Incorporation de liquide dans un milieu granulaire, mécanismes du mélange

Gautier Lefebvre

▶ **To cite this version:**

Gautier Lefebvre. Incorporation de liquide dans un milieu granulaire, mécanismes du mélange. Matière Molle [cond-mat.soft]. Université Pierre et Marie Curie - Paris VI, 2013. Français. NNT : . tel-01061870

HAL Id: tel-01061870
https://theses.hal.science/tel-01061870

Submitted on 8 Sep 2014

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

THÈSE DE DOCTORAT DE L'UNIVERSITÉ PIERRE ET MARIE CURIE

Incorporation de liquide dans un milieu granulaire : mécanismes du mélange

Surface du Verre et Interfaces, UMR 125 CNRS/St-Gobain
École doctorale P2MC 389, spécialité physique

Gautier LEFEBVRE

Soutenue le 12 décembre 2013 devant le jury composé de :

M.	Philippe	Gondret	Président
M.	Stéphane	Douady	Rapporteur
M.	Farhang	Radjai	Rapporteur
M.	Daniel	Bonn	Examinateur
M.	Patrick	Richard	Examinateur
M.	François	Chevoir	Directeur de thèse
M.	Pierre	Jop	Directeur de thèse

Table des matières

Préambule **1**

1 Introduction **3**

1.1 Propriétés des matériaux granulaires humides . . . 3
1.1.1 Interactions dans un milieu granulaire . . . 3
1.1.2 Propriétés des ponts capillaires . . . 4
1.1.3 Structure de l'empilement humide . . . 9
1.2 Mélange de fluides et mélange de grains . . . 13
1.2.1 Mélange de milieux continus . . . 13
1.2.2 Mélange de grains : une lutte contre la ségrégation. . . . 15
1.3 Mécanismes d'incorporation . . . 16
1.3.1 Écoulement du liquide . . . 16
1.3.2 Mélange des zones fluides . . . 19
1.3.3 Diffusion des grains . . . 21
1.3.4 Transport par phase vapeur . . . 21
1.3.5 Redistribution du liquide lors des ruptures de ponts capillaires . . . 22
1.3.6 Érosion granulaire . . . 22
1.4 Propriétés des écoulements granulaires . . . 23
1.4.1 Rhéologie des écoulements denses . . . 23
1.4.2 Fluctuations dans les milieux granulaires . . . 24
1.5 Problématique de la thèse . . . 25

2 Systèmes expérimentaux et protocoles **29**

2.1 Matériaux . . . 29
2.1.1 Grains . . . 29
2.1.2 Liquides . . . 30
2.1.3 Grains humides . . . 31
2.2 Agrégat humide en tambour tournant . . . 32
2.2.1 Dispositif expérimental . . . 32
2.3 Canal incliné sur tas humide . . . 35

2.4 Méthodes de mesure et d'exploitation 36
2.4.1 Acquisition des images 36
2.4.2 Traitement d'image 37

3 Dynamique de l'érosion 41
3.1 Évolution d'un agrégat en tambour tournant 41
3.2 Résultats expérimentaux 43
3.2.1 Influence des propriétés de l'agrégat humide 43
3.2.2 Influence des propriétés de l'écoulement 47
3.2.3 Visualisation en caméra rapide 48
3.3 Modélisation du mécanisme 49
3.3.1 Comparaison des forces mises en jeu 49
3.3.2 Approche stochastique 51
3.3.3 Dynamique du pont capillaire 53
3.3.4 Développement du taux d'érosion 57
3.4 Analyse et limites du modèle 58
3.5 Dynamique en plan incliné 64

4 Morphologies d'érosion 67
4.1 Types d'évolution en canal incliné 67
4.1.1 Érosion stable 67
4.1.2 Instabilité d'érosion 70
4.2 Angle d'équilibre d'érosion 72
4.3 Caractéristiques des structures 75
4.3.1 Méthodes d'analyse des structures 75
4.3.2 Formes des marches 78
4.3.3 Vitesse de propagation des marches 80
4.3.4 Vitesse d'érosion globale 80
4.3.5 Taux de croissance 81
4.4 Analyse du phénomène de déstabilisation 82
4.4.1 Domaine d'existence de l'instabilité 82
4.4.2 Essais numériques de déstabilisation 89
4.4.3 Analyse de stabilité linéaire 93

5 Accrétion par migration du liquide 99
5.1 Croissance d'agrégat en tambour tournant 99
5.2 Accrétion en canal incliné 102
5.3 Accrétion sur tas humide 105

6 Conclusion et perspectives **109**

6.1 Principaux résultats 109

6.2 Limites 111

6.3 Perspectives 111

Bibliographie **113**

Préambule

Introduction générale

Les matériaux granulaires sont omniprésents, aussi bien dans la vie quotidienne que dans l'industrie. Depuis l'exemple immédiat du sable, jusqu'aux différentes sortes de minerais ou de sols, il est très facile de trouver des matériaux se présentant sous formes granulaire dans la nature. Dans l'industrie, comme l'agroalimentaire par exemple, manipule de façon courante ce type de matériau (sel, céréales, etc). Mais c'est loin d'être la seule, puisque plus de la moitié des matières premières circule sous cette forme. Les problèmes de stockage, de transport et de mélange sont donc tout à fait usuels dans l'ingénierie. De plus, les écoulement granulaires présentent un intérêt scientifique, de par leurs propriétés originales. Suivant les sollicitations, un matériau granulaire peut se comporter comme un solide, un liquide ou un gaz. Des phénomènes spécifiques comme les avalanches ou la ségrégation suscitent l'intérêt pour leurs conséquences pratiques. C'est pourquoi les matériaux granulaires ont été largement étudiés dans les dernières décennies, pas seulement pour leurs applications, mais aussi d'un point de vue fondamental.

Depuis les premières études ce domaine a énormément progressé, et un grand nombre de connaissances ont enrichi la compréhension des milieux granulaires secs. Dans le même temps, l'étude des matériaux granulaires humides est un autre paradigme qui a reçu beaucoup d'attention. En effet, cette situation est également très commune, et l'humidité est souvent la facteur de cohésion dominant dans ces matériaux. De façon étonnante, même si ces deux domaines ont été étudiés abondamment, le problème de la préparation d'un matériau granulaire humide est encore relativement inexploré. Il présente pourtant de nombreuses applications dans l'industrie. La fabrication de pilules en pharmacie, demande de mélanger du liquide à une poudre, de façon très contrôlée. Dans le bâtiment également, les matériaux de construction impliquent très souvent la réalisation de mélanges comportant du liquide et des granulats, comme pour le béton, les mortiers ou même le verre. L'homogénéité dans les deux cas est un point important, et nécessite une compréhension des mécanismes à l'œuvre dans le mélange.

Il est connu qu'une faible quantité de liquide peut suffire à apporter une cohésion importante à un matériau granulaire. Un sable sec peut très bien s'écouler comme un fluide,

et une fois mouillé être transformé en un solide château de sable. Dès lors que l'on réalise un mélange, la présence de liquide réparti de façon hétérogène va introduire des différences de comportement dans le matériau. De ce fait, nous pouvons nous attendre à ce que ces hétérogénéités engendrent des comportements inédits. En étudiant ces phénomènes, nous espérons comprendre quels sont les mécanismes intervenant dans le mélange, et comment ils agissent.

Plan du manuscrit

Nous avons choisi d'étudier cette problématique d'incorporation de liquide dans un milieu granulaire d'un point de vue expérimental. Le premier chapitre introduit un certain nombre de connaissances sur les milieux granulaires humides, les problèmes de mélange, et présente une réflexion sur les mécanismes d'incorporation possibles.

Le deuxième chapitre présente les dispositifs expérimentaux qui ont été mis en place dans ce travail, ainsi que les techniques de mesure et les traitements associés qui ont été développés pour étudier les différents mécanismes.

Les chapitres 3 et 4 sont consacrés à l'étude du mécanisme d'érosion granulaire. Dans le chapitre 3 nous aborderons grâce à des essais en tambour tournant les aspects dynamiques du mécanisme, afin de quantifier la vitesse d'érosion et comprendre comment les paramètres influent sur cette vitesse. Les aspects morphologiques, visant à expliquer comment l'interface qui subit l'érosion évolue, sont détaillés dans le chapitre 4, à travers une expérience en canal incliné.

Dans le chapitre 5, nous nous intéressons à un autre mécanisme, la migration du liquide associée à l'agrégation de grains secs, dans diverses géométrie.

Enfin, ce manuscrit s'achève par un résumé des résultats importants obtenus au cours de cette thèse dans le dernier chapitre. Les limites des modèles proposés sont discutées, et des perspectives de développements futurs sur ce sujet sont suggérées.

1 Introduction

Pour donner un aperçu du contexte général de ces travaux de thèse, nous décrivons quelques propriétés importantes des milieux granulaires humides. Ensuite, nous présenterons des résultats sur les aspects de mélange dans les fluides et dans les grains. Enfin, à partir de ces considérations nous décrirons différents mécanismes d'incorporation de fluides dans les liquides envisageables. Cette partie d'état de l'art touche à des domaines très différents, et nous ne chercherons pas à présenter un contexte extrêmement détaillé sur chacun des sujets. En effet, ces travaux ne s'inscrivent pas dans la continuation directe de l'étude de milieux granulaires humides, ou des problèmes de mélange de fluide. La problématique de cette thèse est de nature transversale, c'est pourquoi nous voulons plutôt rappeler les outils nécessaires pour exprimer correctement et aborder cette problématique.

1.1 Propriétés des matériaux granulaires humides

1.1.1 Interactions dans un milieu granulaire

De nombreuses forces peuvent s'exercer sur les particules qui constituent un milieu granulaire. Tout d'abord les grains sont nécessairement soumis à la gravité. L'importance de cette force variera avec la masse volumique du matériau, et la taille des particules considérées. Les forces de Van der Waals entre les grains sont également toujours présentes. Pour estimer son influence, on peut utiliser l'expression de l'énergie de liaison de Van der Waals pour deux sphères identiques de rayon r :

$$W_{VdW} = \frac{Ar}{12s},$$

A étant la constante d'Hamaker, et s la distance de séparation entre leur deux surfaces. A est de l'ordre de 10^{-20} J, et s sera quasiment égal à la rugosité de la surface. Même pour des billes très régulières, la rugosité δ est au moins de l'ordre du micron, et souvent plus grande. Nous pouvons alors comparer cette énergie à l'énergie potentielle de pesanteur pour une hauteur d'une taille de bille : $E_g = \frac{8}{3}\pi\rho g r^4$, avec ρ la masse volumique des grains. Le rapport W_{VdW}/E_g vaut alors environ $A/100s\rho r^3$, et peut être très élevé pour les grains de petite taille. Les deux énergies sont du même ordre de grandeur pour $r \sim$

$(A/100s\rho)^{1/3} \sim 0.5$ µm, pour une valeur typique de $\rho \sim 1000$ kg/m^3. Cela nous amène à l'approximation usuelle qui consiste à négliger les interactions de Van der Waals pour des grains de taille supérieure à 100 microns. En dessous de ce seuil, on parlera plutôt de poudre, et le matériau aura des propriétés spécifiques dues à cette interaction.

Le fluide dans lequel se trouve plongé le matériau peut avoir une action sur lui, notamment par l'intermédiaire de forces visqueuses. Bien entendu, celles-ci dépendent du fluide en question, et la plupart du temps, il s'agira de l'air. En supposant que les grains sont semblables à des sphères, nous pouvons utiliser la loi de Stokes : $F_{Stokes} = -6\pi\eta r v$, où η est la viscosité dynamique du fluide, de l'ordre de 10^{-5} Pa.s pour l'air. v est la vitesse du fluide environnant, et sera égale à la vitesse des grains eux-mêmes. À nouveau, la comparaison avec la gravité fournit une nouvelle longueur caractéristique : $F_{Stokes}/F_g = 6\pi\eta v/\rho g r^2$, donc même pour une vitesse très élevée de 1 m/s on trouve :

$$r_{visq} = \sqrt{\frac{6\pi\eta v}{\rho g}} \sim 100\,\mu\text{m}.$$

La viscosité est donc négligeable pour l'air dès que l'on quitte le domaine des poudres. Par contre, des fluides plus visqueux peuvent exercer des forces plus importantes qu'il ne sera plus possible de négliger.

L'addition de liquide introduit également une nouvelle interaction par la tension de surface du liquide, γ. Cette quantité est une énergie surfacique, et l'énergie d'interaction associée sera donc de l'ordre de γr^2. C'est une grandeur qui varie peu selon les liquides. L'eau a une valeur assez élevée de 72 mN/m, et la plupart des liquides se situent entre 20 et 60 mN/m. En comparant une nouvelle fois avec l'énergie de pesanteur d'un grain, on obtient la longueur capillaire :

$$r_{cap} = \sqrt{\frac{\gamma}{\rho g}}.$$

Cette longueur est de 2 mm pour de l'eau par exemple. Cette fois, pour la gamme de taille de grains qui nous concerne, plutôt sub-milimétrique, les effets capillaires peuvent être très importants, et même dépasser la gravité.

1.1.2 Propriétés des ponts capillaires

1.1.2.1 Force capillaire

En considérant des grains de taille comprise entre la centaine de microns et le millimètre, l'interaction dominante est clairement la force capillaire. Afin de comprendre l'influence de l'humidité sur un milieu granulaire, il convient de s'intéresser à la situation de deux grains reliés par un pont capillaire. Les caractéristiques principales de cette interaction

peuvent être décrites à travers le cas de billes sphériques de rayon identique r. Cela permet de pousser les calculs jusqu'à un point avancé, et de renseigner également sur le comportement pour les grains réels.

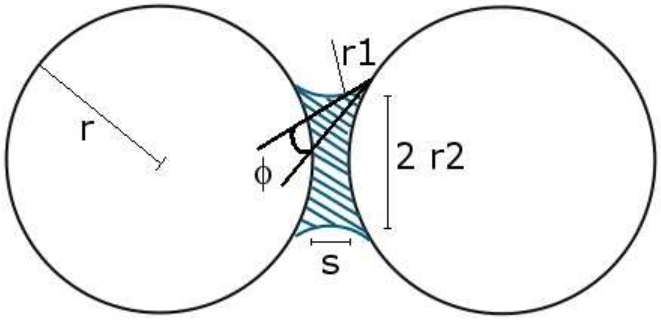

Figure 1.1: Schéma d'un pont capillaire entre deux sphères de rayon identique.

Un pont capillaire reliant deux sphères trouve son équilibre quand le liquide atteint une courbure constante. En effet, cette condition est nécessaire pour que la pression interne soit uniforme. Si les deux grains sont écartés d'une distance s, le pont est dans un état dit pendulaire. La courbure du liquide cause une différence de pression entre l'extérieur et l'intérieur du pont qui suit la loi de Laplace :

$$P_L = \gamma \left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right),$$

r_1 et r_2 sont les deux rayons de courbure de la surface du liquide. La différence de pression crée une force attractive sur le pont capillaire égale à cette différence de pression multipliée par la surface de la bille recouverte de liquide. Une autre contribution provient de la force exercée sur la ligne triple solide-liquide-gaz, qui est proportionnelle au périmètre de cette ligne, et à la tension de surface. Les expressions exactes dépendent de la géométrie du problème et en particulier de l'angle de contact ϕ. Ce dernier paramètre est important car il caractérise la qualité du mouillage d'une situation à trois phases. Il est relié à la tension de surface par l'équation de Young-Dupré :

$$\cos\phi = \frac{\gamma_{sg} - \gamma_{sl}}{\gamma}.$$

γ_{sg} et γ_{sl} sont respectivement les tensions de surface solide-gaz et solide-liquide. En cas de mouillage total, le film liquide est tangent à la surface des billes.

Il existe de nombreux travaux [Mason et Clark (1965); Fisher et Israelachvili (1981); Bisschop et Rigole (1982); Maugis (1987); Marmur (1993); Lian *et al.* (1993); Gao (1997); Willett *et al.* (2000); Pitois *et al.* (2000)] s'intéressant à l'expression de la force capillaire, par des développements théoriques ou bien des mesures expérimentales. En utilisant l'ap-

proximation toroïdale, qui consiste simplement à considérer que le pont liquide correspond au volume intérieur d'un tore, et que le profil du pont prend une forme d'arc de cercle, on peut montrer que la force capillaire au contact vaut [Fisher et Israelachvili (1981)] :

$$F_{cap} = 2\pi\gamma r \cos\phi.$$

Cette relation est valable lorsque le rayon de courbure reste faible devant le rayon des sphères. Il est remarquable que la force capillaire ne dépende pas au premier ordre du volume du pont capillaire V.

Lorsque le pont est étiré, cette force capillaire diminue avec la distance de séparation. Une relation approchée qui correspond précisément aux mesures a été proposées dans ce cadre par Willett *et al.* (2000) :

$$F_{cap} = \frac{2\pi\gamma r cos\phi}{1 + 1.05\hat{s} + 2.5\hat{s}^2}, \tag{1.1}$$

avec $\hat{s} = s\sqrt{\frac{r}{V}}$. Cette diminution est importante, et à la rupture, la force capillaire peut être diminuée d'un facteur 10. Maintenant le volume apparait dans l'expression mais joue toujours faiblement. Même en prenant des valeurs extrêmes pour le volume, la diminution varie d'un facteur 2. Il existe dans la littérature de nombreuses formes de développement avec la distance de séparation [Fisher et Israelachvili (1981); Maugis (1987)]. Celle proposée par Maugis (1987); Pitois *et al.* (2000) s'écrit :

$$F_{cap} = 2\pi\gamma r \cos\phi \left(1 - \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{2\tilde{V}}{\pi\tilde{s}^2}}}\right),$$

où les variables avec un tilde sont adimensionnées par le rayon des billes : $\tilde{s} = s/r$, et $\tilde{V} = V/r^3$. Cette expression fait également l'hypothèse de monodispersité, et utilise l'approximation toroïdale. L'expression précise de la force n'est pas au cœur du sujet qui nous occupe. L'étude de la problématique d'incorporation n'exige pas un haut degré de raffinement dans cette expression car d'autres paramètres importants sont également en jeu. L'expression que nous retiendrons sera donc l'Équation 1.1, même si nous pourrions faire un choix différent.

La situation où des ponts capillaires se créent, et se présentent sous cette forme dans un empilement dépend du niveau de saturation du liquide. En fonction de ce paramètre, la situation peut être qualitativement bien différente, et ces questions sont évoquées un peu plus loin.

1.1.2.2 Force visqueuse

Lorsqu'un pont capillaire est déformé, des forces visqueuses se développent au sein du pont capillaire, qui vont s'opposer au mouvement des particules. L'influence de la viscosité a été beaucoup étudiée, notamment pour les problèmes d'agglomération [Ennis *et al.* (1991)]. Une expression a été proposée et validée expérimentalement par Ennis *et al.* (1990) :

$$F_{visq} = \frac{3\pi}{2}\eta r \frac{v}{\tilde{s}}. \tag{1.2}$$

$\tilde{s}$ est la distance de séparation adimensionnée par le rayon des sphères, $\tilde{s} = s/r$, et $v = \frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t}$ la vitesse d'étirement du pont capillaire. Cette expression diverge quand la distance de séparation tend vers 0. Cependant, la situation de contact de deux sphères parfaites n'est en réalité pas physique ; la distance sera toujours limitée en pratique par les imperfections de la surface. La distance d'approche minimale sera donc de l'ordre de δ, la rugosité des grains.

De la même façon que pour la force capillaire, d'autres développements plus poussés tentent de tenir compte du volume fini du pont capillaire, et proposent une autre expression [Matthewson (1988)] :

$$F_{visq} = \frac{3\pi}{2}\eta r \left(1 - \frac{\tilde{s}}{\tilde{s} + r_w^2/r^2}\right) \frac{v}{\tilde{s}}, \tag{1.3}$$

où r_w est le rayon de l'aire recouverte par le pont capillaire. Des mesures systématiques effectuées en fonction de la vitesse et de la distance de séparation ont montré un bon accord avec cette expression Pitois *et al.* (2000). La Figure 1.2 compare les deux expressions, pour une vitesse de 10 cm/s et des billes de 300 microns. La différence ne devient sensible que lorsque la force a déjà nettement diminué. De plus, ces effets ne sont importants que lorsque l'on est à une distance de l'ordre de la longueur de rupture. La dissipation étant beaucoup plus importante au début de l'étirement, ils ont donc une influence réduite sur l'ensemble du processus d'arrachement.

On peut s'interroger sur la réponse du pont capillaire face à une sollicitation tangentielle au lien entre les deux grains. La force capillaire est purement axiale, mais une résistance visqueuse devrait s'exprimer dans une telle situation. Il existe peu de travaux sur ce sujet, mais une expression de la force lors d'un étirement tangentiel à une vitesse constante v_t a été dérivé par Goldman *et al.* (1967), et reprise par Iveson *et al.* (2002) :

$$F_{visc-t} = 6\pi\eta r v_t \left(\frac{8}{15}\ln\left(\frac{r}{2s}\right) + 0.9588\right).$$

Cette relation fait l'hypothèse d'une faible distance de séparation, et n'a pas été vérifiée

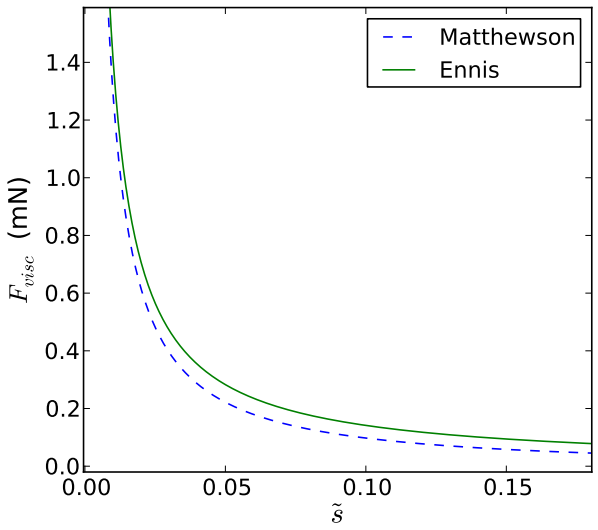

Figure 1.2: Force visqueuse en fonction de la distance de séparation adimensionnée, suivant l'Équation 1.2 en trait plein, et l'Équation 1.3 en pointillé.

expérimentalement. On peut toutefois noter que les termes dimensionnés restent les mêmes que dans le cas de l'étirement axial, et en conséquence cette force aboutit à des ordres de grandeur similaires.

1.1.2.3 Rupture du pont liquide

Une caractéristique importante de la cohésion des ponts liquides est sa nature hystérétique. En effet, un pont capillaire se crée entre deux particules lorsque les films liquides qui les recouvrent entre en contact. Ceci se produit à des distance très faibles, de l'ordre de la rugosité. Par contre, l'existence du pont est maintenue jusqu'à sa rupture, qui ne se produit qu'à une distance de l'ordre de la taille des grains. Cette distance dépend du volume du pont liquide : celui-ci pourra être étiré davantage s'il contient plus de liquide. On peut trouver une relation approchée très bien vérifiée expérimentalement proposée par Willett *et al.* (2000) :

$$\tilde{s}_c = (1 + \frac{\theta}{2})(\tilde{V}^{1/3} + 0.1\tilde{V}^{2/3}), \tag{1.4}$$

où $\tilde{V}$ est le volume du pont adimensionné par le rayon des sphères, $\tilde{V} = V/r^3$. La relation est valable pour des sphères de même rayon, mais les écarts sont faibles lorsque l'on s'en éloigne. La viscosité peut avoir une influence sur cette longueur, en provoquant un retard à la rupture. Ceci mène à une augmentation si la vitesse d'arrachement est suffisamment importante. Cet effet a été noté par Pitois *et al.* (2000) et quantifié par une loi d'échelle sur l'augmentation de cette longueur : $\Delta\tilde{s_c} \propto \sqrt{v}$. Les écarts observés sont de 10% pour des vitesses de l'ordre du µm/s, et une viscosité de 100 mPa.s.

Connaissant la longueur de rupture, on peut s'intéresser au travail nécessaire pour rompre un lien capillaire à partir d'une situation de contact. La contribution capillaire se calcule en intégrant l'Équation 1.1 :

$$W_{cap} = \int_0^{s_c} F_{cap}\,\mathrm{d}s \simeq 5.5\sqrt{\tilde{V}}\gamma r^2 \cos\phi. \tag{1.5}$$

Cette dernière expression dépend également du volume de liquide, quoique plutôt faiblement.

Pour obtenir l'expression du travail des forces visqueuses, il est nécessaire de s'affranchir de la divergence en 0. Pour cela on intègre à partir d'une distance δ jusqu'à la distance de rupture. On suppose par ailleurs que la vitesse est constante au cours du processus et ne conduit pas à une augmentation de la longueur de rupture par rapport à l'Équation 1.4. En utilisant l'Équation 1.2 on obtient :

$$W_{visq} = \int_0^{s_c} F_{visq}\,\mathrm{d}s \simeq \frac{3\pi}{2} r^2 \eta v \ln\frac{\tilde{s_c}}{\tilde{\delta}}. \tag{1.6}$$

Cette expression est proportionnelle à η et à la vitesse d'extraction comme on peut s'y attendre pour des effets visqueux. La quantité de liquide apparait également indirectement dans $\tilde{s_c}$ mais à travers une dynamique très lente.

1.1.3 Structure de l'empilement humide

La répartition du liquide dans l'empilement granulaire dépend en grande partie de la quantité de liquide introduite. Il est connu que les effets de tension de surface conduisent en général le liquide à d'abord remplir les petits interstices. En effet, pour un liquide mouillant, on aura $\gamma_{sg} - \gamma_{sl} > 0$, ce qui signifie que l'énergie d'interface solide-gaz est plus couteuse que l'énergie solide-liquide. Le liquide tend alors à minimiser sa surface en contact avec l'atmosphère, en occupant les espaces concaves du solide. Par ce mécanisme, la rugosité joue un rôle important vis-à-vis du liquide lorsque les quantités sont faibles. Ces régimes à faible teneur en liquide pilotés par la rugosité ont été étudiés par Halsey et Levine (1998). Des ponts liquides peuvent se former entre les aspérités des grains, et produire des forces d'attractions dans un domaine appelé régime I. Lorsque le volume de liquide disponible sur une bille dépasse celui des interstices une transition vers autre régime s'opère. Dans ce deuxième régime, des ponts liquides peuvent alors englober plusieurs aspérités sur chaque grain, et la morphologie du liquide dépend alors de la statistique de la rugosité. Une fois que le liquide a recouvert la surface rugueuse du grain, le régime III est

atteint, et l'action du pont capillaire correspond aux forces exprimées par l'Équation 1.1 et l'Équation 1.2. Cette transition correspond au moment où un film de liquide d'épaisseur δ est disponible pour chaque bille. Les trois différents régimes sont illustrés par la Figure 1.3. Ce troisième régime correspond au régime dit pendulaire.

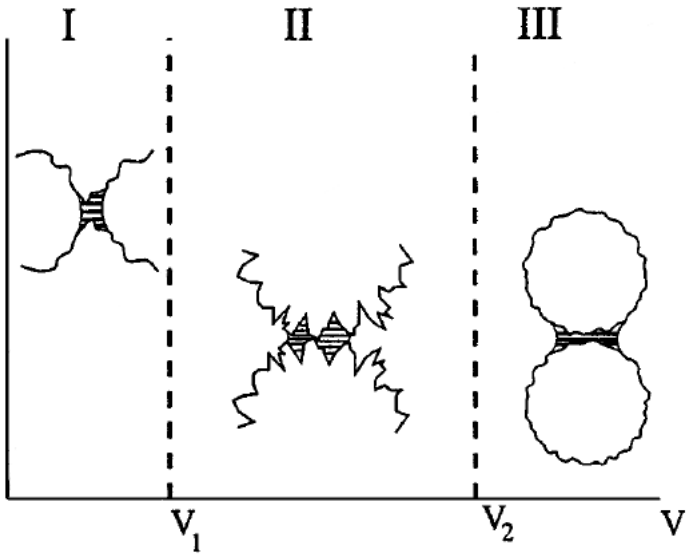

Figure 1.3: Schéma des liens capillaires dans les trois premiers régimes d'empilements humides, tiré de Halsey et Levine (1998).

Une fois que les ponts capillaires sont pleinement développés, la structure de l'empilement humide est caractérisée par le réseau des ponts capillaire reliant les grains. La connectivité de ce réseau est importante pour la mécanique de l'empilement à travers les forces capillaires et aussi à cause de la friction entre les grains renforcée par ces forces cohésives. La connectivité joue aussi un rôle dans la migration du liquide. Le réseau de ponts capillaires a été étudié pour la première fois expérimentalement par Bernal et Mason (1960) avec des billes. Leurs expériences fournissent de précieuses informations sur les propriétés du réseau dans le cas d'un empilement compact désordonné.

Tout d'abord, ils ont étudié la connectivité des grains entre eux pour déterminer le nombre de contacts solide-solide par sphère. Ce travail ainsi que d'autres études par la suite théoriques ou expérimentales suggère une valeur de coordinance N_0 autour de 6 [Mason (1968); Donev *et al.* (2004)]. Néanmoins, ces travaux ne considéraient que des empilements mono-disperse. Dans le cas polydisperse, il a été montré numériquement que le nombre moyen de contacts reste conservé, même si le nombre de contact augmente linéairement avec la taille de la particule considérée [Voivret (2008)]. De plus, pour des distributions de tailles faiblement étalées, les valeurs restent très proches du nombre de

contact moyen. L'étalement est caractérisé par le paramètre e :

$$e = \frac{r_{max} - r_{min}}{r_{max} + r_{min}},$$

où r_{max}et r_{min} sont le rayon maximal et minimal de la distribution, respectivement. Par exemple, à deux dimensions, une valeur s =0.2 donne un nombre de contact compris entre 3.7 et 4.3 suivant la taille des particules, quand la valeur moyenne est de 4.

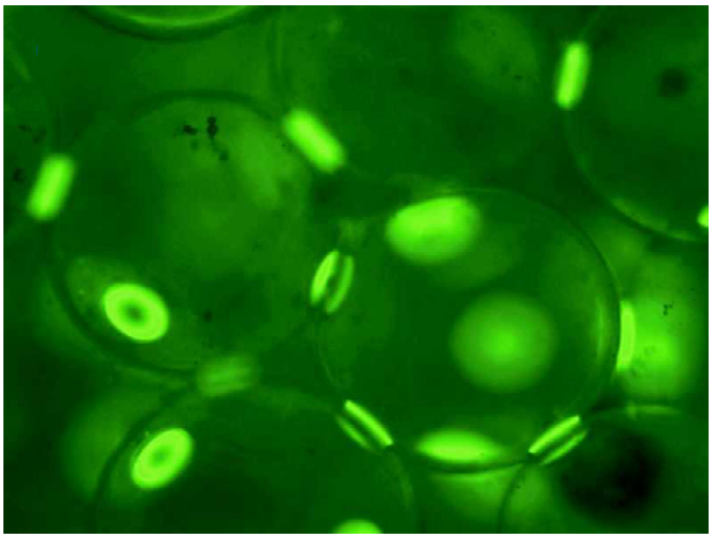

Figure 1.4: Image du réseau de ponts capillaires formé dans l'empilement de billes dans le régime pendulaire (III) [Fournier *et al.* (2005)].

En présence de liquide, les ponts capillaires apparaissent et connectent les grains sur des distances plus importantes. La longueur maximale des ponts augmente avec le volume de liquide. On peut donc relier le nombre moyen de ponts à la longueur de rupture $\tilde{s_c}$, qui est déterminée par leur volume au travers de l'Équation 1.4. Cette relation est bien approchée par :

$$N \simeq N_0(\Phi) + 6\tilde{s_c},$$

où N_0 dépend en fait de la compacité Φ, et de la préparation de l'empilement. Avec ce nombre de ponts par billes, on peut estimer le volume moyen d'un pont capillaire en fonction du contenu en liquide W. Ce dernier est défini comme le volume total de liquide rapporté au volume total de l'empilement, $W = \frac{V_{liq}}{V_{total}}$. On introduit parfois aussi le taux de saturation, qui est le volume de liquide rapporté au volume disponible entre les grains, $S = \frac{V_{liq}}{V_{pores}}$. Les deux sont alors simplement liés par :

$$W = (1 - \Phi)S$$

Le volume moyen d'un pont capillaire est alors le volume de liquide divisé par le nombre

de pont capillaire par bille. On obtient alors la relation suivante :

$$\tilde{V} = \frac{8\pi W}{3\Phi N}, \tag{1.7}$$

avec $N \sim 6(1 + \tilde{s}_c)$, en supposant que tout le liquide se trouve dans les ponts capillaires. À la limite entre le régime II et III, le volume d'un pont est supposé égal à $\tilde{V} = 2\pi(\delta/R)^2$. On peut alors calculer la valeur de W au niveau de cette transition. Dans le cas de l'expérience de Bernal et Mason (1960), la rugosité est d'environ 500 nm, donc la limite théorique est située à $W_0 = 3.10^{-5}$. Le seuil expérimental pour observer la formation de ponts capillaires est plutôt aux alentours de $W_0 = 7.10^{-4}$ [Herminghaus (2005)], ce qui est bien supérieur à la limite théorique. Cette dernière devrait plutôt être considérée comme une borne inférieure au régime III. La Figure 1.4 illustre la nature du réseau capillaire dans ce régime.

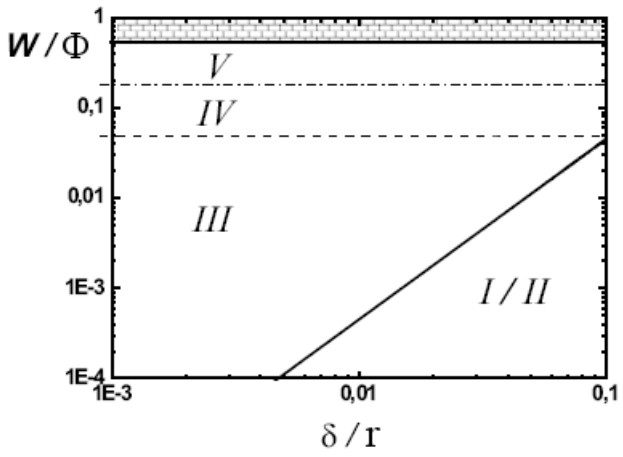

Figure 1.5: Diagramme de phase théorique des différents états de la matière granulaire humide, en fonction de la rugosité et de la teneur en liquide, issu de Herminghaus (2005). Les lignes indiquent les transitions entre les différents régimes. La région supérieure grisée correspond à un contenu en liquide supérieur au volume libre maximal.

Si l'on poursuit l'augmentation de la quantité de liquide, on finit par observer la coalescence des ponts capillaires. À partir de ce point, la plupart des relations précédentes ne sont plus valides. Cette coalescence entraine la formation de plus grandes zones de liquide reliée à plusieurs billes, qui caractérise le régime IV, aussi connu sous le nom de régime funiculaire. En conséquence de la coalescence, la surface de liquide est diminuée, et la contrainte dans l'empilement est réduite.

Finalement, lorsque l'on atteint le régime V, le liquide passe par une transition de percolation, ce qui veut dire qu'il existe un chemin liquide allant d'un bout à l'autre de l'empilement. Dans ce régime, le liquide peut donc se déplacer sur de grandes distances

comparées à la taille d'un grain. La séparation entre les différents régimes est représentée sur la Figure 1.5 dans le plan de contenu en liquide et rugosité normalisés. La transition entre II et III est représentée par la ligne pleine et correspond à $\tilde{V_0} = 2\pi\tilde{\delta}$. Les deux autres transitions ne font pas intervenir la rugosité et sont donc des lignes horizontales.

1.2 Mélange de fluides et mélange de grains

1.2.1 Mélange de milieux continus

La mécanique des fluides dispose en général de relations constitutives pour les liquides. Le mélange de liquides s'appuie alors sur les équations de Navier-Stokes pour décrire le comportement du milieu. Dans ce cadre, une approche Lagrangienne permet de décrire le mélange en terme cinématique et cela a été largement exploré, notamment par Ottino (1989). Ce livre introduit également les idées d'étirement et de repliement dans l'analyse du mélange, et explique comment ces mécanismes peuvent générer du chaos. Ce domaine très riche est un champ d'étude à part entière.

Dans les régimes dits d'écoulements denses des milieux granulaires, le problème du mélange se pose en des termes similaires à celui du mélange de fluides. En effet, si l'on peut accéder aux profils de vitesse vérifiés par le matériau au sein du mélangeur, il est possible de déterminer les trajectoire des particules fluides. Cela permet de prédire l'évolution du mélange tant que l'effet de taille finie des grains n'est pas perceptible. Un travail de ce type a été réalisé dans le cas d'un tambour tournant circulaire par Gray (2001) et illustre bien les possibilités d'une telle méthode dans un cas simple non chaotique. Cette géométrie bien connue pour l'étude des milieux granulaires permet dans le cas d'un régime stationnaire de décomposer le matériau en deux parties : l'une en rotation comme un solide suivant le tambour, et l'autre en écoulement à la surface du matériau. En partant simplement des équations de conservation du moment et de conservation de la masse incompressible, on peut dériver le champ de vitesse de l'écoulement de surface dans l'hypothèse de faible profondeur. D'autre part, le choix est fait dans cette étude de considérer une vitesse uniforme au sein de la couche en écoulement.

En combinant les deux zones différentes, on obtient les trajectoires suivies par les particules, telles qu'on peut les voir sur la Figure 1.6. Ces lignes qui peuvent aussi représenter des lignes de courant représentent un écoulement laminaire en mécanique des fluides. La période nécessaire pour parcourir un tour complet dépend de chaque trajectoire, ce qui conduit à un cisaillement du matériau. Dès lors, des zones initialement proches peuvent se retrouver progressivement éloignées au cours de la rotation. En colorant une partie des grains, le mélange peut être visualisé par la dispersion d'une zone dans l'autre. Cette méthode est confrontée aux expériences et reproduit remarquablement bien les motifs

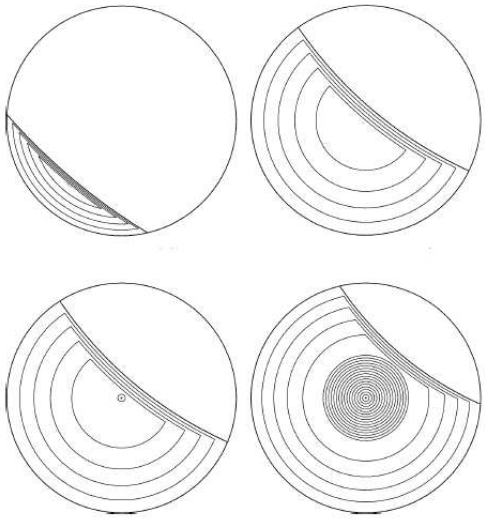

Figure 1.6: Trajectoires suivies par les particules pour différents niveaux de remplissage du tambour Gray (2001). On peut remarquer que lorsque le remplissage dépasse la moitié, un cœur solide se crée et reste isolé de l'écoulement.

observés (Figure 1.7), tant que l'échelle de variation de ces motifs ne se rapproche pas de la taille des grains.

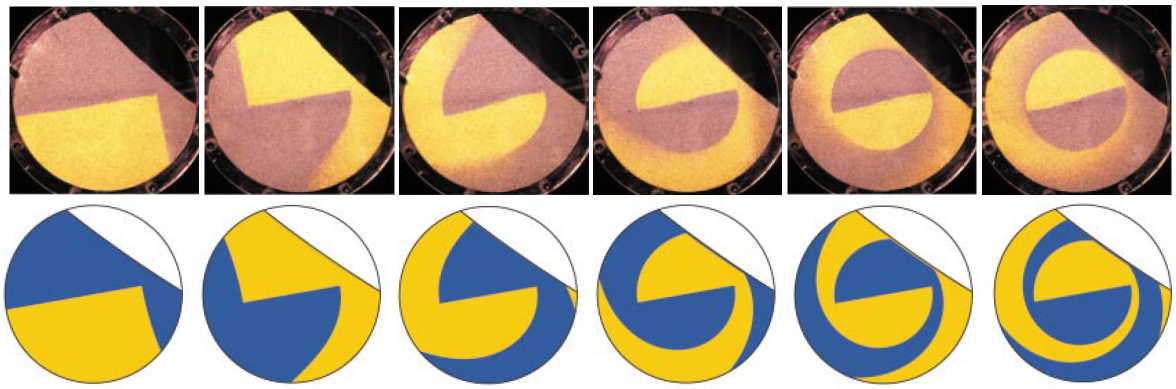

Figure 1.7: Les vignettes du haut montrent le mélange de deux sables de couleurs différentes par un écoulement continu en tambour tournant. Les images sont prises à chaque demi-révolution du tambour. En-dessous se trouvent les domaines correspondants calculés à partir du modèle de transport lagrangien décrit ci-dessus Gray (2001).

Il est connu que le mélange gagne dramatiquement en efficacité lorsqu'il devient chaotique (Ottino (1989)), dès lors que l'on introduit le repliement de filaments en plus de leur étirement. Dans ces situations, l'approche cinématique est tout aussi intéressante et permet d'étudier le mélange. Les études réalisées par McCarthy *et al.* (2000); Juarez *et al.* (2010) en sont des exemples. La première explore le cas des tambours tournants non-circulaire, elliptiques ou carrés, ce qui est suffisant pour obtenir un mélange chaotique. Dans la plus récente de Juarez *et al.* (2010), le repliement est introduit en utilisant

alternativement deux axes de rotation perpendiculaire pour faire tourner un tambour sphérique.

