



HAL
open science

Observation et Commande de la Machine Asynchrone

Abdou Dib

► **To cite this version:**

Abdou Dib. Observation et Commande de la Machine Asynchrone. Automatique. Université de Caen, 2012. Français. NNT: . tel-01064016

HAL Id: tel-01064016

<https://theses.hal.science/tel-01064016>

Submitted on 15 Sep 2014

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

THÈSE

présentée par

Abdou DIB

et soutenue

le 13 décembre 2012

en vue de l'obtention du

DOCTORAT de l'UNIVERSITÉ de CAEN BASSE-NORMANDIE

Spécialité : Automatique, Robotique

(Arrêté du 07 août 2006)

TITRE :

**OBSERVATION ET COMMANDE
DE LA MACHINE ASYNCHRONE**

MEMBRES du JURY

- | | |
|----------------|---|
| M. K. BUSAWON | Professeur à l'Université Northumbria, Newcastle UK |
| M. A. HAMZAOUI | Professeur à l'Université de Reims et à l'IUT de Troyes |
| M. M. GHANES | Maître de conférence à l'ENSEA de Cergy-Pontoise |
| M. M. M'SAAD | Professeur des Universités à l'ENSICAEN |
| M. M. FARZA | Professeur à l'Université de Caen |

A LA SYRIE
A Joumanah
A Marghrita, Katrina et Elyas

Remerciements

Les travaux présentés dans ce mémoire sont le fruit de quatre ans d'études menées au sein de l'équipe automatique du laboratoire GREYC. Au terme de ces quatre ans de recherche, je suis heureux d'exprimer toute ma gratitude envers les différentes personnes qui ont permis l'aboutissement de ces travaux.

J'exprime toute ma reconnaissance à Monsieur Mohammed M'SAAD, Professeur des universités à l'ENSICAEN et directeur de mes travaux de recherche, pour ces judicieux conseils ainsi que sa patience durant ces quatre années. Je remercie également Monsieur Mondher FARZA mon co-directeur de thèse, pour son très précieux encadrement.

J'exprime aussi ma gratitude à monsieur Krishna BUSAWON, Professeur à l'Université Northumbria à Newcastle en Royaume-Uni, et à monsieur Abdelaziz HAMZAOU, professeur à l'Université de Reims et à l'IUT de Troyes, d'avoir accepté de rapporter sur mon mémoire et pour l'intérêt qu'ils ont voulu porter à ce travail. Je remercie très chaleureusement monsieur Malek GHANES, Responsable du Département Automatique à l'ENSEA de Cergy-Pontoise pour avoir accepté d'examiner mon mémoire et de faire partie de mon jury de thèse.

Je tiens à exprimer toute ma sympathie à mes collègues ingénieurs doctorants ou administratifs : Estelle, Philippe, Jean-François, Mathieu, Olivier, les deux Eric, Tarek, Cheikh, Mamadou-Lamine, Miloud, Boubekour et Nicole. Leurs amitiés ont rendu mon travail et ma vie moins difficile.

Enfin, je ne remercierai sans doute jamais assez à ma chère femme Joumanah et mes enfants Marghrita, Katrina et Elyas, qui m'accompagnaient et supportaient sans trêve depuis toujours pendant ces quatre longues années d'étude en France.

Publications

Revues internationales

A. Dib, M. Farza, M. M'Saad and M. Ghanes, *High gain observer for sensorless induction motor*, submitted to Transactions on Industrial Electronics.

Conférences internationales avec comité de lecture

A. Dib, M. Farza, M. M'Saad, P. Dorléans and J. F. Massieu, *High gain observer for sensorless induction motor*, The 18th IFAC World Congress, Milano 2011

A. Dib, M. Farza and M. M'saad *Observateur adaptatif pour l'estimation des paramètres de la machine asynchrone*, Conférence Internationale Francophone d'Automatique, Grenoble 2012

A. Dib, M. M'Saad et M. Farza, *Sensorless indirect adaptive control with parameters and load-torque estimation of induction motor*, accepted in the International Conference on Communication Computing and Control Application, Marseille 2012.

Séminaires

A. Dib, M. Farza and M. M'Saad *Observateur à grand gain pour la commande sans capteur de la machine asynchrone*, Groupe de Commande des Systèmes Electriques du GDR MACS, Paris, 2011

Table des matières

Notations, symboles et abréviations	1
Tables des figures	2
Introduction	5
1 Préliminaires	11
1.1 Observabilité	12
1.2 Observateurs	16
1.2.1 Observateur du type grand gain	18
1.2.2 Observateur adaptatif du type grand gain	21
1.3 Commande du type grand gain	24
1.3.1 Formulation du problème	24
1.3.2 Commande avec retour d'état	26
1.3.3 Commande avec retour de sortie	28
1.4 Conclusion	29
2 Observateur grand gain	31
2.1 Observateur des systèmes perturbés	32
2.2 Un observateur des moteurs asynchrones	39
2.2.1 Modèle d'observation des machines asynchrones	39
2.2.2 Observabilité des moteurs asynchrones	41
2.2.3 Observateur des machines asynchrones	46
2.3 Validation de l'observateur	48
2.3.1 Résultats de simulations	49
2.3.2 Résultats expérimentaux	52
2.3.3 Conclusion	60
3 Commande grand gain	61
3.1 Présentation du problème	63
3.2 Commande avec retour d'état	65

3.3	Commande avec retour de sortie	69
3.4	Commande Grand Gain Sans Capteurs	74
3.5	Validation de la stratégie de commande	79
3.6	Conclusion	82
4	Observateur adaptatif	83
4.1	Possibilités d'estimation avec vitesse mesurée	84
4.2	Application de l'observateur dans les coordonnées originales	93
4.3	Possibilités d'estimation avec vitesse non mesurée	98
4.4	Commande adaptive sans capteur de vitesse	104
4.5	Conclusion	109
	Conclusion et perspectives	111
	Bibliographie	115

Notations, symboles et abréviations

\mathbb{R}	ensemble des nombres réels
\mathcal{C}	ensemble des nombres complexes
\mathbb{R}^+	ensemble des nombres réels positifs ou nuls
\mathbb{R}^n	espace vectoriel de dimension n construit sur le corps des réels
$\mathbb{R}^{n \times m}$	ensemble des matrices réelles de dimension $n \times m$
I_n	matrice identité de dimension $n \times n$ (appropriées)
$0_{n \times m}$	matrice nulle de dimension $n \times m$ (appropriées)
$[a, b]$	intervalle fermé de \mathbb{R} d'extrémités a et b
$]a, b[$	intervalle ouvert de \mathbb{R} d'extrémités a et b
t	variable temporelle
$[a, b[$	intervalle semi-fermé de \mathbb{R} d'extrémités a et b
$\dot{x}(t) = \frac{dx}{dt}$	dérivée temporelle de l'état x
C^ω	ensemble des fonctions continûment différentiables ω fois dans \mathbb{R}^n
$X > 0$ (≥ 0)	X définie positive (semi définie positive)
$X < 0$ (≤ 0)	X définie négative (semi définie négative)
$\dim(X)$	dimension de la matrice X
$(\cdot)^T$	transposée du bloc symétrique
\triangleq	égal par définition
$\lambda_{min}(P)$	la plus petite valeur propre de la matrice carrée P
$\lambda_{max}(P)$	la plus grande valeur propre de la matrice carrée P
$\ \cdot\ $	norme Euclidienne
$ a $	valeur absolue du nombre réel a
ρ	vecteur des paramètres inconnus
θ	paramètre de réglage du gain de l'observateur
λ	paramètre de réglage du gain de la loi de commande

Acronymes

SNL	Système non linéaire (Non Linear System)
SISO	Mono-entrée Mono-sortie (Single Input Single Output)
MISO	Multi-entrée Mono-sortie (Multiple Input Single Output)
MIMO	Entrées multiples sorties multiples (Multiple Input Multiple Output)
LVT	Linéaire variant dans le temps
ODE	Equation différentielle ordinaire (Ordinary Differential Equation)
DDE	Equation différentielle à retard (Delay Differential Equation)
TVM	Théorème de la valeur moyenne
UO	Uniformément Observable

Table des figures

2.1	Profil de vitesse désiré	49
2.2	Profil du couple de charge	50
2.3	Erreur d'observation de vitesse	51
2.4	Erreur d'observation du couple de charge	51
2.5	Erreur d'observation de la norme du flux	52
2.6	Plateforme expérimentale de l'IRCCyN	53
2.7	Profils considérés	54
2.8	Courants statoriques	56
2.9	Tensions statoriques appliquées	56
2.10	Vitesses mesurée et estimée	57
2.11	Flux rotoriques estimés	57
2.12	Vitesses mesurée et estimée	58
2.13	Vitesses mesurée et estimée	58
2.14	Vitesses mesurée et estimée	59
2.15	Vitesses mesurée et estimée	59
3.1	Profil de vitesse désirée	79
3.2	Perturbations introduites par le couple de charge appliqué	80
3.3	Vitesse désirée, estimée et contrôlée	81
3.4	Flux mesuré et flux estimée du rotor	81
3.5	Estimation du couple de charge	82
4.1	La vitesse mesurée et le couple de charge appliquée	90
4.2	Le résistance du stator et son estimé	90
4.3	L'inverse de la constante du temps du rotor et son estimé	91
4.4	Le paramètre $\rho_3 = M^2/L_r$ et son estimé	91
4.5	L'inductance du stator et son estimé	92
4.6	La vitesse mesurée et le couple de charge appliquée	94
4.7	Le flux rotorique et son estimé	94
4.8	L'erreur d'estimation du flux rotorique	95
4.9	Le résistance du stator et son estimé	95

4.10	L'inverse de la constante du temps du rotor et son estimé	96
4.11	Le paramètre $\rho_3 = M^2/L_r$ et son estimé	96
4.12	L'inductance du stator et son estimé	97
4.13	Flux mesuré et flux estimé	101
4.14	Vitesse désirée, mesurée et estimée	101
4.15	Estimation du couple de charge	102
4.16	L'estimé de la résistance du stator	102
4.17	L'estimé de l'inverse de la constant du temps rotor	103
4.18	Stratégie de la commande adaptative grand gain.	104
4.19	Flux mesuré et flux estimé	106
4.20	L'erreur d'estimation du flux	106
4.21	L'amplitude du flux	107
4.22	Vitesse désirée, mesurée et estimée	107
4.23	Estimation du couple de charge	108
4.24	L'estimé de la résistance du stator	108
4.25	L'estimé de l'inverse de la constant du temps rotor	109

Introduction

Le problème de commande des machines à courant alternatif est un domaine important de l'ingénierie des systèmes si l'on juge par l'enjeu industriel des entraînements électromagnétiques à vitesse variable et des développements fondamentaux et technologiques qui y ont été consacrés tout au long des dernières décennies. Une première synthèse des résultats disponibles a été faite dans [23] à partir d'échanges scientifiques fructueux entre les communautés automatique et électrotechnique dans le cadre d'un groupe de travail inter-disciplinaire. Ces échanges ont été confortés et développés depuis autour d'une plateforme expérimentale disponible à l'Institut de Recherche en Communications et Cybernétique de Nantes (IRCCyN) avec une attention particulière à la commande des moteurs asynchrones sans capteurs mécaniques. Plusieurs systèmes de commande ont été proposés à partir de combinaisons judicieuses des lois de commande avec retour d'état et d'observateurs asymptotiques adéquats sous la bénédiction du principe d'équivalence certaine. La synthèse des systèmes de commande avec retour d'état a été particulièrement effectuée en exploitant judicieusement les concepts du grand gain, des modes glissants et du "backstepping", alors que la synthèse des observateurs est généralement réalisée à partir d'une approche grand gain ou modes glissants. ([25], [62], [71], [93], [107], [108]). Des résultats probants sont disponibles dans la littérature et ont été d'ores et déjà corroborés par des validations expérimentales réussies ([21], [39], [41], [42], [44], [51], [72], [90], [98], [101], [102], [103], [104], [17], [106]). Les performances réalisées sont particulièrement liées à celles des observateurs sous-jacents et donc aux méthodes de synthèse adoptées et aux conditions expérimentales considérées. Outre la précision de l'observateur, la séparation des synthèses de l'observateur et du système de commande avec retour d'état doit être possible et ceci n'est pas toujours vraie dans le cas des systèmes non linéaires ([5], [6], [64], [99], [100]). Quant aux conditions expérimentales, elles sont susceptibles de produire des trajectoires d'état qui n'appartiennent pas nécessairement au domaine d'observabilité du moteur asynchrone considéré et violent ainsi la propriété vitale de synthèse de l'observateur. Une étude comprehensive d'observabilité des moteurs asynchrones a été faite dans [111] et une solution adéquate pour la synthèse d'un observateur du type grand gain a été proposée dans [21] pour pallier le cas d'une perte non persistante de la condition d'observabilité du moteur asynchrone.

Parallèlement aux développements réalisés sur le contrôle des moteurs asynchrones, une activité de recherche vigoureuse a été consacrée au problème de synthèse des observateurs comme l'indique la synthèse comprehensive faite dans [24] à l'occasion d'une école d'été d'automatique à Grenoble. Les concepts de grand gain et de modes glissants ont été vigoureusement utilisés pour les systèmes uniformément observables Lipshitziens comme le montrent les synthèses compréhensives faites dans [35], [63] dans [96]. On notera qu'une synthèse du type grand gain peut être réalisée de manière à recouvrer les observateurs grand gain usuels et ceux issus des approximations admissibles des observateurs à modes glissants qui sont communément utilisées dans la pratique ([28]).

La synthèse des observateurs du type grand gain a été progressivement développée à partir de plusieurs études de caractérisation des systèmes uniformément observables ([13], [30], [36], [35], [48], [47]). La première contribution a été consacrée au cas des systèmes triangulaires à une seule sortie ([37]) et a été respectivement étendue au cas des systèmes triangulaires et non nécessairement triangulaires) à plusieurs sorties ([28], [30]). Ces contributions se distinguent particulièrement par une convergence exponentielle de l'erreur d'observation et simplicité remarquable de l'observateur aussi bien du point de vue de la mise en oeuvre que du point de vue de la spécification des paramètres de synthèse. En effet, la synthèse de l'observation est effectuée à partir de la solution analytique d'une équation de Lyapunov usuelle modulo un paramètre de synthèse qui est communément appelé le gain de l'observateur. La convergence exponentielle est assurée pour des valeurs de gain d'observation relativement grandes par rapport à la constance de Lipshitz du système conduisant ainsi à une sensibilité intrinsèque de l'observateur par rapport aux bruits de mesure inéluctables. Plusieurs contributions ont été dédiées à cette problématique en utilisant une procédure de commutation du gain d'observation entre deux valeurs ([3]) ou un gain d'observation variant dans le temps généré à partir d'une équation différentielle ([3], [31], [86]). La procédure de commutation et l'équation différentielle qui génèrent le gain d'observation sont convenablement choisies pour réduire la sensibilité de l'observateur aux bruits de mesures tout en préservant sa propriété vitale, en l'occurrence la convergence exponentielle. Par ailleurs, le concept de grand gain a été adopté pour la synthèse d'une famille d'observateurs adaptatifs ou d'observateurs à entrées inconnues ([27], [73]). Les observateurs adaptatifs permettent de réaliser une estimation consistante des variables d'état et des paramètres du système à partir d'un modèle qui n'est pas nécessairement linéaire par rapport aux paramètres inconnus modulo une condition d'excitation persistante appropriée ([27]). Ils peuvent être particulièrement utilisés pour la détection des défauts ou l'identification des systèmes non linéaires par rapport aux paramètres et la commande adaptative des systèmes non linéaires ([20], [77], [117]).

Les activités de recherche présentées dans cette thèse s’inscrivent dans le cadre des projets de recherche de l’équipe automatique du GREYC. La motivation principale du projet qui nous concerne a été de développer une méthodologie de commande des moteurs asynchrones sans capteurs mécaniques qui tire le meilleur profit des résultats fondamentaux de l’équipe en matière de la synthèse des observateurs et des systèmes de commande du type grand gain ([26], [27], [28], [31], [45], [46], [77]). Les observateurs du type grand gain sont principalement utilisés pour réaliser une estimation de toutes les variables d’état du moteur, en l’occurrence les variables d’état mécaniques et magnétiques, avec une précision admissible. Quant aux systèmes de commande du type grand gain, ils sont bien appropriés au problème d’asservissement des moteurs et peuvent être combinés avec un observateur du type grand gain pour obtenir des systèmes de commande avec retour de sortie compatibles avec le principe de séparation. Deux contributions ont été faites à partir de ces travaux. La première contribution consiste en la synthèse d’un observateur du type grand gain qui permet de réaliser une estimation relativement consistante des grandeurs mécaniques et magnétiques à partir des mesures disponibles des courants et tensions statoriques ([21]). Cet observateur est ensuite utilisé pour la synthèse d’un système de commande avec retour de sortie du type grand gain pour réaliser les performances requises d’un asservissement des moteurs asynchrones. La seconde contribution consiste en la synthèse de deux observateurs adaptatifs du type grand gain qui permet de réaliser une estimation conjointe relativement consistante des variables d’état et d’un ensemble de combinaisons adéquates des paramètres des moteurs asynchrones. Le premier observateur utilise les mesures des des courants et tensions statoriques et la vitesse mécanique, alors que le second observateur n’utilise que les courants statotiques ([20]). Le second observateur est ensuite utilisé pour la synthèse d’un système de commande adaptative du type grand gain pour réaliser les performances requises d’un asservissement des moteurs asynchrones en présence d’incertitudes sur les paramètres ([22]). Ces contributions sont présentées dans ce qui suit en quatre chapitres suivi d’une conclusion qui permet de mettre en évidence les contributions tout en proposant des perspectives de recherche pour réaliser notre ultime motivation : le développement d’une méthodologie pour la commande sans capteurs mécaniques des moteurs asynchrones.

Le premier chapitre présente d’une manière concise les concepts d’observabilité et de synthèse d’observateur et de systèmes de commande du type grand gain qui seront utilisés dans les contributions de cette thèse. Une attention particulière est réservée aux nuances des notions d’observabilité, à la caractérisation des systèmes non linéaires observables pour toute entrée et à la motivation du concept grand gain. Des remarques pertinentes sur les hypothèses de synthèse sont faites pour mieux appréhender la classe des systèmes considérée et l’importance des résultats fondamentaux pour l’ingénierie des systèmes.

Le deuxième chapitre est consacrée à la première contribution de nos travaux de recherche, notamment la synthèse d'un observateur des moteurs asynchrones sans capteurs mécaniques qui se distingue par sa simplicité. La synthèse de synthèse est réalisée à partir d'un observateur du type grand gain pour une classe de systèmes perturbés incluant les modèles d'observation des moteurs asynchrones et d'une analyse vigoureuse de l'observabilité des moteurs asynchrones. Une attention particulière est réservée aux deux aspects vitaux du point de vue de l'ingénierie des systèmes. Le premier aspect concerne la réalisation d'une estimations relativement consistante des variables d'état mécaniques et magnétiques des moteurs asynchrones. Quant au second aspect, il relève d'une modification adéquate du gain d'observation pour des considérations de faisabilité des calculs lorsque le moteur est amené à fonctionner dans des conditions incompatibles avec sa condition d'observabilité. Un problème d'observation, conçu pour une analyse ingénieuse des performances des observateurs des moteurs à induction sans capteurs mécaniques a été traité pour mieux appréhender les performances de l'observateur proposé, notamment la robustesse en stabilité par rapport aux incertitudes paramétriques inéluctables et à la perte de la condition d'observabilité. Les résultats obtenus aussi bien en simulation que lors d'une validation expérimentale sont présentés pour démontrer les performances de l'observateur proposé.

Le troisième chapitre présente un asservissement des moteurs asynchrones sans capteur mécaniques. Cet asservissement est conçu en combinant l'observateur du type grand gain issue de la première contribution du travail effectué avec un système de commande avec retour d'état du type grand gain. On montre que l'asservissement considéré réalise bien les performances requises en matière de poursuite et que ses performances en régulation peuvent être affinées en incorporant une action intégrale filtrée dans la synthèse du système de commande. Un problème de commande, conçu pour une analyse ingénieuse des performances des asservissements des moteurs à induction sans capteurs mécaniques a été traité pour mieux appréhender la précision de la poursuite réalisé par le système de commande proposé, notamment le recouvrement des performances requises par rapport à la perte de la condition d'observabilité. Les performances de l'asservissement sont particulièrement démontrées au travers de résultats de simulation dans la mesure où nous n'avons pas eu l'opportunité de réaliser une validation expérimentale du système de commande proposé.

Le quatrième chapitre est dédiée à la seconde contribution de nos travaux de recherche, en l'occurrence deux observateurs adaptatifs qui permettent de réaliser une estimation conjointe relativement consistante des variables d'état et des paramètres d'un moteur asynchrone. Le premier observateur adaptatif utilise les mesures des courants statoriques

et de la vitesse mécanique, alors que le second observateur n'utilise que les mesures des courants statoriques. Une attention particulière est réservée aux paramétrisations admissibles par rapport aux mesures disponibles sous la bénédiction d'une propriété d'excitation persistante bien définie et à la simplicité de mise en oeuvre. Les performances de l'observateur proposé sont démontrées dans un contexte de simulation particulièrement bien conçu pour ne pas occulter les problèmes éventuellement rencontrés dans la pratique, notamment la présence d'un couple de charge. Le second observateur est ensuite combiné avec une commande avec retour d'état du type grand gain pour concevoir un asservissement adaptatif sans capteurs mécaniques des moteurs asynchrones. On montre que cet asservissement réalise bien les performances requises en dépit d'une méconnaissance des paramètres du moteurs asynchrones. Cette propriété fondamentale est corroborée par des résultats de simulation compatibles avec des conditions de fonctionnement usuelles des moteurs asynchrones.

Une conclusion générale sur les contributions effectuées tout au long de notre thèse avec une attention particulière aux perspectives qui nous permettront de réaliser le projet de recherche sur la commande des moteurs asynchrones sans capteurs mécaniques.

Préliminaires

La théorie des systèmes non linéaires a été vigoureusement développée tout au long des trois dernières décennies comme en témoignent les ouvrages disponibles en la matière ([2], [24], [15], [25], [35], [56], [62], [71], [84], [93], [107], [108]). Un effort considérable a été consacré à l'analyse des propriétés structurelles pour mieux appréhender les concepts de commandabilité, d'observabilité et de platitude des systèmes non linéaires ([13], [36], [38], [1], [30], [32], [33], [34], [48], [47], [49], [83], [54],[30]). Plusieurs méthodes ont été développées pour la synthèse de systèmes de commande et d'observateurs à partir des techniques de linéarisation ([35], [56], [83]), de platitude ([2], [33], [34]), de grand gain ([3], [28], [27], [31], [37], [63]), de modes glissants ([25], [96], [107], [108]) et de backstepping ([71], [84], [88]). Les contributions se distinguent particulièrement par la classe des systèmes considérée, et donc les hypothèses de modélisation sous-jacentes, et de la nature des résultats de stabilité et de performances réalisées aussi bien en régulation qu'en poursuite. Une attention particulière a été réservée aux lois de commande avec retour d'état incorporant un observateur dont la synthèse est conforme au théorème de séparation comme dans le cas des systèmes linéaires ([78], [99], [100]). Cette recherche a permis d'étendre des concepts bien établis pour les systèmes linéaires au cas des systèmes non linéaires, notamment la compensation robuste des perturbations de type échelon modulo une incorporation d'une action intégrale dans la synthèse du système de commande et/ou l'affinement de la sensibilité aux bruits de mesure modulo un filtrage appropriée de la sortie du système ([46], [58], [59], [60], [62], [75], [94]).

Nous présentons dans ce qui suit les définitions et résultats usuels sur l'observabilité des systèmes non linéaires ainsi que trois contributions fondamentales que nous avons particulièrement utilisés tout au long de nos travaux. Ces contributions concernent des synthèses de deux observateurs et d'un système de système du type grand gain pour les systèmes non linéaires à plusieurs sorties qui peuvent se mettre sous des formes triangulaires ([28], [27], [46]). Le premier observateur réalise une estimation consistante des variables d'état du système ([28]), alors que le second observateur réalise une estimation consistante conjointe des variables d'état et des paramètres ([27]). Quant au système de commande, il réalise une poursuite parfaite ([45], [46]).

1.1 Observabilité

On présentera dans ce qui suit les définitions usuelles relatives au concept d'observabilité des systèmes non linéaires dont le comportement dynamique peut être décrit par

$$\text{SYS} \begin{cases} \dot{x}(t) = f(u(t), x(t)) & \text{avec } x(0) = x_o \\ y(t) = h(x(t)) \end{cases} \quad (1.1)$$

où $x(t) \in \mathcal{V} \subset \mathbb{R}^n$, $u(t) \in \mathcal{U} \subset \mathbb{R}^m$ et $y(t) \in \mathcal{Y} \subset \mathbb{R}^p$ désignent respectivement l'état, l'entrée et la sortie du système, $f = [f_1 \dots f_n]^T$ et $h = [h_1 \dots h_p]^T$ sont des fonctions infiniment différentiables sur la variété différentielle \mathcal{V} dans \mathbb{R}^n . On notera f_u le champs vectoriel défini par $f_u(x) = f(u, x)$.

Rappelons que l'observabilité d'un système est la possibilité de déterminer son état initial à partir de son comportement d'entrée-sortie sur un intervalle de temps fini. On commencera par les concepts de distinguabilité et d'indistinguabilité de deux états initiaux différents qui permet d'introduire naturellement le concept d'observabilité ([49])

Définition 1.1. *Deux états initiaux différents $x_o \in \mathcal{V}$ et $x_1 \in \mathcal{V}$ sont dits distinguables dans \mathcal{V} s'il existe un instant $t \geq 0$ et une entrée admissible $u : [0, t] \rightarrow \mathcal{U}$ telle que les trajectoires des sorties respectivement issues de x_o et x_1 ne sont pas identiques, i.e. $y(t, x_o, u(t)) \neq y(t, x_1, u(t))$. On dira que l'entrée u distingue les états initiaux x_o et x_1 dans \mathcal{V} .*

Définition 1.2. *Deux états initiaux différents $x_o \in \mathcal{V}$ et $x_1 \in \mathcal{V}$ sont dits indistinguables dans \mathcal{V} si pour tout instant $t \geq 0$ et pour toute entrée admissible $u : [0, t] \rightarrow \mathcal{U}$, les trajectoires des sorties respectivement issues de x_o et x_1 sont identiques, i.e. $y(t, x_o, u(t)) = y(t, x_1, u(t)) \quad \forall t \in [0, t]$.*

Le concept de distinguabilité permet de définir ce qu'est un système observable en un point et en déduire aisément ce qu'est un système observable.

Définition 1.3. *Un système est observable en $x_o \in \mathcal{V}$ si tout autre état $x_1 \neq x_o$ est distinguable de x_o dans \mathcal{V} . Un système est observable s'il est observable en tout point $x_o \in \mathcal{V}$.*

Cette notion d'observabilité peut être relâchée pour pouvoir distinguer un état initial des états contenus dans son voisinage.

Définition 1.4. *Un système est localement observable en x_o si pour tout voisinage ouvert \mathcal{V}_o de x_o , l'ensemble des points qui sont indistinguables de x_o dans \mathcal{V}_o via les trajectoires dans \mathcal{V}_o est le point x_o lui-même.*

Définition 1.5. *Un système est localement faiblement observable en x_o s'il existe un voisinage ouvert \mathcal{V}_o de x_o tel que pour tout voisinage ouvert $\bar{\mathcal{V}}_o \subset \mathcal{V}_o$, l'ensemble des points qui sont indistinguables de x_o dans $\bar{\mathcal{V}}_o$ via les trajectoires dans $\bar{\mathcal{V}}_o$ est le point x_o lui-même.*

La propriété d'observabilité locale faible peut être vérifiée par une condition algébrique portant sur l'espace d'observation des systèmes non linéaires considérés que nous donnons ci-dessous après avoir défini l'espace d'observation.

Définition 1.6. *L'espace d'observation est le plus petit sous-espace vectoriel \mathcal{E}_o de fonctions de l'espace d'état \mathcal{V} à valeurs dans l'espace des sorties \mathcal{Y} contenant les sorties $\{h_i\}_{i \in [1,p]}$ et invariant pour la dérivation de Lie le long des champs de vecteurs f_u lorsque l'entrée u décrit l'espace des entrées admissibles \mathcal{U} .*

Théorème 1.1. *Soit $d\mathcal{E}_o$ l'espace des différentielles des éléments de \mathcal{E}_o , le système est localement faiblement observable en x_o si*

$$\dim(d\mathcal{E}_o(x_o)) = n \quad (1.2)$$

où $d\mathcal{E}_o(x_o)$ n'est autre que l'évaluation de $d\mathcal{E}_o$ en x_o . On dira alors que le système est observable au sens du rang si la propriété ci dessus est satisfaite pour tout $x_o \in \mathcal{V}$.

Le résultat ci dessus a permis d'obtenir le résultat suivant sur l'observabilité d'un système au sens du rang.

Théorème 1.2. *Un système est localement faiblement observable si $\dim(d\mathcal{E}_o(x)) = n$ pour tout x appartenant à un ouvert $\bar{\mathcal{V}}_o$ dense dans \mathcal{V} .*

Remarque 1.1. *La condition de rang peut être réécrite comme suit*

$$\text{Rang} \begin{pmatrix} h \\ L_f h \\ \vdots \\ L_f^{n-1} h \end{pmatrix} = n$$

où $L_f^i h$ n'est autre que la dérivée de Lie d'ordre i de la fonction de sortie h par rapport champ vectoriel f_u

Remarque 1.2. *On dispose de quatre propriétés pour qualifier l'observabilité d'un système qui ne sont pas équivalentes dans le cas général. Elles sont toutefois reliées entre elle comme suit*

$$\begin{array}{ccc}
 \mathcal{SYS} \text{ est localement observable} & \implies & \mathcal{SYS} \text{ est observable} \\
 \Downarrow & & \Downarrow \\
 \mathcal{SYS} \text{ est localement faiblement observable} & \implies & \mathcal{SYS} \text{ est faiblement observable}
 \end{array}$$

Il est important de noter que l'espace d'observation des systèmes non-linéaires dépend de se son entrée, ce qui conduit naturellement aux concepts d'entrée universelle et d'observabilité uniforme définis ci dessous.

Définition 1.7. *Une entrée admissible $u : [0, \tau] \longrightarrow \mathcal{U}$ est dite universelle pour le système sur l'intervalle de temps $[0, \tau]$ si pour tout couple d'états initiaux distincts $(x_o, x_1) \in \mathcal{V} \times \mathcal{V}$, il existe au moins un instant $t \in [0, \tau]$ tel que $y(t, x_o, u(t)) \neq y(t, x_1, u(t))$. On dira alors qu'une entrée est singulière si elle n'est pas universelle.*

Définition 1.8. *Un système dont toutes les entrées admissibles $u : [0, \tau] \longrightarrow \mathcal{U}$ sont universelles est dit \mathcal{U} -uniformément observable ou observable pour toute entrée admissible. Et dans le cas où $\mathcal{U} = \mathbb{R}^m$, on dira tout simplement que le système est uniformément observable.*

Définition 1.9. *Un système est dit localement uniformément observable si et seulement si pour tout $x \in \mathcal{V}$ admet un un voisinage \mathcal{V}_x dans lequel le système est uniformément observable.*

Enfin, on peut terminer ce panorama sur l'observabilité par les notions d'entrée persistante et d'observabilité uniforme complète définis ci dessus.

Définition 1.10. *Une séquence d'entrée $\{u(t)\}_{t \in \mathbb{R}^+} \in \mathcal{U} \subset \mathbb{R}^m$ est dite persistante si elle vérifie la propriété suivante*

$$\exists T > 0; \exists \alpha_1, \alpha_2 > 0 : \alpha_1 I_m \leq \int_t^{t+T} u(\tau)u(\tau)^T d\tau \leq \alpha_2 I_m$$

Définition 1.11. *Un système est complètement uniformément observable si toutes ses séquences d'entrée sont régulièrement persistantes.*

Plusieurs études ont été consacrées à la caractérisation des systèmes uniformément observables. On distingue deux contributions fondamentales donnant des conditions nécessaires et suffisantes dans le cas des systèmes non linéaires affines en la commande et des systèmes bilinéaires admettant une seule sortie ([36], [109]). Dans le cas des systèmes à plusieurs sorties, le problème est encore ouvert même si on dispose d'un ensemble de contributions prometteuses ([13], [30], [47], [48]). Nous donnons ci-dessous le résultat fondamental pour la caractérisation des systèmes non linéaires affines en la commande admettant une seule sortie ([36]).

Théorème 1.3. *Considérons la classe des systèmes non linéaires affines en la commande décrite par*

$$\text{SYS} \begin{cases} \dot{x} = f(x) + \sum_{i=1}^m u_i g_i(x) \\ y = h(x) \end{cases} \quad (1.3)$$

où $x \in R^n$, $u \in R^m$ et $y \in R$ désignent respectivement l'état, l'entrée et la sortie du système et $u_i \in \mathbb{R}$ n'est autre que la i ème composante de u . Le système est uniformément observable si et seulement si il existe un système de coordonnées qui permet de le récrire sous la forme canonique d'observabilité donnée par

$$\text{SYS} \begin{cases} \dot{z} = Az + \psi(z) + \sum_{i=1}^m u_i \varphi_i(z) \\ y = Cz \end{cases} \quad (1.4)$$

avec

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & 0 \\ 0 & \cdot & \cdot & 1 \\ 0 & \cdot & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \psi(z) = \begin{bmatrix} 0 \\ \cdot \\ 0 \\ \psi_n(z) \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \cdot & 0 \end{bmatrix}$$

où le $j^{\text{ème}}$ élément de φ_i est de la forme $\varphi_{ij}(z) = \varphi_{ij}(z_1, \dots, z_j)$ pour $(i, j) \in [1, m] \times [1, n]$.

On notera que le système de coordonnées est obtenu à partir du changement de variable

$$z = \Phi(x) = \begin{bmatrix} h(x) \\ L_f(h)(x) \\ \cdot \\ L_f^{n-1}(h)(x) \end{bmatrix}$$

1.2 Observateurs

De nombreuses contributions ont été consacrées à la synthèse des observateurs pour les systèmes non linéaires comme l'indiquent les synthèses complètes disponibles dans la littérature ([24], [35], [63], [96]). Quatre approches différentes ont été adoptées pour ce faire modulo certaines méthodes spécifiques ou les observateurs à horizon fuyant que nous n'avons pas utilisés dans nos travaux.

- La première approche est basée sur le filtre de Kalman modulo une linéarisation adéquate par rapport à la classe des systèmes considérée ([61]). C'est une approche relativement populaire qui se distingue par sa simplicité de mise en oeuvre indépendamment de la complexité du système considéré. Bien que le filtre de Kalman étendu est utilisé avec succès dans de nombreuses applications industrielles, on ne dispose pas de résultats fondamentaux de stabilité, de convergence et robustesse pour pouvoir développer une méthodologie cohérente avec les exigences de l'ingénierie des systèmes. Un savoir faire est nécessaire pour la spécification des paramètres de synthèse et requiert une bonne connaissance du système.
- La deuxième approche est basée sur la linéarisation de l'erreur d'observation. Elle consiste à effectuer des changements de coordonnées appropriés qui permettent de mettre le système original sous la forme d'une série d'intégrateurs avec des non linéarités additives qui ne dépendent que des entrées et des sorties ([68], [69], [112], [53], [43], [54], [11]). Les systèmes ainsi obtenus (dans les nouvelles coordonnées) ont une structure triangulaire appropriée pour la synthèse des observateurs. Cette approche est relativement laborieuse car le changement de coordonnées requis n'est pas toujours simple à appréhender. Autrement, elle permet d'exploiter judicieusement tout le potentiel des synthèses linéaires.
- La troisième approche relève de l'optimisation convexe et concerne les systèmes Lipschitziens. Le problème de synthèse est réécrit sous la forme d'un ensemble d'inégalités matricielles linéaires en fonction des performances requises sans aucune référence aux conditions d'observabilité du système ([89], [115]). La synthèse dépend alors de la faisabilité des problèmes d'optimisation sous-jacents. Les conditions requises pour ce faire ne sont pas connues *a priori* et la synthèse est ainsi réalisée sous la bénédiction des logiciels d'optimisation disponibles. En effet, c'est à travers les résolutions numériques que l'on saura si la problématique d'optimisation considérée est faisable ou non ([4]).
- La quatrième approche concerne les systèmes observables pour toute entrée qui peuvent se mettre sous des formes canoniques d'observabilité ([36]). Cette approche a été principalement développée à partir d'un ensemble d'études vigoureuses sur

la caractérisation des systèmes non linéaires uniformément observables à travers des formes canoniques d'observabilité, en l'occurrence les formes triangulaires ([19], [19],[28], [37], [48], [52], [91], [95]). La synthèse est particulièrement effectuée à partir de ses formes triangulaires en utilisant les concepts de grand gain, de modes glissants ou de backstepping ([63], [96]). Les observateurs du type grand gain se distinguent par leur simplicité de mise en oeuvre et permettent de recouvrir des approximations admissibles d'observateurs avec modes glissants modulo une convergence exponentielle au lieu d'une convergence en temps fini ([28]). En effet, le gain d'observation sous-jacent est issu d'une équation algébrique de Lyapunov usuelle que l'on peut résoudre analytiquement et son réglage est effectué à travers la spécification d'un seul paramètre de synthèse scalaire. On notera qu'il existe des classes de systèmes uniformément observables qui peuvent se mettre sous des formes qui ne sont pas nécessairement triangulaires et pour lesquelles on peut concevoir des observateurs du type grand gain ([30],[47])

Un observateur est un système dynamique qui permet de réaliser une estimation admissible des variables d'état du système à partir de son comportement d'entrée-sortie. Considérons le cas du système 1.1, un observateur peut être par les équations

$$OBS \begin{cases} \dot{\hat{x}} = \bar{f}(\bar{x}, u, y) \\ \hat{x} = \Phi(\bar{x}) \end{cases} \quad (1.5)$$

où $\bar{x} \in \bar{\mathcal{V}} \in \mathbb{R}^{\bar{n}}$ et $\hat{x} \in \mathcal{V} \in \mathbb{R}^n$ désignent respectivement l'état de l'observateur et l'état estimé du système et \bar{f} et Φ sont des fonctions différentielles convenablement choisies pour réaliser une estimation admissible, en l'occurrence une erreur d'estimation asymptotiquement nulle avec une convergence exponentielle

$$\exists \lambda > 0, \mu > 0 / \|\hat{x}(t) - x(t)\| \leq \mu e^{-\lambda t} \|\hat{x}(0) - x(0)\|$$

dans un contexte idéal de synthèse caractérisé par une modélisation précise du système et une absence des perturbations et des bruits de mesure.

On notera que $\Phi : \bar{\mathcal{V}} \rightarrow \mathcal{V}$ est une application différentielle surjective de rang n et que la structure d'observateur communément utilisée pour ce faire est inspirée par celle proposée par Luenberger pour les systèmes linéaires ([75]), notamment

$$OBS \begin{cases} \dot{\hat{x}} = f(\hat{x}, u) + g(\gamma)(y - h(\hat{x})) \\ \dot{\gamma} = \varphi(\hat{x}, u, y, \gamma) \end{cases} \quad (1.6)$$

où la fonction g désigne le gain d'observation et $y - h(\hat{x})$ n'est autre que l'erreur d'estimation de sortie qui est utilisée comme un terme de correction.

En guise d'illustration, on donne ci-dessous deux observateurs qui ont été particulièrement conçus pour réaliser une estimation admissible des variables d'état des systèmes linéaires variants dans le temps décrits par la réalisation d'état

$$\text{SYS} \begin{cases} \dot{x}(t) = A(t)x(t) + B(t)u(t) \\ y(t) = C(t)x(t) \end{cases} \quad (1.7)$$

où $x(t) \in \mathbb{R}^n$, $u(t) \in \mathbb{R}^\mu$ et $y(t) \in \mathbb{R}^p$ désignent respectivement l'état, l'entrée et la sortie du système et $A(t) \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $B(t) \in \mathbb{R}^{n \times \mu}$ et $C(t) \in \mathbb{R}^{p \times n}$ sont les matrices d'état, d'entrée et de sortie satisfaisant toutes les propriétés d'observabilité requises pour la synthèse de ces observateurs, notamment l'observabilité uniforme complète.

Ces observateurs sont issus des travaux de Kalman sur l'estimation optimale ([59]) pour des entrées régulièrement persistantes et sont respectivement donnés par les équations suivantes

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}(t) = A(t)\hat{x} + B(t)u(t) + S^{-1}(t)C^T(t)(y(t) - C(t)\hat{x}) \\ \dot{S}(t) = -\theta S(t) - A^T(t)S(t) - S(t)A(t) + C^T(t)C(t) \text{ avec } S(0) = S_o \end{cases} \quad (1.8)$$

et

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}(t) = A(t)\hat{x} + B(t)u(t) + S^{-1}(t)C^T(t)(y(t) - C(t)\hat{x}) \\ \dot{S}(t) = -S(t)QS(t) - A^T(t)S(t) - S(t)A(t) + C^T(t)C(t) \text{ avec } S(0) = S_o \end{cases} \quad (1.9)$$

où θ est un scalaire positif et Q et S_o sont des matrices définies positives.

