HAL
open science

Micro-cavité Fabry Perot fibrée : une nouvelle approche pour l'étude des polaritons dans des hétérostructures semi-conductrices

Benjamin Besga

To cite this version:

Benjamin Besga. Micro-cavité Fabry Perot fibrée : une nouvelle approche pour l'étude des polaritons dans des hétérostructures semi-conductrices. Physique Quantique [quant-ph]. Université Pierre et Marie Curie - Paris VI, 2013. Français. NNT : . tel-01059382

HAL Id: tel-01059382

https://theses.hal.science/tel-01059382v1

Submitted on 30 Aug 2014

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

THÈSE DE DOCTORAT DE
L'UNIVERSITÉ PIERRE ET MARIE CURIE

Spécialité : **Physique quantique**

École doctorale de la région parisienne 107

Présentée par
Benjamin Besga

pour obtenir le grade de
DOCTEUR de l'UNIVERSITÉ PIERRE ET MARIE CURIE

Sujet de la thèse :

Micro-cavité Fabry Perot fibrée : une nouvelle approche pour l'étude des polaritons dans des hétérostructures semi-conductrices

Soutenue le 6 juin 2013

devant le jury composé de :

Mme	**Jacqueline**	**Bloch**	Rapporteuse
M.	**Jean-Philippe**	**Poizat**	Rapporteur
M.	**Benoît**	**Deveaud-Plédran**	Examinateur
M.	**Philippe**	**Roussignol**	Examinateur
M.	**Jakob**	**Reichel**	Directeur de thèse
M.	**Jérôme**	**Estève**	Co-encadrant de thèse

Table des matières

Introduction **7**

I Propriétés des micro-cavités Fabry Perot fibrées plan concave **11**
I.1 Modes propres de la cavité Fabry Perot fibrée 13
I.1.1 Condition de résonance 13
I.1.2 Distribution transverse de l'intensité du champ 20
I.2 Couplage à la cavité fibrée et pertes géométriques 24
I.2.1 Fibre multimode et monomode 24
I.2.2 Centrage de la structure et angle entre les miroirs 26
I.2.3 Pertes géométriques 27
I.3 Finesse et temps de vie de la cavité fibrée 29
I.3.1 Mesure de finesse de la cavité fibre-fibre 30
I.3.2 Transmission de la cavité fibre-fibre 31
I.3.3 Absorption et diffusion dans les miroirs 32
I.3.4 Temps de vie des photons 32

II Electrodynamique quantique dans une micro-cavité fibrée **35**
II.1 Couplage d'un émetteur à un mode de cavité 37
II.1.1 Hamiltonien de Jaynes-Cumming 37
II.1.2 Modèle de Tavis-Cummings 38
II.1.3 Oscillateurs harmoniques couplés : polaritons 39
II.2 Spectre de luminescence à faible excitation 41
II.2.1 Méthode de la résolvante 42
II.2.2 Couplage faible 45
II.2.3 Couplage fort 45
II.3 Calcul de la constante de couplage g 47
II.3.1 Champ à un photon et indice effectif 47
II.3.2 Émetteurs semi-conducteurs 48
II.3.3 Boite quantique couplée à une cavité FFP 50
II.3.4 Puits quantique couplé à une cavité FFP 53

II.4 Optimisation du couplage 58
II.4.1 Champs dans les couches 58
II.4.2 Indice effectif 60
II.4.3 Longueur de pénétration et volume effectif de la cavité 61
II.4.4 Longueur de pénétration et couplage 62

III Couplage d'un puits quantique à une cavité fibrée 65
III.1 Montage expérimental 67
III.1.1 Montage cryogénique fibré 67
III.1.2 Échantillons semi-conducteurs contenant un QW 69
III.1.3 Montages optiques 69
III.2 Polaritons 0D ajustables 75
III.2.1 Polaritons dans une cavité FFP 75
III.2.2 Transition continue du couplage faible au couplage fort 77
III.3 Rôle du désordre 82
III.3.1 Désordre et pertes effectives 82
III.3.2 Modèles du désordre 84

IV Couplage d'une boite quantique à une cavité fibrée 93
IV.1 Montage expérimental 95
IV.1.1 Formation des boites quantiques 96
IV.1.2 Échantillon permettant le contrôle de la charge des boites quantiques 96
IV.2 Photoluminescence d'une boite quantique dans une cavité fibrée 99
IV.2.1 Alimentation de la cavité par les QDs 99
IV.2.2 Couplage faible d'une QD dans une cavité FFP 101
IV.3 Mesures en excitation resonante 102
IV.3.1 Transmission du système {boite quantique + cavité} 102
IV.3.2 À la limite du couplage fort 104

V Condensation de polaritons et effets d'interactions dans une cavité fibrée 107
V.1 Dépendance de la photoluminescence de puits quantiques en cavité avec la puissance d'excitation 109
V.1.1 Mécanisme de population des états polaritoniques à basse puissance 110
V.1.2 Seuil en puissance 111
V.2 Modèle de polaritons désordonnés en interaction 114
V.2.1 Modèle de Tavis-Cumming 114
V.2.2 Transition de Dicke dans l'ensemble grand canonique 115
V.2.3 Energie des excitations du système 119

Conclusion et perspectives 125

Annexe A Fabrication et caractérisation des miroirs fibrés 127
A.1 Fabrication des miroirs fibrés 128
A.1.1 Ablation laser 128
A.1.2 Dispositif expérimental pour l'ablation laser 131
A.1.3 Dépôt du traitement réfléchissant 134
A.2 Caractérisation 139

A.2.1 Profilomètrie optique 139
A.2.2 Analyse des structures 140

Annexe B Détermination de la longueur de la cavité pour les cavités courtes 147

Annexe C Calculs du couplage d'un puits quantique à une cavité FFP 151

Annexe D Effets d'interactions entre polaritons 153
D.1 Modèle de bosons interagissant faiblement 153
D.2 Décalage vers le bleu du polariton haut 154
D.3 Vers le blocage quantique de polariton dans une cavité fibrée 155

Bibliographie 157

Table des figures 173

Introduction

Le couplage entre la lumière et la matière est au coeur de la physique quantique dès son origine avec les travaux de M. Planck sur le rayonnement du corps noir ou encore l'interprétation de l'effet photoélectrique par A. Einstein. La possibilité de contrôler les propriétés d'un émetteur en modifiant son environnement électromagnétique [1] a depuis, ouvert le domaine de l'électrodynamique quantique en cavité (CQED) [2]. Le confinement de la lumière dans des cavités optiques a permis d'étudier l'interaction entre un mode de cavité et un émetteur unique, ce qui a mené à la réalisation de grandes avancées en optique quantique. La description théorique de cette interaction a été réalisée dès les années 1960 [3,4] mais il faut attendre trente ans avant que le régime de couplage fort entre un atome unique et un mode du champ électromagnétique soit atteint, d'abord dans le domaine micro-ondes [5], puis dans le domaine optique [6]. Ce régime, particulièrement intéressant pour la CQED, peut être quantifié par la coopérativité (C) entre le mode du champ et l'émetteur. Ce paramètre clé compare le couplage cohérent entre le champ et l'émetteur (g), avec leur taux de désexcitation incohérent respectif (κ et γ) : $C = \frac{g^2}{2\kappa\gamma}$. Un système avec une coopérativité supérieure à l'unité permet l'observation de phénomène propres à la physique quantique.

L'intérêt pour la CQED s'est vu encore amplifié par le développement, quelques années plus tard, d'algorithmes particulièrement efficaces basés sur les lois de la physique quantique [7] ; ce qui a ouvert de nouvelles perspectives avec le champ de l'information quantique [8].

Dans ce cadre, un émetteur solide possède quelques atouts par rapport aux atomes gazeux. En effet, la manipulation de ces derniers reste contraignante contrairement aux émetteurs solides qui gardent une position fixe. De façon plus générale, leur possibilités d'intégration leurs confèrent un avantage certain pour de futurs applications à grande échelle. Évidemment un émetteur solide présente aussi des inconvénients comme par exemple une décohérence accrue par l'interaction avec son environnement. Au cours des années 2000, une coopérativité supérieure à l'unité a aussi été observée, dans différents types de cavités avec des émetteurs solides et en particulier avec des boîtes quantiques semi-conductrices. Ces dernières confinent les porteurs sur des dimensions nanométriques et forment ainsi des « atomes artificiels ». Une boîte quantique a pu être couplée fortement à un micro-pilier [9], à une cavité à cristaux photoniques [10, 11] ou encore à un micro-disque [12]. Une grande coopérativité a aussi été obtenue dans le domaine micro-ondes, avec un bit quantique (qubit) supra-conducteur couplé à un résonateur formé par un guide d'onde coplanaire [13].

Le régime de haute coopérativité permet d'étudier des effets non-classiques comme un laser à un atome [14], le blocage de photon [15] ou la transparence induite par le vide [16]. Plus généralement, la CQED permet d'étudier les aspects surprenants de la physique quantique comme l'intrication, ou la décohérence, en formant des états non classiques comme par exemple des « chats de Schrödinger » [17]. Le prix Nobel de physique 2012 a d'ailleurs récompensé S. Haroche pour ses travaux dans le domaine de la CQED.

Parallèlement au développement de la CQED avec des émetteurs ponctuels, l'étude d'émetteurs bi-dimensionnels comme les puits quantiques semi-conducteurs en micro-cavité conduit à l'observation du dédoublement de Rabi par C. Weisbuch *et al.* [18], signant ainsi l'acte de naissance des polaritons de micro-cavité. Ces quasi-particules issues d'un photon et d'un exciton possèdent des propriétés particulièrement intéressantes, qui stimulent une recherche active dans ce domaine. Leur caractère bosonique et leur très faible masse font notamment d'eux de très bons candidats à la condensation de Bose-Einstein. Cette dernière est observée en 1995 dans des gaz d'atomes alcalins dilués, par C. Wieman, E. Cornell et W. Ketterle [19,20] lauréats du prix Nobel de physique 2001. La caractérisation des propriétés des polaritons de micro-cavité [21], conduira à l'observation de la condensation de Bose-Einstein de polaritons en 2006 [22, 23, 24, 25, 26]. L'étude des condensats présentera par la suite une physique très riche avec l'identification de nombreux phénomènes comme, par exemple, un écoulement superfluide [27], un spectre correspondant aux excitations de Bogoliubov [28, 29] ou encore l'observation d'oscillations Josephson [30], de vortex [31, 32] ou de solitons [33].

Le condensat de polariton est en réalité un quasi-condensats (aussi appelé laser à polariton [34, 35, 36]) car il n'existe pas de condensat de Bose-Einstein à l'équilibre thermodynamique dans un système bi-dimensionnel. Pour se rapprocher d'avantage du mécanisme de condensation initialement proposé par Bose et Einstein, plusieurs méthode de confinement transverse des polaritons ont été développées. Il est en effet possible de piéger les polaritons en utilisant la déformation provoquée par l'application d'une contrainte sur l'échantillon [23], ou encore en utilisant les interactions répulsives entre excitons créés optiquement pour limiter l'extension des polaritons [37, 38, 39]. Enfin, il est aussi possible de confiner les polaritons en confinant le mode optique. Cela peut être réalisé par la formation de plateaux dans les micro-cavités [40], en gravant une micro-cavité pour former un micro-pilier [41], ou en plaçant les puits quantiques dans une cavité à cristaux photoniques [42].

La thèse présentée ici s'inscrit dans ce contexte et propose une nouvelle approche pour étudier le couplage d'un mode optique à des hétérostructures semi-conductrices (boîtes et puits quantiques) via une micro-cavité Fabry Perot fibrée (FFP). Ces micro-cavités ont été développées dans notre groupe [43, 44], et ont permis d'atteindre le régime de couplage fort avec un atome de Rubidium unique ($C = 145$), mais aussi l'obtention d'un condensat de Bose-Einstein sur puce atomique [43], ainsi que la démonstration de mesures quantiques non-destructives de l'état interne des atomes sans échange d'énergie [45].

Dans notre équipe, cette thèse est la première à appliquer cette technologie à l'étude d'émetteurs solides. Pour ce faire, nous utilisons une micro-cavité FFP formée par un miroir diélectrique courbe situé à l'extrémité d'une fibre optique qui fait face à un miroir plan semi-conducteur coiffé par l'émetteur solide. Les propriétés des micro-cavités FFP comme la finesse, le volume ou la taille du mode optique, sont particulièrement intéressantes pour l'étude d'émetteurs quantiques en cavité tout en se révélant d'une grande flexibilité

expérimentale. En effet, le fait que les deux miroirs de la cavité puissent être déplacés l'un par rapport à l'autre, offre plusieurs avantages :

- l'échantillon peut être caractérisé dans un premier temps dans l'espace libre, avant de s'intéresser à son couplage à la cavité,
- la cavité peut être directement centrée sur un émetteur ponctuel,
- le désaccord entre la cavité et l'émetteur peut être varié en changeant finement la longueur de la cavité, ce qui permet d'étudier les propriétés d'un émetteur hors et à résonance tout en restant sur le même point de l'échantillon (les propriétés de la matière restent inchangées), et à la même température (les propriétés thermodynamiques restent inchangées),
- le couplage g, le facteur de qualité et la taille transverse du mode de cavité peuvent aussi être variés en changeant la longueur de cavité sur de grandes distances ($> \mu$m),
- enfin, le mode de cavité est directement couplé à une fibre optique, ce qui évite les problèmes de collection de la lumière et permet de simplifier grandement le dispositif cryogénique.

Avec ses nombreux paramètres ajustables expérimentalement, ce système offre la possibilité d'explorer différents régimes de la CQED.

Le couplage à un émetteur ponctuel requiert un grand facteur de qualité et un petit volume de mode [46]. Par construction et aux vues de leurs dimensions (le diamètre de la fibre vaut 125 μm), les cavités FFP possèdent un volume de mode plus grand que les dispositifs entièrement intégrés, cependant nous verrons que leurs facteurs de qualité élevés permettent d'obtenir une coopérativité supérieure à l'unité pour le couplage à une boîte quantique unique [47] contrairement aux tentatives précédentes de coupler un boîte quantique à une cavité formée par deux miroirs indépendants [48, 49, 50]. La possibilité de déplacer le mode de cavité afin que ce dernier soit centré avec l'émetteur ponctuel, tout en conservant la possibilité d'ajuster la fréquence de la cavité est une aubaine étant donné les efforts consentis par de nombreux groupes pour obtenir un recouvrement spatial et spectral important entre un mode de la cavité et une boîte quantique [51, 52, 53, 54, 55, 56, 57, 58].

Les micro-cavités FFP sont aussi adaptées à l'étude des polaritons confinés. Le rayon de courbure du miroir fibré impose une taille transverse finie du mode de cavité de l'ordre de quelques microns au niveau du puits quantique. Le mode de cavité réalise ainsi un piège optique à excitons ajustable par contrôle de la longueur de la cavité.

Encore une fois, la flexibilité de la micro-cavité FFP peut être exploitée pour, par exemple, augmenter le facteur de qualité de la cavité en allongeant cette dernière ($\mathcal{Q} > 200\,000$), le temps de vie des photons dépassant alors les 100 ps. Dans les cavités solides intégrées, le temps de vie des photons est généralement le facteur limitant le temps de vie des polaritons. En augmentant ce dernier, les micro-cavités FFP permettent donc à priori de se rapprocher des propriétés d'équilibre thermodynamique du système. La forte non-linéarité observée dans la dépendance du signal de photoluminescence avec la puissance d'excitation correspond d'ailleurs assez bien au diagramme de phase prédit par le modèle de Dicke à l'équilibre thermodynamique [59, 60].

Le confinement latéral est aussi idéal pour l'observation des effets dus aux interactions entre polaritons [41]. Pour un système de polaritons très confinés dans une cavité de grand facteur de qualité, un phénomène de blocage quantique de polaritons a même été prédit [61]. Dans cette perspective, les micro-cavités FFP se comparent favorablement aux micro-piliers dont le facteur de qualité diminue fortement pour des diamètres inférieurs à 3 μm, à cause

des pertes sur les bords de la structure [62, 63].

Les résultats présentés dans cette thèse sont issus d'un travail mené en collaboration entre Andreas Reinhard, Thomas Volz, Javier Miguel-Sánchez, Emre Togan et Atac Imamoglu à l'ETH (Zürich) et Jérôme Estève, Jakob Reichel et moi même. Le manuscrit est composé de 5 chapitres, et 4 annexes.

Le premier chapitre décrit les propriétés des micro-cavités fibrées plan-concaves. Nous détaillons les propriétés spatiales et spectrales des modes propres. Une boîte quantique est notamment utilisée pour caractériser la dimension transverse du mode de cavité fondamental. Nous précisons aussi le couplage entre le mode de cavité et la fibre optique ainsi que les différents mécanismes de pertes pouvant intervenir. Enfin, nous mesurons le temps de vie d'un photon dans la cavité et la finesse de cette dernière.

Dans le deuxième chapitre, nous développons les principaux modèles utilisés en CQED qui nous permettront par la suite d'interpréter les résultats expérimentaux. Nous définissons les régimes de couplage faible et fort et nous montrons qu'à faible intensité la signature du couplage d'une boîte ou d'un puits quantique observable par des mesures spectroscopiques est la même. La différence réside dans la valeur de la constante de couplage qui est évaluée pour les deux émetteurs à l'aide de simulation par matrice de transfert pour tenir compte de la pénétration du champ dans les couches.

Le chapitre III présente les résultats obtenus avec un puits quantique en cavité dans le régime de faible excitation. Le montage expérimental est décrit et nous présentons les montages optiques de photoluminescence et d'excitation résonante. Nous caractérisons les propriétés des polaritons confinés dans une micro-cavité FFP, notamment la valeur du paramètre de couplage g en fonction de la longueur de la cavité. Des mesures en excitation résonante nous permettent de comprendre le rôle joué par le désordre dans l'échantillon, et d'expliquer la largeur inhomogène observée.

Le chapitre IV décrit, quant à lui, le couplage d'une boîte quantique à une micro-cavité FFP. Nous détaillons notamment la structure de l'échantillon qui permet de contrôler l'état de charge de la boîte quantique. Nous verrons que le système est entièrement ajustable et que sa coopérativité dépasse l'unité, faisant de ce système un candidat parfaitement adapté pour de nombreuses applications en CQED.

Le dernier chapitre présente la dépendance des propriétés d'un puits quantique dans une cavité FFP avec la densité de porteurs. Nous nous intéresserons notamment à la très forte non-linéarité observée dans le signal de photoluminescence quand la puissance d'excitation augmente. Nous exposerons un modèle utilisé par P.B. Littlewood et ses collègues pour décrire les propriétés des polaritons désordonnés au-delà du régime linéaire. Nous verrons que ses prédictions sont en bon accord avec les décalages en fréquence observés dans le système avec la puissance d'excitation. Nous nous intéresserons pour finir, aux signatures des interactions entre polaritons dans une micro-cavité FFP.

Une description précise et détaillée du processus de fabrication des miroirs à l'extrémité d'une fibre optique par ablation laser, ainsi que les méthodes utilisées pour caractériser les géométries créées sont présentées en annexe A. L'annexe B explique, quant à elle, comment nous déterminons la longueur de la cavité à partir de mesures spectrométriques. L'annexe C présente les détails de calcul du paramètre de couplage entre un puits quantique et la micro-cavité fibrée. Enfin, sont regroupés dans la dernière annexe les résultats préliminaires concernant les interactions entre polaritons ainsi que les premières mesures relatives au blocage quantique de polaritons.

CHAPITRE I

Propriétés des micro-cavités Fabry Perot fibrées plan concave

Les micro-cavités Fabry Perot fibrées ont déjà été utilisées avec succès dans le domaine des atomes froids et ont notamment permis la réalisation de condensats de Bose Einstein sur puce au sein de notre groupe [43]. Les hautes finesses atteintes dans ces cavités Fabry Perot (FFP) permettent d'effectuer des mesures quantiques non destructives d'états internes atomiques [45] et ouvrent la voie vers des calculs quantiques sur puce. Récemment ces cavités fibrées se développent dans le domaine des ions [64], de l'opto-mécanique [65], ou encore pour le couplage à des centres NV dans le diamant. Comme nous le verrons dans la suite, les micro-cavités Fabry Perot se révèleront être parfaitement adaptées à l'étude d'émetteurs solides en cavité comme les boîtes et puits quantiques semi-conducteurs.

La méthode de fabrication de miroirs au bout d'une fibre optique se décompose en deux temps. Par ablation laser, nous créons une surface concave sur laquelle est ensuite déposé un traitement réfléchissant diélectrique. Les détails de la fabrication sont décrits dans l'annexe A. La caractérisation de la géométrie des miroirs fibrés obtenus y est aussi présentée (cf. §A.2). Cette dernière va nous permettre de modéliser les modes propres de la cavité FFP. Nous présenterons des mesures pour des cavités formées par 2 miroirs fibrés (cavité fibre-fibre FF) afin de caractériser ces derniers ; mais nous nous intéresserons en particulier, à la géométrie plan-concave où la cavité est formée d'un miroir fibré et d'un miroir plan (cf. figure I.1). En effet cette géométrie est spécialement appropriée à l'étude d'émetteurs solides car il est possible d'intégrer directement les émetteurs dans le miroir plan.

La caractérisation expérimentale des cavités FFP nous renseignera sur des propriétés essentielles comme la distribution spatiale des modes ; nous mesurerons par exemple la taille transverse de ces derniers au niveau de l'émetteur. Nous décrirons aussi les conditions de résonance de la cavité et préciserons ses propriétés spectrales, notamment le temps de vie d'un photon dans une cavité FFP.

Sommaire

I.1 Modes propres de la cavité Fabry Perot fibrée 13
I.1.1 Condition de résonance 13
I.1.1.a Modes de Hermite-Gauss 14
I.1.1.b Condition de résonance sur l'axe de la cavité 15
I.1.1.c Spectre de la micro-cavité fibré plan-concave 16
I.1.1.d Ellipticité et biréfringence 18
I.1.2 Distribution transverse de l'intensité du champ 20
I.1.2.a Profil transverse des modes de Hermite-Gauss 20
I.1.2.b Mesure du *waist* du mode *in situ* 20
I.2 Couplage à la cavité fibrée et pertes géométriques 24
I.2.1 Fibre multimode et monomode 24
I.2.2 Centrage de la structure et angle entre les miroirs 26
I.2.3 Pertes géométriques 27
I.3 Finesse et temps de vie de la cavité fibrée 29
I.3.1 Mesure de finesse de la cavité fibre-fibre 30
I.3.2 Transmission de la cavité fibre-fibre 31
I.3.3 Absorption et diffusion dans les miroirs 32
I.3.4 Temps de vie des photons 32

I.1 Modes propres de la cavité Fabry Perot fibrée

En plaçant deux miroirs face à face, une cavité est formée si des modes de la lumière, isolés de l'extérieur, peuvent s'établir dans la cavité. Dans un premier temps, nous allons nous intéresser aux propriétés de résonance de ces modes de cavité, avant de caractériser leurs propriétés spatiales.

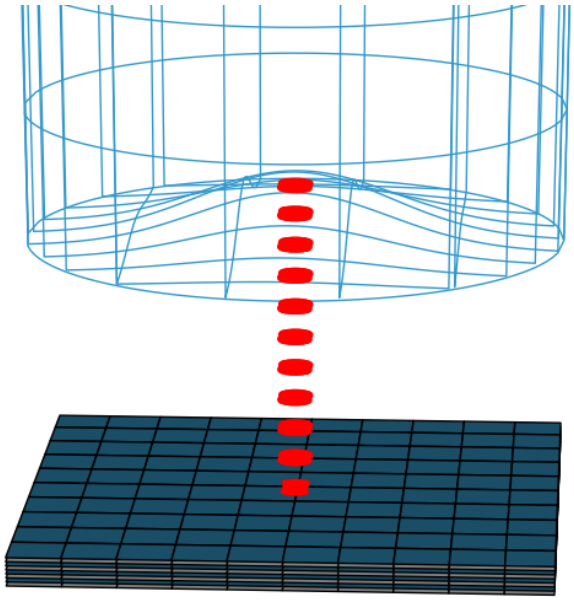


FIGURE I.1 – *Schéma d'une cavité fibrée plan concave. La fibre a un diamètre de* 125 μm *et le rayon de courbure au centre du miroir vaut* 100 μm.

I.1.1 Condition de résonance

La résonance d'une cavité est caractérisée par une relation liant la longueur d'onde de la lumière et la longueur de la cavité de sorte qu'une interférence constructive puisse s'établir dans la cavité. Le mode résultant est un mode propre de la cavité, c'est à dire qu'après propagation de l'onde sur un aller-retour dans la cavité, le champ revient en phase avec lui même.

Nous considérons ici une cavité formée par deux miroirs idéaux [1] ayant pour coefficient de réflexion $r_{1,2} = \sqrt{R_{1,2}} \exp \mathrm{i}\varphi_{1,2}$ qui sont alignés et séparés par une distance géométrique L. Si les miroirs ne possèdent pas de courbure, le Fabry-Pérot plan-plan ainsi formé présente des modes propres d'ondes planes stationnaires. Les conditions aux limites sur les miroirs imposent une quantification des fréquences de résonance qui sont espacées de $q\frac{c}{2L}$, où q est le nombre entier de demi-longueur d'onde dans la longueur de la cavité et où $\frac{c}{2L}$ représente l'intervalle spectral libre séparant les différents modes longitudinaux indexés par q.

La courbure d'un des miroirs provoque une courbure du front d'onde des modes propres de la cavité. Le miroir sphérique impose en effet un confinement transverse (selon (x, y)),

1. La pénétration du champ dans les miroirs est ici prise en compte par l'intermédiaire de la phase de réflexion des miroirs $\varphi_{1,2}$.

qui correspond à deux nombres quantiques transverses (m, n) supplémentaires pour décrire un mode propre de la cavité.

I.1.1.a Modes de Hermite-Gauss

Les faisceaux gaussiens [197] sont solution de l'équation de Helmoltz paraxiale et décrivent la propagation de la lumière issue d'un laser. L'énergie se déplace le long d'un axe et le front d'onde possède une courbure. Dans le cadre de l'approximation paraxiale [2] et en considèrant que le miroir fibré est sphérique, les modes propres qui s'établissent dans la cavité sont gaussiens. Nous adoptons la notation usuelle TEM_{qmn} rappelant la structure transverse électromagnétique de l'onde dans le vide et le champ électrique s'écrit :

$$\vec{E}_{q,m,n} = E_m(x,z)E_n(y,z)Z_q(z)\vec{\epsilon}, \tag{I.1}$$

$$\text{où} \quad E_m(x,z) = K_m\, e^{-\frac{x^2}{\mathrm{w}(z)^2}}\, \mathcal{H}_m\left(\frac{\sqrt{2}x}{\mathrm{w}(z)}\right) e^{-\mathrm{i}\frac{kx^2}{2R_x(z)}}\, e^{\mathrm{i}\zeta_m(z)}, \tag{I.2}$$

et où $Z_q \propto e^{\pm ikz}$ traduit la dépendance longitudinale, $\vec{\epsilon}$ est la polarisation du champ, $\mathcal{H}_m$ est le $m^{\text{ième}}$ polynôme de Hermite [3], et $K_m^2 = \sqrt{\frac{2}{\pi}}\frac{1}{2^m m!\mathrm{w}(z)}$ est une constante assurant la normalisation du champ transverse :

$$\forall z \quad \int_{-\infty}^{+\infty} dl|E_m(x,z)|^2 = 1, \quad \text{où} \;\; l = x, y. \tag{I.3}$$

Les paramètres géométriques du mode gaussien évoluent le long de l'axe z qui est défini à partir de la position du *waist* de la cavité $\mathrm{w}_{0,l}$:

– la taille transverse du faisceau le long de l'axe vaut :

$$\mathrm{w}_l(z) = \mathrm{w}_{0,l}\sqrt{1 + (\frac{z}{z_R^l})^2} \tag{I.4}$$

– la courbure du front d'onde dont le rayon vaut :

$$R_l(z) = z\left(1 + (\frac{z_R^l}{z})^2\right) \tag{I.5}$$

– la phase de Gouy du mode vaut :

$$\zeta_m^l(z) = (m + \frac{1}{2})\arctan\left(\frac{z}{z_R^l}\right). \tag{I.6}$$

La longueur de Rayleigh du mode vaut $z_R^l = \frac{\pi \mathrm{w}_{0,l}^2}{\lambda}$, la longueur d'onde dans le milieu est notée λ et $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ est le nombre d'onde. Le *waist* et sa position (ici choisie comme origine de l'axe z) déterminent entièrement à eux seuls la famille de modes TEM_{qmn}.

2. Les variations spatiales de l'amplitude du champ selon l'axe de la cavité sont très faibles en comparaison des variations de la phase du champ.

3. Par définition : $\mathcal{H}_m(X) \equiv (-1)^m \exp X^2 \frac{\partial^m}{\partial X^m} \exp -X^2$.

La phase acquise à la réflexion par le miroir elliptique dans l'approximation de phase mince vaut : $\frac{kx^2}{\mathcal{R}_x} + \frac{ky^2}{\mathcal{R}_y} - \varphi_2$ où $\mathcal{R}_x, \mathcal{R}_y$ sont les rayons de courbures dans les axes de l'ellipse. La phase acquise à la réflexion du miroir plan vaut $-\varphi_1$.

La condition de résonance hors axe traduit le fait qu'un mode de cavité ne peut être stable que si l'accord entre les rayons de courbure du mode et des miroirs correspondent en $z = 0$, et en $z = L$. La première condition situe le *waist* sur le miroir plan (courbure nulle) et la seconde $R_{x,y}(L) = \mathcal{R}_{x,y}$, détermine la valeur du *waist* de la cavité :

$$\mathrm{w}_{0_{x,y}} = \sqrt{\lambda/\pi}\,(L(\mathcal{R}_{x,y} - L))^{1/4}\,. \tag{I.7}$$

Le rayon de courbure du miroir fibré et la longueur de la cavité déterminent le *waist* de la cavité (et donc les modes propres) ainsi que son domaine de stabilité ; la cavité sera stable pour une longueur $L < \min(\mathcal{R}_{x,y})$. Ce critère doit être pris en compte lors de la fabrication des miroirs fibrés, notamment si une cavité longue est désirée. La figure I.2 présente la variation de la taille transverse et du rayon de courbure du front d'onde des modes propres le long de l'axe de la cavité.

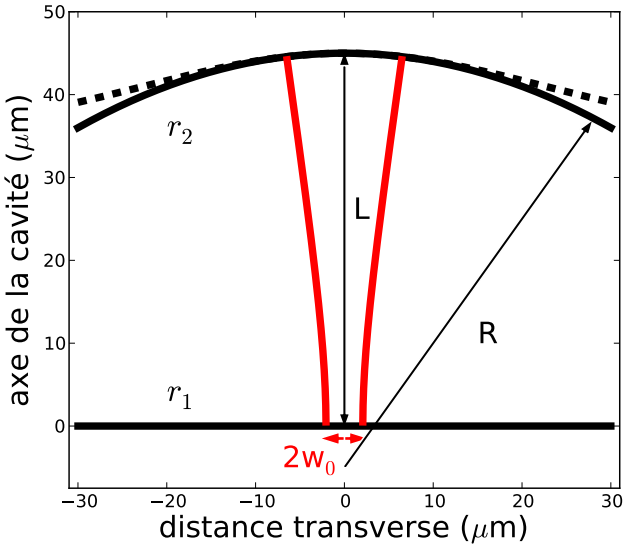


FIGURE I.2 – *Schéma d'une cavité fibrée plan concave. Un miroir plan ($z = 0$) et un miroir sphérique (miroir gaussien) de rayon $R = 50$ μm sont repérés par les courbes continues (en pointillé) noires et sont séparés de $L = 45$ μm. Le rayon transverse minimal du mode (waist) vaut* $\mathrm{w}_0 = 2{,}1$ μm.

I.1.1.b Condition de résonance sur l'axe de la cavité

La condition de résonance sur l'axe nous renseigne sur les propriétés longitudinales des modes propres ainsi que sur leurs fréquences de résonance. La phase acquise par l'onde après un aller-retour dans la cavité doit être nulle :

$$\Delta\phi = 2\pi q\,, \quad \text{avec } q \in \mathbb{Z}$$

La condition de résonance sur l'axe de la cavité s'écrit :

$$2kL - 2(m + \frac{1}{2})\zeta(L/\mathcal{R}_x) - 2(n + \frac{1}{2})\zeta(L/\mathcal{R}_y) - \varphi_1 - \varphi_2 = 2\pi q,$$
$$\text{avec } \zeta(L/\mathcal{R}) = \arccos\sqrt{1 - L/\mathcal{R}} \text{ et } q \in \mathbb{Z}, \tag{I.8}$$

où q représente le nombre de demi-arches du champ électrique longitudinal et ζ représente la levée de dégénérescence des différents modes transverses (m, n).

Les fréquences de résonance des modes des micro-cavités FFP sont donc données par :

$$\nu_{qmn} = \frac{c}{4\pi L}\left(2\pi q + (2m+1)\zeta(L/\mathcal{R}_x) + (2n+1)\zeta(L/\mathcal{R}_y) + \varphi_1 + \varphi_2\right). \tag{I.9}$$

Comme dans le cas d'un Fabry-Pérot plan-plan les différents modes longitudinaux sont séparés par un intervalle spectral libre $(\frac{c}{2L})$, mais ici les différents modes transverses s'intercalent avec une différence de fréquence qui dépend du rapport $L/\mathcal{R}$.

I.1.1.c Spectre de la micro-cavité fibré plan-concave

Un spectre de cavité peut s'obtenir en mesurant la transmission ou la réflexion tout en variant la longueur de la cavité ou la longueur d'onde de la lumière couplée à la cavité.

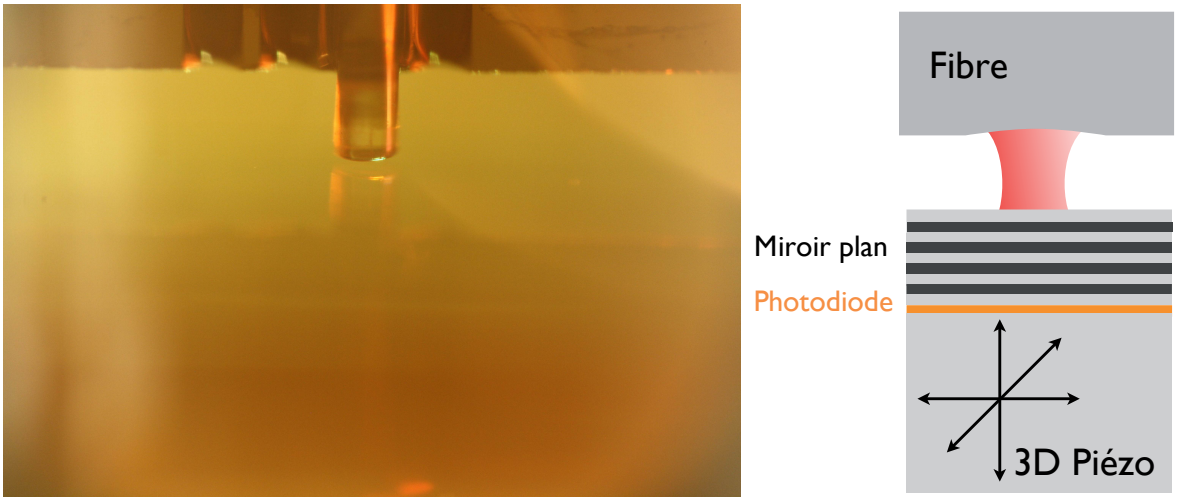


FIGURE I.3 – ***À gauche :*** *une fibre de 125 µm de diamètre est approchée de la surface d'un miroir plan.* ***À droite :*** *schéma simplifié de la cavité FFP. La longueur de la cavité est ajustable sur tout son domaine de stabilité, et une photodiode permet de mesurer la transmission. Pour plus de détails se reporter au montage expérimental décrit §III.1*

L'extrémité de la fibre optique dotée d'un miroir est fixée face à un miroir plan [4] (cf. figure I.3). L'autre extrémité de la fibre permet le couplage de la lumière d'un laser dans la cavité. Un piézo-électrique permet de changer la longueur de la cavité, et une photodiode derrière le miroir plan permet de mesurer la transmission. La longueur de la cavité FFP est donc facilement ajustable, elle peut être balayée précisément et grâce à une technologie de collé-glissé elle peut aussi être variée sur de grandes longueurs ($\sim$ qq mm). Cette flexibilité expérimentale nous sera très utile par la suite. Nous allons voir que les propriétés spectrales nous permettent de déterminer ce paramètre libre.

4. Miroir Laser Layertec HR 108198.

Variation de la longueur de la cavité

La figure I.4 présente la transmission d'une cavité FFP plan concave lorsqu'on varie la longueur de la cavité en gardant la longueur d'onde d'excitation inchangée λ_0. Le spectre laisse apparaître deux modes longitudinaux consécutifs $(q, q+1)$ et leurs modes transverses consécutifs. La fibre utilisée ici est multimode et permet donc le couplage de la lumière à de nombreux modes transverses (cf. §I.2).

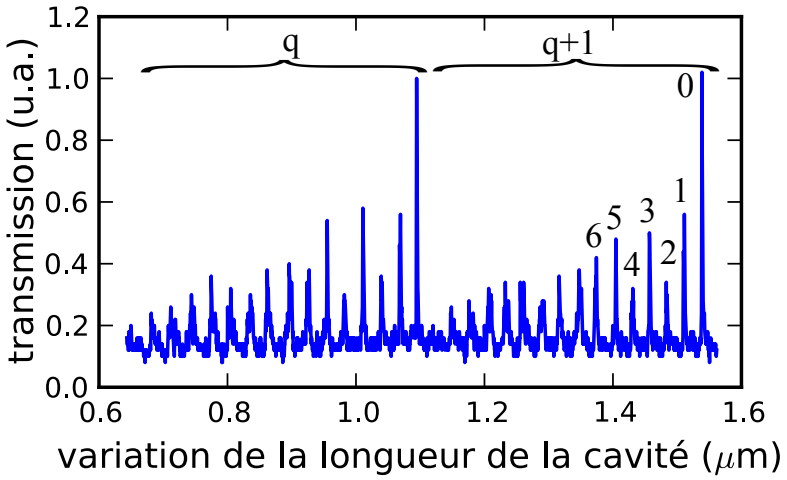


FIGURE I.4 – *Transmission d'une cavité plan concave avec une fibre optique multimode. La longueur d'onde vaut $\lambda_0 = 888{,}5$ nm. Deux modes longitudinaux consécutifs sont visibles, indexés par q et $q+1$. Pour chacun d'eux on observe à peu près 15 modes transverses, les premiers étants repérés par la somme $(n+m)$.*

Les deux TEM_{00} consécutifs (modes d'amplitude maximum sur la figure I.4) sont séparés d'une distance connue permettant de calibrer le mouvement du piézoélectrique :

$$L_{q+1,00} - L_{q,00} \simeq \lambda_0/2. \tag{I.10}$$

Les modes transverses sont en première approximation régulièrement espacés et les multiplets (m, n) tels que la somme $m+n$ est constante, sont ici dégénérés. L'écart en distance entre mode transverses successifs vaut :

$$L_{q,00} - L_{q,01} \simeq \frac{\lambda_0}{2\pi}\,\zeta(L/\mathcal{R}). \tag{I.11}$$

Ceux-ci nous permettent d'obtenir une estimation de la longueur de la cavité à partir du rayon de courbure du miroir $\mathcal{R}$:

$$L \simeq \mathcal{R}\sin^2(2\pi\Delta_L/\lambda_0). \tag{I.12}$$

Variation de la longueur d'onde d'excitation ou d'émission
Lorsque la longueur d'onde du laser est changée tout en gardant la longueur de la cavité fixe L_0, on obtient un spectre équivalent. Il est aussi possible d'obtenir des informations sur les propriétés de la cavité à l'aide d'un spectre de photoluminescence (cf. §III.1.3.a). Un émetteur solide faiblement couplé à la cavité excité de façon non résonante va émettre des photons dans les modes de la cavité (cf. figure I.5).

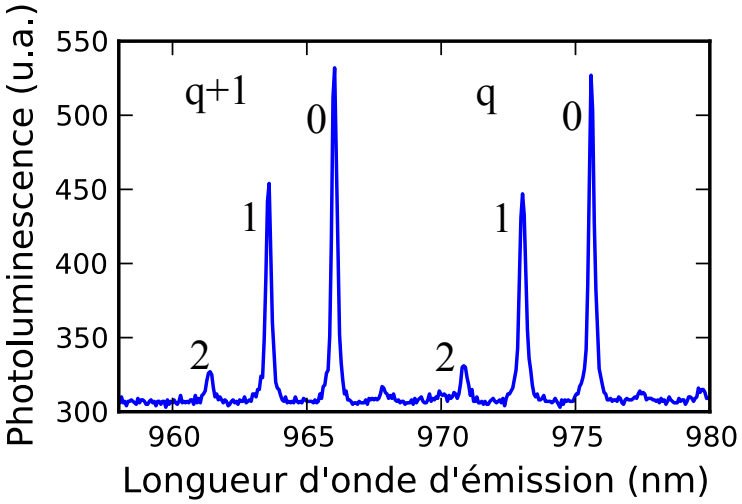


FIGURE I.5 – *Photoluminescence d'une cavité plan concave contenant des boîtes quantiques. Ici la cavité est formée à l'aide d'une fibre monomode, et seuls 3 modes transverses sont visibles. La longueur de la cavité est fixe $L_0 = 49$ μm. Une couche de boîtes quantiques à haute densité a été introduite dans la cavité, et est excitée à 780 nm (cf. §IV.1).*

La différence de longueur d'onde entre 2 modes longitudinaux peut être reliée à l'intervalle spectral libre (différence des fréquences) et nous permet de déterminer la longueur de cavité :

$$fsr = \frac{c}{\lambda_{q+1,00}} - \frac{c}{\lambda_{q,00}} = \frac{c}{2L_0}. \tag{I.13}$$

L'espacement entre modes transverses nous renseigne sur le rayon de courbure du miroir fibré :

$$\Delta_\lambda = \lambda_{q,00} - \lambda_{q,01} = \frac{\lambda_{00}\lambda_{01}}{2\pi L_0}\,\zeta(L_0/\mathcal{R}). \tag{I.14}$$

Dans ce paragraphe la dépendance en longueur d'onde des phases des miroirs est négligée, cependant nous verrons qu'il est important de la prendre en compte dans le cas des cavités courtes (cf. Annexe B).

I.1.1.d Ellipticité et biréfringence

Si la résolution des spectres est augmentée, on découvre alors que les différents modes identifiés possèdent une structure interne. La figure I.6 (à gauche) présente les premiers modes transverses, et l'on constate, par exemple, que l'on peut résoudre les énergies de résonance des modes TEM_{02}, TEM_{11} et TEM_{20}. La levée de dégénérescence des modes transverses TEM_{mn}

de somme $m+n$ constante est due à l'ellipticité du miroir (cf. équation I.9). Les axes (x, y) auxquels correspondent les nombres quantiques (m, n) sont les axes propres de l'ellipse du miroir fibré. Le couplage des modes transverses dépend de facteurs géométriques et de la nature de la fibre (monomode ou multimode). Ici, l'amplitude du TEM_{01} est supérieure à celle du TEM_{10}, et il en est de même pour le multiplet $m+n=2$.

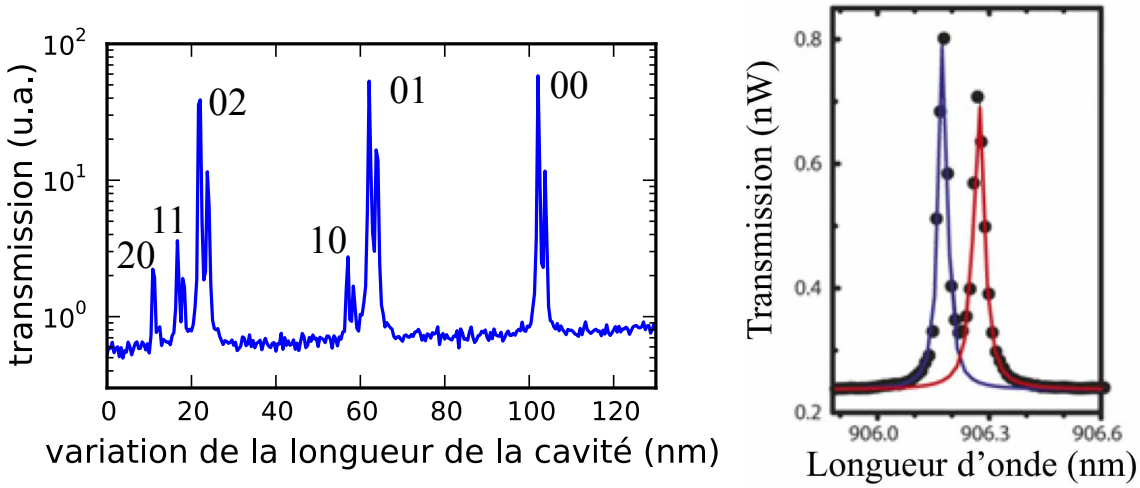


FIGURE I.6 – ***À gauche :*** *Transmission d'une cavité plan concave formée par un miroir plan semi-conducteur et une fibre optique monomode, dont la longueur est balayée autour de* 4,4 μm. *La longueur d'onde vaut* $\lambda_0 = 909$ *nm.* ***À droite :*** *la transmission d'une cavité dont la longueur d'onde d'excitation est balayée, laisse apparaître les deux modes de polarisation d'un* TEM_{00}, *présenté avec leur ajustement lorentzien, et séparés de* 0,22 $nm \equiv 144$ μeV.

Chacun de ces modes est en fait constitué de deux modes de polarisations. Cette levée de dégénérescence en polarisation est due à la légère biréfringence des miroirs. En effet contrairement à un miroir métallique nous verrons au §II.4.1 que le champ pénètre dans les premières couches du miroirs pendant sa réflexion et est ainsi sensible à la biréfringence présente dans les empilements de couches. La prise en compte de la biréfringence mène à deux modes propres de polarisations linéaires perpendiculaires entre elles.

Une différence d'indice entre les deux polarisations dans le traitement réfléchissant conduit à un décalage en phase δ et donc à une fréquence de résonance différente. La séparation en fréquence s'exprime à partir du décalage en phase par $\Delta\nu = \frac{\delta}{2\pi}\frac{c}{2L}$.

La biréfringence mesurée pour des cavités formées avec deux miroirs fibrés est de l'ordre de[5] $\delta \simeq 0{,}2$ mrad. Pour une cavité formée avec un miroir fibré et un miroir de Bragg constitué par une alternance de couches semi-conductrices, la biréfringence est bien plus élevée : $\delta \simeq 10$ mrad, traduisant probablement de la tension (« stress ») dans les couches.

Nous travaillons avec des fibres optiques qui ne sont pas à maintien de polarisation, ainsi en changeant la polarisation de la lumière à l'entrée de la fibre optique, il est possible de compenser l'effet de la fibre sur la polarisation. Cela permet de contrôler et d'ajuster le poids respectif des deux polarisations, avec une stabilité satisfaisante.

5. La biréfringence dépend aussi de l'angle que forment les axes propres (lent ou rapide) des deux miroirs entre eux.

I.1.2 Distribution transverse de l'intensité du champ

Afin de caractériser plus avant les modes propres de la micro-cavité FFP, nous allons nous intéresser à la répartition transverse de l'intensité. Nous présenterons dans un premier temps des images de la transmission de la cavité ; puis à l'aide d'un émetteur couplé à la cavité, nous mesurerons le diamètre du mode de cavité fondamental.

I.1.2.a Profil transverse des modes de Hermite-Gauss

Afin d'observer la géométrie des modes d'une cavité FFP plan concave, on forme une cavité avec un miroir fibré et un miroir plan et l'on observe la transmission de la cavité à l'aide d'une caméra [6]. L'alignement de la cavité est effectué grâce à une monture [7] qui permet une rotation autour du centre du miroir sans que ce dernier se déplace. La fibre est placée sur une platine de translation et la longueur de la cavité peut être contrôlée à l'aide d'un piézo-électrique. En balayant la longueur de cavité, les différents modes transverses entrent successivement en résonance et l'on peut les identifier à l'aide de leur énergie de résonance (cf. figure I.7).

L'intensité associée au mode de Hermite-Gauss (m, n) vaut d'après l'équation I.2 :

$$I_{mn}(x, y) \propto E_{mn}E_{mn}^{*} \propto \mathcal{H}_m\left(\frac{\sqrt{2}x}{\mathrm{w}}\right)^2 \mathcal{H}_n\left(\frac{\sqrt{2}y}{\mathrm{w}}\right)^2 \exp -2\frac{x^2+y^2}{\mathrm{w}^2}. \tag{I.15}$$

Le mode fondamental possèdent un profil gaussien, et les modes d'ordre supérieur (m, n) possèdent m zéros dans la direction x et n zéros dans la direction y. La rupture de la symétrie cylindrique provient de l'ellipticité du miroir fibré qui lève la dégénérescence entre les modes de somme $m + n$ constante. Le profil transverse de l'intensité des modes observés ne correspond pas à ceux de Laguerre-Gauss à symétrie cylindrique, mais bien à ceux de Hermite-Gauss.

I.1.2.b Mesure du *waist* du mode *in situ*

Comme nous le verrons dans la suite le couplage d'un émetteur solide à la cavité FFP est réalisé à 4 Kelvin afin de réduire l'agitation thermique (phonons) dans le solide. Pour caractériser précisément la taille transverse du mode *in situ*, nous utilisons un émetteur ponctuel comme source de lumière. Une boîte quantique (QD) placée au dessus d'un DBR semi-conducteur, nous permet de mesurer de la taille du mode par l'intermédiaire de son couplage à la cavité. Les QDs en InGaAs auto-assemblées ont une répartition spatiale et spectrale aléatoire (cf. §IV.1). La répartition spectrale aléatoire nous permet d'isoler spectralement l'émission d'une QD unique dans le signal de photoluminescence collecté par la fibre. Par construction, les cavités FFP nous permettent de nous affranchir de la répartition spatiale aléatoire des QDs en déplaçant transversalement un miroir par rapport à l'autre. Il est ainsi possible de maximiser le couplage à un émetteur ponctuel unique, en centrant directement la cavité autour de ce dernier.

Nous détaillerons plus loin (cf. §IV.1) les propriétés de l'émetteur, son couplage à la cavité, et le montage expérimental permettant une telle mesure. Mais en excitant les QDs hors

6. Hitachi KPM1, 768(H) × 493(V) pixels d'une taille de 11(H) × 13(V) μm.
7. Monture type « Gimbal » Suprema 100 TPI.

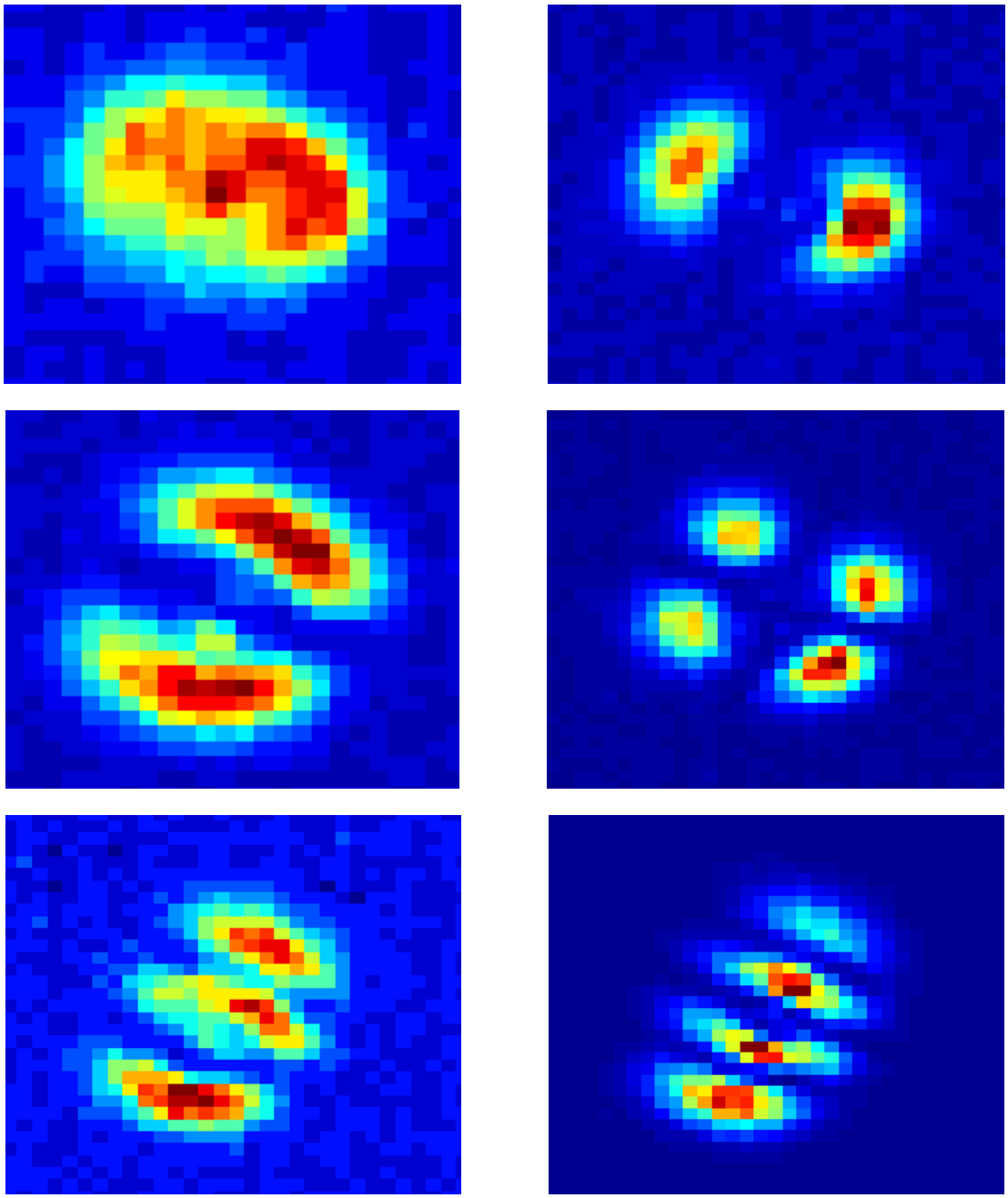


FIGURE I.7 – *Distribution spatiale des modes transverses d'une cavité FFP. De haut en bas et de gauche à droite, on présente les images prises à la caméra des modes* TEM_{00}, TEM_{01}, TEM_{10},TEM_{11}, TEM_{20}, *et* TEM_{30}. *L'ellipticité apparente provient de l'asymétrie entre la taille des pixels horizontaux et verticaux de la caméra.*

résonance à 780 nm au dessus de leur puissance de saturation, nous pouvons considérer que la photoluminescence de la QD est constante lorsque cette dernière se déplace à travers le mode de cavité. La photoluminescence collectée par la fibre traduit le couplage de l'émetteur au mode de cavité (cf. §II.20). Ce dernier étant proportionnel au champ au niveau de l'émetteur (cf. §II.3.3), une coupe transverse nous donne directement accès à la taille transverse du mode w. La figure I.8 présente une coupe transverse pour le TEM_{00} et des modes d'ordre supérieur.

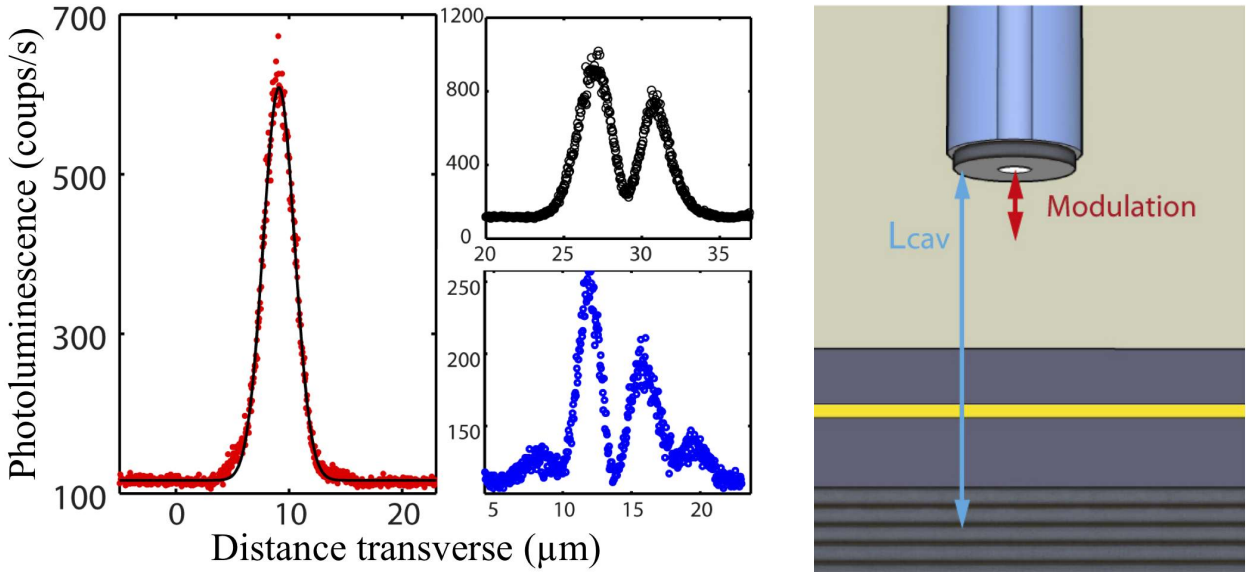


FIGURE I.8 – ***À gauche :*** *Intensité de la photoluminescence d'une QD unique (à 975 nm) à 4 K, lors d'un déplacement transverse du DBR semi-conducteur par rapport au miroir au bout d'une fibre optique monomode. Un piezo-électrique permet un déplacement transverse d'un miroir par rapport à l'autre. Le profil du TEM_{00} (points rouges) est ajusté par une gaussienne de demi-largeur à $1/e^2$: $w_0 = 2{,}7$ µm (ligne noire). Les cercles noirs et bleus sont des coupes de modes d'ordre supérieur. La longueur de la cavité est modulée à 4 Hz, autour de 16 µm avec une amplitude de modulation autour de 60 nm (cf.* ***à droite****). La couche de QDs en InGaAs, représentée en jaune, est prise dans une couche de GaAs de longueur optique $\lambda_0 = 970$ nm. Le DBR est constitué de 28 paires de GaAs/AlAs.*

Le déplacement transverse mène à un léger changement de la longueur de cavité, cette dernière doit être alors modulée pour maintenir la résonance avec la QD.

Le *waist* mesuré vaut ici $w_0 = 2{,}7$ µm. La longueur de cavité (cf. Annexe B) et le rayon de courbure du miroir fibré valent : $L = 16$ µm et $\mathcal{R} = 75$µm. La valeur attendue pour le *waist* selon la formule I.7) vaut 3,1 µm. L'incertitude expérimentale principale est due à l'étalonnage du piézoélectrique dans la direction transverse et peut expliquer la différence entre la valeur mesurée et la valeur attendue.

Volume de mode

Cette mesure nous permet de faire une première estimation du volume de mode dans une cavité FFP, qui est un paramètre important pour l'étude d'émetteurs en cavité. Nous définissons le volume modal V_m comme [66] :

$$V_m = \frac{\int \mathrm{d}\vec{r}|\vec{E}(\vec{r})|^2}{|\vec{E}(\vec{r}_{max})|^2} = \frac{\pi}{4}\mathrm{w}_0^2 L = \frac{\lambda}{4}L^{3/2}\sqrt{\mathcal{R}-L}, \tag{I.16}$$

où $\vec{r}_{max}$ est la position d'un maximum du champ. Cette expression sera corrigée par la suite pour tenir compte de la pénétration du champ dans les couches, mais permet déjà d'obtenir un ordre de grandeur des volumes de mode atteignable par les cavités FFP. À 900 nm, pour un rayon de courbure de 50 μm et une longueur de cavité de 1 μm, $V_m = 1{,}6$ $\mu\mathrm{m}^3$.

I.2 Couplage à la cavité fibrée et pertes géométriques

Le couplage à la cavité FFP se fait par l'intermédiaire de la fibre optique ce qui présente de nombreux avantages.En effet, le couplage à la cavité est élevé, stable dans le temps, et ne nécessite pas d'adaptation de mode. De plus, un dispositif fibré permet de coupler de la lumière dans la cavité sans avoir par exemple de fenêtre optique, facilitant grandement le dispositif cryogénique. Le couplage entre le mode de la fibre optique et les modes de cavités dépend évidemment de la nature de la fibre monomode ou multimode mais aussi de la géométrie de la face de la fibre et de l'angle entre les miroirs.

Après avoir précisé le couplage entre le mode de la fibre et le mode de la cavité, nous décrirons les pertes géométriques propres aux micro-cavités FFP.

I.2.1 Fibre multimode et monomode

Les **fibres multimodes** (MM) que nous utilisons possèdent un coeur de 50 μm. La lumière est guidée dans ces 50 μm et la face de sortie d'une fibre multimode présente en général une superposition aléatoire de tous les modes supportés par la fibre [67]. L'injection de la lumière dans un mode de cavité précis à l'aide d'une fibre optique MM, est possible en contrôlant l'injection de la lumière dans la fibre [68], la température et les efforts appliqués tout au long de la fibre [69]. Cependant ceci est très exigeant expérimentalement et la stabilité temporelle n'est pas satisfaisante. En général, les modes de cavités transverses jusqu'à $m+n \sim 15$ sont peuplés par une injection avec une fibre MM, avec un amplitude décroissante (cf. figure I.4).

Cependant, comme les fibres MM guident un grand nombre de modes sur lesquels le mode de cavité peut se décomposer, l'efficacité d'extraction s'approche de 1. En effet, le facteur limitant le couplage de sortie est l'ouverture numérique de la fibre MM $NA = \sin\theta_{acc} = 0{,}15$, où θ_{acc} est l'angle d'acceptance de la fibre. Le couplage entre un mode de la cavité et l'ensemble des modes supportés par la fibre multimode est proche de 1, tant que la divergence du mode de cavité $\theta_0 = \lambda/\pi \mathrm{w}_0$, reste inférieur à θ_{acc}. Cette condition impose un *waist* $\mathrm{w}_0 \geq \frac{\lambda}{\pi\theta_{acc}} \geq 1{,}9$ μm dans la limite des cavité longue uniquement. Cette condition ne sera pas restrictive pour la suite.

Les fibres MM sont donc particulièrement indiquées pour les expériences de photoluminescence pour lesquelles seul le couplage de sortie des fibres est utilisé. Cela assure une efficacité de collection quasi-parfaite en éliminant les pertes de couplage à la cavité.

Pour **les fibres monomodes** (SM), le couplage entre le mode de cavité et le mode de la fibre est symétrique en entrée/sortie. Il peut être évalué en considérant que le mode qui quitte la fibre est gaussien [70] avec une taille transverse : $\mathrm{w}^f = 3{,}5$ μm. Le rayon de courbure du front d'onde après l'interface sphérique est donné par : $R^f = \mathcal{R}/(n^f - 1)$, où $\mathcal{R}$ est le rayon de courbure du miroir et n^f l'indice de la fibre. Ceci permet de déterminer la position

z_0^f du waist w_0^f, à partir des formules I.4 et I.5 [8]. Le mode de cavité est caractérisé par son *waist* w_0 situé en $z_0 = 0$ En considérant que les modes sont alignés, le couplage en puissance au mode TEM_{00} vaut [71] :

$$\epsilon = \frac{4}{\left(\frac{\mathrm{w}_0^f}{\mathrm{w}_0} + \frac{\mathrm{w}_0}{\mathrm{w}_0^f}\right)^2 + \frac{(z_0 - z_0^f)^2}{z_\mathrm{R} z_\mathrm{R}^f}}, \tag{I.17}$$

où $z_\mathrm{R}^f = \frac{\pi \mathrm{w}_0^{f\,2}}{\lambda}$ et $z_\mathrm{R} = \frac{\pi \mathrm{w}_0^2}{\lambda}$ sont les longueurs de Rayleigh du mode quittant la fibre, et du mode de cavité, respectivement.

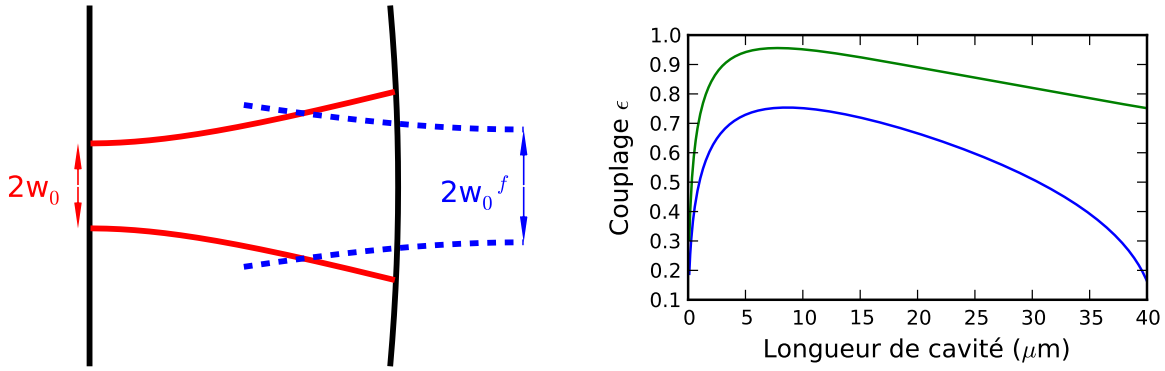


FIGURE I.9 – ***À gauche :*** *le mode quittant la fibre (pointillés bleus) et le mode de la cavité (lignes rouges) sont représentés pour une longueur de cavité de 40 μm et un rayon de courbure de 50 μm.* ***À droite :*** *Deux évaluations de la formule I.17 pour le couplage en fonction de la longueur de la cavité pour $\mathcal{R} = 50$ μm (courbe bleue) et $\mathcal{R} = 150$ μm (courbe verte). Les autres paramètres étant $\lambda = 900$ nm, $w^f = 3{,}5$ μm, et $n^f = 1.54$.*

Le couplage au mode de la cavité est élevé pour des miroirs de grands rayons de courbure et diminue avec ce dernier. Il existe une longueur optimale pour laquelle le couplage est maximal. Lors de l'injection d'un mode TEM_{00} de la cavité à partir d'une fibre SM, la puissance couplée au mode vaut $\eta_c \epsilon \mathcal{P}_{inc}$, où $\mathcal{P}_{inc}$ est la puissance incidente sur la fibre, et η_c représente le couplage dans la fibre optique. Ce dernier peut être mesuré en sectionnant la fibre après injection, et vaut typiquement $\eta_c = 0{,}80 - 0{,}85$. La fraction $\eta_c(1-\epsilon)\mathcal{P}_{inc}$ se couple aux modes d'ordres supérieurs. Comme nous allons le voir, cette fraction peut cependant augmenter si les deux modes ne sont pas parfaitement alignés.

8. Le *waist* du mode quittant la fibre et sa position sont donnés par :

$$\mathrm{w}_0^f = \frac{\mathrm{w}^f}{\sqrt{1 + \left(\frac{z_R^f}{R^f}\right)^2}}, \quad \text{et} \quad z_0^f = L + \frac{(z_R^f)^2}{R^f\left(1 + \left(\frac{z_R^f}{R^f}\right)^2\right)}.$$

I.2.2 Centrage de la structure et angle entre les miroirs

Dans un premier temps, nous considérons le couplage ϵ_d au mode de cavité formé par un miroir dont la structure est excentrée par rapport au mode de la fibre, leurs axes étant séparés d'une distance d (cf. figure I.10) [71] :

$$\epsilon_d = \epsilon\, e^{-(d/d_e)^2}, \quad \text{où} \quad d_e^2 = \frac{2}{\epsilon\,(1/\mathrm{w}_0^{f\,2} + 1/\mathrm{w}_0{}^2)}. \tag{I.18}$$

L'évaluation de l'excentrage d_e pour lequel le couplage tombe à $1/e$ vaut 3,4 μm, pour $L = 20$ μm, et $\mathcal{R} = 50$ μm. et varie peu. La précision expérimentale sur le centrage est de l'ordre du micron (cf. A.1.2.c), ce qui permet d'obtenir de bons couplages à la cavité.