De manière générale, cette approche permet de mettre à profit la connaissance des écoulements dans certaines configurations, et s'avère fructueuse dans le cas de mélange de grains aux propriétés physiques identiques. Dans des situations réelles, pour des géométries plus complexes, les écoulements n'auront en général pas de formulation analytique. Néanmoins, à partir des mêmes principes des simulations numériques peuvent fournir les informations recherchées sur le mélange tant que l'on dispose d'une équation constitutive pour le matériau. Même si certaines rhéologies semblent faire consensus aujourd'hui pour les écoulements denses [Jop *et al.* (2006)], ce point peut être problématique dans le cas des matériaux granulaires. L'autre limitation de cette méthode, plus importante, survient lorsqu'il n'est plus possible de faire abstraction de l'aspect granulaire du matériau. Cela se produit lorsque le mélange atteint l'échelle du grain, ou bien plus rapidement lorsque l'on cherche à mélanger des grains de nature différente.

1.2.2 Mélange de grains : une lutte contre la ségrégation.

La ségrégation est certainement l'un des phénomènes les plus anciens relevé dans les milieux granulaires [Brown (1939)]. Il s'agit du regroupement de particules présentant une caractéristique commune, les séparant ainsi des particules différentes. Ce phénomène est également connu sous le nom d'effet "noix du Brésil" dans sa forme générée par la taille des particules. Il est coutume de dire qu'il a été observé au cours du transport de noix du Brésil où celles-ci se trouvèrent triées par taille à la fin du voyage. Cet effet propre aux milieux granulaires est assez contre-intuitif, puisque les plus grosses particules tendent alors à remonter à la surface sous agitation, tandis que les plus petites restent au fond.

Néanmoins, la ségrégation s'observe aussi avec des grains de densités différentes, et dans ce cas, un poids plus important conduit les particules plus lourdes vers le bas. Ces deux effets sont aujourd'hui bien compris, et leur interaction a d'ailleurs été étudiée de façon détaillée en tambour tournant par Félix et Thomas (2004). Mais la ségrégation peut être générée par d'autres différences, tels que la forme [Furuuchi et Gotoh (1992); Abreu *et al.* (2003)], la rugosité [Plantard *et al.* (2006)], les propriétés de mouillage [McCarthy (2009)], etc. En fait, dès qu'une propriété peut entrainer une différence dans leur façon de s'écouler, cela peut conduire à une ségrégation spatiale des grains. Les différentes configurations sont donc extrêmement nombreuses et les possibilités très riches, cependant, les phénomènes principaux sont aujourd'hui assez bien compris [Ottino et Khakhar (2000)].

Par ailleurs, il existe un grand savoir faire accumulé dans les nombreux contextes industriels où il est nécessaire de combattre la ségrégation [McCarthy (2009)]. La cohésion peut être introduite sur un ensemble de particules pour limiter la ségrégation. Toutefois,

il a été montré que la cohésion issue de l'humidité ne produisait pas nécessairement un meilleur mélange, mais pouvait accroitre la ségrégation pour de faibles teneurs en eau [Geromichalos *et al.* (2003)]. En particulier, les résultats indiquent que la transition vers un état mélangé s'effectue lorsque la cohésion devient trop importante pour être vaincue par l'agitation mécanique. Une autre option consiste à moduler temporellement l'écoulement. Cela se fait couramment dans l'industrie en introduisant des pâles dans un mélangeur par exemple, ou encore en utilisant un tambour non-circulaire. Ces méthodes introduisent de l'advection chaotique et réduisent considérablement les effets de la ségrégation.

1.3 Mécanismes d'incorporation

Suivant la répartition les proportions des différentes phases que l'on souhaite mélanger, ainsi que des méthodes employées, les mécanismes d'incorporation peuvent être différents. Comme on peut s'en douter, l'état de saturation du matériau, ou bien la distribution initiale du liquide vont grandement changer la façon dont se passe le mélange. Cette partie est une sorte d'inventaire des mécanismes d'incorporation d'un liquide dans un milieu granulaire, mais n'a pas la prétention d'être exhaustif. Nous proposons de distinguer et d'identifier des mécanismes d'incorporation qui correspondent à des processus différents, et dont la dynamique répond à des paramètres indépendants. Certains d'entre eux ont fait l'objet d'étude dans ce travail de thèse et sont développés davantage dans la suite du manuscrit.

1.3.1 Écoulement du liquide

1.3.1.1 Cinétique de l'écoulement

La dispersion du liquide peut s'effectuer par son déplacement indépendamment des particules. Cette possibilité est largement conditionnée par la teneur et la distribution en liquide. En effet, dans les premiers régimes I et II que nous avons décrits, les différentes zones de liquides sont séparées, et captives des aspérités du matériau. Le liquide peut alors difficilement s'écouler, car les effets de tension de surface préviennent un éventuel déplacement. Lorsque le régime III est atteint, la situation est différente car le milieu liquide est connecté par les films recouvrant chaque particule. On peut alors envisager un déplacement du liquide à travers ces films. Ces films étant minces, la viscosité limitera la vitesse des déplacements. Si l'on considère le liquide entrainé par une différence de pression ΔP sur une hauteur h, la vitesse typique du liquide en considérant un écoulement de Poiseuille sera donnée par :

$$v_{Pois} = \frac{\delta^2 \Delta P}{4\eta h} \tag{1.8}$$

où l'on retrouve δ, la rugosité qui donne l'ordre de grandeur de l'épaisseur du film. Cela permet d'estimer la cinétique de ce type de déplacements et si il est nécessaire d'en tenir compte.

Pour des teneurs en liquide plus importantes, le réseau de liquide s'organise différemment comme nous l'avons décrit dans la section 1.1. Dès lors, le liquide ne se déplace plus à travers des films minces, mais peut s'écouler au niveau des poches de tailles plus importantes qui se sont formées. La limitation des écoulements par les effets visqueux est alors beaucoup plus faible, et la vitesse typique sera :

$$v_{Pois} = \frac{r^2 \Delta P}{4\eta h}. \tag{1.9}$$

En effet, la taille des poches de liquides dans les régimes IV et V est de l'ordre de la porosité, et donc de la taille des grains. Dans les deux cas la limitation évoquée ici est cinétique, et il convient d'abord de s'interroger sur l'effet moteur d'un éventuel déplacement de liquide. Qu'est-ce qui peut entrainer un mouvement du liquide ?

1.3.1.2 Forces motrices de l'écoulement

Différents effets peuvent être impliqués dans le déplacement du liquide. Le plus évident est bien sûr la gravité. Il faut noter que cet effet ne participe pas au transport de liquide en tant que mécanisme de mélange mais au contraire nuit à l'homogénéisation. En effet, la situation préférentielle vis-à-vis de la gravité serait un liquide regroupé entièrement en bas de l'empilement, elle s'oppose donc à la répartition du liquide. La pesanteur est-elle suffisante pour faire s'écouler le liquide présent dans le milieu granulaire ? Le problème est en fait le même que celui de l'ascension capillaire. Le milieu poreux que constitue un empilement de grains peut être considéré comme une assemblée de capillaires effectifs [Lago et Araujo (2001)]. Le liquide est donc stable tant que la hauteur de l'empilement ne dépasse pas la longueur donnée par la loi de Jurin :

$$L_J = \frac{2\gamma}{\rho_{liq} g r}. \tag{1.10}$$

r est la taille des pores, que l'on peut assimiler au rayon des grains en ordre de grandeur. Au-delà de cette longueur, une distribution initialement homogène peut être drainée par la gravité (voir Figure 1.8 gauche). Le déplacement est alors provoqué par la différence de pression $\Delta P = \rho_{liq} g h$, où h est la hauteur de l'empilement humide. Et par ailleurs, il est limité par les effets visqueux. Pour estimer la vitesse de déplacement, nous reprenons

l'Équation 1.8 avec la différence de pression provoquée par la gravité :

$$v_{Pois} = \frac{\delta^2 \rho_{liq} g}{4\eta}. \tag{1.11}$$

Dans les régimes IV et V, le fluide s'écoule alors directement dans les pores, sur une échelle plutôt de l'ordre de r. La vitesse est donc plus rapide :

$$v_{Pois} = \frac{r^2 \rho_{liq} g}{4\eta}. \tag{1.12}$$

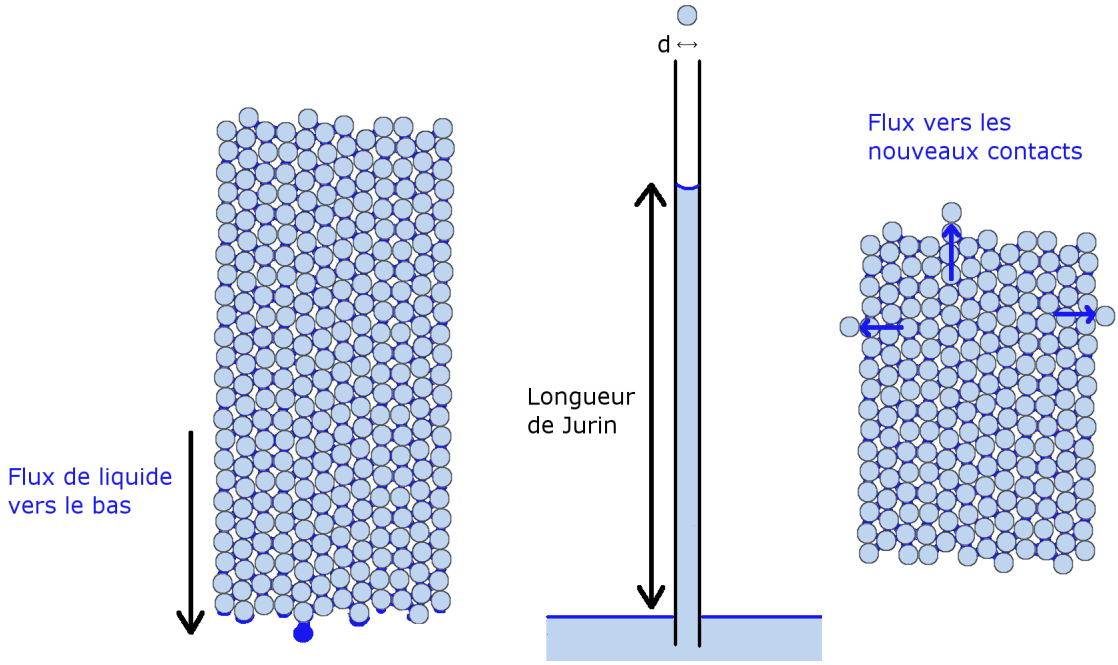

Figure 1.8: Schéma des deux mécanismes de migration du liquide, drainage et aspiration capillaire.

L'autre mécanisme qui peut amener le liquide à se déplacer est celui qui contre-balance la gravité, il s'agit des effets capillaires. Le problème est donc assez symétrique, et dépend de la configuration initiale du liquide. Si l'on considère un empilement humide de taille inférieure à la longueur de Jurin avec suffisamment de liquide disponible, l'ajout de nouveaux grains secs à sa surface peut faire monter le liquide. Cette fois-ci le processus participe à l'homogénéisation du mélange, puisque la migration a lieu depuis un milieu plus saturé vers un milieu moins saturé. Les deux processus sont représentés schématiquement sur la Figure 1.8. On peut également estimer la vitesse de migration du liquide associée dans les régime III et supérieurs :

$$v_{Pois-III} = \frac{\tilde{\delta}^2 \gamma r}{4\eta h},\ v_{Pois-IV-V} = \frac{\gamma r}{4\eta h}$$

Ce dernier type de migration s'illustre de manière très visuel lorsqu'un jet granulaire rencontre un milieu suffisamment humide. Il est alors possible de former une colonne stable de hauteur atteignant la longueur de Jurin. Ceci a été observé dans les travaux de thèse de Lagubeau (2010) et par Pacheco-Vázquez *et al.* (2012). D'autre part, les effets capillaires induisent un murissement des ponts. En effet, la pression de Laplace est plus faible dans les ponts contenant plus de liquide. En conséquence, le liquide tend à être aspiré depuis les plus petits ponts capillaires vers les plus grands.

1.3.2 Mélange des zones fluides

Comme évoqué précédemment, dans certaines conditions les écoulements granulaires peuvent être assimilables aux écoulements de fluide. Lorsque le liquide est porté par les grains, un premier vecteur évident du mélange sera le transport du liquide par les grains eux-mêmes. Dans la limite où les particules conservent le liquide qu'elle portent, le déplacement des particules sera le seul moyen d'homogénéiser la distribution du liquide. Si par ailleurs, on se situe dans un régime où l'écoulement se comporte de la même façon qu'un fluide, la situation devient identique à celle du mélange de fluide. Les outils et les méthodes décrits dans la sous-section 1.2.1 sont alors tout à fait pertinents pour s'intéresser à l'incorporation du liquide.

Les conditions d'écoulement dense sont bien connues pour un matériau granulaire sec. Le paramètre important pour définir ce régime est le nombre inertiel, qui a été introduit dans GdRMiDi (2004). Il correspond au rapport de l'inertie sur la contrainte de confinement :

$$I = \frac{\dot{\gamma} d}{\sqrt{P/\rho}}.$$

$\dot{\gamma}$ représente le taux de cisaillement, d la taille d'une particule, et P la pression de confinement. Pour des valeurs de I en dessous de 10^{-3}, le milieu se situe dans le régime quasi-statique. Dans ce régime, les mouvements se limitent à des réarrangements de faible amplitude, de l'ordre de la taille des grains. Jusqu'aux valeurs de l'ordre de l'unité on trouve le régime dense, où l'écoulement ressemble à celui d'un liquide. Au-delà se trouve le régime dilué, ou collisionnel. La compacité diminue, et le milieu s'assimile davantage à un gaz.

L'écoulement peut être considéré comme dense dans une zone bien définie, cependant la présence de liquide rend cette situation beaucoup plus complexe. En effet, les forces de cohésion introduites peuvent exercer le rôle de contrainte de confinement. Le nombre

inertiel peut être interprété comme le rapport de deux temps : le temps de déformation $T_{shear} = 1/\dot{\gamma}$, et le temps de confinement. Ce temps est habituellement évalué comme le temps pour une couche de grains supérieure de redescendre dans une position plus basse, après être passé au-dessus de la couche inférieure. Sous une pression P, pour parcourir une distance de l'ordre de d, il faudra un temps $T_P = d\sqrt{\rho/P}$. Si le confinement dominant provient de la cohésion capillaire, ce temps sera plutôt, $T_{cap} = d\sqrt{\rho d/\gamma}$. Pour un écoulement gravitaire par exemple, cela se produit si le nombre de Bond granulaire $Bo_g = 2\pi\gamma r/mg$ est important. On obtient alors un nombre inertiel différent :

$$I_{cap} = \frac{\dot{\gamma}d}{\sqrt{\gamma/\rho d}}$$

Un cisaillement plus important sera nécessaire pour maintenir écoulement dense, et ne pas tomber dans le régime quasi-statique malgré la cohésion. Pour estimer le temps de confinement, on a considéré que la vitesse du réarrangement était limité par l'inertie d'un grains. Cependant, en présence de liquide, des effets visqueux entrent en jeu, et peuvent être importants. Dans ce cas, le temps de confinement devient $T_{visq} = \eta d/\gamma$ et le nombre inertiel :

$$I_{visq} = \frac{\dot{\gamma}d\eta}{\gamma}$$

Ce sera le cas a priori à haut nombre de Reynolds $Re = \eta v/d$, où v est une vitesse caractéristique des grains. On voit ici que l'ajout de liquide peut aussi bien diminuer le temps de confinement si la cohésion domine la pression, que l'augmenter quand la viscosité n'est pas négligeable. Le comportement devient donc très complexe et il est délicat de tirer des généralités. De plus, la viscosité peut également limiter le temps de déformation T_{shear} et dans ce cas le nombre inertiel perd son sens de taux de cisaillement adimensionné.

De façon plus générale, dès lors que des interactions cohésives non-négligeables existent dans le matériau, peut-on utiliser le nombre inertiel pour caractériser le régime d'écoulement ? En particulier, les mécanismes de réarrangement peuvent être profondément modifiés. Dans l'étude des milieux granulaires humides, un autre nombre est généralement introduit afin de caractériser la cohésion, il s'agit de la pression réduiteWolf *et al.* (2005), définie par :

$$P^* = \frac{Pr^2}{F_c},$$

où P représente la pression, et F_c une force de cohésion généralisée, comprenant les différentes contributions qui peuvent exister. D'autres auteurs utilisent plutôt l'inverse de ce nombre, appelé alors nombre de cohésion Rognon *et al.* (2008) :

$$N_{coh} = \frac{F_c}{Pd^2}.$$

C'est alors le jeu de deux nombres adimensionnés, I et P^* ou N_{coh}, qui permet d'identifier l'état du matériau. Tout le raisonnement précédent sur le nombre inertiel décrit plutôt des situations où les teneurs en liquide sont faibles. L'hypothèse des grains conservant le liquide qu'ils portent est alors mieux vérifiée, car le liquide peut difficilement se déplacer par lui-même à travers les films sur des distances importantes. Néanmoins, des échanges sont toujours possibles au niveau des contacts entre grains, cela constitue un autre mécanisme. L'homogénéisation par transport du liquide porté par les grains n'en demeure pas moins toujours présent. Le mécanisme suivant en est une autre illustration.

1.3.3 Diffusion des grains

La diffusion est un phénomène qui n'est pas pris en compte par les approches cinématiques que nous avons décrits dans la sous-section 1.2.1. Elle peut toutefois contribuer également à l'obtention d'un bon mélange. De la même façon que pour les mélanges de fluides où elle permet de réaliser l'homogénéisation aux petites échelles, elle intervient ici à l'échelle du grain. Une façon d'isoler ce mécanisme est d'imaginer l'écoulement juxtaposé de deux zones sèches et humides. Dans ce cas, aucun étirement ne vient disperser le liquide, néanmoins la diffusion mènera le système jusqu'à l'homogénéité. Usuellement, la diffusion est un phénomène relativement lent par rapport à la convection, on peut estimer son importance à l'aide du nombre de Péclet :

$$Pe = \frac{vL}{D},$$

où v est la vitesse caractéristique, L la longueur, et D le coefficient de diffusion. Ce dernier est relié aux fluctuations de vitesse dans l'écoulement, et peut être important dans un milieu agité mécaniquement par exemple. Ces propriétés de diffusion ont été étudiées, et l'influence de l'humidité sur ce phénomène également par Herminghaus (2005).

1.3.4 Transport par phase vapeur

Le liquide peut également se déplacer sous forme de vapeur. Dès lors que le liquide est présent, une certaine pression de vapeur se crée et le système cherche à atteindre un équilibre thermodynamique. Cet équilibre dépend bien sûr de la volatilité du liquide. Pour de l'eau ce changement de phase peut être important et faciliter grandement le déplacement du liquide. Ce mécanisme est d'ailleurs envisagé pour expliquer l'avancée de la ligne triple dans des situations de mouillage [Shanahan (2001)]. On parle d'équilibre de vaporisation-recondensation.

Ce mécanisme peut également jouer un rôle dans un déplacement au-delà d'un unique

pont liquide. Notamment dans un réseau de ponts capillaires où les ponts sont justement assez proches les uns des autres. Le liquide peut s'évaporer puis se recondenser au niveau d'un autre pont capillaire. Ce phénomène contribue alors à l'homogénéisation locale de la quantité de liquide. Néanmoins, ce mécanisme sera en général très lent par rapport aux autres, notamment si le milieu est mis en mouvement.

1.3.5 Redistribution du liquide lors des ruptures de ponts capillaires

Lorsqu'un pont capillaire entre des grains est rompu, le liquide est redistribué entre les deux particules. Cela crée localement un surplus de liquide qui va être absorbé par les ponts capillaires environnants. Cette répartition n'a a priori pas de raison d'être équitable, et l'on peut s'attendre à ce que ces réarrangements puissent créer un flux global de liquide. Cet effet a notamment été observé par Mani *et al.* (2012), dans une cellule de type Couette avec fond divisé. L'expérience consiste à cisailler dans cette géométrie un matériau granulaire humide dans le régime pendulaire, jusqu'à obtenir une bande de cisaillement. Le liquide employé peut alors être figé, et la structure de l'empilement est ensuite analysée. La mesure locale de la teneur en liquide montre que le liquide est chassé de la zone de cisaillement, et s'accumule en conséquence autour de celle-ci. Des simulations menées par ce même groupe ont pu montrer que lors de la rupture du pont, le liquide se répartit en fonction de la distance des ponts capillaires voisins, et de la pression locale dans ces ponts. Dans des conditions suffisamment visqueuses, où le liquide n'a pas le temps de s'équilibrer à travers les films minces, la zone de cisaillement est alors appauvrie en liquide.

Ce mécanisme est ici mis en balance d'un second, qui est l'écoulement du liquide sous l'effet des différences de pression tel que nous l'avons décrit dans la sous-section 1.3.1. Lorsque la viscosité est importante, le premier l'emporte, et engendre des hétérogénéités. Il s'agit donc en général d'un mécanisme de transport qui tend plutôt à nuire à la qualité du mélange.

1.3.6 Érosion granulaire

Lorsque la cohésion du matériau granulaire humide est importante, il peut se comporter dans certaines conditions comme une phase solide. Pour cela, il lui faut tout d'abord résister à son propre poids. Le nombre de Bond granulaire Bo_g, qui compare les forces capillaires au poids d'un grain doit donc être suffisamment important. Dans une situation de mélange, la répartition du liquide est initialement hétérogène. Ces zones cohésives peuvent alors être en contact avec des zones complètement sèches, qui elles sont capables de s'écouler. On peut alors s'attendre à ce que l'action de l'écoulement permette l'arrache-

ment de grains, ponctuellement, à la façon d'un phénomène d'érosion. Si les conditions de mélange sont tels que le milieu humide est mis en mouvement globalement, on retrouve une situation similaire à celle du premier mécanisme décrit dans cette partie, où les zones de cohésion différente sont capables de s'écouler.

Ce mécanisme s'apparente donc plutôt à l'érosion tel qu'elle est définie lorsque l'on parle d'usure par un fluide dans un contexte géologique. Simplement le fluide considéré est ici un écoulement granulaire, et le milieu érodable un ensemble de grains humides cohésifs. Si ce type d'érosion est possible, cela permet aux grains arrachés d'emporter une quantité de liquide à distance de l'agrégat humide dont il provient. Cette dispersion participe alors à l'homogénéisation de la distribution du liquide. C'est notamment ce mécanisme qui a été étudié en détail dans ce travail de thèse, dans ses aspects dynamiques et morphologiques, et il est amplement développé dans la suite du manuscrit.

1.4 Propriétés des écoulements granulaires

Afin d'étudier les interactions entre les écoulements secs et agrégats humides, il est nécessaire de bien connaitre les propriétés de chacun des milieux. Celles des matériaux humides ont été évoquées dans la section 1.1. Nous présentons maintenant des aspects de rhéologie des écoulements non-cohésifs et des éléments sur les fluctuations dans les milieux granulaires. Nous nous appuierons dans la suite sur ces connaissances pour aborder le problème des interactions avec les milieux humides cohésifs.

1.4.1 Rhéologie des écoulements denses

De nombreuses études se sont concentrées sur la rhéologie des écoulements denses dans une période récente, regroupées dans GdRMiDi (2004). Ces travaux ont démontré que le nombre inertiel I joue un rôle crucial dans la rhéologie des écoulements denses. La rhéologie dite $\mu(I)$ qui a été ensuite introduite par da Cruz *et al.* (2005) s'est révélée très efficace dans la description de ces écoulements. Elle propose une relation donnant le coefficient de friction μ en fonction uniquement du nombre inertiel, et de constantes du matériau :

$$\mu(I) = \mu_s + \frac{\mu_2 - \mu_s}{I_0/I + 1}. \tag{1.13}$$

μ_s est le coefficient de friction statique du matériau, μ_2 est la valeur maximale du coefficient de friction, et I_0 une autre constante. La fonction est représentée sur la Figure 1.9. Cette relation fournit une équation constitutive du matériau, qui caractérise le milieu en fonction de l'unique paramètre I.

La rhéologie $\mu(I)$ a ensuite été étendue à trois dimensions, de façon à pouvoir rendre

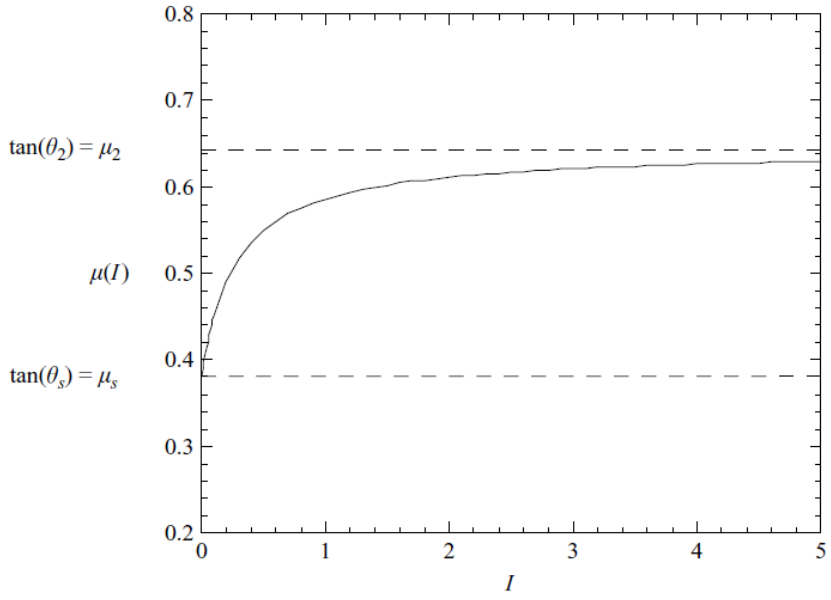

Figure 1.9: Coefficient de friction en fonction du nombre inertiel I.

compte de situations plus complexes, notamment pour les écoulements en présence de parois [Jop *et al.* (2006)]. Cette rhéologie est validée par les résultats antérieurs, et par d'autres études plus récentes [Lacaze et Kerswell (2009); de Ryck *et al.* (2010)], et fait l'objet d'un consensus pour les écoulements denses.

1.4.2 Fluctuations dans les milieux granulaires

Les milieux granulaires sont connus pour présenter des fluctuations dans leurs propriétés. Les grandeurs physiques qui les caractérisent varient autour de leur valeur moyenne, dans le temps et dans l'espace. En descendant à l'échelle des grains, les différences sont importantes et les variables ne sont plus assimilables à celles du milieu homogène. Les échelles de force dans un empilement statique présentent des distributions très larges. Ces effets ont été observés depuis assez longtemps, et un explication théorique a été proposée sous la forme du Q-model [Liu *et al.* (1995); Coppersmith *et al.* (1996)]. Ce modèle fait l'hypothèse que le poids de chaque particule est réparti de façon aléatoire sur chacune des particules sur lesquelles elle repose. Cette approche prévoit des décroissances de type exponentielle, dont on peut voir un exemple sur la Figure 1.10, qui ont été observées expérimentalement et numériquement. Dans le détail, les études proposent diverses expressions. Mueth *et al.* (1998) proposent une densité de probabilité incluant un préfacteur dans l'exponentielle, suivant $P(\tilde{f}) \sim e^{-\beta\tilde{f}}$, où $\tilde{f}$ est la force renormalisée par la forces moyenne. Les travaux de van Eerd *et al.* (2007) suggèrent l'ajout d'un exposant dans cette loi, sous la forme $P(f) \sim e^{-\beta\tilde{f}^{\alpha}}$, avec α proche de compris entre 1 et 2, ce qui donne

une décroissance plus rapide.

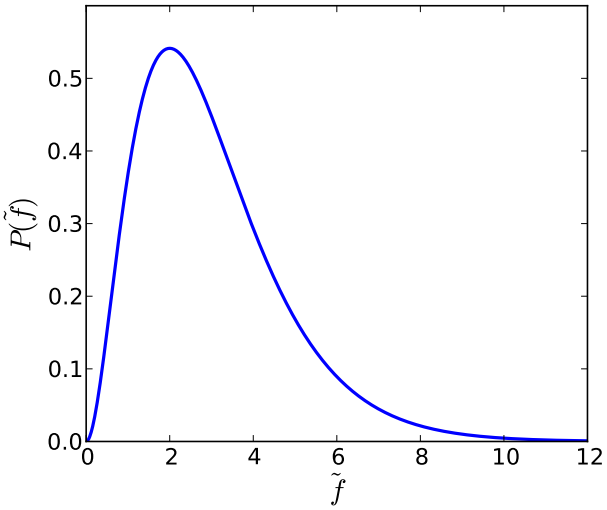

Figure 1.10: Forme de distribution typique issue du Q-model, proportionnelle à $\tilde{f}^2 e^{-\tilde{f}}$.

Dans un milieu granulaire en écoulement, les fluctuations sont également temporelles, et plus seulement spatiales. On peut observer également les fluctuations des grandeurs cinématiques, comme la vitesse des particules [GdRMiDi (2004)]. Dans une cellule de cisaillement en anneau, des distributions de forces ont été mesurées par Miller *et al.* (1996), et ont montré la même décroissance exponentielle qu'en situation statique. Pour les faibles niveaux de forces, la tendance est plutôt en loi de puissance ce qui donne une distribution de la forme : $P(f) \sim \tilde{f}^2 e^{-\tilde{f}}$. D'autres résultats expérimentaux basés sur des mesures de moment à la sortie d'un entonnoir montrent aussi une décroissance exponentielle Longhi *et al.* (2002). Une étude numérique très récente Wang *et al.* (2013) reprenant la configuration de cisaillement en anneau montre des distributions à nouveau exponentielle, avec un préfacteur proche de 1.

Ces fluctuations de force peuvent être importantes dans l'interaction avec un milieu cohésif. Même si les distributions précises dépendent des configurations et des paramètres expérimentaux, la décroissance exponentielle semble générique dans les milieux granulaires.

1.5 Problématique de la thèse

L'introduction de liquide dans un milieu granulaire produit en général facilement des situations très hétérogènes. Certaines zones vont contenir beaucoup de liquide, tandis que d'autres pas du tout. Si les conditions de cohésion sont réunies, les domaines humides

constituent des agrégats de grains cohésifs, se comportant comme une phase solide. Deux phases aux propriétés très différentes coexistent alors, l'une solide, et l'autre capable de s'écouler en tant que fluide. À partir de cette situation initiale, comment le système va-t-il s'homogénéiser ? Pour répondre à cette question il est nécessaire de comprendre comment ces deux phases vont interagir, et quels mécanismes permettront de disperser le liquide.

L'interaction des deux phases peut se décliner en deux mécanismes différents. L'écoulement du milieu sec en contact avec les grains humides peut donner lieu à des échanges entre les deux phases. Plus précisément, suivant les conditions, des grains secs vont pouvoir s'agglomérer sur l'agrégat existant. D'autre part, des grains peuvent être extraits de l'agrégat par l'action de l'écoulement sec. Ces deux phénomènes, illustrés sur la Figure 1.11, correspondent aux mécanismes d'érosion et d'accrétion déjà évoqués. Ils participent tous deux de manière différente à la dispersion du liquide, et donc à l'homogénéisation du mélange.

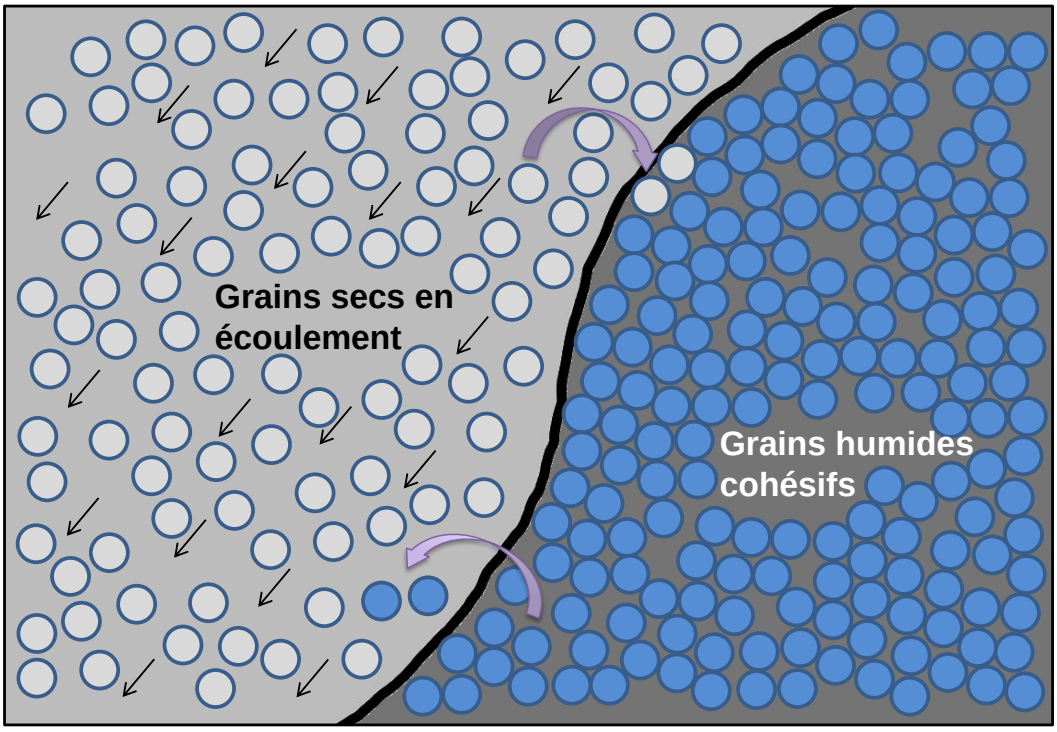

Figure 1.11: Schéma des deux mécanismes d'érosion et d'accrétion, issue de l'interaction entre la phase sèche et la phase humide.

Nous avons donc voulu comprendre quelles conditions permettent la réalisation de l'un ou l'autre de ces mécanismes, et comment ils se déroulent. Quels taux de cisaillement vont donner lieu à une érosion ? Quelles teneurs en liquide vont permettre une accrétion ? D'autre part, nous avons cherché à quantifier la dynamique de ces mécanismes. Comment les propriétés de chacune des phases sèche et humide vont influencer la vitesse

des échanges ? Finalement nous nous sommes intéressés à l'évolution morphologique des phases en présence. Puisque l'interaction n'est pas nécessairement homogène, comment évoluent les domaines formés initialement ?

2 Systèmes expérimentaux et protocoles

Cette partie décrit les dispositifs expérimentaux et les modes opératoires qui ont été employés. Cela comprend les configurations d'étude, les matériaux granulaires et les liquides utilisés. La plupart des expériences réalisées pendant cette thèse l'ont été dans deux dispositifs différents, un tambour tournant et un canal incliné. Ces deux configurations présentent l'avantage d'avoir été abondamment utilisées pour l'étude des matériaux granulaires, et les propriétés des écoulements y sont bien connues [GdRMiDi (2004)]. La démarche étant de mettre en place des expériences modèles simplifiant au maximum les paramètres entrant en compte, ces deux géométries extrêmement simples sont très intéressantes. De la même façon, on a utilisé au maximum des matériaux et liquides modèles dans les expériences.

2.1 Matériaux

2.1.1 Grains

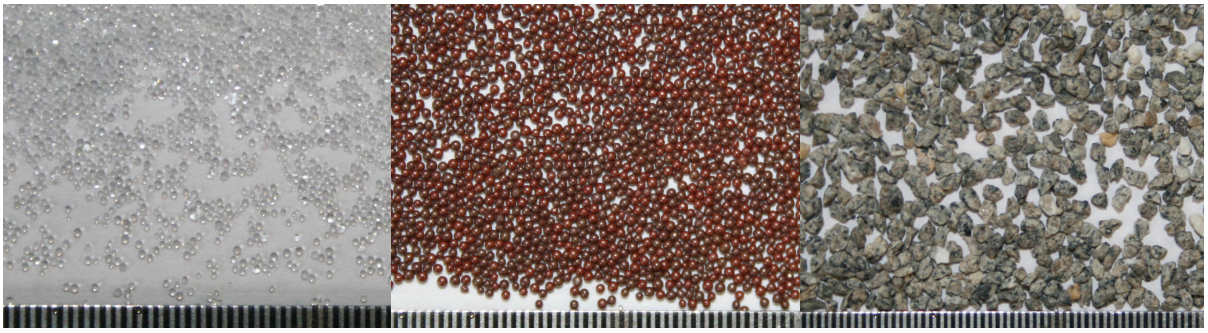

Figure 2.1: Photos des billes de verre, d'oxyde de zircone, et des grains de phonolite, respectivement. Les graduations représentent un demi-millimètre.

Dans le travail expérimental qui a été réalisé, différents types de matériaux granulaires ont été utilisées, et sont résumés dans le Tableau 2.1. Ces différents jeux de grains ont permis essentiellement de faire varier la taille des grains, celle-ci allant de 0.2 à 1.3 mm,

et leur densité. Nous avons choisi des matériaux modèles, qui sont la plupart du temps des billes, afin d'éviter une influence de la forme des grains. Elles sont cependant assez poly-disperses, avec un paramètre d'étalement les plus souvent aux alentours de 0.3, et descendant à 0.1. Cela permet d'éviter les phénomènes de cristallisation et de rester proche des milieux granulaires réels. Cependant, il est délicat d'utiliser une taille unique pour caractériser le matériau. Certaines expériences ont impliqué des grains de phonolite, présentant beaucoup plus d'aspérités. Cette propriété est importante, et d'autant plus lorsque le liquide intervient, ce qui a permis de sonder d'autres aspects. Ces différences d'état de surface sont visibles sur la Figure 2.1.

Matériau granulaire	Masse volumique ρ (g/cm^3)	Diamètre d (mm)
Grains de Phonolite	2.6	0.8-1
Billes de verre (GB)	2.5	0.2-0.4 0.5 0.8-1 1-1.3
Billes de polystyrène (PS)	1	0.5
Billes Silicate de Zirconium	3.8	0.5
Billes Oxyde de Zirconium	5.5	0.5
Billes d'acier	7.9	0.5

Table 2.1: Matériaux granulaires utilisés dans les expériences, et leurs propriétés physiques.

Pour chaque jeu de grains la relation masse-volume a été caractérisée, afin d'obtenir la compacité du milieu dans des conditions où les grains sont simplement versés dans un récipient. La Figure 2.2 montre l'exemple des billes de verre de diamètre 200-400µm.

2.1.2 Liquides

Différents liquides ont également été employés afin d'en faire varier les propriétés physiques. Celles-ci ont été caractérisées par des mesures ou par les valeurs tabulées données par les fournisseurs. Des mélanges eau-glycérol et eau-éthylène glycol nous ont permis de faire varier viscosité et tension de surface. Les huiles silicones donnent accès à une gamme importante de viscosité en gardant la tension de surface quasiment constante. La viscosité a été mesurée sur un rhéomètre de marque Bohlin en géométrie cône-plan. Les valeurs de tension de surface proviennent de mesures par la méthode de la "goutte pendante". Les angles de contact ont été mesurés sur verre à l'aide d'un goniomètre. Le Tableau 2.2 ré-

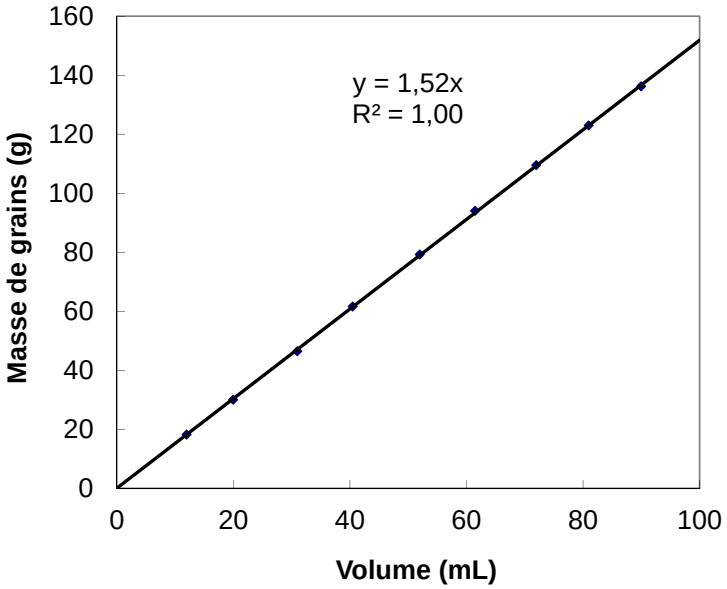

Figure 2.2: Relation linéaire entre la masse des grains et le volume occupé par l'empilement pour les billes de verre de diamètre 200-400µm. La pente de la droite représente la densité effective de l'empilement granulaire, et permet de déduire la compacité Φpour ce mode de préparation, lorsque l'on connait la densité réelle du matériau.

sume l'ensemble de ces résultats. Les valeurs d'angle de contact montrent que les liquides sont toujours assez mouillants.

Les deux paramètres qui varient nous permettent de faire varier de façon importante la vitesse capillaire, définie par :

$$v_{cap} = \frac{\gamma}{\eta}.$$

La gamme explorée va de 10^{-3} à 10^{2} m/s environ. Les vitesses d'écoulement granulaire sont généralement inscrites entre ces deux valeurs, ce qui devrait permettre de sonder différents régimes de comportement du liquide dans les expériences.

