'une part la convection du fluide et d'autre part les ondes acoustiques. Afin de simplifier l'exposé, nous travaillons ici à écoulement monodimensionnel. Le flux convectif peut donc être scindé en deux parties et s'écrit alors :

$$\underline{F} = \begin{pmatrix} \rho u \\ \rho u^2 + p^* \\ \rho H^* u \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} \rho u \\ \rho u^2 \\ \rho H^* u \end{pmatrix}}_{\text{Convection } \underline{F}_c} + \underbrace{\begin{pmatrix} 0 \\ p^* \\ 0 \end{pmatrix}}_{\text{Pression } \underline{P}} \quad (84)$$

avec  $H^* = E^* + \frac{p^*}{\rho}$ .

La partie du flux liée à la convection du fluide est définie par :

$$\underline{F}_c = u \underline{\Phi} = \mathcal{M} c \underline{\Phi} \quad \text{avec} \quad \underline{\Phi} = \begin{pmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho H^* \end{pmatrix} \quad (85)$$

Le flux convectif numérique à l'interface  $i + \frac{1}{2}$  est alors donné par :

$$\boxed{\underline{F}_{i+\frac{1}{2}} = \mathcal{M}_{i+\frac{1}{2}} c_{i+\frac{1}{2}} \underline{\Phi}_{i+\frac{1}{2}} + \underline{P}_{i+\frac{1}{2}}} \quad (86)$$

Le terme  $\underline{\Phi}_{i+\frac{1}{2}}$  est évalué par une méthode décentrée et le nombre de Mach est estimé par :

$$\boxed{\mathcal{M}_{i+\frac{1}{2}} = \mathcal{M}_i^+ + \mathcal{M}_{i+1}^-} \quad (87)$$

où :

$$\mathcal{M}^+ = \begin{cases} \frac{1}{2}(\mathcal{M} + |\mathcal{M}|) & \text{si } |\mathcal{M}| > 1 \\ \frac{1}{4}(\mathcal{M} + 1)^2 & \text{sinon} \end{cases} \quad (88)$$

et

$$\mathcal{M}^- = \begin{cases} \frac{1}{2}(\mathcal{M} - |\mathcal{M}|) & \text{si } |\mathcal{M}| > 1 \\ -\frac{1}{4}(\mathcal{M} - 1)^2 & \text{sinon} \end{cases} \quad (89)$$

La vitesse du son suit la relation suivante :

$$c_{i+\frac{1}{2}} = \begin{cases} c_i & \text{si } \mathcal{M}_{i+\frac{1}{2}} > 0 \\ c_{i+1} & \text{sinon} \end{cases} \quad (90)$$

Enfin, la partie du flux de associée aux ondes acoustiques à l'interface est donnée par :

$$\underline{P}_{i+\frac{1}{2}} = \mathcal{P}_i^+ \underline{P}_i + \mathcal{P}_{i+1}^- \underline{P}_{i+1} \quad (91)$$

où :

$$\mathcal{P}^+ = \begin{cases} 1 & \text{si } |\mathcal{M}| \geq 1 \\ \frac{1}{4}(\mathcal{M} + 1)(2 + \mathcal{M}) & \text{sinon} \end{cases} \quad (92)$$

et

$$\mathcal{P}^- = \begin{cases} 1 & \text{si } |\mathcal{M}| \geq 1 \\ \frac{1}{4}(\mathcal{M} - 1)(2 - \mathcal{M}) & \text{sinon} \end{cases} \quad (93)$$

En 1995, Liou [86] propose une version améliorée de ce schéma. C'est cette dernière version, appelée AUSM+ et disponible dans le code de calcul *elsA*, qui a été utilisée pour nos travaux de recherche. Les modifications apportées au schéma AUSM classique portent sur l'estimation de la vitesse du son et des fonctions  $\mathcal{P}^\pm$  et  $\mathcal{M}^\pm$ .

Le calcul de la célérité du son à l'interface  $i + \frac{1}{2}$  se fait par l'équation suivante :

$$c_{i+\frac{1}{2}} = \sqrt{c_i c_{i+1}} \quad (94)$$

Les fonctions associées au nombre de Mach deviennent :

$$\mathcal{M}^\pm = \begin{cases} \frac{1}{2}(\mathcal{M} \pm |\mathcal{M}|) & \text{si } |\mathcal{M}| \geq 1 \\ \pm \frac{1}{4}(\mathcal{M} \pm 1)^2 (1 + \frac{1}{2}(\mathcal{M} \mp 1)^2) & \text{sinon} \end{cases} \quad (95)$$

Pour la pression, elles s'écrivent :

$$\mathcal{P}^\pm = \begin{cases} \frac{\mathcal{M}_1^\pm}{\mathcal{M}} & \text{si } |\mathcal{M}| \geq 1 \\ \mathcal{M}_2^\pm (\pm 2 - \mathcal{M} \pm 3\mathcal{M}\mathcal{M}_2^\pm) & \text{sinon} \end{cases} \quad (96)$$

avec

$$\mathcal{M}_1^\pm = \frac{1}{2}(\mathcal{M} \pm |\mathcal{M}|) \quad \text{et} \quad \mathcal{M}_2^\pm = \pm \frac{1}{4}(\mathcal{M} \pm 1)^2 \quad (97)$$

Ces schémas d'ordre 1 permettent de résoudre les problèmes observés avec un schéma de Roe classique (sans correction d'entropie). Leur ordre est étendu dans le solveur *elsA* suivant la méthode MUSCL décrite précédemment (section E.2.2). Le schéma AUSM+ a également été étendu à des ordres plus élevés en particulier les ordres 3, 5 et 7 et implantée dans *elsA* par [51]. Pour ces derniers schémas, les états thermodynamiques de part et d'autre de l'interface sont évalués avec des polynômes de degré supérieur. Ainsi, une précision du troisième ordre est obtenue en utilisant un polynôme d'ordre 2, puis un polynôme d'ordre 4 pour une précision d'ordre 5 et enfin un polynôme d'ordre 6 pour une précision d'ordre 7. Nous avons ainsi utilisé dans nos simulations un schéma AUSM+ d'ordre 3 obtenu suivant cette démarche.

### E.3 Discrétisation des flux diffusifs

La discrétisation des flux diffusifs se décompose en deux étapes. Premièrement, les composantes de la matrice colonne  $\underline{F}_d$  (définie à l'équation 54) font l'objet d'une discrétisation. Cette première opération nécessite donc la discrétisation des gradients de vitesse, de température et parfois de grandeurs turbulentes. Une fois cette première étape menée, les flux diffusifs sont discrétisés à leur tour. La description mathématique de ces étapes est disponible dans le manuel théorique d'*elsA* [81]. Il est signalé ici qu'elles mènent à une discrétisation du second ordre en espace. Ainsi, même si des schémas d'ordre élevé sont utilisés pour les flux convectifs, la discrétisation des flux diffusifs reste d'ordre 2 en espace.

### E.4 Discrétisation des équations de transport des grandeurs turbulentes

Dans le cas d'un modèle de turbulence à équations de transport, le vecteur des variables conservatives défini à l'équation (52) contient d'autres variables ( $\rho k$ ,  $\rho \omega$ ,  $\rho \varepsilon$  ou les tensions de Reynolds pour les modèles DRSM). La méthode de discrétisation des équations de transport associées à ces grandeurs est différente de celle utilisée pour les variables d'état. Il est possible pour l'utilisateur de choisir entre une discrétisation au premier ordre ou bien au second ordre avec un schéma de Roe couplé au limiteur minmod et à une correction de Harten. Comme précédemment, l'utilisation de schémas d'ordre élevé pour les variables d'état n'implique pas une discrétisation d'ordre élevé pour les variables turbulentes.

## F Intégration temporelle du système d'équations

Dans ce paragraphe, nous décrivons brièvement les schémas d'intégration temporelle que nous avons utilisés au cours de nos travaux. D'autres schémas de type Runge-Kutta ou à pas de temps dual sont disponibles à l'utilisation dans le code de calcul *elsA*. Nous renvoyons le lecteur intéressé au manuel théorique [81] pour plus de détails.

### F.1 Schéma d'Euler rétrograde

L'axe des temps est quant à lui discrétisé en intervalles réguliers de taille  $\Delta t$ . Ainsi, pour un intervalle  $[t_n; t_{n+1}]$ , nous avons  $t_n = n\Delta t$ . Nous noterons par la suite d'un exposant  $n$  la valeur d'une quantité quelconque au temps  $t_n$ . L'intégration temporelle par un schéma d'Euler rétrograde (backward Euler) est définie par :

$$\underline{W}^{n+1} - \underline{W}^n = -\frac{\Delta t}{\mathcal{V}(\Omega)} \left[ \sum_{i=1}^6 \left( \underline{F}_c^{(n)} + \underline{F}_d^{(n)} \right) \cdot \underline{N}_{\Sigma_i} \right] \quad (98)$$

où  $\underline{F}_c$  et  $\underline{F}_d$  sont des approximations des flux convectif et diffusif.

La stabilité du schéma d'Euler est conditionnée par la valeur du nombre de Courant-Friederichs-Lewy  $CFL$  suivant la relation :

$$CFL = \frac{u\Delta t}{\Delta x} \leq 1 \quad (99)$$

Il s'agit d'un schéma d'ordre 1 explicite en temps. Le choix d'un pas de temps suffisamment faible permet d'obtenir un compromis entre précision et temps de calcul. En effet, le schéma de Runge-Kutta d'ordre 2 et donc plus précis est également implanté dans *elsA*. Ce type de schéma engendre néanmoins des coûts de calcul importants. Dans le cas de calculs instationnaires sur une longue durée, il est souhaitable de privilégier des schémas moins coûteux.

## F.2 Schéma de Gear

L'emploi du schéma d'Euler rétrograde nécessite un pas de temps suffisamment petit afin d'obtenir une précision satisfaisante. Cela peut néanmoins engendrer de longs temps de calcul notamment dans le cas de simulations instationnaires. Nous avons donc utilisé sur certaines configurations le schéma implicite de Gear [57]. Il est caractérisé par l'équation suivante :

$$\frac{3}{2}\underline{W}^{n+1} - 2\underline{W}^n + \frac{1}{2}\underline{W}^{n-1} = -\frac{\Delta t^n}{\mathcal{V}(\Omega)} \left[ \sum_{i=1}^6 \left( \underline{F}_c^{(n+1)} + \underline{F}_d^{(n+1)} \right) \cdot \underline{N}_{\Sigma_i} \right] \quad (100)$$

Dans un souci de concision, nous ne décrivons pas davantage les équations régissant ce schéma. Ce schéma possède les caractéristiques d'être très stable et de reposer sur une généralisation de l'algorithme de Newton aux fonctions non-linéaires. À chaque pas de temps physique, des sous-itérations de Newton sont effectuées. Le pas de temps physique doit néanmoins être assez faible afin de garder une condition CFL de l'ordre de 5 à 10. Ce schéma est d'ordre 2 en temps pour une meilleure précision et un pas de temps physique qui ne dépend plus d'une condition CFL sévère mais de la physique de l'écoulement uniquement. Ainsi, il permet d'augmenter le pas de temps tout en assurant des propriétés de stabilité. La littérature ne proposant aucun critère sur le nombre de sous-itérations à effectuer, nous avons fait le choix de suivre les recommandations de Benyoucef [14]. En effet, il conseille de choisir un nombre de sous-itérations induisant une décroissance d'un ordre de grandeur des résidus à chaque pas de temps physique.

## G Principe du préconditionneur basse vitesse dans *elsA*

D'après l'équation (51), le transport d'une grandeur est régi de manière générale par le système suivant :

$$\frac{\partial W}{\partial t} + \text{div}(F_c + F_d) = 0 \quad (101)$$

Les écoulements à faible nombre de Mach présentent de grosses disparités entre la vitesse des particules fluides et la vitesse des ondes acoustiques. L'intégration temporelle se trouve alors en difficulté ce qui a nécessité la mise en place de techniques dites de préconditionnement afin de résoudre ce problème. Ces techniques consistent en l'introduction d'une dérivée temporelle artificielle dans le système d'équations de Navier-Stokes. Ainsi, la vitesse des ondes acoustiques est artificiellement ramenée à un ordre de grandeur proche de celui de la vitesse des particules fluide. Cela se traduit par une transformation du système (101) en :

$$\Gamma \frac{\partial W}{\partial t} + \text{div}(F_c + F_d) = 0 \quad (102)$$



*elsA* donne la possibilité de faire appel à deux préconditionneurs au choix : celui de Weiss-Smith [154] ou de Choi-Merkle [36]. Ces préconditionneurs sont tels que :

$$\Gamma = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & \delta \\ \varepsilon & 0 & 0 & 0 & \frac{\delta}{\rho c} \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

avec  $\delta$  valant 0 ou 1 selon le préconditionneur et  $\varepsilon$  un paramètre du préconditionneur.

$\varepsilon$  est formulé de la façon suivante :

$$\varepsilon = \min \left( 1, \max \left( \mathcal{M}_{lim}^2, \mathcal{M}^2, \sigma_{pgr} \frac{|\Delta p|}{\rho c^2}, \beta \mathcal{M}_r^2, \mathcal{M}_{is}^2 \right) \right) \text{ avec } \mathcal{M}_{lim} = 10^{-5} \quad (103)$$

Afin d'éviter des problèmes de robustesse de solveur quand le nombre de Mach s'approche de zéro dans certaines zones d'un écoulement, la correction de Darmofal-Siu  $\sigma_{pgr} \frac{|\Delta p|}{\rho c^2}$  permet d'éviter que  $\varepsilon$  ne s'annule.