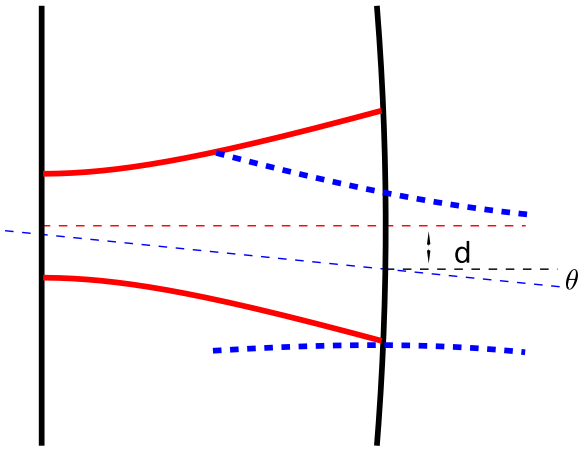


FIGURE I.10 – *Le mode quittant la fibre (pointillés bleus) et le mode de la cavité (lignes rouges) sont représentés pour une longueur de cavité de 40 μm et un rayon de courbure de 50 μm. L'axe du mode de cavité (pointillés rouges) et l'axe de la fibre (pointillés bleus) forment un angle (θ). La structure est excentrée par rapport au coeur de la fibre d'une distance d (distance entre les axes quand $\theta = 0$).*

La cavité formée par un miroir plan et un miroir sphérique soutient les mêmes modes de cavité, peu importe l'angle θ formé par la normale au miroir plan et l'axe de la fibre. Dans la limite des petits angles, le couplage a une dépendance gaussienne avec cet angle [71] :

$$\epsilon_\theta = \epsilon\, e^{-(\theta/\theta_e)^2}, \quad \text{où} \quad \theta_e^2 = \frac{2}{\pi^2\epsilon\,((\mathrm{w}_0^f/\lambda)^2 + (\mathrm{w}_0/\lambda)^2)}. \tag{I.19}$$

L'angle θ_e pour lequel le couplage chute à $1/e$ de la valeur pour $\theta = 0$ est supérieur à 5°, il augmente pour les cavités courtes, et diminue pour des rayons de courbure élevés. Pour la première version de l'expérience, nous avons décidé de ne pas utiliser d'ajustement de l'angle entre les miroirs dans le dispositif expérimental. L'alignement est réalisé en collant la fibre optique sur une puce en silicium présentant des cannelures en forme de V [9], elle même collée sur une pièce métallique assurant la verticalité de la fibre. Le miroir plan est collé sur un support fixé sur des positionneurs piézo-électriques. L'ajout d'un goniomètre piézo-électrique pour maximiser le couplage vis-à-vis de l'angle peut être facilement intégré au montage expérimental actuel. .

9. Silicon V-groove AMS technologies de référence VGC-4-250-10.4-7.8-1.

I.2.3 Pertes géométriques

Contrairement au couplage vers l'extérieur de la cavité décrit précédemment, les pertes que subit le mode de cavité interviennent à chaque réflexion de la lumière sur les miroirs et rentrent en compte dans la détermination de propriétés essentielles comme la finesse ou le temps de vie des photons. Nous décrivons ici les pertes purement géométriques.

Les effets de taille finie des miroirs ne sont pas négligeables pour les micro-cavités fibrés. En effet, les miroirs fibrés possèdent une structure convexe au delà du diamètre $2\sigma \sim 5-60$ μm (cf. A.2.2.c). Pour estimer ces pertes géométriques nous considérons qu'à chaque réflexion la partie du mode gaussien qui dépasse le diamètre du miroir est perdue pour le mode de cavité (*clipping loss*). L'effet de taille finie d'un miroir sphérique n'a cependant pas de réelle influence sur la structure transverse des modes. Une simulation du type Fox et Li [72], permet de suivre la dynamique du mode de cavité, et la structure du mode propre de la cavité. La prise en compte des pertes dues aux effets de taille finie des miroirs fait converger la simulation vers un mode en parfait accord avec le mode gaussien TEM_{00} de *waist* prédit par la formule I.7 (cf. figure I.11).

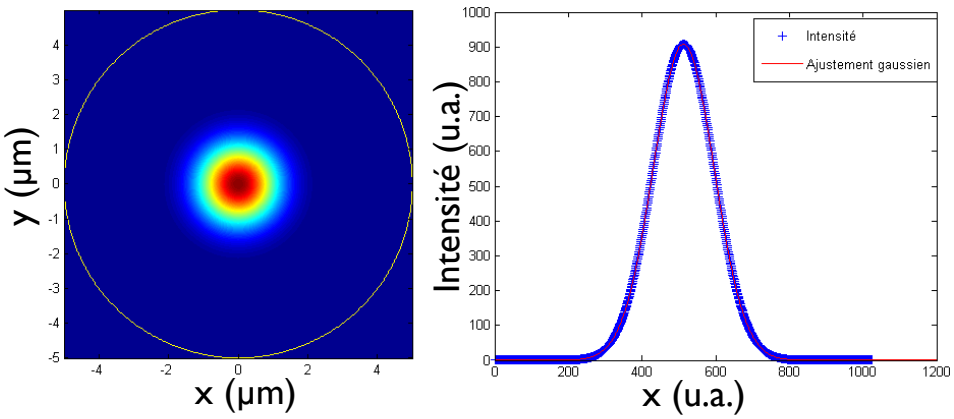


FIGURE I.11 – *Simulation de type Fox et Li avec effet de taille finie des miroirs. Le mode fondamental (à gauche) est gaussien (à droite) avec un waist* $\mathrm{w}_0 = 1{,}617$ *μm pour un diamètre de miroir de* 10 *μm,* $\mathcal{R} = 40$ *μm,* $L = 3$ *μm et* $\lambda = 780$ *nm.*

Les pertes géométriques en intensité s'expriment à partir du demi-diamètre du miroir σ et de la taille du mode sur le miroir fibré w comme :

$$\mathcal{L}_{clip} = e^{-2(\frac{\sigma}{\mathrm{w}})^2} \tag{I.20}$$

Les pertes géométriques augmentent de façon critique avec la longueur de la cavité, et elles provoquent un effondrement de la finesse de la cavité dans la limite des cavités longues. En comparant aux autres pertes, nous verrons que des pertes géométriques inférieures à une partie par million (ppm) sont acceptables ce qui correspond (cf. figure I.12) à des longueurs de cavité inférieures à $\sim \mathcal{R}/2$. Pour des longueurs inférieures, les pertes géométriques sont négligeables.

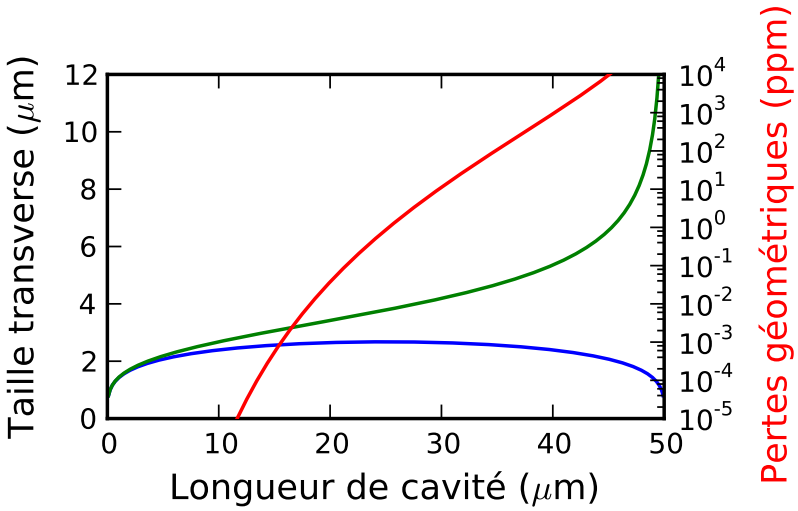


FIGURE I.12 – *Le waist du mode (courbe bleue), et la taille transverse du mode sur le miroir fibré (courbe verte) sont tracés en fonction de la longueur de la cavité (axe gauche). Les pertes géométriques liées aux effets de taille finie des miroirs, exprimées en partie par millions (ppm), dépendent très fortement de la longueur de cavité (courbe rouge - axe droit). Courbes obtenues pour un rayon de courbure* $\mathcal{R} = 50$ *μm, et un diamètre de miroir* $2\sigma = 20$ *μm.*

I.3 Finesse et temps de vie de la cavité fibrée

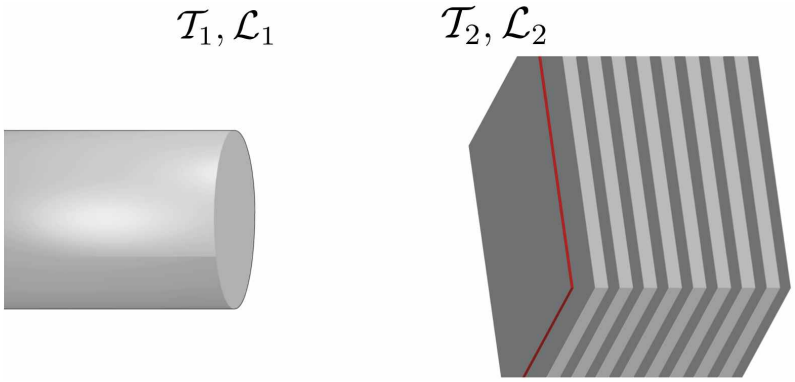


FIGURE I.13 – *Schéma de la cavité FFP plan concave. Le miroir de la fibre à une transmission $\mathcal{T}_1$ et des pertes $\mathcal{L}_1$, et le miroir plan $\mathcal{T}_2, \mathcal{L}_2$.*

La finesse $\mathcal{F}$ d'une cavité est une mesure de la qualité des miroirs, indépendante de la longueur de la cavité :

$$\mathcal{F} = \frac{2\pi}{\mathcal{L}_1 + \mathcal{L}_2 + \mathcal{T}_1 + \mathcal{T}_2} = \frac{2\pi}{2 - \mathcal{R}_1 - \mathcal{R}_2}, \tag{I.21}$$

où $\mathcal{R}_i = 1 - \mathcal{T}_i - \mathcal{L}_i$ est le réflexion du miroir $i = (1, 2)$. À chaque réflexion sur les miroirs une partie de la lumière quitte le mode de cavité. L'intensité lumineuse dans la cavité subit une décroissance exponentielle dans le temps dont la constante de temps τ, appelée temps de vie de la cavité :

$$\tau = \frac{2L}{c\mathcal{L}_{tot}} = \frac{L\mathcal{F}}{\pi c} = \frac{1}{2\kappa}, \tag{I.22}$$

où $\mathcal{L}_{tot} = \mathcal{L}_1 + \mathcal{L}_2 + \mathcal{T}_1 + \mathcal{T}_2$, correspond aux pertes totales [10] lors d'un aller-retour dans la cavité. L représente ici la longueur effective (dans le vide) de la cavité. À la décroissance exponentielle de l'intensité dans le temps correspond une lorentzienne de largeur à mi-hauteur 2κ dans l'espace des pulsations.

Le temps de vie de la cavité donne une interprétation de la finesse en nombre moyen d'aller-retour N effectués dans la cavité avant que le photon ne soit perdu ou transmis $\mathcal{F} = 2\pi N$ avec $N = c\tau/(2L)$.

Le facteur de qualité $\mathcal{Q}$ de la cavité est aussi utilisé pour quantifier le rapport de la fréquence centrale de la cavité ($\omega_{cav}/(2\pi)$) sur la largeur spectrale du pic de cavité :

$$\mathcal{Q} = \frac{\omega_{cav}}{2\kappa} = \omega_{cav}\tau = \frac{2L}{\lambda_{cav}}\mathcal{F}. \tag{I.23}$$

Contrairement à la finesse, le facteur de qualité de la cavité dépend de la longueur de cette dernière.

10. les éventuels pertes géométriques (cf. I.2.3) doivent être prises en compte dans $\mathcal{L}_i$

I.3.1 Mesure de finesse de la cavité fibre-fibre

La mesure de la finesse d'une cavité formée par 2 miroirs fibrés va nous permettre de caractériser la réflectivité du traitement diélectrique qui à été déposé au bout des fibres (cf. §A.1.3). Cela nous permettra de déterminer par la suite la réflectivité du miroir semi-conducteur.

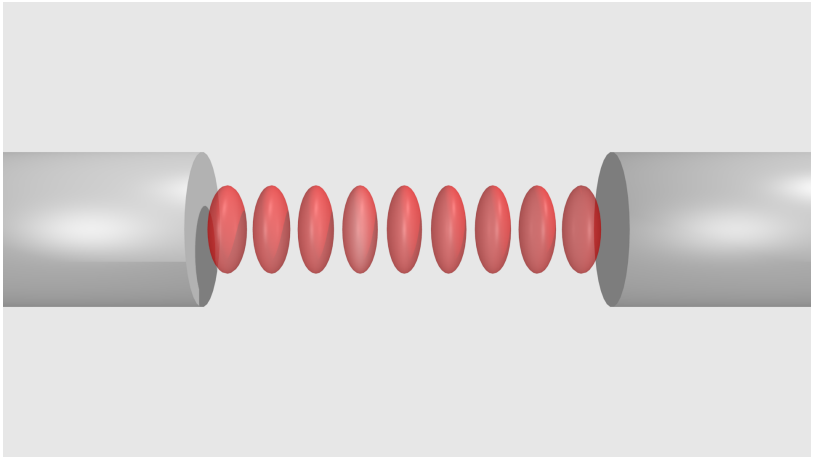


FIGURE I.14 – *Schéma de la cavité fibre-fibre (FF).*

La mesure de finesse la plus simple consiste à mesurer l'intervalle spectral libre séparant deux modes longitudinaux consécutifs ($fsr = \frac{c}{2L}$) ainsi que la largeur spectrale du mode de cavité ; la finesse se déduit par la relation : $\mathcal{F} = \frac{fsr}{2\kappa/(2\pi)} = \frac{\pi c}{2\kappa L}$.

La mesure de l'intervalle spectral libre se ramène à la mesure de la longueur de la cavité. Cette dernière est déterminée en balayant la longueur d'onde d'un laser éclairant la cavité et en mesurant la différence de fréquence entre deux modes longitudinaux consécutifs dans le spectre de transmission (cf. equation I.13). La présence de bruit acoustique faisant aléatoirement varier la longueur de la cavité limite la précision sur la mesure de la longueur à 0,5 μm près. Cette technique permet de mesurer des longueurs de cavité supérieure [11] à 20 nm. Pour des cavités plus courtes, il faut utiliser les propriétés de résonance des modes d'ordre supérieur (cf. annexe B).

Pour mesurer la largeur spectrale κ, nous faisons varier la longueur de la cavité et mesurons la largeur du pic lorentzien de la transmission. Cependant, étalonner la variation de la longueur de la cavité en présence de bruit acoustique n'est pas chose aisée. Pour mesurer κ précisément, nous utilisons un modulateur électro-optique (EOM) [12]. Après modulation, le champ présente une fréquence centrale ω_{laser} et deux bandes latérales à $\omega_{laser} \pm \omega_{mod}$ issues du premier ordre de la modulation à la fréquence ω_{mod}. Ces bandes latérales servent d'étalon lorsque la longueur de la cavité est balayée (cf. figure I.15 à gauche). La largeur effective du mode est directement mesurée en fonction de l'espacement entre les bandes latérales. Le facteur de proportionnalité α (cf. figure I.15 à droite) permet de mesurer $\kappa = \alpha\omega_{mod}$. Cette mesure est très précise, et nous permet de nous affranchir totalement du bruit acoustique [13].

La longueur de la cavité ($L = 34,0 \pm 0.5$ μm) et la largeur spectrale ($\kappa = 2\pi \times 58 \pm 3$ MHz) mesurées ensemble permettent de déterminer la finesse du traitement réfléchissant :

11. La longueur d'onde du laser résonant utilisé (cf. §III.1.3.b) peut être continûment balayée entre 890−910

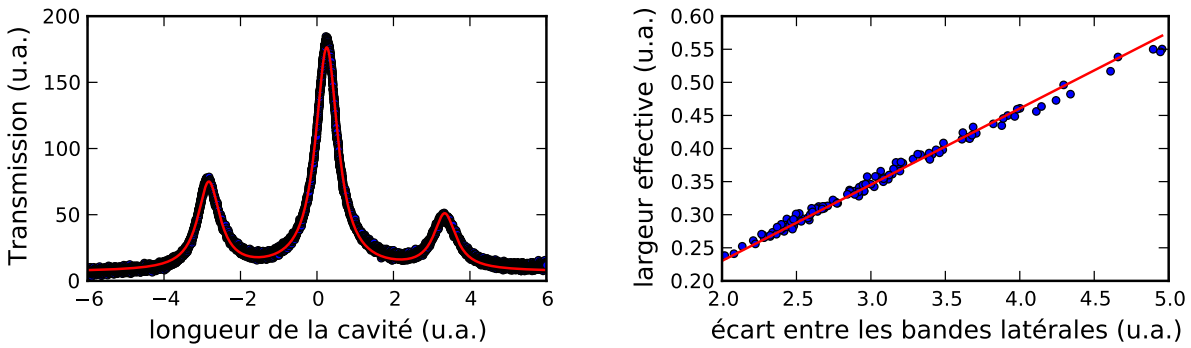


FIGURE I.15 – ***À gauche :*** *transmission de la cavité formée par deux miroirs fibrés et illuminée par un faisceau modulé à* $\omega_{mod} = 500$ *MHz. Un ajustement par la somme de* 3 *lorentziennes également espacées permet de mesurer la largeur effective du mode en fonction de l'écart entre les bandes latérales.* ***À droite :*** *les valeurs de largeur effective sont tracées en fonction de l'écart entre les bandes latérales, et l'ajustement par une fonction linéaire donne* $\kappa = 2\pi \times (58 \pm 3)$ *MHz.*

$$\mathcal{F} = 38\,000 \pm 600, \quad \text{et donc} \quad \mathcal{T}_1 + \mathcal{L}_1 = 83 \text{ ppm}. \tag{I.24}$$

La réflectivité des miroirs fibrés est maintenant connue : sur un million de photons incidents seulement 83 ne sont pas réfléchis dans le mode de la cavité. Nous allons maintenant mesurer la transmission totale de la cavité fibre-fibre pour connaître le rapport entre les photons transmis et les photons perdus et achever ainsi la caractérisation du traitement réfléchissant.

I.3.2 Transmission de la cavité fibre-fibre

À chaque réflexion, une partie de la lumière est transmise à travers le miroir. Lorsque la cavité est résonante, la fraction de puissance incidente qui est transmise $\mathcal{P}_t$ vaut [74] :

$$\mathcal{P}_t = \eta_c \epsilon_1 \frac{4\mathcal{T}_1\mathcal{T}_2}{(\mathcal{T}_1 + \mathcal{T}_2 + \mathcal{L}_1 + \mathcal{L}_2)^2} \epsilon_2 \mathcal{P}_{inc}, \tag{I.25}$$

où ϵ_i, $\mathcal{T}_i$, et $\mathcal{L}_i$ sont le couplage, la transmission et les pertes du miroir $i = (1, 2)$.

Pour caractériser le traitement réfléchissant, nous mesurons la transmission à résonance $\mathcal{P}_t$ d'une cavité formée par deux miroirs fibrés issue du même traitement. Cette mesure nécessite un très bon alignement de la cavité afin de maximiser le couplage à l'entrée ϵ_1 et à la sortie ϵ_2 pour ne par surestimer les pertes. Une cavité courte facilite l'alignement et permet de s'affranchir des pertes géométriques. Nous utilisons une fibre SM pour l'injection

nm, ce qui permet de mesurer la longueur d'une cavité $L \geq \frac{890\text{nm}\times910\text{nm}}{2\times20\text{nm}} \sim 20\ \mu$m.

12. EOM Photline Technologies NIR-MPX800-LN.

13. La technique de modulation par EOM permet aussi grâce à la détection d'un signal d'erreur en réflexion [73] de verrouiller la longueur de la cavité par l'intermédiaire d'un asservissement sur le piézo-électrique. Cependant, la bande passante des piézo-électriques attocubes utilisés ici est trop faible ($\sim$ 100 Hz) pour assurer un verrouillage stable de la longueur de la cavité.

et une fibre MM pour collecter la transmission efficacement $\epsilon_2 = 1$. En sectionnant la fibre après l'expérience, nous mesurons directement $\eta_c \mathcal{P}_{inc}$ et le rapport $\mathcal{P}_t/(\eta_c \mathcal{P}_{inc}) = \epsilon_1(\frac{\mathcal{T}_1}{\mathcal{T}_1+\mathcal{L}_1})^2$ permet d'extraire une borne supérieure pour le rapport $\mathcal{L}_1/\mathcal{T}_1 = 52\%$, obtenue pour $\epsilon_1 = 1$. Avec la mesure de la finesse précédente nous pouvons établir que la transmission du miroir fibré vaut au minimum $\mathcal{T}_1 = 55$ ppm et ses pertes au maximum $\mathcal{L}_1 = 28$ ppm.

Les deux-tiers des photons qui ne sont pas réfléchis sont transmis, formant ainsi le signal mesuré. Cela indique que les pertes ne limitent pas la finesse atteignable avec notre méthode de fabrication des miroirs fibrés. Il est possible d'obtenir des finesses bien plus grande ($>$ 150 000) en déposant par exemple un traitement réfléchissant avec d'avantage de couches diélectriques (cf. §A.1.3). Cependant les miroirs semi-conducteurs que nous utiliserons dans la suite pour coupler un émetteur solide à la cavité ne permettent pas d'atteindre de si hautes finesses. Afin de ne pas avoir une trop grande asymétrie entre les miroirs, la réflectivité des miroirs fibrés a été limitée à 40 000. Ce qui nous permet de travailler avec une transmission élevée par rapport aux pertes.

I.3.3 Absorption et diffusion dans les miroirs

Il existe deux types de pertes subies par les photons de cavités lors de leurs réflexions sur les miroirs ; certains sont absorbés et d'autre diffusés hors du mode.

L'absorption est un phénomène intrinsèque dans les couches diélectriques ou semi-conductrices constituant les miroirs. L'état de l'art des pertes par absorptions par miroir $\mathcal{A}_1$ dans les traitements réfléchissants déposés par IBS sont de l'ordre du ppm [75] [76]. Cependant pour obtenir une absorption si faible, il est nécessaire d'effectuer un recuit à haute température (450°) après dépôt du traitement réfléchissant. Les fibres optiques même avec une gaine en cuivre ne semblent pas supporter le recuit, notamment les parties de fibres qui ont étés manipulées. Sans recuit, les pertes par absorptions sont plutôt de l'ordre de quelques dizaines de ppm.

Les pertes par diffusion par miroir $\mathcal{S}_1$ sont liés à la rugosité du traitement réfléchissant et cette dernière dépend de la rugosité de la surface (σ_{RMS}) traitée par laser CO_2 et peuvent être estimées par [77] :

$$\mathcal{S}_1 = \left(\frac{4\pi\sigma_{RMS}}{\lambda}\right)^2 \simeq 9 \text{ ppm.} \tag{I.26}$$

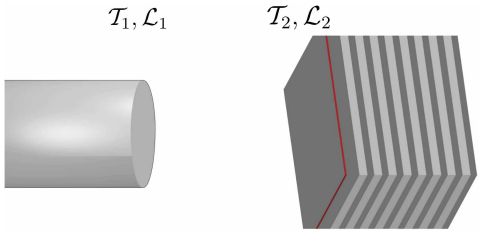
Les pertes totales $\mathcal{L}_1 = \mathcal{A}_1 + \mathcal{S}_1 = 28$ ppm, ce qui permet d'évaluer les pertes par absorption à 19 ppm. Les propriétés des miroirs fibrés sont entièrement caractériser, et nous nous intéressons maintenant au temps de vie des photons dans une cavité FFP formée par un miroir plan semi-conducteur et un miroir fibré.

I.3.4 Temps de vie des photons

Il est possible de mesurer directement de temps de vie de la cavité. Pour cela, il faut injecter de la lumière résonante dans la cavité et couper la lumière incidente, laissant l'intensité dans la cavité décroître exponentiellement dans le temps (*ring down*). Il est possible d'utiliser un laser continu et un modulateur acousto-optique (AOM) pour couper la lumière incidente mais il est plus facile de réaliser cette mesure avec un laser pulsé [14]. L'observation de la décroissance

14. Laser pulsé MIRA (Ti :Sa) pompé dans le vert (VERDI) de chez Coherent utilisé à Zurich.

de l'intensité peut se faire en transmission ou en réflexion, selon le dispositif expérimental. L'observation en réflexion nécessite un dispositif capable de distinguer la lumière provenant effectivement de la cavité de la lumière réfléchie à son entrée. Ceci est réalisé en contrôlant la polarisation de la lumière incidente de manière à ne conserver que le signal intéressant par un dispositif de polarisation croisée. Pour les cavités courtes, le temps de vie de la cavité est très faible ($\sim$ 10 ps) et il est nécessaire d'avoir des détecteurs rapides. La figure I.16 présente



une mesure de temps de vie pour une cavité formée par un miroir fibré, et un miroir de Bragg constitué de 28 paires semi-conductrices (alternance de AlAs et GaAs), et centré à 900 nm.

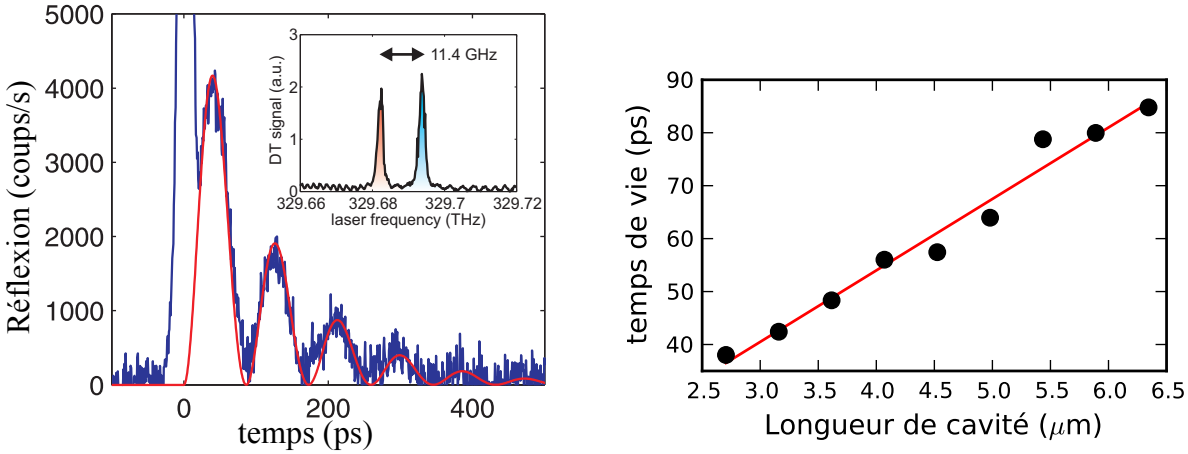


FIGURE I.16 – ***À gauche :*** *La décroissance de l'intensité intra-cavité est observée en réflexion à l'aide d'une caméra striée (streak camera). La cavité est excitée à l'aide d'un laser pulsé à* 910 *nm. Le battement observé pendant la décroissance est dû à la levée de dégénérescence des deux polarisations de* 11,4 *GHz, observée en transmission (cf. encart).* ***À droite :*** *Temps de vie extraits en fonction de la longueur de la cavité. Un ajustement linéaire permet d'extraire une finesse de* 13 000.

La finesse mesurée pour une cavité composite (diélectrique et semi-conducteur) vaut

$$\mathcal{F} \;=\; 13\,000.$$

Connaissant les propriétés du miroir fibré, nous pouvons déduire les caractéristiques du DBR semi-conducteur $\mathcal{T}_2 + \mathcal{L}_2 \;=\; 410$ ppm.

Pour des cavités relativement longues, nous observons un temps de vie des photons de cavités $\sim$ 100 ps, ce qui correspond à des facteurs de qualité $\mathcal{Q} \sim 210\,000$ qui sont au-delà des facteur de qualités habituellement utilisés pour l'étude des émetteurs solides [62, 78].

Conclusion du chapitre I

Ce chapitre nous a permis de caractériser les modes propres de la micro-cavité FFP. Les fréquences de résonance des modes et leur structure géométrique correspondent à une description en termes de modes de Hermite-Gauss. La taille du *waist* du mode de cavité a été déterminée à l'aide d'un émetteur ponctuel à 4 K. Le couplage de la lumière à la cavité ainsi que les propriétés des miroirs ont été évalués. Enfin la finesse et le temps de vie des photons de cavité ont été mesurés caractérisant ainsi l'ensemble des propriétés de la lumière piégée dans la cavité.

La flexibilité des micro-cavités fibrées a pu être appréciée, notamment en plaçant un émetteur ponctuel au centre du mode de cavité, ou encore en modifiant le temps de vie des photons en variant la longueur de la cavité. Comme nous le verrons, nous emploierons beaucoup le fait que l'énergie des photons de cavité est accordable. En changeant la longueur de la cavité, nous pouvons amener différents modes longitudinaux et leur modes transverses à une fréquence souhaitée.

Les propriétés optiques de la micro-cavité FFP sont précisément déterminées et nous permettront par la suite de comprendre le couplage à un émetteur solide.

CHAPITRE II

Electrodynamique quantique dans une micro-cavité fibrée

Dans ce chapitre, nous présenterons le cadre général de l'électrodynamique quantique en cavité qui nous permettra d'interpréter les différentes expériences décrites dans la suite du manuscrit.

Dans un premier temps, nous allons montrer à travers plusieurs modélisations du couplage d'un émetteur à la cavité, qu'à faible excitation, les propriétés d'un émetteur quelconque couplé à un mode de cavité, présentent un caractère universel. Nous définirons en particulier les notions de couplage faible et fort entre lumière et matière, en fonction des paramètres décrivant la cavité, l'émetteur et leur couplage. Dans un second temps, nous détaillerons les calculs du paramètre de couplage à la micro-cavité FFP en prenant en compte les spécificités des différents émetteurs semi-conducteurs étudiés (boîte quantique et puits quantique). Enfin, à l'aide de la simulation du champ dans les miroirs, nous établirons quel couplage est accessible pour l'électrodynamique quantique d'émetteurs solides dans une cavité Fabry-Pérot fibrée, et comment l'optimiser dans le but d'entrer dans le régime de couplage fort.

Sommaire

II.1 Couplage d'un émetteur à un mode de cavité 37
II.1.1 Hamiltonien de Jaynes-Cumming 37
II.1.2 Modèle de Tavis-Cummings 38
II.1.3 Oscillateurs harmoniques couplés : polaritons 39
II.2 Spectre de luminescence à faible excitation 41
II.2.1 Méthode de la résolvante 42
II.2.1.a Transmission de la cavité sous excitation résonante . . . 42
II.2.1.b Signal de photoluminescence et absorption 43
II.2.1.c Fréquences propres du système couplé ouvert 44
II.2.2 Couplage faible 45
II.2.3 Couplage fort 45
II.3 Calcul de la constante de couplage g 47
II.3.1 Champ à un photon et indice effectif 47
II.3.2 Émetteurs semi-conducteurs 48
II.3.3 Boite quantique couplée à une cavité FFP 50
II.3.4 Puits quantique couplé à une cavité FFP 53
II.3.4.a Base des ondes planes pour les excitons 53
II.3.4.b Base de Hermite Gauss pour les excitons dans une cavité FFP 55
II.3.4.c Calcul de la constante de couplage dans la base des modes de Hermite-Gauss 55
II.4 Optimisation du couplage 58
II.4.1 Champs dans les couches 58
II.4.2 Indice effectif 60
II.4.3 Longueur de pénétration et volume effectif de la cavité 61
II.4.4 Longueur de pénétration et couplage 62

II.1 Couplage d'un émetteur à un mode de cavité

Nous allons brièvement rappeler les différents modèles qui ont été développés pour décrire le couplage entre un émetteur et un mode de cavité. Dans chacun des cas nous décrirons les nouveaux états propres apparaissant suite au couplage. Nous commencerons par le modèle de Jaynes-Cummings décrivant le couplage d'un atome à deux niveaux à un mode bosonique, avant de décrire son extension à N systèmes à deux niveaux (modèle de Tavis-Cummings). Nous finirons enfin en décrivant le modèle de deux oscillateurs harmoniques couplés qui peut être vu comme un cas limite du modèle précédent et qui est fréquemment utilisé pour décrire le couplage d'un puits quantique à un mode de cavité.

II.1.1 Hamiltonien de Jaynes-Cumming

Le système {émetteur + cavité} en interaction est décrit par le Hamiltonien somme du Hamiltonien de la cavité, de l'émetteur, et de leur interaction :

$$\hat{\mathcal{H}}_{JC} = \hat{\mathcal{H}}_{cav} + \hat{\mathcal{H}}_{em} + \hat{\mathcal{H}}_{int}. \tag{II.1}$$

Le Hamiltonien de la cavité s'exprime aisément en seconde quantification à partir de l'énergie des photons $\hbar\omega_c^l$ et des opérateurs création-annihilation ($\hat{a}_l^\dagger$ et $\hat{a}_l$ respectivement) d'un photon dans le mode TEM_{qmn} de polarisation $\vec{\epsilon}$. Ces modes ont été décrits dans le chapitre précédent (cf. I.1.1.a) et sont les modes propres de la microcavité FFP. Chaque mode $l = (q, m, n, \vec{\epsilon})$ est représenté par un oscillateur harmonique indépendant :

$$\hat{\mathcal{H}}_{cav} = \sum_l \hbar\omega_c^l(\hat{a}_l^\dagger \hat{a}_l + \frac{1}{2}) \simeq \hbar\omega_c(\hat{a}^\dagger \hat{a} + \frac{1}{2}). \tag{II.2}$$

Nous considérons ici que l'émetteur ne se couple qu'à un mode du champ [79] [80]. Les photons de cavité sont des bosons et les opérateurs création-annihilation associés vérifient les relations de commutations canoniques bosoniques $\left[\hat{a}_l, \hat{a}_{l'}^\dagger\right] = \delta_{l,l'}$.

Dans une boîte quantique comme dans un atome, le confinement tri-dimensionnel des électrons conduit à des transitions d'énergie discrètes. En général, il est possible d'isoler une transition unique de fréquence ω_X, séparant l'état fondamental $|g\rangle$ de l'état excité $|e\rangle$. Dans les émetteurs solides, l'excitation élémentaire représentée par $|e\rangle$ est appelée **exciton**. Le modèle de l'atome à deux niveaux décrit l'état interne de l'émetteur à l'aide des opérateurs de monté-descente : $\hat{\sigma}_- = |g\rangle\langle e|$, $\hat{\sigma}_+ = |e\rangle\langle g| = \hat{\sigma}_-^\dagger$, et le Hamiltonien de l'émetteur s'écrit :

$$\hat{\mathcal{H}}_{em} = \hbar\omega_X(\hat{\sigma}_+\hat{\sigma}_- + \frac{1}{2}). \tag{II.3}$$

L'interaction dipolaire entre l'émetteur et le mode du champ donne lieu, dans l'approximation de l'onde tournante au Hamiltonien d'interaction suivant [4] :

$$\hat{\mathcal{H}}_{int} = \hbar g(\hat{a}^\dagger\hat{\sigma}_- + \hat{a}\hat{\sigma}_+). \tag{II.4}$$

$\hat{\mathcal{H}}_{int}$ décrit l'interaction cohérente entre la lumière et la matière à l'aide de processus d'absorption ($\hat{a}\hat{\sigma_+}$) et d'émission ($\hat{a}^\dagger\hat{\sigma_-}$) d'un photon par le système à 2 niveaux. La constante de couplage g sera calculée selon le type d'émetteur au §II.3.

Le Hamiltonien $\hat{\mathcal{H}}_{JC}$ est diagonalisé en considérant les états habillés [81] :

$$\begin{aligned} |n,-\rangle &= \sin\theta_n\,|e,n-1\rangle - \cos\theta_n\,|g,n\rangle\,, \\ |n,+\rangle &= \cos\theta_n\,|e,n-1\rangle + \sin\theta_n\,|g,n\rangle\,, \end{aligned} \tag{II.5}$$

où $n \in \mathbb{N}^*$ est le nombre d'excitations présentes dans le système, et θ_n est l'angle de mélange défini par $\tan 2\theta_n = -2g\sqrt{n}/\delta$, avec $\delta = \omega_c - \omega_X$ le désaccord entre la cavité et l'émetteur. Le spectre d'énergie est appelé « échelle de Jaynes Cummings » :

$$\omega_{n,\pm} = n\omega_c + \frac{1}{2}\left(-\delta \pm \sqrt{\delta^2 + 4g^2 n}\right). \tag{II.6}$$

À résonance les états $|n,+\rangle$ et $|n,-\rangle$ sont séparés de $2g\sqrt{n}$, appelé séparation de Rabi (cf. figure II.1). L' anharmonicité du spectre est causée par la non linéarité intrinsèque du système à deux niveaux, et permet de créer des états non classiques du système couplé [82,15,83,84,85,86], ce qui explique l'attention qu'a attiré ce modèle depuis son introduction.

II.1.2 Modèle de Tavis-Cummings

Le modèle de Tavis-Cummings [87] est une généralisation du modèle précédent décrivant l'interaction entre un mode du champ et N systèmes à deux niveaux de fréquence ω_i et de couplage g_i. Les Hamiltoniens qui décrivent les émetteurs et leur couplage au mode de cavité s'écrivent :

$$\begin{aligned} \hat{\mathcal{H}}_{em} &= \sum_i \hbar\omega_i(\hat{\sigma}_+^i\hat{\sigma}_-^i + \frac{1}{2}), \\ \hat{\mathcal{H}}_{int} &= \sum_i \hbar g_i(\hat{a}^\dagger\hat{\sigma}_-^i + \hat{a}\hat{\sigma}_+^i). \end{aligned} \tag{II.7}$$

Cette fois ci le sous-espace à n excitations ne contient plus 2 états couplés mais $n+1$. L'introduction des états de Dicke [3], pour décrire l'état des émetteurs permet de définir un état « superradiant » :

$$|S\rangle = \hat{s}\,|0\rangle\ ,\ \text{avec}\quad \hat{s} = \frac{1}{g}\sum_i g_i\hat{\sigma}_+^i,\ g = \sqrt{\sum_i g_i^2}\ \text{ et }\ |0\rangle \text{ le vide d'excitation}\,. \tag{II.8}$$

Cet état superradiant est le seul état couplé au mode de cavité, et le Hamiltonien d'interaction se réécrit comme $\hat{\mathcal{H}}_{int} = \hbar g(\hat{a}^\dagger\hat{s} + \hat{a}\hat{s}^\dagger)$. Les autres états sont dits « noirs ». Ils participent cependant à la dynamique du système par l'intermédiaire du Hamiltonien de l'émetteur $\hat{\mathcal{H}}_{em}$. Lorsque un photon est absorbé, l'ensemble des émetteurs partage cette excitation et g représente le couplage collectif. Dans le cas où tous les émetteurs possèdent le même couplage au mode de cavité ($g_i = g_0$), le couplage collectif vaut : $g = \sqrt{N}g_0$.

Nous nous limiterons ici au cas où les émetteurs possèdent tous la même fréquence propre ω_X, et le même couplage au mode de cavité g_0. Nous détaillerons au §III.3 le cas d'une inhomogénéité de fréquence et de couplage des émetteurs afin de modéliser le désordre dans les échantillons.

La résolution dans le cas général (à désaccord quelconque) est complexe [88], nous donnons ici les $n+1$ états habillés à résonance ($\delta = 0$) :

$$\omega_{n,s} = n\omega_l + 2p\sqrt{N}g_0\,, \text{ avec } \quad p = -\frac{n}{2}, ..., \frac{n}{2}, \tag{II.9}$$

où n est le nombre d'excitations dans le système. Ce modèle permet de décrire la transition de Dicke vers une phase supperadiante, prédite dès 1973 [88] et observée récemment pour des atomes en cavité [89]. Plus généralement, ce modèle est utilisé pour la description de l'intrication entre émetteurs [90, 91, 92].

II.1.3 Oscillateurs harmoniques couplés : polaritons

Dans la limite d'un grand nombre de systèmes à deux niveaux ($N \gg 1$) couplés à un mode du champ, le modèle précédent peut se ramener au modèle plus simple de deux oscillateurs harmoniques couplés. Cette approche (approximation de Holstein-Primakoff [93]) est valide tant que les effets de saturations peuvent être négligés, ce qui est le cas à faible excitation : $n \ll N$. Le mode superradiant est alors caractérisé par des opérateurs création-annihilation $(\hat{b}^\dagger, \hat{b})$ ayant des relations de commutations bosoniques, et le Hamiltonien précédent se réduit à :

$$\hat{\mathcal{H}} = \hbar\omega_c\hat{a}^\dagger\hat{a} + \hbar\omega_X\hat{b}^\dagger\hat{b} + \hbar g(\hat{a}^\dagger\hat{b} + \hat{a}\hat{b}^\dagger). \tag{II.10}$$

Le problème de deux oscillateurs harmoniques couplés est soluble analytiquement et le Hamiltonien peut être diagonalisé par l'introduction d'opérateur création-annihilation $(\hat{p}_{lp}, \hat{p}_{up})$ représentant une quasi-particule, superposition de l'exciton et du photon, **les polaritons** :

$$\begin{aligned} \hat{p}_{lp} &= h_c\hat{a} + h_x\hat{b}, \\ \hat{p}_{up} &= h_x\hat{a} - h_c\hat{b}, \end{aligned} \tag{II.11}$$

où $|h_c|^2 = \frac{1}{2}(1 - \frac{\delta}{\sqrt{\delta^2+4g^2}})$ et $|h_x|^2 = \frac{1}{2}(1 + \frac{\delta}{\sqrt{\delta^2+4g^2}})$ sont les coefficient de Hopfield [94], qui représentent le poids respectif du photon et de l'exciton dans le polariton de basse énergie (LP). Dans la base des polaritons, le Hamiltonien est diagonal et les énergies propres valent :

$$\hat{\mathcal{H}} = \hbar\omega_{lp}\hat{p}^\dagger_{lp}\hat{p}_{lp} + \hbar\omega_{up}\hat{p}^\dagger_{up}\hat{p}_{up}, \text{ avec } \left\{ \begin{array}{lcl} \omega_{lp} &=& \frac{\omega_c+\omega_X}{2} - \frac{1}{2}\sqrt{\delta^2+4g^2} \\ \omega_{up} &=& \frac{\omega_c+\omega_X}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{\delta^2+4g^2} \end{array} \right. . \tag{II.12}$$

Le couplage d'un puits quantique à un mode de cavité est habituellement décrit par le modèle de deux oscillateurs harmoniques couplés [95]. Nous discuterons précisément la nature bosonique de l'excitation élémentaire d'un puits quantique couplé à une cavité FFP au §II.3.4.

La figure II.1 récapitule les spectres obtenus à résonance dans les différents modèles. Dans la limite de faible excitation les énergies propres des différents modèles coïncident, traduisant l'universalité de la signature du couplage d'un émetteur quelconque à un mode du champ. Le système est décrit par deux états habillés ou polaritons séparés en énergie par $\hbar\Omega = 2\hbar g$, où Ω est appelé fréquence de Rabi du vide.

La mise en évidence de ce doublet par l'observation de deux pics bien séparés [6] a marqué le développement de l'électrodynamique quantique en cavité (CQED) dans le régime de couplage fort, comme nous allons le détailler ci dessous.

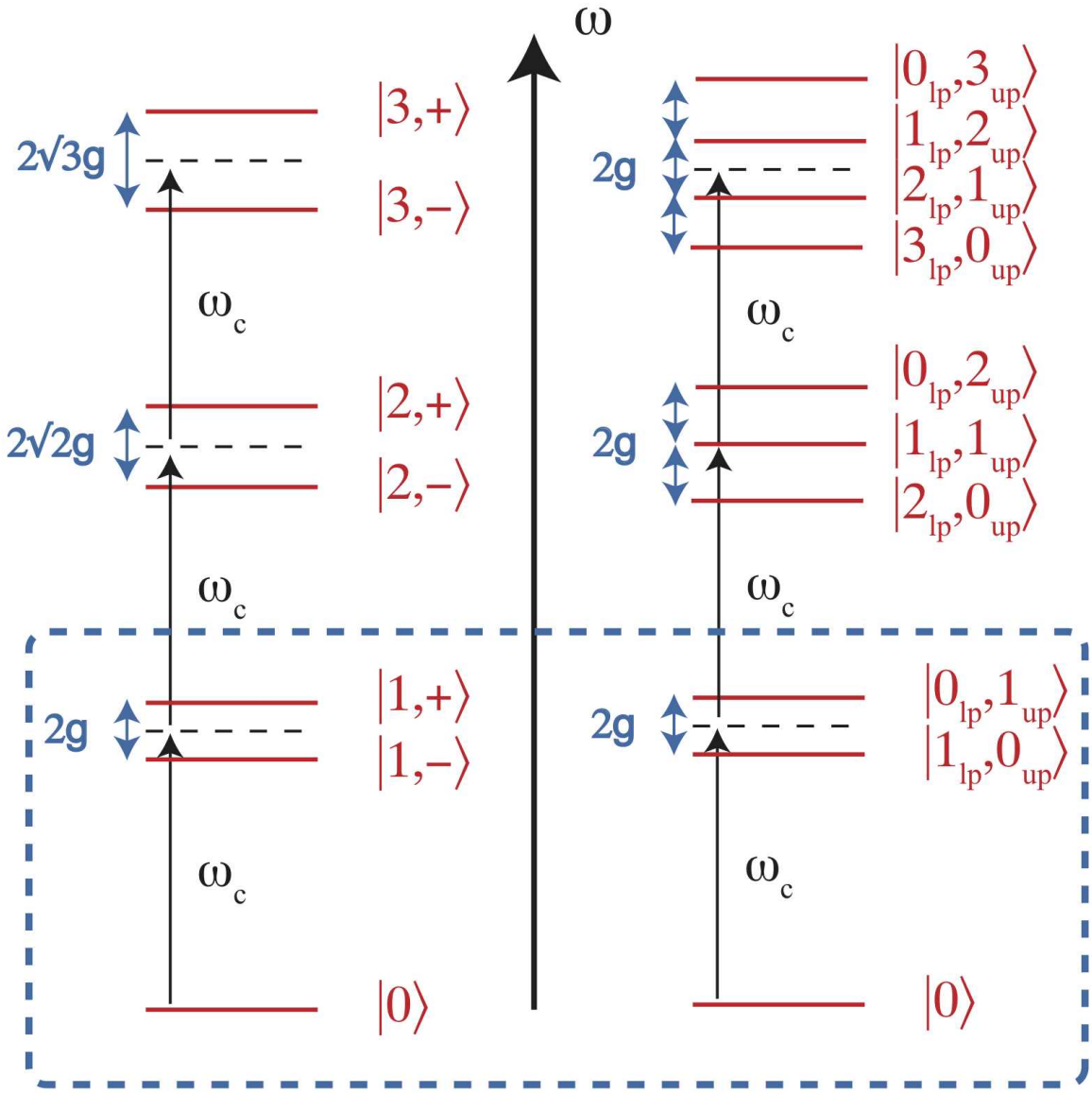


FIGURE II.1 – *Schéma des premiers niveaux d'énergie pour les modèles de Jaynes-Cummings (**à gauche**) et pour le modèle de deux oscillateurs couplés qui correspond au modèle de Tavis-Cummings à résonance $\delta = 0$ (**à droite**).*

II.2 Spectre de luminescence à faible excitation

Comme nous venons de le voir, à faible excitation, l'effet du couplage d'une boîte quantique (QD) ou d'un puits quantique (QW) est le même : l'analogie est en effet exacte dans le sous-espace comportant au maximum une excitation dans le système : $\omega_{1,\pm} \equiv \omega_{lp,up}$ (cf. équation II.6 et II.12). La non-linéarité de l'atome (artificiel ou non) ne peut être explorée dans ce sous-espace, et il devient équivalent de considérer des opérateurs bosoniques ou fermioniques [93] pour décrire la matière. Ces derniers seront notés $\hat{b}$ et $\hat{b}^\dagger$, dans la suite. Le Hamiltonien que nous considèrerons s'écrit donc dans la base des états non couplés $(|g,0\rangle, |g,1\rangle, |e,0\rangle)_{nc}$ ou dans la base des états propres $(|g,0\rangle, |1,-\rangle, |1,+\rangle)_c$:

$$\hat{\mathcal{H}} = \hbar \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & \omega_c & \mathrm{i}g \\ 0 & -\mathrm{i}g & \omega_X \end{pmatrix}_{nc} \equiv \hbar \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & \omega_{lp} & 0 \\ 0 & 0 & \omega_{up} \end{pmatrix}_c \tag{II.13}$$

Pour obtenir une description quantitative des spectres observés expérimentalement en CQED, il faut tenir compte des pertes liées à la durée de vie du photon dans la cavité ($\frac{1}{2\kappa}$) et celles dues à la durée de vie de l'émetteur. La prise en compte des pertes permet l'observation de la dynamique du couplage de l'émetteur à la cavité, et ce à travers le canal de l'émetteur ou de la cavité (cf. figure II.2). Dans la limite de faible excitation, la symétrie entre l'émetteur et la cavité est parfaite. Cependant, les différents types de spectres accessibles expérimentalement (spectres de photoluminescence, en lumière résonante, ou obtenus en changeant la fréquence de la cavité cf. §I.1.1.c) sont obtenus grâce aux photons fuyant la cavité ; c'est-à-dire par le canal de la cavité. Le couplage des modes de la cavité FFP vers l'extérieur se fait par l'intermédiaire des modes de la fibre (cf. §I.2) qui permettent de guider les photons afin de mesurer leurs propriétés, et notamment leurs propriétés spectrales. Théoriquement il est aussi possible d'observer le système en regardant directement la lumière émise par l'émetteur dans les modes dits de « pertes », c'est à dire dans des modes qui ne sont pas soutenus par la cavité. Nous appellerons γ le couplage de l'émetteur à ces modes de pertes qui forment en général un continuum.

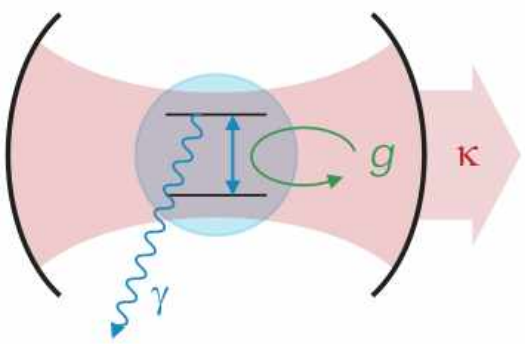


FIGURE II.2 – *Schéma d'un émetteur couplé à un mode de cavité avec une constante de couplage g. La cavité fuit vers l'extérieur avec un constante de fuite κ, et l'émetteur peut émettre dans des modes de pertes représenté par le couplage γ. Figure extraite de [96].*

Pour calculer le spectre observé depuis le canal de fuite de la cavité (en transmission ou en réflexion), il faut déterminer l'évolution du système couplé {*émetteur + cavité*}. Le couplage aux modes de pertes peut être modélisé par un terme Hamiltonien représentant un réservoir. En représentation de Heisenberg (opérateur dépendant du temps) ce couplage mène à des équations d'évolution de Heisenberg-Langevin pour les opérateurs [97]. Les forces de Langevin s'annulent en moyenne et en considérant que le temps de corrélation des réservoirs est très faible devant les temps caractéristiques de la dynamique (approximation markovienne), l'évolution du système est décrite par une équation maîtresse (Lindblad), pour l'opérateur densité ρ :

$$\frac{\partial \hat{\rho}}{\partial t} = \frac{1}{\mathrm{i}\hbar}\left[\hat{\mathcal{H}}, \hat{\rho}\right] + \kappa(2\hat{a}\hat{\rho}\hat{a}^\dagger - \hat{a}^\dagger\hat{a}\hat{\rho} - \hat{\rho}\hat{a}^\dagger\hat{a}) + \gamma(2\hat{b}\hat{\rho}\hat{b}^\dagger - \hat{b}^\dagger\hat{b}\hat{\rho} - \hat{\rho}\hat{b}^\dagger\hat{b}). \tag{II.14}$$

κ et γ, représentent respectivement la décroissance exponentielle de l'amplitude du champ et de l'excitation dans la matière.

II.2.1 Méthode de la résolvante

La méthode de la résolvante va nous permettre de calculer la transmission d'une cavité sous excitation résonante en fonction des paramètres $(\omega_X, \omega_c, g, \kappa, \gamma)$. Nous présenterons aussi un modèle simplifié pour décrire une expérience de photoluminescence. Enfin, nous connaîtrons l'expression des fréquences propres du système couplé en tenant compte des constantes de fuites κ et γ. Ceci nous permettra de définir par la suite les régimes de couplage fort et faible.

II.2.1.a Transmission de la cavité sous excitation résonante

Le spectre en transmission de la cavité soumise à une excitation résonante peut être calculée à l'aide de la théorie de la résolvante [98], en considérant le propagateur entre un état initial $|i\rangle$ et final $|f\rangle$: $\mathcal{G}_{if}(t) = \langle f| e^{-\mathcal{H}t/\hbar} |i\rangle$. Pour modéliser une expérience en excitation résonante nous considérons que l'état initial correspond à un photon dans la cavité $|i\rangle = |1_c, 0_i\rangle$. L'observation du spectre par le canal de la cavité se traduit par un état final avec un photon dans la cavité $|f\rangle = |1_c, 0_i\rangle$. La transmission en amplitude de la cavité soumise à une excitation résonante vaut [99, 100] :

$$t(\omega) = \frac{\kappa}{i}\tilde{\mathcal{G}}^+_{cc}(\omega) = \frac{\kappa/i}{\omega - (\omega_c - i\kappa) - \frac{g^2}{\omega - (\omega_X - i\gamma)}}, \tag{II.15}$$

où $\tilde{\mathcal{G}}^+_{cc}$ est la transformée de Fourier de la fonction de Green retardée $-\mathrm{i}\theta(t)\mathcal{G}_{cc}(t)$ avec $\theta(t)$ la fonction de Heaviside. Ce résultat peut aussi être dérivé par le calcul de la fonction d'autocorrélation [1] du champ $\langle \hat{a}^\dagger(\tau)\hat{a}(0)\rangle$, qui permet d'obtenir, par transformé de Fourier, le spectre de la lumière fuyant la cavité grâce au théorème de Wiener-Khintchine [2] [102].

Le spectre $T(\omega) = |t^R(\omega)|^2$ correspond à la transmission en intensité qui peut être observée lorsque la cavité est excitée par un champ extérieur de fréquence ω. Cette expression sera

1. Ce calcul peut être effectué à partir des équation de Heisenberg-Langevin en appliquant le théorème de régression quantique [101].

2. Le spectre résultant est d'ailleurs équivalent à celui obtenu en considérant l'action d'un Hamiltonien effectif dans lequel les fréquences ω_c et ω_X sont remplacées par des fréquences complexes pour le champ et l'émetteur $\omega_c - i\kappa$ et $\omega_X - i\gamma$ respectivement [100].

comparée aux spectres expérimentaux obtenus pour une cavité couplée à un puits quantique (cf. §III) et à une boîte quantique (cf. §IV).

La puissance du formalisme de la résolvante nous permet de décrire les propriétés de systèmes plus complexes. Considérons par exemple un système de N émetteurs couplés au champ régit par le Hamiltonien suivant :

$$\mathcal{H}_1 = \hbar\omega_c \hat{a}^\dagger \hat{a} + \sum_i \hbar g_i (\hat{a}^\dagger \hat{\sigma}_-^i + \hat{a}\hat{\sigma}_+^i) + \mathcal{H}_X, \tag{II.16}$$

où $\mathcal{H}_X$ est quelconque et traduit la dynamique propre de l'émetteur. L'amplitude de la transmission lors d'une expérience de spectroscopie vaut [103] :

$$t_1(\omega) \propto \tilde{\mathcal{G}}_{1cc}^+(\omega) = \frac{1}{\omega - (\omega_c - i\kappa) - \mathcal{C}_X(\omega)}, \text{ avec } \mathcal{C}_X = \sum_{i,j} g_i g_j^* \tilde{\mathcal{G}}_{ij}^+. \tag{II.17}$$

La quantité $\mathcal{C}_X$ est indépendante de la cavité et traduit le couplage à la matière ainsi que la probabilité qu'une excitation a d'y demeurer. En effet $\tilde{\mathcal{G}}_{ij}^+$ est la transformée de Fourier de la fonction de Green retardée correspondante au propagateur traduisant la probabilité qu'une excitation initialement dans le mode $|i\rangle = \hat{\sigma}_+^i |0\rangle$ se retrouve dans le mode $|j\rangle = \hat{\sigma}_+^j |0\rangle$:

$$\mathcal{G}_{ij}(t) = \langle j| e^{-\mathcal{H}_X t/\hbar} |i\rangle . \tag{II.18}$$

Si l'on se restreint au cadre du modèle de Tavis-Cummings ($\mathcal{H}_X = \sum_i \hbar\omega_i(\hat{\sigma}_+^i\hat{\sigma}_-^i + \frac{1}{2})$ cf. équation III.3), il n'existe pas de couplage direct entre les différents émetteurs, et la transmission généralisée aux cas de plusieurs émetteurs vaut :

$$t_{TC}(\omega) = \frac{\kappa/i}{\omega - (\omega_c - i\kappa) - \sum_j \frac{|g_j|^2}{\omega - (\omega_i - \mathrm{i}\gamma_i)}}. \tag{II.19}$$

Cette expression nous permettra de comprendre les spectres obtenus en présence de désordre (§III.3).

II.2.1.b Signal de photoluminescence et absorption

Comme nous le verrons (cf. §III.1.2), une expérience de photoluminescence fait intervenir une interaction avec le solide environnant l'émetteur, qui n'est pas prise en compte ici. Pour modéliser quantitativement une expérience de photoluminescence, il faut prendre en compte des phénomènes impliquant un déphasage pur de l'émetteur [104] ou une interaction explicite avec des phonons [105].

Ici, nous considérons simplement que le signal est toujours observé depuis le canal de la cavité $|f\rangle = |1_c, 0_X\rangle$ mais contrairement au cas précédent l'excitation est initialement placée dans la matière $|i\rangle = |0_c, 1_X\rangle$. La fonction de Green à considérer $\tilde{\mathcal{G}}_{Xc}^+$ s'exprime en fonction de la fonction de Green précédente comme [99] :

$$s^{PL}(\omega) \propto \tilde{\mathcal{G}}_{Xc}^+(\omega) = \frac{g}{\omega - (\omega_X - \mathrm{i}\gamma)} \tilde{\mathcal{G}}_{cc}^+(\omega) = \frac{g}{(\omega - (\omega_X - \mathrm{i}\gamma))(\omega - (\omega_c - i\kappa)) - g^2}. \tag{II.20}$$

Cette formule révèle d'ailleurs la symétrie existante entre l'émetteur et la cavité ; elle décrit aussi le spectre de l'expérience symétrique obtenu en regardant le système depuis les modes

de pertes de l'émetteur ($|f\rangle = |0_c, 1_X\rangle$) quand l'excitation est initialement présente dans la cavité ($|i\rangle = |1_c, 0_X\rangle$).

Dans le cas de plusieurs émetteurs, il est légitime de considérer que lors d'une expérience de photoluminescence, l'ensemble des émetteurs est excité de façon incohérente. C'est à dire que le signal de photoluminescence détecté par le canal de la cavité sera la somme des intensités des contributions des différents émetteurs :

$$S_{TC}^{PL}(\omega) = |s_{TC}^{PL}(\omega)|^2 \propto \sum_i |\tilde{\mathcal{G}}_{ic}^{+}|^2. \tag{II.21}$$

Il est intéressant de calculer l'absorption lors d'une expérience en excitation résonante. Cette dernière est déterminée en connaissant la transmission $T = |t_{TC}^R|^2$ et la réflexion [3] $R = |1 + t_{TC}^R|^2$ par :

$$A(\omega) = 1 - R(\omega) - T(\omega) = 2\kappa\gamma \sum_i |\tilde{\mathcal{G}}_{ic}^{+}|^2. \tag{II.22}$$

L'absorption et la photoluminescence sont proportionnelles dans ce modèle simple. Ceci traduit encore une fois la symétrie entre l'émetteur et la cavité. L'absorption décrit les excitations présentes dans les modes de la matière lors d'une excitation par la cavité, et la photoluminescence les excitations qui se retrouvent dans la cavité lors d'une excitation du système par la matière. Une description plus précise de la photoluminescence peut être faite en considérant que les émetteurs ne sont pas initialement tous peuplés de la même façon selon leur énergie. Cela peut d'ailleurs être fait en introduisant une répartition de Maxwell-Boltzmann et donc une température. La correspondance entre l'absorption et les spectres de photoluminescence (à une répartition de Maxwell-Boltzmann près) a d'ailleurs été observée avec une grande précision [106]. Cette correspondance s'interprète d'ailleurs dans un cadre plus large comme une conséquence du théorème fluctuation - dissipation. La photoluminescence représentant les fluctuations du système et l'absorption sa dissipation.

II.2.1.c Fréquences propres du système couplé ouvert

Le calcul des spectres précédents nous permet de définir les fréquences propres et leurs demi-largeurs à mi-hauteur mesurées lors d'une expérience de spectrométrie [4]. Elles sont données par les pôles de l'équation II.15 :

$$\tilde{\omega}_{\pm} = \frac{\omega_c + \omega_X}{2} - \mathrm{i}\frac{\kappa + \gamma}{2} \pm \sqrt{g^2 + (\frac{\delta}{2} - \mathrm{i}\frac{\kappa - \gamma}{2})^2}, \tag{II.23}$$

avec $\delta = \omega_c - \omega_X$, le désaccord entre la cavité et l'émetteur. Les fréquences propres du système fermé ($\kappa = \gamma = 0$) sont légèrement modifiées par la prise en compte des continua de pertes.

Les différents régimes de couplage entre la lumière et la matière peuvent être discutés à l'aide de l'équation II.23 [107]. Les régimes de couplage faible et de couplage fort seront distingués selon la valeur du couplage g par rapport aux constante de fuites κ, et γ (cf. figure II.3).

3. Nous considérons ici que les deux miroirs qui forment la cavité sont symétriques.

4. Les fréquences où le spectre résonant $T(\omega)$ présente un maximum sont en fait très légèrement différentes des fréquences maximisant le spectre de photoluminescence $S^{PL}(\omega)$.

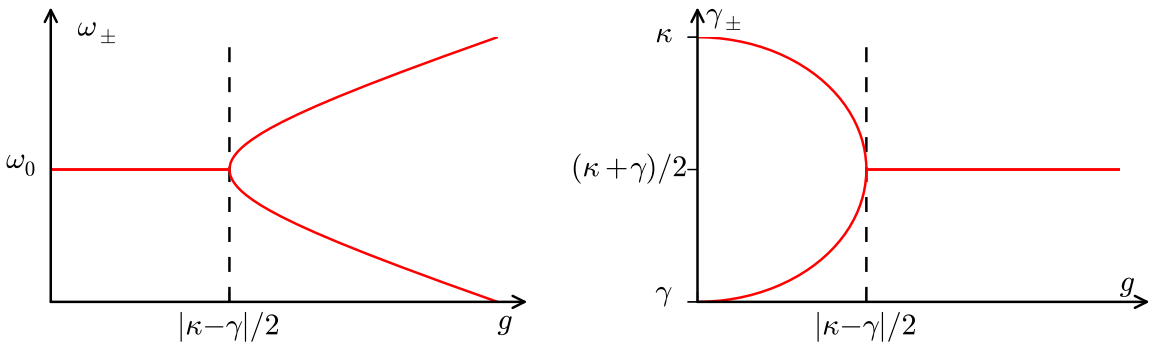


FIGURE II.3 – *Partie réelle (à gauche) et partie imaginaire (droite) des solutions de l'équation II.23 à résonance. $\omega_\pm$ représente ici les fréquences réelles de résonance du système. $\gamma_\pm$ représente les demi-largeurs à mi-hauteur attendues lors d'expériences de spectrométrie.*

II.2.2 Couplage faible

Le couplage est faible quand une excitation ne peut être échangée entre matière et lumière avant de s'échapper de façon irréversible dans les modes de pertes, soit de la cavité, soit de l'émetteur. Comme le montre la figure II.3, quand la constante de couplage est faible devant la différence des constantes de fuites, le spectre ne possède qu'une fréquence propre et le système est dit en couplage faible. Il existe cependant plusieurs définitions possibles pour la limite entre couplage faible et fort [21]. Qu'il existe une seule fréquence propre ou que les deux fréquences propres ne puissent être dissociées à cause de la largeur de chacune des lignes, revient à considérer en pratique que le système est en couplage faible tant que $g < \frac{\kappa+\gamma}{2}$ (cf. figure II.4).

Ce régime est aussi appelé régime de Purcell [1], car comme le montre la figure II.3 le taux d'émission spontané de l'émetteur est modifié par la présence de la cavité. Dans la limite du couplage à une mauvaise cavité ($\kappa > \gamma$), la désexcitation spontanée à résonance est accélérée par la présence d'une grande densité de modes de la cavité (règle d'or de Fermi). La linéarisation de l'équation II.23 pour un faible couplage permet de définir le facteur de Purcell $F_p = g^2/(\kappa\gamma)$ caractérisant cette accélération : $\gamma_- = (1 + F_p)\gamma$.

II.2.3 Couplage fort

Dans le régime de couplage fort, au contraire, une excitation peut passer plusieurs fois de la matière à la cavité (par cycle d'émission-absorption du même photon) avant d'être perdue. Le pendant spectral de ces oscillations de Rabi est l'observation à résonance d'une structure à deux lignes traduisant le dédoublement de Rabi (du vide) qui correspond à l'observation des deux fréquences propres du système (cf. équation II.23). Les premières observations avec un atome unique [6] datent du début des années 90, et une décennie plus tard le couplage fort avec une boîte quantique [9] [10] a été observé. Parallèlement, le dédoublement de Rabi a été observé avec des puits quantiques en micro-cavité [18].

La cavité FFP permet de changer aisément la longueur de la cavité et ainsi de changer la fréquence de la cavité. Pour un grand désaccord ($\delta >> g$), on retrouve essentiellement les

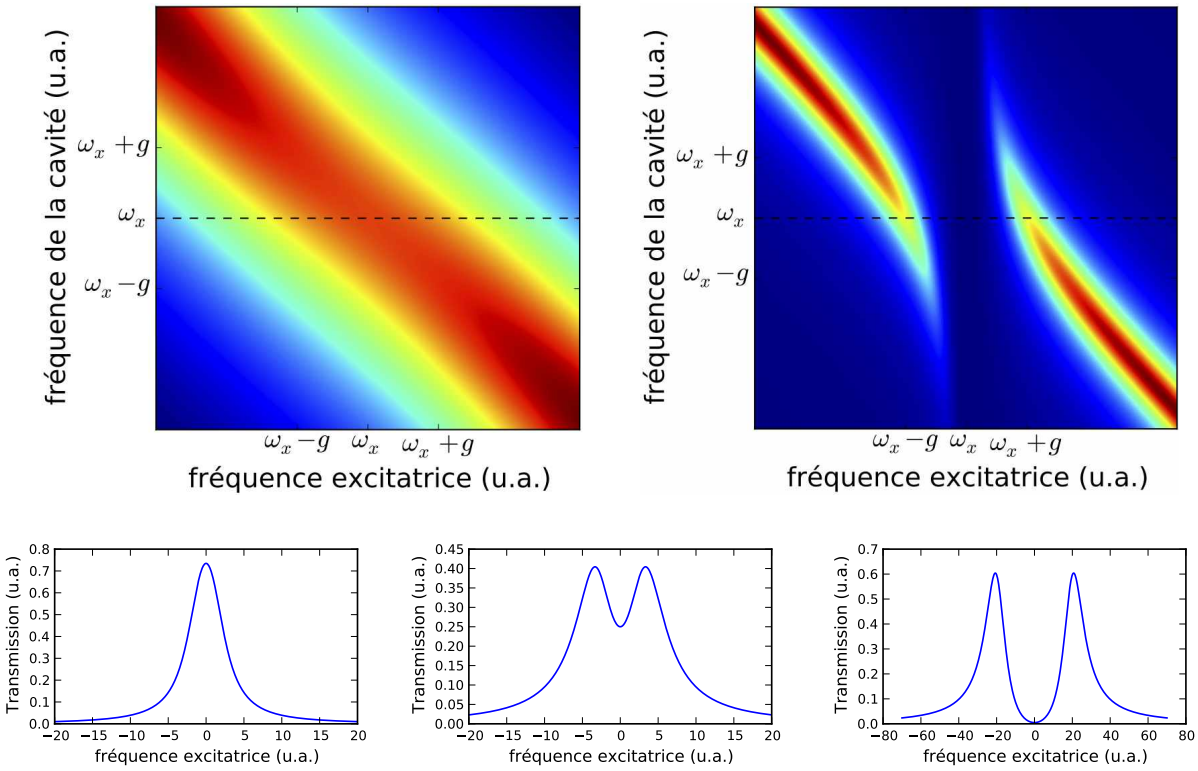


FIGURE II.4 – *Simulation de la transmission de la cavité en fonction de la fréquence excitatrice et de la fréquence de la cavité selon l'équation II.15.* ***À gauche :*** *Transmission en régime de couplage faible ($g = 1, \kappa = 2, \gamma = 3$), la transmission à résonance est tracée en bas à gauche.* ***À droite :*** *Transmission en régime de couplage fort ($g = 20, \kappa = 10, \gamma = 3$), la transmission à résonance est tracée en bas à droite.* ***En bas :*** *la transmission à résonance est tracée en fonction de la fréquence excitatrice et notamment (au centre) dans le cas limite où $g = \kappa = \gamma (= 3)$.*

propriétés de la cavité d'un côté, et celles de l'émetteur de l'autre. À noter tout de même que l'amplitude du pic de cavité est largement supérieure à celle de l'émetteur, ceci étant dû au fait que le signal est observé par le canal de fuite de la cavité.