2.1.3 Grains humides

Pour préparer un milieu cohésif constitué de grains humides, nous avons cherché à contrôler le mieux possible la teneur en liquide W. Un volume de liquide de l'ordre de quelques mL est donc prélevé à la pipette. D'autre part, la quantité de grains souhaitée est pesée. La connaissance de la compacité du matériau dans un état compact nous permet de déterminer la masse de grains nécessaire à la teneur volumique en liquide W. Ces deux méthodes de prélèvement assure une bonne précision dans chaque cas, inférieure à un pour cent. L'ensemble est ensuite mélangé à la spatule pendant une minute. Cette durée a été choisie de façon à ce que le mélange semble homogène à la fin du processus. Ceci

Liquides	Viscosité dynamique (mPa.s) à 25°C	Tension de surface (mN/m)	Angle de contact (°)
Eau	0.89	72	32
Huiles silicone V10	9.3	20	<5
V20	19	20.6	<5
V100	96.5	20.9	<5
V1000	970	21.1	<5
V10000	9730	21.1	<5
V100-V1000 1	354	21	<5
V100-V1000 2	760	21	<5
V1000-V10000	3540	21.1	<5
Eau-Glycérol 1	1.1	71.5	32.4
Eau-Glycérol 2	1.6	71	32
Eau-Glycérol 3	2.3	68.1	31.6
Eau-Glycérol 4	8.9	62.7	32.7
Eau-Glycérol 5	23	60	25
Eau-Glycérol 6	502	60.3	46.8
Eau-Ethylène Glycol 1	11	48.1	31.5
Eau-Ethylène Glycol 2	16	49.4	31.5

Table 2.2: Liquides utilisés dans les expériences et leurs propriétés physiques.

permet de préparer le matériau avec le contenu en liquide souhaité.

Pour le jeu de paramètres explorés dans ces expériences, la cohésion créée par les ponts capillaires compense largement la gravité, ce qui est nécessaire pour qu'un agrégat puisse résister à son propre poids, et se comporter comme une phase solide. Cela est quantifié par le nombre de Bond granulaire $Bo_g = 2\pi\gamma r/mg$ est toujours élevé et supérieur à 50. Par ailleurs, la longueur capillaire $l_c = \sqrt{\gamma/\rho_{liq}g}$ ou ρ_{liq} est la masse volumique du liquide, est toujours supérieure au millimètre. Les ponts capillaires dont la taille est nettement plus petite ne se déformeront donc pas sous la gravité. Les grains et les liquides utilisés nous permettent donc de préparer un milieu humide suffisamment cohésif et stable.

2.2 Agrégat humide en tambour tournant

2.2.1 Dispositif expérimental

Le tambour tournant constitue un système modèle fermé de mélangeur le plus simple possible. Par contre, il n'est en rien un mélangeur idéal, puisqu'au contraire il est connu pour générer de la ségrégation avec les matériaux granulaires. Les plus gros grains ont tendance à être amenés en périphérie du tambour [Félix et Thomas (2004)], et une ségrégation axiale peut s'exprimer lorsque la longueur est suffisamment grande [Hill et Kakalios

(1995)]. Il est donc assez éloigné des mélangeurs réels que l'on peut voir en milieu industriel, où la présence de pales est quasiment systématique pour améliorer la qualité du mélange et accélérer le processus. Ici le mélange se produit uniquement à partir du mouvement du contenant, initié par celui des parois. La géométrie est également la plus simple possible, puisqu'on a choisi un tambour cylindrique de base circulaire. Par ailleurs, avoir un système fermé permet de poser simplement le problème de l'incorporation de liquide : comment le liquide va-t-il se disperser dans le volume du tambour ? Tout le liquide et les grains introduits initialement y restent, et la question est celle de la répartition.

Le dispositif que nous avons utilisé est un cylindre mince en plexiglass, de 0.5 cm d'épaisseur, et de diamètre $D_{tambour} = 14.2$ cm. Ceci correspond à un rapport d'aspect de 28, ce qui permet de considérer que l'écoulement est bidimensionnel. L'épaisseur peut contenir une quinzaine de fois la taille de grains pour les billes les plus utilisées. Un tambour tournant peut produire différents régimes d'écoulement en fonction de sa vitesse de rotation Ω. À faibles vitesses, on observe des phases d'avalanche auxquelles succèdent des mouvement de rotation en bloc, où la matériau suit simplement le mouvement du tambour. Pour des vitesses de rotation extrêmement élevées, on peut obtenir un régime centrifuge, où le matériau est collé aux parois du tambour par les forces d'inertie. Ces trois régimes sont représentés sur la Figure 2.3. Ici nous avons souhaité travailler en régime intermédiaire d'écoulement continu, où une couche de matériau s'écoule en permanence à la surface. Dans ce régime, pour un tambour rempli à moitié, le débit volumique par unité de largeur est donné par $Q = \Omega D_{tambour}^2/8$. Ce débit est adimensionné avec la relation suivante : $Q^* = \frac{Q}{d\sqrt{gd}}$. Nous avons travaillé essentiellement avec une période de rotation de 24s, et pour certaines expériences 18s. Cela revient à des vitesses de rotation Ω de 0.262 et 0.349 rad/s, et donc une valeur de Q^* aux environs de 45. Un nombre $Q^* > 1$, évite les effets de centrifugation, et garantit d'obtenir un écoulement stationnaire.

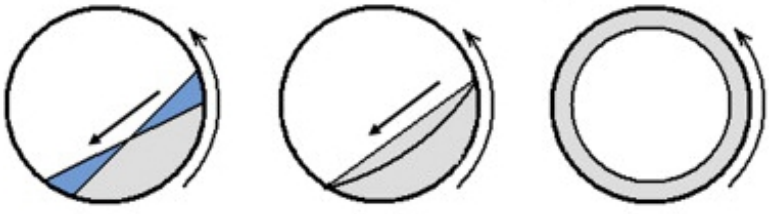

Figure 2.3: Régimes d'écoulement en tambour tournant. De gauche à droite : avalancheux, continu, et centrifuge.

Dans ce dispositif, nous avons donc mis en place une expérience visant à étudier l'interaction de l'écoulement sec produit par le tambour tournant avec un agrégat humide. Le matériau humide préparé de la façon décrite dans la sous-section 2.1.3 est ensuite introduit au centre du tambour et compacté de façon à former un disque, de diamètre $D = 3$

cm, (voir Figure 2.4), autour d'un plot en plastique collé au tambour. Ce plot ainsi que les forces des cohésion permettent de maintenir l'agrégat accroché aux parois verticales. Le tambour est ensuite rempli jusqu'à la moitié de grains secs, avant d'être mis en rotation. Nous observons ensuite l'évolution de ce système hétérogène, issue de l'interaction entre les deux phases.

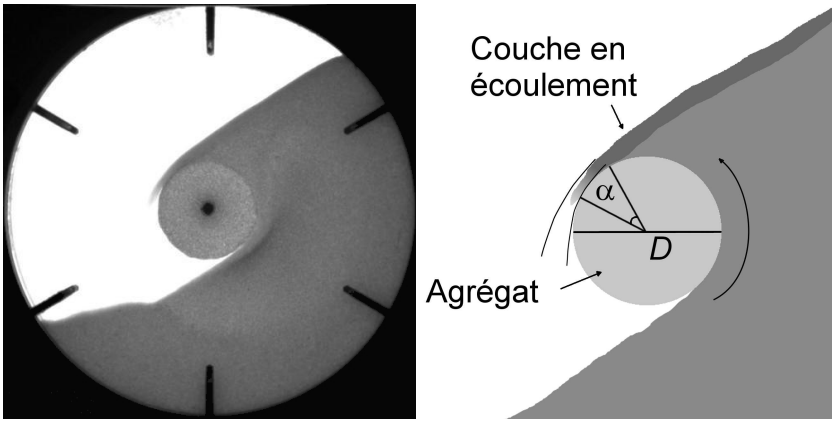

Figure 2.4: (Gauche) Image latérale du tambour au début d'une expérience. (Droite) Schéma de l'interaction entre l'écoulement et l'agrégat. α représente la portion de l'agrégat en contact avec l'écoulement.

Les effets de drainage sont limités par les effets visqueux comme nous l'avons vu dans le chapitre 1, puisque le liquide ne peut se déplacer qu'à travers des films minces dont la finesse est de l'ordre de la rugosité des billes. On peut évaluer une vitesse typique de drainage pour les billes de verre de 200-400 µm, les plus utilisées dans nos expériences avec l'Équation 1.11 :

$$v_{Pois} = \frac{\delta^2 \Delta P}{4\eta h}.$$

On en déduit le temps typique de drainage jusqu'en bas de l'agrégat pour le liquide :

$$t_{drainage} = \frac{4\eta r}{\delta^2 \rho_{liq} g}.$$

Ce temps est de l'ordre de quelques heures par exemple pour une viscosité de 10 mPa.s. Étant donné que la rotation est bien plus rapide que cela, le drainage par gravité ne peut se produire. La rotation est néanmoins beaucoup trop lente pour centrifuger le liquide, et les forces d'inertie restent mille fois plus faibles que le poids.

Même si le tambour est une enceinte fermée, et que l'air n'y est que peu renouvelé, des échanges par évaporation peuvent se produire avec l'agrégat. Un test d'évaporation a été réalisé avec de l'eau, en préparant l'agrégat de la même façon que pour ces expériences. Le suivi de la masse du système a montré que la moitié du contenu initial en eau avait

disparu après 40 minutes. Pour les autres liquides, l'évaporation est beaucoup plus lente et les temps nécessaires dépassent largement ceux des expériences. Ces temps sont à comparer avec les temps typiques des expériences, qui varient fortement en fonction des conditions. En pratique, l'évaporation sera tout à fait négligeable pour la plupart des liquides, excepté l'eau.

2.3 Canal incliné sur tas humide

La configuration de canal incliné consiste simplement en un fond rugueux incliné à un angle θ avec l'horizontale, confiné entre deux parois. Le matériau granulaire vient s'écouler dans ce canal depuis un réservoir situé en haut de la cellule, au moyen d'un entonnoir. La taille de son ouverture fixe le débit de l'écoulement Q. La hauteur et la vitesse de l'écoulement s'équilibrent alors en fonction de l'inclinaison du plan. Pour des débits faibles ou des inclinaisons faibles, l'écoulement est intermittent, et se fait par avalanches successives, de la même façon qu'en tambour tournant. Il existe une gamme de paramètres pour lesquelles on obtient un écoulement stationnaire et uniforme dans la longueur du canal.

Cette géométrie permet d'étudier le problème de l'évolution de l'interface dans une géométrie très simple, l'interface étant plane, et l'écoulement bien contrôlé. Les parois de la cellule que nous avons utilisé sont deux plaques de verre. Deux largeurs de séparation L ont été testées, 6 mm et 12 mm. La longueur utilisable du canal est d'environ 35 cm. La différence des expériences menées ici par rapport aux expériences classiques sur plan incliné confiné ou non est que le fond rugueux n'est pas réellement un fond statique, puisqu'il est constitué par le tas humide qui est amené à évoluer. Pour préparer ce matériau humide nous avons procédé comme indiqué dans la sous-section 2.1.3. Le matériau est ensuite étalé de façon à former un tas dans le fond de la cellule, entre les plaques. Pour cette expérience on a utilisé uniquement des billes de verre et de l'eau pour former l'agrégat. Les billes sèches sont ensuite injectées dans le canal, et forment un écoulement sur le tas humide.

Cette configuration a pour intérêt principal de contrôler aisément la contrainte, par l'inclinaison du tas. En effet, lorsque l'écoulement est en régime stationnaire, dans la limite d'un canal large le coefficient de friction basal μ sera simplement égal à la tangente de la pente : $\mu = \tan\theta$. La contrainte tangentielle vaudra donc simplement :

$$\tau = \mu P = \rho \Phi g h \sin\theta,$$

où Φ est la compacité du milieu, et h, la hauteur de la couche en écoulement. Ceci est exact lorsque le canal est suffisamment large, et que l'on peut considérer l'écoulement comme bidimensionnel. En présence de parois, une partie du poids est compensée par la

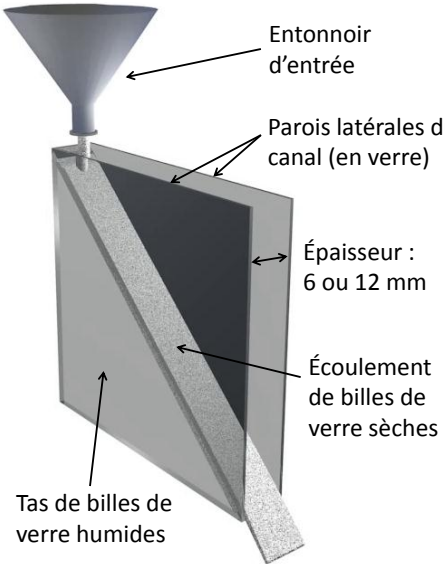

Figure 2.5: Schéma de l'expérience de canal incliné sur tas humide.

friction sur les parois, et la contrainte est diminuée :

$$\tau = \left(\tan\theta - \mu_w \frac{h}{L}\right) P = \left(\tan\theta - \mu_w \frac{h}{L}\right) \rho \Phi g h \cos\theta, \tag{2.1}$$

où μ_w est le coefficient de friction sur les parois du canal. Cependant, même pour un canal étroit, la pente permet de contrôler directement la contrainte tangentielle. C'est donc ce paramètre de contrôle et le débit qui ont été explorés dans cette expérience. Des tas initiaux d'angles compris entre 31 et 51 degrés ont été réalisés dans le canal de 6mm, et entre 27 et 35 degrés dans le canal le plus large. L'autre paramètre est le débit d'injection des grains secs dans le canal, qui a été varié entre 1.6 et 30 g/s.

2.4 Méthodes de mesure et d'exploitation

2.4.1 Acquisition des images

Ces deux expériences ont été suivies à l'aide d'une caméra, par acquisition d'images périodiquement. La caméra utilisée nous a fournit des images codées sur 256 niveaux de gris. Les distances ont pu être étalonnées en prenant un image de référence au début de chaque expérience, afin d'accéder aux longueurs réelles. De même, une référence de la verticale a été prise à l'aide d'un fil à plomb. Les dimensions de la zone d'acquisition sont ajustées à chaque fois à la zone d'intérêt de l'expérience. La résolution des images acquises est en général de l'ordre de 1000*1000 pixels.

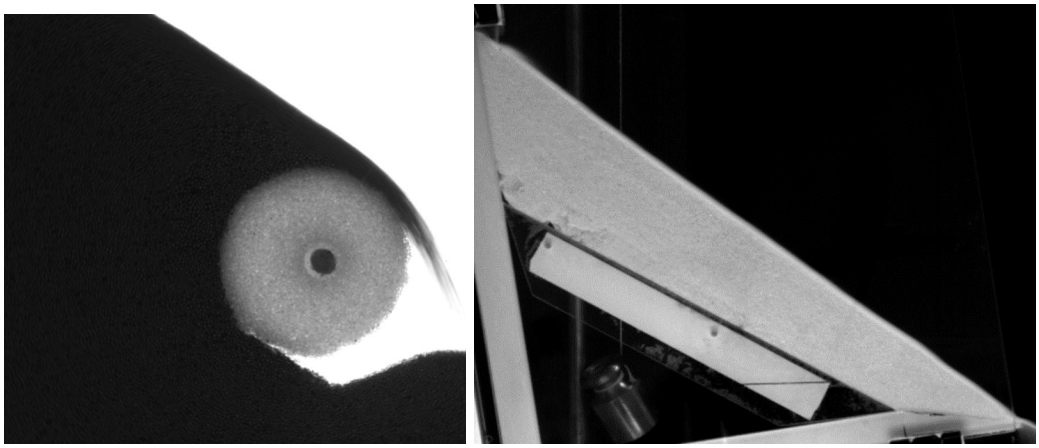

Figure 2.6: Exemples d'images acquises pour les deux expériences décrites, en tambour tournant (gauche) et en canal incliné (droite). Ici, le tambour tournant contient des billes d'acier s'écoulant sur un agrégat de billes de verre, et le canal uniquement des billes de verre.

2.4.2 Traitement d'image

Les informations qui nous intéressent dans ces données concernent l'évolution des domaines granulaires secs et humides. Nous cherchons donc, par un traitement d'images, à identifier chacune des zones. Lorsque les grains sont de nature différente comme sur l'image de gauche de la Figure 2.6, il est relativement facile de faire appel aux niveaux de gris pour discriminer les zones. Cette méthode a pu être appliquée également lorsque les grains changent de teinte avec l'humidité, ce qui est le cas de la phonolite. Une simple opération de seuillage permet alors d'obtenir l'information souhaitée. Cela consiste à attribuer à un ensemble tous les pixels inférieurs à une valeur donnée, et à un autre tous les pixels supérieurs. Cette opération est le cœur de la procédure de traitement. En pratique, un certain nombre de pré-traitements sont appliqués. Un premier lissage local permet de s'affranchir des fluctuations d'intensité lumineuse qui pourraient faire basculer un pixel de l'autre côté du seuil. Le filtre appliqué utilise la médiane des niveaux de gris, de sorte que les transitions restent franches, et ne sont pas adoucies par ce lissage.

Après le seuillage, les cavités de chaque zone connexe sont remplies. Puis, une opération morphologique d'ouverture est appliquée afin de séparer les excroissances du domaine qui ne lui appartiennent pas. Cette opération est combinée à son inverse, la fermeture, afin de conserver l'aire, et ne pas introduire artificiellement de réduction du domaine. Enfin, chaque zone est colorée différemment et on lui attribue une identification. On peut ensuite accéder aux propriétés recherchées de taille, surface, forme de l'interface, etc. L'ensemble de ces étapes sont représentées sur la Figure 2.7.

Lorsqu'il n'y a pas de variation de teinte notable entre les différents domaines recherchés, il n'est pas possible d'identifier, et séparer rigoureusement la zone humide de la zone

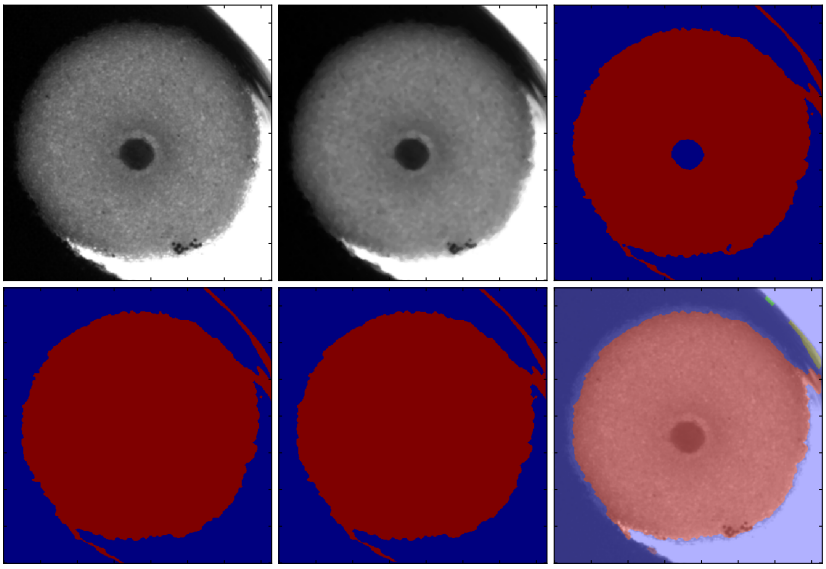

Figure 2.7: Résultats des étapes successives du traitement d'image basé sur le seuillage. La première image est brute, puis on a successivement le lissage, le seuillage, le remplissage, la fermeture, et l'ouverture.

sèche. Dans ce cas, nous avons cherché à cibler directement l'information recherchée. Pour l'expérience d'agrégat en tambour tournant, il s'agit de la taille de l'agrégat, caractérisée par son diamètre. Le seuillage peut fournir l'interface entre les grains et l'air dans le tambour. En utilisant un ajustement de ce profil par un cercle, on obtient directement le diamètre de l'agrégat. (voir Figure 2.8).

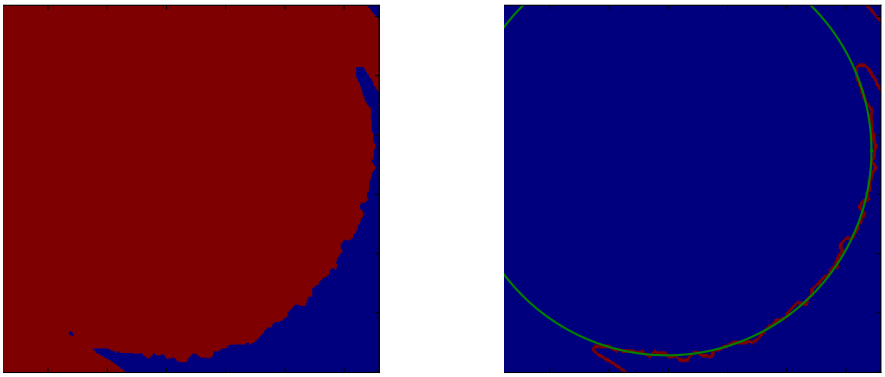

Figure 2.8: Étapes du traitement d'image basé sur l'ajustement du profil par un cercle. La sélection est volontairement réduite au plus près de l'interface visible de l'agrégat, afin d'avoir un maximum de points pertinents.

Dans les profils extraits par le seuillage, il y a nécessairement des points qui n'appartiennent pas au contour de l'agrégat. Pour que l'ajustement fonctionne bien dans cette situation, il faut le paramétrer judicieusement. Cette procédure cherche à minimiser une

fonction d'erreur qui est la différence absolue entre la série de points et l'équation du cercle, en fonction des paramètres de ce cercle. Pour que cet ajustement soit le meilleur pour les points qui nous intéressent, sans être affectés par les autres points, il faut augmenter le poids des petites différences, et diminuer celui des grandes. Ainsi, la fonction d'erreur prendra une valeur faible quand un grand nombre de points seront bien ajustés, même si d'autres sont assez loin. Pour ce faire, nous avons introduit une puissance inférieure à un sur le calcul de la fonction d'erreur. Cela a justement pour effet de réduire le poids les grandes différences, tout en augmentant celui des petites. Une puissance égale à 0.2 nous a donné les meilleurs résultats pour ce traitement, et un exemple se trouve sur la Figure 2.8.

Pour l'expérience en canal incliné, il est à nouveau difficile de distinguer l'écoulement du tas humide. Cependant, si l'on considère que l'écoulement suit ce profil avec un simple décalage constant, il est possible d'en déduire différentes informations sur le tas humide. De la même façon que précédemment, un seuillage associé à d'autres traitements identifie le domaine occupé par les grains. Cela nous donne donc accès à l'évolution de la taille de ce domaine. De plus, en utilisant une simple érosion morphologique, on peut obtenir la forme de l'interface. L'ensemble des étapes est résumé sur la Figure 2.9.

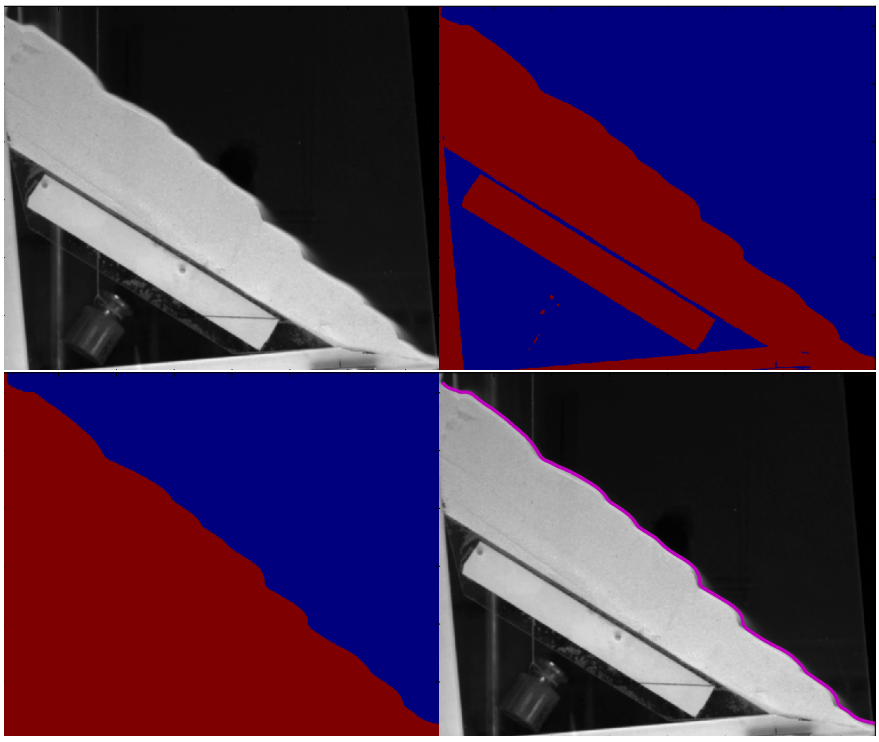

Figure 2.9: Étapes du traitement d'image sur l'expérience en canal incliné. Successivement sont représenté l'image brute, le seuillage, remplissage et fermeture du domaine, et enfin le profil du tas superposé à l'image de départ.

3 Dynamique de l'érosion

Le mécanisme d'érosion décrit en introduction a été étudié en détail, notamment par de nombreuses expériences en tambour tournant. Celle-ci ont permis essentiellement de quantifier la vitesse de ce phénomène, et de comprendre comment les différents paramètres du problème vont influencer cette vitesse. Ce chapitre regroupe l'ensemble des résultats sur la dynamique de ce mécanisme, et leur analyse.

3.1 Évolution d'un agrégat en tambour tournant

Nous avons répété l'expérience d'évolution d'un agrégat humide en tambour tournant (voir section 2.2) dans un régime où le mécanisme d'érosion est isolé, ou du moins largement dominant. Le matériau humide doit donc posséder une cohésion suffisante, tout en ayant peu de liquide disponible pour former de nouveaux ponts capillaires par accrétion. Nous nous sommes donc placés à des teneurs en liquide assez faibles, correspondant à un régime pendulaire où les ponts capillaires sont formés uniquement entre paires de grains. Cela correspond à des teneurs en liquide inférieures à 2.5% et supérieures à 0.03% pour une rugosité de l'ordre du centième du rayon des billes. Nous avons donc effectué des expériences à des teneurs comprises entre 0.3% et 1.5%. Cela permet également de diminuer la sensibilité à l'évaporation, car les forces de cohésion dépendent peu de la quantité de liquide dans ce régime comme nous l'avons vu dans le chapitre 1.

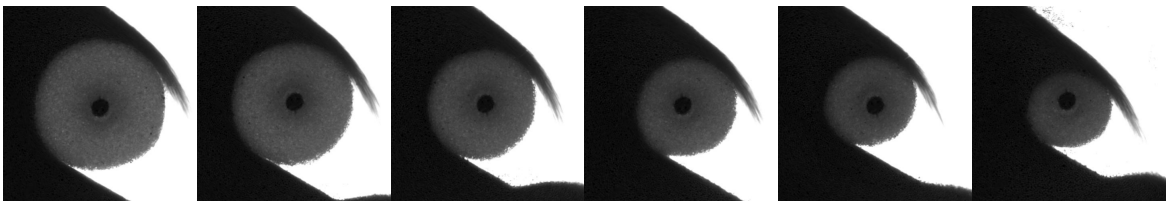

Figure 3.1: Clichés de l'agrégat pris à cinq minutes d'intervalle, montrant un exemple typique d'évolution. L'agrégat est constitué de billes de verre et d'huile silicone V100, et l'écoulement de billes de Silicate de Zirconium de 500 microns.

Dans cette gamme, nous avons observé de façon générique la diminution progressive et régulière de la taille de l'agrégat. La forme circulaire est préservée. La Figure 3.1 montre un exemple de ce type d'évolution. Les données acquises par le traitement d'image décrit dans

le chapitre 2 permettent d'analyser quantitativement cette évolution. Puisque l'agrégat reste quasiment circulaire, nous pouvons décrire l'évolution par la représentation de son diamètre D en fonction du temps. La plupart des expériences ont montré une évolution linéaire au cours du temps, comme on peut le voir sur la Figure 3.2.

La durée représentée correspond à environ quatre heures d'expérience. Cet ordre de grandeur est faible par rapport à la durée d'évaporation de la plupart des liquides, excepté l'eau pour laquelle nous avons mesuré une diminution importante de la quantité de liquide en 40 minutes. Il est donc attendu que l'évaporation ne joue pas de rôle, excepté dans les expériences avec l'eau. Parfois, l'agrégat se décale légèrement du centre durant l'expérience à cause de l'érosion. Cette excentricité perturbe l'écoulement qui peut devenir intermittent, et changer la dynamique d'interaction. Les résultats n'ont pas été pris en compte lors des rares cas où cela s'est produit.

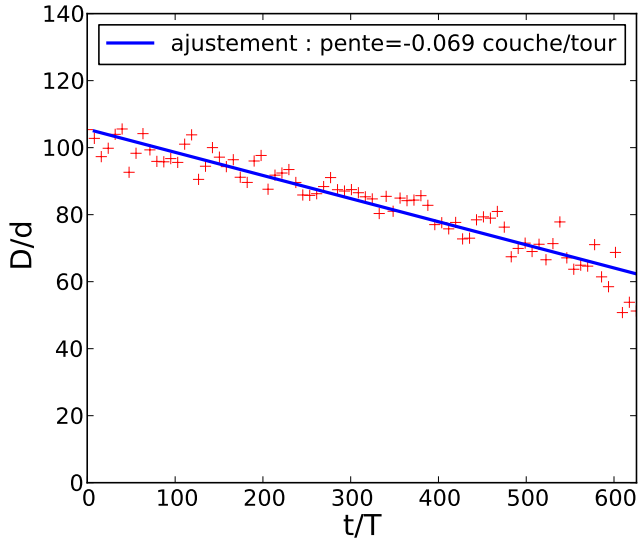

Figure 3.2: Évolution du diamètre de l'agrégat au cours du temps, avec les billes de verre 200-400 µm. Le liquide utilisé est l'huile silicone V100. La période de rotation est de 24 secondes.

Étant donné la structure du réseau capillaire qui correspond à un régime pendulaire, le liquide ne peut se déplacer assez rapidement pour modifier les propriétés de l'agrégat. Le comportement des grains à l'interface ne dépendra donc pas de ceux situés plus à l'intérieur. L'arrachement des grains est alors un problème local. Par ailleurs, nous avons pu vérifier que la pente d'écoulement et l'épaisseur ne sont que peu affectées par l'évolution de l'agrégat. En effet, le liquide dispersé par l'érosion est incorporé à au milieu initialement sec qui pourrait voir ses propriétés modifiées. Les propriétés de l'écoulement étant donc aussi stationnaires, nous pouvons supposer que son action mécanique n'est que pas modifiée au cours du temps. Enfin comme l'agrégat humide est préparé de façon

à être homogène, le taux d'arrachement local devrait aussi rester constant au cours du temps. Dans ce cas, la diminution linéaire du diamètre de l'agrégat résulte de la géométrie du problème uniquement. La diminution de surface de l'agrégat est alors simplement proportionnelle à la portion de périmètre en contact avec l'écoulement :

$$-\pi \frac{dD^2}{dt} \propto \alpha D.$$

Les images indiquent que l'angle α reste le même au cours de l'expérience, il vient alors : $\frac{dD}{dt} = cst$, comme cela a été observé. Dès lors, il devient naturel de définir un taux d'érosion à partir de cette constante et de l'utiliser pour caractériser la dynamique du phénomène pour un jeu de paramètre donné. En adimensionnant le diamètre de l'agrégat par la taille moyenne des billes, et le temps par la période de rotation du tambour, on obtient un taux d'érosion sans dimension défini par :

$$\frac{D - D_0}{d} = -E \frac{t}{T},$$

où D_0 est simplement le diamètre initial de l'agrégat. Avec cette définition E est un nombre positif, comptant simplement le nombre de couches de grains arrachées par révolution du tambour. Ce taux d'érosion est mesuré à partir d'un simple ajustement linéaire de l'évolution du diamètre telle que sur la Figure 3.2. Pour certaines expériences, l'évolution linéaire ne s'est pas poursuivie jusqu'au terme de l'érosion. Dans ce cas le taux d'érosion a été mesurée à partir de la portion linéaire initiale de la courbe du diamètre. Dans la suite du chapitre, E va constituer la grandeur physique qui nous permet d'étudier la dynamique du mécanisme d'érosion vis-à-vis des paramètres du problème.

3.2 Résultats expérimentaux

3.2.1 Influence des propriétés de l'agrégat humide

Un moyen simple de changer les propriétés de la phase humide est de changer la nature du liquide présent. La résistance à l'érosion d'un agrégat humide provient des forces entre grains issues des ponts capillaires. Comme nous l'avons vu en introduction, ces forces reposent sur les propriétés de tension de surface et de viscosité du liquide. Ces deux paramètres vont donc permettre de modifier la dynamique du phénomène lorsque l'on change le liquide employé dans l'expérience d'érosion. De plus, les deux forces en question ont des expressions correspondant à des comportements très différents lors d'un processus de rupture. En effet, la force capillaire décroit lentement avec la distance de séparation, tandis que la force visqueuse diminue plus nettement, et dépend par ailleurs

de la vitesse d'arrachement. On peut donc s'attendre à observer une influence complexe sur la dynamique d'érosion, qui ne sera pas la même dans les deux cas.

Pour l'ensemble des liquides qui ont été testés (cf. Tableau 2.2), l'intensité relative des deux forces capillaire et visqueuse varie énormément. Par contre, sauf mention contraire nous avons toujours conservé les mêmes billes de verre 200-400 µm pour former l'agrégat. Le nombre capillaire $Ca = \eta v/\gamma$ prend des valeurs comprises entre 10^{-3} et 10. Ici, nous choisissons comme vitesse caractéristique v celle des grains s'écoulant à la surface de l'agrégat, donc $v \sim \sqrt{gd}$. On peut donc s'attendre à observer des régimes différents dominés par les effets capillaires ou visqueux lorsque l'on change de liquide.

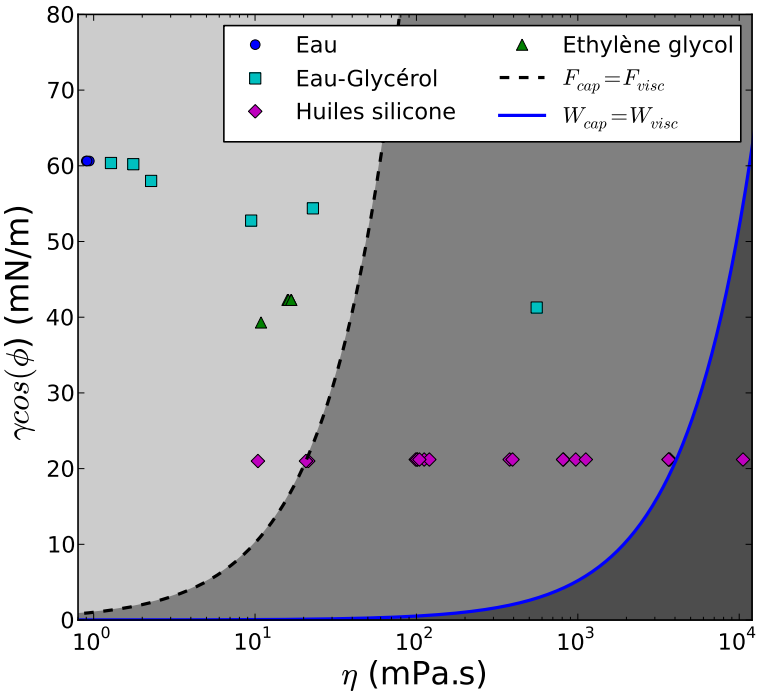

Figure 3.3: Diagramme des phases avec la viscosité, η, et le paramètre de la force capillaire $\gamma \cos\phi$, regroupant les différents liquides. La ligne pointillée représente la limite de prédominance entre la force capillaire et la force visqueuse, et la ligne pleine la limite pour l'énergie. Le gris clair représente donc le domaine capillaire, et le gris foncé le domaine visqueux. Le gris intermédiaire appartient à l'un ou l'autre, suivant la limite que l'on choisit.

Pour évaluer plus précisément le rapport de ces deux effets, on peut calculer le rapport exact des deux forces exercées par un pont capillaire pour une distance de séparation donnée :

$$\frac{F_{visc}}{F_{cap}} = \frac{3\eta v}{4\tilde{s}\gamma\cos\phi} = \frac{3Ca}{4\tilde{s}\cos\phi}.$$

Ce rapport vaut environ 10 fois le nombre capillaire si l'on considère un distance de

séparation de l'ordre du dixième de la taille des grains, soit $\tilde{s} = 0.1$. Il est donc compris entre 10^{-2} et 10^{2}, ce qui confirme la possibilité d'une transition. Le rapport des énergies apporte une limite différente :

$$\frac{W_{visc}}{W_{cap}} = \frac{0.86\eta v}{\gamma \cos\phi} \tilde{s_c}^{3/2} \ln \frac{\tilde{s_c}}{\tilde{\delta}} = \frac{0.86Ca}{\cos\phi} \tilde{s_c}^{3/2} \ln \frac{\tilde{s_c}}{\tilde{\delta}}.$$

Cette fois-ci le rapport vaut environ 0,2 fois le nombre capillaire pour une rugosité adimensionnée estimée à $\tilde{\delta} = 0.01$, valeur que l'on gardera dans la suite. Ce rapport varie donc maintenant entre 10^{-4} et 1. La Figure 3.3 montre les courbes limites où les rapports de force et d'énergie sont égaux à 1, et comment les différentes expériences se positionnent dans un diagramme avec pour coordonnées les propriétés des liquides.

La séparation en terme d'énergie semble indiquer que les effets capillaires sont toujours dominants pour les systèmes considérés. Les résultats seraient dans ce cas insensibles aux variations de la viscosité. Si l'on se réfère au rapport des forces, on devrait avoir accès à deux régimes, capillaires pour la plupart des liquides, et visqueux uniquement pour les huiles les plus visqueuses. Nous allons voir que les résultats contredisent une telle vision, et qu'il n'est pas possible de dissocier deux régimes dans le cadre de ces expériences. D'autre part, l'utilisation de la vitesse $\sqrt{gd}$ pour construire ce diagramme est discutable.

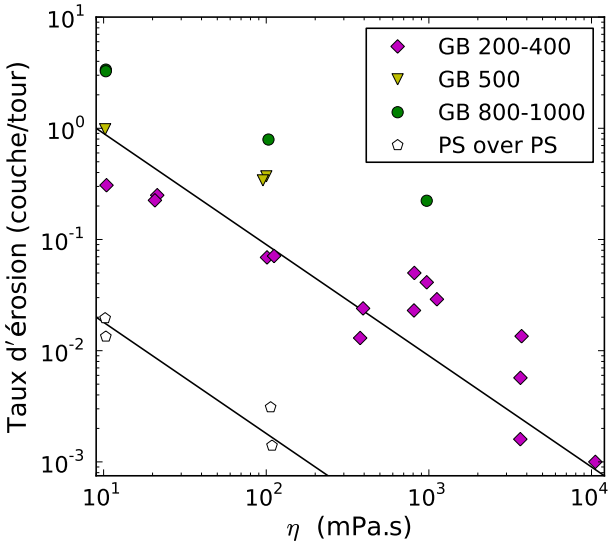

Figure 3.4: Taux d'érosion en fonction de la viscosité pour différentes billes. La tension de surface est toujours autour de 21 mN/m. Dans chaque cas, l'agrégat est constitué des mêmes billes de verre 200-400 µm, à part pour l'essai avec des billes de polystyrène, où elles sont utilisées à la fois pour l'agrégat et l'écoulement. Les lignes de pente -1 indiquent une tendance possible. Les expériences avec une même viscosité montrent la variabilité du résultat.

En effet, cela revient à considérer que les grains sont arrachés à la même vitesse que celle

des grains en écoulement. Cette vitesse peut tout à fait être différente, puisque le grains est initialement retenu par des ponts capillaires. De plus, avec des liquides fortement visqueux, on peut s'attendre à ce que cette vitesse soit encore plus faible, et donc que cette vitesse caractéristique dépendent des propriétés du liquide.

Les différentes huiles silicones permettent de faire varier la viscosité en maintenant la tension de surface constante. Le taux d'érosion en fonction de la viscosité est représenté sur la Figure 3.4. La diminution du taux d'érosion s'étale sur trois décades avec les billes de verre 200-400 µm, et montre une tendance similaire avec les autres billes de verre et les billes de polystyrène. Les lignes de pente -1 en échelle log montrent une tendance compatible avec les résultats, même si la pente semble légèrement plus faible pour les billes de plus grande taille. Sur les figures, les barres d'erreur typiques que nous avons estimées sont plus petites que la taille des points. Par contre, les résultats montrent une certaine variabilité, et celle-ci est visible par exemple sur la Figure 3.4, lorsqu'une même viscosité aboutit à un taux d'érosion différent. Cela donne une idée de l'incertitude sur le résultat expérimental, et pourrait provenir de difficultés à obtenir un agrégat de façon suffisamment reproductible.

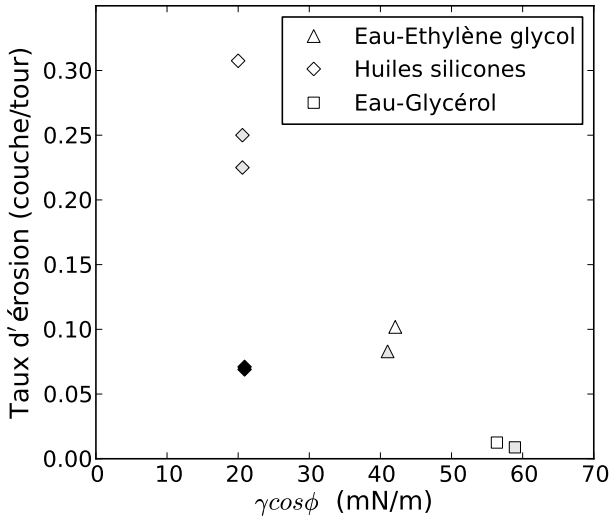

Figure 3.5: Taux d'érosion en fonction de $\gamma \cos\phi$ pour différents liquides avec des billes de verre. Les symboles blancs correspondent à une viscosité autour de 10 mPa.s, les gris 20 mPa.s, et les noirs, 100 mPa.s.

