



HAL
open science

Etude du processus d'instabilité modulationnelle dans les fibres optiques présentant un profil de dispersion périodique.

Maxime Droques

► **To cite this version:**

Maxime Droques. Etude du processus d'instabilité modulationnelle dans les fibres optiques présentant un profil de dispersion périodique.. Optique [physics.optics]. Université des Sciences et Technologie de Lille - Lille I, 2013. Français. NNT: . tel-01058359

HAL Id: tel-01058359

<https://theses.hal.science/tel-01058359>

Submitted on 26 Aug 2014

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Numéro d'ordre: 41187

Thèse de Doctorat

Présentée à l'Université Lille 1

Pour obtenir le titre de:
Docteur d'Université

Spécialité:
Science de la matière, du rayonnement et de l'environnement

par
Maxime DROQUES

Etude du processus d'instabilité modulationnelle dans les fibres optiques présentant un profil de dispersion périodique

Thèse soutenue le 18 Octobre 2013 devant la commission d'examen composée de:

Georges WLODARCZAK	Professeur - Université Lille 1	Président du jury
Thibaut SYLVESTRE	Chargé de Recherche CNRS - Université de Franche-Comté	Rapporteur
Vincent COUDERC	Directeur de Recherche CNRS - Université de Limoges	Rapporteur
Miguel GONZALEZ-HERRAEZ	Professeur - Université d'Alcala - Espagne	Examineur
Thierry CHARTIER	Maître de Conférence HDR - Université de Rennes 1	Examineur
Géraud BOUWMANS	Professeur - Université Lille 1	Examineur
Arnaud MUSSOT	Maître de Conférence HDR - Université Lille 1	Directeur de thèse
Alexandre KUDLINSKI	Maître de Conférence HDR - Université Lille 1	Codirecteur de thèse
Gilbert MARTINELLI	Maître de Conférence - Université Lille 1	Invité

Laboratoire de Physique des Lasers, Atomes et Molécules

Institut de Recherche sur les Composants logiciels et matériels pour l'Information et la Communication Avancée

à Timothé et Camille, mes deux amours.

à mes parents.

Remerciements

Ces travaux de thèse ont été réalisés au sein de l'équipe photonique du laboratoire de Physique des Lasers, Atomes et Molécules de l'Université de Lille 1, et ont été financés par le CNRS et la région Nord-Pas-de-Calais. Je tiens donc à remercier **Georges WLODARCZAK**, directeur du laboratoire, et, **Marc DOUAY** et **Mohamed BOUZAOU**, responsables de l'équipe photonique pour m'avoir accueilli dès mon stage de Master 2. Je vous remercie par-dessus tout de m'avoir fait confiance et de m'avoir donné la possibilité de réaliser ces travaux.

J'adresse mes remerciements à tous les membres du jury qui ont accepté d'évaluer mon travail. Je remercie **Thibaut SYLVESTRE**, chargé de Recherche CNRS à l'Université de Franche-Comté, et **Vincent COUDERC**, directeur de Recherche CNRS à l'Université de Limoges, pour avoir accepté le travail de rapporteur, mais également **Miguel GONZALEZ-HERRAEZ**, **Thierry CHARTIER** et **Géraud BOUWMANS** pour leur participation à ce jury en tant qu'examineurs. Merci à **Georges WLODARCZAK** pour la présidence de mon jury.

J'exprime toute ma reconnaissance à mes deux directeurs de thèse, **Arnaud MUSSOT**, Professeur, et **Alexandre KUDLINSKI**, Maître de conférences à l'Université de Lille 1. Premièrement, MERCI Arnaud de m'avoir accueilli pour un premier stage dans le cadre de mon Master 1. A ce jour, je peux confirmer que tu as été la première personne qui m'a orienté vers le monde de la recherche scientifique. Avec tes explications très pédagogiques et ta grande sympathie dès le début, je me suis laissé guider et je ne te remercierais jamais assez. Deuxièmement, MERCI Alexandre pour ta qualité d'encadrement que j'ai connu depuis mon stage de Master 2. J'ai énormément apprécié ton attitude pédagogique en permanence et ta manière de travailler. Grâce à votre complémentarité, j'ai développé plusieurs compétences qui m'aident énormément dans le monde professionnel aujourd'hui et je vous en remercie! Je retiendrai toujours votre expression, qui a toujours eu un effet moteur : "là c'est bien Maxime, mais maintenant il faut marquer un but !". Etant « footeux », je me devais de remplir le contrat ! Dernière anecdote : Arnaud, je m'entends encore te dire, quelques minutes avant la soutenance de thèse, « j'ai peut-être dû raccrocher les crampons récemment, mais je vais te montrer que je sais encore marquer des buts ! » Pour résumer, vous avez été deux modèles pour moi, et je pense que, durant ma vie professionnelle à venir, je m'appuierai sur toutes les bases que vous m'avez inculquées. Une dernière fois : MERCI !

J'adresse également mes remerciements à **Géraud BOUWMANS**, professeur à l'Université de Lille 1, et **Gilbert MARTINELLI**, maître de conférence à l'Université de Lille 1, pour leur contribution

scientifique et leur relationnel tout au long de ma thèse. Ils ont su notamment m'éclairer pour faire face à quelques difficultés. Un grand Merci Géraud pour ton esprit critique sur tous les résultats obtenus, ce qui a permis de consolider les analyses et les interprétations. Et Gilbert, un grand Merci pour ton aide dans les calculs analytiques qui ont abouti à un beau modèle avec lequel on a pu apprendre beaucoup de choses ! Je vois que les travaux continuent et que ce modèle est très utilisé et amélioré. En tout cas, j'espère que le fameux "cos theta" ne t'a pas trop fait tourner la tête !

Et enfin, je souhaite remercier mes nombreux collègues que j'ai côtoyés depuis mon arrivée. Je tiens à m'excuser d'avance de tout oubli et je prie la ou les personnes potentiellement concernées de bien vouloir m'en excuser. Je commence par mon ami **Benoit BARVIAU** avec qui j'ai développé une certaine complicité dès le début. Tes conseils d'ordre général ont été très précieux! Merci à mes collègues "Thésard" **Assaad BAZ** (Assaadou pour les intimes), **Guillaume LE COCQ**, **Karim BENDAHMANE**, **Benoit SEVIGNY** pour votre bonne humeur! Merci également aux "Ingés" et assistants: **Rémi HABERT**, **Antoine LEROUGE**, **Kareen DELPLACE**, **Quentin COULOMBIER** et **Stéphane PLUS**. Je remercie tous les membres de l'équipe Photonique de l'IRCICA ; ce fut très agréable de travailler au sein d'une équipe de recherche dynamique et très productive !

Pour terminer, je tiens à remercier ma famille et particulièrement mes parents qui m'ont donné les capacités et qui m'ont permis de réaliser ce parcours d'étude. Pour finir (comme on dit, j'ai gardé le meilleur pour la fin) je te remercie **CAMILLE** de m'avoir épaulé durant ces nombreuses années. Tu m'as beaucoup aidé grâce à ton soutien et à ton amour. Cette thèse de doctorat a été clôturée par un moment magique : l'arrivée de notre fils **TIMOTHE**. Ceci m'a donné la force pour la dernière ligne droite !

Résumé

Ce travail de thèse concerne l'étude du processus d'instabilité modulationnelle (MI) dans des fibres optiques présentant un profil de dispersion périodique. La MI est un phénomène bien connu mais la majorité des études réalisées dans le contexte des fibres optiques concerne le cas de dispersion uniforme axialement. L'objectif de ces travaux est de démontrer expérimentalement l'établissement de la MI dans une fibre optique micro-structurée (PCF) dont la dispersion varie de façon sinusoïdale.

La première partie présente les principales caractéristiques des fibres optiques et les principaux processus physiques mis en jeu. Elle décrit également trois outils de simulations numériques : un premier basé sur l'intégration de l'équation de Schrödinger non-linéaire généralisée, un deuxième consistant en une méthode de segmentation de la fibre, et un troisième basé sur le modèle à trois ondes tronqué reposant sur le formalisme du mélange à quatre ondes. Ces différents outils permettent la modélisation de la propagation non-linéaire dans des fibres optiques dont la dispersion est modulée longitudinalement.

La seconde partie débute par une présentation du contexte de l'étude et est ensuite consacrée aux résultats obtenus dans les fibres à dispersion oscillante (DOFs). Tout d'abord, nous introduisons le concept du mécanisme de quasi-accord de phase (QPM) dans les systèmes périodiques longitudinaux. Nous proposons également une étude théorique basée sur la méthode d'analyse de stabilité linéaire pour prédire le spectre de gain paramétrique d'une DOF. Les limitations de cette approche sont analysées et discutées. Ensuite, après une description de la fabrication d'une DOF, nous présentons la démonstration expérimentale du processus de MI dans ce type de fibre. Le spectre est composé de 10 lobes de MI sur 10 THz et est validé par des simulations numériques. Des différences identifiées entre la théorie (QPM) et l'expérience sont interprétées. Nous proposons une description détaillée de la dynamique de formation des différents lobes de MI. La suite de cette partie est consacrée à la prise en compte de la dispersion d'ordre quatre dans le processus de MI. Nous démontrons théoriquement et expérimentalement la génération d'une nouvelle famille de lobes de MI grâce à une combinaison entre la dispersion oscillante et la dispersion d'ordre quatre. Enfin, cette seconde partie est clôturée par l'élaboration d'un outil analytique, basé sur le modèle à trois ondes tronqué. Il permet d'interpréter simplement la dynamique de formation des lobes de MI. Nous montrons que cet outil est très précis et permet de contrôler le spectre de MI d'une DOF. Deux exemples typiques sont proposés : l'annulation et la maximisation du gain d'un lobe de MI donné.

Ce mémoire se termine par deux annexes rapportant deux travaux en marge de ceux présentés dans le cœur du manuscrit. La première présente une étude de la brisure de symétrie du processus de MI sous l'influence de la dispersion d'ordre trois dans une fibre uniforme. Elle met en évidence l'interaction entre les ondes dispersives et le spectre de MI. La seconde présente une méthode rapide de mesure de la longueur d'onde de dispersion nulle d'une fibre optique. Dans le cas particulier d'une PCF air-silice, cette méthode permet également de reconstruire la courbe de dispersion complète.

Abstract

This thesis concerns the modulation instability (MI) process in optical fibers with a periodic dispersion landscape. MI is a well-known phenomenon but in the context of optical fibers most studies were performed in the presence of uniform dispersion. The aim of this work is to experimentally demonstrate the MI process in a special type of fiber: a photonic crystal fiber (PCF) presenting a sinusoidal dispersion profile.

Part 1 focuses on the main characteristics of optical fibers and on the main physical processes occurring in fibers. Three numerical tools are described: a first one based on the numerical integration of the generalized nonlinear Schrödinger equation, a second one considering a fiber segmentation method and a third one based on the truncated three-wave model considering the four-wave mixing formalism. These three tools allow to model nonlinear propagation in optical fibers with a longitudinally modulated dispersion.

Part 2 starts with the context of the study. First, we introduce the quasi-phase matching (QPM) mechanism in longitudinal periodic systems. The well-known linear stability analysis is applied and allows to predict the parametric gain spectrum of dispersion oscillating fibers (DOFs). Then, after having described the manufacturing DOF process, we report an experimental demonstration of the MI process in this kind of fiber. The experimental MI spectrum is composed of 10 MI lobes in a range of 10 THz and is confirmed by corresponding numerical simulations. We propose a detailed description of MI lobes dynamics. We then study the impact of fourth-order dispersion on the MI process in DOFs. We demonstrate theoretically and experimentally the presence of a new MI windows due to a combination of oscillating second-order dispersion and fourth-order dispersion. This second part ends with the development of an analytical tool based on the truncated three-wave model. It allows simple interpretations of MI lobes dynamics during their propagation. We show that this tool is very accurate and allows controlling MI spectrum of a DOF. Two typical examples are proposed: the extinction and the maximization of the gain for a specific MI lobe.

Finally, two appendixes are proposed with works done in a slightly different context. The first one presents a study of the symmetry breaking dynamics of MI spectrum in presence of third-order dispersion in a uniform optical fiber. It highlights interactions between dispersive waves and MI side lobes. The second one presents a simple method for measuring the zero-dispersion wavelength of an optical fiber. It demonstrates that it is possible to reconstruct the whole dispersion curve in the special case of pure silica PCF.

Table des matières

Introduction générale.....	1
Partie 1 Généralités sur les fibres optiques et les effets non-linéaires	5
1 Les fibres optiques.....	7
1.1 La structure d'une fibre optique.....	7
1.1.1 Les fibres optiques conventionnelles.....	7
1.1.2 Les fibres optiques micro-structurées air-silice.....	8
1.2 Les effets linéaires.....	10
1.2.1 L'atténuation d'une fibre optique	10
1.2.2 La dispersion chromatique	12
1.3 Les effets non-linéaires.....	16
1.3.1 L'effet Kerr optique	17
1.3.2 Le mélange à quatre ondes et l'instabilité modulationnelle	19
1.3.2.1 Le formalisme du mélange à quatre ondes: les équations couplées	19
1.3.2.2 Expression du gain paramétrique et de la condition d'accord de phase.....	21
1.3.2.3 Le processus d'instabilité modulationnelle	22
1.4 La diffusion Raman	24
1.5 Conclusion.....	26
2 Les outils de simulation numérique d'effets non-linéaires dans les fibres optiques	27
2.1 La résolution de l'équation de Schrödinger non-linéaire généralisée	27

2.2	La méthode de segmentation pour le calcul de gain paramétrique.....	30
2.3	Le modèle à trois ondes tronqué.....	31
Partie 2 Étude du processus d'instabilité modulationnelle dans les fibres à dispersion périodique.. 34		
1	Contexte et état de l'art	36
1.1	Impact de la périodicité sur le processus d'instabilité modulationnelle.....	36
1.2	Approche par une méthode perturbative: l'analyse de stabilité linéaire	39
2	Comparaison entre les différents outils de simulation numérique utilisés	44
3	Etude expérimentale du processus d'instabilité modulationnelle dans une fibre à dispersion oscillante.....	47
3.1	Impact de la forme du profil de dispersion sur le spectre d'instabilité modulationnelle	47
3.2	Démonstration expérimentale.....	49
3.2.1	Principe de fabrication et validation.....	49
3.2.2	Résultat expérimental	53
3.2.3	Les limitations - validité de la condition de quasi-accord de phase	56
3.2.4	Mesure expérimentale du gain paramétrique.....	59
3.2.5	Évolution longitudinale des lobes d'instabilité modulationnelle	63
3.3	Impact de la dispersion d'ordre quatre sur le spectre d'instabilité modulationnelle	66
3.3.1	Diagramme de quasi-accord de phase	66
3.3.2	Etude expérimentale - validation.....	70
3.3.2.1	Présentation du dispositif expérimental.....	70
3.3.2.2	Dynamique du spectre d'instabilité modulationnelle.....	71
4	Etude analytique de la dynamique du spectre d'instabilité modulationnelle dans les fibres à dispersion oscillante	74
4.1	Application du modèle à trois ondes tronqué aux fibres à dispersion oscillante	75

4.1.1	Approximations et expression analytique du gain paramétrique.....	75
4.1.2	Interprétations de la dynamique longitudinale du spectre d'instabilité modulationnelle.	77
4.2	Evolution du spectre d'instabilité modulationnelle en fonction de la valeur de la dispersion moyenne	81
4.2.1	Validation numérique	81
4.2.2	Validation expérimentale.....	84
4.3	Contrôle du spectre d'instabilité modulationnelle	85
4.3.1	Minimisation du gain.....	86
4.3.2	Maximisation du gain	87
5	Conclusion de la partie	89
	Conclusion générale	92
	Annexe 1 Etude de la brisure de symétrie du processus d'instabilité modulationnelle	96
1	Introduction	97
2	Résultats numériques.....	97
3	Résultats expérimentaux.....	99
4	Interprétations.....	100
5	Conclusion.....	103
	Annexe 2 Méthode rapide de mesure de la longueur d'onde de dispersion nulle d'une fibre optique	105
1	Introduction	106
2	Démarche et présentation du modèle	107
3	Mise en œuvre expérimentale.....	110
4	Conclusion.....	113
	Bibliographie générale	115
	Formulaire	124
	Bibliographie de l'auteur	128

Introduction générale

Le principe de guidage de la lumière par fibre optique a été mis au point dans le courant des années 1970 au sein des laboratoires de l'entreprise *Corning Incorporated*. Depuis leur invention, les fibres optiques ont révolutionné de nombreuses tâches de la vie quotidienne. Tout d'abord, elles permettent les communications à très longues distances à des débits élevés. La plupart des informations des communications téléphoniques intercontinentales ou du réseau internet sont transmises par des fibres optiques réparties sous les océans depuis la fin des années 1980. L'actuel record de $1,05 \times 10^{15}$ bits/s a été obtenu en laboratoire sur une distance de 52,4 km en Septembre 2012 [1]. Les fibres optiques sont également employées pour le développement de capteurs. Enfin, en y ajoutant des dopants à base d'ions de terres rares (erbium ou ytterbium), des lasers à fibres peuvent être réalisés et ils occupent une part grandissante sur le marché actuel [2].

Depuis une quinzaine d'années, une nouvelle famille de fibres est en plein essor. Ces fibres, aux propriétés originales, sont appelées les fibres à cristal photonique (PCFs). Contrairement aux fibres conventionnelles, elles présentent une micro-structuration de la gaine qui autorise un contrôle plus simple et plus varié de leurs propriétés de guidage, ce qui permet d'atteindre des zones de fonctionnement inédites [3]. Les PCFs permettent notamment un confinement important du champ lumineux et ont ainsi conduit à de nettes avancées en optique non-linéaire.

Dans cette thèse, nous nous intéresserons au processus d'instabilité modulationnelle (MI, "*Modulation instability*"). Les premières démonstrations expérimentales de l'établissement de la MI dans les fibres optiques datent du début des années 1980 [4], [5]. Ce phénomène est à la base de nombreux effets non-linéaires complexes comme la génération de trains d'impulsions [6], [7], [8], [9], [10], l'amplification paramétrique à fibre optique [11], [12], ou encore la génération de supercontinuum [13], [14]. La majorité de ces travaux concerne des fibres optiques uniformes le long de leur axe optique. Dans ce travail de thèse, nous proposons d'étudier le processus de MI dans des fibres présentant un profil de

dispersion périodique. Cette périodicité peut être vue comme un degré de liberté supplémentaire et permet de générer de multiples bandes de MI. Le processus de MI dans des structures périodiques a été théoriquement étudié dans le cadre des télécommunications optiques [15], [16], [17], [18], [19], [20], [21]. A notre connaissance, aucune démonstration expérimentale probante de cet effet n'a été proposée. De plus, dans le cadre des réseaux de télécommunications, la périodicité, de l'ordre de la centaine de kilomètres, entraîne la génération de lobes de MI dans une gamme spectrale de quelques dizaines de GHz. Dans cette thèse, nous proposons de réduire la périodicité à seulement quelques mètres afin d'obtenir des fréquences de MI de l'ordre du THz. Cette propriété est rendue possible grâce aux importantes améliorations technologiques réalisées sur la tour de fibrage du laboratoire. Elle permet un contrôle précis du diamètre externe de la PCF au cours du fibrage, et une faible variation périodique de celui-ci engendre une modulation de la dispersion de la PCF.

Ce manuscrit se présente sous la forme de deux grandes parties. Dans la première, nous présentons les principales caractéristiques des fibres optiques, les principaux processus physiques mis en jeu durant ces études, ainsi que les outils de simulations numériques utilisés. Le contexte de ces travaux est rappelé au début de la deuxième partie. Ensuite, nous présentons le mécanisme de quasi-accord de phase associée à un profil de dispersion périodique grâce à un rapide état de l'art. Les résultats expérimentaux rapportent la démonstration expérimentale du processus de MI dans une fibre à dispersion oscillante. Nous présentons un spectre de MI expérimental comportant plus de 10 lobes sur une plage d'environ 10 THz. Ces premiers résultats sont accompagnés d'une étude descriptive sur la dynamique de formation des différentes fréquences de MI au cours de la propagation. Par l'utilisation d'une très courte période de modulation (1 mètre), nous proposons une étude montrant l'impact de la dispersion d'ordre quatre sur le spectre de MI. Après la conception d'une telle fibre, nous rapportons la génération d'une nouvelle famille de bandes de MI dans le spectre. La suite de la partie 2 est dédiée à l'élaboration d'un outil analytique permettant d'interpréter la dynamique de formation des différents lobes de MI, ce qui n'est pas permis par les méthodes analytiques usuelles (reposant sur l'analyse de stabilité linéaire ou les théories de Floquet). Le potentiel de ce modèle analytique est illustré et permet un contrôle très précis du spectre de MI. Les résultats obtenus sont confirmés par des simulations numériques et des expériences, et valident le modèle analytique mis au point.

En marge de ces travaux basés sur les fibres à dispersion périodique, nous avons réalisé deux études dans des fibres uniformes donc par souci de clarté, elles seront détaillées dans les annexes 1 et 2. La première met en évidence l'impact de la dispersion d'ordre trois sur le processus de MI. Elle démontre la brisure de symétrie en puissance et en fréquence du spectre de MI lorsque la longueur d'onde de pompe est située au voisinage de la longueur d'onde de dispersion nulle. Les interactions entre les ondes

dispersives et les lobes de MI sont mises en évidence. Ensuite, l'annexe 2 présente une méthode de mesure rapide de la longueur d'onde de dispersion nulle d'une fibre optique. Elle est basée sur le processus de mélange à quatre ondes et montre que seuls deux enregistrements de spectres expérimentaux suffisent pour obtenir une mesure précise (différences inférieures à 3 nm), ce qui est primordial en optique non-linéaire.

Partie 1

Généralités sur les fibres optiques et les effets non-linéaires

1 Les fibres optiques

La fibre optique constitue un guide d'onde de choix dans de nombreuses applications et pour de nombreux thèmes de recherche. Ceci est principalement dû aux nombreux progrès de sa technologie de fabrication qui ont contribué à de nettes améliorations de leurs performances.

Le but de cette première partie est de présenter deux grandes familles de fibres optiques: les fibres dites *conventionnelles* et les fibres optiques *micro-structurées*. Ensuite, les principaux effets linéaires et non-linéaires subis par une onde optique se propageant dans une fibre seront discutés. Enfin, nous présenterons les différents outils de simulation numérique employés dans ces travaux.

1.1 La structure d'une fibre optique

L'objectif de cette sous-partie est de présenter les propriétés et les caractéristiques des deux familles de fibres optiques citées précédemment. Nous limiterons ces rappels aux fibres monomodes.

1.1.1 Les fibres optiques conventionnelles

Une fibre optique conventionnelle est constituée d'un cœur cylindrique de rayon r_c et d'indice de réfraction n_c , entouré d'une gaine de rayon r_g et d'indice de réfraction n_g . Le matériau de base constituant les fibres optiques est généralement le verre de silice (SiO_2). Le guidage de la lumière est assuré par le mécanisme de **réflexion totale interne**. Ce phénomène requiert une différence d'indice positive entre le cœur et la gaine. Par conséquent, le cœur est composé, soit de silice pure, soit de silice dopée en oxyde de germanium (GeO_2) ou en potassium (P_2O_5) par exemple. Des dopants à base de fluor ou de bore peuvent être incorporés dans la gaine pour induire une diminution de son indice de réfraction. Le profil d'indice de réfraction peut être alors être discontinu, ce qui correspond à la fibre à saut d'indice, ou être graduel, ce qui correspond à la fibre à gradient d'indice. La figure 1-(a) présente le schéma de la section transverse d'une

fibre optique la plus simple, à saut d'indice, et la distribution d'indice correspondante est détaillée sur la figure 1-(b).

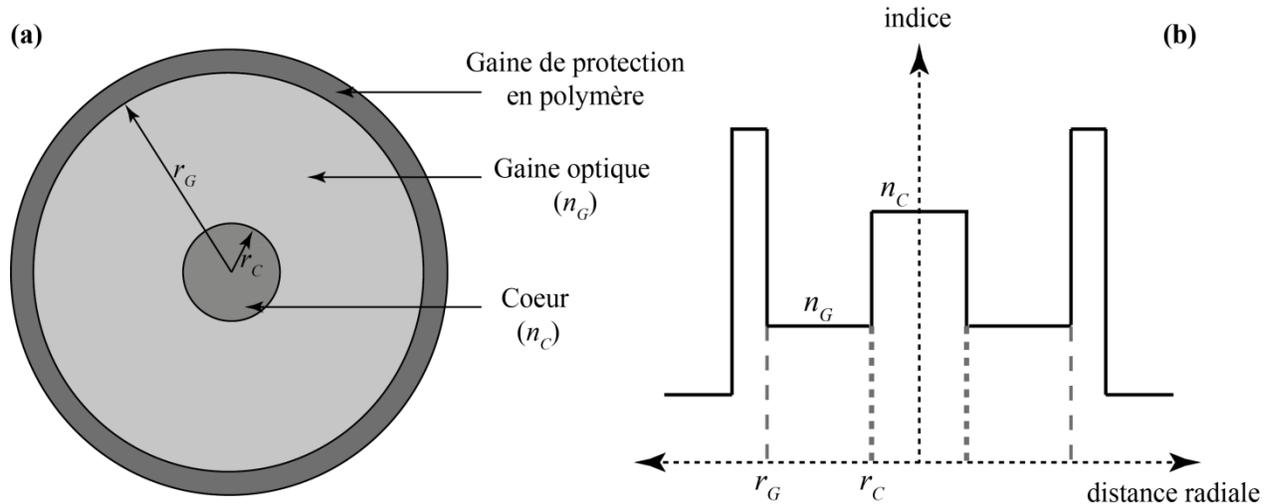


Figure 1 - (a) Schéma de coupe transverse d'une fibre optique à saut d'indice. (b) Profil d'indice correspondant.

La différence relative d'indice cœur-gaine :

$$\Delta = \frac{n_C - n_G}{n_C} \quad (1.1)$$

La fabrication de ce type de fibre s'effectue en deux grandes étapes. La première consiste à réaliser une préforme qui possède une structure transverse similaire à celle de la fibre souhaitée à un facteur d'échelle près. Typiquement une préforme présente un diamètre de quelques dizaines de millimètres. La deuxième étape consiste à étirer la préforme en fibre, en la chauffant jusqu'à obtenir un diamètre externe final d'environ $125 \mu\text{m}$ pour les fibres standards.

1.1.2 Les fibres optiques micro-structurées air-silice

Les fibres optiques conventionnelles présentées ci-dessus sont constituées typiquement d'un cœur et d'une gaine en verre d'indices de réfraction différents (figure 1-(a)). Si l'indice de réfraction du cœur est

supérieur à celui de la gaine, alors le mécanisme de réflexion totale interne peut être établi (une différence d'indice inférieure à 1 % suffit). Concernant les fibres optiques micro-structurées, l'équipe de recherche de Philip Russel de l'Université de Bath a rapporté une première fabrication dans la fin des années 1990 [22]. Le terme de *Photonic crystal fiber* (fibre à cristal photonique, noté PCF) est directement associé à cette réalisation. Il y a une quinzaine d'années, la principale motivation était de développer une fibre dans laquelle la lumière soit guidée par un effet de bande interdite photonique [3]. Ce type de guidage, offrant de nouvelles caractéristiques de propagation, est très attractif pour de nombreuses applications mais ne sera pas mis à profit dans les travaux de ce manuscrit. Nous ne le détaillerons donc pas. Nous nous intéressons ici aux fibres possédant un cœur solide au centre de la structure, entouré d'une matrice de trous d'air qui s'étend tout le long de la fibre. Dans cette configuration, l'indice de réfraction de la région centrale est plus élevé que celui de la région périphérique composée de trous d'air dans la matrice de silice. Par analogie avec les fibres conventionnelles, le guidage se réalise par le processus de **réflexion totale interne modifiée** [23]. Bien que ce mécanisme soit similaire à celui des fibres conventionnelles, la modification de la taille des trous d'air et de leur espacement offre un degré de liberté supplémentaire pour la conception de nouvelles fibres optiques aux propriétés originales (cf paragraphe 1.2.2). La microstructure est fabriquée en empilant des capillaires selon une base hexagonale. Cette méthode s'appelle le "*Stack-and-Draw*" [3], [24].

Les grandes étapes de fabrication sont schématisées sur la figure 2-(a). Un agrandissement de l'image de la section transverse d'une PCF, enregistré à l'aide d'un microscope à balayage électronique, est présenté sur la figure 2-(b). Ce type de fibre optique est caractérisé par deux paramètres principaux: le diamètre des trous d'air, noté d , et l'espacement entre ces trous, noté Λ (que l'on nomme d'une manière usuelle "*Pitch*"). Le contrôle de ces deux paramètres permet de modifier la dispersion chromatique et le confinement des modes optiques. En particulier, il a été possible de fabriquer des fibres optiques avec une longueur d'onde de dispersion nulle au voisinage des longueurs d'onde d'émission de lasers puissants (comme le Titane-Saphir près de 800 nm) [25]. La combinaison d'une faible dispersion avec une forte non-linéarité a permis de complètement revisiter tout un panel de l'optique non-linéaire, comme pour la génération de supercontinuum [14] et de peignes de fréquences [26]. De plus, dans certains cas, les PCFs présentent l'avantage de ne guider qu'un seul mode transverse sur toute la fenêtre de transparence: on parle alors de PCF infiniment monomode (ou "*endlessly single-mode*") [23].

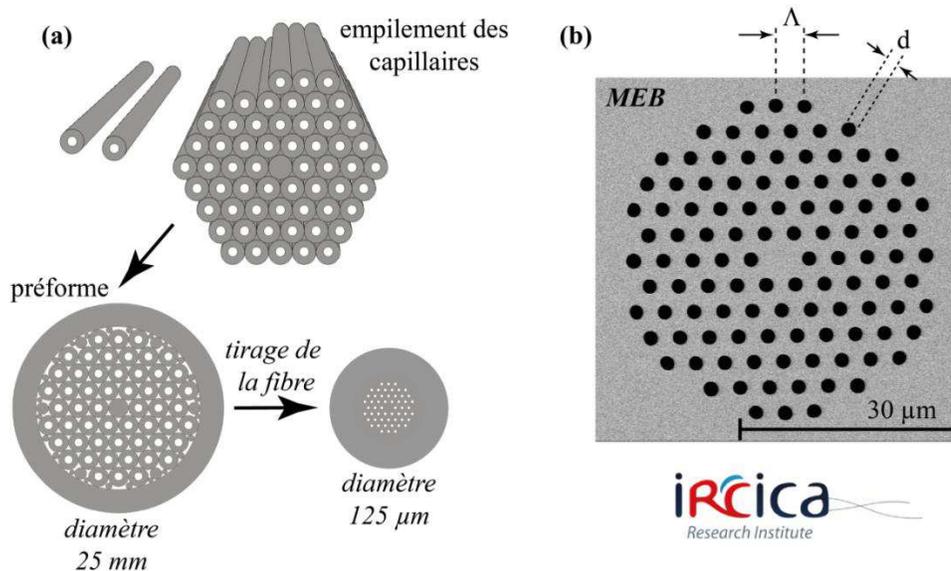


Figure 2 - (a) Schéma illustrant le principe de fabrication d'une PCF à cœur plein. (b) Image d'une section transverse d'une PCF (zoom sur la microstructure) enregistrée à l'aide d'un microscope à balayage électronique.

1.2 Les effets linéaires

1.2.1 L'atténuation d'une fibre optique

Comme tout milieu matériel, les fibres optiques atténuent l'intensité lumineuse au cours de la propagation. L'atténuation est majoritairement due à l'absorption de la silice aux hautes longueurs d'onde et à la diffusion Rayleigh aux courtes longueurs d'onde [27], [28].

Tout d'abord, la silice présente une forte absorption dans l'ultraviolet, dont l'origine est électronique, et dans l'infrarouge, liée aux molécules de silice. La silice présente une bande de transmission caractéristique entre le visible et le proche infrarouge, typiquement située entre 400 et 2000 nm. Ensuite, les impuretés présentes lors du processus de fabrication ou la présence de dopants éventuels modifient le profil d'absorption. L'une des manifestations les plus importantes est liée à la présence d'ions hydroxyles (OH⁻), à cause de la vapeur d'eau résiduelle dans le verre. La conséquence est l'apparition d'un

pic d'absorption fondamental situé à 2800 nm et des harmoniques situées vers 1380 nm et vers 1230 nm, visibles sur la figure 3. Enfin, à ces contributions s'ajoute le phénomène de diffusion Rayleigh. Il est responsable de la diffusion multidirectionnelle de la lumière due aux fluctuations microscopiques de la structure de silice. La diffusion Rayleigh diminue fortement lorsque la longueur d'onde augmente puisque sa loi d'évolution est proportionnelle à λ^{-4} . L'ensemble de ces contributions est représenté sur la figure 3.

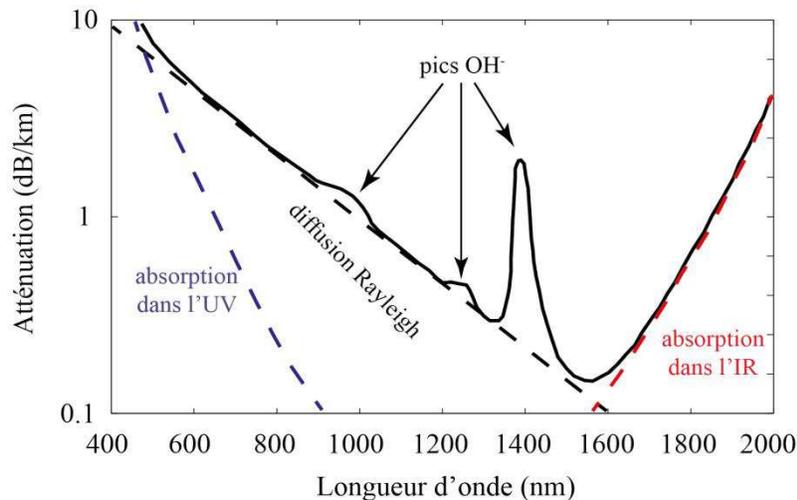


Figure 3 - Atténuation des fibres optiques en fonction de la longueur d'onde (trait noir plein). Cette évolution est comparée aux limites théoriques de la diffusion Rayleigh (traits pointillés noirs), de l'absorption dans l'infrarouge (traits pointillés rouges) et de l'absorption dans l'ultraviolet (traits pointillés bleus). Le pic d'absorption localisé vers 1380 nm est caractéristique des ions OH^- présents dans les fibres.

D'une manière générale, l'atténuation est caractérisée par le coefficient d'atténuation linéique, noté α et exprimé en m^{-1} . Avec P_S et P_E , les puissances d'entrée et de sortie de la fibre de longueur L , l'atténuation suit une loi de décroissance exponentielle de la puissance en fonction de la longueur (loi de Beer-Lambert) :

$$P_S = P_E \exp[-\alpha L] \quad (1.2)$$

Par commodité, on exprime aussi le coefficient d'atténuation en dB/km, donné par la relation suivante :

$$\alpha_{dB} = -\frac{10}{L} \log\left(\frac{P_S}{P_E}\right) = 4343 \times \alpha \quad (1.3)$$

Grâce à toutes les améliorations des procédés de fabrication des fibres, l'atténuation minimale est estimée typiquement à 0,18 dB/km à 1550 nm [29] et atteint même la valeur de 0,1484 dB/km en laboratoire, à une longueur d'onde de 1570 nm [30]. En ce qui concerne les PCFs, l'atténuation est généralement plus élevée que celle des fibres conventionnelles. Cependant, de récents progrès au niveau de la fabrication ont permis de diminuer nettement ce niveau d'atténuation. En 2007, un record d'atténuation a été mesuré dans une PCF air-silice à 0,18 dB/km pour une longueur d'onde de 1550 nm [31].

1.2.2 La dispersion chromatique

La **dispersion chromatique** se manifeste par la dépendance en fréquence de l'indice de réfraction du milieu, noté $n(\omega)$. L'origine de la dispersion chromatique est reliée aux fréquences de résonance caractéristiques auxquelles le matériau absorbe la radiation électromagnétique à travers les oscillations du nuage électronique. Loin des résonances du milieu, la **dispersion du matériau** peut être approximée par l'équation de Sellmeier [32] :

$$n^2(\omega) = 1 + \sum_{j=1}^m \frac{B_j \omega_j^2}{\omega_j^2 - \omega^2} \quad (1.4)$$

où ω_j sont les pulsations de résonance du matériau (dans le vide) et B_j sont les coefficients associés aux forces de ces résonances. La somme de l'équation (1.4) s'étend sur toutes les résonances du matériau qui contribuent à la gamme de fréquences étudiée. La courbe de dispersion chromatique de la silice massive peut être obtenue à partir des trois résonances suivantes [33] :

$m = 3$	B_j	λ_j (μm)
$j = 1$	0,6961663	0,0684043
$j = 2$	0,4079426	0,1162414
$j = 3$	0,8974794	9,896161

Tableau 1 - Constantes du développement de l'indice de réfraction dans l'équation (1.4).

avec $\lambda_j = 2\pi c / \omega_j$, où c est la vitesse de la lumière dans le vide.

Dans une fibre optique, la dispersion que subit une onde lumineuse ne se limite pas à la contribution de la dispersion du matériau massif, il faut y ajouter celle du guide d'onde. En effet, bien que le mode optique soit confiné dans le cœur, une partie se propage aussi dans la gaine. La structure du guide d'onde va donc contribuer à la dispersion de cette onde. On parle de **dispersion du guide**. A titre d'illustration, la figure 4-(a) montre la courbe de **dispersion totale** (en trait plein noir) d'une fibre optique conventionnelle monomode, de type SMF-28 (pour "*Single-mode fiber*"). Dans cet exemple, les contributions de la dispersion du matériau et de la dispersion du guide sont représentées indépendamment. Ce type de fibre présente une longueur d'onde de dispersion nulle (notée ZDW, pour "*Zero-dispersion wavelength*", ou λ_0) autour de 1300 nm, identifiée par λ_0 .

La dispersion du guide dépend essentiellement des paramètres opto-géométriques de la fibre tels que le diamètre du cœur et la différence d'indice entre le cœur et la gaine optique (équation (1.1)). Le profil d'indice peut donc être modifié pour ajuster la dispersion. Ainsi, nous pouvons décaler la ZDW vers les longueurs d'onde proches de 1550 nm (où l'atténuation est minimale) dans une fibre optique alors la ZDW de la silice massive se situe vers 1300 nm. Dans ce cas, nous parlons de fibre à dispersion décalée (appelée DSF, pour "*Dispersion-shifted fiber*"). En ce qui concerne les PCFs, la dispersion du guide peut présenter une forte contribution. Cette particularité permet notamment de décaler la ZDW vers les courtes longueurs d'onde proches du domaine visible, et sera illustrée ci-après.

La dispersion joue un rôle très important dans la propagation d'une impulsion puisque ses différentes composantes spectrales se propagent à des vitesses différentes. La conséquence se traduit par l'élargissement temporel de l'impulsion au cours de la propagation.

Mathématiquement, les effets de la dispersion sont pris en compte en effectuant un développement de la constante de propagation $\beta(\omega)$ en série de Taylor autour de la pulsation centrale de l'impulsion, ω_p :

$$\beta(\omega) = n_{\text{eff}}(\omega) \frac{\omega}{c} = \beta_0 + \frac{1}{1!} \beta_1 (\omega - \omega_p) + \frac{1}{2!} \beta_2 (\omega - \omega_p)^2 + \frac{1}{3!} \beta_3 (\omega - \omega_p)^3 + \dots \quad (1.5)$$

avec :

$$\beta_q = \left[\frac{d^q \beta}{d\omega^q} \right]_{\omega=\omega_p} \quad (q = 0, 1, 2, \dots) \quad (1.6)$$

n_{eff} correspond à l'indice effectif du mode guidé.

Il est également possible d'exprimer les coefficients β_1 et β_2 en fonction de la vitesse de groupe, v_g :

$$\beta_1 = \frac{1}{c} \left(n_{eff}(\omega) + \omega \frac{dn_{eff}(\omega)}{d\omega} \right) = \frac{1}{v_g} = \frac{n_g}{c} \quad (1.7)$$

$$\beta_2 = \frac{1}{c} \left(2 \frac{dn_{eff}(\omega)}{d\omega} + \omega \frac{d^2 n_{eff}(\omega)}{d\omega^2} \right) = -\frac{1}{v_g^2} \frac{dv_g}{d\omega} \quad (1.8)$$

où n_g est l'indice de groupe. L'enveloppe d'une impulsion se déplace à la vitesse de groupe et le paramètre β_2 représente la dispersion de vitesse de groupe, noté GVD (pour "*Group velocity dispersion*"), et exprimé en s^2/m . Ce dernier terme est responsable de l'élargissement temporel de l'impulsion. Il est pratique de décrire la GVD par le coefficient de dispersion qui dépend de la longueur d'onde, exprimé par :

$$D(\lambda) = \frac{\partial \beta_1}{\partial \lambda} = -\frac{2\pi c}{\lambda^2} \beta_2 \quad (\text{ps/nm/km}) \quad (1.9)$$

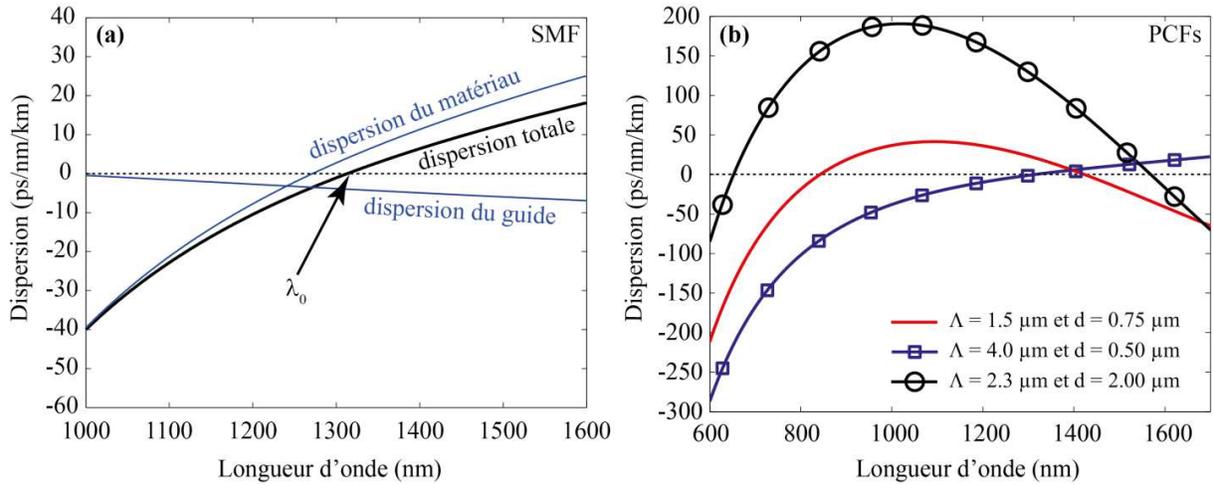


Figure 4 - (a) Dispersion totale (en trait plein noir), du matériau et du guide pour une fibre optique conventionnelle de type SMF-28, et (b) dispersion totale pour trois exemples de PCFs, correspondant aux paramètres géométriques listés en légende¹.

¹ Les courbes de dispersion pour les trois exemples de PCFs présentés dans cette figure ont été tracées en utilisant le modèle empirique présenté dans la réf. [34].

D'une manière générale, il existe deux types de comportements selon le signe du paramètre de GVD. D'une part, pour des longueurs d'onde telles que $\lambda < \lambda_0$, le coefficient de dispersion est négatif (dans ce cas $\beta_2 > 0$) et la fibre présente une GVD dite normale. Dans ce régime, les composantes de basses fréquences (hautes longueurs d'onde) présentent une vitesse de groupe plus faible que celles des hautes fréquences (basses longueurs d'onde). En revanche, le cas contraire correspond au régime de GVD anormale caractérisé par un coefficient de dispersion positif (dans ce cas $\beta_2 < 0$), et défini pour des longueurs d'onde telles que $\lambda > \lambda_0$. Il est important de noter que pour des longueurs d'onde proches de la ZDW, les termes d'ordre supérieur (β_3, β_4, \dots) doivent être pris en compte dans l'équation (1.5) pour mieux rendre compte des variations de dispersion suivant le spectre de l'impulsion étudiée. Ces deux premiers termes d'ordre supérieur, β_3 et β_4 , représentent respectivement la pente et la courbure de la GVD.

Concernant les PCFs, ce type de fibre a permis d'obtenir une large gamme de propriétés dispersives, qui n'était pas autorisée avec les fibres optiques conventionnelles. Ce degré de liberté est assuré par l'ajustement des paramètres géométriques de la PCF, Λ et d . A titre d'exemple, la figure 4-(b) présente trois courbes de dispersion pour trois couples de paramètres géométriques listés en légende. Ces évolutions ont été calculées à partir du modèle empirique présenté dans la réf. [34], qui est bien adapté pour des PCFs air-silice au voisinage de $1 \mu\text{m}$ (gamme de longueurs d'onde dans laquelle nous travaillons). Il est également plus rapide par rapport aux méthodes des éléments finis qui peuvent être mises en œuvre pour réaliser ces calculs. Sur la figure 4-(b), nous remarquons qu'il est possible d'obtenir des courbes de dispersion radicalement différentes, présentant soit une seule ZDW, soit deux ZDWs dans une fenêtre spectrale de 500 à 1500 nm. Notons qu'il est possible de faire varier la valeur des paramètres de la PCF durant le processus de fabrication tout en maintenant la géométrie de la structure. Cette procédure permet de créer une dispersion qui varie le long de l'axe de la fibre. Celle-ci a été mise en œuvre pour la réalisation des travaux présentés dans ce manuscrit, et sera détaillée dans la partie 2.

La dispersion d'une fibre optique est un paramètre particulièrement important en optique non-linéaire. C'est pourquoi il est important de la mesurer après la conception d'une fibre optique. Pour réaliser cette mesure, il existe plusieurs méthodes que l'on peut séparer en deux familles. La première est basée sur des processus linéaires, comme l'interférométrie en lumière blanche ou la mesure du temps de vol [35], [36], [37], [38]. La deuxième s'appuie sur des processus non-linéaires comme le mélange à quatre ondes (phénomène qui sera détaillé dans la suite de la partie 1) [39], [40], [41], [42]. Dans le cadre de ces travaux, nous avons proposé une nouvelle méthode (détaillée en annexe 2), simple et originale, pour mesurer la ZDW et la courbe de dispersion totale d'une PCF [43].

1.3 Les effets non-linéaires

Lorsqu'un champ électromagnétique intense se propage dans une fibre optique, il est susceptible de modifier les propriétés de ce milieu en déformant le nuage électronique. Dans ce cas, la polarisation du matériau P n'est plus une fonction linéaire du champ électrique E incident. En supposant que la réponse non-linéaire du milieu soit locale, la polarisation totale s'exprime de la manière suivante [44] :

$$P = \varepsilon_0 \left(\chi^{(1)} \cdot E + \chi^{(2)} : EE + \chi^{(3)} : EEE + \dots \right) \equiv P_L^{(1)} + P_{NL}^{(2)} + P_{NL}^{(3)} + \dots \quad (1.10)$$

où ε_0 est la permittivité du vide et $\chi^{(n)}$ est le tenseur de susceptibilité d'ordre n . Les symboles $:$ et \cdot désignent les produits tensoriels de première et deuxième espèce.

D'une manière générale, les termes $P^{(n)}$ s'écrivent de la façon suivante :

$$\begin{aligned} P_L^{(1)}(r,t) &= \varepsilon_0 \int \chi^{(1)}(t-t') \cdot E(r,t') dt' \\ P_{NL}^{(2)}(r,t) &= \varepsilon_0 \iint \chi^{(2)}(t-t', t-t'') : E(r,t') E(r,t'') dt' dt'' \\ P_{NL}^{(3)}(r,t) &= \varepsilon_0 \iiint \chi^{(3)}(t-t', t-t'', t-t''') : E(r,t') E(r,t'') E(r,t''') dt' dt'' dt''' \end{aligned} \quad (1.11)$$

Les parties réelle et imaginaire de la susceptibilité d'ordre 1 ($\chi^{(1)}(\omega)$) correspondent respectivement à l'indice de réfraction du matériau, tel que :

$$n(\omega) = 1 + \frac{1}{2} \text{Re} \left[\chi^{(1)}(\omega) \right] \quad (1.12)$$

et au coefficient d'atténuation, tel que :

$$\alpha(\omega) = \frac{\omega}{n(\omega)c} \text{Im} \left[\chi^{(1)}(\omega) \right] \quad (1.13)$$

Le tenseur de susceptibilité d'ordre deux $\chi^{(2)}$ est responsable d'effets non-linéaires tels que la génération de second harmonique. Cependant, les fibres optiques ne présentent pas d'effets non-linéaires issus de $\chi^{(2)}$ en raison du caractère amorphe de la silice (matériau centro-symétrique).

Les effets non-linéaires dans les fibres optiques ont donc pour principale origine la susceptibilité non-linéaire d'ordre trois $\chi^{(3)}$. Ce terme est responsable de phénomènes tels que la génération de troisième harmonique, le mélange à quatre ondes, et la réfraction non-linéaire [45]. Ainsi, en négligeant

les ordres les plus élevés de la susceptibilité, la polarisation totale se résume à la somme des deux premières contributions :

$$P(r,t) = P_L^{(1)}(r,t) + P_{NL}^{(3)}(r,t) \quad (1.14)$$

avec $P_L^{(1)}(r,t)$ et $P_{NL}^{(3)}(r,t)$, respectivement les polarisations linéaire et non-linéaire d'ordre trois.

1.3.1 L'effet Kerr optique

Sous l'action d'un champ optique intense, l'indice de réfraction d'un milieu matériel devient dépendant de l'intensité de l'onde incidente. Ce phénomène non-linéaire est connu sous le nom d'effet Kerr optique. Dans une fibre, il est souvent considéré comme instantané et provenant de la déformation du nuage électronique des molécules de silice. L'indice de réfraction est alors défini par la relation suivante [32] :

$$n_{NL}(\omega, I(t)) = n(\omega) + n_2 I(t) \quad (1.15)$$

avec $n(\omega)$ l'indice de réfraction linéaire du matériau, $I(t)$ l'intensité du champ optique appliqué (W.m^{-2}), et n_2 l'indice de réfraction non-linéaire. Ce dernier est proportionnel à la partie réelle de la susceptibilité d'ordre trois, tel que [32] :

$$n_2 = \frac{3}{8n_0} \text{Re}[\chi_{xxxx}^{(3)}] \quad (\text{m}^2/\text{W}) \quad (1.16)$$

Cette relation est valable uniquement dans le cas d'une onde polarisée linéairement dans un guide d'onde non-biréfringent. Dans les travaux présentés dans ce mémoire, nous nous placerons toujours dans cette configuration. La valeur de l'indice de réfraction non-linéaire n_2 est propre à chaque matériau, et dépend fortement du dopage dans le cœur. Dans la silice pure, l'indice non-linéaire vaut typiquement de $2,2$ à $2,7 \times 10^{-20} \text{ m}^2.\text{W}^{-1}$ à 1550 nm pour une fibre à saut d'indice [32], et peut atteindre une valeur supérieure à $3 \times 10^{-20} \text{ m}^2.\text{W}^{-1}$ à 1064 nm pour une forte concentration en dopage GeO_2 pour une PCF [46]. Ces valeurs restent toutefois faibles devant celles des verres de chalcogénure présentant un indice non-linéaire de deux ordres de grandeur plus important (par exemple, pour $\text{As}_{0,38}\text{S}_{0,62}$ et pour des longueurs d'onde supérieures à

1320 nm, $n_2 = 4,2 \times 10^{-18} \text{ m}^2 \cdot \text{W}^{-1}$ [47]). D'une manière usuelle, la non-linéarité d'une fibre optique est définie à partir de son coefficient non-linéaire γ , tel que :

$$\gamma = \frac{n_2 \omega_p}{c A_{eff}} \quad (1.17)$$

Cette expression présente l'avantage de combiner à la fois la contribution du matériau (n_2) et celle du guide d'onde par le confinement du champ grâce à l'aire effective, notée A_{eff} . Dans cette relation, l'aire effective tient compte de la variation de l'intensité lumineuse le long de la section transverse de la fibre grâce à la distribution $f(x, y)$ du mode de propagation :

$$A_{eff} = \frac{\left(\iint_{R^2} |f(x, y)|^2 dx dy \right)^2}{\iint_{R^2} |f(x, y)|^4 dx dy} \quad (1.18)$$

Une conséquence directe de l'effet Kerr optique est le processus d'auto-modulation de phase (noté SPM, pour "*Self-phase modulation*") qui affecte les impulsions lumineuses courtes (dont la durée typique est inférieure à 1 ps) se propageant dans les fibres optiques. En effet, lorsqu'une onde intense se propage dans une fibre optique de longueur L , elle subit un déphasage non-linéaire exprimé de la manière suivante:

$$\Delta\Phi_{SPM} = n_2 k_0 I L = \gamma P L \quad (1.19)$$

avec k_0 le vecteur d'onde dans le vide, I l'intensité lumineuse et P la puissance. Ce déphasage induit un élargissement spectral symétrique de l'impulsion. De plus, si deux ondes intenses de longueurs d'onde différentes se propagent dans une fibre optique de longueur L , chacune est susceptible d'engendrer sa propre SPM et également de subir un déphasage non-linéaire supplémentaire induit par l'autre onde. Ce phénomène s'appelle la modulation de phase croisée (noté XPM, pour "*Cross-phase modulation*"). Dans le cas où ces deux ondes sont co-polarisées, le déphasage supplémentaire subi par la première onde s'écrit comme suit :

$$\Delta\Phi_{XPM} = 2n_2 k_0 I_2 L = 2\gamma P_2 L \quad (1.20)$$

avec I_2 et P_2 l'intensité et la puissance de la deuxième onde.

1.3.2 Le mélange à quatre ondes et l'instabilité modulationnelle

1.3.2.1 Le formalisme du mélange à quatre ondes: les équations couplées

Comme pour le cas de la SPM, le processus de mélange à quatre ondes (noté FWM, pour "*Four-wave mixing*") est directement lié à la susceptibilité d'ordre trois. Lorsque plusieurs ondes de longueur d'onde différentes se propagent dans une fibre optique, leur battement crée, par effet Kerr optique, un réseau d'indice susceptible de générer de nouvelles fréquences par diffraction temporelle [48]. La modulation de l'indice induit un processus physique de transfert d'énergie par diffraction de deux ondes les plus fortes (appelées *pompes*, de pulsations ω_{p1} et ω_{p2}) vers deux ondes les plus faibles (appelées *signal* et *idler*, de pulsations respectives ω_s et ω_I). Dans ce cas, on parle de **FWM non dégénéré**. L'efficacité du transfert d'énergie est maximale (ce qui correspond à une amplification exponentielle) lorsque les ondes vérifient une relation d'accord de phase. Cette dernière correspond à la compensation du déphasage linéaire entre les ondes (induits par la dispersion chromatique) par un déphasage non-linéaire de signe opposé (induit par effet Kerr optique) [48]. Ce mécanisme respecte la conservation de l'énergie et des moments, définie par les deux équations suivantes :

$$\omega_{p1} + \omega_{p2} = \omega_s + \omega_I \quad (1.21)$$

$$\beta_{p1} + \beta_{p2} = \beta_s + \beta_I \quad (1.22)$$

avec β_{p1} , β_{p2} , β_I et β_s les constantes de propagation de chaque onde. Dans les études présentées dans ce manuscrit, nous nous focaliserons uniquement sur le cas du **FWM dégénéré**. Dans cette configuration, seules trois ondes sont mises en jeu. La relation de conservation de l'énergie s'écrit alors: $2\omega_p = \omega_s + \omega_I$ (deux photons de pompe à la même pulsation participent alors au processus).

Les trois ondes sont définies par leur champ électrique complexe respectif, E_p , E_s et E_I , et le champ électrique total $E(x, y, z)$ qui se propage dans une fibre monomode peut s'exprimer de la manière suivante:

$$E(x, y, z) = f(x, y) \times A(z) = \frac{f(x, y)}{2} \times \left[\begin{array}{l} A_p(z) \times \exp(i\beta_p z - i\omega_p t) \\ + A_s(z) \times \exp(i\beta_s z - i\omega_s t) \\ + A_l(z) \times \exp(i\beta_l z - i\omega_l t) + c.c. \end{array} \right] \quad (1.23)$$

avec *c.c.* le complexe conjugué, $f(x, y)$ la répartition spatiale transverse des champs, que l'on considère identique pour les trois ondes au cours de la propagation dans le cas d'une fibre monomode. A_p , A_s et A_l sont les enveloppes de chaque onde et correspondent à la dépendance en z du champ électrique. En considérant l'équation de propagation et en y ajoutant la polarisation non-linéaire d'ordre trois, on obtient :

$$\nabla E + \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} + \mu_0 \frac{\partial^2 P_L}{\partial t^2} + \mu_0 \frac{\partial^2 P_{NL}}{\partial t^2} = 0 \quad (1.24)$$

En introduisant l'équation (1.23) du champ dans l'équation (1.24), et après plusieurs étapes de calcul, nous obtenons le système d'équations couplées suivant [11], [12], [48] :

$$\frac{dA_p}{dz} = i\gamma \left[\left(|A_p|^2 + 2(|A_s|^2 + |A_l|^2) \right) A_p + 2A_s A_l A_p^* \exp(i\Delta\beta_L z) \right] \quad (1.25)$$

$$\frac{dA_s}{dz} = i\gamma \left[\left(|A_s|^2 + 2(|A_l|^2 + |A_p|^2) \right) A_s + A_p^2 A_l^* \exp(-i\Delta\beta_L z) \right] \quad (1.26)$$

$$\frac{dA_l}{dz} = i\gamma \left[\left(|A_l|^2 + 2(|A_s|^2 + |A_p|^2) \right) A_l + A_p^2 A_s^* \exp(-i\Delta\beta_L z) \right] \quad (1.27)$$

Dans ces expressions, $\Delta\beta_L$ correspond au désaccord de phase linéaire entre les ondes défini par :

$$\Delta\beta_L = 2\beta_p - \beta_s - \beta_l \quad (1.28)$$

Nous avons considéré que les trois ondes présentent des aires effectives identiques, c'est pourquoi le coefficient non-linéaire γ est identique dans les trois équations. Les premiers termes de celles-ci représentent respectivement la SPM et la XPM. Les derniers termes représentent quant à eux les échanges d'énergie cohérents entre les trois ondes mises en jeu dans le processus de FWM.

1.3.2.2 Expression du gain paramétrique et de la condition d'accord de phase

En considérant que la puissance de pompe reste constante ($|A_p|^2$ est une constante) et nettement supérieure à celle du signal et de l'idler sur toute la longueur de propagation, il est possible de résoudre analytiquement ce système d'équations. L'approximation de la pompe non déplétée correspond au régime dit "*linéaire*" de l'amplificateur. Dans ce cas, il est possible de déterminer le gain paramétrique, noté g (m^{-1}), tel que [32] :

$$g = \sqrt{(\gamma P_0)^2 - \left(\frac{\kappa}{2}\right)^2} = -\Delta\beta_L \left(\gamma P_0 + \frac{\Delta\beta_L}{4} \right) \quad (1.29)$$

Dans cette relation, P_0 représente la puissance crête de l'onde pompe, et κ est le désaccord de phase total. Ce dernier correspond à la somme des désaccords de phase linéaire et non-linéaire et s'exprime de la manière suivante :

$$\kappa = \Delta\beta_L + \Delta\beta_{NL} \quad (1.30)$$

avec :

$$\Delta\beta_{NL} = 2\gamma P_0 \quad (1.31)$$

le désaccord de phase non-linéaire qui traduit l'auto-modulation de phase de la pompe. L'expression analytique du désaccord de phase linéaire s'obtient à partir d'un développement en série de Taylor au voisinage de la pulsation de pompe ω_p :

$$\Delta\beta_L = \beta_2 (\omega_s - \omega_p)^2 + \frac{\beta_4}{12} (\omega_s - \omega_p)^4 = \beta_2 \Delta\Omega^2 + \frac{\beta_4}{12} \Delta\Omega^4 \quad (1.32)$$

Notons que :

- La symétrie spectrale des ondes implique uniquement les dérivées d'ordre pair [49].
- Nous avons effectué un développement de Taylor jusqu'à l'ordre quatre (β_4) car nous allons travailler au voisinage de la ZDW, région dans laquelle le paramètre β_2 peut être nul. Il est donc nécessaire de prendre en compte une ordre de dispersion supérieur pour rendre compte des variations de la dispersion sur les spectres considérés [50].