Proche de résonance, ($\delta \gg g$), la spectroscopie du système fait apparaître deux pics d'amplitude semblable traduisant le fait que l'émetteur est habillé par les photons de cavité ou dit autrement, les polaritons qui sont les quasi-particules formées par superposition d'une excitation dans l'émetteur et d'un photon de cavité sont les modes propres du système.

Le régime de couplage fort ou plus généralement le régime de haute coopérativité $\mathcal{C} = g^2/(2\kappa\gamma) > 1$, est le régime intéressant pour les expériences de CQED. Les systèmes physique dans ce régime sont notamment de bons candidats pour former les briques élémentaires de l'information quantique [108, 109, 110, 111, 112]. C'est aussi dans ce régime que la physique des polaritons peut être étudiée, et c'est ce que nous projetons de faire.

Dans les parties suivantes, nous allons calculer le paramètre de couplage g pour une boîte et pour un puits quantiques, puis nous montrerons comment optimiser les paramètres de la cavité dans le but d'atteindre le régime de haute coopérativité.

II.3 Calcul de la constante de couplage g

Comme nous l'avons vu, le modèle précédent s'applique aussi bien à une boîte quantique qu'à un puits quantique en cavité. La particularité de l'émetteur réside dans sa manière de se coupler à la lumière et donc dans l'expression de la constante de couplage g. Le couplage de la lumière et de la matière, se fait par l'intermédiaire du dipôle de l'émetteur $\hat{\vec{d}} = \vec{d}(\hat{b} + \hat{b}^\dagger)$ et du champ électrique quantifié de la cavité :

$$\hat{\vec{E}}(\vec{r}) = \mathrm{i} \sum_l C_l \left(\vec{E}_l(\vec{r})\hat{a}_l - \vec{E}_l^*(\vec{r})\hat{a}_l^\dagger \right), \tag{II.24}$$

où C_l est l'amplitude du champ à un photon, $\vec{E}_l$ est la dépendance spatiale normalisée ($\int \mathrm{d}\vec{r}\vec{E}_l^*\vec{E}_{l'} = \delta_{ll'}$) du champs étudié au §I.1.2.a, et $\hat{a}_l$ et $\hat{a}_l^\dagger$ sont les opérateurs création-annihilation d'un photon dans le mode $l = (q, m, n, \vec{\epsilon})$.

La constante de couplage g entre le dipôle $\hat{\vec{d}}(\vec{r}_e)$ et un mode l du champ intracavité $\hat{\vec{E}}(\vec{r})$ vaut :

$$g = \frac{C_l}{\hbar}\vec{d}(\vec{r}_e).\vec{E}_l(\vec{r}) \tag{II.25}$$

Nous allons préciser ce couplage pour un émetteur ponctuel type boîte quantique, puis nous calculerons le couplage d'un puits quantique à la cavité FFP. Mais dans un premier temps nous décrirons le champ électrique dans la cavité et notamment la valeur du champ à un photon qui interviendra dans la constante de couplage. Nous allons aussi préciser plus avant les états électroniques concernés par le couplage optique dans les hétérostrucutres semi-conductrices.

II.3.1 Champ à un photon et indice effectif

La normalisation du mode l du champ électrique dans la cavité est telle que [108] :

$$\langle n_l| \int \mathrm{d}\vec{r}\epsilon(\vec{r})|\hat{\vec{E}}_l(\vec{r})|^2 \, |n_l\rangle = \hbar\omega_l(n_l + \frac{1}{2}), \tag{II.26}$$

où n_l est le nombre de photons dans le mode l, et $\epsilon(\vec{r}) = \epsilon_0\epsilon_r(\vec{r})$ est la permittivité diélectrique qui s'exprime en fonction de la permittivité du vide et de la permittivité relative. L'amplitude du champ à un photon C_l peut donc être exprimée à l'aide de l'énergie du mode selon :

$$C_l^2 = \frac{\hbar\omega_l}{2\epsilon_0\epsilon_{eff}}, \text{ avec } \quad \epsilon_{eff} = \int \mathrm{d}\vec{r}|\vec{E}_l(\vec{r})|^2\epsilon_r(\vec{r}). \tag{II.27}$$

La fonction normalisée $\vec{E}_l(\vec{r})$ permet de définir un indice effectif vu par le mode. ϵ_{eff} s'expime en fonction d'un champ électrique $\vec{E}(\vec{r})$ (non normalisé) par $\epsilon_{eff} = \frac{\int \mathrm{d}\vec{r}|\vec{E}(\vec{r})|^2\epsilon_r(\vec{r})}{\int \mathrm{d}\vec{r}|\vec{E}(\vec{r})|^2}$.

L'indice effectif $n_{eff} = \sqrt{\epsilon_{eff}}$ vu par le champ dans la cavité va dépendre de la structure réelle des miroirs. Pour une cavité formée par des miroirs métalliques parfaits, le champ ne serait présent qu'entre les miroirs, i.e. dans le vide, et on aurait $n_{eff} = 1$. Pour des miroirs diélectriques ou semi-conducteurs, il est nécessaire de prendre en compte la pénétration du champ dans les couches et l'indice effectif ressenti par le mode sera supérieur à 1 et dépendra de la longueur de la cavité (cf. §II.4.2).

II.3.2 Émetteurs semi-conducteurs

Avant de décrire le couplage d'émetteurs semi-conducteurs à la cavité FFP, il convient de préciser d'avantage leurs propriétés, et en particulier les transitions électroniques concernées. Les composés semi-conducteurs que nous utilisons sont de type III-V comme GaAs ou InAs. Ils cristallisent dans un réseau de type Zinc-Blende, et possèdent huit électrons par cellule primitive participant aux liaisons chimiques entre atomes. L'hybridation des orbitales atomiques **s** (respectivement **p**), mène à la création d'orbitales moléculaires **s** (respectivement **p**) liante et anti-liante.

Dans **l'état fondamental** du semi-conducteur, seules les orbitales liantes **s** et **p** sont peuplées. La bande non peuplée la plus basse en énergie est la bande anti-liante **s** et est appelée **bande de conduction**. La bande de conduction ne possède pas de moment orbital ($L = 0$), son moment cinétique total vaut donc $J = 1/2$ et la bande de conduction sera donc deux fois dégénérée (projection sur l'axe de quantification $m_J = \pm 1/2$).

Nous nous intéresserons aux propriétés optiques de ces émetteurs semi-conducteurs, et nous considérons que les bandes ont une dispersion parabolique autour du centre de la zone de Brillouin ($\vec{k} = 0$). La définition de masses effectives pour chacune des bandes nous permettra d'oublier le potentiel périodique ionique par la suite [113]. Les deux électrons de l'orbitale liante **s** ne participent pas aux premières excitations du semi-conducteur, et cette bande restera toujours peuplée. L'orbitale liante **p** possède un moment cinétique orbital $L = 1$, et se scinde en trois bandes. La bande ($J = 1/2, m_J = \pm 1/2$) est la plus basse en énergie, la levée de dégénérescence étant due à l'interaction spin-orbite. Dans un semi-conducteur massif la bande des trous lourds ($J = 3/2, m_J = \pm 3/2$) et la bande des trous légers ($J = 3/2, m_J = \pm 1/2$) ont une dispersion différente mais sont dégénérées en $\vec{k} = 0$, et forment ensemble la bande de valence.

Dans les structures à géométrie confinée que nous considérerons par la suite 0D (boîte quantique) et 2D (puits quantique), l'énergie de confinement dépend de la masse effective des porteurs, ce qui conduit à une levée de dégénérescence entre la bande des trous légers et des trous lourds, faisant ainsi de cette dernière la **bande de valence** de l'hétérostructure semi-conductrice. Les transitions optiques que nous considèrerons dans la suite consisteront en l'absorption/émission d'un photon faisant transiter un électron entre la bande de valence (trous lourds : $J = 3/2, m_J = \pm 3/2$, $m_{hh,InAs} = 0{,}41 m_e$), et la bande de conduction ($J = 1/2, m_J = \pm 1/2, m_{c,InAs} = 0{,}026 m_e$) [114].

Exciton

La principale transition que nous étudierons dans la suite est définie par le fondamental du semi-conducteur d'une part et un état excité [5] correspondant à un électron dans la bande de conduction d'autre part. Les autres électrons restent dans la bande de valence (état à N-corps) et peuvent être modélisés par un trou (absence d'électron). La particule formée par l'interaction entre l'électron promu et le trou créé par son départ est appelé exciton $\mathbf{X^0}$.

Dans le matériau massif, l'élecron est localisé autour du trou par l'interaction coulombienne, et le centre de masse de l'exciton 3D est délocalisé dans le semi-conducteur. Ce système est le parfait analogue de l'atome d'hydrogène. Cependant, dans le matériau l'interaction coulombienne est écrantée par les nombreuses charges présentes et le rayon de

5. représenté par une fonction d'onde antisymétrisée sur l'ensemble des électrons

Bohr de l'exciton 3D dans GaAs vaut [115] $a_X^{3D} = 124$ Å, soit 250 fois plus que le rayon de bohr de l'hydrogène $a_H = 0.5$ Å, ce qui laisse présager un dipôle et donc un couplage à la lumière bien meilleur.

Boîte quantique

Une boite quantique semi-conductrice est constituée par une inclusion ($\sim$ 10 nm) d'un matériau de gap inférieur (InGaAs) à celui de la matrice cristalline dans laquelle elle est incluse (GaAs) (cf. §IV.1.2). Le confinement tridimensionnel des porteurs conduit comme dans le cas atomique à des niveaux discrets, et c'est pourquoi les boîtes quantiques sont souvent dénommées « atomes artificiels ».

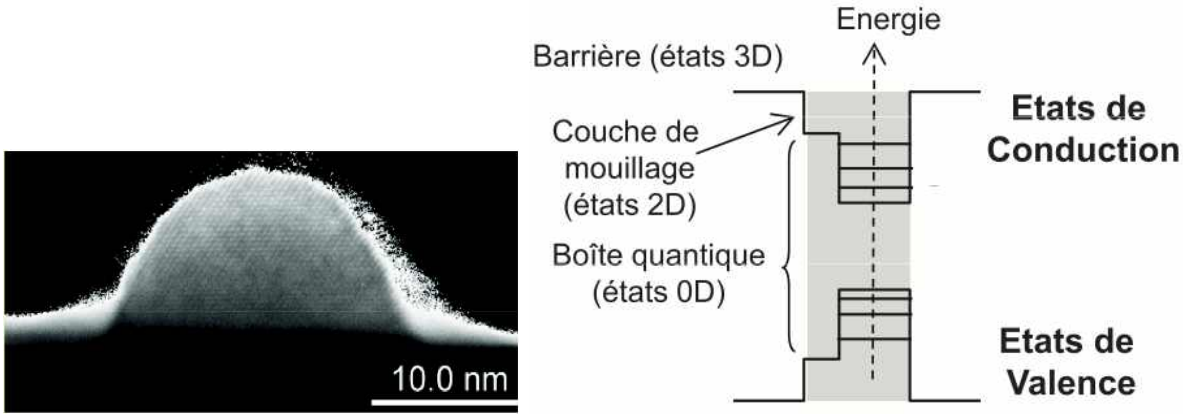


FIGURE II.5 – ***À gauche :*** *Image d'une QD par microscopie électronique à transmission.* ***À droite :*** *Schéma des niveaux énergétiques d'une QD. La couche de mouillage résulte de la méthode de fabrication (cf. §IV.1.2). Figure extraite de [116].*

Contrairement à l'exciton dans le semi-conducteur massif, dans le cas d'une QD le confinement des porteurs est dû à la taille transverse de la QD qui est de l'ordre de quelques dizaines de nm [117]. L'interaction coulombienne entre l'électron et le trou ne modifie que légèrement les niveaux énergétiques principalement déterminés par le confinement imposé par la géométrie de la QD. Une conséquence importante est que le caractère bosonique de l'exciton s'efface devant le principe d'exclusion ressenti par chacun des fermions.

Nous nous focalisons dans un premier temps sur la transition liée à l'exciton neutre $\mathbf{X^0}$, même si nous verrons que les QDs présentent d'autres niveaux électroniques comme des excitons chargés (trions $\mathbf{X^\pm}$) ou encore le biexciton $\mathbf{XX^0}$ constitué de 2 paires électron-trou en interaction.

Puits quantique

Un puits quantique est constitué par une fine couche ($\sim$ 10 nm) d'un matériau semi-conducteur de gap inférieur à celui du matériau l'emprisonnant.

Comme pour une QD le fondamental est caractérisé par une bande de valence pleine, et une bande de conduction vide. Le premier niveau excité correspond à un électron promu

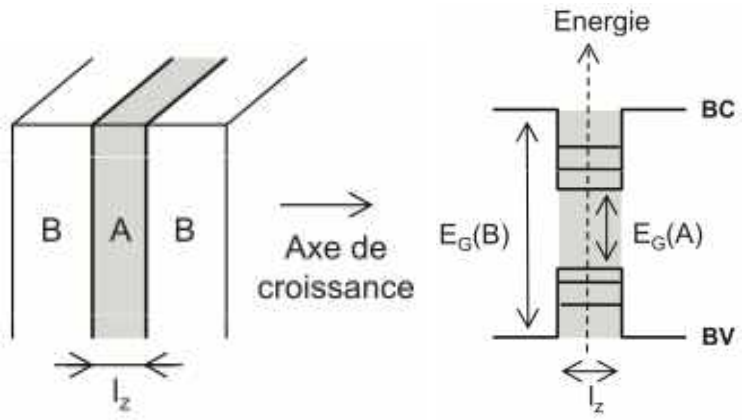


FIGURE II.6 – ***À gauche :*** *Schéma d'un QW de largeur l_z : un matériau B de gap supérieur emprisonne un un matériau A de gap inférieur.* ***À droite :*** *Schéma des niveaux énergétiques d'un QW. Figure extraite de [116].*

dans la bande de valence en interaction coulombienne avec le trou laissé dans la bande de valence. Contrairement à une QD, l'interaction coulombienne est ici primordiale car elle assure la localisation des porteurs et ainsi la création d'un niveau discret. En effet dans le cas d'un puits quantique les porteurs ne sont pas confinés dans les directions transverses et un continuum d'états correspondant à la vitesse du centre du centre de masse dans ces directions est présent.

L'exciton 2D est confiné selon l'axe de croissance, mais comme l'atome d'hydrogène, son spectre possède des niveaux isolés (états liés) grâce à l'énergie de liaison de la paire électron-trou ($E_B = 7$ meV) et des continua (états non liés) dus au fait que les porteurs ne sont pas localisés dans les directions transverses. Nous considérerons en général l'exciton $1s$ nommé ainsi par analogie avec la fonction d'onde atomique pour le mouvement relatif des charges, et le rayon de Bohr de l'exciton dans InGaAs vaut $a_X = \sqrt{\frac{\hbar^2}{2\mu E_B}} \sim 100$ Å.

La symétrie planaire permet à priori une délocalisation de l'exciton sur de grandes distances ($\sim \mu$m) en comparaison du rayon de Bohr a_X. Le principe d'exclusion de Pauli s'appliquant à chacun des fermions ne se fera ressentir que lorsque la densité d'exciton d_X sera telle que la distance interparticulaire $d_X^{-1/2}$ sera comparable au rayon de Bohr de l'exciton a_X (cf. II.3.4). Pour des densités inférieures, l'exciton 2D composé de deux fermions se comportera comme un boson.

II.3.3 Boite quantique couplée à une cavité FFP

La taille d'un atome ou d'une boîte quantique [117] est très faible devant la longueur d'onde des photons et ces émetteurs peuvent être considérés comme ponctuel situé en $\vec{r}_e$. Le couplage dipolaire entre l'émetteur et les photons de cavité se fait par l'intermédiaire du dipôle de l'émetteur : $\hat{\vec{d}} = (\vec{d}\hat{b} + \vec{d}^*\hat{b}^\dagger)\delta(\vec{r} - \vec{r}_e)$. Un judicieux choix de phase permet de considérer une constante de couplage réelle, et cette dernière vaut (cf. équation II.25) :

$$\hbar g = C_l \vec{d}^*.\vec{E}_l(\vec{r}_e) \tag{II.28}$$

La constante de couplage s'exprime directement comme le produit scalaire du dipôle de l'émetteur et du champ électrique au niveau de l'émetteur $|C_l\vec{E}_l(\vec{r_e})|$. La dépendance spatiale du champ est représentée par une fonction normalisée ($\int |\vec{E}_l(\vec{r})|^2 \, \mathrm{d}\vec{r} = 1$) si bien que l'inverse de l'intensité du champ au niveau de l'émetteur représente le volume effectif du champ V_{eff} [66] qui peut s'exprimer en fonction du volume de mode V_m défini par l'équation I.16 :

$$V_{eff} = \frac{1}{|\vec{E}_l(\vec{r_e})|^2} = \frac{|\vec{E}_l(\vec{r_{max}})|^2}{|\vec{E}_l(\vec{r_e})|^2} V_m, \tag{II.29}$$

où $\vec{r}_{max}$ est la position d'un maximum du champ. Le volume effectif s'exprime en fonction du champ électrique $\vec{E}(\vec{r})$ (non normalisé) dans la cavité par $V_{eff} = \frac{\int |\vec{E}(\vec{r})|^2 \, \mathrm{d}\vec{r}}{|\vec{E}(\vec{r_e})|^2}$. Pour les cavités courtes, ce volume dépend de la pénétration dans les couches diélectriques et semi-conductrices et sera évalué au §II.4.3. Le volume effectif correspond au volume de mode lorsque l'émetteur est placé à un maximum du champ.

Atome en cavité

Pour un atome, le dipôle étant induit il est naturellement parallèle au champ, et ce dernier est lié à la demi-largeur naturelle γ par [118] : $|d|^2 = \frac{3\hbar\pi\epsilon_0 c^3 2\gamma}{\omega_{eg}^3}$, où ω_{eg} est la pulsation associée à la transition considérée. La constante de couplage peut donc s'exprimer directement en fonction de la demi-largeur naturelle γ par :

$$\hbar g_{at} = \hbar\sqrt{\frac{3c\lambda^2\gamma}{4\pi\epsilon_{eff}V_{eff}}}. \tag{II.30}$$

Dans notre équipe, le couplage d'atomes de rubidium (de largeur naturelle $\gamma = 2\pi \times 3$ MHz) à une micro-cavité FFP (de constante de fuite $\kappa = 2\pi \times 53$ MHz) a pu être réalisé dans le régime de couplage fort [43] [45], avec une constante de couplage $g_{at} = 2\pi \times 215$ MHz à $\lambda = 780$ nm, ce qui correspond à un volume de mode $V_m \simeq 8000$ μm^3.

QD en cavité

Avant de calculer la constante de couplage nous allons préciser d'avantage les états électroniques d'une QD. Pour décrire les états électroniques près du centre de la zone de Brillouin, l'approximation de la fonction enveloppe [113] est très utile. Elle permet de séparer les deux contributions de la fonction d'onde des porteurs (électrons et tous) ; d'un côté une partie rapidement variable à l'échelle atomique appelé fonction atomique, et de l'autre la fonction enveloppe lentement variable sur cette échelle. Comme nous l'avons vu au début du chapitre II.3.2, les seules bandes qui nous intéressent sont la bande de valence, de fonction atomique $u_v(\vec{r})$ dans lequel un trou a une masse effective m_v, et la bande de conduction de fonction atomique $u_c(\vec{r})$ dans lequel un électron a une masse effective m_c. Ainsi la fonction d'onde d'un porteur s'écrit :

$$\psi_{e/h}(\vec{r}) = u_{c/v}(\vec{r})F_{e/h}(\vec{r}), \tag{II.31}$$

Dans le cas d'un semi-conducteur massif, la fonction enveloppe est solution d'une équation de Shrödinger avec un Hamiltonien effectif de particule libre $\hat{p}^2/(2m_{c/v})$, et l'on retrouve simplement le terme $\frac{1}{\sqrt{V}}e^{i\vec{k}.\vec{r}}$ de la fonction d'onde de Bloch.

Dans une boîte quantique, les porteurs ressentent un potentiel de confinement $\hat{V}_{qd}$ du à la différence de gap des matériaux à l'interface. La fonction enveloppe est solution d'une équation de Shrödinger avec un Hamiltonien effectif $\hat{p}^2/(2m_{c/v}) + \hat{V}_{qd}$. L'interaction coulombienne entre l'électron et le trou peut en général être traitée en théorie des perturbations [119]. Le confinement défini principalement les états électroniques accessibles à l'électron d'une part et au trou d'autre part. Chacun des porteurs joue vis à vis du confinement un rôle indépendant. Le principe de Pauli s'applique donc à chacun d'eux conférant ainsi un caractère fermionique aux excitons dans une QD. Le confinement conduit en général, à plusieurs états piégés mais nous ne considèrerons dans la suite que le fondamental du piège pour l'électron et le trou.

Les propriétés de symétrie du potentiel de confinement, c'est-à-dire la forme de la QD, imposent les propriétés des états électroniques. Pour des QD symétriques (symétrie cylindrique autour de l'axe de croissance), la composition des moments cinétiques à partir des états électroniques de la bande de valence (trous lourds : $J = 3/2, m_J = \pm 3/2$ notés $|\Uparrow\rangle$ et $|\Downarrow\rangle$), et de la bande de conduction ($J = 1/2, m_J = \pm 1/2$ notés $|\uparrow\rangle$ et $|\downarrow\rangle$) conduit à quatre états excitoniques dégénérés deux à deux :

- les excitons brillants : $J = 1, m_J = \pm 1$ notés $|\Uparrow, \downarrow\rangle$ et $|\Downarrow, \uparrow\rangle$,
- les excitons noirs : $J = 2, m_J = \pm 2$ notés $|\Uparrow, \uparrow\rangle$ et $|\Downarrow, \downarrow\rangle$.

Les excitons noirs ont un moment cinétique qui vaut $\pm 2\hbar$ et ne peuvent pas être peuplés par une transition à un photon depuis le fondamental. Les excitons brillants, quant à eux, sont couplés au fondamental par un photon polarisé circulairement.

Les QDs que nous couplons à une cavité FFP sont des QDs auto-assemblées en InGaAs, et généralement la symétrie dans les directions X et Y n'est pas conservée lors de la formation conduisant à des QDs elliptiques. Ceci à pour conséquence une levée de dégénérescence [120] [121] [122] entre les états $|\Uparrow, \downarrow\rangle$ et $|\Downarrow, \uparrow\rangle$, et conduit à la définition de nouveaux états propres excitoniques brillants :

$$\begin{aligned} |X\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}}(|\Uparrow, \downarrow\rangle + |\Downarrow, \uparrow\rangle), \\ |Y\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}}(|\Uparrow, \downarrow\rangle - |\Downarrow, \uparrow\rangle). \end{aligned} \tag{II.32}$$

Les nouveaux états propres $|X\rangle$ et $|Y\rangle$ sont couplés au photons polarisés linéairement selon les directions cristallographiques [110] et [1$\bar{1}$0] respectivement [123].

L'installation dans le montage expérimental d'un appareil permettant d'effectuer une rotation d'un des miroirs par rapport à l'autre peut mener à l'optimisation de l'angle entre le dipôle et la polarisation du champ, et ainsi à une optimisation du couplage. Comme nous l'avons vu précédemment (§I.1.1.d) les deux polarisations linéaires du mode de cavité sont non dégénérées, et les micro-cavités FFP permettent à priori de s'adresser individuellement à un des deux états excitoniques brillants, au choix.

Comme dans le cas atomique, le dipôle d'une QD dans du GaAs peut s'exprimer en fonction de sa demi-largeur naturelle radiative γ_{rad} [124] :

$$|d|^2 = \frac{3\hbar\pi\epsilon_0 c^3 2\gamma}{\omega_x^3 n_{GaAs}}, \text{ et donc } g_{qd} = \sqrt{\frac{3c\lambda^2\gamma_{rad}}{4\pi n_{GaAs}\epsilon_{eff}V_{eff}}}. \tag{II.33}$$

Cette expression correspond au cas atomique avec pour seul différence l'indice du milieu dans lequel est plongé la QD. Il est cependant plus commode de comparer les QDs

par l'intermédiaire de leurs forces d'oscillateur. La force d'oscillateur est un nombre sans dimension permettant de quantifier la force de l'interaction de la transition et elle s'exprime en fonction du dipôle par [66] :

$$f = \frac{2m_e\omega_X|d|^2}{e^2\hbar}, \tag{II.34}$$

où m_e est la masse de l'électron, ω_X la pulsation associé à la transition.

La constante de couplage d'une QD dont le dipôle est aligné avec la polarisation du mode de cavité s'exprime donc à l'aide de la force d'oscillateur f, de l'indice effectif et du volume effectif vu par le mode dans la cavité :

$$g_{qd} = \left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0 n_{eff}^2}\frac{\pi e^2 f}{m_0 V_{eff}}\right)^{1/2}. \tag{II.35}$$

Les forces d'oscillateur typiques pour les QDs auto-organisées sont de l'ordre de la dizaine [9, 124]. Pour maximiser le couplage, il faut minimiser le volume de mode, ce qui sera fait en formant des cavités courtes. Nous préciserons les valeurs de couplage qui peuvent être atteintes dans une cavité réelle dans le chapitre suivant (§II.4).

II.3.4 Puits quantique couplé à une cavité FFP

Dans le cas du couplage d'un puits quantique à la micro-cavité FFP, nous détaillerons le calcul de la constante de couplage à partir d'un hamiltonien $\vec{p}.\vec{A}$, s'appliquant à l'ensemble des électrons du système afin de tenir compte de la répartition en intensité du champ de cavité. Ceci nous permettra notamment de déterminer la fonction d'onde associée à l'exciton dans ce type de cavité. Nous commençons cependant par décrire la fonction d'onde de l'exciton dans la base des ondes planes.

II.3.4.a Base des ondes planes pour les excitons

L'interaction entre un puits quantique et la lumière a principalement été étudiée dans l'espace libre [115], ou dans des microcavités plans 2D [125, 126]. Dans ces deux cas, le photon possède un moment transverse (perpendiculaire à l'axe de croissance) $\vec{k}_\perp$ bien défini. La symétrie du système par translation dans les deux directions transverses se traduit par la conservation du vecteur d'onde $\vec{k}_\perp$. Ainsi, lors de l'absorption du photon, un électron de la bande de valence de moment $\vec{k}_{\perp v}$ passe dans la bande de conduction et acquiert un moment $\vec{k}_{\perp c} = \vec{k}_\perp - \vec{k}_{\perp v}$. L'électron promu reste en interaction avec le trou laissé dans la bande de valence, et ensemble ils forment un exciton de vecteur d'onde transverse $\vec{k}_\perp$.

L'état fondamental $|0\rangle$ représente la mer de Fermi du puits quantique, c'est à dire tous les électrons dans la bande de valence. La fonction d'onde de cet état s'exprime à partir des fonction d'onde à un électron dans la bande de valence comme :

$$\langle\vec{r}_1...\vec{r}_N|0\rangle = \frac{1}{\sqrt{N!}}\sum_{P\in S_N}(-1)^P P \quad \prod_{\vec{k}_{\perp,n}} F^h_{\vec{k}_{\perp,n}}(\vec{r}_n), \tag{II.36}$$

où S_N est le groupe symétrique des permutations, $F^h_{\vec{k}_{\perp,n}}$ est la fonction d'onde à un électron dans la bande de valence, de vecteur d'onde dans le plan des couches $\vec{k}_{\perp,n}$, qui s'écrit dans l'approximation de la fonction enveloppe [113] :

$$F^h_{\vec{k}_{\perp,n}}(\vec{r}) = u_h(\vec{r})\chi^h_1(z)\frac{1}{\sqrt{S}}\exp i\vec{k}_{\perp,n}.\vec{r}_\perp \tag{II.37}$$

où $u_h(\vec{r})$ représente la partie atomique associée à la bande de valence (rapidement variable à l'échelle de la maille atomique), et $\chi^h_1(z)\frac{1}{\sqrt{S}}\exp i\vec{k}_{\perp,n}.\vec{r}_\perp$ représente la partie enveloppe confinée selon l'axe de croissance, et libre dans les directions perpendiculaires.

La fonction d'onde d'un exciton $1s$ de vecteur d'onde $\vec{k}_\perp = \vec{k}_c - \vec{k}_v$ (où la notation $\perp$ est abandonnée pour plus de lisibilité) s'écrit :

$$\left|\psi^X_{\vec{k}_\perp}\right\rangle = \sum_{\vec{k}_c}\bar{\beta}(\frac{m_v}{M}\vec{k}_c + \frac{m_c}{M}\vec{k}_v)\left|\psi_{\vec{k}_v,\vec{k}_c}\right\rangle, \tag{II.38}$$

où $\bar{\beta}(\vec{k}) = \frac{\sqrt{8\pi a^2_{2D}/S}}{(1+(ka_{2D})^2)^{3/2}}$ sont les coefficients de Fourier de la fonction hydrogénoïde 1s à deux dimensions $\beta(\vec{r}_\perp) = \sqrt{2/(\pi a^2_{2D})}\exp -|\vec{r}_\perp|/a_{2D}$, décrivant le mouvement relatif de l'électron et du trou. La masse totale de l'exciton est $M = m_c + m_v$. $\left|\psi_{\vec{k}_v,\vec{k}_c}\right\rangle$ représente un état où un électron de vecteur $\vec{k}_v$ est promu dans la bande de conduction avec un vecteur d'onde $\vec{k}_c$ s'écrit :

$$\left\langle\vec{r}_1...\vec{r}_N|\psi_{\vec{k}_v,\vec{k}_c}\right\rangle = \frac{1}{\sqrt{N!}}\sum_{P\in S_N}(-1)^P P \quad F^e_{\vec{k}_{\perp,c}}(\vec{r}_c)\prod_{\vec{k}_{\perp,n}\neq\vec{k}_{\perp,v}}F^h_{\vec{k}_{\perp,n}}(\vec{r}_n), \tag{II.39}$$

où F^e est la fonctions d'onde à un électron dans la bande de conduction qui s'écrit dans l'approximation de la fonction enveloppe :

$$F^e_{\vec{k}_{\perp,c}} = u_c(\vec{r})\chi^e_1(z)\frac{1}{\sqrt{S}}\exp i\vec{k}_{\perp,c}.\vec{r}_\perp, \tag{II.40}$$

où $u_c(\vec{r})$ représente la partie atomique associée à la bande de conduction, et $\chi^e_1(z)\frac{1}{\sqrt{S}}\exp i\vec{k}_{\perp,v}.\vec{r}_\perp$ représente la partie enveloppe.

Il est commode d'introduire les opérateurs créations d'un électron dans la bande de conduction $c^\dagger_{\vec{k}_c}$ et création d'un trou (de vecteur d'onde $\vec{k}_h = -\vec{k}_v$) dans la bande de valence $d^\dagger_{\vec{k}_h}$. L'opérateur création d'un exciton de vecteur $\vec{k}_\perp$ s'écrit donc :

$$b^\dagger_{\vec{k}_\perp} = \sum_{\vec{k}}\bar{\beta}(\vec{k})c^\dagger_{\frac{m_c}{M}\vec{k}_\perp+\vec{k}}d^\dagger_{\frac{m_c}{M}\vec{k}_\perp+\vec{k}}. \tag{II.41}$$

En conclusion un exciton de vecteur d'onde $\vec{k}_\perp$ se propage dans le plan des couches à une vitesse $\vec{v}_X = \frac{\hbar\langle\vec{k}_c\rangle}{m_c} = \frac{\hbar\langle\vec{k}_h\rangle}{m_v} = \frac{\hbar\vec{k}_\perp}{M}$. Et le mouvement relatif de l'exciton et du trou est décrit par une fonction hydrogénoïde 2D.

II.3.4.b Base de Hermite Gauss pour les excitons dans une cavité FFP

Comme nous travaillons avec un mode de la lumière quantifié dans les directions transverses (x, y), on s'attend à ce que la fonction d'onde de l'exciton créée par interaction avec le mode $\vec{E}_l$ soit localisée dans les directions transverses. Nous considérons donc directement la fonction d'onde excitonique correspondante au mode de Hermite-Gauss (2D) m, n, dont la taille transverse est celle du mode de cavité au niveau du puits quantique $E_{m,n}(\vec{R}_\perp, z_{QW})$:

$$\left|\psi^X_{m,n}\right\rangle = \sum_{\vec{k}_\perp} \bar{E}_{m,n}(\vec{k}_\perp) \left|\psi^X_{\vec{k}_\perp}\right\rangle, \tag{II.42}$$

où $\bar{E}_{m,n}(\vec{k}) = \int \frac{\mathrm{d}\vec{R}_\perp}{\sqrt{S}} E_{m,n}(\vec{R}_\perp) e^{-\mathrm{i}\vec{k}.\vec{R}_\perp}$ sont les coefficients de Fourier du mode 2D $E_{m,n}(\vec{R}_\perp)$.

L'opérateur création d'un exciton dans le mode (m, n) s'écrit en fonction des opérateurs création des électrons et trous :

$$b^\dagger_{m,n} = \sum_{\vec{k}_\perp} \bar{E}_{m,n}(\vec{k}_\perp) b^\dagger_{\vec{k}_\perp} = \sum_{\vec{k}_c, \vec{k}_h} \bar{E}_{m,n}(\vec{k}_c + \vec{k}_h) \bar{\beta}(\frac{m_v}{M}\vec{k}_c - \frac{m_c}{M}\vec{k}_h) c^\dagger_{\vec{k}_c} d^\dagger_{\vec{k}_h}. \tag{II.43}$$

Le taux d'occupation d'un état électronique $\left|\psi_{\vec{k}_h, \vec{k}_c}\right\rangle$ est en général très faible à basse densité assurant des relations de commutations bosoniques aux opérateurs $(b_{m,n}, b^\dagger_{m,n})$. Cependant quand la densité approche $1/a_X^2$, le principe de Pauli commence à se faire ressentir par chacun des porteurs [127] [128]. À des densités électroniques élevées, l'écrantage de l'interaction entre l'électron et le trou conduit notamment à une diminution de la force d'oscillateur [129].

II.3.4.c Calcul de la constante de couplage dans la base des modes de Hermite-Gauss

Nous avons calculé le paramètre de couplage g entre un photon de cavité dans un mode TEM_l $(l = (q, m', n', \vec{\epsilon}))$ et un exciton dans le mode $\left|\psi^X_{m,n}\right\rangle = b^\dagger_{m,n} |0\rangle$ à partir du Hamiltonien d'interaction $\vec{p}.\vec{A}$ (cf. annexe C).

La constante de couplage s'exprime en fonction de la masse des électrons libres m_0, de l'amplitude du champ à un photon C_l, de l'énergie du mode de cavité ω^l_c comme :

$$\hbar g = \frac{eC_l}{m_0 \omega^l_c} |\langle u_{hh}| \vec{p}.\vec{\epsilon} |u_c\rangle \left\langle \chi^h_1 | \chi^e_1 \right\rangle Z(z_{QW}) | \alpha(\mathrm{w}_0, a_X) \tag{II.44}$$

où $\langle u_{hh}| \vec{p}.\vec{\epsilon} |u_c\rangle$ est l'élément de matrice de Kane [113] qui dépend des propriétés intrinsèques des bandes de valence et de conduction du semi-conducteur. Cet élément contient aussi les règle de sélection pour la polarisation de la lumière qui font que seuls les excitons brillants vont être couplés au champs de cavité (cf. §II.32). Le produit scalaire $\left\langle \chi^h_1 | \chi^e_1 \right\rangle$ est le recouvrement entre les fonctions de confinement dans le puits quantique (le long de l'axe de croissance) de l'électron et du trou. Dans les puits quantiques en InGaAs ce confinement est proche de 1. $Z(z_{QW})$ représente la partie longitudinale normalisée du champ, évaluée à la position du puits quantique. Enfin α représente le terme dépendant du profil transverse

du mode et s'écrit :

$$\alpha(\mathrm{w}_0, a_X) = \frac{1}{\sqrt{S}} \sum_{\vec{k}_c, \vec{k}_h} \bar{E}^*_{m',n'}(\vec{k}_c + \vec{k}_h) \bar{E}_{m,n}(\vec{k}_c + \vec{k}_h) \bar{\beta}(\frac{m_v}{M}\vec{k}_c - \frac{m_c}{M}\vec{k}_h). \tag{II.45}$$

La fonction $\bar{\beta}(\vec{k})$ est centrée autour de $\vec{k} = 0$ avec une largeur de l'ordre de $1/a_X$. La fonction $\bar{E}_{m,n}(\vec{k})$ représente les coefficients de Fourier de la fonction transverse du champ et possède quand à elle une largeur de l'ordre de $1/\mathrm{w}_0$. Le confinement transverse imposé par la lumière à l'exciton est en pratique ($\mathrm{w}_0 \sim 1\mu\mathrm{m}$) très grand devant le rayon de bohr atomique ($a_X \sim 10$ nm). Ceci permet de sommer sur $\vec{k}_\perp = \vec{k}_c + \vec{k}_h$ en considérant $\bar{\beta}(\vec{k})$ constant.

$$\sum_{\vec{k}_\perp} \bar{E}^*_{m',n'}(\vec{k}_\perp) \bar{E}_{m,n}(\vec{k}_\perp) = \delta_{m',m}\delta_{n',n} \tag{II.46}$$

Nous voyons ici que le mode optique de Hermite-Gauss va se coupler au mode excitonique correpondant. La fonction d'onde de l'exciton étant directement déterminée par la répartition spatiale du champ au niveau du puits. Ceci a pour conséquence que le couplage du puits quantique à la cavité est indépendant du *waist* w_0. On retrouve ici le caractère collectif de ce couplage : comme nous l'avons montré au §II.1.2 le couplage collectif varie en $\sqrt{N_{em}}$ avec le nombre d'émetteur N_{em}. Dans le cas du puits quantique, le nombre d'émetteurs est proportionnel à l'aire du puits éclairée $N_{em} \propto \pi \mathrm{w}_0^2$. La dépendance du nombre d'émetteurs individuels participant au couplage compense la dilution transverse du champ électromagnétique, de telle sorte que finalement le paramètre de couplage g est indépendant du *waist*.

$$\alpha(a_X) \simeq \frac{1}{\sqrt{S}} \sum_{\vec{k}} \bar{\beta}(\vec{k}) = \beta(0) = \sqrt{\frac{2}{\pi a_X^2}} \tag{II.47}$$

Dans la limite (théorique) inverse ou le *waist* approche le rayon de Bohr de l'exciton, alors l'effet collectif du couplage disparaît et le couplage tend vers celui obtenu pour une boîte quantique.

La constante de couplage g peut être évaluée à partir de cette formule grâce aux grandeurs caractéristiques des matériaux apparaissant dans l'équation C.4, mais il est plus pratique de regrouper les grandeurs intrinsèques au matériau à l'aide de la force d'oscillateur par unité de surface [130] [125] :

$$\frac{f}{S} = \frac{2}{m_0 \hbar \omega_X} |\langle u_{hh}| \vec{p}.\vec{\epsilon} |u_c\rangle \langle \chi_1^h | \chi_1^e \rangle|^2 \beta(0)^2. \tag{II.48}$$

Les forces d'oscillateurs typiques [131] sont de l'ordre de $\frac{f}{S} \sim 5.10^{16}$ m^{-2}. Et donc le paramètre de couplage g s'écrit finalement :

$$\hbar g = \hbar e \sqrt{\frac{1}{4\epsilon_0 m_0} \frac{f}{S} \frac{2}{n_{eff}^2 L_{eff}}}, \tag{II.49}$$

où l'on a introduit une longueur effective $L_{eff} = \frac{2}{|Z(z_{qw})|^2}$ qui rend compte de la valeur du champ longitudinal sur l'émetteur[6]. Le facteur 2 permet de faire correspondre la longueur

6. Si E_z représente le champ électrique longitudinal non normé : $L_{eff} = 2\frac{\int |E_z(z')|^2 \, \mathrm{d}z'}{|E_z(z_{qw})|^2}$.

effective L_{eff} et la longueur géométrique L_{geo} quand la pénétration dans les miroirs est négligée. Dans le cas d'un puits quantique, la maximisation du couplage s'obtient en limitant la longueur de la cavité indépendamment de la taille du champ dans les directions transverses. Le paramètre de couplage est donc aussi le même pour tous les modes de cavité.

Cette expression du paramètre de couplage est en accord avec les expression dérivées pour les micro-cavités planes intégrées [132] à la différence de l'indice effectif et de la longueur effective qui pour les micro-cavités FFP tiennent compte de la longueur géométrique variable de la cavité. L'indice effectif ainsi que la longueur effective de la cavité seront calculés au §II.4 et nous permettront d'évaluer le couplage d'un puits quantique à la cavité.

L'état $\left|\psi^X_{m,n}\right\rangle$ correspond à l'exciton formé par absorption d'un photon du mode de cavité dans le mode (m,n). La fonction d'onde du photon s'imprime directement dans la matière. De plus le couplage entre cette dernière et le mode de cavité est indépendant de la forme du mode pourvu que les dimensions du mode optique sont grandes devant le rayon de Bohr. L'état $\left|\psi^X_{m,n}\right\rangle$ diagonalise le terme d'interaction avec le mode du champ (m,n). La dynamique propre du centre de masse de l'exciton, quant à elle, est représenté par le hamiltonien $\mathcal{H}_{cm} = -\frac{\hbar^2\nabla^2_{\vec{R}}}{2M}$ qui est diagonal dans la base des ondes planes, mais donne lieu à des termes de couplage entre les modes (m,n) et (p,q) dans la base des modes de Hermite-Gauss :

$$V^{m,n}_{p,q} = \langle p,q|\,\mathcal{H}_{cm}\,|m,n\rangle = \sum_k \bar{E}^*_{m,n}(\vec{k})\bar{E}_{m,n}(\vec{k})\frac{\hbar^2k^2}{2M} \tag{II.50}$$

En passant à une somme continue, les intégrales peuvent être calculées [133] et les termes diagonaux s'écrivent :

$$V^{m,n}_{m,n} = \frac{\hbar^2}{M\mathrm{w}_0^2}(m+n+1). \tag{II.51}$$

Les seuls termes hors diagonaux non nuls sont obtenus pour des couplages entre modes ou seul un indice peut varier $(m,n) \to (p,n)$ ou $(m,n) \to (m,q)$. Il faut de plus que la somme de l'indice de départ et l'indice d'arrivé ($m+p$ ou $n+q$ respectivement) soit paire.

$$V^{m,n}_{p,n} = \mathrm{i}^{m-p}\frac{\hbar^2}{M\mathrm{w}_0^2}\frac{\sqrt{m!p!}}{(\frac{m+p}{2}-1)!(\frac{m-p}{2}+1)!(\frac{p-m}{2}+1)!} \quad \text{pour} \left\{\begin{array}{l} p \neq m \\ p+m \text{ pair} \end{array}\right. . \tag{II.52}$$

L'ordre de grandeur du couplage entre les modes excitonique $\left|\psi^X_{m,n}\right\rangle$ est de 0,1 μeV pour un *waist* $\mathrm{w}_0 \sim 1$ μm et $M_{InGaAs} = 0{,}4m_e$. Ce couplage reste très faible devant les autres grandeurs du système et la dispersion des excitons sera négligée dans la suite.

Les états excitoniques $\left|\psi^X_{m,n}\right\rangle$ diagonalisent le couplage lumière-matière dans une cavité FFP, de plus le couplage entre ces derniers peut être négligé. Nous nous sommes donc ramené au modèle de 2 oscillateurs couplés (cf. §II.1.3) à partir du Hamiltonien d'interaction $\vec{p}.\vec{A}$, avec qui plus est un couplage indépendant de la forme du mode (tant que $\mathrm{w}_0 \gg a_X$).

II.4 Optimisation du couplage

La maximisation du couplage d'un émetteur ponctuel à la micro-cavité FFP passe par la minimisation du volume de mode. Pour un puits quantique, il faut minimiser la longueur effective de la cavité en prenant en compte la pénétration du champ dans les miroirs. La simulation du champ dans les couches de diélectriques et de semi-conducteurs va nous permettre de calculer l'indice effectif vu par le mode de cavité, ainsi que sa pénétration dans les miroirs pour obtenir le volume de mode et enfin le couplage dans une micro-cavité FFP.

II.4.1 Champs dans les couches

La simulation du champ dans des superpositions de couches diélectriques (semi-conductrices) est réalisée grâce à une méthode matricielle permettant de résoudre les équations de Maxwell dans les multicouches [134].

La figure II.7 présente l'intensité du champ dans une cavité FFP. La phase du coefficient de réflexion du miroir diélectrique vaut π au centre du plateau de réflexion (900 nm) (cf. §A.1.3.a) car ce dernier est terminé par la couche d'indice élevé, ce qui se traduit par un minimum du champ à la surface du miroir. À contrario, le champ est maximum à la surface du miroir de Bragg semi-conducteur. En effet, les miroirs de Bragg utilisés lors de nos expériences sont constitués par une alternance de couche de GaAs (indice élevé) et AlAs (indice faible), et se terminent par une couche d'AlAs sur laquelle est déposée une couche de GaAs de longueur optique λ contenant en son centre les émetteurs (QD ou QW). Les émetteurs que nous avons utilisés sont en InGaAs et ces derniers doivent être encapsulés dans un matrice de GaAs pour assurer le confinement des porteurs. Le champ présente un maximum à la surface de la dernière couche du DBR (AlAs d'indice faible) et donc il est aussi maximum à la surface de l'échantillon (DBR+couche λ).

La structure semi-conductrice contenant les QDs décrite à la figure II.7, est en réalité plus complexe que pour les QW. En effet, la couche contenant les QDs possède plusieurs couches dopées permettant d'appliquer une différence de potentiel de part et d'autre des QDs et ainsi de contrôler leurs états de charge (cf. §IV.1.2). La présence notamment d'une couche d'AlGaAs (déposée après les QDs) permet d'augmenter légèrement le champ ressenti au niveau de l'émetteur.

La méthode matricielle utilisée ici est unidimensionnelle et ne prend donc pas en compte la courbure du front d'onde et donc le caractère gaussien du mode de cavité. Même si la phase de Gouy est une phase géométrique qu'il est important de prendre en compte pour connaître précisément la condition de résonance de la cavité, elle varie cependant très peu sur l'épaisseur d'une couche diélectrique dans les conditions expérimentales. En effet même pour un *waist* de 1,5 μm la longueur de Rayleigh (échelle caractéristique de variation de la phase de Gouy) vaut 8 μm dans le vide. Il est cependant possible de tenir compte de la courbure dans la méthode de matrice de transfert [135] [136].

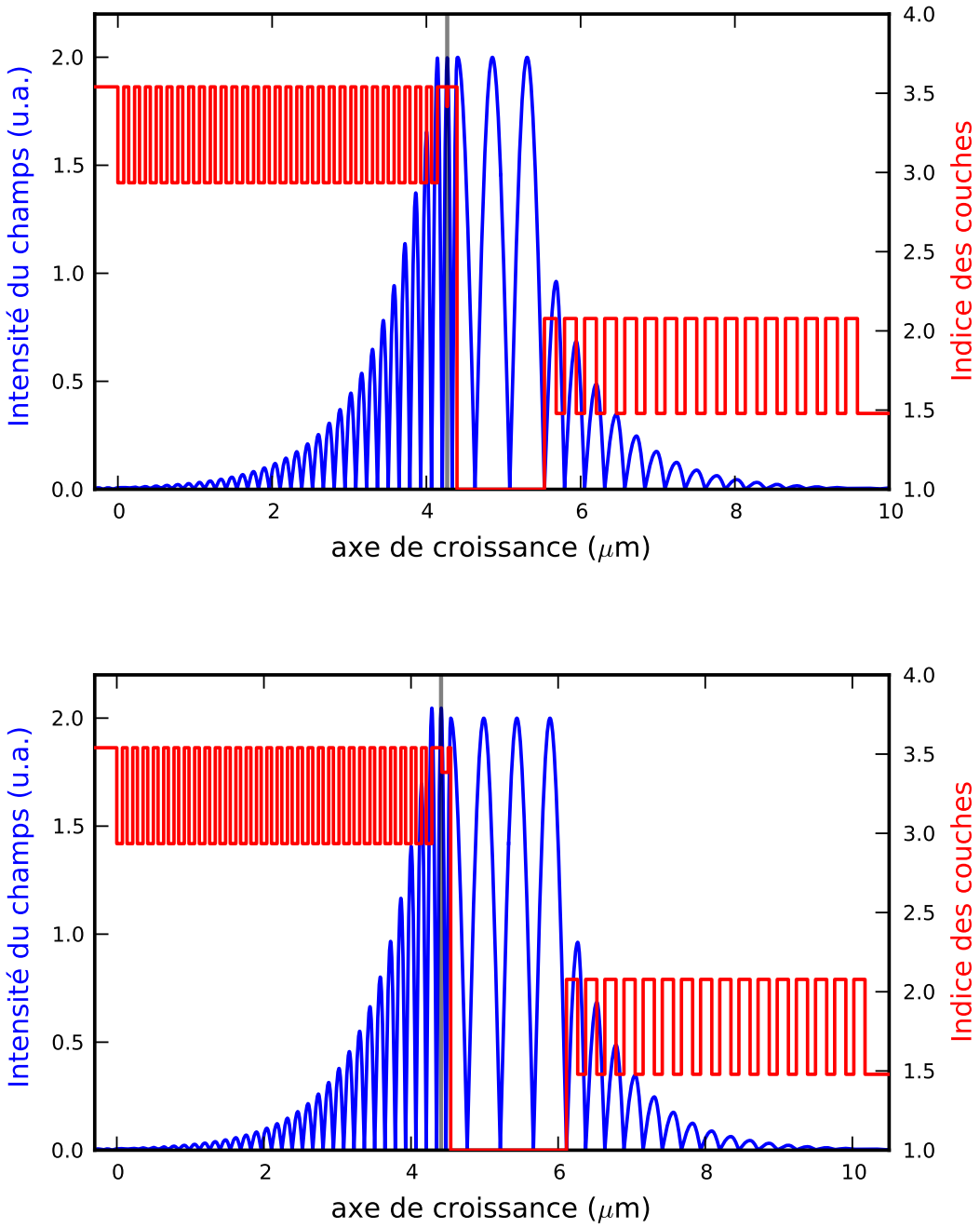


FIGURE II.7 – *Simulation du champ dans les couches du miroir diélectrique (à droite) et dans les couches semi-conductrices (à gauche).* ***En haut :*** *un QW (InGaAs) de 10 nm est localisé (aire grisée) au centre de la couche de longueur optique $\lambda = 900$ nm située au-dessus du miroir de Bragg semi-conducteur constitué de 30 paires de GaAs/AlAs. La longueur géométrique séparant les deux miroirs vaut ici $L_{geo} = 1{,}1$ μm.* ***En bas :*** *les QDs sont localisées dans une fine couche (aire grisée) au centre de la couche de longueur optique $\lambda = 900$ nm située au-dessus du miroir de Bragg semi-conducteur constitué de 31 paires de GaAs/AlAs. La longueur géométrique séparant les deux miroirs vaut ici $L_{geo} = 1{,}6$ μm.*

II.4.2 Indice effectif

L'indice effectif vu par le mode de cavité du fait de la pénétration du champ dans les couches et défini précédemment au §II.3.1 vaut :

$$n_{eff} = \sqrt{\frac{\int \mathrm{d}\vec{r}|\vec{E}(\vec{r})|^2\epsilon_r(\vec{r})}{\int \mathrm{d}\vec{r}|\vec{E}(\vec{r})|^2}} \simeq \sqrt{\frac{\int \epsilon_r(z')\,|E_z(z')|^2\,\mathrm{d}z'}{\int |E_z(z')|^2\,\mathrm{d}z'}}, \tag{II.53}$$

et peut être calculé numériquement pour différentes longueurs de cavité (cf. figure II.8).

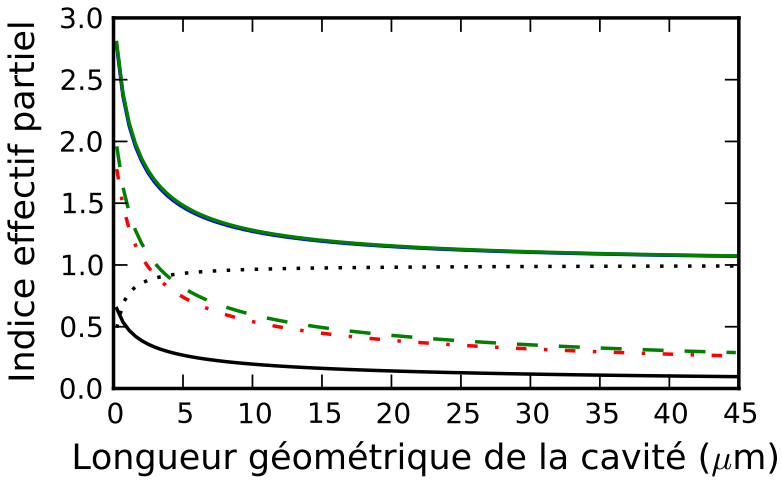


FIGURE II.8 – *L'indice effectif du mode de cavité est calculé numériquement à partir du profil du champ dans les couches en fonction de la distance géométrique entre les mirroirs. Les indices effectifs obtenus pour une cavité fermée par une structure contenant les QDs (en bleu) et un QW (en vert) se superposent. Les autres courbes représentent la contribution à l'indice effectif de chacune des parties de la cavité : le miroir de bragg semi-conducteur (tirets verts), la couche de GaAs (tirets alternés rouges), le vide (points noirs), et le miroir diélectrique (courbe noire).*

La cavité la plus courte envisageable théoriquement ($\sim$ 0,2 μm) contient une demi-arche pour l'intensité ($\lambda/4$), et possède un indice effectif maximum de 2,7. Ce dernier tend vers 1 dans la limite des cavités longues. Il est intéressant de considérer la contribution à l'indice effectif de chacune des parties de la cavité [7]. Cela permet de constater que le miroir diélectrique ne participe pratiquement pas à l'indice effectif total. En effet, une cavité formée par deux miroirs de ce type aurait un indice effectif proche de 1, alors qu'une micro-cavité solide typique formée par deux miroirs de Bragg semi-conducteurs séparés par une couche de GaAs de longueur optique λ atteint un indice effectif de 3,3. Le couplage étant inversement proportionnel à l'indice effectif, l'avantage d'utiliser un miroir diélectrique terminé par un indice fort est non négligeable.

7. Les indices effectifs partiels correspondent à une limitation de l'intégration dans la formule II.53 à la zone concernée. L'indice effectif total au carré est donc égal à la somme des carrés des indices partiels.

II.4.3 Longueur de pénétration et volume effectif de la cavité

Comme nous l'avons vu au §II.3.3 le couplage à un émetteur ponctuel dépend du volume effectif défini comme l'inverse de l'intensité normée évaluée à la position de l'émetteur $\vec{r}_{qd}$. Notre montage expérimental permet de centrer le mode de cavité autour de l'émetteur en déplaçant transversalement l'échantillon par rapport au miroir fibré, maximisant ainsi le couplage transverse au mode de cavité. Cette souplesse expérimentale n'est pas négligeable au regard des nombreux efforts consentis en ce sens par plusieurs équipes [137] [53] [138].

$$V_{eff} = \frac{\int |\vec{E}(\vec{r})|^2 \, \mathrm{d}\vec{r}}{|\vec{E}(\vec{r}_{qd})|^2} = \frac{1}{|\vec{E}_l(\vec{r}_{qd})|^2} = \frac{\pi}{4}\mathrm{w}^2(z_{qd})L_{eff}, \tag{II.54}$$

où le calcul à été fait pour le mode TEM_{00} (volume de mode le plus faible). L'émetteur étant situé à proximité du miroir plan la taille transverse du faisceau sera assimilé au *waist* de la cavité $\mathrm{w}(z_{qd}) \simeq \mathrm{w}_0$. La longueur effective L_{eff} correspond à la longueur effective intervenant dans le couplage à un QW (cf. §II.3.4) :

$$L_{eff} = \frac{2\int |E_z(z)|^2 \, \mathrm{d}z}{|E_z(z_{qd})|^2}. \tag{II.55}$$

Cette longueur effective est calculée numériquement, en tenant compte de la structure des échantillons pour les différents émetteurs (QD et QW), pour différentes longueurs de la cavité (cf. figure II.9).

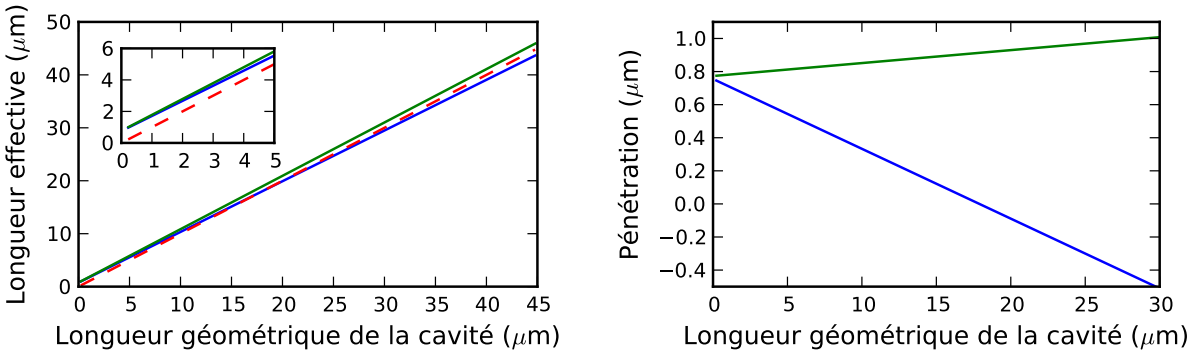


FIGURE II.9 – *La longueur effective de la cavité est calculée numériquement à partir du profil du champ dans les couches en fonction de la distance géométrique entre les miroirs.* ***À gauche :*** *La longueur effective obtenue pour une cavité fermée par une structure contenant les QDs (QW) est tracée en bleu (vert). La courbe rouge représente simplement la longueur géométrique. L'encart représente un agrandissement pour les faibles longueurs de cavité.* ***À droite :*** *la pénétration représente la différence entre la longueur effective et la longueur géométrique de la cavité, avec le même code couleur.*

Dans la limite des longues cavités, les longueurs effectives calculées pour l'échantillon contenant des QDs et celui contenant un QW diffèrent de quelques %. En effet la longueur

effective dépend du champ au niveau de l'émetteur, et comme nous l'avons vu (cf. figure II.7) le champ est légèrement plus élevé sur les QDs que dans la cavité. Ceci se traduit par le fait que la longueur effective pour les QDs augmentent moins que la longueur géométrique. À contrario pour le QW, la longueur effective augmente d'avantage car le champ sur le QW est légèrement inférieur au champ intra-cavité à cause de l'intégration du champ sur la largeur du puits (10 nm).

Dans la limite des cavité courtes, les longueurs effectives convergent dans les deux structures et nous permettent de définir une longueur de pénétration $L_p = 0{,}76$ μm, par analogie avec les micro-cavités solides. En effet pour une longueur géométrique nulle, on retrouve une micro-cavité solide de longueur $L_c = \lambda/n_{GaAs} \simeq 0{,}25$ μm. Cependant, pour comparer les longueurs effectives et les longueurs de pénétration usuellement définies dans les micro-cavités solides [132] il faut prendre en compte l'indice effectif (cf. §II.4.4).

Le volume effectif le plus petit qu'il est possible d'atteindre dans les cavité FFP, peut donc se calculer à l'aide de la formule II.54 en considérant une cavité de longueur géométrique de 0,2 μm et donc de longueur effective $L_{eff} = L_{geo} + L_p \sim 1$ μm. Le waist doit lui aussi être minimisé, et pour cela le rayon de courbure de la fibre doit être le plus petit possible. Les plus petits rayons de courbures réalisés dans notre équipe sont de l'ordre de 20 μm, ce qui conduit à un *waist* de 1,1 μm. Le volume effectif minimal vaut $V_{eff}^{min} \sim 1$ μm^3. Cependant pour atteindre de tels volumes le miroir fibré doit en plus de posséder un petit rayon de courbure, avoir une profondeur totale très faible pour permettre la réalisation d'une cavité ultra-courte. Un volume de mode réaliste dans une gamme de paramètres maîtrisés ($\mathcal{R} = 50$ μm, $L_{eff} = 3$ μm) est tout de même inférieur à 10 μm^3.

II.4.4 Longueur de pénétration et couplage

Le couplage à l'émetteur (QD ou QW) s'exprime à partir de l'indice effectif et de la longueur effective comme $g^{-2} \propto n_{eff}^2 L_{eff}$. En exploitant la dépendance linéaire de $n_{eff}^2 L_{eff}$ avec la longueur géométrique (cf. figure II.10) la constante de couplage peut s'écrire :

$$g \propto \left(\frac{1}{n_{eff}^2 L_{eff}}\right)^{1/2} = \left(\frac{|\vec{E}(\vec{r}_{qd})|^2}{2\int \epsilon_r(z)|\vec{E}(\vec{r})|^2\,\mathrm{d}\vec{r}}\right)^{1/2} = \left(\frac{1}{aL_{geo}+b}\right)^{1/2} = \left(\frac{\alpha}{L_{geo}+\beta}\right)^{1/2} \quad \text{(II.56)}$$

où $\alpha = \left(\frac{|E_z(z_{qd})|}{E_{cav}}\right)^2$ rend compte du champ au niveau de l'émetteur par rapport au champ dans le cavité et $\beta = \int_{fibre} \epsilon_r(z)\frac{|E_z(z)|^2}{E_{cav}^2}\,\mathrm{d}z + \int_{sample} \epsilon_r(z)\frac{|E_z(z)|^2}{E_{cav}^2}\,\mathrm{d}z$ représente la pénétration du champ dans les couches par rapport au champ dans la cavité en prenant en compte l'effet d'indice effectif. Pour l'échantillon contenant des QDs, $\alpha = 1{,}04$ traduisant la légère surtension du champ au niveau des QDs ; et $\beta = 8{,}1$ μm. Pour l'échantillon contenant le QW, $\alpha = 0{,}99$ et $\beta = 7{,}4$ μm.

Les longueurs totales L_{tot} définies pour les micro-cavités solides [132], sont définies à partir du couplage de telle sorte que $n_c^2 L_{tot} = n_{eff}^2 L_{eff}$, où n_c est l'indice de la cavité (GaAs en général), et $L_{tot} = L_c + L_p^{th}$ avec $L_c = \frac{\lambda}{n_c}$ pour une cavité « λ », et L_p^{th} la longueur de pénétration usuellement définie pour les micro-cavités solides. Cette longueur de pénétration L_p^{th} peut être calculée à l'aide de formules approchées [132] valables pour les empilements de

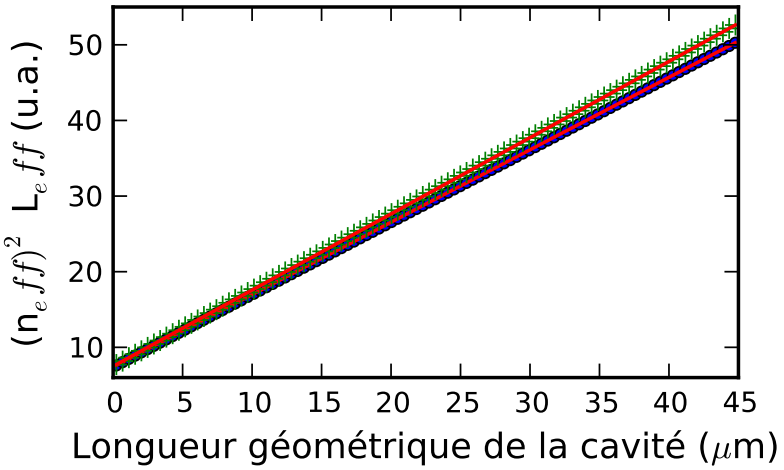


FIGURE II.10 – *Le produit $n_{eff}^2 L_{eff}$ est calculé pour différentes longueur pour un échantillon contenant des QDs (points bleus), et pour un échantillon contenant un QW (croix vertes). Un ajustement linéaire permet d'extraire la dépendance avec la longueur géométrique. Les coefficients directeurs valent* 0,96 *(QD) et* 1,01 *(QW), et les ordonnés à l'origine* 7,7 *μm (QD) et* 7,4 *μm (QW).*

nombreuses couches diélectriques ou semi-conductrices. Pour le traitement diélectrique au bout des fibres optiques la longueur de pénétration peut être évaluée par :

$$L_{DBR}^{fibre} = \frac{1}{2}\frac{\lambda_0}{2(n_{Ta_2O_5} - n_{SiO_2})} \simeq 0{,}38\ \mu\text{m}. \tag{II.57}$$

La grande différence d'indice entre les deux matériaux diélectriques permet d'obtenir de très faibles longueurs de pénétration du champ dans les couches. Le miroir semi-conducteur, quant à lui est constitué par l'alternance de couches d'arséniure de gallium (GaAs) et d'arséniure d'aluminium (AlAs) ce qui permet aussi de maximiser la différence des indices (en comparaison des miroirs obtenus par alternance de couche de $GaAs$ et $AlGaAs$), et donc de réduire la pénétration du champs dans les couches semi-conductrices (à 4K $n_{GaAs} = 3{,}54$ et $n_{AlAs} = 2{,}93$) :

$$L_{DBR}^{sc} = \frac{1}{2}\frac{\lambda_0 n_{GaAs} n_{AlAs}}{2n_{GaAs}^2(n_{GaAs} - n_{AlAs})} \simeq 0{,}31\ \mu\text{m}. \tag{II.58}$$

Pour une cavité solide « λ » formée par deux miroirs semi-conducteurs : $n_{GaAS}^2(L_c + 2L_{DBR}^{sc}) \simeq 11\ \mu$m. Pour une cavité hétérogène, la prise en compte de la pénétration se fait avec deux indices de cavité différents, n_{GaAs} d'une part et $n = 1$ d'autre part :

$$n_{GaAS}^2(L_c + L_{DBR}^{sc}) + L_{geo} + L_{DBR}^{fibre} = L_{geo} + 7{,}45\,\mu\text{m}. \tag{II.59}$$

en très bon accord avec les simulations du champ dans les couches.

Il est tout de même intéressant de noter que le couplage dans une cavité FFP de longueur géométrique $L_{geo} = 3{,}5\ \mu$m est équivalent au couplage obtenu dans une micro-cavité solide [8].