De même, la formulation de  $\varepsilon$  tient compte du nombre de Mach de référence  $\mathcal{M}_r$  qui représente un nombre de Mach moyen de l'écoulement ou encore du nombre de Mach isentropique  $\mathcal{M}_{is}$  défini par :

$$\mathcal{M}_{is}^2 = \frac{2}{\gamma - 1} \left[ \left( \frac{p_{t\infty}}{p} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma - 1}} - 1 \right] \quad (104)$$

# Annexe de l'étude d'un barreau chauffé dans un écoulement transverse

## H Étude sur le maillage 1

### H.1 Champ moyen

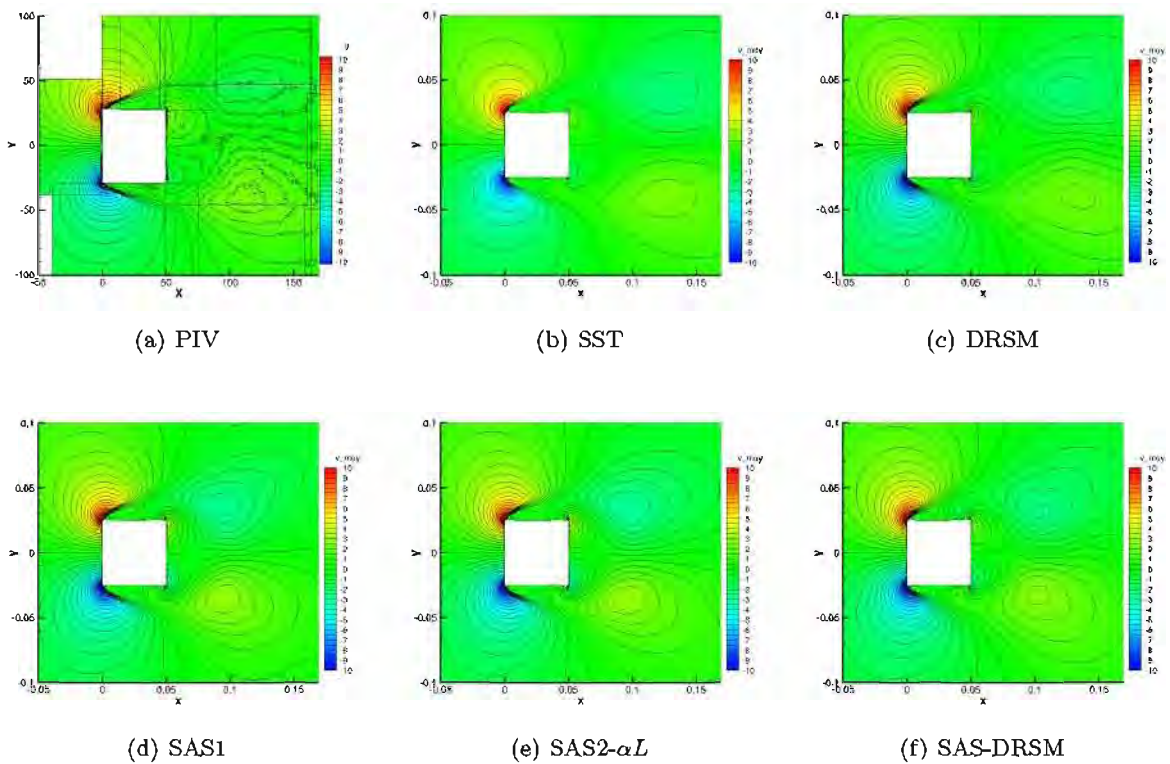


FIGURE 31 – Comparaison du champ moyen de vitesse verticale aux données PIV dans le plan médian  $z = 0$  sur le maillage 1

## H.2 Analyse fréquentielle

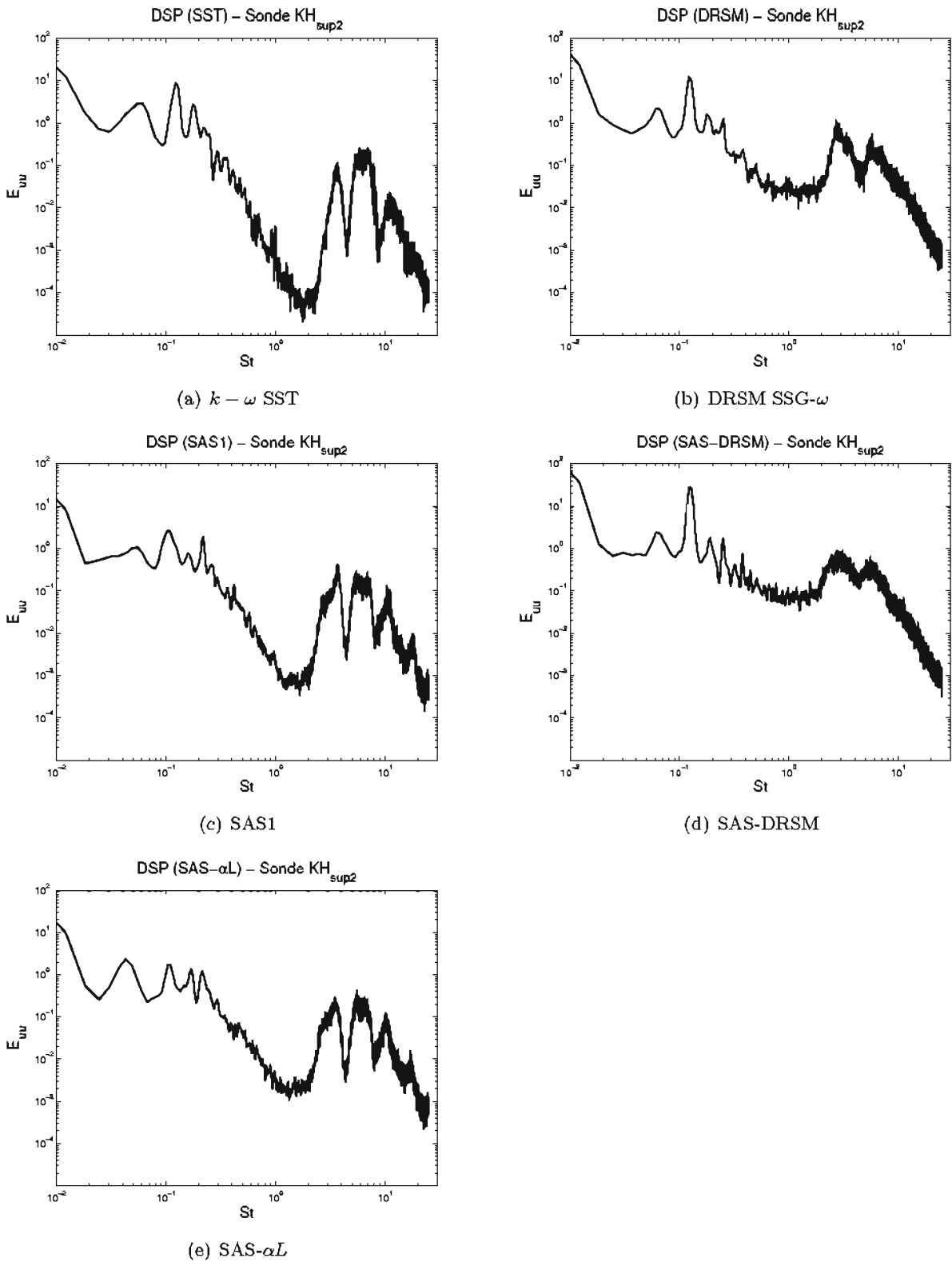


FIGURE 32 – Densités spectrales de puissance de  $u'_1 u'_1$  obtenues à la sonde  $KH_{sup2}$  en fonction du nombre de Strouhal sur le maillage 1

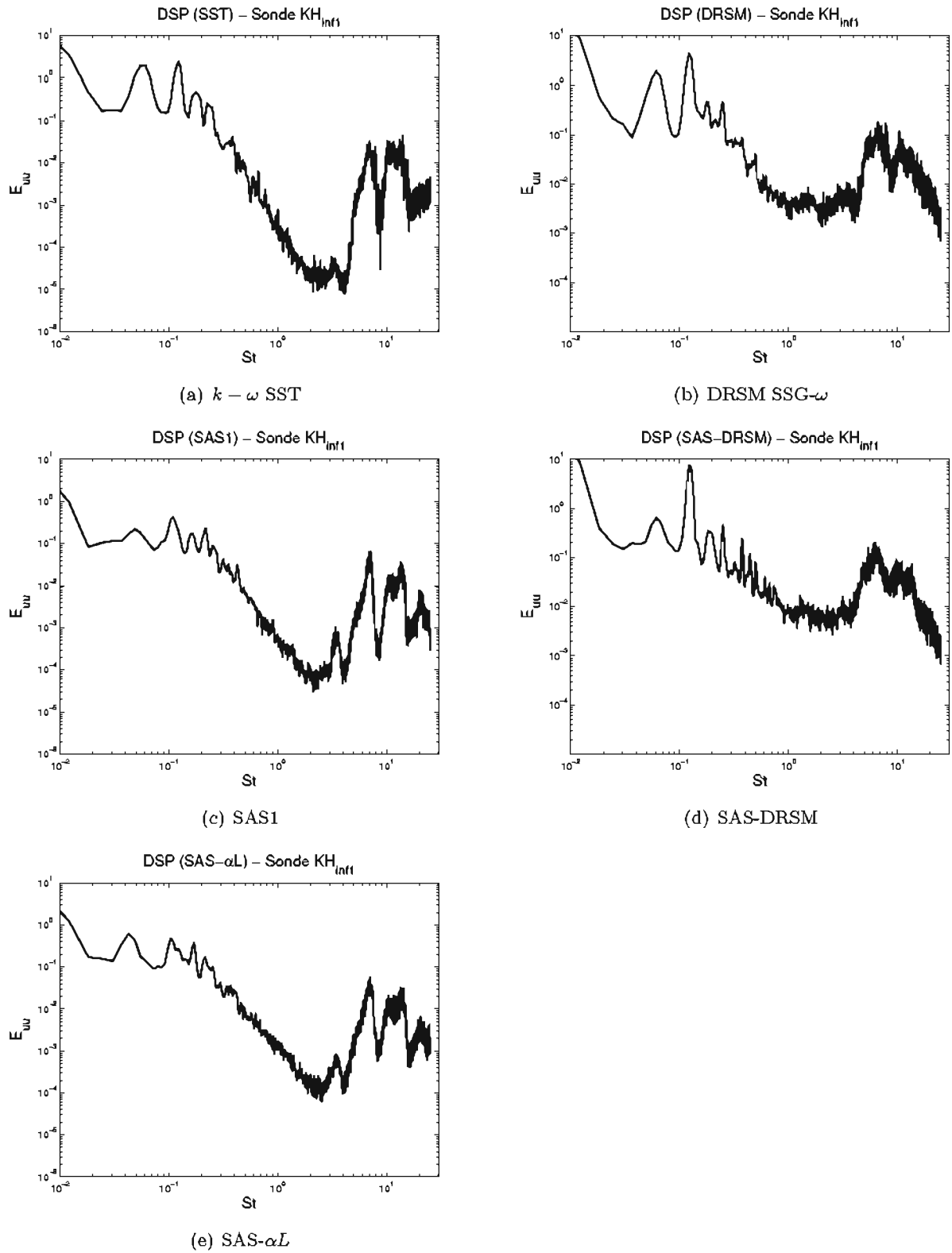


FIGURE 33 – Densités spectrales de puissance de  $u'_1 u'_1$  obtenues à la sonde  $KH_{inf1}$  en fonction du nombre de Strouhal sur le maillage 1

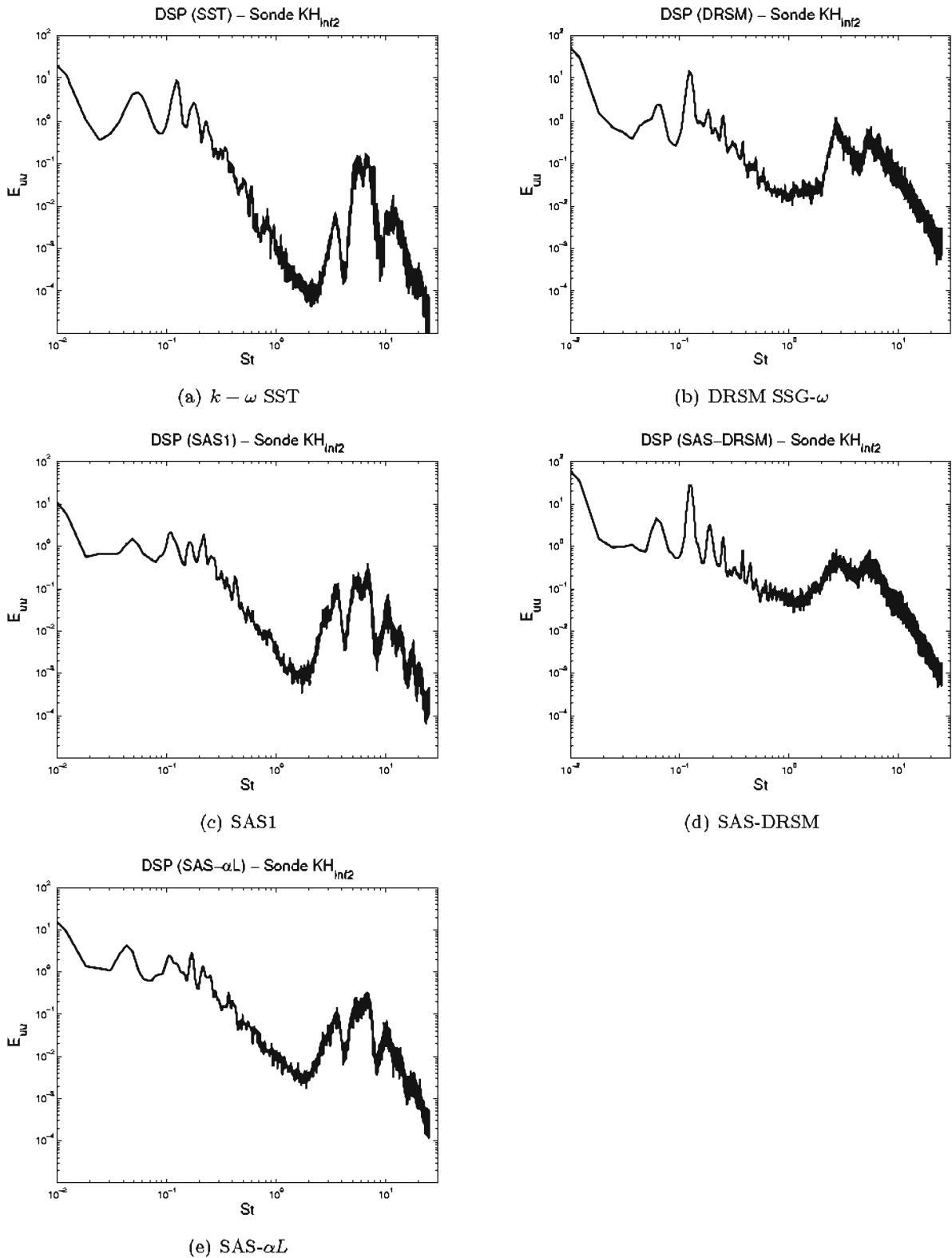


FIGURE 34 – Densités spectrales de puissance de  $u'_1 u'_1$  obtenues à la sonde  $KH_{inf2}$  en fonction du nombre de Strouhal sur le maillage 1

## I Étude sur le maillage 2

### I.1 Effets de maillage pour les approches SAS

#### I.1.1 Visualisation des structures de l'écoulement

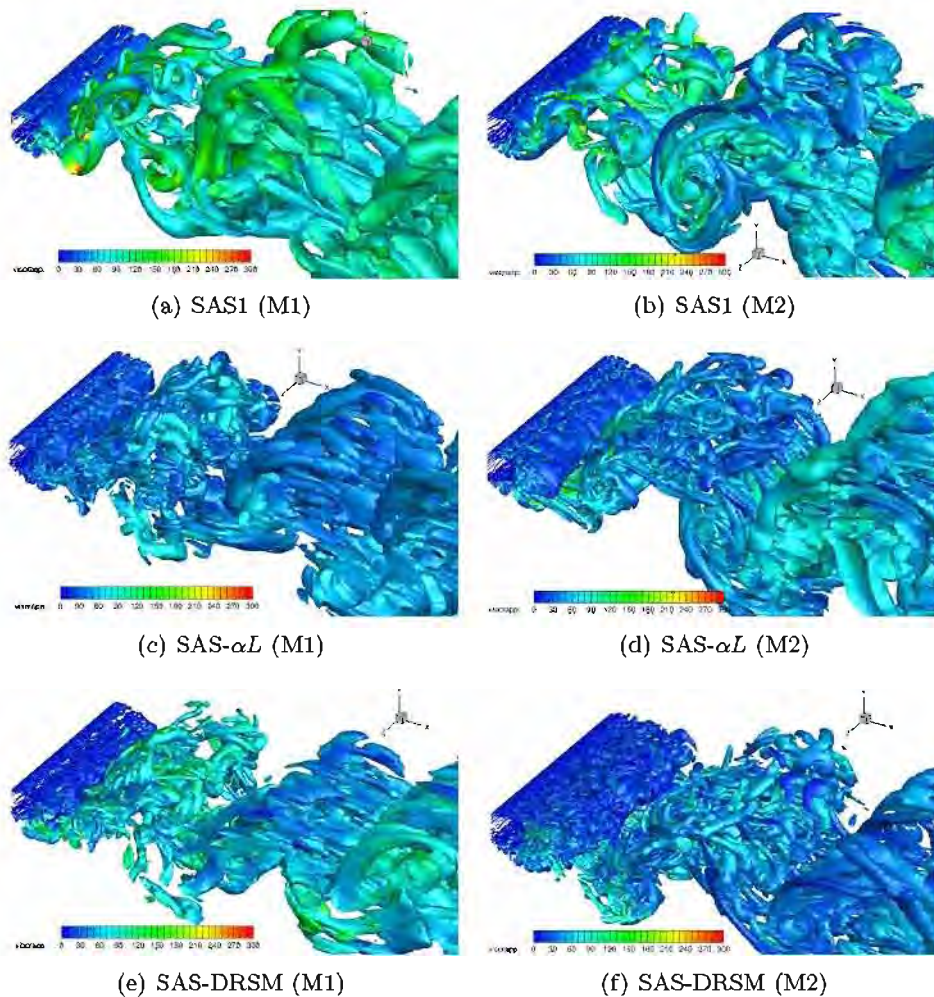


FIGURE 35 – Iso-surfaces du critère  $Q$  ( $Q=-100s^{-2}$ ) colorées par le rapport de viscosité  $\mu_t/\mu$  sur les deux maillages

La figure 35 représente ci-contre des iso-surfaces du critère  $Q$  de l'écoulement obtenu sur les maillages 1 (M1) et 2 (M2) pour les modèles SAS1, SAS- $\alpha L$  et SAS-DRSM.