Enfin, il est possible de déterminer l'expression du gain du signal (noté G), soit le rapport entre sa puissance de sortie et d'entrée, tel que :

$$G = \frac{P_s(L)}{P_s(0)} = 1 + \left[\frac{\gamma P_0}{g} \sinh(gL) \right]^2 \quad (1.33)$$

1.3.2.3 Le processus d'instabilité modulationnelle

D'un point de vue spectral, le phénomène d'instabilité modulationnelle (noté MI, pour "*Modulation instability*") peut être considéré comme un processus de FWM dégénéré [9], [51], [52], [53]. La MI est susceptible d'apparaître lorsqu'une onde de forte intensité se propage dans un milieu dispersif et non-linéaire. Elle se traduit par une modulation en amplitude de l'onde à une fréquence déterminée par les caractéristiques du milieu, et qui s'amplifie de façon exponentielle au cours de la propagation. Si l'onde incidente est faiblement modulée par un signal présentant un décalage fréquentiel adéquat, alors l'instabilité peut amplifier exponentiellement cette modulation: on parle dans ce cas d'un **processus de MI induit**. Par contre, si l'onde incidente est continue, alors la modulation croît à partir du bruit: on parle dans ce cas d'un **processus de MI spontané** ou de génération de fluorescence paramétrique.

Le processus de MI a été observé dans de nombreux domaines de la physique, tels que la mécanique des fluides [54], la physique des plasmas [55], et l'optique non-linéaire [56]. En ce qui concerne les fibres optiques, la MI a été dans un premier temps étudiée théoriquement en analysant la stabilité des solutions stationnaires de l'équation de Schrödinger non-linéaire (voir paragraphe 2.1) soumise à une faible perturbation [4]. Cette méthode permet d'obtenir l'expression du gain paramétrique, qui correspond à l'équation (1.29). En effet, le processus de MI, ou le processus de FWM dégénéré, est régi par la même condition d'accord de phase. D'une manière directe, elle a tout d'abord été démontrée expérimentalement en régime de GVD fortement anormale [4], [5], [7], dans laquelle seule la contribution de la dispersion d'ordre deux est nécessaire pour rendre compte de la dynamique du processus. Par la suite, plusieurs travaux ont été réalisés en régime de GVD normale [57], [58], dans lesquels la dispersion d'ordre quatre (terme négatif) permet de compenser le désaccord de phase non-linéaire $2\gamma P_0$ (terme positif), au voisinage de la ZDW. Dans ce cas, la fréquence centrale des lobes de MI qui vérifient l'accord de phase parfait est donnée par l'expression suivante [50], [57]:

$$\Delta F = \frac{\Delta\Omega}{2\pi} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{-\frac{6\beta_2}{\beta_4} \pm 2\sqrt{3\left(\frac{3\beta_2^2}{\beta_4^2} - \frac{2\gamma P_0}{\beta_4}\right)}} \quad (1.34)$$

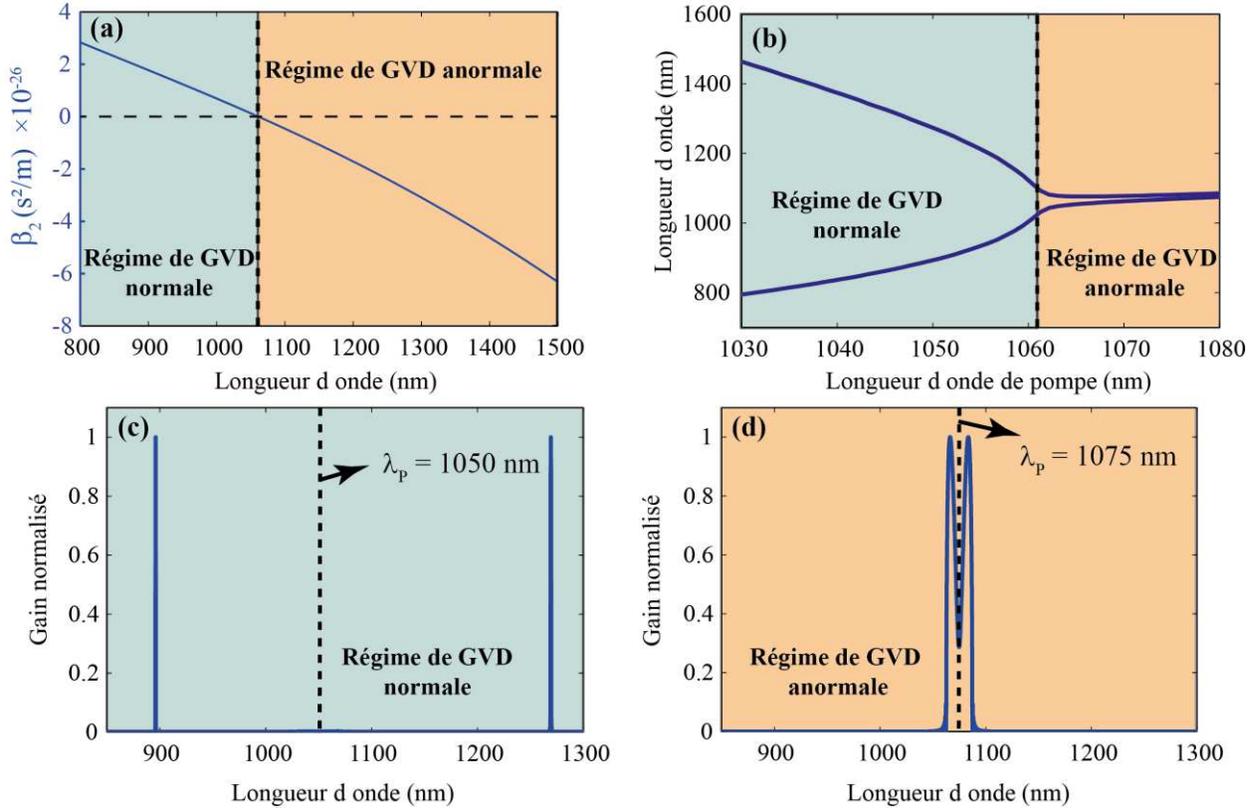


Figure 5 - (a) Dispersion d'ordre deux (β_2) en fonction de la longueur d'onde, calculés à partir du modèle empirique de la référence [34] pour une PCF de paramètres $\Lambda = 3,6 \mu\text{m}$ et $d/\Lambda = 0,5$. (b) Diagramme d'accord de phase calculé à partir de l'équation (1.34). (c) et (d) Spectres de gain normalisés et calculés à partir de l'équation (1.29) pour deux longueurs d'onde de pompe différentes (1050 et 1075 nm) situées de part et d'autre de la ZDW (1061 nm) pour une puissance de pompe de 20 W.

A titre d'illustration, nous avons utilisé une PCF de paramètres géométriques $\Lambda = 3,6 \mu\text{m}$ et $d/\Lambda = 0,5$, dont la courbe de dispersion est représentée sur la figure 5-(a). Cette fibre présente une ZDW de 1061 nm. La figure 5-(b) montre un diagramme d'accord de phase calculé à partir de l'équation (1.30) lorsque l'accord de phase parfait est réalisé ($\kappa = 0$). Ce diagramme montre que la MI peut s'établir dans les deux régimes de GVD. En effet, en zone fortement anormale le processus de MI peut être observé en raison du signe négatif de β_2 et en zone normale ($\beta_2 > 0$), au voisinage de la ZDW, en raison du signe négatif de la dispersion d'ordre quatre (β_4) afin de compenser le désaccord de phase non-linéaire $2\gamma P_0$.

positif. Deux spectres caractéristiques de ces deux régimes sont représentés sur les figures 5-(c) et (d). Ils correspondent à deux longueurs d'onde de pompe différentes (1050 et 1075 nm). En régime normal, deux lobes de MI étroits spectralement sont générés très loin de la fréquence de pompe, tandis qu'en régime anormal, deux lobes proches de la fréquence de pompe et larges spectralement sont générés.

Dans tous les cas, à l'accord de phase parfait ($\kappa = 0$), l'expression du gain est donnée par :

$$G_{\kappa=0} \approx 1 + \frac{1}{4} \exp(2\gamma P_0 L) \quad (1.35)$$

Enfin, notons que les ordres de dispersion impairs ne contribuent pas à l'accord de phase lorsque des ondes monochromatiques sont considérées. Par contre, lorsque les signaux ne sont plus monochromatiques, la pente de la dispersion (β_3) affecte le processus de MI [64]. Ce terme peut induire une brisure de la symétrie du processus de MI en propagation libre [59], [60], [61] ou en cavité [62].

1.4 La diffusion Raman

La diffusion Raman résulte de l'interaction entre une onde électromagnétique, que l'on appelle pompe, et les molécules résonnant à une fréquence donnée Ω_R [63]. Cette fréquence correspond à un mode de vibration intramoléculaire: un phonon optique. Dans les matériaux solides, tels que les verres, le phénomène est caractérisé par un transfert d'énergie des photons composant la lumière vers les phonons du milieu matériel. Le transfert d'énergie est défini tel qu'un photon de pompe à la pulsation ω_p produit un photon Stokes de pulsation ω_s inférieure ainsi qu'un phonon optique à la pulsation $\Omega_R = \omega_p - \omega_s$. Il s'agit de la **diffusion Raman spontanée** (ceci est schématisé sur la figure 6).

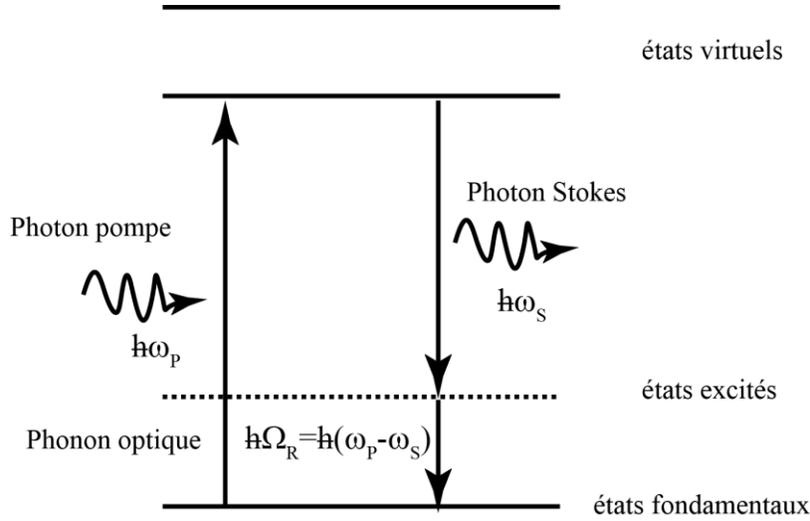


Figure 6 - Diagramme d'énergie schématisant le mécanisme de diffusion Raman Spontanée.

Le régime spontané est toujours présent quel que soit la puissance de pompe mise en jeu. Cependant, d'un point de vue pratique, on définit une puissance de pompe seuil à partir de laquelle la puissance de l'onde Stokes devient comparable celle de l'onde pompe, telle que :

$$P_{Raman}^{seuil} > \frac{16A_{eff}}{g_R L_{eff}} \quad (1.36)$$

avec g_R le coefficient de gain Raman et $L_{eff} = (1 - \exp(-\alpha L)) / \alpha$ où α est le coefficient d'atténuation. L'effet Raman ne peut donc plus être négligé et dans ce cas on parle de **diffusion Raman stimulée**, notée SRS pour "*Stimulated Raman scattering*". En général, dans l'ensemble des travaux présentés dans ce mémoire, les puissances de pompe mises en jeu sont relativement élevées donc nous observons le régime stimulé. Lorsque l'onde Stokes devient suffisamment intense, elle peut jouer le rôle d'une pompe secondaire. Cela entraîne la stimulation des ordres Stokes supérieurs, respectivement espacés de la même pulsation Ω_R . Dans ce cas, on parle de cascade Raman dont les applications sont nombreuses. Par exemple, ce phénomène peut être mis à profit dans la génération de supercontinuum [64] ou dans l'élaboration de laser à fibre accordable en longueur d'onde [65].

Pour décrire la SRS, on utilise généralement le spectre du gain Raman défini par :

$$g_R(\Omega) = -\frac{2n_2 f_R \omega_p}{c} \text{Im}[h_R(\Omega)] = -2\gamma f_R \text{Im}[h_R(\Omega)] \quad (1.37)$$

où Ω représente le décalage en fréquence entre les ondes pompe et Stokes, f_R est la contribution fractionnaire de la réponse Raman retardée à la polarisation non-linéaire [32], et $h_R(\Omega)$ est la transformée de Fourier de la fonction réponse Raman $h_R(t)$ [66]. La figure 7-(a) présente les parties réelle (trait plein bleu) et imaginaire (traits pointillés rouges) de la réponse $h_R(\Omega)$ [66]. Un exemple de spectre de gain Raman est donné dans la figure 7-(b). Le spectre de gain Raman s'étend sur une large gamme de fréquence (plus de 40 THz) avec un large pic situé autour de 13,2 THz [67] et présente une gain maximal de 4,5 /W/km. Le spectre présente donc un gain Raman du côté des basses fréquences et une absorption Raman du côté hautes des fréquences.

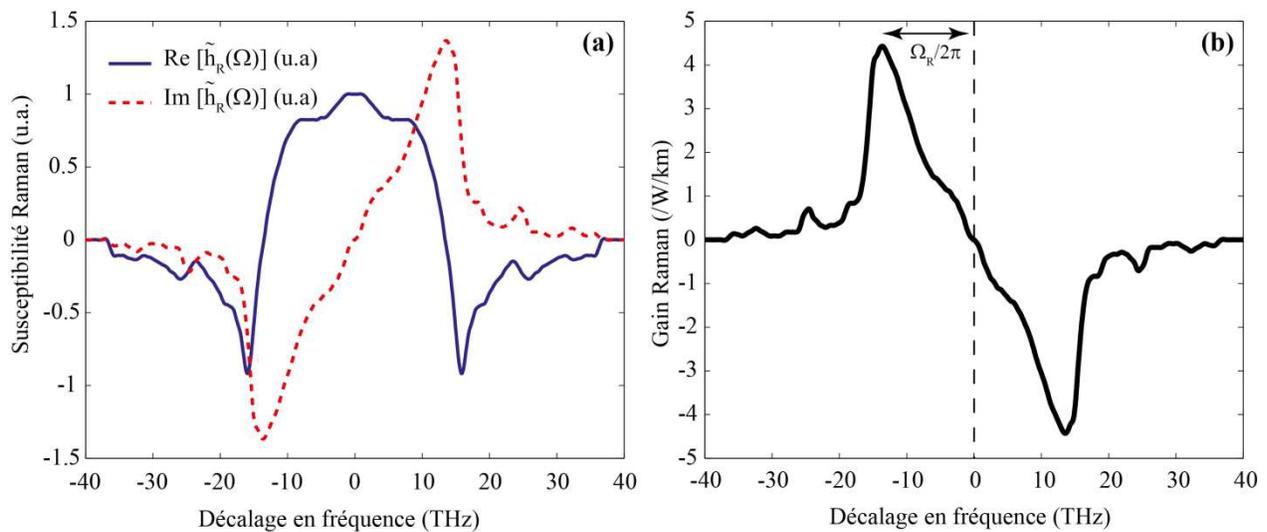


Figure 7 - (a) Représentation des parties réelle (trait plein bleu) et imaginaire (traits pointillés rouges) de la réponse $h_R(\Omega)$ de la silice pure en fonction du décalage par rapport à la fréquence de pompe. Exemple d'un spectre de gain Raman pour une PCF air-silice de paramètres géométriques $\Lambda = 3,6 \mu\text{m}$ et $d/\Lambda = 0,5$ à une longueur d'onde de pompe de 1064 nm. Le coefficient non-linéaire de la PCF est de 9 /W/km.

1.5 Conclusion

Dans cette partie, nous avons rappelé les principaux effets linéaires et non-linéaires qui sont susceptibles d'apparaître dans une fibre optique. Nous nous sommes limités aux effets que nous avons étudiés au cours de ces travaux. Nous avons également introduit les fibres optiques micro-structurées (PCFs) puisque c'est le guide d'onde que nous avons choisi pour réaliser ces études. Par la suite, nous

allons présenter les différents outils mis en place pour simuler la propagation d'une onde lumineuse dans une fibre optique en prenant en compte tous les effets présentés.

2 Les outils de simulation numérique d'effets non-linéaires dans les fibres optiques

Les effets combinés des non-linéarités, de la dispersion et de l'atténuation d'une onde lumineuse se propageant dans une fibre optique peuvent être traités numériquement de plusieurs manières. Dans cette sous-partie, nous présenterons trois outils de simulation numérique. Une comparaison entre ces trois méthodes sera proposée dans la partie 2.

2.1 La résolution de l'équation de Schrödinger non-linéaire généralisée

Les équations de Maxwell permettent de simuler la propagation d'une onde électromagnétique avec un nombre minimal d'approximations. C'est dans les années 1960 que la première méthode numérique a été élaborée pour résoudre ces équations dans les milieux linéaires [68]. Dans les années 1990, celle-ci a été modifiée et adaptée au milieu non-linéaires [69], [70], [71]. Rappelons qu'un des objectifs principaux a été de diminuer le temps de calcul des simulations donc d'autres méthodes de résolution ont été développées. Nous pouvons citer les méthodes "*pseudospectral time domain*" (notée PSTD) [72] et "*pseudospectral spatial domain*" (notée PSSD) [73]. Cependant, le temps de calcul reste important et constitue un véritable point bloquant, même pour de très courtes distances de propagation. Ainsi, pour simuler la propagation d'une onde lumineuse dans une fibre optique de longueur importante (plusieurs mètres), la résolution directe des équations de Maxwell n'est pas adaptée.

Pour pallier à ce problème, de nombreuses hypothèses ont été réalisées afin d'obtenir une équation plus simple et permettant de rendre compte correctement de la propagation d'une onde lumineuse. Il s'agit

de l'équation de Schrödinger non-linéaire généralisée² (notée GNLSE, pour "*Generalized Nonlinear Schrödinger equation*"). Tout d'abord, cette équation a été établie par Blow et Wood [74] et Mamyshev et Chernikov [75] dans le domaine temporel, et par François dans le domaine spectral [76]. Malgré les hypothèses, les résultats obtenus sont très proches de ceux issus de la résolution directe des équation de Maxwell [77]. La GNLSE est actuellement l'équation la plus utilisée pour les simulations numériques dédiées aux fibres optiques en optique non-linéaire. Afin de modéliser le plus fidèlement possible la propagation d'une impulsion, la GNLSE tient compte des termes de dispersion d'ordre supérieur et de la SRS, en plus de la non-linéarité Kerr, telle que :

$$\frac{\partial A}{\partial z} = \sum_{q=2}^4 \frac{i^{q+1}}{q!} \beta_q \frac{\partial^q A}{\partial \tau^q} - \frac{\alpha A}{2} + i\gamma A(\tau) \int [(1-f_R)\delta(t') + f_R h_R(t')] |A(t-t')|^2 dt' \quad (1.38)$$

Le terme $A = A(z, \tau)$ représente l'amplitude lentement variable de l'impulsion et $\tau = t - \beta_1 z = t - z/v_g$ est le temps dans un référentiel se déplaçant à la vitesse de groupe de l'impulsion. α correspond au coefficient d'atténuation de la fibre, β_q sont les dérivées d'ordre q de la constante de propagation, γ est le coefficient non-linéaire, h_R est la fonction réponse de l'effet Raman [78] et f_R est la contribution fractionnelle de la réponse Raman à la polarisation non-linéaire. Cette équation permet donc de prendre en compte les effets combinés de l'auto-modulation de phase et de la modulation de phase croisée, le mélange à quatre ondes, la dispersion, l'atténuation, et l'effet Raman.

Elle a connu diverses améliorations depuis quelques années. En effet, il est possible de prendre en compte des effets supplémentaires, comme la dispersion de l'aire effective [79], ou la génération de troisième harmonique [80]. Il est également possible de coupler plusieurs GNLSE afin de mettre en jeu plusieurs modes optiques [81]. Pour notre part, nous avons inclus la dépendance en z des ordres de dispersion $\beta_q(z)$ et du coefficient non-linéaire $\gamma(z)$ puisque les PCFs employées dans ces travaux présentent des propriétés variant longitudinalement.

La GNLSE est une équation différentielle partielle non-linéaire, qui pour la plupart des cas, ne se résout pas analytiquement. Il est donc nécessaire d'utiliser une méthode de résolution numérique comme nous l'avons abordé en introduction de ce paragraphe. La méthode la plus répandue est basée sur l'algorithme de la transformée de Fourier à pas divisés. Celle-ci est plus connue sous le nom de "*Split-step*"

² L'équation de Schrödinger non-linéaire pure, notée NLSE pour "*Nonlinear Schrödinger equation*", ne tient compte uniquement de la dispersion d'ordre deux (β_2) et de l'effet Kerr. L'appellation GNLSE tient donc compte d'autres effets qui sont présentés dans ce paragraphe.

"Fourier", que l'on notera SSF. Elle est à la fois souple et rapide d'utilisation. Son principe est de calculer la propagation d'une impulsion lumineuse sur une distance suffisamment courte, que l'on note dz , pour que l'on puisse traiter les effets linéaires et non-linéaires séparément. Ainsi, la procédure numérique est décomposée en plusieurs étapes. Premièrement, un tronçon purement linéaire est traité dans l'espace de Fourier et un tronçon purement non-linéaire est traité dans l'espace direct. Cette opération est schématisée sur la figure 8. Cette étape est répétée dans le but de reconstituer intégralement la propagation de l'onde optique par l'intermédiaire de transformées de Fourier (TF) successives.

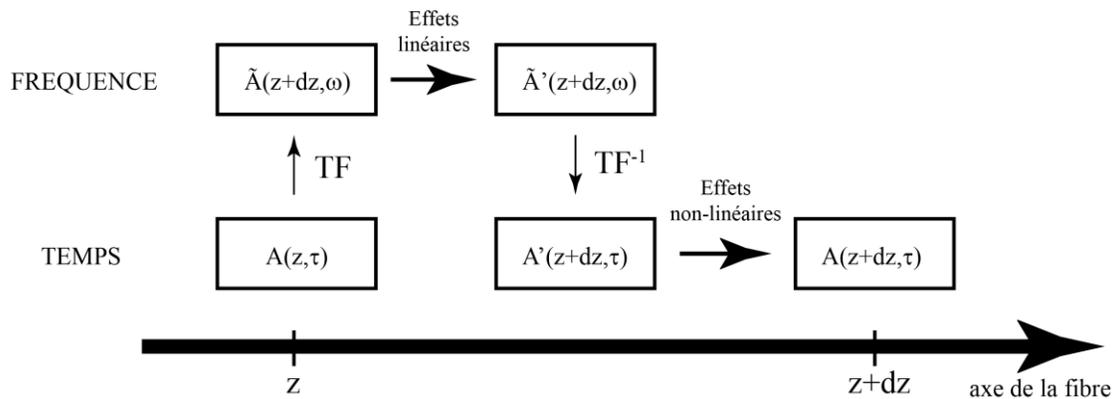


Figure 8 - Schéma de principe de la méthode de l'algorithme de la transformée de Fourier à pas divisés.

Cette méthode nécessite une segmentation fine de la longueur de la fibre. En effet, l'échantillonnage doit être suffisamment fin pour que les effets linéaires et non-linéaires puissent être découplés. Dans notre cas, les propriétés des fibres varient le long de l'axe de propagation donc il est indispensable de calibrer le pas en fonction de la variation de chaque paramètre. Nous avons optimisé cet algorithme de résolution grâce à une méthode adaptant le pas d'intégration dz [82]. Le temps de simulation de telles configurations peut s'avérer être long dans certains cas (plusieurs jours) mais l'avantage de cet outil est qu'il permet de prendre en compte pratiquement tous les phénomènes³. Elle permet en général d'obtenir les résultats les plus réalistes possible.

³ Cette méthode de simulation est restreinte aux phénomènes co-propagatifs. Ainsi, la diffusion Brillouin stimulée ne peut être prise en compte dans ce cas.

2.2 La méthode de segmentation pour le calcul de gain paramétrique

Cet outil numérique a été élaboré dans le but d'étudier l'évolution du spectre de gain de la MI dans des systèmes où différentes fibres optiques sont concaténées, ou encore de concevoir un amplificateur paramétrique à fibre optique à large bande spectrale [12], [83]. Dans cette méthode, nous considérons différents tronçons de fibre optique, dont chacun est caractérisé par sa dispersion et sa non-linéarité. Ainsi, en s'appuyant sur le formalisme du FWM défini précédemment, il est possible de calculer le profil de gain à la sortie de chaque tronçon. Cette méthode de segmentation est donc un excellent candidat pour connaître l'évolution du spectre de gain paramétrique d'une fibre optique dont la dispersion varie le long de son axe, à condition de fixer un échantillonnage en z suffisamment fin. Le principal atout de cet outil numérique est sa grande rapidité d'exécution, comparée à celle de la méthode basée sur l'intégration de la GNLSE. Typiquement, son utilisation améliore d'un facteur 100 le temps de calcul, et sera détaillée dans la partie 2.

L'évolution de l'amplitude de chaque composante monochromatique (le signal et l'idler) est obtenue sous le produit matriciel suivant [12] :

$$\begin{bmatrix} A_S(\omega_S, z) \\ A_I^*(\omega_I, z) \end{bmatrix} = M(z_N) \begin{bmatrix} A_S(\omega_S, 0) \\ A_I^*(\omega_I, 0) \end{bmatrix} \quad (1.39)$$

où $M(z_N)$ est la matrice de transfert et s'exprime de la manière suivante :

$$M(z_N) = \prod_{k=1}^N \frac{1}{1 - \sigma_k^2} \begin{bmatrix} \exp(g_k z_k) - \sigma_k^2 \exp(-g_k z_k) & \sigma_k (\exp(-g_k z_k) - \exp(g_k z_k)) \\ \sigma_k (\exp(g_k z_k) - \exp(-g_k z_k)) & \exp(-g_k z_k) - \sigma_k^2 \exp(g_k z_k) \end{bmatrix} \quad (1.40)$$

avec :

$$\sigma_k = -\frac{\kappa + 2ig_k}{2\gamma P_0} \quad (1.41)$$

σ_k représente l'amplitude relative de l'onde Stokes et g_k représente le gain paramétrique du $k^{\text{ième}}$ tronçon de fibre donné par l'équation (1.29).

Pour la résolution numérique, nous considérons en entrée du premier tronçon l'injection d'une onde pompe et d'une onde signal (côté Stokes). Nous pouvons donc exprimer le gain en sortie de chacun des tronçons par la relation ci-après :

$$G_{dB}(\omega_k, L_k) = 10 \cdot \log_{10} \left[|A_S(\omega_k, L_k)|^2 \right] \quad (1.42)$$

Dans toutes les simulations numériques réalisées avec cet outil, nous nous sommes assurés que l'échantillonnage spatial était suffisant en comparant le résultat avec celui issu d'une simulation numérique basée sur l'intégration de la GNLSE. Dans cette méthode, seuls les ordres pairs de la dispersion sont mis en jeu puisque elle est basée sur le formalisme du FWM. Notons, qu'il est possible de prendre en compte l'effet Raman en ajoutant sa contribution au gain paramétrique de chaque tronçon [84], et l'atténuation de la fibre. De plus, le système est uniquement considéré en régime linéaire (la puissance de pompe est constante) donc il est impossible d'étudier la saturation de l'amplificateur.

2.3 Le modèle à trois ondes tronqué

La méthode précédente est basée sur le formalisme du FWM dégénéré en considérant trois ondes monochromatiques (la pompe, le signal et l'idler) mais elle est restreinte au régime linéaire de l'amplificateur. La méthode suivante permet d'étudier la saturation de l'amplificateur. Son utilisation est plus complexe car elle nécessite un outil de résolution de système d'équations différentielles couplées. Elle correspond à un cas intermédiaire entre la résolution de la GNLSE et la méthode de segmentation. Elle repose sur un modèle à trois ondes tronqué [48], [85], [86], [87], [88] permettant de rendre compte de l'évolution de la puissance de chaque onde en fonction de la longueur de fibre, et en fonction du déphasage relatif linéaire et non-linéaire qu'elles acquièrent au cours de leur propagation. Le modèle est qualifié de "tronqué" puisque nous considérons uniquement le cas de trois ondes (pompe, signal et idler) monochromatiques. Les harmoniques ne sont pas prises en compte. Grâce à ce modèle, il est possible de reproduire une récurrence de type Fermi-Pasta-Ulam dans les fibres optiques, caractérisée par les échanges périodiques d'énergie entre l'onde pompe et les bandes latérales [89]. Ce procédé ne considère que les ordres de dispersion pairs et la non-linéarité Kerr (FWM). Le système est tel que, si l'atténuation linéaire est négligée, la puissance totale, définie par $P_{tot} = |A_p|^2 + |A_s|^2 + |A_i|^2$, est conservée au cours de la propagation. Les amplitudes complexes de chaque onde en fonction des amplitudes réelles et phases sont définies par la relation suivante :

$$A_j = |A_j| \exp(i\Phi_j) \quad \text{avec} \quad j = P, S, \text{ et } I \quad (1.43)$$

Ainsi, les équations différentielles (1.25), (1.26) et (1.27) se transforment en un système d'équations différentielles réelles [12], [90] :

$$\frac{dP_p}{dz} = -\alpha P_p - 4\gamma(z) (P_p^2 P_s P_I)^{1/2} \sin(\theta) \quad (1.44)$$

$$\frac{dP_s}{dz} = -\alpha P_s + 2\gamma(z) (P_p^2 P_s P_I)^{1/2} \sin(\theta) \quad (1.45)$$

$$\frac{dP_I}{dz} = -\alpha P_I + 2\gamma(z) (P_p^2 P_s P_I)^{1/2} \sin(\theta) \quad (1.46)$$

$$\frac{d\theta}{dz} = \Delta\beta_L(z) + \gamma(z)(2P_p - P_s - P_I) + \gamma(z) \left[\left(\frac{P_p^2 P_I}{P_s} \right)^{1/2} + \left(\frac{P_p^2 P_s}{P_I} \right)^{1/2} - 4(P_s P_I)^{1/2} \right] \cos(\theta) \quad (1.47)$$

La fonction θ permet de prendre en compte les phases relatives entre les ondes et s'exprime de la manière suivante [11] :

$$\theta(z) = \Delta\beta_L(z) + 2\Phi_p(z) - \Phi_s(z) - \Phi_I(z) + 2\Phi_p(0) - \Phi_s(0) - \Phi_I(0) \quad (1.48)$$

Notons que dans le cas d'un amplificateur insensible à la phase, nous avons $\theta(z=0^+) = +\pi/2$, à l'accord de phase parfait en entrée de fibre [11], [90], ce qui engendre une amplification maximale.

Ce système d'équations différentielles permet donc d'obtenir l'évolution de la puissance des ondes signal et idler pour une onde pompe donnée. Il est possible de le résoudre pour différentes valeurs de décalage fréquentiel pompe-signal, noté $\Delta\Omega$, afin d'obtenir le spectre de gain complet au cours de la propagation. De la même manière que précédemment, nous avons inclus la dépendance en z pour le désaccord de phase linéaire et pour le coefficient non-linéaire puisque par la suite, nous traiterons le cas de fibres dont les propriétés varient le long de leur axe. Le temps de calcul de cet outil numérique est intermédiaire à celui des deux méthodes présentées ci-dessus (typiquement d'une durée de quelques heures). Le point faible est qu'il se limite à quatre ondes monochromatiques, aux ordres pairs de la dispersion chromatique et uniquement à la non-linéarité Kerr.

Partie 2
Étude du processus
d'instabilité modulationnelle
dans les fibres à dispersion
périodique

1 Contexte et état de l'art

Après avoir rappelé dans la partie précédente les principaux effets linéaires et non-linéaires mis en jeu dans ces travaux, nous allons aborder dans cette seconde partie, le processus de MI dans des fibres optiques présentant un profil de dispersion périodique. Ce travail fait suite à plusieurs études théoriques, notamment dans le contexte des télécommunications. Notre but est de proposer une première démonstration expérimentale de l'établissement de la MI dans une fibre présentant une GVD périodique. De la même manière que pour la MI dans les fibres à dispersion constante, nous avons employé une méthode d'analyse de stabilité linéaire afin d'obtenir le spectre de gain associé à un profil de GVD. Nous verrons ensuite ses limitations, et elle sera comparée aux mesures expérimentales et aux simulations numériques.

1.1 Impact de la périodicité sur le processus d'instabilité modulationnelle

Dans le contexte des fibres optiques, les réseaux de télécommunications présentent une périodicité naturelle induite par l'alternance de dispositifs de régénération tout-optique et des lignes de transmission présentant différentes propriétés optiques. Dans ce contexte, de nombreux travaux théoriques ont été réalisés et ont prédit l'apparition de bandes de MI dans le spectre en sortie du réseau de télécommunication [15], [16], [17]. La figure 9-(a) représente le schéma typique d'un réseau de télécommunication comprenant des lignes de transmissions fibrées séparées d'amplificateurs (généralement à base de fibres dopées erbium). D'après la réf. [15], la variation périodique de la puissance, intrinsèque à cette architecture de réseau, entraîne l'apparition de bandes spectrales latérales dont un exemple est donné sur la figure 9-(b).

Dans de telles configurations, la variation périodique de la puissance produit une variation périodique de l'indice de réfraction de la fibre par effet Kerr. Par l'intermédiaire de ce processus, un réseau est virtuellement établi le long de la ligne de transmission fibrée. La génération de ces bandes d'instabilité (figure 9-(b)) est interprétée comme un processus de FWM quasi-accordé en phase assisté par le réseau

virtuel. Nous noterons ce mécanisme de quasi-accord de phase QPM, pour "*Quasi-phase matching*". La condition de QPM pour ce processus de MI est définie par la relation suivante [16] :

$$k_+ + k_- = 2k_p + k_{rés} \quad (2.1)$$

où k_p et k_{\pm} sont respectivement les nombres d'onde de la pompe, et des bandes d'instabilités générées. La variation périodique de la puissance induit un nombre d'onde donné par :

$$k_{rés} = k \frac{2\pi}{Z} \quad (2.2)$$

où k est un entier positif ou négatif, et Z correspond à l'espacement entre deux amplificateurs (typiquement de l'ordre de la centaine de kilomètres). La fréquence centrale des lobes de MI (F_k) est obtenue à partir des équations (2.1) et (2.2) :

$$\beta_2 (2\pi F_k)^2 + 2\gamma \overline{P_0} = k \frac{2\pi}{Z} \quad (2.3)$$

avec $\overline{P_0}$ la valeur moyenne de la puissance, β_2 la dispersion d'ordre deux et γ le coefficient non-linéaire de la fibre. Typiquement, la fréquence des bandes latérales est de l'ordre de quelques dizaines de GHz.

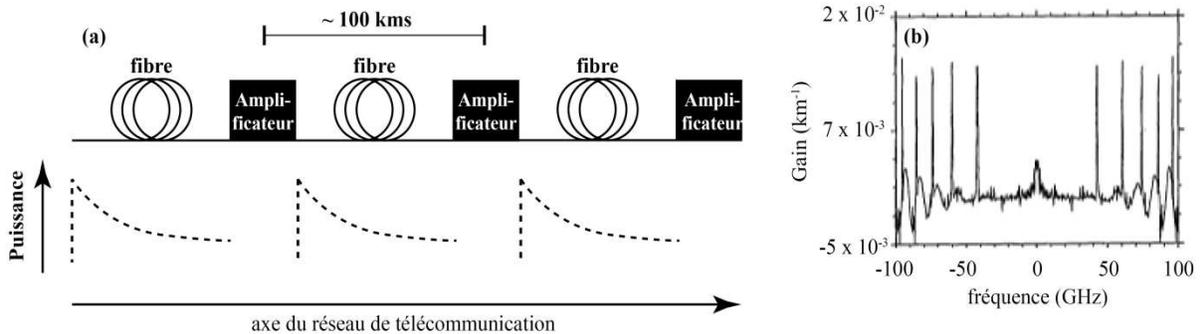


Figure 9 - (a) Schéma de ligne de transmission typique d'un réseau de télécommunication. (b) Spectre de MI simulé en sortie de ce type de ligne de transmission (graphique extrait de la réf. [15]).

L'apparition de ces lobes de MI est néfaste pour les transmissions optiques puisque ces composantes spectrales de l'ordre de la dizaine de GHz sont susceptibles d'interférer avec les informations transportées (le débit est du même ordre de grandeur) et donc de les dégrader.

Le même comportement se produit dans les systèmes à gestion de dispersion (notés DM, pour "*Dispersion management*") présentant une alternance périodique (de période Z) de tronçons de fibre de dispersion différente. Ce principe est formellement équivalent à la situation précédente et est utilisé pour compenser les effets de la dispersion d'ordre deux sur la propagation d'une impulsion. Dans cette configuration la relation de QPM dépend non plus de la puissance moyenne mais de la valeur moyenne de la GVD, et s'écrit [16], [17], [18], [19], [20] :

$$\overline{\beta_2} (2\pi F_k)^2 + 2\gamma P_0 = k \frac{2\pi}{Z} \quad (2.4)$$

Notons que ce processus de QPM est clairement différent des bandes d'instabilités (appelées "*Kelly sidebands*") observées dans les lasers fibrés à soliton [91], [92]. En effet, les *Kelly sidebands* proviennent de la destabilisation des solitons dans les fibres actives en cavité [93], [94], alors que le mécanisme de FWM par QPM est un processus paramétrique.

Malgré ces nombreuses études théoriques, aucune observation expérimentale claire n'a été rapportée. En effet, la réf. [16] présente des spectres expérimentaux mais ces derniers ne présentent qu'un seul lobe de MI généré par QPM. Ces résultats ne constituent donc pas une signature probante de ce type de processus. Nos études concernent des fibres dont la dispersion est modulée et présente des périodes plus courtes permettant la génération de fréquences de MI de l'ordre du THz. C'est dans ce contexte que se situent les travaux présentés dans ce mémoire. En s'appuyant sur cette théorie, nous présenterons une démonstration expérimentale après la réalisation d'une PCF présentant un profil de GVD sinusoïdal. Avant de détailler nos résultats, nous allons poursuivre cette approche analytique par une méthode perturbative connue sous le nom d'analyse de stabilité linéaire.

1.2 Approche par une méthode perturbative: l'analyse de stabilité linéaire

Comme décrit dans la partie 1, de nombreux systèmes non-linéaires peuvent présenter une instabilité qui conduit à la modulation de leur état stable et à son amplification exponentielle. Ce processus résulte d'une compétition entre les effets linéaires et non-linéaires [32]. Nous allons étudier le cas d'une fibre optique dont la GVD suit une variation périodique. Pour connaître le spectre de MI, il est d'usage d'étudier analytiquement la déstabilisation d'une faible perturbation localisée au voisinage d'un état stable du système. Cette technique, connue sous le nom de d'analyse de stabilité linéaire (notée LSA, pour "*Linear stability analysis*"), est détaillée ci-après. Les résultats seront comparés à ceux issus d'une intégration numérique de la NLSE mettant en jeu le même profil de GVD.

On considère la NLSE appliquée à la propagation d'une onde continue dans une fibre optique dont la GVD est décrite par une fonction périodique telle que :

$$\beta_2(z) = \overline{\beta_2} + \beta_2^fl(z) \quad (2.5)$$

où $\overline{\beta_2}$ et $\beta_2^fl(z)$ sont respectivement la valeur moyenne et la partie variable de la GVD. En négligeant, dans un premier temps, l'atténuation, la NLSE s'écrit de la manière suivante [15], [16], [18], [20], [21] :

$$i \frac{\partial A}{\partial \tau} = \frac{\beta_2(z)}{2} \frac{\partial^2 A}{\partial \tau^2} - \gamma |A|^2 A \quad (2.6)$$

$A(z, \tau)$ et γ représentent respectivement l'amplitude de l'onde incidente et le coefficient non-linéaire de la fibre. Comme pour la NLSE dans une fibre uniforme (le terme β_2 est constant), l'onde plane est une solution stationnaire de cette équation. Elle s'exprime de la façon suivante :

$$A(z) = \sqrt{P_0} \exp[i\gamma P_0 z] \quad (2.7)$$

où P_0 est la puissance de l'onde incidente et $\gamma P_0 z$ est le déphasage non-linéaire induit par l'auto-modulation de phase.

Cette solution stable est ensuite soumise à une faible perturbation de la forme :

$$a(z, \tau) = \frac{1}{2} \left[a(z, \Omega) \exp(i\Omega\tau) + a(z, -\Omega) \exp(-i\Omega\tau) \right] \quad (2.8)$$

Ainsi, l'amplitude de l'onde incidente devient :

$$A(z, \tau) = \left(\sqrt{P_0} + a(z, \tau) \right) \exp[i\gamma P_0 z] \quad (2.9)$$

En substituant l'équation (2.9) dans l'équation (2.6), et après linéarisation, nous obtenons le système d'équations suivant :

$$\begin{pmatrix} i \frac{da(z, \Omega)}{dz} \\ i \frac{da^*(z, -\Omega)}{dz} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\gamma P_0 - \frac{1}{2} [\bar{\beta}_2 + \beta_2^{\prime\prime}(z)] \Omega^2 & -\gamma P_0 \\ \gamma P_0 & \gamma P_0 + \frac{1}{2} [\bar{\beta}_2 + \beta_2^{\prime\prime}(z)] \Omega^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a(z, \Omega) \\ a^*(z, -\Omega) \end{pmatrix} \quad (2.10)$$

L'étape suivante consiste à considérer uniquement les variations du spectre accumulées sur un nombre successif de périodes d'oscillations de la GVD. Pour cela, nous effectuons la transformation :

$$a(z, \Omega) = b(z, \Omega) \exp \left[\frac{1}{2} i \Omega^2 \int_0^z \beta_2^{\prime\prime}(z') dz' \right] \quad (2.11)$$

Nous obtenons donc le système d'équations suivant :

$$\begin{pmatrix} i \frac{db(z, \Omega)}{dz} \\ i \frac{db^*(z, -\Omega)}{dz} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\gamma P_0 - \frac{1}{2} \bar{\beta}_2 \Omega^2 & -\gamma P_0 f(z) \\ \gamma P_0 f^*(z) & \gamma P_0 + \frac{1}{2} \bar{\beta}_2 \Omega^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} b(z, \Omega) \\ b^*(z, -\Omega) \end{pmatrix} \quad (2.12)$$

avec : $f(z) = \exp \left[-i \Omega^2 \int_0^z \beta_2^{\prime\prime}(z') dz' \right]$.

Notons que la fonction périodique $f(z)$ peut être développée en série de Fourier sous la forme :

$$f(z) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} C_k(\Omega) \exp \left[-ik \frac{2\pi}{Z} z \right] \quad (2.13)$$

où k est un entier, C_k représente les coefficients de Fourier de la fonction périodique $\beta_2(z)$, et Z est la période de modulation de la GVD. Ensuite, nous considérons une configuration proche de la résonance avec la $k^{i\text{ème}}$ composante de Fourier du champ perturbé. Ceci est réalisé par la transformation suivante :

$$c(z, \Omega) = b(z, \Omega) \exp \left[-\frac{i}{2} k \frac{2\pi}{Z} z \right] \quad (2.14)$$

Finalement, nous obtenons le système d'équations :

$$\begin{pmatrix} i \frac{dc(z, \Omega)}{dz} \\ i \frac{dc^*(z, -\Omega)}{dz} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\gamma P_0 - \frac{1}{2} \overline{\beta_2} \Omega^2 + \frac{1}{2} k \frac{2\pi}{Z} & -\gamma P_0 \sum_{k=-\infty}^{+\infty} C_k(\Omega) \\ \gamma P_0 \sum_{k=-\infty}^{+\infty} C_k(\Omega) & \gamma P_0 + \frac{1}{2} \overline{\beta_2} \Omega^2 + \frac{1}{2} k \frac{2\pi}{Z} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c(z, \Omega) \\ c^*(z, -\Omega) \end{pmatrix} \quad (2.15)$$

L'expression du gain paramétrique est obtenue à partir de la partie imaginaire des valeurs propres de la matrice centrale du système, telle que : $g(k) = \left[(\gamma P_0 C_k(\Omega))^2 - \left(\gamma P_0 + \overline{\beta_2} \Omega^2 / 2 - k\pi / Z \right)^2 \right]^{1/2}$.

Dans ce manuscrit, nous allons étudier principalement les fibres optiques dont la GVD varie sinusoidalement le long de l'axe de propagation (pour des raisons pratiques, nous noterons ce type de fibre: DOF, pour "*Dispersion oscillating fiber*") :

$$\beta_2^R(z) = \beta_2^A \sin \left(\frac{2\pi}{Z} z \right) \quad \text{avec} \quad \beta_2^A, \text{ l'amplitude de modulation} \quad (2.16)$$

Nous définissons le taux de modulation comme le rapport entre l'amplitude de modulation et la valeur moyenne de la GVD, tel que :

$$\tau_M = \frac{\beta_2^A}{\beta_2} \quad (2.17)$$

Le gain paramétrique correspondant à la $k^{\text{ième}}$ composante spectrale déstabilisée s'écrit de la manière suivante [18], [20] :

$$g(k) = \left[\left(\gamma P_0 J_k \left(\frac{\beta_2^A \Omega^2}{2\pi / Z} \right) \right)^2 - \left(\gamma P_0 + \frac{1}{2} \overline{\beta_2} \Omega^2 - \frac{1}{2} k \frac{2\pi}{Z} \right)^2 \right]^{1/2} \quad (2.18)$$

En supposant que l'intensité de pompe reste constante au cours de la propagation, l'expression analytique du gain est donnée par [12] :

$$G(k) = 1 + \left[\frac{\gamma P_0}{g(k)} \sinh(g(k)L) \right]^2 \quad (2.19)$$

où L représente la longueur totale de la fibre optique. Enfin, il suffit de sommer tous les gains de chaque lobe de MI d'ordre k pour obtenir le spectre de gain complet.

Un exemple est représenté sur la figure 10-(a), en trait plein noir. Une relation de QPM est obtenue de la même manière que la condition d'accord de phase dans les fibres uniformes, en maximisant l'équation (2.18) (*i.e.* le deuxième terme de cette équation est nul). Le gain maximum vaut donc $\gamma P_0 J_k \left(\frac{\beta_2^A \Omega_k^2}{2\pi / Z} \right)$ et est toujours inférieur à celui d'une fibre uniforme (γP_0).

Nous pouvons en déduire l'expression analytique de la fréquence centrale des lobes de MI générés, telle que :

$$F_k^{QPM} = \frac{\Omega_k^{QPM}}{2\pi} = \pm \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k \frac{2\pi}{Z} - 2\gamma P_0}{\beta_2}} \quad (2.20)$$

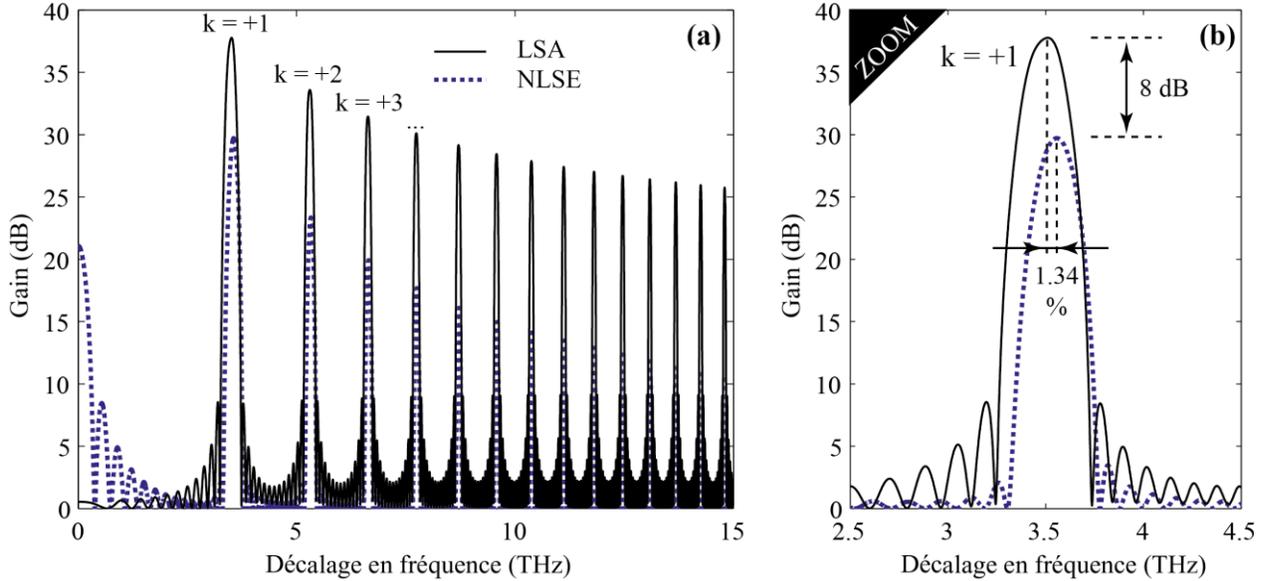


Figure 10 - (a) Spectre de gain en dB d'une fibre présentant un profil de GVD sinusoïdal tracé à partir de l'équation (2.19) (en trait plein noir) et à partir d'une simulation numérique de la GNLSE (en traits pointillés bleus). (b) Zoom sur le spectre du premier ordre de MI ($k = +1$). La puissance de pompe vaut $P_0 = 10$ W, le coefficient non-linéaire vaut $\gamma = 7,5$ /W/km, et la longueur de fibre est de $L = 150$ m. La dispersion moyenne vaut $\overline{\beta_2} = +1 \times 10^{-27}$ s²/m, l'amplitude de modulation vaut $\beta_2^A = 1 \times 10^{-27}$ s²/m, et la période de modulation vaut $Z = 10$ m.

Remarque: En limitant cette étude à la dispersion d'ordre deux, les régimes de GVD normale ($\overline{\beta_2} > 0$) et anormale ($\overline{\beta_2} < 0$) sont respectivement définis pour des valeurs entières de $k \geq +1$ et $k \leq 0$.

Pour l'exemple de la figure 10, nous avons utilisé une DOF et des conditions de pompage correspondant à une GVD présentant un taux de modulation égal à 1. Ceci correspond au cas où la valeur moyenne et l'amplitude de modulation sont identiques: $\overline{\beta_2} = \beta_2^A = 1 \times 10^{-27} \text{ s}^2/\text{m}$. La valeur de la période de modulation Z vaut 10 m et la longueur de fibre est de $L = 150 \text{ m}$. Le coefficient non-linéaire vaut $\gamma = 7,5 \text{ /W/km}$ et la puissance de pompe est de $P_0 = 10 \text{ W}$. Nous pouvons remarquer sur la figure 10-(a) que de nombreux lobes de MI, identifiées par l'ordre k , sont générées grâce à la périodicité de la GVD. Il est important de noter que ces lobes d'ordre $k > +1$ ne sont pas des harmoniques résultant du FWM du lobe d'ordre $k = +1$ avec la pompe car l'espacement entre chaque composante est différent. En effet, la fréquence centrale de chaque lobe est définie par l'équation (2.20) et nous constatons une variation de la position spectrale en \sqrt{k} . Il est bien connu qu'il est impossible de générer des lobes de MI en régime de dispersion normale (en ne considérant que la dispersion d'ordre deux) avec une fibre dont la dispersion est uniforme. Le spectre de la figure 10-(a) confirme donc que l'établissement de la MI est permis grâce à l'utilisation d'une DOF.

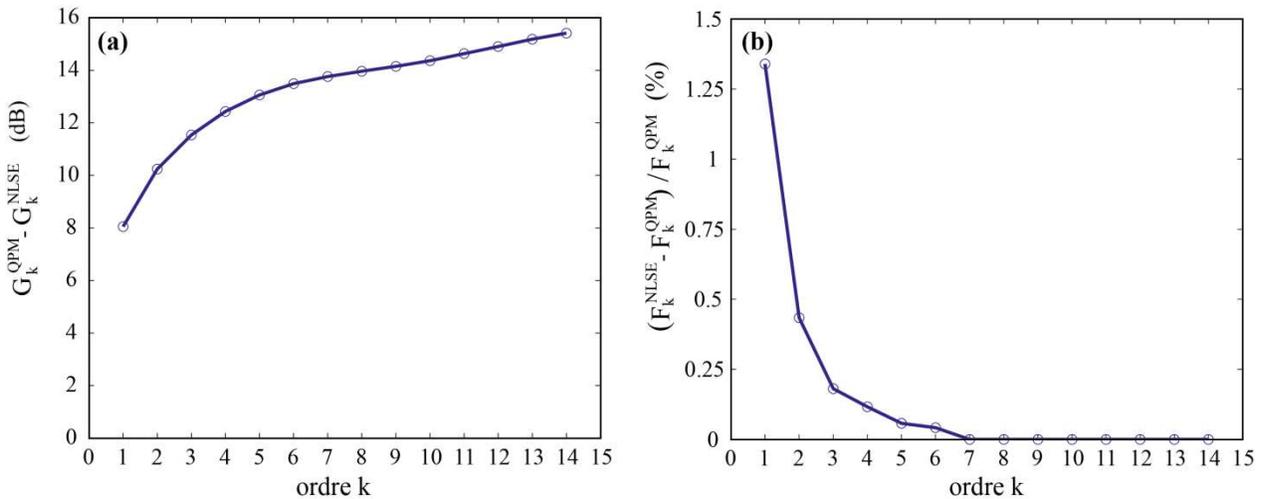


Figure 11 - (a) Évolution de la différence de gain obtenue entre la méthode LSA et l'intégration numérique de la NLSE, en dB, pour chaque lobe de MI défini par l'ordre k . (b) Évolution du désaccord relatif (en %) obtenu pour la fréquence centrale de chaque lobe par rapport à celle définie par le mécanisme de QPM (équation (2.20)).

Afin de valider ces résultats analytiques, nous avons réalisé une intégration numérique de la GNLSE en utilisant les mêmes paramètres de fibre et les mêmes conditions de pompage. La puissance du signal en entrée est fixée à 1 pW, ce qui est suffisamment faible pour éviter la saturation de l'amplificateur. Ainsi, il est possible de calculer le gain en sortie de fibre pour différentes valeurs d'écart fréquentiel entre la pompe et le signal. Le spectre obtenu est tracé sur la figure 10-(a) en traits pointillés bleus. Nous constatons un bon accord global entre les deux courbes de la figure 10-(a), concernant la fréquence des différents lobes de MI. Par contre, nous pouvons remarquer des différences significatives sur le gain de chaque lobe de MI. Afin de faciliter la comparaison, nous avons représenté sur la figure 10-(b) un zoom sur le premier ordre de MI correspondant à $k = +1$. Entre les deux méthodes, une différence sur le gain de 8 dB est obtenue et nous remarquons sur la figure 10-(a) que celle-ci s'accroît lorsque l'ordre k augmente. Cette tendance est illustrée sur la figure 11-(a) qui montre l'évolution de la différence de gain entre les deux méthodes en fonction de l'ordre k . Pour la fréquence centrale du premier lobe, la valeur obtenue par la théorie, donnée par l'équation (2.20), vaut $F_{k=+1}^{OPM} = 3,51$ THz. Celle obtenue en simulation numérique vaut $F_{k=+1}^{GNLSE} = 3,56$ THz donc un désaccord relatif est évalué à 1,34 %. Contrairement à la tendance de la figure 11-(a), cette différence relative diminue très rapidement avec la valeur de l'ordre k , jusqu'à une annulation à partir de l'ordre $k = +7$ dans notre cas. Notons que des différences semblables sont identifiables dans les réfs. [18], [21] mais ne sont pas discutées. Nous pouvons donc conclure que cette approche analytique permet d'évaluer la fréquence centrale des lobes de MI avec une précision qui reste discutable. Concernant la valeur maximale du gain de chaque lobe, des différences significatives sont à noter, traduisant le fait que la LSA n'est pas parfaitement adaptée aux DOFs, contrairement aux fibres uniformes.

2 Comparaison entre les différents outils de simulation numérique utilisés

Différents outils de simulation numérique de la propagation non-linéaire dans les fibres optiques ont été présentés dans la partie 1. Cette sous-partie a pour but de comparer ces méthodes numériques car elles ne présentent pas les mêmes hypothèses et temps de calculs.

Pour réaliser cette comparaison, nous avons utilisé un profil de GVD sinusoidal. La période de modulation est de $Z = 10$ m et la longueur totale de fibre simulée est de $L = 150$ m. La longueur d'onde de la pompe (dont la fréquence est centrée en 0 sur les graphiques) a été choisie telle que la valeur moyenne de la GVD soit $\overline{\beta_2} = +1,2 \times 10^{-27}$ s²/m. L'amplitude de modulation de la GVD correspond à $\beta_2^A = 1,0 \times 10^{-27}$ s²/m. La pompe se situe donc toujours en zone de GVD normale. Le profil associé à ces dimensions est illustré sur la figure 12-(a). Le coefficient non-linéaire est de $\gamma = 7,5$ /W/km et la puissance de pompe est de $P_0 = 15$ W. Dans cette étude comparative, par simplicité, la dispersion a été limitée à l'ordre deux et l'atténuation de la fibre a été négligée. Les spectres de gain obtenus avec les trois différentes méthodes sont représentés sur la figure 12-(b). Nous observons la génération de sept lobes de MI dans une fenêtre spectrale de 10 THz. Nous obtenons un excellent accord entre ces trois résultats puisque les trois spectres se superposent parfaitement. Ce parfait accord est confirmé par le zoom de la figure 12-(c) sur le premier lobe de MI ($k = +1$).

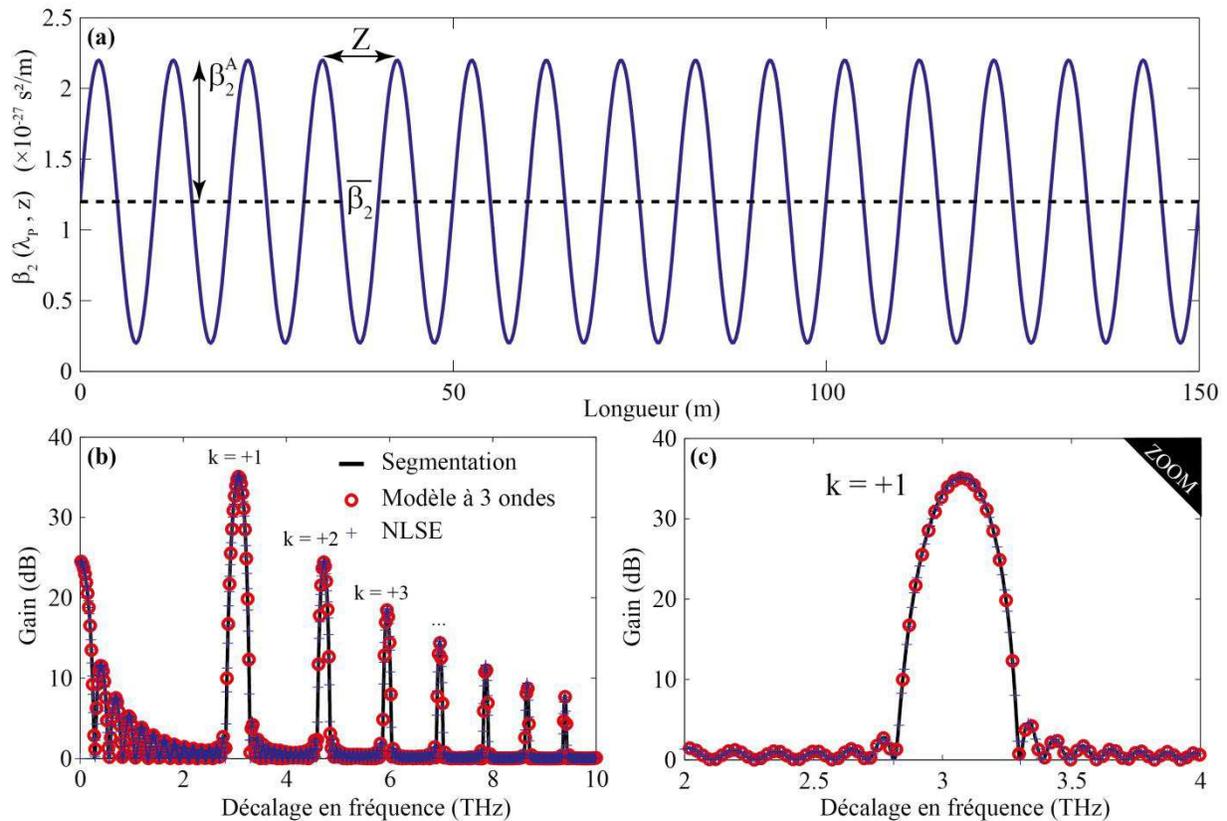


Figure 12 - (a) Profil sinusoidal de GVD utilisé pour comparer les trois différentes méthodes de simulations numériques. (b) Spectres de gain obtenu et (c) zoom sur le premier lobe de MI généré ($k = +1$).