8. Pour le couplage aux QDs, cela dépend évidemment de la taille transverse du mode.

Cela est dû au fait que le miroir diélectrique se termine par un indice fort ; la nature de la dernière couche (indice fort ou faible) est primordiale pour la pénétration du champ dans les couches (cf. II.4.2) alors que la réflexion ne dépend que de la différence d'indice.

Conclusion du chapitre II

Au cours de ce chapitre nous avons présenté différents modèles décrivant le couplage d'un émetteur solide à une micro-cavité fibrée. Nous avons pu déterminer la signature de ce couplage dans le spectre de la cavité, et montrer que ce dernier est le même pour différents émetteurs dans le régime de basse puissance. Nous avons défini le régime de couplage fort qui est atteint quand le couplage cohérent entre l'émetteur et la cavité est supérieur aux constantes de fuite. Le calcul du paramètre de couplage pour une QD nous incite à minimiser le *waist* du mode et la longueur de cavité et donc à travailler avec des miroirs fibrés possédant un très faible rayon de courbure. Le couplage à un puits quantique sera lui maximisé pour des cavités courtes, quelle que soit la taille transverse du mode. Nous avons de plus montré que ce couplage devrait être du même ordre de grandeur que celui obtenu dans des micro-cavités solides, malgré une longueur de cavité expérimentale plus grande. Enfin, la simulation du champ dans les couches nous permet de connaître la variation du couplage avec la longueur géométrique de la cavité :

$$g_{QD} = \left(\frac{e^2}{2\epsilon_0 m_0}\frac{f}{\frac{\pi}{2}\mathrm{w}_0^2}\frac{1}{L_{geo}+8\,\mu\mathrm{m}}\right)^{1/2} \tag{II.60}$$

$$g_{QW} = \left(\frac{e^2}{2\epsilon_0 m_0}\frac{f}{S}\frac{1}{L_{geo}+7{,}4\,\mu\mathrm{m}}\right)^{1/2} \tag{II.61}$$

La valeur typique attendue pour le couplage avec une QD est $g_{qd} \simeq 12$ μeV, évaluée à partir de la formule II.60 avec $f = 10$, $\mathrm{w}_0 = 1{,}7$ μm pour $L_{geo} = 3$ μm. Pour le couplage avec un puits quantique le couplage typique vaut $g_{qw} \simeq 1{,}8$meV pour $f/S = 5.10^{16}$ m^{-2} et $L_{geo} = 3$ μm. Il est intéressant de comparer ces valeurs à $\kappa = \frac{\pi c}{2\mathcal{F}L_{geo}}$ qui vaut à peu près 10 μeV pour $L_{geo} = 3$ μm et une finesse de 10 000. Il est à noter que le rapport g/κ augmente avec la longueur de la cavité.

Le couplage de la micro-cavité FFP à un émetteur solide peut à priori nous permettre de rentrer dans le régime de grande coopérativité. Nous allons maintenant nous intéresser au couplage d'un puits quantique (§III) , puis d'une boîte quantique (§IV) à la micro-cavité fibrée du point de vue expérimental.

CHAPITRE III

Couplage d'un puits quantique à une cavité fibrée en régime d'excitation faible

Après la description théorique du couplage d'un émetteur à la cavité FFP, nous nous intéressons ici à sa mise en place expérimentale avec un QW. Depuis l'observation des polaritons dans une micro-cavité plane [18], plusieurs méthodes ont été développées pour piéger les polaritons, dans des micropilliers [139, 140, 141], dans des micro-cavités présentant des plateaux de confinement [40], ou encore en déformant la structure plane de la micro-cavité [23]. L'étude des polaritons confinés dans une cavité ajustable est nouvelle et comme nous allons le voir le système utilisé permet d'étudier plusieurs régimes selon la valeur des paramètres CQED.

Dans ce chapitre, nous commencerons par décrire le montage expérimental mis en place pour coupler un QW à une cavité FFP. Nous préciserons notamment les propriétés des échantillons utilisés ainsi que les montages optiques permettant les mesures de photoluminescence (PL) et les mesures en excitation résonante. Nous présenterons ensuite les polaritons confinés obtenus dans une cavité FFP et décrirons leurs propriétés dans le régime de faible excitation. Nous montrerons notamment que le dispositif expérimental permet de passer continûment du couplage faible au couplage fort en changeant la longueur de la cavité. Enfin nous expliciterons le rôle joué par le désordre dans l'échantillon, et ses conséquences observables expérimentalement, achevant ainsi la caractérisation du système.

Sommaire

III.1 Montage expérimental 67
III.1.1 Montage cryogénique fibré 67
III.1.2 Échantillons semi-conducteurs contenant un QW 69
III.1.3 Montages optiques 69
III.1.3.a Montage de photoluminescence 69
III.1.3.b Mesure en excitation résonante 72
III.1.3.c Montage en transmission 73
III.2 Polaritons 0D ajustables 75
III.2.1 Polaritons dans une cavité FFP 75
III.2.2 Transition continue du couplage faible au couplage fort 77
III.2.2.a Couplage en fonction de la longueur de la cavité 79
III.2.2.b Temps de vie et facteur de qualité en fonction de la longueur de cavité 79
III.2.2.c Coopérativité en fonction de la longueur de la cavité . . 81
III.3 Rôle du désordre 82
III.3.1 Désordre et pertes effectives 82
III.3.1.a Mécanismes de pertes 82
III.3.1.b Désordre et déphasage 83
III.3.2 Modèles du désordre 84
III.3.2.a Désordre lorentzien 84
III.3.2.b Désordre gaussien 84
III.3.2.c Modèle microscopique du désordre 85

III.1 Montage expérimental

Nous commencerons la description du montage expérimental par l'aspect cryogénique. Nous détaillerons ensuite les échantillons semi-conducteurs que nous avons étudiés et nous présenterons enfin les montages optiques utilisés.

III.1.1 Montage cryogénique fibré

L'expérience a lieu à l'intérieur d'un « scanner » (cylindre en laiton cf. figure III.1). Sur la partie supérieure, une fibre dotée d'un miroir est collée [1] dans une cannelure en forme de V en silicium [2]. Le montage nous permet de travailler avec trois fibres différentes en même temps. L'échantillon est collé avec du polyméthacrylate de méthyle (pmma) sur un support (pouvant contenir au maximum 4 échantillons) placé sur les piézo-électriques permettant une translation dans les trois directions de l'espace. Les translations dans les directions transverses permettent de changer d'échantillon ou de tester différents points de l'échantillon. La direction longitudinale permet de varier la longueur de cavité. L'extension totale des piézo-électriques [3] est de 5 mm. Grâce à une technologie de glissement-accroche (« slip-stick ») la position du piézo-électrique peut être variée par étapes (« step ») pour parcourir une grande distance (du μm au mm) ou de façon continue sur une plage de 1,5 μm. Ces positionneurs fonctionnent à 4 K et possèdent un système d'encodage de la position (résolution ~ 1 μm) à partir d'une mesure de la résistance en trois points du positionneur.

Le système est suspendu au bout de tiges métalliques et le tout est placé dans un tube en aluminium de 50 mm de diamètre. Le tube est pompé jusqu'à des pressions de l'ordre de 1.10^{-5} mbar. Puis de l'hélium gazeux est ajouté pour assurer les échanges thermiques jusqu'à une pression de l'ordre de $3 - 30$ mbar. Le seul accès optique est fibré. Les fibres passent à travers des augets (« feedthrough ») en téflon pris dans un cône et serrés par un boulon (swagelock) assurant l'étanchéité. Les contacts électriques pour les piézo-électriques (2+3 contacts par piezo-électrique) et pour le thermomètres (4 contacts) sont assurés par une prise DB25 directement soudée sur une bride. Le signal de photodiode est récupéré par l'intermédiaire d'un coaxial blindé et l'étanchéité est assurée à l'aide d'un connecteur fisher. Le signal est ensuite amplifié [4] entre 10^3 et 10^{11} V/A. L'acquisition de l'ensemble des signaux électriques est effectué à l'aide d'un carte d'acquisition [5] qui permet aussi de contrôler les piézo-électriques par l'intermédiaire du contrôleur Attocube (ANC 300).

Le tube contenant le système est plongé directement dans un dewar d'hélium liquide à large encolure. La température est mesurée [6] au niveau du porte-échantillon et peut être ajustée entre 4,5 K et 300 K en jouant sur la hauteur d'insertion du tube. Ce montage permet de réaliser des expériences à froid pendant une quinzaine de jours avant de nécessiter un remplissage du bidon d'hélium (capacité 65L).

1. Colle UV Dymax OP-4-20641 particulièrement résistante aux cycles thermiques entre 300 et 4 K.
2. V-groove AMS technologies de référence VGC-4-250-10.4-7.8-1. Cette puce contenant 4 cannelures est collée à l'aide de la colle Stycast Black sur un support fixé ensuite au scanner, ce qui permet d'interchanger les fibres.
3. piézo-électriques Attocubes ANPx101 (2×) et ANPz101
4. Amplificateur en courant bas bruit à gain variable Femto DLPCA-200.
5. Carte d'acquisition de données (16 bits) National Instruments NI USB-6259.
6. Diode silicium thermo-sensible Lakeshore DT-470.

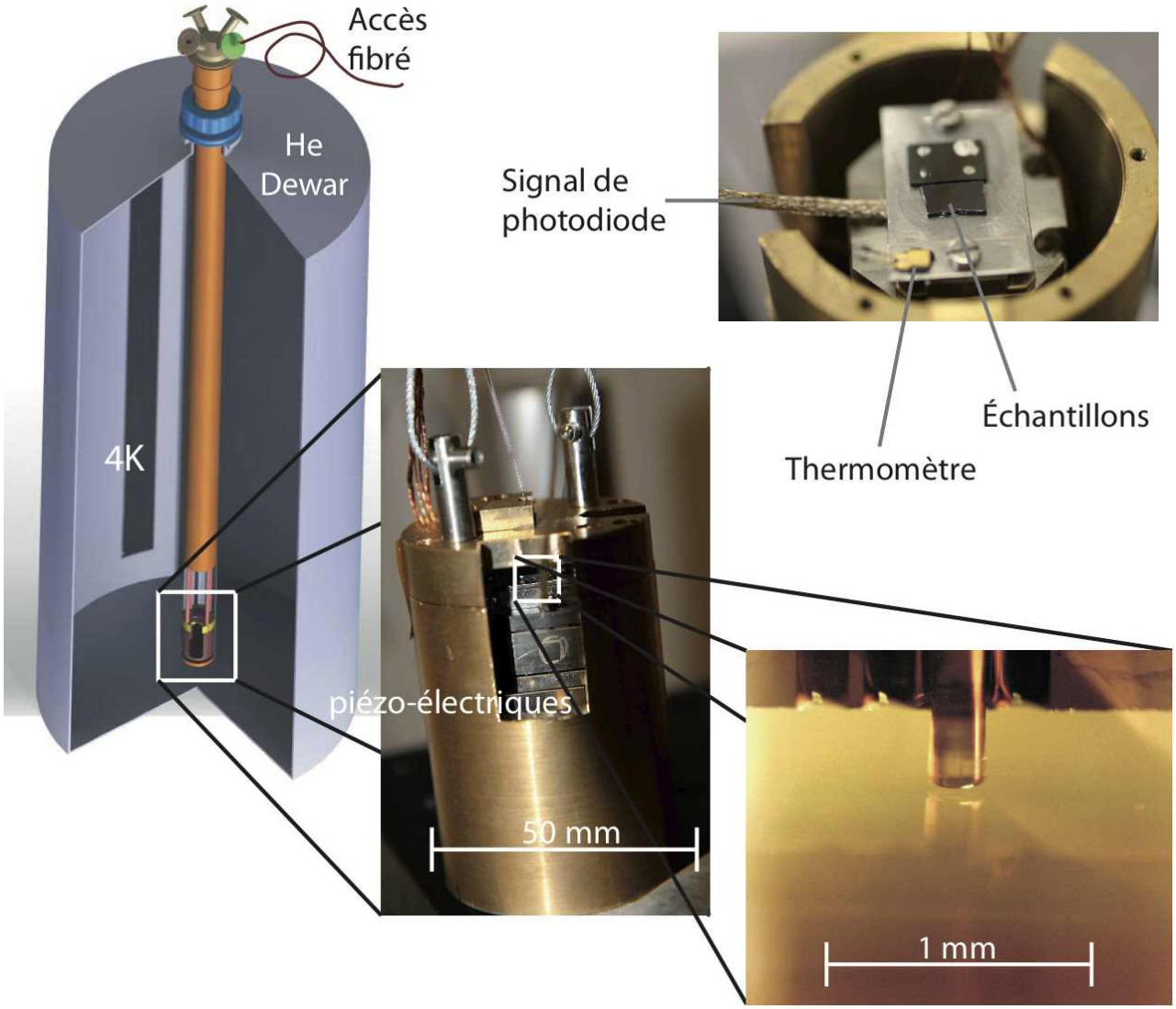


FIGURE III.1 – *La cavité est formée par la fibre optique d'une part et par un miroir plan semi-conducteur d'autre part. Ces derniers sont placés sur trois piézoélectriques attocubes (translation tri-dimensionnelle). Le tout est enfermé dans un cylindre en laiton suspendu au bout d'une canne. Cette canne est insérée dans un tube en aluminium étanche, et ce dernier est plongé directement dans un bidon d'hélium liquide à 4 K.*

III.1.2 Échantillons semi-conducteurs contenant un QW

Les échantillons étudiés ont été produits par épitaxie par jet moléculaire à l'ETH Zurich dans le groupe d'Atac Imamoglu par Javier Miguel Sanchez. Ils sont constitués de deux parties : un miroir de Bragg et une couche contenant l'émetteur (cf. figure III.2 gauche).

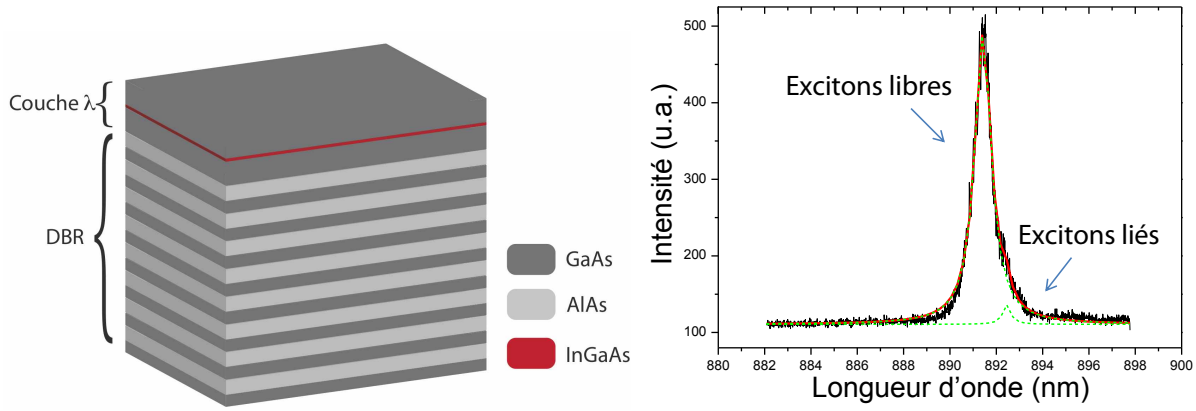


FIGURE III.2 – ***À gauche :*** *Structure d'un échantillon contenant un puits quantique.* ***À droite :*** *Photoluminescence (PL) d'un puits quantique dans l'espace libre à 4K. L'ajustement (courbe rouge) de la courbe expérimentale est obtenue à l'aide de la somme de deux lorentziennes représentant les excitons libres et liés (courbe en pointillés). La largeur à mi-hauteur (fwhm) de la raie excitonique mesurée par PL vaut* 1,4 *meV.*

Les miroirs de Bragg sont constitués par une alternance de 28 (ou 30 selon les échantillons) paires de GaAs et AlAs assurant une différence d'indice maximale (cf. II.4.4). Les puits quantiques sont constitués de $In_xGa_{1-x}As$ où x est le taux d'indium. Pour les échantillons contenant un seul puits quantique, ce dernier est placé au centre d'une couche de GaAs de longueur optique λ_0. Nous avons aussi étudié des échantillons possédant 1, 3 et 9 puits quantiques, ces derniers étant situés près des maximum du champ dans une couche de longueur optique $2\lambda_0$. Dans un premier temps nous avons choisi une longueur d'onde centrale pour le miroir de Bragg autour de $\lambda_0 = 900$ nm pour limiter au maximum les pertes par absorption dans les couches semi-conductrices et maximiser la finesse de la cavité. Ainsi les puits quantique possèdent un taux d'Indium assez élevé ($x = 10\%$) pour une largeur de puits de 10 nm.

III.1.3 Montages optiques

Nous présentons les deux principaux montages optiques utilisés au cours de cette thèse pour caractériser le système : le montage de photoluminescence, puis le montage en excitation résonante.

III.1.3.a Montage de photoluminescence

Le principe de la photoluminescence est explicité par la figure III.3. L'absorption d'un photon dont l'énergie est supérieure ou autour du gap du matériau semi-conducteur, crée une

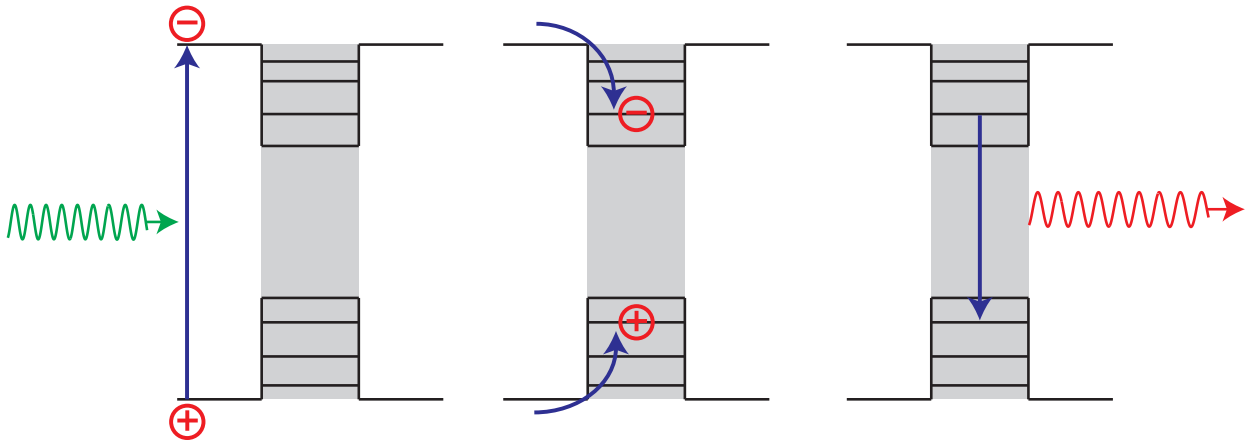


FIGURE III.3 – *Principe de la photoluminescence. Un photon d'énergie supérieure au gap du semiconducteur ($\lambda_{PL} \sim 780$ nm) est absorbé, créant une paire électron trou. Cette dernière relaxe rapidement (< 100 ps) dans les états piégés par des processus non optique (émission de phonons). Puis la recombinaison des porteurs donne naissance à un photon d'énergie inférieure ($\lambda_0 \sim 900$ nm) correspondant à la photoluminescence de l'émetteur.*

paire électron-trou libre. Cette dernière relaxe vers le fondamental du puits quantique par des processus non-optiques (émission de phonons, collisions) et forme un exciton [106, 142]. La recombinaison des porteurs conduit au signal de photoluminescence. L'analyse des photons réémits par le système lors d'une excitation non résonante ($\lambda_{PL} \sim 780$ nm), permet d'obtenir de très nombreuses informations, et sera largement utilisée dans la suite de cette thèse.

La figure III.2 (à droite) présente la photoluminescence à 4 K, dans l'espace libre, de la ligne excitonique d'un échantillon possédant un unique puits quantique. Cette première caractérisation est obtenue dans un montage confocal permettant d'obtenir un diamètre d'excitation limité par diffraction proche de 2 μm (micro-PL). La largeur du spectre est due à la présence des atomes d'Indium dans le cristal [143] et sera étudiée en détail dans le §III.3.

La figure III.4 présente le montage optique utilisé pour observer la photoluminescence du puits quantique en cavité. La lumière non-résonante est issue d'un laser [7] émettant à 780 nm ; le choix de la longueur d'onde d'excitation est dicté par la faible réflexion du traitement réfléchissant de la fibre (près du second creux de réflectivité cf. figure A.8) et par son côté pratique (780 nm est la longueur d'onde utilisée dans notre équipe car elle correspond à la transition D2 des atomes de Rubidium). À cette longueur d'onde, l'effet cavité est négligeable et la fibre achemine simplement la lumière non résonante au niveau de l'émetteur. La puissance est asservie à l'aide d'un modulateur acousto-optique (AOM) contrôlé par un PID [8]. Le point de fonctionnement peut être choisi par ordinateur via une sortie analogique sur la carte National Instruments.

La lumière de photoluminescence est séparée de la lumière excitatrice à l'aide d'un miroir

7. Laser « NarrowDiode » Radian Dyes linéaire inspiré d'un design développé au laboratoire du Syrte, Observatoire de Paris. La puissance maximale du laser est de l'ordre de de 70mW.

8. Analog PID controller SIM 960.

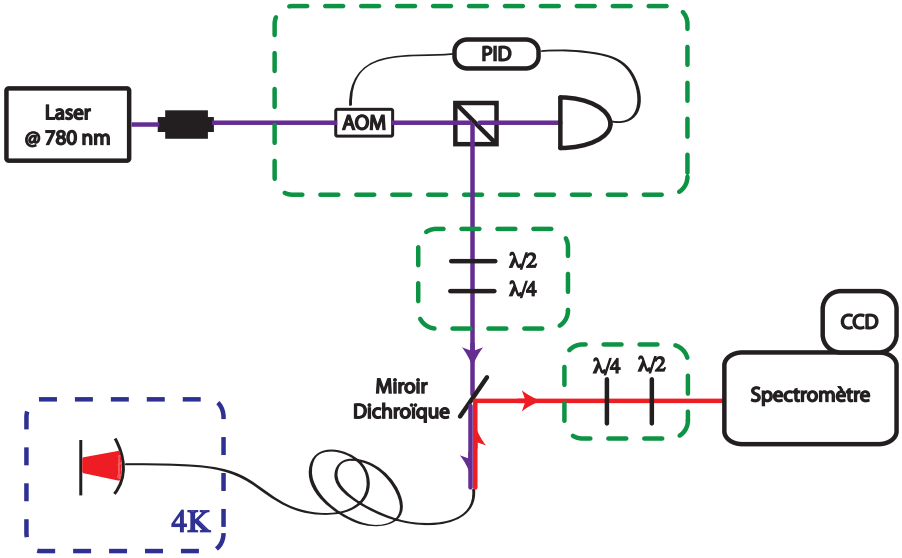


FIGURE III.4 – *Montage optique de photoluminescence. La lumière d'excitation est fournie par un laser continu émettant à 780 nm. Un modulateur acousto-optique réalise un asservissement de la puissance du faisceau. Un système de lame à retard permet de contrôler la polarisation de la lumière entrante dans la cavité. Un miroir dichroïque sépare la lumière de photoluminescence de la lumière incidente. La photoluminescence est analysée à l'aide d'un spectromètre à réseaux et d'une caméra refroidie par modules Pelletier.*

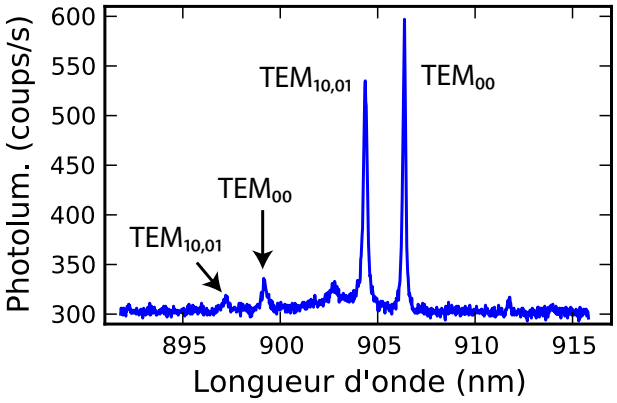


FIGURE III.5 – *Spectre de photoluminescence obtenu pour un puits quantique unique de 11 nm en cavité. La raie excitonique est à 903,7 nm. La cavité est formée par une fibre monomode et un miroir de Bragg (contenant 28 paires de couches) séparés de 57 μm.*

dichroïque [9]. La photoluminescence est analysée à l'aide d'un spectromètre [10] doté de deux réseaux de 600 et 1200 traits/mm. Les mesures de photoluminescence sont effectuées avec

9. Filtre dichroïque à 785 nm Semrock LPD01-785RU-25.
10. Spectromètre Princeton Instrument Acton SP 2300.

une caméra[11] refroidie à −55°C dont les données sont récupérées via la carte d'aquisition.

La résolution du spectromètre (avec le réseau à 1200 traits) a été mesurée à l'aide d'un laser de largeur inférieur à 300 kHz, et vaut 53 pm ce qui correspond à 80 μeV ou encore à 19 GHz (fwhm).

La figure III.5 présente un spectre typique de photoluminescence obtenu pour une cavité longue. Il est possible de voir deux modes longitudiaux consécutifs ainsi que les premiers modes transverses correspondants. Nous décrirons les propriétés des spectres de photoluminescence au §III.2.

L'ensemble des paramètres de l'expérience sont ajustables par ordinateur ce qui permet d'obtenir des spectres de photoluminescence tout en variant certains paramètres comme la longueur de cavité ou la puissance d'excitation, de façon automatisée.

III.1.3.b Mesure en excitation résonante

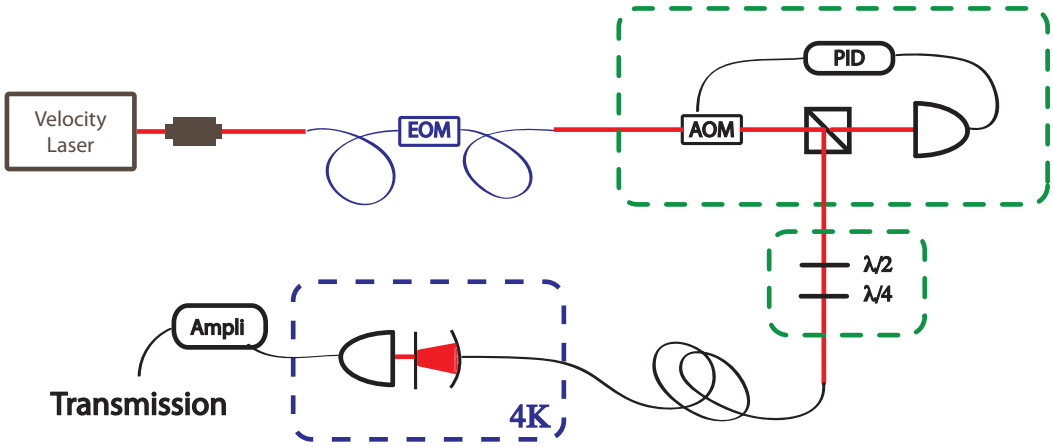


FIGURE III.6 – *Montage optique en excitation résonante. La longueur d'onde de la lumière excitatrice peut être variée entre* 890 *et* 910 *nm. L'asservissement de la puissance du laser est comme précédemment assuré à l'aide d'un AOM. De même pour les lames à retard qui permettent un contrôle de la polarisation de la lumière entrante dans la cavité. La transmission est mesurée à l'aide d'une photodiode à* 4 *K.*

Le laser[12] d'excitation permet de balayer la longueur d'onde sur une plage de 20 nm autour de la $\lambda_0 = 900$ nm, sans saut de mode. La transmission est mesurée par une photodiode[13] placée sous l'échantillon. Le blindage du câble remontant le signal de photodiode avant amplification est critique.

La résolution des mesures en excitation résonante est bien meilleure que celle du spectromètre. Avec une amplification typique de 10^9 V/A, la bande passante est encore de l'ordre du kHz, permettant de mesurer des lignes de largeurs de l'ordre du μeV.

11. Caméra Andor ikon M DU-934N-BRD. La tailles des pixels est de 13 μm ×13 μm.
12. Diode laser ajustable entre 890 et 910 nm ; New focus velocity TLB 6318.
13. Si PIN Photodiode Hitachi S5106 de photosensibilité ∼ 0,7 A/W @ 900nm. Ces photodiode ne supportent pas toujours les cycles de refroidissement, et nécessite d'être changée fréquemment.

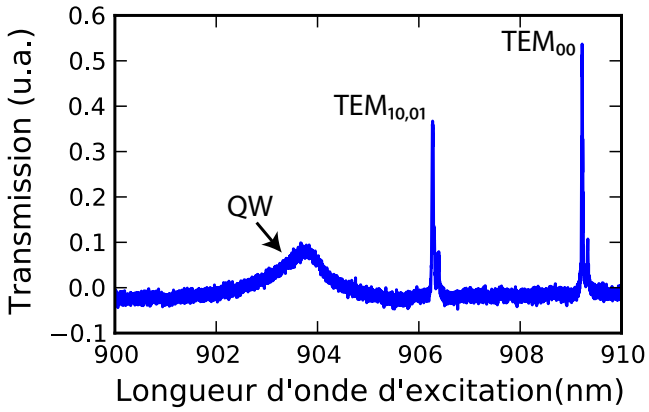


FIGURE III.7 – *Transmission d'un puits quantique unique en cavité (λ_X = 903,7 nm) obtenue en balayant la longueur d'onde du laser résonant. La cavité est formée par une fibre monomode et un miroir de Bragg contenant 28 paires de couches.*

Les mesures en excitation résonante permettent notamment de résoudre la largeur des pics de cavité, et les deux polarisations du mode de cavité (cf. figure III.7). Le puits quantique présente une largeur à mi-hauteur de 1,4 meV correspondant à la micro-PL dans l'espace libre. Les spectres résonants notamment pour différentes longueurs de cavité seront étudiés au §III.3

III.1.3.c Montage en transmission

J'ai aussi participé à la mise en place de ce montage en parallèle dans l'équipe d'Atac Imamoglu à Zurich avec Andreas Reinhard et Thomas Volz. Les expériences de photoluminescence ont été réalisées avec un laser Titane Saphir (MIRA 900 Coherent). La longueur d'onde du laser peut être accordée entre 770 et 1000 nm. En mode impulsionnel, les impulsions durent 4 ps avec un taux de répétition de 76 MHz. Les mesures de temps de vie (cf. §III.2.2.b), ont en général été effectuées avec source blanche pulsée (Fianium Ltd. SC-500-2).

Ce montage a récemment évolué en un montage en transmission (cf. figure III.8) permettant de tirer avantage de la meilleur transmission du miroir semi-conducteur (moins réfléchissant) que la fibre.

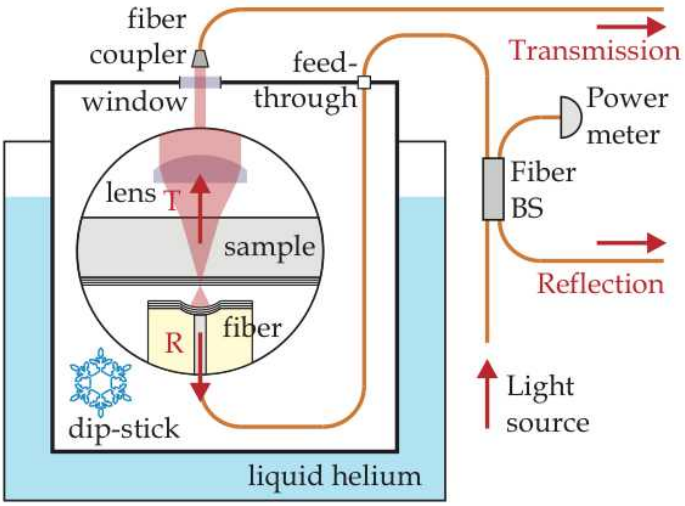


FIGURE III.8 – *Montage en transmission mis en place dans l'équipe de A. Imamoglu à Zurich [96]. La mise en place d'une fenêtre permet d'extraire la transmission de la cavité, et d'analyser les propriétés des photons transmis (spectre, corrélations).*

III.2 Polaritons 0D ajustables

Nous allons montrer que le montage expérimental mis en place au cours de cette thèse permet d'atteindre le régime de couplage fort et l'observation des polaritons confinés (0D). Nous détaillerons ensuite la transition continue entre le régime de couplage faible et fort obtenue en changeant la longueur de la cavité. La variation des paramètres avec la longueur nous permettra notamment de connaître la coopérativité du système.

III.2.1 Polaritons dans une cavité FFP

La figure III.9 présente un empilement de spectres de photoluminescence d'un puits quantique unique en cavité obtenu en balayant la longueur de cavité. Cette dernière est variée de telle sorte que la fréquence des modes de la cavité passe à travers la résonance excitonique du QW. La longueur de la cavité est variée très faiblement (200 nm) et tous les modes entrant en résonance possèdent le même profil longitudinal et ne diffèrent donc que par leurs propriétés transverses. La structure obtenue est assez complexe car pour chacun de ces modes un croisement évité est observé donnant naissance à un polariton de basse énergie (LP) et de haute énergie (UP). Les modes transverses entrent successivement en résonance avec l'émetteur au fur et à mesure que la longueur de cavité est réduite. Le dernier mode à entrer en résonance est le TEM_{00} (avant le prochain mode longitudinal).

Un ajustement lorentzien des polaritons est effectué pour chacune des longueurs de cavité et la longueur d'onde centrale est elle même ajustée à l'aide de la formule :

$$E_{LP,UP} = \frac{E_{cav} + E_X}{2} \pm \sqrt{(\hbar\delta)^2/4 + g^2}, \text{ où } \hbar\delta = E_{cav} - E_X. \tag{III.1}$$

La dépendance de l'énergie de la cavité avec la longueur de la cavité tient compte de la variation de la phase des miroirs avec la longueur d'onde. Cet effet est particulièrement important pour les cavités courtes (cf. annexe B).

L'écart minimum entre LP et UP correspond à la résonance entre le mode de cavité et le QW. Pour un QW unique et une longueur de cavité de 4,4 μm, la séparation de Rabi vaut $\Omega_R = 2g = 3{,}4$ meV, et ce indépendamment du mode de cavité considéré. En effet comme nous l'avons vu au §II.3.4, la constante de couplage est indépendante de l'allure transverse du mode de la cavité car ce dernier impose directement la forme de sa fonction d'onde transverse à l'exciton.

La valeur numérique de la séparation de Rabi obtenue est du même ordre que celles observées dans des micro-cavités intégrées [131, 40]. Ceci est du au fait que l'indice effectif vu par le champ dans la cavité FFP est plus faible que dans les micro-cavités solides et compense l'influence de la longueur géométrique. En tenant compte de la pénétration dans les miroirs (cf. II.56), le puits quantique possède une force d'oscillateur de 5,0 10^{12} cm^{-2} en accord avec la littérature [144].

Nous obtenons des spectres semblables pour les échantillons contenant 3 QWs avec $g_3 = 2{,}3$ meV et 9 QWs avec $g_9 = 4{,}35$ meV pour une cavité de 3 μm. Le couplage augmente théoriquement en $\sqrt{N_{qw}}$ (comme le couplage collectif). L'échantillon possédant 3 puits présente une résonance centrée à 850 nm et possède une force d'oscillateur effective par puits de 2,3 10^{12} cm^{-2}. L'échantillon avec 9 QWs montre quand à lui, une force d'oscillateur effective par puits de 3,6 10^{12} cm^{-2}. Dans le cas d'un échantillon contenant plusieurs puits, ces derniers ne sont pas tous situés exactement au maximum du champ.

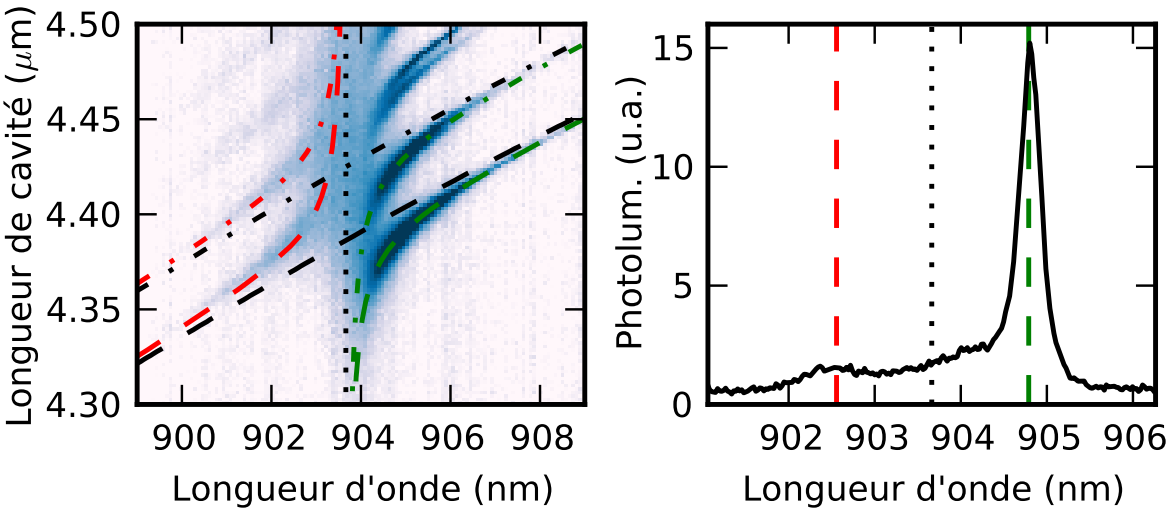


FIGURE III.9 – *Polaritons observés en photoluminescence à l'aide d'une fibre SM. L'échantillon présente un puits quantique unique émettant à 903,7 nm situé au dessus d'un miroir de Bragg de 28 paires de couches.* ***À gauche :*** *empilement de 200 spectres de photoluminescence pour différentes longueurs de la cavité. Plusieurs polaritons (et leurs ajustements) sont visibles : LP_0 (tirets verts) et UP_0 (tirets rouges) formé à partir du mode TEM_{00} (tirets noirs), LP_1 (tirets et points verts) et UP_1 (tirets et points rouges) formé à partir du mode $TEM_{01,10}$ (tirets et points noirs). La longueur d'onde du QW est repérée par la courbe pointillée noire. Il est possible de distinguer les polaritons formés à l'aide de mode de cavité TEM_{mn} avec $m+n \sim 5$.* ***À droite :*** *un spectre isolé pour $L = 4{,}39$ μm présente la photoluminescence lorsque le mode TEM_{00} de la cavité est à résonance avec l'émetteur. La séparation de Rabi entre le LP et UP vaut $\Omega_R = 2g = 3{,}4$ meV.*

Intensité de la photoluminescence des polaritons

Comme le montre la figure III.9 (à droite) l'amplitude et la largeur des polaritons LP et UP à résonance n'est pas la même ($\gamma_{LP} = 210$ μeV et $\gamma_{UP} = 850$ μeV), alors que le modèle développé au §II.2.1.b prédit un spectre symétrique à résonance.

L'asymétrie entre l'amplitude du LP et du UP est en partie due à la thermalisation des polaritons à l'aide de phonons acoustiques. Le confinement transverse des polaritons sur des distances de l'ordre de quelques microns accélère la relaxation des excitons vers les états polaritoniques de basse énergie, et augmente l'efficacité de la diffusion entre polaritons et phonons [145]. En effet, le confinement transverse lève la conservation du moment transverse, en élargissant la fonction d'onde polaritonique dans l'espace réciproque. Si la constante de temps de diffusion entre polaritons et phonons est inférieure au temps de vie des polaritons, il est alors possible de définir une température associée à une distribution de Maxwell-Boltzman à partir du spectre de photoluminescence. La différence d'amplitude peut être expliquée par un facteur de Maxwell-Boltzmann (cf. figure III.10 à gauche). Cependant la différence observée dans les largeurs des polaritons ainsi que la dépendance avec le désaccord ne sont pas expliquées dans ce modèle. L'asymétrie entre LP et UP sera complètement explicitée en prenant en compte le désordre dans l'échantillon (cf. III.3).

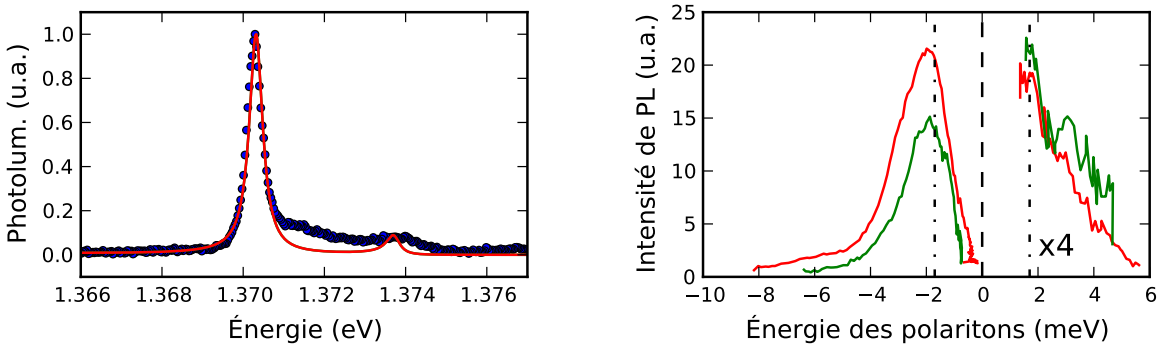


FIGURE III.10 – ***À gauche :*** *le spectre de photoluminescence à résonance reproduit par l'absorption définie par l'équation II.22 multipliée par un facteur de Boltzmann pour une température de* 16 *K.* ***À droite :*** *dépendance de l'intensité de photoluminescence des polaritons en fonction de leur énergie. Le zéro de l'énergie est placé à l'énergie du QW. Les paramètres expérimentaux sont les mêmes que pour la figure III.9. Le désaccord entre la cavité et l'émetteur est balayé en changeant la longueur de la cavité et l'on trace l'intensité des différents polaritons :* LP_0 *(ligne rouge) et* UP_0 *(points rouges),* LP_1 *(ligne verte) et* UP_1 *(points verts). La résonance est repérée par les lignes verticales à* $\pm g = 1{,}7$ *meV.*

L'intensité de PL des polaritons en fonction de leur énergie est présentée sur la figure III.10 (à droite), et l'on observe que le maximum est proche de la résonance. Il est aussi possible de voir une queue à basse énergie traduisant le fait que le système émet des photons à la fréquence de la cavité même lorsque cette dernière est très désaccordée [146]. Cette alimentation de la cavité peut être observée pour de très grands désaccord $\delta \sim -10$ nm. La prise en compte d'un terme de déphasage pur de l'émetteur dans le modèle précédent peut expliquer cette observation [104]. Cet effet peut aussi être analysé directement en prenant en compte les processus impliquant les états excités des porteurs (cf. §IV.2.1). Expérimentalement, cette alimentation de la cavité sous excitation non-résonante permet d'obtenir une source de lumière accordable (en changeant la longueur de la cavité) sur une grande plage de fréquences.

III.2.2 Transition continue du couplage faible au couplage fort

En changeant la longueur de la cavité sur de grandes échelles (plusieurs dizaines de microns), il est possible de changer de façon conséquente la valeur du paramètre de couplage et le temps de vie des photons dans la cavité, ou autrement dit le facteur de qualité de la cavité. Ceci nous permet notamment de passer du couplage faible au couplage fort tout en sondant toujours le même point de l'échantillon à puissance constante.

La figure III.11 présente les spectres obtenus lors de la variation de la longueur de la cavité pour des cavités de plus en plus courtes. Le piézo-électrique utilisé permet une variation sur des distances millimétriques grâce à une technologie de glissement-collage (« slip-stick »), puis un balayage de la longueur de cavité sur des distances de l'ordre du micron.

Quand la cavité est longue le système est dans le régime de couplage faible et les spectres

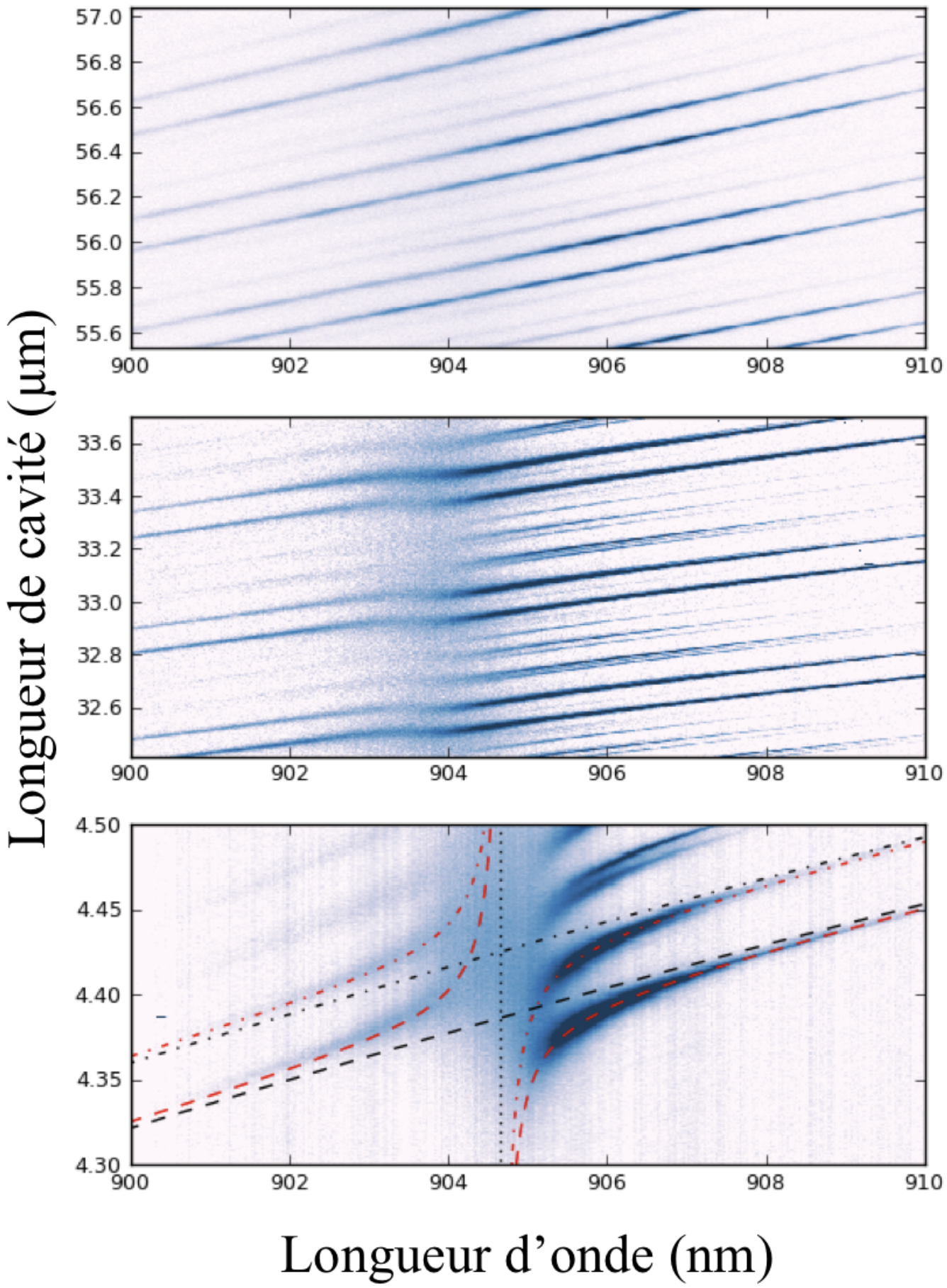


FIGURE III.11 – *Transition du couplage faible au couplage fort au couplage fort obtenu avec un échantillon contenant un puits quantique unique.*

de PL permettent de visualiser les fréquences propres de la cavité (3 modes longitudinaux et les modes transverses correspondants). La dispersion des fréquences de cavité ne traduit pas la présence de l'émetteur. L'effet du couplage est progressif jusqu'à distinguer un anti-croisement des polaritons dans le régime de couplage fort.

III.2.2.a Couplage en fonction de la longueur de la cavité

Comme nous l'avons vu (cf. équation II.56), la dépendance du couplage avec la longueur géométrique est : $g = \alpha/\sqrt{L_{geo} + \beta}$. Ceci peut être vérifié expérimentalement en mesurant le couplage pour différentes longueurs de cavité (cf figure III.12). La dépendance observée du couplage avec la longueur de la cavité est en parfaite accord avec le calcul théorique et numérique.

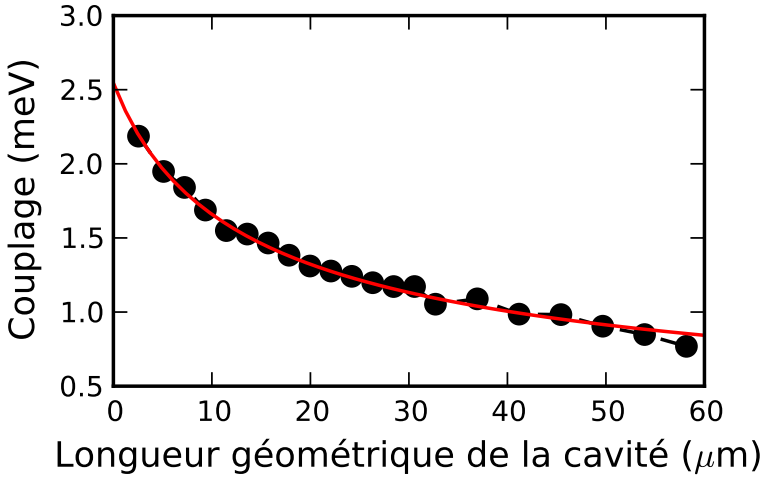


FIGURE III.12 – *Variation du paramètre de couplage avec la longueur de la cavité. L'échantillon est ici constitué par 3 puits quantiques émettant à 848,2 nm situés au sommet d'un miroir de Bragg de 22 paires de couches. Les points noirs sont les points expérimentaux et la courbe rouge représente un ajustement selon la formule II.56. La longueur de pénétration (qui tient compte de l'effet d'indice) obtenue vaut $\beta = 7{,}4$ μm, en parfait accord avec nos simulations numériques. La force d'oscillateur par puits quantique extraite vaut 2,3 10^{12} cm^{-2}.*

III.2.2.b Temps de vie et facteur de qualité en fonction de la longueur de cavité

La figure III.13 présente une mesure de temps de vie effectuée pour plusieurs longueurs de cavité à 904,8 nm. Le temps de vie du LP augmente avec la longueur de la cavité et sature aux alentour de 100 ps. Pour une même longueur d'onde du polariton bas, le coefficient de Hopfield représentant le poids de l'exciton varie avec la longueur de la cavité, par l'intermédiaire de la réduction du couplage. Pour une cavité de 30 μm nous obtenons un temps de vie de 100 ps pour un poids excitonique de 14 %.

À l'aide de la mesure du temps de vie des polaritons (cf. §I.3.4) ou de la largeur spectrale en excitation résonante, nous pouvons déterminer le facteur de qualité de la cavité pour

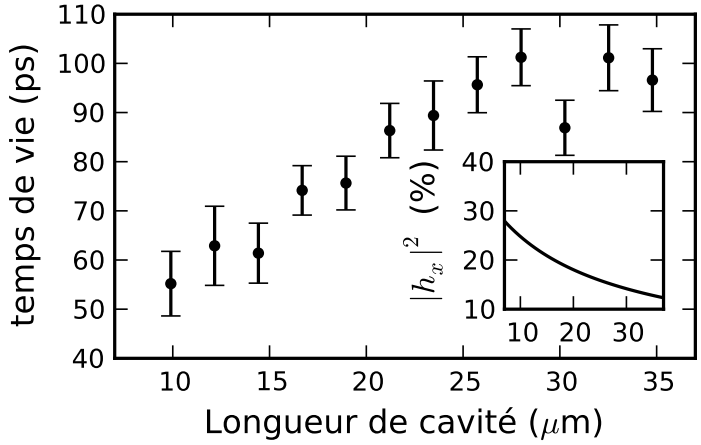


FIGURE III.13 – *Les temps de vie des polaritons sont mesurés à $\lambda_{LP} = 904{,}8$ nm sur un échantillon possédant 4 puits quantiques centrés en $\lambda_X = 901{,}4$ nm. Lors de la variation de la longueur de la cavité, le couplage décroit et avec lui le poids excitonique de l'exciton $|h_x|^2$ dans le LP (cf. encart).*

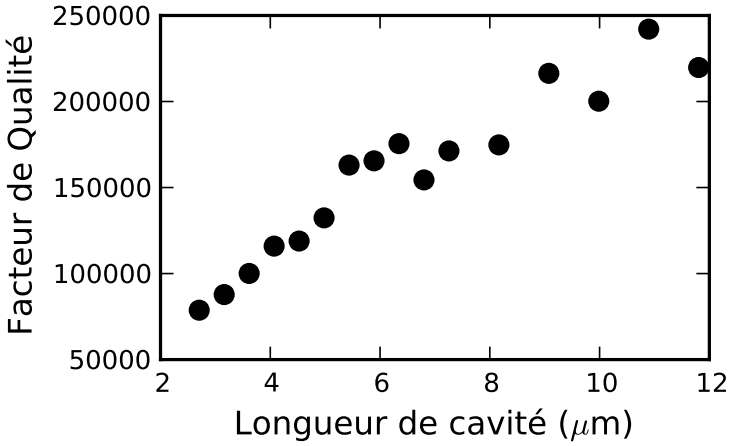


FIGURE III.14 – *Facteur de qualité de la cavité mesuré par l'intermédiaire du temps de vie de la cavité à l'aide d'une streak caméra à 910 nm. L'échantillon ne possède qu'un puits quantique centré à 903,7 nm.*

différentes longueurs. En effet, en nous intéressant au temps de vie du système à grand désaccord, nous déterminons le facteur de qualité de la cavité (cf. figure III.14).

En allongeant la cavité, le facteur de qualité augmente jusqu'à $Q \sim 250\,000$, ce qui correspond à des temps de vie du photon de l'ordre 120 ps. Dans les micro-cavités semi-conductrices le temps de vie du polariton est en général limité par le temps de vie du photon. Nous verrons que ce n'est pas le cas ici, en nous intéressant à la dépendance du temps de vie (ou de la largeur spectrale) avec le désaccord cavité-exciton (cf. III.3.2.b).

III.2.2.c Coopérativité en fonction de la longueur de la cavité

La coopérativité du système est un paramètre important en CQED permettant de comparer les taux de couplage cohérent g et les taux de couplage incohérent κ et γ du système [147] :

$$\mathcal{C} = \frac{g^2}{2\kappa\gamma}. \tag{III.2}$$

Nous étudierons l'origine de la largeur spectrale du puits quantique au §III.3 ; ici nous assimilons simplement la largeur mesurée en PL dans l'espace libre à la constante de fuite de l'émetteur $2\gamma = 1{,}4$ meV. La variation des paramètres avec la longueur étant connue, on en déduit la variation de la coopérativité avec la longueur de cavité (cf. figure III.15).

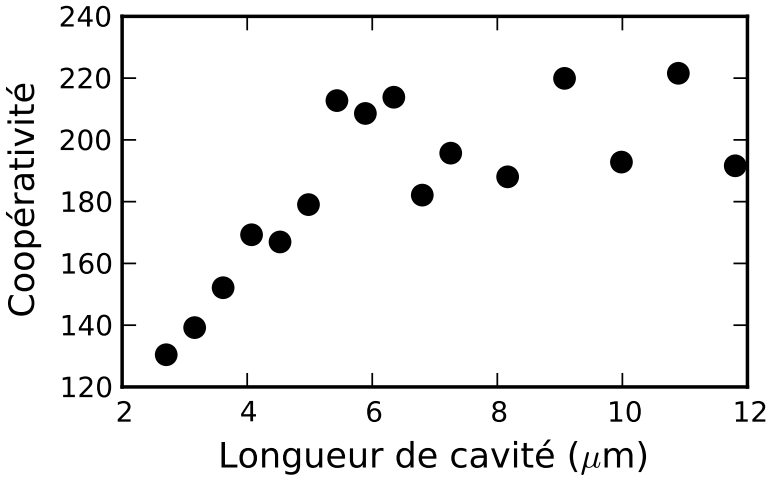


FIGURE III.15 – *La coopérativité du système est tracée en fonction de la longueur de la cavité. Nous avons utilisé le couplage g de la figure III.12 ramené à un puits quantique, κ est déterminé à partir des mesures de temps de vie (cf. figure III.14) et $\gamma = 1{,}4$ meV.*

Dans un premier temps la coopérativité augmente avec la longueur de cavité traduisant le fait que le couplage au carré diminue moins vite que le temps de vie du photon augmente. Puis la coopérativité du système sature autour de $C = 200$. Le régime de haute coopérativité est particulièrement intéressant pour l'information quantique [148] car dans ce régime, une excitation peut être échangée de façon cohérente entre l'émetteur et la cavité.

Nous allons maintenant nous intéresser à l'origine de la largeur spectrale de l'émetteur et aux mécanisme de pertes intervenant dans le puits quantique.

III.3 Rôle du désordre

L'asymétrie entre le polariton bas et haut ainsi que la variation de l'amplitude et de la largeur des polaritons en fonction du désaccord ne sont pas expliquées par le modèle développé au §II.2. Nous allons voir que le désordre dans le puits quantique joue un rôle critique par l'intermédiaire de mécanisme de pertes effectives dans l'émetteur. Nous développerons un modèle permettant de prendre en compte le désordre dans le puits quantique à partir de la théorie de la résolvante, puis nous testerons la pertinence de ce modèle à l'aide de mesures en excitation résonante.

III.3.1 Désordre et pertes effectives

Après une brève discussion des pertes dans un QW, nous allons présenter l'origine du désordre et montrer comment il induit des pertes effectives pour le mode de cavité.

III.3.1.a Mécanismes de pertes

Dans un semi-conducteur tri-dimensionnel l'absorption d'un photon crée un exciton de vecteur d'onde identique à celui du photon. En effet, la symétrie par translation dans les trois directions de l'espace se traduit par la conservation des trois composantes du vecteur d'onde.

Dans le cas d'un puits quantique dans l'espace libre, la symétrie par translation est brisée dans la direction de croissance de l'échantillon (axe z), ce qui se traduit par le relâchement de la conservation du vecteur d'onde dans cette direction. L'exciton est donc couplé à un continuum (associé à la valeur de k_z) du champ électromagnétique. Une évaluation théorique de ce couplage donne $\gamma_{free} \sim 15$ μeV [149].

Pour un atome ou plus généralement un émetteur 0D la largeur spectrale dans l'espace libre γ change peu lorsque l'émetteur est placé en cavité. En effet le caractère ponctuel de l'émetteur lui permet d'émettre des photons dans toutes les directions de l'espace (4π stéradians), et en général l'angle solide sous lequel est vu la cavité par l'atome est faible et influence peu le couplage aux modes de pertes.

En revanche, pour le puits quantique, la quantification des vecteurs d'onde k_z des photons opérée par la cavité prive, à priori, les excitons de tout couplage à un continuum de pertes. La désexcitation optique des excitons dans des modes de pertes peut alors être négligée [107].

Il existe tout de même des mécanismes de pertes non-optiques dans le QW, comme par exemple le couplage à un bain de phonons [150], ou encore l'échange de trou par des excitons de polarisation différentes [151]. Ce dernier permet à 2 excitons brillants ($|\Uparrow,\downarrow\rangle + |\Downarrow,\uparrow\rangle$) de diffuser vers des états noirs ($|\Uparrow,\uparrow\rangle + |\Downarrow,\downarrow\rangle$) qui ne sont plus couplés à la cavité. La valeur de γ_{hom} est donc à priori non nulle mais reste très faible devant les autres paramètres du système.

La largeur spectrale observée par PL dans l'espace libre $2\gamma = 1{,}4$ meV, ainsi que la largeur des polaritons ne peut être expliquée à l'aide de la largeur homogène du QW, et provienent d'une inhomogénéité de la fréquence de résonance des excitons dans le puits.

III.3.1.b Désordre et déphasage

Il existe plusieurs mécanismes créant une inhomogénéité de fréquence des excitons dans les QWs. En effet, les porteurs de charges évoluant dans le puits sont soumis à un potentiel désordonné qui peut être créé par la fluctuation de la largeur du puits lors de la fabrication par épitaxie [152]. Ce potentiel désordonné peut aussi être provoqué par la structure ternaire de l'InGaAs, dans lequel les atomes d'indium remplacent de manière aléatoire le gallium dans la structure cristallographique [153]. Pour des puits larges ($\sim$ 10nm), ce dernier effet domine et cause l'élargissement inhomogène mesuré par photoluminescence dans l'espace libre [143].

Nous nous plaçons ici dans le cadre du modèle de Tavis-Cumming (cf. II.1.2) dans l'approximation de faible excitation. Un mode de cavité est couplé à N émetteurs dont les fréquences ne sont pas toutes identiques. Un émetteur est caractérisé par sa fréquence propre ω_i, son taux de pertes γ_i et son couplage au mode de cavité g_i et le Hamiltonien s'écrit :

$$\hat{\mathcal{H}}_{TC} = \hbar\omega_c \hat{a}^\dagger \hat{a} + \sum_i \hbar\omega_i \hat{b}_i^\dagger \hat{b}_i + \sum_i \hbar g_i (\hat{a}^\dagger \hat{b}_i + \hat{a}\hat{b}_i^\dagger). \tag{III.3}$$

Les modes $|\phi_i\rangle = \hat{b}_i^\dagger |0\rangle$ représentent les modes propres des excitons dans le désordre. Le mode de cavité se couple uniquement au mode superradiant (cf. équation II.8) avec un couplage $g = \sqrt{\sum_i g_i^2}$, ce qui signifie que les modes du désordre partagent l'excitation selon leurs couplage g_i. Si tous les émetteurs ont des fréquences propres identiques, ce mode est aussi mode propre du hamiltonien de la matière, et le modèle correspond au couplage à un seul émetteur. Lorsque les émetteurs n'ont pas tous la même fréquence, ils vont se déphaser les un par rapport aux autres. Le déphasage est d'ailleurs quantifié par la largeur de la distribution en fréquence Δ. Comme le mode déphasé possède un couplage réduit à la cavité, ce mécanisme conduit à un élargissement inhomogène, et à des pertes effectives.

Le champ intra-cavité lors d'une excitation résonante par le canal de la cavité est donné par (cf. §II.2.1) :

$$\begin{aligned} \alpha(\omega) &= \frac{1}{\omega - \omega_c + \mathrm{i}\kappa - \mathcal{W}(\omega)}, \\ \text{avec} \quad \mathcal{W}(\omega) &= \sum_i \frac{|g_i|^2}{\omega - \omega_i + \mathrm{i}\gamma_i}. \end{aligned} \tag{III.4}$$

Nous considèrerons dans la suite que tous les émetteurs possèdent les mêmes pertes $\gamma_i = \gamma$. Et nous considérons dans un premier temps une répartition continue des émetteurs $\rho(\omega)$ telle que :

$$\mathcal{W}(\omega) = g^2 \int_{-\infty}^{\infty} \mathrm{d}\omega' \frac{\rho(\omega')}{\omega - \omega' + \mathrm{i}\gamma}. \tag{III.5}$$

La partie réelle de la fonction $\mathcal{W}(\omega)$ représente l'énergie propre du puits quantique, et $-\mathrm{Im}(\mathcal{W}(\omega))$ représente la largeur spectrale de l'émetteur contenant le terme d'élargissement inhomogène.

Nous allons voir que les conséquences expérimentales dépendent de la modélisation de la répartition en fréquence des émetteurs.

III.3.2 Modèles du désordre

Nous considérerons une répartition lorentzienne puis gaussienne des fréquences propres des émetteurs, avant de présenter un modèle microscopique du désordre.

III.3.2.a Désordre lorentzien

Nous considérons ici une densité spectrale lorentzienne centrée en ω_X et de largeur à mi-hauteur 2Δ : $\rho(\omega) = \frac{\Delta/\pi}{(\omega-\omega_X)^2+\Delta^2}$. Dans ce cas [100] :

$$\mathcal{W}_L(\omega) = \frac{g^2}{\omega - \omega_X + \mathrm{i}(\gamma + \Delta)}, \tag{III.6}$$

et l'on retombe sur l'expression pour un émetteur unique avec un taux de pertes effectif $\gamma_{eff} = \gamma_{hom} + \Delta$. Autrement dit la largeur inhomogène due à une répartition lorentzienne des fréquences propres des émetteurs et indistinguable de leur largeur homogène [99]. Ce modèle ne permet pas de rendre compte de la variation de l'amplitude, et de la largeur des polaritons avec le désaccord.

III.3.2.b Désordre gaussien

Dans le cas d'un désordre gaussien centré en ω_X et d'écart type Δ, la densité spectrale s'écrit : $\rho(\omega) = \frac{1}{\Delta\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(\omega-\omega_X)^2}{2\Delta^2}}$ et [100] :

$$\begin{aligned} \mathcal{W}_G(\omega) &= \frac{g^2}{\mathrm{i}\Delta}\sqrt{\frac{\pi}{2}}\, e^{-\frac{(\omega-\omega_X+\mathrm{i}\gamma)^2}{2\Delta^2}}\ \mathrm{erfc}\left(\frac{\omega-\omega_X+\mathrm{i}\gamma}{\mathrm{i}\sqrt{2}\Delta}\right), \\ \text{avec}\quad \mathrm{erfc}(-\mathrm{i}z) &= \frac{\mathrm{i}e^{z^2}}{\pi}\int_{-\infty}^{\infty} \mathrm{d}\omega' \frac{e^{-\omega'^2}}{z-\omega'}\,. \end{aligned} \tag{III.7}$$

Contrairement au désordre lorentzien, dans le cas gaussien, la largeur inhomogène introduite par la prise en compte du désordre peut être dépassée. En effet, comme le montre la figure III.16, pour un couplage $g \gtrsim 3\Delta$, on récupère la largeur homogène dans le spectre. En effet, quand le couplage est grand devant la largeur inhomogène, cela signifie que l'excitation dans la matière (dans le mode superradiant) se recouple à la cavité avec un taux suffisamment important pour que le déphasage entre chacun des émetteurs n'ait pas le temps de provoquer de grande pertes [154].

Ce modèle rend très bien compte de la variation de l'amplitude, et de la largeur des polaritons avec le désaccord (cf. figure III.17) mesurée en excitation résonante. Cela nous permet de caractériser l'amplitude du désordre dans le puits quantique $\Delta = 1{,}4$ meV. Parallèlement à la chute de l'amplitude du LP en transmission, on observe une augmentation subite de la largeur du LP quand le système est approché de résonance. Ceci traduit le fait que le temps de vie du polariton n'est pas limité par le temps de vie du photon dans la cavité mais bien par le mécanisme de déphasage ayant lieu dans le QW. Cela est aussi visible sur les mesures de temps de vie des polaritons pour différents désaccords (cf. figure III.18).

L'asymétrie observée entre les polaritons haut et bas n'est toujours pas expliquée par ce modèle. Pour cela il faut prendre en compte la dynamique de l'émetteur à travers un modèle microscopique.