Remarque 1.3. *L'observabilité uniforme complète du système permet de garantir la stabilité et la convergence exponentielle de ces observateurs, notamment la bornitude de la séquence matricielle $\{S(t)\}_{t \in \mathbb{R}^+}$.*

Dans ce qui suit, on présente les deux observateurs du type grand gain que nous nous avons particulièrement utilisés dans nos travaux,

1.2.1 Observateur du type grand gain

Comme il a été d'ores et déjà mentionné, la synthèse des observateurs du type grand gain a reçu une attention particulière comme l'indique le nombre de contributions fondamentales qui lui ont été consacrées ([63]). On présente dans ce qui suit un résultat fondamental sur la synthèse d'un observateur qui se distingue par sa simplicité de mise en oeuvre et son caractère unificateur des synthèses du type grand gain ([28]). Il concerne la classe des

systèmes non linéaires multivariables uniformément observables qui peuvent se récrire sous la forme canonique observable suivante modulo un changement de coordonnées approprié.

$$\text{SYS} \begin{cases} \dot{x} = Ax + \varphi(u, x) \\ y = Cx \end{cases} \quad (1.10)$$

avec

$$x = \begin{pmatrix} x^1 \\ \vdots \\ x^i \\ \vdots \\ x^q \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad \varphi(u, x) = \begin{pmatrix} \varphi^1(u, x^1) \\ \vdots \\ \varphi^{q-i}(u, x^1, \dots, x^i) \\ \vdots \\ \varphi^q(u, x) \end{pmatrix} \quad (1.11)$$

$$A = \begin{pmatrix} 0 & I_p & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I_p \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad C = \begin{pmatrix} I_p & 0_p & \dots & 0_p \end{pmatrix} \quad (1.12)$$

où $x \in \mathbb{R}^n$ avec $x^k \in \mathbb{R}^p$ pour $k \in [1, q]$ et $n = pq$ désigne l'état du système, $u \in \mathcal{U}$ un compact de \mathbb{R}^m et $y \in \mathbb{R}^p$ désignent respectivement l'entrée et la sortie du système et φ est une fonction qui vérifie l'hypothèse intrinsèque à une synthèse du type grand gain, en l'occurrence

\mathcal{HL} La fonction φ est globalement lipschitzienne par rapport à x , uniformément en u .

Remarque 1.4. *On peut vérifier aisément que la forme triangulaire (1.10)-(1.12) est observable pour toute entrée : une propriété vitale pour la synthèse d'un observateur.*

Remarque 1.5. *L'hypothèse sur l'égalité de la dimension de toutes les composantes x^k n'est pas restrictive dans la mesure où l'on peut recouvrir cette hypothèse dans des cas où ces composantes n'ont pas nécessairement la même dimension à partir d'un changement de coordonnées approprié ([48], [29]). Quant à l'hypothèse \mathcal{HL} , il permet d'effectuer la synthèse des observateurs dont les trajectoires ne sont pas nécessairement bornées ([37], [28]).*

L'observateur proposé dans [28] permet de réaliser une estimation précise des variables d'état du système (1.10)-(1.12) et est décrit par les équations suivantes.

$$\dot{\hat{x}}(t) = A\hat{x} + \varphi(u, \hat{x}) - \theta \Delta_\theta^{-1} S^{-1} C^T K_o(\tilde{x}) \quad (1.13)$$

où $\hat{x} \in \mathbb{R}^n$ n'est autre que l'état estimé que l'on peut décomposer comme l'état du système, i.e.

$$\hat{x} = \begin{pmatrix} \hat{x}^1 \\ \vdots \\ \hat{x}^i \\ \vdots \\ \hat{x}^q \end{pmatrix} \quad \text{avec } \hat{x}^k \in \mathbb{R}^p$$

Δ_θ est une matrice diagonale donnée par

$$\Delta_\theta = \text{diag} \left(I_p, \frac{1}{\theta} I_p, \dots, \frac{1}{\theta^{q-1}} I_p \right) \quad (1.14)$$

où θ est un scalaire positif, S est la solution de l'équation algébrique de Lyapunov suivante

$$S + A^T S + S A - C^T C = 0 \quad (1.15)$$

et $K_o : \mathbb{R}^p \rightarrow \mathbb{R}^p$ est une fonction bornée satisfaisant la propriété suivante

$$\xi^T K_o(\xi) \geq \frac{1}{2} \xi^T \xi \quad \forall \xi \in \Omega \quad (1.16)$$

où Ω est un compact de \mathbb{R}^p .

Remarque 1.6. Il a été établi dans [37] et [12] que l'équation de Lyapunov (1.15) admet une solution unique symétrique et définie positive et que

$$S^{-1} C^T = \begin{pmatrix} C_q^1 I_p \\ \vdots \\ C_q^q I_p \end{pmatrix} \quad \text{avec } C_q^i = \frac{q!}{i!(q-i)!} \quad \text{pour } i \in [1, q]$$

Cet aspect de synthèse montre clairement que la mise en oeuvre en oeuvre de l'observateur est aussi simple que la fonction K_o .

Le résultat fondamental suivant confirme que le système dynamique (1.13)-(1.16) constitue bien un observateur du système.

Théorème 1.4. Considérons le le système (1.10)-(1.12) avec une fonction φ satisfaisant l'hypothèse \mathcal{HL} , alors le système dynamique (1.13)-(1.16) est un observateur du système réalisant une convergence exponentielle de l'erreur d'observation vers l'origine pour des valeurs relativement grandes du gain θ pourvu que la séquence d'entrée du système soit bornée.

Remarque 1.7. *Le caractère unificateur de la synthèse découle naturellement de l'introduction de la fonction de synthèse bornée K_o complètement caractérisée par la propriété (1.16). Dans ce qui suit, on donne quelques fonctions de synthèse satisfaisant cette propriété.*

- *Les fonctions de synthèse grand gain usuelles données par*

$$K_o(\xi) = \xi$$

On notera que cette fonction vérifie la conditions requise sur tout compact de R^n .

- *Les fonctions de synthèse de type modes glissants données par*

$$K_o(\xi) = \gamma_o \operatorname{sign}(\xi)$$

où γ_o est un scalaires positif et sign est la fonction signe usuelle. On notera que la condition requise est toujours vérifiée dans le cas des systèmes à entrées bornées-états bornés. Cependant, ces fonctions ne peuvent pas être utilisées comme telles dans la pratique car la fonction signe induit un phénomène de réticence.

- *Les fonctions de synthèse communément utilisées dans la pratique des méthodes à modes glissants pour s'affranchir du phénomène de réticence, notamment*

$$K_o(\xi) = \gamma_o \tanh(\xi)$$

où \tanh signifie la fonction tangente hyperbolique et γ_o est un scalaire positif. Il est aisé de voir que cette fonction vérifie bien la condition (3.16) pour des valeurs relativement grandes de γ_o .

On notera que la fonction de synthèse K_o ne se limite pas aux fonctions présentées ci-dessus. D'autres expressions valables peuvent être obtenues en considérant par exemple l'inverse de la fonction tangente ou en additionnant des fonctions de type grand gain avec les fonctions de type modes glissants.

1.2.2 Observateur adaptatif du type grand gain

Une attention particulière a été réservée tout au long des quatre dernières décennies à la synthèse des observateurs adaptatifs réalisant une estimation conjointe des variables d'état et des paramètres d'un système sous des conditions précises d'observabilité du système et d'identifiabilité des paramètres à estimer avec une convergence exponentielle. Ces études ont été particulièrement motivées par la synthèse de systèmes de commande adaptative pour les systèmes non linéaires ou la détection des défauts. La plupart des

contributions ont été consacrées aux cas des systèmes linéaires ([67], [118], [116]) et des systèmes linéarisables par un changement de coordonnées approprié modulo une injection de sortie si besoin est ([7], [80], [81]). Le potentiel issu de ces contributions a été judicieusement exploité pour concevoir des observateurs pour des classes de systèmes non linéaires uniformément observables exhibant des paramétrisations linéaires ([8], [66], [113]) et des paramétrisations non linéaires ([27]). On présente dans ce qui suit, on présente l'observateur adaptatif proposé dans [27] et que nous avons utilisé dans nos travaux. Il concerne la classe des systèmes non linéaires multivariables uniformément observables qui peuvent se récrire sous la forme canonique observable suivante modulo un changement de coordonnées approprié.

$$\text{sys} \begin{cases} \dot{x} = Ax + \varphi(u, x, \rho) \\ y = Cx \end{cases} \quad (1.17)$$

avec

$$x = \begin{pmatrix} x^1 \\ \vdots \\ x^i \\ \vdots \\ x^q \end{pmatrix}, \quad \rho = \begin{pmatrix} \rho_1 \\ \vdots \\ \rho_i \\ \vdots \\ \rho_s \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad \varphi(u, x, \rho) = \begin{pmatrix} \varphi^1(u, x^1) \\ \vdots \\ \varphi^{q-i}(u, x^1, \dots, x^i, \rho) \\ \vdots \\ \varphi^q(u, x, \rho) \end{pmatrix} \quad (1.18)$$

$$A = \begin{pmatrix} 0 & I_p & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I_p \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad C = \begin{pmatrix} I_p & 0_p & \dots & 0_p \end{pmatrix} \quad (1.19)$$

où $x \in \mathcal{V} \subset \mathbb{R}^n$ avec $x^k \in \mathbb{R}^p$ pour $k \in [1, q]$ et $n = pq$ désigne l'état du système, $\rho \in \Omega$ un compact de \mathbb{R}^s avec $\rho_i \in \mathbb{R}$ représente les paramètres inconnus du système, $u \in \mathcal{U}$ un compact de \mathbb{R}^m et $y \in \mathbb{R}^p$ désignent respectivement l'entrée et la sortie du système et φ est une fonction qui vérifie des hypothèses qui seront précisées lors de l'énoncé du résultat fondamental.

L'observateur adaptatif proposé dans [27] permet de réaliser une estimation conjointe précise des variables d'état et des paramètres inconnus du système (1.17)-(1.19) et est décrit par les équations suivantes.

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}} &= A\hat{x} + \varphi(u, \hat{x}, \hat{\rho}) - \theta\Delta_\theta^{-1} (K + \Upsilon(t)P\Upsilon^T C^T) C\tilde{x} \\ \dot{\hat{\rho}} &= -\theta P\Upsilon^T C^T C\tilde{x} \\ \dot{\Upsilon} &= \theta(A - KC)\Upsilon + \Delta_\theta \frac{\partial \varphi}{\partial \rho} (u, \hat{x}, \hat{\rho}) \\ \dot{P} &= -\theta P\Upsilon^T C^T C\Upsilon(t)P + \theta P \text{ avec } P_o = P_o > 0 \end{cases} \quad (1.20)$$

où $\hat{x} \in \mathbb{R}^n$ et $\hat{\rho} \in \mathbb{R}^s$ ne sont autres que l'état et les paramètres estimés, i.e.

$$\hat{x} = \begin{pmatrix} \hat{x}^1 \\ \vdots \\ \hat{x}^i \\ \vdots \\ \hat{x}^q \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad \hat{\rho} = \begin{pmatrix} \hat{\rho}_1 \\ \vdots \\ \hat{\rho}_2 \\ \vdots \\ \hat{\rho}_s \end{pmatrix}$$

Δ_θ est une matrice diagonale donnée par

$$\Delta_\theta = \text{diag} \left(I_p, \frac{1}{\theta} I_p, \dots, \frac{1}{\theta^{q-1}} I_p \right) \quad (1.21)$$

où θ est un scalaire positif et K est une matrice spécifiée de manière à ce que la matrice $A - KC$ ait toutes ses valeurs propres dans le domaine de stabilité asymptotique, i.e

$$\det(pI_n - A + KC) = 0 \implies \Re(p) < 0$$

Le résultat fondamental suivant confirme que le système dynamique (1.20)-(1.21) constitue bien un observateur du système.

Théorème 1.5. *Considérons le le système (1.17)-(1.19), alors le système dynamique (1.20)-(1.21) est un observateur du système réalisant une convergence exponentielle des erreurs d'observation et paramétriques vers l'origine pour des valeurs relativement grandes du gain θ pourvu les hypothèse suivantes soient satisfaites*

$\mathcal{H}1$ *Pour toute séquence d'entrée bornée $\{u(t)\} \in \mathcal{U}$, les trajectoires d'état sont bornées $\{x(t)\} \in \mathcal{V} \subset \mathbb{R}^n$.*

$\mathcal{H}2$ *La fonction φ est lipschitzienne par rapport à x et ρ , uniformément en u pour tout $(u, x, \rho) \in \mathcal{U} \times \mathcal{V} \times \Omega$.*

$\mathcal{H}3$ *La paramétrisation en ρ est injective.*

$\mathcal{H4}$ Pour toute trajectoire d'état $\{\hat{x}(t)\} \in \mathcal{V}$ de l'observateur ayant comme condition initiale $(\hat{x}_o, \rho_o) \in \mathcal{V} \times \Omega$, il existent un scalaire positif δ indépendant de θ et un horizon temporel T tels que la séquence matricielle $\{C\Upsilon(t)\} \in \mathbb{R}^{s \times s}$ vérifie la propriété suivante

$$\int_t^{t+T} (C\Upsilon(\tau))^T C\Upsilon(\tau) d\tau \geq \delta I_m \text{ pour tout } t \geq 0$$

Remarque 1.8. Les hypothèses $\mathcal{H1}$ et $\mathcal{H2}$ permettent de relâcher l'hypothèse d'une fonction φ globalement lipschitzienne par rapport à x et ρ . Les hypothèses $\mathcal{H3}$ et $\mathcal{H4}$ sont vitales pour la convergence de l'observateur. $\mathcal{H4}$ est communément connue sous l'appellation de condition d'excitation persistante communément requise pour l'identification des systèmes et certains problèmes de commande adaptative ([74], [82]).

1.3 Commande du type grand gain

On présente dans ce qui suit une méthode de commande qui a été utilisé pour les synthèses d'asservissements des moteurs asynchrones qui ont été proposés. Elle est particulièrement basée sur une commande avec retour d'état de type grand gain incorporant un observateur de type grand gain. La loi de commande avec retour d'état a été obtenue par dualité avec l'observateur du type grand gain considéré ([45], [46]). Le gain de la loi de commande (resp. de l'observateur) fait apparaître une fonction de synthèse satisfaisant une condition bien définie. Cette fonction de synthèse conduit à une unification des lois de commande de type grand gain. On retrouve naturellement toutes les lois de commande basées sur la technique des modes glissants ainsi que les versions qui y ont été proposées pour s'affranchir du phénomène de réticence intrinsèque à la fonction signe.

1.3.1 Formulation du problème

On cherche à résoudre un problème de poursuite pour les systèmes multivariables décrits par les équations d'état et de sortie

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bb(x)u + \varphi(x) \\ y = Cx \end{cases} \quad (1.22)$$

avec

$$x = \begin{pmatrix} x^1 \\ \vdots \\ x^i \\ \vdots \\ x^q \end{pmatrix}, \quad \varphi(x) = \begin{pmatrix} \varphi^1(x^1) \\ \vdots \\ \varphi^{q-i}(x^1, \dots, x^i) \\ \vdots \\ \varphi^q(x) \end{pmatrix} \quad (1.23)$$

$$A = \begin{pmatrix} 0 & I_p & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I_p \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ I_p \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} I_p & 0_p & \dots & 0_p \end{pmatrix} \quad (1.24)$$

où l'état du système $x \in \vartheta$ un compact de R^n avec $x^k \in \mathbb{R}^p$, l'entrée $u \in U$ un compact de \mathbb{R}^m avec $m \geq p$ et $b(x)$ est une matrice rectangulaire $p \times m$. On supposera que la matrice $b(x)$ et la fonction φ vérifient les hypothèses suivantes.

$\mathcal{H}1$. La fonction b est lipschitzienne par rapport à x sur ϑ et il existe deux scalaires positifs α et β tels que pour tout $x \in \vartheta$, on a $\alpha^2 I_p \leq b(x) (b(x))^T \leq \beta^2 I_p$.

$\mathcal{H}2$. La fonction φ est lipschitzienne sur ϑ par rapport à x .

Le problème de commande considéré consiste en une poursuite asymptotique parfaite en sortie donnée par

$$\lim_{t \rightarrow \infty} y(t) - y_r(t) = 0 \quad (1.25)$$

où $\{y_r(t)\} \in \mathbb{R}^p$ désigne la trajectoire de sortie désirée dont on suppose que les dérivées jusqu'à l'ordre n sont disponibles. Compte tenu de la classe considérée des systèmes, on peut définir un modèle de référence comme suit

$$\begin{cases} \dot{x}_r = Ax_r + Bb(x_r)u_r + \varphi(x_r) \\ y_r = Cx_r \end{cases} \quad (1.26)$$

où $\{u_r(t)\} \in \mathbb{R}^m$ et $\{x_r(t)\} \in \mathbb{R}^n$ désignent respectivement la séquence d'entrée et la trajectoire d'état du système correspondantes à la trajectoire de sortie $\{y_r(t)\} \in \mathbb{R}^p$. Ces séquences sont données par

$$\begin{cases} x_r^1 = y_r \\ x_r^k = \dot{x}_r^{k-1} - \varphi^{k-1}(x_r^1, \dots, x_r^{k-1}) \text{ pour } k \in [2, q] \\ u_r = (b(x_r))^+ (\dot{x}_r^q - \varphi^q(x_r)) \end{cases} \quad (1.27)$$

et peuvent être déterminées d'une manière récursive à partir de la séquence de référence et ses dérivées successives comme suit

$$x_r^k = g^k(y_r, y_r^{(1)}, \dots, y_r^{(k-1)}) \text{ pour } k \in [1, q] \text{ avec } y_r^{(i)} = \frac{d^i y_r}{dt^i} \quad (1.28)$$

où les fonctions g^i sont données par

$$\begin{cases} g^1(y_r) & = y_r \\ g^k(y_r, y_r^{(1)}, \dots, y_r^{(k-1)}) & = \sum_{j=0}^{k-2} \frac{\partial g^{k-1}}{\partial y_r^{(j)}}(y_r, \dots, y_r^{(k-2)}) y_r^{(j+1)} \\ & - \varphi^{k-1}(g^1(y_r), \dots, g^{k-1}(y_r, y_r^{(1)}, \dots, y_r^{(k-2)})) \end{cases} \quad (1.29)$$

pour $k \in [2, q]$

Le problème de poursuite parfaite en sortie (3.7) peut être alors étendue au problème de poursuite de trajectoire d'état défini par

$$\lim_{t \rightarrow \infty} x(t) - x_r(t) = 0 \quad (1.30)$$

Et ce dernier peut être interprété comme un problème de régulation pour le système d'erreur obtenu à partir des équations du système (1.22) et du modèle de référence (3.8)

$$\begin{cases} \dot{e} = Ae + B(b(x)u(x) - b(x_r)u_r) + \varphi(x) - \varphi(x_r) \\ e_m = y - y_r \end{cases} \quad (1.31)$$

1.3.2 Commande avec retour d'état

La loi de commande avec retour d'état qui nous intéresse est obtenue en exploitant la dualité avec un observateur du type grand gain afin de pouvoir réaliser une convergence exponentielle de l'état du système d'erreur vers l'origine et réaliser ainsi une poursuite parfaite en un temps raisonnable. Compte tenu des observateurs du type grand gain proposés dans [26] pour les systèmes uniformément observables, on peut suggérer une structure de loi de commande avec retour d'état du type grand gain pour les systèmes considérés, soit

$$u(x) = (b(x))^+ \left(\dot{x}_r^q - \varphi^q(x_r) + \nu(e) \right) \quad \text{avec } \nu(e) = -K_c (\lambda^q B^T \bar{S} \Delta_\lambda e) \quad (1.32)$$

où $(b(x))^+$ désigne l'inverse à droite de la matrice $b(x)$, que l'on peut déterminer puisque $\mathcal{H}1$ est vraie, Δ_λ est une matrice diagonale donnée par

$$\Delta_\lambda = \text{diag} \left(I_p, \frac{1}{\lambda} I_p, \dots, \frac{1}{\lambda^{q-1}} I_p \right) \quad (1.33)$$

où λ est un scalaire strictement positif, \bar{S} est la solution de l'équation algébrique suivante

$$\bar{S} + A^T \bar{S} + \bar{S} A = \bar{S} B B^T \bar{S} \quad (1.34)$$

et $K_c : \mathbb{R}^p \mapsto \mathbb{R}^p$ est une fonction bornée, i.e. $\forall \xi \in \mathbb{R}^p : \|K_c(\xi)\| \leq k_c$ où k_c est un scalaire positif, satisfaisant la propriété suivante

$$\xi^T K_c(\xi) \geq \frac{1}{2} \xi^T \xi \quad \forall \xi \in \Omega \quad (1.35)$$

où Ω est un compact quelconque de \mathbb{R}^m

Remarque 1.9. *Compte tenu de la structure des matrices d'entrée et de sortie B et C et du fait que l'équation algébrique de Lyapunov*

$$S + A^T S + SA = C^T C \quad (1.36)$$

admet une solution unique symétrique et définie positive ([37]), il en sera de même pour l'équation algébrique (3.17). Cette solution unique peut être exprimée comme suit

$$\bar{S} = TS^{-1}T \quad \text{avec} \quad T = \begin{pmatrix} 0_p & \dots & 0_p & I_p \\ \vdots & 0_p & I_p & 0_p \\ 0_p & I_p & 0_p & \vdots \\ I_p & 0_p & \dots & 0_p \end{pmatrix}$$

Et compte tenu de cette relation ainsi que de l'expression $S^{-1}C^T$ donnée dans [28], on obtient

$$B^T \bar{S} = CS^{-1}T = [C_q^q \ C_q^{q-1} \ \dots \ C_q^1]$$

Cette loi de commande avec retour d'état réalise bien l'objectif de poursuite considéré (3.12) comme l'indique le résultat fondamental suivant

Théorème 1.6. *Les trajectoires d'état et de sortie du système (1.22)-(1.24) soumis aux hypothèses $\mathcal{H}1$ et $\mathcal{H}2$ où l'entrée u est donnée par (3.14)-(3.16) convergent globalement exponentiellement vers celles du modèle de référence (3.8) pour des valeurs de λ relativement grandes.*

Remarque 1.10. *Les gains de commande avec retour d'état dépend d'une fonction de synthèse K_c bornée complètement caractérisée par la propriété (3.16). Dans ce qui suit, on donne quelques fonctions de synthèse satisfaisant cette propriété.*

- *Les fonctions de synthèse de type grand gain données par*

$$K_c(\xi) = \xi$$

On notera que cette fonction vérifie la condition requise sur tout compact de \mathbb{R}^p .

- Les fonctions de synthèse de type modes glissants données par

$$K_c(\xi) = k_c \operatorname{sign}(\xi)$$

où k_c est un scalaire positif et 'sign' est la fonction signe usuelle. On notera que la condition (3.16) est toujours vérifiée dans le cas des systèmes à entrées bornées-états bornés. Cependant, ces fonctions ne peuvent pas être utilisées comme telles dans la pratique car la fonction signe induit un phénomène de réticence.

- Les fonctions de synthèse communément utilisées dans la pratique des méthodes à modes glissants pour s'affranchir du phénomène de réticence, notamment

$$K_c(\xi) = k_c \tanh(\xi)$$

où \tanh signifie la fonction tangente hyperbolique et k_c est un scalaire positif. Il est aisé de voir que cette fonction vérifie bien la condition (3.16) pour des valeurs relativement grandes de k .

Il est important de remarquer que le choix de la fonction de synthèse K_c ne se limite pas aux fonctions présentées ci-dessus. D'autres expressions valables pour K_c peuvent être obtenues en considérant par exemple l'inverse de la fonction tangente ou en additionnant des fonctions de type grand gain avec les fonctions de type modes glissants.

1.3.3 Commande avec retour de sortie

La commande avec retour de sortie considérée est obtenue par une application naturelle du principe d'équivalence certitude. On remplace l'état du système, qui n'est pas toujours accessible à la mesure, par une estimée provenant d'un observateur du type grand gain. Ce dernier est une adaptation à la classe des systèmes considérée de la famille d'observateurs du type grand gain proposée dans [26]. La loi de commande avec retour d'état incorporant un observateur considérée est donnée par

$$u(\hat{x}) = (b(\hat{x}))^+ (\dot{\hat{x}}_r^q - \varphi^q(x_r) + \nu(\hat{e})) \quad (1.37)$$

avec

$$\nu(\hat{e}) = -K_c (\lambda^q B^T \bar{S} \Delta_\lambda \hat{e}) = -K_c (\lambda^q B^T \bar{S} \Delta_\lambda (\hat{x} - x_r)) \quad (1.38)$$

et

$$\dot{\hat{x}} = A\hat{x} + B\nu(\hat{e}) + \varphi(\hat{x}) - \varphi(x_r) - \theta \Delta_\theta S^{-1} C^T C (\hat{x} - x) \quad (1.39)$$

où $\hat{e} \in \mathbb{R}^n$ désigne une estimée de l'erreur de poursuite d'état e , Δ_θ est une matrice diagonale définie comme la matrice Δ_λ (équation 3.15)) pour le réel $\theta > 0$ et la matrice S est donnée par (1.36).

Compte tenu des équations du système d'erreur (3.13) et de la loi de commande avec retour de sortie (1.37)-(1.39), le système de commande avec retour de sortie peut être décrit par les équations d'état de l'observateur de l'erreur de poursuite et de l'erreur d'observation $\varepsilon = \hat{x} - x$ respectivement données par

$$\dot{\hat{e}} = A\hat{e} + B\nu(\hat{e}) + \varphi(\hat{e} + x_r) - \varphi(x_r) - \theta\Delta_\theta S^{-1}C^T C\varepsilon \quad (1.40)$$

et

$$\dot{\varepsilon} = A\varepsilon + B(b(\hat{x}) - b(x))u(\hat{x}) + \varphi(\hat{x}) - \varphi(x_r) - \theta\Delta_\theta^{-1}S^{-1}C^T C\varepsilon \quad (1.41)$$

Le système de commande avec retour de sortie réalise bien les performances requises en poursuite pour la classe considérée des systèmes comme l'indique le résultat fondamental suivant.

Théorème 1.7. *Le système de commande avec retour d'état incorporant un observateur décrit par les équations (1.40)-(1.41) réalise asymptotiquement une poursuite parfaite, i.e. $\lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = 0$, pourvu que les hypothèses $\mathcal{H}1$ et $\mathcal{H}2$ soient vraies.*

Remarque 1.11. *Le concept grand gain permet de satisfaire les propriétés requises par le théorème de séparation et garantir une poursuite parfaite dans le cas de perturbations d'état et/ou de sortie du type impulsionnel. Par ailleurs, il a été montré que l'on peut incorporer relativement facilement une action intégrale filtrée dans la synthèse du système de commande pour réaliser un rejet asymptotique de perturbations d'état et/ou de sortie du type échelon tout en garantissant une insensibilité vis-à-vis des bruits de mesure inéluctables ([45], [46])*

Remarque 1.12. *Le problème de poursuite a été particulièrement traité pour des systèmes sans zéros. Des résultats fondamentaux analogues peuvent être obtenus dans le cas d'un problème de poursuite pour des systèmes non linéaires commandables et uniformément observables dont la dynamique des zéros est exponentiellement stable.*

1.4 Conclusion

Ce chapitre a été consacré aux principaux éléments d'observation et de commande des systèmes non linéaires qui sont requis pour les contributions qui ont été faites d'une part et pourquoi pas pour une lecture agréable de ce document. Il est composé de trois parties. La première partie est un rappel concis sur les notions essentielles d'observabilité des systèmes non linéaires avec une attention particulière à la caractérisation des systèmes observables pour toute entrée. La seconde partie est consacrée la synthèse des observateurs

pour les systèmes multivariables observables pour toute entrée. Deux observateurs du type grand gain ont été particulièrement utilisés pour illustrer cette synthèse. Le premier est un observateur réalise une estimation précise des variables d'état, alors que le second est un observateur adaptatif qui réalise une estimation conjointe précise des variables d'état et des paramètres. Les hypothèses de synthèse et la simplicité de mise en oeuvre des observateurs sont particulièrement mises en évidence. La troisième partie est dédiée à un asservissement du type grand gain. Ce dernier est issu d'une commande avec retour d'état du type grand gain incorporant un observateur du type grand gain. l'observation et la synthèse d'observateurs des systèmes dynamiques. Ce type de commande a été privilégié pour l'avoir utilisé dans les asservissements des moteurs asynchrones proposés. Comme pour la synthèse des observateurs, des remarques pertinentes ont été faites sur le caractère unificateur du concept du grand gain adopté.

Observateur grand gain

Le problème d'observation et de synthèse des observateurs sans capteurs mécaniques pour les moteurs asynchrones a connu une attention particulière au cours des dernières années. Des résultats probants sont disponibles dans la littérature et ont été d'ores et déjà corroborés par des validations expérimentales réussies ([51], [98], [90], [39], [101], [102], [103], [104], [17], [106], [72], [44], [42], [41], [21]). Les performances réalisées sont étroitement liées à la précision des modèles de synthèse sous-jacents. Un observateur du type grand gain a été proposé dans [90] et se distingue par sa simplicité de mise en oeuvre et de spécification des performances. L'estimation des variables d'état sous-jacente est réalisée en cascade. Les flux et la vitesse du moteur sont d'abord estimés à partir des mesures disponibles sur les courants et tensions statoriques. La vitesse estimée est ensuite utilisée comme une mesure pour estimer le couple de charge. Deux observateurs ont été proposés dans [42] et [41] pour réaliser une estimation conjointe des variables mécaniques et magnétiques au prix d'une mise en oeuvre relativement lourde. Le premier observateur est basé sur le concept de modes glissants de premier ordre et hérite ainsi de ses problématiques de mise en oeuvre de la fonction signe et de la spécification des paramètres de synthèse particulièrement introduits pour des considérations de faisabilité des calculs intrinsèques à une perte de la propriété d'observabilité. Le second observateur requiert la résolution d'un grand nombre d'équations différentielles, i.e. 6 équations différentielles pour l'estimation des variables d'état considérées et 12 équations différentielles pour l'adaptation des gains de l'observateur. On notera que ces deux observateurs utilisent une estimation en boucle ouverte lorsque le moteur fonctionne au voisinage ou dans son domaine d'inobservabilité qui peut induire une divergence l'erreur d'observation. Un observateur interconnecté a été proposé dans [105] en adoptant une approche grand gain à partir d'une décomposition judicieuse du modèle d'observation du modèle du moteur asynchrone en une cascade de deux sous-systèmes. Des observateurs adaptatifs ont été proposés dans [101], [102], [72], [17], [106] et [44] pour garantir une bonne robustesse par rapport aux incertitudes paramétriques et aux bruits de mesures inéluctables. Les contributions [101] et [102] ont été particulièrement développées à partir du concept d'immersion pour la synthèse d'observateurs des systèmes qui est présenté d'une manière compréhensive dans [9]. L'observateur adaptatif utilisé dans [17] et [106] est une extension de l'observateur

interconnecté proposé dans [105] en vue d'une estimation de la résistance statorique. Dans les contributions [72] et [44], les variables magnétiques sont estimées par des observateurs, alors que les variables mécaniques sont considérées comme des paramètres variants dans le temps et déterminées par des algorithmes d'adaptation paramétriques adéquats.

Ce chapitre est consacré à la synthèse d'un observateur des moteurs à induction sans capteurs mécaniques qui permet de réaliser une estimation relativement consistante des grandeurs mécaniques et magnétiques à partir des mesures disponibles des courants et tensions statoriques ([21]). Cette synthèse est réalisée à partir de deux résultats fondamentaux. Le premier concerne la synthèse d'un observateur du type grand gain pour une classe de systèmes perturbés incluant les modèles d'observation des moteurs à induction, alors que le second consiste en une analyse vigoureuse de l'observabilité des moteurs à induction. Outre la simplicité de mise en oeuvre de l'observateur, le gain d'observation a été judicieusement modifié pour des considérations de faisabilité des calculs lorsque le moteur est amené à fonctionner dans des conditions incompatibles avec sa condition d'observabilité. Un problème d'observation, conçu pour une analyse ingénieuse des performances des observateurs des moteurs à induction sans capteurs mécaniques, a été traité pour mieux appréhender les performances de l'observateur proposé, notamment la robustesse en stabilité par rapport aux incertitudes paramétriques inéluctables et à la perte de la condition d'observabilité.

Le chapitre est particulièrement organisé en cinq paragraphes. Le premier paragraphe est dédié à la synthèse d'un observateur pour les systèmes perturbés. L'analyse de l'observabilité des moteurs à induction est présentée au deuxième paragraphe. Le troisième paragraphe est consacré à la synthèse d'un observateur des moteurs à induction sans capteurs mécaniques. Les résultats obtenus aussi bien en simulation que lors d'une validation expérimentale à partir du problème d'observation type considéré sont donnés au quatrième paragraphe. Le cinquième paragraphe est une conclusion du chapitre avec une attention particulière sur les aspects de synthèse de l'observateur des moteurs à induction proposé.

2.1 Observateur des systèmes perturbés

Ce paragraphe est consacré à une contribution fondamentale issue des résultats fondamentaux disponibles en matière d'observation des systèmes non linéaires ([28], [35], [48]). Cette contribution concerne la classe de systèmes non linéaires perturbés décrits par

$$\begin{cases} \dot{x} = f(u, x) + B_\sigma \varepsilon \\ y = Cx \end{cases} \quad (2.1)$$

avec

$$x = \begin{pmatrix} x^1 \\ x^2 \\ \vdots \\ x^{q-1} \\ x^q \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad f(u, x) = \begin{pmatrix} f^1(u, x) \\ f^2(u, x) \\ \vdots \\ f^{q-1}(u, x) \\ f^q(u, x) \end{pmatrix} \quad (2.2)$$

$$B_\sigma = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \dots & 1 \end{pmatrix}^T \quad \text{et} \quad C = \begin{pmatrix} I_p & 0_p & \dots & 0_p \end{pmatrix} \quad (2.3)$$

où $x \in \mathbb{R}^n$ avec $x^k \in \mathbb{R}^p$ pour $k \in [1, q]$ et $n = pq$ désigne l'état du système, $u \in U$ un compact de \mathbb{R}^m et $y \in \mathbb{R}^p$ désignent respectivement l'entrée et la sortie du système et $\varepsilon : \mathbb{R} \mapsto \mathbb{R}$ est une fonction bornée qui représente les perturbations qui affectent le fonctionnement du système, i.e.

$$\exists \delta > 0 / \quad |\varepsilon(t)| \leq \delta \quad \text{pour tout } t \quad (2.4)$$

La synthèse de l'observateur est effectuée en supposant qu'il existe un difféomorphisme lipschitzien $\Phi : x \in \mathbb{R}^n \mapsto z = \Phi(x) \in \mathbb{R}^n$ qui permet de récrire le système (2.1) sous la forme triangulaire d'observabilité donnée par

$$\begin{cases} \dot{z} = Az + \varphi(u, z) + Bb(z)\varepsilon \\ y = Cz \end{cases} \quad (2.5)$$

avec

$$z = \begin{pmatrix} z^1 \\ z^2 \\ \vdots \\ z^{q-1} \\ z^q \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad \varphi(u, z) = \begin{pmatrix} \varphi^1(u, z^1) \\ \varphi^2(u, z^1, z^2) \\ \vdots \\ \varphi^{q-1}(u, z^1, \dots, z^{q-1}) \\ \varphi^q(u, z) \end{pmatrix} \quad (2.6)$$

$$A = \begin{pmatrix} 0 & I_p & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I_p \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 0_p \\ \vdots \\ 0_p \\ I_p \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad C = \begin{pmatrix} I_p & 0_p & \dots & 0_p \end{pmatrix} \quad (2.7)$$

où le nouvel état $z \in \mathbb{R}^n$ est décomposé de la même manière que l'état $x \in \mathbb{R}^n$, i.e. $z^k \in \mathbb{R}^p$ pour $k \in [1, q]$ et $n = pq$ et $b(z)$ est une matrice bornée de dimension $p \times p$.

Comme la forme triangulaire (2.5) est observable pour toute entrée, il est possible de

concevoir un observateur du système dans la base associée au système de coordonnées z . On notera toutefois que la mise en oeuvre dans le système de coordonnées originales requiert une inversion de la matrice jacobienne associée au difféomorphisme Φ . Cette inversion matricielle pourrait induire des problèmes de mise en oeuvre de l'observateur sur un système embarqué de bon marché. Pour pallier ce problème, on se propose de concevoir l'observateur du type grand gain du système (2.5) de telle sorte que sa mise en oeuvre dans le système de coordonnées originales ne nécessite pas systématiquement le calcul de toutes les entrées de l'inverse de la matrice jacobienne. Pour ce faire, on adoptera l'hypothèse intrinsèque à une synthèse du type grand gain, en l'occurrence

HGL La fonction φ est globalement lipschitzienne par rapport à z , uniformément en u .

et on utilisera la décomposition suivante de l'inverse de la Jacobienne

$$\left(\frac{\partial\Phi}{\partial x}(\hat{x})\right)^{-1} = \Lambda_U(\hat{x}) + \Lambda_L(\hat{x}) \quad (2.8)$$

où $\Lambda_U(\hat{x})$ est une matrice bloc triangulaire supérieure et $\Lambda_L(\hat{x})$ est une matrice bloc triangulaire inférieure satisfaisant la condition structurelle suivante

$$\Gamma(\hat{x}) = \left(\frac{\partial\Phi}{\partial x}(\hat{x})\right) \Lambda_L(\hat{x}) \quad (2.9)$$

est une matrice bloc triangulaire inférieure avec des zéros sur la diagonale.

En effet, le système dynamique suivant est un observateur du système doté d'une simplicité de mise en oeuvre avec une convergence admissible de l'erreur d'observation sous-jacente.

$$\dot{\hat{x}} = f(u, \hat{x}) - \theta \Lambda_U(\hat{x}) \Delta_\theta^{-1} K (C\hat{x} - y) \quad (2.10)$$

avec

$$\Delta_\theta = \text{diag} \left(I_p, \frac{1}{\theta} I_p, \dots, \frac{1}{\theta^{q-1}} I_p \right) \quad (2.11)$$

où $\hat{x} \in \mathbb{R}^n$ n'est autre que l'état estimé que l'on peut décomposer comme l'état du système, i.e.

$$\hat{x} = \begin{pmatrix} \hat{x}^1 \\ \hat{x}^2 \\ \vdots \\ \hat{x}^q \end{pmatrix} \quad \text{avec } \hat{x}^k \in \mathbb{R}^p$$

θ est un scalaire positif et K est une matrice de dimension $n \times p$ telle que le spectre de la matrice $A - KC$ est situé dans le domaine de stabilité asymptotique.