Pour résumer, le tableau 2 regroupe les principaux points positifs et négatifs des trois différentes méthodes de simulation numérique employées dans ce travail. Les simulations les plus réalistes sont obtenues par intégration numérique de la GNLSE. En effet, cette équation permet de prendre en compte tous les effets linéaires et non-linéaires, comme l'atténuation sur toute la gamme spectrale étudiée, l'effet Raman, et la dispersion. Cependant, cette méthode présente des temps de calcul très longs dépendant de la résolution spectro-temporelle et spatiale. Typiquement, les simulations peuvent durer plusieurs jours suivant la configuration étudiée. Par exemple, la durée de la simulation numérique réalisée et présentée sur la figure 12 vaut environ 20 heures. Cette durée est environ 100 fois supérieure à celle de la méthode par segmentation.

Méthode	GNLSE	Segmentation	Modèle à 3 ondes
Points positifs	<ul style="list-style-type: none"> - Très réaliste. - Peut mettre en jeu différentes durées d'impulsions. - Représentation spectro-temporelle en instantané. 	<ul style="list-style-type: none"> - Temps de calculs très courts. - Possibilité de considérer la diffusion Raman. 	<ul style="list-style-type: none"> - Etude de la saturation de l'amplificateur.
Points négatifs	<ul style="list-style-type: none"> - Temps de calcul longs. 	<ul style="list-style-type: none"> - Limitée au régime linéaire. - Seuls les ordres pairs de la dispersion sont considérés. - Uniquement définie en régime de pompe continu. 	<ul style="list-style-type: none"> - Temps de calcul intermédiaires. - Seuls les ordres pairs de la dispersion sont considérés. - Ne considère pas la diffusion Raman. - Uniquement définie en régime de pompe continu.

Tableau 2 - Présentation des principaux avantages et inconvénients des 3 différents outils de simulation numérique.

La méthode basée sur la segmentation de la fibre met en jeu uniquement le processus de FWM à partir de quatre ondes monochromatiques et les pertes linéiques. Pour nos travaux, la SRS a été négligée dans cette méthode mais il est possible de l'inclure dans la résolution [84]. Le principal point fort de cet outil est sa grande rapidité d'exécution. C'est pour cette raison qu'il a été très convoité durant ces travaux de thèse en raison de son meilleur rapport précision/temps. Typiquement le temps de calcul reste de l'ordre de la dizaine de minutes (pour les résultats de la figure 12, la durée est de 12 minutes). Son point faible est sa limitation au régime linéaire. Enfin, la méthode basée sur le modèle à trois ondes tronqué rend uniquement compte du FWM monochromatique de quatre ondes et l'atténuation sur les ondes (la pompe, le signal et le complémentaire). Cette méthode est optimisée pour étudier les échanges d'énergie entre ces trois ondes mettant en œuvre le régime de saturation de l'amplificateur. Les temps de calcul restent longs mais sont plus faibles que ceux de la méthode basée sur l'intégration de la GNLSE. Les simulations de la figure 12 correspondent à une durée de 8 heures, ce qui correspond à environ 40 fois la durée associée à la méthode par segmentation).

3 Etude expérimentale du processus d'instabilité modulationnelle dans une fibre à dispersion oscillante

Nous venons d'étudier théoriquement et numériquement le processus de MI dans une fibre optique présentant un profil de GVD sinusoïdal. Nous allons commencer par étudier l'impact de la forme du profil périodique sur le spectre de gain. Ensuite, nous présenterons la démonstration expérimentale du processus de MI dans une PCF dont la dispersion a été contrôlée lors de sa fabrication. Enfin, nous mettrons en évidence, théoriquement et expérimentalement, l'impact de la dispersion d'ordre quatre sur le spectre de MI.

3.1 Impact de la forme du profil de dispersion sur le spectre d'instabilité modulationnelle

Intéressons-nous d'abord à l'impact de la forme de la fonction périodique de la GVD sur le spectre de MI. La figure 13-(a) montre les trois profils différents que nous avons considérés. Nous nous sommes limités aux cas des profils créneau (en traits pointillés rouges), triangulaire (en traits pointillés noirs) et sinusoïdal (en trait plein bleu). La période de modulation a été fixée à $Z = 10$ m, l'amplitude de la GVD à $\beta_2^A = 1,0 \times 10^{-27}$ s²/m, la valeur moyenne de la GVD à $\bar{\beta}_2 = +1,2 \times 10^{-27}$ s²/m et la longueur totale de la DOF à $L = 150$ m. Un zoom de chaque profil est représenté sur la figure 13-(c). Le coefficient non-linéaire est de $\gamma = 7,5$ /W/km et la puissance de pompe est de $P_0 = 15$ W.

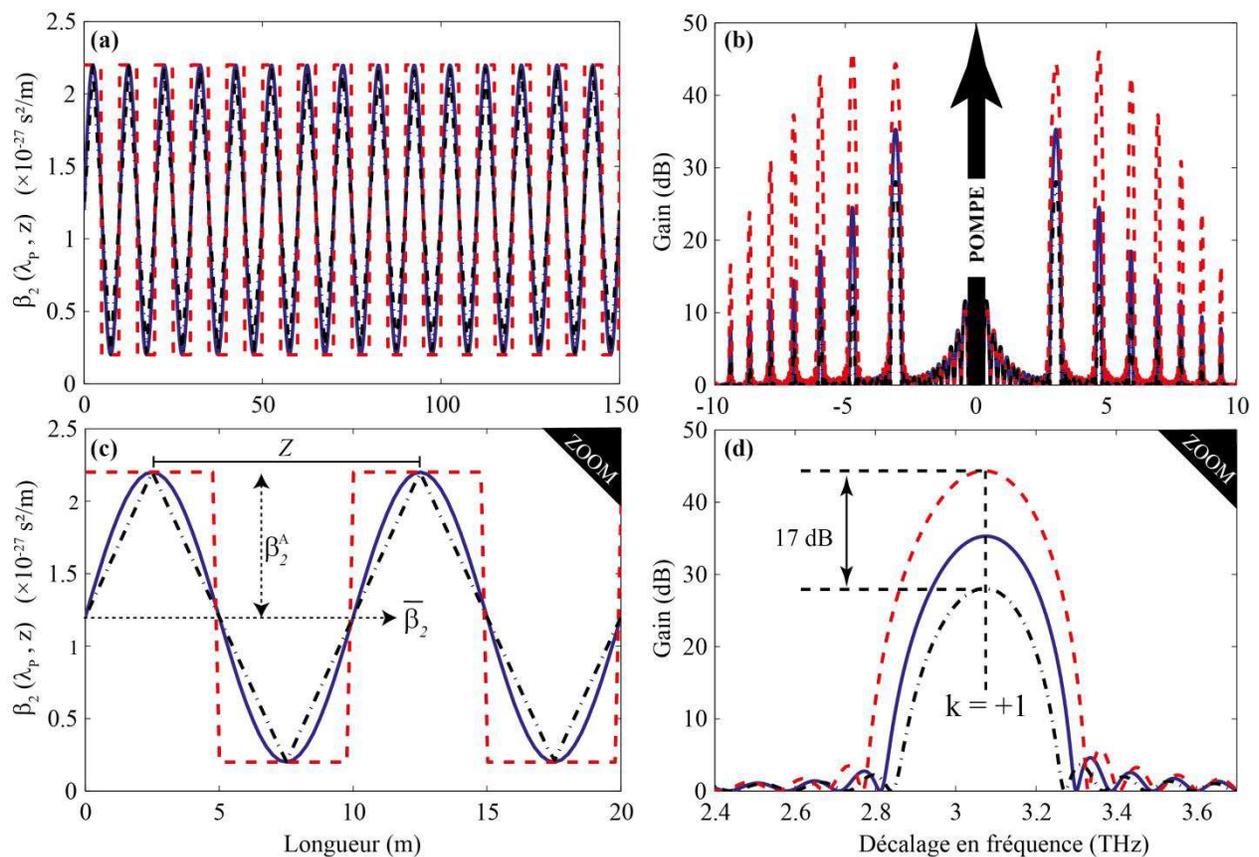


Figure 13 - (a) Profils de GVD utilisés: créneau (traits pointillés rouges), triangulaire (traits pointillés noirs) et sinusoïdal (trait plein bleu). (b) Spectres de gain obtenus avec la méthode par approche matricielle pour les trois profils de GVD différents. Agrandissement (c) sur les deux premières périodes de modulation de chaque profil périodique et (d) sur le premier lobe de MI obtenu dans les trois cas.

Les spectres de gain associés à chaque profil sont représentés sur la figure 13-(b) avec le même code couleur. Un zoom est présenté dans la figure 13-(d). Premièrement, la fréquence centrale des lobes de MI

est identique pour chaque profil. Cette propriété est attendue puisqu'elle est prédite par la relation de QPM donnée par l'équation (2.4) dans laquelle seules, la valeur moyenne de la GVD et la période de modulation fixent la fréquence centrale de chaque lobe. Deuxièmement, des différences significatives existent sur chaque lobe de MI. Sur la figure 13-(d), un écart de 17 dB est relevé entre les gains associés aux profils créneau et triangulaire. Ce constat n'est pas surprenant, car d'après le système d'équations (2.15), les valeurs propres (donc le gain paramétrique) dépendent des coefficients de Fourier propres à chaque profil périodique. Dans cette configuration, c'est le profil créneau qui génère le plus de gain.

Nous pouvons en conclure que le profil de GVD périodique aura une forte influence sur le spectre de gain, mais quel que soit le profil, la fréquence centrale des lobes de MI est fixée par la valeur moyenne de la GVD.

3.2 Démonstration expérimentale

Ce paragraphe est dédié à la démonstration expérimentale du processus de MI suivant le mécanisme de QPM dans une DOF. Dans un premier temps, nous allons détailler le principe de fabrication de la fibre, et le profil de GVD périodique sera validé. Ensuite, nous présenterons les résultats expérimentaux obtenus avec cette fibre et la dynamique longitudinale du processus sera détaillée. Enfin, nous confirmerons l'origine paramétrique de la génération des lobes de MI obtenus avec une expérience pompe-sonde.

3.2.1 Principe de fabrication et validation

La première étape de ce travail expérimental a consisté à concevoir une PCF dont le profil de GVD est périodique. Nous avons choisi le profil sinusoïdal puisqu'il s'agit de la forme périodique la plus simple à fabriquer pour un premier essai. En effet, comme décrit dans la partie 1, le point de démarrage de la fabrication des PCFs est l'élaboration de la structure dans une préforme. Ensuite, celle-ci est chauffée dans un four et tirée grâce à une tour de fibrage dont un schéma est présenté sur la figure 14. Le diamètre externe de la fibre est enregistré au cours de la fabrication et un système d'autorégulation permet d'adapter la vitesse de tirage pour que le diamètre suive l'évolution désirée qui doit correspondre à une fonction mathématique.

En effet, le diamètre externe est inversement proportionnel à la racine carrée de la vitesse de tirage puisque le volume total de verre est conservé au cours du fibrage, tel que :

$$d_{\text{fibre}} = \sqrt{\frac{v_{\text{préf}} \times d_{\text{préf}}^2}{v_F}} \quad (2.21)$$

où v_F représente la vitesse de fibrage, $v_{\text{préf}}$ est la vitesse de tirage de la préforme, $d_{\text{préf}}$ et d_{fibre} sont respectivement le diamètre de la préforme et le diamètre externe de la fibre. Ainsi, en contrôlant la vitesse de fibrage v_F , il est possible d'ajuster le diamètre de fibre d_{fibre} au cours du fibrage.

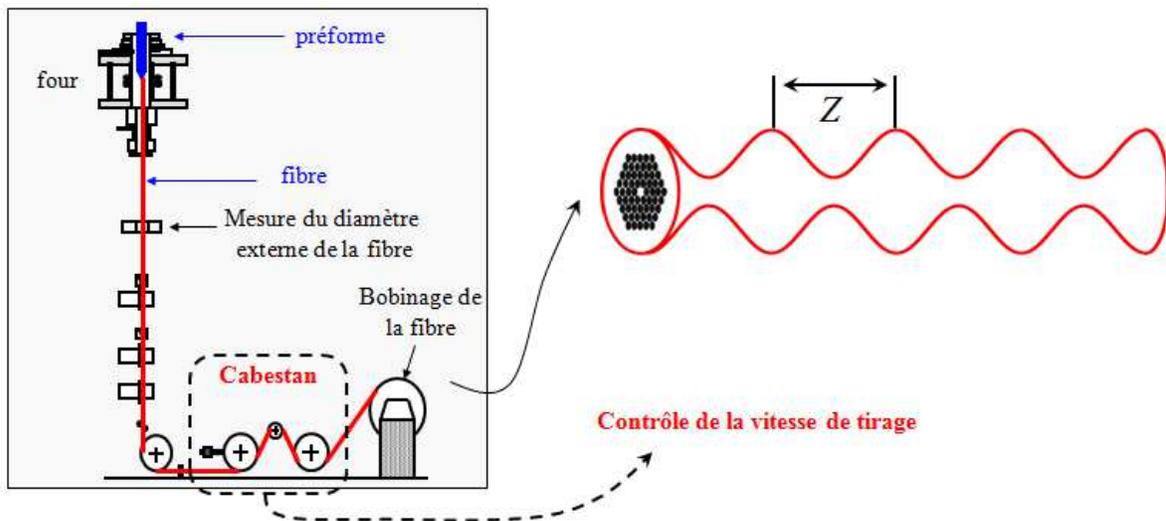


Figure 14 - Schéma de la tour de fabrication de fibre optique.

L'enregistrement du diamètre externe de la DOF fabriquée est représenté sur la figure 15-(a) par les croix rouges. Nous pouvons remarquer que l'accord entre les valeurs enregistrées et celles correspondant à la forme sinusoidale visée (représentée en trait plein bleu) est excellent. La période de modulation a été choisie égale à $Z = 10$ m. La modulation d'amplitude correspond à $\pm 7\%$ de la valeur moyenne du diamètre externe qui est évaluée à $117 \mu\text{m}$ et la longueur totale de fibre est de $L = 120$ m (12 périodes de modulation). Après fabrication, l'objectif est de connaître les variations longitudinales de la GVD. Pour réaliser cette étape, nous avons enregistré les images des sections transverses de la PCF correspondant aux valeurs maximales et minimales du diamètre externe. Les enregistrements ont été

effectués à l'aide d'un microscope à balayage électronique (MEB), et sont représentés sur la figure 15-(b). La microstructure que nous avons choisie présente un rapport d / Λ de 0,49.

Le processus de fibrage que nous avons présenté ci-dessus est homothétique donc ce rapport est maintenu constant lors du tirage de la fibre. Cette propriété a été vérifiée expérimentalement par l'intermédiaire de plusieurs images MEB acquises à différentes longueurs de fibre. Les valeurs maximale et minimale du diamètre externe présentent respectivement des valeurs de pitch égales à $4,17 \mu\text{m}$ et à $3,7 \mu\text{m}$. C'est grâce à ces données que sont calculées les variations de la GVD et de la ZDW en fonction de la longueur de fibre. Les calculs sont réalisés en s'appuyant sur le modèle empirique de la réf. [34] qui est beaucoup plus rapide par rapport aux outils basés sur des méthodes des éléments finis et très précis aux alentours de $1 \mu\text{m}$ pour des PCFs air-silice. Cependant, il est très important de vérifier que la variation sinusoïdale du diamètre externe de la PCF induit également une variation de même type pour la GVD. Pour ce faire, nous avons représenté sur les figures 16-(a) et 16-(b) les évolutions de la GVD et de la ZDW calculées pour des valeurs de Λ allant de 2 à $7 \mu\text{m}$. Nous pouvons remarquer que les deux variations ne sont pas linéaires sur tout l'intervalle. Cependant, pour une plus faible plage de valeurs de pitch qui nous intéresse (de $3,7$ à $4,17 \mu\text{m}$), les évolutions sont quasi-linéaires. Les deux évolutions correspondantes sont représentées dans les deux zooms des deux graphiques, ainsi que leur interpolation linéaire dont l'équation est reportée sur chacun.

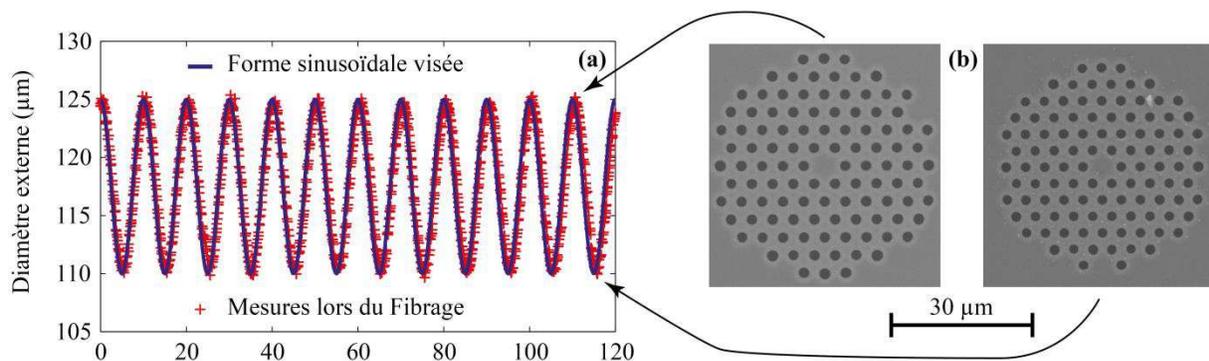


Figure 15 - (a) Représentation de la forme sinusoïdale visée du diamètre externe avant fabrication (en trait plein bleu) et des mesures réalisées au cours du processus de fibrage (croix rouges) en fonction de la longueur de la fibre. (b) Images des sections transverses de la fibre (même échelle) correspondant au maximum et au minimum du diamètre, enregistrées à l'aide d'un microscope à balayage électronique.

En s'appuyant sur l'ensemble de la figure 16, nous sommes en mesure de valider la fabrication de cette DOF. Elle présente donc une variation sinusoïdale de sa GVD et par conséquent de sa ZDW.

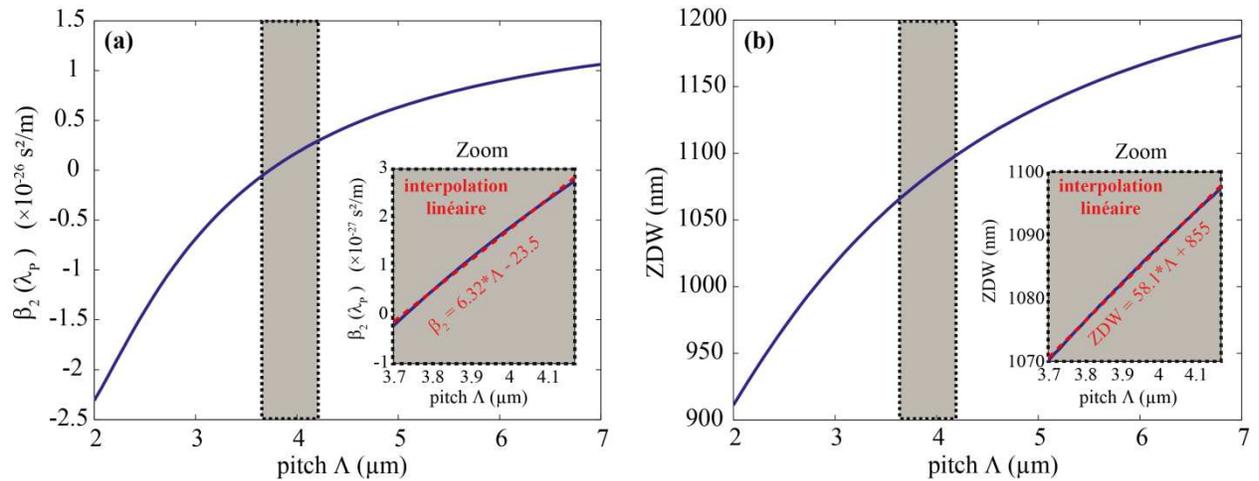


Figure 16 - Évolution de la (a) GVD et de la (b) ZDW en fonction du pitch Λ . Les calculs ont été réalisés avec le modèle empirique de la référence [34], pour une longueur d'onde de pompe de 1072 nm. Les 2 zooms correspondent à la gamme de valeurs de notre DOF.

Les évolutions longitudinales sont représentées, respectivement, sur les figures 17-(a) et 17-(b). La GVD calculée à la longueur d'onde de pompe de $\lambda_p = 1072$ nm présente une valeur moyenne positive $\overline{\beta_2} = +1,2 \times 10^{-27}$ s²/m et une amplitude de modulation de $\beta_2^A = 1,5 \times 10^{-27}$ s²/m (ce qui correspond à un taux de modulation $\tau_M = 125$ %). La ZDW présente quant à elle une valeur moyenne estimée à 1083 nm et une amplitude de modulation de ± 14 nm autour de cette valeur.

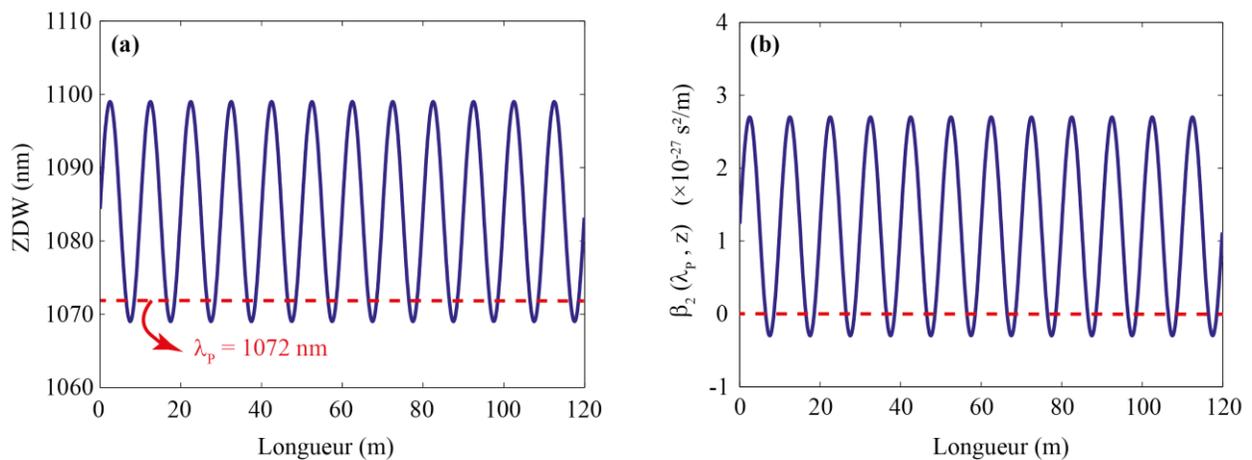


Figure 17 - (c) Variations calculées de la ZDW et (d) de la GVD à la longueur d'onde de pompe de 1072 nm, représentée par la ligne en traits pointillés rouges.

3.2.2 Résultat expérimental

La DOF que nous avons obtenue a été pompée avec une source accordable en longueur d'onde, composée d'une diode laser accordable et d'un amplificateur. Ce dernier a été particulièrement développé par la société MANLIGHT suite à notre demande. La diode laser continue est modulée par un modulateur électro-optique permettant d'obtenir une fréquence de répétition de 1 MHz et une largeur d'impulsion de 2 ns. L'amplificateur à fibre ytterbium est composé de deux étages qui sont pompés par des diodes continues. En sortie de cette source, la puissance crête est ajustable et vaut quelques dizaines de Watt.

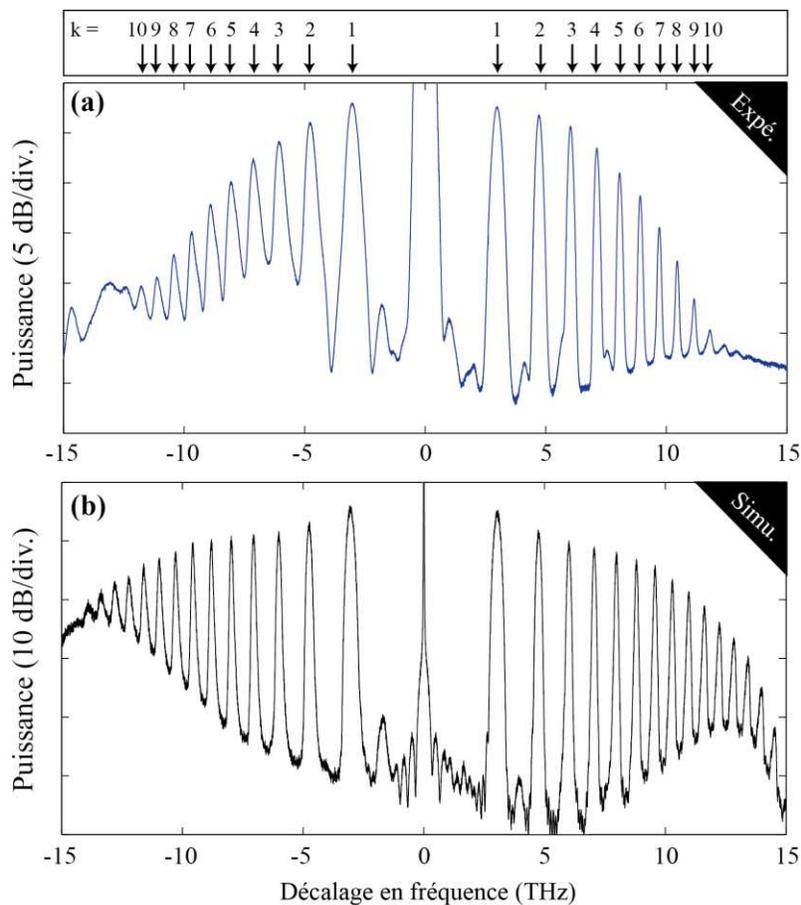


Figure 18 - Spectres (a) expérimental et (b) numérique obtenu après 120 m de propagation dans la DOF de la figure 17 pour une puissance de pompe de 20 W. Les flèches au-dessus des 2 graphiques identifient la position spectrale des différents lobes de MI pour des valeurs de k allant de 1 à 10, calculée à partir de l'équation (2.20).

La figure 18-(a) présente le spectre expérimental enregistré en sortie de la DOF, dont les propriétés de dispersion sont représentées sur la figure 17-(a). En particulier pour cette longueur d'onde de pompe choisie à $\lambda_p = 1072$ nm, nous obtenons plus de 10 lobes de MI dans le spectre, symétriquement répartis par rapport à la fréquence de pompe. Ces lobes ne sont pas également espacés dans le spectre, ce qui confirme que ces différentes composantes spectrales ne sont pas des harmoniques du premier lobe de MI générées par FWM (comme dans le cas d'une fibre à dispersion uniforme). Notons également que la valeur de la longueur d'onde de pompe utilisée (1072 nm) correspond à une cartographie de GVD en zone normale sur toute la longueur de fibre, à l'exception de courtes régions correspondant aux valeurs minimales de la GVD totale. Malgré ceci, la valeur moyenne de la GVD est très largement en zone normale, si bien qu'en absence de modulation périodique de la GVD aucune composante spectrale ne serait générée (dans le cas d'une propagation scalaire monomode en négligeant tout ordre de dispersion supérieur).

Ensuite, nous avons comparé ces résultats expérimentaux avec des simulations numériques basées sur l'intégration de la GNLSE (équation (1.38)). Cette dernière tient compte des oscillations longitudinales de la GVD, de la valeur moyenne du coefficient non-linéaire $\gamma = 7,5$ /W/km, de la valeur moyenne du troisième et quatrième ordre de la dispersion qui sont respectivement $\overline{\beta_3} = 6,8 \times 10^{-41}$ s³/m et $\overline{\beta_4} = -1,1 \times 10^{-55}$ s⁴/m, et de l'atténuation de la PCF mesurée à 13 dB/km dans cette gamme spectrale. L'effet Raman a également été considéré en tenant compte de la réponse expérimentale de l'effet Raman (avec $f_R = 0,18$) [66]. Nous n'avons tenu compte uniquement des valeurs moyennes de β_3 , β_4 et de γ puisque nous avons vérifié numériquement que l'impact des oscillations de ces paramètres sur le spectre de MI était négligeable dans notre configuration. Nous avons réalisé 50 simulations avec des conditions initiales différentes, en ajoutant du bruit correspondant à 1/2 photon par mode spectral. La procédure est identique à celle utilisée dans la réf. [59]. Nous obtenons finalement un spectre moyen permettant de modéliser au mieux les conditions expérimentales lors de l'enregistrement d'un spectre avec un analyseur de spectre optique. Le spectre numérique obtenu est représenté sur la figure 18-(b). Son allure est très proche de celle du spectre expérimental. Les simulations valident donc nos observations expérimentales. Cependant, les dynamiques de gain des lobes entre les deux spectres sont différentes. En effet, le régime de pompage utilisé est quasi-continu avec un faible taux de répétition (1Mhz) donc l'émission spontanée amplifiée présente entre les impulsions de pompe n'est pas négligeable. Ainsi, un spectre enregistré avec un analyseur de spectre comporte l'information « utile » présente dans les impulsions de pompe où la MI est excitée mais aussi un bruit de fond parasite qui est associé à l'émission spontanée amplifiée entre les

impulsions. Ceci explique la différence de plancher de bruit entre les simulations numériques et l'expérience.

Le tableau 3 regroupe les valeurs de la fréquence centrale des dix premiers lobes de MI générés, obtenues en expérience (notée $F_k^{Expé}$), en simulation numérique (notée F_k^{GNLSE}), et par l'équation déduite de la relation de QPM (notée F_k^{QPM} , équation (2.20)). Nous pouvons remarquer que l'accord entre les fréquences expérimentales et numériques est excellent, mises à part de légères différences entre les fréquences expérimentales et celles prédites par la théorie (équation (2.20)). Cet écart reste faible et diminue rapidement avec la valeur de l'entier k . Pour le premier lobe de MI ($k = +1$), un désaccord relatif est évalué à 15 % entre la fréquence théorique et celle obtenue avec les simulations numériques. Ces différences observées entre les relevés expérimentaux/numériques et théoriques remettent donc en cause la validité de la relation du QPM. De plus, l'atténuation de la DOF présente un impact non négligeable sur le spectre de MI puisque la puissance de pompe diminue au cours de la propagation. L'atténuation d'une fibre optique sur le processus de MI a déjà été étudiée dans les fibres à dispersion uniforme mais son impact est nettement moins prononcé que dans notre cas. En effet, le lobe de MI classique ($k = 0$) est moins affecté par l'atténuation et, quelle que soit la configuration, le désaccord reste de l'ordre de 1 % [95].

$k =$	+1	+2	+3	+4	+5	+6	+7	+8	+9	+10
$F_k^{Expé}$	2.98	4.72	6.03	7.12	8.06	8.91	9.71	10.46	11.16	11.82
F_k^{GNLSE}	3.02	4.74	6.01	7.07	7.99	8.81	9.60	10.30	10.99	11.65
F_k^{QPM}	2.63	4.49	5.78	6.84	7.75	8.56	9.30	9.99	10.63	11.24

Tableau 3 – Décalages en fréquence relevés sur le spectre expérimental (Expé) et numérique (GNLSE) et déduites de l'équation solution de la relation de quasi-accord de phase théorique (QPM) (équation (2.20)), pour les 10 premiers lobes de MI. Toutes les valeurs sont exprimées en THz.

3.2.3 Les limitations - validité de la condition de quasi-accord de phase

Dans ce paragraphe, nous allons tenter d'interpréter les différences entre les fréquences centrales des lobes de MI prédites par la relation de QPM et celles données par les expériences/simulations numériques (tableau 3). Pour réaliser ce travail, nous avons choisi d'étudier l'impact de la puissance de l'onde incidente (P_0) sur le spectre de MI car c'est un paramètre facilement ajustable expérimentalement. La DOF utilisée est celle qui a permis d'obtenir les résultats précédents. Nous avons utilisé la même source accordable en longueur d'onde, calibrée à la même longueur d'onde de pompe de 1072 nm. Nous avons enregistré plusieurs spectres de MI correspondants à différentes valeurs de puissance de pompe comprises entre 5 et 18 W. Pour des raisons de simplicité, nous avons restreint l'étude aux deux premiers lobes de MI ($k = +1$ et $k = +2$) et ces différents spectres sont représentés en dB sur le graphique 3D (vue de dessus) de la figure 19-(a). Nous avons validé ces relevés expérimentaux par des simulations numériques de la GNLSE, avec les mêmes paramètres. Les spectres obtenus sont représentés sur la figure 19-(b) avec les mêmes échelles que celles de la figure 19-(a). Nous notons un très bon accord au niveau de la dynamique de la fréquence centrale des lobes de MI en fonction de la puissance de pompe. En effet, lorsque celle-ci augmente, les lobes de MI tendent à s'élargir spectralement et l'écart fréquentiel entre la pompe et les lobes diminue. Cette tendance est en bon accord qualitatif avec la dynamique prédite par la relation de QPM (équation (2.20)).

A partir des résultats numériques et expérimentaux, nous avons ensuite quantifié l'évolution de la fréquence centrale des deux premiers lobes pour chaque spectre de MI en fonction de la puissance de pompe injectée. Les résultats sont représentés sur les figures 19-(c) et 19-(d), pour le premier lobe ($k = +1$) et pour le second ($k = +2$) respectivement. Les cercles bleus correspondent à l'expérience et les traits pointillés noirs correspondent aux simulations. Nous avons aussi représenté les prédictions théoriques de la relation de QPM, données par l'équation (2.20). Les valeurs expérimentales et numériques sont en excellent accord tandis que les prédictions analytiques s'écartent rapidement lorsque la puissance augmente. Pour le premier lobe de MI ($k = +1$), la courbe analytique finit même par s'annuler pour des valeurs de puissance de pompe supérieures à la puissance critique définie par: $P_0^{crit}(k = +1) = 41,89$ W. D'une manière plus générale, cette puissance de pompe critique correspond au cas où l'équation (2.20) présente une racine carrée dont l'argument est négatif. Cette condition est définie par :

$$P_0 \geq P_0^{crit}(k) = \frac{k\pi}{\gamma Z} \quad (2.22)$$

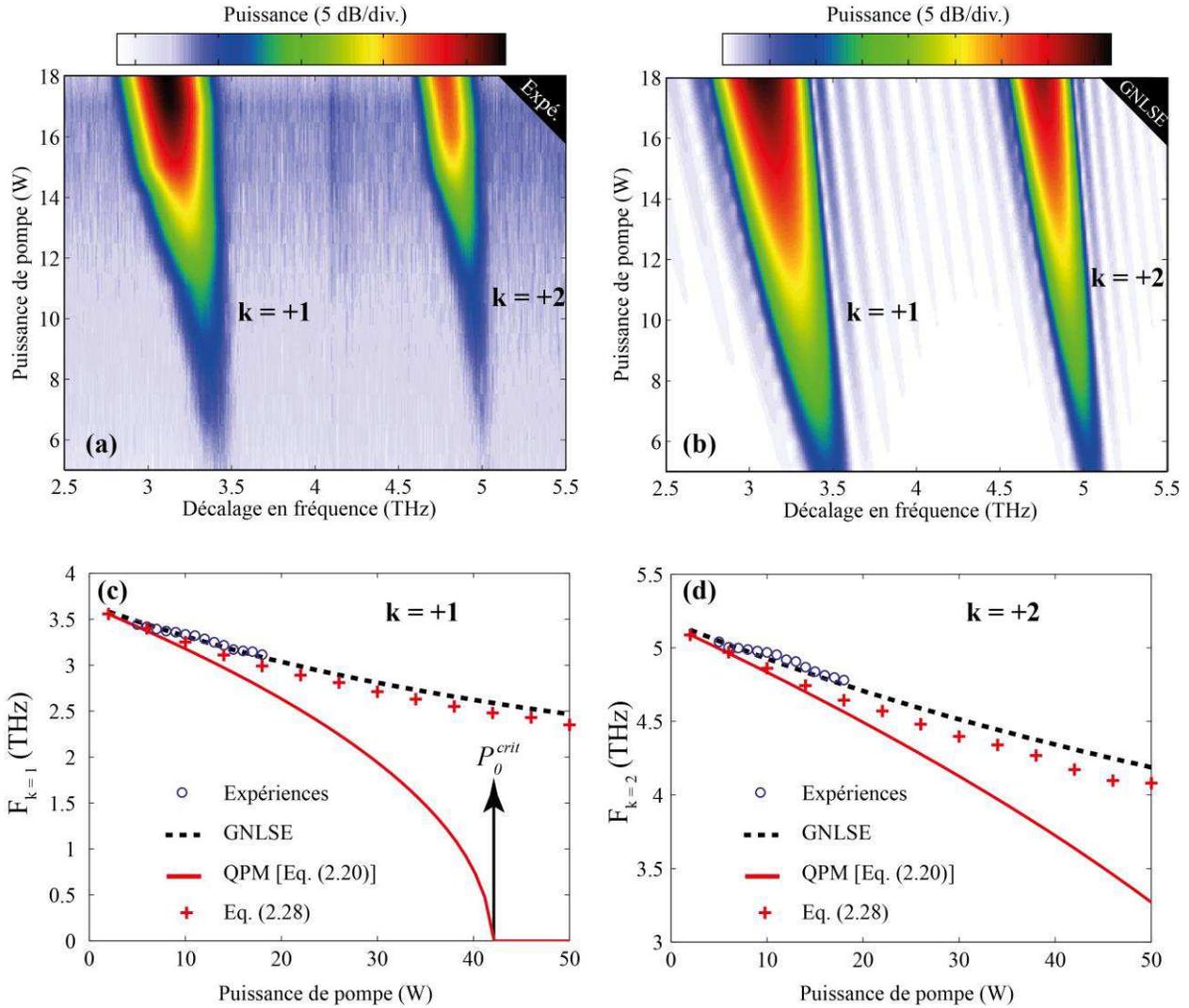


Figure 19 - Dynamique (a) expérimentale et (b) numérique du spectre de MI (étude limitée aux deux premiers lobes de MI) en fonction de la puissance de pompe injectée. Evolution de la fréquence centrale du (c) premier ($k = +1$) et (d) deuxième lobe de MI ($k = +2$) calculée à partir des relevés expérimentaux (cercles bleus), des simulations numériques (traits pointillés noirs) de l'équation QPM (2.20) (trait plein rouge), et de l'équation (2.28) (croix rouges).

Les résultats soulignent donc les limitations de la condition de QPM. Nous allons voir que pour établir la relation de QPM, nous supposons que les phases relatives entre les ondes sont constantes sur une période de modulation alors que ce n'est pas le cas. Des études théoriques plus complexes, ne faisant pas ce type

d'approximation et basées sur la théorie de Floquet [96], [97], permettent d'obtenir de meilleurs accords entre la théorie et l'expérience. Les calculs détaillés sont proposés dans les réfs. [98], [99], [100].

Pour expliquer ces désaccords, nous nous sommes appuyés sur le formalisme du FWM et sur le modèle à trois ondes tronqué présenté dans la partie 1. Nous l'avons appliqué au cas d'une DOF et nous nous sommes limités au régime linéaire dans lequel la puissance de pompe reste nettement supérieure à celle du signal à amplifier au cours de la propagation (la puissance de pompe est considérée constante). L'atténuation de la fibre est également négligée. Ainsi, pour l'onde signal et la fonction $\theta(z)$, nous obtenons les deux équations différentielles suivantes :

$$\frac{dP_s(\Omega, z)}{dz} = 2\gamma P_0 P_s(\Omega, z) \sin[\theta(\Omega, z)] \quad (2.23)$$

$$\frac{d\theta(\Omega, z)}{dz} = \beta_2(z)\Omega^2 + 2\gamma P_0 (1 + \cos[\theta(\Omega, z)]) \quad (2.24)$$

avec :

$$\beta_2(z) = \overline{\beta_2} + \beta_2^A \sin\left(\frac{2\pi}{Z} z\right) \quad (2.25)$$

La relation d'accord de phase peut être retrouvée par le biais de l'équation (2.24). Premièrement, dans le cas d'une fibre à dispersion uniforme ($\beta_2^A = 0$), une amplification maximale est obtenue à l'accord de phase parfait donc la fonction $\theta(\Omega, z)$ est constante et égale à $+\pi/2$ pour [88], [90], [101]. Dans ce type de fibre, la relation d'accord de phase est bien connue, et s'écrit sous la forme suivante :

$$\beta_2 \Omega^2 + 2\gamma P_0 = 0 \quad (2.26)$$

Par contre, dans le cas d'une DOF, la fonction $\theta(\Omega_k, z)$ ne cesse d'évoluer au cours de la propagation [102]. Nous verrons une étude détaillée de cette propriété dans le paragraphe 4. Il est donc nécessaire de prendre en compte la contribution liée au $\cos[\theta(\Omega_k, z)]$ dans l'équation (2.24). Le calcul est effectué sur une période de modulation Z et la variation de la phase relative $\theta(\Omega_k, z)$ vaut $k2\pi$ pour la $k^{\text{ième}}$ composante spectrale, tel que :

$$\theta(\Omega_k, z + Z) - \theta(\Omega_k, z) = k2\pi = \Omega_k^2 \overline{\beta_2} Z + 2\gamma P_0 Z + 2\gamma P_0 \int_z^{z+Z} \cos[\theta(\Omega_k, z)] Z \quad (2.27)$$

De cette condition, nous pouvons obtenir la relation de QPM suivante :

$$F_k = \frac{\Omega_k}{2\pi} = \pm \frac{1}{2\pi} \sqrt{k \frac{2\pi}{Z} - 2\gamma P_0 \left(1 + \frac{1}{Z} \int_z^{z+Z} \cos[\theta(\Omega_k, z)] Z \right)} \quad (2.28)$$

A titre d'illustration, nous avons représenté cette équation sur les figures 19-(c) et 19-(d). Nous remarquons que la contribution du terme lié au $\cos[\theta(\Omega_k, z)]$ permet de corriger la relation du QPM. Dans le but de rester en régime linéaire, l'intégrale a été calculée à partir des simulations numériques et sur une période située à demi-longueur de la fibre (entre 50 et 60 m). L'équation (2.28) confirme que le désaccord entre la relation de QPM et les expériences/simulations numériques s'accroît avec la valeur de la puissance de pompe mise en jeu. Pour conclure, il est difficile de calculer une solution analytique simple à partir de l'équation (2.24). L'équation (2.20), valable pour de faibles puissances de pompe, demeure pratique à utiliser et autorise une approche intuitive de ce processus paramétrique. De plus, par rapport aux paramètres expérimentaux de cette étude, cette relation est en général toujours valide (erreur inférieure à 1 % lorsque $P_0 \leq 5$ W sur l'exemple des figure 19-(c) et 19-(d)).

3.2.4 Mesure expérimentale du gain paramétrique

Après avoir démontré expérimentalement la génération de multiples fréquences de MI dans une fibre présentant un profil de dispersion périodique, nous avons mesuré le gain sur chaque composante spectrale dans le but d'en confirmer l'origine paramétrique. Notons que nous avons utilisé une autre DOF avec des propriétés opto-géométriques légèrement différentes de celle du paragraphe 3.2.2. Sa longueur est de $L = 120$ m et sa période de modulation est de $Z = 10$ m.

La longueur d'onde de pompe est fixée à 1067 nm, ce qui correspond à une valeur moyenne de la GVD de $\overline{\beta}_2 = +0,8 \times 10^{-27}$ s²/m et une amplitude de modulation de $\beta_2^A = 1,0 \times 10^{-27}$ s²/m. Ces caractéristiques sont représentées sur la figure 22-(a). Cette DOF présente donc une ZDW qui oscille entre 1064 et 1080 nm. A partir des images MEB enregistrées pour les valeurs maximale et minimale du diamètre externe de la PCF et en s'appuyant sur le modèle de [34], nous avons calculé la valeur moyenne du troisième et quatrième ordre de dispersion respectivement à $\overline{\beta}_3 = 6,8 \times 10^{-41}$ s³/m et $\overline{\beta}_4 = -1,7 \times 10^{-55}$ s⁴/m, la valeur moyenne du coefficient non-linéaire à $\overline{\gamma} = 7$ /W/km. L'atténuation a été mesurée à 7,5 dB/km à la longueur d'onde de pompe.

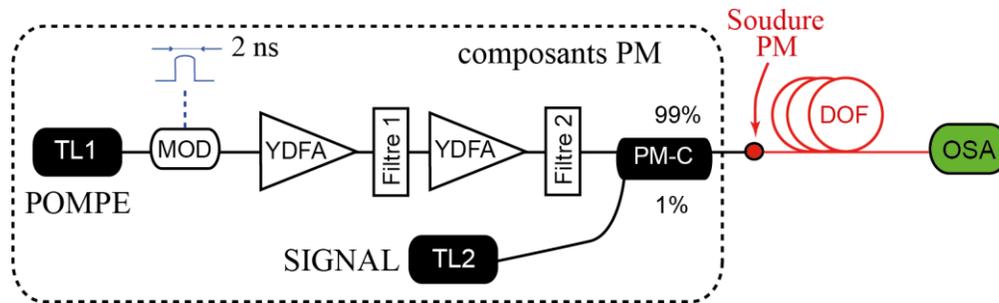


Figure 20 - Schéma du dispositif expérimental pour la mesure du gain paramétrique de la fibre à dispersion oscillante.

Le dispositif expérimental employé est schématisé sur la figure 20. Le système délivrant la pompe est le même que celui utilisé précédemment, et la puissance crête est fixée à $P_0 = 26$ W. L'onde signal injectée est issue d'une diode monomode accordable en longueur d'onde afin de faire varier le décalage en fréquence par rapport à la pompe. Sa puissance moyenne est de $10 \mu\text{W}$ et nous avons vérifié qu'elle était suffisamment faible pour éviter la saturation de l'amplificateur. Nous nous sommes également assurés que sa polarisation était bien linéaire et parallèle à celle de la pompe en utilisant un coupleur à maintien de polarisation (noté PM sur le schéma, pour "*Polarization maintaining*"). De plus, pour des raisons pratiques, à la sortie du coupleur, nous avons soudé cette première partie du dispositif avec la DOF en prenant le soin d'aligner la polarisation sur un des deux axes neutres de la DOF. Nous avons obtenu un taux d'extinction de 18 dB entre ces deux axes.

A titre d'illustration, nous avons représenté sur la figure 21 le spectre ON en bleu et le spectre OFF en rouge. Le spectre ON correspond au cas où le deuxième étage de l'amplificateur est allumé, et inversement pour le spectre OFF. Dans ce cas, la puissance de pompe est très faible et nous pouvons considérer que le résidu de pompe n'interagit pas avec le signal dans la fibre. Notons que la longueur d'onde de pompe a été choisie pour générer au moins cinq lobes de MI. Sur la figure 21, la longueur d'onde du signal est localisée au maximum de gain du premier lobe.

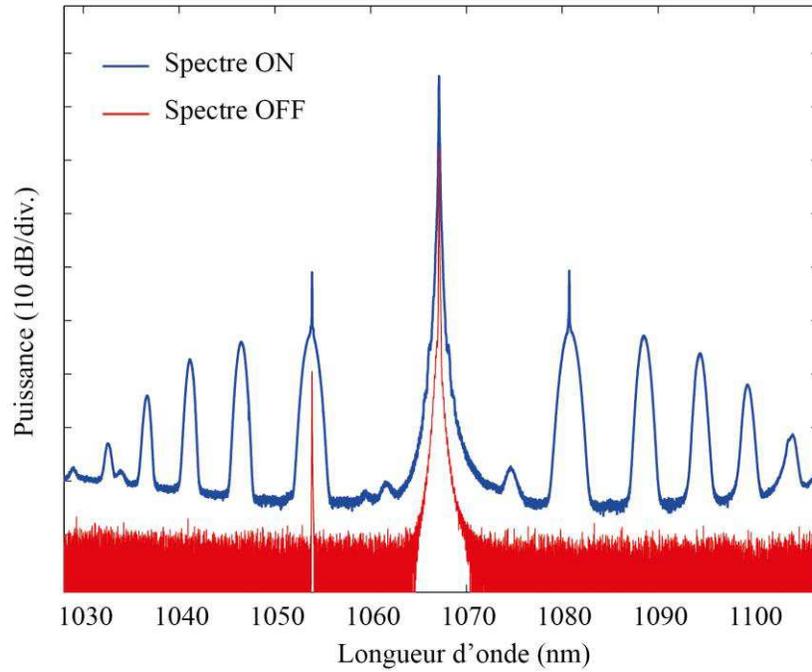


Figure 21 - Spectres expérimentaux ON, en bleu, et OFF, en rouge.

Comme la pompe est impulsionnelle et que le signal est continu, la notion de gain crête (G^C) est introduite. En effet, le gain doit être mesuré sur la plage temporelle correspondant à la durée d'une impulsion, par opposition au gain moyen, noté \bar{G} , lorsque la pompe et le signal sont tous deux en régime continu. Dans ce cas, le gain crête et le gain moyen sont reliés par la relation suivante :

$$G^C = \frac{\bar{G} + (d - 1)}{d} \quad \text{avec} \quad d = \frac{\bar{P}_0}{P_0^C} = \frac{\Delta t_{imp}}{T_{rép}} \quad (2.29)$$

où le paramètre d correspond au rapport cyclique dans lequel, \bar{P}_0 et P_0^C sont respectivement les puissances moyenne et crête de la pompe, et Δt_{imp} et $T_{rép}$ sont respectivement la durée des impulsions (2 ns) et le taux de répétition de la pompe (1 μ s). Ce rapport vaut $d = 2 \times 10^{-3}$ dans notre cas.

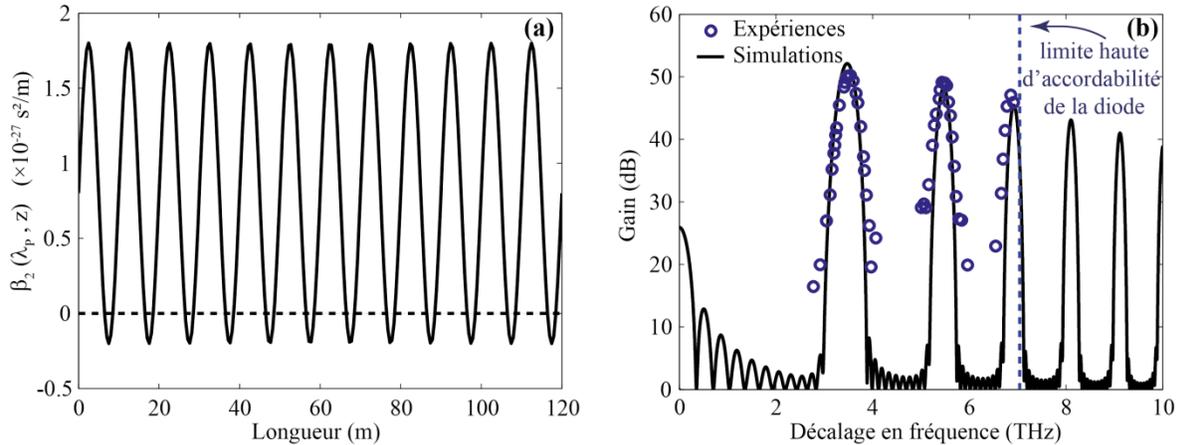


Figure 22 - (a) Profil de la GVD calculée à la longueur d'onde de pompe de 1067 nm. (b) Spectre de gain correspondant. Les mesures expérimentales sont représentées par les cercles bleus et le spectre issu des simulations numériques est tracé en trait plein noir. Le trait en pointillé bleu correspond à la limite haute d'accordabilité de la diode utilisée pour le signal.

Ainsi, nous avons mesuré le gain crête pour la longueur d'onde de pompe de 1067 nm. Les mesures expérimentales sont représentées par les cercles bleus sur la figure 22-(b). Notons que les relevés se limitent aux trois premiers lobes de MI puisque la diode accordable ne nous permet pas de décaler la fréquence du signal au-delà de la fréquence centrale du troisième lobe. Nous avons obtenu un gain paramétrique maximal de 50,23 dB sur la première composante spectrale et il reste supérieur à 45 dB pour les deux suivantes. Ces résultats expérimentaux ont été confirmés par une simulation numérique basée sur l'intégration de la GNLSE dans le but de réaliser une comparaison la plus réaliste possible avec les expériences. Le spectre de gain numérique obtenu est représenté en trait plein noir sur la figure 22-(b). Ainsi, les expériences démontrent qu'il est effectivement possible d'amplifier un signal en utilisant une DOF. Notons également que les gains obtenus sont très élevés, sur des bandes de fréquences présentant de grands décalages par rapport à la pompe. Par ailleurs, cette expérience pompe-sonde confirme sans ambiguïté que l'origine paramétrique du processus.

3.2.5 Évolution longitudinale des lobes d'instabilité modulationnelle

Après avoir démontré expérimentalement le processus de MI par QPM dans une DOF, il est intéressant d'étudier la dynamique de formation des différentes composantes spectrales au cours de leur propagation. Tout d'abord, pour réaliser cette étude expérimentale, nous avons enregistré une série de spectres de MI par une méthode de découpe successive. L'échantillonnage correspond à l'acquisition d'un spectre tous les 50 cm de la DOF sur une longueur totale de 120 m.

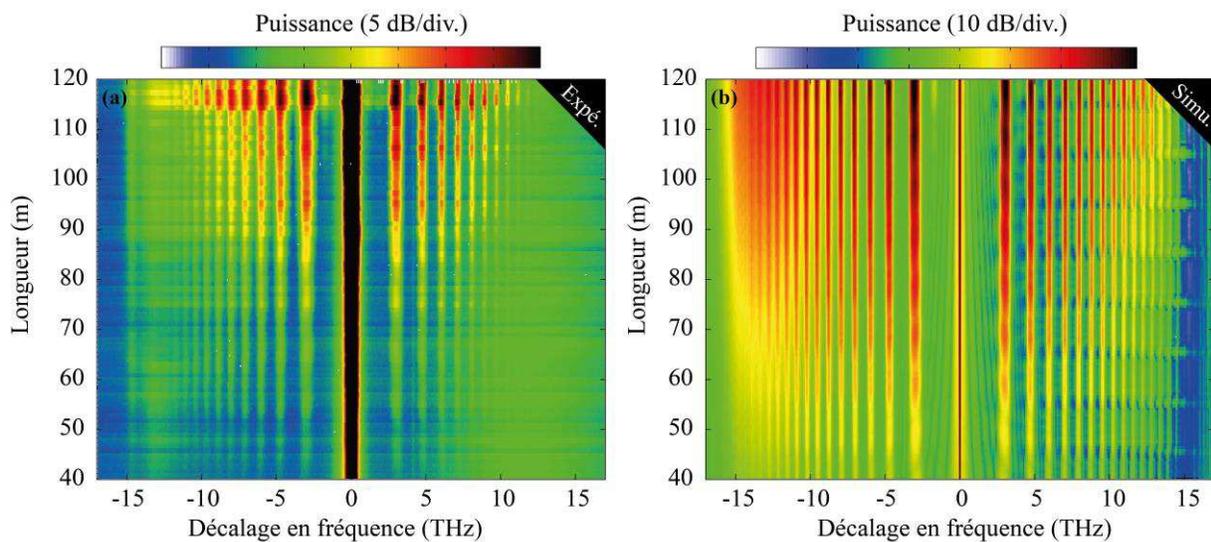


Figure 23 - Évolution (a) expérimentale et (b) numérique du spectre de MI généré dans la fibre à dispersion oscillante de 40 m à 120 m. L'échelle de puissance est exprimée en dB.

Les spectres obtenus à différentes longueurs sont représentés en échelle logarithmique sur la figure 23-(a). Toujours dans le but de confirmer ces relevés expérimentaux, nous avons réalisé les simulations numériques correspondantes. Notons que la configuration expérimentale est identique à celle présentée dans le paragraphe 3.2.2. Les résultats numériques sont quant à eux présentés sur la figure 23-(b) avec la même représentation graphique que celle de la figure 23-(a). La génération de chaque lobe de MI démarre dès le début de la propagation dans la DOF, comme tout processus de FWM accordé en phase. Cependant, l'acquisition expérimentale n'a pas été possible pour des longueurs inférieures à 40 m en raison du faible rapport signal sur bruit des spectres lié à la fois au système de détection et aux

conditions de pompe (émission spontanée amplifiée entre les impulsions de pompe). Ceci explique la représentation de l'axe graphique correspondant à la longueur compris entre 40 et 120 m. Ces deux représentations illustrent le très bon accord général obtenu en expériences et en simulations numériques.

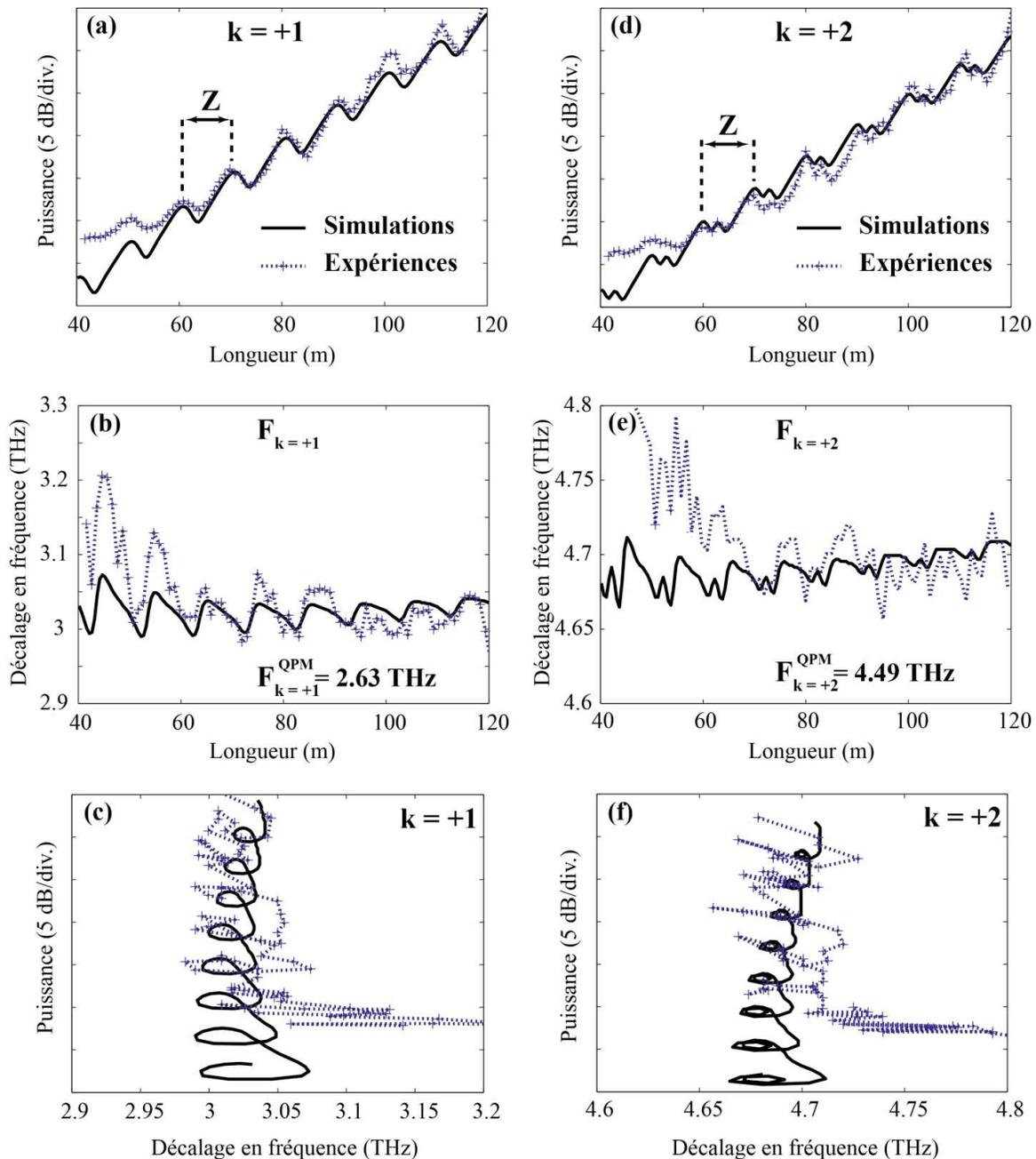


Figure 24 - Évolution (a) de la puissance et (b) de la fréquence centrale du premier lobe de MI ($k = +1$) obtenues expérimentalement (représentées par les croix bleues) et numériquement (représentées en trait plein noir). (c) Variation de la puissance du premier lobe en fonction de sa position spectrale. (d), (e) et (f) correspondent à la même représentation graphique pour le deuxième lobe de MI ($k = +2$).