Le modèle SAS1 (figures 35(a) et 35(b)) présente des structures turbulentes plus fines dans le sillage sur le maillage 2. Les ribs sont plus nombreux et fins par rapport au premier maillage. Ce deuxième maillage permet d'activer davantage le terme  $Q_{SAS}$  plus loin dans le sillage. Les rapports de viscosité y sont inférieurs à 200 ce qui était vrai seulement dans le sillage proche sur le premier maillage où ils pouvaient aller jusqu'à 500.

Le passage à un maillage plus fin n'est pas significatif pour le modèle SAS- $\alpha L$  sur la figure 35(d) étant donné que celui-ci restituait déjà une multitude de fines structures turbulentes sur le maillage 1. Ceci semble indiquer une limite de raffinement des structures en maillage pour ce modèle.

Enfin, pour le modèle SAS-DRSM, la figure 35(f) montre des structures turbulentes résolues très fines dans le sillage. Elles sont en particulier plus fines au niveau de la zone de recirculation et le sillage proche du barreau par rapport à ce qui était obtenu sur le premier maillage. Dans ce cas, le maillage 2 permet également d'activer le terme  $Q_{SAS-DRSM}$  plus loin dans le sillage et d'augmenter la gamme de structures résolues dans le spectre turbulent.

## I.1.2 Champ dynamique

### I.1.2.1 Champ moyen

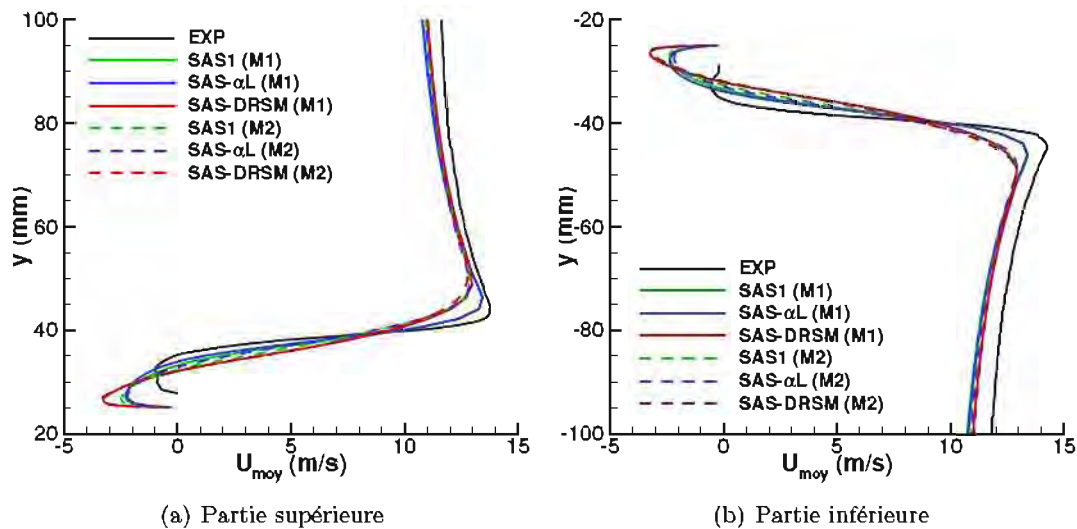


FIGURE 36 – Profil de vitesse moyenne axiale  $U_{moy}$  à  $x/d = 0,5$  sur les deux maillages

La figure 36 représente le profil de vitesse moyenne axiale dans les parties supérieure et inférieure de l'écoulement à  $x/d = 0,5$  sur les deux maillages. Nous voyons sur cette figure que, pour le modèle SAS-DRSM, le passage au maillage 2 n'entraîne pas d'amélioration des prévisions dans la couche cisailée puisqu'elles sont identiques quelque soit le maillage. En revanche, elles sont dégradées pour les modèles SAS1 et SAS- $\alpha L$  qui fournissent alors des couches cisailées plus épaisses et un pic de vitesse plus faible par rapport au maillage 1. Les prévisions de ces modèles rejoignent alors celles déjà obtenues sur le maillage 1 avec le modèle SAS-DRSM sauf dans la zone proche de la paroi. Ceci montre donc une convergence en maillage des résultats pour les modèles SAS1 et SAS- $\alpha L$ .

La prévision de la vitesse axiale (figure 37) est améliorée sur le maillage 2, plus particulièrement dans la zone de recirculation pour les modèles SAS- $\alpha L$  et SAS-DRSM. La prévision de l'écoulement est également meilleure dans la zone  $x/d < 3$  du sillage où nous avons fait un effort de maillage. Cette amélioration reste cependant encore insuffisante dans le cas du modèle SAS1 qui ne s'approche dans cette zone que des prévisions du modèle SAS- $\alpha L$  sur le maillage 1 et reste éloigné des données PIV.

La figure 38 nous apprend que le raffinement du maillage apporte une amélioration importante de la prévision de la vitesse axiale moyenne dans le sillage notamment pour les modèles SAS1 et SAS- $\alpha L$  sur les figures 38(a) et 38(b). Concernant le modèle SAS-DRSM, l'apport de ce deuxième maillage se traduit davantage à  $x/d = 3$ . Les profils de vitesse retrouvés à  $x/d = 5$  restent assez semblables à ceux observés sur le maillage 1 puisqu'il n'y pas eu de raffinement notable du maillage dans cette zone.

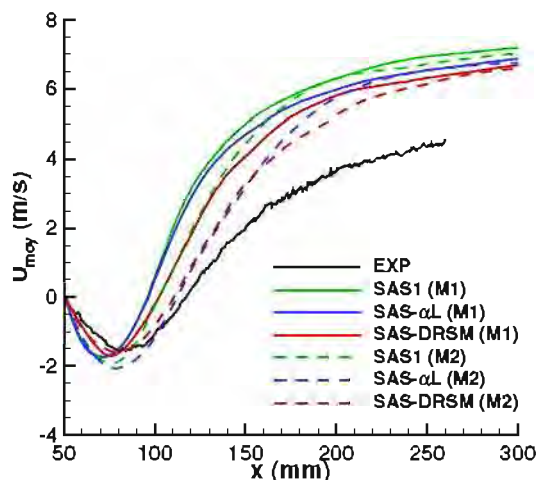


FIGURE 37 – Vitesse moyenne axiale  $U_{moy}$  sur la ligne médiane pour les deux maillages

Le passage à un maillage raffiné dans les zones d'intérêt permet d'avoir de meilleures prévisions de l'écoulement moyen dans le sillage pour l'ensemble des approches SAS. En revanche, les modèles SAS1 et SAS- $\alpha L$  voient leurs prévisions dégradées dans les couches cisillées par rapport au maillage 1. Elles s'approchent alors de celles du modèle SAS-DRSM. La convergence en maillage accentue ici la mauvaise prévision de la dynamique des couches cisillées pour les modèles SAS1 et SAS- $\alpha L$ .

### I.1.2.2 Champ turbulent

Les niveaux RMS des fluctuations de vitesse totales dans la partie supérieure sont représentés sur la figure 39 pour les approches SAS1, SAS- $\alpha L$  et SAS-DRSM sur les deux maillages. Les profils représentés sur cette figure ont des allures semblables d'un maillage à l'autre concernant  $u_p$ . Si les prévisions du modèle SAS-DRSM sont équivalentes sur les deux maillages, les niveaux de  $u_p$  prévus par les modèles SAS1 et SAS- $\alpha L$  sont augmentés de façon importante sur le maillage 2. Cette augmentation éloigne leurs prévisions des données expérimentales et les amène à une surestimation du pic de  $u_p$ . De la même manière, le modèle SAS-DRSM montre peu d'évolution entre ses prévisions de  $v_p$  sur les deux maillages. En revanche, les approches SAS1 et SAS- $\alpha L$  présentent une augmentation importante des niveaux de  $v_p$  sur le deuxième maillage dans la zone  $y > 45 \text{ mm}$ . Les valeurs de  $v_p$  rejoignent alors celles prévues par le modèle SAS-DRSM qui sont très élevées par rapport à l'expérience. Encore une fois, la convergence en maillage rapproche les prévisions des modèles SAS1 et SAS- $\alpha L$  de celles du modèle SAS-DRSM dans les couche cisillées mais ne permet pas de les améliorer.

La figure 40 montre quant à elle que la prévision sur la ligne médiane des fluctuations RMS de vitesse axiale est meilleure près de la paroi arrière du barreau pour le modèle SAS-DRSM sur le maillage 2. Elle est équivalente pour les modèles SAS1 et SAS- $\alpha L$  sur les deux maillages jusqu'à  $x = 100 \text{ mm}$  puis les deux modèles basculent vers une diminution du niveau de  $u_p$  prévu. Cette tendance aboutit alors à une sous-estimation de  $u_p$  dans le reste du sillage par ces deux modèles tandis que le modèle SAS-DRSM recolle aux données expérimentales. De même, la passage au maillage 2 implique pour tous les modèles une baisse des niveaux de  $v_p$  prévus. Dans le cas du modèle SAS-DRSM, elle ne concerne que la zone  $x < 150 \text{ mm}$  mais permet une amélioration des prévisions près de la face arrière du barreau  $x < 80 \text{ mm}$ . Les valeurs de  $v_p$  rejoignent ensuite celles observées sur le maillage 1 dans le reste du sillage. Cet effet favorable en proche paroi est également visible pour le modèle SAS1. En revanche, la sous-estimation de  $v_p$  concerne tous le reste de la ligne médiane dans le sillage pour les approches SAS1 et SAS- $\alpha L$ . Elles voient alors leurs prévisions dégradées par rapport au maillage 1.



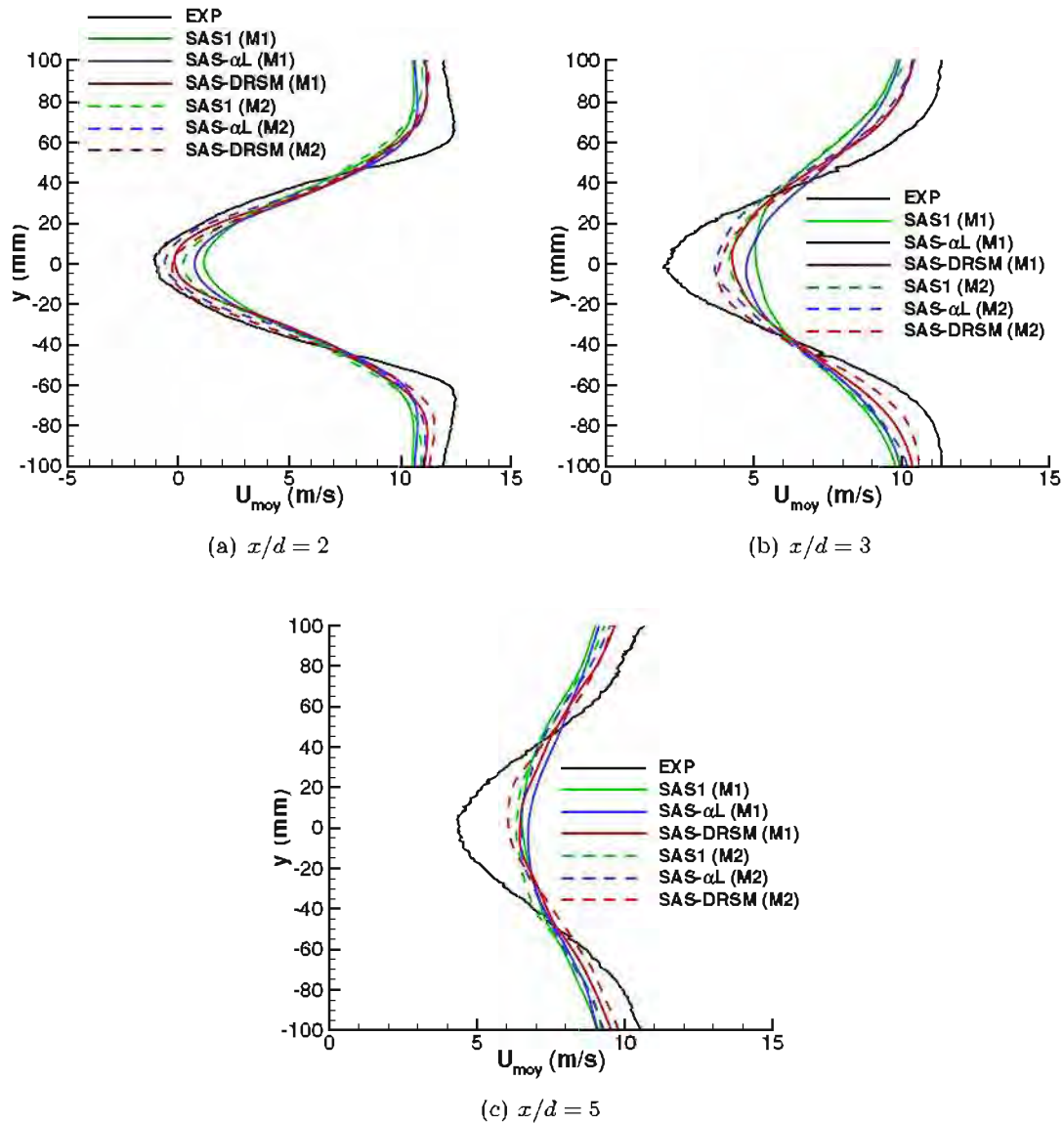


FIGURE 38 – Vitesse moyenne axiale  $U_{moy}$  dans le sillage dans différents plans  $x$  sur les deux maillages

Les niveaux RMS des fluctuations de vitesse totales dans le sillage sont représentés sur les figures 41, 42 et 43 respectivement pour  $x/d = 2$ ,  $x/d = 3$  et  $x/d = 5$  sur les deux maillages.