Le résultat fondamental suivant stipule que le système dynamique (2.10) constitue bien

un observateur du système (2.1) et précise l'admissibilité de l'erreur d'observation sous-jacente

Théorème 2.1. *Considérons le le système (2.1) et supposons qu'il peut se mettre sous la forme triangulaire (2.5) avec une fonction φ satisfaisant l'hypothèse \mathcal{HGL} , alors le système dynamique (2.10) est un observateur du système (2.1) réalisant les propriétés suivantes*

$\mathcal{P}1$. *L'erreur d'observation converge exponentiellement vers zéro en l'absence de perturbations; i.e. $\varepsilon(t) = 0$ pour tout t .*

$\mathcal{P}2$. *Dans le cas où $\varepsilon(t) \neq 0$ pour tout t , l'erreur d'observation est bornée et sa borne peut être rendu aussi petite que désiré en choisissant des valeurs suffisamment grandes du parameter de synthèse θ .*

Démonstration. Notons d'abord que l'équation de l'observateur (2.10) peut se récrire dans le système de coordonnées z comme suit

$$\begin{aligned}\dot{\hat{z}} &= A\hat{z} + \varphi(u, \hat{z}) - \theta \left(\frac{\partial \Phi}{\partial x}(\hat{x}) \right) \Lambda_U \Delta_\theta^{-1} KC(\hat{z} - z) \\ &= A\hat{z} + \varphi(u, \hat{z}) - \theta \Delta_\theta^{-1} KC(\hat{z} - z) \\ &\quad + \theta \left(\frac{\partial \Phi}{\partial x}(\hat{x}) \right) \left(\left(\frac{\partial \Phi}{\partial x}(\hat{x}) \right)^{-1} - \Lambda_U(\hat{x}) \right) \Delta_\theta^{-1} KC(\hat{z} - z)\end{aligned}\quad (2.12)$$

En effet, l'équation du système (2.12) peut bien se récrire dans le système de coordonnées original comme suit

$$\begin{aligned}\dot{\hat{x}} &= f(u, \hat{x}) - \left(\frac{\partial \Phi}{\partial x}(\hat{x}) \right)^{-1} \times \dots \\ &\quad \left(\theta \Delta_\theta^{-1} KC(\hat{z} - z) - \theta \left(\frac{\partial \Phi}{\partial x}(\hat{x}) \right) \left(\left(\frac{\partial \Phi}{\partial x}(\hat{x}) \right)^{-1} - \Lambda_U(\hat{x}) \right) \Delta_\theta^{-1} KC(\hat{z} - z) \right) \\ &= f(u, \hat{x}) - \theta \left(\frac{\partial \Phi}{\partial x}(\hat{x}) \right)^{-1} \Delta_\theta^{-1} KC(\hat{z} - z) + \theta \left(\left(\frac{\partial \Phi}{\partial x}(\hat{x}) \right)^{-1} - \Lambda_U(\hat{x}) \right) \Delta_\theta^{-1} KC(\hat{z} - z) \\ &= f(u, \hat{x}) - \theta \Lambda_U(\hat{x}) \Delta_\theta^{-1} KC(\hat{x} - x)\end{aligned}\quad (2.13)$$

Et compte tenu de l'équivalence des équations (2.13) et (2.10) de l'observateur, on peut démontrer le théorème en prouvant que le système (2.12) est un observateur pour le système (2.5) satisfaisant les propriétés $\mathcal{P}1$ et $\mathcal{P}2$. On adoptera pour ce faire une approche Lyapunov en utilisant les identités usuelles suivantes

$$\Delta_\theta A \Delta_\theta^{-1} = \theta A \quad \text{et} \quad C \Delta_\theta^{-1} = C \quad (2.14)$$

et l'erreur d'observation normalisée définie par

$$\bar{z} = \Delta_\theta \tilde{z} \text{ avec } \tilde{z} = \hat{z} - z \quad (2.15)$$

où Δ_θ est la matrice diagonale donnée par (2.11) et \hat{z} et z ne sont autres que les trajectoires d'état des systèmes (2.12) et (2.5). On peut établir aisément les équations des dérivées par rapport au temps de l'erreur d'observation et de l'erreur d'observation normalisée qui seront utilisées lors de l'analyse de convergence de l'observateur, soit

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{z}} &= A\tilde{z} + \varphi(u, \hat{z}) - \varphi(u, z) - \theta \Delta_\theta^{-1} KC(\hat{z} - z) \\ &\quad - \theta \left(\frac{\partial \Phi}{\partial x}(\hat{x}) \right) \left(\left(\frac{\partial \Phi}{\partial x}(\hat{x}) \right)^{-1} - \Lambda_U(\hat{x}) \right) \Delta_\theta^{-1} KC(\hat{z} - z) - Bb(z)\varepsilon \\ &= A\tilde{z} + \varphi(u, \hat{z}) - \varphi(u, z) \\ &\quad - \theta \Delta_\theta^{-1} KC\tilde{z} - \theta \left(\frac{\partial \Phi}{\partial x}(\hat{x}) \right) \Lambda_L(\hat{x}) \Delta_\theta^{-1} KC\tilde{z} - Bb(z)\varepsilon \end{aligned} \quad (2.16)$$

et

$$\begin{aligned} \dot{\bar{z}} &= \Delta_\theta A \Delta_\theta^{-1} \bar{z} + \Delta_\theta (\varphi(u, \hat{z}) - \varphi(u, z)) - \theta \Delta_\theta \left(\frac{\partial \Phi}{\partial x}(\hat{x}) \right) \Lambda_L(\hat{x}) \Delta_\theta^{-1} KC \Delta_\theta^{-1} \bar{z} \\ &\quad - \theta KC \Delta_\theta^{-1} \bar{z} - \Delta_\theta Bb(z)\varepsilon \\ &= \theta \bar{A} \bar{z} + \Delta_\theta (\varphi(u, \hat{z}) - \varphi(u, z)) - \theta \Delta_\theta \left(\frac{\partial \Phi}{\partial x}(\hat{x}) \right) \Lambda_L(\hat{x}) \Delta_\theta^{-1} KC \bar{z} - B \frac{b(z)}{\theta^{q-1}} \varepsilon \\ &= \theta \bar{A} \bar{z} + \Delta_\theta (\varphi(u, \hat{z}) - \varphi(u, z)) \\ &\quad - \theta \Delta_\theta \left(\frac{\partial \Phi}{\partial x}(\hat{x}) \right) \Lambda_L(\hat{x}) \Delta_\theta^{-1} KC \bar{z} - B \frac{b(z)}{\theta^{q-1}} \varepsilon \end{aligned} \quad (2.17)$$

où la dernière égalité de l'équation d'erreur d'observation (2.16) provient de la décomposition (2.8) de l'inverse de la matrice jacobienne $\left(\frac{\partial \Phi}{\partial x}(\hat{x}) \right)^{-1}$ et $\bar{A} = A - KC$

Considérons maintenant la fonction de Lyapunov candidate $V : \bar{z} \in \mathbb{R}^n \mapsto V(\bar{z}) = \bar{z}^T P \bar{z} \in \mathbb{R}^+$ où $P = T^P > 0$ est une matrice symétrique définie positive satisfaisant l'inégalité suivante

$$\bar{A}^T P + P \bar{A} \leq -aP \quad (2.18)$$

où $a > 0$ est un scalaire positif. On montre aisément que la matrice P existe car \bar{A} est Hurwitz et compte tenu de la définition de l'erreur d'observation normalisée (2.15) et des relations (2.4), (2.9), (2.14) et (2.18), on peut en déduire que la dérivée par rapport au

temps de la fonction V vérifie bien les égalités et inégalités suivantes

$$\begin{aligned}
\dot{V}(\bar{z}) &= 2\bar{z}^T P \dot{\bar{z}} \\
&= 2\theta\bar{z}^T P \bar{A}\bar{z} + 2\bar{z}^T P \Delta_\theta (\varphi(u, \hat{z}) - \varphi(u, z)) \\
&\quad - 2\theta\bar{z}^T P \Delta_\theta \left(\frac{\partial \Phi}{\partial x}(\hat{x}) \right) \Lambda_L(\hat{x}) \Delta_\theta^{-1} K C \bar{z} - 2\bar{z}^T P B \frac{b(z)}{\theta^{q-1}} \varepsilon \\
&\leq -a\theta V + 2\|P\bar{z}\| \|\Delta_\theta (\varphi(u, \hat{z}) - \varphi(u, z))\| \\
&\quad + 2\theta \|K C\| \|P\bar{z}\| \|\Delta_\theta \left(\frac{\partial \Phi}{\partial x}(\hat{x}) \right) \Lambda_L(\hat{x}) \Delta_\theta^{-1}\| \|\bar{z}\| + 2\|P\bar{z}\| \|b(z)\| \frac{\|\varepsilon(t)\|}{\theta^{q-1}} \\
&\leq -a\theta V + 2\sqrt{\lambda_M(P)}\sqrt{V} \sum_{k=1}^q \frac{1}{\theta^{k-1}} \|\varphi^k(u, \hat{z}) - \varphi^k(u, z)\| \\
&\quad + 2\sqrt{\mu(P)} \|K C\| \|\Delta_\theta \left(\frac{\partial \Phi}{\partial x}(\hat{x}) \right) \Lambda_L(\hat{x}) \Delta_\theta^{-1}\| V + 2\sqrt{\lambda_M(P)} \frac{\bar{b}\delta}{\theta^{q-1}} \sqrt{V} \\
&= -a\theta V + 2\sqrt{\lambda_M(P)}\sqrt{V} \sum_{k=1}^q \frac{1}{\theta^{k-1}} \|\varphi^k(u, \hat{z}) - \varphi^k(u, z)\| \\
&\quad + 2\mu(P) \|K C\| \|\Delta_\theta \Gamma(\hat{x}) \Delta_\theta^{-1}\| V + 2\sqrt{\lambda_M(P)} \frac{\bar{b}\delta}{\theta^{q-1}} \sqrt{V}
\end{aligned} \tag{2.19}$$

avec

$$\mu(P) = \frac{\lambda_M(P)}{\lambda_m(P)} \quad \text{et} \quad \bar{b} = \sup_{z \in \mathbb{R}^{pq}} \|b(z)\| \tag{2.20}$$

Par ailleurs, comme φ est une fonction lipschitzienne (hypothèse \mathcal{HGL}), alors $\frac{\partial \varphi}{\partial z}(\xi)$ est bornée pour tout $\xi \in \mathbb{R}^n$. Et compte tenu du théorème de la valeur moyenne et de la structure triangulaire de φ , il existe $\exists \xi \in \mathbb{R}^n$ tel que

$$\varphi(u, \hat{z}) - \varphi(u, z) = \frac{\partial \varphi}{\partial z}(\xi) \tilde{z} = \begin{pmatrix} \frac{\partial \varphi_1}{\partial z_1}(\xi_{11}) & 0 & \cdots & 0 \\ \frac{\partial \varphi_2}{\partial z_1}(\xi_{21}) & \frac{\partial \varphi_2}{\partial z_2}(\xi_{22}) & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial \varphi_q}{\partial z_1}(\xi_{q1}) & \frac{\partial \varphi_q}{\partial z_2}(\xi_{q2}) & \cdots & \frac{\partial \varphi_q}{\partial z_p}(\xi_{qq}) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \tilde{z}_1 \\ \tilde{z}_2 \\ \vdots \\ \tilde{z}_q \end{pmatrix} \tag{2.21}$$

Cette relation permet de déduire que

$$\begin{aligned}
\sum_{k=1}^q \frac{1}{\theta^{k-1}} \|\varphi^k(u, \hat{z}) - \varphi^k(u, z)\| &\leq \rho \sum_{k=1}^q \frac{1}{\theta^{k-1}} \sum_{l=1}^k \|\tilde{z}^l\| \\
&= \rho \sum_{k=1}^q \frac{1}{\theta^{k-1}} \sum_{l=1}^k \|\theta^{l-1} \tilde{z}^l\| \\
&= \rho \sum_{k=1}^q \sum_{l=1}^k \theta^{l-k} \|\tilde{z}^l\|
\end{aligned} \tag{2.22}$$

où $\rho = \sup \left\{ \left\| \frac{\partial \Phi}{\partial x}(x) \right\| \right\}$ pour $x \in \mathbb{R}^n$ et $\|u\|_\infty \leq \sigma \in \mathbb{R}^+$. Et pour $\theta \geq 1$, nous avons $\theta^{l-k} \leq 1$ pour $\ell \leq k$ et l'inégalité (2.22) devient

$$\sum_{k=1}^q \frac{1}{\theta^{k-1}} \|\varphi^k(u, \hat{z}) - \varphi^k(u, z)\| \leq \frac{q^2 \rho \sqrt{V}}{\sqrt{\lambda_m(P)}} \quad (2.23)$$

De même, en utilisant l'hypothèse \mathcal{HGL} , on montre que $\|\Gamma(\hat{x})\|$ est bornée. Et comme Δ_θ et Δ_θ^{-1} sont deux matrices diagonales et $\Gamma(\hat{x})$ est une matrice triangulaire inférieure avec des zéros sur sa diagonale principale, on aura

$$\theta \Delta_\theta \Gamma(\hat{x}) \Delta_\theta^{-1} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ \Gamma_{21} & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ \frac{1}{\theta} \Gamma_{31} & \Gamma_{32} & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{1}{\theta^{q-1}} \Gamma_{q1} & \frac{1}{\theta^{q-2}} \Gamma_{q2} & \frac{1}{\theta^{q-3}} \Gamma_{q3} & \cdots & 0 \end{pmatrix} \quad (2.24)$$

où Γ_{ij} n'est autre que l'élément (i, j) de la matrice Γ . On peut alors en déduire que pour $\theta \geq 1$, il existe un scalaire positif γ indépendant de θ qui vérifie la propriété suivante

$$\|\theta \Delta_\theta \Gamma(\hat{x}) \Delta_\theta^{-1}\| \leq \gamma \quad (2.25)$$

Compte tenu des inégalités (2.23) et (2.25), l'inégalité (2.19) devient

$$\begin{aligned} \dot{V} &\leq -a\theta V + 2q^2 \rho \mu(P) V + 2\mu(P) \|KC\| \gamma V + 2\sqrt{\lambda_M(P)} \frac{\bar{b}\delta}{\theta^{q-1}} \sqrt{V} \\ &= -a(\theta - c) V + 2\sqrt{\lambda_M(P)} \frac{\bar{b}\delta}{\theta^{q-1}} \sqrt{V} \end{aligned} \quad (2.26)$$

où $c = \frac{2\mu(P)}{a} (q^2 \rho + 2\gamma \|KC\|)$. Et comme la fonction V est définie positive, on peut récrire l'inégalité (2.26) sous la forme

$$\frac{\dot{V}}{\sqrt{V}} + a(\theta - c) \sqrt{V} - 2\sqrt{\lambda_M(P)} \frac{\bar{b}\delta}{\theta^{q-1}} \leq 0 \quad (2.27)$$

En intégrant les deux membres de (2.27) sur l'intervalle $[0, t]$ avec $\theta > \max(c, 1)$, on a

$$\sqrt{V(\bar{z}(t))} \leq e^{-\frac{a(\theta-c)}{2}t} \sqrt{V(\bar{z}(0))} + 2\sqrt{\lambda_M(P)} \frac{\bar{b}\delta}{a\theta^{q-1}(\theta - c)} \quad (2.28)$$

Et compte tenu du fait que $\lambda_m(P) \bar{z}^T \bar{z} \leq \bar{z}^T P \bar{z} \leq \lambda_M(P) \bar{z}^T \bar{z}$, on peut récrire (2.28) comme suit

$$\|\bar{z}(t)\| \leq \sqrt{\mu(P)} e^{-\frac{a(\theta-c)}{2}t} \|\bar{z}(0)\| + 2\sqrt{\mu(P)} \frac{\bar{b}\delta}{a\theta^{q-1}(\theta - c)} \quad (2.29)$$

Par ailleurs, puisque $\theta \geq 1$, on peut obtenir l'inégalité suivante à partir des expressions (2.11) et (2.15)

$$\|\bar{z}\| \leq \|\tilde{z}\| \leq \theta^{q-1} \|\bar{z}\| \quad (2.30)$$

Et en combinant (2.29) avec (2.30), on obtient

$$\|\tilde{z}(t)\| \leq \sqrt{\mu(P)} \theta^{q-1} e^{-\frac{a(\theta-c)}{2}t} \|\tilde{z}(0)\| + 2\sqrt{\mu(P)} \frac{\bar{b}\delta}{a(\theta-c)} \quad (2.31)$$

l'inégalité montre clairement que l'erreur d'observation vérifie bien les propriétés $\mathcal{P}1$ et $\mathcal{P}2$; En effet, elle converge exponentiellement vers zéro en absence des perturbations, i.e. $\delta = 0$, et admet une borne $\frac{2\bar{b}\delta\sqrt{\mu(S)}}{a(\theta-c)}$ en présence des perturbations que l'on peut rendre arbitrairement petite en choisissant des valeurs suffisamment grandes pour θ . \square

2.2 Un observateur des moteurs asynchrones

Une attention particulière a été réservée au problème d'observabilité et de synthèse d'observateurs pour les moteurs asynchrones sans capteurs mécaniques. Des résultats probants, dédiés à cette problématique, ont été obtenus dans les thèses [39], [103] et [104] et corroborés avec des validations expérimentales réussies. On présente dans ce qui suit une contribution à la synthèse des observateurs pour l'estimation des variables mécaniques et magnétiques des moteurs asynchrones à partir des mesures de courants statoriques et des tensions statoriques à partir d'une analyse d'observabilité appropriée.

2.2.1 Modèle d'observation des machines asynchrones

La synthèse des observateurs pour les machines asynchrones a été effectuée à partir d'une description de son comportement dynamique dans le repère (α, β) en supposant que le couple de charge est une fonction inconnue uniformément continue, i.e. la dérivée par rapport au temps est bornée ([50]). Un tel modèle est donné par les équations

$$\begin{cases} \dot{i} = NF(\omega)\psi - \gamma i + \frac{1}{\sigma L_s} u \\ \dot{\psi} = -F(\omega)\psi + \frac{M}{T_r} i \\ \dot{\omega} = \frac{pM}{JL_r} i^T J_2 \psi - \frac{1}{J} \tau_c \\ \dot{\tau}_c = \varepsilon(t) \end{cases} \quad (2.32)$$

où $i = \begin{pmatrix} i_1 \\ i_2 \end{pmatrix}$, $\psi = \begin{pmatrix} \psi_1 \\ \psi_2 \end{pmatrix}$, $u = \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \end{pmatrix}$, ω et τ_c désignent respectivement les courants statoriques, les flux rotoriques, les tensions d'alimentation statoriques, la vitesse mécanique du moteur et le couple de charge, $\varepsilon : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ est une fonction bornée

inconnue, $F(\omega) = \frac{1}{T_r} I_2 - p\omega J_2$ où $J_2 = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, J est le moment d'inertie du rotor, p est le nombre des paires de pôles et T_r , σ , N et γ sont des paramètres définis comme suit

$$T_r = \frac{L_r}{R_r}, \quad \sigma = 1 - \frac{M^2}{L_s L_r}, \quad N = \frac{M}{\sigma L_s L_r} \text{ et } \gamma = \frac{R_s}{\sigma L_s} + \frac{R_r M^2}{\sigma L_s L_r^2}$$

où R_s , R_r sont respectivement les résistances du stator et du rotor, L_s , L_r sont respectivement les inductances du stator et du rotor et M est l'inductance mutuelle entre le stator et le rotor.

Pour apprécier que les équations du moteur (2.32) constituent bien un modèle d'observation, il suffit de remarquer qu'elles peuvent se récrire sous la forme

$$\begin{cases} \dot{x} = f(u, x) + B_m \varepsilon(t) \\ y = C_m x \end{cases} \quad (2.33)$$

avec

$$x = \begin{pmatrix} x^1 \\ x^2 \\ x^3 \end{pmatrix} \quad (2.34)$$

$$x^1 = \begin{pmatrix} x_1^1 \\ x_2^1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} i_1 \\ i_2 \end{pmatrix}, \quad x^2 = \begin{pmatrix} x_1^2 \\ x_2^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \psi_1 \\ \psi_2 \end{pmatrix} \text{ et } x^3 = \begin{pmatrix} x_1^3 \\ x_2^3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \omega \\ \tau_c \end{pmatrix} \quad (2.35)$$

$$f(x) = \begin{pmatrix} NF(x_1^3)x^2 - \gamma x^1 + \frac{1}{\sigma L_s} u \\ -F(x_1^3)x^2 + \frac{M}{T_r} x^1 \\ \frac{pM}{JL_r} x^{1T} J_2 x^2 - \frac{1}{J} x_2^3 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (2.36)$$

$$B_m = \begin{pmatrix} 0_{5 \times 1} \\ 1 \end{pmatrix} \text{ et } C_m = \begin{pmatrix} I_2 & 0_2 & 0_2 \end{pmatrix} \quad (2.37)$$

Ce modèle sera utilisé pour la conception d'un observateur pour les moteurs asynchrones sans capteurs mécaniques en utilisant l'approche de synthèse grand gain présentée ci dessus avec une attention particulière aux conditions requises, notamment la condition d'observabilité.

2.2.2 Observabilité des moteurs asynchrones

L'analyse d'observabilité des moteurs asynchrones a été particulièrement étudiée dans [111] et [55] sans aucune attention aux aspects de synthèse d'observateur. Une condition suffisante d'observabilité est établie dans [111] après une analyse motivée par des considérations physiques. L'analyse effectuée dans [55] est relativement laborieuse et conduit à une caractérisation du sous-espace d'inobservabilité par une équation différentielle algébrique. Dans ce qui suit, on étudiera l'observabilité du modèle du moteur asynchrone (2.33)-(2.37) en vue de la synthèse d'un observateur réalisant une estimation admissible des variables d'état mécaniques et magnétiques du moteur à partir des mesures disponibles, en l'occurrence les courants et courants statoriques. Pour ce faire, on utilisera une transformation usuelle qui permet de récrire le modèle du moteur sous une forme triangulaire observable et on établira une condition suffisante sous laquelle cette transformation est un difféomorphisme. Cette transformation est donnée par

$$\Phi : \mathbb{R}^6 \rightarrow \mathbb{R}^6, x \mapsto z = \begin{pmatrix} z^1 \\ z^2 \\ z^3 \end{pmatrix} = \Phi(x) = \begin{pmatrix} \Phi^1(x) \\ \Phi^2(x) \\ \Phi^3(x) \end{pmatrix} \quad (2.38)$$

où les transformations $\{\Phi^k\}_{k \in [1,3]}$ sont définies par

$$\begin{aligned} z^1 &= \Phi^1(x) = x^1 \\ z^2 &= \Phi^2(x) = NFx^2 \\ &= N \left(\frac{1}{T_r} I_2 - px_1^3 J_2 \right) x^2 \\ z^3 &= \Phi^3(x) = -pNJ_2 (\dot{x}_1^3 x^2 + x_1^3 \dot{x}^2) \\ &= -pNJ_2 \left(\frac{1}{J} \left(\frac{pM}{L_r} x^{1T} J_2 x^2 - x_2^3 \right) x^2 + x_1^3 \left(-Fx^2 + \frac{M}{T_r} x^1 \right) \right) \end{aligned} \quad (2.39)$$

avec

$$F = \frac{1}{T_r} I_2 - px_1^3 J_2 = \begin{bmatrix} \frac{1}{T_r} & px_1^3 \\ -px_1^3 & \frac{1}{T_r} \end{bmatrix} \quad (2.40)$$

En dérivant les nouvelles variables z^1 , z^2 et z^3 par rapport au temps, on obtient

$$\dot{z}^1 = -\gamma z^1 + N \left(\frac{1}{T_r} I_2 - px_1^3 J_2 \right) x^2 + \frac{1}{\sigma L_s} u = z^2 + -\gamma z^1 + \frac{1}{\sigma L_s} u \quad (2.41)$$

$$\begin{aligned}
\dot{z}^2 &= -pN\dot{x}_1^3 J_2 x^2 + N \left(\frac{1}{T_r} I_2 - p x_1^3 J_2 \right) \dot{x}^2 \\
&= -pN \left(\frac{pM}{JL_r} x^{1T} J_2 x^2 - \frac{1}{J} x_2^3 \right) J_2 x^2 \\
&\quad + N \left(\frac{1}{T_r} I_2 - p x_1^3 J_2 \right) \left(\frac{M}{T_r} x^1 - F x^2 \right) \\
&= -pN \frac{pM}{JL_r} x^{1T} J_2 x^2 J_2 x^2 + \frac{pN}{J} x_2^3 J_2 x^2 + \left(\frac{1}{T_r} I_2 - p x_1^3 J_2 \right) \left(\frac{NM}{T_r} z^1 - z^2 \right) \\
&= \frac{1}{T_r} \left(-z^2 + \frac{NM}{T_r} z^1 \right) \\
&\quad - pN J_2 \left(\left(\frac{pM}{JL_r} x^{1T} J_2 x^2 - \frac{1}{J} x_2^3 \right) x^2 + \left(-F x^2 + \frac{M}{T_r} x^1 \right) \right) x_1^3 \\
&= z^3 + \frac{1}{T_r} \left(-z^2 + \frac{NM}{T_r} z^1 \right)
\end{aligned} \tag{2.42}$$

et

$$\dot{z}^3 = \frac{\partial \Phi^3(x)}{\partial x^1} \dot{x}^1 + \frac{\partial \Phi^3(x)}{\partial x^2} \dot{x}^2 + \frac{\partial \Phi^3(x)}{\partial x_1^3} \dot{x}_1^3 + \frac{\partial \Phi^3(x)}{\partial x_2^3} \dot{x}_2^3 \tag{2.43}$$

La transformation considérée $\Phi : x \mapsto z = \Phi(x)$ permet ainsi de récrire le modèle du moteur asynchrone (2.33)-(2.37) sous une forme triangulaire

$$\begin{cases} \dot{z}^1 = z^2 + \varphi^1(u, z^1) \\ \dot{z}^2 = z^3 + \varphi^2(u, z^1, z^2) \\ \dot{z}^3 = \varphi^3(z) + b(z)\varepsilon(t) \\ y = C_m z = z^1 \end{cases} \tag{2.44}$$

avec

$$\begin{aligned}
\varphi^1(u, z^1) &= -\gamma z^1 + \frac{1}{\sigma L_s} u \\
\varphi^2(u, z^1, z^2) &= \frac{1}{T_r} \left(-z^2 + \frac{MN}{T_r} z^1 \right) \\
\varphi^3(z) &= \frac{\partial \Phi^3(x)}{\partial x^1} \dot{x}^1 + \frac{\partial \Phi^3(x)}{\partial x^2} \dot{x}^2 + \frac{\partial \Phi^3(x)}{\partial x_1^3} \dot{x}_1^3 \\
b(z) &= \frac{\partial \Phi^3(x)}{\partial x_2^3} \dot{x}_2^3 = \frac{pN}{J} J_2 x^2
\end{aligned}$$

Comme cete forme triangulaire (2.44) est observable pour toute entrée, on peut conclure que le modèle (2.33)-(2.37) du moteur asynchrone est observable pour toute entré si et seulement si la transformation $\Phi : x \mapsto z = \Phi(x)$ est un difféomorphisme ou d'une manière équivalente si et seulement sa matrice jacobienne est inversible.

Or compte tenu des relations (2.39) de définition de la transformation $\Phi : x \mapsto z = \Phi(x)$, la matrice jacobienne sous-jacente est donnée par

$$J_\Phi = \begin{bmatrix} I_2 & 0_2 & 0_2 \\ 0_2 & \frac{\partial \Phi^2}{\partial x^2} & \frac{\partial \Phi^2}{\partial x^3} \\ \frac{\partial \Phi^3}{\partial x^1} & \frac{\partial \Phi^3}{\partial x^2} & \frac{\partial \Phi^3}{\partial x^3} \end{bmatrix} \quad (2.45)$$

Cette matrice est régulière si et seulement si la matrice suivante est régulière

$$G_\Phi \triangleq \begin{bmatrix} G_1 & G_2 \\ G_3 & G_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \Phi^2}{\partial x^2} & \frac{\partial \Phi^2}{\partial x^3} \\ \frac{\partial x^2}{\partial \Phi^3} & \frac{\partial x^3}{\partial \Phi^3} \end{bmatrix} \quad (2.46)$$

Et compte tenu du fait que $x^T J_2 x = 0$ pour tout $x \in \mathbb{R}^2$ est toujours vraie et des expressions de définition (2.39) et (2.46) de la transformation $\Phi : x \mapsto z = \Phi(x)$ et de la matrice G_Φ , on a

$$\begin{aligned} G_1(x) &= NF(x_1^3) \\ G_2(x) &= \begin{bmatrix} \frac{\partial \Phi^2}{\partial x_1^3}(x) & \frac{\partial \Phi^2}{\partial x_2^3}(x) \end{bmatrix} = [-pN J_2 x^2 \quad 0_{2 \times 1}] \\ G_3(x) &= -pN J_2 \left(\dot{x}_1^3 I_2 + \frac{pM}{JL_r} x^2 x^{1T} J_2 - x_1^3 F(x_1^3) \right) \\ G_4(x) &= -pN J_2 \left[\dot{x}^2 + p x_1^3 J_2 x^2 - \frac{1}{J} x^2 \right] \end{aligned} \quad (2.47)$$

Comme $F(x_1^3)$ est une matrice carrée inversible, il en est de même pour la matrice G_1 . On peut alors décomposer la matrice G_Φ comme suit

$$G_\Phi = L U \quad (2.48)$$

avec

$$L = \begin{bmatrix} I_2 & 0_2 \\ G_3 G_1^{-1} & G_4 - G_3 G_1^{-1} G_2 \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad U = \begin{bmatrix} G_1 & G_2 \\ 0_2 & I_2 \end{bmatrix} \quad (2.49)$$

Et compte tenu de la structure des matrices L et U , on peut en déduire que la matrice G_Φ est régulière si et seulement si la matrice

$$L_2 \triangleq G_4 - G_3 G_1^{-1} G_2 \quad (2.50)$$

est de rang plein ou d'une manière équivalente ses deux colonnes sont linéairement indépendantes.

Posons $L_2 \triangleq \begin{bmatrix} L_{21} & L_{22} \end{bmatrix}$, on peut déterminer les colonnes L_{21} et L_{22} à partir des expressions (2.47) et (2.50) de définition des matrices G_Φ et L_2 , soit

$$\begin{aligned}
L_{21} &= -pN J_2 \left(\dot{x}^2 + p x_1^3 J_2 x^2 + \left(\dot{x}_1^3 I_2 + \frac{pM}{JL_r} x^2 x^{1T} J_2 - x_1^3 F \right) G_1^{-1} pN J_2 x^2 \right) \\
&= -pN J_2 \left(\dot{x}^2 + p x_1^3 J_2 x^2 + \left(\dot{x}_1^3 I_2 + \frac{pM}{JL_r} x^2 x^{1T} J_2 - x_1^3 F \right) F_1^{-1} p J_2 x^2 \right) \\
&= -pN J_2 \left(\dot{x}^2 + p x_1^3 J_2 x^2 + \left(\dot{x}_1^3 F_1^{-1} + \frac{pM}{JL_r} x^2 x^{1T} J_2 F_1^{-1} - x_1^3 I_2 \right) p J_2 x^2 \right) \\
&= -pN J_2 \left(\dot{x}^2 + \left(\dot{x}_1^3 F_1^{-1} + \frac{pM}{JL_r} x^2 x^{1T} J_2 F_1^{-1} \right) p J_2 x^2 \right) \\
&\triangleq -pN J_2 M \\
L_{22} &= pN J_2 \frac{1}{J} x^2
\end{aligned} \tag{2.51}$$

Il apparaît clairement que les deux colonnes L_{21} et L_{22} de la matrice L_2 sont linéairement indépendantes si et seulement si les vecteurs M et x^2 le sont ou d'une manière équivalente $x^{2T} J_2 M = 0$. Et comme

$$\begin{aligned}
x^{2T} J_2 M(x) &= x^{2T} J_2 \left(\dot{x}^2 + \left(\dot{x}_1^3 F_1^{-1} + \frac{pM}{JL_r} x^2 x^{1T} J_2 F_1^{-1} \right) p J_2 x^2 \right) \\
&= x^{2T} J_2 \dot{x}^2 + p \dot{x}_1^3 x^{2T} J_2 F_1^{-1} J_2 x^2 \\
&= x^{2T} J_2 \dot{x}^2 + p \dot{x}_1^3 x^{2T} \frac{1}{\left(\frac{1}{T_r} \right)^2 + (p x_1^3)^2} J_2 \left(\frac{1}{T_r} I_2 + p x_1^3 J_2 \right) J_2 x^2 \\
&= x^{2T} J_2 \dot{x}^2 - \frac{p}{T_r} \frac{\dot{x}_1^3}{\left(\frac{1}{T_r} \right)^2 + (p x_1^3)^2} x^{2T} x^2
\end{aligned} \tag{2.52}$$

on peut conclure que la transformation Φ est difféomorphisme si et seulement si

$$x^{2T} J_2 \dot{x}^2 - \frac{p}{T_r} \frac{\dot{x}_1^3}{\left(\frac{1}{T_r} \right)^2 + (p x_1^3)^2} x^{2T} x^2 \neq 0 \tag{2.53}$$

ou d'une manière équivalente en utilisant les variables originales du moteur

$$\psi^T J_2 \dot{\psi} - \frac{p}{T_r} \frac{\dot{\omega}}{\left(\frac{1}{T_r} \right)^2 + (p\omega)^2} \psi^T \psi \neq 0 \tag{2.54}$$

La condition (2.54) peut être exprimée sous une forme équivalente en fonction de la phase du flux du rotor définie par $\xi = \arctan \left(\frac{\psi_2}{\psi_1} \right)$, soit

$$\xi \neq \frac{p}{T_r} \frac{\dot{\omega}}{\left(\frac{1}{T_r} \right)^2 + p\omega^2} \tag{2.55}$$

Cette condition a été obtenu en utilisant le modèle du moteur (2.32) qui permet de déterminer la dérivée par rapport au temps de la phase du flux du rotor, soit $\dot{\xi} = \frac{\psi^T J \dot{\psi}}{\psi^T p s i}$ tout en excluant le cas $\psi = 0$ qui n'a aucun sens physique. Par ailleurs, la condition (2.55) peut se mettre sous la forme suivante en intégrant ses membres

$$\arctan\left(\frac{\psi_2}{\psi_1}\right) - \arctan(pT_r\omega) \text{ n'est pas constante} \quad (2.56)$$

On notera que les conditions (2.54) et (2.55) sont similaires à celles qui ont été obtenues dans [111] et que la condition (2.55) ou (2.56) stipule que le modèle (2.32) est observable tant que la phase du flux du rotor et sa vitesse ne sont pas simultanément constantes. Par ailleurs, on peut exprimer la condition d'observabilité (2.54) en fonction du couple de charge τ_c en utilisant le modèle (2.32) et la relation usuelle $i^T J_2 \psi = -\psi^T J_2 i$. En effet, le modèle permet de récrire le premier terme de membre de gauche de la la condition d'observabilité (2.54) comme suit

$$\begin{aligned} \psi^T J_2 \dot{\psi} &= \psi^T J_2 \left(-\left(\frac{1}{T_r} I_2 - p\omega J_2\right) \psi + \frac{M}{T_r} i \right) \\ &= \psi^T J_2 \left(-\frac{1}{T_r} I_2 + p\omega J_2 \right) \psi + \frac{M}{T_r} \psi^T J_2 i \\ &= -p\omega \psi^T \psi + \frac{M}{T_r} \psi^T J_2 i \end{aligned} \quad (2.57)$$

Quant à relation usuelle considérée, elle permet d'exprimer l'équation de la dynamique de la vitesse du moteur comme suit

$$\dot{\omega} = -\frac{1}{J} \left(\frac{pM}{L_r} \psi^T J_2 i + \tau_c \right) \quad (2.58)$$

Les expressions (2.57) et (2.58) permettent alors d'exprimer la condition d'observabilité du moteur (2.54) sous la forme

$$-p\omega \psi^T \psi + \frac{M}{T_r} \psi^T J_2 i + \frac{p}{JT_r} \left(\frac{pM}{L_r} \psi^T J_2 i + \tau_c \right) \frac{1}{\left(\frac{1}{T_r}\right)^2 + (p\omega)^2} \psi^T \psi \neq 0$$

qui permet d'obtenir aisément une condition d'observabilité du moteur équivalente aux conditions (2.54) et (2.55), soit

$$\tau_c \neq \frac{pM}{L_r} i^T J_2 \psi + \frac{JT_r}{p} \left(\left(\frac{1}{T_r}\right)^2 + (p\omega)^2 \right) \left(p\omega + \frac{M}{T_r} \frac{i^T J_2 \psi}{\psi^T \psi} \right) \quad (2.59)$$

Une démarche comprehensive a été adoptée pour exhiber des conditions d'observabilité équivalentes des moteurs asynchrones. Ces conditions peuvent être utilisées pour réaliser une synthèse ingénieuse d'un observateur pour des moteurs asynchrones sans capteurs mécaniques et concevoir des expériences adéquates pour étudier ses performances.

2.2.3 Observateur des machines asynchrones

L'observateur grand gain (2.10)-(2.11) peut être utilisé pour réaliser une estimation admissible des variables d'état mécaniques et magnétiques des moteurs asynchrones car toutes les conditions requises sur la transformation d'état Φ sous-jacente sont satisfaites, en l'occurrence la condition d'observabilité, la condition de Lipschitz \mathcal{HGL} et la condition (2.9) sur la matrice Λ_L qui apparaît dans l'expression (2.8) de l'inverse de la matrice jacobienne de la transformation Φ . En effet, dans le cas du moteur asynchrone décrit par le modèle (2.33)-(2.37), la matrice jacobienne de la transformation d'état Φ est particulièrement donnée par

$$J_\Phi = \begin{bmatrix} I_2 & 0_{2 \times 4} \\ H_\Phi & G_\Phi \end{bmatrix} \quad \text{avec} \quad H_\Phi = \begin{bmatrix} 0_2 \\ \frac{\partial \Phi^3}{\partial x^1} \end{bmatrix} \quad (2.60)$$

où G_Φ est donnée par (2.46). Et comme cette transformation d'état est un difféomorphisme puisque la condition d'observabilité est satisfaite presque partout dans l'espace d'état, alors on peut calculer l'inverse de sa matrice jacobienne comme suit

$$J_\Phi^{-1} = \begin{bmatrix} I_2 & 0_{2 \times 4} \\ -G_\Phi^{-1}H_\Phi & G_\Phi^{-1} \end{bmatrix} \quad (2.61)$$

et la récrire sous la forme adéquate pour la synthèse de l'observateur, soit

$$J_\Phi^{-1} = \Lambda_L + \Lambda_U \quad (2.62)$$

avec

$$\Lambda_L = \begin{bmatrix} 0_2 & 0_{2 \times 4} \\ -G_\Phi^{-1}H_\Phi & 0_4 \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad \Lambda_U = \begin{bmatrix} I_2 & 0_{2 \times 4} \\ 0_{4 \times 2} & G_\Phi^{-1} \end{bmatrix} \quad (2.63)$$

Cette forme permet de vérifier aisément que la condition structurelle requise sur la matrice Λ_L , i.e. la matrice $J_\Phi \Lambda_L$ est une matrice triangulaire inférieure avec des zéros sur la diagonale, est bien vérifiée puisque

$$J_\Phi \Lambda_L = \begin{bmatrix} 0_2 & 0_{2 \times 4} \\ -G_\Phi G_\Phi^{-1} H_\Phi & 0_4 \end{bmatrix} \quad (2.64)$$

Par ailleurs, on montre aisément que l'hypothèse \mathcal{HGL} est satisfaite et que la transformation d'état Φ est bien Lipschitzienne.

Il est important de remarquer que la mise en oeuvre de l'observateur grand gain (2.10)-(2.37) requiert une modification judicieuse du gain d'observation pour pallier les singularités intrinsèques à une perte d'observabilité dans la mesure où le moteur peut être

amené à fonctionner dans des domaines de son sous-espace d'inobservabilité pendant des intervalles de temps relativement petits. Ceci est conforme au fait que la condition d'observabilité est satisfaite presque partout dans l'espace d'état. Pour mieux appréhender ce problème de mise en oeuvre, il suffit de développer l'expression de la matrice Λ_U définie par (2.63) en exploitant judicieusement la décomposition LU de la matrice G_Φ donnée par (2.48)-(2.49). En effet, on a

$$G_\Phi^{-1} = U^{-1}L^{-1} \quad (2.65)$$

avec

$$U^{-1} = \begin{bmatrix} G_1^{-1} & -G_1^{-1}G_2 \\ 0_2 & I_2 \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad L^{-1} = \begin{bmatrix} I_2 & 0_2 \\ -L_2^{-1}G_3G_1^{-1} & L_2^{-1} \end{bmatrix} \quad (2.66)$$

où les $\{G_k\}_{k \in [1, 3]}$ ne sont autres que les blocs qui composent la matrice G_Φ définis par (2.46)-(2.47) et L_2 n'est autre que le bloc de la matrice L défini par (2.50). On aura alors

$$G_\Phi^{-1} = \begin{bmatrix} G_1^{-1} + G_1^{-1}G_2L_2^{-1}G_3G_1^{-1} & -G_1^{-1}G_2L_2^{-1} \\ -L_2^{-1}G_3G_1^{-1} & L_2^{-1} \end{bmatrix} \quad (2.67)$$

Et comme la matrice G_1 est toujours inversible, le problème de calcul du gain d'observation est principalement du au problème de l'inversion de la matrice L_2 .

Une modification judicieuse du gain d'observation peut être obtenue en remplaçant l'inverse de la matrice L_2 par son inverse généralisée et éviter ainsi les singularités éventuelles à la suite d'une perte d'observabilité du moteur asynchrone considéré. Cette inverse généralisée est particulièrement donnée par

$$L_2^+ = (L_2^T L_2 + \delta I_2)^{-1} L_2 \quad (2.68)$$

où δ est un scalaire positif. On notera que l'inverse généralisée L_2^+ peut être déterminée dans tout l'espace d'état que la condition d'observabilité soit satisfaite ou non mais elle n'est toutefois pas égale à l'inverse de L_2 même si elle constitue une bonne approximation lorsque le scalaire δ est arbitrairement petit. Cette approximation permet de suggérer une modification adéquate de la matrice Λ_U pour des considérations d'une mise en oeuvre sans singularités

$$\bar{\Lambda}_U = \begin{bmatrix} I_2 & 0_{2 \times 4} \\ 0_{4 \times 2} & G_\Phi^+(\hat{x}) \end{bmatrix} \quad (2.69)$$

avec

$$G_\Phi^+ = \begin{bmatrix} G_1^{-1} + G_1^{-1}G_2L_2^+G_3G_1^{-1} & -G_1^{-1}G_2L_2^+ \\ -L_2^+G_3G_1^{-1} & L_2^+ \end{bmatrix} \quad (2.70)$$

Remarque 2.1. *L'inversion généralisée de la matrice L_2 peut être effectuée d'une manière beaucoup plus convenable d'un point de vue d'une mise en oeuvre en temps réel. En effet, si l'on pose*

$$L_2(\hat{x}) = \begin{bmatrix} l_1(\hat{x}) & l_2(\hat{x}) \\ l_3(\hat{x}) & l_4(\hat{x}) \end{bmatrix}$$

son inverse généralisée est donnée par

$$L_2^+(\hat{x}) = \frac{\det(L_2(\hat{x})) \text{Adj}(L_2(\hat{x})) + \delta L_2(\hat{x})}{\det^2(L_2(\hat{x})) + \delta \sum_{i=1}^4 l_i^2(\hat{x}) + \delta^2}$$

où $\det(L_2(\hat{x}))$ et $\text{adj}L_2(\hat{x})$ sont respectivement le déterminant et la matrice adjacente de la matrice $L_2(\hat{x})$ respectivement donnés par

$$\text{Adj}(L_2(\hat{x})) = \begin{bmatrix} l_4(\hat{x}) & -l_2(\hat{x}) \\ -l_3(\hat{x}) & l_1(\hat{x}) \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad \det(L_2(\hat{x})) = l_1(\hat{x})l_4(\hat{x}) - l_2(\hat{x})l_3(\hat{x})$$

Disposant d'une modification judicieuse du gain d'observation à partir de l'approximation raisonnable $\bar{\Lambda}_U$ de la matrice (Λ_U) donnée par (2.69) et (2.70), on peut proposer un observateur du type grand gain pour les moteurs asynchrones que l'on peut mettre en oeuvre relativement simplement avec une matrice de gain de la forme $K = \begin{pmatrix} k_1 I_2 & k_2 I_2 & k_3 I_2 \end{pmatrix}$.

$$\mathcal{OMA} \left\{ \begin{array}{l} \dot{\hat{i}} = NF(\hat{\omega})\hat{\psi} - \gamma\hat{i} + \frac{1}{\sigma L_s}u - k_1\theta\tilde{i} \\ \dot{\hat{\psi}} = -F(\hat{\omega})\hat{\psi} + \frac{M}{T_r}\hat{i} - \theta^2(k_2(G_1^{-1} + G_1^{-1}G_2L_2^+G_3G_1^{-1}) - k_3\theta G_1^{-1}G_2L_2^+)\tilde{i} \\ \begin{pmatrix} \dot{\hat{\omega}} \\ \dot{\hat{\tau}}_c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{pM}{JL_r}\hat{i}^T J_2\hat{\psi} - \frac{1}{J}\hat{\tau}_c \\ 0 \end{pmatrix} + \theta^2(k_2L_2^+G_3G_1^{-1} - k_3\theta L_2^+)\tilde{i} \end{array} \right.$$

où \tilde{i} n'est autre que l'erreur d'observation associée aux variables d'état électriques, i.e. $\tilde{i} = \hat{i} - i$

2.3 Validation de l'observateur

Deux études de l'observateur \mathcal{OMA} ont été effectuées pour mieux appréhender ses performances nominales et sa robustesse par rapport aux erreurs inéluctables sur les résistances et les inductances du moteur. La première étude a été faite dans un contexte de simulation, alors que la seconde est une validation expérimentale. Chacune des études concerne un problème d'observation d'un moteur asynchrone sans capteurs mécanique avec des conditions opératoires qui conduisent à une perte d'observabilité sur des intervalles de temps finis. Les résultats obtenus sont présentés dans ce qui suit.