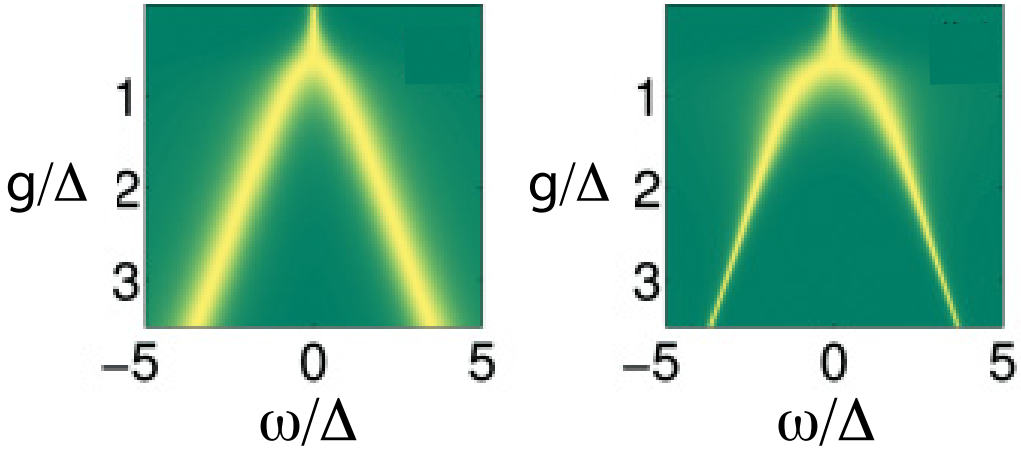


FIGURE III.16 – *Comparaison des spectres obtenus en présence d'un désordre lorentzien ou gaussien. Pour un désordre lorentzien (**à gauche**) la largeur des pics à résonance est la somme de la largeur homogène et inhomogène. Dans le cas gaussien (**à droite**) la largeur inhomogène laisse place à la largeur homogène pour $g \gtrsim 3\Delta$. Figure extraite de [100].*

III.3.2.c Modèle microscopique du désordre

Le mouvement du centre de masse des excitons au sein du puits quantique est soumis à un potentiel désordonné $\mathcal{V}(\vec{r})$. Nous supposerons que le potentiel a une valeur moyenne nulle et qu'il est distribué selon une gaussienne de variance Δ. Nous supposerons de plus que la fonction d'autocorrélation du potentiel est exponentielle avec une longueur de cohérence l_c :

$$\langle \mathcal{V}(\vec{r})\mathcal{V}(\vec{r'})\rangle \quad = \quad \Delta^2\, e^{-\frac{|\vec{r}-\vec{r'}|}{l_c}}. \tag{III.8}$$

Le choix d'un potentiel corrélé pour décrire le désordre se justifie par le fait que le mouvement relatif des charges composant l'exciton moyenne le désordre sur des distances de l'ordre du rayon de Bohr a_X [155].

Le Hamiltonien du centre de masse des excitons dans un puits quantique désordonné s'écrit $H_X = \frac{p^2}{2M} + \mathcal{V}(\vec{r})$, avec $M = m_v + m_c$ la masse de l'exciton. Les états propres et les énergies propres du Hamiltonien désordonné sont notés $|\phi_i\rangle$ et ω_i respectivement.

La fonction $\mathcal{W}$ définie précédemment est en fait le propagateur de l'état superradiant vers ce même état à travers la matière. Autrement dit elle est liée (par transformée de Laplace) à la probabilité qu'une excitation initialement placée dans l'état superradiant y demeure après un certain temps.

$$\begin{aligned}
\mathcal{W}(\omega) &= \sum_i \frac{g_i^2}{\omega - \omega_i + \mathrm{i}\gamma_i} \\
&= g^2 \langle S| \frac{1}{\omega - H_X} |S\rangle \\
&= -\mathrm{i}g^2 \langle S| \int_0^\infty \mathrm{d}t\, e^{\mathrm{i}\omega t} e^{-\mathrm{i}H_X t} |S\rangle
\end{aligned} \tag{III.9}$$

$$\text{où l'état superradiant est } \; |S\rangle = \frac{1}{g}\sum_i g_i |\phi_i\rangle\,.$$

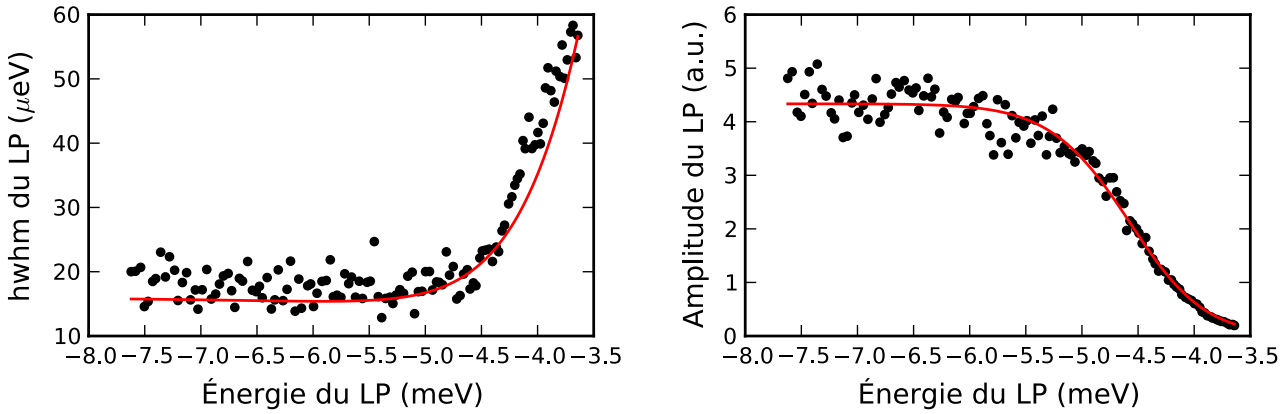


FIGURE III.17 – *Largeur (**à gauche**) et amplitude (**à droite**) du LP en fonction de son énergie repérée à partir du QW. Les points expérimentaux sont obtenus à partir d'ajustements lorentziens du LP dans les spectres en transmission de la cavité soumise à une excitation résonante. Les points expérimentaux sont ajustés simultanément (courbes rouges) à partir de la transmission calculée avec un modèle de désordre gaussien (équation III.7) pour* $\kappa = 16\ \mu eV$, $g = 1{,}5\ meV$ *et* $\Delta = 1{,}4\ meV$. *L'échantillon est le même que celui de la figure III.9.*

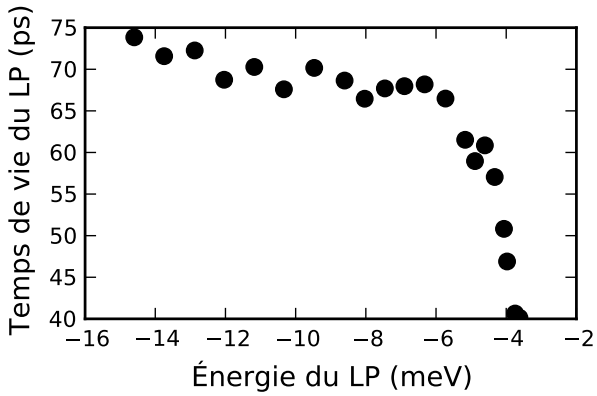


FIGURE III.18 – *Le temps de vie du LP est mesuré en fonction de son énergie. L'échantillon possèdent* 4 *QWs, et présente un couplage de* 2,7 *meV pour une longueur de cavité de* 14,5 μm.

Les modèles du désordre développés jusqu'ici négligent l'énergie cinétique des excitons. Cela revient à négliger l'énergie de localisation, et à considérer que la fréquence propre des émetteurs est directement imposée par la valeur locale du potentiel. En effet, en moyennant sur les réalisations du désordre :

$$\langle e^{-\mathrm{i}\mathcal{V}(\vec{r})t} \rangle = e^{-\frac{\Delta^2 t^2}{2}}. \tag{III.10}$$

En négligeant l'énergie cinétique des excitons on retrouve exactement le modèle du désordre gaussien développé précédemment $\mathcal{W}_{\mathcal{G}}$. Cependant l'énergie de localisation due au désordre n'est à priori pas négligeable. Il existe trois énergies caractéristiques dans le système qui sont :

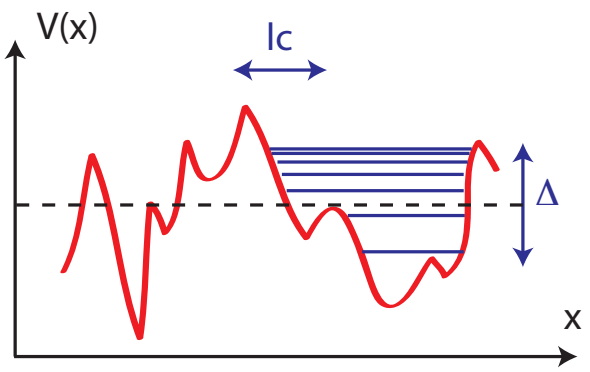


FIGURE III.19 – *Schéma du potentiel ressenti par les porteurs de charges dans un puits quantique désordonné.*

– l'amplitude du désordre $\Delta \sim 1$ meV,
– l'énergie de localisation dans le désordre $E_l = \frac{\hbar^2}{2Ml_c} \sim 1$ meV pour $l_c \sim a_X$,
– l'énergie du confinement optique $\frac{\hbar^2}{2M\mathrm{w}_0^2} \sim 0{,}1$ μeV pour $\mathrm{w}_0 \sim 1$ μm.

L'énergie de confinement optique peut être négligée, ce qui revient à ne considérer que les excitons de vecteur d'onde $\vec{k} = 0$[14]. La fonction $\mathcal{W}$ s'exprime à l'aide de l'énergie propre de l'exciton (« self-energy ») en $\vec{k} = 0$, Σ_0, comme $\mathcal{W}(\omega) = \frac{1}{\omega - \Sigma_0(\omega)}$. La dépendance de l'énergie propre Σ_0 avec l'énergie complexe z peut être calculée numériquement en résolvant l'équation [155] :

$$\begin{aligned} w\left(\frac{1}{\sqrt{2}\Delta}(\Sigma_0 + \frac{1}{R(z-\Sigma_0)})\right) &= \mathrm{i}\sqrt{\frac{2}{\pi}}\frac{\Delta}{E_l}R\left(z-\Sigma_0\right), \\ \text{avec } w(z) &= e^{-z^2}\mathrm{erfc}(-\mathrm{i}z), \\ \text{et } R(z) &= \frac{s^2+4s+3+2\log -s}{(1+s)^3}, \quad \text{où } s = \frac{z}{E_l}. \end{aligned} \tag{III.11}$$

La détermination de la fonction $\mathcal{W}(\omega)$ nous renseigne sur l'ensemble des propriétés de l'émetteur. La figure III.20 présente la partie réelle et imaginaire de $\mathcal{W}(\omega)$ et de $\mathcal{W}_G(\omega)$, comparant ainsi les résultats avec et sans la prise en compte de l'énergie de localisation dans le désordre E_l.

Outre le décalage de la fréquence de résonance, l'élargissement inhomogène est plus fin et asymétrique. L'énergie de localisation asymétrise la courbe qui décroit lentement du côté des hautes fréquences. Le UP subit donc un élargissement inhomogène plus grand que le LP et la prise en compte de l'énergie cinétique des porteurs [103] rend bien compte de l'asymétrie des polaritons (cf. figure III.21).

En effet le LP possède une énergie proche de $E_X - \hbar g$, et sa partie excitonique ne se couple aux modes propres du désordre présents à cette énergie. De même le UP ressent le désordre par l'intermédiaire de sa partie excitonique qui se couple au modes propres du désordre à l'énergie $E_X + \hbar g$. La différence entre le LP et UP réside dans la densité

14. Contrairement au modèle gaussien l'énergie cinétique joue ici un rôle grâce à l'énergie de localisation des états (énergie de point 0 dans le piège), même si on ne considère que les états de vecteur d'onde nul.

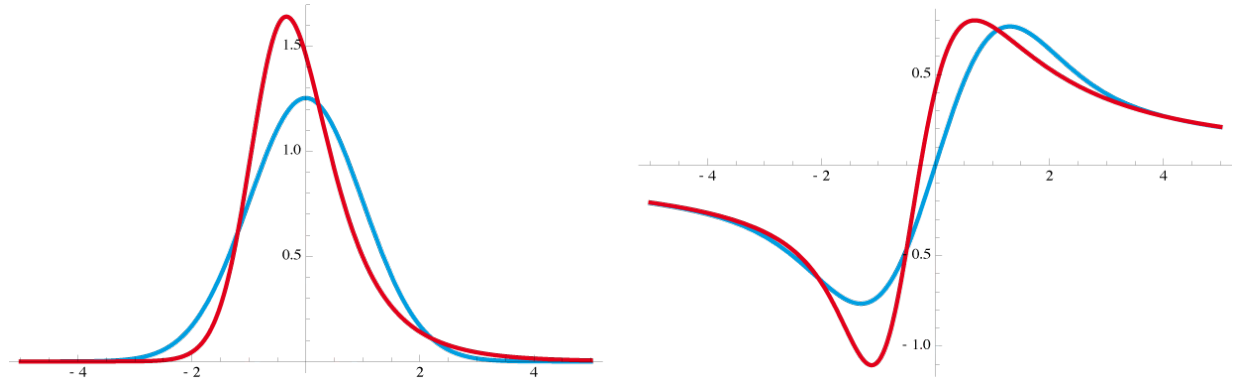


FIGURE III.20 – *Comparaison de la fréquence propre (Re($\mathcal{W}$)* ***à droite****) et de l'élargissement inhomogène (-Im($\mathcal{W}$)* ***à gauche****) avec (courbes rouges) et sans (courbes bleues) la dynamique des porteurs. L'axe des abscisses repère la fréquence depuis le centre de la distribution (ω_X) en unité de Δ. Les courbes rouges sont tracées pour $E_l = 2\Delta$, et les bleues pour $E_l = 0$.*

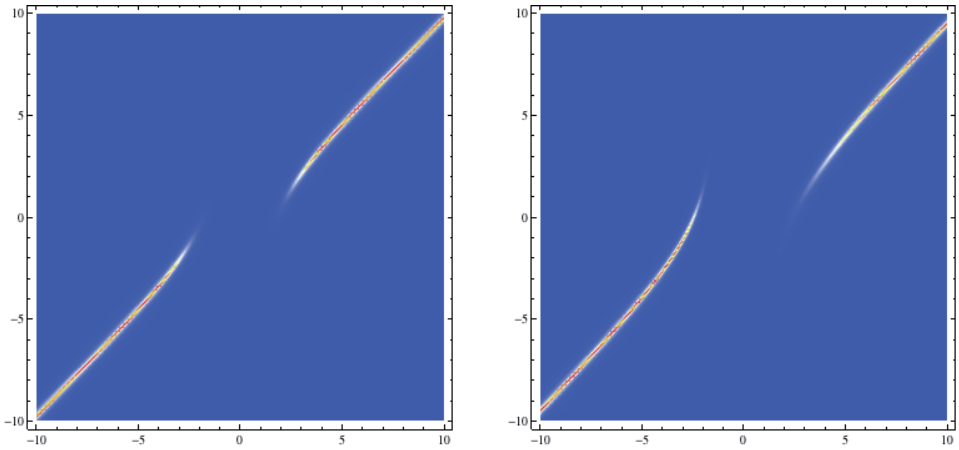


FIGURE III.21 – *Spectre résonant théorique en présence de désordre avec et sans la prise en compte de l'énergie de localisation dans le désordre.*

d'états désordonnés : à basse énergie il y a très peu d'états piégés alors que ces derniers sont beaucoup plus nombreux quand l'énergie s'approche de celle des états libres. Lorsque le couplage devient grand devant la variance du désordre $g \gg \Delta$, les états polaritoniques ont une énergie suffisamment éloignée du QW pour ne plus ressentir le désordre et comme dans le cas gaussien, les largeurs homogènes réapparaissent (cf. figure III.22).

Nous voyons qu'il est possible de récupérer la largeur de la cavité pour les polaritons, et avec elle une grande transmission, à condition d'augmenter le rapport g/Δ. Une augmentation du couplage peut être réalisée en augmentant le nombre de puits (cf. figure III.23), ou en réduisant le taux d'indium dans le puits (cf. figure III.24).

Avec l'échantillon contenant moins d'indium (centré à 850 nm), le rapport entre les largeurs des LP et UP à résonance n'est plus que de $\gamma_{UP}/\gamma_{LP} = 1{,}8$ contre un facteur 4 auparavant.

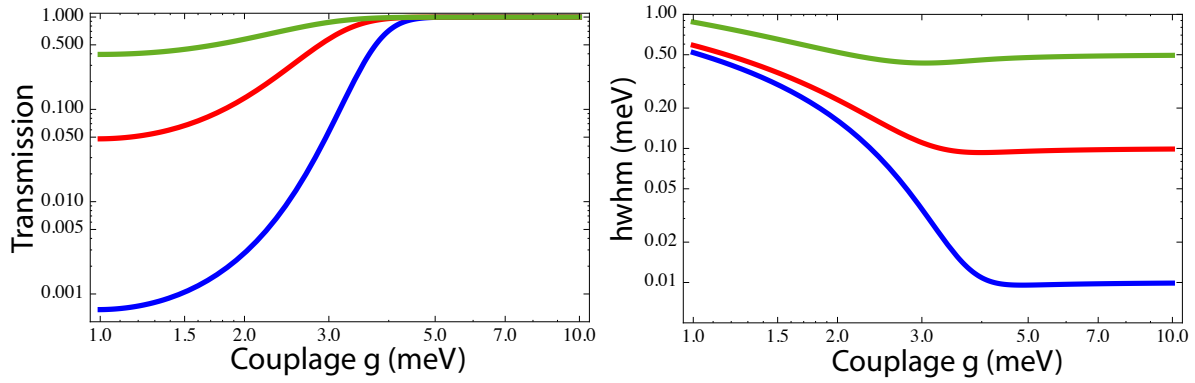


FIGURE III.22 – *Influence du rapport g/Δ sur la transmission (**à gauche**) et sur la largeur des polaritons (**à droite**). Les courbes sont tracées pour $\Delta = 1$ meV, et pour trois valeurs de κ : 0,02 meV (en bleu), 0,2 meV (en rouge), et 1 meV (en vert).*

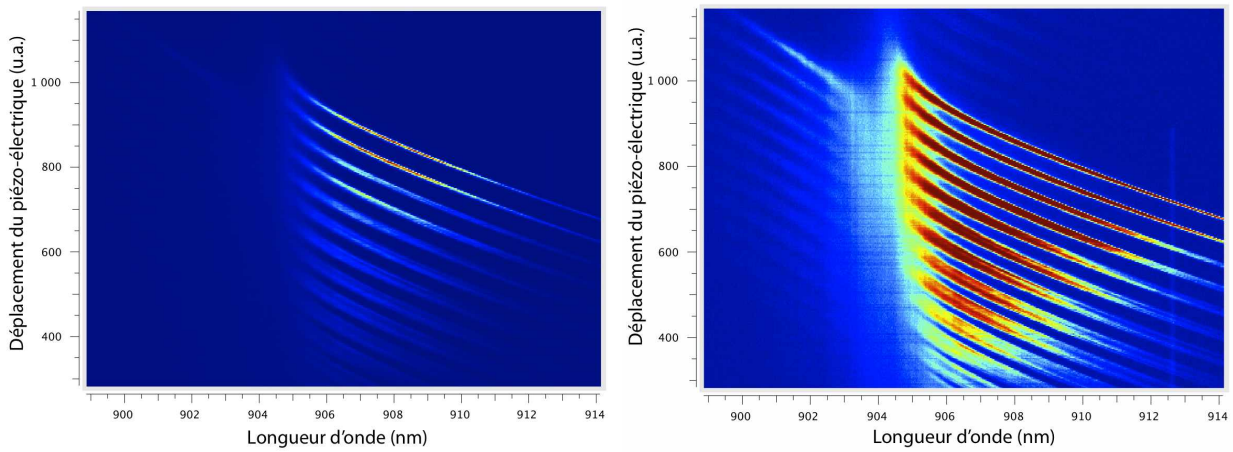


FIGURE III.23 – *Anti-croisement des polaritons pour un échantillon contenant 9 QWs. La longueur de la cavité diminue avec le déplacement du piézo-électrique. La photoluminescence est affichée en échelle logarithmique (**à gauche**) et est de plus saturée numériquement (**à droite**) pour visualiser les UPs.*

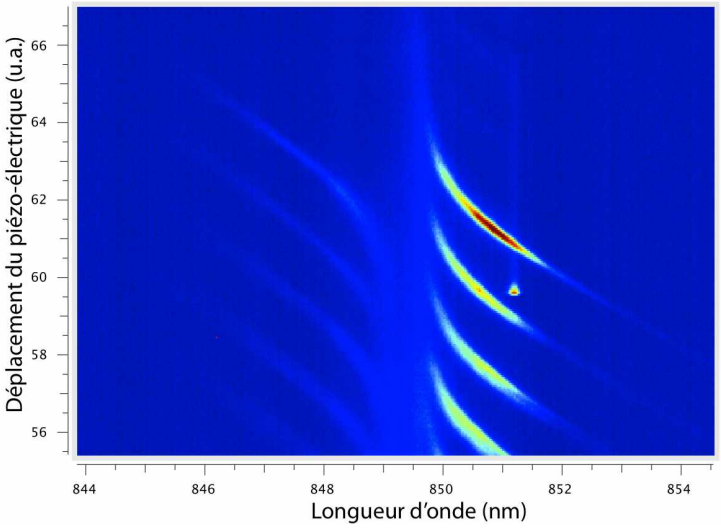


FIGURE III.24 – *Anti-croisement des polaritons pour un échantillon contenant* 3 *QWs centré à* 850 *nm. La longueur de la cavité diminue avec le déplacement du piézo-électrique. La photoluminescence est affichée en échelle logarithmique. La largeur des polaritons à résonance vaut* $\gamma_{LP} = 120\ \mu eV$ *et* $\gamma_{UP} = 220\ \mu eV$.

Conclusion du chapitre III

Nous avons décrit le montage expérimental permettant d'étudier les polaritons confinés optiquement dans une micro-cavité FFP. Nous pouvons adapter les paramètres de la cavité et du couplage pour passer continûment du régime de couplage faible au régime de couplage fort. La coopérativité du système est grande, C$\sim$ 150 sur toute la gamme de longueurs accessibles et les figures de mérite du système se compare favorablement à d'autres pièges à polaritons. En effet le couplage par puits mesuré dans la limite des cavités courtes est identique à celui obtenu dans d'autre système en InGaAs [40] et plus élevé que dans les puits en GaAs [156]. Le facteur de qualité de la cavité FFP est supérieur à 100 000 pour une cavité de longueur de 4 μm, ce qui est proche de l'état de l'art dans les micro-pilier [63]. L'avantage du confinement optique à l'aide d'un miroir courbe est qu'il n'y a pas de pertes sur les bords de la structure quand le diamètre est réduit [62]. Le confinement atteint dans notre système est de l'ordre de $2w_0 = 3{,}4$ μm dans la limite des cavités courtes, et il est du même ordre dans les structures présentées figure III.25.

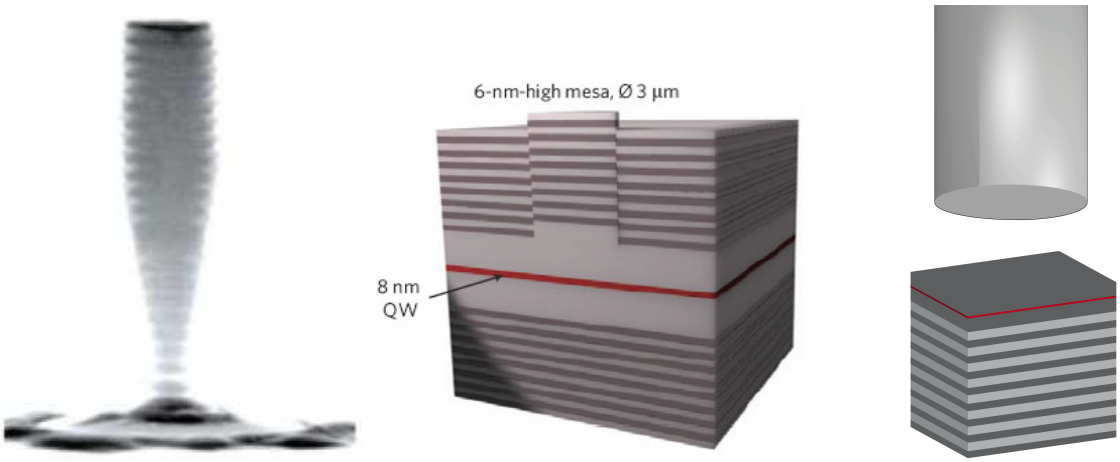


FIGURE III.25 – *Trois types de dispositifs pour l'étude des polartitons confinés.*

La connaissance du mode optique nous a aussi permis de caractériser le puits quantique à travers son couplage à la lumière. Nous avons explicité le rôle du désordre et le système est entièrement caractérisé dans le régime de faible excitation.

Nous allons maintenant nous intéresser au couplage d'une boîte quantique à la cavité FFP.

CHAPITRE IV

Couplage d'une boite quantique à une cavité fibrée

De par leurs propriétés de confinement et de cohérence, les QDs en cavités sont de très bonnes candidates pour implémenter des systèmes appliqués à l'information quantique [157]. Nous allons voir que les paramètres CQED associés à une QD unique dans une cavité FFP font de ce système un candidat idéal pour étudier précisément l'interaction lumière-matière. La majeure partie des mesures présentées ici a été effectuée dans le groupe d'Atac Imamoglu à Zurich et a été publiée récemment [47].

Dans ce chapitre, nous décrirons le montage expérimental permettant de coupler une QD unique à la micro-cavité fibrée. La principale différence avec le montage décrit dans le chapitre précédent réside dans l'échantillon contenant les QDs. Nous décrirons brièvement leur formation ainsi que le système de contrôle de l'état de charge des QDs. Nous verrons qu'il nous est possible d'ajuster la fréquence de la cavité et de l'émetteur rendant ce dispositif expérimental complètement ajustable. Les expériences de PL nous permettrons d'expliquer l'alimentation de la cavité par une QD unique bien que celle-ci soit très désaccordée. Nous verrons ensuite que la dégénérescence dans les directions X et Y de la cavité est levée et que notre système permet de nous adresser au choix à un des 2 excitons. Enfin les résultats d'expériences en excitation résonante nous permettrons de montrer que notre système se situe à la limite du régime de couplage fort avec une coopérativité de 2.

Sommaire

IV.1 Montage expérimental 95
IV.1.1 Formation des boites quantiques 96
IV.1.2 Échantillon permettant le contrôle de la charge des boites quantiques 96
IV.2 Photoluminescence d'une boite quantique dans une cavité fibrée 99
IV.2.1 Alimentation de la cavité par les QDs 99
IV.2.2 Couplage faible d'une QD dans une cavité FFP 101
IV.3 Mesures en excitation resonante 102
IV.3.1 Transmission du système {boite quantique + cavité} 102
IV.3.2 À la limite du couplage fort 104

IV.1 Montage expérimental

Le montage expérimental que nous avons utilisé pour coupler les QDs à une micro-cavité fibré est le même que celui utilisé pour l'étude de puits quantiques (cf. §III.1).

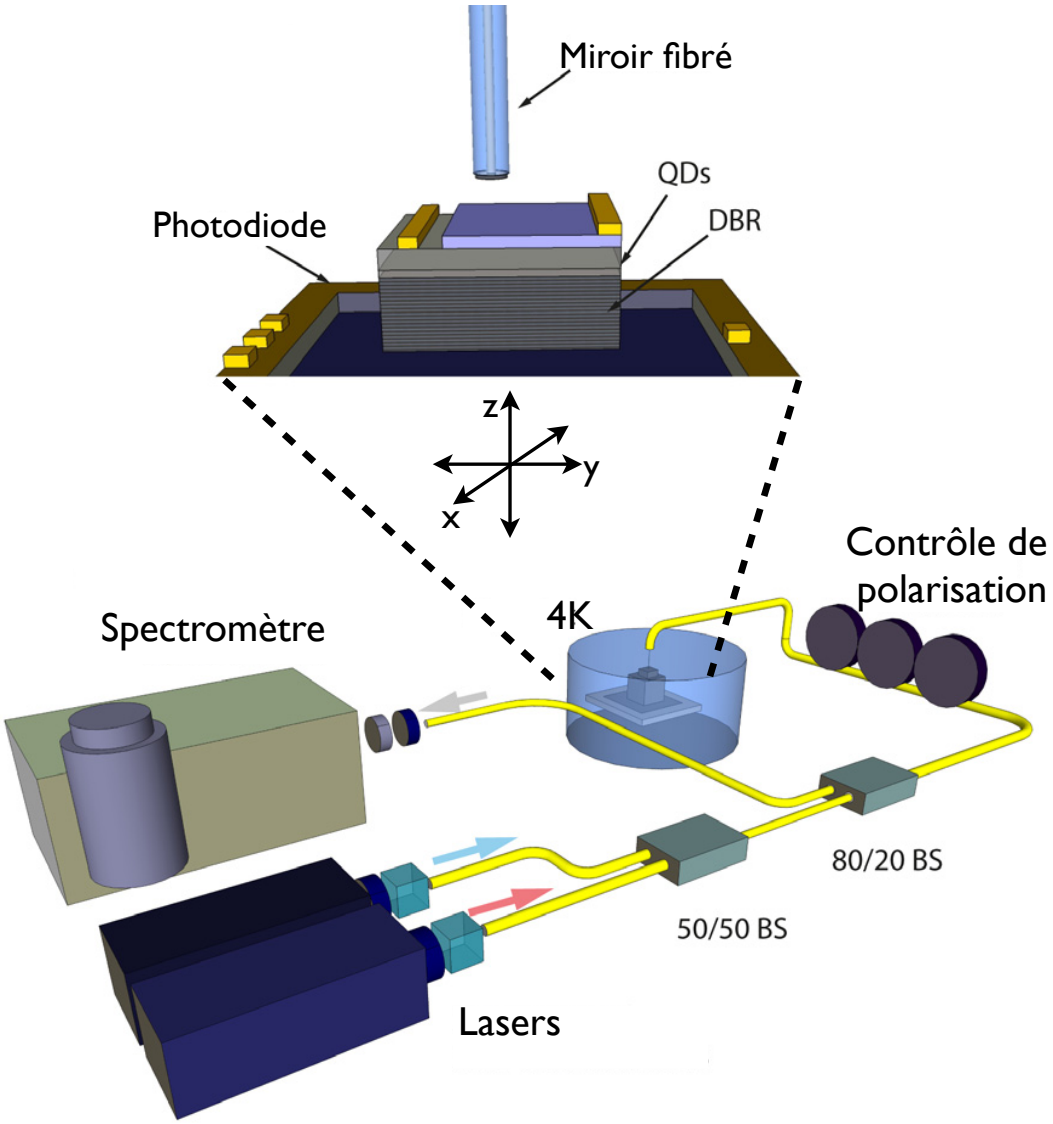


FIGURE IV.1 – *Schéma du montage expérimental permettant le couplage d'une QD unique à un mode cavité. Les lasers, résonant et non-résonant, sont injectés dans la fibre optique se terminant par un miroir fibré et le système est maintenu à 4K. La photoluminescence est mesurée à l'aide d'un spectromètre et la transmission en excitation résonante est mesurée à l'aide d'une photodiode.*

Dans le cas d'émetteurs ponctuels les degrés de liberté permettant les translations horizontales sont cruciaux pour placer l'émetteur au centre du mode de cavité et ainsi maximiser son couplage. Les micro-cavités fibrés permettent de s'affranchir des problèmes de localisation des QDs, qui comme nous allons le voir ont à priori une répartition spatiale et spectrale aléatoire.

IV.1.1 Formation des boites quantiques

La formation des QDs repose sur la différence entre le paramètre de maille du réseau cristallin de InAs (6,06 Å), qui forme la boîte quantique, et celui de GaAs (5,65 Å) qui est la matrice cristalline environnante. Le processus de fabrication des QDs par epitaxie se décompose en trois parties :

- une phase de croissance bi-dimensionnelle d'une couche de mouillage de InAs en compression sur GaAs,
- lorsque la couche d'InAs atteint une épaisseur critique ($1,8$ monocouches [158]), le relâchement de la contrainte conduit à la formation spontanée d'îlots d'InAs de dimensions 4 nm selon l'axe de croissance et $5-30$ nm dans le plan [159]. Cette transition entre une croissance $2D$ et $3D$ à été décrite par Stranski et Krastanow qui ont donné leur nom à ce processus de croissance.
- La dernière étape consiste à encapsuler les îlots avec GaAs, pour éviter les effets de surface et protéger la QD de l'oxydation.

Une fine couche d'InAs (« wetting layer ») reste présente dans l'échantillon, mais son émission est en général très désaccordée par rapport aux QDs.

L'épitaxie permet en contrôlant la composition, la température et la vitesse de croissance de choisir approximativement la longueur d'onde d'émission des QDs. Une augmentation de la température au début de la dernière étape (quand les îlots sont partiellement recouvert par GaAs), permet notamment d'ajuster la longueur d'onde d'émission en changeant la taille de la QD et sa composition par évaporation [160].

L'emplacement spatial des îlots, quant à lui, peut difficilement être contrôlé. Il peut être influencé en favorisant des sites de nucléation par différentes techniques [56,57,58], mais dans ce cas, les propriétés spectrales de la QD, de par leur répartition aléatoire, ne sont à priori pas optimales. Une autre approche consiste à graver la cavité (cristaux photoniques [51,52,55], ou micro-piliers [53,54]) autour d'une QD préalablement sélectionnée. Ces méthodes permettent de réaliser de très bon couplage à la cavité mais l'ajustement fin des fréquences de la QD et de la cavité nécessite de changer la température du système ou de faire adsorber un gaz dans la structure [161], ce qui présente quelques inconvénients.

Notre montage expérimental permet d'observer différentes QDs présentes sur un même échantillon, de les placer au centre du mode de cavité et d'ajuster la fréquence de résonance de la cavité, mais aussi comme nous allons le voir, celle des QDs.

IV.1.2 Échantillon permettant le contrôle de la charge des boites quantiques

La structure de l'échantillon se décompose en deux parties. Comme pour les puits quantiques, le miroir de Bragg est constitué par une alternance de couches de AlAs et de GaAs. Les QDs sont situées au centre d'une couche de longueur optique $\lambda_0 = 900$ nm, mais ici la structure de cette deuxième partie est plus complexe (cf. figure IV.2). Sous les QDs, une couche de GaAs d'épaisseur 40 nm est dopée négativement avec du Silicium (densité $n \sim 1.10^{18}$ cm^{-3}). Et au dessus des QDs, une couche de GaAs d'épaisseur 34,5 nm est dopée positivement avec des atomes de carbone. Une couche de AlGaAs d'épaisseur 85 nm joue le rôle de barrière entre les QDs et la région dopée p.

Cette structure permet la formation d'une jonction $p-i-n$ autour des QDs, qui va

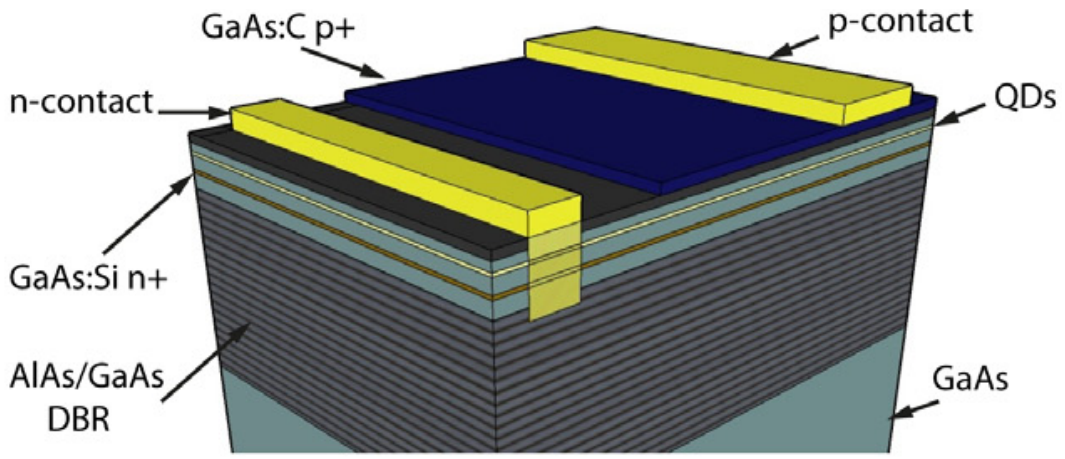


FIGURE IV.2 – *Structure de l'échantillon contenant des QDs. Le miroir de Bragg est formé par 31 paires de couches de AlAs et de GaAs et est centré à $\lambda_0 = 900$ nm. Les QDs sont situées au milieu d'une couche de longueur optique λ_0 qui réalise une jonction $p-i-n$ autour des QDs.*

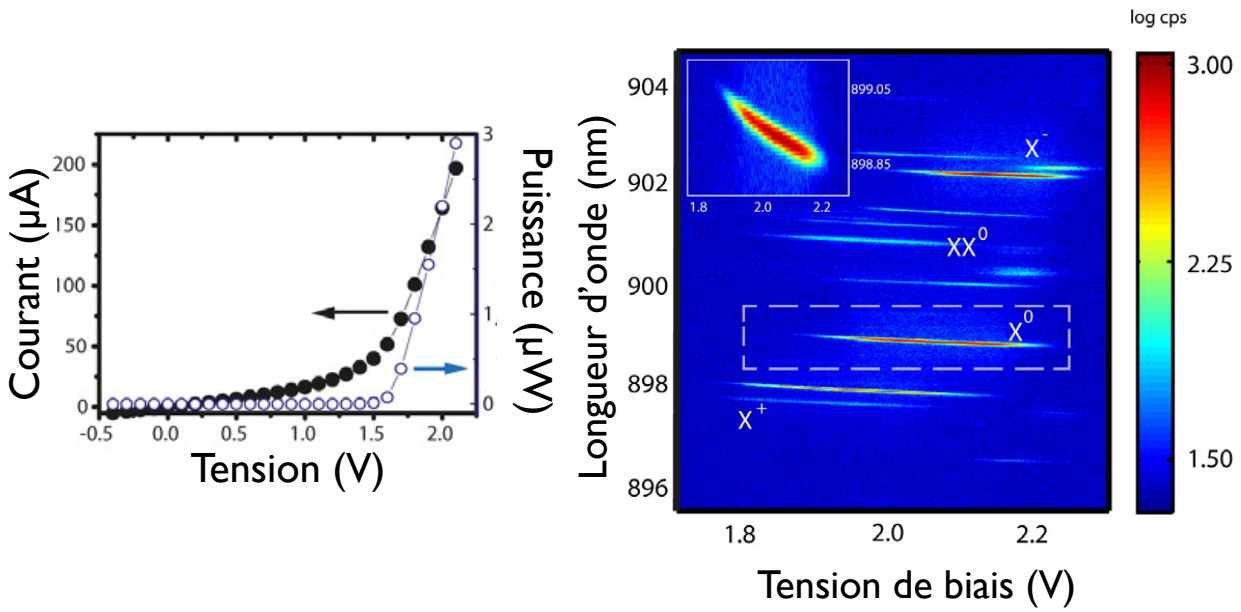


FIGURE IV.3 – ***À gauche :*** *La caractéristique courant-tension de la jonction $p-i-n$ à 4 K, est tracée en noir, et la puissance du signal d'électroluminescence, mesurée sur la photodiode en fonction de la tension appliquée, est tracée en bleu.* ***À doite :*** *Les spectres de PL (échelle logarithmique) dans l'espace libre pour différentes tensions de grille permettent de visualiser les différentes lignes d'émission des QDs, correspondantes à des états de charge différents. L'encart présente la variation de la longueur d'onde de l'exciton neutre X^0 avec la tension de grille. Ces mesures sont réalisées sous le seuil de la jonction dans un cryostat à écoulement. La température est plus élevée qu'à gauche menant à une résistivité des contacts plus élevée et donc des tensions appliquées plus élevées.*

nous permettre de contrôler l'état de charge des QDs. Le contact avec la région dopée p se fait directement sur le haut de l'échantillon avec de la laque à argent. Le contact avec la région dopée n est réalisé en attaquant chimiquement à l'acide les premières couches sur une partie de l'échantillon, puis un plot de contact en Indium est déposé à 350°C. L'échantillon présente de plus un gradient de densité de QDs dans lequel il est aisé de trouver une QD isolée spectralement.

La figure IV.3 (à gauche) présente la caractéristique courant-tension de la jonction $p-i-n$, ainsi que la puissance du signal d'électroluminescence émis par la structure au dessus du seuil. Ce signal est émis spontanément par la recombinaison des porteurs dans la couche contenant les QDs traduisant la présence du courant qui traverse la structure.

La PL de l'échantillon traduit différents états de charge de la QD selon la tension de grille appliquée (cf. figure IV.3 à droite). À partir de l'exciton neutre $X = X^0$, il est possible d'identifier le trion X^- qui a une énergie de recombinaison de quelques meV inférieure à celle de l'exciton neutre. Cet exciton négativement chargé X^- est constitué par deux électrons formant un singulet de spin dans la bande de conduction et un trou dans la bande de valence. De la même façon, le trion chargé positivement X^+ est formé par deux trous dans la bande de valence et un électron dans la bande de conduction. Il est intéressant de noter que les trions possèdent une structure de spin, qui peut notamment être utilisée pour préparer un état de spin donné avec une très grande fidélité [162]. Le biexciton XX^0 est, quant à lui, formé par deux électrons et deux trous ; la recombinaison vers l'exciton neutre est en général décalée de quelques meV vers le rouge. Le choix de la tension de grille nous permet donc de choisir l'état de charge désiré selon l'application envisagée.

Une conséquence du contrôle de l'état de charge de la QD est l'accordabilité des transitions avec la tension de grille (cf. encart). En effet, la fréquence de recombinaison des excitons se décale sous l'effet du champ électrique uniforme (effet Stark confiné [163]). La fréquence de l'exciton neutre peut, par exemple, être accordée sur une plage de 300 μeV. L'accordabilité de l'émetteur présente un grand intérêt quand une longueur d'onde précise est requise, par exemple lors de la mise en résonance avec un autre émetteur (une autre QD ou un atome).

Nous allons maintenant nous intéresser aux propriétés de ces QDs dans une cavité FFP, réalisant ainsi un système entièrement ajustable.

IV.2 Photoluminescence d'une boite quantique dans une cavité fibrée

Dans un premier temps, nous présenterons un spectre de PL typique obtenu pour des cavités longues et décrirons le processus d'alimentation de la cavité par les QDs. Dans un second temps, nous présenterons l'allure des spectres de PL dans le cas de cavités courtes, et montrerons qu'il est possible de distinguer les 2 états liés à la levée de dégénérescence causée par l'ellipticité d'une QD.

IV.2.1 Alimentation de la cavité par les QDs

La figure IV.5 présente un spectre de PL où la longueur de la cavité est balayée autour de 40 μm. Les modes de cavité sont couplés à plusieurs QDs qui les alimentent même hors résonance et nous permettent de voir des lignes de cavité continues.

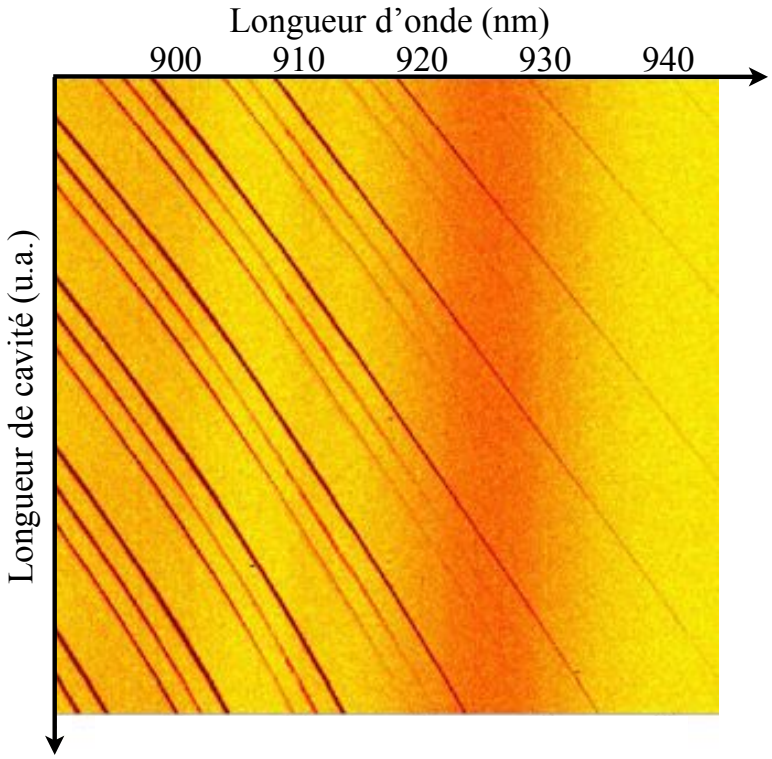


FIGURE IV.4 – *Spectres de PL des QDs quand la longueur de cavité est balayée (échelle logarithmique). Il est possible de voir* 9 *modes longitudinaux consécutifs et pour chacun d'eux trois modes transverses.*

Cet effet est très utile expérimentalement. Il nous permet de calibrer la longueur de la cavité en tenant compte de la dépendance de la phase des miroirs avec la longueur d'onde (cf. annexe B). C'est effet a aussi été observé avec un puits quantique en cavité pour des désaccords allant jusqu'à 10 nm (cf. §III.2). Ce phénomène a pour origine l'interaction de l'exciton avec la matrice environnante. Il est possible de prendre en compte cet effet dans le modèle développé au §II.2 en terme de déphasage pur ($\gamma^* = 1/T_2$). Cela est suffisant pour expliquer l'émission

de photons à la fréquence de la cavité pour de grands désaccords [104, 164]. Cependant pour expliquer les corrélations croisées [1] mesurées à grands désaccords [11], il faut prendre explicitement en compte les niveaux excités des porteurs [105, 165] (cf. figure IV.5).

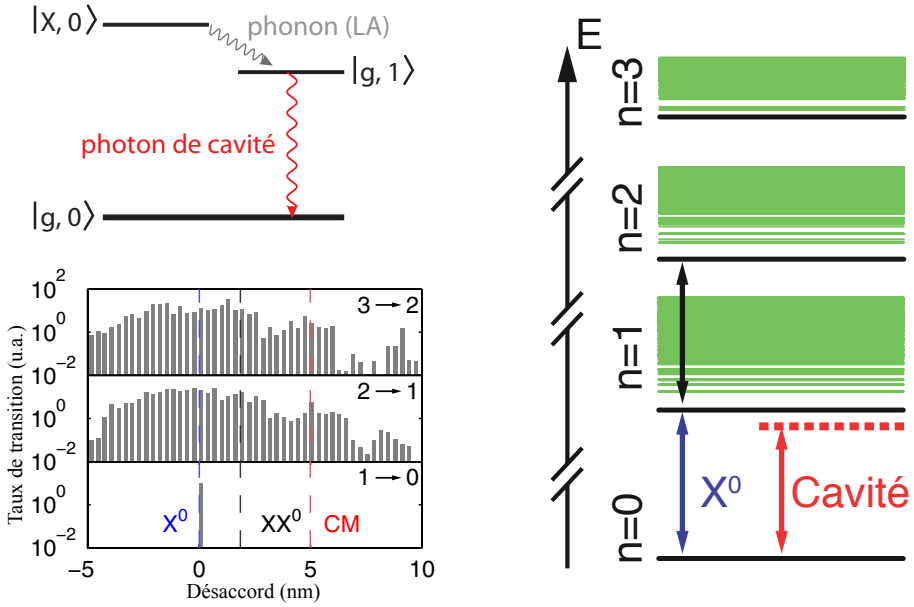


FIGURE IV.5 – *La cavité même très désaccordée est alimentée lors de la recombinaison des porteurs par l'intermédiaire de niveaux excités ou par l'émission de phonons (adapté de [105]).* ***En haut :*** *quand l'énergie de la cavité est plus faible que celle de l'exciton et pour un désaccord inférieur à 3 nm, l'émission d'un photon de cavité est assistée par l'émission d'un phonon.* ***En bas :*** *Les taux de transitions calculés à partir des niveaux excitoniques (cf. à droite). Le fond présent en PL et provenant des états excités des porteurs, alimente la cavité.* ***À droite :*** *les niveaux d'énergie d' une QD calculés en prenant en compte les transitions avec les niveaux excités des porteurs (orbitale p, d). Les quasi-continuum des niveaux excités expliquent l'alimentation de la cavité même très désaccordée.*

La possibilité pour l'exciton d'émettre des phonons acoustiques longitudinaux explique l'alimentation d'une cavité décalée sur le rouge de moins de 3 nm [166, 167]. La prise en compte des niveaux excités autorise des transitions pour de grands désaccords positifs ou négatifs. Ces niveaux sont responsables du fond qui peut être observé dans le signal de photoluminescence, dans l'espace libre, et ce sont eux qui alimentent la cavité à grands désaccords.

Quand la cavité et l'émetteur sont très désaccordés : $|\delta| \gg g, \kappa, \gamma$, la cavité se comporte donc comme un filtre et l'émetteur comme une lampe blanche. Cet effet peut être mis à profit en utilisant le système comme source de photons uniques accordables.

1. Corrélations temporelles entre les photons émis à la fréquence de la cavité et ceux émis à la fréquence de l'émetteur. Ces corrélations montrent que le photon à la fréquence de l'émetteur est émis juste après le photon de cavité sous une certaine puissance d'excitation. Cela est expliqué par une cascade dans les niveaux de la QD présentés en figure IV.5.

IV.2.2 Couplage faible d'une QD dans une cavité FFP

La figure IV.6 présente la PL du système sous excitation pulsée non-résonante, pour 2 QDs différentes. En balayant la fréquence de la cavité autour de la résonance de l'exciton, pour une cavité courte, l'effet du couplage à une QD est visible. L'intensité de la PL possède une dépendance lorentzienne avec la fréquence de cavité, nous indiquant que le système est en couplage faible. La saturation observée avec la puissance d'excitation nous indique qu'une QD unique est détectée à cette longueur d'onde.

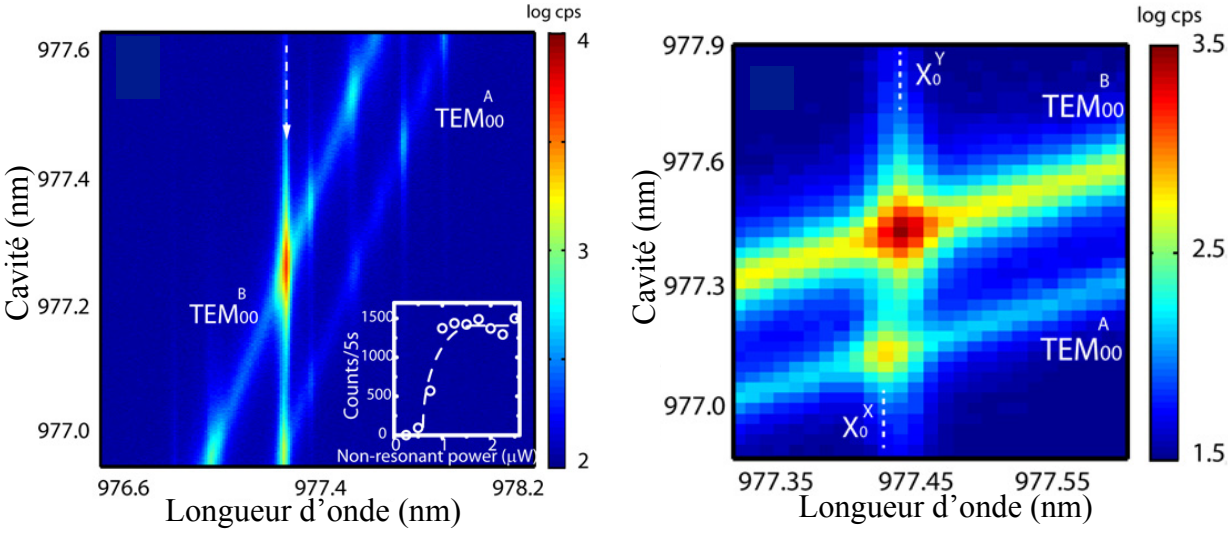


FIGURE IV.6 – *Photoluminescence d'une QD couplée faiblement aux modes de polarisations (notés A et B) du fondamental de la cavité FFP (TEM_{00}). L'encart à gauche présente la saturation (à 500 coups par sec.) de l'émetteur sous excitation non-résonante ($P_{sat} \sim 1\ \mu W$). La position des maxima est repérée pour chacun des modes de polarisation (à droite) par X_0^X et X_0^Y. Ces derniers sont séparés par 15 μeV.*

Comme nous l'avons vu au §II.3.3 le couplage de la QD dépend de l'alignement du dipôle avec la polarisation du champ. Les deux modes de polarisations linéaires du fondamental de la cavité TEM_{00}^A et TEM_{00}^B sont couplés aux deux excitons $|X\rangle$ et $|Y\rangle$. Cependant, la fréquence de résonance de ces 2 excitons n'est pas la même à cause de l'ellipticité de la QD. La séparation en énergie des 2 excitons brillants ($\sim 15\ \mu$eV) permet de caractériser la structure fine des niveaux de la QD [120]. En choisissant la longueur de cavité il est possible de s'adresser à un des excitons uniquement.

Pour caractériser plus avant le couplage d'une QD à la cavité FFP, nous allons maintenant étudier la réponse du système à une excitation résonante.

IV.3 Mesures en excitation resonante

Les mesures en transmission sous excitation résonante permettent d'obtenir une meilleure résolution que les expériences de PL. Nous allons montrer qu'une QD en micro-cavité FFP est proche du régime de couplage fort et possède une coopérativité supérieure à 1.

IV.3.1 Transmission du système {boite quantique + cavité}

Le système est donc excité par le laser résonant et la transmission est mesurée à l'aide de la photodiode. Bien qu'un verrouillage de la longueur de la cavité ne soit pas nécessaire, il est tout de même nécessaire d'isoler au maximum le système des vibrations acoustiques.

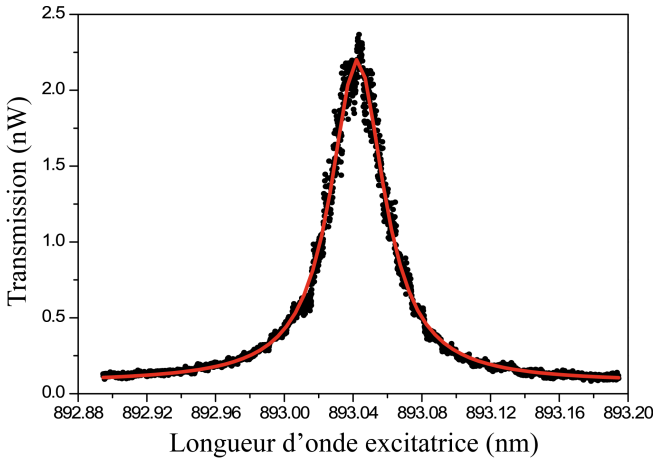


FIGURE IV.7 – *Transmission de la cavité en fonction de la longueur d'onde du laser résonant à grand désaccord. Un ajustement lorentzien donne un facteur de qualité :* $\mathcal{Q} = 24\,000$.

Nous commençons par mesurer la largeur de la cavité : $\hbar\kappa = 30$ μeV, ce qui correspond à un facteur de qualité $\mathcal{Q} = 24\,000$ dans la limite des cavités courtes (cf. figure IV.7). La finesse de la cavité est légèrement moins bonne que pour une cavité formée avec un échantillon contenant un puits quantique. Cela est surement dû à la présence des couches dopées n et p dans la cavité.

Le système peut être placé à résonance en ajustant la fréquence de la cavité ou de l'émetteur. La figure IV.8 présente les spectres en transmission normalisés, obtenus quand la longueur du laser est balayée et que la longueur de la cavité est amenée à résonance avec la QD (en haut). Puis lorsque la fréquence de l'émetteur est amenée à résonance avec la cavité en changeant la tension de grille [2] (au milieu). Enfin, il est aussi possible de laisser la longueur d'onde excitatrice constante et de faire varier les fréquences de la cavité et de la QD (en bas). Dans ce dernier cas, un cercle noir matérialise la valeur des paramètres pour lesquels la cavité et l'émetteur sont à la même fréquence que le laser d'excitation.

L'apparition d'un creux dans le spectre à résonance traduit le fait que le système est proche du régime de couplage fort. Les encarts dans la figure IV.8 reproduisent les données expérimentales à partir de la formule donnant le spectre de transmission du système couplé (équation II.15) pour $\hbar g = 11{,}7$ μeV, $\hbar\kappa = 39$ μeV et $\hbar\gamma = 5{,}7$ μeV.

2. Le fond dû à l'électroluminescence (cf. §IV.1.2) a été retiré pour chaque spectre avant la normalisation.

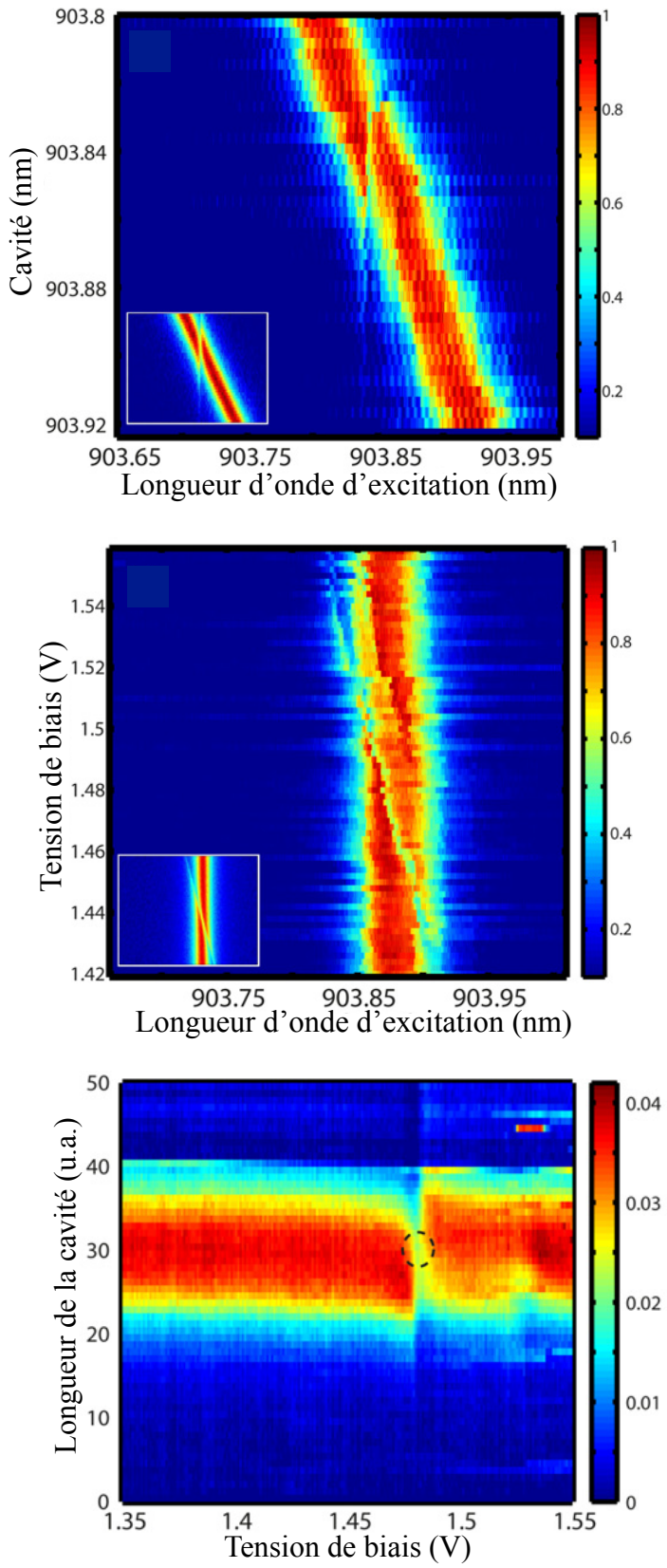


FIGURE IV.8 – *Accordabilité de la cavité et de la QD en excitation résonante.*

IV.3.2 À la limite du couplage fort

La figure IV.9 présente les données obtenues en excitation résonante pour une autre QD, et l'ajustement de la transmission nous donne les paramètres $CQED$ suivants :

$$\hbar g = 12{,}3 \pm 2{,}5\,\mu\text{eV}, \quad \hbar\kappa = 25{,}0 \pm 1{,}3\,\mu\text{eV} \text{ et } \hbar\gamma = 1{,}5 \pm 0{,}3\,\mu\text{eV}. \tag{IV.1}$$

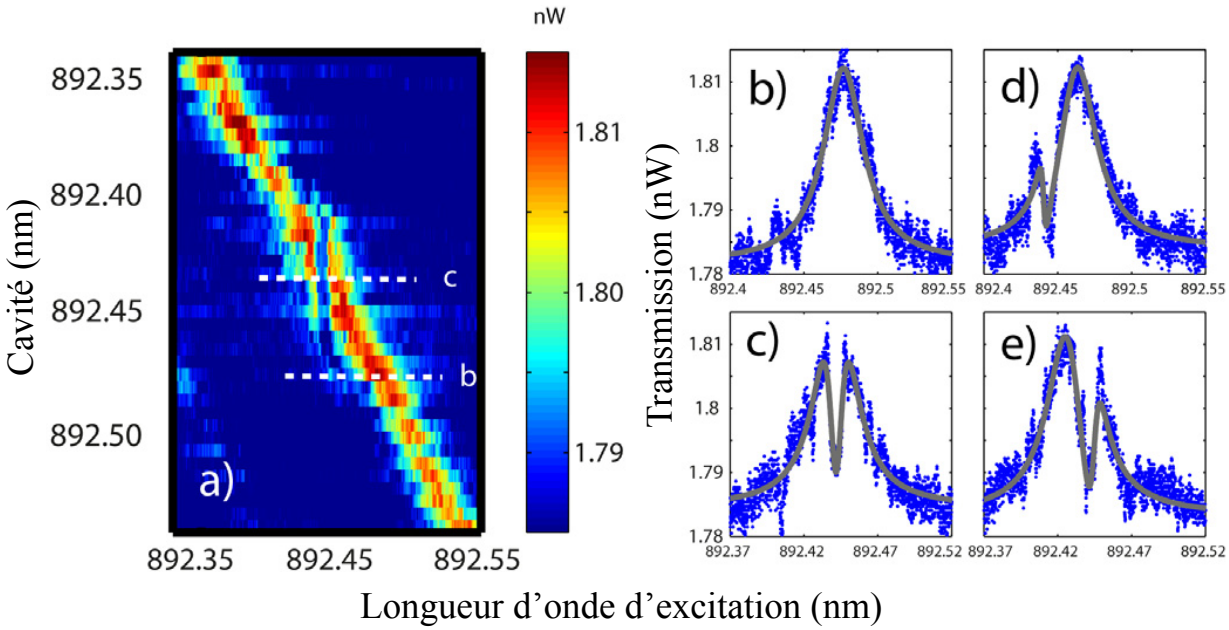


FIGURE IV.9 – *Anti-croisement de l'énergie d'une QD unique et du mode de cavité.* ***(a)*** *Transmission de la cavité quand la longueur d'onde d'excitation est balayée autour de la fréquence de résonance de la QD, pour différentes longueurs de cavité.*
(b),***(c)***,***(d)*** *et* ***(e)*** *Spectres de transmission (coupes horizontales de (a)) pour différents désaccords et leur ajustement par l'équation II.15.*

Les valeurs extraites nous permettent de préciser la connaissance du système. La force d'oscillateur de la QD peut, par exemple, être déduite de la largeur de la QD [3] [66] :

$$f = \frac{6m_0\epsilon_0\pi c^3}{e^2\omega_X^2 n_{GaAs}} 2\gamma = 48. \tag{IV.2}$$

La force d'oscillateur est assez élevée en comparaison des forces d'oscillateurs typiques $(10-20)$. Cela provient de la technique de croissance [160] qui conduit à une élongation des QDs dans la direction cristallographique [110]. Des forces d'oscillateurs de 50 ont déjà été observées, grâce à cette technique [9, 168].

Connaissant la force d'oscillateur, la valeur du couplage nous permet de donner une borne supérieure pour le volume effectif par l'intermédiaire de l'équation II.35, en supposant que le dipôle de la QD est aligné avec la polarisation du mode de cavité :

$$\max(n_{eff}^2 V_{eff}) = \frac{\pi e^2 f}{4\pi\epsilon_0 m_0 g^2} = 153\lambda^3 = 109\,\mu\text{m}^3. \tag{IV.3}$$

3. Nous assimilons ici, la largeur du spectre γ et γ_{rad} le taux de désexcitation radiatif [124], ce qui surestime légèrement la force d'oscillateur.

La simulation de l'indice effectif vu par le mode (cf. II.4.2) nous donne $n_{eff} \simeq 2{,}7$, dans la limite des cavités courtes. Cela nous permet d'estimer un volume effectif maximum du mode : $V_{eff} \simeq 15\ \mu\text{m}^3$.

Les valeurs des paramètres obtenus nous montrent que le système est à la limite du couplage fort : $\frac{\kappa+\gamma}{2} = 13{,}3\ \mu\text{eV} \sim g$, mais le paramètre important pour quantifier la capacité du système à échanger une excitation entre la matière et la lumière est sa coopérativité :

$$C = \frac{g^2}{2\kappa\gamma} = 2{,}0 \pm 1{,}3. \tag{IV.4}$$

En effet la coopérativité permet de quantifier la profondeur du creux apparaissant à résonance dans le spectre par rapport à la cavité vide : $1/(1+2C)^2$ [147]. C'est donc le paramètre à prendre en compte pour les applications dans le domaine de l'information quantique [157].

Ce système peut aussi être utilisé comme source de photons uniques. L'efficacité quantique d'une telle source est définie comme la probabilité qu'un photon soit émis dans le mode de cavité étant donné que l'émetteur est excité [169]. Elle s'exprime en fonction de la coopérativité comme : $\eta = \frac{C}{1+C}\frac{\kappa}{\kappa+\gamma}$, et vaut $\eta = 63\%$ dans notre système.

Conclusion du chapitre IV

Grâce à des expériences en PL et en excitation résonante, nous avons pu caractériser le système d'une QD dans une micro-cavité FFP. Malgré ses dimensions micro-métriques, le système a une coopérativité supérieure à l'unité. Ce système possède de plus l'avantage d'être totalement ajustable. Cette double accordabilité peut par exemple être exploitée pour créer des paires de photons indiscernables, provenant de 2 émetteurs dans deux cavités différentes. Il est aussi possible d'imaginer des schémas d'intrication entre ces deux émetteurs par l'intermédiaire d'un photon de cavité.

CHAPITRE V

Condensation de polaritons et effets d'interactions dans une cavité fibrée

Les polaritons de cavité fibrée ont été caractérisés dans le régime de faible excitation au chapitre III. Dans le régime de haute densité, les polaritons de micro-cavité présentent de nombreuses propriétés intéressantes, leur faible masse a notamment permis l'observation de la condensation de Bose Einstein [22] et ce même à température ambiante [35, 170]. Avec la condensation de Bose Einstein de nombreux effets ont été étudiés (voir par exemple [25]) comme la superfluidité [27] ou encore l'apparition de vortex dans le condensat [31].

Dans ce chapitre, nous présenterons les résultats obtenus en photoluminescence pour un ou plusieurs puits quantique(s) couplé(s) à une micro-cavité FFP, dans le régime de haute densité. Nous commencerons par décrire la non-linéarité observée dans l'intensité de PL avec la puissance d'excitation. Puis, nous décrirons un modèle développé par P. Littlewood et ses collègues [59, 60] pour décrire les propriétés des polaritons en régime de haute densité, en présence de désordre. L'accord entre les données expérimentales et les prédictions du modèle nous invite à décrire les propriétés du système en terme de transition de Dicke. Nous nous intéresserons enfin, aux interactions entre polaritons et à la possibilité d'atteindre un régime de blocage quantique [61] dans une cavité FFP.

Sommaire

V.1 Dépendance de la photoluminescence de puits quantiques en cavité avec la puissance d'excitation 109
V.1.1 Mécanisme de population des états polaritoniques à basse puissance 110
V.1.2 Seuil en puissance 111
V.2 Modèle de polaritons désordonnés en interaction 114
V.2.1 Modèle de Tavis-Cumming 114
V.2.2 Transition de Dicke dans l'ensemble grand canonique 115
V.2.2.a Grand potentiel dans l'approximation du champ moyen 115
V.2.2.b Transition de phase de Dicke 116
V.2.2.c Équation d'état et diagramme de phase 117
V.2.3 Energie des excitations du système 119

V.1 Dépendance de la photoluminescence de puits quantiques en cavité avec la puissance d'excitation

Nous présentons ici la dépendance de l'intensité collectée en PL en fonction de la puissance d'excitation non résonante P_{NR}. Nous nous intéresserons à la dépendance à basse puissance d'excitation puis à la forte non-linéarité observée à plus haute densité.