Dans la zone de recirculation ( $x/d = 2$ ), le modèle SAS-DRSM présente des prévisions de  $u_p$  comparables sur les deux maillages sauf au centre du sillage où le maillage 2 permet une amélioration. Les approches SAS1 et SAS- $\alpha L$  voient leur prévision des pics de  $u_p$  inchangée. Cependant, les niveaux de  $u_p$  prévus par ces deux modèles sont dégradés au centre du sillage sur le maillage 2. Le modèle SAS- $\alpha L$  connaît une importante surestimation de  $u_p$  pour  $|y| > 50 \text{ mm}$  sur le maillage 2. Les valeurs de  $u_p$  restituées par le modèle sont alors proches de celles du modèle SAS-DRSM. Parallèlement à cela, le passage au maillage 2 s'accompagne également d'une baisse des niveaux de  $u_p$  prévus par l'ensemble des approches SAS au coeur du sillage.

Pour  $x/d = 3$ , les tendances sur l'évolution de la prévision de  $u_p$  et  $v_p$  sont similaires à celles observées à  $x/d = 2$  avec une dégradation des prévisions surtout visible pour les modèles SAS1 et SAS- $\alpha L$ . Enfin, l'observation des profils à  $x/d = 5$  montre que la prévision des niveaux RMS des

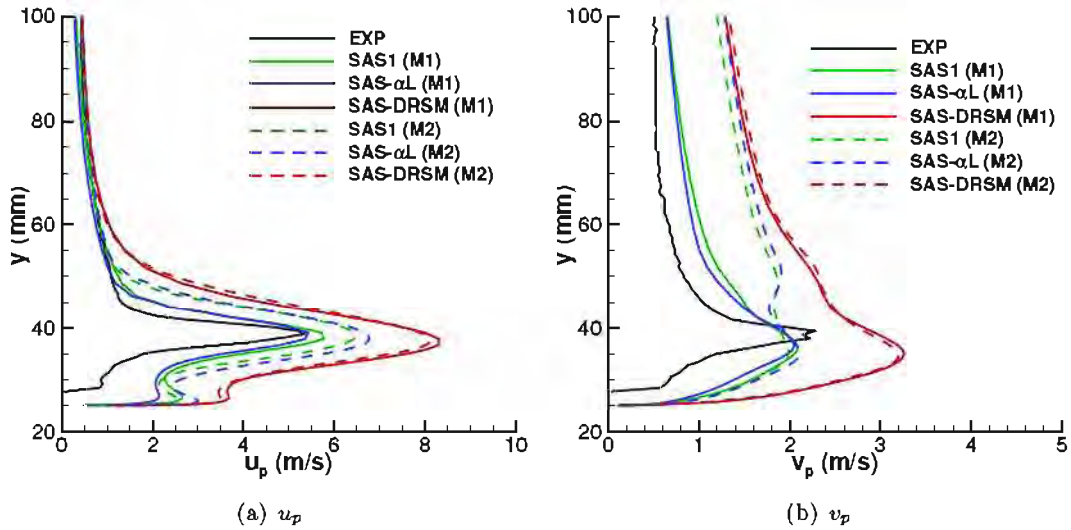


FIGURE 39 – Niveaux RMS des fluctuations de vitesse totales à  $x/d = 0,5$  dans la partie supérieure sur les deux maillages

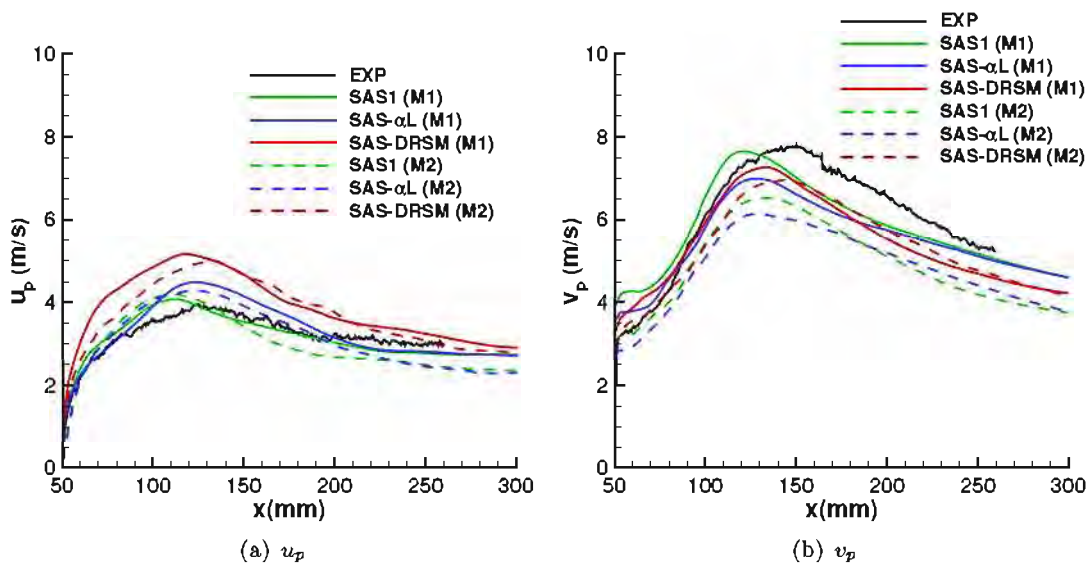
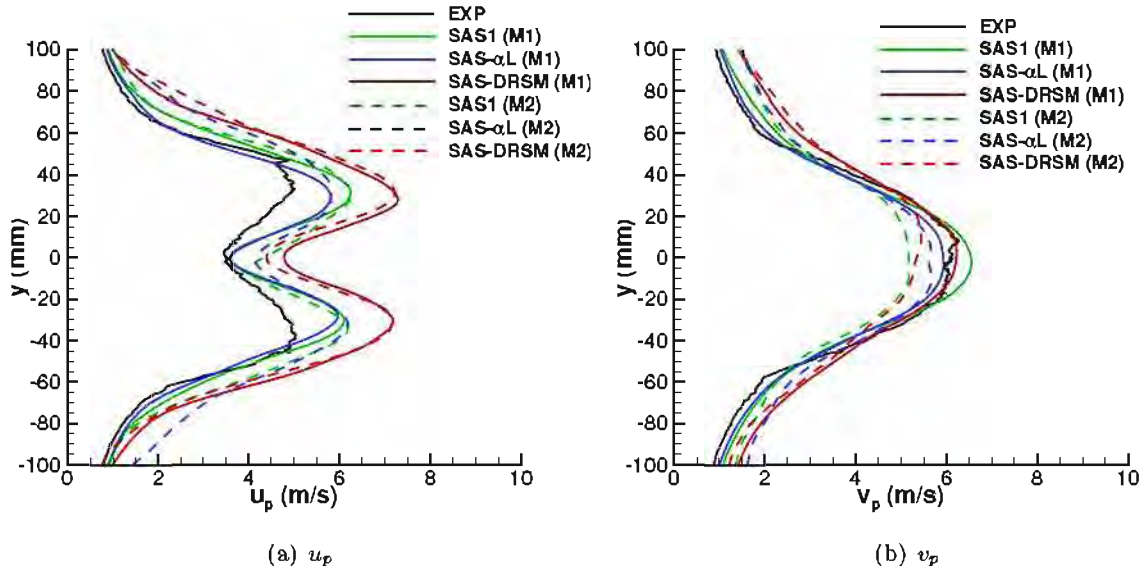
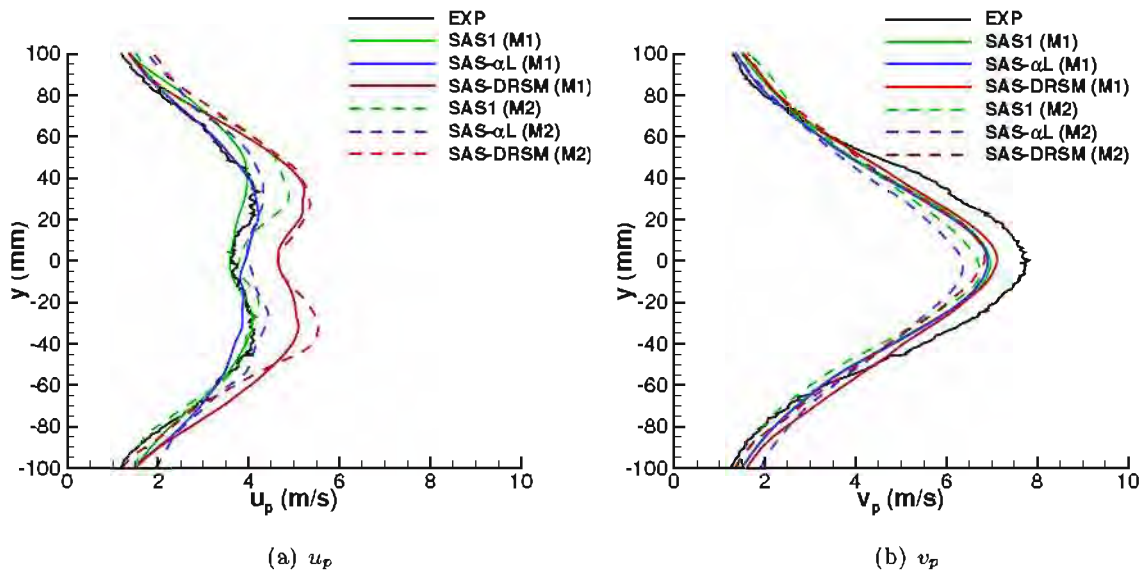


FIGURE 40 – Niveaux RMS des fluctuations de vitesse totales sur la ligne médiane pour les deux maillages

fluctuations de vitesse axiale est très similaire sur les deux maillages tandis que les niveaux de  $v_p$  sont sous-estimés sur le maillage 2.

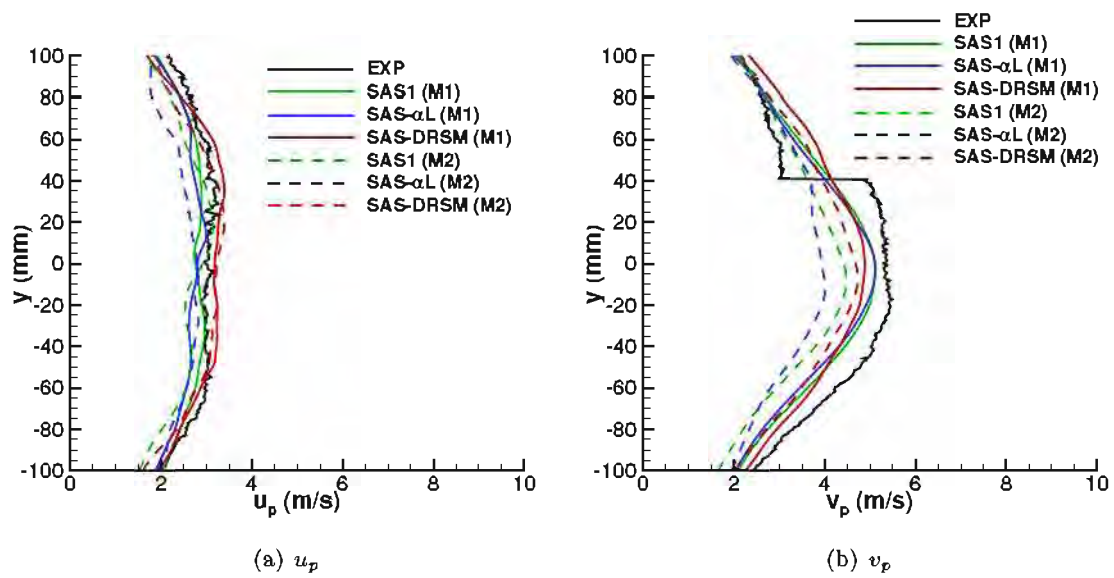
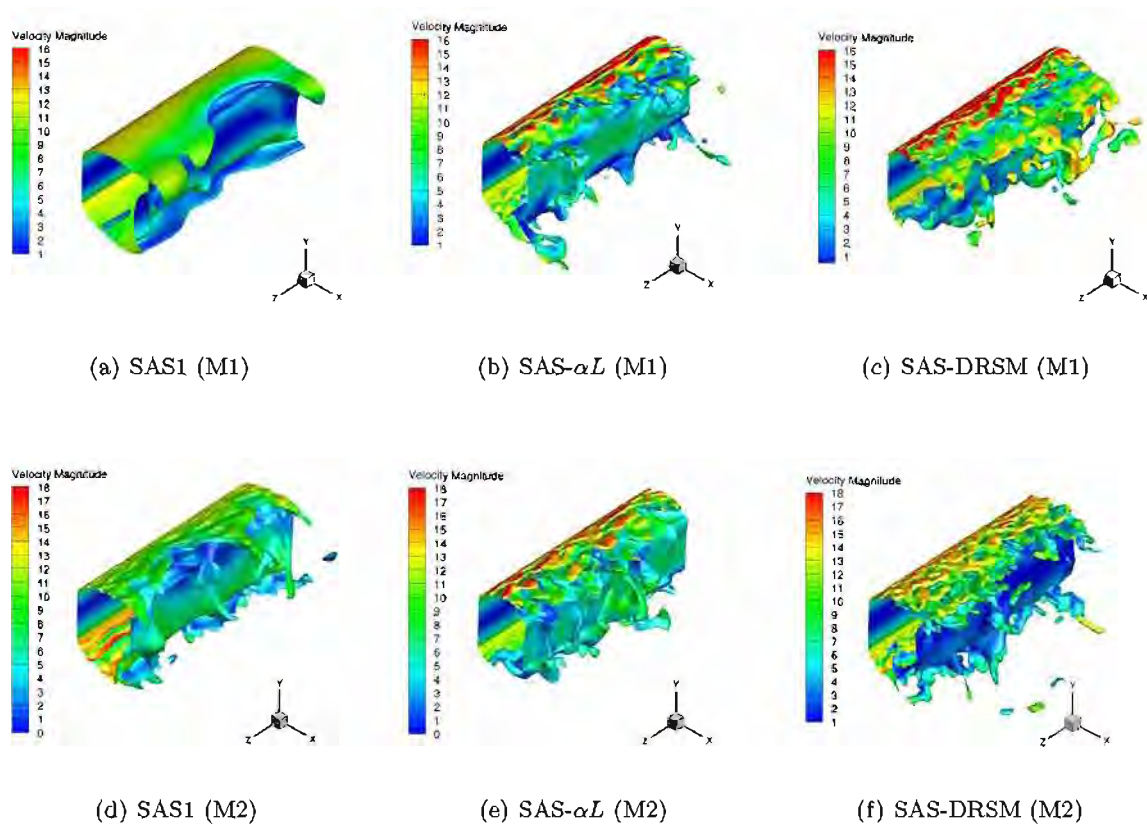
L'analyse des profils turbulents dans le sillage sur les deux maillages montre que contrairement au champ moyen le raffinement du maillage n'a pas permis d'améliorer fortement la prévision du champ turbulent dans la zone d'intérêt pour les approches SAS. Cependant, elle fait ressortir la dégradation des prévisions pour les approches SAS1 et SAS- $\alpha L$ . Le modèle SAS-DRSM semble lui présenter des performances similaires sur les deux maillages. N'ayant pu procéder qu'à une seule séquence de moyenne pour cette approche, ces observations restent à explorer par l'analyse d'autres séquences. En effet, il est nécessaire de déterminer si ces moyennes d'ordre deux sont convergées pour pouvoir conclure sur l'apport du maillage 2 dans la prévision des tensions de Reynolds par le modèle SAS-DRSM.