2.3.1 Résultats de simulations

L'étude en simulation a été effectuée à partir d'un asservissement d'un moteur asynchrone sur un horizon de 11s. La puissance du moteur considéré est de $7.5Kw$ et ses paramètres sont donnés par $p = 2$, $J = 0.22Kg.m^2$, $R_s = 0.63\Omega$, $R_r = 0.4\Omega$, $L_s = 0.0977H$, $L_r = 0.091H$ et $M = 0.091H$. Les profils désirés de vitesse et de couple de charge sont respectivement donnés par les figures 2.1 et 2.2. La norme du flux désiré est constante tout au long de la simulation et sa valeur est $0.6 T^2$. On distingue trois zones selon la valeur stationnaire de la vitesse : une zone de basse vitesse sur les intervalles de temps $[1s, 3s]$ et $[10s, 11s]$, une zone de haute vitesse sur l'intervalle de temps $[4s, 6s]$ et une zone de très basse vitesse avec une fréquence nulle sur l'intervalle de temps $[7s, 9s]$. Ces conditions opératoires ont été particulièrement utilisées dans [42] dans le contexte d'un exemple type pour l'étude des performances des observateurs des moteurs asynchrones sans capteurs mécaniques. On notera que la condition d'observabilité du moteur n'est pas satisfaite tout au long de la zone de basse vitesse. La synthèse de l'asservissement a été faite à partir d'une approche de commande du type grand gain proposée dans [46]. Cette approche sera particulièrement reprise au chapitre 3 avec l'observateur proposé. Une perturbation du type échelon est introduite en entrée sur l'intervalle de temps $[8s, 8.5s]$ pour mieux apprécier les performances de l'observateur dans le cas d'une perte d'observabilité du moteur. Les paramètres de synthèse de l'observateur ont été spécifiés comme suit $k_1 = 3$, $k_2 = 3$, $k_3 = 1$, $\theta = 100$, $\theta = 100$ et $\delta = 1.0^{-8}$. Quant aux conditions initiales de l'observateur, elles ont été spécifiées à partir de celle du simulateur du moteur asynchrone considéré comme suit $\hat{\psi}(0) = 1.2\psi(0)$, $\hat{\omega}(0) = 1.2\omega(0)$ et $\hat{\tau}_c(0) = \tau_c(0) + 1$ avec $\psi^T(0) = 0$, $\tau_c(0) = 0$ et $\omega(0) = 2\pi$. Il est important de remarquer que la connaissance du couple de charge et l'intervalle de temps sur lequel le moteur asynchrone n'est pas observable n'est pas utilisée dans l'observateur.

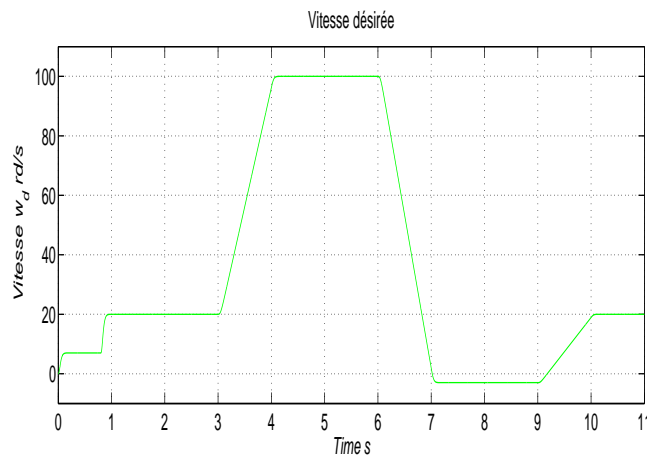


FIG. 2.1 – Profil de vitesse désiré

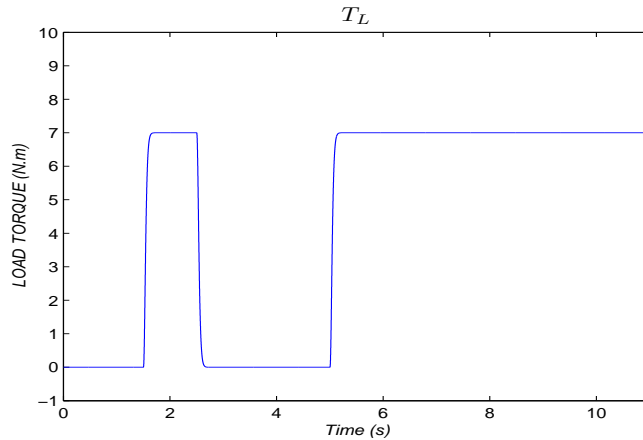


FIG. 2.2 – Profil du couple de charge

Les figures 2.3, 2.4 et 2.5 montrent respectivement les erreurs d'observation associées aux variables d'état mécaniques, i.e. la vitesse et le couple de charge, et aux variables d'état magnétiques, i.e. la norme du flux. Les aspects suivants permettent de mieux apprécier les performances réalisées par l'observateur.

- La précision de l'observateur est remarquable sur les zones de basse et haute vitesses où la condition d'observabilité est satisfaite. Les erreurs d'observation sont nulles modulo un transitoire raisonnable dû à la différence des conditions initiales entre le moteur et l'observateur.
- L'erreur d'observation est nulle sur l'intervalle de temps $[7s, 8s]$ où la condition d'observabilité n'est pas satisfaite. Cette performance s'explique tout simplement par l'absence des perturbations sur cet intervalle de temps et le fait que le moteur et l'observateur ont les mêmes conditions initiales à l'instant $t = 7s$ où le moteur n'est plus observable.
- L'erreur d'observation n'est pas nulle sur l'intervalle de temps $[8s, 9s]$. Cette carence de performance résulte de la présence de la perturbation échelon en entrée du moteur sur l'intervalle de temps $[8s, 8.5s]$ et du fait que le moteur n'est pas observable sur l'intervalle de temps $[8s, 9s]$.
- Le recouvrement de la précision de l'observateur sur l'intervalle de temps $[9s, 11s]$ modulo un transitoire raisonnable qui résulte de la différence des conditions initiales entre le moteur et l'observateur. On notera que ces conditions initiales différentes sont principalement dues à la la perturbation en entrée du moteur.

Remarque 2.2. *Les performances réalisées par l'observateur lorsque le moteur n'est pas observable résultent de la judicieuse modification du gain d'observation. Autrement, le calcul du gain d'observation n'est pas faisable au point d'induire une divergence rapide.*

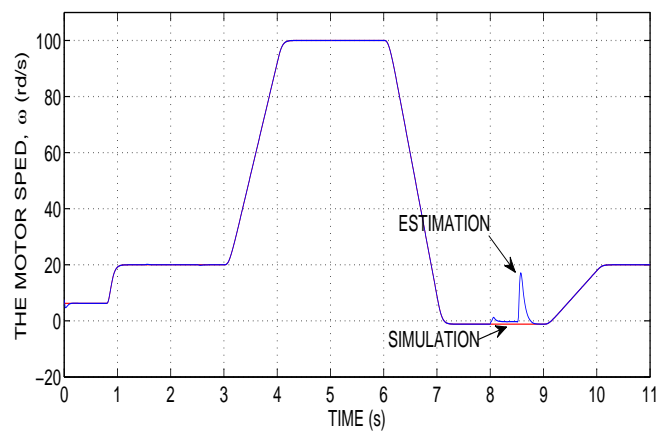


FIG. 2.3 – Erreur d'observation de vitesse

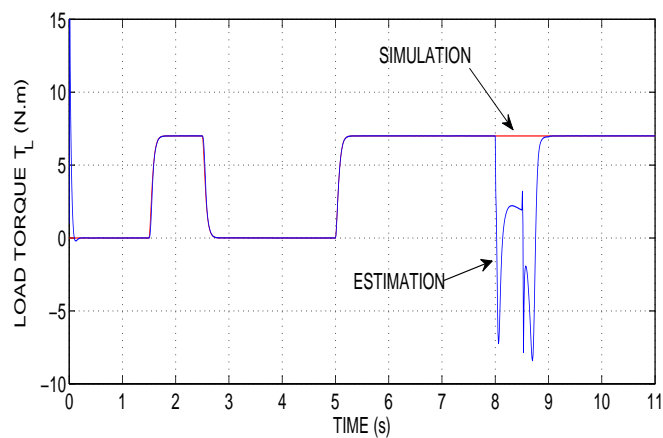


FIG. 2.4 – Erreur d'observation du couple de charge

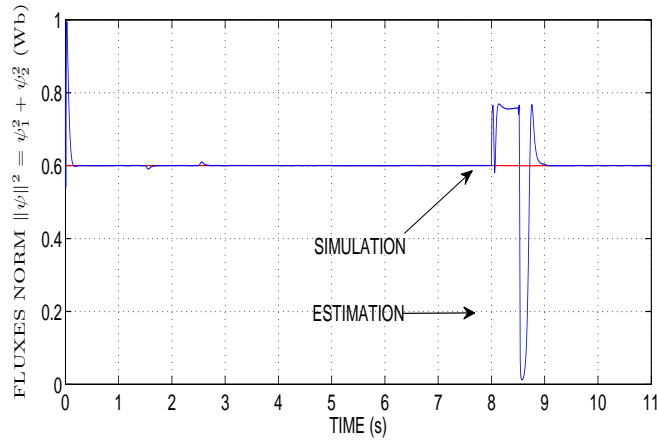


FIG. 2.5 – Erreur d’observation de la norme du flux

2.3.2 Résultats expérimentaux

La validation expérimentale a été effectuée sur une plateforme nationale dédiée à l’évaluation des performances des systèmes de commande spécifiques aux moteurs asynchrones et disponible à l’Institut de Recherche en Communications et Cybernétique de Nantes (IRC-CyN). La figure 2.6 montre cette plateforme composée d’une machine asynchrone, d’une machine synchrone, d’un onduleur, d’un variateur industriel, d’un système de commande temps réel Dspace DS1103 et d’une interface qui permet d’effectuer les mesures de position, de vitesse mécanique, des courants, des tensions et du couple de charge. On peut développer des algorithmes d’observation et de commande dans l’environnement MATLAB-Simulink et les valider en simulation et en temps réel à partir de la carte Dspace. L’acquisition des résultats expérimentaux est effectuée via logiciel ControlDesk.

Les conditions expérimentales du moteur asynchrone ont été convenablement choisies pour mieux exhiber la problématique d’observation des moteurs asynchrones sans capteurs mécaniques ([42] et [41]). La figure 2.7 montre les profils désirés sur la vitesse, la pulsation statorique et la pulsation de glissement du moteur. Ces profils ont été spécifiés de manière à ce que la condition d’observabilité du moteur ne soit pas vérifiée sur les intervalles de temps [4s, 5s] et [6s, 7s], soit faiblement vérifiée sur les intervalles de temps [3s, 4s] et [5s, 6s] et soit fortement vérifiée sur les intervalles de temps [0s, 3s] et [7s, 9s]. On notera qu’un asservissement de la vitesse et de la pulsation statorique est réalisé sous une contrainte sur la pulsation de glissement qui ne doit pas dépasser une valeur limite correspondante au plus grand courant statorique admissible. L’asservissement de la pulsation statorique est réalisée par un système de commande U/f standard via l’onduleur et ne requiert aucune mesure ou estimée des variables d’état du moteur. Quant à l’asservissement de vitesse du moteur, il est particulièrement imposé par le moteur synchrone,

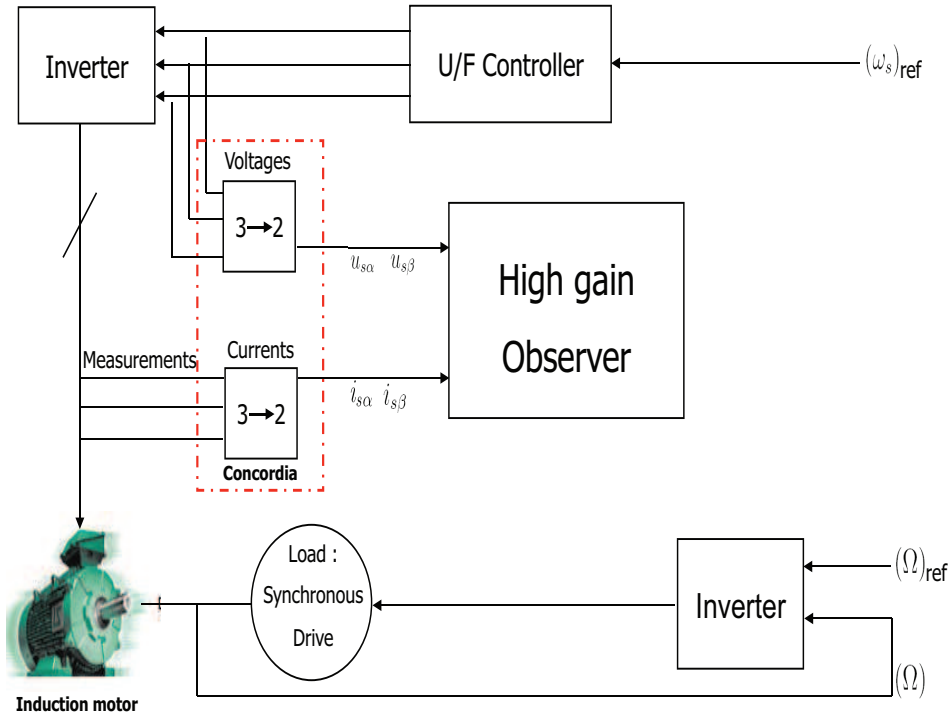


FIG. 2.6 – Plateforme expérimentale de l'IRCCyN

en tant que machine de charge, à partir du variateur industriel qui utilise la mesure de la vitesse. La puissance du moteur considéré est de 1.5Kw et ses paramètres sont donnés par $p = 2$, $J = 0.029\text{Kg.m}^2$, $R_s = 1.633\Omega$, $R_r = 0.93\Omega$, $L_s = 0.142\text{H}$, $L_r = 0.076\text{H}$ et $M = 0.05\text{H}$. Les paramètres de synthèse de l'observateur ont été spécifiés comme suit $k_1 = k_2 = k_3 = 210$, $\theta = 40$ et $\delta = 10^{-5}$.

Dans ce qui suit, on présente les résultats expérimentaux qui ont été obtenus. Plusieurs expériences ont été réalisées pour mieux apprécier les performances de l'observateur proposé et sa robustesse par rapport aux erreurs de modélisation inévitables, en l'occurrence les variations des résistances et inductances du moteur. La robustesse est particulièrement cruciale dans la mesure où les résultats fondamentaux disponibles sur l'identification des moteurs asynchrones ne sont pas suffisamment matures pour pouvoir développer une approche de modélisation expérimentale efficace. Les modèles des moteurs asynchrones ne sont pas suffisamment précis et exhibent des variations paramétriques dont les dynamiques dépendent de leurs conditions opératoires. On notera que la synthèse de l'observateur a été effectuée avec un modèle du moteur qui a été élaboré dans des conditions opératoires différentes de celles du problème d'observation considéré et que les capteurs des flux ne fonctionnaient pas tout au long de la validation expérimentales

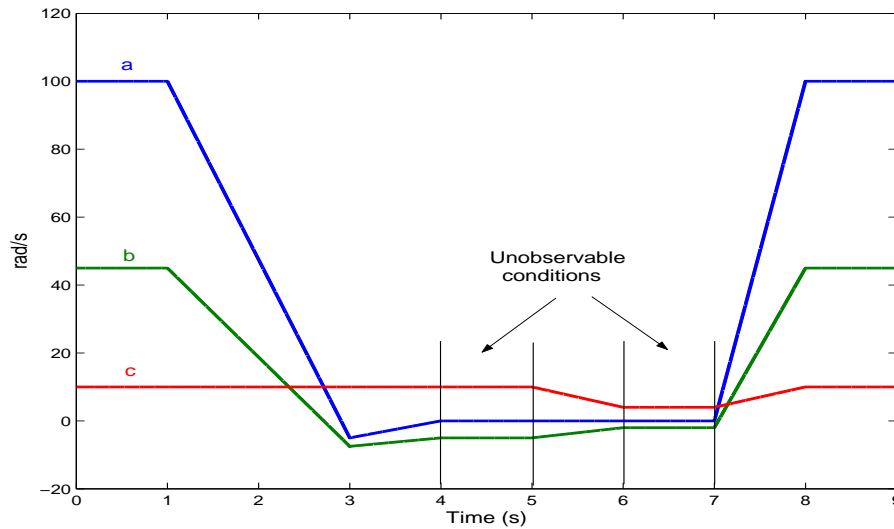


FIG. 2.7 – Profils considérés

- a) profil de la pulsation statorique b) profil de vitesse
 c) profil de pulsation de glissement du moteur)

- La première expérience a été effectuée dans des conditions nominales, i.e. la synthèse de l'observateur est réalisée avec un modèle nominal du moteur qui permet de recouvrer raisonnablement son comportement dynamique. Les mesures des courants et tensions statoriques dans le repère $(\alpha - \beta)$ qui ont été utilisées pour la synthèse de l'observateur sont respectivement données par les figures 2.8 and 2.9. La figure 2.10 montre la vitesse mesurée du moteur et son estimée. L'erreur d'observation sous-jacente est relativement petite tant que les conditions de fonctionnement du moteur sont compatibles avec sa propriété d'observabilité and demeure raisonnable tout au long des intervalles de temps où la condition d'observabilité n'est plus satisfaite. On notera par ailleurs que l'observateur recouvre ses performances aussi tôt que la propriété d'observabilité est satisfaite. La figure 2.11 montre les estimées des flux rotoriques, elles sont comparables aux mesures des flux qui ont été acquises lors des précédentes validations expérimentales réalisées par nos collègues ([41], [105])
- Deux expériences ont été effectuées pour étudier la robustesse de l'observateur proposé par rapport aux variations des résistances du moteur. Les figures 2.12 et 2.13 montrent les mesures et les estimées de la vitesse du moteur respectivement obtenues avec des variations de la résistance statorique et de la resistance rotorique de l'ordre de 20% par rapport à leurs valeurs nominales. Les performances de l'observateur sont relativement semblables avec ses performances nominales tant que la condition d'observabilité du moteur est satisfaite. On notera toutefois que cette robustesse en performances n'est plus vraie lorsque les conditions de fonctionnement du moteur ne

sont plus compatibles avec sa condition d'observabilité.

- Deux expériences ont été effectuées pour étudier la robustesse de l'observateur proposé par rapport aux variations des inductances moteur. Les performances de l'observateur en présence d'une variation de 20% de l'inductance statorique et de l'inductance rotorique par rapport à leurs valeurs nominales sont respectivement montrées par les figures 2.14 et 2.15. Deux remarques peuvent être faites à partir des résultats obtenus. La première remarque concerne la robustesse de l'observateur par rapport aux variations d'inductance rotorique à partir de la vraisemblance des performances de l'observateur par rapport ses performances nominales tant que la condition d'observabilité du moteur est satisfaite. La seconde remarque concerne le sensibilité des performances de l'observateur par rapport aux variations d'inductance statorique, indépendamment de la compatibilité des conditions de fonctionnement du moteur avec sa condition d'observabilité, comme l'indique la dégradation de ses performances par rapport à ses performances nominales.

Compte tenu des conditions expérimentales considérées et des résultats obtenus, on peut conclure que l'observateur proposé représente une solution viable pour le problème d'observation des moteurs asynchrones sans capteurs mécaniques. Le qualificatif viable est particulièrement motivé par des considérations de simplicité de mise en oeuvre et de robustesse par rapport aux variations paramétriques. On montrera dans les chapitres suivants qu'il est possible de l'utiliser dans des systèmes de commande avec retour d'état incorporant un observateurs.

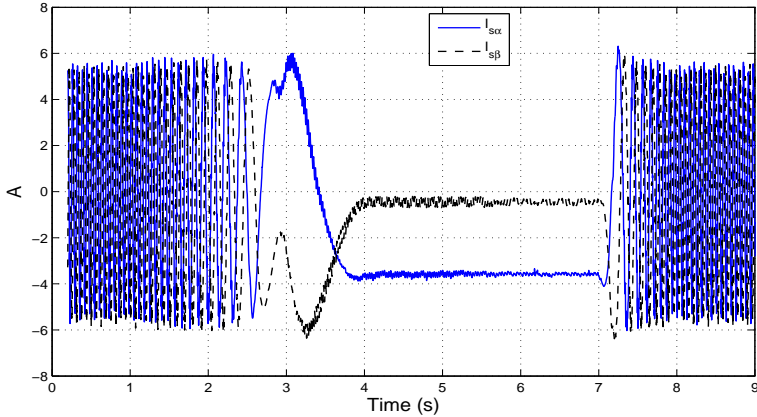


FIG. 2.8 – Courants statoriques

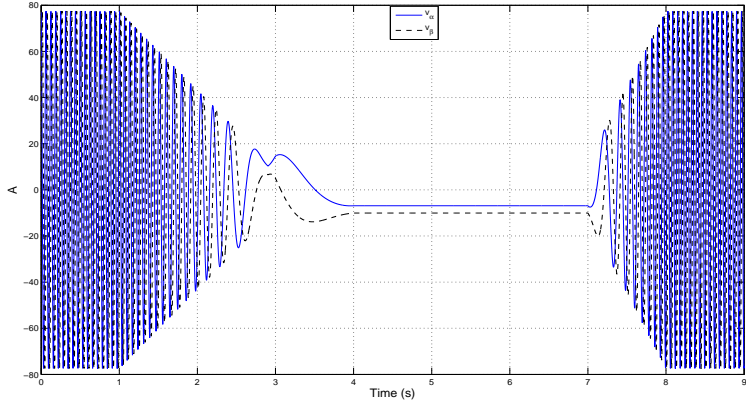


FIG. 2.9 – Tensions statoriques appliquées

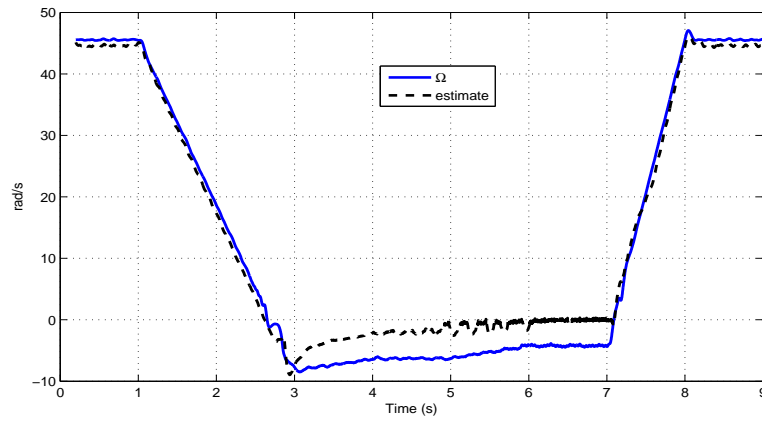


FIG. 2.10 – Vitesses mesurée et estimée

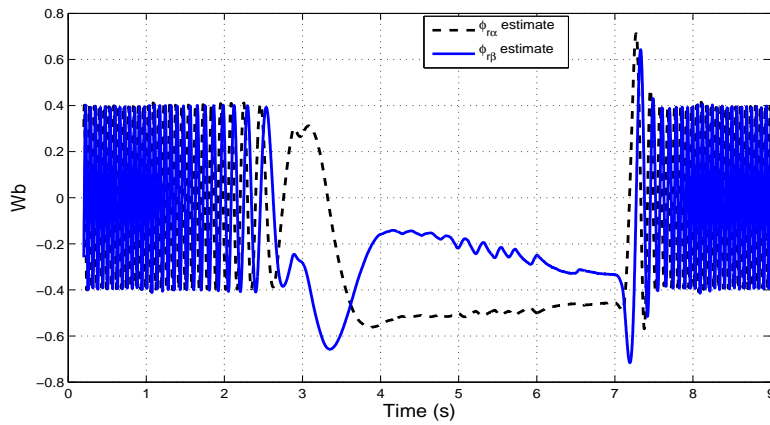


FIG. 2.11 – Flux rotoriques estimés

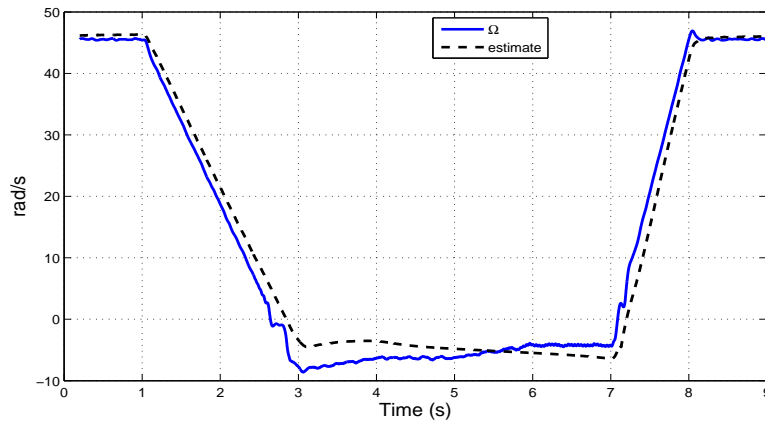


FIG. 2.12 – Vitesses mesurée et estimée en présence d’une incertitude sur la résistance statorique

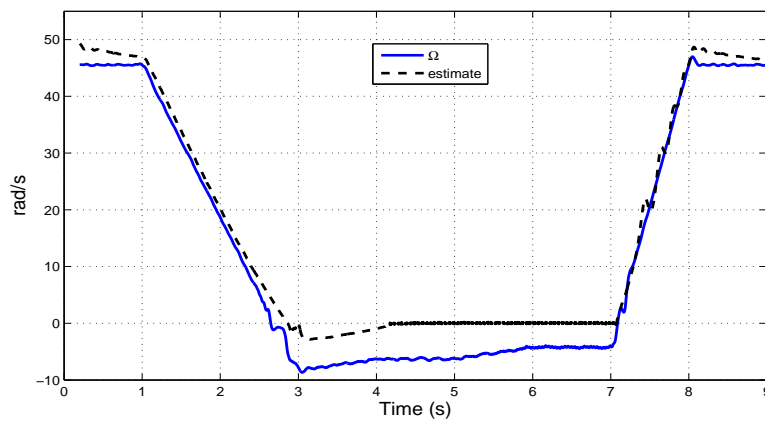


FIG. 2.13 – Vitesses mesurée et estimée en présence d’une incertitude sur la résistance rotorique

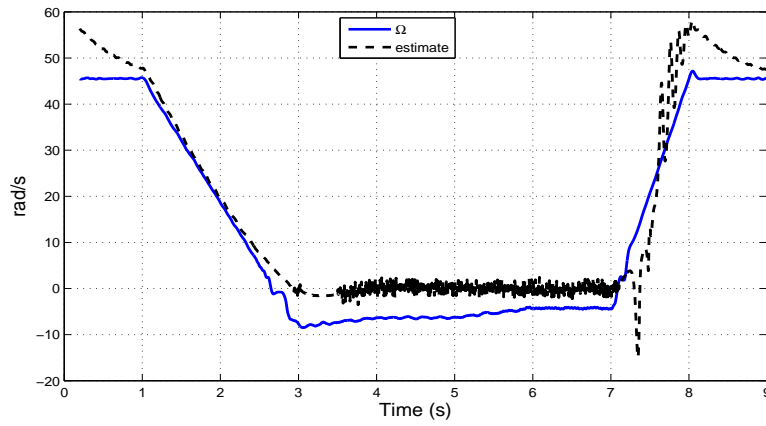


FIG. 2.14 – Vitesses mesurée et estimée en présence d'une incertitude sur l'inductance statorique

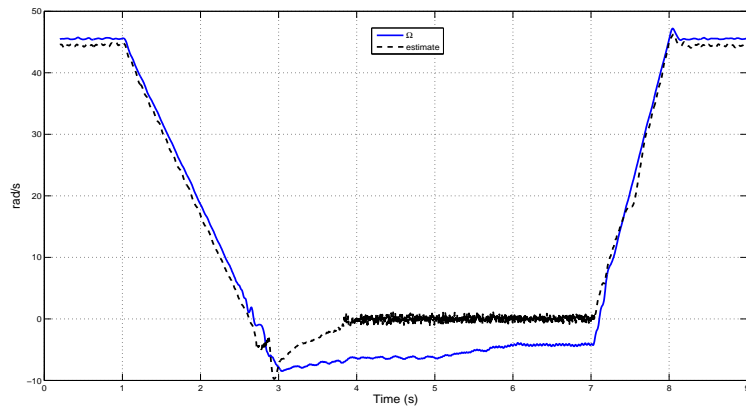


FIG. 2.15 – Vitesses mesurée et estimée en présence d'une incertitude sur l'inductance rotorique

2.3.3 Conclusion

Ce chapitre a été consacré au problème d'observation des machines asynchrones sans capteurs mécaniques à partir d'une description de leur dynamique dans le repère (α, β) en considérant le couple de charge comme une perturbation inconnue décrite par une fonction uniformément observable. Il comprends trois parties qui traitent tous les aspects fondamentaux et pratiques du problème d'observation considéré. La première partie est une contribution fondamentale sur la synthèse d'un observateur grand gain pour une classe du systèmes incluant le modèle d'observation des moteurs asynchrones. Un effort particulier a été consenti aux propriétés structurelles requises pour la synthèse de l'observateur, aux propriétés de convergence et aux considérations de simplicité de mise en oeuvre et de spécification des paramètres de synthèse sous-jacents. La seconde partie est dédiée à l'application de la synthèse de l'observateur développée dans la première partie au problème problème d'observation des machines asynchrones sans capteurs mécaniques. On y trouve une analyse vigoureuse de l'observabilité des moteurs asynchrones suivie d'un observateur grand gain qui permet de réaliser une estimation admissible des variables d'état mécaniques et magnétiques à partir des mesures disponibles sur les variables d'état électriques et des tensions statoriques. Une attention particulière a été réservée au problème de mise de l'observateur lorsque le moteur fonctionne dans des conditions qui ne sont pas compatibles avec sa condition d'observabilité. Pour ce faire, le gain d'observation a été judicieusement modifié en utilisant le concept d'inverse généralisée. La troisième partie présente un ensemble de résultats sur les performances de l'observateur proposé pour les moteurs asynchrones sans capteurs mécaniques à partir d'un problème d'observation proposé par un groupe de travail du GDR MACS. On distingue des résultats obtenus dans un contexte de simulation réaliste par rapport au problème d'observation considéré et des résultats obtenus lors d'une validation expérimentale sur une plateforme expérimentale nationale disponible à l'Institut de Recherche en Communications et Cybernétique de Nantes (IRCCyN).

Ces résultats sont relativement probants pour envisager deux études importantes qui seront présentées dans les chapitres suivants. La première concerne son utilisation dans un système de commande avec retour d'état incorporant un observateur, alors que la seconde est dédiée à l'affinement de ses performances par rapport aux incertitudes paramétriques.

Commande grand gain

La construction de la machine asynchrone, au contraire de celle de la machine à courant continu, est très simple et coûte beaucoup moins cher, en particulier celles avec rotor à cage. Malgré la robustesse de la machine asynchrone, une difficulté essentielle réside dans sa commande, car elle présente une structure de commande non-linéaire et multi-variable, avec une partie des variables d'état, flux et courants rotoriques, non mesurables. En effet, les enroulements du stator produisent un flux associé qui produit indirectement le flux du rotor. La séparation angulaire entre les flux dépend du temps de retard causé par le circuit du rotor, ce qui constitue un système dynamique non linéaire, multi-variable et fortement couplé [114]. De plus, elle a un comportement variable et sensibles aux conditions thermiques et magnétiques de fonctionnement [87],[92],

A propos de la commande de la machine asynchrone, la littérature regorge de livres et de publications qui montrent plusieurs stratégies importantes de la commande. Débuté par le premier dispositif, la cascade hyposynchrone depuis 1969 par Mikhail Kostenko et Ludvik Piotrovski à Moscou [65], qui permet réduire la vitesse d'une machine asynchrone avec un retour bobiné duquel on retire de l'énergie pour la réinjecter au réseau d'alimentation, ce qui augmente le glissement réduisant la vitesse et sans affecter le rendement. Un autre dispositif plus simple s'adapte avec tous les types du rotor et réalisé par la loi connue de la commande scalaire ($V/f = Constante$) pour contrôler des variables scalaires, la vitesse se varie en fonction de la fréquence d'alimentation. Comme il ne contrôle pas le couple moteur, un de ses inconvénients, il n'est pas performant dans le régime transitoire.

A la différence de la commande scalaire, d'autres dispositifs ont été conçus pour la commande vectorielle proposée par Blaschke depuis 1971 [10]. Cette commande est un terme générique désignant l'ensemble des commandes contrôlant des variables vectorielles. La commande vectorielle à flux orienté (commande direct de couple DTC) inclut le contrôle du couple afin d'obtenir de meilleures performances lors des régimes transitoires.

Durant cette dernière décennie, la commande sans capteurs est devenue un sujet important et un champ attrayant de la perspective industrielle. En effet, de l'implémentation

des capteurs comme les capteurs mécaniques de vitesse (encodeurs, résolveurs, ...) ou les capteurs de champs magnétiques dans les circuits magnétiques, résulte parfois un manque d'espace, une réduction de robustesse des systèmes ou de nouvelles influences externes comme le bruit de mesures ou le bruit induit transporté par les connexions.

Les avantages de la commande sans capteur ont attiré l'attention en particulier dans les domaines de la commande de la machine asynchrone, où beaucoup de travaux étaient faits à ce regard [97], [18], [70], [40], [46] et d'autres. La plupart de ces travaux met en évidence la nécessité d'avoir des observateurs ou estimateurs des variables d'état qui remplacent les capteurs pour la commande avec retour d'état ou retour de sortie. [14] utilise deux approches de linéarisation pour la commande de la machine asynchrone, qu'il considère un alternatif pour la commande vectorielle, la vitesse du rotor (non mesurée) a été estimée à partir des estimateurs de flux (observer en boucle ouverte). Dans [110], les auteurs utilisent un autre principe qui dépend de l'analyse de Lyapunov pour construire un contrôleur en introduisant un observateur pour estimer les variables d'état non disponibles.

D'autres travaux plus récents se sont intéressés à la commande sans capteurs de la machine asynchrone, et on trouve que le remplacement des capteurs par des observateurs ou estimateurs est toujours un bon moyen pour fermer la boucle de commande sans affecter la stabilité. Dans tous ces travaux, la preuve de la stabilité a été faite même s'ils utilisent un observateur ou un estimateur des variables d'état. Plusieurs démarches de commandes ont été proposées, commande backstepping [85], commande avec mode glissant (SMC) combinée avec correcteur intégral non linéaire [79], commande avec mode glissant d'ordre supérieur [17], commande vectorielle des courants de la machine asynchrone avec mode glissant [41], et d'autres...

La commande de la machine asynchrone sans capteur dans ce chapitre est faite par une approche scalaire dans les coordonnées (α, β) , avec un contrôleur à grand gain proposé par [46] et adopté pour la classe des systèmes non-linéaires perturbés définis dans (2.5). Les paramètres du contrôleur sont estimés par l'observateur modifié précédent. Ce chapitre est organisé comme suit : le problème de commande est présenté dans le premier paragraphe, la stabilité de la stratégie de commande grand gain avec l'incorporation de l'observateur est étudiée dans le deuxième et le troisième paragraphes, une application de la présente stratégie est portée sur le modèle de la machine asynchrone pour montrer ses performances dans le quatrième paragraphe et dans le cinquième paragraphe on conclut sur l'efficacité et l'importance de cette stratégie.

3.1 Présentation du problème

Considérons la classe suivante de systèmes non linéaires

$$\begin{aligned}\dot{\zeta} &= A\zeta + \varphi(u, \zeta) + Bb(\zeta)\varepsilon(t) \\ y &= C\zeta = \zeta^1 \\ \zeta^T &= (\zeta^1 \zeta^2 \dots \zeta^q)\end{aligned}\tag{3.1}$$

où A , B et C sont donnés par (2.7), $\zeta^k \in \vartheta^k$ un compact de \mathbb{R}^p , $\zeta \in \vartheta$ un compact de \mathbb{R}^n et l'entrée $u \in U$ un compact de \mathbb{R}^m .

Soit $z^1(t) = h(\zeta) \in \mathbb{R}^p$ où $h(\zeta)$ une fonction suffisamment dérivable et qui dépend de variables d'état qui ne sont pas forcément accessibles à la mesure. Le problème de commande considéré consiste en une poursuite asymptotique parfaite d'une trajectoire de sortie $z^1(t)$ que l'on notera $\{z_d^1(t)\} \in \mathbb{R}^p$, soit :

$$\lim_{t \rightarrow \infty} (z^1(t) - z_d^1(t)) = 0\tag{3.2}$$

La synthèse de la loi de commande nécessite les hypothèses suivantes :

Hypothèse 3.1. *Il existe un difféomorphisme lipschitzien défini comme suit :*

$$\mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n : \zeta \mapsto \Phi(\zeta) = \begin{pmatrix} z = \Phi_z(\zeta) \\ \xi = \Phi_\xi(\zeta) \end{pmatrix}\tag{3.3}$$

qui met le système (3.1) sous la forme :

$$\begin{aligned}\dot{z} &= A_r z + \psi(z) + B_r (G_1(\xi, z)u + g(\xi, z)) \\ \dot{\xi} &= \eta(\xi, z, u) \\ y &= C_r z = z^1\end{aligned}\tag{3.4}$$

avec :

$$z = \begin{pmatrix} z^1 \\ \vdots \\ z^r \end{pmatrix}, \psi(z) = \begin{pmatrix} \psi^1(z^1) \\ \psi^2(z^1, z^2) \\ \vdots \\ \psi^{r-1}(z^1, \dots, z^{r-1}) \\ 0 \end{pmatrix}, A_r = \begin{pmatrix} 0 & I_{(r-1)p} \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, B_r = \begin{pmatrix} 0_p \\ 0_p \\ \vdots \\ I_p \end{pmatrix}$$

$z^k \in \mathbb{R}^p$, $k = 1, \dots, r$, $\xi \in \mathbb{R}^{n-rp}$, $g(\xi, z) \in \mathbb{R}^p$ et $G_1(\xi, z)$ est une matrice de dimension $p \times m$ ayant $p \leq m$.

Hypothèse 3.2. La fonction ψ est globalement lipschitzienne en z et les fonctions G_1 et g sont globalement lipschitzienne en z uniformément en ξ , de plus la matrice $G_1(\xi, z)$ est de rang plein et satisfait la condition suivante :

$$\exists b_{mn}, b_{mx} > 0, \forall \xi \in \mathbb{R}^{n-rp}, z \in \mathbb{R}^{rp} : b_{mn}I_p \leq G_1(\xi, z)G_1(\xi, z)^T \leq b_{mx}I_p \quad (3.5)$$

Hypothèse 3.3. Le système suivant

$$\dot{\xi} = \eta\left(\xi, v_1, G_1^+(\xi, v_3)(v_2 - g(\xi, v_3))\right) \quad (3.6)$$

dont l'état est ξ et l'entrée est (v_1, v_2, v_3) est tel son état reste borné pour toute entrée bornée.

Dans [70] et [88], l'hypothèse 3.3 est connue sous le nom de l'hypothèse de "minimum de phase".