La Figure 3.5 montre une forte décroissance du taux d'érosion avec la tension de surface, bien que l'amplitude de variation de ce paramètre soit limitée. Ces points regroupent des liquides censés se situer dans le domaine capillaire, quelque soit le critère retenu. Même si l'influence des effets capillaires est très importante, il semble que la viscosité continue de jouer un rôle non négligeable comme le montre le résultat pour l'huile silicone V100

en noir sur le graphique. Ceci remet donc en cause fortement l'idée de régimes capillaires et visqueux indépendants.

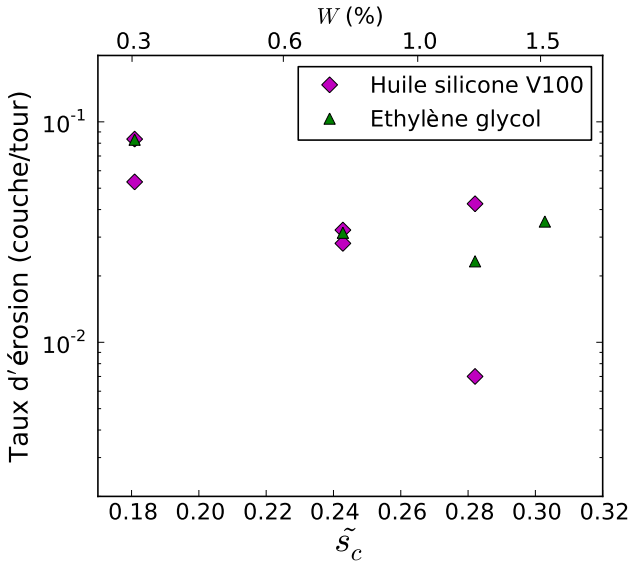

Figure 3.6: Taux d'érosion en fonction de la quantité de liquide.

Dans le régime d'érosion linéaire que nous avons défini, la quantité de liquide a aussi une influence sur la dynamique d'érosion. La Figure 3.6 montre le taux d'érosion mesuré pour différents contenus en liquide (W =0,3-1,5 %), avec l'éthylène glycol et une huile silicone. Nous avons vu que dans ce domaine, les forces capillaires et visqueuses ne dépendent pas au premier ordre de la quantité de liquide, même si le volume joue un rôle lorsque le pont est étiré. Il peut alors sembler étonnant d'observer un effet de ce paramètre. Ceci peut s'expliquer par la modification des propriétés du réseau de ponts capillaires lorsque l'on augmente la quantité de liquide. En effet, nous avons vu que le nombre moyen de ponts par bille évolue comme $N = 6(1 + \tilde{s_c})$, où $\tilde{s_c}$ dépend directement du contenu de liquide présente suivant l'Équation 1.4 : soit une loi d'échelle en $\tilde{s_c} \propto W^{1/3}$. Cette quantité semble donc être un paramètre pertinent pour analyser l'influence de la quantité de liquide.

3.2.2 Influence des propriétés de l'écoulement

L'écoulement constitue l'élément moteur du phénomène d'érosion qui est ici à l'œuvre. Sa place essentielle rend le mécanisme extrêmement dépendant de ses propriétés. Afin d'étudier l'influence de ces propriétés, nous avons testés des billes de différentes tailles et densité. Toujours dans l'idée de découpler l'influence des deux phases, seules les billes de l'écoulement ont été changées. Celles constituant l'agrégat sont toujours les billes de verre de 200-400 µm. De cette façon, la cohésion de l'agrégat demeure inchangée, et

nous pouvons observer indépendamment l'influence des propriétés de l'écoulement sur le processus.

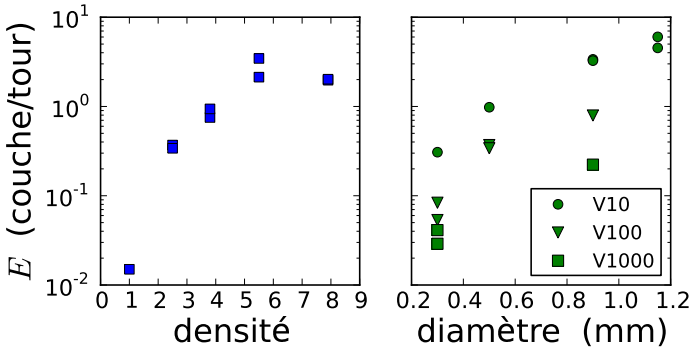

Figure 3.7: Évolution du taux d'érosion avec les caractéristiques principales des billes de l'écoulement. (Gauche) Variations en fonction de la densité des billes, avec de l'huile silicone V100 et les différentes billes de diamètre 500 µm, listées dans la Tableau 2.1. (Droite) Variations en fonction du diamètre des billes, avec des billes en verre, et trois huiles, V10, V100 et V1000.

La Figure 3.7 montre une forte augmentation du taux d'érosion, de plusieurs décades, pour une variation modérée de la densité et du diamètre des billes. La dépendance est clairement plus rapide qu'une simple proportionnalité. Les modèles antérieurs d'érosion suggèrent pourtant une dépendance linéaire. En effet, l'usure par contact frottant a été étudiée par Archard (1953), qui a montré que le taux d'érosion était proportionnel à la charge normale. Ici la charge normale varie linéairement avec la densité, et l'on devrait donc obtenir la même dépendance pour le taux d'érosion. Cependant, la contrainte et les conditions d'écoulement à une interface granulaire sont toujours sujets à discussion, en particulier pour les écoulements denses. Il reste d'autant plus délicat de les relier au processus d'érosion, car le mécanisme qui pilote l'érosion granulaire n'est pas connu.

3.2.3 Visualisation en caméra rapide

Quelques essais d'érosion ont pu être observés avec une caméra rapide dans la géométrie de canal incliné. Qualitativement, ces images révèlent que l'arrachement des grains se fait de façon sporadique, comme on peut le voir sur la Figure 3.8. On observe les détachements grain par grain, ou bien en petites séries, où le départ du premier permet ensuite le décrochement d'autres grains. Mais il est clair qu'il n'y a pas de phénomène de fluage, où une couche de grains se met en mouvement en bloc.

En analysant quelques uns de ces évènements, nous avons essayé de quantifier les temps typiques d'arrachement, et les vitesse associées. Pour ces quelques mesures, avec de l'eau et les billes de 200-400µm, les durées d'arrachement semblent être de l'ordre de la ms.

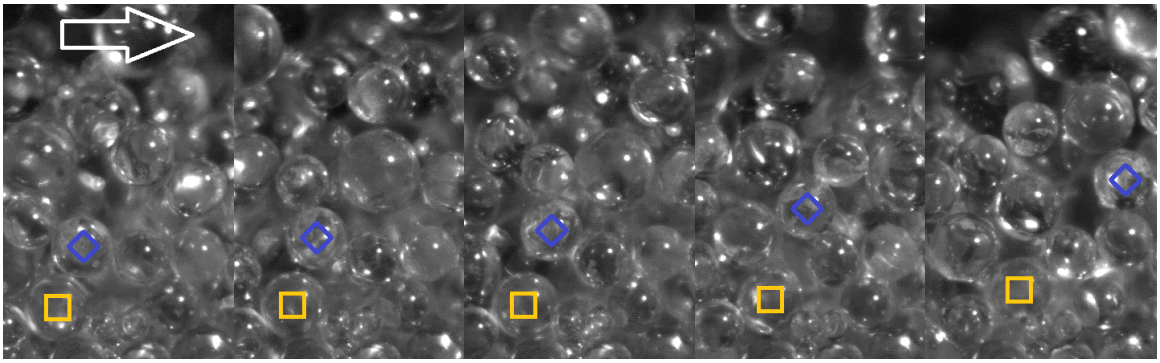

Figure 3.8: Images de l'arrachement d'un grain par caméra rapide. L'écoulement se fait dans la partie haute, un peu plus diluée. Dans la partie basse se trouve le fond cohésif, fixe. Le carré jaune est associé à une bille fixe, et le losange bleue indique la bille qui se décroche ici.La flèche indique le sens de l'écoulement. La bille marquée par le carré jaune finit ensuite par se décrocher également.

Cela correspond à une vitesse moyenne de quelques mm/s. Ces temps et ces vitesses sont fortement dispersées, et il faudrait un grand nombre de mesures pour pouvoir estimer précisément une valeur moyenne, alors que les évènements sont peu fréquents et difficiles à détecter. Néanmoins, on peut remarquer que cette vitesse est cohérente avec la valeur de vitesse caractéristique que nous avons utilisée pour estimer le niveau des effets visqueux. Il s'agit ici de l'eau, et on peut s'attendre à ce que cette vitesse soit réduite dans le cas des liquides plus visqueux.

3.3 Modélisation du mécanisme

Le phénomène d'érosion granulaire observé ici est assez lent. C'est-à-dire que la quantité de grains arrachée par unité de temps est très faible par rapport aux débits d'écoulement auxquels les agrégats sont soumis. Cela signifie tout d'abord que l'écoulement ne sera que peu modifié par la modification de l'agrégat, et reste stationnaire. D'autre part, il parait clair que les grains humides sont arrachés individuellement. Il convient donc de s'intéresser au sort d'un grain soumis à l'écoulement pour comprendre le fonctionnement de ce mécanisme d'érosion.

3.3.1 Comparaison des forces mises en jeu

Nous avons vu quelles étaient les forces participant à la cohésion de l'agrégat. Il s'agit des force visqueuses et capillaires, dont l'intensité varie avec les liquides employés. Il convient d'évaluer l'intensité de l'action de l'écoulement, et la comparer aux forces de cohésion appliquées aux grains. Nous pouvons considérer que la contrainte tangentielle à la base

de l'écoulement est égale à la composante du poids de la couche de billes correspondante :

$$\tau_g = \mu\rho\Phi gh\cos\theta, \tag{3.1}$$

où $\rho\Phi$ est la densité effective de la couche en écoulement. μ est le coefficient de friction à l'interface, et θ l'angle de l'écoulement. Cette relation vient simplement en considérant que la couche est en écoulement stationnaire. L'autre possibilité est de considérer la contrainte de Bagnold [Bagnold (1954)], qui vient d'une simple analyse dimensionnelle, et a pu être vérifiée par Lois *et al.* (2005) pour une large gamme de taux de cisaillement $\dot{\gamma}$: $\tau_B = f(\Phi)\,\rho d^2\dot{\gamma}^2$, avec f une fonction de la compacité. En tambour tournant, ce taux de cisaillement est donné par $\dot{\gamma} \simeq \frac{1}{2}\sqrt{\frac{g}{d}}$ [GdRMiDi (2004)]. On obtient donc finalement :

$$\tau_B \propto \rho g d. \tag{3.2}$$

Cette dernière loi d'échelle a été confirmée en tambour tournant au niveau du front d'un écoulement bi-disperse : par des simulations numériques, [Yohannes *et al.* (2012)] ont observé une contrainte moyenne à l'interface proportionnelle à la taille des billes. Dans les deux cas, la contrainte évolue linéairement avec la densité des billes. A partir de la contrainte, on peut évaluer la force moyenne exercée sur une bille de l'agrégat, en multipliant simplement la contrainte par la section d'une bille : $\bar{F} = \tau\pi r^2$. On obtient une gamme de force comprise entre $\bar{F} \simeq 5.10^{-7}$N pour la contrainte de Bagnold, et $2.5.10^{-6}$N pour la gravité. Le nombre de Shield, qui compare les forces tangentielles aux forces de confinement, est intéressant pour poursuivre l'analyse. Ici, il s'exprime comme le rapport de la force tangentielle par la force capillaire :

$$\Theta = \frac{\bar{F}}{F_{cap}}.$$

En effet, la force capillaire est dominante si l'on part d'une situation statique, même si la force visqueuse peut prendre des valeurs importantes par la suite. Ce nombre peut être rapproché d'un autre nombre adimensionné utilisé pour caractériser les milieux granulaires cohésifs dans Wolf *et al.* (2005); Rognon *et al.* (2008), défini par :

$$P^* = \frac{Pr^2}{F_c},$$

où F_c représente les forces de cohésion de façon générale, et P la pression. Le nombre de Shield varie ici de 0.005 jusqu'à 0.12, selon la relation utilisée pour la contrainte et la valeur de tension de surface. Les billes sont donc cisaillées avec une force au moins dix fois plus faible que la force capillaire. Ceci semble contradictoire avec la possibilité de générer

de l'érosion par l'écoulement, puisque pour obtenir l'étirement puis la rupture d'un pont capillaire, il faut tout d'abord vaincre la force capillaire.

Comme nous l'avons évoqué précédemment, les modèles d'usure suggèrent une dépendance du type $E \propto \tau$. Les problèmes de transport de sédiments rencontrés dans les lits de rivière par les géologues sont peut-être plus proches, car ils correspondent à un matériau érodable sous forme granulaire. Les différents modèles présents dans la littérature proposent également une analyse en terme du nombre de Shield [Lajeunesse *et al.* (2010); Charru *et al.* (2004)]. En régime turbulent, les lois d'érosion proposées sont de la forme $E \propto \Theta - \Theta_c$ ou bien $E \propto (\Theta - \Theta_c)^{3/2}$ où Θ_c est le nombre de Shield critique, seuil à partir duquel le transport a lieu. Le nombre de Shield étant ici proportionnel à la densité des grains qui s'écoulent, dans les deux cas on obtient des taux d'érosion proportionnels à la densité ou en puissance 1.5. Ces dépendances ne correspondent pas à la dynamique observée, et la Figure 3.9 montre que le rapport du taux d'érosion par le paramètre pilotant la contrainte n'est pas constant. Cela signifie que les lois d'érosion évoquées ne s'appliquent pas à la situation présente, ou bien que la contrainte moyenne n'est pas le paramètre pertinent dans ce problème.

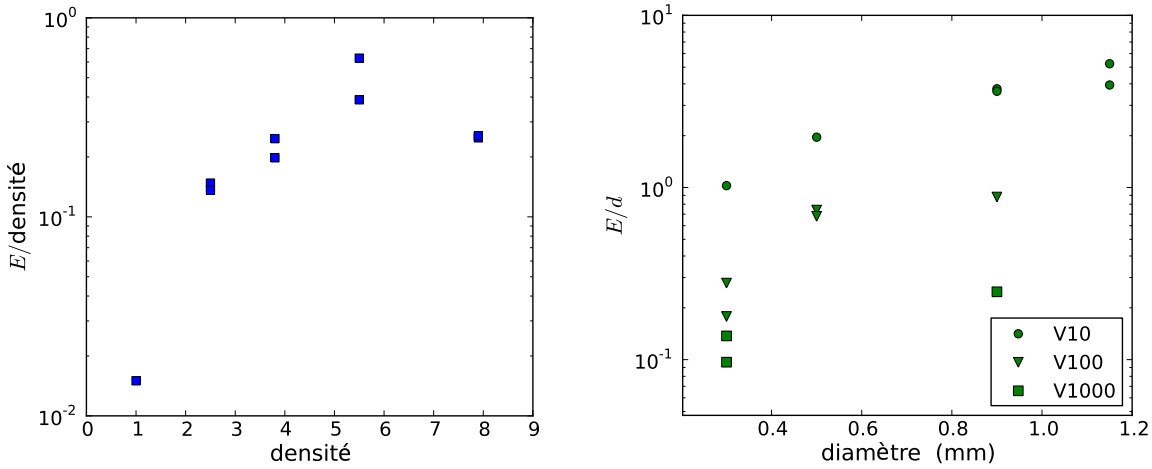

Figure 3.9: Taux d'érosion divisé par la densité des billes, en fonction de la densité (gauche), et divisé par le diamètre des billes en fonction du diamètre (droite).

3.3.2 Approche stochastique

Les deux points précédents nous amènent à considérer une modélisation différente du phénomène. L'objectif est de rendre compte des différents résultats expérimentaux présentés, et en particulier de l'effet de la densité qui n'est pas en accord avec les modèles existants. Par ailleurs, il semble paradoxal que les forces développées par l'écoulement

puissent être inférieures à la force capillaire et néanmoins produire de l'érosion. Ces différents éléments suggèrent que l'érosion pourrait être pilotée par les fluctuations présentes au sein de l'écoulement. Celle-ci permettrait de dépasser par moment le seuil de la force capillaire, et produire l'arrachement des grains. L'érosion se construit alors comme un phénomène stochastique, dont l'un des ingrédients est la distribution des forces exercées par l'écoulement $P(f)$.

À chaque fois que le seuil est franchi, les ponts capillaires liant les grains sont étirés jusqu'à la rupture. Chaque niveau de force supérieur à ce seuil contribue alors à l'érosion avec un certain taux qui est l'inverse du temps de rupture, $t_{rupt}(f)$. Le taux d'érosion global se construit alors comme la somme de toutes les contributions efficaces :

$$E_s = \frac{\alpha T}{2\pi} \int_{F_{cap}}^{\infty} \frac{1}{t_{rupt}(f)} P(f) df. \tag{3.3}$$

$\frac{\alpha}{2\pi}$ représente simplement la portion de l'agrégat soumise à l'action de l'écoulement et nous multiplions par T pour obtenir le taux d'érosion adimensionné. Chaque bille soumise à l'action de l'écoulement est progressivement arrachée à un taux $1/t_{rupt}(f)$, si f dépasse F_{cap}. Le taux d'érosion obtenu est adimensionné par construction puisque cela revient à compter le temps nécessaire pour extraire une couche de bille. Le seuil noté F_{cap} ici sera effectivement déterminé par la force capillaire, mais pourra être différents notamment du fait des contacts multiples entre billes. Nous préciserons son expression par la suite.

Les fluctuations de contrainte dans un matériau granulaire sont connues pour être exponentielle pour les grandes valeurs. Ce type de distribution a été vérifié aussi bien dans des empilements statiques [Mueth *et al.* (1998)] que pour des écoulements en condition de cisaillement [Miller *et al.* (1996)]. Par ailleurs, un modèle théorique nommé Q-model, explique ce type de comportement [Coppersmith *et al.* (1996)]. Différentes formes de distributions peuvent être trouvées dans la littérature mais la caractéristique commune reste la décroissance exponentielle. Ici, en l'absence d'informations plus précises, nous choisissons la distribution dérivée du Q-model, qui conserve une forme analytique simple :

$$P(f) = \frac{f^2}{2F_0^3} e^{\frac{-f}{F_0}}, \tag{3.4}$$

F_0 est un paramètre directement lié à la force moyenne $\bar{F}$ de la distribution de force par $F_0 = 3\bar{F}$. En écrivant ce modèle, nous faisons l'hypothèse que l'intensité de la force exercée reste approximativement constante pendant la durée d'arrachement. Pour confirmer cette hypothèse, il faut évaluer un temps caractéristique des fluctuations des contraintes. Il existe peu de données sur le sujet dans la littérature, mais Gardel *et al.* (2006) ont observé

une durée de corrélation de 10 ms dans un entonnoir avec des billes de 3 mm Gardel *et al.* (2006). Nous commenterons davantage cette hypothèse dans la partie suivante, à partir d'estimations du temps d'arrachement. Néanmoins, on peut examiner les différentes possibilités concernant ces deux temps caractéristiques. Si la force fluctue rapidement par rapport à la dynamique du pont, alors l'intensité ressentie sera la force moyenne, qui ne permet pas l'arrachement. L'érosion n'est alors pas possible dans le cadre de ce modèle basé sur les fluctuations. Des fluctuations lentes par rapport au temps d'arrachement correspondent à l'hypothèse que nous faisons, et dans ce cas l'érosion est régie par le modèle proposé ici. Si les deux temps sont du même ordre, on peut s'attendre à un développement plus complexe, et une déviation par rapport à l'Équation 3.3.

Le second ingrédient du modèle est le taux d'arrachement auquel contribue chaque niveau de force dépassant le seuil. Comme l'indique la notation, le temps de rupture dépend a priori du niveau de force exercé, mais aussi de l'ensemble des propriétés de l'agrégat. Pour évaluer ce temps, il est nécessaire de s'intéresser à la dynamique du pont capillaire lors de son étirement, puisque les grains sont arrachés un par un.

3.3.3 Dynamique du pont capillaire

Dans cette partie nous essayons d'évaluer le temps de rupture des ponts capillaires. Pour ce faire, nous nous intéressons à un système simplifié, de deux billes reliées par un unique pont capillaire. L'une restant statique, une force constante f est appliquée sur l'autre. Nous avons vu les expressions des forces capillaires et visqueuses appliquées sur les billes dans le chapitre 1. Ces deux forces dépendent de manière non-linéaire de la distance de séparation s, et la force visqueuse dépend de la vitesse d'étirement. L'évolution temporelle n'aura donc pas d'expression analytique simple, même si la sollicitation est une force constante. C'est pourquoi des simulations numériques sont utiles pour extraire le temps de rupture, et pour comprendre l'influence des différents paramètres.

L'équation du mouvement de la bille sur laquelle on tire s'écrit simplement en égalant la somme des forces et le produit masse par accélération de la bille :

$$m\frac{d^2s}{dt^2} = f - F_{cap} - F_{visq}$$

La position de la bille mobile peut être remplacée par la variable s, qui suffit à paramétrer le problème. Le poids est ici négligé, puisqu'il est toujours faible par rapport aux autres forces. Les deux forces qui s'opposent au mouvement ont été définies positivement, il faut donc les soustraire à la force de traction f dans l'équation. En développant

l'expression, et en divisant par r, on obtient :

$$m\frac{d^2\tilde{s}}{dt^2} = f/r - \frac{2\pi\gamma\cos\phi}{1+1.05\tilde{s}/\sqrt{\tilde{V}}+2.5\tilde{s}^2/\tilde{V}} - \frac{3}{2}\pi r\eta\frac{1}{\tilde{s}}\frac{d\tilde{s}}{dt}. \tag{3.5}$$

Les différents paramètres sont choisis pour correspondre aux expériences qui ont été réalisées. On considère une bille de taille similaire à celles utilisées pour former l'agrégat, soit $r = 0.15$ mm. De même, on choisit un volume de liquide dans le pont correspondant à la quantité de liquide de la majorité des expériences menées, soit $W = 0.3$ %. Cela impose une longueur de rupture critique $\tilde{s_c} = 0.181$ et un volume adimensionné $\tilde{V} = 0.00562$. Pour simplifier, le mouillage est supposé total, et on prendra $\phi = 0$. Afin d'initier un mouvement, il est nécessaire d'appliquer une force supérieure à la force capillaire au contact. Le contact correspond en réalité à une distance de séparation de l'ordre de la rugosité δ, ce qui évite la divergence de la force visqueuse. L'Équation 3.5 est intégrée par différence finie avec un algorithme Runge-Kutta d'ordre 4. Dès lors que la traction est supérieure à la force capillaire, la distance de séparation augmente et tend vers l'infini sans possibilité de position d'équilibre. Le processus est mené jusqu'à atteindre la longueur de rupture, et l'on obtient ainsi le temps de rupture correspondant (Figure 3.10 et Figure 3.11).

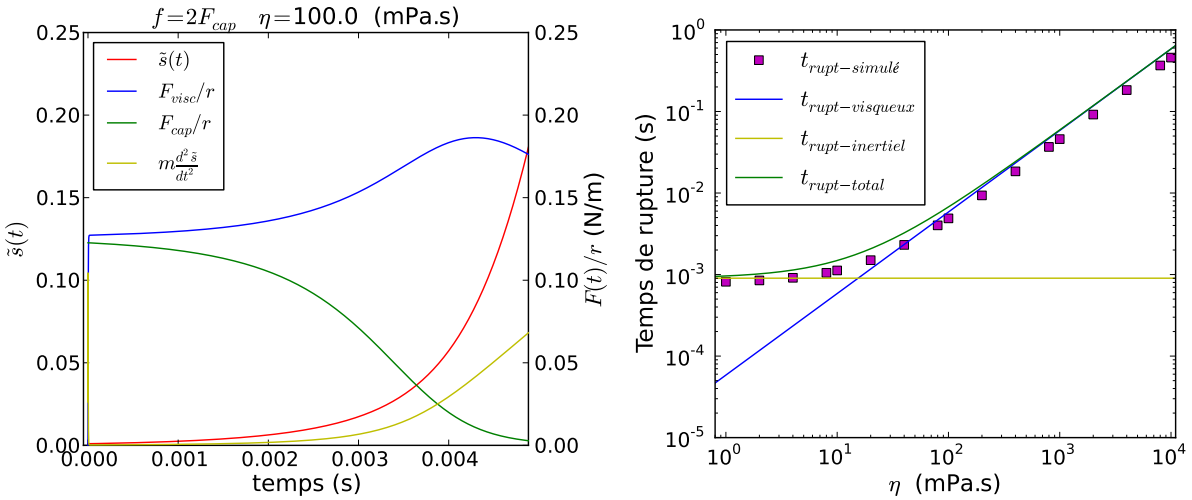

Figure 3.10: (Gauche) Évolution des grandeurs dynamiques pour l'essai à viscosité 100 mPa.s. La distance de séparation est représentée sur l'axe gauche, et les forces et l'inertie sur l'axe de droite. (Droite) Temps de rupture en fonction de la viscosité. La tension de surface est fixée à 20 mN/m. La droite bleue représente le temps de rupture visqueux calculé, et la droite jaune le temps inertiel. Le temps de rupture total, en vert, est la somme des deux précédents.

Nous avons donc étudié l'influence de la viscosité et de la tension de surface sur la dynamique de la rupture. On choisit de fixer la force de traction à deux fois la force

capillaire au contact. Les conditions correspondent aux huiles silicones, avec une tension de surface de 20mN/m (Figure 3.10 droite). On constate que le temps de rupture augmente linéairement avec la viscosité ce qui montre que la vitesse d'arrachement dépend des propriétés des ponts capillaires. L'analyse plus précise des différentes forces révèle que l'inertie des billes est négligeable sur l'essentiel du processus par rapport aux forces mises en jeu comme le montre la Figure 3.10 gauche sur un cas particulier. Ceci est particulièrement bien vérifié pour des viscosités supérieures à quelques dizaines de mPa.s. Pour rendre compte de ce comportement, il est possible de simplifier l'Équation 3.5 pour l'intégrer et obtenir une expression analytique du temps de rupture. En négligeant l'inertie et en tronquant les expressions des forces à l'ordre le plus bas non nul en $\tilde{s}$, on obtient :

$$f = 2\pi\gamma r\cos\phi + \frac{3}{2}\pi r^2\eta\frac{1}{\tilde{s}}\frac{d\tilde{s}}{dt}. \tag{3.6}$$

Cette dernière équation s'intègre aisément, en partant d'une distance de séparation $\tilde{\delta}$ jusqu'à la distance de rupture $\tilde{s_c}$. On trouve alors un temps de rupture de la forme suivante :

$$t_{rupt-visq} = \frac{\frac{3}{2}\pi r^2\eta\ln\frac{\tilde{s_c}}{\tilde{\delta}}}{f - 2\pi\gamma r\cos\phi} \tag{3.7}$$

Ce temps de rupture visqueux est alors simplement proportionnel à la viscosité, et inversement proportionnel à la différence de la force de traction au seuil capillaire. Il est représenté sur la Figure 3.10 droite, et reproduit très bien l'asymptote aux fortes viscosités des données simulées. La déviation initiale est issue de l'inertie qui n'est plus négligeable lorsque la viscosité diminue, et se comprend en étudiant une autre gamme de paramètres.

Lorsque la viscosité est plus faible, l'inertie n'est plus négligeable et le temps de rupture est dominé par un autre terme. Nous avons pu l'observer dans les simulations en fixant la viscosité à 1 mPa.s, et en faisant varier la tension de surface sur la gamme de nos expériences : $20-80$ mN/m. Nous avons choisi comme force de traction l'équivalent d'une force capillaire exercée sur une bille pour une tension de surface égale à 2.5 fois la tension de surface maximale. Ainsi, cette force est toujours supérieure à la force de rappel initiale, et on évite de se placer à proximité d'une divergence du temps de rupture, lorsque ces deux forces sont identiques. Sur cette gamme, le temps de rupture n'évolue pas beaucoup comme le montre la Figure 3.11 droite. Dans ces nouvelles conditions, la force dominante au niveau du pont est la force capillaire, ce qu'on peut voir sur la Figure 3.11 gauche. Par ailleurs, l'inertie n'est plus du tout négligeable, et la force visqueuse reste faible tout au long du processus. Nous proposons à nouveau une forme simplifiée de l'Équation 3.5, en négligeant cette fois-ci la force visqueuse.

$$mr\frac{d^2\tilde{s}}{dt^2} = f - 2\pi\gamma r\cos\phi$$

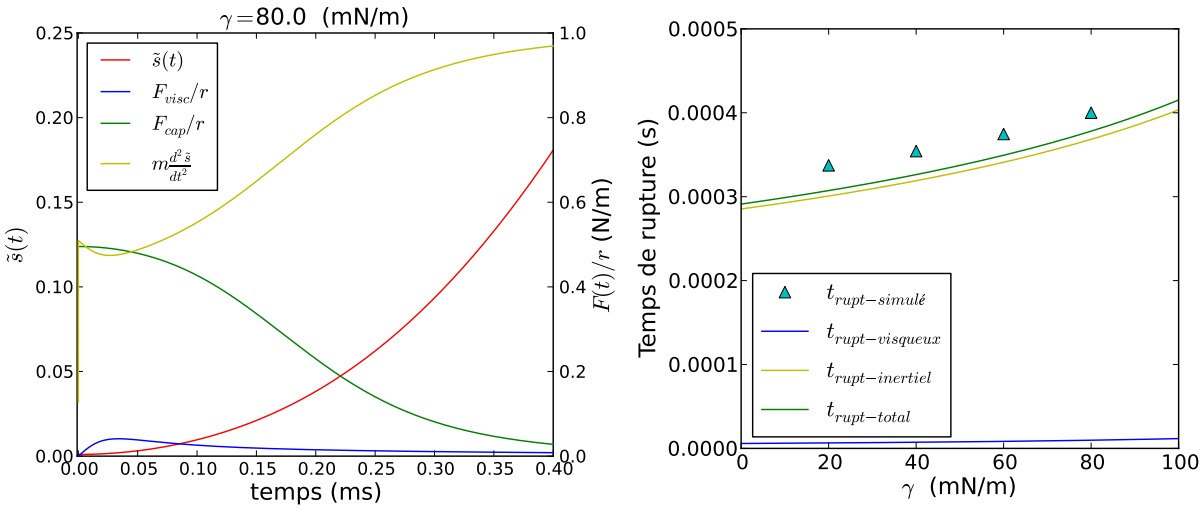

Figure 3.11: (Gauche) Exemple de la dynamique du pont capillaire au cours de l'arrachement, à faible viscosité. La distance de séparation est représentée sur l'axe gauche, et les forces et l'inertie sur l'axe de droite. (Droite) Temps de rupture simulés et calculés d'après l'Équation 3.8 et l'Équation 3.7.

Après double intégration, il vient :

$$t_{rupt-inert} = \sqrt{\frac{2mr\tilde{s}_c}{f - 2\pi\gamma r\cos\phi}}. \tag{3.8}$$

Cette expression traduit une dépendance lente avec γ qui correspond assez bien à ce qui est observé sur la Figure 3.11 droite. De plus, si l'on somme les deux contributions obtenues, inertielles et visqueuses, on reproduit convenablement l'ensemble du comportement observé sur la Figure 3.10 droite. Cette modélisation approchée du comportement dynamique du pont capillaire nous renseigne sur l'influence des paramètres physiques que sont la viscosité et la tension de surface. Il semble raisonnable d'estimer que la somme des deux temps Équation 3.7 et Équation 3.8 fournit une bonne évaluation du temps de rupture dans les conditions qui nous intéressent.

En introduisant une échelle de temps sans dimension $\tilde{t}$, on peut donner une écriture adimensionné de l'Équation 3.5, sous la forme suivante :

$$\ddot{\tilde{s}} = \Theta - \frac{1}{1 + 1.05\tilde{s}/\sqrt{\tilde{V}} + 2.5\tilde{s}^2/\tilde{V}} - A\frac{\dot{\tilde{s}}}{\tilde{s}},$$

avec $\tilde{t} = t\sqrt{F_{cap}/mr}$. Cette relation fait apparaitre le nombre de Shield Θ, et un coefficient $A = \frac{3\pi\eta r^2}{2\sqrt{2\pi\gamma mr\cos\phi}}$. Les gammes de valeurs des paramètres que nous avons choisies correspondent à des nombres de Shield supérieurs à un pour pouvoir obtenir un étirement, et allant jusqu'à 10. Le paramètre A varie quant à lui entre 0.1 et 1000. Cela montre que

les liquides utilisés permettent effectivement de sonder deux régimes différents, même si le temps visqueux semble dominer le plus souvent.

Les temps obtenus par ces simulations sont autour de 0.1 ms pour le temps inertiel, de 0.3 à 300 ms pour le temps visqueux. Ces temps sont conformes à ceux mesurés par caméra rapide, qui tombent dans la marge basse de cette gamme. Si l'on compare à une durée typique de corrélation des forces de 10 ms [Gardel *et al.* (2006)], l'hypothèse de force constante ne sera pas vérifiée pour les liquides les plus visqueux. Néanmoins, des niveaux de forces plus élevés peuvent encore permettre d'extraire les grains suffisamment rapidement, et la plupart des liquides utilisés n'atteignent pas les viscosités en question.

3.3.4 Développement du taux d'érosion

À l'aide de la distribution des forces et du temps de rupture, on peut maintenant intégrer le taux d'érosion à partir de l'Équation 3.3. L'expression générale a la forme suivante :

$$E_s = \frac{\alpha T}{4\pi F_0^3} \int_{F_{cap}}^{\infty} \frac{f^2 e^{\frac{-f}{F_0}}}{\frac{a}{\sqrt{f-F_{cap}}} + \frac{b}{f-F_{cap}}} df.$$

Pour alléger les relations, on a introduit les notations $a = \sqrt{2mr\tilde{s_c}}$ et $b = N_c \frac{3}{2}\pi\eta r^2 \ln\frac{s_c}{\delta}$, qui sont des coefficients constants au cours d'une expérience et qui ne dépendent que des billes et des propriétés du liquide. Il faut maintenant prendre en considération la multiplicité des ponts capillaires qui joue à la fois dans les forces capillaires et visqueuses. Nous avons donc introduit N_c le nombre de ponts par bille à la surface de l'agrégat. Ce nombre est présent dans b, et à partir d'ici F_{cap} correspondra à $N_c 2\pi\gamma r\cos\phi$, même si l'on conserve une notation identique. Le seuil intègre donc également ce facteur. Pour les billes de l'agrégat présentes à l'interface, on considère que le nombre de ponts capillaires est réduit de moitié par rapport à une situation en volume, soit $N_c = N/2 = 3(1+\tilde{s_c})$. En réalisant la substitution $u = \frac{f-F_{cap}}{F_0}$ dans l'intégrale précédente, nous faisons apparaitre les dépendances physiques principales du taux d'érosion :

$$E_s = \frac{\alpha T F_{cap}^2 e^{-\frac{F_{cap}}{F_0}}}{6\pi^2 F_0 \eta N_c r^2 \ln\frac{s_c}{\delta}} I(\frac{F_0}{F_{cap}}, \frac{a}{b}\sqrt{F_0}), \tag{3.9}$$

avec

$$I(\frac{F_0}{F_{cap}}, \frac{a}{b}\sqrt{F_0}) = \int_0^{\infty} \frac{u(1+\frac{F_0}{F_{cap}}u)^2}{1+\frac{a}{b}\sqrt{F_0 u}} e^{-u} du.$$

Tout d'abord, nous retrouvons dans le préfacteur la décroissance avec l'inverse de la viscosité que nous avions observé sur la Figure 3.4. Ce taux d'érosion stochastique indique également une décroissance exponentielle avec le rapport F_{cap}/F_0. L'intégrale I dépend

de nombres sans dimension : $\frac{F_0}{F_{cap}}$ qui n'est autre que $\frac{3}{N_c}\Theta$, et $\frac{a}{b}\sqrt{F_0}$. Le second peut être réécrit comme une combinaison du premier et d'autres nombres sans dimension usuels : $\frac{a}{b}\sqrt{F_0} \propto \Theta\sqrt{St/Ca}$. Comme nous l'avons vu, le nombre de Shield est toujours inférieur à un, et souvent beaucoup plus faible. L'autre nombre adimensionné est également petit devant un. En conséquence, les variations de l'intégrale I restent limitées, et sa valeur proche de sa limite quand les deux paramètre sont nuls :

$$I(0,0) = \int_0^\infty ue^{-u}du = 1$$

Nous nous attendons donc à ce que cette intégrale ne donne que de faibles variations par rapport aux autres paramètres physiques. Ce cas limite correspond physiquement à des niveaux de forces faibles par rapport au seuil, $F_0 \ll F_{cap}$, et des temps de rupture dominés par la viscosité. Cette forme permet également de souligner que la divergence du temps de rupture pour $f = F_{cap}$ n'est pas un problème, et le taux d'érosion ainsi défini reste parfaitement intégrable.

Dans une limite différente, où $\Theta \gg 1$, et $\Theta\sqrt{St/Ca} \ll 1$, on retrouve une dépendance similaire à celle des différents modèles évoqués [Archard (1953); Charru *et al.* (2004); Lajeunesse *et al.* (2010)]. Dans ce cas le temps de rupture visqueux domine, et le seuil capillaire est négligeable par rapport à la force moyenne. Les fluctuations perdent alors leur importance, et on obtient une expression différente pour le taux d'érosion :

$$E_s = \frac{\alpha T}{2\pi}\int_{F_{cap}}^\infty \frac{f}{b}P(f)df \simeq \frac{\alpha T}{2\pi b}\bar{F}.$$

Le résultat redevient proportionnel à la force moyenne. Dans la suite, nous confrontons les tendances prédites par le modèle stochastique à l'ensemble des résultats expérimentaux.

3.4 Analyse et limites du modèle

L'un des apports importants du modèle proposé est la décroissance exponentielle, avec la force capillaire, et l'inverse de la force moyenne. Nous avions vu une dynamique importante lorsque la tension de surface varie, qui pourrait être en accord avec cette dépendance. Lorsque l'on change de liquide, en général les valeurs de viscosité changent conjointement avec la tension de surface. Il est donc nécessaire de représenter le produit $\eta * E$ pour s'affranchir de cette variation, et visualiser uniquement les effets capillaires. Plus précisément, nous représentons $\frac{\eta N_c r^2}{F_{cap}^2}\ln\frac{s_c}{\delta}$ multiplié par le taux d'érosion en fonction de F_{cap}, conformément au modèle, pour ne garder dans l'autre membre qu'une dépendance exponentielle.

Ce faisant nous négligeons les variations de I.

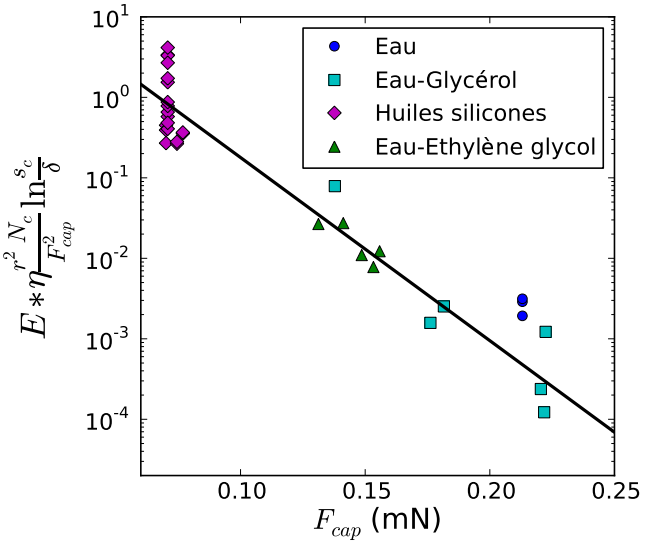

Figure 3.12: Décroissance exponentielle du taux d'érosion avec la force capillaire. Ces expériences sont réalisées avec les billes de verre de 200-400 µm. Les données obtenues avec les huiles silicones montrent une dispersion importante, mais correspondent à une grande dynamique sur le taux d'érosion, de trois décades. La ligne est un ajustement exponentiel des données.

La Figure 3.12 en coordonnés log-lin rassemble assez bien les points autour d'une décroissance exponentielle, à part pour les quelques expériences avec l'eau. Ce décalage est probablement dû aux problèmes d'évaporation que nous avions évoqués dans le chapitre 2. La quantité de liquide effective dans l'agrégat étant réduite, sa résistance à l'érosion est amoindrie. Au passage, la loi d'échelle en η^{-1} est également confirmé par ce graphique. L'ajustement fournit une évaluation du paramètre F_0, qui est l'inverse de la pente mesurée. On peut en déduire la force moyenne pour le jeu de billes standard de nos expériences, c'est-à-dire les billes de verre 200-400 µm : $\bar{F} = 5.7\,10^{-5}$N.

Pour être parfaitement rigoureux dans l'exploitation du modèle, on peut calculer numériquement l'intégrale I de l'Équation 3.3, pour la valeur de F_0 trouvée. En ajoutant ce terme sur l'ordonnée d'un graphique similaire au précédent, on obtient par un nouvel ajustement une valeur modifiée de F_0. Quelques itérations de ce processus suffisent pour converger vers une nouvelle valeur : $\bar{F} = 7.3\,10^{-5}$N. Cette valeur est assez proche de la première estimation, ce qui montre que les variations du premier ordre sont bien reproduites par la première partie de l'Équation 3.3. L'intégrale a donc une amplitude modérée comme nous l'anticipions.