FIGURE 41 – Niveaux RMS des fluctuations de vitesse totales à  $x/d = 2$  sur les deux maillagesFIGURE 42 – Niveaux RMS des fluctuations de vitesse totales à  $x/d = 3$  sur les deux maillages

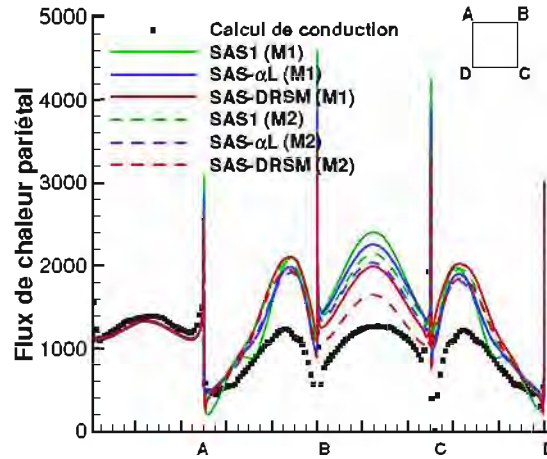
### I.1.3 Analyse thermique

#### I.1.3.1 Visualisation des structures thermiques

La figure 44 montre que l'ensemble des approches SAS présentent des structures thermiques turbulentes plus fines sur le maillage 2 en particulier pour le modèle SAS1. Ceci met en lumière l'apport du raffinement du maillage dans un cadre thermique. Les structures visualisées participent au mélange turbulent près des parois du barreau et influencent donc la prévision des flux de chaleur. Nous pouvons alors nous attendre à une meilleure prévision du flux de chaleur pariétal sur le maillage 2 par rapport au maillage 1.

FIGURE 43 – Niveaux RMS des fluctuations de vitesse totales à  $x/d = 5$  sur les deux maillagesFIGURE 44 – Iso-surfaces de température ( $T = 298 K$ ) colorées par la norme de vitesse sur les deux maillages

## I.1.3.2 Flux de chaleur

FIGURE 45 – Flux de chaleur pariétal ( $W.m^{-2}$ ) moyenné en temps et en espace pour les deux maillages

La figure 45 présente le flux de chaleur pariétal moyen sur les arêtes du barreau pour les simulations de type SAS sur les deux maillages.

L'effet du maillage est visible d'une part sur les faces supérieure et inférieure où la surestimation du pic de flux de chaleur aux coins arrière est légèrement atténuée pour les modèles SAS1 et SAS- $\alpha L$  et de façon plus marquée pour le modèle SAS-DRSM. L'apport du raffinement est avant tout visible sur la prévision du flux de chaleur à la paroi aval. Nous constatons que le maillage 2 permet de réduire fortement la surestimation des transferts thermiques sur la face arrière notamment pour le modèle SAS-DRSM. Nous avons vu lors de la visualisation des structures que davantage de structures turbulentes sont résolues dans le sillage avec ce maillage. Ces fines structures favorisent le mélange turbulent et par conséquent l'abaissement du flux de chaleur en aval du barreau.

## I.2 Analyse fréquentielle des couches cisillées

La figure 46 représente les densités spectrales de puissance ou DSP de  $u'_1 u'_1$  calculées à partir des signaux issus de la sonde  $KH_{sup1}$  pour les différents modèles utilisés sur le maillage 2. De la même façon que sur le maillage 1, nous distinguons sur les différents spectres, des pics en basses fréquences qui correspondent à  $St_{vK}$  et ses harmoniques. Nous observons encore ici les trois à quatre pics répertoriés dans le tableau 7 en hautes fréquences. Ceux-ci correspondent comme précédemment à la formation des instabilités de KH et à leur appariement.

Modèle	$St_{KH1}$	$St_{KH2}$	$St_{KH3}$	$St_{KH4}$
DRSM SSG- $\omega$	2,5 ~ 3,5	5 ~ 7	9 ~ 15	-
SAS1	3,4	5 ~ 7	10 ~ 13	16 ~ 20
SAS- $\alpha L$	3,3	5 ~ 6,5	10 ~ 13	17 ~ 18
SAS-DRSM	2,5 ~ 3	4,5 ~ 6,5	10 ~ 13	-
ZDES	-	6	12	18

TABLE 7 – Nombres de Strouhal caractéristiques des couches cisillées

Nous pouvons noter que le spectre issu de la simulation utilisant la ZDES présente des pics de fréquence un peu plus nets sur la figure 46(e) par rapport aux autres modèles qui montrent quant à eux des fréquences en large bande. Ceci permet notamment de distinguer une valeur de  $St_{KH4} = 18$ . Comme précédemment, les modèles DRSM et SAS-DRSM présentent des spectres avec une pente en  $-5/3$ . Le modèle ZDES ne capte pas la fréquence associée à  $St_{KH1}$  et présente quant à lui une pente plus aplatie proche de  $-2/3$  qui est caractéristique d'une turbulence d'écoulement cisailé suivant les travaux de Heskestad [67]. Cette dernière observation est cohérente avec la physique de l'écoulement et met en lumière une différence de traitement des couches cisillées entre le modèle ZDES et les autres.

Le coefficient  $C_m(f, \tau)$  a également été calculé pour des nombres de Strouhal allant de 0,07 à 100 sur les 50 000 dernières itérations des signaux  $u'_1 u'_1$  obtenus à la sonde  $KH_{sup1}$ . La figure 47 représente le module du coefficient  $C_m(f, \tau)$  calculé.

Les instabilités de KH ( $St = 6$  et  $St = 12$ ) sont ici nettement visibles pour le modèle SAS1 mais plus diffuses pour les modèles de type DRSM et SAS- $\alpha L$ . Quant au modèle ZDES, il ne rend compte que du premier mode d'appariement ( $St = 6$ ) et ce de façon très diffuse par rapport aux autres modèles. L'appariement se fait donc très rapidement de même que la transition de la couche cisillée. De façon similaire à ce que nous avons observé pour le maillage 1, le module de  $C_m(f, \tau)$  présente aussi un trait quasi continu autour de  $St = 0,12$ , en particulier avec les modèles de type SAS et ZDES. L'utilisation de ces modèles semble ainsi aboutir à une meilleure représentativité de l'instabilité de sillage.

La figure 48 trace le module du coefficient  $C_m(f, \tau)$  moyenné en temps en fonction du nombre de Strouhal. La courbe obtenue est semblable à celle obtenue sur le maillage 1 avec des valeurs de Strouhal associés aux instabilités de KH légèrement plus basses. Pour le modèle ZDES, seul le pic à  $St_{KH2}$  est visible avec une prédominance du pic au nombre de Strouhal caractéristique de l'instabilité de sillage. Les nombres de Strouhal obtenus pour l'instabilité de sillage (tableau 5.9) amènent à des valeurs de l'exposant  $p$  allant de 0,71 à 0,74 pour la fréquence la plus représentée des instabilités de KH. Les modèles de type SAS et ZDES s'approchent tous des relations connues dans la littérature avec  $p = 0,71$ .

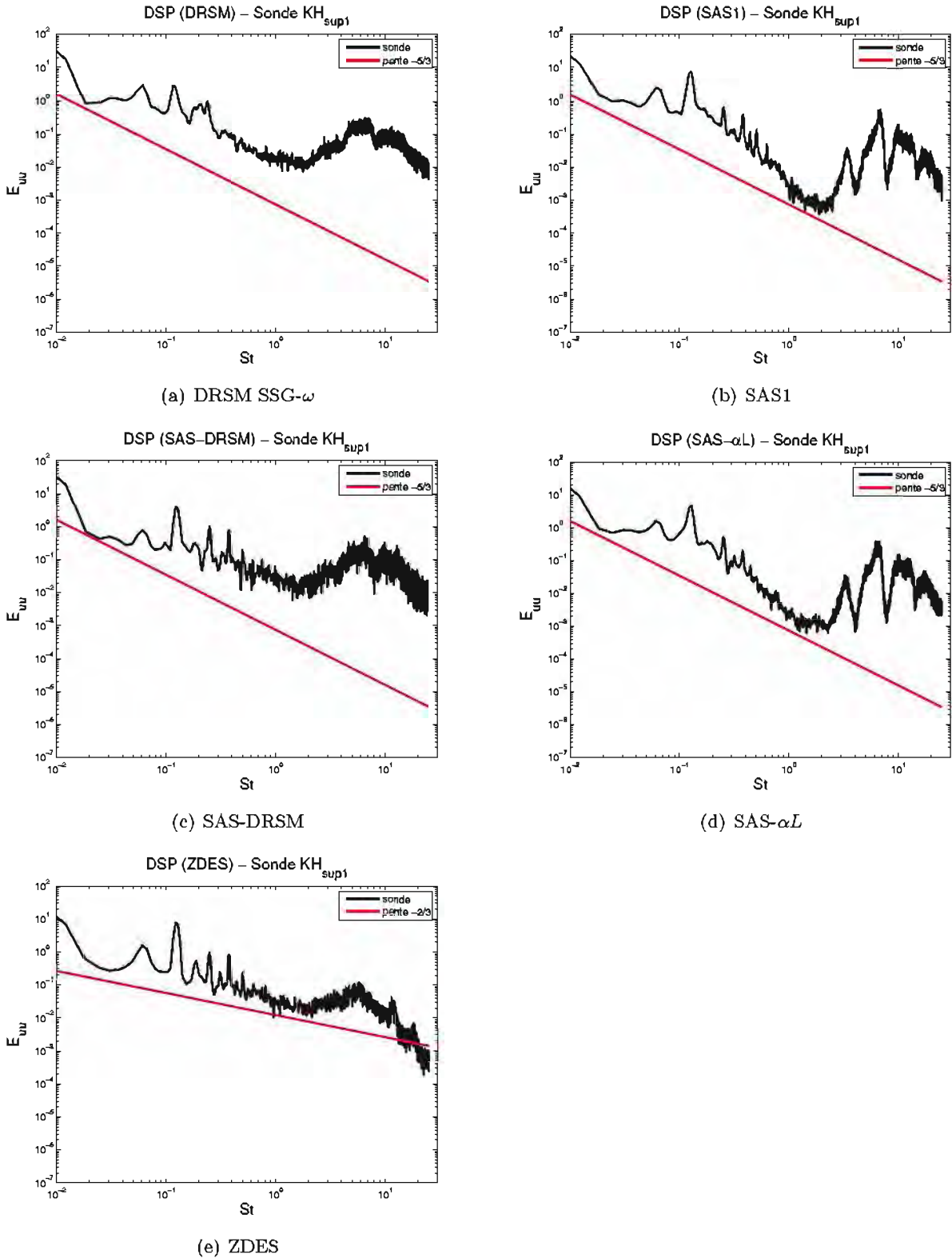


FIGURE 46 – Densités spectrales de puissance de  $u'_1 u'_1$  obtenues à la sonde  $KH_{sup1}$  en fonction du nombre de Strouhal sur le maillage 2

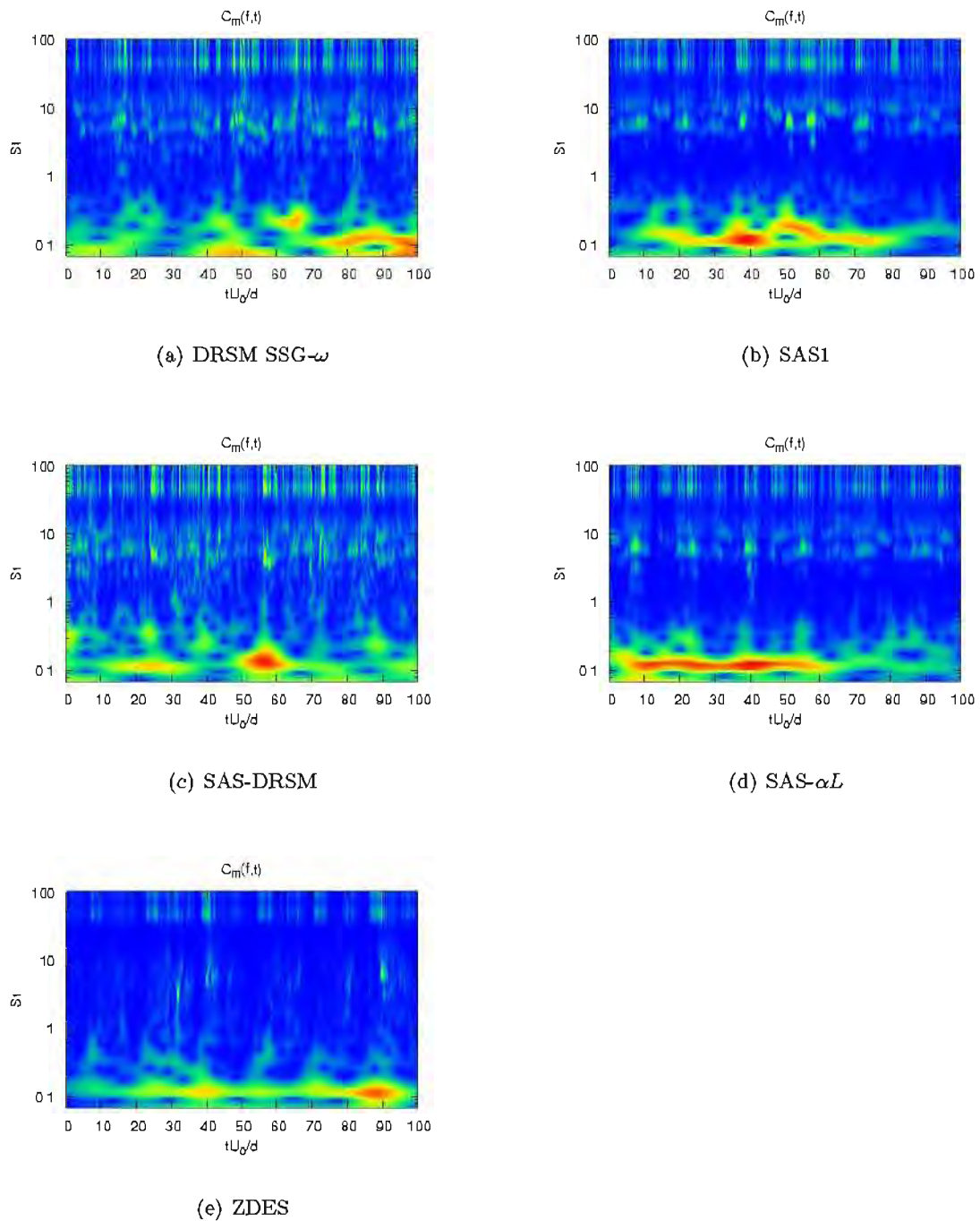


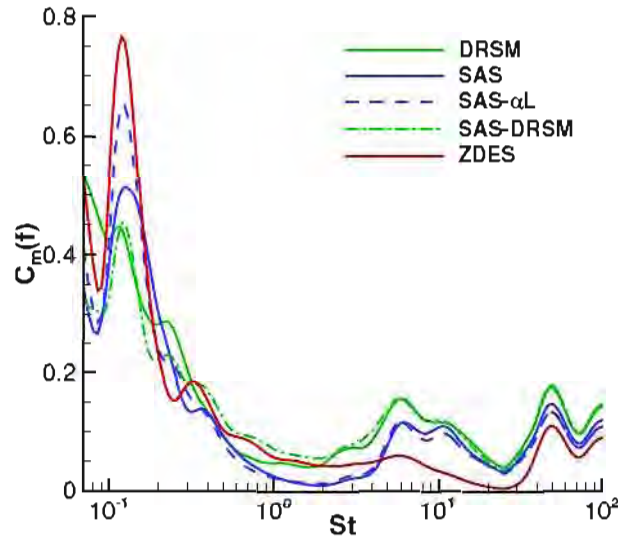
FIGURE 47 – Module du coefficient de la transformée en ondelettes continue du signal  $u'_1 u'_1$  obtenu à la sonde  $KH_{sup1}$  sur le maillage 2