Nous allons maintenant étudier l'évolution de la puissance et la fréquence centrale des différents lobes de MI. Pour permettre cette étude, nous avons enregistré ces deux paramètres au cours des découpes successives. Pour des raisons de clarté, nous avons limité ce travail aux deux premiers lobes de MI ($k = +1$ et $k = +2$). La figure 24-(a) montre l'évolution longitudinale de la puissance du premier lobe au cours de la propagation. Les relevés expérimentaux sont représentés par les croix bleues et les valeurs numériques en trait plein noir, en dB. Nous obtenons un excellent accord entre l'expérience et les simulations numériques excepté pour les courtes longueurs de fibre dû au faible rapport signal sur bruit en expérience. La puissance augmente de façon exponentielle en moyenne en fonction de la longueur. Les relevés sont effectués à la fréquence centrale du lobe (gain maximal). Nous notons également que la dynamique présente des oscillations autour de cette valeur moyenne avec une période d'oscillation correspondant à celle du profil périodique de la GVD ($Z = 10$ m). La dynamique de la figure 24-(a) présente une alternance périodique de régions d'amplification et de désamplification. Cela confirme que le lobe de MI oscille bien autour d'une amplification exponentielle moyenne au cours de la propagation. Une dynamique de gain de plus de 30 dB pour ce premier lobe est relevée entre une longueur de 40 et de 120 m. Ensuite, nous avons représenté l'évolution de la fréquence centrale du premier lobe en fonction de la longueur de fibre sur la figure 24-(b). La fréquence centrale varie quasiment de 0,1 THz aux alentours de 40 m. Nous remarquons que celle-ci oscille au cours de la propagation et que les oscillations tendent à diminuer. Pour une longueur de propagation très importante, la fréquence centrale doit tendre vers un régime quasi-asymptotique.

Le caractère oscillant de la fréquence centrale peut être interprété en considérant l'évolution du désaccord de phase linéaire accumulé au cours de la propagation, telle que :

$$\Delta\beta_L z = \int_0^z \beta_2(z') \Omega_k^2 z' dz' \quad (2.30)$$

C'est pourquoi, à partir d'une distance de propagation suffisamment longue, *i. e.* pour des valeurs de Z telles que $z / Z \gg 1$, le désaccord de phase linéaire tend vers la valeur moyenne de la GVD, telle que :

$$\Delta\beta_L z = \overline{\beta_2} \Omega_k^2 z \quad (2.31)$$

La même étude quantitative a été réalisée pour le deuxième lobe de MI générée dans cette DOF. Les résultats sont regroupés sur les figures 24-(d), (e) et (f) avec la même représentation. Le comportement des deux grandeurs étudiées (la puissance et la fréquence centrale du lobe) est similaire. En effet, comme nous pouvons le remarquer sur la figure 24-(d) et (e), la puissance et la fréquence de ce lobe présentent un caractère oscillant. Cependant, nous notons une double oscillation dont la période

fondamentale correspond à celle du profil périodique de la GVD. Cette dynamique particulière se retrouve sur l'ensemble des lobes de MI d'ordre supérieur.

3.3 Impact de la dispersion d'ordre quatre sur le spectre d'instabilité modulationnelle

Comme nous l'avons décrit précédemment, le processus de MI résulte d'une compétition entre les effets linéaires et non-linéaires, et gouverné par les lois de conservation de l'énergie et du moment. Jusqu'à présent, l'impact des ordres supérieurs de la dispersion sur la position spectrale des lobes de MI a été négligé puisque nos configurations ont été choisies telles que la contribution de la dispersion d'ordre deux domine. Rappelons que l'accord de phase parfait dans une fibre à dispersion uniforme est réalisé en régime de GVD fortement anormale ($\beta_2 < 0$), ou en régime de GVD normale lorsque la longueur d'onde de pompe est choisie proche de la ZDW ($\beta_2 > 0$ et $\beta_4 < 0$) [32], [57], [58]. C'est dans cette dernière configuration que la dispersion d'ordre quatre joue un rôle majeur dans l'établissement du processus de MI dans les fibres uniformes. L'objectif de ce paragraphe est donc de combiner la contribution de la GVD périodique avec l'effet de la dispersion d'ordre quatre en régime de GVD normale.

3.3.1 Diagramme de quasi-accord de phase

Nous avons vu précédemment que le processus de MI dans les DOFs était défini par une condition de QPM. Cette dernière est obtenue analytiquement et donnée par l'équation (2.20) et nous avons mis en évidence ses limites de validité. Nous rappelons que des études basées sur la théorie de Floquet permettent de prédire rigoureusement la position des fréquences de MI [100]. Cependant, les résultats demeurent relativement complexes à interpréter et nous continuerons à utiliser le formalisme du QPM en raison de sa simplicité. Afin de rester dans la zone de validité du modèle nous ne travaillerons qu'avec des puissances de pompe faibles, ce qui est le cas expérimentalement.

Nous avons vu précédemment que dans les DOFs, un QPM est obtenu si le désaccord de phase total accumulé sur une période de modulation est égal à un multiple de 2π [98], [103]. En tenant compte cette fois-ci de la dispersion d'ordre quatre, la condition de QPM de l'équation (2.4) se réécrit :

$$\int_0^z \left(\Omega_k^2 \beta_2(z') + \frac{\Omega_k^4}{12} \beta_4(z') \right) dz' + 2\gamma P_0 = k \frac{2\pi}{Z} \quad (2.32)$$

Ainsi, à partir de cette équation (2.32), et pour une distance de propagation suffisamment grande devant la période de modulation, il est très simple de montrer que les solutions de cette équation vérifient la relation suivante :

$$F_k = \frac{\Omega_k}{2\pi} = \pm \frac{1}{2\pi} \sqrt{-\frac{6\overline{\beta_2}}{\overline{\beta_4}} \pm 2 \sqrt{9\frac{\overline{\beta_2}^2}{\overline{\beta_4}^2} + \frac{3}{\overline{\beta_4}} \left(k \frac{2\pi}{Z} - 2\gamma P_0 \right)}} \quad (2.33)$$

Bien que cette expression soit valable quel que soit le signe de $\overline{\beta_4}$, nous nous limiterons au cas d'une DOF présentant une valeur négative de $\overline{\beta_4}$, ce qui est le cas de la plupart des fibres optiques (caractérisée par une seule ZDW).

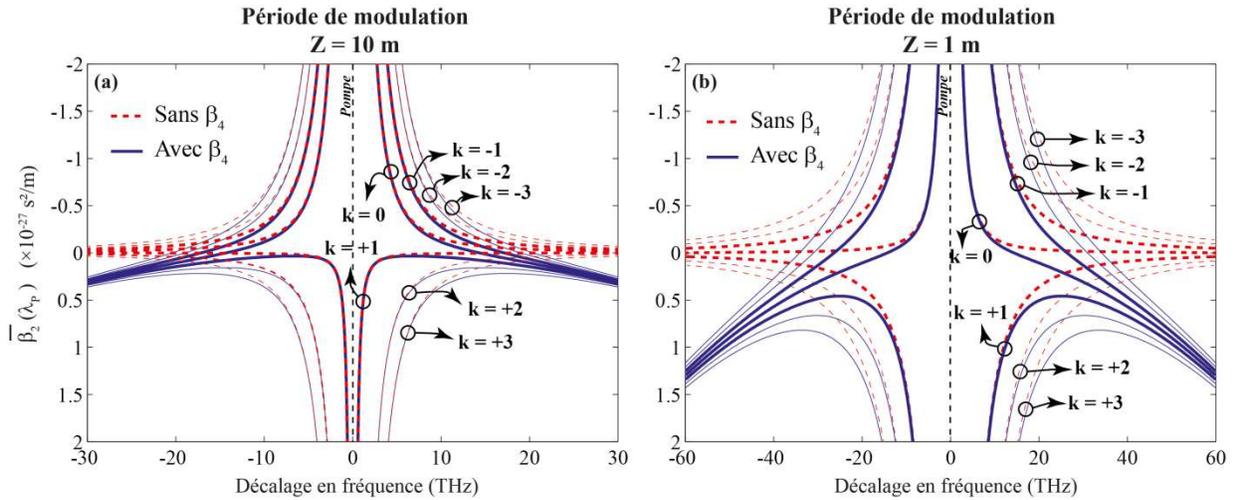


Figure 25 - Impact de la dispersion d'ordre quatre ($\overline{\beta_4}$) sur le diagramme de quasi-accord de phase calculé à partir de l'équation (2.33), en fonction de la valeur moyenne de la GVD ($\overline{\beta_2}$) pour une période de modulation de (a) $Z = 10$ m et de (b) $Z = 1$ m et pour $-3 \leq k \leq +3$.

La figure 25 montre le diagramme de quasi-accord de phase calculé à partir de l'équation (2.33) pour deux valeurs de période de modulation: $Z = 10$ m et $Z = 1$ m. Les courbes en trait plein bleu ont été tracées en tenant compte de la dispersion d'ordre quatre ($\overline{\beta}_4$) dans cette équation, alors que ce terme a été négligé pour les courbes en traits pointillés rouges. Sur ces deux graphiques, les courbes $k = 0$ correspondent aux solutions, bien connues, qui sont obtenues dans les fibres uniformes [57], [58] alors que les solutions $k \neq 0$ sont uniquement permises par la DOF. Pour plus de clarté, nous avons représenté uniquement les trois premiers ordres correspondant à des valeurs de $-3 \leq k \leq +3$, et nous avons tracé en surbrillance les solutions $k = -1, 0$ et $+1$ puisqu'elles suffisent pour illustrer l'impact de la dispersion d'ordre quatre. Deux principaux comportements liés à la prise en compte de $\overline{\beta}_4$ dans la relation (2.33) peuvent alors être observés sur la figure 25. Premièrement, pour les courbes $k \leq 0$, les solutions existent à la fois en régime de GVD normale et anormale, alors qu'elles existent uniquement en zone anormale si $\overline{\beta}_4$ est négligé. Ce phénomène est analogue au processus de MI assisté par la dispersion d'ordre quatre dans les fibres uniformes ($k = 0$) où ce terme est négatif et contribue à la compensation entre le désaccord de phase linéaire et non-linéaire. Deuxièmement, les courbes obtenues pour des valeurs de $k > 0$ présentent deux branches de solutions, ce qui correspond à la génération de deux lobes de MI pour une même valeur moyenne de GVD, alors que seulement un lobe est attendu dans le cas où $\overline{\beta}_4$ est négligé. Cette deuxième solution permise, présentant le plus grand décalage en fréquence par rapport à la pompe, est directement liée à la dispersion d'ordre quatre dans les DOFs. La figure 25 confirme qu'avec une DOF présentant une période de modulation de 10 m (comme c'est le cas des deux DOFs utilisées précédemment) il est très difficile, voire impossible, d'observer cette seconde solution. En effet, le diagramme de la figure 25-(a) montre que l'écart fréquentiel entre ces deux solutions est très élevé sur une très courte plage de valeurs moyennes de la GVD. Les imperfections liées à la fabrication de la fibre seraient alors susceptibles de faire disparaître ce second lobe de MI [104]. Par contre, pour une DOF de période de modulation de 1 m (figure 25-(b)), cet écart fréquentiel est plus faible, et correspond à un plus grand intervalle de valeurs de $\overline{\beta}_2$. Nous pouvons donc conclure qu'il est préférable de travailler avec une DOF possédant une faible période de modulation pour mettre en évidence le rôle joué par la dispersion d'ordre quatre sur le processus de MI dans une DOF.

La relation de QPM permet seulement de prédire la position spectrale des lobes de MI mais ne donne aucune information sur leur gain. Il est donc important de vérifier si ces nouvelles solutions présentent un gain paramétrique suffisamment élevé. Pour répondre à cette question, nous avons utilisé l'outil numérique basé sur la méthode de segmentation. Nous avons calculé le spectre de gain pour différentes valeurs de périodes de modulation Z , et les résultats sont regroupés sur la figure 26-(a). Nous

avons identifié uniquement les trois premiers lobes de MI pour des raisons de clarté. La longueur d'onde de pompe a été choisie telle que la valeur moyenne de GVD est de $\overline{\beta}_2 = +4,9 \times 10^{-28} \text{ s}^2/\text{m}$. Les autres paramètres correspondent à ceux utilisés dans le paragraphe suivant qui présente l'étude expérimentale correspondante. Nous observons clairement sur la figure 26-(a) l'apparition d'une deuxième solution pour tous les entiers $k \geq +1$. Par contre, par rapport à la première solution, la deuxième solution présente des valeurs de gain et de largeur spectrale bien plus faibles. Pour plus de clarté, nous avons représenté, sur la figure 26-(b), l'évolution du gain de cette deuxième solution pour le premier lobe de MI ($k = +1$) en fonction de la période de modulation, dans un repère spectral recentré par rapport à sa fréquence centrale grâce à l'équation (2.33). Nous remarquons que le gain présente des oscillations lorsque la période de modulation augmente, et que la valeur du gain et la largeur spectrale du lobe augmente brutalement lorsque la période de modulation diminue. Par exemple, pour une période de modulation de $Z = 1 \text{ m}$, le gain est évalué à 25 dB alors que pour $Z = 10 \text{ m}$, le gain chute à 4 dB. Une observation expérimentale de cette deuxième solution pour des périodes de modulation supérieures à 2 m semble donc délicate. D'un point de vue expérimental, il est également nécessaire de tenir compte des inhomogénéités longitudinales induites lors du processus de fabrication qui détruiraient les faibles bandes de gain [105].

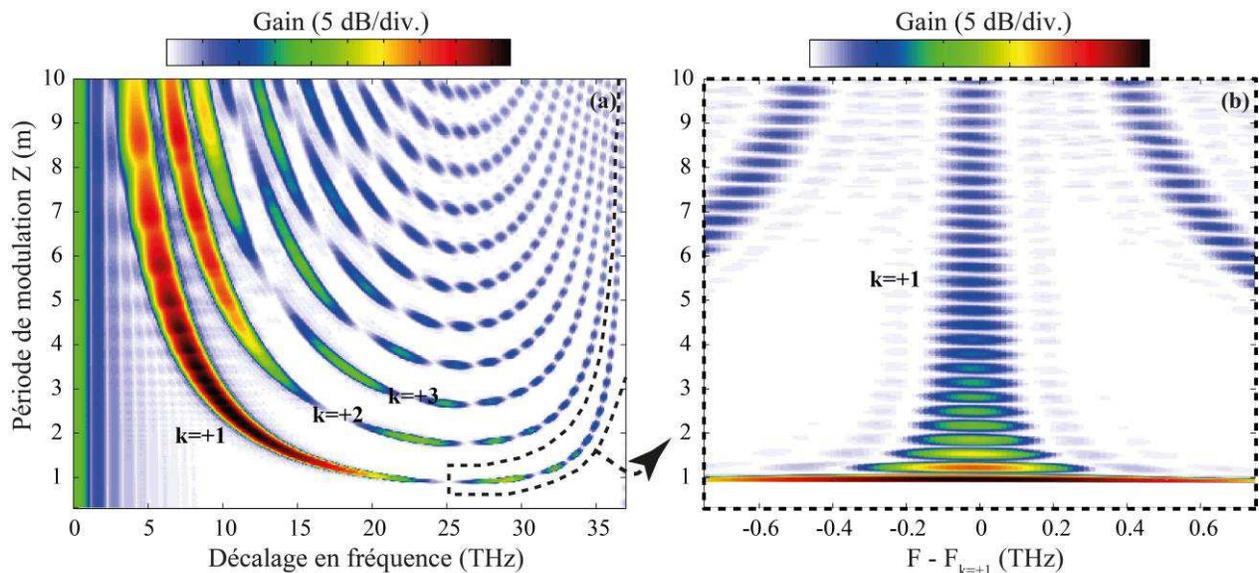


Figure 26 - (a) Evolution du spectre de gain calculé à partir de la méthode par approche matricielle pour différentes valeurs de période de modulation allant de $Z = 10 \text{ cm}$ à $Z = 10 \text{ m}$. (b) Zoom sur la deuxième solution correspondant au premier ordre ($k = +1$) dans un repère fréquentiel recentré grâce à l'équation (2.33) ($F - F_{k=+1}$).

Comme nous pouvons le voir sur la figure 26, de nombreuses fréquences sont susceptibles d'apparaître dans le spectre en raison du processus de MI dans les DOFs. Afin d'obtenir le spectre le plus simple possible à étudier, nous veillons à ce que des processus de FWM entre la pompe et les lobes de MI ne viennent compliquer l'étude. Par conséquent, la puissance de pompe doit être suffisamment élevée pour que le deuxième lobe de MI apparaisse dans le spectre mais suffisamment faible pour éviter l'apparition d'harmoniques résultant d'un processus de FWM additionnel avec la pompe. Nous avons ainsi fixé la puissance de pompe à une valeur de $P_0 = 40$ W. Cette étude numérique préliminaire nous a donc permis d'expliquer pourquoi cette deuxième solution n'a pas été observée dans la démonstration expérimentale du paragraphe 3.2.2. Elle nous a également montré que l'observation expérimentale de cette deuxième branche de solutions nécessite l'emploi d'une DOF de période de modulation inférieure à 2 m.

3.3.2 Etude expérimentale - validation

3.3.2.1 Présentation du dispositif expérimental

Afin d'étudier l'impact de la dispersion d'ordre quatre sur le processus de MI, nous avons donc fabriqué une PCF présentant un profil de GVD oscillant de période de modulation $Z = 1$ m. Nous avons utilisé le dispositif expérimental schématisé sur la figure 27, dont le système de pompe est identique à celui que nous avons utilisé principalement. Tous les composants sont à maintien de polarisation (PM) tels que l'état de polarisation linéaire puisse être aligné sur l'un des axes neutres de la fibre dans le but de limiter notre étude au processus de MI scalaire.

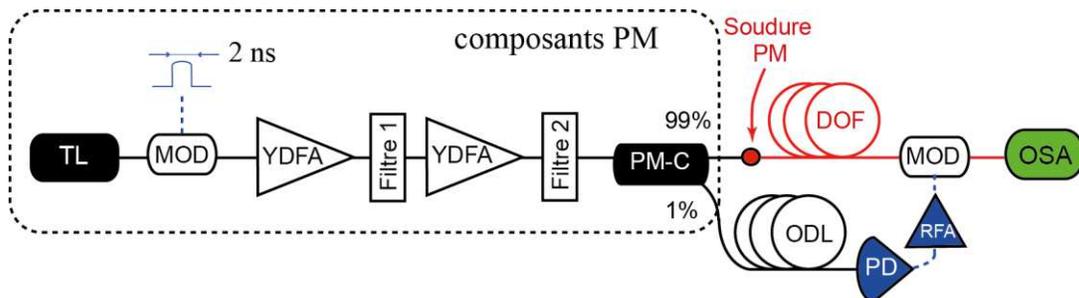


Figure 27 - Schéma du dispositif expérimental.

Par ailleurs, pour améliorer le rapport signal sur bruit qui constitue un véritable point faible pour la détection de la deuxième solution, 1 % du faisceau de pompe est prélevé. Il est ensuite envoyé sur une photodiode (PD) grâce à laquelle un signal électrique est amplifié et utilisé pour piloter un second modulateur d'intensité. L'utilisation de ce dernier a pour but d'isoler les événements présents à l'intérieur des impulsions carrées de la pompe. En effet, les événements temporels situés entre celles-ci proviennent de l'émission spontanée amplifiée générée et a pour conséquence de dégrader le rapport signal sur bruit des spectres moyennés sur plusieurs milliers d'impulsions. La synchronisation du modulateur avec le train d'impulsions est assurée par une ligne à retard composée d'une fibre optique dont la longueur a été correctement ajustée. Cette amélioration de la détection nous a permis de diminuer le niveau de bruit d'environ 8 dB. Ce fut indispensable pour obtenir une observation expérimentale propre des lobes secondaires de MI liés à la courbure de la dispersion.

3.3.2.2 Dynamique du spectre d'instabilité modulationnelle

La fibre fabriquée présente une dispersion sinusoïdale avec une modulation d'amplitude de $\pm 6\%$, ce qui correspond à une variation totale de la ZDW d'environ 10 nm. L'amplitude de modulation de la GVD correspond à $\beta_2^A = 1,1 \times 10^{-27} \text{ s}^2/\text{m}$ et les valeurs moyennes du troisième et quatrième ordre, considérés constants sur la plage de longueur d'onde étudiée, sont respectivement égales à $\overline{\beta_3} = 7 \times 10^{-41} \text{ s}^3/\text{m}$ et $\overline{\beta_4} = -1,1 \times 10^{-55} \text{ s}^4/\text{m}$. La biréfringence de groupe a été mesurée à $1,3 \times 10^{-4}$, l'atténuation linéique à $\alpha = 8 \text{ dB/km}$ et le coefficient non-linéaire a été calculé à $\gamma = 7,5 \text{ /W/km}$ à 1060 nm. Durant l'expérience, la puissance de pompe a été fixée à $P_0 = 40 \text{ W}$ et la longueur de fibre est de $L = 35 \text{ m}$.

Nous avons enregistré une série de spectres de MI avec un analyseur de spectre optique pour différentes longueurs d'onde de pompe entre 1049 et 1061 nm. Cette plage de variation correspond à une variation de la valeur moyenne de la GVD entre $+1,1 \times 10^{-27} \text{ s}^2/\text{m}$ et $-0,12 \times 10^{-27} \text{ s}^2/\text{m}$. L'ensemble des spectres expérimentaux est représenté sur la figure 28-(a). Dans le but de confirmer ces relevés expérimentaux, nous avons réalisé les simulations numériques correspondantes, basées sur l'intégration de la GNLSE en tenant compte des paramètres expérimentaux et de l'effet Raman. Les spectres numériques sont regroupés sur la figure 28-(b) avec la même représentation que celle de la figure 28-(a). De plus, les solutions de la relation de quasi-accord de phase (équation (2.33)) ont été superposées sur ces deux figures et sont représentées par les points noirs. Nous pouvons remarquer que la dispersion d'ordre quatre ($\overline{\beta_4}$) est

responsable de l'apparition de nouvelles solutions pour les ordres $k \geq +1$ et pour les ordres $k \leq 0$ en régime de GVD normale comme le prédit la relation de QPM (figure 25-(b)). Nous obtenons un très bon accord entre les résultats expérimentaux et numériques concernant la dynamique du spectre de MI en fonction de la longueur d'onde de pompe. Ces résultats sont en bon accord avec les prédictions de l'équation de QPM (équation (2.33)), qui pour cette relativement faible puissance, est valide.

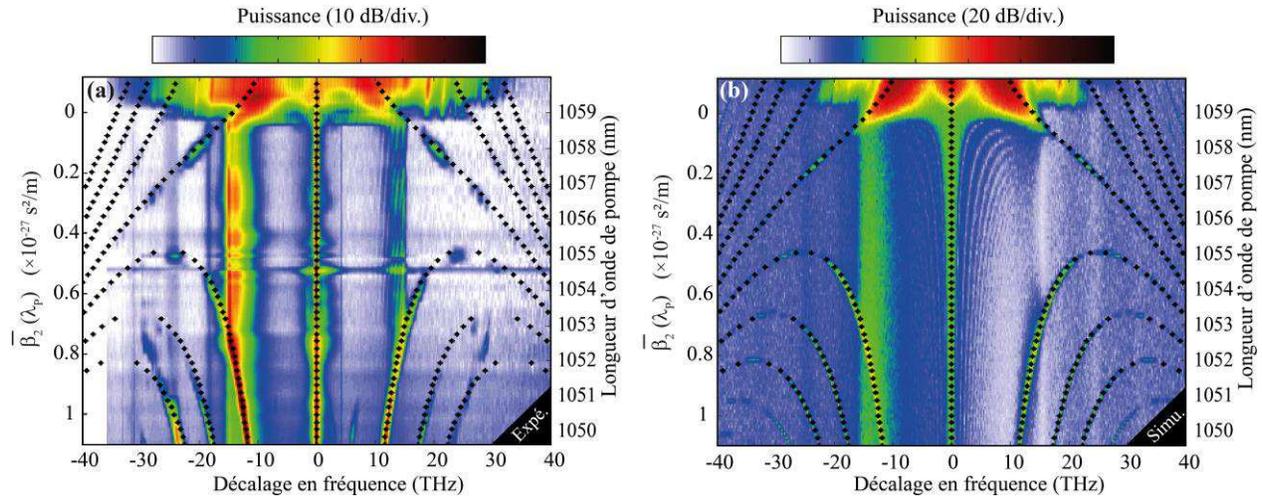


Figure 28 - Évolution (a) expérimentale et (b) numérique du spectre de MI en fonction de la valeur moyenne de la GVD (les longueurs d'onde de pompe correspondantes sont affichées sur l'échelle de droite). L'échelle de puissance est logarithmique. Les points noirs représentent les positions spectrales des 3 premiers lobes de MI déduites de l'équation (2.33).

La position spectrale des lobes de MI générés en expérience est représentée par les cercles sur la figure 29-(a), superposés au diagramme de quasi-accord de phase représenté en traits plein bleu. Nous observons que les résultats obtenus sont en très bon accord avec la théorie basée sur l'équation (2.33). En faisant varier la longueur d'onde de pompe en régime de GVD normale, nous sommes capables de détecter des lobes de MI pour des valeurs de $-2 \leq k \leq +2$. Nous distinguons clairement l'obtention de nouvelles fréquences de MI dans ce régime de dispersion correspondant aux valeurs de $k = 0, -1$ et -2 , ainsi que l'apparition d'une double solution pour la valeur de $k = +1$. Cette observation est impossible pour la branche $k = +2$ puisque le gain sur les bandes de MI correspondantes est trop faible par rapport au niveau de bruit expérimental. Deux spectres typiques illustrant ces deux comportements caractéristiques sont représentés sur les figures 29-(b) et (c). Premièrement, la figure 29-(b) montre le spectre de MI obtenu pour la longueur d'onde de pompe de $\lambda_p = 1057,7$ nm correspondant à la valeur de $\bar{\beta}_2 = +1,3 \times 10^{-28} s^2/m$

pour des valeurs de $k \leq 0$. Il montre la génération de trois paires de bandes de gain, représentées en orange ($k = 0$), en vert ($k = -1$), et en violet ($k = -2$). Les deux lobes oranges proviennent directement de la contribution de la dispersion d'ordre quatre et correspondent aux mêmes types de solutions que celles obtenues dans les fibres à dispersion uniforme. Par contre, les lobes verts et violets proviennent de la combinaison entre la dispersion d'ordre quatre et le profil périodique de la GVD. En tenant compte de l'impact de $\overline{\beta_4}$, il est donc possible de générer de nouvelles bandes de MI ($k \leq 0$) en régime de GVD normale alors qu'il serait impossible de les obtenir en ne considérant uniquement la dispersion d'ordre deux. Notons que les composantes spectrales représentées en noir sur les deux spectres des figure 29-(b) et 29-(c) correspondent aux bandes Stokes et anti-Stokes de la diffusion Raman stimulée. Ensuite, la figure 29-(c) présente un spectre de MI enregistré à la longueur d'onde de pompe de $\lambda_p = 1054,5$ nm, ce qui correspond à une valeur de moyenne de GVD de $\overline{\beta_2} = +4,9 \times 10^{-28}$ s²/m. Nous pouvons distinguer l'apparition d'une solution sur la deuxième branche représentée sur le diagramme de quasi-accord de phase de la figure 29-(a) pour $k = +1$. Ces deux paires de lobes de MI identifiées en rouge résultent également de la combinaison entre la dispersion d'ordre quatre et le profil de GVD oscillant.

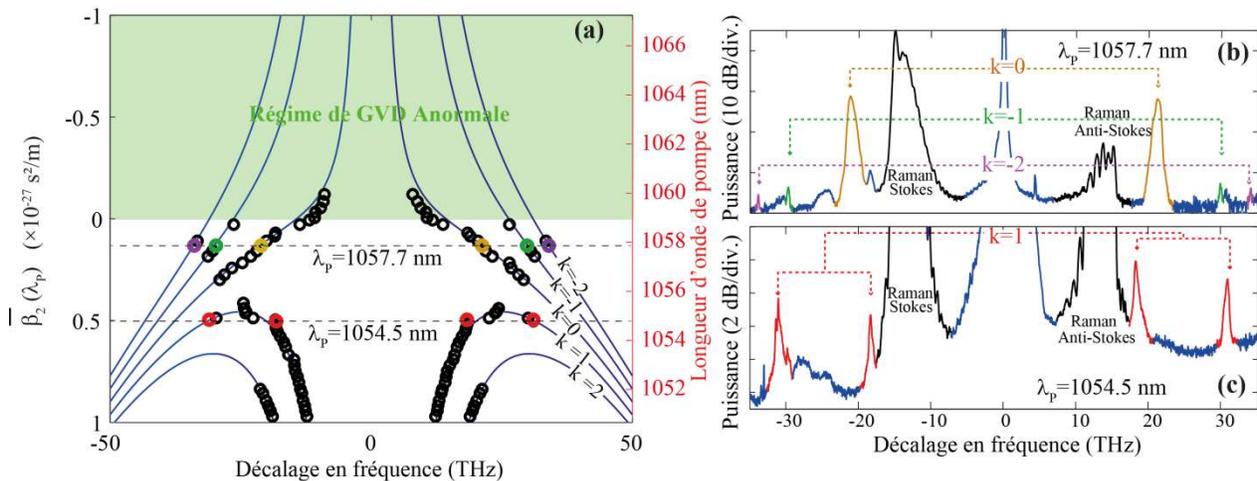


Figure 29 - (a) Diagramme de quasi-accord de phase de la DOF calculé à partir de l'équation (2.33) (trait plein bleu). Les cercles représentent les relevés expérimentaux. (b-c) Spectres expérimentaux enregistrés pour des valeurs de longueur d'onde de pompe de (b) 1057,7 nm et (c) 1054,5 nm. Le code couleur des lobes de MI mis en évidence est en accord avec celui des cercles du graphique (a).

L'importance du rôle joué par la dispersion d'ordre quatre dans les fibres à dispersion périodique a été mis en évidence dans cette étude. Cette contribution supplémentaire se traduit par deux signatures

caractéristiques. La première est similaire à celle observée dans les fibres à dispersion uniforme, qui permet la génération de lobes de MI quel que soit le régime de GVD (particulièrement lorsque $\overline{\beta}_4 < 0$). La seconde est quant à elle spécifique au profil de GVD périodique. Nous avons donc mis en évidence un nouveau type de spectre de MI caractérisé par la génération d'une nouvelle famille de fréquences de MI [106]. Celle-ci provient d'une combinaison entre la dispersion d'ordre quatre et la dispersion périodique. Nos résultats expérimentaux sont confirmés par la relation de QPM. Rappelons enfin que cette étude peut être appliquée aux fibres optiques présentant une valeur de dispersion d'ordre quatre positive ($\overline{\beta}_4 > 0$) dans lesquelles des comportements similaires sont attendus.

4 Etude analytique de la dynamique du spectre d'instabilité modulationnelle dans les fibres à dispersion oscillante

Comme nous l'avons mis en évidence précédemment, la périodicité de la GVD permet la génération de nombreuses fréquences de MI, particulièrement en régime de GVD normale. Cela constitue donc un nouveau degré de liberté dans l'élaboration de systèmes optiques nécessitant des bandes de gain à des fréquences particulières, et sur de larges gammes de fréquences. L'allure longitudinale de la génération des lobes de MI a été présentée dans le paragraphe 3.2.5 numériquement et expérimentalement grâce à une méthode de découpes successives. Nous avons identifié des régions périodiques d'amplification et de désamplification caractérisées par une oscillation de la puissance de chaque lobe autour d'une amplification exponentielle moyenne. Bien que ce comportement soit attendu pour ce processus de QPM, il diffère de celui observé dans les cristaux non-linéaires polés périodiquement puisque dans ces derniers il n'y a aucune phase de désamplification. L'objectif de cette sous-partie est donc d'interpréter la dynamique de formation de ces différentes composantes spectrales. Ce travail présente un atout majeur puisque toutes les théories établies jusqu'à présent (LSA, théorie de Floquet) sont bien souvent complexes et les résultats obtenus non intuitifs. Pour réaliser ce travail, nous nous sommes appuyés sur la méthode basée sur le modèle à trois ondes tronqué présenté dans la partie 1. Nous allons détailler notre raisonnement qui a permis l'établissement d'un outil analytique simple nous permettant d'interpréter physiquement le mécanisme de formation du spectre de MI et de dimensionner des DOFs.

4.1 Application du modèle à trois ondes tronqué aux fibres à dispersion oscillante

4.1.1 Approximations et expression analytique du gain paramétrique

Il est bien connu que le processus de MI peut être interprété comme un processus de FWM dans le domaine spectral [51], [58]. Dans ce cas, le spectre de gain paramétrique du FWM peut être obtenu par la LSA. Dans les systèmes optiques à gestion de dispersion, cet outil permet de prédire analytiquement le spectre de MI composé de nombreuses bandes de gain [18], [20], mais aucune analyse ne nous donne d'information simplifiée sur la dynamique de formation des différents lobes, ainsi que sur l'évolution précise du champ au cours d'une période de modulation de la fibre. L'objectif majeur de ce paragraphe est de proposer une explication intuitive et une interprétation des résultats présentés précédemment [107].

Le point de départ est basé sur le modèle à trois ondes dont les équations de base ont été présentées dans la partie 1. Appliqué au cas d'une GVD sinusoïdale, la fonction $\theta(\Omega, z)$ nous permettra de prendre en compte les variations de la phase relative entre les ondes pompe, signal et idler, durant la propagation. Contrairement au cas d'une fibre à dispersion uniforme, les variations de $\theta(z)$ sont induites par la dispersion oscillante. Pour simplifier cette étude, nous avons considéré que la puissance de pompe reste constante sur toute la longueur de fibre étudiée ($P_p = P_0$) et que celle-ci est toujours nettement supérieure à celle du signal (P_s) et de l'idler (P_l). Dans ces conditions, le système d'équations différentielles devient :

$$\frac{dP_p(z)}{dz} = -\alpha P_p \quad (2.34)$$

$$\frac{dP_s(\Omega, z)}{dz} = -\alpha P_s(\Omega, z) + 2\gamma P_p (P_s(\Omega, z)P_l(\Omega, z))^{1/2} \sin[\theta(\Omega, z)] \quad (2.35)$$

$$\frac{dP_l(\Omega, z)}{dz} = -\alpha P_l(\Omega, z) + 2\gamma P_p (P_s(\Omega, z)P_l(\Omega, z))^{1/2} \sin[\theta(\Omega, z)] \quad (2.36)$$

$$\frac{d\theta(\Omega, z)}{dz} = \Omega^2 \left[\overline{\beta}_2 + \beta_2^A \sin\left(\frac{2\pi}{Z}\right) z \right] + 2\gamma P_0 (1 + \cos[\theta(\Omega, z)]) \quad (2.37)$$

Rappelons que Ω représente l'écart en pulsation du signal/idler par rapport à la pompe. Dans un premier temps, il est donc simple de déduire l'expression de la puissance de pompe par intégration de l'équation (2.34) :

$$P_p(z) = P_0 \exp[-\alpha z] \quad (2.38)$$

Ensuite, en égalisant les équations (2.35) et (2.36), nous obtenons :

$$\frac{dP_s(\Omega, z)}{dz} + \alpha P_s(\Omega, z) = \frac{dP_l(\Omega, z)}{dz} + \alpha P_l(\Omega, z) \quad (2.39)$$

En intégrant cette équation (2.39), nous pouvons en déduire l'expression de la puissance de l'idler :

$$P_l(\Omega, z) = P_s(\Omega, z) - [P_s(\Omega, 0) - P_l(\Omega, 0)] \exp[-\alpha z] \quad (2.40)$$

Ainsi, l'équation (2.35) peut être réécrite en utilisant les équations (2.38) et (2.40) :

$$\frac{dP_s(\Omega, z)}{dz} = -\alpha P_s(\Omega, z) + 2\gamma P_0 \exp[-\alpha z] \left(P_s(\Omega, z) [P_s(\Omega, z) - [P_s(\Omega, 0) - P_l(\Omega, 0)] \exp[-\alpha z]] \right)^{1/2} \sin[\theta(\Omega, z)] \quad (2.41)$$

Dans la suite, nous allons négliger la contribution des pertes dans le but de simplifier au maximum le calcul. Elles peuvent être prises en compte dans toutes les étapes de calcul, jusqu'au résultat final, mais elles ne modifient pas significativement la dynamique du processus. Comme nous l'avons démontré dans le paragraphe 3.2.3, présentant les limitations de la condition de QPM, la contribution du $\cos[\theta(\Omega, z)]$ présente un effet notable sur la position spectrale de chaque lobe de MI. Cependant, nous avons montré que cette contribution pouvait être négligée et que cette approximation était d'autant plus valable que la puissance de pompe était faible. Dans cette condition, nous allons négliger le terme en $\cos[\theta(\Omega, z)]$ de l'équation (2.37) pour déterminer une solution analytique. Physiquement, cela correspond au fait que nous considérons que la variation longitudinale du désaccord de phase non-linéaire reste faible devant celle du désaccord de phase linéaire. Cette propriété constitue le critère limitant de notre modèle analytique, mais nous avons vérifié numériquement que cette approximation était valable pour de nombreux cas réalistes. Par conséquent, l'intégration de l'équation (2.37) devient possible analytiquement et nous sommes en mesure d'obtenir l'équation finale de la puissance du signal. L'expression analytique du gain accumulé est donc donnée par :

$$G(\Omega, z) = \frac{P_s(\Omega, z)}{P_s(\Omega, 0)} = \frac{1}{4}[1 - \rho] + \frac{1}{4}[1 + \rho + 2\sqrt{\rho}] \exp \left[\int_0^z g(\Omega, z') dz' \right] \quad (2.42)$$

dans laquelle $\rho = P_t(\Omega, 0) / P_s(\Omega, 0)$.

Dans la suite, nous considérons les régimes de fort gain et nous pouvons donc considérer que $\rho = 1$. Dans cette dernière équation, le gain linéaire local est défini par :

$$g(\Omega, z) = 2\gamma P_0 \sin[\theta(\Omega, z)] \quad (2.43)$$

Son calcul dépend donc de l'intégration de l'équation (2.37) dans le but d'évaluer $\theta(\Omega, z)$, qui est donné par :

$$\theta(\Omega, z) = \left[\overline{\beta_2} \Omega^2 + 2\gamma P_0 \right] z + \frac{\beta_2^A \Omega^2}{2\pi / Z} \left[1 - \cos \left(\frac{2\pi}{Z} z \right) \right] + \theta(\Omega, 0) \quad (2.44)$$

Enfin, en effectuant un développement en série de Fourier pour calculer l'expression de $\sin[\theta(\Omega, z)]$, nous obtenons l'expression du gain linéaire local suivante :

$$g(\Omega, z) = 2\gamma P_0 \sum_{q=-\infty}^{q=+\infty} J_q \left(\frac{\beta_2^A \Omega^2}{2\pi / Z} \right) \sin \left[\left(\overline{\beta_2} \Omega^2 + 2\gamma P_0 - q \frac{2\pi}{Z} \right) z + K_q \right] \quad (2.45)$$

avec $K_q = \frac{\beta_2^A \Omega^2}{2\pi / Z} - q \frac{\pi}{2} + \theta(\Omega, 0)$.

Grâce à cette relation analytique simple, nous pouvons étudier et interpréter la dynamique longitudinale de la formation des différentes bandes de MI dans les DOFs.

4.1.2 Interprétations de la dynamique longitudinale du spectre d'instabilité modulationnelle

En s'appuyant sur l'expression analytique finale du gain linéaire, donnée par l'équation (2.45), nous pouvons remarquer que celle-ci, exprimée à une pulsation fixe Ω , est une somme de fonctions sinusoïdales en z . Ainsi, pour chaque lobe de MI, il existe une valeur de fréquence qui supprime la dépendance en z dans le sinus de l'équation (2.45). Cette condition est définie pour les valeurs de $q = k$ et

le gain linéaire présente une valeur constante: l'amplification paramétrique moyenne est de forme exponentielle. Ces fréquences spécifiques sont données par les solutions de la relation de quasi-accord de phase et notées $\Omega_k^{QPM} = 2\pi F_k^{QPM}$. Rappelons que nous avons restreint l'étude à la dispersion d'ordre deux, mais il est possible d'étendre le modèle à tous les ordres pairs. Le terme indépendant de z nous permet donc de connaître le gain après une distance de propagation équivalent à un nombre entier n de périodes de modulation, tel que :

$$G(\Omega_k, L = nZ) = \exp[g(\Omega_k)L] \quad (2.46)$$

dépendante du gain linéaire moyen de la $k^{ième}$ composante spectrale, dont l'expression est donnée par :

$$g(\Omega_k) = 2\gamma P_0 J_k \left(\frac{\beta_2^A \Omega_k^2}{2\pi / Z} \right) \quad (2.47)$$

Notons que ce gain paramétrique est toujours plus faible que celui d'une fibre uniforme où $g = 2\gamma P_0$. Pour obtenir l'équation (2.47), nous avons fixé la constante $K_{q=k} = +\pi/2$ comme condition initiale. Ce choix se justifie par la maximisation naturelle du gain, phénomène similaire dans les fibres uniformes en fixant le désaccord de phase initial à $+\pi/2$ [90], [101].

Dans le but d'illustrer ce mécanisme de formation, nous avons limité l'étude aux deux premiers lobes de MI mais elle est valable pour toutes les composantes spectrales. Premièrement, la courbe en trait plein noir de la figure 30-(a) montre l'évolution du gain de la première composante spectrale ($k = +1$) obtenue après intégration numérique du système d'équations différentielles complet du modèle à trois ondes tronqué, en négligeant l'atténuation. Une résolution de la GNLSE correspondante nous donne exactement la même évolution mais elle n'est pas représentée sur ce graphique par souci de clarté. Le terme de gain uniforme est représenté en trait plein bleu (la fonction de Bessel J_1), les courbes en traits pointillés bleus et en points bleus correspondent aux termes oscillants de plus grande amplitude (les fonctions de Bessel J_{-1} et J_0), et la courbe en rouge représente la somme totale. Nous avons limité le calcul à ces trois termes puisque la contribution des autres fonctions de Bessel est négligeable dans cet exemple.

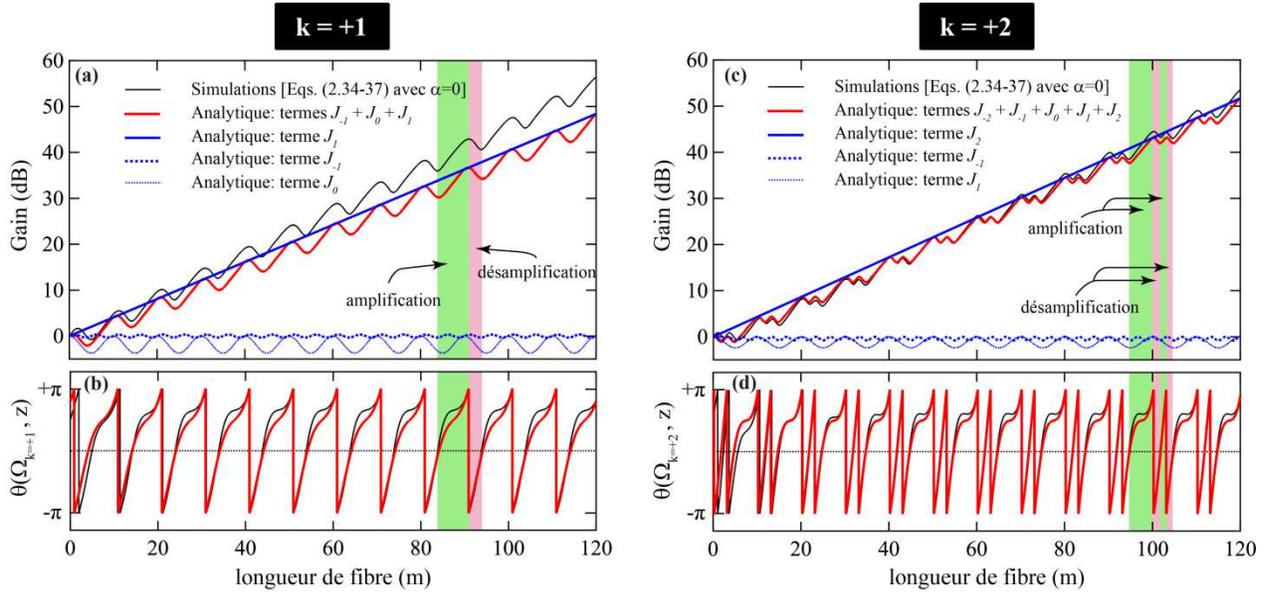


Figure 30 - (a) Evolution du gain du premier lobe de MI calculée à partir de l'équation (2.42) (en trait plein rouge) avec la contribution de $J_1 + J_0 + J_{-1}$ (le gain moyen + les termes oscillants), pour J_1 seul (trait plein bleu), pour J_0 seul (points bleus), et pour J_{-1} seul (traits pointillés bleus). Ces tracés ont été réalisés pour la valeur théorique $F_{k=+1}^{QPM} = 2.63$ THz (équation (2.20)). La courbe en trait plein noir est calculée à partir du système d'équations différentielles du modèle à trois ondes tronqué (équations (2.34-37)) pour une valeur de $F_{k=+1}^{Simu} = 2.93$ THz. (b) Evolution de la fonction $\theta(\Omega_{k=+1}, z)$ calculée avec le modèle analytique (trait plein rouge) et par la résolution numérique (équations (2.34-37)) (trait plein noir). (c-d) Même représentation pour le deuxième lobe de MI en tenant compte des contributions de $J_2 + J_1 + J_0 + J_{-1} + J_{-2}$ (le gain moyen + les termes oscillants), pour J_1 seul (trait plein bleu), pour J_0 seul (points bleus), et pour J_{-1} seul (traits pointillés bleus). La valeur théorique est de $F_{k=+2}^{QPM} = 4.49$ THz (équation (2.20)). La courbe en trait plein noir est calculée pour une valeur de $F_{k=+2}^{Simu} = 4.61$ THz.

Un bon accord est obtenu en comparant l'évolution obtenue avec notre modèle analytique (en rouge) et celle déduite des simulations numériques (en noir), ce qui confirme la validité de nos hypothèses et la précision de notre méthode. Notons que la fréquence centrale théorique du lobe ($F_{k=+1}^{QPM} = 2.63$ THz) est légèrement différente de celle numérique ($F_{k=+1}^{Simu} = 2.93$ THz) pour les mêmes raisons que celles présentées dans le paragraphe 3.2.3 mettant en évidence les limitations de la relation du QPM (cette remarque est également valable pour le deuxième lobe de MI étudié par la suite). Comme nous pouvons le constater sur la figure 30-(b), au cours de chaque période de modulation, la phase d'amplification est caractérisée par un désaccord de phase θ tel que $0 < \theta(\Omega_{k=+1}, z) < +\pi$ et la phase de désamplification par $-\pi < \theta(\Omega_{k=+1}, z) < 0$. Le saut de phase total est égal à 2π par période.

La dynamique de la deuxième composante spectrale ($k = +2$) est présentée sur la figure 30-(c). Le même raisonnement que celui formulé pour le premier lobe est valable. Le terme associé à la fonction de Bessel J_2 nous donne l'amplification exponentielle moyenne (trait plein bleu). Les autres termes correspondent au caractère oscillant de gain total ($J_{-2} + J_{-1} + J_1 + J_0$). Un très bon accord est également obtenu entre les résultats issus de notre modèle analytique et des résolutions numériques. Toujours pour des raisons de clarté, nous avons représenté uniquement les termes associés à J_1 et J_{-1} sur la figure 30-(c). Nous obtenons dans ce cas, deux phases d'amplification et deux phases de désamplification par période de modulation. L'évolution de la phase est représentée sur la figure 30-(d) et présente une évolution plus complexe que celle correspondant au premier lobe. Le saut de phase total est cette fois-ci égal à 4π par période. Au regard de l'ensemble des résultats présenté dans la figure 30, l'accord entre les simulations numériques (en noir), et notre modèle analytique (en rouge) est très bon aussi bien pour l'évolution du gain au cours de la propagation que pour l'évolution de la phase. D'un point de vue général, la $k^{\text{ième}}$ composante spectrale présente les particularités suivantes, au cours d'une période de modulation :

- La variation de sa phase relative vaut $2|k|\pi$.
- La dynamique correspond à $|k|$ phases d'amplification et $|k|$ phases de désamplification.

La position spectrale de chaque lobe de MI (F_k) peut être simplement modifiée en ajustant la valeur de la périodicité du profil de GVD (de la même manière que dans un réseau de diffraction pour la position des différents ordres), alors que le gain peut être modifié indépendamment en ajustant le rapport $\beta_2^A / \overline{\beta_2}$ d'après l'équation (2.47) (semblable à l'efficacité de la diffraction d'un ordre donné). Cependant, il est impossible de s'affranchir totalement des phases de désamplification au cours de la propagation de chaque fréquence de MI. Nous pouvons seulement les réduire puisqu'il est impossible d'annuler tous les termes oscillants (*i. e.* toutes les fonctions de Bessel) de l'équation (2.45) de manière simultanée.

4.2 Evolution du spectre d'instabilité modulationnelle en fonction de la valeur de la dispersion moyenne

Après avoir élaboré cet outil analytique simple et rapide d'utilisation, nous allons comparer ses prédictions avec des simulations numériques et des expériences. Pour réaliser cette étude, nous avons choisi d'observer l'évolution du spectre de MI en fonction de la valeur moyenne de la GVD ($\overline{\beta_2}$), en régime de GVD normale et anormale.

4.2.1 Validation numérique

Nous avons choisi les paramètres correspondant à ceux de la DOF utilisée dans les démonstrations expérimentales que nous présenterons dans le paragraphe suivant. La période de modulation est de $Z = 10$ m et la longueur de fibre est de $L = 120$ m. Nous tenons compte uniquement des variations longitudinales de la GVD et de la valeur moyenne du coefficient non-linéaire $\gamma = 7$ /W/km puisque pour cette valeur de périodicité l'impact de la dispersion d'ordre quatre sur le spectre de MI est négligeable. L'amplitude de modulation de la GVD correspondante est de $\beta_2^A = 1 \times 10^{-27}$ s²/m. Notons que dans cette première étape, nous avons négligé l'atténuation linéique de la fibre.

Tout d'abord, nous avons réalisé des simulations numériques basées sur la méthode de segmentation en tenant compte des paramètres listés ci-dessus, pour des valeurs moyenne de la GVD comprises entre $-1,5 \times 10^{-27}$ s²/m et $+1,5 \times 10^{-27}$ s²/m. Les régimes de GVD normale et anormale correspondent respectivement aux figures 31 et 32. La figure 31-(a) représente les spectres de MI numériques (méthode de segmentation) et la figure 31-(b) représente ceux calculés à partir de l'outil analytique que nous venons de détailler (équation (2.42)). Pour des raisons de clarté, seuls les décalages en fréquence positifs ont été représentés. Nous pouvons constater le très bon accord global concernant les spectres des différents lobes de MI. Tout d'abord, le décalage fréquentiel de chaque lobe de MI par rapport à la pompe augmente lorsque la valeur de $\overline{\beta_2}$ diminue, comme attendu à partir de l'équation de quasi-accord de phase.

De plus, nous identifions sur ces deux cartographies différentes caractéristiques :

- Le gain maximal de chaque composante spectrale dépend fortement de la valeur de $\overline{\beta}_2$.
- Il y a des zones où les lobes de MI disparaissent.
- Il y a des zones où le gain des lobes est maximisé.

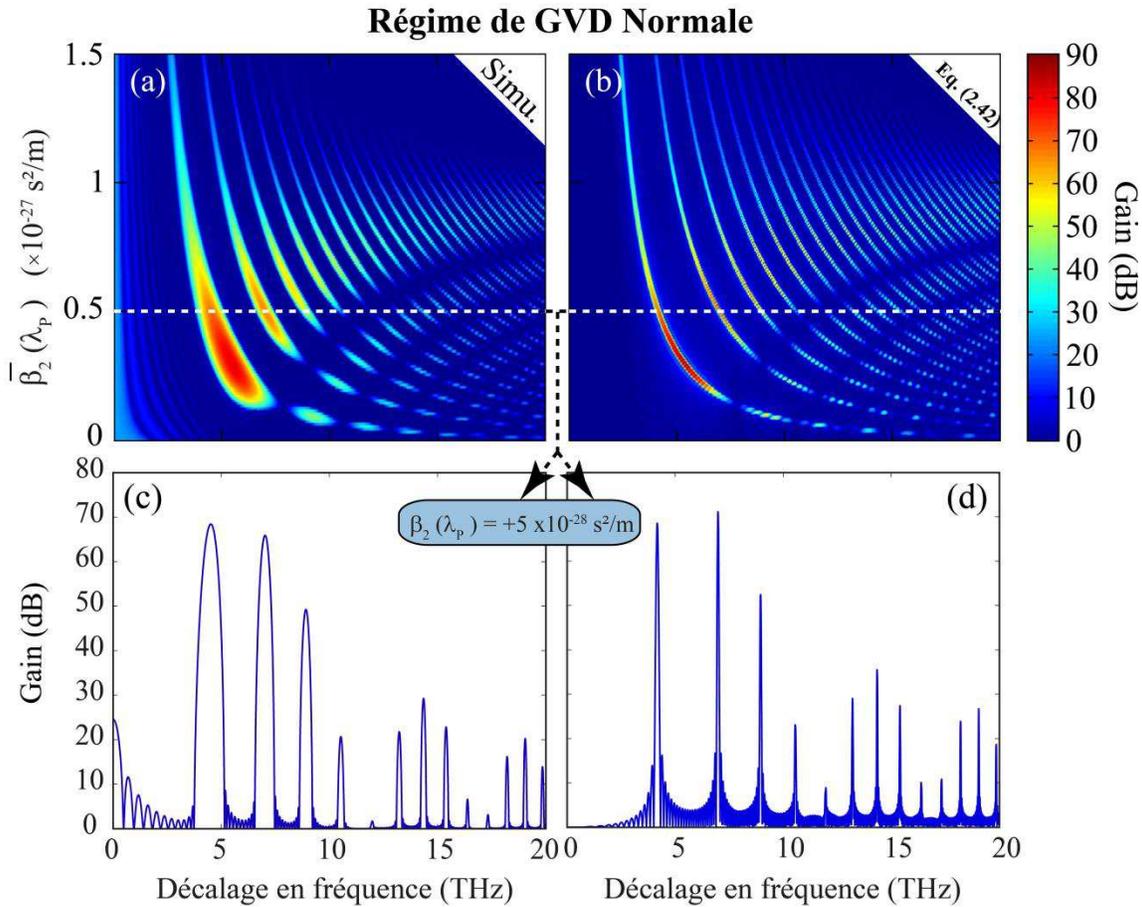


Figure 31 - Évolution du spectre de gain en régime de GVD normale (échelle logarithmique - vue de dessus) obtenue à partir des (a) simulations numériques et, (b) du modèle analytique (équation (2.42)), en fonction de la valeur moyenne de la GVD. (c) et (d) correspondent à deux exemples de spectres issus de chaque méthode pour une valeur de GVD moyenne de $+5 \times 10^{-28} \text{ s}^2/\text{m}$.

Nous remarquons d'ailleurs que la maximisation du gain d'un lobe de MI est indépendante de celle des autres. Le gain dépend fortement de la valeur moyenne de la GVD. A titre d'exemple, nous avons représenté les spectres correspondant à une valeur moyenne de $\overline{\beta}_2 = +5 \times 10^{-28} \text{ s}^2/\text{m}$ pour chaque cas. Le spectre numérique correspond à la figure 31-(c) et le spectre analytique à la figure 31-(d). Sur cet exemple,

nous pouvons constater un très bon accord en comparant l'allure des deux spectres. En particulier les valeurs maximales du gain analytique sont quasiment égales à celles des simulations numériques, contrairement à la LSA. Par contre, la largeur spectrale des lobes de MI est plus faible pour les résultats analytiques que pour les simulations numériques. En effet, ceci est dû au fait que nous avons négligé le terme $\cos[\theta(\Omega, z)]$ pour l'établissement du modèle. Malgré cette différence, la figure 31 montre que notre outil analytique reproduit fidèlement la dynamique et la forme globale du spectre MI d'une DOF.

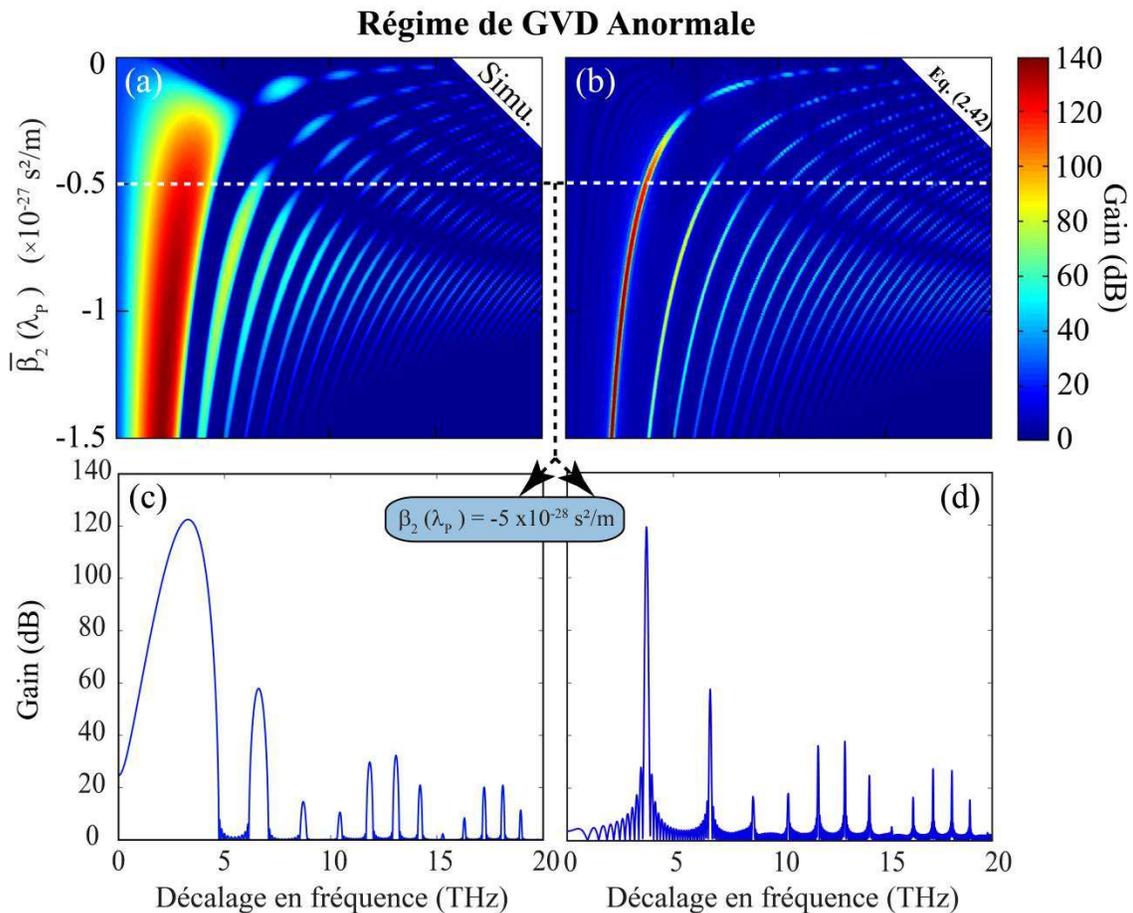


Figure 32 - Évolution du spectre de gain en régime de GVD anormale (échelle logarithmique - vue de dessus) obtenue à partir des (a) simulations numériques et, (b) du modèle analytique (équation (2.42)), en fonction de la valeur moyenne de la GVD. (c) et (d) correspondent à deux exemples de spectres issus de chaque méthode pour une valeur de GVD moyenne de $-5 \times 10^{-28} \text{ s}^2/\text{m}$. La fréquence de pompe est centrée en 0.

Ce travail a été étendu au régime de dispersion anormale et l'ensemble des résultats est présenté sur la figure 32 avec la même représentation que celle de la figure 31. Les remarques sont identiques à celles de

la figure 31 et nous pouvons noter l'important niveau de gain du lobe de MI fondamental correspondant à $k = 0$. Cette remarque est générale puisque le gain paramétrique de la MI classique ($k = 0$, *i. e.* dans une fibre uniforme) est toujours bien supérieur à celui engendré par la périodicité d'une DOF. Les deux exemples de spectre présentés dans les figures 32-(c) et 32-(d) correspondent cette fois-ci à une valeur moyenne de $\overline{\beta_2} = -5 \times 10^{-28} \text{ s}^2/\text{m}$. Nous pouvons conclure que le modèle prédit avec une bonne précision l'allure du spectre de MI d'une DOF. Nous observons clairement sur ces cartographies que le gain présente des comportements particuliers, dépendant fortement de la valeur moyenne de la GVD.