Contrôle de la puissance d'excitation

Les données expérimentales présentées ici sont issues de mesures en PL dont le montage expérimental à été décrit §III.1. Cependant pour éviter les dérives en température de l'échantillon, la puissance d'excitation du laser non-résonant (780nm) a été modulée à 10 kHz à l'aide d'un AOM. Ainsi, la puissance moyenne envoyée dans le cryostat reste constante au cours de l'expérience (typiquement $P_{moy} \sim 30$ μW). La puissance moyenne est asservie en envoyant une partie du faisceau sur une photodiode dont le signal à basse fréquence est utilisé pour contre-réagir sur l'amplitude du controlleur de l'AOM par l'intermédiaire d'un PID analogique.

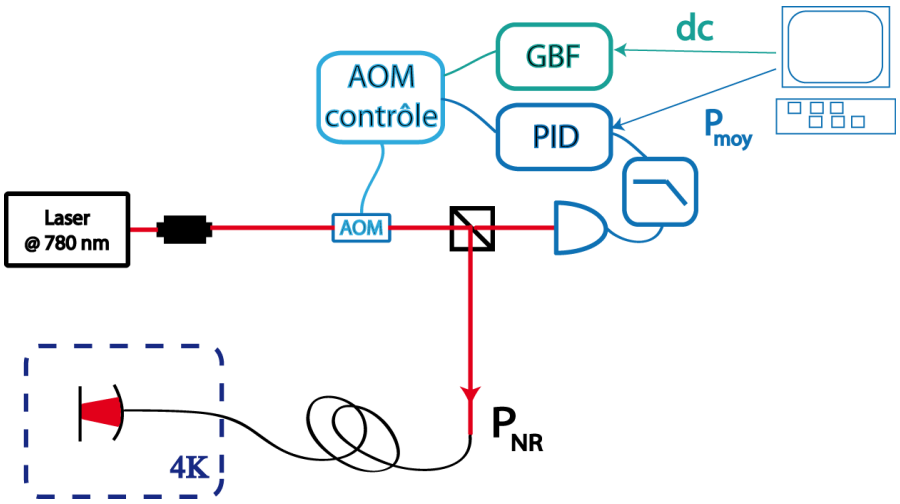


FIGURE V.1 – *Schéma du montage de contrôle de la puissance d'excitation. La puissance moyenne P_{moy} et le rapport cyclique dc, sont contrôlés indépendamment pour délivrer une puissance crête P_{NR} au système.*

Le contrôle de la puissance crête (P_{NR}) est assuré en changeant le rapport cyclique (dc) du générateur basses fréquences qui change la puissance crête par l'intermédiaire de l'entrée modulation du contrôleur de l'AOM : $P_{NR} = P_{moy}/dc$. Ce système permet un contrôle précis de la puissance crête envoyé au système, tout en s'affranchissant des dérives en température. De plus, le choix du point de fonctionnement (puissance moyenne) et du rapport cyclique se fait directement à partir de l'ordinateur, ce qui permet de prendre des spectres de PL tout en variant la puissance de façon automatisée. La puissance maximale qu'il est possible d'obtenir avec notre montage est : $P_{NR}^{max} = 10$ mW. La puissance moyenne est mesurée avant la fibre qui part dans le cryostat, il faut donc prendre en compte le couplage à la fibre pour connaître la puissance effectivement délivrée au système.

V.1.1 Mécanisme de population des états polaritoniques à basse puissance

Dans le régime de faible excitation, de nombreux travaux ont montré que la répartition des excitons créés par une excitation non-résonnante dans une micro-cavité solide donne lieu à un goulet d'étranglement [142] à grand vecteur d'onde. Ce dernier est lié à la diminution de la densité d'état près de $\vec{k}_{\parallel} = 0$ et forme un réservoir d'excitons proche du point d'inflexion de la dispersion du LP.

Contrairement au micro-cavités solides formées par deux miroirs plans, les modes optiques soutenus par une μ-cavité fibrée possèdent des vecteurs d'onde très proche de $\vec{k}_{\parallel} \approx 0$. On peut donc considérer que les excitons formant le réservoir à grand $\vec{k}_{\parallel}$ ($\sim 10^4$ cm^{-1}) n'interagissent pas avec le mode de cavité, contrairement aux états polaritoniques ($\vec{k}_{\parallel} \approx 0$).

Les travaux sur des polaritons confinés ont montré que la relaxation des excitons formant ce réservoir est accélérée par le confinement [145], grâce à l'ouverture de la fonction d'onde polaritonique dans l'espace réciproque. Cet effet semble cependant, dépendre fortement de la longueur d'onde d'excitation.

Il existe principalement deux canaux de relaxation des excitons depuis le réservoir vers les états polaritoniques :

- un exciton du réservoir émet un (ou plusieurs) phonon(s) acoustique(s),
- une collision entre deux excitons dont l'un est diffusé vers un état polaritonique.

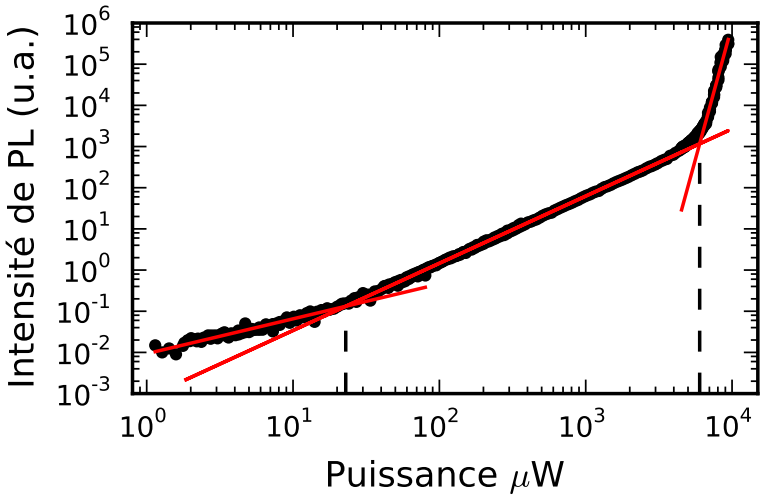


FIGURE V.2 – *Mécanismes de relaxation des excitons à basse puissance. Une non linéarité à basse puissance du signal de PL du mode LP_{00} en fonction de la puissance de pompe est observée. Elle traduit le passage d'un mécanisme de relaxation par émission de phonons à un mécanisme de collision entre excitons. Les données ont étés prises dans une cavité FFP formée avec une fibre MM. La taille transverse du faisceau de pompe vaut 25 μm. L'échantillon comporte 3 QWs et son émission est centrée à 850 nm.*

Le premier mécanisme donne une population polaritonique dépendant linéairement de la densité d'excitons dans le réservoir, alors que le second mène à une dépendance quadratique. Lorsque la puissance de la pompe non-résonante augmente, la densité d'excitons

augmente et les collisions entre excitons deviennent le mécanisme de relaxation vers les états polaritoniques le plus efficace. Cette non-linéarité à été étudiée précédemment, notamment par P. Senellart *et al.* [171,172,173], et les mesures de PL résolues en angle montrent que les collisions entre polaritons font disparaître le goulet d'étranglement.

La figure V.2 représente l'intensité de PL du LP_{00} (formé avec le mode de cavité TEM_{00}) en fonction de la puissance d'excitation non résonante P_{NR}. L'ajustement des pentes donne une dépendance légèrement sub-linéaire à basse puissance (exposant 0,85) qui double (1,63) après la puissance caractéristique $P_{NR} = 23\ \mu W$, traduisant le changement de mécanisme de relaxation.

La figure V.2 présente aussi le début d'une forte non-linéarité (à $P_{NR} = 6$ mW), que nous allons étudier en détail dans la suite.

V.1.2 Seuil en puissance

Nous observons une très forte non-linéarité de l'intensité de PL avec avec la puissance de pompe, aussi bien pour l'échantillon avec 9 QW (cf. figure V.3) que celui en comportenant 1 (cf. figure V.4).

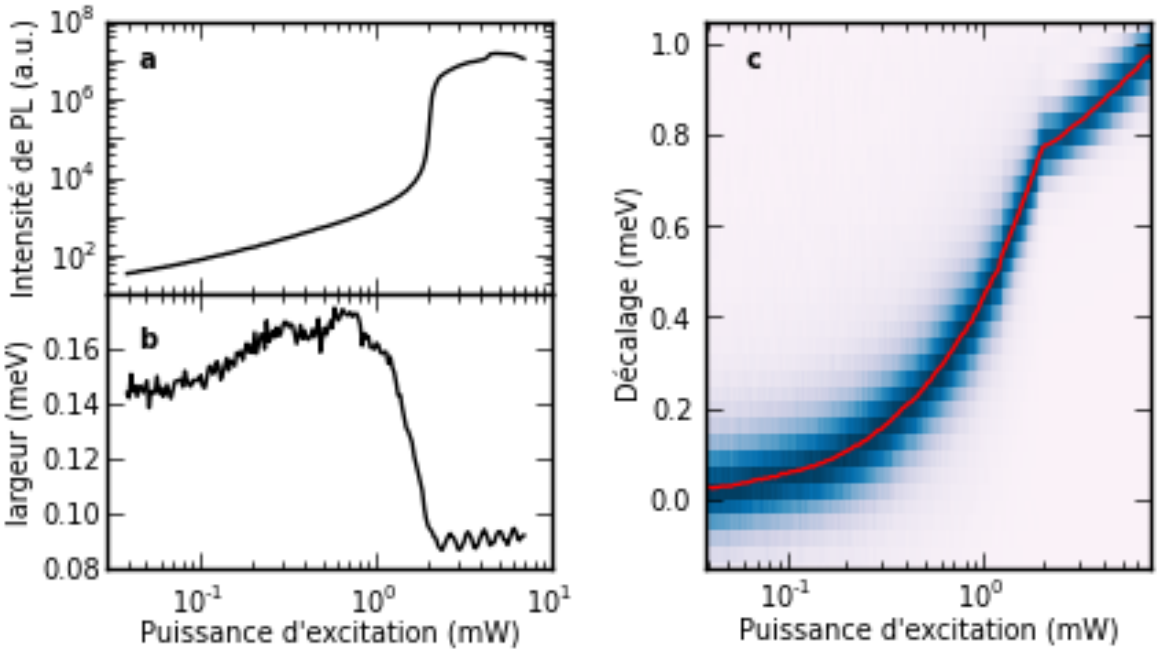


FIGURE V.3 – *Variation de la PL du LP_{00} avec la puissance de pompe pour $\delta = -5{,}8$ meV dans l'échantillon contenant 9 QWs.* ***(a)*** *Dépendance de l'intensité de PL avec la puissance de Pompe.* ***(b)*** *Dépendance de la largeur polaritonique avec la puissance de Pompe.* ***(c)*** *Décalage de la fréquence d'émission du LP_{00} avec la puissance de pompe.*

La largeur spectrale mesurée augmente avec la puissance de pompe avant de diminuer drastiquement au seuil. La largeur du mode est alors plus faible que la résolution du spectromètre. L'évolution de la largeur ne nous permet pas de discriminer entre un laser

classique (formule de Schawlow-Townes) et un laser à polaritons où une augmentation de la largeur est attendue à forte puissance d'excitation.

Les dépendances en puissance sont ajustées en échelle logarithmique par la somme d'une droite et d'une fonction en « $\mathcal{S}$ », plus précisément :

$$\ln(I_{PL}) = \alpha \ln(P_{NR}) + \beta + A\left(e^{-B(\ln P_{NR} - \ln P_{seuil})} + 1\right)^{-1} \tag{V.1}$$

où I_{PL} est l'intensité collectée en PL et P_{NR} la puissance de pompe non-résonante. $\alpha, \beta, A, B et P_{seuil}$ sont les parmaètres ajustables qui quantifient respectivement la pente(à basse et à haute puissance), un décalage constant, l'amplitude du seuil, sa largeur en puissance d'excitation et la puissance seuil.

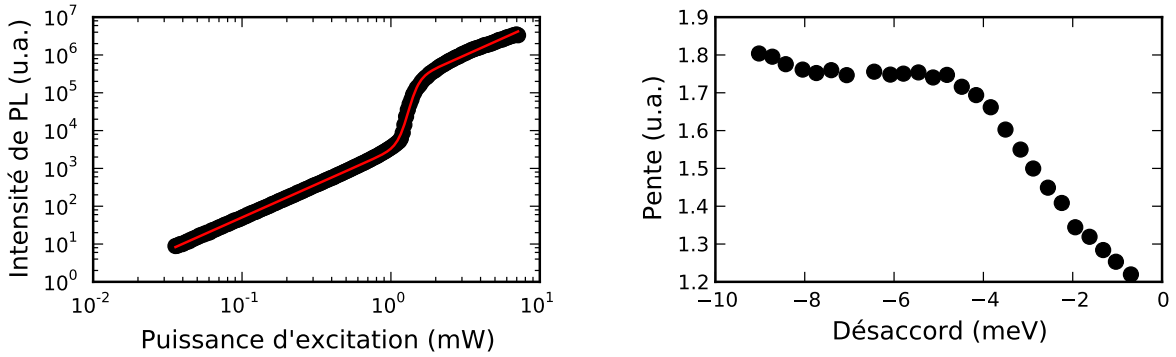


FIGURE V.4 – ***À gauche :*** *dépendance de l'intensité de PL avec la puissance de Pompe pour 1 QW pour $\delta = -5{,}4$ meV.* ***À droite :*** *La dépendance de la pente en échelle logarithmique avec le désaccord. La pente α varie entre 1,8 (presque quadratique) à 1,2 (presque linéaire).*

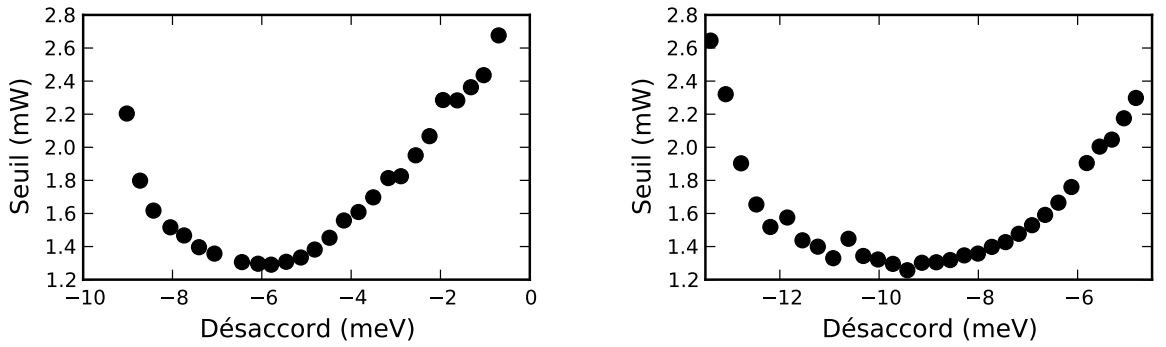


FIGURE V.5 – ***À gauche :*** *dépendance de la puissance seuil avec le désaccord pour un QW.* ***À droite :*** *dépendance de la puissance seuil avec le désaccord pour 9 QWs*

Nous remarquons que la pente observée avant le seuil correspond à celle observée après le seuil. Cela semble indiquer que les mécanismes de peuplement des LPs sont toujours aussi efficace (pas de dépeuplement du réservoir).

La figure V.5 présente la dépendance de la puissance au seuil avec le désaccord pour les deux échantillons contenant 1 et 9 QWs.

Nous allons maintenant présenter un modèle de polaritons en interaction pour expliquer les mesures expérimentales.

V.2 Modèle de polaritons désordonnés en interaction

Nous présentons ici un modèle développé par P. Littlewood et ses collègues [59, 60] pour décrire les propriétés des polaritons au delà du régime linéaire. Nous commençons par justifier l'utilisation de ce modèle fermionique dans notre système avant de décrire la transition de phase du type Dicke [88] prédit par ce modèle dans l'ensemble grand canonique. Nous comparerons ensuite l'énergie des polaritons observée en photoluminescence avec les prédictions théoriques.

V.2.1 Modèle de Tavis-Cumming

Nous reprenons ici le modèle de Tavis-Cumming développé au §II.1.2 décrivant N systèmes à 2 niveaux couplés à un mode de cavité :

$$\mathcal{H} = \hbar\omega_c a^\dagger a + \sum_i \hbar\omega_i S_i^z + \sum_i \hbar g_i (a^\dagger S_i^- + a S_i^+), \tag{V.2}$$

où les deux états d'un système à 2 niveaux sont décrits par les opérateurs associés à un spin 1/2 : $S_i^z = S_i^+ S_i^- - 1/2$. Nous nous intéressons aux propriétés de ce système soumis à de fortes puissances de pompe. Dans ce régime, l'approximation de Holstein-Primakoff, qui revient à considérer des opérateurs bosoniques pour décrire les excitons du puits quantique, n'est plus adaptée.

Comme nous l'avons vu au §III.3, le désordre dans l'échantillon joue un rôle crucial et doit être pris en compte pour décrire correctement le système. À partir de l'amplitude et de la longueur de corrélation du potentiel désordonné, il est possible de calculer numériquement les fonctions d'ondes associées aux états désordonnées $|\phi_i\rangle = \sigma_+^i |0\rangle$ ainsi que leurs énergies $\hbar\omega_i$ distribuées autour de $\hbar\omega_X$. Les états de basse énergie sont localisés dans le désordre et il est possible de définir la longueur de localisation comme [175] :

$$\Lambda = \left(\int \mathrm{d}\vec{R}\, |\phi_i(\vec{R})|^4 \right)^{-1/2}. \tag{V.3}$$

Cette dernière peut être estimée numériquement en moyennant sur plusieurs réalisations du désordre. Les résultats présentés par Savona [176] montre que, pour $\Delta = 1$ meV et $l_c = 10$ nm, la longueur de localisation est inférieure à 50 nm pour les états de basses énergie et augmenet très fortement avec l'énergie du mode désordonné ($\hbar\omega_i > \hbar\omega_X$).

Les états de basse énergie, fortement localisés dans le désordre Lifshitz, ont une forme à peu près gaussienne. Un état plus faiblement localisé ($\hbar\omega_i > \hbar\omega_X$) est caractérisé par une fonction d'onde présentant de nombreux noeuds et peut être approximée par une superposition d'ondes planes de vecteur d'onde $|\vec{p}| \simeq \sqrt{2M\hbar(\omega_i - \omega_X)}$ [177]. Nous considèrerons principalement dans la suite, le couplage au mode de cavité TEM_{00}. Ce dernier possède une faible extension dans l'espace réciproque devant le vecteur d'onde moyen des états faiblement localisés $\Delta|\vec{k}| = \frac{1}{w_0} \ll |\vec{p}|/\hbar$. La conséquence est que le mode de cavité est principalement couplé aux états désordonnés de basse énergie fortement localisés ; cela est d'ailleurs vérifié par simulation numérique par F.M. Marchetti et al. [178].

La localisation des états désordonnés sur des dimensions proches du rayon de Bohr de l'exciton, justifie l'utilisation du modèle de Tavis-Cumming pour décrire le couplage du QW à la micro-cavité FFP, au-delà du régime linéaire. La description par des opérateurs

fermioniques pour les excitons correspond à la description d'excitons en interactions fortes où l'occupation d'un même état localisé par deux excitons est trop coûteuse en énergie pour être observée.

V.2.2 Transition de Dicke dans l'ensemble grand canonique

Le modèle de Dicke [3] prédit l'apparition d'une phase associée à la superradiance des émetteurs avec une occupation macroscopique de l'état fondamental [88, 179].

Nous présentons ici la condensation des polaritons dans le modèle de Dicke telle qu'elle a été décrite dans le groupe de P.B. Littlewood [60]. Nous décrivons donc les excitons comme des systèmes à deux niveaux couplés à un mode de la cavité. Le système expérimental présente, bien sûr, un temps de vie fini mais nous supposerons que nous somme dans le régime de quasi-équilibre, dans lequel le temps de thermalisation du système est inférieur à son temps de vie. La description du système ouvert est possible bien que plus complexe [180, 181].

Nous nous proposons de décrire le système à l'équilibre thermodynamique dans l'ensemble grand canonique par l'intermédiaire du grand potentiel calculé dans l'approximation du champ moyen. Nous en déduirons l'équation d'état et le diagramme de phase de N systèmes à 2 niveaux en interaction avec un mode du champ. Les prédictions de ce modèle seront ensuite comparées aux données expérimentales.

V.2.2.a Grand potentiel dans l'approximation du champ moyen

Le nombre d'excitations présentes dans le système à une constante $(-N/2)$ près s'écrit :

$$N_{ex} = a^\dagger a + \sum_i S_i^z. \tag{V.4}$$

Avec cette définition, lorsque tous les émetteurs sont dans leur état fondamental et que la cavité ne contient pas de photon : $\langle N_{ex}\rangle = -N/2$. Nous définissons le nombre d'excitations par excitons $n = \langle N_{ex}\rangle/N$. Quand la cavité est vide, ce dernier varie donc entre $-1/2$ et $1/2$.

L'approximation de champ moyen revient à négliger les corrélations quantiques entre le champ et les émetteurs. L'opérateur décrivant le mode de cavité est simplement remplacé par un nombre réel $a \to \sqrt{N}\lambda$ avec $\lambda \in \mathbb{R}$, ce qui fixe la phase globale du système. Ce dernier sera ensuite utilisé comme paramètre variationnel pour déterminer l'état d'équilibre thermodynamique. À la limite thermodynamique ($N \to \infty$), l'approche de champ moyen devient exacte car chaque système à 2 niveaux est couplé au champ de cavité moyen créé par les nombreuses autres excitations électroniques et les fluctuations du champ de cavité sont négligeables.

Le système est ouvert et il peut échanger des photons avec l'extérieur (pertes à travers les miroirs de la cavité) ou encore le nombre de système à 2 niveaux dans l'état excité peut varier de par le contact avec les excitons créés par PL. Comme le nombre d'excitations et l'énergie du système ne sont pas fixés, nous introduisons le potentiel chimique du système μ et la température T. Les propriétés à l'équilibre thermodynamique sont données par la fonction de partition grand canonique :

$$\Xi(T,\mu) = \mathrm{Trace}\left(e^{-\beta(\mathcal{H}-\mu N_{ex})}\right), \quad \text{où } \beta = \frac{1}{k_B T}. \tag{V.5}$$

Avec les notations précédentes dans l'approximation du champ moyen :

$$\mathcal{H} - \mu N_{ex} = \sum_i h_i, \text{ avec } h_i = (\hbar\omega_c - \mu)\lambda^2 + \begin{pmatrix} -\frac{\hbar\omega_i - \mu}{2} & \sqrt{N} g_i \lambda \\ \sqrt{N} g_i \lambda & \frac{\hbar\omega_i - \mu}{2} \end{pmatrix} \tag{V.6}$$

Le système se comporte comme des spins indépendants et dans la base des états propres du Hamiltonien à une particule :

$$h_i = (\hbar\omega_c - \mu)\lambda^2 + \begin{pmatrix} -\tilde{\epsilon}_i & 0 \\ 0 & \tilde{\epsilon}_i \end{pmatrix}, \text{ où } \tilde{\epsilon}_i = \sqrt{N g_i^2 \lambda^2 + (\frac{\hbar\omega_i - \mu}{2})^2}. \tag{V.7}$$

La fonction de partition du système se factorise $\Xi = \prod_i \xi_i$ et le grand potentiel s'exprime comme la somme des fugacités des différents systèmes à 2 niveaux f_i :

$$\Phi(T, \mu) = -\frac{1}{\beta}\ln(\Xi) = \sum_i f_i, \tag{V.8}$$

$$\text{avec } f_i = -\frac{1}{\beta}\ln(\xi_i) = \lambda^2(\hbar\omega_c - \mu) - \frac{1}{\beta}\ln\left(e^{-\beta\tilde{\epsilon}_i} + e^{\beta\tilde{\epsilon}_i}\right). \tag{V.9}$$

La connaissance du grand potentiel ϕ en fonction de ses variables naturelles (T et μ) nous renseigne sur l'ensemble des propriétés thermodynamiques du système.

V.2.2.b Transition de phase de Dicke

Le système est à l'équilibre thermodynamique quand le grand potentiel est minimal :

$$\frac{\partial}{\partial\lambda}\Phi = 0 \Leftrightarrow \lambda(\hbar\omega_c - \mu) = \frac{\lambda}{2}\sum_i \frac{g_i^2}{\tilde{\epsilon}_i}\tanh(\beta\tilde{\epsilon}_i) \tag{V.10}$$

La solution $\lambda = 0$ décrit la phase normale dans laquelle le nombre de photons dans la cavité $N\lambda^2$ reste faible devant le nombre d'émetteurs. Nous verrons que cette phase correspond à la description en termes de polaritons comme décrits précédemment. Cette solution devient cependant instable quand le potentiel chimique se rapproche de l'énergie des émetteurs ; la figure V.6 représente le grand potentiel dans le cas homogène (*ie.* sans désordre) pour différentes valeurs du potentiel chimique.

Ce modèle prédit une transition de phase continue avec l'apparition d'une phase condensée qui se traduit par un paramètre d'ordre non nul $\lambda \neq 0$ et un champ macroscopique dans la cavité (superradiance). La transition de phase s'accompagne d'une brisure spontanée de symétrie et les modes de Goldstone correspondant au choix de la phase du condensat (phase de $\lambda \in \mathbb{C}$) apparaissent dans la phase condensée. Cette brisure de symétrie est provoquée par les fluctuations quantiques du système et cette transition peut a priori apparaître même à température nulle.

Dans le cas homogène ($\omega_i = \omega_X$ et $g_i = g_0 = g/\sqrt{N}$) la condition pour obtenir une phase condensée s'écrit :

$$(\hbar\omega_c - \mu)(\hbar\omega_X - \mu) < g^2. \tag{V.11}$$

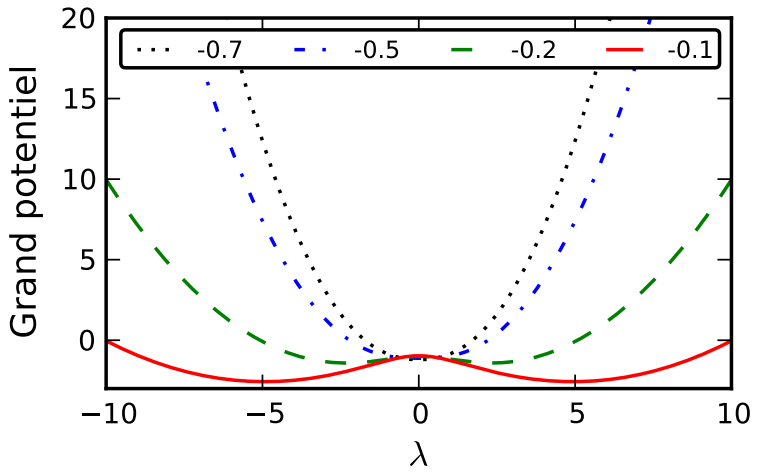


FIGURE V.6 – *Dépendance du grand potentiel pour N=1 (cas homogène) avec le paramètre de champ moyen λ. Les différentes courbes sont tracées pour des valeurs du potentiel chimique μ différentes allant de $\omega_c - 0{,}7$ à $\omega_c - 0{,}1$. La température vaut 10 K, le couplage 1 meV et le désaccord $\delta = -1{,}6$ meV.*

En effet, si la condition V.11 est vérifiée, alors il existe une température en dessous de laquelle la phase stable sera la phase superradiante [1].

Avec la connaissance du grand potentiel le système est complètement décrit par la donnée de la température et du potentiel chimique. Expérimentalement nous contrôlons le nombre d'excitations présentes dans le système à l'aide de la puissance de pompe et nous pouvons mesurer l'énergie des excitations du système. Dans la suite, nous relierons les paramètres thermodynamiques (T et μ) aux grandeurs expérimentales.

V.2.2.c Équation d'état et diagramme de phase

Le nombre d'excitations dans le système est donné par l'intermédiaire de la dérivée du grand potentiel par rapport au potentiel chimique. Plus précisément :

1. Si maintenant on se place dans l'ensemble canonique ($\mu = 0$), on retrouve l'équation originelle de K. Hepp et E.H. Lieb [88]. La transition de Dicke dans l'ensemble canonique nécessiterait un couplage supérieur aux fréquences propres des émetteurs et de la cavité. Même si ces conditions sont réunies [89] la prise en compte du terme en A^2 dans le Hamiltonien de couplage au champ rend la transition impossible à cause de la règle de Thomas-Kuhn-Reich [182, 183]. Rien ne s'oppose cependant à la transition dans l'ensemble grand canonique [60], mais il est intéressant de noter que la prise en compte du terme en A^2 dans le couplage modifie légèrement la condition de transition :

$$(\hbar\omega_c - \mu + 2\kappa)(\hbar\omega_X - \mu) < g^2, \tag{V.12}$$

où κ est la constante de couplage associée au terme en A^2.

$$n = \lambda^2 + \frac{1}{N}\sum_i \langle S_i^z \rangle \text{ avec } \langle S_i^z \rangle = \frac{\partial}{\partial(\hbar\omega_i - \mu)}\Phi, \tag{V.13}$$

$$\text{d'où } n = \lambda^2 - \frac{1}{2N}\sum_i \frac{\hbar\omega_i - \mu}{2\tilde{\epsilon}_i}\tanh(\beta\tilde{\epsilon}_i). \tag{V.14}$$

Dans la phase condensée, la densité d'excitations dans le système a 2 origines :
- la population macroscopique des photons de cavité λ^2,
- la population thermalisée des excitations électroniques renormalisée par l'interaction avec le champ.

Dans la phase normale ($\lambda = 0$) on retrouve simplement la contribution des systèmes à 2 niveaux d'origine sans renormalisation : $-\frac{1}{2N}\sum_i \tanh(\beta\frac{\hbar\omega_i - \mu}{2})$.

La relation V.14 est importante car elle nous permet de relier le potentiel chimique à la densité d'excitations dans le système.

Comme le montre la figure V.7 pour le cas homogène, la transition de phase quantique est gouvernée par la densité et cette transition peut a priori être observée même à température nulle.

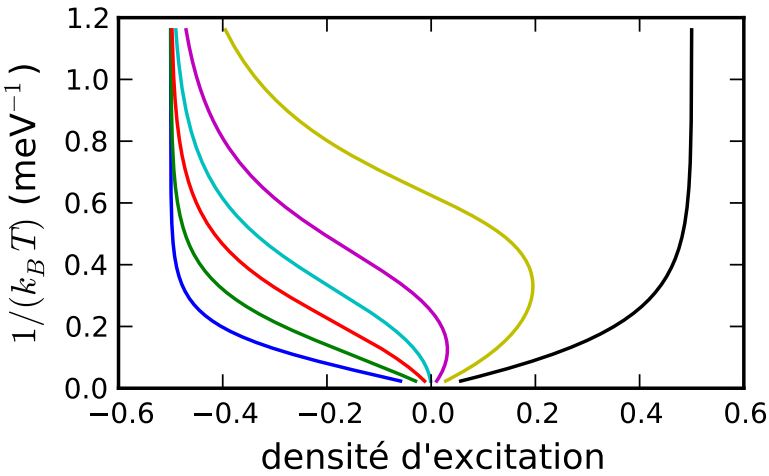


FIGURE V.7 – *Diagramme de phase température-densité dans le modèle de Dicke. Les courbes tracées présentent la densité critique au dessus de laquelle la phase superradiante (à droite de la courbe) remplace la phase normale (à gauche de la courbe). Les courbes sont tracées pour différents désaccords entre la cavité et l'émetteur (sans désordre) qui sont de gauche à droite :* $\delta = -10, -5, -2, 0, 2, 5$ *et* 10 *meV pour un couplage :* $g = 4$ *meV.*

Pour une énergie de la cavité inférieure ou égale à celle des émetteurs ($\delta \leq 0$), la transition apparaît à des densités d'excitations faibles devant la densité correspondante à l'inversion de population ($n = 0$). Un faible nombre d'excitons interagissent par l'intermédiaire de la cavité et quand leur densité excède une valeur critique n_c (donné par g et δ), ils condensent. À température fixée, la présence du désordre augmente la densité critique permettant la transition, mais l'allure du diagramme de phase reste similaire (*ie.* condensation avant inversion de population [60]).

Dans le cas d'un désaccord $\delta > 0$ la température critique n'augmente plus de façon monotone avec la densité. Le diagramme présente un profil ré-entrant traduisant le fait que la transition de la phase normale vers la phase condensée peut aussi bien s'effectuée en augmentant ou en diminuant la température à densité fixée. Quand l'énergie de la cavité est largement supérieure à celle des émetteurs ($\delta > g$) et que la densité augmente, les excitons ne condensent pas, même après avoir passé l'inversion de population. On observe même qu'à grand désaccord la variation de la température critique est symétrique par rapport à $n = 0$ en $\delta \to -\delta$, traduisant en fait la symétrie des états à 2 niveaux. Quand la densité s'approche de la saturation $n \sim 0{,}5$ le système est constitué par quelques émetteurs non excités (trous) interagissant par l'intermédiaire de la cavité, qui vont provoquer la condensation à partir d'une densité critique. À désaccord positif, la prise en compte du désordre va supprimer la condensation pour des températures trop élevées [60].

Plus généralement l'effet du désordre est négligeable devant les fluctuations thermiques quand $k_B T > \Delta$.

V.2.3 Energie des excitations du système

Dans la phase normale et à basse densité, les excitations du système sont bien connues : il s'agit des polaritons dont les énergies sont décrites par l'équation III.1. Quand la densité augmente, la force d'oscillateur du QW diminue [129]. Cela est expliqué ici par la saturation des émetteurs à 2 niveaux qui réduisent la polarisabilité du QW. En effet le couplage collectif est proportionnel à la racine du nombre d'émetteurs. Le nombre d'émetteurs participant au couplage à la cavité diminue au fur et à mesure que ces derniers saturent entraînant une diminution du couplage. Il est possible de décrire cet effet par l'introduction du spin collectif décrivant les excitations électroniques : $\vec{\mathcal{S}} = \sum_i \vec{S}_i$. L'effet de la saturation du couplage peut ainsi s'exprimer en fonction de la densité d'excitations n :

$$g_{sat}^2 = -2\sum_i g_i^2 \langle S_i^z \rangle = -2g^2 \langle \mathcal{S}_z \rangle = -2g^2 n, \tag{V.15}$$

où la deuxième égalité est vérifiée dans le cas homogène. L'énergie des excitations dans la phase normale vaut dans le cas homogène :

$$E_{LP,UP} = \frac{\hbar\omega_c + \hbar\omega_X}{2} \pm \sqrt{\hbar^2\delta^2/4 - 2g^2 n} \tag{V.16}$$

Cette équation peut être obtenue à partir de la minimisation de l'action du système dans une théorie de champ moyen [59]. Comme nous allons le voir cette saturation se traduit expérimentalement par un décalage vers le bleu pour le LP et un décalage vers le rouge pour le UP, quand la puissance de pompe augmente.

La réduction de la séparation de Rabi est légèrement modifiée en présence du désordre. Dans la limite de basse densité, le décalage vers le bleu du LP dépend, notamment, de l'énergie caractérisant la décroissance de la densité d'états désordonnés à basse énergie [177].

Dans la phase condensée, le modèle prédit l'apparition de 3 nouvelles excitations que nous précisons dans le cas homogène [60]. La première est associée au mode de phase du condensat et s'identifie au potentiel chimique du système. Les deux autres

excitations sont situées de part et d'autre du mode de phase et sont séparées par $2\xi = 2\sqrt{(\hbar\omega_c - \mu + \hbar\omega_X - \mu)^2 + 4g^2|\lambda|^2}$ (analogue du gap de la théorie BCS). Ces dernières représentent une quasi-particule exciton-photon couplés, en présence du champ macroscopique du condensat. ξ est l'énergie requise pour extraire une telle paire du condensat. Cependant en présence de désordre l'excitation de basse énergie possède un poids spectral trop faible pour être observée.

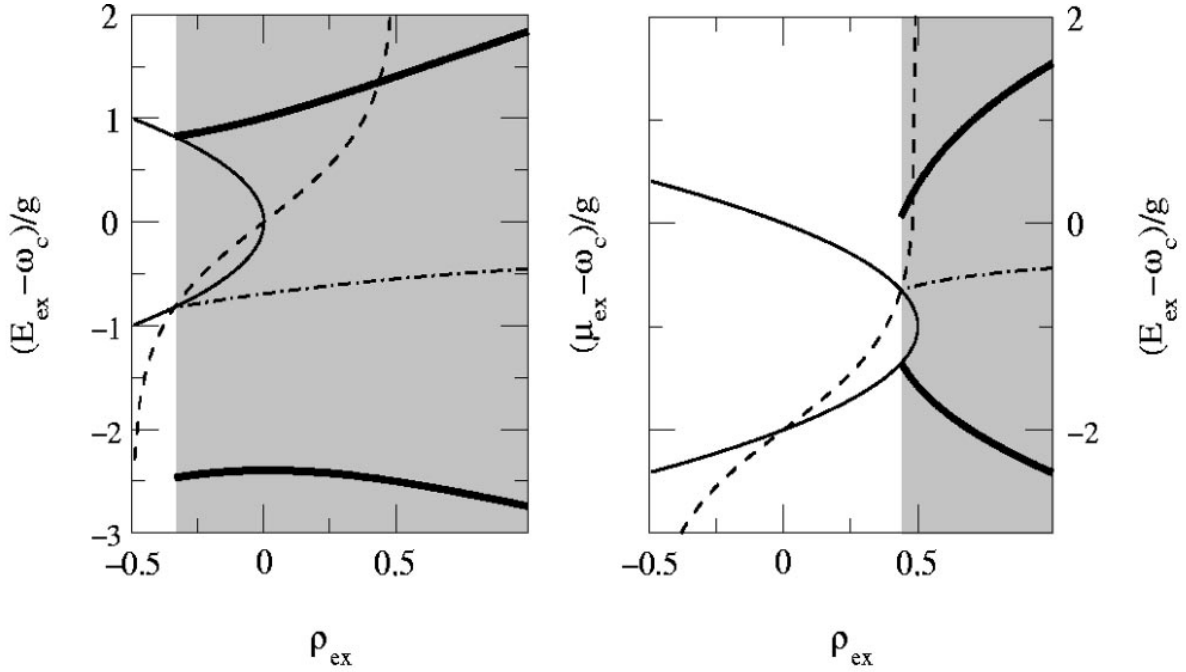


FIGURE V.8 – *Énergies des excitations dans le modèle de Dicke en fonction de la densité d'excitations. Les excitations de la phase normale sont représentées par une courbe continue fine. Le potentiel chimique de la phase normale est repéré par la courbe tiretée −−. La phase condensée est indiquée par l'aire grisée. Le potentiel chimique du condensat est tracé en trait alterné −·−. Les deux autres excitations du condensat sont représentées par une courbe noire épaisse. Les deux figures sont tracées pour $\beta = 2g$, celle de gauche présente le cas résonnant ($\delta = 0$) et celle de droite un désaccord positif ($\delta = 2g$). Figure extraite de [60] avec $\rho_{ex} \equiv n$, $\mu_{ex} \equiv \mu$ et $E_{ex} = E_{LP,UP}$.*

La figure V.8 représente l'énergie des excitations du système et leur variation avec la densité. Quand l'énergie de la cavité est inférieure (ou égale) à la fréquence des émetteurs (figure de gauche), la condensation apparaît à faible densité d'excitations et correspond à l'égalité entre le potentiel chimique et l'énergie du LP. Quand le potentiel chimique atteint l'énergie du LP, le coût énergétique pour ajouter une excitation dans le système correspond à l'énergie du LP et ce niveau est macroscopiquement peuplé par le réservoir. L'énergie du LP se connecte alors au potentiel chimique et le décalage vers le bleu est une observation directe de la variation du potentiel chimique du condensat avec la densité [177] .

Le modèle homogène décrit bien le décalage de la fréquence du LP observé expérimentalement (cf. figure V.9) et ce, pour tous les désaccords où la condensation est observée. Dans un premier temps le décalage vers le bleu est dû à la saturation des émetteurs,

puis, dans la phase condensée, il traduit l'augmentation du potentiel chimique avec la densité.

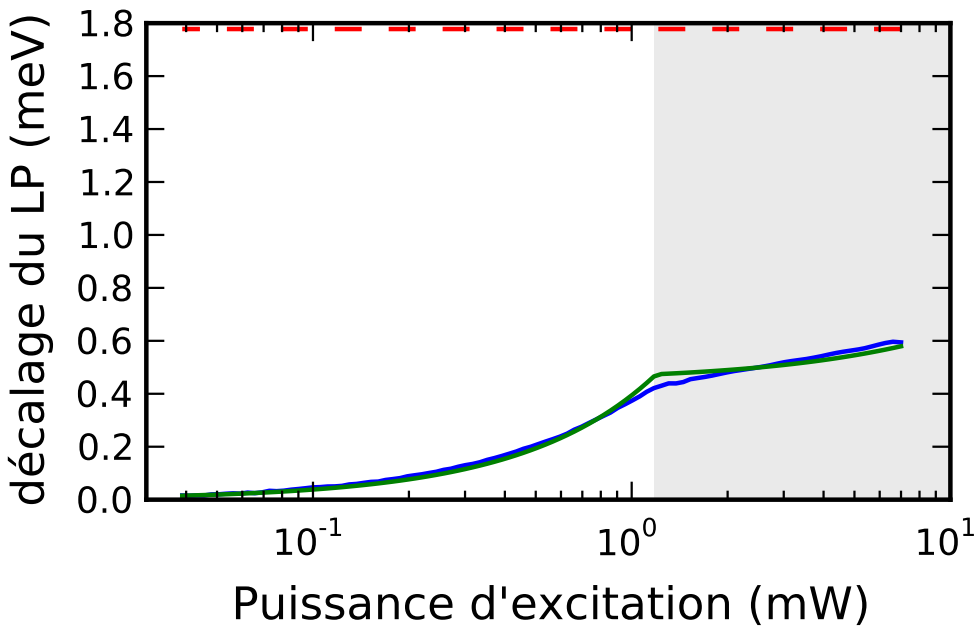


FIGURE V.9 – *Décalage de la fréquence du LP avec la puissance d'excitation. La courbe bleue représente le décalage en fréquence de la PL du LP mesuré en fonction de l'intensité de pompe, pour un échantillon contenant 9 QWs. La courbe verte est un ajustement des données expérimentale avec le modèle de Dicke. Les deux paramètres de l'ajustement sont le facteur de proportionnalité ($\alpha = 0{,}13\ mW^{-1}$) entre la puissance d'excitation et la densité d'excitations : $n = -1/2 + \alpha P_{NR}$, d'une part et la température du système $T = 68\ K$, d'autre part. La courbe rouge discontinue représente la position de la cavité. Le désaccord entre la cavité et l'émetteur vaut $\delta = -8{,}9\ meV$, et le couplage $g = 4{,}3\ meV$. La région grisée représente la phase condensée pour $n > -0{,}35$.*

Le seuil de condensation déduit à partir des mesures du décalage en fréquence correspond au seuil observé en puissance (cf. figure V.5). La condensation s'opère ici avant l'inversion de population $n_c = 0{,}35 < 0{,}5$ et l'établissement d'une population macroscopique qui s'en suit peut être appelé laser à polaritons. Cette condensation apparaît bien avant que l'énergie du LP corresponde à celle de la cavité, traduisant le fait qu'il existe toujours un couplage important entre les exitons et le mode de cavité : mais plus important encore l'énergie du mode continue de se décaler vers le bleu [2] après la condensation traduisant l'augmentation du potentiel chimique. Dans un laser classique, la matière est pompé de telle sorte que l'amplification des photons de cavité compense les pertes optiques [3], cependant seuls les photons de cavité sont cohérents. Dans le condensat la cohérence est aussi présente dans les excitons [4], ce qui se traduit d'ailleurs par l'augmentation du potentiel chimique et donc

2. Invalidant la possibilité d'un décalage vers le rouge de la cavité à cause d'un effet d'indice [184].
3. Dans les matériaux semi-conducteur la réalisation de l'inversion de population n'est a priori pas obligatoire [185].
4. La fonction d'onde décrivant le système est du type BCS et traduit directement la relation de phase

de la fréquence de la photoluminescence quand la densité augmente, contrairement à un laser classique. Le critère important est donc la décohérence du système qui se traduit par les valeurs des constantes de fuites de la cavité et des émetteurs κ et γ_i respectivement [186, 180, 181].

L'ajustement du décalage du LP est effectué pour plusieurs désaccord. La figure V.10 présente la dépendance des paramètres de l'ajustement en fonction du désaccord.

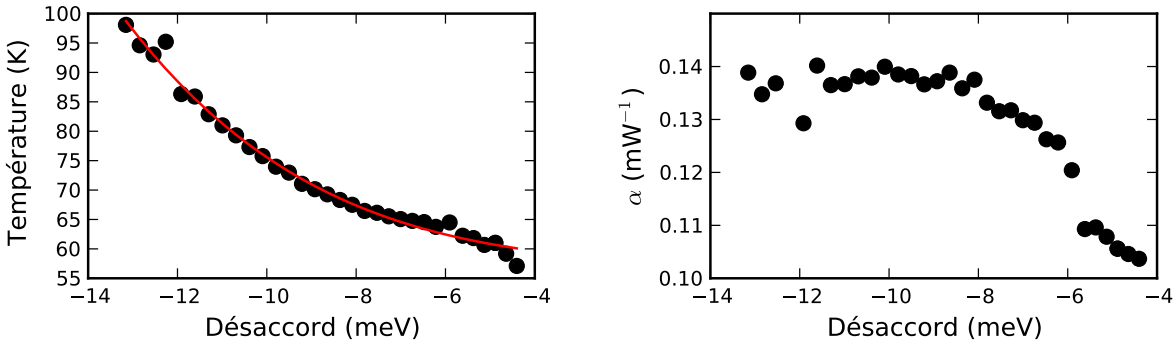


FIGURE V.10 – *Échantillon contenant 9 QWs.* ***À gauche :*** *Dépendance de la température avec le désaccord. La fonction tracée en rouge est :* $0{,}3/C_X^2(\delta) + 56$ *K, où* $C_X = \frac{1}{2} + \frac{\delta}{2\sqrt{\delta^2+4g^2}}$ *est le coefficient de Hopfield représentant le poids excitonique du LP.* ***À droite :*** *Dépendance du facteur de proportionnalité entre la puissance d'excitation et la densité d'excitations avec le désaccord.*

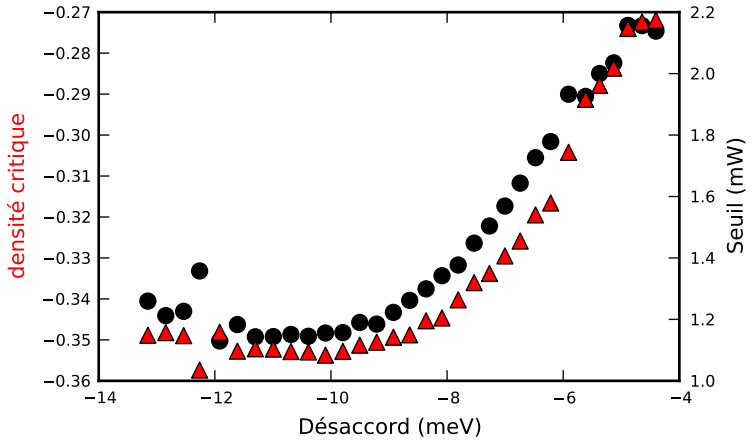


FIGURE V.11 – *Dépendance de la densité d'excitations critique* n_c *(triangles rouges) et de la puissance au seuil avec le désaccord (points noirs) pour l'échantillon contenant 9 QWs.*

Le modèle suppose qu'un équilibre thermodynamique peut être atteint. Le long temps de vie des photons et le confinement assuré par le mode de cavité aide a priori à la thermalisation

fixe entre les émetteurs dans la phase condensée [60].

du système [145]. Les collisions entre polaritons sont responsables du peuplement du niveau fondamental (cf. V.1) elles sont a priori aussi responsable de la thermalisation du système. Nous constatons que la température extraite par l'ajustement des données à une dépendance en $1/C_X^2$ où C_X est le poids excitonique du polariton, avec une asymptote autour de 56 K. Les effets du désordre qui ne sont pas pris en compte dans le modèle commencent à être perçus pour les désaccords $|\delta|$ les plus faibles. Cela peut notamment être observé sur le coefficient α de proportionnalité entre la densité et la puissance de pompe. La diminution de ce dernier correspond à la diminution observée dans la dépendance en puissance (cf. figure V.4) traduisant l'inefficacité du peuplement du LP pour les faibles désaccords $|\delta|$.

La figure V.11 présente la densité critique de condensation n_c et la puissance de pompe critique issues de l'ajustement des données en fonction du désaccord. Ces résultats sont conforme au seuils observés dans la dépendance en puissance (cf. figure V.5). La densité critique reste faible pour toute la gamme où la condensation est observée.

Nous avons utilisé un modèle homogène qui s'accorde bien au donné dans la mesure où les désaccords $|\delta|$ où la condensation est observée sont suffisamment grand pour que le rôle du désordre ne soit pas critique. Cependant, pour décrire les données prises sur un échantillon contenant un seul puits quantique, il sera nécessaire de réaliser une simulation numérique du désordre pour prendre son effet en compte. De plus pour un QW unique formé à l'aide de semi-conducteurs III-V, il est généralement admis que la densité de porteurs nécessaire à l'obtention d'une stimulation bosonique est a priori supérieure à la densité de transparence correspondant à la perte du couplage fort dans le système [187, 129], rendant l'interprétation de nos mesures pour un QW unique délicate [5]. Nous présentons rapidement dans l'annexe D le lien entre le modèle présenté ici et un modèle de bosons interagissant faiblement. Une comparaison détaillée de ces deux modèles a été faite par J. Keeling *et al* [189]. Nous présentons aussi le décalage en fréquence du UP dans le cas d'un désaccord positif, ainsi que des premières mesures relatives au blocage quantique de polariton [61].

5. Nous obtenons cependant des résultats similaires à ceux présentés dans la cas de 9 QWs, à la différence près que la condensation aurait lieu à une fréquence plus élevée que celle de la cavité. Nous pensons qu'il est envisageable d'interpréter ces résultats dans le cadre du modèle développé ici en présence de désordre, et avec la prise en compte du terme en A^2 dans le Hamiltonien de couplage. Le modèle prédit en effet qu'avec ce dernier, la condensation peut avoir lieu à une fréquence plus élevée que celle de la cavité [182, 188].

Conclusion du chapitre V

Nous avons décrit la dépendance en puissance du signal de photoluminescence observé dans des échantillons désordonnés contenant 1 et 9 puits quantique(s). Nous avons montré qu'à des puissances intermédiaires, les collisions entre polaritons sont responsables du peuplement du polariton bas. Le désordre localise les excitons qui se couplent au mode de cavité et le modèle de N spins 1/2 en interaction avec un mode de cavité décrit correctement le décalage de la fréquence du polariton bas quand la puissance d'excitation augmente. Ce modèle permet d'interpréter la forte non-linéarité du système en termes de transition de Dicke vers une phase superradiante. Le décalage vers le bleu observé après le seuil traduit la présence de la cohérence dans la matière (les excitons sont en phase). Il est possible d'envisager des expériences complémentaire pour s'en assurer comme faire interférer la lumière provenant de deux modes transverse différents.

Conclusion et perspectives

Nous avons modélisé et caractérisé expérimentalement le couplage d'hétérostrucutres semi-conductrices à une micro-cavité fibrée. Nous avons pu apprécier les avantages qu'offre un tel dispositif expérimental en comparaison des structures monolithiques. En nous appuyant sur la grande adaptabilité de la micro-cavité fibrée nous avons pu explorer plusieurs régimes intéressants de la CQED, avec des boîtes et des puits quantiques.

Une boîte quantique dans une micro-cavité fibrée réalise un parangon de dispositif pour l'étude de la CQED. L'ensemble des paramètres y sont ajustables permettant l'exploration de différents régimes allant de l'alimentation de la cavité à grand désaccord, à l'observation du dédoublement de Rabi à résonance. Ce dispositif expérimental peut être utilisé comme une source non-classique de photons dans des expériences de cryptographie quantique, mais il représente aussi une étape importante vers une interface fibrée entre un spin et un photon [47, 190]. Il permet aussi d'envisager l'intrication de plusieurs émetteurs [191, 192] et peut notamment permettre de réaliser des expériences mixtes entre une boîte quantique et un atome ou entre une boîte quantique et un autre émetteur solide. Il est en effet assez facile de passer d'une boîte quantique à une autre afin de trouver celle dont la fréquence est idéale, puis d'ajuster la fréquence de l'émetteur et de la cavité afin d'accorder l'ensemble des fréquences de l'expérience.

Concernant l'étude des polaritons confinés, nous avons montré que le couplage dans une telle structure permet de faire varier les propriétés des polaritons, notamment par l'intermédiaire du temps de vie des photons. En cela, nous pensons que ce système est parfaitement adapté à l'étude des propriétés thermodynamiques et à la caractérisation précise du diagramme de phases des polaritons. Nous avons observé une transition avec la densité d'excitation dont l'énergie de l'état fondamental est correctement décrite en termes de transition de phase de Dicke. Des mesures complémentaires peuvent être effectuées, comme sonder la cohérence spatiale des polaritons, en mesurant par exemple la cohérence entre les différents modes transverses. Nous avons aussi présenté une première étude des interactions entre polaritons confinés dans une micro-cavité fibrée. Une amélioration du

montage optique CO_2 utilisé pour la fabrication des miroirs fibrés , afin de réaliser des rayons de courbure plus faibles encore ($\sim 10\ \mu$m) devrait permettre de caractériser le régime de blocage de polaritons [61]. Ce dernier ouvrirait la voie vers la physique des polaritons fortement corrélés et permettrait notamment d'observer une non-linéarité ultime au niveau du photon unique.

Enfin, cette première réalisation peut être adaptée à l'étude de différents émetteurs solides, comme les centres $\mathrm{N-V}$ dans le diamant, les nanotubes de carbones, ou le graphène... La réalisation d'une plateforme permettant l'observation de l'échantillon par le dessus, par exemple en installant d'une lentille à côté de la fibre, peut faciliter grandement le travail expérimental en permettant de repérer et caractériser les émetteurs ponctuels dans l'espace libre, avant de s'intéresser à leur propriétés en cavité, offrant ainsi une caractérisation très complète de l'ensemble des propriétés d'émissions du système étudié.

En conclusion, ce dispositif expérimental nous a permis d'explorer la richesse de la CQED avec des excitons d'hétérostructures semi-conductrices. Une micro-cavité fibrée est un outil puissant qui dans l'avenir pourrait nous aider à mieux comprendre les propriétés optiques de la matière sous toutes ses formes.

ANNEXE A

Fabrication et caractérisation des miroirs fibrés

Dans la vie de tous les jours les fibres optiques assurent un rôle toujours croissant dans l'échange d'informations. Parallèlement au développement des télécommunications le domaine des fibres optiques à subi un développement technologique (voir récemment les fibres à cristaux photoniques [193]) garantissant une fiabilité de la production et une qualité standardisée. En 2009 C.K. Kao partage d'ailleurs le prix Nobel de physique pour son travail sur les fibres optiques dans les télécommunications. Leur facilité d'utilisation ainsi que le contrôle de la lumière qu'elles permettent font aussi des fibres un outil puissant pour la recherche fondamentale. Une élongation contrôlée de la fibre (« fiber taper ») permet par exemple de coupler la lumière dans un micro-résonnateur à travers son champs évanescent [194, 195]. Dans notre équipe nous étudions le couplage lumière matière à l'aide de micro-cavités Fabry-Pérot fibrées [43, 44]. Elles sont formées par deux miroirs dont un au moins est situé directement au bout d'une fibre optique. Cette dernière permet de s'affranchir du couplage entre l'extérieur et les modes de la cavité autorisant une grande flexibilité expérimentale. De par leur faibles dimensions ($\sim$ 125 μm de diamètre) les fibres optiques permettent de plus d'obtenir des cavités Fabry-Pérot très courtes (jusqu'à quelques microns) intensifiant l'interaction lumière-matière.

Le but de ce chapitre est de présenter la technologie permettant de réaliser ces micro-cavités Fabry-Pérot fibrées. Dans un premier temps, nous décrirons la méthode de fabrication d'un miroir concave de haute réflectivité au bout d'une fibre optique à l'aide d'un laser CO_2. Puis, dans une second temps, nous détaillerons la caractérisation par profilométrie optique de la géométrie des structures obtenues.

A.1 Fabrication des miroirs fibrés

La méthode de fabrication de miroirs de haute réflectivité au bout de fibres optiques se décompose en deux parties. Dans un premier temps les fibres sont soumises à l'irradiation d'un puissant laser CO_2 afin de modeler la forme du futur miroir par ablation laser. Nous décrirons le principe de l'ablation laser avant de détailler le montage expérimental. Ce traitement laser permet notamment d'obtenir une très faible rugosité de surface, ce qui après le dépôt d'un traitement réfléchissant de haute qualité permet d'obtenir des miroirs de grande réflectivité.

A.1.1 Ablation laser

Les fibres optiques sont généralement constituées de silice fondue : une forme non cristalline du dioxyde de silicium SiO_2. Cette dernière possède une absorption élevée autour de 10 μm dues aux résonances de modes de vibration de $Si - O - Si$ [196]. Avec une longueur d'onde autour de $10,5$ μm, un laser CO_2 permet de délivrer, sous forme de radiations lumineuses, une grande quantité d'énergie qui, convertie en chaleur dans les premières dizaines de microns de la silice fondue, permet de modeler la surface.

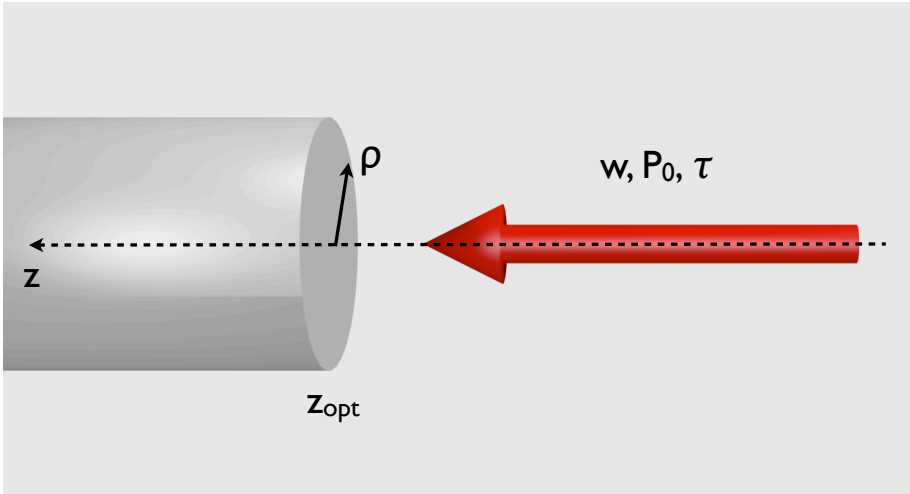


FIGURE A.1 – *Schéma de principe de la focalisation d'un laser CO_2 sur une facette de fibre optique*

Modélisons l'expérience suivante : la face d'une fibre optique parfaitement clivée est exposée à une impulsion laser CO_2 d'une durée τ (c.f. figure A.1). L'intensité à la sortie du laser a une répartition transverse gaussienne [197] qui s'exprime en coordonnées cylindriques $(\vec{\rho}, \phi, z)$, par : $I(\vec{\rho}, z) = \frac{P_0}{\pi \mathrm{w}(z)^2} \exp - \frac{2\vec{\rho}^2}{\mathrm{w}(z)^2}$. La taille transverse du faisceau $\mathrm{w}(z)$ est déterminée par le « waist » w_0 (rayon minimal du faisceau gaussien) et la longueur de Rayleigh $z_R = \frac{\pi \mathrm{w}_0^2}{\lambda}$ et vaut $\mathrm{w}(z) = \mathrm{w}_0 \sqrt{(1 + (\frac{z}{z_R})^2)}$. Les trois paramètres de contrôle pour l'ablation laser sont donc la durée de l'impulsion laser τ, la puissance $\mathbf{P_0}$, et la taille du faisceau au niveau de la face de la fibre w.

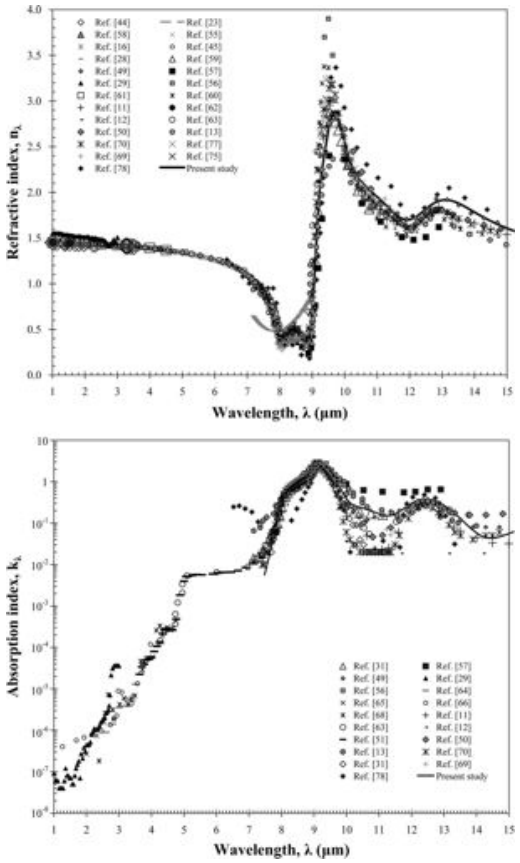


FIGURE A.2 – *Partie réelle (indice n_λ) et imaginaire (coefficient d'extinction k_λ) de l'indice complexe de la silice fondue SiO_2 en fonction de la longueur d'onde. Figure extraite de [196].*

Une partie de l'intensité est réfléchie avec un coefficient de réflexion en énergie R_{SiO_2} qui peut varier autour de 0,15 selon les procédés de fabrication. Le reste de l'énergie lumineuse est absorbée dans une couche d'épaisseur $\alpha^{-1} = \frac{\lambda}{4\pi}k_\lambda$ où k_λ est le coefficient d'extinction (c.f. figure A.2). Ce coefficient varie beaucoup avec la température : α^{-1} passe de 34 μm à 4 μm quand la température passe de 25°C à 1800°C [198].

Le rayonnement laser est donc à l'origine d'une source de chaleur dans la silice fondue [199] :

$$Q(\rho, z) = \frac{2P_0(1 - R_{SiO_2})\alpha}{\pi \mathrm{w}(z)^2} e^{-\alpha z} e^{-\frac{2\rho^2}{\mathrm{w}(z)^2}}.$$

Le profil de température dans la silice fondue peut être modélisé en résolvant l'équation de la chaleur :

$$\rho_{SiO_2} C \frac{\partial T}{\partial t} + \nabla.(\kappa \nabla T) = Q(\rho, z, t),$$

où $\rho_{SiO_2} \simeq 2220\ kg/m^3$ est la densité de la silice fondue, $C \simeq 750\ J/kg/K$ est la chaleur spécifique, et κ la conductivité thermique. Cette dernière vaut 1,4 $W/m/K$ à température ambiante mais varie énormément avec la température et à priori de façon non linéaire, ce qui complique la résolution de l'équation de la chaleur autrement que numériquement [200] [201].

Dans le cadre d'un modèle simplifié, une solution analytique peut cependant être donnée pour un matériau remplissant le demi-espace $z \geq 0$ avec une conductivité thermique constante :

$$T(\vec{\rho}, t) = \frac{A\mathrm{w}^2 I_0}{2\kappa} \sqrt{\frac{D}{\pi}} \int_0^t \frac{\exp - \frac{\vec{\rho}^2}{\frac{\mathrm{w}^2}{2} + 4Dt'}}{\sqrt{t'}(\frac{\mathrm{w}^2}{2} + 4Dt')} \mathrm{d}t', \tag{A.1}$$

où $A = 1 - R_{SiO_2}$ est le coefficient d'absorption, $I_0 = \frac{P_0}{\pi \mathrm{w}(z)^2}$ l'intensité du faisceau CO_2 et $D = \frac{\kappa}{\rho C}$ la diffusivité thermique de la silice fondue.

Plusieurs phénomènes permettant d'évacuer la chaleur se déroulent lors de l'ablation laser ; leur importance relative dépendra de la température atteinte dans le matériau.

Conduction : la chaleur est guidée dans la fibre vers des zones de température moins élevée. La densité de flux de chaleur est $\Phi_{cond} = -\kappa \nabla T$.

Rayonnement : la fibre évacue une densité de flux de chaleur grâce au rayonnement du corps noir $\Phi_{ray} = \epsilon\sigma_{SB}(T^4 - T_{amb}^4)$ où ϵ est l'émissivité et σ_{SB} est la constante de Stefan-Boltzmann.

Convection : l'air chaud autour de la fibre emporte une partie de la chaleur et l'on peut définir un flux convectif par $\Phi_{conv} = h(T - T_{amb})$.

Évaporation : pour des températures supérieures à 2000 K le processus dominant est la dislocation : $SiO_2 \rightarrow SiO_{(g)} + \frac{1}{2}O_{2(g)}$. La vitesse du front de l'évaporation peut être déterminée à partir du profil de température [202] :

$$v(\vec{r}, t) = v_0 \exp -\frac{U}{k_B T(\vec{r}, t)}, \tag{A.2}$$

où $v_0 = 3,8 \times 10^3\, cm/s$ et la chaleur latente par atome $U = 3,6\, eV$. Par intégration de la vitesse du front d'évaporation, on peut remonter à la géométrie de la surface ainsi crée à partir du profil de température (c.f. figure A.3).

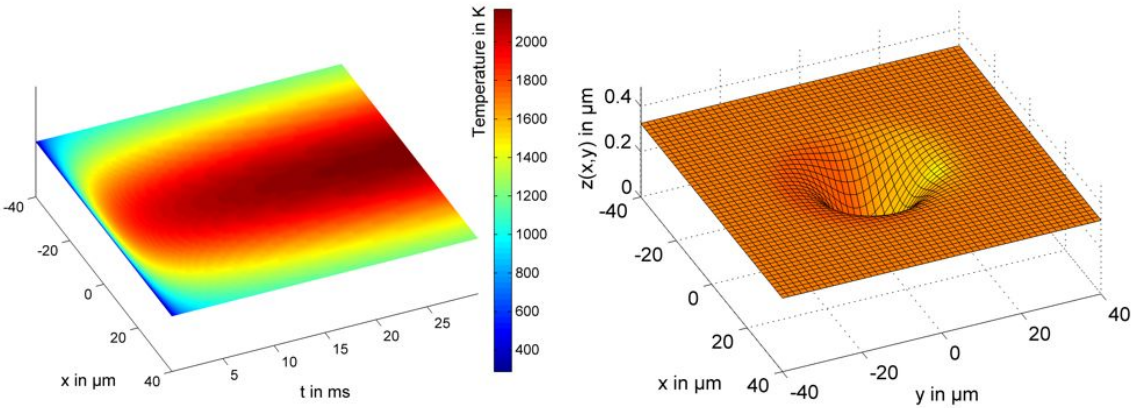


FIGURE A.3 – ***À gauche :*** *profil de température à la surface du matériau calculé pour des paramètres lasers* $P_0 = 570\, mW$, w $= 40\, \mu m$ *et* $\tau = 15\, ms$ *par évaluation numérique de l'équation A.1.* ***À droite :*** *géométrie correspondante calculée par intégration de l'équation A.2 (en développant au premier ordre la variation temporelle de la température).Figure extraite de [200].*

Ce modèle prédit la formation d'une géométrie approximativement gaussienne, concave dans une certaine gamme de paramètres [202] pour un matériau dont les dimensions (longueur, largeur et épaisseur) sont très grandes devant les autres dimensions caractéristiques apparaissant lors de l'ablation laser. La prise en compte de la géométrie de la fibre par un modèle numérique, ainsi que de la variation avec la température des propriétés de la silice peut permettre de préciser la surface obtenue par ablation laser [200]. Cependant lors de l'échauffement, la viscosité de la silice fondue SiO_2, qui est un matériau amorphe, va diminuer [203], permettant alors des mouvements de convection prenant place au sein du matériau. Les effets hydrodynamiques durant l'ablation laser sont très durs à prendre en compte, même dans un modèle numérique. Ceci explique pourquoi les structures obtenues par simulation n'ont en général qu'un accord qualitatif avec les structures expérimentales et ne permettent pas de déterminer à l'avance les paramètres expérimentaux ($\tau, \mathbf{P_0}$, w) appropriés pour l'obtention de la géométrie désirée. Cette dernière dépend d'ailleurs de façon critique

des paramètres expérimentaux (cf. équation A.2) qui doivent être contrôlés très précisément (c.f. A.1.2).