## J Ressources et temps de calcul

### J.1 Maillage 1

Les calculs sur le maillage 1 ont été menés sur un ensemble de 32 processeurs du calculateur Stelvio de l'ONERA. Les temps de calcul observés sur un job de 10 000 itérations (2,5 cycles) sont reportés dans le tableau 9 selon le type de job lancé. Nous distinguons ici les jobs nécessaires à la convergence



FIGURE 48 – Moyenne du coefficient  $C_m(f, \tau)$  obtenu à la sonde  $KH_{sup1}$  pour le maillage 2

modèle \ $A$	0,023	0,029
DRSM SSG- $\omega$	0,74	0,72
SAS1	0,74	0,71
SAS- $\alpha L$	0,73	0,71
SAS-DRSM	0,73	0,71
ZDES	0,73	0,71

TABLE 8 – Calcul de l'exposant  $p$  pour  $St_{KH2}$ 

du calcul (50 cycles) de ceux impliquant des moyennes à la volée pour l'étude des statistiques de l'écoulement. Les modèles DRSM, SAS-DRSM sont utilisés sur des versions du code *elsA* différentes des modèles SST, SAS1 et SAS- $\alpha L$ . Celles-ci ont notamment des options de compilation qui varient et influencent également le temps de calcul. À titre de comparaison, le modèle DRSM disponible sur une version d'essai semblable à celle du modèle SST (basée sur la version v3.4.04) procédait au calcul de 10000 itérations en convergence sur 7,3h contre 22h sur celle que nous avons ensuite utilisé pour l'implémentation du modèle SAS-DRSM (v3.5.01). Nous montrons les temps de calcul des modèles DRSM et SAS-DRSM sur cette dernière version afin de renseigner le lecteur sur le coût en temps de calcul induit par l'approche SAS dans le cas du modèle SAS-DRSM. De plus, pour les modèles DRSM, les tensions de Reynolds modélisées font également l'objet de moyennes à la volée (soit 6 variables). En revanche, seule la variable  $k$  d'énergie cinétique turbulente est extraite dans le cas des modèles SST, SAS1 et SAS- $\alpha L$  pour la partie modélisée (approximation de Boussinesq). En général, les approches SAS n'induisent pas plus d'une demi heure de calcul supplémentaire par rapport au modèle de base. De même, la taille des fichiers de moyenne (format binaire) stockés temporairement sur le répertoire de travail toutes les 10000 itérations, sur les 200000 nécessaires à une moyenne sur 50 cycles, est donnée dans le tableau 10.

## J.2 Maillage 2

Les calculs sur le maillage 2 ont eux été réalisés sur un ensemble de 128 processeurs du calculateur Stelvio de l'ONERA et du calculateur Curie du GENCI (140000 h de calcul allouées). Les temps de calcul observés sur un job de 10000 itérations (2,5 cycles) sont reportés dans le tableau 11 de manière similaire au tableau précédent. De même, les modèles DRSM, SAS-DRSM et ZDES sont utilisés sur

Modèle	Convergence	Moyenne
SST	6h	8,5h
DRSM SSG- $\omega$	22h	27h
SAS1	6,5h	9h
SAS- $\alpha L$	6,6h	9h
SAS-DRSM	22,5h	27,5h

TABLE 9 – Temps de calcul sur un job de 10 000 itérations

Modèle	Taille
SST	468
DRSM SSG- $\omega$	608
SAS1	468
SAS- $\alpha L$	468
SAS-DRSM	608

TABLE 10 – Taille d'un fichier de champs moyens en MB

des versions du code *elsA* différentes des modèles SST, SAS1 et SAS- $\alpha L$ . Tout comme précédemment les modèles de type DRSM conduisent à des moyennes à la volée sur davantage de variables et donc à des temps de calcul plus longs. Inversement, les simulations en ZDES n'ont pas bénéficié de moyennes sur les échelles turbulentes et le flux de chaleur turbulent soit 5 variables en moins par rapport aux modèles SAS1 et SAS- $\alpha L$ . La taille des fichiers de champs moyens stockés sur le répertoire de travail est également donnée dans le tableau 12 dans le cas du maillage 2.

Modèle	Convergence	Moyenne
DRSM SSG- $\omega$	25h	29,7h
SAS1	8,6	12h
SAS- $\alpha L$	8,6	12,1h
SAS-DRSM	25,4h	30h
ZDES	7,2h	9h

TABLE 11 – Temps de calcul sur un job de 10 000 itérations

Modèle	Taille
DRSM SSG- $\omega$	2,9
SAS1	2,1
SAS- $\alpha L$	2,1
SAS-DRSM	2,9
ZDES	1,8

TABLE 12 – Taille d'un fichier de champs moyens en GB



# Annexe de l'étude d'un barreau chauffé refroidi par un jet et un écoulement transverse

## K Ressources et temps de calcul

Les calculs sur cette configuration ont eux été réalisés sur un ensemble de 128 processeurs sur le calculateur Curie du GENCI (300 000  $h$  de calcul allouées de juillet à décembre 2013) pour la convergence et sur le calculateur Stelvio de l'ONERA pour les moyennes. Les temps de calcul observés sur un job de 10 000 itérations sont reportés dans le tableau 13 de manière similaire aux tableaux précédents. De même, la taille des fichiers de champs moyens stockés sur le répertoire de travail est également donnée dans le tableau 14.

Modèle	Convergence	Moyenne
DRSM SSG- $\omega$	29h	32h
SAS- $\alpha L$	7,8h	9h
SAS-DRSM	30h	33h
ZDES	6,5h	7,5h

TABLE 13 – Temps de calcul sur un job de 10 000 itérations

Modèle	Taille
DRSM SSG- $\omega$	3,5
SAS- $\alpha L$	2,7
SAS-DRSM	3,5
ZDES	2,7

TABLE 14 – Taille d'un fichier de champs moyens en GB



# Bibliographie

- [1] S. Acharya, M. Tyagi, and A. Hoda. Flow and heat transfer predictions for film-cooling flows. *Heat Transfer in Gas Turbine Systems, Annals of the New York Academy of Sciences*, 934 :110–125, 2000. Cité p. 55
- [2] S. Acharya, M. Tyagi, A. Hoda, and F. Muldoon. From RANS to DNS : application to film cooling. 26th National Conference on Fluid Mechanics and Fluid Power, 1999. 2 citations p. 55 et 57
- [3] F. Ben Ahmed. Simulation aérothermique instationnaire. Master’s thesis, Université de Stuttgart, 2007. Cité p. 52
- [4] G.R. Ahmed and M.M. Yovanovich. Experimental study of forced convection from isothermal circular and square cylinders and toroids. *Journal of Heat Transfer*, 119 :70–79, 1997. Cité p. 52
- [5] L. Albugues. *Analyse Expérimentale et Numérique d’un Jet Débouchant dans un Écoulement Transverse*. PhD thesis, SUPAÉRO, 2005. 3 citations p. 54, 55 et 58
- [6] J. Alvarez, W.P. Jones, and R. Seoud. *Predictions of momentum and scalar fields in a jet in cross-flow using first and second order turbulence closures*, volume CP-534, pages 24.1–24.10. AGARD, 1993. Cité p. 55
- [7] J. Andreopoulos. On the structure of jets in a crossflow. *Journal of Fluid Mechanics*, 157 :163–197, 1985. 2 citations p. 55 et 57
- [8] E. Balaras, C. Benocci, and U. Piomelli. Subgrid-scale model for finite-difference simulation of complex wall-bounded flows. volume 18, pages 2.1–2.5. AGARD CP 551, 1994. Cité p. 29
- [9] E. Balaras, C. Benocci, and U. Piomelli. Two-layer approximative boundary conditions for large-eddy simulations. *AIAA Journal*, 34 :1111–1119, 1996. 2 citations p. 6 et 29
- [10] J.M.M. Barata and D.F.G. Durao. Laser-doppler measurements of impinging jet flows through a crossflow. *Experiments in fluids*, 36 :665–674, 2004. Cité p. 59
- [11] M.F. Barone and C.J. Roy. Evaluation of detached eddy simulation for turbulent wake applications. *AIAA Journal*, 44(12) :3062–3071, 2006. 3 citations p. 48, 99 et 116
- [12] P. Batten, U. Goldberg, and S. Chakravarthy. Interfacing statistical turbulence closures with large-eddy simulation. *AIAA Journal*, 42(3) :485–492, 2004. 2 citations p. 29 et 190
- [13] Y. Benarafa, O. Cioni, F. Ducros, and P. Sagaut. Temperature wall modelling for large-eddy simulation in a heated turbulent plane channel flow. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 50 :4360–4370, 2007. Cité p. 6
- [14] F. Benyoucef. *Amélioration de la prévision des écoulements turbulents par une approche URANS avancée*. PhD thesis, ISAE, 2013. 11 citations p. 6, 14, 40, 42, 57, 58, 82, 85, 188, 207 et 211
- [15] F. Benyoucef, H. Bézard, B. Aupoix, and B. Michel. SAS-SST model assessment and improvement. paper accepted for the 42nd AIAA Fluid Dynamics Conference and Exhibit, June 2012. 2 citations p. 112 et 165
- [16] F. Benyoucef, H. Bézard, B. Aupoix, and B. Michel. SAS-SST model assessment and improvement. Conference on Modelling Fluid Flow (CMFF’12), 2012. 3 citations p. 6, 42 et 82

- [17] G. Berkooz, P. Holmes, and J.L. Lumley. The proper orthogonal decomposition in the analysis of turbulent flows. *Annual review of Fluid Mechanics*, 25 :539–575, 1993. *Cité p. 13*
- [18] H. Bézard and T. Daris. A new  $k_\theta$ - $k_\theta l_\theta$  turbulence model for heat flux predictions. pages 1091–1096. Third International Symposium on Turbulence and Shear Flow Phenomena, 2003. *Cité p. 18*
- [19] J. N. Blanchard, Y. Brunet, and A. Merlen. Influence of a counter-rotating vortex pair on the stability of a jet in cross flow : An experimental study by flow visualizations. *Experiments in fluids*, 26 :63–74, 1999. *Cité p. 55*
- [20] M.S. Bloor. The transition to turbulence in the wake of a circular cylinder. *Journal of Fluid Mechanics*, 19 :290–304, 1964. *Cité p. 52*
- [21] M. Boileau, F. Duchaine, and J.-C. Jouhaud. Large-eddy simulation of heat transfer around a square cylinder using unstructured grids. *AIAA Journal*, 51(2) :372–385, 2013. *5 citations p. 52, 53, 129, 130 et 189*
- [22] G. Bosch and W. Rodi. Simulation of vortex shedding past a square cylinder with different turbulence models. *International journal for numerical methods in fluids*, 28 :601–616, 1998. *Cité p. 48*
- [23] J. Boussinesq. *Essai sur la théorie des eaux courantes*, volume XXVIII. 1877. *Cité p. 16*
- [24] P. Bradshaw and F.Y.F. Wong. The reattachment and relaxation of a turbulent shear layer. *Journal of Fluid Mechanics*, 52 :113–135, 1972. *Cité p. 41*
- [25] M. Breuer, B. Kniazev, and M. Abel. Development of wall models for LES of separated flows using statistical evaluations. *Computers and Fluids*, 36 :817–837, 2007. *Cité p. 29*
- [26] C. Brun and S. Aubrun. Etude expérimentale et numérique des structures de Kelvin-Helmholtz se développant dans les couches cisailées décollées autour d'un cylindre à section carrée à  $500 < Re < 200000$ . *Comptes Rendus Mécanique*, 2007. *2 citations p. 47 et 48*
- [27] C. Brun, S. Aubrun, T. Goossens, and Ph. Ravier. Coherent structures and their frequency signature in the separated shear layer on the sides of a square cylinder. *Flow Turbulence Combustion*, 81 :97–114, 2008. *5 citations p. 47, 49, 50, 122 et 127*
- [28] C. Brun and T. Goossens. 3D coherent vortices in the turbulent near wake of a square cylinder. *Comptes Rendus Mécanique*, 336(4) :363–369, 2008. *Cité p. 51*
- [29] L. Cambier. The elsA project. 1st ONERA-DLR Aerospace Symposium, 1999. *Cité p. 83*
- [30] L. Cambier, S. Heib, and S. Plot. The ONERA elsA cfd software : input from research and feedback from industry. *Mechanics and Industry*, 14(3) :159–174, 2013. *Cité p. 84*
- [31] R.-D. Cécora, B. Eisfeld, A. Probst, S. Crippa, and R. Radespiel. Differential Reynolds Stress Modeling for Aeronautics. *AIAA paper 2012-0465*, 2012. *2 citations p. 24 et 82*
- [32] B. Chaouat and R. Schiestel. A new partially integrated transport model for subgrid-scale stresses and dissipation rate for turbulent developing flows. *Physics of Fluids*, 17(6) :1–19, 2005. *Cité p. 37*
- [33] D.R. Chapman. Computational aerodynamics development and outlook. *AIAA Journal*, 17 :1293–1313, 1979. *Cité p. 28*
- [34] N. Chauvet, S. Deck, and L. Jacquin. Zonal detached eddy simulation of a controlled propulsive jet. *AIAA Journal*, 45(10) :2458–2473, 2007. *Cité p. 35*
- [35] H.C. Chen. Assessment of a reynolds stress closure model for appendage-hull junction flows. *ASME Journal of Fluids Engineering*, 117(4) :557–563, 1995. *2 citations p. 23 et 83*
- [36] Y. Choi and C. Merkle. The application of preconditioning to viscous flows. *Journal of Computational Physics*, 105 :207–223, 1993. *Cité p. 212*
- [37] G. Constantinescu, M. Chapelet, and K.D. Squires. On turbulence modeling applied to flow over a sphere. *AIAA Journal*, 41 :1733–1742, 2003. *Cité p. 30*