4.2.2 Validation expérimentale

Nous avons validé expérimentalement que le spectre de MI d'une DOF dépend fortement de la valeur moyenne de la GVD. Les expériences ont été réalisées avec le même dispositif utilisé dans les travaux précédents. La DOF expérimentale présente une amplitude de la GVD de $\beta_2^A = 1 \times 10^{-27} \text{ s}^2/\text{m}$. Nous avons enregistré une série de spectres de MI pour des valeurs de longueur d'onde de pompe comprises entre 1057 nm et 1074 nm. Cette variation correspond à un intervalle de valeurs de $\overline{\beta_2}$ comprises entre 0 et $+1,8 \times 10^{-27} \text{ s}^2/\text{m}$. Les dispersions moyennes d'ordre trois et quatre sont respectivement estimées à $\overline{\beta_3} = 6,8 \times 10^{-41} \text{ s}^3/\text{m}$ et $\overline{\beta_4} = -1,7 \times 10^{-55} \text{ s}^4/\text{m}$, et l'atténuation de la fibre a été mesurée à $\alpha = 7,5 \text{ dB/km}$ dans la gamme de longueur d'onde utilisée.

Les résultats expérimentaux sont représentés sur la figure 33-(a) en échelle logarithmique. Les spectres ont été enregistrés avec une puissance de pompe fixée à $P_0 = 24 \text{ W}$. Cette puissance de pompe a été ajustée pour observer un maximum de bandes de gain, tout en évitant l'apparition de plusieurs harmoniques du premier lobe de MI. Nous validons le fait que le gain de chaque lobe de MI dépend fortement de la valeur moyenne de la GVD. De plus, nous remarquons clairement de régions dans lesquelles le gain est minimisé, voir annulé.

Nous avons réalisé une comparaison avec les simulations numériques basés sur l'intégration de la GNLSE en tenant compte de tous les paramètres. Les spectres numériques sont présentés sur la figure 33-(b). La puissance de pompe a été fixée à 13 W pour les simulations. Elle diffère de celle mise en jeu dans les expériences puisque pour une puissance de pompe de 24 W, les spectres numériques présentent un nombre important d'harmoniques du premier lobe (battement avec la pompe). Ainsi, pour réaliser une étude numérique comparative, nous avons été contraint de diminuer la valeur de la puissance à 13 W.

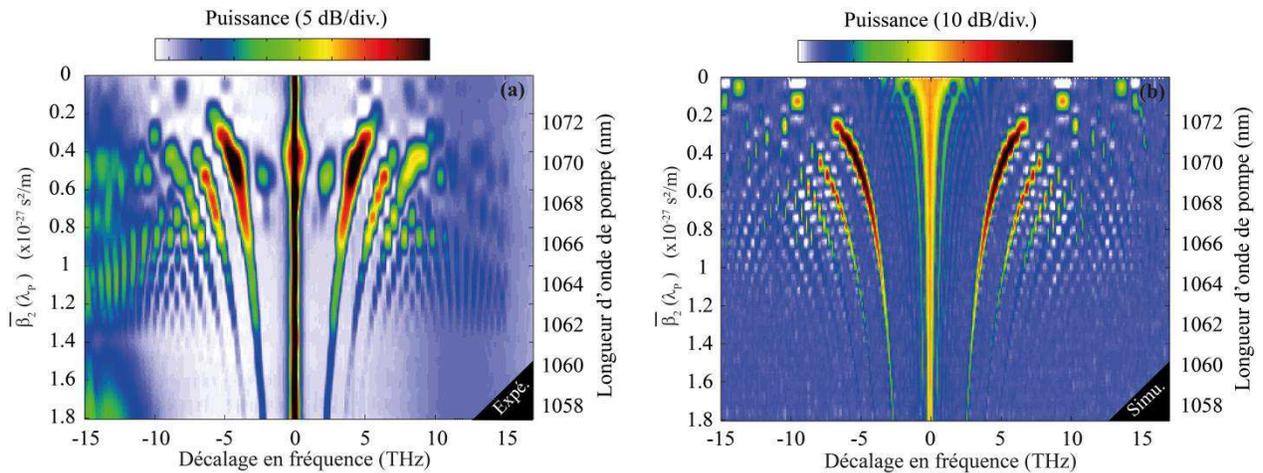


Figure 33 - Évolution (a) expérimentale et (b) numérique du spectre de MI en fonction de la valeur moyenne de la GVD (échelle logarithmique - vue de dessus). Les longueurs d'onde de pompe correspondantes sont annotées sur l'axe des ordonnées de droite.

Ces résultats expérimentaux valident donc les deux caractéristiques présentées dans le paragraphe 4.2.1. Premièrement, le gain maximal de chaque lobe dépend fortement de la valeur moyenne de la GVD ou de la valeur de la longueur d'onde de pompe. Deuxièmement, nous distinguons très clairement des zones spectrales où la puissance des lobes de MI est maximisée et des zones où elle est minimisée voire annulée. Ces deux différents comportements correspondent à des valeurs de $\overline{\beta_2}$ particulières, qui correspondent à l'annulation ou à la maximisation de l'argument de la fonction de Bessel représentant le gain moyen. Nous allons le détailler dans le paragraphe suivant.

4.3 Contrôle du spectre d'instabilité modulationnelle

L'approche analytique présentée précédemment, confirmée par les résultats numériques et expérimentaux, nous permet de comprendre et d'interpréter la dynamique de formation du processus de MI dans les DOFs. Nous avons également vu que le spectre de MI dépendait fortement de la valeur moyenne de la GVD. Pour illustrer l'intérêt de notre outil analytique, nous focalisons désormais notre attention sur deux configurations particulières. Nous choisissons, soit de minimiser le gain d'un lobe de MI donné, soit de maximiser le gain d'un lobe de MI par rapport aux autres.

Afin de déterminer les configurations correspondantes, rappelons l'expression du gain linéaire moyen de la $k^{i\text{ème}}$ composante spectrale s'écrit d'après les équations (2.20) et (2.47) :

$$g(\Omega_k) = 2\gamma P_0 J_k \left[\frac{\overline{\beta_2}}{\beta_2^A} \left(k - \frac{\gamma P_0 Z}{\pi} \right) \right] \quad (2.48)$$

Cette expression nous indique que le gain de la $k^{i\text{ème}}$ peut être totalement annulé en déterminant simplement la valeur de l'argument de la fonction de Bessel d'ordre k , noté η :

$$\eta = \frac{\overline{\beta_2} \Omega_k^2}{2\pi / Z} = \frac{\overline{\beta_2}}{\beta_2^A} \left(k - \frac{\gamma P_0 Z}{\pi} \right) \quad (2.49)$$

pour laquelle la fonction de Bessel J_k s'annule. Ce paramètre η peut être ajusté en contrôlant l'amplitude de modulation de la GVD (β_2^A), ou la période de modulation de la fibre (Z), ou encore en ajustant la valeur moyenne de la GVD ($\overline{\beta_2}$) en modifiant la longueur d'onde de pompe (ce que nous avons fait).

4.3.1 Minimisation du gain

Pour illustrer un premier comportement, nous avons choisi une configuration dans laquelle le gain de la sixième composante spectrale ($k = +6$), par exemple, présente une valeur nulle. Il est possible d'effectuer le même travail pour n'importe quel autre ordre de MI.

Dans ce cas, pour annuler la sixième composante spectrale ($J_6 = 0$), la GVD moyenne présente une valeur de $\overline{\beta_2} = +5,8 \times 10^{-28} \text{ s}^2/\text{m}$. Les points rouges de la figure 34-(a) correspondent aux valeurs de gain calculées à l'aide du modèle que nous avons développé (équation (2.48)) pour chaque lobe de MI dans cet intervalle spectral, après une propagation de 120 m. Le spectre représenté en trait plein noir correspond au spectre de sortie simulé à partir de la résolution numérique de la GNLSE pour une puissance de pompe de 13 W. Ces résultats confirment la capacité de notre modèle analytique à prédire le gain de chaque bande spectrale et également à montrer qu'il est possible d'annuler une composante spectrale choisie (dans notre cas, la sixième ($k = +6$)). La figure 30-(b) montre le spectre expérimental enregistré. Pour observer la même signature spectrale, nous avons dû augmenter la puissance de pompe jusqu'à une valeur de 24 W. Cependant, cette différence est acceptable au regard des incertitudes sur

l'évaluation des paramètres de la fibre (comme l'atténuation, la dispersion, la non-linéarité) et des paramètres du laser de pompe utilisé (le taux de répétition, la durée des impulsions, et la mesure de la puissance moyenne).

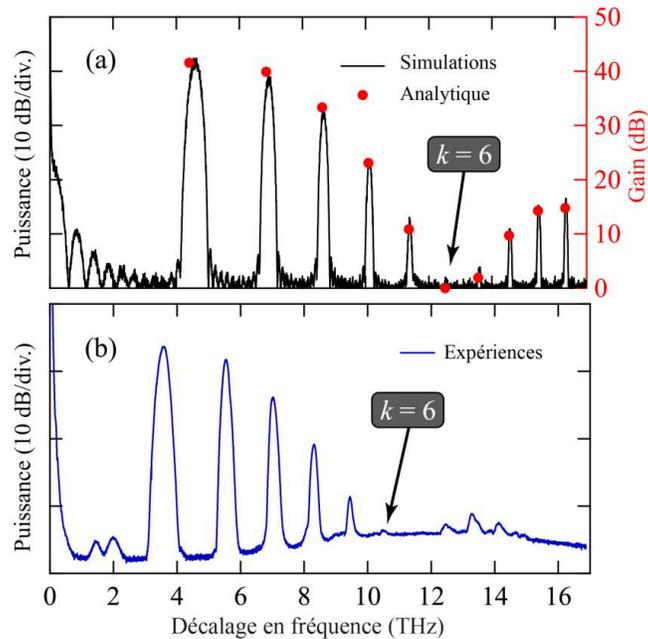


Figure 34 - Illustration de l'annulation du gain de la 6^{ième} composante spectrale. (a) Valeurs du gain des lobes de MI obtenues à partir du modèle analytique (équation (2.48)) (représentés par les points rouges) et spectre de MI simulé à partir de la résolution de la GNLSE (représenté en noir), pour une valeur de GVD moyenne de $\overline{\beta_2} = +5.8 \times 10^{-28} \text{ s}^2/\text{m}$ et une valeur de puissance de pompe de $P_0 = 13 \text{ W}$. (b) Spectre expérimental correspondant enregistré pour une longueur d'onde de pompe de $\lambda_p = 1067,5 \text{ nm}$ et une puissance de pompe de $P_0 = 24 \text{ W}$.

4.3.2 Maximisation du gain

Le deuxième exemple consiste à exacerber le gain d'un lobe de MI donné par rapport aux autres. Nous avons choisi la configuration dans laquelle le gain du premier lobe de MI ($k = +1$) est maximisé car c'est le lobe qui présente le gain le plus élevé quelle que soit la valeur moyenne de la GVD choisie.

Pour obtenir ce résultat, il suffit simplement de trouver la valeur de $\overline{\beta_2}$ (et par conséquent, la valeur de l'argument η) qui maximise la fonction de Bessel J_1 . Cette configuration correspond à la valeur

de $\overline{\beta}_2 = +3,87 \times 10^{-28} \text{ s}^2/\text{m}$ pour une puissance de pompe de 13 W. L'argument de la fonction de Bessel J_1 correspond à la valeur exacte de 0,582. Cela montre que le gain de cette fréquence est de $0,582 \times 2\gamma P_0$ pour un nombre entier de périodes de modulation. C'est plus de la moitié du gain paramétrique du processus de MI attendu dans une fibre uniforme en régime de GVD anormale, qui est égal à $2\gamma P_0$ à l'accord de phase parfait.

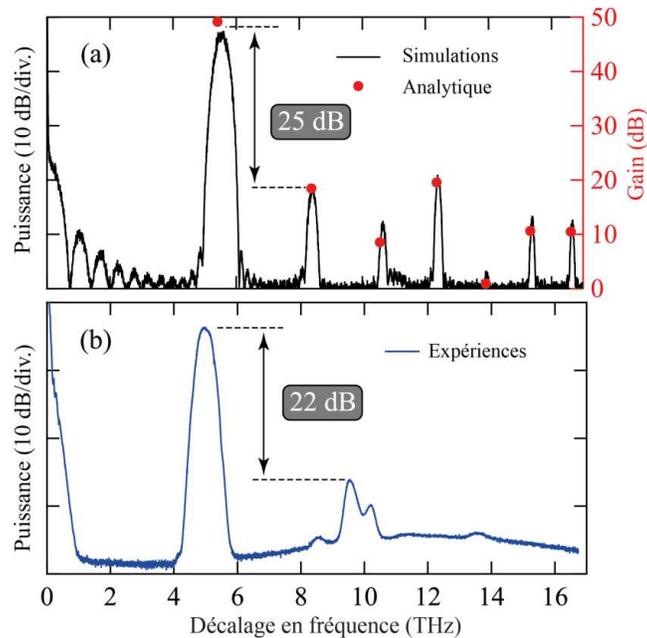


Figure 35 - Illustration de la maximisation du gain de la 1^{ère} composante spectrale. (a) Valeurs du gain des lobes de MI obtenus à partir du modèle analytique (équation (2.48)) (représenté par les points rouges) et spectre de MI simulé à partir de la résolution de la GNLSE (représenté en noir), pour une valeur de GVD moyenne de $\overline{\beta}_2 = +3.87 \times 10^{-28} \text{ s}^2/\text{m}$ et une valeur de puissance de pompe de $P_0 = 13 \text{ W}$. (b) Spectre expérimental correspondant enregistré pour une longueur d'onde de pompe de $\lambda_p = 1071,5 \text{ nm}$ et une puissance de pompe de $P_0 = 24 \text{ W}$.

La figure 35-(a) montre les valeurs de gain calculées à partir de l'équation (2.48) dans cette configuration et sont représentées par les points rouges. En comparaison, le spectre numérique correspondant est représenté en trait plein noir, et ces résultats présentent une nouvelle fois un excellent accord entre les prédictions analytiques et les résultats numériques. Nous obtenons un contraste maximum de 25 dB entre le gain du premier lobe et celui des autres. Notons qu'il est rigoureusement impossible d'avoir un taux d'extinction infini car l'annulation de toutes les fonctions de Bessel propres à chaque lobe est formellement impossible. Le spectre expérimental équivalent correspond à une valeur de longueur d'onde de pompe de

1071.5 nm et est représenté sur la figure 35-(b). Ce spectre présente une différence de 22 dB entre la puissance du premier lobe et celle des autres, ce qui est en très bon accord avec les résultats de la figure 35-(a).

5 Conclusion de la partie

Dans cette partie des études numérique, analytique et expérimentale du processus de MI dans les fibres optiques présentant un profil de GVD périodique ont été présentées. Tout d'abord, nous avons situé le contexte de cette étude en rappelant les premières investigations de la MI dans des systèmes périodiques dans le domaine des télécommunications. Les travaux présentés dans ce mémoire se démarquent de ces études préliminaires puisqu'ils mettent en jeu des fibres présentant des périodes de modulation bien plus courtes (quelques mètres) susceptibles de générer des composantes spectrales dans la gamme de quelques THz.

Nous avons rappelé la méthode d'étude par analyse de stabilité linéaire afin, dans un premier temps, de connaître les différents paramètres influant sur l'établissement de la MI dans les DOFs. Cependant, après une étude plus approfondie, nous avons mis en évidence les limitations de cette méthode analytique et conclu qu'il serait peu commode de l'utiliser pour dimensionner nos expériences.

D'un point de vue expérimental, nous avons rapporté, pour la première fois à notre connaissance, l'établissement du processus de MI dans une DOF en régime de GVD normale. Nous avons obtenu une configuration dans laquelle plus de dix composantes spectrales sont générées, et présentent une puissance importante. Après avoir obtenu ce résultat, nous avons validé le fait que chaque bande de MI est issue d'un processus paramétrique en mesurant le gain crête de chacune des composantes spectrales.

Nous avons également étudié une configuration dans laquelle l'impact de la dispersion d'ordre quatre sur le spectre de MI n'est pas négligeable (en utilisant une DOF de période de modulation de 1 m). Nous avons démontré l'établissement d'une nouvelle famille de solutions de la relation de quasi-accord de phase en combinant l'effet de la dispersion d'ordre quatre à celui de la dispersion périodique.

Et enfin, après avoir identifié le caractère oscillant de la puissance, ou du gain, de chaque composante spectrale autour d'une amplification exponentielle moyenne au cours de la propagation, nous avons élaboré un outil analytique simple et rapide d'utilisation basé sur le modèle à trois ondes tronqué. Il

nous a permis de rendre compte de la dynamique observée lors des relevés expérimentaux et de l'interpréter. Il permet également de prédire et de contrôler le spectre de MI avec grande précision. Par exemple, il est possible de sélectionner un lobe de MI et de contrôler son gain ainsi que sa fréquence centrale par ajustement de la valeur moyenne de la GVD.

En perspective directe de ces résultats, un étudiant d'une école d'ingénieurs est actuellement en train d'élaborer un système dans lequel plusieurs tronçons de DOF sont concaténés. L'objectif est de générer une bande de gain plate (4 dB de variation autour de 40 dB de gain moyen) sur plusieurs THz (typiquement 10 THz), ce qui est très intéressant en termes d'application pour l'amplification d'impulsions courtes. Cette réalisation est *a priori* possible en contrôlant judicieusement le profil de GVD de chaque tronçon. Des premiers résultats ont été obtenus et sont très encourageants. Des améliorations sont en cours afin de tendre vers l'objectif visé.

Conclusion générale

Ce manuscrit rapporte l'ensemble des travaux réalisés dans le cadre de ma thèse qui s'est déroulée de 2010 à 2013 au sein de l'équipe photonique du laboratoire de Physique des Lasers, Atomes et Molécules de l'Université de Lille 1. Elle porte sur l'étude du processus d'instabilité modulationnelle dans les fibres à dispersion oscillante.

Dans un premier temps, nous avons situé le contexte de cette thèse. Nous avons vu que la condition de QPM dépend de la valeur moyenne de la GVD et de la période de modulation de la fibre. Nous avons ensuite étudié théoriquement le processus de MI dans ce type de fibre à partir d'une méthode classique d'analyse de stabilité linéaire (LSA). Cette dernière, ainsi que la méthode reposant sur la théorie de Floquet, permettent la construction du spectre de MI mais demeurent néanmoins complexes et ne proposent pas une approche intuitive du phénomène. Nous avons relevé des différences en comparant les résultats issus de la LSA avec ceux obtenus en simulation numérique ou en expérience. Malgré ces désaccords, ces études préliminaires nous ont permis de concevoir une fibre à dispersion oscillante (DOF). Les propriétés de cette DOF ont été judicieusement contrôlées lors du processus de fabrication et un modèle empirique a été utilisé pour reconstruire le profil de GVD correspondant. En utilisant une source accordable en longueur d'onde, nous avons pu choisir une configuration permettant d'engendrer plus de 10 lobes de MI sur une plage spectrale de plus de 10 THz en régime de GVD normal. Ces résultats constituent la première démonstration expérimentale probante de la MI par quasi-accord de phase (QPM) dans une fibre présentant un profil de GVD périodique. En s'appuyant sur ces résultats, nous avons ensuite interprété les limitations de la condition de QPM grâce à une étude en fonction de la valeur de puissance de pompe. D'après ces résultats, nous en avons conclu que la relation de QPM reste valable pour de faibles puissances de pompe (typiquement l'écart est inférieur à 3 % pour une puissance de pompe en dessous de 10 W). Nous avons identifié l'origine de cet écart grâce au modèle à trois ondes tronqué et nous

avons proposé une nouvelle relation de QPM modifiée qui tient compte de l'évolution du désaccord de phase non-linéaire sur une période de modulation. Nous avons également décrit l'évolution de la puissance et la fréquence centrale des lobes au cours de la propagation, notamment par l'intermédiaire d'une méthode de découps successives de la DOF en expérience. Nous avons identifié l'alternance périodique de régions d'amplification et de désamplification pour chaque période de modulation. La présence de zones de désamplification témoigne que le processus de QPM observé mis en évidence dans cette étude diffère de celui mis à profit dans les cristaux non-linéaires $\chi^{(2)}$ polés périodiquement.

Ensuite, nous avons montré que la dispersion d'ordre quatre joue un rôle important dans les DOFs de période de modulation très courte (1 m). De si courtes périodes ont été permises grâce à de nombreuses améliorations apportées sur la tour de fibrage, permettant même d'atteindre des périodes de l'ordre de la dizaine de centimètres. Nous avons démontré expérimentalement et théoriquement la génération d'une nouvelle famille de lobes de MI, permise grâce à une combinaison entre la dispersion d'ordre quatre et le profil de dispersion sinusoïdal. Nous avons mis au point un modèle analytique rapide permettant de décrire simplement l'évolution du gain de chaque lobe au cours de la propagation, contrairement aux outils existants bien plus complexes et moins intuitifs. Celui-ci a permis d'interpréter le caractère oscillant autour d'une amplification exponentielle en moyenne, ce qui n'est pas permis par la LSA. Les performances de cet outil ont été illustrées par deux applications typiques: l'annulation et la maximisation du gain d'un lobe donné. Ces configurations ont été établies en ajustant la valeur moyenne de la GVD, dont dépend l'argument des fonctions de Bessel. Les résultats obtenus ont été validés numériquement et expérimentalement. Le modèle présenté est très précis et permet de prédire le spectre de MI. De par son utilisation, il permet également de dimensionner des fibres optiques avec une grande précision.

Ce travail de thèse a donné suite à plusieurs études qui sont en cours de réalisation. Premièrement, nous souhaitons générer des trains d'impulsions à des débits élevés en mettant à profit le fait qu'il est possible de générer des bandes de MI très éloignées de la fréquence de pompe. Pour réaliser cette étude, des DOFs de période de modulation inférieure à 1 m sont utilisées. Cependant, ces travaux nécessitent encore quelques améliorations pour obtenir des résultats propres. Deuxièmement, nous avons choisi de générer une large bande de gain plate en concaténant plusieurs tronçons de DOF. Chaque tronçon est donc défini par sa GVD moyenne et sa période de modulation. Nous avons élaboré une méthode basée sur un algorithme génétique et nous avons ciblé un profil de gain plat de 40 dB avec des variations de 4 dB acceptables sur 12 THz. Ce travail est le sujet de stage d'un étudiant au sein de notre équipe. Le principal atout de ce système est que, par rapport aux fibres uniformes, les variations relatives de la dispersion lors de la fabrication sont plus faibles. Cette technique est donc plus robuste face aux inhomogénéités. La réalisation d'un tel amplificateur pourrait être mise à profit dans des systèmes nécessitant l'amplification

d'impulsions femtosecondes dans le cadre des travaux que nous menons en collaboration avec le CEA de Bordeaux sur l'amplification paramétrique d'impulsions étirées. Troisièmement, nous avons étudié théoriquement et numériquement l'impact d'une modulation d'amplitude ou de la phase des oscillations. Les résultats ont montré que de nouvelles fréquences, ajoutées à celles identifiées dans ce mémoire, apparaissent. Après fabrication d'une DOF répondant à un de ces deux critères, une démonstration expérimentale est envisagée. Enfin, nous avons limité toutes nos études au cas scalaire, mais comme dans les fibres uniformes, le processus de MI vectoriel peut être étudié dans les DOFs. De telles configurations permettraient la génération de nouvelles bandes latérales par instabilité modulationnelle de modulation de phase croisée dans une situation où la polarisation de la pompe serait alignée rigoureusement entre les deux axes neutre de la fibre [108].

A titre plus personnel, cette thèse m'a permis d'adopter une démarche rigoureuse tout au long de ces trois années. J'ai eu l'occasion et le plaisir de présenter ces nouveaux résultats dans des conférences internationales, et également de les discuter avec différents experts du domaine de l'optique non-linéaire.

Annexe 1

Etude de la brisure de symétrie du processus d'instabilité modulationnelle

1 Introduction

Comme nous l'avons détaillé dans la partie 1, la MI est établie lorsque les effets non-linéaires sont parfaitement compensés par les effets linéaires. Cela se traduit par la génération d'impulsions dans le domaine temporel et par la génération de deux bandes symétriques par rapport à la pompe dans le domaine spectral. Dans les fibres optiques, la MI est reconnue comme une façon simple de générer des trains de solitons optiques [6] et a été utilisée pour l'amplification paramétrique optique [12]. Analytiquement, le gain paramétrique peut être calculé à partir de la LSA de la NLSE [32]. Cette analyse conduit à l'établissement d'une condition d'accord de phase dépendant uniquement des ordres pairs de la dispersion. Les limites de cette analyse ont été récemment démontrées, dans les régions de faible dispersion où la dispersion d'ordre trois (β_3) doit être prise en compte pour reproduire correctement la dynamique du système [109], [110], [111]. Cela entraîne une brisure de la symétrie du spectre de MI et la génération d'ondes dispersives (DWs, pour "*Dispersive waves*") du côté anti-Stokes dans le spectre [109]. Notons que ces DWs proviennent de la déstabilisation des solitons [112], [113] et ont été intensivement étudiées dans le contexte de la génération de supercontinuum [14]. Dans ce travail, nous étudions l'allure du spectre de MI pour différentes valeurs du couple (β_2, β_3) et nous montrons que sa symétrie peut être détruite dans certaines configurations que nous détaillerons.

2 Résultats numériques

Dans un premier temps, nous avons réalisé une étude numérique basée sur l'intégration de la GNLSE appliquée à une fibre optique à dispersion décalée (appelée DSF, pour "*Dispersion-shifted fiber*"). Une pompe continue et monochromatique avec du bruit quantique correspondant à un demi-photon par mode spectral est utilisée en tant que condition initiale, en régime de GVD anormale. Les paramètres de simulations sont listés dans la légende de la figure 36. Notons que la SRS a été négligée dans ce travail puisque la puissance de l'onde continue ($P_0 = 790$ mW) est bien inférieure à la puissance seuil de l'effet Raman (environ 5 W) [32]. Des conditions initiales aléatoirement bruitées nous donnent plusieurs spectres de sortie bruités. Ainsi, afin de modéliser une configuration proche des conditions expérimentales, nous

avons calculé le spectre moyen sur 50 simulations numériques pour chaque valeur de β_2 . Cette procédure correspond à un bon compromis entre précision et temps de calcul.

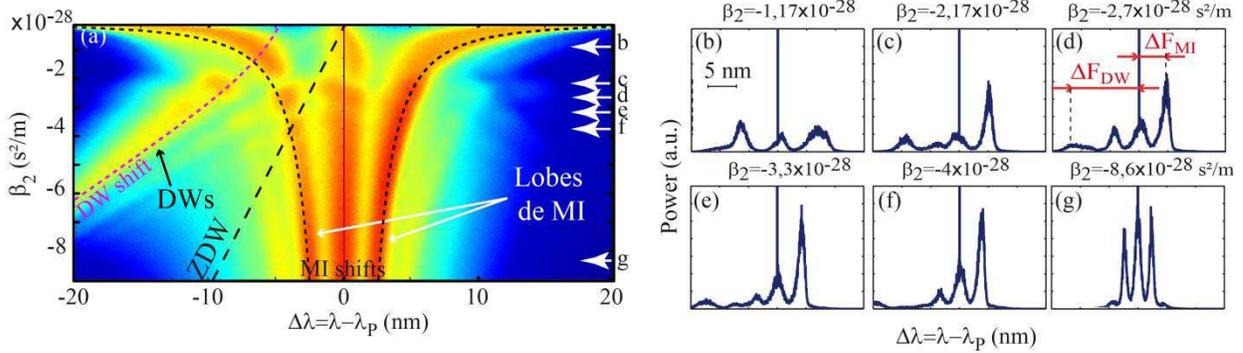


Figure 36 - Simulations numériques. (a) Evolution du spectre de MI en fonction de la dispersion d'ordre deux, β_2 , en échelle logarithmique. La ligne en trait pointillé représente la ZDW, les 2 courbes en points noirs correspondent à la position des lobes de MI calculées à partir de la théorie [32], et la courbe en points roses représente la position spectrale des ondes dispersives. (b)-(g) Spectres correspondant aux valeurs de β_2 listées au-dessus de chaque graphique et marqués par les flèches sur le graphique (a), en échelle linéaire. Les paramètres de simulations sont $L = 6000$ m, $\gamma = 2,4$ W⁻¹.km⁻¹, $\beta_3 = 1,2 \times 10^{-40}$ s³/m, $\alpha = 0,2$ dB/km, et $P_0 = 790$ mW.

La figure 36-(a) montre les spectres de MI obtenus pour chaque valeur de β_2 . D'un point de vue plus détaillé, nous avons tracé 6 exemples de spectre sur les figures 36-(b-g) correspondants aux flèches sur la figure 36-(a). Tout d'abord, la figure 36-(g) illustre une situation bien connue dans laquelle deux lobes de MI apparaissent, proches et symétriques autour de la longueur d'onde de pompe. Ceci est caractéristique des grandes valeurs de β_2 . Ensuite, en diminuant la valeur de β_2 , les lobes de MI s'éloignent progressivement de la pompe, comportement donné par la théorie [32] et illustré sur la figure 36-(a) par les 2 courbes en trait pointillé noir. Cette figure montre également la présence d'une radiation, apparaissant du côté anti-Stokes du spectre de MI, et qui se déplace vers les lobes de MI lorsque β_2 diminue. Ce comportement spectral est la signature des radiations émises par les solitons, que l'on nomme ondes dispersives (notée DWs, pour "*Dispersive waves*"). La position spectrale de ces DWs est représentée en traits pointillés roses sur la figure 36-(a), et est définie par la relation d'accord de phase suivante [113] :

$$\beta_3 (2\pi\Delta F_{DW})^3 + 3\beta_2 (2\pi\Delta F_{DW})^2 - 3\gamma P_0 = 0 \quad (3.1)$$

En plus de la génération de DWs, le lobe de MI situé du côté Stokes présente une forte augmentation de sa puissance due aux décalages des solitons pour respecter la conservation des moments. Ce phénomène est appelé "*recoil spectral*" (ou "*spectral recoil*" en anglais). Cette situation est clairement illustrée par les spectres des figures 36-(c-f). En effet, tant que les DWs sont émises loin des lobes de MI ($\Delta F_{DW} > \Delta F_{MI}$), il n'y a pas d'interaction entre ces deux phénomènes [109]. Par contre, lorsque la valeur de β_2 diminue, les composantes spectrales correspondant au processus de MI et aux DWs tendent à se superposer. Pour les très faibles valeurs de β_2 , l'asymétrie est même inversée puisque le lobe de MI du côté anti-Stokes présente cette fois-ci une puissance plus élevée. Ce comportement est illustré par la figure 36-(b). Le comportement le plus marquant correspond au spectre de la figure 36-(c) dans laquelle le lobe de MI du côté anti-Stokes tend à disparaître. Cette situation est clairement visible sur la figure 36-(a), représentée par le "trou" dans le spectre lorsque la fréquence de MI est proche de celle des DWs.

3 Résultats expérimentaux

Dans le but de valider ces observations numériques, nous avons réalisé les expériences correspondantes. Les conditions expérimentales sont les mêmes que celles de l'étude numérique. Nous avons utilisé une DSF d'une longueur de 6000 mètres de longueur présentant une ZDW localisée à 1550,7 nm. Nous avons utilisé une source accordable en longueur d'onde et linéairement polarisée pour la pompe de notre système. La source laser a été modulée en phase dans le but de s'affranchir de l'effet Brillouin, avec la même technique que celle présentée dans la publication de [114].

La longueur d'onde de pompe a été accordée sur une plage spectrale de 10 nm à partir de la ZDW, ce qui correspond à une variation du paramètre β_2 d'environ 10×10^{-28} s²/m. Les paramètres expérimentaux correspondent à ceux listés dans la légende de la figure 36, sauf pour la puissance de pompe qui a été ajustée à 630 mW pour l'expérience. Cela correspond à la valeur optimale pour laquelle nous obtenons une illustration la plus claire de la brisure de symétrie du processus de MI. Les spectres ont été enregistrés avec un analyseur de spectre optique et sont présentés sur la figure 37 avec la même représentation que la figure 36. Comme nous pouvons le remarquer, l'accord entre les simulations numériques (figure 36) et les expériences (figure 37) est excellent. Plus spécifiquement, les figures 36-(a) et 37-(b) présentent des comportements similaires et les interactions entre les DWs et le lobe de MI anti-

Stokes sont clairement identifiables en expérience. Nous observons clairement un renversement de la brisure de symétrie dans la figure 37-(b) et une suppression du lobe de MI anti-Stokes dans la figure 37-(c).

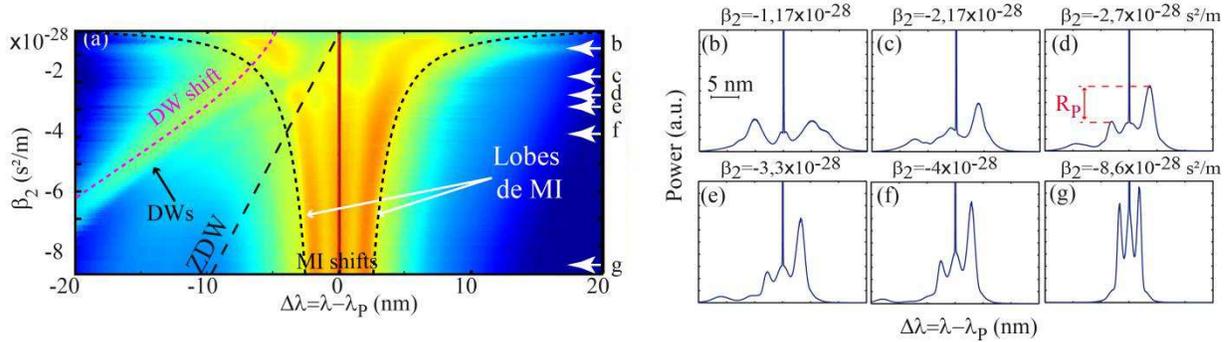


Figure 37 - Résultats expérimentaux. Représentation identique à la figure 36. Les paramètres sont les mêmes sauf pour la puissance de pompe qui est de $P_0 = 630$ mW.

4 Interprétations

Après avoir effectué ces deux études parallèles, nous avons tenté d'interpréter ces résultats. Nous avons d'abord calculé le rapport entre la puissance maximale du lobe de MI du côté Stokes et celle du lobe de MI du côté anti-Stokes, pour chaque valeur de β_2 . Ce rapport est noté R_p et un exemple est donné dans la figure 37-(d). Les résultats sont regroupés dans la figure 38.

L'évolution du rapport R_p en fonction du paramètre β_2 est totalement inattendue au regard de la théorie. En effet, nous pouvons remarquer d'importantes variations de ce rapport et plus particulièrement, nous pouvons identifier trois maxima et minima locaux. La courbe en traits pointillés bleus est issue des simulations numériques présentées sur la figure 36 ($P_0 = 790$ mW), et les courbes en points noirs et en points/pointillés rouges correspondent à d'autres simulations numériques pour deux puissances de pompes proches mais différentes (respectivement 740 et 700 mW). La courbe expérimentale est représentée en trait plein magenta et correspond à une puissance de pompe de 630 mW.

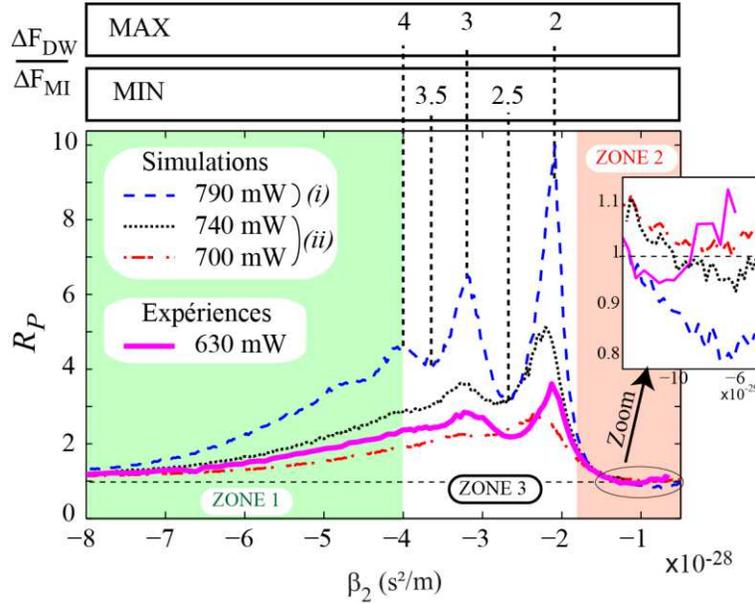


Figure 38 - Evolution du rapport R_p entre les puissances des lobes de MI Stokes et anti-Stokes en fonction de β_2 . La courbe en trait plein rose correspond aux résultats expérimentaux pour une puissance de pompe de 630 mW et les trois autres (traits pointillés, en points noirs, en points/pointillés) correspondent aux simulations numériques pour différentes valeurs de puissance de pompe listées en légende. Les deux rectangles au-dessus du graphique montrent les valeurs du rapport entre le décalage en fréquence des ondes dispersives (ΔF_{DW}) et celui des solitons (ΔF_{MI}).

La dynamique du système peut être divisée en trois zones. La première, représentée en vert, correspond aux grandes valeurs de β_2 lorsque les DWs sont émises très loin des lobes de MI dans le spectre. La seconde, en rouge, correspond aux plus faibles valeurs de β_2 lorsque les DWs sont générées sur le lobe de MI du côté anti-Stokes ($R_p \leq 1$). Et enfin, la troisième correspond à la zone intermédiaire. Dans la première région, le paramètre β_3 joue un rôle mineur parce que les solitons présentent un spectre étroit et la variation de la dispersion sur leur spectre est très faible. Par conséquent, le train de solitons est très faiblement perturbé donc l'asymétrie en puissance est très faible ($R_p \rightarrow 1$). Les spectres correspondants sont donc symétriques comme les spectres de la MI classique lorsque $\beta_3 = 0$. Par contre, lorsque le paramètre β_2 diminue, les solitons deviennent plus courts. Leur spectre est donc plus large si bien que les variations de β_2 sur celui-ci deviennent significatives et conduisent à la génération de DWs. Ce phénomène est associé à l'augmentation de la valeur de R_p . Dans la deuxième région (en rouge), les

DWs sont générées sur le lobe de MI anti-Stokes, ce qui provoque une inversion du caractère asymétrique ($R_p \leq 1$). Enfin, la région la plus intéressante est la zone intermédiaire où le rapport R_p présente des extrema locaux, ce qui est *a priori* inattendu. En effet, les DWs sont pourtant générées relativement loin des lobes de MI donc il est difficile d'interpréter l'évolution de R_p dans cette zone par des interactions directes entre les DWs et la MI. C'est pourquoi, il est intéressant d'étudier les possibles interactions entre les DWs et les harmoniques du processus de MI. Pour ce faire, nous avons calculé la valeur du rapport entre la position spectrale des solitons, notée ΔF_{MI} dans la figure 36-(d), et celle des DWs, notées ΔF_{DW} dans la figure 36-(d). Les résultats obtenus nous confirment que les maxima de R_p correspondent à des valeurs entières de ce rapport et que les minima correspondent à des valeurs demi-entières. Une illustration de cette quantification est proposée dans la figure 38, dont les extrema sont identifiés par les traits pointillés verticaux sur l'évolution de R_p correspondant à la puissance de pompe de 790 mW. Cela signifie que lorsque les DWs sont générées exactement sur le lobe de MI ou sur une harmonique du processus, l'asymétrie spectrale entre les deux lobes de MI est maximale. Par contre, lorsque les DWs sont générées exactement entre deux harmoniques de la MI, l'asymétrie spectrale est minimale. Ceci est illustré sur la figure 38 avec la configuration où la puissance de pompe est de 790 mW (traits pointillés), mais est vérifié pour toutes les autres valeurs de puissance (700 et 740 mW) mises en jeu dans nos simulations numériques. Cette interprétation est également vérifiée pour les résultats expérimentaux, représentés en trait plein magenta. En comparant la courbe expérimentale avec les courbes numériques, la dynamique de la brisure de symétrie du spectre de MI est claire et l'accord obtenu est très bon. En effet, en expérience, le rapport R_p est supérieur à 1 dans la première zone, très légèrement inférieur à 1 dans la seconde zone, et présente des extrema dans la troisième zone, en très bon accord avec les simulations numériques correspondant à une puissance de pompe de 740 mW, même si cette valeur est légèrement différente de celle utilisée en expérience (630 mW). Notons que ce phénomène est extrêmement sensible à la puissance de pompe. En effet, en augmentant la puissance de pompe de 700 à 790 mW (environ 12 %), l'évolution du rapport R_p est totalement différente et présente idéalement les trois zones décrites précédemment. Il existe également des incertitudes expérimentales sur la valeur du produit γP_0 , qui est estimée à 20 %. De plus, la longueur de la fibre influe également sur la dynamique de la brisure de symétrie du spectre de MI. Dans cette étude, elle a été choisie dans le but d'obtenir le meilleur contraste mais d'une manière générale, ce phénomène est observable à partir du moment où le train de solitons est établi par la MI ($L \approx 4500$ m) et jusqu'au moment où le spectre devient fortement saturé ($L \approx 8000$ m), où les différentes composantes spectrales tendent à se mélanger [111].

5 Conclusion

Cette étude démontre, à la fois numériquement et expérimentalement, que la dispersion d'ordre trois induit une brisure de symétrie du spectre de MI dont la dynamique est complexe. L'asymétrie spectrale présente d'importantes oscillations en fonction de la valeur de la dispersion d'ordre deux, et peut même être inversée pour des valeurs particulières de β_2 . Les résultats numériques et expérimentaux obtenus sont en très excellent accord, et démontrent que la dynamique de la brisure de symétrie est directement liée aux interactions entre les DWs et les solitons issus du processus de MI. Ce travail permet d'interpréter les interactions des DWs avec le spectre de MI et contribue à l'amélioration de la compréhension de phénomènes majeurs, comme la récurrence de type Fermi-Pasta-Ulam sous l'influence de la pente de la dispersion [115], [116].

Annexe 2

Méthode rapide de mesure de la longueur d'onde de dispersion nulle d'une fibre optique

1 Introduction

La GVD est l'une des propriétés principales des fibres optiques dans le cadre d'études en régime non-linéaire. C'est pourquoi, il est important d'être capable de mesurer ce paramètre rapidement et avec une grande précision. Pour cela, plusieurs techniques ont été développées et sont divisées en deux catégories: celles basées sur des effets linéaires, comme la mesure du temps de vol, ou du décalage de phase, ou des mesures interférométriques [35], [36], [37], [38], et celles basées sur des effets non-linéaires, comme le FWM principalement [39], [40], [41], [42]. Le principal avantage de ces dernières est qu'il est possible de mesurer la GVD d'une fibre en utilisant un tronçon de quelques mètres à quelques centaines de mètres de longueur, alors que pour des techniques linéaires il est impératif de réaliser les mesures dans des tronçons de longueur très faible (de l'ordre du mètre) ou de longueur très grande (de l'ordre du kilomètre). Pour des longueurs intermédiaires, les méthodes mettant en jeu des effets non-linéaires permettent de mesurer la GVD avec une grande précision, mais elles nécessitent un nombre de données important, mais également une très bonne connaissance de la valeur du coefficient non-linéaire de la fibre et de la puissance de pompe injectée. En effet, il est délicat d'évaluer ces deux paramètres avec grande précision.

Dans ce travail, une méthode originale basée sur le processus de FWM est proposée. Elle est extrêmement simple et nécessite l'enregistrement de seulement deux spectres de FWM dans le but de retrouver la valeur de la ZDW de la fibre (λ_0). Elle permet également de déterminer la valeur du rapport entre le troisième et quatrième ordre de dispersion (β_3 / β_4). En régime de GVD normale, la fréquence centrale des lobes de FWM est quasiment insensible à la valeur de la puissance de pompe et cette particularité constitue le principal avantage de notre méthode. De plus, il est également possible de retrouver la courbe de GVD complète dans le cas d'une PCF en silice pure. Dans un premier temps, nous présenterons la démarche que nous avons adoptée et les approximations réalisées. Dans un second temps, nous présenterons la mise en œuvre expérimentale sur une PCF air-silice.

2 Démarche et présentation du modèle

Comme nous l'avons décrit dans la partie 1, dans le processus de FWM, les échanges d'énergie entre les ondes pompe (définie à ω_p), signal (définie à ω_s) et idler (définie à ω_l) sont optimisés lorsque les effets linéaires sont parfaitement compensés par les effets non-linéaires. Ainsi, pour une fibre isotrope et monomode, proche de la ZDW, la condition d'accord de phase s'écrit de la manière suivante [32] :

$$\beta_2(\omega_p)[\omega_p - \omega_{s,l}]^2 + \frac{1}{12}\beta_4(\omega_p)[\omega_p - \omega_{s,l}]^4 + 2\gamma P_0 = 0 \quad (4.1)$$

dans laquelle, P_0 est la puissance de pompe, β_2 et β_4 sont respectivement les deuxième et quatrième ordre de dispersion exprimés à la longueur d'onde de pompe et γ est le coefficient non-linéaire. Il est important de noter que la dispersion d'ordre quatre joue un rôle majeur dans les régimes présentant une faible GVD. En effet, elle peut modifier de manière considérable l'allure du spectre de MI ou permettre la génération de lobes de FWM en régime de GVD normale [50], [57], [58], [117], [118]. Pour illustrer cette remarque, l'évolution spectrale des lobes de FWM obtenue grâce à l'équation (4.1) est tracée sur la figure 39-(a), pour différentes valeurs de puissance de pompe. Ces courbes ont été réalisées pour une PCF réaliste dont les paramètres géométriques ont été choisis tels que l'espacement entre les trous Λ vaut 4,1 μm et le diamètre des trous d vaut 2,6 μm . La figure 39 montre les différences importantes entre les spectres de FWM correspondant à chaque régime de GVD. En zone normale, deux lobes de MI apparaissent loin de la longueur d'onde de pompe, et nous pouvons remarquer que le fait d'augmenter la puissance de pompe ne modifie pas de manière significative la position spectrale des bandes d'instabilité. Par contre, en zone anormale, deux lobes de MI classique apparaissent très proche de la pompe, et par rapport au cas précédent, l'impact de la puissance de pompe sur le spectre est important.

Ce comportement est illustré sur la figure 39-(b), dans laquelle le décalage spectral entre la pompe et le lobe de MI (*i. e.* le signal) est représenté en fonction de la puissance de pompe, pour deux longueurs d'onde de pompe correspondant chacune à un régime de GVD. Les régimes de GVD normale et anormale correspondent respectivement aux longueurs d'onde de 1056 nm et de 1061,5 nm. En ce qui concerne le spectre de MI en zone anormale, le décalage en longueur d'onde varie de 20 à 60 nm lorsque la puissance de pompe varie de 5 à 100 W. Par contre, pour la zone normale suffisamment loin de la ZDW, le décalage spectral correspondant est de seulement 2 nm. C'est pourquoi, la méthode présentée est basée sur le processus de FWM dans le régime de GVD normale puisqu'il est possible de simplifier les calculs

analytiques pour retrouver la position spectrale des lobes de FWM depuis l'équation (4.1). En effet, la première approximation est de négliger la contribution du désaccord de phase non-linéaire ($2\gamma P_0$) dans l'équation (4.1). Nous verrons que cette simplification est correcte sur une grande gamme de valeurs de puissance de pompe. Ensuite, puisque la longueur d'onde de pompe est choisie proche de la ZDW, nous pouvons considérer que la valeur de la dispersion d'ordre quatre est identique pour ces deux positions spectrales: $\beta_4(\omega_p) \approx \beta_4(\omega_0)$ avec $\omega_0 = 2\pi c / \lambda_0$.

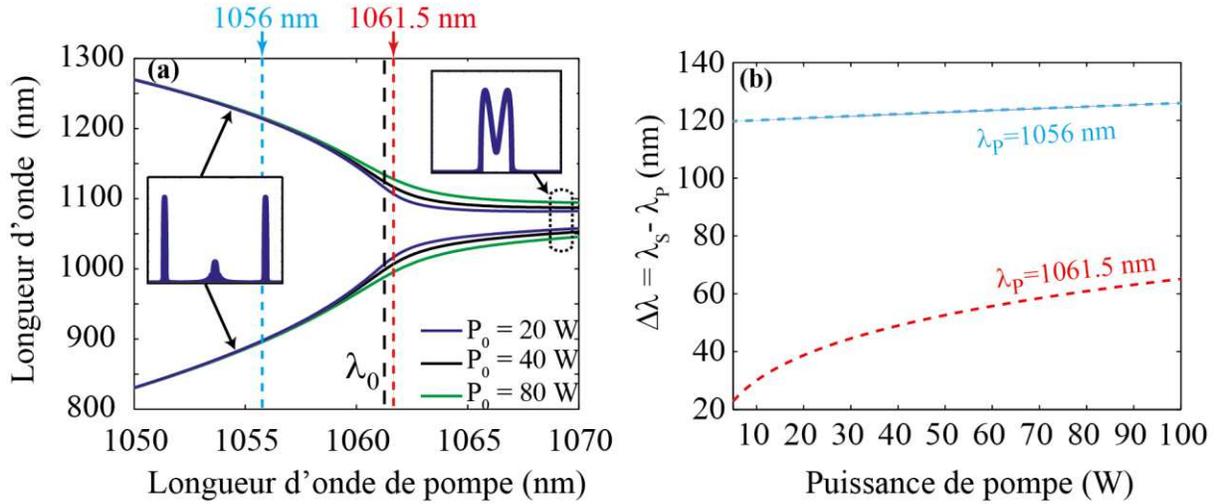


Figure 39 - (a) Diagramme d'accord de phase en fonction de la longueur d'onde de pompe calculé pour une PCF, pour trois différentes puissances de pompe listées en légende. La GVD et le coefficient non-linéaire de la PCF ont été calculés à partir du modèle empirique de la référence [34]. (b) Evolution du décalage en longueur d'onde des bandes de FWM en fonction de la puissance de pompe, pour deux longueurs d'onde de pompe correspondant chacune à un régime de GVD: 1056 (GVD normale) et 1061,5 nm (GVD anormale).

Comme nous pouvons le remarquer sur la figure 40-(a), cette approximation présente une erreur relative inférieure à 5 % pour une longueur d'onde de pompe jusqu'à 10 nm en dessous de la ZDW. Et enfin, le terme de dispersion d'ordre trois est inclus dans le calcul en remplaçant le terme $\beta_2(\omega_p)$ dans l'équation (4.1) par son développement de Taylor autour de la pulsation de dispersion nulle :

$$\beta_2(\omega_p) = \beta_2(\omega_0) + \beta_3(\omega_p)[\omega_p - \omega_0] + \frac{\beta_4(\omega_p)}{2}[\omega_p - \omega_0]^2 \quad (4.2)$$

où $\beta_2(\omega_0) = 0$. Nous obtenons donc une équation avec deux paramètres inconnus, qui sont le rapport $\beta_3(\omega_0) / \beta_4(\omega_0)$ et λ_0 , nous donnant la position spectrale des lobes de FWM en fonction de la longueur

d'onde de pompe. Ainsi, la mesure de deux décalages fréquentiels entre la pompe et le signal de FWM ($\Delta\Omega_{S1} = \omega_p - \omega_{S1}$ et $\Delta\Omega_{S2} = \omega_p - \omega_{S2}$) nous permet d'obtenir les expressions analytiques finales pour ces deux paramètres, telles que :

$$\frac{\beta_3(\omega_0)}{\beta_4(\omega_0)} = \frac{1}{12(\omega_{P1} + \omega_{P2})} \times \left\{ \left[\left(\frac{\Delta\Omega_{S1} + \Delta\Omega_{S2}}{\omega_{P1} - \omega_{P2}} \right)^2 + 6 \right] \times \left[\left(\frac{\Delta\Omega_{S1} - \Delta\Omega_{S2}}{\omega_{P1} - \omega_{P2}} \right)^2 + 6 \right] \right\}^{1/2} \quad (4.3)$$

$$\lambda_0 = 2\pi c \left[\frac{\beta_3(\omega_0)}{\beta_4(\omega_0)} + \frac{6(\omega_{P1}^2 - \omega_{P2}^2) + \Delta\Omega_{S1}^2 - \Delta\Omega_{S2}^2}{12(\omega_{P1} - \omega_{P2})} \right]^{-1} \quad (4.4)$$

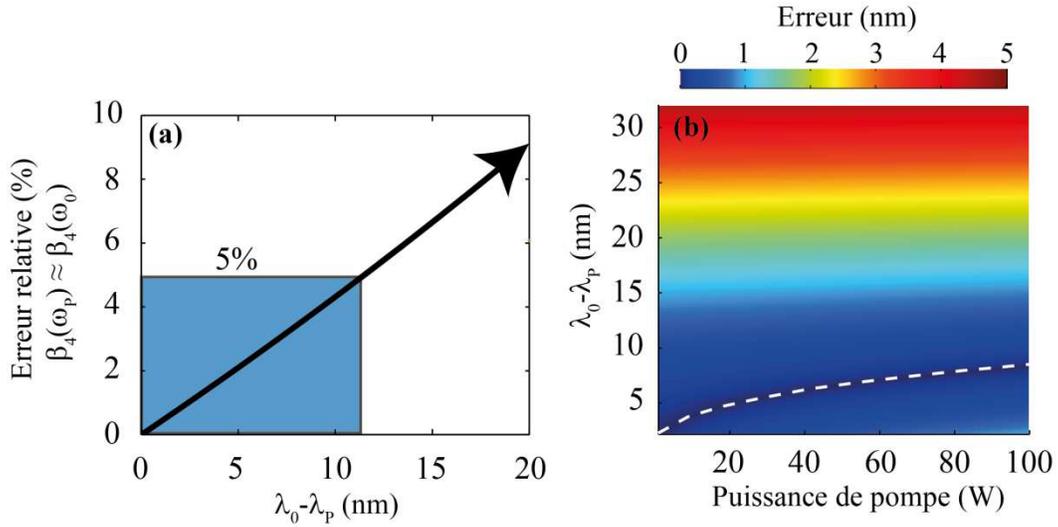


Figure 40 - (a) Evolution de l'erreur relative entre le coefficient de dispersion d'ordre quatre calculé à la longueur d'onde de pompe et à la ZDW, en fonction du décalage en longueur d'onde entre la pompe et la ZDW. (b) Représentation graphique en 3D de l'erreur commise sur la valeur de la ZDW obtenue par cette méthode en fonction de la puissance de pompe et du décalage en longueur d'onde entre la pompe et la ZDW d'une courbe de GVD connue. La région présentant l'erreur la plus faible est déterminée par la courbe en traits pointillés blancs.

La précision de cette méthode a été évaluée numériquement pour une PCF présentant une GVD connue, dont les paramètres ont été calculés à partir du modèle empirique de la référence de [34]. Les paramètres géométriques de cette PCF sont les mêmes que ceux utilisés pour les tracés de la figure 39-(a). Nous avons donc calculé les décalages fréquentiels de FWM ($\Delta\Omega_{S1,2}$) pour deux valeurs de fréquences de pompe ($\omega_{P1,2}$) choisies proches de la ZDW, en résolvant l'équation (4.1). Nous avons ensuite calculé la valeur de

la ZDW grâce à l'équation (4.4) et nous l'avons comparée à la valeur originale. La figure 40-(b) montre une cartographie de l'erreur (en nm) sur le calcul de la ZDW en fonction de la valeur de la puissance de pompe et du décalage en longueur d'onde entre la pompe et la ZDW. Notons que l'erreur est inférieure à 1 nm pour une longueur d'onde de pompe jusqu'à 15 nm en dessous de la ZDW, quelle que soit la valeur de la puissance de pompe jusqu'à 100 W (intervalle de valeurs réaliste). De plus, l'erreur commise augmente lorsque la longueur d'onde de pompe s'éloigne de la ZDW.

3 Mise en œuvre expérimentale

Afin de valider l'efficacité de notre méthode, nous avons fabriqué une PCF présentant un pitch de $\Lambda = 4,1 \mu\text{m}$ et un diamètre de trou de $d = 2,6 \mu\text{m}$, paramètres similaires de ceux utilisés dans le paragraphe précédent. Nous avons utilisé une source accordable en longueur d'onde pour la pompe, composée d'une diode accordable continue et modulée en amplitude pour délivrer des impulsions carrées de 2 ns de durée et d'un amplificateur à fibre dopée ytterbium.

Les spectres ont été enregistrés avec un analyseur de spectre optique (la résolution est de 0,05 nm) pour une longueur de fibre de 10 m, et une puissance de pompe de 50 W. La figure 41 montre les deux spectres obtenus pour deux longueurs d'onde de pompe séparées seulement de 0,8 nm ($\lambda_{p1} = 2\pi c / \omega_{p1} = 1055,9 \text{ nm}$ et $\lambda_{p2} = 2\pi c / \omega_{p2} = 1056,7 \text{ nm}$). Nous pouvons clairement distinguer les deux lobes de FWM dans la région spectrale située aux alentours de 960 nm, dont un zoom est présenté sur ce graphique. Celui-ci montre que le signal de FWM est localisé à 947 nm pour λ_{p1} et 962 nm pour λ_{p2} , ce qui nous permet d'en déduire les valeurs de $\Delta\Omega_{s1}$ et $\Delta\Omega_{s2}$. A partir de l'équation (4.3), nous avons évalué la valeur du rapport $\beta_3(\omega_0) / \beta_4(\omega_0)$ de la PCF à $-5,97 \times 10^2 \text{ ps}^{-1}$ et à partir de l'équation (4.4), nous avons obtenu une valeur de la ZDW égale à 1059,4 nm.

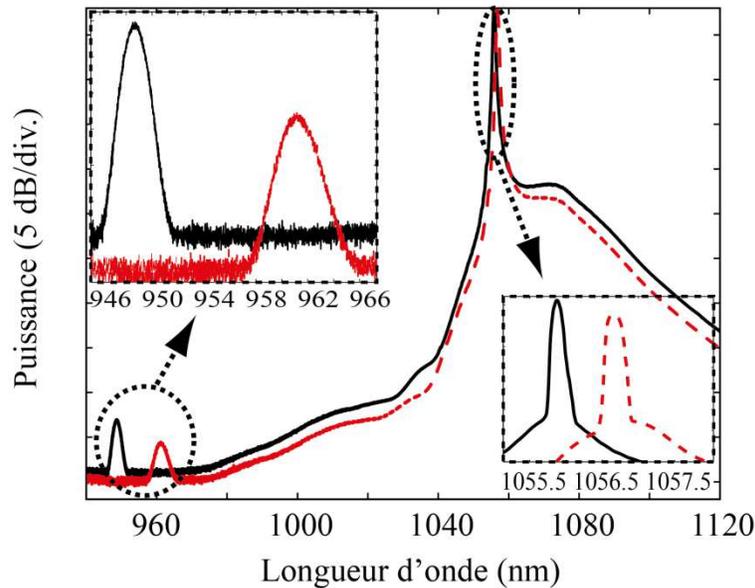


Figure 41 - Spectres de FWM expérimentaux enregistrés pour deux longueurs d'ondes de pompe différentes: 1055,9 nm (en trait plein noir) et 1056,7 nm (en traits pointillés rouges). Le zoom dans l'encart de gauche montre les deux bandes de FWM correspondantes et celui de droite montre les deux longueurs d'onde de pompe très proches l'une de l'autre.

La reconstruction de la courbe totale de la GVD nécessite une autre équation, en plus des équations (4.3) et (4.4) dans le but d'obtenir le troisième et quatrième ordre de dispersion indépendamment. Dans le cas particulier d'une PCF en silice pure, il est possible d'évaluer la valeur de ces deux paramètres par le biais du modèle de la référence de [34]. Le processus de fabrication d'une PCF induit naturellement des fluctuations longitudinales de la GVD en raison des variations de ses paramètres géométriques de la fibre d et Λ . Nous avons considéré des fluctuations du diamètre de cœur de 10 %, en se basant sur des spécifications technico-commerciales [119]. Cependant, pour une gaine micro-structurée, ces fluctuations peuvent être réduites à quelques % [120], donc nous avons décidé de prendre en compte des variations des paramètres géométriques de 10 % maximum. En employant le modèle de [34], nous avons réalisé 5000 simulations numériques des paramètres $\beta_3(\omega_0)$ et $\beta_4(\omega_0)$, en ajoutant une erreur aléatoire présentant une probabilité gaussienne sur les paramètres de la PCF. Les résultats sont représentés par les points bleus sur la figure 42-(a) et peuvent être interpolés par une fonction polynômiale de degré trois, tracée en trait plein vert. L'intersection entre le polynôme et la courbe correspondant à l'équation (4.3) nous donne les valeurs de $\beta_3(\omega_0) = 6,8 \times 10^{-2} \text{ ps}^3/\text{km}$ et $\beta_4(\omega_0) = -1,15 \times 10^{-4} \text{ ps}^4/\text{km}$.