Il faut souligner que cette valeur est très au-dessus de l'estimation réalisée à partir des Équation 3.1 et Équation 3.3. Elle reste toutefois inférieure à la force capillaire, ce qui

est l'hypothèse justifiant une approche stochastique. Une explication pour la différence constatée pourrait être qu'à la surface de l'agrégat, certains grains ressortent davantage et sont plus exposés à l'écoulement. Cela conduirait ces grains à subir une force effective plus importante. Une autre possibilité est de considérer que les ponts capillaires se rompent un à la fois. La force capillaire est diminuée, et donc la force moyenne ajustée l'est d'autant. Ces deux effets conduisent à une surestimation de la force moyenne. Par ailleurs, la valeur retrouvée est également très sensible à la forme précise de la distribution de force $P(f)$, à laquelle nous n'avons pas accès. Ces questions de distributions de force sont d'ailleurs toujours l'objet d'études actuellement, aussi bien de façon numérique qu'expérimentale [Yohannes *et al.* (2012); Wang *et al.* (2013)]. Néanmoins, la décroissance exponentielle observée est le résultat important, et ne dépend pas de la valeur de $\bar{F}$.

Les données expérimentales dont nous disposons permettent également de confronter la tendance avec la force moyenne prédite. En effet, en changeant la densité et la taille des billes, $\bar{F}$ et donc F_0 varient de la même façon que la contrainte, en suivant l'Équation 3.2.

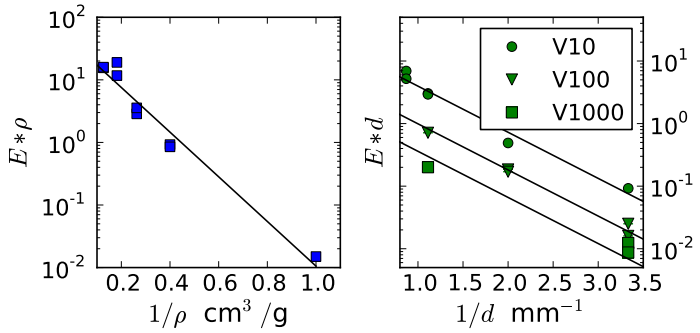

Figure 3.13: Décroissance exponentielle avec l'inverse de la masse volumique et de la taille des billes en écoulement, conformément au modèle proposé. Les données de la Figure 3.7 sont reprises dans une représentation log-lin, en inversant le paramètre d'abscisse. Sur le graphique de droite, la série avec l'huile silicone V10 est ajustée, et la ligne est reportée sur les autres séries.

La Figure 3.13 montre la décroissance exponentielle du produit $\rho * E$ en fonction de $1/\rho$, et la même tendance avec la taille des billes de l'écoulement. Cela correspond aux dépendances attendues avec la force moyenne d'après l'Équation 3.9. De la même façon qu'au paragraphe précédent, nous intégrons I et nous obtenons le rapport $\bar{F}/\rho$ par itérations, ainsi que $\bar{F}/d$. Si l'on applique ce résultat au jeu de billes 200-400 µm, on obtient avec la série de données sur la masse volumique une valeur de $5.4\,10^{-5}$N, et pour la série sur la taille, $5.1\,10^{-5}$N. Ces deux valeurs sont cohérentes, et restent proches de l'estimation précédente obtenue à partir de la force capillaire. La décroissance exponentielle avec l'inverse du nombre de Shield est donc confirmée sur les deux paramètres indépendants, par des expériences différentes, et appuie l'idée d'une érosion gouvernée par les fluctua-

tions. Ce dernier résultat confirme également le choix de la contrainte de Bagnold pour les dépendances de la force.

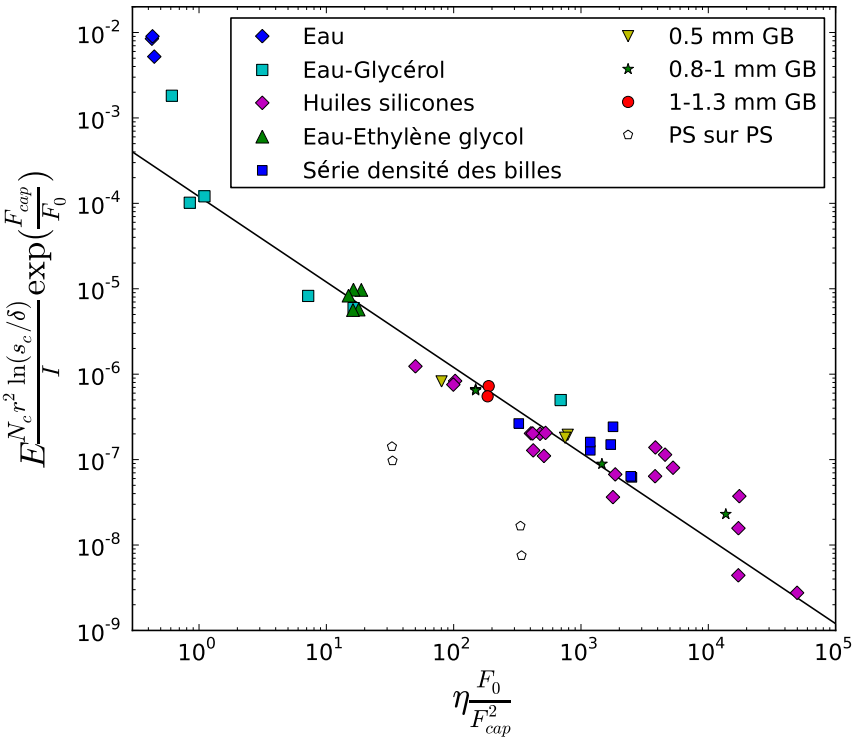

Figure 3.14: Courbe maitresse regroupant l'ensemble des résultats expérimentaux, mettant en avant la loi d'échelle avec la viscosité, étendue aux différentes conditions expérimentales.

L'ensemble des résultats de cette expérience d'érosion montre un bon accord avec le modèle stochastique que nous avons proposé. L'influence sur le taux d'érosion des propriétés physiques des liquides employées (viscosité, tension de surface, contenu en liquide), et des billes (densité, taille) ont pu être reproduites séparément par le modèle, et aboutissent à une évaluation concordante du paramètre d'ajustement $\bar{F}$. En utilisant les lois d'échelle issues du modèle, nous pouvons représenter ces résultat sur une même courbe maitresse (Figure 3.14). Nous traçons $E\frac{\eta N_c r^2}{F_{cap}^2} \ln \frac{s_c}{\delta} \exp \frac{F_{cap}}{F_0}$ en fonction de $\eta \frac{F_0}{F_{cap}^2}$. On peut remarquer que les résultats pour l'eau restent légèrement décalés de la courbe, probablement à cause des problèmes d'évaporation. Les symboles blancs correspondent aux expériences avec des billes de polystyrène à la fois pour l'écoulement et l'agrégat. Ces points sont assez éloignés de la courbe maitresse, tandis que l'érosion avec des billes de polystyrène sur agrégat de billes de verre est bien reproduite par le modèle (l'un des points bleu foncé). Cela est d'autant plus étonnant que les billes de verres sont érodées plus rapidement que celles de polystyrène. L'origine de ce phénomène n'est pas clair, et nous supposons que des effets

électro-statiques pourraient limiter le contact effectif entre les billes et l'agrégat, et réduire l'érosion. En utilisant la procédure itérative d'ajustement décrite plus haut sur l'ensemble des données, on aboutit à une valeur de $\bar{F} = 7.1\,10^{-5}$N, qui est une valeur intermédiaire aux deux précédentes.

L'un des arguments forts pour cette approche stochastique de l'érosion est que le niveau de force exercé par l'écoulement est faible par rapport aux forces capillaires. Néanmoins, l'énergie apportée par l'écoulement au niveau de l'interface est largement suffisante pour arracher les grains, et nous le vérifions avec un simple bilan. L'énergie apportée par la contrainte basale pendant un tour s'écrit

$$E_{\tau_b} = \tau_b \alpha R L v T,$$

avec L l'épaisseur de l'agrégat, et une vitesse des grains au contact de l'agrégat $v \simeq 0.5\sqrt{gd}$. Pendant cette même durée, l'agrégat est érodé à un certain taux E, et l'énergie correspondante dissipée par les ponts capillaires sera :

$$E_{dissip-cap} = 3EN_c\Phi\frac{RL}{r^2}W_{cap},$$

en considérant uniquement le travail de la force capillaire W_{cap} (Équation 1.5). Le rapport des deux au final, est toujours favorable à l'énergie apportée et s'exprime de la façon suivante :

$$\frac{E_{dissip-cap}}{E_{\tau_b}} = \frac{16.5\pi EN_c\sqrt{\bar{V}}\gamma\cos\phi}{\alpha\rho g d v T}.$$

Si l'on considère plutôt le travail visqueux W_{visq} (Équation 1.6), on obtient le rapport suivant :

$$\frac{E_{dissip-visq}}{E_{\tau_b}} = \frac{4.5\pi EN_c\eta\ln\frac{s_c}{\delta}}{\alpha\rho g d T}.$$

Même en prenant la somme des deux contributions à l'énergie dissipée, le rapport des énergies est toujours inférieur à un comme le montre la Figure 3.15, le plus souvent autour de 10^{-2} et s'approche de l'unité seulement pour les billes les plus denses. On peut s'attendre en effet à ce que l'action de l'écoulement soit plus efficace pour ces billes, car le niveau de force moyenne est moins éloigné du seuil de force capillaire. Ce rapport est tracé en fonction du rapport entre la force capillaire et le paramètre F_0, qui représente la coupure dans la distribution de force. Il est alors cohérent d'observer un lien entre la proportion d'énergie utile à l'érosion, et ce paramètre. Mais ce calcul montre surtout qu'en général, beaucoup d'énergie est dissipée ailleurs que dans l'érosion, et confirme la pertinence d'une approche cherchant à comptabiliser uniquement les interactions efficaces.

Malgré un bon accord avec les lois d'échelle des expériences, le modèle proposé ne

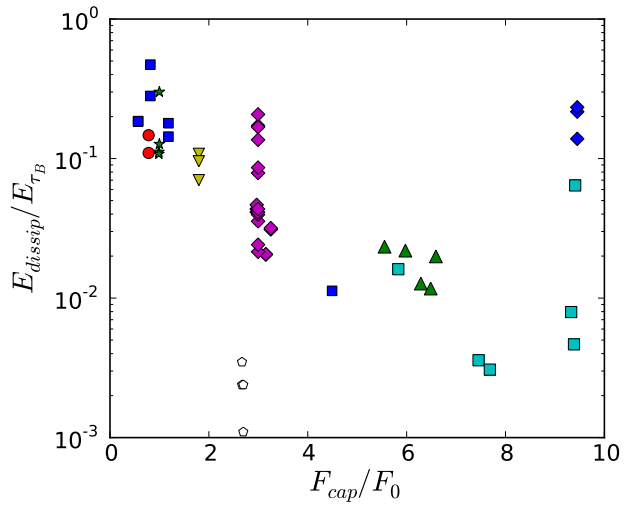

Figure 3.15: Rapport de l'énergie dissipée par l'érosion sur l'énergie fournie par l'écoulement, en fonction du rapport F_{cap}/F_0. La légende est la même que pour la courbe maitresse précédente, Figure 3.14.

permet pas de prédire les bonnes valeurs de taux d'érosion, mais uniquement les variations. Il existe un facteur d'environ 50 entre les données expérimentales et les prédictions du modèle. Pour expliquer cette différence, on peut envisager les mêmes raisons que pour la valeur de force moyenne obtenue. En effet, ce paramètre est lié directement et de façon aigüe à la valeur de taux d'érosion qui découle du modèle stochastique. Pour améliorer ces deux points, une meilleure connaissance de la distribution de forces à l'interface serait nécessaire. Il faudrait en particulier tenir compte des irrégularités qui peuvent exister dans le cas qui nous concerne, avec des grains se détachant partiellement.

Néanmoins, les résultats que nous venons de présenter fournissent une compréhension des détails du mécanisme d'érosion par un écoulement granulaire à l'échelle du grain. Nous avons pu voir qu'il n'est pas possible de séparer les domaine de prédominance des effets capillaires et visqueux, car leurs rôles sont différents. En condition de nombre de Stokes faible, le temps de rupture est piloté par la viscosité. Par ailleurs, la force capillaire agit comme un seuil sur la contribution efficace de la distribution de contrainte de l'écoulement. Dans le cas de faibles niveau de contrainte, les fluctuations dans l'écoulement se révèlent cruciales pour le phénomène d'érosion. Cette importance des fluctuations a déjà été soulignée pour d'autres problèmes interfaciaux, exprimés en terme de conditions aux limites dans Artoni *et al.* (2012). Les fluctuations agissent également comme l'élément déclencheur d'écoulements quasi-statiques dans le travail de Pouliquen et Forterre (2009), et ont aussi récemment montré leur importance dans la dynamique d'impact d'un milieu granulaire [Clark *et al.* (2012)].

3.5 Dynamique en plan incliné

Dans l'expérience d'érosion en plan incliné (voir section 2.3), il est également possible de quantifier la dynamique du processus d'érosion. Pour des teneurs en liquide faibles, fixées à $W = 1.5\%$, on observe uniquement de l'érosion. Comme expliqué dans la section 2.4, le traitement d'image nous fournit la surface du tas à chaque acquisition. La mesure de cette surface n'est pas absolue, mais il est intéressant d'en étudier l'évolution pour en déduire une vitesse d'érosion. La pente à l'origine de ces courbes de surface donne une quantification de la vitesse d'érosion. Cette grandeur est rapportée à la longueur de l'interface, pour obtenir un taux d'érosion local, et divisé comme précédemment par le diamètre moyen des grains. Ce taux est donc défini en nombre de couche de grains par unité de temps. Le taux d'érosion augmente effectivement avec l'inclinaison du tas, et on cherche à confronter la dépendance du taux d'érosion avec la contrainte exercée par l'écoulement, qui varie avec la pente.

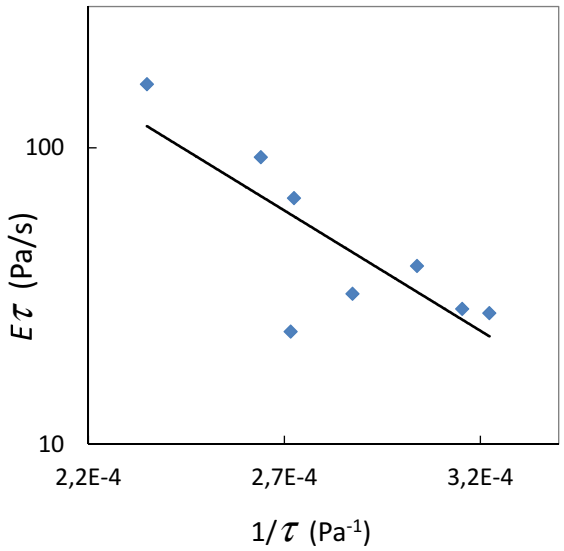

Figure 3.16: Courbe d'évolution du taux d'érosion, en fonction de l'inverse de la contrainte. La ligne noire est un ajustement exponentielle.

La contrainte est calculée selon l'Équation 2.1, à partir de mesures d'épaisseur, et des estimations des différents coefficients détaillées dans le chapitre 4. L'évolution du taux d'érosion que l'on peut voir sur la Figure 3.16 vérifie bien une décroissance exponentielle, conformément aux dépendances prédites par le modèle stochastique que nous venons de décrire. Ce modèle développé à partir de résultats obtenus dans le cadre de l'expérience en tambour tournant permet également d'analyser les résultats dans une autre géométrie. De la même façon que précédemment, les niveaux de contraintes sont de l'ordre de la pression exercée par la colonne de grains, et donc inférieurs à la cohésion capillaire. Ces

deux constations incitent à penser que l'érosion est également contrôlée par les fluctuations dans cette géométrie.

4 Morphologies d'érosion

L'étude des morphologies générées par l'érosion et leur évolution a été essentiellement réalisée dans l'expérience de canal incliné sur tas humide (voir section 2.3). En effet, l'expérience en tambour tournant possède une symétrie de rotation, et n'a donc pas montré d'évolution de forme par rapport à celle de l'agrégat introduit initialement. En revanche, une configuration de plan incliné fournit un interface de plus grande dimension, libre d'évoluer dans sa forme suite à l'action de l'écoulement. Ce sont ces aspects d'évolution morphologique qui sont décrits dans ce chapitre.

4.1 Types d'évolution en canal incliné

Pour étudier les aspects morphologiques du mécanisme d'érosion, nous avons préparé le matériau granulaire avec une teneur en liquide ne permettant pas d'observer d'accrétion, de la même façon que dans le chapitre 3. Cette teneur est donc fixée à $W = 1.5\%$, ce qui nous place dans le régime III, ou pendulaire, et nous évite encore une fois d'être trop sensible à l'évaporation. Dans l'expérience décrite dans section 2.3, les paramètres de contrôle sont alors le débit Q et l'inclinaison initiale du tas θ_0. Suivant les valeurs de ces deux paramètres le tas évolue de façon différente. Les résultats présentés ici portent sur des expériences menées dans un canal de 6 mm et 12 mm de largeur. Il n'y a pas de différence qualitative entre les deux systèmes.

4.1.1 Érosion stable

De façon générale dans ces conditions, l'écoulement sec sur le tas humide cohésif engendre l'érosion de ce dernier, par l'arrachement progressif de grains. Ce processus reste assez lent dans cette géométrie également, puisque les vitesses d'érosion typiques sont de l'ordre du centimètre par heure. Pour comparaison, les vitesses typiques d'écoulement sont plutôt de l'ordre du centimètre par seconde. Il faut noter que l'on n'observe pas de redéposition dans ces conditions. Une fois un grains arraché, il est emporté par l'écoulement jusqu'à être évacué de la cellule. Sans cohésion, l'inclinaison du système entraine nécessairement les grains. Ceci indique qu'un grain humide n'est pas capable de reformer des liens assez rapidement une fois qu'ils ont été brisés pour pouvoir résister à l'écoulement.

Figure 4.1: Images d'une expérience réalisée à partir d'une pente de 28.9°, et un débit de 19.4 g/s dans le canal de 12mm. Les photos ont été prises respectivement à l'instant initial, après deux heures et trois heures d'expérience.

En partant d'une surface initialement plane, nous observons donc que le fond cohésif est creusé progressivement jusqu'à atteindre un état d'équilibre pour lequel l'érosion s'arrête, et il n'y a plus d'évolution.

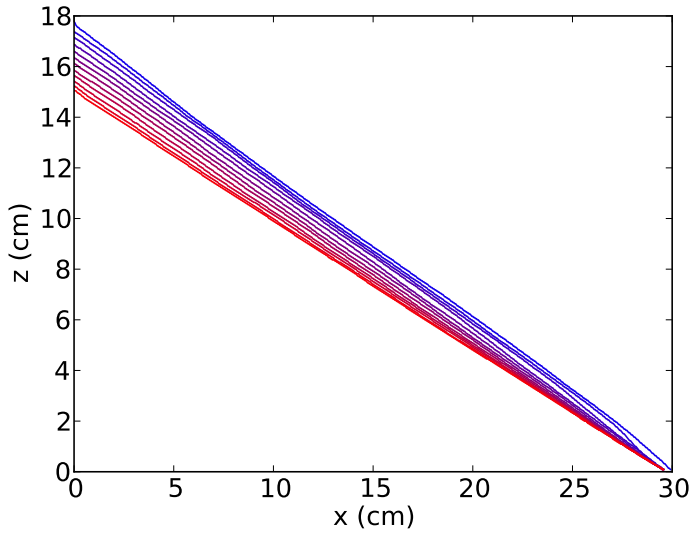

Figure 4.2: Profils successifs de la surface de l'écoulement, obtenus dans le canal de 12 mm, du bleu au rouge lorsque le temps avance. Le débit est de 4.30g/s, et la pente initiale de 30.1°.

Pour des angles et des débits plutôt peu élevés, nous avons observé une érosion uniforme du tas humide, conservant la planéité jusqu'à l'état final malgré quelques déviations près des bords, comme on peut le voir sur la figure Figure 4.1. Sur un tas de longueur infinie, cette érosion uniforme produirait une simple translation du profil, parallèlement à lui même. Cependant, on observe une pente finale pour laquelle il n'y a plus d'érosion, qui est inférieure à la pente initiale. En réalité, comme le système est de dimension finie, l'érosion uniforme sur l'ensemble de l'interface conduit à une diminution de la pente. À la sortie de la cellule se forme une pente plus faible qui est la pente d'équilibre où l'érosion

ne se produit plus. Pendant l'expérience, on a donc une transition entre deux pentes : la pente initiale et la pente finale du tas, comme on peut le voir sur la Figure 4.2. Le point de transition entre ces pentes remonte progressivement, jusqu'à ce que l'ensemble de l'interface ait atteint la pente finale θ_f. La Figure 4.2 montre les profils successifs de l'interface, du bleu au rouge. La rupture de pente est faible mais on peut la voir sur le bas de la pente. Ce scénario d'érosion est schématisé sur la Figure 4.3.

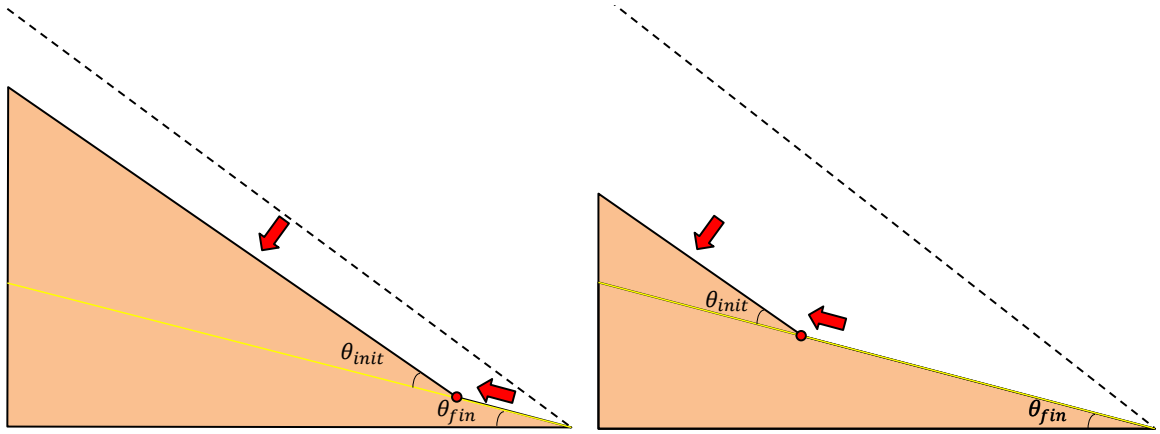

Figure 4.3: Schéma de l'érosion dans le régime stable. La portion avec la pente initiale remonte en laissant derrière elle la pente finale. Les différences de pente sont amplifiées.

Ce scénario d'érosion implique que l'évolution de la surface de l'agrégat soit quadratique avec le temps. En effet, avec une hypothèse d'érosion uniforme, on peut alors montrer par un simple calcul cinématique la relation suivante :

$$S(t) = \frac{1}{2}\left(L_b\sqrt{\tan\theta_0} - \frac{Et}{\cos\theta_0\left(\sqrt{\tan\theta_0} - \sqrt{\tan\theta_f}\right)}\right)^2, \tag{4.1}$$

où L_b est la longueur de la base horizontale du tas et E le taux d'érosion par unité de longueur, supposé constant. Ce dernier dépend par contre a priori du débit et de l'inclinaison, et varie donc d'une expérience à une autre. La surface $S(t)$ correspond à un tas initialement triangulaire ce qui n'était pas le cas des expériences. Sa valeur absolue n'a donc pas vraiment de sens, et l'on exploite uniquement la vitesse de décroissance de cette surface. E représente aussi la vitesse de déplacement de l'interface érodée, perpendiculairement à celle-ci. Une fonction parabolique semble correspondre effectivement aux évolutions temporelles de la surface (Figure 4.4) comme le montre un ajustement sur la Figure 4.4. Cela confirme la description du mode d'érosion que nous proposons dans le cas stable. Cependant, la tendance observée ne répond pas exactement à l'Équation 4.1 avec les valeurs des paramètres que l'on peut mesurer par ailleurs. Pour obtenir une meilleure

estimation du taux d'érosion local E, on peut alors utiliser la pente à l'origine issue de l'Équation 4.1 :

$$\frac{dS}{dt}(t=0) = -\frac{EL_b\sqrt{\tan\theta_0}}{\cos\theta_0\left(\sqrt{\tan\theta_0}-\sqrt{\tan\theta_f}\right)},$$

ce qui introduit un facteur correctif d'origine purement géométrique sur le taux d'érosion, qui sera différent d'une simple mesure de pente à l'origine.

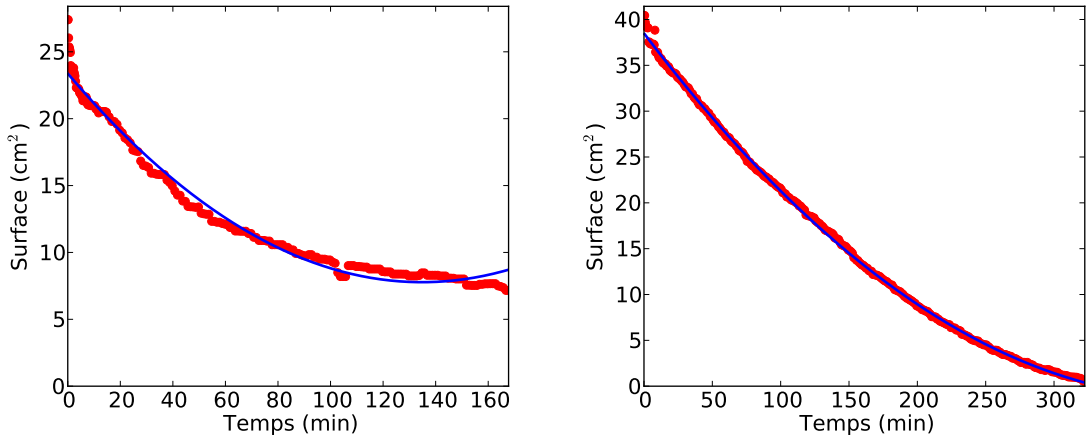

Figure 4.4: Évolution de la surface de l'agrégat humide en fonction du temps, en points rouge, pour deux configurations différentes. La première figure (gauche) correspond à un débit de 4.17 g/s et une pente initiale de 27.0°, et l'autre (droite) 4.48g/s et 27.6°. La courbe bleue est un ajustement parabolique.

4.1.2 Instabilité d'érosion

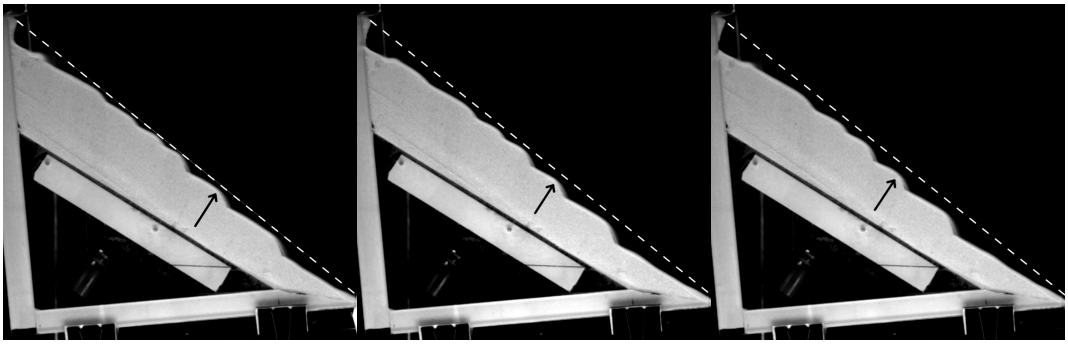

Figure 4.5: Exemple d'expérience présentant une instabilité d'érosion dans le canal de 6mm, avec création de marches. Le débit est de 3.3 g/s et la pente initiale de 39.3°. Les pointillés blancs indiquent la forme initiale du tas. Les trois images sont prises à 15 minutes d'intervalles après une heure d'expérience, et permettent de visualiser la propagation des structures. La flèche noire par exemple, suit la remontée d'une des marches.

La forme de l'interface peut évoluer différemment lorsque l'on change les conditions expérimentales. Pour des débits et des pentes initiales plus élevés que dans la situation précédente, on observe une déstabilisation de l'interface, et la création de structures. Celles-ci prennent la forme de marches, alternant successivement la pente d'équilibre et un front abrupt, comme on peut le voir sur la Figure 4.5. Par ailleurs ces structures se propagent vers l'amont de l'écoulement par l'érosion. On peut voir sur la Figure 4.6 que le dessus des marches n'est pas érodé une fois qu'il est à la pente d'équilibre. En réalité, il existe un régime transitoire pendant la formation des marches, jusqu'à ce qu'elles acquièrent leur forme stationnaire, qui est ensuite peu déformée.

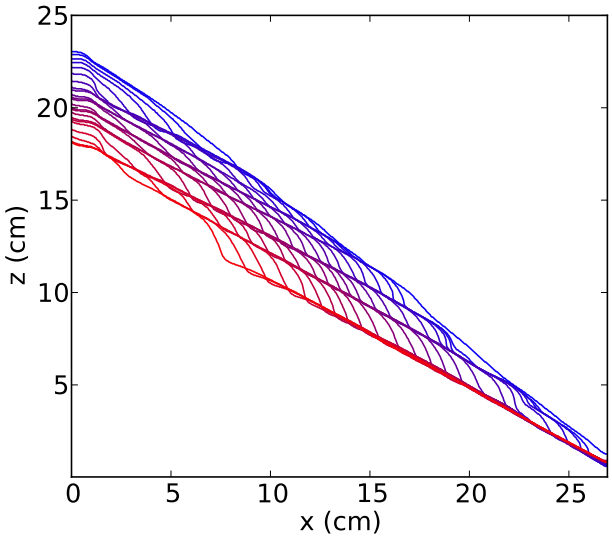

Figure 4.6: Profils d'érosion dans une situation instable. La partie arrière de chaque marche reste bien parallèle avec la pente finale, et n'est pas érodée. Seul le front avant est érodé et recule. L'intervalle de temps entre deux profils est de 10 minutes, et le temps avance du bleu vers le rouge.

Les marches créées disparaissent finalement en haut de la cellule, lorsqu'elles parviennent au niveau du jet granulaire d'entrée. Le processus aboutit également à une pente uniforme, de la même façon que pour l'érosion stable, et pour un angle identique lorsque les conditions sont les mêmes. La façon dont l'expérience se termine est également semblable : une dernière marche remonte le tas et laisse derrière elle la pente d'équilibre. Ce déroulement est visible sur les trois vignettes de la Figure 4.5, la partie inférieure du tas présente la pente d'équilibre qui par conséquent n'évolue plus. De plus, cette portion est bien parallèle à la partie arrière de chaque marche.

4.2 Angle d'équilibre d'érosion

Le phénomène d'érosion dans cette configuration se poursuit à chaque fois jusqu'à un certain angle final. Cet angle semble très peu dépendre des paramètres de contrôle de l'expérience, débit et inclinaison initiale, comme on peut le voir sur la Figure 4.7. Dans le cas du canal de 12mm, on peut voir une légère augmentation de cet angle avec le débit. La nature stable ou instable du processus ne l'affecte pas non plus. En revanche, on peut voir qu'il est nettement différent dans le canal de 6 mm et dans le canal de 12 mm. La largeur du canal est connue pour modifier les propriétés d'un écoulement granulaire lorsque la largeur des parois devient faible. Ces effets ont notamment été étudiés par [Courrech du Pont *et al.* (2003); Jop *et al.* (2005)], et influencent par exemple l'angle d'écoulement en tambour tournant et en écoulement sur tas.

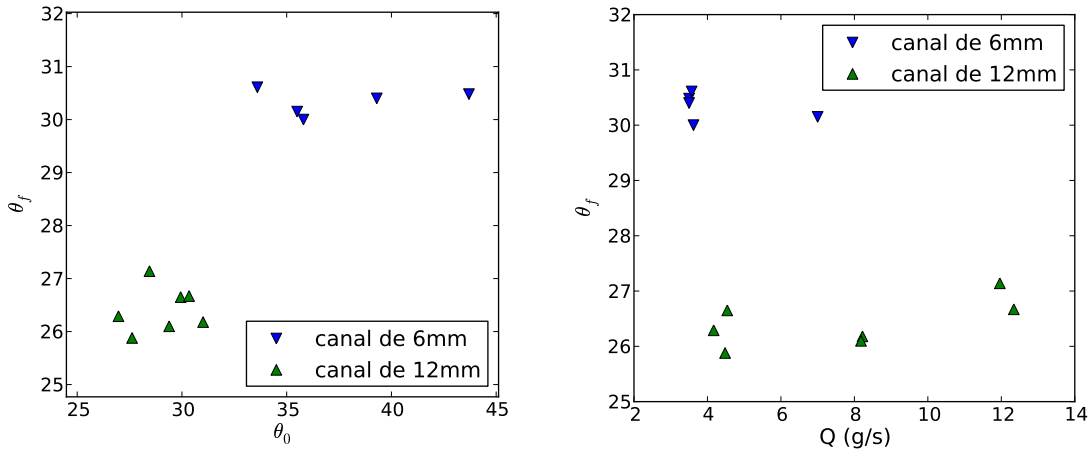

Figure 4.7: Pente du tas humide à la fin de l'expérience d'érosion, en fonction de l'angle initial (gauche) et du débit (droite).

L'angle final d'érosion semble donc piloté plutôt par les propriétés de l'écoulement. Il est connu que la contrainte exercée par l'écoulement dépend de l'inclinaison du système. Pour un système bidimensionnel sans parois, en régime stationnaire, la composante tangentielle du poids est équilibrée par la contrainte basale. Ceci fournit l'expression de la contrainte exercée sur le fond :

$$\tau_b = \rho \Phi g h \sin\theta.$$

Dans un système confiné, les parois ont également une influence importante, et une partie du poids est alors compensée par la friction sur les parois. La contrainte devient plus faible et suit la relation suivante [Jop *et al.* (2005)] :

$$\tau_b = \rho \Phi g h \cos\theta (\tan\theta - \mu_w \frac{h}{L} \cos\theta),$$

où μ_w est le coefficient de friction sur les parois, et L la largeur du canal.

Expérimentalement, l'érosion ne se produit que pour des angles supérieurs à la pente finale. Ceci est cohérent avec l'augmentation de la contrainte basale exercée par l'écoulement avec l'inclinaison. Le premier facteur pouvant limiter cette érosion est la cohésion du tas que l'écoulement ne parvient pas à dépasser. Cette dernière restant constante puisque le tas humide est toujours préparé de la même façon, les variations observées ne peuvent provenir que de changements dans l'écoulement. Cependant, les niveaux de contrainte exercés par l'écoulement sont toujours de l'ordre de la pression exercée par la couche de grains. Or, de la même façon que pour les résultats décrits dans le chapitre 3, cette contrainte reste faible par rapport à la cohésion de l'agrégat. D'ailleurs, dans le canal le tas seul ne s'effondre pas, même pour des inclinaisons de 90°. Il semble donc que l'érosion ne présente pas non plus de seuil dans cette situation, ce qui laisse penser que l'angle final pourrait être indépendant de la cohésion du milieu humide.

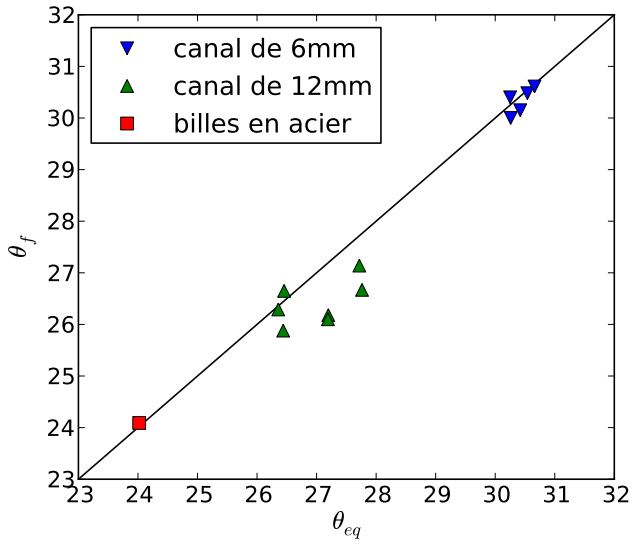

Figure 4.8: Angle final à la fin de l'expérience d'érosion, en fonction de l'angle d'équilibre de l'écoulement sur tas dans la même configuration. Pour le carré rouge, des billes en acier ont été mises en écoulement sur un tas cohésif de billes de verre. La ligne noire représente la droite où les deux angles sont égaux.

La Figure 4.8 confirme cette idée, en utilisant comme abscisse l'angle d'équilibre d'écoulement du matériau sur tas sec. Cet angle a été mesuré à la fin de chaque expérience, en retirant le matériau humide de la cellule, puis en injectant des grains secs au même débit. Il se forme alors un tas sec statique au-dessus duquel existe une couche en écoulement à un certain angle pour le débit imposé. On peut voir que cet angle coïncide avec une bonne précision avec l'angle final d'érosion mesuré. Une expérience réalisée avec des billes d'acier dans le canal de 12 mm permet de confirmer ce résultat. Celles-ci ont un angle

d'écoulement dans le canal plus faible, autour de 24°. En conservant un tas cohésif de même nature, constitué de billes de verre sur lequel s'écoulent les billes d'acier, l'érosion converge vers 24 °. Le paramètre de contrôle de la pente finale semble être la pente d'écoulement du matériau sec. La pente d'équilibre serait donc indépendante de la cohésion du tas, car est pilotée par un paramètre qui en est complètement indépendant.

Cette limite observée pour l'érosion est riche en conséquence. D'une part, elle constitue en quelque sorte la limite infranchissable du phénomène dans cette géométrie. En effet, dans des conditions données (type de grains, débit, caractéristique de la cellule), le matériau sec n'est pas capable de s'écouler en dessous de cet angle d'équilibre. Si l'on met en place l'expérience à un angle inférieur, une couche sèche statique se formera avec une couche en écoulement au-dessus, et l'écoulement n'est donc plus en contact avec le tas humide. L'érosion ne peut donc plus avoir lieu.

D'autre part, les expériences tendent vers cette limite, et non pas vers un angle supérieur. Cela signifie que l'érosion continue aussi longtemps que l'écoulement reste en contact avec le milieu humide. Il n'y a pas de seuil dû à la cohésion de l'agrégat. Cette observation confirme l'analyse basée sur les fluctuations de l'écoulement réalisée dans le chapitre 3. Ces fluctuations permettent de dépasser la cohésion du milieu, et d'obtenir de l'érosion en éliminant la possibilité d'observer un éventuel seuil.

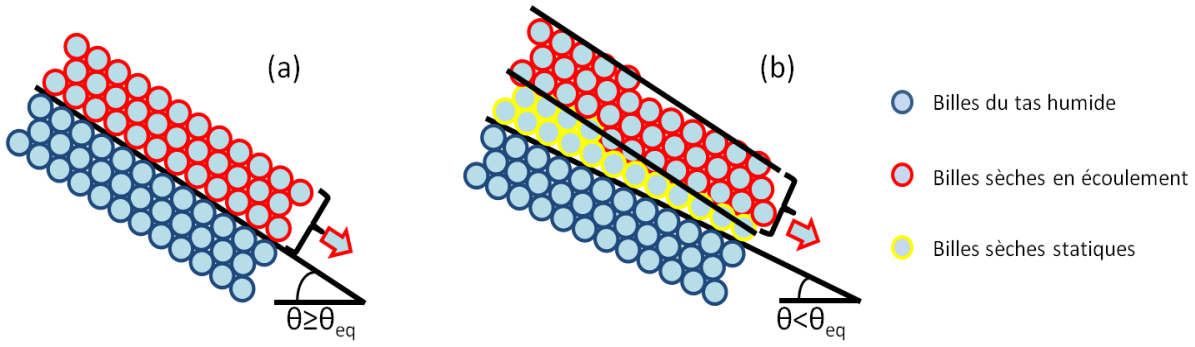

Figure 4.9: Schéma des différentes couches de grains se formant en-dessous (a) et au-dessus (b) de l'angle d'équilibre d'écoulement, dans la situation de l'expérience d'érosion.

Le schéma de la Figure 4.9 résume cette idée. Dans cette analyse, on a bien entendu une représentation simplifiée de l'écoulement sur tas. Il est connu que le profil de vitesse n'est pas nul en-dessous d'une certaine épaisseur [Komatsu *et al.* (2001)], mais décroit exponentiellement avec la profondeur. Cependant, il est raisonnable de considérer qu'au-delà d'une certaine épaisseur, les mouvements de fluage des grains ne permettront pas d'éroder le milieu cohésif à l'échelle de temps où l'on observe le système. L'angle naturel d'écoulement du tas est donc la limite de l'érosion.

4.3 Caractéristiques des structures

Dans les situations où le phénomène d'érosion présente une instabilité, nous nous sommes intéressés aux différentes propriétés des structures créées. En particulier, nous avons étudié la morphologie des marches et leur propagation, vis-à-vis des paramètres de contrôle de l'expérience. Cette partie correspond aux résultats obtenus dans le canal de 6 mm de largeur, et l'influence de la pente initiale a été explorée en conservant le même débit, fixé à 3.7±0.2 g/s.

