



HAL
open science

Développement d'une sonde aquatique autonome pour la cartographie des drains karstiques noyés. Simulation des écoulements par une approche couplée drains discrets - double porosité.

Vivien Hakoun

► To cite this version:

Vivien Hakoun. Développement d'une sonde aquatique autonome pour la cartographie des drains karstiques noyés. Simulation des écoulements par une approche couplée drains discrets - double porosité.. Hydrologie. Université Montpellier II - Sciences et Techniques du Languedoc, 2013. Français. NNT : . tel-01067700

HAL Id: tel-01067700

<https://theses.hal.science/tel-01067700>

Submitted on 23 Sep 2014

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

THÈSE

Pour obtenir le grade de
Docteur

Délivré par l'**UNIVERSITE MONTPELLIER 2**

Préparée au sein de l'école doctorale **Systèmes Intégrés
en Biologie, Agronomie, Géosciences, Hydrosiences,
Environnement (SIBAGHE)**

Et de l'unité de recherche **HydroSciences Montpellier**

Spécialité: **Eaux Continentales et Sociétés**

Présentée par **Vivien HAKOUN**

**Développement d'une sonde aquatique autonome pour
la cartographie des drains karstiques noyés. Simulation
des écoulements par une approche couplée drains
discrets - double porosité.**

Soutenue le 13 décembre 2013 devant le jury composé de

Prof. Dr. Nico GOLDSCHIEDER	Karlsruhe Institute of Technology	Rapporteur
Dr. Didier GRAILLOT	Ecole des Mines de Saint-Etienne	Rapporteur
Dr. Charles DANQUIGNY	Université d'Avignon Pays du Vaucluse	Examinateur
Dr. Christian LEDUC	Institut de Recherche pour le Développement	Examinateur
Prof. Dr. Séverin PISTRE	Université Montpellier 2 - HSM	Directeur
Dr. Pascal FALGAYRETTES	Université Montpellier 2 - IES	Directeur
Dr. Jean-Christophe MARÉCHAL	Bureau Recherches Géologiques et Minières	Invité

Remerciements

Les travaux de recherche présentés ici ont été effectués à l'Université Montpellier 2. Ils sont le fruit d'une collaboration entre le Laboratoire HydroSciences Montpellier (UMR 5569) et l'Institut d'Electronique du Sud (UMR 5214). Ils ont été financés par le Conseil Scientifique de l'UM2 sur la base d'une bourse du Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche. Je remercie les personnes de ces organismes qui ont contribué à la réalisation de ces travaux.

Je tiens à remercier Séverin Pistre et Pascal Falgayrettes mes directeurs de thèse. Grâce à vous j'ai eu la possibilité de réaliser un travail qui m'a passionné. Merci de m'avoir accordé votre confiance, du temps pour des conseils et des discussions au cours de ces trois années, j'espère avoir été à la hauteur.

Je souhaite également adresser mes plus sincères remerciements aux membres de mon jury. Nico Goldscheider et Didier Graillot, merci d'avoir accepté d'être rapporteurs. Christian Leduc et Charles Danquigny, merci d'avoir accepté d'être examinateurs. Merci à Jean-Christophe Maréchal d'avoir accepté l'invitation à ma soutenance. Enfin, je remercie vivement Pierre-Yves Jeannin et Naomi Mazzilli pour leur participation à mes comités de thèse.

Je suis redevable à de nombreuses personnes pour leur partage de connaissances et de moyens (matériel et temporel). J'adresse un grand merci à

- l'équipe Karst et Milieux Hétérogènes - Hydrogéologie, Hydraulique et Transferts (chercheurs, E.C., doctorants et postdocs) pour, entre autres, l'influence qu'ils ont pu avoir sur mon travail,
- Samer Majdalani pour avoir évoqué des travaux sur les céramiques, pour le prêt de la balance et pour l'envoi de données de pesées,
- l'ENSAM et en particulier Gilles Belaud pour sa disponibilité ses conseils avisés et pour avoir mis à ma disposition les canaux,
- l'équipe terrain du laboratoire (E. Gayrard†, F. Hernandez, P. Brunet et P. Marchand) pour les conseils à l'atelier,
- l'équipe de Géosciences Montpellier, en particulier Philippe Gouze et Gérard Lods pour les conseils et les discussions scientifiques,
- l'équipe du DESTHEEM, notamment H. De La Boisse, J.-P. Respaut, F. Perdieux et le secrétariat pour leur disponibilité à toute épreuve,
- Michel Bakalowicz qui m'a écouté, conseillé et qui a toujours un papier nouveau (non nécessairement récent) et intéressant à partager.

Je n'oublie pas mes amis du labo (et ceux en dehors) qui ont partagé au quotidien ou ponctuellement mes humeurs, grand merci pour votre soutien. J'ai eu le plaisir de travailler avec des étudiants qui ont accepté de travailler avec moi, merci à vous.

Pour les encouragements et les conseils dont j'ai probablement abusé, je remercie ma famille. Grâce à vous mes études et ce travail se sont réalisés dans de bonnes conditions.

Je remercie enfin ceux qui ont assuré « sec », paré mes méthodes farfelues et partagé quelques promenades verticales pendant ces trois ans. La rédaction crée aussi « de petits besoins ».

Tu vas apprécier en sortant d'une voie, un verre d'eau, un sandwich, et bon, ça c'est intéressant à l'époque à laquelle on vit d'avoir de petits besoins, je crois. Tu as une prise de conscience au niveau de, des plaisirs simples qui suffisent en fait très bien pour pouvoir vivre. P. Edlinger† dans *La vie au bouts des doigts*, (1982) réalisé par Jean-Paul Janssen.

Table des matières

Introduction	1
1 Eléments d'hydrogéologie karstique	5
1.1 Les aquifères karstiques	5
1.1.1 Spéléogénèse et structure endokarstique	5
1.1.2 Conceptualisation des écoulements dans le karst	8
1.2 Méthodes d'identification de conduits karstiques	9
1.2.1 Traceurs naturels et artificiels	9
1.2.2 Méthodes hydrauliques	10
1.2.3 Méthodes géophysiques	11
1.2.4 Autres méthodes	11
1.3 Modélisation et hydrodynamique karstique	11
1.3.1 Volume élémentaire représentatif	12
1.3.2 Approche expérimentale de laboratoire	13
1.3.3 Approche globale	14
1.3.4 Approche distribuée	15
1.3.5 Méthodes numériques de résolutions des équations d'écoulement	20
1.3.6 Méthode des éléments et intégrales de frontières	21
1.4 Conclusion	26
2 Solution analytique pour des essais à charge constante en milieu double-porosité	29
2.1 Introduction	29
2.2 Modèles à double-porosité	31
2.2.1 Contexte historique	31
2.2.2 Etudes des courbes de déclin	32
2.3 Solutions analytiques pour puits à charge imposée	32
2.3.1 Hypothèses et conditions aux limites	33
2.3.2 Milieu simple porosité	33
2.3.3 Milieu double porosité	35
2.3.4 Méthode d'analyse des résultats	39
2.4 Résultats et courbes types	40
2.4.1 Simple porosité	40
2.4.2 Sensibilité à λ	41
2.4.3 Sensibilité à ω	42
2.4.4 Sensibilité au <i>skin</i> de fracture	46
2.5 Discussion	49
2.6 Conclusion	51
3 Modèle hybride d'écoulement dans le karst (approche couplée milieu continu et discret)	53
3.1 Introduction	53
3.2 Modèles conceptuels	54

3.2.1	Echelle locale - Essais de puits en milieu à double-porosité	55
3.2.2	Echelle régionale (double-porosité)	55
3.2.3	Echelle régionale (modèle hybride)	55
3.3	Modèle mathématique	57
3.3.1	Hypothèses et conditions aux limites	57
3.3.2	Solution analytique avec recharge	58
3.4	Résolution numérique	61
3.4.1	Equations intégrales et éléments de frontière	61
3.4.2	Validation sur solution à simple et double porosité	62
3.5	Résultats	63
3.5.1	Echelle locale - essai par pompage à charge constante	64
3.5.2	Echelle globale - aquifère à double-porosité	77
3.5.3	Recharge - aquifère hybride	83
3.6	Discussion	87
3.7	Conclusion	89
4	Modèle analogue pour la modélisation des écoulements en milieu fracturé karstique	91
4.1	Introduction	91
4.2	Matériel et méthodes	93
4.2.1	Cuve expérimentale et céramique poreuse	93
4.2.2	Protocole de mesure	94
4.2.3	Plan expérimental	95
4.2.4	Modèles d'interprétation	96
4.3	Résultats	96
4.3.1	Vidange, état initial uniforme	97
4.3.2	Vidange, état initial non uniforme	98
4.4	Discussion	100
4.5	Conclusion	103
5	Module autonome de cartographie souterraine	105
5.1	Introduction	105
5.2	Principe de navigation	106
5.2.1	Système de navigation inertielle (SNI)	106
5.2.2	Suivi de l'orientation	107
5.2.3	Suivi du déplacement	109
5.2.4	Sources et propagation d'erreur	110
5.3	Matériel	111
5.3.1	Module	111
5.3.2	Instrumentation embarquée	114
5.3.3	Cadre expérimental	115
5.4	Méthode	117
5.4.1	Validation transport du module	117
5.4.2	Validation SNI	119
5.5	Résultats et interprétations	125
5.5.1	Transport du module	125
5.5.2	Navigation inertielle	126

5.6	Discussion	135
5.7	Conclusion	137
Conclusion et perspectives		139
A	Annexes	143
A.1	Annexes au quatrième chapitre	143
A.1.1	Qualité de l'inversion	143
A.1.2	Temps de calcul lié à l'inversion	144
A.2	Annexes au cinquième chapitre	145
A.2.1	Matrices de rotation	145
A.2.2	Approximation pour angle petit	145
A.2.3	Résultats complémentaires ENSAM	146
A.2.4	Résultats complémentaires Foux de Lauret	149
Bibliographie		151

Table des figures

1	Principaux champs disciplinaires d'étude du karst. Les principaux champs actuels sont représentés dans le premier cercle de mots autour de « karst ». Les principaux sous-champs dans lesquels cette thèse s'inscrit sont déployés et colorés. Les domaines spécifiques à cette thèse sont encadrés en bleu et en rouge. Les cadres bleus correspondent au développement de nouveaux modèles de laboratoire et numérique pour l'étude des flux dans le karst. Le cadre rouge correspond au développement d'un nouvel instrument d'exploration des conduits karstiques noyés	2
2	Représentation conceptuelle (face et coupe) du modèle hybride classique à drains discrets avec échanges conduits/matrice (Fig. 2a). Le nouveau modèle proposé avec échanges conduits/double-continuum (Fig. 2b) tient compte d'un double emmagasinement et d'un double continuum associé drainé par les conduits verticaux. . . .	3
1.1	Synthèse des types de réseaux de conduits et relation entre le mode de recharge et la porosité. Les vues sont en plan si non spécifié, d'après Palmer (1991)	6
1.2	Représentation schématique des inter-relations entre facteurs géologiques, propriétés hydrauliques, champs de circulation d'eau souterraine et érosion souterraine pour les réservoirs karstiques (Király, 2002)	7
1.3	Bloc diagramme conceptuel de la structure d'un système karstique et modes de recharge associés, modifié de Goldscheider et Drew (2007).	8
1.4	Effet d'échelle entre taille d'échantillonnage spatiale et conductivité hydraulique investiguée pour les aquifères karstiques. Plus l'échantillon est grand, plus la conductivité hydraulique investiguée est grande, modifié de Király (1978) dans Geyer (2008).	12
1.5	Modèles schématiques d'un réservoir réel à porosités multiples et représentation conceptuelle adoptée pour la modélisation. Le réservoir réel contient différentes porosités (vide, fracture, matrice) représentée Fig. 1.5a. Le modèle conceptuel du réservoir représenté Fig. 1.5b, montre la simplification en blocs à faible porosité (matrice) séparés par un ensemble de fractures. Modifié d'après Warren et Root (1963).	18
1.6	La frontière $\partial\Omega$ du domaine Ω est discrétisée en n_b éléments. Le système de coordonnées local (ξ, η) est introduit dans le système de coordonnées générales (x, y) . L'origine du nouveau système de coordonnées est au point P . L'axe ξ est parallèle à l'élément de frontière $\partial\Omega_j$ et orienté dans la direction opposée au sens trigonométrique. L'axe η est introduit selon la règle de la main droite.	24
2.1	Exemple de schématisation du niveau piézométrique à plusieurs étapes lors de la vidange de blocs matriciels par des conduits à forte conductivité hydraulique. Le niveau (h_0) de base de la vidange est une condition à la limite de charge imposée à l'interface conduit/matrice, modifié d'après Kovács <i>et al.</i> (2005).	30

- 2.2 Différents schémas conceptuels d'écoulements influencés par un puits subitement maintenu depuis un niveau initial s_0 à un niveau de pression constant s_w dans un milieu infini. Les écoulements schématisés par les flèches bleues divergent (Fig. 2.2a) ou convergent (Fig. 2.2b et 2.2c) vers le puits ou la fracture de pompage situé dans un aquifère à double-porosité. Les paramètres hydrauliques qui caractérisent l'aquifère sont λ (coefficient d'interporosité), ω (fraction d'emmagasinement du 1^{er} continuum par rapport à l'emmagasinement total du système). Les *skin* de fracture et de puits sont représentés par S_f et la zone proche du puits. $Q(t)$ est le débit injecté (Fig. 2.2a) ou extrait (Fig. 2.2b et 2.2c). 33
- 2.3 Représentation schématique de la structure et des directions d'écoulements dans un milieu naturel fracturé schématique (Fig. 2.3a) et dans le modèle d'écoulement à double porosité développé dans ce chapitre (Fig. 2.3b). Sur les figures, les flèches continues représentent les écoulements dans le milieu à conductivité hydraulique élevée, les flèches discontinues représentent les écoulements dans les blocs à conductivité hydraulique faible. Le bloc unitaire est délimité par les traits rouges discontinus, l'épaisseur de deux blocs unitaires du premier continuum est caractérisé par $2b_1$, celle du second continuum par $2b_2$. Le paramètre z représente la distance dans le second continuum selon une direction parallèle à l'écoulement. 36
- 2.4 Exemple de comparaison entre la solution de référence (Jacob et Lohman, 1952), points bleus, et la solution analytique proposée précédemment, courbe rouge, pour un milieu à simple porosité. La courbe en traits discontinus représente le comportement asymptotique pour des temps courts selon une droite de pente $-1/2$. Les paramètres employés ici sont : $T = 9.10^{-2}m^2s^{-1}$, $S_s = 10^{-4}m^{-1}$, $r_w = 0,11m$, $s_w = 1m$. 40
- 2.5 Exemple de simulations pour une dimension d'écoulement radiale ($n = 2$) dans un milieu à double porosité. Les courbes en traits pleins correspondent aux débits calculés, les traits discontinus à la dérivée seconde (échelle semi-logarithmique de droite). Plus λ diminue (contraste de cond. hyd. augmente), plus le comportement homogène est atteint tardivement. Le temps auquel se stabilise la dérivée seconde illustre ce processus. Ici, $\omega = 10^{-3}$ et $10^{-1} \leq \lambda \leq 10^{-4}$, $r_w = 1m$, $b_1 = 1m$, $b_2 = 1m$, $s_w = 1m$, $S = S_F = 0$ 42
- 2.6 Exemple de simulations pour une dimension d'écoulement linéaire ($n = 1$) dans un milieu à double porosité. Les courbes en traits pleins correspondent aux débits calculés, les traits discontinus à la dérivée seconde (échelle semi-logarithmique de droite). Plus λ diminue (contraste de cond. hyd. augmente), plus le comportement homogène est atteint tardivement. Le temps auquel se stabilise la dérivée seconde illustre ce processus. Ici, $\omega = 10^{-3}$ et $10^{-1} \leq \lambda \leq 10^{-4}$, $r_w = 1m$, $b_1 = 1m$, $b_2 = 1m$, $s_w = 1m$, $S = S_F = 0$ 43
- 2.7 Exemple de simulations pour une dimension d'écoulement sphérique ($n = 3$) dans un milieu à double porosité. Les courbes en traits pleins correspondent aux débits calculés, les traits discontinus à la dérivée seconde (échelle semi-logarithmique de droite). Plus λ diminue (contraste de cond. hyd. augmente), plus le comportement homogène est atteint tardivement. Le temps auquel se stabilise la dérivée seconde illustre ce processus. Ici, $\omega = 10^{-3}$ et $10^{-1} \leq \lambda \leq 10^{-4}$, $r_w = 1m$, $b_1 = 1m$, $b_2 = 1m$, $s_w = 1m$, $S = S_F = 0$ 44

- 2.8 Exemple de simulations pour une dimension d'écoulement radiale ($n = 2$) dans un milieu à double porosité. Les courbes en traits pleins correspondent aux débits calculés, les traits discontinus à la dérivée seconde (échelle semi-logarithmique de droite). Plus ω diminue (part d'emménagement de zone mobile diminue), plus la transition précédant un comportement homogène est longue. La forme de la courbe de dérivée seconde avant la partie du minimum local montre les variations de cette période. Ici, $10^{-5} \leq \omega \leq 2.10^{-1}$ et $\lambda = 10^{-4}$, $r_w = 1\text{m}$, $b_1 = 1\text{m}$, $b_2 = 1\text{m}$, $s_w = 1\text{m}$, $S = S_F = 0$ 46
- 2.9 Exemple de simulations pour une dimension d'écoulement linéaire ($n = 1$) dans un milieu à double porosité. Les courbes en traits pleins correspondent aux débits calculés, les traits discontinus à la dérivée seconde (échelle semi-logarithmique de droite). Plus ω diminue (part d'emménagement de zone mobile diminue), plus la transition précédant un comportement homogène est longue. La forme de la courbe de dérivée seconde avant la partie du minimum local montre les variations de cette période. Ici, $10^{-5} \leq \omega \leq 2.10^{-1}$ et $\lambda = 10^{-4}$, $r_w = 1\text{m}$, $b_1 = 1\text{m}$, $b_2 = 1\text{m}$, $s_w = 1\text{m}$, $S = S_F = 0$ 47
- 2.10 Exemple de simulations pour une dimension d'écoulement sphérique ($n = 3$) dans un milieu à double porosité. Les courbes en traits pleins correspondent aux débits calculés, les traits discontinus à la dérivée seconde (échelle semi-logarithmique de droite). Plus ω diminue (part d'emménagement de zone mobile diminue), plus la transition précédant un comportement homogène est longue. La forme de la courbe de dérivée seconde avant la partie du minimum local montre les variations de cette période. Ici, $10^{-5} \leq \omega \leq 2.10^{-1}$ et $\lambda = 10^{-4}$, $r_w = 1\text{m}$, $b_1 = 1\text{m}$, $b_2 = 1\text{m}$, $s_w = 1\text{m}$, $S = S_F = 0$ 48
- 2.11 Exemple de simulations pour une dimension d'écoulement radiale ($n = 2$) dans un milieu à double porosité. Les courbes en traits pleins correspondent aux débits calculés, les traits discontinus à la dérivée seconde (échelle semi-logarithmique de droite). Plus le paramètre de *skin* augmente, plus la période de transition est influencée longuement par ce paramètre. Ici, $\omega = 10^{-4}$ et $\lambda = 10^{-4}$, $r_w = 1\text{m}$, $b_1 = 1\text{m}$, $b_2 = 1\text{m}$, $s_w = 1\text{m}$, $S = 0$ et $0 \leq S_F \leq 10^{-2}$ 50
- 3.1 Schémas (coupe) d'un aquifère karstique (Fig. 3.1a) et du modèle mathématique (Fig. 3.1b) associé. La Fig. 3.1a représente l'aquifère karstique, le flux principal qui sort à l'exutoire est noté (q). Les différentes charges hydrauliques entre le réseau de conduit (1^{er} continuum) et la roche fissurée (second continuum) sont respectivement noté s_1 et s_2 , l'écoulement principal (1^{er} continuum) est représenté par les flèches bleues en trait continu, l'écoulement au sein de la roche fissurée est représenté par les courtes flèches noires (trait discontinu), les échanges de flux entre chaque milieu sont représentés par les double-flèches. La Fig. 3.1b représente le concept du modèle mathématique à double-porosité pour un milieu de longueur L . Le flux sortant de l'aquifère est noté $q(t)$, il est calculé en $x = 0$ pour une condition de Dirichlet, le 1^{er} continuum participe à l'écoulement général. Pour chaque continuum, les charges hydrauliques locales, et les épaisseurs sont respectivement dénotés par s_1 , s_2 et b_1 , b_2 , le flux d'interporosité est λ , la fraction d'emménagement du premier continuum par rapport à l'emménagement total est ω , la recharge d'intensité surfacique est noté $r(t)$ 56

- 3.2 Schémas conceptuels (coupes non à l'échelle) de la distribution des écoulements dans un aquifère karstique (Fig. 3.2a), et modèle conceptuel d'écoulement employé pour décrire les écoulements (Fig. 3.2b). a) L'épikarst, b) la zone de transfert et c) la zone de battement. Le sommet du conduit (h_0) correspond à une condition de charge imposée pour les intersections des deux conduits verticaux majeurs. Ces conduits drainent un milieu faiblement karstifié (1^{er} continuum) qui interagit (flèches doubles) avec une roche fracturée (2^e continuum). Les paramètres hydrauliques du double continuum sont λ et ω . Les flèches (continues noires) indiquent les écoulements principaux (1^{er} cont.), celles en traits discontinus les écoulements subsidiaires (2^e cont.), les doubles flèches les échanges inter-continua. 57
- 3.3 Pompage à charge constante de rabattement s_0 , en coupe Fig. 3.3a et en plan pour une géométrie de domaine circulaire (Fig 3.3b) et carrée (Fig. 3.3c). Le puits est situé au centre de chacun des domaines. Les flèches bleues représentent la direction du flux vers le puits. Une condition de charge imposée (zone bleue) est assignée au puits et sur les limites externes du domaine. La distance puits–limite la plus courte est notée L_c dans le cercle et L_s dans le carré. Les deux domaines ont la même aire, par conséquent $L_s < L_c$ 64
- 3.4 Graphiques log-log des flux sans dimension en fonction du temps sans dimension pour un puits maintenu à charge constante dans deux domaines de géométries différentes et d'aires identiques. Les flux sont calculés par la méthode des éléments de frontière pour plusieurs valeurs de λ . Les traits continus correspondent au domaine à géométrie circulaire, ceux discontinus au domaine à géométrie carrée. La Fig. 3.4a montre que le caractère à double porosité est présent (décroissance « discontinue » du flux). Le flux stable aux temps longs (encadré en rouge Fig. 3.4a) montre l'influence de la limite à charge constante imposée sur la limite du domaine. La Fig. 3.4b montre que dans un domaine à géométrie carrée, l'influence de la limite à charge imposée (stabilisation du flux) est plus précoce que dans un domaine à géométrie circulaire. Le flux de stabilisation est plus petit dans le cas du carré que dans celui du cercle. Les paramètres utilisés sont : $r_w = 0,1$ m, $s_0 = 1$ m, $\omega = 10^{-3}$, $b_m = 1$ m. Les géométries de domaines et leurs discrétisations sont résumées en Tab. 3.2. 65
- 3.5 Variation du flux pour un puits maintenu à charge constante dans deux domaines de géométries différentes et d'aire identique pour plusieurs valeurs de λ . Les traits continus correspondent au domaine à géométrie circulaire, ceux discontinus au domaine à géométrie carrée. Sur la Fig. 3.5a, les fortes valeurs de dérivée observables aux temps longs montrent l'influence de la limite à charge imposée. Les phases de transitions sont peu visibles (encadré en rouge Fig. 3.5a) le détail est présenté sur la Fig. 3.5b. La valeur de la dérivée se stabilise selon la valeur de 2 pour chaque valeur de λ avant d'être influencée par la condition à la limite. Pour une même géométrie de domaine, la limite semble être atteinte ici indépendamment des valeurs de λ . Les paramètres utilisés sont : $r_w = 0,1$ m, $s_0 = 1$ m, $\omega = 10^{-3}$, $b_m = 1$ m. Les géométries des domaines et leurs discrétisations sont résumées en Tab. 3.2. 66

- 3.6 Graphiques log-log des flux sans dimension en fonction du temps sans dimension pour un puits maintenu à charge constante dans deux domaines de géométries différentes et d'aires identiques. Les flux sont calculés pour plusieurs valeurs de ω . Les traits continus correspondent au domaine à géométrie circulaire, ceux discontinus au domaine à géométrie carrée. La Fig. 3.6a montre que le caractère à double porosité est présent (décroissance « discontinue » du flux). Le flux stable aux temps longs (encadré en rouge Fig. 3.6a) montre l'influence de la limite à charge constante imposée sur la limite du domaine. La Fig. 3.6b montre que dans un domaine à géométrie carrée, l'influence de la limite à charge imposée (stabilisation du flux) est plus précoce que dans un domaine à géométrie circulaire. Les paramètres utilisés sont : $r_w = 0,1$ m, $s_0 = 1$ m, $\lambda = 10^{-4}$, $b_m = 1$ m. Les géométries des domaines et leurs discrétisations sont résumées en Tab. 3.2. 69
- 3.7 Graphiques semi-logarithmiques de la dérivée seconde du flux sans dimension en fonction du temps sans dimension pour un puits maintenu à charge constante dans deux domaines de géométries différentes et d'aires identiques. Les flux sont calculés pour plusieurs valeurs de ω . Les traits continus correspondent au domaine à géométrie circulaire, ceux discontinus au domaine à géométrie carrée. Les fortes valeurs de dérivée observables aux temps longs (Fig. 3.7a) montrent l'influence de la limite à charge imposée. L'échelle masque les phases de transitions (encadré en rouge Fig. 3.7a). Ces phases sont présentées sur la Fig. 3.7b. Pour chaque valeur de ω avant d'être influencée par la limite, la valeur de la dérivée se stabilise selon la valeur de 2. Pour une même géométrie de domaine, la limite est atteinte indépendamment des valeurs de ω . Les paramètres utilisés sont : $r_w = 0,1$ m, $s_0 = 1$ m, $\lambda = 10^{-4}$, $b_m = 1$ m. Les géométries des domaines et leurs discrétisations sont résumées en Tab. 3.2. 70
- 3.8 Schéma (plan) des deux géométries de domaine utilisées pour faire varier la dimension d'écoulement. La courbure des frontières supérieure et inférieure suivent, pour les traits continus $y = x^{1,5}$, et pour les traits discontinus $y = x^{1,3}$. Les conditions aux limites à flux imposé (flux nul – limite imperméable) sont en rouge. Les conditions à charge imposée (rabattement spécifié) en bleu. La distance puits – limite imperméable est représentée par a . La distance puits – limite à charge imposée est représentée par L . Ce schéma correspond au premier type de domaine dans le texte ($a < L$). 72
- 3.9 Débits sans dimension en fonction du temps sans dimension pour un puits maintenu à pression constante dans deux domaines ($a = 1, 2$ courbes roses et $a = 10$ courbes vertes) dont l'aire évolue en fonction d'une loi de puissance de d . La Fig. 3.9a montre que plus la distance puits – limite imperméable est courte plus le débit produit cesse de décroître tôt et reste élevé. Lorsque d est petit, le flux est influencé par la limite à charge constante plus tôt, il reste plus important dans ce cas. L'encadré rouge présente le comportement du flux au temps longs pour le domaine où la limite imperméable est plus éloignée ($a = 10$), le détail est présenté sur la Fig. 3.9b. Dans cette partie, le flux est influencé par la limite de charge imposée plus tôt lorsque d est petit et les débits produits au puits sont inférieurs dans ce cas. 74

- 3.10 Débits sans dimension en fonction du temps sans dimension pour un puits maintenu à pression constante dans deux domaines ($a = 100$ courbes bleues et $a = 500$ courbes rouges) dont l'aire évolue en fonction d'une loi de puissance de d . La Fig. 3.10a montre que dans chaque cas (a et d différents), les flux au puits sont semblables aux temps courts et moyens. La stabilisation du flux au même temps (à $t_D = 8 \cdot 10^4$) et selon une gamme de valeurs similaire quasi indique l'influence de la limite (cadre rouge) à charge imposée (située à $L = 100$). Le détail de la stabilisation est présentée sur la Fig. 3.10b. Lorsque la limite imperméable est très éloignée ($a = 500$ – courbes rouges) les flux sont plus faibles que lorsque cette limite est proche. La distance à la limite imperméable influence différemment le comportement transitoire du flux suite à l'influence de la limite à charge imposée. 76
- 3.11 Variation de la dérivée 2^{de} du flux en fonction du temps sans dimension pour un domaine où ($a = 1, 2$). La courbe rose continue est associée à la géométrie de domaine variant selon $d = 1, 3$, celle discontinue est associée à $d = 1, 5$. La courbe noire discontinue représente la constante 2. La Fig. 3.11a montre l'intégralité de la courbe de dérivée. Des amplitudes importantes sont présentes aux temps faibles ($t_D < 10^0$). D'autres variations sont groupées aux temps longs ($t_D < 10^4$). Entre ces deux temps et lorsqu'il y a peu de variations, les valeurs de la dérivée sont proches de zéro. La Fig. 3.11b montre en détail les valeurs de dérivées proches de zéro. La dérivée, très instable n'est jamais égale à 2. Aux temps moyens ($10^0 < t_D < 10^4$), une tendance de stabilisation est observable, selon la valeur de 2, 4. Aux temps élevés ($t_D > 10^8$) selon la valeur de 2, 18 pour $d = 1, 5$ 78
- 3.12 Variation de la dérivée 2^{de} du flux en fonction du temps sans dimensions pour un domaine où ($a = 10$). La courbe verte continue est associée à la géométrie de domaine variant selon $d = 1, 3$, celle discontinue est associée à $d = 1, 5$. La courbe noire discontinue représente la constante 2. La Fig. 3.12a montre l'intégralité de la courbe de dérivée. Aucune forte amplitude n'est observée aux temps faibles ($t_D < 10^0$). Les fortes variations de dérivées sont groupées aux temps moyens et longs. Aux temps faibles, les valeurs de la dérivée sont proches de zéro (>0). La Fig. 3.12b montre le détail des faibles valeurs de dérivées. La dérivée n'est pas stable, ni aux temps faibles, ni au aux temps élevés. 79
- 3.13 Sensibilité à 2 valeurs de paramètre λ (courbes pleines et discontinues) et 3 intensités de recharge (couleurs) pour le modèle d'aquifère à double-porosités. Pour les courbes pleines $\lambda = 10^{-4}$ avec $K_1 = 10^{-1} \text{ m}^{-1}\text{s}$ et $K_2 = 10^{-5} \text{ m}^{-1}\text{s}$, pour les courbes discontinues $\lambda = 10^{-3}$ avec $K_1 = 3 \cdot 10^{-2}$ et $K_2 = 3 \cdot 10^{-5}$, $\omega = 3,22 \cdot 10^{-2}$. Un créneau de recharge est appliqué entre $t = 60 \text{ s}$ jusqu'à $t = 86400 \text{ s}$ (traits verticaux cyan Fig. 3.13a). Le créneau vaut $R_1 = 2,315 \cdot 10^{-6} \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, et $R_2 = 1/2 R_1$, $R_3 = 1/4 R_1$. La proportionnalité du flux de recharge est identifiable pour chaque débit maximal atteint. La Fig 3.13b montre qu'une diffusivité plus importante du 1^{er} continuum (1^{er} λ) induit des débits plus élevés et une récession plus courte que dans le cas d'une diffusivité plus faible (2^e λ). 82

- 3.14 Sensibilité à 2 valeurs de paramètre ω (courbes discontinues) et 3 intensités de recharge (couleurs) pour le modèle d'aquifère à double-porosité. Pour les courbes discontinues (fortes valeurs), $\omega = 3,22 \cdot 10^{-2}$ ($S_{s1} = 10^{-4} \text{ m}^{-1}$ et $S_{s2} = 3 \cdot 10^{-3} \text{ m}^{-1}$), et pour les valeurs faibles $\omega = 10^{-4}$ ($S_{s1} = 5 \cdot 10^{-5} \text{ m}^{-1}$ et $S_{s2} = 5 \cdot 10^{-1} \text{ m}^{-1}$), pour les deux $\lambda = 10^{-3}$ ($K_1 = 3 \cdot 10^{-2} \text{ m}^{-1}\text{s}$ et $K_2 = 3 \cdot 10^{-5} \text{ m}^{-1}\text{s}$). Le créneau de recharge est appliqué entre $t = 60 \text{ s}$ jusqu'à $t = 86400 \text{ s}$ (traits verticaux cyan Fig. 3.14a). Le créneau vaut $R_1 = 2,315 \cdot 10^{-6} \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, et $R_2 = 1/2 R_1$, $R_3 = 1/4 R_1$. La proportionnalité du flux de recharge est identifiable pour chaque débit maximal atteint. Sur la Fig 3.14b la forme (concave) de la décroissance indique un soutien à l'écoulement originnaire du 2^e continuum. 84
- 3.15 Graphique log-log détail de la décroissance pour 2 valeurs de fraction d'emménagement du 1^{er} continuum par rapport à l'emménagement total ω (traits discontinus) et 3 scénarios de recharge (couleurs). Lorsque la fraction d'emménagement est faible ($\omega = 10^{-4}$) le débit à l'exutoire est faible et le taux de décroissance est moins fort que lorsque la fraction d'emménagement est plus importante ($\omega = 3 \cdot 10^{-2}$). 85
- 3.16 Graphique semi-log pour un échelon de recharge d'intensité $r_1 = 2,315 \cdot 10^{-6} \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ appliqué sur un modèle hybride synthétique. Le débit calculé correspond à la somme des deux débits produits aux puits verticaux. Les résultats sont différenciées en fonction des deux valeurs de fraction d'emménagement du 1^{er} continuum par rapport à l'emménagement total ω (couleurs), et de l'optimisation du nombre de noeud (traits continus). La période de recharge est située entre les traits discontinus cyans. 86
- 4.1 Photographie et schéma interprétatif du matériel utilisé. La photographie (Fig. 4.1a) présente une vue générale de la cuve utilisée, à l'intérieur se trouve les céramiques. Le schéma interprétatif présente la cuve et la disposition des appareils de mesure (débitmètre, balance). 94
- 4.2 Schématisation des trois domaines expérimentaux utilisés dans les expériences de recharge et de vidange. Le premier milieu (Fig. 4.2a) est très peu fracturé (les blocs de céramique sont serrés), le milieu est considéré homogène. Le second milieu (Fig. 4.2b) est fracturé de manière homogène sur l'ensemble du domaine, le milieu est considéré peu hétérogène. Le troisième milieu (Fig. 4.2c) est fracturé avec une fracture située au centre du domaine dans le sens de l'écoulement, le milieu est considéré très hétérogène. 95
- 4.3 Résultats de trois vidanges pour les trois milieux considérés (homogène, plusieurs fractures et une fracture principale). La hauteur initiale de la vidange pour chaque expérience est identique ($h_0 = 7 \cdot 10^{-2} \text{ m}$). Les données observées sont présentées sur un graphique bi-logarithmique sur la Fig. 4.3a. Sur la Fig. 4.3b, les droites superposées (traits discontinus) représentent pour chaque expérience un ajustement de loi de Maillet (1905) réalisé à partir d'une valeur de débit proche de la valeur initiale observée. La valeur du coefficient α de la loi de Maillet pour la fin de la récession est donné ici à titre indicatif. Sur la Fig. 4.3b la dispersion des points par rapport à la droite de référence (en noire, 1) permet de comparer qualitativement la justesse des ajustements des lois de Maillet pour chaque vidange. 99

4.4	Débits à l'exutoire (Fig. 4.4a) pour 2 intensités du créneau de recharge appliqués entre $t = 0$ s et $t = 1800$ s. Le milieu homogène est en vert, le milieu hétérogène fracturé est en bleu. Les débits de la vidange (à partir de $t = 1800$ s) normalisés par leur valeur initiale sont présentés pour chaque milieu et chaque intensité avec un ajustement de loi de Maillet sur la Fig. 4.4b. Les débits de vidange sans normalisation sont présentés sur la Fig. 4.4c sur un graphique bi-logarithmique.	101
5.1	Algorithme de navigation général associé au second type de centrale inertielle (CI). La CI est fixée au corps en mouvement. Modifié d'après Woodman (2007)	107
5.2	Principaux repères spatiaux pour navigation inertielle. A gauche repère local seul (repère du corps), à droite repère global (géo-repère) et local.	108
5.3	Trois types d'erreur rencontrés en navigation inertielle : a) le biais, b) le facteur d'échelle et c) la non-linéarité. Chaque erreur est la déviation entre la valeur théorique (vert) et la valeur mesurée (rose).	111
5.4	Schéma explicatif du protocole expérimental employé pour le ballast des modules fictifs employés en phase d'essais, a) le module fictif ne contient pas d'eau et flotte, b) le module fictif est rempli d'eau et sa flottaison est vérifiée expérimentalement, c) le module fictif est lesté et flotte sous la surface du fluide et est fermé hermétiquement.	113
5.5	Photographie d'une première version de module instrumenté. La CI est en haut à gauche de l'image. Les composants électroniques sont assemblés sur un circuit de taille réduite ($4,7 \times 3 \times 0,8$ cm). Ce module instrumenté est utilisé pour les expériences de validation avec le bloc de batterie (vert) présent sur la photographie.	114
5.6	Vue générale du petit canal de l'ENSAM. Le canal mesure 5,90 m de long. L'espacement entre chaque structure métallique verticale est de 1,38 m.	116
5.7	Schéma général (en plan) du grand canal de l'ENSAM. Le bleu représente les portions du canal. Les flèches indiquent les principaux sens d'écoulement. Les points annotés a , b , c et d correspondent respectivement à une vanne, aux modules à masques, au déversoir en bec de canard et au siphon du canal. Le long bief rectiligne est situé en bas de la figure. Modifié d'après Belaud (2011)	117
5.8	Photographie et éléments de détails du grand canal de l'ENSAM.	118
5.9	Schéma (coupe) des trois configurations hydrauliques expérimentales pour le petit canal, (a) sans obstacle hydraulique, (b) avec un seuil, et (c) avec un masque siphonnant. Les obstacles sont placés perpendiculairement à la direction du flux. Pour chaque configuration, le module (disque orange) est transporté par le flux. La direction attendue du transport du module est représentée par la flèche verte.	119
5.10	Vue aérienne du bâtiment de la Maison des Sciences de l'Eau et représentation schématique du parcours réalisé à l'air. Les flèches bleues indiquent la direction et l'orientation principale du déplacement, les triangles vert et rouge indiquent le point de départ et d'arrivée du parcours. La figure montre que le parcours est à l'intérieur et à l'extérieur du bâtiment. Deux directions principales de déplacement peuvent être identifiées. Vue aérienne: DigitalGlobe.	123
5.11	Topographie schématique d'une partie du réseau exondé de la Foux de Lauret (Hérault). Le parcours réalisé est représenté en bleu. Les flèches indiquent la direction et l'orientation principale du déplacement, les triangles vert et rouge indiquent le point de départ et d'arrivée du parcours. La figure montre que le parcours réalisé suit les directions principales du réseau spéléologique. Modifié d'après Boinet et Paloc (2002)	124

- 5.12 Comparaison des vitesses moyennes observées pour 13 modules (triangles rouges) et profil des vitesses instantanées (points bleus) à 2 cm sous l'interface air-eau réalisé à la fin du grand canal. La figure montre que les vitesses mesurées et observées ont des valeurs proches. Les vitesses nulles sur les rives du canal sont représentées à l'origine et à 0,68 m. 126
- 5.13 (a) Plan et (b) coupe schématique du grand canal. Les principales directions d'écoulement sont représentées par les flèches bleues. Sur chaque figure: e est l'entrée du siphon, s sa sortie, p la paroi imperméable, $z1$ la zone d'écoulement amont au siphon, $z2$ une zone de re-circulation, $z3$ une zone d'eau morte et $z4$ l'aval du canal. 126
- 5.14 Séquence totale (Fig. 5.14a) pour 5 trajets réalisés en canal. Les accélérations (en $m \cdot s^2$, haut) et les orientations (en $^\circ$, bas) enregistrées *in situ*. Le 3^e trajet réalisé dans le petit canal est présenté Fig. 5.14b. Entre chaque trajet, l'enregistrement n'est pas interrompu. Les mesures d'accélération et d'orientation présentent deux signaux périodiques ($T \approx 35$ s). Le premier signal est court et correspond au passage du siphon (p. ex à $t = 65$ s). Le second signal est étendu et correspond au transport de retour au début du canal, réalisé à pied (p. ex à $t = 80$ s). La fréquence d'enregistrement de la CI est susceptible d'enregistrer plus efficacement le transport manuel (basse fréquence) que le passage du siphon (haute fréquence). Le détail montre que la CI peut enregistrer de fortes accélérations correspondant au choc contre la paroi du masque (p. ex à $t = 99$ s), et les variations d'orientation du module correspondant à des turbulences d'écoulement suite au passage du masque (p. ex à $t = 100$ s). Aucun seuil n'est appliqué. 129
- 5.15 Comparaison des mesures enregistrées pour deux expériences (1^{re} exp. en rouge, 2^e exp. en bleu). Les mesures présentées sont les angles d'orientation (lacet, roulis, tangage) de la CI. La Fig. 5.15a montre que la fréquence de variations des angles de lacet est similaire pour les deux expériences, les valeurs des angles sont différentes. La Fig. 5.15b montre que les valeurs de roulis et de lacet varient mais restent relativement similaires. Aucun seuil n'est appliqué. 131
- 5.16 Comparaison des données d'accélération (Fig. 5.16a) et d'orientation (Fig. 5.16b) enregistrées par la CI au cours du temps pendant le parcours réalisé à la MSE. Les données sont brutes (courbes vertes) et traitées selon un seuil (courbes bleues et rouges). L'application d'un seuil a pour effet de réduire la fréquence de variation et la valeur des accélérations (Fig. 5.16a). L'application d'un seuil a pour effet de réduire la fréquence de variation des orientations de la CI (Fig. 5.16b). 134
- 5.17 Module des vitesses et trajectoire à la MSE. Comparaison des résultats du calcul du module des vitesses et des positions non corrigées associées en fonction des trois valeurs de seuils appliquées. Pour chaque figure, la courbe verte représente les résultats obtenus sans filtre, la courbe bleue les résultats pour une valeur intermédiaire de seuil et la courbe rouge une valeur de seuil élevée. 135

5.18	Comparaison des erreurs corrigées pour chaque axe en fonction des hypothèses de propagation d'erreur (Fig. 5.18a) et comparaison des positions calculées pour chaque hypothèse d'erreur (Fig. 5.18b). La Fig. 5.18a présente les erreurs de positions pour l'hypothèse d'erreur quadratique (trait continu) et pour l'hypothèse d'erreur nulle à mi-parcours (trait discontinu). Les erreurs pour chaque direction de l'espace sont représentées (\mathbf{X} en rouge, \mathbf{Y} en vert et \mathbf{Z} en bleu) dans les deux cas. La figure montre que la similitude des fonctions de correction. La Fig. 5.18b présente les positions calculées lorsque l'erreur quadratique est corrigée (courbe rouge) et lorsque l'erreur nulle à mi-parcours est corrigée (courbe bleue). Dans les deux cas, aucun seuil n'a été appliqué aux mesures d'accélération et d'orientation.	136
A.1	Séquence intégrale et détail des 5 séquences enregistrées <i>in situ</i> . Les variations d'orientations d'angles (en $^\circ$) montrent les rotations possibles le long des parois du canal. Les fortes (et longues) valeurs d'accélération (en $\text{m}\cdot\text{s}^2$) indiquent le transport manuel. Les courtes variations indiquent le passage du siphon. D'autres détails (suite) sont présentés sur la Fig. A.2	146
A.2	Suite des résultats présentés sur la Fig. A.1. Détail des 2 séquences enregistrées <i>in situ</i> . Les variations d'orientations d'angles (en $^\circ$) montrent les rotations possibles le long des parois du canal. Les fortes (et longues) valeurs d'accélération (en $\text{m}\cdot\text{s}^2$) indiquent le transport manuel. Les courtes variations indiquent le passage du siphon.	147
A.3	Détail des accélérations ($\text{m}\cdot\text{s}^2$) et angles d'orientation (en $^\circ$) pour les 2 séquences enregistrées <i>in situ</i> dans le petit canal de l'ENSAM. Pour chaque expérience, le débit est faible. Pour chaque expérience, la variation de l'angle de lacet semble être faible au cours du temps et du transport. Elle évolue cependant à $t = 15$ s ce qui correspond au passage devant une armature métallique du canal.	148
A.4	Accélérations mesurées ($\text{m}\cdot\text{s}^2$) sur les trois axes de la CI pour deux parcours similaires. Le 1er parcours est en rouge, le 2 ^e parcours est en bleu. La figure montre que les mesures réalisées sur chaque axe sont similaires pour chaque expériences. Le 2 ^e parcours semble être marqué par une série de fortes accélérations (transport irrégulier) mesurées pour $82 \text{ s} \leq t \leq 90 \text{ s}$. Aucun seuil n'est appliqué.	149

Liste des tableaux

3.1	Temps de calcul, variance et erreur relative du modèle numérique (éléments de frontières) pour différentes discrétisation des frontières internes (L_{int}) et externes (L_{ext}). Chaque frontière correspond à un cercle. Le modèle numérique est comparé à la solution analytique de référence proposée en Sect. 2 qui correspond au modèle de Moench (1984). Les calculs sont réalisés pour 10^3 valeurs de temps. La précision du nouveau code est sensible à la discrétisation du puits. Plus la discrétisation est élevée, plus l'erreur et l'écart-type diminue. Le temps de calcul augmente en fonction du nombre d'éléments total ($L_{int} + ext$).	63
3.2	Résumé des expériences et du nombre de noeuds utilisés pour la discrétisation des frontières internes (L_{int} , le puits) et externes du domaine (L_{ext}). Pour chaque expérience, le puits est situé au centre d'un domaine carré ou circulaire. Les domaines ont des aires identiques. La condition à la limite extérieure est un rabattement nul ($s = 0$). On notera que la distance puits – limite varie entre $\approx 5 \cdot 10^4$ m (dom. carré) et $\approx 5,643 \cdot 10^4$ m (dom. circulaire). Lorsque λ varie, $K_1 = 10^{-1}$ et $K_2 = 10^{-2}; 10^{-3}; 10^{-4}; 10^{-5}$. Lorsque ω varie, $S_{s1} = 5 \cdot 10^{-5}$ et $S_{s2} = 2 \cdot 10^{-4}; 4,9 \cdot 10^{-3}; 5 \cdot 10^{-2}; 5 \cdot 10^{-1}$	67
3.3	Valeurs des paramètres utilisés pour les simulations de variation de dimension d'écoulement. Les paramètres a et L sont représentés schématiquement sur la Fig. 3.8. Les paramètres λ et ω correspondent aux propriétés hydrauliques du milieu à double-porosité, le nombre de noeuds employés pour les frontières sup. et inf. (cdt. de flux), latérales (cdt. de charge), et au puits est décrit par $L_{sup/inf}$, L_{vert} , et L_{puits}	72
3.4	Résumé des intensités de recharge $r_i(t)$ (avec $i = 1, 2, 3$) et des paramètres hydrauliques du milieu (λ et ω) utilisés pour les expériences de recharge. Le signal de pluie considéré est un créneau de durée approximative de 24 h. Les frontières du domaine rectangle sont de longueur L (m) et de largeur l (m). Le nombre de noeuds par côté est décrit par L_{ext} (longueur) et l_{ext} (largeur).	80
4.1	Graduations et débits associés pour le débitmètre à bille.	93
5.1	Récapitulatif des erreurs associées aux mesures gyroscopiques et propagation d'erreur. Modifié d'après Woodman (2007).	112
5.2	Récapitulatif des erreurs associées aux mesures d'accéléromètres et propagation d'erreur. Modifié d'après Woodman (2007).	112
5.3	Résumé des expériences réalisées sur le petit (Série–1) et grand canal (Série–2) pour validation du transport du module. Pour chaque expérience, le tableau présente les objets hydrauliques, les régimes d'écoulements et les observations supplémentaires disponibles.	118
5.4	Tableau résumant le lieu, le contexte et les conditions expérimentales employés pour la validation du SNI. Le(s) objectif(s) associé(s) à chaque expérience figure(nt) dans la dernière colonne.	124

- A.1 Résumé des RMSE calculées pour deux expériences de comparaison (cas 1) et (cas 2) entre le calcul effectué par le code 1-D aux éléments et intégrales de frontières et la solution analytique de référence. Les résultats du modèle numérique sont inversés depuis le domaine de Laplace avec deux algorithmes. Indifféremment du nombre de coefficient Z employé pour l'inversion numérique de [Stehfest \(1970\)](#), les plus faibles RMSE sont obtenues avec l'algorithme de [De Hoog *et al.* \(1982\)](#). 143

Liste des symboles et abréviations

Symbole ou Abréviation	Unité	Description
a	[L]	Distance puits - limite imperméable
$\mathbf{a}_{\mathbf{g},\mathbf{b}}(t)$	[-]	Matrice d'accélération exprimée dans le repère \mathbf{g} ou \mathbf{b}
b_i	[L]	Epaisseur du continuum i
b_s	[L]	Epaisseur de la zone de <i>skin</i>
c_l	[-]	Coefficient de compressibilité du liquide
c_p	[-]	Coefficient de compressibilité du milieu
c_s	[-]	Coefficient de compressibilité du sol
d	[-]	Coefficient qui décrit la variation de la surface du domaine
e	[-]	Pourcentage d'erreur
g	[MT ⁻²]	Accélération de la pesanteur
G_j	[-]	Fonction de Green associée au noeud j
$G(\alpha)$	[-]	Fonction G définie dans le texte
$J_0(x)$	[-]	Fonction de Bessel d'ordre zéro du premier type
h_i	[L]	Charge piézométrique du milieu i
h_0	[L]	Charge piézométrique initiale
h_m	[L]	Hauteur initiale de l'eau à l'opposée de l'exutoire
I	[-]	Fonction identité
L_{sup}, L_{inf}	[-]	Nombre de noeuds de la discrétisation des limites supérieures et inférieures
L_{vert}, L_{puits}	[-]	Nombre de noeuds de la discrétisation des limites verticales et intérieures
n	[-]	Dimension d'écoulement
\mathbf{k}_i	[L ²]	Perméabilité intrinsèque du milieu i
$K_0(x)$	[-]	Fonction de Bessel modifiée de seconde espèce d'ordre zéro
$K_1(x)$	[-]	Fonction de Bessel modifiée de seconde espèce d'ordre un
$K_\nu - 1^\nu$	[-]	Fonction de Bessel modifiée de seconde espèce et d'ordre ν
\mathbf{K}_i	[L ² T ⁻¹]	Conductivité hydraulique du milieu i
K_s	[LT ⁻¹]	Conductivité hydraulique du <i>skin</i> inter-continuum
L	[L]	Distance puits - limite à charge imposée
P	[ML ⁻¹ T ⁻²]	Pression
p	[-]	Paramètre de Laplace
q_i	[L ³ T ⁻¹ L ⁻³]	Terme source dans le milieu i
q' et q''	[-]	Dérivées première et seconde comme définies dans le texte
Q	[L ³]	Volume cumulé au puits
Q_{ij}	[L ³ T ⁻¹]	Débit d'échange entre le milieu i et j (si spécifié)
Q_0	[L ³ T ⁻¹]	Valeur du débit initial ou constante (1)
M	[M]	Masse cumulée d'eau
r	[L]	Rayon à partir de l'extérieur du puits en coordonnées radiales
r_w	[L]	Rayon du puits
R	[LT ⁻¹]	Flux de recharge surfacique total
$\mathbf{R}_{\mathbf{b}}^{\mathbf{g}}$	[-]	Matrice de rotation depuis le repère \mathbf{g} vers le repère \mathbf{b}
$r_{1,2}$	[LT ⁻¹]	Flux de recharge surfacique du premier et second continuum
s_i	[L]	Rabattement dans le milieu i

s_0	[L]	Rabattement imposé au puits
s_w	[L]	Rabattement au puits
$\mathbf{s}_{g,b}$	[-]	Matrice du déplacement d'un corps exprimé dans le repère g ou b
S	[L ⁻¹]	Coefficient d'emmagasinement
S	[-]	Facteur de <i>skin</i> de puits
S_{si}	[L ⁻¹]	Coefficient d'emmagasinement spécifique du milieu i
S_F	[-]	Facteur de <i>skin</i> situé à l'interface de deux continuum
t	[T]	Temps
t_0	[T]	Valeurs du temps initial
T	[L ² T ⁻¹]	Transmissivité de l'aquifère
\mathbf{V}	[LT ⁻¹]	Vitesse de filtration
V	[L ³]	Volume
V_1, V_2	[-]	Matrices introduites dans la méthodes
W_1, W_2	[-]	des éléments et intégrales de frontières
v et u	[-]	Deux fonctions
$\mathbf{v}_{g,b}$	[-]	Matrice de vitesse d'un corps exprimé dans le repère g ou b
(x, y)	[-]	Système de coordonnées cartésien
$Y_0(x)$	[-]	Fonction de Bessel d'ordre zéro du second type
z	[L]	Côte altimétrique ou distance dans le bloc du second continuum
α	[T ⁻¹]	Coefficient de récession, scalaire quelconque ou surface unitaire de la sphère de dimension n
$\iota(x)$	[-]	Fonction décrivant le mur de l'aquifère
μ	[ML ⁻¹ T ⁻¹]	Viscosité dynamique du fluide
ρ	[ML ⁻³]	Viscosité dynamique du fluide
θ	[°]	Angle entre deux éléments
σ, ν, η	[-]	Paramètres du modèles à double porosité définis dans le texte
λ	[-]	Coefficient d'interporosité
ω	[-]	Fraction d'emmagasinement du 1 ^{er} continuum par rapport à l'emmagasinement total
$\omega(t)$	[°T ⁻¹]	Vitesse angulaire
ϕ_t	[-]	Porosité totale
ϕ_e	[-]	Porosité efficace
ξ_j	[-]	Noeud j de la frontière du domaine
(ξ, η)	[-]	Système de cordonnée local
$\Gamma(x)$	[-]	La fonction Gamma
Ω	[-]	Domaine défini
$\partial\Omega$	[-]	Frontière du domaine Ω
π	[-]	Nombre Pi
Ψ	[-]	Matrice de rotation définie dans le texte
$\mathbf{\Omega}(t)$	[-]	Matrice définie dans le texte
∇	[-]	Opérateur divergence
Δ	[-]	Laplacien (∇^2)
$\nabla^2 - m$	[-]	Opérateur d'Helmholtz modifié (avec m un réel positif)
$\delta(x)$	[-]	Fonction de Dirac
δ_{ij}	[-]	Symbole de Kronecker
D et D^*	[-]	Opérateur et opérateur adjoint
$\mathcal{L}\{u\}$	[-]	Transformée de Laplace appliquée à la fonction u

X_b, \mathbf{X}_b	Variable et quantité vectorielle exprimée dans le repère du corps (body)
X_g, \mathbf{X}_g	Variable et quantité vectorielle exprimée dans le repère global
X_D	Variable exprimée sous forme adimensionnelle
\bar{X}	Variable exprimée dans le domaine de Laplace
1,2,3-D	Une, deux, trois-dimensions
CI	Condition Initiale ou Centrale Inertielle
CL	Conditions aux Limites
C.O.T./TOC	Carbone Organique Total, Total Organic Carbon
C.F.P./C.F.P.2	Module MODFLOW Conduit Flow Process (2)
E.D.P./PDE	Equation aux Dérivées Partielles, Partial Derivative Equation
E.N.S.A.M.	Ecole Nationale Supérieure d'Agronomie de Montpellier
GPR	Ground Penetrating Radar
GPS	Global Positionning System
GRF	Generalized Radial Flow
M.E.F./FEM	Méthode aux Elements Finis, Finite Element Method
M.D.F./FDM	Méthode aux Volumes Finis, Finite Volume Method
M.E.I.F./BEM	Méthode des Elements et Intégrales de Frontières, Boundary Element Method
M.E.A./AEM	Méthode aux Elements Analytiques, Analytical Element Method
R.M.P.	Résonance Magnétique des Protons
RMSE	Racine carré de l'erreur quadratique moyenne, Root Mean Square Error
ROV	Robot non autonome, Remotely Operated Vehicle
SNI	Système de Navigation Inertielle
T.R.E./ERT	Tomographie de Résistivité Electrique, Electrical Resistivity Tomography
V.E.R./REV	Volume Élémentaire Représentatif, Representative Elementary Volume

Introduction

Depuis plus de 50 ans (Rhoades et Sinacori, 1941; Burger *et al.*, 1956), des hydrogéologues de par le monde observent, étudient et instrumentent des systèmes aquifères contenus dans des roches carbonatées. L'importance des aquifères carbonatés karstifiés (nommés karsts) est grande et avérée. En effet, ces roches couvrent approximativement plus de 10% de la surface continentale du globe terrestre, et jusqu'à 20% de la population mondiale dépend totalement ou en partie d'eau douce issue d'aquifères karstiques (Ford et Williams, 2007).

Cependant, ces réservoirs naturels d'eau douce sont différents des autres réservoirs, notamment poreux. La principale différence qui existe entre ces deux types d'aquifères est la taille des vides dans lesquels l'eau circule. Dans les aquifères carbonatés, l'eau circule au travers de larges conduits résultants de complexes processus de dissolution. Ils sont liés à de nombreux facteurs comme par exemple l'histoire géologique du massif. Dans les aquifères poreux, l'eau circule au travers de pores de taille réduite. Cette différence de structure interne est problématique. Elle donne lieu à un comportement hydraulique spécifique aux aquifères carbonatés karstifiés, notamment caractérisé par une dualité des processus de transferts d'eau, que l'on retrouve à plusieurs échelles (temps et espace) (Kiraly, 2002). Dit autrement, l'eau dans ces aquifères circule dans des vides, très grands et très vite, mais circule aussi dans de plus petits vides, plus lentement.

Au sein de l'Union Européenne, la Directive Cadre sur l'Eau (Directive, 2000) impose aux états membres une connaissance de l'état quantitatif d'une masse d'eau souterraine (notamment pour les risques associées aux crues ou au milieu écologiques dépendant). Pour l'hydrogéologue, les objectifs sont de déterminer précisément les quantités d'eau qui transitent et qui sont stockées dans les aquifères karstiques. Pour cela, il est nécessaire d'évaluer la position ainsi que les volumes des différents vides et compartiments hydrauliques associés alors que ceux-ci sont inaccessibles. Le travail présenté dans ce manuscrit s'inscrit dans cette démarche de recherche. Il vise à apporter quelques éléments de réponse aux deux questions suivantes :

- comment mieux comprendre les transferts d'eau dans un milieu hétérogène ?
- quels outils développer afin d'explorer ce milieu inconnu ?

Approches développées

Le travail présenté par la suite s'inscrit dans une démarche de recherche qui traite des deux problématiques scientifiques identifiées ci-avant :

- 1 caractériser les échanges entre zone de stockage et zone de drainage selon une optique de modélisation (Fig. 1 cadres bleus)
- 2 caractériser la position et/ou la géométrie et des écoulements dans les conduits noyés selon le développement d'un nouvel instrument (Fig. 1 cadre rouge)

Les approches numériques employées pour modéliser les écoulements dans les aquifères karstiques parviennent à tenir compte à l'heure actuelle de la présence de drains et du caractère non linéaire de l'écoulement (en tenant compte de la turbulence) et leur interaction avec le milieu environnant considère une seule porosité. Cette approche est restrictive car aussi bien les variations naturelles des débits de sources que les perturbations hydrauliques (pompages de très longue durée, pompages cycliques) montrent qu'une part d'emmagasinement est associée aux réseaux de drains.

En 3-D, ces volumes d'eau sont fortement liés à la présence de conduits verticaux qui mettent en relation zone de transfert et zone noyée. Plutôt que de tenir compte d'un apport diffus (et

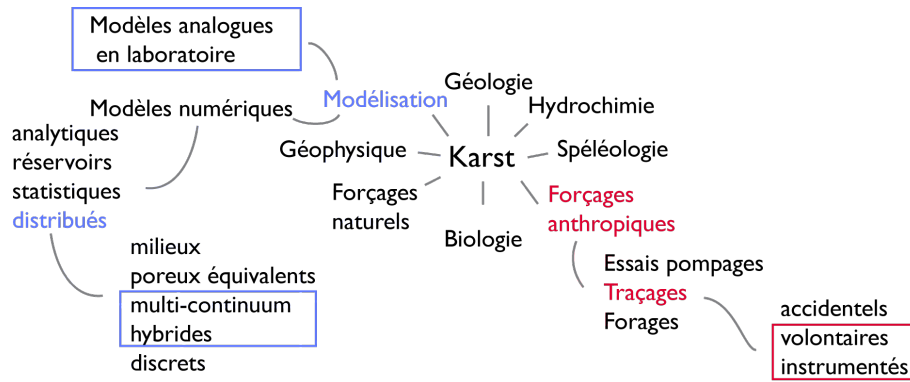


FIGURE 1 – Principaux champs disciplinaires d'étude du karst. Les principaux champs actuels sont représentés dans le premier cercle de mots autour de « karst ». Les principaux sous-champs dans lesquels cette thèse s'inscrit sont déployés et colorés. Les domaines spécifiques à cette thèse sont encadrés en bleu et en rouge. Les cadres bleus correspondent au développement de nouveaux modèles de laboratoire et numérique pour l'étude des flux dans le karst. Le cadre rouge correspond au développement d'un nouvel instrument d'exploration des conduits karstiques noyés

dépendant du gradient de charge) dans les conduits, il apparaît plus judicieux de tenir compte des apports « locaux » directement liés aux intersections entre drains verticaux et drains horizontaux. Le travail de modélisation original présenté dans ce manuscrit s'inscrit autour de cette thématique.

Dans une partie de ce travail, nous développons et utilisons un modèle conceptuel d'écoulement qui tient compte de la présence des drains verticaux (Fig. 2). Un nouveau code de calcul est développé afin de résoudre le modèle mathématique associé au modèle conceptuel. Dans ce modèle, les conduits situés dans la zone saturée sont alimentés par des apports ponctuels (et non diffus). Selon cette conception, des puits verticaux sont liés à un réservoir composé d'un milieu faiblement karstifié qui draine un milieu fracturé (Drogue, 1974, 1992; Worthington, 1999, 2007). En outre, le réservoir est conceptualisé comme un double continuum à double-porosité dans lequel les écoulements sont tous décrits en régime transitoire et où le principe de continuité à l'interface de chaque milieu est respecté. Cette approche induit des comportements hydrauliques bien différents d'une approche considérant des transferts inter-continuum en régime pseudo-permanent. En effet, il permet à la fois de tenir compte de la dynamique transitoire de la diffusivité dans les blocs peu perméables et de différentes possibilités de contraste de conductivité hydraulique et d'emmagasinement entre chaque milieu. Enfin, le couplage entre la méthode numérique employée pour résoudre les équations décrivant les écoulements dans un tel milieu est novateur dans le domaine du karst et celui-ci permet de simplifier l'approche des simulations, tout en gardant une excellente précision.

Dans une autre partie de ce travail, nous étudions à l'aide d'une expérience physique analogique, les processus de recharge et de vidange pour des milieux poreux fracturés. Dans cette partie nous avons développé une expérience de laboratoire composé d'un milieu poreux fracturé qui permet de réaliser dans des milieux synthétiques des simulations d'écoulement dans des milieux hétérogènes. Cette approche est aussi novatrice puisqu'elle n'a jamais été proposée auparavant pour l'étude des transferts de flux dans le karst. Une série d'expériences à l'aide de ce modèle de laboratoire a permis d'observer l'impact des hétérogénéités d'un milieu poreux fracturé sur la

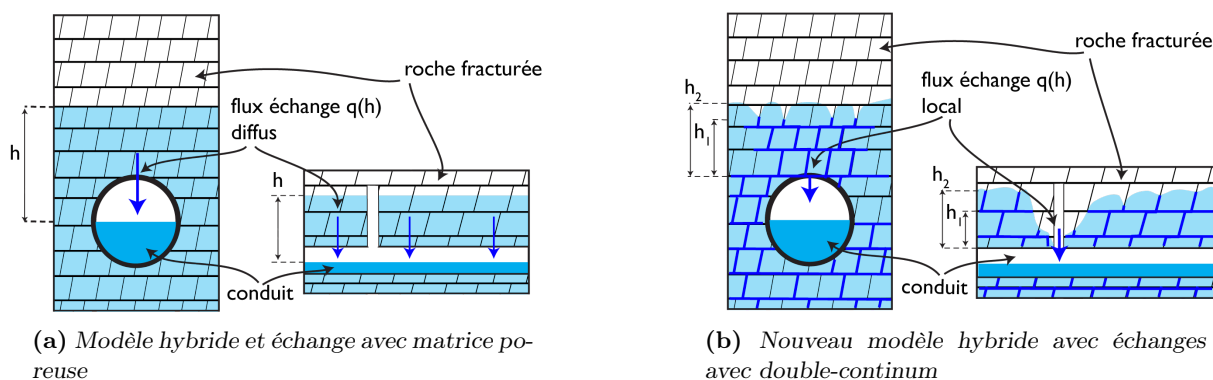


FIGURE 2 – Représentation conceptuelle (face et coupe) du modèle hybride classique à drains discrets avec échanges conduits/matrice (Fig. 2a). Le nouveau modèle proposé avec échanges conduits/double-continuum (Fig. 2b) tient compte d'un double emmagasinement et d'un double continuum associé drainé par les conduits verticaux.

restitution du flux à un exutoire selon différentes conditions initiales d'écoulement.

Enfin, afin de répondre à la seconde problématique citée au début de cette section, un nouvel instrument de terrain a été développé. Les mesures réalisées par l'instrument permettent d'effectuer une cartographie du milieu dans lequel il transite. Ce nouvel instrument est autonome. Il permet de cartographier son cheminement après avoir été emporté par un flux, en particulier en milieu souterrain et en zone noyée.

Le manuscrit est structuré comme suit. Le premier chapitre de ce manuscrit présente les principales connaissances et méthodes actuelles liées à une approche quantitative de l'hydrogéologie karstique. A la fin de ce chapitre la problématique générale de ce travail y est spécifiquement détaillée. Dans le second chapitre, nous considérons un modèle d'écoulement et une méthode d'analyse qui pourraient être appliquées afin de déterminer des propriétés hydrauliques locales d'un aquifère au cours d'une perturbation hydraulique artificielle. Dans le troisième chapitre, le modèle d'écoulement est utilisé différemment, à plusieurs échelles. Il permet d'explorer théoriquement des comportements hydrauliques associés aux aquifères karstiques, notamment à grande échelle et pour deux type de perturbation hydraulique (naturelle ou artificielle). Dans le quatrième chapitre, nous présentons une expérience de laboratoire. Celle-ci permet de compléter les approches théoriques développées dans les chapitres précédents par une approche expérimentale. Enfin, le cinquième chapitre présente le développement et les premiers essais réalisés avec un prototype d'un nouvel instrument. Le but de cet instrument est d'enregistrer une série de mesures liée à son déplacement autonome dans un flux d'eau. Cette approche est développée afin d'améliorer les connaissances sur la géométrie des conduits noyés à partir de mesures réalisées *in situ*.

Eléments d'hydrogéologie karstique

1.1 Les aquifères karstiques

Le nom « karst » (nom allemand) est, à l'origine, une zone géographique située au Nord-Est de la ville de Trieste en Italie et Slovénie. Celle-ci est composée de plateaux calcaires rocheux nommés en slave *Kras*. Historiquement, le terme « karst » a été utilisé à la fois pour désigner la géo-morphologie des plateaux calcaires mais aussi pour qualifier la circulation de l'eau sur et surtout dans ces formations géologiques (Bakalowicz, 2005). Enfin, « karst » peut-être défini comme suit (Bakalowicz *et al.*, 1999) : « le karst est l'ensemble de formes superficielles et souterraines résultant de la dissolution de roches carbonatées (calcaires, dolomies) par l'eau rendue acide par le dioxyde de carbone ; par extension, l'ensemble de formes comparables se développant dans les roches salines (gypse, anhydrite, halite) ».

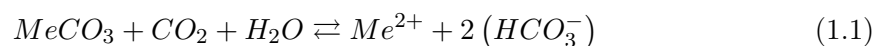
1.1.1 Spéléogénèse et structure endokarstique

1.1.1.1 Processus spéléogénétiques

Le développement d'un réseau de vides au sein d'une roche peut-être conditionné par (i) l'histoire géologique (dont fracturation), (ii) la nature chimique de la roche et, (iii) la circulation de fluide(s) dans des conditions favorables aux processus d'érosion. La spéléogénèse est l'étude des processus et des paramètres qui contrôlent l'origine et le développement des vides souterrains, en particulier au sein d'aquifères carbonatés. La variété à la fois temporelle et spatiale des processus de spéléogénèse rend l'exercice de généralisation complexe et difficilement applicable aux différents contextes géologiques ou hydrologiques qui existent (Bakalowicz, 2006). Bien que certains réseaux karstiques soient d'origine hypogénique, comme par exemple le système karstique *Zacatón* exploré au Mexique (Gary *et al.*, 2008), nous ne considérons principalement dans la suite du texte que les développements de type épigénique (par le dessus).

Dans le cas des réservoirs carbonatés (calcaire ou dolomie), la karstification nécessite (i) un réservoir géologique avec des discontinuités structurales (par exemple : porosité, fractures, failles) et (ii) la circulation d'un fluide avec un potentiel de karstification (Mangin, 1975). Le potentiel de karstification peut-être défini par :

- l'agressivité chimique de l'eau, en particulier lors de la réaction suivante :



où *Me* représente une phase solide (par exemple : *Ca* ou *CaMg*), Me^{2+} est un cation divalent et HCO_3^- est l'ion bicarbonate (Marsaud, 1997).

- le gradient hydraulique entre une zone de recharge et une zone de décharge.

Dans ce cas, le moteur des processus de dissolution et de transport de matière dissoute est le flux d'eau. Ce flux dépend (i) des propriétés chimiques du fluide, notamment sa teneur en CO_2

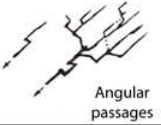

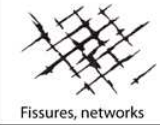


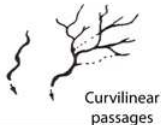

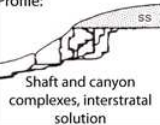


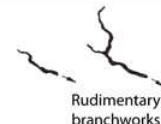

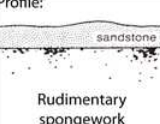


		TYPE OF RECHARGE					
		Via Karst depressions		Diffuse		Hypogenic	
		Sinkholes <small>Limited discharge fluctuation</small>	Sinking Streams <small>Great discharge fluctuation</small>	Through Sandstone	Into Porous Soluble Rock	Dissolution by acids of deep-seated source or by cooling of thermal water	
DOMINANT TYPE OF POROSITY		Branchworks <small>(Usually several levels) & Single passages</small>	Single passages & crude branchworks, <small>usually with the following features superimposed:</small>	Most caves enlarged further by recharge from other sources	Most caves formed by mixing at depth		
		Fractures	 Angular passages	 Fissures, irregular networks	 Fissures, networks	 Isolated fissures & rudimentary networks	 Networks, single passages, fissures
		Bedding partings	 Curvilinear passages	 Anastomoses, anastomotic mazes	Profile:  Shaft and canyon complexes, interstratal solution	 Spongework	 Ramiforms caves, Rare single-passage & anastomotic caves
Intergranular	 Rudimentary branchworks	 Spongework	Profile:  sandstone Rudimentary spongework	 Spongework	 Ramiforms & spongework caves		

FIGURE 1.1 – Synthèse des types de réseaux de conduits et relation entre le mode de recharge et la porosité. Les vues sont en plan si non spécifié, d'après Palmer (1991)

dissout (lié à la pression partielle de CO_2 (P_{CO_2})) et, (ii) du régime d'écoulement (lié au gradient de pression et aux paramètres hydrauliques du milieu et au type de recharge).

Les échelles de temps des processus spéléogénétiques sont variables. Selon les auteurs, le temps nécessaire à la création d'un conduit ou d'un réseau de conduit au sein d'un aquifère karstique peut varier de 1000 à 20000 ans (Bakalowicz, 1996; Ford et Williams, 1989, 2007). Palmer (2002) propose deux exemples théoriques selon deux types d'infiltration. Dans le premier cas, l'infiltration est concentrée. Dans le second, celle-ci est diffuse au travers des structures superficielles de l'aquifère. Les propriétés chimiques de l'eau sont différentes dans les deux cas. Premier cas, l'eau a une P_{CO_2} classique ($0,001 < P_{CO_2} < 0,005$ atm) et un ratio de saturation en calcium (C/C_S) faible ($0,1 < C/C_S < 0,5$). Second cas, l'eau a une P_{CO_2} et un C/C_S élevés ($0,01 < P_{CO_2} < 0,05$ atm et $0,75 < C/C_S < 0,95$). L'ouverture d'une cavité d'un diamètre de l'ordre de 2 à 3 m nécessiterait que 1000 ans pour le premier cas et en comparaison, 10000 ans seraient nécessaires pour le second.

White (2000) propose de classer les études spéléogénétiques selon trois approches méthodologiques :

- l'étude de la morphologie des conduits, de la lithologie et du contexte géologique appartiennent entre autres à une approche géologique de la spéléogénèse. Celle-ci permet d'interpréter les phases de formation et d'évolution (p. ex polyphasage) du réseau de conduits développé dans le réservoir. Le modèle conceptuel de Ford et Ewers (1978) montre en particulier que le type morphologique des conduits est fonction de la fréquence des fractures pénétrables par les eaux souterraines.
- l'analyse systémique en hydrogéologie karstique permet d'analyser la structure du réseau de conduit ou des bassins à composante karstique. Elle peut par exemple être réalisée à l'aide d'enregistrements continus aux sources (i) des débits (hydrogramme) (Mangin, 1975) ou (ii) des paramètres chimiques (chimiogramme) tels que la conductivité électrique (Bakalowicz, 1979).
- l'étude de la physique des processus s'intéressent aux interactions entre processus chimiques

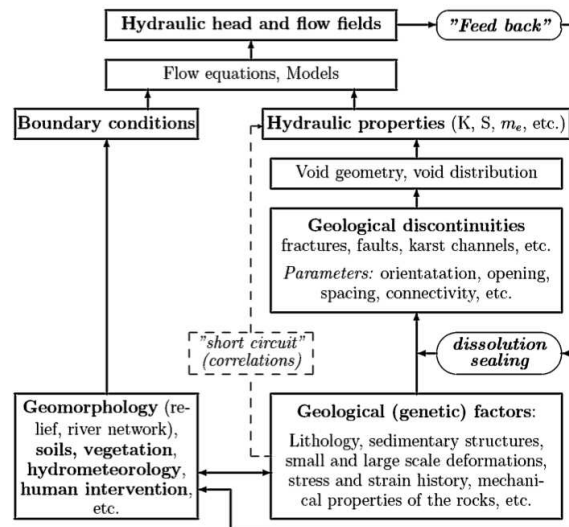


FIGURE 1.2 – Représentation schématique des inter-relations entre facteurs géologiques, propriétés hydrauliques, champs de circulation d'eau souterraine et érosion souterraine pour les réservoirs karstiques (Király, 2002)

et mécanique des fluides. Ces approches expliquent le développement des réseaux par (i) les vitesses de dissolution du calcaire couplées à (ii) la vitesse de circulation des fluides (Palmer, 1991; Dreybrodt, 1996; Lafare, 2011). Une classification générale des formes de réseaux de drainage observées en fonction du type de recharge du système a été proposée par Palmer (1991). Cette classification repose sur la relation entre propriétés structurales initiales et mode de recharge. Toutefois ce type de classification est restreinte à des représentations bi-dimensionnelles des réseaux de vides principaux et tient peu compte du problème tri-dimensionnel que pose la spéléogénèse.

La figure 1.2 représente schématiquement la complexité des inter-relations entre caractéristiques géologiques, propriétés hydrauliques et processus d'érosion souterrains (Király, 2002). Enfin, les aquifères karstiques sont sensibles à la variation du niveau de base. L'abaissement de ce niveau aura pour conséquence le développement d'un réseau de conduits inférieur au précédent correspondant au niveau de base précédent. Si plusieurs niveaux de bases se succèdent, les aquifères karstiques peuvent alors être polyphasés. La distribution des vides telle qu'observée actuellement résulte donc non seulement de l'histoire géologique du réservoir mais aussi des successions de cycles d'évolution du système de circulation des eaux souterraines.