Les effets de tensions de surface vont notamment favoriser la création de géométries convexes afin de minimiser l'interaction avec le milieu extérieur. Ces effets sont habilement utilisés dans la création de microsphères de silice [204], mais ici notre but étant de former des miroirs concaves au bout des fibres, il faudra judicieusement choisir les paramètres du laser CO_2 afin que ces effets ne soient pas dominants, mais néanmoins présents car on tire profit de la présence de cette couche de silice liquide [1] qui permet un réarrangement de surface des atomes afin d'obtenir une rugosité très faible (c.f. A.2) après traitement au laser CO_2. Cette propriété est essentielle afin d'obtenir des miroirs de haute qualité.

A.1.2 Dispositif expérimental pour l'ablation laser

Le dispositif expérimental permettant l'ablation laser par focalisation du laser CO_2 au bout d'une fibre optique est décrit schématiquement par la figure A.4.

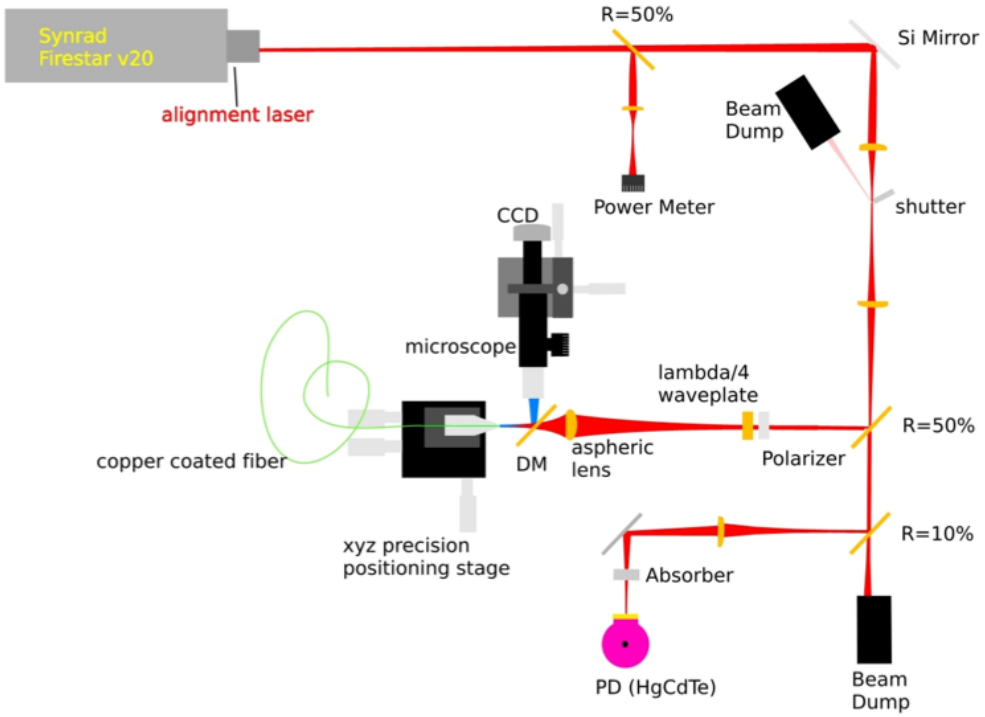


FIGURE A.4 – *Montage optique pour l'ablation au laser CO_2 mise en place par C. Deutsch [200].*

Une partie du faisceau laser CO_2 [2] est envoyée sur un détecteur thermique [3] afin de connaître la puissance moyenne du faisceau. Le reste du faisceau passe dans un télescope [4] afin d'ajuster le « waist ». Un obturateur permet de réaliser des impulsions lasers d'une précision

1. bien qu'on ne puisse à proprement parler de phase liquide ou solide (la transition étant continue).
2. Synrad Firestar $v20$, $(20\,W)$.
3. Newport $818P - 020 - 12$, constante de temps $\sim 1s$.
4. Télescope constitué de 2 lentilles convergentes ULO Optics en $ZnSe$.

d'environ $30\,\mu s$. Un polariseur métallique et une lame $\frac{\lambda}{4}$ permettent de minimiser le retour de l'intensité réfléchie au niveau de la fibre dans le laser. Le contrôle de la polarisation joue aussi un rôle dans le phénomène de l'ablation laser, et à priori une polarisation circulaire au niveau de la fibre devrait être mise en place dans le futur. Enfin le faisceau est focalisé à l'aide d'une lentille asphérique sur la surface clivée d'une fibre maintenue dans un sillon en « V » fixé sur une platine de translation [5], permettant un ajustement dans les 3 directions. Un capteur CCD [6] monté sur un microscope [7] permet d'observer la fibre grâce à un miroir dichroïque. Une diode laser émettant une lumière rouge est alignée avec le laser CO_2 et facilite l'alignement des éléments optiques. Ce montage optique a été mis en place sous une hotte à flux laminaire afin d'éviter toute déposition de poussière au niveau des fibres, ce qui nuirait à la qualité des futurs miroirs.

A.1.2.a Le laser CO_2

La longueur d'onde d'émission du laser est de 10,60±0,03 μm et correspond à une transition entre niveaux vibrationnels de la molécule de CO_2. L'inversion de population est réalisée à l'aide d'une source radio-fréquence (RF) [8] par l'intermédiaire de molécule de diazote. Le pompage RF est pulsé à $20\,kHz$ et la puissance de sortie est contrôlée en changeant le rapport cyclique. Les puissances typiques (de $0,3$ à $2\,W$) utilisées pour l'ablation laser correspondent à des rapports cycliques inférieurs à 20% [9] si bien que durant le temps d'irradiation τ la fibre est en réalité soumise à un train d'impulsions. La puissance moyenne reste cependant pertinente car les temps de diffusion thermique ($\sim ms$) sont très longs devant la période de modulation ($50\,\mu s$).

La stabilité de la puissance délivrée par le laser CO_2 au niveau des fibres optiques est essentielle pour la reproductibilité des géométries créées. Pour cela, la température du laser est maintenue constante à l'aide d'un circuit de refroidissement à eau (« chiller ») et le retour de la lumière réfléchie ($R_{SiO_2} \simeq 0,15$) dans la cavité laser est supprimé grâce à l'ensemble polariseur, lame $\frac{\lambda}{4}$. Après quelques dizaines de minutes, la puissance moyenne varie de moins de $0,1\%$. Les fluctuations entre impulsions [10] sont de 2%, se moyennant à 1,2% pour un train d'impulsion de $4\,ms \pm 30\,\mu s$ [200].

La puissance P_0 et le temps d'irradiation τ des fibres sont donc très bien contrôlés et nous permettrons de varier facilement les géométries créées.

A.1.2.b L'ajustement du « waist » du faisceau

Le « waist » du laser est situé à approximativement 70 cm de la sortie du laser et vaut environ 1,2 mm.Un télescope constitué de 2 lentilles sur un rail permet de changer le « waist » avant la lentille convergente asphérique, en déplaçant les lentilles l'une par rapport à l'autre. La taille du faisceau laser est mesurée après la lentille asphérique et le miroir dichroïque à l'aide d'une lame de rasoir qui est déplacée devant une photodiode perpendiculairement au

5. Thorlabs nanoMAX313
6. Deltapix DP300
7. Navitar Ultrazoom 12×
8. $200\,W$ à 81,36 MHz
9. La période de modulation étant de $50\,\mu s$ et le temps de descente du laser de l'ordre de $100\,\mu s$, le laser émet un rayonnement quasi-continu pour des rapports cycliques supérieurs à 80%.
10. Mesurées à l'aide d'une photodiode rapide ($50\,MHz$) Electro-Optical Systems refroidie à l'azote.

faisceau. Le profil obtenu permet d'extraire la taille transverse du faisceau. En répétant la mesure le long de l'axe du faisceau laser on remonte au « waist » et à sa position (c.f. figure A.5).

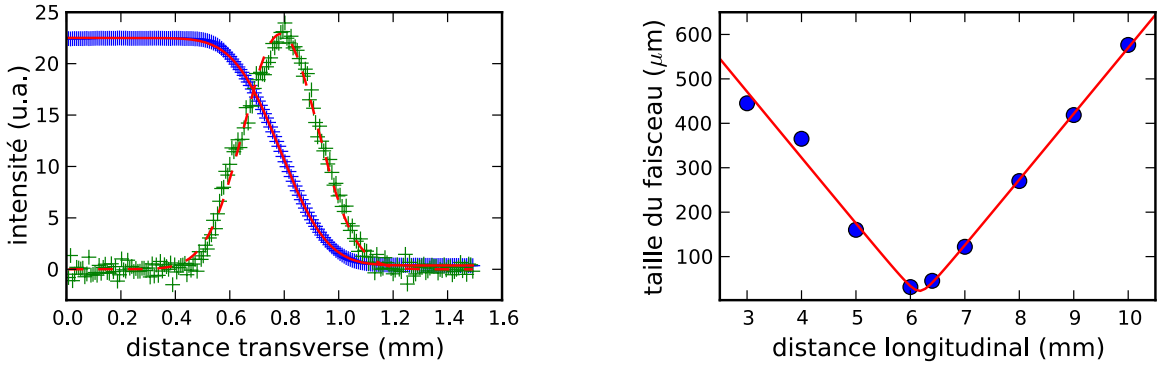


FIGURE A.5 – ***À gauche :*** *intensité mesurée en fonction du déplacement de la lame de rasoir perpendiculairement au faisceau (croix bleues). Ajustement par l'intégrale d'une fonction gaussienne permettant d'extraire la taille transverse du faisceaux qui vaut ici* 270 *μm (courbe rouge continue). La dérivée de l'intensité mesurée est tracée (croix vertes) ainsi que la gaussienne correspondante (courbe rouge en pointillé).* ***À droite :*** *mesure de la taille transverse (horizontale) du faisceau le long de l'axe de propagation (points bleus) et son ajustement à un faisceau gaussien de « waist »* $w_0 = 22{,}7 \pm 0{,}5$ *μm à* $z_0 = 6{,}17 \pm 0{,}05$ *mm.*

Le faisceau présente un léger astigmatisme, le « waist » vertical n'étant pas situé tout à fait au même endroit que le « waist » horizontal. Cette aberration va conduire à la création de surface à priori elliptique, les tailles horizontales et verticales étant à priori différentes au niveau de la face de la fibre. À l'aide d'une plaque de silice soumise à des impulsions pour différentes positions sur l'axe du faisceau, on détermine par analyse des structures créées (cf. §A.2.2) la position z_{opt} pour laquelle la structure présente la plus faible ellipticité.

A.1.2.c Imagerie et alignement des fibres

Nous utilisons des fibres optiques en silice monomode [11] et multimode [12] de 125 μm de diamètre entourées d'une gaine protectrice (« coating ») en cuivre afin de résister au vide poussé imposé lors de la phase de dépôt du miroir diélectrique (cf. §A.1.3). Pour préparer les fibres à l'irradiation, la gaine en cuivre est attaquée chimiquement avec du perchlorure de fer ($FeCl_3$), et après rinçage (eau puis éthanol/isopropanol) la fibre est clivée à l'aide d'un appareil [13] dont la lame ultrasonique crée des angles typiquement inférieurs au degré. Le clivage présente cependant souvent un petit défaut au niveau de l'impact avec la lame, ou de légères ondulations diamétralement opposées à la périphérie de la fibre. Il arrive aussi parfois que de petits fragments de verre se déposent sur la face de la fibre lors de la rupture.

11. Oxford electronics SM800-125CB
12. Oxford electronics G150-125CB à gradient d'indice
13. Photon Kinetics FK 12

Le système d'imagerie permet de juger de la qualité du clivage de la fibre avant l'irradiation CO_2.

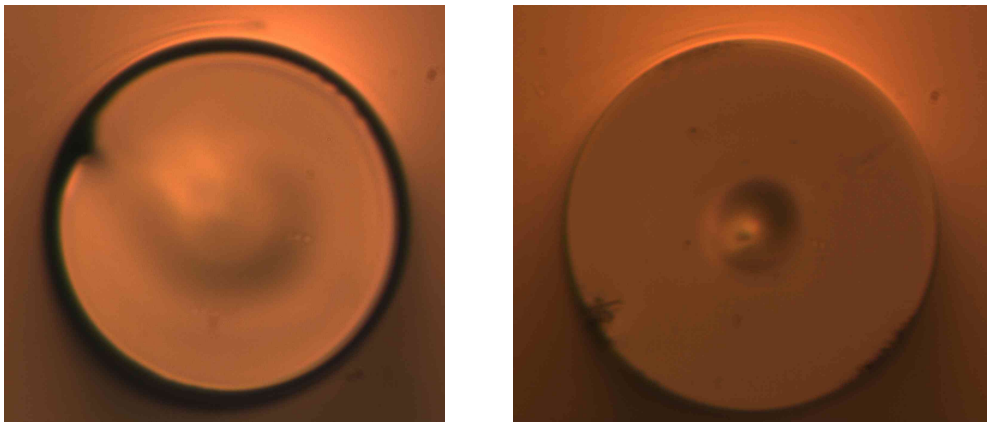


FIGURE A.6 – ***À gauche :*** *image in-situ de la face d'une fibre optique monomode après irradiation. La dépression au centre est causée par une impulsion laser de* 15 *ms à* 3,0 *W avec un « waist » de* 66 *μm.* ***À droite :*** *image in-situ de la face d'une fibre optique monomode après irradiation. La dépression au centre est causée par une impulsion laser de* 4,25 *ms à* 2,66 *W avec un « waist » de* 23 *μm.*

L'alignement des fibres avec le faisceau CO_2 se fait grâce à un objectif[14] avec une longue distance de travail (> 30 mm). La profondeur de champ du système d'imagerie permet de positionner les fibres autour de la position optimale z_{opt} à 7 μm près. Malgré quelques aberrations chromatiques dues au miroir dichroïque, ce système d'imagerie permet d'observer directement l'effet des impulsions CO_2 et l'influence des paramètres pour l'ablation laser sur les géométries créées (cf. figure A.6).

Comme nous le verrons au chapitre I.2, l'alignement entre le coeur de la fibre et le centre de la structure est primordial pour obtenir un bon couplage à la future micro-cavité fibrée. Les fibres multi-modes possèdent un coeur de 50 microns et l'alignement de la structure n'est pas critique. Les fibres monomodes, quant à elles, guident un unique mode dont le champ a un diamètre à $\frac{1}{e}$ (MFD) de 7 μm. Afin d'améliorer l'alignement, la fibre est injectée avec une diode rouge[15] ce qui met en évidence la position exacte du mode et permet un alignement transverse au micron près avec le faisceau CO_2 (cf. figure A.7).

A.1.3 Dépôt du traitement réfléchissant

Une fois la structure imprimée au bout de la fibre par traitement CO_2, les fibres doivent être correctement protégées et préparées pour le dépôt d'un miroir de haute réflectivité.

A.1.3.a Multicouches

Le miroir diélectrique qui est déposé au bout des fibres est en fait un miroir de Bragg (DBR) formé par une alternance de 2 diélectriques d'indice n_h et n_l ($n_h > n_l$), chaque

14. Mitutoyo M Plan APO 10×
15. pointeur laser JDSU 630 – 670 nm

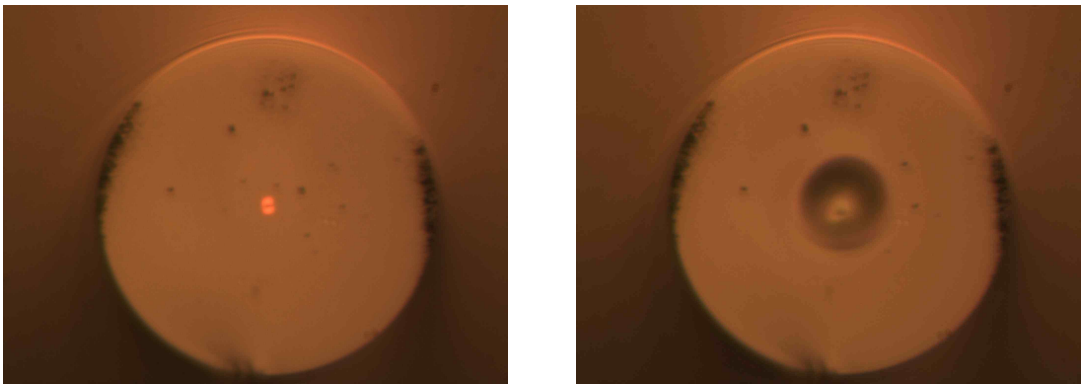


FIGURE A.7 – ***À gauche :*** *image in-situ de la face d'une fibre optique monomode injectée avant irradiation. Le mode visible est un mode d'ordre supérieur (la longueur d'onde de la diode rouge est inférieure à la longueur d'onde de coupure de la fibre :* 780 *nm).* ***À droite :*** *image in-situ de la même fibre après irradiation (τ = 4,60 ms, P = 2,67 W et* w = 23 *μm).*

couche ayant pour longueur optique $\lambda_0/4$, où λ_0 est la longueur d'onde centrale du miroir. Cette dernière est choisie proche de la longueur d'onde de l'émetteur qui sera couplé à la cavité. Comme nous le verrons dans la suite pour le couplage à un émetteur solide (puits et boîte quantiques), nous avons choisi $\lambda_0 = 900$ nm.

La réflectivité du DBR sera d'autant plus grande que le nombre de couches est élevé, et que la différence relative d'indice entre les deux diélectriques utilisés sera importante, comme le montre cette formule approchée pour un grand nombre de paires de diélectriques N à incidence normale [132] :

$$\mathcal{R}_{DBR} = 1 - 4(\frac{n_l}{n_h})^{2N} \tag{A.3}$$

Le DBR est formé par un alternance de SiO_2 (n_l = 1,479) et de Ta_2O_5 (n_h = 2,078) et comporte 32 couches au total. La réflectivité attendue est R_{DBR} = 99,992%. Il est commode d'utiliser la finesse d'une cavité formée par deux miroirs identiques pour caractériser la qualité d'un traitement réfléchissant. Ici la finesse est simplement introduite à partir du coefficient de réflexion en intensité R par :

$$\mathcal{F} \simeq \frac{\pi}{1-R}.$$

La finesse désirée pour le traitement réfléchissant est donc autour de 40 000. Cette valeur correspond à des cavités de haute finesse et il faudra la comparer à la valeur mesurée expérimentalement (cf. §I.3.1).

Un code numérique de matrice de transfert [134] permet de résoudre les équations de Maxwell dans les multicouches de diélectriques. La figure A.8 montre la dépendance en longueur d'onde du coeffient de réflexion R_{DBR} et de la phase de réflexion ϕ. La dernière couche du traitement réfléchissant est une couche de Ta_2O_5 (ie. d'indice élevé) et la phase acquise à la réflexion par le champ vaut π pour la longueur d'onde centrale λ_0.

La technique utilisée pour le dépôt consiste en une pulvérisation par faisceau d'ions (IBS). Sous un vide poussé un faisceau d'ions (Ar^+) très énergétiques arrache les atomes d'un diélectrique solide, et ces derniers viennent se déposer sur le substrat (ici les fibres). Cette technique autorise un contrôle précis du traitement réfléchissant déposé, et permet de former

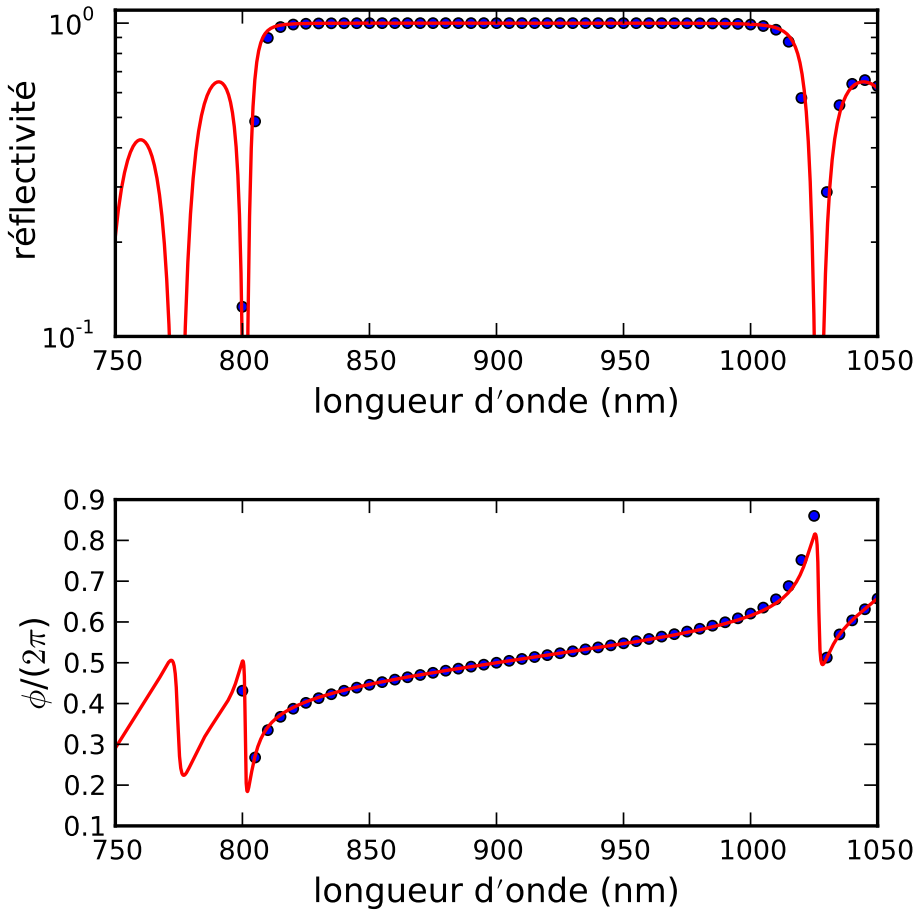


FIGURE A.8 – *Prédictions théoriques d'ATFilms (points bleus). Simulation par matrice de transfert pour* 32 *couches au total avec* $n_l = 1{,}479$ *et* $n_h = 2{,}078$ *(courbe rouge).* ***En haut :*** *coefficient de réflexion en énergie en fonction de la longueur d'onde.* ***En bas :*** *phase acquise par le champ lors de la réflexion en fonction de la longueur d'onde.*

des pellicules denses et sans défaut. Cette technique est maîtrisée par quelques entreprise à travers le monde comme ATFilms [16] qui à ce jour, a réalisé des traitements réfléchissants de très haute qualité (Finesse > 100 000) sur des fibres traitées par laser CO_2.

A.1.3.b Préparation des fibres pour le traitement réfléchissant

Pour atteindre une telle qualité de réflexion il est indispensable de protéger les fibres de toute poussière entre l'irradiation CO_2 et le dépôt du miroir. Après l'irradiation, les fibres sont directement placées dans un support dont la géométrie est adaptée à la machine de l'entreprise qui réalise le dépôt. La figure A.9 montre un support de 24 fibres et la façon dont il est fixé pour l'envoi à l'entreprise de dépôt.

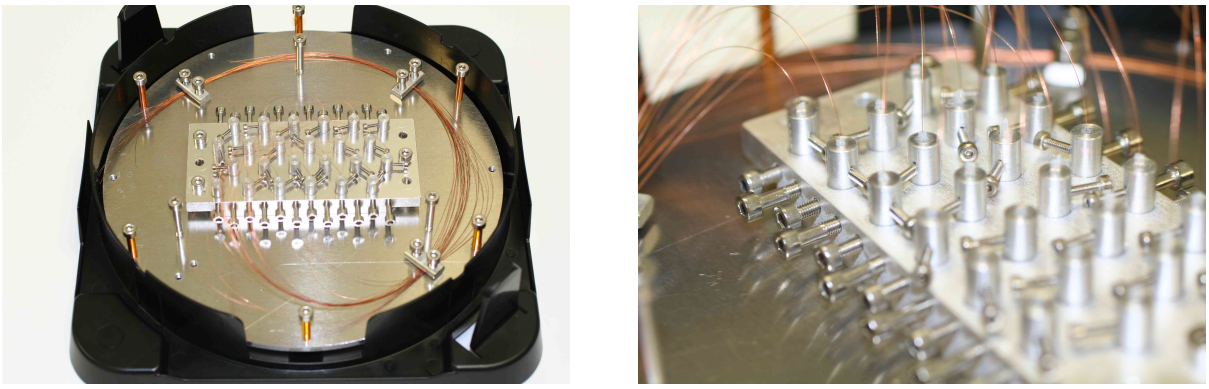


FIGURE A.9 – ***À gauche :*** *image d'une des boîtes dans lesquelles sont envoyées les fibres.* ***À droite :*** *image du support, et des cylindres maintenant les fibres optiques. Ce support, une fois retourné permet d'avoir accès à la face des fibres pour le traitement réfléchissant comme pour la caractérisation.*

Lors du dépôt, le support et retourné et fixé sur un des 4 emplacements dont dispose ATFilms, laissant ainsi les faces des fibres optiques libres de recevoir le traitement réfléchissant. Les fibres sont maintenues dans un cylindre en aluminium avec une gaine en téflon qui permet de serrer une vis maintenant la fibre à une hauteur optimale pour le dépôt du miroir.

Les fibres irradiées au laser CO_2 sont, pour des raisons pratiques, coupées assez courtes (50 cm) et devront donc être fusionnées (« splice ») lors de leur future utilisation pour être rallongées. Cette étape est réalisée à l'aide d'un arc électrique dans un « splicer » à fibre habituellement utilisé dans les télécommunications [17]. Cette technologie est très bien contrôlée pour des fibres classiques et permet des pertes optiques très faible (< 0,01 dB) au passage du « splice ». Pour des fibres avec un revêtement en cuivre, il faut cependant s'assurer que le revêtement conducteur ne soit pas trop près des électrodes. Certaines fibres multimodes notamment, possèdent sous la couche de cuivre, une très fine couche de carbone qu'il est préférable de retirer (à la flamme). Les pertes optiques mesurées sont généralement autour de 0,1 dB.

16. Advanced Thin Films, 5733 Central Ave. Boulder, Colorado 80301.
17. Arc-fusion-splicer, Fujikura, $FSM - 45PM - LDF$.

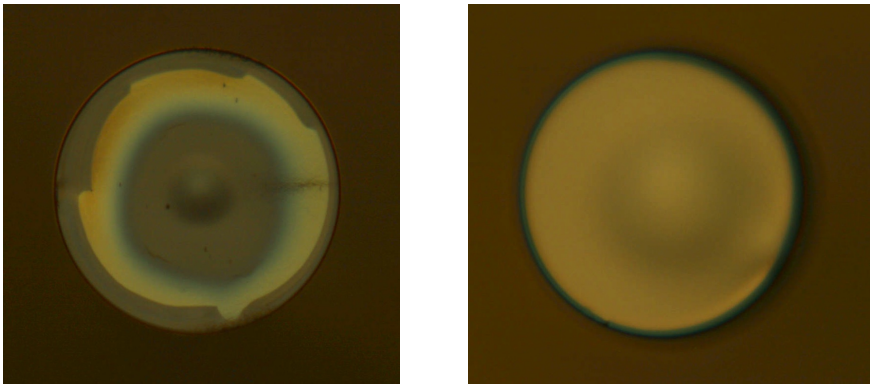


FIGURE A.10 – *Facettes de fibres optiques observées au microscope après le dépôt du miroir. À gauche les limites du revêtement réfléchissant semblent visibles contrairement à l'image de droite. Cependant il n'a pas été constaté de différences sur les propriétés du traitement réfléchissant.*

A.2 Caractérisation

Une caractérisation de la rugosité de surface a été effectuée à l'aide d'un microscope à force atomique (AFM) [202], avant le dépôt du miroir. La résolution de l'appareil ($\sim$ 0,1 nm) permet d'extraire les variations de hauteur ($z(x, y)$) autour de la surface moyenne. La valeur efficace de la rugosité[18] σ_{RMS} de la fibre traitée par laser CO_2 vaut 0,24 nm rms, ramenée à 0,21 nm rms après prise en compte du bruit de mesure. La rugosité joue un rôle critique dans la qualité du traitement réfléchissant qui peut être déposé sur la surface. Pour une rugosité de l'ordre de l'ordre de 0,2 nm rms, il est possible de déposer un traitement réfléchissant de haute qualité [205] en limitant les pertes par diffusion (cf. §I.3.3). Cependant pour caractériser plus en avant le traitement réfléchissant, il est nécessaire de s'intéresser aux pertes de la cavité formée en alignant deux miroirs (cf. §I.3.1).

La caractérisation géométrique des structures obtenues est effectuée à l'aide d'un profilomètre optique, dont nous expliquerons le principe, avant de présenter les géométries obtenues. La géométrie des miroirs permettra par la suite (cf. §I.1.2) de connaître les propriétés géométriques des modes de cavité.

A.2.1 Profilomètrie optique

La profilométrie permet de caractériser une surface, ou un état de surface et est très utilisée dans l'industrie comme dans la recherche. Comme nous allons le voir, un profilomètre optique est un moyen rapide d'obtenir une reconstruction tri-dimensionnelle de la surface de la fibre.

A.2.1.a Interférences sur la surface de la fibre :

À l'aide d'un objectif interférométrique[19] et d'une diode électroluminescente (LED) verte (λ_v = 505 nm), on réalise des interférences entre la lumière provenant de la surface de la fibre et celle provenant d'une surface de référence (un miroir placé dans l'objectif). Après alignement de la face de la fibre avec la surface de référence, une caméra permet de prendre une image de la figure d'interférence (cf. figure A.11).

L'intensité mesurée $I(x, y)$ est donc reliée à la hauteur de la surface $z(x, y)$ par l'intermédiaire de la différence de phase entre la surface de la fibre et la surface de référence $\phi(x, y)$:

$$I(x, y) = I_0(x, y)(1 + \gamma(x, y)\cos(\phi(x, y))) \quad \text{et} \quad z(x, y) = \frac{\lambda\phi(x, y)}{4\pi}. \tag{A.4}$$

Sur une coupe de la figure d'interférence, on repère les franges brillantes et sombres ($\Delta\phi = \pm\pi$) et l'on en déduit la différence de hauteur de la surface ($\Delta z = \lambda/4$) sachant que la structure est concave. Les directions transverses sont calibrées à l'aide du diamètre de la fibre. Malgré sa simplicité, ce dispositif[20] permet déjà d'obtenir une bonne estimation des paramètres caractérisant la surface (cf. A.2.2).

18. $\sigma^2_{RMS} = \frac{1}{L_x L_y} \iint_{0,0}^{L_x, L_y} z^2(x, y)\,\mathrm{d}x\mathrm{d}y$
19. Objectif de type Mirau : NIKON OFN25 WD 4.7.
20. Le dispositif à été mis en place par Natalie Thau.

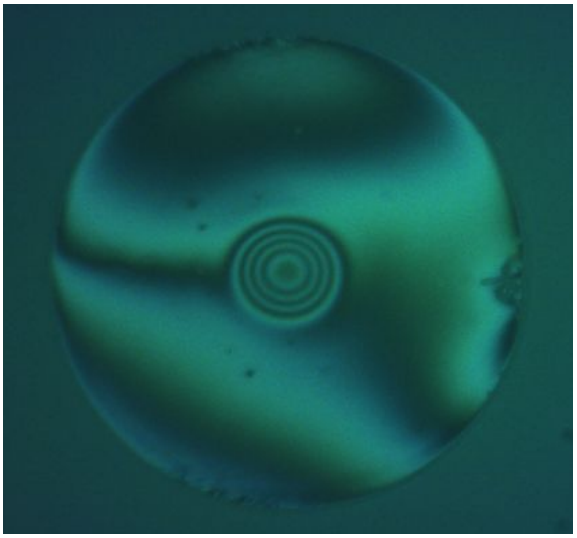


FIGURE A.11 – *Figure d'interférence obtenue avec un objectif interférométrique afin de caractériser la géométrie d'un miroir fibré (cf. figure A.6).*

A.2.1.b Profilomètrie optique par décalage de phase :

Un profilomètre optique à décalage de phase s'appuie sur le même principe consistant à faire interférer la lumière provenant de la surface de l'échantillon à analyser avec la lumière provenant d'une surface de référence. Il est cependant doté d'une platine de translation piézo-électrique capable de changer très finement la distance entre l'échantillon et le miroir de référence. La précision de la mesure est alors améliorée en prenant plusieurs interférogrammes pour des distances différentes de l'ordre d'une fraction de longueur d'onde. À l'aide d'un algorithme de déroulement de la phase, on remonte au profil de la structure, en évitant au maximum les sauts de phase.

Des mesures ont été effectuées sur deux appareils. Le premier [21] sert pour caractériser les structures pendant les phases d'optimisation des paramètres du laser CO_2 (cf. figure A.12). Le second [22] est placé en salle blanche et permet une caractérisation des fibres avant le traitement réfléchissant dans les meilleurs conditons (cf. figure A.13).

Bien que ces profilomètres annoncent une résolution verticale de l'ordre de 0,1 nm, en pratique la résolution est limitée à quelques nanomètres [23].

A.2.2 Analyse des structures

La surface de la facette de la fibre est donc extraite par profilométrie, et l'on peut réaliser un ajustement des profils.

21. Profilomètre Fogale Micromap3D prêté par le groupe de D. Chateney du laboratoire de physique statistique de l'ENS.
22. Profilomètre Veeco : Wyko NT 9100, à l'ESPCI.
23. À cause de vibrations pour le Fogale et d'un mauvais réglage constructeur pour le Wyko.

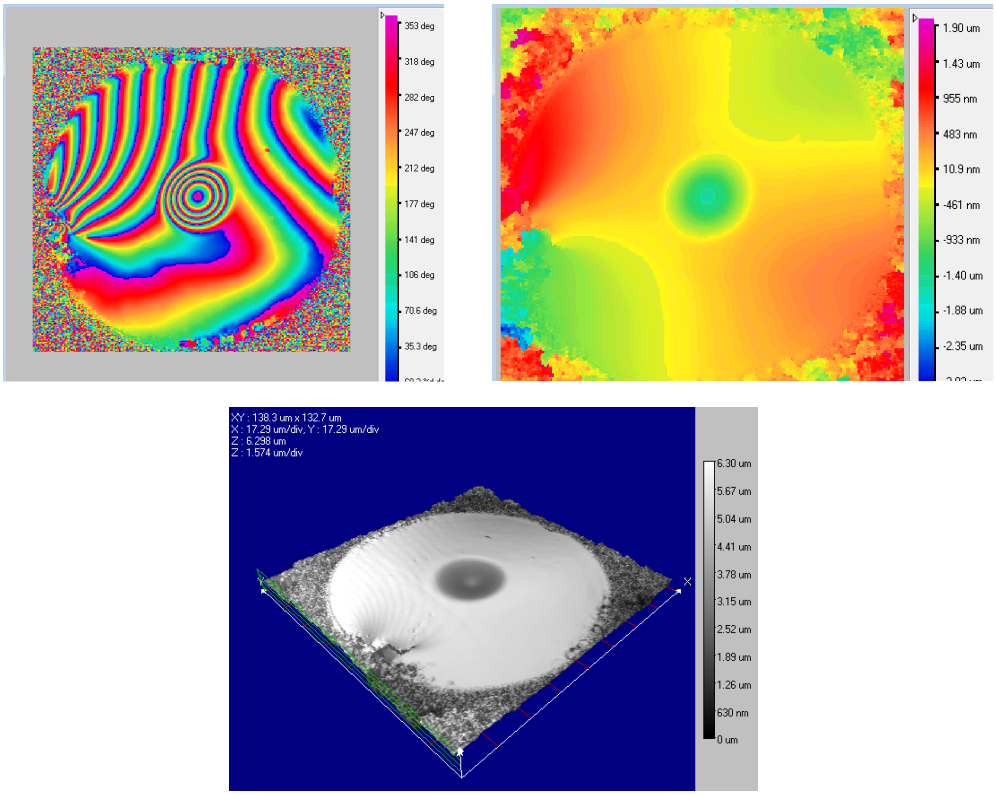


FIGURE A.12 – *Interférogramme (en haut à gauche) et surface 2D et 3D extraite à l'aide du profilomètre Fogale Micromap3D et du logiciel F3DViewer.*

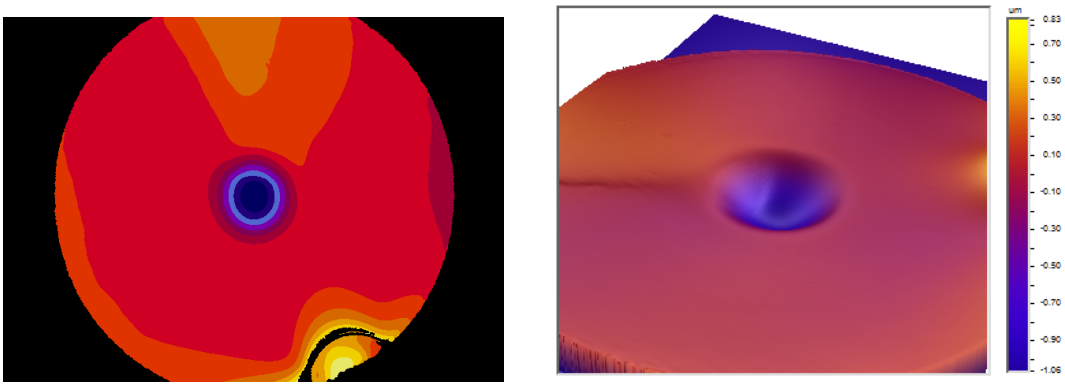


FIGURE A.13 – *Surface 2D et 3D extraite à l'aide du profilomètre Wyko NT 9100 et du logiciel Vision.*

A.2.2.a Ajustements gaussiens

L'ablation laser prédit des géométries gaussiennes (cf. §A.1.1) et l'accord avec les profils expérimentaux est vérifié pour une grande gamme de pramètres CO_2 [202]. Les paramètres de l'ajustement gaussien peuvent être extraits à 10% près à l'aide de l'objectif interférométrique (cf. figure A.14), et à moins de 1% à l'aide d'un profilomètre (cf. figure A.15).

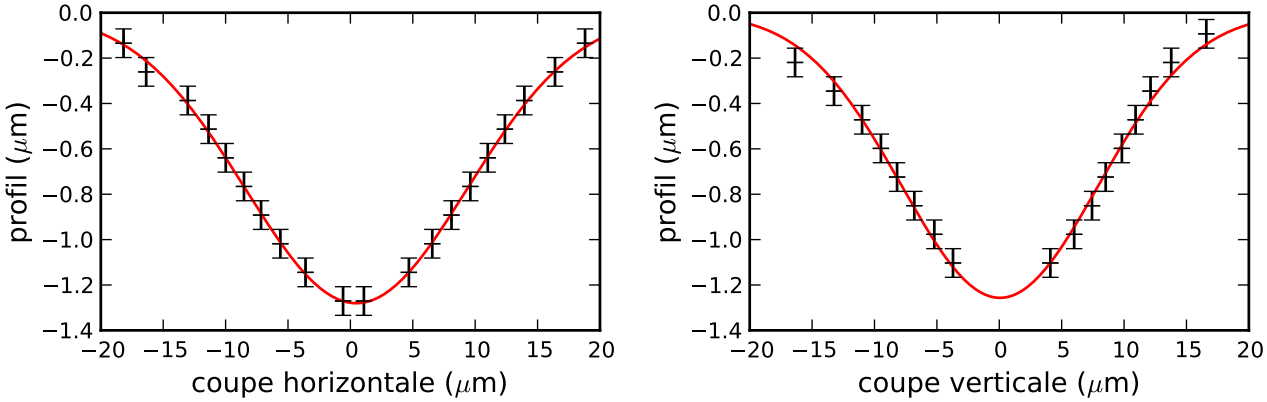


FIGURE A.14 – *Profils (croix noires) de coupe horizontale (**à gauche**) et verticale (**à droite**) extraits à partir de l'interférogramme de la figure A.11 et ajustements gaussiens (courbe rouge) de la surface. Les rayons de courbures extraits valent $\mathcal{R}_h = 62 \pm 2$ μm, et $\mathcal{R}_v = 49 \pm 5$ μm. Les barres d'erreurs représentent une précision de mesure de $\pm\lambda/8$. Les paramètres du laser CO_2 sont $\tau = 4{,}25$ ms, $\mathcal{P}_0 = 2{,}66$ W et $w = 23$ μm.*

La surface gaussienne $z(x, y)$ s'écrit dans les axes propres (x, y) :

$$z(x,y) = -\mathcal{A}\exp -\frac{(x-x_0)^2}{2\sigma_x^2}\exp -\frac{(y-y_0)^2}{2\sigma_y^2} = -\mathcal{A}\exp -\frac{(x-x_0)^2}{2\mathcal{A}\mathcal{R}_x}\exp -\frac{(y-y_0)^2}{2\mathcal{A}\mathcal{R}_y}, \quad \text{(A.5)}$$

où $\sigma_{x,y}^2$ est la variance de la gaussienne, $\mathcal{R}_{x,y} = \frac{\sigma_{x,y}^2}{\mathcal{A}}$ est le rayon de courbure au centre du miroir (en x_0, y_0), et $\mathcal{A}$ est l'amplitude de la gaussienne.

La détermination de la surface est essentielle pour comprendre les propriétés spatiales des modes des cavités Fabry-Pérot formées à l'aide de ces miroirs fibrés.

Le **rayon de courbure** de la surface permet de déterminer le domaine de stabilité de la future cavité, c'est à dire les longueurs pour lesquelles la cavité présentera un mode stable. Il défini aussi la taille transverse du mode qui est critique pour le couplage à un émetteur ponctuel. L'ellipticité définie comme le rapport des rayon extrêmes peut être déterminée. Bien qu'il soit possible de la supprimer presque totalement, il reste en général une ellipticité $\mathcal{R}_{min}/\mathcal{R}_{max}$ comprise entre 0,8 et 1.

La **profondeur totale** $\mathcal{A}$ indique la limite envisageable pour des cavités courtes. Il faut parfois aussi tenir compte de la hauteur de la fibre au niveau du clivage, qui peut être un facteur limitant.

Le **diamètre** du cratère est aussi un critère important car il limite la taille des modes de cavités qui peuvent être soutenus par le miroir fibré, notamment pour les cavités longues. Le

diamètre est défini par la distance entre les points d'inflexion de la gaussienne et vaut 2σ. Au-delà de cette distance au centre la structure est convexe.

Il est clair que seuls deux de ces trois paramètres sont indépendants et pourront être choisis librement (cf. §A.2.2.c).

A.2.2.b Comparaison avec un miroir sphérique

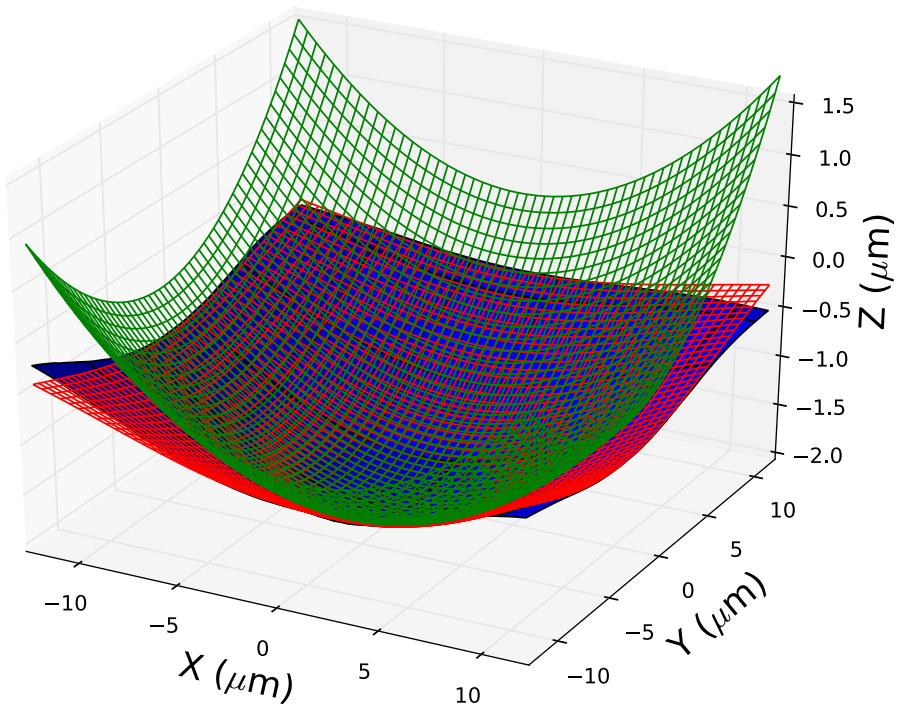


FIGURE A.15 – *Surface 2D extraite à l'aide du profilomètre Fogale (surface bleue) (cf. figure A.12). L'ajustement gaussien (maillage rouge), et son approximation sphérique (maillage vert). L'amplitude de la gaussienne est de* $1{,}86 \pm 0{,}01$ *μm et les rayons de courbures selon les axes propres sont* $\mathcal{R}_x = 52{,}9 \pm 0{,}3$ *μm, et* $\mathcal{R}_y = 45{,}4 \pm 0{,}3$ *μm.*

Un développement limité de la surface gaussienne autour du centre au premier ordre en $\frac{(x-x_0)^2}{2\mathcal{A}\mathcal{R}_x}$, $\frac{(y-y_0)^2}{2\mathcal{A}\mathcal{R}_x}$, nous ramène, dans les axes propres, à un miroir sphérique :

$$z(x,y) = -\mathcal{A} + \frac{(x-x_0)^2}{2\mathcal{R}_x} + \frac{(y-y_0)^2}{2\mathcal{R}_y}. \tag{A.6}$$

À une distance σ du centre ($\sim 10\mu$m cf. figure A.15), l'approximation sphérique diffère de la surface gaussienne de $0{,}1\mathcal{A}$ ($0{,}2$ μm), c'est à dire de moins de $\lambda_0/4$. L'approximation sphérique rend très bien compte de la géométrie du centre de la structure, et ce d'autant plus que le diamètre du cratère est grand et que les structures sont peu profondes, autrement dit que les surfaces ont un grand rayon de courbure. L'approximation du miroir sphérique est très utile et permettra par la suite d'utiliser tous les outils de l'optique gaussienne.

A.2.2.c Dépendance de la géométrie avec les paramètres du laser CO_2

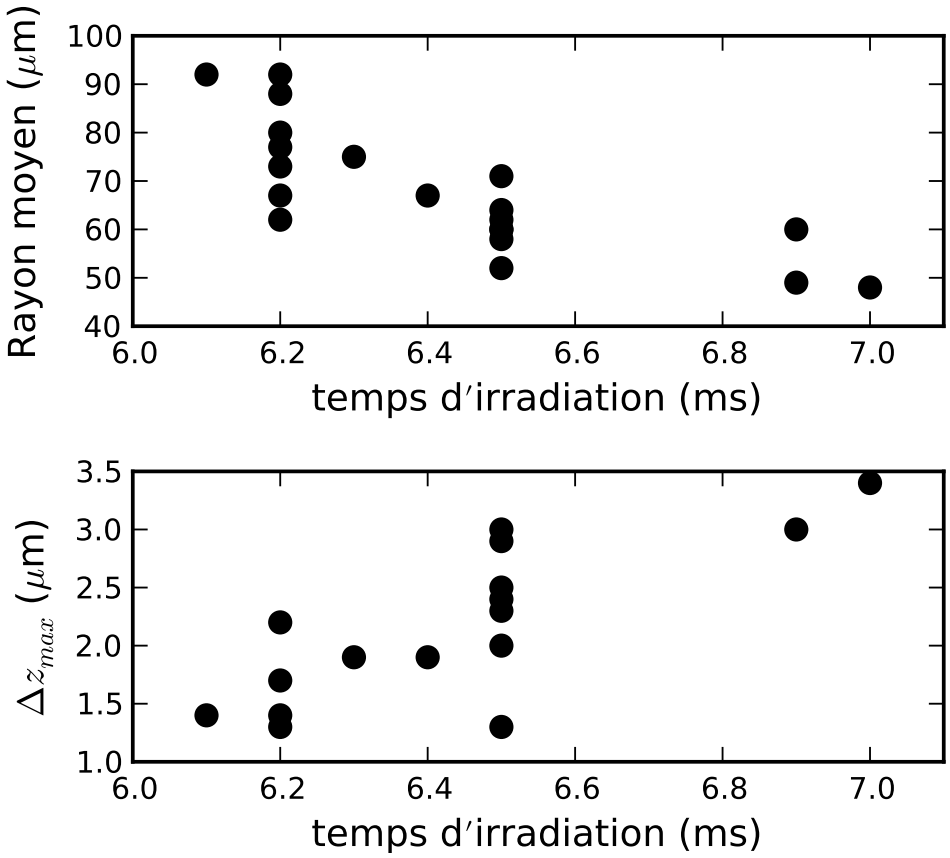


FIGURE A.16 – ***En haut :*** *quelques rayons de courbure obtenus par ajustement quadratique de la surface des fibres.* ***En bas :*** *les profondeurs maximum correspondantes. Les géométries ont été créées avec un « waist » du laser CO_2 de* 54 *μm et une puissance* 1,8 *W.*

La géométrie créée au bout des fibres dépend très fortement des paramètres utilisés lors de l'ablation au laser CO_2 et qui plus est, de façon non linéaire, ce qui conduit à une grande dispersion des structures ($\sim$ 15%), même avec un grand contrôle des paramètres CO_2. Si la taille du faisceau au niveau de la face de la fibre w augmente, les structures résultantes seront moins profondes et auront des rayons de courbure plus grands. Plus la puissance du laser $\mathbf{P_0}$ augmente, plus les structures créées seront profondes et les rayons de courbure faibles. Enfin, un temps d'exposition τ allongé donnera des cratères plus profonds et des rayons de courbure qui diminueront (cf. figure A.16). Pour une étude plus poussée de l'influence des paramètres CO_2, se référer à [202].

La puissance P_0 peut être variée entre 300 mW et 3 W ; les temps d'exposition entre 4 et 120 ms, et enfin le « waist » du laser CO_2 peut être ajusté entre 21 et 93 μm.

Cette plage de paramètres CO_2 nous permet de créer des structures ayant des profondeurs comprises entre 10 nm et 5 μm, des rayons de courbure compris entre 20 μm et 2 mm et des diamètres compris entre 5 et 60 μm.

Conclusion de l'annexe A

L'ablation laser permet grâce à un contrôle précis des paramètres du laser CO_2 de créer des géométries concaves au bout d'une fibre optique. La dispersion des géométries créées nous incite à réaliser plusieurs fibres avec de légères variations des paramètres CO_2 (3×24 fibres). L'état de surface de ces fibres après traitement est suffisamment bon pour permettre le dépôt de miroirs de haute qualité (Finesse $> 100\,000$). Une caractérisation très précise de la géométrie des miroirs fibrés est réalisée par profilométrie optique.

Comme nous allons le voir, les micro-cavités formées à l'aide de ces miroirs fibrés vont s'avérer être un outil très puissant pour l'étude du couplage lumière-matière au niveau quantique. Le choix des paramètres comme le rayon de courbure, la profondeur ou le diamètre des miroirs est dicté par les propriétés désirées de la micro-cavité.

ANNEXE B

Détermination de la longueur de la cavité pour les cavités courtes

Pour déterminer précisément la longueur de cavités courtes ($L < 10$ μm), il faut prendre en compte la variation de la phase des miroirs $\varphi_{1,2}(\lambda)$ avec la longueur d'onde. Les longueurs d'onde de résonance de la cavité sont déterminées par les solutions de l'équation (cf. I.1.1.b) :

$$2L\frac{2\pi}{\lambda} - 2(m+\frac{1}{2})\zeta(L/\mathcal{R}_x) - 2(n+\frac{1}{2})\zeta(L/\mathcal{R}_y) - \varphi_1(\lambda) - \varphi_2(\lambda) = 2\pi q,$$
$$\text{avec } \zeta(L/\mathcal{R}) = \arccos\sqrt{1 - L/\mathcal{R}} \text{ et } q \in \mathbb{Z}, \tag{B.1}$$

Contrairement à l'équation I.9 qui néglige la dépendance de la phase des miroirs avec la longueur d'onde, l'équation B.1 est une équation implicite pour la longueur d'onde de résonance λ.

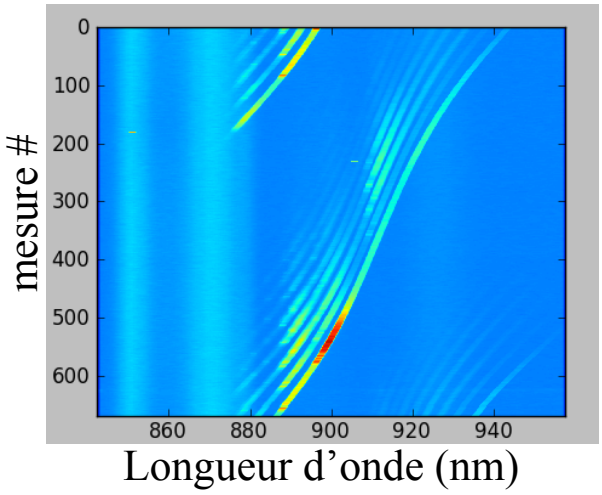


FIGURE B.1 – *Empilement de spectres pour différentes longueurs de cavité. Ici des QDs éclairées de façon non-résonante émettent des photons dans les modes de la cavité.*

Pour déterminer la variation de la phase avec la longueur d'onde et ensuite la longueur de cavité, on utilise des spectres de photoluminescence comme celui de la figure B.1. La position des différents modes longitudinaux et transverses est repérée grâce à un ajustement lorentzien des spectres.

La longueur de la cavité est variée à l'aide d'un piézo-électrique dont le déplacement est étalonné grâce à l'intervalle spectrale libre séparant 2 modes longitudinaux consécutifs à la même longueur d'onde. Ensuite, les propriétés des modes transverses sont utilisées afin de déterminer précisément la longueur de la cavité. À longueur d'onde constante, l'écart entre les modes transverses permet de déterminer le rapport $\frac{L}{\mathcal{R}}$. L'écart entre modes transverses à L constant nous donne la longueur de la cavité ainsi que le nombre quantique longitudinal q en supposant que la phase varie peu (les fréquences de résonance des modes étant très proches).

La dépendance en longueur d'onde de la somme des phases de réflexions est ensuite obtenue à partir de l'équation B.1 (cf. figure B.2). La phase de réflexion mesurée est en bon accord avec celle obtenue par simulation par la méthode de matrice de transfert. Il est d'ailleurs possible de déterminer l'empilement exact des couches correspondant à la phase mesurée expérimentalement. La longueur d'onde centrale des DBRs (centre du plateau de réflexion « stop band ») est notamment déterminée par l'épaisseur des couches semi-conductrices [1].

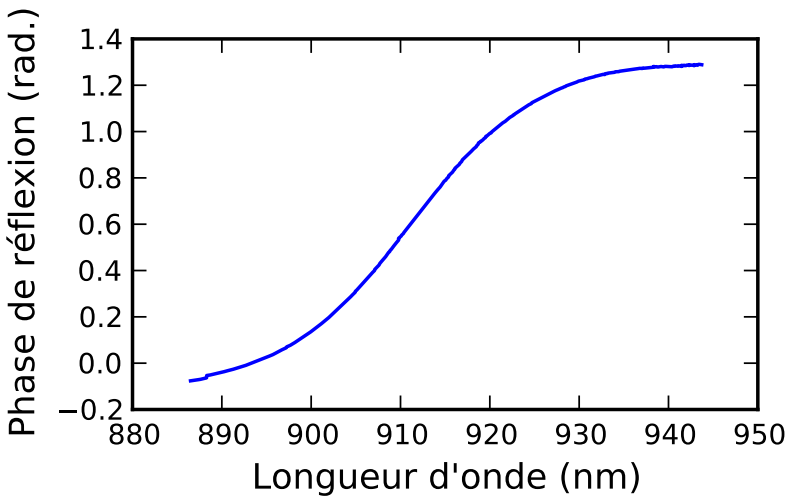


FIGURE B.2 – *La demi-somme des phases de réflexion* $\frac{\varphi_1+\varphi_2}{2}$ *mesurée en fonction de la longueur d'onde de résonance.*

Une fois la dépendance de la phase des miroirs extraite, la longueur d'onde des modes de cavité peut être déterminée quelle que soit la longueur de la cavité (cf. figure B.3). La caractérisation du champ est alors totale puisqu'il est possible de connaître le nombre de noeuds longitudinaux q du champ dans la cavité.

Il est particulièrement important de pouvoir déterminer précisément la longueur d'onde de résonance de la cavité notamment pour connaître l'effet du couplage à un émetteur. En effet, pour le système couplé, la longueur d'onde de la lumière quittant la cavité dépend

1. La longueur d'onde centrale varie selon la position sur l'échantillon. On observe en général une variation linéaire depuis le centre du disque (« wafer ») vers les bords de l'échantillon.

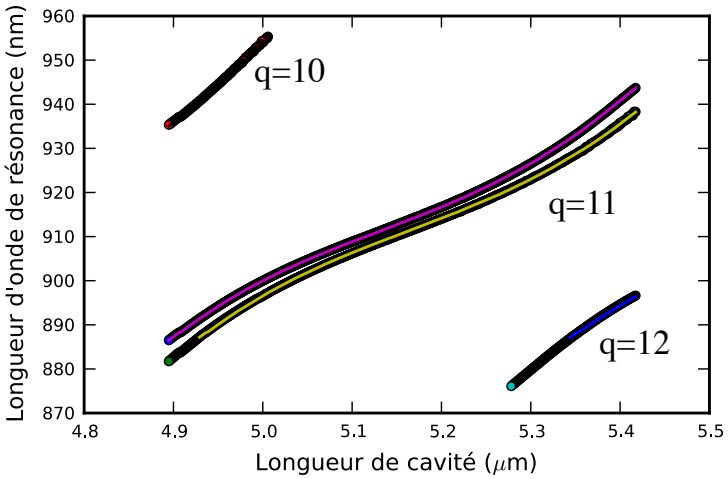


FIGURE B.3 – *Longueur d'onde de résonance de la cavité en tenant compte de la dépendance en longueur d'onde de la phase de réflexion des miroirs en fonction de la longueur de cavité. Les points expérimentaux et la longueur d'onde de résonance calculée à partir de l'équation B.1 se superposent.*

de la fréquence propre de l'émetteur, de celle de la cavité et du couplage. Il faut alors être capable de déterminer avec précision la fréquence propre du mode de cavité pour caractériser le couplage entre la lumière et la matière.

La figure B.4 présente les lignes de cavité pour 3 modes transverses ainsi que les lignes polaritoniques calculées à partir de l'équation III.1. L'accord entre les énergies des polaritons calculées et les spectres expérimentaux permet d'extraire précisément le couplage et la longueur de cavité (cf. §III.2).

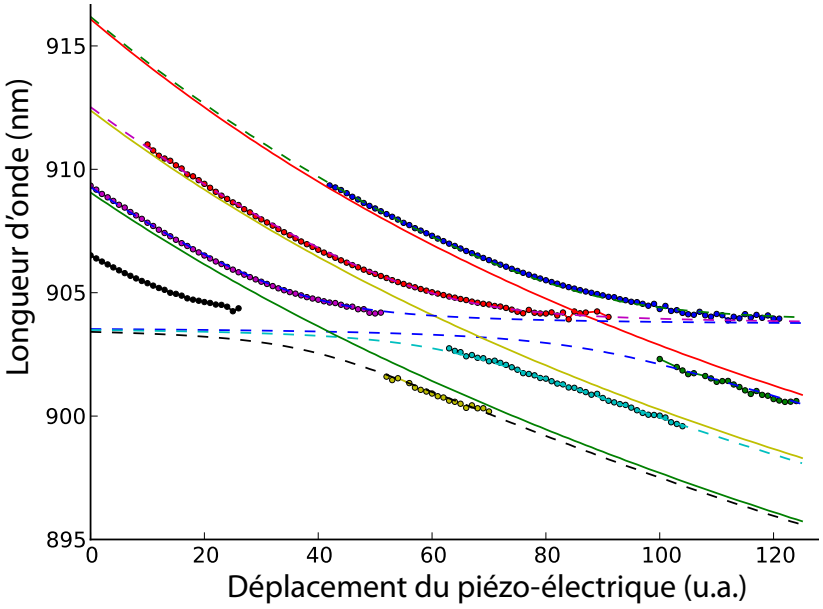


FIGURE B.4 – *Longueur d'onde de résonance des polaritons en tenant compte de la dépendance en longueur d'onde de la phase de réflexion des miroirs en fonction du déplacement des piézo-électriques. Les points expérimentaux sont extraits à partir des spectres de PL à l'aide d'ajustements lorentziens. La longueur à résonance est* $L = 4{,}4\ \mu m$ *et le couplage vaut* $g = 1{,}7\ meV$.

ANNEXE C

Calculs du couplage d'un puits quantique à une cavité FFP

Nous détaillons ici le calcul de la constante de couplage d'un puits quantique à un mode de Hermite-Gauss indexé par $l = (q, m', n', \vec{\epsilon})$ (cf. §I.1.1.a).

Le système considéré est ici l'ensemble des électrons du puits quantique d'une part, et le champ quantifié d'autre part. Le Hamiltonien du système couplé s'écrit :

$$\hat{H} = \sum_l \hbar\omega_c^l(\hat{a}_l^\dagger \hat{a}_l + \frac{1}{2}) + \frac{1}{2m_0}\sum_i [\hat{\vec{p}}_i + e\hat{\vec{A}}(\vec{r}_i)]^2 \tag{C.1}$$

où m_0 est la masse de l'électron libre, la somme portant sur tous les électrons du système, $\hat{\vec{p}}_i$ et $\vec{r}_i$ étant l'impulsion et la position de l'électron i. Le potentiel vecteur en jauge de Coulomb est déduit du champ électromagnétique défini par l'équation II.24 :

$$\hat{\vec{A}}(\vec{r}) = \sum_l \frac{C_l}{\omega_c^l}(\vec{E}_l(\vec{r})\hat{a}_l + \vec{E}_l^*(\vec{r})\hat{a}_l^\dagger). \tag{C.2}$$

En négligeant le terme $\sum_i \frac{e^2}{2m_0}\vec{A}^2(\vec{r}_i)$, le Hamiltonien d'interaction s'écrit :

$$\hat{H}_I = \frac{e}{m_0}\sum_i \hat{\vec{p}}_i.\hat{\vec{A}}(\vec{r}_i). \tag{C.3}$$

Nous allons calculer la constante de couplage entre un état contenant un photon dans un mode TEM$_l$ et un exciton dans le mode $\left|\psi_{m,n}^X\right\rangle = b_{m,n}^\dagger \left|0\right\rangle$. $b_{m,n}^\dagger$ représente l'opérateur création d'un exciton dans le mode (m, n) (cf. II.43). Nous utiliserons l'approximation de la fonction enveloppe et nous reprenons ici les notation du §II.3.4.

$$\begin{aligned}
\hbar g &= \left|\left\langle 0\right| \hat{a}_l \frac{e}{m_0}\sum_i \hat{\vec{p}}_i.\hat{\vec{A}}(\vec{r}_i)\hat{b}_{m,n}^\dagger \left|0\right\rangle\right| \\
&= \frac{eC_l}{m_0\omega_c^l}\left|\sum_{\vec{k}_c,\vec{k}_h} \bar{E}_{m,n}(\vec{k}_c + \vec{k}_h)\bar{\beta}(\frac{m_v}{M}\vec{k}_c - \frac{m_c}{M}\vec{k}_h)\sum_j c_j(\vec{k}_c, \vec{k}_h)\right|
\end{aligned}$$

Le terme $c_j = \langle 0| \hat{\vec{p}}_j.\vec{E}_l^*(\vec{r}_j) \left|\psi_{\vec{k}_h,\vec{k}_c}\right\rangle$ correspondant à l'électron j s'écrit :

$$c_j = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{P,P'} (-1)^{P+P'} \int \mathrm{d}\vec{r}_1 ... \mathrm{d}\vec{r}_N P\{\prod_{\vec{k}_{\perp,n}} F^h_{\vec{k}_{\perp,n}}(\vec{r}_n)^*\} \hat{\vec{p}}_j.\vec{E}_l^*(\vec{r}_j) P'\{F^e_{\vec{k}_{\perp,c}}(\vec{r}_c) \prod_{\vec{k}_{\perp,n'} \neq \vec{k}_{\perp,v}} F^h_{\vec{k}_{\perp,n'}}(\vec{r}_n)\}$$

Les intégrales sur les $\vec{r}_i \neq \vec{r}_j$ s'annulent car elles comportent toutes le produit scalaire $\int \mathrm{d}\vec{r} F^{h*}(\vec{r}) F^e(\vec{r}) = 0$ et donc les seuls termes non nuls sont les $(N-1)!$ permutations (P') qui associent r_j à F^e.

Comme $\int d\vec{r} F^h_{\vec{k}_{\perp,n}}(\vec{r})^* F^h_{\vec{k}_{\perp,n'}}(\vec{r}) = \delta_{n,n'}$, la seule permutation pour P ne conduisant pas à un terme nul, est $P = P'$ et donc :

$$c_j = \frac{1}{N} \int \mathrm{d}\vec{r}_j F^h_{\vec{k}_{\perp,v}}(\vec{r}_j)^* \hat{\vec{p}}_j.\vec{E}_l^*(\vec{r}_j) F^e_{\vec{k}_{\perp,c}}(\vec{r}_j).$$

c_j est donc indépendant de j et on oubliera donc l'indice dans la suite. Dans tous les termes où $\hat{\vec{p}}$ n'agit pas sur la partie atomique de la fonction d'onde, étant donné que l'échelle de variation de la partie atomique est courte devant toutes les autres échelles en jeu, le produit scalaire des fonctions d'onde atomique se factorise et comme $\langle u_{hh}|u_c\rangle = 0$ ces termes s'annulent et seul reste :

$$Nc = \langle u_{hh}| \hat{\vec{p}} |u_c\rangle . \int \frac{d\vec{r}}{S} \chi_1^h(z) e^{-i\vec{k}_{\perp,v}.\vec{r}_\perp} \vec{E}_l^*(\vec{r}) \chi_1^e(z) e^{i\vec{k}_{\perp,c}.\vec{r}_\perp}$$

$|\langle u_{hh}| \hat{\vec{p}} |u_c\rangle|$ est l'élément de matrice de Kane et caractérise le semi-conducteur. On a par exemple $E_p = \frac{4}{m_0} |\langle u_{hh}| \vec{p}.\vec{\epsilon} |u_c\rangle|^2 = 22$ eV pour la transition trou-lourd bande de valance dans GaAs [113]. Les règles de sélections pour la polarisation de la lumière sont contenues dans ce terme.

Pour évaluer l'intégrale, nous nous plaçons dans le cadre de l'approximation dipolaire. L'extension des fonctions de confinement $\chi(z)$ est de l'ordre de la largeur du puits (~ 10 nm) qui est très faible devant la longueur d'onde de la lumière. En considérant donc que $\vec{E}_l(\vec{r}) = \vec{E}_l(x, y, z_{QW}) = E_{m',n'}(x, y, z_{QW}) Z(z_{QW}) \vec{\epsilon}$ on obtient :

$$Nc = \langle u_{hh}| \vec{p}.\vec{\epsilon}_l |u_c\rangle \langle \chi_1^h|\chi_1^e\rangle Z^*(z_{QW}) \frac{1}{\sqrt{S}} \int \frac{d\vec{r}_\perp}{\sqrt{S}} E^*_{m',n'}(\vec{r}_\perp, z_{QW}) \exp i(\vec{k}_{\perp,c} - \vec{k}_{\perp,v}).\vec{r}_\perp$$

L'intégrale restante est par définition les coefficients de Fourier de la dépendance transverse du mode : $\bar{E}^*_{m',n'}(\vec{k}_\perp)$ avec les notations précédentes .