4.3.1 Méthodes d'analyse des structures

À partir des traitements d'images réalisés que nous avons décrits dans le chapitre 2, nous obtenons les profils de l'interface d'érosion. Ces derniers sont analysés afin d'en déduire des données quantitatives sur les dimensions et la vitesse des marches formées. Pour ce faire, des programmes de traitement ont été développés. Après avoir effectué une rotation du profil pour le mettre dans le repère de sa pente moyenne, la position des minima et maxima successifs du profil sont détectés. Les marches sont alors localisées, et il est possible de mesurer leur longueur et leur hauteur au cours du temps (voir Figure 4.10 gauche) . La Figure 4.10 droite montre la longueur des marches en fonction du temps. Ces valeurs fluctuent beaucoup autour d'une valeur de quelques centimètres.

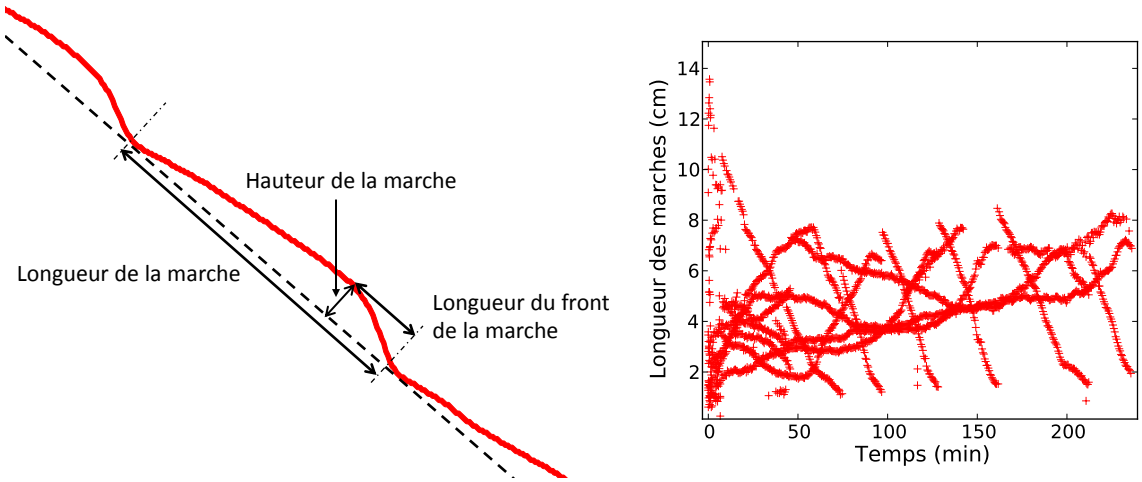

Figure 4.10: (Gauche) Schéma de la paramétrisation de la marche, dans le repère de la pente moyenne. Longueur des structures en fonction du temps.

Comme nous l'avons décrit plus haut, la partie arrière des marches se trouve à la pente d'équilibre et n'est plus érodée. La longueur de cette partie ne dépend alors plus que de la distance de la marche en amont, qui semble indépendante. On choisit donc de s'intéresser à la longueur du front de la marche, qui représente la distance horizontale entre le point

le plus haut et le point le plus bas de la marche. Cette grandeur semble plus intrinsèque et ne pas dépendre des autres marches. La distance verticale entre ces deux mêmes points est aussi mesurée, et nous l'appelons la hauteur de la marche.

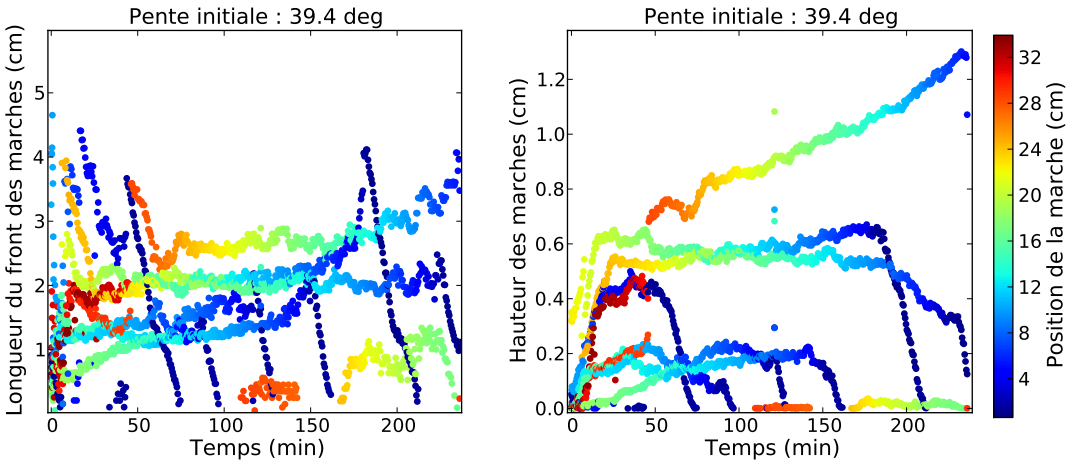

Figure 4.11: Longueur et hauteur des marches en fonction du temps. Les données sont représentés avec un code couleur représentant la position du sommet de la marche correspondante. Cela permet de suivre les marches qui se décalent progressivement du rouge (bas du canal), jusqu'au bleu (haut du canal). À droite, on peut repérer par exemple la fusion des deux marches en bas du canal, lorsque les deux courbes rouges disparaissent vers 50 minutes, et qu'une nouvelle courbe apparait, vers 0.7, croissante jusqu'à la fin.

La Figure 4.11 gauche montre d'abord une phase de croissance, puis une stabilisation des différentes longueurs de marche marquée par des plateaux situés entre 1 et 3 cm. On observe régulièrement des courbes rapidement décroissantes jusqu'à 0, qui correspondent à la disparition des structures lorsqu'elles atteignent le sommet du canal. L'évolution des hauteurs de marche (Figure 4.11 droite) est similaire, avec plusieurs niveaux de plateau, vers 0.2 et 0.6 cm. Il est remarquable de constater que plusieurs longueurs et hauteurs coexistent de façon stable. Le système ne sélectionne donc pas de longueur d'onde ou de taille caractéristique particulière de façon stricte. Néanmoins, les dimensions restent dans la même gamme, et n'importe quelle taille ne semble pas permise.

Il est également possible de construire à partir de ces positions un diagramme spatio-temporel, en juxtaposant les positions successives. Cela permet de visualiser la propagation, et de mieux appréhender les différentes phases du phénomène. La Figure 4.12 est un exemple de ce type de diagramme. Les données de la Figure 4.11 se retrouvent ici aussi, avec les barres jaunes horizontales qui représentent la hauteur des marches. La longueur se retrouve dans la distance entre les points rouges et bleus successifs.

Comme nous l'avons vu déjà sur la Figure 4.11, là encore les différentes caractéristiques des marches varient au cours du temps. Un régime transitoire de formation des structures

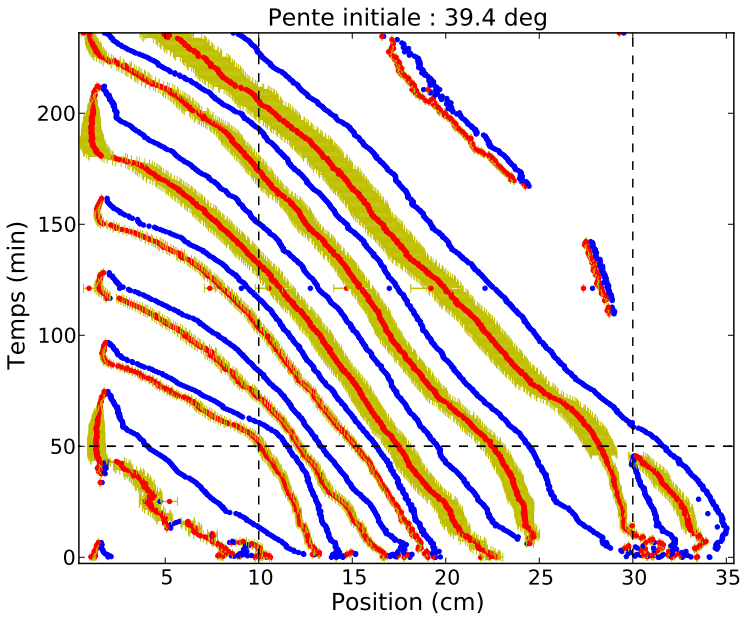

Figure 4.12: Diagramme spatio-temporel construit à partir des sommets (points rouge) et des creux (points bleus) de chaque marche. Les barres jaunes représentent la hauteur de chaque marche.

a d'abord lieu, qui occupe quelques dizaines de minutes. Après cette phase, un régime stationnaire est atteint, où les caractéristiques des marches sont relativement stables. D'autre part, des phénomènes ponctuels se produisent, comme la fusion de deux marches que l'on peut voir avant 50 minutes, dans la partie aval du canal, entre 30 et 35 cm. Ces évènements ne sont pas génériques dans les différentes expériences, et semblent dépendants des hétérogénéités initiales du système.

Au milieu du canal, les structures présentent une forme et un comportement similaire. Les courbes de la Figure 4.12 sont parallèles, ce qui indiquent des vitesse de propagation semblables, et les tailles de marches sont également du même ordre. Lorsque les marches arrivent en haut du canal, entre 0 et 10 cm, on observe une accélération de celles-ci, jusqu'à leur disparition. Ceci est visiblement un effet de bord, probablement dû à l'impact du jet sur le tas. L'impact permet clairement de creuser plus vite au niveau du point de chute lui-même, et pourrait engendrer localement une érosion plus forte par un surplus d'énergie cinétique dans l'écoulement. Un autre effet de bord existe à la sortie du canal et a déjà été discuté plus haut. La chute de l'écoulement génère une accélération, ce qui influence probablement la morphologie des marches.

Malgré un régime transitoire dans la création des marches et des effets de bords, il existe un domaine où les conditions sont uniformes et créent des marches dont la propagation est stationnaire. Après 50 minutes et entre 10 et 30 cm sur le diagramme, il semble raisonnable de considérer un régime où les structures sont stables, et homogènes vis-à-vis

des conditions d'écoulement. C'est dans ce domaine que nous allons chercher à caractériser les marches, et tenter de comprendre l'origine de leurs propriétés.

4.3.2 Formes des marches

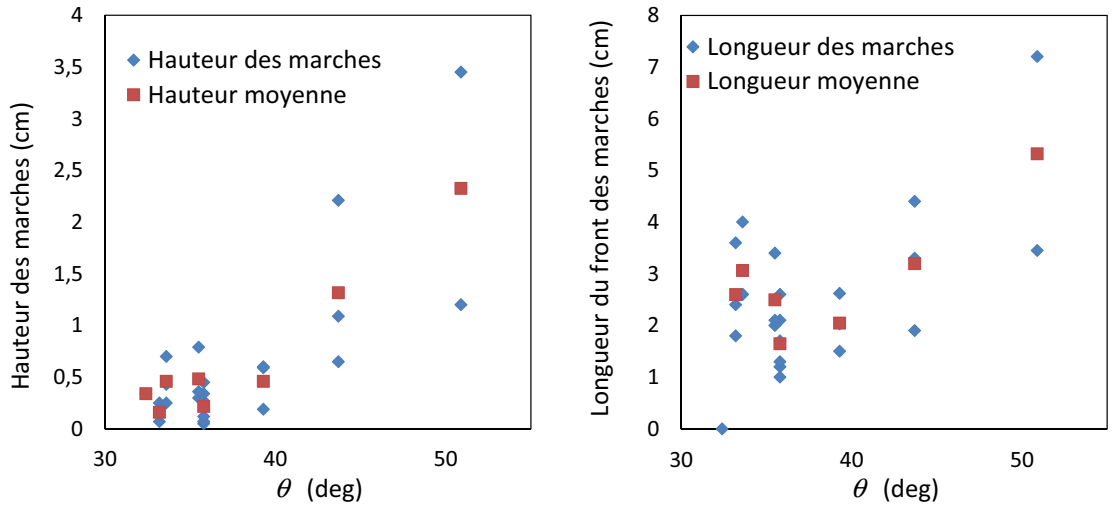

Figure 4.13: (Gauche) Hauteur des marches en fonction de la pente initiale du tas, et (droite) longueur du front des marches en fonction du même paramètre.

Comme nous l'avons vu les marches évoluent dans le temps, mais connaissent un régime stationnaire où leurs dimensions sont stables. Nous avons mesuré les caractéristiques des marches dans ce domaine. Les hauteur de marche observées reste dans une gamme réduite, entre le millimètre et quelques centimètres, mais varie pour une même expérience. Les longueurs se situent dans la même gamme, bien qu'un peu plus grandes. Ces dimensions semblent toutes deux pilotées par la pente initiale du tas, même si on observe différentes tailles pour une même valeur d'angle. La Figure 4.13 montre que les marches sont plutôt grandes lorsque la pente initiale du tas est importante, et petites lorsqu'elle diminue. La longueur semble néanmoins augmenter légèrement pour les inclinaisons les plus faibles.

Cette dépendance similaire vis-à-vis d'un paramètre purement géométrique suggère que les deux dimensions sont liées entre elles. En effet, la forme des marches semble rester la même d'une marche à l'autre d'après l'observation des profils d'érosion sur la Figure 4.6, même lorsqu'elles sont de tailles différentes. Plus quantitativement, la Figure 4.14 confirme ce lien, et suggère une puissance 2 entre la hauteur et la longueur. La rapport d'aspect n'est donc pas conservé, mais ceci est cohérent avec la forme des marches, dont le front a une allure parabolique. Il faut donc multiplier la hauteur par quatre pour que la longueur de cette portion de la marche soit doublée.

En superposant les profils de différentes marches d'une même expérience, nous confirmons que celle-ci ont la même forme. La Figure 4.15 le montre, avec des marches de tailles

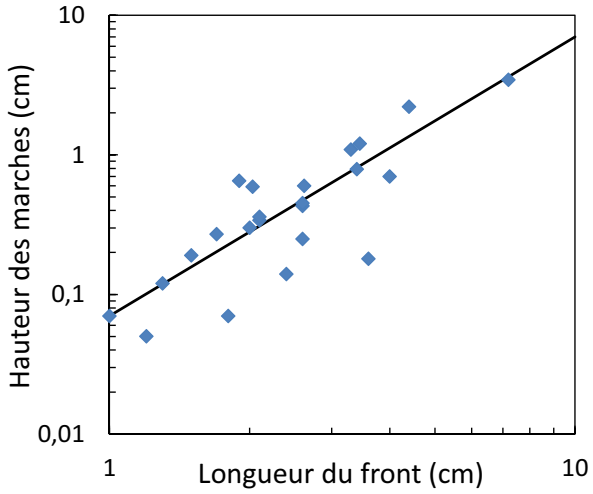

Figure 4.14: Hauteur des marches en fonction de leur longueur. La ligne noire correspond à une loi de puissance quadratique.

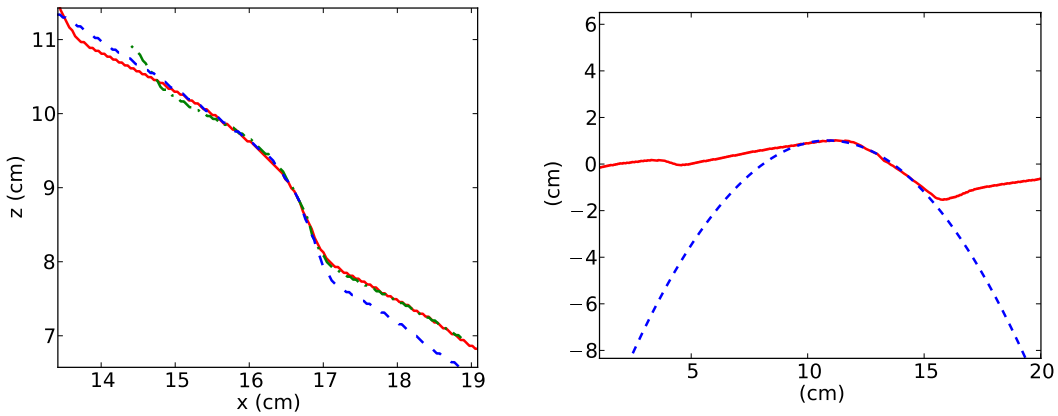

Figure 4.15: (Gauche) superposition de trois marches successives d'une même expériences. (Droite) ajustement du profil par une parabole.

différentes. Les profils se confondent bien jusqu'à ce que l'on atteigne la marche située en amont, où le plateau de la marche avale suivante. La forme est donc tronquée dans sa partie inférieure, ce qui impose le lien que nous avons indiqué entre l'extension verticale et latérale. Nous avons vérifié directement cette allure parabolique des marches en ajustant le profil par une équation du second degré (voir Figure 4.15 gauche). Cet ajustement fonctionne bien pour le front abrupte de la marche, jusqu'à la marche suivante à nouveau.

La forme des marches est donc conservée pour différentes conditions expérimentales et différentes tailles, et les dimensions sont pilotées par la pente du tas. Cette forme est parabolique, et cela pourrait être lié à la trajectoire également parabolique des grains qui décollent lorsque les marches sont de taille suffisante.

4.3.3 Vitesse de propagation des marches

À partir des diagrammes spatio-temporels, on peut déduire facilement la vitesse des structures, qui est simplement la pente des courbes dans ces coordonnées. Comme on peut le voir sur la Figure 4.16 gauche, la vitesse diminue avec la pente initiale du tas. Ceci est légèrement contre-intuitif car nous avons vu que la vitesse d'érosion initiale augmentait avec l'inclinaison. Comme la propagation est générée par l'érosion, on pourrait s'attendre à ce que les vitesses augmentent également lorsque l'érosion est plus rapide, mais c'est l'opposé qui se produit. Cependant, la vitesse d'érosion augmente seulement au début, et nous verrons qu'elle chute avec l'apparition des marches. Les vitesses des marches sont mesurées plus tard, lorsqu'elles sont bien formées, et elles ne traduisent donc pas l'influence d'une érosion initialement plus rapide.

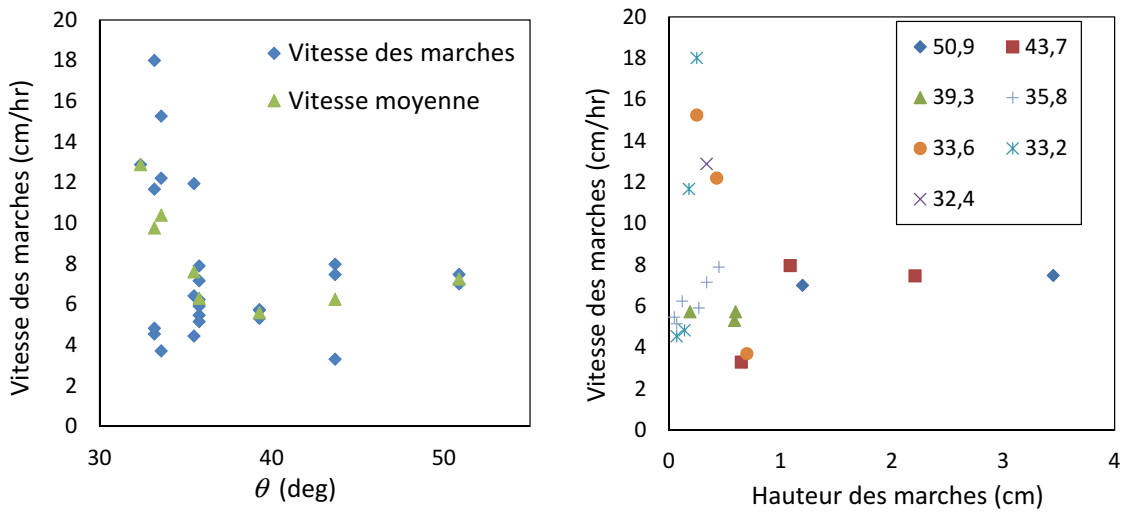

Figure 4.16: (Gauche) Vitesse des marches en fonction de la pente initiale, et (droite) en fonction de la hauteur des marches.

Nous pouvons voir par ailleurs que les plus grandes marches sont globalement plus lentes, ou encore que les plus rapides sont parmi les plus petites. Cela est cohérent avec le fait qu'il faut éroder plus de matière pour transporter une marche de plus grande taille. Néanmoins, la taille est aussi corrélée à la pente, et il est donc délicat de voir un lien direct entre deux paramètres, notamment compte-tenu de la dispersion des données que nous observons.

4.3.4 Vitesse d'érosion globale

En suivant une vitesse d'érosion globale (Figure 4.17),définie simplement comme la surface érodée par unité de temps, on observe une forte diminution après une durée d'une dizaine de minutes. La vitesse se stabilise approximativement ensuite jusqu'à la fin du

processus. Cette durée correspond à celle de la formation des marches, et l'établissement d'un régime stationnaire. L'apparition des marches est donc associée à une chute de la vitesse d'érosion.

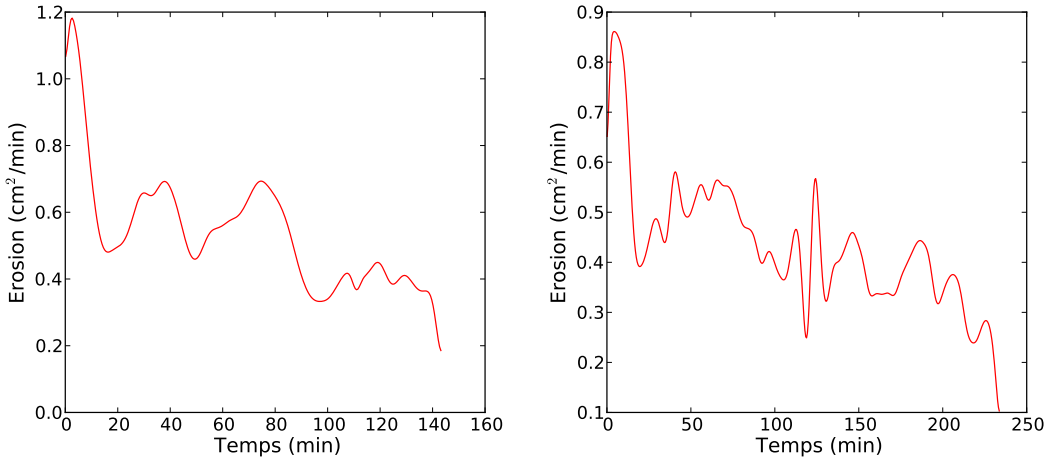

Figure 4.17: Vitesse d'érosion en fonction du temps, pour une pente initiale de 43.7° (gauche) et 39.3° (droite).

On peut mettre en lien ce phénomène avec la morphologie des marches. En effet, chaque marche présente une partie abrupte et une partie à la pente d'équilibre. Toute cette dernière partie n'est pas érodée, tandis que seul l'avant de la marche se propage. La proportion de l'interface sensible à l'érosion est donc nettement moindre en présence de marche, en comparaison de la même situation avec une pente uniforme, supérieure à la pente d'équilibre.

4.3.5 Taux de croissance

Nous avons tenté de mesurer des taux de croissance des structures, à partir des premiers instants des expériences présentant une instabilité. À l'aide des courbes d'évolution des hauteurs des marches en fonction du temps, on peut définir un taux basé sur une croissance exponentielle, qui est générique au début du développement d'une instabilité.

La Figure 4.18 montre la méthode de mesure, ainsi que les valeurs obtenus en fonction du nombre de Froude. Les résultats issus de l'expérience avec des billes d'acier ont été ajoutés, en renormalisant par le rapport des taux d'érosion conformément au modèle du chapitre 3. Les incertitudes de mesure sont très importantes, et il est difficile de deviner une tendance, même si il semble y avoir une augmentation initiale.

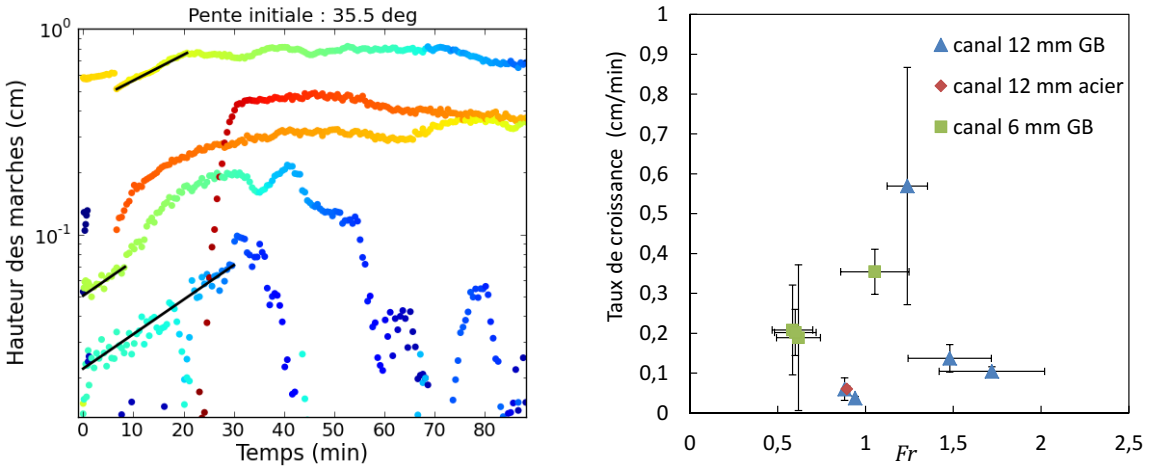

Figure 4.18: (Gauche) mesures de taux de croissance sur les hauteurs de marches. (Droite) Taux de croissance relevés en fonction du nombre de Froude. Les valeurs sont moyennées sur l'ensemble des marches mesurées d'une expérience, et les barres d'erreur verticales sont les écarts-types correspondants.

4.4 Analyse du phénomène de déstabilisation

4.4.1 Domaine d'existence de l'instabilité

Comme nous l'avons évoqué précédemment, la nature stable ou instable du phénomène d'érosion dans la géométrie de canal incliné dépend des deux paramètres de contrôle : θ_0, la pente initiale du tas, et Q, le débit de grains secs injectés. Des essais systématiques pour balayer cet espace de paramètres ont été réalisés dans le canal de 12 mm, et sont représentés sur la Figure 4.19. L'instabilité se développe en général pour des valeur élevées de l'inclinaison ou du débit. Cependant, un seul de ces paramètres ne suffit pas pour déterminer la stabilité du processus. En effet, pour une même valeur d'angle initial, il a été possible d'observer une érosion stable et instable à deux débits différents, et vice-versa. Il faut donc chercher un autre paramètre du système pour caractériser l'instabilité.

Il existe un phénomène d'érosion observé dans la nature présentant de fortes similitudes avec celui que nous étudions ici. Il s'agit des lits de rivière s'écoulant sur un fond érodable. Des exemples ont été relevés dans la nature et étudiés par Montgomery et Dietrich (1989); Reid (1989); Vianello et D'Agostino (2007), notamment dans la vallée du Tennessee, en Californie. La Figure 4.20 montre deux autres exemples de formation de marches, sur un lit de sable et sur un lit de rivière rocheux. Dans ce cas, l'écoulement d'eau est le fluide érodant, et le milieu érodable est le fond de l'écoulement. Cette instabilité semble très générique, et a été observée aussi bien pour des rivières alluviales que des rivières à fond rocheux. Elle semble se former dès qu'un écoulement rapide de faible profondeur a lieu sur

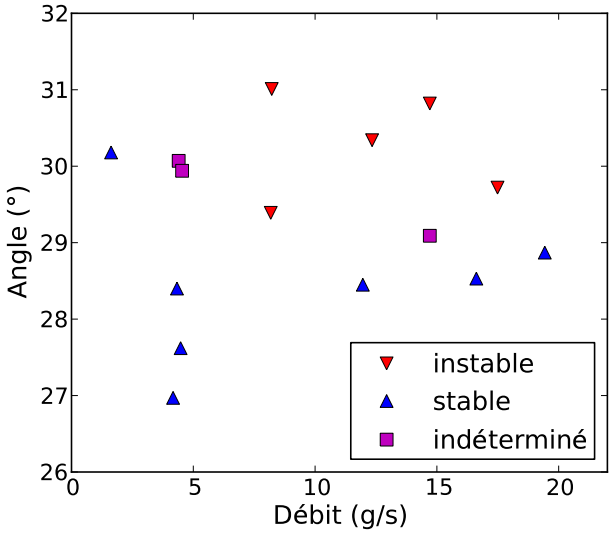

Figure 4.19: Stabilité de l'interface des différentes expériences en fonction des paramètres de contrôle, débit et angle, dans le canal de 12 mm.

un fond érodable. Les aspects théoriques des phénomènes de déstabilisation de fond de rivière ont été discutées par Andreotti *et al.* (2012), et détaillés dans le cas d'une érosion pure sur un milieu cohésif par Parker et Izumi (2000). Cette modélisation correspond précisément au cas de nos expériences, et indique une instabilité pour un nombre de Froude supérieur à une valeur critique. L'origine physique de l'instabilité semble être assez générique et commune à différentes situations. En effet, le critère de stabilité est partagé par les ondes surfaces dans les écoulements granulaires [Forterre et Pouliquen (2003)], et les anti-dunes sont également pilotées par le nombre de Froude [Kennedy (1969)]. Même si les conditions sont assez différentes, cela montre que l'instabilité trouve à chaque fois son origine dans un effet inertiel de l'écoulement. Il semble probable qu'il en soit de même dans les expériences menées ici.

Afin de déterminer le nombre de Froude de l'écoulement pour chaque jeu de paramètres testé, nous avons exploité les résultats de Jop *et al.* (2005) sur la configuration plan incliné confiné. En utilisant la rhéologie $\mu(I)$, et le coefficient de friction aux paroi μ_w nous pouvons accéder à toutes les caractéristiques de l'écoulement : profils de vitesse et hauteur. Néanmoins les paramètres de ce modèle doivent être adaptés au système, puisqu'il repose sur des caractéristiques spécifiques au canal utilisé et aux matériaux employés :

$$\mu(I) = \mu_s + \frac{\mu_2 - \mu_s}{\frac{I_0}{I} + 1}.$$

μ_s représente le coefficient de friction statique du matériau. Il est facilement mesurable puisqu'il représente la tangente de l'angle formé naturellement par un tas du dit matériau

Figure 4.20: (Gauche) Vianello et D'Agostino (2007) Exemple de formation de marches sur un fond de sable près de Calais. (Droite) Marches issues de l'érosion d'un lit de rivière rocheux en Ardèche.

granulaire. Sa valeur est ici de $\mu_s = \tan(21.9 \pm 0.4°)$. Le coefficient μ_2 est la valeur maximale de coefficient de friction que peut prendre le matériau. I_o est une autre constante. Ces coefficients sont plus difficilement accessibles directement, et ils ont donc été calibrés ainsi que μ_w à partir de mesures des propriétés de l'écoulement dans des configurations modèles.

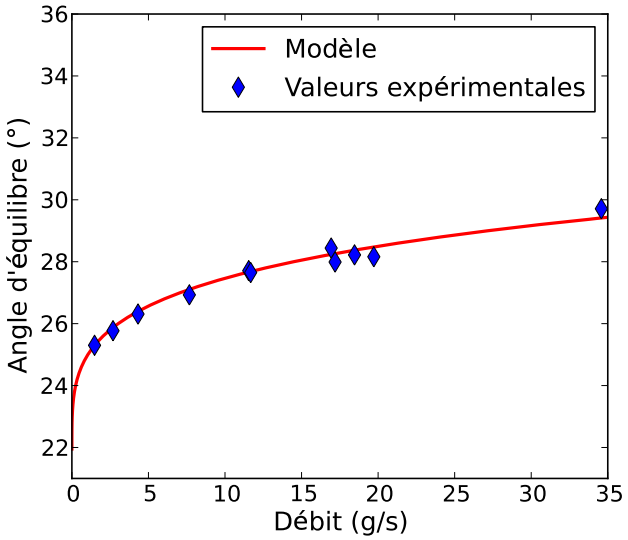

Figure 4.21: Angle d'équilibre de l'écoulement sur fond meuble. Les points bleus sont des valeurs mesurées, et la courbe rouge les valeurs calculées à partir du modèle.

Pour obtenir ces coefficients, on a exploité les configurations d'écoulements confinés sur tas, et sur fond fixe. Pour différents débits, l'angle naturel d'écoulement θ_{eq} sur tas a été

mesuré, qui est reporté sur la Figure 4.21. Pour réaliser l'autre configuration, la cellule a été adaptée en introduisant un fond rugueux. Ce fond rugueux est préparé en collant des billes de verre identiques à celles utilisées dans les expériences de ce chapitre, de diamètre 200-400 µm. Dans ce nouveau système, l'épaisseur de l'écoulement est mesurée pour un débit et un angle donné. À partir de ces trois paramètres, on peut calculer le nombre de Froude de l'écoulement. Dans cette géométrie, il est défini de la façon suivante :

$$Fr = \frac{\bar{u}}{\sqrt{gh\cos\theta}}.$$

La vitesse moyenne $\bar{u}$ est simplement déduite du rapport du débit sur l'épaisseur de l'écoulement. Les paramètres de la rhéologie ont ensuite été ajustés afin de reproduire au mieux le nombre de Froude calculé directement à partir de mesures d'épaisseur, et l'angle d'écoulement sur tas θ_{eq}. Les trois coefficients μ_2, I_0 et μ_w ont donc été ajustés et les valeurs obtenues sont $\mu_2 = \tan 33.0°$, $I_0 = 0.25$, et $\mu_w = \tan 10.1°$. La Figure 4.21 montre la validité du modèle pour obtenir l'angle d'équilibre, et la Figure 4.22 illustre la pertinence du modèle pour obtenir le nombre de Froude à partir de la rhéologie $\mu(I)$.

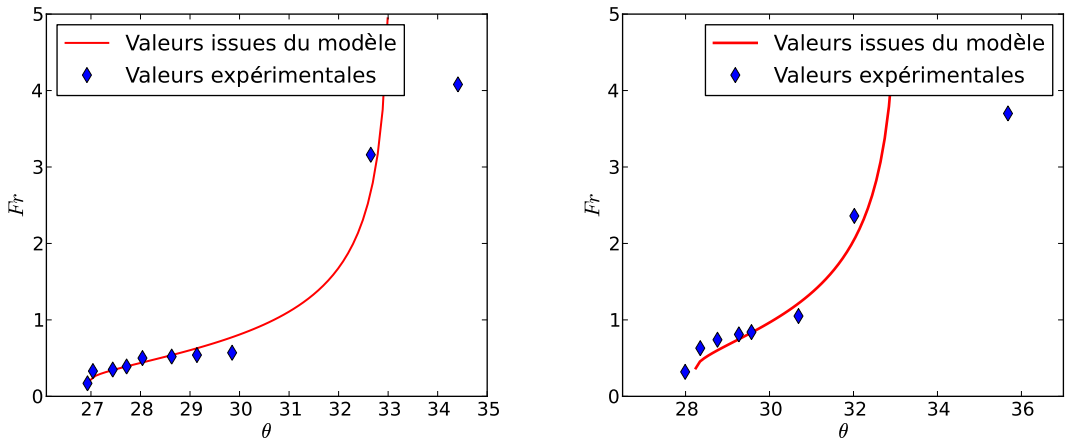

Figure 4.22: Valeurs mesurées et calculées du nombre de Froude, en fonction de l'inclinaison, pour deux débits différents : 7g/s (gauche), et 17 g/s (droite).

Les valeurs de paramètres obtenues sont similaires à celles trouvées dans Jop *et al.* (2005), pour des billes de verre de diamètre comparable et des parois en verre également. La taille des billes intervient également dans la rhéologie du matériau, au niveau du nombre inertiel. Les billes utilisées ici étant polydisperses, le diamètre effectif a donc aussi été ajusté aux données, et on obtient la taille supérieure $d = 0.4$ mm.

μ_2 a un sens physique précis, puisque l'angle correspondant est la limite au-delà de laquelle la friction basale en plan incliné ne peut plus compenser le poids des grains. Il n'est alors plus possible d'obtenir un écoulement stationnaire. L'écoulement est alors

accéléré, et quitte le domaine des écoulements denses au niveau de la surface libre. On remarque d'ailleurs que la Figure 4.22 ne montre pas de nombre de Froude théorique pour un angle supérieur à 33°, car le modèle n'est plus valide. En pratique, les parois ont pour effet d'étendre la gamme d'angles permettant de réaliser un écoulement stationnaire. En effet, celles-ci contribuent également à compenser le poids des grains, et un régime dense surmonté d'une phase diluée peut être atteint pour des valeurs supérieures de quelques degrés ici, et beaucoup plus pour des situations particulières [Taberlet *et al.* (2003)]. Néanmoins, la qualité des prédictions du modèle diminue bien avant cela, et on peut voir sur la Figure 4.22 que l'écart augmente au-delà de 30°. Munis de la loi rhéologique du matériau, nous sommes maintenant capables de déterminer le nombre de Froude pour un angle et un débit donné. Nous pouvons donc confronter la stabilité du phénomène d'érosion aux valeurs de nombre de Froude.

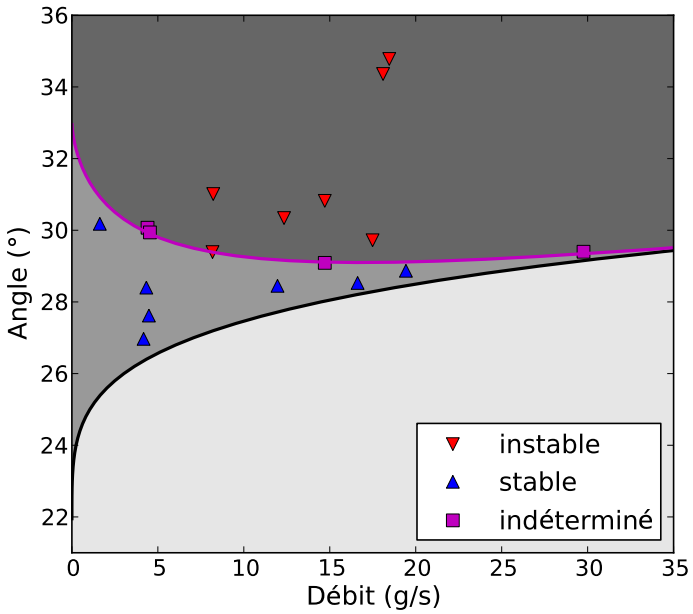

Figure 4.23: Diagramme de phases selon le débit et la pente initiale de chaque expérience. La ligne noire représente la limite inférieure en angle pour que le matériau puisse s'écouler de façon continue. En-dessous, dans la zone gris clair, l'écoulement n'est pas possible. La ligne mauve est la courbe iso-Froude $Fr = 0.7$.

La Figure 4.23 montre les différentes expériences dans un diagramme débit-angle. Toute la partie inférieure est inaccessible puisque le matériau ne s'écoule pas de façon stationnaire dans cette zone. On retrouve d'ailleurs sur la ligne noire lorsque le débit tend vers 0, la limite du tas statique $\arctan \mu_s$, qui est l'angle minimum pour avoir un écoulement en l'absence de parois. Les points stables se trouvent dans un domaine où les pentes sont faibles. Mais comme expliqué plus haut, ce paramètre ne suffit pas à prédire la

stabilité. Par contre, en traçant les courbes d'iso-Froude, on définit une frontière séparant les différents domaines de stabilité. Ces courbes sont obtenues à partir du modèle décrit plus haut issu de [Jop *et al.* (2005)], qui nous permet de calculer le nombre de Froude pour une combinaison angle et débit. Il suffit donc d'inverser la relation pour calculer les points où le nombre de Froude est constant. La ligne mauve correspond à un nombre de Froude égal à 0.7. On retrouve également sur cette courbe le coefficient $\tan \mu_2$, quand le débit tend vers 0.

Plusieurs commentaires s'imposent. Premièrement, l'expérience réalisée au débit le plus faible de 1.63g/s, la plus à gauche du graphe, n'a pas révélé d'instabilité, alors que d'autres expériences à des angles identiques ou plus faibles se sont avérées instables, comme les deux points rouges de la Figure 4.23 qui sont les plus bas : ces points correspondent à des nombres de Froude plus élevés. Il est donc possible de passer du domaine stable à instable en augmentant l'angle ou le débit. D'autre part, il est remarquable que cette courbe d'iso-Froude ne soit pas monotone. Si cette courbe est bien la frontière des domaines de stabilité, en partant d'un angle aux alentours de 29.2 degrés, et en augmentant le débit, on part d'une situation stable, puis instable, et enfin à nouveau stable. Ce comportement s'explique par l'effet des parois. En effet, l'augmentation du débit engendre en général une augmentation du nombre de Froude, mais lorsque l'épaisseur devient plus grande, la friction aux parois augmente également, et tend à freiner l'écoulement. On se rapproche d'ailleurs de la limite d'écoulement θ_{eq}. On peut alors observer une diminution du nombre de Froude.