Ainsi dans les aquifères karstiques, la structure des vides est (i) influencée par les phénomènes de dissolution, (ii) auto-organisée et/ou auto-réglée, et (iii) en évolution constante sous l'effet de la circulation d'eau (Klimchouk *et al.*, 2000). Cette auto-organisation des vides se réalise à différentes échelles spatiales et temporelles. Le degré d'auto-organisation du réseau de conduits est dépendant de la lithologie, le développement spéléogénétique est différent entre des calcaires très compacts et des calcaires oolithiques (craie). L'histoire géo-morphologique et géologique du massif calcaire peut contrôler dans le temps les phases de karstification, en particulier la durée de celle-ci. En conclusion, les aquifères karstiques acquièrent au cours du temps, un champ de fortes perméabilités auto-organisé qui est extrêmement anisotrope (Worthington et Ford, 2009).

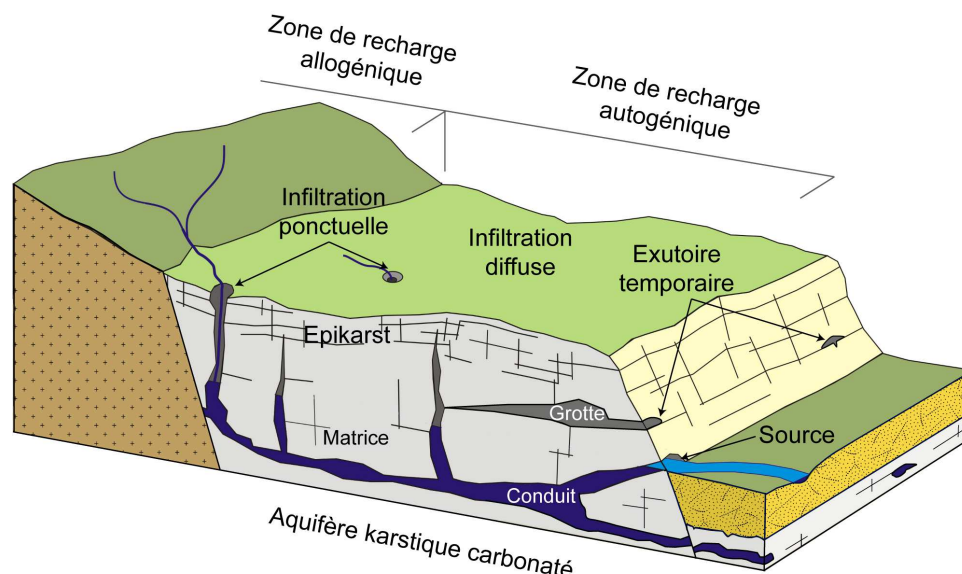


FIGURE 1.3 – Bloc diagramme conceptuel de la structure d'un système karstique et modes de recharge associés, modifié de *Goldscheider et Drew (2007)*.

1.1.2 Conceptualisation des écoulements dans le karst

Une proposition de structure générale d'un aquifère karstique est représentée en Fig. 1.3. Sur cette représentation, les différents mode de recharge (discutés plus loin Sect. 1.1.2.1) associés à ce type d'aquifère (*Goldscheider et Drew, 2007*) sont mis en évidence. Cette structure peut-être décomposée en surface selon deux modes de recharge, et verticalement selon les trois zones suivantes (depuis la surface vers la profondeur) : le sol et l'épikarst, la zone de transfert (ou vadose, non saturée) et la zone noyée (saturée).

1.1.2.1 Modes de recharge

Les processus de recharge des aquifères karstiques sont particuliers. Deux typologies sont décrites par *Mangin (1978)*. La Fig. 1.3 résume les différents modes de recharge. Lorsque la recharge est exclusivement liée à l'impluvium de l'aquifère, *Mangin (1978)* qualifie le système d'unnaire. Pour ce fonctionnement, une unique surface contribue au processus de recharge. C'est la zone de recharge autogénique (Fig. 1.3). Si la recharge n'est pas uniquement liée à l'impluvium du système, cet aquifère est qualifié de binaire par *Mangin (1978)*. Par exemple, la perte d'une rivière au contact d'un massif karstique constitue un processus de recharge différent (concentré) vis à vis du fonctionnement à impluvium unique (décrit ci-haut). On est donc en présence d'une zone de recharge supplémentaire, la zone de recharge allogénique (Fig. 1.3).

1.1.2.2 Épikarst

La zone épikarstique est la partie supérieure de l'aquifère karstique. Elle est sujette aux processus d'érosion de surface (p. ex dissolution, décompression), peut être fortement fracturée et présenter d'importantes figures de dissolution (*Mangin, 1975*). Cette zone peut donc avoir de fortes porosité et perméabilité. Du fait d'un fort contraste de perméabilité avec la roche non altérée sous-jacente, l'épikarst peut avoir un comportement hydrodynamique distinct de la zone saturée. Celui-ci peut localement réagir comme un aquifère perché et peut avoir un comportement de stockage non négligeable (*Mangin, 1975; Williams, 1983*). Par exemple, *Smart et Friederich*

(1986) décrivent un stockage au sein de l'épikarst allant jusqu'à 50 % du volume total écoulé. Le fonctionnement hydrodynamique le plus communément décrit est le suivant (Aquilina *et al.*, 2006; Sauter, 1992; Williams, 1983, 2008) : l'épikarst distribue l'eau provenant de la surface (sol ou atmosphère) dans la zone de transfert (ou vadose) au travers de processus d'infiltration diffuse ou concentrée.

1.1.2.3 Zone de transfert (ou vadose, zone non saturée)

Au sein de la zone de transfert de complexes processus de transport de flux ont lieu. Ce transport se réalise selon une composante majoritairement verticale, depuis l'épikarst jusqu'à la zone saturée. Dépendant des propriétés lithologiques de l'aquifère et du degré de karstification ces flux peuvent être rapides et concentrés, notamment via des puits verticaux, ou bien diffus et lents en particulier au travers d'une roche fissurée ou faiblement karstifiée.

1.1.2.4 Zone phréatique (zone saturée)

Dans la zone saturée des aquifères karstiques, les transferts de flux s'effectuent progressivement entre les différents types de vides qui structurent le réservoir : vide matriciel ($<10^{-4}$ m), joints, micro-fractures, fractures, diaclases et conduits ($>10^2$ m). De manière conceptuelle, ces transferts sont hiérarchiquement organisés jusqu'à l'exutoire qui est connecté au réseau de drainage lui-même inclus au sein de la roche fissurée et/ou faiblement karstifiée. Marsaud (1997) associe le comportement diffus au fonctionnement de systèmes annexes au drainage (S.A.D.). Les S.A.D. sont des cavités qui ont une connexion hydraulique faible avec le réseau de conduits qui participe à l'écoulement principal de l'aquifère. Ces S.A.D. seront par la suite sous-entendus dans les termes « roche fissurée et/ou faiblement karstifiée, matrice ». Lorsque le réseau de conduit est suffisamment développé des écoulements rapides s'y produisent. Dans le karst, les vitesses de transfert de colorant montrent classiquement des vitesses d'écoulement supérieures à 100 m/h (Kessler, 1967; Goldscheider *et al.*, 2008). Les échanges entre le réseau de conduits et la roche fissurée peuvent se produire. Ces échanges dépendent de la distribution des charges hydrauliques entre les deux milieux (Drogue, 1974, 1980). Lorsque l'état du système n'est pas perturbé (p. ex. en basses eaux), les charges sont plus élevées dans le milieu fissuré que dans les conduits. Le flux est drainé depuis le milieu fissuré vers les zones de plus faibles charges (conduits). A l'inverse, lorsque le système est perturbé (p. ex. suite à des précipitations), les charges sont moins importantes dans le milieu fissuré que dans le réseau de conduits. Le flux d'échange est alors orienté depuis les conduits vers la roche faiblement karstifiée (Atkinson, 1977; Drogue, 1969; Jeannin, 1996; Bailly-Comte *et al.*, 2010).

1.2 Méthodes d'identification de conduits karstiques

1.2.1 Traceurs naturels et artificiels

Une revue de littérature complète sur l'utilisation des traceurs est proposée par Käss *et al.* (1998). En hydrogéologie karstique, l'interprétation d'essai par traçage s'effectue à partir d'enregistrements de variations temporelles et spatiales d'un objet « traceur » contenu et/ou transporté par l'eau (par exemple : concentration isotopique, paramètres physico-chimiques, etc.). Selon s'ils sont naturellement présents ou volontairement introduits dans l'aquifère, deux classes de traceurs peuvent être identifiées.

Les traceurs naturels ne sont pas volontairement introduits par l'homme dans les aquifères karstiques. Ces traceurs sont notamment les isotopes, les paramètres physico-chimiques ou encore les contaminations bactériennes. Les fortes fréquences temporelle et spatiale d'échantillonnage permettent de mieux comprendre le fonctionnement global ou spécifique des compartiments des systèmes karstiques. Le carbone organique total (C.O.T., TOC en anglais) peut notamment être utilisé pour expliciter des interactions entre sous compartiments du karst (Batiot *et al.*, 2003b). L'analyse du C.O.T. associé à un autre traceur naturel permet de mettre en évidence des comportements hydrauliques à plus grande échelle (Batiot *et al.*, 2003a).

Les traceurs artificiels sont volontairement introduits dans l'aquifère dans le but de mener une expérience de traçage. Ils constituent un outil couramment utilisé pour l'étude des aquifères karstiques (Bakalowicz, 2005; Goldscheider *et al.*, 2008). Le suivi temporel de la restitution d'un traceur peut-être ponctuel ou continu (Schnegg, 2003). Sous l'hypothèse d'un débit constant, un suivi continu permet d'analyser quantitativement un essai de traçage. On peut alors (i) mettre en évidence une connectivité hydraulique entre un point d'injection (source) et un ou plusieurs point(s) de restitution, (ii) déterminer des temps de transfert d'un soluté et (iii) calculer les propriétés de transport d'un ou de plusieurs conduits (Smart, 1988; Perrin et Luetscher, 2008; Geyer *et al.*, 2007). Néanmoins aucune technique actuelle ne permet de définir spécifiquement la géométrie d'un conduit.

1.2.2 Méthodes hydrauliques

Les méthodes de perturbation hydraulique sont menées à partir de forages. Ces méthodes, associées à des modèles d'écoulement, permettent d'identifier et de quantifier les fonctionnements et les paramètres hydrauliques à l'échelle locale ou régionale. Différentes méthodes de perturbation et d'observation de la perturbation existent, par exemple : essais par pompage dans un puits (perturbation et observation au puits), essais puits-piézomètre (perturbation au puits, observation au(x) piézomètre(s), etc.). Les familles de modèles mathématiques d'interprétation associées aux essais hydrauliques menés dans les aquifères karstiques sont similaires à celles utilisées pour les aquifères fissurés. Selon les hypothèses associées aux modèles et la nature du test hydraulique réalisé, les modèles mathématiques d'interprétation peuvent être simples ou complexes (p. ex. à simple porosité (Theis, 1935), à skin de puits (Van Everdingen, 1953; Agarwal et Al-Hussainy, 1970) et à double-porosité (Warren et Root, 1963)). Aussi, l'utilisation d'une dérivée spécifique et de courbes types de rabattement (Bourdet *et al.*, 1989) permettent de caractériser les différentes phases d'écoulement au cours du temps et d'identifier le type de modèle mathématique adapté à l'interprétation (Renard *et al.*, 2009) de la perturbation hydraulique.

Les essais par pompage sont un outil classique de l'hydrogéologie et les essais réalisés et interprétés en domaine karstique sont nombreux dans la littérature (voir p. ex. les travaux de Drogue (1992); Jazayeri Noushabadi *et al.* (2011); Sauter (1992); Lods et Gouze (2004); Kaczmeryk et Delay (2007)). En particulier, les interprétations d'essais par pompage réalisés sur l'aquifère karstique du Lez (sud de la France) par Jazayeri Noushabadi *et al.* (2011) montrent que l'état de saturation du système influence la connectivité hydraulique des différents chemins d'écoulements préférentiels (conduits) et confirment que la détermination des propriétés hydrodynamiques du milieu dépend de l'échelle d'observation. Bien que ces méthodes puissent permettre d'identifier des paramètres hydrodynamiques du milieu à différentes échelles ainsi que des connectivités hydrauliques et des chemins d'écoulement préférentiel, aucune ne permet de décrire la géométrie du réseau de conduits.

1.2.3 Méthodes géophysiques

Les méthodes géophysiques, qu'elles soient conduites en surface ou en forage, peuvent être appliquées aux aquifères karstiques. *Chalikakis et al. (2011)* proposent une revue de littérature exhaustive des méthodes géophysiques appliquées au karst. L'utilisation de la méthode de résonance magnétique des protons (R.M.P.) couplée à des panneaux électriques (E.R.T.) a permis de mettre en évidence la zone noyée dans un aquifère karstique (*Vouillamoz et al., 2003*). *Al-fares et al. (2002)* montrent que l'étude de l'épikarst est possible à l'aide de radar de sub-surface (G.P.R.). Récemment *Meyerhoff et al. (2012)* à l'aide de la méthode E.R.T. ont identifié la position d'un conduit majeur (diam. ≈ 20 m) situé à faible profondeur du karst. Aussi les approches de microgravimétrie peuvent permettre de détecter des cavités peu profondes (*Debeglia et al., 2006*). Cependant, malgré la diversité des méthodes, celles-ci restent restreintes à l'étude de cas spécifiques peu profonds (< 50 m), pour des objets hydrogéologiques (p. ex. conduits) de taille importante (> 20 m) et peu complexes (linéaires).

1.2.4 Autres méthodes

Certaines méthodes de cartographie et de description du réseau de drainage spécifique au karst existent. Ces méthodes permettent de mesurer en partie (i) les paléo-réseaux ou réseaux semi-actifs et (ii) les réseaux actifs situés en zone noyée qui participent au drainage dans le karst. Les méthodes de cartographie spéléologique aériennes peuvent préciser la morphologie des drains et du réseau de conduit accessible physiquement (*Palmer, 1991*). De nouvelles méthodes de localisation d'objets souterrains depuis la surface ont récemment été développés. Celles-ci permettent de repérer et de cartographier le déplacement d'un émetteur transporté sous terre (*Jeannin, 2011*) lorsque la puissance de la formation géologique sus-jacente permet de propager le signal émis. S'il est accessible, le réseau noyé peut-être cartographié à l'aide de méthodes spécifiques. Des équipes de spéléoplongeurs ou des robots non autonomes (abr. en anglais R.O.V.) peuvent parcourir le réseau et effectuer un travail de cartographie. Par exemple, un des plus grands programmes de cartographie à l'aide de robot a été réalisé au Mexique pour l'exploration du système *Zacatón* (*Gary et al., 2008*). En France, la fontaine de Vaucluse¹ a fait l'objet de plusieurs explorations par des spéléoplongeurs et par des robots d'exploration sous marine (*Bayle et Graillet, 1987*). Récemment *Green et Abbott (2010)* ont montré qu'il était possible de cartographier en partie la morphologie d'un conduit non noyé sur une courte distance (10 m) à l'aide d'un capteur flottant fonctionnant sur pile, dans les réseaux de Spring Creek Cave et de Honey Creek Cave (Etats-Unis d'Amérique). Enfin, d'autres approches indirectes existent, notamment par la génération stochastique de réseau de conduits (*Borghi et al., 2012*) ou par la simulation des processus de karstogénèse (*Lafare, 2011*).

1.3 Modélisation et hydrodynamique karstique

La modélisation des écoulements en hydrogéologie est généralement conduite dans le but (i) d'estimer l'impact des prélèvements sur la ressource en eau souterraine et/ou (ii) d'évaluer la propagation d'un polluant dans l'aquifère. Selon le(s) objectif(s) de la modélisation, différentes méthodes seront privilégiées. Des modèles de laboratoires (expérimentaux) et des modèles mathématiques (résolution numérique) peuvent être développés pour modéliser les processus hydrodynamiques dans le réservoir. Les modèles de laboratoire sont généralement utilisés pour modéliser le transport de substances dans des conditions expérimentales spécifiques. Pour

1. débit annuel approximatif proche de $700 \cdot 10^6 \text{m}^3$

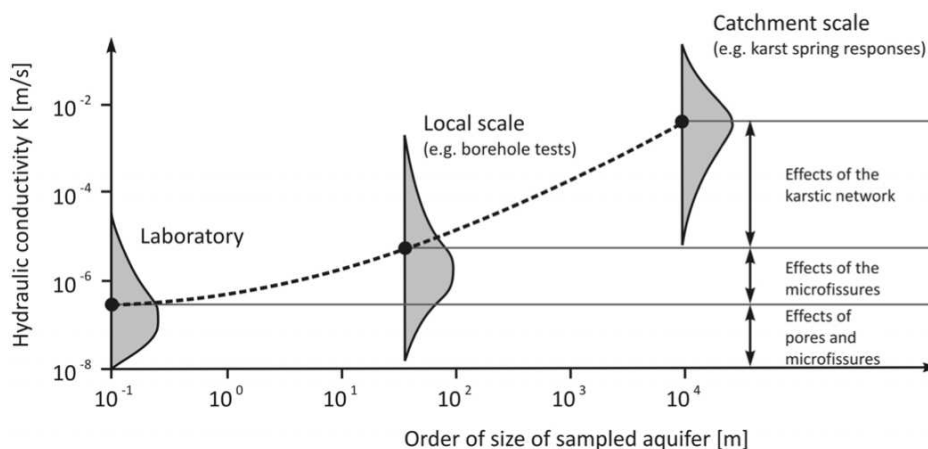


FIGURE 1.4 – Effet d'échelle entre taille d'échantillonnage spatiale et conductivité hydraulique investiguée pour les aquifères karstiques. Plus l'échantillon est grand, plus la conductivité hydraulique investiguée est grande, modifié de Király (1978) dans Geyer (2008).

les réservoirs karstiques, les modèles mathématiques utilisés peuvent être classés selon deux approches (Sauter, 1992; Jeannin, 1996; Kovács, 2003). Celles-ci se distinguent par leur mode d'incorporation des hétérogénéités spatiales :

- l'approche globale intègre le comportement hydrodynamique général de l'aquifère et,
- l'approche distribuée tient compte des fonctionnements physiques prépondérants aux différentes échelles.

1.3.1 Volume élémentaire représentatif

Le concept de volume élémentaire représentatif (V.E.R. abr. en anglais R.E.V.) a été introduit par Bear (1972). Le V.E.R. est défini comme la taille du domaine au-dessus de laquelle les propriétés statistiques du milieu poreux peuvent être considérées comme constantes. Ce volume est valable pour un domaine en 3-D, en 2-D une aire sera à considérer, le terme V.E.R. sera employé par la suite pour les deux cas (3-D et 2-D). De Marsily (1986) montrent que la définition d'un V.E.R. est arbitraire (dépendante du degré de liberté donné et du paramètre choisi). A titre d'exemple, dans un milieu poreux constitué de billes de verre, le V.E.R. peut être défini à partir de cinq fois le diamètre des billes (Clausnitzer et Hopmans, 1999). Dans un milieu fracturé, la taille du V.E.R. peut s'agrandir jusqu'à 50 fois l'espacement moyen des fractures (Baghbanan et Jing, 2007).

La structure d'un milieu et en particulier les discontinuités présentes à différentes échelles (c.-à-d. à micro, macro ou meso-échelles) influencent les écoulements en son sein. Dans le cas des réservoirs karstiques, la répartition spatiale et la connectivité des objets à forte conductivité hydraulique (par ex. : drains ou conduits, diaclases et fractures) au sein d'une roche très faiblement perméable, induisent un contraste et une anisotropie extrêmes des champs de perméabilité. Ainsi, Kiraly (1975) montre qu'il est important de tenir compte des rapports d'échelle lorsque l'on cherche à caractériser les systèmes karstiques et plus particulièrement leurs propriétés hydrauliques (Fig. 1.4).

Suivant la propriété étudiée dans le karst, l'existence d'un V.E.R. peut ne pas être définie. L'étude du comportement hydrodynamique d'un réservoir karstifié est donc extrêmement diffé-

rente de celle - similaire - conduite dans un aquifère poreux. Les méthodes hydrogéologiques de caractérisation « classiques » des propriétés hydrodynamiques du réservoir (p. ex. pompage, essai en laboratoire) doivent être complétées pour mener une étude « multi-échelle/multi-processus » du comportement hydrodynamique du réservoir (Jeannin, 1996; Bakalowicz *et al.*, 1999; Geyer, 2008). Ainsi les méthodes employées pour l'étude hydrodynamique du karst sont généralement plus complexes, voire même spécifiques.

1.3.2 Approche expérimentale de laboratoire

Les modèles de laboratoire et les expériences associées accompagnent les avancées théoriques. Ces modèles ont l'avantage (p. ex. par rapport aux expériences de terrain) d'offrir un environnement contrôlé : les conditions aux limites peuvent y être ajustées, les propriétés hydrauliques du milieu y sont précisément définies. Enfin, les expériences peuvent être répétées à convenance. Toutefois, le traitement des problèmes de représentativité ainsi que de changement d'échelle est délicat pour ce type d'approche.

L'approche expérimentale de laboratoire est généralement utilisée en hydrogéologie pour étudier les flux et le transport (réactif ou non-réactif) de solutés en régime permanent ou transitoire dans des milieux poreux à petite échelle. Une revue de littérature complète des approches expérimentales utilisées en laboratoire est proposée par Simmons *et al.* (2002). Comme le note Renard (2005b), bien que les modèles de laboratoire soient fortement orientés vers l'étude du transport de solutés en milieu poreux, le développement de nouvelles approches de laboratoire permettraient de valider les solutions analytiques proposées par ailleurs.

Un exemple historique est l'expérience réalisée par Darcy (1856) à l'aide d'une conduite remplie de sable. L'expérience montre que le flux issu de la conduite est dépendant des propriétés hydrauliques du milieu (perméabilité) et du gradient de pression entre la surface d'injection et celle de restitution. D'autres exemples existent. Goswami et Clement (2007) étudient notamment le phénomène d'intrusion d'eau salée en milieu poreux. Noiriel *et al.* (2007) étudient les phénomènes de dissolution d'une fracture dans différents milieux poreux fracturés. Les approches expérimentales développées sont généralement réalisées en 1-D (colonne) ou 2-D à l'aide de modèles de type Hele-Shaw (deux plaques de verre accolées). Alternativement, les expériences en 3-D (spatiales) peuvent être réalisées sur des échantillons de roche de taille réduite (taille des *plugs* < 20 mm). Quelques expériences à méso-échelle (taille domaine < 7 m) existent, par exemple : le banc expérimental 3-D MARCEAUS pour étudier le transport de soluté (Danquigny *et al.*, 2004) ou des expériences menées pour étudier des écoulements dans des chenaux poreux dans un milieu poreux hétérogène (Lenhard et Meakin, 2007). Gefell *et al.* (1994) montrent notamment un exemple de modèle expérimental permettant d'observer le rabattement maximal de la surface piézométrique atteint pour un puits complet dans un aquifère libre. Enfin le système expérimental VEGAS (université de Stuttgart) comprend plusieurs analogues d'aquifères et est principalement destiné à l'étude expérimentale de la propagation de polluants dans des aquifères poreux.

Pour l'étude des écoulements dans le karst, peu d'expériences de laboratoire existent. Faulkner *et al.* (2009) présente une méthode d'étude de laboratoire afin d'étudier les transferts de solutés au travers d'un milieu poreux composé de billes de verre calibrées traversé par un conduit. L'expérience est menée dans une cellule de type Hele-Shaw en 2-D. Aussi, Marsaud (1997) propose une méthode d'observation des volumes d'eau mis en mouvement au cours de la vidange d'un réservoir en fonction du volume de fluide situé sous le niveau de l'exutoire. Enfin Arfib (2001) simule à l'aide d'un dispositif expérimental (conduits et milieu poreux) les intrusions d'eau salée dans un drain karstique poreux qui est traversé par de l'eau douce, le tout étant inséré dans un

milieu contenant de l'eau salée.

1.3.3 Approche globale

1.3.3.1 Boîte grise

Les modèles de type boîte grise, peuvent être considérés comme des modèles basés sur les processus principaux impliqués lors des phases de sollicitation hydraulique d'origine naturelle (recharge, emmagasinement et transmission) du système karstique. Dans un cas simple, le système se remplit au cours d'un évènement pluvieux et se vidange au cours du temps suivant une loi de vidange.

Maillet (1905) décrit la loi de vidange d'un réservoir homogène :

$$Q_{(t)} = Q_0 e^{-\alpha t} \quad (1.2)$$

où $Q_{(t)}$ [L^3T^{-1}] est le débit au temps t [T^1], Q_0 [L^3T^{-1}] est le débit initial ($t = 0$) et α [T^{-1}] est le coefficient de récession. Notons que cette fonction est représentée par une droite de pente $-\alpha$ sur un graphique semi-logarithmique et que ce modèle est généralement utilisé pour caractériser les phases de tarissement des sources issues de réservoirs karstiques. D'autres lois de vidange plus complexes existent. Celles-ci décomposent par exemple la décroissance de débit en somme de plusieurs lois simples (p. ex. dans Forkasiewicz et Paloc (1967)) ou selon une loi de décroissance hyperbolique (Droque, 1972).

Les modèles de type « pluie-débit » initialement proposés par Mero (1963) permettent de reproduire les débits aux exutoires des réservoirs karstiques pour une succession d'évènements pluvieux. Ces modèles peuvent prendre en compte des fonctionnements spécifiques de l'aquifère modélisé, par exemple les sources temporaires de débordement (Tritz *et al.*, 2011) ou encore les interactions entre eau de surface (rivière) et eau souterraine (Bailly-Comte, 2008).

L'ensemble de ces modèles (boîte grise) peut permettre de simuler la vidange et le tarissement ou les processus de recharge-décharge d'un réservoir. Toutefois lors de leur élaboration, ces modèles doivent être développés en tenant compte du principe de parcimonie afin d'éviter tout biais induit par une sur-paramétrisation (Perrin *et al.*, 2001; Mazzilli *et al.*, 2010). Notons enfin que ces modèles ne permettent pas de prédire les hétérogénéités spatiales de l'aquifère puisqu'elles n'en tiennent pas compte.

1.3.3.2 Boîte noire

La majorité des méthodes d'étude de séries temporelles ont été développées par Jenkins et Watts (1968). Les premières applications d'analyse du signal (p. ex. entrée : précipitations, sortie : débit) réalisées par Mangin (1975) ont permis de décrire le fonctionnement de systèmes karstiques. Suite à ces applications et à l'identification de processus de fonctionnement, Mangin (1975, 1982, 1984) a proposé une typologie de fonctionnement des aquifères karstiques selon une classification « systémique ». Bailly-Comte *et al.* (2008, 2011) montrent que de telles méthodes d'analyse du signal peuvent aussi être employées afin d'étudier les transferts de flux pour des systèmes karstiques en relation avec des rivières. D'autres modèles statistiques, par exemple linéaires ou non (Labat *et al.*, 1999a), à noyaux (Dreiss, 1982), à réseaux de neurones (Kurtulus et Razack, 2007; Siou *et al.*, 2011) ou encore des méthodes d'analyse statistique (Labat *et al.*, 2002, 1999b), permettent de reproduire et/ou d'analyser les signaux transformés par différents systèmes karstiques.

Ces approches présentent l'avantage d'être limitées à la prise en compte d'une fonction entre la pluie et le débit et permettent d'obtenir des résultats intéressants dans un cadre opérationnel

(prévision de la ressource, risque de crue). Toutefois, ces approches ne permettent pas de tenir compte exactement des processus physiques se déroulant au sein des réservoirs karstiques.

1.3.4 Approche distribuée

L'approche distribuée permet de tenir compte des hétérogénéités spatiales des aquifères. Elle nécessite la discrétisation spatiale des propriétés hydrodynamiques du système modélisé. Ceci revient à résoudre des modèles d'écoulements basés sur des équations aux dérivées partielles (E.D.P.) à l'aide de méthodes numériques (succinctement décrites ci-après). Il existe trois échelles d'observation des écoulements (Sahimi, 2012) : (i) à l'échelle **microscopique** le pore est la longueur caractéristique, les écoulements sont décrits par les équations de Stokes, (ii) à l'échelle **locale** la taille d'échantillon caractéristique varie depuis la taille d'une carotte jusqu'à celle du puits, les écoulements sont décrits par des équations homogénéisées, comme par exemple la loi de Darcy (1856), à l'échelle **macroscopique** la taille de l'échantillon est celle du réservoir et les équations qui régissent les écoulements sont pour la plupart des équations de bilan.

Pour la modélisation des écoulements dans le karst, Teutsch et Sauter (1991) proposent une classification des méthodes de modélisation distribuée selon (i) leur description des hétérogénéités spatiales, (ii) leur applicabilité et (iii) l'effort d'investigation à mener. Ces méthodes de modélisation évoluent depuis des modèles simples et homogènes (milieux poreux équivalents) vers des modèles déterministes complexes (réseaux de conduits ou de fractures) en passant par des modèles de complexités intermédiaires (double continuum ou milieu hybride). Ces modèles sont décrits ci-dessous.

1.3.4.1 Milieu poreux équivalent

Si le milieu souterrain est composé d'un réseau de conduits ou de fractures assez dense et qu'il admet une connectivité hydraulique importante, ou à l'inverse que le réseau est faiblement karstifié, un VER peut être défini. Alors, le comportement hydrodynamique du milieu peut être modélisé à l'aide d'un modèle continu, de type milieu poreux équivalent. Le flux traversant l'aquifère suit ainsi la loi de Darcy (1856). Cette loi est valable pour un fluide monophasique incompressible et s'exprime par :

$$\mathbf{V} = -\frac{\bar{\mathbf{k}}}{\mu} \nabla (P + \rho g z), \quad (1.3)$$

avec $\mathbf{V}(\mathbf{x}, t)$ [LT^{-1}] est la vitesse de filtration (vit. moyenne qui vérifie l'équation de continuité) du fluide à travers le milieu, $\bar{\mathbf{k}}$ [L^2] le tenseur de perméabilité intrinsèque du milieu, ∇ est l'opérateur divergence (multiplié à un tenseur, le résultat est un vecteur), μ [$ML^{-1}T^{-1}$] la viscosité dynamique du fluide, P la pression [$ML^{-1}T^{-2}$], ρ [ML^{-3}] la masse volumique du fluide, g [LT^{-2}] l'accélération de la pesanteur et z [L] la cote altimétrique. En hydrogéologie, deux hypothèses sont souvent faites. On suppose que (i) le fluide (eau) est incompressible (c.-à-d. que le terme $\rho g/\mu$ est invariant) et dans ce cas on définit la conductivité hydraulique $\bar{\mathbf{K}}(\mathbf{x}) = \rho g \bar{\mathbf{k}}/\mu$, (ii) que les vitesses réelles sont lentes et que l'on peut négliger le terme de charge dynamique défini dans la charge hydraulique, pour exprimer la charge piézométrique $h(\mathbf{x}, t)$ [L]. La charge peut alors s'exprimer comme le rapport de la pression hydrostatique par le poids par unité de volume d'eau auquel s'ajoute la cote z (c.-à-d. $h = P/(\rho g) + z$). La cote piézométrique est alors confondue avec la charge. Sauf mention, nous adoptons dans la suite du manuscrit ces deux hypothèses. La loi de Darcy peut ainsi s'écrire :

$$\mathbf{V} = -\bar{\mathbf{K}} \nabla h.$$

Il paraît important ici d'approfondir quelques points liés à cette loi, puisque ceux-ci seront repris dans la suite du manuscrit, en particulier dans les Sect. 2 et 3. En combinant la loi de Darcy, avec l'équation de conservation de la masse et l'équation d'état du fluide, on obtient une équation de type diffusion. Cette équation permet de calculer l'évolution du flux et de la pression du fluide dans le milieu, selon une unique variable indépendante : pression ou charge piézométrique. Suivant le type d'aquifère considéré (libre ou confiné), la forme de l'équation sera différente.

Dans le cas d'**aquifères confinés**, la pression du fluide est plus élevée que la pression atmosphérique. Le niveau de l'eau dans une telle situation est supérieur à celui du toit de l'aquifère, éventuellement il peut aussi être supérieur à celui de la surface du sol (artésianisme). L'aquifère est ainsi constamment saturé et l'évolution de la nappe d'eau dans ce type d'aquifère est décrite par l'équation suivante :

$$S_s \frac{\partial h}{\partial t} + q = \nabla \cdot (\overline{\mathbf{K}} \nabla h), \quad (1.4)$$

avec $\overline{\mathbf{K}}(\mathbf{x})$ le tenseur de conductivité hydraulique, $q(\mathbf{x}, t)$ [$L^3 T^{-1} / L^3$] est le terme source. Ce débit volumique défini en chaque point est conventionnellement positif en cas de prélèvement dans le milieu et négatif en cas d'apport. $S_s(\mathbf{x})$ [L^{-1}] est le coefficient d'emmagasinement spécifique de l'aquifère. Ce coefficient correspond au volume d'eau libéré par unité de volume du milieu poreux sous l'effet d'un abaissement de charge $h(\mathbf{x}, t)$ unitaire. Cette quantité est définie en fonction des paramètres du milieu, la porosité totale ϕ_t , les coefficients de compressibilité du sol c_s , du liquide c_l et du milieu c_p et en fonction de la masse volumique du fluide (ρg), elle s'écrit : $S_s = \rho g \phi_t (c_l - c_s + c_p / \phi_t)$. L'Equation 1.4 exprime que la variation par unité de temps de la charge piézométrique à l'intérieur d'un volume V , multipliée par la capacité que ce volume possède d'emmagasiner du fluide (premier terme du membre de gauche) est égale au flux de la vitesse qui entoure le volume V (membre de droite). Le terme q (second membre de gauche) ne représente qu'un terme d'apport ou de prélèvement. Cette équation de bilan équilibre les flux entrants et sortants, y est ajouté un abaissement de charge par unité de temps.

La résolution de cette équation nécessite de connaître les paramètres du milieu et du fluide et les conditions initiales (CI) et aux limites (CL). La résolution peut se faire de façon analytique (on cherche une solution exacte), semi-analytique (on détermine une solution en domaine non temporel, p. ex. domaine Laplace) ou numérique (solution approchée). Une fois l'équation résolue, h est décrit en tout point du domaine (sur \mathbf{x}) et pour tout t . De plus, du fait que cette équation est linéaire, le principe de superposition peut être appliqué. Pour rappel, ce principe physique dit que si (h_1, q_1) et (h_2, q_2) sont deux solutions particulières de Eq. 1.4 qui vérifient des CL données, alors toutes combinaisons linéaires des deux solutions, sont aussi aussi solution de l'équation. Ce principe, important en physique, permet de considérer une variable qui permet une écriture simplifiée des CI du problème : le rabattement $s(\mathbf{x}, t)$. Il est défini comme la différence entre la solution du problème stationnaire $h_0(\mathbf{x})$ et la solution du problème transitoire $h(\mathbf{x}, t)$ qui, vérifie les même CL que $h_0(\mathbf{x})$ et de CI $h_0(\mathbf{x})$ [$s(\mathbf{x}, t) = h_0(\mathbf{x}) - h(\mathbf{x}, t)$].

Dans le cas d'**aquifères libres**, l'aquifère n'est pas saturé dans son intégralité. La surface piézométrique fluctue et représente la limite entre les zones non saturées et saturées du milieu. Dans ce cas, la section d'écoulement n'est pas constante. Sur la longueur les propriétés hydrodynamique du milieu (en particulier sa transmissivité) sont alors modifiées. Toutefois, on peut formuler les deux hypothèses suivantes (reprises par la suite dans la Sect. 3). Premièrement, les vitesses d'écoulements (lentes) selon la composante verticale z peuvent être négligées face aux vitesses d'écoulement horizontales (plus importantes), ces dernières sont toutes parallèles entre elles sur la même verticale (hyp. de Dupuit-Forscheimer). Deuxièmement, le tenseur de conductivité hydraulique admet la verticale comme une de ses directions principales. L'équation qui régit

l'écoulement s'écrit :

$$S_y \frac{\partial h}{\partial t} + Q = \nabla_{xy} \cdot \left(\overline{\mathbf{K}} (h - \iota) \nabla_{xy} h \right), \quad (1.5)$$

avec $S_y(x, y)$ (L^{-1}) le coefficient d'emmagasinement spécifique (qui rend compte de la porosité efficace ϕ_e) du milieu, les indices x et y à l'opérateur ∇ indique les dérivées selon ces axes (on omet z qui est négligé), $\overline{\mathbf{K}}$ le tenseur de conductivité hydraulique est réduit à une matrice de quatre éléments et $h(x, y, t)$ [L] représente la charge hydraulique sur une verticale (et de fait la cote de la surface libre), $\iota(x, y)$ représente une fonction qui décrit le mur de l'aquifère, et enfin $Q(x, y, t)$ [L^3T^{-1}/L^2] est le débit prélevé par unité de surface de nappe. Il est supposé que les échanges entre la nappe et l'extérieur s'effectuent sur toute son épaisseur. On note que cette équation est non-linéaire, ce qui rend sa résolution complexe. Par la suite l'utilisation d'une telle formulation est discutée en Sect. 3.

Pour les aquifères karstiques, cette approche a été utilisée pour modéliser des flux à l'échelle régionale d'un aquifère (p. ex. dans les travaux de [Angelini et Dragoni \(1997\)](#); [Josnin et al. \(2000\)](#); [Scanlon et al. \(2003\)](#)). Toutefois, ([Teutsch, 1990](#)) indique que celle-ci devrait être évitée pour des aquifères très karstifiés, notamment à cause de l'hypothèse faite quant aux régimes d'écoulements (non turbulents), ce qui, dans le cas des aquifères karstiques peut être discuté.

1.3.4.2 Double porosité - double perméabilité

Les modèles double-porosité ont été initialement développés pour la simulation des transferts de flux et de pression dans des réservoirs de grès. L'approche continue considère deux régions définies en tout point du domaine, deux continua. Dans chaque continuum, l'écoulement se comporte comme dans un milieu poreux homogène qui occupe tout le réservoir. Ainsi dans cette approche les deux continua se recouvrent. En chaque point, deux valeurs moyennes de pression locale sont évaluées pour un volume élémentaire représentatif du continuum considéré.

Le modèle à double-porosité et double-perméabilité de [Barenblatt et al. \(1960\)](#) considère deux milieux : le premier continuum est à perméabilité faible et forte porosité, le second continuum est à forte perméabilité et faible porosité. Les flux qui traversent chaque continuum peuvent être décrits par deux équations de diffusivité liées par un terme d'échange. Ce terme est traité dans chaque domaine par un terme puits/source. Les équations qui régissent l'écoulement peuvent s'écrire :

$$\begin{cases} S_{s1} \frac{\partial h_1}{\partial t} = \nabla \cdot \left(\overline{\mathbf{K}}_1 \nabla h_1 \right) + q_1 + Q_{21}, \\ S_{s2} \frac{\partial h_2}{\partial t} = \nabla \cdot \left(\overline{\mathbf{K}}_2 \nabla h_2 \right) + q_2 + Q_{12}, \end{cases} \quad (1.6)$$

où les indices 1 et 2 rapportent respectivement au premier ou second continuum, $S_{si}(\mathbf{x})$ [L^{-1}] le coefficient d'emmagasinement spécifique du milieu i , $\overline{\mathbf{K}}_i$ [LT^{-1}] le tenseur de conductivité hydraulique du milieu i , $h_i(\mathbf{x}, t)$ la charge [L] locale moyenne du milieu i , q_i est le terme source pour le milieu i et $Q_{ij} = -Q_{ji}$ [$L^3T^{-1}L^3$] est le flux échangé entre les deux milieux i et j par unité de volume. Le flux d'échange entre les milieux selon [Barenblatt et al. \(1960\)](#) est une fonction linéaire de la différence de pression moyenne entre les deux milieux, il correspond donc à un état d'échange pseudo-stationnaire, $Q_{12} = \lambda \cdot (h_1 - h_2)$.

Pour un milieu à double-porosité et simple-perméabilité, [Warren et Root \(1963\)](#) proposent de simplifier le modèle de [Barenblatt et al. \(1960\)](#) en considérant qu'un seul domaine participe à l'écoulement. La Fig. 1.5 présente schématiquement le concept de double-porosité. L'aquifère discontinu est composé d'un ensemble de vides, fractures et matrice. Celui-ci est conceptuellement représenté sous forme de fractures qui délimitent une superposition de blocs de matrice.

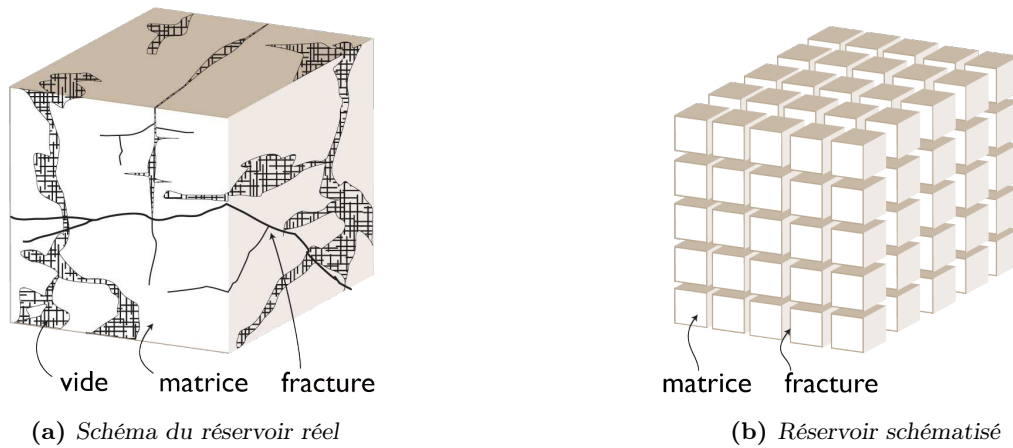


FIGURE 1.5 – Modèles schématiques d'un réservoir réel à porosités multiples et représentation conceptuelle adoptée pour la modélisation. Le réservoir réel contient différentes porosités (vide, fracture, matrice) représentée Fig. 1.5a. Le modèle conceptuel du réservoir représenté Fig. 1.5b, montre la simplification en blocs à faible porosité (matrice) séparés par un ensemble de fractures. Modifié d'après *Warren et Root (1963)*.

L'écoulement est alors décrit de la manière suivante. Dans ce modèle, le premier milieu est à forte perméabilité et à faible porosité. Le second milieu est à très faible perméabilité et forte porosité. La faible perméabilité du second milieu la rend négligeable ($\bar{k}_2 = 0$ et donc $\bar{K}_2 = 0$) et aucun écoulement ne s'y tient ($S_0^2 = 0$). Ainsi, selon le modèle de *Warren et Root (1963)*, le premier continuum assure une fonction transmissive alors que le second assure une fonction capacitive. Sous ces hypothèses le système Eq. 1.6 est simplifié et s'écrit (*Warren et Root, 1963*) :

$$\begin{cases} S_{s1} \frac{\partial h_1}{\partial t} = \nabla \cdot (\bar{K}_1 \nabla h_1) + q_1 + Q_{21}, \\ S_{s2} \frac{\partial h_2}{\partial t} = Q_{12}. \end{cases} \quad (1.7)$$

Ces modèles ont été étudiés analytiquement de façon importantes et la théorie des écoulements associés à ce type de représentation a été établie en particulier pour tenir compte des pertes de charges à l'intermédiaire de chaque continuum (*Moench, 1984*). Analytiquement, cette représentation des écoulements dans un double continuum a été développée selon des hypothèses fortes, en particulier, de symétrie radiale et de propriété supposées homogènes.

Pour la modélisation des écoulements dans le karst, *Teutsch (1988, 1990)* et *Sauter (1992)* montrent que cette adaptation de la représentation du milieu en un double milieu peut être appliquée pour modéliser les processus d'écoulement et de transport à l'échelle régionale. En comparaison avec le modèle à simple porosité, cette approche permet de mieux rendre compte du comportement hydrodynamique grâce à la prise en compte des hétérogénéités de conductivité hydraulique et d'emmagasinement qui existent entre le réseau de conduit et la roche environnante.

Nous rappelons toutefois que les modèles double-porosité sont basés sur des principes d'homogénéisation des processus d'écoulement ou de transport, depuis une échelle où chaque composante hydraulique est identifiée dans l'espace jusqu'à une échelle (plus grande) où ces composantes ne sont plus identifiables individuellement (V.E.R.). Enfin, ces modèles supposent que les écoulements associés au réseau de conduit s'effectuent selon un régime d'écoulement laminaire (donc non turbulents) dans leur continuum respectif, ces deux hypothèses ne permettent pas de décrire

la géométrie du champ des paramètres hydrauliques du milieu.

1.3.4.3 Milieu hybride (approche couplée milieu discret et milieu continu)

Les milieux hybrides permettent de prendre en compte au sein d'un milieu considéré comme poreux et homogène des singularités hydrauliques locales connues (p. ex fracture ou conduit) (Király, 1998; Liedl *et al.*, 2003). Dans un aquifère et pour une dimension donnée, toutes les singularités ne sont pas nécessairement connues à l'échelle régionale, néanmoins les principales peuvent être décrites à l'échelle locale. Ces modèles supposent donc qu'en un ou plusieurs points bien définis, l'écoulement est influencé par un objet hydraulique connu (p. ex. un conduit). Ces modèles résolvent les équations qui décrivent les écoulement dans ces objets hydrauliques, comme par exemple les équations de Saint-Venant. En général, un schéma de calcul en différences, volumes ou éléments finis est utilisé.

Conceptualisant les écoulements au sein des conduits karstiques et les interactions avec le milieu fracturé environnant, de Rooij (2008), Reimann (2009) et Reimann *et al.* (2011) proposent des modèles d'écoulements qui rendent compte des écoulements au sein d'un conduit en charge ou à surface libre et des échanges de flux avec le milieu continu environnant. Le module C.F.P. (pour Conduit Flow Processes) inclut dans le code MODFLOW (McDonald et Harbaugh, 1984; Harbaugh, 2005) initialement développé par Shoemaker *et al.* (2008) permet de prendre en compte des écoulements dans un conduit en charge. Les deux milieux interagissent en fonction des différences de charge entre chaque milieu. Ce module (C.F.P.) a récemment été modifié (C.F.P.2) dans le but d'interpréter un essai par pompage mené sur la source karstique des Cent-Fonts en France (Reimann *et al.*, 2013). Une modification majeure apportée à la version initiale est l'introduction d'un paramètre d'emménagement associé au domaine de conduit. Ce nouveau paramètre permet en particulier d'éviter qu'une condition à la limite appliquée au conduit ne se propage directement dans celui-ci. Ainsi les effets d'amortissement de la variation de pression liés à l'emménagement des flux pour des temps de pompages courts sont pris en compte.

Najib (2007) propose de modéliser le flux produit à chaque fracture dans des drains artificiels forés sous un bâtiment disposé sur l'épikarst. A l'intersection de chaque fracture avec les drains artificiels est appliqué une solution analytique de puits maintenu à chaque constante. Chaque débit produit, pour chaque fracture, est calculé à l'aide d'une solution analytique de milieux à double porosité. Les charges piézométriques sont calculées en appliquant le principe de superposition. L'association de la résolution analytique du problème et de la prise en compte de conditions aux limites spécifiques induit l'utilisation d'un ensemble de puits images, disposés sur le pourtour du domaine. La solution analytique utilisée pour chaque puits maintenu à charge imposée est basée sur les travaux de Hamm (1994). Bien que des débits ainsi que des hauteurs piézométriques puissent être calculées avec cette approche analytique, les résultats souffrent particulièrement des imprécisions associées à la méthode (puits images et principe de superposition) limitée qui est utilisée pour contraindre les conditions aux limites du modèle.

1.3.4.4 Réseaux de fractures/conduits discrets

En supposant que les transferts de flux s'opèrent uniquement dans les structures les plus perméables (réseaux de conduits ou de fractures) d'un aquifère, une représentation plus réaliste des écoulements peut-être obtenue (Andersson et Dverstorp, 1987; Long *et al.*, 1982; De Dreuzy *et al.*, 2002). Les principales contraintes liées à ces approches sont relatives à la localisation et au choix du modèle mathématique employé pour décrire l'écoulement dans le milieu. Snow (1969) définit le flux traversant une fracture plane par une loi cubique (la perméabilité dépend du cube de

l'ouverture de la fracture). Pour décrire les écoulements dans le karst, les lois privilégiées devraient rendre compte des régimes d'écoulement laminaire ou turbulent et des pertes de charges associées. Les lois d'écoulement communément utilisées dans ces cas sont les lois de Darcy-Weisbach, de Hagen-Poiseuille, de [Louis \(1968\)](#) ou des approximations des équations de Saint-Venant ([Diersch, 2002](#); [Reimann *et al.*, 2011](#)).

[Atkinson \(1977\)](#) à partir de la formulation du flux proposée par la loi de Darcy-Weisbach propose de calculer les pertes de charges quadratiques dans les conduits karstiques. [Jeannin et Maréchal \(1995\)](#) proposent une revue et une comparaison détaillées des lois et paramètres d'écoulement en conduite. [Jeannin \(2001\)](#) propose de modéliser le comportement hydraulique du système épikarstique de la grotte de Hollöch (Suisse) à l'aide du modèle de [Louis \(1968\)](#), l'auteur montre notamment qu'il est possible de calculer les pertes de charge associées aux conduits.

Bien que ces modèles puissent permettre de modéliser le comportement hydraulique de réseaux de fractures ou de conduits, ceux-ci restent néanmoins limités par la nécessité de caractériser précisément (i) les paramètres hydrauliques qui régissent les écoulements au sein du milieu et (ii) la localisation des objets (fissures, conduits) considérés dans la modélisation du système karstique.

1.3.5 Méthodes numériques de résolutions des équations d'écoulement

La modélisation à l'aide des modèles distribués nécessitent d'utiliser des méthodes de résolution numérique, que ce soit pour résoudre les équations de transport ou d'écoulement. L'utilisation de telles méthodes plutôt que des solutions analytiques appropriées peut-être résumée ainsi ([De Marsily, 1986](#)) :

- lorsque le domaine de résolution est borné et de forme complexe, la méthode des images ne peut-être utilisée avec une solution analytique (p. ex. trop complexe pour représenter la limite),
- si le problème est non linéaire (p. ex. transmissivité variable en aquifère libre),
- les propriétés hydrauliques varient dans l'espace selon des géométries complexes,
- l'expression de la solution analytique est connue mais sa résolution requiert un important effort de calcul.

Pour résoudre les E.D.P. qui décrivent les écoulements de fluides en milieu souterrain, différentes méthodes de résolution numérique sont communément utilisées. On peut notamment citer les méthodes suivantes :

- éléments finis (M.E.F., FEM en anglais),
- différences finies (M.D.F., FDM en anglais),
- volumes finis (M.V.F., FVM en anglais),
- éléments et intégrales de frontières (M.E.I.F., BEM en anglais),
- éléments analytiques (M.E.A., AEM en anglais).

Toutes ces méthodes nécessitent une discrétisation d'un domaine de calcul. À l'exception de la M.E.I.F. et de la M.E.A, qui ne nécessitent qu'une discrétisation de la frontière du domaine, toutes les autres méthodes nécessitent de discrétiser une surface ou un volume du domaine. En hydrogéologie, les codes de calculs à mailles couramment utilisés pour les calculs de flux (et de potentiel) sont par exemple : MODFLOW ([McDonald et Harbaugh, 1984](#)) qui utilise la méthode des différences finies, BIGFLOW ([Ababou et Bagtzoglou, 1993](#)), FEFLOW ([Diersch, 2005](#)), HydroGeoSphere ([Therrien *et al.*, 2006](#)) qui utilisent la méthode des éléments finis. Certains de ces codes incorporent aussi la résolution des équations de transport de masse. [De Marsily \(1986\)](#) indique qu'il n'existe pas de critère précis pour décider quelle méthode numérique employer par rapport à une autre. Toutefois, certaines considérations (p. ex. les limites, la précision) peuvent

orienter le choix vers une des méthodes numériques citées.

Les méthodes de résolution qui nécessitent une discrétisation de la surface ou du volume en de multiples sous-éléments (p. ex. M.E.F, M.D.F., M.V.F.) résolvent l'équation de diffusivité en 1-D, 2-D ou 3-D. Les M.D.F. sont généralement limitées par la forme des mailles associées à la discrétisation du domaine (c.-à-d. maillages simples carrés ou rectangulaires). Les M.E.F. peuvent être complexes à mettre en oeuvre (code) et à utiliser (fichiers d'entrée spécifiques et maillage approprié). Bien qu'elles permettent de discrétiser un domaine précisément selon des méthodes de maillages particulières (p. ex. mailles triangulaires), les systèmes d'équations résolues peuvent devenir complexes et des erreurs de convergence peuvent apparaître pour certains types de calcul (p. ex. en régime transitoire) (Brezzi et Fortin, 1991).

1.3.6 Méthode des éléments et intégrales de frontières

Nous emploierons la M.E.I.F. pour résoudre les équations d'écoulement développées dans la suite de ce manuscrit. Bien que la M.E.I.F. puisse être limitée par le fait que les propriétés intra-éléments soient constantes, et que cette méthode puisse induire des temps de calculs élevés, nous choisissons cette méthode pour sa simplicité de mise en oeuvre (en terme de maillage de domaine) et sa précision, en particulier pour des calculs de solutions en régime transitoire. En outre, les expériences numériques associées à notre code ne sont pas liées à des processus d'inversion. De ce fait, nous nous contentons dans ce travail de mettre en oeuvre la méthode et ne tiendrons pas spécifiquement compte de méthodes d'optimisation particulières (p. ex. parallélisation) ou discrétisation du maillage selon des méthodes optimisées (Dauvergne, 2006). Toutefois, grâce à cette application nous garderons l'avantage du maillage et d'une rapide précision sur les méthodes aux éléments discrets (Brebbia, 1978).

Cette méthode de calcul n'est pas nouvelle : elle a été introduite en hydrogéologie par Liggett et Liu (1983). La méthode a été utilisée dans ce cas dans le domaine des temps, pour calculer des flux (et potentiels) dans des milieux poreux représentés de manière bi-dimensionnelle. Dans le domaine pétrolier, cette méthode est aussi utilisée, en particulier pour des milieux poreux fracturés. La suite de travaux réalisés par Kikani (1989); Sato (1992); Archer (2000) illustre typiquement l'évolution de la méthode numérique dans le cadre d'interprétation d'essais par pompage. Nous noterons en particulier que Kikani (1989) a introduit la méthode des éléments de frontière pour une résolution de problèmes dans le domaine de Laplace, pour des réservoirs à géométries complexes. Ce travail montre qu'une fois le problème résolu dans le domaine de Laplace, les solutions obtenues peuvent être inversées dans le domaine des temps par inversion numérique. Sato (1992) quant à lui a traité les effets des variations spatiales du champ de perméabilité sur la propagation d'une perturbation hydraulique dans des milieux hétérogènes. Nous noterons que l'étude récemment menée par Perne *et al.* (2012), qui traite de l'échange de flux entre conduits et roche environnante (en régime permanent), est à notre connaissance l'unique exemple d'emploi de ce type de méthode numérique pour l'étude des écoulements dans le karst.

1.3.6.1 Fondements mathématiques

Les fondements de la méthode des éléments intégrales de frontières sont brièvement rappelés ici. Cette partie se base sur les travaux de Kikani (1989); Sato (1992); Bonnet (1995); Strack (1989), une introduction détaillée à la méthode des éléments de frontière est aussi proposée par Katsikadelis (2002).

La M.E.I.F est basée sur la méthode d'intégration par partie. Soit un opérateur linéaire D et deux fonctions v et u . Le résultat d'une intégration par partie répétée du produit vDu sur un

domaine Ω peut s'exprimer ainsi :

$$\iint_{\Omega} v Du \, d\Omega = \iint_{\Omega} v D^* u \, d\Omega + \int_{\partial\Omega} [\dots] \, ds, \quad (1.8)$$

avec $\partial\Omega$ la frontière du domaine Ω , $[\dots]$ correspond à une expression intégrée le long de $\partial\Omega$ à déterminer, et D^* est l'opérateur adjoint de D .

Par exemple, si l'opérateur $D = \nabla^2 = \Delta$ (Laplacien), l'intégrale de contour est :

$$v \frac{\partial u}{\partial n} - u \frac{\partial v}{\partial n},$$

dans ce cas, l'opérateur adjoint D^* de D devient ∇^2 . Ceci signifie que $D = D^*$, l'opérateur D est auto-adjoint. D'après ceci, l'Eq. 1.8 devient :

$$\iint_{\Omega} v \nabla^2 u \, d\Omega = \iint_{\Omega} v \nabla^2 u \, d\Omega + \int_{\partial\Omega} \left(v \frac{\partial u}{\partial n} - u \frac{\partial v}{\partial n} \right) \, ds,$$

ce qui correspond à la forme du second théorème de Green. On rappelle que l'expression $\partial u = \partial n$ est égale à $\vec{\nabla} u \cdot \vec{n}$ où \vec{n} est la normale unitaire orientée vers l'extérieur du domaine. Il existe un autre cas pour lequel la partie $[\dots]$ prend la forme de $v(\partial u/\partial n) - u(\partial v/\partial n)$. C'est le cas où l'opérateur considéré est l'opérateur linéaire d'Helmholtz modifié (qui s'écrit $\nabla^2 - m$, avec m un réel positif). Cet opérateur est aussi auto-adjoint, il sera utilisé pour résoudre le problème posé dans le cadre de cette thèse (Sect 3). Fin de l'exemple.

Plus généralement, quand $D = \Delta - \alpha I$ où α est un scalaire quelconque, I est la fonction identité, et D est auto-adjoint, on a :

$$\iint_{\Omega} Du.v \, d\Omega = \iint_{\Omega} Dv.ud\Omega + \int_{\partial\Omega} \left(v \frac{\partial u}{\partial n} - u \frac{\partial v}{\partial n} \right) \, ds. \quad (1.9)$$

Dans la méthode des fonctions de Green, l'intégrande (de la forme $v(\partial u/\partial n) - u(\partial v/\partial n)$) est essentielle. En effet, pour des problèmes aux limites spécifiés u , les conditions aux limites sont généralement spécifiées en terme de u (charge spécifiée, condition de Dirichlet) et/ou $\partial u/\partial n$ (flux imposé, condition de Neumann). Et donc si la fonction v peut être déterminée de telle sorte qu'elle annule la condition à la limite non spécifiée et que la double intégrale peut être réduite en une forme plus simple, l'équation résultante peut être résolue pour u .

Notons δ la fonction de Dirac. On rappelle que δ vérifie :

$$\forall f, \forall r \iint_{\Omega} f(u)\delta(u-r) \, d\Omega = \begin{cases} f(r) & \text{si } 0 \in \Omega \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases} \quad (1.10)$$

Pour tout point r de Ω , on doit alors déterminer une solution élémentaire G (fonction de Green au point r) de l'opérateur D^* qui vérifie :

$$\boxed{D^*G(x) = -\delta(x-r)}. \quad (1.11)$$

Indépendamment des conditions aux limites que vérifie G , avec les Eq. 1.9, 1.10, 1.11 on peut en déduire que pour toute fonction u pour les opérateurs D définis ci-dessus :

$$\iint_{\Omega} Du.G \, d\Omega = -u(r) \int_{\partial\Omega} \left(G \frac{\partial u}{\partial n} - u \frac{\partial G}{\partial n} \right) ds. \quad (1.12)$$

Si on cherche une solution u de l'équation :

$$\begin{cases} Du = f & \text{sur } \Omega \\ u = g & \text{sur } \partial\Omega_1 \\ \frac{\partial u}{\partial n} = h & \text{sur } \partial\Omega_2, \end{cases} \quad (1.13)$$

où $\partial\Omega_1 \cup \partial\Omega_2 = \partial\Omega$ et $\partial\Omega_1 \cap \partial\Omega_2 = \emptyset$.

D'après les Eq. 1.12 et 1.13 on a alors pour tout point r situé à l'intérieur de Ω :

$$u(r) + \iint_{\Omega} fG \, d\Omega = \int_{\partial\Omega} G \frac{\partial u}{\partial n} - u \frac{\partial G}{\partial n} ds. \quad (1.14)$$

En théorie, sur chaque point de la frontière lorsque les conditions aux limites sont définies correctement, on connaît soit u (condition de Dirichlet) soit $\partial u/\partial n$ (condition de Neumann). On ne définit pas les deux au même point. Pour la résolution du problème :

- la frontière $\partial\Omega$ est discrétisée en n_b éléments (nouvelle frontière $\partial\Omega_j$ décrite),
- on applique l'Eq. 1.13 à chaque noeud de la frontière discrétisée.

Notons u_j les valeurs de u sur les points de la frontière et u_{nj} les valeurs de la dérivée normale de u ($\partial u/\partial n$) sur ces points. A chaque noeud ξ_j et ξ_{j+1} , les valeurs de u et de $(\partial u/\partial n)$ sont interpolées linéairement. Lorsqu'on applique l'Eq. 1.14 pour tous les points ξ_j , un système résoluble de n_b équations à n_b inconnues est obtenu. Toutefois, l'Eq. 1.14 n'est valable que pour des points situés à l'intérieur du domaine, et lorsqu'on cherche une solution pour des points situés sur la frontière l'expression est alors modifiée (on doit tenir compte de l'angle θ_j entre les éléments). L'expression de l'Eq. 1.14 est alors :

$$\alpha_j u_j + \iint_{\Omega} fG \, d\Omega = \int_{\partial\Omega} G \frac{\partial u}{\partial n} - u \frac{\partial G}{\partial n} ds, \quad (1.15)$$

où $\alpha = \theta_j/(2\pi)$ avec θ_j l'angle interne au domaine entre les éléments de la frontière $\partial\Omega_j$ et $\partial\Omega_{j+1}$.

1.3.6.2 Discrétisation des frontières

Afin de résoudre le problème précédent, il est donc nécessaire de discrétiser la frontière du domaine. La frontière est discrétisée en n_b noeuds dénotés ξ_j ($1 \leq j \leq n_b$). Les noeuds sont définis dans le sens trigonométrique sur la frontière du domaine ($\partial\Omega$). L'ensemble des segments qui relie les noeuds définit une nouvelle frontière (approximative de $\partial\Omega$). En adoptant la notation suivante, $\xi_1 = \xi_{n_b+1}$, on a $\partial\Omega_j = [\xi_j, \xi_{j+1}]$. Au noeud ξ_j , la valeur de u est notée u_j , et la valeur de $\partial u/\partial n$ est notée u_{nj} . La fonction de Green associée au noeud ξ_j est notée G_j . Le problème peut s'écrire ainsi :

$$\alpha_j u_j = \sum_{j=1}^{n_b} \int_{\partial\Omega_j} \left(G_j \frac{\partial u}{\partial n} - u \frac{\partial G_j}{\partial n} \right) ds, \quad (1.16)$$

où, pour rappel, le terme α_j représente l'angle interne entre les segments $\partial\Omega_{j-1}$ et $\partial\Omega_j$. Afin de calculer les intégrales sur $\partial\Omega_j$, nous introduisons un nouveau système de coordonnées locales (ξ, η)

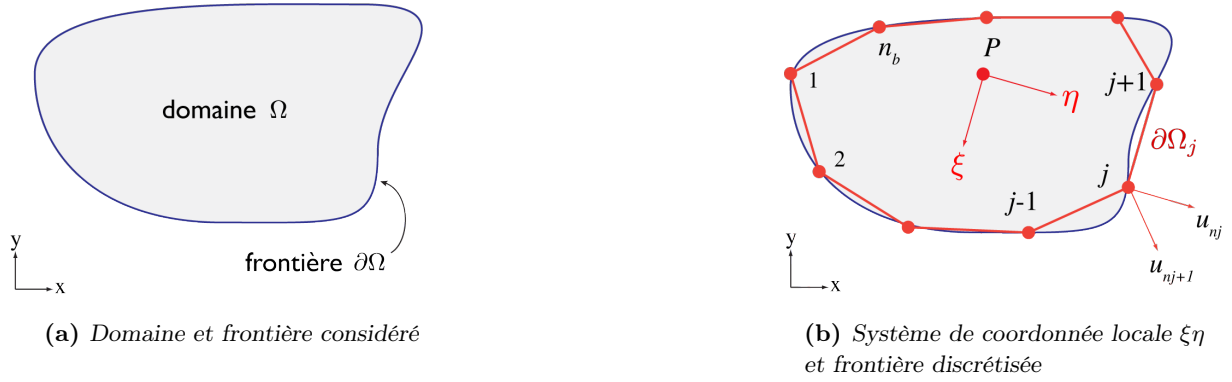


FIGURE 1.6 – La frontière $\partial\Omega$ du domaine Ω est discrétisée en n_b éléments. Le système de coordonnées local (ξ, η) est introduit dans le système de coordonnées générales (x, y) . L'origine du nouveau système de coordonnées est au point P . L'axe ξ est parallèle à l'élément de frontière $\partial\Omega_j$ et orienté dans la direction opposée au sens trigonométrique. L'axe η est introduit selon la règle de la main droite.

pour chaque segment $\partial\Omega_j$. La Fig. 1.6 illustre la discrétisation de la frontière en n_b et le nouveau système de coordonnées. Le système de coordonnées (ξ, η) est lié au système de coordonnées cartésien (x, y) par la relation suivante :

$$\begin{cases} \xi = \frac{-(x_{j+1} - x_j)(x - x_i) - (y_{j+1} - y_j)(y - y_i)}{|\partial\Omega_j|}, \\ \eta = \frac{-(x_j - x_{j+1})(y - y_i) + (y_{j+1} - y_j)(x - x_i)}{|\partial\Omega_j|}. \end{cases} \quad (1.17)$$

Les valeurs de u et $\partial u / \partial n$ sur chaque segment $\partial\Omega_j$ sont interpolées linéairement. On écrit :

$$\begin{cases} u = \frac{(u_{j+1} - u_j)\xi + \xi_{j+1}u_j - \xi_j u_{j+1}}{\xi_{j+1} - \xi_j} \\ \frac{\partial s}{\partial n} = \frac{(u_{n,j+1} - u_{n,j})\xi + \xi_{j+1}u_{n,j} - \xi_j u_{n,j+1}}{\xi_{j+1} - \xi_j}. \end{cases} \quad (1.18)$$

1.3.6.3 Résolution du problème

Les matrices V_1, V_2, W_1, W_2 de taille $n_b \times n_b$ sont introduites et définies comme suit :

$$V_{1ij} = \frac{1}{\xi_{j+1} - \xi_j} \left(\int_{\partial\Omega_j} \xi G_i ds - \xi_{j+1} \int_{\partial\Omega_j} G_i ds \right), \quad (1.19)$$

$$V_{2ij} = \frac{1}{\xi_{j+1} - \xi_j} \left(- \int_{\partial\Omega_j} \xi G_i ds + \xi_j \int_{\partial\Omega_j} G_i ds \right), \quad (1.20)$$

$$W_{1ij} = \frac{1}{\xi_{j+1} - \xi_j} \left(\int_{\partial\Omega_j} \xi \frac{\partial G_i}{\partial n} ds - \xi_{j+1} \int_{\partial\Omega_j} \frac{\partial G_i}{\partial n} ds \right), \quad (1.21)$$

$$W_{2ij} = \frac{1}{\xi_{j+1} - \xi_j} \left(- \int_{\partial\Omega_j} \xi \frac{\partial G_i}{\partial n} ds + \xi_j \int_{\partial\Omega_j} \frac{\partial G_i}{\partial n} ds \right). \quad (1.22)$$

La matrice colonne b_i de taille n_b est introduite, elle est définie par :

$$b_i = -r \iint_{\Omega} G_i d\Omega, \quad (1.23)$$

avec r la distance entre la source et la solution.

A partir des Eq. 1.16, 1.18, 1.18, 1.19, 1.20, 1.21, 1.22 et 1.23, on déduit :

$$\alpha_i u_i = \sum_j^{n_b} (-V_{1ij} u_{nj} - V_{2ij} u_{n,j+1} + W_{1ij} u_j + W_{2ij} u_{j+1}) + b_i \quad i = 1, n_b. \quad (1.24)$$

En ré-arrangeant, et en utilisant les indices selon la convention suivante ($W_{2i0} = W_{2in_b}$, $V_{2i0} = V_{2in_b}$), on obtient :

$$\sum_{j=1}^{n_b} (\alpha_i \delta_{ij} - W_{1ij} - W_{2i,j-1}) s_j + \sum_{j=1}^{n_b} (V_{1ij} + V_{2i,j-1}) s_{nj} = b_i \quad i = 1, n_b,$$

où δ_{ij} est le symbole de Kronecker. Ces équations sont valables pour tout i , on peut les écrire sous forme matricielle :

$$\mathbf{W}\mathbf{u} - \mathbf{V}\mathbf{u}_n = \mathbf{b}. \quad (1.25)$$

Pour chaque point ξ_i , soit u_i soit u_{ni} est connu. On place les inconnues du côté gauche et on obtient un système d'équation du type

$$\mathbf{A}\mathbf{U} = \mathbf{B},$$

avec \mathbf{U} le vecteur d'inconnues \mathbf{u} et \mathbf{u}_n , \mathbf{B} est le vecteur obtenu en multipliant les éléments des matrices V et W par les valeurs connues de u et de u_n puis en y ajoutant b . On obtient ainsi les valeurs des solutions en tout point de la frontière.

1.3.6.4 Solution à l'intérieur du domaine

En modifiant l'Eq. (1.24) on peut obtenir une solution en tout point du domaine. Dans ce cas, il faut prendre $\alpha = 1$ car la solution est en espace libre et la fonction de Green exprimée en espace libre n'a plus besoin d'être modifiée. La solution s'écrit alors :

$$u_i = \sum_j^{n_b} (-V_{1ij} u_{nj} - V_{2ij} u_{n,j+1} + W_{1ij} u_j + W_{2ij} u_{j+1}) + b \quad i = 1, n_b. \quad (1.26)$$

1.3.6.5 Solution avec frontière interne

Les équations précédentes sont valides pour un domaine ne présentant aucune limite à l'intérieur du domaine. Dans le cas où une frontière est discrétisée à l'intérieur du domaine (pour représenter p. ex. un puits et/ou une limite imperméable), l'Eq. 1.24 est valide mais les valeurs des matrices V_1 , V_2 , W_1 et W_2 doivent être calculées en tenant compte de la présence de la ou des limites intérieures du domaine. Afin que ceci soit réalisé, il est nécessaire de numérotter les noeuds présents à l'extérieur du domaine dans le sens trigonométrique (comme déjà mentionné), et à l'intérieur du domaine dans le sens trigonométrique inverse. De cette manière, l'intégralité

de la frontière (externe et interne) peut être décrite en introduisant *temporairement* un chemin polygonal entre les deux frontières. Les matrices citées avant seront alors construites en incluant le calcul d'un élément ξ_{j+1} , requis pour le calcul sur la frontière située à l'intérieur du domaine.

Cette spécificité est illustrée dans l'exemple suivant. Dans cet exemple nous expliquons la construction de la matrice V_{1ij} (décrite précédemment à l'Eq. 1.19). Le processus est similaire pour les matrices V_{2ij} , W_{1ij} et W_{2ij} . Supposons un domaine rectangulaire contenant une limite interne. La frontière extérieure du domaine est constituée de n_1 noeuds. La frontière intérieure du domaine est délimitée par n_2 noeuds. Pour rappel, l'Eq. 1.19 est la suivante :

$$V_{1ij} = \frac{1}{\xi_{j+1} - \xi_j} \left(\int_{\partial\Omega_j} \xi G_i ds - \xi_{j+1} \int_{\partial\Omega_j} G_i ds \right).$$

Cependant avec une limite interne, pour tout point i et j nous avons :

pour $j = n_1$

$$V_{1in_1} = \frac{1}{\xi_1 - \xi_{n_1}} \left(\int_{\partial\Omega_{n_1}} \xi G_i ds - \xi_1 \int_{\partial\Omega_{n_1}} G_i ds \right),$$

pour $j = n_2$

$$V_{1in_2} = \frac{1}{\xi_{n_1+1} - \xi_{n_2}} \left(\int_{\partial\Omega_{n_2}} \xi G_i ds - \xi_{n_1+1} \int_{\partial\Omega_{n_2}} G_i ds \right).$$

Nous rappelons enfin que, dans le cas considéré dans ce travail, le système à résoudre sera exprimé dans le domaine de Laplace. On aura donc à la place de u une fonction qui décrit le comportement du rabattement (avec un terme de rabattement). Ce terme de rabattement sera noté par exemple \bar{s}_D s'il est exprimé de manière adimensionnelle et dans le domaine de Laplace. Les résultats ainsi obtenus pourront alors être inversés numériquement à l'aide des algorithmes d'inversions classiques, comme par exemple ceux proposés par Stehfest (1970); De Hoog *et al.* (1982). L'implémentation de la méthode des éléments de frontière peut se faire aisément à l'aide du logiciel de calcul scientifique Octave (Eaton *et al.*, 1997).

1.4 Conclusion

En conclusion, les aquifères karstiques se distinguent des aquifères poreux et fracturés par la variabilité spatiale et temporelle des composants hydrauliques majeurs. La circulation d'eau (associée à son pouvoir de dissolution) dans les discontinuités structurelles préexistantes d'un réservoir carbonaté favorise l'élargissement de ces discontinuités. Aussi, cet élargissement a pour conséquence de favoriser la circulation d'eau. Ainsi, au sein de chaque réservoir karstique, le transfert de flux s'effectue dans un réseau hiérarchisé qui s'est auto-développé.

La structure verticale d'un réservoir karstifié peut-être décrite de manière conceptuelle selon trois zones d'écoulements spécifiques : (i) l'épikarst et les zones de recharge ponctuelles permettent les échanges entre eau de surface (météorique et rivière) et le milieu sous-jacent, (ii) la zone de transfert (concentré ou diffus), non nécessairement saturée entre la zone de recharge et la zone saturée, (iii) la zone saturée où les transferts sont localisés (dans des zones à forte conductivité hydraulique) vers l'exutoire.

Le stockage et le transfert de masse et de pression dans ces réservoirs dépend (i) des propriétés de la roche dans laquelle se développent les réseaux de conduits et (ii) de la structure du réseau.

Le stockage peut s'établir selon diverses échelles au sein de différents volumes : (i) dans la porosité matricielle de la roche ou dans des micro-fractures, (ii) dans des cavités mal connectées au système de drainage actif (i.e. actuellement sollicité), (iii) temporairement dans l'épikarst. Nous noterons qu'à chaque zone de transfert est associée une conductivité hydraulique spécifique. Le transfert de flux dans ces réservoirs dépend de la structure spatiale du réseau de conduit. En effet, les réseaux de conduits sont à l'origine du drainage des structures de stockage. Une distribution dense et une importante connectivité en 4-D (espace et temps) du réseau de conduits permettra un drainage important des volumes de stockage.

La variabilité spatiale (3-D) des réseaux de conduits et leur interaction avec l'ensemble de l'aquifère influencent les flux transférés entre les zones de stockage (ou de recharge) et le réseau de drainage. Ces interactions sont difficiles à appréhender à cause du manque de connaissance du milieu et du manque d'outils adéquats (physique et numérique) pour les explorer. Physiquement, l'accès à l'information sur la structure de l'aquifère est aujourd'hui complexe et dépendante de la localisation du point d'observation. L'observation (et l'information de structure) est en général restreinte au point d'observation ou à son environnement très proche (quelques mètres). Mathématiquement et numériquement, les difficultés rencontrées se situent dans la validité des changements d'échelles employées. Les lois généralement utilisées pour décrire convenablement les écoulements sont la plupart du temps mal adaptées au cas des écoulements dans le karst.

Le réseau de drainage (conduits noyés) joue un rôle primordial dans le fonctionnement hydrodynamique des aquifères karstiques. Toutefois, aucune méthode ne permet actuellement de décrire précisément la géométrie ou la position des réseaux de conduits noyés. En outre, les conduits verticaux (ou les formes de drainage similaires) sont généralement peu pris en compte dans la modélisation des transferts de flux. Ces conduits ont pourtant un impact très important puisqu'ils permettent les connexions hydrauliques entre zone de transfert et zone noyée. Deux enjeux scientifiques majeurs actuels de l'hydrogéologie karstique sont (i) de mesurer la position et/ou la géométrie des conduits noyés et (ii) de quantifier les interactions entre deux zones de stockage et deux de drainage, la zone noyée et la zone sus-jacente. Ces enjeux nécessitent non seulement de développer de nouvelles approches mais de pérenniser les observations réalisées sur les milieux naturels, à des fréquences d'échantillonnage adéquates.