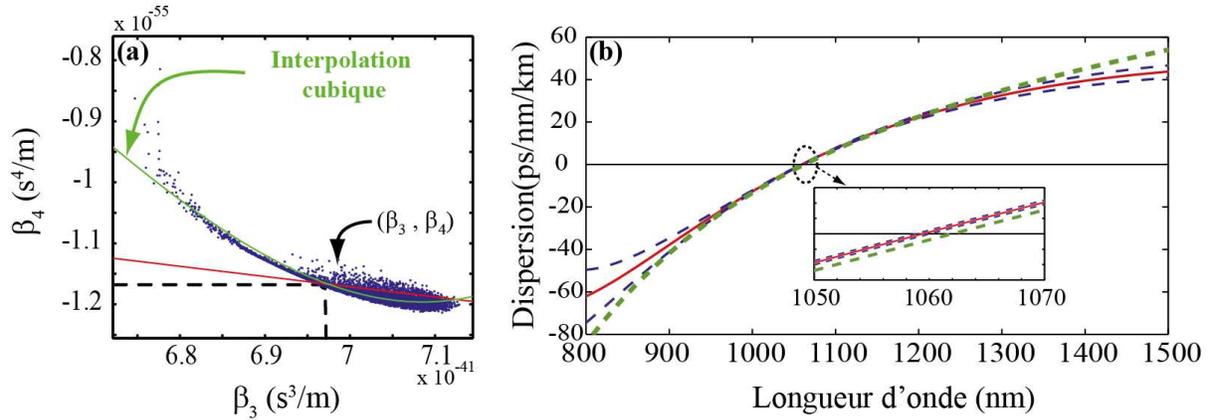


Figure 42 - (a) Evolution de la valeur de la dispersion d'ordre 4 en fonction de la dispersion d'ordre 3, calculés à la ZDW en considérant une incertitude de 10 % maximum sur les paramètres géométriques de la PCF. La courbe rouge correspond à l'équation (4.3). (b) Représentation des courbes de GVD. La courbe rouge correspond à celle obtenue avec notre méthode et les 2 courbes en traits pointillés bleus correspondent aux bandes d'incertitude sur la mesure. Celle en traits pointillés verts est la courbe obtenue par une mesure interférométrique.

Finalement, la courbe totale de la GVD peut être reconstruite à partir des équations (4.3) et (4.4), et des résultats de la figure 42-(a). Elle est représentée dans la figure 42-(b) en trait plein rouge. La précision de la mesure a été calculée numériquement en considérant un intervalle de 95 % de confiance et est représentée par les traits pointillés bleus sur la figure 42-(b).

Les résultats obtenus avec cette méthode ont été comparés avec ceux issus d'une méthode interférométrique [37] réalisée avec un tronçon de 1 m de cette même PCF. La courbe de GVD résultante est tracée en trait pointillé vert sur la figure 42-(b) et présente un excellent accord avec celle reconstruite avec notre méthode. En effet, nous obtenons une ZDW de 1059,4 nm contre une valeur de 1062 nm pour la méthode par interférométrie [37]. Notre méthode est extrêmement précise dans la région de faible GVD et spécialement pour la mesure de la ZDW d'une fibre optique (erreur inférieure à 5 %). La plus courte longueur de fibre possible permettant d'utiliser cette méthode est de l'ordre de grandeur du mètre. En effet, si un expérimentateur souhaite diminuer la longueur de fibre, il sera alors obligé d'augmenter la valeur de la puissance de pompe pour obtenir la même valeur de gain paramétrique donc par conséquent, les incertitudes sur la valeur de la ZDW deviennent importantes (figure 40-(b)). Dans le cas contraire, en utilisant une fibre de grande longueur, il est possible de réduire la valeur de la puissance de pompe mise en jeu.

4 Conclusion

Une méthode simple, rapide et précise est présentée pour la mesure de la ZDW d'une fibre optique. Nous avons démontré que l'enregistrement de seulement deux spectres de FWM, correspondant à deux longueurs d'onde de pompe très proches, suffit pour déterminer la ZDW d'une fibre optique et également la valeur du rapport $\beta_3(\omega_0) / \beta_4(\omega_0)$. Cette méthode permet de reconstruire la courbe de GVD d'une PCF en silice pure et les résultats obtenus sont en excellent accord avec ceux issus d'une mesure par interférométrie en lumière blanche entre 900 et 1300 nm. Cette méthode peut être utilisée pour des longueurs de fibre de quelques mètres à quelques centaines de mètres. Elle peut être employée pour des fibres optiques conventionnelles, tant qu'une source accordable en longueur d'onde proche de la ZDW est accessible, ce qui est le cas aux alentours de 1064 nm ou de 1550 nm.

Bibliographie générale

- [1] optics.org, [En ligne]. Disponible sur: <http://optics.org/news/4/1/29>.
- [2] D. J. Richardson, J. Nilsson, et W. A. Clarkson, « High power fiber lasers: current status and future perspectives [Invited] », *J. Opt. Soc. Am. B*, vol. 27, n° 11, p. B63-B92, nov. 2010.
- [3] P. Russell, « Photonic Crystal Fibers », *Science*, vol. 299, n° 5605, p. 358-362, janv. 2003.
- [4] A. Hasegawa et W. Brinkman, « Tunable coherent IR and FIR sources utilizing modulational instability », *Ieee J. Quantum Electron.*, vol. 16, n° 7, p. 694-697, 1980.
- [5] K. Tai, A. Hasegawa, et A. Tomita, « Observation of modulational instability in optical fibers », *Phys. Rev. Lett.*, vol. 56, n° 2, p. 135-138, janv. 1986.
- [6] A. Hasegawa, « Generation of a train of soliton pulses by induced modulational instability in optical fibers », *Opt. Lett.*, vol. 9, n° 7, p. 288-290, 1984.
- [7] K. Tai, A. Tomita, J. L. Jewell, et A. Hasegawa, « Generation of subpicosecond solitonlike optical pulses at 0.3 THz repetition rate by induced modulational instability », *Appl. Phys. Lett.*, vol. 49, n° 5, p. 236-238, août 1986.
- [8] S. Sudo, H. Itoh, K. Okamoto, et K. Kubodera, « Generation of 5 THz repetition optical pulses by modulation instability in optical fibers », *Appl. Phys. Lett.*, vol. 54, n° 11, p. 993-994, mars 1989.
- [9] G. Millot, E. Seve, S. Wabnitz, et M. Haelterman, « Dark-soliton-like pulse-train generation from induced modulational polarization instability in a birefringent fiber », *Opt. Lett.*, vol. 23, n° 7, p. 511-513, avr. 1998.
- [10] A. Zhang, H. Liu, M. S. Demokan, et H. Y. Tam, « Width and wavelength-tunable optical pulse train generation based on four-wave mixing in highly nonlinear photonic crystal fiber », *Ieee Photonics Technol. Lett.*, vol. 17, n° 12, p. 2664 - 2666, déc. 2005.
- [11] J. Hansryd, P. A. Andrekson, M. Westlund, J. Li, et P. Hedekvist, « Fiber-based optical parametric amplifiers and their applications », *Ieee J. Sel. Top. Quantum Electron.*, vol. 8, n° 3, p. 506-520, 2002.
- [12] M. E. Marhic, *Fiber Optical Parametric Amplifiers, Oscillators and Related Devices*, 1^{re} éd. Cambridge University Press, 2007.

- [13] J. M. Dudley, G. Genty, F. Dias, B. Kibler, et N. Akhmediev, « Modulation instability, Akhmediev Breathers and continuous wave supercontinuum generation », *Opt. Express*, vol. 17, n° 24, p. 21497-21508, nov. 2009.
- [14] J. M. Dudley et J. R. Taylor, *Supercontinuum Generation in Optical Fibers*, 1^{re} éd. Cambridge University Press, 2010.
- [15] F. Matera, A. Mecozzi, M. Romagnoli, et M. Settembre, « Sideband instability induced by periodic power variation in long-distance fiber links », *Opt. Lett.*, vol. 18, n° 18, p. 1499-1501, 1993.
- [16] K. Kikuchi, C. Lorattanasane, F. Futami, et S. Kaneko, « Observation of quasi-phase matched four-wave mixing assisted by periodic power variation in a long-distance optical amplifier chain », *Ieee Photonics Technol. Lett.*, vol. 7, n° 11, p. 1378-1380, 1995.
- [17] P. Kaewplung, Tuptim Angkaew, et K. Kikuchi, « Complete analysis of sideband instability in chain of periodic dispersion-managed fiber link and its effect on higher order dispersion-managed long-haul wavelength-division multiplexed systems », *J. Light. Technol.*, vol. 20, n° 11, p. 1895-1907, nov. 2002.
- [18] N. J. Smith et N. J. Doran, « Modulational instabilities in fibers with periodic dispersion management », *Opt. Lett.*, vol. 21, n° 8, p. 570-572, avr. 1996.
- [19] J. C. Bronski et J. Nathan Kutz, « Modulational stability of plane waves in nonreturn-to-zero communications systems with dispersion management », *Opt. Lett.*, vol. 21, n° 13, p. 937-939, juill. 1996.
- [20] F. K. Abdullaev, S. A. Darmanyany, A. Kobayakov, et F. Lederer, « Modulational instability in optical fibers with variable dispersion », *Phys. Lett.*, vol. 220, p. 213-218, sept. 1996.
- [21] S. Ambomo, C. M. Ngabireng, P. T. Dinda, A. Labruyère, K. Porsezian, et B. Kalithasan, « Critical behavior with dramatic enhancement of modulational instability gain in fiber systems with periodic variation dispersion », *J. Opt. Soc. Am. B*, vol. 25, n° 3, p. 425-433, mars 2008.
- [22] J. C. Knight, T. A. Birks, P. S. J. Russell, et D. M. Atkin, « All-silica single-mode optical fiber with photonic crystal cladding », *Opt. Lett.*, vol. 21, n° 19, p. 1547-1549, oct. 1996.
- [23] T. A. Birks, J. C. Knight, et P. S. J. Russell, « Endlessly single-mode photonic crystal fiber », *Opt. Lett.*, vol. 22, n° 13, p. 961-963, juill. 1997.
- [24] P. S. J. Russell, « Photonic-Crystal Fibers », *J. Light. Technol.*, vol. 24, n° 12, p. 4729-4749, déc. 2006.
- [25] J. C. Knight, J. Arriaga, T. A. Birks, A. Ortigosa-Blanch, W. J. Wadsworth, et P. S. J. Russell, « Anomalous dispersion in photonic crystal fiber », *Ieee Photonics Technol. Lett.*, vol. 12, n° 7, p. 807-809, 2000.
- [26] F. Couny, F. Benabid, P. J. Roberts, P. S. Light, et M. G. Raymer, « Generation of Multi-Octave Optical-Frequency Combs in a Kagome Lattice Hollow Core Photonic Crystal Fiber », in *Conference on Lasers and Electro-Optics/Quantum Electronics and Laser Science Conference and Photonic Applications Systems Technologies*, 2008, p. JFC2.
- [27] M. Born et E. Wolf, *Principles of Optics*, 6e édition. New York: Pergamon Press, 1980.

- [28] G. P. Agrawal, *Fiber-Optic Communications Systems*, 2e édition. John Wiley and Sons Inc., New York, 1997.
- [29] site internet de Corning, [En ligne]. Disponible sur: <http://www.corning.com/opticalfiber/>.
- [30] K. Nagayama, M. Kakui, M. Matsui, T. Saitoh, et Y. Chigusa, « Ultra-low-loss (0.1484 dB/km) pure silica core fibre and extension of transmission distance », *Electron. Lett.*, vol. 38, n° 20, p. 1168-1169, 2002.
- [31] K. Tajima, « Low loss PCF by reduction of hole surface imperfection », in *2007 33rd European Conference and Exhibition of Optical Communication - Post-Deadline Papers (published 2008)*, 2007, p. 1-2.
- [32] G. Agrawal, *Nonlinear Fiber Optics, Fourth Edition*, 4^e éd. Academic Press, 2006.
- [33] I. H. Malitson, « Interspecimen Comparison of the Refractive Index of Fused Silica », *J. Opt. Soc. Am.*, vol. 55, n° 10, p. 1205-1208, oct. 1965.
- [34] K. Saitoh et M. Koshiba, « Empirical relations for simple design of photonic crystal fibers », *Opt. Express*, vol. 13, n° 1, p. 267-274, janv. 2005.
- [35] L. G. Cohen, « Comparison of single-mode fiber dispersion measurement techniques », *J. Light. Technol.*, vol. 3, n° 5, p. 958-966, 1985.
- [36] S. Diddams et J.-C. Diels, « Dispersion measurements with white-light interferometry », *J. Opt. Soc. Am. B*, vol. 13, n° 6, p. 1120-1129, juin 1996.
- [37] M. Tateda, N. Shibata, et S. Seikai, « Interferometric method for chromatic dispersion measurement in a single-mode optical fiber », *Ieee J. Quantum Electron.*, vol. 17, n° 3, p. 404-407, 1981.
- [38] M. J. Saunders et W. Gardner, « Interferometric determination of dispersion variations in single-mode fibers », *J. Light. Technol.*, vol. 5, n° 12, p. 1701-1705, 1987.
- [39] L. F. Mollenauer, P. V. Mamyshev, et M. J. Neubelt, « Method for facile and accurate measurement of optical fiber dispersion maps », *Opt. Lett.*, vol. 21, n° 21, p. 1724-1726, nov. 1996.
- [40] G. K. Wong, A. Y. Chen, S. Ha, R. Kruhlak, S. Murdoch, R. Leonhardt, J. Harvey, et N. Joly, « Characterization of chromatic dispersion in photonic crystal fibers using scalar modulation instability », *Opt. Express*, vol. 13, n° 21, p. 8662-8670, oct. 2005.
- [41] B. Auguie, A. Mussot, A. Boucon, E. Lantz, et T. Sylvestre, « Ultralow chromatic dispersion measurement of optical fibers with a tunable fiber laser », *Ieee Photonics Technol. Lett.*, vol. 18, n° 17, p. 1825-1827, 2006.
- [42] J. M. Chávez Boggio et H. L. Fragnito, « Simple four-wave-mixing-based method for measuring the ratio between the third- and fourth-order dispersion in optical fibers », *J. Opt. Soc. Am. B*, vol. 24, n° 9, p. 2046-2054, sept. 2007.
- [43] M. Droques, B. Barviau, A. Kudlinski, G. Bouwmans, et A. Mussot, « Simple Method for Measuring the Zero-Dispersion Wavelength in Optical Fibers », *Ieee Photonics Technol. Lett.*, vol. 23, n° 10, p. 609 -611, mai 2011.

- [44] R. W. Boyd, *Nonlinear optics*. San Diego (California): Academic Press, 2008.
- [45] Y. R. Shen, *The Principles of Nonlinear Optics*, Reprint. Wiley-Interscience, 2002.
- [46] B. Barviau, O. Vanvincq, A. Mussot, Y. Quiquempois, G. Mélin, et A. Kudlinski, « Enhanced soliton self-frequency shift and CW supercontinuum generation in GeO₂-doped core photonic crystal fibers », *J. Opt. Soc. Am. B*, vol. 28, n° 5, p. 1152-1160, mai 2011.
- [47] R. Levy et J. M. Jonathan, *Optique non linéaire et ses matériaux*, EDP Sciences. 2000.
- [48] R. H. Stolen et J. Bjorkholm, « Parametric amplification and frequency-conversion in optical fibers », *Ieee J. Quantum Electron.*, vol. 18, n° 7, p. 1062-1072, 1982.
- [49] M. E. Marhic, N. Kagi, T.-K. Chiang, et L. G. Kazovsky, « Broadband fiber optical parametric amplifiers », *Opt. Lett.*, vol. 21, n° 8, p. 573-575, avr. 1996.
- [50] S. B. Cavalcanti, J. Cressoni, H. Dacruz, et A. Gouveianeto, « Modulation instability in the region of minimum group-velocity dispersion of single-mode optical fibers via extended nonlinear schrodinger-equation », *Phys. Rev.*, vol. 43, n° 11, p. 6162-6165, juin 1991.
- [51] E. A. Golovchenko et A. N. Pilipetskii, « Unified analysis of four-photon mixing, modulational instability, and stimulated Raman scattering under various polarization conditions in fibers », *J. Opt. Soc. Am. B*, vol. 11, n° 1, p. 92-101, janv. 1994.
- [52] E. Lantz, D. Gindre, H. Maillotte, et J. Monneret, « Phase matching for parametric amplification in a single-mode birefringent fiber: influence of the non-phase-matched waves », *J. Opt. Soc. Am. B*, vol. 14, n° 1, p. 116-125, janv. 1997.
- [53] E. Seve, G. Millot, S. Wabnitz, T. Sylvestre, et H. Maillotte, « Generation of vector dark-soliton trains by induced modulational instability in a highly birefringent fiber », *J. Opt. Soc. Am. B*, vol. 16, n° 10, p. 1642-1650, oct. 1999.
- [54] T. B. Benjamin et J. E. Feir, « The Disintegration of Wave Trains on Deep Water Part 1. Theory », *J. Fluid Mech.*, vol. 27, n° 03, p. 417-430, 1967.
- [55] A. Hasegawa, *Plasma instabilities and nonlinear effects*. Springer-Verlag, 1975.
- [56] V. Bespalov et V. Talanov, « Filamentary structure of light beams in nonlinear liquids », *Jetp Lett.-Ussr*, vol. 3, n° 12, p. 307-&, 1966.
- [57] S. Pitois et G. Millot, « Experimental observation of a new modulational instability spectral window induced by fourth-order dispersion in a normally dispersive single-mode optical fiber », *Opt. Commun.*, vol. 226, n° 1-6, p. 415-422, oct. 2003.
- [58] J. D. Harvey, R. Leonhardt, S. Coen, G. K. L. Wong, J. Knight, W. J. Wadsworth, et P. St.J. Russell, « Scalar modulation instability in the normal dispersion regime by use of a photonic crystal fiber », *Opt. Lett.*, vol. 28, n° 22, p. 2225-2227, nov. 2003.
- [59] M. Droques, B. Barviau, A. Kudlinski, M. Taki, A. Boucon, T. Sylvestre, et A. Mussot, « Symmetry-breaking dynamics of the modulational instability spectrum », *Opt. Lett.*, vol. 36, n° 8, p. 1359, avr. 2011.

- [60] Z. Lali-Dastjerdi, K. Rottwitt, M. Galili, et C. Peucheret, « Asymmetric gain-saturated spectrum in fiber optical parametric amplifiers », *Opt. Express*, vol. 20, n° 14, p. 15530-15539, juill. 2012.
- [61] M. Erkintalo, Y. Q. Xu, S. G. Murdoch, J. M. Dudley, et G. Genty, « Cascaded Phase Matching and Nonlinear Symmetry Breaking in Fiber Frequency Combs », *Phys. Rev. Lett.*, vol. 109, n° 22, p. 223904, nov. 2012.
- [62] F. Leo, A. Mussot, P. Kockaert, P. Emplit, M. Haelterman, et M. Taki, « Nonlinear Symmetry Breaking Induced by Third-Order Dispersion in Optical Fiber Cavities », *Phys. Rev. Lett.*, vol. 110, n° 10, p. 104103, mars 2013.
- [63] C. V. Raman et K. S. Krishnan, « A New Type of Secondary Radiation », *Nature*, vol. 121, p. 501-502, mars 1928.
- [64] S. Coen, A. H. L. Chau, R. Leonhardt, J. D. Harvey, J. C. Knight, W. J. Wadsworth, et P. S. J. Russell, « Supercontinuum generation by stimulated Raman scattering and parametric four-wave mixing in photonic crystal fibers », *J. Opt. Soc. Am. B*, vol. 19, n° 4, p. 753-764, avr. 2002.
- [65] F. Benabid, « Hollow-core photonic crystal fibre based Raman lasers », in *Advanced Photonics*, 2011, p. SOWB5.
- [66] R. H. Stolen, J. P. Gordon, W. J. Tomlinson, et H. A. Haus, « Raman response function of silica-core fibers », *J. Opt. Soc. Am. B*, vol. 6, n° 6, p. 1159-1166, juin 1989.
- [67] R. H. Stolen et E. P. Ippen, « Raman gain in glass optical waveguides », *Appl. Phys. Lett.*, vol. 22, n° 6, p. 276-278, mars 1973.
- [68] K. Yee, « Numerical solution of initial boundary value problems involving maxwell's equations in isotropic media », *Ieee Trans. Antennas Propag.*, vol. 14, n° 3, p. 302-307, 1966.
- [69] P. M. Goorjian, A. Taflove, R. M. Joseph, et S. C. Hagness, « Computational modeling of femtosecond optical solitons from Maxwell's equations », *Ieee J. Quantum Electron.*, vol. 28, n° 10, p. 2416-2422, 1992.
- [70] R. M. Joseph et A. Taflove, « FDTD Maxwell's equations models for nonlinear electrodynamics and optics », *Ieee Trans. Antennas Propag.*, vol. 45, n° 3, p. 364-374, 1997.
- [71] L. Gilles, S. C. Hagness, et L. Vázquez, « Comparison between staggered and unstaggered finite-difference time-domain grids for few-cycle temporal optical soliton propagation », *J Comput Phys*, vol. 161, n° 2, p. 379-400, juill. 2000.
- [72] T.-W. Lee et S. C. Hagness, « Pseudospectral time-domain methods for modeling optical wave propagation in second-order nonlinear materials », *J. Opt. Soc. Am. B*, vol. 21, n° 2, p. 330-342, févr. 2004.
- [73] J. C. A. Tyrrell, P. Kinsler, et G. H. C. New, « Pseudospectral spatial-domain: a new method for nonlinear pulse propagation in the few-cycle regime with arbitrary dispersion », *J. Mod. Opt.*, vol. 52, n° 7, p. 973-986, 2005.
- [74] K. J. Blow et D. Wood, « Theoretical description of transient stimulated Raman scattering in optical fibers », *Ieee J. Quantum Electron.*, vol. 25, n° 12, p. 2665-2673, 1989.

- [75] P. V. Mamyshev et S. V. Chernikov, « Ultrashort-pulse propagation in optical fibers », *Opt. Lett.*, vol. 15, n° 19, p. 1076-1078, oct. 1990.
- [76] P. L. François, « Nonlinear propagation of ultrashort pulses in optical fibers: total field formulation in the frequency domain », *J. Opt. Soc. Am. B*, vol. 8, n° 2, p. 276-293, févr. 1991.
- [77] C. V. Hile et W. L. Kath, « Numerical solutions of Maxwell's equations for nonlinear-optical pulse propagation », *J. Opt. Soc. Am. B*, vol. 13, n° 6, p. 1135-1146, juin 1996.
- [78] D. Hollenbeck et C. D. Cantrell, « Multiple-vibrational-mode model for fiber-optic Raman gain spectrum and response function », *J. Opt. Soc. Am. B*, vol. 19, n° 12, p. 2886-2892, déc. 2002.
- [79] J. Laegsgaard, « Mode profile dispersion in the generalised nonlinear Schrödinger equation », *Opt. Express*, vol. 15, n° 24, p. 16110-16123, nov. 2007.
- [80] G. Genty, P. Kinsler, B. Kibler, et J. M. Dudley, « Nonlinear envelope equation modeling of sub-cycle dynamics and harmonic generation in nonlinear waveguides », *Opt. Express*, vol. 15, n° 9, p. 5382-5387, avr. 2007.
- [81] F. Poletti et P. Horak, « Dynamics of femtosecond supercontinuum generation in multimode fibers », *Opt. Express*, vol. 17, n° 8, p. 6134-6147, avr. 2009.
- [82] O. V. Sinkin, R. Holzlöhner, J. Zweck, et C. R. Menyuk, « Optimization of the Split-Step Fourier Method in Modeling Optical-Fiber Communications Systems », *J. Light. Technol.*, vol. 21, n° 1, p. 61, janv. 2003.
- [83] L. Provino, A. Mussot, E. Lantz, T. Sylvestre, et H. Maillotte, « Broadband and flat parametric amplifiers with a multisection dispersion-tailored nonlinear fiber arrangement », *J. Opt. Soc. Am. B*, vol. 20, n° 7, p. 1532-1537, juill. 2003.
- [84] A. S. Y. Hsieh, G. K. L. Wong, S. G. Murdoch, S. Coen, F. Vanholsbeeck, R. Leonhardt, et J. D. Harvey, « Combined effect of Raman and parametric gain on single-pump parametric amplifiers », *Opt. Express*, vol. 15, n° 13, p. 8104-8114, juin 2007.
- [85] E. Infeld et G. Rowlands, *Nonlinear Waves, Solitons and Chaos*, 2^e éd. Cambridge University Press, 2000.
- [86] E. Infeld, « Quantitive Theory of the Fermi-Pasta-Ulam Recurrence in the Nonlinear Schrödinger Equation », *Phys. Rev. Lett.*, vol. 47, n° 10, p. 717-718, sept. 1981.
- [87] G. Cappellini et S. Trillo, « Third-order three-wave mixing in single-mode fibers: exact solutions and spatial instability effects », *J. Opt. Soc. Am. B*, vol. 8, n° 4, p. 824-838, avr. 1991.
- [88] S. Trillo et S. Wabnitz, « Dynamics of the nonlinear modulational instability in optical fibers », *Opt. Lett.*, vol. 16, n° 13, p. 986-988, juill. 1991.
- [89] G. Van Simaey, P. Emplit, et M. Haelterman, « Experimental Demonstration of the Fermi-Pasta-Ulam Recurrence in a Modulationally Unstable Optical Wave », *Phys. Rev. Lett.*, vol. 87, n° 3, p. 033902, juin 2001.
- [90] K. Inoue et T. Mukai, « Signal wavelength dependence of gain saturation in a fiber optical parametric amplifier », *Opt. Lett.*, vol. 26, n° 1, p. 10-12, janv. 2001.

- [91] R. P. Davey, N. Langford, et A. I. Ferguson, « Interacting solutions in erbium fibre laser », *Electron. Lett.*, vol. 27, n° 14, p. 1257-1259, 1991.
- [92] D. J. Richardson, R. I. Laming, D. N. Payne, V. J. Matsas, et M. W. Phillips, « Pulse repetition rates in passive, selfstarting, femtosecond soliton fibre laser », *Electron. Lett.*, vol. 27, n° 16, p. 1451-1453, 1991.
- [93] S. M. J. Kelly, « Characteristic sideband instability of periodically amplified average soliton », *Electron. Lett.*, vol. 28, n° 8, p. 806-807, 1992.
- [94] N. J. Smith, K. J. Blow, et I. Andonovic, « Sideband generation through perturbations to the average soliton model », *J. Light. Technol.*, vol. 10, n° 10, p. 1329-1333, 1992.
- [95] M. Karlsson, « Modulational instability in lossy optical fibers », *J. Opt. Soc. Am. B*, vol. 12, n° 11, p. 2071-2077, nov. 1995.
- [96] L. D. Landau et E. M. Lifsic, *Course of theoretical physics. 1, 1.* Oxford [u.a.]: Butterworth-Heinemann, 2001.
- [97] V. I. Arnol'd, *Geometrical methods in the theory of ordinary differential equations*. New York: Springer-Verlag, 1988.
- [98] S. G. Murdoch, R. Leonhardt, J. D. Harvey, et T. A. B. Kennedy, « Quasi-phase matching in an optical fiber with periodic birefringence », *J. Opt. Soc. Am. B*, vol. 14, n° 7, p. 1816-1822, juill. 1997.
- [99] F. K. Abdullaev et J. Garnier, « Modulational instability of electromagnetic waves in birefringent fibers with periodic and random dispersion », *Phys. Rev. E*, vol. 60, n° 1, p. 1042-1050, juill. 1999.
- [100] A. Armaroli et F. Biancalana, « Tunable modulational instability sidebands via parametric resonance in periodically tapered optical fibers », *Opt. Express*, vol. 20, n° 22, p. 25096-25110, oct. 2012.
- [101] G. Van Simaey, P. Emplit, et M. Haelterman, « Experimental study of the reversible behavior of modulational instability in optical fibers », *J. Opt. Soc. Am. B*, vol. 19, n° 3, p. 477-486, mars 2002.
- [102] M. Droques, A. Kudlinski, G. Bouwmans, G. Martinelli, et A. Mussot, « Dynamics of the modulation instability spectrum in optical fibers with oscillating dispersion », *Phys. Rev.*, vol. 87, n° 1, p. 013813, janv. 2013.
- [103] S. G. Murdoch, M. D. Thomson, R. Leonhardt, et J. D. Harvey, « Quasi-phase-matched modulation instability in birefringent fibers », *Opt. Lett.*, vol. 22, n° 10, p. 682-684, mai 1997.
- [104] A. Mussot, « Amplification paramétrique dans les fibres optiques pour les télécommunications à haut débit », Université de Franche-Comté, 2004.
- [105] M. Farahmand et M. de Sterke, « Parametric amplification in presence of dispersion fluctuations », *Opt. Express*, vol. 12, n° 1, p. 136-142, janv. 2004.
- [106] M. Droques, A. Kudlinski, G. Bouwmans, G. Martinelli, A. Mussot, A. Armaroli, et F. Biancalana, « Fourth-order dispersion mediated modulation instability in dispersion oscillating fibers », *Opt. Lett.*, vol. article soumis, 2013.

- [107] M. Droques, A. Kudlinski, G. Bouwmans, G. Martinelli, et A. Mussot, « Experimental demonstration of modulation instability in an optical fiber with a periodic dispersion landscape », *Opt. Lett.*, vol. 37, n° 23, p. 4832-4834, déc. 2012.
- [108] A. Armaroli et F. Biancalana, « Vector modulational instability induced by parametric resonance in periodically tapered highly birefringent optical fibers », *Phys. Rev.*, vol. 87, n° 6, p. 063848, juin 2013.
- [109] A. Mussot, E. Lantz, H. Maillotte, T. Sylvestre, C. Finot, et S. Pitois, « Spectral broadening of a partially coherent CW laser beam in single-mode optical fibers », *Opt. Express*, vol. 12, n° 13, p. 2838-2843, juin 2004.
- [110] A. Mussot, E. Louvergneaux, N. Akhmediev, F. Reynaud, L. Delage, et M. Taki, « Optical Fiber Systems Are Convectively Unstable », *Phys. Rev. Lett.*, vol. 101, n° 11, p. 113904, sept. 2008.
- [111] C. Michel, P. Suret, S. Randoux, H. R. Jauslin, et A. Picozzi, « Influence of third-order dispersion on the propagation of incoherent light in optical fibers », *Opt. Lett.*, vol. 35, n° 14, p. 2367-2369, juill. 2010.
- [112] P. K. A. Wai, C. R. Menyuk, Y. C. Lee, et H. H. Chen, « Nonlinear pulse propagation in the neighborhood of the zero-dispersion wavelength of monomode optical fibers », *Opt. Lett.*, vol. 11, n° 7, p. 464-466, juill. 1986.
- [113] N. Akhmediev et M. Karlsson, « Cherenkov radiation emitted by solitons in optical fibers », *Phys. Rev.*, vol. 51, n° 3, p. 2602-2607, mars 1995.
- [114] A. Mussot, M. Le Parquier, et P. Szriftgiser, « Thermal noise for SBS suppression in fiber optical parametric amplifiers », *Opt. Commun.*, vol. 283, n° 12, p. 2607-2610, juin 2010.
- [115] A. Mussot, A. Kudlinski, M. Droques, P. Szriftgiser, et N. Akhmediev, « Appearances and Disappearances of Fermi Pasta Ulam Recurrence in Nonlinear Fiber Optics », in *2013 Conference on Lasers and Electro-Optics (CLEO)*, 2013.
- [116] A. Mussot, A. Kudlinski, M. Droques, P. Szriftgiser, et N. Akhmediev, « Fermi-Pasta-Ulam recurrence in nonlinear fibre optics: the role of reversible and irreversible losses », *Nat. Photonics*, vol. article soumis, 2013.
- [117] M. E. Marhic, K. K.-Y. Wong, et L. G. Kazovsky, « Wide-band tuning of the gain spectra of one-pump fiber optical parametric amplifiers », *Ieee J. Sel. Top. Quantum Electron.*, vol. 10, n° 5, p. 1133-1141, 2004.
- [118] A. Y. H. Chen, G. K. L. Wong, S. G. Murdoch, R. Leonhardt, J. D. Harvey, J. C. Knight, W. J. Wadsworth, et P. S. J. Russell, « Widely tunable optical parametric generation in a photonic crystal fiber », *Opt. Lett.*, vol. 30, n° 7, p. 762-764, avr. 2005.
- [119] NKT photonics, « NKT photonics ». [En ligne]. Disponible sur: <http://www.nktphotonics.com/fiber>.
- [120] B. Stiller, S. M. Foaleng, J.-C. Beugnot, M. W. Lee, M. Delqué, G. Bouwmans, A. Kudlinski, L. Thévenaz, H. Maillotte, et T. Sylvestre, « Photonic crystal fiber mapping using Brillouin echoes distributed sensing », *Opt. Express*, vol. 18, n° 19, p. 20136-20142, sept. 2010.

Formulaire

Ce formulaire répertorie les relations utiles présentées dans ce manuscrit.

- **Le coefficient d'atténuation :**

$$\alpha_{dB} = -\frac{10}{L} \log \left[\frac{P_S}{P_E} \right] = 4343 \times \alpha$$

- **La relation entre la dispersion et β_2 :**

$$D(\lambda) = \frac{\partial \beta_1}{\partial \lambda} = -\frac{2\pi c}{\lambda^2} \beta_2$$

- **Le coefficient non-linéaire :**

$$\gamma = \frac{n_2 \omega_0}{c A_{eff}}$$

- **Le gain paramétrique d'une fibre à dispersion constante :**

$$g = \sqrt{(\gamma P_0)^2 - \left(\frac{\kappa}{2}\right)^2} = -\Delta\beta_L \left(\gamma P_0 + \frac{\Delta\beta_L}{4} \right)$$

- **La condition d'accord de phase d'une fibre à dispersion constante :**

$$\kappa = \Delta\beta_L + \Delta\beta_{NL}$$

avec
$$\Delta\beta_L = \beta_2 (\omega_s - \omega_p)^2 + \frac{\beta_4}{12} (\omega_s - \omega_p)^4 = \beta_2 \Delta\Omega^2 + \frac{\beta_4}{12} \Delta\Omega^4$$

et
$$\Delta\beta_{NL} = 2\gamma P_0$$

- Les solutions de la condition d'accord de phase d'une fibre à dispersion constante :

$$\Delta F = \frac{\Delta\Omega}{2\pi} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{-\frac{6\beta_2}{\beta_4} \pm 2\sqrt{3\left(\frac{3\beta_2^2}{\beta_4^2} - \frac{2\gamma P_0}{\beta_4}\right)}}$$

- L'équation de Schrödinger non-linéaire généralisée :

$$\frac{\partial A}{\partial z} = \sum_{q=2}^{q=4} \frac{i^{q+1}}{q!} \beta_q \frac{\partial^2 A}{\partial \tau^q} - \frac{\alpha A}{2} + i\gamma A(\tau) \int [(1-f_R)\delta(t') + f_R h_R(t')] |A(\tau-t')|^2 dt'$$

- Le gain paramétrique d'une fibre à dispersion sinusoidale :

$$g(k) = \left[\left(\gamma P_0 J_k \left(\frac{\beta_2^A \Omega^2}{2\pi / Z} \right) \right)^2 - \left(\gamma P_0 + \frac{1}{2} \overline{\beta_2} \Omega^2 - \frac{1}{2} k \frac{2\pi}{Z} \right)^2 \right]^{1/2}$$

- La condition de quasi-accord de phase d'une fibre à dispersion périodique :

$$\Delta\beta_L + \Delta\beta_{NL} = \Delta\beta_{réseau} \Leftrightarrow \overline{\beta_2} \Omega_k^2 + 2\gamma P_0 = k \frac{2\pi}{Z}$$

- Les solutions de la condition de quasi-accord de phase d'une fibre à dispersion périodique :

$$F_k^{QPM} = \frac{\Omega_k^{QPM}}{2\pi} = \pm \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k \frac{2\pi}{Z} - 2\gamma P_0}{\overline{\beta_2}}}$$

- La puissance critique de la solution de la condition de quasi-accord de phase :

$$P_0 \geq P_0^{crit}(k) = \frac{k\pi}{\gamma Z}$$

- Le gain crête :

$$G^C = \frac{\overline{G} + (d-1)}{d} \quad \text{avec} \quad d = \frac{\overline{P}_0}{P_0^C} = \frac{\Delta t_{imp}}{T_{rép}}$$

- Les solutions de la condition de quasi-accord de phase d'une fibre à dispersion périodique, incluant le β_4 :

$$F_k = \frac{\Omega_k}{2\pi} = \pm \frac{1}{2\pi} \sqrt{-\frac{6\overline{\beta_2}}{\beta_4} \pm 2 \sqrt{9 \frac{\overline{\beta_2}^2}{\beta_4^2} + \frac{3}{\beta_4} \left(k \frac{2\pi}{Z} - 2\gamma P_0 \right)}}$$

➤ **Le calcul analytique du spectre de gain :**

$$G(\Omega, z) = \frac{P_s(\Omega, z)}{P_s(\Omega, 0)} = \frac{1}{4}[1 - \rho] + \frac{1}{4}[1 + \rho + 2\sqrt{\rho}] \exp \left[\int_0^z g(\Omega, z') dz' \right]$$

où $\rho = P_r(\Omega, 0) / P_s(\Omega, 0)$, et:

$$g(\Omega, z) = 2\gamma P_0 \sum_{q=-\infty}^{q=+\infty} J_q \left(\frac{\beta_2^A \Omega^2}{2\pi / Z} \right) \sin \left[\left(\overline{\beta_2} \Omega^2 + 2\gamma P_0 - q \frac{2\pi}{Z} \right) z + K_q \right]$$

avec $K_q = \frac{\beta_2^A \Omega^2}{2\pi / Z} - q \frac{\pi}{2} + \theta(\Omega, 0)$.

➤ **Le gain linéaire moyen de la $k^{\text{ième}}$ composante spectrale :**

$$g(\Omega_k) = 2\gamma P_0 J_k \left[\frac{\overline{\beta_2}}{\beta_2^A} \left(k - \frac{\gamma P_0 Z}{\pi} \right) \right]$$

Bibliographie de l'auteur

Publications dans des journaux internationaux à comité de lecture

- [1] A. Mussot, A. Kudlinski, **M. Droques**, P. Szriftgiser, N. Akhmediev, « Fermi-Pasta-Ulam recurrence in nonlinear fibre optics: the role of reversible and irreversible losses », *Phys. Rev. X*, vol. 4, n° 1, p. 011054, 2014.
- [2] **M. Droques**, A. Kudlinski, G. Bouwmans, G. Martinelli, A. Mussot, A. Armaroli, F. Biancalana, « Fourth-order dispersion mediated modulation instability in dispersion oscillating fibers », *Optics Letters*, vol. 38, n° 17, p. 3464-3467, 2013.
- [3] **M. Droques**, A. Kudlinski, G. Bouwmans, G. Martinelli, A. Mussot, « Dynamics of the modulation instability spectrum in optical fibers with oscillating dispersion », *Phys. Rev. A*, vol. 87, n° 1, p. 013813, 2013.
- [4] **M. Droques**, A. Kudlinski, G. Bouwmans, G. Martinelli, A. Mussot, « Experimental demonstration of modulation instability in an optical fiber with a periodic dispersion landscape », *Opt. Lett.*, vol. 37, n° 23, p. 4832-4834, 2012.
- [5] A. Kudlinski, R. Habert, **M. Droques**, G. Beck, L. Bigot, A. Mussot, « Temperature Dependence of the Zero Dispersion Wavelength in a Photonic Crystal Fiber », *IEEE Photonics Technology Letters*, vol. 24, n° 6, p. 431 -433, 2012.
- [6] **M. Droques**, B. Barviau, A. Kudlinski, G. Bouwmans, A. Mussot, « Simple Method for Measuring the Zero-Dispersion Wavelength in Optical Fibers », *IEEE Photonics Technology Letters*, vol. 23, n° 10, p. 609 -611, 2011.
- [7] **M. Droques**, B. Barviau, A. Kudlinski, M. Taki, A. Boucon, T. Sylvestre, A. Mussot, « Symmetry-breaking dynamics of the modulational instability spectrum », *Optics Letters*, vol. 36, n° 8, p. 1359, 2011.

Communications orales invitées dans des conférences internationales à comité de lecture

- [1] **M. Droques**, A. Kudlinski, G. Bouwmans, G. Martinelli, A. Mussot, « Topographic optical fibers : a new degree of freedom in nonlinear optics », *invited talk at the 7th International Conference on Nanophotonics*, Hong-Kong, China, 19-23 May 2013.

[2] A. Kudlinski, **M. Droques**, G. Bouwmans, G. Martinelli, A. Mussot, « Periodic dispersion maps in optical fibers: a new degree of freedom in nonlinear optics », *invited talk at Photonics North*, Montreal, Canada, 6-8 June 2012.

[3] A. Kudlinski, **M. Droques**, G. Bouwmans, G. Martinelli, A. Mussot, « Modulation instability in optical fibers with oscillating dispersion », *invited talk at the 3th Workshop on Specialty Optical Fibers and their applications*, Sigtuna, Sweden, 28-30 August 2013.

Communications orales dans des conférences internationales à comité de lecture

[1] A. Mussot, A. Kudlinski, **M. Droques**, Nail Akhmediev, Pascal Szriftgiser « Multiple appearances and disappearances of Fermi Pasta Ulam recurrence due to reversible and irreversible losses in nonlinear fiber optics », at *Nonlinear Photonics*, Barcelona, Spain, July 2014.

[2] F. Biancalana, A. Armaroli, A. Mussot, A. Kudlinski, **M. Droques**, « Scalar and vector modulational instability induced by parametric resonance in periodically tapered PCFs », at *Conference on Lasers and Electro-Optics*, San Jose, California United States, 9-14 June 2013.

[3] A. Mussot, A. Kudlinski, **M. Droques**, P. Szriftgiser, N. Akhmediev, « Appearances and disappearances of Fermi Pasta Ulam recurrence in nonlinear fiber optics », at *Conference on Lasers and Electro-Optics*, Munich, Germany, 12-16 May 2013.

[4] **M. Droques**, A. Kudlinski, G. Bouwmans, G. Martinelli, A. Mussot, A. Armaroli, F. Biancalana, « Modulational instability phase-matched by higher order dispersion terms in dispersion-oscillating fibers Simple », at *Conference on Lasers and Electro-Optics*, Munich, Germany, 12-16 May 2013.

[5] A. Mussot, **M. Droques**, A. Kudlinski, G. Bouwmans, G. Martinelli, « Longitudinal and periodic modulation of the dispersion of an optical fiber: a new degree of freedom in nonlinear optics », at *Nonlinear Photonics*, Colorado Springs, Colorado, 17-21 June 2012.

[6] **M. Droques**, A. Kudlinski, G. Bouwmans, G. Martinelli, L. Bigot, A. Mussot, « Demonstration of modulation instability assisted by a periodic dispersion landscape in an optical fiber », at *Conference on Lasers and Electro-Optics*, San Jose, California, 6-11 May 2012.

[7] **M. Droques**, B. Barviau, A. Kudlinski, G. Bouwmans, A. Mussot, « Simple method for measuring the zero-dispersion wavelength in optical fibers », at *Conference on Lasers and Electro-Optics*, Munich, Germany, 22-26 May 2011.

Communications par affiche dans des conférences internationales à comité de lecture

[1] **M. Droques**, B. Barviau, A. Kudlinski, M. Taki, A. Boucon, T. Sylvestre, A. Mussot, « Symmetry-breaking dynamics of the modulational instability spectrum », at *Conference on Lasers and Electro-Optics*, Munich, Germany, 22-26 May 2011.

Communications orales invitées dans des conférences nationales à comité de lecture

[1] **M. Droques**, B. Barviau, A. Kudlinski, A. Boucon, T. Sylvestre, M. Taki, A. Mussot, « Brisure de la symétrie du processus d'instabilité modulationnelle due à la pente de la dispersion dans une fibre optique », *invited talk at Journées Nationales de l'Optique guidée*, Besançon, France, 20-22 October 2010.

Communications orales dans des conférences nationales à comité de lecture

[1] **M. Droques**, A. Kudlinski, G. Bouwmans, L. Bigot, B. Barviau, A. Mussot, « Instabilité modulationnelle dans une fibre optique présentant un profil périodique de dispersion », at *Journées Nationales de l'Optique guidée*, Marseille, France, 4-7 July 2011.

Communications par affiche dans des conférences nationales à comité de lecture

[1] **M. Droques**, A. Kudlinski, G. Bouwmans, G. Martinelli, A. Mussot, « Etude analytique simplifiée du processus d'instabilité modulationnelle dans une fibre à dispersion périodique », at *Journées Nationales de l'Optique guidée*, Lyon, France, 10-12 July 2012.

[2] **M. Droques**, B. Barviau, A. Kudlinski, G. Bouwmans, A. Mussot, « Méthode simplifiée de mesure de la dispersion chromatique de vitesse de groupe d'une fibre microstructurée », at *Journées Nationales de l'Optique guidée*, Besançon, France, 20-22 October 2010.

Fourth-order dispersion mediated modulation instability in dispersion oscillating fibers

Maxime Droques,¹ Alexandre Kudlinski,¹ Geraud Bouwmans,¹ Gilbert Martinelli,¹ Arnaud Mussot,^{1,*}
Andrea Armaroli,² and Fabio Biancalana^{2,3}

¹Laboratoire PhLAM (UMR CNRS 8523), IRCICA (USR CNRS 3380), Université Lille 1, 59655 Villeneuve d'Ascq, France

²Max Planck Institute for the Science of Light, Günther-Scharowsky-Str. 1/Bau 24, 91058 Erlangen, Germany

³School of Engineering and Physical Sciences, Heriot-Watt University, EH14 4AS Edinburgh, UK

*Corresponding author: arnaud.mussot@univ-lille1.fr

Received June 3, 2013; revised July 23, 2013; accepted July 26, 2013;

posted July 26, 2013 (Doc. ID 191672); published August 30, 2013

We investigate the role played by fourth-order dispersion on the modulation instability process in dispersion oscillating fibers. It not only leads to the appearance of instability sidebands in the normal dispersion regime (as in uniform fibers), but also to a new class of large detuned instability peaks that we ascribe to the variation of dispersion. All these theoretical predictions are experimentally confirmed. © 2013 Optical Society of America
OCIS codes: (060.4370) Nonlinear optics, fibers; (190.4380) Nonlinear optics, four-wave mixing; (190.4410) Nonlinear optics, parametric processes.

<http://dx.doi.org/10.1364/OL.38.003464>

The modulation instability (MI) process in optical fibers involves the nonlinear interaction between an intense pump wave and a weak perturbation that grows exponentially. This phenomenon is conveniently described as a four-wave mixing process ruled by energy and momentum conservations. The latter condition requires phase matching, i.e., a compensation between linear and nonlinear phase mismatches due to group velocity dispersion (GVD) and Kerr nonlinearity, respectively. Only a negative contribution from dispersive effects permits compensation for the Kerr nonlinear phase mismatch always being positive in glass fibers. In single mode optical fibers, limiting our investigations to a scalar configuration, it seems natural to launch the pump field in the anomalous dispersion region in order to obtain a perfect phase matching. However, MI can also occur in the normal GVD regime, due to negative fourth-order dispersion (FOD) in uniform fibers [1,2], to periodic boundary conditions in fiber cavities [3], or to a periodic variation of the wave vector mismatch. The latter process can be obtained from periodically varying power [4,5] or dispersion [6–8] causing the appearance of a virtual grating, the wave vector of which contributes to the phase matching relation. This has been widely theoretically investigated in the context of long-haul telecommunication networks [4–7,9] because this effect is highly detrimental in such settings. In fact, due to the spatial scale (in the order of a hundred kilometer) involved in these systems, MI sidebands are spectrally generated in the tens of GHz range, that typically corresponds to the bit rate of modern telecommunication systems and then leads to signal distortions.

Very recently, technical progress in the manufacturing of photonic crystal fiber (PCF) has allowed for the fabrication of periodically tapered PCFs with periods in the meter range [8,10]. In such dispersion oscillating fibers (DOFs), MI sidebands are generated in the THz range. While previous work did not reveal any significant impact of higher-order dispersion on the MI process in DOFs, it is expected to play an important role under specific conditions, e.g., in the proximity of zero-dispersion

wavelength (ZDW) at high input power, as in uniform fibers [1,2]. In this work, we investigate the impact of FOD on the MI process in DOFs. We show that the combined effect of this higher-order dispersion term and of axially periodic dispersion leads to the appearance of new MI peaks that are experimentally observed.

The MI process in optical fiber systems with longitudinal periodicity can be described using the Floquet theory [11–13] or, more simply, using quasi-phase-matching (QPM) arguments [5,7,11,14], in analogy with QPM in poled second-order nonlinear materials. Considering dispersion terms up to the fourth-order, the use of Floquet theory and the method of averaging results in the following parametric resonance condition [13,15]:

$$\left(\frac{\bar{\beta}_2\Omega_k^2}{2} + \frac{\bar{\beta}_4}{24}\Omega_k^4\right)\left(\frac{\bar{\beta}_2\Omega_k^2}{2} + \frac{\bar{\beta}_4}{24}\Omega_k^4 + 2\gamma P\right) = \left[\frac{\pi m}{Z}\right]^2, \quad (1)$$

where m is a non-negative integer, Ω_k is the pulsation detuning from the pump, $\bar{\beta}_2$ and $\bar{\beta}_4$ are the average second-order and FOD terms, γ is the average nonlinear coefficient of the fiber, and P is the pump peak power. It is worth noting that if the period of oscillation of the GVD is short compared to the nonlinear length [$L_{\text{NL}} = (\gamma P)^{-1}$], or at least of the same order, i.e., $Z < \pi L_{\text{NL}}$, we can use the approximate QPM relation, which provides a clearer picture of the physical mechanisms. In all this work this condition is fulfilled ($L_{\text{NL}} = 0.33$ m and $Z = 1$ m), so we will then use the QPM approach. We remind that, in periodic fiber systems, QPM is achieved if the phase mismatch integrated over one period is an integer multiple of 2π [11,14], i.e.,

$$\bar{\beta}_2\Omega_k^2 + \frac{\bar{\beta}_4}{12}\Omega_k^4 + 2\gamma P = \frac{2\pi k}{Z}, \quad (2)$$

where k is a positive or negative integer. Equation (2) is strictly rigorous for $k = 0$, while it is an approximation otherwise. Interestingly, for each parametric resonance order m in Eq. (1), there is a one-to-one correspondence

between the exact and the approximated relations, i.e., for each $m = |k| \neq 0$ we can find a solution of the QPM condition.

From Eq. (2), it is straightforward to show that QPM is achieved for pulsations:

$$\Omega_k = \pm \sqrt{-\frac{6\bar{\beta}_2}{\bar{\beta}_4} \pm 2\sqrt{9\frac{\bar{\beta}_2^2}{\bar{\beta}_4^2} + \frac{3}{\bar{\beta}_4}\left(\frac{2\pi k}{Z} - 2\gamma P\right)}}. \quad (3)$$

In the following, we will focus our attention on negative FOD, i.e., $\bar{\beta}_4 < 0$, as occurs in most optical fibers with a single zero dispersion wavelength. Figure 1 shows QPM curves obtained from Eq. (3), with $Z = 1$ m, $\bar{\beta}_4 = -1.1 \times 10^{-7}$ ps⁴/m, $P = 40$ W and $\gamma = 7.5$ W⁻¹·km⁻¹. Note that these parameters correspond to the ones of the experiment described below. Solid blue lines have been plotted by taking the $\bar{\beta}_4$ term of Eq. (3) into account, while this term has been neglected for the red dashed lines. In this graph, $k = 0$ lines correspond to solutions that would be obtained in a uniform fiber, while $k \neq 0$ solutions directly arise from the oscillating nature of dispersion. For the sake of clarity, we limit our representation to $k = \pm 1$ since they summarize the new dynamics of the process, and other k values lead to similar behaviors. Two main features related to the inclusion of the FOD term in the QPM relation can be observed from Fig. 1. First, for $k \leq 0$, solutions are found in both the normal and anomalous dispersion regimes, while they only exist in anomalous dispersion when $\bar{\beta}_4$ is neglected. This phenomenon is analogous to the MI process assisted by FOD in uniform fibers (i.e., for $k = 0$) in which the negative FOD term contributes to the linear phase mismatch to compensate for the positive nonlinear one [1,2]. Second, QPM curves obtained for $k > 0$ values exhibit two branches, i.e., two solutions are found for a fixed $\bar{\beta}_2$, while only one is expected when $\bar{\beta}_4$ is neglected. The solution with the largest shift from the pump on each branch is directly linked to the presence of the $\bar{\beta}_4$ term and only exists for $\bar{\beta}_2$ values larger than $\sqrt{(\bar{\beta}_4/3)(2\gamma P - (2\pi k/Z))}$.

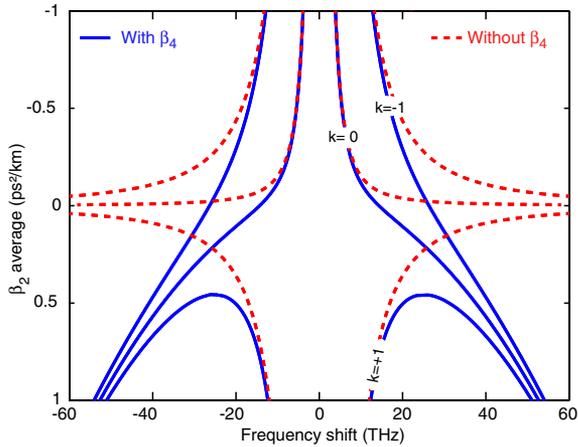


Fig. 1. Quasi-phase matching curves calculated from Eq. (3) with and without the $\bar{\beta}_4$ term (blue solid and red dashed lines, respectively) as a function of average GVD for a period $Z = 1$ m.

Before attempting an experimental demonstration of FOD-mediated MI, we investigated the impact of the modulation period on the process in order to understand why these specific features were not observed in our previous experiments performed with a modulation period of 10 m [8,10]. Figure 2(a) shows the evolution of the gain spectrum versus modulation period Z . These numerical simulations have been obtained by using the method described in [16] for $\bar{\beta}_2 = +0.49$ ps²/km. Other parameters are similar to those used in this work. This figure shows that the gain of the second branch (with the largest detuning) indeed strongly depends on the modulation period. For the sake of clarity, Fig. 2(b) shows a close-up on the $k = 1$ MI sideband which has furthermore been recentered around its central frequency given by Eq. (3). First of all, we see that the gain oscillates versus the modulation period. This behavior has already been described in [10] and more details on these dynamics can be found in this reference. However, what we would like to show with these figures is the decrease of both the gain band and the maximum gain for increasing modulation periods. For instance, with $Z = 1$ m the gain is 25 dB, while it falls down to 4 dB for $Z = 10$ m. It is thus likely that in our previous experiments performed for a modulation period of 10 m, the gain of this second solution was too low and it was furthermore affected by detrimental longitudinal fluctuations, which are known to strongly reduce the efficiency of the parametric processes in optical fibers [17].

In order to experimentally highlight the role played by FOD, we therefore fabricated a DOF with a shorter longitudinal modulation period than the one used in our previous experiments (1 m versus 10 m). The dispersion map has a sine shape and a modulation amplitude of $\pm 6\%$, which corresponds to total variations of the zero dispersion wavelength of about 10 nm. At 1059 nm, $\bar{\beta}_2 = 0$ and $\bar{\beta}_2$ oscillates between ± 1.1 ps²/km, the group birefringence is 1.3×10^{-4} so that the DOF can be

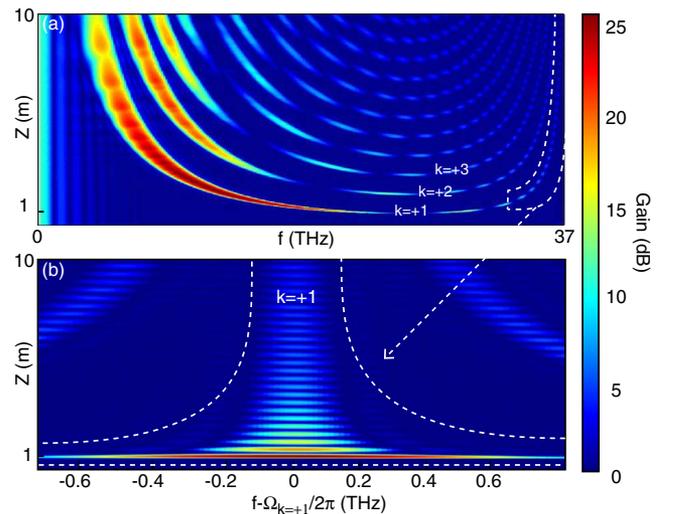


Fig. 2. (a) Gain spectrum versus modulation period. (b) Close-up of the evolution of the second solution of the MI sidelobe, corresponding to $q = 1$, as a function of the modulation period Z . The sidelobe is centered around its central frequency for every Z . The whole spectrum is in the inset on the right.

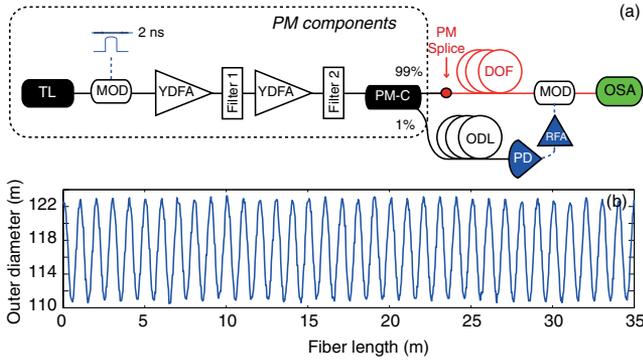


Fig. 3. (a) Scheme of the experimental setup and (b) longitudinal evolution of the outer diameter.

considered as polarization maintaining (PM), and the linear attenuation is 8 dB/km. The experimental setup is schematized in Fig. 3(a). The pump system is made of a continuous-wave tunable laser (TL) diode that is sent into an intensity modulator (MOD) in order to shape 2 ns square pulses at 1 MHz repetition rate. They are amplified by two Ytterbium-doped fiber amplifiers (YDFAs) at the output of which two successive tunable filters are inserted to remove the excess amplified spontaneous emission (ASE) around the pump. It is finally launched into the PCF with a 99/1 coupler. All of these components are PM so that the linear polarization state can be aligned to a principal axis of the DOF in order to limit our investigations to a scalar MI process. Additionally, 1% of the input pump beam is sent to a photodiode (PD) whose output electrical signal is amplified and used to drive a second intensity modulator in order to remove residual ASE between the 2 ns pump pulses. The synchronization of the modulator to the pulse train is done with an optical delay line (ODL) made of a standard optical fiber with an optimized length. This improvement of the detection leads to a lowering of the noise background by about 8 dB on the optical spectrum analyzer, which proved to be critical to experimentally observe $\bar{\beta}_4$ mediated MI sidebands.

Experiments were performed in the DOF described above, the outer diameter evolution of which is represented in Fig. 3(b) (longitudinal period of 1 m) for a fixed pump peak power of 40 W and total fiber length of 35 m. The adjustment of the $\bar{\beta}_2$ value was simply done by tuning the wavelength of the pump laser. By doing so in the normal dispersion region, we were able to unambiguously observe MI sidebands for k values ranging from -2 to 2 . Measured MI peaks are depicted by markers in Fig. 4 and are in excellent agreement with the QPM curves obtained from Eq. (3). This equation predicts the position of phase matched frequencies but does not provide any information about their gain. Thus, a perfect phase matching can exist without an amplification process occurring. This could explain why we were not able to observe experimentally all the solutions predicted by Eq. (3), such as the second branch of solutions for $k = +2$ for instance (see Fig. 4).

Typical spectra are displayed in Figs. 5(a) and 5(b). The pump component has been cut in order to clearly see the MI sidebands whose intensity is 50 dB or more below the pump. Figure 5(a) focuses on $k \leq 0$ values.