Soient $\{z_d^T = (z_d^{1T} \ z_d^{2T} \ \dots \ z_d^{rT})\} \in \mathbb{R}^{rp}$ l'état du modèle de référence, lisse et suffisamment dérivable. Le problème de commande considéré consiste en une poursuite asymptotique parfaite de la trajectoire de sortie $z^1(t)$ que l'on notera $\{z_d^1(t)\} \in \mathbb{R}^p$, soit

$$\lim_{t \rightarrow \infty} (z^1(t) - z_d^1(t)) = 0 \quad (3.7)$$

Pour l'état de référence du modèle z_d , soit $\{u_d(t)\}$ la séquence d'entrée associée correspondant à la trajectoire désirée $\{z_d^1(t)\} \in \mathbb{R}^p$. Alors on pourra définir le modèle de référence admissible comme suit

$$\dot{z}_d = A_r z_d + B_r (G_1(\xi, z_d)u_d + g(\xi, z_d)) + \psi(z_d) \quad (3.8)$$

Il est possible de déterminer les composants $z_d^k \in \mathbb{R}^p$, $k = 1, \dots, r$ et l'entrée associée $u_d \in \mathbb{R}^m$ par le développement de l'équation du système (3.8) comme suit

$$\begin{aligned} z_d^k &= z_d^{k-1} - \psi^{k-1}(z_d^1, \dots, z_d^{k-1}) \text{ pour } k \in [2, r] \\ u_d &= G_1^+(\xi, z_d)(\dot{z}_d^r - g(\xi, z_d)) \end{aligned} \quad (3.9)$$

Comme z_d est suffisamment dérivable, on peut déterminer par récurrence l'entrée et l'état du modèle de référence (*i.e.* z_d^k , $k = 1, \dots, r$) en fonction des dérivées par rapport au temps de la trajectoire de référence (*i.e.* $z_d^{1(i)} = \frac{d^i z_d^1}{dt^i}$ pour $i \in [1, r-1]$), comme suit

$$z_d^k = \beta^k \left(z_d^1, z_d^{1(1)}, \dots, z_d^{1(k-1)} \right) \text{ pour } k \in [1, r] \quad (3.10)$$

les fonctions β^k seront données par :

$$\begin{aligned}
& \text{pour } k = 1 : \beta^1(z_d^1) = z_d^1 \\
& \text{pour } k \in \{2, \dots, r\} : \\
& \beta^k = \beta^k \left(z_d^1, z_d^{1(1)}, \dots, z_d^{1(k-1)} \right) \\
& \beta^k = \sum_{j=0}^{k-2} \frac{\partial \beta^{k-1}}{\partial z_d^{1(j)}} \left(z_d^1, \dots, z_d^{1(k-2)} \right) z_d^{1(j+1)} - \psi^{k-1} \left(\beta^1(z_d^1), \dots, \beta^{k-1} \left(z_d^1, \dots, z_d^{1(k-2)} \right) \right)
\end{aligned} \tag{3.11}$$

En effet, d'après l'équation (3.9) on a :

$$\begin{aligned}
\dot{z}_d^k &= \dot{z}_d^{k-1} - \psi^{k-1}(z_d^1, \dots, z_d^{k-1}) \text{ pour } k \in [2, r] \\
&= \frac{d}{dt} \left(\beta^k \left(z_d^1, z_d^{1(1)}, \dots, z_d^{1(k-1)} \right) \right) - \psi^{k-1} \left(z_d^1, z_d^{1(1)}, \dots, z_d^{1(k-1)} \right) \\
&= \sum_{j=0}^{k-2} \frac{\partial \beta^{k-1}}{\partial z_d^{1(j)}} \left(z_d^1, \dots, z_d^{1(k-2)} \right) z_d^{1(j+1)} \\
&\quad - \psi^{k-1} \left(\beta^1(z_d^1), \dots, \beta^{k-1} \left(z_d^1, z_d^{1(1)}, \dots, z_d^{1(k-2)} \right) \right)
\end{aligned}$$

Le problème de poursuite à (3.7) pourra être alors étendu au problème de poursuite de la trajectoire complète du modèle de référence définie par

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = 0 \quad \text{où } e(t) = (z(t) - z_d(t)) \tag{3.12}$$

Et ce dernier pourra être interprété comme un problème de regulation de l'erreur de poursuite (3.12) entre le système (3.4) et le modèle de référence (3.8)

$$\begin{aligned}
\dot{e} &= A_r e + B_r (G_1(\xi, z)u - G_1(\xi, z_d)u_d) + B_r (g(\xi, z) - g(\xi, z_d)) + \psi(z) - \psi(z_d) \\
\dot{\xi} &= \eta(\xi, z, u)
\end{aligned} \tag{3.13}$$

3.2 Commande avec retour d'état

Comme dans [46], considérons la loi de commande suivante

$$\begin{aligned}
\nu(e) &= -K_c (\lambda^r B_r^T \bar{S} \Delta_\lambda e) \\
u &= (G_1(\xi, z))^+ (G_1(\xi, z_d)u_d + \nu(e))
\end{aligned} \tag{3.14}$$

où

- λ est un scalaire strictement positif et Δ_λ est une matrice diagonale donnée par :

$$\Delta_\lambda = \text{diag} \left(I_p, \frac{1}{\lambda} I_p, \dots, \frac{1}{\lambda^{r-1}} I_p \right) \quad (3.15)$$

- $K_c : \Omega \subset \mathbb{R}^p \mapsto \mathbb{R}^p$ est une fonction bornée satisfaisant la propriété suivante :

$$\forall \omega \in \Omega \text{ on a } \omega^T K_c(\omega) \geq \frac{1}{2} \omega^T B_r B_r^T \omega \quad (3.16)$$

où Ω est un compact de \mathbb{R}^p ,

- \bar{S} dans (3.14) est la solution de l'équation algébrique suivante :

$$\bar{S} + A_r^T \bar{S} + \bar{S} A_r = \bar{S} B_r B_r^T \bar{S} \quad (3.17)$$

La matrice \bar{S} est symétrique défini positive et on a :[46]

$$B_r^T \bar{S} = C_r S^{-1} T = [C_q^q I_p \ C_q^{q-1} I_p \ \dots \ C_r^1 I_p]$$

Cette loi de commande avec retour d'état réalise bien l'objectif de poursuite considérée (3.12) comme l'indique le résultat fondamental suivant :

Théorème 3.1. *Sous les hypothèses (3.1) à (3.3), l'erreur de poursuite $e(t)$ du système (3.13) généré par la séquence d'entrée donnée par (3.14)-(3.16) converge exponentiellement vers zéro pour des valeurs de λ relativement grandes.*

Démonstration. En remplaçant l'expression (3.14) dans l'équation (3.13), on obtient

$$\begin{aligned} \dot{e} &= A_r e + B_r \nu(e) + B_r \left(g(\xi, z) - g(\xi, z_d) \right) + \psi(e + z_d) - \psi(z_d) \\ &= A_r e - B_r K_c(\lambda^r B_r^T \bar{S} \Delta_\lambda e) + B_r \left(g(\xi, z) - g(\xi, z_d) \right) + \psi(z) - \psi(z_d) \end{aligned}$$

Soit le changement de variable $\bar{e} = \Delta_\lambda e$. Compte tenu des identités $\Delta_\lambda A_r \Delta_\lambda^{-1} = \lambda A_r$, $\Delta_\lambda B_r = \frac{1}{\lambda^{r-1}} B_r$ et $e = \Delta_\lambda^{-1} \bar{e}$, \dot{e} peut être exprimé par

$$\begin{aligned} \dot{\bar{e}} &= \Delta_\lambda \dot{e} \\ &= \lambda A_r \bar{e} - \Delta_\lambda B_r K_c(\lambda^r B_r^T \bar{S} \bar{e}) + \Delta_\lambda B_r \left(g(\xi, z) - g(\xi, z_d) \right) + \Delta_\lambda \left(\psi(z) - \psi(z_d) \right) \\ &= \lambda A_r \bar{e} - \frac{1}{\lambda^{r-1}} B_r K_c(\lambda^r B_r^T \bar{S} \bar{e}) + \frac{1}{\lambda^{r-1}} B_r \left(g(\xi, z) - g(\xi, z_d) \right) + \Delta_\lambda \left(\psi(z) - \psi(z_d) \right) \end{aligned}$$

La convergence de l'erreur de poursuite \bar{e} vers zéro sera établie en utilisant l'approche de Lyapunov. Considérons la fonction quadratique suivante : $V(\bar{e}) = \bar{e}^T \bar{S} \bar{e}$, alors

$$\begin{aligned} \dot{V} &= 2\bar{e}^T \bar{S} \dot{\bar{e}} \\ &= 2\lambda \bar{e}^T \bar{S} A_r \bar{e} - \frac{2}{\lambda^{r-1}} \bar{e}^T \bar{S} B_r K_c(\lambda^r B_r^T \bar{S} \bar{e}) + \frac{2}{\lambda^{r-1}} \bar{e}^T \bar{S} B_r \left(g(\xi, z) - g(\xi, z_d) \right) \\ &\quad + 2\bar{e}^T \bar{S} \Delta_\lambda \left(\psi(z) - \psi(z_d) \right) \end{aligned} \quad (3.18)$$

En multipliant les deux côtés de l'équation (3.17) à gauche et à droite respectivement par \bar{e}^T et \bar{e} , on obtient

$$2\bar{e}^T \bar{S} A_r \bar{e} = -\bar{e}^T \bar{S} \bar{e} + \bar{e}^T \bar{S} B_r B_r^T \bar{S} \bar{e} \quad (3.19)$$

ce qui modifie l'expression (3.18) comme suit

$$\begin{aligned} \dot{V} &= -\lambda V + \lambda \bar{e}^T \bar{S} B_r B_r^T \bar{S} \bar{e} - \frac{2}{\lambda^{r-1}} \bar{e}^T \bar{S} B_r K_c (\lambda^r B_r^T \bar{S} \bar{e}) \\ &\quad + \frac{2}{\lambda^{r-1}} \bar{e}^T \bar{S} B_r (g(\xi, z) - g(\xi, z_d)) + 2\bar{e}^T \bar{S} \Delta_\lambda (\psi(z) - \psi(z_d)) \\ &= -\lambda V + \lambda \bar{e}^T \bar{S} B_r B_r^T \bar{S} \bar{e} - \frac{2}{\lambda^{2r-1}} (\lambda_r \bar{S} B_r \bar{S} \bar{e})^T K_c (\lambda^r B_r^T \bar{S} \bar{e}) \\ &\quad + \frac{2}{\lambda^{r-1}} \bar{e}^T \bar{S} B_r (g(\xi, z) - g(\xi, z_d)) + 2\bar{e}^T \bar{S} \Delta_\lambda (\psi(z) - \psi(z_d)) \\ &= -\lambda V + 2\lambda \left(\bar{e}^T \bar{S} B_r B_r^T \bar{S} \bar{e} - \frac{2}{\lambda^{2r}} (\lambda^r \bar{S} B_r \bar{S} \bar{e})^T K_c (\lambda^r B_r^T \bar{S} \bar{e}) \right) \\ &\quad + \frac{2}{\lambda^{r-1}} \bar{e}^T \bar{S} B_r (g(\xi, z) - g(\xi, z_d)) + 2\bar{e}^T \bar{S} \Delta_\lambda (\psi(z) - \psi(z_d)) \end{aligned} \quad (3.20)$$

En posant $w = B^T \bar{S} \bar{e}$ et en utilisant l'inégalité (3.16), on obtient :

$$(\lambda^r \bar{S} B_r \bar{S} \bar{e})^T K_c (\lambda^r B_r^T \bar{S} \bar{e}) \geq (\lambda^r \bar{S} B_r \bar{S} \bar{e})^T (\lambda^r \bar{S} B_r \bar{S} \bar{e}) = \lambda^{2r} \bar{e}^T \bar{S} B_r B_r^T \bar{S} \bar{e} \quad (3.21)$$

Utilisant (3.21), l'égalité (3.20) devient

$$\dot{V} \leq -\lambda V + \frac{2}{\lambda^{r-1}} \bar{e}^T \bar{S} B_r (g(\xi, z) - g(\xi, z_d)) + 2\bar{e}^T \bar{S} \Delta_\lambda (\psi(z) - \psi(z_d)) \quad (3.22)$$

Maintenant, compte tenu du caractère Lipschitz de ψ et de sa structure triangulaire, on peut montrer que l'on a pour $\lambda \geq 1$:

$$2\bar{e}^T \bar{S} \Delta_\lambda (\psi(z) - \psi(z_d)) \leq \gamma_1 V \quad (3.23)$$

où γ_1 est une constante indépendante de λ .

De même, puisque g est également lipschitzienne, on a

$$\frac{2}{\lambda^{r-1}} \bar{e}^T \bar{S} B_r (g(\xi, z) - g(\xi, z_d)) \leq \gamma_2 V \quad (3.24)$$

où γ_2 est une constante également indépendante de λ .

Et en combinant (3.22), (3.23) et (3.24), on obtient :

$$\dot{V} \leq -(\lambda - \gamma_1 - \gamma_2)V$$

Par conséquent :

$$V(\bar{e}) \leq e^{-(\lambda-\gamma)t}V(\bar{e}(0)) \quad (3.25)$$

avec $\gamma = \gamma_1 + \gamma_2$.

La relation (3.25) montre bien que V est une fonction de Lyapunov, et l'erreur de poursuite tend vers 0 exponentiellement.

□

Remarque 3.1. Dans le cas où la structure de la matrice A_r est de la forme :

$$A_r = \begin{pmatrix} 0 & A_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & A_2 & \ddots & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & 0 \\ \vdots & & \ddots & \ddots & A_{r-1} \\ 0 & \dots & \dots & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

où $A_i \in \mathcal{R}^{p \times p}$ pour $i \in [1, q-1]$, est une matrice carrée inversible, on peut montrer que la loi de commande $\nu(e)$ correspondante est donnée par [46] :

$$\nu(e) = - \left(\prod_{i=1}^{q-1} A_i \right)^{-1} K_c (\lambda^r B_r^T \bar{S} \Delta_\lambda \Lambda e) \quad (3.26)$$

$$\text{avec } \Lambda = \text{diag}(I_p, A_1, A_1 A_2, \dots, \prod_{i=1}^{q-1} A_i) \quad (3.27)$$

3.3 Commande avec retour de sortie

Au paragraphe précédent et lors de la synthèse de la loi de commande, tout l'état du système est supposé être disponible. Ceci est rarement le cas en pratique et l'on ne dispose en général que de certains états du système. C'est pourquoi, nous allons reconsidérer dans ce cas la synthèse de la loi de commande en ne supposant disponible que la sortie du système. L'état complet du système sera délivré par l'observateur de type grand gain présenté au chapitre précédent.

Pour décrire l'équation de l'observateur dans l'espace d'état (z, ξ) , le système (2.1) doit passer par deux transformations. Une transformation $x \rightarrow \zeta = \Phi(x)$ qui met le système sous la forme observable (2.5). La deuxième transformation amène le système dans les coordonnées (z, ξ) :

$$\zeta \rightarrow \Phi_c(\zeta) = \begin{pmatrix} z = \Phi_z(\zeta) \\ \xi = \Phi_\xi(\zeta) \end{pmatrix}$$

La jacobienne de cette transformation peut s'écrire comme suit :

$$\frac{\partial \Phi_c}{\partial \zeta}(\hat{\zeta}) = \begin{pmatrix} \frac{\partial \Phi_z}{\partial \zeta} \left(\Phi_c^{-1}(\hat{z}, \hat{\xi}) \right) \\ \frac{\partial \Phi_\xi}{\partial \zeta} \left(\Phi_c^{-1}(\hat{z}, \hat{\xi}) \right) \end{pmatrix} \quad (3.28)$$

L'observateur s'écrit dans les nouvelles coordonnées (z, ξ) comme suit

$$\begin{aligned} \dot{\hat{z}} &= A_r \hat{z} + \psi(\hat{z}) + B_r \left(G_1(\hat{\xi}, \hat{z}) \hat{u} + g(\hat{\xi}, \hat{z}) \right) - \theta \frac{\partial \Phi_z}{\partial \zeta} \left(\Phi_c^{-1}(\hat{z}, \hat{\xi}) \right) \times \\ &\quad \frac{\partial \Phi}{\partial x} \left(\Phi^{-1} \left(\Phi_c^{-1}(\hat{z}, \hat{\xi}) \right) \right) \Lambda_U \Delta_\theta^{-1} K C \tilde{\zeta} \\ \dot{\hat{\xi}} &= \eta(\hat{\xi}, \hat{z}, u) - \theta \frac{\partial \Phi_\xi}{\partial \zeta} \left(\Phi_c^{-1}(\hat{z}, \hat{\xi}) \right) \frac{\partial \Phi}{\partial x} \left(\Phi^{-1} \left(\Phi_c^{-1}(\hat{z}, \hat{\xi}) \right) \right) \Lambda_U \Delta_\theta^{-1} K C \tilde{\zeta} \end{aligned} \quad (3.29)$$

Les équations de l'observateur qui fournissent l'estimée de l'erreur de poursuite $\hat{e} = \hat{z} - z_d$ peuvent s'écrire comme suit :

$$\begin{aligned} \dot{\hat{e}} &= A_r \hat{e} + B_r \left(G_1(\hat{\xi}, \hat{e} + z_d) \hat{u} - G_1(\hat{\xi}, z_d) u_d \right) + B_r \left(g(\hat{\xi}, \hat{e} + z_d) - g(\hat{\xi}, z_d) \right) + \\ &\quad \psi(\hat{e} + z_d) - \psi(z_d) - \theta \frac{\partial \Phi_z}{\partial \zeta} \left(\Phi_c^{-1}(\hat{z}, \hat{\xi}) \right) \frac{\partial \Phi}{\partial x} \left(\Phi^{-1} \left(\Phi_c^{-1}(\hat{z}, \hat{\xi}) \right) \right) \Lambda_U \Delta_\theta^{-1} K C \tilde{\zeta} \\ \dot{\hat{\xi}} &= \eta(\hat{\xi}, \hat{e} + z_d, \hat{u}) - \theta \frac{\partial \Phi_\xi}{\partial \zeta} \left(\Phi_c^{-1}(\hat{z}, \hat{\xi}) \right) \frac{\partial \Phi}{\partial x} \left(\Phi^{-1} \left(\Phi_c^{-1}(\hat{z}, \hat{\xi}) \right) \right) \Lambda_U \Delta_\theta^{-1} K C \tilde{\zeta} \end{aligned} \quad (3.30)$$

D'après le principe d'équivalence certaine, la loi de commande proposée dans (3.14) aura l'expression suivante

$$\begin{aligned}\hat{u} &\triangleq u(\hat{\xi}, \hat{z}) = \left(G_1(\hat{\xi}, \hat{z})\right)^+ \left(z_d^r - g(\hat{\xi}, z_d) + \nu(\hat{e})\right) \\ \nu(\hat{e}) &= -K_c \left(\lambda^r B_r^T \bar{S} \Delta_\lambda \hat{e}\right)\end{aligned}\tag{3.31}$$

où z_d^r , \bar{S} et Δ_λ sont donnés respectivement par (3.11), (3.17) et (3.15).

Dans la suite on aura besoin de l'hypothèse suivante pour démontrer la convergence de l'observateur à grand gain :

Hypothèse 3.4. *La fonction φ est globalement lipschitzienne par rapport à x uniformément en u .*

Les résultats de la commande grand gain par retour de sortie, sont énoncés par le théorème suivant :

Théorème 3.2. *La commande avec retour de sortie du système (3.1) par la loi de commande grand gain (3.31) réalise une poursuite parfaite asymptotique, soit $\lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = 0$, pourvu que les hypothèses (hypothèse 3.1) - (hypothèse 3.4) soient vérifiées.*

Démonstration. En procédant comme dans [28], on peut montrer que le système dynamique suivant est un observateur pour le système (3.1) :

$$\dot{\hat{\zeta}} = A\hat{\zeta} + \varphi(\hat{u}, \hat{\zeta}) - \theta \Delta_\theta^{-1} K C (\hat{\zeta} - \zeta) + \Gamma(\hat{\zeta}) \theta \Delta_\theta^{-1} K C \Delta_\theta^{-1} (\hat{\zeta} - \zeta)\tag{3.32}$$

où K est telle que $\tilde{A} = A - K C$ est Hurwitz.

où $\Gamma(\hat{\zeta})$ est une matrice triangulaire inférieure bornée avec des zéros sur la diagonale principale.

Soit $\tilde{\zeta}$ l'erreur d'observation. Nous avons :

$$\dot{\tilde{\zeta}} = A\tilde{\zeta} + \varphi(\hat{u}, \hat{\zeta}) - \varphi(\hat{u}, \zeta) - B b(\zeta) \varepsilon(t) - \theta \Delta_\theta^{-1} K C (\hat{\zeta} - \zeta) + \Gamma(\hat{\zeta}) \theta \Delta_\theta^{-1} K C \Delta_\theta^{-1} (\hat{\zeta} - \zeta)\tag{3.33}$$

Introduisons maintenant le changement de variable suivant : $\bar{\zeta} = \Delta_\theta \zeta$. On obtient :

$$\begin{aligned}\dot{\bar{\zeta}} &= \theta \tilde{A} \bar{\zeta} + \Delta_\theta \left(\varphi(\hat{u}, \hat{\zeta}) - \varphi(\hat{u}, \zeta) \right) - \Delta_\theta B b(\zeta) \varepsilon(t) \\ &\quad + \theta \Delta_\theta \Gamma(\hat{\zeta}) \Delta_\theta^{-1} K C \bar{\zeta}\end{aligned}\tag{3.34}$$

Comme \tilde{A} est Hurwitz, il existe une matrice symétrique définie positive $P = P^T > 0$ et un réel $a > 0$ tels que

$$P\tilde{A} + \tilde{A}^T P \leq -aP \quad (3.35)$$

Considérons maintenant la fonction quadratique suivante : $V_1(\bar{\zeta}) = \bar{\zeta}^T P \bar{\zeta}$; Nous avons

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 &= 2\bar{\zeta}^T P \dot{\bar{\zeta}} \\ &\leq -a\theta V_1 + 2\bar{\zeta}^T P \Delta_\theta \left(\varphi(\hat{u}, \hat{\zeta}) - \varphi(\hat{u}, \zeta) \right) \\ &\quad - 2\bar{\zeta}^T P \Delta_\theta B b(\zeta) \varepsilon(t) + 2\bar{\zeta}^T P \theta \Delta_\theta \Gamma(\hat{\zeta}) \Delta_\theta^{-1} K C \bar{\zeta} \end{aligned} \quad (3.36)$$

Maintenant, comme φ est triangulaire et est lipschitz par rapport à ζ , on peut montrer que pour $\theta \geq 1$:

$$2\bar{\zeta}^T P \Delta_\theta \left(\varphi(\hat{u}, \hat{\zeta}) - \varphi(\hat{u}, \zeta) \right) \leq k_1 V(\bar{\zeta}) \quad (3.37)$$

où k_1 est une constante positive indépendante de θ .

De même, comme Γ est une matrice triangulaire inférieure bornée avec des zéros sur la diagonale, on a pour $\theta \geq 1$:

$$2\bar{\zeta}^T P \theta \Delta_\theta \Gamma(\hat{\zeta}) \Delta_\theta^{-1} K C \bar{\zeta} \leq k_2 V(\bar{\zeta}) \quad (3.38)$$

où k_2 est une constante positive indépendante de θ .

Par ailleurs, comme $b(\zeta)$ est bornée (par b_ζ), on a :

$$2\bar{\zeta}^T P \Delta_\theta B b(\zeta) \varepsilon(t) \leq \frac{c_1 \delta}{\theta^{q-1}} \sqrt{V_1} \quad (3.39)$$

où $\delta = \sup_{t \geq 0} \varepsilon(t)$ et c_1 est une constante positive indépendante de θ .

Utilisant (3.37), (3.38) et (3.39) dans (3.36), on obtient :

$$\dot{V}_1 \leq -(a\theta - k)V_1 + \frac{c\delta}{\theta^{q-1}} \sqrt{V_1} \quad (3.40)$$

avec $k = k_1 + k_2$.

d'où

$$\sqrt{V_1} \leq e^{-\frac{a\theta - k}{2}t} \sqrt{V_1(0)} + \frac{c\delta}{\theta^{q-1}(a\theta - k)} \quad (3.41)$$

Il s'ensuit

$$\|\bar{\zeta}(t)\| \leq \sqrt{\mu(P)} e^{-\frac{a\theta - k}{2}t} \sqrt{\|\bar{\zeta}(0)\|} + \frac{c\delta}{\theta^{q-1} \sqrt{\lambda_{\min}(P)} (a\theta - k)} \quad (3.42)$$

où $\mu(P) = \frac{\lambda_{\min}(P)}{\lambda_{\max}(P)}$ avec $\lambda_{\min}(\cdot)$ (resp. $\lambda_{\max}(\cdot)$) est la plus petite (resp. la plus grande) valeur propre de P . De même, comme nous avons pour $\theta \geq 1$:

$$\forall t \geq 0 : \|\bar{\zeta}(t)\| \leq \|\zeta(t)\| \leq \theta^{q-1} \|\bar{\zeta}(t)\| \quad (3.43)$$

l'inégalité (3.42) devient

$$\|\zeta(t)\| \leq \sqrt{\mu(P)} \theta^{q-1} e^{-\frac{a\theta-k}{2}t} \sqrt{\|\zeta(0)\|} + \frac{c\delta}{\sqrt{\lambda_{\min}(P)}(a\theta - k)} \quad (3.44)$$

On remarque que l'erreur d'observation reste confinée dans une boule dont le rayon est proportionnel à δ (la borne supérieure des incertitudes $\varepsilon(t)$) et à $\frac{1}{\theta}$. Par conséquent, cette erreur peut être rendue aussi petite que désirée par le choix de valeurs relativement élevées de θ . Notons qu'en l'absence d'incertitude ($\delta = 0$), nous avons une convergence exponentielle vers zéro de l'erreur d'observation.

Nous allons établir maintenant la convergence de l'erreur de poursuite. En effet, considérons le changement de variables suivant : $\bar{e} = \Delta_\lambda \hat{e}$; en remarquant que $\Delta_\lambda B_r = \frac{1}{\lambda^{r-1}} B_r$, la dynamique de \bar{e} peut s'obtenir à partir de celle de $\hat{e}(t)$ (3.30) et elle s'écrit comme suit

$$\begin{aligned} \dot{\bar{e}} &= \lambda A_r \bar{e} - \frac{1}{\lambda^{r-1}} B_r K_c (\lambda^r B_r^T \bar{S} \bar{e}) + \frac{1}{\lambda^{r-1}} B_r \left(g(\hat{\xi}, z) - g(\hat{\xi}, z_d) \right) + \Delta_\lambda (\psi(z) - \psi(z_d)) \\ &\quad - \theta^{1-q} \Delta_\lambda \frac{\partial \Phi_z}{\partial \zeta}(\hat{\zeta}) \frac{\partial \Phi}{\partial x}(\hat{x}) \Lambda_U \Delta_\theta^{-1} K C \bar{\zeta} \end{aligned} \quad (3.45)$$

Considérons maintenant la fonction quadratique $V_r(\bar{e}) = \bar{e}^T \bar{S} \bar{e}$. on a :

$$\begin{aligned} \dot{V}_r &= 2\bar{e}^T \bar{S} \dot{\bar{e}} \\ &= 2\lambda \bar{e}^T \bar{S} A_r \bar{e} - 2\frac{1}{\lambda^{2r-1}} \lambda^r \bar{e}^T \bar{S} B_r K_c (\lambda^r B_r^T \bar{S} \bar{e}) + 2\frac{1}{\lambda^{r-1}} \bar{e}^T \bar{S} B_r \left(g(\hat{\xi}, z) - g(\hat{\xi}, z_d) \right) \\ &\quad + 2\bar{e}^T \bar{S} \Delta_\lambda (\psi(z) - \psi(z_d)) - 2\theta^{1-q} \bar{e}^T \bar{S} \Delta_\lambda \frac{\partial \Phi_z}{\partial \zeta}(\hat{\zeta}) \frac{\partial \Phi}{\partial x}(\hat{x}) \Lambda_U \Delta_\theta^{-1} K C \bar{\zeta} \\ &\leq -\lambda V_r(\bar{e}) + 2\frac{1}{\lambda^{r-1}} \bar{e}^T \bar{S} B_r \left(g(\hat{\xi}, z) - g(\hat{\xi}, z_d) \right) \\ &\quad + 2\bar{e}^T \bar{S} \Delta_\lambda (\psi(z) - \psi(z_d)) + 2\theta^{1-q} \bar{e}^T \bar{S} \Delta_\lambda \frac{\partial \Phi_z}{\partial \zeta}(\hat{\zeta}) \frac{\partial \Phi}{\partial x}(\hat{x}) \Lambda_U \Delta_\theta^{-1} K C \bar{\zeta} \end{aligned} \quad (3.46)$$

En utilisant les mêmes arguments que dans le cas avec retour d'état, nous pouvons établir les inégalités suivantes pour $\lambda \geq 1$:

$$\begin{aligned} 2\frac{1}{\lambda^{r-1}} \bar{e}^T \bar{S} B_r \left(g(\hat{\xi}, z) - g(\hat{\xi}, z_d) \right) &\leq -\gamma_1 V_r(\bar{e}) \\ 2\bar{e}^T \bar{S} \Delta_\lambda (\psi(z) - \psi(z_d)) &\leq -\gamma_2 V_r(\bar{e}) \\ 2\theta^{1-q} \bar{e}^T \bar{S} \Delta_\lambda \frac{\partial \Phi_z}{\partial \zeta}(\hat{\zeta}) \frac{\partial \Phi}{\partial x}(\hat{x}) \Lambda_U \Delta_\theta^{-1} K C \bar{\zeta} &\leq c_r \sqrt{V_1} \sqrt{V_r} \end{aligned} \quad (3.47)$$

L'inégalité (3.46) devient :

$$\dot{V}_r \leq -(\lambda - \gamma)V_r + c_r \sqrt{V_1} \sqrt{V_r} \quad (3.48)$$

Utilisant l'inegalité (3.41), on obtient :

$$\dot{V}_r(\bar{e}(t)) \leq -(\lambda - \gamma)V_r(\bar{e}(t)) + \sqrt{V_r(\bar{e}(t))} c_r \left(e^{-\frac{a\theta - k_1}{2}t} \sqrt{V_1(\bar{\zeta}(0))} + \frac{c\delta}{\theta^{q-1}(a\theta - k)} \right)$$

ou de manière équivalente

$$\frac{\dot{V}_r}{2\sqrt{V_r}}(\bar{e}(t)) \leq -\frac{(\lambda - \gamma)}{2} \sqrt{V_r(\bar{e}(t))} + \frac{c_r}{2} \left(e^{-\frac{a\theta - k_1}{2}t} \sqrt{V_1(\bar{\zeta}(0))} + \frac{c\delta}{\theta^{q-1}(a\theta - k)} \right)$$

d'où

$$\sqrt{V_r(\bar{e}(t))} \leq e^{-\frac{(\lambda - \gamma)}{2}t} \sqrt{V_r(\bar{e}(0))} + \frac{c_r}{a\theta - k - \lambda + \gamma} e^{-\frac{a\theta - k_1}{2}t} + \frac{cc_r\delta}{\theta^{q-1}(a\theta - k)(\lambda - \gamma)} \quad (3.49)$$

Il ressort de cette dernière inégalité qu'en l'absence d'incerttitude ($\delta = 0$), nous avons une convergence exponentielle. Sinon, l'erreur de poursuite peut être rendu aussi petite que désirée en prenant des valeurs relativement grandes de θ .

□

Remarque 3.2. Incorporation d'une Action Intégrale Filtrée

L'incorporation de l'action integrale dans le système (3.4) conduit au système suivant :

$$e \rightarrow e_a = \begin{pmatrix} e^i \\ e^f \\ e \end{pmatrix}, \quad A_r \rightarrow A_a = \begin{pmatrix} 0 & I_p & 0 \\ 0 & 0 & \Gamma_c \\ 0 & 0 & A_r \end{pmatrix}, \quad B_r \rightarrow B_a = \begin{pmatrix} 0_p \\ 0_p \\ B_r \end{pmatrix}$$

$$\psi(z, e) \rightarrow \psi_a(z, e_a) = \begin{pmatrix} 0_p \\ -\Gamma_c e^f \\ \psi(z) \end{pmatrix}$$

D'où l'expression du vecteur de l'erreur augmenté e_a :

$$\begin{aligned} \dot{e}_a &= A_a e_a + B_a \left(b_r(\xi, z) u_a - b_r(\xi, z_d) u_d \right) + B_a \left(g(\xi, z) - g(\xi, z_d) \right) + \psi_a(z_d, e_a) - \psi(z_d, 0) \\ \dot{\xi} &= \eta(\xi, z, u_a) \end{aligned} \quad (3.50)$$

La structure de l'erreur (3.50) ressemble à celle de (3.13), donc, la loi de commande adoptée avec l'action integrale filtrée sera donnée par :

$$\begin{aligned} u_a(\hat{e}_a) &= G_1^+(\xi, z) \left(G_1(\xi, z) + \nu(e_a) \right) \\ &= \hat{z}_d^q - g(\hat{\xi}, z_d) + \nu_a(\hat{e}_a) \\ \nu_a(\hat{e}_a) &= -\Gamma_c^{-1} K_{ac} (\lambda^{r+2} B_a^T \bar{S}_a \Delta_{a\lambda} \Lambda e_a) \end{aligned} \quad (3.51)$$

avec, $\Delta_{a\lambda} = \text{diag}(I_p, \frac{1}{\lambda}I_p, \dots, \frac{1}{\lambda^{r+1}}I_p)$, $\Lambda = \text{diag}(I_p, I_p, \Gamma_c, \Gamma_c, \dots, \Gamma_c)$.

K_{ac} est une fonction de synthèse bornée satisfaisant la même inégalité que K .

\bar{S}_a est l'unique solution définie positive de l'équation algébrique

$$\bar{S}_a + \bar{S}_a \bar{A}_a + \bar{A}_a^T \bar{S}_a = \bar{S}_a \bar{B}_a \bar{B}_a^T \bar{S}_a \quad (3.52)$$

3.4 Commande Grand Gain Sans Capteurs de la Machine Asynchrone

Dans ce qui suit, nous allons appliquer la loi de commande avec retour de sortie au moteur asynchrone. Plus précisément, l'objectif de commande consiste à faire la poursuite d'une trajectoire de référence de la vitesse mécanique, w , tout en maintenant constant la norme des flux rotoriques $\psi^T \psi$. Les seules mesures d'état disponibles sont celles correspondant aux courants statoriques.

Posons :

$$z^1 = \begin{pmatrix} z_1^1 = w \\ z_2^1 = \psi^T \psi \end{pmatrix}, \quad z^2 = \begin{pmatrix} z_1^2 = \frac{pM}{L_r} i^T J_2 \psi \\ z_2^2 = \psi^T i \end{pmatrix}, \quad \xi = \text{Arctg}\left(\frac{\psi_2}{\psi_1}\right) \quad (3.53)$$

Montrons que le système dont l'état est $(z^{1T} \ z^{2T} \ \xi)^T$ se met sous la forme (3.4). En effet :

- La dérivée $\dot{z}^1 = \begin{pmatrix} \dot{z}_1^1 \\ \dot{z}_2^1 \end{pmatrix}$ et ses composantes sont obtenues comme suit :

$$\begin{aligned} \dot{z}_1^1 &= \dot{w} = \frac{pM}{L_r} i^T J_2 \psi - \frac{1}{J} T_L \\ &= \frac{1}{J} z_2^2 - \frac{1}{J} T_L \end{aligned} \quad (3.54)$$

$$\begin{aligned} \dot{z}_2^1 &= 2\psi^T \dot{\psi} = 2\psi^T \left[\frac{M}{T_r} i - \left(\frac{1}{T_r} I_2 - pw J_2 \right) \psi \right] \\ &= 2\frac{M}{T_r} \psi^T i - \frac{2}{T_r} \psi^T \psi + 2pw \psi^T J_2 \psi \\ &= -\frac{2}{T_r} z_2^1 + 2\frac{M}{T_r} z_2^2 \end{aligned} \quad (3.55)$$

- La dérivée $\dot{z}^2 = \begin{pmatrix} \dot{z}_1^2 \\ \dot{z}_2^2 \end{pmatrix}$ et ses composants sont obtenues comme suit :

$$\begin{aligned}
\dot{z}_1^2 &= \frac{pM}{L_r} \left(i^T J_2 \psi + i^T J_2 \dot{\psi} \right) \\
&= \frac{pM}{L_r} \left(\left(-\gamma i + kF(w)\psi + \frac{1}{\sigma L_s} u \right)^T J_2 \psi + i^T J_2 \left(\frac{M}{T_r} i - F(w)\psi \right) \right) \\
&= \frac{pM}{L_r} \left(-\gamma i^T J_2 \psi + k\psi^T \left(\frac{1}{T_r} J_2 - pw J_2 \right) \psi \right. \\
&\quad \left. + \frac{1}{\sigma L_s} u^T J_2 \psi - i^T \left(\frac{1}{T_r} J_2 + pw I_2 \right) \psi \right) \\
&= -\gamma \frac{pM}{L_r} i^T J_2 \psi - k \frac{p^2 M}{L_r} w \psi^T \psi + \frac{pM}{\sigma L_s L_r} u^T J_2 \psi - \frac{pM}{T_r L_r} i^T J_2 \psi - \frac{p^2 M}{L_r} w i^T \psi \\
&= -k \frac{p^2 M}{L_r} z_1^1 z_2^1 - \left(\gamma + \frac{1}{T_r} \right) z_2^2 - \frac{p^2 M}{L_r} z_1^1 z_2^2 - \frac{pM}{\sigma L_s L_r} \sqrt{z_2^1} (\sin \xi - \cos \xi) u
\end{aligned} \tag{3.56}$$

$$\begin{aligned}
\dot{z}_2^2 &= \dot{\psi}^T i + \psi^T \dot{i} \\
&= \left(\frac{M}{T_r} i - \left(\frac{1}{T_r} I_2 - pw J_2 \right) \psi \right)^T i + \psi^T \left(-\gamma i + k \left(\frac{1}{T_r} I_2 - pw J_2 \right) \psi + \frac{1}{\sigma L_s} u \right) \\
&= \frac{M}{T_r} i^T i - \frac{1}{T_r} \psi^T i - pw \psi^T J_2 i - \gamma \psi^T i + \frac{k}{T_r} \psi^T \psi + \frac{1}{\sigma L_s} \psi^T u
\end{aligned}$$

Nous avons :

$$\begin{aligned}
(i^T J_2 \psi)^2 &= i_2^2 \psi_1^2 + i_1^2 \psi_2^2 - 2i_1 i_2 \psi_1 \psi_2 \\
(\psi^T i)^2 &= i_1^2 \psi_1^2 + i_2^2 \psi_2^2 + 2i_1 i_2 \psi_1 \psi_2
\end{aligned}$$

donc :

$$\begin{aligned}
(i^T J_2 \psi)^2 + (\psi^T i)^2 &= (i_1^2 + i_2^2)(\psi_1^2 + \psi_2^2) = i^T i \psi^T \psi \\
\left(\frac{L_r}{pM} \right)^2 (z_1^2)^2 + (z_2^2)^2 &= i^T i z_2^1 \\
i^T i &= \frac{1}{z_2^1} \left[\left(\frac{L_r}{pM} \right)^2 (z_1^2)^2 + (z_2^2)^2 \right]
\end{aligned}$$

la relation de \dot{z}_2^2 devient en combinant les relation précédentes :

$$\dot{z}_2^2 = \frac{M}{T_r z_2^1} \left[\left(\frac{L_r}{pM} \right)^2 (z_1^2)^2 + (z_2^2)^2 \right] - \left(\gamma + \frac{1}{T_r} \right) z_2^2 + \frac{L_r}{M} z_1^1 z_2^2 + \frac{k}{T_r} z_2^1 + \frac{pM}{\sigma L_s L_r} \sqrt{z_2^1} (\cos \xi - \sin \xi) u \tag{3.57}$$

- Ayant $\frac{\partial}{\partial \varsigma} \text{Arctg}(\varsigma) = \frac{\dot{\varsigma}}{1 + \varsigma^2}$, la dérivée $\dot{\xi}$ est calculée comme suit :

$$\begin{aligned}
\dot{\varsigma} &= \left(\frac{\psi_2}{\psi_1} \right)^{\cdot} = \frac{\dot{\psi}_2 \psi_1 - \psi_2 \dot{\psi}_1}{\psi_1^2} \\
\dot{\xi} &= pz_1^1 + \frac{L_r}{pT_r} \frac{z_1^2}{z_2^1}
\end{aligned} \tag{3.58}$$

Les equations d'état (3.54)-(3.58) forment le modèle d'état suivant :

$$\begin{aligned}
\dot{z}_1^1 &= \frac{1}{J}z_1^2 - \frac{1}{J}T_L \\
\dot{z}_2^1 &= -\frac{2}{T_r}z_2^1 + 2\frac{M}{T_r}z_2^2 \\
\dot{z}_1^2 &= -k\frac{p^2M}{L_r}z_1^1z_2^1 - \left(\gamma + \frac{1}{T_r}\right)z_1^2 - \frac{p^2M}{L_r}z_1^1z_2^2 - \frac{pM}{\sigma L_s L_r}\sqrt{z_2^1}(\sin\xi - \cos\xi)u \\
\dot{z}_2^2 &= \frac{M}{T_r z_2^1} \left[\left(\frac{L_r}{pM}\right)^2 (z_1^2)^2 + (z_2^2)^2 \right] - \left(\gamma + \frac{1}{T_r}\right)z_2^2 + \frac{L_r}{M}z_1^1z_2^2 + \frac{k}{T_r}z_2^1 \\
&\quad + \frac{pM}{\sigma L_s L_r}\sqrt{z_2^1}(\cos\xi \sin\xi)u \\
\dot{\xi} &= pz_1^1 + \frac{L_r}{pT_r}z_1^2
\end{aligned} \tag{3.59}$$

qui peut se mettre sous la forme commandable (3.4) avec

$$z = \begin{pmatrix} z_1^1 \\ z_2^1 \\ z_1^2 \\ z_2^2 \end{pmatrix}, \quad A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \frac{1}{J} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{2M}{T_r} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad A_1 = \begin{pmatrix} \frac{1}{J} & 0 \\ 0 & \frac{2M}{T_r} \end{pmatrix} \tag{3.60}$$

$$b(z, \xi) = \frac{\sqrt{z_2^1}}{\sigma L_s} \begin{pmatrix} -\frac{pM}{L_r}\sin(\xi) & \frac{pM}{L_r}\cos(\xi) \\ \cos(\xi) & \sin(\xi) \end{pmatrix} = \frac{1}{\sigma L_s} \begin{pmatrix} -\frac{pM}{L_r}\psi_2 & \frac{pM}{L_r}\psi_1 \\ \psi_1 & \psi_2 \end{pmatrix} \tag{3.61}$$

$$g(z, \xi) = \begin{pmatrix} g_1(z, \xi) \\ g_2(z, \xi) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -k\frac{p^2M}{L_r}z_1^1z_2^1 - \left(\gamma + \frac{1}{T_r}\right)z_1^2 - \frac{p^2M}{L_r}z_1^1z_2^2 \\ \frac{M}{T_r z_2^1} \left(\left(\frac{L_r}{pM}\right)^2 (z_1^2)^2 + (z_2^2)^2 \right) - \left(\gamma + \frac{1}{T_r}\right)z_2^2 + \frac{L_r}{M}z_1^1z_2^2 + \frac{k}{T_r}z_2^1 \end{pmatrix} \tag{3.62}$$

$$\Psi(z) = \begin{pmatrix} \Psi_1(z) \\ \Psi_2(z) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{-T_L}{J} \\ -2z_2^1 \\ \frac{T_r}{T_r} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \tag{3.63}$$

Il est clair que les fonctions $b(z, \xi)$, $g(z, \xi)$ et $\Psi(z)$ vérifient l'hypothèse 3.2 et une loi de commande de type (3.51) peut être synthétisé pour le système (3.59) pour réaliser l'objectif de commande.