Solution analytique pour des essais à charge constante en milieu double-porosité

Sommaire

1.1 Les aquifères karstiques	5
1.1.1 Spéléogénèse et structure endokarstique	5
1.1.2 Conceptualisation des écoulements dans le karst	8
1.2 Méthodes d'identification de conduits karstiques	9
1.2.1 Traceurs naturels et artificiels	9
1.2.2 Méthodes hydrauliques	10
1.2.3 Méthodes géophysiques	11
1.2.4 Autres méthodes	11
1.3 Modélisation et hydrodynamique karstique	11
1.3.1 Volume élémentaire représentatif	12
1.3.2 Approche expérimentale de laboratoire	13
1.3.3 Approche globale	14
1.3.4 Approche distribuée	15
1.3.5 Méthodes numériques de résolutions des équations d'écoulement	20
1.3.6 Méthode des éléments et intégrales de frontières	21
1.4 Conclusion	26

2.1 Introduction

Problématique

La modélisation des écoulements dans les aquifères karstiques nécessite une approche spécifique. En effet, comme expliqué précédemment dans le Chap. 1, les aquifères karstiques sont des aquifères qui comportent des structures hydrauliques hétérogènes et donc des comportements hydrodynamiques complexes. Les hétérogénéités de structure résultent d'une succession d'interactions entre contexte géologique, écoulements et processus d'érosion (p. ex. chimique ou mécanique). Plusieurs types de modèles conceptuels ont été développés, par différents auteurs, pour représenter par exemple le comportement hydraulique non linéaire des aquifères karstiques. Ces différents types d'approches ont été présentés dans le Chap. 1.

Le type de comportement hydraulique (local ou régional) généralement reconnu pour les aquifères karstiques est un comportement à double-porosité [Droge \(1969, 1980\)](#); [Goldscheider et Drew \(2007\)](#). Suivant cette optique, les auteurs ont donc développé ou appliqué des modèles d'écoulement

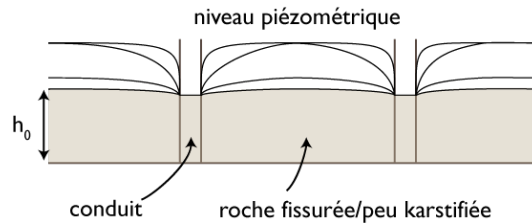


FIGURE 2.1 – Exemple de schématisation du niveau piézométrique à plusieurs étapes lors de la vidange de blocs matriciels par des conduits à forte conductivité hydraulique. Le niveau (h_0) de base de la vidange est une condition à la limite de charge imposée à l'interface conduit/matrice, modifié d'après Kovács et al. (2005).

pour l'interprétation de perturbations hydrauliques artificielles (Lods et Gouze, 2004; Kaczmaryk et Delay, 2007). Pour la simulation des écoulements régionaux (Teutsch, 1988, 1990; Sauter, 1992) considèrent un milieu à double-perméabilité. D'autres auteurs ont aussi considéré le flux de vidange et la période de récession des aquifères karstiques comme issus de la vidange de bloc poreux. La solution analytique développée dans l'étude menée par Kovács et al. (2005) n'est valable que lorsque la conductivité hydraulique des drains n'influence plus le flux provenant des blocs de matrices. Dans ce cas, les auteurs considèrent que la charge dans les blocs ne varie plus et que les blocs de matrices (  une porosité) sont entourés par une limite à charge constante (comme sur la Fig. 2.1).

Objectif

En accord avec les essais par pompage qui sollicitent le domaine d'écoulement à l'échelle locale, nous associons alors un comportement à double-porosité aux blocs de matrice fissurée représentés sur la Fig. 2.1. On peut penser qu'il serait judicieux de tenir compte du comportement hydraulique local (  double-porosité) pour simuler le comportement régional également à double-porosité.

L'objectif de ce chapitre est d'étudier à l'aide d'une solution analytique, le comportement du flux en régime transitoire dans un milieu à double-porosité sous la contrainte d'une perturbation hydraulique. Nous considérons une perturbation liée à (i) une condition à la limite (au puits) de type charge imposée, et (ii) un milieu d'extension infinie.

Pour répondre à cet objectif, sur la base des nombreuses solutions analytiques existantes (développées par Barenblatt et al. (1960); Warren et Root (1963); Boulton et Streltsova (1977); Moench (1984)) pour interpréter les variations de pression et/ou de flux lors d'une perturbation hydraulique d'un réservoir fissuré, nous considérons l'une des solutions analytiques des plus générales (Hamm et Bidaux, 1996). La solution analytique considérée n'a toutefois jamais été étudiée selon la condition à la limite proposée ici (charge imposée). Les milieux à double-porosité suivent un comportement hydraulique particulier où 3 phases sont généralement identifiées. Nous proposons d'appliquer une méthode de caractérisation basée sur l'étude de la dérivée seconde comme défini par Roberts et al. (1999). Ceci permet (i) de mieux contraindre les possibilités d'identification des paramètres hydrauliques du milieu, et (ii) d'identifier les phases de transitions dans la réponse du flux.

Ce chapitre est organisé comme suit. Dans une première partie, nous présentons une brève revue de littérature des solutions analytiques utilisées pour l'interprétation des essais de puits menés dans des milieux à double-porosité. En seconde partie, nous présentons la méthode de résolution employée avec un exemple de résolution pour un modèle à simple porosité; ensuite, le modèle mathématique à double-porosité considéré pour notre étude est présenté en détail. Une

nouvelle méthode d'interprétation des résultats est employée pour ce cas. En troisième partie, nous présentons quelques résultats (sensibilités aux paramètres) obtenus avec ce modèle et cette méthode d'interprétation. Enfin, la quatrième partie est dédiée à une discussion. La cinquième et dernière partie est vouée à une conclusion. Notons que ce chapitre s'inscrit comme une approche préliminaire au travail développé dans le chapitre suivant (Chap. 3) dans lequel des conditions aux limites du domaine seront ajoutées (cas plus complexe).

2.2 Modèles à double-porosité

2.2.1 Contexte historique

Certaines formations géologiques (p. ex. grès ou granite) sont conceptualisées comme composées de deux milieux poreux ou de deux systèmes de porosités et perméabilités différentes. Pour interpréter les essais hydrauliques menés dans de telles formations, de nombreux modèles ont été développés sur la base de l'approche introduite par [Barenblatt *et al.* \(1960\)](#) qui considèrent un milieu continu constitué d'un double continuum. Dans ce modèle, l'échange entre les milieux dépend de la différence de charge entre les deux continua. La conception de la hiérarchisation des écoulements a peu à peu évolué. [Warren et Root \(1963\)](#) proposent de caractériser la distribution des pressions dans un réservoir fracturé selon l'approche suivante : l'origine des écoulements au puits, est considérée en provenance de deux systèmes qui contribuent distinctement à l'écoulement. Un premier continuum est caractérisé par une importante conductivité hydraulique et draine ainsi le réservoir jusqu'au puits alors qu'un second continuum est caractérisé par une bien plus faible conductivité hydraulique et contribue à fournir un flux seulement au premier continuum. Comme l'emmagasinement associé à chaque continuum varie de plusieurs ordre de magnitude et qu'il y a aussi un fort contraste de perméabilité cette approche est appelée à double-porosité. Dans le modèle de [Warren et Root \(1963\)](#), les flux sont régis par deux paramètres : le flux d'interporosité (échange entre chaque milieu) et la fraction d'emmagasinement du premier continuum par rapport au total des deux continua. Ce modèle est associé à la figure bien connue des multi-blocs qui présente schématiquement un réservoir fracturé (voir Fig. 1.5 Sect. 1.3.4.2).

A la suite de ces deux contributions majeures, le modèle de [Warren et Root \(1963\)](#) a été enrichi par d'autres facteurs de complexité. Ceux-ci proviennent aussi bien du domaine pétrolier que du domaine de l'hydrogéologie :

- prise en compte de l'effet capacitif du puits et du facteur de *skin* d'abord au puits par [Mavor et Cinco-Ley \(1979\)](#) et à l'interface des deux continua ([Moench, 1984](#); [Martinez-Landa *et al.*, 2013](#)),
- prise en compte d'un écoulement transitoire¹ au sein du second continuum selon différents facteurs de blocs (p. ex. pavé, sphère) par [Boulton \(1963\)](#); [Kazemi \(1969\)](#); [De Swaan \(1976\)](#); [Boulton et Streltsova \(1977\)](#); [Najurieta \(1980\)](#).

Notons qu'en tenant compte du régime transitoire dans le second continuum, l'équation de diffusivité doit être résolue dans les blocs (leur forme doit être prise en compte). Les avancées théoriques dans le domaine de la modélisation ont montré que les modélisations d'un système fracturé par des blocs superposés ou par un système multi-couche alternant une transmissivité de fracture avec une transmissivité de matrice sont équivalentes [Duguid et Lee \(1977\)](#); [Najurieta \(1979\)](#); [Gringarten \(1984\)](#).

Enfin, un des derniers enrichissement pris en compte a été introduit par le modèle radial généralisé (G.R.F., *Generalized Radial Flow*) de [Barker \(1988\)](#). Ce modèle permet de tenir compte

1. perte du concept de différence de charge

d'une « dimension fractale » de l'hydrodynamique des milieux fracturés (montrée par certains auteurs comme [Chang et Yortsos \(1990\)](#); [Bangoy *et al.* \(1992\)](#); [Le Borgne *et al.* \(2004\)](#)). Selon ce modèle, l'écoulement peut prendre une dimension spécifique, non nécessairement entière qui dépend de l'échelle d'investigation et des variations de surface d'écoulement ([Doe et Geier, 1990](#)). Le modèle qui tient compte de l'ensemble de ces particularités (c.-à-d. double-porosité, effet capacitif et *skin* de puits et *skin* de fracture, dimension non entière d'écoulement) est le modèle proposé par [Hamm et Bidaux \(1996\)](#). Notons que [Najib \(2007\)](#) propose une formulation générale pour les modèles d'écoulement à double porosité basé sur le travail de [Hamm et Bidaux \(1996\)](#). La solution semi-analytique dans le travail de [Hamm et Bidaux \(1996\)](#) a été développée et appliquée pour des pompes menés à débits constants, dans des milieux fracturés.

2.2.2 Etudes des courbes de déclin

La majorité des modèles cités auparavant ont été développés pour deux types de conditions à la limite au puits (flux ou pression constante). Quand la pression est constante, le débit varie (décroissance). En termes pétrolier, l'étude des variations de débits correspond à l'étude des courbes de déclin. L'étude de ces courbes a été initiée par [Arps \(1945\)](#). Suivant les différents modèles (mathématiques) d'écoulement développés pour l'autre type d'essai (à débit constant), de nombreux exemples sont apparus pour étudier les courbes de déclin. On peut citer par exemple pour des milieux à double porosité les travaux de [Da Prat *et al.* \(1981\)](#) ou encore ceux de [Camacho Velazquez *et al.* \(2008\)](#) pour des réservoirs à géométrie fractale.

En hydrogéologie, une solution analytique connue est celle de [Jacob et Lohman \(1952\)](#). Elle est généralement employée pour interpréter les essais d'injection ou de pompage à charge constante et les venues d'eau ponctuelles dans les tunnels. Ces cas sont schématiquement présentés sur la Fig. 2.2. Cette solution est inspirée des travaux de [Smith \(1937\)](#) réalisés pour étudier la diffusion de chaleur autour d'un cylindre. Des solutions approchées à celle de [Jacob et Lohman \(1952\)](#) ont été proposées par [Maréchal et Perrochet \(2003\)](#); [Perrochet \(2005\)](#); [Renard \(2005a\)](#). D'autres applications concernent les puits artésiens où les essais entre *packers*.

Pour l'étude des écoulements dans le karst, [Najib \(2007\)](#) propose de tenir compte des arrivées ponctuelles d'eau dans des drains artificiels creusés sous un bâtiment. Comme dans le cas d'un tunnel (Fig. 2.2c), l'approche consiste à assimiler chaque recoupement fracture/drain comme un puits maintenu à charge constante, le drain représentant ainsi le tunnel. Toutefois, dans ce travail [Najib \(2007\)](#) n'étudie pas les courbes de décroissance de flux associées au modèle d'écoulement de [Hamm et Bidaux \(1996\)](#), et n'applique pas la méthode d'interprétation de résultats employée par la suite. Cette approche, est intéressante pour le karst car, comme montré plus haut (Fig. 2.1), la condition à la limite imposée par le milieu de conduits sur le milieu fracturé peut être considérée comme une condition de charge. Toutefois dans notre cas, la zone uni-porosité représentée Fig. 2.1 est alors à double-porosité. Ceci rejoint l'approche locale décrite par exemple par ([Drogue, 1969, 1980](#)). La compréhension du comportement hydraulique d'un tel milieu sous l'effet de cette condition à la limite semble donc pertinente.

2.3 Solutions analytiques pour puits à charge imposée

La première solution analytique proposée ici considère un milieu à simple porosité. Nous employons cette solution à fin d'illustrer dans un premier temps les étapes de résolutions. La seconde solution analytique proposée considère un milieu à double-porosité. Cette seconde solution est employée dans la suite du chapitre pour produire les résultats présentés.

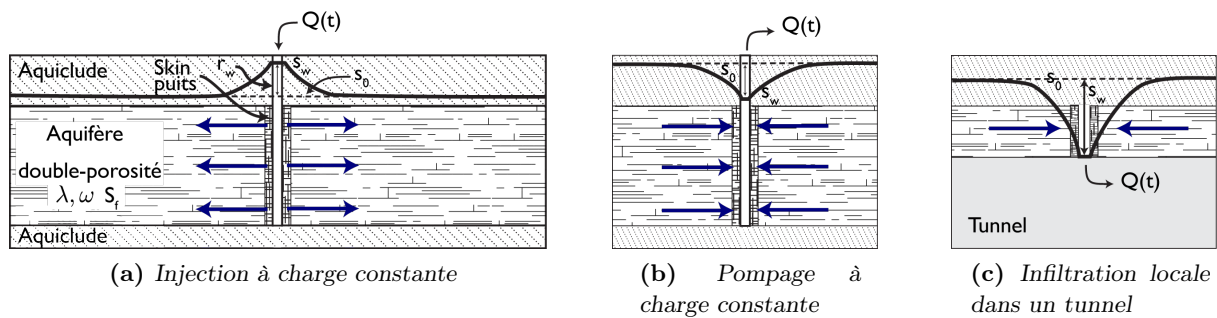


FIGURE 2.2 – Différents schémas conceptuels d'écoulements influencés par un puits subitement maintenu depuis un niveau initial s_0 à un niveau de pression constante s_w dans un milieu infini. Les écoulements schématisés par les flèches bleues divergent (Fig. 2.2a) ou convergent (Fig. 2.2b et 2.2c) vers le puits ou la fracture de pompage situé dans un aquifère à double-porosité. Les paramètres hydrauliques qui caractérisent l'aquifère sont λ (coefficient d'interporosité), ω (fraction d'emmagasinement du 1^{er} continuum par rapport à l'emmagasinement total du système). Les skin de fracture et de puits sont représentés par S_f et la zone proche du puits. $Q(t)$ est le débit injecté (Fig. 2.2a) ou extrait (Fig. 2.2b et 2.2c).

2.3.1 Hypothèses et conditions aux limites

Nous ne reviendrons pas sur les hypothèses associées au V.E.R. ainsi que sur la validité de celles-ci dans le cas du karst, ceci a été discuté dans la partie introductive de ce manuscrit (Sect. 1.3.1). Dans les deux modèles (simple et double-porosité) développés dans ce chapitre, nous admettrons les hypothèses suivantes : les milieux sont à simple (premier cas) ou double-porosité (second cas), ils sont isotropes, confinés et d'extension infinis. L'écoulement peut être décrit par la loi de Darcy.

Les conditions initiales et aux limites sont les suivantes :

-   l'état initial, le système est à l'équilibre, il n'y a aucun rabattement la charge est homogène (h_0),
- au puits, une condition de pression est imposée à un instant t_0 ,
- le rabattement à l'infini est nul.

Nous préférerons sauf mention, travailler en terme d'opposé de rabattements. Ceux-ci seront positifs si les charges piézométriques augmentent, négatifs si elles diminuent. De cette manière, les calculs sont simplifiés, notamment pour la prise en compte des conditions initiales. Le flux au puits qui est l'objet de ce chapitre est considéré comme positif lorsque la dérivée normale du rabattement est orientée vers l'extérieur du domaine (donc vers l'intérieur du puits). On rappelle ici que le rabattement en un point de coordonnées radiales (r)   un instant t est considéré comme la valeur de la hauteur piézométrique à l'état initial t_0 moins celle à l'instant t , soit $s(r, t) = h_0(r, t_0) - h(r, t)$. Dans notre cas, à t on a $s(r, t) = h_0(r, t_0) + h(r, t)$.

2.3.2 Milieu simple porosité

Nous rappelons ici la solution analytique au problème décrite par [Jacob et Lohman \(1952\)](#). Ceci permet de rappeler la méthode de résolution des équations d'écoulement, et en particulier l'application de la transformée de Laplace. Nous utilisons le modèle à simple porosité pour illustrer les étapes de calculs. Dans un milieu à simple porosité, l'écoulement autour d'un puits maintenu à pression constante, peut s'écrire suivant l'équation de diffusivité, exprimée en coordonnées ra-

diales (Jacob et Lohman, 1952) :

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(rT \frac{\partial s}{\partial r} \right) = S \frac{\partial s}{\partial t} \quad \text{avec} \quad r_w \leq r \leq \infty \text{ et } 0 \leq t \leq \infty \quad (2.1)$$

avec la condition initiale et les conditions aux limites :

$$\begin{cases} s(r, 0) &= 0 \\ s(r_w, t) &= s_0 \quad \forall t \\ s(\infty, t) &= 0 \quad \forall t \end{cases} \quad (2.2)$$

où T [L^2T^{-1}] représente la transmissivité de l'aquifère, S [L^{-1}] l'emmagasinement, t [T] le temps, r [L] la distance au puits en coordonnées radiales, r_w [L] le rayon du puits et s [L] est le rabattement dans l'aquifère (soit pour $r > r_w$) et s_0 [L] le rabattement imposé au puits. Le flux entrant au puits s'écrit comme l'intégrale de la dérivée normale par la transmissivité de l'aquifère sur le pourtour du puits en fonction du temps :

$$Q(t) = -2\pi T \frac{\partial s}{\partial r}(r_w, t) = 2\pi T s_0 G(x) \quad (2.3)$$

avec

$$G(\alpha) = \frac{4\alpha}{\pi} \int_0^\infty x e^{-\alpha x^2} \left\{ \frac{\pi}{2} + \arctan \left[\frac{Y_0(x)}{J_0(x)} \right] \right\} dx, \quad \alpha = \frac{Tt}{Sr_w^2} \quad (2.4)$$

où α représente le temps sans dimension², J_0 et Y_0 représentent respectivement les fonctions de Bessel d'ordre zéro, du premier et du second type. Notons, que $G(\alpha)$ est généralement présenté sous forme de table (voir p. ex. dans l'ouvrage de De Marsily (1986)).

2.3.2.1 Solution semi-analytique (domaine de Laplace)

Suivant la démarche proposé par Van Everdingen et Hurst (1949), il est aujourd'hui commun d'appliquer la transformée de Laplace par rapport au temps pour résoudre analytiquement ou semi-analytiquement des problèmes aux conditions initiales et aux limites bien définies. Ceci peut être réalisé par exemple avec l'Eq. 2.1 avec les conditions initiales et aux limites présentées auparavant. Pour ce faire, il est pratique d'exprimer l'expression sous forme adimensionnelle. Pour cela, définissons les variables suivantes (sans dimensions) :

$$r_D = \frac{r}{r_w}, \quad t_D = \frac{Tt}{r_w^2 S}, \quad s_D = \frac{s}{s_0}, \quad q_D = \frac{q}{2\pi T s_0}.$$

En tenant compte des nouveaux paramètres, l'Eq.2.1 s'écrit :

$$\frac{\partial^2 s_D}{\partial r_D^2} + \frac{1}{r_D} \frac{\partial s_D}{\partial r_D} = \frac{\partial s_D}{\partial t_D}, \quad (2.5)$$

la condition initiale et les conditions aux limites définies précédemment (Eq. 2.2) deviennent :

$$\begin{cases} s_D(r_D, 0) &= 0 \\ s_D(1, t_D) &= 1 \quad \forall t_D \\ s_D(\infty, t_D) &= 0 \quad \forall t_D. \end{cases} \quad (2.6)$$

2. pour la courbe de Theis (1935), $\alpha = 4Tt/Sr^2$

En appliquant la transformée de Laplace par rapport au temps sans dimension (t_D) dans l'Eq. 2.5, et en prenant en compte les conditions initiale et aux limites, on trouve comme solution dans le domaine de Laplace l'équation du rabattement (sans dimension) et le flux (sans dimension) qui arrive au puits. La transformée de Laplace d'une fonction $u(x, t)$ où x représente une coordonnée spatiale et t le temps est définie par :

$$\mathcal{L}\{u(x, t)\} = \bar{u}(x, p) = \int_0^{\infty} u(x, t)e^{-tp} dt, \quad (2.7)$$

où p est le paramètre de Laplace, $\bar{u}(x, p)$ est l'expression de la fonction $u(x, t)$ dans le domaine de Laplace. Notons que la barre horizontale dénote l'expression de $u(x, t)$ dans le domaine de Laplace.

L'expression du rabattement sans dimension exprimé dans le domaine de Laplace est :

$$\bar{s}_D(r_D, p) = \frac{K_0(r_D\sqrt{p})}{pK_0(\sqrt{p})}, \quad (2.8)$$

où \bar{s}_D représente le rabattement dans l'aquifère à la distance r_D , et K_0 la fonction de Bessel modifiée de seconde espèce et d'ordre zéro.

L'expression du débit sans dimension exprimé dans le domaine de Laplace est :

$$\bar{q}_D(p) = \frac{K_1(\sqrt{p})}{\sqrt{p}K_0(\sqrt{p})}, \quad (2.9)$$

où \bar{q}_D représente le débit au puits, exprimé dans le domaine de Laplace, et K_0 et K_1 sont les fonctions de Bessel modifiées de seconde espèce d'ordre zéro et un respectivement.

On peut déterminer simplement le débit sans dimension dans le domaine des temps. On utilise un algorithme qui permet d'effectuer l'inversion numérique de la transformée de Laplace, du domaine de Laplace vers le domaine des temps. Pour ce faire nous utilisons l'algorithme de [De Hoog et al. \(1982\)](#) implémenté dans la fonction « invlap » de [Hollenbeck \(1998\)](#) dans Octave ([Eaton et al., 1997](#)).

Enfin, notons que la solution proposée ci-avant est valable pour le cas particulier d'un écoulement de dimension 2 (cylindrique). D'après ([Barker, 1988](#)), la dimension d'écoulement peut être décrite comme entière ou non entière. La solution qui décrit le flux entrant dans un puits maintenu à charge constante, dans le domaine de Laplace, pour un milieu à simple porosité, et pour une dimension d'écoulement quelconque a été étudiée par [Doe \(1991\)](#).

2.3.3 Milieu double porosité

Selon les hypothèses faites auparavant, nous choisissons de décrire les écoulements par un modèle mathématique qui considère un double continuum. La Fig. 2.3 présente schématiquement un réservoir naturel fracturé, l'unité élémentaire associée et un schéma de la direction des flux dans le modèle d'écoulement choisi par la suite.

Nous utilisons dans la suite le modèle mathématique décrit par [Hamm et Bidaux \(1996\)](#). Ce modèle à double-porosité prend en compte un premier continuum (appelé « zone mobile ») qui alimente le puits caractérisé par une conductivité hydraulique élevée et un emmagasinement faible. Un second continuum (appelé « zone immobile ») alimente le premier, sa conductivité hydraulique est faible et son emmagasinement est élevé. Le modèle tient compte de la continuité hydraulique à l'interface des deux milieux. Le flux à l'interface des continua est contrôlé par le gradient dans les blocs du second continuum ([Boulton et Streltsova, 1977](#)). En outre, à cette interface, et à celle située entre le puits et le premier continuum, il est possible de tenir compte des

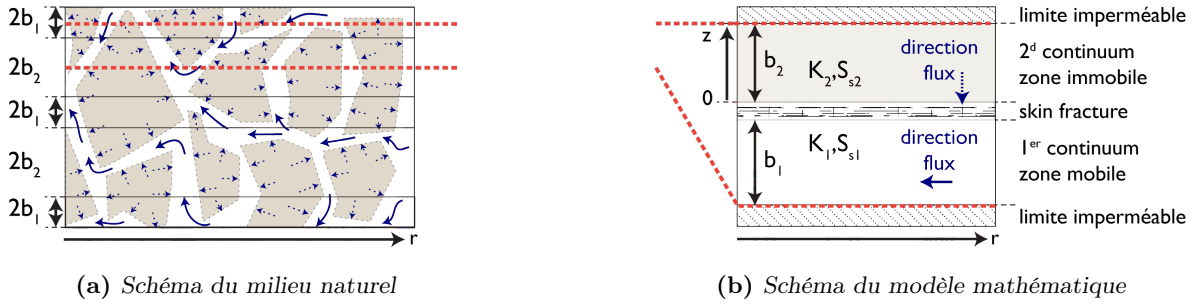


FIGURE 2.3 – Représentation schématique de la structure et des directions d'écoulements dans un milieu naturel fracturé schématisé (Fig. 2.3a) et dans le modèle d'écoulement à double porosité développé dans ce chapitre (Fig. 2.3b). Sur les figures, les flèches continues représentent les écoulements dans le milieu à conductivité hydraulique élevée, les flèches discontinues représentent les écoulements dans les blocs à conductivité hydraulique faible. Le bloc unitaire est délimité par les traits rouges discontinus, l'épaisseur de deux blocs unitaires du premier continuum est caractérisé par $2b_1$, celle du second continuum par $2b_2$. Le paramètre z représente la distance dans le second continuum selon une direction parallèle à l'écoulement.

effets de *skin* comme décrits par [Van Everdingen \(1953\)](#) ou [Moench \(1984\)](#). Enfin, les dimensions d'écoulement non entières au puits, comme présentées dans le modèle G.R.F. de [Barker \(1988\)](#) sont prises en compte. Néanmoins à la différence des auteurs ([Hamm et Bidaux, 1996](#)), nous proposons d'utiliser ce modèle avec une condition à la limite (au puits) du type charge imposée. Dans ce cas, nous pourrions négliger les effets d'emmagasinement au puits ([Ehlig-Economides, 1979](#)). Ces deux différences auront une influence sur (i) les équations générales qui décrivent l'écoulement, (ii) les variables utilisées pour l'adimensionnement et (iii) la forme de la solution exprimée dans le domaine de Laplace.

Selon les hypothèses énoncées, le modèle de [Hamm et Bidaux \(1996\)](#) s'écrit :

$$\frac{K_1}{r^{n-1}} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^{n-1} \frac{\partial s_1}{\partial r} \right) = S_{s1} \left(\frac{\partial s_1}{\partial t} \right) - \frac{K_2}{b_2} \left(\frac{\partial s_2}{\partial z} \right)_{z=0}, \quad (2.10)$$

$$\frac{\partial^2 s_2}{\partial z^2} = \frac{S_{s2}}{K_2} \frac{\partial s_2}{\partial t}, \quad (2.11)$$

où les indices 1 et 2 désignent les propriétés du premier et second continuum respectivement, K_1 et K_2 [LT^{-1}] représentent les conductivités hydrauliques de chaque milieu, S_{s1} and S_{s2} [L^{-1}] représentent les coefficients d'emmagasinement de chaque milieu, b_2 [L] est l'épaisseur du second continuum, b_1 [L] est l'épaisseur du premier continuum, r_w [L] correspond au rayon du puits. Le rabattement dans le premier continuum est décrit par s_1 [L], celui dans le second est décrit par s_2 [L]. La dimension d'écoulement est représentée ici par n [-] et est valable pour le premier continuum, r [L] est la distance « hydraulique » au puits, z [L] correspond à la distance dans le bloc du second continuum (à l'interface entre les deux continua $z = 0$).

La loi de Darcy s'applique, le flux au puits s'écrit ([Barker, 1988](#)) :

$$\frac{\partial s_w}{\partial t} = Q + \alpha_n r_w^{n-1} b_1^{3-n} K_1 \left(\frac{\partial s_1}{\partial r} \right)_{r=r_w}, \quad (2.12)$$

où s_w [L] est le rabattement au puits, Q [L^3T^{-1}] est le débit au puits, α [-] est la surface unitaire

de la sphère de dimension n , $\alpha_n = 2\pi^{n/2}/\Gamma(n/2)$ et $\Gamma(x)$ est la fonction gamma d'Euler définie par :

$$\Gamma(x) = \int_0^{\infty} t^{x-1} e^{-t} dt.$$

Si des effets de *skin* existent à l'interface entre le puits et le premier continuum, le rabattement entre les deux diffère. Le rabattement au puits est ainsi décrit par :

$$s_w(t) = s_1(r_w, t) - S r_w \left(\frac{\partial s_1}{\partial r} \right)_{r=r_w} \quad (2.13)$$

avec S [-] le facteur de *skin* au puits, s_w [L] est le rabattement imposé au puits, l'indice w indique le puits (*well*).

D'une manière similaire, si des effets de *skin* existent à l'interface entre le second et premier continuum. Le rabattement à l'interface des deux n'est plus continu. On a alors :

$$s_2(r, z = 0, t) = s_1(r, t) + b_2 S_F \left[\frac{\partial s_2}{\partial z}(r, z, t) \right]_{z=0}, \quad (2.14)$$

où S_F [-] représente le facteur de *skin* qui peut être assimilé à une zone de faible conductivité hydraulique localement située l'interface des deux continua. Ce facteur est défini par :

$$S_F = \frac{K_2 b_s}{K_s b_2}, \quad (2.15)$$

où b_s [L] et K_s [LT⁻¹] représente respectivement l'épaisseur et la conductivité hydraulique de la zone de *skin*.

La condition initiale et les conditions aux limites sont les suivantes dans notre cas. Le système est à l'équilibre à l'état initial (rabattement nul à toute distance r du puits à $t = 0$). Lorsque le système est perturbé à $t > 0$ un rabattement est instantanément imposé au puits, le système est d'extension infini. Ceci s'écrit :

$$\begin{cases} s_w(r, t) = s_1(r, t) = s_2(r, t) & t = 0 \\ s_w(r, t) = s_0 & \forall t > 0 \\ s_1(r, t) = s_2(r, t) = 0 & r = \infty \text{ et } \forall t \end{cases} \quad (2.16)$$

où s_0 (L) est le rabattement imposé au puits.

2.3.3.1 Solution semi-analytique

Comme dans la partie précédente (Sect.2.3.2.1) nous pouvons exprimer ces équations à l'aide de variables sans dimensions. Le nombre de paramètres est réduit en utilisant des paramètres adimensionnels. En tenant compte du travail de Hamm (1994), nous pouvons introduire les variables sans dimensions suivantes :

$$z_D = \frac{z}{b_2}, \quad \omega = \frac{S_{s1}}{S_{s1} + S_{s2}}, \quad \lambda = \frac{K_2 r_w^2}{K_1 b_2^2},$$

$$r_D = \frac{r}{r_w}, \quad t_D = \frac{4K_1}{(S_{s1} + S_{s1})r_w^2} t, \quad q_D = \frac{Q}{Q_0},$$

$$s_{i_D} = \frac{4\pi^{n/2} K_1 b_1^{3-n}}{Q_0 r_w^{2-n}} s_i \quad \text{avec} \quad i = w, 1, 2, 3,$$

où Q_0 [$L^3 T^{-1}$] est une constante fixée à $1 \text{ m}^3/\text{s}$. Les paramètres ω et λ sont connus dans les modèles à double porosité. Le premier, ω , représente la fraction d'emmagasinement du premier continuum par rapport à l'emmagasinement du système total ($S_{s1} + S_{s2}$). Le second, λ , représente le coefficient d'interporosité. Notons ici que ces variables sans dimensions sont différentes de celles définies précédemment pour un milieu à simple porosité (Sect.2.3.2.1). Si les résultats sans dimensions sont comparés, il sera nécessaire d'employer un facteur de correction³.

D'une manière similaire à Hamm et Bidaux (1996), on peut remplacer ces variables dans les équations qui permettent de décrire l'écoulement et le rabattement dans chaque milieu (Eqs.2.10 et 2.11 et 2.12) afin de les exprimer sous forme adimensionnelle. Une fois les expressions adimensionnées, deux méthodes permettent de trouver l'expression de la solution adimensionnelle dans le domaine de Laplace. Première méthode, la solution est dérivée de manière tout à fait classique, suivant la méthode de résolution d'équation aux dérivées partielles comme réalisée par Hamm et Bidaux (1996). Deuxième méthode, la solution est obtenue à l'aide de la relation qui lie les expressions des deux solutions (conditions de Dirichlet ou de Neumann au puits) dans le domaine de Laplace. Cette relation, proposée par Van Everdingen et Hurst (1949) est la suivante :

$$p \bar{s}_{wD}(p) \bar{Q}_D(p) = \frac{1}{p^2} \quad (2.17)$$

où \bar{s}_{wD} est le rabattement sans dimension au puits exprimé dans le domaine de Laplace, $\bar{Q}_D(p) = \bar{q}_D(p)/p$ est le flux cumulé au puits dans le domaine de Laplace en fonction de \bar{q}_D le flux sans dimension au puits dans le domaine de Laplace. Le flux sans dimension peut ainsi être déduit de l'Eq.2.17, il est égal à :

$$\bar{q}_D(p) = \frac{1}{p^2 \bar{s}_{wD}(p)}. \quad (2.18)$$

Nous utiliserons la seconde méthode, plus simple et rapide, en tenant compte du fait que les effets capacitifs de puits peuvent être négligés. Le rabattement sans dimension dans le domaine de Laplace au puits suit (Hamm et Bidaux, 1996) :

$$\bar{s}_{wD}(p) = \left[p \left(\frac{1}{2\Gamma(n/2) K_{\nu-1}^{\nu}[\sigma(p)]} + S \right) \right]^{-1}, \quad (2.19)$$

où

$$\sigma^2(p) = 4p\omega + \lambda\eta(p) \tanh[\eta(p)], \quad \eta^2(p) = 4p(1-\omega)/\lambda,$$

$$\nu = 1 - n/2, \quad \text{et} \quad K_{\nu-1}^{\nu}(x) = K_{\nu}(x)/K_{\nu-1}(x),$$

où $K_{\nu-1}^{\nu}(x)$ représente la fonction de Bessel modifiée de seconde espèce et d'ordre ν (avec ν non nécessairement entier). Après remplacement dans l'Eq.2.18, la solution du débit sans dimension dans le domaine de Laplace pour un puits maintenu à pression constante s'écrit :

$$\bar{q}_D(p) = \frac{1}{p^2 \Gamma(n/2) K_{\nu}[\sigma(p)] + S \sigma(p) K_{\nu-1}[\sigma(p)]}. \quad (2.20)$$

Nous rappelons ici l'expression du rabattement dans le premier et dans le second continuum, dans le domaine de Laplace. L'effet de capacité du puits est toujours ignoré. La solution du

3. $2\pi T$ pour le débit du modèle simple porosité

rabattement sans dimension dans le domaine de Laplace pour le premier continuum s'écrit (Hamm et Bidaux, 1996) :

$$\bar{s}_{1D} = \frac{2\Gamma(n/2) r_D^\nu K_\nu[\sigma(p)r_D]}{p(1+S)\sigma(p)K_{\nu-1}[\sigma(p)]}, \quad (2.21)$$

et le rabattement dans le second continuum s'exprime en moyenne (sur z) par :

$$\langle \bar{s}_{2D}(p) \rangle = \zeta(p)\bar{s}_{1D}(p), \quad (2.22)$$

avec

$$\zeta(p) = \frac{\eta(p)}{\tanh[\eta(p)] \left[1 + S_F \eta^2(p) \frac{\tanh[\eta(p)]}{\eta(p)} \right]}.$$

L'inversion numérique de la transformée de Laplace est réalisée comme présenté en Sect.2.3.2.1 à l'aide de l'algorithme de De Hoog *et al.* (1982).

2.3.4 Méthode d'analyse des résultats

Les courbes types présentées dans l'article de Hamm et Bidaux (1996) utilisent la dérivée du rabattement (Bourdet *et al.*, 1989) qui permet de faire apparaître de manière plus évidente les phases de transition des rabattements simulés dans le puits (Jourde *et al.*, 1998). De manière similaire, nous appliquerons cette dérivée (Bourdet *et al.*, 1989). Ici, nous appliquons ce calcul mais sur l'inverse du débit q_D . Cette méthode permet d'obtenir une pente finale en relation avec la dimension d'écoulement (exprimée par n) comme dans le modèle de Barker (1988). Notons que le modèle de Hamm et Bidaux (1996) n'a jamais été analysé de cette manière auparavant, la dérivée s'écrit alors :

$$q'_D = \frac{d(1/q_D)}{d \ln(t)}.$$

On remarque que pour des temps longs les courbes de rabattements représentées sur des graphiques log-log s'alignent toutes sur une pente spécifique. Selon Barker (1988), pour les temps longs, la valeur m de la pente est donnée, en fonction de la dimension d'écoulement (n) par :

$$m = 1 - n/2,$$

la pente est donc croissante ($m > 0$) pour $n < 2$, nulle ($m = 0$) pour $n = 2$ et décroissante ($m < 0$) pour $n > 2$.

Nous proposons de compléter notre analyse de résultats avec la dérivée seconde définie par Roberts *et al.* (1999). Cette dérivée permet de positionner à l'horizontale, sur un graphique semi-logarithmique, la pente de la courbe de dérivée aux temps longs. De cette façon, la valeur de la seconde dérivée aux temps longs représente la dimension d'écoulement (n). Cette seconde dérivée appliquée à $1/q_D$ est définie par (Roberts *et al.*, 1999) :

$$q''_D = -2 \frac{d \log(q'_D)}{d \log(t_D)} + 2. \quad (2.23)$$

Bien que dans ce travail nous n'utilisons pas ce modèle sur des données de terrain, nous noterons ici que ces deux dérivées, plus sensibles aux faibles variations de pente de la courbe du flux permettent de mieux contraindre les possibilités d'identification des paramètres hydrauliques du milieu. Une analyse de données de terrain (inversion) pourrait être conduite de deux manières.

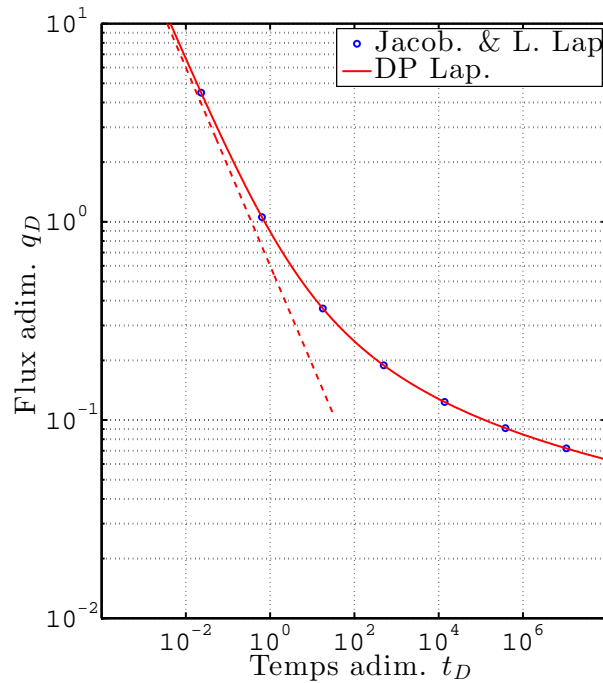


FIGURE 2.4 – Exemple de comparaison entre la solution de référence (Jacob et Lohman, 1952), points bleus, et la solution analytique proposée précédemment, courbe rouge, pour un milieu à simple porosité. La courbe en traits discontinus représente le comportement asymptotique pour des temps courts selon une droite de pente $-1/2$. Les paramètres employés ici sont : $T = 9.10^{-2} \text{m}^2 \text{s}^{-1}$, $S_s = 10^{-4} \text{m}^{-1}$, $r_w = 0,11 \text{m}$, $s_w = 1 \text{m}$.

Première manière, par superposition et comparaison des données de terrain à des courbes types générées à l’aide du modèle. Deuxième manière, en utilisant par exemple un ajustement du modèle sur les données de terrain à l’aide par exemple de la méthode des moindres carrés (implémentée p. ex. dans Octave (Eaton *et al.*, 1997)).

2.4 Résultats et courbes types

Les courbes types présentées dans la suite du texte, ont pour but i) de comparer le modèle mathématique à une solution analytique connue, ii) de montrer l’influence sur le flux des trois principaux paramètres (λ , ω et n) du modèle à double porosité employé, et iii) de présenter les résultats à l’aide de la méthode proposée ci-dessus (seconde dérivée).

2.4.1 Simple porosité

La Fig. 2.4 compare le modèle à double porosité (solution analytique présentée précédemment) à une solution analytique d’un modèle simple porosité (Jacob et Lohman, 1952). Dans le modèle à double porosité, on obtient un comportement simple porosité lorsque le paramètre ω a une valeur de 1 (ou lorsque $\lambda = \infty$). La Fig. 2.4 montre que les deux solutions concordent parfaitement. En outre, la figure montre que pour des temps courts (c.-à-d. $t_D \leq 10^{-1}$), la pente des courbes s’aligne selon une droite de pente $-1/2$.

2.4.2 Sensibilité à λ

La sensibilité du modèle mathématique au paramètre λ (coefficient d'interporosité) est présentée sur les Fig. 2.5, 2.6, 2.7 pour des dimensions d'écoulement $n = 2, 1$ et 3 respectivement. Sur les figures présentées, le coefficient d'interporosité varie tel que : $10^{-4} \leq \lambda \leq 10^{-1}$. On rappelle que ce paramètre dépend de la taille du rayon du puits (r_w), de la largeur des blocs de la zone immobile (b_2) ainsi que du rapport des conductivités hydrauliques de chaque milieu (K_1 et K_2). On fixe, les deux premiers paramètres (r_w et b_2) ainsi, seul le ratio de conductivité hydraulique est considéré. De cette manière λ caractérise le contraste de conductivité hydraulique entre les deux milieux.

La Fig. 2.5 ($n = 2$) présente les décroissances de flux sans dimensions (traits continus), et la dérivée seconde (traits discontinus) pour différentes valeurs de λ pour $n = 2$. On peut observer sur la Fig. 2.5 ($n = 2$) que les courbes de débits présentent jusqu'à des temps moyens ($t_D \geq 10^2$), des pentes négatives supérieures à $-1/2$ mais de valeurs différentes. Pour des temps très courts ($t_D \leq 10^{-2}$), on peut voir en particulier que la courbe associée à $\lambda = 10^{-4}$ (en rose sur la figure) semblent s'aligner avec une pente de valeur $-1/2$. Pendant la période de temps où $10^{-2} \geq t_D \geq 10^4$, le système décrit par le paramètre $\lambda = 10^{-4}$ suit une période de transition. Au delà de $t_D \approx 10^4$ la courbe rejoint les autres, le système réagit alors de manière homogène. Pour des temps longs, le système est ainsi en régime pseudo-permanent (débit faible mais non nul).

Les courbes de dérivée seconde (Eq. 2.23), autorise plusieurs remarques. Aux temps très courts, sur chaque courbe (traits discontinus), on observe une partie croissante. Cette partie correspond à la partie de courbe qui s'aligne selon une pente de $-1/2$, évidente pour la courbe où $\lambda = 10^{-4}$ (Fig. 2.5). Ensuite s'en suit la période de transition. La courbe de dérivée adopte une pente relativement faible (proche de zéro), qui correspond au début de la transition. La fin de cette période de transition est très marquée par un changement brut de pente et la présence d'un minimum local en forme de « V ». Le maximum local suivant cette forme précède le retour au régime d'écoulement homogène. Ce maximum local indique la fin de la période de transition. Enfin, pour des temps élevés, le régime d'écoulement est homogène et la dimension d'écoulement du modèle mathématique est respectée.

Les Fig. 2.6 et 2.7 présentent respectivement, pour deux valeurs de n (1 et 3), les décroissances de flux sans dimensions (traits continus), et la dérivée seconde (traits discontinus) pour différentes valeurs de λ . La variation du paramètre de dimension d'écoulement (n) influence les débits produits au puits. L'analyse des courbes de dérivée seconde à partir des Fig. 2.6 et 2.7, permet de mettre en évidence les points suivants. Aux temps courts, plus n augmente, plus les débits produits sont importants. Pour un temps court similaire ($t_D = 10^{-3}$), on observe que les flux augmentent quasiment d'un ordre de grandeur entre les dimensions d'écoulement linéaire ($n = 1$) et sphérique ($n = 3$). Aux temps très courts (avant la période de transition), la pente suit indépendamment de la dimension d'écoulement (n) une droite de pente $-1/2$. La durée ainsi que la fin de la période de transition du flux sont faiblement influencées par la variation de la dimension d'écoulement. Lorsque celle-ci augmente ($n = 3$), la fin de la transition apparait légèrement (bien moins qu'un ordre de grandeur) plus tôt. Enfin, la dimension d'écoulement influence, aux temps longs, la pente de la courbe du flux. Comme décrit par [Barker \(1988\)](#), la pente de celle-ci dépend de la dimension d'écoulement. Lorsque $1 \leq n < 2$, la pente du flux sur un graphique log-log s'aligne selon une droite de pente $n/2 - 1$. L'étude de la dérivée (non représentée ici) et de la dérivée seconde permet de mettre en évidence l'alignement selon la valeur de la dimension d'écoulement ainsi que le temps auquel cette stabilisation est obtenue.

Les variations du paramètre λ sont associées à des contrastes de conductivités hydrauliques entre la zone mobile (premier continuum) et la zone immobile (second continuum). D'après les

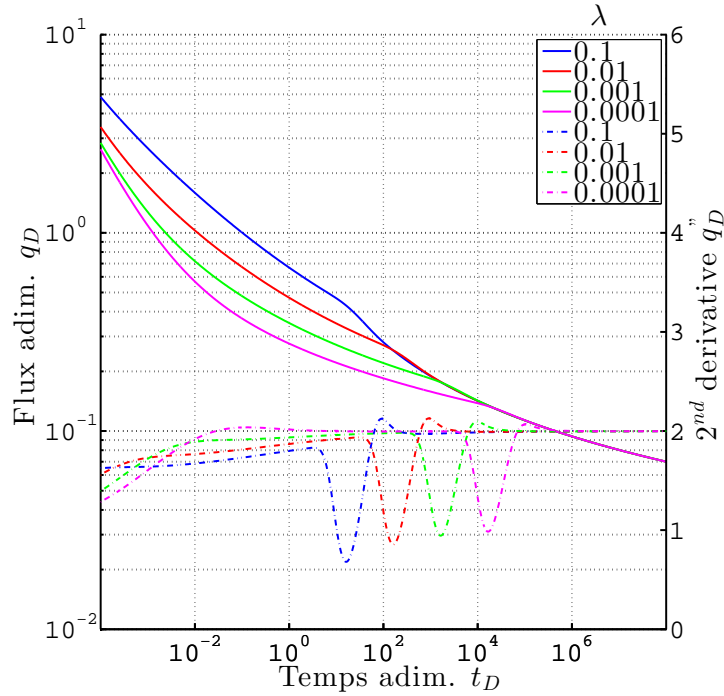


FIGURE 2.5 – Exemple de simulations pour une dimension d’écoulement radiale ($n = 2$) dans un milieu à double porositi . Les courbes en traits pleins correspondent aux débits calculés, les traits discontinus à la dérivée seconde ( chelle semi-logarithmique de droite). Plus λ diminue (contraste de cond. hyd. augmente), plus le comportement homogène est atteint tardivement. Le temps auquel se stabilise la dérivée seconde illustre ce processus. Ici, $\omega = 10^{-3}$ et $10^{-1} \leq \lambda \leq 10^{-4}$, $r_w = 1\text{m}$, $b_1 = 1\text{m}$, $b_2 = 1\text{m}$, $s_w = 1\text{m}$, $S = S_F = 0$.

figures, aux temps très courts, le système suit un comportement homogène où seul la conductivité hydraulique et l’emmagasinement du premier continuum contribue à l’écoulement. Aux temps longs, le système entier (c.- -d. emmagasinement total) et la conductivité hydraulique du premier continuum contribue à l’écoulement au puits. Entre les deux, pendant une phase de transition, le second continuum contribue à l’écoulement. Le temps de transition et donc *a fortiori* l’instant à partir duquel le second continuum contribue de manière remarquable dépend de λ . Quand λ diminue, le contraste de conductivité hydraulique augmente. Le processus de diffusion est donc principalement contrôlé par le premier continuum, le second contribue faiblement au flux produit (  cause du contraste de conductivité hydraulique) et plus le système réagit uniformément plus tard.   l’inverse, si λ augmente, alors le contraste de conductivité entre les deux milieux est faible et le système réagit uniformément tôt. En un sens dans ce cas, on sollicite le second continuum plus aisément.

2.4.3 Sensibilité   ω

La sensibilité du modèle mathématique au paramètre ω (taux d’emmagasinement de la zone mobile par rapport au domaine total) est présentée sur les Fig. 2.8, 2.9, 2.10 pour des dimensions d’écoulements $n = 2, 1$ et 3 respectivement. Sur les figures présentées, le taux d’emmagasinement de la zone mobile varie tel que : $10^{-4} \leq \omega \leq 2.10^{-1}$. On rappelle que ce paramètre ne dépend que de l’emmagasinement des deux milieux.

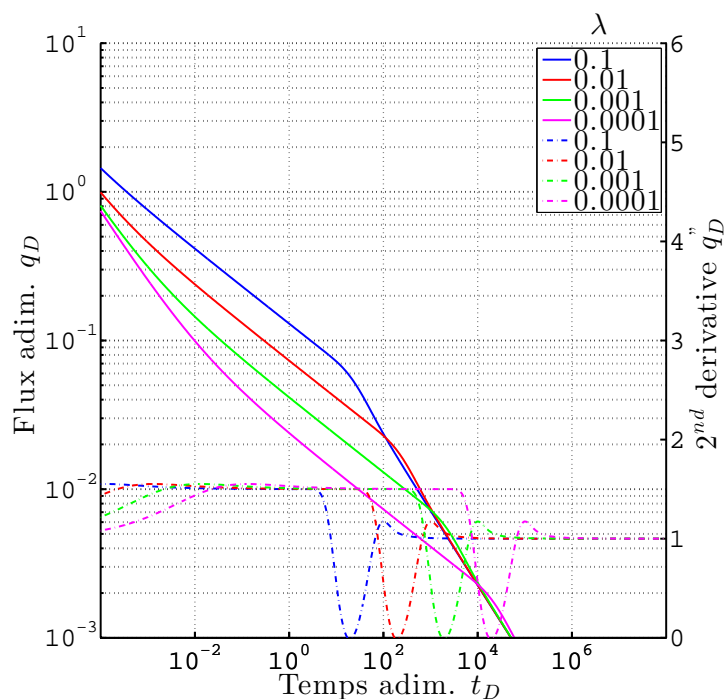


FIGURE 2.6 – Exemple de simulations pour une dimension d'écoulement linéaire ($n = 1$) dans un milieu à double porosité. Les courbes en traits pleins correspondent aux débits calculés, les traits discontinus à la dérivée seconde (échelle semi-logarithmique de droite). Plus λ diminue (contraste de cond. hyd. augmente), plus le comportement homogène est atteint tardivement. Le temps auquel se stabilise la dérivée seconde illustre ce processus. Ici, $\omega = 10^{-3}$ et $10^{-1} \leq \lambda \leq 10^{-4}$, $r_w = 1\text{m}$, $b_1 = 1\text{m}$, $b_2 = 1\text{m}$, $s_w = 1\text{m}$, $S = S_F = 0$.

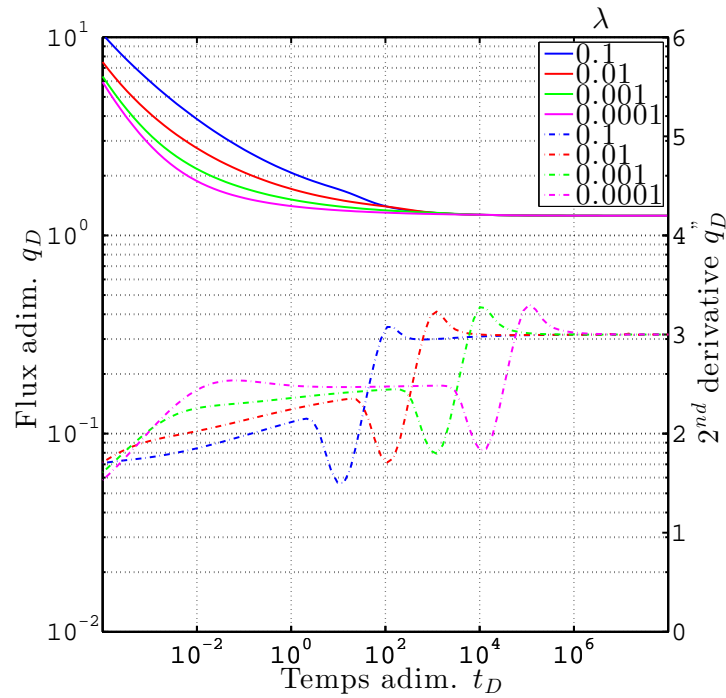


FIGURE 2.7 – Exemple de simulations pour une dimension d'écoulement sphérique ($n = 3$) dans un milieu à double porosité. Les courbes en traits pleins correspondent aux débits calculés, les traits discontinus à la dérivée seconde (échelle semi-logarithmique de droite). Plus λ diminue (contraste de cond. hyd. augmente), plus le comportement homogène est atteint tardivement. Le temps auquel se stabilise la dérivée seconde illustre ce processus. Ici, $\omega = 10^{-3}$ et $10^{-1} \leq \lambda \leq 10^{-4}$, $r_w = 1\text{m}$, $b_1 = 1\text{m}$, $b_2 = 1\text{m}$, $s_w = 1\text{m}$, $S = S_F = 0$.

La Fig. 2.8 présente pour une dimension d'écoulement radiale ($n = 2$), les décroissances de flux sans dimensions (traits continus), et la dérivée seconde (traits discontinus) pour quatre valeurs de ω . On peut observer sur les courbes de flux sans dimensions (traits continus) trois parties distinctes (Fig. 2.8). Dans la première partie, pour des temps très courts, les courbes de flux sont alignées selon une pente négative de valeur $-1/2$. Dans une seconde partie, la valeur de la pente diminue pour toutes les courbes. Dans cette période de transition, les courbes semblent s'aligner entre elles (en particulier pour $\omega = 10^{-4}$ et $\omega = 10^{-3}$). Enfin, dans une dernière partie, à partir d'un temps commun (ici $t_D \approx 10^5$), toutes les courbes sont alignées et suivent un comportement identique. Le paramètre ω influence la valeur du flux aux temps courts (première période). Plus ω augmente (s'approche de 1), et plus le flux est important. De plus, le flux décroît alors plus longuement, suivant cette pente de valeur $-1/2$. La durée de transition entre le comportement des temps très courts et le comportement homogène dépend de ω . Plus ω tend vers 1, moins le temps de transition est long. On observe que la durée de transition est translatée d'une valeur de $1/\omega$ selon l'axe horizontal. Finalement, le temps auquel intervient la transition est indépendant de ce paramètre, on a vu précédemment qu'il dépendait fortement du paramètre λ (qui contrôle la contribution en flux de la zone immobile).

Les courbes de dérivée seconde (Eq. 2.23), en traits discontinus sur la Fig. 2.8) permettent de mieux mettre en évidence les points particuliers associés aux changements de régime du flux. La première partie de toutes les courbes est croissante, selon la même pente. La durée de la période de transition est particulièrement mise en évidence sur la courbe de la seconde dérivée. Dans cette partie, la courbe de dérivée peut éventuellement se stabiliser selon une dimension d'écoulement fixe ($n = 2$). On peut ainsi observer une dimension d'écoulement « pseudo-radiale » avant la fin de la phase de transition, quand ω est petit. De manière similaire aux cas présentés pour des variations de λ , la fin de cette période de transition est très marquée par une forme de « V » sur la courbe. Cette dérivée nous permet d'observer que le paramètre ω influence peu cet instant de fin de transition. Les minima locaux sont regroupés à des temps très proches. Pour les temps élevés, le régime d'écoulement est homogène et la dimension d'écoulement est stable. Les courbes de dérivées ne varient plus et se stabilisent selon la dimension d'écoulement (2 sur la Fig. 2.8).

Les Fig. 2.9 et 2.10 présentent respectivement, pour deux valeurs de n (1 et 3), les décroissances de flux sans dimensions (traits continus), et la dérivée seconde (traits discontinus) pour différentes valeurs de ω . Lorsque la dimension d'écoulement (n) varie, nous pouvons observer sur les Fig. 2.9 et 2.10 des comportements similaires à ceux présentés précédemment (dans la partie où λ varie). Lorsque n augmente ($n = 3$, Fig. 2.10), les flux aux puits aux temps courts deviennent plus importants (un ordre de grandeur de plus). Aux temps très courts, indépendamment de la dimension d'écoulement, la pente de la courbe du flux s'aligne selon une pente de $-1/2$. Pour les temps longs, lorsque $1 \leq n < 2$, la pente du flux s'aligne selon une droite de pente $n/2 - 1$. La dérivée seconde permet de montrer que lorsque n augmente la fin de transition apparaît quelque temps plus tôt. Néanmoins d'après les figures (Fig. 2.9, 2.9 et 2.10), on observe que ce temps est peu sensible à la dimension d'écoulement.

Les variations du paramètre ω sont associées à la fraction d'emménagement associée à la zone mobile (premier continuum) par rapport à l'emménagement total du système (emménagement du premier et du second continuum). Lorsque, $\omega = 1$, le système est à une porosité, les variations sont décroissantes selon un modèle de diffusion simple. Avec un système à double-porosité, la propagation de la perturbation suit trois phases, comme décrits pour λ . Aux temps courts, on a un système qui réagit selon la conductivité hydraulique et de l'emménagement du premier continuum. Aux temps longs, le système réagit selon la conductivité hydraulique du premier continuum et l'emménagement total. Entre les deux une phase de transition, où le second conti-

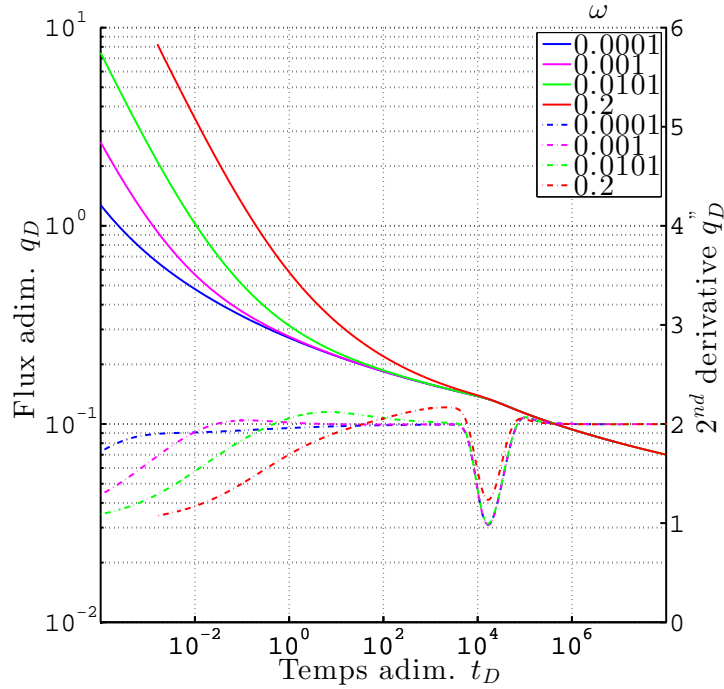


FIGURE 2.8 – Exemple de simulations pour une dimension d’écoulement radiale ($n = 2$) dans un milieu à double porosité. Les courbes en traits pleins correspondent aux débits calculés, les traits discontinus à la dérivée seconde (échelle semi-logarithmique de droite). Plus ω diminue (part d’emménagement de zone mobile diminue), plus la transition précédant un comportement homogène est longue. La forme de la courbe de dérivée seconde avant la partie du minimum local montre les variations de cette période. Ici, $10^{-5} \leq \omega \leq 2 \cdot 10^{-1}$ et $\lambda = 10^{-4}$, $r_w = 1\text{m}$, $b_1 = 1\text{m}$, $b_2 = 1\text{m}$, $s_w = 1\text{m}$, $S = S_F = 0$.

num influence le flux au puits. Ainsi plus ω est petit (emménagement total important), plus la propagation de la perturbation au puits s’étend dans le premier continuum, selon d’important rabattements. Comme l’emménagement du second continuum est important, celui-ci contribue « longtemps » pendant la phase de transition. Le temps de contribution du second continuum pendant la phase de transition, est donc contrôlé par ω . Toutefois, le flux d’interporosité dépend aussi du gradient de charge dans le second continuum. Alors, le flux même pendant la période de transition est constamment décroissant.

2.4.4 Sensibilité au *skin* de fracture

La sensibilité du modèle mathématique au paramètre de *skin* de fracture est présentée sur la Fig. 2.11. Pour ce cas, la dimension d’écoulement (n) considérée est égale à 2. Le coefficient d’interporosité (λ) et le taux d’emménagement de la zone mobile par rapport à l’emménagement total (ω) sont tous les deux égaux à 10^{-4} . Sur la figure le paramètre de *skin* varie tel que : $0 \leq S_F \leq 10^{-1}$.

On observe sur la figure que les courbes pour lesquelles le paramètre de *skin* est supérieur à zéro comportent quatre parties (au lieu de trois dans le cas sans *skin*). En première partie, aux temps très courts ($t_D \leq 10^{-3}$), les courbes s’alignent selon une pente de $-1/2$. Néanmoins, les flux correspondants dans ces différents cas sont inférieurs à ceux calculés pour un *skin* nul

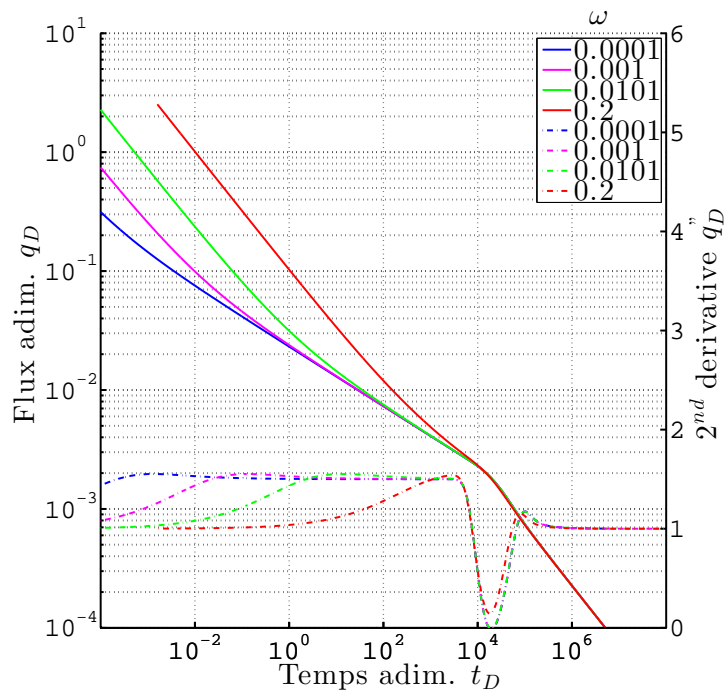


FIGURE 2.9 – Exemple de simulations pour une dimension d'écoulement linéaire ($n = 1$) dans un milieu à double porosité. Les courbes en traits pleins correspondent aux débits calculés, les traits discontinus à la dérivée seconde (échelle semi-logarithmique de droite). Plus ω diminue (part d'emménagement de zone mobile diminue), plus la transition précédant un comportement homogène est longue. La forme de la courbe de dérivée seconde avant la partie du minimum local montre les variations de cette période. Ici, $10^{-5} \leq \omega \leq 2 \cdot 10^{-1}$ et $\lambda = 10^{-4}$, $r_w = 1\text{m}$, $b_1 = 1\text{m}$, $b_2 = 1\text{m}$, $s_w = 1\text{m}$, $S = S_F = 0$.

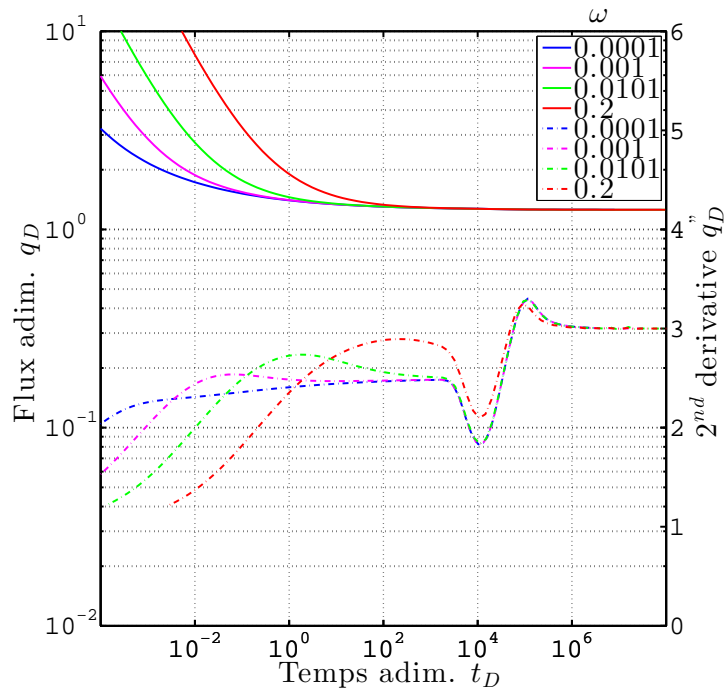


FIGURE 2.10 – Exemple de simulations pour une dimension d'écoulement sphérique ($n = 3$) dans un milieu à double porosité. Les courbes en traits pleins correspondent aux débits calculés, les traits discontinus à la dérivée seconde (échelle semi-logarithmique de droite). Plus ω diminue (part d'emménagement de zone mobile diminue), plus la transition précédant un comportement homogène est longue. La forme de la courbe de dérivée seconde avant la partie du minimum local montre les variations de cette période. Ici, $10^{-5} \leq \omega \leq 2.10^{-1}$ et $\lambda = 10^{-4}$, $r_w = 1\text{m}$, $b_1 = 1\text{m}$, $b_2 = 1\text{m}$, $s_w = 1\text{m}$, $S = S_F = 0$.

(courbe de référence). En seconde partie, suite aux temps très courts (et pour une durée variable), les courbes des flux calculés avec *skin* tendent à s'aligner avec la courbe de référence. La phase de transition telle qu'observée précédemment (voir p. ex. Fig. 2.8) est modifiée par les valeurs du paramètre de *skin*. Plus la valeur de *skin* est importante, plus le flux pendant cette période de transition tend à se stabiliser selon une valeur donnée, faible (comme pour les modèles non transitoires). Toutefois, si la valeur du paramètre est faible, le système n'est pas stable et le flux ne se stabilise pas, il décroît et rejoint plus rapidement la courbe de référence. En troisième partie, les courbes de flux se rejoignent selon un comportement identique. Cette jonction s'effectue avant le temps de fin de transition. Pour la gamme de valeurs utilisées dans cet exemple (du paramètre de *skin*), on observe que les temps de fin de transition sont indépendants de la valeur du paramètre. Toutefois, pour des valeurs de *skin* supérieures, le temps de fin de transition peut être influencé, ceci a été vérifié numériquement dans d'autres exemples. Dans un tel cas la fin de transition est retardée. En quatrième et dernière partie, les courbes de flux s'alignent selon une pente constante commune et le système réagit de manière homogène, ici indépendamment de la valeur associée au paramètre de *skin*. Dans le cas où ce paramètre viendrait à influencer le temps de transition, la réaction homogène est alors perturbée et atteinte à des temps plus élevés. Ceci signifie alors que le paramètre de *skin* contrôle le flux d'interporosité en retardant la contribution de la zone immobile.

L'observation des courbes de dérivée seconde sur la Fig. 2.11 permet de mettre fortement en évidence la modification du régime d'écoulement pendant la période de transition. En effet, sur ces courbes, on peut observer un maximum local situé après le comportement aux temps faibles. Ce maximum correspond au régime influencé par la présence du *skin*. La période de temps qui précède ce maximum correspond au comportement du flux aux temps très courts. La période de temps qui succède à ce maximum correspond au moment où le comportement du milieu n'est plus influencé par le *skin*. Dans cette seconde période (moins influencée), le comportement croissant de départ de la dérivée est retrouvé (lorsque le *skin* est petit). On peut voir grâce à la dérivée que plus le paramètre de *skin* est élevé plus la période de temps influencée est élevée, et de fait la période de transition en régime transitoire est courte.

2.5 Discussion

La discussion suivante est orientée vers les quatre paramètres considérés dans la partie précédente : λ , ω , *skin* et n . Le modèle mathématique proposé dans la partie précédente permet de caractériser le flux arrivant à un puits en régime transitoire. Le flux au puits est calculé pour un rabattement imposé soudainement et maintenu à une valeur constante au cours du temps. Ce flux est décrit par un modèle mathématique exprimé en coordonnées radiales. L'aquifère est considéré comme étant composé d'un double continuum, d'extension infinie. A la différence de la majorité des modèles à double continuum, le flux entre les deux milieux est ici considéré en régime transitoire, dépendant du gradient dans les blocs de la zone immobile. En outre, la dimension d'écoulement dans ce modèle peut être décrite par des dimensions non entières (figures non présentées ici).

Dans le cadre de l'interprétation d'un essai à charge constante, pour un système d'extension infinie, le premier paramètre à déterminer est λ . Ce paramètre ne nécessite pas de sollicitation importante du flux dans la zone immobile ; l'analyse des temps courts peut permettre de déterminer ce paramètre. Il faut néanmoins faire attention au fait suivant : λ est dépendant du rayon du puits (r_w). L'analyse peut être faussée si ce rayon de puits est mal défini. Il convient éventuellement de le fixer et d'utiliser λ/r_w^2 comme paramètre pour l'analyse. Aux temps courts, l'emmagasinement

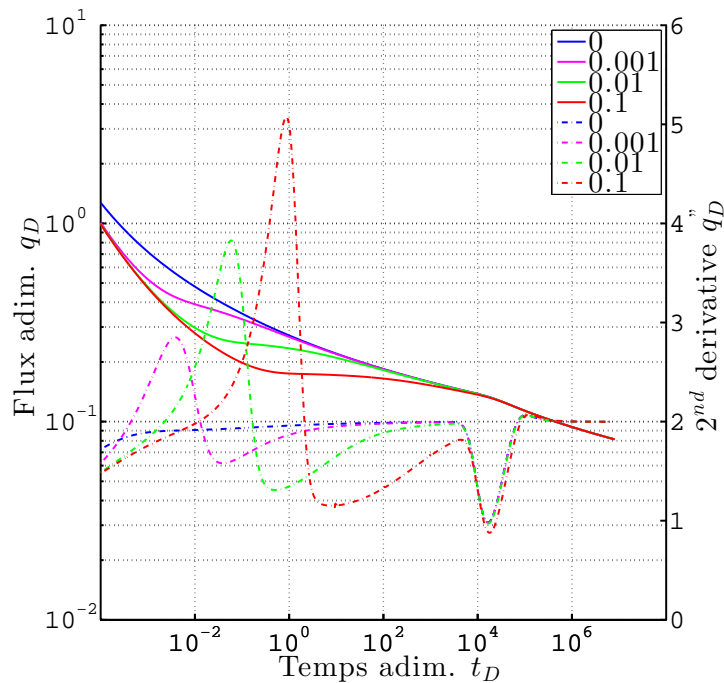


FIGURE 2.11 – Exemple de simulations pour une dimension d'écoulement radiale ($n = 2$) dans un milieu à double porosité. Les courbes en traits pleins correspondent aux débits calculés, les traits discontinus à la dérivée seconde (échelle semi-logarithmique de droite). Plus le paramètre de skin augmente, plus la période de transition est influencée longuement par ce paramètre. Ici, $\omega = 10^{-4}$ et $\lambda = 10^{-4}$, $r_w = 1\text{m}$, $b_1 = 1\text{m}$, $b_2 = 1\text{m}$, $s_w = 1\text{m}$, $S = 0$ et $0 \leq S_F \leq 10^{-2}$.

associé au premier continuum joue un rôle sur le flux, on déterminera alors en réalité K_1/S_{s1} . Si l'essai est assez long, le système réagit alors de manière homogène. Le flux au puits est représentatif de l'intégralité du système. Dans ce cas, le système réagit donc en fonction de la conductivité hydraulique du premier continuum et de l'emmagasinement total ($S_{s1} + S_{s2}$). Le paramètre ω est déterminé après l'identification du paramètre λ .

L'introduction d'un paramètre de *skin* ajoute de la complexité à l'analyse des courbes. La présence d'un facteur de *skin* influence non seulement le débit aux temps très courts, mais aussi (principalement) le flux d'interporosité transitoire. Le comportement pseudo-permanent obtenu pendant la période de transition est un marqueur d'un facteur de *skin* $S_F > 0,1$ ou d'un flux d'interporosité en régime pseudo-permanent (non calculé ici). Ceci a déjà été montré pour des courbes de déclin issues de milieux à double porosité par Sageev *et al.* (1985) pour un écoulement radial, et pour l'analyse d'essais à flux constant par Hamm et Bidaux (1996). Pour des valeurs de *skin* importantes, cette barrière hydraulique empêche l'obtention d'un régime transitoire dans les blocs. Comme un comportement « homogène » est obtenu pour des temps longs, si des données ne sont valables que pour ces temps, identifier des effets de *skin* peut s'avérer être complexe.

Les courbes types produites montrent, de manière théorique, le comportement de la solution analytique selon différents scénarios de paramètres. A l'aide de ce modèle, nous pouvons mettre en évidence des phases de transitions présentes dans la chronique simulée du flux. Deux méthodes permettent de mettre en évidence ces phases de transition. Dans la première méthode, on observe les particularités (p. ex. rupture de pente, stabilisation) observables sur la courbe de flux calculée et représentées sur un graphique log-log. Dans la seconde méthode, on observe les différentes phases de la courbe de dérivée seconde (appliquée à l'inverse du flux). Cette dernière méthode permet de mieux discerner des comportements peu visibles sur la courbe de débit représentée sans traitement. Si ces méthodes devaient être appliquées avec précision, à des données réelles, les jeux de données se devraient d'être sans lacune et à haute résolution. Toutefois, rappelons que cette approche par courbe type est utilisée depuis les débuts des essais de puits.

L'approche proposée permet d'explorer les possibilités d'utilisation d'un modèle à double porosité dans le cas d'essais hydraulique réalisés à pression constante. Cela a notamment été montré dans l'introduction de cette section (Sect. 2.2.2), par exemple pour une injection ou un pompage réalisé à pression constante ou pour des essais entre *packers*. La représentativité, l'utilisation et l'analyse aidées d'un modèle mathématique décrivant des écoulements à géométries d'écoulement non entières peuvent être discutées. Doe (1991) montre que la dimension d'écoulement peut représenter une géométrie fractale pour certains types de réservoirs. Néanmoins, des réseaux de conduits au sein d'un milieu continu, sans géométrie fractale peuvent aussi être à l'origine d'écoulement en dimension non entière. L'utilisation de la dérivée ou de la dérivée seconde (Bourdet *et al.*, 1989; Roberts *et al.*, 1999) permet de mettre en évidence la dimension d'écoulement. Le modèle proposé décrit différentes géométries d'écoulement, ainsi il peut être employé comme un outil d'interprétation plutôt que comme un modèle représentant une réalité physique.

2.6 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons proposé d'étudier le flux arrivant à un puits soumis à un rabattement constant au cours du temps. Le modèle mathématique proposé se base sur les travaux de (Hamm et Bidaux, 1996). A la différence de ces auteurs qui travaillent à flux constant au puits. Nous résolvons la solution dans le domaine de Laplace pour un puits maintenu à charge constante. La solution dans le domaine des temps est obtenue par inversion numérique. Nous employons l'algorithme de De Hoog *et al.* (1982) pour réaliser la transformation inverse. De cette façon, nous

pouvons étudier le flux en régime transitoire, pour un milieu à double-porosité lorsque celui-ci est artificiellement sollicité par un essai à charge constante. Selon ce modèle, le flux d'interporosité est décrit en régime transitoire, à l'interface entre les deux continua et au puits, nous pouvons tenir compte des effets de *skin*. Au puits, la dimension d'écoulement (n) peut être quelconque (non nécessairement entière).