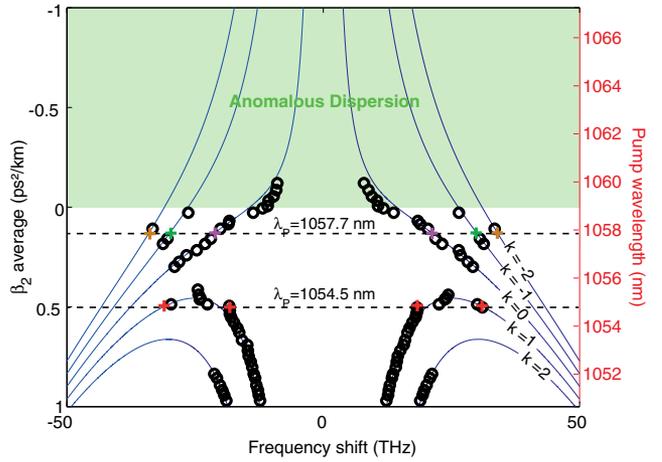


Fig. 4. QPM curves calculated from Eq. (2) (solid line) and measurement of MI sideband frequencies done by tuning the pump wavelength (markers). Crosses highlight frequencies appearing in the experimental spectra shown in Figs. 5(a) and 5(b).

It shows the MI spectrum obtained for a 1057.7 nm pump, corresponding to a $\bar{\beta}_2$ value of 0.13 ps²/km (normal average dispersion). It highlights the generation of $k = 0; -1; -2$ sideband pairs, respectively, in orange, green, and purple lines. Orange peaks correspond to $k = 0$ and therefore originate from the FOD term alone. They correspond to the same MI solutions as the one observed in uniform fibers [1,2].

MI sidebands displayed in green and purple (corresponding to k values of -1 and -2 , respectively) arise from a combination of the FOD and of the periodic dispersion map. Indeed, the $\bar{\beta}_4$ term allows for these higher-order MI modes ($k < 0$) to exist while pumping in the normal dispersion region, similarly to the $k = 0$ case. Note that the peaks depicted in black correspond to Stokes and anti-Stokes stimulated Raman scattering (SRS) bands. Figure 5(b) focuses on $k > 0$ values. It shows the simultaneous generation of two sideband pairs (in red lines, with arrows pointing to them) by increasing the $\bar{\beta}_2$ value to 0.49 ps²/km (corresponding to a

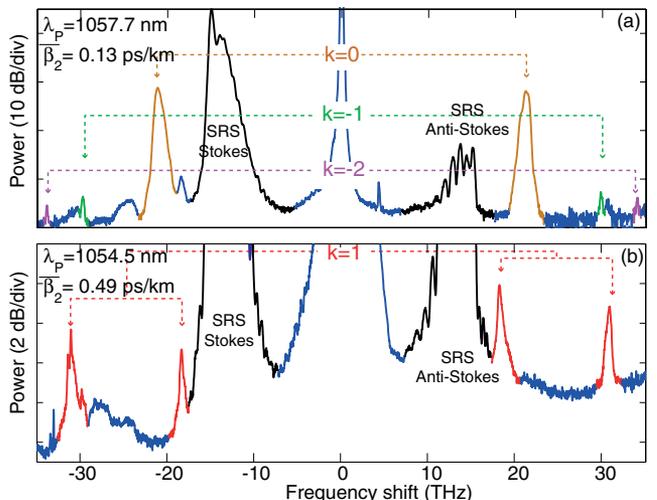


Fig. 5. Experimental spectra corresponding, respectively, to 1057.7 and 1054.5 nm pump wavelengths.

1054.5 nm pump wavelength). This feature is slightly different from the previous one in the sense that it is responsible for the generation of a second set of solutions for a given average dispersion (the ones with the largest frequency shifts from the pump, see Fig. 4). As a consequence, this new family of unstable MI frequencies is a unique feature of DOFs when higher-order dispersion terms are accounted for.

In summary, we have demonstrated that FOD can play an important role on the MI process in DOFs. This additional term leads to two different behaviors, one similar to the one observed in uniform fibers leading to the generation of MI sidelobes, whatever the sign of dispersion (provided $\bar{\beta}_4 < 0$), and a second one that is specific to DOFs. It corresponds to the generation of a new family of MI frequencies arising from a combination of FOD and longitudinal periodic dispersion. Our experimental results are confirmed by a relatively simple theoretical analysis based on a QPM process.

This work was partially supported by the French Ministry of Higher Education and Research, the Nord-Pas de Calais Regional Council, and FEDER through the “Contrat de Projets Etat Région (CPER) 2007–2013,” and the “Campus Intelligence Ambiante” (CIA). A. A. and F. B. acknowledge the support of the German Max Planck Society for the Advancement of Science.

References

1. S. Pitois and G. Millot, *Opt. Commun.* **226**, 415 (2003).
2. J. D. Harvey, R. Leonhardt, S. Coen, G. K. L. Wong, J. C. Knight, W. J. Wadsworth, and P. St. J. Russell, *Opt. Lett.* **28**, 2225 (2003).
3. S. Coen and M. Haelterman, *Phys. Rev. Lett.* **79**, 4139 (1997).
4. F. Matera, A. Mecozzi, M. Romagnoli, and M. Settembre, *Opt. Lett.* **18**, 1499 (1993).
5. K. Kikuchi, C. Lorattanasane, F. Futami, and S. Kaneko, *IEEE Photon. Technol. Lett.* **7**, 1378 (1995).
6. N. J. Smith and N. J. Doran, *Opt. Lett.* **21**, 570 (1996).
7. P. Kaewplung, T. Angkaw, and K. Kikuchi, *IEEE J. Lightwave Technol.* **20**, 1895 (2002).
8. M. Droques, A. Kudlinski, G. Bouwmans, G. Martinelli, and A. Mussot, *Opt. Lett.* **37**, 4832 (2012).
9. S. Ambomo, C. M. Ngabireng, P. T. Dinda, A. Labruyere, K. Porsezian, and B. Kalithasan, *J. Opt. Soc. Am. B* **25**, 425 (2008).
10. M. Droques, A. Kudlinski, G. Bouwmans, G. Martinelli, and A. Mussot, *Phys. Rev. A* **87**, 013813 (2013).
11. S. G. Murdoch, R. Leonhardt, J. D. Harvey, and T. A. B. Kennedy, *J. Opt. Soc. Am. B* **14**, 1816 (1997).
12. F. K. Abdullaev and J. Garnier, *Phys. Rev. E* **60**, 1042 (1999).
13. A. Armaroli and F. Biancalana, *Opt. Express* **20**, 25096 (2012).
14. S. G. Murdoch, M. D. Thomson, R. Leonhardt, and J. D. Harvey, *Opt. Lett.* **22**, 682 (1997).
15. J. A. Sanders, F. Verhulst, and J. Murdock, *Averaging Methods in Nonlinear Dynamical Systems* (Springer, 2010).
16. M. E. Marhic and F. S. Yang, *J. Lightwave Technol.* **17**, 210 (1999).
17. M. Farahmand and M. de Sterke, *Opt. Express* **12**, 136 (2004).

Dynamics of the modulation instability spectrum in optical fibers with oscillating dispersion

M. Droques, A. Kudlinski,* G. Bouwmans, G. Martinelli, and A. Mussot
Université Lille 1, Laboratoire PhLAM, IRCICA, 59655 Villeneuve d'Ascq, France

(Received 17 October 2012; published 15 January 2013)

A simple analytical model is developed to analyze and explain the complex dynamics of the multi-peak modulation instability spectrum observed in dispersion oscillating optical fibers [M. Droques *et al.*, *Opt. Lett.* **37**, 4832 (2012)]. We provide a simple expression for the local parametric gain, which shows that each of the multiple spectral components grows thanks to a quasi-phase-matching mechanism due to the periodicity of the waveguide parameters, in good agreement with numerical simulations and experiments. This simplified model is also successfully used to tailor the multi-peak modulation instability spectrum shape. These theoretical predictions are confirmed by experiments.

DOI: [10.1103/PhysRevA.87.013813](https://doi.org/10.1103/PhysRevA.87.013813)

PACS number(s): 42.65.Ky, 42.65.Tg, 42.65.Wi, 42.65.Hw

I. INTRODUCTION

Modulation instability (MI) is a nonlinear process in which a weak perturbation is exponentially amplified by an intense field. MI has been investigated in many sub-fields of physics, especially in optics, for which experiments in both homogeneous and periodic media are relatively simple [1]. The additional degree of freedom brought by the periodicity has caught the attention of many research groups and has led to many theoretical and experimental works in spatial [2,3] and temporal Kerr media such as optical fibers [4–7]. This physical flexibility is of particular interest since the modulation period can be varied from the meter range up to tens of kilometers, leading to a broad range of investigation. In the 1990s the rise of optical telecommunication networks led to the deployment of “natural” periodic optical fiber systems due to the alternation of all-optical regeneration devices and/or dispersion managed lines [8,9]. In addition to the fundamental interest brought by these systems, it was then necessary to understand in depth the origin of the characteristic spurious MI sidebands [8,9], which are highly detrimental to telecommunications since they are generated in the gigahertz range [6,7] due to their period in the range of kilometers. Many theoretical studies have therefore been initiated in this context [6,8–15].

Very recently, dispersion management was pushed one step further with the experimental demonstration of MI in continuously modulated waveguides [16,17]. From these results, the spurious consequence of the MI sidebands due to the periodicity can be turned into a benefit since these works show the possibility to obtain multiple parametric gain bands in the terahertz range. It should then provide another degree of freedom for designing optical systems requiring broad bandwidths such as in all-optical signal processing systems where there is a growing demand.

While a deep theoretical study of MI in periodically tapered fibers has been reported very recently [18], we propose in the present work a simplified analytical treatment allowing an accurate description of the MI dynamics and the tailoring of the overall shape of its multi-peak spectrum. Besides providing insight into the underlying physics, our analytical treatment allows us to derive an expression for the local linear parametric

gain. Finally, in order to illustrate the practical interest of this simple analysis, we report experiments in which the multi-peak MI spectrum has been tailored to suppress one MI sideband or to favor a single strong one, in good agreement with our analytical predictions.

II. CONTEXT

We recently reported the experimental demonstration of MI in a dispersion oscillating fiber (DOF) [17]. Although details can be found in Ref. [17], the aim of this section is to briefly summarize our previous results in order to facilitate the reading of the present paper. Figure 1 shows a measurement of the evolution of the fiber diameter along its length. The outer diameter follows a sine shape with a modulation amplitude of $\pm 7\%$ and a period Z of 10 m, which results in a dispersion modulation over the fiber length z with a quasi-sinusoidal shape over the wavelength range of interest here, written as

$$\beta_2(z) = \overline{\beta}_2 + \beta_2^A \sin\left(\frac{2\pi z}{Z}\right), \quad (1)$$

where $\overline{\beta}_2 = 1.2 \times 10^{-27} \text{ s}^2/\text{m}$ is the average second-order dispersion and $\beta_2^A = 1.5 \times 10^{-27} \text{ s}^2/\text{m}$ is the amplitude modulation at our pump wavelength of 1072 nm.

Solid circles in Fig. 1(b) correspond to the spontaneous MI spectrum obtained by pumping a 120-m-long sample of this DOF (which we call DOF1) with 2-ns pulses with a peak power P_p of 20 W at $\lambda_p = 1072 \text{ nm}$. The solid line represents the spectrum resulting from the numerical integration of the generalized nonlinear Schrödinger equation (GNLSE) seeded by noise to accurately reproduce experimental random initial conditions (all details and parameters are given in Ref. [17]). Both spectra are in good agreement (except for the higher experimental noise floor) and show the generation of multiple MI sidebands pairs [19] spanning over more than 10 THz. The frequency of these parametric sidebands can be roughly estimated from a quasi-phase-matching relation developed in the case of an infinitely long grating [6,8,9]

$$\overline{\beta}_2 \Omega_k^2 + 2\gamma P_p = 2\pi k / Z, \quad (2)$$

where k is an integer, Ω_k is the pulsation detuning from the pump, and γ is the average nonlinear coefficient of the DOF.

*alexandre.kudlinski@univ-lille1.fr

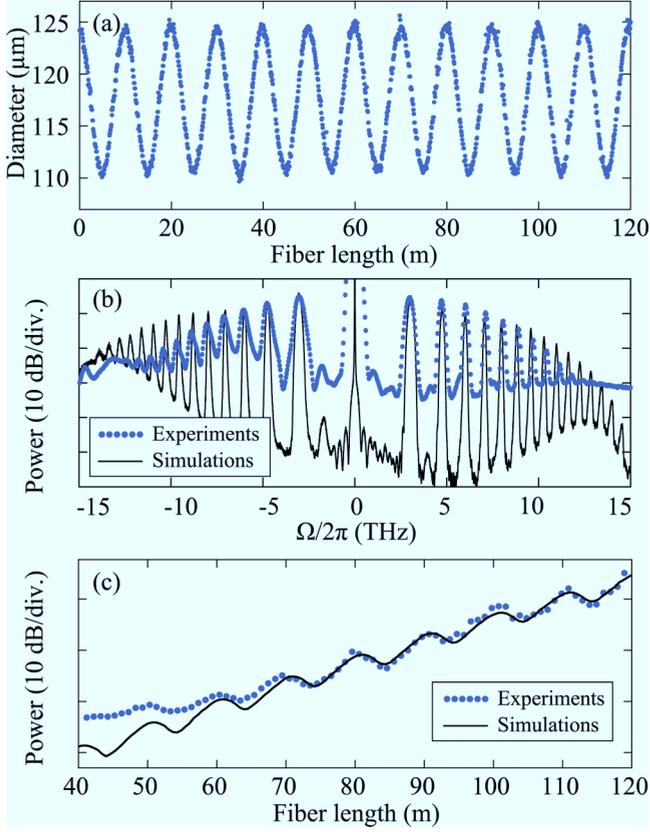


FIG. 1. (Color online) (a) Outer diameter of the DOF versus fiber length measured during fiber drawing. (b) Experimental (circles) and simulated (solid line) spectra obtained for a pump power of 20 W and a fiber length of 120 m. (c) Evolution of the power of the first sideband ($k = 1$) versus fiber length obtained from experiments (circles) and numerical simulations (solid line). Results are from Ref. [17].

The dynamics of the MI process with fiber length was investigated by cutting back the DOF and recording output spectra. As an illustration, Fig. 1(c) shows the evolution of the power of the first sideband ($k = 1$) versus fiber length obtained from experiments (circles) and numerical simulations (solid line). The dynamics observed in both experiments and simulations exhibits periodic regions of deamplification, which makes the side lobe power oscillate along the fiber around the exponential growth (expected for a perfectly phase-matched process). Such a dynamics is expected from quasi-phase-matched processes, but it differs from the one observed in second-order nonlinear crystals in which there are no regions of deamplification. This particular and unusual feature will now be studied in detail with the help of a simple and intuitive analytical model in order to provide further insight into the underlying physics.

III. ANALYTICAL MODEL

A. Parametric gain calculation

It is well established that the MI process can be interpreted in the spectral domain as a four-wave mixing (FWM) process [24,25]. In this frame, the parametric FWM gain spectrum can be obtained by studying the stability of the steady state

solution against weak perturbations through a so-called linear stability analysis. In dispersion managed optical systems, this tool has allowed the analytical prediction of the complex multi-peak gain spectrum [9,11], but such an analysis does not provide any clear insight into the dynamics of the process nor any details about the fine evolution of the field over a single modulation period of the fiber. To this aim, we propose here a more intuitive explanation of the results from Ref. [17] by revisiting a simplified truncated three-wave model usually aimed at describing Fermi-Pasta-Ulam recurrence and fiber-optic parametric amplification [26–28]. This model allows one to account for the relative phase variations between pump, signal, and idler waves during propagation. In our work, it will be induced by the longitudinal variations of dispersion rather than pump depletion. Our starting point is the four coupled differential equations given by Eqs. (3) in Ref. [27]. We neglect fiber loss and assume that the pump remains undepleted and that signal and idler powers P_s and P_i are much less than the pump power P_p over the whole DOF length. It is then easy to show that this system reduces to the equations

$$\begin{aligned} \frac{dP_s(\Omega, z)}{dz} &= 2\gamma P_p \sqrt{P_s(\Omega, z)P_i(\Omega, z)} \sin\theta(\Omega, z), & (3a) \\ \frac{dP_i(\Omega, z)}{dz} &= 2\gamma P_p \sqrt{P_i(\Omega, z)P_s(\Omega, z)} \sin\theta(\Omega, z), & (3b) \\ \frac{d\theta(\Omega, z)}{dz} &= \Omega^2 \left[\bar{\beta}_2 + \beta_2^A \sin\left(\frac{2\pi z}{Z}\right) \right] \\ &\quad + 2\gamma P_p \{1 + \cos[\theta(\Omega, z)]\}, & (3c) \end{aligned}$$

where Ω is the shift of the signal and idler pulsations from the pump and $\theta(\Omega, z)$ describes the longitudinal evolution of the relative phase difference between all these waves [27]. The discrepancy between solutions of Eq. (2) and experimental or numerical values mentioned in Ref. [17] can now be understood from Eq. (3c). Indeed, Eq. (2) assumes that the nonlinear phase mismatch can be approximated by $2\gamma P_p$ [6,8,9], while Eq. (3c) shows that it is in fact equal to $2\gamma P_p \{1 + \cos[\theta(\Omega, z)]\}$. This does not impact the validity of the present results since this additional term remains low for the pump powers involved in the present study. In order to obtain a simple analytic solution of the set of equations (3), we thus neglect the last term $\cos[\theta(\Omega, z)]$ in Eq. (3c). This physically means that we assume that the longitudinal evolution of the nonlinear phase mismatch term is weak compared to the linear and uniform nonlinear phase mismatch terms, which is valid for low pump powers. By integrating the set of equations (3), we find that the total accumulated gain of the signal in power is written as

$$\begin{aligned} G(\Omega, z) &= \frac{P_s(\Omega, z)}{P_s(\Omega, 0)} = \frac{1}{4} [1 - \rho] \\ &\quad + \frac{1}{4} [1 + \rho + 2\sqrt{\rho}] \exp \left[\int_0^z g(\Omega, z') dz' \right], & (4) \end{aligned}$$

with $\rho = P_i(\Omega, 0)/P_s(\Omega, 0)$. In the following, we set $\rho = 1$ for the sake of simplicity. In Eq. (4), $g(\Omega, z) = 2\gamma P_p \sin[\theta(\Omega, z)]$ is the local linear gain. Its calculation requires integrating Eq. (3c) in order to evaluate $\theta(\Omega, z)$, which gives (under our

assumptions)

$$\theta(\Omega, z) = [\overline{\beta_2} \Omega^2 + 2\gamma P_p]z + \frac{\beta_2^A \Omega^2}{2\pi/Z} [1 - \cos(2\pi z/Z)] + \theta(\Omega, 0). \quad (5)$$

Finally, by using a Fourier series expansion to calculate the $\sin[\theta(\Omega, z)]$ term, we find that the local linear gain is written as

$$g(\Omega, z) = 2\gamma P_p \sum_{q=-\infty}^{q=+\infty} J_q \left(\frac{\beta_2^A \Omega^2}{2\pi/Z} \right) \times \sin \left[\left(\overline{\beta_2} \Omega^2 + 2\gamma P_p - \frac{q2\pi}{Z} \right) z + K_q \right], \quad (6)$$

with $K_q = \frac{\beta_2^A \Omega^2}{2\pi/Z} - q\frac{\pi}{2} + \theta(\Omega, 0)$. Thus Eq. (6) indicates that the linear gain $g(\Omega, z)$ at a fixed pulsation detuning Ω can be interpreted as the sum of sine functions in z . These sine functions all have a zero average value except when their argument becomes independent of z . It only occurs at specific spectral components Ω [equal to the pulsation Ω_k in Eq. (2)] corresponding to solutions of the quasi-phase-matching relation (2). For these specific pulsation detunings Ω_k , each term of the sum in Eq. (6) leads to periodic amplification and deamplification phases along the DOF except for the uniform contribution corresponding to $q = k$. This last term therefore prevails over the other ones on the gain $G(\Omega, z)$ for long enough propagation distances. Thus the linear gain of the k th spectral component mainly depends on this uniform term as long as the fiber exceeds a few modulation periods. It is then equal to $2\gamma P_p |J_k(\frac{\beta_2^A \Omega_k^2}{2\pi/Z})|$ by choosing $K_k = \frac{\pi}{2}$ as initial condition. Note that this is analogous to the choice of maximizing the gain in MI in uniform fibers by setting the initial phase mismatch value to $\pi/2$ [27,28].

B. Physical interpretation

To illustrate this process, we first focus on the first spectral component ($k = 1$). The solid black line in Fig. 2(a) shows the evolution of the maximum gain (at $\Omega = \Omega_{\max}^{\text{simu}}$) obtained from numerical integration of the complete set of original equations (3). Note that an excellent agreement is achieved with the numerical integration of the GNLS (not shown here for the sake of clarity). The blue solid line in Fig. 2(a) corresponds to the term of uniform gain (Bessel function J_1), the blue dotted and dashed lines correspond to the highest amplitude oscillating terms (Bessel functions J_0 and J_{-1} , respectively, in this case), and the red solid line corresponds to their sum. We limit our investigations to J_0 and J_{-1} because all other Bessel functions have much lower contributions in this example. A good agreement is obtained between the red solid curve from the analytical model and the black one from numerical simulations, which confirms the validity of our assumptions and the accuracy of our method. In each modulation period, the amplification phase is characterized by $0 < \theta(\Omega, z) < \pi$ and the deamplification one has $-\pi < \theta(\Omega, z) < 0$, as represented in Fig. 2(b), the total phase shift being equal to 2π per period.

The dynamics of the second spectral component ($k = 2$) is shown in Fig. 3. The same reasoning as for the first one ($k = 1$) can be applied. The J_2 term provides the average

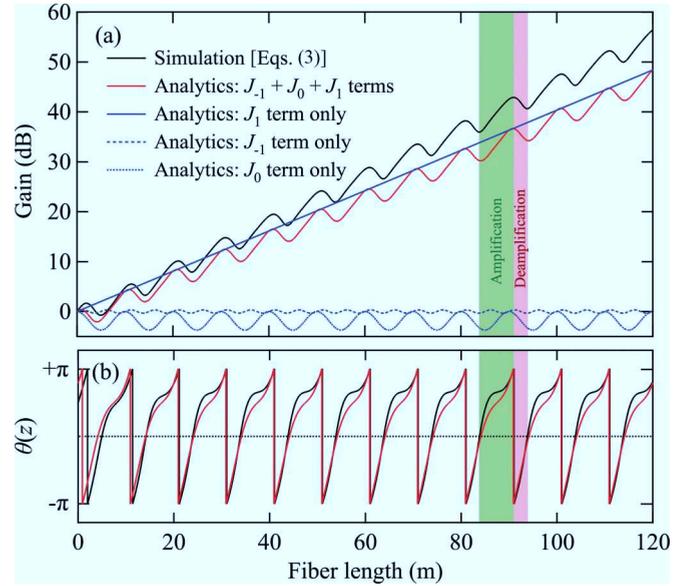


FIG. 2. (Color online) (a) Evolution of the gain of the first amplified frequency ($k = 1$) from Eq. (4), with the contribution of $J_1 + J_0 + J_{-1}$ (average gain plus oscillating terms) (solid red line), for J_1 only (blue solid line), for J_0 only (blue dotted line), and for J_{-1} only (blue dashed line) with $\Omega_{\max}^{\text{theo}} = 2\pi \times 2.63 \times 10^{12}$ rad/s [Eq. (2)]. The solid black line is calculated from the numerical integration of the original set of equations [Eqs. (3)] with $\Omega_{\max}^{\text{simu}} = 2\pi \times 2.93 \times 10^{12}$ rad/s. (b) Evolution of $\theta(z)$ from our analytical study (solid red line) and from numerical simulations with Eqs. (3) (solid black line). The green area corresponds to amplification and the red one to deamplification over one period.

exponential gain (blue solid line) and additional oscillating terms provide the oscillating behavior of the overall gain. By taking the five terms with highest amplitude into account (from $k = -2$ to 2), good agreement between Eq. (4) and numerical simulations from Eqs. (3) is achieved. Note that adding other higher-order terms does not significantly change the analytical results (displayed as red curves). For the sake of clarity, only the two highest amplitude terms (J_{-1} and J_1) are represented in Fig. 3(a) (as dashed and dotted lines, respectively). In this case, there are two amplification and deamplification phases per period. The evolution of the phase represented in Fig. 3(b) also shows a more complex evolution than for the first ($k = 1$) sideband and the total phase shift is now equal to 4π per period. The agreement between numerical simulations from Eqs. (3) (black lines) and our analytical result (red lines) is excellent for the evolution of both the gain and the phase.

Figures 2 and 3 emphasize that the dispersion modulation enables one to control the evolution of the relative phase of the waves so that the whole process can be seen as quasi-phase-matched, the variation of the relative phase over one period being equal to $2k\pi$ for the k th spectral component. Indeed, this relative phase $\theta(\Omega, z)$ would grow linearly in the absence of the modulation term ($\beta_2^A = 0$) in Eq. (3c) [29]. This linear growth would lead to amplification and deamplification phases of the same length and consequently the total accumulated gain would be negligible.

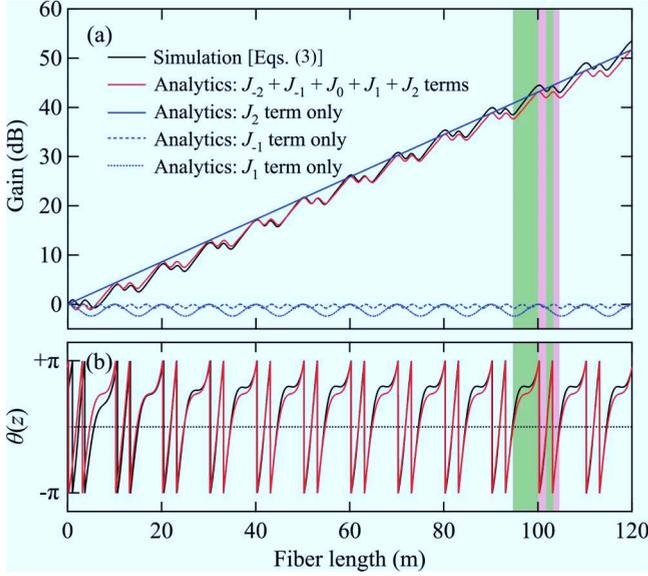


FIG. 3. (Color online) (a) Evolution of the gain of the second amplified frequency ($k = 2$) from Eq. (4), with the contribution of $J_{-2} + J_{-1} + J_0 + J_1 + J_2$ (average gain plus oscillating terms) (red solid line), for J_2 only (blue solid line), for J_1 only (blue dotted line), and for J_{-1} only (blue dashed line) with $\Omega_{\max}^{\text{theo}} = 2\pi \times 4.49 \times 10^{12}$ rad/s [Eq. (2)]. The solid black line is calculated from the numerical integration of the original set of equations [Eqs. (3)] with $\Omega_{\max}^{\text{simu}} = 2\pi \times 4.61 \times 10^{12}$ rad/s. (b) Evolution of $\theta(z)$ from our analytical study (solid red line) and from numerical simulations with Eqs. (3) (solid black line). Green areas correspond to amplification and the red ones to deamplification over one period.

From a more practical point of view, the frequency of the spectral component Ω_k can be widely modified simply by changing the periodicity of the grating (as in a diffraction grating for the position of its different orders), while the gain (analogous to the diffraction efficiency in a specific order) can be modulated independently through the ratio β_2^A/β_2 . Note, however, that the deamplification phases of the signal along the fiber cannot be totally avoided, only reduced. This can be understood either by considering that they are due to the contribution of all oscillating terms of Eq. (6), which cannot all be suppressed simultaneously, or by considering that the dispersion grating enables the evolution of $\theta(\Omega, z)$ to deviate from a linear growth but not to limit its evolution in the $[0; \pi]$ range required for a positive gain [see Eq. (3a)].

IV. EVOLUTION OF THE MI SPECTRUM WITH AVERAGE DISPERSION

In order to further emphasize the accuracy of our simplified analytical model, we studied the evolution of the MI spectrum as a function of the average dispersion value at the pump frequency in both normal and anomalous dispersion regimes. We chose the DOF parameters so that they would match the ones of the fiber used hereafter. We took into account longitudinal variations of β_2 according to Eq. (1) and average values of γ , β_3 , and β_4 instead of their longitudinal evolution. We checked numerically that this would have negligible impact in our conditions. The DOF parameters are β_2^A of 10^{-27} s²/m, $\beta_3 = 6.8 \times 10^{-41}$ s³/m, $\beta_4 = 1.7 \times 10^{-55}$ s⁴/m,

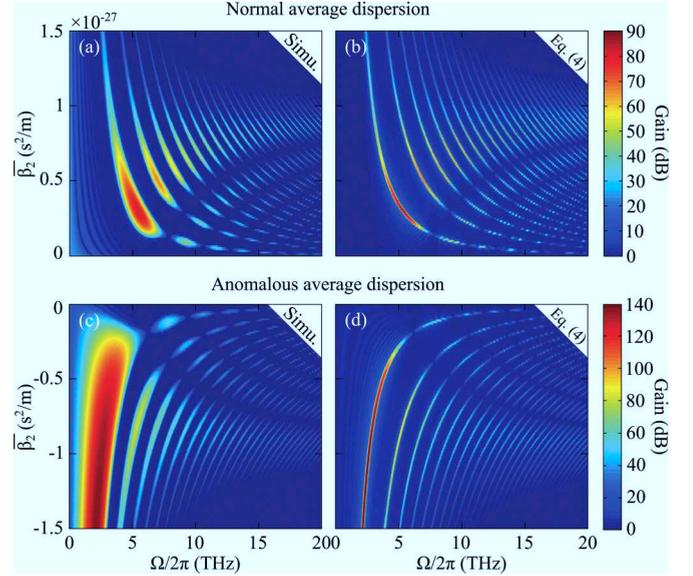


FIG. 4. (Color online) Top view of the gain spectrum (on a logarithmic scale) obtained from (a) and (c) GNLSE simulations and (b) and (d) our analytical model [Eq. (4)] as a function of the average second-order dispersion. (a) and (b) correspond to average normal dispersion pumping and (c) and (d) to anomalous average dispersion pumping. The zero frequency corresponds to the pump.

and $\gamma = 7$ W⁻¹ km⁻¹ at 1064 nm. The DOF is 120 m long and the modulation period is $Z = 10$ m. Fiber attenuation and stimulated Raman scattering are neglected.

We first performed numerical simulations using Eq. (4) by varying values of β_2 from -1.5 to 1.5×10^{-27} s²/m. The maps displayed in Figs. 4(a) and 4(c) represent calculated numerical gain spectra (on a logarithmic scale) for varying β_2 values in normal and anomalous dispersion regions, respectively. For the sake of clarity, only one half of the overall spectrum is displayed, the other half being perfectly symmetric with respect to the pump frequency. In parallel, we have plotted in Figs. 4(b) and 4(d) the same maps using the analytical gain expression given by Eq. (4) with the same parameters as for the numerical simulations. There is a good qualitative agreement between both graphs, although quantitative agreement is not reached due to our approximations explained above. However, our model allows us to reproduce the specific dynamical features observed in numerical simulations.

First, the detuning of each MI sideband from the pump decreases as β_2 increases, as expected from Eq. (2).

Second, the gain strongly depends on β_2 , which differs from classical MI spectrum observed in uniform fibers in the anomalous dispersion regime, in which the maximal parametric gain does not depend on β_2 . Additionally, the maximal gain does not correspond to the same β_2 value for each MI sideband.

Third, we can identify specific β_2 values for which one or several initially well-defined MI sideband are canceled, i.e., their parametric gain vanishes. The frequency of canceled sidebands increases with increasing β_2 values for each value of k . This *a priori* unexpected cancellation of parametric gain

is in fact due to vanishing J_k functions in Eq. (6) and will be detailed in Sec. V A.

V. TAILORING THE MI GAIN SPECTRUM

The simple analytical approach presented in Sec. III and further confirmed in Sec. IV allows a better understanding of the complex dynamics of the process and has allowed us to design experiments in which the multi-peak gain spectrum is tailored. To illustrate this, we focus our attention here on two striking examples. We chose either to completely cancel a given spectral component (as previously mentioned in Sec. IV) or to maximize the gain of a sideband pair with regard to the others. To reach these goals, let us recall that, as detailed in the analytical model above, the linear gain of the k th spectral component can be approximated by

$$\begin{aligned} g(\Omega_k, z) &= 2\gamma P_p \left| J_k \left(\frac{\beta_2^A \Omega_k^2}{2\pi/Z} \right) \right| \\ &= 2\gamma P_p \left| J_k \left[\frac{\beta_2^A}{\beta_2} \left(k - \frac{\gamma P_p Z}{\pi} \right) \right] \right|. \end{aligned} \quad (7)$$

Equation (7) indicates that the gain of the k th spectral component can be totally canceled by simply finding the argument

$$\eta = \frac{\beta_2^A \Omega_k^2}{2\pi/Z} = \frac{\beta_2^A}{\beta_2} \left(k - \frac{\gamma P_p Z}{\pi} \right)$$

for which the Bessel function J_k vanishes. Here η can be adjusted by controlling the modulation amplitude of dispersion β_2^A or the fiber period Z , which both require manufacturing new DOF samples. However, it can also be adjusted by controlling the average dispersion at the pump wavelength $\bar{\beta}_2$, which can be done experimentally by simply tuning the pump wavelength.

A. Cancellation of the spectral component

To illustrate this, we fabricated a new DOF sample, referred to as DOF2 hereafter. The DOF2 sample is 120 m long and has an average dispersion $\bar{\beta}_2$ of 10^{-27} s²/m and a modulation amplitude β_2^A of 10^{-27} s²/m at 1064 nm; its zero-dispersion wavelength oscillates between 1064 and 1080 nm. The average third-order dispersion term is $\beta_3 = 6.8 \times 10^{-41}$ s³/m, the average nonlinear coefficient is $\gamma = 7$ W⁻¹ km⁻¹, and the attenuation is $\alpha = 7.5$ dB/km at 1064 nm. To illustrate the cancellation of parametric gain at specific frequencies, we choose to cancel, for example, the $k = 6$ sideband pair. In this case, we find that J_6 vanishes for a $\bar{\beta}_2$ of 5.8×10^{-28} s²/m with the parameters of DOF2 given above and a pump power of 13 W. Circles in Fig. 5(a) show the gain calculated with the above model [Eq. (7)] for each spectral component and for a fiber length of 120 m, while the solid line represents the output spectrum obtained from a numerical integration of the GNLSE with a pump power of 13 W. We average 50 output spectra seeded by random initial conditions to account for the averaging performed during the experimental recording of a spectrum. These results confirm the ability of our simplified model to correctly predict the maximal gain of each sideband and also show that the $k = 6$ spectral component is indeed

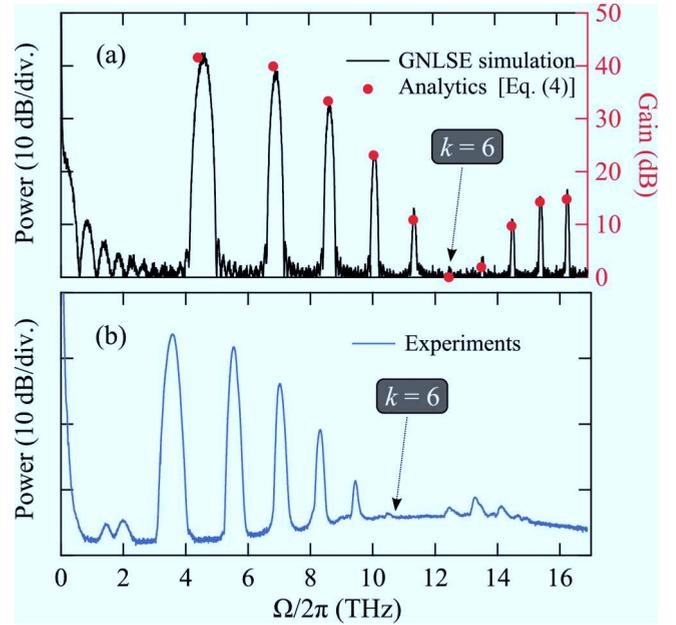


FIG. 5. (Color online) Illustration of the cancellation of the $k = 6$ spectral component. (a) Maximal gain obtained from Eq. (7) (circles, right axis) and output spectrum simulated with the GNLSE (solid line, left axis), for $\bar{\beta}_2 = 5.8 \times 10^{-28}$ s²/m and $P_p = 13$ W. (b) Corresponding experiments performed in DOF2 for a pump wavelength of 1067.5 nm and pump power of 24 W.

canceled. Experiments performed in DOF2 by tuning the pump wavelength to 1067.5 nm (which is close to the required $\bar{\beta}_2$ value of 5.8×10^{-28} s²/m) are displayed in Fig. 5(b).

The overall shape of the experimental spectrum nicely matches the one obtained from theory and this measurement also confirms the cancellation of the sixth peak. In all experiments presented in this section, the pump power was the only adjustable parameter. It had to be increased up to 24 W to observe the expected behaviors, which is higher than the power of 13 W used in simulations and in the model. This discrepancy in pump power is reasonable given the uncertainty in the evaluation of fiber properties (attenuation, dispersion, and nonlinearity) and in the pump laser parameters (repetition rate, pulse duration, and measurement of average power).

B. Maximization of a single spectral component

In order to further illustrate the possibility of tailoring the multi-peak MI spectrum, we use Eq. (7) to find a configuration in which the $k = 1$ sideband is maximized, i.e., it experiences a much higher gain than any other sideband. In this case, we simply need to find a $\bar{\beta}_2$ value (and thus a value of the η parameter), experimentally a pump wavelength, that maximizes the J_1 Bessel function. Figure 6(a) shows the gain calculated from Eq. (7) as circles, as well as the output spectrum obtained from numerical integration of the GNLSE for a $\bar{\beta}_2$ value of 3.87×10^{-28} s²/m. These results are again in excellent agreement and indeed show that the first sidelobe is favored since it has a 25-dB gain higher than all others. Experiments were performed by accordingly tuning the pump wavelength to 1071.5 nm. The output spectrum plotted in Fig. 6(b) shows that the power of the first sidelobe is 22 dB

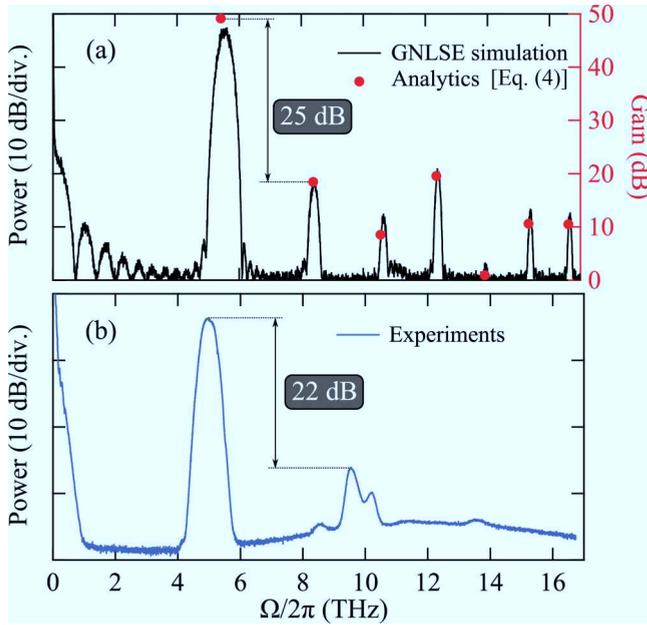


FIG. 6. (Color online) Illustration of the maximization of the $k = 1$ spectral component. (a) Maximal gain obtained from Eq. (7) (circles, right axis) and simulated output spectrum (solid line, left axis), for $\beta_2 = 3.87 \times 10^{-28} \text{ s}^2/\text{m}$ and $P_p = 13 \text{ W}$. (b) Corresponding experiments performed in DOF2 for a pump wavelength of 1071.5 nm and pump power of 24 W.

higher than other spectral components, in good agreement with theoretical predictions.

It is also worth noting that in this case, the argument of the J_1 Bessel function has been chosen so that the gain value of the first sideband calculated from our model corresponds to exactly the maximum value of 0.582 for J_1 . This means that the gain brought by the periodicity for this sideband approximately equals $0.582 \times 2\gamma P_p$ according to Eq. (7). It is less than a factor of 2 lower than the maximal gain expected from a classical MI process in the anomalous dispersion region in uniform fibers (which would be approximately equal to $2\gamma P_p$). This observation is all the more important given that no gain is

expected in the normal dispersion region in uniform fibers (neglecting higher-order dispersion terms and higher-order fiber modes).

Although the control of the overall MI spectrum shape requires a change of quasi-phase-matched frequencies, these examples demonstrate the possibility of harnessing the MI spectrum thanks to the periodic dispersion landscape. A simultaneous control of both the spectral shape and sideband frequencies would still be possible by simultaneously adjusting β_2 and β_2^A , which would, however, require manufacturing new fibers.

VI. CONCLUSION

Following our experimental demonstration of MI in dispersion oscillating fibers [17], here we have investigated this process theoretically. Starting from the well-known truncated three-wave model, we have derived an approximate analytical expression to predict the local parametric gain. This simplified model gives good agreement with numerical simulations and experiments. It has also allowed us to interpret the MI process in terms of a quasi-phase-matching mechanism due to the periodic nature of the fiber dispersion landscape. We have also used this model to emphasize the possibility of tailoring the MI spectrum, which has been confirmed experimentally by the cancellation or maximization of chosen spectral components.

Dispersion oscillating photonic crystal fibers such as the ones reported here and in Ref. [17] pave the way for a range of linear and nonlinear guided wave optical processes due to the longitudinal periodic modulation of their waveguiding properties. They should find applications in, for example, wavelength conversion, parametric amplification, generation of ultrashort pulse trains, and soliton management.

ACKNOWLEDGMENTS

This work was partly supported by the ANR (IMFINI project), the French Ministry of Higher Education and Research, the Nord-Pas de Calais Regional Council, and FEDER through the Contrat de Projets Etat Région and the Campus Intelligence Ambiante.

- [1] F. K. Abdullaev, S. A. Darmanyan, J. Garnier, and E. Wolf, *Prog. Opt.* **44**, 303 (2002).
- [2] J. Meier, G. I. Stegeman, D. N. Christodoulides, Y. Silberberg, R. Morandotti, H. Yang, G. Salamo, M. Sorel, and J. S. Aitchison, *Phys. Rev. Lett.* **92**, 163902 (2004).
- [3] M. Centurion, M. A. Porter, Y. Pu, P. G. Kevrekidis, D. J. Frantzeskakis, and D. Psaltis, *Phys. Rev. Lett.* **97**, 234101 (2006).
- [4] S. G. Murdoch, M. D. Thomson, R. Leonhardt, and J. D. Harvey, *Opt. Lett.* **22**, 682 (1997).
- [5] S. G. Murdoch, R. Leonhardt, J. D. Harvey, and T. A. B. Kennedy, *J. Opt. Soc. Am. B* **14**, 1816 (1997).
- [6] K. Kikuchi, C. Lorattanasane, F. Futami, and S. Kaneko, *Photon. Technol. Lett.* **7**, 1378 (1995).
- [7] K. Shiraki, T. Omae, and T. Horiguchi, *Optical Fiber Communication Conference*, OSA Technical Digest Series Vol. 2 (Optical Society of America, Washington, DC, 1998), pp. 396–397.
- [8] F. Matera, A. Mecozzi, M. Romagnoli, and M. Settembre, *Opt. Lett.* **18**, 1499 (1993).
- [9] N. J. Smith and N. J. Doran, *Opt. Lett.* **21**, 570 (1996).
- [10] J. C. Bronski and J. N. Kutz, *Opt. Lett.* **21**, 937 (1996).
- [11] F. Abdullaev, S. Darmanyan, A. Kobayakov, and F. Lederer, *Phys. Lett. A* **220**, 213 (1996).
- [12] P. Kaewplung, T. Angkaew, and K. Kikuchi, *J. Lightwave Technol.* **20**, 1895 (2002).
- [13] F. Consolandi, C. De Angelis, A. Capobianco, G. Nalesso, and A. Tonello, *Opt. Commun.* **208**, 309 (2002).

- [14] A. Kumar, A. Labruyere, and P. Tchofo Dinda, *Opt. Commun.* **219**, 221 (2003).
- [15] S. Ambomo, C. M. Ngabireng, P. T. Dinda, A. Labruyère, K. Porsezian, and B. Kalithasan, *J. Opt. Soc. Am. B* **25**, 425 (2008).
- [16] J. B. Driscoll, N. Ophir, R. R. Grote, J. I. Dadap, N. C. Panoiu, K. Bergman, and R. M. Osgood, *Opt. Express* **20**, 9227 (2012).
- [17] M. Droques, A. Kudlinski, G. Bouwmans, G. Martinelli, and A. Mussot, *Opt. Lett.* **37**, 4832 (2012).
- [18] A. Armaroli and F. Biancalana, *Opt. Express* **20**, 25096 (2012).
- [19] It is important to make a clear distinction between these MI sidebands and so-called Kelly sidebands, which have been experimentally observed in the early years of soliton fiber lasers [20,21]. These two processes are by nature different [8] since Kelly sidebands originate from the destabilization of solitons and subsequent emission of resonant dispersive waves in active fiber cavities [22,23], whereas the MI process investigated here is a four-photon mixing process and therefore has a parametric origin.
- [20] R. Davey, N. Langford, and A. Ferguson, *Electron. Lett.* **27**, 1257 (1991).
- [21] D. Richardson, R. Laming, D. Payne, V. Matsas, and M. Phillips, *Electron. Lett.* **27**, 1451 (1991).
- [22] S. Kelly, *Electron. Lett.* **28**, 806 (1992).
- [23] N. Smith, K. Blow, and I. Andonovic, *J. Lightwave Technol.* **10**, 1329 (1992).
- [24] E. A. Golovchenko and A. N. Pilipetskii, *J. Opt. Soc. Am. B* **11**, 92 (1994).
- [25] J. D. Harvey, R. Leonhardt, S. Coen, G. K. L. Wong, J. C. Knight, W. J. Wadsworth, and P. S. J. Russell, *Opt. Lett.* **28**, 2225 (2003).
- [26] S. Trillo and S. Wabnitz, *Opt. Lett.* **16**, 986 (1991).
- [27] K. Inoue and T. Mukai, *Opt. Lett.* **26**, 10 (2001).
- [28] G. Van Simaëys, P. Emplit, and M. Haelterman, *J. Opt. Soc. Am. B* **19**, 477 (2002).
- [29] This is due to the fact that the nonuniform nonlinear phase-mismatched term $\cos[\theta(\Omega, z)]$ in Eq. (3c) is neglected in this section.

Experimental demonstration of modulation instability in an optical fiber with a periodic dispersion landscape

M. Droques, A. Kudlinski,* G. Bouwmans, G. Martinelli, and A. Mussot

Laboratoire PhLAM UMR CNRS 8523, IRCICA, Université Lille 1, Villeneuve d'Ascq 59655, France

*Corresponding author: alexandre.kudlinski@univ-lille1.fr

Received October 2, 2012; accepted October 14, 2012;

posted October 16, 2012 (Doc. ID 177310); published November 16, 2012

We report the experimental demonstration of a modulation instability (MI) process assisted by a periodic dispersion modulation in an optical fiber. We observe the spontaneous growth of more than 10 pairs of MI sidebands spanning over more than 10 THz thanks to a quasi-phase-matched process. © 2012 Optical Society of America

OCIS codes: 060.4370, 190.4380, 190.4410.

Modulation instability (MI) is an ubiquitous phenomenon in which a weak periodic perturbation of a stationary field is exponentially amplified. In optical fibers, it results from the interplay between chromatic dispersion and the nonlinear Kerr effect. It is ruled by the nonlinear Schrödinger equation (NLSE), and it can also be interpreted in terms of four-wave mixing (FWM) formalism. For the amplification process to take place, it is thus required that the positive nonlinear phase mismatch (due to the focusing nature of the nonlinearity in glass optical fibers) is balanced by a negative phase mismatch originating from dispersion. In other words, dispersion must be anomalous in standard single-mode optical fibers. However, MI can still be observed in normally dispersive fibers provided that an additional degree of freedom is brought to the system. A common way consists in using birefringent fibers or slightly multimode fibers. Indeed, the required negative linear phase-mismatch contribution can be obtained from the difference between the propagation constants of each involved mode. A more original way consists in adding another dimension to the system by periodically modulating the fiber properties along the propagation distance, which is the aim of this Letter.

Such a longitudinal periodicity can, for instance, be encountered in all optical telecommunication networks. Indeed, the alternation of regeneration (or dispersion compensation) optical devices and transmission lines creates a periodicity in power (or dispersion). The seminal work of Matera *et al.* [1] showed that the intrinsic periodicity of telecommunication networks may result in multiple new MI sidebands. Since then, a lot of studies have shown that MI may indeed be observed whatever the dispersion regime in periodic fiber systems [2–7]. In this specific context of optical telecommunication networks, the periodicity is thus highly detrimental because it leads to the generation of spurious multiple sideband pairs via FWM, which degrade the overall quality of the signal in wavelength-division multiplexing systems.

These studies, however, mainly remained of theoretical interest, and a clear experimental evidence of the presence of these multiple sidebands has yet to be found. Most experimental studies were performed either by cascading uniform fiber segments with different dispersion characteristics [8,9], or by periodically bending a uniform nonbirefringent fiber wrapped around two spools [10], or

in a fiber cavity aiming at reproducing a telecommunication transmission line [11]. However, in all these experiments, only a single pair of sidebands was observed, while the most striking feature of the process lies in the multiple sidebands generation. In a recent experiment, modulated silicon waveguides were used to achieve broadband wavelength conversion [12], but again, to a single sideband pair. Intriguingly, there has not been any experimental attempt to our knowledge to take benefit from the specific features of the MI process in optical fibers with continuous periodic dispersion, while the fabrication of such optical waveguides was reported more than 20 years ago [13].

We report here for the first time to our knowledge the simultaneous generation of more than 10 pairs of MI sidebands spanning over more than 10 THz in an optical fiber with a periodic dispersion landscape. The dynamics of the process exhibits a quasi-phase-matching behavior.

Our experimental demonstration of MI assisted by a dispersion grating uses a photonic crystal fiber (PCF) that has been designed so that its group-velocity dispersion (GVD) is periodically modulated along the fiber axis, z . This can be done by periodically varying the fiber outer diameter during the fiber draw. Figure 1(a) shows the

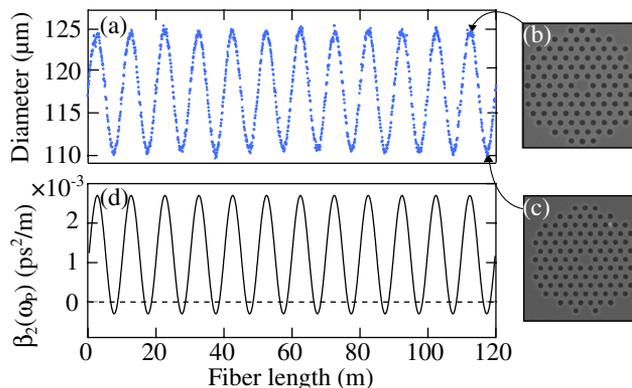


Fig. 1. (Color online) (a) Evolution of the outer diameter versus fiber length measured during drawing. (b) and (c) SEM images (at the same scale) of the fiber cross section at (b) maximum and (c) minimum diameters. (d) Calculated evolution of the second-order dispersion coefficient β_2 at $\lambda_p = 1072$ nm. The dashed line represents the pump wavelength.

evolution of the outer diameter as a function of fiber length measured during the drawing process. It has a sinusoidal shape with a modulation period Z of 10 m. The modulation amplitude corresponds to $\pm 7\%$ of the average fiber diameter (117 μm), and the fiber length is 120 m (12 modulation periods). Figures 1(b) and 1(c) represent the scanning electronic microscope (SEM) images of the PCF cross sections recorded for extremal diameter values. They show that the ratio d (holes diameter) over Λ (pitch of the periodic cladding) is preserved along the fiber. From this observation, the longitudinal evolution of the GVD was calculated using the model from [14] and the d and Λ values extracted from SEM images. The longitudinal evolution of the second-order dispersion coefficient β_2 at the pump wavelength ($\lambda_p = 1072$ nm) is plotted in Fig. 1(d). Since the relation between the outer diameter and outer diameter ranges of interest, $\beta_2(z)$ follows a quasi-sinusoidal shape with a positive average value ($\bar{\beta}_2$) of 1.2×10^{-3} ps²/m and a modulation amplitude (β_2^A) of 1.5×10^{-3} ps²/m (i.e., a modulation rate of $\pm 125\%$). The corresponding zero-dispersion wavelength varies between 1069 and 1097 nm. The relative longitudinal variations of the nonlinear coefficient γ are much lower ($\pm 12\%$), so that the fiber can indeed be seen as a mainly dispersion-managed device, which is the reason why we named it a dispersion oscillating fiber (DOF).

This DOF was pumped by a tunable fiber master optical power oscillator delivering linearly polarized 2 ns square-shaped pulses. Figure 2(a) shows a typical multi-peak spectrum observed at the DOF output. In this particular example obtained for $\lambda_p = 1072$ nm and a pump power P_p of 20 W, more than 10 spectral components are generated on both sides of the pump. They are not equally spaced, which indicates that these spectral components are not harmonics of the first side lobe, conversely to the standard cascaded FWM process in uniform optical fibers. Numerical simulations were carried out

by integrating the generalized NLSE taking into account the longitudinal oscillation of the second-order dispersion term, the average value of the nonlinear coefficient γ , the average value of the third- and fourth-order dispersion terms (respectively β_3 and β_4), fiber attenuation (α), and a realistic Raman response with $f_R = 0.18$, f_R being the fractional contribution of the delayed temporal Raman response to nonlinear effects. For our DOF, these parameters are respectively $\gamma = 7.5$ W⁻¹ · km⁻¹, $\beta_3 = 6.8 \times 10^{-41}$ s³/m, $\beta_4 = -1.1 \times 10^{-55}$ s⁴/m, and $\alpha = 13$ dB/km. We checked numerically that taking average values of γ , β_3 , and β_4 instead of their longitudinal evolution has negligible impact in our conditions. Numerical results displayed in Fig. 2(b) confirm our experimental observations, as shown by the good agreement between Figs. 2(a) and 2(b). Slight discrepancies between both spectra may be attributed to small uncertainties on experimental parameters (fiber characteristics, pump power, etc.), and to the experimental noise floor caused by residual amplified spontaneous emission of the pump. It is worth noting that in the present configuration, the pump at 1072 nm experiences a normal dispersion over the whole fiber length at the exception of very short regions located around the minimum of the GVD curve, as displayed in Fig. 1(d). Thus the average GVD at the pump wavelength is largely normal so that, without any periodic GVD modulation, absolutely no spectral component would be generated (in the case of a single-mode scalar propagation and neglecting higher-order dispersion).

The frequency of these sidebands can be estimated by a quasi-phase-matching relation developed to characterize this process for an infinitely long grating [1–3]:

$$\bar{\beta}_2 \Omega_k^2 + 2\gamma P_p = 2\pi k/Z, \quad (1)$$

where k is an integer and Ω_k is the pulsation detuning from the pump. This simple relation predicts rapidly and quite accurately the frequency of amplified spectral components (see arrows in Fig. 2). The discrepancy between theoretical values from Eq. (1) on one hand and experimental/numerical values on the other hand is indeed less than 15% for $k = 1$ and decreases for increasing values of k , which is partially due to fiber losses, which were neglected to obtain Eq. (1), and to a more fundamental reason that will be discussed elsewhere.

In order to investigate the spectral dynamics of this process, the evolution of the spectrum over the DOF length was experimentally recorded (by sequentially cutting back the fiber) and numerically studied. The results are plotted respectively in Figs. 3(a) and 3(b). All side lobes start to grow from the beginning of the DOF, as in a standard phase-matched FWM process, but due to the experimental noise floor, the measurement was only possible from 40 m. The dynamics reveals that the amplification process is not monotonic over the whole fiber length and small oscillations of the power and maximal gain frequency can be observed for all spectral components both in experiments and in simulations. For the sake of simplicity, we focus our attention on the first side lobe ($k = 1$). First, the inset of Fig. 3(c) shows that the frequency of maximal gain clearly oscillates within

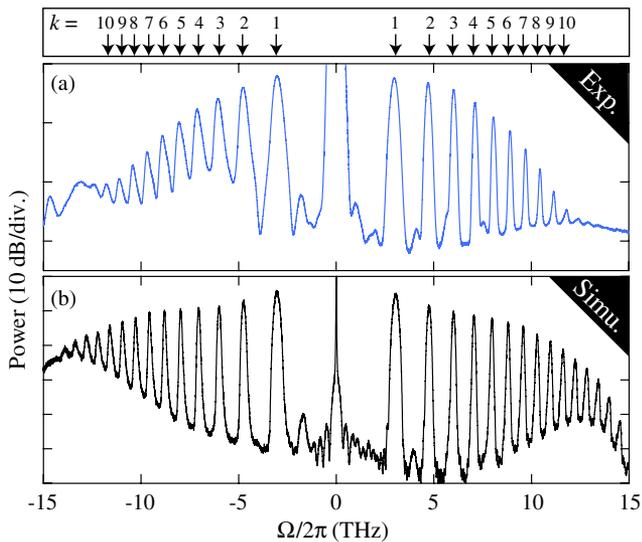


Fig. 2. (Color online) (a) Experimental and (b) numerical spectra out of the 120 m long DOF for the same pump power of 20 W. Arrows at the top represent quasi-phase-matched frequencies Ω_k obtained from Eq. (1) for $k = 1$ to 10.

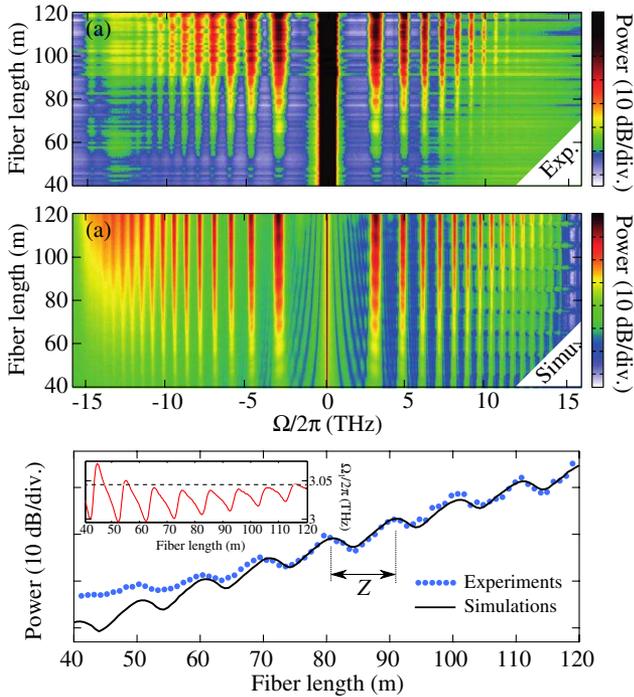


Fig. 3. (Color online) (a) Experimental and (b) numerical dynamics of the structured spectrum formation in the DOF. (c) Evolution of the power of the first side lobe obtained from experiments (circles) and numerical simulations (solid line). Inset: evolution of the maximum gain frequency obtained from numerical simulations.

the first periods, and it tends to the quasi-phase-matched pulsation Ω_k predicted from Eq. (1) [displayed by the horizontal dashed line in Fig. 3(c)] for a long propagation distance. This behavior may be interpreted considering the evolution of the accumulated linear phase mismatch during the propagation. This phase value tends to $\beta_2 \Omega^2 \ell$ for $\ell/Z \gg 1$, with ℓ the DOF length, but for shorter ℓ values, it oscillates around this mean value with an amplitude of modulation that decreases for increasing distance. Thus the maximum gain frequency tends to the quasi-phase-matched frequency given by Eq. (1) in the long propagation distance regime ($\ell/Z \gg 1$), while it oscillates around this frequency for shorter ℓ . Second, the longitudinal evolution of the maximum power of the first side lobe is plotted in Fig. 3(c) for experiments (circles) and simulations (solid line). There is a very good agreement between experimental and numerical results except at short fiber lengths, which could be due to the rather poor experimental signal-to-noise ratio in this region. The overall average gain is exponential (as expected for a parametric process with negligible pump depletion), but the dynamics study shows that it oscillates around this general trend at the same period as the one of the fiber dispersion map (10 m). This is similar to quasi-phase-matching processes in $\chi^{(2)}$ crystals in which the

nonlinear characteristics of the medium are periodically tailored to compensate for the phase mismatch between all waves along propagation. However, the dynamics observed in the DOF exhibits periodic regions of desamplification, which makes the side lobe power oscillate along the fiber around the exponential growth (expected for a perfectly phase-matched FWM process). This dynamics will be analytically investigated and explained elsewhere.