- [38] L. Cordier, J.P. Bonnet, and J. Delville. *Springer Handbook of Experimental Fluid Mechanics*, chapter D, pages 1346–1369. Springer, 2007. *Cité p. 13*
- [39] T.J. Craft and B.E. Launder. A Reynolds stress closure designed for complex geometries. *Journal of Heat and Fluid Flow*, 17(3) :245–254, 1996. *Cité p. 23*
- [40] I. Daubechies. Orthonormal bases of compactly supported wavelets. *Comm. Pure Applied Math.*, XLI(41) :909–996, 1988. *3 citations p. 72, 79 et 80*
- [41] E. David. *Modélisation des écoulements compressibles et hypersoniques : une approche instationnaire*. PhD thesis, Grenoble, 1993. *Cité p. 198*
- [42] L. Davidson. Large-eddy simulation : A dynamic one-equation subgrid model for three-dimensional recirculating flow. volume 3, pages 26.1–26.6. 11th International Symposium on Turbulent Shear Flow, 1997. *Cité p. 198*
- [43] S. Deck. Zonal-detached-eddy simulation of the flow around a high-lift configuration. *AIAA Journal*, 43(11) :2372–2384, 2005. *Cité p. 33*
- [44] S. Deck. Recent improvements in the zonal detached eddy simulation (ZDES) formulation. *Theoretical and Computational Fluid Dynamics*, 26 :523–550, 2012. *2 citations p. 34 et 36*
- [45] S. Deck, P. Élie Weiss, M. Pamiès, and E. Garnier. Zonal detached eddy simulation of a spatially developing flat plate turbulent boundary layer. *Computers and Fluids*, 48(1) :1–15, 2011. *Cité p. 35*
- [46] A. Dobre and H. Hangan. Investigation of the three-dimensional intermediate wake topology for a square cylinder at high reynolds number. *Experiments in Fluids*, 37(4) :518–530, 2004. *2 citations p. 50 et 145*
- [47] F. Ducros. *Simulations numériques directes et des grandes échelles de couches limites compressibles*. PhD thesis, Grenoble, 1995. *Cité p. 198*
- [48] B. Duda. *Étude et analyse numérique d'un jet chaud débouchant dans un écoulement transverse en utilisant des simulations aux échelles résolues*. PhD thesis, SUPAÉRO, 2012. *4 citations p. 6, 14, 57 et 188*
- [49] D.F.G. Durao, M.V. Heitor, and J.C.F. Pereira. Measurements of turbulent and periodic flows around a square cross-section cylinder. *Experiments in Fluids*, 6 :298–304, 1988. *Cité p. 48*
- [50] B. Eisfeld and O. Brodersen. Advanced turbulence modelling and stress analysis for the DLR-F6 configuration. 2005. *Cité p. 24*
- [51] B. Michel et N. Lantos. High order MUSCL interpolation. Technical report, ONERA, 2010. *Cité p. 210*
- [52] A. Fadai-Ghotbi. *Modélisation de la turbulence en situation instationnaire par approches URANS et hybride RANS-LES. Prise en compte des effets de paroi par pondération elliptique*. PhD thesis, Université de Poitiers, 2007. *Cité p. 28*
- [53] M. Farge. Wavelet transforms and their applications to turbulence. *Annual Revue of Fluid Mechanics*, 24 :395–457, 1992. *Cité p. 73*
- [54] T.F. Fric and A. Roshko. Vortical structure in the wake of a transverse jet. *Journal of Fluid Mechanics*, 279 :1–47, 1994. *5 citations p. 55, 56, 57, 165 et 176*
- [55] C. Fureby, G. Tabor, H.G. Weller, and A.D. Gosman. Large eddy simulations of the flow around a square prism. *AIAA Journal*, 38(3) :442–452, 2000. *2 citations p. 48 et 50*
- [56] D. Gabor. Theory of communication. *Journal of IEE*, 93(3) :429–411, 1946. *Cité p. 72*
- [57] C.W. Gear. Algorithm 407-difsub for the solution of ordinary differential equations. *Commun. ACM*, 14(3) :185–190, 1971. *Cité p. 211*
- [58] M. Germano, U. Piomelli, P. Moin, and W.H. Cabot. A dynamic subgrid-scale eddy viscosity model. *Physics of Fluids A*, 3(7) :1760–1765, 1991. *Cité p. 195*



- [59] S. Ghosal, T. Lund, P. Moin, and K. Akselvoll. A dynamic localization model for large-eddy simulation of turbulent flows. *Journal of Fluid Mechanics*, 286 :229–255, 1995. Cité p. 198
- [60] S.S. Girimaji. Partially-Averaged Navier-Stokes Model for Turbulence : A RANS to DNS bridging Method. *Journal of Applied Mechanics*, 73 :413–421, 2006. Cité p. 37
- [61] S.S. Girimaji and K.S. Abdol-Hamid. Partially-Averaged Navier-Stokes model for turbulence : Implementation and validation. 43rd AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit, AIAA 2005-502, janvier 2005. Cité p. 37
- [62] R.J. Goldstein, S.Y. Yoo, and M.K. Chung. Convective mass transfer from a square cylinder and its base plate. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 33 :9–18, 1990. Cité p. 52
- [63] A. Grossmann and J. Morlet. Decomposition of hardy functions into square integrable wavelets of constant shape. *SIAM Journal on Mathematical Analysis*, 15(4) :723–736, 1984. 2 citations p. 72 et 74
- [64] W. Haase, B. Aupoix, U. Bunge, and D. Schwamborn. FLOMANIA - A European initiative on flow physics modelling. In *Notes on numerical fluid mechanics and multidisciplinary design*, volume 14. Springer Ed., 2006. 5 citations p. 21, 23, 112, 165 et 188
- [65] W. Haase, M. Braza, and A. Revell. DESider - A European Effort on Hybrid RANS-LES Modelling. In *Notes on numerical fluid mechanics and multidisciplinary design*, volume 103. Springer Ed., 2009. Cité p. 188
- [66] A. Harten. High resolution schemes for hyperbolic conservation laws. *Journal of Computational Physics*, 49 :357–393, 1983. Cité p. 207
- [67] G. Heskestad. A generalized Taylor hypothesis with application for high Reynolds number turbulent shear flows. *Journal of Applied Mechanics*, 32(4) :735–739, 1965. 4 citations p. 69, 142, 174 et 225
- [68] A.T. Hsu, G. He, and Y. Guo. Unsteady simulation of a jet-in-crossflow. *International Journal of Computational Fluid Dynamics*, 14 :41–53, 2000. Cité p. 55
- [69] T. Igarashi. Heat transfer from a square prism to an air stream. *International Journal of Heat Mass Transfer*, 28 :175–181, 1985. Cité p. 52
- [70] S. Jakirlić, B. Eisfeld, R. Jester-Zurker, and N. Kroll. Near-wall, Reynolds-stress model calculations of transonic flow configurations relevant to aircraft aerodynamics. *International Journal of Heat and Fluid Flow*, 28(4) :602–615, 2007. 2 citations p. 24 et 82
- [71] S. Jakirlić and K. Hanjalić. A new approach to modelling near-wall turbulence energy and stress dissipation. *Journal of Fluid Mechanics*, 439 :139–166, 2002. Cité p. 83
- [72] S. Jakirlić, R. Maduta, and M. Ullrich. Performance assessment of the Scale-adaptive Reynolds stress model by reference to tandem-cylinder configurations. 9th Int. Symp. on Eng. Turb. Modelling and Measurements (ETMM9), 2012. Cité p. 83
- [73] A. Jameson, W. Schmidt, and E. Turkel. Numerical solutions of the Euler equations by finite volume methods using Runge-Kutta time stepping. 14th Fluid and Plasma Dynamics Conference, AIAA Paper 1981-1259, 1981. Cité p. 205
- [74] N. Jarrin, S. Benhamadouche, D. Laurence, and R. Prosser. A synthetic-eddy method for generating inflow conditions for large-eddy simulations. *International Journal of Heat and Fluid Flow*, 27 :585–593, 2006. Cité p. 190
- [75] E. Jeong and S.S. Girimaji. PANS Method for Turbulence Simulations - Flow Past a Square Cylinder. *Journal of Fluids Engineering*, 132 :121203/1–11, 2010. Cité p. 48
- [76] R. M. Kelso and A. J. Smits. Horseshoe vortex system resulting from the interaction of a laminar boundary layer and a transverse jet. *Physics of Fluids*, 7 :153–158, 1995. Cité p. 56
- [77] R.M. Kelso, T.T. Lim, and A.E. Perry. An experimental study of round jets in cross flow. *Journal of Fluid Mechanics*, 306 :111–144, 1996. 2 citations p. 56 et 57

- [78] A. Kourta, H. Boisson, P. Chassaing, and H. Ha Minh. Non-linear interactions and the transition to turbulence in the wake of a circular cylinder. *Journal of Fluid Mechanics*, 181 :141–161, 1987. *Cité p. 52*
- [79] B.E. Launder, G.J. Reece, and W. Rodi. Progress in the development of a Reynolds-stress turbulence closure. *Journal of Fluid Mechanics*, 68(2) :537–566, 1975. *2 citations p. 21 et 22*
- [80] B.E. Launder and B.I. Sharma. Application of energy-dissipation model of turbulence to the calculation of flow near a spinning disc. *Letters in Heat and Mass Transfer*, (1) :131–138, 1974. *Cité p. 18*
- [81] M. Lazareff, L. Cambier, and S. Heib. *elsA Theoretical Manual*. 2010. *2 citations p. 201 et 210*
- [82] B. Van Leer. Towards the ultimate conservative difference scheme ii : Monotonicity and conservation combined in a second order scheme. *Journal of Computational Physics*, 14 :361–370, 1974. *Cité p. 207*
- [83] P.G. Lemarié and Y. Meyer. Ondelettes et bases hilbertiennes. *Revista Matemática Iberoamericana*, 2, 1986. *Cité p. 76*
- [84] M. Lesieur, O. Metais, and P. Comte. *Large-Eddy Simulations of Turbulence*. Cambridge University Press, 2005. *2 citations p. 25 et 198*
- [85] D.K. Lilly. A dynamic subgrid-scale eddy viscosity model. *Physics of Fluids A*, 3(7) :1760–1765, 1991. *2 citations p. 195 et 196*
- [86] M.-S. Liou. Progress towards an improved CFD method : AUSM+. 12th Computational Fluid Dynamics Conference, AIAA-95-1701-CP, 1995. *Cité p. 209*
- [87] M.-S. Liou and C.J. Steffen. A new flux splitting scheme. *Journal of Computational Physics*, 107 :23–39, 1993. *Cité p. 208*
- [88] S.C. Luo, X.H. Tong, and B.C. Khoo. Transition phenomena in the wake of a square cylinder. *Journal of Fluids and Structures*, 23 :227–248, 2007. *3 citations p. 47, 50 et 51*
- [89] D.A. Lyn, S. Einav, W. Rodi, and J.H. Park. A laser-doppler velocimetry study of the ensemble-averaged characteristics of the turbulent near wake of a square cylinder. *Journal of Fluid Mechanics*, 304 :285–319, 1995. *2 citations p. 48 et 50*
- [90] D.A. Lyn and W. Rodi. The flapping shear layer formed by flow separation from the forward corner of a square cylinder. *Journal of Fluid Mechanics*, 267 :353–376, 1994. *3 citations p. 48, 49 et 131*
- [91] S. Mallat. A theory for multi-resolution signal decomposition : the wavelet representation. *IEEE Transactions on pattern analysis and machine intelligence*, 2(7) :674–693, 1989. *4 citations p. 72, 73, 76 et 79*
- [92] R. Manceau. Modélisation statistique de la turbulence. 10e École de Mécanique des Fluides Numériques, 2007. *Cité p. 20*
- [93] R.J. Margason. *Fifty years of jet in cross flow research*, volume CP-534, pages 1.1–1.41. AGARD, 1993. *Cité p. 55*
- [94] R. Martinuzzi and C. Tropea. The flow around surface-mounted, prismatic obstacles placed in a fully developed channel flow. *ASME Journal of Fluids Engineering*, 115 :85–92, 1993. *Cité p. 59*
- [95] Y. Masip, A. Rivas, G.S. Larraona, R. Antón, J.C. Ramo, and B. Moshfegh. Experimental study of the turbulent flow around a single wall-mounted cube exposed to a cross-flow and an impinging jet. *International Journal of Heat and Fluid Flow*, 38 :50–71, 2012. *3 citations p. 58, 59 et 60*
- [96] E. Meiburg and J.C. Lasheras. Experimental and numerical investigation of the three-dimensional transition in plane wakes. *Journal of Fluid Mechanics*, 190 :1–37, 1988. *2 citations p. 50 et 145*
- [97] E.R. Meinders, T.H. Van Der Meer, and K. Hanjalić. Local convective heat transfer from an array of wall-mounted cubes. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 41(2) :335–346, 1998. *Cité p. 59*

- [98] C. Meneveau, T.S. Lund, and W.H. Cabot. A lagrangian dynamic subgrid-scale model of turbulence. *Journal of Fluid Mechanics*, 319 :353–385, 1996. *Cité p. 196*
- [99] F.R. Menter. Zonal two equation  $k-\omega$  turbulence models for aerodynamics flows. 24th Fluid Dynamics Conference, AIAA Paper 93-2906, 1993. *3 citations p. 6, 19 et 20*
- [100] F.R. Menter and Y. Egorov. Re-visiting the turbulent scale equation. In *Proc. IUTAM Symposium, One hundred years of boundary layer research*. Springer, 2004. *8 citations p. 6, 7, 37, 38, 39, 81, 82 et 83*
- [101] F.R. Menter and Y. Egorov. A scale-adaptive simulation model using two-equation models. 43rd AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit, AIAA Paper 2005-1095, 2005. *3 citations p. 39, 40 et 41*
- [102] F.R. Menter and Y. Egorov. The scale-adaptative simulation method for unsteady turbulent flow predictions. part 1 : Theory and model description. *Flow, Turbulence and Combustion*, 85 :113–138, 2010. *3 citations p. 6, 40 et 112*
- [103] F.R. Menter and M. Kuntz. *Adaptation of eddy-viscosity turbulence models to unsteady separated flow behind vehicles. The Aerodynamics of Heavy Vehicles : Trucks, Buses, and Trains*, volume 19. Springer, 2004. *2 citations p. 31 et 32*
- [104] F.R. Menter, M. Kuntz, and R. Bender. A scale-adaptive simulation model for turbulent flow predictions. AIAA Paper 2003-0767, 2003. *Cité p. 37*
- [105] O. Metais and M. Lesieur. Spectral large-eddy simulations of isotropic and stably-stratified turbulence. *Journal of Fluid Mechanics*, 239 :157–194, 1992. *Cité p. 197*
- [106] Y. Meyer. volume 1. Hermann, 1989. *2 citations p. 72 et 79*
- [107] J. Morlet. Sampling theory and wave propagation. Proc. 51st Annu. Meet. Soc. Explor. Geophys., 1981. *Cité p. 72*
- [108] J. Morlet. Sampling theory and wave propagation. *NATO ASI, Issues on Acoustic Signal Image Processing and Recognition*, F1, 1983. *2 citations p. 72 et 75*
- [109] S.A. Morton, M.B. Steenman, R.M. Cummings, and J.R. Forsythe. DES grid resolution issues for vortical flows on a delta wing and an F-18C. 41st Aerospace Sciences Meeting and Exhibit, AIAA Paper 2003-1103, 2003. *Cité p. 30*
- [110] V.W. Nee and L.S.G. Kovasznay. Simple phenomenological theory of turbulent shear flows. *Physics of Fluids*, 12(3) :473–484, 1971. *Cité p. 17*
- [111] F. Nicoud and F. Ducros. Subgrid-scale stress modelling based on the square of the velocity gradient tensor. *Flow, Turbulence and Combustion*, 62 :183–200, 1999. *Cité p. 196*
- [112] N. Nikitin, F. Nicoud, B. Wasistho, K.D. Squires, and P.R. Spalart. An approach to wall modeling in large-eddy simulations. *Physics of Fluids*, 12(7) :1629–1632, 2000. *Cité p. 33*
- [113] C. Norberg. Effects of Reynolds number and a low intensity freestream turbulence on the flow around a circular cylinder. *Chalmers University of Technology, Sweden*, 87/2, 1987. *Cité p. 52*
- [114] C. Norberg. Flow around rectangular cylinders : Pressure forces and wake frequencies. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, 49 :187–196, 1993. *Cité p. 48*
- [115] S.-H. Peng and L. Davidson. On a subgrid-scale heat flux model for large eddy simulation of turbulent thermal flow. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 45 :1393–1405, 2002. *Cité p. 6*
- [116] A.E. Perry, R.M. Kelso, and T.T. Lim. Topological structure of a jet in a cross flow. CP-534 :12.1–12.8, 1993. *3 citations p. 55, 56 et 57*
- [117] U. Piomelli. Wall-layer models for large-eddy simulation. *Progress in Aerospace Sciences*, 44 :437–446, 2008. *2 citations p. 28 et 29*
- [118] U. Piomelli and E. Balaras. Wall-layer models for large-eddy simulations. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 34 :349–374, 2002. *Cité p. 28*