Cette étude permet de montrer principalement que dans un milieu considéré comme infini, le flux qui arrive sous l'effet d'un changement instantané de charge dans un puits varie en fonction de plusieurs paramètres avant d'adopter un régime constant. Elle permet aussi de mettre en évidence que lorsqu'un écoulement transitoire est considéré dans le milieu à double-porosité, aucune stabilisation du flux n'existe dans la phase de contribution de la zone immobile, sauf si un paramètre de *skin* élevé est pris en compte. Les paramètres influençant la valeur du flux, la durée et la fin de la phase transitoire sont (i) la dimension d'écoulement (n), (ii) le paramètre de *skin* de fracture (S_F), (iii) le coefficient d'interporosité (λ) et le taux d'emmagasinement de la zone mobile par rapport à l'ensemble du domaine (ω). Aux temps longs (régime pseudo-permanent atteint), le taux de décroissance du flux est influencé par la dimension d'écoulement, la conductivité hydraulique de la zone mobile et l'emmagasinement total du système.

Dans les aquifères karstiques, les conduits verticaux drainent un milieu sus-jacent à un conduit. La jonction entre un conduit vertical et un conduit horizontal peut être conceptualisé comme un puits maintenu à charge constante. En considérant que le flux dans le réseau de conduit horizontal est immédiatement transmis à un exutoire, alors les variations de charge dans le conduit vertical seront très courtes. Selon cette hypothèse, l'altitude de la jonction entre conduit vertical et conduit horizontal correspondra alors à une condition de charge imposée (comme pour un tunnel voir Fig. 2.2c). Le conduit vertical drainera alors le milieu karstifié. Les débits produit à chaque point de jonction (intersection conduits vertical et horizontal) produira alors un débit immédiatement transféré à la source. Si nous cherchons à modéliser le flux à l'exutoire d'un aquifère, alors il est nécessaire de pouvoir tenir compte de ces intersections dans des milieux à géométrie complexe et selon des conditions aux limites spécifiques.

La considération d'un milieu infini (hypothèse admise dans ce chapitre) est problématique. Les conditions aux limites, ainsi que le contexte géologique peut induire des comportements hydraulique spécifiques. Par exemple, une faille peut engendrer un contact anormal avec des terrains moins perméables ce qui aura pour conséquence de limiter le flux en provenance de cette zone. On la considèrera par exemple comme une barrière imperméable et celle-ci jouera un rôle dans la propagation de la perturbation hydraulique. De fait, la solution analytique proposée dans ce chapitre est limitée à des domaines de géométrie simple (circulaire, infini). Pour pouvoir prendre en compte des géométries et des conditions aux limites plus complexes tout en gardant la résolution des équations de double porosité présentées dans ce chapitre, nous proposons d'établir un modèle numérique. Ceci est présenté dans le chapitre suivant (Chap. 3).

Modèle hybride d'écoulement dans le karst (approche couplée milieu continu et discret)

Sommaire

2.1	Introduction	29
2.2	Modèles à double-porosité	31
2.2.1	Contexte historique	31
2.2.2	Etudes des courbes de déclin	32
2.3	Solutions analytiques pour puits à charge imposée	32
2.3.1	Hypothèses et conditions aux limites	33
2.3.2	Milieu simple porosité	33
2.3.3	Milieu double porosité	35
2.3.4	Méthode d'analyse des résultats	39
2.4	Résultats et courbes types	40
2.4.1	Simple porosité	40
2.4.2	Sensibilité à λ	41
2.4.3	Sensibilité à ω	42
2.4.4	Sensibilité au <i>skin</i> de fracture	46
2.5	Discussion	49
2.6	Conclusion	51

3.1 Introduction

Problématique

Ce chapitre présente une nouvelle approche de modélisation numérique du comportement hydrodynamique des milieux hétérogènes à double-porosité. Le comportement hydrodynamique des aquifères karstiques peut être considéré à double-porosité, aussi bien à l'échelle locale qu'à l'échelle régionale. Ceci a été précédemment montré dans le chapitre traitant de l'état de l'art (Chap. 1), et dans le chapitre précédent (Chap. 2). Nous avons utilisé dans le chapitre précédent (Chap. 2) une solution analytique qui permet l'analyse quantitative des propriétés hydrodynamiques pour un essai par pompage à charge constante dans un milieu infini. La considération d'un milieu infini est restrictif. En effet, elle ne permet pas de prendre en compte des conditions aux limites spécifiques (comme par exemple charge imposée, flux imposé) et des géométries de domaine particulière (comme par exemple carré ou autre).

Objectifs

Ce chapitre comporte trois objectifs. Ceux-ci sont centrés autour de l'étude de l'hydrodynamique locale (1^{er} objectif), et régionale (2^e et 3^e objectifs) selon une approche à double-porosités couplée à la prise en compte d'éléments discrets (conduits). L'objectif global est de simuler le fonctionnement hydrodynamique observé à une source selon une approche physique des processus. Ceci est réalisé dans une optique plus générale de détermination de typologies de réponses des sources en lien avec la structure et les propriétés hydrauliques de l'aquifère.

Le premier objectif (échelle locale) est lié au chapitre précédent (Sect. 2). L'objectif est de caractériser le flux (variations, dimension d'écoulement) entrant ou sortant d'un puits lors d'une perturbation hydraulique menée dans un milieu à double-porosités. Nous porterons ici une attention particulière (i) aux conditions aux limites du milieu, et (ii) à la géométrie du milieu. Il s'agit d'une approche de caractérisation des écoulements à l'échelle locale. A l'échelle régionale sont associés le second et troisième objectifs.

Le second objectif (échelle régionale) est de caractériser le flux (variations) sortant d'un aquifère hétérogène considéré comme un milieu poreux équivalent à double-porosités. Ainsi cet aquifère sera sollicité par des processus de recharge externes. L'attention est ici portée sur les différences de comportement du flux, en fonction des paramètres hydrauliques qui permettent de décrire le milieu.

Le troisième objectif (échelle régionale) est de caractériser le flux (variations) sortant d'un aquifère hétérogène considéré comme un milieu poreux équivalent à double-porosités qui interagit avec des éléments discrets (puits). C'est une approche hybride. Cette approche est justifiée par le fait que dans certains aquifères hétérogènes, par exemple les aquifères karstiques, un V.E.R. ne peut être déterminé. Dans cette partie, l'attention est portée sur les différences de comportement du flux, en fonction des paramètres hydrauliques qui permettent de décrire le milieu poreux équivalent à double porosités.

Pour répondre à ces objectifs nous proposons dans ce chapitre d'appliquer, valider et d'utiliser une méthode numérique (méthode des éléments et intégrales de frontières M.E.I.F. ou BEM) pour résoudre les équations proposées dans le chapitre précédent (Chap. 2), ainsi qu'une variante à ces équations comme proposé par la suite. L'utilisation de cette méthode numérique couplée à ces équations, selon les objectifs cités précédemment (étude hydrodynamique du karst, caractérisation des écoulements à la source) est inédite.

Ce chapitre est organisé comme suit. Dans la première partie, nous présentons les modèles conceptuels utilisés pour représenter les écoulements dans les aquifères karstiques selon deux échelles. Une attention particulière sera portée sur les deux modèles conceptuels employés pour décrire les écoulements à l'échelle régionale (2^e et 3^e objectifs). Dans la seconde partie, nous expliquons succinctement un nouveau modèle mathématique employé afin de prendre en compte une recharge diffuse (adjonction d'un terme source). En troisième partie, nous décrivons le modèle numérique employé afin de résoudre le modèle mathématique proposé précédemment. Dans cette partie nous présentons les résultats de validation du modèle numérique. En quatrième partie, nous présentons les résultats associés à chacun des objectifs de ce chapitre. La cinquième partie comprend une discussion. La sixième partie sera vouée à une conclusion.

3.2 Modèles conceptuels

Dans cette section nous présentons trois modèles conceptuels pour décrire les écoulements dans le karst, selon différentes échelles (locale et globale).

3.2.1 Echelle locale - Essais de puits en milieu à double-porosité

Les écoulements au cours d'un essai par pompage mené dans un aquifère karstique peuvent être interprétés par des modèles à double-porosité (Lods et Gouze, 2004; Kaczmaryk et Delay, 2007). A l'échelle locale, les écoulements sont décrits de manière conceptuelle comme provenant d'un double milieu. Le premier continuum correspond aux conduits et aux vides à forte conductivité hydraulique. Le second continuum correspond à la roche fracturée (ou faiblement karstifiée) et éventuellement aux zones dont la connectivité hydraulique est réduite à cause d'une (ou plusieurs) zone(s) à plus faible perméabilité. Seul le premier continuum représente une zone mobile et contribue à l'écoulement au puits. Le second continuum est une zone immobile, son flux contribue à celui du premier continuum. Ce modèle conceptuel a été présenté précédemment sur la Fig. 2.3.

3.2.2 Echelle régionale (double-porosité)

Le second modèle conceptuel adopté dans cette partie est schématiquement présenté sur la Fig. 3.1. Dans ce modèle à double-porosité nous considérons que le flux global issu d'un aquifère karstique provient de deux milieux. Cette conception des écoulements a déjà été décrite dans le chapitre de revue de l'état de l'art (Chap. 1), et par exemple par (Drogue, 1969, 1980; Goldscheider et Drew, 2007). En outre, afin de simuler les débits (et les variations piézométriques) d'aquifères réels, des approches numériques ont déjà été considérées, par exemple par Teutsch (1988, 1990); Sauter (1992) et plus récemment par Sun *et al.* (2005). Dans ces approches les paramètres hydrauliques du milieu sont déterminés par des méthodes d'inversion. Toutefois dans les approches récentes, le double continuum considéré est à double-perméabilité, et un terme d'échange linéaire est utilisé pour caractériser l'échange entre chaque milieu (échange en régime pseudo-permanent).

Le nouveau modèle d'écoulement que nous proposons est différent. En effet, cette nouvelle approche est basée sur un modèle à double-porosité dans lequel :

- un seul continuum participe à l'écoulement régional,
- la continuité hydraulique entre chaque continuum est respectée,
- l'échange de flux (en régime transitoire) entre chaque continuum dépend du gradient de charge dans le second continuum et
- il est possible de contrôler la continuité de l'échange entre les deux continua (facteur de *skin*).

Enfin, notons que (i) les méthodes de résolution numérique utilisées dans les cas précédents (éléments/différences finies) sont différentes de celle que nous utilisons (éléments et intégrales de frontière), et (ii) le comportement non-linéaire (associé au flux en régime non-Darcéen p. ex. dans les conduits) n'est pas pris en compte dans l'approche proposée ici.

3.2.3 Echelle régionale (modèle hybride)

Le troisième modèle conceptuel adopté dans cette partie est présenté sur la Fig. 3.2. Ce modèle d'aquifère considère l'aspect local des discontinuités et l'influence de celles-ci sur l'hydrodynamique du milieu. Un milieu poreux équivalent à double-porosité interagit avec des éléments discrets (puits verticaux). L'association d'un milieu continu avec des éléments discrets correspond à une approche hybride. Cette approche considère donc trois porosités, elle est similaire à celle proposée par Maloszewski *et al.* (2002).

La simulation des écoulements dans le karst selon cette démarche n'est pas nouvelle (Sect. 1.3.4.3). Par exemple, une combinaison d'éléments 1-D entourés dans un continuum 3-D a déjà été proposée par Kiraly et Morel (1976). Une approche équivalente utilisant une solution

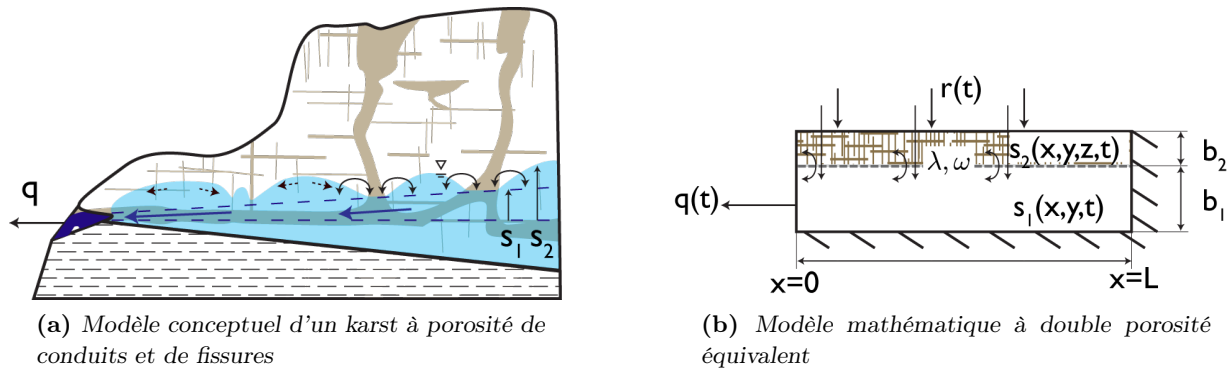


FIGURE 3.1 – Schémas (coupe) d'un aquifère karstique (Fig. 3.1a) et du modèle mathématique (Fig. 3.1b) associé. La Fig. 3.1a représente l'aquifère karstique, le flux principal qui sort à l'exutoire est noté (q). Les différentes charges hydrauliques entre le réseau de conduit (1^{er} continuum) et la roche fissurée (second continuum) sont respectivement noté s_1 et s_2 , l'écoulement principal (1^{er} continuum) est représenté par les flèches bleues en trait continu, l'écoulement au sein de la roche fissurée est représenté par les courtes flèches noires (trait discontinu), les échanges de flux entre chaque milieu sont représentés par les double-flèches. La Fig. 3.1b représente le concept du modèle mathématique à double-porosité pour un milieu de longueur L . Le flux sortant de l'aquifère est noté $q(t)$, il est calculé en $x = 0$ pour une condition de Dirichlet, le 1^{er} continuum participe à l'écoulement général. Pour chaque continuum, les charges hydrauliques locales, et les épaisseurs sont respectivement dénotés par s_1 , s_2 et b_1 , b_2 , le flux d'interporosité est λ , la fraction d'emménagement du premier continuum par rapport à l'emménagement total est ω , la recharge d'intensité surfacique est noté $r(t)$.

1-D à double porosité a été proposée par Cornaton et Perrochet (2002). Bien que la structure hydraulique du karst soit en 3-D, elle est souvent présentée en 2-D (comme p. ex. sur la Fig. 3.2). Actuellement, la conception de tels modèles est basée sur l'interaction d'un élément discret (1^{er} milieu) associé au réseau de conduits, avec un continuum (2^{e} milieu) associé au reste de l'aquifère. L'échange entre les deux est majoritairement considéré comme diffus, sur l'ensemble du domaine du 1^{er} milieu. Le flux d'échange, dépend de la différence de charge moyenne entre les deux milieux (de Rooij, 2008; Reimann, 2009; Reimann et al., 2011).

En 3-D, les intersections entre les conduits verticaux et les conduits horizontaux prennent une importance non négligeable. En particulier, les conduits verticaux participent activement au drainage de la roche fracturée. Il permettent des connexions hydrauliques importantes entre les différents réseaux de conduits « horizontaux ». Les intersections entre les conduits verticaux et ceux horizontaux est alors primordiale car les conduits verticaux sont source de flux jusqu'à ce que le niveau piézométrique dans la roche fracturée atteigne l'altitude des intersections (qui peut correspondre au niveau d'une source). De ce fait, la condition à la limite généralement admise pour les sources (charge imposée) est ainsi reportée à chaque intersection entre conduits verticaux et horizontaux majeurs. Cette conception de hiérarchisation des écoulements dans le karst se rapproche de celle décrite comme un système *mixed flow* par Quinlan et Ewers (1985).

Dans ce travail nous proposons de tenir compte des apports ponctuels liés à la présence de conduits verticaux dans le réseau de conduits horizontal. Chaque jonction entre conduit vertical et conduit horizontal sera spécifiée, individuellement. De cette manière, l'élément discret considéré est le puits vertical. En outre, comme à l'échelle locale (échelle du puits) les écoulements au sein des roches fracturées peuvent être décrits par des écoulements en milieu double-porosité, alors nous tiendrons compte de ce comportement hydraulique dans notre approche. On obtient ainsi

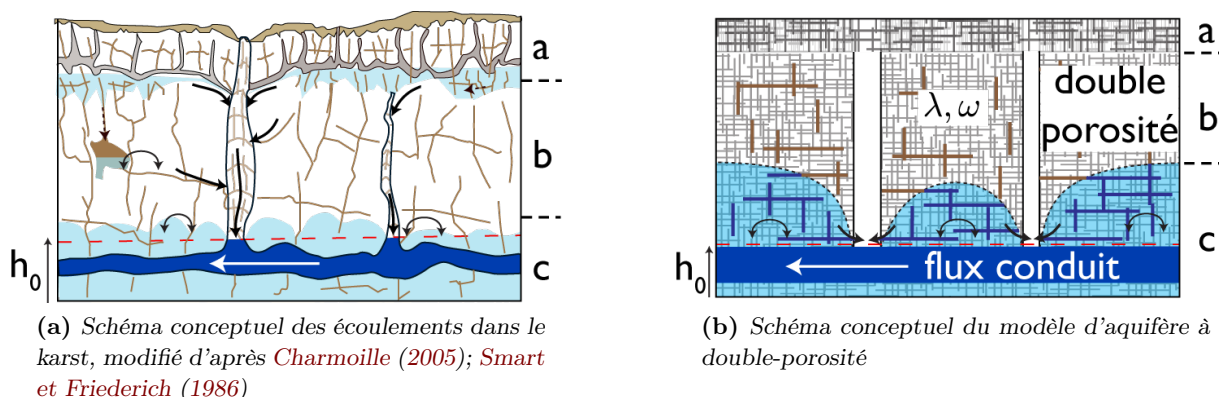


FIGURE 3.2 – Schémas conceptuels (coupes non à l'échelle) de la distribution des écoulements dans un aquifère karstique (Fig. 3.2a), et modèle conceptuel d'écoulement employé pour décrire les écoulements (Fig. 3.2b). a) L'épikarst, b) la zone de transfert et c) la zone de battement. Le sommet du conduit (h_0) correspond à une condition de charge imposée pour les intersections des deux conduits verticaux majeurs. Ces conduits drainent un milieu faiblement karstifié (1^{er} continuum) qui interagit (flèches doubles) avec une roche fracturée (2^e continuum). Les paramètres hydrauliques du double continuum sont λ et ω . Les flèches (continues noires) indiquent les écoulements principaux (1^{er} cont.), celles en traits discontinus les écoulements subsidiaires (2^e cont.), les doubles flèches les échanges inter-continua.

des puits (terme spéléologique généralement employé pour qualifier ces conduits) qui drainent un milieu à double-porosité, ceci est schématiquement présenté sur la Fig. 3.2.

3.3 Modèle mathématique

La solution analytique qui décrit les écoulements dans un milieu à double-porosité convergent vers un puits maintenu à charge constante a été énoncée dans le chapitre précédent, Sect. 2. Cette solution tient compte de dimensions d'écoulement non entières (paramètre n). Toutefois, la formulation du problème à l'aide de fonctions de Green généralisées est mathématiquement complexe (Chen, 2001; Chèvre, 2012). Dans la suite, nous nous restreindrons au cas particulier d'une dimension d'écoulement radiale ($n = 2$). En outre, nous souhaitons tenir compte d'éventuels processus de recharge extérieurs, c'est à dire d'apport dans le premier et dans le second continuum. Pour tenir compte de ces flux qui n'était pas considéré précédemment, il est nécessaire d'introduire un terme source aux expressions présentées dans le chapitre précédent (Chap. 2). L'adjonction d'un terme source dans le modèle de Hamm et Bidaux (1996) est décrit dans Chèvre (2012) et repris ci-après avec l'adjonction du terme de *skin*.

3.3.1 Hypothèses et conditions aux limites

Les hypothèses sont les mêmes que celles exprimées dans le chapitre précédent. Nous les rappelons ici. Nous admettrons les **conditions initiales et aux limites suivantes** :

- à l'état initial, le système est à l'équilibre (aucun rabattement, dans le milieu),
- à l'interface entre les deux milieux il y a continuité hydraulique,
- au puits, une condition de pression ou de flux peut être imposée à un instant t ,
- aux limites, le rabattement est nul.

Les hypothèses quant au milieu sont les suivantes, le milieu est à double-porosité, isotrope, confiné et de taille infinie. Les écoulements dans les deux milieux suivent la loi de Darcy. Nous rappelons que nous travaillons en terme d'opposé de rabattements, et donc $s(x, y, t) = h_0(x, y, t_0) + h(x, y, t)$, où $s(x, y, t)$ est le « rabattement » [L] en fonction du temps dans un repère cartésien. Le flux au puits est considéré comme positif lorsque la dérivée normale du rabattement est orientée vers l'extérieur du domaine (vers l'intérieur du puits).

3.3.2 Solution analytique avec recharge

Selon les hypothèses décrites ci-dessus (dimension d'écoulement de 2 et flux de recharge), en tenant compte des phénomènes de *skin* de puits et d'inter-continuum, les équations correspondent au modèle de Moench (1984) avec ajout d'un terme source (recharge). Le rabattement dans le premier continuum (zone mobile, dénoté par l'indice 1) s'écrit :

$$\frac{K_1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial s_1}{\partial r} \right) = S_{s1} \left(\frac{\partial s_1}{\partial t} \right) - v + \frac{r_1(t)}{b_1}, \quad (3.1)$$

avec

$$v = \frac{K_2}{b_2} \left(\frac{\partial s_2}{\partial z} \right)_{z=0},$$

et le rabattement dans le second continuum (zone immobile, dénoté par l'indice 2) s'écrit :

$$\frac{\partial^2 s_2}{\partial z^2} = \frac{S_{s2}}{K_2} \frac{\partial s_2}{\partial t} + \frac{r_2(t)}{b_1 K_2}, \quad (3.2)$$

où $r_1(t)$ est le flux de recharge [LT^{-1}] injecté dans la zone mobile, K_1 et K_2 [LT^{-1}] représentent les conductivités hydrauliques de chaque milieu, S_{s1} and S_{s2} [L^{-1}] représentent les coefficients d'emmagasinement de chaque milieu, b_2 [L] est l'épaisseur du second continuum, b_1 [L] est l'épaisseur du premier continuum. Le rabattement dans le premier continuum est décrit par s_1 [L], celui dans le second est décrit par s_2 [L]. La distance « hydraulique » au puits est notée r [L], la coordonnée dans le bloc du second continuum est notée z [L] (à l'interface entre les deux continua $z = 0$), v [T^{-1}] est le taux de flux des blocs le premier continuum.

Le système obéit à la loi de Darcy, au puits, le flux Q [$L^3 \cdot T^{-1}$] vaut :

$$Q = 2\pi K_1 b_1 r_w \frac{\partial s_w}{\partial n}, \quad (3.3)$$

où s_w [L] est le rabattement au puits (l'indice w pour *well*), r_w [L] est le rayon du puits, \underline{n} est la normale au puits dirigée vers l'extérieur du domaine (c.-à-d. vers l'intérieur du puits).

3.3.2.1 Conditions initiales et aux limites

Les conditions initiales et aux limites sont similaires au chapitre précédent. Le système est au repos (rabattement nul partout) à l'état initial. Il y a continuité hydraulique au puits ainsi qu'à l'interface entre les deux continua. Ces conditions s'écrivent :

$$\begin{cases} s_w(r_w, t) = s_1(r, t) = s_2(r, t) = 0 & \forall t < 0 \text{ et } \forall r \\ s_w(r_w, t) = s_1(r, t) & \forall t \text{ et pour } r = r_w \\ s_1(r, t) = s_2(r, t) & \forall t < 0 \text{ et } \forall r. \end{cases} \quad (3.4)$$

3.3.2.2 Adimensionnement

Il est convenable d'exprimer les équations précédentes sous formes adimensionnelles. De manière similaire au chapitre précédent (Sect. 2), on définit les paramètres sans dimensions suivants. On notera qu'il faut tenir compte des termes de recharge (l'indice D indique le caractère sans dimension) :

$$\begin{aligned} z_D &= \frac{z}{b_2}, & \omega &= \frac{S_{s1}}{S_{s1} + S_{s2}}, & \lambda &= \frac{K_2 r_w^2}{K_1 b_2^2}, \\ r_D &= \frac{r}{r_w}, & t_D &= \frac{4K_1}{(S_{s1} + S_{s1})r_w^2} t, & q_D &= \frac{Q}{Q_0}, \\ r_{1D} &= \frac{4\pi b_1 r_w^2}{Q_0} r_1, & & & r_{2D} &= \frac{4\pi K_1 b_1 b_2^2}{K_2 Q_0 r_w} r_2, \\ s_{iD} &= \frac{4\pi^{n/2} K_1 b_1^{3-n}}{Q_0 r_w^{2-n}} s_i \quad \text{avec } i = w, 1, 2, 3, \end{aligned}$$

où Q_0 [$L^3 T^{-1}$] est une constante fixée à $1 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$. On peut remplacer les paramètres dans les Eqs. 3.1, 3.2 et 3.3 avec ces notations, on obtient des expressions sans dimensions. Celles-ci s'écrivent :

$$\begin{aligned} \frac{1}{r_D} \frac{\partial}{\partial r_D} \left(r_D \frac{\partial s_{1D}}{\partial r_D} \right) &= 4\omega \frac{\partial s_{1D}}{\partial r_D} - \lambda \left(\frac{\partial s_{2D}}{\partial z_D} \right)_{z_D=0} + r_{1D}, \\ \frac{\partial^2 s_{2D}}{\partial z_D^2} &= \frac{4(1-\omega)}{\lambda} \frac{\partial s_{2D}}{\partial t_D} + r_{2D}, \\ Q_D &= \frac{\partial s_{1D}}{\partial n}. \end{aligned}$$

3.3.2.3 Expressions dans le domaine de Laplace

Nous choisissons de résoudre ces équations dans le domaine de Laplace. Ainsi, nous appliquons la transformée de Laplace (définie Sect. 2.3.2.1, Eq. 2.7) par rapport au temps adimensionnel t_D . De manière similaire au chapitre précédent (Chap. 2), le tiret supérieur est employé pour marquer l'expression d'une variable dans le domaine de Laplace, et p représente la variable de Laplace. On obtient les expressions suivantes :

$$\frac{1}{r_D} \frac{\partial}{\partial r_D} \left[r_D \frac{\bar{s}_{1D}(p)}{\partial r_D} \right] = 4p\omega \frac{\partial \bar{s}_{1D}(p)}{\partial r_D} - \lambda \left[\frac{\partial \bar{s}_{2D}(p)}{\partial z_D} \right]_{z_D=0} + \bar{r}_{1D}(p), \quad (3.5)$$

$$\frac{\partial^2 \bar{s}_{2D}(p)}{\partial z_D^2} = \frac{4p(1-\omega)}{\lambda} \bar{s}_{2D}(p) + \bar{r}_{2D}(p), \quad (3.6)$$

$$Q_D = \frac{\partial \bar{s}_{1D}(p)}{\partial n}. \quad (3.7)$$

La condition à l'interface entre les deux continua est :

$$\bar{s}_{2D}(p) = \bar{s}_1(p) + S_F \left(\frac{\bar{s}_{2D}(p)}{\partial z_D^2} \right)_{z_D=0}. \quad (3.8)$$

3.3.2.4 Solution semi-analytique (domaine de Laplace)

Dans le domaine de Laplace, la solution générale de l'équation 3.6 s'écrit :

$$\bar{s}_{2D}(z_D, p) = A \cosh(\eta(p)z_D) + B \sinh(\eta(p)z_D) - \frac{\bar{r}_{2D}}{\eta^2(p)}, \quad (3.9)$$

avec

$$\eta^2(p) = \frac{4p(1-\omega)}{\lambda}.$$

Lorsque $z_D = 1$ on est au milieu du bloc du second continuum, on a par symétrie :

$$\frac{\partial \bar{s}_{2D}(p)}{\partial z_D} = 0.$$

On en déduit d'après cette condition et l'Eq. 3.8 :

$$B = -A \tanh(\eta(p)),$$

lorsque $z_D = 0$ on a donc :

$$\begin{cases} \left[\frac{\partial \bar{s}_{2D}(p)}{\partial z_D} \right]_{z_D=0} = -A\eta(p) \tanh(\eta(p)) \\ \bar{s}_{2D}(z_D = 0, p) = A - \frac{\bar{r}_{2D}(p)}{\eta^2(p)} \\ \bar{s}_{1D}(p) = \bar{s}_{2D}(p) \end{cases} \quad (3.10)$$

on obtient par conséquent :

$$A = \frac{\bar{s}_{1D}(p)}{1 + S_F \eta \tanh(\eta)} + \frac{\bar{r}_{2D}(p)}{\eta^2(p)}.$$

En remplaçant A obtenu ci-avant dans la solution générale, l'Eq. 3.9 devient :

$$\bar{s}_{2D}(z_D, p) = \left[\bar{s}_{1D}(p) + \frac{\bar{r}_{2D}(p)}{\eta^2(p)} \right] \left\{ \frac{\cosh[\eta(p)z_D] - \tanh[\eta(p)] \sinh[\eta(p)z_D]}{1 + S_F \eta(p) \tanh(\eta(p))} \right\} - \frac{\bar{r}_{2D}}{\eta^2(p)}. \quad (3.11)$$

Comme proposé par Hamm et Bidaux (1996), on prend la moyenne du rabattement dans le bloc dans le second continuum par l'intégration sur z de 0 jusqu'à b_2 . On obtient :

$$\bar{s}_{2D}(z_D, p) = \left[\bar{s}_{1D}(p) + \frac{\bar{r}_{2D}(p)}{\eta^2(p)} \right] \frac{\tanh[\eta(p)]}{\eta(p)(1 + S_F \eta(p) \tanh(\eta(p)))} - \frac{\bar{r}_{2D}}{\eta^2(p)}.$$

Par substitution de l'Eq. 3.11 dans l'Eq. 3.5, on obtient :

$$\frac{d^2 \bar{s}_{1D}(p)}{dr_D^2} + \frac{1}{r_D} \frac{d \bar{s}_{1D}(p)}{dr_D} - [4p\omega + \lambda \eta(p) \tanh(\eta(p))] \bar{s}_{1D}(p) = \bar{r}_{1D}(p) + \frac{\lambda}{\eta(p)} \bar{r}_{2D}(p).$$

En prenant

$$\sigma^2(p) = 4p\omega + \frac{\lambda \eta(p) \tanh(\eta(p))}{1 + S_F \eta(p) \tanh(\eta(p))}$$

on obtient finalement :

$$\frac{1}{r_D} \frac{d}{dr_D} \left(r_D \frac{d \bar{s}_{1D}(p)}{dr_D} \right) - \sigma^2(p) \bar{s}_{1D}(p) = \bar{r}_{1D}(p) + \frac{\lambda \tanh(\eta(p)) \bar{r}_{2D}(p)}{\eta(p)(1 + S_F \eta(p) \tanh(\eta(p)))}. \quad (3.12)$$

On y reconnaît :

$$\frac{1}{r_D} \frac{d}{dr_D} \left(r_D \frac{d\bar{s}_{1D}(p)}{dr_D} \right) = \Delta \bar{s}_{1D}(p),$$

avec Δ l'opérateur Laplacien. On peut généraliser ces équations à des domaines aux géométries non cylindriques et écrire l'opérateur d'Helmholtz modifié :

$$\Delta \bar{s}_{1D}(p) - \sigma^2 \bar{s}_{1D}(p) = \bar{r}_{1D}(p) + \frac{\lambda \tanh(\eta(p)) \bar{r}_{2D}(p)}{\eta(p)(1 + S_F \eta(p) \tanh(\eta(p)))}. \quad (3.13)$$

Cette équation pourra être résolue avec des conditions aux limites spécifiées à l'aide de la méthode des éléments et intégrales de frontière.

3.4 Résolution numérique

La méthode de résolution numérique employée pour résoudre les équations précédentes est la méthode des éléments de frontière. Le principe général de cette méthode a été décrit au Chap. 1 en Sect. 1.3.6. L'utilisation de cette méthode de résolution est justifiée, pour les raisons déjà détaillées précédemment (Sect. 1.3.6). Nous avons en particulier choisi de ne pas utiliser une méthode numérique qui nécessite le maillage d'un volume afin de réduire les imprécisions de calculs liés à une trop faible discrétisation du domaine proche des éléments discrets. Ce choix a aussi été motivé afin de prendre en compte par la suite d'éventuelles possibilités de changement dynamique de surface de domaine (qui induisent un re-maillage). En outre, la méthode analytique de résolution à l'aide du principe de superposition a déjà montré ses limites quant à la précision des calculs pour des domaines à géométrie complexe (voir p. ex. dans [Najib \(2007\)](#)). Enfin, l'emploi de ce type (BEM) de méthode de résolution numérique bien que déjà connue pour l'étude des écoulements souterrains (voir p. ex. en milieu poreux [Liggett et Liu \(1983\)](#)) est, à notre connaissance rarement employée pour l'étude des écoulements dans le karst. Elle a été employée récemment par [Perne et al. \(2012\)](#) pour calculer des échanges entre conduits et roche environnante, en régime permanent. Nous détaillons dans la suite de cette partie, l'application de cette méthode à la résolution de l'Eq. 3.13, afin d'étudier les variations de flux en régime transitoire.

3.4.1 Equations intégrales et éléments de frontière

L'Eq. 3.13 correspond à l'opérateur de Helmholtz modifié. Cette opérateur est linéaire et peut donc être utilisé avec la méthode des éléments de frontière. L'Eq. 3.13 peut s'écrire ainsi :

$$\Delta \bar{s}_{1D}(p) - \sigma^2 \bar{s}_{1D}(p) = \bar{R}_D(p) \quad (3.14)$$

avec

$$\bar{R}_D(p) = \bar{r}_{1D}(p) + \frac{\lambda}{\eta(p)} \tanh(\eta(p)) \bar{r}_{2D}(p) \quad (3.15)$$

Soit \bar{G} la fonction de Green du problème associée au point r_0 . L'expression de la fonction de Green est ([Sato, 1992](#); [Pujol et al., 2012](#)) :

$$\bar{G}(r, p) = \frac{1}{2\pi} K_0(\sigma(p)r)$$

avec K_0 la fonction de Bessel modifiée de second ordre. Dans la suite du texte, pour plus de lisibilité, la dépendance au paramètre de Laplace (p) sera omise, néanmoins les variables exprimées dans le

domaine de Laplace seront toujours signalées à l'aide de la barre horizontale supérieure. D'après l'Eq. 1.14 (Sect. 1.3.6.1), ce problème revient à résoudre le problème suivant :

$$\bar{s}_{1D}(r_0) = \int_{\partial\Omega} \left(\bar{G} \frac{\partial \bar{s}_{1D}}{\partial n} - \bar{s}_{1D} \frac{\partial \bar{G}}{\partial n} ds \right) - \bar{R}_D \iint_{\Omega} \bar{G} d\Omega \quad (3.16)$$

Pour résoudre le problème, la frontière du domaine est discrétisée en une série de n_b éléments linéaires. Le principe de résolution déjà décrit en Sect.1.3.6 n'est pas rappelé ici. Nous rappelons néanmoins que les rabattements \bar{s}_{1D} et les flux $\partial \bar{s}_{1D} / \partial n$ sont exprimés sous forme adimensionnelle et dans le domaine de Laplace. De ce fait, afin de déterminer les valeurs dimensionnelles correspondantes au problème simulé dans le domaine des temps, les résultats obtenus après résolution numérique doivent (i) être inversés numériquement, et (ii) re-dimensionnés suivant les valeurs des paramètres du milieu.

3.4.2 Validation sur solution à simple et double porosité

Pour évaluer les erreurs associées aux calculs réalisés, la racine carré de l'erreur quadratique moyenne (*RMSE*) et le pourcentage d'erreur (*e*) sont calculés par :

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (\text{BEM}_i - \text{ref}_i)^2}{N}} \quad e = \frac{\sum_{i=1}^N |\text{BEM}_i - \text{ref}_i|}{\sum_{i=1}^N |\text{ref}_i|} \quad (3.17)$$

où BEM_i et ref_i représentent la valeur du flux à chaque temps i de calcul (pour $N = 1000$ temps) pour le code de calcul et la solution analytique de référence respectivement. Nous observons l'évolution de ces critères en fonction du nombre d'éléments utilisés pour discrétiser les frontières intérieure et extérieure du domaine. Les calculs sont réalisés pour 1000 valeurs de temps réparties logarithmiquement entre 10^{-1} et 10^5 . Le nombre de noeuds sur la frontière intérieure (L_{int}) décrit le pourtour du puits, la frontière extérieure (L_{ext}) décrit le bord du domaine.

Les résultats du problème obtenus dans le domaine de Laplace sont inversés dans le domaine des temps à l'aide d'un algorithme. Parmi les algorithmes d'inversion, l'algorithme de **De Hoog et al. (1982)** s'est révélé être le plus efficace en terme de temps et de précision, en particulier comparé à celui de **Stehfest (1970)** qui est classiquement utilisé. Un comparatif des performances est présenté en Annexe A.1.1. Les résultats obtenus sont en accord avec une récente étude de comparaison d'algorithme d'inversion réalisée par **Kuhlman (2013)**. Ces résultats montrent que l'algorithme de **De Hoog et al. (1982)** est plus rapide et plus précis que celui de **Stehfest (1970)** dans notre cas. Nous verrons néanmoins dans la suite du texte que pour des fronts abrupts cet algorithme peut présenter des défaillances.

Un exemple de performance du code pour différents maillage de frontière est résumé dans le Tab. 3.1. La simulation réalisée est un par pompage à charge constante mené dans un milieu à double porosité. La solution semi-analytique de référence (**Hamm et Bidaux, 1996**), sans recharge, a été rappelée précédemment en Sect. 2. On rappelle que lorsque $n = 2$, ce modèle est équivalent à celui de **Moench (1984)**. Les paramètres hydrodynamiques introduits sont identiques. Comme la solution de référence est valable pour un milieu infini, dans le modèle aux éléments de frontière, la frontière du domaine est circulaire et située loin (à $10^7 \times r_w$) afin de ne pas influencer trop tôt la réponse hydraulique du milieu. Plusieurs autres simulations de validation comme par exemple, bilan de masse et pompage (débit constant) en milieu simple porosité, ont été réalisées et confrontées lorsque possible aux solutions analytiques correspondantes par (**Chèvre, 2012**) ; des résultats similaires à ceux présentés dans le Tab. 3.1 ont été obtenus.

L_{int}	L_{ext}	Temps (min)	RMSE	e (% Err.)
10	5	23	14,5	1,4
10	10	42	14,5	1,4
10	15	64	14,5	1,4
10	20	87	6,38	1,4
15	10	64	3,56	0,6
20	10	87	3,56	0,34
20	20	142	3,56	0,34
30	10	142	1,56	0,15
30	15	175	1,56	0,15

Tableau 3.1 – Temps de calcul, variance et erreur relative du modèle numérique (éléments de frontières) pour différentes discrétisation des frontières internes (L_{int}) et externes (L_{ext}). Chaque frontière correspond à un cercle. Le modèle numérique est comparé à la solution analytique de référence proposée en Sect. 2 qui correspond au modèle de Moench (1984). Les calculs sont réalisés pour 10^3 valeurs de temps. La précision du nouveau code est sensible à la discrétisation du puits. Plus la discrétisation est élevée, plus l’erreur et l’écart-type diminue. Le temps de calcul augmente en fonction du nombre d’éléments total ($L_{int} + L_{ext}$).

L’ensemble des résultats montrent que la résolution du modèle numérique est assez robuste pour ce cas d’étude. Lorsque la frontière extérieure est discrétisée de façon approximative (p. ex. avec 5 éléments), les erreurs relatives entre les deux modèles restent faibles ($e < 2\%$). La diminution de l’erreur relative est obtenue en augmentant conséquemment la discrétisation de la frontière intérieure. Si le nombre de noeuds au puits est important (30) l’erreur relative devient très faible ($e < 0,2\%$). De manière générale, la RMSE calculée montre une sensibilité au degré de discrétisation des frontières. La RMSE diminue lorsque le nombre de noeuds augmentent. Enfin une augmentation du nombre de noeuds total induit un temps de calcul plus élevé. Plus de détails concernant le temps de calcul sont fournis en Annexe A.1.1 et dans Chèvre (2012). D’après ce qui vient d’être présenté, nous retiendrons que pour obtenir des résultats précis, un maillage précis de la frontière intérieure est à privilégier par rapport à celui appliqué à la frontière extérieure. Nous tiendrons compte de cette particularité pour les simulations réalisées dans la suite.

3.5 Résultats

Les résultats présentés dans la suite de cette section sont divisés comme suit. En première partie, nous présentons les résultats de simulations d’essais de pompage à charge constante dans des domaines synthétiques où les conditions aux limites et la géométrie du domaine sont particulières. L’écoulement est sans recharge. Ces résultats sont associés au premier objectif de ce chapitre. En deuxième partie, nous présentons les résultats de simulations pour un aquifère synthétique décrit par le second modèle conceptuel (double-porosité) avec recharge. Ces résultats sont associés au second objectif de ce chapitre. Enfin en troisième partie, nous présentons les résultats de simulations pour un aquifère synthétique décrit par le troisième modèle conceptuel (hybride à double-porosité) avec recharge. Ces résultats sont associés avec le troisième objectif de ce chapitre.

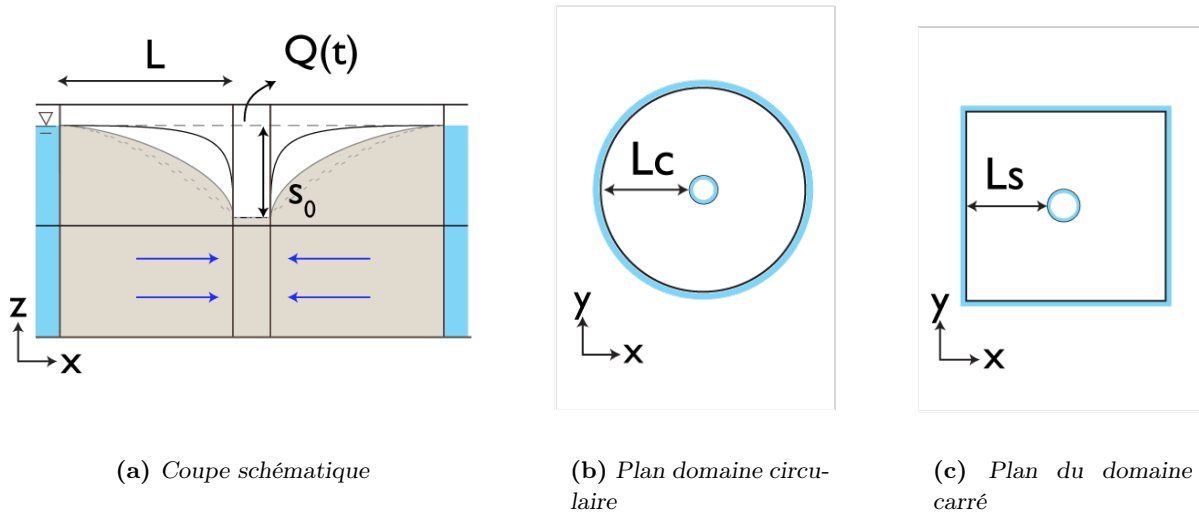


FIGURE 3.3 – Pompage à charge constante de rabattement s_0 , en coupe Fig. 3.3a et en plan pour une géométrie de domaine circulaire (Fig 3.3b) et carrée (Fig. 3.3c). Le puits est situé au centre de chacun des domaines. Les flèches bleues représentent la direction du flux vers le puits. Une condition de charge imposée (zone bleue) est assignée au puits et sur les limites externes du domaine. La distance puits–limite la plus courte est notée L_c dans le cercle et L_s dans le carré. Les deux domaines ont la même aire, par conséquent $L_s < L_c$.

3.5.1 Echelle locale - essai par pompage à charge constante

Cette partie est divisée en deux sous-parties. La première sous-partie traite des influences de la géométrie et de la sensibilité des modèles aux paramètres hydrodynamiques du milieu. La seconde sous-partie traite des essais par pompage mené dans des milieux ayant des géométries complexes, et de l'influence de la géométrie du domaine sur la dimension d'écoulement observée.

Dans cette première sous-partie, nous présentons les résultats obtenus pour des simulations de pompage à charge constante, sans recharge, mené dans un milieu à double-porosités. Dans ces simulations, l'aire du domaine est constante (10^8m^2). Deux géométries de domaine sont considérées : une géométrie circulaire et une géométrie carrée. La Fig. 3.3 présente schématiquement chaque domaine. Un puits de rayon $r_w = 0,1 \text{ m}$ est situé dans un domaine entouré d'une limite à charge constante (rabattement spécifié nul, $s = 0$). Le puits est subitement maintenu à une valeur de rabattement, s_0 , fixe au cours du temps. Les caractéristiques principales des simulations sont indiquées dans le Tab. 3.2.

La sensibilité du modèle est testée en attribuant successivement quatre valeurs différentes aux coefficients d'interporosité, λ , et à la fraction d'emmagasinement du continuum de la zone mobile, ω . Les résultats de ces 8 simulations sont présentés en deux parties (sensibilité à λ puis ω). Quand λ varie et pour les deux géométries de domaine, les flux sans dimension et la dérivée seconde du flux sont respectivement présentés sur la Fig. 3.4 et 3.5. Quand ω varie et pour les deux géométries de domaine, les flux sans dimension et la dérivée seconde du flux sont respectivement présentés sur la Fig. 3.6 et Fig. 3.7.

3.5.1.1 Sensibilité à λ

Les flux sans dimensions pour les quatre valeurs de λ et pour chaque géométrie de domaine sont présentés sur la Fig. 3.4. Sur la Fig. 3.4a, on observe un comportement du flux similaire à celui

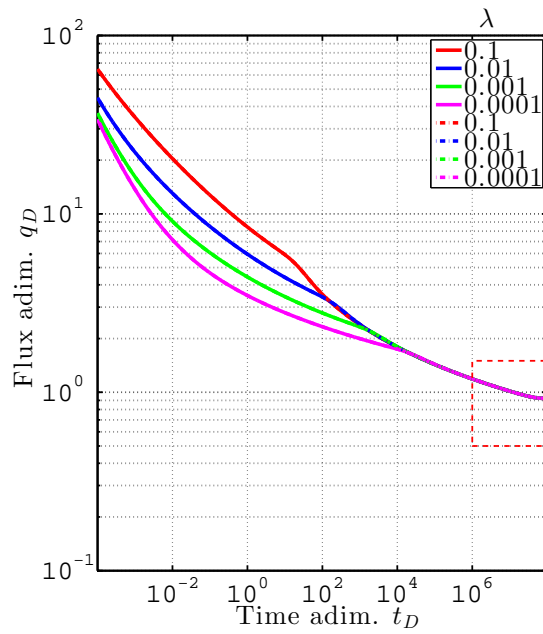
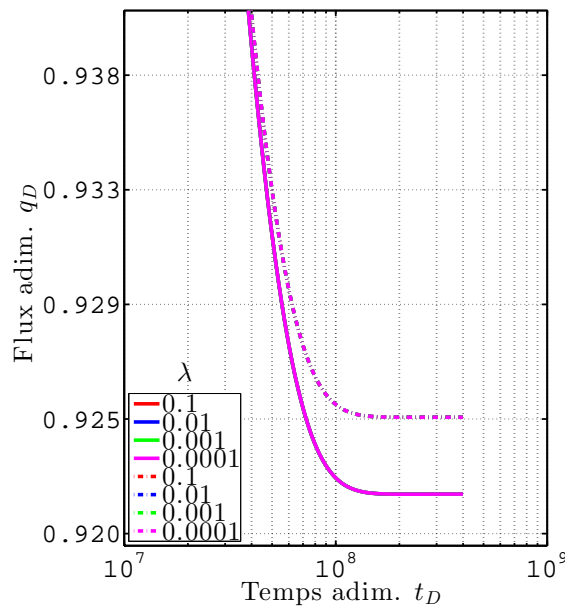
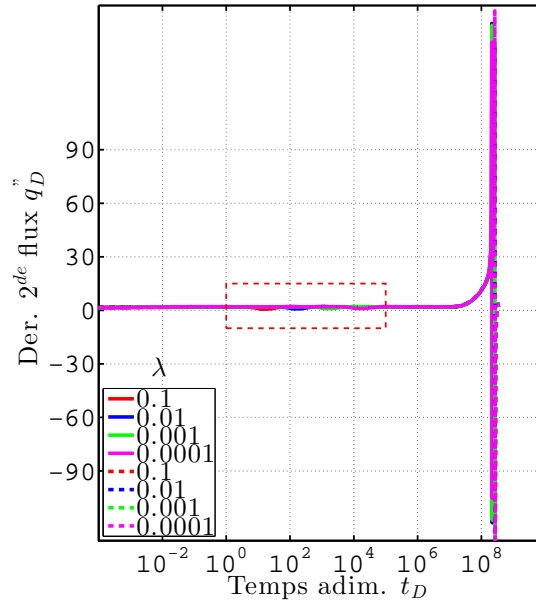
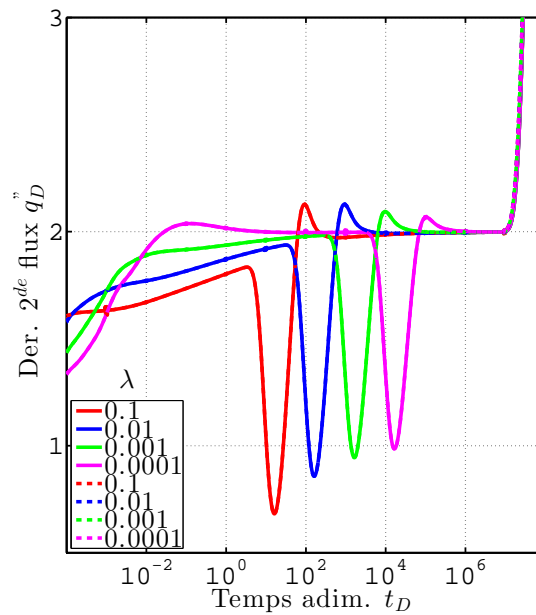
(a) BEM λ (b) BEM λ détail temps longs

FIGURE 3.4 – Graphiques log-log des flux sans dimension en fonction du temps sans dimension pour un puits maintenu à charge constante dans deux domaines de géométries différentes et d'aires identiques. Les flux sont calculés par la méthode des éléments de frontière pour plusieurs valeurs de λ . Les traits continus correspondent au domaine à géométrie circulaire, ceux discontinus au domaine à géométrie carrée. La Fig. 3.4a montre que le caractère à double porosité est présent (décroissance « discontinue » du flux). Le flux stable aux temps longs (encadré en rouge Fig. 3.4a) montre l'influence de la limite à charge constante imposée sur la limite du domaine. La Fig. 3.4b montre que dans un domaine à géométrie carrée, l'influence de la limite à charge imposée (stabilisation du flux) est plus précoce que dans un domaine à géométrie circulaire. Le flux de stabilisation est plus petit dans le cas du carré que dans celui du cercle. Les paramètres utilisés sont : $r_w = 0,1$ m, $s_0 = 1$ m, $\omega = 10^{-3}$, $b_m = 1$ m. Les géométries de domaines et leurs discrétisations sont résumées en Tab. 3.2.



(a) BEM 2^{de} dérivée



(b) BEM 2^{de} dérivée détail

FIGURE 3.5 – Variation du flux pour un puits maintenu à charge constante dans deux domaines de géométries différentes et d'aire identique pour plusieurs valeurs de λ . Les traits continus correspondent au domaine à géométrie circulaire, ceux discontinus au domaine à géométrie carrée. Sur la Fig. 3.5a, les fortes valeurs de dérivée observables aux temps longs montrent l'influence de la limite à charge imposée. Les phases de transitions sont peu visibles (encadré en rouge Fig. 3.5a) le détail est présenté sur la Fig. 3.5b. La valeur de la dérivée se stabilise selon la valeur de 2 pour chaque valeur de λ avant d'être influencée par la condition à la limite. Pour une même géométrie de domaine, la limite semble être atteinte ici indépendamment des valeurs de λ . Les paramètres utilisés sont : $r_w = 0,1$ m, $s_0 = 1$ m, $\omega = 10^{-3}$, $b_m = 1$ m. Les géométries des domaines et leurs discrétisations sont résumées en Tab. 3.2.

Géométrie	Aire (m ²)	L_{int} [-]	L_{ext} [-]	Var. param. [-]	Cdt. limite	Résultats
Carrée Circulaire	10 ⁸	15	$\frac{4 \times 4}{10}$	$10^{-4} \leq \lambda \leq 10^{-1}$	Dirichlet	Fig. 3.4
Carrée Circulaire	10 ⁸	15	$\frac{4 \times 4}{10}$	$10^{-4} \leq \omega \leq 2 \cdot 10^{-1}$	Dirichlet	Fig. 3.6

Tableau 3.2 – Résumé des expériences et du nombre de noeuds utilisés pour la discrétisation des frontières internes (L_{int} , le puits) et externes du domaine (L_{ext}). Pour chaque expérience, le puits est situé au centre d'un domaine carré ou circulaire. Les domaines ont des aires identiques. La condition à la limite extérieure est un rabattement nul ($s = 0$). On notera que la distance puits – limite varie entre $\approx 5 \cdot 10^4$ m (dom. carré) et $\approx 5,643 \cdot 10^4$ m (dom. circulaire). Lorsque λ varie, $K_1 = 10^{-1}$ et $K_2 = 10^{-2}; 10^{-3}; 10^{-4}; 10^{-5}$. Lorsque ω varie, $S_{s1} = 5 \cdot 10^{-5}$ et $S_{s2} = 2 \cdot 10^{-4}; 4,9 \cdot 10^{-3}; 5 \cdot 10^{-2}; 5 \cdot 10^{-1}$.

déjà observé à l'aide de la solution analytique correspondante (Chap. 2, (Moench, 1984)). Le taux de décroissance du flux est dépendant de la valeur attribuée au paramètre λ , et le temps auquel le système rejoint un comportement homogène évolue en fonction de ce paramètre. Quelle que soit la géométrie du domaine (circulaire ou carrée), plus λ diminue, plus le comportement homogène est atteint tardivement. Aux temps longs, à la différence du comportement observé (constamment décroissant) par le calcul de la solution analytique, le flux sans dimension présenté ici, se stabilise à un temps, t_D , déterminé. On observe que ce temps dépend de la géométrie du domaine et peu de λ . La Fig. 3.4b montre que lorsque le système est de forme carrée la stabilisation du flux est plus précoce que dans le cas d'un domaine de géométrie circulaire. En outre, dans le cas du domaine carré, on observe que les valeurs de flux (influencées par la présence de la limite à charge constante) des temps longs sont supérieures à celles du domaine circulaire. Les aires des domaines sont égales, cependant la distance puits–limite est différente. Dans ce cas, la distance dans le domaine carré (L_s sur la Fig. 3.3c) est inférieure à celle dans le domaine circulaire (L_c sur la Fig. 3.3c). Les deux milieux ont des propriétés hydrodynamiques identiques, donc la diffusion se propage à la même vitesse, et la limite à charge constante du domaine carré est atteinte plus tôt. La proximité de la limite à charge constante induit alors un gradient plus élevé entre le puits et la limite. Le débit au puits est donc plus élevé (loi de Darcy).

La Fig. 3.5 présente la courbe de dérivée seconde, q_D'' , du flux. L'utilisation de cette dérivée permet de mettre en évidence plusieurs points. L'intégralité de la courbe, présentée sur la Fig. 3.5a, met en évidence le changement de pente associé à la stabilisation du flux. Aux temps longs on constate de très fortes variations. La pente associée au flux du domaine à géométrie carrée varie à nouveau avant celle du domaine à géométrie circulaire. Les flux sans dimensions n'ont pas été calculés pour des valeurs de temps sans dimension supérieures à 10^9 . Néanmoins, on voit que la courbe de dérivée du domaine circulaire semble décroître très lentement après les fortes variations associées au changement de régime d'écoulement (flux constant), selon une dimension d'écoulement proche de 2. Du fait des fortes amplitudes de valeurs de la dérivée seconde, la Fig. 3.5a ne permet pas de mettre en évidence les périodes de transition caractéristiques des propriétés hydrauliques associées au modèle d'écoulement (double-porosité). L'influence de ces paramètres devraient être observable sur la dérivée seconde (comme montré en Sect. 2) pour des temps courts et moyens (cadre rouge sur la Fig. 3.5a). La Fig. 3.5b présente le détail de la dérivée sur cette période. On observe selon une échelle adaptée, les différentes périodes de transition liées aux valeurs attribuées au paramètre λ . La concordance des courbes montre à nouveau que pour ces temps (courts et

moyens), les valeurs des flux ne semblent pas être affectées par la géométrie du système. Lorsque le système n'est pas influencé par la limite à charge imposée, le flux suit un comportement similaire à la solution analytique (Moench, 1984), valable pour un aquifère d'extension infinie. La dimension d'écoulement se stabilise sur la valeur de 2.

3.5.1.2 Sensibilité à ω

Les flux sans dimensions pour quatre valeurs de ω et pour chaque géométrie de domaine sont présentés sur la Fig. 3.6. Sur la Fig. 3.6a, on observe un comportement du flux similaire à celui déjà observé à l'aide de la solution analytique correspondante (Sect. 2, (Moench, 1984)). La longueur de la période de transition du flux que l'on peut observer aux temps courts est dépendante de la valeur attribuée au paramètre ω . On observe que la décroissance du flux aux temps courts est identique pour les deux géométries de domaine employées (circulaire et carrée). A la différence de ce qui a été décrit précédemment (Sect. 3.5.1.1), le temps auquel le système rejoint un comportement homogène est indépendant de la valeur associée à ce paramètre. Ce comportement est similaire à ce qui a été observé précédemment dans le cas de la solution analytique. Néanmoins, on retrouve à nouveau aux temps longs, une différence de comportement du flux sans dimension (cadre rouge sur la Fig. 3.6a). Le calcul réalisé avec la solution numérique développée tient compte de la limite à charge constante imposée sur la frontière du domaine, le flux se stabilise. Dans le cas de la solution analytique le débit décroît à l'infini. Le temps de stabilisation dépend de la géométrie du domaine comme montré sur la Fig. 3.6b. Lorsque le domaine est de géométrie carrée, le flux se stabilise plus tôt (limite plus proche), et selon une valeur supérieure à celle associée au domaine à géométrie circulaire, car le gradient est plus important. Le temps et la valeur de stabilisation du flux sans dimensions sont, pour chaque géométrie, similaires à ceux calculés précédemment lorsque le paramètre λ variait (Fig. 3.4b). Cette dernière remarque pointe le caractère uni-porosité du système aux temps longs où seulement la diffusivité du 1^{er} continuum est pris en compte.

Les courbes des dérivées seconde du flux, q_D'' , sont présentées sur la Fig. 3.7. La Fig. 3.7a présente la courbe dans son intégralité. On observe sur cette figure un changement de pente associé à la stabilisation du flux aux temps longs (comme pour λ). On observe qu'aux temps longs, les valeurs des dérivées associées à chaque domaine diffèrent. Le changement de pente et les valeurs des dérivées mettent en évidence le changement de régime du flux qui dépend à la fois de la condition à la limite prescrite sur le pourtour du domaine (charge imposée), et de la géométrie du domaine (distance à la limite plus courte pour un carré). On notera que les valeurs de dérivées calculées pour des temps supérieurs à 10^9 sont difficilement interprétables (présence de bruit) du fait d'erreurs associées probablement aux processus d'inversions numériques. L'échelle de la Fig. 3.5a est influencée par les valeurs élevées des dérivées des temps longs. Cette échelle masque les périodes de transition théoriquement présentes aux temps courts et moyens (cadre rouge sur la Fig. 3.5a). La Fig. 3.5b présente la courbe de dérivée sur la période de temps (courts et moyens) d'intérêt, selon une échelle adaptée. On observe un comportement de la dérivée du flux concordant avec celui observé par le calcul de la solution analytique (Sect. 2, (Moench, 1984)). Plus ω diminue, plus la période de transition du flux aux temps courts s'étend dans le temps. Ce qui signifie que le second milieu contribue plus longtemps à l'écoulement. Lorsque ω diminue, le temps de vidange et le taux de vidange associés au continuum de la zone mobile sont respectivement plus court et plus élevé. La figure montre qu'après la période de transition et avant qu'une influence de limite soit perçue, la dimension d'écoulement ne varie plus et se stabilise sur la valeur de 2. L'aire d'écoulement est donc constante. La concordance observée entre les courbes de dérivées pour chaque géométrie de domaine, montre que la différence de géométrie n'a, dans les deux cas investigués ici, aucune influence aux temps courts. La diffusion s'établit ainsi librement dans le

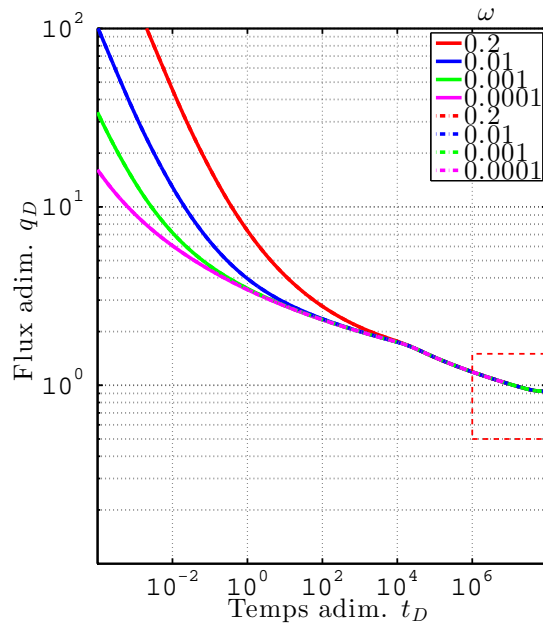
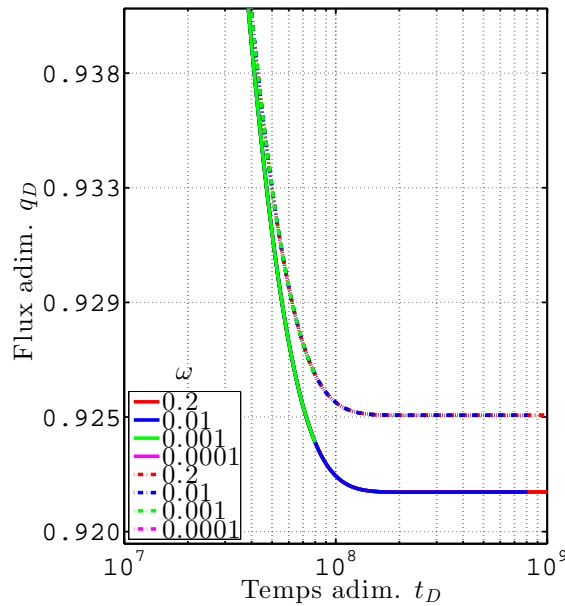
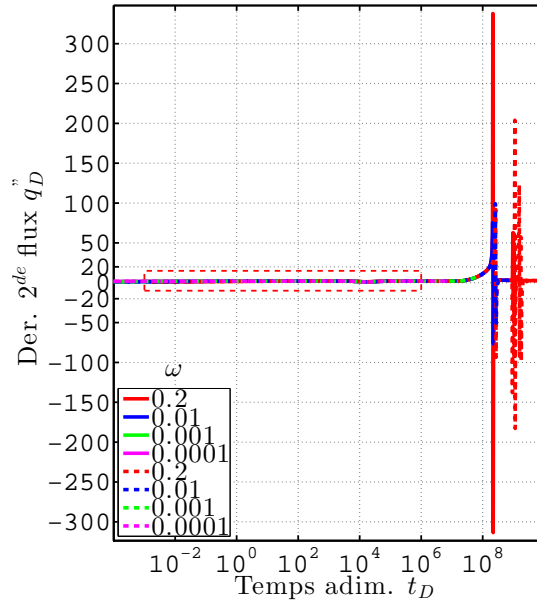
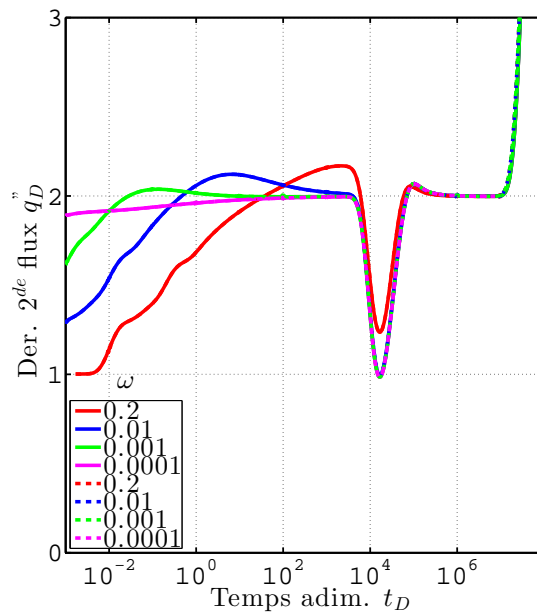
(a) BEM ω (b) BEM ω détail temps longs

FIGURE 3.6 – Graphiques log-log des flux sans dimension en fonction du temps sans dimension pour un puits maintenu à charge constante dans deux domaines de géométries différentes et d'aires identiques. Les flux sont calculés pour plusieurs valeurs de ω . Les traits continus correspondent au domaine à géométrie circulaire, ceux discontinus au domaine à géométrie carrée. La Fig. 3.6a montre que le caractère à double porosité est présent (décroissance « discontinue » du flux). Le flux stable aux temps longs (encadré en rouge Fig. 3.6a) montre l'influence de la limite à charge constante imposée sur la limite du domaine. La Fig. 3.6b montre que dans un domaine à géométrie carrée, l'influence de la limite à charge imposée (stabilisation du flux) est plus précoce que dans un domaine à géométrie circulaire. Les paramètres utilisés sont : $r_w = 0,1$ m, $s_0 = 1$ m, $\lambda = 10^{-4}$, $b_m = 1$ m. Les géométries des domaines et leurs discrétisations sont résumées en Tab. 3.2.



(a) BEM 2^{de} dérivée



(b) BEM 2^{de} dérivée détail

FIGURE 3.7 – Graphiques semi-logarithmiques de la dérivée seconde du flux sans dimension en fonction du temps sans dimension pour un puits maintenu à charge constante dans deux domaines de géométries différentes et d'aires identiques. Les flux sont calculés pour plusieurs valeurs de ω . Les traits continus correspondent au domaine à géométrie circulaire, ceux discontinus au domaine à géométrie carrée. Les fortes valeurs de dérivée observables aux temps longs (Fig. 3.7a) montrent l'influence de la limite à charge imposée. L'échelle masque les phases de transitions (encadré en rouge Fig. 3.7a). Ces phases sont présentées sur la Fig. 3.7b. Pour chaque valeur de ω avant d'être influencée par la limite, la valeur de la dérivée se stabilise selon la valeur de 2. Pour une même géométrie de domaine, la limite est atteinte indépendamment des valeurs de ω . Les paramètres utilisés sont : $r_w = 0,1$ m, $s_0 = 1$ m, $\lambda = 10^{-4}$, $b_m = 1$ m. Les géométries des domaines et leurs discrétisations sont résumées en Tab. 3.2.

double milieu.

3.5.1.3 Variation de la dimension d'écoulement

Dans cette seconde sous-partie, nous nous intéressons à la stabilisation de la dimension d'écoulement du flux aux des temps longs. Nous rappelons que la dimension d'écoulement choisie pour exprimer les équations qui décrivent les écoulements est 2 (voir Sect. 3.3). Le but est de montrer ici que la dimension d'écoulement peut varier selon la géométrie du domaine dans lequel le flux est produit. En particulier, il est possible théoriquement d'obtenir dans de tels domaines des dimensions d'écoulements non entières. Les travaux analytiques de Doe (1991) montre que d'après le modèle radial généralisé de Barker (1988), une dimension d'écoulement non entière au puits peut être obtenue (aux temps longs) si la surface d'écoulement, ou les propriétés hydrauliques du milieu évoluent selon une loi de puissance, en fonction de la distance au puits.

Le modèle numérique développé dans ce travail (BEM double-porosité) ne permet pas de tenir compte des variations spatiales des propriétés hydrauliques du milieu. Néanmoins, tout en gardant à l'esprit que l'épaisseur de l'aquifère est considéré comme constante, il est possible de faire varier, simplement, la surface du domaine, et par conséquent la dimension de la surface d'écoulement. Nous proposons d'observer les variations temporelles de la dimension d'écoulement du débit qui arrive au puits suite à une baisse de charge subite. La géométrie du domaine dans lequel se trouve le puits évolue suivant deux facteurs. Le premier facteur est l'exposant de la fonction de puissance qui décrit la forme des limites à flux imposés (nuls) en partie supérieure et inférieure du domaine. Le second facteur est la valeur de la distance entre ces limites et le puits. Notons que la largeur du domaine, L , est constante.

Des simulations ont été réalisées dans le but de faire varier la surface d'alimentation du puits et, par conséquent, la dimension d'écoulement observée dans le flux arrivant au puits. La Fig. 3.8 présente schématiquement le domaine ainsi que les paramètres géométriques associés. Les paramètres utilisés pour les simulations sont décrits dans le Tab. 3.3. Nous nous plaçons dans un repère cartésien $\underline{x} = (x, y)^T$. La géométrie des limites inférieures et supérieures du domaine suit une fonction de puissance du type x^d où d est non entier. Les limites latérales n'ont pas de géométrie particulière, celles-ci sont purement verticales. Le puits est centré à l'origine du repère (de coordonnées $(0,0)$). La distance entre le puits et la plus proche limite (ici imperméable) est décrite par le paramètre a . Les conditions aux limites prescrites sont les suivantes : flux imposé (nul) aux limites inférieures et supérieures, et charge imposée (rabattement nul) aux limites latérales (verticales). Le nombre de noeuds employés pour décrire le puits est L_{puits} . Les limites inférieure, supérieure et latérale (verticale) comportent L_{sup} , L_{inf} et L_{vert} noeuds respectivement.

Les résultats des expériences numériques réalisées sont présentés sur les Fig. 3.9, 3.10, 3.11 et 3.12. La Fig. 3.9 et la Fig. 3.10 présentent les flux sans dimension calculés pour deux domaines définis par les facteurs $d1$ et $d2$ et pour deux classes de domaines. La première classe de domaine (Fig. 3.9), est caractérisée par une distance à la limite à charge constante supérieure à la distance à la limite à charge imposée, en d'autres termes $a < L$. La seconde classe (Fig. 3.10) correspond au cas quasi-inverse (car $a = L$ dans un cas), soit $a \geq L$. Nous avons vu au chapitre précédemment (Chap. 2) que la dérivée seconde pouvait permettre de mettre en évidence la dimension d'écoulement du flux. Nous présentons sur la Fig. 3.11 et la Fig. 3.12 la dérivée seconde associée aux expériences pour lesquelles le temps entre l'influence de la première condition à la limite (imperméable) et la seconde limite (charge imposée) est le plus élevé. Ces expériences correspondent au cas où $a < L$.

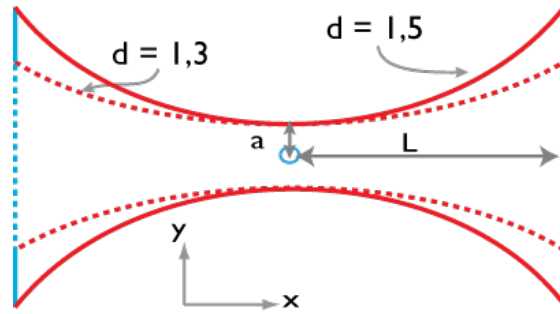


FIGURE 3.8 – Schéma (plan) des deux géométries de domaine utilisées pour faire varier la dimension d'écoulement. La courbure des frontières supérieure et inférieure suivent, pour les traits continus $y = x^{1,5}$, et pour les traits discontinus $y = x^{1,3}$. Les conditions aux limites à flux imposé (flux nul – limite imperméable) sont en rouge. Les conditions à charge imposée (rabattement spécifié) en bleu. La distance puits – limite imperméable est représentée par a . La distance puits – limite à charge imposée est représentée par L . Ce schéma correspond au premier type de domaine dans le texte ($a < L$).

Paramètres hydrauliques		Paramètres du milieu					
λ (-)	ω (-)	a (m)	d	L (m)	$L_{sup/inf}$	L_{vert}	L_{puits}
10^{-3}	$3 \cdot 10^{-2}$	1,2	1,5	100	11	3	10
		10					
		10^2					
		$5 \cdot 10^2$					
10^{-3}	$3 \cdot 10^{-2}$	1,2	1,3	100	11	3	10
		10					
		10^2					
		$5 \cdot 10^2$					

Tableau 3.3 – Valeurs des paramètres utilisés pour les simulations de variation de dimension d'écoulement. Les paramètres a et L sont représentés schématiquement sur la Fig. 3.8. Les paramètres λ et ω correspondent aux propriétés hydrauliques du milieu à double-porosité, le nombre de noeuds employés pour les frontières sup. et inf. (cdt. de flux), latérales (cdt. de charge), et au puits est décrit par $L_{sup/inf}$, L_{vert} , et L_{puits} .

3.5.1.4 Première classe de domaine ($a < L$)

On peut observer sur la Fig. 3.9b que pour le cas où la limite (imperméable) du domaine est située proche du puits ($a = 1, 2$), les flux sont plus importants. On observe plus particulièrement sur la Fig. 3.9a qu'indépendamment du facteur de forme du domaine (d), les courbes de décroissance des flux sont similaires aux temps très courts ($t_D < 10^{-2}$). A partir d'un certain temps ($10^{-2} < t_D < 10^{-1}$), les courbes de débits correspondantes aux domaines pour lesquels la limite imperméable est située proche du puits atteignent un minimum puis augmentent. Un comportement similaire est observable à partir d'un temps plus important ($t_D \approx 10^2$) dans le cas où la limite imperméable est plus éloignée. L'augmentation du débit est liée à la fois à la présence de la limite à flux nul et à la géométrie – évolutive – du domaine. La diffusion de la perturbation hydraulique créée au puits, associée à ce type de géométrie (où l'aire/surface d'écoulement augmente), est marquée au puits par une augmentation du flux.

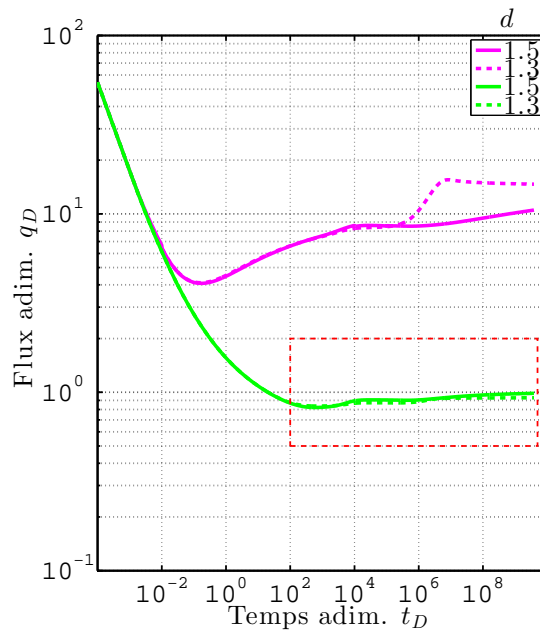
Dans le cas où la limite à flux nul est proche, la très forte similarité des courbes aux temps moyens ($10^0 \leq t_D \leq 10^4$) suggère que la géométrie du domaine influence peu la valeur du flux. En revanche, au-delà d'une valeur de temps ($t_D \approx 10^4$), le comportement du flux entre les deux domaines diffère, en premier lieu faiblement ($10^4 \leq t_D \leq 7 \cdot 10^5$) et en second lieu fortement (pour $t_D > 7 \cdot 10^5$). Dans ce cas, les processus de diffusion sont à la fois influencés par la limite à charge imposée et la géométrie du domaine. Le fort taux d'augmentation du flux observé entre le cas où $d = 1, 3$ et celui où $d = 1, 5$ peut être lié à la propagation de la diffusion dans la zone influencée à la fois par les deux limites. En d'autres termes les dimensions des « coins » pour les deux géométries du modèles sont différentes et ceci influence le flux restitué au puits aux temps longs. Plus l'aire est grande ($d = 1, 5$) moins le taux d'augmentation du flux est important.

Dans le cas où la limite est éloignée, le rebond observé précédemment est faible. La flexure des courbes de débits au temps moyens ($10^1 \leq t_D \leq 10^2$) sur la Fig. 3.9a (courbes vertes) et l'absence (ou faible) de rebond du flux, indiquent que le système est en phase de transition (double-porosité). Néanmoins, comme montré par les courbes de la Fig. 3.9b, ce rebond reste présent (à $t_D = 10^3$). Les phases de changement du taux de flux suivant cette période sont similaires à ce qui a été présenté précédemment. En revanche, dans ce cas, les flux associés au domaine $d = 1, 3$ sont inférieurs à ceux du domaine où $d = 1, 5$. Il semble aussi que pour les temps longs, la géométrie du système associée à l'influence de la limite à charge imposée induisent des taux de variations plus faibles pour les flux du domaine à forte extension ($d = 1, 5$).