Nous obtenons ainsi l'expression suivante pour le paramètre de couplage g :

$$\hbar g = \frac{eC_l}{m_0 \omega_c^l} |\langle u_{hh}| \vec{p}.\vec{\epsilon}_l |u_c\rangle \langle \chi_1^h|\chi_1^e\rangle Z^*(z_{QW})| \alpha(\mathrm{w}_0, a_X), \tag{C.4}$$

où le terme dépendant du profil transverse du mode dans la constante de couplage s'écrit :

$$\alpha(\mathrm{w}_0, a_X) = \frac{1}{\sqrt{S}} \sum_{\vec{k}_c,\vec{k}_h} \bar{E}^*_{m',n'}(\vec{k}_c + \vec{k}_h) \bar{E}_{m,n}(\vec{k}_c + \vec{k}_h) \bar{\beta}(\frac{m_v}{M}\vec{k}_c - \frac{m_c}{M}\vec{k}_h). \tag{C.5}$$

Les équations précédentes sont reprises et commentées au §II.3.4.c.

ANNEXE D

Effets d'interactions entre polaritons

La littérature sur les interactions entre polaritons est riche, ici nous montrons simplement le lien entre le modèle développé ci dessus et le modèle de bosons interagissant faiblement, usuellement utilisé pour décrire les expériences de condensation dans les QWs. Nous présenterons ensuite, le décalage en fréquence du UP dans le cas d'un désaccord positif. Enfin nous présentons brièvement des mesures préliminaires liées au phénomène de blocage de polariton.

D.1 Modèle de bosons interagissant faiblement

Dans la limite où la distance moyenne entre excitons est grande devant le rayon de Bohr, les excitons se comportent comme des bosons interagissant faiblement. Cela peut se retrouver à partir du modèle que nous avons présenté (cf. équation V.2) dans l'approximation de Holstein-Primakoff [93] à l'ordre 1 :

$$S_i^+ = b_i^\dagger \sqrt{1 - b_i^\dagger b_i} \simeq b_i^\dagger (1 - \frac{1}{2} b_i^\dagger b_i), \quad \text{et} \quad S_i^z = b_i^\dagger b_i - \frac{1}{2}, \tag{D.1}$$

où $b_i^\dagger$ et b_i sont les opérateurs bosoniques des modes propres du désordre. Cette transformation nous ramène donc au Hamiltonien décrivant deux oscillateurs harmoniques couplés (cf. équation II.10) avec un terme non-linéaire représentant les interactions entre polaritons :

$$\mathcal{H}_{int} = -\frac{1}{2} \sum_i g_i a b_i^\dagger b_i^\dagger b_i. \tag{D.2}$$

Ce terme représente la saturation observée expérimentalement et décrite au chapitre V, exprimée en terme d'interactions entre les polaritons médiées par la cavité. Cependant les interactions couloubiennes entre les excitons ne sont pas explicitement prises en compte ici. Ces dernières peuvent être plus facilement intégrées à un modèle de bosons en interactions [206, 207] :

$$\mathcal{H} = \hbar\omega_c a^\dagger a + \hbar\omega_X b^\dagger b + \hbar g(a^\dagger b + a b^\dagger) - \frac{g}{n_{sat}}\left(b^\dagger b^\dagger b a + \text{h.c.}\right) + \omega_{nl} b^\dagger b^\dagger b b, \tag{D.3}$$

où, nous n'avons considéré qu'un mode excitonique, et où h.c. signifie hermitique conjugué. La densité de saturation est notée n_{sat}. Une comparaison détaillée entre ces deux modèles est effectuée par J. Keeling [189]. Il est intéressant de noter que le décalage en fréquence du LP dans le modèle bosonique est plus faible que celui obtenu en présence de désordre dans le modèle de fermions :

$$\delta E_{sat}^{boson} \sim g n a_X^2 \quad \text{et} \quad \delta E_{sat}^{fermion} \sim g n \xi_X^2, \tag{D.4}$$

où ξ_X est une longueur caractéristique du désordre [208]. A priori, $\xi_X > a_X$, et cela peut être interprété comme une augmentation des interactions entre polariton par le désordre [177].

D.2 Décalage vers le bleu du polariton haut

Le modèle de bosons en interaction prédit aussi un décalage dû à l'interaction coulombienne entre excitons [177] :

$$\delta E_{coulomb}^{boson} \sim Ry\, n\, a_X^2 \tag{D.5}$$

Pour le LP les deux décalages prédit par le modèle bosonique décale la ligne d'émission vers le bleu, mais pour le UP, seul les interactions coulombienne prédisent un décalage vers le rouge.

La figure D.1 présente le décalage en fréquence observé dans le signal de PL du polariton haut en fonction de la puissance d'excitation.

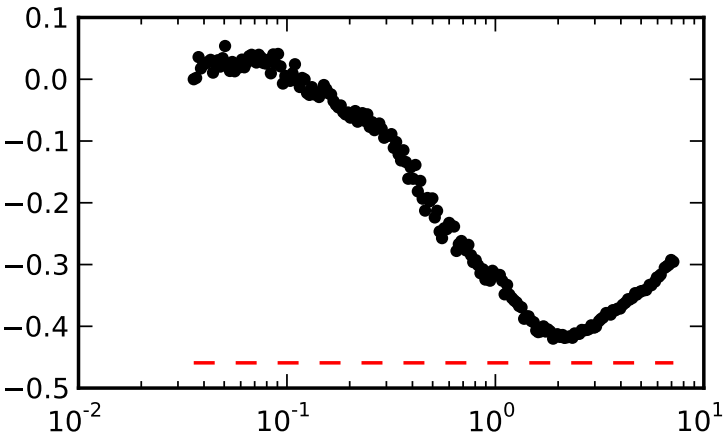


FIGURE D.1 – *Décalage de la fréquence du polariton haut (points noirs) en fonction de la puissance de pompe P_{NR}. La fréquence de la cavité (ligne rouge en pointillés) est supérieur à celle de l'unique puits quantique de l'échantillon. Le couplage vaut $g = 1{,}7$ meV et le désaccord vaut $\delta = 5{,}8$ meV.*

Pour le UP, à désaccord positif nous observons un décalage vers le rouge attribué à l'effet de saturation, puis un décalage vers le bleu pour des puissances d'excitation supérieure au seuil.

D.3 Vers le blocage quantique de polariton dans une cavité fibrée

A. Verger *et al.* [61] ont prédit que polaritons fortement confinés peuvent entrer dans un régime de blocage quantique où les interactions entre les polaritons interdisent la présence simultanée de deux excitations dans le système. La condition pour entrer dans ce régime est que le confinement soit tel que la non-linéarité du Hamiltonien D.3 soit supérieure à la largeur spectrale du polariton.

Nous avons réalisé des mesures de corrélations sur un échantillon contenant un puits quantique, pompé de façon non résonante avec un laser Titane-Saphir pulsé. La photoluminescence est collectée par la fibre et filtrée à travers un spectromètre avant d'être envoyé sur un corrélateur. Ce dernier est composé par une séparatrice et deux photodiodes à avalanche connectés à un compteur de photons.

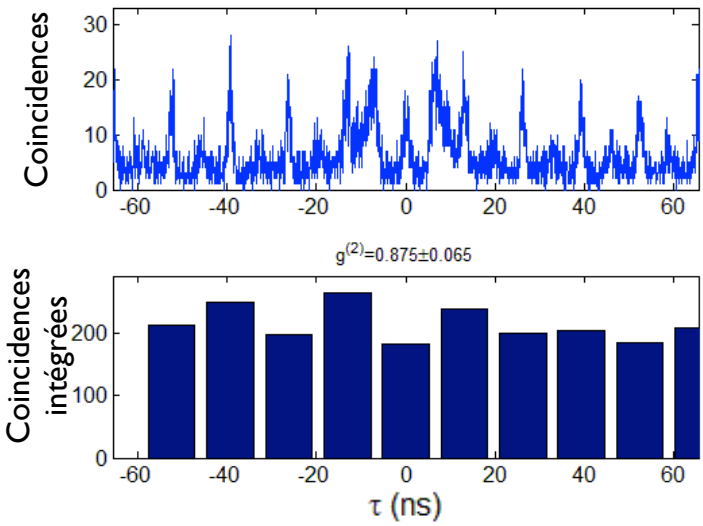


FIGURE D.2 – *Mesures des corrélations de second ordre* $g^2(\tau)$.

La figure D.2 présente les corrélations mesurée en fonction de l'écart des temps d'arrivée des photons τ. Les deux pics au centre représentent des évènements provoqué par la détection par une des photodiodes à avalanche de photons émis au niveau de l'autre détecteur (« cross talk »). La figure D.3 présente les $g^2(\tau = 0)$ pour différentes puissance d'excitation autour du seuil.

Le rôle du désordre pour l'observation du blocage de polaritons est double. D'un côté il conduit à un élargissement inhomogène rendant son observation délicate. Cependant il semble aussi augmenter les interactions entre les polaritons [189, 177].

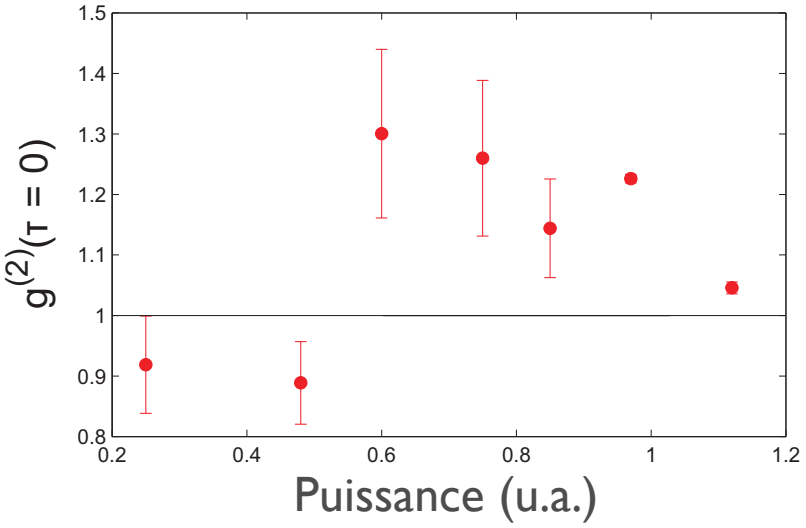


FIGURE D.3 – *Mesures des corrélations en fonction de la puissance de pompe.*

Le décalage de la fréquence du polariton haut avec la densité d'excitations nous laisse penser que les interactions entre polaritons jouent un rôle prépondérant dans le système. De même les premières mesures de corrélations entre les photons fuyant la cavité, nous incite à essayer de caractériser cet effet à l'aide d'une micro-cavité fibrée et ainsi préciser l'origine des corrélations mesurées.

Bibliographie

[1] E M Purcell. Spontaneous emission probabilities at radio frequencies. *Physical Review*, 69 :681, 1946.

[2] Serge Haroche and Jean Michel Raimond. *Exploring the Quantum : Atoms, Cavities, and Photons*. Oxford Univ. Press, Oxford, 2006.

[3] R H Dicke. Coherence in spontaneous radiation processes. *Physical Review*, 93(1) :99, 1954.

[4] E T Jaynes and F W Cummings. Comparison of quantum and semiclassical radiation theories with application to the beam maser. *Proceedings of the IEEE*, 51(1) :89–109, 1963.

[5] D Meschede, Herbert Walther, and G Müller. One-atom maser. *Physical Review Letters*, 54(6) :551–554, 1985.

[6] R J Thompson, G Rempe, and H J Kimble. Observation of normal-mode splitting for an atom in an optical cavity. *Physical Review Letters*, 68(8) :1132–1135, 1992.

[7] Peter W Shor. Algorithms for quantum computation : discrete logarithms and factoring. *Foundations of Computer Science, 1994 Proceedings., 35th Annual Symposium on*, pages 124–134, 1994.

[8] Michael A. Nielsen and Isaac L. Chuang. *Quantum Computation and Quantum Information (Cambridge Series on Information and the Natural Sciences)*. Cambridge University Press, 1 edition, January 2004.

[9] G S JP Reithmaier, A Loffler, C Hofmann, S Kuhn, S Reitzenstein, L V Keldysh, V D Kulakovskii, and A F TL Reinecke. Strong coupling in a single quantum dot–semiconductor microcavity system. *Nature-London-*, 432(7014) :197–200, 2004.

[10] T Yoshie, A Scherer, J Hendrickson, G Khitrova, H M Gibbs, G Rupper, C Ell, O B Shchekin, and D G Deppe. Vacuum Rabi splitting with a single quantum dot in a photonic crystal nanocavity. *Nature-London-*, 432(7014) :200–203, 2004.

[11] K Hennessy, A Badolato, M Winger, D Gerace, M Atatüre, S Gulde, S Fält, E L Hu, and A Imamoğlu. Quantum nature of a strongly coupled single quantum dot–cavity system. *Nature*, 445(7130) :896–899, January 2007.

[12] E Peter, P Senellart, D Martrou, A Lemaître, J Hours, J Gérard, and Jacqueline Bloch. Exciton-Photon Strong-Coupling Regime for a Single Quantum Dot Embedded in a Microcavity. *Physical Review Letters*, 95(6) :067401, August 2005.

[13] A Wallraff, D I Schuster, A Blais, L Frunzio, R S Huang, J Majer, S Kumar, S M Girvin, and R J Schoelkopf. Strong coupling of a single photon to a superconducting qubit using circuit quantum electrodynamics. *Nature*, 431(7005) :162–167, September 2004.

[14] J McKeever, A Boca, A D Boozer, J R Buck, and H J Kimble. Experimental realization of a one-atom laser in the regime of strong coupling. *Nature*, 425(6955) :268–271, September 2003.

[15] K M Birnbaum, A Boca, R Miller, A D Boozer, T E Northup, and H J Kimble. Photon blockade in an optical cavity with one trapped atom. *Nature*, 436(7047) :87–90, July 2005.

[16] H Tanji-Suzuki, W Chen, R Landig, J Simon, and V Vuletic. Vacuum-Induced Transparency. *Science*, 333(6047) :1266–1269, September 2011.

[17] J M Raimond, M Brune, and S Haroche. Manipulating quantum entanglement with atoms and photons in a cavity. *Reviews of Modern Physics*, 73(3) :565, 2001.

[18] C Weisbuch, M Nishioka, A Ishikawa, and Y Arakawa. Observation of the coupled exciton-photon mode splitting in a semiconductor quantum microcavity. *Physical Review Letters*, 69(23) :3314–3317, 1992.

[19] M H Anderson, J R Ensher, M R Matthews, C E Wieman, and E A Cornell. Observation of Bose-Einstein Condensation in a Dilute Atomic Vapor. *Science*, 269(5221) :198–201, July 1995.

[20] K Davis, M Mewes, M Andrews, N van Druten, D Durfee, D Kurn, and W Ketterle. Bose-Einstein Condensation in a Gas of Sodium Atoms. *Physical Review Letters*, 75(22) :3969–3973, November 1995.

[21] R Houdré. Early stages of continuous wave experiments on cavity-polaritons. *physica status solidi (b)*, 242(11) :2167–2196, September 2005.

[22] J Kasprzak, M Richard, S Kundermann, A Baas, P Jeambrun, J M J Keeling, F M Marchetti, M H Szymańska, R André, J L Staehli, V Savona, P B Littlewood, B Deveaud, and Le Si Dang. Bose–Einstein condensation of exciton polaritons. *Nature*, 443(7110) :409–414, September 2006.

[23] R Balili, V Hartwell, D Snoke, L Pfeiffer, and K West. Bose-Einstein Condensation of Microcavity Polaritons in a Trap. *Science*, 316(5827) :1007–1010, May 2007.

[24] C W Lai, N Y Kim, S Utsunomiya, G Roumpos, H Deng, M D Fraser, T Byrnes, P Recher, N Kumada, T Fujisawa, and Y Yamamoto. Coherent zero-state and π-state in an exciton–polariton condensate array. *Nature*, 450(7169) :529–532, November 2007.

[25] B Deveaud-Plédran. On the condensation of polaritons. *JOSA B*, 29(2) :A138–A145, 2012.

[26] Hui Deng and Yoshihisa Yamamoto. Exciton-polariton Bose-Einstein condensation. *Reviews of Modern Physics*, 82(2) :1489–1537, May 2010.

[27] Alberto Amo, Jérôme Lefrère, Simon Pigeon, Claire Adrados, Cristiano Ciuti, Iacopo Carusotto, Romuald Houdré, Elisabeth Giacobino, and Alberto Bramati. Superfluidity of polaritons in semiconductor microcavities. *Nature Physics*, 5(11) :805–810, 2009.

[28] S Utsunomiya, L Tian, G Roumpos, C W Lai, N Kumada, T Fujisawa, M Kuwata-Gonokami, A Loffler, S Höfling, A Forchel, and Y Yamamoto. Observation of Bogoliubov excitations in exciton-polariton condensates. *Nature Physics*, 4(9) :700–705, August 2008.

[29] V Kohnle, Y Leger, M Wouters, M Richard, M T Portella-Oberli, and B Deveaud-Plédran. From Single Particle to Superfluid Excitations in a Dissipative Polariton Gas. *Physical Review Letters*, 106(25) :255302, June 2011.

[30] K G Lagoudakis, B Pietka, M Wouters, R André, and B Deveaud-Plédran. Coherent Oscillations in an Exciton-Polariton Josephson Junction. *Physical Review Letters*, 105(12) :120403, September 2010.

[31] K G Lagoudakis, M Wouters, M Richard, A Baas, I Carusotto, R André, Le Si Dang, and B Deveaud-Plédran. Quantized vortices in an exciton–polariton condensate. *Nature Physics*, 4(9) :706–710, August 2008.

[32] D Sanvitto, F M Marchetti, M H Szymańska, G Tosi, M Baudisch, F P Laussy, D N Krizhanovskii, M S Skolnick, L Marrucci, A Lemaître, Jacqueline Bloch, C Tejedor, and L Viña. Persistent currents and quantized vortices in a polariton superfluid. *Nature Physics*, 6(7) :527–533, May 2010.

[33] A Amo, S Pigeon, D Sanvitto, V G Sala, R Hivet, I Carusotto, F Pisanello, G Lemenager, R Houdré, E Giacobino, C Ciuti, and A Bramati. Polariton Superfluids Reveal Quantum Hydrodynamic Solitons. *Science*, 332(6034) :1167–1170, June 2011.

[34] A Imamog lu, R Ram, S Pau, and Y Yamamoto. Nonequilibrium condensates and lasers without inversion : Exciton-polariton lasers. *Physical Review A*, 53(6) :4250–4253, June 1996.

[35] S Christopoulos, G von Högersthal, A Grundy, P Lagoudakis, A Kavokin, J Baumberg, G Christmann, R Butté, E Feltin, J F Carlin, and N Grandjean. Room-Temperature Polariton Lasing in Semiconductor Microcavities. *Physical Review Letters*, 98(12) :126405, March 2007.

[36] Daniele Bajoni, Pascale Senellart, Esther Wertz, Isabelle Sagnes, Audrey Miard, Aristide Lemaître, and Jacqueline Bloch. Polariton Laser Using Single Micropillar GaAs-GaAlAs Semiconductor Cavities. *Physical Review Letters*, 100(4) :047401, January 2008.

[37] E Wertz, L Ferrier, D D Solnyshkov, R Johne, D Sanvitto, A Lemaître, I Sagnes, R Grousson, A V Kavokin, P Senellart, G Malpuech, and Jacqueline Bloch. Spontaneous formation and optical manipulation of extended polariton condensates. *Nature Physics*, 6(11) :860–864, August 2010.

[38] A Amo, S Pigeon, C Adrados, R Houdré, E Giacobino, C Ciuti, and A Bramati. Light engineering of the polariton landscape in semiconductor microcavities. *Physical Review B*, 82(8) :081301, August 2010.

[39] G Tosi, G Christmann, N G Berloff, P Tsotsis, T Gao, Z Hatzopoulos, P G Savvidis, and J J Baumberg. Sculpting oscillators with light within a nonlinear quantum fluid. *Nature Physics*, 8(3) :190–194, January 2012.

[40] O El Daïf, A Baas, T Guillet, J P Brantut, R Idrissi Kaitouni, J L Staehli, F Morier-Genoud, and B Deveaud. Polariton quantum boxes in semiconductor microcavities. *Applied Physics Letters*, 88(6) :061105, 2006.

[41] L Ferrier, E Wertz, R Johne, D D Solnyshkov, P Senellart, I Sagnes, A Lemaître, G Malpuech, and Jacqueline Bloch. Interactions in confined polariton condensates. *Physical Review Letters*, 106(12) :126401, 2011.

[42] Stefano Azzini, Dario Gerace, Matteo Galli, Isabelle Sagnes, Rémy Braive, Aristide Lemaître, Jacqueline Bloch, and D Bajoni. Ultra-low threshold polariton lasing in photonic crystal cavities. *Applied Physics Letters*, 99(11) :111106–111106–3, 2011.

[43] Yves Colombe, Tilo Steinmetz, Guilhem Dubois, Felix Linke, David Hunger, and Jakob Reichel. Strong atom–field coupling for Bose–Einstein condensates in an optical cavity on a chip. *Nature*, 450(7167) :272–276, November 2007.

[44] D Hunger, T Steinmetz, Y Colombe, C Deutsch, T W Hänsch, and J Reichel. A fiber Fabry–Perot cavity with high finesse. *New Journal of Physics*, 12(6) :065038, June 2010.

[45] Jürgen Volz, Roger Gehr, Guilhem Dubois, Jérôme Estève, and Jakob Reichel. Measurement of the internal state of a single atom without energy exchange. *Nature*, 475(7355) :210–213, July 2011.

[46] G Khitrova, H M Gibbs, M Kira, S W Koch, and A Scherer. Vacuum Rabi splitting in semiconductors. *Nature Physics*, 2(2) :81–90, 2006.

[47] Javier Miguel-Sánchez, Andreas Reinhard, Emre Togan, Thomas Volz, Ataç Imamoğlu, Benjamin Besga, Jakob Reichel, and Jérôme Estève. Cavity quantum electrodynamics with charge-controlled quantum dots coupled to a fiber Fabry–Perot cavity. *New Journal of Physics*, 15(4) :045002, April 2013.

[48] Guoqiang Cui, J M Hannigan, R Loeckenhoff, F M Matinaga, M G Raymer, S Bhongale, M Holland, S Mosor, S Chatterjee, H M Gibbs, and G Khitrova. A hemispherical, high-solid-angle optical micro-cavity for cavity-QED studies. *Optics express*, 14(6) :2289, 2006.

[49] Andreas Muller, Edward B Flagg, Michael Metcalfe, John Lawall, and Glenn S Solomon. Coupling an epitaxial quantum dot to a fiber-based external-mirror microcavity. *Applied Physics Letters*, 95(17) :173101, 2009.

[50] Russell J Barbour, Paul A Dalgarno, Arran Curran, Kris M Nowak, Howard J Baker, Denis R Hall, Nick G Stoltz, Pierre M Petroff, and Richard J Warburton. A tunable microcavity. *Journal of Applied Physics*, 110(5) :053107, 2011.

[51] K Hennessy, A Badolato, P M Petroff, and E Hu. Positioning photonic crystal cavities to single InAs quantum dots. *Photonics and Nanostructures - Fundamentals and Applications*, 2(2) :65–72, 2004.

[52] A Badolato. Deterministic Coupling of Single Quantum Dots to Single Nanocavity Modes. *Science*, 308(5725) :1158–1161, May 2005.

[53] A Dousse, L Lanco, J Suffczyński, E Semenova, A Miard, A Lemaître, I Sagnes, C Roblin, Jacqueline Bloch, and P Senellart. Controlled Light-Matter Coupling for a Single Quantum Dot Embedded in a Pillar Microcavity Using Far-Field Optical Lithography. *Physical Review Letters*, 101(26) :267404, December 2008.

[54] A Dousse, J Suffczyński, R Braive, A Miard, A Lemaître, I Sagnes, L Lanco, Jacqueline Bloch, P Voisin, and P Senellart. Scalable implementation of strongly coupled cavity-quantum dot devices. *Applied Physics Letters*, 94(12) :121102, 2009.

[55] Susanna M Thon, Matthew T Rakher, Hyochul Kim, Jan Gudat, William Irvine, Pierre M Petroff, and Dirk Bouwmeester. Strong coupling through optical positioning of a quantum dot in a photonic crystal cavity. *Applied Physics Letters*, 94(11) :111115–111115–3, 2009.

[56] A Mohan, M Felici, P Gallo, B Dwir, A Rudra, J Faist, and E Kapon. Polarization-entangled photons produced with high-symmetry site-controlled quantum dots. *Nature Photonics*, 4(5) :302–306, March 2010.

[57] Christian Schneider, Alexander Huggenberger, Manuel Gschrey, Peter Gold, Sven Rodt, Alfred Forchel, Stephan Reitzenstein, Sven Höfling, and Martin Kamp. In(Ga)As/GaAs site-controlled quantum dots with tailored morphology and high optical quality. *physica status solidi (a)*, 209(12) :2379–2386, September 2012.

[58] K D Jöns, P Atkinson, M Müller, M Heldmaier, S M Ulrich, O G Schmidt, and P Michler. Triggered Indistinguishable Single Photons with Narrow Line Widths from Site-Controlled Quantum Dots. *Nano Letters*, 13(1) :126–130, January 2013.

[59] Paul Roger Eastham and P B Littlewood. Bose condensation in a model microcavity. *Solid State Communications*, 116(7) :357–361, 2000.

[60] P Eastham and P Littlewood. Bose condensation of cavity polaritons beyond the linear regime : The thermal equilibrium of a model microcavity. *Physical Review B*, 64(23) :12, November 2001.

[61] A Verger, C Ciuti, and I Carusotto. Polariton quantum blockade in a photonic dot. *Physical Review B*, 73(19) :193306, May 2006.

[62] S Reitzenstein, C Hofmann, A Gorbunov, M Strauß, S H Kwon, C Schneider, A Loffler, S Höfling, M Kamp, and A Forchel. AlAs/GaAs micropillar cavities with quality factors exceeding 150.000. *Applied Physics Letters*, 90(25) :251109, 2007.

[63] S Reitzenstein, N Gregersen, C Kistner, M Strauß, C Schneider, L Pan, T R Nielsen, S Höfling, J Mørk, and A Forchel. Oscillatory variations in the Q factors of high quality micropillar cavities. *Applied Physics Letters*, 94(6) :061108–061108–3, 2009.

[64] Matthias Steiner, Hendrik M Meyer, Christian Deutsch, Jakob Reichel, and Michael Köhl. Single Ion Coupled to an Optical Fiber Cavity. *Physical Review Letters*, 110(4) :043003, January 2013.

[65] N E Flowers-Jacobs, S W Hoch, J C Sankey, A Kashkanova, A M Jayich, C Deutsch, J Reichel, and J G E Harris. Fiber-cavity-based optomechanical device. *Applied Physics Letters*, 101(22) :221109–221109–4, 2012.

[66] L C Andreani, G Panzarini, and J M Gérard. Strong-coupling regime for quantum boxes in pillar microcavities : Theory. *Physical Review B*, 60(19) :13276, 1999.

[67] A Asadpour and H Golnabi. Fiber output beam shape study using imaging technique. *Applied Sci*, 10 :312–318, 2010.

[68] C P Tsekrekos, R W Smink, B P De Hon, A G Tijhuis, and A M Koonen. Near-field intensity pattern at the output of silica-based graded-index multimode fibers under selective excitation with a single-mode fiber. *Optics express*, 15(7) :3656–3664, 2007.

[69] C K Asawa and H F Taylor. Propagation of light trapped within a set of lowest-order modes of graded-index multimode fiber undergoing bending. *Applied optics*, 39(13) :2029–2037, 2000.

[70] R E Wagner and W J Tomlinson. Coupling efficiency of optics in single-mode fiber components. *Applied optics*, 21(15) :2671–2688, 1982.

[71] W B Joyce and B C DeLoach. Alignment of Gaussian beams. *Applied optics*, 23(23) :4187–4196, 1984.

[72] A G Fox and T Li. Resonant modes in a maser interferometer. *Bell Syst. Tech. J*, 40(2) :453–488, 1961.

[73] E Black. Notes on Pound-Drever-Hall Technique. *LIGO Technical notes*, 1998.

[74] Christina Hood, H Kimble, and Jun Ye. Characterization of high-finesse mirrors : Loss, phase shifts, and mode structure in an optical cavity. *Physical Review A*, 64(3) :033804, August 2001.

[75] F Beauville, D Buskulic, R Flaminio, F Marion, A Masserot, L Massonnet, B Mours, F Moreau, J Ramonet, and E Tournefier. The VIRGO large mirrors : a challenge for low loss coatings. *Classical and Quantum Gravity*, 21(5) :S935, 2004.

[76] G Rempe, R J Thompson, H J Kimble, and R Lalezari. Measurement of ultralow losses in an optical interferometer. *Optics Letters*, 17(5) :363–365, 1992.

[77] J M Bennett. Recent developments in surface roughness characterization. *Measurement Science and Technology*, 3(12) :1119, 1999.

[78] Kerry J Vahala. Optical microcavities. *Nature-London-*, 424(6950) :839–846, August 2003.

[79] Tarun Kumar, Aranya B Bhattacherjee, and ManMohan. Strongly correlated quantum dynamics of multimode light coupled to a two-level atom in a cavity. *arXiv.org*, April 2009.

[80] Philipp Strack and Subir Sachdev. Dicke Quantum Spin Glass of Atoms and Photons. *Physical Review Letters*, 107(27) :277202, December 2011.

[81] C Cohen-Tannoudji and S Reynaud. Dressed-atom description of resonance fluorescence and absorption spectra of a multi-level atom in an intense laser beam. *Journal of Physics B : Atomic and Molecular Physics*, 10(3) :345, 1976.

[82] M Brune, F Schmidt-Kaler, A Maali, J Dreyer, E Hagley, J M Raimond, and S Haroche. Quantum Rabi oscillation : A direct test of field quantization in a cavity. *Physical Review Letters*, 76(11) :1800–1803, 1996.

[83] A Kubanek, A Ourjoumtsev, I Schuster, M Koch, P Pinkse, K Murr, and G Rempe. Two-Photon Gateway in One-Atom Cavity Quantum Electrodynamics. *Physical Review Letters*, 101(20) :203602, November 2008.

[84] J M Fink, M Göppl, M Baur, R Bianchetti, P J Leek, A Blais, and A Wallraff. Climbing the Jaynes–Cummings ladder and observing its nonlinearity in a cavity QED system. *Nature*, 454(7202) :315–318, July 2008.

[85] Andreas Reinhard, Thomas Volz, Martin Winger, Antonio Badolato, Kevin J Hennessy, Evelyn L Hu, and Ataç Imamoğlu. Strongly correlated photons on a chip. *Nature Photonics*, pages 1–4, December 2011.

[86] Thomas Volz, Andreas Reinhard, Martin Winger, Antonio Badolato, Kevin J Hennessy, Evelyn L Hu, and Ataç Imamoğlu. Ultrafast all-optical switching by single photons. *Nature Photonics*, pages 1–5, August 2012.

[87] M Tavis and F W Cummings. Exact solution for an N-molecule-radiation-field Hamiltonian. *Physical Review*, 170 :379–384, 1968.

[88] K Hepp and E H Lieb. On the superradiant phase transition for molecules in a quantized radiation field : The Dicke Maser model. *Annals of Physics*, 76(2) :360–404, 1973.

[89] Kristian Baumann, Christine Guerlin, Ferdinand Brennecke, and Tilman Esslinger. Dicke quantum phase transition with a superfluid gas in an optical cavity. *Nature*, 464(7293) :1301–1306, April 2010.

[90] T Tessier, I Deutsch, A Delgado, and I Fuentes-Guridi. Entanglement sharing in the two-atom Tavis-Cummings model. *Physical Review A*, 68(6) :062316, December 2003.

[91] A Retzker, E Solano, and B Reznik. Tavis-Cummings model and collective multiqubit entanglement in trapped ions. *Physical Review A*, 75(2) :022312, February 2007.

[92] J Fink, R Bianchetti, M Baur, M Göppl, L Steffen, S Filipp, P Leek, A Blais, and A Wallraff. Dressed Collective Qubit States and the Tavis-Cummings Model in Circuit QED. *Physical Review Letters*, 103(8) :083601, August 2009.

[93] T Holstein and H Primakoff. Field dependence of the intrinsic domain magnetization of a ferromagnet. *Physical Review*, 58(12) :1098, 1940.

[94] J J Hopfield. Theory of the contribution of excitons to the complex dielectric constant of crystals. *Physical Review*, 112(5) :1555, 1958.

[95] V Savona, L C Andreani, P Schwendimann, and A Quattropani. Quantum well excitons in semiconductor microcavities : unified treatment of weak and strong coupling regimes. *Solid State Communications*, 93(9) :733–739, 1995.

[96] Andreas Reinhard. Solid State cavity QED with single emitters. *Phd thesis*, pages 1–184, January 2013.

[97] C W Gardiner and M J Collett. Input and output in damped quantum systems : Quantum stochastic differential equations and the master equation. *Physical Review A*, 31(6) :3761, 1985.

[98] Y Castin and ENS LKB. Mécanique quantique : seconde quantification et résolvante. *Master 2eme année : Concepts fondamentaux de la physique Parcours : Physique quantique*, 2011.

[99] Z Kurucz, J Wesenberg, and K Mølmer. Spectroscopic properties of inhomogeneously broadened spin ensembles in a cavity. *Physical Review A*, 83(5) :053852, May 2011.

[100] I Diniz, S Portolan, R Ferreira, J Gérard, P Bertet, and A Auffèves. Strongly coupling a cavity to inhomogeneous ensembles of emitters : Potential for long-lived solid-state quantum memories. *Physical Review A*, 84(6) :063810, December 2011.

[101] Jaques Dupont-Roc et Gilbert Grynberg Claude Cohen-tannoudji. *Processus d ?interaction entre photons et atomes*. Savoir actuels CNRS édition / EDP Sciences, 2001.

[102] Alexia Auffèves, Benjamin Besga, Jean-Michel Gérard, and Jean-Philippe Poizat. Spontaneous emission spectrum of a two-level atom in a very-high-Q cavity. *Physical Review A*, quant-ph(6) :063833, October 2007.

[103] D M Whittaker. What Determines Inhomogeneous Linewidths in Semiconductor Microcavities ? *Physical Review Letters*, 80(21) :4791–4794, 1998.

[104] Alexia Auffèves, Jean-Michel Gérard, and Jean-Philippe Poizat. Pure emitter dephasing : A resource for advanced solid-state single-photon sources. *Physical Review A*, 79(5) :053838, May 2009.

[105] Martin Winger, Thomas Volz, Guillaume Tarel, Stefano Portolan, Antonio Badolato, Kevin Hennessy, Evelyn Hu, Alexios Beveratos, Jonathan Finley, Vincenzo Savona, and Ataç Imamoğlu. Explanation of Photon Correlations in the Far-Off-Resonance Optical Emission from a Quantum-Dot–Cavity System. *Physical Review Letters*, 103(20) :207403, November 2009.

[106] R Stanley, R Houdré, C Weisbuch, U Oesterle, and M Ilegems. Cavity-polariton photoluminescence in semiconductor microcavities : Experimental evidence. *Physical Review B*, 53(16) :10995–11007, April 1996.

[107] V Savona, L C Andreani, P Schwendimann, and A Quattropani. Quantum well excitons in semiconductor microcavities : unified treatment of weak and strong coupling regimes. *Solid State Communications*, 93(9) :733–739, 1995.

[108] J-M.Raimond Serge Haroche, J. Dalibard and J.Zinn-Justin. *Fundamental systems in quantum optics Ca- vity quantum electrodynamics*. Les Houches, Session LIII, 1990.

[109] Lieven M K Vandersypen, Matthias Steffen, Gregory Breyta, Costantino S Yannoni, Mark H Sherwood, and Isaac L Chuang. Experimental realization of Shor's quantum factoring algorithm using nuclear magnetic resonance. *Nature-London-*, 414(quant-ph/0112176) :883–887, December 2001.

[110] Rainer Blatt and David Wineland. Entangled states of trapped atomic ions. *Nature*, 453(7198) :1008–1015, June 2008.

[111] D J Reilly, J M Taylor, J R Petta, C M Marcus, M P Hanson, and A C Gossard. Suppressing Spin Qubit Dephasing by Nuclear State Preparation. *Science*, 321(5890) :817–821, August 2008.

[112] M Mariantoni, H Wang, T Yamamoto, M Neeley, R C Bialczak, Y Chen, M Lenander, E Lucero, A D O'Connell, D Sank, M Weides, J Wenner, Y Yin, J Zhao, A N Korotkov, A N Cleland, and J M Martinis. Implementing the Quantum von Neumann Architecture with Superconducting Circuits. *Science*, 334(6052) :61–65, October 2011.

[113] Gerald Bastard. *Wave mechanics applied to semiconductor heterostructures*. Wiley-Interscience, 1988.

[114] C. Kittel. *Introduction to Solid State Physics*. John Wiley & Sons, Inc., New Jersey, USA, 2005.

[115] S Koch. Microscopic theory of the optical semiconductor response near the fundamental absorption edge. *Confined Photon Systems*, pages 80–149, 1999.

[116] Claire-Marie Simon. Contrôle optique de l'exciton dans des boîtes quantiques individuelles. *Phd thesis*, pages 1–258, July 2010.

[117] J M Moison, F Houzay, F Barthe, L Leprince, E André, and O Vatel. Self-organized growth of regular nanometer-scale InAs dots on GaAs. *Applied Physics Letters*, 64(2) :196, 1994.

[118] R Grimm, M Weidemüller, and Yu N Ovchinnikov. Optical dipole traps for neutral atoms. *Adv. At. Mol. Opt. Phys.*, 42(physics/9902072) :170, 2000.

[119] Y Z Hu, M Lindberg, and S W Koch. Theory of optically excited intrinsic semiconductor quantum dots. *Physical Review B*, 42(3) :1713, 1990.

[120] M Bayer, G Ortner, O Stern, A Kuther, A Gorbunov, A Forchel, P Hawrylak, S Fafard, K Hinzer, T Reinecke, S Walck, J Reithmaier, F Klopf, and F Schäfer. Fine structure of neutral and charged excitons in self-assembled In(Ga)As/(Al)GaAs quantum dots. *Physical Review B*, 65(19) :195315, May 2002.

[121] T Takagahara. Theory of exciton doublet structures and polarization relaxation in single quantum dots. *Physical Review B*, 62(24) :16840, 2000.

[122] D Gammon, E S Snow, Shanabrook, BV, D S Katzer, and D Park. Fine structure splitting in the optical spectra of single GaAs quantum dots. *Physical Review Letters*, 76(16) :3005–3008, 1996.

[123] Thomas Belhadj, Claire-Marie Simon, Thierry Amand, Pierre Renucci, Beatrice Chatel, Olivier Krebs, Aristide Lemaître, Paul Voisin, Xavier Marie, and Bernhard Urbaszek. Controlling the Polarization Eigenstate of a Quantum Dot Exciton with Light. *Physical Review Letters*, 103(8) :086601, August 2009.

[124] Jeppe Johansen, Søren Stobbe, Ivan Nikolaev, Toke Lund-Hansen, Philip Kristensen, Jørn Hvam, Willem Vos, and Peter Lodahl. Size dependence of the wavefunction of self-assembled InAs quantum dots from time-resolved optical measurements. *Physical Review B*, 77(7) :073303, February 2008.

[125] V Savona, Z Hradil, A Quattropani, and P Schwendimann. Quantum theory of quantum-well polaritons in semiconductor microcavities. *Physical Review B*, 49(13) :8774, 1994.

[126] Vincenzo Savona, Carlo Piermarocchi, Antonio Quattropani, Paolo Schwendimann, and Francesco Tassone. Optical properties of microcavity polaritons. *Phase Transitions*, 68(1) :169–279, February 1999.

[127] S Schmitt-Rink, D S Chemla, and DAB Miller. Theory of transient excitonic optical nonlinearities in semiconductor quantum-well structures. *Physical Review B*, 32(10) :6601, 1985.

[128] Monique Combescot and Christian Tanguy. New criteria for bosonic behavior of excitons. *EPL (Europhysics Letters)*, 55(3) :390, 2001.

[129] R Houdré, J L Gibernon, P Pellandini, R P Stanley, U Oesterle, C Weisbuch, J O'Gorman, B Roycroft, and M Ilegems. Saturation of the strong-coupling regime in a semiconductor microcavity : Free-carrier bleaching of cavity polaritons. *Physical Review B*, 52(11) :7810, 1995.

[130] L. C. Andreani. *Optical transitions, excitons and polaritons in bulk and low-dimensional semiconductor structures.* In E. Burstein and C. Weisbuch (editors) : Confined Excitons and Photons,New York, Plenum Press, 1995.

[131] R Houdré, R P Stanley, U Oesterle, M Ilegems, and C Weisbuch. Room-temperature cavity polaritons in a semiconductor microcavity. *Physical Review B*, 49(23) :16761, 1994.

[132] G Panzarini, L C Andreani, A Armitage, D Baxter, M S Skolnick, V N Astratov, J S Roberts, A V Kavokin, M R Vladimirova, and M A Kaliteevski. Exciton-light coupling in single and coupled semiconductor microcavities : Polariton dispersion and polarization splitting. *Physical Review B*, 59(7) :5082, 1999.

[133] Izrail' Solomonovich Gradshteĭn, Iosif Moiseevich Ryzhik, Alan Jeffrey, and Daniel Zwillinger. *Table of Integrals, Series, And Products.* Academic Press, 2007.

[134] S A Furman and A V Tikhonravov. *Basics of the optics of multilayer systems.* Basics of. Ed. Frontières, Gif-sur-Yvette, 1992.

[135] R Padman and J A Murphy. A scattering matrix formulation for Gaussian beam-mode analysis. *Antennas and Propagation, 1991. ICAP 91., Seventh International Conference on (IEE)*, pages 201–204, 1991.

[136] T J Finn, N A Trappe, and J A Murphy. Gaussian-beam mode analysis of reflection and transmission in multilayer dielectrics. *JOSA A*, 25(1) :80–89, 2008.

[137] K Hennessy, A Badolato, P M Petroff, and E Hu. Positioning photonic crystal cavities to single InAs quantum dots. *Photonics and Nanostructures - Fundamentals and Applications*, 2(2) :65–72, October 2004.

[138] Susanna M Thon, Matthew T Rakher, Hyochul Kim, Jan Gudat, William T M Irvine, Pierre M Petroff, and Dirk Bouwmeester. Strong coupling through optical positioning of a quantum dot in a photonic crystal cavity. *Applied Physics Letters*, 94(11) :111115, 2009.

[139] J M Gérard, D Barrier, J Y Marzin, R Kuszelewicz, L Manin, E Costard, V Thierry-Mieg, and T Rivera. Quantum boxes as active probes for photonic microstructures : The pillar microcavity case. *Applied Physics Letters*, 69(4) :449–451, 1996.

[140] B Ohnesorge, M Bayer, A Forchel, J P Reithmaier, N A Gippius, and S G Tikhodeev. Enhancement of spontaneous emission rates by three-dimensional photon confinement in Bragg microcavities. *Physical Review B*, 56(8) :4367–4370, 1997.

[141] Jacqueline Bloch, R Planel, V Thierry-Mieg, J M Gérard, D Barrier, J Y Marzin, and E Costard. Strong-coupling regime in pillar semiconductor microcavities. *Superlattices and microstructures*, 22(3) :371–374, 1997.

[142] F Tassone and P Schwendimann. Bottleneck effects in the relaxation and photoluminescence of microcavity polaritons. *Physical Review B*, 56(12) :7554–7563, September 1997.

[143] A Patane, A Polimeni, M Capizzi, and F Martelli. Linewidth analysis of the photoluminescence of In_x Ga_{1-x} As/GaAs quantum wells (x= 0.09, 0.18, 1.0). *Physical Review B*, 52(4) :2784, 1995.

[144] B Zhang, S S Kano, Y Shiraki, and R Ito. Oscillator Strength of Excitons in InGaAs/GaAs Quantum Wells. *Journal of the Physics Society Japan*, 62(9) :3031–3034, 1993.

[145] T Paraiso, D Sarchi, G Nardin, R Cerna, Y Leger, B Pietka, M Richard, O El Daïf, F Morier-Genoud, V Savona, and B Deveaud-Plédran. Enhancement of microcavity

polariton relaxation under confinement. *Physical Review B*, 79(4) :045319, January 2009.

[146] J Wainstain, C Delalande, M Voos, Jacqueline Bloch, V Thierry-Mieg, R Planel, R Houdré, R P Stanley, and U Oesterle. Photoluminescence efficiency of semiconductor-microcavity-polaritons far from resonance. *Solid State Communications*, 106(11) :711–714, June 1998.

[147] Q A Turchette, M S Chapman, C J Hood, T Lynn, H Mabuchi, and H J Kimble. Atomic Localization in Optical Cavity QED. *Laser Physics*, 8(3) :713–717, 1998.

[148] T D Ladd, F Jelezko, R Laflamme, Y Nakamura, C Monroe, and J L O rsquo Brien. Quantum computers. *Nature*, 464(7285) :45–53, March 2010.

[149] V Savona. Linear optical properties of semiconductor microcavities with embedded quantum wells. *Confined Photon Systems*, pages 173–242, 1999.

[150] G Cassabois, ALC Triques, F Bogani, C Delalande, P Roussignol, and C Piermarocchi. Polariton–acoustic-phonon interaction in a semiconductor microcavity. *Physical Review B*, 61(3) :1696, 2000.

[151] M Combescot, O Betbedermatibet, and F Dubin. The many-body physics of composite bosons. *Physics Reports*, 463(5-6) :215–320, July 2008.

[152] V Sa-yakanit, Ph Roussignol, and G Slavcheva. Effect of random well-width fluctuations on the exciton optical absorption spectrum in single quantum wells. *Physical Review B*, 62(8) :5079–5091, August 2000.

[153] Jasprit Singh and K K Bajaj. Role of interface roughness and alloy disorder in photoluminescence in quantum-well structures. *Journal of Applied Physics*, 57(12) :5433–5437, 1985.

[154] R Houdré, R P Stanley, and M Ilegems. Vacuum-field Rabi splitting in the presence of inhomogeneous broadening : Resolution of a homogeneous linewidth in an inhomogeneously broadened system. *Physical Review A*, 53(4) :2711, 1996.

[155] Roland Zimmermann and Christoph Schindler. Coherent potential approximation for spatially correlated disorder. *Physical Review B*, 80(14) :144202, October 2009.

[156] D Bajoni, E Wertz, P Senellart, A Miard, E Semenova, A Lemaître, I Sagnes, S Bouchoule, and Jacqueline Bloch. Excitonic Polaritons in Semiconductor Micropillars. *Acta Physica Polonica A*, 114(5) :933–943, 2008.

[157] A Kiraz, M Atatüre, and A Imamoğlu. Quantum-dot single-photon sources : Prospects for applications in linear optics quantum-information processing. *Physical Review A*, 69(3) :032305, March 2004.

[158] Jean-Michel Gérard. In situ probing at the growth temperature of the surface composition of (InGa)As and (InAl)As. *Applied Physics Letters*, 61(17) :2096, 1992.

[159] D Leonard, M Krishnamurthy, C M Reaves, S P Denbaars, and P M Petroff. Direct formation of quantum-sized dots from uniform coherent islands of InGaAs on GaAs surfaces. *Applied Physics Letters*, 63(23) :3203–3205, 1993.

[160] J M García, G Medeiros-Ribeiro, K Schmidt, T Ngo, J L Feng, A Lorke, J Kotthaus, and P M Petroff. Intermixing and shape changes during the formation of InAs self-assembled quantum dots. *Applied Physics Letters*, 71(14) :2014–2016, 1997.

[161] S Mosor, J Hendrickson, B C Richards, J Sweet, G Khitrova, H M Gibbs, T Yoshie, A Scherer, O B Shchekin, and D G Deppe. Scanning a photonic crystal slab nanocavity by condensation of xenon. *Applied Physics Letters*, 87(14) :141105–141105–3, 2005.

[162] Mete Atatüre, Jan Dreiser, Antonio Badolato, Alexander Högele, Khaled Karrai, and Ataç Imamoğlu. Quantum-dot spin-state preparation with near-unity fidelity. *Science*, 312(5773) :551–553, 2006.

[163] S A Empedocles. Quantum-Confined Stark Effect in Single CdSe Nanocrystallite Quantum Dots. *Science*, 278(5346) :2114–2117, December 1997.

[164] A Naesby, T Suhr, P Kristensen, and J Mørk. Influence of pure dephasing on emission spectra from single photon sources. *Physical Review A*, 78(4) :045802, October 2008.

[165] Makoto Yamaguchi, Takashi Asano, and Susumu Noda. Third emission mechanism in solid-state nanocavity quantum electrodynamics. *Reports on Progress in Physics*, 75(9) :096401, August 2012.

[166] M Kaniber, A Laucht, A Neumann, J Villas-Bôas, M Bichler, M C Amann, and J Finley. Investigation of the nonresonant dot-cavity coupling in two-dimensional photonic crystal nanocavities. *Physical Review B*, 77(16) :161303, April 2008.

[167] P Kaer, T R Nielsen, P Lodahl, A P Jauho, and J Mørk. Non-Markovian Model of Photon-Assisted Dephasing by Electron-Phonon Interactions in a Coupled Quantum-Dot–Cavity System. *Physical Review Letters*, 104(15) :157401, April 2010.

[168] S Reitzenstein, C Schneider, S Münch, C Kistner, M Strauß, A Huggenberger, P Franeck, P Weinmann, M Kamp, and S Höfling. Semiconductor Cavity Quantum Electrodynamics with Single Quantum Dots. *Acta Physica Polonica A*, 116(4) :445–450, 2009.

[169] David Press, Stephan Götzinger, Stephan Reitzenstein, Carolin Hofmann, Andreas Löffler, Martin Kamp, Alfred Forchel, and Yoshihisa Yamamoto. Photon Antibunching from a Single Quantum-Dot-Microcavity System in the Strong Coupling Regime. *Physical Review Letters*, 98(11) :117402, March 2007.

[170] Gabriel Christmann, Raphaël Butté, Eric Feltin, Jean-François Carlin, and Nicolas Grandjean. Room temperature polariton lasing in a GaN/AlGaN multiple quantum well microcavity. *Applied Physics Letters*, 93(5) :051102, 2008.

[171] P Senellart and Jacqueline Bloch. Nonlinear Emission of Microcavity Polaritons in the Low Density Regime. *Physical Review Letters*, 82(6) :1233–1236, February 1999.

[172] P Senellart, Jacqueline Bloch, B Sermage, and J Marzin. Microcavity polariton depopulation as evidence for stimulated scattering. *Physical Review B*, 62(24) :R16263–R16266, December 2000.

[173] A I Tartakovskii, V D Kulakovskii, D N Krizhanovskii, M S Skolnick, V N Astratov, A Armitage, and J S Roberts. Nonlinearities in emission from the lower polariton branch of semiconductor microcavities. *Physical Review B*, 60(16) :R11293–R11296, 1999.

[174] F Boeuf, R André, R Romestain, Le Si Dang, E Péronne, J Lampin, D Hulin, and A Alexandrou. Evidence of polariton stimulation in semiconductor microcavities. *Physical Review B*, 62(4) :R2279–R2282, July 2000.

[175] B Kramer and A MacKinnon. Localization : theory and experiment. *Reports on Progress in Physics*, 56(12) :1469–1564, January 1999.

[176] Vincenzo Savona. Effect of interface disorder on quantum well excitons and microcavity polaritons. *Journal of Physics : Condensed Matter*, 19(29) :295208, June 2007.

[177] F Marchetti, J Keeling, M Szymańska, and P Littlewood. Absorption, photoluminescence, and resonant Rayleigh scattering probes of condensed microcavity polaritons. *Physical Review B*, 76(11) :115326, September 2007.

[178] F Marchetti, J Keeling, M Szymańska, and P Littlewood. Thermodynamics and Excitations of Condensed Polaritons in Disordered Microcavities. *Physical Review Letters*, 96(6) :066405, February 2006.

[179] Y Wang and F Hioe. Phase Transition in the Dicke Model of Superradiance. *Physical Review A*, 7(3) :831–836, March 1973.

[180] M Szymańska, J Keeling, and P Littlewood. Nonequilibrium Quantum Condensation in an Incoherently Pumped Dissipative System. *Physical Review Letters*, 96(23) :230602, June 2006.

[181] M Szymańska, J Keeling, and P Littlewood. Mean-field theory and fluctuation spectrum of a pumped decaying Bose-Fermi system across the quantum condensation transition. *Physical Review B*, 75(19) :195331, May 2007.

[182] K Rzażewski, K Wódkiewicz, and W Żakowicz. Phase Transitions, Two-Level Atoms, and the A^2 Term. *Physical Review Letters*, 35(7) :432–434, August 1975.

[183] K Rzażewski, K Wódkiewicz, and W Żakowicz. Remark on the superradiant phase transition. *Physics Letters A*, 58(4) :211–212, September 1976.

[184] J Löwenau, S Schmitt-Rink, and H Haug. Many-Body Theory of Optical Bistability in Semiconductors. *Physical Review Letters*, 49(20) :1511–1514, November 1982.

[185] Maurice G A Bernard and Georges Duraffourg. Laser Conditions in Semiconductors. *physica status solidi (b)*, 1(7) :699–703, 1961.

[186] M Szymańska, P Littlewood, and B Simons. Polariton condensation and lasing in optical microcavities : The decoherence-driven crossover. *Physical Review A*, 68(1) :013818, July 2003.

[187] R Butté, G Delalleau, A Tartakovskii, M Skolnick, V Astratov, J Baumberg, G Malpuech, A Di Carlo, A Kavokin, and J Roberts. Transition from strong to weak coupling and the onset of lasing in semiconductor microcavities. *Physical Review B*, 65(20) :205310, April 2002.

[188] Jonathan Keeling. Coulomb interactions, gauge invariance, and phase transitions of the Dicke model. *Journal of Physics : Condensed Matter*, 19(29) :295213, June 2007.

[189] J Keeling, F M Marchetti, M H Szymańska, and P B Littlewood. Collective coherence in planar semiconductor microcavities. *Semiconductor Science and Technology*, 22(5) :R1–R26, April 2007.

[190] S T Yilmaz, P Fallahi, and A Imamoğlu. Quantum-Dot-Spin Single-Photon Interface. *Physical Review Letters*, 105(3) :033601, July 2010.

[191] W B Gao, Parisa Fallahi, Emre Togan, Javier Miguel-Sánchez, and Ataç Imamoğlu. Observation of entanglement between a quantum dot spin and a single photon. *Nature-London-*, 491(7424) :426–430, 2012.

[192] Kristiaan De Greve, Leo Yu, Peter L McMahon, Jason S Pelc, Chandra M Natarajan, Na Young Kim, Eisuke Abe, Sebastian Maier, Christian Schneider, Martin Kamp, Sven Höfling, Robert H Hadfield, Alfred Forchel, M M Fejer, and Yoshihisa Yamamoto. Quantum-dot spin-photon entanglement via frequency downconversion to telecom wavelength. *Nature*, 491(7424) :421–425, November 2012.

[193] Laurent Bigot and Philippe Roy. Fibres à cristal photonique : 10 ans d'existence et un vaste champ d'applications. *Images de la physique*, pages 71–80, 2007.

[194] S Spillane, T Kippenberg, O Painter, and K Vahala. Ideality in a Fiber-Taper-Coupled Microresonator System for Application to Cavity Quantum Electrodynamics. *Physical Review Letters*, 91(4) :043902, July 2003.

[195] Takao Aoki, Barak Dayan, E Wilcut, W P Bowen, A S Parkins, T J Kippenberg, K J Vahala, and H J Kimble. Observation of strong coupling between one atom and a monolithic microresonator. *Nature*, 443(7112) :671–674, October 2006.

[196] R Kitamura, L Pilon, and M Jonasz. Optical constants of silica glass from extreme ultraviolet to far infrared at near room temperature. *Applied optics*, 46(33) :8118–8133, 2007.

[197] Forget Sébastien. Optique des lasers & faisceaux gaussiens. *Laboratoire de Physique des Lasers Université Paris Nord/13*, pages 1–49, July 2010.

[198] A D McLachlan and F P Meyer. Temperature dependence of the extinction coefficient of fused silica for CO 2 laser wavelengths. *Applied optics*, 26(9) :1728–1731, 1987.

[199] L Gallais, P Cormont, and J L Rullier. Investigation of stress induced by CO2 laser processing of fused silica optics for laser damage growth mitigation. *Optics express*, 17(26) :23488–23501, 2009.

[200] Christian Deutsch. High finesse fibre Fabry-Perot resonators. *Diplomarbeit, Fakultät für Physik Ludwig-Maximilians Universität München*, pages 1–103, October 2008.

[201] Laurent Gallais. Habilitation à diriger des recherches. *Maître de Conférences à l'Ecole Centrale Marseille*, pages 1–208, November 2011.

[202] D Hunger, C Deutsch, R J Barbour, R J Warburton, and J Reichel. Laser microfabrication of concave, low-roughness features in silica. *AIP Advances*, 2(1) :012119, 2012.

[203] Robert H Doremus. Viscosity of silica. *Journal of Applied Physics*, 92(12) :7619, 2002.

[204] D W Vernooy, V S Ilchenko, H Mabuchi, E W Streed, and H J Kimble. High-Q measurements of fused-silica microspheres in the near infrared. *Optics Letters*, 23(4) :247–249, 1998.

[205] H J Cho, M J Shin, and J C Lee. Effects of substrate and deposition method onto the mirror scattering. *Applied optics*, 45(7) :1440–1446, 2006.

[206] C Ciuti, P Schwendimann, and A Quattropani. Theory of polariton parametric interactions in semiconductor microcavities. *Semiconductor Science and Technology*, 18(10) :S279, 2003.

[207] Iacopo Carusotto and Cristiano Ciuti. Probing Microcavity Polariton Superfluidity through Resonant Rayleigh Scattering. *Physical Review Letters*, 93(16) :166401, October 2004.

[208] Jonathan Keeling, P Eastham, M Szymańska, and P Littlewood. BCS-BEC crossover in a system of microcavity polaritons. *Physical Review B*, 72(11) :115320, September 2005.

Table des figures

I.1 Schéma d'une cavité fibrée plan concave 13
I.2 Schéma 2D d'une cavité fibrée plan concave 15
I.3 Photo d'une cavité FFP plan concave 16
I.4 Transmission d'une cavité plan concave 17
I.5 Photoluminescence d'une cavité plan concave contenant des boites quantiques. 18
I.6 Levées de dégénerescence dues à l'ellipticité du miroir fibré et la biréfringence des DBRs 19
I.7 Distribution spatiale des modes transverses d'une cavité FFP 21
I.8 Intensité de la photoluminescence d'une QD lors d'un déplacement transverse 22
I.9 Couplage entre le mode de la fibre et le mode de la cavité 25
I.10 Couplage au mode de la cavité excentrée et inclinée 26
I.11 Simulation de type Fox et Li avec effet de taille finie des miroirs 27
I.12 Tailles transverses du modes sur les miroirs et pertes géométriques 28
I.13 Schéma de la cavité plan-concave 29
I.14 Schéma de la cavité fibre-fibre 30
I.15 Mesure de largeur spectrale à l'EOM 31
I.16 Mesure de temps de vie de la cavité 33

II.1 Schéma des premiers niveaux pour les modèles de Jaynes-Cummings et de deux oscillateurs couplés 40
II.2 Schéma d'un émetteur couplé en partie à une cavité fuyante 41
II.3 Régime de couplage faible et de couplage fort 45
II.4 Simulation de la transmission de la cavité en régime de couplage faible et fort 46
II.5 Image d'une QD par microscopie électronique à transmission et schéma des niveaux énergétiques 49
II.6 Schéma d'un QW et schéma des niveaux énergétiques 50
II.7 Simulation du champ dans les couches des miroirs de la cavité 59
II.8 Indice effectif du mode de cavité 60
II.9 Longueur effective de la cavité 61
II.10 Dépendance du couplage avec la longueur géométrique de la cavité 63

III.1 Montage expérimental : cryogénie et scanner 68
III.2 Structure et caractérisation de l'échantillon 69
III.3 Principe de la photoluminescence 70
III.4 Montage optique de photoluminescence 71
III.5 Spectre de photoluminescence 71
III.6 Montage optique en excitation résonante 72
III.7 Transmission en exitation résonante 73
III.8 Montage en transmission 74
III.9 Polaritons observés en photoluminescence 76
III.10 PL avec un facteur de Boltzmann et intensité des polaritons 77
III.11 Transition du couplage faible au couplage fort 78
III.12 Variation du paramètre de couplage avec la longueur de la cavité 79
III.13 Temps de vie des polaritons en fonction de la longueur de la cavité 80
III.14 Dépendance du facteur de qualité de la cavité avec sa longueur 80
III.15 Coopérativité en fonction de la longueur 81
III.16 Comparaison des spectres obtenus en présence d'un désordre lorentzien ou gaussien 85
III.17 Accord théorie-expérience pour l'amplitude et la largeur des polaritons . . 86
III.18 Temps de vie du LP en fonction de son énergie 86
III.19 Schéma du potentiel ressenti par les porteurs de charges dans un puits quantique désordonné 87
III.20 Comparaison de la fréquence propre et de l'élargissement inhomogène avec et sans la dynamique des porteurs 88
III.21 Spectre résonant théorique en présence de désordre avec et sans la prise en compte de l'énergie de localisation dans le désordre 88
III.22 Influence du couplage sur la transmission et la largeur des polaritons . . . 89
III.23 Anti-croisement des polaritons pour 9 QWs 89
III.24 Anti-croisement des polaritons pour 3 QWs à 850 nm 90
III.25 Dispositifs pour les polaritons confinés 91

IV.1 Schéma du montage expérimental permettant le couplage d'une QD unique à un mode cavité 95
IV.2 Structure de l'échantillon contenant des QDs 97
IV.3 Caractéristique courant tension et les lignes d'émission des QDs en fonction de la tension de grille 97
IV.4 Photoluminescence des QDs couplées à une cavité FFP 99
IV.5 Alimentation de la cavité à grand désaccord 100
IV.6 Photoluminescence d'une QD couplée faiblement aux modes de polarisation de la cavité FFP 101
IV.7 Transmission de la cavité en fonction de la longueur d'onde du laser résonant à grand désaccord 102
IV.8 Accordabilité de la cavité et de la QD en excitation résonante 103
IV.9 Anti-croisement de l'énergie d'une QD unique et du mode de cavité 104

V.1 Schéma du montage de contrôle de la puissance d'excitation 109
V.2 Mécanismes de relaxation des excitons à basse puissance 110

V.3 Dépendance de l'intensité de PL avec la puissance de Pompe (9QWs) . . . 111
V.4 Dépendance de l'intensité de PL avec la puissance de Pompe (1QW) . . . 112
V.5 Dépendance de la puissance seuil avec le désaccord pour 1 et 9 QW 112
V.6 Grand potentiel dans le modèle de Dicke 117
V.7 Diagramme de phase température-densité 118
V.8 Énergies des excitations dans le modèle de Dicke en fonction de la densité d'excitations 120
V.9 Décalage de la fréquence du LP avec la puissance d'excitation 121
V.10 Dépendance de la température et du facteur de proportionnalité entre n et P_{NR} avec le désaccord 122
V.11 Dépendance de la densité d'excitations critique et de la puissance au seuil avec le désaccord 122

A.1 Focalisation d'un laser CO_2 sur une facette de fibre optique 128
A.2 Partie réelle et imaginaire de l'indice de la silice fondue 129
A.3 Simulation du profil de température et géométrie correspondante 130
A.4 Montage optique pour l'ablation au laser CO_2 131
A.5 Mesure du « waist » du laser CO_2 133
A.6 Images de fibres optiques après irradiation 134
A.7 Images d'une fibre optique avant et après irradiation 135
A.8 Phase et coefficient de réflexion théorique 136
A.9 Support de fibres optiques 137
A.10 Facettes de fibres optiques après le dépôt du miroir 138
A.11 Figure d'interférence obtenue avec un objectif interférométrique 140
A.12 Interférogramme et surface 141
A.13 Surface 2D et 3D 141
A.14 Profils extraits par interférométrie et ajustement gaussien 142
A.15 Surface 2D extraite par profilométrie et ajustement gaussien 2D 143
A.16 Géométrie et paramètres du laser CO_2 144

B.1 Empilement de spectres pour différentes longueurs de cavité 147
B.2 Phase de réflexion des miroirs extraite à partir des données expérimentales. 148
B.3 Longueur d'onde de résonance de la cavité en tenant compte de la dépendance en longueur d'onde de la phase de réflexion des miroirs 149
B.4 Longueur d'onde de résonance des polaritons en tenant compte de la dépendance en longueur d'onde de la phase de réflexion des miroirs 150

D.1 Décalage en fréquence du polariton haut 154
D.2 Mesures des corrélations de second ordre $g^2(\tau)$ 155
D.3 Mesures des corrélations en fonction de la puissance de pompe 156

Benjamin Besga

Micro-cavité Fabry Perot fibrée : une nouvelle approche pour l'étude des polaritons dans des hétérostructures semi-conductrices

Résumé :

L'interaction entre la lumière et la matière est au coeur de la physique quantique depuis ses origines. Nous nous intéressons ici à l'interaction entre les excitations élémentaires d'une hétérostructure semi-conductrice (excitons de boîtes et de puits quantiques) et le mode du champ d'une cavité Fabry Perot fibrée. Nous présentons une caractérisation des propriétés géométriques et spectrales des modes de la micro-cavité fibrée plan-concave. Cette dernière est entièrement ajustable et cette nouvelle approche nous permet d'étudier plusieurs régimes de l'électrodynamique quantique d'émetteurs solides en cavité. Pour une boîte quantique unique dans une micro-cavité fibrée nous obtenons un couplage à la limite du régime de couplage fort et une coopérativité supérieure à l'unité, traduisant le potentiel d'un tel système pour des applications dans le domaine de l'information quantique. Pour un puits quantique dans une micro-cavité fibrée, le couplage obtenu est comparable a celui observé dans des structures intégrées et permet d'étudier plusieurs aspects de la physique des polaritons confinés optiquement. Ces derniers, issus du couplage fort d'un exciton et d'un photon, possèdent un temps de vie relativement long qui permet d'étudier les propriétés thermodynamiques du système. Le rôle du désordre dans le puits quantique est explicité. Cela nous permet d'interpréter la non-linéarité de la photoluminescence des polaritons avec la puissance de pompe en termes de transition de Dicke. Enfin, le confinement optique des polaritons, permet d'étudier le rôle des interactions entre polaritons et ouvre la voie vers un régime de blocage quantique de polariton.

Mots-clefs : cavité fibrée ; électrodynamique quantique en cavité ; boîte quantique ; puits quantique ; désordre ; polariton.

Fibered Fabry Perot micro-cavity : a new approach for semi-conductor heterostructures polariton study

Summary :

Light matter interaction take a prominent part in quantum physics since its beginning. Here, we are concerned with the interaction between elementary excitations of semi-conductor heterostructures (quantum dots and wells excitons) and one fibered Fabry Perot cavity mode. Characterization of geometrical and spectral properties of a plano-concave fibered micro-cavity is presented. The latter is fully tunable, and this new approach allows us to study various cavity quantum electrodynamics aspects. For a single quantum dot in a fibered micro-cavity we demonstrate the onset of strong coupling, and a cooperativity parameter exceeding unity, which make this system suitable for quantum information applications. For a quantum well in a fibered micro-cavity, we obtain similar coupling than the one of integrated devices. This enables us to explore various sights of optically trapped polaritons. These last are the outcome of the strong coupling between excitons and photons, and their lifetimes are long enough to study their thermodynamics properties. The role of the disorder in the quantum well is highlighted, and the non-linearity of the polariton photoluminescence with the pump power is explained as a Dicke transition. Finally the optical confinement enhances polariton-polariton interactions and paves the road to a quantum blockade regime.

Keywords : fibered cavity ; cavity quantum electrodynamics ; quantum dot ; quantum well ; disorder ; polartion.