D'autres expériences de ce type ont été menées dans le canal de 6 mm. Le confinement étant différent, le nombre de Froude n'est pas le même pour un angle et un débit donné. Pour pouvoir visualiser l'ensemble des résultats, nous réalisons un autre diagramme de phases utilisant le nombre de Froude à la place du débit comme paramètre (voir Figure 4.24). Ainsi, les résultats obtenus dans les deux canaux différents peuvent être regroupés et confrontés au même critère de stabilité, car la courbe iso-Froude est identique dans les deux cas, par construction. On voit à nouveau que les domaines de stabilité sont bien séparés de part et d'autre de la ligne $Fr = 0.7$. Comme nous l'avions constaté également sur la Figure 4.22, pour les angles élevés ($>30°$) les décalages sont parfois importants entre les estimations à partir de mesures et les valeurs du modèle. Néanmoins, cela reste toujours cohérent avec les différentes phases du diagramme. Les expériences réalisées aux angles les plus élevés ne répondent plus au modèle d'écoulement stationnaire, et le nombre de Froude est donc seulement mesuré. Dans les canal de 12 mm, les expériences ont toujours présenté un caractère instable, ou bien une absence d'érosion si l'angle était trop faible. Les nombres de Froude estimés sont légèrement inférieurs à la limite 0.7, mais avec une incertitude ne permettant pas d'invalider cette valeur de Froude

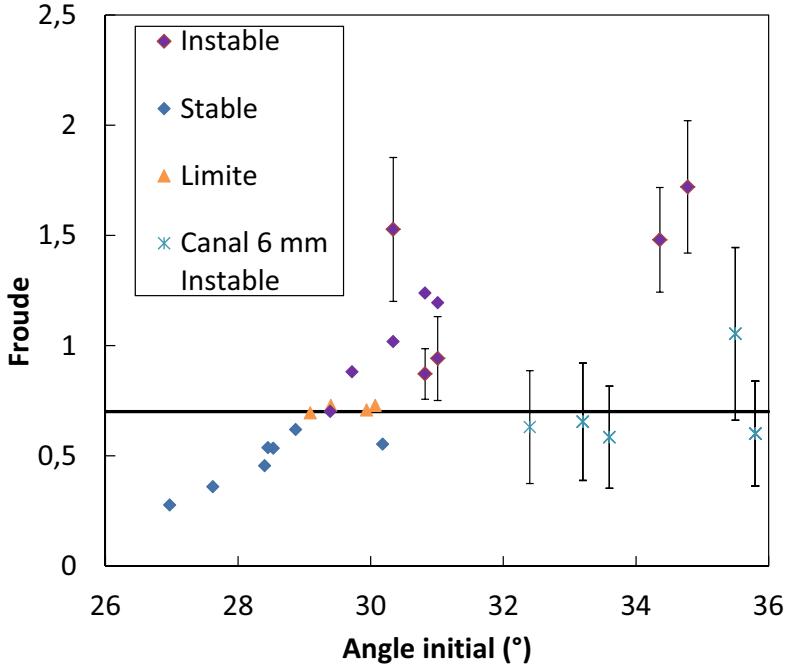

Figure 4.24: Diagramme Froude-Angle initial, regroupant l'ensemble des expériences réalisées avec les deux largeurs de canal. Les données avec des barres d'erreur correspondent aux expériences où le nombre de Froude est mesuré directement pendant l'expérience d'érosion, contrairement aux autres où il est calculé à partir du modèle. L'incertitude est très importante, du fait de l'erreur sur la mesure d'épaisseur.

critique.

Le nombre de Froude apparait donc comme le paramètre pilotant l'instabilité que nous avons observée. La valeur critique de ce nombre limitant le domaine d'instabilité est de 0.7 dans nos expériences. La précision de ce chiffre est néanmoins limitée par la difficulté de discriminer les situations instables dans les cas limites. De plus, la géométrie du système introduit un effet de bord déstabilisant en sortie du canal. La sortie du canal constitue une chute libre pour l'écoulement, qui induit une accélération du flux de grains. Localement, le nombre de Froude sera donc plus élevé, et favorise la création de marches. En pratique, dans les situations proches de la limite de stabilité, nous avons pu observer l'apparition de marches de façon localisée au niveau de cette zone, sans que d'autres n'apparaissent dans le reste du canal. Ces cas sont donc litigieux et apparaissent comme tels dans la Figure 4.23 et la Figure 4.24. Cependant, cela ne change pas l'allure qualitative du diagramme de phase. Les différentes courbes d'iso-Froude ont la même allure tant que l'on reste autour de l'unité, et la limite pour un débit nul est d'ailleurs la même pour toutes ces courbes : $\tan \mu_2$.. De plus, elles restent compatibles avec le diagramme de phase entre 0.6 et 0.8, ce qui donne une idée de l'incertitude sur la valeur critique. L'analogie avec les phénomènes mentionnés précédemment d'érosion dans les fonds de rivières est donc confirmée, au sens

où l'inertie est également responsable de la déstabilisation.

4.4.2 Essais numériques de déstabilisation

Pour aller plus loin dans la compréhension de l'instabilité, il est intéressant de faire appels à des méthodes numériques. Par ces moyens, il est aisé d'introduire une loi d'érosion de la forme de notre choix, et d'observer le résultat en terme de stabilité. Des essais ont été réalisés en ce sens, en utilisant différents termes. Le profil de l'interface est simplement représenté par une série de 1000 points dont l'abscisse est comprise entre 0 et 1, et on utilise des conditions aux limites périodiques en 0 et et 1. Il suffit ensuite de faire évoluer chaque point de l'interface à une certaine vitesse, dépendant du taux d'érosion. On ne traite pas ici directement le couplage entre écoulement et interface d'érosion. Le système est réduit à l'évolution de l'interface, par le biais d'une équation aux dérivées partielles sur le profil :

$$\frac{\partial \eta(x,t)}{\partial t} = f(\eta(x,t), u, h),$$

où $\eta(x,t)$ représente l'altitude de l'interface entre l'écoulement et le fond érodable, représenté sur la Figure 4.25. u est la vitesse moyennée dans l'épaisseur, et h l'épaisseur de l'écoulement.On suppose que l'on part à chaque fois d'un profil plan que l'on va perturber, η est donc directement une perturbation, et nous travaillons dans un repère parallèle au fond initialement plan.

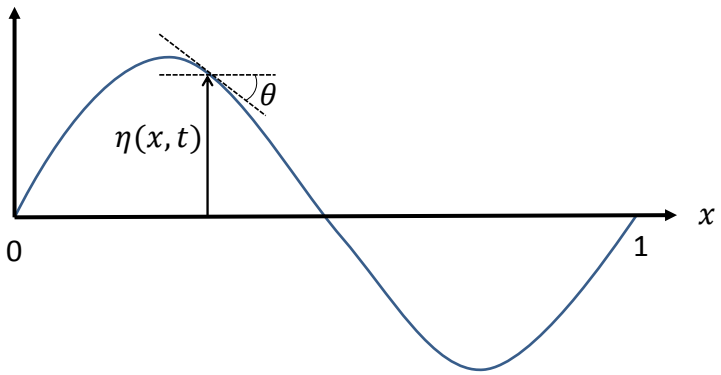

Figure 4.25: Schéma de la paramétrisation du profil d'érosion.

A priori, l'érosion en un point dépend de la forme du profil, et des propriétés locales de l'écoulement. Nous faisons l'hypothèse que ces dernières découlent de la forme locale de l'interface, et que leur action peut se traduire simplement à travers une fonction $f(\eta(x,t))$, en éliminant les variables u et h. Cela suppose qu'il s'équilibre très rapidement, dans une approximation quasi-stationnaire, et également que l'on se restreint aux grandes longueurs d'onde. Nous pouvons implémenter différents termes de façon heuristique afin

de comprendre les ingrédients essentiels de l'instabilité observée.

Un premier test simple consiste à considérer que l'érosion est proportionnelle à la contrainte locale, elle-même égale à la contrainte d'équilibre en plan incliné :

$$\tau_b = \rho g h \sin\theta.$$

L'équation d'évolution du profil devient :

$$\cos\theta \frac{\partial \eta}{\partial t} = -\alpha \rho g h \sin\theta,$$

avec une épaisseur de fluide constante. Un terme de projection est présent car η représente l'épaisseur verticale du tas, et l'érosion se fait perpendiculairement à l'interface. La seule variable restante est alors l'angle θ formé avec l'horizontale, que l'on déduit du profil. Il vient alors :

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} = -\alpha \rho g h \tan\theta = -\alpha \rho g h \frac{\partial \eta}{\partial x}. \tag{4.2}$$

On reconnait ici une équation de propagation d'ondes cinématiques, dans la limite où

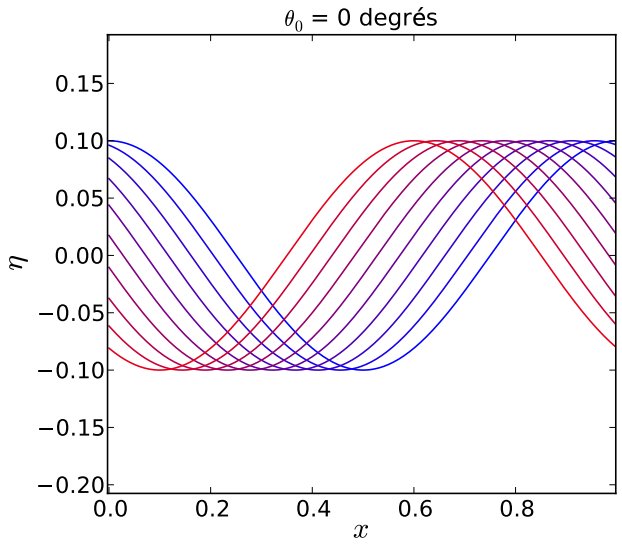

Figure 4.26: Propagation pure sans déformation d'un profil sinusoïdal, dans le cas de la contrainte d'équilibre du plan incliné. Le profil ne possède pas de pente globale. Les courbes sont représentées dans un dégradé de couleur du bleu au rouge qui représente le temps.

l'épaisseur ne varie pas. Celle-ci a la particularité de ne permettre qu'un seul sens de propagation, vers l'amont de l'écoulement. Cette équation correspond donc à une propagation pure, sans déformation, puisque la vitesse de phase est une constante. N'importe quel profil se retrouve donc propagé indéfiniment. Le préfacteur $\alpha\rho gh$ peut être éliminé

en adimensionnant l'échelle temporelle, et il est donc pris égal à 1. En utilisant comme conditions initiales un profil sinusoïdal, on obtient alors une propagation pure comme on peut le voir sur la Figure 4.26, ce qui constitue un bon test pour s'assurer que la résolution numérique fonctionne correctement.

Cette première équation ne correspond pas à une situation de pure érosion. En effet le terme source, le membre de droite, peut être négatif et traduire une redéposition de matériau. Cependant, dès lors que l'on considère un profil suffisamment incliné auquel on ajoute une perturbation, le problème ne se pose plus car les valeurs négatives ne peuvent plus exister, du moins tant que la perturbation ne diverge pas. La pente moyenne est donc θ_0, mais celle-ci varie à cause de la perturbation sinusoïdale que l'on impose. De plus, puisque la tangente n'est plus centrée sur 0, l'équation différentielle perd sa linéarité, et l'on peut s'attendre à observer des effets plus intéressants. L'équation d'évolution reste alors l'Équation 4.2, si ce n'est qu'il faut ajouter la pente moyenne à la pente locale pour obtenir l'angle θ. La Figure 4.27 montre l'évolution du profil d'érosion dans ces conditions, avec une inclinaison de 30 degrés. On constate qu'il y a toujours propagation vers l'amont, cependant le profil est maintenant déformé par le processus. L'asymétrie du terme d'érosion engendre un raidissement du front, car il n'y a plus de déposition possible.

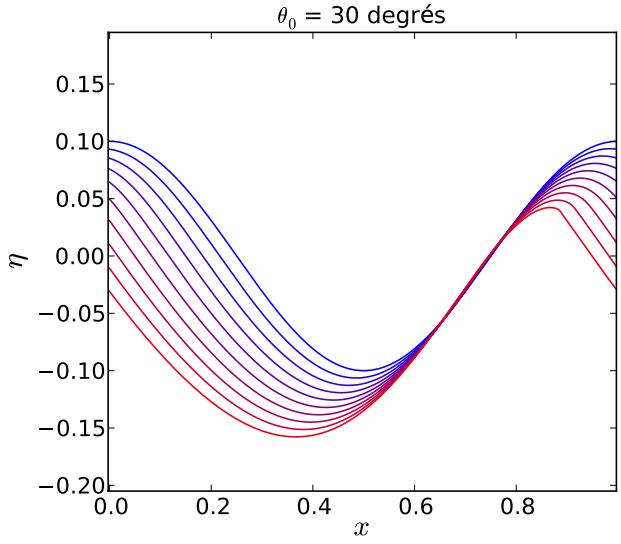

Figure 4.27: Raidissement du front de propagation avec une pente moyenne de 30 degrés. Sans déposition, la position verticale du profil ne peut ici que descendre, contrairement à la situation précédente.

Même si on observe une déformation due à la non-linéarité introduite, celle-ci n'engendre pas de déstabilisation. L'amplitude de la perturbation reste exactement la même, égale à 0.1. Nous avons essayé d'introduire un terme similaire à celui issu du modèle stochastique développé dans le chapitre 3. Le taux d'érosion est alors proportionnel à l'exponentielle de

la contrainte, ce qui est fortement non-linéaire. L'équation aux dérivées partielles s'écrit dans ce cas :

$$\cos\theta \frac{\partial \eta}{\partial t} = -\exp\left(-\frac{\beta}{\sin\theta}\right) \tag{4.3}$$

où β est une constante. Aucun des tests effectuées n'a révélé de comportement instable, en variant β de 0.001 jusqu'à 1. La Figure 4.28 montre un exemple, et la décroissance d'amplitude correspondante.

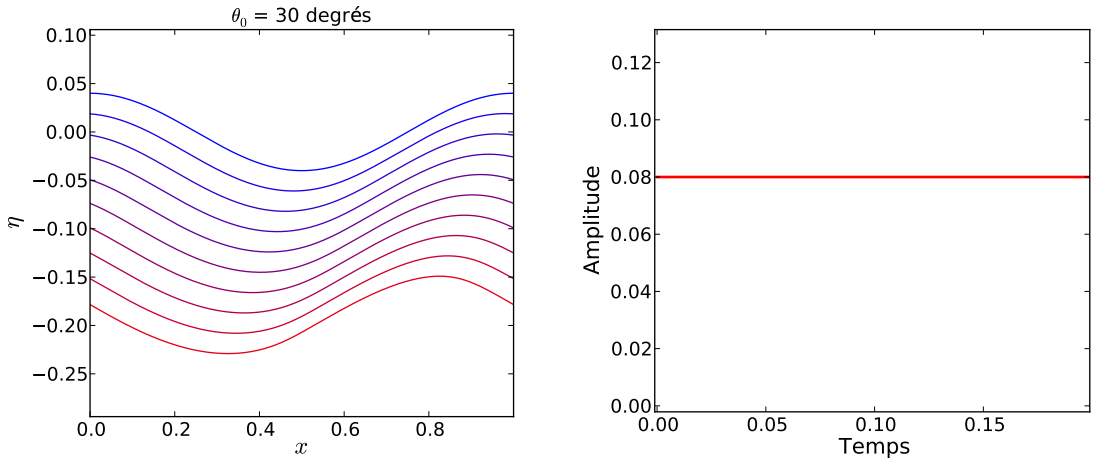

Figure 4.28: Test d'érosion avec un terme exponentiel, suivant l'Équation 4.3. L'amplitude reste constante.

Finalement, nous avons voulu implémenter un terme simulant un effet inertiel, où intervient la courbure du profil. En effet, l'accélération générée par une pente plus forte peut engendrer une contrainte plus importante au niveau d'un creux, et inversement plus faible au sommet d'une bosse. Cela revient donc à ajouter un terme en dérivée seconde spatiale dans l'équation.

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} = -\tan\theta + \epsilon \frac{\partial^2 \eta}{\partial x^2},$$

ϵ est à nouveau un paramètre contrôlant simplement l'amplitude du nouveau terme. Dès lors que ϵ est négatif, on observe effectivement une amplification de la perturbation comme le montre la Figure 4.29. On peut voir l'amplification de la perturbation initiale qui confirme l'existence d'une déstabilisation. Les profils deviennent également déformés juste après le maximum de la perturbation, présentant une sorte de raidissement à cet endroit.

Ces quelques essais numériques ne permettent pas de démontrer l'origine physique de l'instabilité, mais semblent néanmoins pointer en direction des effets inertiels comme le suggèrent les travaux de géophysique évoqués précédemment.

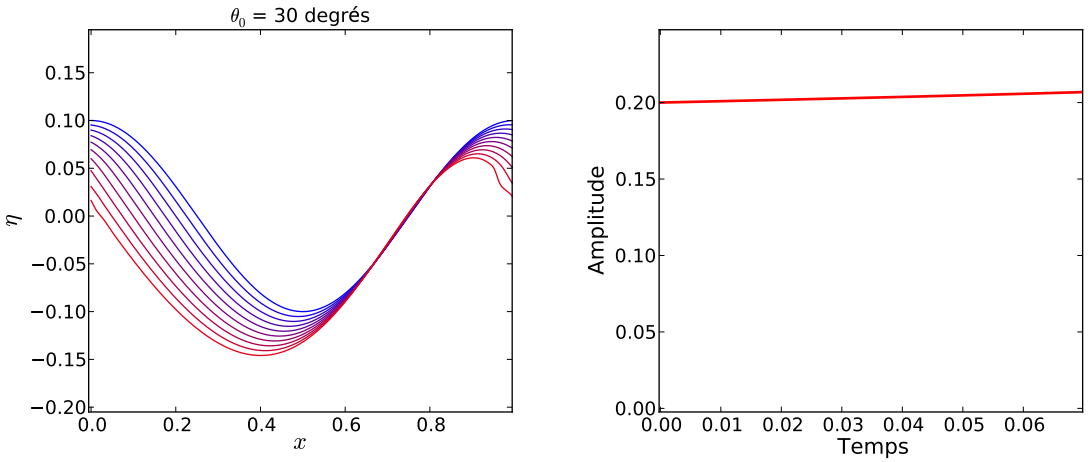

Figure 4.29: (Gauche) Profils successifs avec le terme de courbure négatif $\epsilon = -0.01$. (Droite) Évolution de l'amplitude du profil.

4.4.3 Analyse de stabilité linéaire

Afin de déterminer analytiquement le domaine de stabilité, on cherche à mettre en équation de manière réaliste l'écoulement et l'érosion pour réaliser l'analyse de stabilité linéaire du système. Cela devrait également permettre d'identifier l'origine physique de l'instabilité et le paramètre qui la contrôle. Comme on l'a vu, les structures créées présentent de fortes similitudes avec celles crées dans les lits de rivières. Ces marches issues de l'érosion ont été analysées par Parker et Izumi (2000) à l'aide des équations de St-Venant en eau peu profondes. Ces équations correspondent simplement à la conservation de la masse et de la quantité de mouvement intégrées dans l'épaisseur, et peuvent tout à fait s'appliquer aux écoulements granulaires denses. L'approche suivie ici sera donc similaire, mais avec une contrainte basale τ_b différente de celle exercée par un liquide. Nous faisons d'emblée l'hypothèse que l'apport de matière par l'érosion est négligeable. En effet, le débit de l'écoulement est de l'ordre de quelques grammes par seconde, alors qu'il faut plusieurs minutes pour éroder une quantité de grains comparables. Il n'y a donc pas de terme de source correspondant à l'érosion dans les équations de bilan de masse et de quantité de mouvement.

Les équations de St-Venant unidimensionnelles en faible profondeur sont les suivantes :

$$\frac{\partial u_d}{\partial t_d} + \frac{\partial u_d^2 h_d}{\partial s_d} = g h_d \sin\theta - \frac{1}{2} g \frac{\partial h_d^2 \cos\theta}{\partial s_d} - \frac{\tau_b}{\rho} \tag{4.4}$$

$$\frac{\partial h_d}{\partial t_d} + \frac{\partial h_d u_d}{\partial s_d} = 0. \tag{4.5}$$

s_d représente l'abscisse curviligne liée au fond de l'écoulement. Celui-ci étant érodable,

ce système de coordonnés peut dépendre du temps. u_d est la vitesse moyenne dans la direction parallèle au fond, et h_d l'épaisseur dans la direction perpendiculaire. Le temps est noté t_d, et l'angle entre le fond et l'horizontale θ. Les indices d correspondent aux variables dimensionnées, que l'on s'efforcera d'éliminer dans la suite. La hauteur du fond est représentée par la fonction η_d, ce qui donne les relations géométriques suivantes :

$$\frac{\partial x_d}{\partial s_d} = \cos\theta, \ \frac{\partial \eta_d}{\partial s_d} = -\sin\theta,$$

où x_d représente une coordonnée horizontale. L'ensemble des variables sont représentées sur le schéma de la Figure 4.30.

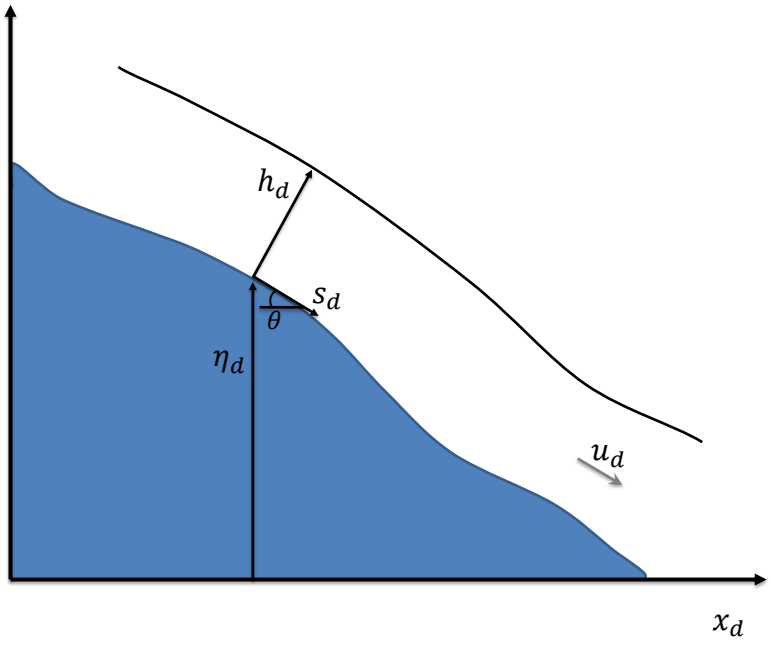

Figure 4.30: Géométrie de l'écoulement et de l'interface modélisés par les équation de St-Venant.

L'évolution du fond de l'écoulement est régie par une loi d'érosion, que l'on choisit de la forme suivante, une simple proportionnalité avec la contrainte :

$$\cos\theta \frac{\partial \eta_d}{\partial t_d} = -E = -\alpha \tau_b. \tag{4.6}$$

Ces équations supposent que le matériau support est uniformément érodable, et qu'il n'y a pas de redéposition après arrachement. Dans les expériences l'érosion reste très lente par rapport à l'écoulement, et on considère l'écoulement comme quasi-stationnaire. En terme de vitesse, l'érosion engendre un déplacement du profil de l'ordre du centimètre par heure, quand les grains s'écoulent une dizaine de cm/s. L'épaisseur et la vitesse s'adaptent

donc très rapidement au fond par rapport à la vitesse d'érosion. Les termes $\frac{\partial h_d}{\partial t_d}$ et $\frac{\partial u_d}{\partial t_d}$ sont alors négligeables, lorsque l'on s'intéresse à la dynamique de l'érosion. L'Équation 4.4 et l'Équation 4.5 deviennent donc :

$$h_d u_d \frac{\partial u_d}{\partial s_d} = g h_d \sin\theta - \frac{1}{2} g \frac{\partial h_d^2 \cos\theta}{\partial s_d} - \frac{\tau_b}{\rho}$$

$$h_d u_d = q_w, \tag{4.7}$$

où q_w sera simplement le débit linéique, constant et uniforme. Tant que la courbure du fond reste faible, on peut faire l'approximation suivante :

$$\frac{1}{2}\frac{\partial h_d^2 \cos\theta}{\partial s_d} = h_d \cos\theta \frac{\partial h_d}{\partial s_d} - \frac{1}{2} h_d^2 \sin\theta \frac{\partial \theta}{\partial s_d} \simeq h_d \cos\theta \frac{\partial h_d}{\partial s_d}.$$

Cette hypothèse ne pose pas de problème dans le cadre de l'analyse de stabilité linéaire, puisqu'elle revient à négliger un terme d'ordre 2. De manière générale, la contrainte basale s'écrit sous la forme :

$$\tau_b = \mu_b P = \mu_b \rho g h_d \cos\theta, \tag{4.8}$$

et μ_b le coefficient de friction à la base de l'écoulement. L'équation Équation 4.4 devient alors :

$$\frac{u_d}{g\cos\theta}\frac{\partial u_d}{\partial s_d} = \tan\theta - \mu_b + \frac{h_d}{u_d}\frac{\partial u_d}{\partial s_d}. \tag{4.9}$$

Le nombre de Froude, qui compare l'inertie de l'écoulement à la gravité apparait naturellement dans le premier terme. On remarquera que la définition de ce nombre est ici différente de celle de Parker et Izumi (2000), puisque l'on s'intéresse ici à une situation où la pente n'est pas négligeable. Le terme de gravité dans ce nombre doit donc inclure le facteur de projection $\cos\theta$. On peut alors écrire :

$$\frac{h_d}{u_d}\left(Fr^2 - 1\right)\frac{\partial u_d}{\partial s_d} = \tan\theta - \mu_b. \tag{4.10}$$

Le terme d'ordre 0 de ces équations correspond à un écoulement et une érosion uniformes. L'Équation 4.9 nous permet de retrouver la relation bien connue de la configuration plan incliné qui permet d'étudier facilement la rhéologie des milieux granulaires :

$$\mu_{b0} = \tan\theta_0,$$

où les indices 0 correspondent aux variables d'ordre 0, pour l'état de base. On peut remarquer que cette relation fixe les propriétés stationnaires de l'écoulement à travers les

dépendances de $\mu_b(u_{d,}h_d)$. La loi d'érosion (Équation 4.6) quant à elle nous donne :

$$\cos\theta_0 \frac{\partial \eta_{d0}}{\partial t_d} = -\alpha \tau_{b0}.$$

Nous introduisons deux variables perturbées : $u_d = u_{d0} + u_{d1}$, et $\eta_d = \eta_{rd} - \tan\theta_0 x_d - w_{d0} t_d + \eta_{d1}$, où $w_{d0} = -\frac{\partial \eta_{d0}}{\partial t_d} = \alpha \frac{\tau_{b0}}{\cos\theta_0}$ est la vitesse d'érosion de la solution non-perturbée, et η_{rd} une position de référence quelconque. L'expression de η_d correspond alors à un profil de pente uniforme $\tan\theta_0$, érodé à vitesse constante w_{d0}. On introduit les variables adimensionnées suivantes, basées sur les termes d'ordre 0 :

$$u_1 = \frac{u_{d1}}{u_{d0}},\ \eta_1 = \frac{\eta_d}{h_{d0}} = \frac{q_w}{u_{d1}}\eta_d,\ s = \frac{s_d}{h_{d0}} = \frac{q_w}{u_{d1}} s_d,\ t = \alpha \rho g t_d.$$

Le premier terme de l'Équation 4.10 contient la dérivée de u_d, qui est nécessairement d'ordre 1, les termes en facteur doivent donc être pris à l'ordre 0. Ceci vaut également pour le nombre de Froude, qui pour l'état de base est défini par : $Fr_0 = \frac{u_{d0}}{\sqrt{g h_{d0} \cos\theta_0}}$. Le terme $\tan\theta$ se déduit de la forme du fond, car $\frac{\partial \eta_d}{\partial x_d} = -\tan\theta$, et on peut montrer facilement :

$$\tan\theta = \tan\theta_0 - \frac{1}{\cos\theta_0}\frac{\partial \eta_1}{\partial s}$$

En adimensionnant, l'ordre 1 de l'Équation 4.10 va donc s'écrire :

$$\left(Fr_n^2 - 1\right)\frac{\partial u_1}{\partial s} = -\frac{1}{\cos\theta_0}\frac{\partial \eta_1}{\partial s} - a u_1 + b\cos\theta_0 \frac{\partial \eta_1}{\partial s}, \tag{4.11}$$

avec

$$a = \left(\frac{\partial \mu_b}{\partial u}\right)_0,\ b = \left(\frac{\partial \mu_b}{\partial \theta}\right)_0.$$

Les coefficients a et b peuvent être calculés en utilisant la rhéologie $\mu(I)$ [Jop *et al.* (2005)], qui dans cette configuration sera de la forme :

$$\mu = \mu_s + \frac{\mu_2 - \mu_s}{I_0 \frac{h_d \sqrt{g h_d \cos\theta}}{d u_d} + 1}. \tag{4.12}$$

La loi d'érosion adimensionnée, à l'ordre 1 s'écrit :

$$-\frac{\partial \eta_1}{\partial t} + \tan\theta_0 u_1 = a u_1 - b\cos\theta_0 \frac{\partial \eta_1}{\partial s}. \tag{4.13}$$

À partir de là, on peut s'intéresser à l'évolution d'une perturbation sinusoïdale :

$$\eta_1 = \eta \exp ik\left(s - c_p t\right),\ u_1 = u \exp ik\left(s - c_p t\right).$$

En injectant dans l'Équation 4.11 et l'Équation 4.13, on obtient alors l'expression de c_p dont la partie imaginaire nous renseigne sur la stabilité du phénomène. La perturbation sera amplifiée au cours du temps si ce terme c_{pi} est positif, ce qui indique un comportement instable.

$$c_{pi} = k\left(Fr_0^2 - 1\right)\frac{\left(1 - b\cos^2\theta_0\right)\left(a - \tan\theta_0\right)}{\cos\theta_0\left(a^2 + k^2\left(Fr_0^2 - 1\right)^2\right)}. \tag{4.14}$$

On retrouve un terme indiquant un changement de stabilité lorsque $Fr_0 = 1$ comme dans l'analyse de Parker et Izumi (2000) pour un écoulement fluide. Cependant, le signe de c_{pi} est également conditionné par la dépendance de la contrainte avec l'angle et la vitesse, à travers a et b. En utilisant l'Équation 4.12, on peut calculer l'expression de b :

$$b = \frac{\tan\theta_0 - \mu_s}{dFr_0/h_n I_0 + 1}\frac{\tan\theta_0}{2},$$

$(\tan\theta_0 - \mu_s)$ étant nécessairement positif pour que le matériau puisse s'écouler. Pour une situation typique où $\frac{d}{h} \ll 1$, on trouve :

$$b\cos^2\theta_0 = \left(\tan\theta_0 - \mu_s\right)\sin 2\theta_0 < 1.$$

L'autre limite donnerait un coefficient b très petit devant 1. De plus, elle ne s'atteint que pour des angles importants dans un système à débit fixé, et l'on quitte alors l'hypothèse d'écoulement stationnaire. Ce facteur $(1 - b\cos^2\theta_0)$ est donc toujours positif. Le nombre a suit l'expression suivante :

$$a = \frac{5}{2}\frac{\tan\theta_0 - \mu_s}{dFr_0/h_n I_0 + 1}$$

À partir des mesure d'épaisseur et de nombre de Froude, nous avons calculé les valeurs de a pour un jeu de paramètres. En comparant à $\tan\theta_0$, il s'avère que le terme $a - \tan\theta_0$ est toujours de signe négatif. Au final, cela indique que l'érosion est stable lorsque le nombre de Froude est supérieur à 1, et instable lorsqu'il est inférieur à 1.

L'analyse de stabilité linéaire indique donc un processus de déstabilisation qui a lieu que lorsque le nombre de Froude de l'écoulement de base est inférieur à la valeur critique 1. On obtient donc un domaine de stabilité inversé par rapport à l'analyse de Parker et Izumi (2000), et cela est dû à la dépendance du coefficient de friction μ avec la vitesse. Les expériences sont en désaccord avec ce résultat, puisque l'on observe comme limite inférieure de déstabilisation un nombre de Froude autour de 0.7. Dans cette situation l'érosion n'est donc pas modélisée correctement par les relations choisis. Plusieurs limitations du développement effectué ici peuvent expliquer ce désaccord.

Tout d'abord, l'effet des parois n'a pas été pris en compte. Le système considéré ici est un plan incliné purement bi-dimensionnel, sans friction latérale. Rajouter ce terme introduit

une autre dépendance avec l'épaisseur de l'écoulement, qui pourrait influencer le résultat. D'autre part, nous avons négligé un aspect important de l'érosion qui a été constaté dans le chapitre 3. En effet, les niveaux de contrainte étant toujours inférieurs à la cohésion du milieu humide, les fluctuations jouent un rôle important dans l'érosion. L'implémentation de la loi d'érosion devrait alors certainement prendre une forme différente, ne faisant pas simplement intervenir la valeur moyenne. Une expression semblable à celle obtenue dans l'analyse stochastique du phénomène, prenant en compte la partie efficace de la distribution de contraintes serait certainement plus pertinente. L'influence de la grandeur τ_b, telle que définie dans l'Équation 4.8, est alors exponentielle, comme nous avons pu le voir dans l'Équation 3.9. Même si les tests numériques effectués dans ce sens ne sont pas concluant, l'analyse de stabilité linéaire pourrait conduire à un résultat différent, mais est nettement plus difficile à mener.

5 Accrétion par migration du liquide

L'accrétion de grains sur un substrat humide est un autre mécanisme qui participe à l'homogénéisation du mélange, par l'écoulement du liquide lui-même. Ce chapitre présente deux situations expérimentales où nous avons pu observer ce phénomène, dans les deux configurations expérimentales présentées précédemment. Cela nous permet de préciser les conditions de réalisation de l'agglomération de grains dans un matériau granulaire.

5.1 Croissance d'agrégat en tambour tournant

Nous avons utilisé des grains de phonolite pour effectuer l'expérience d'agrégat humide en tambour tournant. La particularité de ces grains par rapport aux billes utilisées par ailleurs, est leur importante rugosité. Cet état de surface des grains engendre une capacité de stockage du liquide importante, avant que des effets de cohésion observables soient atteints. En effet, comme nous l'avons rappelé dans le chapitre 1, le liquide rempli d'abord les interstices de la surface des grains avant de former des ponts capillaires. À ce stade la cohésion reste assez faible. Cette propriété nous a permis d'explorer des teneurs en liquide beaucoup plus élevées que pour les autres billes. Lorsque le liquide est dispersé dans les autres grains secs, celui-ci ne change pas les propriétés de la phase en écoulement, même si les quantité introduites sont importantes. Nous avons donc testé des teneurs en liquide allant de 4% à 22.5%. De telles teneurs avec les billes de verre par exemple, conduisent à rendre la phase initialement sèche totalement cohésive très rapidement, et n'offrent donc pas d'observations intéressantes.

Le liquide utilisé ici est simplement de l'eau. Cela nous amène de nouveau à envisager les problèmes d'évaporation, mais la durée des expériences est ici plus faible, de l'ordre de quelques minutes. De plus, les quantités de liquides sont plus importantes, et la proportion relative capable de s'évaporer dans ce temps est réduite. La Figure 5.1 montre l'évolution du diamètre pour différentes quantités de liquide. Nous avons observé deux régimes distincts. Pour les teneurs en eau les plus faibles, jusqu'à 7.5%, nous observons de l'érosion, avec une diminution linéaire du diamètre, de la même façon que dans le chapitre 3. On peut voir au passage que les deux expériences réalisées au même contenu en liquide donnent lieu à une vitesse d'érosion différente, ce qui illustre la variabilité

parfois importante de ces expériences.

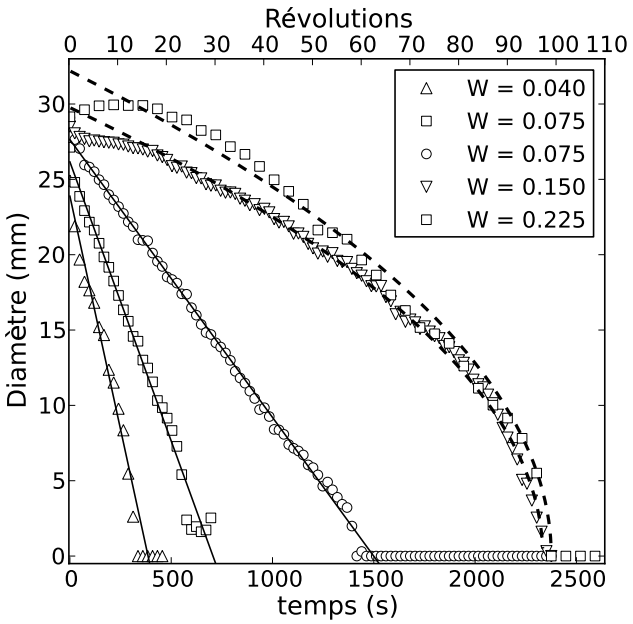

Figure 5.1: Évolution du diamètre en fonction du temps pour différentes teneurs de liquide.

Pour les contenus en eau plus élevés, la décroissance est beaucoup plus lente, et commence même dans un cas par une phase de croissance. De nouveaux ponts capillaires ont donc pu être créés pour agglomérer des grains. Nous avions discuté de façon théorique les possibilités du transport de liquide par écoulement dans le chapitre 1. Ici, selon l'Équation 1.10 la longueur de Jurin vaut environ 1.5 cm, ce qui représente la moitié du diamètre initial de l'agrégat. La poids de la colonne de liquide est donc tout à fait suffisant pour permettre le drainage, d'autant qu'en bas de l'agrégat, gravité et effets capillaires ne sont pas en compétition mais joue dans le même sens, pour que le liquide atteigne de nouveaux grains. De plus, les effets visqueux limitent peu le transport ici, car le liquide utilisé est l'eau, et les grains sont millimétriques avec des aspérités de grande taille. Dans le pire des cas, la vitesse d'écoulement serait de l'ordre du millimètre par seconde. La gravité a donc le temps de s'exprimer malgré la rotation du tambour. Toutes les conditions sont réunies pour que le liquide puisse migrer vers la surface de l'agrégat. Le seul facteur limitant reste la disponibilité du liquide. C'est donc la quantité de liquide introduite qui conditionne cette possibilité d'accrétion, comme nous l'avons observé.

Comme on peut le voir sur la Figure 5.1, ce second régime d'érosion est bien ajusté par une courbe de la forme :

$$D(t) = D_0\sqrt{1 - t/t_f},$$

où D_0 représente simplement le diamètre initial, et t_f, l'instant où l'agrégat disparait. Cela

implique que le taux d'érosion dépend maintenant du temps, où du diamètre, suivant :

$$E = -\frac{dD}{dt} = \frac{D_0^2}{t_f}\frac{1}{D}.$$

Une telle expression indique que l'érosion est d'autant moins forte que l'agrégat est grand. Le flux de liquide dû à la gravité est proportionnel à D, et on peut donc interpréter ce ralentissement de l'érosion comme un effet du drainage. Le drainage contre-balance l'érosion et vient limiter ses effets.

D'autres expériences ont été réalisées en saturant le milieu humide. Cette fois-ci de l'eau est injectée directement au centre du tambour sur le lit de grains. La zone imbibée devient fortement cohésive et adhère aux parois. L'ensemble a été mis en rotation avec une période de 18 s. La Figure 5.2 montre une augmentation importante du diamètre de l'agrégat au début du processus, beaucoup plus marquée cette fois-ci avant de décroitre par l'érosion.

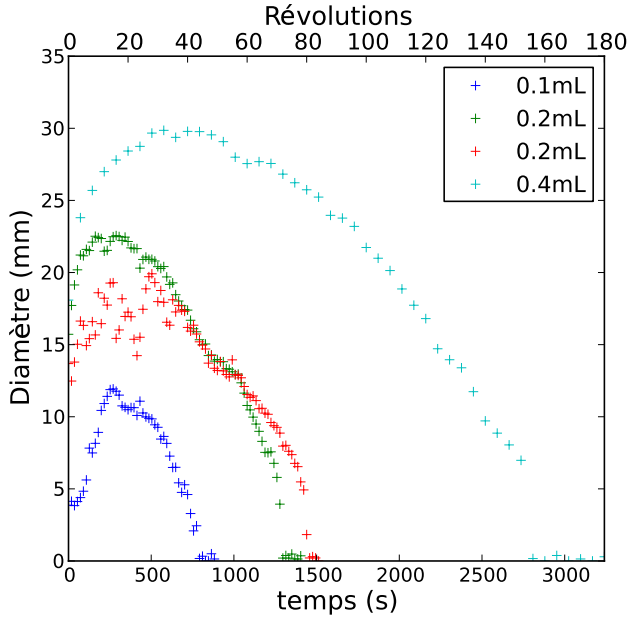

Figure 5.2: Évolution du diamètre en fonction du temps pour différents volumes d'eau introduits. La phase de croissance est ici nettement marquée.

Ces expériences confirment qu'une quantité de liquide suffisante permet au liquide de se redistribuer par simple écoulement. Il est tentant de rapprocher le changement de dynamique observé sur la Figure 5.1 d'un changement de régime de saturation du liquide, tel que décrit en introduction. En effet, si l'on passe d'une organisation en ponts capillaires individuels à des poches de liquide de taille plus importante, la migration du liquide peut être grandement facilitée par la limitation des effets visqueux. Pour estimer si cet effet est important, il faut comparer un temps caractéristique de migration du liquide à un

temps typique d'interaction avec des grains secs. Les vitesses de migration avant et après la transition dont il est question sont données par l'Équation 1.11 et l'Équation 1.12. Le temps que met le liquide pour avancer d'une distance égale au rayon d'un grain sera alors :

$$t_{migration-III} = \frac{4\eta}{\rho_{liq} g r \tilde{\delta}^2},\ t_{migration-IV-V} = \frac{4\eta}{\rho_{liq} g r}.$$

Respectivement, ces temps sont de l'ordre de 0.1 s et de 10^{-3} s, ceci pour une estimation de la rugosité $\tilde{\delta}$ à un dixième de rayon. Des grains secs statiques sont en contact avec l'agrégat pendant une fraction de la révolution du tambour, ce qui donne un temps de quelques secondes. Dans tous les cas, la migration du liquide devrait être suffisamment rapide pour permettre l'agglomération. Ce n'est donc pas une transition cinétique que l'on observe en augmentant la quantité de liquide, mais probablement un simple effet de la disponibilité du liquide.