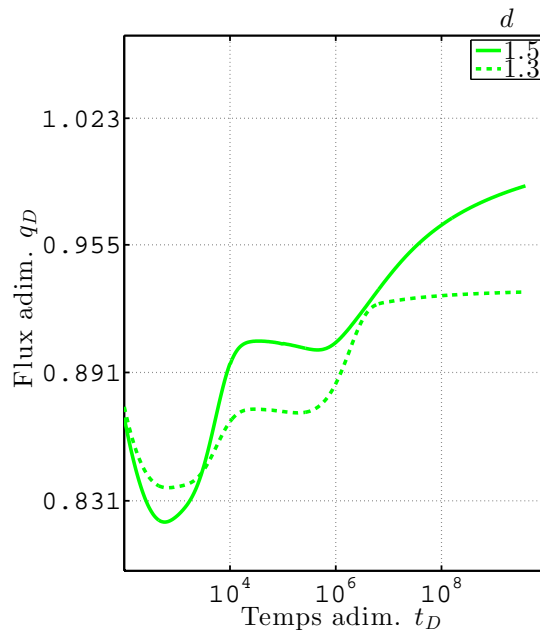
3.5.1.5 Seconde classe de domaine ($a \geq L$)

Les flux sans dimensions calculés au puits pour des domaines de géométries où $a \geq L$, sont présentés en Fig. 3.10. Sur cette figure, on observe que les débits sont peu influencés aux temps courts et moyens ($10^{-3} \leq t_D \leq 10^4$) par la géométrie du domaine et par les conditions aux limites (Fig. 3.10a). Dans cet exemple, le flux décroît et la phase de transition (double-porosité) est marquée. Toutefois, avant qu'un régime d'écoulement correspondant à un milieu à simple porosité soit atteint, on peut constater qu'à partir de $t_D = 10^4$, les débits arrivant au puits dans les deux milieux se stabilisent autour de valeurs proches ($\approx 5 \cdot 10^{-1}$). Cette stabilisation du flux est la conséquence de l'influence induite par la limite à charge imposée. Cette limite est située à distance égale ($a = L$ courbes bleues) ou à distance inférieure ($a < L$ courbes bleues) avec la limite à flux imposé (nul). Le couplage entre la limite à charge imposée, et la géométrie du domaine borné par une limite à flux nul induit des variations spécifiques du flux au puits.

La Fig. 3.10b présente ces variations de flux aux temps longs, lorsque ceux-ci sont influencés par les deux caractéristiques du domaine. L'analyse des perturbations du flux est complexe. La



(a) Cas où $a = 1, 2$ (rose) et $a = 10$ (vert)



(b) Détails temps longs $a = 10$

FIGURE 3.9 – Débits sans dimension en fonction du temps sans dimension pour un puits maintenu à pression constante dans deux domaines ($a = 1, 2$ courbes roses et $a = 10$ courbes vertes) dont l'aire évolue en fonction d'une loi de puissance de d . La Fig. 3.9a montre que plus la distance puits – limite imperméable est courte plus le débit produit cesse de décroître tôt et reste élevé. Lorsque d est petit, le flux est influencé par la limite à charge constante plus tôt, il reste plus important dans ce cas. L'encadré rouge présente le comportement du flux au temps longs pour le domaine où la limite imperméable est plus éloignée ($a = 10$), le détail est présenté sur la Fig. 3.9b. Dans cette partie, le flux est influencé par la limite de charge imposée plus tôt lorsque d est petit et les débits produits au puits sont inférieurs dans ce cas.

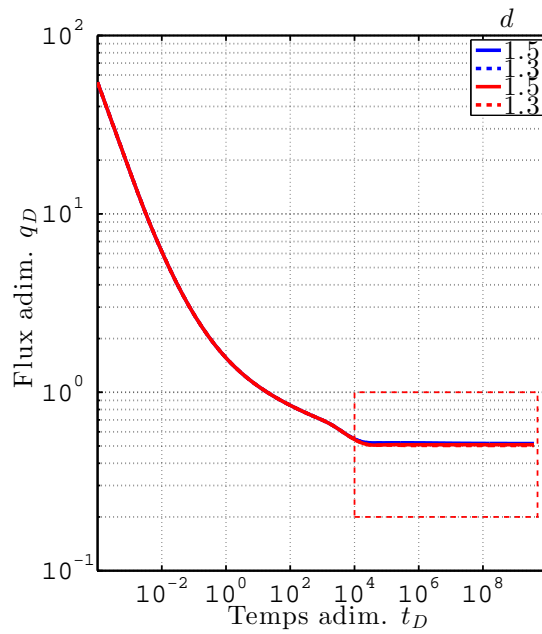
variation de la distance entre le puits et la limite à flux nul (bordure du domaine) influence la valeur de flux à laquelle le taux de décroissance change. Pour les deux géométries, on observe un flux supérieur lorsque la distance à la limite de domaine (à flux nul imposé) est plus importante que celle à la limite à charge imposée ($a > L$ Fig 3.10b courbe rouge). Pour les deux cas où la distance $a = L$ (Fig 3.10b courbes bleues), les flux stables obtenus aux temps élevés sont inférieurs à ceux pour lesquels $a > L$ (courbes rouges). On peut enfin observer que pour les domaines où $a > L$, les flux se stabilisent selon une certaine valeur à des temps plus courts que dans le cas où $a = L$. Cette observation peut indiquer deux phénomènes. Premier phénomène, les processus de diffusion se stabilisent plus rapidement dans le cas où $a > L$, et la géométrie du domaine $a = L$ influence plus longuement la diffusion. Deuxième phénomène, les processus adoptent un régime pseudo-permanent et peuvent évoluer plus lentement vers un régime stable (non identifié ici à cause de la limite de temps, et dans ce cas, la géométrie du domaine $a = L$ influence plus succinctement la diffusion.

3.5.1.6 Dimension d'écoulement

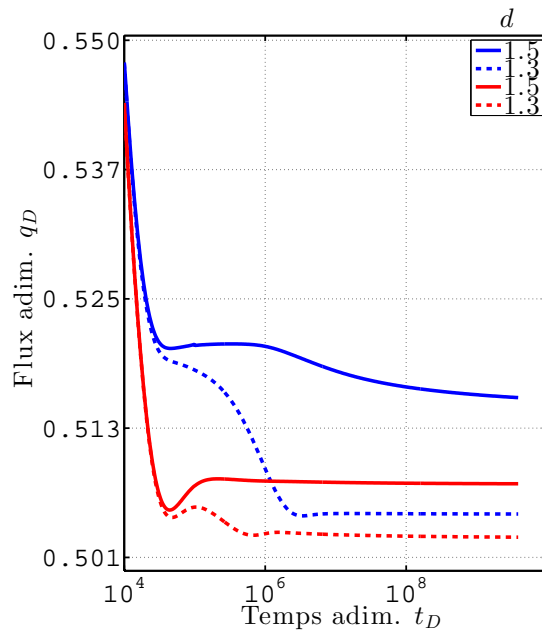
Nous cherchons à mettre en évidence les variations des dimensions d'écoulement grâce à l'utilisation de la dérivée seconde. La profondeur de l'aquifère étant constante, la surface d'écoulement varie selon deux lois de puissance (associées à $d = 1, 3$ et $d = 1, 5$). Si la dimension d'écoulement se stabilise, celle-ci devrait ainsi être non entière. Toutefois, il ne faut pas que la propagation de la diffusion de la perturbation ne soit influencée par la présence éventuelle d'une condition à la limite (comme par exemple une charge imposée) qui jouera alors sur la surface d'écoulement. Dans ce cas la surface d'écoulement n'évoluerait plus. L'influence de l'évolution de la géométrie du domaine est maximum lorsque la limite imperméable est atteinte au plus tôt et lorsque la limite à charge imposée est atteinte au plus tard. Autrement dit lorsque le temps entre l'influence de chacune des deux limites est maximum. L'analyse des résultats présentés ci-dessus (Sect. 3.5.1.5) a montré qu'une telle configuration de temps était obtenue pour les cas où $a = 1, 2$ et $a = 10$. Nous présentons la dérivée seconde des flux calculés précédemment pour chacun de ces deux cas sur la Fig. 3.11 et la Fig. 3.12 respectivement.

Pour le premier cas, $a = 1, 2$, la Fig. 3.11a montre sur un graphique semi-logarithmique, la dérivée seconde calculée pour chacune des deux géométries de domaine ($d = 1, 3$ et $d = 1, 5$). L'intégralité des courbes de dérivée est présentée sur cette figure. On observe qu'au cours du temps la dérivée fluctue fortement et irrégulièrement. Les variations de valeurs de dérivées fluctuent entre -210 et $+210$. Dans le détail, on peut observer que quelques imprécisions numériques perturbent les valeurs de dérivées. Certaines phases de temps ont des valeurs de dérivées proches de 0, pour chaque géométrie de domaine. La Fig. 3.11b présente sur un graphique semi-logarithmique la dérivée seconde du flux avec un agrandissement de l'échelle de l'axe des ordonnées. Cette figure (Fig. 3.11b) met en évidence qu'à aucun instant de la plage de temps où les calculs ont été réalisés, la valeur de la dérivée ne se stabilise selon une valeur égale à 2, même aux temps longs. De plus cette dimension d'écoulement est très instable. La dimension d'écoulement dans les deux types de géométrie semblent varier de manière similaire à la vue des faibles différences de forme observée entre chacune. Toutefois, lorsque $t_D > 10^6$ les deux courbes sont distinctes l'une de l'autre. Aux temps très grands la courbe de dérivée associée au domaine où $d = 1, 5$ montre un début de stabilisation selon une dimension d'écoulement égale à 2,15.

Pour le second cas, $a = 10$, la Fig. 3.12a montre la dérivée seconde calculée pour chacune des deux géométries de domaine ($d = 1, 3$ et $d = 1, 5$). Comme précédemment, l'intégralité des courbes de dérivée est présentée sur la figure. D'une manière similaire au domaine précédent ($a = 1, 2$), on observe ici que la dérivée fluctue fortement, entre -190 et 190 , et que les valeurs de dérivée



(a) Cas où $a = 100$ (bleu) et $a = 500$ (rouge)



(b) Détails temps longs

FIGURE 3.10 – Débits sans dimension en fonction du temps sans dimension pour un puits maintenu à pression constante dans deux domaines ($a = 100$ courbes bleues et $a = 500$ courbes rouges) dont l'aire évolue en fonction d'une loi de puissance de d . La Fig. 3.10a montre que dans chaque cas (a et d différents), les flux au puits sont semblables aux temps courts et moyens. La stabilisation du flux au même temps (à $t_D = 8 \cdot 10^4$) et selon une gamme de valeurs similaire quasi indique l'influence de la limite (cadre rouge) à charge imposée (située à $L = 100$). Le détail de la stabilisation est présentée sur la Fig. 3.10b. Lorsque la limite imperméable est très éloignée ($a = 500$ – courbes rouges) les flux sont plus faibles que lorsque cette limite est proche. La distance à la limite imperméable influence différemment le comportement transitoire du flux suite à l'influence de la limite à charge imposée.

semblent s'aligner prochainement de zéro. A la différence du cas précédent, on peut noter qu'aux temps courts ($10^0 \leq t_D$), les courbes de dérivée de la Fig. 3.12a ne montrent aucune variation de forte amplitude. On retrouve donc un comportement du flux non influencé par une quelconque limite. La première variation des courbes de dérivée est observée à $t_D = 8 \cdot 10^3$ et correspond à l'influence de la limite à flux imposé (nul). Par la suite, les variations à fortes amplitudes des dérivées sont moins fréquentes que dans le cas précédent (où la limite du domaine était plus proche). La Fig. 3.12b présente sur un graphique semi-logarithmique la dérivée seconde du flux avec un agrandissement de l'échelle de l'axe des ordonnées. Sur la figure, on peut voir qu'à aucun instant de la plage de temps où les calculs ont été réalisés, la valeur de la dérivée ne se stabilise selon une valeur égale à 2, même aux temps longs. La forme semblable jusqu'au temps $t_D = 10^5$, des deux courbes de dérivées, confirme les observations de comportement similaire du flux (comme vu en Sect. 3.5.1.5). Au delà du temps $t_D = 10^5$, les deux courbes se distinguent mais gardent toutefois un aspect similaire.

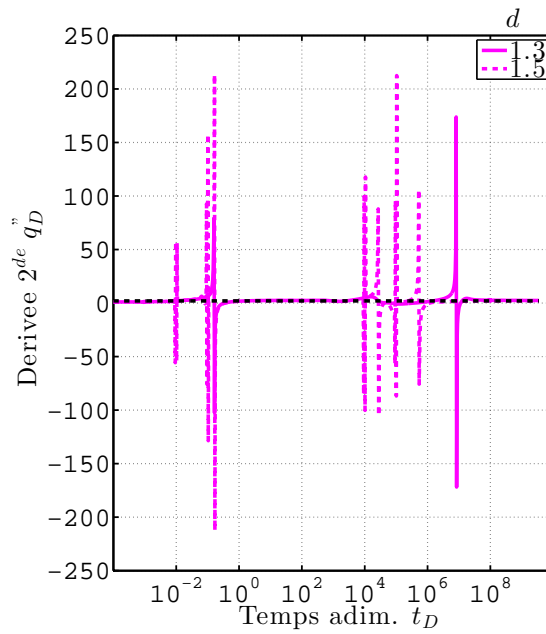
Les résultats présentés ne permettent pas de mettre en évidence une stabilisation de la dimension d'écoulement pour les cas synthétiques simulés. Plusieurs raisons peuvent expliquer ceci. La plus évidente est que la condition à la limite à charge imposée est située trop proche du puits de perturbation. Son influence est ressentie trop tôt sur l'écoulement au puits. Une autre raison peut être liée à la période de calcul considérée. Pour des temps plus longs, la géométrie d'écoulement pourrait éventuellement se stabiliser. Enfin, il est possible que la discrétisation des frontières, en particulier celles extérieures, ne soit pas adéquate (induit des erreurs) et que celles-ci requièrent une meilleure définition. Chacun de ces cas est admissible et de nouvelles simulations (plus longues) pourraient être envisagées pour atteindre l'objectif fixé.

3.5.2 Echelle globale - aquifère à double-porosité

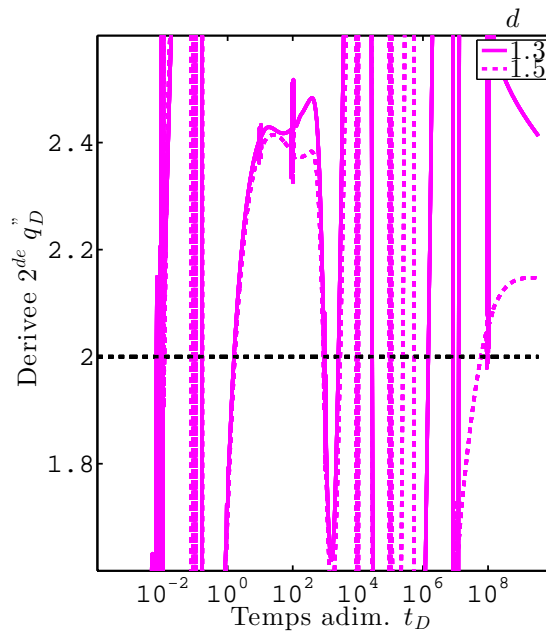
Le contexte général de cette partie est le suivant. La réponse des débits observés à l'exutoire d'un système hétérogène suite à un épisode de recharge, peut-elle être classée selon une typologie ? Cette typologie dépend-elle de la structure physique de l'aquifère ?

Pour répondre à cette problématique, nous considérons le second modèle conceptuel d'aquifère présenté Sect. 3.2.2 (représenté Fig. 3.1). L'aquifère est divisé en deux continua, l'un (1^{er} continuum) représente la zone de forte transmissivité dans le karst (comme par exemple les conduits principaux), et l'autre (2^e continuum) représente la zone à fort emmagasinement (comme par exemple la roche fracturée ou peu karstifiée). Le but est d'observer selon ce modèle conceptuel, l'impact du contraste des deux paramètres hydrodynamiques, λ et ω , sur la réponse du débit à la sortie du système, suite à un épisode de recharge. Dans le karst, plusieurs mode de recharge peuvent être considérés, ceux-ci ont été décrits dans le chapitre introductif (Sect. 1.1.2.1). La quantification des flux de recharge effectifs, et plus particulièrement des parts associées à chaque zone d'un aquifère est sujet à discussion. L'hydrochimie montre en particulier que les transferts entre la surface et la zone saturée dans la zone de transfert sont complexes (Celle-Jeanton *et al.*, 2003; Mudarra et Andreo, 2011). Sauter (1992) octroie entre 5 à 10% au flux de recharge total pour l'alimentation du domaine à forte conductivité hydraulique. Nous choisissons de suivre l'hypothèse faite par Kiraly et Morel (1976) qui considère que plus de 40% atteint la zone de forte conductivité hydraulique.

Nous proposons de comparer trois scénarios de recharge. Pour chaque scénario, une intensité $r_i(t)$ ($i = 1, 2, 3$) ms^{-1} de recharge est considérée. Toutefois, une unique distribution du flux de recharge est considérée. dans laquelle 50% atteint la zone mobile (premier continuum) et 50% atteint la zone immobile (second continuum) est considérée. La forme du flux de recharge considéré



(a) Dérivée 2^{de} du flux ($a = 1,2$)



(b) Détail pour $1,6 \leq q_D \leq 2,6$

FIGURE 3.11 – Variation de la dérivée 2^{de} du flux en fonction du temps sans dimension pour un domaine où ($a = 1,2$). La courbe rose continue est associée à la géométrie de domaine variant selon $d = 1,3$, celle discontinue est associée à $d = 1,5$. La courbe noire discontinue représente la constante 2. La Fig. 3.11a montre l'intégralité de la courbe de dérivée. Des amplitudes importantes sont présentes aux temps faibles ($t_D < 10^0$). D'autres variations sont groupées aux temps longs ($t_D < 10^4$). Entre ces deux temps et lorsqu'il y a peu de variations, les valeurs de la dérivée sont proches de zéro. La Fig. 3.11b montre en détail les valeurs de dérivées proches de zéro. La dérivée, très instable n'est jamais égale à 2. Aux temps moyens ($10^0 < t_D < 10^4$), une tendance de stabilisation est observable, selon la valeur de 2,4. Aux temps élevés ($t_D > 10^8$) selon la valeur de 2,18 pour $d = 1,5$.

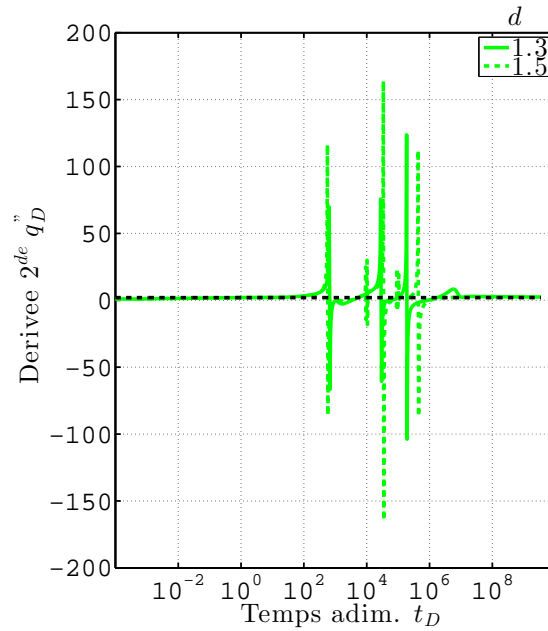
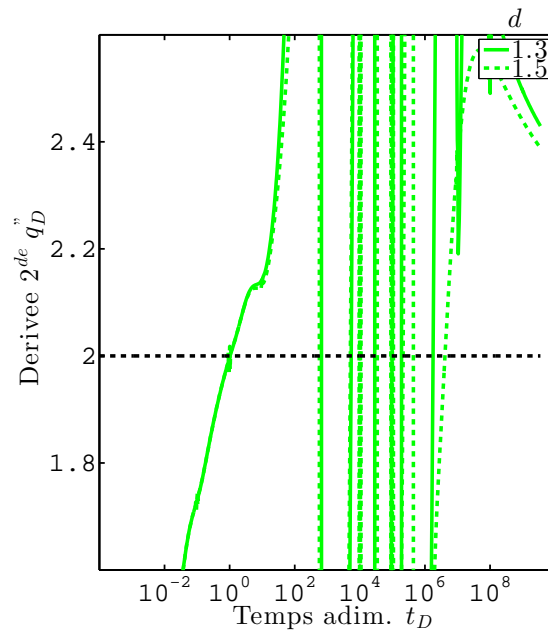
(a) Dérivée 2^{de} du flux ($a = 10$)(b) Détail pour $1,6 \leq q_D \leq 2,6$

FIGURE 3.12 – Variation de la dérivée 2^{de} du flux en fonction du temps sans dimensions pour un domaine où ($a = 10$). La courbe verte continue est associée à la géométrie de domaine variant selon $d = 1,3$, celle discontinue est associée à $d = 1,5$. La courbe noire discontinue représente la constante 2. La Fig. 3.12a montre l'intégralité de la courbe de dérivée. Aucune forte amplitude n'est observée aux temps faibles ($t_D < 10^0$). Les fortes variations de dérivées sont groupées aux temps moyens et longs. Aux temps faibles, les valeurs de la dérivée sont proches de zéro (>0). La Fig. 3.12b montre le détail des faibles valeurs de dérivées. La dérivée n'est pas stable, ni aux temps faibles, ni au aux temps élevés.

	Paramètres hydrauliques			Paramètres du domaine		Résultats	
	$r_i(t)$ m · s ⁻¹	λ [-]	ω [-]	$L \times l$ (m)	L_{ext} (L)		l_{ext} (l)
$r_1 = 2,315 \cdot 10^{-6}$		10^{-3}	10^{-4}	$10^4 \times 1$			Fig. 3.13
		10^{-4}	10^{-4}	$10^4 \times 1$	6	3	Fig. 3.13 et Fig. 3.14
		10^{-4}	$3 \cdot 10^{-2}$	$10^4 \times 1$			Fig. 3.14
$r_2 = 1,157 \cdot 10^{-6}$		10^{-3}	10^{-4}	$10^4 \times 1$			Fig. 3.13
		10^{-4}	10^{-4}	$10^4 \times 1$	6	3	Fig. 3.13 et Fig. 3.14
		10^{-4}	$3 \cdot 10^{-2}$	$10^4 \times 1$			Fig. 3.14
$r_3 = 5,787 \cdot 10^{-7}$		10^{-3}	10^{-4}	$10^4 \times 1$			Fig. 3.13
		10^{-4}	10^{-4}	$10^4 \times 1$	6	3	Fig. 3.13 et Fig. 3.14
		10^{-4}	$3 \cdot 10^{-2}$	$10^4 \times 1$			Fig. 3.14

Tableau 3.4 – Résumé des intensités de recharge $r_i(t)$ (avec $i = 1, 2, 3$) et des paramètres hydrauliques du milieu (λ et ω) utilisés pour les expériences de recharge. Le signal de pluie considéré est un créneau de durée approximative de 24 h. Les frontières du domaine rectangle sont de longueur L (m) et de largeur l (m). Le nombre de noeuds par côté est décrit par L_{ext} (longueur) et l_{ext} (largeur).

est un créneau d'intensité $r(t)$, ce créneau débute à $t = 60$ s et se termine à $t = 86400$ s (durée ≈ 24 h). Au temps initial et tant que $t < 60$ s, l'aquifère est à l'équilibre (rabattement nul dans tout le domaine). Nous ferons varier le contraste de (i) conductivité hydraulique entre chaque continuum (décrit par λ), et (ii) de la fraction d'emmagasinement du continuum de la zone mobile par rapport à l'emmagasinement total du système (décrit par ω). Deux séries de simulations seront considérées pour observer la sensibilité aux deux paramètres, λ et ω . Dans la première série, le contraste de conductivité hydraulique (λ) est modifié d'un facteur 10. Dans la seconde série, la fraction d'emmagasinement associée à la zone mobile (ω) est modifiée depuis 3% à 10⁻²%.

L'aquifère est de géométrie rectangulaire, ses dimensions sont $10^4 \times 1$ m (longueur \times largeur). L'aquifère est entouré de trois limites imperméables (2 longueurs et 1 largeur). Sur l'intégralité d'une largeur, la charge est imposée. Le détail des valeurs des paramètres de milieu, de recharge, et de maillage du domaine, est résumé dans le Tab. 3.4. Les résultats des expériences numériques réalisées sont respectivement présentées sur les Fig. 3.13 et 3.14.

3.5.2.1 Sensibilité à λ

La Fig. 3.13 présente les variations de débits réels en fonction du temps réel pour deux valeurs attribuées au paramètre λ et pour les trois intensités de recharge. Nous observons sur la Fig. 3.13 et en particulier sur le graphique (semi-logarithmique) de la Fig. 3.13a que le débit produit à la limite à charge imposée (qui représente la source du bassin synthétique), aux temps inférieurs à $t = 60$ s est nul, cette situation correspond à l'état initial établi (rabattement nul et identique dans chaque domaine). Lorsque la recharge débute (à partir de $t = 60$ s), le flux augmente non linéairement. Tant que le flux de recharge est constant (entre $t = 60$ s et $t = 86400$ s), le débit produit augmente. Enfin, lorsque le flux de recharge cesse (à $t = 86400$ s), le débit produit décroît immédiatement.

On observe (toujours Fig. 3.13a) que les débits en sortie d'aquifère dépendent à la fois du flux de recharge et du contraste de conductivité hydraulique attribué au milieu. Lorsqu'un des deux cas augmente (intensité de recharge plus forte ou λ plus petit), le débit augmente. Dans

l'exemple présenté, le débit maximal calculé (Q_{max_1} , courbe continue rouge) est de l'ordre de $3,5 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$ lorsque $\lambda = 10^{-4}$ et que le scénario de recharge considéré est le plus important (R_1 et $r(t) = 2,315 \cdot 10^{-6} \text{ m} \cdot \text{s}$). On remarque aussi sur cette figure que pour chaque cas de recharge présenté, la proportionnalité entre les flux de recharge ($R_2 = 1/2R_1$ et $R_3 = 1/4R_1$) et les débits maximum atteints est conservée. Ceci est illustré sur la figure lorsque $\lambda = 10^{-4}$. Pour chaque cas de recharge (R_{1-3} , traits continus), les débits maximum dans ce cas sont proportionnels : $Q_{max_1} = 3,5 \cdot 10^{-3}$, $Q_{max_2} = 1,75 \cdot 10^{-3}$ (soit $Q_{max_1}/2$), et $Q_{max_3} = 0,875 \cdot 10^{-3}$ (soit $Q_{max_1}/4$). Enfin, on notera que malgré leurs similitudes en apparences, les formes de croissance des débits (crues) et de décroissance ne sont pas inversement proportionnelles. Les courbes de décrues associées à chaque valeurs de λ ont des pentes plus élevées que celles de croissance. Néanmoins, à recharge égale, la pente de décrue est plus faible lorsque le contraste de conductivité hydraulique est plus faible (λ grand).

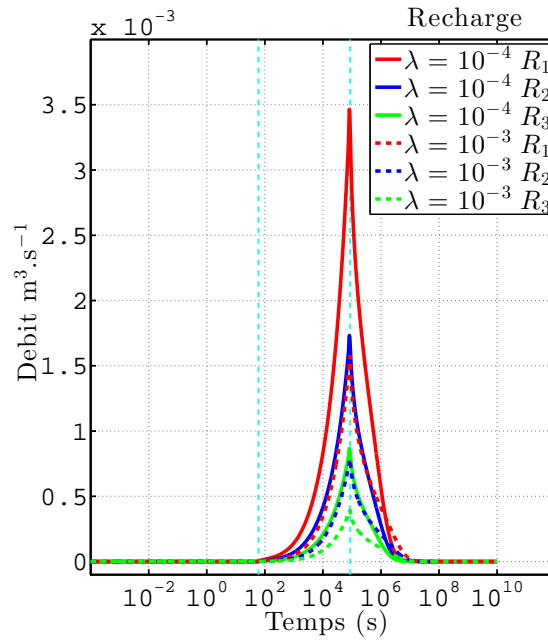
Sur la Fig. 3.13b, les décroissances des débits sont présentées sous forme de graphique bi-logarithmique. Le temps initial correspond au temps ($t = 86400 \text{ s}$) à partir duquel le flux de recharge cesse. On peut observer qu'en fonction de la recharge, et qu'en fonction du contraste de conductivité hydraulique l'intensité des débits ainsi que les durées de décrues sont différentes. Lorsque le flux de recharge varie (à λ constant) d'un facteur, on retrouve ce même facteur entre les débits initiaux de décrue. Les courbes sont similaires, et translatées selon l'axe des ordonnées. Lorsque le contraste de conductivité hydraulique varie (à recharge constante), les courbes de décrues sont modifiées, tant en terme de débit initial que de durée. Plus le contraste de conductivité hydraulique est élevé (λ diminue) plus les débits initiaux sont élevés, et plus courtes sont les périodes de décrues (1^{re} partie de courbe, p. ex. $t < 1,5 \cdot 10^6$), et la période de récession est atteinte plus tôt dans le temps (2^e partie de courbe, p. ex. $1,5 \cdot 10^6 < t < 10^7$).

3.5.2.2 Sensibilité à ω

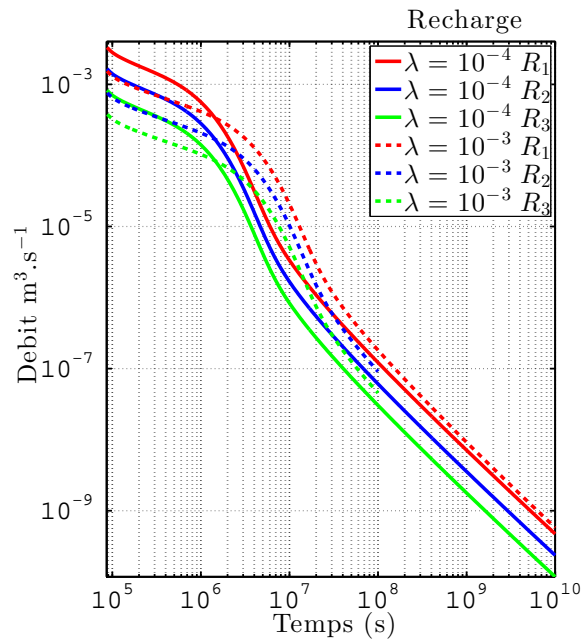
Les observations faites auparavant à propos de la synchronisation des temps d'augmentation et de diminution des débits (synchrones aux temps de début et de fin de recharge) sont vérifiées de manière identique dans cet exemple (voir Fig. 3.14 la Fig. 3.14a).

La Fig. 3.14 présente les débits réels en fonction du temps réels calculés pour les différentes intensités de recharge et pour deux valeurs de ω . Sur la Fig. 3.14a on peut observer l'impact sur le débit de la forte diminution de la fraction d'emménagement associée à la zone mobile (premier continuum) par rapport à l'emménagement total du milieu. Les débits calculés pour la fraction d'emménagement la plus faible ($\omega = 0,01\%$) sont très inférieurs à ceux calculés pour une fraction plus importante ($\omega = 3\%$).

Sur la Fig. 3.14b, on présente les détails des débits faibles associés à $\omega = 0,01\%$. On observe que la proportionnalité des maxima de débits associées à l'intensité de recharge (déjà observée précédemment) est conservée. En outre, trois caractéristiques supplémentaires peuvent être identifiées sur les courbes associées au domaine pour lequel la fraction d'emménagement ($\omega = 0,01\%$) du premier continuum est la plus faible (Fig. 3.14b). Premièrement, bien que les sauts de débits liés à l'inversion numérique de la transformée de Laplace soient identifiables aux premiers temps de recharge (à $t = 60 \text{ s}$), on constate une forte et brève décroissance des débits (indépendante de l'inversion numérique) associées aux premiers temps de décroissance ($t = 86400 \text{ s}$). Deuxièmement, à la suite de cette phase de décroissance, les courbes de débits prennent une forme concave (entre $10^5 < t < 10^7 \text{ s}$) avant de suivre un comportement de décroissance convexe, « classique ». Enfin troisièmement, dans la dernière partie des courbes de décroissance ($t > 10^7 \text{ s}$), les flux restent plus longtemps supérieurs à ceux associés au domaine où la fraction d'emménagement est relativement élevée. Par exemple ici, les temps peuvent être jusqu'à deux ordres de grandeurs de temps



(a) Graphique semi-log du débit



(b) Graphique log-log, détail de la décroissance

FIGURE 3.13 – Sensibilité à 2 valeurs de paramètre λ (courbes pleines et discontinues) et 3 intensités de recharge (couleurs) pour le modèle d'aquifère à double-porosité. Pour les courbes pleines $\lambda = 10^{-4}$ avec $K_1 = 10^{-1} \text{ ms}^{-1}$ et $K_2 = 10^{-5} \text{ ms}^{-1}$, pour les courbes discontinues $\lambda = 10^{-3}$ avec $K_1 = 3 \cdot 10^{-2}$ et $K_2 = 3 \cdot 10^{-5}$, $\omega = 3,22 \cdot 10^{-2}$. Un créneau de recharge est appliqué entre $t = 60 \text{ s}$ jusqu'à $t = 86400 \text{ s}$ (traits verticaux cyan Fig. 3.13a). Le créneau vaut $R_1 = 2,315 \cdot 10^{-6} \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, et $R_2 = 1/2 R_1$, $R_3 = 1/4 R_1$. La proportionnalité du flux de recharge est identifiable pour chaque débit maximal atteint. La Fig 3.13b montre qu'une diffusivité plus importante du 1^{er} continuum (1^{er} λ) induit des débits plus élevés et une récession plus courte que dans le cas d'une diffusivité plus faible (2^e λ).

(log) plus longs, pour un même scénario de recharge.

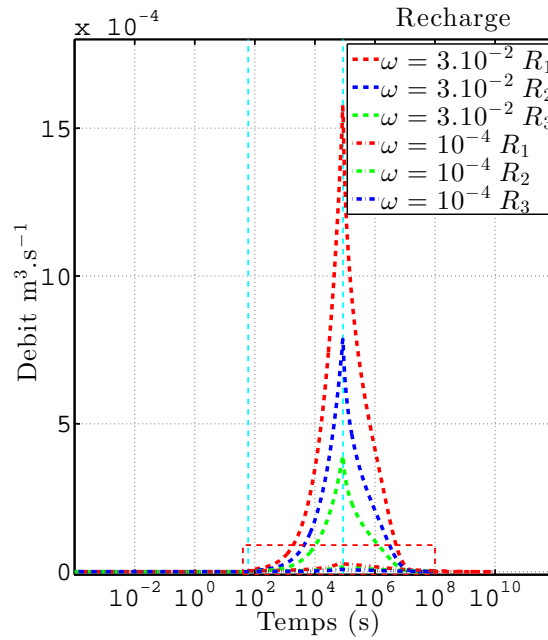
La Fig. 3.15 présente les débits réels en fonction du temps réels sous forme de graphique bi-logarithmique. Sur la Fig. 3.15 on retrouve de nouveau le caractère proportionnel des valeurs initiales des débits en fonction de l'intensité de la recharge (à ω constant). On peut observer plus particulièrement la sensibilité du système au changement des fractions d'emmagasinement associées à la zone mobile (1^{er} continuum). Dans le cas où la fraction d'emmagasinement est élevée ($\omega = 3\%$), la décroissance du flux adopte une succession de trois pentes distinctes. Celles-ci sont respectivement comprises entre les périodes de temps suivantes $86400 < t_1 < 2 \cdot 10^6$, $5 \cdot 10^5 < t_2 < 3 \cdot 10^7$, et $5 \cdot 10^7 < t_3 < 10^{10}$. On note que pour chaque scénario de recharge les valeurs de pentes sont identiques. Dans le cas où la fraction d'emmagasinement est faible ($\omega = 10^{-2}\%$), la décroissance du flux est différente. Elle adopte une succession de quatre allures distinctes (trois au cas précédent). Celles-ci sont respectivement comprises entre les périodes de temps suivantes $86400 < t_1 < 2 \cdot 10^6$, $10^6 < t_2 < 2 \cdot 10^8$, $10^9 < t_3 < 3.5 \cdot 10^9$ set à partir de $t_5 > 5 \cdot 10^9$ s. Quand $\omega = 10^{-2}\%$ (faible), les valeurs des pentes durant chaque période de temps (t_{1-4}) sont identiques pour les différents scénarios de recharge. Dans ce cas la particularité majeure est l'adjonction d'une allure de décroissance qui est liée à la valeur de ω . En effet, le fort taux de décroissance (immédiatement après l'arrêt de la recharge) est influencé par un fort soutien du second continuum ce qui induit une diminution du taux de décroissance du flux (courbe concave). Ensuite, aux temps élevés, le système réagit de manière homogène et adopte une décroissance classique (courbe concave), comme dans le cas où $\omega = 3\%$ (fraction d'emmagasinement élevée).

3.5.3 Recharge - aquifère hybride

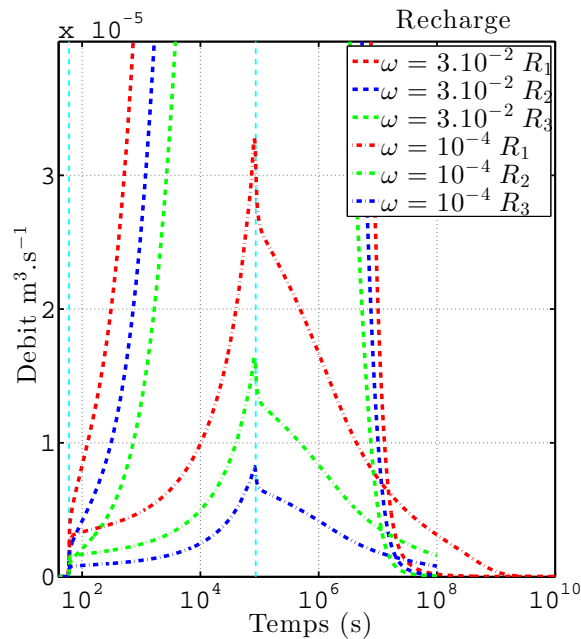
Le contexte général de cette partie est identique à celui de la section précédente. On cherche à répondre aux questions suivantes : la réponse des débits observés à l'exutoire d'un système hétérogène suite à un épisode de recharge peut-elle être classée selon une typologie ? Cette typologie dépend-elle de la structure physique de l'aquifère ?

Dans cette partie, nous considérons le modèle conceptuel d'aquifère karstique présenté au début de ce chapitre Sect. 3.2.3. Ce modèle est représenté sur la Fig. 3.2. Il est résumé comme suit : les écoulements dans le karst à l'échelle locale, peuvent être décrits par des modèles à double-porosité (les essais par pompage le prouve). Toutefois, à plus grande échelle, un réseau de conduits (en 3-D, verticaux et horizontaux) introduit une nouvelle porosité et il est nécessaire d'en tenir compte pour représenter l'hydraulique globale de l'aquifère. La loi de Darcy est difficilement applicable dans ces conduits néanmoins on remarque le point suivant. En 3-D, les écoulements se tiennent principalement dans des réseaux de conduits verticaux et horizontaux (Fig. 3.2). Lorsque les conduits verticaux sont connectés au réseau de conduits horizontaux, leur contribution individuelle devient alors non négligeable. En effet, ces conduits drainent localement l'aquifère jusqu'à ce que le niveau local (autour du conduit) ait atteint le niveau du réseau de conduit horizontal. Nous admettons l'hypothèse suivante : les apports diffus autour du réseau de conduits horizontaux sont négligeables face à ceux rencontrés à chaque croisement entre conduit vertical et horizontal. De cette manière, les flux dans le réseau de conduits horizontaux et *in fine* à la source de l'aquifère karstique, sont issus principalement du drainage réalisé par l'ensemble des conduits verticaux, connectés au réseau de conduits horizontaux. Hors, comme à l'échelle locale (échelle du puits), les écoulements peuvent être décrits par des modèles à double-porosité, alors nous pouvons considérer que le comportement hydraulique de drainage associés aux conduits verticaux peut aussi être décrit par un modèle à double-porosité (Fig. 3.2).

Nous considérons qu'un ensemble de connexions entre conduits verticaux et horizontaux



(a) Graphique semi-log du débit



(b) Détail des faibles valeurs de débits $\omega = 10^{-4}$ (cadre rouge Fig 3.14a)

FIGURE 3.14 – Sensibilité à 2 valeurs de paramètre ω (courbes discontinues) et 3 intensités de recharge (couleurs) pour le modèle d'aquifère à double-porosité. Pour les courbes discontinues (fortes valeurs), $\omega = 3, 22 \cdot 10^{-2}$ ($S_{s1} = 10^{-4} \text{ m}^{-1}$ et $S_{s2} = 3 \cdot 10^{-3} \text{ m}^{-1}$), et pour les valeurs faibles $\omega = 10^{-4}$ ($S_{s1} = 5 \cdot 10^{-5} \text{ m}^{-1}$ et $S_{s2} = 5 \cdot 10^{-1} \text{ m}^{-1}$), pour les deux $\lambda = 10^{-3}$ ($K_1 = 3 \cdot 10^{-2} \text{ ms}^{-1}$ et $K_2 = 3 \cdot 10^{-5} \text{ ms}^{-1}$). Le créneau de recharge est appliqué entre $t = 60 \text{ s}$ jusqu'à $t = 86400 \text{ s}$ (traits verticaux cyan Fig. 3.14a). Le créneau vaut $R_1 = 2,315 \cdot 10^{-6} \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, et $R_2 = 1/2 R_1$, $R_3 = 1/4 R_1$. La proportionnalité du flux de recharge est identifiable pour chaque débit maximal atteint. Sur la Fig 3.14b la forme (concave) de la décroissance indique un soutien   l'écoulement originaire du 2^e continuum.

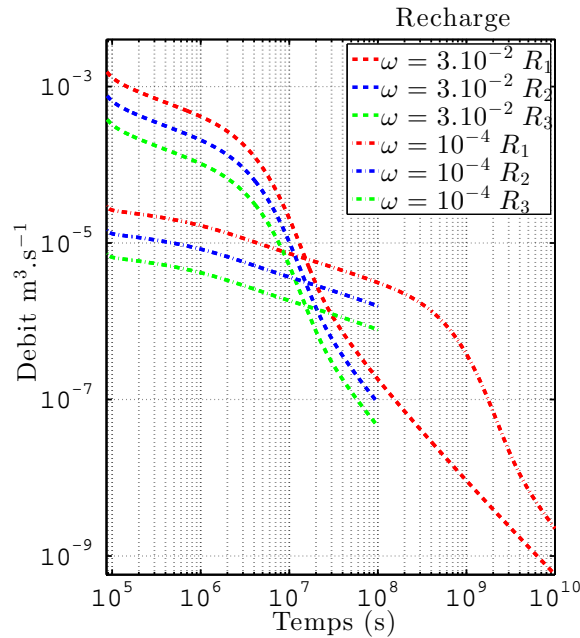


FIGURE 3.15 – Graphique log-log détaillé de la décroissance pour 2 valeurs de fraction d'emmagasinement du 1er continuum par rapport à l'emmagasinement total ω (traits discontinus) et 3 scénarios de recharge (couleurs). Lorsque la fraction d'emmagasinement est faible ($\omega = 10^{-4}$) le débit à l'exutoire est faible et le taux de décroissance est moins fort que lorsque la fraction d'emmagasinement est plus importante ($\omega = 3 \cdot 10^{-2}$).

doivent être décrites spécifiquement, tout en tenant compte de la description locale des écoulements. Notre approche consiste à spécifier un élément discret (un puits) pour chaque croisement entre un conduit vertical et un conduit horizontal. Cet élément est compris dans un milieu continu dans lequel les écoulements sont décrits par un modèle d'écoulement en milieu continu (double-porosité). Nous obtenons ainsi une approche hybride (couplage d'éléments discrets et de milieu continu). Nous proposons de réaliser un ensemble de simulation pour un aquifère synthétique composé de deux puits verticaux qui croisent un conduit horizontal, comme présenté sur la Fig. 3.2). Ces simulations ont donc pour objectif d'évaluer l'impact de l'introduction des éléments discrets dans la réponse du flux à l'exutoire de l'aquifère (contexte général), selon différentes propriétés hydrauliques décrites dans le milieu continu.

Dans les simulations, les conditions aux limites sont les suivantes. La limite externe du domaine est imperméable (apports externes négligés). Les deux limites internes (puits verticaux) sont à charge constante. Le système est à l'équilibre à l'état initial. Le domaine est rectangulaire, la longueur du domaine est $L = 10^4$ m et sa largeur est $l = 1$ m. L'origine du repère et le coin inférieur gauche du domaine sont confondus. Le centre de chaque puits est situé dans le domaine, respectivement aux points de coordonnées $(2500; 0,5)$ et $(7500; 0,5)$. Le rayon des puits est 0,1 m. Les paramètres suivants sont identiques aux simulations précédentes (Sect. 3.5.2, Tab. 3.4). Le flux de recharge est distribué en deux, 50% dans chaque continuum. Les scénarios de recharge (R_i avec $i = 1, 2, 3$) sont d'intensité $r(t)$. Le créneau de recharge appliquée a pour durée $\approx 24\text{h}$ (appliqué entre $t = 60$ s et $t = 86400$ s).

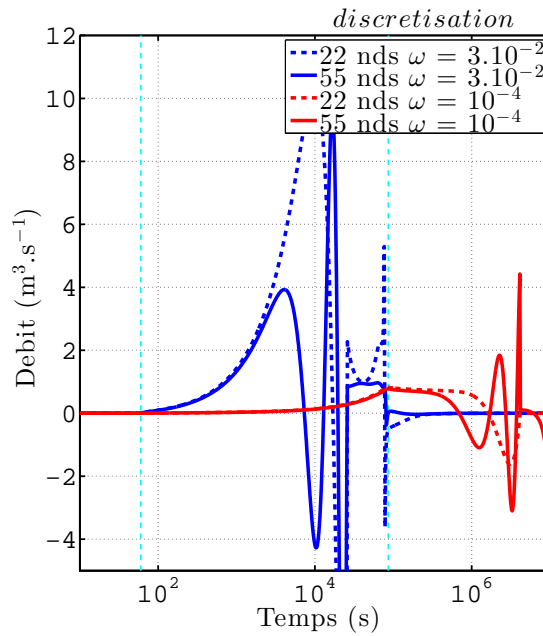


FIGURE 3.16 – Graphique semi-log pour un échelon de recharge d'intensité $r_1 = 2,315 \cdot 10^{-6} \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ appliqué sur un modèle hybride synthétique. Le débit calculé correspond à la somme des deux débits produits aux puits verticaux. Les résultats sont différenciés en fonction des deux valeurs de fraction d'emménagement du 1er continuum par rapport à l'emménagement total ω (couleurs), et de l'optimisation du nombre de noeud (traits continus). La période de recharge est située entre les traits discontinus cyans.

3.5.3.1 Sensibilité à ω

Deux résultats de calculs pour une même intensité de recharge ($r_1 = 2,315 \cdot 10^{-6} \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$) et pour deux milieux dont les frontières (et le pas de temps de calcul) ont été discrétisés différemment sont présentés sur la Fig. 3.16. Les débits présentés correspondent à la somme des débits produits à chaque puits vertical. On peut remarquer sur la figure plusieurs aspects. Pour chaque simulation où la fraction d'emménagement associée au premier continuum par rapport à l'emménagement total est identique, les débits calculés varient fortement. La discrétisation des frontières du domaine (le nombre de noeuds) et des temps (nombre de temps) auquel le calcul devait être réalisé a été augmentée d'une simulation à l'autre afin de tenter d'obtenir de meilleurs résultats. Néanmoins ces tentatives d'améliorations semblent ne pas être suffisantes. Les débits négatifs (flux entrants au puits) calculés par exemple pendant la période de recharge (courbes bleues) semblent être en désaccord avec les conditions aux limites spécifiées (puits à charge imposée). Nous noterons enfin que les valeurs des flux calculés sont aussi en désaccord avec le débit maximal pouvant être atteint sous l'effet de l'intensité de recharge surfacique spécifiée. Dans ces calculs, la source d'erreur la plus probable est l'inversion numérique de la transformée de Laplace réalisée à l'aide de l'algorithme de *De Hoog et al. (1982)*. La méthode numérique telle qu'elle a été implémentée dans ce travail montre ses limites, en particulier par rapport au signal de recharge (créneau) qui présente des fronts de variation importants. Dans ce cas, il aurait été judicieux de choisir une fonction de recharge différente et ne présentant pas de fronts de variations trop importants (p. ex. une fonction sinusoïdale, ou une gaussienne), ceci n'as pas pu être réalisé par manque de temps.

Ce modèle conceptuel, diffère du modèle précédent du fait de la présence de conduits verti-

caux discrets qui drainent un milieu continu dans lequel les écoulements sont décrits par un milieu continu à double-porosité. En conséquence le modèle proposé ici devrait avoir une dynamique contrainte par la présence de ces conduits. La disposition dans le domaine de ces derniers devrait permettre de solliciter (alimenter ou drainer) le milieu à double-porosité de manière plus importante que dans le cas d'un aquifère non hybride. C'est à dire que ces conduits permettraient, par exemple en période de décrue, de drainer plus efficacement l'aquifère du fait de leur liaison avec le réseau de conduits horizontaux.

3.6 Discussion

La discussion suivante est construite autour des trois objectifs de ce chapitre.

Dans ce chapitre, nous utilisons la méthode des éléments intégrales de frontières appliquée dans le domaine de Laplace à l'opérateur d'Helmholtz modifié décrit en Sect. 3.3.2.3 (Eq. 3.13). La méthode de résolution est simple à mettre en oeuvre, son utilisation ne nécessite pas de réaliser des maillages sur les volumes simulés. Différentes limites de charge ou de flux peuvent être spécifiées aussi bien à l'intérieur qu'à l'extérieur du domaine. Telle qu'implémentée, la méthode permet de résoudre le problème sur les frontières et pour n'importe quel point situé à l'intérieur du domaine. Les solutions sont calculées dans le domaine de Laplace. Après inversion numérique de la transformée de Laplace, les résultats sont obtenus dans le domaine des temps. Les tests de validations ont montré que les résultats obtenus étaient très précis pour des temps de calcul raisonnables (de l'ordre de l'heure pour une simulation simple). A l'aide de cette méthode, nous avons pu étudier les régimes transitoires du flux dans des domaines à double-porosité en considérant des limites complexes, dans des milieux homogènes (comprenant une unique zone de double-porosité). La prise en compte de plusieurs milieux hétérogènes est possible en délimitant de nouvelles frontières. Le dernier exemple présenté montre une des limites de l'approche numérique. *A priori*, l'algorithme d'inversion employé (De Hoog *et al.*, 1982) serait à l'origine des erreurs de calcul rencontré. L'implémentation d'un autre algorithme pourrait être envisagé. Des améliorations futures pourraient être apportées en considérant une parallélisation du code. Par exemple, l'indépendance des inversions numériques pour chaque période de log de temps peut permettre un calcul séparable. Un gain de temps de calculs peut être réalisé ici.

Le premier objectif de ce chapitre avait pour but de caractériser le flux atteignant un puits lors d'un essai par pompage mené à charge constante dans un aquifère où les écoulements peuvent être décrits par un modèle à double-porosité. Les résultats des simulations menées avec le modèle numérique utilisant la méthode des éléments et intégrales de frontières ont permis de mettre en évidence plusieurs points. Bien que la formulation mathématique employée pour décrire les écoulements soit dérivée pour une géométrie d'écoulement égale à 2 (Moench, 1984), les dimensions d'écoulement pouvaient varier en fonction du temps, de la géométrie du domaine et des conditions aux limites dans les milieux double-porosités synthétiques simulés. Dans le cas du karst, ce résultat est important car la présence de fortes discontinuités hydrauliques (p. ex. conduits, diaclases) peuvent induire des variations temporelles de la surface d'écoulement moyenne. Si un tel essai devait être mené sur le terrain (p. ex. pour un essai entre *packers*), en supposant qu'un régime stable (dimension d'écoulement invariante) soit atteint, il serait intéressant de tenir compte de la valeur de stabilisation de la dimension d'écoulement selon une valeur donnée pour interpréter l'essai. Dans le cas où ces variations de dimension d'écoulement ne seraient pas prises (ou mal prises) en compte, l'interprétation de l'essai pourrait conduire à des estimations de paramètres hydrauliques erronées. En outre, nous noterons que bien que l'objectif de cette partie était de caractériser les fluctuations du débit qui arrive au puits, en fonction des propriétés hydrauliques,

géométriques et des conditions aux limites du milieu, le code de simulation permet aussi de simuler des pompages à débit constant. Dans ce cas, on peut observer les fluctuations de pressions en fonction des mêmes éléments que cités ci-avant.

Le second objectif de ce chapitre, était de caractériser les variations du flux en régime transitoire à la sortie d'un aquifère synthétique à double-porosité pour une géométrie rectangulaire. L'effet d'une recharge distribuée (50-50%) entre chaque continuum sur le débit calculé à la sortie de l'aquifère a pu être observé pour différents scénarios de propriétés hydrauliques du milieu. Ce type d'approche (double-porosité) est attirante pour les aquifères karstiques car les écoulements à l'échelle régionale, peuvent être décrits par un modèle conceptuel à double-porosité. Le premier continuum (à haute transmissivité) est composé des drains et des conduits, le second continuum (haute capacité) est composé de la roche fracturée.

Nous avons pu mettre en évidence que le contraste de conductivité hydraulique et la fraction d'emménagement du premier continuum par rapport à l'emménagement total du double continuum influençaient la dynamique transitoire des débits calculés en sortie d'aquifère. Un contraste élevé de conductivité hydraulique induit un comportement hydraulique réactif, c'est à dire sensible aux sollicitations de recharge (taux de croissance et de décroissance des débits plus élevés). Une faible fraction d'emménagement associé au premier continuum induit des débits plus faibles mais des décroissances influencées par les volumes d'eaux stockés dans le second continuum.

Dans ces simulations, le système et le débit en sortie du système n'atteint jamais un régime permanent (ou pseudo-permanent). Il pourrait être judicieux d'établir un tel régime afin d'observer, tant pendant la phase de recharge, que pendant la phase de décroissance des phases de transition du débit. Ces phases de transitions seraient à mettre en relation avec les propriétés hydraulique du milieu. D'autres scénarios de recharge pourraient être envisagés. La sensibilité du débit à l'exutoire peut être évaluée en fonction du facteur de distribution des flux de recharge (ici $1/2$), de la forme du flux de recharge (ici un créneau), ou de la fréquence de recharge. Ce dernier point permettrait par exemple d'établir des séries chronologiques « pluie-débit » qui pourraient être analysées à l'aide de la méthode des histogrammes (fréquence des débits ou débits classés). Cette approche permettrait de lier approche fonctionnelle et approche physique. Cette expérience n'as pas été menée car elle nécessite de réaliser des chroniques de recharge sur de longues durées et le code de calcul actuel n'est pas orienté vers ce type d'utilisation. Enfin, nous noterons que dans cette approche, les écoulements au sein du premier continuum sont considérés comme suivant la loi de Darcy ce qui implique que l'écoulement n'est pas turbulent. Cette hypothèse peut être discutée étant donnée que dans les aquifères karstiques, les flux au sein des conduits peuvent être turbulents. Il pourra alors être envisagé de considérer une expression mathématique de l'écoulement qui intègre un terme quadratique.

Le troisième objectif de ce chapitre, était de caractériser les variations du flux en régime transitoire (sous l'influence d'une recharge) observé à l'exutoire d'un aquifère synthétique hybride à double-porosité pour un aquifère composé de deux puits verticaux. Dans ce cas, la méthode employée n'a pas permis de caractériser précisément les flux en sortie d'aquifère du fait de restrictions numériques. Ces restrictions numériques pourraient être outrepassées par exemple, soit en considérant une amélioration du code de calcul (différent algorithme d'inversion), soit en considérant d'autres fonctions de recharge (p. ex. une forme de Gaussienne) pour minimiser les effets de fronts.

Néanmoins, nous pouvons discuter l'approche de modélisation hybride de la manière suivante. Les hypothèses quant aux flux de recharge ont déjà été discutées dans le paragraphe précédent, les mêmes remarques s'appliquent ici à ce sujet. En outre, à la vue des résultats obtenus dans les parties précédentes, nous pouvons émettre les hypothèses de comportement hydraulique suivantes pour le scénario de recharge envisagé. Autour du puits, l'aquifère réagit hydrauliquement comme

un milieu à double porosité. De ce fait, les sensibilités aux paramètres hydrauliques du milieu ont été caractérisées avant pour une perturbation hydraulique et pour le cas d'une recharge appliquée sur un domaine rectangulaire. L'étude de la sensibilité du flux de décharge selon une condition de charge imposée et d'un flux de recharge externe correspond au second cas. Dans ce cas, un fort contraste de conductivité hydraulique induira de faibles échanges entre les deux continua et de forts débits produits dans les conduits horizontaux. Une faible fraction d'emmagasinement associée au premier continuum par rapport à l'emmagasinement total du système induira une durée plus importante de contribution du second continuum au cours de la décroissance des débits. Et une atténuation potentielle des débits du fait d'une plus faible diffusivité du premier continuum. L'adjonction de plusieurs intersections, revient à amplifier les comportements décrits ici d'un facteur qui dépend du nombre d'intersections et de leurs distances. La question est alors de déterminer à partir de combien de drains verticaux l'hydraulique du système n'est plus perturbée (ou suit un comportement hydraulique équivalent).

Dans la représentation des écoulements au sein du karst, la considération d'un milieu hybride comme celui présenté ici est équivalente à considérer un triple-continuum. Cette approche est discutable comme par exemple pour des aquifères présentant une très forte porosité de « matrice » (comme p. ex. en Floride). Plus généralement pour les aquifères pouvant être caractérisés par un écoulement « diffus » selon la définition de [Quinlan et Ewers \(1985\)](#), cette approche peut être remise en cause. Toutefois, tous les aquifères karstiques ne sont pas caractérisés par ce type d'écoulement. L'approche hybride peut s'avérer utile afin de mieux interpréter la réponse hydraulique d'un système suite à une perturbation naturelle (recharge pluie) où l'écoulement est considéré comme « mixed » selon la définition de [Quinlan et Ewers \(1985\)](#).

3.7 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons cherché à modéliser le transfert de flux dans les aquifères karstiques selon plusieurs approches. Comme le comportement hydraulique du karst peut être considéré comme étant à double-porosité, à plusieurs échelles, nous avons étudié sur des exemples synthétiques les écoulements dans un milieu à double porosité à deux échelles (locale et régionale).

Le modèle d'écoulement considéré est un modèle à double-porosité dans lequel les échanges entre le premier et le second continuum sont réalisés en régime transitoire (selon le gradient de charge dans le second continuum). La méthode des éléments de frontières est employée pour résoudre les équations qui décrivent les écoulements (en milieu double-porosité) dans le domaine de Laplace. Cette méthode a été validée ici pour des cas de référence. Les résultats de validation ont montré de bonnes performances avec des erreurs relatives faibles ($e < 1\%$). A partir de ces résultats, plusieurs simulations ont pu être menées afin de simuler les écoulements à l'échelle du puits ou de l'aquifère.

A l'échelle du puits, nous avons poursuivi l'étude de sensibilité initiée au chapitre précédent (Chap. 2) en considérant des géométries de domaine ainsi que des conditions aux limites complexes. En appliquant la méthode d'analyse des résultats (dérivée seconde) employée précédemment, nous avons pu observer que la dimension d'écoulement du flux dans des domaines aux géométries spécifiques pouvait varier et ne pas se stabiliser selon une valeur nécessairement de 2 (écoulement radial). Dans le cas d'un essai par pompage mené dans un aquifère karstique, la présence de conduits ou de barrière imperméables, pourraient influencer les conditions aux limites et la géométrie du domaine. L'interprétation des résultats obtenus sans tenir compte de ces éléments pourraient alors être erronée.

Dans la seconde partie de ce chapitre, nous avons considéré que les écoulements dans les

aquifères karstique à grande échelle (régionale) pouvaient être décrits par un modèle à double-porosité. Dans le but d'obtenir une typologie de réponses des débits issus d'aquifères karstiques synthétiques, nous avons étudié l'effet sur le débit d'une recharge distribuée à part égale entre les deux continua, selon trois intensités de recharge et plusieurs valeurs de paramètres hydrauliques associés au double-milieu. Les résultats présentés ont permis de mettre en évidence l'influence de l'intensité de la recharge et des propriétés hydrauliques d'un aquifère hypothétique sur la réponse hydrodynamique (flux à l'exutoire). Pour une combinaison de propriétés hydrauliques données, et pour des flux de recharge proportionnels, les flux maximaux atteints sont relativement proportionnels au flux de recharge. Une forte diffusivité de la zone mobile associée à un faible contraste de conductivité hydraulique avec la zone immobile atténue les flux en sortie d'aquifère. Une longue récession du débit à l'exutoire est alors obtenue. Une diminution de la fraction d'emmagasinement de la zone mobile par rapport à l'emmagasinement total de l'aquifère a pour conséquence d'allonger la contribution de la zone immobile à la vidange intégrale du réservoir.

Dans la troisième partie de ce chapitre, nous avons considéré les écoulements dans les aquifères karstique à grande échelle (régionale). Dans cette partie, l'aquifère est considéré comme un milieu à triple porosité. Nous simulons les écoulements selon une approche hybride dans laquelle les écoulements au sein d'un milieu à double-porosité convergent vers des conduits verticaux discrets qui représentent des points de drainage vers un réseau noyé horizontal. Cette approche présente un intérêt car elle permet d'associer les propriétés hydrauliques locales de l'aquifères (double-porosité) avec le comportement hydraulique global de l'aquifère (influencé par des conduits majeurs). Les résultats obtenus dans cette partie ne peuvent pas être interprétés du fait d'erreurs associées à la résolution numérique. Néanmoins cette approche permet de relever deux points particuliers à la compréhension de la hiérarchisation des écoulements dans les aquifères karstiques, et à la simulation de ceux-ci.

L'inaccessibilité à la structure interne des aquifères karstiques (où se trouvent les conduits verticaux et horizontaux principaux) et la quantification des processus de recharge (quels volumes de recharge est distribué et dans quel domaine?) sont des éléments limitants à la capacité de forer efficacement (dans un conduits noyé) et d'évaluer précisément les volumes de ressource dans ces aquifères. Comme l'observation locale (p. ex. dans un puits) ne peut être représentatif que de l'état local de l'aquifère, il est nécessaire d'étudier sa réponse globale, à l'exutoire. A l'exutoire, le débit dépend de la structure physique de l'aquifère. En travaillant sur les propriétés qui influencent le flux à l'exutoire d'un système karstiques il est attendu que des informations sur la structure du milieu soient retrouvées. De cette manière, une meilleure évaluation des ressources de l'aquifère pourrait être accomplie. Cette étude nécessite d'évaluer par exemple la dynamique des décrues du système, et éventuellement de les classer. Nous abordons le premier point dans le dernier chapitre de ce manuscrit par le biais du développement d'un nouvel instrument de mesure. Afin d'étudier le second point, et d'établir une première démarche de confrontation entre modèle théorique et cas pratique, nous proposons de simuler par une approche expérimentale de laboratoire, des débits réels issus de milieux synthétiques contrôlés.

Modèle analogue pour la modélisation des écoulements en milieu fracturé karstique

Sommaire

3.1	Introduction	53
3.2	Modèles conceptuels	54
3.2.1	Echelle locale - Essais de puits en milieu à double-porosité	55
3.2.2	Echelle régionale (double-porosité)	55
3.2.3	Echelle régionale (modèle hybride)	55
3.3	Modèle mathématique	57
3.3.1	Hypothèses et conditions aux limites	57
3.3.2	Solution analytique avec recharge	58
3.4	Résolution numérique	61
3.4.1	Equations intégrales et éléments de frontière	61
3.4.2	Validation sur solution à simple et double porosité	62
3.5	Résultats	63
3.5.1	Echelle locale - essai par pompage à charge constante	64
3.5.2	Echelle globale - aquifère à double-porosité	77
3.5.3	Recharge - aquifère hybride	83
3.6	Discussion	87
3.7	Conclusion	89

4.1 Introduction

Problématique

Avant que les ordinateurs personnels ne soient largement disponibles, seuls les calculs manuels (développement de solutions analytiques pour des problèmes très simplifiés) ou les approches par modèles analogiques étaient possibles. Les résolutions par méthodes numériques (p. ex. M.E.F., M.V.F.) étaient alors coûteuses et limitées. Ainsi, les problèmes d'hydrogéologie complexes étaient modélisés à l'aide de modèles analogues. Un modèle analogue est ici une maquette d'aquifère à échelle réduite qui permet de simuler des processus similaires à ceux rencontrés dans les milieux naturels.

Les écoulements à l'échelle régionale peuvent être assimilés à un problème stable qui est décrit par l'équation de Laplace en régime permanent (Toth, 1963). Une importante revue de littérature traitant des modèles analogues « anciens » pour l'hydrogéologie peut être trouvée dans l'ouvrage

de Walton (1970). Les modèles étaient typiquement des modèles réduits (à l'échelle) du domaine d'écoulement dans une cuve ou un bassin. Par exemple Wyckoff *et al.* (1932) ont cherché à vérifier le modèle mathématique proposé par Dupuit (1857) (profil des charges en régime stationnaire), au moyen d'une cuve partiellement circulaire équipée d'un puits et remplie de sable. Certains de ces modèles peuvent être utilisés à des fins éducatives (Hakoun *et al.*, 2013). D'autres types de modèles analogues ont été réalisés notamment à l'aide de montages de dipôles électriques. Un montage électrique permet d'observer le courant dans un circuit. Ces modèles électriques utilisent le flux d'électricité au travers de réseaux de fils et de résistances. Dans ces modèles, la tension est l'analogie de la charge (hydraulique), la résistance l'analogie de l'inverse de la conductivité hydraulique, le courant l'analogie du flux et la capacitance est l'analogie de l'emmagasinement. Un exemple d'application sur un cas synthétique est présenté par Kiraly (1971) pour l'étude des écoulements dans un aquifère hétérogène à l'échelle régionale.

Comme expliqué dans le chapitre introductif, peu d'exemples de modèles analogues existent pour étudier les écoulements en hydrogéologie karstique. A notre connaissance, les approches 2-D ou pseudo 2-D de Faulkner *et al.* (2009) et de Arfib (2001), et 3-D de Marsaud (1997) sont parmi les rares à tenter de modéliser des processus d'écoulements pour l'étude du karst de cette manière. Faulkner *et al.* (2009) étudient à l'aide d'un milieu poreux les échanges de soluté en régime permanent entre un chenal et le milieu poreux. Arfib (2001), de manière similaire, étudie les transferts entre un conduit poreux et un milieu rempli d'eau salée. Marsaud (1997) étudie les volumes de vidange mis en jeu selon différentes dispositions d'exutoires de vidange sur une cuve en plexiglass. En revanche, plusieurs modèles expérimentaux ont été développés pour étudier la formation de réseaux de conduits, par exemple la dissolution du plâtre avec de l'eau acide a été étudiée par Ewers (1982). Enfin, des expériences de traçage en laboratoire ont été réalisées dans des milieux poreux fracturés (céramiques) par Dalla Costa (2007). Néanmoins, l'auteur n'as pas connaissance d'études menées en régime transitoire des remplissages et de vidanges de milieux poreux fracturés.

Objectif

L'objectif dans ce chapitre est de caractériser en milieu expérimental contrôlé (laboratoire) des écoulements issus d'un milieu hétérogène, poreux fracturé. Nous cherchons à identifier des phases de transition, en régime transitoire, dans la réponse du flux à l'exutoire d'un modèle physique expérimental réalisé en 3-D. Dans les chapitres précédents (Sect.2 et 3), nous avons mis en évidence ce type de phases lorsqu'un milieu hétérogène théorique (double-porosité) était brusquement perturbé par un changement de pression en un point. De plus, nous avons aussi pu mettre théoriquement en évidence le fait que les processus de recharge, ainsi que les propriétés hydrauliques (comme par exemple des contrastes de conductivités hydrauliques) du milieu, influençaient les réponses du système à l'exutoire. Nous cherchons donc à valider empiriquement le modèle théorique.

Pour nous permettre de répondre à cette problématique, le développement d'un système expérimental est nécessaire. Nous proposons une approche simple à l'aide d'un modèle analogue physique construit dans une cuve rectangulaire. Cette approche de laboratoire a pour avantage d'être contrôlée et modulable. Cette cuve pourra être remplie de différents matériaux afin d'obtenir des milieux qualitativement hétérogènes (caractéristiques hydrauliques contrastées). De cette façon, nous chercherons à mesurer et à analyser pour différents milieux, la croissance la décroissance et les phases de transition du débit au cours d'expériences de recharge d'une part et de vidange d'autre part.

Graduation	1	2	3	4	5	6	6,5	7,5	8	8,5	9
Débit $\times 10^{-2}$ (Ls $^{-1}$)	1,05	1,54	2,63	3,38	4,02	5,3	5,7	6,8	7,2	7,8	8,3

Tableau 4.1 – Graduations et débits associés pour le débitmètre à bille.

Ce chapitre est construit comme suit. Dans une première partie, nous présentons la cuve et les divers matériaux utilisés pour les expériences présentées dans ce chapitre. En seconde partie, nous présentons le plan expérimental et les méthodes d'interprétations des résultats établis. En troisième partie, les résultats expérimentaux sont présentés et critiqués. La quatrième partie est dédiée à une discussion. Enfin la cinquième partie est vouée à une conclusion.

4.2 Matériel et méthodes

4.2.1 Cuve expérimentale et céramique poreuse

Une photographie et un schéma général du système sont présentés sur la Fig. 4.1. Ce matériel a été conçu dans le cadre de ce travail. Le dispositif expérimental est réalisé à partir d'une cuve rectangulaire (1,36 \times 0,86 \times 0,51 m, longueur \times largeur \times hauteur) en plastique. Un exutoire a été créé en perçant un orifice sur l'une des faces (largeur) du réservoir. L'orifice est situé à distances égales des bords de la cuve, à une hauteur de $4,5 \cdot 10^{-2}$ m (mesurée depuis le fond). Un tube PVC de rayon $8 \cdot 10^{-3}$ m draine l'eau hors de la cuve. Comme l'épaisseur du plastique employé pour la fabrication du réservoir est faible, afin d'éviter d'importantes déformations, le réservoir est renforcé par un cerclage composé d'aluminium.

Un asperseur carré permet d'alimenter la cuve en eau par le dessus. Le débit d'aspersion est contrôlé par un débitmètre à bille. Le débitmètre (Hivolin Type 8) a 9 graduations ; celles-ci sont classées par ordre croissant, du bas (faibles débits) vers le haut (forts débits), graduées de 1 à 9. La valeur de débit associée à chaque graduation a été calibrée avec le centre de la bille située au niveau de la graduation, un résumé des débits est présenté dans le Tab. 4.1. Pour les débits faibles, l'aspersion n'est plus tout à fait homogène. Dans ce travail l'aspersion sera réalisée ainsi : à l'opposée de l'exutoire, sur une surface localisée ($4 \cdot 10^{-2}$ m 2).

Le débit est mesuré en sortie de cuve à l'aide d'une balance de précision de laboratoire de type XS 32001L (précision à 0,1 g) fabriquée par la société Mettler Toledo. Cette balance est munie d'un système d'enregistrement automatique de la mesure de pesée.

L'intérieur de la cuve est remplie d'un empilement régulier d'éléments en mousse céramique (rigide). Chaque bloc de céramique représente un milieu poreux, l'interface entre chaque face de céramique représente un joint de stratification, et chaque colonne de céramique est séparée par une fracture verticale (taille variable). Dans ce travail, nous utilisons des blocs de céramiques de taille carrée ($10^{-1} \times 10^{-1} \times 2 \cdot 10^{-2}$ m) fabriqués par la société KinFilter (Chine). La cuve contient 1040 pièces réparties en 10 strates ($2 \cdot 10^{-2}$ m) de 8×13 pièces. La « porosité » proposée par le fabricant est de 50 ppi (pore par inch). Les pores sont de taille macroscopique ($\approx 1 \cdot 10^{-3}$ m). La porosité totale des blocs a été estimée par triple pesée avec de l'eau (matériel sec, saturé, humide), les valeurs obtenues sont proches de 55 %. La porosité efficace est estimée en moyenne à 22 %. La conductivité hydraulique mesurée selon la direction transverse à la surface principale du matériel a été mesurée sur colonne de Darcy. Elle est estimée à $7 \cdot 10^{-2}$ ms $^{-1}$. L'ensemble des mesures résumées ici (porosité et conductivité hydraulique) sont en accord avec la littérature (voir p. ex. Innocentini *et al.* (1999); Moreira *et al.* (2004); Dalla Costa (2007)). Dalla Costa (2007) utilise un matériel similaire pour des expériences de traçage en milieu poreux fracturé. L'auteur

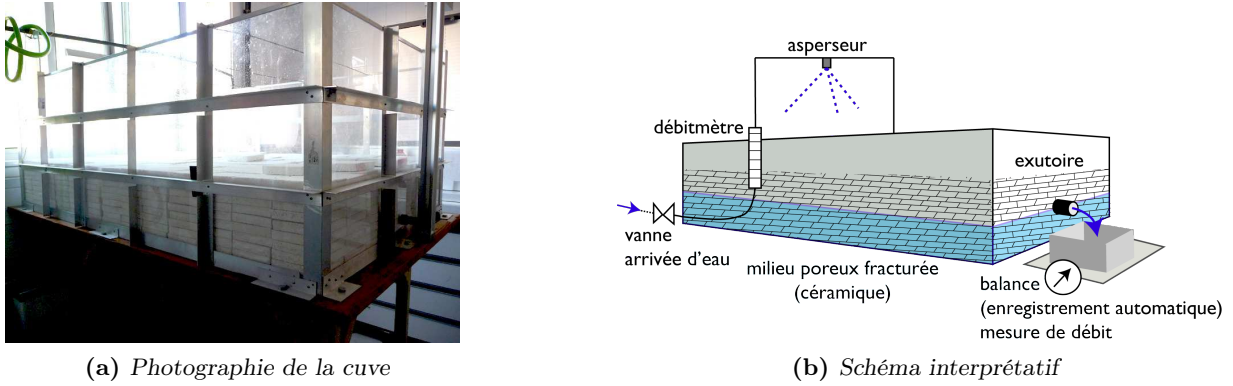


FIGURE 4.1 – Photographie et schéma interprétatif du matériel utilisé. La photographie (Fig. 4.1a) présente une vue générale de la cuve utilisée, à l’intérieur se trouve les céramiques. Le schéma interprétatif présente la cuve et la disposition des appareils de mesure (débitmètre, balance).

propose une description très détaillée du matériel et détermine des porosités de l’ordre de 64 % et des conductivités hydrauliques de l’ordre de 10^{-6} ms^{-1} pour des matériaux dont la taille des pores varie entre $1 \cdot 10^{-5}$ et $2 \cdot 10^{-4}$ m.

4.2.2 Protocole de mesure

Dans les expériences suivantes, la mesure principale réalisée est celle du débit à l’exutoire du système. La mesure et l’enregistrement des valeurs pesées par la balance sont réalisées au pas d’enregistrement de 2 s. L’eau qui provient de la cuve s’écoule librement depuis l’exutoire vers un bac en plastique placé sur la balance. La balance est au préalable tarée afin de soustraire le poids du bac en plastique. Une mesure (successive) avec deux bacs est réalisée pour des volumes d’écoulement importants. Lorsque c’est le cas, la différence de poids entre chaque bac est négligée (celle-ci est faible, de l’ordre de 5 g). Le calcul du débit est réalisé à partir de la masse d’eau cumulée enregistrée. Le débit est déterminé comme suit :

$$q_b(t) = \frac{dM(t)}{dt} \quad (4.1)$$

avec $q_b [\text{L}^3\text{T}^{-1}]$ le débit « brut », $M [\text{M}]$ la masse cumulée et $t [\text{T}]$ le temps à chaque cumul. Les débits obtenus sont traités à l’aide d’une moyenne mobile effectuée sur une courte fenêtre de 5 mesures. Cette fenêtre permet un lissage local des mesures tout en évitant de perdre de l’information compte tenu du court pas de temps de mesure employé (2 s). Lorsque plusieurs bacs sont utilisés, les données manquantes (1 à 2 valeurs) entre deux pesées sont interpolées linéairement.

La mesure du débit d’entrée est réalisée avec le débitmètre à la verticale. Il est important de préciser ce point pour la raison suivante. Si le débitmètre n’est pas vertical, la bille frottera sur la paroi du débitmètre et la mesure sera alors faussée. La mesure est réalisée de manière similaire à la calibration du débitmètre, c’est-à-dire avec le centre de la bille placé aligné avec la graduation.