L'erreur de poursuite est définié par $e = z - z_d = \begin{pmatrix} e_1 \\ e_2 \end{pmatrix}$, avec

$$e_1 = \begin{pmatrix} z_1^1 - z_{1d}^1 \\ z_2^1 - z_{2d}^1 \end{pmatrix} \text{ et } e_2 = \begin{pmatrix} z_1^2 - z_{1d}^2 \\ z_2^2 - z_{2d}^2 \end{pmatrix}$$

La loi de commande incluant une action intégrale s'écrit comme suit :

$$\begin{aligned} \nu_a(e) &= -(\Gamma_c A_1)^{-1} K_{ac} (\lambda^4 B_a^T \bar{S}_a \Delta_{a\lambda} \Lambda e_a) \\ u_a &= G_1(z, \xi)^+ (z_d^2 - g(z_d, \xi) + \nu(e_a)) \end{aligned} \quad (3.64)$$

où $e_a = \begin{pmatrix} e^i \\ e^f \\ e \end{pmatrix}$, $\Delta_{a\lambda} = \text{diag}(I_2, \frac{1}{\lambda} I_2, \frac{1}{\lambda^2} I_2, \frac{1}{\lambda^3} I_2)$, \bar{S}_a est la solution unique définie positive

de l'équation algébrique de Lyapunov $\bar{S}_a + A_a^T \bar{S}_a + \bar{S}_a A_a = \bar{S}_a B_a B_a^T \bar{S}_a$. La fonction K_{ac} est une fonction bornée et elle est telle que : $\zeta^T B_a B_a^T K_{ac}(\zeta) \geq \frac{1}{2} \zeta^T B_a B_a^T \zeta$. Plusieurs fonctions satisfont cette propriété et quelques unes sont détaillées en [46]. Ici, cette fonction est remplacée par la fonction $(k_{cmd} \tanh(\cdot))$ où k_{cmd} est un scalaire positif et $\tanh(\cdot)$ représente la fonction tangente hyperbolique.

$$B_a^T \bar{S}_a = [C_4^4 I_2 \ C_4^3 I_2 \ C_4^2 I_2 \ C_4^1 I_2] \text{ avec } C_n^p = \frac{n!}{p!(n-p)!}$$

$$\Lambda = \text{diag}(I_2, I_2, \Gamma_c, \Gamma_c A_1)$$

$$B_a = (0_2 \ 0_2 \ 0_2 \ I_2)^T \text{ et } 0_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

On peut remarquer que la matrice $b(z, \xi)$ donnée par (3.61) est inversible tant que la norme du flux *i.e.* $(\psi_1^2 + \psi_2^2)$ n'est pas nulle. son nvrse se s'exprime comme suit

$$G_1(z, \xi)^+ = -\frac{\sigma L_s L_r}{pM \sqrt{z_2^1}} \begin{pmatrix} \sin(\xi) & -\frac{pM}{L_r} \cos(\xi) \\ -\cos(\xi) & -\frac{pM}{L_r} \sin(\xi) \end{pmatrix} = -\frac{\sigma L_s L_r}{pM z_2^1} \begin{pmatrix} \psi_2 & -\frac{pM}{L_r} \psi_1 \\ -\psi_1 & -\frac{pM}{L_r} \psi_2 \end{pmatrix} \quad (3.65)$$

La fonction $g(z_d, \xi)$ aura l'expression suivante :

$$g(z_d, \xi) = \begin{pmatrix} -k \frac{p^2 M}{L_r} z_{d1}^1 z_{d2}^1 - (\gamma + \frac{1}{T_r}) z_{d1}^2 - \frac{p^2 M}{L_r} z_{d1}^1 z_{d2}^2 \\ \frac{M}{T_r z_{d2}^1} \left(\left(\frac{L_r}{pM} \right)^2 (z_{d1}^2)^2 + (z_{d2}^2)^2 \right) - (\gamma + \frac{1}{T_r}) z_{d2}^2 + \frac{L_r}{M} z_{d1}^1 z_{d1}^2 + \frac{k}{T_r} z_{d2}^1 \end{pmatrix} \quad (3.66)$$

La dérivée \dot{z}_d^2 peut être calculée en fonction des valeurs désirées $z_{1d}^1 = w_d$, $z_{2d}^1 = \|\phi_d\|^2$ à partir des équations du système (3.4) comme suit

$$\begin{aligned}
\dot{z}^1 &= A_1 z^2 + \psi_1(T_L, z^1) \\
\text{d'où : } z_d^2 &= A^{-1} [\dot{z}_d^1 - \psi_1(T_L, z^1)] \\
\text{et } \dot{z}_d^2 &= A^{-1} \left[\ddot{z}_d^1 - \frac{\partial \psi_1}{\partial T_L}(T_L, z_d^1) \dot{T}_L - \frac{\partial \psi_1}{\partial z_d^1}(T_L, z^1) \dot{z}_d^1 \right]
\end{aligned}$$

D'où l'expression finale de \dot{z}_d^2

$$\dot{z}_d^2 = \begin{pmatrix} J\dot{z}_{d1}^1 + \dot{T}_L \\ \frac{T_r}{2M}\dot{z}_{d2}^1 + \frac{1}{M}\dot{z}_{d2}^1 \end{pmatrix} \quad (3.67)$$

Pour le calcul de $\nu(e_a)$ avec la fonction tangente hyperbolique de K_{ca} . Calculons d'abord $\Gamma_c A_1$:

$$\begin{aligned}
\Gamma_c A_1 &= \begin{pmatrix} \frac{1}{\tau_1 J} & 0 \\ 0 & \frac{2M}{\tau_2 T_r} \end{pmatrix} \\
\text{d'où : } (\Gamma_c A_1)^{-1} &= \begin{pmatrix} \tau_1 J & 0 \\ 0 & \frac{\tau_2 T_r}{2M} \end{pmatrix}
\end{aligned}$$

Selon les deux remarques 3.1 et 3.2, on obtient

$$\begin{aligned}
\nu_a(e) &= -(\Gamma_c A_1)^{-1} K_{ac} (\lambda^4 B_a^T \bar{S}_a \Delta_{a\lambda} \Lambda e_a) \\
&= -k_{cmd} (\Gamma_c A_1)^{-1} \tanh \left(B_a^T \begin{pmatrix} \times & \times & \times & \times \\ \times & \times & \times & \times \\ \times & \times & \times & \times \\ C_4^4 I_2 & C_4^3 I_2 & C_4^2 I_2 & C_4^1 I_2 \end{pmatrix} \times \right. \\
&\quad \left. \begin{pmatrix} I_2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{\lambda} I_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{\lambda^2} I_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{\lambda^3} I_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & I_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \Gamma_c & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \Gamma_c A_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e^i \\ e^f \\ e^1 \\ e^2 \end{pmatrix} \right) \\
\nu_a(e) &= -k_{cmd} \begin{pmatrix} \tau_1 J & 0 \\ 0 & \frac{\tau_2 T_r}{2M} \end{pmatrix} \tanh (\lambda^4 e^i + 4\lambda^3 e^f + 6\lambda^2 \Gamma_c e^1 + 4\lambda^1 \Gamma_c A_1 e^2) \quad (3.68)
\end{aligned}$$

Finalement, nous avons calculé tous les termes intervenant dans la loi de commande qui s'écrit comme suit

$$u_a = G_1(\hat{z}, \hat{\xi})^+ (\dot{z}_d^2 - g(z_d, \xi) + \nu(\hat{e}_a))$$

3.5 Validation de la stratégie de commande

La loi de commande avec retour de sortie a été appliqué au moteur asynchrone sur un horizon de simulation de 12 s. Les paramètres du moteur sont les mêmes que ceux utilisés dans le paragraphe 2.3.1 pour la simulation de l'observateur. Le profil désirée de vitesse est décrit par la figure suivante :

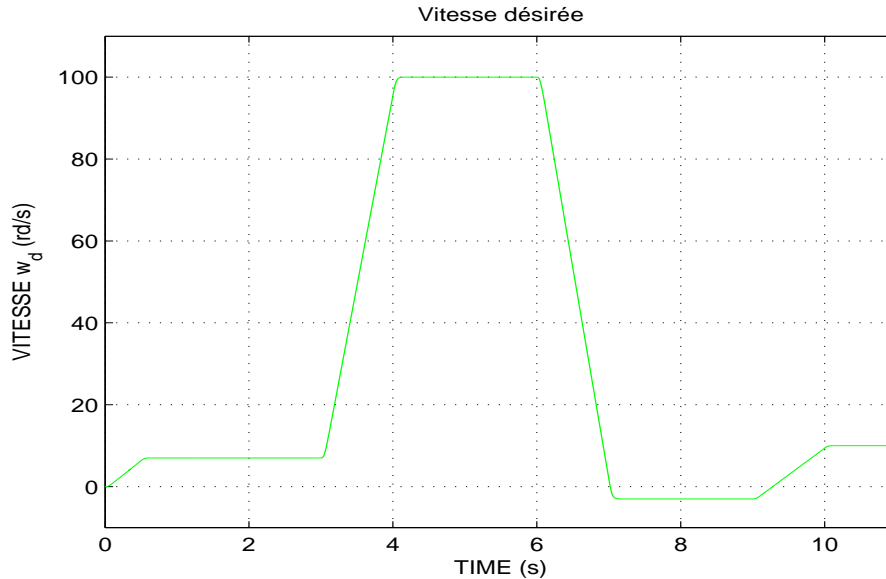


FIG. 3.1 – Profil de vitesse désirée

Ce profil se compose de plusieurs zones de fonctionnement et il est similaire à celui considéré dans [42]. Deux zones de basse vitesse sur les intervalles de temps $[0,5s, 3s]$ et $[10s, 11s]$, une zone de haute vitesse sur l'intervalle de temps $[4s, 6s]$ et une zone de très basse vitesse avec une basse fréquence sur l'intervalle de temps $[7s, 9s]$ pour tester le comportement du schéma de commande aux alentours de la zone de l'inobservabilité. Les transitions entre les zones se font par des pentes (rampes) fig. 3.1. Les perturbations introduites par le couple de charge sont de type échelon fig 3.2.

Les valeurs des paramètres de synthèses de l'observateur et de la loi de commande utilisées en simulation sont les suivantes :

$$\theta = 20, K^T = [3 \ 3 \ 5], \delta = 1e^{-5}, \tau_1 = \tau_2 = 1e-3, \lambda = 25, k_{cmd} = 3e^6$$

Pour mettre en avant les performances de l'observateur, une erreur d'initialisation relativement grande a été intentionnellement introduite en simulation. En effet, les valeurs

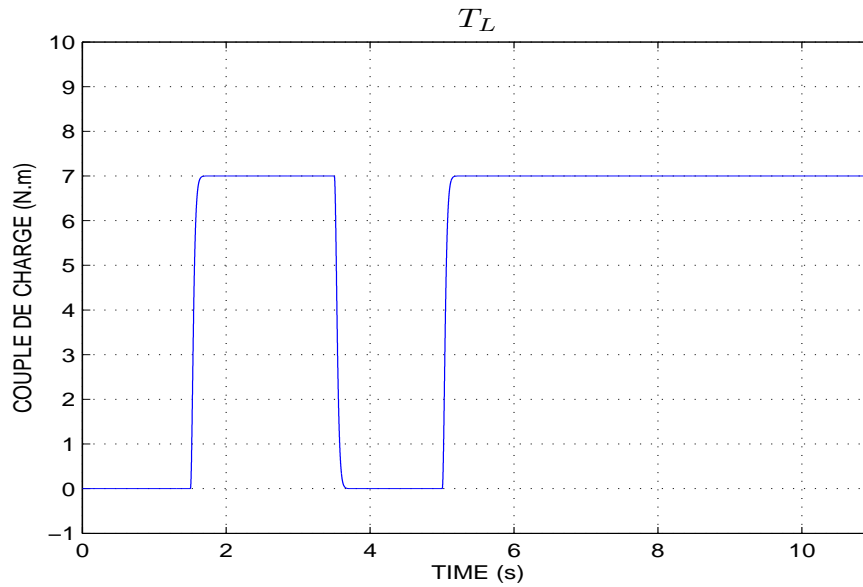


FIG. 3.2 – Perturbations introduites par le couple de charge appliqué

initiales considérées sont

$$i^T(0) = [0 \ 0] \text{ A}^2, \quad \psi^T(0) = [0.2 \ 0.2] \text{ T}^2, \quad w(0) = 0 \text{ rd/s}, \quad T_L(0) = 0 \text{ N.m}$$

$$\hat{i}^T(0) = [1 \ 1] \text{ A}^2, \quad \hat{\psi}^T(0) = [0.5 \ 0.5] \text{ T}^2, \quad \hat{w}(0) = 20 \text{ rd/s}, \quad \hat{T}_L(0) = 2 \text{ N.m}$$

Les résultats obtenus sont reportés dans les figures 3.3, 3.4 et 3.5. En effet, la vitesse estimée est comparée à la vitesse réelle et au profil désirée dans la figure 3.3. On notera que les trois figures correspondantes sont pratiquement juxtaposées avec de petits décollément ayant lieu lors des variations brusques du couple de charge. De même, le flux (resp. l couple de charge) est comparé à son évolution réelle sur la figure 3.4 (resp. 3.5). Ces résultats sont encourageants et incitent pour procéder à une validation expérimentale.

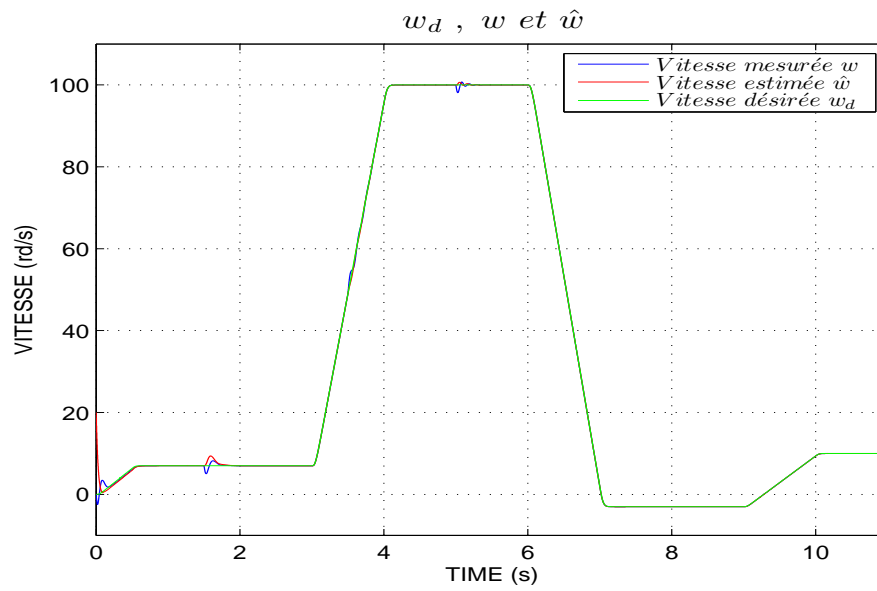


FIG. 3.3 – Vitesse désirée, estimée et contrôlée

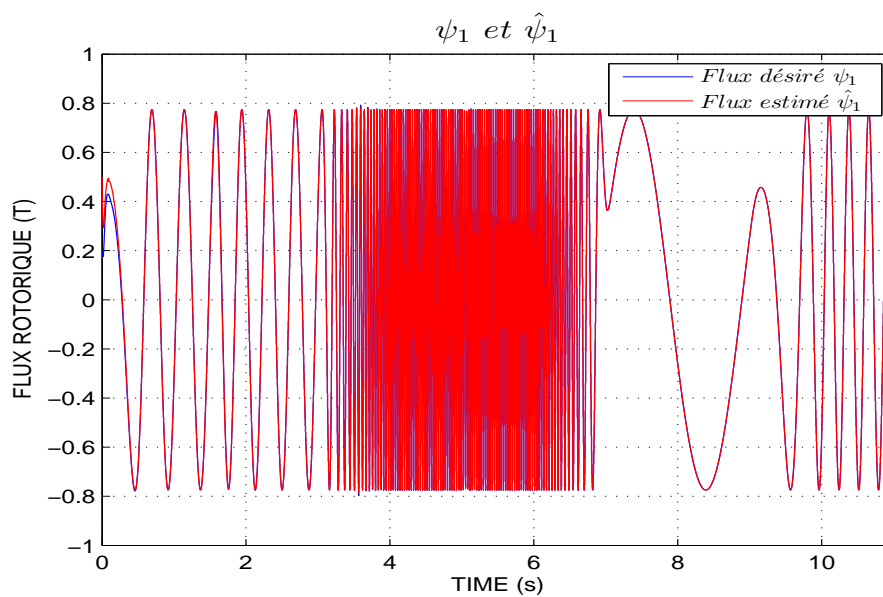


FIG. 3.4 – Flux mesuré et flux estimée du rotor

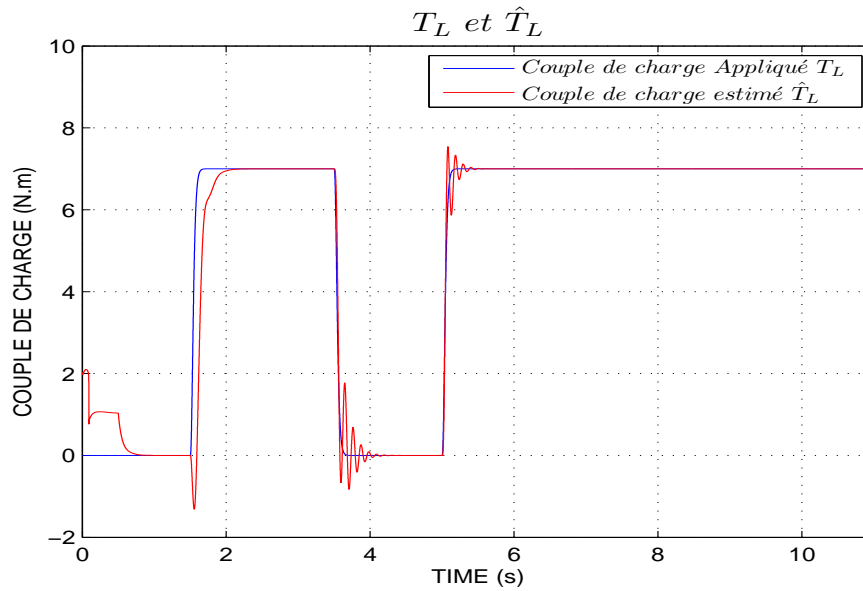


FIG. 3.5 – Estimation du couple de charge

3.6 Conclusion

Dans ce chapitre, nous nous sommes intéressés à l'étude de la combinaison de l'observateur à grand gain modifiée construit dans le chapitre précédent avec une loi de commande grand gain pour construire une stratégie de commande stable. Cette stratégie est basée sur le retour de la sortie par l'observateur qui assure une bonne estimation des variables d'état pour construire le contrôleur dans le but de la poursuite de vitesse et la régulation des flux rotoriques de la machine asynchrone. Les résultats de simulation montrent des bonnes performances de la stratégie précédente et une grande capacité de l'observateur en présence de perturbations.

Observateur adaptatif

Le problème d'estimation conjointe des variables d'état et des paramètres des systèmes non linéaires uniformément observables avec des paramètres inconnus constants a connu une attention particulière tout au long des quatre dernières décennies sous la bénédiction d'une propriété d'excitation persistante. Plusieurs observateurs adaptatifs réalisant une convergence exponentielle des erreurs d'estimation sous-jacentes ont été proposés et utilisés pour des synthèses de système de commande adaptative des conceptions ingénieuses de systèmes de détection des défauts ([77], [117]). Ces observateurs ont été conçus à partir des résultats fondamentaux qui ont été obtenus dans le cas des systèmes linéaires ([67], [118], [116]). On distingue quatre contributions principales en la matière dans le cas des paramètres invariants dans le temps. La première contribution a été proposée dans ([7]) pour les systèmes linéaires monovariables invariants dans le temps. Elle est basée sur la possibilité d'effectuer une transformation du système non-linéaire en une forme canonique uniformément observable linéaire par rapport aux paramètres inconnus. La deuxième contribution est particulièrement consacrée aux systèmes linéarisables par un changement de coordonnées approprié modulo une injection de sortie ([80], [81]). La troisième contribution a été proposée dans ([8]) à partir d'une synthèse adéquate des résultats disponibles dans la littérature. Cette contribution a permis de mettre en évidence la vraisemblance des propriétés des observateurs adaptatifs dans le cas des paramétrisations linéaires, en l'occurrence une forme usuelle appelée forme non-linéaire de l'observateur adaptatif. Cette forme permet de proposer un observateur adaptatif pour un système non linéaire exhibant des paramètres inconnus pour lequel il est possible de concevoir un observateur dans le cas où ces paramètres sont connus. La quatrième contribution concerne les systèmes multivariables que l'on peut mettre sous la forme usuelle triangulaire avec une paramétrisation non linéaire par rapport aux paramètres inconnus ([27]). L'analyse de convergence exponentielle a été effectuée par une approche Lyapunov inspirée de la méthode d'analyse de convergence introduite dans [118] et [116] pour traiter le cas des les systèmes linéaires multivariables variant dans le temps. On notera que cette méthode a été étendue à une classe de systèmes non-linéaires uniformément observables en utilisant une loi d'adaptation paramétrique du type moindres carrés dans [113] et [66]. La contribution [66] a permis de réduire la complexité de l'observateur proposé dans [66]

en exploitant judicieusement le concept de grand gain.

Ce chapitre est consacré à l'estimation conjointe des variables d'état et des paramètres des moteurs asynchrones. Deux situations seront considérées selon les mesures disponibles. Dans la première situation, on suppose que les courants statoriques et la vitesse du moteur sont mesurées, alors que dans la seconde situation, seules les courants statoriques sont supposés être mesurés. Dans les deux cas, le couple de charge est inconnu mais il est supposé être constant par morceaux. Toutes les possibilités d'estimation seront étudiées dans chacune des situations. Une attention particulière sera réservée à l'ensemble des paramètres qui pourront être estimés conjointement avec les états non mesurés ainsi que des conditions suffisantes pour que cette estimation soit possible. Comme la plupart des modèles qui seront étudiés sont non linéaires par rapport aux paramètres inconnus, l'estimation conjointe des variables d'état et des paramètres des moteurs asynchrones sera effectuée par des observateurs adaptatifs du type grand gain issu de celui proposé dans [27]. Ce dernier a été présenté au chapitre 1 consacré aux préliminaires. En guise d'une fin agréable, on proposera une commande adaptative pour les moteurs asynchrones en combinant la commande avec retour d'état du type grand gain présentée au chapitre 1 des préliminaires avec l'un des observateurs adaptatifs proposés sous la bénédiction du principe d'équivalence certaine.

Dans ce qui suit, nous allons étudier les possibilités d'estimation dans les deux situations décrites précédemment. Rappelons que ces deux situations diffèrent principalement par le fait que la vitesse du moteur est mesurée dans la première et qu'elle n'est pas disponible dans la seconde.

4.1 Possibilités d'estimation avec vitesse mesurée

Le modèle du moteur peut être décrit comme suit :

$$\begin{cases} \dot{i} = NF(\omega)\psi - \gamma i + \frac{1}{\sigma L_s} u \\ \dot{\psi} = -F(\omega)\psi + \frac{M}{T_r} i \end{cases} \quad (4.1)$$

où $i^T = (i_1, i_2)$, $\psi^T = (\psi_1, \psi_2)$ et $u^T = (u_1, u_2)$ désignent respectivement les courants statoriques, les flux rotoriques et les tensions d'alimentation ; ω désigne la vitesse mécanique du moteur et elle est supposée mesurée ; $F(\omega) = \frac{1}{T_r} I_2 - p\omega J_2$, p est le nombre de paires de pôles.

Nous allons maintenant introduire un changement de variables qui mettra le système (4.1) sous une forme triangulaire. En effet, posons :

$$\begin{aligned} x^1 &= i \\ x^2 &= NF(w)\psi \end{aligned} \quad (4.2)$$

La dérivée par rapport au temps de x^2 peut s'obtenir comme suit

$$\begin{aligned} \dot{x}^2 &= -pN\dot{w}J_2\psi + NF(w)\dot{\psi} \\ &= -pN\left(\frac{pM}{JL_r}i^T J_2\psi - \frac{1}{J}T_L\right)J_2\psi + NF(w)\left(\frac{M}{T_r}i - F(w)\psi\right) \\ &= -\left(N\frac{p^2M}{JL_r}i^T J_2\psi - N\frac{p}{J}T_L\right)J_2\psi + F(w)\left(N\frac{M}{T_r}i - x^2\right) \\ &= -\left(\frac{p^2M}{NJJL_r}i^T J_2F(w)^{-1}x^2 - \frac{p}{J}T_L\right)J_2F(w)^{-1}x^2 + F(w)\left(N\frac{M}{T_r}i - x^2\right) \end{aligned} \quad (4.3)$$

En supposant la vitesse w comme un signal mesuré, le modèle du moteur s'écrit dans les coordonnées en x comme suit :

$$\begin{aligned} \dot{x}^1 &= x^2 - \gamma x^1 + \frac{1}{\sigma L_s}u \\ \dot{x}^2 &= -\frac{p^2M}{NJJL_r}x^{1T} J_2F(w)^{-1}x^2 J_2F(w)^{-1}x^2 + F(w)\left(N\frac{M}{T_r}x^1 - x^2\right) + \frac{p}{J}J_2F(w)^{-1}x^2 T_L \\ y &= x_1 \end{aligned} \quad (4.4)$$

Rappelons que la matrice $F(w)$ dépend du paramètre T_r puisque $F(w) = \frac{1}{T_r}I_2 - pwJ_2$.

Nous allons nous intéresser dans ce qui suit aux groupements de paramètres apparaissant dans le modèle (4.4). Le but est d'identifier des groupement différents avec la convention qu'un groupement sera qualifié de nouveau s'il ne peut pas se déduire à partir des autres groupements. Avant de procéder à la détermination des différents groupements, nous allons rappeler les expressions des paramètres N , γ , σ et T_r en fonction des paramètres électriques de la machine. En effet, nous avons :

$$\begin{cases} N &= \frac{M}{\sigma L_s L_r} \\ \gamma &= \frac{1}{\sigma L_s} \left(R_s + R_r \frac{M^2}{L_r^2} \right) \\ \sigma &= 1 - \frac{M^2}{L_s L_r} \\ T_r &= \frac{L_r}{R_r} \end{cases} \quad (4.5)$$

Commençons maintenant à déterminer les différents groupements en commençant par la première équation du système (4.4). Cette équation renferme deux groupements qui sont :

$$\begin{aligned} g_1 &= \gamma \\ g_2 &= \frac{1}{\sigma L_s} \end{aligned} \quad (4.6)$$

Nous pouvons confondre chacun des deux groupements ci-dessus avec un paramètre inconnu que l'on cherchera à identifier.

Examinons maintenant les groupements apparaissant dans la deuxième équation. Comme la matrice $F(w)$ ou son inverse apparait dans tous les termes du membre droit de cette équation, on fera abstraction dans un premier temps de cette matrice (et de son inverse) sans oublier que ces deux matrices dépendent du paramètre T_r . Il y a deux termes à analyser : $\frac{M}{NL_r}$ et $\frac{NM}{T_r}$. Nous avons d'une part

$$\begin{aligned}\frac{M}{NL_r} &= \sigma L_s \\ &= \frac{1}{g_2}\end{aligned}$$

D'autre part,

$$\begin{aligned}\frac{NM}{T_r} &= \frac{1}{\sigma L_s} \frac{M^2}{L_r} \frac{1}{T_r} \\ &= g_1 \frac{M^2}{L_r} \frac{1}{T_r}\end{aligned}\tag{4.7}$$

On remarque donc que le dernier groupement (4.7) dépend, en plus de g_1 , du terme $\frac{1}{T_r}$ et du rapport $\frac{M^2}{L_r}$. De ce fait, comme $F(\omega)$ (ainsi que son inverse) dépend de $\frac{1}{T_r}$, nous pouvons conclure que les groupements de la deuxième équation font apparaître deux nouveaux paramètres inconnus $g_3 = T_r$ et $g_4 = \frac{M^2}{L_r}$ qui s'ajouteront aux deux premiers paramètres définis dans la première équation.

Pour conclure, nous remarquons que le modèle du moteur dans les nouvelles coordonnées en x ne fait plus apparaître que quatre paramètres g_i , $i = 1, \dots, 4$. De ce fait, il est clair que les cinq paramètres électriques du moteur ne peuvent pas être déterminés de manière unique à partir de ces paramètres. Nous allons regarder de près quels sont les paramètres de la machine qui peuvent être déduits à partir des quatre paramètres g_i , $i = 1, \dots, 4$. Pour plus de clarté, récrivons les expressions des paramètres g_i :

$$\begin{cases} g_1 &= \gamma = \frac{1}{\sigma L_s} \left(R_s + R_r \frac{M^2}{L_r^2} \right) \\ g_2 &= \frac{1}{\sigma L_s} \\ g_3 &= T_r \\ g_4 &= \frac{M^2}{L_r} \end{cases}\tag{4.8}$$

A partir de la première équation de (4.8), nous pouvons déduire :

$$\begin{aligned} g_1 &= g_2 \left(R_s + \frac{R_r M^2}{L_r L_r} \right) \\ &= g_2 \left(R_s + \frac{g_4}{g_3} \right) \end{aligned} \quad (4.9)$$

ou de manière équivalente

$$R_s = \frac{g_1}{g_2} - \frac{g_4}{g_3} \quad (4.10)$$

La deuxième équation de (4.5) implique

$$\sigma L_s = L_s - \frac{M^2}{L_r} \quad (4.11)$$

$$= L_s - g_4 \quad (4.12)$$

où de manière équivalente

$$\frac{1}{g_2} = L_s - g_4$$

c'est-à-dire

$$L_s = g_4 + \frac{1}{g_2} \quad (4.13)$$

Il s'ensuit que seules les deux constantes R_s et L_s peuvent directement être déduites à partir des g_i à travers les équations (4.10) et (4.13). Ensuite, les paramètres g_3 et g_4 fournissent une estimation d'un certain rapport des paramètres originaux, en l'occurrence $g_3 = \frac{L_r}{R_r}$ et $g_4 = \frac{M^2}{L_r}$.

Ce résultat d'identifiabilité est similaire à ceux énoncés dans [57] et [16] où les auteurs ont montré que l'on ne peut pas identifier conjointement les cinq paramètres (R_s, R_r, L_s, L_r, M) à partir des mesures de la vitesse du rotor et des courants statoriques, mais on peut toutefois identifier quatre paramètres, notamment

$$R_s, T_r, \frac{M^2}{L_r} \text{ et } L_s$$

Dans ce qui suit nous allons adopter la paramétrisation suivante :

$$\rho_1 \triangleq R_s, \quad \rho_2 \triangleq \frac{1}{T_r}, \quad \rho_3 \triangleq \frac{M^2}{L_r}, \quad \rho_4 \triangleq L_s \quad (4.14)$$

Avec ce nouveau paramétrage, les différents termes retrouvés lors de la détermination des quatre groupements s'écrivent comme suit :

$$\begin{aligned}
\frac{1}{\sigma L_s} &\triangleq \frac{1}{\rho_4 - \rho_3}, \quad \gamma \triangleq \frac{1}{\rho_4 - \rho_3}(\rho_1 + \rho_2\rho_3) \\
\frac{NM}{T_r} &\triangleq \frac{\rho_2\rho_3}{\rho_4 - \rho_3}, \quad \frac{M}{NL_r} \triangleq \rho_4 - \rho_3
\end{aligned} \tag{4.15}$$

d'où l'expression de la non linéarité $\varphi(u, x, \rho)$:

$$\varphi(u, x, \rho) = \left(\begin{array}{c} -\frac{\rho_1 + \rho_2\rho_3}{\rho_4 - \rho_3}x^1 + \frac{1}{\rho_4 - \rho_3}u \\ -\frac{p^2}{J}(\rho_4 - \rho_3)x^{1T}J_2F(w)^{-1}x^2J_2F(w)^{-1}x^2 + F(w)\left(\frac{\rho_2\rho_3}{\rho_4 - \rho_3}i - x^2\right) \end{array} \right) \tag{4.16}$$

avec, $F(w) = \rho_2I_2 - pwJ_2$ et $F(w)^{-1} = \frac{1}{\rho_2^2 + (pw)^2}(\rho_2I_2 + pwJ_2)$

La mise en oeuvre de l'observateur nécessite le calcul de la dérivée partielle de φ par rapport à ρ . Le détail de ce calcul est fourni dans ce qui suit.

$$\begin{aligned}
\frac{\partial\varphi_1}{\partial\rho_1}(u, x, \rho) &= -\frac{1}{\rho_4 - \rho_3}i \\
\frac{\partial\varphi_1}{\partial\rho_2}(u, x, \rho) &= -\frac{\rho_3}{\rho_4 - \rho_3}i \\
\frac{\partial\varphi_1}{\partial\rho_3}(u, x, \rho) &= \frac{\rho_1 + \rho_2\rho_3}{(\rho_4 - \rho_3)^2}i + \frac{1}{(\rho_4 - \rho_3)^2}u \\
\frac{\partial\varphi_1}{\partial\rho_4}(u, x, \rho) &= \frac{\rho_1 + \rho_2\rho_3}{(\rho_4 - \rho_3)^2}i - \frac{1}{(\rho_4 - \rho_3)^2}u
\end{aligned} \tag{4.17}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial\varphi_2}{\partial\rho_1}(u, x, \rho) &= \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \\
\frac{\partial\varphi_2}{\partial\rho_2}(u, x, \rho) &= -\frac{p^2}{J}(\rho_4 - \rho_3)i^TJ_2\frac{\partial F(w)^{-1}}{\partial\rho_2}r.J_2F(w)^{-1}r \\
&\quad -\frac{p^2}{J}(\rho_4 - \rho_3)i^TJ_2F(w)^{-1}rJ_2\frac{\partial F(w)^{-1}}{\partial\rho_2}r \\
&\quad +\left(\frac{\rho_2\rho_3}{\rho_4 - \rho_3}i - r\right) + \frac{\rho_3}{\rho_4 - \rho_3}F(w)i \\
\frac{\partial\varphi_2}{\partial\rho_3}(u, \zeta, \rho) &= \frac{p^2}{J}i^TJ_2F(w)^{-1}r.J_2F(w)^{-1}r + \frac{\rho_2\rho_4}{(\rho_4 - \rho_3)^2}F(w)i \\
\frac{\partial\varphi_2}{\partial\rho_4}(u, \zeta, \rho) &= -\frac{p^2}{J}i^TJ_2F(w)^{-1}r.J_2F(w)^{-1}r - \frac{\rho_2\rho_3}{(\rho_4 - \rho_3)^2}F(w)i
\end{aligned} \tag{4.18}$$

avec

$$\frac{\partial F(w)}{\partial\rho_2} = NI_2, \quad \frac{\partial F(w)}{\partial\rho_i} = 0 \text{ pour } i \in \{2, 3, 4\} \tag{4.19}$$

$$\frac{\partial F(w)^{-1}}{\partial \rho_2} = -\frac{N}{\rho_2^2 + (pw)^2}(2\rho_2 F(w)^{-1} - I_2), \quad \frac{\partial F(w)^{-1}}{\partial \rho_i} = 0 \quad \text{pour } i \in \{2, 3, 4\} \quad (4.20)$$

Un observateur de type (1.20) a été synthétisé pour le système (4.4) où la non linéarité est exprimée en fonction des paramètres ρ_i comme en (4.16). L'expression de l'entrée u est la suivante

$$\begin{aligned} & \text{pour } t \leq 1 \\ & u = \begin{pmatrix} 15 \text{Cos}(7.5\pi t) + brb(t) \\ 15 \text{Sin}(7.5\pi t) + brb(t) \end{pmatrix} \\ & \text{pour } (t \leq 2.5) \text{ et } (t > 1) \\ & u = \begin{pmatrix} 45 \text{Cos}(22\pi t) + brb(t) \\ 45 \text{Sin}(22\pi t) + brb(t) \end{pmatrix} \\ & \text{pour } (t \leq 5) \text{ et } (t > 2.5) \\ & u = \begin{pmatrix} 90 \text{Cos}(45\pi t) + brb(t) \\ 90 \text{Sin}(45\pi t) + brb(t) \end{pmatrix} \\ & \text{pour } (t \leq 7) \text{ et } (t > 5) \\ & u = \begin{pmatrix} 112 \text{Cos}(56\pi t) + brb(t) \\ 112 \text{Sin}(56\pi t) + brb(t) \end{pmatrix} \\ & \text{pour } (t > 7) \\ & u = \begin{pmatrix} 75 \text{Cos}(37\pi t) + brb(t) \\ 75 \text{Sin}(37\pi t) + brb(t) \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (4.21)$$

avec t est le temps en second et $brb(t)$ est un bruit blanc pour obtenir une excitation persistante. L'évolution dans le temps de la vitesse ainsi que la variation du couple de charge sont fournies dans la figure (fig. 4.1). Les résultats d'estimation des différents paramètres ρ_i sont reportés dans les figures (fig. 4.16 - fig. 4.17) où chacune des estimés est comparée à sa vraie valeur. Les résultats obtenus montrent bien que ces estimés convergent vers leur vraie valeur avec la présence d'un biais qui apparaît au moment de l'apparition du couple de charge et qui disparaît aussitôt que celui-ci s'annule.