5.2 Accrétion en canal incliné

Pour explorer davantage cette interaction d'écoulement avec un milieu très riche en liquide, une expérience préliminaire a été réalisée dans un canal, similaire à celui utilisé précédemment, d'une largeur de 6 mm. L'expérience est en fait analogue à celle décrite dans la section 2.3, mais en réalisant un milieu saturé en liquide, ce qui change le mode de préparation. Cette fois-ci, du sable de Roncevaux a été utilisé, d'une taille moyenne de 250 microns. Celui-ci est introduit dans le canal de façon à former un tas, puis la surface est imbibé d'eau par dessus ; elle pénètre alors sur une certaine épaisseur. L'ensemble devient très cohésif et peut être incliné à 55°, un angle très supérieur à l'angle de repos mesuré du sable qui est de 33.5°. On vient alors injecter le même matériau sec en haut de la cellule, et l'on observe une agglomération telle que sur la Figure 5.3.

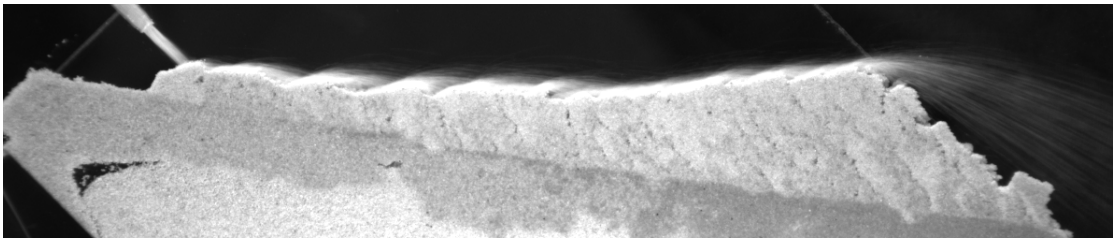

Figure 5.3: Accrétion sur un milieu saturé en canal. L'image est tournée, et la chute de grains de l'entonnoir indique la direction de la verticale. La zone plus foncée du tas est la partie imbibée par l'eau.

De nouveaux grains secs se fixent donc sur le tas humide, tout au long de l'écoulement,

et on observe une structuration des grains agglomérés. De petites marches se créent, engendrant une succession de sauts dans l'écoulement, de façon similaire à l'instabilité constatée dans le chapitre 4. La longueur des structures est similaire, de l'ordre du centimètre. Cette morphologie semble une nouvelle fois liée à un couplage entre la dynamique d'accrétion et l'écoulement. Ici, le mécanisme de migration du liquide est nécessairement l'aspiration capillaire, car il se déplace vers le haut.

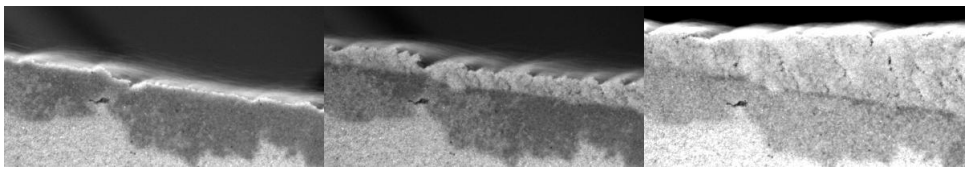

Figure 5.4: Zoom sur la partie imbibée, où l'on peut voir le liquide disparaitre progressivement.

On peut constater que l'eau se retire progressivement du tas (Figure 5.4), car les zones imbibées du tas deviennent plus claires. Cependant, cela se vérifie moins lorsque l'on se dirige vers le bas du canal, où le liquide disparait beaucoup moins vite. Il y a donc probablement du drainage qui intervient en même temps dans le tas humide, qui apporte du liquide en bas du canal. La croissance du tas est d'ailleurs plus rapide en bas du canal, ce qui pourrait indiquer une plus grande disponibilité de l'eau.

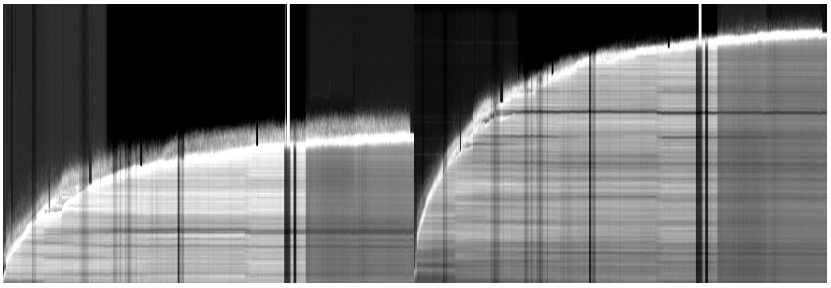

Figure 5.5: Diagrammes spatio-temporels mesurés verticalement vers le milieu et la sortie du canal.

À l'aide de diagrammes spatio-temporels, il est possible de mesurer la hauteur de grains agglomérés au cours du temps. La Figure 5.5 montre deux exemples, où l'on peut voir que la croissance ralentit avec le temps. Comme le montrait également la Figure 5.3, la hauteur finale est plus grande à la sortie que plus en amont. De ces diagrammes nous pouvons déduire la hauteur en fonction du temps qui est représentée sur la Figure 5.6 pour les deux mêmes positions. On observe une loi de puissance avec une pente 1/2 pour le début de la croissance, puis une saturation progressive. La hauteur atteindrait probablement une valeur limite si l'expérience était poursuivie, simplement par manque de liquide.

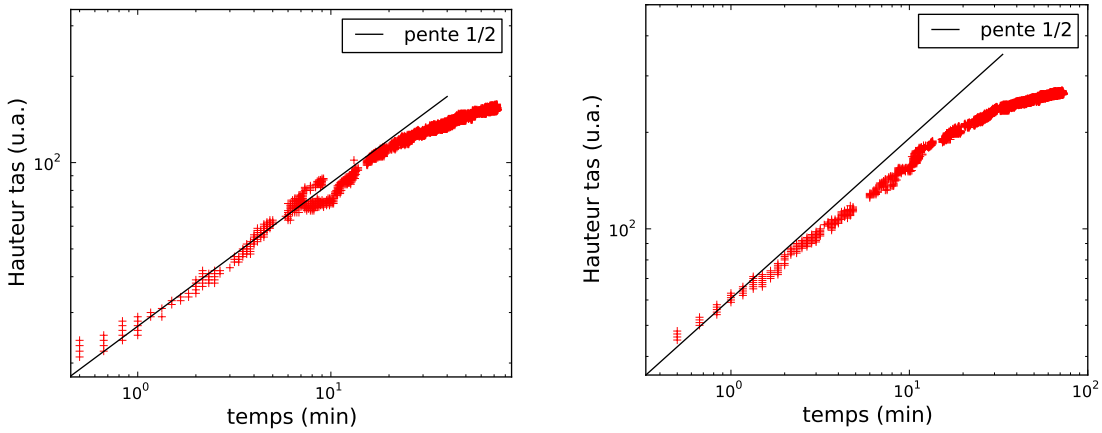

Figure 5.6: Hauteur du tas en fonction du temps, à deux positions du canal, vers le milieu (gauche) et près de la sortie (droite). La ligne noire n'est pas un ajustement mais une indication de la tendance attendue pour la loi de Lucas-Washburn, en puissance 1/2.

Ce type de structuration avait déjà été observé sous la forme de colonnes, en envoyant un jet de grains sur une surface horizontale recouverte d'eau Lagubeau (2010). Dans ce système, lorsque le débit n'est pas trop élevé, des structures similaires à des stalagmites croissent à une certaine vitesse. L'ascension capillaire est connue pour suivre la loi de Lucas-Washburn [Washburn (1921)], qui donne une croissance en racine du temps :

$$l^2(t) = \frac{\gamma \cos\phi d}{4\eta} t, \tag{5.1}$$

où $l(t)$ est la hauteur de la colonne. Ce type de loi a été vérifié par Lagubeau (2010) pour la croissance des colonnes avec un diamètre effectif des pores sans lien direct avec celui des billes constituant le milieu poreux. Nous avons procédé à une analyse similaire, comme on peut le voir sur la Figure 5.6.

En deux points différents, la hauteur semble suivre assez bien l'Équation 5.1 aux temps courts. La dynamique ralentit ensuite sensiblement. Ceci pourrait indiquer que la hauteur atteinte se rapproche de la longueur de Jurin, car dans ce cas la relation n'est plus valide. Une représentation de ces données en coordonnées linéaires, en utilisant comme variable $l^2(t)$ permet de mesurer le préfacteur de la relation de Washburn. Sur la Figure 5.7, on voit nettement que la hauteur au carré n'est plus proportionnelle au temps après une quinzaine de minutes. Un ajustement est effectué sur cette durée, et l'on en déduit le préfacteur. La mesure au milieu du canal nous donne 0.0017 m^2/s, et celle en sortie 0.0057 m^2/s. En utilisant une taille de pore égale à celle du diamètre moyen des grains, l'Équation 5.1 donne une valeur de 0.0054 m^2/s, très proche de celle en sortie du canal.

Il semble donc que la cinétique de l'ascension capillaire gouverne effectivement l'agglo-

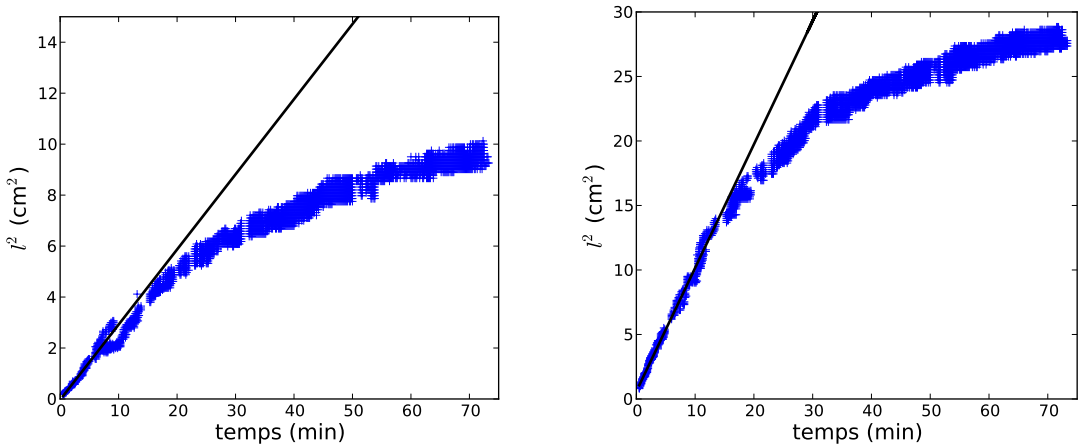

Figure 5.7: Hauteur du tas aggloméré au carré en fonction du temps, au milieu et en sortie du canal.

mération des grains dans cette configuration. La disponibilité du liquide conditionne la hauteur maximale atteinte, mais influence également la vitesse de croissance des structures.

5.3 Accrétion sur tas humide

Le phénomène de croissance de structures colonnaires à partir d'un jet granulaire sur fond humide peut donc être étendu à deux dimensions. Nous allons voir qu'en supprimant le confinement latéral existant dans un canal, le mécanisme devient même tridimensionnel, et les structures s'étendent alors dans l'espace. Pour mettre en place cette expérience, nous avons préparé le même sable dans un état saturé en eau. Ce matériau granulaire humide est placé dans un petit bac parallélépipèdique de 13 cm par 19 cm. La profondeur de quelques centimètres permet d'avoir un réservoir de liquide important. Ce récipient est alors incliné à différents angles, 32.5°, 33.2,° 41° et 59° ont été testés. Un jet de sable sec est ensuite envoyé en haut du tas, de la même façon que précédemment.

La Figure 5.8 montre des clichés des expériences, pendant et après les essais. À 32 degrés d'inclinaison, on observe peu d'agglomération de grains secs sur le tas. Il se forme un monticule de sable qui reste sec, et n'est donc pas cohésif. En basculant le récipient à la fin de l'expérience, le sable qui a été versé s'écoule et il ne reste que de petites structures, en bas de la cellule et au niveau de l'impact du jet. Cet angle de 32 degrés est inférieur à l'angle d'écoulement de ce sable situé autour de 33.5±0.3°. Un monticule de sable sec se forme donc spontanément et l'écoulement se produit à sa surface. Ce phénomène est similaire dans le cas des structures unidimensionnelles, où la croissance de stalagmite n'est pas possible si le débit est trop important [Lagubeau (2010)]. La formation d'un tas

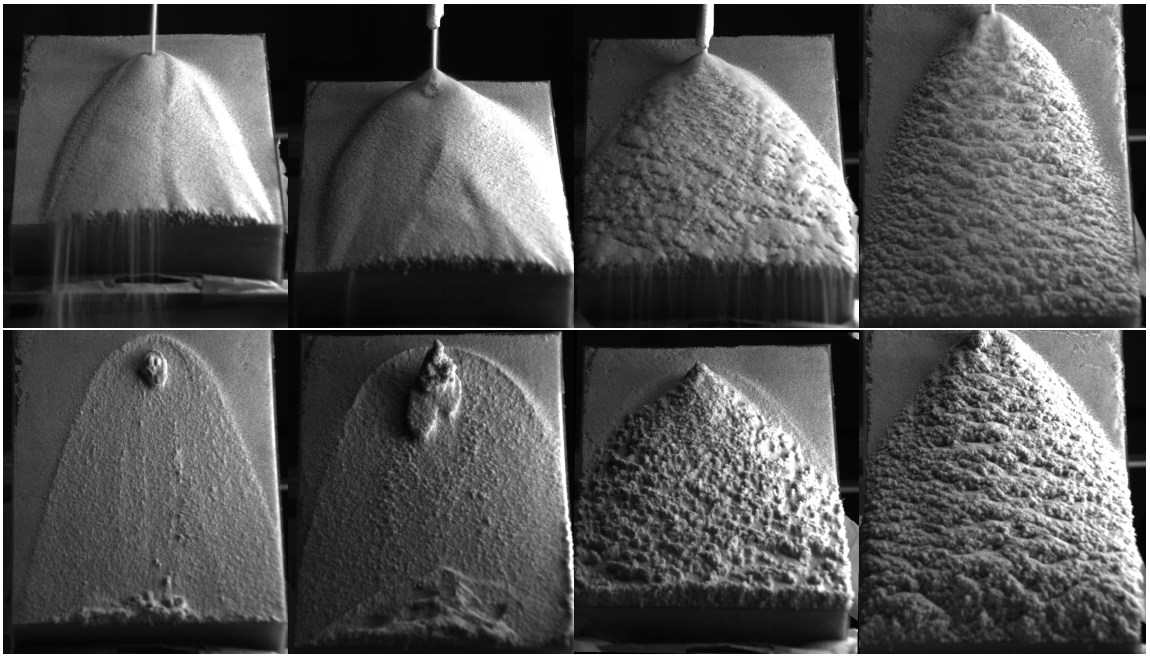

Figure 5.8: Images de l'expérience d'accrétion sur tas pour différentes inclinaisons : 32.5°, 33.2°, 41°, et 59°. Les images du haut sont prises pendant l'écoulement, et celles du bas montrent les structures formées, après avoir évacué le sable statique en inclinant le tas à 90°.

empêche donc la création d'un agrégat, et l'ascension capillaire ne se produit que très peu. L'essai réalisé à un angle de 33.2° montre un comportement limite, où la croissance du tas sec est quasiment aussi rapide que celle du tas humide. On peut la voir émerger sur la photo prise pendant l'écoulement, et la structure formée à la fin est plus importante.

Lorsque l'angle est plus élevé, on observe la formation de structures par agglomération de la même façon que dans la partie précédente. L'agrégat prend une forme de langue similaire à celle d'un écoulement non-confiné sur plan. Dans cette configuration l'épaisseur est plus importante au niveau de l'impact qu'à la sortie du système. Contrairement à l'expérience équivalente confinée, le liquide reste suffisamment disponible sur l'ensemble du plan. C'est donc plutôt l'écoulement et sa répartition spatiale qui pilote la vitesse locale d'agrégation. L'agrégat formé n'est d'ailleurs pas parfaitement homogène, et une granulosité est visible, à une échelle de l'ordre du centimètre. Pour l'expérience menée à 41°, la taille typique est de 0.5 cm, et l'échelle semble la même dans la direction horizontale et verticale. Pour celle à 59°, la taille typique est plutôt de 1 cm, et on observe que les structures semblent s'étaler dans la direction perpendiculaire à l'écoulement.

Il est remarquable que l'ascension capillaire ne se produise pas dans un tas statique alors qu'elle a lieu en présence d'un écoulement. À nouveau, l'angle d'équilibre du matériau est une valeur critique dans le couplage entre l'évolution de l'interface et l'écoulement. C'est donc seulement une accrétion dynamique qui crée les conditions de circulation du liquide,

ou du moins les facilite grandement. D'autre part, la morphogénèse observée indique à nouveau un couplage entre l'accrétion et l'écoulement. La richesse des structures, par une diversité de forme et de taille, suggère une interaction très fine dans ce cas, et sensible aux conditions.

6 Conclusion et perspectives

Les mécanismes qui interviennent dans le mélange d'un liquide avec un milieu granulaire sont multiples et complexes. Les modes d'incorporation dépendent à la fois de l'état de saturation du milieu et de la façon dont il est sollicité, et un certain nombre sont évoqués dans le chapitre 1. En créant différentes situations hétérogènes d'interaction, nous avons pu mettre en œuvre et étudier deux d'entre eux. Le premier est l'érosion d'agrégats humides par un écoulement granulaire. Le second est la dispersion par migration du liquide lui-même, en lien avec l'agglomération des grains.

6.1 Principaux résultats

Nous avons donc proposé une étude détaillée du mécanisme d'érosion granulaire, dans ses aspects dynamique (chapitre 3) et morphologique (chapitre 4). Ce mécanisme intervient dans les situations fortement hétérogènes, où un écoulement granulaire sec interagit avec un milieu humide suffisamment cohésif. Le domaine que nous avons étudié correspond à des niveaux de contrainte faibles par rapport à la cohésion du matériau granulaire humide. En cela, cette érosion est proche de certains phénomènes géologiques observés dans la nature, où le temps typique d'évolution du milieu érodable est grand par rapport à celui de l'écoulement.

Importance des fluctuations

En mettant en place une expérience d'érosion en tambour tournant, nous avons pu étudier l'influence des propriétés des deux phases, sèches et humides, sur la dynamique du phénomène.

Le premier résultat est le rôle crucial des fluctuations de contrainte dans ce mécanisme, qui permettent de vaincre le seuil de cohésion et d'observer l'érosion. La distribution de contraintes exponentielle s'observe alors notamment dans la dépendance avec la densité des grains.

Cette importance des fluctuations est également mise en lumière par la dynamique subtile du pont capillaire, où les effets visqueux et capillaires ont des rôles très différents. Cela se traduit par une influence complexe des propriétés du liquide, sans découplage de

régimes en fonction du nombre capillaire. D'une part, la tension de surface fixe le niveau minimum à franchir dans la distribution de contraintes pour contribuer à l'érosion. Il n'y a donc pas de seuil interdisant l'érosion, mais ce paramètre influence fortement la dynamique du phénomène. D'autre part, la viscosité joue le rôle d'échelle caractéristique pour le temps d'arrachement d'un grain.

Ce processus d'érosion est donc fortement dépendant des queues de distribution des fluctuations. Nous avons montré qu'une distribution exponentielle était compatible avec les données expérimentales notamment en modifiant la densité des particules abrasives. Dans une autre configuration de canal incliné, l'érosion révèle une nouvelle fois l'influence de la distribution des fluctuations, à travers l'inclinaison du système, qui contrôle la contrainte.

Le modèle stochastique que nous proposons est donc compatible avec l'ensemble de ces observations, à la fois quantitatives et qualitatives dans deux expériences différentes. Les lois d'échelle semblent robustes, et les comportements prédits résistent aux changements de géométrie, et de matériaux.

Morphogénèse de marches

La mise en œuvre du mécanisme d'érosion dans une géométrie de canal incliné a révélé la possibilité d'une déstabilisation de l'interface par l'érosion granulaire. Ce phénomène ne se produit pas systématiquement, et la façon dont l'érosion fait évoluer l'interface avec et sans instabilité a été décrite. Nous avons analysé les structures créées par l'instabilité, et montré certains liens entre leurs propriétés et les paramètres expérimentaux.

Nous avons pu mettre en évidence que l'angle d'équilibre d'érosion joue un rôle tout particulier dans cette géométrie. Tout d'abord, il correspond à une caractéristique indépendante des propriétés de cohésion du milieu humide. Cela montre l'absence de seuil, et confirme la possibilité d'érosion permise par les fluctuations au-delà de la contrainte moyenne. Par ailleurs, cet angle apparait également dans la forme des marches qui sont créés, et intervient donc le processus de morphogénèse.

Nous avons précisé dans quelles conditions la déstabilisation se produit, et montré qu'elle est pilotée par le nombre de Froude de l'écoulement. L'instabilité n'est observée que lorsque ce nombre dépasse une valeur critique, de la même façon que pour l'érosion par un écoulement liquide. Nous avons mené une analyse de stabilité linéaire en utilisant la contrainte moyenne issue de la rhéologie $\mu(I)$, qui n'a pas permis d'obtenir le critère de stabilité observé expérimentalement. Cet élément ainsi que les observations précédentes qui indiquent que l'érosion n'est pas pilotée directement par la contrainte moyenne montrent que celle-ci ne suffit pas à rendre compte de l'érosion et en particulier de l'instabilité qui en découle.

6.2 Limites

Le modèle stochastique que nous proposons pour l'érosion présente un certain nombre de limitations. Même si les dépendances sont bien reproduites, il ne permet pas de prédire la valeur absolue des vitesses d'érosion. Celle-ci fait intervenir de façon très sensible la contrainte moyenne et la forme précise de la distribution des contraintes. Par ailleurs, les niveaux de force moyenne qui permettent de rendre compte des résultats expérimentaux ne correspondent pas à ceux attendus. Cette différence pourrait notamment être dû aux irrégularités de l'interface, avec des grains partiellement démarqué et qui ressentent une plus forte sollicitation. Pour aller plus loin sur ces aspects, des simulations de dynamique moléculaire pourraient fournir des informations précieuses, en donnant accès à la distribution des forces effectivement ressenties localement qui permettent l'arrachement des grains.

Dans l'expérience d'érosion en canal incliné, même si les résultats expérimentaux pointent vers une origine inertielle de la déstabilisation, celle-ci n'a pas pu être expliquée par une modélisation du couplage entre l'écoulement et l'érosion. De la même façon que pour le point précédent, des simulations numériques mettant en œuvre une situation d'érosion instable apporterait un éclairage nouveau. En obtenant les niveaux de force exercés par rapport aux modifications de l'interface, nous pourrions identifier quelles variations de la contrainte basale aboutissent à une amplification des perturbations. Ceci permettrait de discriminer quelle loi d'érosion et quelle contrainte au niveau de l'interface est pertinente pour ce système.

Le mécanisme d'instabilité reste donc à comprendre plus finement, ainsi que le régime d'érosion lorsque des marches de grande taille sont bien établies. En effet, dans ce cas l'écoulement n'est plus dense, mais présente un décollement dans la zone diluée, et le ressaut qui en résulte semble être le moteur de l'érosion du front de marche.

6.3 Perspectives

Le modèle stochastique d'érosion développé ici pourrait être généralisé à d'autres systèmes. Dans d'autres situations d'érosion, où le matériau érodable n'est plus granulaire mais un solide continu par exemple, une approche similaire serait intéressante, en cherchant plutôt à déterminer les conditions de fracturation. On peut également envisager une érosion avec des conditions d'écoulement différentes, en régime collisionnel par exemple, où il faudrait cette fois plutôt considérer les distributions d'impulsion.

Les observations qui ont été faites sur le mécanisme d'accrétion par migration du liquide restent préliminaires, mais néanmoins prometteuses. Ces expériences ont montré

que le mécanisme est conditionné notamment par la disponibilité du liquide pour former de nouveaux ponts capillaires. La force motrice permettant l'écoulement peut être la gravité ou les effets capillaires, suivant les conditions. Dans le cas des effets capillaires, la dynamique d'accrétion suit dans une certaine mesure la cinétique de l'ascension capillaire. Cependant, la disponibilité du liquide influence également la vitesse du phénomène. De plus, il semble que le processus d'agglomération de grains lui-même contribue à réunir les conditions où le liquide peut se déplacer sur de grandes distances. Une étude systématique de l'influence de la quantité de liquide sur la dynamique de migration pourrait permettre de mieux comprendre comment le réseau liquide se réorganise.

Le couplage entre l'écoulement et l'agglomération des grains donne lieu à nouveau à la génération de structure, qui semble riche d'une grande diversité. Nous avons observé cette interaction aussi bien en canal que sur plan incliné, avec des morphologies différentes. Par ailleurs, le couplage de ce mécanisme avec l'écoulement, qui semble jouer un rôle très important dans la dynamique du phénomène mérite également d'être étudié. À cette fin, les différentes situations de morphogénèse que nous avons présentées peuvent être encore largement explorées, et certainement d'autres encore. De plus, l'instabilité associée à l'accrétion présente des similitudes avec celle du processus symétrique d'érosion. L'étude croisée des deux phénomènes pourrait s'avérer fructueuse dans la compréhension des mécanismes sous-jacents.

Enfin, la problématique assez large que soulève la question du mélange de liquide avec un matériau granulaire peut encore être abordée par bien d'autres aspects. Nous avons évoqué en introduction plusieurs mécanismes susceptibles d'intervenir dans ce processus, et chacun d'eux peut constituer un axe d'étude. Le problème de l'incorporation de zones fluides, lorsque la cohésion est faible par rapport au cisaillement, semble essentiel, notamment pour les mélangeurs réels où il joue probablement un rôle important puisque le milieu est brassé. Cet aspect se rapproche des problèmes de mélange mettant en interaction des fluides hétérogènes en terme de cohésion. En l'occurrence, c'est la présence du liquide qui modifie la rhéologie locale et l'évolution des propriétés de ces phases est également possible. Pour étudier ce type de problème, des outils existent déjà en plus de l'expérience, comme la dynamique particulaire et les simulations lagrangiennes, mais ces questions ont pour l'instant été peu étudiées. L'un des défis serait de trouver la rhéologie pertinente pour une modélisation continue des différentes phases. Les questions de vitesse d'homogénéisation et de répartition du liquide restent également ouvertes.

Bibliographie

Abreu, C. R., Tavares, F. W. et Castier, M. (2003). Influence of particle shape on the packing and on the segregation of spherocylinders via monte carlo simulations. *Powder Technology*, 134(1-2):167 – 180.

Andreotti, B., Claudin, P., Devauchelle, O., Durán, O. et Fourrière, A. (2012). Bedforms in a turbulent stream : ripples, chevrons and antidunes. *Journal of Fluid Mechanics*, 690:94–128.

Archard, J. (1953). Contact and rubbing of flat surfaces. *Journal of applied physics*, 24(8):981–988.

Artoni, R., Santomaso, A. C., Go', M. et Canu, P. (2012). Scaling laws for the slip velocity in dense granular flows. *Phys. Rev. Lett.*, 108:238002.

Bagnold, R. A. (1954). Experiments on a gravity-free dispersion of large solid spheres in a newtonian fluid under shear. *Proceedings of the Royal Society of London. Series A, Mathematical and Physical Sciences*, 225(1160):pp. 49–63.

Bernal, J. D. et Mason, J. (1960). Packing of spheres : co-ordination of randomly packed spheres.

Bisschop, F. R. D. et Rigole, W. J. (1982). A physical model for liquid capillary bridges between adsorptive solid spheres : The nodoid of plateau. *Journal of Colloid and Interface Science*, 88(1):117 – 128.

Bocquet, L., Charlaix, E. et Restagno, F. (2002). Physics of humid granular media. *Comptes Rendus Physique*, 3(2):207–215.

Brown, R. (1939). The fundamental principles of segregation. *The Institute of Fuel*, 13.

Charru, F., Mouilleron, H. et Eiff, O. (2004). Erosion and deposition of particles on a bed sheared by a viscous flow. *Journal of Fluid Mechanics*, 519:55–80.

Clark, A. H., Kondic, L. et Behringer, R. P. (2012). Particle scale dynamics in granular impact. *Phys. Rev. Lett.*, 109:238302.

Coppersmith, S., Liu, C.-h., Majumdar, S., Narayan, O. et Witten, T. (1996). Model for force fluctuations in bead packs. *Physical Review E*, 53(5):4673.

Courrech du Pont, S., Gondret, P., Perrin, B. et Rabaud, M. (2003). Wall effects on granular heap stability. *EPL (Europhysics Letters)*, 61(4):492.

da Cruz, F., Emam, S., Prochnow, M., Roux, J.-N. et Chevoir, F. m. c. (2005). Rheophysics of dense granular materials : Discrete simulation of plane shear flows. *Phys. Rev. E*, 72:021309.

de Ryck, A., Zhu, H., Wu, S., Yu, A. et Zulli, P. (2010). Numerical and theoretical investigation of the surface flows of granular materials on heaps. *Powder Technology*, 203(2):125–132.

Donev, A., Cisse, I., Sachs, D., Variano, E. A., Stillinger, F. H., Connelly, R., Torquato, S. et Chaikin, P. M. (2004). Improving the density of jammed disordered packings using ellipsoids. *Science*, 303(5660):990–993.

Ennis, B. J., Li, J., Tardos, G. I. et Pfeffer, R. (1990). The influence of viscosity on the strength of an axially strained pendular liquid bridge. *Chemical Engineering Science*, 45(10):3071 – 3088.

Ennis, B. J., Tardos, G. et Pfeffer, R. (1991). A microlevel-based characterization of granulation phenomena. *Powder Technology*, 65(1):257 – 272.

Félix, G. et Thomas, N. (2004). Evidence of two effects in the size segregation process in dry granular media. *Phys. Rev. E*, 70:051307.

Fisher, L. R. et Israelachvili, J. N. (1981). Direct measurement of the effect of meniscus forces on adhesion : A study of the applicability of macroscopic thermodynamics to microscopic liquid interfaces. *Colloids and Surfaces*, 3(4):303 – 319.

Forterre, Y. et Pouliquen, O. (2003). Long-surface-wave instability in dense granular flows. *Journal of Fluid Mechanics*, 486:21–50.

Fournier, Z., Geromichalos, D., Herminghaus, S., Kohonen, M. M., Mugele, F., Scheel, M., Schulz, M., Schulz, B., Schier, C., Seemann, R. et Skudelny, A. (2005). Mechanical properties of wet granular materials. *Journal of Physics : Condensed Matter*, 17(9):S477.

Furuuchi, M. et Gotoh, K. (1992). Shape separation of particles. *Powder Technology*, 73(1):1 – 9.

Gao, C. (1997). Theory of menisci and its applications. *Applied Physics Letters*, 71(13): 1801–1803.

Gardel, E., Keene, E., Dragulin, S., Easwar, N. et Menon, N. (2006). Force-velocity correlations in a dense, collisional, granular flow. *arXiv preprint cond-mat/0601022*.

GdRMiDi (2004). On dense granular flows. *Euro. Phys. J.*, 14:341 – 365.

Geromichalos, D., Kohonen, M. M., Mugele, F. et Herminghaus, S. (2003). Mixing and condensation in a wet granular medium. *Phys. Rev. Lett.*, 90:168702.

Goldman, A., Cox, R. et Brenner, H. (1967). Slow viscous motion of a sphere parallel to a plane wall-i motion through a quiescent fluid. *Chemical Engineering Science*, 22(4):637–651.

Gray, J. M. N. T. (2001). Granular flow in partially filled slowly rotating drums. *Journal of Fluid Mechanics*, 441:1–29.

Halsey, T. C. et Levine, A. J. (1998). How sandcastles fall. *Phys. Rev. Lett.*, 80:3141–3144.

Herminghaus, S. (2005). Dynamics of wet granular matter. *Advances in Physics*, 54(3): 221–261.

Hill, K. M. et Kakalios, J. (1995). Reversible axial segregation of rotating granular media. *Phys. Rev. E*, 52:4393–4400.

Iveson, S. M., Beathe, J. A. et Page, N. W. (2002). The dynamic strength of partially saturated powder compacts : the effect of liquid properties. *Powder Technology*, 127(2): 149 – 161.

Jop, P., Forterre, Y. et Pouliquen, O. (2005). Crucial role of sidewalls in granular surface flows : consequences for the rheology. *Journal of Fluid Mechanics*, 541:167–192.

Jop, P., Forterre, Y. et Pouliquen, O. (2006). A constitutive law for dense granular flows. *Nature*, 441(7094):727–730.

Juarez, G., Lueptow, R. M., Ottino, J. M., Sturman, R. et Wiggins, S. (2010). Mixing by cutting and shuffling. *EPL (Europhysics Letters)*, 91(2):20003.

Kennedy, J. F. (1969). The formation of sediment ripples, dunes, and antidunes. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 1(1):147–168.

Komatsu, T. S., Inagaki, S., Nakagawa, N. et Nasuno, S. (2001). Creep motion in a granular pile exhibiting steady surface flow. *Phys. Rev. Lett.*, 86:1757–1760.

Lacaze, L. et Kerswell, R. R. (2009). Axisymmetric granular collapse : A transient 3d flow test of viscoplasticity. *Phys. Rev. Lett.*, 102:108305.

Lago, M. et Araujo, M. (2001). Capillary rise in porous media. *Physica A : Statistical Mechanics and its Applications*, 289(1-2):1–17.

Lagubeau, G. (2010). *Interfaces à grains, et autres situations de mouillage nul*. Thèse de doctorat, Université Pierre et Marie Curie.

Lajeunesse, E., Malverti, L. et Charru, F. (2010). Bed load transport in turbulent flow at the grain scale : Experiments and modeling. *Journal of Geophysical Research : Earth Surface (2003–2012)*, 115(F4).

Lian, G., Thornton, C. et Adams, M. J. (1993). A theoretical study of the liquid bridge forces between two rigid spherical bodies. *Journal of Colloid and Interface Science*, 161(1):138 –147.

Liu, C. h., Nagel, S. R., Schecter, D. A., Coppersmith, S. N., Majumdar, S., Narayan, O. et Witten, T. A. (1995). Force fluctuations in bead packs. *Science*, 269(5223):513–515.

Lois, G., Lemaître, A. et Carlson, J. M. (2005). Numerical tests of constitutive laws for dense granular flows. *Phys. Rev. E*, 72:051303.

Longhi, E., Easwar, N. et Menon, N. (2002). Large force fluctuations in a flowing granular medium. *Phys. Rev. Lett.*, 89:045501.

Mani, R., Kadau, D., Or, D. et Herrmann, H. J. (2012). Fluid depletion in shear bands. *Physical Review Letters*, 109(24).

Marmur, A. (1993). Tip-surface capillary interactions. *Langmuir*, 9(7):1922–1926.

Mason, G. (1968). Radial distribution functions from small packings of spheres.

Mason, G. et Clark, W. (1965). Liquid bridges between spheres. *Chemical Engineering Science*, 20(10):859 – 866.

Matthewson, M. J. (1988). Adhesion of spheres by thin liquid films. *Philosophical Magazine A*, 57(2):207–216.

Maugis, D. (1987). Adherence of elastomers : Fracture mechanics aspects. *Journal of Adhesion Science and Technology*, 1(1):105–134.

McCarthy, J. J. (2009). Turning the corner in segregation. *Powder Technology*, 192(2): 137–142.

McCarthy, J. J., Khakhar, D. V. et Ottino, J. M. (2000). Computational studies of granular mixing. *Powder Technology*, 109(1-3):72 – 82.

Miller, B., O'Hern, C. et Behringer, R. (1996). Stress fluctuations for continuously sheared granular materials. *Physical Review Letters*, 77(15):3110.

Montgomery, D. R. et Dietrich, W. E. (1989). Source areas, drainage density, and channel initiation. *Water Resources Research*, 25(8):1907–1918.

Mueth, D. M., Jaeger, H. M. et Nagel, S. R. (1998). Force distribution in a granular medium. *Physical Review E*, 57(3):3164.

Ottino, J. M. (1989). *The kinematics of mixing : stretching, chaos, and transport*, volume 3. Cambridge University Press.

Ottino, J. M. et Khakhar, D. V. (2000). Mixing and Segregation of Granular Materials. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 32:55–91.

Pacheco-Vázquez, F., Moreau, F., Vandewalle, N. et Dorbolo, S. (2012). Sculpting sandcastles grain by grain : Self-assembled sand towers. *Phys. Rev. E*, 86:051303.

Parker, G. et Izumi, N. (2000). Purely erosional cyclic and solitary steps created by flow over a cohesive bed. *Journal of Fluid Mechanics*, 419:203–238.

Pitois, O., Moucheront, P. et Chateau, X. (2000). Liquid bridge between two moving spheres : An experimental study of viscosity effects. *Journal of Colloid and Interface Science*, 231(1):26 – 31.

Plantard, G., Saadaoui, H., Snabre, P. et Pouligny, B. (2006). Surface-roughness-driven segregation in a granular slurry under shear. *EPL (Europhysics Letters)*, 75(2): 335.

Pouliquen, O. et Forterre, Y. (2009). A non-local rheology for dense granular flows. *Philosophical Transactions of the Royal Society A : Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, 367(1909):5091–5107.

Reid, L. (1989). *Channel Incision by Surface Runoff in Grassland Catchments*. Thèse de doctorat, University of Washington.

Rognon, P. G., Roux, J.-N., Naaïm, M. et Chevoir, F. (2008). Dense flows of cohesive granular materials. *Journal of Fluid Mechanics*, 596:21–47.

Shanahan, M. E. (2001). Effet de condensation lors de l'étalement d'un liquide. *Comptes Rendus de l'Académie des Sciences - Series {IV} - Physics*, 2(1):157 – 162.

Simons, S., Seville, J. et Adams, M. (1994). An analysis of the rupture energy of pendular liquid bridges. *Chemical Engineering Science*, 49(14):2331 – 2339.

Taberlet, N., Richard, P., Valance, A., Losert, W., Pasini, J. M., Jenkins, J. T. et Delannay, R. (2003). Superstable granular heap in a thin channel. *Phys. Rev. Lett.*, 91:264301.

van Eerd, A. R. T., Ellenbroek, W. G., van Hecke, M., Snoeijer, J. H. et Vlugt, T. J. H. (2007). Tail of the contact force distribution in static granular materials. *Phys. Rev. E*, 75:060302.

Vianello, A. et D'Agostino, V. (2007). Bankfull width and morphological units in an alpine stream of the dolomites (northern italy). *Geomorphology*, 83(3-4):266 – 281.

Voivret, C. (2008). *Texture et comportement des matériaux granulaires à grande polydispersité*. Thèse de doctorat, Université Montpellier 2.

Wang, X., Zhu, H. P., Luding, S. et Yu, A. B. (2013). Regime transitions of granular flow in a shear cell : A micromechanical study. *Phys. Rev. E*, 88:032203.

Washburn, E. W. (1921). The dynamics of capillary flow. *Phys. Rev.*, 17:273–283.

Washio, Y. *et al.* (2005). Multilayer ultra thick resist development for MEMS. *In Proceedings of SPIE*, volume 5753, page 959.

Willett, C. D., Adams, M. J., Johnson, S. A. et Seville, J. P. (2000). Capillary bridges between two spherical bodies. *Langmuir*, 16(24):9396–9405.

Wolf, D. E., Unger, T., Kadau, D. et Brendel, L. (2005). Compaction of cohesive powders. *Powders and Grains 2005*, pages 525–533.

Yohannes, B., Hsu, L., Dietrich, W. E. et Hill, K. M. (2012). Boundary stresses due to impacts from dry granular flows. *Journal of Geophysical Research : Earth Surface*, 117(F2).

Incorporation de liquide dans un milieu granulaire : mécanisme du mélange

Les milieux granulaires, secs et humides, sont omniprésents dans la nature et également dans l'industrie. Néanmoins, à ce jour la façon dont est obtenue un mélange de liquide avec un matériau granulaire est mal connue. En particulier, on ignore les mécanismes permettant de réaliser le mélange, et la physique qui les gouverne. Comment un système hétérogène avec des zones riches en liquide et d'autres sèches, aux propriétés très différentes, va-t-il évoluer ?

Ce travail commence par l'étude du mécanisme d'érosion d'un milieu granulaire humide et cohésif par un écoulement sec. Une première partie traite de la dynamique de ce processus dans une géométrie de tambour tournant. Nous avons pu observer que les propriétés des liquides impliqués ont une influence particulière sur la dynamique de rupture des ponts capillaires. Par ailleurs, les fluctuations de contrainte de l'écoulement se sont révélées cruciales dans ce phénomène. La mise en œuvre de l'érosion granulaire dans une géométrie de canal incliné a permis d'observer un phénomène d'instabilité basé sur le couplage entre l'érosion et la forme de l'interface. Nous avons déterminé les conditions d'existence de cette instabilité, et détaillé la morphologie des structures créées. Enfin nous avons étudié le mécanisme d'accrétion, qui participe au transport du liquide par la création de nouveaux ponts capillaire permettant l'agglomération de grains.

Blending liquid into a granular media : mixing mechanisms

Granular media, dry and wet, are ubiquitous in natural environment and industry. However, how to mix a liquid in a granular medium is still an open question. More precisely, the mechanisms implied in the mixing and the related physics are not known. How will evolve a heterogeneous system containing highly saturated areas and dry areas, whose properties are very different?

This work starts with the study of the erosion mechanism of a wet cohesive granular medium by a dry flow. The first part focuses on the dynamics of the process in a tumbler. We have showed that the liquid properties have a special influence on the capillary bridges rupture dynamics. On the other hand, fluctuations of the stress applied by the flow have proved to be crucial in this phenomenon. An inclined channel setting for the granular erosion has revealed an instability, based on the coupling between erosion and the shape of the interface. We have determined the conditions of occurrence of this instability, and described the morphology of the created structures. Finally, we have studied the accretion mechanism, involved in the liquid transport by the creation of new capillary bridges, allowing to agglomerate grains.