La mesure de la hauteur d’eau initiale (h_0) pour les expériences de vidange est réalisée avec un régle métallique, au dessus de l’exutoire. Le haut du tube PVC de l’exutoire représente la base de la mesure. Si le niveau d’eau au droit de l’exutoire est irrégulier, par exemple du fait du contact entre la céramique poreuse et la paroi de la cuve, le niveau pris en compte est celui observé dans la plus proche micro-fracture entre deux blocs.

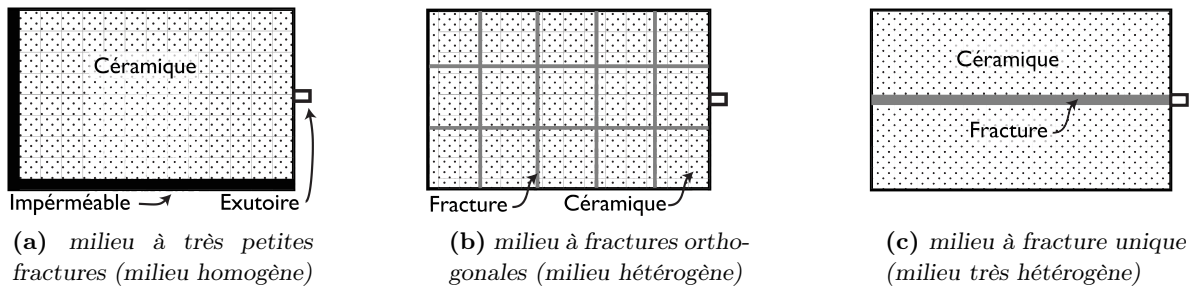


FIGURE 4.2 – Schématisation des trois domaines expérimentaux utilisés dans les expériences de recharge et de vidange. Le premier milieu (Fig. 4.2a) est très peu fracturé (les blocs de céramique sont serrés), le milieu est considéré homogène. Le second milieu (Fig. 4.2b) est fracturé de manière homogène sur l'ensemble du domaine, le milieu est considéré peu hétérogène. Le troisième milieu (Fig. 4.2c) est fracturé avec une fracture située au centre du domaine dans le sens de l'écoulement, le milieu est considéré très hétérogène.

4.2.3 Plan expérimental

On rappelle que le but recherché dans ce chapitre est d'observer expérimentalement des phases de transition dans les débits mesurés à l'exutoire d'un milieu hétérogène. On cherche à mettre en évidence l'influence des différents contrastes hydrauliques établis par la géométrie du milieu poreux sur la réponse du débit et l'influence des conditions initiales dans le milieu sur la forme du débit lors de la vidange du système. Dans un premier temps, nous cherchons à mettre en évidence de telles phases lors de la vidange d'un réservoir, à partir d'un niveau initial uniforme. Dans un second temps, nous considérons un cas plus complexe dans lequel nous cherchons à mettre en évidence ces phases de transition lors de la vidange d'un réservoir, après un épisode de recharge. Dans ce cas, la répartition des charges dans le système ne sera pas uniforme. Ce dernier cas pourrait être assimilé par exemple aux variations de débit observées à la source d'un aquifère karstique suite à un épisode pluvieux.

Afin d'établir plusieurs contrastes hydrauliques, nous considérons trois agencements (géométries) de milieu. Chacune des deux expériences (vidange et recharge) est réalisée selon chacun de ces trois agencements. Les trois géométries de milieu sont schématiquement représentées sur la Fig. 4.2. Un milieu peu hétérogène est obtenu en groupant tous les blocs de céramique afin de former un unique agrégat, comme schématisé Fig 4.2a. Ce milieu unique est placé contre la paroi de vidange. Le vide créé entre les céramiques et les parois du réservoir est comblé par un matériel imperméable. Ce type d'agencement (blocs serrés) sera appelé par la suite « homogène ». Un milieu qualitativement plus hétérogène est réalisé en agencant manuellement les céramiques de sorte à obtenir un réseau de fractures orthogonales (Fig 4.2a) régulier. Ainsi, douze sous-domaines homogènes sont séparés un réseau de fractures orthogonales. Dans le sens de l'écoulement, l'ouverture moyenne des fractures est de $3 \cdot 10^{-2}$ m, perpendiculairement à la direction principale d'écoulement elle est de $2 \cdot 10^{-2}$ m. Ces valeurs moyennes, correspondent aux ouvertures mesurées pour chaque étage de céramique et pour chaque sous-domaine. Cette disposition correspond aux plus grandes ouvertures atteignable en espaçant les blocs de céramique le plus régulièrement possible. Enfin, un milieu très hétérogène est préparé en divisant l'agrégat unique en deux sous-domaines homogènes (Fig 4.2a). Une unique fracture d'ouverture $6 \cdot 10^{-2}$ m est placée selon la direction principale d'écoulement.

Au cours des expériences de vidange, le niveau d'eau initial (h_0) dans le réservoir est établi uniformément selon une hauteur de $7 \cdot 10^{-2}$ m. Au total, la hauteur d'eau saturée entre le niveau

de base de l'exutoire et la hauteur initiale représente $9 \cdot 10^{-2}$ m. Cette hauteur correspond à une saturation de 4,5 strates de céramiques (10 strates au total). La hauteur initiale de remplissage n'est pas supérieure à l'épaisseur totale de céramique.

Au cours des expériences de recharge, le niveau d'eau initial (h_0) dans le réservoir correspond à la hauteur de la limite inférieure de l'exutoire. Un créneau de recharge d'une durée de 30 min (1800 s) est appliqué sur le domaine (localement sur une surface de 4 blocs de céramiques) proche de la face opposée à l'exutoire. Deux intensités de recharge sont considérées. La première intensité est relativement faible, sa valeur est de $2,63 \cdot 10^{-2}$ Ls⁻¹(Q3). La seconde est plus élevée, sa valeur est de $4,02 \cdot 10^{-2}$ Ls⁻¹(Q5). Les deux hyétogrammes associés à ces recharges seront abrégés par la notation Q3T30 pour le premier, et Q5T30 pour le second.

4.2.4 Modèles d'interprétation

Plusieurs solutions analytiques (approximatives ou exactes) sont employées pour décrire les courbes de récessions des aquifères karstiques afin d'évaluer quantitativement les réserves de ces réservoirs, par exemple Schoeller (1967). Boussinesq (1877, 1903) propose deux solutions analytiques, une approximative et une exacte. Elles sont basées sur la résolution de l'équation de diffusion en deux dimensions. La solution exacte (Boussinesq, 1903) permet de décrire selon certaines hypothèses (hypothèse de Dupuit, distribution initiale du niveau d'eau) la vidange d'un réservoir poreux pour une largeur spécifique (1-D). Cette solution attrayante car quantitative a été employée dans des cas réels, par exemple pour déterminer l'épaisseur d'un aquifère fracturé par Dewandel *et al.* (2003). Cette solution s'exprime ainsi (Boussinesq, 1903) :

$$Q_t = \frac{Q_0}{(1 + \alpha t)^2} \quad \text{avec} \quad Q_0 = \frac{1,724Kh_m^2 l}{L}, \quad \text{et} \quad \alpha = \frac{1,115Kh_m}{\phi L^2}, \quad (4.2)$$

où Q_t [L³T⁻¹] est le débit au temps t , Q_0 [L³T⁻¹] est le débit initial, K est la conductivité hydraulique du système, h_m [L] est la hauteur initiale à l'opposée de l'exutoire, l et L [L] sont respectivement la largeur et la longueur du système, et ϕ est la porosité efficace du système. La vidange du réservoir expérimental s'établit par un orifice, au travers d'un exutoire en forme de tube. Le modèle proposé ci-avant est valable pour un écoulement uni-dimensionnel, dans notre cas l'écoulement est bi-dimensionnel (si on néglige les variations de charge). De plus il est dépendant d'une hauteur initiale (h_m) que nous ne mesurons pas, $h_m \neq h_0$. Nous emploierons pour décrire qualitativement les décroissances de débit, le modèle de Maillet (1905). Ce modèle est une solution approximative qui permet de décrire la vidange d'un réservoir selon une loi exponentielle. L'équation qui décrit le débit au cours de la vidange a déjà été présentée en introduction de ce manuscrit (Sect. 1.3.3), nous la rappelons ici :

$$Q_{(t)} = Q_0 e^{-\alpha t}, \quad (4.3)$$

où $Q_{(t)}$ [L³T⁻¹] est le débit au temps t [T], Q_0 [L³T⁻¹] est le débit initial ($t = 0$) et α [T⁻¹] est le coefficient de récession (aussi appelé coefficient de tarissement). Notons qu'une représentation du débit en fonction du temps sur un graphique semi-logarithmique (axe des ordonnées) correspond à une droite de pente $-\alpha$. Les coefficients α seront dans nos ajustements déterminés par essai-erreur.

4.3 Résultats

Nous présentons dans un premier temps les expériences de vidange, puis dans un second temps les expériences de recharge. On notera que ces résultats constituent un échantillon de nombreuses

expériences (plus de 40) réalisées au cours de ce travail et que le temps moyen nécessaire à la réalisation d'une expérience est d'environ 5 h.

4.3.1 Vidange, état initial uniforme

Les expériences de vidange sont réalisées pour trois types de milieu : quasi-homogène, hétérogène (fractures orthogonales) et très hétérogène (une fracture principale). Les résultats des expériences (trois, une pour chaque milieu) de vidange selon une hauteur initiale identique ($h_0 = 7 \cdot 10^{-2}$ m) sont présentés sur la Fig. 4.3. Les résultats obtenus permettent de mettre en évidence plusieurs points liés à la géométrie du milieu et au contraste de conductivité établi dans le réservoir pour une expérience donnée.

On peut observer sur la Fig. 4.3a que les débits associés à des milieux faiblement hétérogènes sont plus faibles aux temps initiaux. Aux premiers temps de la vidange, les débits issus du milieu homogène (le moins fracturé) sont deux fois moins importants que ceux du milieu très hétérogène (fracture unique). Aux temps longs ($t = 10^3$ s), la situation est inversée. Les débits du milieu homogène sont plus importants que ceux issus du milieu très hétérogène. Pour ces expériences, la hauteur d'eau initiale dans le système est identique. On met en évidence que dans le milieu homogène, les pertes de charges liés à l'agencement du milieu sont plus élevées que celles du milieu très hétérogène. Le milieu aux fractures orthogonales est situé entre ces deux cas extrêmes. L'augmentation des pertes de charges associées au milieu homogène induit un débit faible et un temps de vidange plus long. La moyenne et forte diminution des pertes de charge associées respectivement au milieu à fractures orthogonales et au milieu à fracture unique induisent un temps de drainage du réservoir de plus en plus court.

La Fig. 4.3b montre les débits mesurés normalisés par leur valeur initiale. Pour chaque expérience, une loi de Maillet (1905) a été ajustée ($Q_0 = 1$ dans l'Eq. 4.3). La loi est ajustée pour chaque courbe à partir de la valeur initiale de débit observée (1). Le débit calculé avec une loi de Maillet ajustée est aussi normalisé. La figure montre que plus le milieu est hétérogène, plus fort sera le coefficient α ce qui indique des temps de vidange courts. Ceci est logique dans la mesure où le milieu le plus hétérogène est une fracture simple en liaison directe avec l'exutoire du domaine (Fig. 4.2c), les pertes de charge sont faibles. Dans ce cas, la fracture draine de chaque côtés les blocs quasi-homogènes de céramiques. Dans le milieu homogène, on peut voir que la loi de Maillet ajustée ne permet pas de décrire l'intégralité de la courbe de vidange. Enfin, on observe qu'aux temps très élevés, toutes les courbes ont la même pente et donc, un coefficient α similaire. Pour ces temps, le réservoir a alors une dynamique de vidange identique pour chacun des milieux considérés. La figure montre que cette dynamique est atteinte de manière précoce lorsque le milieu est rapidement vidé (cas à 1 fracture).

La Fig. 4.3c montre un comparatif des valeurs observées-modèle de Maillet. Les valeurs sont rapportées dans l'intervalle $[0, 1]$. Les débits aux temps courts sont représentés près de zéro, ceux des temps longs sont représentés près de 1. Les différences entre les valeurs mesurées et les ajustements de loi de Maillet sont faibles aux temps courts, en effet toutes les valeurs sont proches de la droite de pente unitaire sur la Fig. 4.3c). Ceci indique une bonne concordance entre les valeurs observées et le modèle ajusté. Nous pouvons voir pour le milieu hétérogène (fracture unique) que la loi de Maillet semble être ajustée convenablement aux temps très courts, le nuage de points est proche de la droite de pente unitaire. En revanche, à partir d'un temps moyen ($t = 8 \cdot 10^1$ s), le nuage de points s'éloigne de la pente unitaire. Aux temps longs ($t = 10^3$ s) et valeurs proches de 1, la Fig. 4.3c permet de montrer que la concordance observé-modèle de Maillet est insuffisante, le nuage de points est très éloigné de la pente unitaire. Un comportement différent entre la loi de

Maillet et la courbe expérimentale issue d'un milieu homogène peut être observé (points verts Fig. 4.3c). Dans ce cas, l'ajustement du modèle de Maillet semble décrire relativement bien le comportement général de décroissance du débit, aux temps courts comme aux temps longs. En fait, on observe sur la Fig. 4.3c que le comparatif observé-modèle de Maillet s'éloigne moins de la courbe de pente unitaire que les points associés à la fracture unique. Le modèle ajusté décrit relativement mieux le comportement des débits observés.

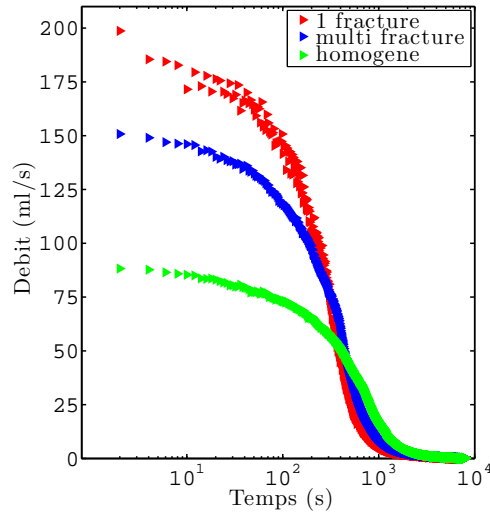
4.3.2 Vidange, état initial non uniforme

Les expériences de recharge n'ont pu être menées que pour les deux milieux suivants : quasi-homogène et peu hétérogène (faute de temps dans ce travail). Les courbes de débit pour chaque cas de recharge sont présentées sur la Fig. 4.4. Nous proposons dans un premier temps d'observer les courbes de débits dans leur intégralité (Fig. 4.4a), puis dans un second temps, d'étudier plus particulièrement les courbes de vidange (Fig. 4.4b et 4.4c).

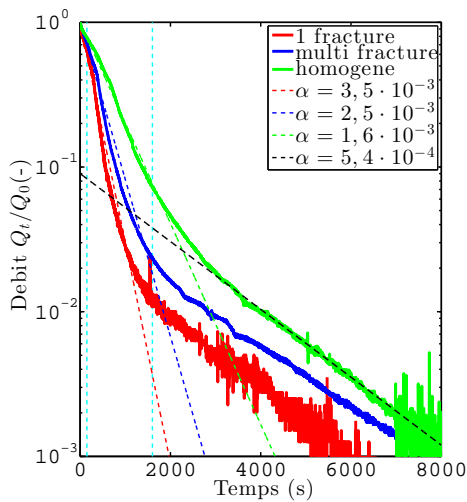
Sur la Fig. 4.4a, tous les débits sont représentés. On observe deux types de courbes relatives aux deux intensités de recharge employées. Pour chaque type de courbes, les débits présentent des formes de variations similaires. On peut décrire deux parties de courbe délimitées sur la Fig 4.4a par un trait vertical discontinu cyan ($1800 \text{ s} = 30 \text{ min}$). Dans la première partie (pour $0 < t < 1800 \text{ s}$), le débit est croissant. Cette période de temps correspond à la réaction du débit à l'exutoire du réservoir sous influence directe du flux de recharge. Dans cette période, en fonction de l'intensité de recharge, le débit à l'exutoire se stabilise selon deux valeurs. Celles-ci sont égales aux débits de recharge. Dans ce cas (débits égaux), le système a atteint un régime permanent. Ce régime est atteint très rapidement quand une intensité de recharge élevée est appliquée au milieu hétérogène (fracturé). Quand le système est homogène, la figure ne permet pas de distinguer si le régime permanent est atteint plus rapidement pour un fort ou faible débit de recharge. En revanche, on peut noter que lorsqu'une intensité faible est appliquée au milieu hétérogène, le débit n'augmente pas avant un certain laps de temps. Ce comportement est associé au temps de percée (percolation) pour les écoulements en milieu non saturé. Ici, il résulte d'un niveau initial dans la cuve, inférieur à celui de l'exutoire. Le lag de temps correspond au remplissage du volume intermédiaire.

A partir du trait discontinu cyan ($t = 1800 \text{ s}$), tous les débits décroissent simultanément, on est alors dans la seconde partie ($t > 1800 \text{ s}$). Sur une courte période de temps ($1800 < t < 2000 \text{ s}$), les décroissances des débits sont toutes caractérisées par un fort taux de décroissance (forte pente). Ensuite, selon le type de recharge et de milieu, les décroissances de débit sont différentes. On peut voir sur la Fig. 4.4a, qu'indépendamment du scénario de recharge, les débits issus du milieu hétérogène sont inférieurs à ceux issus du milieu homogène pendant une longue période de temps intermédiaires ($2000 < t < 3500 \text{ s}$). De plus, les valeurs de débits sont très faibles et similaires pour toutes les expériences. La différence entre les débits issus d'un même milieu pour chaque intensité de pluie est différente selon les deux milieux. L'influence de la recharge dépend des milieux. Dans le cas du milieu hétérogène, suite à la forte décroissance à la fin de la recharge, la différence des débits est faible pour chaque cas de recharge. Le flux issu de ce milieu (hétérogène) adopte un comportement similaire plus rapidement pour deux recharges différentes. En revanche, dans le cas du milieu homogène, la différence est élevée. Pour une forte intensité de recharge, le débit à l'exutoire reste élevé plus longtemps. Les pertes de charge importantes dans le milieu homogène ne permet pas de drainer rapidement le milieu. Cette propriété du milieu homogène influence dans ce cas fortement la restitution du flux à l'exutoire.

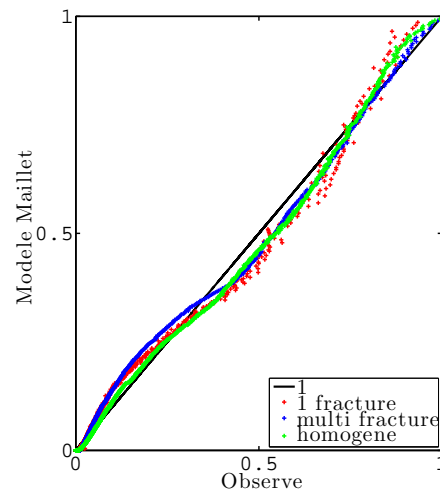
Sur la Fig. 4.4b, le débit de vidange normalisé par la valeur de débit initial des quatre expériences est représentée sur un graphique semi-logarithmique (ordonnées). La normalisation du



(a) Débits graphique semi-log.



(b) Débits normalisés et modèle



(c) Comparatif ajustement observé-modèle

FIGURE 4.3 – Résultats de trois vidanges pour les trois milieux considérés (homogène, plusieurs fractures et une fracture principale). La hauteur initiale de la vidange pour chaque expérience est identique ($h_0 = 7 \cdot 10^{-2}$ m). Les données observées sont présentées sur un graphique bi-logarithmique sur la Fig. 4.3a. Sur la Fig. 4.3b, les droites superposées (traits discontinus) représentent pour chaque expérience un ajustement de loi de Maillet (1905) réalisé à partir d'une valeur de débit proche de la valeur initiale observée. La valeur du coefficient α de la loi de Maillet pour la fin de la récession est donné ici à titre indicatif. Sur la Fig. 4.3b la dispersion des points par rapport à la droite de référence (en noire, 1) permet de comparer qualitativement la justesse des ajustements des lois de Maillet pour chaque vidange.

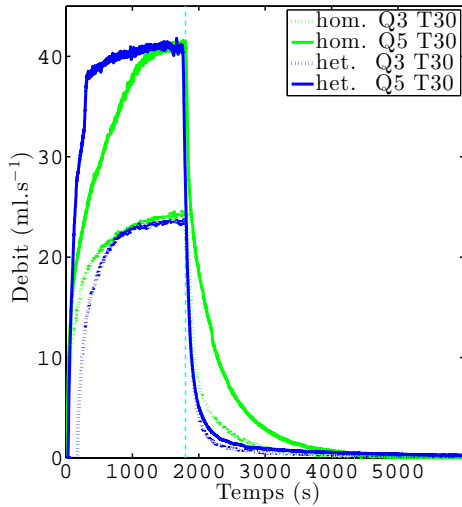
débit permet de pouvoir comparer les quatre séries de mesure selon un même référentiel. Sur ce type de graphique, en théorie, le modèle de Maillet s'aligne selon une droite de pente $-\alpha$. En pratique, nous observons plusieurs aspects. Premièrement, on peut voir que pour les 4 courbes, le débit suit aux temps courts une très rapide décroissance de type exponentielle. Cette décroissance exponentielle est marquée en traits discontinus bleus (plus forte pente, $\alpha = 10^{-2}$) sur la Fig. 4.4b. Puis, en fonction du milieu, soit la décroissance continue (milieu hétérogène), soit celle-ci diminue et devient moins importante (milieu homogène) .

Dans le cas du milieu hétérogène, les deux débits normalisés ont des valeurs très semblables (courbes confondues). L'intensité de la recharge n'affecte pas le comportement du flux à partir de la vidange. En outre, on constate que la décroissance du débit peut être marquée par deux décroissances exponentielles séparées par une période de transition, cette dernière est située entre les deux ajustements de loi de Maillet. La première décroissance (trait discontinu bleu $\alpha = 10^{-2}$) a une forte pente, la seconde (trait discontinu bleu $\alpha = 3 \cdot 10^{-4}$) débute à un instant t déterminé (2^e trait vertical cyan). Ce type d'ajustement de plusieurs exponentielles décroissantes n'est pas sans rappeler des exemples d'ajustements de loi de Maillet sur des courbes de décrues dans le karst, par exemple Forkasiewicz et Paloc (1967). Dans le cas du milieu homogène, l'intensité de recharge influence le temps (1^{er} trait vertical discontinu cyan) à partir duquel la forte décroissance (1^{re} exponentielle) cesse. En conséquence, les deux décroissances de débit associées au milieu homogène sont distinctes dans le temps mais seulement du fait de temps de séparation du premier comportement différent (précoce pour la forte recharge). Au delà de ce temps de séparation, la décroissance est décrite selon une unique exponentielle (confondue traits discontinus verts). La valeur de la pente est supérieure à la seconde partie du cas hétérogène (bleue faible pente). La relation avec le flux de recharge est complexe et probablement liée aux interactions en milieu non saturé. Nous pouvons émettre l'hypothèse suivante : sous une forte recharge, la zone influencée et saturée par la recharge s'étend dans l'espace de manière plus importante que pour une faible recharge. Dans ce cas, la surface de répartition des charges est plus importante et tend à se rapprocher du comportement observé pour le flux issu de la vidange d'un milieu rempli uniformément à l'état initial.

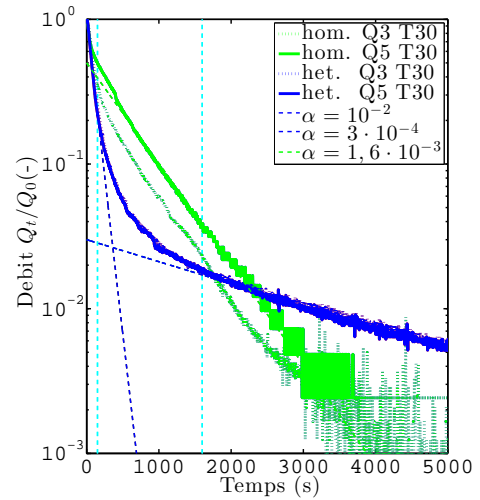
La Fig. 4.4c présente les débits de vidange sur un graphique bi-logarithmique. Les traits verticaux cyans employés dans la Fig. 4.4b sont reportés ici. Ils ne semblent pas marquer un comportement spécifique du flux. Pourtant précédemment, ces marqueurs étaient associés à un changement significatif de la dynamique du flux (fin ou début de décroissance exponentielle). Cette figure permet toutefois de mettre en évidence de manière différente ce qui a été présenté précédemment dans la Fig. 4.4a. En effet, comparée à celle-ci (Fig. 4.4a), ici nous pouvons constater que les débits associés aux milieux hétérogènes, après une phase quasi-constante (à cause de l'échelle log des temps) suivent une décroissance log-linéaire identique (même pente). En revanche, les débits associés au milieu homogène, bien que non alignés dans le temps ne suivent pas ce type de décroissance (log-linéaire). Cette particularité indique que le flux issu du milieu homogène est contrôlé et soutenu par le milieu. La forme concave de la courbe rappelle celle vue dans le chapitre précédent (Sect. 3.5.2, Fig. 3.13b). Dans le chapitre précédent, nous considérions la vidange (suite à une recharge) d'un aquifère à double-porosités où les contrastes de conductivités hydrauliques entre les deux milieux variaient selon deux valeurs différentes.

4.4 Discussion

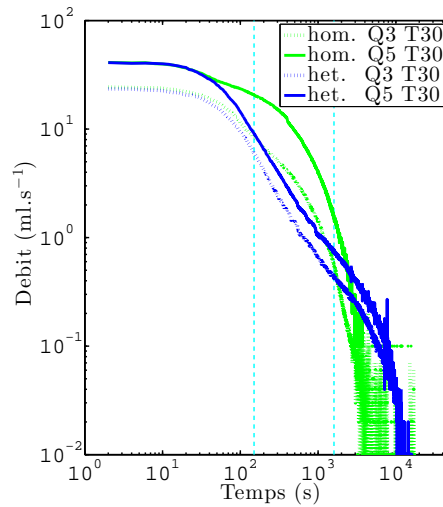
Nous avons conçu un réservoir expérimental, dans lequel un milieu modulable est obtenu en utilisant des blocs de céramique. Trois types d'agencements permettent d'obtenir trois milieux aux



(a) débits de vidange



(b) débits de vidange normalisés (graphique semi-log)



(c) débits de vidange (graphique log-log)

FIGURE 4.4 – Débits à l'exutoire (Fig. 4.4a) pour 2 intensités du créneau de recharge appliqués entre $t = 0$ s et $t = 1800$ s. Le milieu homogène est en vert, le milieu hétérogène fracturé est en bleu. Les débits de la vidange (à partir de $t = 1800$ s) normalisés par leur valeur initiale sont présentés pour chaque milieu et chaque intensité avec un ajustement de loi de Maillet sur la Fig. 4.4b. Les débits de vidange sans normalisation sont présentés sur la Fig. 4.4c sur un graphique bi-logarithmique.

propriétés hydrauliques contrastées. Nous avons obtenu des résultats pour deux types d'expériences en relation avec la mise en oeuvre du réservoir. Pendant les phases de vidange simples, ou de vidange suite à une recharge, nous montrons que les débits enregistrés en sortie de réservoir sont composés de phases de transitions.

Cette approche est à notre connaissance tout à fait nouvelle. Les propriétés hydrauliques du réservoir pourraient être modifiées pour obtenir des milieux différents, plus réalistes. Par exemple un réseau de fracture non-orthogonale pourrait être établi, ou bien les propriétés (par exemple porosité) des céramiques pourraient être variables dans l'espace. L'expérience globale pourrait tendre vers une représentation schématique du karst : l'exutoire pourrait être relié à un réseau de conduits (tubes plastiques) établi au travers des céramiques. Deux questions apparaissent alors : (i) quelle type de connexion hydraulique établir entre les tubes et le reste du milieu, et (ii) à l'échelle de l'expérience, comment établir un diamètre de conduits qui ne limite pas totalement la réponse du système ?

L'inter-comparaison des résultats dans ce travail résulte d'un schéma expérimental épisodique (une expérience à la suite des autres). Selon ce schéma expérimental les phases de transition sont observables. Toutefois, les résultats dépendent (pour certains) des conditions initiales. Un exemple est le débit nul obtenu au cours d'une phase initiale de recharge. Pour s'en prémunir, le système est toujours porté à l'équilibre, puis il est perturbé (arrêt de la recharge, début de vidange). L'équilibre pré-perturbation constitue aussi une condition initiale.

L'influence de l'agencement des blocs et de l'hydraulique associée pourrait être étudiée par une approche dynamique, c'est à dire en considérant plusieurs épisodes successifs de recharge et de vidange. Les résultats seraient ainsi analysés selon une approche fonctionnelle, comme ce qui est appliqué pour étudier les aquifères karstiques (voir Sect. 1.3.3.2). Pour cela, il est nécessaire d'établir des chroniques temporelles de débit, sur de longues durées. Actuellement, la pesée pour la mesure du débit est contraignante (changement de bac). Si cette approche dynamique devait être envisagée, elle pourrait être couplée à une analyse du signal appliquée par exemple entre le signal de recharge et celui de débit à l'exutoire. Il conviendra au préalable d'établir un signal de recharge libre de toute dépendance afin d'utiliser cette méthode pour identifier des processus de fonctionnement.

L'ajustement d'une loi de Maillet sur la courbe de décroissance du débit nous a permis d'interpréter qualitativement les phases de transition dans les débits observées. La recherche d'une relation (non nécessairement linéaire) entre la charge dans le réservoir et le débit aurait pu être réalisable si une mesure de charge avait été effectuée dans le réservoir. Toutefois, nous avons pu mettre en évidence qu'aucune expérience ne suit une unique loi exponentielle de vidange. Des simulations avec un modèle numérique d'écoulement pourraient être réalisées pour modéliser la réponse du débit à l'exutoire, et pour déterminer des paramètres hydrauliques équivalents dans le milieu. Si cette voie devait être explorée, les expériences préliminaires (réalisées avec le code Feflow (Diersch, 2005), non présentées ici) entreprises pendant la phase de conception du réservoir avaient mis en évidence une sensibilité des résultats à la condition à la limite employée pour la représentation de l'exutoire du réservoir. L'utilisation d'un élément discret 1-D (représentant l'exutoire) sur la frontière du domaine, permettait d'obtenir des résultats (en terme de débit à l'exutoire) plus cohérents qu'une condition de charge imposée appliquée sur plusieurs noeuds de la frontière.

4.5 Conclusion

Dans ce chapitre, nous cherchons à mettre en évidence des phases de transition dans le débit issu d'un réservoir. Nous considérons une approche expérimentale pour laquelle nous développons et utilisons un réservoir expérimental de laboratoire sur lequel nous pouvons effectuer des mesures (débit d'entrée, débit de sortie). Trois scénarios d'hétérogénéité et deux conditions initiales de vidange sont réalisés. Chaque scénario d'hétérogénéité est associé à un agencement particulier d'un milieu poreux fracturé (céramique poreuse) à l'intérieur du réservoir. Chaque scénario de conditions initiales est associé à une distribution des charges dans le milieu et à un flux de recharge. L'analyse des débits de vidange est rendue possible par leur représentation sous différentes formes (graphiques). En outre, nous utilisons un modèle de décroissance exponentielle (loi de Maillet) pour décrire les différentes phases du débit observées au cours de ces expériences.

Ces analyses permettent de mettre en évidence la sensibilité de la réponse du débit aux différents agencements d'une part et aux conditions initiales du système d'autre part. Pour l'agencement, les résultats obtenus expérimentalement montrent que le réservoir à fracture unique (forte hétérogénéité) se vidange plus rapidement qu'un milieu à fractures orthogonales (plus étroites, hétérogénéité moyenne) et qu'un milieu homogène. La géométrie du milieu poreux et en particulier la taille et la disposition des fractures influencent les pertes de charges. Lorsque les pertes de charges diminuent (milieu hétérogène), les débits associés aux temps courts augmentent, et la vidange du système est plus rapide que pour un milieu homogène.

Les deux types de conditions initiales correspondent à (i) un milieu à l'équilibre, saturé avec une distribution des charges homogène, et aucun flux de recharge, et (ii) un milieu à l'équilibre, saturé avec une distribution des charges dépendantes du flux de recharge, et avec une valeur de flux de recharge. Dans le cas d'une vidange sans flux de recharge (premier point), pour toutes les géométries, on constate que les débits présentent des valeurs initiales plus élevées, une phase de transition aux temps courts, et deux régimes de vidange distincts aux temps moyens et longs. Dans le cas d'une vidange après application d'un flux (second point), les phases de variation dans le débit enregistré sont plus complexes et présentent des phases de variations couplées aux temps courts entre l'intensité de la recharge et la structure du milieu, en particulier pour un milieu homogène. Dans le cas d'un milieu hétérogène, ce type de relations semblent être moins marquées.

Enfin, la forme de certains résultats de débits obtenus dans cette partie sont semblables à d'autres résultats obtenus, par ailleurs par le biais de simulations numériques (Sect. 3). Les deux approches sont complémentaires, les expériences de laboratoire peuvent être utilisées pour confirmer les résultats issus d'une modélisation numérique. La modélisation expérimental proposée ici pourrait évoluer dans ce sens. Une perspective à ce travail pourrait être d'établir une classification des débits à l'exutoire du réservoir, en fonction de la structure du milieu.

Comme montré dans ce chapitre, l'approche de laboratoire permet d'étudier des milieux hétérogènes dans des conditions expérimentales contrôlées. Une tâche importante de terrain est d'observer et de caractériser le milieu de manière précise. Dans la nature il semble inconcevable de chercher à caractériser toute la structure de l'aquifère, seuls les éléments d'hydraulique principaux devraient pouvoir être caractérisés. Dans les aquifères karstiques, ces éléments sont les conduits noyés. Leur répartition spatiale est inconnue du fait de leur inaccessibilité. Nous proposons dans le chapitre suivant de contribuer à la caractérisation *in situ* de ces conduits, par le biais du développement d'un nouvel instrument.

Module autonome de cartographie souterraine

Sommaire

4.1	Introduction	91
4.2	Matériel et méthodes	93
4.2.1	Cuve expérimentale et céramique poreuse	93
4.2.2	Protocole de mesure	94
4.2.3	Plan expérimental	95
4.2.4	Modèles d'interprétation	96
4.3	Résultats	96
4.3.1	Vidange, état initial uniforme	97
4.3.2	Vidange, état initial non uniforme	98
4.4	Discussion	100
4.5	Conclusion	103

5.1 Introduction

Problématique

La distribution des différents vides au sein d'un réservoir karstique joue un rôle important sur les champs de circulation des fluides souterrains. Dans les systèmes karstiques, les flux circulent de façon prédominante au sein des conduits (Atkinson, 1977; Worthington, 1999), jusqu'à un ou plusieurs exutoires. Actuellement, plusieurs facteurs limitent la détection et la cartographie des discontinuités souterraines majeures (dénoyées et noyées). Deux de ces facteurs sont : l'accessibilité à l'information recherchée (p. ex. position, orientation) et la transmission de la mesure effectuée sous terre. Pour le premier facteur, une information limitée (en distance et en profondeur) peut-être obtenue dans deux cas. Soit à partir de périlleuses explorations de plongées souterraines (spéléo-plongeur ou robots). Soit ponctuellement, depuis la surface, lorsqu'un forage recoupe une de ces discontinuités. Pour le second facteur, les caractéristiques de la roche (épaisseur, composition chimique) ainsi que la présence d'eau limitent fortement les possibilités d'émission et/ou de réception de signaux radioélectriques entre la surface et le milieu souterrain. Le système G.P.S. (*Global Positioning System*) ne peut donc pas être utilisé sous terre. Les relevés topographiques sont principalement effectués manuellement. En outre, l'étendue et la complexité inconnues de la géométrie du réseau de conduits rendent l'intervention de robots filo-guidés difficile. Les échecs d'explorations de la Fontaine de Vaucluse présentés par Nicod (1991) en sont de bons exemples. Les nouveaux robots autonomes d'exploration sous-marine, comme celui utilisé par Spiewak *et al.* (2006) pour explorer la source sous-marine karstique de la Vise (France) peuvent être intéressants.

Néanmoins la taille (longueur supérieur à 1 m) de ces engins est très restrictive et ne permet pas une introduction en forage.

Objectif

L'objectif principal est de développer un nouveau type de sonde afin de :

- cartographier des conduits karstiques noyés inaccessibles (humainement),
- caractériser les directions principales d'écoulement au sein de ces conduits,
- caractériser les conditions d'écoulement au sein des conduits.

Nous définissons le terme « module » comme l'enveloppe au sein de laquelle les instruments de mesure sont contenus. La cartographie est ici définie par 4 dimensions (3-D spatial et 1-D temporel) représentant la position de la sonde au cours du temps. La direction principale d'écoulement est définie comme la direction d'écoulement moyenne dans un volume unitaire de fluide. Les conditions d'écoulement sont définies comme l'amplitude locale des turbulences au sein de l'écoulement. Une faible amplitude de turbulence correspond à une condition d'écoulement peu turbulent (p. ex. laminaire). Une forte amplitude de turbulence correspond à une condition d'écoulement turbulent (p. ex avec des phénomènes de re-circulation). Aussi, puisque les conduits sont inaccessibles (noyés et souterrains), la sonde doit-être autonome. L'autonomie est définie selon les trois critères suivants : énergie, communication et mobilité. En d'autres termes, la sonde ne pourra être reliée à aucune source d'énergie ou moyen de communication non embarqués et devra pouvoir se déplacer seule.

Cahier des charges

Le cahier des charges suivi pour le développement de la sonde est défini compte tenu (i) des objectifs, (ii) de l'environnement de transport final et (iii) des risques associés à l'exploration du milieu souterrain. Les principales charges retenues sont présentées par la suite. La sonde doit :

1. être autonome (énergie, données, déplacement),
2. être repérable (à vue), et
3. avoir un coût global réduit (possibilité de perte).

Ce chapitre est construit comme suit. La section 5.2 présente une synthèse succincte de la théorie associée aux systèmes de navigation inertielle (SNI). La section 5.3 présente le matériel employé pour le développement du traceur instrumenté. La section 5.4 présente la méthodologie expérimentale mise en oeuvre pour la validation du nouvel instrument. La section 5.5 présente les résultats de validation obtenus à l'aide d'un premier prototype. Enfin, la section 5.6 présente une discussion et la section 5.7 est vouée à la conclusion.

5.2 Principe de navigation

5.2.1 Système de navigation inertielle (SNI)

Le calcul d'un déplacement à partir de données issues de mesures d'accélération définit la navigation inertielle. Un SNI (système de navigation inertielle) est composé d'une CI (centrale inertielle) et d'un processus de traitement des données (algorithme).

Cette section est basée sur les travaux de Woodman (2007) et de O'Donnell (1964). Principalement, deux catégories de CI existent. Ces deux catégories se distinguent par les repères utilisés pour effectuer les mesures de rotation et d'accélération. Ces mesures, initialement effectuées dans

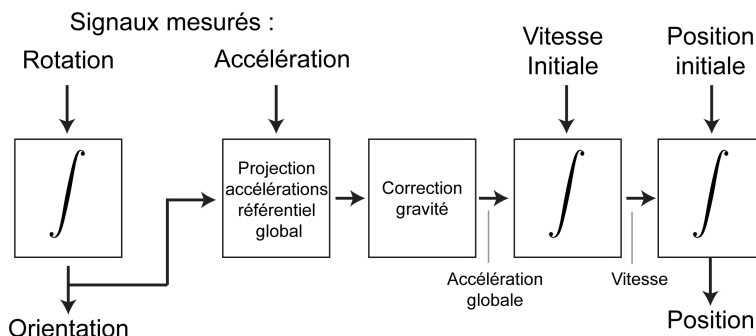


FIGURE 5.1 – Algorithme de navigation général associé au second type de centrale inertielle (CI). La CI est fixée au corps en mouvement. Modifié d’après [Woodman \(2007\)](#).

un repère, peuvent ensuite être projetées dans un repère différent. Les repères couramment considérés pour la navigation inertielle sont présentés en Fig. 5.2. Ces repères sont : celui du corps en mouvement, celui de navigation et le repère terrestre (géo-centré). Par la suite les indices b (corps, en anglais *body*) et g (global), indiquent respectivement le repère du module et le repère général, dans lequel les quantités vectorielles sont mesurées et représentées. Les matrices de rotation nécessaires aux transitions de repères sont notées dans la suite du texte par le symbole \mathbf{R} .

Pour la première catégorie de CI les mesures sont réalisées indépendamment du système en mouvement. À l’inverse, pour la seconde catégorie, la CI est fixée à l’unité en mouvement et les mesures sont effectuées dans le repère du corps. Une revue de littérature complète, présentée par [Titterton et Weston \(2004\)](#), traite en particulier de cette seconde catégorie de CI (fixée au corps en mouvement). Par la suite seule cette catégorie de CI sera considérée. Ce type de CI est couramment utilisé pour contrôler le mouvement de véhicules en mouvement dans divers environnements. Par exemple, ce système a été adapté à des véhicules terrestres autonomes hors de portée des signaux de G.P.S. ([Sukkarieh et al., 1999](#)), des missiles militaires à vitesses de vols élevées ([Ohlmeyer et al., 1998](#)) ou des véhicules sous-marins autonomes ([Bennamoun et al., 1996](#)).

Les étapes de traitement des données dépendent des composants utilisés dans la CI et/ou des particularités du corps en mouvement. Pour le type de CI considérée (fixe), l’algorithme de navigation utilisé classiquement ([Woodman, 2007](#)) est présenté en Fig. 5.1. Cet algorithme est composé de deux phases de traitement des données, liées aux deux modules de mesure d’orientation et d’accélération. Ces deux phases de traitement de données permettent de déterminer au cours du temps (i) l’orientation du corps en mouvement (ii) sa vitesse et (iii) sa position.

5.2.2 Suivi de l’orientation

L’orientation relative au repère global de référence de la CI est obtenue par l’intégration du signal de vitesse angulaire $\boldsymbol{\omega}_b(t) = (\omega_{bx}(t), \omega_{by}(t), \omega_{bz}(t))^T$ (Fig. 5.1). Le calcul de l’orientation est différent selon l’instrument utilisé. Par exemple, alors qu’un gyroscope permet de mesurer des vitesses angulaires, un magnétomètre permet de mesurer la projection de l’angle entre le nord magnétique et le référentiel du corps suivant les 3 axes du référentiel. Dans le premier cas (gyroscopes), l’orientation du module peut être déduite des vitesses de rotation angulaire. Dans le second cas, il est nécessaire de connaître la composante de la pesanteur afin de retrouver l’orientation complète du corps. Dans les deux cas, ces instruments permettent de retrouver trois valeurs valeurs d’angles (i.e. lacet, roulis, tangage) pour chaque valeur de temps.

Nous présentons par la suite (pour un cas théorique) une méthode de détermination de l’orientation. Dans ce cas, les vitesses angulaires sont mesurées dans le repère du corps. Par la suite, la



Le repère du corps (parallélépipède coloré) est le repère local, ici centré par rapport au centre de gravité et parallèle aux faces du solide.

Le repère X, Y, Z (noir) est le repère global (géo-centré et fixe) et le repère NWU (rouge) est le repère de navigation local avec les axes N (nord), W (ouest), U (haut).

FIGURE 5.2 – Principaux repères spatiaux pour navigation inertielle. À gauche repère local seul (repère du corps), à droite repère global (géo-repère) et local.

représentation par cosinus directeurs est utilisée pour former les matrices de rotation. Toutefois, d'autres représentations peuvent être utilisées pour les SNI, notamment, les angles d'Euler ou les quaternions (Titterton et Weston, 2004). Cette dernière représentation (quaternions) permet en particulier de conserver l'orthogonalité des matrices de rotation (Walchko *et al.*, 2003).

Selon la représentation des cosinus directeurs, l'orientation relative du repère du corps par rapport au repère global est donnée par une matrice de rotation 3×3 dénotée \mathbf{R}_b^g . Dans \mathbf{R}_b^g chaque colonne représente un vecteur unitaire des axes du repère corps spécifié en termes d'axes globaux. Une quantité vectorielle \mathbf{v}_b définie dans le repère du corps est équivalente au vecteur :

$$\mathbf{v}_g = \mathbf{R}_b^g \cdot \mathbf{v}_b \quad (5.1)$$

défini dans le repère global. Sachant qu'une matrice est orthogonale si cette matrice est inversible et que son inverse est égal à sa transposée, l'inverse de la transformation est donné par :

$$\mathbf{v}_b = (\mathbf{R}_b^g)^T \cdot \mathbf{v}_g \quad (5.2)$$

Afin de connaître l'orientation de la CI au cours du temps, il est nécessaire de connaître \mathbf{R}_b^g au cours du temps. Si l'orientation est connue à un temps t et décrite par $\mathbf{R}_b^g(t)$ alors la dérivée par rapport au temps t de \mathbf{R}_b^g est donnée par :

$$\dot{\mathbf{R}}_b^g(t) = \lim_{\delta t \rightarrow 0} \frac{\mathbf{R}_b^g(t + \delta t) - \mathbf{R}_b^g(t)}{\delta t} \quad (5.3)$$

où $\mathbf{R}_b^g(t + \delta t)$ peut s'écrire comme le produit de deux matrices :

$$\dot{\mathbf{R}}_b^g(t + \delta t) = \mathbf{R}_b^g(t) - \mathbf{R}_b^b(t) \quad (5.4)$$

où $\mathbf{R}_b^b(t)$ représente la matrice de rotation entre le repère du corps à t et à $t + \delta t$. Lorsque les rotations $\delta\phi$, $\delta\theta$ et $\delta\psi$ respectivement effectuées autour des axes x , y et z (i.e. roulis, tangage, lacet) par le repère du corps entre les temps t et $t + \delta t$ sont petites, alors on peut appliquer l'approximation valable pour de petits angles (Ap. A.2.2), $\mathbf{R}_b^b(t)$ peut s'écrire :

$$\mathbf{R}_b^b(t) = \mathbf{I} + \delta\Psi \quad (5.5)$$

avec

$$\Psi = \begin{pmatrix} 0 & -\delta\psi & \delta\theta \\ \delta\psi & 0 & -\delta\phi \\ -\delta\theta & \delta\phi & 0 \end{pmatrix} \quad (5.6)$$

Par substitution on obtient :

$$\dot{\mathbf{R}}_b^g(t) = \lim_{\delta t \rightarrow 0} \frac{\mathbf{R}_b^g(t + \delta t) - \mathbf{R}_b^g(t)}{\delta t} \quad (5.7)$$

$$= \lim_{\delta t \rightarrow 0} \frac{\mathbf{R}_b^g \mathbf{R}(t) - \mathbf{R}_b^g(t)}{\delta t} \quad (5.8)$$

$$= \lim_{\delta t \rightarrow 0} \frac{\mathbf{R}_b^g \mathbf{I} + \delta\Psi - \mathbf{R}_b^g(t)}{\delta t} \quad (5.9)$$

$$= \mathbf{R}_b^g(t) \lim_{\delta t \rightarrow 0} \frac{\delta\Psi}{\delta t} \quad (5.10)$$

Proche de la limite $\delta t \rightarrow 0$ l'approximation pour les angles petits est valide, on obtient :

$$\lim_{\delta t \rightarrow 0} \frac{\delta\Psi}{\delta t} = \Omega(t) \quad (5.11)$$

où

$$\Omega(t) = \begin{pmatrix} 0 & -\omega_{bz}(t) & \omega_{by}(t) \\ \omega_{bz}(t) & 0 & -\omega_{bx}(t) \\ -\omega_{by}(t) & \omega_{bx}(t) & 0 \end{pmatrix} \quad (5.12)$$

est la matrice antisymétrique du vecteur de vitesse angulaire $\omega_b(t)$. Finalement pour suivre l'orientation du SNI, l'algorithme d'orientation doit résoudre l'équation différentielle suivante :

$$\dot{\mathbf{R}}_b^b(t) = \mathbf{R}_b^b(t) \cdot \Omega(t) \quad (5.13)$$

qui a pour solution :

$$\mathbf{R}_b^b(t) = \mathbf{R}_b^b(0) \cdot \exp\left(\int_0^t \Omega(t) dt\right) \quad (5.14)$$

avec $\mathbf{R}_b^b(0)$ la vitesse initiale du corps.

5.2.3 Suivi du déplacement

La deuxième loi de Newton indique qu'une modification du mouvement d'un corps est proportionnel à la force qui est imprimée à ce corps. Si la masse du corps en mouvement est constante, alors l'accélération subie par le corps est inversement proportionnelle à sa masse. En divisant chaque membre par la masse du corps l'expression d'une force spécifique est obtenue. Les accéléromètres détectent les accélérations résultantes des forces exercées sur un corps. Ces forces sont typiquement des forces spécifiques. L'utilisation d'accéléromètres est donc nécessaire à la navigation inertielle.

Soit un signal d'accélération $\mathbf{a}_b(t) = (a_{bx}(t), a_{by}(t), a_{bz}(t))^T$ mesuré dans le repère du corps. La projection de ce signal dans le repère global s'écrit :

$$\mathbf{a}_g(t) = \mathbf{R}_b^g(t) \cdot \mathbf{a}_b(t) \quad (5.15)$$

A partir de cette projection de l'accélération la position peut être obtenue. Pour ce faire le signal d'accélération doit être compensé de la composante de gravité (soustrait). Notons que la

mesure de l'accélération par un accéléromètre peut être absolue ou relative (gravité compensée). Une fois la composante de gravité éliminée, la composante restante peut être intégrée une fois par rapport au temps. Ceci permet d'obtenir la vitesse au temps t . Enfin, l'intégration de la vitesse permet de déterminer le déplacement. Ces deux intégrales s'écrivent :

$$\mathbf{v}_g(t) = \mathbf{v}_g(0) + \int_0^t \mathbf{a}_g(t) - \mathbf{g}_g(dt) \quad (5.16)$$

$$\mathbf{s}_g(t) = \mathbf{s}_g(0) + \int_0^t \mathbf{v}_g(t)(dt) \quad (5.17)$$

avec $\mathbf{v}_g(0)$ la vitesse initiale du corps, $\mathbf{s}_g(0)$ le déplacement initial et \mathbf{g}_g la composante d'accélération de la gravité exprimée dans le repère global.

5.2.4 Sources et propagation d'erreur

Typiquement, pour les systèmes de navigation inertielle, les erreurs liées au matériel de mesure se propagent au travers des calculs de post-traitement. L'erreur de mesure peut être définie comme la déviation (ou différence) entre la valeur mesurée et la valeur théorique de la grandeur mesurée. Pour les systèmes de navigation inertielle, les erreurs les plus courantes sont à mettre en relation avec (i) le système (association de capteurs) de mesure d'orientation (p. ex. gyroscope, compas) et de déplacement (p. ex. accéléromètre) et (ii) les modèles de capteurs. Ces erreurs sont ([Grewal et al., 2007](#); [Woodman, 2007](#)) : le biais (constant ou non), le bruit, les facteurs d'échelles, les non-linéarités, ou les non-orthogonalités associés à l'implémentation des capteurs de mesure. La Fig. 5.3 présente schématiquement les trois types d'erreurs suivantes : biais (Fig. 5.3a), facteur d'échelle (Fig. 5.3b) et non linéarité (Fig. 5.3c). Pour chaque famille de capteurs (orientation et accélération), les principaux types d'erreurs sont résumés dans les Tab. 5.1 et 5.2 (2^e col.).

Bien que les types d'erreurs pour chaque capteur soient similaires, la propagation de celles-ci est différente. En effet, la propagation de l'erreur dépend du post-traitement. Plus précisément, les post-traitements réalisés sont différents lorsqu'il s'agit de déterminer l'orientation, la vitesse ou la position du module dans le repère de navigation.

Par exemple, si le suivi de l'orientation est réalisé à l'aide d'une mesure gyroscopique (détermine une vitesse de rotation), celle-ci doit être intégrée une fois. En revanche, le calcul de position est quant à lui réalisé par double intégration de la mesure d'accélération. L'erreur sur l'orientation et sur le calcul de position se propage de manière différente. Pour l'orientation, la mesure de la vitesse est intégrée une fois, pour la position, l'orientation est intégrée une fois mais, les accélérations sont intégrées deux fois, et dans ce cas une erreur quadratique apparaît (double intégration). D'autre part, si l'orientation est déterminée à l'aide d'un compas et des mesures d'accélérations, la propagation d'erreur sera alors différente puisqu'aucune intégrale n'intervient dans ce calcul. Pour la détermination de la position, l'erreur quadratique associée à la mesure d'accélération reste néanmoins présente.

Les résultats d'intégration des erreurs pour chaque type de capteur (gyroscope et accéléromètre) sont aussi présentés dans les Tab. 5.1 et 5.2 (3^e col.). A titre de comparaison, pour une simple et une double intégration, une erreur caractérisée par un biais constant (noté ε) produit après une intégration une augmentation constante de l'erreur en fonction du temps : $S(t) = \varepsilon \cdot t$. Après deux intégrations, l'augmentation de l'erreur devient quadratique : $s(t) = \varepsilon \cdot t^2/2$. Certaines des erreurs présentées peuvent être compensées et/ou modélisées par plusieurs méthodes ou modèles non détaillés par la suite. L'origine du biais sur la mesure est par exemple la température ou les fluctuations de la tension d'alimentation des capteurs. Si le biais lié aux variations de température est connu, la mesure peut-être corrigée en intégrant sur la CI un capteur de température.

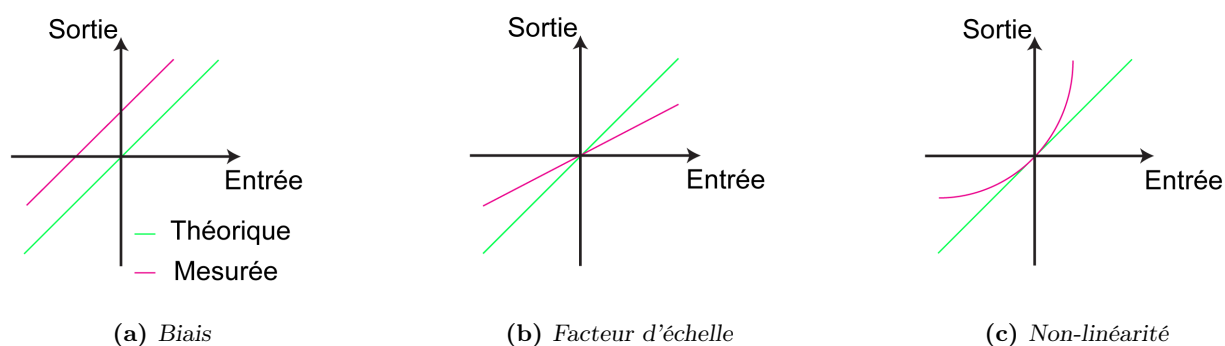


FIGURE 5.3 – *Trois types d'erreur rencontrés en navigation inertielle : a) le biais, b) le facteur d'échelle et c) la non-linéarité. Chaque erreur est la déviation entre la valeur théorique (vert) et la valeur mesurée (rose).*

De même les dérives de mesures d'accélération peuvent être en partie calibrées à partir de longues mesures statiques réalisées selon des orientations précisément connues.

5.3 Matériel

Le cahier des charges présenté en partie introductive (Sect. 5.1) peut-être divisé selon deux familles de critères. Ces familles concernent d'une part le module (l'enveloppe de la sonde) et d'autre part le système de navigation embarqué.

5.3.1 Module

La famille de critères associée au module est contrainte par les hypothèses faites quant aux processus de transport de particules macroscopiques dans le réseau de conduits karstiques noyés. Nous adoptons les résolutions suivantes pour le module. Pour pouvoir circuler dans des réseaux de conduits ponctuellement étroits, une forme sphérique du module sera privilégiée. Le rayon r de la sphère est arbitrairement fixé à une dimension infra-décimétrique : de l'ordre de 2,5 cm (volume $\approx 6,55 \cdot 10^{-5} \text{ m}^3$).

Comme le module doit pouvoir être transporté par le flux, le franchissement de seuils et de siphons est à prendre en compte. En particulier, la densité du corps doit être adaptée afin d'approcher un caractère semi-flottant (c.-à-d. entre deux eaux). Toutefois, le caractère flottant doit être conservé afin d'éviter toute possibilité de piégeage suite à un dépôt au fond d'un conduit. Un facteur supplémentaire concernant la densité adéquate du module est à prendre en compte. Si le module est lesté sur son fond, le centre de gravité du module sera déplacé et différent du centre de la sphère. De ce fait, lorsque le module se trouvera dans un écoulement turbulent, les possibilités de rotation complète (selon les axes de roulis et de tangage) du module pourront être réduites. A l'inverse, une répartition homogène du lest à l'intérieur de la sphère aura un moindre impact sur les degrés de liberté du module (aptitude à se mouvoir dans l'espace).

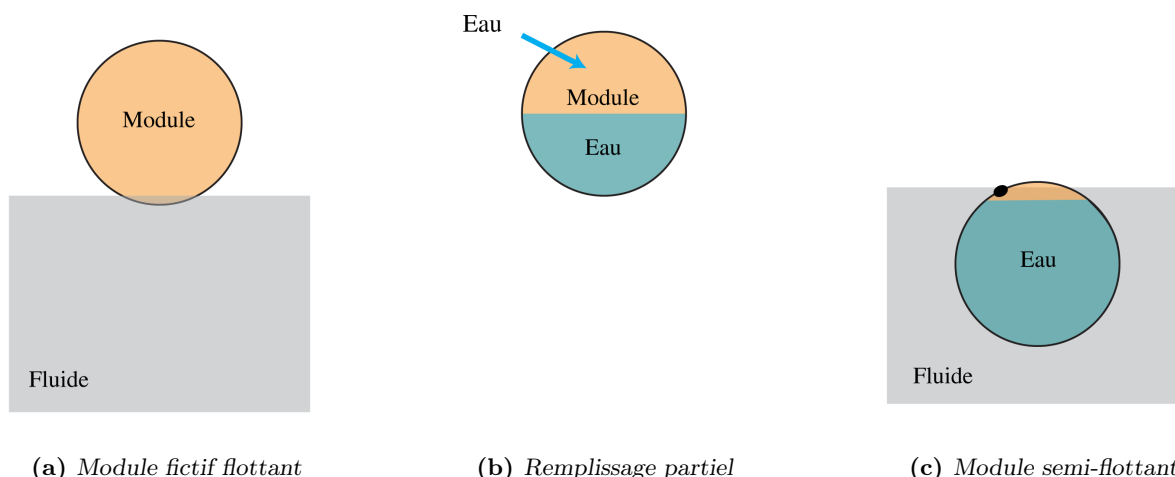
Il est attendu qu'au cours de son transport le module percute les parois du milieu dans lequel il circule. Les fortes variations de charges hydrauliques dans le karst sont bien connues ; il est aussi attendu que ce module soit soumis à de fortes pressions. De ce fait, le matériel utilisé pour la fabrication devra dans la mesure du possible résister aux chocs et hautes pressions afin de protéger le matériel électronique embarqué. Toutefois, le module ne pourra pas être fabriqué en métal du fait des composants embarqués afin de ne pas influencer la mesure, en particulier

Type d'erreur	Description	Resultat d'intégration
Biais	Biais constant ε	Augmentation constante de l'angle $\theta(t) = \varepsilon \cdot t$
Bruit	Bruit et déviation standard σ	Angle aléatoire a la déviation standard : $\sigma_\theta(t) = \sigma \cdot \sqrt{\delta \cdot t}$ augmente en fonction racine de t
Effet de température	Biais induit par la température (résiduel)	Biais résiduel intégré dans l'orientation, l'erreur d'orientation augmente linéairement selon t
Calibration	Erreurs de facteur d'échelle et d'alignement des gyros	Dérive de l'orientation proportionnelle aux taux et temps de mouvement
Biais instable	Variation du biais, modélisé par un biais en marche aléatoire (cas général)	Intégrale d'une marche aléatoire

Tableau 5.1 – Récapitulatif des erreurs associées aux mesures gyroscopiques et propagation d'erreur. Modifié d'après *Woodman (2007)*.

Type d'erreur	Description	Resultat d'intégration
Biais	Biais constant ε	Augmentation quadratique de l'erreur de position $s(t) = \varepsilon \cdot t^2/2$
Bruit	Bruit et déviation standard σ	Marche aléatoire du second ordre. Déviation standard de l'erreur de la position augmente comme : $\sigma_s(t) = \sigma \cdot t^{3/2} \cdot \sqrt{\frac{\delta t}{3}}$
Effet de température	Biais résiduel dépendant de la température	Tout biais résiduel engendre une erreur à l'augmentation quadratique avec t
Calibration	Erreurs de facteur d'échelle et d'alignement des accéléromètres	Dérive de la position proportionnelle à la racine du taux et du temps d'accélération
Biais instable	Variation du biais, modélisé par un biais en marche aléatoire (cas général)	Double intégrale d'une marche aléatoire

Tableau 5.2 – Récapitulatif des erreurs associées aux mesures d'accéléromètres et propagation d'erreur. Modifié d'après *Woodman (2007)*.



(a) *Module fictif flottant* (b) *Remplissage partiel* (c) *Module semi-flottant*

FIGURE 5.4 – Schéma explicatif du protocole expérimental employé pour le ballast des modules fictifs employés en phase d’essais, a) le module fictif ne contient pas d’eau et flotte, b) le module fictif est rempli d’eau et sa flottaison est vérifiée expérimentalement, c) le module fictif est lesté et flotte sous la surface du fluide et est fermé hermétiquement.

des magnétomètres. Enfin, le module devra être de couleurs vives (p. ex. jaune et rouge), afin de faciliter son repérage visuel dans un milieu aquatique souterrain (sombre). S’il est nécessaire d’ouvrir et de fermer le module, l’étanchéité pourra être réalisée à l’aide de silicone technique ou d’un système à vis similaire à celui présenté par [Carlson et Duncan \(2003\)](#).

Pour les phases d’essais, des modules fictifs sont réalisés à partir de sphères en plastique orange lestées par remplissage partiel d’eau. La Fig. 5.4 illustre schématiquement les étapes de pré-remplissage, remplissage et semi-flottaison décrit ci-après. Deux orifices proches ($d_{orifice} \approx 1$ mm, $d_{sep.} \approx 5$ mm) sont créés à l’aide d’un cathéter médical. L’eau est introduite dans la sphère (initialement vide) à l’aide d’une seringue, jusqu’à l’obtention d’une flottaison critique (la sphère coule). Une semi-flottaison du module est obtenue expérimentalement par soustractions itératives de faibles volumes d’eau. Enfin, les orifices utilisés pour le remplissage sont rebouchés hermétiquement à l’aide de silicone technique. Dans ce cas, nous considérons le lest comme étant réparti de façon quasi-homogène (Fig. 5.4), le centre de gravité du module est donc proche du centre de la sphère.

Le module expérimental accompagné de la CI et d’une batterie est présenté sur la Fig. 5.5. Le module photographié « ouvert » est en deux parties. Le diamètre du module est de 7,2 cm. Ce module expérimental représente un volume plus important que les modules fictifs évoqués précédemment du fait de la nécessité d’embarquer des piles. La quantité de lest adéquat à l’obtention d’un module semi-flottant est disposée sur le fond de la demi-sphère inférieure. Ce lest est composé de la masse des piles complétée d’une masse métallique non magnétique (plomb). Ici, la localisation de la masse aura pour effet de modifier la position du centre de gravité du module. Ce dernier sera ainsi excentré vers le bas du module. Notons ici que, bien que la récupération des données enregistrées nécessitent la manipulation de la CI et des piles, celles-ci ne sont donc pas fixées au module. Néanmoins une mousse est disposée à l’intérieur au moment de la fermeture afin de solidariser la CI au module. Par la suite, les deux repères de navigation (CI et module) seront considérés comme identiques.



FIGURE 5.5 – Photographie d’une première version de module instrumenté. La CI est en haut à gauche de l’image. Les composants électroniques sont assemblés sur un circuit de taille réduite ($4,7 \times 3 \times 0,8$ cm). Ce module instrumenté est utilisé pour les expériences de validation avec le bloc de batterie (vert) présent sur la photographie.

5.3.2 Instrumentation embarquée

Les critères associés à la centrale inertielle embarquée tiennent compte (i) d’un effort de réduction du volume, (ii) de la gestion de l’énergie, et (iii) du coût associé. La première version du système embarqué est présentée en Fig. 5.5. Ce premier prototype est peu volumineux ($L \times l \times h \approx 4,7 \times 3 \times 0,8$ cm). La CI est équipée d’un capteur¹ disponible dans le commerce intégrant un magnétomètre trois axes (gamme de mesure $\pm 8,1$ mT) et un accéléromètre trois axes (gamme de mesure $\pm 8,0$ m/s²). Un micro–contrôleur permet de gérer le flux de données, en particulier sa mise en mémoire tampon et l’écriture sur une carte mémoire de type Micro–SD (capacité = 2 Go). Selon cette configuration la période minimale de mesure obtenue est de l’ordre de 83 ms (fréquence $f \approx 12$ Hz).

Les étapes d’initialisation, de mesure et d’enregistrement du système embarqué sont présentées sur l’algorithme 1. Ces étapes illustrent en particulier le processus de stockage temporaire des données en mémoire tampon et l’écriture sur un support non volatile. Les corrections apportées aux données (p. ex. de dérive) sont appliquées après récupération du système (Sect. 5.4) et ne sont pas représentées sur cet algorithme.

La source d’énergie envisagée à terme est l’environnement aquatique (Pistre *et al.*, 2013). Une pile à corrosion peut permettre d’éviter une pollution engendrée par la dégradation de piles « classiques » dans l’hypothèse où la sonde resterait piégée sous terre. Pour une pile à corrosion, les électrodes nécessaires aux échanges ioniques pourront être disposées sur la surface du module. L’électrolyse de l’eau sera réalisée avec le couple métallique Cu/Mg (Cuivre/Magnésium). En utilisant ce couple métallique, une tension adéquate au fonctionnement du système embarqué (≈ 3 V) peut-être obtenue. Enfin, les ions relâchés dans le milieu sont inoffensifs (Mg^{2+}). Ce système d’énergie autonome n’ayant pas pu être développé dans le cadre de ce travail, les essais présentés par la suite sont réalisés à l’aide de batteries rechargeables. Ce système fourni une tension continue de 3,5 V au circuit présenté précédemment. A titre d’illustration, un exemple de source d’énergie utilisé au cours des expériences est présenté sur la Fig. 5.5.

1. modèle LSM303DLM chez ST

Algorithme 1 Mesure et enregistrement de données sur sonde

Requiert: FreqMesure, TempsTotal

{Spécification des fréquences et durées de mesures}

NbPas \leftarrow TempsTotal / FreqMesure

OuvertureFichier {Ouverture d'un nouveau fichier de données}

pour $t = 1$ jusqu'à NbPas **faire** **si** taille(MemTampon) \leq taille(Tampon) **alors**

Configuration capteur {Conf. capteur mesure accélération totale}

 MemTampon \leftarrow Mesure (AccTot & Compas)

Configuration capteur {Conf. capteur mesure accélération compensée}

 MemTampon \leftarrow MemTampon & Mesure (AccComp) Micro-SD \leftarrow MemTampon MemTampon \leftarrow 0

FermetureFichier {Fermeture du fichier de données courant}

5.3.3 Cadre expérimental

Les expériences présentées par la suite ont été réalisées sur plusieurs sites. Elles sont classées par type de milieu : aérien ou aqueux. Pour chacun de ces milieux, les contraintes imposées sont différentes. Les essais en milieux aériens ont été réalisés :

- en laboratoire, dans le bâtiment de la Maison des Sciences de l'Eau, et
- en milieu naturel, dans le réseau karstique exondé de la Foux de Lauret (Hérault, France).

Les essais en milieu aqueux ont été réalisés :

- en laboratoire, sur deux canaux présents à l'ENSAM².

5.3.3.1 Essais en milieux aériens

La Maison des Sciences de l'Eau est le bâtiment qui accueille les membres de l'Unité Mixte de Recherche Hydrosciences Montpellier. Le bâtiment comprend 2 ailes perpendiculaires respectivement orientées selon les directions N°156 et N°245. Les expériences seront conduites dans la première aile (N°156) qui comprend 3 étages (dont un sous-sol). Cette aile est rectiligne, sa longueur et sa largeur approximative sont respectivement de 50 m et de 15 m. Cette partie du bâtiment présente plusieurs intérêts listés ci-après. Un accès simple à l'extérieur (sur parking) à partir du sous-sol est situé à une des extrémités du bâtiment. A l'autre extrémité, une entrée depuis l'extérieur vers l'intérieur du bâtiment est dans un alignement proche à la sortie citée précédemment. Cette spécificité permet d'observer les possibles dérives de directions. Depuis l'accès d'entrée, pour rejoindre le sous-sol il est nécessaire d'emprunter des escaliers (ce qui crée un dénivelé remarquable), eux aussi alignés selon la même direction que celle du bâtiment. Enfin, le parcours en boucle, avec pour départ et arrivée un point situé dans le bâtiment, permet d'être à la fois en milieu confiné (dans la MSE) et éventuellement perturbé par des ondes électromagnétiques (induites par les machines).

La source karstique de la Foux de Lauret est l'une des sources pérennes, situées sur la bordure Est du causse de l'Hortus au nord de Montpellier. L'aquifère est situé dans des calcaires datés du Valanginien. Sa puissance est en moyenne de 80 à 100 m (Durand, 1992). Les traçages artificiels recensés pour cette source indiquent un impluvium restreint à une zone peu étendue

2. Ecole Nationale Supérieure d'Agronomie de Montpellier



FIGURE 5.6 – Vue générale du petit canal de l'ENSAM. Le canal mesure 5,90 m de long. L'espace entre chaque structure métallique verticale est de 1,38 m.

(5 km²) à l'Est du causse. Ces traçages indiquent aussi des temps de transfert relativement rapides entre certains points d'injection et de restitution. Par exemple, de l'ordre de 7 h entre l'aven Patricia situé à 1,2 km du point de restitution et la source (Durand, 1992). Le réseau spéléologique exondé associé à cette résurgence figure parmi l'un des plus grand recensé sur ce causse. L'étendue approximative du réseau est de 7 km (Boinet et Paloc, 2002). Une topographie détaillée du réseau est proposée dans l'inventaire des cavités du causse réalisé par Boinet et Paloc (2002). Cette topographie montre que le réseau karstique inactif (exondé) et actif associé à la Foux de Lauret est majoritairement orienté selon les directions N150°–160°, N0°–10° et N100°–110°.

5.3.3.2 Essais en milieu aqueux

Le premier canal utilisé à l'ENSAM est un petit canal droit à section rectangulaire, son fond est plat. L'armature du canal est métallique, celle-ci maintient les parois en verre du canal. Le canal mesure 5,90 m de long, 0,29 m de large et 0,5 m de haut. Une vue générale du canal est présentée sur la Fig. 5.6. Les parois de verre du canal permettent d'observer le transport des particules d'un point de vue sub-parallèle à la direction principale d'écoulement. Le débit du canal est mesuré par un débitmètre électromagnétique de conduite placé sur le tuyau d'alimentation en eau du canal. La vitesse et le débit dans le canal peuvent être ajustés en modifiant : la pente du canal, le débit d'alimentation et les charges hydrauliques amont ou aval. Des obstacles hydrauliques tels que des seuils ou des passages sub-aquatiques peuvent y être aménagés. Enfin, le régime d'écoulement (laminaire ou turbulent) peut y être modifié. L'intitulé « petit canal » fera référence, dans la suite du texte, à ce canal.

Le second canal de par sa géométrie et sa variété d'obstacles hydrauliques est plus complexe. Une représentation schématique (vue en plan) du canal est présentée en Fig. 5.7. Le canal ainsi que quelques éléments hydrauliques particuliers sont présentés sur les photographies de la Fig. 5.8. Le canal est à section variable et à fond plat. L'écoulement s'effectue par gravité, le plus long bief droit du canal mesure environ 12 m de long, 67 cm de large et 43 cm de haut. Dans ce canal, le débit est ajusté à l'aide de modules à masques de largeur variable (Fig. 5.8d). Plusieurs types d'obstacles hydrauliques (p. ex. siphon, venturi, déversoir en bec de canard) peuvent être implantés dans le canal. L'intitulé « grand canal » fera référence, dans la suite du texte, à ce canal.

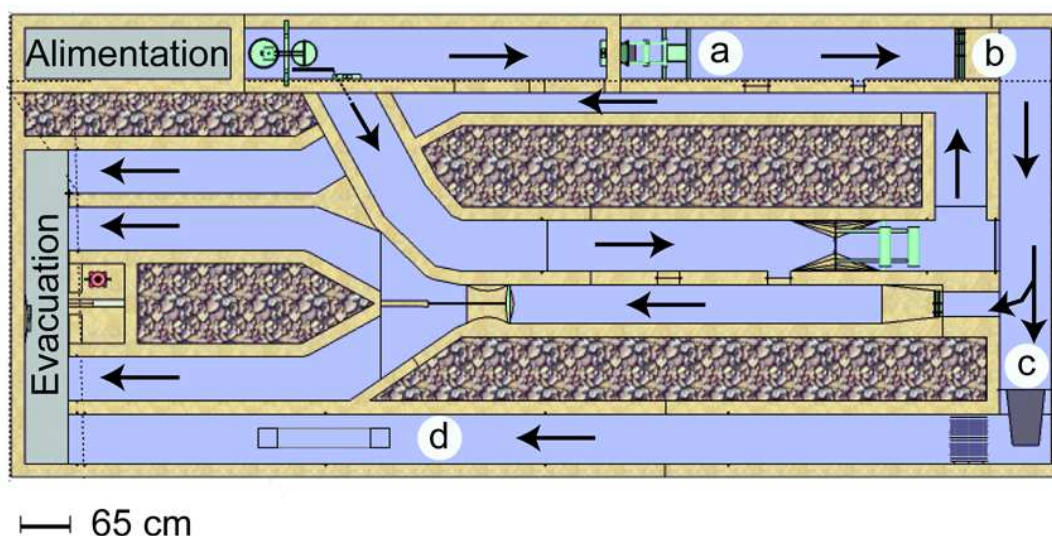


FIGURE 5.7 – Schéma général (en plan) du grand canal de l'ENSAM. Le bleu représente les portions du canal. Les flèches indiquent les principaux sens d'écoulement. Les points annotés *a*, *b*, *c* et *d* correspondent respectivement à une vanne, aux modules à masques, au déversoir en bec de canard et au siphon du canal. Le long bief rectiligne est situé en bas de la figure. Modifié d'après *Belaud (2011)*.

5.4 Méthode

5.4.1 Validation transport du module

Nous proposons dans ce travail d'observer qualitativement les caractéristiques de transport d'un module porté au sein d'un flux selon différentes conditions d'écoulement. Ce travail de développement préliminaire et les expériences de transport associées sont réalisées dans des conditions de laboratoire, sur les canaux présentés précédemment (Sect. 5.3.3). Les expériences ont pour objectifs (i) d'observer l'aptitude du module à franchir des obstacles hydrauliques particuliers, et (ii) de proposer une méthodologie simple de comparaison des vitesses moyennes de déplacement des modules et des vitesses d'écoulement.

Les expériences sont réalisées à l'aide de modules sphériques dont le diamètre est de 2,5 cm. Pour toutes les expériences, le flux dans le canal est en régime permanent. L'ensemble des expériences réalisées est décrit par la suite par deux séries relatives au canal utilisé. L'intégralité des expériences est succinctement résumée dans le Tab. 5.3. Dans ce tableau et dans la suite du texte, la notation systématique suivante est adoptée. La « Série-1-LX » avec L la lettre (L pour laminaire ou T pour turbulent) et X le nombre (1-6) correspond aux six expériences réalisées sur le petit canal. La notation « Série-2-LX » avec L la lettre (L ou T) et X le nombre (1,2,3) correspond aux trois expériences réalisées sur le grand canal. L'ensemble des séries de mesures est voué à observer le comportement des modules selon différentes conditions d'écoulement. L'expérience intitulée « Série-2-L1 » fait référence en particulier à la comparaison des vitesses observées et mesurées.