- [119] M. Popovac and K. Hanjalić. Vortices and heat flux around a wall-mounted cube cooled simultaneously by a jet and a cross-flow. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 52 :4047–4062, 2009. [3 citations p. 59, 60 et 61](#)
- [120] A. Prasad and C. H. K. Williamson. The instability of the shear layer separating from a bluff body. *Journal of Fluid Mechanics*, 333 :375–402, 1997. [3 citations p. 47, 48 et 52](#)
- [121] S. Rajagopalan and R.A. Antonia. Flow around a circular cylinder-structure of the near wake shear layer. *Experiments in Fluids*, 38 :393–402, 2005. [3 citations p. 52, 125 et 173](#)
- [122] P. Reulet, A. Giovannini, E. Radenac, D. Donjat, J. Gressier, E. Divouron, and P. Millan. Rapport Technique PRC ATRAN : Analyse Transitoire. Technical Report RT 4/09660 DMAE, ONERA, 2006. [6 citations p. 5, 95, 97, 158, 159 et 160](#)
- [123] P.L. Roe. Approximate Riemann Solvers, Parameter Vectors, and Difference Schemes. *Journal of Computational Physics*, 43(2) :357–372, 1981. [Cité p. 206](#)
- [124] J.C. Rotta. Turbulente strömungen. *BG Teubner Stuttgart*, 1972. [2 citations p. 18 et 38](#)
- [125] C.J. Roy. Bluff-Body Flow Simulations using Hybrid RANS/LES. *AIAA Paper 2003-3889*, 2003. [Cité p. 48](#)
- [126] D. Rundström and B. Moshfegh. Investigation of flow and heat transfer of an impinging jet in a cross-flow for cooling of a heated cube. 2004 Inter Society Conference on Thermal Phenomena, 2004. [Cité p. 59](#)
- [127] D. Rundström and B. Moshfegh. Numerical Investigation of Flow Behaviour of an Impinging Jet in a Cross Flow on a Wall-Mounted Cube Using RSM and v2-f. Proceedings of the Fourth International Symposium on Turbulence and Shear Flow Phenomenon, 2005. [Cité p. 59](#)
- [128] D. Rundström and B. Moshfegh. RSM predictions of an impinging jet in a cross-flow on a wall-mounted cube. 13th International Heat Transfer Conference, 2006. [Cité p. 59](#)
- [129] D. Rundström and B. Moshfegh. Investigation of flow and heat transfer and pressure drop of an impinging jet in a cross-flow for cooling of a heated cube. *ASME J. Heat Transfer*, 130 :121401.1–121401.13, 2008. [Cité p. 59](#)
- [130] D. Rundström and B. Moshfegh. Large-eddy simulation of an impinging jet in a cross-flow on a heated wall-mounted cube. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 52 :921–931, 2009. [2 citations p. 59 et 60](#)
- [131] P. Sagaut. *Large-Eddy Simulation for Incompressible Flows*. Springer, 2005. [Cité p. 25](#)
- [132] P. Sagaut, S. Deck, and M. Terracol. *Multiscale and Multiresolution Approaches in Turbulence*. Imperial College Press, 2006. [3 citations p. 13, 14 et 25](#)
- [133] A.K. Saha, K. Muralidhar, and G. Biswas. Experimental study of flow past a square cylinder at high Reynolds numbers. *Experiments in Fluids*, 29 :553–563, 2000. [Cité p. 48](#)
- [134] R. Schiestel and A. Dejoan. Towards a new partially integrated transport model for coarse grid and unsteady turbulent flow simulations. *Theoretical and Computational Fluid Dynamics*, 18 :443–468, 2005. [Cité p. 37](#)
- [135] A.N. Secundov. Application of a differential equation for turbulent viscosity to the analysis of plane non self-similar flows. *Soviet Research*, (5) :828–840, 1971. [Cité p. 17](#)
- [136] M. Shur, P. Spalart, M. Strelets, and A. Travin. A hybrid RANS-LES approach with delayed-DES and wall-modelled LES capabilities. *International Journal of Heat and Fluid Flows*, 29(6) :1638–1649, 2008. [2 citations p. 29 et 33](#)
- [137] J. Smagorinsky. General circulation experiments with the primitive equations i. the basic experiment. *Monthly Weather Review*, 91(3) :99–164, 1963. [Cité p. 27](#)
- [138] A. Sohankar, L. Davidson, and C. Norberg. Large eddy simulation on flow past a square cylinder : comparison of different subgridscale models. *Journal of Fluids Engineering*, 122 :39–47, 2000. [4 citations p. 48, 50, 99 et 116](#)

- [139] C.-S. Song and S.-O. Park. Numerical simulation of flow past a square cylinder using Partially-Averaged Navier-Stokes model. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, 97 :37–47, 2009. *Cité p. 48*
- [140] P. Spalart and M. Shur. On the sensitization of turbulence models to rotation and curvature. *Aerospace Science and Technology*, 1(5) :297–302, 1997. *Cité p. 20*
- [141] P.R. Spalart and S.R. Allmaras. A one-equation turbulence model for aerodynamic flows. 30th Aerospace Sciences Meeting and Exhibit, AIAA Paper 92-0439, 1992. *2 citations p. 17 et 18*
- [142] P.R. Spalart, S. Deck, M.L. Shur, K.D. Squires, M.Kh. Strelets, and A. Travin. A new version of detached-eddy simulation, resistant to ambiguous grid densities. *Theoretical and Computational Fluid Dynamics*, 20 :181–195, 2006. *Cité p. 32*
- [143] P.R. Spalart, P. Jou, W.H. Strelets, and S.R. Allmaras. Comments on the feasibility of les for wings, and on a hybrid rans/les approach. In Z.Liu C.Liu, editor, *Advances in DNS/LES*, pages 137–147. First AFOSR International Conference on Direct Numerical Simulation and Large Eddy-Simulation (FAICDL), Greyden Press, août 1997. *3 citations p. 6, 30 et 31*
- [144] E.M. Sparrow, J.P. Abraham, and J.C.K. Tong. Archival correlations for average heat transfer coefficients for non-circular and circular cylinders and for spheres in cross-flow. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 47 :5285–5296, 2004. *Cité p. 52*
- [145] C.G. Speziale, S. Sarkar, and T.B. Gatski. Modelling the pressure-strain correlation of turbulence : An invariant dynamical systems approach. *Journal of Fluid Mechanics*, 227 :245–272, 1991. *Cité p. 21*
- [146] P. Stoica and R.L. Moses. Prentice Hall Upper Saddle River, New Jersey 07458, 2005. *Cité p. 70*
- [147] M. Strelets. Detached eddy simulation of massively separated flows. 39th AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit, AIAA Paper 2001-0879, 2001. *Cité p. 30*
- [148] G.I. Taylor. The spectrum of turbulence. pages 476–490. Proc. Royal Society Lond., 1938. *Cité p. 68*
- [149] A. Travin, M. Shur, M. Strelets, and P. Spalart. Detached-eddy simulations past a circular cylinder. *Flow Turb Comb*, 63(293), 2000. *Cité p. 30*
- [150] M. Tummers, K. Hanjalić, R. Rodnik, M. Flikweert, and B. Moshfegh. *Impinging jet cooling of wall mounted cubes*, volume 6, pages 773–782. Elsevier, 2005. *Cité p. 58*
- [151] M. Tyagi. *Large Eddy Simulations of Complex Turbulent Flows*. PhD thesis, Louisiana State University, 2002. *2 citations p. 55 et 57*
- [152] P.R. Voke. *Flow Past a Square Cylinder : Test Case LES2*, volume 5, pages 355–373. 1997. *2 citations p. 48 et 116*
- [153] B.C. Wang, J. Yin, E. Yee, and D.J. Bergstrom. A complete and irreducible dynamic SGS heat-flux modelling based on the strain rate tensor for large-eddy simulation of thermal convection. *International Journal of Heat and Fluid Flow*, 28 :1227–1243, 2007. *Cité p. 6*
- [154] J. M. Weiss and W. A. Smith. Preconditioning applied to variable and constant density flows. *AIAA Journal*, 33 :2050–2057, 1995. *Cité p. 212*
- [155] P.-E. Weiss. *Simulation numérique et analyse physique d'un écoulement d'arrière-corps axisymétrique et application au contrôle des charges latérales*. PhD thesis, Université Pierre et Marie Curie, 2010. *Cité p. 41*
- [156] P.D. Welch. The use of fast fourier transform for the estimation of power spectra : A method based on time averaging over short, modified periodograms. *IEEE transactions on audio and electroacoustics*, 15(2) :70–73, 1967. *2 citations p. 70 et 71*
- [157] S. Wiesche. Large-eddy simulation study of an air flow past a heated square cylinder. *Heat Mass Transfer*, 43 :515–525, 2007. *Cité p. 52*

- [158] D.C. Wilcox. Reassessment of the scale-determining equation for advanced turbulence models. *AIAA Journal*, 26(11) :1299–1310, 1988. *Cité p. 18*
- [159] D.C. Wilcox. *Turbulence Modeling for CFD*. DCW Industries, 1998. *Cité p. 23*
- [160] D.C. Wilcox. *Turbulence Modeling for CFD, 2nd. Edition*. DCW Industries, 2006. *Cité p. 18*
- [161] C.H.K. Williamson. Vortex dynamics in the cylinder wake. *Annual Revue of Fluid Mechanics*, 28 :477–539, 1996. *Cité p. 50*
- [162] S.Y. Yoo, J.H. Park, , C.H. Chung, and M.K. Chung. An experimental study on heat/mass transfer from a rectangular cylinder. *Journal of HeatTransfer*, 125 :1163–1169, 2003. *2 citations p. 52 et 54*
- [163] L.L. Yuan, R.L. Street, and J.H. Ferziger. Large eddy simulation of a round jet in crossflow. *Journal of Fluid Mechanics*, 379 :71–104, 1999. *Cité p. 56*
- [164] H. J. Zhang, Y. Zhou, and R.A. Antonia. Longitudinal and spanwise structures in a turbulent wake. *Annual Revue of Fluid Mechanics*, 24 :395–457, 2000. *Cité p. 144*

## Prévision des flux de chaleur turbulents et pariétaux par des simulations instationnaires pour des écoulements turbulents chauffés

Cette thèse s'inscrit dans le cadre de l'amélioration des prévisions aérothermiques qui suscite l'intérêt croissant des industriels aéronautiques. Elle consiste à évaluer l'apport des méthodes URANS avancées de type SAS dans la prévision des flux de chaleur turbulents et pariétaux pour des écoulements turbulents chauffés. Elle vise aussi à situer ces approches par rapport aux modèles URANS classiques de type DRSM et hybrides RANS/LES comme la ZDES. Une extension de l'approche SAS à un modèle DRSM a d'abord été proposée afin d'obtenir une meilleure restitution des tensions de Reynolds résolues et modélisées. Ce modèle SAS-DRSM a été implanté dans le code *elsA* de l'ONERA. Nous avons ensuite évalué les approches SAS disponibles avec ce code sur la prévision d'écoulements aérothermiques rencontrés sur avion dans un compartiment de moteur. Ces études ont montré que les approches SAS améliorent la représentation des écoulements par rapport aux modèles URANS classiques. Elles aboutissent à des écoulements fortement tridimensionnels avec de nombreuses structures turbulentes. Ces structures induisent un mélange turbulent accru et donc une meilleure prévision du flux de chaleur pariétal. De plus, nos travaux ont situé les approches de type SAS comme des méthodes plus précises que les méthodes URANS classiques sans augmentation importante du coût de calcul. Les modèles SAS ne résolvent pas les plus petites structures caractéristiques du mouvement turbulent par rapport à la ZDES qui montre des prévisions supérieures. Le modèle SAS-DRSM offre néanmoins la meilleure alternative de type SAS. Enfin, l'étude du flux de chaleur turbulent semble retrouver le fait que l'hypothèse classique de nombre de Prandtl turbulent constant n'est pas valable dans toutes les zones de l'écoulement.

Mots clés : Simulation numérique, Turbulence, Flux de chaleur, Scale-Adaptive Simulation (SAS), Méthodes hybrides RANS/LES, Modèles RANS.

## Prediction of wall and turbulent heat fluxes by unsteady simulations in heated-turbulent flows

The improvement of aerothermal predictions is a major concern for aeronautic manufacturers. In line with this issue, SAS approaches are assessed on the prediction of wall and turbulent heat fluxes for heated-turbulent flows. This study also aims at evaluating these advanced URANS methods in regard to DRSM models and hybrid RANS/LES approaches as ZDES. Firstly, we proposed to combine the SAS approach and a DRSM model in order to better reproduce both resolved and modelled Reynolds stresses. This new model, called SAS-DRSM, was implemented in ONERA Navier-Stokes code *elsA*. Unsteady simulations of two heated turbulent flows encountered in an aircraft engine compartment were then performed to evaluate all the SAS models available in the code. These numerical studies demonstrated that SAS approaches improve prediction of the flows compared to classical URANS models. They lead to fully 3D flows with many turbulent structures. These structures favour turbulent mixing and thus induce a better prediction of the wall heat fluxes. Moreover, the numerical simulations showed that SAS methods are more accurate than classical URANS models without increasing significantly calculation costs. SAS approaches are not able to resolve the smallest turbulent structures in relation to ZDES which provides better predictions. However, the SAS-DRSM model offers the best option among SAS methods. Finally, the investigation of the turbulent heat flux suggested that the constant turbulent Prandtl number assumption, that is characteristic of classical URANS models, may not be valid in some regions of the flow.

Key words : CFD, Turbulence, Heat Flux, Scale-Adaptive Simulation (SAS), Hybrid RANS/LES methods, RANS models.