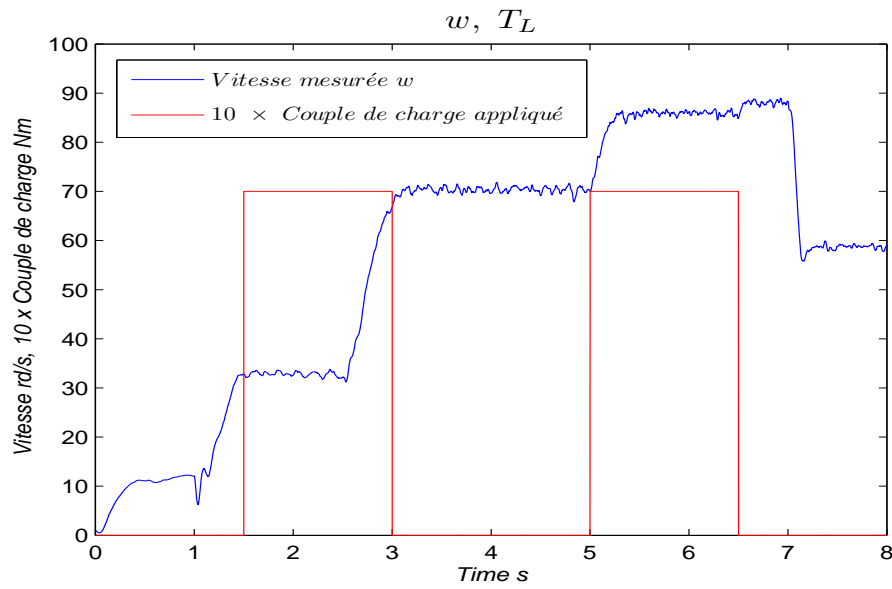


FIG. 4.1 – La vitesse mesurée et le couple de charge appliqué

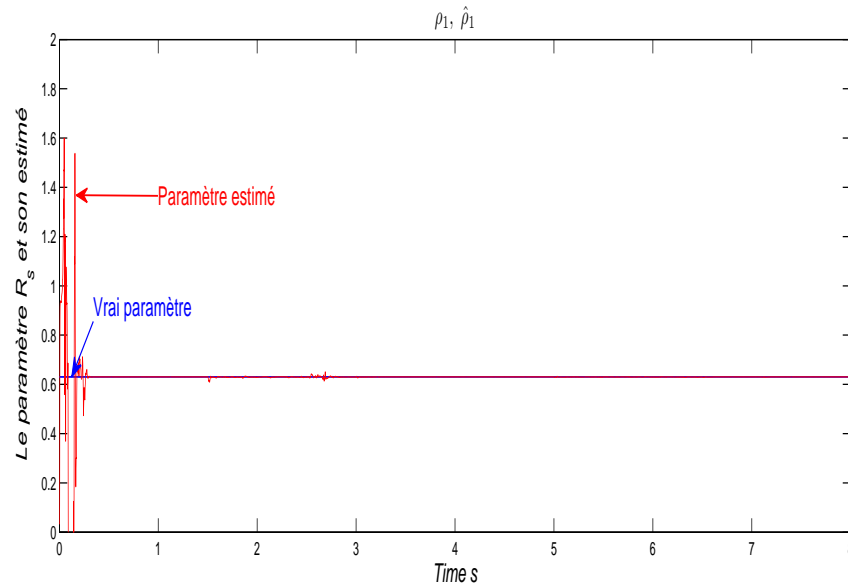


FIG. 4.2 – Le résistance du stator et son estimé

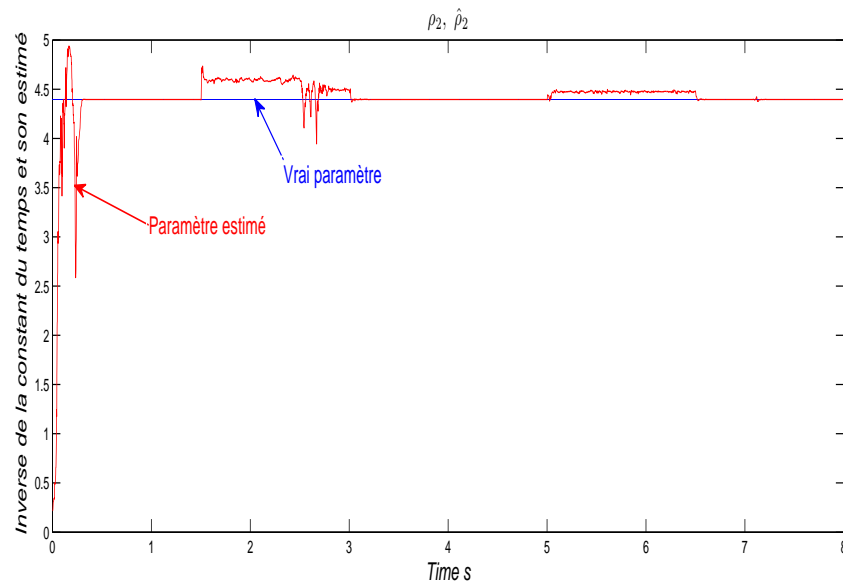
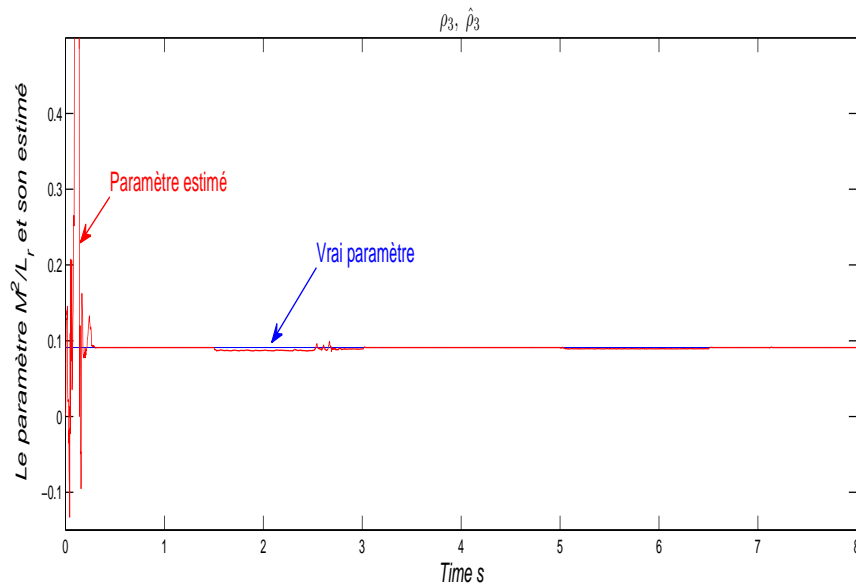


FIG. 4.3 – L'inverse de la constante du temps du rotor et son estimé

FIG. 4.4 – Le paramètre $\rho_3 = M^2/L_r$ et son estimé

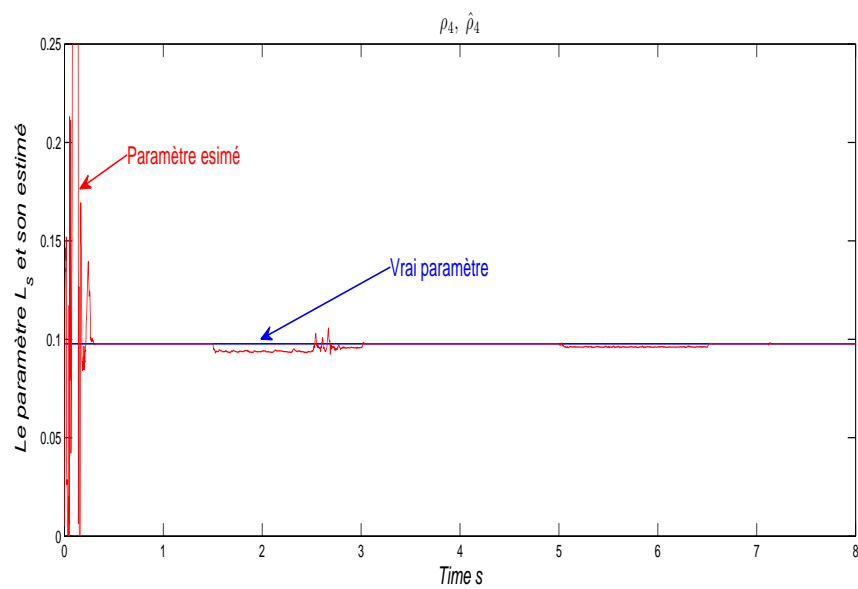


FIG. 4.5 – L'inductance du stator et son estimé

4.2 Application de l'observateur dans les coordonnées originales

Seules les équations permettant de décrire l'évolution des états de l'observateur changent. Celles qui décrivent la mise à jour des paramètres restent les mêmes avec la seule différence que tous les états doivent être exprimés dans les coordonnées originales. En ce qui concerne les équations décrivant la dynamique des états de l'observateur, il faut multiplier le gain de correction par l'inverse de la jacobienne de transformation. Or la jacobienne de la transformation, J_Φ , qui fait passer du système (4.1) au système (4.4) est :

$$J_\Phi(\rho, \hat{x}) = \begin{pmatrix} I_2 & 0_2 \\ 0_2 & G(\rho, \hat{x}) \end{pmatrix} \text{ avec } G(\rho, \hat{x}) = N \begin{pmatrix} \rho_2 & pw \\ -pw & \rho_2 \end{pmatrix} \quad (4.22)$$

Compte tenu de la sous-paramétrisation dans le modèle transformé en x , tous les paramètres originaux ne peuvent pas être exprimés à l'aide des ρ_i et il faudra alors fixer la valeur d'un paramètre. Rappelons tout d'abord l'expression de N :

$$N = \frac{M}{\sigma L_s L_r} \quad (4.23)$$

Plusieurs possibilités existent pour exprimer N en fonction des ρ_i et en fonction de l'un des paramètres M , L_s ou L_r . Nous allons dans ce qui suit fixer la valeur de M ; l'expression de N en fonction des ρ_i et de M devient :

$$N = \frac{1}{M} \frac{\rho_3}{\rho_4 - \rho_3} \quad (4.24)$$

L'observateur dans les coordonnées originales a été simulé et les résultats coorespondant, similaires à ceux obtenus dans les nouvelles coordonnées, sont présentés dans les figures (fig. 4.9 - fig. 4.12). Nous remarquons que nous avons maintenant directement accès aux flux rotoriques puisque la valeur de M a été fixée (fig. 4.8).

Nous tenons à remarquer que, numériquement, la simulation de l'observateur dans les coordonnées originales est beaucoup plus rapide que celle de l'observateur dans les coordonnées transformées.

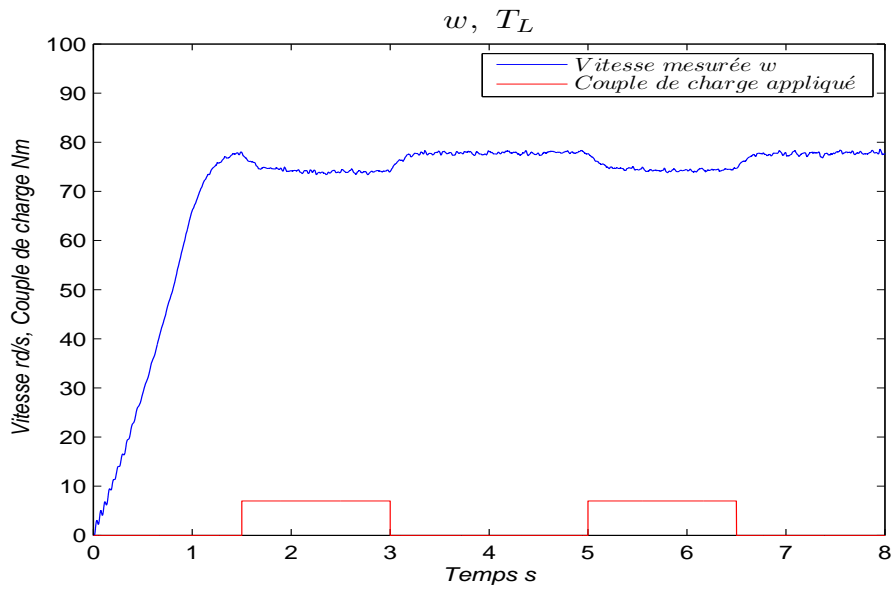


FIG. 4.6 – La vitesse mesurée et le couple de charge appliquée

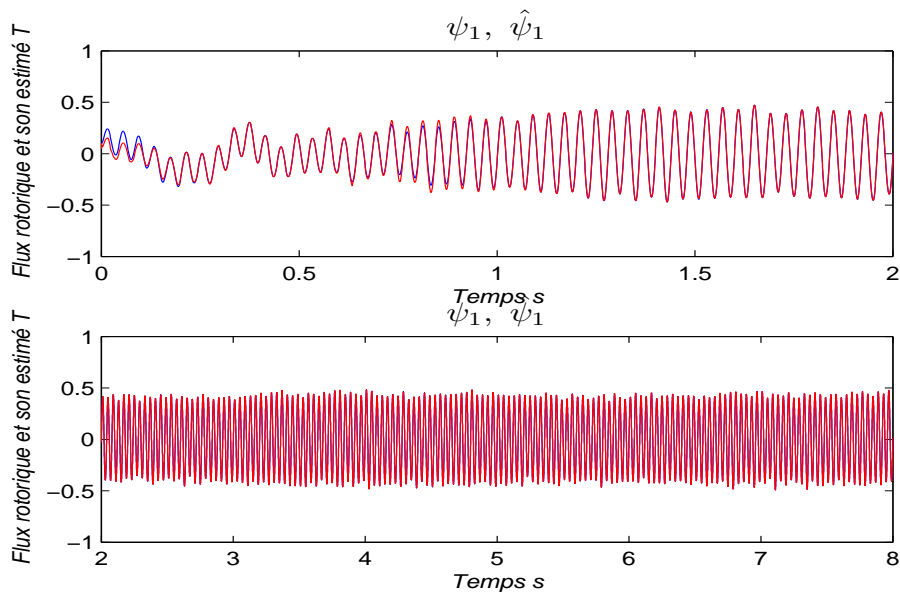


FIG. 4.7 – Le flux rotorique et son estimé

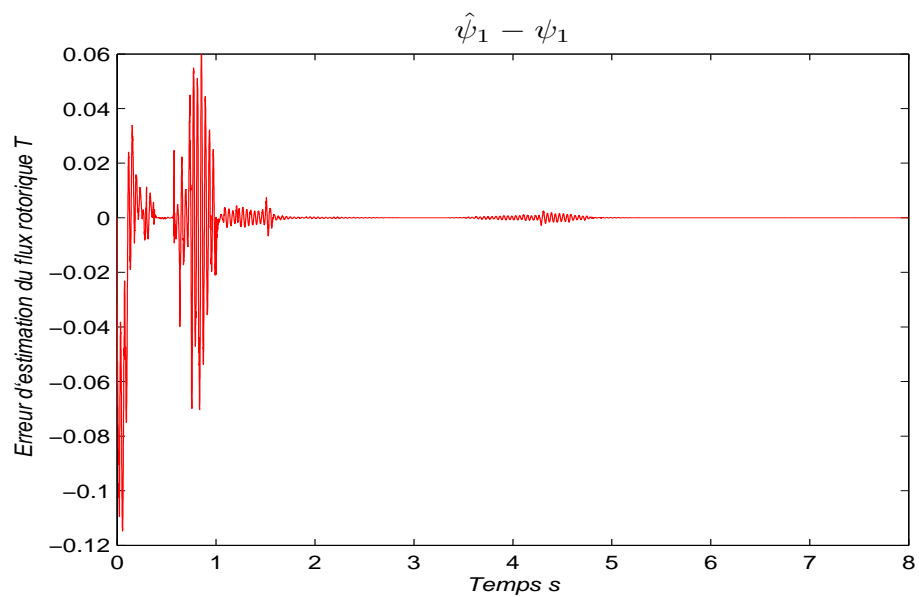


FIG. 4.8 – L'erreur d'estimation du flux rotorique

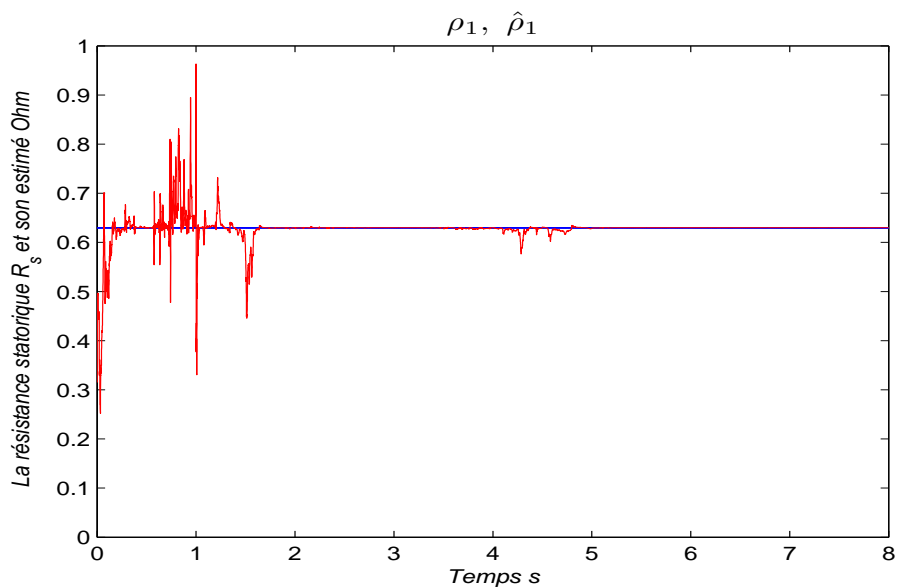


FIG. 4.9 – Le résistance du stator et son estimé

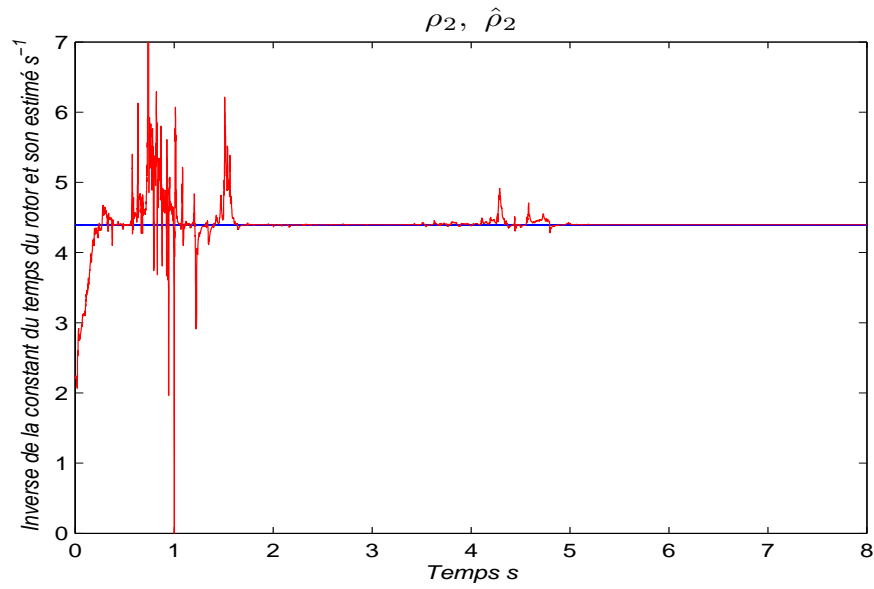


FIG. 4.10 – L'inverse de la constante du temps du rotor et son estimé

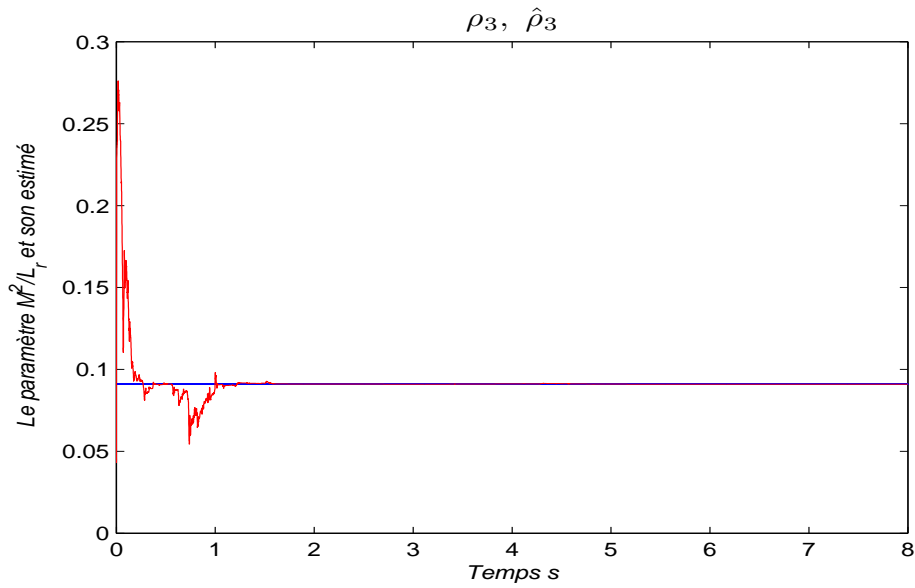


FIG. 4.11 – Le paramètre $\rho_3 = M^2/L_r$ et son estimé

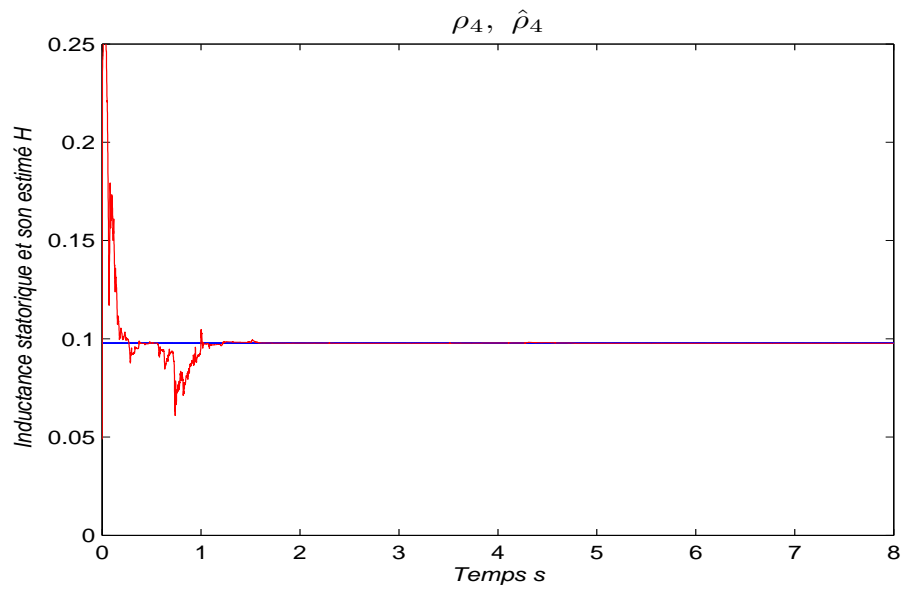


FIG. 4.12 – L'inductance du stator et son estimé

4.3 Possibilités d'estimation avec vitesse non mesurée

Nous allons présenter dans ce paragraphe un observateur permettant d'estimer conjointement tous les états de la machine avec le couple de charge et simplement deux paramètres de la machine $\rho_1 = R_s$ et $\rho_2 = \frac{1}{T_R}$. En fait, plusieurs tentatives ont été effectuées pour estimer plus de paramètres mais les résultats de simulation n'ont pas été concluants à cause certainement de la condition d'excitation persistante.

En supposant connus tous les paramètres de la machine, exceptés R_s et T_R et sous l'hypothèse que la vitesse du moteur est non mesurée, le modèle de la machine peut s'écrire comme suit :

$$\begin{aligned} \dot{x} &= f(u, x, \rho) + B_\sigma \varepsilon(t) \\ y &= Cx = i \end{aligned} \quad (4.25)$$

où $x = (i^T \psi^T w T_L)^T$,

$$f(u, x, \rho) = \begin{pmatrix} N(\rho_2 I_2 - pw J_2) \psi - \frac{\rho_1 L_r + \rho_2 M^2}{L_s L_r - M^2} i + \frac{1}{\sigma L_s} u \\ -(\rho_2 I_2 - pw J_2) \psi + \rho_2 M i \\ \begin{pmatrix} \frac{pM}{J L_r} i^T J_2 \psi - \frac{1}{J} T_L \\ 0 \end{pmatrix} \end{pmatrix} \quad (4.26)$$

$$B_\sigma = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \dots & 1 \end{pmatrix}^T \quad \text{et} \quad C = \begin{pmatrix} I_2 & 0_2 & 0_2 \end{pmatrix} \quad (4.27)$$

En combinant les méthodes de synthèse adoptées dans les deux cas :

- vitesse non mesurée avec paramètres connus (chapitre précédent)
- vitesse mesurée avec paramètres inconnus (paragraphe précédent)

il est aisé de monter que le système dynamique suivant est un observateur adaptatif pour le système (4.25) qui permet d'estimer conjointement l'état x et le vecteur des paramètres inconnus ρ :

$$\dot{\hat{x}} = f(u, \hat{x}, \hat{\rho}) - \theta \Lambda_U \Delta_\theta^{-1} (K + \Upsilon(t) P(t) \Upsilon^T C^T) C (\hat{x} - x) \quad (4.28a)$$

$$\dot{\hat{\rho}} = -\theta P(t) \Upsilon^T C^T C (\hat{x} - x) \quad (4.28b)$$

$$\dot{\Upsilon} = \theta (A - KC) \Upsilon(t) + \Delta_\theta \frac{\partial \chi}{\partial \rho}(u, \hat{x}, \hat{\rho}), \quad \text{avec} \quad \Upsilon(0) = 0. \quad (4.28c)$$

$$\dot{P}(t) = -\theta P(t) \Upsilon^T C^T C \Upsilon(t) P(t) + \theta P(t) \quad (4.28d)$$

$P(0)$ est une matrice symétrique définie positive

$\hat{x} = \begin{pmatrix} \hat{x}^1 \\ \hat{x}^2 \\ \vdots \\ \hat{x}^q \end{pmatrix}$ et $\hat{\rho} = \begin{pmatrix} \hat{\rho}^1 \\ \hat{\rho}^2 \\ \vdots \\ \hat{\rho}^m \end{pmatrix}$ sont respectivement les estimés de x et ρ ; C et Δ_θ sont

données respectivement par (2.7) et (2.11) et K est une matrice de synthèse choisie de sorte que $A - KC$ est Hurwitz; La fonction χ s'exprime comme suit

$$\chi(u, \hat{x}, \hat{\rho}) = \frac{\partial \Phi}{\partial x}(\hat{x})f(u, \hat{x}, \hat{\rho}) \quad (4.29)$$

où $\Phi(\hat{x})$ est la transformation définie par les équations (2.38) et (2.39). Notons que l'on suppose que $\left(\frac{\partial \Phi}{\partial x}(\hat{x})\right)^{-1}$ peut se décomposer en Λ_U et Λ_L comme dans (2.8) et (2.9). La matrice Λ_U apparaissant dans l'équation de l'observateur (4.28a) est celle issue de cette décomposition.

Les différentes entrées en bloc de la matrice jacobienne peuvent s'exprimer comme suit :

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Phi^3}{\partial x^1}(u, x, \rho) &= G_i(u, x, \rho) = -Np \left(\rho_2 M w J_2 + \frac{pM}{JL_r} \frac{\partial h}{\partial i} \right) \\ \frac{\partial \Phi^2}{\partial x^2}(u, x, \rho) &= G_1(u, x, \rho) = N(\rho_2 I_2 - pw J_2) \\ \frac{\partial \Phi^2}{\partial x^3}(u, x, \rho) &= G_2(u, x, \rho) = \begin{pmatrix} -pN J_2 \psi & \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \end{pmatrix} \\ \frac{\partial \Phi^3}{\partial x^2}(u, x, \rho) &= G_3(u, x, \rho) = -pN J_2 \left(\dot{w} I_2 + \frac{pM}{JL_r} \psi i^T J_2 - w(\rho_2 I_2 - pw J_2) \right) \\ \frac{\partial \Phi^3}{\partial x^3}(u, x, \rho) &= G_4(u, x, \rho) = -pN J_2 \left(\dot{\psi} + pw J_2 \psi - \frac{1}{J} \psi \right) \\ \frac{\partial \Phi^1}{\partial x^2}(u, x, \rho) &= \frac{\partial \Phi^1}{\partial x^3}(u, x, \rho) = \frac{\partial \Phi^2}{\partial x^2}(u, x, \rho) = 0_2 \text{ et } \frac{\partial \Phi^1}{\partial x^1}(u, x, \rho) = I_2 \end{aligned} \quad (4.30)$$

Par ailleurs, l'implantation de l'observateur adaptatif nécessite le calcul de la dérivée de la fonction χ par rapport aux paramètres inconnu $\rho^T = (\rho_1 \rho_2)$. Ce calcul est fourni dans ce qui suit :

$$\begin{aligned} \frac{\partial \chi_1}{\partial \rho_1} &= -\frac{1}{\sigma L_s} i \\ \frac{\partial \chi_1}{\partial \rho_2} &= -\frac{1}{\sigma L_s} \frac{M^2}{L_r} i + N \psi \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \chi_2}{\partial \rho_1} &= \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \\ \frac{\partial \chi_2}{\partial \rho_2} &= N \left(\rho_2 (2Mi - \psi) pw J_2 (Mi - \psi) - (\rho_2 I_2 - pw J_2) \psi \right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial \chi_3}{\partial \rho_1} &= -\frac{1}{\sigma L_s} G_i i \\ \frac{\partial \chi_3}{\partial \rho_2} &= -MpNwJ_2 f_1 + pNwJ_2 f_2 + NJ_2 \dot{w}(\psi - Mi) \\ &\quad -G_3(\psi - Mi) + NG_i(\psi - Mi)\end{aligned}$$

La matrice Λ_U du gain de l'observateur peut être exprimée comme suit

$$\Lambda_U = \begin{pmatrix} I_2 & 0_2 & 0_2 \\ 0_2 & & G_p \\ 0_2 & & \end{pmatrix}$$

où

$$\begin{aligned}L_2 &= G_4 - G_3 G_1^{-1} G_2 \\ L_2^+ &= \left(L_2^T L_2 + \delta I_2 \right)^{-1} L_2^T \\ G_p &= \begin{pmatrix} G_1^{-1} + G_1^{-1} G_2 L_2^+ G_3 G_1^{-1} & G_1^{-1} G_2 L_2^+ \\ -L_2^+ G_3 G_1^{-1} & L_2^+ \end{pmatrix}\end{aligned}$$

• Résultats de simulation

L'étude en simulation était faite en appliquant une commande en boucle ouvert comme dans le paragraphe 2.3.1. Les vitesses désirée, simulée et estimée sont reportées dans la figure 4.14. L'estimation du couple de charge est représenté dans la figure 4.15 où elle est comparée avec son évolution réelle. Les estimées des coefficients inconnus sont comparés à leur vrai valeur dans les figures 4.16 et 4.17. Les résultats ainsi obtenus montrent clairement les bonnes performances de l'observateur proposé.

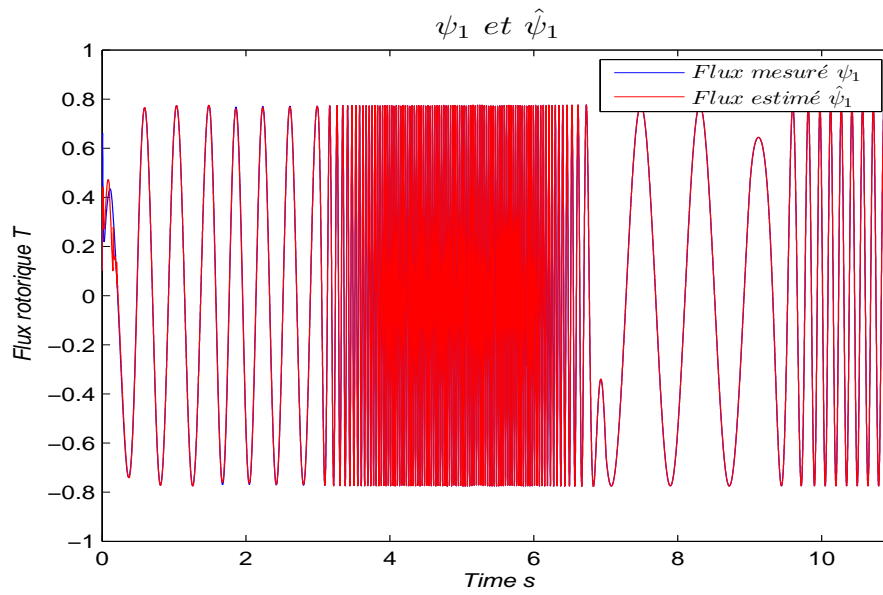


FIG. 4.13 – Flux mesuré et flux estimé

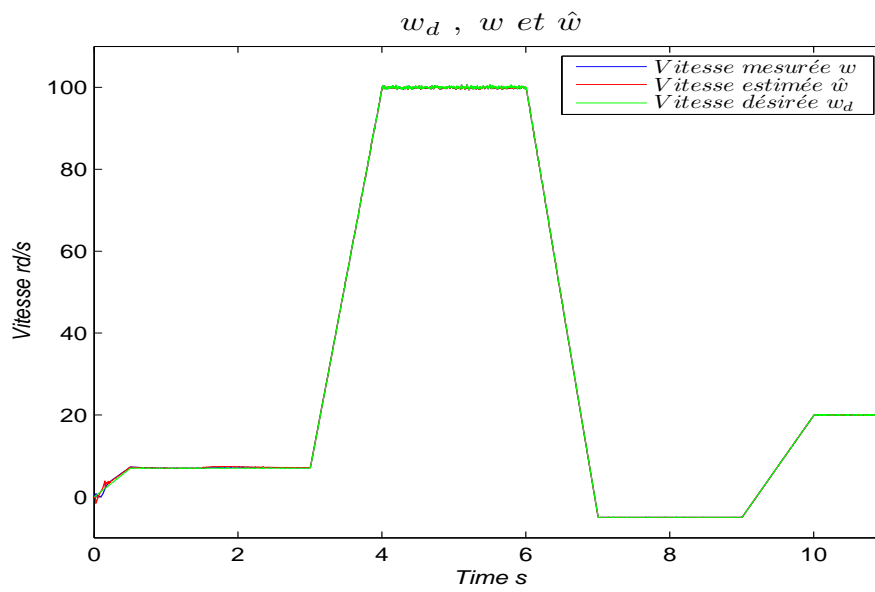


FIG. 4.14 – Vitesse désirée, mesurée et estimée

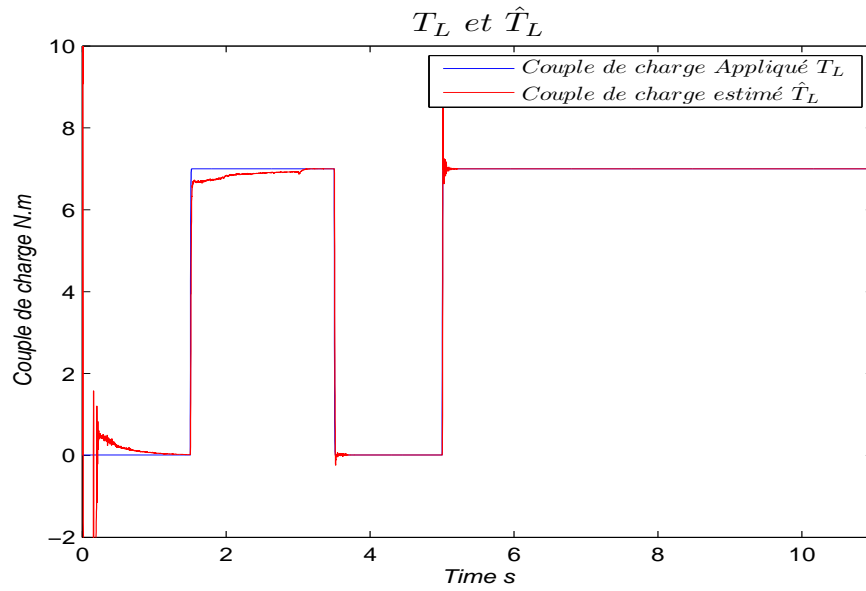


FIG. 4.15 – Estimation du couple de charge

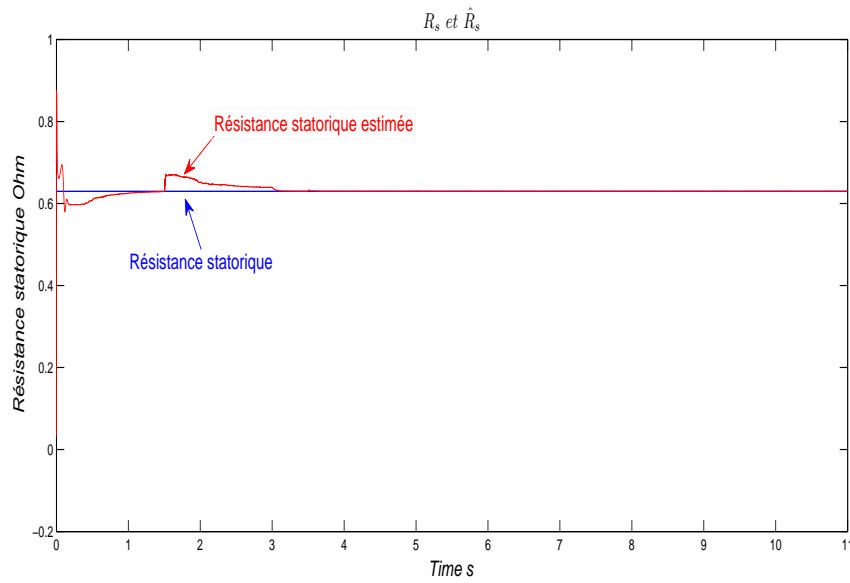


FIG. 4.16 – L'estimé de la résistance du stator

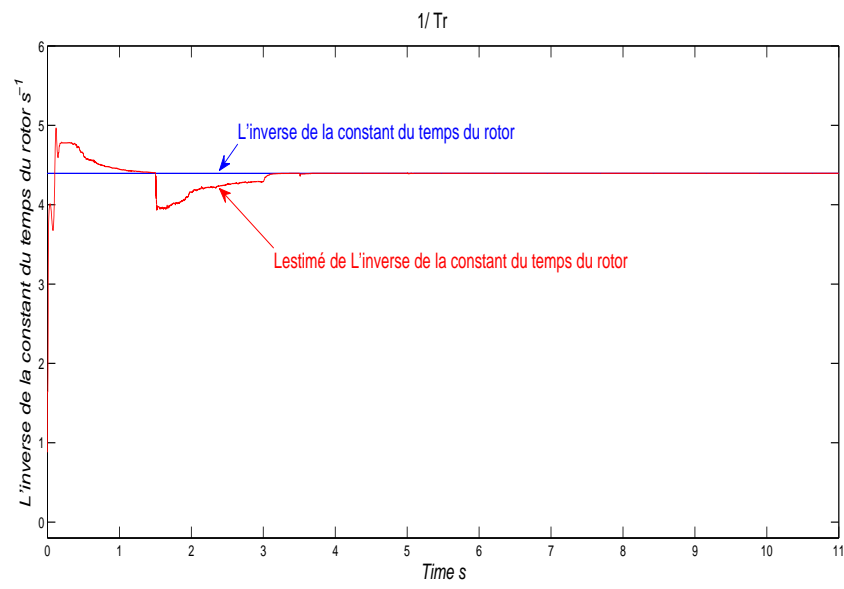


FIG. 4.17 – L'estimé de l'inverse de la constant du temps rotor

4.4 Commande adaptative sans capteur de vitesse

En mimant la procédure de synthèse de la loi de commande non linéaire avec retour de sortie présentée au chapitre précédent, nous allons présenter dans ce paragraphe des résultats de simulation obtenus à travers un schéma de commande adaptative où les états manquants et les paramètres incertains, intervenant dans l'expression de la loi de commande sont estimés par un observateur à grand gain adaptatif décrit par le schéma (4.18).

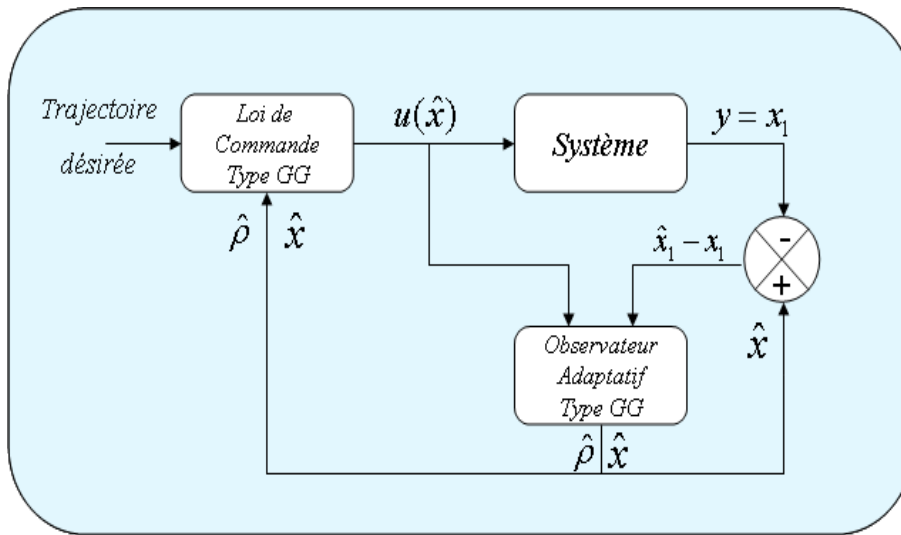


FIG. 4.18 – Stratégie de la commande adaptative grand gain.

Comme indiqué dans la figure ci-dessus, la stratégie de commande consiste à appliquer la même expression de la loi de commande avec retour d'état présentée aux chapitres précédents et donnée par l'équation (3.14). Toutefois, comme l'état n'est pas entièrement disponible et les valeurs de certains paramètres peuvent être inconnues, nous allons utiliser un observateur adaptatif similaire à celui présenté au chapitre précédent pour l'estimation de l'état et des paramètres inconnus. Cette démarche est similaire à la stratégie de commande avec retour de sortie où un observateur d'état a été utilisé pour l'estimation de l'état à partir de la sortie. Ici, l'observateur d'état est remplacé par un observateur adaptatif pour l'estimation conjointe de l'état et des paramètres inconnus.

La convergence vers zéro des erreurs de poursuite ainsi que d'observation et d'adaptation paramétrique peut se faire en utilisant la même démarche que dans [77] et [76].

Dans ce qui suit, nous supposons que la vitesse du moteur n'est pas mesurée et que les paramètres du moteur (R_s) et (R_r) sont inconnus et que L_r est connue. Nous avons conçu précédemment un observateur permettant l'estimation simultanée de R_s et $\rho_2 = \frac{1}{T_R} = \frac{R_r}{L_r}$. Ainsi, nous avons $R_r = L_r \rho_2$.

De manière similaire au cas de la commande avec retour de sortie (cf. equation (3.31)), la loi de commande s'écrit

$$\begin{aligned} u &= (G_1(\hat{z}, \hat{\xi}, \hat{\rho}))^+ (\dot{z}_d^2 - g(\hat{z}, \hat{\xi}, \hat{\rho}) + \nu(\hat{e})) \\ \nu(\hat{e}) &= -K_c (\lambda^r B_r^T \bar{S} \Delta_\lambda e) \end{aligned}$$

où \hat{e} est l'estimée de l'erreur de poursuite et

$$G_1(\hat{z}, \hat{\xi}, \hat{\rho}) = \frac{\sqrt{\hat{z}_2^1}}{\sigma L_s} \begin{pmatrix} -\frac{pM}{L_r} \sin(\hat{\xi}) & \frac{pM}{L_r} \cos(\hat{\xi}) \\ \cos(\hat{\xi}) & \sin(\hat{\xi}) \end{pmatrix} = \frac{1}{\sigma L_s} \begin{pmatrix} -\frac{pM}{L_r} \hat{\psi}_2 & \frac{pM}{L_r} \hat{\psi}_1 \\ \hat{\psi}_1 & \hat{\psi}_2 \end{pmatrix} \quad (4.31)$$

$$g(\hat{z}, \hat{\xi}, \hat{\rho}) = \begin{pmatrix} g_1(\hat{z}, \hat{\xi}, \hat{\rho}) \\ g_2(\hat{z}, \hat{\xi}, \hat{\rho}) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -N \frac{p^2 M}{L_r} \hat{z}_1^1 \hat{z}_2^1 - (\gamma + \hat{\rho}_2) \hat{z}_1^2 - \frac{p^2 M}{L_r} \hat{z}_1^1 \hat{z}_2^2 \\ \frac{\hat{\rho}_2 M}{\hat{z}_2^1} \left(\left(\frac{L_r}{pM} \right)^2 (\hat{z}_1^2)^2 + (\hat{z}_2^2)^2 \right) - (\gamma + \hat{\rho}_2) \hat{z}_2^2 + \frac{L_r}{M} \hat{z}_1^1 \hat{z}_2^2 + N \hat{\rho}_2 \hat{z}_2^1 \end{pmatrix} \quad (4.32)$$

Les résultats de simulation sont présentés dans les figures (fig. 4.19) - (fig. 4.25). Le profil de la vitesse désirée, la vitesse mesurée et la vitesse estimée sont présentées dans la figure 4.22. Une zone de manque d'observabilité a été réalisée entre 7s et 9s avec une vitesse de -0.5 rd/s. Une bonne poursuite a été effectuée prouvant l'efficacité de l'ensemble observateur-contrôleur grand gain avec une bonne adaptation des paramètres incertains R_s et $\frac{1}{T_r}$ qui sont présentés dans les figures (fig. 4.24) et (fig. 4.25). Le contrôleur-observateur montre un bon comportement lors du passage par la zone d'observabilité. Un choix de grandes valeurs de θ , $\theta = 200$, a permis de bien estimer le couple de charge.