5.4.1.1 Série 1 – Petit canal

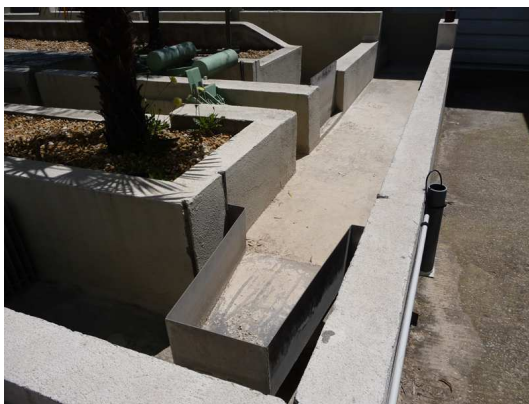
La première série d'expériences est réalisée sur le petit canal (peu complexe, voir Sect. 5.3.3.2). Les expériences sont réalisées à l'aide de 10 modules sphériques fictifs dont la flottabilité a préa-



(a) Vue générale du grand canal de l'ENSAM



(b) Détail d'une vanne siphonnante sur grand canal



(c) Détail du déversoir en bec de canard



(d) Détail du module à masques sur grand canal

FIGURE 5.8 – Photographie et éléments de détails du grand canal de l'ENSAM.

Expérience	Écoulement	Objet hydraulique	Observation
Série-1-L1	laminaire	/	/
Série-1-T2	turbulent	/	/
Série-1-L3	laminaire	seuil	/
Série-1-T4	turbulent	seuil	/
Série-1-L5	laminaire	masque	/
Série-1-T6	turbulent	masque	/
Série-2-L1	laminaire	/	profil des vitesses (courantomètre)
Série-2-L2	laminaire	seuil	/
Série-2-L3	laminaire	siphon-1	/
Série-2-L4	laminaire	siphon-2	/
Série-2-T1	localement turbulent	module à masques	/
Série-3-T2	localement turbulent	déversoir en bec de canard	/

Tableau 5.3 – Résumé des expériences réalisées sur le petit (Série-1) et grand canal (Série-2) pour validation du transport du module. Pour chaque expérience, le tableau présente les objets hydrauliques, les régimes d'écoulements et les observations supplémentaires disponibles.

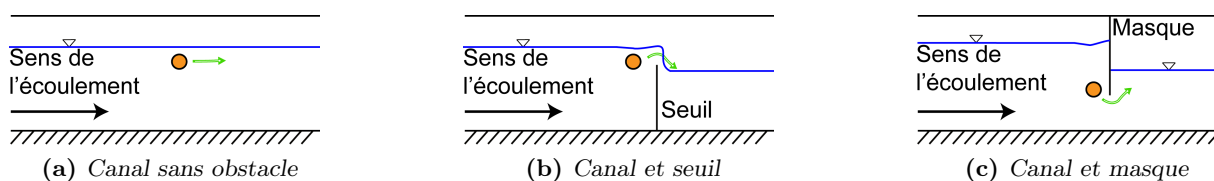


FIGURE 5.9 – Schéma (coupe) des trois configurations hydrauliques expérimentales pour le petit canal, (a) sans obstacle hydraulique, (b) avec un seuil, et (c) avec un masque siphonnant. Les obstacles sont placés perpendiculairement à la direction du flux. Pour chaque configuration, le module (disque orange) est transporté par le flux. La direction attendue du transport du module est représentée par la flèche verte.

lablement été préparée (Sect. 5.3.1). Le transport des modules fictifs est observé pour trois configurations hydrauliques du petit canal (Fig. 5.9) et deux types d'écoulement. Les expériences sont résumées dans la première partie du Tab. 5.3. Deux régimes d'écoulement sont observés (laminaire et localement turbulent). Les expériences sont réalisées :

- sans obstacle hydraulique (Série-1-L1 et -T2 et Fig. 5.9a),
- avec un seuil (Série-1-L3 et -T4 et Fig. 5.9b) placé dans le canal,
- avec un masque (Série-1-L5 et -T6 et Fig. 5.9c) placé dans le canal.

Les parois transparentes du canal permettent d'observer les trajectoires des modules dans la direction transversale à l'écoulement. Les deux dernières expériences (Série-1-L5 et -T6) permettent en particulier d'observer la capacité des modules à plonger sous un obstacle local. Les vitesses de plongée et de passage peuvent ainsi être observées.

5.4.1.2 Série 2 – Grand canal

La seconde série d'expériences est réalisée sur le grand canal (décrit Sect. 5.3.3.2) à l'aide des mêmes modules fictifs. La diversité des obstacles hydrauliques (p. ex. siphon, déversoir, etc., voir Fig. 5.7 et Fig. 5.8) sur le grand canal est plus importante. Les six expériences menées sur ce canal sont résumées dans la seconde partie du Tab. 5.3.

La première expérience (Série-2-L1) a pour but la comparaison des vitesses mesurées au courantomètre à 2 cm sous la surface et les vitesses de déplacement du module observées dans le long bief droit du canal. Les deux expériences suivantes sont similaires à celles précédemment proposées pour le petit canal (Sect. 5.4.1.1). Ces deux expériences permettent d'observer le franchissement d'un seuil et d'un masque siphonnant (Série-2-L3 et -L4). Le franchissement d'un siphon (ouvert sur le fond du canal) est expérimentalement observé au cours de l'expérience « Série-2-L5 ». Pour cette expérience, un siphon est activé si un masque imperméable est placé dans le canal. Le flux amont au masque est contraint de pénétrer dans le siphon (qui passe sous le masque) et de ressortir à l'aval du masque imperméable par la sortie du siphon. Enfin, les deux dernières expériences permettent d'observer le transport du module au travers de zones où le régime d'écoulement est modifié (p. ex. de laminaire à turbulent) par des objets hydrauliques particuliers comme par exemple, à l'aval d'un module à masque ou d'un déversoir en bec de canard (Série-2-T1 et -T2).

5.4.2 Validation SNI

5.4.2.1 Protocole de traitement des données

Dans un souci de clarté les étapes de traitement des données issues de la sonde sont proposées dans le pseudo-code présenté ci-après (Alg. 2). Notons ici que les procédures relatives au (i) choix

du nombre de données enregistrées par la sonde, à (ii) l'application d'une fonction de seuil et à (iii) la correction de la position ne sont pas développées dans l'Alg. 2.

Le choix relatif au nombre de données enregistrées (p. ex. troncature de la série), pris en compte pour le calcul de positions, est réalisé par l'utilisateur. Ce choix est réalisé avant l'étape 2 de l'Alg. 2. Dans la suite, toutes les mesures sont présentées dans leur intégralité. Aussi, le choix de la méthode utilisée pour effectuer les calculs d'intégrales est réalisé par l'utilisateur. Par la suite, les calculs (tous) d'intégrales d'accélération sont réalisés numériquement à l'aide de la fonction *intsplin* implémentée dans [Scilab Enterprises \(2012\)](#)³. Les calculs d'intégrales pour les positions sont réalisés en suivant la méthode des trapèzes.

L'application d'une fonction de correction à l'étape 2 de l'Alg. 2 permet à l'utilisateur de choisir d'appliquer ou non une fonction de seuil sur les données enregistrées. Dans cette fonction, deux mesures successives d'orientation sont comparées. Si les variations (entre deux mesures) sont inférieures à la valeur du seuil défini, alors la valeur à t de l'accélération et de l'orientation est remplacée par la valeur de $t - 1$. Nous proposons d'illustrer l'influence de cette fonction de seuil sur les parcours calculés à l'aide de deux expériences. Dans le premier cas, aucune fonction de seuil n'est prise en compte. Dans le second cas, deux valeurs de seuil sont utilisées. Pour cet exemple, les valeurs des seuils sont arbitrairement fixées à 0,05 et 0,5. Afin d'appréhender en toute rigueur l'origine des changements observés sur les parcours calculés dans les trois cas, nous présenterons l'influence de ce seuil sur les données corrigées d'accélération, d'orientation et les vitesses associées dans chaque cas.

Plusieurs fonctions de corrections des positions peuvent être employées selon les hypothèses faites sur les erreurs. Celles-ci sont appliquées à l'étape 5 de l'Alg. 2. Pour rappel, l'erreur de position correspond à la différence de distance entre le point de récupération (connu) et calculée. Cette erreur, du fait des traitements de données (calcul numérique d'intégrales), peut être quadratique (Sect. 5.2.4). Afin d'observer les différences induites par le choix d'une fonction de correction ou d'une autre, nous proposons de comparer deux fonctions de correction. Pour la première fonction de correction, l'hypothèse suivante est faite : l'erreur varie au cours du temps de façon quadratique. Suivant cette hypothèse, au point de départ le facteur de correction sera très petit (nul). Puis au cours des positions, le facteur de correction appliqué augmentera non linéairement. Pour la seconde fonction de correction, deux hypothèses sont faites : l'erreur minimale est située au point médian de la trajectoire, et l'erreur varie linéairement. Ainsi, la fonction d'erreur appliquée pour corriger les positions est linéaire par partie. Dans ce cas le facteur de correction décroît linéairement depuis le point de départ jusqu'à mi-parcours. A mi-parcours, il devient nul. Puis, il croît ensuite jusqu'à la fin du parcours de manière linéaire. Suivant ces hypothèses, l'erreur de position initialement observée en fin de parcours est, à la fin du parcours, divisée par deux.

5.4.2.2 Validation sur trajectoires connues

Afin de valider les capacités de cartographie du SNI, la CI est utilisée pour cartographier des trajectoires connues aux caractéristiques plus ou moins complexes. Pour ces expériences, la CI n'est pas autonome en énergie. En effet, la source d'énergie embarquée à bord du module temporaire provient d'une batterie. De ce fait, la source d'énergie est viable (variations de tension négligeables) et les erreurs liées aux fluctuations de tension peuvent être ignorées. Les expériences décrites par la suite ont pour objectifs (i) d'observer l'influence des fonctions d'échantillonnage de données et de correction de trajectoire, (ii) vérifier l'aptitude du SNI à cartographier différents types de parcours et selon différentes conditions. Les principales caractéristiques de chaque expérience sont

3. v. 5.3

Algorithme 2 Traitement des données de sonde

Requiert: **FichierData** (hexadécimal), \mathbf{C}_D et \mathbf{C}_A (coord. départ et arrivée), \mathbf{S}_F (seuil) et fonctions : Lecture, CalculVitesse, Module, CalculPosition, CorPosition, FiltreHaut

- 1: Lecture des données
 - {Données accélération totale $(x, y, z), \forall t$ }
 - {Données accélération relative $(x, y, z), \forall t$ }
 - {Données compas $(x, y, z), \forall t$ }
 - 2: Filtrage des mesures d'accélération et d'orientation
 - {Détermine g depuis mesures d'accélération}
 - {Filtre par seuil, détection immobilité}
 - {Correction accélération et orientation}
 - 3: Calcul des angles du module
 - {Calcul du roulis $(x), \forall t$ }
 - {Calcul du tangage $(y), \forall t$ }
 - {Calcul du lacet $(z), \forall t$ }
 - 4: Calculs vitesses et positions
 - {Calcul la vitesse $(x, y, z), \forall t$ (intégrale des accélérations)}
 - {Filtre haut de la vitesse $(x, y, z), \forall t$ }
 - {Calcul du module de la vitesse, $\forall t$ }
 - {Calcul de position non corrigée $(x, y, z), \forall t$ (intégrale des vitesses (ou du module))}
 - 5: Correction et représentation des résultats (positions)
 - {Détermination de l'erreur entre point d'arrivée théorique et calculé}
 - {Correction de l'erreur sur les positions calculées $(x, y, z), \forall t$ }
 - {Affiche trajectoire 3D corrigée du module (x, y, z) }
-

synthétisées dans le Tab.5.4.

Un parcours en milieu aqueux est proposé dans deux conditions d'écoulement. Au cours des expériences, la CI est introduite dans un module semi-flottant afin d'être transportée de façon autonome dans le flux (Tab. 5.4) traversant le canal. Deux essais de transport dans le petit canal (Sect. 5.3.3.2) sont donc réalisés pour un type de trajectoire simple (passage de siphon voir Sect. 5.4.1 et Fig. 5.9c). Ce type de trajectoire est choisi car il peut correspondre à une trajectoire potentiellement attendue en conditions naturelles. Afin de pouvoir comparer ces essais aux expériences précédemment réalisées avec des modules fictifs, une des deux expériences est réalisée dans des conditions expérimentales similaires à celles proposées auparavant.

L'objectif des deux expériences (instrumentées) réalisées ici est de mettre en évidence l'influence de la fréquence d'échantillonnage sur la qualité des mesures enregistrées. Eventuellement l'influence de potentielles perturbations électromagnétiques liées à la structure métallique du canal pourront aussi être observées. Le pas de mesure (et donc la fréquence) sur la CI est fixe (83 ms). L'amplitude d'accélération est modifiée lorsque la vitesse change. Nous proposons de faire varier la vitesse de déplacement de la CI de trois façons, comme décrit ci-après.

Au cours de la première expérience, le flux dans le canal est important ($\approx 21,5$ L/s). La section d'écoulement à l'amont du masque est environ de 841 cm². La vitesse d'écoulement moyenne observée \bar{v}_{a1} est de $0,27$ m/s. Au niveau du masque, la section d'écoulement est réduite sous le masque à $246,5$ cm². La vitesse d'écoulement moyenne sous le masque est donc plus élevée ($\bar{v}_{m1} \approx 3 \times \bar{v}_{a1}$). De fortes turbulences sont attendues après le passage du masque siphonnant.

Pour la seconde expérience, le flux est moins important (≈ 8 L/s). La section d'écoulement et la vitesse d'écoulement moyenne observée (\bar{v}_{m2}) en amont du masque sont respectivement de 376 cm² et de $0,23$ m/s. La section d'écoulement sous le masque est identique à celle de l'expérience précédente ($246,5$ cm²). L'augmentation de la vitesse moyenne d'écoulement sous le masque siphonnant est ici relativement moins élevée qu'au cours de l'expérience précédente ($\bar{v}_{m2} \approx 1,5 \times \bar{v}_{a2}$). Les turbulences attendues sont ici moins importantes.

Enfin, une dernière source de perturbation des accélérations est attendue. En effet, avant et après son introduction au sein du canal, le module étanche est manipulé manuellement. Les manipulations et le transport à pied devraient être *a priori* enregistrés par la CI contenue dans le module. Le parcours de la première expérience est répétée 5 fois, sans interruption de l'enregistrement. A la fin de chaque trajet, le module est rapporté à pied au début du parcours. Au cours du transport, le plan du disque passant par l'équateur du module est maintenu sub-horizontale. En revanche, pour le parcours de la seconde expérience (répété 2 fois), après que le module soit sorti du canal, l'enregistrement est interrompu.

Deux parcours en milieu aérien sont proposés pour deux sites différents. Ces essais nécessitent que la CI soit transportée par un utilisateur. Les essais sont réalisés à pied dans le bâtiment de la Maison des Sciences de l'Eau (MSE) à l'Université de Montpellier 2 et sous terre, dans un réseau karstique exondé situé au nord de Montpellier (Foux de Lauret) (Tab. 5.4). Le parcours réalisé au cours de ces essais est partiellement ou intégralement confiné, l'usage d'un GPS ne peut être envisagé pour comparer la trajectoire calculée et le parcours réalisé. Les erreurs associées aux trajectoires calculées sont donc analysées qualitativement. Toutefois pour pouvoir effectuer ces analyses, les deux parcours peuvent être reproduits respectivement soit sur vue aérienne, soit par une topographie spéléologique. Ces deux parcours devront permettre en particulier, d'examiner les aptitudes d'enregistrement de la CI dans un contexte de transport quasi-maîtrisé, et dans des conditions de perturbations électromagnétiques différentes.

Le premier parcours aérien est réalisé à la MSE (Fig. 5.10). Sur la figure, le parcours est représenté par les flèches bleues. Les angles de rotations représentés sur la figure ne sont pas représen-



FIGURE 5.10 – Vue aérienne du bâtiment de la Maison des Sciences de l’Eau et représentation schématique du parcours réalisé à l’air. Les flèches bleues indiquent la direction et l’orientation principale du déplacement, les triangles vert et rouge indiquent le point de départ et d’arrivée du parcours. La figure montre que le parcours est à l’intérieur et à l’extérieur du bâtiment. Deux directions principales de déplacement peuvent être identifiées. Vue aérienne : DigitalGlobe.

tatifs des trajectoires réalisées (moins abruptes) au cours de l’expérience. Pour cette expérience, l’expérimentateur marche lentement à une vitesse constante ($0,6 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$), et le plus régulièrement possible. La sonde est tenue horizontalement, elle est orientée dans la direction principale de déplacement. Lorsque le parcours tourne, les rotations sont réalisées lentement et selon une vitesse de rotation régulière. Le parcours n’est pas répété.

Le second parcours aérien est réalisé sous terre, dans le réseau exondé de la Foux de Lauret. Le parcours est représenté schématiquement sur la Fig. 5.11 par les flèches bleues. Les directions principales de déplacement suivent les directions principales d’orientation du réseau spéléologique. Au cours de l’expérience, l’expérimentateur marche lentement, le plus régulièrement possible. La CI est maintenue horizontalement à la main. Ici aussi, lorsque le parcours tourne, les rotations sont effectuées lentement et selon une vitesse de rotation régulière. Le parcours est répété deux fois. La première fois l’expérimentateur tient la CI orientée dans la direction principale du déplacement. La seconde fois, la CI est maintenue orientée selon un angle différent. Nous noterons que, du fait que le parcours est réalisé sous terre, le terrain est accidenté et peut engendrer des mouvements irréguliers au cours du parcours.

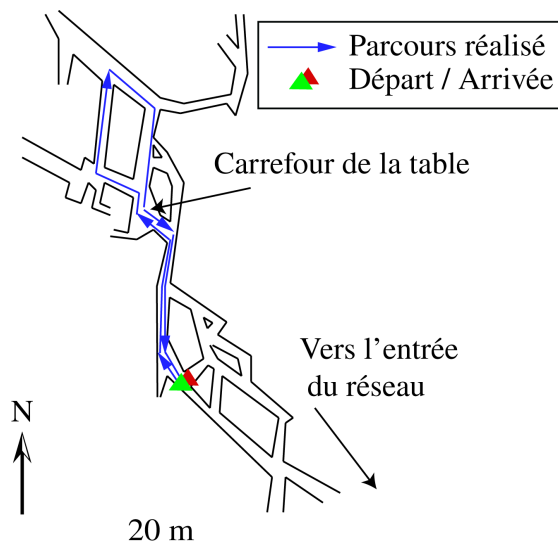


FIGURE 5.11 – Topographie schématique d’une partie du réseau exondé de la Foux de Lauret (Hérault). Le parcours réalisé est représenté en bleu. Les flèches indiquent la direction et l’orientation principale du déplacement, les triangles vert et rouge indiquent le point de départ et d’arrivée du parcours. La figure montre que le parcours réalisé suit les directions principales du réseau spéléologique. Modifié d’après *Boinet et Paloc (2002)*.

Lieu d’expérience	Type milieu	Type transport	Orientation	Temps mesure	Objectif
Canal ENSAM	Aquatique	Autonome	Non imposée	Variable (190 s et 35 s)	Influence fréquence et observations turbulences
Foux de Lauret	Aérien confiné	Pédestre 2 directions	Imposée	Fixe (190 s)	Influence orientation
MSE	Aérien confiné et non-confiné	Pédestre	Imposée	Fixe (190 s)	Influence filtrage seuil
MSE	Aérien confiné et non-confiné	Pédestre	Imposée	Fixe (190 s)	Influence correction

Tableau 5.4 – Tableau résumant le lieu, le contexte et les conditions expérimentales employés pour la validation du SNI. Le(s) objectif(s) associé(s) à chaque expérience figure(nt) dans la dernière colonne.

5.5 Résultats et interprétations

5.5.1 Transport du module

5.5.1.1 Série 1 – Petit canal

Toutes les expériences réalisées en condition d'écoulement turbulent et non turbulent au sein du canal ont montré que les modules pouvaient être transportés par le flux lorsqu'aucun obstacle n'obstruait l'écoulement. De plus, la présence de particules en suspension au sein du flux permet d'observer, que dans un écoulement laminaire, le module semble circuler à une vitesse similaire à celle des particules.

Dans le cas où un obstacle (c.-à-d. masque, seuil) est présent au sein du canal, plusieurs comportements sont observés. En présence d'un seuil dans le canal, le caractère flottant du module apparaît comme un élément essentiel au franchissement du seuil. En effet dans ce cas, aucun module transporté par le fond n'aurait pu être emporté par le courant vers le haut du seuil. En présence d'un masque qui obstrue partiellement l'écoulement dans le canal, on trouve expérimentalement que les modules lestés sont capables d'être entraînés par le courant, ils plongent alors pour passer sous le masque. Dans ces conditions, aucun module n'aurait pu être transporté vers le fond s'il n'avait été lesté. Le lest du module apparaît donc ici comme un élément déterminant au passage de siphon dans un écoulement s'effectuant à surface libre.

Suite au passage au-dessus d'un seuil ou sous un masque, les modules peuvent se retrouver piégés dans la zone de re-circulation qui est située en aval de l'obstacle, à l'interface air-eau. Le temps de piégeage pour l'ensemble des expériences reste relativement court ($t \leq 2$ min). Suite au passage sous un masque, les trajectoires empruntées par les modules dans ces zones de re-circulation sont en particulier ellipsoïdales et les vitesses non-homogènes. Les vitesses de circulation sont faibles à l'interface air-eau, et fortes en profondeur aux abords de la section d'écoulement sous le masque.

5.5.1.2 Série 2 - Grand canal

Les deux expériences (Tab. 5.3 Série-2-L3 et -L4) de passage au-dessus d'un seuil et sous un masque (similaires à celles proposées pour le petit canal), donnent des résultats identiques à ceux présentés précédemment (Sect. 5.5.1.1), ceux-ci ne seront pas commentés. Lorsque l'écoulement est laminaire, le long bief rectiligne permet d'effectuer la comparaison entre les vitesses moyennes de transport du module observées (calculées entre l'amont et l'aval du bief) et les vitesses d'écoulement mesurées localement (à 2 cm sous la surface) par un courantomètre (Série-2-L1). Les résultats de cette expérience sont présentés sur la Fig. 5.12. Sur cette figure on observe les vitesses moyennes de transport des modules par rapport aux vitesses mesurées sur un profil en large du canal. On peut observer que la différence de vitesse entre les deux mesures est faible (en moyenne $\leq 5\%$). Ce résultat suggère que, pour ce type d'écoulement (non turbulent), les modules sont transportés –en moyenne– à des vitesses similaires à celle mesurées pour le flux (en proche surface).

Le siphon du canal est emprunté par le flux lorsque l'écoulement dans le canal est obstrué par un masque imperméable. Cette expérience permet d'observer la présence de zones de re-circulation et d'eau morte. Ces zones sont localisées entre l'aval du masque imperméable et la sortie du siphon comme décrit sur la Fig. 5.13. Si à la sortie du siphon, le module est entraîné vers l'une des zones situées en amont du siphon, celui-ci peut rester piégé dans la zone d'eau morte (voir z4 sur la Fig. 5.13) pendant un temps indéterminé. En conséquence, le module ne pourra donc plus suivre l'écoulement principal du canal. Seule une variation du régime d'écoulement peut éventuellement

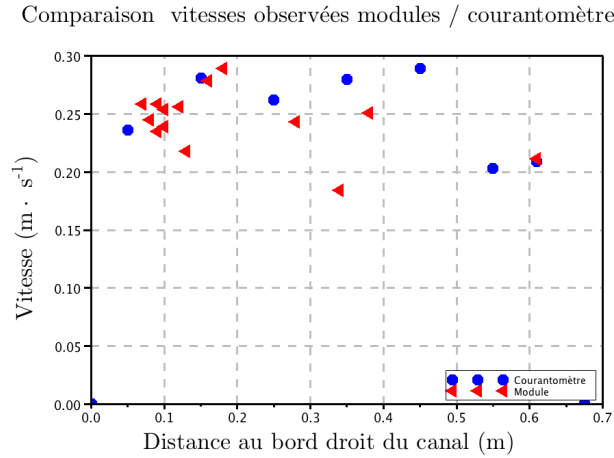


FIGURE 5.12 – Comparaison des vitesses moyennes observées pour 13 modules (triangles rouges) et profil des vitesses instantanées (points bleus) à 2 cm sous l’interface air–eau réalisé à la fin du grand canal. La figure montre que les vitesses mesurées et observées ont des valeurs proches. Les vitesses nulles sur les rives du canal sont représentées à l’origine et à 0,68 m.

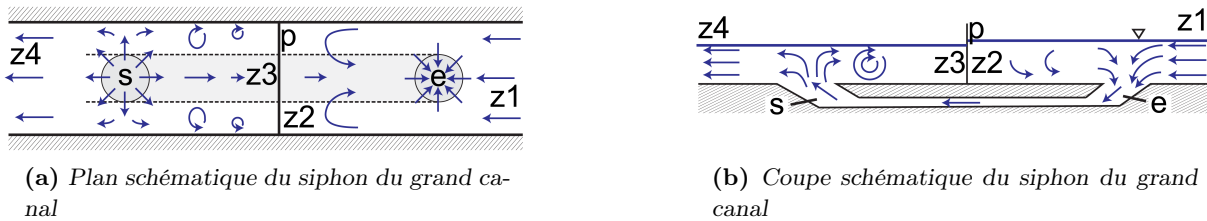


FIGURE 5.13 – (a) Plan et (b) coupe schématique du grand canal. Les principales directions d’écoulement sont représentées par les flèches bleues. Sur chaque figure : *e* est l’entrée du siphon, *s* sa sortie, *p* la paroi imperméable, *z1* la zone d’écoulement amont au siphon, *z2* une zone de re-circulation, *z3* une zone d’eau morte et *z4* l’aval du canal.

modifier les champs de vitesse de la zone d’eau morte et entrainer le module vers la suite du parcours.

L’aptitude de franchissement de zones d’écoulement localement turbulent est investiguée sur le grand canal par deux expériences (Tab. 5.3 Série–2–T1 et –T2). L’écoulement turbulent pour la première expérience (Série–2–T1) est associé à la combinaison de vitesses d’écoulement élevées (liées au module à masque) et à la modification locale de la direction d’écoulement du canal (angle droit). L’expérience montre qu’aucun module ne reste piégé dans la zone de remous localisée contre la paroi du canal, à l’aval du module à masque. Dans la seconde expérience (Série–2–T2), l’écoulement turbulent résulte de l’effet de seuil du déversoir en bec de canard. Comme dans le cas d’un seuil simple, une zone de remous est créée à l’aval du déversoir. Pour l’expérience menée sur le grand canal, la zone de remous est localisée entre les parois du déversoir et les parois du canal (Fig. 5.8c). Dans ce cas, les expériences montrent ici aussi qu’aucun module ne reste piégé dans cette zone de remous.

5.5.2 Navigation inertielle

Pour rappel, la séquence de traitement de donnée est réalisée « post–parcours ». Cette séquence est présentée en Sect. 5.4.2.1, en particulier dans l’Alg. 2. Outre le résultat final d’un tracé de

positions successives, plusieurs résultats intermédiaires peuvent être obtenus. En particulier, pour chaque expérience, on trouve (par ordre croissant de complexité de traitement) au cours du temps :

- les données d'accélération et d'orientation brutes,
- les données d'accélération et d'orientation après filtrage par seuil,
 - * les vitesses ainsi que le module des vitesses⁴,
 - * les positions et l'orientation du module sans correction d'erreur,
 - * les positions et l'orientation du module après correction d'erreur.

Notons que dans les figures suivantes, lorsqu'une trajectoire (corrigée ou non) est présentée, le point de départ est situé à l'origine du repère de projection. De plus, la lecture des angles de lacet est particulière⁵. Enfin, par souci de clarté, la présentation des résultats dans la suite du texte suit l'ordre de complexité croissant des expériences présentées ci-dessus.

5.5.2.1 Influence de la fréquence d'échantillonnage

La série d'expériences en milieu aqueux réalisées au sein du canal de l'ENSAM (Sect. 5.4.2.2) nous permet de mettre en évidence l'influence de la fréquence d'échantillonnage sur la qualité des données enregistrées. La Fig. 5.14 présente la séquence d'accélération et d'orientations enregistrées au cours de la première expérience (i.e. à fort débit). L'intégralité de la séquence est présentée sur la Fig. 5.14a. Le détail du 4^e trajet lorsque le module et la CI sont dans le canal est présenté sur la Fig. 5.14b. Les autres trajets de cette expérience et de l'expérience à faible débit sont présentés en détail en An. A.2.3. Outre le calcul simple associé à la mesure du roulis et du tangage, les données présentées ci-après n'ont subi aucun traitement. La longueur totale de la série des données d'accélération et d'orientation (Fig. 5.14a) enregistrées par la CI est d'environ 190 s.

L'enregistrement des mesures d'accélération sur chaque axe montre deux signaux d'amplitude temporelle différente (Fig. 5.14a - haut) séparés par de faibles valeurs d'accélération. Le premier signal a une courte amplitude temporelle (p. ex à $t = 30$ s, de l'ordre de 3 à 5 s), le second signal a, quant à lui, une amplitude temporelle relativement plus longue (p. ex à $t = 40$ s, de l'ordre de 10 s). La période de ces deux signaux est identique ($T \approx 35$ à 40 s). Pour le premier signal, les valeurs absolues d'accélération enregistrées sont faibles en moyenne (de l'ordre de 0,1). Pour le second signal, les valeurs sont en moyenne plus élevées que celles du premier signal (de l'ordre de 0,3). Toutefois, quelques fortes accélérations sont ponctuellement enregistrées pour chacun des deux signaux. Par exemple pour le premier signal à $t = 100$ s, ou pour le second signal à $t = 110$ s.

L'enregistrement des mesures d'orientation de la CI a des caractéristiques similaires à celui des accélérations (Fig. 5.14a - bas). En effet, les variations des valeurs de tangage et de roulis ont une période de variation relative identiques à celles observées pour les données d'accélération. En dehors des phases de perturbation, le tangage est relativement constant, autour d'une valeur de 20° . Pendant la phase correspondante au second signal périodique (c.-à-d. signal long), les valeurs d'angle de tangage observées se trouvent rétablies autour de valeurs proches de 0° . Les valeurs d'angle de roulis sont, quant à elles, quasi-nulles en dehors des deux phases perturbées. On peut observer sur la Fig. 5.14a (bas) qu'il existe des changements importants d'orientation (lacet) étendus sur de longues périodes de temps. Ceux-ci sont représentés par une variation (en dehors des valeurs 0° et 359°) continue de l'orientation. Par exemple pour $50 \leq t \leq 60$, l'amplitude de variation de l'angle est d'environ 300° . Il existe aussi des variations importantes d'orientation pour de courtes périodes de temps, par exemple à $t = 55$ s.

4. * indique que l'étape nécessite l'évaluation d'une intégrale

5. Pour rappel, $0^\circ \leq \psi \leq 359^\circ$, les variations très marquées (du fait de l'utilisation d'un marqueur continu sur la figure), par exemple pour $20 \leq t \leq 32$ entre les valeurs de 0° et 359° , ne correspondent en réalité qu'à un changement mineur d'orientation.

La Fig. 5.14b présente le détail de la 3^e séquence enregistrée *in situ* lors du transport dans le canal. Deux observations principales peuvent être faites. La première observation concerne la double période de variation des accélérations enregistrées, elle est associée à une unique période de variation des valeurs d'orientation. En effet, la première forte accélération enregistrée (à $t = 99$ s) a une courte amplitude temporelle (≈ 200 ms) et elle n'est pas associée à un changement d'orientation. Ensuite, les accélérations redeviennent nulles pendant un court temps. Enfin, on observe une nouvelle variation d'accélération, associée à des variations d'orientation. L'amplitude est cette fois-ci plus élevée (≈ 3 s). La seconde observation est la variation de l'angle de lacet de la CI au cours du temps. Avant la période de perturbation, les valeurs enregistrées par la CI varient progressivement au cours du temps (et du parcours) sur 360° . Alors qu'aucune variation d'accélération n'est enregistrée, la variation progressive du lacet semble néanmoins marquée par une perturbation pour $91 \text{ s} \leq t \leq 93 \text{ s}$.

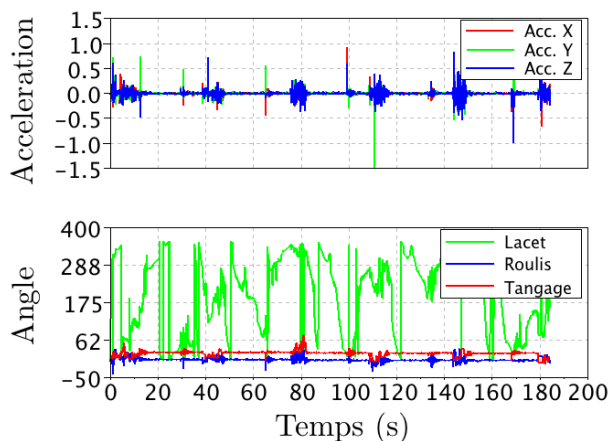
Grâce à ces expériences de transport en canal, nous mettons en évidence plusieurs points, liés à la fréquence de mesure actuellement utilisée dans la CI ($f = 83$ ms). Ces points sont décrits ci-après. La fréquence de mesure peut permettre d'enregistrer des mouvements dont la longueur d'onde est importante. Ces mouvements sont illustrés par les accélérations enregistrées lors de la période de transport pédestre. En revanche, cette fréquence est peu adaptée pour l'échantillonnage de mouvements dont la longueur d'onde est réduite. Un exemple flagrant est le passage très rapide sous le siphon qui est sous échantillonné, en particulier en terme d'accélération. Toutefois, cette fréquence permet d'enregistrer l'impact du module contre le masque siphonnant. Les valeurs d'orientation (en particulier de tangage et de roulis) nous permettent de caractériser le caractère turbulent de l'écoulement suite au passage du siphon. L'enregistrement des valeurs d'angles de lacet montre qu'au cours du parcours le module tourne sur lui même. Néanmoins cet enregistrement semble être perturbé par le passage du module devant l'armature métallique du canal.

Bien que ce dernier point ne soit pas directement lié à la fréquence d'échantillonnage, il est important de tenir compte du lest disposé au fond du module qui modifie son inertie. Sa disposition abaisse le centre de gravité du module. Ainsi, l'inertie du module est augmentée, en particulier quant aux axes de tangage et de roulis. Le lacet (rotation selon l'axe vertical) reste cependant a priori non modifié. De cette manière, lors d'un passage dans un écoulement turbulent, des forces plus importantes sont nécessaires afin de faire tourner le module selon les deux axes cités ci-avant. Du fait de l'inertie nécessaire, la fréquence d'échantillonnage paraît convenir pour détecter de tel changement. Dans l'exemple présenté précédemment, ces changements apparaissent lorsque l'écoulement est turbulent. La fréquence d'échantillonnage utilisée semble donc être adéquate pour identifier ce type d'écoulement. Enfin, l'utilisation de lest permet de garder le module constamment orienté (par rapport à la direction de la gravité) lors de son transport, dans un écoulement peu turbulent.

5.5.2.2 Influence de l'orientation lors du transport de la CI

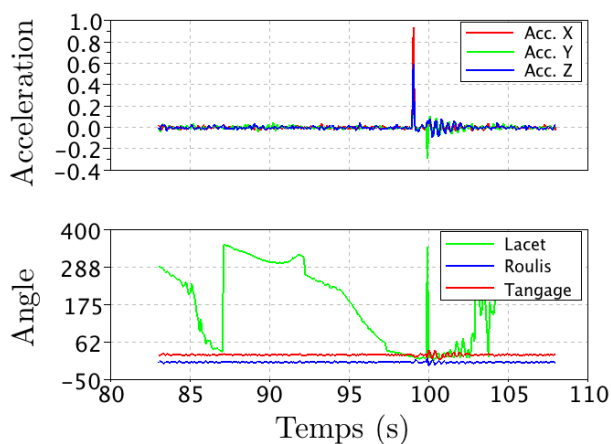
La série d'expériences réalisées en milieu souterrain (Sect. 5.4.2.2) nous permet de mettre en évidence l'influence de l'orientation lors du transport de la CI sur les données enregistrées. La Fig. 5.15 présente les mesures d'orientation enregistrées pour un parcours réalisé à deux reprises. Lors du premier parcours, le bord long de la CI est maintenu dans la direction principale du mouvement. Lors du second, le bord est maintenu orienté différemment. Entre les deux parcours, l'angle de lacet du module est donc modifié. Les mesures d'accélérations associées à ces deux expériences sont présentées en An. A.2.4. Comme précédemment, les données présentées ci-après n'ont subi aucun traitement (seulement le calcul simple associé à la mesure du roulis et du tangage). L'enregistrement a une longueur totale d'environ 190 s.

Accélération et orientation en fonction du temps



(a) Séquence totale

Accélération et orientation en fonction du temps



(b) Détail de la 4e séquence

FIGURE 5.14 – Séquence totale (Fig. 5.14a) pour 5 trajets réalisés en canal. Les accélérations (en $\text{m} \cdot \text{s}^{-2}$, haut) et les orientations (en $^{\circ}$, bas) enregistrées *in situ*. Le 3e trajet réalisé dans le petit canal est présenté Fig. 5.14b. Entre chaque trajet, l'enregistrement n'est pas interrompu. Les mesures d'accélération et d'orientation présentent deux signaux périodiques ($T \approx 35$ s). Le premier signal est court et correspond au passage du siphon (p. ex à $t = 65$ s). Le second signal est étendu et correspond au transport de retour au début du canal, réalisé à pied (p. ex à $t = 80$ s). La fréquence d'enregistrement de la CI est susceptible d'enregistrer plus efficacement le transport manuel (basse fréquence) que le passage du siphon (haute fréquence). Le détail montre que la CI peut enregistrer de fortes accélérations correspondant au choc contre la paroi du masque (p. ex à $t = 99$ s), et les variations d'orientation du module correspondant à des turbulences d'écoulement suite au passage du masque (p. ex à $t = 100$ s). Aucun seuil n'est appliqué.

La Fig. 5.15a montre les variations des valeurs de lacets au cours du temps pour chacune des expériences. Les deux courbes ont un aspect général similaire. Pour chaque expérience, la CI enregistre deux directions principales d'orientation. Pour la première expérience ces directions sont N°340 et N°210. Pour la seconde expérience les directions sont N°250 et N°110. Aussi, on observe des changements de direction quasi-synchronisés entre les deux expériences. Ces changements interviennent avec un écart dans le temps (constant et de l'ordre de 10 s) entre chaque expérience. Ces écarts dans le temps sont en particulier remarquables pour les changements de direction à $t = 40$ s (courbe rouge) et $t = 51$ s (courbe bleue).

La Fig. 5.15b montre les variations des valeurs de roulis et de tangage au cours du temps pour chacune des expériences. Les valeurs d'angle de roulis et de tangage varient différemment. La valeur maximale de roulis mesurée est de 51° à $t = 88$ s. Outre cette importante valeur de roulis associée à un changement d'angle important, on observe pour les deux expériences une amplitude de variation de l'ordre de 50° . Entre chaque expérience, les variations d'angles de roulis ne sont pas synchronisées dans le temps. Les angles de tangage ne présentent pas de valeur extrême comme observé précédemment. Néanmoins, l'amplitude des variations d'angle de tangage est aussi de l'ordre de 50° . Aussi, la 2^e expérience montre une forte variation locale de l'angle de tangage (associé à celle de roulis) pour $82 \text{ s} \leq t \leq 90 \text{ s}$. Comme pour les variations d'angles de roulis, les variations d'angles de tangage ne sont pas synchronisées dans le temps.

Grâce à ces expériences de transport maîtrisé en milieu souterrain, nous mettons en évidence plusieurs points. Ceux-ci sont liés aux propriétés d'orientation du module au cours de son déplacement. Le module peut enregistrer son orientation sous terre. Si l'orientation relative du module par rapport à la direction de déplacement reste constante (ou varie peu), la direction principale du déplacement, ainsi que les changements majeurs de directions peuvent être identifiés au cours du temps. De plus, une variation de vitesse de déplacement peut induire un écart de temps entre les instants où les changements de direction sont réalisés pour deux expériences similaires. Cet écart de temps peut-être identifié à partir des données de lacet enregistrées par la CI. Enfin, comme le montrent les résultats précédents (Sect. 5.5.2.1), les valeurs de roulis et de tangage, associées aux valeurs d'accélération, peuvent permettre de caractériser les variations des conditions de transport de la CI. Les changements de régime de transport sont enregistrés en particulier ici, par de courtes et fortes variations des angles d'orientation de tangage et de roulis de la CI. Ces changements sont aussi enregistrés en terme d'accélération.

5.5.2.3 Influence du filtrage par seuil des données.

L'expérience réalisée en milieu mixte (c.-à-d. confiné et non confiné) à la MSE (Sect. 5.4.2.2), permet de mettre en évidence l'influence et la propagation de l'application d'une fonction de seuil aux données enregistrées, sur l'ensemble des résultats obtenus. La Fig. 5.16 présente les mesures d'accélération (Fig. 5.16a) et d'orientation (Fig. 5.16b) enregistrées au cours du temps et du parcours réalisé. Les données sont présentées ci-après lorsque 2 seuils (0,05 et 0,5) sont appliqués à ces données. L'enregistrement a une longueur totale d'environ 190 s. La Fig. 5.17 présente pour 3 valeurs de seuils (0 ; 0,05 et 0,5), le module des vitesses (Fig. 5.17a) et les positions calculées à partir des vitesses et des orientations (Fig. 5.17b).

Sur la Fig. 5.16a, on remarque en premier lieu que les amplitudes de variation sont différentes selon les 3 axes de mesures. Les plus importantes amplitudes de variations sont enregistrées pour l'axe Z . Pour l'ensemble des mesures, les caractères généraux suivants peuvent être retrouvés. Outre la valeur particulière à $t = 9$ s, pendant une première phase de temps ($0 \leq t \leq 50$) du parcours, les amplitudes d'accélération sont relativement faibles. Ensuite, pendant une longue phase de temps ($50 \leq t \leq 175$), l'amplitude augmente nettement pour chaque axe. Cette longue phase

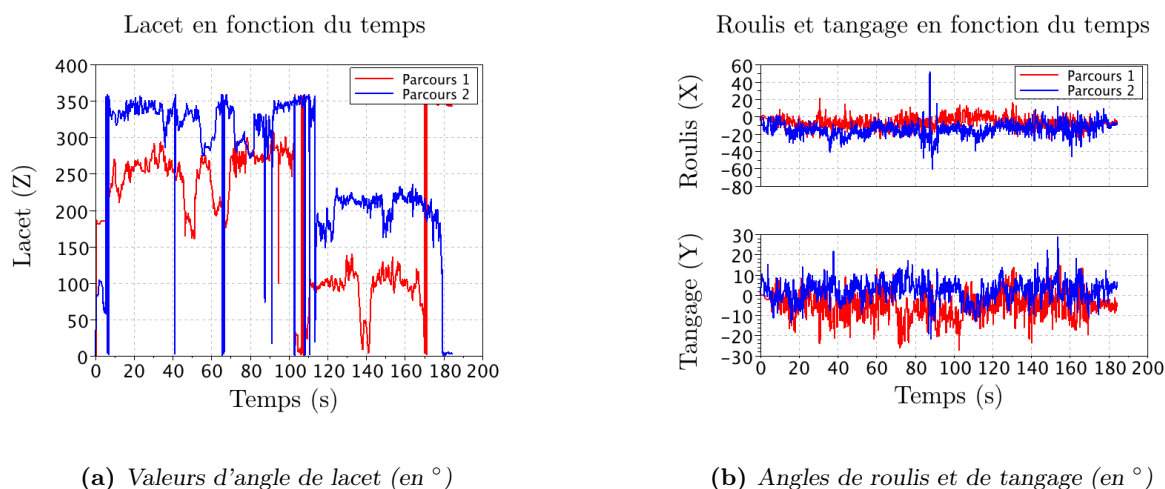


FIGURE 5.15 – Comparaison des mesures enregistrées pour deux expériences (1^{re} exp. en rouge, 2^e exp. en bleu). Les mesures présentées sont les angles d'orientation (lacet, roulis, tangage) de la CI. La Fig. 5.15a montre que la fréquence de variations des angles de lacet est similaire pour les deux expériences, les valeurs des angles sont différentes. La Fig. 5.15b montre que les valeurs de roulis et de tangage varient mais restent relativement similaires. Aucun seuil n'est appliqué.

est toutefois découpée par une courte fenêtre temporelle de 5 s ($135 \leq t \leq 140$) pendant laquelle de faibles accélérations sont enregistrées. Enfin, à la fin de l'enregistrement ($175 \leq t \leq 188$), les valeurs d'accélération sont nulles. L'enregistrement brut et les données traitées par seuil (appliqué à partir des enregistrements d'orientation) peuvent être inter-comparées. Ainsi, on observe sur la Fig. 5.16a que, plus la valeur du seuil est élevée, moins l'amplitude des accélérations est grande et moins la fréquence de variation est importante. Aussi, lorsque la valeur de seuil augmente alors les données d'accélérations sont, au cours du temps, plus fréquemment nulles.

On observe sur la Fig. 5.16b que la séquence de mesures d'angles d'orientations de la CI enregistrée au cours du temps peut être découpée en plusieurs phases temporelles. Ces phases sont similaires à celles précédemment décrites pour les mesures d'accélération. Pour chacune des variables (roulis, tangage et lacet) au minimum 3 phases (contre 4 observées pour les accélérations) sont identifiées. Au cours de la première phase ($0 \leq t \leq 50$), les valeurs brutes d'angle de roulis et de tangage ont une amplitude de variation relativement faible ($\leq 10^\circ$). Pour ces deux angles, les valeurs mesurées sont négatives. Sur cette même période, l'angle de lacet évolue peu, sa valeur est N°225. Pendant la seconde phase ($50 \leq t \leq 175$), l'amplitude des mesures d'angle de roulis et de tangage est relativement plus importante ($\geq 10^\circ$). On remarque qu'ici, la courte phase ($135 \leq t \leq 140$) d'interruption n'existe pas. Au cours de la seconde phase, les angles de lacets se stabilisent pendant 3 périodes de temps. Pendant la 1^{re} ($50 \leq t \leq 70$), la 2^e ($70 \leq t \leq 125$) et la 3^e ($125 \leq t \leq 175$), la CI est orientée en moyenne respectivement selon un angle de N°100, N°0 (ou N°360) et varie entre N°300, puis N°100 et enfin N°200. Finalement, à la fin de l'enregistrement ($175 \leq t \leq 188$), toutes les mesures ont de très faibles variations d'angle ($\leq 5^\circ$). L'inter-comparaison des enregistrements bruts et des orientations traitées par seuil (Fig. 5.16b) permet de montrer que plus la valeur du seuil est élevée, plus la fréquence de changement d'angle diminue. Aussi lorsque la valeur de seuil augmente, les amplitudes de changement d'angle diminuent. Sur la Fig. 5.16b on observe ainsi que les valeurs d'angle de lacet avec seuil peuvent avoir un écart temporel important

(p. ex. ≥ 10 s) par rapport aux mesures brutes.

Les valeurs - calculées - brutes du module des vitesses varient entre 0 et 1,2 m/s au cours du temps (Fig. 5.17a). Au cours de 4 courtes périodes de temps (≤ 10 s), les valeurs du module de la vitesse varient peu. Ces périodes sont visibles à $t = 60$ s, $t = 80$ s, $t = 135$ s, $t = 165$ s. Outre ces 4 courtes périodes, les valeurs du module des vitesses varient continuellement. L'amplitude relative de ces variations peut être localement forte (p. ex à $t = 10$ s). Enfin, les valeurs brutes du module ne sont jamais nulles, même en fin de parcours lorsque l'expérimentateur a en théorie cessé de se déplacer. Les valeurs du module des vitesses calculées à partir des mesures d'accélération filtrées par un seuil sont ici aussi différentes des valeurs calculées à partir des mesures d'accélération brutes. Pour les valeurs du module des vitesses associées au seuil moyen (0,05) on observe trois choses. Ces valeurs du module sont en moyenne inférieures à celles du module issues des accélérations brutes (Fig. 5.17a). De plus, l'amplitude de variation du module est plus marquée, les variations du module des vitesses sont réalisées sur des périodes de temps plus courtes. Enfin localement, le taux de variation du module des vitesses (avec seuil) peut être l'inverse du module de référence (sans seuil), par exemple pour $110 \leq t \leq 130$. Pour les valeurs du module des vitesses associées à un seuil important (0.5), on peut principalement observer deux choses. Le module des vitesses (avec seuil) est au cours du temps constamment plus faible (d'un facteur 4) que le module de référence (sans seuil). De fait, pour plusieurs périodes de temps (p. ex pour $19 \leq t \leq 20$ ou $71 \leq t \leq 100$), le module est nul. Ici aussi lorsque le module des vitesses est nul, la valeur de référence peut varier (Fig. 5.17a). Par exemple sur l'intervalle de temps $71 \leq t \leq 100$, la valeur de référence atteint un maximum local (le module avec seuil est à 0 sur ce même intervalle). En résumé, l'inter-comparaison des modules des vitesses issues des mesures d'accélérations brutes ou avec seuil montre que les modules sont différents (Fig. 5.17a). Plus le seuil utilisé est haut, plus les modules des vitesses sont faibles et moins la fréquence et l'amplitude des variations du module est importante.

La représentation de la position dans l'espace de la CI (Fig. 5.17b) au cours du temps est issue des mesures d'orientation et des modules des vitesses non filtrées. La forme générale de la trajectoire de la CI, représentée ici dans le plan horizontal parallèle à la direction principale de déplacement en 2D, est en accord partiel avec la trajectoire réellement réalisée (présentée Sect. 5.4.2.2). En effet, on peut voir sur la Fig. 5.17b qu'à partir du point de départ (situé à l'origine du repère), l'enchaînement de plusieurs sections de parcours rectilignes entre-coupées par différentes phases de rotation est représenté. De plus, on peut identifier les différents types de rotation (courte ou grande amplitude) effectuées au cours du trajet. On remarquera toutefois deux choses. Sur le parcours de référence (Fig. 5.10), aucun croisement de trajectoire n'est réalisé et les points de départ et d'arrivée coïncident. Sur la Fig. 5.17b, le parcours représenté indique une intersection au point de coordonnées (-2,2;1,2) et les points de départ et d'arrivée sont différents. L'utilisation des valeurs de module des vitesses et d'orientations calculés après application d'un seuil induit plusieurs différences sur les résultats de trajectoires calculées. Lorsque le seuil moyen (0.05) est utilisé, la forme de la trajectoire calculée est semblable à la trajectoire de référence. Les orientations des sections rectilignes sont sub-parallèles à celles représentées sur le parcours de référence (sans seuil). Les changements d'angle d'orientation (lacet) sont au même nombre et leur valeur correspond à celle du parcours de référence. Néanmoins, les distances parcourues calculées sont inférieures à celle du parcours de référence. Lorsque le seuil fort (0,5) est utilisé, la forme de la trajectoire calculée n'est plus semblable à la trajectoire de référence. La nouvelle trajectoire présente des changements d'angle d'orientation et des distances incomparables à ceux du parcours de référence. On retiendra donc ici qu'à partir des données non filtrées, il est possible d'obtenir une représentation convenable du parcours effectué. Lorsqu'un seuil moyen est appliqué aux données

d'orientations et d'accélération, les trajectoires sont modifiées. Plus la valeur du seuil est élevée, moins les distances calculées sont importantes et plus les changements d'angle d'orientation sont discriminés résultant ainsi en des parcours différents des parcours de référence.

Pour conclure, bien que le filtrage par seuil ne soit pas appliqué directement sur les données de trajectoire, cette correction est appliquée aux données de base (accélération et orientations). Une modification de ces données a pour conséquence de modifier profondément les résultats intermédiaires (p. ex. vitesse), qui sont eux-même repris par la suite, notamment pour les calculs de positions.

5.5.2.4 Influence de la fonction de correction de l'erreur

La trajectoire calculée sans correction d'erreur pour le parcours réalisé à la MSE est tracée sur la Fig. 5.17b. Bien qu'elle soit observable dans le plan du déplacement, l'erreur de position est en réalité en 3-D. La Fig. 5.18a présente selon deux hypothèses (quadratique ou médiane) l'erreur calculée de chaque position par rapport aux 3 axes. La Fig. 5.18b présente les deux trajectoires corrigées à l'aide des erreurs calculées selon chacune des deux hypothèses de propagation d'erreur.

Sur la Fig. 5.18a, on observe que suivant l'hypothèse d'une erreur quadratique, les erreurs de position pour de petits temps sont relativement faibles. On peut aussi observer que pour chaque axe, l'erreur finale observée est différente. De ce fait, chacune des courbes représentant l'évolution de l'erreur quadratique est différente. Enfin seule la courbe représentant l'erreur calculée pour l'axe **Y** est négative. Suivant l'hypothèse d'une erreur nulle au barycentre, on peut observer sur la Fig. 5.18a la principale caractéristique des erreurs résultant de cette hypothèse. Plus le point où l'erreur est calculée est éloigné du barycentre et plus l'erreur calculée est importante. La fonction d'erreur est linéaire par partie. On observe sur Fig. 5.18a que la pente de chaque partie et de chaque axe est différente. Aussi, au barycentre, le signe de l'erreur calculée change. Sur chaque axe, lorsque l'erreur finale est positive, la première moitié d'erreur calculée est donc négative. La comparaison des deux types d'erreurs montre deux choses : l'erreur quadratique est nulle pour de faibles valeurs de temps et est maximale aux derniers temps ; si l'erreur est répartie à partir de la mesure médiane (nulle au barycentre) alors l'erreur est maximale aux temps faibles et aux temps élevés. De plus, bien que l'erreur quadratique varie de façon non linéaire, chacune des deux parties de la fonction calculée pour la seconde hypothèse semble s'ajuster selon un taux de variation proche de la fonction quadratique.

Sur le tracé des positions corrigées (Fig. 5.18b), pour chacune des deux hypothèses d'erreur, la position de départ et d'arrivée sont concordantes. Lorsque la première hypothèse de répartition de l'erreur (quadratique) est prise en compte, les principaux changements d'orientation sont conservés. Néanmoins, la comparaison avec la trajectoire non corrigée (Fig. 5.17b) montre que certaines amplitudes de changement d'angle d'orientation, certaines orientations de déplacement et même certaines distances, peuvent être sévèrement modifiées. Par exemple pour un angle, le changement de direction non corrigé situé aux coordonnées (5,5 ; 0,5) est $\geq 90^\circ$ (Fig. 5.17b) et vaut approximativement 90° une fois corrigé (point (4,2 ; -1,7) sur la Fig. 5.18b). De même, l'orientation et la longueur de la trajectoire principale quasi rectiligne précédant l'angle cité auparavant sont clairement modifiées sur le parcours corrigé. Enfin, on remarque que la nouvelle trajectoire corrigée ne présente plus l'erreur de croisement de trajectoire citée précédemment (Sect. 5.5.2.3).

Lorsque la seconde hypothèse de propagation d'erreur est prise en compte (nulle au barycentre), les mêmes observations générales (modifications d'angle d'orientation, d'orientation des déplacements et des distances représentées) peuvent être faites. Toutefois, les deux trajectoires diffèrent profondément. Alors que la première hypothèse semble corriger l'erreur de croisement de parcours, on observe une distance assez faible entre l'origine et la longue section de parcours

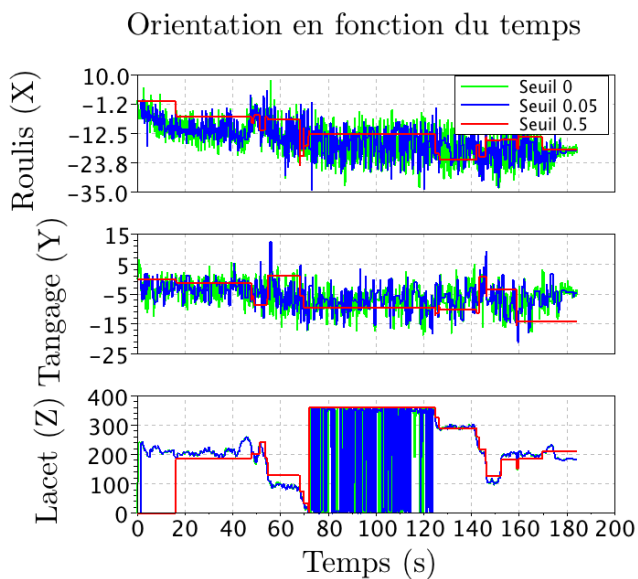
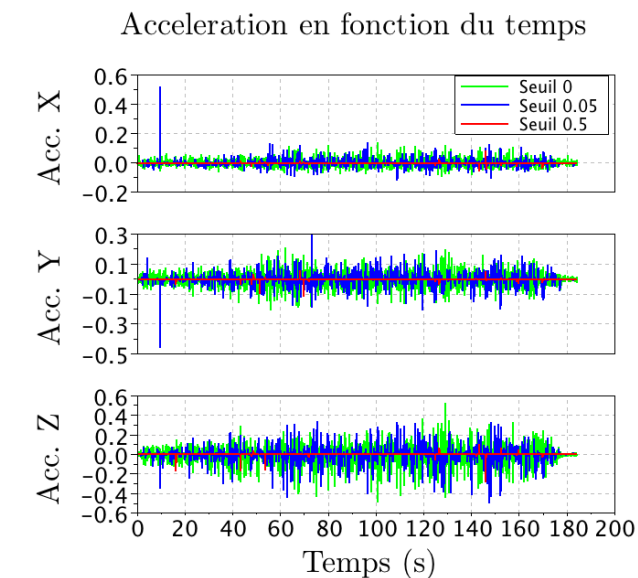
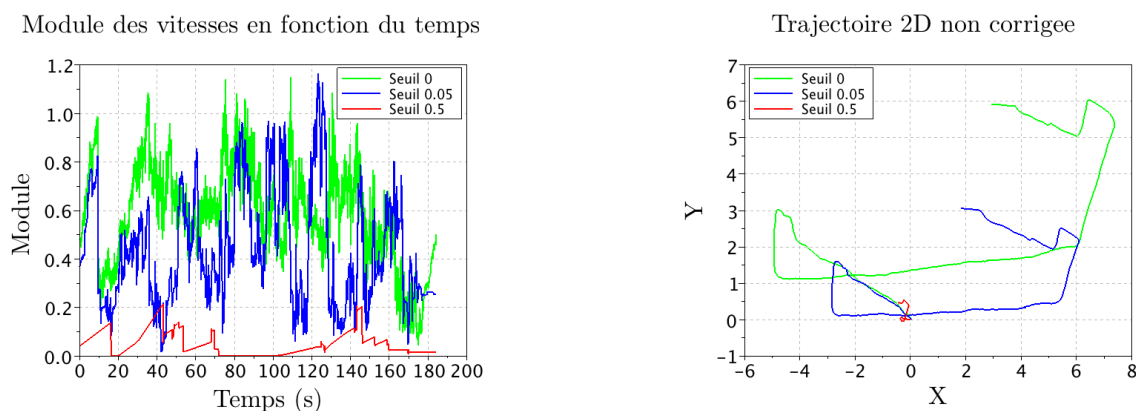


FIGURE 5.16 – Comparaison des données d'accélération (Fig. 5.16a) et d'orientation (Fig. 5.16b) enregistrées par la CI au cours du temps pendant le parcours réalisé à la MSE. Les données sont brutes (courbes vertes) et traitées selon un seuil (courbes bleues et rouges). L'application d'un seuil a pour effet de réduire la fréquence de variation et la valeur des accélérations (Fig. 5.16a). L'application d'un seuil a pour effet de réduire la fréquence de variation des orientations de la CI (Fig. 5.16b).



(a) Module des vitesses (en $m \cdot s$) associé à chaque valeurs de seuil. Plus la valeur du seuil est élevée, plus la valeur et l'amplitude des valeurs du module des vitesses sont faibles.

(b) Déplacement (en m) 2-D (plan) du parcours calculé. Le point de départ de chaque trajectoire est situé à l'origine du repère. Plus la valeur du seuil est élevée plus la distance des trajectoires est réduite.

FIGURE 5.17 – Module des vitesses et trajectoire à la MSE. Comparaison des résultats du calcul du module des vitesses et des positions non corrigées associées en fonction des trois valeurs de seuils appliquées. Pour chaque figure, la courbe verte représente les résultats obtenus sans filtre, la courbe bleue les résultats pour une valeur intermédiaire de seuil et la courbe rouge une valeur de seuil élevée.

rectiligne. Dans le cas de la seconde hypothèse, cette caractéristique est corrigée. La direction principale de début de parcours (à partir de l'origine) ainsi que celle de fin de parcours sont comme attendu, sub-parallèles à la longue section rectiligne de milieu de parcours.

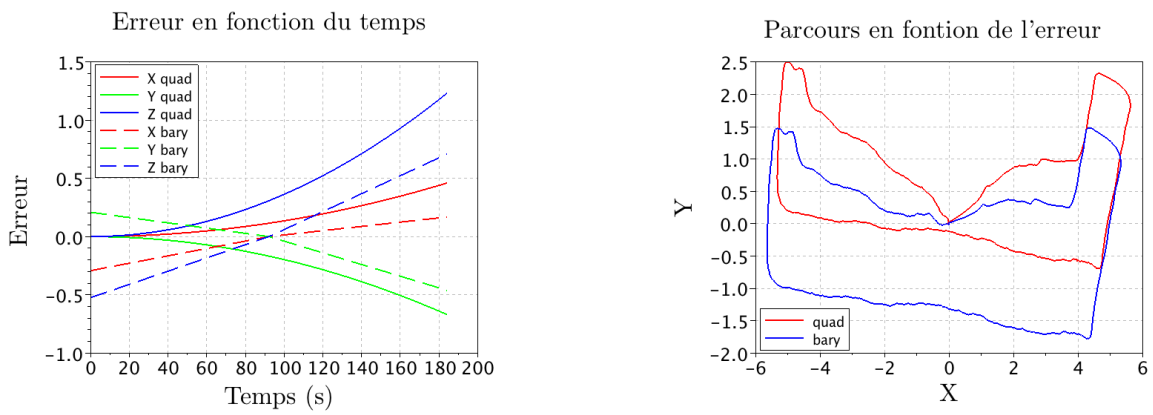
5.6 Discussion

Cette section est vouée à la discussion du matériel, de la méthode et des résultats présentés respectivement en Sect. 5.3, Sect. 5.4 et en Sect. 5.5. Nous nous attacherons en particulier dans cette partie à replacer dans un contexte plus général le développement du nouveau type de traceur autonome et instrumenté.

Actuellement, l'équipement employé pour la conception de la CI est simple, peu onéreux ($\approx 100\text{€}$ à la date de rédaction) et consomme peu d'énergie. Dans des conditions de transport adaptées (fréquence), le SNI proposé permet de déterminer des trajectoires représentatives de la réalité. La combinaison des instruments de mesure et d'une répartition spécifique du lest au sein du module (baisse du centre d'inertie) permet de caractériser les mouvements relatifs du module. L'identification des mouvements de tangage et de roulis du module permet *in fine* de caractériser les conditions de transport et d'écoulement. Selon les deux hypothèses suivantes la CI peut permettre de déterminer les direction principales d'écoulement au cours de son trajet. Pour ce faire, il est nécessaire que la CI soit (i) transportée par le flux à vitesse constante, et (ii) orientée dans une direction sub-parallèle à la direction principale du flux.

Les points clés de l'obtention d'une trajectoire cohérente sont :

- la précision des instruments de mesure et la fréquence d'acquisition,



(a) Erreur corrigée (en m) pour chaque position sur chaque axe

(b) Déplacement (en m) corrigé selon deux hypothèses d'erreur

FIGURE 5.18 – Comparaison des erreurs corrigées pour chaque axe en fonction des hypothèses de propagation d'erreur (Fig. 5.18a) et comparaison des positions calculées pour chaque hypothèse d'erreur (Fig. 5.18b). La Fig. 5.18a présente les erreurs de positions pour l'hypothèse d'erreur quadratique (trait continu) et pour l'hypothèse d'erreur nulle à mi-parcours (trait discontinu). Les erreurs pour chaque direction de l'espace sont représentées (X en rouge, Y en vert et Z en bleu) dans les deux cas. La figure montre que la similitude des fonctions de correction. La Fig. 5.18b présente les positions calculées lorsque l'erreur quadratique est corrigée (courbe rouge) et lorsque l'erreur nulle à mi-parcours est corrigée (courbe bleue). Dans les deux cas, aucun seuil n'a été appliqué aux mesures d'accélération et d'orientation.

- la chaîne de traitement de données, en particulier les calculs d'intégrales et les fonctions de correction employées,
- la source d'énergie et les potentielles fluctuations associées à celle-ci.

La précision des mesures de position d'une CI peut être améliorée à l'aide du couplage avec un autre instrument de positionnement. Par exemple sous l'eau à l'aide de systèmes USBL⁶ (Morgado *et al.*, 2006). Sur les systèmes de navigation inertielle, les vitesses de rotation sont généralement mesurées grâce à des gyroscopes et des magnétomètres. Le couplage de ces deux instruments de mesure permet de réduire les incertitudes sur la valeur finale (Woodman, 2007) de position. Néanmoins, ces deux systèmes (USBL et gyroscopes) ne peuvent être intégrés au système actuel qu'au dépens d'une consommation d'énergie plus élevée (un facteur 1000). Les nouveaux capteurs de type MEMS⁷ pourraient dans le futur être utilisés pour réduire les incertitudes de mesure du fait de leur haute précision et de leur coût réduit (Jimenez *et al.*, 2009).

Dans les conditions expérimentales de ce travail, les différences de volumes du module et de répartition du centre de gravité des modules n'ont pas changé significativement les propriétés de transport des modules. La répartition du centre de gravité dans le module influence toutefois l'orientation du module. Le caractère semi-flottant employé pour chaque cas permet au module d'être entraîné par le flux vers les passages siphonnants. Les vitesses de déplacement pour chaque module sont comparables. Le diamètre (5 cm) des modules fictifs employés ici semble être en accord avec la taille des modules proposés pour des applications similaires. Les modules utilisés dans le cas de l'exploration des conditions d'écoulement au sein de turbines hydro-motrices par Deng *et al.* (2007) mesurent 2,5 cm de diamètre et 9 cm de long. Les modules non autonomes développés par Green *et Abbott* (2010) et utilisés pour caractériser la morphologie des conduits karstiques non noyés, mesurent environ 12 cm de diamètre. Les expériences montrent que même au sein d'un écoulement en moyenne uni-directionnel, le module est susceptible de tourner autour de son axe de lacet (\mathbf{Z}). Ce type de réaction peut être modifié. L'orientation du module selon la direction principale d'écoulement peut être atteinte en modifiant le module, par exemple avec l'ajout d'une queue rigide.

Les canaux utilisés au cours des expériences offrent la possibilité de développer une première approche expérimentale, vouée à la caractérisation du transport des modules, en relation avec des conditions d'écoulement réelles. L'aménagement d'objets hydrauliques disposés au sein de l'écoulement, ainsi que la modification des régimes d'écoulement est rendu possible par l'utilisation de tels canaux. Bien que simples, les objets hydrauliques proposés (seuils, masque, siphon) constituent autant d'obstacles présents en milieu souterrain. Les possibilités d'observation du comportement des modules autour de tels objets permettent à la fois (i) d'appréhender pertinemment les caractéristiques de transport des modules et (ii) d'interpréter plus justement les mesures enregistrées par la CI au cours de son transport. La reproduction dans des conditions maîtrisées de conditions d'écoulement naturelles potentielles est donc un atout majeur du contexte expérimental.

5.7 Conclusion

Les objectifs de ce chapitre étaient de développer un nouveau type de sonde et de valider la méthode de mesure employée. Le but de ce nouvel instrument est de :

- cartographier des conduits karstiques noyés inaccessibles autrement,
- caractériser les directions principales d'écoulement au sein de ces conduits,
- caractériser les conditions d'écoulement au sein des conduits.

6. Ultra-Short Baseline System, en français Système base courte

7. Micro Electro Mechanical Systems

Dans ce chapitre, nous avons développé une première méthode associée à des expériences simples de transport de particules de taille macroscopique. Ces expériences sont réalisées en canaux, à l'aide de sphères adéquatement lestées afin d'acquérir un caractère semi-flottant. Les expériences réalisées montrent que la propriété de semi-flottaison est déterminante pour que les particules puissent être transportées au sein du flux. Cette propriété conditionne en particulier le transport des particules dans des siphons.

Nous avons aussi développé et testé un nouvel instrument de mesure capable, dans des conditions de transport adaptées, de répondre aux objectifs cités précédemment. Le nouvel instrument est de taille réduite (sub-décimétrique). L'instrumentation embarquée comprend une centrale inertielle à 6 degrés de libertés (magnétomètres 3 axes et accéléromètres 3 axes) et un système d'enregistrement de mesure. La centrale inertielle permet de mesurer selon une fréquence fixe les accélérations du module ainsi que son orientation par rapport au nord magnétique. Après récupération, la position au cours du temps de l'instrument peut être déterminée. La mesure d'orientation par rapport au nord magnétique réalisées par le nouvel instrument permet d'enregistrer les directions principales de transport. Enfin, grâce à la combinaison des propriétés de lest du module et des mesures d'angles de rotations et d'accélérations au cours du transport, les conditions d'écoulement peuvent être déterminées.

Conclusion et perspectives

Conclusion

Dans les aquifères karstiques, la structure du milieu influence la réponse hydraulique aussi bien à l'échelle locale qu'à l'échelle globale. Les écoulements sont hiérarchisés au sein d'un milieu dans lequel des zones de haute conductivité hydraulique interagissent avec des zones de plus faible conductivité hydraulique. Les observations de terrain aussi bien hydrodynamiques qu'hydrochimiques indiquent que les écoulements principaux se tiennent dans un réseau tridimensionnel de conduits à haute conductivité hydraulique. Ce réseau principal est connecté avec différents compartiments hydrauliques annexes par le biais de zones à conductivité hydrauliques plus faibles. Afin de caractériser les dynamiques d'échanges de flux dans ces aquifères, il est nécessaire d'étudier le comportement hydraulique en régime transitoire et plus particulièrement les phases de transition provoquées par l'interaction du milieu à haute conductivité avec le milieu à faible conductivité, et ce à plusieurs échelles spatiales. Ceci permet d'identifier d'éventuelles contributions liées aux différentes zones de conductivité hydraulique spécifiques (principales et/ou annexes).

Dans ce contexte, l'objectif de ce travail de thèse est de développer un ensemble de méthodes destinées à caractériser les écoulements dans les aquifères karstiques selon différents aspects. Nous montrons dans le premier chapitre au travers d'une revue de littérature, qu'un tel objectif nécessite une approche pluri-disciplinaire dans laquelle plusieurs méthodes d'investigations sont mises en oeuvre, par exemple hydraulique où géophysique. Le couplage de ces méthodes doit être réalisé si possible à plusieurs échelles, par exemple depuis celle du site (échelle locale pluri-métrique) à celle de l'aquifère (échelle régionale, pluri-kilométrique). Dans cette thèse nous avons employé une démarche de modélisation des écoulements et une démarche de développement instrumental pour répondre à l'objectif fixé.

Dans le second chapitre de ce travail, le caractère local de l'écoulement dans un réservoir de structure hétérogène est étudié en régime transitoire. Nous abordons le problème selon une approche de milieu continu. Nous cherchons à caractériser les variations de flux à l'échelle du site lors d'une perturbation hydraulique artificielle. Pour étudier l'impact des propriétés hydrauliques du milieu hétérogène sur les variations de flux, nous utilisons une solution analytique qui décrit les écoulements dans un milieu à double-porosité afin de tenir compte de la dualité des écoulements à l'échelle locale. La première contribution de cette étude est la prise en compte de nouvelles conditions aux limites. Nous considérons dans ce travail un puits maintenu à charge constante dans un milieu infini. Ceci nous permet d'observer en régime transitoire les variations de flux qui se produisent au puits. Des flux sont simulés pour des cas synthétiques dans lesquels différentes valeurs sont assignées aux propriétés hydrauliques du milieu. Les résultats obtenus sont interprétés à l'aide d'une méthode de dérivée qui permet de mettre en évidence les phases de transitions du flux, et la dimension d'écoulement du flux. L'utilisation de cette méthode d'analyse de dérivée avec cette solution analytique est la seconde contribution importante de ce chapitre. Au travers des analyses de sensibilité aux paramètres hydrauliques, nous proposons de nouvelles courbes types de flux. Dans la mesure où des mesures de terrain seraient acquises à haute fréquence, les courbes-types et la méthode de dérivée pourraient être employées dans le cadre d'une interprétation d'expériences de pompage ou d'injection menés à charge constante dans des réservoirs karstiques.

Le modèle mathématique utilisé précédemment considère une géométrie de domaine et des conditions aux limites simples. En effet, la considération de géométries de domaine plus complexes n'est pas possible dans ce cas. Nous appliquons dans ce travail une solution numérique afin de

résoudre le modèle mathématique selon différentes géométries de domaine et conditions aux limites. Aucune méthode de résolution numérique n'a été appliquée à ces équations auparavant. Cette contribution du travail de thèse est présentée dans le troisième chapitre. La méthode de résolution numérique choisie est la méthode des éléments et intégrales de frontières. Cette méthode est réputée pour sa précision de calcul, proche de celle des solutions analytiques et pour sa simplicité de maillage. Dans un premier temps, nous montrons la robustesse du code de calcul sur des cas connus. Dans un second temps, nous proposons d'utiliser ce nouvel outil numérique pour la modélisation des écoulements à deux échelles : locale et régionale.

Pour le premier cas, l'approche numérique complète la première partie de ce travail. Nous réalisons des simulations d'essais hydrauliques dans des milieux synthétiques. Les résultats permettent de montrer que la géométrie du domaine, les conditions aux limites, et enfin les différents contrastes de propriétés hydrauliques du milieu influencent la réponse du flux au puits, en régime transitoire et en régime pseudo-permanent. La méthode d'analyse de dimension d'écoulement (dérivée seconde) est appliquée dans ce cas, celle-ci permet de mettre en évidence l'influence de la géométrie de la surface du domaine d'écoulement sur la dimension d'écoulement du flux au puits pour un milieu à double-porosité. Nous montrons aussi dans cette partie que bien que le volume de production au puits soit principalement associé à la conductivité hydraulique du premier milieu, le coefficient d'emménagement du second milieu joue un rôle non négligeable dans la quantité de fluide récupérée aux temps longs. Dans des conditions similaires à celles évoquées ci-dessus (fréquence d'acquisition élevée), l'interprétation d'essais hydrauliques dans les aquifères karstiques pourraient être menée à l'aide du nouveau code de calcul.

Pour le second cas, nous considérons un aquifère karstique divisé, à l'échelle régionale, en un double milieu dans lequel les écoulements sont décrits par un modèle d'écoulement en milieu continu à double-porosité. Dans ce cas, les simulations réalisées visent à mettre en évidence pour plusieurs cas synthétiques, l'influences des propriétés hydrauliques du double milieu sur la réponse du flux à l'exutoire suite à une recharge distribuée dans les deux milieux. Les résultats montrent que le contraste de conductivité hydraulique entre les deux milieux engendre des variations de flux spécifiques à l'exutoire d'une part, et que la fraction d'emménagement associée au premier continuum par rapport à l'emménagement total du système pouvait influencer fortement (augmenter le volume écoulé) le débit de décrue et de récession d'autre part. Cette méthode est d'intérêt car elle permet de tenir compte de la dualité des écoulements dans les aquifères karstiques.

Pour le troisième et dernier cas, nous proposons un nouveau modèle conceptuel d'écoulement dans le karst et associons une approche numérique particulière. L'aquifère karstique est divisé à l'échelle globale en un double milieu hybride. Dans ce cas l'approche continue est couplée à une approche discrète : un milieu à double-porosité est drainé localement par des conduits verticaux localisés aux points d'intersections avec des conduits horizontaux. Cette approche permet de tenir compte du rôle hydraulique à grande échelle des conduits dans le karst. Les résultats des analyses sur les phases de transitions obtenus sont perturbés par la méthode numérique utilisée. Néanmoins cette approche permet de mettre en évidence de manière théorique, l'importance de la prise en compte d'un double milieu associé à un réseau de drainage discret. Selon cette représentation, on montre en particulier que la part d'emménagement associée au réseau de conduits et la considération d'échanges de flux en régime transitoire affecte la réponse du flux à l'exutoire du système régional. Avec une connaissance détaillée (ou une approche stochastique) du réseau de conduits et plus particulièrement des emplacements des intersections entre drains verticaux et horizontaux, la nouvelle approche peut être employée pour la simulation du débit de sources de systèmes naturels.

Dans le quatrième chapitre, un nouveau modèle expérimental de réservoir contenant un mi-

lieu poreux fracturé est conçu et mis en oeuvre. Le milieu poreux fracturé est composé de blocs de céramique indépendants. Cette approche permet d'étudier expérimentalement le flux issu du réservoir en fonction de différentes géométries d'agrégats de blocs, de plusieurs scénarios de recharge et de vidange. Les résultats obtenus dans cette partie sont qualitativement comparés à ceux obtenus à l'aide de la modélisation numérique abordée dans la seconde partie de ce travail. Les phases de transitions observées lors des vidanges d'un milieu expérimental très hétérogène sont qualitativement proches de celles observées par les expériences théoriques numériques.