We have experimentally reported for the first time the generation of multiple sideband pairs over a wide spectrum through MI in an optical fiber with periodic dispersion. The process exhibits a complex dynamics showing periodic oscillations of the maximum gain and spectral variations of the generated components thanks to a quasi-phase matching mechanism. The new degree of liberty brought by the periodic dispersion landscape offers a very innovative platform for fundamental studies of nonlinear dynamics, such as the development of instabilities as reported here, or applications in pulsed sources with ultrahigh repetition rates, for instance.

We acknowledge J. M. Dudley and F. Biancalana for fruitful discussions. This work was partly supported by the Agence Nationale de la Recherche project IMFINI ANR-09-BLAN-0065, by the Ministry of Higher Education and Research, by the Nord-Pas de Calais Regional Council and by the FEDER through the ‘‘Contrat de Projets Etat Region (CPER) 2007-2013.’’

References

1. F. Matera, A. Mecozzi, M. Romagnoli, and M. Settembre, *Opt. Lett.* **18**, 1499 (1993).
2. K. Kikuchi, C. Lorattanasane, F. Futami, and S. Kaneko, *IEEE Photon. Technol. Lett.* **7**, 1378 (1995).
3. N. J. Smith and N. J. Doran, *Opt. Lett.* **21**, 570 (1996).
4. J. C. Bronski and J. N. Kutz, *Opt. Lett.* **21**, 937 (1996).
5. F. Abdullaev, S. Darmanyan, A. Kobayakov, and F. Lederer, *Phys. Lett. A* **220**, 213 (1996).
6. P. Kaewplung, T. Angkaew, and K. Kikuchi, *J. Lightwave Technol.* **20**, 1895 (2002).
7. A. Armaroli and F. Biancalana, *Opt. Express* **20**, 25096 (2012).
8. M. Marhic, F. Yang, M. Ho, and L. Kazovsky, *J. Lightwave Technol.* **17**, 210 (1999).
9. K. Inoue, *Opt. Lett.* **19**, 1189 (1994).
10. S. G. Murdoch, M. D. Thomson, R. Leonhardt, and J. D. Harvey, *Opt. Lett.* **22**, 682 (1997).
11. K. Shiraki, T. Omae, and T. Horiguchi, in *Optical Fiber Communication Conference Technical Digest* (1998), p. 396.
12. J. B. Driscoll, N. Ophir, R. R. Grote, J. I. Dadap, N. C. Panoiu, K. Bergman, and R. M. Osgood, *Opt. Express* **20**, 9227 (2012).
13. V. Bogatyrev, M. Bubnov, E. Dianov, A. Kurkov, P. Mamyshev, A. Prokhorov, S. Romyantsev, V. Semenov, S. Semenov, A. Sysoliatin, S. Chernikov, A. Gur'yanov, G. Devyatykh, and S. Miroshnichenko, *J. Lightwave Technol.* **9**, 561 (1991).
14. K. Saitoh and M. Koshiba, *Opt. Express* **13**, 267 (2005).

Temperature Dependence of the Zero Dispersion Wavelength in a Photonic Crystal Fiber

Alexandre Kudlinski, Rémi Habert, Maxime Droques, Guillaume Beck, Laurent Bigot, and Arnaud Mussot

Abstract—We present here a measurement of the temperature dependence of the zero dispersion wavelength in an air/silica photonic crystal fiber. This is done through a simple method based on a fourth-order four-wave mixing process by pumping the fiber in a low normal dispersion regime. The zero dispersion wavelength is found to increase by about 10 nm from room temperature to 250 °C. This result is in good agreement with numerical simulations which demonstrate that it is mainly due to the thermo-optic effect. We found that the zero-dispersion wavelength evolution is not linear with temperature and that the shift rate is continuously increased from 39 pm/°C at room temperature to 63 pm/°C at 250 °C.

Index Terms—Four-wave mixing, photonic crystal fibers, zero dispersion wavelength.

I. INTRODUCTION

EARLY studies reported that the refractive index of SiO₂-based glasses increases with temperature [1]. The group-velocity dispersion (GVD) in optical fibers made from such glasses is thus also temperature dependant [2]. This is especially evident when looking at the zero dispersion wavelength (ZDW), whose shift rate is about 30 pm/°C in dispersion-shifted fibers studied in Refs. [3], [4] and reaches 60 pm/°C in highly-nonlinear dispersion-shifted fibers of Ref. [5]. This relatively strong impact of temperature on the ZDW can be used to control nonlinear effects, and especially phase-matched processes which are very sensitive to effective index dispersion. This has been used for instance to slightly tune phase-matched frequencies in four wave mixing (FWM) processes [6], [7], or to control the shape of the parametric gain spectrum in fiber optical parametric amplifiers by longitudinally modulating the fiber temperature [8].

To the best of our knowledge, the impact of temperature on the ZDW of air/silica photonic crystal fibers (PCFs) has never been studied, which is the aim of our present investigation. Our measurements are done using a simple technique recently reported which is based on the FWM process [9]. The temperature dependence of the ZDW deduced from these

Manuscript received June 22, 2011; revised October 24, 2011; accepted December 12, 2011. Date of publication December 20, 2011; date of current version February 23, 2012. This work was supported in part by the French Ministry of Higher Education and Research, in part by the Nord-Pas de Calais Regional Council and FEDER through the Contrat de Projets Etat Région 2007–2013, and in part by the Campus Intelligence Ambiante.

The authors are with the Laboratoire PhLAM, Université Lille 1, IRCICA, UMR CNRS 8523, Villeneuve d'Ascq Cedex 59655, France (e-mail: alexandre.kudlinski@univ-lille1.fr; remi.habert@phlam.univ-lille1.fr; droques@phlam.univ-lille1.fr; guillaume.beck@phlam.univ-lille1.fr; laurent.bigot@univ-lille1.fr; mussot@phlam.univ-lille1.fr).

Digital Object Identifier 10.1109/LPT.2011.2180518

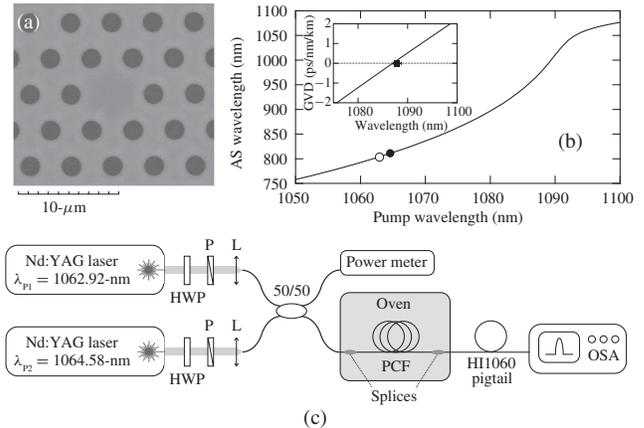


Fig. 1. (a) SEM image of the PCF. (b) AS phase-matching curve calculated at room temperature for a nonlinear phase-shift of 1.5 m⁻¹ (solid curve), and measured AS wavelengths for pump wavelengths $\lambda_{p1} = 1062.92$ nm (open circle) and $\lambda_{p2} = 1064.58$ nm (full circle) at room temperature. Inset: calculated GVD curve (solid line) and ZDW deduced from [9] (full square). (c) Experimental setup. HWP: half-wave plate, P: polarizer, L: lens.

measurements is presented for temperatures ranging from room temperature to 250 °C. Our results are discussed and compared to numerical simulations taking all thermal effects into account.

II. EXPERIMENTAL CONDITIONS

The method used to easily measure the ZDW of a PCF has been recently reported in [9]. Basically, it consists in pumping the PCF in the low normal GVD region with two pumps slightly detuned in wavelength (labeled λ_{p1} and λ_{p2}) and to measure corresponding anti-Stokes (AS) side lobe position, (labeled λ_{AS1} and λ_{AS2}) generated through a fourth-order phase-matched FWM process [10], [11]. Then, the ZDW can be recovered through Eq. 3 and 4 of Ref. [9]. This method is particularly useful since the determination of the ZDW only requires the measurement of one FWM spectrum for each of the two pump wavelengths.

The scanning electron microscope (SEM) image of the PCF under investigation is displayed in Fig. 1a. It was designed to have a ZDW slightly above the well-spread pump wavelength of 1064 nm. It has a hole diameter, d , of 1.9 μm and a relative size, d/Λ , of 0.48 (Λ being the hole-to-hole spacing). The inset of Fig. 1b shows the GVD curve (computed with a finite elements mode solver from high resolution SEM measurements), which has a ZDW of 1087 nm. The calculated nonlinear coefficient γ is about 7.5 W⁻¹.km⁻¹ at 1064 nm.

The phase-matching curve calculated for this PCF with a nonlinear phase-shift term $2\gamma P$ of 1.5 m^{-1} (with P the pump peak power) is plotted in Fig. 1b, for the AS wavelength of interest here. It shows that a 1064 nm pump wavelength would generate a phase-matched AS radiation around 800 nm. Figure 1c shows a scheme of the experimental setup. The two required pumps were linearly polarized Q-switch sub-nanosecond microchip lasers emitting respectively 850 ps pulses at $\lambda_{P1} = 1062.92 \pm 0.05 \text{ nm}$ with a repetition rate of 10 kHz, and 600 ps pulses at $\lambda_{P2} = 1064.58 \pm 0.05 \text{ nm}$ at 7 kHz. Their respective polarization state and power were controlled with a half-wave plate and a polarizer, and they were launched in the two input ports of a 50/50 single-mode coupler at 1064 nm. The power was measured in one output port and the other one was spliced to a 2 m-long PCF sample. The PCF output was spliced to a single-mode pigtail at 1064 nm in order to record the output spectrum. The polymer coating was removed over the whole PCF length in order to be able to heat it at high temperatures without any damage. The whole PCF (including both splices) was thus placed in an oven whose temperature was monitored.

III. RESULTS

All experiments were performed at a fixed pump peak power of 100 W launched into the PCF. This constitutes a good trade-off between the accuracy on the ZDW measurement and the clear observation of FWM side lobes. Open and full circles in Fig. 1b shows the AS phase-matched wavelengths measured at room temperature for pump wavelengths of 1062.92 nm and 1064.58 nm. They are respectively located at 803.3 nm and 811.1 nm, in good agreement with the calculated phase-matching curve (solid line). All measurements of AS wavelengths were done by adjusting a Gaussian fit to experimental spectra, and taking the center wavelength λ_{AS} of full width at half maximum (FWHM) spectra, $\Delta\lambda_{AS}$. The absolute uncertainty on the λ_{AS} measurement was considered to be $\pm\Delta\lambda_{AS}/5$. The measured values of $\Delta\lambda_{AS}$ were in the range 0.6–2 nm. The uncertainty on the ZDW was estimated by computing 10 000 random couples $[\lambda_{AS1}, \lambda_{AS2}]$ within each corresponding measurement interval $[\lambda_{AS} - \Delta\lambda_{AS}/5, \lambda_{AS} + \Delta\lambda_{AS}/5]$, and by taking the standard deviation of the ZDW deduced from Eqs. 3 and 4 of Ref. [9]. For this calculation, the uncertainty on the pump wavelengths λ_{P1} and λ_{P2} was considered to be $\pm 0.05 \text{ nm}$, which corresponds to the resolution of the optical spectrum analyzer. The room temperature ZDW deduced from these measurements is located at $1088 \pm 1.7 \text{ nm}$ (depicted by a full square in the inset of Fig. 1b), in good accordance with the calculated GVD curve. This confirms that the method is sufficiently accurate to find the ZDW and that the assumptions made in Ref. [9] to do this are still valid in our case.

Using this method, we then studied the temperature dependence of the ZDW. This first requires the measurement of the two AS wavelengths λ_{AS1} and λ_{AS2} generated from both pump wavelengths λ_{P1} and λ_{P2} for each investigated temperature. These measurement are reported in Fig. 2a in open circles for $\lambda_{P1} = 1062.92 \text{ nm}$ and full circles for $\lambda_{P2} = 1064.58 \text{ nm}$. AS wavelengths are linearly blue-shifted for increasing tem-

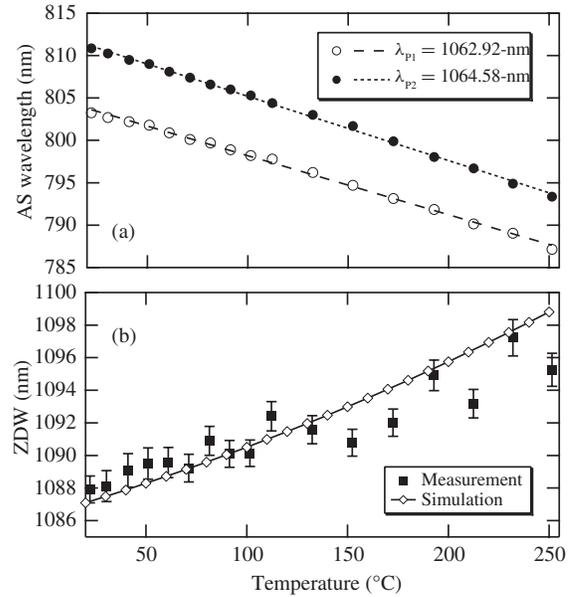


Fig. 2. (a) Measured AS wavelengths as a function of temperature for pump wavelengths $\lambda_{P1} = 1062.92 \text{ nm}$ (open circles) and $\lambda_{P2} = 1064.58 \text{ nm}$ (full circles). Dashed and dotted lines represent corresponding respective linear fits. (b) Temperature evolution of the ZDW deduced from the method of [9].

perature, as shown by dashed and dotted lines which represent their respective best linear fits, with slopes of $-69.8 \text{ pm}/^\circ\text{C}$ and $-76 \text{ pm}/^\circ\text{C}$ for pump wavelengths of 1062.92 nm and 1064.58 nm, respectively. For all measurements, we estimated each AS wavelength uncertainty (not displayed in Fig. 2a due to their reduced height) with the method explained above. Then, the ZDW was determined with Eqs. 3 and 4 of Ref. [9] for each temperature. Its evolution is represented in Fig. 2b in full squares, and error bars correspond to the ZDW uncertainty evaluated with the method explained above. Figure 2b shows a 10 nm red shift of the ZDW for temperatures increasing from 22 °C to 250 °C. While the PCF structure is different from standard fibers, this value is comparable to previous results reported for conventional single-mode fibers [3], [4].

IV. DISCUSSION

The ZDW change with temperature is due to a modification of the *dispersion* of the mode effective index. Let us first focus on the modification of the effective index itself, which has three distinct physical origins [12]. The first one is a change of material refractive index through the thermo-optic (TO) effect due to a modification of mean polarizability and volume expansion. The second origin is the transverse thermal expansion of the core and photonic crystal cladding resulting in geometrical changes of the PCF structure. The third one is the strains associated with this deformation which impacts on the effective index through the elasto-optic (EO) effect. In order to find which one(s) of these three effects dominate in our case, we performed some numerical simulations taking these three effects into account. We used a commercial finite-elements software including mechanics and electromagnetics modules as well as temperature-dependent silica glass refractive index data tabulated in Ref. [13]. The effective index of the PCF fundamental mode was simulated as a function

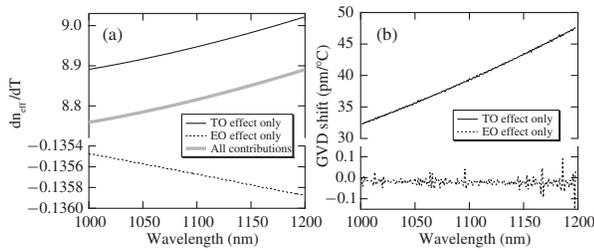


Fig. 3. (a) Numerical simulations of the effective index dispersion of the PCF fundamental mode as a function of temperature. (b) GVD shift rate as a function of wavelength at 20 °C. Solid and dotted black lines correspond to TO and EO contributions alone, respectively. The grey solid line in (a) corresponds to all effects taken into account (see text).

of temperature, by firstly taking all three effects (TO effect, geometrical deformations and EO effect) into account. Then, each of them was successively neglected in order to evaluate their respective impact. The numerical resolution was about 5×10^{-3} pm/°C for all these calculations. The variations of the effective index change with temperature, dn_{eff}/dT , are displayed in Fig. 3, over the whole spectral range of interest. Solid and dotted grey curves in Fig. 3 respectively correspond to TO and EO contributions alone. The contribution of geometrical deformations is not displayed in this figure since it was found to be smaller than the numerical resolution, and is thus negligible. The black solid line corresponds to all three effects. At 1100 nm, the effective index modification was found to be about 8.95 ppm/°C for the TO contribution and about -0.135 ppm/°C for the EO effect, resulting in a total change of 8.815 ppm/°C at 1100 nm. This thus shows that the effective index change with temperature is mainly due to the TO effect (with a relative contribution of 98.5 %).

The impact of temperature on the GVD curve is illustrated in Fig. 3b. For this example, the effective index has been calculated for temperatures of 20 °C and 21 °C from 1000 to 1200 nm, and the GVD curve has been deduced. Figure 3b represents the spectral shift of each GVD value for a temperature increase from 20 °C to 21 °C. This has been evaluated by successively considering the TO and EO effects alone (solid and dotted lines, respectively). This figure first shows that the impact of the EO effect (dotted line) on the GVD change is negligible. This was *a priori* expected since the dn_{eff}/dT spectral evolution due to this effect alone appears quasi-linear in Fig. 3a (dotted line). Second, the TO effect alone leads to a strong GVD shift, increasing from 32.3 pm/°C at 1100 nm to 47.6 pm/°C at 1200 nm. These simulations show that the temperature sensitivity of the PCF GVD is mainly due to the TO effect, so the geometrical modifications and resulting EO effect will be neglected in the following.

Using the same procedure, the thermal dependency of the PCF ZDW was then simulated from room temperature to 250 °C with 10 °C steps, with the temperature dependence of refractive index data from Ref. [13]. The resulting curve is superimposed on experimental results in Fig. 2b and is displayed in open squares (the solid line is a guide for the eye). Its slope continuously increases from 39 pm/°C at room temperature to 63 pm/°C at 250 °C. It shows an acceptable agreement with experimental data, which confirms that the

ZDW increase is mainly due to a modification of the material refractive index (TO effect). The cause of the slight increase of deviation with the measurement as temperature increases is not understood at present.

V. CONCLUSION

We measured the temperature evolution of ZDW in an air/silica PCF, by using a simple method based on a fourth-order phase-matched FWM process [9]. The position of the ZDW is found to be red-shifted by about 10 nm over 230 °C. Its evolution is not linear and the red-shift rate increases from 39 pm/°C at room temperature to 63 pm/°C at 250 °C. Measurements are confirmed by numerical simulations which demonstrate that the GVD modification is mainly due to the thermo-optic effect.

We believe that this information can be useful for slight and precise adjustments of the PCF ZDW which are not possible at the scale of a drawing tower but yet required for nonlinear propagation experiments, such as, for instance, efficient parametric processes or supercontinuum generation.

REFERENCES

- [1] J. Wray and J. Neu, "Refractive index of several glasses as a function of wavelength and temperature," *J. Opt. Soc. Amer. B*, vol. 59, no. 6, pp. 774–776, 1969.
- [2] T. Kato, Y. Koyano, and M. Nishimura, "Temperature dependence of chromatic dispersion in various types of optical fiber," *Opt. Lett.*, vol. 25, no. 16, pp. 1156–1158, 2000.
- [3] K. Byron, M. Bedgood, A. Finney, C. McGauran, S. Savory, and I. Watson, "Shifts in zero dispersion wavelength due to pressure, temperature and strain in dispersion shifted singlemode fibres," *Electron. Lett.*, vol. 28, no. 18, pp. 1712–1714, Aug. 1992.
- [4] S. Kim, D. Kim, J. Jo, and K. Cho, "Temperature dependence of the zero-dispersion wavelength of dispersion-shifted fiber," *Jpn. J. Appl. Phys.*, vol. 37, pp. L1043–L1045, Sep. 1998.
- [5] J. Hansryd, F. Dross, M. Westlund, P. Andrekson, and S. Knudsen, "Increase of the SBS threshold in a short highly nonlinear fiber by applying a temperature distribution," *J. Lightw. Technol.*, vol. 19, no. 11, pp. 1691–1697, Nov. 2001.
- [6] M. Ohashi, K. Kitayama, N. Shibata, and S. Seikai, "Frequency tuning of a Stokes wave for stimulated four-photon mixing by temperature-induced birefringence change," *Opt. Lett.*, vol. 10, no. 2, pp. 77–79, 1985.
- [7] M. E. Marhic, K. K. Y. Wong, and L. G. Kazovsky, "Wide-band tuning of the gain spectra of one-pump fiber optical parametric amplifiers," *IEEE J. Sel. Topics Quantum Electron.*, vol. 10, no. 5, pp. 1133–1141, Sep./Oct. 2004.
- [8] K. Wong, M. Marhic, and L. Kazovsky, "Temperature control of the gain spectrum of fiber optical parametric amplifiers," *Opt. Express*, vol. 13, no. 12, pp. 4666–4673, Jun. 2005.
- [9] M. Droques, B. Barviau, A. Kudlinski, G. Bouwmans, and A. Mussot, "Simple method for measuring the zero-dispersion wavelength in optical fibers," *IEEE Photon. Technol. Lett.*, vol. 23, no. 10, pp. 609–611, May 15, 2011.
- [10] S. Pitois and G. Millot, "Experimental observation of a new modulational instability spectral window induced by fourth-order dispersion in a normally dispersive single-mode optical fiber," *Opt. Commun.*, vol. 226, nos. 1–6, pp. 415–422, 2003.
- [11] J. Harvey, *et al.*, "Scalar modulation instability in the normal dispersion regime by use of a photonic crystal fiber," *Opt. Lett.*, vol. 28, no. 22, pp. 2225–2227, 2003.
- [12] V. Dangui, H. Kim, M. Dignonnet, and G. Kino, "Phase sensitivity to temperature of the fundamental mode in air-guiding photonic-bandgap fibers," *Opt. Express*, vol. 13, no. 18, pp. 6669–6684, 2005.
- [13] J. Matsuoka, N. Kitamura, S. Fujinaga, T. Kitaoka, and H. Yamashita, "Temperature dependence of refractive index of SiO₂ glass," *J. Non-Cryst. Solids*, vol. 135, no. 1, pp. 86–89, Oct. 1991.

Simple Method for Measuring the Zero-Dispersion Wavelength in Optical Fibers

Maxime Droques, Benoit Barviau, Alexandre Kudlinski, Géraud Bouwmans, and Arnaud Mussot

Abstract—We propose a very simple method for measuring the zero-dispersion wavelength of an optical fiber as well as the ratio between the third- and fourth-order dispersion terms. The method is based on the four-wave mixing process when pumping the fiber in the normal dispersion region, and only requires the measurement of two spectra. We provide an experimental demonstration of the method in a photonic crystal fiber and we show that the measured zero-dispersion wavelength is in good agreement with a low-coherence interferometry measurement.

Index Terms—Chromatic dispersion, four-wave mixing, photonic crystal fiber, zero-dispersion wavelength.

I. INTRODUCTION

GROUP velocity dispersion (GVD) is one of the key characteristics of optical fibers. It is thus important to be able to accurately measure this parameter. The techniques developed to reach this goal can be divided into two main categories: the ones based on linear processes, such as time-of-flight, phase-shift or interferometric measurements [1]–[4], and the ones based on nonlinear effects, such as four wave mixing (FWM), mainly [5]–[8]. The main advantage of these last ones is that the GVD measurement can be made in fiber samples ranging from a few meters up to hundred of meters long, while linear techniques are restricted to either very short samples (in the meter range) or to very long spans (in the kilometer range). In this intermediate range, nonlinear methods provide accurate GVD measurements [5]–[8], but they usually require an important number of data and especially an accurate knowledge of the fiber nonlinear coefficient and of the launched pump peak power.

In this work, we propose an extremely simple nonlinear method that requires the measurement of only two spectra to retrieve the zero-dispersion wavelength (ZDW, also labeled λ_0 in the text) of an optical fiber and the ratio between the third- and fourth-order dispersion terms. The advantage of our method is the quasi-insensitivity of the FWM side lobes spectral position when the fiber is pumped in the normal GVD region. Moreover, we can retrieve back the whole GVD curve in the particular case of pure silica photonic crystal fiber (PCF). Our measurement is found to be in good agreement with the ones from a low-coherence interferometric technique. The

analytical model and assumptions are presented in Section I and experimental results are reported in Section II.

II. MODEL

In degenerate FWM process, energy transfers arising from the pump (located at ω_P) to signal and idler waves (respectively located at ω_S and ω_I) are optimized when linear effects are perfectly balanced by nonlinear ones. For isotropic and single-mode fibers, near the ZDW, the phase-matching condition can be written as follows [9]:

$$\beta_2(\omega_P)[\omega_P - \omega_{S,I}]^2 + \frac{1}{12}\beta_4(\omega_P)[\omega_P - \omega_{S,I}]^4 + 2\gamma P = 0 \quad (1)$$

where P is the pump peak power, β_2 and β_4 are the second- and fourth- order dispersion coefficients expressed at the pump wavelength, γ is the nonlinear coefficient defined as $\gamma = n_2\omega/(cA_{\text{eff}})$, with A_{eff} the effective mode area and n_2 the fiber nonlinear refractive index. It is worth noting that the fourth-order dispersion term plays a major role in low GVD regimes. It can strongly modify the shape of the modulation instability (MI) spectrum or allows the generation of FWM sidebands while the pump is launched in the normal dispersion regime [10]–[14]. As an illustration of this, the spectral evolution of the FWM sidebands obtained by solving (1) is plotted in Fig. 1(a) for different pump powers and for a realistic PCF whose parameters are listed in Fig. 1's caption. Fig. 1 illustrates the important discrepancy between FWM spectrum shapes in both GVD regimes. In the normal GVD regime, two sidebands appear away from the pump, and we can note that increasing the pump power do not significantly modify the spectral position of the sidebands. In the case of an anomalous GVD pumping, classical MI side lobes appear very close to the pump and, on the contrary to the previous case, the impact of the pump power on the FWM spectrum is important.

This is highlighted in Fig. 1(b), in which the detuning of the signal side lobe wavelength from the pump is plotted as a function of pump peak power for two pump wavelengths (1056 and 1061.5 nm) located on both sides of the ZDW (1061 nm). For the classical MI spectrum in the anomalous GVD regime, the side lobes position moves from 20 up to 60 nm by increasing the pump power from 5 to 100 W. On the contrary, for a pump wavelength located in the normal GVD region, the spectral position of the signal wave is shifted by only 2 nm. Our method is based on this particular property of the FWM process in the normal GVD regime since it allows the simplification of analytical calculations to retrieve the FWM position from (1). We then first assume that the contribution of the nonlinear phase mismatch term ($2\gamma P$) is negligible in (1). We will see that this

Manuscript received December 18, 2010; revised February 04, 2011; accepted February 12, 2011. Date of publication February 22, 2011; date of current version April 22, 2011.

The authors are with the Université Lille 1, IRCICA, Laboratoire PhLAM, 59655 Villeneuve d'Ascq Cedex, France (e-mail: droques@phlam.univ-lille1.fr).

Color versions of one or more of the figures in this letter are available online at <http://ieeexplore.ieee.org>.

Digital Object Identifier 10.1109/LPT.2011.2118196

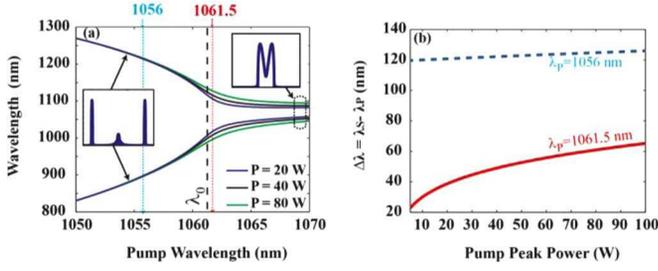


Fig. 1. FWM sideband frequency shifts as a function (a) of pump wavelength and (b) of pump power for $\lambda_P = 1061.5$ nm (solid red curve) and $\lambda_P = 1056$ nm (dashed blue curve). The PCF structure is characterized by a pitch Λ of $4.1 \mu\text{m}$ and a hole diameter d of $2.6 \mu\text{m}$. The GVD and nonlinear coefficient of the PCF been calculated from [15]. λ_0 is the ZDW.

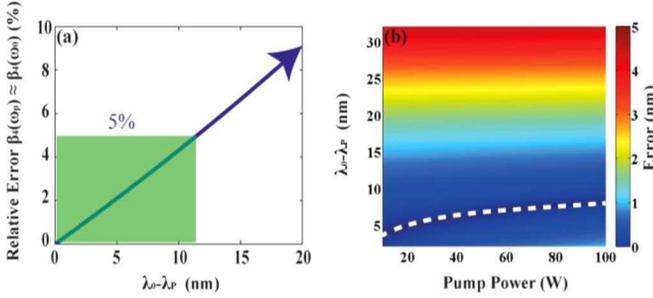


Fig. 2. (a) Relative error between the fourth-order dispersion coefficient at the pump wavelength and at the ZDW as a function of the wavelength shift between the pump and the ZDW. (b) Error on the ZDW obtained by the present method as a function of pump power and detuning between the pump and the ZDW of a known GVD curve. Low-error is plotted in dashed white curve.

assumption is correct over an important range of pump power. Secondly, since the pump wavelength is close to the ZDW, we assume that $\beta_4(\omega_P) \approx \beta_4(\omega_0)$, with $\omega_0 = 2\pi c/\lambda_0$. As can be seen in Fig. 2(a), this assumption leads to a discrepancy on the β_4 value less than 5% by pumping up to 10 nm below the ZDW. Finally, the third-order dispersion (β_3) is included by substituting $\beta_2(\omega_P)$ in (1) by its Taylor expansion around the zero-dispersion frequency:

$$\beta_2(\omega_P) = \beta_2(\omega_0) + \beta_3(\omega_0)[\omega_P - \omega_0] + \frac{\beta_4(\omega_0)}{2}[\omega_P - \omega_0]^2 \quad (2)$$

where $\beta_2(\omega_0)$ is zero. We then obtained an equation with two unknown parameters, $\beta_3(\omega_0)/\beta_4(\omega_0)$ and λ_0 giving the position of the FWM side bands as a function of the pump wavelength. The measurement of only two signal frequency shifts ($\Delta\omega_{S1} = \omega_P - \omega_{S1}$ and $\Delta\omega_{S2} = \omega_P - \omega_{S2}$) for two pump frequencies (ω_{P1} and ω_{P2}) allow then to solve these equations and we obtain the following expression:

$$\frac{\beta_3(\omega_0)}{\beta_4(\omega_0)} = \frac{1}{12(\omega_{P1} - \omega_{P2})} \times \left\{ \left[\left(\frac{\Delta\omega_{S1} + \Delta\omega_{S2}}{\omega_{P1} - \omega_{P2}} \right)^2 + 6 \right] \times \left[\left(\frac{\Delta\omega_{S1} - \Delta\omega_{S2}}{\omega_{P1} - \omega_{P2}} \right)^2 + 6 \right] \right\}^{1/2} \quad (3)$$

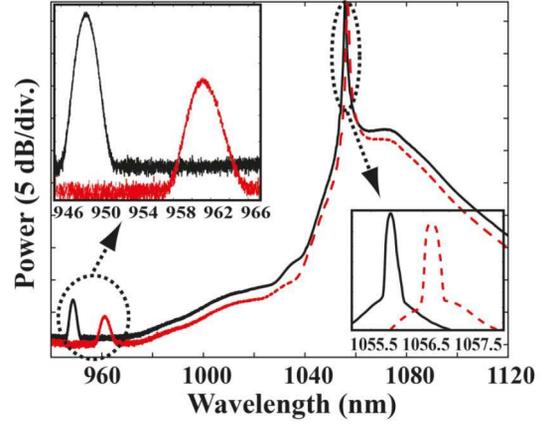


Fig. 3. Experimental FWM spectra for pump wavelengths λ_{P1} of 1055.9 nm (solid black curve) and λ_{P2} of 1056.7 nm (dashed red curve). Left inset: close-up on the signal waves. Right inset: close-up on the pump.

and:

$$\lambda_0 = 2\pi c \left\{ \frac{\beta_3(\omega_0)}{\beta_4(\omega_0)} + \frac{1}{12}(\omega_{P1} - \omega_{P2})^{-1} \times [6(\omega_{P1}^2 - \omega_{P2}^2) + \Delta\omega_{S1}^2 - \Delta\omega_{S2}^2] \right\}^{-1} \quad (4)$$

The accuracy of this method has been evaluated numerically starting from a PCF with a known GVD curve calculated from the method detailed in [15]. We used the parameters listed in Fig. 1's caption. We numerically calculated the frequency shifts ($\Delta\omega_{S1,2}$) for two pump frequencies ($\omega_{P1,2}$) chosen just below the ZDW by solving (1) with the PCF dispersive properties. The ZDW is calculated from (4) and we compared it with the original value. Fig. 2(b) shows a color map of the error on the ZDW calculation as a function of the pump power and of the detuning between the pump and the ZDW. This error is less than 1 nm for a pump detuning up to 15 nm below the ZDW, whatever the pump power up to 100 W (realistic power range). Note that this error increases as the pump wavelength moves away from the ZDW.

III. EXPERIMENTAL RESULTS

In order to test the efficiency of our method, we fabricated a PCF with a pitch Λ of $4.1 \mu\text{m}$ and a hole diameter d of $2.6 \mu\text{m}$, similar to the one used in the previous section. The tunable pump laser was made of a tunable laser diode delivering nanosecond pulses and an Ytterbium-doped fiber amplifier (from Manlight). Spectra were measured after a 10 m-long PCF sample with an optical spectrum analyzer (with a resolution of 0.05 nm) for a pump peak power of 50 W. Fig. 3 shows the spectra obtained for two pump wavelengths separated by 0.8 nm ($\lambda_{P1} = 2\pi c/\omega_{P1} = 1055.9$ nm and $\lambda_{P2} = 2\pi c/\omega_{P2} = 1056.7$ nm). The FWM sidebands are clearly visible with both pump wavelengths around 960 and 1160 nm. Retrieving the ZDW from (4) only requires the measurement of the signal wavelength (i.e., around 960 nm) for both pump wavelengths. The inset in Fig. 3 shows that the signal is located at 947 nm for λ_{P1} and 962 nm for λ_{P2} , which allows determining $\Delta\omega_{S1}$ and $\Delta\omega_{S2}$. From (3) we evaluated that the $\beta_3(\omega_0)/\beta_4(\omega_0)$ ratio of the PCF is $-5.97 \times 10^2 \text{ ps}^{-1}$ and from (4) we found that the ZDW is 1059.4 nm. The reconstruction of the whole GVD curve from (3) and (4) however requires an additional equation in order to

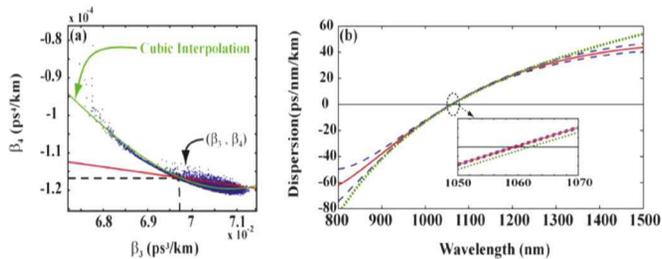


Fig. 4. (a) Graphic relationship between β_3 and β_4 computed at the zero-dispersion wavelength considering incertitude of 10% maximum on microstructured fiber's parameters (Λ and d). The red curve corresponds to (4). (b) Group-velocity dispersion curves. The red solid curve is obtained by our method and the dashed blue curves represent the incertitude bands on the measurement. The green dotted line is given by an interferometric measurement.

determine independently the third- and fourth-order dispersion coefficients. In the particular case of the pure silica PCF investigated here, we can easily evaluate $\beta_3(\omega_0)$ and $\beta_4(\omega_0)$ with the empirical model of [15] as follows. Indeed, drawing PCFs unavoidably induces longitudinal fluctuations of chromatic dispersion due to variations in opto-geometric parameters d and Λ . Technical specifications of commercial PCFs indicate 10% fluctuations of the core diameter [16]. Although fluctuations of the microstructured cladding parameters can be significantly reduced to a few percent [17], we assume here d and Λ variations of 10%. Using the simple model of [15], we performed 5000 numerical simulations of $\beta_3(\omega_0)$ and $\beta_4(\omega_0)$, by adding a random error with a Gaussian probability to the PCF's parameters. Results are represented in dots in Fig. 4(a) and can be fitted by a third order polynomial function (green line). Third- and fourth-order dispersion coefficients were found to vary respectively from 6.7 to 7.1×10^{-2} ps³/km and from -1.2 to -0.81×10^{-4} ps⁴/km at the ZDW. The intersection between the polynomial fit (green line) and the curve corresponding to (3) (red line) gives $\beta_3(\omega_0) = 6.8 \times 10^{-2}$ ps³/km and $\beta_4(\omega_0) = -1.15 \times 10^{-4}$ ps⁴/km for our PCF.

Finally, the GVD curve reconstructed from (3), (4) as well as from the results of Fig. 4(a) is plotted in Fig. 4(b) (red solid curve). The estimation of the measurement accuracy was numerically calculated by assuming an uncertainty of 0.1 nm for the measurement of the pump wavelength and of 0.5 nm for the determination of the FWM sidebands. The resulting uncertainty band corresponding to 95% of confidence is plotted in dashed blue curves in Fig. 4(b).

The results obtained from our method were then compared with a low-coherence interferometry measurements [3] performed on a short sample (1 m) of the same fiber. The resulting GVD curve is plotted in green dotted line in Fig. 4(b) and shows an excellent agreement with the curve reconstructed from our method. In particular, the present method gives a ZDW of 1059.4 nm, against 1062 nm in white light interferometry. As we can see on this figure our method is extremely accurate in the low dispersion region and especially for measuring the ZDW of optical fibers. The shortest fiber length that can be characterized are typically of the meter range. Indeed, by shortening the fiber one has to increase the pump power to get the same parametric gain and as a consequence the uncertainties on the ZDW become larger (Fig. 2(b)). On the contrary, by using longer fibers, one can reduce the pump

power. However, the growth of the FWM sidebands will rapidly be canceled by the longitudinal fluctuations of the dispersion parameters of the fiber. We then estimate that a few tens meters is the upper limit for standard PCFs but it of course depends on the quality of the fiber.

IV. CONCLUSION

We have presented a simple, accurate and very fast method for measuring the ZDW of optical fibers. We demonstrate that the measurement of only two spectra for two slightly different pump wavelengths is required to accurately determine the ZDW of an optical fiber as well as the ratio β_3/β_4 . Our method also allows the reconstruction of the GVD curve of a pure silica photonic crystal fiber in excellent agreement with white-light interferometry measurements from 900 to 1300 nm. This method can be used with fiber lengths ranging from the meter to hundreds of meter length. It can be easily used for conventional fibers as long as a tunable source near the ZDW is available, which is the case around 1064 nm or 1550 nm.

REFERENCES

- [1] L. G. Cohen, "Comparison of single mode fiber dispersion measurement techniques," *J. Lightw. Technol.*, vol. 5, no. 5, pp. 958–966, Oct. 1985.
- [2] S. Diddams and J. C. Diels, "Dispersion measurements with white-light interferometry," *J. Opt. Soc. Amer. B.*, vol. 13, pp. 1120–1128, 1995.
- [3] M. Tateda, N. Shibata, and S. Seikai, "Interferometric method for chromatic dispersion measurement in a single-mode optical fibers," *IEEE J. Quantum Electron.*, vol. 17, no. QE-3, pp. 404–407, Mar. 1981.
- [4] M. J. Saunders and W. B. Gardner, "Interferometric determination of dispersion variations in single-mode fibers," *J. Lightw. Technol.*, vol. 5, no. 12, pp. 1701–1705, Dec. 1987.
- [5] L. F. Mollenauer, P. V. Mamyshev, and M. J. Neubelt, "Method for facile and accurate measurement of optical fiber dispersion maps," *Opt. Lett.*, vol. 21, pp. 1724–1726, 1996.
- [6] G. K. Wong *et al.*, "Characterization of chromatic dispersion in photonic crystal fibers using scalar modulation instability," *Opt. Express*, vol. 13, pp. 8662–8670, 2005.
- [7] B. Auguie, A. Mussot, A. Boucon, E. Lantz, and T. Sylvestre, "Ultra-low chromatic dispersion measurement of optical fibers with a tunable fiber laser," *IEEE Photon. Technol. Lett.*, vol. 17, no. 17, pp. 1825–1827, Sep. 1, 2006.
- [8] J. M. Chávez Boggio and H. L. Fragnito, "Simple four-wave-mixing-based method for measuring the ratio between the third- and fourth-order dispersion in optical fibers," *J. Opt. Soc. Amer. B.*, vol. 24, pp. 2046–2054, 2007.
- [9] G. P. Agrawal, *Application of Nonlinear Fiber Optics* 2003.
- [10] S. B. Cavalcanti, J. C. Cressoni, H. R. da Cruz, and A. S. Gouveia-Neto, "Modulation instability in the region of minimum group-velocity dispersion of single mode optical fibers via an extended nonlinear schrödinger equation," *Phys. Rev. A*, vol. 43, pp. 6162–6165, 1991.
- [11] S. Pitois and G. Millot, "Experimental observation of a new modulation instability spectral window induced by fourth-order dispersion in a normally dispersive single mode optical fiber," *Opt. Commun.*, vol. 226, pp. 415–422, 2003.
- [12] J. D. Harvey *et al.*, "Scalar modulation instability in the normal dispersion regime by use of a photonic crystal fiber," *Opt. Lett.*, vol. 28, pp. 2225–2227, 2003.
- [13] M. E. Marhic, K. K. Y. Wong, and L. G. Kazovsky, "Wideband tuning of the gain spectra of one-pump fiber optical parametric amplifiers," *IEEE J. Sel. Top. Quantum Electron.*, vol. 10, no. 5, pp. 1133–1141, Sep./Oct. 2004.
- [14] A. Y. H. Chen *et al.*, "Widely tunable optical parametric generation in a photonic crystal fiber," *Opt. Lett.*, vol. 30, pp. 762–764, 2005.
- [15] K. Saitoh and M. Koshiba, "Empirical relations for simple design of photonic crystal fibers," *Opt. Express*, vol. 13, pp. 267–274, 2005.
- [16] NKT Photonics website [Online]. Available: <http://www.nktphotonics.com/fiber>
- [17] B. Stiller *et al.*, "Photonic crystal fiber mapping using Brillouin echoes distributed sensing," *Opt. Express*, vol. 18, pp. 20136–20142, 2010.

Symmetry-breaking dynamics of the modulational instability spectrum

M. Droques,¹ B. Barviau,¹ A. Kudlinski,¹ M. Taki,¹ A. Boucon,² T. Sylvestre,² and A. Mussot^{1,*}

¹Université Lille 1, Laboratoire PhLAM, UMR CNRS 8523, IRCICA, 59655 Villeneuve d'Ascq Cedex, France

²Institut FEMTO-ST, Département d'optique, Université de Franche-Comté, UMR CNRS 6174, 25030 Besançon, France

*Corresponding author: mussot@phlam.univ-lille1.fr

Received January 21, 2011; revised March 11, 2011; accepted March 11, 2011;
 posted March 16, 2011 (Doc. ID 141565); published April 8, 2011

We demonstrate in an optical fiber that third-order dispersion yields an unexpected symmetry-breaking dynamics of the modulational instability spectrum. It is found in particular that this spectral asymmetry does not smoothly and monotonically increase when approaching the zero-dispersion wavelength. Instead, it exhibits several local extrema and it can even be reversed at a particular dispersion value. We interpret this behavior as resulting from interactions between dispersive waves and solitons generated from modulation instability. © 2011 Optical Society of America
 OCIS codes: 190.4370, 190.4380, 190.5530.

Modulational instability (MI) is a fundamental and ubiquitous phenomenon whereby weak modulations of an optical beam are amplified when nonlinear effects are perfectly balanced by linear ones. This leads to the break-up of the optical field into pulses or filaments and to the generation of two symmetrical spectral sidebands. In fiber optics, MI was recognized early as a simple way of generating optical solitons trains [1], and it has later been used for optical parametric amplification [2]. Analytically, the overall MI or parametric gain can be derived from a linear stability analysis of the nonlinear Schrödinger equation (NLSE) [3]. This analysis assumes two symmetric side lobes and leads to a phase-matching condition that only depends on even-order dispersion terms. The limit of this analysis has been pointed out recently by demonstrating that, in very low dispersion regions, the third-order dispersion term (β_3) must be accounted for in correctly modelling the dynamics of the system [4–6]. This leads to a symmetry breaking of the MI spectrum and to the generation of dispersive waves (DWs) on the anti-Stokes side of the spectrum [4]. Note that these waves that originate from perturbations of solitons [7,8] have been extensively studied in the context of supercontinuum generation [9].

In this Letter, we demonstrate both numerically and experimentally that third-order dispersion yields an unexpected symmetry-breaking dynamics of the amplitude of the MI spectral sidebands when they overlap with DWs. We show in particular that the induced spectral asymmetry does not monotonically increase with the second-order dispersion term (β_2), but rather exhibits local extrema due to interactions between DWs and solitons. We further show that the asymmetry can even be reversed when DWs fall on the MI anti-Stokes band.

The generalized NLSE has been numerically integrated for a 6 km-long dispersion-shifted fiber (DSF) by using an adaptive step-size method [10]. A continuous wave (CW) monochromatic pump with quantum noise corresponding to a half-photon per spectral mode has been used as the input condition in the anomalous dispersion region with the set of parameters listed in Fig. 1's caption. The stimulated Raman scattering (SRS) has been neglected in the simulations because the CW power ($P_p = 790$ mW) is far below the calculated Raman threshold (about 5 W)

[3]. Random initial conditions lead to noisy output spectra while experimental ones are smoothed due to the averaging performed during the recording. In order to be as close as possible to experimental conditions, we computed MI spectra over 50 runs for each β_2 value, which corresponds to a good tradeoff between time consumption and accuracy. Figure 1(a) shows the results of MI spectra as a function of β_2 . To get a better insight, we have also plotted in Figs. 1(b)–1(g) a set of six MI spectra denoted by arrows in Fig. 1(a). Figure 1(g) illustrates the usual situation in which two nearly symmetric spectral

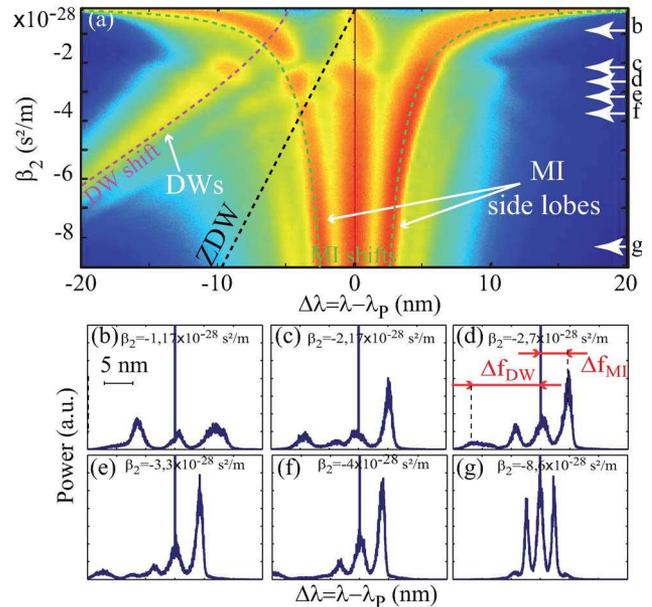


Fig. 1. (Color online) Numerical simulations. (a) Top view of MI spectrum evolution versus second-order dispersion, β_2 , in logarithmic scale. Dashed black line, ZDW position; dashed pink curve, DW position; dashed green curves, MI sidebands calculated from standard theory [3]. (b) to (g) Spectra corresponding to β_2 values pointed out by arrows along right side of (a), in linear scale. Simulations parameters are $L = 6000$ m, $\gamma = 2.4$ W⁻¹.km⁻¹, $\beta_3 = 1.2 \times 10^{-40}$ s³/m, $\alpha = 0.2$ dB/km, and $P_p = 790$ mW. A movie (Media 1) representing the spectrum evolution with $\beta_3 = 0$ (red curve) and $\beta_3 = 1.2 \times 10^{-40}$ s³/m (blue curves) in logarithmic scale can be seen online.

sidebands appear around the pump wavelength for large $|\beta_2|$ values. Decreasing the $|\beta_2|$ value allows the MI sidebands to move away from the pump, as expected from the standard theory [3], depicted as a green dashed line in Fig. 1(a). This figure also shows a wavepacket appearing at the anti-Stokes side of the MI spectrum, which moves near the MI sidebands when $|\beta_2|$ decreases. This anti-Stokes spectral feature is the signature of DWs shed by solitons [8] as confirmed by the pink dashed curve in Fig. 1(a) that shows their spectral position from the theoretical phase-matching relation $\{\beta_3(2\pi\Delta f_{\text{DW}})^3 + 3\beta_2(2\pi\Delta f_{\text{DW}})^2 - 3\gamma P_P = 0$ [3]. In addition to DW generation, the Stokes–MI sideband exhibits a strong power increase due to the so-called spectral soliton recoil effect [8] for momentum conservation. This situation is clearly illustrated by the spectra of Figs. 1(c)–1(f). As long as their spectral position is far from the MI sidebands, or equivalently $\Delta f_{\text{DW}} > \Delta f_{\text{MI}}$, they do not strongly interact [4]. By further decreasing the $|\beta_2|$ value, DWs and MI side lobes spectrally overlap, which leads to an important and unexpected modification of the spectrum. For the lowest $|\beta_2|$ values, the asymmetry is reversed and the anti-Stokes MI side lobe is now stronger than the Stokes one [Fig. 1(b)]. But the most striking feature can be seen from Fig. 1(c), where the anti-Stokes MI sideband almost disappears. This situation is clearly illustrated as a spectral hole in Fig. 1(a) and appears when the modulation frequency is very close to the DW one.

Corresponding experiments have been performed in the same conditions as in simulations to get a fair comparison. We used a 6 km-long dispersion-shifted fiber with a zero-dispersion wavelength (ZDW) located at 1550.7 nm and a linearly polarized tunable CW laser. This laser was phase-modulated to mitigate stimulated Brillouin scattering with the same technique as in [11]. The laser wavelength was tuned over 10 nm from the ZDW, which corresponds to a variation of the β_2 parameter of about $10 \times 10^{-28} \text{ s}^2/\text{m}^{-1}$. The experimental parameters are the same as those listed in Fig. 1's caption, except the pump power, which was adjusted to 630 mW in experiments. It corresponds to the optimal value that allows the clearest illustration of the symmetry-breaking dynamics of the MI spectrum, as discussed hereafter. Experimental MI spectra were recorded with an optical spectrum analyzer and are depicted in Fig. 2 with the same representation as in Fig. 1. As can be seen, the agreement between numerical simulations (Fig. 1) and experiments (Fig. 2) is excellent. Specifically, Figs. 1(a) and 2(a) look very similar, and interactions between DWs and the anti-Stokes MI sideband are also clearly evidenced in the experiment. Spectra displayed in Figs. 2(b)–2(g) also have the same shapes as the simulated ones of Figs. 1(b)–1(g). We also clearly observe the reversal of the symmetry breaking in Fig. 2(b) as well as an almost suppression of the anti-Stokes MI side lobe in Fig. 2(c). To go into further detail, we show in Fig. 3 the amplitude ratio [labeled R_P ; see in Fig. 2(d), for example] between the maximum power of the Stokes and anti-Stokes MI side lobes as a function of β_2 . The evolution of the R_P ratio for increasing β_2 is rather unexpected from the basic MI theory, and exhibits in particular three local maxima and minima. Dashed lines in Fig. 3 were obtained (i) from numerical simulations presented

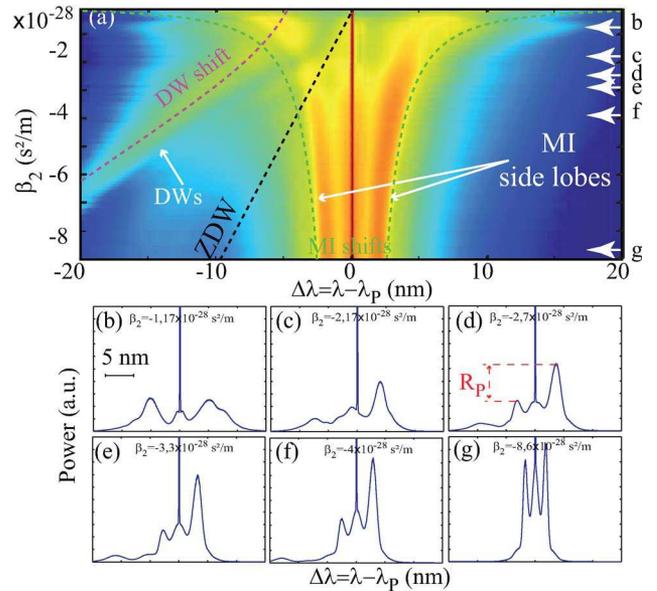


Fig. 2. (Color online) Experimental results. Same representation as in Fig. 1, and same parameters except pump power (630 mW compared to 790 mW in simulations).

in Fig. 1 (790 mW pump power), and (ii) from numerical simulations realized at different pump powers (700 mW in dashed-dotted lines and 740 mW in dotted line). Experimental results are depicted as a solid line for a 630 mW pump power. The dynamics of the system can be divided into three areas. The first one (depicted in green) corresponds to the strongest $|\beta_2|$ values when DWs are generated far away from the MI side lobes. The second one (depicted in red) corresponds to the lowest $|\beta_2|$ values when DWs are generated on the anti-Stokes MI side lobe ($R_P \leq 1$), and the third one sits between the first two (see Fig. 3). In the first region (in green), β_3 plays a minor role because solitons are relatively long temporally and the dispersion variation over

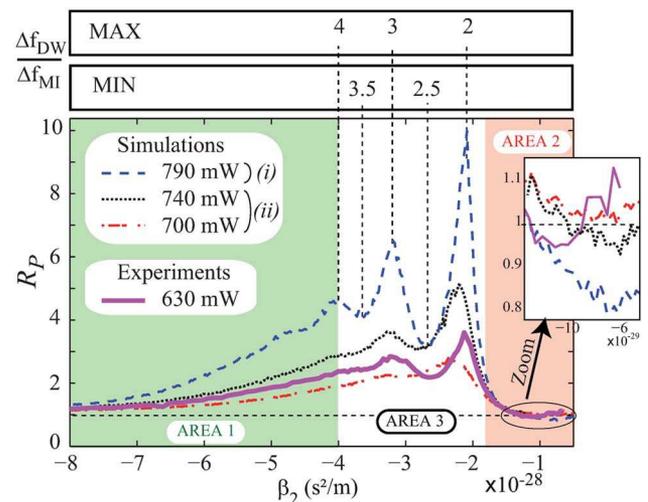


Fig. 3. (Color online) Evolution of the R_P ratio between the Stokes and anti-Stokes MI side lobes power as a function of β_2 . Solid curve, experimental results for a pump power of 630 mW; dashed and/or dotted curves, numerical simulations for different pump powers. Top rectangles, corresponding ratio between DWs (Δf_{DW}) and solitons (Δf_{MI}) spectral detuning from pump.

their spectrum is very small. As a consequence, the solitonic train is slightly disturbed, the asymmetry in power is thus very low ($R_p \rightarrow 1$) and output spectra look like usual MI spectra ($\beta_3 = 0$). By decreasing the $|\beta_2|$ value, solitons become shortened temporally so that the β_2 variation over their spectrum is now significant and leads to the generation of powerful DWs. This is associated with an increase of the R_p ratio. In the second region (in red), DWs are generated on the anti-Stokes MI side lobe, which leads to a reversal of the asymmetry ($R_p \leq 1$). The most interesting region is the last one (in white), where R_p presents local extrema, which was *a priori* unexpected. DWs are indeed located relatively far from the MI side lobes, and direct interactions between these waves cannot be invoked to explain this behavior. We then look for possible interplay between the DWs and the harmonics of the MI side lobes. We calculated the value of the ratio between the spectral position of the solitons [labeled Δf_{MI} in Fig. 1(d)] and that of the DWs [labeled Δf_{DW} in Fig. 1(d)]. We found that all the maxima of R_p in Fig. 3 correspond to exact integer values of this ratio, while minima are equal to exact half-integer ones (see for instance an illustration with the dashed curve corresponding to $P_p = 790$ mW in Fig. 3). This means that when DWs are generated exactly on one harmonic of the MI sideband, the spectral asymmetry between Stokes and anti-Stokes side lobes is maximum. On the contrary, when DWs are generated exactly between MI harmonics, this spectral asymmetry is minimum. This is illustrated in Fig. 3 with the 790 mW pump power case (dashed lines), but has been verified for all other pump power values (700 mW and 740 mW) investigated in numerical simulations, as well as for the experimental results represented by the solid line. When comparing the experimental curve (solid lines) with the ones obtained from simulations, the dynamics of the MI spectrum symmetry breaking is very clear and in very good agreement. In experiments, R_p is above 1 in the first area, slightly below 1 in the second one, and presents extrema in the third one, in good agreement with simulations obtained for 740 mW, even though the pump powers are not identical. We would like to stress here that this is really satisfactory due to the extreme sensitivity of this phenomenon to the pump power. Indeed, by only increasing it from 700 mW to 790 mW (about 12%), R_p experiences a threefold increase (dashed-dotted and dashed lines, respectively), while we evaluated experimental uncertainties of the γP_p product value to be 20% (about 10% for each parameter).

Note that the fiber length also impacts the symmetry-breaking dynamics of the MI spectrum. Here it was chosen to get a high value of the power asymmetry R_p curve, but generally this behavior is clearly visible as soon as a train of solitons is generated by MI (≈ 4500 m) and until the spectrum become strongly saturated (≈ 8000 m), which leads to a merging of all spectral components [6].

In summary, we have demonstrated in an optical fiber both numerically and experimentally that third-order dispersion induces a complex symmetry-breaking dynamics of the MI spectrum. We have shown in particular that the induced spectral asymmetry exhibits strong oscillations and that it can even be reversed at particular dispersion values. Numerical simulations and experimental results were found to be in excellent agreement, and have shown that the symmetry-breaking dynamics relies on an interaction between DWs and solitons originating from the MI process. This work should contribute to a further understanding of the key phenomena at the origin of optical rogue wave formation or supercontinuum generation in the CW pumping regime.

This work was partly supported by the French Ministry of Higher Education and Research, the Nord-Pas de Calais Regional Council and FEDER through the ‘‘Contrat de Projets Etat Région (CPER) 2007–2013’’ and the ‘‘Campus Intelligence Ambiante’’ (CIA).

References

1. A. Hasegawa, *Opt. Lett.* **9**, 288 (1984).
2. M. E. Marhic, *Fiber Optical Parametric Amplifiers, Oscillators and Related Devices* (Cambridge University, 2008).
3. G. P. Agrawal, *Nonlinear Fiber Optics*, 4th ed. (Academic, 2007).
4. A. Mussot, E. Lantz, H. Maillotte, T. Sylvestre, C. Finot, and S. Pitois, *Opt. Express* **12**, 2838 (2004).
5. A. Mussot, E. Louvergneaux, N. Akhmediev, F. Reynaud, L. Delage, and M. Taki, *Phys. Rev. Lett.* **101**, 113904 (2008).
6. C. Michel, P. Suret, S. Randoux, H. R. Jauslin, and A. Picozzi, *Opt. Lett.* **35**, 2367 (2010).
7. P. K. A. Wai, C. R. Menyuk, Y. C. Lee, and H. H. Chen, *Opt. Lett.* **11**, 464 (1986).
8. N. Akhmediev and M. Karlsson, *Phys. Rev. A* **51**, 2602 (1995).
9. J. M. Dudley and J. R. Taylor, *Supercontinuum Generation in Optical Fibers* (Cambridge University, 2010).
10. O. V. Sinkin, R. Holzlhner, J. Zweck, and C. R. Menyuk, *J. Lightwave Technol.* **21**, 61 (2003).
11. A. Mussot, M. L. Parquier, and P. Szriftgiser, *Opt. Comm.* **283**, 2607 (2010).