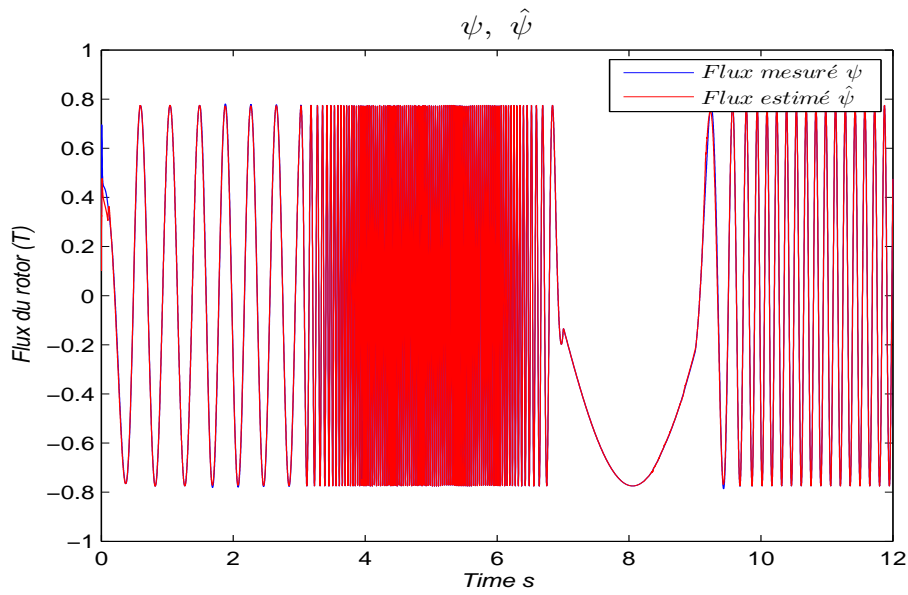


FIG. 4.19 – Flux mesuré et flux estimé

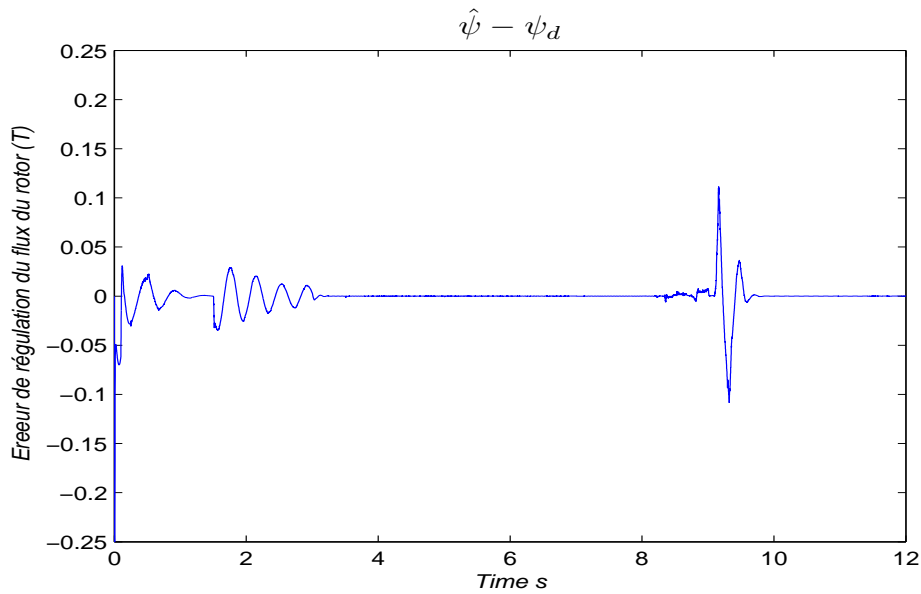


FIG. 4.20 – L'erreur d'estimation du flux

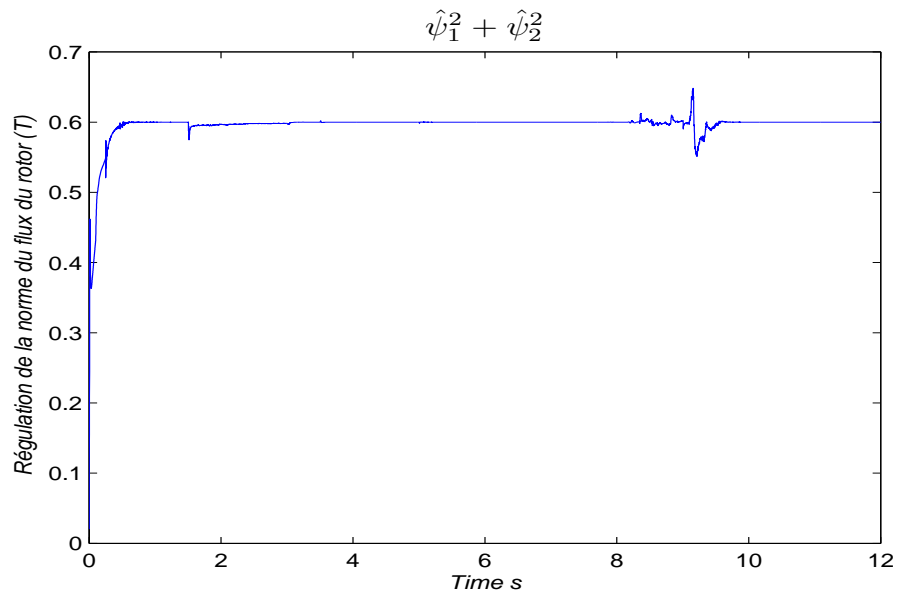


FIG. 4.21 – L'amplitude du flux

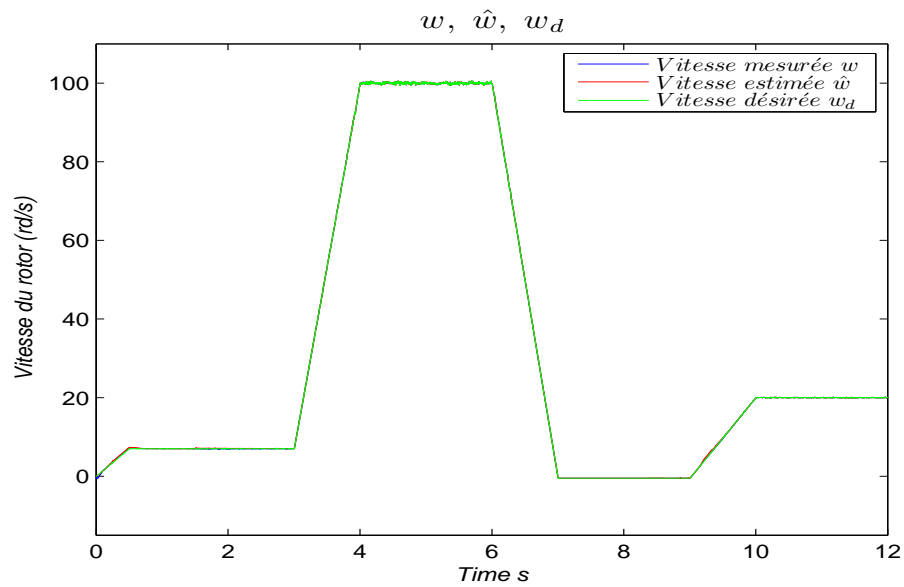


FIG. 4.22 – Vitesse désirée, mesurée et estimée

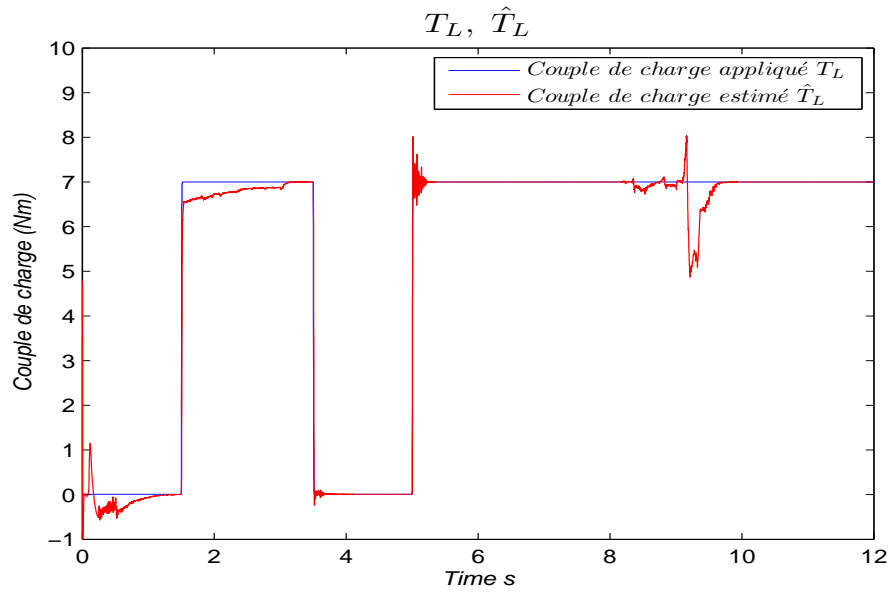


FIG. 4.23 – Estimation du couple de charge

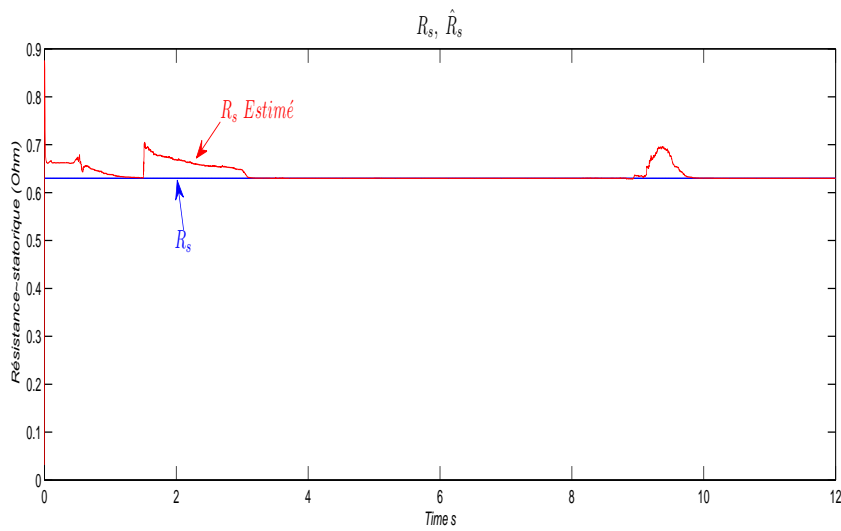


FIG. 4.24 – L'estimé de la résistance du stator

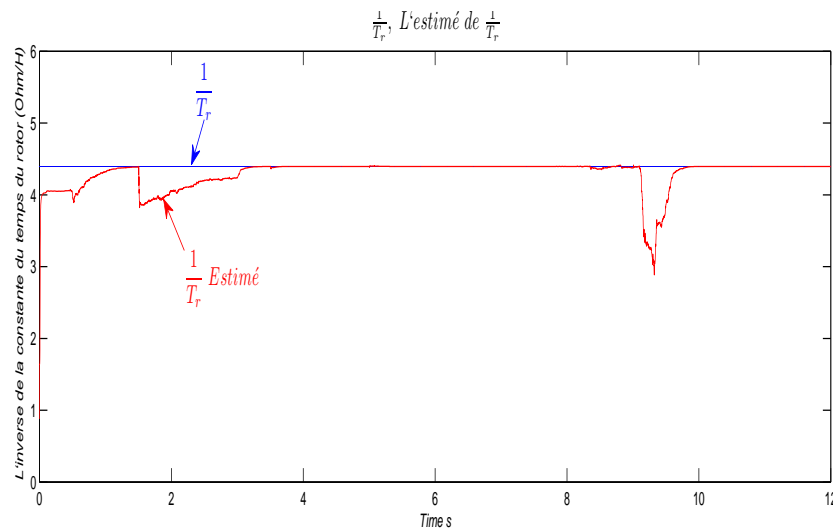


FIG. 4.25 – L'estimé de l'inverse de la constant du temps rotor

4.5 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons tout d'abord étudié les possibilités d'estimation conjointes des états manquants du moteur et de ses paramètres dans deux situations différentes selon les mesures disponibles. Dans les deux situations, les courants statoriques sont supposés être mesurés avec la différence que la vitesse du moteur est mesurée dans la première situation et elle ne l'est pas dans la deuxième. Dans chacune de ces deux situations, un observateur adaptatif a été présenté pour estimer l'ensemble des états manquants avec une partie des paramètres de la machine.

Après l'étude des possibilités d'estimation, nous nous sommes situés dans un contexte de commande sans la mesure de la vitesse et en supposant que les paramètres R_s et T_R de la machine sont inconnus. Nous avons alors couplé une loi de commande de type grand gain avec l'observateur adaptatif conçu dans la deuxième situation et les résultats obtenus ont montré que les bonnes performances de la stratégie de commande adaptative proposée.

Conclusion et perspectives

Des études vigoureuses ont été consacrées tout au long de ces dernières années aux problèmes de modélisation, d'observation et de commande des moteurs asynchrones au sein des communautés d'automatique et d'électrotechnique. Elles disposent désormais d'un potentiel de méthodes de modélisation, de synthèse d'observateurs et de conception de systèmes commande avec un savoir faire incontestable développé au travers des nombreuses validations expérimentales réussies réalisées. Le travail de recherche effectué dans cette thèse a été principalement consacré aux problèmes d'observation et de commande des moteurs asynchrones sans capteurs mécaniques qui constituent un enjeu industriel primordial. Après une lecture critique de la littérature sur le domaine, nous avons pu appréhender les problématiques fondamentales sous-jacentes et proposer des solutions viables aussi bien pour la synthèse des observateurs que pour la conception de systèmes de commande. On distingue deux contributions principales qui ont été faites à partir des résultats fondamentaux de l'équipe automatique du GREYC en matière de synthèse des observateurs et des systèmes de commande du type grand gain.

- La première contribution est un observateur du type grand gain qui permet de réaliser une estimation relativement précise des variables d'état mécaniques et magnétiques des moteurs asynchrones à partir des mesures disponibles des courants et tensions statoriques. La synthèse de cet observateur est réalisée à partir de deux études fondamentales complémentaires. La première étude concerne la synthèse d'un observateur du type grand gain pour une classe de systèmes perturbés incluant les modèles d'observation des moteurs asynchrones, alors que la seconde étude est une analyse rigoureuse de l'observabilité des moteurs asynchrones. Le concept de grand gain est particulièrement motivé par des considérations de simplicité de l'observateur sous-jacent. Le gain d'observation a été judicieusement modifié pour des considérations de faisabilité des calculs lorsque le moteur est amené à fonctionner dans des conditions incompatibles avec sa condition d'observabilité. Un problème d'observation, conçu pour une analyse ingénieuse des performances des observateurs des moteurs à induction sans capteurs mécaniques, a été traité pour mieux appréhender les performances de l'observateur proposé, en l'occurrence sa capacité de préserver ses performances dans des conditions de fonctionnement pouvant conduire à une perte non persistante

de la condition d'observabilité ou des variations paramétriques du moteur asynchrone considéré. Cet observateur a été ensuite utilisé pour la conception d'un asservissement des moteurs asynchrones sans capteur mécaniques à partir d'un système de commande avec retour d'état du type grand gain. Le système de commande du type grand gain sous-jacent réalise bien les performances requises modulo l'incorporation d'une action intégrale filtrée dans la synthèse du système de commande. Ces performances ont été démontrées à partir d'un problème de commande conçu pour une analyse ingénieuse des performances des asservissements des moteurs à induction sans capteurs mécaniques, notamment le recouvrement des performances requises par rapport à une perte de la condition d'observabilité ou des variations paramétriques.

- La seconde contribution concerne la synthèse de deux observateurs adaptatifs du type grand gain qui permettent d'estimer conjointement les variables d'état et un ensemble de combinaisons des paramètres d'un moteur asynchrone en fonction des mesures. Le premier observateur adaptatif utilise les mesures des courants statoriques et de la vitesse mécanique, alors que le second observateur n'utilise que les mesures des courants statoriques. Cette contribution est basée sur deux aspects de synthèse complémentaires. Le premier aspect est l'élaboration d'un modèle convenable pour pouvoir utiliser naturellement les résultats fondamentaux disponibles sur la synthèse des observateurs adaptatifs. Le second aspect consiste en une décomposition adéquate de la matrice jacobienne pour des considérations de simplicité de mise en oeuvre. Une attention particulière a été réservée au problème de précision de cet observateur en présence d'un couple de charge du type échelon. Le second observateur adaptatif a été particulièrement combiné avec un système de commande avec retour d'état du type grand gain pour concevoir un système de commande adaptative permettant de réaliser les performances requises en asservissement des moteurs asynchrones sans capteurs magnétiques en dépit d'une méconnaissance de leurs paramètres. Les performances de l'observateur adaptatif et du système de commande adaptative ont été corroborés par résultats de simulation compatibles avec des conditions de fonctionnement usuelles des moteurs asynchrones.

Les performances des observateurs et des systèmes de commande proposés ont été particulièrement évalués en simulation à l'exception de l'observateur d'état issu de la première contribution qui a été validé sur la plateforme expérimentale disponible à l'IRCCyN. On notera toutefois que les problèmes d'observation et de commande des moteurs asynchrones considérés ont été définis dans le cadre d'un groupe de travail sur la commande des entraînements électriques. Ce groupe de travail constitue un lieu d'échanges scientifiques privilégiés entre les communautés d'automatique et d'électrotechnique de France en

présence d'industriels soucieux des exigences de plus en plus croissantes en matière d'asservissement des machines électriques. Cette spécificité du groupe explique naturellement sa grande sensibilité aux validations expérimentales tout en appréciant des validations dans des contextes de simulation relativement pertinents par rapport à l'ingénierie des systèmes.

Les contributions de ce travail ne sont pas suffisantes pour développer une approche ingénieur de commande des moteurs asynchrones sans capteurs mécaniques. Nous proposons dans ce qui suit des études prospectives pour avoir toutes les composantes requises de cette approche ingénieur.

- Une validation expérimentale du système de commande du type grand gain issu de la première contribution. On peut ainsi faire une évaluation des performances du système de commande à partir du problème de commande spécifique proposé par le un groupe de travail sur la commande des entraînements électriques avec une attention particulière au rejet des perturbations et à la robustesse par rapport aux variations des paramètres du modèle de synthèse.
- Reprendre la première contribution avec un gain d'observation variant dans le temps pour réduire la sensibilité de l'observateur et du système de commande par rapport aux bruits de mesure inéluctables.
- Effectuer une analyse de robustesse des observateurs proposés par rapport aux variations des paramètres du modèle de synthèse.
- Incorporer une capacité d'adaptation paramétrique dans la synthèse de l'observateur adaptatif pour préserver ses performances dans le cas des variations paramétriques relativement petites.
- Traiter les problèmes de diagnostic des systèmes de commande des moteurs asynchrones à partir de l'observateur adaptatif proposé ou d'un observateur à entrée inconnue que l'on développera à partir des résultats. de l'équipe
- Reformuler les problèmes de synthèse des observateurs des moteurs asynchrones lorsque les mesures ne sont accessibles qu'aux instants d'échantillonnage

Ces perspectives permettraient d'acquérir de nouvelles connaissances et de développer un savoir faire afin de réaliser notre ultime motivation : une méthodologie pour le contrôle des moteurs asynchrones compatible avec les nouvelles exigences en matière de performances.

Bibliographie

- [1] C.H. Moog A. Glumineau and F. Plestan. New algebro-geometric conditions for the linearization by input-output injection. *IEEE Trans. Auto. Control*, AC-41(4) :598–603, 1996.
- [2] S.K. Agrawal and H. Sira-Ramirez. *Differentially Flat Systems*. Taylor and Francis Group, 2004.
- [3] V. Andrieu, L. Praly, and A. Astolfi. High gain observers with updated and homogeneous correction terms. *Automatica*, 44 :247–258, 2008.
- [4] M. Arcak and P. Kokotović. Nonlinear observers : a circle criterion design and robustness analysis. *Automatica*, 37 :1923–1930, 2001.
- [5] A.N. Atassi and H.K. Khalil. Nonlinear controllability and observability. *IEEE Transaction on Automatic Control*, 44 :1672–1687, 1999.
- [6] A.N. Atassi and H.K. Khalil. A separation principle for the control of a class of nonlinear systems. *IEEE Transaction on Automatic Control*, 46, 2001.
- [7] G. Bastin and M. Gevers. Stable adaptive observers for nonlinear time-varying systems. *IEEE Transaction on Automatic Control*.
- [8] G. Besançon. Remarks on nonlinear adaptive observers design. *Syst. Control Lett.*, 41 :271–280, 2000.
- [9] G. Besançon and A. Ticlea. Immersion based observer design for rank-observable nonlinear systems. *IEEE Trans. on Automat. Contr.*, 52(1) :83–88, 2007.
- [10] F. Blaschke. A new method for the structural decoupling of a.c. induction machine. IFAC - Duesseldorf (Germany), October 1971.
- [11] D. Boutat, A. Benali, H. Hammouri, and K. Busawon. New algorithm for observer error linearization with a diffeomorphism on the outputs. *Automatica*, 45 :2187–2193, 2009.
- [12] K. Busawon, M. Farza, and H. Hammouri. Observer design for a special class of nonlinear systems. *International Journal of Control*, 71(3) :405–418, 1998.
- [13] K. Busawon, M. Farza, and H. Hammouri. A simple observer for a class of nonlinear systems. *Applied Mathematics Letters*, 11 :27–31, 1998.

- [14] J. Chiasson. Nonlinear controllers for an induction motor. *Elsevier - Pergamon*, 4(7) :977–990, 1996.
- [15] G. Conte, C.H. Moog, and A.M. Perdon. *Nonlinear Control Systems : An Algébraic Approach*. Springer Verlag, 1997.
- [16] F. Corcoles, J. Pedra, M. Salichs, and L. Sainz. Analysis of the induction machine parameter identification. *IEEE Trans Energ Conv*, 17(2) :183–190, 2002.
- [17] A. Glumineau D. Traoré, F. Plestan and J. De Leon. High order sliding mode control of a sensorless induction motor. In *Proceedings of the 17th World Congress IFAC*, Seoul, Korea, July 2008.
- [18] E. Delaleau, J. P. Louis, and R. Ortega. Modeling and control of induction motors. *Int. J. Appl. Math. Comput. Sci.*, 11(1) :105–129, 2001.
- [19] F. Deza, E. Busvelle, and J.P. Gauthier. Exponentially converging observers for distillation columns and internal stability for the dynamic output feedback. *Chemical Eng. Sci.*, 47 :3935–3641, 1992.
- [20] A. Dib, M. Farza, and M. M’Saad. Observateur adaptatif pour l’estimation des paramètres de la machine asynchrone. In *Actes de la Conférence Internationale Francophone d’Automatique*, Grenoble, France, Juillet 2012.
- [21] A. Dib, M. Farza, M. M’Saad, P. Dorléans, and J. F. Massieu. High gain observer for sensorless induction motor. In *18th IFAC World Congress on Automatic Control*, Milano, Italy, September 2011.
- [22] A. Dib, M. M’Saad, and M. Farza. Sensorless indirect adaptive control with parameters and load-torque estimation of induction motor. In *International Conference on Communications, Computing and Control Applications*, Marseille, France, December 2012.
- [23] C. Canudas (Ed.). *Commande des Moteurs Asynchrones*. Hemès, 2000.
- [24] G. Besançon (Ed.). *Nonlinear Observers and Application*. Springer, Lectures Notes in Control and Information Sciences, 2007. Lectures Notes in Control and Information Sciences.
- [25] Ch. Edwards and S.K. Spurgeon. *Sliding Mode Control*. Taylor and Francis, 1998.
- [26] M. Farza, M. M’Saad, S. Hajji, J.F. Massieu, and Ph. Dorléans. Output feedback controller for a class of nonlinear system. In *Proc. of the 4th SSD Conference*, Hammamet, Tunisia, 2006.
- [27] M. Farza, M. M’Saad, T. Maatoug, and M. Kamoun. Adaptive observers for nonlinearly parametrized class of nonlinear systems. *Automatica*, 45(10) :2292–2299, 2009.
- [28] M. Farza, M. M’Saad, and L. Rossignol. Observer design for a class of MIMO nonlinear systems. *Automatica*, 40(1) :135–143, 2004.

- [29] M. Farza, M. M'Saad, and M. Sekher. A set of observers for a class of nonlinear systems. In *Proceedings of the 16th IFAC World Congress*, Praha, Czech Republic, 4-8 July 2005.
- [30] M. Farza, M. M'Saad, M. Triki, and T. Maatoug. High gain observer for a class of non-triangular systems. *Sys. Control. Lett.*, 60(1) :27–35, 2010.
- [31] M. Farza, M. Oueder, R. Ben abdennour, and M. M'Saad. High gain observer with updated gain for a class of mimo nonlinear systems. *Int. Journal of Control*, 48(2) :270–280, 2011.
- [32] M. Fliess and I. Kupka. A finiteness criterion for nonlinear input-output differential systems. *SIAM Journal on Control and Optimisation*, 21 :721–728, 1983.
- [33] M. Fliess, J. Levine, P. Martin, and P. Rouchon. Flatness and defect of nonlinear systems : introductory theory and examples. *Int. J. of Control*, 61 :1327–1361, 1995.
- [34] M. Fliess, J. Levine, P. Martin, and P. Rouchon. A lie-bäcklund approach to equivalence and flatness of non linear systems. *IEEE Trans. Auto. Control*, AC-44 :922–937, 1999.
- [35] J. P. Gauthier and I. Kupka. *Deterministic Observation Theory and Applications*. Cambridge University Press, 2001.
- [36] J.P. Gauthier and G. Bornard. Observability for any $u(t)$ of a class of nonlinear systems. *IEEE Trans. on Aut. Control*, 26 :922–926, 1981.
- [37] J.P. Gauthier, H. Hammouri, and S. Othman. A simple observer for nonlinear systems - application to bioreactors. *IEEE Trans. Auto. Control*, 37 :875–880, 1992.
- [38] J.P. Gauthier and I.A.K. Kupka. Observability and observers for nonlinear systems. *SIAM J. Control. Optim.*, 32 :975–994, 1994.
- [39] M. Ghanes. *Observation et commande de la machine asynchrone sans capteur mécanique*. PhD thesis, Ecole Centrale de Nantes et Université de Nantes, 2005.
- [40] M. Ghanes. *Observation et commande de la machine asynchrone sans capteur mécanique*. Phd thesis, Ecole Centrale de Nantes et Université de Nantes, 2005.
- [41] M. Ghanes, J.P. Barbot, J. De leon, and A. Glumineau. A robust sensorless feedback controller of the induction motor drives : new design and experimental validation. *Int. J. of Control*, 83 :484–497, 2010.
- [42] M. Ghanes and G. Zheng. On sensorless induction motor drives; sliding-mode observer and output feedback controller. *IEEE Trans. on Industrial Electronics*, 56 :3404–3413, 2009.
- [43] M. Guay. Observer linearization by output-dependent time-scale transformations. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 47 :1730–1735, 2002.

- [44] J. Guzinski, H. Abu-Rub, M. Diguët, Z. Krzeminski, and A. Lewicki. Speed and load torque observer application in high-speed train electric drive. *IEEE Trans. on Industrial Electronics*, 57 :565–574, 2010.
- [45] S. Hajji, M. M’Saad, and M. Farza. Output feedback controller for a class of nonlinear system. In *Proc. of the 17th European Control Conference*, Kos, Greece, July 2007.
- [46] S. Hajji, M. M’Saad, and M. Farza. Output feedback controller for a class of nonlinear system. In *Proc. of the 17th IFAC World Congress on Automatic Control*, Seoul, Korea, July 2008.
- [47] H. Hammouri, G. Bornard, and K. Busawon. High gain observer for structured multi-output nonlinear systems. *IEEE Trans. Auto. Control*, 55(4), 2010.
- [48] H. Hammouri and M. Farza. Nonlinear observers for locally uniformly observable systems. *ESAIM J. on Control, Optimisation and Calculus of Variations*, 9 :353–370, 2003.
- [49] R. Hermann and A.J. Krener. Nonlinear controllability and observability. *IEEE Trans. on Automatic Control*, 22 :728–740, 1977.
- [50] E.G. Strangas H.K. Khalil and S.Jurkovic. Speed observer and reduced nonlinear model for sensorless control of induction motors. *IEEE Trans. Auto. Control Systems Technology*, 17(2) :327–339, 2009.
- [51] J. Holtz. *Sensorless Control of AC Motor Drives*, chapter Methods for speed sensorless control of AC drives. Piscataway, NJ, 1996.
- [52] M. Hou, K. Busawon, and M. Saif. Observer design based on triangular form generated by injective map. *IEEE Trans. on Aut. Control*, 45(7) :1350–1355, 2000.
- [53] M. Hou and A.C. Pugh. Observer with linear error dynamics for nonlinear multi-output systems. *Syst. Contr. Lett.*, 37 :1–9, 1999.
- [54] A. Glumineau I. Souleiman and G. Schreier. Direct transformation of nonlinear systems into state affine miso form and nonlinear observers design. *EEE Trans. Auto. Control*, 48(12) :2191–2196, 2003.
- [55] S. Ibarra-Rojas, J. Moreno, and G. Espinosa-Pérez. Global observability analysis of sensorless induction motors. *Automatica*, 40 :1079–1085, 2004.
- [56] A. Isidori. *Nonlinear Control Systems*. Springer, 3rd edition, 1995.
- [57] W. Kaiyu, J. Chiasson, M. Bodson, and L.M. Tolbert. A nonlinear least-squares approach for identification of the induction motor parameters. *IEEE Trans. Auto. Contro*, 50(10) :1622 –1628, 2005.
- [58] R.E. Kalman. Design of a self-optimizing control system. *Trans. ASME*, 80 :468–478, 1958.

- [59] R.E. Kalman. A new approach to linear filtering and prediction theory. *J. Basic Eng., Trans. ASME, Ser. D*, 82(1) :35–45, 1960.
- [60] R.E. Kalman. When is a linear control system optimal. *J. Basic Eng., Trans. ASME*, 86 :51–60, 1964.
- [61] R.E. Kalman and R.S. Bucy. New results in linear filtering and prediction theory. *J. Basic Eng., Trans. ASME, Ser. D*, 83(3) :95–108, 1961.
- [62] H.K. Khalil. *Nonlinear Systems*. Prentice Hall, 1996. Englewood Cliffs, N.J.
- [63] H.K. Khalil. High-gain observers in nonlinear feedback control. In *Proc. of the International Conference on Control, Automation and Systems*, COEX, Seoul, Korea UK, 2008.
- [64] H.K. Khalil and F. Esfandiari. Semiglobal stabilization of a class of nonlinear systems using output feedback, journal= IEEE Trans. Auto. Control, year=1993, volume=38, number=9, pages=1412–1415.
- [65] M. Kostenko and L. Piotrovski. *Machines électriques*, volume tome II. Moscou (Mir), 1969.
- [66] Y. Koubaa, M. Farza, and M. M’Saad. Synthèse d’observateurs adaptatifs pour une classe de systèmes non-linéaires. In *Proc. of Conférence Internationale Francophone d’Automatique*, Douz, Tunisie, 2004.
- [67] G. Kreisselmeier. Adaptive observers with exponential rate of convergence. *IEEE Trans. Auto. Control*, 22(1) :2– 8, 1977.
- [68] A.J. Krener and A. Isidori. Linearization by output injection and nonlinear observers. *Syst. Contr. Lett.*, 3 :47–52, 1983.
- [69] A.J. Krener and W. Respondek. Nonlinear observers with linearizable error dynamics. *SIAM J. Contr. Optim.*, 23 :197–216, 1985.
- [70] P. Krishnamurthy, F. Khorrarni, and R.S. Chandra. Global high-gain-based observer and backstepping controller for generalized output-feedback canonical form. *Automatic Control, IEEE Transactions on*, 48(12) :2277 – 2283, dec. 2003.
- [71] M. Krstič, I. Kanellakopoulos, and P. Kokotović. *Nonlinear and Adaptive Control Design*. John Wiley and Sons, 1995.
- [72] C. Lascu, I. Boldea, and F. Blaabjerg. A class of speed-sensorless sliding-mode observers for high performance induction motor drives. *IEEE Trans. on Industrial Electronics*, 56 :3394–3403, 2009.
- [73] F. Liu, M. Farza, and M. M’Saad. Nonlinear observers for state and unknown inputs estimation. *Int. J. Modelling, Identification and Control*, 2(1) :33–48, 2007.
- [74] L. Ljung. *System Identification, Theory for the User*. Prentice-Hall, London, 1987.

- [75] D.G. Luenberger. Observers for multivariable systems. *IEEE Trans. Auto. Control*, 11 :190–197, 1966.
- [76] T. Maatoug. *Synthèse d’observateurs adaptatifs pour les systèmes non linéaires*. Phd thesis, Université de Caen Basse-Normandie, France, 20092.
- [77] T. Maatoug, M. Farza, M. M’Saad, and M. Kamoun. Adaptive output feedback controller for a class of uncertain nonlinear systems. In *17th IFAC World Congress on Automatic Control*, Seoul, Korea, July 2008.
- [78] N.A. Mahmoud and H. Khalil. Asymptotic regulation of minimum phase nonlinear systems using output feedback. *IEEE Trans. Auto. Control*, 41(10) :1402–1412, 1996.
- [79] S.M. Mahmoud, L. Chrifi Alaoui, D. Pinchon, and P. Bussy. Robust sliding mode non linear control using integrator corrector for an induction motor. In *Proceedings of the 45th IEEE Conference on Decision and Control*, San Diego, CA, USA, December 2006.
- [80] R. Marino and P. Tomei. Global adaptive observers for nonlinear systems via filtered transformations. *IEEE Trans. on Automat. Contr.*, 37 :1239–1245, 1992.
- [81] R. Marino and P. Tomei. Adaptive observers with arbitrary exponential rate of convergence for nonlinear systems. *IEEE Trans. on Automat. Contr.*, 40 :1300–1304, 1995.
- [82] K. S. Narendra and A. M. Annaswamy. Persistent excitation in adaptive systems. *Int. Journal of Control*, 45(1) :127–160, 1987.
- [83] H. Nijmeijer. Observability of a class of nonlinear systems : a geometric approach. *Ricerche di Automatica*, 12 :50–68, 1981.
- [84] H. Nijmeijer and A.J. Van der Schaft. *Nonlinear Dynamical Control Systems*. Springer-Verlag, 1991.
- [85] H. Ouardi, F. Giri, and F. Ikhouane. Backstepping control of saturated induction motors. In *15th Triennial World Congress, IFAC 2002*, Barcelona, Spain, 2002.
- [86] M. Oueder, M. Farza, R. Ben abdennour, and M. M’Saad. A high gain observer with updated gain for a class of mimo non-triangular systems. *Sys. Control. Lett.*, 61(2) :298–308, 2012.
- [87] R. Perret. Etat de l’art de la commande à flux orienté. *l’école d’automatique de grenoble, Grenoble, France*, pages 1–55, 1997.
- [88] L. Praly. Asymptotic stabilization via output feedback for lower triangular systems with output dependent incremental rate. *IEEE Trans. Auto. Control*, 48(6) :1103–1108, 2003.
- [89] R. Rajamani. Observers for lipschitz nonlinear systems. *IEEE Trans. Auto. Control*, 43(3) :397–401, 1998.

- [90] L. Rossignol, M. Farza, and M. M'Saad. Nonlinear observation strategies for induction motors. In *Proc. of the IEEE International Electric Machines and Drives Conference*, pages 696–702, Madison, Wisconsin, June 2003.
- [91] J. Rudolph and M. Zeitz. A block triangular nonlinear observer normal form. *Syst. Contr. Lett.*, 23 :1–8, 1994.
- [92] R.A. Salas. *Développement de lois de commandes avec observateurs pour machine asynchrone*. PhD thesis, Institut National Polytechnique de Grenoble, janvier 2002.
- [93] R. Sepulchre, M. Jankovič, and P. Kokotovič. *Constructive Nonlinear Control*. Springer, 1997.
- [94] S. Seshagiri and H. Khalil. Robust output feedback regulation of minimum-phase nonlinear systems using conditional integrators. *Automatica*, 41 :43–54, 1996.
- [95] H. Shim, Y. I. Son, and J. H. Seo. Semi-global observer for multi-output nonlinear systems. *Syst. Contr. Lett.*, 42 :233–244, 2001.
- [96] S.K. Spurgeon. Sliding mode observers - a survey. *International Journal of Systems Science*, 39(8) :751–764, 2008.
- [97] E. G. Strangas, B. Aloliwi, and H. Khalil. Robust speed control of induction motors. In *American Control Conference*, pages 12871291, address = Albuquerque, New Mexico, 1997.
- [98] H. Tajima and Y. Hori. Speed-sensorless field-orientation control of the induction machine. *IEEE Trans. Ind. Applications*, 29(1) :175–180, 1993.
- [99] A. Teel and L. Praly. Global stabilization and observability imply semi-global stabilizability by output feedback. *Systems and Control Letters*, 22 :313–325, 1994.
- [100] A. Teel and L. Praly. Tools for semiglobal stabilization by partial state and output feedback. *SIAM J. Contr. Optimiz.*, 33 :1443–1488, 1995.
- [101] A. Ticlea and G. Besançon. Observer scheme for state and parameter estimation in asynchronous motors with application to speed control. *European Journal of Control*, 12(4) :400–412, 2006.
- [102] A. Ticlea and G. Besançon. Observer design for state and parameter estimation in induction motors with simulation and experimental results. In *Proc. of the 32nd Annual Conference of IEEE Industrial Electronics Society*, Paris, France, November 2006.
- [103] A.I. Ticlea. *Techniques d'immersion pour l'estimation non linéaire : application aux systèmes de puissance*. Phd thesis, Institut National Polytechnique de Grenoble, 2006.
- [104] D. Traoré. *Commande non linéaire sans capteur de la machine asynchrone*. Phd thesis, Ecole Centrale de Nantes, 2008.

- [105] D. Traoré, J. De Leon, A. Glumineau, and L. Loron. Speed sensorless field-oriented control of induction motor : experimental tests on low frequencies benchlark. *IET Control Theory application*, 1(6) :1681–1692, 2007.
- [106] D. Traoré, J. De Leon, A. Glumineau, and L. Loron. Adaptive interconnected observer for sensorless induction motor. *Int. J. of Control*, 82(9) :1627–1640, 2009.
- [107] V. Utkin. *Sliding Mode in Optimization and Control*. Springer Verlag, 1992.
- [108] V. Utkin, J. Guldner, and J. Shi. *Sliding Mode Control in Electromechanical Systems*. CRC Press, 1999.
- [109] D. Williamson. Observation of bilinear systems with application to biological control. *Automatica*, 13 :243–254, 1977.
- [110] C. Canudas De Wit and S.I. Seleme Jr. Robust torque control design for induction motors : the minimum energy approach. *Elsevier - Pergamon*, 4(7) :977–990, 1997.
- [111] C. Canudas De Wit, A. Youssef, J.P. Barbot, Ph. Martin, and F. Maltrait. Observability conditions of induction motors at low frequencies. In *Proc. 39th IEEE Conference on Decision and Control*, Sidney, Australia, 2000.
- [112] X.H. Xia and W.B. Gao. Nonlinear observer design by observer error linearization. *SIAM J. Control and Optimisation*, 27 :199–216, 1989.
- [113] A. Xu and Q. Zhang. State and parameter estimation for nonlinear systems. In *Proc. of the 15th IFAC World Congress*, Barcelona, Spain, 2002.
- [114] J.H. Yan, W.H. Yu, and L.C. Fu. Nonlinear observer-based control for induction motor. In *proceeding of the Americican Control Conference*, Baltimor Maryland, Juin 1994.
- [115] A. Zemouche and M. Boutayeb. A unified H_∞ adaptive observer synthesis method for a class of systems with both lipschitz and monotone nonlinearities. *Sys. Control. Lett.*, 58 :282–288, 2009.
- [116] Q. Zhang. Adaptive observers for mimo linear time-varying systems. *IEEE Trans. on Aut. Control*, 47 :525–529, 2002.
- [117] Q. Zhang and G. Besançon. An adaptive observer for sensor fault estimation in a class of uniformly observable nonlinear systems. *Int. J. Modelling, Identification and Control*, 4(1) :37–43, 2008.
- [118] Q. Zhang and A. Clavel. Adaptive observer with exponential forgetting factor for linear time-varying systems. In *Proc. of the 40th IEEE Conference on Decision and Control*, Orlando, Florida, 2001.

Résumé. Le travail de recherche effectué dans cette thèse a été principalement consacré aux problèmes d'observation et de commande des moteurs asynchrones sans capteurs mécaniques. Deux contributions principales ont été faites en exploitant judicieusement le concept de grand gain. La première contribution est un observateur du type grand gain qui permet de réaliser une estimation relativement précise des variables d'état mécaniques et magnétiques des moteurs asynchrones à partir des mesures disponibles des courants et tensions statoriques. Le gain d'observation a été judicieusement modifié pour des considérations de faisabilité des calculs lorsque le moteur est amené à fonctionner dans des conditions incompatibles avec sa condition d'observabilité. Cet observateur a été particulièrement utilisé pour concevoir un asservissement des moteurs asynchrones sans capteur mécanique à partir d'un système de commande avec retour d'état du type grand gain. La seconde contribution est une synthèse d'observateurs adaptatifs du type grand gain qui permettent d'estimer conjointement les variables d'état et un ensemble de combinaisons des paramètres d'un moteur asynchrone à partir des mesures des courants et tensions statoriques avec et sans mesure de la vitesse mécanique. Un observateur adaptatif a été particulièrement combiné avec un système de commande avec retour d'état du type grand gain pour concevoir un système de commande adaptative permettant de préserver les performances requises en asservissement des moteurs asynchrones sans capteurs magnétiques en dépit d'une méconnaissance de leurs paramètres.

Mots clés : Moteurs asynchrones, Synthèse grand gain, Observateur, Observateur adaptatif, Commande avec retour d'état, Commande adaptative

Abstract. The research work developed in this thesis has been mainly devoted to the observation and control problems of sensorless induction motors. Two contributions have been carried out thanks to the high gain concept. The first contribution consists in a high gain observer design that performs a relatively accurate estimation of both mechanical and magnetic state variables using the available measurements on stator currents and voltages. Of particular interest, the observation gain has been appropriately modified to avoid the ubiquitous singularities arising whenever the observability property is lost. Such an observer has been particularly used to design an adequate high gain control system for sensorless induction motors. The second contribution two high gain adaptive observers performing an accurate joint estimation of induction motor state variables and usual parameter combinations using the stator currents measurements with and without speed measurement. The latter is used to design a sensorless adaptive control system for induction motor thanks to a suitable high gain state feedback controller .

keywords : Induction motors, High gain designs, Observer, State feedback control, Adaptive observer, Adaptive control.