Enfin dans la cinquième et dernière partie de ce travail, nous développons un instrument de mesure novateur. Cet instrument est une nouvelle sonde autonome destinée à la mesure de la géométrie des chemins d'écoulement préférentiels dans des conduits noyés. L'utilisation d'un tel instrument a pour objectif de mesurer *in situ* les directions locales d'écoulements dans les conduits noyés, afin d'obtenir une description de la géométrie globale des conduits au sein d'aquifères karstiques. Un prototype de sonde est développé et des séries d'essais sont menés en laboratoire et en milieu souterrain dans des conditions contrôlées. Les conditions d'écoulements considérées sont similaires à celles rencontrées en milieu naturel (par exemple écoulements chenalés, passage sous siphon). Nous montrons que le prototype actuel permet de cartographier son parcours dans des conditions expérimentales spécifiques et contrôlées. La nouvelle méthode proposée peut permettre l'exploration de conduits noyés mais sera fortement dépendante des conditions d'écoulements du moment. Les résultats prometteurs obtenus nous permettent d'envisager dans le futur de tenir compte de mesures réalisées *in situ* dans la modélisation des écoulements à l'aide du modèle numérique hybride développé dans la seconde partie de ce travail.

L'ensemble des approches méthodologiques développées au sein des chapitres de ce manuscrit permettent de contribuer, de manière théorique, à l'étude quantitative des aquifères carbonatés karstiques.

Perspectives

Plusieurs perspectives aux travaux présentés dans ce manuscrit peuvent être envisagées. Les principales peuvent être résumées comme suit. La modélisation hybride actuelle n'inclut pas l'hydraulique associée aux drains et la méthode de maillage du domaine est non optimisée. Pour le premier point, une approche couplée entre éléments finis (1-D) et éléments de frontières peut être envisagée. Pour le second point, des éléments curvilinéaires (Le Grand, 2003) ou bien un algorithme du type de Douglas-Peucker (Dauvergne, 2006) pourraient répondre à ces besoins. Le modèle expérimental a été utilisé seulement pour des cas de recharge ou de vidange. Une étude couplée entre structure du domaine et une approche fonctionnelle pourrait être envisagée, ceci nécessiterait de réaliser des scénarios de recharge en continu. Enfin, le prototype de sonde développé devra être testé sur un site naturel. Au préalable de tout essais en milieu inconnu des traceurs non-instrumentés devraient être utilisés afin d'estimer le taux de récupération à la sortie du parcours (Hakoun, 2010). La cartographie d'un milieu inconnu nécessiterai le développement d'une génération de sonde plus aboutit (fréquence d'échantillonnage plus élevée et module totalement hermétique) que le prototype employé dans ce travail.

A.1 Annexes au quatrième chapitre

A.1.1 Qualité de l'inversion

Le but est d'effectuer une comparaison des résultats obtenus à l'aide de deux algorithmes d'inversion numérique pour réaliser la transformée de Laplace inverse. Nous comparons les résultats d'inversions réalisées à l'aide des algorithmes de [Stehfest \(1970\)](#) et de [De Hoog *et al.* \(1982\)](#). L'algorithme de [Stehfest \(1970\)](#) nécessite la définition d'un nombre de coefficient que l'on notera Z . Dans la suite, nous considérons 5 coefficients différents. Les valeurs sont : $Z = [4, 8, 10, 12, 16]$.

La méthodes des éléments et intégrales de frontières à été implémentée pour un cas simple de diffusion en une dimension (1-D). Le code de calcul effectue la résolution du problème dans le domaine de Laplace puis les solutions recherchées sont inversées numériquement avec les deux algorithmes nommés précédemment. Nous nous focalisons sur les variations du (i) flux (cas 1) et (ii) de la pression (cas 2) calculé sur un noeud à la limite du domaine (extrémité de la barre) pour un changement immédiat de la condition à la limite, soit respectivement une condition de charge imposée ou de flux imposé. Les résultats sont comparés avec la solution analytique valable en 1-D. Pour chaque cas, la *RMSE* (Eq. 3.17 Sect. 3.4.2) est calculée entre la solution de référence et le modèle numérique. Les résultats sont présentés dans le Tab. A.1.

Indifféremment du nombre de coefficients (Z) utilisés, les résultats montrent que les calculs effectués avec l'algorithme de [De Hoog *et al.* \(1982\)](#) ont toujours une RMSE très inférieure à celle calculée avec l'algorithme de [Stehfest \(1970\)](#). Ceci signifie donc que les résultats obtenus avec le premier algorithme ont une plus grande précision. Pour les deux problèmes (flux et charge) les résultats sont obtenus pour une gamme de temps comprise entre $1.10^{-2} \leq t_D \leq 2.10^{-1}$. Des expériences ont été conduites pour des longueurs de temps plus grandes par [Chèvre \(2012\)](#) et les résultats obtenus dans ce cas sont identiques.

Cas	<i>RMSE</i>	Algorithme					de Hoog
		Stehfest					
		$Z = 4$	$Z = 8$	$Z = 10$	$Z = 12$	$Z = 16$	
1	$RMSE_1$	$5, 4.10^{-2}$	$6, 2.10^{-3}$	$4, 3.10^{-2}$	0,72	273	$2, 3.10^{-5}$
2	$RMSE_2$	0,12	$1, 1.10^{-2}$	$4, 2.10^{-2}$	0,72	273	$6, 7.10^{-5}$

Tableau A.1 – Résumé des *RMSE* calculées pour deux expériences de comparaison (cas 1) et (cas 2) entre le calcul effectué par le code 1-D aux éléments et intégrales de frontières et la solution analytique de référence. Les résultats du modèle numérique sont inversés depuis le domaine de Laplace avec deux algorithmes. Indifféremment du nombre de coefficient Z employé pour l'inversion numérique de [Stehfest \(1970\)](#), les plus faibles *RMSE* sont obtenues avec l'algorithme de [De Hoog *et al.* \(1982\)](#).

A.1.2 Temps de calcul lié à l'inversion

Cette partie présente succinctement l'évolution du temps de calcul pour les deux algorithmes cités plus haut. Dans la suite du texte, la transformée de Laplace d'une fonction f est définie par \bar{f} .

Pour le premier algorithme (Stehfest, 1970), on a :

$$f(t) = \frac{\ln(2)}{t} \sum_0^Z V_k \bar{f} \left[k \frac{\ln(2)}{t} \right], \quad (\text{A.1})$$

avec Z un entier pair. En général, $6 \leq Z \leq 22$ et

$$V_k = (-1)^{m+\frac{Z}{2}} \sum_{k=E(\frac{m+1}{2})}^{\min(m,Z/2)} \frac{k^{Z/2} (2k)!}{(L/2 - k)! k! (k-1)! (m-k)! (2k-m)!}$$

Pour inverser la solution pour un temps donné, on applique l'expression suivante et on évalue \bar{f} en Z points différents. Dans la méthode des éléments intégrales de frontière, la matrice \mathbf{A} doit être calculée (voir Sect. 1.3.6) pour Z points différents. Soit T le temps de calcul nécessaire pour déterminer \bar{f} pour une valeur de p (paramètre de Laplace). On a par exemple lorsque $Z = 8$, si $t = 100$, un temps total (noté TT) nécessaire pour déterminer la valeur de f pour t temps (on prend 100 ici) qui sera :

$$TT = 100 \times 8 \times T = 800 \times T. \quad (\text{A.2})$$

Pour le second algorithme (De Hoog *et al.*, 1982), l'inversion numérique nécessite l'évaluation de 40 valeurs de \bar{f} de manière quasi indépendante de la discrétisation du temps (t). Pour chaque période logarithmique, $10^k \leq t \leq 10^{k+1}$, 40 valeurs de \bar{f} sont évaluées. Le résultat est ensuite obtenu pour chaque valeur de t . L'évaluation des valeurs de \bar{f} est chronophage (temps T), l'évaluation de t est quasi-instantanée (temps ε). Pour les inversions numériques des solutions obtenues à l'aide de la méthode des éléments et intégrales de frontières, le temps total d'inversion pour un cycle log s'écrit :

$$TT = 40 \times (T + \varepsilon) \approx 40 \times T. \quad (\text{A.3})$$

En conclusion pour chaque algorithme (Stehfest, 1970; De Hoog *et al.*, 1982) les inversions numériques de la transformée de Laplace inverse peuvent prendre du temps avec la méthode des éléments et intégrales de frontières. Néanmoins, en utilisant le second algorithme (De Hoog *et al.*, 1982) ces temps seront plus courts. Par conséquent nous utiliserons cet algorithme pour effectuer nos inversions numériques.

A.2 Annexes au cinquième chapitre

A.2.1 Matrices de rotation

Une matrice de rotation est toute matrice orthogonale dont le déterminant est égal à 1. La multiplication d'un vecteur par une matrice de rotation a pour effet de changer seulement sa direction (et non sa norme). Dans l'espace en 3 dimensions, les rotations selon les axes x , y et z sont obtenues en utilisant les matrices suivantes :

$$\mathbf{R}_x = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \phi & \sin \phi \\ 0 & -\sin \phi & \cos \phi \end{pmatrix} \quad (\text{A.4})$$

$$\mathbf{R}_y = \begin{pmatrix} \cos \theta & 0 & -\sin \theta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \theta & 0 & \cos \theta \end{pmatrix} \quad (\text{A.5})$$

$$\mathbf{R}_z = \begin{pmatrix} \cos \psi & \sin \psi & 0 \\ -\sin \psi & \cos \psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (\text{A.6})$$

Toute rotation peut s'exprimer comme le produit des trois matrices proposées ci-dessus :

$$\mathbf{R} = \mathbf{R}_x \mathbf{R}_y \mathbf{R}_z \quad (\text{A.7})$$

Cependant il est nécessaire de connaître l'ordre dans lequel le produit est effectué car les rotations en 3 dimensions sont non commutatives.

A.2.2 Approximation pour angle petit

Si les angles ϕ , θ et ψ sont petits, alors $\sin \phi \rightarrow \phi$, $\sin \theta \rightarrow \theta$, $\sin \psi \rightarrow \psi$ et $\cos \phi \rightarrow 1$, $\cos \theta \rightarrow 1$, $\cos \psi \rightarrow 1$. En utilisant ces approximations et en négligeant le produits des angles (puisque'ils sont petits), l'ordre d'applications de la rotation autour de chaque axe n'est plus important et la matrice de rotation \mathbf{R} peut s'écrire :

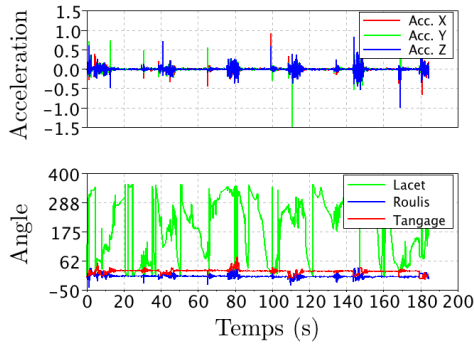
$$\mathbf{R} = \mathbf{R}_x \mathbf{R}_y \mathbf{R}_z \approx \begin{pmatrix} 1 & -\psi & \theta \\ \psi & 1 & -\phi \\ -\theta & \phi & 1 \end{pmatrix} \quad (\text{A.8})$$

Cette approximation pour angle petit est utilisée pour calculer l'orientation d'un SNI par rapport au référentiel global.

A.2.3 Résultats complémentaires ENSAM

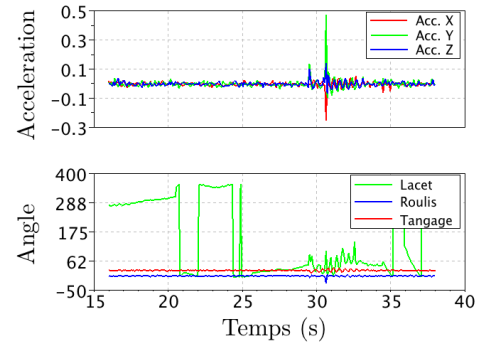
A.2.3.1 Petit canal - fort débit

Accélération et orientation en fonction du temps



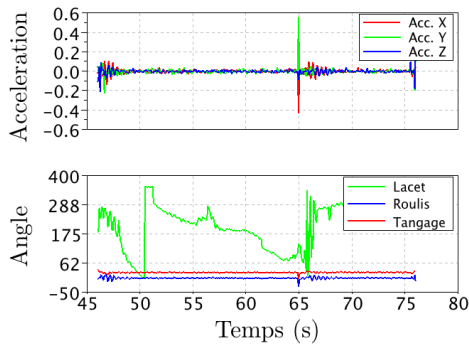
(a) Séquence intégrale

Accélération et orientation en fonction du temps



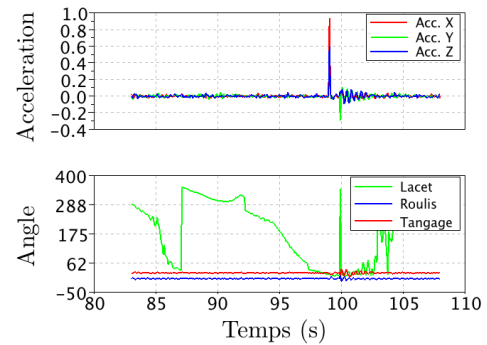
(b) Détail pour $15 \text{ s} \leq t \leq 38 \text{ s}$

Accélération et orientation en fonction du temps



(c) Détail séquence $46 \text{ s} \leq t \leq 76 \text{ s}$

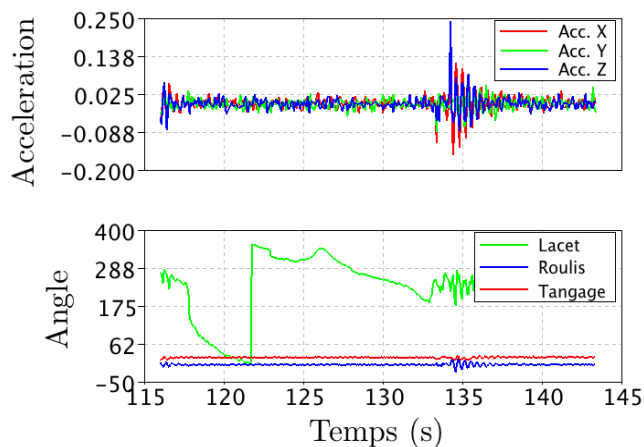
Accélération et orientation en fonction du temps



(d) Détail séquence $83 \text{ s} \leq t \leq 108 \text{ s}$

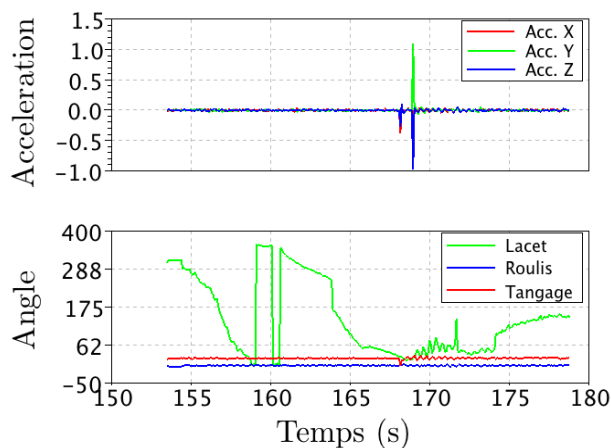
FIGURE A.1 – Séquence intégrale et détail des 5 séquences enregistrées *in situ*. Les variations d'orientations d'angles (en $^\circ$) montrent les rotations possibles le long des parois du canal. Les fortes (et longues) valeurs d'accélération (en $\text{m} \cdot \text{s}^{-2}$) indiquent le transport manuel. Les courtes variations indiquent le passage du siphon. D'autres détails (suite) sont présentés sur la Fig. A.2

Accélération et orientation en fonction du temps



(a) *Détail séquence 116 s ≤ t ≤ 144 s*

Accélération et orientation en fonction du temps

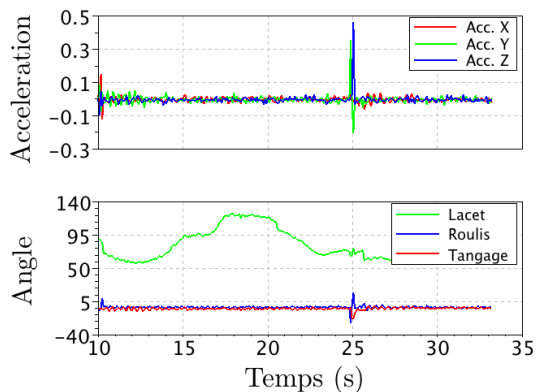


(b) *Détail séquence 154 s ≤ t ≤ 179 s*

FIGURE A.2 – Suite des résultats présentés sur la Fig. A.1. Détail des 2 séquences enregistrées *in situ*. Les variations d'orientations d'angles (en °) montrent les rotations possibles le long des parois du canal. Les fortes (et longues) valeurs d'accélération (en $\text{m} \cdot \text{s}^{-2}$) indiquent le transport manuel. Les courtes variations indiquent le passage du siphon.

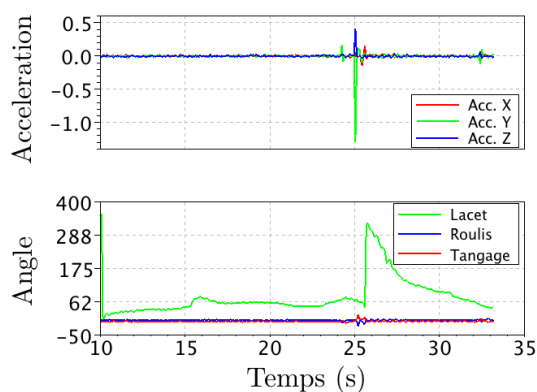
A.2.3.2 Petit canal - faible débit

Accélération et orientation en fonction du temps



(a) Détail de l'Exp. 1

Accélération et orientation en fonction du temps



(b) Détail de l'Exp.2

FIGURE A.3 – Détail des accélérations ($\text{m} \cdot \text{s}^2$) et angles d'orientation (en $^\circ$) pour les 2 séquences enregistrées *in situ* dans le petit canal de l'ENSAM. Pour chaque expérience, le débit est faible. Pour chaque expérience, la variation de l'angle de lacet semble être faible au cours du temps et du transport. Elle évolue cependant à $t = 15$ s ce qui correspond au passage devant une armature métallique du canal.

A.2.4 Résultats complémentaires Foux de Lauret

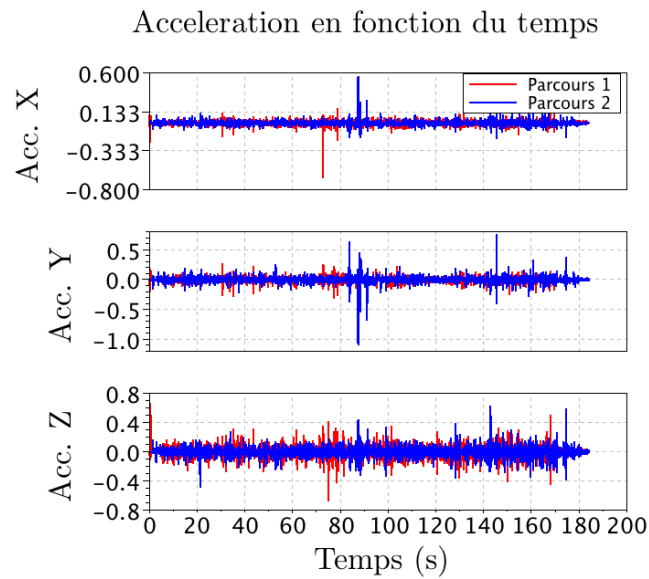


FIGURE A.4 – Accélérations mesurées ($\text{m} \cdot \text{s}^2$) sur les trois axes de la CI pour deux parcours similaires. Le 1^{er} parcours est en rouge, le 2^e parcours est en bleu. La figure montre que les mesures réalisées sur chaque axe sont similaires pour chaque expériences. Le 2^e parcours semble être marqué par une série de fortes accélérations (transport irrégulier) mesurées pour $82 \text{ s} \leq t \leq 90 \text{ s}$. Aucun seuil n'est appliqué.

Bibliographie

- ABABOU, R. et BAGTZOGLU, A. (1993). Bigflow : A numerical code for simulating flow in variably saturated, heterogeneous geologic media. theory and users manual, version 1.1. Rapport technique, Nuclear Regulatory Commission, Washington, DC (United States). Div. of Regulatory Applications ; CEA Centre d'Etudes de Saclay, 91-Gif-sur-Yvette (France) ; Southwest Research Inst., San Antonio, TX (United States). Center for Nuclear Waste Regulatory Analyses. (Cité à la page 20.)
- AGARWAL, R. et AL-HUSSAINY, R. (1970). An investigation of wellbore storage and skin effect in unsteady liquid flow : I. analytical treatment. *Old SPE Journal*, 10(3):279–290. (Cité à la page 10.)
- AL-FARES, W., BAKALOWICZ, M., GUÉRIN, R. et DUKHAN, M. (2002). Analysis of the karst aquifer structure of the lamalou area (h  rault, france) with ground penetrating radar. *Journal of Applied Geophysics*, 51(2):97–106. (Cité à la page 11.)
- ANDERSSON, J. et DVERSTORP, B. (1987). Conditional simulations of fluid flow in three-dimensional networks of discrete fractures. *Water Resources Research*, 23(10):1876–1886. (Cité à la page 19.)
- ANGELINI, P. et DRAGONI, W. (1997). The problem of modeling limestone springs : The case of bagnara (north apennines, italy). *Ground Water*, 35(4):612–618. (Cité à la page 17.)
- AQUILINA, L., LADOUCHE, B. et D  RFLIGER, N. (2006). Water storage and transfer in the epikarst of karstic systems during high flow periods. *Journal of Hydrology*, 327(3):472–485. (Cité à la page 9.)
- ARCHER, R. A. (2000). *Computing flow and pressure transients in heterogeneous media using boundary element methods*. Thèse de doctorat, stanford university. (Cité à la page 21.)
- ARFIB, B. (2001). *Etude des circulations d'eaux souterraines en aquifère karstique côtier : observations et modélisation de la source saumâtre Almyros d'Héraklion, Cr  te (Grâce)*. Thèse de doctorat, Université Pierre et Marie Curie-Paris VI. (Cité aux pages 13 et 92.)
- ARPS, J. (1945). Analysis of decline curves. *Transactions of the American Institute of Mining, Metallurgical and Petroleum Engineers*, 160:228. (Cité à la page 32.)
- ATKINSON, T. (1977). Diffuse flow and conduit flow in limestone terrain in the mendip hills, somerset (great britain). *Journal of Hydrology*, 35(1):93–110. (Cité aux pages 9, 20 et 105.)
- BAGHBANAN, A. et JING, L. (2007). Hydraulic properties of fractured rock masses with correlated fracture length and aperture. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 44(5):704–719. (Cité à la page 12.)
- BAILLY-COMTE, V. (2008). *Interactions hydrodynamiques surface/souterrain en milieu karstique. Approche descriptive, analyse fonctionnelle et modélisation hydrologique appliquées au bassin versant expérimental du Coulazou, Causse d'Aumelas, France*. Thèse de doctorat, Université Montpellier II-Sciences et Techniques du Languedoc. (Cité à la page 14.)

- BAILLY-COMTE, V., JOURDE, H., ROESCH, A., PISTRE, S. et BATIOU-GUILHE, C. (2008). Time series analyses for karst/river interactions assessment : Case of the coulazou river (southern france). *Journal of hydrology*, 349(1):98–114. (Cité à la page 14.)
- BAILLY-COMTE, V., MARTIN, J. B., JOURDE, H., SCREATON, E. J., PISTRE, S. et LANGSTON, A. (2010). Water exchange and pressure transfer between conduits and matrix and their influence on hydrodynamics of two karst aquifers with sinking streams. *Journal of Hydrology*, 386(1):55–66. (Cité à la page 9.)
- BAILLY-COMTE, V., MARTIN, J. B. et SCREATON, E. (2011). Time variant cross correlation to assess residence time of water and implication for hydraulics of a sink-rise karst system. *Water Resources Research*, 47(5). (Cité à la page 14.)
- BAKALOWICZ, M. (1979). *Contribution de la géochimie des eaux à la connaissance de l'aquifère karstique et de la karstification*. Thèse de doctorat, Université Pierre et Marie Curie. (Cité à la page 6.)
- BAKALOWICZ, M. (1996). Les processus de karstification et les différents types de karst associés. *Mémoires de la Société géologique de France*, 169:363–371. (Cité à la page 6.)
- BAKALOWICZ, M. (2005). Karst groundwater : a challenge for new resources. *Hydrogeology Journal*, 13(1):148–160. (Cité aux pages 5 et 10.)
- BAKALOWICZ, M. (2006). Importance of regional study site conditions in elaborating concepts and approaches in karst science. *SPECIAL PAPERS-GEOLOGICAL SOCIETY OF AMERICA*, 404:15. (Cité à la page 5.)
- BAKALOWICZ, M., de l'eau RHÔNE-MÉDITERRANÉE-CORSE, A. et BAKALOWICZ (1999). *Connaissance et gestion des ressources en eaux souterraines dans les régions karstiques*. Agence de l'eau Rhône-Méditerranée-Corse. (Cité aux pages 5 et 13.)
- BANGOY, L., BIDAUX, P., DROGUE, C., PLEGAT, R. et PISTRE, S. (1992). A new method of characterizing fissured media by pumping tests with observation wells. *Journal of Hydrology*, 138(1):77–88. (Cité à la page 32.)
- BARENBLATT, G., ZHELTOV, I. et KOCHINA, I. (1960). Basic concepts in the theory of seepage of homogeneous liquids in fissured rocks. *J. Appl. Math. Mech*, 24(5):1286–1303. (Cité aux pages 17, 30 et 31.)
- BARKER, J. (1988). Hydraulic tests in fractured rock. *Water Resources Research*, 24(10):1796–1804. (Cité aux pages 31, 35, 36, 39, 41 et 71.)
- BATIOU, C., EMBLANCH, C. et BLAVOUX, B. (2003a). Carbone organique total (cot) et magnésium (mg^{2+}) : deux traceurs complémentaires du temps de séjour dans l'aquifère karstique. *Comptes Rendus Geoscience*, 335(2):205–214. (Cité à la page 10.)
- BATIOU, C., LIÑÁN, C., ANDREO, B., EMBLANCH, C., CARRASCO, F. et BLAVOUX, B. (2003b). Use of total organic carbon (toc) as tracer of diffuse infiltration in a dolomitic karstic system : The nerja cave (andalusia, southern spain). *Geophysical research letters*, 30(22):2179. (Cité à la page 10.)
- BAYLE, B. et GRAILLOT, D. (1987). Fontaine de vaucluse, compte rendu hydrogéologique de l'opération spéléonaute de 2 aout 1985. *Karstologia*, 9(1):1–6. (Cité à la page 11.)

- BEAR, J. (1972). *Dynamics of fluids in porous media*. Courier Dover Publications. (Cité à la page 12.)
- BELAUD, G. (2011). Communication personnelle. (Cité aux pages xiv et 117.)
- BENAMOUN, M., BOASHASH, B., FARUQI, F. et DUNBAR, M. (1996). The development of an integrated gps/ins/sonar navigation system for autonomous underwater vehicle navigation. In *Autonomous Underwater Vehicle Technology, 1996. AUV'96., Proceedings of the 1996 Symposium on*, pages 256–261. IEEE. (Cité à la page 107.)
- BOINET, N. et PALOC, H. (2002). *Inventaire spéléologique du Causse de l'Hortus*. Club loisirs et plein air. (Cité aux pages xiv, 116 et 124.)
- BONNET, M. (1995). *Equations intégrales et éléments de frontière : applications en mécanique des solides et des fluides*. Sciences et techniques de l'ingénieur. CNRS ed., Paris. (Cité à la page 21.)
- BORGHI, A., RENARD, P. et JENNI, S. (2012). A pseudo-genetic stochastic model to generate karstic networks. *Journal of Hydrology*, 414:516–529. (Cité à la page 11.)
- BOULTON, N. et STRELTSOVA, T. (1977). Unsteady flow to a pumped well in a fissured water-bearing formation. *Journal of Hydrology*, 35(3-4):257–270. (Cité aux pages 30, 31 et 35.)
- BOULTON, N. S. (1963). Analysis of data from non-equilibrium pumping tests allowing for delayed yield from storage. In *Ice Proceedings*, volume 26, pages 469–482. Ice Virtual Library. (Cité à la page 31.)
- BOURDET, D., AYOUB, J. et PIRARD, Y. (1989). Use of pressure derivative in well test interpretation. *SPE Formation Evaluation*, 4(2):293–302. (Cité aux pages 10, 39 et 51.)
- BOUSSINESQ, J. (1877). *Essai sur la théorie des eaux courantes*, volume 2. Imprimerie nationale. (Cité à la page 96.)
- BOUSSINESQ, J. (1903). Sur un mode simple d'écoulement des nappes d'eau d'infiltration à lit horizontal, avec rebord vertical tout autour lorsqu'une partie de ce rebord est enlevée depuis la surface jusqu'au fond. *CR Acad. Sci*, 137(5):11. (Cité à la page 96.)
- BREBBIA, C. A. (1978). *The boundary element method for engineers*, volume 10. Pentech Press London. (Cité à la page 21.)
- BREZZI, F. et FORTIN, M. (1991). *Mixed and hybrid finite element methods*. Springer-Verlag New York, Inc. (Cité à la page 21.)
- BURGER, A., SCHAEER, J.-P. et BAER, A. (1956). *Interprétation mathématique de la courbe de décroissance du débit de L'Areuse, Jura Neuchâtelois (Suisse)*. Institut de Géologie, Université de Neuchâtel. (Cité à la page 1.)
- CAMACHO VELAZQUEZ, R., FUENTES-CRUZ, G. et VÁSQUEZ-CRUZ, M. (2008). Decline-curve analysis of fractured reservoirs with fractal geometry. *SPE Reservoir Evaluation & Engineering*, 11(3):606–619. (Cité à la page 32.)
- CARLSON, T. J. et DUNCAN, J. P. (2003). *Evolution of the sensor fish device for measuring physical conditions in severe hydraulic environments*. Pacific Northwest National Laboratory. (Cité à la page 113.)

- CELLE-JEANTON, H., EMBLANCH, C., MUDRY, J. et CHARMOILLE, A. (2003). Contribution of time tracers (mg^{2+} , toc , $\delta^{13}\text{ctdic}$, no_3^-) to understand the role of the unsaturated zone : A case study karst aquifers in the doubs valley, eastern france. *Geophysical research letters*, 30(6):1322. (Cité à la page 77.)
- CHALIKAKIS, K., PLAGNES, V., GUERIN, R., VALOIS, R. et BOSCH, F. P. (2011). Contribution of geophysical methods to karst-system exploration : an overview. *Hydrogeology Journal*, 19(6): 1169–1180. (Cité à la page 11.)
- CHANG, J. et YORTSOS, Y. (1990). Pressure transient analysis of fractal reservoirs. *SPE Formation Evaluation*, 5(1):31–38. (Cité à la page 32.)
- CHARMOILLE, A. (2005). *Traçage hydrochimique des interactions hydrauliques et mécaniques entre les volumes perméables et peu perméables au sein des aquifères fracturés carbonatés*. Thèse de doctorat, Université de Franche-Comté. (Cité à la page 57.)
- CHEN, W. (2001). Analytical solution of transient scalar wave and diffusion problems of arbitrary dimensionality and geometry by rbf wavelet series. *arXiv preprint cs/0110055*. (Cité à la page 57.)
- CHÈVRE, A. (2012). Hydrogéologie, modélisation des écoulements karstiques. Rapport technique, Ecole Polytechnique - Laboratoire HydroSciences Montpellier. (Cité aux pages 57, 62, 63 et 143.)
- CLAUSNITZER, V. et HOPMANS, J. (1999). Determination of phase-volume fractions from tomographic measurements in two-phase systems. *Advances in water resources*, 22(6):577–584. (Cité à la page 12.)
- CORNATON, F. et PERROCHET, P. (2002). Analytical 1d dual-porosity equivalent solutions to 3d discrete single-continuum models. application to karstic spring hydrograph modelling. *Journal of Hydrology*, 262(1):165–176. (Cité à la page 56.)
- DA PRAT, G., CINCO-LEY, H. et HENRY, R. (1981). Decline curve analysis using type curves for two-porosity systems. *Old SPE Journal*, 21(3):354–362. (Cité à la page 32.)
- DALLA COSTA, C. (2007). *Transferts de traceur en milieu poreux consolid   et milieu poreux fissuré : Exp  rimentations et Modélisations*. Thèse de doctorat, Université Joseph-Fourier-Grenoble I. (Cité aux pages 92 et 93.)
- DANQUIGNY, C., ACKERER, P. et CARLIER, J. (2004). Laboratory tracer tests on three-dimensional reconstructed heterogeneous porous media. *Journal of Hydrology*, 294(1):196–212. (Cité à la page 13.)
- DARCY, H. (1856). *Les fontaines publiques de la ville de Dijon*. V. Dalmont. (Cité aux pages 13 et 15.)
- DAUVERGNE, F. (2006). *Méthodes de discrétisation pour la modélisation par éléments analytiques en hydrogéologie quantitative-Application aux écoulements en régimes permanents et transitoires*. Thèse de doctorat, Ecole Nationale Supérieure des Mines de Saint-Etienne. (Cité aux pages 21 et 141.)
- DE DREUZY, J.-R., DAVY, P. et BOUR, O. (2002). Hydraulic properties of two-dimensional random fracture networks following power law distributions of length and aperture. *Water Resources Research*, 38(12):1276. (Cité à la page 19.)

- DE HOOG, F., KNIGHT, J. et STOKES, A. (1982). An improved method for numerical inversion of laplace transforms. *SIAM Journal on Scientific and Statistical Computing*, 3:357. (Cité aux pages xviii, 26, 35, 39, 51, 62, 86, 87, 143 et 144.)
- DE MARSILY, G. (1986). *Quantitative hydrogeology : groundwater hydrology for engineers*, volume 440. Academic Press San Diego, California. (Cité aux pages 12, 20 et 34.)
- de ROOIJ, R. (2008). *Towards improved numerical modeling of karst aquifers : Coupling turbulent conduit flow and laminar matrix flow under variably saturated conditions*. Thèse de doctorat, University of Neuchâtel. (Cité aux pages 19 et 56.)
- DE SWAAN, O. (1976). Analytic solutions for determining naturally fractured reservoir properties by well testing. *Old SPE Journal*, 16(3):117–122. (Cité à la page 31.)
- DEBEGLIA, N., BITRI, A. et THIERRY, P. (2006). Karst investigations using microgravity and masw ; application to orléans, france. *Near Surface Geophysics*, 4(4):215–225. (Cité à la page 11.)
- DENG, Z., CARLSON, T. J., RICHMOND, M. C. *et al.* (2007). Six-degree-of-freedom sensor fish design and instrumentation. *Sensors*, 7(12):3399–3415. (Cité à la page 137.)
- DEWANDEL, B., LACHASSAGNE, P., BAKALOWICZ, M., WENG, P. et AL-MALKI, A. (2003). Evaluation of aquifer thickness by analysing recession hydrographs. application to the oman ophiolite hard-rock aquifer. *Journal of Hydrology*, 274(1):248–269. (Cité à la page 96.)
- DIERSCH, H. (2002). Feflow reference manual. *Institute for Water Resources Planning and Systems Research Ltd*, page 278. (Cité à la page 20.)
- DIERSCH, H. (2005). Feflow finite element subsurface flow and transport simulation system. *Reference manual*. Berlin, Germany : WASY GmbH. (Cité aux pages 20 et 102.)
- DIRECTIVE, E. W. F. (2000). Eu-water framework directive 2000/60/ec council directive 2000/60. *EC of*, 23. (Cité à la page 1.)
- DOE, T. (1991). Fractional dimension analysis of constant-pressure well tests. *In SPE Annual Technical Conference and Exhibition*. (Cité aux pages 35, 51 et 71.)
- DOE, T. et GEIER, J. (1990). *Interpretation of fracture system geometry using well test data*. Golder Associates. (Cité à la page 32.)
- DREISS, S. J. (1982). Linear kernels for karst aquifers. *Water Resources Research*, 18(4):865–876. (Cité à la page 14.)
- DREYBRODT, W. (1996). Principles of early development of karst conduits under natural and man-made conditions revealed by mathematical analysis of numerical models. *Water Resources Research*, 32(9):2923–2935. (Cité à la page 7.)
- DROGUE, C. (1969). *Contribution à l'étude quantitative des systèmes hydrologiques karstiques, d'après l'exemple de quelques karsts périméditerranéens*. Thèse de doctorat, Université Montpellier 2. (Cité aux pages 9, 29, 32 et 55.)
- DROGUE, C. (1972). Analyse statistique des hydrogrammes de decrues des sources karstiques statistical analysis of hydrographs of karstic springs. *Journal of Hydrology*, 15(1):49–68. (Cité à la page 14.)

- DROGUE, C. (1974). Structure de certains aquifères karstiques d'après les résultats de travaux de forages. *Comptes Rendus à l'Académie des Sciences, Paris*, 278:2621–2624. (Cité aux pages 2 et 9.)
- DROGUE, C. (1980). Essai d'identification d'un type de structure de magasins carbonatés fissurés. *Mémoire Hydrogéologique Série Société Géologique de France*, 11:101–108. (Cité aux pages 9, 29, 32 et 55.)
- DROGUE, C. (1992). Hydrodynamics of karstic aquifers : experimental sites in the mediterranean karst, southern france. *Int. Contrib. Hydrogeol*, 13:133–149. (Cité aux pages 2 et 10.)
- DUGUID, J. O. et LEE, P. (1977). Flow in fractured porous media. *Water Resources Research*, 13(3):558–566. (Cité à la page 31.)
- DUPUIT, J. (1857). Mouvement de l'eau a travers le terrains perméables. *CR Hebd. Seances Acad. Sci*, 45:92–96. (Cité à la page 92.)
- DURAND, V. (1992). *Structure d'un massif karstique. Relations entre déformations et facteurs hydro-météorologiques*. Thèse de doctorat, Université de Montpellier. (Cité aux pages 115 et 116.)
- EATON, J. W., BATEMAN, D. et HAUBERG, S. (1997). *Gnu octave*. Free Software Foundation. (Cité aux pages 26, 35 et 40.)
- EHLIG-ECONOMIDES, C. (1979). *Transient rate decline and pressure buildup for wells produced at constant pressure*. Thèse de doctorat, PhD. Dissertation, Stanford Univ. Petroleum Engineering Department. (Cité à la page 36.)
- EWERS, R. O. (1982). *Cavern development in the dimensions of length and breadth*. Thèse de doctorat, Mc Master University. (Cité à la page 92.)
- FAULKNER, J., HU, B. X., KISH, S. et HUA, F. (2009). Laboratory analog and numerical study of groundwater flow and solute transport in a karst aquifer with conduit and matrix domains. *Journal of contaminant hydrology*, 110(1):34–44. (Cité aux pages 13 et 92.)
- FORD, D. C. et EWERS, R. O. (1978). The development of limestone cave systems in the dimensions of length and depth. *Canadian Journal of Earth Sciences*, 15(11):1783–1798. (Cité à la page 6.)
- FORD, D. C. et WILLIAMS, P. (2007). *Karst hydrogeology and geomorphology*. Wiley. (Cité aux pages 1 et 6.)
- FORD, D. C. et WILLIAMS, P. W. (1989). *Karst geomorphology and hydrology*, volume 601. Unwin Hyman London. (Cité à la page 6.)
- FORKASIEWICZ, J. et PALOC, H. (1967). Le regime de tarissement de la foux-de-la-vis. *Etude preliminaire : Chronique d'Hydrogeologie, BRGM*, 3(10):61–73. (Cité aux pages 14 et 100.)
- GARY, M., FAIRFIELD, N., STONE, W. C., WETTERGREEN, D., KANTOR, G. et SHARP JR, J. M. (2008). 3d mapping and characterization of sistema zacatón from depthx (deep phreatic thermal explorer). *In Proceedings of KARST08 : 11th Sinkhole conference ASCE*. (Cité aux pages 5 et 11.)

- GEFELL, M. J., THOMAS, G. M. et ROSSELLO, S. J. (1994). Maximum water-table drawdown at a fully penetrating pumping well. *Ground Water*, 32(3):411–419. (Cité à la page 13.)
- GEYER, T. (2008). *Process-based characterisation of flow and transport in karst aquifers at catchment scale*. Thèse de doctorat, Niedersächsische Staats-und Universitätsbibliothek Göttingen. (Cité aux pages vii, 12 et 13.)
- GEYER, T., BIRK, S., LICHA, T., LIEDL, R. et SAUTER, M. (2007). Multitracer test approach to characterize reactive transport in karst aquifers. *Ground water*, 45(1):36–45. (Cité à la page 10.)
- GOLDSCHIEDER, N. et DREW, D. (2007). *Methods in Karst Hydrogeology : IAH : International Contributions to Hydrogeology, 26*, volume 26. Taylor & Francis. (Cité aux pages vii, 8, 29 et 55.)
- GOLDSCHIEDER, N., MEIMAN, J., PRONK, M. et SMART, C. (2008). Tracer tests in karst hydrogeology and speleology. *International Journal of Speleology*, 37(1):27–40. (Cité aux pages 9 et 10.)
- GOSWAMI, R. R. et CLEMENT, T. P. (2007). Laboratory-scale investigation of saltwater intrusion dynamics. *Water Resources Research*, 43(4):W04418. (Cité à la page 13.)
- GREEN, R. T. et ABBOTT, B. (2010). Groundwater voyager. *Technology Today*, page 2. (Cité aux pages 11 et 137.)
- GREWAL, M. S., WEILL, L. R. et ANDREWS, A. P. (2007). *Global positioning systems, inertial navigation, and integration*. Wiley-Interscience. (Cité à la page 110.)
- GRINGARTEN, A. (1984). Interpretation of tests in fissured and multilayered reservoirs with double-porosity behavior : Theory and practice. *Journal of petroleum technology*, 36(4):549–564. (Cité à la page 31.)
- HAKOUN, V. (2010). Rapport de recherche de master 2. développement d’une sonde autonome pour la cartographie de drains karstiques noyés. Rapport technique, Université Montpellier 2. (Cité à la page 141.)
- HAKOUN, V., MAZZILLI, N., PISTRE, S. et JOURDE, H. (2013). Teaching groundwater flow processes : connecting lecture to practical and field classes. *Hydrology and Earth System Sciences*, 17(5):1975–1984. (Cité à la page 92.)
- HAMM, S. (1994). *Nouveaux modèles fractals d’écoulement dans les milieux fissures : application aux données de pompages en Corée du Sud*. Thèse de doctorat, Université de Montpellier 2. (Cité aux pages 19 et 37.)
- HAMM, S. et BIDAUX, P. (1996). Dual-porosity fractal models for transient flow analysis in fissured rocks. *Water resources research*, 32(9):2733–2745. (Cité aux pages 30, 32, 35, 36, 38, 39, 51, 57, 60 et 62.)
- HARBAUGH, A. W. (2005). *MODFLOW-2005, the US Geological Survey modular ground-water model : The ground-water flow process*. US Department of the Interior, US Geological Survey. (Cité à la page 19.)
- HOLLENBECK, K. (1998). Invlap. m : A matlab function for numerical inversion of laplace transforms by the de hoog algorithm. *unpublished work*. (Cité à la page 35.)

- INNOCENTINI, M. D., SALVINI, V. R., MACEDO, A. et PANDOLFELLI, V. C. (1999). Prediction of ceramic foams permeability using ergun's equation. *Materials Research*, 2(4):283–289. (Cité à la page 93.)
- JACOB, C. et LOHMAN, S. (1952). Nonsteady flow to a well of constant drawdown in an extensive aquifer. *Transactions, American Geophysical Union*, 33(4):559–569. (Cité aux pages viii, 32, 33, 34 et 40.)
- JAZAYERI NOUSHABADI, M., JOURDE, H. et MASSONNAT, G. (2011). Influence of the observation scale on permeability estimation at local and regional scales through well tests in a fractured and karstic aquifer (lez aquifer, southern france). *Journal of Hydrology*, 403(3):321–336. (Cité à la page 10.)
- JEANNIN, P. (2011). Underground positioning system (ugps) : a new tool for localizing underground flowpaths in karst regions. In *Proceedings H2Karst, 9th Conference on Limestone Hydrogeology, Besancon (France)*, pages 237–240. (Cité à la page 11.)
- JEANNIN, P. et MARÉCHAL, J. (1995). Lois de pertes de charge dans les conduits karstiques : base théorique et observations. *Bull. Hydrogéol., Neuchâtel*, 14:149–176. (Cité à la page 20.)
- JEANNIN, P.-Y. (1996). *Structure et comportement hydraulique des aquifères karstiques*. Thèse de doctorat, Université de Neuchâtel. (Cité aux pages 9, 12 et 13.)
- JEANNIN, P.-Y. (2001). Modeling flow in phreatic and epiphreatic karst conduits in the hölloch cave (muotatal, switzerland). *Water Resources Research*, 37(2):191–200. (Cité à la page 20.)
- JENKINS, G. M. et WATTS, D. G. (1968). Spectral analysis and its applications. *Holden-Day Series in Time Series Analysis, London : Holden-Day, 1969*, 1. (Cité à la page 14.)
- JIMENEZ, A., SECO, F., PRIETO, C. et GUEVARA, J. (2009). A comparison of pedestrian dead-reckoning algorithms using a low-cost mems imu. In *Intelligent Signal Processing, 2009. WISP 2009. IEEE International Symposium on*, pages 37–42. IEEE. (Cité à la page 137.)
- JOSNIN, J.-Y., PISTRE, S. et DROGUE, C. (2000). Modélisation d'un système karstique complexe (bassin de st-chaptes, gard, france) : un outil de synthèse des données géologiques et hydrogéologiques. *Canadian Journal of Earth Sciences*, 37(10):1425–1445. (Cité à la page 17.)
- JOURDE, H., BIDAUX, P. et PISTRE, S. (1998). Modelisation des écoulements en reseaux de fractures orthogonales ; influence de la localisation du puits de pompage sur les rabattements. *Bulletin de la Societe Geologique de France*, 169(5):635–644. (Cité à la page 39.)
- KACZMARYK, A. et DELAY, F. (2007). Interference pumping tests in a fractured limestone (poitiers-france) : Inversion of data by means of dual-medium approaches. *Journal of Hydrology*, 337(1):133–146. (Cité aux pages 10, 30 et 55.)
- KÄSS, W., BEHRENS, H., HIMMELSBACH, T. et HÖTZL, H. (1998). *Tracing technique in geohydrology*. Balkema Rotterdam. (Cité à la page 9.)
- KATSIKADELIS, J. T. (2002). *Boundary Elements : Theory and Applications : Theory and Applications*. Elsevier. (Cité à la page 21.)
- KAZEMI, H. (1969). Spe-002156-a-pressure transient analysis of naturally fractured reservoirs with uniform fracture distribution. *Old SPE Journal*, 9(4):451–462. (Cité à la page 31.)

- KESSLER, H. (1967). Water balance investigations in the karstic regions of hungary. *Act Coll Dubrovnik*. (Cité à la page 9.)
- KIKANI, J. (1989). *Application of boundary element method to streamline generation and pressure transient testing*. Thèse de doctorat, Stanford University. (Cité à la page 21.)
- KIRALY, L. (1971). Groundwater flow in heterogeneous, anisotropic fractured media : A simple two-dimensional electric analog. *Journal of Hydrology*, 12(3):255–261. (Cité à la page 92.)
- KIRALY, L. (1975). Rapport sur l'état actuel des connaissances dans le domaine des caractères physiques des roches karstiques. *Hydrogeology of karstic terrains, Int. Union of Geol. Sciences, B*, 3:53–67. (Cité à la page 12.)
- KIRÁLY, L. (1978). *La notion d'unité hydrogéologique dans le Jura (essai de définition)*. Thèse de doctorat, Université de Neuchâtel, Switzerland. (Cité aux pages vii et 12.)
- KIRALY, L. (1998). Modelling karst aquifers by the combined discrete channel and continuum approach. *Bulletin d'Hydrogéologie*, 16:77–98. (Cité à la page 19.)
- KIRALY, L. (2002). Karstification and groundwater flow. *Evolution of Karst : Prekarst to Cessation : Postojna-Ljubljana, Zalozba ZRC*, pages 155–190. (Cité aux pages vii, 1 et 7.)
- KIRALY, L. et MOREL, G. (1976). Etude de régularisation de l'areuse par modèle mathématique. *Bulletin du Centre d'Hydrogéologie*, 1:19–36. (Cité aux pages 55 et 77.)
- KLIMCHOUK, A. B., FORD, D. C., PALMER, A. N. et DREYBRODT, W. (2000). *Speleogenesis : Evolution of karst aquifers*, volume 527. National Speleological Society. (Cité à la page 7.)
- KOVÁCS, A. (2003). *Geometry and hydraulic parameters of karst aquifers : a hydrodynamic modeling approach*. Thèse de doctorat, These de Doctorat, CHYN, Univ de Neuchâtel. (Cité à la page 12.)
- KOVÁCS, A., PERROCHET, P., KIRÁLY, L. et JEANNIN, P.-Y. (2005). A quantitative method for the characterisation of karst aquifers based on spring hydrograph analysis. *Journal of Hydrology*, 303(1):152–164. (Cité aux pages vii et 30.)
- KUHLMAN, K. L. (2013). Review of inverse laplace transform algorithms for laplace-space numerical approaches. *Numerical Algorithms*, pages 1–17. (Cité à la page 62.)
- KURTULUS, B. et RAZACK, M. (2007). Evaluation of the ability of an artificial neural network model to simulate the input-output responses of a large karstic aquifer : the la rochefoucauld aquifer (charente, france). *Hydrogeology Journal*, 15(2):241–254. (Cité à la page 14.)
- LABAT, D., ABABOU, R. et MANGIN, A. (1999a). Linear and nonlinear input/output models for karstic springflow and flood prediction at different time scales. *Stochastic environmental research and risk assessment*, 13(5):337–364. (Cité à la page 14.)
- LABAT, D., ABABOU, R. et MANGIN, A. (1999b). Wavelet analysis in karstic hydrology. 2nd part : rainfall-runoff cross-wavelet analysis. *Comptes Rendus de l'Academie des Sciences Series IIA Earth and Planetary Science*, 329(12):881–887. (Cité à la page 14.)
- LABAT, D., MANGIN, A. et ABABOU, R. (2002). Rainfall-runoff relations for karstic springs : multifractal analyses. *Journal of Hydrology*, 256(3):176–195. (Cité à la page 14.)

- LAFARE, A. (2011). *Modélisation mathématique de la spéléogénèse : une approche hybride à partir de réseaux de fractures discrets et de simulations hydrogéologiques*. Thèse de doctorat, Université Montpellier II. (Cité aux pages 7 et 11.)
- LE BORGNE, T., BOUR, O., DE DREUZY, J., DAVY, P. et TOUCHARD, F. (2004). Equivalent mean flow models for fractured aquifers : Insights from a pumping tests scaling interpretation. *Water Resources Research*, 40(3). (Cité à la page 32.)
- LE GRAND, P. (2003). *Advanced curvilinear shapes for object centered modeling of groundwater flow with the analytic element method*. Thèse de doctorat, Thèse de doctorat, École Nationale Supérieure des Mines de Saint-Etienne, Saint Etienne, France. (Cité à la page 141.)
- LENHARD, R. et MEAKIN, P. (2007). Water behavior in layered porous media with discrete flow channels : Results of a large-scale experiment. *Vadose Zone Journal*, 6(3):458–470. (Cité à la page 13.)
- LIEDL, R., SAUTER, M., HÜCKINGHAUS, D., CLEMENS, T. et TEUTSCH, G. (2003). Simulation of the development of karst aquifers using a coupled continuum pipe flow model. *Water Resources Research*, 39(3):1057. (Cité à la page 19.)
- LIGGETT, J. A. et LIU, P. L.-F. (1983). The boundary integral equation method for porous media flow. *Applied Ocean Research*, 5(2):117. (Cité aux pages 21 et 61.)
- LODS, G. et GOUZE, P. (2004). Wtfn, software for well test analysis in fractured media combining fractional flow with double porosity and leakance approaches. *Computers & geosciences*, 30(9): 937–947. (Cité aux pages 10, 30 et 55.)
- LONG, J. C., REMER, J., WILSON, C. et WITHERSPOON, P. (1982). Porous media equivalents for networks of discontinuous fractures. *Water Resources Research*, 18(3):645–658. (Cité à la page 19.)
- LOUIS, C. (1968). Etude des écoulements d'eau dans les roches fissurées et de leur influence sur la stabilité des massifs rocheux. *Bulletin Direction Etudes Recherches, Serie A, Nucléaire, Hydraulique, Thermique*, 3:5–132. (Cité à la page 20.)
- MAILLET, E. T. (1905). *Essais d'hydraulique souterraine & fluviale*. Hermann. (Cité aux pages xiii, 14, 96, 97 et 99.)
- MALOSZEWSKI, P., STICHLER, W., ZUBER, A. et RANK, D. (2002). Identifying the flow systems in a karstic-fissured-porous aquifer, the schneecalpe, austria, by modelling of environmental^{¹⁸ o and^{³ h isotopes. *Journal of Hydrology*, 256(1):48–59. (Cité à la page 55.)}}
- MANGIN, A. (1975). *Contribution à l'étude hydrodynamique des aquifères karstiques*. Thèse de doctorat, Université de Dijon. (Cité aux pages 5, 6, 8 et 14.)
- MANGIN, A. (1978). Le karst, entité physique, abordé par l'étude du système karstique. *In Colloque le karst : son originalité physique son importance économique*, pages 21–37. Association des Géologues du Sud-Ouest. (Cité à la page 8.)
- MANGIN, A. (1982). L'approche systémique du karst, conséquences conceptuelles et méthodologiques. *Signature*, 723:132450. (Cité à la page 14.)

- MANGIN, A. (1984). Pour une meilleure connaissance des systèmes hydrologiques à partir des analyses corrélatoire et spectrale. *Journal of Hydrology*, 67(1):25–43. (Cité à la page 14.)
- MARÉCHAL, J.-C. et PERROCHET, P. (2003). New analytical solution for the study of hydraulic interaction between alpine tunnels and groundwater. *Bulletin de la Societe Geologique de France*, 174(5):441–448. (Cité à la page 32.)
- MARSAUD, B. (1997). *Structure et fonctionnement de la zone noyée des karsts à partir des résultats expérimentaux*. Thèse de doctorat, Université Paris XI Orsay. (Cité aux pages 5, 9, 13 et 92.)
- MARTINEZ-LANDA, L., RÖTTING, T. S., CARRERA, J., RUSSIAN, A., DENTZ, M. et CUBILLO, B. (2013). Use of hydraulic tests to identify the residual co₂ saturation at a geological storage site. *International Journal of Greenhouse Gas Control*. (Cité à la page 31.)
- MAVOR, M. J. et CINCO-LEY, H. (1979). Transient pressure behavior of naturally fractured reservoirs. In *SPE California Regional Meeting*. (Cité à la page 31.)
- MAZZILLI, N., JOURDE, H., GUINOT, V., BAILLY-COMTE, V. et FLEURY, P. (2010). Hydrological modelling of a karst aquifer under active groundwater management using a parsimonious conceptual model. In *Proceedings of the H2Karst conference held in Besancon*. (Cité à la page 14.)
- MCDONALD, M. G. et HARBAUGH, A. W. (1984). *A modular three-dimensional finite-difference ground-water flow model*. Scientific Publications Company. (Cité aux pages 19 et 20.)
- MERO, F. (1963). Application of the groundwater depletion curves in analysing and forecasting spring discharges influenced by well fields. In *Symposium on surface waters, General assembly of Berkeley of IUGG, IAHS Publication*, volume 63, pages 107–117. (Cité à la page 14.)
- MEYERHOFF, S. B., KARAOULIS, M., FIEBIG, F., MAXWELL, R. M., REVIL, A., MARTIN, J. B. et GRAHAM, W. D. (2012). Visualization of conduit-matrix conductivity differences in a karst aquifer using time-lapse electrical resistivity. *Geophysical Research Letters*, 39(24). (Cité à la page 11.)
- MOENCH, A. (1984). Double-porosity models for a fissured groundwater reservoir. *Water Resour. Res.*, 7:831–846. (Cité aux pages xvii, 18, 30, 31, 36, 58, 62, 63, 67, 68 et 87.)
- MOREIRA, E., INNOCENTINI, M. et COURY, J. (2004). Permeability of ceramic foams to compressible and incompressible flow. *Journal of the European Ceramic Society*, 24(10):3209–3218. (Cité à la page 93.)
- MORGADO, M., OLIVEIRA, P., SILVESTRE, C. et VASCONCELOS, J. (2006). Usbl/ins tightly-coupled integration technique for underwater vehicles. In *Information Fusion, 2006 9th International Conference on*, pages 1–8. IEEE. (Cité à la page 137.)
- MUDARRA, M. et ANDREO, B. (2011). Relative importance of the saturated and the unsaturated zones in the hydrogeological functioning of karst aquifers : the case of alta cadena (southern Spain). *Journal of Hydrology*, 397(3):263–280. (Cité à la page 77.)
- NAJIB, K. (2007). *Phénomènes de remontées de nappe extrêmes en terrain carbonaté fracturé et karstifié : évaluation de l'aléa et Prévention du risque dans le cadre de la protection des bâtiments*. Thèse de doctorat, Université de Montpellier 2. (Cité aux pages 19, 32 et 61.)

- NAJURIETA, H. (1979). Interference and pulse testing in uniformly fractured reservoirs. *In SPE Annual Technical Conference and Exhibition*. (Cité à la page 31.)
- NAJURIETA, H. (1980). A theory for pressure transient analysis in naturally fractured reservoirs. *Journal of Petroleum Technology*, 32(7):1241–1250. (Cité à la page 31.)
- NICOD, J. (1991). Du nouveau sur la fontaine de vacluse et son karst. *In Annales de géographie*, volume 100, pages 333–339. Société de géographie. (Cité à la page 105.)
- NOIRIEL, C., MADÉ, B. et GOUZE, P. (2007). Impact of coating development on the hydraulic and transport properties in argillaceous limestone fracture. *Water Resources Research*, 43(9). (Cité à la page 13.)
- O'DONNELL, C. F. (1964). *Inertial navigation : analysis and design*. McGraw-Hill. (Cité à la page 106.)
- OHLMEYER, E. J., PEPITONE, T. R. et MILLER, B. (1998). Assessment of integrated gps/ins for the ex-171 extended range guided munition. *Naval Surface Warfare Center*. (Cité à la page 107.)
- PALMER, A. N. (1991). Origin and morphology of limestone caves. *Geological Society of America Bulletin*, 103(1):1–21. (Cité aux pages vii, 6, 7 et 11.)
- PALMER, A. N. (2002). Speleogenesis in carbonate rocks. *Evolution of Karst : From Prekarst to Cessation : Ljubljana, Inštitut za raziskovanje krasa, ZRC SAZU*, pages 43–59. (Cité à la page 6.)
- PERNE, M., ŠARLER, B. et GABROVŠEK, F. (2012). Calculating transport of water from a conduit to the porous matrix by boundary distributed source method. *Engineering Analysis with Boundary Elements*, 36(11):1649–1659. (Cité aux pages 21 et 61.)
- PERRIN, C., MICHEL, C. et ANDRÉASSIAN, V. (2001). Does a large number of parameters enhance model performance? comparative assessment of common catchment model structures on 429 catchments. *Journal of Hydrology*, 242(3):275–301. (Cité à la page 14.)
- PERRIN, J. et LUETSCHER, M. (2008). Inference of the structure of karst conduits using quantitative tracer tests and geological information : example of the swiss jura. *Hydrogeology Journal*, 16(5):951–967. (Cité à la page 10.)
- PERROCHET, P. (2005). A simple solution to tunnel or well discharge under constant drawdown. *Hydrogeology journal*, 13(5):886–888. (Cité à la page 32.)
- PISTRE, S., FALGAYRETTES, P. et HAKOUN, V. (2013). Method and device for determining a trajectory of an aqueous flow, and autonomous probe implemented in said method. *Patent*, (WO Patent 2,013,093,303.). (Cité à la page 114.)
- PUJOL, P., MAGRO, M. et ANGEL, A. (2012). *Physique et outils mathématiques : Méthodes et exemples*. SOFEDIS. (Cité à la page 61.)
- QUINLAN, J. F. et EWERS, R. O. (1985). Ground water flow in limestone terranes : Strategy rationale and procedure for reliable, efficient monitoring of ground water quality in karst areas. *In Proceedings of the Fifth National Symposium and Exposition on Aquifer Restoration and Ground Water Monitoring May 21-24, 1985, The Fawcett Center, Columbus, Ohio. 1985. p 197-234, 12 fig, 100 ref*. (Cité aux pages 56 et 89.)

- REIMANN, D.-I. T. (2009). Modflow-2005 cfp—ein hybridmodell für karstgrundwasserleiter. *Grundwasser*, 14(2):139–145. (Cité aux pages 19 et 56.)
- REIMANN, T., GEYER, T., SHOEMAKER, W. B., LIEDL, R. et SAUTER, M. (2011). Effects of dynamically variable saturation and matrix-conduit coupling of flow in karst aquifers. *Water Resources Research*, 47(11). (Cité aux pages 19, 20 et 56.)
- REIMANN, T., GIESE, M., GEYER, T., LIEDL, R., MARÉCHAL, J. et SHOEMAKER, W. (2013). Representation of water abstraction from a karst conduit with numerical discrete-continuum models. *Hydrology and Earth System Sciences Discussions*, 10(4):4463–4487. (Cité à la page 19.)
- RENARD, P. (2005a). Approximate discharge for constant head test with recharging boundary. *Ground water*, 43(3):439–442. (Cité à la page 32.)
- RENARD, P. (2005b). The future of hydraulic tests. *Hydrogeology Journal*, 13(1):259–262. (Cité à la page 13.)
- RENARD, P., GLENZ, D. et MEJIAS, M. (2009). Understanding diagnostic plots for well-test interpretation. *Hydrogeology Journal*, 17(3):589–600. (Cité à la page 10.)
- RHOADES, R. et SINACORI, M. (1941). Pattern of ground-water flow and solution. *The Journal of Geology*, pages 785–794. (Cité à la page 1.)
- ROBERTS, R., BEAUHEIM, R. et DOMSKI, P. (1999). Hydraulic testing of salado formation evaporites at the waste isolation pilot plant site : Final report. *SAND98-2537, Sandia Natl. Lab., Albuquerque, NM*. (Cité aux pages 30, 39 et 51.)
- SAGEEV, A., RAMEY, H. J. et DA PRAT, G. (1985). Decline curve analysis for double-porosity systems. In *SPE California Regional Meeting*. (Cité à la page 51.)
- SAHIMI, M. (2012). *Flow and transport in porous media and fractured rock*. Wiley-VCH. (Cité à la page 15.)
- SATO, K. (1992). *Accelerated perturbation boundary element model for flow problems in heterogeneous reservoirs*. Thèse de doctorat, Stanford University. (Cité aux pages 21 et 61.)
- SAUTER, M. (1992). *Quantification and forecasting of regional groundwater flow and transport in a karst aquifer (Gallusquelle, Malm, SW. Germany)*. Thèse de doctorat, Eberhard Karls Universität Tübingen. (Cité aux pages 9, 10, 12, 18, 30, 55 et 77.)
- SCANLON, B. R., MACE, R. E., BARRETT, M. E. et SMITH, B. (2003). Can we simulate regional groundwater flow in a karst system using equivalent porous media models? case study, barton springs edwards aquifer, usa. *Journal of Hydrology*, 276(1):137–158. (Cité à la page 17.)
- SCHNEGG, P.-A. (2003). A new field fluorometer for multi-tracer tests and turbidity measurement applied to hydrogeological problems. In *Proceedings of the Eighth International Congress of the Brazilian Geophysical Society, Rio de Janeiro*. (Cité à la page 10.)
- SCHOELLER, H. (1967). Hydrodynamique dans le karst. *Chronique d'Hydrogéologie*, 10:7–21. (Cité à la page 96.)
- SCILAB ENTERPRISES (2012). *Scilab : Le logiciel open source gratuit de calcul numérique*. Scilab Enterprises, Orsay, France. (Cité à la page 120.)

- SHOEMAKER, W. B., KUNIANSKY, E. L., BIRK, S., BAUER, S. et SWAIN, E. D. (2008). *Documentation of a conduit flow process (CFP) for MODFLOW-2005*. US Department of the Interior, US Geological Survey. (Cité à la page 19.)
- SIMMONS, C., PIERINI, M. et HUTSON, J. (2002). Laboratory investigation of variable-density flow and solute transport in unsaturated-saturated porous media. *Transport in Porous Media*, 47(2):215–244. (Cité à la page 13.)
- SIOU, L. K. A., JOHANNET, A., BORRELL, V. et PISTRE, S. (2011). Complexity selection of a neural network model for karst flood forecasting : The case of the lez basin (southern france). *Journal of Hydrology*, 403(3):367–380. (Cité à la page 14.)
- SMART, C. (1988). Artificial tracer techniques for the determination of the structure of conduit aquifers. *Ground Water*, 26(4):445–453. (Cité à la page 10.)
- SMART, P. et FRIEDERICH, H. (1986). Water movement and storage in the unsaturated zone of a maturely karstified carbonate aquifer, mendip hills, england. In *Proceedings of the Environmental Problems in Karst Terranes and Their Solutions Conference. National Water Well Association, Dublin OH. 1986. p 59-87, 11 fig, 5 tab, 38 ref.* (Cité aux pages 8 et 57.)
- SMITH, L. P. (1937). Heat flow in an infinite solid bounded internally by a cylinder. *Journal of Applied Physics*, 8(6):441–448. (Cité à la page 32.)
- SNOW, D. T. (1969). Anisotropie permeability of fractured media. *Water Resources Research*, 5(6):1273–1289. (Cité à la page 19.)
- SPIEWAK, J.-M., JOUVENCEL, B., FRAISSE, P., LAPIERRE, L. et al. (2006). H160 : un véhicule sous-marin autonome dédié à l'exploration des eaux peu profondes. In *CMM06 : Caractérisation du Milieu Marin*. (Cité à la page 105.)
- STEHFEST, H. (1970). Algorithm 368 : Numerical inversion of laplace transforms [d5]. *Communications of the ACM*, 13(1):47–49. (Cité aux pages xviii, 26, 62, 143 et 144.)
- STRACK, O. D. (1989). *Groundwater mechanics*. Prentice Hall. (Cité à la page 21.)
- SUKKARIEH, S., NEBOT, E. M. et DURRANT-WHYTE, H. F. (1999). A high integrity imu/gps navigation loop for autonomous land vehicle applications. *Robotics and Automation, IEEE Transactions on*, 15(3):572–578. (Cité à la page 107.)
- SUN, A. Y., PAINTER, S. L. et GREEN, R. T. (2005). Modeling barton springs segment of the edwards aquifer using modflow-dcm. *GEOTECHNICAL SPECIAL PUBLICATION*, 144:163. (Cité à la page 55.)
- TEUTSCH, G. (1988). *Grundwassermodelle im Karst : praktische Ansätze am Beispiel zweier Einzugsgebiete im tiefen und seichten Malmkarst der Schwäbischen Alb*. Thèse de doctorat, Universität of Tübingen. (Cité aux pages 18, 30 et 55.)
- TEUTSCH, G. (1990). An extended double-porosity concept as a practical modelling approach for a karstified terrain. *IAHS PUBLICATION*, pages 281–281. (Cité aux pages 17, 18, 30 et 55.)
- TEUTSCH, G. et SAUTER, M. (1991). Groundwater modeling in karst terranes : Scale effects, data acquisition and field validation. In *Proceedings of the Third Conference on Hydrogeology, Ecology, Monitoring and Management of Ground Water in Karst Terranes, Nashville, Tennessee*, pages 17–35. (Cité à la page 15.)

- THEIS, C. V. (1935). *The relation between the lowering of the piezometric surface and the rate and duration of discharge of a well using ground water storage*. US Department of the Interior, Geological Survey, Water Resources Division, Ground Water Branch. (Cité aux pages 10 et 34.)
- THERRIEN, R., MCLAREN, R., SUDICKY, E. et PANDAY, S. (2006). Hydrogeosphere : A three-dimensional numerical model describing fully-integrated subsurface and surface flow and solute transport. *Groundwater Simul. Group, Waterloo, Ont., Canada*. (Cité à la page 20.)
- TITTERTON, D. et WESTON, J. (2004). Strapdown inertial navigation technology. 2-nd edition. *The Institution of Electrical Engineers, Reston USA*. (Cité aux pages 107 et 108.)
- TOTH, J. (1963). A theoretical analysis of groundwater flow in small drainage basins. *Journal of Geophysical Research*, 68(16):4795–4812. (Cité à la page 91.)
- TRITZ, S., GUINOT, V. et JOURDE, H. (2011). Modelling the behaviour of a karst system catchment using non-linear hysteretic conceptual model. *Journal of Hydrology*, 397(3):250–262. (Cité à la page 14.)
- VAN EVERDINGEN, A. (1953). The skin effect and its influence on the productive capacity of a well. *Trans., AIME*, 198:171–176. (Cité aux pages 10 et 36.)
- VAN EVERDINGEN, A. et HURST, W. (1949). The application of the laplace transformation to flow problems in reservoirs. *Journal of Petroleum Technology*, 1(12):305–324. (Cité aux pages 34 et 38.)
- VOUILLAMOZ, J., LEGCHENKO, A., ALBOUY, Y., BAKALOWICZ, M., BALTASSAT, J. et AL-FARES, W. (2003). Localization of saturated karst aquifer with magnetic resonance sounding and resistivity imagery. *Ground Water*, 41(5):578–586. (Cité à la page 11.)
- WALCHKO, K. J., NECHYBA, M. C., SCHWARTZ, E. et ARROYO, A. (2003). Embedded low cost inertial navigation system. *In Florida Conference on Recent Advances in Robotics, FAU, Dania Beach, FL*. (Cité à la page 108.)
- WALTON, W. C. (1970). *Groundwater resource evaluation*, volume 664. McGraw-Hill New York. (Cité à la page 92.)
- WARREN, J. et ROOT, P. (1963). The behavior of naturally fractured reservoirs. *Old SPE Journal*, 3(3):245–255. (Cité aux pages vii, 10, 17, 18, 30 et 31.)
- WHITE, W. B. (2000). *Development of speleogenetic ideas in the 20th century : The modern Period, 1957 to present*, pages 39–43. National Speleological Society. (Cité à la page 6.)
- WILLIAMS, P. W. (1983). The role of the subcutaneous zone in karst hydrology. *Journal of hydrology*, 61(1):45–67. (Cité aux pages 8 et 9.)
- WILLIAMS, P. W. (2008). The role of the epikarst in karst and cave hydrogeology : a review. *International Journal of Speleology*, 37(1):1–10. (Cité à la page 9.)
- WOODMAN, O. J. (2007). An introduction to inertial navigation. *University of Cambridge, Computer Laboratory, Tech. Rep. UCAMCL-TR-696*. (Cité aux pages xiv, xvii, 106, 107, 110, 112 et 137.)

- WORTHINGTON, S. et FORD, D. (2009). Self-organized permeability in carbonate aquifers. *Ground Water*, 47(3):326–336. (Cité à la page 7.)
- WORTHINGTON, S. R. (1999). A comprehensive strategy for understanding flow in carbonate aquifers. *Karst modeling : Charles Town, W. Va., Karst Waters Institute, Special Publication*, (5):30–37. (Cité aux pages 2 et 105.)
- WORTHINGTON, S. R. (2007). Groundwater residence times in unconfined carbonate aquifers. *Journal of Cave and Karst Studies*, 69(1):94–102. (Cité à la page 2.)
- WYCKOFF, R., BOTSET, H. et MUSKAT, M. (1932). Flow of liquids through porous media under the action of gravity. *Physics*, 3(2):90–113. (Cité à la page 92.)

Sonde aquatique autonome pour la cartographie des drains karstiques noyés.

Simulations des écoulements par une approche couplée drains discrets/double-porosité

Résumé : Il est communément admis que les écoulements dans les aquifères karstiques sont particulièrement concentrés dans les conduits et les fractures principaux. Dans ce travail, on cherche à décrire le comportement du flux à différentes échelles. A l'échelle locale, on considère une modélisation des écoulements en milieu continu. A cela s'ajoute à l'échelle régionale l'inclusion de drains comme éléments discrets (approche hybride). Nous avons recours pour ceci à l'utilisation d'un modèle d'écoulement défini par des équations aux dérivées partielles qui décrivent l'écoulement dans un milieu à double-porosité. La solution analytique de ce modèle nous permet d'étudier les phases de transition des flux selon une condition à la limite de type charge imposée. Ceci correspond à une perturbation hydraulique tel qu'un puits maintenu à charge constante. Afin d'inclure des conditions aux limites spécifiques (par exemple une limite imperméable) et une géométrie de domaine irrégulière, nous développons et employons un modèle numérique basée sur la méthode des éléments intégrales de frontière. Ceci permet de mettre en oeuvre l'approche hybride (milieu continu et discret) dans laquelle nous considérons les intersections entre conduits verticaux et horizontaux. Ce type de modélisation permet ainsi de considérer une échelle plus importante qu'un modèle continu seul. Par ailleurs, un modèle expérimental de laboratoire est conçu et réalisé afin d'étudier expérimentalement les phases de transition du flux issu de milieux hétérogènes. Cette approche est complémentaire de celle développée à l'aide de la solution analytique et du modèle numérique. Enfin, nous proposons le développement et les essais préliminaires d'un nouvel instrument de mesure. Il s'agit d'une sonde autonome qui a pour objectif de cartographier les conduits noyés dans les aquifères karstiques. Ainsi la géométrie des drains discrets pourra être représentée de façon plus réaliste dans le modèle numérique hybride. Les conclusions principales de ce travail sont les suivantes : à l'échelle locale et régionale, les phases de transition du flux dépendent des propriétés hydrauliques du milieu. La solution numérique permet d'étudier l'influence des géométries de domaine et de conditions aux limites complexes. Le modèle expérimental permet de reproduire qualitativement les phases de transition du flux analysées théoriquement. Enfin, la sonde permet de cartographier son parcours dans des conditions expérimentales contrôlées. Ces nouvelles méthodes contribuent à la caractérisation de l'hydrodynamique dans les aquifères karstiques.

Mots clés : Karst, sonde autonome, traceur instrumenté, cartographie de conduits, hydrodynamique, double-porosité, modèle hybride, échange conduit-matrice.

Autonomous probe for drowned karst conduits mapping.

Groundwater flow simulation with a coupled discrete conduits/double porosity approach.

Abstract : Groundwater flow in karst aquifers are particularly located in the main conduits fractures. In this work, we aim to describe and investigate the behavior of the flow at different scales. At the local scale, the flow modeling considers a continuum approach. At the regional scale, discrete features such as conduits are added to the continuum model (hybrid approach). For the continuum approach, we use a double-porosity flow model. The analytical solution of this model allows to investigate the transitions phases while a constant pressure boundary conditions is applied. Such a boundary condition, in a well may represent a constant head hydraulic test. In order to specify different boundaries conditions (for instance impervious barriers) and an irregular geometry of the flow domain, we developed and applied a numerical code based on the boundary element method. This allows to put into practice the hybrid method (continuum model with discrete conduits) in which we consider the local vertical and horizontal conduits intersections. This type of modeling allows to consider a larger and more complex domain than analytical solution alone. Moreover in this work we conceived and developed an experimental laboratory model. This model has been used in order to investigate the transitions phases which appears from the outflow of heterogeneous media. This approach is complementary to the analytical and numerical modeling. Last, part of this work was dedicated to the development and preliminary experiment of a new probe system. This new probe is an autonomous sensor which aim to map inaccessible drowned karst conduits. With this new tool, the geometry of the discrete conduit network in the aquifer could be known. The gathered informations could be used to represent the geometry of the conduit network used more realistically in the hybrid modeling approach. The main conclusions of this work are the following : at the local and regional scales, the transitions phases of the flow depends on the hydraulic properties of the continuum (when a continuum approach is used). The numerical solution developed allows to investigate the influence of the domain's geometry and complex boundaries conditions on the flux response. The experimental model used in the laboratory allows to reproduce qualitatively different transition phases of the flux at the outlet. Finally, the probe proved the feasibility to map its path in controlled experimental conditions. These new methods contributes to the characterization of the hydrodynamical behavior that takes place in karstified limestone aquifers.

Keywords : Karst, autonomous probe, instrumented tracer, conduits mapping, hydrodynamics modeling, double-porosity, hybrid approach, conduit-matrix exchanges.